

**DAĞITIM AĞLARI TASARIMINDA YER SEÇİMİ VE EŞZAMANLI
TOPLA-DAĞIT ARAÇ ROTALAMA PROBLEMLERİ**

İsmail KARAOĞLAN

**DOKTORA TEZİ
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**Ekim 2009
ANKARA**

İsmail KARAOĞLAN tarafından hazırlanan “DAĞITIM AĞLARI TASARIMINDA YER SEÇİMİ VE EŞZAMANLI TOPLA-DAĞIT ARAÇ ROTALAMA PROBLEMLERİ” adlı bu tezin Doktora tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. Fulya ALTIPARMAK

Tez Danışmanı, Endüstri Mühendisliği A.B.D.

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği / oy çokluğu ile Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalında Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

(Ünvanı, Adı ve Soyadı) (Başkan)

(Anabilim Dalı, Üniversite Adı)

Prof. Dr. Fulya ALTIPARMAK

Endüstri Mühendisliği A.B.D., Gazi Üniversitesi

(Ünvanı, Adı ve Soyadı)

(Anabilim Dalı, Üniversite Adı)

(Ünvanı, Adı ve Soyadı)

(Anabilim Dalı, Üniversite Adı)

(Ünvanı, Adı ve Soyadı)

(Anabilim Dalı, Üniversite Adı)

Tarih:/10/2009

Bu tez ile G.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Doktora derecesini onamıştır.

Prof. Dr. Nail ÜNSAL

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

İsmail KARAOĞLAN

**DAĞITIM AĞLARI TASARIMINDA YER SEÇİMİ VE EŞZAMANLI
TOPLA-DAĞIT ARAÇ ROTALAMA PROBLEMLERİ**

(Doktora Tezi)

İsmail KARAOĞLAN

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

Ekim 2009

ÖZET

Günümüz rekabet ortamında işletmeler, tedarik zincirindeki süreçlerini eniyilemek ve etkin bir şekilde yönetmek amacıyla çeşitli stratejik ve operasyonel kararlar alması gerekmektedir. En önemli stratejik kararlardan birisi dağıtım ağlarının tasarımı (DAT) ile ilgilidir. DAT'daki temel kararlar tesislerin yer seçimi ve rotalama karalarıdır. Çoğu DAT'da bu kararlar birbirine bağlı olduğundan dolayı, yer seçimi kararları alınırken rotalama kararlarının göz ardı edilmesi dağıtım maliyetinin artmasına sebep olmaktadır. Yer seçimi ve rotalama problemi (YSARP), dağıtım maliyetinin enazlanması amacıyla her iki kararı aynı anda dikkate almaktadır. Bu tezde, YSARP'ın daha genel bir hali olan ve hem depodan müşterilere hem de müşterilerden depolara taşımacılığın söz konusu olduğu Yer Seçimi ve Eş Zamanlı Topla-Dağıt Araç Rotalama Problemi (YS_ETDARP) dikkate alınmıştır. YS_ETDARP, dağıtım maliyetini enazlamak amacıyla tesislerin yerinin seçimi ve bu tesislerden müşterilerin toplama ve dağıtım talebinin aynı araçla gerçekleştirildiği araç rotalarının belirmesi problemi olarak tanımlanabilir. Politik, çevresel ve ekonomik nedenlerden dolayı sağlık, otomotive, gıda vb. sektörlerde uygulama alanı olan bu problem, literatürde ilk kez bu tez ile ele alınmıştır. Problemin çözümü için iki matematiksel model, bir alt sınır elde etme yaklaşımı ve bu yaklaşıma dayalı olarak eniyi çözümü veren iki kesin algoritma önerilmiştir. Literatürden türetilen test problemleri kullanılarak

yapılan deneysel çalışmalar sonucunda geliştirilen algoritmalar ile küçük ve orta boyutlu problemler için eniyi çözümlere makul çözüm sürelerinde ulaşılırken büyük boyutlu problemlerde eniyi çözüme oldukça yakın çözümlerin elde edildiği görülmüştür.

Bilim Kodu : 906.1.141
Anahtar Kelimeler : Dağıtım ağları tasarımı, yer seçimi ve eşzamanlı topla-
dağıt araç rotalama problemi, dal-kesme algoritması
Sayfa Adedi : 115
Tez Yöneticisi : Prof. Dr. Fulya ALTIPARMAK

**LOCATION ROUTING PROBLEM WITH SIMULTANEOUS PICKUP AND
DELIVERY IN DISTRIBUTION NETWORK DESIGN**

(Ph.D. Thesis)

İsmail KARAOĞLAN

**GAZİ UNIVERSITY
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY**

October 2009

ABSTRACT

In today's competitive environment, it is obvious that companies should make strategic and operational decisions in order to optimize and manage the processes in their supply chain more efficiently. One of the most important strategic decisions concerns the design of distribution networks since it offers great potential to reduce costs and to improve service quality. The main elements in designing a distribution network are location and routing decisions. As these elements are interdependent in many distribution networks, the overall system cost can increase if routing decisions are ignored when locating facilities. The location-routing problem (LRP) overcomes this drawback by simultaneously dealing with location and routing decisions. In this thesis, LRP with simultaneous pickup and delivery (LRPSPD) which is a general case of the LRP by considering simultaneously pickup and delivery demands of each customer has been considered. The LRPSPD is defined as finding locations of the depots and designing vehicle routes in such a way that pickup and delivery demands of each customer must be performed with same vehicle and the overall cost is minimized. Because of the political, economic and environmental reasons, the LRPSPD has numerous application areas in health care systems, automotive industries, grocery-store chains, etc. To the best of our knowledge, this thesis is the first to address the LRPSPD. To solve the problem, two mathematical

models, a lower bounding procedure and two exact algorithms have been proposed. The computational results performed on test problems derived from the literature indicate that while the proposed algorithms provide optimal solutions in reasonable computation times for small and medium-size instances, they reach near optimal solutions for large-size instances.

Science Code	: 906.1.141
Key Words	: Distribution network design, location routing problem with simultaneous pickup and delivery, branch and cut algorithm
Page Number	: 115
Adviser	: Prof. Dr. Fulya ALTIPARMAK

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca değerli yardım ve katkılarını hiçbir zaman esirgemeyen tez danışmanım Sayın Prof. Dr. Fulya ALTIPARMAK'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Kıymetli fikir, deneyim ve yönlendirmeleri sayesinde tez çalışmalarımın olgunlaşmasında büyük katkısı olan Sayın Prof. Dr. İmdat KARA'ya, çalışmalarımın her aşamasında değerli fikir ve vakitlerini esirgemeyen tez izleme komitesi üyesi hocalarım Sayın Prof. Dr. Berna DENGİZ ve Sayın Prof. Dr. Ömer Faruk BAYKOÇ'a saygılarımı sunar ve sonsuz teşekkürü bir borç bilirim.

Gazi Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü öğretim üyeleri ve maddi manevi desteklerini her zaman arkamda hissettiğim araştırma görevlisi arkadaşlarıma, bölüm başkanımız Sayın Prof. Dr. Zülal GÜNGÖR nezdinde şükranlarımı sunarım.

Eğitimim ve tez çalışmalarım boyunca sabır ve metanetle her zaman yanımda olan eşim Ayla ve benim motivasyon kaynağı biricik kızlarım Dilara ve Aslı Tuana'ya sonsuz şükranlarımı sunarım.

Son olarak, tez çalışmalarımı maddi olarak destekleyen TÜBİTAK'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	i
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR.....	v
İÇİNDEKİLER	vi
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	ix
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	x
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xi
1. GİRİŞ.....	1
2. EŞZAMANLI TOPLA-DAĞIT ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİ	5
2.1. Eşzamanlı Topla-Dağıt Araç Rotalama Problemi için Literatür Araştırması ..	7
2.2. Literatürdeki Matematiksel Modeller.....	10
2.2.1. Düğüm tabanlı modeller	12
2.2.2. Akış tabanlı modeller	14
2.3. Önerilen Matematiksel Modeller	17
2.3.1. Düğüm tabanlı matematiksel model.....	17
2.3.2. Akış tabanlı matematiksel model	20
2.4. Deneysel Çalışmalar.....	21
2.4.1. Test problemleri.....	21
2.4.2. Deneysel karşılaştırmalar	23
2.5. Değerlendirme.....	28
3. YER SEÇİMİ VE EŞZAMANLI TOPLA-DAĞIT ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİ.....	30
3.1. Problem Tanımı.....	30

Sayfa

3.2. Yer Seçimi ve Araç Rotalama Problemi ile İlgili Kaynak Araştırması	31
3.2.1. Deterministik, tek aşamalı, tek tesisli, tek/çok araçlı, depo/araç kapasite kısıtsız YS_ARP	33
3.2.2. Deterministik, tek aşamalı, çok tesisli, tek araçlı, depo/araç kapasite kısıtsız YS_ARP	33
3.2.3. Deterministik, tek aşamalı, çok tesisli, çok araçlı, depo/araç kapasite kısıtsız YS_ARP	33
3.2.4. Deterministik, tek aşamalı, çok tesisli, çok araçlı, depo kapasite kısıtsız, araç kapasiteli YS_ARP	34
3.2.5. Deterministik, tek aşamalı, çok tesisli, çok araçlı, depo ve araç kapasiteli YS_ARP	37
3.2.6. Deterministik, çok aşamalı, çok tesisli, çok araçlı, depo ve araç kapasiteli YS_ARP	41
3.2.7. Stokastik YS_ARP	42
4. YS_ETDARP İÇİN ÖNERİLEN MATEMATİKSEL MODELLER VE DENEYSEL KARŞILAŞTIRMALAR	44
4.1. Önerilen Matematiksel Modeller	44
4.1.1. Düğüm tabanlı matematiksel model	45
4.1.2. Akış tabanlı matematiksel model	48
4.2. Geçerli Eşitsizlikler	50
4.3. Yer Seçimi ve Araç Rotalama Probleminin Özel Durumları	53
4.3.1. Basit durumlar	53
4.3.2. Yer seçimi ve karma topla-dağıt araç rotalama problemi	54
4.3.3. Yer seçimi ve önce dağıt sonra topla araç rotalama problemi.....	56
4.3.4. Yer seçimi ve araç rotalama problemi.....	56
4.3.5. Çok depolu eşzamanlı topla-dağıt ve araç rotalama problemi	57
4.3.5. Eşzamanlı topla-dağıt araç rotalama problemi	58

Sayfa

4.4. Deneysel Çalışmalar.....	59
4.4.1. Matematiksel model gevşetmeleri.....	60
4.4.2. Test problemleri.....	61
4.4.3. Deneysel karşılaştırmalar	62
4.5. Değerlendirme	69
5. DAL-KESME ALGORİTMASI	71
5.1. Üstel Büyüklükteki Geçerli Eşitsizlikler.....	71
5.2. Ayırıştırma Algoritmaları.....	75
5.2.1. Eş. 5.1–Eş. 5.3 numaralı kısıtlar için ayırıştırma algoritması.....	75
5.2.2. Eş. 5.4 numaralı kısıtlar için ayırıştırma algoritması.....	75
5.3. Sınırlandırma.....	77
5.3.1. Üst sınırlar	78
5.3.2. Alt sınırlar.....	85
5.4. Dallanma Stratejisi	85
5.5. Dal-Kesme Algoritmasının Adımları	86
5.6. Deneysel Çalışmalar.....	89
5.6.1. Test problemleri.....	89
5.6.2. Deneysel karşılaştırmalar	90
6. SONUÇ VE İLERİ ÇALIŞMALAR.....	101
KAYNAKLAR	104
EKLER.....	112
EK-1 $M1_{düğüm}$ için Eş. 4.32 numaralı eşitsizliğin gereksizlik ispatı.....	113
ÖZGEÇMİŞ	115

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 2.1. TK1 için deneysel çalışmalar	25
Çizelge 2.2. TK2 için deneysel çalışmalar	26
Çizelge 2.3. TK2 için yerleşim senaryolarının etkisi ($\lambda = 1$)	29
Çizelge 4.1. YS_ARP test problemlerinin özellikleri	62
Çizelge 4.2. Küçük boyutlu test problemleri için deneysel sonuçlar	64
Çizelge 4.3. Geçerli eşitsizliklerin düğüm tabanlı modeller üzerindeki etkisi	65
Çizelge 4.4. Geçerli eşitsizliklerin akış tabanlı modeller üzerindeki etkisi	65
Çizelge 4.5. Problem parametrelerinin gevşetme tipleri üzerindeki etkisi	67
Çizelge 5.1. $M1_{düğüm}$ tabanlı DK algoritmasının TK1 için deneysel sonuçları	91
Çizelge 5.2. $M1_{akış}$ tabanlı DK algoritmasının TK1 için deneysel sonuçları	91
Çizelge 5.3. $M1_{düğüm}$ tabanlı DK algoritmasının TK2 için deneysel sonuçları	92
Çizelge 5.4. $M1_{akış}$ tabanlı DK algoritmasının TK2 için deneysel sonuçları	93
Çizelge 5.5. $M1_{düğüm}$ tabanlı DK algoritmasının TK1 için detaylı sonuçları	97
Çizelge 5.6. $M1_{akış}$ tabanlı DK algoritmasının TK1 için detaylı sonuçları	98
Çizelge 5.7. $M1_{düğüm}$ tabanlı DK algoritmasının TK2 için detaylı sonuçları	99
Çizelge 5.8. $M1_{akış}$ tabanlı DK algoritmasının TK2 için detaylı sonuçları	100

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 4.1. YS_ETDARP ve varyasyonları arasındaki ilişkiler.....	59
Şekil 5.1. Eş. 5.1–Eş. 5.3 numaralı kısıtlar için geliştirilen aç gözlü sezgiseli	76
Şekil 5.2. Eş. 5.4 numaralı kısıt için geliştirilen aç gözlü sezgiseli	77
Şekil 5.3. YS_ETDARP için başlangıç uygun çözüm elde etme prosedürü.....	79
Şekil 5.4. YS_ETDARP için iyileştirme prosedürü.....	81
Şekil 5.5. YS_ETDARP için uygun çözüm elde etme prosedürü.....	83
Şekil 5.6. YS_ETDARP için Dal-Kesme algoritmasının adımları	87

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simge ve kısaltmalar açıklamaları ile aşağıda verilmiştir.

Simgeler	Açıklama
N_0	Potansiyel depolar kümesi
N_C	Müşteriler kümesi
N	Tüm düğümlerin kümesi ($N_C \cup N_0$)
K	Araç kümesi
FD_k	k deposunun kurulum maliyeti ($\forall k \in N_0$)
FV	Araç sabit maliyeti
c_{ij}	i düğümünden j düğümüne geçiş maliyeti ($\forall i, j \in N$)
d_i	i müşterisinin dağıtım talebi ($\forall i \in N_C$)
p_i	i müşterisinin toplama talebi ($\forall i \in N_C$)
q_i	i müşterisinin orijinal talebi ($\forall i \in N_C$)
CV	Araç kapasitesi
CD_k	k deposunun kapasitesi ($\forall k \in N_0$)
B	Büyük bir sayı
Kısaltmalar	Açıklama
ARP	Araç rotalama problemi
BAE	Bal arısı eniyilemesi
ÇD_ETDARP	Çok depolu eşzamanlı topla-dağıt araç rotalama problemi
DAT	Dağıtım ağlarının tasarımı
DGYSD	Doğrusal gevşetme yüzde sapma değeri
DK	Dal-kesme
DKİ	Değişken komşu iniş

Kısaltmalar	Açıklama
EÇUPS	Eniyi çözüme ulaşılan problem sayısı
ETD_ARP	Eşzamanlı topla-dağıt araç rotalama problemi
GA	Genetik algoritma
GKA	Genişletilmiş komşu arama
GSP	Gezgin satıcı problemi
KK	Kayıttan kayıda
KKS	Karınca kolonisi sistemi
KK_ARP	Kapasite kısıtlı araç rotalama problemi
KSE	Kuş sürüsü eniyilemesi
KTD_ARP	Karma topla-dağıt araç rotalama problemi
MA	Memetik algoritma
OÇS	Ortalama çözüm süresi
ÖDST_ARP	Önce dağıt sonra topla araç rotalama problemi
PTA	Parçacıklı tabu arama
RA	Rassal anahtarlama
RUAGS	Rassallaştırılmış uyarlamalı aç gözlü sezgiseli
TA	Tabu arama
TB	Tavlama benzetimi
TD_ARP	Topla-dağıt araç rotalama problemi
TYA	Tekrarlı yerel arama
TYSP	Tesis yer seçimi problemi
UHM	Uyarlamalı hafıza metodolojisi
YAEA	Yerel aramalı evrimsel algoritma
YBA	Yol birleştirme algoritması
YS_ARP	Yer seçimi ve araç rotalama problemi
YSD	Yüzde sapma değeri
YS_ETDARP	Yer seçimi ve eşzamanlı topla-dağıt araç rotalama problemi
YS_KTDARP	Yer seçimi ve karma topla-dağıt araç rotalama problemi
YS_ÖDSTARP	Yer seçimi ve önce dağıt sonra topla araç rotalama problemi

1. GİRİŞ

Günümüzün rekabetçi ortamında, tüketim bilincinin artması ve kaynakların azalması nedeniyle firmaların ayakta kalabilmeleri için kaynakları verimli bir şekilde kullanarak, mal ve hizmeti kaliteli ve ucuz bir şekilde üretmeleri gerekmektedir. Bu amaca ulaşmakta kullanılacak yollardan birisi de, tedarikçiden müşteriye kadar uzanan dağıtım ağı boyunca hammadde, yarı ürün ve ürünün etkin bir şekilde depolanması ve taşınmasıdır.

Dağıtım Ağlarının Tasarımında (DAT) verilen kararlar genelde stratejik seviye kararlar olup uzun zaman aralıklarında bu işlemler gerçekleşmektedir. DAT’da;

- Tesisler (fabrika ve depolar) nerelere yerleştirilecek ve bu tesislerden müşterilere ürünler nasıl gönderilecek?
- Ne, nerede, ne kadar üretilecek?
- Her aşamada ne kadar stok tutulacak?

gibi sorulara da cevap aranmaktadır. Etkin bir dağıtım ağı için bu soruların tümüne eş zamanlı olarak karar verilmesi gerekmektedir. Bu kararlardan en önemlisi ise tesislerin nerelere yerleştirileceğidir. Çünkü tesis kurma işlemleri yüksek maliyetlere sahiptir ve kurulan tesisler uzun yıllar boyunca değişmemektedir. Kısaca, müşteri ihtiyaçlarını karşılayacak şekilde tesislerin yerlerinin ve hangi müşterinin hangi tesisten hizmet göreceğinin belirlenmesi olarak tanımlanan Tesis Yer Seçimi Problemi (TYSP), teorik ve pratik öneminden dolayı uzun yıllardır üzerinde çalışılan bir problem tipi olmuştur. TYSP’nin temel varsayımlarından birisi tesislerden müşterilere hizmetin doğrudan gerçekleşmesidir. Bu durum, müşteri taleplerinin taşıt kapasitesine eşit olduğunda (tam kapasite yüklü - full truck load) geçerlilik kazanmaktadır. Ana üretici ile bölge bayileri arasındaki taşımacılık, atık toplama merkezleri ile atık yok etme merkezleri arasındaki taşımacılık bu tür problemlere örnek olarak verilebilir. Ancak pratikte, müşteri taleplerinin araç kapasitesinden küçük olduğu (küçük kapasite yüklü - less than truck load) ve taşımacılığın bir araç

ya da araç filosu ile birden fazla müşteriye bir rota üzerinde gerçekleştiği durum ile sıklıkla karşılaşılmaktadır. Bölge bayilerinden perakendeci işletmelere mal taşımacılığı, perakendecilerden son kullanıcılara nihai ürün taşımacılığı bu duruma örnek olarak verilebilir. Tesislerin yer seçimi kararı verilirken müşterilere gerçekleştirilecek taşımacılık işlemlerinin de göz önüne alındığı problemler olarak tanımlanan Yer Seçimi ve Araç Rotalama Problemi (YS_ARP), telekomünikasyon ağlarının tasarımından kargo taşımacılığına, dayanıksız tüketim ürünlerinin dağıtımından askeri ekipman lojistiğine kadar birçok sektörde uygulama alanı bulmaktadır.

YS_ARP, isminden de anlaşılacağı gibi, iki ayrı problemin -tesis yer seçimi ve araç rotalama problemi- eş zamanlı incelenmesi ile ortaya çıkan bir problem tipidir. Her iki problemin de kendi içerisinde değişik türleri mevcuttur. Dolayısıyla bütün bu türlerin kombinasyonları kadar YS_ARP incelemek mümkündür. YS_ARP konusunda yapılan çalışmalar incelendiğinde, yaklaşık olarak yarısının gerçek hayat problemlerinin çözümüne yönelik olduğu, yani akademik çalışmalar ile sınırlandırılmadığı görülmektedir. YS_ARP’da incelenen problem türleri, sınıflandırmalar ve çözüm yöntemleri hakkında detaylı bilgilerin bulunduğu literatür taraması çalışmalarında da bu çeşitlilikten bahsedilmektedir.

Dünya da kaynakların azalması, müşterilerin bilinçlenmesi gibi nedenlerden dolayı günümüz lojistik faaliyetlerinin önemli bir unsuru da müşterilerden işletmelere gerçekleştirilen mal taşımacılığıdır. Tüketimden kaynaklanan atıkların toplanıp geri dönüşüm tesislerinde ekonomik değere sahip ürünler haline dönüştürülmesi, müşterilerin satın aldıkları üründen memnun olmamalarından dolayı ürünlerin geri iadesi gibi durumlar geri dönüşümlere örnek olarak verilebilir. Tesislerden müşterilere yapılacak taşıma işlemleri ile birlikte müşterilerden tesislere toplama işlemlerinin de eş zamanlı (aynı araçlarla) gerçekleştirildiği problemler olarak tanımlanan Topla-Dağıt Araç Rotalama Problemi (TD_ARP) 1980’li yıllardan bugüne kadar çeşitli çalışmaların yapıldığı bir problem türü olmuştur. Birçok sektörde uygulama alanı olmasına rağmen, yapılan literatür araştırması sonucunda YS_ARP içerisinde rotalama faaliyetlerinin toplama ve dağıtımlı olduğu durumun

incelenmediği görülmüştür. Bu nedenle, bu tez kapsamında klasik YS_ARP 'ın daha genel bir hali olarak düşünülen Yer Seçimi ve Eşzamanlı Topla-Dağıt Araç Rotalama Problemi (YS_ETDARP) ilk kez incelenmiş ve etkin çözüm yöntemleri geliştirilmiştir. YS_ETDARP , temelde YS_ARP ve ETD_ARP 'nin eş zamanlı incelendiği problem türüdür. Bu nedenle ilk olarak ETD_ARP ele alınmış ve bu problem için literatürdeki matematiksel modellere alternatif olarak polinom büyüklükte iki yeni model önerilmiştir. Önerilen modellerin etkinlikleri literatürdeki test problemleri üzerinde incelendikten sonra, bu modeller temel alınarak YS_ETDARP için iki matematiksel model önerilmiştir. Bu modellerin çözüm süresini kısaltmak ve elde edilen alt sınırları iyileştirmek amacıyla geçerli eşitsizlikler tanımlanmıştır. Son olarak, önerilen matematiksel modellere dayalı olan ve kesin algoritmalar sınıfında yer alan iki farklı Dal-Kesme (DK) algoritması geliştirilmiştir. Önerilen DK algoritmalarının performansı literatürde YS_ARP için kullanılan test problemlerinin YS_ETDARP 'a uyarlanması ile elde edilen test problemleri üzerinde incelenmiştir. Sonuç olarak küçük boyutlu test problemlerinin tümünde oldukça kısa sürelerde eniyi çözümler elde edilmiştir. Büyük boyutlu test problemlerinde ise eniyi çözüme oldukça yakın çözümler elde edilmiştir.

Tezin diğer bölümleri şu şekilde organize edilmiştir.

İkinci bölümde, ETD_ARP 'ın tanımı yapılarak, problem için literatür araştırması verilmiştir. Ayrıca literatürde mevcut matematiksel modeller, bu modellere alternatif olarak bu tezde önerilen iki yeni matematiksel model ve literatürdeki test problemlerine dayalı olarak gerçekleştirilen deneysel karşılaştırma sonuçları tartışılmaktadır.

Üçüncü bölümde YS_ETDARP 'ın tanımı yapılacak ve literatürde YS_ETDARP ile ilgili herhangi bir çalışmaya rastlanmadığı için problemin bir alt problemi olan YS_ARP için yapılan çalışmalar incelenmiştir.

Dördüncü bölümde ise YS_ETDARP için önerilen matematiksel modeller, geçerli eşitsizlikler ve deneysel çalışmalar sunulmaktadır.

YS_ETDARP için önerilen iki matematiksel modele dayalı olarak geliştirilen DK algoritmaları ve bu algoritmaların performansını ölçen deneysel çalışmalar beşinci bölümde gerçekleştirilmiştir.

Son olarak, genel bir değerlendirme yapılarak bu konuda ileride yapılabilecek çalışmalar tartışılmıştır.

2. EŞZAMANLI TOPLA-DAĞIT ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİ

Tesislerden müşterilere yapılacak taşıma işlemleri ile birlikte müşterilerden tesislere toplama işlemlerinin de aynı araçlarla gerçekleştirildiği problemler olarak tanımlanan Topla-Dağıt Araç Rotalama Problemi (TD_arp) son yıllarda üzerinde çeşitli çalışmaların yapıldığı bir problem türü olmuştur. Pratikte birçok örneği bulunan TD_arp, Araç Rotalama Probleminin (arp) genelleştirilmiş bir halidir. Sağlık sisteminde, kanların merkezlerden hastanelere dağıtımı esnasında toplama kamplarından merkeze yeni kanların getirilmesi; otomotiv sektöründe, yedek parçaların bölge bayilerine dağıtımı esnasında kullanılmış parçaların geri dönüşüm için fabrikalara geri gönderilmesi; gıda sektöründe, günlük taze ürünlerin marketlere dağıtımı esnasında günü geçmiş ve bozulmuş ürünlerin geri toplanması, TD_arp'a örnek olarak verilebilir.

TD_arp en genel hali ile şu şekilde tanımlanabilir: $G(N,A)$ tam bağlı (bütün düğümler arasında doğrudan bir ayrıtın mevcut olduğu durum) bir serim olsun. N düğüm kümesi ve A ise bu düğümler arasında tanımlanan ayrıt kümesidir ($A = \{(i,j) | i \neq j \text{ ve } i,j \in N\}$). Düğüm kümesindeki ilk düğüm depoyu, diğer düğümler ise müşterileri temsil etmektedir. Bu serimde c_{ij} , (i,j) ayrıtının uzunluğunu (maliyetini) temsil etmektedir ve üçgensel eşitsizlik $(c_{ij} \leq c_{ik} + c_{kj})$ sağlanmaktadır. Taşımayı gerçekleştirecek araçlar depoda hazır olarak beklemektedir ve araç kapasiteleri özdeşdir. TD_arp, tanımlanan bu sistemde aşağıdaki kısıtları sağlayan en küçük maliyetli rotaların bulunması problemidir.

1. Her müşteriye kesinlikle bir kez uğranmalı,
2. Bir rota depodan başlamalı ve tekrar depoda son bulmalı,
3. Rota üzerinde, aracın topladığı ve dağıtacağı yük miktarı toplamı araç kapasitesini geçmemelidir.

TD_arp için dikkate alınan varsayıma göre müşterilerden toplanan ürünlerin doğrudan diğer bir müşteriye taşınması söz konusu değildir. Yani bütün talepler ya

depodan müşteriye ulaştırılmakta ya da müşteriden depoya taşınmaktadır [Salhi ve Nagy, 2005]. Bu varsayımlar altında TD_ARP'nın üç farklı tipi bulunmaktadır. Bunlar;

1. Önce dağıt sonra topla araç rotalama problemi (ÖDST_ARP): Bu problemde müşteriler dağıtım (*linehaul*) ve toplama (*backhaul*) müşterileri olmak üzere iki guruba ayrılır. Bu problemde bir rota üzerinde, dağıtım müşterilerine toplama müşterilerinden önce hizmet verilmektedir. Bu varsayım genelde, araç içerisinde dağıtılacak ürünler ile toplanan ürünlerin tekrar yerleştirilmesinin mümkün olmadığı durumlar için söz konusudur. Yani araç dağıtım müşterilerinin talepleri ile yüklenip, bütün ürünler dağıtılıp araç boşaldıktan sonra toplama müşterilerine hizmet verilmektedir. Ana depolardan marketlere sebze-meyve dağıtımından sonra üreticilerden yeni ürünlerin depoya taşınması [Ropke ve Pissingier, 2006] bu problem tipine örnek olarak verilebilir.
2. Karma topla-dağıt araç rotalama problemi (KTD_ARP): ÖDST_ARP'da müşteri öncelikleriyle ilgili yapılan varsayımın kaldırılması ile elde edilen problem tipidir. Yani bir rota üzerinde toplama ve dağıtım müşterilerine karışık sırada hizmet verilebilmektedir. Araç içerisinde yeniden yüklemenin mümkün olduğu durum için geçerli bir problem tipidir. Hizmet sektöründe, depodan müşterilere kargolar dağıtılırken diğer müşterilerden depoya götürülmek üzere kargoların toplanması; sağlık sektöründe, kanların merkezlerden hastanelere dağıtımı esnasında toplama kamplarından merkeze yeni kanların götürülmesi bu problem tipine örnek olarak verilebilir.
3. Eşzamanlı topla-dağıt araç rotalama problemi (ETD_ARP): ÖDST_ARP ve KTD_ARP'da müşteriler ya toplama ya da dağıtım müşterisi olabilmektedir. ETD_ARP probleminde ise bir müşteri aynı anda hem toplama hem de dağıtım müşterisi olabilmektedir. Böyle bir durumda araç müşteriye önce verilecek ürünü bırakmakta sonra toplanacak ürünü almaktadır. Gıda sektöründe, içeceklerin marketlere bırakıldıktan sonra aynı marketten boş şişelerin geri dönüşüm amaçlı toplanması [Ropke ve Pissingier, 2006]; otomotiv sektöründe, yedek parçaların

bölge bayilerine dağıtımı esnasında kullanılmış parçaların geri dönüşüm için fabrikalara geri gönderilmesi bu problem tipine örnek olarak verilebilir.

Tanımlarından da anlaşılacağı gibi ETD_ARP, ÖDST_ARP ve KTD_ARP'ın genel halidir. Dolayısıyla, ETD_ARP için geliştirilen bir matematiksel model, doğrudan yada küçük değişiklikler ile ÖDST_ARP ve KTD_ARP için kullanılabilir. Bu nedenle tezin bu bölümünde ETD_ARP dikkate alınmış, bu problem için literatürde önerilmiş matematiksel modeller incelenerek bu modellere alternatif olarak iki yeni matematiksel model önerilmiştir. Matematiksel modeller, literatürdeki test problemlerinden üretilmiş, müşteri sayılarının 10 ile 20 arasında değiştiği test problemleri kullanılarak eniyi çözüme ulaşılan problem sayısı, eniyi çözüme ulaşma zamanı ve yüzde sapma değerleri kriterleri kullanılarak karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak, önerilen matematiksel modellerin literatürdeki matematiksel modellerden tüm performans ölçütleri açısından daha iyi performansa sahip olduğu gösterilmiştir.

Tezin bu kısmı şu şekilde organize edilmiştir. Bir sonraki bölümde, literatürde ETD_ARP için yapılmış çalışmalar verilmiştir. 2 nolu bölümde literatürde önerilen matematiksel modeller, 3 nolu bölümde ise bu modellere alternatif iki yeni model sunulmuştur. 4 nolu bölümde ise matematiksel modellerin performansı literatürde bulunan test problemleri üzerinde incelenmiş ve 5 nolu bölümde ilerleyen aşamalarda yapılabilecek çalışmalardan bahsedilmiştir.

2.1. Eşzamanlı Topla-Dağıt Araç Rotalama Problemi için Literatür Araştırması

ETD_ARP, ilk kez 1989 yılında Min tarafından ele alınmıştır [Min, 1989]. Bu çalışmada, problemin çözümü için bir matematiksel model ve bir sezgisel algoritma önerilmiştir. Önerilen yaklaşımda, öncelikle müşteriler araç kapasite kısıtını sağlayacak şekilde iki ayrık kümede gruplandırılmış ve her grup için Gezgin Satıcı Problemi (GSP) çözülmüştür. ETD_ARP için uygun çözüm elde edilinceye kadar araç kapasitesini aşan hatlar cezalandırılarak GSP tekrar çözülmüştür. Salhi ve Nagy tarafından yapılan bir çalışmada, ETD_ARP için eklemeye dayalı sezgisel algoritmalar önerilmiştir [Salhi ve Nagy, 1999]. Ayrıca bu sezgiseller çok depolu

ETD_ARP'ın çözümünde de kullanılmıştır. Dethloff (2001) tarafından yapılan bir çalışmada ise, ETD_ARP için bir matematiksel model ve ekleme stratejisine dayalı bir kurucu sezgisel algoritma geliştirilmiş, en ucuz ekleme, artık kapasite gibi dört farklı ekleme kriterinin algoritmanın performansı üzerindeki etkisi incelenmiştir [Dethloff , 2001]. Bir diğer matematiksel model ve eklemeye dayalı sezgisel algoritma ise Nagy ve Salhi (2005) tarafından önerilmiştir [Nagy ve Salhi, 2005]. Önerilen algoritmada uygun olmayan (araç kapasitesini aşan) rotalardan uygun rotaları elde etmek amacıyla ARP için önerilen yaklaşımlar ETD_ARP'a uyarlanarak kullanılmıştır. Tang ve Galvao (2002) tarafından yapılan bir çalışmada ise kapasite kısıtlı ARP için geliştirilen tur parçalama [Beasley, 1983] ve süpürme [Gillett ve Miller, 1974] algoritmaları, ETD_ARP için uyarlanmıştır [Tang ve Galvao, 2002]. Dell'Amico ve ark. (2006) tarafından yapılan çalışmada ise problem için bir matematiksel model ve bir kesin algoritma (Dal-Fiyat algoritması) geliştirilmiştir ve 40 müşteriye kadar test problemlerinde eniyi çözümlere ulaşılmıştır [Dell'Amico ve ark., 2006].

Son yıllarda yapılan çalışmalar incelendiğinde ETD_ARP'ın çözümü için meta-sezgisel algoritmaların kullanıldığı görülmektedir. Crispim ve Brandao (2005) tarafından yapılan bir çalışmada ETD_ARP için Tabu Arama (TA) ve Değişken Komşu İniş (DKİ) algoritmasına dayalı bir melez algoritma önerilmiştir [Crispim ve Brandao, 2005]. Chen (2006) tarafından yapılan bir çalışmada ise ETD_ARP için Tavlama Benzetimi (TB) ve TA algoritması melezlenmiştir [Chen, 2006]. Bu çalışmada TB, melez algoritmanın ana adımlarını oluşturmuş ve algoritmanın her sıcaklık değerinde geri dönüşleri engellemek için kabul edilen komşu çözüm tabu listesinde tutulmuştur. Ayrıca, komşuluk yapısı ardışık olarak değiştirilmiştir. Yapı olarak Chen [Chen, 2006] tarafından önerilen algoritma ile benzerlik gösteren başka bir çalışmada ise [Chen ve Wu, 2006], TB algoritması yerine Kayıttan Kayıda (KK) algoritması kullanılmıştır. KK algoritmasının TB algoritmasından tek farkı, yeni çözümün kabul edilmesi işlemi TB algoritmasında belli bir olasılığa göre gerçekleşirken, KK algoritmasında, o ana kadar elde edilmiş eniyi çözüme bağlı olarak belirlenen belli bir eşik değeri ile deterministik karşılaştırma yapılarak gerçekleştirilmektedir. Her iki çalışmada da başlangıç çözümü ekleme sezgiseli ile

elde edilmiştir. Montane ve Galvao (2006) tarafından yapılan bir çalışmada ise ETD_ARP için kısa ve uzun dönemli hafıza kullanan TA algoritması önermiş ve algoritmada dört farklı komşuluk yapısı kullanılmıştır [Montane ve Galvao, 2006]. Ayrıca, çalışmada problem için bir matematiksel model geliştirilmiş ve TA'nın etkinliğini ölçmek amacıyla bu matematiksel model ile elde edilen üst sınırlar kullanılmıştır. Bu üst sınırlar, CPLEX'in 2 saat çalıştırılması ile elde edilmiştir. Bianchessi ve Righini (2007) tarafından yapılan bir çalışmada ise, değişik çözüm kurucu ve yerel arama algoritmalarının yanısıra düğüm değiştirme ve hat değiştirmeye dayalı değişken komşuluk yapısını kullanan TA algoritması önerilmiş ve bu algoritmaların performansı karşılaştırmalı olarak incelenmiştir [Bianchessi ve Righini, 2007]. Wassan ve ark. (2007) tarafından yapılan bir çalışmada ise, ETD_ARP için değiştirme ve ekleme hareketlerinin yanı sıra bir turun ters çevrilmesine dayalı hareket mekanizmasının kullanıldığı tepkisel TA algoritması önerilmiştir [Wassan ve ark., 2007]. Tepkisel TA'da, çeşitlendirme ve yoğunlaşma arasında dengenin kurulması için tabu süresi dinamik olarak değiştirilmiştir. Bu çalışmalara ek olarak, Zachariadis ve ark. (2009a) tarafından TA ile rehberli yerel aramaya dayalı bir melez algoritma [Zachariadis ve ark., 2009a], Ai ve Kachitvichyanukul (2009) tarafından ise Kuş Sürüsü Eniyilemesine (KSE) dayalı bir algoritma geliştirilmiştir [Ai ve Kachitvichyanukul, 2009]. Gajpal ve Abad (2009) tarafından yapılan bir çalışmada ise Karınca Kolonisi Sistemine (KKS) dayalı bir algoritma geliştirilmiştir [Gajpal ve Abad, 2009]. Geliştirilen algoritmada, bulunan çözümlerin iyileştirilmesi için iki farklı çok rotalı yerel arama algoritması kullanılmıştır. Subramanian ve Cabral (2009) tarafından yapılan bir çalışmada ise problem için Tekrarlı Yerel Arama (TYA) ve DKİ algoritmalarına dayalı bir melez algoritma geliştirilmiştir [Subramanian ve Cabral, 2009]. DKİ algoritmasında altı adet rotalar arası ve üç adet rota içi olmak üzere dokuz farklı komşuluk yapısı kullanılmıştır. Başlangıç çözümünün elde edilmesinde ise en ucuz ekleme sezgiseline dayalı bir sezgisel algoritma kullanılmıştır. Zachariadis ve ark. (2009b) tarafından yapılan bir diğer çalışmada ise Uyarlamalı Hafıza Metodolojisi (UHM) ve TA'ya dayalı bir melez algoritma geliştirilmiştir [Zachariadis ve ark., 2009b]. Başlangıç çözümlerinin elde edilmesinde ağırlıklandırılmış kazanç algoritmasının kullanıldığı çalışmada, çözümlerin iyileştirilmesi amacıyla Parçacıklı TA (PTA) kullanılmıştır.

ETD_ARP'ın ele alındığı iki yüksek lisans tezinde de meta-sezgisel algoritmalar dayalı algoritmalar geliştirilmiştir. Vural (2003) tarafından yapılan çalışmada problem için Genetik Algoritmalar (GA) dayalı iki algoritma geliştirilmiştir [Vural, 2003]. Algoritmalarda, çözüm gösterimi için Bean [Bean, 1994] tarafından önerilen Rassal Anahtarlama (RA) yaklaşımı kullanılmıştır. Basit genetik operatörlerin kullanıldığı birinci GA'nın performansının özellikle çözüm kalitesi açısından iyi olmadığının belirtildiği çalışmada, ikinci GA'da çizelgeleme problemi için önerilen bir çaprazlama operatörü, üç farklı mutasyon operatörü ve turların iyileştirilmesi aşamasında Or-opt sezgiseli kullanılmıştır. Dethloff'ın [Dethloff, 2001] test problemi üzerinde ikinci GA'nın performansı incelenmiştir. Bir diğer yüksek lisans tezinde Gökçe (2004), ARP'nin çeşitli varyasyonları için KKS'ne dayalı bir algoritma geliştirmiştir [Gökçe, 2004]. Tezde dikkate alınan problemlerden birisi de ETD_ARP'tır. Geliştirilen algoritmada, her iterasyonda elde edilen çözümler tur içi 2-opt sezgiseli kullanılarak iyileştirilmiştir.

2.2. Literatürdeki Matematiksel Modeller

ARP için geliştirilen matematiksel modeller, modelde kullanılan kısıt sayısına göre;

1. Üstel büyüklükte modeller: Kısıt sayısının düğüm sayısına göre üstel hızda arttığı modeller.
2. Polinom büyüklükte modeller: Kısıt sayısının düğüm sayısına göre polinom hızda arttığı modeller.

şeklinde sınıflandırılabilir. Bu tez kapsamında polinom büyüklükte modeller üzerinde yoğunlaşmıştır. Polinom büyüklükteki modeller ise kendi içerisinde, kullanılan yardımcı karar değişkenlerinin tanımlanma şekline göre;

1. Düğüm tabanlı modeller: Kullanılan yardımcı karar değişkenlerin serimdeki düğümler dikkate alınarak tanımlandığı modeller.
2. Akış tabanlı modeller: Kullanılan yardımcı karar değişkenlerin serimdeki ayrıtlar dikkate alınarak tanımlandığı modeller.

şeklinde sınıflandırılabilir [Kara, 2008].

Yapılan literatür taramasında, ETD_ARN için Min [Min, 1989], Dethloff [Dethloff, 2001], Nagy ve Salhi [Nagy ve Salhi, 2005], Montane ve Galvao [Montane ve Galvao, 2006], Dell'Amico ve ark., [Dell'Amico ve ark., 2006], ve Jin Ai ve Kachitvicianukul [Jin Ai ve Kachitvicianukul, 2009] tarafından matematiksel modellerin geliştirildiği tespit edilmiştir. Bu modeller içerisinde, Montane ve Galvao (2006), Dell'Amico ve ark., (2006) tarafından önerilen matematiksel modeller akış tabanlı diğerleri ise düğüm tabanlı modellerdir. Buna ek olarak, Min (1989) tarafından önerilen matematiksel model üstel büyüklükte bir modeldir. Ayrıca, Nagy ve Salhi (2005) ve Jin Ai ve Kachitvicianukul (2009) tarafından önerilen matematiksel modellerdeki bazı eksikliklerden dolayı inceleme dışında tutulmuştur.

Bu bölümde, literatürde ETD_ARN için geliştirilen polinom büyüklükteki üç matematiksel model incelenmiş ve bunlara alternatif iki yeni matematiksel model önerilmiştir. Matematiksel modeller için gerekli dizin kümeleri ve parametreler aşağıda verilmektedir.

Dizin Kümeleri ve Parametreler

- N_C müşteriler kümesi,
- N tüm düğümlerin kümesi ($N = \{0\} \cup N_C$),
- K araç kümesi,
- c_{ij} i müşterisinden j müşterisine geçiş maliyeti ($i, j \in N$),
- d_i i müşterisinin dağıtım talebi ($i \in N_C$),
- p_i i müşterisinin toplama talebi ($i \in N_C$),
- C araç kapasitesi,
- B büyük bir sayı,

2.2.1. Düğüm tabanlı modeller

Literatürde ETD_ARP için sadece Dethloff (2001) tarafından düğüm tabanlı bir matematiksel model geliştirilmiştir [Dethloff, 2001].

Dethloff tarafından geliştirilen matematiksel model

Dethloff (2001) tarafından önerilen üç indisli matematiksel modelde (DM) kullanılan karar değişkenleri ve model aşağıda verilmektedir [Dethloff, 2001].

İkili Karar Değişkenleri

$$x_{ijk} : \begin{cases} 1 & (i, j) \text{ ayrıtı } k \text{ rotası üzerinde ise } (\forall i, j \in N; \forall k \in K) \\ 0 & \text{dd} \end{cases}$$

Ek Karar Değişkenleri

L'_k : k rotası üzerinde aracın depodan çıktığı andaki yükü ($\forall k \in K$)

L_j : herhangi bir rota üzerinde aracın j düğümünden çıktıktan sonraki yükü
($\forall j \in N_c$)

U_i : alt tur elemleri için kullanılan geçici değişken ($\forall i \in N_c$),

M : rota sayısı,

Model

$$\text{Enküçük} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} c_{ij} x_{ijk} \quad (2.1)$$

Kısıtlar

$$\sum_{i \in N} \sum_{k \in K} x_{ijk} = 1 \quad \forall j \in N_c \quad (2.2)$$

$$\sum_{j \in N} \sum_{k \in K} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in N_C \quad (2.3)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{k \in K} x_{i0k} = M \quad (2.4)$$

$$\sum_{j \in N} \sum_{k \in K} x_{0jk} = M \quad (2.5)$$

$$U_i - U_j + |N| \sum_{k \in K} x_{ijk} \leq |N| - 1 \quad \forall i, j \in N_C \quad (2.6)$$

$$1 \leq U_i \leq |N| \quad \forall i \in N_C \quad (2.7)$$

$$L'_k = \sum_{i \in N} \sum_{i \in N_0} d_j x_{ijk} \quad \forall k \in K \quad (2.8)$$

$$L_i \geq L'_k - d_i + p_i - B(1 - x_{0ik}) \quad \forall i \in N_C, \forall k \in K \quad (2.9)$$

$$L_j \geq L_i - d_j + p_j - B(1 - \sum_{k \in K} x_{ijk}) \quad \forall i, j \in N_C \quad (2.10)$$

$$L'_k \leq CV \quad \forall k \in K \quad (2.11)$$

$$L_j \leq CV \quad \forall j \in N_C \quad (2.12)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in N, \forall k \in K \quad (2.13)$$

$$L'_k \geq 0 \quad \forall k \in K \quad (2.14)$$

$$L_j \geq 0 \quad \forall j \in N_C \quad (2.15)$$

$$M \geq 0 \quad (2.16)$$

Matematiksel modelde amaç Eş. 2.1. toplam taşıma maliyetinin en küçüklenmesidir. Eş. 2.2–Eş. 2.5 kısıtları ARP için geliştirilmiş genel atama kısıtlarıdır ve bir müşteriye mutlaka bir kere hizmet verilmesini garantilemekte, buna ek olarak düğümlerin girdi çıktı dengesini sağlamaktadır. Eş. 2.6 ve Eş. 2.7 numaralı kısıtlar ise depodan bağımsız alt turların oluşmasını engellemektedir. Eş. 2.8 numaralı kısıt araçların depodan ilk çıkış anındaki yük miktarını belirlerken, Eş. 2.9 ve Eş. 2.10 numaralı kısıtlar sırasıyla, depo düğümünden çıktıktan sonra ziyaret edilen ilk düğüm ve rota üzerindeki herhangi bir düğüm çıkışında aracın yükü ile ilgili alt sınırları vermektedir. Eş. 2.11 ve Eş. 2.12 numaralı kısıtlar ise sırasıyla depodan ve rota üzerindeki herhangi bir düğümünden çıktıktan sonraki yük miktarının araç kapasitesini geçmemesini garantilemektedir. Eş. 2.13– Eş. 2.16 arasındaki kısıtlar ise işaret

kısıtlarıdır. Bu model $O(|N|^2|K|)$ karmaşıklığında 0-1 karar değişkeni, $O(|N_c|)$ karmaşıklığında ek karar değişkeni ve $O(|N_c|^2)$ karmaşıklığında kısıta sahiptir.

Dethloff tarafından yapılan çalışmada, ETD_ARP için ayrıca bir sezgisel yöntem geliştirilmiştir. Ancak, çalışmada matematiksel model ile ilgili herhangi bir deneysel çalışma gerçekleştirilmemiştir [Dethloff, 2001].

2.2.2. Akış tabanlı modeller

Literatürde ETD_ARP için geliştirilmiş akış tabanlı iki model bulunmaktadır. Bunlar sırasıyla, Montane ve Galvao [Montane ve Galvao, 2006] ve Dell’Amico ve ark. [Dell’Amico ve ark., 2006] tarafından geliştirilen matematiksel modellerdir.

Montane ve Galvao tarafından geliştirilen matematiksel model

Montane ve Galvao (2006) tarafından önerilen üç indisli matematiksel modelde (MGM) kullanılan karar değişkenleri ve model aşağıda verilmektedir [Montane ve Galvao, 2006] (x_{ijk} ve M daha önce tanımlandığı gibidir).

Ek Karar Değişkenleri

$U_{ij} :$ (i,j) ayrıtı boyunca taşınan dağıtım talepleri miktarı $(\forall i, j \in N)$

$V_{ij} :$ (i,j) ayrıtı boyunca taşınan toplama talepleri miktarı $(\forall i, j \in N)$

Model

Enküçük Eş. 2.1

Kısıtlar

Eş. 2.2– Eş. 2.5, Eş. 2.13, Eş. 2.16 ve

$$\sum_{i \in N} V_{ji} - \sum_{i \in N} V_{ij} = p_j \quad \forall j \in N_0 \quad (2.17)$$

$$\sum_{i \in N} U_{ij} - \sum_{i \in N} U_{ji} = d_j \quad \forall j \in N_0 \quad (2.18)$$

$$U_{ij} + U_{ij} \leq CV \sum_{k \in K} x_{ijk} \quad \forall i \in N, \forall j \in N \quad (2.19)$$

$$U_{ij}, V_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \in N \quad (2.20)$$

Eş. 2.17 ve Eş. 2.18 numaralı kısıtlar rota üzerinde toplama ve dağıtım taleplerinin dengesini sağlamak ve ayrıtlar üzerinde taşınan miktarları belirlemektedir. Eş. 2.19 numaralı kısıt ise ayrıtlarda taşınan toplam yük miktarının araç kapasitesini geçmesini engellemektedir. Eş. 2.20 numaralı kısıtlar ise işaret kısıtlarıdır. Bu model $O(|N|^2 |K|)$ karmaşıklığında 0-1 karar değişkeni, $O(|N|^2)$ karmaşıklığında ek karar değişkeni ve $O(|N|^2)$ karmaşıklığında kısıta sahiptir.

Montane ve Galvao tarafından yapılan çalışmada ETD_ARP için ayrıca bir tabu arama sezgiseli geliştirilmiştir [Montane ve Galvao, 2006]. Bu sezgisel yöntem, literatürdeki diğer sezgiseller ve önerdikleri matematiksel modelin CPLEX çözücüsü ile iki saat çalışması ile elde edilen üst sınırlar ile karşılaştırılmıştır. Bu bağlamda Montane ve Galvao, ETD_ARP için geliştirilen sezgisel yöntemin performansını incelemek amacıyla, matematiksel model ile elde edilen üst sınırları kullanan ilk araştırmacılar olmuşlardır.

Dell'Amico ve ark. tarafından geliştirilen matematiksel model

Dell'Amico ve ark. (2006) tarafından önerilen matematiksel modelde (DRSM) kullanılan karar değişkenleri ve model aşağıda verilmektedir [Dell'Amico ve ark., 2006]. (U_{ij}, V_{ij} ve M daha önce tanımlandığı gibidir).

İkili Karar Değişkenleri

$$x_{ij} : \begin{cases} 1 & (i, j) \text{ ayrıtı herhangi bir tur üzerinde ise } (\forall i, j \in N) \\ 0 & \text{dd} \end{cases}$$

Model

$$\text{Enküçük} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ij} \quad (2.21)$$

Kısıtlar

Eş. 2.17, Eş. 2.18, Eş. 2.20 ve

$$\sum_{i \in N} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in N_c \quad (2.22)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N_c \quad (2.23)$$

$$\sum_{i \in N} x_{i0} = M \quad (2.24)$$

$$\sum_{j \in N} x_{0j} = M \quad (2.25)$$

$$U_{ij} + V_{ij} \leq CVx_{ij} \quad \forall i \in N, \forall j \in N \quad (2.26)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N \quad (2.27)$$

Matematiksel modelde amaç fonksiyonu Eş. 2.21 toplam taşıma maliyetinin en küçüklenmesidir. Eş. 2.22– Eş. 2.25 numaralı kısıtlar atama kısıtları olarak adlandırılır ve bir müşteriye mutlaka bir kere hizmet verilmesini garantilemekte, buna ek olarak düğümlerin girdi çıktı dengesini sağlamaktadır. Eş. 2.26 numaralı kısıt ise ayrıtlarda taşınan toplam yük miktarının araç kapasitesini geçmesini engellemektedir. Eş. 2.27 numaralı kısıt ise işaret kısıtıdır. Bu model $O(|N|^2)$ karmaşıklığında 0-1 karar değişkeni, $O(|N|^2)$ karmaşıklığında ek karar değişkeni ve $O(|N|^2)$ karmaşıklığında kısıta sahiptir.

Dell'Amico ve ark. tarafından yapılan çalışmada ETD_ARP için ayrıca bir kesin algoritma (Dal-Fiyat algoritması) geliştirilmiş ve 40 müşteriye kadar test problemlerinde eniyi çözümlere ulaşılmıştır [Dell'Amico ve ark., 2006]. Bu özelliği

ile Dell'Amico ve ark. (2006), ETD_ARN için kesin algoritma geliştiren ilk araştırmacılar olmuşlardır.

2.3. Önerilen Matematiksel Modeller

Literatürde ETD_ARN için Dethloff (2001) ve Montane ve Galvao (2006) tarafından geliştirilmiş olan matematiksel modellerde üç indisli bir 0-1 karar değişkeni yapısı kullanılırken Dell'Amico ve ark. (2006) tarafından geliştirilmiş olan matematiksel modellerde ise iki indisli bir 0-1 karar değişkeni yapısı kullanılmıştır. Matematiksel model çözücülerinin performansını etkileyen önemli faktörlerden birisi 0-1 karar değişkeni sayısıdır. Modellerin çözümü için kullanılan hesaplama ağacının boyutu 0-1 karar değişkeni sayısına bağlı olarak üstel hızda artmaktadır. Buna ek olarak, matematiksel model çözücülerinin hafıza ihtiyacı karar değişkenleri ve kısıtlardan oluşan matrisin boyutuna bağlı olarak artmaktadır. Bu nedenlerden dolayı, iki indisli karar değişkeni kullanan matematiksel modellerin üç indisli karar değişkeni kullanan matematiksel modellere göre hem çözüm süresi hem de doğrusal gevşetme değerleri açısından daha iyi bir performansa sahip olması beklenmektedir.

Matematiksel model çözücülerinin performansını etkileyen bir diğer önemli faktör ise kısıtlar tarafından belirlenen çözüm uzayının sıklığıdır. Çözüm uzayı ne kadar sıkı olursa doğrusal gevşetme değerleri o kadar eniyi çözüme yakın olacak, dolayısıyla da çözüm süresi kısılacaktır.

Bu bölümde, matematiksel modellerin bu özelliklerinden faydalanarak, ilki düğüm tabanlı diğeri akış tabanlı olmak üzere iki yeni matematiksel model önerilmiştir. Bu modeller, $O(|N|^2)$ karmaşıklığında 0-1 karar değişkeni ve $O(|N|^2)$ karmaşıklığında kısıta sahiptir ve Kara [Kara, 2008] tarafından ARP için geliştirilmiş matematiksel modellerin ETD_ARN'a uyarlanması ile elde edilmiştir.

2.3.1. Düğüm tabanlı matematiksel model

Bu bölümde önerilen matematiksel modelde (ÖDTM), ARP için kullanılan ve MTZ kısıtları olarak bilinen alt tur eleme ve kapasite kısıtları ETD_ARN'a uyarlanmıştır.

Bu kısıtlar ilk olarak Gezgin Satıcı Problemi (GSP) için Miller ve ark. (1960) tarafından geliştirilmiş [Miller ve ark., 1960], Kulkarni ve Bhave (1985) tarafından ARP'a uyarlanmış [Kulkarni ve Bhave, 1985], Desrochers ve Laporte (1991) tarafından kuvvetlendirilmiş [Desrochers ve Laporte, 1991] ve Kara ve ark. (2004) tarafından düzeltme yapılmıştır [Kara ve ark., 2004]. Buna ek olarak Kara (2008) tarafından kullanılan yardımcı değişkenlerin sınırları üzerinde yeni kuvvetlendirmeler gerçekleştirilmiş ve bu değişkenlere kesin anlamlar yüklenmiştir [Kara, 2008]. ETD_ARP için geliştirilen iki indisli düğüm tabanlı bu matematiksel modelde kullanılan karar değişkenleri ve matematiksel model aşağıda verilmektedir. (x_{ij} ve M daha önce tanımlandığı gibidir).

Ek Karar Değişkenleri

U_i : i düğümüne girmeden hemen önce araçtaki dağıtılacak ürün miktarı ($\forall i \in N_C$)

V_i : i düğümünün çıkışında araçtaki toplanan ürün miktarı ($\forall i \in N_C$)

Model

Enküçük Eş. 2.21

Kısıtlar

Eş. 2.16, Eş. 2.22– Eş. 2.25, Eş. 2.27 ve

$$U_j - U_i + CVx_{ij} + (CV - d_j - d_i)x_{ji} \leq CV - d_i \quad \forall i, j \in N_C, i \neq j \quad (2.28)$$

$$V_i - V_j + CVx_{ij} + (CV - p_j - p_i)x_{ji} \leq CV - p_j \quad \forall i, j \in N_C, i \neq j \quad (2.29)$$

$$U_i + V_i - d_i \leq CV \quad \forall i \in N_C \quad (2.30)$$

$$U_i \geq d_i + \sum_{j \in N_0, j \neq i} d_j x_{ij} \quad \forall i \in N_C \quad (2.31)$$

$$U_i + (CV - d_i)x_{i0} \leq CV \quad \forall i \in N_C \quad (2.32)$$

$$V_i \geq p_i + \sum_{j \in N_0, j \neq i} p_j x_{ji} \quad \forall i \in N_C \quad (2.33)$$

$$V_i + (CV - p_i) x_{0i} \leq CV \quad \forall i \in N_C \quad (2.34)$$

Burada, çözüme başlamadan önce $(enbüyük\{d_i + d_j; p_i + p_j; d_j + p_i\} > CV)$ şartını sağlayan bütün (i, j) ayrıtları için $x_{ij} = 0$ ataması gerçekleştirilmektedir. Bu modelde Eş. 2.28 ve Eş. 2.29 numaralı kısıtlar ise sırasıyla bir rota üzerinde dağıtım ve toplama taleplerinin toplamalarının ayrı ayrı olarak kapasiteyi geçmemesini sağlamakla beraber, alt turların oluşmasını da engellemektedir. Eş. 2.30 numaralı kısıt ise her düğümden çıkıştan sonra aracın yükünün toplam kapasiteyi geçmemesini sağlamaktadır. Eş. 2.31– Eş. 2.34 numaralı kısıtlar yardımcı karar değişkenlerinin alt ve üst sınırlarını belirleyen kısıtlardır.

Önerilen bu ilk modelde, kapasite ve alt tur eleme kısıtlarının geçerliliği şu şekilde ispatlanabilir. Eğer $x_{ij} = 1$ ise (i, j) ve (j, i) çiftleri için oluşturulan Eş. 2.28 numaralı kısıtlardan dolayı $U_i \geq U_j + d_i$ ve $U_i \leq U_j + d_i$ eşitsizlikleri eşzamanlı karşılanmalıdır. Bu iki eşitsizlik sonucunda $U_i = U_j + d_i$ eşitliği ortaya çıkacaktır ki bu eşitlik, uygun bir rota üzerinde aracın herbir müşteriye hizmet vermesinde sonra U_i karar değişkenlerinin değerlerinin ilgili müşterinin dağıtım talebi miktarı kadar azalmasına sebep olmaktadır. Benzer şekilde V_j karar değişkenlerinin değerleri de uygun bir rota üzerinde toplama talebi miktarı kadar artmaktadır. U_i ve V_j karar değişkenlerinin bu davranışı sebebiyle herhangi bir uygun çözüm alt tur içeremez. Buna ek olarak, eğer $x_{i0} = 1$ ise Eş. 2.31 ve Eş. 2.32 numaralı kısıtlardan dolayı $U_i = d_i$ eşitliği geçerli olacaktır. Bir diğer anlatımla, eğer i düğümü rota üzerinde son düğümse U_i karar değişkeninin değeri i düğümünün dağıtım talebine eşit olacaktır. Bu eşitlik Eş. 2.28 numaralı kısıtlar ile birlikte uygun bir rota üzerinde U_i karar değişkenlerinin değerinin, müşterilere hizmet vermeden hemen önce araçtaki dağıtım talebi miktarına eşit olmasına neden olacaktır. Benzer şekilde, uygun bir rota

üzerinde V_j karar değişkenlerinin değeri de müşterilere hizmet verdikten hemen sonra araçtaki toplama talebi miktarına eşit olacaktır. Dolayısıyla, Eş. 2.30 numaralı kısıtın sol tarafı müşterilere hizmet verdikten hemen sonra araçtaki toplam yük miktarına eşit olacaktır ki, bu değer araç kapasitesinden küçük olması ile kapasite kısıtı sağlanmış olacaktır.

2.3.2. Akış tabanlı matematiksel model

Yapılan literatür araştırmasında, ARP için geliştirilen akış tabanlı modelleme ile daha iyi alt sınırlar elde edildiği görülmüştür [Yaman, 2006; Kara, 2008]. Bu bölümde önerilen akış tabanlı matematiksel model (ÖATM), Dell’Amico ve ark. (2006) tarafından önerilen matematiksel modele yeni sınırlandırma kısıtlarının eklenmesi ile elde edilmiştir [Dell’Amico ve ark., 2006]. ETD_ARP için geliştirilen iki indisli akış tabanlı bu matematiksel modelde kullanılan karar değişkenleri ve matematiksel model aşağıda verilmektedir. (x_{ij} , U_{ij} , V_{ij} ve M , 2.2.2 nolu bölümde tanımlandığı gibidir).

Model

Enküçük Eş. 2.21

Kısıtlar

Eş. 2.17, Eş. 2.18, Eş. 2.20, Eş. 2.22– Eş. 2.27 ve

$$\sum_{j \in N_0} U_{0j} = Q_D \quad (2.35)$$

$$\sum_{i \in N_0} U_{i0} = 0 \quad (2.36)$$

$$\sum_{i \in N_0} V_{i0} = Q_P \quad (2.37)$$

$$\sum_{j \in N_0} V_{0j} = 0 \quad (2.38)$$

$$U_{ij} \leq (CV - d_i) x_{ij} \quad \forall i \in N_0, \forall j \in N \quad (2.39)$$

$$V_{ij} \leq (CV - p_j) x_{ij} \quad \forall i \in N, \forall j \in N_0 \quad (2.40)$$

$$U_{ij} \geq d_j x_{ij} \quad \forall i \in N, \forall j \in N_0 \quad (2.41)$$

$$V_{ij} \geq p_i x_{ij} \quad \forall i \in N_0, \forall j \in N \quad (2.42)$$

Burada , $Q_D = \sum_{i \in N_C} d_i$ ve $Q_P = \sum_{i \in N_C} p_i$. Eş. 2.37 numaralı kısıt depoya dönen toplama talepleri miktarını toplama taleplerinin toplamına eşitlerken, Eş. 2.38 numaralı kısıt depodan çıkan toplama taleplerini henüz hiçbir toplama işlemi gerçekleştirilmediği için “0”a eşitlemektedir. Benzer şekilde, Eş. 2.35 numaralı kısıt depodan çıkan dağıtım talepleri miktarını dağıtım taleplerinin toplamına eşitlerken, Eş. 2.36 numaralı kısıt depoya dönen dağıtım taleplerini rota sonunda bütün dağıtım taleplerinin dağıtılmış olacağından “0”a eşitlemektedir. Eş. 2.39–Eş. 2.42 numaralı kısıtlar ise U_{ij} ve V_{ij} karar değişkenlerinin alt ve üst sınırlarını belirleyen kısıtlardır.

2.4. Deneysel Çalışmalar

Bu bölümde, deneysel karşılaştırma amacıyla kullanılan test problemleri hakkında detaylı bilgi verildikten sonra bu test problemleri üzerinde matematiksel modellerin performansları incelenecektir.

2.4.1. Test problemleri

Önerilen iki yeni modelin etkinliğini araştırmak amacıyla literatürde bulunan iki test kümesinden faydalanılmıştır. Bu test kümesinden birincisi Christofides ve ark. (1979) tarafından tanımlanan ARP test problemlerinin ETD_ARP’a uyarlanması ile elde edilmiştir [Christofides ve ark., 1979]. Christofides ve ark. (1979) tarafından önerilen test kümesinde, müşteri sayılarının 50 ile 199 arasında değiştiği 14 test problemi vardır. Bu test problemlerinden müşteri koordinatları ve talep miktarları bakımından farklılık gösteren 5 tanesi (1, 2, 3, 11 ve 12 numaralı problemler) bu tezde dikkate alınmıştır. Bu problemlerin ilk 10, 15 ve 20 müşterisi göz önüne

alınarak küçük boyutlu test problemleri üretilmiştir ve müşteriler arasındaki Öklit uzaklıklar en yakın tamsayıya çevrilerek taşıma maliyeti elde edilmiştir. Toplama ve dağıtım talepleri ise orijinal talepler kullanılarak elde edilmiştir. Taleplerin elde edilmesinde ise Salhi ve Nagy (1999) ve Angelelli ve Mansini (2002) tarafından önerilen talep ayırma yöntemleri kullanılmıştır [Salhi ve Nagy, 1999; Angelelli ve Mansini, 2002]. Salhi ve Nagy (1999) tarafından önerilen talep ayırma yöntemine göre, her müşteri için koordinatlarına bağlı bir oran ($r_i = \min(x_i/y_i; y_i/x_i)$) dikkate alınmış, orijinal talep değerleri bu oran kullanılarak toplama ve dağıtım talebi olarak ayrıştırılmıştır; q_i : i müşterisinin orijinal talebi olmak üzere, $d_i = r_i * q_i$ ve $p_i = q_i - d_i$ olarak elde edilmiştir. Bu yöntemle elde edilen problemler X tipi problem olarak adlandırılmıştır. Benzer şekilde her müşterinin elde edilen taleplerinin yerleri değiştirilerek ($p_i = r_i * q_i$ ve $d_i = q_i - p_i$) Y tipi problemler elde edilmiştir. Angelelli ve Mansini (2002) tarafından önerilen talep ayırma yönteminde ise orijinal talep değerleri dağıtım talebi olarak kabul edilmekte, toplama talebi ise müşteri numarasının tek ya da çift olmasına göre değişmektedir; $d_i = q_i$, eğer i çift ise $p_i = \lfloor (1-\gamma)q_i \rfloor$, eğer i tek ise $p_i = \lfloor (1+\gamma)q_i \rfloor$. Bu ayırma işlemlerinde $\gamma = 0.2$ (Z tipi) ve $\gamma = 0.8$ (W tipi) olarak alınmıştır. Buna ek olarak, araç kapasitelerinin etkisini incelemek amacıyla değişik araç kapasite seviyeleri dikkate alınmıştır. Herbir test problemi için $CV = \lambda * \text{enbüyük}_{i \in N_c}(d_i, p_i)$ eşitliği kullanılarak değişik araç kapasitesi seviyeleri belirlenmiştir. Bu tezde, λ değerleri 1, 2, ve 4 olmak üzere üç kapasite seviyesi dikkate alınmıştır. Bu test kümesinde 5 ayrı problem için (1, 2, 3, 11 ve 12 numaralı problemler) 3 farklı büyüklükte (10, 15 ve 20 müşterilik), her büyüklük için 4 farklı tip (X , Y , Z ve W) ve 3 kapasite seviyesi ($\lambda=1, 2$ ve 4) olmak üzere toplamda 180 test problemi üretilmiş ve herbir problem beş ayrı model ile çözülmüştür.

Deneyssel karşılaştırmada kullanılan ikinci test kümesi ise Dethloff (2001) tarafından doğrudan ETD_ARDP için oluşturulan test kümesidir [Dethloff, 2001]. Bu test kümesindeki test problemleri 50 müşteriden oluşmaktadır. Bu müşterilerin test yüzeyi üzerinde yerleştirilmesinde iki coğrafik senaryo kullanılmıştır. Birincisinde

müşteriler $[100 \times 100]$ 'lük ızgara yüzey üzerinde tamamen rassal olarak yerleştirilmiştir (SCA tipi). Diğer senaryoda ise müşterilerin yarısı tamamen rassal diğer yarısı ise $[100/3 \times 200/3]$ 'lük ızgara yüzey üzerinde yerleştirilerek müşterilerin bir kısmının yerleşim bölgesinin bir bölümünde yoğunlaşması sağlanmıştır (CON tipi). Müşterilerin dağıtım talepleri $[0,100]$ aralığında rassal olarak üretilmiştir. Toplama talepleri ise dağıtım taleplerine bağlı olarak $p_i = d_i * (0.5 + r_i)$ şeklinde belirlenmiştir. Burada; r_i , $[0,1]$ aralığında rassal bir sayıdır. Araç kapasiteleri ise bir önceki test kümesinde olduğu gibi $CV = \lambda * \text{enbüyük}_{i \in N_c}(d_i, p_i)$ eşitliği kullanılarak elde edilmiştir. Bu test kümesinde ise her bir yerleşim senaryosu (SCA ve CON) için 10 tane, her senaryo için 3 farklı büyüklükte (10, 15 ve 20 müşterilik), her büyüklük için ise 3 farklı araç kapasitesi ($\lambda=1, 2$ ve 4) olmak üzere toplamda 180 test problemi üretilmiş ve her bir problem beş ayrı model ile çözülmüştür.

2.4.2. Deneysel karşılaştırmalar

Tüm modeller GAMS ara yüzünde kodlanmış ve matematiksel model çözücüsü olarak CPLEX 10.2 kullanılmıştır. Bütün koşumlarda çözücünün varsayılan parametre seviyeleri kullanılmıştır. Her bir koşul Intel Xeon 3.16 Ghz hızında 1 GB ara belleğe sahip, “Windows Vista Business with SP1” işletim sistemi ile çalışan bilgisayarlarda gerçekleştirilmiştir. Bütün koşullar 2 saat ($2*60*60=7200$ saniye) ile sınırlandırılmıştır.

Matematiksel modelleri analiz etmek amacıyla aşağıdaki performans kriterleri kullanılmıştır.

1. Eniyi çözüme ulaşılan problem sayısı (EÇUPS): Çözüm süresi sınırları içerisinde matematiksel model tarafından eniyi çözüme ulaşılan problem sayısı
2. Ortalama çözüm süresi (OÇS): Matematiksel modelin ortalama koşul süresi
3. Sapma: İki farklı sapma değeri kullanılmıştır. Bunlar;

- Doğrusal gevşetme yüzde sapma değeri (DGYSD): Modellerin 0-1 karar değişkenlerinin gevşetilmesi (“0” ile “1” arasında reel sayı olarak kabul edilmesi) ile elde edilen çözümün (Z^{DG}) beş matematiksel modelin tamsayılı koşumu sonucunda elde edilen eniyi çözümünden (Z^*) sapma değeri. Bu değer, her bir test problemi için aşağıdaki eşitlik kullanılarak hesaplanmaktadır.

$$DGYSD = 100 \left(\frac{Z^* - Z^{DG}}{Z^*} \right) \quad (2.43)$$

- Yüzde sapma değeri (YSD): Matematiksel modellerin CPLEX çözücüsü ile iki saat tamsayılı koşumu sonucunda elde edilen üst sınır ($Z^{ÜS}$) ile alt sınır (Z^{AS}) arasındaki sapma değeri. Bu değer, her bir test problemi için aşağıdaki eşitlik kullanılarak hesaplanmaktadır.

$$YSD = 100 * \left(\frac{Z^{ÜS} - Z^{AS}}{Z^{AS}} \right) \quad (2.44)$$

Eş. 2.43 ve Eş. 2.44 numaralı eşitlikler ile belirtilen sapma değerleri ilgili matematiksel modellerin eniyi çözümlere ne kadar yakın olduğunun bir göstergesidir. Bu sapma değerleri ne kadar küçük olursa matematiksel model çözücüsü ya da matematiksel model tabanlı kesin algoritmaların eniyi çözümlere ulaşma süreleri o kadar kısa sürmektedir [Kashan ve Karimi, 2008].

Her iki test kümesi ile (TK1: Christofides ve ark. (1979); TK2; Dethloff (2001)) elde edilen genel sonuçlar Çizelge 2.1 ve Çizelge 2.2’de sunulmaktadır. Bu çizelgelerde ilk iki sütun müşteri sayısını ve araç kapasite seviyesini göstermektedir. Takip eden

Çizelge 2.1.1. TK1 için deneysel çalışmalar

[N]	λ	DM			MGM			DRMS			ÖDTM			ÖATM		
		DGYSD	YSD	OÇS (EÇUPS)	DGYSD	YSD	OÇS (EÇUPS)	DGYSD	YSD	OÇS (EÇUPS)	DGYSD	YSD	OÇS (EÇUPS)	DGYSD	YSD	OÇS (EÇUPS)
10	1	19,54	4,61	3830,49 (12)	13,90	0,82	689,68 (19)	18,04	0,00	22,13 (20)	11,57	0,00	40,89 (20)	6,04	0,00	0,13 (20)
	2	11,71	1,80	422,83 (19)	8,26	1,67	367,14 (19)	17,80	0,00	211,64 (20)	8,07	0,00	40,89 (20)	5,51	0,00	21,28 (20)
	4	6,53	0,00	1,26 (20)	5,22	0,00	0,80 (20)	17,79	0,00	0,18 (20)	2,66	0,00	0,06 (20)	1,58	0,00	0,07 (20)
Ortalama (Toplam)		12,59	2,14	1418,19 (51)	9,13	0,83	352,54 (58)	17,88	0,00	77,98 (60)	7,43	0,00	14,06 (60)	4,38	0,00	7,16 (60)
15	1	25,95	19,05	7200,00 (0)	15,63	8,48	6842,91 (1)	18,03	3,78	2497,60 (14)	15,81	2,44	2297,44 (14)	8,41	1,32	1525,40 (16)
	2	16,73	7,04	6460,65 (4)	9,57	1,25	2925,66 (14)	15,47	1,24	1078,06 (18)	12,37	0,00	10,59 (20)	5,26	0,00	11,07 (20)
	4	13,17	0,00	374,60 (20)	9,25	0,00	34,96 (20)	16,57	0,26	370,13 (19)	7,22	0,00	1,32 (20)	4,08	0,00	3,03 (20)
Ortalama (Toplam)		18,62	8,70	4678,42 (24)	11,48	3,24	3267,84 (35)	16,69	1,76	1315,26 (51)	11,80	0,81	769,78 (54)	5,92	0,44	513,17 (56)
20	1	32,14	33,96*	7200,00 (0)	17,34	14,34	7200,00 (0)	18,56	3,17	3461,17 (11)	22,45	3,12	2865,08 (13)	8,22	0,96	1533,44 (16)
	2	25,22	30,52	7200,00 (0)	13,06	11,09	7200,00 (0)	15,48	2,59	3751,14 (11)	22,34	4,65	4285,14 (9)	8,84	0,56	2721,89 (15)
	4	21,58	17,69	5333,13 (7)	13,10	9,96	6003,55 (6)	16,21	0,68	565,25 (19)	17,47	4,97	2891,20 (12)	9,26	0,51	1577,78 (16)
Ortalama (Toplam)		26,31	27,39	6577,71 (7)	14,50	11,79	6801,18 (6)	16,75	2,15	2592,52 (41)	20,75	4,25	3347,14 (34)	8,77	0,68	1944,37 (47)

*: Ortalama değerler üst sınır değerinin elde edildiği test problemleri kullanılarak elde edilmiştir

Çizelge 2.2. TK2 için deneysel çalışmalar

[N]	λ	DM			MGM			DRMS			ÖDTM			ÖATM		
		DGYSD	YSD	OÇS (EÇUPS)	DGYSD	YSD	OÇS (EÇUPS)	DGYSD	YSD	OÇS (EÇUPS)	DGYSD	YSD	OÇS (EÇUPS)	DGYSD	YSD	OÇS (EÇUPS)
10	1	27,03	0,40	1309,64 (18)	15,61	0,00	54,88 (20)	17,73	0,00	0,66 (20)	12,63	0,00	0,08 (20)	5,13	0,00	0,15 (20)
	2	21,04	0,00	291,16 (20)	13,53	0,00	45,79 (20)	16,31	0,00	1,31 (20)	13,05	0,00	0,40 (20)	6,72	0,00	0,88 (20)
	4	15,54	0,00	3,19 (20)	12,71	0,00	2,75 (20)	16,40	0,00	0,23 (20)	5,81	0,00	0,14 (20)	3,71	0,00	0,10 (20)
	Ortalama (Toplam)	21,20	0,13	534,66 (58)	13,95	0,00	34,47 (60)	16,81	0,00	0,73 (60)	10,50	0,00	0,21 (60)	5,19	0,00	0,38 (60)
15	1	32,60	17,27	7200,00 (0)	18,40	4,81	7200,00 (0)	19,70	0,00	55,37 (20)	17,51	0,00	26,78 (20)	6,00	0,00	17,89 (20)
	2	25,32	9,75	6468,72 (3)	15,10	3,49	5368,93 (6)	17,16	0,00	40,50 (20)	16,15	0,00	29,09 (20)	7,32	0,00	49,22 (20)
	4	20,53	0,63	1877,56 (18)	15,40	0,09	1077,36 (19)	17,46	0,00	1,63 (20)	9,30	0,00	3,87 (20)	5,86	0,00	5,01 (20)
	Ortalama (Toplam)	26,15	9,22	5182,09 (21)	16,30	2,80	4554,76 (25)	18,11	0,00	32,50 (60)	14,32	0,00	19,91 (60)	6,39	0,00	24,04 (60)
20	1	35,73	26,83*	7200,00 (0)	19,33	11,57*	7200,00 (0)	20,34	0,37	1055,83 (19)	21,34	0,00	457,16 (19)	6,95	0,14	536,07 (19)
	2	30,48	26,87	7200,00 (0)	17,48	12,43	7200,00 (0)	18,63	0,53	3498,55 (14)	21,43	0,96	3466,53 (13)	9,47	0,30	2525,01 (18)
	4	24,00	8,41	7045,40 (1)	16,70	10,30	7200,00 (0)	17,92	0,00	146,44 (20)	12,44	0,00	685,71 (19)	7,40	0,00	156,19 (20)
	Ortalama (Toplam)	30,07	20,70	7148,47 (1)	17,84	11,43	7200,00 (0)	18,96	0,30	1566,94 (53)	18,40	0,32	1536,47 (51)	7,94	0,15	1072,42 (57)

*: Ortalama değerler üst sınır değerinin elde edildiği test problemleri kullanılarak elde edilmiştir

her üç sütun ise sırasıyla matematiksel modellerin ortalama doğrusal gevşetme yüzde sapma değeri, ortalama yüzde sapma değeri, ortalama çözüm süresi ve toplam eniyi çözüme ulaşılan problem sayısı göstermektedir. Çizelge 2.1 ve Çizelge 2.2’de net bir şekilde görüldüğü gibi, iki indisli matematiksel modeller üç indisliye göre bütün performans kriterleri açısından daha iyi bir performansa sahiptirler. Üç indisli matematiksel modellerdeki 0-1 karar değişkenlerinin sayısı iki indisliye göre k katı olduğundan dolayı iki indisli matematiksel modellerin daha iyi bir performansa sahip olması beklenen bir durumdur. Buna ek olarak, önerilen iki indisli akış tabanlı matematiksel model (ÖATM) ile tüm performans kriterleri açısından diğerlerine göre daha iyi sonuçlar elde edilmiştir. Bu matematiksel model ile elde edilen en büyük doğrusal gevşetme yüzde sapma değeri (DGYSD) ve yüzde sapma değerleri (YSD) sırasıyla %9,26 ve %1,32 iken 360 test probleminin 340 tanesinde belirlenen süre içerisinde eniyi çözümlere ulaşılmıştır. Ayrıca, ortalama çözüm süresi değerleri ise 0,07 ile 2722 saniye arasında değişmektedir. ÖATM, DRSM’ye yeni sınırlandırma kısıtlarını eklenmesi ile elde edilmiş bir modeldir. Bu sonuçlar dikkate alındığında, yeni sınırlandırma kısıtlarının modelin performansını anlamlı bir şekilde arttırdığı görülmektedir.

Her ikisi de iki indisli matematiksel model olan akış tabanlı DRSM ve düğüm tabanlı ÖDTM, performans ölçütleri açısından birbirine oldukça yakın sonuçlar vermiştir. Bu modeller sırasıyla, 360 test probleminden 325 ve 319 tanesinde belirlenen süre içerisinde eniyi çözümlere ulaşılmışlardır. Ayrıca, en büyük yüzde sapma değerleri sırasıyla %3,78 ve %4,97 olarak belirlenmiştir. Ancak, doğrusal gevşetme yüzde sapma değeri açısından hemen hemen bütün test problemlerinde ÖDTM ile DRSM’ye nazaran daha iyi sonuçlar elde edilmiştir. Matematiksel modeller içerisinde en kötü performansı ile DM sergilemiştir. Bu modelin ortalama doğrusal gevşetme yüzde sapma değeri ve yüzde sapma değerleri sırasıyla %23 ve %12 iken 360 test probleminin 162 tanesinde belirlenen süre içerisinde eniyi çözümlere ulaşılmıştır.

Çizelge 2.1 ve 2.2’de görüldüğü gibi müşteri sayısı arttıkça matematiksel modellerin performansı düşmektedir. Özellikle DM ve MGM ile elde edilen elde edilen eniyi

çözümüne ulaşılan problem sayısı hemen hemen bütün test problemlerinde diğerlerine nazaran oldukça düşüktür. Araç kapasitesinin düşük olduğu seviyelerde ise ($\lambda=1$ ve 2 vb.) matematiksel modeller eniyi çözümleri bulmakta zorlanmaktadırlar.

Son olarak, TK2 için iki yerleşim senaryosuna (CON ve SCA) elde edilen sonuçlar Çizelge 2.3’de sunulmaktadır. Çizelge 2.3’de görüleceği gibi iki indisli matematiksel modeller, CON tipi test problemlerini SCA tipi test problemlerine nazaran çok daha kısa sürede çözebilmektedir. Buna ek olarak, ÖATM ile SCA tipi test problemlerinde CON tipi problemlere nazaran daha yüksek doğrusal gevşetme yüzde sapma değerleri elde edilmesine rağmen diğer matematiksel modellerde benzer bir davranış gözlemlenmemektedir.

2.5. Değerlendirme

Tezin bu bölümünde, YS_ETDARP’nin alt problemlerinden birisi olan ETD_ARP ele alınmış, bu problem için literatürde bulunan matematiksel modeller incelenmiş ve sınıflandırılmıştır. Buna ek olarak, mevcut matematiksel modellere alternatif iki indisli iki yeni matematiksel model geliştirilmiş ve geliştirilen modellerin performansı literatürde ETD_ARP için kullanılan test problemleri üzerinde karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Sonuç olarak önerilen akış tabanlı matematiksel modelin mevcut bütün modellerden bütün performans kriterleri açısından daha etkin olduğu gözlenmiştir. Geliştirilen düğüm tabanlı matematiksel model ise literatürde bulunan üç indisli matematiksel modellerden çok daha etkin, iki indisli matematiksel modelden ise 10 ve 15 müşterilik test problemlerinin hepsinde tüm performans kriterleri bakımından daha iyi bir performansa sahip olduğu tespit edilmiştir.

ETD_ARP için önerilen matematiksel modellerin, literatürde bulunan mevcut modellere nazaran daha iyi bir performansa sahip olması nedeniyle, YS_ETDARP’ın çözümü için geliştirilecek olan matematiksel modellerde bu modeller temel alınacaktır.

Çizelge 2.3. TK2 için yerleşim senaryolarının etkisi ($\lambda = 1$)

[N] Yerleşim Senaryosu	DM			MGM			DRMS			ÖDTM			ÖATM		
	DGYSD	YSD	OÇS (EÇUPS)	DGYSD	YSD	OÇS (EÇUPS)	DGYSD	YSD	OÇS (EÇUPS)	DGYSD	YSD	OÇS (EÇUPS)	DGYSD	YSD	OÇS (EÇUPS)
10	CON	28,80	0,00	640,78 (10)	15,50	0,00	64,51 (10)	16,64	0,00	0,60 (10)	12,85	0,00	0,09 (10)	4,54	0,00 (10)
	SCA	25,26	0,80	1978,50 (8)	15,72	0,00	45,25 (10)	18,81	0,00	0,71 (10)	12,40	0,00	0,07 (10)	5,71	0,00 (10)
15	Ortalama (Toplam)	27,03	0,40	1309,64 (18)	15,61	0,00	54,88 (20)	17,76	0,00	0,66 (20)	12,63	0,00	0,08 (20)	5,13	0,00 (20)
	CON	37,13	15,06	7200,00 (0)	19,21	3,31	7200,00 (0)	19,79	0,00	5,59 (10)	17,64	0,00	1,70 (10)	3,92	0,00 (10)
	SCA	28,06	19,47	7200,00 (0)	17,59	6,31	7200,00 (0)	19,61	0,00	105,15 (10)	17,38	0,00	51,87 (10)	8,09	0,00 (10)
20	Ortalama (Toplam)	32,60	17,27	7200,00 (0)	18,40	4,81	7200,00 (0)	19,70	0,00	55,37 (20)	17,51	0,00	26,79 (20)	6,00	0,00 (20)
	CON	38,92	25,60	7200,00 (0)	19,67	12,07*	7200,00 (0)	20,31	0,00	566,65 (10)	21,33	0,00	55,66 (10)	5,68	0,00 (10)
	SCA	32,53	28,36*	7200,00 (0)	18,98	11,13	7200,00 (0)	20,37	0,73	1545,02 (9)	21,36	0,00	858,65 (9)	8,22	0,00 (9)
	Ortalama (Toplam)	35,73	25,60	7200,00 (0)	19,33	11,13	7200,00 (0)	20,34	0,37	1055,84 (19)	21,35	0,00	457,16 (19)	6,95	0,00 (19)

*: Ortalama değerler üst sınır değerinin elde edildiği test problemleri kullanılarak elde edilmiştir

3. YER SEÇİMİ VE EŞZAMANLI TOPLA-DAĞIT ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİ

YS_ETDARP ilk defa bu tezde inceleneceği için bu bölümde öncelikle problemin tanımı yapılarak ve literatürde bu problemin bir alt problemi olan YS_ARP için yapılmış çalışmalar sunulmuştur.

3.1. Problem Tanımı

Yer Seçimi ve Eşzamanlı Topla-Dağıt Araç Rotalama Problemi en genel hali ile şu şekilde tanımlanabilir. $G(N,A)$ tam bağlı (bütün düğümler arasında doğrudan bir ayrıtın mevcut olduğu durum) bir serim olsun. $N = N_0 \cup N_C$ düğüm kümesi ve A ise bu düğümler arasında tanımlanan ayrıt kümesidir ($A = \{(i,j) | i \neq j \text{ ve } i, j \in N\}$). Düğüm kümesinde N_0 potansiyel depo kurulum noktalarını, N_C ise müşterileri temsil etmektedir. Bu serimde c_{ij} , (i,j) ayrıtının uzunluğunu (maliyetini) temsil etmektedir ve üçgensel eşitsizlik ($c_{ij} \leq c_{ik} + c_{kj}$) sağlanmaktadır. Her potansiyel depo için bir kapasite (CD_k) ve sabit kurulum maliyeti (FD_k) sözkonusudur. Her müşterinin bir dağıtım talebi (d_i) ve toplama talebi (p_i) vardır. Dağıtım talebi depodan müşteriye, toplama talebi ise müşteriden depoya taşınmakta ve taşıma işlemi bir araç ile müşteri ziyaret edildiğinde gerçekleştirilmektedir. Taşımayı gerçekleştirecek araçlar hazır olarak beklemekte, herbir araç için özdeş bir kapasite (CV) ve bir sabit maliyet (FV) söz konusudur. Ele alınan problem, tanımlanan bu sistemde aşağıdaki kısıtları altında; a) depoların nerelere kurulacağını, b) müşterilerin kurulan depolardan hangisine atanacağını ve c) kurulan depolara atanan müşterilere nasıl bir rota üzerinde hizmet verileceğinin enküçük maliyet ile belirlenmesi problemidir. Kısıtlar:

1. Her müşteriye kesinlikle bir kez uğranmalı,
2. Bir araç sadece bir kez kullanılmalı,
3. Bir rota bir depodan başlamalı ve tekrar aynı depoda son bulmalı,

4. Rota üzerindeki herhangi bir hat üzerinde taşınan yük miktarı araç kapasitesini geçmemeli,
5. Depoya atanan müşterilerin talepleri toplamı depo kapasitesini geçmemeli.

YS_ETDARP, her ikisi de kendi içinde NP-zor problemler sınıfına giren TYSP ve ETD_ARP'ın eş zamanlı dikkate alındığı problem tipidir. Müşterilere gerçekleştirilecek taşımacılığın doğrudan yapıldığı durumda problem klasik TYSP'ye, tek bir deponun kurulduğu durumda problem ETD_ARP'ye, kurulacak tesisler belli olduğu durumda problem çok depolu ETD_ARP'ye dönüşmektedir ki bu problemlerin herbiri NP-zor problemler sınıfına giren problemlerdir. Dolayısıyla YS_ETDARP da NP-zor problemler sınıfındadır.

3.2. Yer Seçimi ve Araç Rotalama Problemi ile İlgili Kaynak Araştırması

Bu tez kapsamında ele alınan YS_ETDARP, posta hizmetleri, kargo taşımacılığı gibi birçok sektörde sıklıkla karşılaşılan Çoktan Çoka Yer Seçimi ve Araç Rotalama Problemine (ÇÇ_YSARP, *Many to Many Location Routing Problem*) benzerlik göstermektedir. ÇÇ_YSARP'de YS_ETDARP'dan farklı olarak, müşterilerden (kaynak) müşterilere (hedef) doğrudan yada depolar üzerinden taşımacılık söz konusudur. Depo üzerinden gerçekleştirilecek taşımacılıkta ise depoda toplanan ürünler sıralanıp işlendikten sonra diğer depolara, buradan da ilgili müşterilere taşınmaktadır. ÇÇ_YSARP'da müşterilerin dağıtım talebi, kaynağı depo hedefi müşteri olan taşımacılık, toplama talebini ise kaynağı müşteri hedefi depo olan taşımacılık olarak kabul eder, depolar arası taşımacılığa da izin verilmez ise problem YS_ETDARP'a dönüşmektedir. Dolayısı ile YS_ETDARP, ÇÇ_YSARP'ın özel bir hali olarak kabul edilebilir. ÇÇ_YSARP ilk kez Nagy ve Salhi (1998) tarafından ele alınmış ve problemin çözümü için sezgisel bir çözüm yöntemi önerilmiştir [Nagy ve Salhi, 1998]. Ayrıca problem için üstel büyüklükte bir matematiksel model önerilmiş ve problemin oldukça karmaşık bir yapıya sahip olduğundan bahsedilmiştir. Wasner ve Zapfel (2004) tarafından yapılan bir çalışmada ise ÇÇ_YSARP'ın değişik bir tipi ele alınmıştır [Wasner ve Zapfel, 2004)]. Bu çalışmada, ÇÇ_YSARP'a ek olarak depolar arasında doğrudan taşımacılık yerine merkezi bir depo üzerinden taşımacılık

dikkate alınmıştır. Problemin çözümü için sezgisel bir yöntem geliştirilmiş ve bir gerçek hayat problemi çözülmüştür.

YS_ETDARP'a benzerlik gösteren bir diğer problem ise Topla Dağıt Yerleşim Problemidir (TDYP). İlk kez Mosheiov (1995) tarafından ele alınan bu problemde, YS_ETDARP'dan farklı olarak tek bir tesis yerleştirilmekte ve bu tesisten tek bir rota ile müşterilere hizmet verilmektedir [Mosheiov, 1995]. Bu özelliklerinden dolayı, YS_ETDARP, TDYP'nin daha genel bir hali olarak kabul edilebilir. Mosheiov (1995) tarafından yapılan çalışmada, müşteri taleplerinin stokastik olduğu TDYP ele alınmış ve bu problem için sezgisel bir yöntem geliştirilmiştir.

Yukarıda bahsi geçen çalışmalar dışında, YS_ETDARP ile ilgili literatürde herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu nedenle, tezin bu bölümünde, YS_ETDARP'ın alt problemlerinden olan YS_ARP ile ilgili yapılmış çalışmalara değinilecektir.

Kavramsal olarak 1960'lı yıllarda [Von Boventer, 1961; Maranzana, 1965; Webb, 1968; Lawrence ve Pengilly, 1969; Christofides ve Eilon, 1969] tartışılmaya başlanmasına rağmen, YS_ARP'nin matematiksel olarak incelenmesi 1970'li yılların başlarına denk gelmektedir. Watson-Gandy ve Dohrn (1973) YS_ARP üzerinde çalışan ilk araştırmacılardandır [Watson-Gandy ve Dohrn, 1973]. Problemin karmaşıklığından dolayı bu konuda yapılan çalışmaların çok küçük bir kısmında kesin algoritmalar, büyük bir kısmında ise sezgisel yöntemler üzerinde yoğunlaşmıştır.

Laporte (1988), Min ve ark. (1998), Nagy ve Salhi (2007) YS_ARP için literatür araştırması yapmışlardır [Laporte, 1988; Min ve ark., 1998; Nagy ve Salhi, 2007]. Bu çalışmalarda YS_ARP, ağ yapısı (tek-çok aşama, tek-çok tesis, kapasite kısıtlı-kapasite kısıtsız vb.), problem girdilerinin yapısı (belirli, olasılıklı vb.), planlama periyodunun uzunluğu (tek dönemli, çok dönemli vb.), çözüm yöntemi (kesin algoritma, sezgisel yöntem vb.) gibi kriterlere göre sınıflandırılmış ve bu sınıflandırmaya göre yapılan çalışmalar incelenmiştir. Bu sınıflandırmalara bağlı olarak, YS_ARP için yapılmış çalışmalar alt başlıklar halinde aşağıda verilmektedir.

3.2.1. Deterministik, tek aşamalı, tek tesisli, tek/çok araçlı, depo/araç kapasite kısıtsız YS_ARP

YS_ARP'nin en basit hali olarak kabul edebileceğimiz, tek aşamalı, tek tesisli, tek araçlı, kapasite kısıtsız YS_ARP için Ghosh ve ark.(1981) tarafından doğrusal olmayan matematiksel model geliştirilmiştir [Ghosh ve ark., 1981]. Geliştirilen modelin etkinliği rassal olarak üretilen test problemleri üzerinde incelenmiştir. Aynı problemin çok araçlı tipi için ise Laporte ve Nobert (1981) tarafından üstel büyüklükte kısıtlara sahip bir matematiksel model önerilmiş ve bu modele dayalı Dal-Sınır (DS, *Branch and Bound*) algoritması geliştirilmiştir [Laporte ve Nobert, 1981]. Algoritmada öncelikle kısıtların bir kısmı gevşetilerek çözülmüş ve bu kısıtlardan bozulanlar hesaplama ağacının dallarında modele eklenmiştir. Çok araçlı ve kapasite kısıtlı YS_ARP için de Chien (1993) tarafından sezgisel bir yöntem geliştirilmiştir [Chien, 1993].

3.2.2. Deterministik, tek aşamalı, çok tesisli, tek araçlı, depo/araç kapasite kısıtsız YS_ARP

Tek aşamalı, çok tesisli, tek araçlı, kapasite kısıtsız YS_ARP için Srivastava (1993) tarafından sezgisel bir yöntem geliştirilmiştir [Srivastava, 1993]. Bu yöntemde, öncelikle müşteriler kümelerle bölünmekte ve her küme içerisinde küme merkezine en yakın noktaya tesis kurulmaktadır. Tesis kurulacak yerler belirlendikten sonra bu tesislerden müşterilere gerçekleştirilecek rotalar süpürme algoritması ile belirlenmektedir.

3.2.3. Deterministik, tek aşamalı, çok tesisli, çok araçlı, depo/araç kapasite kısıtsız YS_ARP

YS_ARP'nin bu tipi için Laporte ve ark. (1983b) tarafından matematiksel model geliştirilmiş, yeni geçerli eşitsizlikler (*valid inequalities*) tanımlanmış ve Dal-Kesme (DK, *Branch and Cut*) yöntemi kullanılarak çözülmüştür [Laporte ve ark., 1983b].

Dinamik YS_ARP için Laporte ve Dejax (1989a) tarafından hem kesin hem de sezgisel bir algoritma önerilmiştir [Laporte ve Dejax, 1989a].

3.2.4. Deterministik, tek aşamalı, çok tesisli, çok araçlı, depo kapasite kısıtsız, araç kapasiteli YS_ARP

YS_ARP'nin üzerinde çok çalışılan tiplerinden birisi olan bu problem için çok sayıda sezgisel [Gillett ve Johnson, 1976; Jacobsen ve Madsen, 1978; Jacobsen ve Madsen 1980; Srivastava ve Benton, 1990; Nambiar ve ark. 1981; Perl ve Daskin, 1984; Perl ve Daskin, 1985; Bookbinder ve Reece, 1988; Hansen ve ark., 1994] ve kesin algoritmalar [Laporte ve ark., 1986; Laporte ve Nobert, 1988] literatürde mevcuttur.

Son yıllarda yapılan çalışmalar dikkate alınacak olursa; Tüzün ve Burke (1999) tarafından yapılan çalışmada tek aşamalı, çok tesisli, çok araçlı ve araç kapasiteli YS_ARP incelenmiş ve problemin çözümü için iki aşamalı tabu arama algoritması önerilmiştir [Tüzün ve Burke, 1999]. Algoritmanın ilk safhasında yerleşim, ikinci safhasında ise rotalama kararları verilmektedir. Algoritmanın başlangıcında rassal olarak seçilen bir tesis açılır ve bütün müşteriler bu tesise doğrudan atanır. Algoritmanın ileriki aşamalarında, araç rotalama problemi için geliştirilen kazanç algoritması (*saving algorithm*, SAV) [Clarke ve Wright, 1964] ile müşteriler bir araya getirilip bir rota üzerinde birleştirilerek çözüm iyileştirilmeye çalışılmaktadır. Önerilen algoritmanın performansını ölçmek için çeşitli parametreler kullanılarak (müşteri sayısı, küme sayısı; *müşterilerin yoğunlukta olduğu grup sayısı* ve kümelenme oranı; *küme içerisinde yer alacak müşterilerin toplam müşteri sayısına oranı*) rassal olarak test problemleri üretilmiş ve bu tür problemlerin çözümünde iyi sonuçlar veren SAV1 algoritması [Srivastava, 1993] ile karşılaştırmalar yapılmıştır. Sonuç olarak önerilen algoritma ile SAV1 algoritmasından daha iyi çözümler elde edilmiştir. Benzer bir çalışma Bouhauf ve ark. (2006) tarafından yapılmıştır [Bouhauf ve ark., 2006]. Bu çalışmada yerleşim kararı Tavlama Benzetimi algoritması, rotalama kararı ise karınca kolonileri algoritması ile verilmiştir. Literatürde mevcut 11 test problemi çözülerek geliştirilen algoritma ile problemler için ya aynı çözümler ya da daha iyi çözümler elde edildiği gösterilmiştir. Ancak

çözüm süreleri hakkında herhangi bir sonuç verilmemiştir. Tüzün ve Burke (1999) tarafından incelenen problemin ele alındığı bir diğer çalışmada ise Wu ve Low (2002) tarafından tavlama benzetimi ve tabu arama algoritmalarının melezlenmesi ile elde edilen sezgisel bir yöntem geliştirilmiştir [Wu ve Low, 2002]. Bu algorithmada, sezgisel olarak elde edilen başlangıç çözümü, ardışık olarak öncelikle yerleşim sezgiseli, ardından rotalama sezgiseli kullanılarak iyileştirilmeye çalışılmaktadır. Geliştirilen algoritma, literatürde bu problem için önerilmiş olan sezgisel algoritmalar [Hansen ve ark., 1994] ile karşılaştırılmıştır ve daha iyi çözümler elde edildiği gösterilmiştir. Ayrıca rassal olarak üretilen test problemlerinin kısa sürede çözüldüğü rapor edilmiştir. Aynı problem için Özyurt ve Aksen (2007) tarafından yapılan bir çalışmada ise lagrange gevşetme yöntemi kullanılarak problem iki alt probleme (tesis yer seçimi ve atama problemi ile enaz yayılan orman) bölünmüş ve ardışık bir şekilde problem için alt ve üst sınırlar elde edilmeye çalışılmıştır [Özyurt ve Aksen, 2007]. Bu alt problemlerden birincisi için CPLEX ile göreceli olarak kısa sürede eniyi çözümlere ulaşılmışken, diğer alt problemde sezgisel bir yöntem kullanılmıştır. Algoritmanın her adımında tesis yer seçimi alt probleminin eniyi çözümü ilgilenilen problemin çözümü olarak kabul edilip problem çok depolu ARP'ye dönüştürülmüştür. Kısa bir tabu arama sezgiseli kullanılarak uygun çözümler elde edilip, bu çözümler ile hem lagrange katsayıları (klasik *subgradient* yöntemi kullanılarak) hem de problem için üst sınırlar güncellenmiştir. Önerilen bu algoritmanın performansı iki test problem kümesi üzerinde incelenmiştir. İlk test problem kümesi, rassal olarak üretilen ve müşteri sayısının 15 ile 35, depo sayısının 2 ile 6 arasında değiştiği 20 problemten oluşmaktadır. Bu problemlerde CPLEX'in 5 saat çalıştırılması ile elde edilen çözümler önerilen yöntemin çözümleri ile karşılaştırılmıştır. Önerilen yöntem ile kısa sürede (ortalama 283 sn.) çözümler elde edilmiş ve CPLEX 'in belli bir süre çalıştırılması ile elde edilen çözümlerden ortalama %0.79 oranında daha iyi olduğu gösterilmiştir. Ayrıca önerilen algoritmanın elde ettiği alt ve üst sınırlar arasındaki sapmanın %3.89 olduğu rapor edilmiştir. İkinci test problem kümesi ise Tüzün ve Burke (1999) tarafından üretilen rassal test problemleri olup bu çalışmadaki çözümler ile karşılaştırma yapılmıştır. Deneysel çalışma sonucunda, Tüzün ve Burke (1999) tarafından elde edilen çözümlerden ortalama %3.84 daha iyi çözümler elde edilmiştir. Ancak çözüm sürelerinin oldukça

uzun, alt ve üst sınırlar arasındaki sapmanın ise yüksek (ortalama %23.61) olduğu raporlanmıştır.

Chan ve Baker (2005) tarafından yapılan bir çalışmada, tek aşamalı, çok tesisli, araç kapasiteli, müşterilerin birden fazla depo ya da rotadan hizmet görebileceği ve herbir rotanın belli bir uzaklık/süreden fazla olamayacağı YS_ARP incelenmiştir [Chan ve Baker, 2005]. Bu problem için matematiksel model önerilmiş ve iki aşamalı bir sezgisel önerilmiştir. Birinci aşamada tesis yer seçimi problemi ele alınmış ve bu problem enaz yayılan orman (*minimum spanning forest*) problemi kabul edilip, bu problem için geliştirilen yöntemler ile depoların yer seçimi ve müşterilerin bu depolara atanması işlemleri gerçekleştirilmiştir. Yer seçimi ve atama kararları verildikten sonra problem herbir depo için ARP'ye dönüşmektedir. İkinci aşamada ise bu problemler Clarke ve Wright [Clarke ve Wright, 1964] tarafından geliştirilen kazanç algoritması kullanılarak çözülmüştür. Önerilen bu sezgisel algoritmanın etkinliğini araştırmak amacıyla küçük boyutlu problemlerde sezgisel çözümler eniyi çözümler ile karşılaştırılmış ve ortalama %3.6 sapma elde edilmiştir.

Albareda-Sambola ve ark. (2005) tarafından yapılan bir çalışmada ise tek aşamalı, çok tesisli, araç kapasiteli, her depoda sadece bir aracın (dolayısıyla tek bir rotanın) bulunduğu YS_ARP ele alınmıştır [Albareda-Sambola ve ark., 2005]. Problem değişik dönüşümler ile kısıtlı en kısa yol problemine dönüştürülmüş ve bu problem için matematiksel model önerilmiştir. Buna ek olarak, bu problem için tabu arama sezgiseli önerilmiştir. Bu sezgiselde, depolar için açık bir deponun kapanması, kapalı bir deponun açılması ve eş zamanlı olarak açık bir deponun kapanıp kapalı bir deponun açılması şeklinde gerçekleşen komşu arama mekanizmaları, rotalama için de bir müşterinin rota içinde yerinin değişmesi, bir müşterinin başka bir rotaya atanması, iki müşterinin rota üzerinde yerlerinin değiştirilmesi gibi komşu arama mekanizmalarının etkileşimli kullanılmıştır. Matematiksel modelin doğrusal gevşetilmesi ile elde edilen kesirli çözümler yuvarlatılarak uygun çözümler elde edilmiştir ve önerilen sezgisel yöntem başlangıç çözümü olarak kabul edilmiştir. Ayrıca algoritmanın performansını ölçmek amacıyla, bir alt sınır elde etme yöntemi de önerilmiştir. Bu yöntemde problem, yeni bir dönüşüm ile asimetrik gezgin satıcı

(*asimetric traveling salesman*) problemi olarak kabul edilmiş ve asimetric gezgin satıcı probleminin eniyi çözümünün ilgilenilen problem için alt sınır olacağı ispatlanmıştır. Yapılan deneysel çalışmalarda, elde edilen alt sınırların eniyi çözüme oldukça yakın (küçük boyutlu problemler için %1 in altında sapmalar), sezgisel yöntemin de iyi çözümler verdiği raporlanmıştır.

3.2.5. Deterministik, tek aşamalı, çok tesisli, çok araçlı, depo ve araç kapasiteli YS_ ARP

YS_ ARP için, depolarda da kapasite kısıtının dikkate alındığı bir çalışmada Prins ve ark. (2006a) tarafından problem için matematiksel model önerilmiştir [Prins ve ark., 2006a]. Problemin çözümü için, içerisine rassallığın da ilave edildiği kazanç algoritması ile aç gözlü sezgiselinin eş zamanlı kullanılmasından oluşan melez bir yöntem olan Rassallaştırılmış Uyarlamalı Aç Gözlü Sezgiseli (RUAGS, *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) önerilmiştir. Bu yöntemde çözümü daha da iyileştirmek için algoritmanın sonlanması ile elde edilen çözüme Yol Birleştirme Algoritması (YBA, *Path Relinking*) uygulanmıştır. Literatürdeki mevcut problemler çözülmüş ve büyük bir kısmında o ana kadar bulunan çözümlerden daha iyi çözümler elde edildiği gösterilmiştir. Ayrıca çözüm sonrası YBA'nın etkisinin olup olmadığı da incelenmiş olup, bu algoritmanın çözümlerde %1.25 oranında iyileştirme sağladığı tespit edilmiştir.

Aynı problem için geliştirilen diğer bir çalışmada ise [Prins ve ark., 2006b] genetik algoritma ile yerel arama yöntemlerinin melezlendiği Memetik Algoritma (MA, *Memetic Algorithm*) geliştirilmiştir. Algoritmada, aday çözümlerin topluluğundan oluşan yığının çözüm uzayının değişik bölgelerinde aramayı gerçekleştirmek amacıyla, yığının bireyleri arasında benzerliklerin ölçüldüğü bir uzaklık fonksiyonu tanımlanmış ve bu fonksiyonun belli bir seviyenin altında olduğu bireyler yığına alınmamıştır. Algoritmanın test problemleri üzerinde etkinliği incenmiş ve birçok test probleminde diğer yöntemlere nazaran daha iyi çözümlere ulaşıldığı gösterilmiştir.

Belenguer ve ark. (2006) tarafından tek aşamalı, çok tesisli, çok araçlı, hem tesis hem de araçların kapasitesinin olduğu YS_ARP için üstel sayıda kısıta sahip iki yeni matematiksel model önerilmiş ve çeşitli geçerli eşitsizlikler geliştirilerek DK yöntemi yardımıyla eniyi çözümlere ulaşılmıştır [Belenguer ve ark., 2006]. Bu çalışmada, en fazla 32 müşteriye sahip küçük boyutlu test problemlerinde bir dakika içerisinde eniyi çözümlere ulaşılrken, müşteri sayısının 134'e kadar çıktığı büyük boyutlu test problemlerinde ise oldukça iyi alt sınır değerlerine ulaşıldığı raporlanmıştır.

Barreto (2007) tarafından yapılan bir çalışmada ise kümeleme tabanlı sezgisel bir yöntem geliştirilmiştir [Barreto, 2007]. Bu yöntemde bir ilk önce müşteriler değişik benzerlik kriterlerine göre gruplanmış, daha sonra herbir grup kendi içerisinde rotalanmıştır ve elde edilen rotalar yerel arama yöntemleri kullanılarak iyileştirilmiştir. Son adımda ise herbir rota tek bir müşteri olarak kabul edilip depolara kapasite kısıtları dikkate alınarak atanmıştır. Geliştirilen bu sezgisel yöntemin performansı, literatürde bulunan YS_ARP test problemleri ve ARP test problemlerinin YS_ARP'a uyarlanması ile elde edilen test problemleri üzerinde incelenmiştir. Sonuç olarak, değişik benzerlik kriterlerinin değişik problemlerde iyi çözümler elde ettiği tespit edilmiştir.

Marinakis ve Marinaki (2008) tarafından yapılan bir çalışmada ise Kuş Sürüşü Eniyilemesi (KSE), RUAGS, Genişletilmiş Komşu Arama (GKA, *Expanding Neighbourhood Search*) ve YBA'nın melezlenmesi ile elde edilen sezgisel bir yöntem önerilmiştir [Marinakis ve Marinaki, 2008]. Bu yöntemde RUAGS ile elde edilen çözümler GKA ile iyileştirilerek başlangıç çözümü olarak KSE'ye verilmekte, GKA ve YBA kullanılarak KSE'nin performansı arttırılmaktadır. Bu çalışma ile oldukça benzerlik gösteren bir diğer çalışmada ise [Marinakis ve ark., 2008] Bal Arısı Eniyilemesi (BAE), RUAGS, GKA ve YBA'nın melezlenmesi ile elde edilen sezgisel bir yöntem önerilmiştir. Bu yöntemde RUAGS ile elde edilen çözümler GKA ile iyileştirilerek başlangıç çözümü olarak BAE'ye verilmekte, GKA ve YBA kullanılarak BAE'nin performansı arttırılmaktadır. Algoritmaların performansı literatürdeki test problemleri üzerinde incenmiş ve bazı test problemlerinde diğer

yöntemlere nazaran daha iyi çözümlere ulaşıldığı gösterilmiştir. Ancak YS_ARP için iyi çözümler üreten yöntemler ile [Prins ve ark., 2006a; Prins ve ark., 2006b) herhangi bir karşılaştırma yapılmamıştır.

Duhamel ve ark. (2009) tarafından yapılan bir çalışmada ise RUAGS ile Yerel Aramalı Evrimsel Algoritmanın (YAEA, *Evolutionary Local Search*) melezlenmesinden oluşan bir yöntem önerilmiştir [Duhamel ve ark., 2009]. Bu yöntemde, RUAGS ile elde edilen çözümler YAEA için başlangıç çözümü olarak kabul edilmiş ve değişik yerel arama yöntemleri kullanılarak iyi çözümler elde edilmeye çalışılmıştır. Bu çalışmada, YS_ARP çözümleri GSP için sıklıkla kullanılan ve içerisinde müşterilerin rotalardaki görelî sıralarının tutulduğu permütasyon kodlama kullanılmıştır. Bu kodlama kullanılarak problem kaynak kısıtlı en kısa yol problemine dönüştürülmüş ve bu problemin çözümünden uygun bir YS_ARP çözümü elde edilmiştir. Algoritmanın etkinliği literatürdeki test problemleri üzerinde yine literatürde önerilmiş diğer sezgisel yöntemler ile [Prins ve ark. 2006a, Prins ve ark. 2006b) karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Sonuç olarak, çözüm süreleri açısından daha kötü bir performans göstermesine rağmen birçok test probleminde diğer yöntemlere nazaran daha iyi çözümler elde edilmiştir.

Deterministik, tek aşamalı, çok tesisli, çok araçlı, depo ve araç kapasiteli YS_ARP'ye benzerlik gösteren problemlerin de ele alındığı çeşitli çalışmalar da literatürde yapılmıştır. Labbe (2004) tarafından yapılan bir çalışmada, YS_ARP'ye oldukça benzerlik gösteren bir diğer problem olan Çevrimli Tesis Yer Seçimi Problemi (*Plant Cycle Location Problem*) ele alınmıştır [Labbe, 2004]. Bu problem telekomünikasyon ağlarının tasarımında sıklıkla karşılaşılan bir problem tipi olup tesislere atanan müşteri sayısı tesisin kapasitesinden küçük olmakta ve atanan müşterilerin hepsine atandıkları depodan çıkan bir tek rota ile hizmet verilmektedir. Bu problem için bir matematiksel model ve çeşitli geçerli eşitsizlikler geliştirilerek DK yöntemi yardımıyla eniyi çözümlere ulaşılmıştır. Bu çalışmada 100 müşteri 10 potansiyel depoya kadar rassal test problemleri ve 120 müşteri 16 potansiyel depoya sahip bir gerçek hayat problemi için makul sürelerde eniyi çözümlere ulaşılmıştır.

Ölçek ekonomisinin dikkate alındığı bir başka çalışmada ise, tek aşamalı, çok tesisli, araç ve depo kapasiteli, depolama maliyetlerinin parçalı doğrusal bir yapıda olduğu durumun göz önüne alındığı YS_ARP incelenmiştir [Melechovsky ve Prins, 2005]. Bu problem için tabu arama ve değişken komşu arama sezgisellerinin melezlenmesinden oluşan sezgisel bir yöntem önerilmiş ve bu iki sezgiselin ayrı ayrı kullanılması ile elde edilen çözümler kullanılarak önerilen sezgiselin performansı test edilmiştir. Sonuç olarak melez sezgiselin diğer iki yönetime nazaran iyi çözümler verdiği tespit edilmiştir. Buna ek olarak, ölçek ekonomisini dikkate almanın çözüme etkileri araştırılmıştır. Buna göre müşteri taleplerinin, kendisine daha yakında başka açık depolar olmasına rağmen, toplam depolama miktarının yüksek (dolayısıyla ölçek ekonomisinin etkisiyle maliyetlerinin düşük) olması nedeniyle daha uzaktaki depolara atandığı gözlemlenmiştir.

Berger (2007) tarafından depo kapasitesiz ve rota uzunluğunun belli bir değerden fazla olamayacağı YS_ARP incelenmiştir [Berger, 2007]. Rota uzunluğu kısıtı pratikte, hızlı kargo gönderimi, bozulabilir ürün lojistiği gibi zaman sınırının bulunduğu dağıtım sistemlerinde sıklıkla karşılaşılmaktadır. Bu problem için üstel sayıda karar değişkenine sahip küme ayrıştırma (*set partitioning*) tipi matematiksel model ve yeni geçerli eşitsizlikler önerilmiştir. Buna ek olarak, problemin çözümü için Dal-Fiyat (DF, *Branch and Price*) algoritması geliştirilmiştir. Bu çalışmada, geliştirilen yeni geçerli eşitsizliklerin alt sınırı büyük miktarlarda iyileştirdiği tespit edilmiş, 100 müşteri ve 10 potansiyel depoya sahip test problemlerinde makul sürelerde eniyi çözümlere ulaşılmıştır.

Klasik araç rotalama ve YS_ARP'nin temel varsayımlarından birisi de araçların tek bir rotada sadece bir kere kullanılacağıdır. Lin ve Kwok tarafından yapılan bir çalışmada (2005) bu varsayım ortadan kaldırılmış, bir aracın birden fazla rotada kullanılabileceği durum incelenmiştir. Buna ek olarak, birden fazla amaç (toplam maliyet, çalışma saati dengesi ve yük dengesi) dikkate alınmıştır. Bu problemin çözümü için tavlama benzetimi ve tabu arama algoritmaları geliştirilmiştir. Rassal olarak üretilmiş 18 adet problem üzerinde algoritmaların etkinliği incelenerek

tavlama benzetimi algoritmasının daha iyi çözümler ürettiği tespit edilmiştir. Ayrıca, geliştirilen algoritma bir gerçek hayat problemine de uygulanmıştır.

3.2.6. Deterministik, çok aşamalı, çok tesisli, çok araçlı, depo ve araç kapasiteli YS_ARP

YS_ARP’de birden fazla aşamanın dikkate alındığı çalışmalar da literatürde mevcuttur. Or ve Pierskalla (1979) tarafından yapılan bir çalışmada çok aşamalı, çok tesisli, kapasite kısıtlı YS_ARP için sezgisel bir algoritma geliştirilmiş ve bir gerçek hayat problemine uygulanmıştır [Or ve Pierskalla, 1979]. Benzer bir çalışma Min (1996) tarafından gerçekleştirilmiş ve problem için eniyi çözümü veren kesin algoritma ve önce yerleşim ve atama, sonra rotalama mantığına dayalı sezgisel bir algoritma geliştirmiştir [Min, 1996].

Çok aşamalı YS_ARP’nin daha karmaşık bir tipi ise Ambrosino ve Scutellà (2005) tarafından yapılan bir çalışmada ele alınmıştır [Ambrosino ve Scutellà, 2005]. Bu çalışmada çok aşamalı, ardışık olmayan seviyeler arasında da taşımacılığa izin veren, tek kaynak atamalı YS_ARP için matematiksel model geliştirilmiştir. Buna ek olarak, karar değişkenlerinde indis düzenlemeleri ve yeni kısıt ilaveleri ile problem dinamik ortamda modellenmiştir. Geliştirilen model ile 10 adet rassal olarak üretilen problem çözülmüştür. Ayrıca, geliştirilen model 2 farklı gerçek hayat problemine de uygulanmıştır.

Ambrosino ve ark. (2007) tarafından yapılan bir çalışmada ise YS_ARP’nin çok daha karmaşık bir tipi ele alınmıştır [Ambrosino ve ark., 2007]. Bu çalışmada, bir ana depo, müşterilerin coğrafik olarak gruplandığı bölgelerde birer bölgesel deponun bulunduğu bir serimde, her bölgede depoların nerelere kurulacağı, ana depo ve yeni kurulan bu bölgesel depolardan temin edilen ürünlerin hangi rotalar vasıtasıyla müşterilere ulaştırılacağı belirlenmeye çalışılmıştır. Kullanılan araçlar homojen bir yapıya sahip olmayıp, ana depodan rota üzerinde hizmet verilecek müşterilerin genel talepleri ilgili araçlara yüklenmekte, bu araçlar kendi müşterilerinin bölgesel ürün taleplerini, açılan bölgesel depolardan alıp belirlenen rota üzerinde müşterilere teslim

etmektedir. Problem için öncelikle matematiksel model geliştirilmiştir. Bu modele dayalı olarak birincisi modelin doğrusal gevşetmesi ile elde edilen üç alt sınır elde etme prosedürü önerilmiştir. Buna ek olarak sezgisel bir yöntem ile uygun çözümler elde edilmiştir. Sonuç olarak küçük boyutlu problemlerde oldukça iyi çözümler elde edilmişken, büyük boyutlu problemlerde elde edilen çözümlerin kalitesinin iyi olduğu ispatlanamamıştır. Çünkü önerilen alt sınır hesaplama prosedürü uzun sürede sonuca ulaşmaktadır. Karşılaştırmada kullanılan alt sınırlar ise doğrusal gevşetme sonucunda elde edilen alt sınırlar olup genelde eniyi çözümden oldukça uzak değerler vermektedir.

Günümüz ticaret anlayışında önemli bir yere sahip olan internet üzerinden alışverişin göz önüne alındığı durum Aksen ve Altinkemer (2008) tarafından incelenmiştir [Aksen ve Altinkemer, 2008]. Müşterilerin hem internet üzerinden hem de satış mağazalarında verdiği siparişlerin zamanında müşterilere teslim edilmesinin incelendiği bu problem çok aşamalı YS_ARP olarak modellenmiş ve problemin çözümü için lagrange sezgiseli önerilmiştir. Rassal olarak üretilen test problemlerinde algoritmanın performansı test edilmiş, alt ve üst sınırlar arasında en fazla %10 luk sapmalar elde edilmiştir.

3.2.7. Stokastik YS_ARP

Yapılan çalışmaların büyük bir kısmında müşterilerin talep miktarı, taşıma maliyetleri vb. problem parametrelerinin kesin olarak bilinen ve değişmez olduğu (deterministik) kabul edilmektedir. Pratikte ise problem parametrelerinin stokastik bir yapıya sahip olduğu durumlar ile karşılaşılabilir. Bu yapıya sahip problemlerin çözümü için literatürde çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Stokastik YS_ARP'nin temel yapısını oluşturan tek aşamalı, tek tesisli, tek araçlı, kapasite kısıtsız YS_ARP için değişik sezgisel yöntemler geliştirmişken [Burness ve White, 1976; Simchi-Levi ve Berman, 1988; Jamil ve ark., 1994], Berman ve ark. (1995) hem kesin hem de sezgisel bir algoritma geliştirmişlerdir [Berman ve ark., 1995]. Aynı problemin kapasite kısıtlı tipi için Simchi-Levi (1991) sezgisel bir algoritma [Simchi-Levi, 1991], çok araçlı tipi için ise Daskin (1987) ve Averbakh ve Berman

(1995) kesin algoritma geliştirmişlerdir [Daskin, 1987; Averbakh ve Berman, 1995]. Stokastik YS_ ARP'nin çok tesisli sınıfında ise, kapasite kısıtsız tipi için Harrison (1979) sezgisel bir yöntem [Harrison, 1979], kapasite kısıtlı tipi için de Laporte ve ark. (1989b) kesin algoritma önermişlerdir [Laporte ve ark., 1989b]. Albareda-Sambola ve ark. (2007) tarafından ise tek aşamalı, çok tesisli, açılan herbir depodan bir aracın çıkabileceği, kapasite kısıtlı stokastik YS_ ARP için matematiksel bir model önerilmiştir [Albareda-Sambola ve ark., 2007]. Problemin çözümü için de iki aşamalı bir sezgisel geliştirilmiş ve ayrıca bir alt sınır hesaplama prosedürü önerilmiştir.

4. YS_ETDARP İÇİN ÖNERİLEN MATEMATİKSEL MODELLER VE DENEYSEL KARŞILAŞTIRMALAR

Bu bölümde, YS_ETDARP için her ikisi de $O\left(\left(|N_c|+|N_0|\right)^2\right)$ karmaşıklığında 0-1 karar değişkenine, $O\left(|N_c|^2|N_0|\right)$ karmaşıklığında kısıta sahip iki matematiksel model önerilmiştir; burada N_c müşteri kümesini, N_0 ise potansiyel depo kümesini temsil etmektedir. Bu matematiksel modeller, bu tez kapsamında YS_ETDARP'ın bir alt problemi olan ETD_ARP için geliştirilen matematiksel modeller temel alınarak geliştirilmiştir. Ayrıca, matematiksel modellerin ve bir sonraki bölümde detayları ile anlatılacak olan kesin algoritmanın performansını arttırmak amacıyla kullanılan polinom büyüklükteki geçerli eşitsizlikler verilmiştir. YS_ETDARP'ın özel durumları incelenerek önerilen matematiksel modellerin bu özel durumlar için nasıl uyarlanacağından bahsedilmiştir. Son olarak, geliştirilen matematiksel modellerin performansını test etmek amacıyla yapılan deneysel çalışmaların sonuçları verilmiştir. Bu deneysel çalışmalarda kullanılan test problemleri, literatürde YS_ARP test problemleri ve yine literatürde ETD_ARP için geliştirilmiş olan talep ayrıştırma yöntemleri kullanılarak üretilmiştir. Geliştirilen matematiksel modeller, çeşitli gevşetme yöntemleri ile elde edilen alt sınırlar (0-1 karar değişkenlerinin gevşetilmesi ile elde edilen doğrusal gevşetmeler ve bazı karar değişkenlerinin gevşetilmesi ile elde edilen gevşetmeler) ve çözüm süreleri açısından karşılaştırılmıştır.

4.1. Önerilen Matematiksel Modeller

YS_ETDARP için önerilen matematiksel modellerde kullanılan dizin kümeleri ve parametreler şu şekildedir.

Dizin Kümeleri ve Parametreler:

N_0 potansiyel depolar kümesi,

N_C	müşteriler kümesi,
N	tüm düğümlerin kümesi ($N = N_0 \cup N_C$),
FD_k	k deposunun kurulum maliyeti ($\forall k \in N_0$),
FV	araç sabit maliyeti,
c_{ij}	i düğümünden j düğüme geçiş maliyeti ($\forall i, j \in N$),
d_i	i müşterisinin dağıtım talebi ($\forall i \in N_C$),
p_i	i müşterisinin toplama talebi ($\forall i \in N_C$),
CV	araç kapasitesi,
CD_k	k deposunun kapasitesi ($\forall k \in N_0$),

4.1.1. Düğüm tabanlı matematiksel model

Bu tez kapsamında ETD_ARNP için geliştirilen düğüm tabanlı matematiksel model temel alınarak geliştirilen bu modelde ($M1_{düğüm}$) kullanılan karar değişkenleri aşağıdaki verilmektedir.

İkili Karar Değişkenleri

$$x_{ij} : \begin{cases} 1 & (i, j) \text{ ayrıtı herhangi bir rota üzerinde ise } (\forall i, j \in N) \\ 0 & \text{dd} \end{cases}$$

$$y_k : \begin{cases} 1 & k \text{ potansiyel deposu açılırsa } (\forall k \in N_0) \\ 0 & \text{dd} \end{cases}$$

$$z_{ik} : \begin{cases} 1 & i \text{ müşterisi } k \text{ deposuna atanırsa } (\forall i \in N_C, \forall k \in N_0) \\ 0 & \text{dd} \end{cases}$$

Ek Karar Değişkenleri

$$U_i : i \text{ düğüme girmeden hemen önce araçtaki dağıtılacak ürün miktarı } (\forall i \in N_C)$$

$$V_i : i \text{ düğümünün çıkışında araçtaki toplanan ürün miktarı } (\forall i \in N_C)$$

Model ($M1_{dügüm}$)

$$\text{Enküçük} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ij} + \sum_{k \in N_0} FD_k y_k + \sum_{k \in N_0} \sum_{i \in N_C} FV x_{ki} \quad (4.1)$$

Kısıtlar

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N_C \quad (4.2)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ji} = \sum_{j \in N} x_{ij} \quad \forall i \in N \quad (4.3)$$

$$\sum_{k \in N_0} z_{ik} = 1 \quad \forall i \in N_C \quad (4.4)$$

$$x_{ik} \leq z_{ik} \quad \forall i \in N_C, \forall k \in N_0 \quad (4.5)$$

$$x_{ki} \leq z_{ik} \quad \forall i \in N_C, \forall k \in N_0 \quad (4.6)$$

$$x_{ij} + z_{ik} + \sum_{m \in N_0, m \neq k} z_{jm} \leq 2 \quad \forall i, j \in N_C, i \neq j, \forall k \in N_0 \quad (4.7)$$

$$\sum_{i \in N_C} d_i z_{ik} \leq CD_k y_k \quad \forall k \in N_0 \quad (4.8)$$

$$\sum_{i \in N_C} p_i z_{ik} \leq CD_k y_k \quad \forall k \in N_0 \quad (4.9)$$

$$U_j - U_i + CV x_{ij} + (CV - d_i - d_j) x_{ji} \leq CV - d_i \quad \forall i, j \in N_C \quad (4.10)$$

$$V_i - V_j + CV x_{ij} + (CV - p_i - p_j) x_{ji} \leq CV - p_j \quad \forall i, j \in N_C \quad (4.11)$$

$$U_i + V_i - d_i \leq CV \quad \forall i \in N_C \quad (4.12)$$

$$U_i \geq d_i + \sum_{j \in N_C, j \neq i} d_j x_{ij} \quad \forall i \in N_C \quad (4.13)$$

$$V_i \geq p_i + \sum_{j \in N_C, j \neq i} p_j x_{ji} \quad \forall i \in N_C \quad (4.14)$$

$$U_i \leq CV - (CV - d_i) \left(\sum_{k \in N_0} x_{ik} \right) \quad \forall i \in N_C \quad (4.15)$$

$$V_i \leq CV - (CV - p_i) \left(\sum_{k \in N_0} x_{ki} \right) \quad \forall i \in N_C \quad (4.16)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N \quad (4.17)$$

$$z_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N_c, \forall k \in N_0 \quad (4.18)$$

$$y_k \in \{0,1\} \quad \forall k \in N_0 \quad (4.19)$$

Burada, çözüme başlamadan önce $(enbüyük\{d_i + d_j; p_i + p_j; d_j + p_i\} > CV)$ şartını sağlayan bütün (i, j) ayrıtları için $x_{ij} = 0$ ataması gerçekleştirilmektedir. Bu modelde amaç fonksiyonu Eş. 4.1 toplam depo kurulum, araç kullanım ve taşıma maliyetini en küçükmektedir. Maliyet kalemlerinin aynı planlama periyoduna (bir gün, bir hafta vb.) ait olduğu kabul edilmektedir. Eş. 4.2 numaralı kısıt her müşteriye bir kez uğramayı garantilerken, Eş. 4.3 numaralı kısıt bütün düğümlere giren ve çıkan hat sayısını birbirine eşitlemektedir. Eş. 4.4 numaralı kısıt her müşterinin mutlaka bir depoya atanmasını garantilemektedir. Eş. 4.5– Eş. 4.7 numaralı kısıtlar ise bir rotanın başladığı depoda sonlanmasını garantilemektedir. Eş. 4.5 numaralı kısıt rota üzerindeki son müşterinin gireceği depoya, Eş. 4.6 numaralı kısıt rota üzerindeki ilk müşterinin çıktığı depoya atanmasını sağlarken, Eş. 4.7 numaralı kısıt rota üzerinde birbirine bağlı iki müşterinin farklı depolara atanmasını engellemektedir. Eş. 4.8 ve Eş. 4.9 numaralı kısıtlar depolara atanan müşterilerin toplam dağıtım taleplerinin ve toplam toplama taleplerinin, ayrı ayrı depo kapasitesinden küçük olmasını sağlamaktadır. Eş. 4.10 ve Eş. 4.11 numaralı kısıtlar alt tur oluşumlarını engellemekle birlikte U ve V karar değişkenlerine anlam kazandırmaktadır. Eş. 4.12 numaralı kısıt ise, rota üzerinde taşınan yük miktarının araç kapasitesinden küçük olmasını sağlamaktadır. Eş. 4.13– Eş. 4.16 numaralı kısıtlar ise U_i ve V_i karar değişkenlerinin alt ve üst sınırlarını belirleyen kısıtlardır. Eş. 4.17– Eş. 4.19 numaralı kısıtlar işaret kısıtları olup x_{ij} , z_{ik} ve y_k karar değişkenlerinin ‘0’ ya da ‘1’ değerini almasını sağlamaktadır. Bu model $O\left((|N_c| + |N_0|)^2\right)$ karmaşıklığında 0-1 karar değişkeni, $O\left((|N_c| + |N_0|)^2\right)$ karmaşıklığında ek karar değişkeni ve $O(|N_c|^2 |N_0|)$ karmaşıklığında kısıta sahiptir.

4.1.2. Akış tabanlı matematiksel model

Bu tez kapsamında ETD_ARP için geliştirilen akış tabanlı matematiksel model temel alınarak önerilen bu modelde ($M1_{akış}$) kullanılan karar değişkenleri aşağıda verilmektedir (x_{ij} , z_{ik} ve y_k karar değişkenleri $M1_{düğüm}$ modelinde tanımlandığı gibidir).

Ek Karar Değişkenleri

U_{ij} : (i,j) ayrıtı herhangi bir rota üzerinde ise bu ayrıt üzerinde taşınan dağıtılacak ürün miktarı, aksi takdirde “0” ($\forall i, j \in N$)

V_{ij} : (i,j) ayrıtı herhangi bir rota üzerinde ise bu ayrıt boyunca taşınan toplanacak ürün miktarı, aksi takdirde “0” ($\forall i, j \in N$)

Model ($M1_{akış}$)

Enküçük Eş. 4.1

Kısıtlar

Eş. 4.2– Eş. 4.9 ve Eş. 4.17– Eş. 4.19 ve

$$\sum_{j \in N} U_{ji} - \sum_{j \in N} U_{ij} = d_i \quad \forall i \in N_C \quad (4.20)$$

$$\sum_{j \in N} V_{ij} - \sum_{j \in N} V_{ji} = p_i \quad \forall i \in N_C \quad (4.21)$$

$$U_{ij} + V_{ij} \leq CVx_{ij} \quad \forall i, j \in N, i \neq j \quad (4.22)$$

$$\sum_{j \in N_C} U_{kj} = \sum_{j \in N_C} z_{jk} d_j \quad \forall k \in N_0 \quad (4.23)$$

$$\sum_{j \in N_C} U_{jk} = 0 \quad \forall k \in N_0 \quad (4.24)$$

$$\sum_{j \in N_C} V_{jk} = \sum_{j \in N_C} z_{jk} p_j \quad \forall k \in N_0 \quad (4.25)$$

$$\sum_{j \in N_C} V_{kj} = 0 \quad \forall k \in N_0 \quad (4.26)$$

$$U_{ij} \leq (CV - d_i) x_{ij} \quad \forall i \in N_C, \forall j \in N \quad (4.27)$$

$$V_{ij} \leq (CV - p_j) x_{ij} \quad \forall i \in N, \forall j \in N_C \quad (4.28)$$

$$U_{ij} \geq d_j x_{ij} \quad \forall i \in N, \forall j \in N_C \quad (4.29)$$

$$V_{ij} \geq p_i x_{ij} \quad \forall i \in N_C, \forall j \in N \quad (4.30)$$

Daha önceki modellerde olduğu gibi, bu modelde de, çözüme başlamadan önce $(\text{enbüyük} \{d_i + d_j; p_i + p_j; d_j + p_i\} > CV)$ şartını sağlayan bütün (i, j) ayrıtları için $x_{ij} = 0$ ataması gerçekleştirilmektedir. Bu modelde Eş. 4.20 ve Eş. 4.21 numaralı kısıtlar rota üzerinde dağıtım ve toplama taleplerinin dengesini sağlamakta ve ayrıtlar üzerinde taşınan miktarları belirlemektedir. Eş. 4.22 numaralı kısıt ise ayrıtlarda taşınan toplam yük miktarının araç kapasitesini geçmesini engellemektedir. Eş. 4.23 numaralı kısıt, bütün depolar için depodan çıkan ayrıtlarda taşınan dağıtım talepleri miktarını ilgili depoya atanan müşterilerin dağıtım taleplerinin toplamına eşitlerken, Eş. 4.24 numaralı kısıt depoya dönen dağıtım taleplerini rota sonunda bütün dağıtım taleplerinin dağıtılmış olacağından “0”a eşitlemektedir. Benzer şekilde, Eş. 4.25 numaralı kısıt bütün depolar için depoya giren ayrıtlarda taşınan toplama talepleri miktarını ilgili depoya atanan müşterilerin toplama taleplerinin toplamına eşitlerken, Eş. 4.26 numaralı kısıt depodan çıkan toplama taleplerini henüz hiçbir toplama işlemi gerçekleştirilmediği için “0”a eşitlemektedir. Eş. 4.27– Eş. 4.30 numaralı kısıtlar ise U_{ij} ve V_{ij} karar değişkenlerinin alt ve üst sınırlarını belirleyen kısıtlardır. Bu model $O((|N_C| + |N_0|)^2)$ karmaşıklığında 0-1 karar değişkeni, $O(|N_C|)$ karmaşıklığında ek karar değişkeni ve $O(|N_C|^2 |N_0|)$ karmaşıklığında kısıta sahiptir.

Önerilen her iki modelde de kullanılan Eş. 4.5– Eş. 4.7 numaralı kısıtlar uygun olmayan rotaların (başlangıç ve bitiş depolarının farklı olduğu durum) engellenmesi

sağlanmaktadır. Bu kısıtlar ilk kez Labbe ve ark. (2004) tarafından YS_ETDARP ile benzerlik gösteren Çevrimli Tesis Yer Seçimi Problemi için geliştirilmiştir [Labbe ve ark., 2004]. Bu problem, YS_ETDARP'dan farklı olarak kurulacak tesislerden tek bir rota ile hizmet sözkonusudur. Kapasite kısıtları ise depolara atanan müşterilerin belli bir sayının altında olması ile sağlanmaktadır. Labbe ve ark. (2004) tarafından yapılan çalışmada kullanılan bu kısıtların orijinal halleri aşağıda verilmektedir.

$$x_{ij} + z_{ik} + z_{jm} \leq 2 \quad \forall i, j \in N_C, i \neq j, \forall k, m \in N_0, k \neq m \quad (4.31)$$

Bu tez kapsamında geliştirilen matematiksel modellerde bu kısıtların karmaşıklığı $O(|N_C|^2 |N_0|^2)$ dan $O(|N_C|^2 |N_0|)$ ye düşürülmüştür. Bu kısıt grubunun doğruluğu karışıklık yardımıyla aşağıdaki önerme de ispatlanmaktadır.

Önerme 1: Eş. 4.5– Eş. 4.7 numaralı kısıtlar uygun olmayan rotaların oluşumunu engeller.

İspat: $P = \{v_k, v_1, v_2, \dots, v_{s-1}, v_s, v_l\}$ başlangıç ve bitiş depoları birbirinden farklı olan ve s adet müşteri içeren herhangi uygun olmayan rota olsun ($k, l \in N_0$ ve $k \neq l$). Eş. 4.5 numaralı kısıttan dolayı $z_{v_1, k} = 1$ ataması gerçekleşecektir. $x_{v_1, v_2} = 1$ ve $z_{v_1, k} = 1$ olduğu için Eş. 4.7 numaralı kısıttan dolayı $z_{v_2, k} = 1$ olacaktır. Bu işlem rotadaki son müşteriye kadar devam ederse $z_{v_s, k} = 1$ ataması gerçekleşecektir ki bu durum Eş. 4.4 ve Eş. 4.6 numaralı kısıtlar ile çelişmektedir. Dolayısıyla önerilen matematiksel modeller, farklı düğümlerde başlayan ve sonlanan herhangi bir rota içeremez. ■

4.2. Geçerli Eşitsizlikler

Bu bölümde, bir önceki bölümde tanıtılan matematiksel modellere eklenebilecek geçerli eşitsizlikler tanımlanacaktır. Bu eşitsizlikler, çözüm süresini kısaltmak için, matematiksel modellerdeki tamamlayıcı kısıtların (Eş. 4.17–Eş. 4.19 numaralı kısıtlar) gevşetilmesi ile elde edilen doğrusal modelin çözümü ile elde edilen çözümü

(alt sınır) eniyi çözüme yaklaştırmak amacıyla kullanılmaktadır. Normal şartlar altında mevcut matematiksel modelin eniyi çözüme ulaşmasında herhangi bir etkisi olmayan bu kısıtlar, doğrusal gevşetme ile anlamlı hale gelmektedir. Geçerli eşitsizlikler, geliştirilen kesin algoritmalarda bazı kesirli ve eniyi olmayan çözümlerin çözüm uzayından atılmasında oldukça etkin matematiksel ifadelerdir. Önceki bölümlerde de bahsedildiği gibi TYSP ve ARP, YS_ETDARP'nin iki alt problemidir. Dolayısıyla bu problemler için geliştirilen geçerli eşitsizlikler YS_ETDARP için küçük değişiklikler ile kullanılabilir. Bu bölümde, geliştirilen her iki model için de geçerli olan polinom büyüklükte dört geçerli eşitsizlik sunulacaktır.

İlk geçerli eşitsizlik aşağıdaki gibidir.

$$x_{ij} + x_{ji} \leq 1 \quad \forall i, j \in N_C \quad (4.32)$$

Eş. 4.32 numaralı geçerli eşitsizlik sadece iki müşteri arasında alttut oluşumunu engellemektedir. Bu eşitsizlik, Dantzig ve ark. (1954) tarafından Gezgin Satıcı Problemi için geliştirilen alttut eleme kısıtlarının özel bir halidir [Dantzig ve ark., 1954]. Bu geçerli eşitsizlik, her iki model için de geçerlidir ancak, $M1_{akış}$ için çözüm uzayının sınırlarını daraltan bir kısıt (facet defining) olmasına rağmen Ek A'da gösterildiği gibi $M1_{düğüm}$ için çözüm uzayının sınırlarını daraltmamaktadır.

Bir diğer geçerli eşitsizlik ise şu şekildedir.

$$z_{ik} \leq y_k \quad \forall i \in N_C, \forall k \in N_0 \quad (4.33)$$

Bu eşitsizlik açılmamış herhangi bir depoya müşteri atanamayacağını ifade etmektedir. Labbe ve ark.(2004) tarafından Çevrimli Tesis Yer Seçimi Problemi için geliştirilen bu geçerli eşitsizlik, ilgilenilen problem için halen geçerliliğini korumaktadır.

Depolardan çıkan araç sayısını alttan sınırlandıran bir diğer geçerli eşitsizlik ise şu şekildedir.

$$\sum_{k \in N_0} \sum_{i \in N_C} x_{ki} \geq r_{YS_ETDARP}(N_C) \quad (4.34)$$

Burada, $r_{YS_ETDARP}(N_C) = \left\lceil \text{enbüyük} \left(\sum_{i \in N_C} d_i; \sum_{i \in N_C} p_i \right) / CV \right\rceil$ ve $\lceil \bullet \rceil$, $\bullet$ sayısından büyük en küçük tamsayıdır. Benzer geçerli eşitsizlikler, ARP için Achuthan ve ark. (2003) tarafından da kullanılmıştır [Achuthan ve ark., 2003]. Bu kısıtın geçerliliği aşağıdaki önerme de ispatlanmaktadır.

Önerme 2: Eş. 4.34 numaralı kısıt YS_ETDARP için geçerli bir eşitsizliktir.

İspat: Uygun bir YS_ETDARP çözümünde depolardan çıkan rota sayısı, hem toplama hem de dağıtım taleplerini (rota içinde uygunluğa bakılmaksızın) ayrı ayrı karşılayacak seviyede olmalıdır. Yani

$$\sum_{k \in N_0} \sum_{i \in N_C} x_{ki} \geq \left\lceil \sum_{i \in N_C} d_i / CV \right\rceil \quad (4.35)$$

$$\sum_{k \in N_0} \sum_{i \in N_C} x_{ki} \geq \left\lceil \sum_{i \in N_C} p_i / CV \right\rceil \quad (4.36)$$

kısıtları eş zamanlı karşılanmalıdır. Yani, uygun bir çözümün enaz Eş. 4.35 ve Eş. 4.36 numaralı kısıtlardan büyük olanı kadar rotaya sahip olması gerekmektedir. Bu nedenle, bu iki kısıtın birleştirilmesi ile elde edilen Eş. 4.34 numaralı kısıt YS_ETDARP için önerilen her iki matematiksel modelde de geçerli bir eşitsizliktir. ■

Son olarak, açılacak depo sayısını alttan sınırlandıran bir diğer geçerli eşitsizlik ise aşağıdaki gibidir.

$$\sum_{k \in N_0} y_k \geq y_{enküçük} \quad (4.37)$$

Burada,

$$y_{enküçük} = \underset{S \subseteq N_0}{enküçük} \left\{ |S| \mid \sum_{k \in S} CD_k \geq enbüyük \left(\sum_{i \in N_C} d_i; \sum_{i \in N_C} p_i \right) \right\} \quad (4.38)$$

Uygun bir YS_ETDARP çözümünde kurulacak depoların kapasiteleri toplamı, hem toplama hem de dağıtım taleplerini ayrı ayrı karşılayacak seviyede ($y_{enküçük}$) olmalıdır. Bu seviye Eş. 4.38 numaralı eşitlikte verilen sistemin çözümü ile elde edilebilir. Bunun için kapasitelerine göre azalan sırada sıralanmış depolardan, $\sum_{k \in S} CD_k \geq enbüyük \left(\sum_{i \in N_C} d_i; \sum_{i \in N_C} p_i \right)$ şartını sağlayan ilk S tanesi $y_{enküçük}$ olarak kabul edilebilir. Uygun bir çözümde kurulacak depo sayısı bu sayıdan daha küçük olamaz.

4.3. Yer Seçimi ve Araç Rotalama Probleminin Özel Durumları

Bu tez kapsamında YS_ETDARP'nin en genel hali ele alınmıştır. Dolayısıyla, YS_ETDARP'nın özel durumları önerilen matematiksel modellerde gerçekleştirilecek küçük değişiklikler ile modellenenebilir. Bu bölümde, bu özel durumlar tanıtılacak ve geliştirilen matematiksel modellerin bu problemlere nasıl uyarlanacağından bahsedilecektir.

4.3.1. Basit durumlar

Ele alınacak olan ilk basit durumda depo ve araç sabit maliyetleri sözkonusu değildir. Böyle bir durum, her iki modelleme tipinde de amaç fonksiyonundan Eş. 4.1 ikinci ve üçüncü parçaların çıkarılması ile modellenenebilir. Buna ek olarak, problemin depo kapasite kısıtsız tipinin matematiksel modeli ise Eş. 4.8 ve Eş. 4.9 numaralı kısıtların her iki modelden de çıkarılması ile oluşturulabilir. Bir diğer basit durumda ise,

kurulacak tesisi sayısı sınırlandırılabilir. Bu durum ise aşağıdaki kısıtın her iki modele de eklenmesi ile modellenenebilir.

$$\sum_{k \in S_0} y_k \leq P \quad (4.39)$$

4.3.2. Yer seçimi ve karma topla-dağıt araç rotalama problemi

Bu tez kapsamında, müşteri talebinin en genel hali olan müşterilerin hem dağıtım hem de toplama talebinin olduğu durum ele alınmıştır. YS_ETDARP'ın değişik bir tipi olan Yer Seçimi ve Karma Topla-Dağıt Araç Rotalama Probleminde (YS_KTDARP) müşteriler toplama (N_T) ve dağıtım (N_D) müşterileri olmak üzere iki guruba ayrılmıştır ($N_C = N_T \cup N_D$) ve bir müşteriye rota üzerinde herhangi bir sırada hizmet verilebilmektedir. Bu problemin çözümü için önerilen her iki model de doğrudan kullanılabilir. Önerilen $M1_{düğüm}$ modelinin YS_KTDARP için geçerliliği aşağıdaki önerme de ispatlanmaktadır (Benzer işlemler ile $M1_{akış}$ modelinin geçerliliği de ispatlanabilir).

Önerme 3: $M1_{düğüm}$ modeli YS_KTDARP'nin çözümü için doğrudan kullanılabilir.

İspat: YS_KTDARP için $M1_{düğüm}$ modelinin geçerliliğini göstermek için altturların engellendiği ve kapasite kısıtlarını sağlandığını göstermek yeterlidir

$P = \{v_k, v_1, \dots, v_{i-1}, v_i, v_{i+1}, \dots, v_s, v_k\}$ içerisinde s tane müşteri bulunan uygun bir rota olsun. Eş. 4.10 ve Eş. 4.11 numaralı kısıtlardan dolayı aşağıdaki eşitlikler geçerli olacaktır.

$$U_{v_i} = U_{v_{i+1}} + d_{v_i} \quad (4.40)$$

$$V_{v_{i+1}} = V_{v_i} + p_{v_{i+1}} \quad (4.41)$$

Eş. 4.15 ve Eş. 4.16 numaralı eşitsizlikler ile Eş. 4.40 ve Eş. 4.41 numaralı kısıtlardan dolayı $U_{v_i} = \sum_{j=i}^s d_{v_j}$ ve $V_{v_i} = \sum_{j=1}^i p_{v_j}$ ifadeleri geçerli olacaktır. Bu ifadeler Eş. 4.12 numaralı kısıt ile birlikte, herhangi bir müşteri düğümünün ziyaretinden sonra araç üzerindeki toplam yükün araç kapasitesinden küçük olmasını garantilemektedir. Bu nedenle, herhangi bir uygun YS_KTDARP çözümünde kapasite kısıtları $Ml_{düğüm}$ ile sağlanmaktadır.

Bir sonraki adımda ise $Ml_{düğüm}$ modelinin alttur eleme kısıtlarını sağladığı gösterilecektir.

$P = \{v_k, v_1, \dots, v_{i-1}, v_i, v_{i+1}, \dots, v_s, v_k\}$ içerisinde s tane müşteri bulunan uygun bir rota olsun. Eş. 4.10 ve Eş. 4.11 numaralı kısıtlardan dolayı aşağıdaki eşitlikler geçerli olacaktır.

$$U_{v_i} = U_{v_j} + \alpha \quad (4.42)$$

$$V_{v_j} = V_{v_i} + \beta \quad (4.43)$$

burada $\alpha = d_{v_i} + d_{v_{i+1}} + \dots + d_{v_{j-1}}$ and $\beta = p_{v_{i+1}} + \dots + p_{v_{j-1}} + p_{v_j}$. Eğer $x_{ji} = 1$ olursa (bu durum bir alttur oluşturmaktadır) Eş. 4.10 ve Eş. 4.11 numaralı kısıtlardan dolayı $U_{v_j} = U_{v_i} + d_{v_j}$ ve $V_{v_i} = V_{v_j} + p_{v_i}$ ifadeleri geçerli olacaktır. Bu ifadeler, Eş. 4.42 ve Eş. 4.43 numaralı eşitliklerin sol tarafında yerine konulacak olursa aşağıdaki eşitlikler elde edilecektir.

$$U_{v_j} = U_{v_j} + \alpha + d_{v_j} \quad (4.44)$$

$$V_{v_i} = V_{v_i} + \beta + p_{v_i} \quad (4.45)$$

Eş. 4.44 ve Eş. 4.45 numaralı eşitlikler $\alpha + d_{v_j} = 0$ ve $\beta + p_{v_i} = 0$ ifadelerinin doğru olmasını gerektirir. Ancak, herhangi bir uygun YS_KTDARP çözümünde $\alpha + d_{v_j}$ ve

$\beta + p_{v_i}$ ifadelerinden birisi ya da her ikisinin de pozitif bir değer alacağından dolayı Eş. 4.44 ve Eş. 4.45 numaralı eşitlikler geçerli değildir. Dolayısıyla, Eş. 4.10 ve Eş. 4.11 numaralı kısıtlardan dolayı herhangi bir uygun YS_KTDARP çözümünde alttır oluşumu engellenmektedir. Bu nedenle $M1_{düğüm}$ hiçbir değişikliğe gerek duyulmadan YS_KTDARP'ın çözümü için kullanılabilir.

4.3.3. Yer seçimi ve önce dağıt sonra topla araç rotalama problemi

Yer Seçimi ve Önce Dağıt Sonra Topla Araç Rotalama Probleminde (YS_ÖDSTARP), YS_KTDARP'dan farklı olarak bir rota üzerinde dağıtım müşterilerine toplama müşterilerinden önce hizmet verilmektedir. Bu tür bir varsayım genelde, araç içerisinde dağıtılacak ürünler ile toplanan ürünlerin tekrar yerleştirilmesinin mümkün olmadığı durumlar için söz konusudur. Çözüme başlamadan önce bütün $(i, j): i \in N_T, j \in N_D$ ayrıtları için $x_{ij} = 0$ ataması ile önerilen matematiksel modeller YS_KTDARP'ın çözümünde kullanılabilir.

4.3.4. Yer seçimi ve araç rotalama problemi

YS_ETDARP'da müşterilerin bütün dağıtım talepleri toplama taleplerinden yada bütün toplama talepleri dağıtım taleplerinden büyük olması durumunda problem YS_ARP'a dönüşmektedir. Böyle bir durumda aşağıda tanımlanan değişiklikler ile geliştirilen matematiksel modeller YS_ARP için kullanılabilir.

i) $(d_i \geq p_i): \forall i \in N_C$ durumunda

- $M1_{düğüm}(1)$: Enküçük Eş. 4.1 kısıtlar Eş. 4.2–Eş. 4.9, Eş. 4.10, Eş. 4.13, Eş. 4.15 ve Eş. 4.17–Eş. 4.19
 - $M1_{akış}(1)$: Enküçük Eş. 4.1 kısıtlar Eş. 4.2–Eş. 4.9, Eş. 4.17–Eş. 4.19, Eş. 4.20, Eş. 4.23, Eş. 4.24, Eş. 4.29 ve
- $$U_{ij} \leq CVx_{ij} \quad \forall i, j \in N, i \neq j \quad (4.46)$$

ii) $(p_i \geq d_i) : \forall i \in N_C$ durumunda

- $M1_{düğüm}$ (2): Enküçük Eş. 4.1 kısıtlar Eş. 4.2–Eş. 4.9, Eş. 4.11, Eş. 4.14, Eş. 4.16 ve Eş. 4.17–Eş. 4.19
- $M1_{akış}$ (2): Enküçük Eş. 4.1 kısıtlar Eş. 4.2–Eş. 4.9, Eş. 4.17–Eş. 4.19, Eş. 4.21, Eş. 4.25, Eş. 4.26, Eş. 4.28, Eş. 4.30 ve

$$V_{ij} \leq CVx_{ij} \quad \forall i, j \in N, i \neq j \quad (4.47)$$

4.3.5. Çok depolu eşzamanlı topla-dağıt ve araç rotalama problemi

YS_ETDARP’da birden fazla tesis kurulacaksa ve bu tesislerin yeri biliniyorsa problem Çok Depolu Eşzamanlı Topla-Dağıt ve Araç Rotalama Problemine (ÇDETD_ARP) dönüşmektedir ve geliştirilen matematiksel modellerde tesis kurulumu (y_k) ile ilgili karar değişkenlerine ihtiyaç kalmayacaktır. Dolayısıyla, aşağıda tanımlanan değişiklikler ile geliştirilen matematiksel modeller ÇDETD_ARP için kullanılabilir.

- $M1_{düğüm}$ (3):

$$\text{Enküçük} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ij} + \sum_{k \in N_0} \sum_{i \in N_C} FVx_{ki} \quad (4.48)$$

kısıtlar

Eş. 4.2–Eş. 4.7, Eş. 4.10–Eş. 4.18 ve

$$\sum_{i \in N_C} d_i z_{ik} \leq CD_k \quad \forall k \in N_0 \quad (4.49)$$

$$\sum_{i \in N_C} p_i z_{ik} \leq CD_k \quad \forall k \in N_0 \quad (4.50)$$

- $M1_{akış}$ (3): Enküçük Eş. 4.48 kısıtlar Eş. 4.2–Eş. 4.7, Eş. 4.17, Eş. 4.18, Eş. 4.20–Eş. 4.30, Eş. 4.49 ve Eş. 4.50

4.3.5. Eşzamanlı topla-dağıt araç rotalama problemi

YS_ETDARP’da tek bir tesis kurulacaksa ve bu tesisin yeri biliniyorsa problem Eşzamanlı Topla-Dağıt Araç Rotalama Problemine (ETD_ARP) dönüşmektedir. Böyle bir durumda geliştirilen matematiksel modellerde tesis kurulumu (y_k) ve müşterilerin tesislere atanması (z_{ik}) ile ilgili karar değişkenlerine ihtiyaç kalmayacaktır. Aşağıda tanımlanan değişiklikler ile geliştirilen matematiksel modeller ETD_ARP için kullanılabilir.

- $M1_{düğüm}$ (4):

$$\text{Enküçük} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in N_C} FV x_{0i} \quad (4.51)$$

kısıtlar

Eş. 4.2, Eş. 4.3, Eş. 4.10–Eş. 4.14, Eş. 4.17 ve

$$U_i \leq CV - (CV - d_i) x_{i0} \quad \forall i \in N_C \quad (4.52)$$

$$V_i \leq CV - (CV - p_i) x_{0i} \quad \forall i \in N_C \quad (4.53)$$

- $M1_{akış}$ (4):

Enküçük Eş. 4.51

kısıtlar

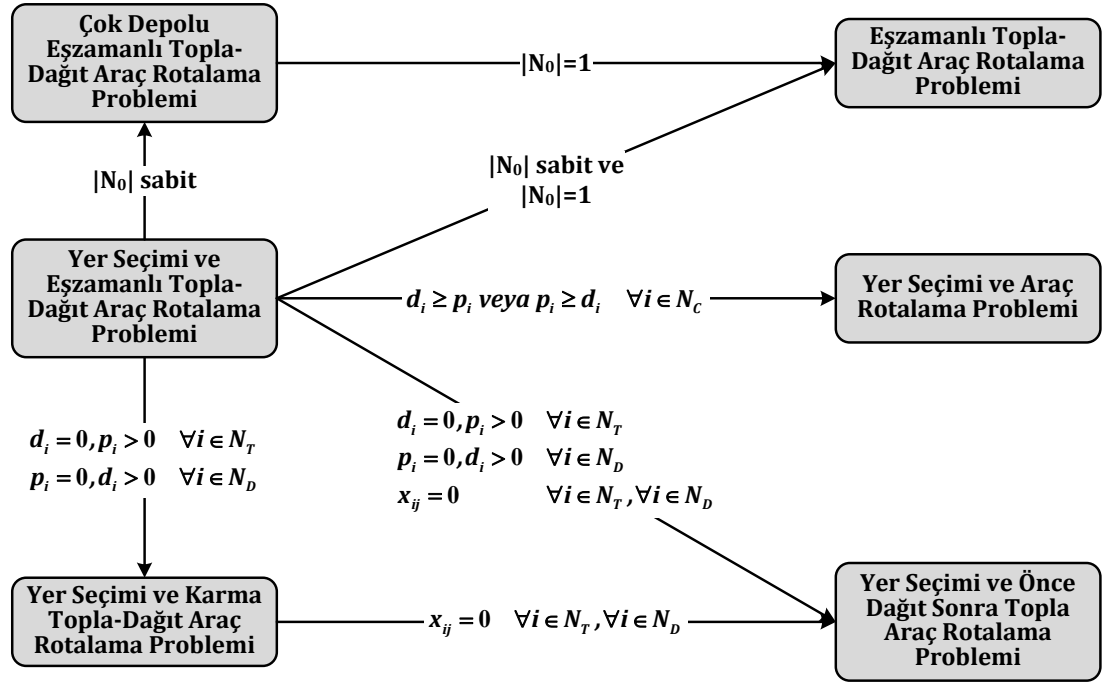
Eş. 4.2, Eş. 4.3, Eş. 4.17, Eş. 4.20– Eş. 4.22, Eş. 4.24, Eş. 4.26– Eş. 4.30 ve

$$\sum_{j \in N_C} U_{kj} = \sum_{j \in N_C} d_j \quad \forall i \in N_C \quad (4.54)$$

$$\sum_{j \in N_C} V_{jk} = \sum_{j \in N_C} z_{jk} p_j \quad \forall i \in N_C \quad (4.55)$$

Bu dönüşümlerden sonra elde edilen matematiksel modellerin 2. Bölümde ETD_ ARP için önerilen modeller ile eşdeğer olduğu net bir şekilde görülmektedir.

YS_ETDARP ile varyasyonları arasındaki ilişkiler ve geliştirilen matematiksel modellerin doğrudan yada ufak değişiklikler ile bu varyasyonlar için kullanılabileceği Şekil 1’de grafiksel olarak sunulmaktadır.



Şekil 4.1. YS_ETDARP ve varyasyonları arasındaki ilişkiler

4.4. Deneysel Çalışmalar

Tezin bu bölümünde, YS_ETDARP için geliştirilen matematiksel modellerin performansını test etmek amacıyla gerçekleştirilen deneysel çalışmalar ve sonuçları sunulacaktır. İlk olarak, performans kriteri olarak kullanılan gevşetme tiplerinden bahsedilecektir. Daha sonra deneysel çalışmalarda kullanılan test problemlerinin nasıl üretildiği ve son olarak da deneysel çalışmaların sonuçlarından bahsedilecektir.

4.4.1. Matematiksel model gevşetmeleri

YS_ETDARP için geliştirilen matematiksel modellerin performansını test etmek amacıyla kullanılan gevşetme tipleri şu şekildedir.

1. Doğrusal Gevşetme: Her iki modelin de doğrusal gevşetmeleri (sırasıyla $DG(M1_{dügüm})$ ve $DG(M1_{akış})$) matematiksel modellerdeki Eş. 4.17– Eş. 4.19 numaralı işaret kısıtlarının gevşetilmesi ile elde edilmektedir.
2. Kuvvetlendirilmiş Doğrusal Gevşetme: Daha iyi alt sınırlar elde etmek amacıyla, $M1_{dügüm}$ modeli Eş. 4.33, Eş. 4.34 ve Eş. 4.37 numaralı geçerli eşitsizlik eklemeleri ile ($M2_{dügüm}$), $M1_{akış}$ modeli ise Eş. 4.32–Eş. 4.34 ve Eş. 4.37 numaralı geçerli eşitsizlik eklemeleri ile ($M2_{akış}$) kuvvetlendirilebilir. Kuvvetlendirilmiş doğrusal gevşetmeler ise $M2_{dügüm}$ ve $M2_{akış}$ modellerindeki Eş. 4.17–Eş. 4.19 numaralı işaret kısıtlarının gevşetilmesi ile elde edilmektedir (sırasıyla $DG(M2_{dügüm})$ ve $DG(M2_{akış})$).
3. Kısmi Doğrusal Gevşetme: Geliştirilen matematiksel modellerden elde edilen gevşetme sonuçları, bütün 0-1 karar değişkenleri yerine bir kısmının gevşetilmesi ile eniyi çözümlere daha da yaklaştırılabilir. Yapılan ön denemeler sonucunda, depoların kurulumu ile ilgili 0-1 karar değişkenlerinin tamsayı olarak kabul edilip diğer 0-1 karar değişkenlerinin gevşetilmesi ile kısa sürelerde oldukça iyi alt sınırlar elde edildiği tespit edilmiştir. Bu nedenle, kuvvetlendirilmiş modellerdeki ($M2_{dügüm}$ ve $M2_{akış}$) Eş. 4.17 ve Eş. 4.18 numaralı işaret kısıtları gevşetilerek kısmi doğrusal gevşetme değerleri elde edilmiştir (sırasıyla $KDG(M2_{dügüm})$ ve $KDG(M2_{akış})$).

Genellikle, kuvvetlendirilmiş matematiksel modellerde eniyi çözümlere diğerlerine nazaran daha kısa sürede ulaşılmaktadır. Bu nedenle, karşılaştırmalarda kullanmak üzere üst sınırların elde edilmesi amacıyla $M2_{dügüm}$ ve $M2_{akış}$ ve bunların tamsayı çözümleri (sırasıyla $TMS(M2_{dügüm})$ ve $TMS(M2_{akış})$) kullanılmıştır.

4.4.2. Test problemleri

Deneysel çalışmalarda kullanılan test problemleri, literatürde YS_ARP için Prins ve ark. (2004) tarafından üretilen test problemlerinin YS_ETDARP'a uyarlanmasıyla edilmiştir [Prins ve ark., 2004]. Bu problemler müşteri sayısının 20 ile 200, potansiyel depo sayısının ise 5 ile 10 arasında değiştiği 28 test probleminden oluşmaktadır. Bu test problemleri, iki değişik araç kapasite seviyesi (70 ve 150) ve üç farklı küme sayısına (1, 2 ve 3: 1; tüm müşteriler düzlemde rassal yerleştirilmiştir, 2; müşteriler düzlemde rassal olarak seçilen iki bölgede yoğunlaştırılmıştır, 3; müşteriler düzlemde rassal olarak seçilen üç bölgede yoğunlaştırılmıştır) sahiptir. Düşümler arasındaki uzaklıklar Öklit uzaklıkların dört haneli reel sayıya dönüştürülmesi ile elde edilmiştir. Müşteri talepleri 11 ile 20 arasında düzgün dağılımdan üretilmiştir. Depo kapasiteleri ise en azından iki yada üç depo açılacak şekilde belirlenmiştir.

YS_ETDARP, NP-zor sınıfında bir problem olduğu için büyük boyutlu problemlerde matematiksel modeller ile elde edilen alt ve üst sınırlar eniyi çözümlerden oldukça uzak olmakta, dolayısıyla yansız bir karşılaştırma yapmak zorlaşmaktadır. Bu nedenle, deneysel çalışmalarda kullanmak amacıyla, müşteri sayısının en fazla 100, potansiyel depo sayısının ise en fazla 10 olduğu test problemleri dikkate alınmıştır. Buna ek olarak, aşağıda detayları belirtilen plan dâhilinde yeni test problemleri üretilmiştir.

- 20 ve 50 müşterili, 5 potansiyel depolu test problemlerinin ilk 10 ve 15 müşterisi ile ilk 3 ve 4 deposu göz önüne alınarak küçük boyutlu test problemleri,
- 100 müşterili, 5 potansiyel depolu test problemlerinin ilk 60, 70, 80 ve 90 müşterisi göz önüne alınarak orta boyutlu test problemleri
- 100 müşterili, 10 potansiyel depolu test problemlerinin ilk 60, 70, 80 ve 90 müşterisi göz önüne alınarak orta boyutlu test problemleri üretilmiştir.

Bu işlemlerden sonra, toplamda 90 farklı YS_ ARP test problemi üretilmiştir. Bu test problemleri ve özellikleri Çizelge 4.1’de verilmektedir.

Çizelge 4.1. YS_ ARP test problemlerinin özellikleri

$ N_C $	$ N_0 $	Test Problemi Sayısı	$ N_C $	$ N_0 $	Test Problemi Sayısı
10	3	10	70	10	6
15	4	10	80	5	6
20*	5*	4*	80	10	6
50*	5*	6*	90	5	6
60	5	6	90	10	6
60	10	6	100*	5*	6*
70	5	6	100*	10*	6*

*: Orijinal test problemi

Müşterilerin dağıtım ve toplama taleplerini elde etmek amacıyla 2. Bölümde detayları ile anlatılan Salhi ve Nagy (1999) ve Angelelli ve Mansini (2002) tarafından önerilen talep ayrıştırma yöntemleri kullanılarak X , Y , Z ve W tipi olmak üzere her bir YS_ ARP probleminden 4 adet YS_ ETDARP test problemi üretilmiştir [Salhi ve Nagy, 1999; Angelelli ve Mansini, 2002]. Böylece, 90 YS_ ARP test problemi ve 4 ayrıştırma yöntemi kullanılarak toplamda 360 adet YS_ ETDARP test problemi elde edilmiştir.

4.4.3. Deneysel karşılaştırmalar

Önerilen matematiksel modeller ve gevşetme tipleri GAMS ara yüzünde kodlanmış ve matematiksel model çözücüsü olarak CPLEX 10.2 kullanılmıştır. Bütün koşumlarda çözücünün varsayılan parametre seviyeleri kullanılmıştır. Her bir koşul Intel Xeon 3.16 Ghz hızında 1 GB ara belleğe sahip, “Windows Vista Business with SP1” işletim sistemi ile çalışan bilgisayarlarda gerçekleştirilmiştir. Bütün koşullar 2 saat ($2 \times 60 \times 60 = 7200$ saniye) ile sınırlandırılmıştır.

Matematiksel modelleri analiz etmek amacıyla aşağıdaki performans kriterleri kullanılmıştır.

1. Eniyi çözüme ulaşılan problem sayısı (EÇUPS): Çözüm süresi sınırları içerisinde matematiksel model tarafından eniyi çözüme ulaşılan problem sayısı
2. Ortalama çözüm süresi (OÇS): Matematiksel modelin ortalama koşum süresi
3. Sapma: İki farklı sapma değeri kullanılmıştır. Bunlar;

- Gevşetilmiş yüzde sapma değeri (GYSD): İlgilenilen gevşetme yöntemi ile elde edilen çözümün (Z^G) önerilen matematiksel modellerin tamsayı koşumu sonucunda elde edilen eniyi çözümden (Z^*) sapma değeridir. Bu değer aşağıdaki eşitlik kullanılarak hesaplanmaktadır.

$$GYSD = 100 \left(\frac{Z^* - Z^G}{Z^*} \right) \quad (4.56)$$

- Yüzde sapma değeri (YSD): Matematiksel modellerin CPLEX çözücüsü ile iki saat tamsayı koşumu sonucunda elde edilen üst sınır ($Z^{ÜS}$) ile alt sınır (Z^{AS}) arasındaki sapma değeridir. Bu değer aşağıdaki eşitlik kullanılarak hesaplanmaktadır.

$$YSD = 100 * \left(\frac{Z^{ÜS} - Z^{AS}}{Z^{AS}} \right) \quad (4.57)$$

İlk olarak, önerilen matematiksel modellerin küçük boyutlu test problemleri üzerinde (50 müşteri ve 5 potansiyel depoya kadar) performansı test edilmiştir. Sonuçlar Çizelge 4.2’de verilmiştir. Bu çizelgelerde ilk iki sütun sırasıyla müşteri sayısını ($|N_C|$) ve potansiyel depo sayısını ($|N_0|$) göstermektedir. Takip eden her iki sütun ise sırasıyla matematiksel modellerin ortalama yüzde sapma değeri (YSD), ortalama çözüm süresi (OÇS) ve toplam eniyi çözüme ulaşılan problem sayısı (EÇUPS) göstermektedir. Çizelge 4.2’de görüleceği gibi müşteri sayısı arttıkça her iki matematiksel modelin de performansı düşmektedir. Bunun yanı sıra, akış tabanlı matematiksel modeller bütün performans ölçütleri açısından düğüm tabanlı modellere nazaran daha iyi bir performans sergilemektedir. Akış tabanlı modeller ile

Çizelge 4.2. Küçük boyutlu test problemleri için deneysel sonuçlar

N _C	N ₀	YSD		OÇS		EÇUPS	
		<i>TMS(M2_{düğüm})</i>	<i>TMS(M2_{akış})</i>	<i>TMS(M2_{düğüm})</i>	<i>TMS(M2_{akış})</i>	<i>TMS(M2_{düğüm})</i>	<i>TMS(M2_{akış})</i>
10	3	0,0	0,0	3,5	1,6	40 (40)	40 (40)
15	4	0,0	0,0	1537,3	593,8	36 (40)	39 (40)
20	5	0,4	0,0	5162,5	2979,6	5 (16)	11 (16)
50	5	3,7	3,4	7200,0	7200,0	0 (24)	0 (24)
Ortalama		1,0	0,9	3475,8	2693,7	81 (120)	90 (120)

120 test probleminde 90 tanesinde eniyi çözüme ortalama 2693,7 saniyede ulaşılırken, eniyi çözümlerden ortalama %0,9 sapma elde edilmiştir.

Buna ek olarak, geçerli eşitsizliklerin matematiksel modeller üzerindeki etkisi, her iki model için de ayrı ayrı Çizelge 4.3 ve Çizelge 4.4’de verilmektedir. Bu çizelgelerde, ilk iki sütun problem bilgilerini içermektedir ve yukarıda tanımlandığı gibidir. Takip eden her iki sütunda ise matematiksel model ve geçerli eşitsizlik kombinasyonları için sırasıyla ortalama gevşetilmiş yüzde sapma değerleri (GYSD), ortalama çözüm süreleri bulunmaktadır (Eş. 4.32 numaralı geçerli eşitsizliğin düğüm tabanlı modeller üzerinde hiçbir etkisi olmadığı için karşılaştırmalarda çıkarılmıştır). Bu çizelgelerden elde edilen genel sonuçlara göre Eş. 4.33 ve Eş. 4.37 numaralı geçerli eşitsizlikler matematiksel modellerden elde edilen alt sınırların iyileştirilmesinde oldukça etkin eşitsizliklerdir (iyileşme düğüm tabanlı modeller için sırasıyla %10,47 ve %11,86, akış tabanlı modeller için ise sırasıyla %10,48 ve %11,86 olarak gerçekleşmiştir). Eş. 4.34 numaralı geçerli eşitsizlik ise sadece düğüm tabanlı modeller için oldukça etkindir (iyileşme %14,76 olarak gerçekleşmiştir). Ayrıca Eş. 4.32 numaralı geçerli eşitsizliğin, akış tabanlı matematiksel model ile elde edilen alt sınırların iyileşmesinde çok küçük bir etkisi olduğu tespit edilmiştir (iyileşme %0,03 olarak gerçekleşmiştir).

Bu bölümde gerçekleştirilen deneysel çalışmalarda, geçerli eşitsizliklerin çözüm zamanı üzerindeki ilginç bir etkisi elde edilmiştir. Bu tezin 2. Bölümünde de değinildiği gibi matematiksel model çözücülerinin hafıza ihtiyacı, karar değişkenleri ve kısıtlardan oluşan matrisin boyutuna bağlı olarak artmaktadır. Dolayısıyla kısıt sayısı arttıkça çözüm süresinin de artması beklenmektedir. Ancak, Çizelge 4.3 ve

Çizelge 4.3. Geçerli eşitsizliklerin düğüm tabanlı modeller üzerindeki etkisi

N _C	N ₀	<i>DG(M1_{düğüm})</i>		<i>DG(M1_{düğüm})</i> ¹		<i>DG(M1_{düğüm})</i> ²		<i>DG(M2_{düğüm})</i>	
		<i>GYSD</i>	<i>OÇS</i>	<i>GYSD</i>	<i>OÇS</i>	<i>GYSD</i>	<i>OÇS</i>	<i>GYSD</i>	<i>OÇS</i>
10	3	65,38	0,0	23,71	0,0	4,79	0,0	0,94	0,0
15	4	54,51	0,0	25,09	0,0	1,63	0,0	0,36	0,0
20	5	49,10	0,1	41,91	0,1	23,53	0,1	0,51	0,1
50	5	48,77	0,5	48,39	0,4	16,84	0,6	9,42	0,5
60	5	45,23	1,0	30,81	0,8	19,34	1,6	1,09	0,7
60	10	17,62	3,6	14,77	2,6	4,05	5,4	1,83	3,6
70	5	37,27	2,3	28,00	0,8	15,21	1,6	2,12	1,3
70	10	39,69	5,7	39,69	4,9	32,12	8,3	4,55	5,3
80	5	29,21	4,1	25,15	2,3	10,86	2,7	2,82	1,8
80	10	35,28	8,2	35,28	6,5	27,20	10,2	4,25	4,1
90	5	34,90	8,5	32,93	5,3	20,26	5,3	3,57	3,0
90	10	29,37	14,1	29,37	10,2	20,76	16,0	6,89	9,0
100	5	34,30	10,3	33,53	6,4	20,59	6,3	5,25	5,0
100	10	37,12	23,1	37,12	15,1	29,19	19,5	20,69	14,3
Ortalama		41,42	5,4	30,95	3,7	16,19	5,2	4,33	3,3

¹: *M1_{düğüm}* modeline Eş. 4.33 numaralı eşitsizliklerin eklenmesi ile elde edilmiştir

²: *M1_{düğüm}* modeline Eş. 4.33 ve Eş. 4.34 numaralı eşitsizliklerin eklenmesi ile elde edilmiştir

Çizelge 4.4. Geçerli eşitsizliklerin akış tabanlı modeller üzerindeki etkisi

N _C	N ₀	<i>DG(M1_{akış})</i>		<i>DG(M1_{akış})</i> ¹		<i>DG(M1_{akış})</i> ²		<i>DG(M1_{akış})</i> ³		<i>DG(M2_{akış})</i>	
		<i>GYSD</i>	<i>OÇS</i>	<i>GYSD</i>	<i>OÇS</i>	<i>GYSD</i>	<i>OÇS</i>	<i>GYSD</i>	<i>OÇS</i>	<i>GYSD</i>	<i>OÇS</i>
10	3	52,80	0,0	52,75	0,0	11,07	0,0	4,67	0,0	0,83	0,0
15	4	34,85	0,1	34,77	0,1	5,34	0,1	1,45	0,1	0,18	0,1
20	5	35,14	0,3	35,07	0,3	27,86	0,3	23,40	0,3	0,39	0,3
50	5	19,13	20,2	19,06	27,1	18,68	18,2	16,21	13,2	8,81	16,4
60	5	34,33	61,7	34,32	89,2	19,92	24,0	19,09	18,5	0,85	24,4
60	10	7,54	35,7	7,53	42,8	4,62	41,4	3,85	54,6	1,61	45,6
70	5	24,93	133,8	24,91	177,6	15,64	64,5	14,89	57,4	1,81	56,0
70	10	32,44	74,5	32,44	87,1	32,43	73,5	32,01	96,7	4,43	104,0
80	5	15,38	279,4	15,36	436,9	11,29	137,1	10,49	125,4	2,46	108,7
80	10	27,54	139,0	27,53	184,2	27,53	158,5	27,09	154,5	4,12	153,3
90	5	22,31	487,9	22,30	627,7	20,32	274,2	19,90	269,7	3,24	254,5
90	10	21,01	295,5	21,00	395,7	21,00	376,2	20,65	345,6	6,75	326,4
100	5	21,67	804,7	21,66	1077,3	20,89	581,4	20,25	518,6	4,94	487,6
100	10	29,38	573,1	29,38	534,0	29,38	558,4	29,09	596,2	20,56	565,7
Ortalama		28,35	193,7	28,32	245,3	17,84	153,9	15,96	150,1	4,10	142,9

¹: *M1_{akış}* modeline Eş. 4.32 numaralı eşitsizliğin eklenmesi ile elde edilmiştir

²: *M1_{akış}* modeline Eş. 4.32 ve Eş. 4.33 numaralı eşitsizliklerin eklenmesi ile elde edilmiştir

³: *M1_{akış}* modeline Eş. 4.32, Eş. 4.33 ve Eş. 4.34 numaralı eşitsizliklerin eklenmesi ile elde edilmiştir

Çizelge 4.4’de görüldüğü gibi Eş. 4.32 numaralı geçerli eşitsizlik haricindeki diğer eşitsizliklerin modellere eklenmesi ile çözüm süresi kısalmaktadır. Buna göre, etkin geçerli eşitsizlikler çözüm uzayının sınırlarını daralttıkları için çözüm uzayında ara-

nacak nokta sayısını azalttığı, dolayısıyla çözüm süresini kısalttığı sonucuna varılmaktadır.

Yukarıdaki karşılaştırmalara ek olarak, problem parametrelerinin (müşteri ve potansiyel depo sayısı, talep ayrıştırma yöntemi, araç kapasitesi ve küme sayısı) gevşetme tipleri üzerindeki etkisi incelenmiş ve sonuçlar Çizelge 4.5’de sunulmuştur. Bu çizelgede, ilk iki sütun sırasıyla problem parametresi ve değerini göstermektedir. Takip eden her iki sütunda ise matematiksel model gevşetmeleri için sırasıyla ortalama gevşetilmiş yüzde sapma değerleri, ortalama çözüm süreleri bulunmaktadır. Son satır ise herbir performans ölçütünün ortalama değerlerini göstermektedir.

Çizelge 4.5’de görüleceği gibi yukarıda gerçekleştirilen karşılaştırmalara benzer sonuçlar elde edilmiştir. Gevşetilmiş yüzde sapma değerleri bakımında akış tabanlı modeller ile düğüm tabanlı modellere nazaran daha iyi sonuçlar elde edilmiştir. Akış tabanlı modellerin çözüm süreleri düğüm tabanlılara göre daha fazla olmasına rağmen, elde edilen sapma değerleri daha düşüktür. Akış tabanlı modeller ile elde edilen doğrusal, kuvvetlendirilmiş doğrusal ve kısmi doğrusal gevşetme sapma değerleri sırasıyla %28,3, %4,1 ve %3,5 iken, düğüm tabanlı modeller ile elde edilen sapma değerleri %41,4, %4,3 ve %3,7 olarak tespit edilmiştir.

Ayrıca, düğüm tabanlı modellerin doğrusal gevşetme sapma değerleri, akış tabanlı modellere göre oldukça kötü iken (sırasıyla %41,4 ve %28,3), kuvvetlendirilmiş doğrusal ve kısmi doğrusal gevşetme sapma değerleri birbirlerine oldukça yakındır (matematiksel modeller arasındaki fark sırasıyla %0,2 ve %0,2). Bu sonuçlar, matematiksel modellerin geçerli eşitsizliklerden yüksek seviyede etkilendiğini göstermektedir. Ayrıca, geçerli eşitsizliklerin düğüm tabanlı matematiksel modeller üzerindeki etkisi daha yüksektir.

Deneyisel çalışmalarda, beklenmedik sonuçlar da elde edilmiştir. Önceki karşılaştırmalarda müşteri ve potansiyel depo sayısı arttıkça matematiksel modellerin performansının düştüğü tespit edilmişti. Benzer şekilde, kuvvetlendirilmiş ve kısmi

Çizelge 4.5. Problem parametrelerinin gevşetme tipleri üzerindeki etkisi

Problem Parametreleri	Parametre Değeri	DG(M1 _{diğer})		DG(M1 _{aks})		DG(M2 _{diğer})		DG(M2 _{aks})		KDGM2 _{diğer}		KDGM2 _{aks}	
		GYS	QCS	GYS	QCS	GYS	QCS	GYS	QCS	GYS	QCS	GYS	QCS
Müşteri ve Potansiyel Depo Sayısı (N _C - N ₀)	10-3	65,4	0,0	52,8	0,0	0,9	0,0	0,8	0,0	0,2	0,0	0,1	0,1
	15-4	54,5	0,0	34,9	0,1	0,4	0,0	0,2	0,1	0,4	0,0	0,2	0,2
	20-5	49,1	0,1	35,1	0,3	0,5	0,1	0,4	0,3	0,3	0,1	0,2	0,6
	50-5	48,8	0,5	19,1	20,2	9,4	0,5	8,8	16,4	2,9	1,7	2,3	41,5
	60-5	45,2	1,0	34,3	61,7	1,1	0,7	0,8	24,4	1,1	0,9	0,8	97,3
	60-10	17,6	3,6	7,5	35,7	1,8	3,6	1,6	45,6	1,8	16,1	1,6	144,3
	70-5	37,3	2,3	24,9	133,8	2,1	1,3	1,8	56,0	2,1	1,9	1,8	232,7
	70-10	39,7	5,7	32,4	74,5	4,5	5,3	4,4	104,0	4,0	52,9	3,9	813,6
	80-5	29,2	4,1	15,4	279,4	2,8	1,8	2,5	108,7	2,8	5,4	2,4	438,4
	80-10	35,3	8,2	27,5	139,0	4,2	4,1	4,1	153,3	4,2	19,8	4,1	917,4
Talep Ayrıştırma Yöntemi	90-5	34,9	8,5	22,3	487,9	3,6	3,0	3,2	254,5	3,6	9,1	3,2	1155,3
	90-10	29,4	14,1	21,0	295,5	6,9	9,0	6,8	326,4	6,8	147,9	6,6	1844,5
	100-5	34,3	10,3	21,7	804,7	5,2	5,0	4,9	487,6	4,7	55,3	4,4	1680,7
	100-10	37,1	23,1	29,4	573,1	20,7	14,3	20,6	565,7	20,0	822,3	20,1	3820,4
Araç Kapasitesi	Salhi ve Nagy (X-Y Tipi)	45,1	2,2	32,8	151,0	3,6	2,2	3,4	100,5	3,1	14,5	2,9	498,7
	Angelelli ve Mansini (Z-W Tipi)	37,8	8,6	23,9	236,5	5,0	4,3	4,8	185,3	4,3	136,7	4,1	992,8
Küme Sayısı	70	43,2	5,2	26,4	226,2	4,3	3,6	4,0	163,0	3,9	80,7	3,5	851,4
	150	39,6	5,7	30,3	161,3	4,3	2,9	4,2	122,7	3,5	70,5	3,4	640,2
	1	43,0	5,1	29,7	212,4	4,5	2,4	4,2	141,7	3,2	21,2	3,0	851,0
	2	39,7	6,1	27,5	168,7	3,8	3,8	3,6	152,2	3,3	60,8	3,1	692,7
Genel Ortalama	3	41,6	5,0	27,7	201,5	4,8	3,5	4,6	132,9	4,7	160,7	4,5	681,7
		41,4	5,4	28,3	193,7	4,3	3,3	4,1	142,9	3,7	75,6	3,5	745,8

doğrusal gevşetmelerinde müşteri ve potansiyel depo sayısının artışı ile matematiksel modellerin performansı gevşetilmiş yüzde sapma değeri ve çözüm zamanı açısından düşerken, doğrusal gevşetmelerin ilgili sapma değerlerinin iyileştiği görülmektedir.

Talep ayrıştırma yöntemleri açısından bir karşılaştırma yapıldığında ise, X ve Y tipi problemlerde [Salhi ve Nagy, 1999], Z ve W tipi problemlere [Angelelli ve Mansini, 2002] nazaran daha iyi gevşetilmiş yüzde sapma değerleri elde edildiği görülmüştür. X ve Y tipi problemlerde toplama ve/veya dağıtım talepleri Z ve W tipi problemlerden her zaman daha düşük olduğu göz önüne alınırsa, müşteri taleplerinin büyük olması problemin çözümünü zorlaştığı sonucuna varılmaktadır. Benzer sonuçlar Hernandez-Perez ve Salazar-Gonzalez (2004) tarafından TD_ARP'nin bir alt problemi olan Topla-Dağıt Gezgin Satıcı Problemi için de elde edilmiştir [Hernandez-Perez ve Salazar-Gonzalez, 2004].

Araç kapasiteleri açısından yapılan karşılaştırmalarda da destekleyici sonuçlara ulaşılmıştır. Çizelge 4.5'de görüleceği gibi araç kapasitesinin 150 olduğu test problemleri için elde edilen çözüm süreleri ve sapma değerleri araç kapasitesinin 70 olduğu test problemlerine nazaran, az da olsa, daha düşüktür. Bu sonuçlara göre araç kapasitesinin küçük olması problemin çözümünü zorlaştırmaktadır. Bu sonuçlar, bir önceki sonuçlar ile birlikte düşünüldüğünde, diğer parametrelerin sabit kalması şartıyla müşteri taleplerinin araç kapasitelerine yakın olması problemin çözümünü zorlaştığı sonucuna varılmaktadır.

Deneysel karşılaştırmalar kapsamında küme sayılarının performans ölçütleri üzerindeki etkisi de incelenmiştir. Literatürde, bazı çözüm yöntemlerinin kümelenmiş problemlerde, bazılarının ise kümelenmemiş problemler üzerinde daha etkin olduğu belirtilmektedir [Srivastava, 1993; Tuzun ve Burke, 1999]. Ancak küme sayılarının performans üzerindeki etkisini kesin bir şekilde belirten bir çalışmaya rastlanmamaktadır. Bu çalışmada ise küme sayısının artması ile gevşetme değerleri ve çözüm sürelerinin düştüğü tespit edilmiştir. Buna göre küme sayısının yüksek olduğu yani müşteri düğümlerinin bazı bölgelerde yoğunlaştığı test problemlerinin

diğerlerine nazaran daha kolay çözüldüğü sonucuna varılmıştır. Bu sonuçların çok etkin bir şekilde desteklendiği Çizelge 4.5’de görülmektedir.

4.5. Değerlendirme

Tezin bu bölümünde, önceki bölümlerde ETD_ARP için geliştirilen matematiksel modeller temel alınarak YS_ETDARP için her ikisi de $O\left(\left(|N_c|+|N_0|\right)^2\right)$ karmaşıklığında 0-1 karar değişkenine, $O\left(|N_c|^2|N_0|\right)$ karmaşıklığında kısıta sahip iki matematiksel model önerilmiştir. Buna ek olarak, matematiksel modellerin performansını arttırmak amacıyla literatürdeki polinom büyüklükteki geçerli eşitsizlikler YS_ETDARP için uyarlanmıştır. Ayrıca, YS_ETDARP’ın özel durumları incelenmiş ve önerilen matematiksel modellerin bu özel durumlar için nasıl uyarlanacağından bahsedilmiştir. Son olarak, önerilen matematiksel modellerin performansını test etmek amacıyla deneysel çalışmalar yapılmıştır. Sonuç olarak, küçük boyutlu test problemlerinde eniyi çözümlere ulaşılırken, büyük boyutlu problemlerde oldukça iyi alt sınırlar elde edilmiştir. Ayrıca, akış tabanlı matematiksel modeller ile düğüm tabanlı modeller göre daha iyi alt sınır değerleri elde edildiği tespit edilmiştir.

Tezin bir sonraki bölümünde geliştirilecek olan Dal-Kesme (DK) algoritmasının performansını etkileyen önemli faktörlerden birisi elde edilen alt ve üst sınırların birbirine yakın olmasıdır. Bu sınırlar birbirine ne kadar yakın olursa eniyi çözümler o kadar kısa sürede elde edilecektir. Bu bilgiler ışığında önerilen akış tabanlı matematiksel modele dayalı geliştirilecek olan DK algoritmasının daha iyi bir performansa sahip olması beklenmektedir. Bu nedenle, tezin bir sonraki bölümünde YS_ETDARP için önerilen akış tabanlı matematiksel modele dayalı olarak DK algoritması geliştirilecektir.

Ancak, bu bölümde önerilen her iki model kullanılan yardımcı karar değişken sayısı açısından karşılaştırıldığında, yardımcı karar değişken sayısının problemdeki müşteri

sayısına bağılı olarak önerilen akış tabanlı matematiksel model için $O\left(\left(|N_c|+|N_0|\right)^2\right)$ iken önerilen düğüm tabanlı matematiksel model için $O(|N_c|)$ olduğu görülmektedir. Deneysel çalışmada performansının iyi olmasına rağmen, önerilen akış tabanlı matematiksel model daha fazla sayıda karar değişkeni dolayısıyla daha fazla bilgisayar hafızası ve işleme ihtiyaç duymaktadır. Bu bölümde gerçekleştirilen deneysel çalışmalar sonucunda da bu durumu destekleyici sonuçlar elde edilmiştir. Bu nedenle, önerilen akış tabanlı matematiksel modele göre daha az karar değişkenine ihtiyaç duyan önerilen düğüm tabanlı matematiksel modele dayalı olarak YS_ETDARP için geliştirilecek DK algoritması da iyi bir performansa sahip olacağı beklenmektedir. Dolayısıyla, tezin bir sonraki bölümünde her iki model de göz önüne alınarak DK algoritması geliştirilecek ve bunların deneysel olarak karşılaştırılacaktır.

5. DAL-KESME ALGORİTMASI

Bu bölümde, YS_ETDARP için eniyi çözümleri elde edecek olan ve herbiri bir önceki bölümde önerilen matematiksel modellere dayalı olarak çalışan iki Dal-Kesme (DK) algoritması önerilmiştir. Önerilen DK algoritmaları, temelde aynı olup aralarındaki farklılık sadece matematiksel modelin kurulması ve bozulan polinom büyüklükteki kısıtların elde edilmesi adımlarında ortaya çıkmaktadır. Öncelikle DK algoritmasının ana bileşenlerine (önerilen üstel büyüklükteki geçerli eşitsizlikler, ayrıştırma algoritmaları, alt ve üst sınırların elde edilmesi ve dallanma stratejileri) detaylı bir şekilde değinilecek daha sonra DK algoritmasının adımları tanımlanmıştır. Son olarak, geliştirilen DK algoritmasının performansını test etmek amacıyla yapılan deneysel çalışma sonuçları verilmiştir. Bu deneysel çalışmalarda, bir önceki bölümde kullanılan test problemi üretme teknikleri kullanılarak elde edilen test problemleri kullanılmıştır.

5.1. Üstel Büyüklükteki Geçerli Eşitsizlikler

Bir önceki bölümde önerilen matematiksel modellerin performansını arttırmak amacıyla polinom büyüklükte geçerli eşitsizlikler kullanılmıştır. Bu bölümde ise, geliştirilen DK algoritmasının performansını daha da arttırmak amacıyla kullanılan üstel büyüklükte geçerli eşitsizlikler sunulacaktır.

İlk geçerli eşitsizlik, ARP için kullanılan kapasite ve alt tur eleme kısıtının YS_ETDARP'ye uyarlanmış bir şekli olarak düşünülebilir [Laporte ve Nobert, 1983]. Belirli bir müşteri kümesi içerisinde altturların oluşmasını engelleyen bu geçerli eşitsizlik Eş. 5.1'de verilmektedir.

$$\sum_{(i,j) \in S} x_{ij} \leq |S| - r_{YS_ETDARP}(S) \quad \forall S \subseteq N_C, S \geq 2 \quad (5.1)$$

Burada, $r_{YS_ETDARP}(S) = \left\lceil \text{enbüyük} \left(\sum_{i \in S} d_i; \sum_{i \in S} p_i \right) / CV \right\rceil$ ve $\lceil \bullet \rceil$, $\bullet$ sayısından büyük en küçük tamsayıdır. Uygun bir YS_ETDARP çözümünde bir müşteri gurubuna hizmet verecek olan araç sayısı, ilgili müşteri gurubunun hem toplama hem de dağıtım taleplerini (rota içinde uygunluğa bakılmaksızın) ayrı ayrı karşılamak zorundadır. Dolayısıyla klasik kapasite ve alt tur eleme kısıtı olan $\sum_{(i,j) \in S} x_{ij} \leq |S| - r(S)$ kısıtlarının sağ tarafındaki $r(S)$ değerinin $r_{YS_ETDARP}(S)$ ile değiştirilmesiyle elde edilen Eş. 5.1 numaralı kısıt YS_ETDARP için önerilen her iki matematiksel model için de geçerli bir eşitsizliktir.

Önerilen bir diğer eşitsizlik ise ARP için kullanılan büyük çoklu-yıldız kısıtlarının (large multi-star inequality) YS_ETDARP 'a uyarlanması ile elde edilmiştir ve YS_ETDARP için geliştirilen her iki matematiksel model için de geçerli bir eşitsizliktir [Gouveia, 1985; Letchford ve Salazar-Gonzalez, 2006]. Bu geçerli eşitsizlikler şu şekildedir.

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in N_C / S} x_{ij} \geq 1/CV \left(\sum_{i \in S} d_i + \sum_{i \in S} \sum_{j \in N_C / S} d_j (x_{ij} + x_{ji}) \right) \quad \forall S \subseteq N_C, S \neq \emptyset \quad (5.2)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in N_C / S} x_{ij} \geq 1/CV \left(\sum_{i \in S} p_i + \sum_{i \in S} \sum_{j \in N_C / S} p_j (x_{ij} + x_{ji}) \right) \quad \forall S \subseteq N_C, S \neq \emptyset \quad (5.3)$$

Bu kısıtlara göre, uygun bir YS_ETDARP çözümünde bir müşteri gurubuna hizmet verecek olan araç sayısının (Eş. 5.2 ve Eş. 5.3 numaralı eşitsizliklerin sol tarafı), ilgili müşteri gurubunun hem toplama hem de dağıtım taleplerini (rota içinde uygunluğa bakılmaksızın) ayrı ayrı karşılamak zorundadır. Buna ek olarak, eğer bu düğüm kümesine başka müşteri(ler)den geliniyorsa ya da bu düğüm kümesinden başka müşteri(ler)e gidiliyorsa bu müşterilerinde hem toplama hem de dağıtım talepleri karşılanmak zorundadır (Eş. 5.2 ve Eş. 5.3 numaralı eşitsizliklerin sağ tarafı). Dolayısıyla, Eş. 5.2 ve Eş. 5.3 numaralı kısıtlar YS_ETDARP için önerilen her iki matematiksel modelde de geçerli eşitsizliklerdir.

Buraya kadar kullanılan geçerli eşitsizlikler uygun bir YS_ETDARP çözümünde sağlanması gereken şartları içermektedir. Aşağıda tanımlanan eşitsizlik ise eniyi YS_ETDARP çözümünde sağlanması gereken şartlara dayalı bir geçerli eşitsizliktir. Benzer eşitsizlikler ARP için Achuthan ve ark. (2003) [Achuthan ve ark., 2003] ve YS_ARP için Belenguer ve ark. (2006) [Belenguer ve ark., 2006] tarafından önerilmiştir. Her iki matematiksel modelde de geçerli olan bu eşitsizlik şu şekildedir.

$$\sum_{(i,j) \in (S \cup k)} x_{ij} \leq |S| + y_k r^*(k, S) \quad \forall k \in N_0, \forall S \subseteq N_C, |S| \geq 2$$

$$enbüyük \left(\sum_{i \in S} d_i, \sum_{i \in S} p_i \right) \leq CD_k \quad (5.4)$$

Burada; $r^*(k, S)$ S müşteri kümesine k deposundan hizmet veren enaz araç sayısıdır. Eş. 5.4 numaralı eşitsizlik herhangi bir müşteri kümesine hizmet veren rota sayısının eniyi sayıdan daha büyük olmamasını sağlamaktadır. Bu kısıtın YS_ETDARP için geçerliliği aşağıdaki önerme de ispatlanmaktadır.

Önerme 4: Eş. 5.4 numaralı kısıt YS_ETDARP için geçerli bir eşitsizliktir.

İspat: Bu kısıtın geçerliliği birkaç adımda gösterilecektir. Bu adımlar sırasıyla şu şekildedir.

S_1 ve S_2 , k deposundan iki ayrı rota da hizmet gören iki ayrı müşteri kümesi olsun ve bu iki rotayı birleştirmek yük bakımından uygun (birleştirilmiş rota üzerinde herhangi bir hatta taşınan yük miktarı araç kapasitesinden küçük olması durumu) olsun. Üçgensel eşitsizliğin sağlandığı bir durumda aşağıdaki eşitsizlik YS_ETDARP için geçerli bir eşitsizliktir

$$\sum_{(i,j) \in (S \cup k)} x_{ij} \leq |S| + 1 \quad \forall k \in N_0, \forall S \subseteq N_C, |S| \geq 2$$

$$enbüyük \left(\sum_{i \in S} d_i, \sum_{i \in S} p_i \right) \leq enküçük(CV, CD_k) \quad (5.5)$$

Burada, $S = S_1 \cup S_2$. Eş. 5.5 numaralı eşitsizlik k deposundan başlayan ve yukarıdaki şartları sağlayan herhangi iki rotanın birleştirilmesi ile eskisinden daha kötü olmayan yeni bir çözüm elde edilebileceğini göstermektedir. Bu eşitsizlikte en önemli faktör birleştirmenin yük bakımından uygun olması durumudur. Tek çeşit talebin olduğu durumda (sadece dağıtım ya da sadece toplama) $\sum_{i \in S} d_i \leq \min(CV, CD_k)$ şartı gerek ve yeter şart olmasına rağmen eşzamanlı topla-dağıt durumunda rota üzerindeki yükün artıp azalmasından dolayı bu şartın uyarlanmış hali olan $enbüyük\left(\sum_{i \in S} d_i, \sum_{i \in S} p_i\right) \leq enküçük(CV, CD_k)$ şartı gereklidir ancak yeterli değildir. Bu nedenle Eş. 5.5 numaralı eşitsizliğin sağ taraf değerinin aşağıdaki şekilde değiştirilmesi ile YS_ETDARP için uyarlanmıştır.

$$\sum_{(i,j) \in (S \cup k)} x_{ij} \leq |S| + r^*(k, S) \quad \forall k \in N_0, \forall S \subseteq N_C, |S| \geq 2$$

$$enbüyük\left(\sum_{i \in S} d_i, \sum_{i \in S} p_i\right) \leq enküçük(CV, CD_k) \quad (5.6)$$

Daha sonra, Eş. 5.6 numaralı eşitsizliğin gerek şartı $enbüyük\left(\sum_{i \in S} d_i, \sum_{i \in S} p_i\right) \leq CD_k$ şeklinde değiştirilmesi ile genelleştirilebilir. Son olarak, Eş. 5.6 numaralı eşitsizliğin sağ taraf değeri kısıtı kuvvetlendirmek amacıyla $|S| + y_k r^*(k, S)$ ile değiştirilerek Eş. 5.4 numaralı eşitsizlik elde edilir. Bu nedenle, Eş. 5.4 numaralı kısıt YS_ETDARP için geliştirilen her iki matematiksel modelde de geçerli bir eşitsizliktir. ■

Eş. 5.4 numaralı kısıtta sadece bir depo ve eş zamanlı toplama ve dağıtım söz konusu olduğu için, $r^*(k, S)$ yerine ETD_ARP'ın eniyi çözümü kullanılabilir. ETD_ARP NP-zor sınıfına giren problem olmasına rağmen küçük boyutlu problemler için etkin matematiksel modeller ile eniyi çözümlere çok kısa sürelerde ulaşılabilir. Bu nedenle bu değerin elde edilmesinde, 2. Bölümü önerilen matematiksel modeller kullanılmıştır.

5.2. Ayrıştırma Algoritmaları

DK algoritması, doğrusal gevşetilmiş matematiksel modellerin ($DG(M)$) yukarıda tanımlanan geçerli eşitsizlikler ile kuvvetlendirilmiş halinin ardışık bir şekilde çözülmesine dayalı kesin bir algoritmadır. Bu algorithmada Eş. 4.32, Eş. 4.33, Eş. 4.34 ve Eş. 4.37 numaralı kısıtlar $DG(M)$ kurulum aşamasında iken kolaylıkla modele eklenebilir. Ancak, Eş. 5.1–Eş. 5.4 kısıtlarını bozan düğüm kümelerinin tespiti için ayrıştırma algoritmalarına ihtiyaç vardır. Bu tezde, bozulan Eş. 5.1–Eş. 5.4 numaralı kısıtların belirlenmesi amacıyla iki farklı Aç Gözlü Sezgiseli (AGS) geliştirilmiştir. Aşağıda detayları verilen bu sezgisel yöntemlerin adımları Şekil 5.1 ve 5.2’de sunulmuştur.

5.2.1. Eş. 5.1–Eş. 5.3 numaralı kısıtlar için ayrıştırma algoritması

AGS(Eş. 5.1–Eş. 5.3) sezgiseli bozulan Eş. 5.1–Eş. 5.3 numaralı kısıtların tespit edilmesi amacıyla geliştirilmiştir. Bu sezgisel, ilgili kısıt gruplarını bozan aday kümenin (Γ) oluşturulması ve ilgili kısıtın bozulup bozulmadığının kontrolüne dayanmaktadır. İlk olarak rassal olarak seçilen bir düğüm Γ kümesine eklenir (*Adım 1.1*). Bir sonraki adımda ilgili kısıtı bozması en muhtemel düğüm belirlenerek (ilgili kısıtın artık değerini en azlayan müşteri düğümü) Γ kümesine eklenir (*Adım 1.2*) ve kısıtın bozulup bozulmadığı kontrol edilir (*Adım 1.3*). Bütün müşteriler teker teker Γ kümesine eklenerek bu işlemler tekrarlanabilir. Ancak böyle bir yaklaşımla, genelde aynı düğüm kümelerinin elde edildiği, gerçekleştirilen ön denemeler sonucunda tespit edilmiştir. Bu nedenle, hesaplama süresini kısaltmak amacıyla sadece rassal olarak seçilen müşteri düğümleri ile Γ kümesine başlangıç değeri verilmiştir.

5.2.2. Eş. 5.4 numaralı kısıtlar için ayrıştırma algoritması

Benzer şekilde AGS(Eş. 5.4) sezgiseli bozulan Eş. 5.4 numaralı kısıtların tespit edilmesi amacıyla geliştirilmiştir. Çalışma mantığı AGS(Eş. 5.1–Eş. 5.3) ile aynıdır,

Prosedür: AGS(Eş. 5.1–Eş. 5.3) (Eş. 5.1–Eş. 5.3 numaralı kısıtlar için ayrıştırma algoritması)

Girdi: $DG(M)$ nin kesirli eniyi çözümü (x^*, y^*, z^*)

Çıktı: bozulmuş kısıt kümeleri

Adım 0: Müşterilerin yarısını rassal olarak seç ve geçici Ω kümesine ekle

Adım 1: Ω kümesindeki her müşteri (s) için *Adım 1.1–Adım 1.3*’ü tekrarla

Adım 1.1: $\Gamma \leftarrow s$

Adım 1.2:

eğer $\sum_{i \in \Gamma} \sum_{j \in N_C / \Gamma} x_{ij}^* = 0$ ise *Adım 1*’e git

değilse ilgili kısıt için artık değerini en azlayan t müşterisini seç

$$artık_{(5.1)} = |\Gamma \cup t| - r_{YS_ETDARP}(\Gamma \cup t) - \sum_{(i,j) \in (\Gamma \cup t)} x_{ij}^*$$

$$artık_{(5.2)} = 1/CV \left(\sum_{i \in (\Gamma \cup t)} d_i + \sum_{i \in (\Gamma \cup t)} \sum_{j \in N_C / (\Gamma \cup t)} d_j (x_{ij}^* + x_{ji}^*) \right) - \sum_{i \in (\Gamma \cup t)} \sum_{j \in N_C / (\Gamma \cup t)} x_{ij}^*$$

$$artık_{(5.3)} = 1/CV \left(\sum_{i \in (\Gamma \cup t)} p_i + \sum_{i \in (\Gamma \cup t)} \sum_{j \in N_C / (\Gamma \cup t)} p_j (x_{ij}^* + x_{ji}^*) \right) - \sum_{i \in (\Gamma \cup t)} \sum_{j \in N_C / (\Gamma \cup t)} x_{ij}^*$$

Adım 1.3: $\Gamma \leftarrow \Gamma \cup t$, Γ kümesi için ilgili kısıtın bozulup bozulmadığını kontrol et ve *Adım 1.2*’ye git.

Şekil 5.1. Eş. 5.1–Eş. 5.3 numaralı kısıtlar için geliştirilen aç gözlü sezgiseli

ancak kısıt yapısının farklı olması nedeniyle adımlarda farklılıklar ortaya çıkmaktadır. İlk olarak $x_{ks}^* > 0$ şartını sağlayan k deposu ve s müşterisi Γ kümesine eklenir (*Adım 0.1*). Bir sonraki adımda Eş. 5.4 numaralı kısıtı bozması en muhtemel düğüm belirlenerek Γ kümesine eklenir (*Adım 0.2*). Burada dikkat edilmesi gereken nokta, Eş. 5.4 kısıtının artık değerinin hesaplanabilmesi için k deposundan çıkan ve $\Gamma \cup t$ kümesine hizmet veren enaz sayıda aracın $(r^*(k, \Gamma \cup t))$ bilinmesi gerekir. Enaz araç sayısının bulunması işlemi kısa sürmesine rağmen, bu işlem çok tekrarlanacağı için toplam çözüm süresinde anlamlı bir artışa neden olmaktadır. Hesaplama süresini kısaltmak amacıyla $r^*(k, \Gamma \cup t)$ yerine bu değerin alt sınırı olan $r_{YS_ETDARP}(\Gamma \cup j)$

Prosedür: AGS(Eş. 5.4) (Eş. 5.4 numaralı kısıt için ayrıştırma algoritması)

Girdi: $DG(M)$ nin kesirli eniyi çözümü (x^*, y^*, z^*)

Çıktı: bozulmuş kısıt kümeleri

Adım 0: $x_{ks}^* > 0$ şartını sağlayan bütün depo (k) ve müşteri (s) çiftleri için *Adım 0.1*–

Adım 0.4'ü tekrarla

Adım 0.1: $\Gamma \leftarrow k, s$

Adım 0.2:

eğer $\sum_{i \in \Gamma} \sum_{j \in N_C / \Gamma} x_{ij}^* = 0$ veya $|\Gamma| > 10$ ise *Adım 0*'a git

değilse ilgili kısıt için tahmini artık değerini en azlayan t müşterisini seç

$$tah_artık_{(5.4)} = |\Gamma \cup t| + y_k^* r_{YS_ETDARP}(\Gamma \cup t) - \sum_{(i,j) \in (\Gamma \cup t \cup k)} x_{ij}^*$$

Adım 0.3: gerçek artık değeri hesapla

$$artık_{(5.4)} = |\Gamma \cup t| + y_k^* r^*(k, \Gamma \cup t) - \sum_{(i,j) \in (\Gamma \cup t \cup k)} x_{ij}^*$$

Adım 0.4: $\Gamma \leftarrow \Gamma \cup t$, Γ kümesi için ilgili kısıtın bozulup bozulmadığını kontrol et ve *Adım 2*'ye git.

Şekil 5.2. Eş. 5.4 numaralı kısıt için geliştirilen aç gözlü sezgiseli

değeri kullanılarak tahmini artık değeri hesaplanmıştır. Daha sonra, tahmini artık değerini en azlayan t düğümü belirlenip bu düğümün gerçek artık değeri hesaplanır (*Adım 0.3*) ve Γ kümesine eklenerek Eş. 5.4 numaralı kısıtın bozulup bozulmadığı kontrol edilir (*Adım 0.4*).

5.3. Sınırlandırma

Alt ve üst sınırlar DK algoritmasında çok önemli kavramlardır. Bu sınırların birbirine yakın olması çözüm uzayının büyük bir kısmının göz ardı edilmesine ve eniyi çözümlere daha kısa sürede ulaşılmasını sağlamaktadır. Bu nedenle, günümüzün modern ticari matematiksel model çözücülerini genellikle algoritmanın ilk aşamalarında uygun çözümler bulmaya çalışmaktadır. Bu bölümde önerilen DK

algoritmasında alt ve üst sınırların belirlenmesi amacıyla geliştirilen yöntemlerden detaylı bir şekilde bahsedilecektir.

5.3.1. Üst sınırlar

Bu bölümde, çözüm zamanını hızlandırmak amacıyla kullanılacak olan üst sınır elde etme prosedürlerine değinilecektir. DK algoritmasında iki şekilde üst sınır değeri tanımlanabilir. Bunlar;

- DK algoritmasına başlamadan önce uygun bir çözümün üretilmesi ve algoritmaya başlangıç çözümü olarak kabul edilmesi
- Çözüm esnasında hesaplama ağacının dallarında elde edilen kesirli çözümler kullanılarak uygun bir çözümün elde edilmesi

İlk olarak, başlangıç uygun çözüm elde etme yöntemi (BaşUygunÇöz) geliştirilmiştir ki bu yöntem temelde ARP için geliştirilmiş olan Clarke ve Wright kazanç algoritmasının [Clarke ve Wright, 1964] YS_ETDARP'a uyarlanmış halidir. Bu algorithmada müşteriler, kendileri için belirlenmiş ceza maliyetleri (pc_i) göz önünde tutularak depolara atanır ve her müşteriye tek bir rota üzerinde hizmet verilir. Daha sonra ardışık iyileştirme yöntemleri ile daha iyi çözümler elde edilmeye çalışılır. Benzer bir yöntem Prins ve ark. (2006) tarafından YS_ARP için geliştirdikleri sezgisel yonteme başlangıç çözümü elde etmek amacıyla kullanılmıştır [Prins ve ark., 2006]. Algoritmanın adımları Şekil 5.3'de verilmektedir.

Bu prosedürün ilk adımında (*Adım 0*) bütün müşteriler için bir pc_i değeri hesaplanır. Burada, pc_i değeri müşterinin kendisine en yakın depoya atanmamasının etkisini göstermektedir. Daha sonra, müşteriler pc_i değerlerinin azalan sırasına göre mümkün en yakın depoya atanır (*Adım 1*). Bu adımda, müşteriler kendisine en yakın depoya, daha önce başka müşterilerin atanması ve bu müşterilerin depo kapasitesini doldurması nedeniyle atanamayabilirler. Bütün müşteriler bir depoya atandıktan sonra, atanmış bir müşterisi olmayan depolar kapatılarak ve bütün müşterilere atan-

Prosedür: BaşUygunÇöz (başlangıç uygun çözümünün elde edilmesi)

Girdi: YS_ETDARP problem bilgileri

Çıktı: $S_{baş}$: başlangıç uygun çözümü

Adım 0: Bütün müşteriler için ceza maliyetlerini (pc_i) hesapla

$$pc_i = c_{ij} - c_{ik} \quad (k, j: i \text{ müşterisine en yakın ve ikinci en yakın depolar})$$

Adım 1: Müşterileri sırasıyla pc_i değerlerinin azalan sırasına göre mümkün olan en yakın depoya ata.

Adım 2: Kendisine müşteri atanmamış bütün depoları kapatarak ve bütün müşterilere atandıkları depodan, içerisinde sadece kendilerinin bulunduğu bir rota bağlayarak ilk uygun çözümü (S) elde et. İlk çözümün amaç fonksiyonu değerini $f(S)$ hesapla, $S_{baş} \leftarrow S, f(S_{baş}) \leftarrow f(S)$.

Adım 3: $S_{baş}$ çözümünü *İyileştirme* prosedürünü kullanarak iyileştir.

Şekil 5.3. YS_ETDARP için başlangıç uygun çözüm elde etme prosedürü

dıkları depodan, içerisinde sadece kendilerinin bulunduğu bir rota bağlanarak ilk uygun çözüm elde edilir (*Adım 2*). Daha sonra, bu çözüm çeşitli operatörler kullanılarak (*İyileştirme*) daha iyileştirilmeye çalışılır (*Adım 3*). İyileştirme prosedürünün adımları Şekil 5.4’de verilmektedir. İyileştirme prosedüründe, etkin bir çözüm yöntemi için önemli özellikler olan basit, hızlı, etkin komşu arama mekanizmaları kullanılmıştır (*Adım 0-Adım 2*). BaşUygunÇöz prosedürü algoritmanın başlangıcında sadece bir kez çalıştırılacaktır ve genellikle bu prosedür için harcanan çalışma zamanı tüm algoritmayı fazla etkilemeyecektir. Ancak, ilerleyen aşamalarda detaylarıyla değinileceği gibi, hesaplama ağacının dallarında kesirli çözümlerden uygun çözüm elde etme prosedürlerinde (UygunÇöz) de bu komşu arama mekanizmaları kullanılacaktır. UygunÇöz prosedürü birçok kez kullanılacağı için bu prosedürde harcanan zaman toplam çözüm süresini dolayısıyla da çözüm kalitesini doğrudan etkileyecektir. İyileştirme prosedüründe kullanılan komşu arama mekanizmaları şu şekildedir.

- Birleştirme: Bu mekanizmada herhangi iki rota $(R_1, R_2 : R_1 \neq R_2)$, ilk rotanın son müşterisi ile ikinci rotanın ilk müşterisi birbirine bağlanarak birleştirilir. Birleştirme sonucunda elde edilen yeni rotanın (R) yük bakımından uygunluğu kontrol edilir ve bir depoya atanır. Depo ataması için değişik alternatifler söz konusudur. Bunlar sırasıyla; *i*) R_1 'in atandığı depo (D_1) , *ii*) R_2 'nin atandığı depo (D_2) , *iii*) D_1 ve D_2 'den farklı açık olan bir depo, *i*) D_1 ve D_2 'den farklı kapalı olan bir depo.
- Yer değiştirme: Herhangi bir rotada iki müşterinin yerleri değiştirilir.
- 2-Opt: Herhangi bir rotada ardışık olmayan iki hat silinir, silinen hatlardaki ilk ve son müşteriler birbirlerine bağlanır ve aradaki parça rotanın yönü ters çevrilir.

Bu komşu arama mekanizmaları, değişik ARP ve YS_ARP için başarılı bir şekilde uygulanmış mekanizmalardır. Başarılı bir Birleştirme işleminden sonra mutlaka bir rota bazen de bir depo kapatılır. Yani bu işlem sonucunda mutlaka bir rota sabit maliyeti bazen de buna ek olarak bir depo sabit maliyeti kadar amaç fonksiyonunda düşüş gerçekleşecektir. Dolayısıyla, Birleştirme mekanizması ile elde edilen iyileştirmeler diğerlerinden daha iyi olmaktadır. Bu mekanizmanın avantajlarından mümkün olduğunca yararlanmak amacıyla başarılı Yer Değiştirme yada 2-Opt işlemlerinden sonra Birleştirme işlemi tekrar çalıştırılmıştır. Çünkü başarılı Yer Değiştirme ve 2-Opt işlemleri ile amaç fonksiyonunda iyileştirmeler sağlanmakla kalmayıp çözümde de değişiklikler gerçekleştirilmekte dolayısıyla yeni bir Birleştirme işlemini gerçekleşme olasılığı artmaktadır.

İyileştirme prosedürü içerisinde, bütün komşu arama mekanizmaları için bütün mümkün alternatifler içerisinde eniyisi seçilmekte ve uygulanmaktadır. Müşteri taleplerinin eşzamanlı toplama ve dağıtım olduğu durumda rotaların yönü önemlidir ve ön çalışmalar sonucunda dağıtım talebinin toplama talebinden büyük olduğu müşteriler genellikle rota üzerinde ilk olarak ziyaret edilen müşteriler olduğu tespit edilmiştir (özellikle de toplam toplama yada toplam dağıtım taleplerinin araç kapasitesine yakın olduğu rotalarda). Bu çalışma da kullanılan komşu arama meka-

Prosedür: İyileştirme (mevcut çözümü iyileştirmesi)

Girdi: S : YS_ETDARP çözümü

Çıktı: S_{yeni} : iyileştirilmiş YS_ETDARP çözümü

Adım 0: S içerisindeki bütün rota çiftleri için birleştirme prosedürünü uygula.

do

$$f(S_{\text{eniyi}}) \leftarrow \infty$$

S çözümü içerisindeki bütün rota çiftleri $(R_1, R_2 : R_1 \neq R_2)$ için

-bütün birleştirme alternatifleri içerisinden eniyi S' çözümünü bul ve amaç fonksiyonu değerini hesapla $f(S')$

-eğer $(f(S') < f(S_{\text{eniyi}}))$ ise $S_{\text{eniyi}} \leftarrow S'$ ve $f(S_{\text{eniyi}}) \leftarrow f(S')$

eğer $(f(S_{\text{eniyi}}) < f(S))$ ise $S \leftarrow S_{\text{eniyi}}$ ve $f(S) \leftarrow f(S_{\text{eniyi}})$

while $(f(S_{\text{eniyi}}) \neq \infty)$

Adım 1: S içerisindeki bütün rotalardaki bütün düğüm çiftleri için yer değiştirme prosedürünü uygula.

do

$$f(S_{\text{eniyi}}) \leftarrow \infty$$

S çözümü içerisindeki bütün rotalar (R) için

R içerisindeki bütün düğüm çiftleri $(i, j : i \neq j)$ için

- R içerisinde i ve j düğümlerini yer değiştirerek S' çözümünü bul ve amaç fonksiyonu değerini hesapla $f(S')$

- eğer $(f(S') < f(S_{\text{eniyi}}))$ ise $S_{\text{eniyi}} \leftarrow S'$ ve $f(S_{\text{eniyi}}) \leftarrow f(S')$

eğer $(f(S_{\text{eniyi}}) < f(S))$ ise $S \leftarrow S_{\text{eniyi}}$ ve $f(S) \leftarrow f(S_{\text{eniyi}})$

while $(f(S_{\text{eniyi}}) \neq \infty)$

Adım 2: S içerisindeki bütün rotalardaki bütün düğüm çiftleri için 2-Opt prosedürünü uygula.

Şekil 5.4. YS_ETDARP için iyileştirme prosedürü

do

$$f(S_{eni\ddot{y}i}) \leftarrow \infty$$

S çözümü içerisindeki bütün rotalar (R) için

R içerisindeki bütün hat çiftleri $((i, i+1), (j, j+1) : i+1 < j)$ için

- R içerisinde $(i, i+1), (j, j+1)$ hatlarını silip yerine $(i, j), (i+1, j+1)$ hatlarını ekleyerek ve $(i+1 \dots j)$ arasındaki rota yönünü ters çevirerek S' çözümünü bul ve amaç fonksiyonu değerini hesapla $f(S')$

- eğer $(f(S') < f(S_{eni\ddot{y}i}))$ ise $S_{eni\ddot{y}i} \leftarrow S'$ ve $f(S_{eni\ddot{y}i}) \leftarrow f(S')$

eğer $(f(S_{eni\ddot{y}i}) < f(S))$ ise $S \leftarrow S_{eni\ddot{y}i}$ ve $f(S) \leftarrow f(S_{eni\ddot{y}i})$

while $(f(S_{eni\ddot{y}i}) \neq \infty)$

Adım 3: eğer Adım 1 veya Adım 2'de bir iyileşme gerçekleşti ise Adım 0'a git değilse prosedürü sonlandır.

Şekil 5.4. (Devam) YS_ETDARP için iyileştirme prosedürü

nizmaları ile rotaların uygunluğu değişebilmektedir. Dolayısıyla, bir komşu arama mekanizmasını uygulamadan önce o mekanizma ile uygun olmayan bir rota elde edilip edilmeyeceğinin önceden bilinmesi çözüm sürelerinde anlamlı düşüşler sağlamaktadır. Bu çalışmada uygun olmayan bir rota elde edilip edilmeyeceği Nagy ve Salhi (2005) tarafından önerilen yaklaşımlar kullanılmıştır [Nagy ve Salhi, 2005].

BaşUygunÇöz prosedürü, DK algoritmasının başlangıcında sadece bir kez kullanılır ve buradan elde edilen uygun çözüm ve amaç fonksiyonu değeri DK algoritmasının üst sınırı olarak kabul edilir. Buna ek olarak, DK algoritmasının çözüm süresini kısaltmak amacıyla hesaplama ağacının dallarında kesirli çözümlerden uygun çözüm elde etme prosedürü (UygunÇöz) geliştirilmiştir. UygunÇöz prosedürünün adımları Şekil 5.5'de verilmiştir.

Prosedür: UygunÇöz (kesirli çözümlerden uygun çözüm elde edilmesi)

Girdi: $x_{ij}^*, y_k^*, z_{ik}^*$: eniyi kesirli çözüm ($\forall i, j \in N, \forall k \in N_0$)

S_{eniyi} : eniyi tamsayılı YS_ETDARP çözümü

Çıktı: S_{yeni} : uygun tamsayılı YS_ETDARP çözümü

Adım 0: Başlangıç atamalarını yap

$$\Omega \leftarrow \emptyset, \Psi_k \leftarrow \emptyset, S_{yeni} \leftarrow \emptyset,$$

$$y_{enküçük} = enküçük \left\{ S \mid \sum_{k \in S} CD_k \geq enbüyük \left(\sum_{i \in N_C} d_i; \sum_{i \in N_C} p_i \right) \right\}$$

Adım 1: Depoları y_k^* değerlerine göre azalan sırada sırala ve ilk $y_{enküçük}$ depoyu aç

Adım 2: Müşterileri açık depolardan birisine ata

do

$$\text{Adım 2.0} \quad i, k \leftarrow \arg \max_{k \in \Omega, i \in N_C} \left(z_{ik}^* \mid i \notin \bigcup_{k \in \Omega} \Psi_k, \sum_{j \in (\Psi_k \cup i)} d_j < CD_k \text{ ve } \sum_{j \in (\Psi_k \cup i)} p_j < CD_k \right)$$

Adım 2.1 eğer $i = \emptyset$ ise $\Omega \leftarrow \emptyset, \Psi_k \leftarrow \emptyset, y_{enküçük} \leftarrow y_{enküçük} + 1$ ve *Adım 1'e git.*

değilse $\Psi_k \leftarrow \Psi_k \cup i$

$$\text{while} \left(\left| N_C / \bigcup_{k \in \Omega} \Psi_k \right| > 0 \right)$$

Adım 3: Açılan depoları ve bu depolara atanan müşterileri kullanarak rotaları oluştur

Bütün açık depolar (k) için aşağıdaki adımları uygula

Adım 3.0 : Boş bir rota oluştur $R \leftarrow \emptyset$

Adım 3.1 : atanmamış müşteriler arasından x_{ki}^* değeri en yüksek müşteriyi

$(i \leftarrow \arg \max_{i \in \Psi_k} (x_{ki}^*))$ R rotasının ilk müşterisi olarak ata

Adım 3.2 : atanmamış müşteriler arasından x_{ij}^* değeri en yüksek olan j müşterisini, R rotasının sonuna eklemek amacıyla belirle

Adım 3.3 : eğer yukarıdaki şartı sağlayan herhangi bir j müşterisi yok ise

Şekil 5.5. YS_ETDARP için uygun çözüm elde etme prosedürü

$$S_{yeni} \leftarrow S_{yeni} \cup R \text{ ve } Adım 3.0'a \text{ git}$$

değilse j müşterisini R rotasının sonuna ekle ve *Adım 3.2*'ye git

Adım 4: eğer atanmamış müşteriler var ise bu müşterilere atandıkları depodan, içerisinde sadece kendilerinin bulunduğu bir rota bağla

Adım 5: S_{yeni} çözümünü *İyileştirme* prosedürünü kullanarak iyileştir ve prosedürü sonlandır.

Şekil 5.5. (Devam) YS_ETDARP için uygun çözüm elde etme prosedürü

$x_{ij}^*, y_k^*, z_{ik}^*$ hesaplama ağacının herhangi bir düğümündeki eniyi kesirli çözüm olsun. UygunÇöz prosedürünün ilk adımında (*Adım 1*) depolar y_k^* değerlerine göre azalan sırada sıralanır ve ilk $y_{enküçük}$ depo açılır. Burada, $y_{enküçük}$ değeri Eş. 4.38 numaralı eşitlik kullanılarak hesaplanır. *Adım 2*'de bütün müşteriler açık olan depolardan birisine atanır. Bu atama işleminde, z_{ik}^* değerleri en büyük olan atanmamış müşteri (i) ve kapasitesi atamaya elverişli depo (k) çifti seçilir ve i müşterisi k deposuna atanır. Bu adım sonucunda atanmamış herhangi bir müşteri kalırsa, açılacak depo sayısı bir birim arttırılır ve işlemler tekrarlanır. Başarılı bir atama işleminden sonra problem birbirinden bağımsız ETD_ARP'ye dönüşür ve her depo için kendisine atanan müşterilere hizmet veren uygun rotalar oluşturulur. *Adım 3*'de boş bir R rotası oluşturulur ve rootalanmamış müşteriler içerisinde x_{ki}^* değeri en yüksek olan müşteri (i) seçilir ve R rotasının ilk müşterisi olarak atanır. Daha sonra R rotasının son müşterisi ile arasında en yüksek x_{ij}^* değerine sahip rootalanmamış bir müşteri (j) seçilir ve R rotasının sonuna eklenir. Bu şartı sağlayan herhangi bir müşteri yoksa R rotası kapatılır, boş yeni bir rota açılır ve yukarıdaki işlemler tekrarlanır. Bu işlemler sonucunda rootalanmamış müşteri kalırsa bu müşterilere atandıkları depodan, içerisinde sadece kendilerinin bulunduğu bir rota bağlanır (*Adım 4*). Bu noktada, kesirli çözümünden uygun bir çözüm elde edilmiş olur. Bu çözüme son olarak *İyileştirme* prosedürü uygulanarak daha da iyileştirilmeye çalışılır (*Adım 5*).

5.3.2. Alt sınırlar

DK algoritmasında klasik yaklaşıma göre matematiksel model ve tanımlanan polinom büyüklükteki geçerli eşitsizlikler ile $DG(M)$ kurulur ve algoritma boyunca üstel büyüklükteki geçerli eşitsizlikler uygun ayrıştırma algoritmaları ile belirlenerek $DG(M)$ 'ye eklenir. Ancak genellikle matematiksel modeldeki birçok kısıt ve tanımlanan polinom büyüklükteki geçerli eşitsizlikler eniyi çözümü bulmakta etkili olmamaktadır (*non-binding*). Bu kısıtların modele eklenmesi ile modelin boyutu, dolayısıyla çözüm süresi oldukça artmaktadır. DK algoritmasının çözüm süresini kısaltmak amacıyla, polinom büyüklükteki bazı kısıtlar, üstel büyüklükteki geçerli eşitsizlikler gibi gevşetilmiş ve bozuldukça modele eklenip tekrar çözülmüştür. Bu amaçla, yapılan ön çalışmalar sonucunda, karmaşıklığı $O(|N_c|^2)$ den fazla olan kısıtların başlangıçta gevşetilip, çözüm esnasında bozuldukça matematiksel modellere eklenmesi ile DK algoritmasının toplam çözüm süresinde büyük iyileştirmeler olduğu tespit edilmiştir. İstisnai bir durum olarak, DK algoritmasının sonunda hemen hemen tamamının modelde yer almasından dolayı, $M1_{düşüm}$ modelinde karmaşıklığı $O(|N_c|^2)$ den fazla olmasına rağmen Eş. 4.22 numaralı kısıt gevşetilmemiştir.

5.4. Dallanma Stratejisi

Hesaplama ağacının her dalında, eklenen yeni geçerli eşitsizlikler ile problemin amaç fonksiyonu değerinde değişim miktarı çok düşük oluyorsa yada çözüm sonucunda kesirli atamalar söz konusu ise ilgili dalda tekrar dallanma gerçekleştirilir. Bu işlem ile genellikle dallanılacak karar değişkeni seçilir ve iki yeni dal üretilip hesaplama ağacına eklenir. Yapılan ön denemeler sonucunda, algoritmanın ilk adımlarında yerleşim kararının verildiği y karar değişkenlerinden dallanma gerçekleştirilmesi ile eniyi çözümlere daha erken yakınsandığı tespit edilmiştir. Bu nedenle, çözüm esnasında karar değişkenlerinden dallanma işlemlerini kontrol altına almak amacıyla karar değişkenlerine öncelik değerleri (ön) belirlenmiştir $(\bar{on}_{y_k} > \bar{on}_{z_{ik}} > \bar{on}_{x_{ij}})$. Burada $\bar{on}$ değerinin büyük olması ilgili karar değişkeninden dallanmanın diğerlerine

nazaran daha erken gerçekleşeceği anlamına gelmektedir. Aynı *ön* değerine sahip karar değişkenlerinde ise herhangi bir öncelik belirtilmemiştir.

5.5. Dal-Kesme Algoritmasının Adımları

Önceki bölümlerde detayları ile verilen DK algoritmasının bileşenleri göz önünde bulundurularak, DK algoritmasının adımları Şekil 5.6’da verilmiştir. Algoritmanın ilk adımında BaşUygunÇöz prosedürü kullanılarak başlangıç uygun çözüm elde edilir (*Adım 0*). Daha sonra, kullanılan matematiksel modele uygun olarak doğrusal gevşetilmiş model elde edilir ve çözülür (*Adım 1*). *Adım 2* ve *Adım 3*, DK algoritmasının klasik adımlarıdır ve bulunan çözüm uygun çözüm değilse yada bilinen eniyi çözümden daha kötü ise ilgili dal budanır. Eğer elde edilen çözüm tamsayılı, uygun ve bilinen eniyi çözümden daha iyi ise bilinen eniyi çözüm güncellenir ve ilgili dal budanır (*Adım 4*). Buna ek olarak, modelin uygun çözüm olmasını garantileyen kısıtlarından bazıları (Eş. 4.5–Eş. 4.7) gevşetildiği için tamsayılı ama uygun olmayan çözümler (farklı depolarda başlayıp biten rotalara sahip çözümler) elde edilebilmektedir. Bu durumda ilgili çözüm tamsayılı olmasına rağmen bilinen eniyi çözüm ile herhangi bir karşılaştırmaya tabi tutulmadan bozulan kısıtların elde edileceği adıma gönderilir (*Adım 5*). *Adım 6*’da ise kesirli eniyi çözümden UygunÇöz prosedürü kullanılarak tamsayılı uygun çözümler elde edilmekte ve bilinen eniyi çözüm ile karşılaştırılmaktadır. *Adım 7–Adım 15* ise bozulan üstel büyüklükte kısıtların elde edilmesi ile ilgili adımlardır. *Adım 7*’de bozulan kısıtların elde edilmesi ile ilgili durdurma kriteri kontrol edilmektedir. Bozulan kısıtların tespit edilip modele eklenmesi ve çözülmesi ile alt sınır değerleri iyileşmektedir. Ancak, bu işlem zaman alıcı bir süreçtir ve bazen yeni eklenen kısıtlar alt sınır üzerinde çok küçük değişiklikler gerçekleştirmektedir. Bu iki çelişkili durum arasındaki dengeyi sağlamak amacıyla, bir durdurma kriteri kullanılmıştır. Bu kriter gere, çözümün uygunluğunu korumak amacıyla öncelikle bozulan mecburi kısıtlar ($DG(M1_{dügüm})$ için Eş. 4.5–Eş. 4.7, Eş. 4.10 ve Eş. 4.11; $DG(M1_{akış})$ için Eş. 4.5–Eş. 4.7 ve Eş. 4.27–Eş. 4.30 numaralı kısıtlar) modele eklenmekte ve model yeniden çözülmemektedir. Eğer bozulan herhangi bir mecburi kısıt yoksa, tamsayılı çözüm elde edildi ise yada ardışık 5 iterasyon boyunca amaç fonksiyonunda %0.1

Algoritma: DK(YS_ETDARP için eniyi çözümün bulunması)

Girdi: YS_ETDARP problem verileri

Çıktı: S_{eniyi} : eniyi YS_ETDARP çözümü

Adım 0: Başlangıç safhası

Adım 0.0- BaşUygunÇöz prosedürünü kullanarak başlangıç uygun çözümünü $(S_{baş})$ elde et ve amaç fonksiyonu değerini $f(S_{baş})$ hesapla

Adım 0.1- $S_{eniyi} \leftarrow S_{baş}$, $f(S_{eniyi}) \leftarrow f(S_{baş})$

Adım 0.2- Hesaplama ağacına (Φ) kök düğümü ekle ve kök düğümü mevcut dal (t) olarak belirle.

Adım 1: Doğrusal gevşetilmiş matematiksel modeli oluştur ve çöz

- $DG(M1_{düğüm})$ için Eş. 4.2–Eş. 4.4, Eş. 4.8, Eş. 4.9, Eş. 4.12–Eş. 4.19, Eş. 4.34 ve Eş. 4.37 numaralı kısıtları kullan

- $DG(M1_{akış})$ için Eş. 4.2–Eş. 4.4, Eş. 4.8, Eş. 4.9 ve Eş. 4.17–Eş. 4.26 numaralı kısıtları kullan

Adım 2: eğer S_t^* uygun çözüm değil ise $\Phi \leftarrow \Phi \setminus t$ ve *Adım 17*'ye git

Adım 3: eğer $f(S_t^*) > f(S_{best})$ ise $\Phi \leftarrow \Phi \setminus t$ ve *Adım 17*'ye git

Adım 4: eğer S_t^* tamsayı, uygun ve $f(S_t^*) < f(S_{eniyi})$ ise

$S_{eniyi} \leftarrow S_t^*$, $f(S_{eniyi}) \leftarrow f(S_t^*)$, $\Phi \leftarrow \Phi \setminus t$ ve *Adım 17*'ye git

Adım 5: eğer S_t^* tamsayı ve uygun değil ise *Adım 7*'ye git

Adım 6: eğer S_t^* kesirli ise

Adım 6.0- UygunÇöz prosedürünü kullanarak S_t^{uygun} elde et

Adım 6.1- eğer $f(S_t^{uygun}) < f(S_{eniyi})$ ise $S_{eniyi} \leftarrow S_t^{uygun}$,

$f(S_{eniyi}) \leftarrow f(S_t^{uygun})$

Adım 7: eğer bozulmuş kısıtları elde etmek için durdurma koşulu sağlanmadı ise

Adım 8'e git. değilse *Adım 17*'ye git

Adım 8: Bozulan kısıtları belirle

- $DG(M1_{düğüm})$ için Eş. 4.5– Eş. 4.7, Eş. 4.10, Eş. 4.11 ve Eş. 4.33 numaralı kısıtlar

Şekil 5.6. YS_ETDARP için Dal-Kesme algoritmasının adımları

- $DG(M1_{akış})$ için Eş. 4.5– Eş. 4.7, Eş. 4.27–Eş. 4.30, Eş. 4.32 ve Eş. 4.33 numaralı kısıtlar

Adım 9: eğer *Adım 8*'de yeni kısıtlar elde edildi ise elde edilen kısıtları modele ekle, tekrar çöz ve *Adım 2*'ye git

Adım 10: $AGS(Eş. 5.1–Eş. 5.3)$ prosedürünü kullanarak bozulmuş Eş. 5.1 numaralı kısıtları belirle

Adım 11: eğer *Adım 10*'da yeni kısıtlar elde edildi ise elde edilen kısıtları modele ekle, tekrar çöz ve *Adım 2*'ye git

Adım 12: $AGS(Eş. 5.1–Eş. 5.3)$ prosedürünü kullanarak bozulmuş Eş. 5.2 ve Eş. 5.3 numaralı kısıtları belirle

Adım 13: eğer *Adım 12*'de yeni kısıtlar elde edildi ise elde edilen kısıtları modele ekle, tekrar çöz ve *Adım 2*'ye git

Adım 14: $AGS(Eş. 5.4)$ prosedürünü kullanarak bozulmuş Eş. 5.4 numaralı kısıtları belirle

Adım 15: eğer *Adım 14*'de yeni kısıtlar elde edildi ise elde edilen kısıtları modele ekle, tekrar çöz ve *Adım 2*'ye git

Adım 16: Dallanma stratejisine uygun olarak tamsayı olmayan bir karar değişkeni seç, iki yeni düğüm oluştur ve Φ kümesine ekle.

Adım 17: eğer $\Phi = \emptyset$ ise algoritmayı sonlandır ve çözümü raporla.

Adım 18: Φ kümesinden bir t düğümü seç, t düğümündeki modeli çöz ve *Adım 2*'ye git

Şekil 5.6. (Devam) YS_ETDARP için Dal-Kesme algoritmasının adımları

den fazla bir iyileşme gerçekleşmedi ise ilgili düğümde bozulan kısıtların elde edilmesi işlemine son verilir. *Adım 16* ve *Adım 18*, DK algoritmasının klasik adımlarıdır ve bu adımlarda sırasıyla, dallanılacak karar değişkeninin seçimi, tüm algoritmanın durdurma koşulunun kontrolü ve bir sonraki çözülecek düğümün seçimi işlemleri gerçekleştirilmektedir.

5.6. Deneysel Çalışmalar

Tezin bu bölümünde, YS_ETDARP için geliştirilen DK algoritmasının performansını test etmek amacıyla gerçekleştirilen deneysel çalışmalar ve sonuçları sunulacaktır. Öncelikle, deneysel çalışmalarda kullanılan test problemlerinin nasıl üretildiği daha sonra da deneysel çalışmaların sonuçlarından bahsedilecektir

5.6.1. Test problemleri

Deneysel çalışmalarda kullanılan test problemleri, literatürde YS_ARK için Prins ve ark. (2004) [Prins ve ark., 2004] ve Barreto ve ark. (2007) [Barreto ve ark., 2007] tarafından üretilen test problemi kümelerinin YS_ETDARP'a uyarlanmasıyla edilmiştir. Bunlardan, Prins ve ark. (2004) tarafından üretilen test problemi kümesi, müşteri sayısının 20 ile 200, potansiyel depo sayısının ise 5 ile 10 arasında değiştiği 28 adet YS_ARK test probleminden oluşmaktadır. Bu problem kümesi ile ilgili detaylı bilgi, YS_ETDARP için matematiksel modellerin önerildiği 4. Bölümde bulunmaktadır. Barreto ve ark. (2007) tarafından üretilen test problemi kümesi ise, müşteri sayısının 8 ile 318, potansiyel depo sayısının ise 2 ile 15 arasında değiştiği 20 adet YS_ARK test probleminden oluşmaktadır. Bu problemlerde düğümler arasındaki uzaklıklar Öklit uzaklıkların dört haneli reel sayıya dönüştürülmesi ile elde edilmiştir.

Müşterilerin dağıtım ve toplama taleplerini elde etmek amacıyla 2. Bölümde detayları ile anlatılan Salhi ve Nagy (1999) [Salhi ve Nagy, 1999] ve Angelelli ve Mansini (2002) [Angelelli ve Mansini, 2002] tarafından önerilen talep ayrıştırma yöntemleri kullanılarak X , Y , Z ve W tipi olmak üzere her bir YS_ARK probleminden 4 adet YS_ETDARP test problemi üretilmiştir. Böylece, ilk test kümesi için 28 test problemi ve 4 ayrıştırma yöntemi kullanılarak toplamda 112 (TK1), ikinci test kümesi için ise 20 test problemi ve 4 ayrıştırma yöntemi kullanılarak toplamda 80 tane (TK2) YS_ETDARP test problemi elde edilmiştir.

5.6.2. Deneysel karşılaştırmalar

Önerilen DK algoritması C++ programlama dilinde kodlanmış ve matematiksel model çözücüsü olarak kullanılan “ILOG CPLEX 11.1 Callable Library” kodlanan program içerisine gömülmüştür. Herbir koşum Intel Xeon 3.16 Ghz hızında 1 GB ara belleğe sahip, “Windows Vista Business with SP1” işletim sistemi ile çalışan bilgisayarlarda gerçekleştirilmiştir. Bütün koşumlar 10 saat ($10*60*60=36000$ saniye) ile sınırlandırılmıştır.

Matematiksel modelleri analiz etmek amacıyla aşağıdaki performans kriterleri kullanılmıştır.

1. Ortalama çözüm süresi (OÇS): Matematiksel modelin ortalama koşum süresi
2. Yüzde sapma değeri (YSD): Matematiksel modellerin önerilen DK algoritması ile on saat koşumu sonucunda elde edilen üst sınır ($Z^{ÜS}$) ile alt sınır (Z^{AS}) arasındaki sapma değeridir. Bu değer aşağıdaki eşitlik kullanılarak hesaplanmaktadır.

$$YSD = 100 * \left(\frac{Z^{ÜS} - Z^{AS}}{Z^{AS}} \right) \quad (5.7)$$

Bütün test problemleri her iki model tabanlı DK algoritması ile çözülmüş ve özet sonuçlar Çizelge 5.1-Çizelge 5.4’de sunulmuştur. Bu çizelgelerde ilk iki sütun müşteri sayısı ($|N_c|$) ve potansiyel depo sayısını ($|N_0|$) göstermektedir. Üçüncü sütun ortalama çözüm sürelerini ve takip eden iki sütun ise üst sınırdan yüzde sapma değerlerinin (YSD) en küçük ve ortalama değerlerini göstermektedir. Altı ve yedinci sütunlar ise algoritmanın koşumu esnasında UygunÇöz prosedürünün kaç kez çağırıldığı ($|UygunÇöz|$) ve kaçında o ana kadar bilinen eniyi çözümü iyileştirdiği sunulmaktadır. Takip eden üç sütunda ise sırasıyla, Eş. 5.1–Eş. 5.4 numaralı geçerli eşitsizliklerden kaç tane elde edildiği, son sütunda ise gevşetilen polinom büyüklükte kısıtlardan kaç tanesinin daha sonra modele eklendiği raporlanmaktadır (EPBK).

Çizelge 5.1 ve Çizelge 5.2’de Prins ve ark. (2004) tarafından üretilen test problemlerinin her iki DK algoritması ile elde edilen sonuçlar bulunmaktadır. Bu çi-

Çizelge 5.1. $M1_{dügüm}$ tabanlı DK algoritmasının TK1 için deneysel sonuçları

$ N_c $	$ N_0 $	OÇS	YSD		$ UygunÇöz $	İyileştirme Sayısı	(5.1)	(5.2)–(5.3)	(5.4)	EPBKS
			ek	ort						
20	5	1045,6	0,00	0,00	266	5	453	77	0	697
50	5	27579,8	0,00	1,59	890	8	5846	822	67	3849
100	5	34514,4	0,00	1,77	454	8	8515	29	16	3881
100	10	36000,0	0,06	3,16	344	8	4362	523	17	7761
200	10	24265,0	0,00	1,45	302	7	8289	0	0	4607
Ortalama		24678,4	0,01	1,71	465	7	5853	305	21	4159

ek: En küçük; *ort*: Ortalama;

YSD (Yüzde Sapma Değeri) = $100 * ((\text{Üst Sınır} - \text{Alt Sınır}) / \text{Üst Sınır})$

|MümÇöz|: MümÇöz prosedürünün çağırılma sayısı

EPBKS: Eklenen Polinom Büyüklükteki Kısıt Sayısı

Çizelge 5.2. $M1_{akış}$ tabanlı DK algoritmasının TK1 için deneysel sonuçları

$ N_c $	$ N_0 $	OÇS	YSD		$ UygunÇöz $	İyileştirme Sayısı	(5.1)	(5.2)–(5.3)	(5.4)	EPBKS
			ek	ort						
20	5	2286,9	0,00	0,00	217	4	395	5	0	1578
50	5	33193,3	0,00	1,81	317	9	1740	62	16	9922
100	5	36000,0	0,10	1,84	196	7	922	34	11	16904
100	10	36000,0	0,05	2,58	170	7	746	53	2	16430
200	10	36000,0	0,48	10,18	152	6	823	0	1	50297
Ortalama		28696,1	0,13	3,52	210	7	963	33	7	19026

ek: En küçük; *ort*: Ortalama;

YSD (Yüzde Sapma Değeri) = $100 * ((\text{Üst Sınır} - \text{Alt Sınır}) / \text{Üst Sınır})$

|MümÇöz|: MümÇöz prosedürünün çağırılma sayısı

EPBKS: Eklenen Polinom Büyüklükteki Kısıt Sayısı

zelgelerden görüleceği gibi 20 müşterilik test problemlerinde her iki algoritma ile eniyi çözümlere ulaşılmıştır. Buna ek olarak $M1_{akış}$ tabanlı DK algoritması ile 50 müşterilik problemlerden bazıları, $M1_{dügüm}$ tabanlı DK algoritması ile de hem 50 hem de 100 müşterilik test problemlerinin bazılarında eniyi çözümlere ulaşılmıştır. YSD değerlerine bakıldığında ise $M1_{dügüm}$ tabanlı DK algoritması ile daha iyi çözümler (ortalama %1,71) elde edilmiştir.

Çizelge 5.3 ve Çizelge 5.4’de Barreto ve ark. (2007) tarafından üretilen test problemlerinin her iki DK algoritması ile elde edilen sonuçlar bulunmaktadır. Bu çizelgelerden görüleceği gibi müşteri sayısının 36’ya, potansiyel depo sayısının ise 5’e kadar çıktığı test problemlerinde her iki algoritma ile eniyi çözümlere ulaşılmıştır. Buna ek olarak $M1_{akış}$ tabanlı DK algoritması ile 88 müşteri 8 potansiyel depolu

Çizelge 5.3. $M1_{dügüm}$ tabanlı DK algoritmasının TK2 için deneysel sonuçları

$ N_c $	$ N_0 $	OÇS	YSD		$ UygunÇöz $	İyileştirme Sayısı	(5.1)	(5.2)–(5.3)	(5.4)	EPBKS
			ek	ort						
8	2	0,0	0,00	0,00	7	2	12	0	2	216
12	2	0,1	0,00	0,00	9	2	12	0	3	468
21	5	25,1	0,00	0,00	89	5	205	6	1	2835
22	5	4,7	0,00	0,00	56	5	90	5	0	3102
27	5	4,8	0,00	0,00	27	3	117	0	6	4617
29	5	11,8	0,00	0,00	34	5	109	1	2	5307
32	5	46,4	0,00	0,00	114	5	216	9	9	6432
36	5	8,7	0,00	0,00	38	4	266	6	1	8100
50	5	36000,0	1,90	3,20	2317	6	4931	396	132	15450
55	15	36000,0	3,42	14,25	248	7	5709	2541	321	49995
75	10	36000,0	6,68	12,33	228	2	4484	717	388	63300
85	7	36000,0	5,61	15,42	156	6	4730	536	103	58905
88	8	28515,6	0,00	8,01	34	4	435	2	0	71016
100	10	36000,0	8,38	13,36	240	6	2843	82	65	111900
117	14	36000,0	8,55	15,30	176	104	1760	125	110	208494
134	8	36000,0	16,82	17,42	119	3	2796	61	179	163614
150	10	20515,4	0,00	9,23	37	4	550	2	6	250350
318	4	36000,0	7,77	11,44	101	10	1109	0	0	507846
Ortalama		18729,6	3,30	6,57	212	10	1585	225	67	85108

ek: En küçük; ort: Ortalama;

YSD (Yüzde Sapma Değeri) = $100 * ((\text{Üst Sınır} - \text{Alt Sınır}) / \text{Üst Sınır})$

$|MümÇöz|$: MümÇöz prosedürünün çağırılma sayısı

EPBKS: Eklenen Polinom Büyüklükteki Kısıt Sayısı

problemlerden bazıları, $M1_{dügüm}$ tabanlı DK algoritması ile de hem 88 müşteri 8 potansiyel depolu hem de 150 müşteri 10 potansiyel depolu test problemlerinin bazılarında eniyi çözümlere ulaşılmıştır. YSD değerlerine bakıldığında ise $M1_{dügüm}$ tabanlı DK algoritması ile daha iyi sonuçlar (ortalama %6,57) elde edilmiştir.

YS_ETDARP için matematiksel önerilen modellerin sunulduğu bir önceki bölümde akış tabanlı matematiksel modellerin düğüm tabanlı matematiksel modellere nazaran daha iyi alt sınırlar elde ettiği tespit edilmişti. Bu nedenle, akış tabanlı matematiksel modelin kullanıldığı DK algoritması ile daha iyi çözümlerin elde edileceği beklenmektedir. Ancak, yukarıdaki sonuçlara göre, $M1_{dügüm}$ tabanlı DK algoritması $M1_{akış}$ tabanlı DK algoritmasına nazaran, hem çözüm süreleri hem de yüzde sapma değerleri açısından daha iyi sonuçlar üretmiştir. Bu iki sonuç birbiri ile çelişkili görünmektedir. Ancak, $M1_{akış}$ tabanlı matematiksel modellerde daha fazla sayıda karar değişkeni ve kısıta ihtiyaç olduğu için daha yüksek bilgisayar hafızasına ve her

Çizelge 5.4. $M1_{akış}$ tabanlı DK algoritmasının TK2 için deneysel sonuçları

$ N_c $	$ N_0 $	OÇS	YSD		$ UygunÇöz $	İyileştirme Sayısı	(5.1)	(5.2)–(5.3)	(5.4)	EPBKS
			ek	ort						
8	2	0,5	0,00	0,00	8	2	10	0	2	193
12	2	0,5	0,00	0,00	10	2	15	0	2	288
21	5	230,1	0,00	0,00	79	5	179	5	1	1755
22	5	62,5	0,00	0,00	97	4	99	2	0	1149
27	5	124,4	0,00	0,00	51	5	124	1	5	1866
29	5	144,2	0,00	0,00	43	3	123	0	2	1987
32	5	1888,9	0,00	0,00	202	4	272	6	9	2541
36	5	176,3	0,00	0,00	63	5	243	4	1	2832
50	5	36000,0	6,93	8,36	419	7	1712	75	84	8763
55	15	36000,0	6,56	14,62	118	7	1563	179	123	15002
75	10	36000,0	14,00	16,18	62	2	759	26	143	14946
85	7	36000,0	8,04	17,28	54	6	945	19	17	15288
88	8	35747,0	0,00	12,21	45	5	59	0	0	12364
100	10	36000,0	13,38	15,99	37	3	503	1	6	14251
117	14	36000,0	9,80	13,74	33	15	255	6	2	19982
134	8	36000,0	20,34	20,92	24	2	597	1	27	24115
150	10	36000,0	21,60	24,16	23	4	0	0	0	31488
318	4	36000,0	13,45	17,71	23	3	0	0	0	101122
Ortalama		20131,9	6,30	8,94	77	5	386	16	22	14996

ek: En küçük; *ort*: Ortalama;

YSD (Yüzde Sapma Değeri) = $100 * ((\text{Üst Sınır} - \text{Alt Sınır}) / \text{Üst Sınır})$

|MümÇöz|: MümÇöz prosedürünün çağırılma sayısı

EPBKS: Eklenen Polinom Büyüklükteki Kısıt Sayısı

bir iterasyonda daha fazla işleme ihtiyaç duyulmaktadır. Bunun doğal bir sonucu olarak da, hesaplama ağacının her bir düğümü için harcanan işlem süresi daha fazla olmakta ve toplam çözüm süresi sonunda daha az düğüm incelenmektedir. Ayrıca, bir önceki bölümde görüldüğü gibi, geçerli eşitsizlik eklemeleri sonrasında düğüm tabanlı matematiksel modeller ile elde edilen alt sınırlar akış tabanlı matematiksel modeller ile elde edilen sınırlara daha kısa zamanda çok yaklaşmaktadır. Bu nedenlerden dolayı, $M1_{düğüm}$ tabanlı DK algoritmasının $M1_{akış}$ tabanlı DK algoritmasına nazaran daha iyi çözümler üretmesi doğal bir sonuçtur.

DK algoritmasının diğer bileşenleri için bir değerlendirme yapılacak olursa, UygunÇöz prosedürünün birçok kez (7-2317 defa) kullanıldığı ve bunların bilinen en iyi çözümlerden daha iyi çözümler elde ettiği (2-104 defa) ve DK algoritmasının üst sınırını iyileştirdiği görülmektedir. Bu sonuçlar, DK algoritmasında kesirli çözümlerden tamsayı uygun çözümlerin elde edilmesi işlemlerinin algoritmanın

performansı üzerinde iyileştirici bir etkiye sahip olduğunun bir göstergesidir. Ayrıca, Çizelge 5.1-Çizelge 5.4’de çok sayıda geçerli eşitsizlik (Eş. 5.1, Eş. 5.2–Eş. 5.3, Eş. 5.4 numaralı geçerli eşitsizlikler) elde edildiği görülmektedir. Dikkat edilecek olursa, elde edilen Eş. 5.1 numaralı geçerli eşitsizlik sayısı diğerlerine nazaran çok daha fazladır. Bunun nedeni ise DK algoritması içerisinde öncelikle bu eşitsizliklerin elde edilmesi, elde edilemedi ise diğer geçerli eşitsizliklerin bozulup bozulmadığının araştırılmasına geçilmesidir. Son olarak, Çizelge 5.1-Çizelge 5.4’de *Toplam* sütununda gevşetilen polinom büyüklükte kısıtlardan kaç tanesinin daha sonra modele eklendiği görülmektedir. Elde edilen bu kısıtlar, toplam kısıt sayısının yaklaşık olarak %16.05’ine denk gelmektedir. Dolayısıyla, eniyi çözüm üzerinde etkisi olmayan ve çözüm süresini uzatan çok sayıda kısıtın modele eklenmediği belirlenmiştir.

Yukarıdaki karşılaştırmalara ek olarak, problem parametrelerinin (TK1 için müşteri ve potansiyel depo sayısı, talep ayrıştırma yöntemi, araç kapasitesi ve küme sayısı; TK2 için müşteri ve potansiyel depo sayısı, talep ayrıştırma yöntemi) her iki matematiksel model için geliştirilen DK yöntemi üzerindeki etkisi incelenmiştir. Herbir matematiksel model için sonuçlar, TK1 için Çizelge 5.5 ve Çizelge 5.6’da, TK2 için ise Çizelge 5.7 ve Çizelge 5.8’de ayrı ayrı sunulmuştur. Bu çizelgelerde, ilk iki sütun sırasıyla problem parametresi ve değerini göstermektedir. Üçüncü sütunda ortalama yüzde sapma değerleri, dördüncü sütunda ise incelenen düğüm sayıları sunulmaktadır. Beş ve altı numaralı sütunlar ise algoritmanın koşumu esnasında UygunÇöz prosedürünün kaç kez çağırıldığı ($|UygunÇöz|$) ve kaçında o ana kadar bilinen eniyi çözümü iyileştirdiği sunulmaktadır. Diğer sütunlarda ise, gevşetilmiş polinom büyüklükteki herbir kısıt için, matematiksel modellere geri eklenenlerin ilgili kısıtın toplam sayısına oranını vermektedir. Son sütun ise bu gevşetilen ve geri eklenen bütün kısıtların toplam gevşetilmiş kısıt sayısına oranını göstermektedir.

Problem parametreleri üzerinde yapılan karşılaştırmalar sonucunda, YS_ETDARP için önerilen matematiksel modellerin sunulduğu bir önceki bölümde elde edilen sonuçlara benzer sonuçlar elde edilmiştir.

Çizelge 5.5-Çizelge 5.8'e göre, bazı istisnai durumlar dışında, beklendiği gibi problem boyutu büyüdükçe eniyi çözümlere ulaşmak zorlaşmaktadır. Ancak küçük boyutlu ve bazı orta boyutlu problemlerde eniyi çözümlere ulaşılrken, diğer problemlerde oldukça iyi yüzde sapma değerlerine ulaşılmıştır.

Talep ayrıştırma yöntemleri açısından bir karşılaştırma gerçekleştirildiğinde ise, X ve Y tipi problemlerde [Salhi ve Nagy, 1999], Z ve W tipi problemlere [Angelelli ve Mansini, 2002] nazaran daha iyi yüzde sapma değerleri elde edildiği görülmüştür. X ve Y tipi problemlerde toplama ve/veya dağıtım talepleri Z ve W tipi problemlerden her zaman daha düşük olduğu göz önüne alınırsa, müşteri taleplerinin büyük olması problemin çözümünü zorlaştığı sonucuna varılmaktadır. Benzer sonuçlar Hernandez-Perez ve Salazar-Gonzalez (2004) tarafından TD_ARP'nin bir alt problemi olan Topla-Dağıt Gezgin Satıcı Problemi için de elde edilmiştir [Hernandez-Perez ve Salazar-Gonzalez, 2004]. Ayrıca, Çizelge 5.5 ve Çizelge 5.6'da görüleceği gibi araç kapasitesinin 150 olduğu test problemleri için elde edilen yüzde sapma değerleri araç kapasitesinin 70 olduğu test problemlerine nazaran daha düşüktür. Bu sonuçlara göre araç kapasitesinin küçük olması problemin çözümünü zorlaştırmaktadır. Bu sonuçlar, bir önceki sonuçlar ile birlikte düşünüldüğünde, müşteri taleplerinin araç kapasitelerine yakın olması problemin çözümünü zorlaştığı sonucuna varılmaktadır.

Deneyisel karşılaştırmalar kapsamında küme sayılarının performans ölçütleri üzerindeki etkisi de incelenmiştir. Bir önceki bölümde küme sayısının artması ile performans ölçütleri üzerinde bir iyileşme olduğu tespit edilmişti. Ancak, aynı tip test problemleri kullanılmasına rağmen, TK1 için $M1_{düğüm}$ tabanlı DK algoritması ile elde edilen sonuçlarda, küme sayısının 2 olduğu test problemlerinin daha kolay, küme sayısının 3 olduğu yada müşterilerin tamamen rassal yerleştirildiği test problemlerinin ise daha zor çözüldüğü belirlenmiştir. Yani küme sayısı ile problemin zorluğu arasında doğrusal bir ilişki tespit edilememiştir. Ancak, TK1 için $M1_{akış}$ tabanlı DK algoritması ile elde edilen sonuçlarda küme sayısı ile problemin zorluğu arasında doğrusal bir ilişki (müşterilerin kümелendiği bölge sayısı arttıkça problem daha da kolaylaşmakta) belirlenmiştir.

Yukarıdaki karşılaştırmalara ek olarak, DK algoritmasının bileşenleri ile problemlerin zorluk seviyeleri arasındaki ilişkiler de incelenmiştir. Çizelge 5.5-Çizelge 5.8’de görüleceği gibi, eniyi çözümlerin bulunduğu test problemlerinde problem boyutunun artmasıyla, incelenen düğüm sayısı ve UygunÇöz prosedürünün kullanım sayısı artış eğilimi göstermektedir. Bu durum şu şekilde yorumlanabilir. Problem boyutu arttıkça 0-1 karar değişkeni sayısı artmaktadır. Bir başka deyişle, hesaplama ağacında incelenecek düğüm sayısı artmakta, belirlenen çözüm süresi içerisinde (10 saat) bütün düğümler arandığından dolayı incelenen düğüm sayısı da artmaktadır. Buna bağlı olarak da hesaplama ağacının düğümlerinde kesirli çözümlerden tamsayı uygun çözümler elde etme prosedürü olan UygunÇöz prosedürünün çağırılma sayısı da artmaktadır.

Eniyi çözümlerin bulunamadığı test problemlerinde ise problemin boyutu artmasıyla, incelenen düğüm sayısı, UygunÇöz prosedürünün çağırılma sayısı ve gevşetilir daha sonra tekrar eklenen kısıt sayılarının azaldığı görülmektedir. Bu durum ise şu şekilde yorumlanabilir. Problem boyutu arttıkça karar değişkeni ve kısıt sayısı artmaktadır. Dolayısıyla daha yüksek bilgisayar hafızasına ve her bir iterasyonda daha fazla işleme ihtiyaç duyulmaktadır. Bu nedenle, problem boyutu arttıkça, toplam çözüm süresi içerisinde (10 saat) incelenen düğüm sayısı azalmaktadır ve her düğümde UygunÇöz prosedürü ile gevşetilen kısıtların matematiksel modele eklenmesi işlemleri daha az çağırılmaktadır.

UygunÇöz prosedürünün çağırılma sayısı ile her çağırılışında o ana kadar bilinen eniyi çözümü iyileştirme sayısı arasında herhangi bir bağlantı tespit edilememiştir. Sadece, uç bir örnek olarak $M1_{düğüm}$ tabanlı DK algoritması ile TK2 içerisindeki 117 müşteri 14 potansiyel depolu test probleminde UygunÇöz prosedürü 176 kez kullanıldığı ve elde edilen uygun çözüm ile o ana kadar bilinen eniyi çözüm 104 kez iyileştirdiği verilebilir.

Çizelge 5.5. $M1_{diğüm}$ tabanlı DK algoritmasının TK1 için detaylı sonuçları

Problem Parametreleri	Parametre Değeri	YSD	Düğüm Sayısı	UygunÇöz	İyileştirme Sayısı	Eklenen Kısıt Oranı (%)					
						(4,5)	(4,6)	(4,7)	(4,10)	(4,11)	(4,33)
Müşteri ve Potansiyel Depo Sayısı ($ N_C - N_0 $)	20_5	0,00	4034	266	5	45,2	44,8	23,3	40,4	40,2	12,2
	50_5	1,59	9350	890	8	63,0	62,4	21,6	33,3	33,0	31,0
	100_5	1,77	523	454	8	34,0	34,1	5,4	7,4	7,2	32,5
	100_10	3,16	354	344	8	41,1	41,0	6,0	8,7	8,3	16,2
	200_10	1,45	1	302	7	12,6	12,7	0,8	2,2	2,1	7,4
Talep Ayrıştırma Yöntemi	Salhi ve Nagy (X-Y Tipi)	0,91	3467	512	8	35,3	35,4	5,9	15,5	15,3	20,9
Araç Kapasitesi	Angelelli ve Mansini (Z-W Tipi)	2,50	2069	417	7	42,1	41,8	15,3	18,2	17,9	19,9
	70	2,71	2944	517	7	41,8	41,8	12,8	19,8	19,5	20,2
	150	0,70	2592	412	7	35,6	35,4	8,4	13,9	13,7	20,6
Küme Sayısı	1	1,46	3392	500	8	36,3	36,0	11,4	18,6	18,4	22,7
	2	1,01	1299	332	7	39,3	39,2	12,7	17,4	17,2	15,3
	3	2,88	3824	586	8	41,0	41,1	6,9	13,9	13,5	23,9
Genel Ortalama		1,71	2768	465	7	38,7	38,6	10,6	16,8	16,6	20,4
YSD (Yüzde Sapma Değeri) = $100 * ((\text{Üst Sınır} - \text{Alt Sınır}) / \text{Üst Sınır})$											
MümÇöz : MümÇöz prosedürünün çağrılma sayısı											
						12,3	12,3	12,3	12,3	12,3	12,3

Çizelge 5.6. $M1_{akış}$ tabanlı DK algoritmasının TK1 için detaylı sonuçları

Problem Parametreleri	Parametre Değeri	YSD	Düğüm Sayısı	UygunÇöz	İyileştirme Sayısı	Eklenen Kısıt Oram (%)									
						(4.5)	(4.6)	(4.7)	(4.27)	(4.28)	(4.29)	(4.30)	(4.32)	(4.33)	Toplam
Müşteri ve Potansiyel Depo Sayısı ($ N_C - N_0 $)	20_5	0,00	3216	217	4	44,4	42,8	22,6	50,6	50,8	57,4	55,7	6,9	16,3	35,2
	50_5	1,81	2740	317	9	65,8	64,9	19,6	64,7	63,2	66,9	65,9	3,1	37,9	37,8
	100_5	1,84	90	196	7	33,1	32,0	3,1	54,3	52,4	17,3	17,8	0,8	44,6	16,5
	100_10	2,58	87	170	7	23,4	23,3	1,9	50,3	48,4	14,0	13,7	0,8	18,9	10,6
	200_10	10,18	1	152	6	12,9	12,3	0,6	49,9	49,6	6,5	6,9	0,3	8,4	8,2
Talep Ayrıştırma Yöntemi	Salhi ve Nagy (X-Y Tipi)	1,23	1082	205	7	30,5	30,1	4,7	52,3	50,6	26,3	25,9	1,7	25,7	17,4
Araç Kapasitesi	Angelelli ve Mansini (Z-W Tipi)	5,81	1086	215	7	40,1	38,9	12,6	56,1	55,5	35,0	34,7	2,4	26,0	24,0
	70	4,43	1388	256	7	42,0	41,3	11,2	56,5	55,6	38,0	37,9	2,4	27,1	24,0
	150	2,60	781	164	7	28,6	27,7	6,1	51,9	50,5	23,2	22,8	1,8	24,6	17,4
	1	3,99	1649	236	7	33,9	32,9	9,2	54,0	53,2	32,5	32,4	2,6	29,7	21,6
	2	3,80	590	149	6	36,3	35,2	11,2	54,2	53,2	33,1	32,0	2,3	20,2	22,5
Küme Sayısı	3	2,58	997	253	8	35,8	35,6	4,7	54,3	52,7	25,2	25,6	1,1	28,1	17,3
	Genel Ortalama	3,52	1084	210	7	35,3	34,5	8,6	54,2	53,0	30,6	30,3	2,1	25,9	20,7

YSD (Yüzde Sapma Değeri) = $100 * ((Üst Sınır - Alt Sınır) / Üst Sınır)$ / Üst Sınır
 $|MümÇöz|$: MümÇöz prosedürünün çağrılma sayısı

Çizelge 5.8. $M1_{akış}$ tabanlı DK algoritmasının TK2 için detaylı sonuçları

Problem Parametreleri	Parametre Değeri	YSD	Düğüm Sayısı	UygunÇöz	İyileştirme Sayısı	Eklenen Kısıt Oranı (%)									
						(4.5)	(4.6)	(4.7)	(4.27)	(4.28)	(4.29)	(4.30)	(4.32)	(4.33)	Toplam
8 2	0,00	1	8	2	27,1	28,1	5,4	45,5	49,5	28,6	29,7	100,0	0,0	0,0	38,9
12 2	0,00	1	10	2	45,5	45,5	23,8	51,2	53,8	49,0	48,9	99,8	0,0	0,0	26,5
21 5	0,00	1092	79	5	22,5	22,7	4,4	47,7	47,8	30,8	30,2	100,0	0,0	0,0	35,7
22 5	0,00	1777	97	4	31,5	31,9	9,9	50,3	49,2	28,2	28,2	100,0	0,0	0,0	21,4
27 5	0,00	783	51	5	29,5	28,6	7,3	47,8	51,7	27,0	27,0	100,0	0,0	0,0	23,5
29 5	0,00	330	43	3	31,6	32,0	6,3	51,8	51,7	34,2	33,6	100,0	0,0	0,0	21,8
32 5	0,00	3328	202	4	39,6	39,6	4,1	51,5	47,7	28,2	29,4	100,0	0,0	0,0	23,1
36 5	0,00	461	63	5	57,8	58,9	14,6	58,2	57,5	61,6	61,3	100,0	0,0	0,0	20,5
50 5	8,36	4136	419	7	47,1	48,5	12,3	56,0	53,4	50,1	49,7	100,0	0,0	0,0	33,4
55 15	14,62	947	118	7	24,1	23,3	6,3	52,4	52,1	30,9	29,3	100,0	0,0	0,0	23,0
75 10	16,18	265	62	2	35,4	36,0	5,9	53,7	52,0	19,8	20,7	99,7	0,0	0,0	16,9
85 7	17,28	222	54	6	6,3	6,4	1,3	63,3	57,5	5,7	5,5	57,7	0,7	0,7	17,0
88 8	12,21	1	45	5	18,2	18,3	1,0	49,1	46,6	6,8	6,8	100,0	0,0	0,0	11,8
100 10	15,99	103	37	3	7,2	7,1	1,5	47,2	45,7	4,1	4,0	94,9	0,6	0,6	9,2
117 14	13,74	25	33	15	13,1	13,5	1,5	49,5	49,1	5,2	5,2	99,5	0,0	0,0	7,4
134 8	20,92	1	24	2	3,0	3,0	0,9	58,2	54,7	2,2	2,2	91,2	0,4	0,4	10,1
150 10	24,16	1	23	4	1,6	1,6	0,5	47,2	47,3	0,9	0,9	50,8	0,1	0,1	9,1
318 4	17,71	1	23	3	25,1	25,3	4,3	50,1	50,1	23,2	23,4	92,2	0,1	0,1	11,0
Talep Salhi ve Nagy (X-Y Tipi)	7,64	711	78	6	27,4	27,4	8,1	52,5	52,3	27,2	27,1	91,0	0,1	0,1	18,3
Ayrıştırma Yöntemi	Angelleli ve Mansini (Z-W Tipi)	10,25	969	84	3	26,2	26,3	6,2	51,3	51,2	25,2	25,3	91,6	0,1	21,2
Genel Ortalama		8,94	840	81	4	26,2	26,3	6,2	51,3	51,2	25,2	25,3	91,6	0,1	19,7

YSD (Yüzde Sapma Değeri) = $100 * ((Üst Sınır - Alt Sınır) / Üst Sınır)$

|MümÇöz|: MümÇöz prosedürünün çağırılma sayısı

6. SONUÇ VE İLERİ ÇALIŞMALAR

Tedarikçiden müşteriye kadar uzanan dağıtım ağı boyunca hammadde, yarı ürün ve ürünün etkin bir şekilde depolanması ve taşınmasının amaçlandığı Dağıtım Ağları Tasarımı (DAT) problemlerinde, tesislerin yerlerinin ve bu tesislerden müşterilere dağıtım planlarının belirlenmesi verilmesi gereken önemli kararlar arasındadır. Yer Seçimi ve Araç Rotalama Problemi (YS_ARP) olarak bilinen bu problem uzun yıllar üzerinde çalışılan bir problem tipi olmuştur. Ekonomik, politik ve çevresel etmenlerden dolayı günümüz lojistik faaliyetlerinin önemli bir unsuru da müşterilerden tesislere gerçekleştirilen mal taşımacılığıdır. Tesislerden müşterilere mal taşımacılığının yanı sıra müşterilerden de tesislere gerçekleştirilecek olan taşımacılığın birlikte incelendiği problem olan Eşzamanlı Topla-Dağıt Araç Rotalama Problemi (ETD_ARP) de uzun yıllardır üzerinde çalışılan bir problem tipi olmuştur. Ancak, YS_ARP içerisinde rotalama faaliyetlerinin toplama ve dağıtım olduğu durumun incelenmediği görülmüştür. Bu nedenle, bu tez kapsamında YS_ARP'nin daha genel bir hali olarak düşünülen Yer Seçimi ve Eşzamanlı Topla-Dağıt Araç Rotalama Problemi (YS_ETDARP) ilk kez incelenmiş ve etkin çözüm yöntemleri geliştirilmiştir.

İlgilenilen problem temelde YS_ARP ile ETD_ARP'nin birlikte incelendiği bir problem türüdür. Bu nedenle ilk olarak ETD_ARP ele alınmış ve bu problem için geliştirilmiş matematiksel modellere alternatif olarak, N tüm düğümlerin kümesi olmak üzere, her ikisi de $O(|N|^2)$ karmaşıklığında 0-1 karar değişkeni ve $O(|N|^2)$ karmaşıklığında kısıta sahip iki yeni matematiksel model (akış tabanlı ve düğüm tabanlı model) önerilmiştir. Önerilen matematiksel modeller, müşteri sayılarının 10 ile 20 arasında değiştiği test problemleri kullanılarak, eniyi çözüme ulaşılan problem sayısı, eniyi çözüme ulaşma zamanı ve eniyi çözümden yüzde sapma değeri açısından karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak, önerilen matematiksel modellerin ilgili kaynaklardaki matematiksel modellerden, tüm performans ölçütleri açısından, daha iyi performansa sahip olduğu görülmüştür.

Bir sonraki aşamada ETD_arp için önerilen modeller temel alınarak, YS_ETDARP için, N_0 potansiyel depolar kümesi ve N_c müşteriler kümesi olmak üzere, her ikisi de $O\left(\left(|N_c|+|N_0|\right)^2\right)$ karmaşıklığında 0-1 karar değişkenine ve $O\left(|N_c|^2|N_0|\right)$ karmaşıklığında kısıta sahip iki matematiksel model önerilmiştir. Bu modellerin çözüm süresini daha da kısaltmak ve elde edilen alt sınırları iyileştirmek amacıyla geçerli eşitsizlikler tanımlanmıştır. Ayrıca, YS_ETDARP'ın özel durumları incelenerek önerilen matematiksel modellerin bu özel durumlar için nasıl uyarlanacağı ele alınmıştır. Buna ek olarak, önerilen matematiksel modellerin performansını test etmek amacıyla deneysel çalışmalar yapılmıştır. Bu deneysel çalışmalarda kullanılan test problemleri, literatürdeki YS_arp test problemleri ve yine literatürde ETD_arp için geliştirilmiş olan talep ayrıştırma yöntemleri kullanılarak üretilmiştir. Önerilen matematiksel modeller, eniyi çözüme ulaşılan problem sayısı, eniyi çözüme ulaşma zamanı ve elde edilen alt sınırların yüzde sapma değeri açısından karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak, küçük boyutlu test problemlerinde eniyi çözümlere ulaşılırken, büyük boyutlu problemlerde oldukça iyi alt sınırlar (düğüm tabanlı matematiksel model için ortalama %4,33; akış tabanlı matematiksel model için ortalama %4,10) elde edilmiştir. Ayrıca, kullanılan geçerli eşitsizliklerin yüzde sapma değerlerinin iyileştirilmesinde oldukça etkin oldukları (düğüm tabanlı matematiksel model için ortalama %37,09 iyileşme; akış tabanlı matematiksel model için ortalama %24,25 iyileşme) görülmüştür.

Son olarak, YS_ETDARP için eniyi çözümleri elde edecek olan ve herbiri YS_ETDARP için önerilen bir matematiksel modele dayalı olan iki Dal-Kesme (DK) algoritması geliştirilmiştir. Önerilen DK algoritmasının performansını test etmek amacıyla deneysel çalışmalar yapılmıştır. Bu deneysel çalışmalarda kullanılacak test problemleri, matematiksel modellerin karşılaştırılması amacıyla kullanılan test problemi üretme teknikleri kullanılarak elde edilmiştir. Önerilen DK algoritmalarının performansı, eniyi çözümünden yüzde sapma değeri ve çözüm süresi açısından test edilmiştir. Sonuç olarak, küçük boyutlu test problemlerinde çok kısa sürelerde eniyi çözümlere ulaşılırken, müşteri sayısının 318'e, potansiyel depo sayısının da 10'a kadar çıktığı büyük boyutlu problemlerde oldukça iyi alt sınırlar elde edilmiştir.

Bu tez kapsamında gerçekleştirilen çalışmalar göz önünde bulundurularak ileride yapılabilecek çalışmalar aşağıda verilmektedir.

1. Önerilen DK algoritmasında kullanılan geçerli eşitsizlikler ARP ile YS_ARP için geliştirilen geçerli eşitsizliklerin YS_ETDARP'ye uyarlanması ile elde edilmiştir. İleri çalışma olarak, bu problemler için geliştirilmiş olan diğer geçerli eşitsizliklerin de uyarlanması ya da YS_ETDARP'ye özgü yeni geçerli eşitsizliklerin geliştirilmesi ile DK algoritmasının performansı artırılabilir. Ayrıca, arama stratejilerinde gerçekleştirilecek iyileştirmeler ile (etkin bir dallanma stratejisi, etkisiz kısıtların belirli bir süre sonra modelden çıkarılması vb.) DK algoritmasının performansı daha da iyileştirilebilir.
2. Bu tezde ele alınan problemin, heterojen araçlı, çok dönemli, çok aşamalı, stokastik varyasyonları ele alınıp, önerilen matematiksel modeller ve DK algoritması ilgilenilen probleme uyarlanabilir.
3. YS_ETDARP NP-zor kategorisinde bir problem olduğu için büyük boyutlu problemlerde eniyi çözümlere ulaşılamamaktadır. Bu nedenle, ileri çalışma olarak, birçok NP-zor problemde başarı ile uygulanmış meta-sezgisel yöntemler (Tabu Arama, Tavlama Benzetimi, Genetik Algoritma vb.) bu problem için uygulanabilir.

KAYNAKLAR

Achuthan, N., Caccetta, L., Hill, S., “An improved branch-and-cut algorithm for the capacitated vehicle routing problem”, *Transportation Science*, 37: 153-169 (2003).

Aksen, D., Altinkemer, K., “A location-routing problem for the conversion to the “click-and-mortar” retailing: the static case”, *European Journal of Operational Research*, 186 (2): 554-575 (2008).

Albareda-Sambola, M., Diaz, J.A., Fernandez, E., “A compact model and tight bounds for a combined location routing problem”, *Computers and Operations Research*, 32: 407-428 (2005).

Albareda-Sambola, M., Fernandez, E., Laporte, G., “Heuristic and lower bound for a stochastic location-routing problem”, *European Journal of Operational Research*, 179 (3): 940-955 (2007).

Ambrosino, D., Grazia Scutellà, M., “Distribution network design: New problems and related models”, *European Journal of Operational Research*, 165 (3): 610-624 (2005).

Ambrosino, D., Sciomachen, A., Scutellà, M.G., “A heuristic based on multi-exchange techniques for a regional fleet assignment location-routing problem”, *Computers and Operations Research*, 36(2): 442-460 (2009).

Angelelli, E., Mansini, R., “Quantitative Approaches to Distribution Logistics and Supply Chain Management”, Editörler: Klose, A., Speranza, M. G., Van Wassenhove, L. N., *Springer-Verlag*, Berlin, 249-267 (2002).

Averbakh, I., Berman, O., “Probabilistic sales-delivery man and sales-delivery facility location problems on a tree”, *Transportation Science*, 29 (2): 184-197 (1995).

Baldacci, R., Hadjiconstantinou, E., Mingozzi, A., “An exact algorithm for the capacitated vehicle routing problem based on a two-commodity network flow formulation”, *Operations Research*, 52(5): 723-738 (2004).

Barreto, S., Ferreira, C., Paixao, J., Santos, B. S., “Using clustering analysis in a capacitated location-routing problem”, *European Journal of Operational Research*, 179: 968-977 (2007).

Bean, J. C., “Genetic algorithms and random keys for sequencing and optimization”, *ORSA Journal on Computing*, 6(2): 154-160 (1994).

Beasley, J. E., “Route first-cluster second methods for vehicle routing”, *Omega*, 11: 403-408 (1983).

Belenguer, J.M., Benavent, E., Prins, C., Prodhon, C., Calvo, R.W, “A branch and cut method for the capacitated location-routing problem”, *International Conference on Service Systems and Service Management*, Troyes-Fransa, 2: 1541-1546 (2006).

Berger, R. T., Coullard, C. R., Daskin M., “Location-routing problems with distance constraints”, *Transportation Science*, 41 (1): 29–43 (2007).

Berman, O., Jaillet, P., Simchi-Levi, D., “Facility location: A survey of applications and methods”, Editör: Drezner, Z., **Springer-Verlag**, New York, 427-453 (1995).

Bianchessi, N., Righini, G., “Heuristic algorithms for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery”, *Computers and Operations Research*, 34: 578-594 (2007).

Bookbinder, J. H., Reece, K. E., “Vehicle routing considerations in distribution system design”, *European Journal of Operational Research*, 37: 204-213 (1988).

Bouhafs, L., Hajjam, A., Koukam, A., “A combination of simulated annealing and ant colony system for capacitated location-routing problem”, *KES 2006*, Bournemouth-UK, 409–416 (2006).

Boventer, V., “The relationship between transportation costs and location rent in transportation problems”, *Journal of Regional Science*, 3(2): 27-40 (1961).

Burness, R. C., White, J. A., “The traveling salesman location problem”, *Transportation Science*, 10(4): 348-360 (1976).

Chan, Y., Baker, S. F., “The multiple depot, multiple traveling salesmen facility-location problem: Vehicle range, service frequency, and heuristic implementations”, *Mathematical and Computer Modeling*, 41(8-9): 1035–1053 (2005).

Chien, T-W. “Heuristic procedures for practical-sized uncapacitated location-capacitated routing problems”, *Decision Sciences*, 24 (5): 995-1021 (1993).

Chen, J.F., Approaches for the vehicle routing problem with simultaneous deliveries and pickups (2006) *Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers*, 23 (2), pp. 141-150

Chen, J. F., Wu, T. H., “Vehicle routing problem with simultaneous deliveries and pickups”, *Journal of the Operational Research Society*, 57: 579-587 (2006).

Christofides, N., Eilon, S., “An algorithm for the vehicle dispatching problem” *Operational Research Quarterly*, 20(3): 309-318 (1969).

Clarke, C., Wright, J. Q., “Scheduling of vehicle from a central depot to a number of delivery points”, *Operations Research*, 12: 568-581 (1964).

Crispim, J., Brandão, J., “Metaheuristics applied to mixed and simultaneous extensions of vehicle routing problems with backhauls”, *Journal of the Operational Research Society*, 56: 1296-1302 (2005).

Dantzig, G. B., Fulkerson, D. R., Johnson, S. M., “Solution of a large-scale traveling salesman problem”, *Operations Research*, 2: 393-410 (1954).

Daskin, M. S., “Spatial Analysis and Location-Allocation Models”, Editörler: Ghosh, A., Rushton, G., *Von Nostrand Reinhold Company*, New York, 224-265 (1987).

Desrochers, M., Laporte, G., “Improvements and extensions to the Miller–Tucker–Zemlin subtour elimination constraints”, *Operations Research Letters*, 10: 27-36 (1991).

Dethloff, J., “Vehicle routing and reverse logistics: the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up”, *OR Spektrum*, 23: 79-96 (2001).

Duhamel, C., Lacomme, P., Prins, C. ve Prodhon, C., “A GRASP $\times$ ELS approach for the capacitated location-routing problem”, *Computers and Operations Research*, doi:10.1016/j.cor.2009.07.004 (2009).

Gajpal, Y., Abad, P., “An ant colony system (ACS) for vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup”, *Computers and Operations Research*, 36(12): 3215-3223 (2009).

Gavish, B., Graves, S. C., “The traveling salesman problem and related problems”, *Teknik Rapor, Rochester-UK*, (1979)

Ghosh, J. K., Sinha, S. B., Acharya, D., “Scientific Management of Transport Systems”, Editör: Jaiswal, N. K., *North-Holland*, Amsterdam, 209-213 (1981).

Gillett, B. E., Miller, L. R., “A heuristic algorithm for the vehicle dispatching problem”, *Operations Research*, 22: 340-349 (1974).

Gillett, B., Johnson, J., “Multi-terminal vehicle-dispatch algorithm”, *Omega*, 4(6): 711-718 (1976).

Gouveia, L., “A result on projection for the vehicle routing problem”, *European Journal of Operational Research*, 85: 610-624 (1995).

Gökçe, E. I., “A revised ant colony system approach to vehicle routing problems”, Yüksek Lisans Tezi, *Sabancı Üniversitesi Fen ve Doğa Bilimleri Enstitüsü*, İstanbul (2004).

Hansen, P. H., Hegedahl, B., Hjortkjaer, S., Obel, B., “Heuristic solution to the warehouse location-routing problem”, *European Journal of Operational Research*, 76(1): 111-127 (1994).

Harrison, H., "A planning system for facilities and resources in distribution networks", *Interfaces*, 9(2): 6-22 (1979).

Hernandez-Perez, H., Salazar-Gonzalez, J. J., "A branch-and-cut algorithm for a traveling salesman problem with pickup and delivery", *Discrete Applied Mathematics*, 145: 126-139 (2004).

Jacobsen, S. K., Madsen, O. B. G., "On the location of transfer points in a two-level newspaper delivery system-a case study", *The International Symposium on Locational Decisions*, Alberta-Canada, 24-28 (1978).

Jacobsen, S. K., Madsen, O. B. G., "A comparative study of heuristics for a two-level routing-location problem", *European Journal of Operational Research*, 5: 378-387 (1980).

Jamil, M., Batta, R., Malon, D. M., "The traveling repairperson home base location problem", *Transportation Science*, 28(2): 150-161 (1994).

Jin Ai, T., Kachitvichyanukul, V., "A particle swarm optimization for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery", *Computers and Operations Research*, 36: 1693-1702 (2009).

Kara, İ., Laporte, G., Bektas, T., "A note on the lifted Miller–Tucker–Zemlin subtour elimination constraints for the capacitated vehicle routing problem", *European Journal of Operational Research*, 158: 793-795 (2004).

Kara, İ., "Two indexed polynomial size formulations for vehicle routing problems", *Teknik Rapor, Ankara-Türkiye*, (2008).

Karaoğlu, İ., Altıparmak, F., Kara, İ., Dengiz, B., "Eş zamanlı topla dağıt araç rotalama problem için yeni matematiksel modeller", *YA/EM 2008-Yöneylem Araştırması ve Endüstri Mühendisliği XXVIII. Ulusal Kongresi*, İstanbul, (2008).

Kulkarni, R. V., Bhavne, P. R., "Integer programming formulations of vehicle routing problems", *European Journal of Operational Research*, 20: 58-67 (1985).

Labbe, M., Rodríguez-Martin, I., Salazar-González, J. J., "A branch-and-cut algorithm for the plant-cycle location problem", *Journal of the Operational Research Society*, 55(5): 513-520 (2004).

Laporte, G., Nobert, Y., "An exact algorithm for minimizing routing and operating costs in depot location", *European Journal of Operational Research* 6: 224-226 (1981).

Laporte, G., Nobert, Y., "A branch and bound algorithm for the capacitated vehicle routing problem", *Operations Research Spektrum*, 5: 77-85 (1983).

Laporte, G., Nobert, Y., Pelletier, P., "Hamiltonian location problems", *European Journal of Operational Research* 12: 82-89 (1983b).

Laporte, G., Nobert, Y., Arpin, D., "An exact algorithm for solving a capacitated location-routing problem", *Annals of Operations Research* 6: 293-310 (1986).

Laporte, G., Nobert, Y., "Solving a family of multi-depot vehicle routing and location-routing problems", *Transportation Science*, 22(3): 161-172 (1988).

Laporte, G., "Vehicle routing: Methods and studies", Editörler: Golden, B. L., Assad, A. A., *North-Holland*, Amsterdam, 163-198 (1988).

Laporte, G., Dejax, P. J., "Dynamic location-routing problems", *Journal of the Operational Research Society*, 40(5): 471-482 (1989a).

Laporte, G., Louveaux, F., Mercure, H., "Models and exact solutions for a class of stochastic location-routing problems", *European Journal of Operational Research*, 39: 71-78 (1989b).

Lawrence, R. M., Pengilly, P. J., "The number and location of depots required for handling products for distribution to retail stores in South-East England", *Operational Research Quarterly*, 20(1): 23-32 (1969).

Letchford, A. N., Salazar-Gonzalez, J. J., "Projection results for vehicle routing", *Mathematical Programming*, 105: 251-274 (2006).

Lin, C. K. Y., Kwok, R. C. W., "Multi-objective metaheuristics for a location-routing problem with multiple use of vehicles on real data and simulated data", *European Journal of Operational Research*, 175(3): 1833-1849 (2006).

Maranzana, F. E., "On the location of supply points to minimize transport costs", *Operational Research Quarterly*, 15: 261-270 (1965).

Marinakis, Y., Marinaki, M., "A particle swarm optimization algorithm with path relinking for the location routing problem", *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 7: 59-78 (2008).

Marinakis, Y., Marinaki, M. ve Matsatsinis, N., "Honey Bees Mating Optimization for the Location Routing Problem", *IEMC Europe 2008: IEEE International Engineering Management Conference*, Estoril-Portekiz, 1-5 (2008).

Melechovsky, J., Prins, C., "A metaheuristic to solve a location routing problem with non-linear costs", *Journal of Heuristics*, 11: 375-391 (2005).

Miller, C. E., Tucker, A. W., Zemlin, R. A., "Integer programming formulations and traveling salesman problems", *Journal of the ACM*, 7: 326-329 (1960).

Min, H., "The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup points", *Transportation Research A*, 23: 377-386 (1989).

Min, H., "Consolidation terminal location-allocation and consolidated routing problems", *Journal of Business Logistics*, 17(21): 235-263 (1996).

Min, H., Jayaraman, V., Srivastava, R., "Combined location-routing problems: A synthesis and future research directions", *European Journal of Operational Research*, 108(1): 1-15 (1998).

Montane, F. A. T., Galvao, R. D., "A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service", *Computers and Operations Research*, 33: 595-619 (2006).

Mosheiov, G., "The pickup delivery location problem on networks", *Networks*, 26: 243-251 (1995).

Nambiar, J. M., Gelders, L. F., Van Wassenhove, L. N., "A large scale location-allocation problem in the natural rubber industry", *European Journal of Operational Research*, 6: 183-189 (1981).

Nagy, G., Salhi, S., "The many-to-many location-routing problem", *TOP*, 6: 261-275 (1998).

Nagy, G., Salhi, S., "Heuristic algorithms for single and multiple depot vehicle routing problems with pickups and deliveries", *European Journal of Operational Research*, 162: 126-141 (2005).

Nagy, G., Salhi, S., "Location-routing: Issues, models and methods", *European Journal of Operational Research*, 177(2): 649-672 (2007).

Or, I., Pierskalla, W. P., "A transportation, location-allocation model for regional blood banking", *IIE Transactions* 11(2): 86-95 (1979).

Özyurt, Z., Aksen, D., "Advances in Computing, Optimization and Decision Technologies", Editörler: Baker, E. K., Joseph, A., Mehrotra, A., Trick, M. A., *Springer Verlag*, Berlin, 37: 125-144 (2007).

Perl, J., Daskin, M. S., "A unified warehouse location-routing methodology", *Journal of Business Logistics*, 5(1): 92-111 (1984).

Perl, J., Daskin, M. S., "A warehouse location-routing problem", *Transportation Research B*, 19(5): 381-396 (1985).

Prins C, Prodhon C, Wolfler Calvo R., "Nouveaux algorithmes pour le problème de localisation et routage sous contraintes de capacité", *MOSIM'04*, Paris-Fransa, 2: 1115-1122 (2004).

Prins, C., Prodhon, C., Calvo, R. W., "Solving the capacitated location-routing problem by a GRASP complemented by a learning process and a path relinking", *4OR*, 4: 221-238 (2006a).

Prins, C., Prodhon, C., Wolfler-Calvo, R., "A memetic algorithm with population management (*MA | PM*) for the capacitated location-routing problem", *EvoCOP2006*, Budapeşte-Macaristan, 183-194 (2006b).

Ropke, S., Pisinger, D., "A unified heuristic for a large class of vehicle routing problems with backhauls", *European Journal of Operational Research*, 171: 750-775 (2006).

Salhi, S., Nagy, G., "A cluster insertion heuristic for single and multiple depot vehicle routing problems with backhauling", *Journal of the Operational Research Society*, 50: 1034-1042 (1999).

Salhi, S., Nagy, G., "Heuristic algorithms for single and multiple depot vehicle routing problems with pickups and deliveries", *European Journal of Operational Research*, 162: 126-141 (2005).

Simchi-Levi, D., Berman, O., "A heuristic algorithm for the traveling salesman location problem on networks", *European Journal of Operational Research*, 36: 478-484 (1988).

Simchi-Levi, D., "The capacitated traveling salesmen location problem", *Transportation Science*, 25: 9-18 (1991).

Srivastava, R., Benton, W. C., "The location-routing problem: Consideration in physical distribution system design", *Computers and Operations Research*, 6: 427-435 (1990).

Srivastava, R., "Alternate solution procedures for the location-routing problem", *Omega*, 21(4): 497-506 (1993).

Subramanian, A., Cabral, L. A. F., "An efficient ILS heuristic for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery", *Teknik Rapor, Brezilya*, (2008).

Tang, F. A., Galvao, R. D., "Vehicle routing problems with simultaneous pick-up and delivery service", *Journal of the Operational Research Society of India*, 39: 19-33 (2002).

Tüzün, D., Burke, L. I., "A two-phase tabu search approach to the location routing problem", *European Journal of Operational Research*, 116(1): 87-99 (1999).

Vural, A., "A GA based meta-heuristic for capacited vehicle routing problem with simultaneous pick-up and deliveries", Yüksek Lisans Tezi, *Sabancı Üniversitesi Fen ve Doğa Bilimleri Enstitüsü*, İstanbul (2003).

Wasner, M., Zapfel, G., “An integrated multi-depot hub location vehicle routing model for network planning of parcel service”, *International Journal of Production Economics*, 90: 403-419 (2004).

Wassan, N. A., Wassan, A. H., Nagy, G., “A reactive tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pickups and deliveries”, *Journal of Combinatorial Optimization*, 15: 368-386 (2007).

Watson-Gandy, C. D. T., Dohrn, P. J., “Depot location with van salesmen – a practical approach”, *Omega*, 1: 321-329 (1973).

Webb, M. H. J., “Cost functions in the location of depots for multiple delivery journeys”, *Operational Research Quarterly*, 19(3): 311-320 (1968).

Wu, T. H., Low, C., Bai, J. W., “Heuristic solutions to multi-depot location-routing problems”, *Computers and Operations Research*, 29(10): 1393-1415 (2002).

Yaman H., “Formulations and valid inequalities for the heterogeneous vehicle routing problem”, *Mathematical Programming Series A*, 106: 365-390 (2006).

Zachariadis, E. E., Tarantilis, C. D., Kiranoudis, C. T., “A hybrid metaheuristic algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up service”, *Expert Systems with Applications*, 36(2): 1070-1081 (2009a).

Zachariadis, E. E., Tarantilis, C. D., Kiranoudis, C. T., “An adaptive memory methodology for the vehicle routing problem with simultaneous pick-ups and deliveries”, *European Journal of Operational Research*, doi: 10.1016/j.ejor.2009.05.015 (2009b).

EKLER

EK-1 $M1_{düğüm}$ için Eş. 4.32 numaralı eşitsizliğin gereksizlik ispatı

Eş. 4.32 numaralı geçerli eşitsizliğin $M1_{düğüm}$ modeli için geçerli ama gereksiz olduğu aşağıdaki gibi ispatlanabilir.

Herhangi bir müşteri çifti $(i \text{ ve } j)$ arasındaki hatlar için $((i, j) \text{ ve } (j, i))$ oluşturulan Eş. 4.10 numaralı kısıtların yeniden düzenlenmiş hali aşağıdaki gibi olacaktır.

$$U_j - U_i \leq CV - d_i - CV(x_{ij} + x_{ji}) + x_{ji}(d_i + d_j) \quad (1.1)$$

$$U_i - U_j \leq CV - d_j - CV(x_{ij} + x_{ji}) + x_{ij}(d_i + d_j) \quad (1.2)$$

$M1_{düğüm}$ modeli için uygun bir YS_ETDARP çözümü için bu iki eşitsizlik eş zamanlı karşılanmalıdır. Eş. 1.1 ve Eş. 1.2 taraf tarafa toplandığı zaman aşağıdaki ilişki elde edilir.

$$0 \leq 2CV - (d_i + d_j) - 2CV(x_{ij} + x_{ji}) + (x_{ij} + x_{ji})(d_i + d_j) \quad (1.3)$$

Eş. 1.3 numaralı eşitsizlikte gerekli düzenlemeler yapılarak aşağıdaki eşitsizlik elde edilir.

$$2CV(x_{ij} + x_{ji} - 1) \leq (d_i + d_j)(x_{ij} + x_{ji} - 1) \quad (1.4)$$

Burada $(x_{ij} + x_{ji} = 1 + \xi)$ olsun ki bu durum Eş. 4.32 numaralı geçerli eşitsizliğin bozulacağı anlamına gelmektedir. Bu durumda Eş. 1.4 numaralı eşitsizlik

$$2\xi CV \leq \xi(d_i + d_j) \quad (1.5)$$

şeklinde olacaktır ki $\xi > 0$ için Eş. 1.5 numaralı eşitsizlik sağlanmayacaktır. Yani

EK-1 (Devam) $M1_{düğüm}$ için Eş. 4.32 numaralı eşitsizliğin gereksizlik ispatı

$M1_{düğüm}$ modeli için herhangi bir uygun YS_ETDARP çözümünde $(x_{ij} + x_{ji} \leq 1)$ şartı sağlanmak zorundadır. Dolayısıyla Eş. 4.32 numaralı geçerli eşitsizlik hiçbir zaman bozulmayacaktır. Bu nedenle Eş. 4.32 numaralı geçerli eşitsizlik $M1_{düğüm}$ modeli için geçerli ama gereksiz bir kısıttır. ■

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, Adı : KARAOĞLAN, İsmail
 Uyuğu : T.C.
 Doğum Tarihi ve Yeri : 28.12.1978 Ankara
 Medeni Hali : Evli
 Telefon : 0 (312) 5823802
 e-mail : ikaraoglan@gazi.edu.tr

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Yüksek Lisans	Selçuk Üniv. / Endüstri Müh. A.B.D	2003
Lisans	Gazi Üniv. / Endüstri Müh. Bölümü	2000
Lise	Başkent Lisesi	1995

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2002-2004	Selçuk Üniversitesi	Araştırma Görevlisi
2004-	Gazi Üniversitesi	Araştırma Görevlisi

Yabancı Dil

İngilizce

Hobiler

Bilgisayar Teknolojileri, Sinema, Seyahat