

**T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANA BİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI**

**“NİHAYETU’L ELBAB” ADLI ESERDE DÖRT İŞLEM VE KESİR
KAVRAMLARI ÖĞRETİMİNİN DEĞERLENDİRİLMESİ VE ZİHİNDEN
HESABA DAİR BİR UYGULAMA**

(Yüksek Lisans Tezi)

Satı CEYLAN

İstanbul, 2010

**T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANA BİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI**

**“NİHAYETU’L ELBAB” ADLI ESERDE DÖRT İŞLEM VE KESİR
KAVRAMLARI ÖĞRETİMİNİN DEĞERLENDİRİLMESİ VE ZİHİNDEN
HESABA DAİR BİR UYGULAMA**

(Yüksek Lisans Tezi)

**Satı CEYLAN
Danışman: Doç. Dr. Ahmet Şükrü ÖZDEMİR**

İstanbul, 2010

T.c.
Marmara Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
İlköğretim Ana Bilim Dalı
İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı

Satı CEYLAN tarafından hazırlanan “*Nihayetu’l Elbab Adlı Eserde Dört İşlem ve Kesir Kavramları Öğretiminin Değerlendirilmesi ve Zihinden Hesaba Dair Bir Uygulama*” başlıklı bu çalışma, 04.06.2010 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

İmza

Danışman: Doç. Dr. Ahmet Şükrü ÖZDEMİR

Üye: Yard. Doç. Dr. Sare ŞENGÜL

Üye: Öğr. Gör. Dr. İlyas YAVUZ

.....
.....
.....

ÖNSÖZ

Bana göre iyi bir eğitim, usta çırak ilişkisine dayanır. Ne büyük şanstır ki, bilim hayatına girdiğim ilk yıllardan bu yana benim de birçok ustam oldu. Başta tez danışmanın Doç. Dr. Ahmet Ş. ÖZDEMİR olmak üzere, değerli hocalarım Prof. Dr. Ayla GÜRDAL, Yard. Doç. Dr. Sare ŞENGÜL ve Dr. Orhan ÇANAKÇI'nın ismini anmak isterim. Onlar beni bilime, araştırmaya ve çalışmaya ısındırdılar.

Dört yıllık lisans hayatımda her zaman kapısı açık olup, her konuda yardımcı olan saygıdeğer hocalarıma ve tezimi okuyup değerlendirerek çok kıymetli zamanlarımı aldığı İlyas YAVUZ hocama çok teşekkür ederim.

Ayrıca çalışmamda temel aldığım Osmanlıca ve Arapça bölümleri okumam ve anlamamda yardımcı olan, her fırsatta bana güvenini tekrarlayan, yorulduğum her an beni yüreklendiren değerli hocam Hüseyin DAĞ'a hürmetlerimi sunarım.

Tez çalışmamda yararlandığım tüm kaynakların yazarlarına, özellikle Âsâr-ı Bâkiye'nin II. cilt çevirisi ile metni anlamama büyük katkısı olan Sayın Prof. Dr. Melek Dosay GÖKDOĞAN'a teşekkür ederim.

Çalışmalarımda bana yardımcı olan Üsküdar İcadiye İlköğretim Okulu Müdürü Nedim GÜNEY beyefendiye teşekkürü bir borç bilirim.

Yüksek Lisans eğitimim boyunca desteğinden dolayı TÜBİTAK'a teşekkürlerimi arz ederim.

Ve bu tezi, beni dünyaya getiren fedakâr anneme, sevgili babama, biricik kardeşime, ağabeylerime, eşlerine ve hayatıma anlam katan harika çocukları Zeynep, Berrak ve Ömer'e ithaf ederim...

Satı CEYLAN, Nisan 2010

ÖZET

“NİHAYETU’L ELBAB” ADLI ESERDE DÖRT İŞLEM VE KESİR KAVRAMLARI ÖĞRETİMİNİN DEĞERLENDİRİLMESİ VE ZİHİNDEN HESABA DAİR BİR UYGULAMA

(Yüksek Lisans Tezi)

Satı CEYLAN

Şimdiye kadar Osmanlı medreselerinde riyâzî bilimlerin eğitim ve öğretimi, bu eğitim ve öğretim sürecinde başvurulan yöntem ve teknikleri konu edinen hiçbir çalışmaya rastlanılmadığı gibi, Osmanlı medreselerinde yapılan matematik öğretiminin günümüz matematik öğretimi ile karşılaştırıldığı müstakil bir çalışma da yapılmamıştır.

Bu çalışmada, Osmanlı Medreselerinde ders kitabı olarak en fazla kullanılan, 16. yy’da Muhammed Âmili tarafından Arapça olarak yazılıp, 19. Yy’da Kuyucaklızâde tarafından “Nihayetü’l-Elbab” adıyla Osmanlıca’ya tercümesi yapılan “Hûlasâtü’l - Hisâb” adlı eserin dört işlem ve kesir kavramlarının anlatıldığı bölümler birebir Türkçeye çevrilecek ve günümüz müfredatı ile bir karşılaştırılması yapılacaktır. Aynı zamanda, geliştirilen Zihinden Hesap ve Tahmin Beceri Testi aracılığı ile, bu kitapta başvurulan zihinden hesap yöntemlerinden yararlanarak tespit edilen ve genel olarak Osmanlı Medreseleri’nde kullanılan zihinden hesap yöntemlerinin öğrencilerin zihinden hesap becerilerine etkisi ve öğrencilerin zihinden hesap becerileri ile tahmin becerileri arasındaki korelasyonu incelemek amaçlanmıştır. Bu amaçları gerçekleştirmek için öncelikle bilim tarihi, eğitim tarihi ve matematik tarihi alanlarında okumalar yapılmış ve ardından bir devlet okulunda öğrenim gören 56 ilköğretim 6. sınıf öğrencisine 10 ders saatlik bir zihinden hesap teknikleri ders planı uygulanmıştır. Uygulama çalışmaları sonrasında, zihinden hesap teknikleri dersinin öğrencilerin zihinden hesap becerileri olumlu ve anlamlı bir etki yaptığı görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Matematik Eğitim Tarihi, Zihinden Hesap ve Nihâyetü’l-Elbâb

ABSTRACT

VALUATION OF THE EDUCATION OF OPERATIONS AND FRACTIONS IN “NİHAYATU’L ALBAB” AND A PRACTICE CONCERNING OF MENTAL COMPUTATION

(Master Thesis)

Satı CEYLAN

Up to the present, no study that is about education of Mathematics in Ottoman Madrasas and methods and techniques referenced duration of this education has been met. And also any detached study in which comparison of the education of math in Ottoman Madrasas with recent math education is mentioned was not worked out.

In this study, the section about operations and fractions of the book called “Hülasatu’l-Hisab”, most popular textbook, written by Muhammad Amili in Arabic on 16th century and then translated to Ottoman-language named “Nihâyatu’l- Elbâb” by Kuyucaklızâde on 19th century is going to be translated to Turkish and compared with recent curriculum. In addition, the significance of mental calculation in Ottoman Madrasas is going to be emphasized by utilizing the methods of mental calculation referenced typically in that book and the practice of that method is going to be implemented in a secondary school to insert it to current Turkish education curriculum. In order to achieve these aims, firstly, some sort of investigations on fields of history of science, history of mathematics and history of education in madrasas have been performed, and then pre-studies on these fields have been examined. Then to the 56 elementary school students and the 6. lesson student were applied to account the ‘from the mind to the 10th grade lesson plan techniques’. After practicing, in the minds of the students' minds from the account from the account the technical skills of course positive and significant effect was observed.

Key Words: History of Mathematics Education, Mental Computation and Nihâyâtu’l-Albâb

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
ÖNSÖZ	i
ÖZET	ii
ABSTRACT	iii
İÇİNDEKİLER	iv
TABLOLAR DİZİNİ	vii
KISALTMALAR	xi
BÖLÜM I: GİRİŞ	1
1.1. PROBLEM DURUMU	1
1.2. ARAŞTIRMANIN AMAÇLARI	4
1.3. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ	5
1.4. SAYILTILAR	7
1.5. SINIRLILIKLAR	7
BÖLÜM II: LİTERATÜR BİLGİLERİ	8
2.1. BİLİM TARİHİ	8
2.2. DÜNYA'DA VE TÜRKİYE'DE BİLİM TARİHİ	9
2.3. OSMANLI MEDRESELERİ	9
2.3.1. Medreselerin Kurulmasının Zorunlu Hale Gelişi	9
2.3.2. Fatih Sultan Mehmet'in Eğitim Anlayışı	10
2.3.3. Hesap İlmi	10
2.3.4. Osmanlılarda Hesap	10

2.3.5. Osmanlılarda Kullanılan Hesap Yöntemleri	11
2.3.5.1. Ebced Harfleri -Hisâb-ı Sittîni [Altmışlı Hesap] ...	12
2.3.5.2. Hisâb-ı Hindî [Hint Kaynaklı Hesap]	12
2.3.5.3. Hisâb-ı Hevâî [Zihinden Hesap]	12
2.3.6. Osmanlı Medreselerinde Aritmetik ve Cebir Eğitimi	13
2.3.7. Osmanlı Medreselerinde Okutulan Hesap Kitapları	15
2.3.8. Osmanlı'da 19. Yy'da Okutulan Matematik Ders Kitapları ..	16
2.4. BAHAUDDİN ÂMİLÎ	16
2.4.1. Hulâsatü'l-Hisâb	17
2.5. KUYUCAKLIZÂDE MUHAMMED ÂTİF EFENDİ	19
2.5.1. Hayatı ve Eserleri	19
2.5.2. Nihâyetü'l-Elbâb'ın Fihristi	20
2.6. OSMANLI'DA ZİHİNDEN HESAP (Hisabu'l Hevai)	21
2.7. GÜNÜMÜZDE ZİHİNDEN HESAP	22
2.7.1. Zihinden Hesap – Sayı Duygusu İlişkisi	23
2.7.2. Zihinsel Hesap - Tahmin İlişkisi	25
2.7.3. Sayı Duygusu-Tahmin İlişkisi	27
2.8. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR	29
2.8.1. Osmanlı Medreseleri ile ilgili çalışmalar	29
2.8.2. Hülâsatü'l- Hisâb ve Nihayetu'l- Elbâb ile ilgili çalışmalar ..	29
2.8.3. Zihinden Hesap ve Tahmin Becerisi ile ilgili çalışmalar.....	30
2.9. YENİ İLKÖĞRETİM MATEMATİK PROGRAMI	32
2.9.1. Yeni İlköğretim Matematik Programında Tahmin Becerisine Verilen Önem	33

BÖLÜM III: YÖNTEM	36
3.1. ARAŞTIRMANIN MODELİ	36
3.2. EVREN VE ÖRNEKLEM	38
3.3. VERİLERİN TOPLANMASI	39
3.4. VERİ TOPLAMA ARAÇLARI	39
3.4.1. Zihinden Hesap ve Tahmin Beceri Testi	39
3.4.2. Zihinden Hesap Anketi	41
3.4.3. Uygulama Süreci	43
3.4.4. Verilerin Çözümlemesi	44
 BÖLÜM IV: BULGULAR	 45
4.1. “Araştırma Problemi 1” İle İlgili Bulgular	45
4.2. “Araştırma Problemi 2” İle İlgili Bulgular	97
4.3. “Araştırma Problemi 3” İle İlgili Elde Edilen Bulgular	102
4.4. “Araştırma Problemi 4” İle İlgili Elde Edilen Bulgular	104
	111
 BÖLÜM V: SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER	 127
Kaynakça	127
EKLER	133

TABLÖLAR LİSTESİ

<u>Tablo</u>	<u>Sayfa</u>
Tablo 3.1: Araştırma Örnekleminin Sınıf ve Şubelere Göre Dağılımı.....	38
Tablo 3.2: Taslak ve Zihinden Hesap Anketinden Bazı Örnek Maddeler..	42
Tablo 4.1.1: Hint Hesâbında Sayılar.....	47
Tablo 4.1.2: Sayıların Soldan Toplanması ve Soldan İkiye Bölünmesi....	51
Tablo 4.1.3: Basit Sayıların Basit Sayılarla Çarpımı.....	58
Tablo 4.1.4: Bölme İşleminin Tablo Halinde Gösterimi.....	75
Tablo 4.1.5: Dokuz Kesrin İsimlendirilmesi.....	79
Tablo 4.1.6: Kesirlere Ait Çeşitli Gösterimler.....	82
Tablo 4.1.7: Kesirlerde Çarpmaya Dair Gruplama.....	91
Tablo 4.1.8: Kesirlerde Bölmeye Dair Gruplama.....	93
Tablo 4.2.1: Çalışma Grubu Öğrencilerinin Zihinden Hesap Becerisi Ön ve Son Test’inden Aldıkları Puanlara İlişkin Kolmogorov-Smirnov Testi Sonuçları	97
Tablo 4.2.2: Çalışma Grubu Öğrencilerinin Zihinden Hesap Becerisi Ön ve Son Testi’nden Aldıkları Puanlara Bağımlı Örneklem t-Testi	100
Tablo 4.2.3: Çalışma Grubu Öğrencilerinin Zihinden Hesap Becerisi Ön Testi ve Tahmin Becerisi Ön Testi Arasındaki Korelasyon	102
Tablo 4.2.4: Çalışma Grubu Öğrencilerinin Zihinden Hesap Becerisi Son Testi ve Tahmin Becerisi Son Testi Arasındaki Korelasyon	103
Tablo 4.2.5: Uygulama Öncesi 6. Sınıf Öğrencilerinin Görüşlerini Yansıtan “İlgili Olma ve Eğlenceli Bulma” İle ilişkili Maddelere “Evet (E), Hayır (H) ve Emin Değilim (ED)”Cevaplarının Yüzdesi	104

Tablo 4.2.6: Uygulama Sonrası 6. Sınıf Öğrencilerinin Görüşlerini Yansıtan “İlgili Olma ve Eğlenceli Bulma” İle ilişkili Maddelere “Evet (E), Hayır (H) ve Emin Değilim (ED)”Cevaplarının Yüzdesi	105
Tablo 4.2.7: Uygulama Öncesi 6. Sınıf Öğrencilerinin Görüşlerini Yansıtan “Yeterlilik Algısı” İle ilişkili Maddelere “Evet (E), Hayır (H) ve Emin Değilim (ED)”Cevaplarının Yüzdesi	105
Tablo 4.2.8: Uygulama Sonrası 6. Sınıf Öğrencilerinin Görüşlerini Yansıtan “Yeterlilik Algısı” İle ilişkili Maddelere “Evet (E), Hayır (H) ve Emin Değilim (ED)”Cevaplarının Yüzdesi	106
Tablo 4.2.9: Uygulama Öncesi 6. Sınıf Öğrencilerinin Görüşlerini Yansıtan “Değerlilik Algısı” İle ilişkili Maddelere “Evet (E), Hayır (H) ve Emin Değilim (ED)”Cevaplarının Yüzdesi	106
Tablo 4.2.10: Uygulama Sonrası 6. Sınıf Öğrencilerinin Görüşlerini Yansıtan “Değerlilik Algısı” İle ilişkili Maddelere “Evet (E), Hayır (H) ve Emin Değilim (ED)”Cevaplarının Yüzdesi	107
Tablo 4.2.11: Uygulama Öncesi 6. Sınıf Öğrencilerinin Görüşlerini Yansıtan “Kullanışlılık Algısı” İle ilişkili Maddelere “Evet (E), Hayır (H) ve Emin Değilim (ED)”Cevaplarının Yüzdesi	108
Tablo 4.2.12: Uygulama Sonrası 6. Sınıf Öğrencilerinin Görüşlerini Yansıtan “Kullanışlılık Algısı” İle ilişkili Maddelere “Evet (E), Hayır (H) ve Emin Değilim (ED)”Cevaplarının Yüzdesi	108
Tablo 4.2.13: Uygulama Öncesi 6. Sınıf Öğrencilerinin Görüşlerini Yansıtan “Öğrenilen Kaynak Algısı” İle ilişkili Maddelere “Evet (E), Hayır (H) ve Emin Değilim (ED)”Cevaplarının Yüzdesi	109
Tablo 4.2.14: Uygulama Sonrası 6. Sınıf Öğrencilerinin Görüşlerini Yansıtan “Öğrenilen Kaynak Algısı” İle ilişkili Maddelere “Evet (E), Hayır (H) ve Emin Değilim (ED)”Cevaplarının Yüzdesi	110

BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu bölümünde araştırmanın problemi ile ilgili problem durumu açıklanmış, problem cümlesi ve alt problemler ile çalışmanın amacı ve önemi ifade edilmiş, çalışmanın sayıltıları ve sınırlılıklarına yer verilmiştir.

1.1. PROBLEM DURUMU

Türk - İslam Dünyası matematikçileri, Eski Yunan bilginlerinin ortaya koyup, yeterli çözüm getiremedikleri, matematik sorunlarına yeni çözümler getirdikleri gibi, bu bilime yeni sistem, kavram ve teorem kazandırmışlardır. Bu başarılarının sonucu bugünkü ileri matematiğin temelini atmışlardır. Her ne kadar, Batılı bazı bilim tarihçileri, Eski Yunan matematiğini geliştirmiş olmakla vasıflandırıyorlarsa da, son yüzyıl içinde yapılan araştırmalar, bu hükmün temelinden yanlış olduğunu ortaya koymuşlardır.

Ülkemizde, evrensel nitelikteki kendi âlimlerimizin bilimsel yönlerine gereken ve yeterli önem verilmezken; Batı'da, özellikle son yüzyıl içerisinde, bilginlerimize ait yüzlerce cilt eser ve makalelerin yayınlandığı, hatta bu bilginlerimiz için, yaşadığı yüzyıllara adlar verildiği ve anma törenleri düzenlendiğini görmek mümkündür.

Müslüman bilim adamları kendi zamanlarında hatırı sayılır bir konuma gelmelerinin yanında, sonraki yüzyıllarda da çalışmalarının fayda ve etkisiyle adları anılmaya devam edilmiştir. Tabii ilimlerden olan matematik, kıblenin tayini, namaz vakitlerinin hesaplanması, mirasın paylaşılması gibi gündelik gereksinimlerden ötürü Osmanlı Devleti'nin pek erken zamanlardan beri kullandıkları bir ilim olmuştur (Nasr, 2006, s. 77).

İşte bu matematikçilerden biri olan Bahauddin Al-Amili 20 Mart 1546 yılında Suriye'de doğdu. 20 ağustos 1622 yılında İran'da vefat etti. Kendisine ilahiyatçı matematikçi de denilir. İran'ın kültürel kalkınmasında büyük payı olmuştur. Kendisi,

hukukçu, astrolog ve matematikçidir. Bir takım sıkıntıların sonuncunda 1599 yılında ailesiyle beraber Suriye'yi terk etmişlerdir. Al-amili Osmanlılılarla beraber şuan da Afganistan'da bulunan Herat'ta yaşamıştır (Zeki, 1918, c.4, s. 189-190). 16. yy.larda Bahauddin Al-Amili "Hulasat Al-Hisab" adlı bir matematik eseri yazmıştır. Bu eser Osmanlı zamanında yaşayan Türk matematikçilere ışık tutmuştur. Birçok matematikçi bu eserin bir kısmını, bazıları da tamamını Osmanlıcaya tercüme etmişlerdir.

Hulâsat el-Hisâb, İslam matematiğinin X/XVII. Asırda hisab el-hindi (kâğıt üzerinde hesap), mesaha (ölçme) ve cebir sahasında ulaştığı seviyenin orta düzeyde bir dökümüdür. Amilî eserinde geometrik ispat kullanmamış, bunun yerine zikrettiği kurallar için sayısal (analitik) örnekler ve çözümlerini vermiştir. Ayrıca eserde hisâb el-hevâî (zihinden hesap)'den bahsedilmemiş, sadece çarpma işleminin tarifi yapılırken sözü edilen on iki kuralda zihinden hesabı kullanmıştır. Amili *Hulâsat el-Hisâb*'ta bazı konulara yer verilmediğini ve bunların "Büyük Kitabımız" şeklinde atıf yaptığı diğer bir eserinde ele alındığını, bu konuların orada bulunacağını söylemektedir. Eserin diğer bir önemli özelliği, *pedagojik gaye ile* yazıldığından muhtasar (özet) ve müfid (faydalı anlatım) tarzda ve düzgün bir dille kaleme alınmış olmasıdır. Bu özelliği onun anlaşılmasını zorlaştırmış, ancak ezberlenmesini kolaylaştırmıştır. İfadelerinin veciz olması dolayısıyla üzerine birçok şerh (açıklamalı tercüme) yazılmıştır. Eser Osmanlı Devleti'nde özellikle Anadolu, Balkanlar, Suriye ve Irak bölgesinde ders kitabı olarak okutulmuştur. Ayrıca İran, Türkistan, Hindistan ve Mısır bölgelerinde de yakın zamanlara kadar ders kitabı olarak okutulmaktaydı (Fazlıoğlu, 1998, s. 322). İleri seviyede ise Gıyâseddin Cemşîd el- Kâşî'nin *Miftâh el-Hisâb (el-Hussâb)*'i okutulmuştur. Ancak *Muhammediyye* dil, düzen vb. açılardan pedagojik formlara fazla uygun değildir. Dolayısıyla el-Âmilî'nin eseri XVII. yüzyılın başlarından itibaren *Muhammediyye*'nin yerini alarak Osmanlı medreselerinde orta seviyeli temel matematik ders kitabı olarak okutulmaya başlanmıştır. Matematik sahasında daha üst seviye için ise yine bu eserin olan Ömer el-Çullî, Ramazan Efendi ve Abdurrahim el- Mar'aşî şerhleri mutala'a edilmiştir. İzgi'nin tespitlerine göre bu eser daha sonra modern tarzda kurulan Osmanlı Mühendishanelerinde de okutulmuştur.

Türkiye Kütüphaneleri'nde *Hulasat el-Hisab*'ın yüze yakın nüshası vardır. Bunun yanında şerhlerin, haşiyelerin, taliklerin, vb. eserlerin ana metni de ihtiva ettiği düşünülürse eserin yaygınlığı konusunda bir fikir edinilebilir. Osmanlı ülkesinde olduğu gibi bu esere diğer Osmanlı dışı, İran vb bölgelerde bulunan matematikçiler birçok şerh (açıklama), haşiye vb kaleme almışlardır (Fazlıoğlu, 1998, s. 322).

Abdurrahim b. Ebi Bekr b. Süleyman el-Mar'aşi (öl. 1149/1736)'nin *Şerh Hulasat el-Hisab*'ı. Müellifi tarafından bir buçuk yılda hazırlanarak Sultan IV. Mehmed'e sunulmuştur. Osmanlı medreselerinde okutulan *Bahâiyye* şerhlerindendir. Salih Zeki'ye göre Mar'aşi'nin bu eseri Osmanlı matematiği çerçevesinde *Bahaiyye* şerhleri içinde en vakıfane yazılan şerhtir. Fakat bu eser Arapça olması hasebi ile araştırma kapsamında incelenmiş ve başvurulmuş kaynaklardan biri olsa da, tamamen tercüme edilememiştir (Fazlıoğlu, 1998, s. 322).

Al-Amili'nin yazmış olduğu *Hulasat Al-Hisab* adlı bu eserini, Kuyucaklı-zâde Muhammed Atıf b. Abdurrahman b. Veliyyüddin (öl. 1263/1847) tarafından 1242/1826 tarihinde Sultan II. Mahmûd'un isteği üzerine Türkçe'ye *Nihâyet el-Elbâb fî Tercemeti Hulâsat el- Hisâb* çevrilmiştir (Fazlıoğlu, 1998, s. 322). Kuyucaklı-Zade, bu eserin önsözünde, nazari ilimlerden matematiğin riyazî ilimlerin delil ve mesele bakımından en kuvvetlisi ve sağlamı olduğunu söyledikten sonra Bahaüddin Al-Amili'nin *Hulasat Al-Hisab*'ını daha faydalı olabilmesi için Sultan II. Mahmut'un isteği üzerine Türkçeye tercüme etmiştir. *Nihayet el-Elbâb fî Tercemeti Hulasat al-Hisap* adlı bu eser, Osmanlı medreselerinin en çok okunan hesap kitabı olan *Hulasat Al-Hisab*'ın Türkçeye yapılmış tek tam tercümesi olma özelliğini de taşımaktadır (İhsanoğlu, Şeşen ve İzgi, 1999, s. 293).

Aydın'ın Nazilli kazasının Kuyucaklı nahiyesine nispetle Kuyucaklı diye tanınan Muhammed Atıf 19. asrın ilk yarısında yaşamış değerli bir matematikçidir. Muhammed Atıf 1822, 1823 yıllarında İzmir kadısı, sonrada Şam kadısı oldu. Daha sonra İstanbul, Edirne, Şam, Mısır, Filibe kadılıklarında bulundu. 1846 da İstanbul kadısı oldu. 1847 de İstanbul'da vefat etti (İhsanoğlu, Şeşen ve İzgi, 1999).

Matematik tarihi bir süreçtir ve bu tarihi süreçte sürekli olarak gelişmiştir. 1960'lı yıllarda "yeni matematik" (*new/modern mathematics*) hareketi başlamıştır. Bu

çalışmada da XV. Yüzyılların sonunda yazılan *Hulasat Al-Hisab* adlı matematik ders kitabının 19. yy'da yapılmış Nihâyetü'l-Elbâb adlı şerhinin günümüz modern matematiğiyle bir karşılaştırmasını yaparak matematiğin gelişme sürecinde dört işlem ve kesir kavramlarının zihinden hesaplara desteklenerek nasıl öğretildiği incelenmiş ve günümüz öğretimi ile bir karşılaştırması yapılmıştır.

1.2. ARAŞTIRMANIN AMAÇLARI:

Matematik Eğitimi Tarihi ve Osmanlı Matematik Eğitimi incelemek için bazı ön bilgi ve beceriler gerekmektedir. Osmanlı Bilim Adamları Kuruluş Döneminde ve daha sonrasında eserlerinin hemen hemen tamamını Arapça olarak kaleme almış ve Yükselme ve Gerileme Dönemlerine doğru Osmanlı Türkçesi ile de eserler verilmişlerdir. Dolayısı ile bu alanda çalışmalar yapmak isteyen bir araştırmacının Arapça ve Osmanlıca konusunda belirli bir düzeye gelmesi şarttır.

- Bu çalışmanın birincil amacı, akademik çalışmalara bir ilk adım sayılabilecek bu yüksek lisans tezi ile bir matematik eğitim tarihi araştırmacısının sahip olması gereken özellikleri ve alt yapıyı kazanmak ve bundan sonra bu sahada yapılacak akademik çalışmalara bir kaynak oluşturmaktır.
- Nihâyet'ül Elbâb adlı eserin dört işlem ve kesir konularının ele alındığı kısımlar matematik eğitimi açısından değerlendirilip, mevcut müfredattaki öğretimi ile kıyaslanarak farklı ve ortak noktaların tespit etmek araştırmanın bir diğer amacıdır.
- Eser incelemesi sonucunda Osmanlı Medreseleri'nde zihinden hesaba verilen önemin farkına varılmıştır. Fakat buna karşın günümüz ikinci kademe ilköğretim müfredatında zihinden hesap ile ilgili müstakil bir kazanımın olmadığı görülmüştür. Yapılan araştırmalar sonucunda dünyada zihinden hesap konusunda yapılan birçok çalışma olduğunu ve bu çalışmalarda zihinden hesabın sayı duygusu ve tahmin becerisine olan katkısından söz edilmiştir.

Bu bağlamda araştırmanın üçüncü amacı, Nihâyetü'l Elbâb ışığında tespit edilen ve genel olarak Osmanlı Medreseleri'nde kullanılan zihinden hesap

yöntemlerinin ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin zihinden hesap becerilerine etkisini tespit etmektir.

- Son olarak bu çalışmada, öğrencilerin zihinden hesap becerileri ile tahmin becerileri arasında bir korelasyon olup olmadığını tespit etmek ve öğrencilerin zihinden hesaplara ilgili uygulama öncesi ve sonrasında düşüncelerinin değişkenliğinin incelenmesi amaçlanmıştır.

Bu amaç doğrultusunda şu alt problemlere yanıt aranacaktır:

- 1) Nihâyet'ül Elbâb adlı eserin dört işlem ve kesir konularının ele alındığı kısımlar matematik eğitimi açısından değerlendirilip, mevcut müfredattaki öğretimleri ile kıyaslandığında ne gibi farklı ve ortak noktalar ile karşılaşılır?
- 2) Nihayetu'l Elbab adlı eser ışığında, genel olarak Osmanlı Medreseleri'nde kullanılan zihinden hesap tekniklerinin öğrencilerin zihinden hesap becerilerine etkisi nedir?
 - Çalışma grubu öğrencilerinin ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?
- 3) Öğrencilerin zihinden hesap becerilerinin, tahmin becerilerine etkisi nedir?
 - Çalışma grubu öğrencilerinin zihinden hesap beceri ön test puanları ve tahmin beceri ön test puanları arasında korelasyon var mıdır?
 - Çalışma grubu öğrencilerinin zihinden hesap beceri son test puanları ve tahmin beceri son test puanları arasında korelasyon var mıdır?
- 4) Öğrencilerin uygulama öncesi ve uygulama sonrası görüşlerinde bir farklılaşma var mıdır?

1.3. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ

Osmanlı Devleti'nde Matematik Eğitim Tarihi, İslam ve Osmanlı bilim tarihinin ihmal edilen ve en az işlenen hatta neredeyse hiç işlenmeyen bir alanıdır. Şimdiye kadar geniş çerçevede Osmanlılarda, dar çerçevede Osmanlı medreselerinde riyâzî ve tabîî bilimlerin eğitim ve öğretimi, bu eğitim ve öğretim sürecinde başvuru yöntem ve teknikleri konu edinen hiçbir çalışmaya rastlanılmadığı gibi, Osmanlı

medreselerinde yapılan matematik öğretiminin günümüz matematik eğitimi ile karşılaştırıldığı müstakil bir çalışma da yapılmamıştır. Konu ile ilgili istenen ölçüde herhangi bir çalışmanın mevcut olmayışı, zamanın dilini anlayabilecek bilgi seviyesindeki ilim adamlarının azlığından, hal tercümesi [biyografi] kaynaklarındaki bilgi kıtlığından ve dolayısı ile ilgili eserlere ulaşamayışından ileri gelmektedir. Gerçekten de başta kroniklerle ilgili eserler olmak üzere Osmanlı kaynaklarında, vakıalar ve tayinler birinci planda gelmekte, siyasi hadiseler araştırmaların ağırlığını teşkil etmektedir (İzgi, 2003, s. 23).

İslam dünyasının klâsik eğitim kurumları olan Osmanlı medreselerinde matematik eğitimi meselesi çözüm bekleyen ve aydınlatılması gereken bir konudur. Medreselere dair klasik eserlerde medreselerdeki eğitim hayatından bahsedilmekte, bazı eserlerde, teşkilatlanma, kadrolaşma, müfredat programı, Osmanlı âlimlerinin biyografilerine göre Osmanlı medreselerinde gördükleri müfredat programları vs. üzerinde durulmakta, fakat bu çalışmalarda özel olarak, verilen matematik eğitimde başvuru yöntem ve tekniklere, aynı zamanda bunların günümüzle karşılaştırılmasına yer verilmemektedir. Bu araştırma matematiğin tarihsel gelişimi açısından önemli bir çalışma olacaktır. Bahaüddin Al-Amili'nin yazmış olduğu *Hulasat Al-Hisab* adlı eseri Osmanlı matematikçilerinden birçoğu tarafından Türkçe'ye (Osmanlıcaya) çevrilmiş ve kullanılmıştır. Osmanlı matematikçilerinin esere çok ciddi bir kıymet vermeleri eserin ne derece önemli bir çalışma olduğunu gösterir. Eserin en önemli özelliği, pedagojik gaye ile yazılması, dolayısı ile sade ve anlaşılır tarzda ve düzgün bir dille kaleme alınmış olmasıdır. İfadelerinin veciz olması dolayısıyla üzerine birçok şerh yazılmıştır. Eser Osmanlı Devleti'nde özellikle Anadolu, Balkanlar, Suriye ve Irak bölgesinde ders kitabı olarak okutulmuştur. Ayrıca İran, Türkistan, Hindistan ve Mısır bölgelerinde de yakın zamanlara kadar ders kitabı olarak okutulmaktaydı (Fazlıoğlu, 1998).

Osmanlı medreselerinde ders kitabı olarak kullanılan bu kitabın Kuyucaklızâde tarafından yapılmış olan tercümesinin incelemesi yolu ile Osmanlı Medreseleri'nde, dört işlem ve kesir kavramlarının nasıl öğretildikleri ve bu aşamada ne gibi yöntem ve tekniklerin kullanıldığı tespit edilecek ve 1600'lü yıllara doğru yazılmış olan bu

eserdeki ilgili konuların işlenişinin günümüzle karşılaştırılması ve günümüze ışık tutacak bilgilerin ortaya çıkarılması yönünden önem kazanmaktadır.

Aynı zamanda bu çalışma Osmanlı medreselerinde dört işlemin zihinden hesap ile desteklenerek öğretilmesinden yararlanarak geliştirilebilecek farklı standartların günümüze uygulanışları ve bunların eğitim-öğretime etkisini ortaya koyması ve mevcut konuda yapılacak araştırmalara örnek bir kaynak teşkil etmesi bakımından önemlidir. Zihinden hesap dünyada yapılan birçok araştırmaya konu olmuş ve bu araştırmaların birçoğu zihinden hesabın tahmin ve sayı duygusuna olan katkısından söz etmiştir. Günümüz mevcut müfredatının ilköğretimin ikinci kademesini ilgilendiren kazanımlar incelendiğinde tahmin becerisine verilen önem görülmüştür. Fakat öğrencilerin tahmin becerilerinin gelişmesi için zihinden hesap becerilerinin ihmal edilmemesi gerekmektedir ve bu çalışma bu gerekliliği ortaya koyması bakımından önemlidir.

1.4. SAYILTILAR

Bu araştırmada;

- Araştırmacının Tarihî Türkiye Türkçesi(Osmanlıca)'ni iyi bildiği kabul edilmiştir.
- Bahauddin Al-Amili'nin Hulasat El-Hisap eserinin Kuyucaklızâde tarafından doğru olarak Osmanlıca'ya çevrildiği varsayılmıştır.

1.5. SINIRLILIKLAR

Bu araştırma;

- 2009-2010 eğitim- öğretim yılı ile,
- Bahauddin El-Amili'nin yazdığı Hulasat El-Hisap adlı eserin tercümesi olan Kuyucaklızâde Muhammed Atıf'ın "Nihâyetü'l-Elbâb Fî Hülâsat El-Hisab" eserinin dört işlem ve kesir kavramlarının işlendiği bölüm ile,
- 2009-2010 Eğitim-öğretim yılı MEB ilköğretim 6 sınıf matematik müfredatı kapsamındaki dört işlem ve kesir konuları ile sınırlıdır.

BÖLÜM II

İLGİLİ ALAN YAZIN

Bu bölümde araştırmanın temelini oluşturan ve ulaşılan sonuçları açıklamaya dair alan yazın bilgisine ve ilgili araştırmalara yer verilmiştir.

2.1. BİLİM TARİHİ

Bilim tarihi, bilginin hangi aşamalardan geçerek, bugün bilim dediğimiz bilgi türünün oluştuğunu, bilime ne gibi ve ne zamanlar katkılar yapıldığını, bu katkılar yapılırken bilim adamlarının nasıl bir uğraş verdiklerini, kullandıkları yöntemleri, araç ve gereçleri konu edinen bir disiplindir (Tekeli, Kâhya, Dosay, Demir, Topdemir & Unat, 1997, s. 4.).

Bilim tarihi alanının ortaya çıkışında iki önemli gelişmenin etkili olduğu görülmektedir:

- On altıncı yüzyıldan sonra bilimsel bilgi birikiminin artmasıyla bilimler büyük bir hızla gelişmiş ve on sekizinci yüzyılın başlarından itibaren insanoğlunun yaşantısını büyük bir ölçüde değiştirmeye başlamıştır. Böylece, bilimsel etkinliğin doğru bir biçimde anlaşılabilmesi ve bilimsel süreçlerin daha yakından tanınabilmesi için bilim tarihine olan gereksinim artmıştır.
- Aydınlanma Çağı olarak adlandırılan on sekizinci yüzyılda, akla çok büyük bir değer verilmiş ve tarih, insan aklının gelişim evrelerini anlamaya çalışan bir etkinlik veya bir soruşturma olarak görülmüştür. Bu yaklaşımı benimseyen düşünürlere göre, bilim üreten akıl en gelişmiş akıldır ve bu aklın niteliklerinin kavranabilmesi için, bilim öncesi dönemle bilim sonrası dönemi karşılaştıracak bir tarih alanına gereksinim vardır ve bu alan bilim tarihi olmalıdır (Tekeli, Kâhya, Dosay, Demir, Topdemir, Unat & Aydın 1997, s. 4.).

2.2. DÜNYA'DA VE TÜRKİYE'DE BİLİM TARİHİ

Bilim tarihini akademik bir disiplin hüviyetini, Auguste Comte (1798- 1857), Paul Tannery (1843-1904), Henri Poincaré (1854-1912) ve Pierre Duhem (1861-1916) gibi bilim tarihçilerinin ve bilim felsefecilerinin etkisi ile bilim tarihi araştırmalarına yönelmiş olan George Sarton'ın (1884-1956) 1936 yılında Harvard Üniversitesi'nde bilim tarihi doktora programını kurmasıyla kazanmıştır.

Türkiye'de bilim tarihi araştırmalarının geçmişi on dokuzuncu yüzyılın sonu ile yirminci yüzyılın başlarına kadar geri gitmekle birlikte, Sâlih Zeki Bey (1864-1921) ile Adnan Adıvar (1882-1955) gibi bilginlerin yapmış oldukları çalışmalar sonucunda, yavaş yavaş tanınmaya ve sevilmeye başlamıştır; üniversite içine girmesi ve öğretimin bir parçası olması içinse, Aydın Sayılı'yı (1913-1993) beklemek gerekmiştir (Demir, 2003). Sayılı, Sarton'ın yetiştirdiği en büyük bilginlerden birisidir; ülkemize çağdaş bilim tarihi anlayışını getirmiş ve araştırmalarıyla bu alanın kurumlaşmasını sağlamıştır.

Bilindiği üzere, Türkiye Cumhuriyeti Devleti'nin kurucusu Mustafa Kemal Atatürk, Türkiye'de çağdaş bilimlerin yanında, bilim tarihinin de gelişebilmesi için Sayılı'yı, Amerika Birleşik Devletleri'ne göndermiş ve onun, bilim tarihi alanında dönemin en büyük bilim tarihçisi olan George Sarton'ın denetiminde doktora yapmasını sağlamıştır. Bu doktora, bilindiği kadarıyla, Dünya üniversitelerinde verilen ilk doktora'dır. Daha sonra Sayılı, Türkiye'ye dönmüş ve 1955 yılında, Ankara Üniversitesi, Dil ve Tarih- Coğrafya Fakültesi'nde, Bilim Tarihi Kürsüsü'nü kurarak, bu alanda dersler vermeye ve araştırmalar yapmaya başlamıştır (Demir, 2003, s.1).

2.3. OSMANLI MEDRESELERİ

2.3.1. Medreselerin kurulmasının zorunlu hale gelişi

İlk zamanlarda Osmanlı Devleti'nin eğitim ve öğretim yerleri olarak kullandığı cami ve mescitlerin, aslında birer ibadet yeri oluşu, eğitim ve öğretim işinin ise ibadet yerinde bulunması gereken huzur ve sükûnu bozması, küçük çocukların mescitleri temiz tutmayacakları endişesi, öğrencilerin sayısının mescitlere sığmayacak kadar artması eğitim ve öğretim için yeni bir yer aramayı zorunlu kıldı. Camilere göre daha

kullanışlı olan medreselerde müderrisler ve öğrenciler için maaş ve burs imkânı da doğmuş oldu (Yurdaydın, 1971, s.72-73; Çelebi, 1976, s. 108-109).

Osmanlı hükümdarları eğitim ve öğretime büyük önem vermişlerdir. Fakat medreseler Fatih Dönemi'nden sonra devlet nizamı içinde yer almaya başlamıştır (Atay, 1981).

Fatih'in eğitim ile ilgili kanunnamesinde hesabın (matematiğin) ileri mertebedeki medreselerde okutulacağına dair açık bir ifade yoktur. Hatta Daru'l- Hilafeti'l-Aliyye medreselerine kadar bu konuda bir kayıt görülmemiştir, sadece bir hesap müderrisi tayinine rastlanmaktadır (İzgi, 1997).

2.3.2. Fatih Sultan Mehmet'in Eğitim Anlayışı

Burada Osmanlı eğitim sisteminin oluşmasında önemli katkıları olan Fatih Sultan Mehmet'e mutlaka değinmemiz gerekir. Fatih sultan Mehmet Osmanlı devletinde eğitim alanında en önemli adımları atan padişahlardandır. Özellikle İstanbul'un fethinden sonra bu şehri bir kültür ve bilim merkezi haline getirmeye çalışmıştır. Âlimleri Müslim gayrimüslim ayrımı yapmadan İstanbul'a davet etmiş onlarla ilmi tartışmalar yapmıştır. Pozitif bilimlere ve felsefeye değer vermiştir.

Fatih'in eğitime verdiği önem kurduğu medrese sisteminden de açıkça belli olmaktadır. Bu medreseler öğrencinin beslenme, sağlık ve barınma gibi temel ihtiyaçlarını karşılayacak şekilde tasarlanmıştır. Daha önemlisi ise öğrencilerin özellikle tıp ilmiyle ilgili dersleri uygulamalı olarak öğrenmeleri sağlanmaktaydı.

Fatih Sultan Mehmet, kendi adını taşıyan caminin etrafına Sahn-ı Seman ve Tetimme Medreselerini kurduğu zaman bunların yanına bir de öksüz ve yetim çocukları okutmak için sıbyan mektepleri yaptırmıştır (Gelişli, 2002:1). Fatih Sultan Mehmet'in sıbyan mektepleri için attığı büyük adımlar vardır.

2.3.3. Hesap İlmi

Hesap kelimesinin aslı Arapça hisâb olup "sayı saymak" anlamında kullanılır. Arapça'da hisâb kelimesiyle "çakıl taşı" anlamına gelen "hasab" arasında görülen ses benzerliği sadece bir söyleyiş yakınlığı değil aynı zamanda delâlet yakınlığını da

gösterir. Bu iki kelime ile "sayma" anlamındaki “ihşâ” kelimesini de benzer özellikler açısından karşılaştırmak mümkündür. Zira çakıl taşı, yazının icadından önce ve okuma yazma bilmeyen her insan topluluğu tarafından bir sayma aracı olarak kullanılmıştır. Böylece sayılan nesnelerle çakıl taşları arasında sayma çerçevesinde karşılıklı bir ilişki kurulmuştur. Bu durum Latince'de kökü çakıl taşı ile alâkalı olan calculus kelimesinde ve bu kelimeyi Latince'den alan İngilizce ve Fransızca gibi diğer Avrupa dillerinde de görülmektedir.

Hesap eski zamanlarda olduğu gibi dört ihzari (hazırlayıcı) ilmin biri idi. Bu ilimlerin diğerleri, hendese (geometri), hey'et (astronomi) ve musikî (müzik) idi.

Hesap ilminin Osmanlı Medreseleri'nde öğretilmesinin üç hedefi vardır:

- Sayıları oluşturmak, ifade etmek ve yazmak
- Sayıları çeşitli tarz ve şekillerde birleştirerek işlemler yapmak
- İşlemleri problemlerin çözümünde kullanmak.

2.3.4. Osmanlılarda Hesap

Osmanlı matematikçileri, geometrik ve analitik hesap alanlarında kendilerinden önceki İslâm matematikçilerinin mevcut birikimlerini almışlardır. Bu mirasın, eski dönemlerde kaleme alınan kitapların çoğaltılması ve öğrencilerin eğitim için İslâm medeniyetinin önemli ilim merkezlerine gitmeleri veya bu merkezlerde yetişen âlimlerin Osmanlı topraklarına göç etmeleriyle sağlandığı söylenebilir. Ancak klasik gelenek yerini daha sonra, XVIII. yüzyılda başlayıp XIX. yüzyılda gelişen modern hesap anlayış ve tekniğine bırakmış, başta Fransa olmak üzere Batı Avrupa kaynaklarından aktarılan bilgiler sebebiyle klasik İslâm ve Osmanlı matematiği tamamen terk edilmiştir. Batı Avrupa'da geliştirilen yeni hesap muhteva itibarıyla yeni olmakla beraber kavramsal zemin açısından Grek ve İslâm matematiğiyle aynı zemini paylaştığı için Osmanlı âlimleri tarafından kolayca anlaşılmış, dolayısıyla kopma da kolay gerçekleşmiştir.

2.3.5. Osmanlılarda Kullanılan Hesap Yöntemleri

Osmanlı Dönemi'nde matematikçiler modern matematik sistemi ile tanışmadan önce, hisâb-ı sittîni, hisâb-ı hindî, hisâb-ı hevâî olarak adlandırılan hesap sistemlerini kullanmışlardır.

2.3.5.1. Ebced Harfleri ve Hisâb-ı Sittîni [Altmışlı Hesap]

Bu hesap sisteminde rakamlar yerine Arap harfleri kullanıldığı için hesabü'l cümme, altmış tabanlı konumlu sayı sistemi kullanıldığı için hesabü's-sittini [altmışlı hesap], adları ile anılmaktadır (MS, c. I, s. 358).

Hint rakamlarının yaygınlaşmasından önce Araplar arasında kullanılan ve Arap harflerine sayı anlamları yüklemek şeklinde gerçekleştirilen bir sistemdi. Buna göre Arap harfleri belli bir tertibe göre 1, 2, 3...9, 10, 20, 30...90 ve 100, 200... 900 sayılarına karşılık gelir ve bunlar dışında bir sayı ifade etmek istenirse, o sayıyı oluşturacak harfler yan yana yazılırdı. Daha sonra belirli sayılara karşılık gelen bu harflerle sittîni yani altmış tabanlı sayı sistemine uygun olarak iki katını alma, yarıya bölme, toplama, çıkarma, çarpma, bölme ve kök alma işlemleri uygulanırdı (Saidan, 1996:II, 331).

Osmanlı döneminde hesabü's-sittini, Taşköprülüzade'nin ifade ettiği şekliyle, hesap ilminin bir alt dalı olarak görülmesine rağmen, ayrıca takvim yapımı, ziç (yıldızların yerlerini ve dolaşmalarını göstermek için hazırlanmış cetvel) hazırlanması gibi astronomi konularında da kullanıldığından astronomi ilminin bir alt dalı olarak ta kabul edilmiştir. Nitekim Taşköprülüzade hesabü's-sittiniyi ilmü'l-hey'enin (astronomi) bir alt dalı olarak kabul etmektedir (Fazlıoğlu, 1998).

2.3.5.2. Hisâb-ı Hindî [Hint Kaynaklı Hesap]

Bu hesap sisteminde kullanılan rakamlar (huruf - harfler) Hind kaynaklı olduğu için hesabü'l-hindî, tahta içinde toz üzerinde icrâ edildiğinden hesabü'l-ğubar, aynı şekilde tahtadan yapılan ve içinde toprak olan bir düzenek kullanıldığından hesabü't-taht ve't-turab, bazen toprağın yerini kum aldığından hesabü't-taht ve'l-reml [veya mîl] gibi

adlar ile anılan ve İslam medeniyetinde süreç içerisinde kullanılan en önemli hesap sistemidir (Fazlıoğlu, 1998).

2.3.5.3. Hisâb-ı Hevâî [Zihinden Hesap]

İşlemler zihinde yapıldığı için hesap-ı zihnî, işlemlerin yapılışı sanki hava boşluğunda yer kaplıyor hissi verdiği için hesap-ı hevai adını alan bu hesap sistemi ilam medeniyetinde kullanılan hesap-ı hindî ikinci büyük hesap sistemi olarak kabul edilmektedir (Süveysi, ?).

Hevâî hesabı, tüm hesap işlemlerini zihnen yaparak sonucu parmakların duruş şekilleri ile ifade etmekten ibarettir. Bu hesap türünün belirli yöntemlerini kullanarak tam ve kesirli sayılarla iki katını alma, yarıya bölme, toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri zihinden yapılabilirdi. Parmak hesabı da denilen bu hesap Arap-Rum aritmetiği olarak da anılır ve daha çok yazma bilmeyenler tarafından kullanılırdı. Bu hesabın İslam dünyasına ne zaman girdiği ile ilgili kesin bir bilgi bulunmamakla birlikte Arap tacirlerin komşularından öğrenmiş olabilecekleri düşünülebilir. Bu hesap türünde bilinen en eski çalışma Ebu'l-Vefâ Büzcânî'nin *Kitâbul-Menâzil es-Seb'a* adlı eseridir. Bunun dışında Kerecî'nin *el-Kâfi fi'l-Hisâb'ı* sayılabilir (Saidan, 1996:II, 331-332).

2.3.6. Osmanlı Medreselerinde Aritmetik ve Cebir Eğitimi

Bilindiği gibi eğitim ve öğretim, hiçbir devlet ve toplumun vazgeçemeyeceği bir faaliyettir. Bununla beraber her devlet, vatandaşını kendi şartları, ihtiyaçları ve ileriye dönük hedeflerini göz önünde bulundurarak yetiştirmeye çalışır. Bu bakımdan Osmanlı Devleti de vatandaşını kendi durum ve şartlarına göre uygun bir şekilde yetiştirmeye gayret etmiştir. Bu gayenin tahakkuku için de Osmanlı Devleti'nin tesis ettiği en önemli müesseseler medreselerdi (Ulusoy, 2007).

Medreselerin, özellikle en parlak dönemlerinde mevcut bilgi birikimini özümseme ve geliştirerek yeni değerler ekleme, öğrencilere bu bilgi birikim ve kültürü aktarma, onların değişmekte olan dünya şartlarına ayak uydurmalarına yardımcı olma, devlet

ve toplumun ihtiyaç duyduğu memur, sanatkâr, bilim adamı, yönetici ve meslek adamları yetiştirme gibi temel fonksiyonları vardı (Özyılmaz, 2002).

Aritmetik birçok ilmin ihtiyaç duyduğu temel bir ilim olması dolayısıyla öteden beri eğitimde öncelikli bir yere sahip olmuştur. Osmanlı'da hayatta en fazla ihtiyaç duyulan iki şeyden biri "kitap" yani yazı, diğeri ise "hisab" yani sayı idi. Hemen her ilimde olduğu gibi, aritmetik ilminin de faydası, gerekliliği ve değerliliği daha ziyade onu meslek edinen matematikçiler tarafından dile getirilmiştir. Gerçekten de Osmanlı matematik kitaplarının bir çoğunda "emmâ ba'du = bundan sonra" ibaresinden sonra, "...Bilin ki hisâb ilmi, ilimlerin en üstünüdür" şeklinde kalıplaşmış bir ifade yer almaktadır.

• **Bazı Osmanlı Âlimlerinin Matematik Hakkındaki Görüşleri:** Sultan II. Bayezid'e sunulan İrşadatu'l-Tullab adlı anonim eserin meçhul yazarı, matematiğin temel ilimlerden olduğunu ve bütün ilimlerin ona ihtiyaç duyduğunu, fakat onun başka ilimlere ihtiyaç duymadığını ilk hocalarının eğitimde, matematik ilimlerini fizik ve metafizikten önceye aldıklarını, tahsilin başlangıcında kendisini hesap öğrenerek eğiten bir kimsenin tabiatında doğruluğun üstün geleceğini söylemektedir.

Taşköprülüzâde (ö.1561), hesabın, alım satım işlerinin görülmesinde, malı korumada, borçları ödemede, mirasın varislerin arasında paylaştırılmasında... vb durumlarda büyük faydasının olduğunu açıklamakta, daha sonra hesap ilmine bütün ilimlerde ihtiyaç duyulduğunu, dolayısıyla bu ilimden sultan - vezir, büyük - küçük, âlim – cahil, sanatçı ve çarşı esnafının kısaca her kesimin ilgisiz kalamayacağını belirtmektedir.

Büyük Osmanlı Matematikçisi Ali b. Veli B. Hamza el Mağribî (ö. 1614), yukarıdaki ifadelerin benzerleri ile Hisap ilmine duyulan ihtiyaçtan söz etmiş, aynı zamanda Kâtip Çelebi (ö. 1658) müftü ve kadıların, hangi ilmin hocası olursa olsun tüm hocaların hesap ve hendese [geometri] gibi ilimleri mutlaka tahsil etmeleri gerektiği üzerinde durur.

Aritmetiğin hangi mertebedeki medreselerde okutulacağı ile Fatih'in Kanunnamesi'nde net olarak belirtilmemiştir. Osmanlı Medreselerinin müfredat programlarını en ayrıntılı şekilde veren Kevakib-i Seb'a (1741), öğrencilerin ders çalışma tarzları hakkında şu bilgileri vermektedir: “Öğrenciler haftada beş ders okurlar. Her dersleri birkaç satırdan ibarettir. Her derse, bir gün önce sekiz-dokuz saat çalışıp ertesi gün hoca huzurunda nöbetle bir öğrenci ibare okur. Hoca birkaç anlam verdikten sonra etraftan herkes görüşünü söyleyerek dört-beş saat tartışırlar. O ders iyice araştırılıp incelendikten sonra herkes odasına varıp ertesi gün okuyacağı derse çalışır...”

- **Aritmetik İlminde Kullanılan Materyaller (Alet ve Edevat):** İlköğretim kurumları olan Sıbyan Mekteplerinde çocuklara yazı öğretilirken nasıl önce harf öğretiliyorsa, hesap öğretilirken de “rakam”lardan başlanırdı. Acaba aritmetik, eğitimde ne gibi âlet ve edevat kullanılırdı? Bu konuda kaynaklarda yeterli bilgi verilmemektedir. Fakat aritmetik eğitiminde kum, demir çubuk, tahta, kâğıt ve divit gibi bir takım materyaller kullanıldığı anlaşılmaktadır. Bunun yanında el ve parmaklar da zihinden hesap yaparken materyal olarak kullanılırdı, denilebilir. Toderini, Türklerin 20 milyon kuruş tutarındaki bir hesabı, çabucak yaptıklarını, usullerinin basit ve pek kısa olduğunu, birkaç dakikalık vakit zarfında dört köşe bir kâğıt üzerinde, kendilerinin dört sayfada iki saat boyunca yapamayacakları bir hesabı başardıklarını bildirmektedir (Aktaran İzgi, 1997).

2.3.7. Osmanlı Medreselerinde Okutulan Hesap Kitapları

Klasik gelenekte aritmetik, sayılar arası “ilişkileri”, hesap ise sayılar arası “işlemleri” konu almaktadır. Burada zikredilen aritmetik kitapları, genelde bugünkü anlamda aritmetiği ihtiva ettiği gibi, cebir ve mesahayı (ölçme) da içermektedir.

Osmanlılar'da önceleri hesap ders kitabı olarak;

- Nizâmeddin Nîşâbüri'nin eş-Şemsiyye fi'l-hisâb'ı
- İbnü'l-Havvâm'ın Fevâidü'l-Bahâ'iyye fi'l-kavâidi'i-hisâbiyye'siyle okutulmuştur.

İstanbul'un fethinden sonra ise;

- Ali Kuşçu'nun Risale der İlm-i Hisâb ve er-Risâletü'l-Muhammediyye'si Osmanlı

medreselerinde orta seviyede ders kitabı olarak rağbet görmeye başlamıştır.

- İleri seviyede ise Cemşîd el-Kâşî'nin Miftâhu'l-hisâbı tercih edilmiştir.

XVII. yüzyılın başlarından itibaren er-Risâletü'l-Muhammediyye'nin yerini,

- Bahâeddin Âmilî'nin Hulâsatü'l-Hisâb'ı almış,
- Daha üst seviyede bu eserin Ömer b. Ahmed el-Mâî el-Çullî,
- Ramazan b. Ebû Hüreyre el-Cezeri ve
- Abdürrahim b. Ebû Bekir b. Süleyman el-Mar'aşî şerhleri okutulmuştur.

XVIII. yüzyılın sonlarından itibaren;

- Gelenbevî'nin Hisâbü'l-küsûr adlı eserinin belli bir süre hem medreselerde hem de modern eğitim veren mühendishânelerde rağbet bulduğu görülür.

XVIII. yüzyılda da Osmanlı matematiği büyük oranda klasik matematik geleneğine bağlı kalmış, ancak yüzyılın sonuna doğru modern matematik kavram ve yöntemleri yavaş yavaş yerini almaya başlamıştır. Bu yüzyıla bakıldığında yaklaşık elli beş müellifin telif ettiği doksan dört eser tespit edilebilmektedir.

2.3.8. Osmanlı'da 19. Yy'da Okutulan Matematik Ders Kitapları

XIX. Yüzyılda, yukarıda genel hatları ile özetlenen Osmanlı modern matematiği yanında klasik geleneğe bağlı kalarak çalışma yapan müellifler de mevcuttur. Bunların en önemlisi;

- Kuyucaklızâde Muhammed Atıf'tır (ö. 1847). Kuyucaklızâde, astronomi ve matematik alanlarında klasik geleneği takip ederek eserler kaleme almıştır (1826). Matematik alanındaki dört kitabından dikkati en çok çeken, XVII. yüzyıldan o döneme kadar Osmanlı medreselerinde matematik ders kitabı olarak okutulan Bahâeddin Âmilî'nin Hulâsatü'l-Hisâb'ının Türkçe'ye Nihâyetü'l-Elbâb fî- Tercemet-i Hulâsatü'l-hisâb adıyla yapılan tercüme ve şerhidir (Kandilli Rasathanesi Ktp., nr. 127/2, müellif nüshası, Süleymaniye Ktp., Hacı Mahmud Efendi, nr. 5721)- Eserin önemi, Osmanlı medreselerinde üç asırdan fazla okutulan bir eserin Türkçe'ye yapılmış ilk ve tek tercümesi olmasından kaynaklanmaktadır.

2.4. BAHAUDDİN ÂMİLÎ

Şeyh Bahâî diye tanınan İranlı âlim. Lübnan'da Cebeliâmil bölgesinde bulunan Ba'lebek'te doğdu (1546-47). Babası ile birlikte İran'a giderek o devirde Safevî hanedanının başşehri olan Kazvin'e yerleştiler. Âlim yetiştiren bir aile içinde dünyaya geldiğinden daha küçük yaşlarda ilme karşı kendisinde merak uyandı ve on yıl süren öğrenim hayatı boyunca devrin tanınmış âlimlerinden kelâm, felsefe, riyâzî ilimler ve tıp tahsil etti. Bahauddin Amili matematik ve astronomi yanında tefsir ve edebiyata dair eserler de vermiştir (Yalıtıkaya, 1997).

Osmanlı Medreseleri'nde en fazla okutulan eser olduğu düşünülen Hülâsatü'l-Hisâb'ın yazarı olmasından dolayı eseri ile arasında o kadar yüksek bir bağ oluşmuştur ki, yazar “Sâhib-i Hülâsa” (Hülâsa Sahibi), eser ise “Risale-i Bahâiyye” (Bahaiyye'nin Risalesi) namıyla tanınmıştır (Fazlıoğlu, 1998).

2.4.1. Hülâsatü'l-Hisâb

Hulâsat el-Hisâb, Bahâuddin Muhammed b. Huseyn b. Abdissamed el-Hârisî el-Âmilî el-Cubbâ'i el-Hemedânî (953-1031/1547-1622)'nin X./XVII. asırdan itibaren İslam dünyasında hesap, cebir ve ölçme sahasında ders kitabı olarak okutulan meşhur eseridir (Hülâsatü'l-Hisab'ın bulunduğu kütüphaneler hakkında ayrıntılı bilgi için bkz. Osmanlı Matematik Literatürü (Ekmeleddin İhsanoğlu-Ramazan Şeşen-Cevat İzgi, 1999).

Eserin diğer bir önemli özelliği, pedagojik gaye ile yazıldığından özlü ve müfit (faydalı) tarzda ve düzgün ve anlaşılır bir dille kaleme alınmış olmasıdır. İfadelerinin veciz olması dolayısıyla üzerine birçok şerh (açıklamalı tercüme) yazılmıştır. Eser yakın zamana kadar İran'da bazı medreselerde (Salah, Da'bûl, Humsî, 1986, s. 275), ve ayrıca Osmanlı Devleti'nde özellikle Anadolu, Balkanlar, Suriye ve Irak bölgesinde ders kitabı olarak okutulmuştur (Fazlıoğlu, 1998).

Sadece Türkiye Kütüphanelerinde 100'e yakın nüshası bulunan Hülâsatü'l Hisabın, üzerine yapılan diğer çalışmalar ile birlikte yüzlerce nüshasının varlığı göz önüne alınırsa ne kadar yaygın olarak kullanıldığı anlaşılır. Kâtip ÇELEBÎ, Şeyhülislam

Feyzullah Efendi, Bursalı İsmail Hakkı ve Muhammed el-Ahıskâvi gibi önemli bilim adamları medrese eğitimlerde hesap kitabı olarak bu eseri okumuşlardır (İzgi, 1997).

Eserin Muhtevası: Eser dibace (önsöz), bir mukaddime (giriş), on bab ve bir hatime üzere tertip edilmiştir.

Amilî, **dibace**de eserinin adını *Hulasat el-Hisab* olarak vermektedir. Ona göre hesap ilminin insanlar arasında önemli bir yeri vardır, ispatları sağlamdır, birçok ilim ona muhtaçtır, muamelat hesapları onun üzerine kuruludur.

Mukaddime'de hesap ilminin tarifini ve sayının tanımını vermekte, ayrıca bir sayısının tanımını ele almaktadır.

Birinci babta tam sayıların hesabını ele alan Amilî bu babı altı fasıla ayırmıştır. Birinci fasılda toplama ve bir toplama türü olan iki kat almayı inceler. Aynı başlık altında “*altın kaide*” denilen ve İslam matematiğinde “*mizân el-aded*” diye isimlendirilen $\text{mod} \equiv 9$ kuralını verir. İkinci fasıl ikiye bölme, üçüncü fasıl çıkarma, dördüncü fasıl çarpma ve bu başlık içinde hesap el-hevâi'den alınma çeşitli pratik çarpma kuralları verilir, ayrıca şebeke yolu ile çarpma tanıtılır. Beşinci fasıl bölme, altıncı fasıl karekökün tespiti anlatılır (Fazlıoğlu, 1998).

İkinci babta rasyonel sayıların hesabından söz eder ve bu babı üç mukaddime ve altı fasıl altında inceler. Birinci mukaddime kesirlerde temasül, tedahül, tevafuk, tebayun (bu dört ifade çalışmanın bulgular kısmında ayrıntılı olarak açıklanacaktır), ikinci mukaddime temel dokuz kesir verilir. Birinci fasılda kesirlerin toplanması ve iki katının alınması, ikinci fasılda kesirlerin ikiye bölünmesi ve çıkartılması, üçüncü fasılda kesirlerin çarpımı, dördüncü fasılda kesirlerin bölünmesi, beşinci fasılda kesirlerin karekökünün alınması, altıncı fasılda kesirlerin bir mahreçten (payda) diğer bir paydaya dönüştürülmesi konularını ele alır.

Üçüncü bab İslam matematiğinde bilinmeyen tespiti için kullanılan dört orantılı sayı (el-a'dâd el-erbaat el-mütenasibe) ile bilinmeyen tespiti yapılmıştır.

Dördüncü babta bilinmeyen çift yanlış hesabı ile tespiti anlatılmıştır.

Beşinci babta yine bilinmeyeni bulma yöntemlerinden çözümleme ve ters çevirme yöntemi anlatılmaktadır.

Altıncı bab ölçme (mesaha) ile ilgilidir. el-Amili bu konuyu bir mukaddime ve üç fasılda ele alır. Mukaddimedede ölçmenin tanımını verildikten sonra doğru, yüzey ve cisim ile ilgili tanımları verir. Birinci fasılda kenarları doğru olan yüzeylerin alanlarını, ikinci fasılda daire ve daire ile ilgili diğer şekillerin alanlarını, üçüncü fasılda cisimlerin hacimlerini hesaplamayı ele alır.

Yedinci babın içeriği günümüz matematik ders kitaplarının alışılmış içeriğinden biraz farklıdır. Üç fasıldan meydana gelmiştir. Birinci fasılda kanal yapımı için yer ölçümü, ikinci babta yüksekliklerin ölçümü, üçüncü fasıl nehirlerin genişliği ve kuyuların derinliğinin ölçülmesi ve bu ölçüm işinde kullanılan aletler ve teknikleri incelenir.

Sekizinci babta cebir ve mukabele ile bilinmeyenin tespiti iki fasılda ele alınır. Birinci fasılda cebirin dayandığı temel öncüller verilir, bu başlık içinde cebirsel nicelikler ve bu nicelikler arasında temel dört işlem gösterilir. İkinci fasılda da cebirin duayeni denilebilecek Harizmi'nin belirlediği altı cebir denklemi ele alınır. Ancak Amilî'nin eserinde o dönemdeki İslam matematiğinde artık yaygın olan cebirsel sembol ve notasyon sistemi kullanılmamaktadır.

Dokuzuncu babta bir muhasibin hesap esnasında bilmesi gereken on iki matematik kuralı verilmiştir.

Onuncu babta Amilî kitabında verdiği bilinmeyenin tespitinde kullanılan, cebir, dört orantılı sayı ve çift yanlış hesabı kurallarını öğrencilerin zihinlerine yerleştirmeleri için bazı örnekler çözmektedir. Amilî'nin eserinin **hatimesi** *Hulâsat el-Hisâb*'ın en ilginç bölümüdür. Bu bölümde Amilî kendi dönemine kadar Filozofların (Hukemâ') birçok çözümsüz problemle karşılaştıklarını, çok çeşitli yollar denemelerine rağmen bu problemleri çözemediklerini belirtir. Ancak âlimler bu çözümsüz problemleri muhasipleri uyarmak ve yetenekleri onların çözümlerini keşfetmeye teşvik için eserlerinde kaydetmişlerdir. Amilî, kendi eserine "örnek" olarak bunlardan yedisini verdiğini belirtmektedir. Eserin yapılan şerhlerinden

çalışmamız açısından en önemlisi 1852 ve 1878 tarihlerinde İstanbul’da Matbaa-Âmire’de kırk yedi sayfa olarak basılmıştır. Osmanlı kadılarında Kuyucaklızâde Muhammed Âtîf b. Abdurrahman b. Veliyüddin (ö. 1847) tarafından, Sultan II. Mahmud’un isteğiyle ve öğrencilere büyük ölçüde yararlı olacağı düşüncesiyle Osmanlı Türkçesi’ne, “Nihayetu’l-Elbâb fî Tercemet-i Hülâsatu’l-Hisâb” adıyla tek tam tercümesi yapılmıştır (Değirmendere, 2009).

2.5. KUYUCAKLIZÂDE MUHAMMED ÂTİF EFENDİ

2.5.1. Hayatı ve Eserleri

Hülâsât’ul Hisâb adlı eser, hacim olarak küçük, nazım itibari ile veciz yani özlü ve görüntü itibari ile az, fakat manen dolu, hesap ilminin temel yöntemlerini, ölçme ile ilgili meselelerin özünü içerdiğinden ve cebir meselelerini de kapsadığından bu ilimle ilgilenenlerin ve fen ilmine meraklı kişilerin çoğu bu eseri öğrenmek için çok büyük bir istek ve gayret içerisinde olduklarından dolayı ve şimdiye kadar da sözü edilen üç ilimle ilgili bu kitabın tercümesine rastlanmamış olduğundan bu eser Kuyucaklızâde tarafından tercüme edilmiş ve kaleme alınmıştır.

2.5.2. Nihâyetü'l-Elbâb'ın Fihristi

Giriş

Mukaddime

1. Bab: Tam Sayıların Hesabı (Hisab-ı Sıhah)

1. Fasil: Toplama (Cem')

2. Fasil: İkiye Bölme (Tansif)

3. Fasil: Çıkarma (Tenkıs)

4. Fasil: Çarpma (Darb)

5. Fasil: Bölme (Taksim)

6. Fasil: Karekök Alma (Terbi')

2. Bab: Kesirlerin Hesabı (Hisab-ı Kûsûr)

Tam sayılı kesirleri bileşik kesir, Bileşik kesri tam sayılı kesir yapma

1. Fasil: Kesirlerin Toplamı (Cem-i kûsur) ve İkiye Çarpımı ()

2. Kesirlerin Farkı (Tenkıs-ı kûsur) ve İkiye bölünmesi (Tasnif-i kûsur)

3. Kesirlerin Çarpımı (Darb-ı kûsur)

4. Kesirlerin Bölünmesi (Taksim-i kûsur)

5. Kesirlerin karekökünün alınması (Terbi'-i kûsur)

6. Kesirlerin paydasının değiştirilmesi

3. Bab: Bilinmeyen Dört Orantı Metoduyla Bulunması

4. Bab: Bilinmeyen Çift Yanlış Hesabıyla Bulunması

5. Bab: Bilinmeyen Çözümleme ve Tersini Bulma Metoduyla Bulunması

6. Bab: Ölçüm

7. Bab: Yeryüzü Ölçümü

8. Bab: Bilinmeyen Cebir ve mukabele Metoduyla Bulunması

9. Bab: Faydalı ve Güzel Kurallar

10. Bab: Faydalı Dokuz Örnek Problem

Sonuç

Yazarın Vasiyeti

2.6. OSMANLI'DA ZİHİNDEN HESAP (Hisabu'l Hevai)

Hisâbu'l-Hevâî” beş-on sene evvel “Calcul Mental” şeklinde adlandırılan, rakamları kullanmaksızın, zihinden basit hesap işlemlerini yapmayı amaçlayan bilimdir. Zihin hesabı vaktiyle çoğu insanın başvurduğu yegâne hesaptan ibârettir ki, bundan asırlarca evvel Araplar tarafından kullanılmıştır. Arap matematikçilerinden birçoğu zihinden hesap üzerine kitaplar yazmışlardır ki, bunu gören Avrupalı Oryantalistler (doğu bilimcileri) Asâr-ı Bâkiye’de de değinildiği gibi bu eserlerden oldukça istifade etmişler ve zihinden hesaba önem vermişlerdir (Zeki, 1913).

İşlemler zihinde yapıldığı için hesab-ı zihnî, işlemlerin yapılışı sanki hava boşluğunda yer kaplıyor hissi verdiği için hesab-ı hevai adını alan bu hesap sistemi ilam medeniyetinde kullanılan hesab-ı hindî ikinci büyük hesap sistemi olarak kabul edilmektedir (Süveysi).

Osmanlı muhasebe kalemlerinde kullanılan muhasebe aritmetiği ile medreselerde tahsil edilen temel aritmetik (Ali Kuşçu'nun *el- Muhammediyye fi'l-Hisab*'ı ile Bahaeddin el-Amili'nin *Hulâsâtu'l-Hisâb*'ı) hisabu'l-hindi üzere olmasına, diğer bir ifadeyle resmi Osmanlı aritmetiği hisabu'l-hindiye dayanmasına rağmen hisabu'l-hevai varlığını korumayı sürdürmüş, süreç içinde hisabu'l-hindi içerisinde erimeye başlamasına rağmen bu sahada telif eser verme geleneği devam etmiş, ancak zamanla eriyerek, bağımsız bir hesap sistemi özelliğini kaybetmeye ve *hisâbu'l-hindi içinde pratik aritmetik kuralları* olarak ele alınmaya başlamış, modern dönemle beraber ise bütün yenileme çabalarına rağmen ortadan kalkmıştır. Bu çabalara en iyi örnek, Muhammed Muhyiddin el-Hüseynî el-Bağdadî'nin Türkçe olarak kaleme aldığı *Nev-i Usul-ı Hisab-ı Zihnî* adlı eseridir. Eser 1320 (1904)'de 102 sahife olarak İstanbul'da basılmıştır (Ali Emiri, Riyâza, nr. T. 20) (Fazlıoğlu, 1998)

Salih Zeki “Kamus-ı Riyaziyat” adlı 12 ciltlik “Matematik Sözlüğü”nün 6. Cildinde “Hisab-ı Hevai” maddesinde, ayrıntılı olarak Zihinden Hesap’tan söz etmiş ve burada değindiği noktaları “Asar-ı Bakiye” adlı eserin II. Cildinde aynıyle ele almıştır. Salih zeki hem Kamus-ı Riyaziyat’ta hem Asar-ı Bakiye’de hesabı zihni ile ilgili tarihsel süreci ve bunun İslam ve Osmanlı matematiğindeki önem ve işleniş tarzını

göstermekle beraber, *ilköğretimde okutulmak üzere yazmış olduğu kitaplarda “zihni talimler” başlığı altında*, bu konuyu en azından belli bir seviyede canlı tutma çabasının da pratik bir örneğini verdiği söylenebilir. Bu eserlerde Zihinden hesabın tanımı, tarihî gelişimi, yaygın olarak kullanılma sebepleri, genel olarak kimler, hangi mesleki gruplar tarafından kullanıldığı, dört işlemin zihinden hesapla yapılabilecek uygulamaları, kesirlerin isimlendirilmesinde zihinden hesabın rolü üzerinde uzun uzadıya durmuş ve yapılan çalışmada başucu kaynağı olarak kullanılmıştır.

Osmanlı matematiğinde kullanılan hisabu'l-hevainin muhtevası bugüne kadar, Salih Zeki'nin yaptığı genel araştırmalar haricinde, hiç bir araştırmaya konu olmamıştır (AB, s. c. II, s. 215-244; ayrıca bkz. David E. Smith, History of Mathematics, II. baskı, New York 1958, c. II, s. 196-202). Ancak genel olarak Osmanlı hesabü'l-hevai'sinin muhteva itibarıyla klasik İslam hisabu'l-hevai'sinin bir devamı olduğu söylenebilir. Bu kabul çerçevesinde Osmanlı hisabu'l-hevai'sinin en temel özellikleri aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

- a)** Hesab esnasında insan bedeninin imkânları dışında kâğıt kalem gibi hiç bir yazı malzemesine başvurulmaz, tüm aritmetik işlemler zihinde yapılır, sonuç iki elin ve on parmak boğumunun farklı duruşları ile ifade edilir. Bu özelliklerinden dolayı okuma yazma bilmeyen halk ile aynı dili konuşmayan tacirler arasında yaygın olarak kullanılmıştır.
- b)** Hisabu'l-hevai'de pozitif tam sayılarda toplama ve çıkarma önceden biliniyor kabul edilir, dolayısıyla eserlerde bu işlemlere yer verilmeden doğrudan pozitif tam sayılarda çarpma, bölme ve nisbe incelenir.

2.7. GÜNÜMÜZDE ZİHİNDEN HESAP

Zihinden hesap dünyanın birçok parçasındaki matematik eğitiminde mevcut en önemli konularından biri olmaya başlamıştır. Avustralya, Amerika Okul Matematiğinde Standartlar ve Genel İlkeler (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2000), New United Kingdom Primary Framework for Literacy and Mathematics (DfES, 2007), Dutch Specimen of a National Program for Primary Mathematics (Treffers & DeMoor, 1990), ve Australian National Statement

on Mathematics for Australian Schools (Australian Education Council, 1991)'nın güncel müfredat programlarında dünyadaki matematik eğitiminde meydana gelen gelişimlere ayak uydurmak için bazı vurgu noktalarının değiştirilmesi gerektiği vurgulanmıştır.

Zihinsel hesaplamada temel gerçeklerin bilgisinin yeri hakkında bazı tartışmalar vardır. Bazı araştırmalar, temel bilgilerin çağrılması konusunda gerekli olan en önemli şeyin zihinden hesaplama becerisini tesis olduğunu söylemektedir (Sowder, 1988).

Diğer araştırmalar (Hope & Sherrill, 1987) temel gerçeklerin bilgisinin bir ön koşul değil, zihinden hesaplama ile ilgili bir beceri olduğunu söyler. Sayı bileşimlerinin keşiflerinin ve düzenlemelerinin cesaretlendirildiği zengin öğrenim çevrelerini temin edildiğinde, çocukların kendiliğinden, temel gerçek bileşimleri oluşturmak için stratejiler ürettikleri (Fuson, 1992) ve bu sayı ilişkilerini keşfederek sayı duygularını geliştirdikleri görülmektedir (Wright, 1996).

Erken dönem matematik eğitiminde sayıları anlama becerisi geliştirme iyi bir şekilde organize edilmiştir (Wright & Gould, 2002) ve öğrencilerin yazarak hesap anlayışları ile ilgili araştırmalar devam etmektedir (Anghileri, 2004). Sayı duygusunun gelişinde önemli bir vasıta olması sebebi ile zihinden hesap mevcut uluslar arası müfredatlarda odak noktası olmaya başlamıştır (Maclellan, 2001; McIntosh, 1998; Reys, Reys, Nohda, & Emori, 1995). Öğrencileri hesaplamaları zihinden yaparken bazı biçimsel ve informal stratejiler kullanırlar ve strateji oluşturma becerilerinin gelişmesinin ne kadar etkili bir yaklaşım olduğunu savunmaya başlarlar (McIntosh, 2003).

2.7.1. Zihinden Hesap – Sayı Duygusu İlişkisi

Sayı duygusu bir kişinin sayıları, matematiksel çıkarımlarda bulunmak için bu algıyı değişken yollarla kullanabilme ve sayısal durumlarla baş edebilmek için etkili ve faydalı yöntemler geliştirebilme becerisi ve yatkınlığı ile birlikte bir kişinin sayılar ve işlemler ile ilgili genel duygusunu ifade eder (Reys & Yang, 1998). Bunun yanında bu algıyı, matematiksel çıkarımlarda bulunmak ve sayılarla birlikte işlemlerle baş edebilmede faydalı yöntemler geliştirmek için farklı şekillerde

kullanabilme becerisi ve yatkınlığını da içerir. Matematik öğrenmeyi “bir duygu oluşturma” etkinliği örneği olarak gösterdiğinden dolayı, günümüz matematik eğitiminde sayı duygusunun üzerinde önemle durulmuştur (Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi, MÖÜK 2000). Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi, *Okul Matematiği Standartları ve Prensiplerinde sayı* duygusunun matematiğin temel fikirleri arasında olduğunu not etmişlerdir, söyle ki; öğrenciler; ‘(1) sayıları; sayıların farklı şekillerde ifade edilmesini ve sayılar ve sayı sistemleri arasındaki ilişkiyi anlarlar; (2) İşlemlerin anlamını ve birbirleriyle ne şekilde ilişkili olduklarını anlarlar; (3) akıcı bir şekilde işlem yaparlar ve mantıklı çıkarımlarda bulunurlar’.

Pek çok durumda, sayı duygusunu geliştirmek için gösterilen ilginin çoğu, çoğunlukla algoritmik ve sayı duygusunun eksik olduğu işlemler üzerine verilen gereksiz öneme karşı bir tepki olmuştur. Mesela, bir öğrenciye hesabın mantıklı olup olmadığı sorulduğunda verdiği tepki çoğunlukla, işlemin içerdiği sayıların ve bağlamın ışığında sonucu derinlemesine düşünmekten çok yeniden hesaplama yapmaktır (Wyatt, 1986). McInotosh yazılı hesaplamadaki yüksek becerilerin, illa da sayıların algılanması ile ilişkilendirilmemesi gerektiğini ileri sürmüştür. Bu bulgu matematikte vurgulanan içeriğin öğrenilen konu olduğunu doğrular ve “doğru cevaplar her zaman iyi düşüncenin göstergesi değildir” ile “öğretmenler cevaplardan daha fazlasını incelemelidir ve öğrencilerinden cevaptan daha fazlasını istemelidir” ifadeleri (Sowder, 1998, s. 227) ile örtüşmektedir.

“Sayı Duygusu” terimine Amerika Birleşik Devletlerinde sıklıkla rastlanır ve sayı duygusunun gelişmesini etkileyen pek çok değişken içinde, bu çalışma içinde düşünülenler şöyledir; tahmin yeteneği, hesaplama becerisi, zihinsel hesaplama.

Sayı duygusunun nasıl ortaya çıktığının gösterilmesi için, Greeno (1991) sayı duygusunu, sayısal tahminler, zihinden değişken hesaplamalar ve niteliksel yargılar olarak karakterize etmiştir. Onun sayı duygusu hakkındaki perspektifi, sayıların dağıtılmasında/ birleştirilmesinde denklemlerin rolünün farkına varılmasını, hesaba dayalı bağlamda yaklaşık sayısal değerlerin kullanımını, sayısal değerlerle azlık çokluk hakkında çıkarımlarda ve yargılarda bulunmayı kapsamaktadır. Temel bazı birtakım gerçekleri öğretmek her zaman başarılı bir matematik programının bir

parçası ola gelmiştir ve zihinsel matematik becerilerinin geliştirilmesinde ve tahmin becerilerinin esnek bir şekilde uygulanması konularında önemli bir yer tutar (Leutzinger, 1999).

Carroll (1996) iyi zihinsel hesaplama ve tahmin becerisinin sayı duygusunun varlığının bir belirtisi olduğunu ve biliş ötesi becerilerine ilaveten sayı duygusunun gelişmesine katkıda bulunduğunu ileri sürmüştür. Eğer zihinsel ve tahminsel hesaplama, bir yöntemler ve beceriler dizisi kullanmak yerine problem çözme yöntemi kullanılarak öğretilirse, öğrenciler kendi yöntemlerini ve stratejilerini keşfetme eğiliminde olurlar ve sonra da zihinsel ve tahminsel hesaplama becerisi üst düzey düşünme becerilerini içerir. Zihinden hesaplama sayıların ve işlemlerin sistemini anlamada faydalıdır buna ilaveten sayı duygusunun geliştirilmesinde önemli bir rol oynar. Reys. B (1985) zihinden hesaplamanın kesin sayı duygusunu beslediğini” belirtmiştir (s.46). Zihinden hesaplamanın sayı duygusu gelişiminde nasıl bir rol oynadığına dair kesin bir kanıt olmasa da, sayı sistemlerinin yapısını ve sayılar arasındaki ilişkiye araştırarak zihinden hesaplama becerilerini geliştirmek sayı duygusunu geliştirmenin yollarından bir tanesidir (Sowder, 1990, 1992a).

2.7.2. Zihinsel Hesap - Tahmin İlişkisi

Tahmin, TDK sözlüğünde “yaklaşık olarak değerlendirme, oranlama” şeklinde açıklanmaktadır. Birçok durumda gerçek değerlere ulaşamayacağı için tahmin yapılır ya da tahmin, isabetli cevabın her zaman mümkün olmadığı, tercih edilmediği zamanlarda tercih edilen alternatif bir yoldur (Rubenstein, 1986). “11 yaşında bir çocuğun boyu ne kadardır?” “Normal ve sağlıklı bir insan 1 km yolu ne kadar zamanda yürüyebilir?” gibi tam olarak cevap verilemeyecek türden sorular sorulduğunda, tahmini cevaplarda bulunmak daha anlamlı olur.

Günlük yaşamdaki birçok faaliyetin kararını verirken bilinçli ya da bilinçsiz olarak tahmin kullanılır, bu sayede matematikle günlük yaşam arasında bir bağ kurulmuş olur. Başarılı tahminler yapmak bir kişiyi işe geç kalmaktan, dolandırılmaktan ve fazla hesap ödemekten kurtarır (King,1986).

Walle (1994, s. 201), günlük yaşamda dört türlü hesap kullanıldığını belirtmiştir: (1) Yazılı hesap, (2) zihinden hesap, (3) tahmini hesap ve (4) hesap makinesi veya bilgisayar yardımıyla yapılan hesap. Bu hesaplama türlerinden zihinden hesap ve tahmini hesap, günlük yaşamda yazılı hesaptan daha çok kullanılırlar.

Alışverişlerde, bir iş adamının yetişmesi gereken randevularının zaman ayarlamalarında, hatta kâğıt oyunlarında bile zihinden hesap ve tahmine başvurulmaktadır (Yazgan, Bintaş, Altun, 2002).

Zihinden hesabı yazılı hesaptan ayıran en önemli fark, zihinden işlem yapmada işlemlerin temel özelliklerinden yararlanılmasıdır (Altun 2001, s.194). Yani zihinden hesap; kâğıt kalem, hesap makinesi gibi yardımcı araçlar olmaksızın ve işlemlerin özelliklerinden faydalanılarak yapılan hesaptır.

Tahmini hesap ise, zihinden hesaba dayalı olarak bir işlemin sonucunu yaklaşık olarak bulmaktır. Tahminin önemli bir işlevi, yapılan kesin hesabın doğruluğunu kontrol etmeyi sağlamasıdır. Yani kesin cevabın bulunabileceği aralığın belirlenmesine yardım eder. Örneğin $198:48 = ?$ işleminin sonucu “Eğer 198’i 200, 48’i ise 50 alırsak sonuç 4 çıkar. Öyleyse sonuç 4’e yakın olmalıdır.” şeklinde düşünülerek tahmin edilebilir. Tahmini hesabın bir diğer işlevi ise, zihinden hesabın gerekmediği, yaklaşık cevabın yeterli olduğu durumlarda ihtiyacı karşılamasıdır. “Tanesi 465.000 lira olan kalemlerden 3 tane alabilmek için 1.500.000 lira yeter mi?” diye kendi kendine soran biri, 450.000 lirayı 500.000 liraya yuvarlayıp 3 ile çarparak, 1.500.000 liranın yeteceğini kestirebilir (Yazgan, Y., Bintaş, J., Altun, M.,2002). Pek çok araştırmada zihinsel hesap ve tahmini hesap birbirinden ayrılmadan bir başlık altında toplanmıştır (Reys, Reys, Nohda, Ishida, Yoshikawa ve Shimizu, 1991; Reys, Reys. ve Penafiel, 1991)

National Council of Teaching of Mathematics (NCTM), genel standartlarında zihinden hesap ve tahminle ilgili olarak “hızlı hesaplama ve mantıklı tahminlerde bulunma” hedefi belirlenmiş; öğrencilerin zihinden hesap, yazılı hesap, tahmini hesap ve hesap makinesi kullanma arasından seçim yapmayı öğrenmelerine yardım eden deneyimlere sahip olmaları gerektiğinin altı çizilmiş, öğrencilerin kendi sayısal mantıklarını kullanarak, bir tahmine mi yoksa kesin cevaba mı gerek duyulduğuna

karar vermeleri için problem durumları değerlendirmeleri gerektiği ifade edilmiştir (NCTM, 2000).

Reys (1986) zihinsel hesabı, herhangi bir hesaplama aracı kullanmaksızın gerçek cevabı bulmak olarak tanımlamıştır. Burada üzerinde durulması gereken nokta tahminde gerçek cevaba yakın bir cevap bulmak esas iken zihinden hesapta gerçek cevabı bulmanın esas olmasıdır. Zihinsel hesap, tahmin yaparken kullanılan önemli becerilerden birisidir (Reys, 1985).

Zihinsel hesap genelde ihtiyaç halinde kullanılmaktadır. Bir alış-veriş fişini kontrol ederken, markette ödenecek parayı hesaplarken daha açığı kâğıt kalemin bulunmadığı ya da kâğıt kalem olmadan hesabın daha kolay yapılacağı durumlarda zihinsel hesap yapılır. Tahmini hesap ise kâğıt-kalem kullanmak yerine bazı zihinsel stratejiler ile neredeyse tam netice üretmekle ilgilidir. Örneğin “ $26 + 18 + 24 = ?$ ” işlemini “26, 24 daha 50 eder. 50’ye 18 eklersek sonuç 68 olur.” diye düşünerek yapan birisi, toplamının birleşme özelliğini kullanarak zihinden hesap yapmıştır. Reys’e (1984) göre zihinden hesabın iki tane belirleyici karakteristik özelliği vardır. Birincisi, isabetli cevaplar üretmesi, ikincisi ise cevap üretme sürecinde her hangi bir dış kaynak (kâğıt kalem vs) kullanmamasıdır. Fakat okullarda bu önemli beceri üzerinde henüz pek durulmamaktadır.(Sulak, 2008)

Beberman (1959) “Zihinsel hesap öğrencilerin ezberlenen katı kurallar dışına çıkıp, daha özgür teknikler geliştirmelerine yardım eder. Ayrıca öğrencilerin hesaplamalarda kısa yollar keşfetmesine ve sayı sistemi hakkında daha derin bilgilere ulaşmalarını sağlar.” demiştir. Araştırmacılar ve eğitimciler, iki sebeple tahmin ve zihinsel hesaplama arasında yakın ilişkiler olduğunu öne sürmüştür (Akt. Tekinkır, Reeve, 1936; Reys,1984; Reys ve diğer., 1982). Birinci sebep, ikisinin de benzer süreçler içermesidir (sayılar arasındaki ilişkiyi anlama ve kullanma, standart olmayan hesaplama tekniklerini kullanma; soldan sağa hesaplamak için bastan sona stratejisinin kullanılması). Diğer sebep; hesap tahmininin zihinsel hesaplamanın potansiyelini arttırmasıdır. Bir problem içindeki sayıların karmaşıklığı, kesin bir cevabın zihinsel olarak hesaplanmasını engeller, ancak problem tahmini hesapla çözülebilir (Dowker,2003).

2.7.3. Sayı Duygusu-Tahmin İlişkisi

Sayı duygusu, tahmini hesabın ve zihinden hesabın ayrılmaz bir parçasıdır. Sayı duygusu ile kastedilen, saymayı bilmekten öte sayının tüm ilişkileri ve çevredeki ölçümleri anlamlandırabilme becerisidir. Sayı duygusu, düşünce esnekliği, hesaplamaları tahmin etmek ve sayısal çokluklar hakkında çıkarımlarda bulunmak olarak da tanımlanmıştır (Sowder & Schaeppelle, 1989).

Berry'e (1998) göre sayı duygusu sayıları ve sayılar arasındaki ilişkileri anlamaktır. NCTM (2000) de sayı duygusunu, "sayılar ve anlamları hakkında bir içgüdüye sahip olma" olarak tanımlamıştır. Örneğin bir sayının başka sayıların çarpımı veya toplamı şeklinde görülmesi, 13 ile 7'nin çarpımın 100'den fazla olamayacağını kestirilmesi öğrencide sayı hissinin önemli ölçüde gelişmiş olduğuna birer örnektir (Olkun ve Toluk-Uçar, 2006).

Sayı duygusu, daha az çaba ile daha uygun ve kullanışlı tahminlerde bulunmayı sağlayan zihinsel ve mekanik bir süreç olmasının yanında aynı zamanda esnek ve sentetiktir. Somut yaşantılardan ortaya çıkan sözlü, yazılı ve sembolik olarak şekillenen bir süreçtir (Everybody Counts, 1989, s.46). Tahmin, sayı duygusu ile ilişkili ve sayı duygusuna bağlıdır (Dowker, 1992). Tahmin sayı duygusunu, sayı kavramını, stratejilerin farkına varmayı ve bu stratejiler hakkında farkındalığı geliştirir. Tahmini öğretmeden önce sayıların anlamlarını kavratmak gerekmektedir (Reys, 1985).

Sayı duygusu, sayılar ve sayıların sayısız kullanımı hakkında yorumlar yapabilmek ayrıca cebirsel hataları fark edebilmek ve sayıların kullanımı konusunda ortak bir yaklaşımda bulunabilmektir (Sowder & Schapelle, 1994).

2.8. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde Osmanlı Medreseleri’nde Eğitim, Hülâsâtü’l-Hisâb ve Nihâyetü’l-Elbâb adlı eser, Zihinden Hesap Becerisi ve Tahmin Becerisi üzerine yapılmış çalışmalara ve sonuçlarına yer verilmiştir.

2.8.1. Osmanlı Medreseleri ile ilgili çalışmalar

- Osmanlı Medreseleri ile ilgili olarak yapılan birçok çalışma vardır. Bu çalışmalar üniversitelerin genel olarak İlahiyat Fakülteleri’nin İslam Tarihi bölümlerinde, fen-edebiyat fakültelerinin tarih ve bilim tarihi bölümlerinde literatür taraması ve doküman analizi yöntemleri kullanılarak ile yapılmıştır. Dolayısı ile bu çalışmalarda deneysel çalışmalara yer verilmemiş, araştırma bulgu ve sonuçları tarihi belgelerin incelenmesi yoluyla elde edilmiştir. Konu ile ilgili burada sadece iki çalışmaya yer verilecektir.
- 1997 yılında İstanbul Üniversitesi Edebiyat Fakültesi öğretim elemanlarından Cevat İZGİ tarafından yazılan Osmanlı Medreseleri’nde İlim adlı iki cilt halinde basılmış doktora tezi bu çalışmada başucu kaynağı olarak kullanılmıştır. Bu eserin birinci cildi riyazi, ikinci cildi ise tıbbî ilimlerden söz etmektedir. Riyazî ilimleri konu alan bölüm; aritmetik ve cebir, geometri, astronomi ve müzik olmak üzere dört alt bölümde incelenmiştir. Her bilim dalı ile ilgili eğitim faaliyetlerinden bahsedilirken, kaynaklarda o bilim dalındaki eğitim hakkında verilen bilgiler yanında, ders saatlerinin sayısından ve o dala ilgili ders veren kimselerden, tespit edilebildiği kadar o bilim dalında hoca olarak tayin edilen müderrislerden de bahsedilmiştir.
- Bu çalışmalar dışında Kenan YAKUPOĞLU’na ait 1996 yılında yayınlanan “Osmanlı Medrese Eğitimi ve Felsefesi” adlı doktora tezi, Ahmet GÜL’e ait “Osmanlı Medreselerinde Eğitim Öğretim ve Bunlar Arasında Daru’l-Hadislerin Yeri” adlı çalışması ve Yard. Doç. Dr Zeki Salih ZENGİN’e ait “Medreseler ve Din Eğitimi” adlı araştırma Osmanlı Medreseleri ile yazılmış ve yayınlanmış eserlerdendir.

2.8.2. Hülâsatu’l- Hisâb ve Nihayetu’l- Elbâb ile ilgili çalışmalar

- Konu ile ilgili -Türkçe olarak- en ciddi çalışmayı İhsan Fazlıoğlu, Diyanet’in İslam Ansiklopedisi’nde bir madde halinde yayınlamıştır. Bu çalışmada

Hülâsatu'l-Hisab ile ilgili ayrıntılı bilgiye yer verilmiş, ilk kez bu eser böylesine ciddi bir şekilde ele alınmış ve bilime kazandırılmıştır. Bu çalışma ile Hülâsâtu'l-Hisâb adlı eserin ve şerhlerinin Osmanlı Medreseleri'nde en fazla okutulan eser olduğu bilgisi netleştirilmiş ve böylelikle eserin önemi gün yüzüne çıkmıştır. Çalışmada çeşitli araştırmalara atıf yapılmıştır. Ancak İhsan Fazlıoğlu'nun çalışması eser ile ilgili ulaşılabilen tek müstakil çalışmadır.

- Muammer Değirmendere tarafından Uludağ Üniversitesi İlahiyat Fakültesi İslam Tarihi bölümünde Yüksek Lisans Tezi olarak sunulan “Kuyucaklızade M. Âtîf ve Matematiğe Dair ‘Nihayetu'l-Elbâb fî Tercemeti Hülâsâtu'l-Hisâb’ Adlı Eseri (Metin ve Değerlendirme)” adlı çalışmada ilgili eserin sadece bire bir transkripsiyonu (çevrimyazısı) ve matematiksel bir değerlendirmesi yapılmıştır.

2.8.3. Zihinden Hesap ve Tahmin Becerisi ile ilgili çalışmalar

- Dicle Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dekan Yardımcısı Yard Doç Dr. Cahit PESEN tarafından yapılmış olan “*Öğrencilerin zihinden işlem yapma becerileri ile ilgili öğretmen davranışlarının gerçekleşme düzeyi*” isimli çalışma Türkiye’de zihinden hesaplama ile ilgili ulaşılabilen tek çalışmadır. Bu çalışma, öğrencilerin zihinden işlem yapma becerileri ile ilgili, öğretmen davranışlarının gerçekleşme düzeyini tespit etmek amacıyla yürütülmüştür. Araştırmada bilgi toplama aracı olarak kullanılan ölçek, araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. SPSS paket programı ile çözümlenen verilerin ortalama, standart sapma değerleri hesaplanmış, varyans analizi ve t-testi ile gruplar arası farklılıklar incelenmiştir. Elde edilen sonuçlara bağlı olarak öğrencilere kazandırılması gereken zihinden işlem yapma becerisi ile ilgili öğretmen davranışları için bazı önerilerde bulunulmuştur. Bu çalışma sonrasında öğretmenlerin büyük çoğunluğunun öğrencileri zihinden hesap konusunda teşvik ettikleri, fakat öğrencileri zihinden hesap yapmada farklı teknikler takip etmeleri için yeterince teşvik etmedikleri görülmüştür.
- Dokuz Eylül Üniversitesi İlköğretim Matematik Eğitimi Yüksek Lisans öğrencilerinden Derya TEKİNKİR’in “*İlköğretim 6–8. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Alanındaki Tahmin Stratejilerini Belirleme ve Tahmin Becerisi İle Matematik Başarısı Arasındaki İlişki*” adlı çalışması 2006–2007 eğitim-

öğretim yılında evrenden tabakalı rastgele seçim işlemine göre belirlenen 18 adet resmi okul ve 2 özel okul olmak üzere 20 ilköğretim okulunda öğrenim gören 1621 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. İlköğretim 6.-8. sınıf öğrencilerinin matematik alanındaki tahmin stratejilerini belirleyebilmek ve tahmin becerisi ile matematik başarısı arasındaki ilişkiyi belirlemeye yönelik olan bu çalışmada; öğrencilerin tahmin beceri düzeylerini belirleyebilmek için nicel, öğrencilerin tahmin problemlerinde kullandıkları stratejilerinin neler olduğunu öğrenebilmek için ise nitel araştırma yöntemi tercih edilmiştir. Öğrencilerin tahmin beceri düzeylerini belirleyebilmek amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilen 32 sorudan oluşan “Tahmin Beceri Testi” uygulanmıştır. Araştırma bulgularında ilköğretim matematik 6.-8. sınıf öğrencileri tarafından kullanılan 12 tahmin stratejisi tanımlanmıştır. Araştırma probleminin diğer bir sonucu ise matematik başarısı yüksek olan öğrencilerin tahmin becerisinin de yüksek olduğudur. Bu sonuçlara ek olarak cinsiyet ve öğrencilerin okudukları sınıf düzeylerinin de tahmin becerisini etkileyen faktörler arasında yer aldığı bulunmuştur.

- Yea-Ling Tsao tarafından Taiwan’da yapılan “Hizmet içi kurs alan öğretmenlerin sayı duygusu, zihinden hesap ve yazarak hesap performansları arasındaki ilişki incelemesi” adlı araştırmanın amacı hizmet içi kurs alan matematik öğretmenlerinin sayı duygusu, zihinden hesap ve yazarak hesap performansları arasındaki ilişkiyi keşfetmektir. Aynı zamanda öğretmenlerin zihinden hesap becerileri, hesap becerileri ve sayı duygusu arasındaki korelasyonu incelemektir. Araştırmanın örneklemini hizmet içi kurs alan altı ayrı sınıftan 155 matematik öğretmeni oluşturmaktadır ve bu öğretmenlerden elde edilen verilerle araştırma 2002 yılında tamamlanmıştır. Katılımcıların yazarak ve zihinden hesap becerileri arasındaki korelasyonu incelemek için regresyon analizi yapılmıştır. Bu sınıfların üçüne Matematik Tutum Testi, Matematik Motivasyon Testi, Zihinden Hesap Testi ve Yazarak Hesap Testleri ve Sayı Duygusu Testi uygulanmış ve bu testlerden elde edilen skorlar sonucunda Sayı Duygusu Testi ile diğer testler arasında pozitif ve güçlü bir ilişki saptanmıştır.

2.9. YENİ İLKÖĞRETİM MATEMATİK PROGRAMI

Romberg ve Shafer (2003) ve Ersoy'a (2006) göre, son çeyrek yüzyılda yapılandırmacı kuramın öğretim anlayışında getirdiği yenilikler ve farklı bakış açıları günümüz eğitimcilerini derinden etkilerken, aynı zamanda da sosyal ve sayısal alanlarda program yenilenmelerine neden olmuştur. Bu noktada gelişmiş ülkeler, matematik alanında müfredat değişikliklerine 1985'li yıllarda başlamış ve günümüze kadar ilköğretim I., II. kademe ve lise matematik program çalışmalarını yaparak, reform-tabanlı matematik program değişim sürecini yıllar önce tamamlamışlardır (Halat, 2006). Yukarıda bahsedilen yeni programlarda geleneksel matematik programlarına göre belirgin farklılıklar vardır. Bunlar konu alanlarındaki değişim, problem-çözme anlayışı, yeni teori ve stratejilerin programda yer alması, öğrenme ve öğretme anlayışı, sınıf içi etkinlikleri, matematiğin günlük hayatla ilişkilendirilmesi ve teknoloji kullanımıdır. MEB tarafından geliştirilen, ilköğretim 1-5 yeni matematik müfredatı “sayılar, geometri, ölçme ve veri”, 6-8 yeni matematik müfredatı ise “sayılar, cebir, geometri, ölçme ve istatistik” olmak üzere öğrenme alanlarından oluşmaktadır (TTKB, 2004; Bulut, 2004; Ersoy, 2006). Matematik öğrenme alanları olarak, yeni program diğer ülkelerde yapılan reform tabanlı matematik müfredatlarıyla paralellik göstermektedir. Yukarıda bahsedilen öğrenme alanları günümüz matematik müfredatlarının temelini oluşturmaktadır (Huntly, Ramussen, Villarubi, Sangton & Fey, 2000). Diğer bir ifadeyle, yeni matematik programına eklenen konular olduğu gibi çıkarılan bazı konularda olmuştur. “Örneğin, matematiğin örüntü, estetik ve eğlenceli yönünü öne çıkaran örüntüler, süslemeler, dönüşüm geometrisi, olasılık, tahmin ve nesne grafiği konuları eklenmiş; varlıklar arası ilişkiler, ayrı birer ünite olmaktan çıkarılarak ilgili öğrenme alanlarında gerekli kazanımlar yazılmış; kümeler ünitesi amaç olmaktan çıkıp araç olmuş; ölçme öğrenme alanında öğrencilerin yaşantılarında en çok karşılaştıkları birimlere yer verilmiştir” (Bulut, 2004). Böylece matematiğin öğrenciler açısından daha anlamlı ve öğrenilmesi gereken bilgi ve beceriler bütünü olduğu algısı kazandırılmaya çalışılmıştır.

Yeni matematik programında yapılandırmacı kuramın öğrenme ve öğretme modeli benimsenirken, davranışçı kuramın eğitim anlayışından uzaklaşmıştır. Eğitim ve

öğretim açısından yeni programdaki teori değişim kararı ve uygulaması çok önemlidir (Kızıltepe, 2004). Diğer bir ifadeyle, Bulut (2004) yeni ilköğretim matematik programındaki öğretmen ve öğrencilerin rollerini kısaca şöyle tasvir etmektedir:

“Yeni programda öğrenci öğrenmesinden sorumlu olan, araştırma yapan, matematik öğrenirken fiziksel ve zihinsel olarak aktif olan, düşünen, soru soran, sorgulayan, kendi duygu ve düşüncelerini açıklayan, kendi problemlerini kuran ve çözen, teknoloji kullanan, matematiği seven ve matematikte kendine güvenen, ekip çalışması ve öz yönetim becerilerini kazanmış birey olması amaçlanmıştır. Öğretmen ise öğrencilerinin öğrenmelerini sağlamakla sorumlu olan, düşündüren, soru sorduran, sorgulatan, tartıştıran, dinleyen, yönlendiren, rehberlik yapan, etkinlik üreten, çeşitli ölçme araçlarıyla öğrencisini farklı boyutlarda değerlendiren birey olacaktır.”

Yeni matematik programındaki önemli hususlardan biride, öğrencide problem çözme sürecindeki yaklaşım farklılığıdır. Artık problem çözmede, sonuçtan daha çok öğrencinin problem çözme yeteneği, yeni stratejiler geliştirmesi ve özellikle de kendi yol ve yöntemiyle problem çözmesi hedeflenmiştir.(Halat, 2006)

2.9.1. YENİ İLKÖĞRETİM MATEMATİK PROGRAMINDA TAHMİN BECERİSİNE VERİLEN ÖNEM

Ülkemizde son yıllarda yapılan eğitim programındaki değişimler çerçevesinde matematik dersinin de kapsamı yenilenmiştir (MEB, 2005). Matematiğin temel amaçları arasında yer alan “tahmin edebilme becerisi” daha önceki programın amaçları arasında da yer almasına karşın uygulamalarda kendini hissettirmemiştir.

Günlük yaşamda, matematiği kullanabilme ve anlayabilme gereksinimi önem kazanmakta ve sürekli artmaktadır. Yeni bilgiler ve teknolojiler, matematik yapmanın ve iletişim kurmanın yollarını sürekli değiştirmektedir. Önceden kâğıt-kalem ile yapmak zorunda kalınan ve günlük yaşamda ihtiyaç duyulan pek çok hesaplamayı artık hesap makineleri ile daha kolay yapabilmektedir. Bu değişimin

doğal sonucu olarak matematik eğitiminde kâğıt-kalem ile hesaplamaların önemi azalırken tahmin edebilme, problem çözme gibi beceriler önem kazanmıştır.

Matematik bireylere günlük yaşamdaki problemlerle başa çıkabilme becerisini kazandırır. Bu bağlamda literatürde yer alan birçok beceriden birisi olan tahmin becerisi de günlük yaşamda bireylere kolaylık sağlar. Gerçek yaşamda insanlar bazen hesap makinesi, kâğıt, kalem veya işlem yapmak için gerekli olan araç- gerece sahip olamayabilirler. Hesaplama araçları her zaman gerekli ortamlarda bulunmayabilir fakat bireyler beyinlerini daima yanlarında taşır. Sorgulayan, yorum yapabilen bireyler kısacası matematik becerisi yüksek olan bireyler yetiştirebilmek için öğrencileri, pek çok kitapta yer alan rutin sorularla karşılaştırmak yerine gerçek yaşam problemleri ile karşı karşıya getirmek gerekir. Gerçek anlamda matematik başarısı yüksek olan bireyler problemlere mantıklı yorumlar getirebileceklerdir. Bunun için de öğrencilere tahminin kullanışlılığını ve mantığını anlatmak gerekir. Ders içi etkinliklerin tahmin çalışmaları ile zenginleştirilmesi; öğrencilerde sezgisel düşünmenin ve matematiğin günlük yaşamdaki yerini kavramalarını sağlamanın yanı sıra matematiğin eğlenceli ve ezberden uzak bir bilim dalı olduğu fikrinin oluşmasına yardımcı olacaktır. Bu bağlamda yeni matematik programı çerçevesinde strateji kullanımı ve öğretimi biraz daha önem kazanmıştır. Ancak yine de strateji öğretimi üzerine programın sadece bir iki strateji ile sınırlandırıldığı görülmektedir. Hâlbuki stratejilerin öğretimi ile süreç içerisinde öğrencilere düşünme eğitimi kazandırılabilir. (Türnüklü, Çeliker, 2009)

Yeni matematik programında kazandırılması gereken temel becerilerden birisi tahmin becerisidir. Ersoy (2003)'e göre;

“Matematik okuryazarı her birey, bir problemin olası çözümlerinde sonucu tahmin ederek bu sonucun akla yatkınlığı veya doğruluğu hakkında yargıda bulunabilmeli ve karar verebilmelidir. Problemin kesin çözümünü elde etmek için zaman olmadığında veya hesap yapmak için araç (kâğıt-kalem, hesap makinesi vb. bulunmadığında tahmin becerilerini kullanılmalıdır”

BÖLÜM III

YÖNTEM

Araştırmanın bu bölümünde araştırmanın modeli, örnekleme, veri toplama araçları, uygulama süreci ve verilerin analizi hakkında bilgi verilecektir.

3.1 Araştırmanın Modeli

Araştırma iki ana bölümden oluşmaktadır.

Araştırmanın birinci bölümü için tarihsel araştırma ve doküman analizi yöntemleri kullanılmıştır;

Çalışmamıza yön verecek olan verilerin elde edilmesi amacı ile doğrudan ya da dolaylı olarak ele alınan literatür incelemesi yapılarak, yazılı kaynaklara ulaşılmıştır. Konu ile ilgili tezler, kitaplar, makaleler, internet ortamında yapılan çalışma ve bildiriler taranmış, önceki araştırma, değerlendirmelerden de yararlanılmıştır. Bu süreçte matematik ve eğitim tarihi alanlarında çeşitli eserler vermiş bazı değerli öğretim elemanları ile de bizzat görüşülmüş ve fikirleri alınmıştır. Aynı zamanda araştırmaya konu olan eserle ilgili okuma ve değerlendirme çalışmasının yapılabilmesi için gerekli Osmanlıca alt yapısına sahip olunup, Arapça metinler için yardıma başvurulmuştur.

Nihâyetü'l-Elbâb adlı eserin dört işlem ve kesirleri konu edinen kısmı (ilk 69 varak-138 sayfa-ilk 2 bâb) günümüz Türkçesine çevrilmiş, bu aşamada genel olarak metne bağlı kalınmıştır. Eser tercümesinde Kuyucaklızâde'nin kullandığı aritmetik terimlerine karşılık bulurken, Salih ZEKÎ'nin "Asâr-ı Bakiye" adlı eserinin Melek Dosay tarafından yapılan II. cilt tercümesinden yararlanılmıştır (Örn: çarpma yöntemlerinden biri olan "Darbü't-Tevşîh", "Süslemeli Çarpma" şeklinde ifade edilmiştir). Eserde anlatılanlar matematik eğitimi açısından incelenmiş, modern matematik sembolleriyle ifade edilmiş ve konunun daha iyi anlaşılmasını temin

etmek için serbest ve özet bir çeviri tercih edilmiş, bazı yerlerde açıklama ve detaylandırmaya başvurulmuştur.

Öte yandan 2009-2010 yılları itibariyle MEB ilköğretim okullarında uygulanan matematik müfredatı kapsamında, dört işlem ve kesir kavramları öğretimi incelenmiş, *Nihâyetü'l-Elbâb*'ta dört işlem ve kesir kavramlarının öğretimi; 2009-2010 eğitim-öğretim yılı, MEB ilköğretim okullarında uygulanan matematik müfredatı kapsamındaki dört işlem ve kesir kavramlarının öğretimiyle karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırma, çevirisi yapılan metnin gerekli görülen kısımlarını takiben, günümüzdeki öğretimin nasıl olduğunun “köşeli parantez ‘[]’” içinde ve “italik” olarak yazılması şeklinde yapılmıştır. Eserin tercümesi sonunda bir LÜGAT denemesi yapılmış ve bu lügat Ek-1’de verilmiştir.

Araştırmanın ikinci bölümünde ise eserden esinlenerek Osmanlı’da zihinden hesaba ne derece önem verildiği ve zihinden hesabın dört işlem ve kesir kavramlarının öğretiminde ne şekilde kullanıldığı üzerinde durulmuştur. Bu süreçte yine günümüz müfredatında zihinsel hesabın yeri ile ikinci bir karşılaştırmaya başvurulacaktır. Bu karşılaştırmalar sonrasında Âmili’nin dolayısı ile Kuyucaklızâde’nin kullanıp, günümüzde ciddi bir şekilde müfredatta yer almayan Zihinden Hesap metotlarının, *ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin zihinden hesap becerilerine etkisini incelemek için, “Karşılaştırmalı Deneysel Model”* kullanılmıştır.

Karşılaştırmalı deneysel modelde değişkenler arasındaki ilişkiler tespit edilmeye çalışılır. Bunu yapmak için en az iki değişkenden oluşan durumlar arasında karşılaştırmalar yapılır. Örneğin, “insanların almış oldukları eğitim arttıkça, kazançlarında da artış olmaktadır” şeklindeki bir kabulü doğrulamak için birçok insanın eğitim düzeyleri ile ekonomik durumları arasındaki ilişki sayısal olarak veya dereceli olarak karşılaştırılabilir.

Karşılaştırmalı araştırmaların genel amacı sistematik bir yapı ortaya koymaktır. Varılan sonuç yalnız incelenen durumlar için değil, durumların temsil ettiği evren için de doğru olmalıdır. Başka bir deyişle bulgular ve analizler genelleme amacına yönelik olmalıdır.

Karşılaştırmalı çalışmalarda aşağıdaki basamaklar takip edilir.

- Bilgi veya gözlem ve deneyime dayalı olarak bir problem tespit edilir.
- Problemin çözümüne yönelik hipotez geliştirilir.
- Mantıksal sıraya uygun bilgi ve veriler toplanır.
- Veriler analiz edilir.
- Sonuçlar tartışılır, hipotezle ilgili sonuçlara ulaşılır (Çepni, 2007).

Çalışma grubu uygulama okulunda yer alan 6. sınıflardan rastlantısal olarak seçilmiş ve grup içerisindeki öğrencilerin ön test sonuçları tespit edildikten sonra uygulamaya geçilmiştir. Ayrıca öğrencilerin zihinden hesap tutumlarının yapılan çalışma öncesinde ve sonrasında ne şekilde farklılaştığını tespit etmek amacı için anket analizi yapılmıştır.

Çalışma grubu öğrencilerine zihinden hesap yöntem ve tekniklerinin verildiği bir öğretim uygulanmıştır. Çalışma grubu öğrencileri ile çalışılan zihinden hesap yöntem ve teknikleri Osmanlı Medreseleri'nde kullanılan zihinden hesap yöntem ve tekniklerinden yararlanarak öğrenci seviyesine indirgenmiş, 10 saatlik bir ders planı ile öğrencilere sunulmuştur ve Ders Planı Ek-2'de verilmiştir

2.10. Evren ve Örneklem

Amaçlı bir seçim yapılarak, zihinden hesap ve tahmin seviyelerinin geliştiği, geçmiş yıllardan da zihinden hesaplara ilgili bazı ön bilgileri olduğu düşüncesi ile araştırma 6. sınıf öğrencileri üzerinde yapılmıştır.

Bu araştırmanın evrenini, 2009–2010 öğretim yılında İstanbul ilinin Üsküdar ilçesinin Altûnizâde ve Bağlarbaşı semtlerindeki devlet okullarında öğrenim gören 6. sınıf öğrencileri, örneklemini ise, bu evrenden seçilmiş bir ilköğretim okulunun 6. sınıf öğrencilerinden 56'sı oluşturmaktadır.

İlgili okulda uygulanacak testler ve anket için Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü aracılığı ile İstanbul İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden izin alınmış ve izin belgesi Ek-5'de sunulmuştur.

Araştırma örnekleminin sınıf ve şube dağılımları Tablo 3.1’de verilmiştir.

Tablo 3.1: Araştırma Örnekleminin Sınıf ve Şubelere Göre Dağılımı

Sınıf / GRUP	Öğrenci Sayısı		Toplam
	6-A	6-D	
6-B ve 6-C / Çalışma	26	30	56

3.2. Verilerin Toplanması

Öğrencilerin soruları ciddiye almaları ve içten cevaplar vermeleri için çalışmaya başlamadan önce ilgili araştırmanın amacı, önemi ve testin alışık oldukları uygulamalardan olan farkına dikkat çekilmiş ve öğrenciler dikkat etmeleri gereken konular hakkında bilgilendirilmişlerdir.

Araştırmacı tarafından hazırlanmış Zihinden Hesap ve Tahmin Beceri Testleri öğrencilere Powerpoint sunusu şeklinde verilmiştir. Bununla öğrencilerin işlem yapmadan, belli stratejiler kullanarak, zihinden akıl yürütme yoluyla soruları cevaplandırmaları sağlanmak istenmiş; kalemlerini sadece cevap anahtarına kodlama yapmak için kullanmaları gerektiği konusunda ikaz ve ikna edilmiştir.

Her soru ekranda 20 sn tutulmuş ve ardından geri dönmek üzere bir sonraki soruya geçilmiştir. Testlerin cevaplandırılması yaklaşık 20 dk. sürmüştür.

Öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrası zihinden hesap hakkındaki düşüncelerinde ne gibi farklılıklar olduğunu görmek amacı ile araştırmacı tarafından 28 maddelik bir anket hazırlanmış ve bu anket sorularını cevaplandırmaları için de öğrencilere 20 dakikalık süre tanınmıştır.

3.3. Veri Toplama Araçları

Veri toplama sürecinde, öncelikle araştırmanın konusu ile ilgili literatür taraması yapılmış, ardından uygulama sürecine geçilmiştir. Bu bölümde araştırmada ön test ve son test olarak kullanılan Zihinde Hesap ve Tahmin Beceri Testlerinin ve Zihinden Hesap Anketi’nin oluşum, uygulama ve değerlendirme süreci ve şekli açıklanmıştır.

3.3.1. Zihinden Hesap ve Tahmin Beceri Testi

Zihinden Hesap ve Tahmin Beceri Testi araştırmanın çalışma grubuna uygulama öncesi ön test ve uygulama sonrası son test olarak kullanılmıştır. Testte yer alan zihinden hesap soruları Nihayetu'l-Elbab ve genel olarak incelenen Osmanlı son dönemi hesap kitaplarından esinlenerek araştırmacı tarafından hazırlanmıştır.

Araştırmacı tarafından, 30 soruluk zihinden hesap ve 10 sorudan oluşan tahmin beceri testi geliştirilmiş, 12 uzman görüşü alınarak gerekli düzenleme ve düzeltmeler yapılmıştır. Bundan sonra testlerin geçerlik ve güvenirliğinin belirlenmesi için pilot çalışma, ana çalışmanın yapılacağı örneklem yapısına sahip, seçilen 3 ilköğretim kurumunda gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmaya 62 öğrenci katılmıştır.

Elde edilen verilerin bir istatistiksel programda madde analizi yapılarak testin Cronbach Alpha (α) güvenirlik katsayısı 0,789 olarak bulunmuştur. Analiz sonuçlarına göre; ayırt ediciliği olmadığı düşünülen 4 zihinden hesap, 3 tahmin sorusu testten çıkarılmıştır. Geriye kalan 26 zihinden hesap, 7 tahmin sorusundan oluşan testin istatistiksel programdaki madde analizi sonucu Cronbach Alpha (α) güvenirlik katsayısı 0,797 olarak değişmiştir.

Yapılan geçerlik ve güvenirlik çalışmaları sonucu toplam 33 maddeden oluşan Zihinden Hesap ve Tahmin Beceri Testi (ZHBT)'nin son hali Ek-3' de verilmiştir. ZHBT testinde her bir soru öğrencilerin belirli teknikler kullanarak cevaba ulaşabilecekleri şekilde, çoktan seçmeli olarak hazırlanmıştır.

Örn: $12 \times 25 = ?$

- a) 240
- b) 245
- c) 300
- d) 325

Bu sorunun çözümü için öğrencilerin zihinden işlem yaparken kullanabilecekleri birkaç yöntem vardır. Örneğin; 25 sayısı 100'ün $\frac{1}{4}$ 'üdür. Dolayısı ile $\frac{12 \times 100}{4} = 300$

doğru cevaptır. Bu soru aynıyle Kuyucaklızade'nin Nihayetu'l-Elbab'ında ele alınan sorulardan biridir.

Tahmin Beceri Testi (TBT)'ndeki her bir soru için ise öğrenciler tarafından verilebilecek uygun tahmin beklentileri sonucunda bir sınır değeri belirlenmiş ve seçeneklerden bir tanesi bu değerin altı, bir tanesi bu değerin üstü ve bir tanesi de bu değeri olabilir şeklinde düzenlenmiştir. Bir seçenekte ise “cevabı tahmin edemiyorum” ifadesi yer almaktadır.

Örn: Ailenin verdiği günlük harçlığından her gün 2,75 TL biriktirirsen, fiyatı 436 TL olan bisikleti tahminen kaç ay sonra alabilirsin? (Tekiner, 2008)

- a) 5 aydan uzun bir sürede
- b) 5 aydan kısa bir sürede
- c) 5 ayda
- d) Tahmin edemiyorum.

Metni yukarıda verilen soru, öğrencilerin kolaylıkla $2,75 \cong 3$ ve $436 \cong 450$ yaklaşık eşitliklerini bulabilecekleri açıktır. Burada yapılan yuvarlamalarının ikisinin de üste veya ikisinin de alta olmasına dikkat edilmelidir. $450:3 = 150$ gün = 5 ay'dır. Dolayısı ile cevap “5 aydan daha uzun sürede” olacaktır.

3.3.2. Zihinden Hesap Anketi

İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin zihinden hesaba karşı tutumlarının uygulama öncesi ve sonrasında ne şekilde farklılaştığını incelemek için, araştırmacı tarafından Eğitim Bilimleri Bölümü'nden ve İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'ndaki uzman görüşleri alınarak geliştirilen Zihinden Hesap Anketi (ZHA) kullanılmıştır. Araştırmacı yaptığı çalışmada söz konusu anketin taslak formunu, literatür taraması sonucu, öğrencilerin zihinden hesaba karşı görüşleri hakkında fikir sahibi olmayı amaçlayan 28 maddeden oluşturmuştur. Bu formdaki maddelerden 14 tanesi zihinden hesap, 14 tanesi ise yazarak hesapla ilgili olacak şekilde yazılmış ve çok nadir kullandıkları zihinden hesap ile, sık sık kullandıkları yazarak hesabın kıyaslanabilmesi hedeflenmiştir. Araştırma taslağının her bir maddesi iki çeşit durumda verilmiştir. Taslakta yazarak hesap ifadesini içeren, zihinden hesapla ilgili

bir maddeye yapısal olarak paralel, anlamsal olarak zıt başka bir maddeye daha yer verilmiştir. Örneğin paralel durumlar: “Zihinden hesapta başarılı olmak önemli bir şeydir” ve “Yazarak hesapta başarılı olmak önemli bir şeydir” ifadelerinin ikisi de ankette yer almıştır. Diğer bir durum olarak, öğrencilerin yargısal ifadelerinin yer aldığı maddeler söz konusudur. Örneğin, “Zihinden hesap yapmada yazarak hesaba göre daha başarılıyım” maddesi yine paralel durumu ile birlikte verilmiştir. Bu ayrım öğrencilerin verdikleri cevapların tutarlı olup olmadığını kontrol etmek açısından önemlidir (Tablo 2.1).

Tablo 3.2: Taslak ve zihinden hesap anketinden bazı örnek maddeler

İlgili Olma ve Eğlenceli Bulma

Yazarak hesap yaparken eğlenirim.

Zihinden hesap yaparken eğlenirim.

Yazarak hesap yapmanın ilgi çekici olduğunu düşünüyorum.

Zihinden hesap yapmanın ilgi çekici olduğunu düşünüyorum.

Yeterlilik Algısı

Yazarak Hesap yapmada başarılıyım.

Zihinden hesap yapmada başarılıyım.

Zihinden hesabın, yazarak hesap yapmaktan daha zor olduğunu düşünüyorum.

Yazarak hesap yapmanın, zihinden hesaptan daha zor olduğunu düşünüyorum.

Değerlilik Algısı

Yazarak hesap yapmada başarılı olmak önemli bir şeydir.

Zihinden hesapta başarılı olmak önemli bir şeydir.

Yazarak hesap yapmanın zihinden hesap yapmaktan daha önemli olduğunu düşünüyorum.

Zihinden hesap yapmanın, yazarak hesap yapmaktan daha önemli olduğunu düşünüyorum.

Kullanılabilirlik Algısı

İleride, yazarak hesap yapmayı zihinden hesaptan daha çok kullanacağımı düşünüyorum.

İleride, zihinden hesabı yazarak hesap yapmaktan daha çok kullanacağımı düşünüyorum.

Okul dışında yazarak hesap yapmayı, zihinden hesaptan daha çok kullanıyorum.

Okulda yazarak hesap yapmaktan çok, zihinden hesap yapıyorum.

Öğrenilen Kaynak Algısı

Yazarak hesap yapmayı kendim öğrendim.

Zihinden hesap yapmayı kendim öğrendim.

Yazarak hesap yapmayı okulda öğrendim.

Zihinden hesap yapmayı okulda öğrendim.

Söz konusu taslaktaki maddeler tek tek tartışılmış, dilbilgisine uygunluğu ve anlatım bozukluğunun olmaması amacı ile de uzman görüşleri alınmıştır. Bu taslak formu araştırmada ölçek niteliğinde kullanılmayacağından pilot uygulama yapılmamış, geçerlilik ve güvenirliği tespit edilmemiştir. Anket 3'lü likert tipinde olup "Evet"- "Hayır"- "Emin Değilim" şeklinde derecelendirilmiştir.

Zihinden Hesap Anketinin çözümlenmesi yüzdelik hesaba göre yapılmış, her bir maddeye verilen "Evet" - "Hayır" - "Emin Değilim" yanıtlarının yüzdeleri hesaplanarak yorum yapılmaya çalışılmıştır. Araştırmada kullanılan söz konusu anket Ek-4'te verilmiştir.

3.2. Uygulama Süreci

Altıncı sınıf öğrencilerinin hazır bulunuşluk düzeylerinin tespit edildiği ön testten sonra araştırmacı tarafından çalışma grubundaki öğrencilere, zihinden hesap ve tahmin becerisi teknikleri eğitimi verilmiştir.

Derse tahmin ve tahminle ilgili durumlardan bahsedilerek başlanmıştır. Öğrencilerin tahmin yapmasını gerektiren "Kafanızda toplam kaç adet saç teli var?", "Bir karınca yuvasında toplam kaç karınca bulunur?" gibi sorular sorulmuştur. Bu tür sorulara öğrenciler başlangıçta yanıt verememiş olsa da araştırmacı sadece yakın cevaplarda bulunmalarını istediği zaman öğrencilerin büyük çoğunluğu kendi tahminlerini söylemeye başlamıştır. Bu sayede araştırmacı öğrencileri tahmin gerektiren sorularla karşı karşıya getirmiştir. Öğrencilerin tahmin yapmak istemediği zamanlarda araştırmacı tahminin önemini daha detaylı olarak anlatmış bu sayede öğrenciler tahmin yapmaya isteklendirilmiştir. Daha sonra öğrencilerin bu tahminleri yapabilmeleri için belli stratejiler geliştirmeleri gerektiği vurgulanmış ve bu stratejileri için de zihinden hesap yapabilmelerinin bir şart olduğu belirtilmiştir. Öğrencileri zihinden hesap ve tahminle ilgili bilgilendirdikten sonra zihinden hesap stratejilerinin anlatımına geçilmiştir.

Zihinden hesap dersleri araştırmacı tarafından iki haftada toplam 5 gün (10 ders saati) olmak üzere yapılmıştır. On ders saati süresince araştırmacı öğrencilere zihinden hesap teknikleri eğitimi vermiş ve zihinden hesap becerisinin öneminden söz etmiştir.

Uygulamanın 1 ders saati öğrencilerle sohbet havasında geçen ve zihinden hesap ve tahmin becerisinin önemi ile ilgili bilgilerin verilip, görüşlerin alındığı ilk derstir. Diğer derslerde ise, araştırmacı öğrencilerin zaten bildiği dört işlemi, toplama, çarpma, çıkarma ve bölme işlemi olmak üzere ve bu sıra ile zihinden hesap ile destekleyerek öğretmiştir. Toplama ve çıkarma işlemi için zihinden hesap stratejileri 3 ders saati, çarpma ve bölme işlemi için zihinden hesap stratejileri 6 ders saati içerisinde verilmiştir.

Her bir işlemi öğretmeden önce tahtaya o işleme ait bir soru yazılmış ve öğrencilerden bu sorunun cevabını bulurken nasıl bir izlediklerini önce deftere daha sonra da tahtaya yazmaları istenmiştir. Önerilen tüm zihinden hesap yolları yazılıp hangi yolun daha kolay, daha uygun olduğu öğrencilerle tartışıldıktan sonra araştırmacı sorunun uygun yolunu tahtaya yazmış ve o soruya ait olan zihinden hesap stratejisini anlatmıştır. Araştırmacı anlattığı her bir stratejiyle ilgili başka örnekler de yapmıştır. Her bir işlem (toplama çıkarma vs) sonunda, araştırmacı, öğrencilerin bulunan stratejileri kullanabilecekleri basit tahmin sorularına yer vermiş ve böylelikle öğrencilerin tahmin stratejilerini zihinden hesap stratejileri ile ilişkilendirmeleri sağlamaya çalışmıştır.

On günlük eğitimden sonra katılımcılara Zihinden Hesap ve Tahmin Beceri Testi, son test olarak tekrar uygulanmıştır.

3.3. Verilerin Çözümlemesi

- Kuyucaklızâde Muhammed Atıf'ın *Nihâyetü'l-Elbâb fî Tercemeti Hülâsat el-Hisab* adlı eserinde dört işlem ve kesir kavramlarının anlatımı günümüz Türkçesine çevrilmiş, günümüz matematik eğitimi açısından değerlendirilmesi yapılmıştır.
- Zihinden Hesap ve Tahmin Becerisi Test'inden elde edilen puanlar araştırmanın bağımlı değişkenleridir. Araştırmanın bağımsız değişkenini ise öğrencilere verilen zihinden hesap yöntem ve teknikleri oluşturmaktadır. Elde edilen veriler istatistiksel bir program kullanılarak analiz edilmiştir. Zihinden hesap ve tahmin beceri testlerinin grup içi karşılaştırmaları ile ön test ve son test puanları arasındaki fark incelenmiştir. Verilerin normal dağılım

sergileyip sergilemediğini tespit etmek amacı ile Kolmogorov-Smirnov Testi kullanılmıştır. Çalışma grubunun Öntest ve Sontest puanlarının homojenliği tespit edildikten sonra bağımlı değişken sayısının bir olmasından dolayı verilerin analizi için bağımlı ve bağımsız örneklemeler için t-testi kullanılmıştır. Farklılaşma bulunan örneklemelerin yönlerini belirlemek için verilerin aritmetik ortalamalarına bakılmıştır. Analizlerde anlamlılık seviyesi (α) 0,05 olarak alınmıştır.

- Araştırmanın bir diğer problemine cevap bulmak için ise elde edilen Zihinden Hesap ve Tahmin Beceri Testi verilerini kullanarak zihinden hesap becerisi ile tahmin becerisi arasındaki ilişkiyi tespit etmek amacı ile istatistiksel bir program yardımı ile Korelasyon Analizi yapılmıştır.
- Öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrasında zihinden hesaplama ilgili düşüncelerin ne şekilde farklılaştığı bulgular üzerinde yüzdelik dilimlere göre hesaplanmış ve bu şekilde yorumlanmıştır.

BÖLÜM IV

BULGULAR

Bulgular bölümünde araştırmanın problemlerine tek tek cevaplar aranmış ve bu yanıtlar aynı sıra ile belirtilmiştir. Araştırmanın birinci bölümünü oluşturan “Nihâyetü’l-Elbâb” adlı eserin tercümesi ve değerlendirilmesi sonucu elde edilen bilgilere bu bölümde yer verilmiştir. Aynı zamanda bu bölümde araştırmanın ikinci bölümü niteliğindeki deneysel çalışma için kullanılan veri toplama araçlarının uygulanmasıyla elde edilen veriler araştırmanın amaçları doğrultusunda, istatistiksel yöntem ve teknikler kullanılarak analiz edilmiştir. Sonuçlar tablolar halinde sunulmuş ve çözümlemeler sonucu elde edilen bulgulara ve ayrıca bu bulgulara dayalı olarak geliştirilen yorumlara yer verilmiştir.

4.1. “ARAŞTIRMA PROBLEMİ 1” İLE İLGİLİ BULGULAR

Nihâyetü’l-Elbâb adlı eserin dört işlem ve kesir konularının ele alındığı kısımlar matematik bilimi açısından değerlendirilip, mevcut müfredattaki öğretimi ile kıyaslandığında ne gibi farklı ve ortak noktalar ile karşılaşılır?

Nihâyetü’l-Elbâb adlı eserde anlatılanlar matematik eğitimi açısından incelenmiş, modern matematik sembolleriyle ifade edilmiş ve konunun daha iyi anlaşılmasını temin etmek için serbest ve özet tercüme tercih edilmiş, bazı yerlerde açıklama ve detaylandırmaya başvurulmuştur. Öte yandan 2009 – 2010 yılları itibariyle MEB ilköğretim okullarında uygulanan matematik müfredatı kapsamında, dört işlem ve kesir kavramları öğretimi incelenmiş, *Nihâyetü’l-Elbâb*’ta dört işlem ve kesir kavramlarının öğretimi; 2009-2010 eğitim-öğretim yılı, MEB ilköğretim okullarında uygulanan matematik müfredatı kapsamındaki dört işlem ve kesir kavramlarının öğretimiyle karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırma, çevirisi yapılan metnin gerekli görülen kısımlarını takiben, günümüzdeki öğretimin nasıl olduğunun “köşeli parantez []” içinde ve “italik” olarak yazılması şeklinde yapılmıştır.

NİHAYET'ÜL ELBAB Fİ TERCEME-İ HÜLÂSÂT'ÜL HİSÂB
(Hülâsât'ül Hisâb'ın Tercümesinde Özlü Meselelerin Son Noktası)
ADLI ESERİN MATEMATİK EĞİTİMİ AÇISINDAN DEĞERLENDİRMESİ

DİBÂCE

Eserin Muhtevası: Bilgi sahibi insanlar tarafından malumdur ki, nazarî ilimlerden “matematika” şeklinde anılan “fenn-i riyâzî”nin unsurlarından; meseleleri sağlam, delilleri kuvvetli olan “hesap ilmi” ve bunun da altında yer alan “ölçme” ve “ cebir” ilimleri çok değerli ve insanoğluna çok faydalı, göklerin yaradılışını düşünen ve yerin oluşumunu anlamaya çalışan büyük bilginler, karışıklıkları gideren müftüler, kadılar, ülkelerin yönetimi konusunda görevli devlet adamları için kesinlikle bilinmesi gereken ilimlerdir. Bu ilimleri öğrenmek onur kazanmaya bir vesile ve sözü edilen kişilerin görevlerini yerine getirmeleri için şarttır.

Hülâsât'ul Hisâb adlı eser, hacmen küçük, fakat manen büyük ve vecizdir. Hesap ilminin temel yöntemlerini, ölçme ile ilgili meselelerin özünü içerdiğinden ve cebirle ilgili konuları da kapsadığından bu ilimle ilgilenenlerin ve fen ilmine meraklı kişilerin çoğu bu eseri öğrenmek için çok büyük bir istek ve gayret içerisinde olmuşlardır. Bundan dolayı şimdiye kadar da sözü edilen üç ilmi de kapsayan bu kitabın tam bir tercümesi olmadığından Kuyucaklızâde Muhammed Âtîf tarafından tercüme edilmiş ve kaleme alınmıştır.

Eserin yazılış yöntemi:

Kuyucaklızâde Muhammed Âtîf gençlik yıllarından bu kitabı tercüme ettiği ana kadar matematik ilmini öğrenme ve öğretme ile uğraşmış, bu risâleyi açıklamalar da yaparak, anlaşılması zor ve kapalı meselelerini çözerek ve anlaşılır hale getirmiş, ayrıca daha önce istifade ettiği, incelediği nâdir kitaplarda rastlamış olduğu güzel ve faydalı kısımları da mümkün olduğu kadar ekleyerek, herkese faydalı bir eser olması düşüncesi ile yazmıştır. Bir ilmin öncelikle tanımını, konusunu, temel prensiplerini (mebâdi), alt meselelerini ve gayesini bilmek gerekmektedir. Hesap ilminin konusu analiz(tahlîl) ve sentez(terkîb) yönünden sayıdır. Temel prensibi, bölme, çarpma, kök alma ve diğerleri (çıkarma-toplama vs.) için kullanılan yöntemlerdir. Mesaili,

çarpma, bölme, kök alma vs. içeren problemlerin çözümüdür. Gayesi ise, öğrenciye, hesaplama ilgili sorulara doğru ve hızlı cevap verebilme yeteneği (problem çözme becerisi) kazandırmaktır.

MUKADDİME:

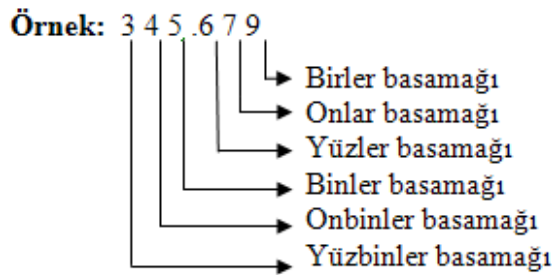
Hesap ilmi (İlm-i hisâb), kendisiyle, belirli özelliklere sahip bilinenlerden sayısal bilinmeyenleri tespit etme yolları (yöntemleri) öğrenilen bir ilimdir. Mesela 3 ve 4 bilinen sayılarının çarpılması ile 12 bilinmeyenine ulaşma yöntemi hesap ilmi ile öğrenilir. Ancak her zaman bilinenden bilinmeyene ulaşmak mümkün olmayabilir. Bu durumda ölçme ilmi (geometri) bu tanımın dışında kalır.

Özet olarak eserin mukaddime kısmı genel olarak hesap ilminin tarifini ve sayının tanımı yapmakta ayrıca bir sayısının tanımını ele almaktadır ve tartışmaktadır. Ona sayı bire ve birden oluşan çokluklara denir. Ancak Âmilî'ye göre eğer sayının tanımı “her iki tarafında bulunan sayıların toplamalarının yarısı” ele alınırsa “bir” sayı kabul edilmez. Eğer bir sayı kendisine eşit uzaklıktaki iki sayının toplamının yarısıysa ve “1” sayı değilse, bu durumda “2” de sayı değildir. Sayılar birden oluşsa da “bir” sayı değildir. Tıpkı maddelerin atomdan oluşması ve fakat atomun madde olmaması gibi. 1’den 10’a kadar sayılara bir basamağı (mertebe-i ahâd), 10’dan 100’e kadar olan dokuz onluk sayıya onlar basamağı (mertebe-i aşarât), 100’den 1000’e kadar olan dokuz tane yüzlüğe yüzler basamağı (mertebe-i mi’ât) denir. Bunlar ana basamaklardır ve diğer basamaklar bu basamaklara göre türetilir. Hintliler sonsuza giden sayıları daha kolay gösterebilmek için rakamları dokuz harfle göstermişlerdir. Sayıların şekilleri Hind Hukemâsının ortaya koyduğu üzeredir. Bu 9 rakam şöyledir:

Tablo 4.1: Hint Hesâbında Sayılar

•	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
Sıfır	Vâhid	İsnân	Selâse	Erba’a	Hamse	Sitte	Seb’a	Semâniye	Tis’a
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Sayıların basamakları üçtür. Sağdan sola doğru alınır ve ilk basamağın “birler basamağı (ahâd)”, ikinci basamağın “onlar basamağı (aşarât)”, üçüncü basamağın “yüzler basamağı (miat)” olarak isimlendirilmesi konusunda ittifak edilir. Bu üç basamak ve bundan sonra diğer üç basamak peş peşe gelir. Diğer üç basamağın isimleri ilki gibidir ancak birler basamağının yerine binler, onlar basamağının yerine onbinler, yüzler basamağının yerine yüz binler basamağı ismi verilir. Böylece her üç basamağı, isimleri, “bin” lafzını artırman dışında önceki üç basamağın isimleri olan diğer üç basamak takip eder.



1. Bâb: TAM SAYILARIN HESABI (HÎSÂB-I SİHÂH)

Birinci bölüm tam sayıların hesabına ait belirtilen kuralları öğrenme hakkındadır. Çünkü sayılar, tam sayılar ve rasyonel sayılar şeklinde iki kısım olup, tam sayılarda hesap yapmak, rasyonel sayılarda hesap yapmaktan farklıdır ve tam sayı işlemlerini bir bölümde tek olarak, rasyonel sayılarla işlemleri ise diğer bölümde beyan edilmiştir. Rasyonel sayıları öğrenmek için, tam sayıları bilmek şart olduğundan tam sayıların beyanının birinci bölümde ele alınması uygun görüldü. Hesap ilmini öğrenmekte maksat, bilinen bir sayıdan, bilinmeyene bir sayıya belirli işlemlerle ulaşmaktır.

Bu kitabın birinci bölümünden, sekizinci bölüme kadar olan yedi bölümde bu kısımdan söz edilmiştir. Cebir ilmi (ilm-i cebr) bilinmeyenleri (meçhulâtı) ortaya çıkarmadan (istihracdan) bahsedip, bu kitabın yedinci bölümüne eklenmiştir. Bu kısımda bilinmeyen bulunması için gerekli bilgiler (ma'lûmât-ı mahsûsât) ikinci özellik üzerine olduğundan yedinci bölümde beyan edilecektir.

[Kuyucaklızâde tam sayıların hesabını -günümüzde olduğu gibi- toplama, çıkarma, bölme ve çarpma olmak üzere 4 bölüme ayırmıştır. Bunun yanında iki ile çarpma ve ikiye bölme işlemlerini de özel başlıklar altında vermiş fakat iki ile çarpmayı

toplama ile ilişkisi olduğundan toplamanın, ikiye bölmeyi ise çıkarma ile ilişkili bulunduğundan çıkarmanın altında ele almıştır.

Günümüzde ise iki ile çarpma ve ikiye bölme işlemleri ayrı birer başlık olarak ele alınmamış, çarpma ve bölme işlemleri içinde doğal olarak öğretilmiştir.]

1. Fasıl: TOPLAMA (CEM')

Tam sayıları (aded-i sıhâh) toplama (cem') hakkındadır. İki sayı (adedeyn), basamakları (mertebeleri) alt alta gelecek şekilde (aynı hizada olacak şekilde) yazılır. Toplama en az iki sayı arasında olabileceğinden "ikili" ismi ile ifade edilir. Sayıların basamakları; yani toplanacak sayıların basamakları birbiri altına, birler basamağı (âhâdî) birler basamağıyla (âhâdıyla); onlar basamağı (aşarâtî), onlar basamağıyla (aşaratıyla); yüzler basamağı (miâtî) da yüzler basamağıyla (miâtıyla) aynı hizada (mütehâzi) olacak şekilde yazılır. Her bir basamaktaki sayının, hizasında olan sayı üzerine eklenmesine (ziyâdesine) sağdan (cânib-i yemînden) başlanır. Eğer aynı basamaktaki sayıların toplamından ortaya çıkan sonuç (hâsılı-ı cem'), 10'dan küçük (aşaradan ekal) ise, toplama çizgisi (hatt-ı cem') çekildikten sonra, bu ondan küçük olan sayı, birbiriyle toplanılan basamağın hizasına toplama çizgisinin altına yazılır. Eğer aynı basamaktaki sayıların birbiri üzerine eklenmesiyle ortaya çıkan sonuç 10'dan büyük (aşaradan ziyâde) olur ise, ondan fazla olan kısmı (zâyid al'e-l aşar), ilgili basamağın altına resmedilir. Eğer aynı basamaktaki sayıların birbiri üzerine eklenmesiyle ortaya çıkan sonuç 10 olur ise, o basamağın altına "sıfır" yazılır. Toplam 10'dan fazla bir sayı yahut 10 olması gibi durumlarda "1" sayısı zihinde tutulur. Bu zihinde tutulan "1" ikinci basamaktaki sayının üzerine eklenmek üzere zihinde tutulacaktır.

Şu da bilinmelidir ki, hesapçılar "sıfır"ı resmetmek için halka "O", "beş"i resmetmek için "8" kullanırlar. Toplanacak olan sayılar ikiden fazla olursa, birçok satırda olan sayıları yine aynı basamaklar alt alta gelecek şekilde kaç tane sayı varsa yazılır. Sağdan başlayarak aynı basamakta olan sayıları birbiri üzerine eklenir. Eğer toplam (müctemi') 10'dan az ise, o basamağın hizasına toplam; 10'dan fazla olur ise, 10'dan fazla olan kısım, 10 olur ise sıfır yazılır. İşte bu son iki örnekte, 10 için 1'i akılda tutmak gerektiğinde, 10 ve katları dışında olan **ukûd-u aşarat** (11, 12, 13, ... , 99) veya **ukûd-u miattan** (101,102, ... , 999) elde edilen rakam, kaç tane onluk var ise,

her bir 10 için birer tane “1” akılda tutulup, kaç tane “1” olursa, bir sonraki basamaktaki rakamların toplamı üzerine veya daha önce açıklandığı gibi, önceki yazılmış olanın yanına yazmak için her bir 10 için birer “1” akılda tutarak, sağ taraftan toplamaya başlanır. İki sayının toplamında aşağıdaki gibi bir uygulama yapılır.

$$\begin{array}{r} 70373 \\ 52318 \\ + 52512 \\ \hline 175205 \end{array}$$

TAZ’İF (2 katını alma): Bilinmelidir ki, bir sayının 2 katını almak aslında iki eşit sayıyı toplamaktır. Bundan dolayı İki katına alma işlemini müstakil bir bölüm yapmayıp, 2 sayıyı toplamak gibi olduğundan “toplama konusu” içine dâhil edilmiştir. Ancak toplama ile 2 katına almanın şöyle bir farkı vardır ki, işlem (amel) esnasında, 2 katı alınacak sayının altına bir mislini yazmaya gerek duyulmaz. Her bir basamakta olan rakam kendisiyle toplanıp, sonuç toplam satırına yazılır. Sanki 2 katı alınacak sayının aynısı, o basamağın hizasında bulunuyormuş gibi davranılır. Şu örnekte olduğu gibi:

$$\begin{array}{r} 252073 \\ 504146 \\ \hline \end{array}$$

[Şüphesiz toplama işlemi günümüzdekine paralel şekilde yapılmaktadır. İncelenen farklı Osmanlı eserlerinde görülen tek fark toplam çizgisinin toplanan sayıların üstüne ve sonucun da bunun da üzerine yapılması şeklindedir. Fakat Kuyucaklızâde buna değinmemiş toplamayı günümüz müfredatında olduğu gibi öğretmiştir.

Bu yöntemin günümüz müfredatı ile öğretimi arasında herhangi bir farkı yokken, günümüzde toplama işlemi 5 yıla yayılmış bir şekilde, ilköğretim birinci kademedeki öğretilmiştir. Bu yayılma sayesinde öğrencilerin bilişsel düzeyleri ile ilişkili olarak, seviyelerine uygun bir öğretim sağlanmıştır. Aynı zamanda eserde toplama işlemi hiçbir şekilde problemlerle öğretilmemiş, işlemler sadece sayılar üzerinden yapılmıştır. Günümüzde ise toplama “doğal sayılarla toplama işlemini gerektiren problemleri çözer ve kurar” şeklinde bir kazanım ile desteklenerek, öğrencilerin problem kurma ve çözme becerilerinin gelişmesi hedeflenmiştir.]

Toplama ve iki katını alma işlemlerine soldan da başlanabilir. Fakat toplama ve iki katına alma işlemlerini soldan başlanırsa, mahv (yok etme) ve ispat yapılabilecek bir tabloya (cedâvile) ihtiyaç duyulur. Mahv (Yok etme) toplamada toplam satırında rakamın birini alıp, altına bir yok etme çizgisi (hatt-ı mahv) çizmek ve o rakam yok etmek suretinde yapılır. Alınan rakam üzerine bir “1” ekleyip veya alınan sayıdan bir “1” çıkarıp (tenkis edip) bu iki durumda sonuç ne olursa, yok etme çizgisinin altına yazmaya “ispat” denir.

Örneğin, $\frac{6}{7} \rightarrow$ Altı yok edildiğinde, bir “1” ekleyip, yok etme çizgisinin altına 7 yazılır. Burada 6 mahvedilmiş, 7 ise ispat edilmiştir. Mesela sol taraftan, rakamları toplamaya başladığında ikinci basamakta olan rakamın biri biri üzerine eklenmesinden elde edilen sayı 10’dan fazla ise fazla olan kısım aynı hizaya yazıldıktan sonra, 10 için akılda tutulan “1” veya bir “gayr-ı aded” o basamağın onlar basamağına ref (eklendiğinde), önceki basamağın toplam satırındaki sayının üzerine, akılda tutulan sayının eklenmesi suretinde yapılır ve her basamakta bu işlem tekrar edilir.

Tablo 4.2: Sayıların Soldan toplanması ve soldan ikiye bölünmesi

İki sayının soldan toplanması (Cem‘ul adedeyn minel yesar)					Sayıların soldan toplanması (Cem‘ul adâd minel yesar)					Sayıların soldan ikiye bölünmesi (Taz‘ifun minel yesar)				
5	4	5	3	7	5	3	7	3	2	2	5	0	6	7
2	7	9	4	3		4	1	7	5	4	0	0	2	4
7	1	4	7	0			1	0	5					
8	2		8							5		1	3	
8	2	4	8	0	5	7	9	0	[2]					
						8	0	1		5	0	1	3	4
					5	8	0	1	[2]					

[Bu yöntem, bilinen sağdan başlama yönteminden farklıdır ve bu bugün bilinen toplama yöntemi ile mukayese edildiğinde, mantıksal olarak aynı işlemin yapıldığı fark edilmekte, fakat alt tarafta bulunan toplamalar bir defada bilinemeyeceğinden, işlem yapılırken daha sonradan sayıların değiştirilmesi gerekmektedir. Bu da ayrı bir uğraş gerektirdiğinden soldan başlama yönteminin kullanışlı olmadığı düşünülmektedir. Bu yöntem Arap Matematikçilerin kullandığı bir yöntemdir ve günümüz dünya matematiğinin temeli olan Hint Hesabı'nın bir kuralı değildir. Gerçekten de toplanacak sayıları yüksek basamaklardan başlayarak soldan başlamak mümkündür ve her iki yöntemin de öğretilmek suretiyle öğrencinin kolayı kendisinin seçmesine de fırsat verilebilir.]

Toplamanın sağlaması (İmtihânu'l-cem'): Bir sayının basamaklarının sayı değerleri toplamından 9 ve katları çıkarıldığında kalan değerlere bakılarak MİZAN adı verilen bir yöntem kullanılır. Örneğin; 20'den iki defa 9 çıkarıldığında ($20 - 18 = 2$) kalan 2, 20'nin mizanı olur. $20 - 2 \cdot 9 = 2 \pmod{9}$

Buradan hareketle, toplamanın bir nevi sağlaması gibi olan bir yöntem ortaya çıkmaktadır. Toplanan sayıların ayrı ayrı mizanlarının toplamının mizanı, bulunan toplamın mizanına eşit ise, yapılan toplama işlemi doğrudur.

Örneğin;

4	8	9	2	3	... $4 + 8 + 9 + 2 + 3 = 26$	$= 8 \pmod{9}$
	7	2	1	6	... $7 + 2 + 1 + 6 = 16$	$= 7 \pmod{9}$
+		4	[5]	3	... $4 + 5 + 3 = 12$	$= 3 \pmod{9}$
[5]	6	[5]	9	2	... $5 + 6 + 5 + 9 + 2 = 27$ $= 0 \pmod{9};$	$8 + 7 + 3 = 18 = 0 \pmod{9}$

İki katını alma işleminde de aynı yol ile sağlaması yapılabilir.

Örneğin;

7	6	9	8	4	...	$7 + 6 + 9 + 8 + 4 = 7 \pmod{9}; 7 \times 2 = 14 = 5 \pmod{9}$	
1	5	3	9	6	8	...	$1 + 5 + 3 + 9 + 6 + 8 = 5 \pmod{9}$

İki mizanın bir birinden farklı olması işlemin hatalı olduğu anlamına gelir fakat mizanların eşit olması işlemin doğru olmasını gerektirmez. Çünkü bazen mizanların eşit olup, işlemin hatalı olduğu durumlarla karşılaşmıştır. Mizanların birbirlerine eşit olduğuna dayanarak hesap işlemlerinden hangi işlem olursa olsun, doğru olduğuna hüküm verilebilir.

Her bir hesap işleminin kendi zıddı ile sağlaması da yapılabilir.

Toplamanın zıddı; toplanan sayılardan biri, toplamdan çıkartıldığında, diğer toplanan elde edilirse, bu toplama işlemi doğrudur, değilse işlem hatalıdır.

Aynı şekilde çıkartmanın (tefrik) sağlamasında ise, kalan (bâki), çıkarılan sayı (menkus) ile toplandığında eksilen (menkûsun minh) elde ediliyorsa, bu çıkarma işlemi doğrudur.

Yine bir sayının iki katını almanın (taz'îfin) ikiye bölerek (tansîf); ikiye bölmenin ise iki katını alarak sağlaması yapılır.

Çarpımın (hâsıl-ı darb) çarpanlardan (madrûblardan) birine bölünmesiyle elde edilen bölüm (hâric-i kısmet) diğer çarpan olur ise ve bölüm ile bölünen (maksûmun aleyh) çarpıldığında çarpım bölünene (maksûm) eşit olur ise bu çarpma ve bölme işlemleri doğrudur.

Kare alma (terbi') işleminde, sonucun (murabba) kökü alındığında, karesi alınan sayının; kök alma (teczîr) işleminde ise sonucun karesi alındığında, kökü alınan sayının elde edilmesi durumunda bu kare ve kök alma işlemleri doğrudur. Kare alma (terbi') işleminin zıddı bölme (taksim), kök alma (teczîr) işleminin zıddı ise çarpma (darb) olması da mümkündür.

2. Fasil: İKİYE BÖLME (TAZ'İF, TANSİF)

Bir sayıyı iki eşit sayıya bölmek demektir. İkiye bölme işlemine sol taraftan başlanır. Her bir rakamın yarısı altına yazılır. Eğer ikiye bölünen sayı çift (zevc) ise yarısı kolaylıkla alınır ve altına yazılır. Fakat sayı tek ise, sonuç buçuklu bir sayı olacağından, 0,5 hafızada tutulur. Örneğin; 3'ün yarısı 1,5 olduğundan, 1, 3'ün altına

yazılır ve 1 ile birlikte olan 0,5 için 5 (hamse) hafızada tutulur. Tek sayının yarısı alınırken, rakamın yarısı (nısfı) alındıktan sonra, ortaya çıkan sonucun tam kısmı bu rakamın altına yazılır, buçuklu kısmı ise, komşu basamak için bir onluk (aşarât) anlamına geldiğinden ($0,5 \times 2 = 1$), komşu basamak artık 10 ile toplanmış hali ile ikiye bölünür. Bu şekilde devam edilerek sonuca ulaşılır. En son basamak çift ise işlem sonlanır, tek ise işlemin tam kısmından sonra 0,5 eklenir. Örneğin;

8	7	[5]	3	1
	3,5	2,5	1,5	0,5
	3	2+5	1+5	0+5
4	3	7	6	[5] , 5

[Günümüzde kısa yoldan ikiye bölme yöntemi:

				1	1
				2	
		1		3	
		4			
	1	5			
	6				
8	7	[5]	3	1	
	3,5	7,5	6,5	5,5	
4	3	7	6	[5]	,5]

Buradaki yarım (1/2) konusuna kesirler bölümünde ayrıntılı değinilecektir.

Toplama ve iki katını alma işlemlerinde, tablodan yararlanarak, yok etme metodu ile sol taraftan işleme başlandığı gibi, ikiye bölme işlemine sağdan da başlanabilir.

İkiye bölme işleminin sağlaması yapılırken, işlemin sonucunun mizanının iki katı alındığında ortaya çıkan sonucun mizanı, başlangıçtaki sayının mizanına eşit ise, bölme işlemi doğrudur.

$$\frac{87531}{2} = 43765,5$$

$$\text{Bölüm: } 4 + 3 + 7 + 6 + 5 + 5 = 3 \pmod{9} \quad 3 \times 2 = 6 \pmod{9}$$

$$\text{Bölünen: } 8 + 7 + 5 + 3 + 1 = 6 \pmod{9}$$

3. Fasıl: ÇIKARMA (TEFRİK)

Üçüncü bölüm küçük bir sayıyı (aded-i ekal), büyük bir sayıdan (aded-i ekser) çıkarma (tarh) üzerinedir. Çıkarılan (matrûh) sayı ile eksilen (matrûhun minh) sayı, toplama ve iki katını almada belirtildiği gibi, eksilen (menkusun minh) sayının altına, çıkan (menkûs) sayı basamakları aynı hizaya gelecek şekilde yazılır. Sağ taraftan işleme başlamak sureti ile kalan sayı (bâki), yatay çıkarma çizgisinin altına, yine aynı hizada yazılır. Herhangi bir şey kalmazsa “0” yazılır. Eğer çıkan sayı, eksilenden büyük olur ise, yani çıkmaz ise, bu durumda eksilen sayının onlar basamağından bir onluk alınır ve eksilen sayının birler basamağındaki rakam ile toplanır ve artık çıkarma işlemi bu yeni toplamdan hizasındaki sayının çıkarılması ile olur.

Diğer basamaklarda da bu aynen devam edecek ve kalan sayılar çıkarma çizgisi altında aynı basamak altına yazılır. Eğer onlar basamağında sıfır var ise, bu durumda “0” olan basamaklar bir eksiltilecek “9” olur. Onluk alınan basamakta sıfırdan farklı bir sayı varsa işlemler son basamağa kadar tekrarlanır.

Örneğin;

	[5]	7	2	4	3	Menkûsun minh
—	3	6	1	9	[8]	Menkûs
	2	1	0	4	[5]	Bâki

Çıkarma işlemine soldan da başlanabilir. Fakat toplamada da belirtildiği gibi, yok etme metodu için bir tabloya ihtiyaç duyulur.

Çıkarma işleminin sağlaması yapılırken, çıkanın mizanı, eksilenin mizanından çıkarılır. Kalanın mizanı bu iki mizanın farkına eşit ise işlem doğrudur.

	[5]	7	2	4	3	... = 3 (mod 9)
—	3	6	1	9	[8]	... = 0 (mod 9)
	2	1	0	4	[5]	... = 3 (mod 9)

[İncelenen eserde anlatılanlar günümüz çıkarma işleminde yapılandan farklı değildir. Fakat burada şu nokta dikkati çekmektedir ki, bugün öğretmenin öğrenciye basitten karmaşığa doğru uygulamalar yaparak öğrettiği çıkarma işlemini Kuyucaklızade uzun ve ayrıntılı cümleler ile aktardığı görülmektedir. Bunun öğrencilerin, medreselerde yoğun bir şekilde verilen sarf (kelime bilgisi) ve nahif (cümle bilgisi) derslerinde bu sözel anlatımlara karşı alışkanlıklarının ve kabiliyetlerinin yüksek olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Burada verilen örnek yine bugün öğrencilere 4. ve 5. sınıflarda verilen örnekler seviyesindedir. Toplama işleminde olduğu gibi çıkarma işleminde de problemlere yer verilmemiştir. Aynı zamanda günümüz müfredatında çıkarma işlemi de ilköğretim birinci kademedeki 5 yıllık bir döneme yayılmış durumdadır ve bunun yanında öğrencilerin çıkarma işlemi ile ilgili problem kurma ve çözüme becerileri de geliştirilmeye çalışılmıştır.]

4. Fasal: ÇARPMA (DARB)

Dördüncü bölüm, bir sayıyı başka bir sayı ile çarpma hakkındadır. Çarpmadan (darbdan) maksat bir bilinmeyene (aded-i meçhule) ulaşmaktır ki, çarpılan iki sayıdan (madrûbeynden) birisinin, ulaşılacak olan bilinmeyene oranı (nisbeti), 1'in diğer çarpılana (madrûb-ı ahara) oranına eşittir (müsavidir).

[Çarpmanın bu tanımı hem rasyonel sayılar (aded-i kusûr) için, hem de tam sayılar (aded-i sahîh) için geçerlidir. Bu tarif şüphesiz ki bugün kitaplarımızda mevcut olan tariftten çok daha geneldir. Çünkü genel olarak kesirler de dâhil olmak üzere her çeşit cebirsel niceliğin çarpımına uygulanması mümkündür.]

Sözel olarak verilmiş bu tanım cebirsel olarak ifade edilecek olursa (x ve y bilinen sayılar olmak üzere) aşağıdaki gibi bir eşitlik ile karşılaşılır.]

$$\frac{1}{x} = \frac{y}{xy}$$

Örneğin; Üç (selase) ile dördün (erba'anın) çarpımı sonucu ortaya çıkan on ikinin, çarpanlardan birine oranı, diğer çarpanın bire oranına eşittir.

$$\begin{array}{rcl} 3 & \text{Madrûb} & \\ \times & 4 & \text{Madrûbun fih} \\ \hline 12 & \text{Hâsıl-ı dârb} & \end{array} \qquad \frac{1}{3} = \frac{4}{12}$$

Buradan da anlaşılır ki, “1” çarpma işleminde etkisiz elemandır. Kesin bir kural olarak şu söylenebilir ki, “1” dışında iki sayıdan biri diğeriyle çarpıldığında, çarpım, çarpanlardan herhangi birisinden farklıdır. Yani herhangi bir sayının “1” ile çarpımında sonucun değişmemesi “1”in etkisizliğine ispattır ($1 \cdot x = x$).

Uyarı: Bu makamda Amili’nin, çarpmanın ilk tanımı yerine bu tanımı tercih etmesindeki amacı; ilk tanımın sadece tam sayılar için geçerli olup, rasyonel sayıları kapsamamasıdır. Çünkü ilk tanım, bir tam sayıyı, başka bir tam sayı sayısınca tekrar etmek ve birbirine eklemek suretindedir.

Bir kesri, başka bir kesir sayısınca tekrar etmek oldukça zor olacaktır. Aslında iki durumda da tekrar mevcut olsa da tam sayıları çarpmada ortaya çıkan sonuç kesirden farklı olur. Fakat bu oran ile yapılmış olan tanım -tam sayı, kesir veya hem tam sayı hem kesir- her ne surette olursa olsun, hepsini içerir.

Örneğin; yarım diğer bir yarım ile çarpıldığında sonuç çeyrek olur ($\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$). Çünkü çarpanlardan biri olan $\frac{1}{2}$ ‘nin çarpım olan $\frac{1}{4}$ ‘e oranı, “1”in diğer çarpan olan $\frac{1}{2}$ ‘ye oranına eşittir. “1”, $\frac{1}{2}$ ‘nin iki katı olduğu gibi, $\frac{1}{2}$ dahi $\frac{1}{4}$ ‘ün iki katıdır.

$$\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

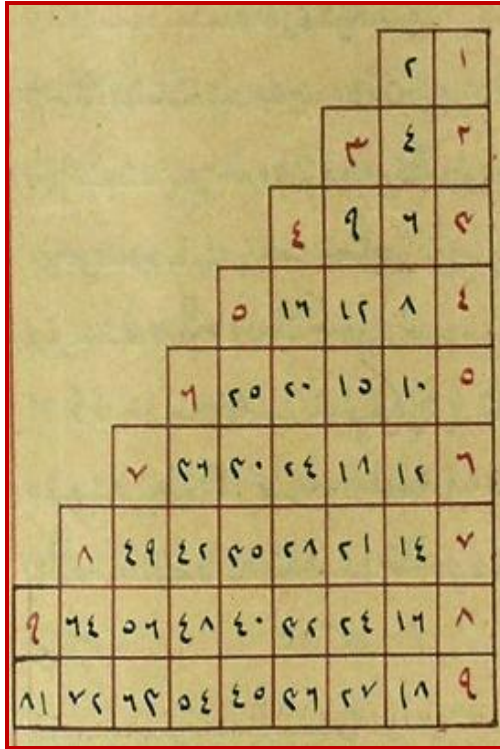
Tam sayıların ve diğerlerinin çarpımı buna kıyas edilirse, ilk tanımdan ayrılmanın sebeplerinden biri olarak, ilk tanımın hesap ilminde “çarpma” kelimesinin işaret ettiği master manası olan “vurmak” kelimesini tanımladığı gösterilebilir. Fakat burada sözü edilen tarif çarpma işleminden ortaya çıkarılan sayının miktarını bu oran üzerine sabitlemektir.

Tam sayıların çarpımı üç şekilde olmaktadır.

1. Bir basitin (müfred) basitle çarpımı:

a. Birlilerin birliler ile çarpımı (Rakamların rakamlarla çarpımı): Yani 1’den 9’a kadar olan sayıların birbirleri ile çarpımı: Rakamların rakamlarla çarpımı aşağıdaki minbere benzeyen tablodan yararlanarak bulunur. Örneğin; 6 x 5 gibi.

Tablo 4.3: Basit sayıların basit sayılarla çarpımı



1	2								
2	4	3							
3	6	9	4						
4	8	12	16	5					
5	10	15	20	25	6				
6	12	18	24	30	36	7			
7	14	21	28	35	42	49	8		
8	16	24	32	40	48	56	64	9	
9	18	27	36	45	63	63	72	81	

Tabloda 6 x 5 işleminin sonucunu bulmak için yatay kısımdan “5”, dikey kısımdan “6” rakamları bulunarak, bu iki sayının kesiştikleri sayıya, dolayısı ile çarpıma ulaşılır.

b. 10 ve 10’un katlarının birbirleri ile çarpımı: Çarpılacak sayıların birler basamağı birbiri ile çarpılır. Daha sonra her biri iki basamaklı, dolayısı ile çarpım dört basamaklı olacağından (10 x 10 = 100 gibi) sonuca iki adet sıfır eklenir. Basamak sayısı artsa da aynı işlem uygulanır.

Örneğin; 30 x 40 = ?

$$3 \times 4 = 12, \quad 30 \times 40 = 1200$$

[Burada $3 \times 4 = 12$ bulunduktan sonra, diğer iki sıfır için “on ikiyi mieye bast etmek” ifadesi kullanılmıştır. Bu 12’yi 100 ile çarpmak, genişletmek anlamındadır.

Her biri iki basamaklı olduğundan çarpım dört basamaklı olur.

$$40 \times 500 = ? \quad 4 \times 5 = 20, \quad 40 \times 500 = 20\,000$$

2. Bir basitin bileşik (mürekkebi) ile çarpımı: Bileşik sayı 2 ve daha fazla basamaklı sayılara denir.

$$\text{Bileşik Sayı} = \{ x \mid x > 10, x \neq 10k, 100k, 1000k \dots 10^n k \}$$

Çarpanlardan biri bileşik sayı ise, o bileşik sayıyı basit halde dağıtmak gerekir ($24 = 20 + 4$). Böylelikle bileşik bir sayı ile çarpma değil, basit sayı ile basit sayıyı çarpma haline dönüşmüştür. Daha sonra, basitlerin birbirleri ile çarpılmasındaki kural uygulanarak, çarpımlar aynı yere yazılır ve toplama yapılır.

Örneğin; $5 \times 24 = ?$

$$5 \times 24 = 5 \times (20 + 4) = 5 \cdot 20 + 5 \cdot 4 = 120$$

3. Bir bileşiğin bileşik ile çarpımı: Bileşik sayı bileşik sayı ile çarpılırken, ikinci durumda olduğu gibi, çarpanlar basit hale getirilerek 4 toplam elde edilir.

Örneğin; $38 \times 46 = ?$

$$38 \times 46 = (30 + 8) \times (40 + 6)$$

$$30 \times 40 = 1200$$

$$30 \times 6 = 180$$

$$8 \times 40 = 320$$

$$8 \times 6 = 48$$

$$1200 + 180 + 320 + 48 = 1748$$

ZİHİNDEN HESAP (HİSABU'L- HEVÂİ)

Çarpma işlemini zihinden yapabilmek için bazı kurallar vardır. (Kural kelimesi, Türk Dil Kurumu Büyük Türkçe Sözlüğü'nde “Bir sanata, bir bilime, bir düşünce ve davranış sistemine temel olan, yön veren ilke ve Bir formül, bir önerme ile dile getirilmiş, saptanmış; buyrultu” şeklinde tanımlanmıştır. Bu tanımlardan yola çıkarak eserdeki kâide (kural) kelimesinin anlamsal bir doğruluğu olduğu söylenebilir, fakat araştırmada bu kelime “yöntem” şeklinde değiştirilerek “öğrencilere yön verme” anlamı ortadan kaldırılmak istenmiştir.) Bu kurallardan 12 tanesi aşağıda örneklendirilecektir. [Fakat Kuyucaklı'nın ifadesi ile “burada gösterilen 12 kural matematiksel ve geometrik olarak ispat edilebilir fakat uzatmamak için terk edilmiş” ve araştırmacı tarafından tek tek matematiksel olarak ispat edilmiştir.

Zihinden hesap günümüz müfredatında ilköğretim birinci kademe sınıflarındaki kazanımlarla sınırlıdır. Bu kazanımlardan ilk üç yılı da kapsayan 4. ve 5. sınıf kazanımları aşağıdaki şekildedir;

4. Sınıf	☞ Toplamları en çok dört basamaklı olacak şekilde; en çok dört basamaklı doğal sayıları, 100'ün katlarıyla zihinden toplar. ☞ Üç basamaklı doğal sayılardan, 100'ün katı olan doğal sayıları zihinden çıkarır. ☞ En çok üç basamaklı doğal sayıları 10, 100 ve 1000 ile zihinden çarpar.
5. Sınıf	☞ En çok dört basamaklı doğal sayılarla 10'un, 100'ün ve 1000'in en çok dokuz katı olan doğal sayıları zihinden toplar. ☞ Dört basamaklı doğal sayılardan 10'un, 100'ün ve 1000'in en çok dokuz katı olan doğal sayıları zihinden çıkarır. ☞ En çok dört basamaklı doğal sayılarla 10'un, 100'ün ve 1000'in en çok dokuz katı olan doğal sayıları kısa yoldan çarpar. ☞ En çok dört basamaklı doğal sayıları 10, 100 ve 1000 ile zihinden çarpar.

Kazanım tablosunda da görüldüğü üzere öğrencilerin zihinden hesabın daha karmaşık ve belirli stratejilerin geliştirilmesi gereken kazanımlara yer verilmemiştir. Örneğin: (Çarpma işlemi için) “çarpma işleminin değişme, birleşme ve toplama işlemi üzerine dağılma özelliklerinden yararlanarak zihinden hesap yapma stratejileri geliştirir” vs. Buna karşın Kuyucaklızâde eserinde 12 çarpma yöntemi göstererek öğrencileri zihinden hesaba karşı ılımlı hale getirmiş ve bir nevi bu kuralların nereden çıktığı ile ilgili merakı da sevk etmiştir. Bu 12 yöntem aşağıda da görüldüğü ve yazarın da belirttiği üzere her bir kuralı matematiksel ispatı ve mantıksal açıklaması vardır.]

1. Yöntem: 5 ile 10 arasındaki sayıların çarpımı: Çarpanlardan bir tanesi 10 ile çarpılır (aşarâta bast edilir). Diğer çarpanın 10 ile farkı alınır. Bu fark ile ilk çarpan çarpılır ve bast edilmiş değerden çıkarılır.

$$\forall a, b \in \mathbb{N} \text{ ve } 5 < a < 10, 5 < b < 10 \text{ ise } \quad \mathbf{a \times b = 10. a - a.(10- b)}$$

Örnek: 8 x 9 = ?

$$9 \times 10 = 90$$

$$10 - 8 = 2$$

$$2 \times 9 = 18$$

$$90 - 18 = 72 \quad \rightarrow \quad 8 \times 9 = 72$$

[Bu yöntem öğrencilere kavramsal olarak çok şey öğreten bir yöntemdir. Burada esas olarak yapılan $9 \cdot 8 = 9 \cdot (10 - 2) = 90 - 18 = 72$ işlemidir, çarpma işleminin çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliğinden yararlanılmıştır. Bugün günümüz müfredatında yazılı olarak bu şekilde bir yöntem bulunmamaktadır.]

2. Yöntem: [Birinci yöntemin ikinci yolu]: Çarpanlar birbiri ile toplanır. Bu toplamın 10’dan farkı ne ise, bu sayı 10 ile çarpılır (aşarâta bast edilir). Her bir çarpanın 10 ile farkı alınır ve bu farklar birbiri ile çarpılır. Son olarak bu çarpım, bast edilmiş değerle toplanır ve sonuca ulaşılır.

$$\forall a, b \in \mathbb{N} \text{ ve } 5 < a < 10, 5 < b < 10 \text{ ise } \quad \mathbf{a \times b = ((a + b) - 10).10 + (10 - a). (10 - b)}$$

Örnek: $8 \times 7 = ?$

$$8 + 7 = 15$$

$$15 - 10 = 5$$

$$5 \times 10 = 50$$

$$10 - 7 = 3$$

$$10 - 8 = 2$$

$$3 \times 2 = 6$$

$$50 + 6 = 56 \quad \rightarrow \quad 8 \times 7 = 56$$

[Günümüzde basit sayılar ile basit sayıların çarpımını çoğu öğrenci ezbere bildikleri çarpım tablosundan yararlanarak bulmaktadırlar.]

3. Yöntem: Basit sayılarla, 10 – 20 arasındaki bileşik sayıların çarpımı:

Çarpanların birbiri ile toplamının 10'dan farkı alınır ve bu fark 10 ile çarpılır. Basit sayı ile 10 arasındaki fark ile bileşik sayının 10 arasındaki farkın çarpımı, bast edilmiş sayıdan çıkarılır ve sonuca ulaşılır.

$$\forall a, b \in \mathbb{N} \text{ ve } 10 < a < 20, 10 < b < 20 \text{ ise}$$

$$a \times b = ((a + b) - 10) \cdot 10 - (a - 10) \cdot (10 - b) \quad (a: \text{bileşik sayı}, b: \text{basit sayı})$$

Örnek; $8 \times 14 = ?$

$$8 + 14 = 22$$

$$22 - 10 = 12$$

$$12 \times 10 = 120$$

$$14 - 10 = 4$$

$$10 - 8 = 2 \quad 4 \times 2 = 8$$

$$120 - 8 = 112 \quad \rightarrow \quad 8 \times 14 = 112$$

4. Yöntem: 10 – 20 arasındaki bileşik sayıların çarpımı:

Çarpanlardan birinin birler basamağı ile diğer çarpan toplanır. Toplam 10 ile çarpılır. Daha sonra çarpanların birler basamağındaki rakamlar çarpılarak bast edilmiş sayıya eklenir ve sonuca ulaşılır.

$$\forall a, b \in \mathbb{N} \text{ ve } 10 < a < 20, 10 < b < 20 \text{ ise}$$

$$1b \times 1c = (10 + c + b) \cdot 10 + b \cdot c = 100 + 10 \cdot b + 10 \cdot c + b \cdot b = (10 + b) \cdot (10 + c)$$

(1b ve 1c iki basamaklı sayılar)

Örnek: $12 \times 13 = ?$

$$12 + 3 = 15$$

$$15 \times 10 = 150$$

$$2 \times 3 = 6 \quad \rightarrow \quad 150 + 6 = 156 \quad \rightarrow \quad 12 \times 13 = 156$$

5. Yöntem: Sayıların 5, 50 ve 500 ile çarpımı: 5, 50 ve 500 ile kısa yoldan çarpma işleminde, öncelikle çarpılacak sayının yarısı alınır. Eğer 5 ile çarpılacaksa 10, 50 ile çarpılacaksa 100, 500 ile çarpılacaksa 1000 ile çarpılır. Sayının yarısı alındığında eğer kesir elde ediliyorsa, bu kesir olan kısım da aynı şekilde onun, yüz veya bin ile çarpılır.

$$a \times 5 = \frac{a}{2} \times 10$$

$$a \times 50 = \frac{a}{2} \times 100$$

$$a \times 500 = \frac{a}{2} \times 1000$$

Örnek:

$$\text{Ø } 16 \times 5 = ?$$

$$16 \div 2 = 8$$

$$8 \times 10 = 80 \quad \rightarrow \quad 16 \times 5 = 80$$

$$\text{Ø } 17 \times 50 = ?$$

$$17 \div 2 = 8,5$$

$$8 \times 100 = 800$$

$$0,5 \times 100 = 50$$

$$800 + 50 = 850 \quad \rightarrow \quad 17 \times 50 = 850$$

$$\text{Ø } 19 \times 500 = ?$$

$$19 \div 2 = 9,5$$

$$9 \times 1000 = 9000$$

$$0,5 \times 1000 = 500$$

$$9000 + 500 = 9500 \quad \rightarrow \quad 19 \times 500 = 9500$$

[5. yöntem günümüz sayı duygusu anlayışının önemli bir örneğidir. Çünkü bir sayıyı 5 ile çarpmak, aslında 10 ile çarpıp 2'ye bölmek; 50 ile çarpmak, 100 ile çarpıp 2'ye bölmek; 500 ile çarpmak, 1000 ile çarpıp 2'ye bölmek demektir. Yani 5, 10'un; 50,

100'ün; 500 ise 1000'in yarısıdır ve hem 10 ile hem 100 ile hem de 100 ile çarpmak öğrenciler için çok kolaydır.]

6. Yöntem: 10 ile 20 arasındaki sayıların, 10 ile 100 arasındaki sayılar ile çarpımı: Çarpanlardan küçük olanının birler basamağındaki sayı, diğer çarpanın basamak sayısı ile çarpılır. Bulunan sonuç büyük olan çarpana eklenir ve toplam 10 ile çarpılır. Daha sonra çarpanların birler basamağındaki rakamlar birbiri ile çarpılarak bast edilmiş sayıya eklenir ve sonuca ulaşılır.

$$\forall a, b \in \mathbb{N} \text{ ve } 10 < a < 20, 10 < b < 100 \text{ ise}$$

$$1a \times bc = (2.a + 10.b + c) \cdot 10 + a.c$$

Örnek: 12 x 26 = ?

$$2 \times 2 = 4$$

$$26 + 4 = 30$$

$$30 \times 10 = 300$$

$$2 \times 6 = 12$$

$$300 + 12 = 312 \quad \rightarrow \quad 12 \times 26 = 312$$

[2., 3., 4. ve 5. yöntemler adımlarının akılda tutulması zor olduğundan eğitimde kullanışlılığı olmadıkları düşünülmektedir. Aynı zamanda bu yöntemler uygulama derslerinde kullanılmamıştır.]

7. Yöntem: Sayıların 15, 150 ve 1500 ile çarpımı: 15, 150 ve 1500 ile kısa yoldan çarpma işleminde, öncelikle çarpılacak sayı kendi yarısı ile toplanır, bulunan sonuç 10, 100 veya 1000 ile çarpılır ve sonuca ulaşılır.

$$a \times 15 = \left(a + \frac{a}{2}\right) \cdot 10$$

$$a \times 1500 = \left(a + \frac{a}{2}\right) \cdot 1000$$

Örnek:

$$\text{Ø } 24 \times 15 = ?$$

$$24 \div 2 = 12$$

$$24 + 12 = 36$$

$$36 \times 10 = 360 \quad \rightarrow \quad 24 \times 15 = 360$$

$$\text{Ø } 25 \times 150 = ?$$

$$25 \div 2 = 12,5$$

$$25 + 12,5 = 37,5$$

$$37,5 \times 100 = 3750 \quad \rightarrow \quad 25 \times 150 = 3750$$

$$27 \times 1500 = ?$$

$$27 \div 2 = 13,5$$

$$27 + 13,5 = 40,5$$

$$40 \times 1000 = 40\,000$$

$$0,5 \times 1000 = 500$$

$$40\,000 + 500 = 40\,500 \quad \rightarrow \quad 27 \times 1500 = 40\,500$$

[15, 150 ve 1500 ile kısa yoldan çarpma yöntemi oldukça kullanışlı bir yöntemdir. Çünkü öğrenci için bir sayının yarısı ile toplamının o sayının 1,5 katına eşit olacağını anlamak zor değildir. Dolayısı ile 15 ile çarpma için bu 1,5'un 10 katı 15; 100 katı 150; 1000 katı ise 1500 olmaktadır. Yine bu yöntem de günümüz müfredatında özel bir kazanım içerisinde öğretilmemektedir.]

8. Yöntem: 20 ile 100 arasındaki sayıların çarpımı: Çarpılan sayılardan herhangi birisinin birler basamağındaki rakam ile diğer çarpan toplanır. Elde edilen toplam kendi onlar basamağındaki sayı ile; sonuç da 10 ile çarpılır. Daha sonra çarpanların birler basamağı birbiri ile çarpılır, bast edilmiş sayıya eklenir ve sonuca ulaşılır.

$$\forall a, b \in \mathbb{N} \text{ ve } 20 < a < 100, 20 < b < 100 \text{ ise}$$

$$ab \times cd = (10c + d + b).k. 10 + b.d$$

Örnek: 23 x 25 = ?

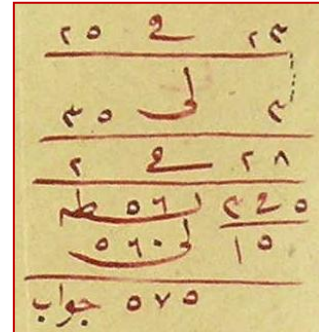
$$25 + 3 = 28$$

$$28 \times 2 = 56$$

$$56 \times 10 = 560$$

$$3 \times 5 = 15 \quad \rightarrow \quad 560 + 15 = 575 \quad \rightarrow \quad 23 \times 25 = 575$$

25	Fi	23	Fi: Çarpma
25	Li	3	Li: Toplama
2	Fi	28	Fi: Çarpma
<u>56</u>		<u>3 x 5</u>	
560	Li	15	Li: Toplama
575			



[Bu yöntemle birlikte eserde birçok işlemin ifade ediliş şekline –yukarıda görüldüğü gibi- yer verilecektir. Bu gösterimlerde hiçbir şekilde $\pm$, $\div$ ve x 'ya yer verilmemiştir. Bunların yerine “li (toplama)”, “ma (çıkarma)”, “fi (çarpma)” ve

“alâ (bölme)” kelimelerine yer verilmiştir. Şüphesiz ki bu ifadeler Arap Matematiğinin içinde olan bir gösterimdir ve Kuyucaklızâde o dönemde “batıya özenmek” şeklinde nitelendirdiği Hint Hesabını henüz benimsemiştir.]

9. Yöntem: 20 ile 100 arasındaki onlar basamağı farklı sayıların çarpımı:

Çarpanlardan birisinin onlar basamağı ile diğer çarpan çarpılır. Daha sonra birinci sayının birler basamağı ile ikinci sayının onlar basamağı çarpılır. Bulunan bu iki ayrı sonuç birbirleri ile toplanır ve toplam 10 ile çarpılır. Ardından her iki çarpanın birler basamağındaki rakamlar çarpılarak bast edilen sayıya eklenir ve sonuca ulaşılır.

$$ab \times cd = (a \cdot (10c + d) + b \cdot c) \cdot 10 + b \cdot d = 100 \cdot a \cdot c + 10 \cdot a \cdot d + 10 \cdot b \cdot c + b \cdot d$$

Örnek: 23 x 34 = ?

$$2 \times 34 = 68$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$68 + 9 = 77$$

$$77 \times 10 = 770$$

$$3 \times 4 = 12$$

$$770 + 12 = 782 \quad \rightarrow \quad 23 \times 34 = 782$$

10. Yöntem: Çarpanların farklarının yarısı basit olan sayıların çarpımı:

Çarpanların toplamlarının ve farklarının yarısı alınır ve bunlar kendisi ile çarpılır. Elde edilen sonuçlardan küçük olan, büyük olandan çıkarılır.

$$a \times b = \left(\frac{a+b}{2} \times \frac{a+b}{2} \right) - \left(\frac{a-b}{2} \times \frac{a-b}{2} \right)$$

Örnek: 36 x 24 = ?

$$36 + 24 = 60$$

$$36 - 24 = 12$$

$$60 \div 2 = 30$$

$$12 \div 2 = 6$$

$$30 \times 30 = 900$$

$$6 \times 6 = 36$$

$$900 - 36 = 864 \quad \rightarrow \quad 23 \times 34 = 782$$

[10. yöntem matematiksel gösterimiyle daha anlamlı hale gelmiştir ve bu gösterimle öğrencilere anlatıldığında oldukça ilgi çekici olacaktır fakat bu ispatı “çarpanlara

ayırma” konusu lise müfredatı içinde olduğundan ilköğretim öğrencilerine yapmak mümkün değildir, ispatını göstermeden anlatmak ise, farklı çarpma işlemlerinde aynı şeyin gerçekleştiğini göstermek suretiyle olabilir ki bu da öğretim sistemimizin körü körüne öğrenme ilkelerine ters bir durumdur.]

11. Yöntem: Bu yöntem çarpma işlemini kolaylaştırmak içindir. Çarpanlardan biri bir basamak üstüne (eğer iki basamaklı bir sayı ise 100’e, üç basamaklı ise 1000’e gibi) bölünür. Elde edilen bölüm 1/3, 1/4, 1/5 vs. oranlarından biri olacaktır. Daha sonra diğer çarpanın bu oranlık miktarı alınır ve bu miktar ilk sayının bölündüğü sayı ile çarpılır ve sonuca ulaşılır.

$$a \times b = \frac{b}{\frac{100}{a}} \times 100$$

Örnek:

Ø $25 \times 12 = ?$

$$25 \div 100 = \frac{1}{4} \text{ [İlk sayı bir üst basamağa bölünür]}$$

$$12 \div 4 = 3$$

$$3 \times 100 = 300 \quad \rightarrow \quad 25 \times 12 = 300$$

Ø $25 \times 13 = ?$

$$25 \div 100 = \frac{1}{4}$$

$$13 \div 4 = 3 + \frac{1}{4}$$

$$3 \times 100 = 300$$

$$\frac{1}{4} \times 100 = 25$$

$$300 + 25 = 325 \quad \rightarrow \quad 25 \times 13 = 325$$

$$\left[\frac{\frac{13}{100}}{\frac{1}{25}} \times 100 = \frac{13}{4} \cdot 100 = \left(3 + \frac{1}{4} \right) \cdot 100 = 300 + 25 = 325 \right]$$

12. Yöntem: Çarpma bazı durumlarda çok kolaydır. Çarpanlardan biri bir veya daha fazla sayıda “2” ile çarpılır ve diğer çarpan bu çarpma sayısınca “2”ye bölünür.

$$a \times b = a \times 2^n \times \frac{b}{2^n}$$

Örnek: $25 \times 16 = ?$

$$25 \times 2 = 50 \times 2 = 100$$

$$16 \div 2 = 8 \div 2 = 4$$

$$4 \times 100 = 400 \quad \rightarrow \quad 25 \times 16 = 400$$

[Yukarıda verilen 12 çarpma yöntemi eserde ve dolayısı ile Osmanlı Eğitim Kurumları 'nda zihinden hesaba verilen önemi göstermektedir. Aslında Hisâb

Bu yöntemlerden özellikle 1, 5, 7, 10, 11 ve 12. yöntemler günümüz müfredatının öğretim anlayışına en fazla uyan ve öğrencilerin sayı duygusu becerilerini en fazla geliştiren yöntemlerdir. Bu yöntemler ve yapılan incelemeler sonrasında Osmanlı Medreseleri'nde kullanılan zihinden hesap yöntemleri ile oluşturulan ders planı, araştırmanın II. kısmında yapılan deneysel çalışmanın uygulama sürecinde öğrencilere uygulanmış ve bu yolla söz konusu yöntemlerin öğrencilerin zihinden hesap becerilerine etkisi araştırılmıştır. Zihinden hesap yapmanın amacı; büyük sayıların çarpımını da zihinden yapmak değildir. Burada amaç, mümkün olduğu durumlarda öğrencileri zihinden hesaba yönlendirerek zihinsel süreçleri takip edebilmesi, zihnini çalıştırmasıdır. Zihinden hesap, sanıldığı gibi, kalem kâğıt kullanılmadan yapılan bir işlem değildir. Öğrencinin zihninde canlandığı durumları yazması, kendi kendine kısa yollardan çözümler üretebilmesi beklenir.]

ÇARPMA YÖNTEMLERİ

Âmili, çarpma bölümünün başından bu kısma kadar çarpma işleminin zihinden yapılması ile ilgili 12 yöntem üzerinde durmuştur. Buradan itibâren çarpma işlemi yapma yollarını gösterecektir. Çünkü çarpılan sayıların basamak sayısı 2'den fazla olduğunda çarpma işlemini zihinden yapmak zorlaşacaktır ve bu işlemleri yapmak için kalem kullanılmalıdır. Kalem kullanarak sonuca ulaşmak hem kolay olur, hem de hata yapmaktan uzaklaştırır.

Şimdi çapanlardan biri basit, diğeri birkaç basamaklı olur ise, basit sayı, bileşik sayının altına, basamakları aynı hizaya gelecek şekilde yazılır. Daha sonra tek basamaklı sayı (basit sayı) aynı basamaktaki sayı ile çarpılır ve çarpım eğer 10'dan büyük ise birler basamağı çarpım çizgisinin altına yazılır ve onlar basamağı bir sonraki basamakta bulunan sonuca eklenir. İşlem bileşik sayının (çok basamaklı sayının) son basamağına kadar aynen devam ettirilir.

Eğer basit sayının sağından sıfırlar varsa, aynı sayıda sıfır sonucun sağına yazılarak sonuca ulaşılır.

Örnek:

62042	62042 (Madrûb)
x 500	x 5 (Marûbun fih)
31021000	310210 (Hâsıl-ı dârb)

Eğer çarpılacak sayıların ikisi de bileşik sayı (çok basamaklı) ise bu durum için birçok çarpma yöntemi söz konusudur. Bunlar aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

[Bu çarpma işlemi günümüzde yapıldığında farksız bir şekilde yapılmıştır. Günümüz müfredatında çarpma işleminin ilköğretimin ilk 5 yılına yayılmıştır.]

a) Süslemeli arpma (Darb’t-Tevh):

1	2	0	7	7	6	
0	8					$2 \times 4 = 8$
	1	6				$2 \times 8 = 16$
		1	4			$2 \times 7 = 14$
	1	6				$4 \times 4 = 16$
		3	2			$4 \times 8 = 32$
			2	8		$4 \times 7 = 28$
		3	2			$8 \times 4 = 32$
			6	4		$8 \times 8 = 64$
				5	6	$8 \times 7 = 56$
	4		8		7	
	2		4		8	

arpılacak olan sayılar alt alta yazılır (487 ve 248). Alttaki sayının birler basamağı, diğ r çarpanın her bir basamağı ile sırası ile çarpılır ve sonuç ilk aşamada birler basamağı çarpan sayı ile aynı hizaya gelecek ve her seferinde bir basamak kaydırılacak şekilde yazılır. Daha sonra alttaki sayının onlar basamağındaki sayı, yine çarpanın birler basamağından ba lanarak, bir önceki aşamada ilk bulunan sayıdan bir basamak kaydırılarak sonuç çizgisi üzerine yazılır.

Diğ r basamaklar için yine bir basamak kaydırılarak devam ettirilir. Tablo tamamlandıktan sonra yukarı doğru tüm sayıların toplamı yazılarak sonuç (120776) tüm sayıların üstüne yazılır.

[Bu arpma yönteminde “kısıml  çarpımlar” ard arda yazılarak toplama işlemi yapılmaktadır. Aslında yapılan şey $(400 + 80 + 7) \times (200 + 40 + 8)$ işleminden başka bir şey değildir.]

	$7 \times 8 =$	56
	$80 \times 8 =$	640
	$400 \times 8 =$	32 000
	$7 \times 40 =$	280
	$80 \times 40 =$	3 200
	$400 \times 40 =$	16 000
	$7 \times 200 =$	1 400
	$80 \times 200 =$	16 000
	$400 \times 200 =$	80 000
	Toplam:	120776

b) Karşılıklı Çarpma (Darbu'l-Muhâzat):

						$6 \times 3 = 18 > 8$ yazılır ve 1 elde tutulur.
	1	2	3			$(6 \times 2) + (5 \times 3) = 27 >$ Eldeki 1 eklenir $(28) > 8$ yazılır ve 2 elde tutulur.
x	4	5	6			$(6 \times 1) + (5 \times 2) + (4 \times 3) = 28 >$ Eldeki 2 eklenir $(30) > 0$ yazılır ve 3 elde tutulur.
	5	6	0	8	8	$(5 \times 1) + (4 \times 2) = 13 >$ Eldeki 3 eklenir $(16) > 6$ yazılır ve 1 elde tutulur.
						$4 \times 1 = 4 >$ Eldeki 1 eklenir ve 5 yazılır.

[Bu çarpma yöntemi çarpanlardaki her bir rakamın basamak değerinden faydalanılarak geliştirilmiş bir çarpma yöntemidir. Bulundukları basamakların toplamı aynı olan sayıların çarpımları toplanarak ilgili kısma yazılmıştır. Gerçekten bu yapılan çarpmanın süslemeli çarpmada olduğu gibi sayıların kısmî çarpımlarını bulmaktan başka bir şey değildir.

Örneğin: 2 ile 6'nın bulunduğu basamaklar $10 \times 1 = 10$ olduğu gibi, 5 ve 3'ün bulunduğu basamaklar çarpımı da $10 \times 1 = 10$ 'dur. Bu sayıların birbirleri ile çarpımları toplanır onlar basamağına yazılır. Yine aynı şekilde: "1 ve 6" (100 ve 1), "4 ve 3" (100 ve 1), "5 ve 2" (10 ve 10)'nin de bulundukları basamaklar aynıdır. Bu sayıların birbirleri ile çarpımlarından elde edilen toplam da yüzler basamağına yazılmaktadır.]

c) Şebekeli Çarpma (Darbu'l-Müşebbek):

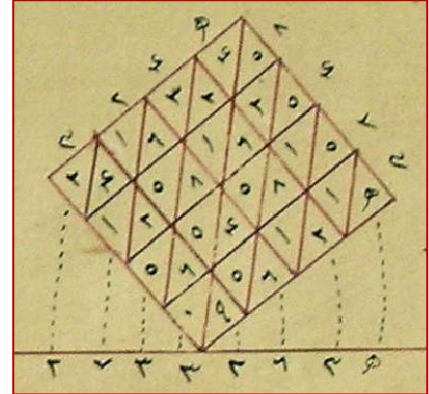
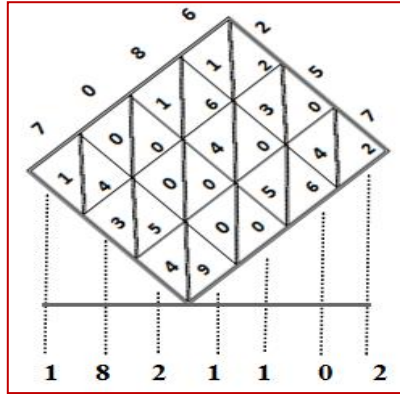
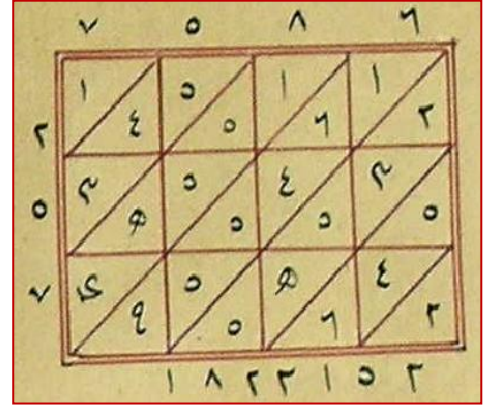
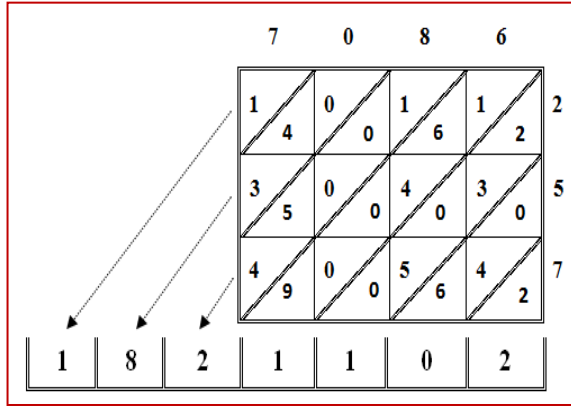
Çarpma işlemi yöntemlerinden en meşhuru şebekeli çarpmadır ve bu çarpma yöntemi, eğer çarpılacak sayılar yüksek basamaklı ise işlemde meydana gelebilecek hataların en aza indirilmesi bakımından tercih edilmekte ve önemsenmektedir. Bundan dolayı da diğer tüm yöntemlerden sağlam, en güvenilir ve çarpma işlemini yeni öğrenen kimseler için en anlaşılır olan yöntemdir ve bu sebeple bu kitaba dâhil edilmiştir.

Karşılıklı kenarları birbirine paralel olan bir dörtgen çizilir. Bu dörtgen, öyle küçük dörtgenlere ayrılır ki, çizilmiş olan büyük dörtgenin bir kenarına çarpanlardan birinin basamak sayısı kadar bölüme denk gelmelidir. Diğer kenar da aynı şekilde diğer çarpılanın basamak sayısı ile paralel olmalıdır.

Örneğin, Şebekeli çarpma işlemi (darbu'l müşebbek ameli) ile 7086 sayısı ile 257 sayısının çarpımı yapılacak olursa, aşağıdaki şekilde de görüldüğü gibi, çarpılan sayı çizilen dörtgenin üst kısmına, diğeri ise sol tarafına yazılmıştır. Her bir dörtgen iki adet üçgene ayrıldıktan sonra,

$7 \times 2 = 14$	$0 \times 2 = 0$	$8 \times 2 = 16$	$6 \times 2 = 12$
$7 \times 5 = 35$	$0 \times 5 = 0$	$8 \times 5 = 40$	$6 \times 5 = 30$
$7 \times 7 = 49$	$0 \times 7 = 0$	$8 \times 7 = 56$	$6 \times 7 = 42$

Kısmî çarpım sonuçları şekilde görüldüğü gibi ait oldukları dörtgenlere soldan sağa doğru yazılır ve sonra eğik olarak toplanır.



[Bu usulün en önemli faydası çarpmaya istenilen basamaktan başlanılabilmesi ve işlem hatalarının en aza indirilerek sonuca daha kolay bir şekilde ulaşılmasını sağlamasıdır. Milâdi 16. yy matematikçilerinden Neiper'in Kemikleri şeklinde bilinen bu yöntemin aslında Âmilî'nin kaynak olarak gösterdiği Eş-Şemsiye adlı eserde kendisinden yüzlerce yıl önce Nasûriddin Tûsi (14.yy) tarafından kullanılmış olduğu aşîkârdır.

Bu işlemde şeklin solunda olan çarpan, sağda da olabilir ama bu durumda basamaklar tersten yazılmalıdır. Bu şekil yatay değil de dikey olarak çizilirse yukarıdaki şekil elde edilir ki, işlemin bu hâli sonucu bulmayı kolaylaştırmaktadır.

Çarpmanın sağlaması (İmtihânu'l-darb): Çarpanlardan birinin mizanının, diğerinin mizanına çarpımı sonucun mizanını veriyorsa işlem doğrudur denilir. Ayrıca çarpmanın sağlamasına ikinci bir yol bölmeden faydalanmakla olur. Eğer çarpımın sonucu, çarpanlardan birine bölüldüğünde diğer çarpan elde ediliyorsa işlem doğrudur, değilse değildir.

6. Fasıl: BÖLME (TAKSİM - KİSMET)

“Bölme (taksîm) işleminde maksat, bir bilinmeyene (aded-i meçhule) ulaşmaktır ki, “1”in bu bilinmeyene (hâric-i kısmet) oranı, bölenin (maksûmun aleyh) bölünene (maksûm) oranına eşit olsun.”

$$x, y \in N; \frac{1}{x} = \frac{y}{x} \quad \frac{1}{3} = \frac{4}{12}$$

12	4	3	12: Maksûm,
	4		4: Maksûmun Aleyh,
			3: Hâric-i Kısmet

Bölme işlemi çarpma işleminin tersidir. Bölme işlemi iki çeşittir. Birincisi sayıları eşit olarak bölme, diğeri ise sayıları eşit olmayacak şekilde bölmedir.

Birinci bölme de iki şekilde olmaktadır: İlki büyük sayıyı küçük bir sayıya eşit olarak bölmektir (kısmet = taksim). Bu bölmede sonuç ya “tam sayı” ya da “tam sayılı kesir” çıkar. Diğeri ise küçük sayının büyük sayıya bölünmesidir ki buna da oran (nisbet) denilir. Bu bölmede elde edilen sonuç da bir kesirdir ve “esmâ-i kûsûr (basit kesir)” denilen ve daha sonra açıklanacak kesirlerden biri ile tabir edilir.

İkinci bölme de iki şekilde olmaktadır: Birincisi büyüğü küçük sayısınca parçalara ayırmaktır. Buna hisse paylaşırması (kısmet-i muhassama) denir. Ticarete kârın

farklı oranlarda hisselere sahip ortaklar arasında dağıtılması ve miras olarak kalan malın vârisler arasında paylaştırılması gibi. İkincisi ise küçük sayıyı büyük sayıya bölmektir ki, buna alacaklı bölme (kısmetu'l-guramâ) denilir. Borçlunun malının alacaklılar arasında bölüştürülmesi gibi. Bu fasılda birinci türün ilk şekli olan büyüğün küçüğe bölümü ele alınacaktır.

[Bu konu mirasla ilgili bölme işlemlerinden biridir. Bir kimse çok sayıda kişiye borçlu olsa, elindeki meblağ borçlarını kapamaya yetmese, o yetersiz meblağdan her bir alacaklıya alacakları oranında ne kadar pay verileceğini hesaplamaktır.]

Bölme işleminde öyle bir sayıya ulaşılmaya çalışılır ki, bu ulaşılan sayının bölen ile çarpımı bölüme eşit olsun. Örneğin; 12 sayısının 4'e bölümünden elde edilen sonuç olan 3'ün 4 ile çarpımı 12'dir. Bu işlemin doğru olduğunu gösterir.

Ya da bölme işlemi ile ulaşılan sayının bölüm ile çarpımı bölümden küçük olmalıdır. Örneğin; 13 sayısının 4'e bölümden elde edilen bölüm 3 olup, bu 3'ün 4 ile çarpımı 12'dir ve 12 sayısı 13'ten küçüktür.

Bölme işleminden sonra elde edilen sayı ile ilgili 3 durum söz konusudur. Bu sayı ile bölümün çarpımı ya bölünene eşittir, ya bölünenden büyüktür ya da küçüktür.

$$\begin{array}{r|l} x & y \\ \hline & z \end{array}$$

** $z \cdot y = x$	İşlem doğrudur.
** $z \cdot y > x$	İşlem yanlıştır.
** $z \cdot y < x$	Bu durumda $Z \cdot Y$ çarpımı X'den çıkarılarak kalan elde edilir. $\left(\frac{\text{bölünen}}{\text{bölen}} = \text{bölüm} + \frac{\text{kalan}}{\text{bölen}} \right)$ $\frac{13}{4} = 3 + \frac{1}{4}$

Beşinci faslın buraya kadar olan kısmında bölme işleminin zihinden yapılabilecek

örnekleri verildi. Fakat bölünecek sayılar çok basamaklı olur ise zihinden hesaplama zor olacağından el ile işlem yapılması ve bir tablo çizilmesi zorunlu olacaktır. Bu tablonun sütunları “bölünen”in basamak sayısına eşit olmalıdır. Her bir sütuna “bölünenin” bir basamağı gelecek ve “bölen” tablonun altına, basamakları bölünen sayının basamakları ile aynı hizada olacak şekilde yazılır. Bölen ve bölüneni tabloya yerleştirirken dikkat edilmesi gereken nokta şudur: Bölünenin sol baş tarafında, bölenin basamak sayısı kadar sayı alındığında bu sayı bölenden büyük ise bölen bu sayının hizasına ve altına, küçük ise bölen bölünenin sonundaki basamaklar hizasına alta yazılır.

Cetvel bu şekilde hazırlandıktan sonra aşağıdaki şekilde işlem sürdürülür.

Tablo 4.4: Bölme İşleminin Tablo Halinde Gösterimi

99					69					53						72						
0	0	3	9	1	0	1	0	1	2	0	1	8	4	1	0	0	0	9	5	4	6	1
3	8	7	2	9	6	9	8	7	2	9	7	5	7	4	1	6	8	7	3	2	4	3
2	7				6	9	6			5	3					6	3					
	1						2			4	4						5					
	2	7					1	8		4	0						1	8				
	9	0					1	2									3	9				
	8	1						6			4						3					
		9						1	8		2	4					3	9	3	2	4	3
		8	1					4	4		2	1					3	5				
			9								2	0					4					
			1	1								1					1	0				
				9								1	2				3	3				
			2	9									5				2	3	2	4	3	
			2	0									5	3			2	8				
														1	1		5	8				
																	4	4				
																	4	4	4	3		
																	4	2			5	1
																	2				7	2
																	1	2				
																	1	2				
																	1	2	3			
																	7	2				
																	5	1				
																	7	2				
	9	9			6	9				5	3											

Bölmenin sağlaması (İmtihânu'l-taksim): Bölen ile bölümün mizanlarının çarpımına kalanın mizanı eklendiğinde, bölünenin mizanına ulaşıyorsa işlem doğrudur.

$$\frac{38\,729}{99} = 391 + \frac{20}{99}$$

$$38\,729 = 2 \pmod{9}$$

$$99 = 0 \pmod{9}$$

$$391 = 4 \pmod{9}$$

$$20 = 2 \pmod{9}$$

$$0 \times 4 + 2 = 2 \pmod{9}$$

7. Fasıl: KAREKÖK ALMA (TECZÎR)

Hesap biliminde kendisi ile çarpılan her sayı bulunan sonuç için kök (cezir) olarak adlandırılır. Geometriciler bu köke karenin bir kenârı (dıla') da derler. [Çünkü bir kenarının uzunluğu “a” olan bir karenin alanı a^2 dir ve “a” burada “ a^2 ”nin köküdür.] Cebir de ise kök, “şey (x)” olarak da adlandırılır [$\sqrt{x^2} = x$]. Yine bir sayının kendisi ile çarpımından ortaya çıkan sonuca “kökü alınan sayı (meczûr) denilir. Kök hesaplamada iki yol vardır.

- **Zihinsel (hevâî):** Eğer kökü alınacak sayı küçük bir sayı olur ise onun da kökü iki şekildedir. Birincisi reel kök (muntak-ı cezrî), diğeri ise sanal kök (asamm-ı cezrî)dir.

Eğer ard arda gelen sayıların kareleri alınırsa aşağıdaki gibi bir tablo elde edilir:

9	8	7	6	5	4	3	2	1	Ardışık sayılar (A'dâd-ı mütevâliye)
81	64	49	36	25	16	9	4	1	Ardışık kuvvetler (Meczûrât-ı mütevâliye)

Bu ardışık kuvvetlerden herhangi ikisi arasındaki farkın, bu iki sayıdan küçük olanın “2” katının “1” fazlasına eşit olduğu aritmetik olarak ispat edilmiştir.

Örnek:

5.5 = 25	25 – 16 = 9	4 + 5 = 9 (x – y = 1)	4 x 2 + 1 = 9	(x – y) . (x + y) = x ² – y ²
4.4 = 16		(x-y) . (x+y) = 1. (x + y)	5 x 2 – 1 = 9	

Yukarıdaki tablo incelendiğinde tam kare olan sayıların aralarında kalan sayıların [14 gibi] karekökleri; kendisinden küçük, en büyük tam kare sayının karekökü ile kendisinden büyük, en küçük tam kare sayının karekökü arasında tam olmayan bir sayıdır.

[Eserin bu kısmında irrasyonel sayının kökünün olup olmadığı tartışılmış ancak herhangi bir sonuca ulaşamamıştır (Değirmendere, 2008) Hatta bu kısımda Hz Ali'nin de bu konuda söyledikleri tartışmaya dâhil edilmiştir.]

Yaklaşık kök bulma işlemi aşağıdaki formül ile yapılır: 17'nin kökünü bulmak için

$$\sqrt{N} = a + \frac{b}{2a+1}$$

formülü kullanılır.

[a: kökü alınacak sayıdan küçük en büyük tam kare sayının karekökü

b: kökü alınacak sayının kendisinden küçük en büyük tam kare sayıdan fazla olan miktarı- Burada a= 4 ve b = 1]

İşlemsel (turâbi): Kök işlemini yazarak bulmak için kökü alınacak sayının basamak değerine eşit sayıda sütunu olan bir tablo hazırlanır. Bu sayı tablonun ikinci satırına yazılır ve üst kısmında kökün yazılması için bir satır bırakılır. Sayının basamakları birler, yüzler, on binler olarak birer sütun atlanarak işaretlenir.

[Bunun sebebi onlar basamağında “10”ın katı, binler basamağında “1000”in katı, ... olan hiçbir sayı bir “tam kare” sayı değildir. Fakat “1”in katı olan 1, 4, 9; “100”ün katı olan 100, 400, 900 tam kare sayılardır.]

Karekök Bulma Yöntemi:

1	0	4	9	7	6

1	0	4	9	7	6
	1				
	3				
		6			

1	0	4	9	7	6
	1	2	5		
	3				
		6	2		
			6	4	

1	0	4	9	7	6
	1	2	5	1	
			1		
	3	6	2		
			6	4	4

Tam sayıların bölümünde anlatıldığı şekilde bir tablo çizilir ve kökü istenen sayı cetveldeki gibi üst satıra yerleştirilir. Sonra kökü istenen sayının birler, yüzler ve onbinler basamaklarındaki rakamlarının üzerine birer nokta konulur. Daha sonra en soldaki noktanın altındaki rakama eşit veya ondan küçük çıkacak bir rakam konulur. Bu işleme göre en uygun rakam 3'tür. 3 cetvelin hem en üstüne hem de aynı hizada cetvelin alt tarafına yazılır ve kendisi ile çarpılarak hemen altındaki rakamdan çıkarılır. $3 \cdot 3 = 9$; $10 - 9 = 1$ kalır ve 1, 0'ın altına yazılır. Daha sonra alttaki ve üstteki 3 toplanarak bulunan 6 bir basamak sağa tablonun alt tarafına yazılır. Yine uygun olabilecek bir sayı bulunup ortadaki noktanın yanına yazılır.

Bu sefer uygun sayı 2'dir. 2 cetvelin en üst ve altındaki erine yazıldıktan sonra 6 ile çarpılır ve bu çarpım 14'ten (koyu yazılı) çıkarılır ve bulunan sayı 4'ün altına yazılır. $6 \cdot 2 = 12$; $14 - 12 = 2$ Sonra 2 kendisi ile çarpılarak sonuç 9'dan çıkarılır ve kalan 9 altına yazılır. $2 \cdot 2 = 4$; $9 - 4 = 5$.

Bundan sonra da alttaki ve üstteki 2 toplanarak en alt satırdaki 6'nın sağına yazılır. En son noktaya da uygun olan sayı bulunur. 4 hem cetvelin üstüne hem altına yazılarak sırasıyla tablonun en altındaki rakamlar (6, 4 ve 4) ile çarpılıp sonuçlar kökü istenen sayıdan sırasıyla çıkarılır. Çıkarma işlemi tamamlanması ile kök çıkarma işlemi de tamamlanmış olur. Tablonun en üstünde oluşan 324 sayısı 104 976 sayının köküdür. Buradaki işlemde hiç kalan olmadığı için 104 976 sayısı reel (muntak)dir ve tam kökü vardır. Eğer işlem sonunda kalan olsaydı kökü istenen sayı irrasyonel (asamm) olarak isimlendirilmektedir.

[Karekök bulma için kullanılan bu yöntem günümüz müfredatında yer almamakta, fakat 8. sınıf Sayılar öğrenme alanının kareköklü sayılar alt öğrenme alanında öğretilen “ondalık sayıların kareköklerinin bulunması” konusunda kullanılan yönteme çok benzemektedir.]

2. Bâb: KESİRLERİN HESABI (HİSÂBU'L-KÜSÛR)

Bu bölüm üç giriş ve altı fasıldan oluşmaktadır.

Birinci Giriş: Bu bölümde eskilere göre sayılar arasında olan benzeşme (temâsül), girişkenlik (tedâhül), uyumluluk (tevâfuk) ve zıtlasma (tebâyün) kavramları açıklanacaktır.

- “1” dışında birbirine eşit olan her iki sayı kesirsiz bölünür ve benzeşir ve bu sayılara benzeşen (mütemâsilân) sayılar denir. (5 ile 5 gibi.)
- Kesirdeki iki sayıdan biri diğerine eşit olmazsa yani biri büyük biri küçük olur ise ve büyük sayı küçük sayıya kalansız bölünebiliyorsa bu sayılara girişken (mütedâhil) sayılar denir. (3 ve 9 gibi.)
- Büyük sayı küçük sayıya kalansız bölünmüyor fakat bu iki sayı farklı bir sayıya ortak bölünebiliyorsa bu sayılara uyumlu (mütevâfikân) sayılar denir. (6 ve 9 gibi.)
- Kesri oluşturan sayıların ortak bir böleni yoksa bu sayılara zıtlaşan (mütebâyin) sayılar denir. (4, 5, 7, 9 gibi.) *[Günümüzde böyle iki sayıya “aralarında asal sayılar” denir ve bu dört durumdaki sayılar EBOB konusu işlenirken öğrencilere açıklanır.]*

[Yukarıdaki dört sayı ilişkisi günümüzde olmayan bir gruptur. Bu grupta esasında, kesirlerde toplama işleminde paydalar eşitlenirken ihtiyaç duyulan bir gruptur. Kesirlerde toplama işlemine bkz.]

Rasyonel (muntak) kesirler: Bu kesirler aşağıdaki tabloda olduğu gibi adlandırılmaktadır.

Tablo 4.5: Dokuz Kesrin İsimlendirilmesi

Yarım	Nısf	$\frac{1}{2}$	Üçte bir	Sülüs	$\frac{1}{3}$
Çeyrek	Rubu‘	$\frac{1}{4}$	Beşte bir	Hums	$\frac{1}{5}$
Altıda bir	Südüs	$\frac{1}{6}$	Yedide bir	Subu‘	$\frac{1}{7}$
Sekizde bir	Sümün	$\frac{1}{8}$	Dokuzda bir	Tusu‘	$\frac{1}{9}$
Onda bir	Öşür	$\frac{1}{10}$			

Bu kesirlere kûsûr-ı tis‘a (dokuz kesir) denilir ve payları “1” olan bu kesirlere yalın kesirler (kûsûr-ı müfred) denilir ve $\frac{1}{2}$ en büyük, $\frac{1}{9}$ ise en küçükleridir. Yani kesirlerin paydası büyüdükçe değeri küçülür.

[Söz konusu bu kesirlere müsemme-yât (adlandırılmış) kesirler denilirdi ve bunlar dışındaki hiçbir kesir özel olarak adlandırılmazdı. Örneğin: $\frac{1}{10}$ kesrine “öşür” denildiği hâlde bundan sonra gelen $\frac{1}{11}$ kesrine özel bir isim konulmamış “vâhid min ahad aşer” (on bir parçadan biri) tarzında bir ifade kullanılmıştır.]

Eğer bir kesir yukarıda sözü edilen dokuz kesir cinsinden yazılabiliyorsa bu kesirlere rasyonel (muntak) kesirler denilir (Rasyonel kesirler: $\frac{1}{3}$ (basit = müfred), $\frac{2}{3}$ (bileşik = mürekkeb) gibi). İrrasyonel (asamm) kesirler ise yukarıda sözü edilen dokuz kesir cinsinden yazılamayan kesirlerdir. (İrrasyonel kesirler: $\frac{1}{11}$ (basit), $\frac{2}{11}$ (bileşik) gibi).

Bileşik Kesirler:

- Kûsûr el-Mükerrer (Tekrarlı Kesirler)
- Kûsûr el-Matuf (Bağlı Kesirler)
- Kûsûr el Müstesnâ (Ayrılmış Kesirler)
- Kûsûr el-Muzâf (Tamlamalı Kesirler)
- Kûsûr el-Münkesir (Kırık Kesirler)

Tekrarlı Kesirler (Küsûr el-Mükerrer): İlk olarak 3 sayısının 5 sayısına ve 2 sayısının 7 sayısına bölümüyle ortaya çıkan sonuç bir kesirdir ve şu şekilde yazılır:

$$3/5 \text{ ve } 2/7$$

Bu kesirlerden 3/5, 1/5 kesrinin 3 defa; 2/7, 1/7 kesrinin 2 defa tekrarlanmasından meydana geldiği için bu kesirlere “tekrarlı kesirler” adı verilmiştir.

Bu tür kesirler çok net bir şekilde görülmektedir ki, dokuz kesirle ifade edilebilmektedir. 3/5 kesri “üç beşte bir (selâse hums)”, 2/7 kesri ise “iki yedide bir (sâni sub‘)” gibi.

Bağlı Kesirler (Küsûr el-Matuf): 8 sayısının 15 sayısına bölümünden çıkan bölüm yani

$$8/15$$

kesri 1/3 ve 1/5 kesirlerinin toplamına eşit olduğundan ($1/3 + 1/5$), 1/3 ve 1/5 (sülüs ve humus)” şeklinde ifade edilerek dokuz kesre dönüştürülmüştür. Bu şekilde basit kesirlere bağlı olarak ve “ve” kelimesi ile ifade edilen kesirlere “bağlı kesirler” adı verilmiştir *[Bu özellikte 8/15 kesrinin payının “3 + 5” ve paydasının “3 x 5” olduğuna dikkat edilirdi].*

Bağlı kesirler yazılırken, öncelikle elde olan iki kesrin mahreçleri arasında benzeşme, girişkenlik, uyumluluk veya zıtlasmadan hangisi olduğu tespit edilmelidir *[Bu dört durum kesirlerin toplanması bölümünde ayrıntılı olarak verilecektir].*

Tamlamalı Kesirler (Küsûr el-Muzâf): 1 sayısının 12 sayısı ile bölümünden çıkan bölüm olan

$$1/12$$

kesri 1/3 ile 1/6 kesirlerinin çarpımına eşittir ($1/6 \times 1/2$) ve “1/6’nın 1/2’si” anlamına gelen “sülüs es-südüs” şeklinde ifade edilir. Bu şekilde dokuz kesrin birbiriyle çarpımı şeklinde ifade edilen kesirlere “tamlamalı kesirler” adı verilir.

Muzâf kesirler birden çok kesrin çarpılması sonucu da meydana gelebilir.

Örneğin: $1/2 \times 1/3 \times 1/4 = 1/24$

Ayrılmış Kesirler (Küsûr el-Müstesnâ): 2 sayısının 35 sayısına bölümünden çıkan bölüm olan

$$2/35$$

kesri $1/5$ ile $1/7$ kesrinin farkına eşittir ($1/5 - 1/7$) ve “bir bölü beşten, bir bölü yedi eksik (hums illâ sub‘)” şeklinde ifade edilir. Bu şekilde dokuz kesrin birbiriyle farkı şeklinde ifade edilen kesirlere “ayrılmış kesirler” adı verilir.

Kırık Kesirler (Küsûr el-Münkesir): 3 sayısının 14 sayısına bölünmesinden çıkan bölüm olan

$$3/14$$

kesri $1/7$ kesrinin $2/3$ kesrine bölünmesiyle ortaya çıkmıştır ($1/7 \div 2/3$) ve “sülûsân min sub” şeklinde ifade edilir. Bu şekilde dokuz kesrin birbiriyle bölümü şeklinde ifade edilen kesirlere “kırık kesirler” denir.]

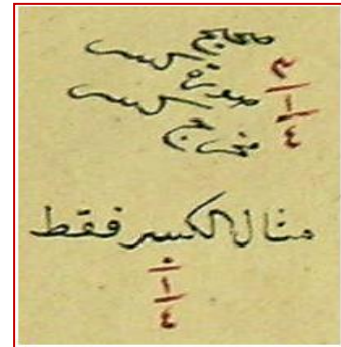
Kesirlerin Sembollerle Gösterilmesi

Kesir ya tamsayılı olur ya da yalnız kesir olur. Eğer tam sayılı olur ise o tam sayı kesrin üzerine yazılır. Kesri de onun altına paydanın (mahreç) üstüne yazılır.

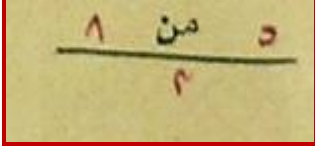
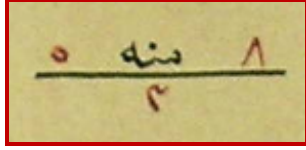
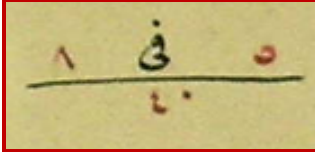
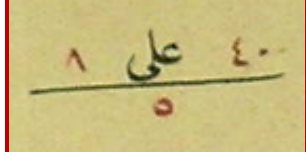
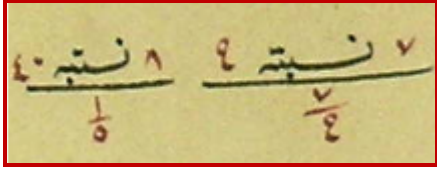
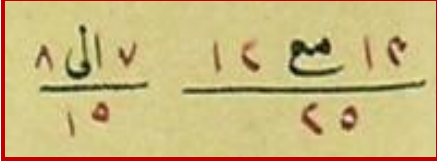
[Burada kesirden kasıt paydır]. Eğer tam sayı olmazsa onun yazılacağı yere sıfır yazılır. Kısaca tam sayı veya sıfır yazılıp altına bir çizgi çizilir ve pay (sûret) yazılır, payın da altına bir çizgi çizerek payda yazılır.

Örnek:

$$\begin{array}{ccc} 3 & 0 & \nearrow \text{Tam kısım (sahîh)} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \longrightarrow \text{Kesrin Payı (sûret-i kesr)} \\ & & \searrow \text{Kesrin Paydası (mahrec-i kesr)} \end{array}$$



Tablo 4.6: Kesirlere ait çeşitli gösterimler

	$\frac{5 \text{ min } 8}{3}$		$\frac{8 \text{ minhu } 5}{3}$
	$\frac{5 \text{ fi } 8}{40}$		$\frac{40 \text{ alâ } 8}{5}$
		$\frac{7 \text{ nisbet } 9}{\frac{7}{9}}$	$\frac{8 \text{ nisbet } 40}{\frac{1}{5}}$
		$\frac{13 \text{ ma'a } 12}{25}$	$\frac{7 \text{ ilâ } 8}{15}$

Bilim adamları bu rumuz ve işaretleri işlemleri kolaylaştırmak için kullanırlar ve hesaplara ilgilenen öğrencilerin bu rumuz ve işaretleri ezberlemesi gerekmektedir.

[Kuyucaklızâde'nin eserinde de görüldüğü üzere, doğulu matematikçilerin basit kesirleri daima dokuz kesre veya bunların bileşik kesirlerine dönüştürdüğü görülmektedir. Bunun başlıca sebebi, halkın günlük işlerinde basit kesirleri kullanmaya çok fazla alışık olmasıdır. Sadece dokuz kesri ifade etmek için özel isimler kullanılırdı. Hâlbuki basit kesirlerde pay paydanın üzerine yazıldığına göre - günümüzde olduğu ve Salih Zeki'nin de ifade ettiği gibi- ve örneğin $\frac{3}{5}$ kesri için “selâse alâ hamse (üç bölü beş)” denmiş olsa idi kesirler için isimlendirme daha kolay olurdu.

Aynı zamanda Yalın Kesirler, Bağlı Kesirler, Ayrılmış Kesirler, Tamlamalı Kesirler, Kırık Kesirler gibi- günümüzde kullanılmasına ihtiyaç duyulmayan bir grupta yapılmak zorunda kalınmazdı. Çünkü bu grupta tamamen dokuz kesre dönüştürme amacı ile yapılmakta idi.

Başka bir açıdan incelemek gerekirse, 1/7 kesri ile 1/23 kesri arasında, paydaların farklı olması dışında, hesap açısından hiçbir fark olmamasına rağmen birine rasyonel diğerine irrasyonel kesir denilmiştir. Aslında bu fark 1/7 kesrine subu' denilirken 1/23 kesri için özel bir ismin kullanılmamasından kaynaklanmıştır.

Kesirlerin İsimlendirilmesi ve Zihinden Hesap ilişkisi

İsimlendirme konusunda dokuz kesrin ısrarla kullanılmasının diğer bir sebebi de, araştırmanın ana konusunu oluşturan, kesir kavramının öğretilmesinde, dokuz kesrin kullanılmasının Zihinden Hesaba olan yardımıdır. Bu adlandırmanın ifade etme açısından pek açık sakıncaları olmasıyla beraber esnaf ve tüccar bakımından işlerinin sadeliğine olan hizmeti de inkâr edilemez. Örneğin; bir şeyin on iki de yedisi yerine çeyreğin üçte biri (sülüis er-rub') demeyi halk daha uygun bulur ve $\frac{7}{12} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$ olduğunu bilirlerdi. Halk bu söyleme o kadar alışmıştı ki, mümkün olan tüm kesirleri bu şekilde basit kesirlere ayırmak onlar için çok basitti. Ayrıca halk için, bir sayının önce 1/4'ünü ve daha sonra bunun 1/3'ünü bulmak, aynı sayının 7/12'sini bulmaktan çok daha kolaydı.]

Eğer kesir basit (müfred) olursa tam sayının altına 1 yazılır.

Örnek:

$$\frac{4}{1} , \frac{8}{3}$$

Eğer yazılacak kesir tamlamalı kesir olur ise, (5/2'nin yarısı):

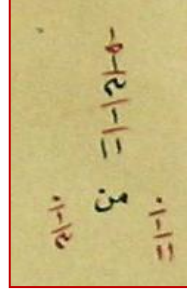
$$\frac{1}{2} = \frac{5}{12}$$

Örneğin, 12 (isnâ aşara)'nin 5/6'sı (hamse-i esdâsı) 10 (aşara)'dır. 10'un yarısı 5'tir. Burada 1/2'nin paydası olan 2 ile 5/6'nın paydası olan 6 çarpılmış, paydaya ve 1/2'nin payı olan 1 ile 5/6'nın payı olan 5 çarpılmış, paya yazılmıştır. Eğer reel olmayan tamlamalı bir kesir yazılmak istenirse,

Örneğin, 3 parçadan birinin, 11 parçasından biri bulunurken, kesirler ayrı ayrı iki kesrin paydası olacaktır.

$$\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{11}}$$

$$\frac{0}{3} \min \frac{0}{11}$$



Problem: Dokuz kesir birbiri ile toplanırsa elde edilen kesrin paydası nedir?

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} = \frac{A}{B}$$

B= ?

Çözüm I: Yukarıdaki dokuz kesri toplamının paydasını bulmak için izlenen yol şudur:

- 1/2 ve 1/3 sayılarının paydaları olan 2 ve 3 aralarında asal olduklarından bu iki sayı bir biri ile çarpılır. 6 olur.
- Elde edilen 6 ile 1/4'ün paydası olan 4 aralarında uyumlu olan sayılardır ve ikisinin en küçük ortak katı 12'dir.

$$[EBOB(6,4) = 2 \rightarrow 4 \div 2 = 2 \rightarrow EKOK(6,4) = 6.2 = 12]$$

- Elde edilen 12 ile 1/5'in paydası olan 5 aralarında asal sayılar olduğundan bu iki sayı çarpılır ve yeni payda 60 olur.
- 60 ile 1/6'nın paydası olan 6 sayısı aralarında girişken olduklarından işlem yapmaya gerek yoktur. Büyük olan sayı (60) yeni paydadır.
- 60 ile 1/7'nin paydası olan 7 aralarında asal olduklarından bu iki sayı çarpılır ve 420 olur.
- 420 ile 1/8'in paydası olan 8 aralarında uyumlu sayılar olduklarından bu iki sayının en küçük ortak katı 840'tır.

$$[EBOB(420,8) = 4 \rightarrow 8 \div 4 = 2 \rightarrow EKOK(420,8) = 420.2 = 840]$$

- 840 ile $\frac{1}{9}$ 'un paydası olan 9 aralarında uyumlu sayılar olduklarından bu iki sayının en küçük ortak katı 2520'dir.

$$[EBOB(840,9) = 3 \rightarrow 9 \div 3 = 3 \rightarrow EKOK(840,9) = 840 \cdot 3 = 2520]$$

- 2520 ile $\frac{1}{10}$ 'un paydası olan 10 aralarında girişken sayılardır. Dolayısı ile bu iki sayının en küçük ortak katı büyük olan sayı yani 2520'dir. $B = 2520$.

İşte bu 2520 sayısı, toplanan kesirlerin her birine bölünse, elde edilen sonuçların hepsi bir tam sayıdır.

$2520 \cdot \frac{1}{2} = 1260$	$2520 \cdot \frac{1}{3} = 840$	$2520 \cdot \frac{1}{4} = 630$
$2520 \cdot \frac{1}{5} = 504$	$2520 \cdot \frac{1}{6} = 420$	$2520 \cdot \frac{1}{7} = 360$
$2520 \cdot \frac{1}{8} = 315$	$2520 \cdot \frac{1}{9} = 280$	$2520 \cdot \frac{1}{10} = 252$

[Burada yazar EKOK (En Küçük Ortak Kat) bulma işlemi yapmakta ve bunun için yeni bir yöntem ortaya koymaktadır. İki sayının EKOK'unu bulurken, sayıların en büyük ortak böleni (EBOB) bulunur. Bu bölen küçük sayıya bölünür ve son olarak elde edilen bölüm büyük sayı ile çarpılır.

Örneğin: 27 ve 33 sayılarının EKOK'u bulunmaya çalışılsın. 27 ve 33 sayılarının en büyük ortak bölenlerinin 3 olduğu açıktır. $27 \div 3 = 9$ (Küçük olan sayı 27, en büyük ortak bölen olan 3'e bölünür) $9 \times 33 = 297$ aranılan sonuçtur. Eserde bu işleme birkaç örnek daha verilmiştir.]

[Günümüzde EBOB ve EKOK bulma işlemi aşağıdaki şekilde yapılmaktadır.

2	3	4	5	6	7	8	9	10	2
1	3	2	5	3	7	4	9	5	2
	3	1	5	3	7	2	3	5	2
	3		5	3	7	1	3	5	3
	1		5	1	7		1	5	5
			1		7			1	7
					1				

$$EBOB(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10) = 1 \quad EKOK(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$= 2520$$

Çözüm II: Aşağıdaki dokuz kesrin toplamının paydasını bulmak için ikinci ve daha pratik bir yol şudur ki;

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} = \frac{A}{B}$$

Yukarıdaki kesirlerden 6 sayısı 2 ve 3'ün çarpımı, 10 sayısı da 2 ve 5'in çarpımı olduğundan bu sayılar girişken sayılardır ve çarpılmalarına gerek yoktur. Çünkü bu sayılar en küçük ortak kat bulma işleminde işleme katılmayacaklardır. Aynı zamanda 9 sayısı ve 8 sayısı 4 ve 6 sayılarının ortak katlarını oluşturur. Dolayısı ile bu sayılar da işlemden çıkarılacaktır. Paydaları bu sayılar olan kesirleri çıkardığımızda, sadece 1/5, 1/7, 1/8 ve 1/9 kesirleri kalır. Bu kesirlerin paydalarının tümü birbiri ile aralarında asal olduklarından en küçük ortak katı bulurken bu sayıları çarpmak yeterlidir ($5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 2520$).

Âmilî bu problemin çözümü için iki latif beyanda bulunmuştur.

1. Bir ayın gün sayısı olan 30, bir senenin ay sayısı olan 12 ile çarpılır. Daha sonra bu çarpım bir haftanın gün sayısı 7 ile çarpıldığında elde edilen sonuç sözü edilen dokuz kesrin, toplamının paydası 2520'yi verir.

2. Dokuz kesrin söylenişinde “ayın (ع)” harfi bulunan sayıların çarpımları da yine 2520'dir.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Rubu' (ربع) (1/4)} \\ \text{Subu' (سبع) (1/7)} \\ \text{Tusu' (تسع) (1/9)} \\ \text{'Öşür (عشر) (1/10)} \end{array} \right\} 4 \times 7 \times 9 \times 10 = 2520$$

Tam sayılı Kesri Bileşik Kesir Yapma (Tecnîs) ve Bileşik Kesri Tam Sayılı Kesir Yapma (Ref')

Tecnîs (bast): Tamsayılı bir kesri, bileşik kesre dönüştürme işlemidir. Bu işlemde, tamsayı ile kesrin paydası çarpılır ve bu sonuca kesrin payı eklenir. Elde edilen sonuca mücennes veya mebsût denilir. $\left[a \frac{b}{c} = \frac{a \cdot c + b}{c} \right]$

Örnekler:

$$\wp \quad 4\frac{0}{3} = \frac{4 \cdot 3 + 0}{3} = \frac{12}{3}$$

$$\wp \quad 2\frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\wp \quad 6\frac{3}{5} = \frac{6 \cdot 5 + 3}{5} = \frac{33}{5}$$

$$\wp \quad 4 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{7} = 4\frac{1}{21} = \frac{85}{21}$$

Ref: Bileşik sayılı bir kesri tam sayılı kesre dönüştürme işlemidir. Ref işleminde pay paydaya bölünür. Bölme işlemindeki bölüm tam sayılı kısım, kalan pay, bölünen sayı ise payda olur. Eğer kesrin payı paydasından küçük ise, burada ref işlemi yapılmaz.

Örnekler:

$$\wp \quad \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

$$\wp \quad \frac{70}{21} = 3\frac{7}{21} = 3\frac{1}{3}$$

$$\wp \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12} = 1\frac{1}{12}$$

1. Fasıl: KESİRLERDE TOPLAMA VE İKİ İLE ÇARPMA

A) Kesirlerde Toplama

Kesirlerde toplama işlemi, toplanan kesirlerin paydalarındaki sayıların birbirlerine göre durumlarına göre değişir. Kesirlerde toplama yaparken öncelikle kesirlerin paydalarının eşitlenmesi (tevhidu'l-mehâric) gerekmektedir.

Toplama işleminde paydanın nasıl bulunduğu yukarıda anlatılmıştır.

	$\frac{\frac{1}{3} \text{ li } \frac{1}{6}}{\frac{2 \text{ li } 1}{3 \text{ nisbet } 6}} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = ?$ $\left. \begin{array}{l} \text{EKOK (3,6)} = 6 \\ 6 \div 3 = 2 \\ 6 \div 6 = 1 \end{array} \right\} \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
	$\frac{\frac{1}{3} \text{ li } \frac{1}{6} \text{ li } \frac{1}{2}}{\frac{2 \text{ li } 1 \text{ li } 3}{6 \text{ nisbet } 6}} = 1$	$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = ?$ $\left. \begin{array}{l} \text{EKOK (3, 6, 2)} = 6 \\ 6 \div 3 = 2 \\ 6 \div 6 = 1 \\ 6 \div 2 = 3 \end{array} \right\} \frac{2+1+3}{6} = \frac{6}{6} = 1$

Paydalar Arasındaki Girişkenlik, Uyumluluk, Zıtlasma ve Benzeşme

- Paydaların Girişkenliği (Tedâhül)

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{bd} = \frac{d \cdot a + c}{b \cdot d}$$

3 ve 6 sayılarından 6 sayısı 3'ün tam katı olduğundan bu iki sayıya girişken sayılar denir.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2 \cdot 1 + 1}{6} = \frac{1}{3}$$

- Paydaların Uyumluluğu (Tevâfuk)

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot p}{b \cdot p} + \frac{c \cdot q}{d \cdot q} = \frac{a \cdot p + c \cdot q}{b \cdot p}$$

6 ve 20 sayılarının ortak bölenleri 2, ortak katları ise 60'tır. Bu yüzden bu iki sayıya benzeşen sayılar denir.

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{20} = \frac{1 \cdot 10}{6 \cdot 10} + \frac{1 \cdot 3}{20 \cdot 3} = \frac{10 + 3}{60} = \frac{13}{60}$$

- **Paydaların Zıtlaşması (Tebâyün)**

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot p}{b \cdot p} + \frac{c \cdot q}{d \cdot q} = \frac{a \cdot p + c \cdot q}{b \cdot p}$$

2 ve 3 sayılarının 1 dışında ortak bölenleri yoktur. Ortak katları ise 6'dır. Bu yüzden bu iki sayıya zıtlaşan sayılar denir.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{3 + 2}{6} = \frac{5}{6}$$

- **Paydaların Benzeşmesi (Temâsül)**

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b} \qquad \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

[Kesirlerde toplama işleminde yararlanılan bu 4 durum paydaların eşitlenmesi için oldukça kullanışlı bir yoldur ve burada paydaların EKOK'unun bulunması kolaylaştırılmıştır. Sayılar arasındaki bu ilişkiler günümüz müfredatında bulunmadığında paydaların eşitliği EKOK bulma işleminin zihinden yapılması yoluyla yapılmaktadır.]

B) Kesirlerde İki İle Çarpma (Taz'îf-i Küsûr)

İkiye çarpma işlemi payın iki ile çarpılıp, paydanın aynı kalması şeklinde yapılır. Bu işlem esasında bir kesrin kendisi ile toplanması demektir.

Örnek:

$$2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{5} \qquad \left(\frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{6}{5} = 1 \frac{1}{5} \right)$$

[Kesirlerde ikiye bölme ve iki ile çarpma işlemleri günümüzde ayrı bir başlık altında verilmemiş, çarpma işleminin içerisinde benzer şekilde öğretilmiştir.]

2. Fasıl: KESİRLERDE İKİYE BÖLME VE ÇIKARMA

A) Kesirlerde ikiye bölme (Tansîf)

Bir kesrin yarısı bulunurken, eğer kesrin payı çift (zevc) ise o sayı ikiye bölünür. Yahut kesrin payı tek ise bu durumda kesrin paydası iki ile çarpılır ve pay aynen kalır.

$a: 2n; \quad \frac{a}{b} \div 2 = \frac{a/2}{b}$ $\frac{8}{9} \div 2 = \frac{8/2}{9} = \frac{4}{9}$	$a: 2n - 1; \quad \frac{a}{b} \div 2 = \frac{a}{2b}$ $\frac{7}{9} \div 2 = \frac{7}{9 \cdot 2} = \frac{7}{18}$
--	--

[Kesirlerde ikiye bölme işleminin çıkarmanın öncesinde ve aynı başlık altında alınması alışılmış bir durum değildir.]

B) Kesirlerde Çıkarma (Tefrik-i kûsûr)

Değeri küçük bir kesri büyük bir kesirden çıkarabilmek için, paydalarının eşit olması gerekir. *[Payda eşitleme işlemi toplama kısmında ayrıntılı bir şekilde verilmiştir.]*

Paydaları eşit olan kesirlerin payı büyük olandan payı küçük olan çıkarılır ve sonuç pay kısmına yazılır. Payda değişmez. Yarıma yakın olan kesir, yarıma daha uzak olan kesirden büyüktür.

Örnek:

$$\left(\frac{1}{3} > \frac{1}{4}\right) \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4-1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

(4) (3)

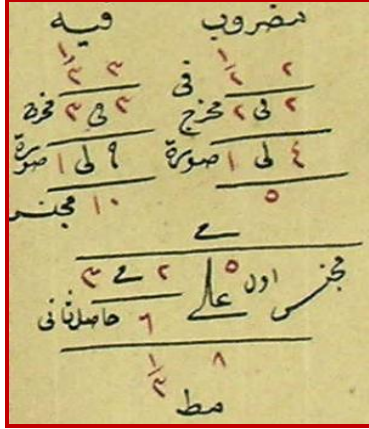
3. Fasıl: KESİRLERDE ÇARPMA (DARBU'L-KÜSÛR)

Kesirlerde çarpma işlemi için dokuz sınıflama yapılmıştır (Tablo 4.7). Tabloda görüldüğü gibi, tam sayı ile tam sayı, kesir ile kesir, tamsayılı kesir ile tam sayılı kesir, tam sayı ile kesir ve tersi, tam sayı ile tamsayılı kesir ve tersi, kesir ile tamsayılı kesir ve tersi olacak şekilde bir grupta yapılmıştır. Ters olan durumların (örn: kesir ile tam sayı veya tam sayı ile kesir) sonuçlarında ve işlem süreçlerinde bir değişiklik olmadığından bu durumlar için ikinci bir örnek verilmeye gerek duyulmamıştır.

Tablo 4.7: Kesirlerde Çarpmaya Dair Sınıflama

Çarpılan Sayı		(x)	Çarpan Sayı	Örnek
1	Tam Sayı	Fi	Tam Sayı	-
2	Kesir	Fi	Kesir	$\frac{3}{5} \times \frac{6}{7} = \frac{18}{35}$
3	Tamsayılı Kesir	Fi	Tamsayılı Kesir	$2\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{4} = \frac{5}{2} \times \frac{13}{4} = \frac{65}{8} = 8\frac{1}{8}$
4	Tam Sayı	Fi	Kesir	$\frac{3}{4} \times 7 = \frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$
	Kesir	Fi	Tam Sayı	
5	Tam Sayı	Fi	Tamsayılı Kesir	$2\frac{3}{5} \times 4 = \frac{13}{5} \times 4 = \frac{52}{5}$
	Tamsayılı Kesir	Fi	Tam Sayı	
6	Kesir	Fi	Tamsayılı Kesir	$\frac{4}{5} \times 4\frac{1}{3} = \frac{4}{5} \times \frac{13}{3} = \frac{52}{15} = 3\frac{7}{15}$
	Tamsayılı Kesir	Fi	Kesir	

Yukarıdaki tabloda görüldüğü üzere; kesirlerde çarpma işlemi yapmak için tamsayılı olan kesirler bileşik kesre çevrilir, sadece tam sayıların paydaları “1” kabul edilir ve pay ile payın çarpımı paya, payda ile paydanın çarpımı paydaya yazılır. Bu işlem sürecinde, kesirlerin paydalarının eşit olması gerekmediğinden, kesirlerin paydaları arasındaki benzeşme, girişkenlik, zıtlasma ve uyumluluk dikkate alınmaz.



$$\begin{array}{rcl}
 \text{madrub} & & \text{fîh} \\
 2\frac{1}{2} & \text{fi} & 3\frac{1}{3} \\
 \hline
 \frac{2 \text{ fî } 2 \text{ mahrec}}{4 \text{ lî } 1 \text{ sûret}} & & \frac{3 \text{ fî } 3 \text{ mahrec}}{9 \text{ lî } 1 \text{ sûret}} \\
 5 & & 10 \\
 \\
 & \text{fî} & \\
 & \text{hâsıl} - 1 \text{ evvel (50)} & \\
 & \text{hâsıl} - 1 \text{ sâni (6)} & \\
 & 8\frac{1}{3} &
 \end{array}$$

$$2\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{3} = \frac{2.2+1}{2} \times \frac{3.3+1}{3} = \frac{5}{2} \times \frac{10}{3} = \frac{50}{6} = 8\frac{2}{6} = 8\frac{1}{3}$$

[Kesirlerde çarpma işlemi pay ile payın çarpılıp paya, payda ile paydanın çarpılıp paydaya yazılması şeklinde yapılmıştır ve bu günümüzdeki çarpma işleminden farksızdır.]

4. Fasıl: KESİRLERDE BÖLME (KİSMETU'L-KÜSÛR)

Kesirlerde bölme işlemi için sekiz sınıflama yapılmıştır (Tablo 4.8). Tabloda görüldüğü gibi, kesir ile kesir, tamsayılı kesir ile tam sayılı kesir, kesir ile tamsayılı kesir ve tersi, tam sayı ile kesir ve tersi, tam sayı ile tamsayılı kesir ve tersi, olacak şekilde bir gruplama yapılmıştır. Bu bölümde tam sayı ile tam sayının bölünmesine “tam sayılarda bölme” konusunda değinildiği için yer verilmemiştir. Dolayısı ile sınıf sayısı sekize inmiştir. Ayrıca bölme tablosu oluşturulurken çarpmada olduğu gibi bir birinin tersi olan durumlar için yalnız bir örnek verilmemiştir. Çünkü bölme işleminde bölünen sayıların yerlerinin değişmesi işlemin sonucunu değiştirecektir (Örn: 8/4 işleminin sonucu 2 iken, 4/8 işleminin sonucu 1/2’dir). Bölme işlemi yapılırken şu yol izlenir: Öncelikle bölünen ve bölen kesirden herhangi birisi tam sayılı ise bileşik kesre çevrilir. Tablodaki 1. 2. 3. ve 4. durumlarda bölünen ve bölen kesirler, paydalarının en küçük ortak katı ile çarpılır. Bu sonuçta elde edilen kesirler artık tam sayı olacaklardır. Son olarak bu tam sayılar birbirine oranlanır.

Tablodaki 5. 6. 7. ve 8. durumlarda var olan payda ile çarpma yapılır. Çarpanlardan biri olan tam sayı, var olan kesrin paydası cinsinden yazılır. Son olarak elde edilen iki kesirden ilk kesrin payı ile ikinci kesrin payı bir birine bölünür. Sonuç bileşik ise tam sayılı kesre dönüştürülür.

Eğer bölünen kesir ile bölen kesir birbirine eşitse bölüm “1” olur.

Bölme işleminin sağlaması: Kesirlerde bölme işleminin sağlaması yapılırken tam sayılardaki sağlama yolu uygulanır. Bölme işlemi sonucunda bulunan kesir bölen kesir ile çarpıldığında bölünen kesre ulaşılır.

Örnek:

$$5\frac{1}{4} \div 3 = \frac{21}{4} \div \frac{12}{4} = \frac{21}{12} = 1\frac{9}{12} = 1\frac{3}{4}$$

Sağlaması:

$$1\frac{3}{4} = \frac{7}{4} \times 3 = \frac{21}{4}$$

İşlem doğrudur.

[Kesirlerde bölme işlemi günümüzdekinden farklı bir şekilde, bölünen kesirlerin paydalarının EKOK'ları ile çarpılması şeklinde yapılmıştır. Bu yöntem bugün yapılan “ters çevirip çarpma” işlemi gibi değildir ve öğrencilerin birçoğu niçin “birinci kesrin aynen kaldığı ve ikincinin ters çevrilip çarpıldığı” konusunda kavramsal bilgiye sahip değillerdir.]

Aynı zamanda günümüzde, ne bölme işlemi ne de çarpma işlemi ile ilgili yapılan tablolardaki gibi bir grupta yapılmıştır.]

Tablo 4.8: Kesirlerde bölmeye dair sınıflama

Bölünen (Maksûm)		(÷)	Bölen (Maksûm Aleyh)	İşlem	Örnek
1	Kesir	‘alâ	Kesir	Ortak Payda ile Çarpılır.	$\frac{5}{9} \div \frac{7}{10} = \left(\frac{5}{9} \times 90\right) \div \left(\frac{7}{10} \times 90\right) = \frac{450}{9} \div \frac{630}{10} = 50 \div 63 = \frac{50}{63}$
2	Tamsayılı Kesir	‘alâ	Tamsayılı Kesir		$3\frac{3}{4} \div 2\frac{1}{2} = \left(\frac{15}{4} \times 4\right) \div \left(\frac{5}{2} \times 4\right) = \frac{60}{4} \div \frac{20}{2} = 15 \div 10 = \frac{15}{10} = 1\frac{1}{2}$
3	Kesir	‘alâ	Tamsayılı Kesir		$\frac{3}{4} \div 1\frac{1}{2} = \left(\frac{3}{4} \times 4\right) \div \left(\frac{3}{2} \times 4\right) = \frac{12}{4} \div \frac{12}{2} = 3 \div 6 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
4	Tamsayılı Kesir	‘alâ	Kesir		$1\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = 2$
5	Kesir	‘alâ	Tam Sayı	Var Olan Payda ile Çarpılır.	$\frac{8}{9} \div 4 = \frac{8}{9} \div \frac{36}{9} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$
6	Tam Sayı	‘alâ	Kesir		$4 \div \frac{5}{6} = \frac{24}{6} \div \frac{5}{6} = \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}$
7	Tam Sayı	‘alâ	Tamsayılı Kesir		$3 \div 5\frac{1}{4} \rightarrow 3 = \frac{12}{4}; \quad 5\frac{1}{4} = \frac{21}{4}; \quad 3 \div 5\frac{1}{4} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$
8	Tamsayılı Kesir	‘alâ	Tam Sayı		$5\frac{1}{4} \div 3 \rightarrow 5\frac{1}{4} = \frac{21}{4}; \quad 3 = \frac{12}{4}; \quad 5\frac{1}{4} \div 3 = \frac{21}{12} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$

5. Fasıl: KESİRLERDE KÖK ALMA (CEZRU'L-KÜSÛR)

Kökü alınacak kesir ya tam sayılı kesirdir, ya da sadece kesirdir. Tam sayılı bir kesrin kökü alınırken öncelikle bu kesir bileşik kesre dönüştürülür. Kesrin kökü alınırken pay ve paydanın ayrı ayrı kökü alınır ve payın kökü paya, paydanın kökü paydaya yazılır.

Örnekler:

$$\bullet \sqrt{6\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} \qquad \bullet \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$$

Eğer pay ve paydanın tam olarak kökü bulunamıyorsa, paydanın kökten kurtarılması için pay ve payda, paydanın kök içindeki sayısı ile çarpılır ve bu şekilde kök alma işlemi tamamlanır.

Örnek:

$$\sqrt{3\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{7}{2}} = \sqrt{\frac{7 \times 2}{2 \times 2}} = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{14}}{2}$$

$\sqrt{14}$ sayısının yaklaşık sonucunun nasıl bulunduğu tam sayıların kökünü bulma işleminde gösterildiği üzere bulunur. Yaklaşık kök bulma işlemi aşağıdaki formül ile yapılır:

$$N'nin kökünün bulunması \quad \sqrt{N} = a + \frac{b}{2a+1}$$

[**a**: kökü alınacak sayıdan küçük en büyük tam kare sayının karekökü]

b: kökü alınacak sayının kendisinden küçük en büyük tam kare sayıdan fazla olan miktarı]

$$\sqrt{14} \rightarrow a = \sqrt{9} = 3 \qquad b = 14 - 9 = 5$$

$$\sqrt{14} = 3 + \frac{5}{2 \cdot 3 + 1} = 3\frac{5}{7}$$

$$\sqrt{3\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{14}}{2} = \frac{3\frac{5}{7}}{2} = \frac{\frac{26}{7}}{2} = \frac{26}{14} = 1\frac{12}{14} = 1\frac{6}{7}$$

6. Fasıl: BİR KESRİN PAYDASINI BAŞKA BİR PAYDAYA DÖNÜŞTÜRME

Bu işlem bir kesrin başka bir kesre dönüştürülmesidir. Dönüştürülecek olan kesrin paydasına “mahrec-i muhavvelun ileyh”, dönüştürülecek olan kesrin paydasına ise “mahrec-i muhavvel” olarak adlandırılır. Bu işlem yapılırken öncelikle tam sayılı kesirler varsa bileşik kesre dönüştürülür. Daha sonra eldeki kesrin payı dönüştürülecek kesrin paydası ile çarpılır ve dönüşen kesrin payına bölünür.

Problem 1: $\frac{5}{7}$ kesri kaç tane $\frac{1}{8}$ kesri eder?

$$\frac{5}{7} = x \cdot \frac{1}{8} \Rightarrow x = \frac{8 \cdot 5}{7} = \frac{40}{7}$$

Problem 2: $\frac{6}{9}$ kesri kaç tane $\frac{1}{3}$ kesri eder?

$$\frac{6}{9} = x \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 6}{9} = \frac{18}{9} = 2$$

Dönüştürülecek kesrin payı		Dönüştürülecek kesrin paydası		Dönüştürülecek kesrin payı		Dönüştürülecek kesrin paydası
6	..	9	...	X	..	3
Taraf		Vasat		Dönüştürülecek kesir		Taraf
Dönüştürülecek kesrin paydası	3	Fî (çarpma)		6		
	18	‘alâ (bölme)		9		Dönüştürülecek kesrin paydası
		2		Mat		Dönüştürülecek kesrin payı (x)

Eğer birden fazla kesrin toplamı ile ortaya çıkan bir kesrin başka bir kesre dönüştürülmesi istenirse, önce toplama yapılır, daha sonra aynı işlem uygulanır.

[Problem 3: $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3}$ kesri $\frac{1}{6}$ kesrinin kaç katıdır?

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{x}{6} \Rightarrow \frac{15}{30} + \frac{6}{30} + \frac{10}{30} = \frac{31}{30} = \frac{x}{6}$$

$$x = \frac{6 \cdot 31}{30} = \frac{31}{5} = 6\frac{1}{5}$$

4.1. “ARAŞTIRMA PROBLEMİ 2” İLE İLGİLİ BULGULAR

Nihayetu’l Elbab adlı eser ışığında tespit edilen ve genel olarak Osmanlı Medreseleri’nde kullanılan zihinden hesap tekniklerinin öğrencilerin zihinden hesap becerilerine etkisi var mıdır?

Veriler çalışma grubu öğrencilerinin “Zihinden Hesap Becerisi Testi”ne verdikleri cevaplardan elde edilmiştir. Bu test, tespit edilen zihinden hesap tekniklerinin öğretildiği çalışma öğrencilerine öğretim öncesi ve öğretim sonrası ayrı ayrı uygulanmıştır.

4.1.1. Zihinden Hesap Beceri Testi Ön Test ve Son Test Bulguları

Çalışma grubu öğrencilerinin ön test puanları normal bir dağılım göstermekte midir?

Çalışma grubu öğrencilerine “Zihinden Hesap Teknikleri Ders Planı” uygulanmış Öğretim çalışmasından önce bu öğrencilerin tamamının zihinden hesap becerileri düzeyleri belirlenmiştir. Bu amaçla öncelikle çalışma grubu öğrencilerinin ön test puanlarının normal dağılıma uygunlukları test edilmiştir.

Normal dağılıma uygunluğu test etmek için Kolmogorov-Smirnov testi kullanılmıştır. Test sonuçları Tablo 4.2.1’de verilmiştir.

Tablo 4.2.1: Çalışma Grubu Öğrencilerinin Zihinden Hesap Becerisi Ön Test ve Son Testi’nden Aldıkları Puanlara İlişkin Kolmogorov-Smirnov Testi Sonuçları

		Kolmogorov- Smirnov Testi		
Sınıf	Grup	N	t	p
Öntest	Çalışma Grubu	56	0,82	0,10
Sontest	Çalışma Grubu	56	0,68	0,08

Tablo 4.2.1’de verilen test sonuçları incelendiğinde, çalışma grubundaki öğrencilerinin uygulama öncesi ve uygulama sonrası zihinden hesap beceri testinden elde edilen puanların p anlamlılık değeri 0,05’ten büyüktür ($t_{\text{öntest}} = 0,82$; $p = 0,10 > 0,05$ ve $t_{\text{sontest}} = 0,68$; $p = 0,08 > 0,05$). Bu sonuç ön test ve son test verilerinin normal

dağılıma sahip olduğunu ve analizlerinde parametrik bağımlı gruplar t-testinin kullanılabileceğini gösterir.

Çalışma grubu öğrencilerinin ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?

Öğretim uygulamaları öncesinde çalışma grubu öğrencilerinin zihinden hesap beceri testi puanlarının farklılaşmasını araştırmak için bağımlı gruplar t-testi kullanılmış ve test sonuçları Tablo 4.2.2’de verilmiştir.

Tablo 4.2.2: Çalışma Grubu Öğrencilerinin Zihinden Hesap Becerisi Ön ve Son Testi’nden Aldıkları Puanlara Bağımlı Örneklem (Eşlenik Çift) t-Testi

Grup	Test	N	X	ss	t	P
Çalışma Grubu	Ön Test	56	16,51	5,02	-6,79	0,000
Çalışma Grubu	Son Test	56	20,50	4,28		

Tablo 4.2.5’ten elde edilen bulgular incelendiğinde çalışma grubu öğrencilerinin “Zihinden Hesap Beceri Ön ve Son Testi” ortalama puanları arasında bir artış olduğu görülür ve bu artış istatistiksel olarak anlamlıdır ($p = 0,00 < 0,05$). Bu analizler çalışma grubu öğrencilerinin uygulama sonrası zihinden hesap becerilerinin arttığını gösterir. Başka bir ifade ile $X_1 = 16,51 < X_2 = 20,50$ olduğundan anlamlılık çalışma grubu son test yönündedir ve uygulanan zihinden hesap teknikleri ders planının çalışma grubu öğrencilerinin zihinden hesap becerilerini pozitif yönde etkilediği söylenebilir.

4.2. “ARAŞTIRMA PROBLEMİ 3” İLE İLGİLİ ELDE EDİLEN BULGULAR

Öğrencilerin zihinden hesap becerilerinin, tahmin becerileri arasında bir ilişki var mıdır?

Öğrencilerin zihinden hesap becerileri ile tahmin becerileri arasında bir ilişki olup olmadığını tespit etmek amacı ile korelasyon analizi yapılmıştır. Korelasyon analizinin yapılabilmesi için iki değişkenin de sürekli ve normal bir dağılım göstermesi gerekmektedir. Verilerin tamamının normal dağılıma sahip olduğu “Araştırma Problemi 1”in cevabının bulunması aşamasında açıklanmış idi (Tablo 4.1 ve Tablo 4.3). Bu araştırmada zihinden hesap becerisi ile tahmin becerisinin ilişkisini araştırmak için çalışma grubu öğrencilerinin öncelikle zihinden hesap becerisi ön test puanlarıyla tahmin becerisi ön test puanları (Tablo 4.3), ardından ise zihinden hesap becerisi son test puanlarıyla (Tablo 4.4) tahmin becerisi son test puanları arasındaki korelasyona bakılmıştır.

Çalışma grubu öğrencilerinin zihinden hesap beceri ön test puanları ve tahmin beceri testi ön test puanları arasında bir korelasyon var mıdır?

Tablo 4.2.3: Çalışma Grubu Öğrencilerinin Zihinden Hesap Becerisi Ön Testi ve Tahmin Becerisi Ön Testi Arasındaki Korelasyon

		Zihinden Hesap Becerisi	Tahmin Becerisi
Zihinden	Pearson Correlation	1	0,671(**)
Hesap Becerisi	Sig. (2-tailed)		0,000
	N	56	56
Tahmin	Pearson Correlation	0,671(**)	1
Becerisi	Sig. (2-tailed)	0,000	
	N	56	56

Çalışma grubu öğrencilerinin uygulama öncesi zihinden hesap ve tahmin becerileri arasındaki ilişkiyi tespit etmek amacı ile yapılmış korelasyon analizi sonuçları incelendiğinde (Tablo 4.2.3) Pearson korelasyon katsayısı 0,671 olarak belirlenmiştir. $0,671 > 0,5$ olduğundan Zihinden Hesap ile Tahmin Becerisi arasında pozitif yönde, anlamlı ve yüksek bir ilişki görülmektedir.

☞ *Çalışma grubu öğrencilerinin zihinden hesap beceri son test puanları ve tahmin beceri testi son test puanları arasında bir korelasyon var mıdır?*

Tablo 4.2.4: Çalışma Grubu Öğrencilerinin Zihinden Hesap Becerisi Son Testi ve Tahmin Becerisi Son Testi Arasındaki Korelasyon

		Zihinden Hesap Becerisi	Tahmin Becerisi
Zihinden	Pearson Correlation	1	0,608(**)
Hesap Becerisi	Sig. (2-tailed)		0,000
	N	56	56
Tahmin	Pearson Correlation	0,608(**)	1
Becerisi	Sig. (2-tailed)	0,000	
	N	56	56

Çalışma grubu öğrencilerinin uygulama sonrası zihinden hesap ve tahmin becerileri arasındaki ilişkiyi tespit etmek amacı ile yapılmış korelasyon analizi sonuçları incelendiğinde (Tablo 4.2.4) Pearson korelasyon katsayısı 0,608 olarak belirlenmiştir. Aynı şekilde $0,608 > 0,5$ olduğundan ve $p = 0,00 < 0,05 = \alpha$ olduğundan Zihinden Hesap ile Tahmin Becerisi arasında pozitif yönde, anlamlı ve yüksek bir ilişki görülmektedir.

Bu pozitif, yüksek ve anlamlı ilişki öğrencilerden zihinden hesap becerisi yüksek olan öğrencinin, tahmin becerisinin de yüksek; düşük olan öğrencilerin ise tahmin becerilerinin de düşük olduğu anlamına gelir. Gerçekten de bir öğrenciden, işlemsel tahmin yaparken sayıları belirli şekillerde yuvarlaması ve zihinden işlem becerisini de ortaya koyarak yaklaşık bir değer bulması gibi çeşitli beceriler beklenmektedir.

4.3. “ARAŞTIRMA PROBLEMİ 4” İLE İLGİLİ ELDE EDİLEN BULGULAR

Öğrencilerin uygulama öncesi ve uygulama sonrasında zihinden ve yazarak hesap hakkındaki görüşlerinde bir farklılaşma var mıdır?

4.3.1. Uygulama öncesi ve sonrası Zihinden Hesap Anketi Bulguları

Bu kısımda ard arda verilen maddeler, öğrencilere sunulan “Zihinden Hesap Anketi”nde -Ek 3’te görüldüğü üzere- karışık halde verilmiştir. Burada sıralı bir şekilde incelenmesindeki amaç cevaplar arası tutarlılık ve tutarsızlıkları daha kolay bir şekilde tespit etmektir. İnceleme, analiz ve yorumlar Tablo 2.1’de gösterilen grupta göz önünde bulundurularak yapılmıştır. Bu bölümde öğrencilerin hem uygulama öncesi hem de uygulama sonrası anket sonuçları birlikte verilmiş ve böylelikle karşılaştırmanın daha kolay ve anlaşılır olması hedeflenmiştir.

Tablo 4.2.5: Uygulama Öncesi 6. Sınıf Öğrencilerinin Görüşlerini Yansıtan “İlgili Olma ve Eğlenceli Bulma” İle ilişkili Maddelere “Evet (E), Hayır (H) Ve Emin Değilim (ED)”Cevaplarının Yüzdesi

	Öğrenci Sayısına Göre (N = 56)			Yüzdelik Dilime Göre (% 100)		
	E	H	ED	E	H	ED
İlgili Olma ve Eğlenceli Bulma						
Yazarak hesap yaparken eğlenirim.	16	12	28	28,5	21,5	50
Zihinden hesap yaparken eğlenirim.	14	22	20	25	39,3	35,7
Yazarak hesap yapmanın ilgi çekici olduğunu düşünüyorum.	16	30	10	28,5	53,5	17,8
Zihinden hesap yapmanın ilgi çekici olduğunu düşünüyorum.	22	8	26	39,2	14,2	46,4
Yazarak hesap yapmak, zihinden hesap yapmaktan daha ilgi çekicidir.	19	7	30	33,9	12,5	53,5
Zihinden hesap, yazarak hesap yapmaktan daha ilgi çekicidir.	23	11	22	41,0	19,6	39,2

Tablo 4.2.5’deki uygulama öncesi “ilgili olma ve eğlenceli bulma” kategorisi incelendiğinde yazarak ve zihinden hesap yapmayı eğlenceli bulmadıkları, zihinden hesap yapmayı ilginç buldukları, fakat zihinden hesap ve yazarak hesabı birbiri ile karşılaştırdıklarında kararsız kaldıkları görülmektedir. Burada uygulama derslerinde de belirttikleri üzere öğrenciler zihinden hesabı tanımamakta, yazarak hesaba karşılaştırmasını yaparken zorlanmaktadır. Bu da ankette “emin değilim” maddesine verilen yoğun cevaplarda açıktır.

Tablo 4.2.6: Uygulama Sonrası 6. Sınıf Öğrencilerinin Görüşlerini Yansıtan “İlgili Olma ve Eğlenceli Bulma” İle ilişkili Maddelere “Evet (E), Hayır (H) Ve Emin Değilim (ED)”Cevaplarının Yüzdesi

	Öğrenci Sayısına Göre (N = 56)			Yüzdelik Dilime Göre (% 100)		
	E	H	ED	E	H	ED
<u>İlgili Olma ve Eğlenceli Bulma</u>						
Yazarak hesap yaparken eğlenirim.	17	12	27	30,4	21,4	48,2
Zihinden hesap yaparken eğlenirim.	35	11	10	62,5	19,6	17,9
Yazarak hesap yapmanın ilgi çekici olduğunu düşünüyorum.	5	30	21	8,9	53,6	37,5
Zihinden hesap yapmanın ilgi çekici olduğunu düşünüyorum.	32	8	16	57,1	14,3	28,6
Yazarak hesap yapmak, zihinden hesap yapmaktan daha ilgi çekicidir.	1	7	48	1,8	12,5	85,7
Zihinden hesap, yazarak hesap yapmaktan daha ilgi çekicidir.	35	11	10	62,5	19,6	17,9

Tablo 4.2.6'daki uygulama sonrası “ilgili olma ve eğlenceli bulma” kategorisi incelendiğinde öğrencilerin uygulama öncesine göre daha bilinçli cevaplar verdikleri görülmektedir. Artık zihinden hesabı tanımakta ve avantaj ve dezavantajlarını da göz önünde bulundurarak işaretlemelerini yapmaktadırlar. Tabloya göre öğrencilerin yazarak hesabım eğlendiriciliğine karşı görüş değiştirmemiş fakat bunun yanında uygulama derslerinin de etkisi ile zihinden hesabı daha ilgi çekici bulmaya başlamışlardır. Yazarak hesabı eğlendirici bulma konusunda kararsız olan öğrenci sayısı azalmıştır fakat yine de öğrencilerin çoğunluğu böyle düşünmeye devam etmiştir. Burada öğrencilerin “eğlenme” kelimesine tam olarak anlam yükleyemedikleri ve günlük eğlencelerle, hesap yaparkenki eğlenme arasında ilişki kuramadıkları, bir anlam kargaşası yaşadıkları düşünülmektedir.

Tablo 4.2.7: Uygulama Öncesi 6. Sınıf Öğrencilerinin Görüşlerini Yansıtan “Yeterlilik Algısı” İle ilişkili Maddelere “Evet (E), Hayır (H) Ve Emin Değilim (ED)”Cevaplarının Yüzdesi

	Öğrenci Sayısına Göre (N=56)			Yüzdelik Dilime Göre (%)		
	E	H	ED	E	H	ED
<u>Yeterlilik Algısı</u>						
Yazarak hesap yapmada başarılıyım.	42	2	12	75	3,5	21,4
Zihinden hesap yapmada başarılıyım.	16	18	22	28,5	32,1	39,2
Zihinden hesabın, yazarak hesap yapmaktan daha zor olduğunu düşünüyorum.	36	12	8	64,2	21,4	14,2
Yazarak hesap yapmanın, zihinden hesaptan daha zor olduğunu düşünüyorum.	16	28	12	28,5	50	21,5
Yazarak hesap yapmakta, zihinden hesaba göre daha başarılıyım.	41	10	5	73,2	17,8	8,9
Zihinden hesap yapmakta, yazarak hesap yapmaya göre daha başarılıyım.	13	28	15	23,2	50	26,7
Yazarak hesap yapmak bana çok zor geliyor.	17	35	4	30,3	62,5	7,1
Zihinden hesap yapmak bana çok zor geliyor.	32	10	14	57,1	17,8	25

Tablo 4.2.7'deki “yeterlilik algısı” kategorisi incelendiğinde öğrencilerin kendilerini genel olarak yazarak hesap yapmakta başarılı, zihinden hesapta ise başarısız bulmaktadırlar. Aynı zamanda zihinden hesabı yazarak hesaptan daha zor bulduklarını ve zihinden hesap yapmakta zorlandıklarını ifade etmişlerdir. Öğrencilerin verdikleri cevaplarda ciddi bir tutarsızlık olmamıştır.

Tablo 4.2.8: Uygulama Sonrası 6. Sınıf Öğrencilerinin Görüşlerini Yansıtan “Yeterlilik Algısı” İle İlişkili Maddelere “Evet (E), Hayır (H) Ve Emin Değilim (ED)” Cevaplarının Yüzdesi

	Öğrenci Sayısına Göre (N=56)			Yüzdelik Dilime Göre (%)		
	E	H	ED	E	H	ED
<u>Yeterlilik Algısı</u>						
Yazarak hesap yapmada başarılıyım.	45	2	9	80,4	3,6	16,1
Zihinden hesap yapmada başarılıyım.	31	18	7	55,4	32,1	12,5
Zihinden hesabın, yazarak hesap yapmaktan daha zor olduğunu düşünüyorum.	29	19	8	51,8	33,9	14,3
Yazarak hesap yapmanın, zihinden hesaptan daha zor olduğunu düşünüyorum.	16	28	12	28,6	50,0	21,4
Yazarak hesap yapmakta, zihinden hesaba göre daha başarılıyım.	35	10	11	62,5	17,9	19,6
Zihinden hesap yapmakta, yazarak hesap yapmaya göre daha başarılıyım.	18	14	24	32,1	25,0	42,9
Yazarak hesap yapmak bana çok zor geliyor.	10	39	7	17,9	69,6	12,5
Zihinden hesap yapmak bana çok zor geliyor.	18	31	7	32,1	55,4	12,5

Tablo 4.2.8'deki uygulama sonrası “yeterlilik algısı” kategorisi incelendiğinde öğrencilerin genel olarak yazarak hesap ile ilgili düşüncelerinde ciddi bir değişiklik olmamıştır. Yine öğrencilerin %80,4'ü kendisini yazarak hesap konusunda başarılı bulduğunu belirtmiştir. Tablo'da özellikle dikkat çeken, uygulama sonrasında öğrencilerin zihinden hesap konusundaki düşüncelerindeki değişiktir. Zihinden hesap yapmada kendisini başarılı gören öğrenci sayısı artarken, zihinden hesabın yazarak hesaptan daha zor olduğunu düşünen öğrenci sayısı azalmakla birlikte yine de öğrencilerin geneli bu düşüncelerini korumuşlardır. Uygulama sonrasında öğrenciler zihinden hesap yapmayı ve zihinden hesap yapabilecekleri durumları öğrenmişlerdir. Öğrenciler, uygulama dersleri içinde de temas ettikleri gibi yazarak hesap yapmayı, kalem ve kâğıt olduğu sürece daha kolay bulmakta ve zihinden hesabın gerçekten yazarak hesaptan daha kolay olduğu durum ve işlemlerin de olduğunu dile getirmektedirler.

Tablo 4.2.9: Uygulama Öncesi 6. Sınıf Öğrencilerinin Görüşlerini Yansıtan “Değerlilik Algısı” İle İlişkili Maddelere “Evet (E), Hayır (H) Ve Emin Değilim (ED)”Cevaplarının Yüzdesi

	Öğrenci Sayısına Göre (N=56)			Yüzdelik Dilime Göre (%)		
	E	H	ED	E	H	ED
<u>Değerlilik Algısı</u>						
Yazarak hesap yapmada başarılı olmak önemli bir şeydir.	33	10	13	58,9	17,8	23,2
Zihinden hesapta başarılı olmak önemli bir şeydir.	34	14	8	60,7	25	14,2
Yazarak hesap yapmanın zihinden hesap yapmaktan daha önemli olduğunu düşünüyorum.	15	16	25	26,7	28,5	44,6
Zihinden hesap yapmanın, yazarak hesap yapmaktan daha önemli olduğunu düşünüyorum.	44	3	9	78,5	5,3	16,0

Tablo 4.2.9’teki uygulama öncesi “değerlilik algısı” kategorisi incelendiğinde öğrencilerin genel olarak hem yazarak hem de zihinden hesabı önemsedikleri ve fakat zihinden hesaba yazarak hesaptan daha fazla önem verdikleri görülmektedir. Bu önem öğrencilerin zihinden hesabı daha zor bulmalarından kaynaklanıyor olabilir.

Tablo 4.2.10: Uygulama Sonrası 6. Sınıf Öğrencilerinin Görüşlerini Yansıtan “Değerlilik Algısı” İle İlişkili Maddelere “Evet (E), Hayır (H) Ve Emin Değilim (ED)”Cevaplarının Yüzdesi

	Öğrenci Sayısına Göre (N=56)			Yüzdelik Dilime Göre (%)		
	E	H	ED	E	H	ED
<u>Değerlilik Algısı</u>						
Yazarak hesap yapmada başarılı olmak önemli bir şeydir.	30	10	16	53,6	17,9	28,6
Zihinden hesapta başarılı olmak önemli bir şeydir.	35	9	12	62,5	16,1	21,4
Yazarak hesap yapmanın zihinden hesap yapmaktan daha önemli olduğunu düşünüyorum.	15	16	25	26,8	28,6	44,6
Zihinden hesap yapmanın, yazarak hesap yapmaktan daha önemli olduğunu düşünüyorum.	45	3	8	80,4	5,4	14,3

Tablo 4.2.10’teki uygulama sonrası “değerlilik algısı” kategorisi incelendiğinde öğrenciler genel olarak uygulama öncesi ile paralel bir düşünce sergilemekte, yine hem zihinden hem de yazarak hesabı önemsemektedirler. Bunun da öğrencilerin ve araştırmacının, uygulama sürecinde sık sık iki hesap yönteminin de yerine göre avantaj ve dezavantajları olduğunu vurgulamasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Yine son maddede öğrencilerin zihinden hesabı ciddi bir beceri gerektirdiğinden dolayı daha önemli buldukları düşünülmektedir.

Tablo 4.2.11: Uygulama Öncesi 6. Sınıf Öğrencilerinin Görüşlerini Yansıtan “Kullanışlılık Algısı” İle İlişkili Maddelere “Evet (E), Hayır (H) Ve Emin Değilim (ED)”Cevaplarının Yüzdesi

	Öğrenci Sayısına Göre (N=56)			Yüzdelik Dilime Göre (%)		
	E	H	ED	E	H	ED
<u>Kullanışlılık Algısı</u>						
İleride, yazarak hesap yapmayı zihinden hesaptan daha çok kullanacağımı düşünüyorum.	9	35	12	16,0	62,5	21,4
İleride, zihinden hesabı yazarak hesap yapmaktan daha çok kullanacağımı düşünüyorum.	32	11	13	57,1	19,6	23,2
Okul dışında yazarak hesap yapmayı, zihinden hesaptan daha çok kullanıyorum.	36	17	3	64,2	30,3	5,3
Okul dışında zihinden hesabı, yazarak hesap yapmaktan daha çok kullanıyorum	25	28	3	44,6	50	5,36
Okulda zihinden hesaptan çok, yazarak hesap yapıyorum.	36	8	12	64,2	14,2	21,4
Okulda yazarak hesap yapmaktan çok, zihinden hesap yapıyorum.	8	30	18	14,2	53,5	32,1

Tablo 4.11’teki uygulama öncesi “kullanışlılık algısı” kategorisi incelendiğinde öğrencilerin ileride zihinden hesabı yazarak hesaptan daha çok kullanacaklarını ifade ettikleri görülmektedir. Aynı zamanda okul dışında ve içinde yazarak hesabı daha çok kullanmakta oldukları, sadece bazı öğrencilerin zihinden hesabı okul dışında hesap yaparken kullandıkları söylenebilir.

Tablo 4.2.12: Uygulama Sonrası 6. Sınıf Öğrencilerinin Görüşlerini Yansıtan “Kullanışlılık Algısı” İle İlişkili Maddelere “Evet (E), Hayır (H) Ve Emin Değilim (ED)”Cevaplarının Yüzdesi

	Öğrenci Sayısına Göre (N=56)			Yüzdelik Dilime Göre (%)		
	E	H	ED	E	H	ED
<u>Kullanışlılık Algısı</u>						
İleride, yazarak hesap yapmayı zihinden hesaptan daha çok kullanacağımı düşünüyorum.	2	35	19	3,6	62,5	33,9
İleride, zihinden hesabı yazarak hesap yapmaktan daha çok kullanacağımı düşünüyorum.	36	11	9	64,3	19,6	16,1
Okul dışında yazarak hesap yapmayı, zihinden hesaptan daha çok kullanıyorum.	12	32	12	21,4	57,1	21,4
Okul dışında zihinden hesabı, yazarak hesap yapmaktan daha çok kullanıyorum	35	10	11	62,5	17,9	19,6
Okulda zihinden hesaptan çok, yazarak hesap yapıyorum.	31	15	10	55,4	26,8	17,9
Okulda yazarak hesap yapmaktan çok, zihinden hesap yapıyorum.	40	13	3	71,4	23,2	5,4

Tablo 4.2.12'deki uygulama sonrası “kullanışlılık algısı” kategorisi incelendiğinde öğrencilerin -uygulama öncesinde olduğu gibi- zihinden hesabı yazarak hesaptan daha çok kullanacaklarını ifade ettikleri görülmektedir. Fakat buna karşın uygulama öncesi, okul dışında yazarak hesabı kullandıklarını ifade eden öğrencilerin birçoğu uygulama sonrasında okul dışında zihinden hesabı daha çok kullandıkları yönünde fikir değiştirmişlerdir. Şüphesiz ki bu değişim öğrencilerin zihinden hesabın günlük hayattaki kullanışlılığını fark etmelerinden kaynaklanmaktadır. Bu iki hesap türünün okul içinde kullanımı ile ilgili olan maddeler incelendiğinde öğrencilerin düşüncelerinde bir tutarsızlık görülmektedir.

	E	H	ED	E	H	ED
Okulda zihinden hesaptan çok, yazarak hesap yapıyorum.	31	15	10	55,4	26,8	17,9
Okulda yazarak hesap yapmaktan çok, zihinden hesap yapıyorum.	40	13	3	71,4	23,2	5,4

Yukarıda da görüldüğü gibi öğrencilerden 40'ı “okulda yazarak hesabı daha çok kullanıyorum” derken, 31'i “okulda yazarak hesabı daha çok kullanıyorum” demiştir. Buradaki tutarsızlıktan dolayı yorum yapmakta güçlük çekilmiş fakat bu sonuçların öğrencilerin emin olamamalarından kaynaklandığı düşünülmüştür.

Tablo 4.2.13: Uygulama Öncesi 6. Sınıf Öğrencilerinin Görüşlerini Yansıtan “Öğrenilen Kaynak Algısı” İle İlişkili Maddelere “Evet (E), Hayır (H) Ve Emin Değilim (ED)”Cevaplarının Yüzdesi

	Öğrenci Sayısına Göre (N=56)			Yüzdelik Dilime Göre (%)		
	E	H	ED	E	H	ED
<u>Öğrenilen Kaynak Algısı</u>						
Yazarak hesap yapmayı kendim öğrendim.	9	43	4	16,7	76,7	6,6
Zihinden hesap yapmayı kendim öğrendim.	34	20	2	60,7	35,7	3,5
Yazarak hesap yapmayı okulda öğrendim.	47	3	6	83,9	5,3	10,7
Zihinden hesap yapmayı okulda öğrendim.	15	23	18	26,7	41,0	32,1

Tablo 4.2.13'deki uygulama öncesi “öğrenilen kaynak algısı” kategorisi incelendiğinde öğrencilerin yazarak hesabı okulda, zihinden hesabı ise kendileri öğrendiği yönünde bir çıkarım yapılabilir. Öğrencilerin verdikleri cevaplar tutarlı olup, okullarda zihinden hesaba verilen önemin düşüklüğü ve özel olarak zihinden hesap eğitiminin yapılmadığı göze çarpmaktadır.

Tablo 4.2.14: Uygulama Sonrası 6. Sınıf Öğrencilerinin Görüşlerini Yansıtan “Öğrenilen Kaynak Algısı” İle İlişkili Maddelere “Evet (E), Hayır (H) Ve Emin Değilim (ED)”Cevaplarının Yüzdesi

	Öğrenci Sayısına Göre (N=56)			Yüzdelik Dilime Göre (%)		
	E	H	ED	E	H	ED
Öğrenilen Kaynak Algısı						
Yazarak hesap yapmayı kendim öğrendim.	1	45	10	1,8	80,4	17,9
Zihinden hesap yapmayı kendim öğrendim.	30	20	6	53,6	35,7	10,7
Yazarak hesap yapmayı okulda öğrendim.	47	1	8	83,9	1,8	14,3
Zihinden hesap yapmayı okulda öğrendim.	34	11	11	60,7	19,6	19,6

Tablo 4.2.14'deki uygulama sonrası “öğrenilen kaynak algısı” kategorisi incelendiğinde öğrencilerin yazarak hesabı okulda öğrendikleri düşüncesi güçlenmiş ve zihinden hesabı da okulda öğrendikleri düşüncesi de yerleşmiştir. Bu değişim uygulamalarda verilen zihinden hesap etkinliklerinden kaynaklandığı söylenebilir.

Yukarıdaki tablolar incelendiğinde bu veriler oldukça fazla mesaj içermektedir. Fakat bu asıl olarak dikkatli incelemeler ve birebir görüşmeler ile derinlemesine analiz edilebilir. Çalışmada görüşmeler yapılmamıştır fakat elde edilen genel bilgiler ışığında “tipik” bir öğrencinin ağzından şu cümleler döküleceği düşünülmektedir:

Uygulama öncesi tipik öğrenci görüşü:

“Ben yazarak hesap yapmayı okulda öğrendim ve okulda yazarak hesap yapmaya zinden hesaptan çok daha fazla zaman harcadım. Derslerimizde özel olarak zihinden hesaptan bahseden öğretmenlerimiz olmadı. Bu yüzden zihinden hesabı çok karmaşık buluyorum ve yazarak hesap yapmakta zihinden hesaba göre daha başarılıyım. Bunun yanında hem zihinden hesapta hem de yazarak hesap yapmakta başarılı olmanın önemli olduğunu düşünüyorum. Ama ileride, bir yetişkin olduğumda zihinden hesap benim için daha kullanışlı olacağından ve zihinden hesap yapmak özel bir beceri gerektirdiğinden, bana göre zihinden hesap yazarak hesaptan daha önemlidir.”

Uygulama sonrası tipik öğrenci görüşü:

“Ben yazarak ve zihinden hesap yapmayı okulda öğrendim. Yazarak hesap yapmayı zihinden hesaba gör daha kolay buluyorum ama zihinden hesap yapabilmenin birçok yönden daha önemli ve eğlenceli olduğunu düşünüyorum. Uygulamada öğrendiğim yöntemlerle zihinden hesap yapmanın bazen çok kullanışlı olduğunu düşünüyorum. Bu zihinden hesap yöntemleri bana işlemlerde sayıları daha iyi tanıttı ve bir birlerine dönüştürmeyi öğretti.”

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde, ayrıntılı olarak önceki bölümlerde ifade edilen bulgulara odaklanılarak elde edilen sonuçlar ortaya konmuş, bu sonuçlar ilgili alan yazın ve araştırmalar ışığında tartışılmış ve sonuçlarla ilgili öneriler sunulmuştur.

5.1. SONUÇ VE TARTIŞMA

Araştırma sonuçları üç alt başlıkta toplanmıştır. Birinci alt başlıkta, Osmanlı Eğitim Kurumları'nda matematik eğitime yönelik bulgular ve incelenen eser ile ilgili bulgular ışığında genel birkaç sonuca varılmıştır. Araştırmanın birinci bölümde eserin incelenmesi ışığında eserde ve genel olarak Osmanlı Medreseleri'nde zihinden hesaba verilen önem fark edilmiştir. İkinci alt başlıkta, zihinden hesap teknikleri ders planı uygulamasının ilköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin zihinden hesap becerilerine etkisi ve zihinden hesap becerileri ile tahmin becerileri arasındaki korelasyon ile ilgili sonuçlara yer verilmiştir. Üçüncü başlık ise öğrencilerin zihinden hesap hakkındaki düşüncelerinin uygulama öncesi ve sonrasında ne şekilde değiştiği ile ilgili varılan sonuçları içermektedir.

5.1.1.Nihâyetü'l-Elbâb adlı eserin matematik eğitimi açısından değerlendirilmesi ile ilgili sonuçlar

Araştırmanın ilk araştırma problemi olarak ele alınan *Nihâyetü'l Elbâb adlı eserin dört işlem ve kesir konularının ele alındığı kısımlar matematik eğitimi açısından değerlendirilip, mevcut müfredattaki öğretimleri ile kıyaslandığında ne gibi farklı ve ortak noktalar ile karşılaşılır?* sorusuyla ilgili sonuçlar bu bölümde sunulmuştur. Sonuçlar doküman analizi ve tarihsel araştırma yöntemleri ile uzman tarihçilerden de yardım alınarak tespit edilmiştir.

Elde edilen bulgular ışığında aşağıdaki sonuçlara varılmıştır;

- Osmanlıda yenileşme döneminden itibaren başlayan ilk seviyeden ileri düzeye kadar matematik eğitim ve öğretimine dair bir metodun daha önce görülmediği,

matematik adına verilen eğitimde, o medresedeki müderrisin ilgi ve bilgisine paralel ve belirli bir kitap esas alınmaktaydı. Bu kitap(lar) ilk ve orta seviye, bazen de ileri seviyeyi de içerecek şekilde matematik bilgilerinin harmanlanmış olarak sunulduğu eserlerdi.

- Özet olarak *Hülâsatı'l-Hisâb* orta seviye ve hacimde, açıklamalı örnekleri ile bir öğrenci için ideal nitelikte bir eserdir. Zaten eser birçok matematik âlimi tarafından şerh edilmiş ve bu şerhler Osmanlı Devleti'nde özellikle Anadolu, Balkanlar, Suriye ve Irak bölgesinde ders kitabı olarak okutulmuştur. Bundan başka eser Ali Kuşçu'dan sonra yani 16. yy'ın sonlarına kadar Osmanlı medreselerinde hesap kitabı olarak okutulmuştur.
- Eserin Kuyucaklızâde Muhammed Âtîf tarafından yapılmış tek tam tercümesi olan “Nihâyetü'l-Elbâb” da 19. yy Osmanlı medreselerinde orta seviyede ders kitabı olarak okutulmuştur.
- İncelenen eserde ve genel olarak 19. yy Osmanlı eğitim müesseselerinde, öğretim sistemi metin okuma ve anlama üzerine bina edildiğinden, bir matematik metninde bile, basit bir örneklendirme ile gösterilebilecek olan bir işlemi çoğu zaman oldukça uzun cümlelerle anlatma yoluna gidilmiştir.
- Eser ilköğretimden, mühendishanelere kadar bilinmesi gereken temel matematik bilgilerini içermektedir. Fakat ilköğretim seviyesine uygun olmayan birçok farklı yol gösterilmiştir.

Eser incelemesiyle kısaca aşağıdaki bilgilere ulaşılmıştır:

- Tam sayıların hesabından kasıt, günümüzde doğal sayılara karşılık gelen kısmın hesabıdır. Negatif sayılar hesaplamalarda söz konusu edilmemiş, sadece pozitif tam sayılar üzerindeki işlemler hesaba katılmıştır.
- İki ile çarpma ve ikiye bölme işlemleri özel başlıklar altında verilmiş ve iki ile çarpma, toplama ile ilişkisi olduğundan toplananın; ikiye bölme ise çıkarma ile ilişkili bulunduğundan çıkarmanın altında ele alınmıştır.
- Günümüz toplama ve çıkarma işleminin yanı sıra eserde farklı olarak toplama işleminin soldan da yapılabileceği tablolar yardımıyla ve “*mahv u ispat*” isimli yöntemle gösterilmiştir.

- Toplama, iki ile çarpma, çıkarma, ikiye bölme, çarpma ve bölme işlemlerinin sağlaması “*mizan*” adı verilen bir çeşit modüler aritmetik yöntemi yardımı ile yapılmıştır. Bunun yanında bir işlemin sağlamasının ilgili işlemin zıddı ile yapılabileceğine de değinilmiştir.
- Eserde bölme ve çarpma işlemlerinin tanımı hem tam sayıları hem de rasyonel sayıları kapsayacak şekilde yapılmıştır.
- Çarpma işleminde basit sayıların birbirleri ile çarpımını göstermek amacı ile bir tablo hazırlanmıştır. Bileşik sayıların birbirleriyle çarpılması için çeşitli yöntemler kullanılmış, günümüzde öğretilen çarpma işlemine “meşhur çarpma” denmiş ve bunun dışında “süslemeli çarpma, karşılıklı çarpma ve şebekeli çarpma” yöntemleri de kullanılmıştır.
- Bir ve iki basamaklı sayıların birbirleriyle çarpımı için başvurulabilecek 12 zihinden hesap yöntemine yer verilmiş ve bu yöntemlerin bazıları araştırmanın ikinci kısmında yapılan deneysel çalışma için hazırlanan ders planında kullanılmıştır. Üç ve daha yüksek basamaklı sayıların çarpımında kullanılan süslemeli ve karşılıklı çarpma yöntemlerinde sayıların kısmi çarpımlarından yararlanılmıştır.
- Şebekeli çarpma yöntemi bugün dünya bilim tarihinde “Neiper’in Kemikleri” olarak bilinen bir yöntemdir. Neiper tıpkı Âmilî gibi milâdi 16. yy matematikçilerindendir ve herhangi bir iletişim aracı olmadığı düşünülürse Neiper ile Âmilî’nin bu çarpma yöntemini aynı dönemlerde icat ettikleri söylenebilir. Fakat Âmilî’nin Hülâsâtü’l-Hisâb’ında kaynak olarak gösterdiği Nasûriddin Tûsî’nin 14. yy’da yazdığı eş-Şemsiyye fî’l-Hisâb adlı eserinde de bu yöntem gösterilmektedir. Bu da bize Neiper’in Kemikleri şeklinde bilinen buluşun aslında kendisinden yüzlerce yıl evvel başka bir Osmanlı Âlimi tarafından kullanıldığını kanıtlamaktadır. Bu bulgu Salih Zeki’nin Âsâr-ı Bâkiye’sinde değindiğiyle paralellik göstermektedir.
- Bölme işlemi bir tablo çizerek ve günümüzdekinden çok farklı ve karmaşık bir yöntemle bulunmuştur (Tablo 4.1.4).
- Kök alma işleminin tanımı günümüzdeki tanımından farklı değildir ve sayılar tam kare ve tam kare olmayan sayılar olmak üzere ikiye ayrılmıştır. Tam kare olmayan sayılar için bugün ilköğretim müfredatında öğrencilere gösterilmeyen bir formül

kullanılmıştır. Bu formül ile tüm tam kare olmayan sayıların yaklaşık kökünün rasyonel sayı şeklinde ifade edilebilmesi sağlanmıştır.

- Üç ve daha fazla basamaklı sayılarının kareköklerinin bulunması için ayrı ve uzun bir tablo kullanılmıştır. Bu yöntemin bir benzeri bugün günümüz sekizinci sınıf müfredatında ondalık sayıların kareköklerinin bulunması için kullanılmaktadır.
- Kesirlerde hesaptan söz edilen kısımlarda negatif kesirlere değinilmemiş, sadece pozitif kesirler üzerindeki işlemler söz konusu edilmiştir.
- Kesirlerde toplama işlemine geçilmeden bazı ön bilgilere yer verilmiş ve özellikle sayı grupları arasındaki ilişki (temasül, tedahül, tevafuk ve tebayün) üzerinde durulmuştur.
- Eserde ve genel olarak Osmanlı dönemi matematik eserlerinde Kesirler konusunda en önemli konu kesirlerin isimlendirilmesidir. Sadece “dokuz kesir” özel olarak isimlendirilmiş ve bunun dışındaki tüm kesirler bu dokuz kesir cinsinden ifade edilmiş ve bu şekilde okunmuştur. Bu çeşit isimlendirme bu alanda yapılmış tüm eserlerle, örneğin Elif Bağa tarafından yapılan “Nizâmuddin Nisâbûrî ve Şemsiyye Fi'l-Hisâb Adlı Matematik Risalesinin Tahkik, Tercüme ve Tarihi Bir Değerlendirmesi” adlı çalışması ile paralellik göstermektedir.
- Eserde kesirlerin hesabına başlamadan önce “dokuz kesrin” paydalarının en küçük ortak katının bulunması için farklı yöntemler gösterilmiştir.
- Kesirlerde toplamı ve çıkarma işlemleri yapılırken günümüzden farklı olmayan bir yöntem kullanılmış ve payda eşitleme işleminde sayılar arası söz konusu edilen dört farklı ilişkiden yararlanılmıştır.
- Kesirlerde ikiye bölme işlemi çıkarma işlemi ile birlikte verilmiş ve ikiye bölünecek kesrin payının tekliği ve çiftliğine göre işlem yapılmıştır. Pay çift ise pay ikiye bölünmüş payda ise aynen bırakılmıştır. Payın tek olduğu durumda ise pay aynen bırakılıp, payda iki ile çarpılmıştır.
- Kesirlerde çarpma işleminin günümüzde kullanılan yöntemden farkı yoktur. Tam sayılı kesirler bileşik kesre çevrilir, tam sayıların paydasında “1” olduğu kabul edilir ve pay ile pay çarpılıp paya, payda ile payda çarpılıp paydaya yazılır.
- Kesirlerde bölme işlemi yapılırken günümüzde kullanılan “birinci kesri aynen tutup, ikinci kesri ters çevirip çarpma” işlemi yapılmamaktadır. Bölünen ve bölen

kesirlerin her biri, bölünen ve bölen kesirlerin paydalarının en küçük ortak katı ile çarpılmıştır.

- Kesirlerde bölmenin sağlaması için çarpma işleminden yararlanılmıştır.
- Kesirlerde karekök alma işlemi tam kare kesirli sayılar için günümüzden farsızdır. Tam kare olmayan sayıların karekökünün alınması sırasında ise bugün yapılanın aksine mümkün olduğu kadar kareköklü ifadelerden kaçınılmış ve kareköklü ifadelerin en yakın kökünün bulunmasıyla kesirli ifadelere dönüştürülmüştür.

5.1.2. Zihinden hesap teknikleri ders planı uygulamasının ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin zihinden hesap becerilerine etkisi ve zihinden hesap becerileri ile tahmin becerileri arasındaki korelasyon ile ilgili sonuçlar

Araştırmanın ikinci araştırma problemi olarak ele alınan “*Nihayetu’l Elbab adlı eser ışığında tespit edilen ve genel olarak Osmanlı Medreseleri’nde kullanılan zihinden hesap tekniklerinin ilköğretim 6. sınıf öğrencilerin zihinden hesap becerilerine etkisi var mıdır?*” sorusuyla ilgili sonuçlar bu bölümde sunulmuştur. Sonuçlar çalışma grubu öğrencilerinin “Zihinden Hesap Beceri Testi (ZHBT)”ne uygulama öncesi ve uygulama sonrasında verdikleri cevaplardan elde edilen verilerden oluşturulmuştur.

- Çalışma grubu öğrencilerinin ön test – son test sonuçlarına göre, “Zihinden Hesap Beceri Testi” ortalamalarında anlamlı bir farklılık görülmüştür. Bu sonuç zihinden hesap teknikleri ders planı uygulamasının öğrencilerin zihinden hesap becerileri üzerinde olumlu bir etkisi olduğu söylenebilir.
- Uygulamaya katılan çalışma grubu öğrencileri ilköğretimin birinci kademesinde zihinden hesap ile ilgili eğitim almalarına rağmen gerekmedikçe zihinden hesabı kullanmamakta, problem çözme sürecinde zihinden hesaptan yararlanmamaktadırlar.
- Araştırmada varılan sonuç ile ifade edilebilecek en önemli nokta, öğrencilerin teşvik edildikleri takdirde zihinden hesabı kullanma yoluna gittikleri ve bunun için kendilerinin formal ve informal olmak üzere çeşitli stratejiler oluşturmak için çabaladıklarını göstermiştir.
- 2005 MEB ikinci kademe matematik müfredatı incelendiğinde, müfredat kitabının giriş kısmında “Matematik Eğitiminin Genel Amaçları” başlığı altında “tahmin

etme ve zihinden işlem yapma becerilerini etkin kullanabilecektir” şeklinde bir ifade bulunmaktadır. Yani yeni ilköğretim müfredatında zihinden hesap ile ilgili müstakil bir kazanım olmamasına rağmen, zihinden hesaba verilen önem dile getirilmiştir. Fakat bu önem öğretmen ve ders kitaplarına yansımadığından öğretmenler zihinden hesaba derslerinde ağırlık vermemişler ve bilişsel stratejiler boyutunda zihinden hesaba önem vermemişlerdir.

Araştırmanın üçüncü araştırma problemi olarak ele alınan “*Çalışma grubu öğrencilerinin zihinden hesap beceri ön test ve son test puanları ve tahmin beceri testi ön test ve son test puanları arasında bir korelasyon var mıdır?*” sorusuyla ilgili sonuçlar bu bölümde sunulmuştur. Sonuçlar çalışma grubu öğrencilerinin “Zihinden Hesap Beceri Testi (ZHBT)” ve “Tahmin Beceri Testi (TBT)”ne uygulama öncesi ve uygulama sonrasında verdikleri cevaplardan elde edilen verilerden oluşturulmuştur.

Yapılan analizler sonucunda;

- Çalışma grubu öğrencilerinin uygulama öncesi Zihinden Hesap ile Tahmin Becerisi arasında pozitif yönde, anlamlı ve yüksek bir ilişki tespit edilmiştir.
- Uygulama öncesinde olduğu gibi, çalışma grubu öğrencilerinin uygulama sonrası Zihinden Hesap ile Tahmin Becerisi arasında pozitif yönde, anlamlı ve yüksek bir ilişki görülmektedir.

Bu pozitif ilişki zihinden hesap becerisi yüksek olan öğrencinin, tahmin becerisinin de yüksek; düşük olan öğrencilerin ise tahmin becerilerinin de düşük olduğu anlamına gelir. Dolayısı ile matematik eğitiminde bilişsel stratejiler boyutunda zihinden hesaba verilen önem artarsa bu öğrencilerin tahmin becerilerini de olumlu yönde etkileyecektir.

5.1.3. Öğrencilerin uygulama öncesi ve uygulama sonrasında zihinden ve yazarak hesap hakkındaki görüşlerindeki farklılaşma

Araştırmanın dördüncü araştırma problemi olarak ele alınan “*Öğrencilerin uygulama öncesi ve uygulama sonrasında zihinden ve yazarak hesap hakkındaki görüşlerinde bir farklılaşma var mıdır?*” sorusuyla ilgili sonuçlar bu bölümde sunulmuştur.

Sonuçlar çalışma grubu öğrencilerinin “Zihinden Hesap Anketi (ZHA)”ne uygulama öncesi ve uygulama sonrasında verdikleri cevaplardan elde edilen verilerden oluşturulmuştur. Zihinden hesap anketine verilen cevaplar ışığında aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

Uygulama öncesi;

- Öğrenciler yazarak ve zihinden hesap yapmaktan eğlenmediklerini belirtmişlerdir. Hem yazarak hem de zihinden hesabı ilgi çekici bulduklarını belirtirken, zihinden hesabı tam olarak tanımadıklarından sorulara cevap verirken “emin değilim” seçeneğine ağırlık vermişlerdir.
- Ayrıca öğrenciler kendilerini yazarak hesap yaparken zorlanmadıklarını, zihinden hesabı yazarak hesaba göre daha karmaşık bulduklarını da ifade etmişlerdir.
- Bunun yanında yazarak ve zihinden hesabın ikisinin de önemli olduğunu, fakat ikisini birbiri ile karşılaştırdıklarında zihinden hesapta yeterli olmanın daha önemli olduğunu belirtmişlerdir. Bu düşünce öğrencilerin zihinden hesabı daha zor ve karmaşık bulmalarından kaynaklanıyor olduğu tahmin edilmektedir.
- Öğrenciler ileride yazarak hesabı değil de zihinden hesabı kullanacaklarını belirtmişler ve bunun yanında hem okul içinde hem de okul dışında yazarak hesabı daha çok kullandıklarını dile getirmişlerdir.
- Son olarak öğrencilerin büyük çoğunluğu yazarak hesap yapmayı okulda, zihinden hesabı ise kendilerinin öğrendiğini ifade etmişlerdir. Bu ilköğretim matematik müfredatında zihinden hesabın hemen hemen hiç yer almamasından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Uygulama sonrasında;

- Öğrenciler zihinden hesap yaparken eğlendiklerini, zihinden hesabı, yazarak hesaptan daha ilgi çekici bulduklarını belirtmişlerdir. Uygulama sürecinde kullanılan teknik ve yöntemler ve gerektiğinde gösterilen kısa yollar öğrencilerin ilgisini çekmiş ve hesap yapmayı eğlenceli ve ilginç hale getirmiştir.

- Uygulama öncesi zihinden hesapta kendini başarılı görmeyen birçok öğrencinin bu fikri değişmiştir.
- Ayrıca öğrencilerin genel olarak, zihinden hesabın yazarak hesaptan daha zor olduğu düşüncesi devam etmiş fakat zihinden hesabı zor bulan öğrenci sayısı azalmıştır.
- Uygulama öncesiyle paralel olarak iki hesap türünü de önemli bulan öğrencilerin çoğunun zihinden hesaba daha fazla önem verdiği ve zihinden hesap becerisine sahip olmanın daha ciddi olduğunu belirtmişlerdir.
- Öğrenciler uygulama öncesinde olduğu gibi ileriki yaşamlarında zihinden hesabı daha çok kullanacaklarını ifade etmişlerdir fakat buna karşın uygulama çalışması ile birlikte öğrenciler zihinden hesabı tanımışlar ve okul içinde ve dışında zihinden hesabı kullanmaya başlamışlardır. Fakat bu kullanım hem zihinden hem de yazarak hesap için öylesine birbiri içine girmiştir ki, öğrenciler ilgili maddelere verdiği yanıtlarda tutarsızlıklar görülmüştür.
- Zihinden hesabı kendisin öğrendiğini iddia eden öğrencilerin hemen hemen tamamı bu düşüncelerinden vazgeçmişler ve zihinden hesabı, araştırmada verilen eğitimle öğrendiklerini ifade etmişlerdir.
- Zihinden hesap anketi ile elde edilen bulgular ve varılan sonuçlar Reys & Reys (1993) çalışması ile paralellik göstermektedir.

5.2. ÖNERİLER

Bu bölümde Nihâyetu'l-Elbâb adlı eserin dört işlem ve kesir konularının ele alındığı kısımların matematik eğitimi açısından değerlendirilmesi, günümüz ilköğretim matematik eğitimi ile karşılaştırılması ve zihinden hesap stratejileri ile ilgili elde edilen bulgular ve varılan sonuçlar ışığında bazı önerilere yer verilecektir.

5.2.1. Nihâyetu'l-Elbâb eserinin değerlendirilmesi ile ilgili öneriler

- Eserde karşılaşılan farklı yöntemlerin herhangi bir ilköğretim okulunda ilgili seviyedeki öğrencilere uygulanması yoluyla değerlendirilmesi yapılabilir.
 - ✓ Toplama ve ikiye bölme işlemlerinin soldan yapılması,

- ✓ Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin sağlamasının modüler aritmetik yardımıyla yapılması,
 - ✓ Bölme işleminin tablo yardımıyla yapılması,
 - ✓ Karekök bulma işleminde, yaklaşık kök bulma formülünün kullanılması,
 - ✓ Kesirlerin tamamının “dokuz kesrin” birleşimi şeklinde yazılarak isimlendirilmesi ve bu şekilde işlemlerin yapılması,
 - ✓ Kesirlerin toplanması ve çıkarılmasında payda eşitlemesi sırasında farklı bir EKOK bulma yönteminin kullanılması,
 - ✓ Bölme işleminin farklı bir yöntemle yapılması vb.
- Nihâyetü'l-Elbâb adlı eserin tamamının matematik eğitimi açısından değerlendirmesi ve farklı yöntem - tekniklerin uygulaması yapılabilir.
 - Araştırma sırasında Osmanlı Dönemi Matematikçileri'nin zihinden hesaba büyük önem verdikleri görülmüştür. Bu açıdan zihinden hesaplara ilgili mümkün olan tüm eserlere ulaşıp, karşılaştırılmalı bir çalışma yapılabilir.
 - Osmanlı Medreseleri'nde sık sık okutulan diğer eserler de tespit edilip matematik eğitimi açısından değerlendirilebilir.

5.2.2. Zihinden hesap ve tahmin becerisi ile ilgili öneriler

- Hem ilköğretimin ilk kademesine, hem de ikinci kademesine dönük değişik sınıf seviyelerinde öğrencilerin zihinden hesap yapma tutumlarını değişik boyutlarda ölçen tutum ölçekleri geliştirilmelidir.
- Öğrencilerin zihinden hesap becerilerinin gelişmesinde önemli bir role sahip öğretmenlerin de zihinden hesap ile ilgili inanç ve tutumlarının belirlenmesi için çok boyutlu ölçekler gereklidir.
- Öğrencilerin zihinden hesap ve tahminle ilgili inanç ve tutumlarının belirlenmesinde ölçek geliştirme çalışmalarının yapılması ve bu çalışmaların nitel çalışmalarla desteklenmesi gerekmektedir.
- Araştırma sürecinde öğrencilerin bazıları ilköğretmenlerinin zihinden hesabı çok ciddi bir şekilde öğrettiğini dile getirirken, bazıları ilköğretimde zihinden hesaplara ilgili herhangi bir eğitim almadığını belirtmiştir. Bu kapsamda öğretmenlerin zihinden hesaplara ilgili tutumlarının öğrencilerin zihinden hesap becerileri üzerinde etkisi olup olmadığı araştırılabilir.

- Yapılan incelemeler sonrasında Dünya literatüründe zihinden hesaplama ilgili birçok araştırma varken, Türkiye’de hemen hemen hiçbir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu bağlamda öğrenciler, öğretmenler ve öğretmen adayları üzerinde çok farklı boyutlarda zihinden hesaplama ilgili araştırmalar yapılabilir.
- İlköğretim müfredatı ayrıntılı olarak incelendiğinde, zihinden hesaplama ilgili kazanımların ilköğretim birinci kademesinde basit bir şekilde yer aldığı, fakat ikinci kademe stratejilerinde kullanılmasını teşvik eden ciddi hiçbir kazanımın olmadığı görülmüştür. Bu eksikliğin giderilmesi için ilköğretimin ikinci kademesinde tahmin becerisi ile de ilişkilendirilmek suretiyle zihinden hesaplama ilgili kazanımlara yer verilmelidir.
- İlköğretim ikinci kademe müfredatının giriş bölümünde “matematik eğitimin amaçları” içerisinde “tahmin etme ve zihinden işlem yapma becerilerini etkin kullanabilecektir” şeklinde bir ifade yer almakta fakat bu amacın yerine getirilmesi için öğretmen veya ders kitaplarında zihinden hesaplama ilgili bilişsel stratejiler boyutunda zihinden hesabın önemi dile getirilmemektedir. Bu bağlamda öğretmen kitapları ve ders kitaplarında zihinden hesaplama etkinliklerine yer verilmeli ve öğretmenler de, öğrencilere problem çözme, tahmin becerileri gibi beceriler kazandırma sırasında tahmin stratejilerini kullanma yolunda teşvik edilmelidir.

KAYNAKÇA

- Ahmed, S., Da'bûl, M., Humsî, İ., (1986), “*Mu‘cem er-Riyâdiyât el-Muâsıra (Modern Matematik Sözlüğü)*”, Beyrut, II. Baskı. s. 275.
- Altun, M. (2001) “*Matematik Öğretimi*”, Bursa: Alfa Yayınevi
- Atay, H. (1981) “Medreselerin Islahı”, *A. Ü. İlahiyat Fakültesi Dergisi* XXV, 1, Ankara.
- Beberman, M., Shutter, C. H., Spreckelmeyer, R. L..(1959) “Teaching the Third R.”, *Council for Basic Education*, Washington.
- Bestgen, B.J., Reys, R.E., Rybolt, J.F., & Wyatt, J.W. (1980) “Effectiveness of Systematic Instruction on Attitudes and Computational Estimation Skills of Preservice Elementary Teachers”, *Journal for Research in Mathematics Education*, 124-136.
- Carroll, W. (1996) “Yenilik Tabanlı Matematik Müfredatında Öğrencilerin Zihinden Hesaplaması.” *Matematik ve Fen Okulu*, 96(6), 305-311.
- Cevat, A., Şinasi, (1926) İstanbul. s. 3.
- Çepni, S. (2007) “Araştırma ve Proje Çalışmalarında Giriş”, 3. Baskı, s. 48, Trabzon.
- Değirmendere, M. (2009) “*Nihayatul’l Elbab Fi Tercemet-İ Hülasatu’l-Hisab Adlı Eserin Matematik Bilim Tarihi Açısından Değerlendirilmesi*”, Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa. s. 6.
- Demir, R. (2003) “Türkiye’de Bilim Tarihi Araştırmalarının Gelişimine Genel Bir Bakış”, *Türkiye’de Bilim Tarihi Araştırmalarının Dünü ve Bugünü*, Ankara Üniversitesi, Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi, Bilim Tarihi Anabilim Dalı’nda Yapılan Çalışmalar, Esin Kâhya, Melek Dosay Gökdoğan, Remzi Demir, Hüseyin Gazi Topdemir ve Yavuz Unat, Ankara Üniversitesi, Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi Yayınları: 975-482, , s. 1-2, Ankara.
- Esad Efendi, Tuhfetu’l-Adâd, nr 3151 / 2, yap.149b.
- Fazlıoğlu, İ., (1998) "Hulâsat el-hisâb", *Diyanet Vakfı İslâm Ansiklopedisi (DİA)*, c. XVIII, İstanbul, s. 322-324
- Fazlıoğlu, İ., (1998) “Hesap”, *Diyanet Vakfı İslam Ansiklopedisi (DİA)*, c. 17 s. 242
- Fazlıoğlu, İ., (1998) “Hesap”, *Diyanet Vakfı İslam Ansiklopedisi (DİA)*, c. 17 s. 252.

Fazlıoğlu, İ., (1998) “Hesap”, *Diyanet Vakfı İslam Ansiklopedisi (DİA)*, c. 17 s. 253.

Fazlıoğlu, İ., (1998) “Hülâsatı’l-Hisab”, *Diyanet Vakfı İslam Ansiklopedisi (DİA)*, c.18, s.322.

Gelişli, Y., (2). Osmanlı İlköğretim Kurumlarından Sıbyan Mektepleri (Kuruluşu, Gelişim ve Dönüşümü). *Yeni Türkiye Araştırma ve Yayın Merkezi*, 15, 34-35.

Gökyay, O. Ş., *Mizanü’l-Hakk*, nşr, İstanbul 1980, s. 21-23

Halat, E., (2006) Yeni İlköğretim Matematik Programı (1–5) İle İlgili Sınıf Öğretmenlerinin Görüşleri, *Sosyal Bilimler Dergisi*, s. 64, Afyon,.

Hülâsatı’l-Hisab’ın bulunduğu kütüphaneler hakkında ayrıntılı bilgi için bkz. Osmanlı Matematik Literatürü (Ekmeleddin İhsanoğlu-Ramazan Şeşen-Cevat İzgi) c.1. indeks, s. 670., İstanbul 1999.

III. Ahmed, nr. 3144, önsöz.

İhsanoğlu, E., Şeşen, R., İzgi, C., (1999) *Osmanlı Matematik Literatürü*, c.1, İstanbul, s. 293

İhsanoğlu, E., (2007) “Kaynaklar Işığında bir keşif – Osmanlılar ve Bilim”, s. 229, İstanbul,

İzgi, C., (1997) *Osmanlı Medreselerinde İlim*, c.1, İz Yayıncılık, İstanbul, s. 23

İzgi, Cevat, a.g.e. s. 198

İzgi, Cevat., (1997) “Osmanlı Medreselerinde İlim”, s. 208, İstanbul,.

Kevakib-i Keb’a, yap 60a.

King, J. P., çev Arık, N., (2006) *Matematik Sanatı*, Ankara:TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları

Leutzing, L. P. (1999). “Toplama Olgusu için Düşünme Stratejileri Geliştirmek. Çocuklarda Matematik Öğretimi 6, 14-18.

M. E. B, (2005). *İlköğretim Matematik 1–8.Sınıf Öğretim Programı*, Ankara

Nasr, S. H., (2006) “İslâm ve Bilim”, İnsan Yayınları, İstanbul, s. 77

- Özyılmaz, Ö., (2002) “Osmanlı Medreselerinin Eğitim Programları”, *Kültür Bakanlığı Yayınları*, s.4, Ankara,.
- Reys, B. J. (1985). “Zihinden Hesaplama Aritmetik Öğretmen”, 32(6), 43-46.
- Reys, R. E. Yang, D. C. (1998) . “Tayvan da 6. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Sayı Duygusu ve İşlemsel Başarımları Arasındaki İlişki”, *Matematik Araştırmaları Dergisi* 29(2), 225-37.
- Reys, R.E. (1984), “Mental Computation and Estimation: Past, present and future”, *The Elementary School Journal* 84(5), 547-557.
- Reys,R.E., Reys, B.J., Nohda, N., Ishida, J., Yoshikawa, S., Shimizu, K. (1991), “Computational Estimation Performance and Strategies Used by 5th and 8th Grade Japanese Students”, *Journal For Research in Mathematics Education*, 22, 39-58
- Rubentein, R. N., (1986), *Varieties of Estimation*, In H. L. Schoen & M. J. Zweng (Eds.), *Estimation and mental computation: 1986 yearbook* (pp. 16-30). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Saidan, Ahmed S. (1996), “Numeration and Arithmetic”, Editörler: Roshdi Rashed ve Regis Morelon, *Encyclopedia of the History Arabic Science*, Routledge, London.
- Sowder, J. T. (1992a). “Tahmin ve Sayı Duygusu. In D. Grouws (Ed.)”, *Matematik Eğitimi ve Öğretimi Üzerine Araştırma El Kitabı* (s. 371-389). New York: Macmillan.
- Sowder, L. (1988). “Çocukların Hikâye Problemleri Çözümleri ” *Matematiksel Becerisi Dergisi*, 7, 227-238.
- Sulak, B., (2008). Sınıf Öğretmenliği Adaylarının Matematikte Kullanılan Tahmin Stratejilerini Kullanım Düzeyleri Üzerine Bir Araştırma, s.5, Ankara.
- Süveysî, Muhammed, Hesap maddesi, s. 257.
- Süveysî, Muhammed, Hesap maddesi, s. 257.
- Şerefeddin-A.A., (1997) “Âmili”, *İslam Ansiklopedisi*, c.1, s.405-406, MEB Yay., Eskişehir.

Tekeli, S., Kâhya, E., Dosay, M., Demir, R., Topdemir, H.G. & Unat, Y., “*Bilim Tarihi*”, Birinci Baskı, Doruk Yayınevi, Ankara 1997, s. 4.

Tekinkır, D., (2008) *İlköğretim 6–8. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Alanındaki Tahmin Stratejilerini Belirleme Ve Tahmin Becerisi İle Matematik Başarısı Arasındaki İlişki*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, İzmir.

Toderini, a.g.e. s.89 v. d. Aktaran İzgi, C., (1997) “*Osmanlı Medreselerinde İlim*” s. 202, İstanbul,.

Türnüklü, E., Çilingir, D., (2009) “İlköğretim 6–8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Tahmin Becerileri Ve Tahmin Stratejileri”, İlköğretim Online, 8(3), 637-650, 2009. [Online]: <http://ilkogretim-online.org.tr>, Ankara.

Ulusoy, A., (2007) “*Kuruluşundan 17. yüzyıla kadar Osmanlı medreselerinde eğitim-öğretim faaliyetleri*” Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Konya.

Van de Walle, J. (1994). *Elementary school mathematics teaching developmentally*. New York: Longman

Wyatt, J. W. (1986). “Dokuzuncu sınıf Öğrencilerinin Mantık Nosyonu ve İşlemsel Tahmin Becerileri Hakkında Örnek Olay Çalışması Anketi (Doktora Bilimsel İncelemesi, Missouri Üniversitesi-Columbia,1985).” Uluslararası Çevrimsel Özetler,46, 3280A.

Yazgan, Y., Bintaş, J., Altun, M. (2002), *İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Zihinden Hesap ve Tahmin Becerilerinin Geliştirilmesi*, 5. Ulusal Fen 66 Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi (ODTÜ Kültür Kongre Merkezi, Ankara)

Yurdaydın, H. Gazi, İslam Tarihi Dersleri, Ankara 1971. Çelebi, Ahmet, İslam’da Eğitim Öğretim Tarihi (Çev: Ali Yardım), İstanbul 1976.

Zeki, S., Kamus-ı Riyâziyat, *Bahauddîn Âmilî maddesi* , , c. 4, s. 189-190, İstanbul.

Zeki, S., Kamus-ı Riyaziyat, *Hisâbu’l-Hevâ’î maddesi*, c. 6, s. 134-159, İstanbul.

EKLER

EK-1: LÜGATÇE

A

<i>A'dâd-ı mütevâliye</i>	Ardışık sayılar (2, 3, 4, 5, ... gibi.)
<i>Aded</i>	Sayı
<i>Aded-i âsam</i>	Oransal sayı, fr. nombre rationnel
<i>Aded-i âşârî</i>	Ondalık sayılar.
<i>Aded-i ferd</i>	Tek sayı.
<i>Aded-i gayr-i muntak</i>	İrrasyonel sayı, fr. nombre irrationnel
<i>Aded-i hakikî</i>	Gerçek sayı.
<i>Aded-i kesrî</i>	Kesirli sayı
<i>Aded-i menfî</i>	Negatif sayı.
<i>Aded-i mevhûm</i>	Sanal sayı.
<i>Aded-i muntak</i>	Rasyonel sayı
<i>Aded-i mürekkeb</i>	Bileşik sayı
<i>Aded-i müsbet</i>	Pozitif sayı
<i>Aded-i rütbî</i>	Sıra sayılan
<i>Adediyyât</i>	Adetle ilgili şeyler.
<i>Âhâd</i>	Birler basamağı
<i>Amel</i>	İşlem
<i>Asamm-ı cezrî</i>	İrrasyonel kök (tam olmayan kök: $\sqrt{17}$)
<i>Aşarât</i>	Onlar basamağı

B

<i>Bâki</i>	Kalan
-------------	-------

C

<i>Cânib-i yemîn</i>	Sağ taraf
<i>cedavil</i>	Tablolar (tkl. cedvel)
<i>Cem'</i>	Toplama
<i>Cezr</i>	Kök

D

<i>Darb</i>	Çarpma
<i>Darbu'l-Muhâzat</i>	Karşılıklı Çarpma
<i>Darbu'l-Müşebbek</i>	Şebekeli Çarpma

Darbü't-Tevşîh
Dıla'

Süslemeli Çarpma
Kenâr

E

Esmâ-i küsûr

Basit kesir (bkz: küsûr-ı tis'a)

H

Hamse

Beş (5)

Hâric-i kismet

Bölüm (bölme işleminde)

Hâsıl-ı cem'

Toplam

Hâsıl-ı darb

Çarpım

Hatt-ı cem'

Toplama çizgisi

Hisâb-ı sıhâh

Tam sayıların hesabı

Hisabu'l- Hevâi

Zihinden işlem

Hisâbu'l-Küsûr

Kesirlerin hesabı

Humus

Beşte bir (1/5)

İ

İmtihânu'l-cem'

Toplamanın sağlaması

İmtihânu'l-darb

Çarpmanın sağlaması

İmtihânu'l-taksim

Bölmenin sağlaması

İsnâ aşara

On iki (12)

K

Kesr

Kesir

Kesr-i a'sârî-i devr-i

Basit devirli ondalık kesir

basît

Kesr-i a'sârî-i

Devirli ondalık kesir

mütenâvib

Kesr-i gayr-i vâcib

Bileşik kesir. (bkz. kesr-i muzâf, kesr-i mürekkebe).

Kesr-i muzâf

Bileşik kesir, (bkz: kesr-i gayr-i vâcib, kesr-i mürekkebe).

Kesr-i mütevâlî

Zincirleme kesir

Kesr-i müvellid

Ana kesir

Kesr-i adî

Bayağı kesir

Kesr-i a'sârî

Ondalık kesir

Kesr-i basît

Basit kesir, sureti (pay'ı) mahrecinden (paydasından) küçük kesir
2/5 gibi

Kesr-i mürekkebe

Bileşik kesir, mahreci (payda'sı), suretinden (pay'ından) küçük
kesir: 5/4 gibi.

<i>Kemmiyyât</i>	1. sayı. (bkz: aded). 2. nicelik. 3. gr. müfred hâli (tekillik) veya cemi hâli (çoğulluk).
<i>Kismet</i>	Bölme işlemi
<i>Kismet-i muhassama</i>	Hisse paylaştırması (büyük sayının küçük ve eşit parçalara bölünmesi)
<i>Kismetu'l-guramâ</i>	Alacaklı bölme (küçük sayının büyük sayılara doğru orantılı olarak dağıtılması- Bir kimse çok sayıda kişiye borçlu olsa, elindeki meblağ borçlarını kapamaya yetmese, o yetersiz meblağdan her bir alacaklıya alacakları oranında ne kadar pay verileceğini hesaplamaktır)
<i>Küsûr el-Matuf</i>	Bağlı Kesirler (Dokuz kesirden bazılarının toplanması ile oluşan kesir. $\frac{7}{12} (\frac{1}{4} + \frac{1}{3})$ kesri gibi)
<i>Küsûr el-Muzâf</i>	Tamlamalı Kesirler (Dokuz kesirden bazılarının çarpılması ile oluşan kesir. $\frac{1}{24} (\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2})$ kesri gibi)
<i>Küsûr el-Mükerrer</i>	Tekrarlı Kesirler (Dokuz kesrin tekrarlanması ile oluşan kesir. $\frac{4}{5} (4 \times \frac{1}{5})$ kesri gibi)
<i>Küsûr el-Münkesir</i>	Kırık Kesirler (Dokuz kesrin bazılarının bölünmesi ile oluşan kesir. $\frac{5}{21} (\frac{1}{7} \div \frac{3}{5})$ kesri gibi)
<i>Küsûr el-Müstesnâ</i>	Ayrılmış Kesirler (Dokuz kesirden bazılarının çıkarılması ile oluşan kesir. $\frac{3}{40} (\frac{1}{5} - \frac{1}{8})$ kesri gibi)
<i>Küsûr-ı tis'a</i>	Dokuz kesir ($\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}$ kesirlerinin kastedildiği ifade)
M	
<i>Madrûb</i>	(a.s. darb'dan) çarpılan.
<i>Madrubun fih</i>	Çarpan
<i>Madrûbât</i>	(bkz: madrûb)
<i>Madrûbâta tefrik</i>	Çarpanlara ayırma
<i>Madrûbeyn</i>	Birbirine çarpılan iki sayıdan her biri. (bkz: mazrûbeyn)
<i>Mahrecu'l-kesr</i>	Kesrin paydası
<i>Mahv</i>	Yok etme
<i>Maksûm</i>	Bölünene
<i>Maksûmun aleyh</i>	Bölünen
<i>Matrûh</i>	Çıkarılan
<i>Matrûhun minh</i>	Eksilen

Meczûr	Kökü alınan sayı ($\sqrt{16} = 4$ işleminde 16 sayısı)
Meczûrât-ı mütevâliye	Ardışık tam kare sayılar (1, 4, 9, 16, 25, ... gibi)
Meçhulât	Bilinmeyenler
Menkus	Çıkarılan sayı
Menkûsun minh	Eksilen
Mertebe	Basamak
Miât	Yüzler (basamağı)
Mîzân	Sağlama
Muntak-ı cezrî	Reel kök (tam kök)
Murabba	1. geo. Kare. 2. cbr. Kare alma işleminde sonuç.
Müctemi	Toplam
Müfred	Basit (sayı: 1, 2, 3, ... , 10, 20, ... , 90, 100, 200, 300, ... , 900, ...)
Mürekkeb	Bileşik (sayı: 11, 12, ... , 99, 101, 102, ... , 110, ... 990, ...)
Müsâvi	Eşit
Mütedâhil	Girişken sayılar (bkz: tedâhül)
Mütemâsil	Benzeşen sayılar (bkz: temâsül)
Mütevâfikân	Uyumlu sayılar (bkz: tevâfuk)
Mütebâyin	Zıt, aralarında asal sayılar (bkz: tebâyün)
N	
Nısf	Yarım (1/2)
Nisbet	Oran
Ö	
‘Öşür	Onda bir (1/10)
S	
Sahîhu’l-kesr	(Tam sayılı) kesrin tam kısmı
Seb‘a	Yedi (7)
Selase	Üç (3)
Semâniye	Sekiz (8)
Sitte	Altı (6)
Südüs	Altıda bir (1/6)
Sülüs	Üçte bir (1/3)
Sümün	Sekizde bir (1/8)
Subu‘	Yedide bir (1/7)
Sûretü’l-kesr	Kesrin payı

	R
<i>Ref'</i>	Bileşik Kesri Tam Sayılı Kesir Yapma
<i>Rubu'</i>	Çeyrek (1/4)
	U
<i>Ukûd-ı aşarat</i>	Onluk Boğum (Bkz, Asâr-ı Bâkiye) (11, 12, 13, ... , 99)
<i>Ukûd-ı mîat</i>	Yüzlük Düğüm (101, 102, 103, 999)
	T
<i>Taksîm</i>	Bölme
<i>Tansîf</i>	İkiye bölme
<i>Tarh</i>	Çıkarma
<i>Taz'îf</i>	2 kat alma işlemi
<i>Tebâyün</i>	Zıtlasma (iki sayının hiçbir ortak böleninin olmaması durumu. 8 ve 11 gibi)
<i>Tecnîs</i>	Tam sayılı Kesri Bileşik Kesir Yapma (bast)
<i>Teczîr</i>	Kök alma işlemi
<i>Tedâhül</i>	Girişkenlik (iki sayıdan birinin, diğerinin tam katı olması durumu. 5 ve 15 gibi)
<i>Tefrîk</i>	Çıkarma işlemi
<i>Temâsül</i>	Benzeşme (birbirine eşit olan iki sayı (mümâsil) arasındaki ilişki)
<i>Tenkis</i>	Çıkarma işlemi
<i>Terbi'</i>	Kare alma işlemi
<i>Tevâfuk</i>	Uyumluluk (iki sayının ortak bir böleninin olması durumu. 6 ve 9 gibi)
<i>Tevhidu'l-mehâric</i>	Paydaların eşitlenmesi
<i>Tis'a</i>	Dokuz
<i>Turâbi</i>	İşlemsel
<i>Tusu'</i>	Dokuzda bir (1/9)
	Z
<i>Zevc</i>	Çift

EK-2: ZİHİNDEN HESAP DERS PLANI

DERS I

Zihinden hesap beceri testi ve Tahmin beceri testi ön test olarak uygulandıktan sonra ve Zihinden hesap ders planının uygulanmasına başlamadan önce öğrencilerle bir ön görüşme yapılarak öğrencilere zihinden hesabın tanımını bilenlerin ve açıklama yapmak isteyenlerin fikirlerini söylemelerine fırsat verilmelidir. Ardından ilkokulda zihinden hesaplara ilgili özel olarak zihinden hesaplara ilgili eğitim almış ve almamış olanlar konuşma havasında tespit edilmelidir. Yapılacak uygulamanın amaçları ve planı hakkında öğrenciler bilinçlendirilir. Aynı zamanda öğrencilere Osmanlı Medreseleri'nde zihinden hesaba niçin ve ne derece önem verildiğinden söz edilir, her ders sürecinde ve yeri geldiğinde zihinden hesabın niçin ve hangi alanlarda yararlı ve gerekli olduğu hem öğrenciler tarafından hem de araştırmacı tarafından dile getirilir.

Zihinden Toplama İşlemi ve Örnekleri

Osmanlı Medreseleri'nde toplama işlemi yapılırken toplanan sayılar ikiden fazla ise ikiye ikiye toplanırdı. Burada toplanan sayıların basamak değerleri aynı olan sayıları birbiri ile toplanırdı.

Örnekler:

- $324 + 533 = (300 + 20 + 4) + (500 + 30 + 3) = (300 + 500) + (20 + 30) + (4 + 3)$
 $= 800 + 50 + 7 = 857$
- $876 + 222 = (800 + 70 + 6) + (200 + 20 + 2) = (800 + 200) + (70 + 20) + (6 + 2)$
 $= 1000 + 90 + 8 = 1098$
- $675 + 319 = (600 + 70 + 5) + (300 + 10 + 9) = (600 + 300) + (70 + 10) + (5 + 9)$
 $= 900 + 80 + 14 = 980 + 10 + 4 = 994$
- $446 + 387 = (400 + 40 + 6) + (300 + 80 + 7) = (400 + 300) + (40 + 80) + (6 + 7)$
 $= 700 + 120 + 13 = 820 + 10 + 3 = 830 + 3 = 833$

Tüm bu zihinden işlemler sırasında ve uygulama boyunca, zihinden hesabın hayatın her anında kullanılmak zorunda olunmadığı, imkân var ise hesap makinesi vs. ile işlemlerin yapılabileceği, zihinden hesabın her şeyden ziyade

öğrencilerin sayı duygusunu geliştirmek için önemli olduğunu ve mümkün olan durumlarda uygulamada verilen yöntem ve tekniklerin kullanılabileceği dile getirilmelidir.

Bu yöntemler dışında iki basamaklı sayıların toplama işlemi ile öğrencilere kavramsal toplama alışkanlığı kazandırılmalıdır. Aynı zamanda planlanan yöntemler verilmeden önce öğrencilerin kendi stratejilerini geliştirmelerine fırsat verilmelidir.

Örnekler:

- $19 + 6 = 20 + 5 = 25$
- $49 + 7 = 49 + 1 + 6 = 50 + 6 = 56$
- $58 + 12 = 58 + 2 + 10 = 60 + 10 = 70$
- $67 + 35 = 67 + 3 + 32 = 70 + 32 = 70 + 30 + 2 = 102$
- $148 + 99 = 148 + 100 - 1 = 248 - 1 = 247$
- $246 + 199 = 246 + 200 - 1 = 446 - 1 = 445$

DERS II VE III

Zihinden Çıkarma İşlemi ve Örnekleri

Osmanlı Medreseleri'nde çıkarma işlemi zihinden yapılırken kullanılan en gelişmiş yöntem yine çıkarılacak sayıların aynı basamakları değerlerinin birbirinden çıkarılması şeklinde yapılırdı. Burada ilk önce yüksek basamaklardan başlanır ve elde edilen farklar hafızada tutulurdu.

Örnekler:

- $678 - 422 = (600 + 70 + 8) - (400 + 20 + 2) = (600 - 400) + (70 - 20) + (8 - 2)$
 $= 200 + 50 + 6 = 256$
- $375 - 268 = (300 + 75) - (200 + 68) = (300 - 200) + (75 - 68)$
 $= 100 + 7 = 107$
- $545 - 339 = (500 + 45) - (300 + 39) = (500 - 300) + (45 - 39)$
 $= 200 + 6 = 206$

Bu yöntemin yapılmasının mümkün olmadığı durumlarda farklı yöntemlere başvurulabilir. Bu yöntemde öğrencilerin çıkarma işleminin parantez içine dağıldığı unutulmamalı ve sık sık vurgulanmalıdır.

Örnekler:

- $360 - 285 = 360 - (260 + 25) = 360 - 260 - 25 = 100 - 25 = 75$
 $360 - 285 = 360 + 25 - 285 - 25 = 385 - 285 - 25 = 100 - 25 = 75$
- $843 - 467 = 843 - (443 + 24) = 843 - 443 - 24 = 400 - 24$
 $= 400 - 20 - 4 = 380 - 4 = 376$
 $843 - 467 = 843 + 24 - 467 - 24 = 867 - 467 - 24 = 400 - 24 = 376$
- $165 - 99 = 165 - (100 - 1) = 165 - 100 + 1 = 65 + 1 = 66$

Verilen örneklerin çözümleri için öğrencilerin kendi stratejilerini geliştirmelerine izin verilir, bulunan tüm farklı stratejiler tahtaya yazılır ve en uygun yöntem üzerinde durulur.

DERS IV – V – VI ve VII

Zihinden Çarpma İşlemi ve Özellikleri

Nihâyetü'l-Elbâb'ta ve genel olarak Osmanlı Medreseleri'nde zihinden çarpma işlemi yapılırken çeşitli yöntemler kullanılırdı:

✓ **Bir basamaklı sayıların zihinden çarpımı:** Öğrencilerin bir basamaklı sayıları birbiri ile çarparken hangi yöntemleri kullandıkları sorulur (Alınan yanıtlar genellikle “ezbere bildikleri Çarpım Tablosu ve parmaklar yardımı ile” şeklindedir.)

- $8 \times 9 = ?$
 $9 \times 10 = 90$
 $10 - 8 = 2$
 $2 \times 9 = 18$
 $90 - 18 = 72 \rightarrow 8 \times 9 = 72$

Bu yöntem üzerinde çok ciddi durulması gereken bir yöntemdir. Burada esas olarak yapılan, $9 \times 8 = 9 \times (10 - 2) = 90 - 18 = 72$ işlemidir ve çarpma işleminin çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliğinden yararlanılmıştır. Elbette ki bu sırada öğrenciler zaten sonucunu ezbere bildikleri bir işlem için neden bu kadar uğraşıldığı konusunda ikna edilmelidir.

- $900 \times 80 = (9 \times 8) \times 1000 = 72 000$

✓ **Çarpmanın toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağılması:** Çarpma işlemi kavramsal olarak en iyi anlatan ve zihinden çarpma işlemi yaparken en fazla kullanılan yöntemdir.

- $6 \times 24 = 6 \times (20 + 4) = 120 + 24 = 144$
- $5 \times 38 = 5 \times (30 + 8) = 150 + 40 = 190$
- $14 \times 7 = (10 + 4) \times 7 = 70 + 28 = 98$
- $16 \times 35 = (10 + 6) \times (30 + 5) = 300 + 180 + 50 + 30 = 560$
- $75 \times 880 = 75 \times (900 - 20) = (75 \times 900) - (75 \times 20) =$
 $= (70 + 5) \times 900 - 1500 = 63\,000 + 4\,500 - 1\,500 = 66\,000$

Bu yöntemin öğrencilerin günlük yaşamda zihinden hesap yeteneklerini artırmak dışında öğrencilerin sayı duygusunu, sayılar arası ilişkileri kavrama, sayıları gerektiği gibi parçalayabilme ve sayıları çözümleme gibi pek çok becerilerini pozitif yönde etkiler.

- $8 \times 19 = 8 \times (20 - 1) = 160 - 8 = 152$
- $5 \times 38 = 5 \times (40 - 2) = 200 - 10 = 190$

✓ **Bazı özel sayılar ile zihinden çarpma:** Bu bölümde sayıların 5, 50, 25, 11 ve 15 ile zihinden çarpımları üzerinde durulur.

- 5 ile zihinden çarpma: ($5 = 10/2$)
 - $28 \times 5 = (20 + 8) \times 5 = 100 + 40 = 140$
 $= 28 \times \frac{10}{2} = \frac{280}{2} = 140$
 - $148 \times 5 = (100 + 40 + 8) \times 5 = 500 + 200 + 40 = 740$
 $= 148 \times \frac{10}{2} = \frac{1480}{2} = 740$
- 50 ile zihinden çarpma: ($50 = 100/2$)
 - $24 \times 50 = 24 \times 100/2 = 2400/2 = 1200$
 - $38 \times 50 = 38 \times 100/2 = 3800/2 = 1900$
 - $17 \times 50 = 17 \times 100/2 = 1700/2 = 850$
- 25 ile zihinden çarpma: ($25 = 100/4$)
 - $25 \times 12 = 100/4 \times 12 = 300$
 - $25 \times 13 = 100/4 \times 13 = 100 \times \frac{13}{4} = 100 \times (3 + \frac{1}{4}) = 300 + 25 = 325$

- 11 ile zihinden çarpma: ($11 = 10 + 1$)
 - $36 \times 11 = 36 \times (10 + 1) = 360 + 36 = 396$
 - $43 \times 11 = 43 \times (10 + 1) = 430 + 43 = 473$

11 ile çarpmada öğrencilerin genel olarak bildikleri yöntem: $ab \times 11 = acb$ üç basamaklı sayısı olursa, burada $c = a + b$ ($c < 10$ olmak üzere).

- $45 \times 11 = 495$
- $26 \times 11 = 286$
- $34 \times 11 = 374$

Eğer $a + b > 10$ olursa,

Bu durumda, $ab \times 11 = kmn$ üç basamaklı sayısında, $k = a + 1$ ve $m = a + b - 10$ 'dur.

- $29 \times 11 = 319$
- $48 \times 11 = 528$

- 15 ile zihinden çarpma: $a \times 15 = \left(a + \frac{a}{2}\right) \times 10$
 - $24 \times 15 = (24 + 12) \times 10 = 36 \times 10 = 360$
 - $32 \times 15 = (32 + 16) \times 10 = 48 \times 10 = 480$
 - $17 \times 15 = (17 + 8,5) \times 10 = 25,5 \times 10 = 255$

Öğrencilere yeri geldikçe Osmanlı Medreseleri'nde zihinden hesap ile ilgili bilgiler verilir:

Rakamların mevcut olduğu ve kullanıldığı zamanlarda, toplama ve çıkarma işlemlerine mecburi olarak o kadar alışmıştı ki, daha sonraları zihinden hesaptan bahseden kitaplar çıkarıldığında toplama ve çıkarmadan söz edilmeden çarpma ve bölme işlemlerine geçilmiştir. Aynı zamanda çarpma ve bölme işlemleri için geliştirilen hemen hemen her yöntemde bu işlemler toplama ve çıkarmaya indirgenerek yapılmıştır. O dönemlerde Yunanlılar zihinden hesap yaparken işlemleri zihinlerinde yapar ve gerekli gördüklerinde Abak (αβακ) denilen levhalara başvurarak hesaplarını hem kaydederler hem de iletilebilirlerdi. Hâlbuki Osmanlıların zihinden hesap anlayışında ne abak, ne

tahta, ne de harfler ve ne de rakamlar kullanılırdı (*Âsâr-ı Bâkiye*, s. 288).

İlginc birkaç yöntem:

$$\bullet 24 \times 24 = 8 \times 3 \times 8 \times 3 = 64 \times 9 = 64 \times 10 - 64 = 640 - 64 = 576$$

$$\bullet 24 \times 8 = 48 \times 4 = 96 \times 2 = 192$$

$$\bullet 125 \times 84 = \frac{100+25}{100} \times 84 \times 100 = \left(1 + \frac{1}{4}\right) \times 84 \times 100 \\ = (84 + 21) \times 100 = 105 \times 100 = 10500$$

DERS VIII ve IX

Zihinden Bölme İşlemi ve Özellikleri

Osmanlılarda bir sayının kendisinden küçük bir sayıya bölünmesine “kısmet” kendisinden büyük bir sayıya bölünmesine “nispet” denilirdi. Zihin hesabında kısmet için çarpmanın tamamıyla tersi yapılırdı. İki sayının çarpımında bu sayılara yükseltiyle toplama işlemi yapılırken, bölümünde de bölenin katları alınarak, bölünenden çıkarılırdı.

Örnekler:

$$\bullet 678 \div 12 = \frac{600+72+6}{12} = 50 + 6 + 0,5 = 56,5$$

$$\bullet 285 \div 15 = \frac{150+150-15}{15} = 10 + 10 - 1 = 19$$

Bununla beraber, bölünen ve bölen sayı iki, üç, beş vs’ye bölünerek işlemler sadeleştirilirdi.

$$\bullet 678 \div 12 = \frac{678}{2} \div \frac{12}{2} = 339 \div 6 = \frac{339}{3} \div \frac{6}{3} = 113 \div 2 = 56,5$$

$$\bullet 285 \div 15 = \frac{285}{5} \div \frac{15}{5} = 57 \div 3 = 19$$

Satı CEYLAN
Matematik Öğretmeni

EK-3: ZİHİNDEN HESAP ve TAHMİN BECERİ TESTİ

Sevgili Öğrenciler;

Aşağıda zihinden hesap becerinizi ölçmek amacı ile hazırlanmış 26 adet, tahmin becerinizi ölçmek amacı ile hazırlanmış 6 adet soru bulunmaktadır.

Sizden istenen soruların çözümlerini kalem ve kağıt kullanmadan çözmeniz ve ardından bulduğunuz şıkkı işaretlemeniz...

Zihinden Hesap Beceri Testi

1. $123 + 135 = ?$

- a) 248
- b) 258
- c) 268
- d) 278

2. $80 - 24 = ?$

- a) 66
- b) 76
- c) 56
- d) 44

3. $152 - 124 = ?$

- a) 48
- b) 28
- c) 26
- d) 46

4. $60 + 80 = ?$

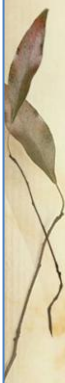
- a) 140
- b) 20
- c) 120
- d) 40

5. $165 - 99 = ?$

- a) 66
- b) 65
- c) 76
- d) 64

6. $246 + 299 = ?$

- a) 546
- b) 545
- c) 543
- d) 547



7. $68 + 32 = ?$

- a) 96
- b) 102
- c) 112
- d) 100



8. $8 \times 14 = ?$

- a) 102
- b) 92
- c) 112
- d) 108



9. $16 \times 5 = ?$

- a) 80
- b) 90
- c) 100
- d) 70



10. $14 \times 11 = ?$

- a) 114
- b) 112
- c) 154
- d) 164



11. $17 \times 50 = ?$

- a) 860
- b) 800
- c) 865
- d) 850



12. $11 \times 28 = ?$

- a) 288
- b) 228
- c) 308
- d) 282



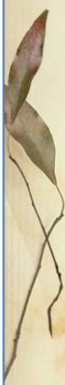
13. $19 \times 500 = ?$

- a) 9500
- b) 960
- c) 950
- d) 9600



14. $24 \times 15 = ?$

- a) 350
- b) 355
- c) 360
- d) 320



15. $25 \times 150 = ?$

- a) 3750
- b) 3850
- c) 3650
- d) 3550



16. $25 \times 32 = ?$

- a) 825
- b) 800
- c) 775
- d) 850



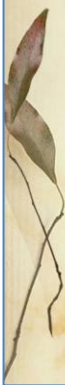
17. $27 \times 1500 = ?$

- a) 30000
- b) 30270
- c) 40500
- d) 47700



18. $800 \times 25 = ?$

- a) 20000
- b) 2000
- c) 28000
- d) 2800



19. $36 \times 24 = ?$

- a) 864
- b) 884
- c) 824
- d) 854



20. $672 : 12 = ?$

- a) 76
- b) 66
- c) 56
- d) 86



21. $25 \times 12 = ?$

- a) 325
- b) 350
- c) 300
- d) 375



22. $336 : 6 = ?$

- a) 64
- b) 76
- c) 56
- d) 54

23. $112 : 2 = ?$

- a) 51
- b) 61
- c) 66
- d) 56

24. $12 \times 9 = ?$

- a) 118
- b) 98
- c) 108
- d) 188

25. $75 : 5 = ?$

- a) 25
- b) 15
- c) 35
- d) 30

26. $145 + 29 = ?$

- a) 172
- b) 173
- c) 174
- d) 175

Tahmin Beceri Testi

27. $4895 + 5470 + 6203 \cong ?$

- a) 16 000'den az
- b) 16 000'den fazla
- c) 16 000'e eşit
- d) Tahmin edemiyorum.

28. $49 \times 89 \cong ?$

- a) 4 500'den az
- b) 4 500'den fazla
- c) 4 500'e eşit
- d) Tahmin edemiyorum.

29. $43 \times 28 \cong ?$

- a) 1 500'den fazla
- b) 1 500'den az
- c) 1 500'e eşit
- d) Tahmin edemiyorum.

30. Doğduğunuz günden bu yana tahmini kaç saat yaşamışsınızdır?

- a) 100 000 saatten azdır.
- b) 100 000 saatten fazladır.
- c) 100 000 saate eşittir.
- d) Tahmin edemiyorum.

31. Tarık Bey, çalıştığı saat üzerinden aylık ücret almaktadır. Mart ayında 104 saat, nisan ayında 99 saat, mayıs ayında da toplam 117 saat çalışmıştır. Tarık Bey'in üç ay boyunca çalıştığı toplam süre aşağıdaki hangi toplama en yakındır?

- a) $110 + 110 + 110$
- b) $115 + 115 + 115$
- c) $105 + 105 + 105$
- d) Tahmin edemiyorum

32. Ailenin verdiği günlük harçlığından her gün 3,25 TL biriktirirsen, fiyatı 452 TL olan bisikleti tahminen kaç ay sonra alabilirsin?

- a) 5 aydan kısa bir sürede
- b) 5 ayda
- c) Tahmin edemiyorum...
- d) 5 aydan uzun bir sürede

Teşekkür Ederim...



SOYADI ADI TESTİN ADI SINAV TARİHİ	SINIFI <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>1</td><td>/</td><td>A</td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td>B</td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td>C</td></tr> <tr><td>4</td><td></td><td>D</td></tr> <tr><td>5</td><td></td><td>E</td></tr> <tr><td>6</td><td></td><td>F</td></tr> <tr><td>7</td><td></td><td>G</td></tr> <tr><td>8</td><td></td><td>H</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>I</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>J</td></tr> </table>	1	/	A	2		B	3		C	4		D	5		E	6		F	7		G	8		H			I			J	ÖĞRENCİ NO. <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>4</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td></tr> <tr><td>5</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td></tr> <tr><td>6</td><td>6</td><td>6</td><td>6</td><td>6</td></tr> <tr><td>7</td><td>7</td><td>7</td><td>7</td><td>7</td></tr> <tr><td>8</td><td>8</td><td>8</td><td>8</td><td>8</td></tr> <tr><td>9</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr> </table>	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9
1	/	A																																																																																
2		B																																																																																
3		C																																																																																
4		D																																																																																
5		E																																																																																
6		F																																																																																
7		G																																																																																
8		H																																																																																
		I																																																																																
		J																																																																																
0	0	0	0	0																																																																														
1	1	1	1	1																																																																														
2	2	2	2	2																																																																														
3	3	3	3	3																																																																														
4	4	4	4	4																																																																														
5	5	5	5	5																																																																														
6	6	6	6	6																																																																														
7	7	7	7	7																																																																														
8	8	8	8	8																																																																														
9	9	9	9	9																																																																														

☐ YANLIŞ
YANLIŞ

☒ YANLIŞ
YANLIŞ

☐ YANLIŞ
YANLIŞ

☐ YANLIŞ
YANLIŞ

☐ YANLIŞ
YANLIŞ

☒ DOĞRU
DOĞRU

1	A	B	C	D	E
2	A	B	C	D	E
3	A	B	C	D	E
4	A	B	C	D	E
5	A	B	C	D	E
6	A	B	C	D	E
7	A	B	C	D	E
8	A	B	C	D	E
9	A	B	C	D	E
10	A	B	C	D	E
11	A	B	C	D	E
12	A	B	C	D	E
13	A	B	C	D	E
14	A	B	C	D	E
15	A	B	C	D	E
16	A	B	C	D	E
17	A	B	C	D	E
18	A	B	C	D	E
19	A	B	C	D	E
20	A	B	C	D	E
21	A	B	C	D	E
22	A	B	C	D	E
23	A	B	C	D	E
24	A	B	C	D	E
25	A	B	C	D	E
26	A	B	C	D	E
27	A	B	C	D	E
28	A	B	C	D	E
29	A	B	C	D	E
30	A	B	C	D	E
31	A	B	C	D	E
32	A	B	C	D	E
33	A	B	C	D	E
34	A	B	C	D	E
35	A	B	C	D	E
36	A	B	C	D	E
37	A	B	C	D	E
38	A	B	C	D	E
39	A	B	C	D	E
40	A	B	C	D	E
41	A	B	C	D	E
42	A	B	C	D	E
43	A	B	C	D	E
44	A	B	C	D	E
45	A	B	C	D	E
46	A	B	C	D	E
47	A	B	C	D	E
48	A	B	C	D	E
49	A	B	C	D	E
50	A	B	C	D	E
51	A	B	C	D	E

EK-4: ZİHİNDEN HESAP BECERİSİ UZMAN TESTİ (ZHBT)

Yönerge: Sayın uzman, aşağıda ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin zihinden hesap becerilerini ölçmek amacı ile hazırlanmış 30 adet soru verilmiştir. Sizden istenen her bir sorunun, zihinden hesap becerisini ölçüp ölçemeyeceğini puanlamanızdır. *Teşekkürler...*

SORULAR		Uygunluk Derecesi				
		1	2	3	4	5
1	$123 + 135 = ?$					
2	$152 - 124 = ?$					
3	$165 - 99 = ?$					
4	$68 + 32 = ?$					
5	$80 - 24 = ?$					
6	$60 + 80 = ?$					
7	$246 + 299 = ?$					
8	$8 \times 9 = ?$					
9	$8 \times 14 = ?$					
10	$11 \times 14 = ?$					
11	$11 \times 28 = ?$					
12	$12 \times 13 = ?$					
13	$16 \times 5 = ?$					
14	$17 \times 50 = ?$					
15	$19 \times 500 = ?$					
16	$24 \times 15 = ?$					
17	$25 \times 150 = ?$					
18	$27 \times 1500 = ?$					
19	$36 \times 24 = ?$					
20	$25 \times 12 = ?$					
21	$25 \times 32 = ?$					
22	$800 \times 25 = ?$					
23	$672 \div 12 = ?$					
24	$336 \div 6 = ?$					
25	$112 \div 2 = ?$					
26	$75 \div 5 = ?$					
27	$12 \times 9 = ?$					
28	$145 + 29 = ?$					
29	$28 \times 28 = ?$					
30	$32 \times 8 = ?$					

EK- 5: ZİHİNDEN HESAP ANKETİ

Adı-Soyadı:

Sınıfı:

Okulu:

Aşağıda "yazarak" ve "zihinden" hesap becerileri hakkında bazı durumlar verilmiştir. Her bir durum hakkında hissettiklerinizi en iyi açıklayan şıkkı işaretleyiniz.

	Evet	Hayır	Emin Değilim
1. Yazarak hesap yapmaktan eğlenirim.	☐	☐	☐
2. Yazarak hesap yapmanın ilgi çekici olduğunu düşünüyorum.	☐	☐	☐
3. Zihinden hesabın, yazarak hesap yapmaktan daha zor olduğunu düşünüyorum.	☐	☐	☐
4. Yazarak hesap yapmakta, zihinden hesaba göre daha başarılıyım.	☐	☐	☐
5. Okulda zihinden hesaptan çok, yazarak hesap yapıyorum.	☐	☐	☐
6. Okul dışında zihinden hesabı, yazarak hesap yapmaktan daha çok kullanıyorum.	☐	☐	☐
7. Zihinden hesap yapmayı kendim öğrendim.	☐	☐	☐
8. Zihinden hesap yapmanın, yazarak hesap yapmaktan daha önemli olduğunu düşünüyorum.	☐	☐	☐
9. İleride, yazarak hesap yapmayı zihinden hesaptan daha çok kullanacağımı düşünüyorum.	☐	☐	☐
10. Yazarak hesap yapmayı kendim öğrendim.	☐	☐	☐
11. Okul dışında yazarak hesap yapmayı, zihinden hesaptan daha çok kullanıyorum.	☐	☐	☐
12. Yazarak Hesap yapmada başarılıyım.	☐	☐	☐
13. Yazarak hesap yapmanın zihinden hesap yapmaktan daha önemli olduğunu düşünüyorum.	☐	☐	☐
14. Yazarak hesap yapmak, zihinden hesap yapmaktan daha ilgi çekicidir.	☐	☐	☐
15. Zihinden hesap yaparken eğlenirim.	☐	☐	☐
16. Zihinden hesap yapmak bana çok zor geliyor.	☐	☐	☐
17. Zihinden hesap yapmada başarılıyım.	☐	☐	☐
18. Okulda yazarak hesap yapmaktan çok, zihinden hesap yapıyorum.	☐	☐	☐
19. Yazarak hesap yapmada başarılı olmak önemli bir şeydir.	☐	☐	☐
20. Zihinden hesap yapmayı okulda öğrendim.	☐	☐	☐
21. Yazarak hesap yapmak bana çok zor geliyor.	☐	☐	☐
22. Zihinden hesap yapmakta, yazarak hesap yapmaya göre daha başarılıyım.	☐	☐	☐
23. Zihinden hesap yapmanın ilgi çekici olduğunu düşünüyorum.	☐	☐	☐
24. İleride, zihinden hesabı yazarak hesap yapmaktan daha çok kullanacağımı düşünüyorum.	☐	☐	☐
25. Zihinden hesapta başarılı olmak önemli bir şeydir.	☐	☐	☐
26. Yazarak hesap yapmanın, zihinden hesap yapmaktan daha önemli olduğunu düşünüyorum.	☐	☐	☐
27. Zihinden hesap, yazarak hesap yapmaktan daha ilgi çekicidir.	☐	☐	☐
28. Yazarak Hesap yapmayı okulda öğrendim.	☐	☐	☐

EK-6: MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI UYGULAMA İZNİ

T.C.
İSTANBUL VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : B.08.4.MEM.4.34.00.18.580/ 58827
Konu: **Anket.**
(Satı CEYLAN)

31.. Mayıs 2010

MARMARA ÜNİVERSİTESİ Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne

İlgi: a-) 10/02/2010 tarih ve 629 sayılı yazınız.
b-) Valilik Makamının 28/05/2010 tarih ve 57988 sayılı Oluru.
c-) Millî Eğitim Bakanlığı Eğitim Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı'nın Okul ve Kurumlarda Yapılacak Araştırma ve Araştırma Desteğine Yönelik izin ve Uygulama Yönergesi.

Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimler Enstitüsü İlköğretim Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı öğrencisi **Satı CEYLAN**'ın, ilimizde ekte isimleri belirtilen okullarda uygulanmak üzere "**Nihayetu'l Elbab Adlı Eserde Dört İşlem ve Kesir Kavramlarının Zihinden Hesap İle desteklenerek Öğretimi ve Günümüz Öğretimi İle Karşılaştırılması**" konulu anket çalışmasını yapma isteği ilgi (b) Valilik Oluru ile uygun görülmüştür.

Bilgilerinizi, gereğinin ilgi (b) Valilik Oluru doğrultusunda, gerekli duyurunun anketçi tarafından yapılmasını, işlem bittikten sonra 2(iki) hafta içinde sonuçtan Müdürlüğümüz Kültür Bölümüne rapor halinde bilgi verilmesini arz ederim.


Mustafa USLU
Müdür a.
Müdür Yardımcısı V.

EKLER :
Ek-1. İlgi (b) Valilik Oluru.
Ek-2. Anket soruları.

EĞİTİM **NOT** : Verilecek cevapta tarih, kayıt numarası, dosya numarası yazılması rica olunur.
%100 **Adres** : İstanbul Millî Eğitim Müdürlüğü A.Blok Ankara cad. No:2 Cağaloğlu 2125261382
DESTEK **E-Mail** : kultur34@meb.gov.tr **Web** : <http://istanbul.meb.gov.tr/bolumler/kultur>
4440632

