

**PROTEZ TASARIMLARINDA OLASILIĞA
DAYALI TASARIM YÖNTEMİNİN
KULLANILMASI**

Mahmut BİNGÖL

Y.Lisans Tezi

**Makina Mühendisliği Anabilim Dalı
Danışman: Doç. Dr. İrfan KAYMAZ**

2009

Her hakkı saklıdır

ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Y.LİSANS TEZİ

**PROTEZ TASARIMLARINDA OLASILIĞA DAYALI TASARIM
YÖNTEMİNİN KULLANILMASI**

Mahmut BİNGÖL

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

ERZURUM
2009

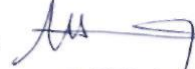
Her hakkı saklıdır

Doç. Dr. İrfan KAYMAZ danışmanlığında, Mahmut BİNGÖL tarafından hazırlanan bu çalışma /9/2/2021 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Makina Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Doç. Dr. İrfan KAYMAZ

İmza : 

Üye : Doç. Dr. Mustafa YAMAN

İmza : 

Üye : Yrd.Doç. Dr. Vecihi YİĞİT

İmza : 

Yukarıdaki sonucu onaylarım


Prof. Dr. Ömer AKBULUT

Enstitü Müdürü

ÖZET

Y. Lisans Tezi

PROTEZ TASARIMLARINDA OLASILIĞA DAYALI TASARIM YÖNTEMİNİN KULLANILMASI

Mahmut BİNGÖL

Atatürk Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. İrfan KAYMAZ

Günümüzde mühendislik tasarımlarında kullanımı gittikçe artan olasılığa dayalı tasarım yöntemleri artık biyomedikal ve ortopedik alanlarda da uygulanmaktadır. Geleneksel tasarımların sistemdeki belirsizlikleri tam olarak tanımlayamadığı veya belirli kabuller yaparak hesaplama yaptığı kimi durumlarda güvenilir olmayan veya aşırı tasarımlar yapılabilmektedir. Bunun için tasarım parametrelerinin belirli bir değeri yerine istatistiksel değerlerini alarak bu belirsizlikleri de çözüm içine dahil eden olasılığa dayalı tasarımların kullanımı daha güvenilir sonuçlar vermektedir. Ayrıca yeni yapılan biyomedikal tasarımların testlerinin insan üzerinde denenmesinin zorluğundan ve hayati öneminden dolayı bu analizlerin bilgisayar ortamında yapılması daha uygun olmaktadır.

Bu çalışmada kalça protezi ve kemik arasındaki bağlanmayı sağlayan çimento mantosu kalınlığının güvenilirlik analizi yapılmıştır. Genellikle protez ve kemik arasındaki oluşan hasarın çimento mantosunda gerçekleşmesi bu analizin yapılmasının önemini ortaya koymaktadır. Bu analizi gerçekleştirmek için çimento mantosu, Femur (kalça kemiği) ve protezin Pro/Engineer ortamında üç boyutlu katı modelinin montajı yapıldıktan sonra sonlu elemanlar analizi yapan ANSYS/Workbench ortamına aktarılmış bu programın simulasyon bölümünde gerilme değerleri hesaplanıp “designxplorer” kısmında güvenilirlik analizi yapılmıştır.

2009, 62 Sayfa

Anahtar Kelimeler: Biyomekanik, Kalça protezi, Olasılığa dayalı tasarım, Bilgisayar destekli tasarım, optimizasyon.

ABSTRACT

Master Thesis

Use of Probabilistic-based design methodologies in prosthesis designs.

Mahmut BİNGÖL

Atatürk University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mechanical Engineering

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. İrfan KAYMAZ

Probabilistic-based design methodologies, whose use have been rapidly increasing today's engineering designs, are also applied to biomedical and orthopedic applications. Conventional designs might lead to unreliable designs or overdesigns in the case that the uncertainties in the system are not fully described or calculations are based on some assumptions. Therefore, the use of probabilistic designs can give more reliable solutions, in which the statistical distributions of the parameters are considered and combined into the solution, rather than taking a single value of the design parameters. In addition, due to the difficulties of testing newly developed biomedical applications on human being, it is more appropriate to carry out these analyses on computers

The reliability analysis of the cement mantle that enables a bonding between hip prosthesis and femur was carried out in this study. The fact that the failure of the hip prosthesis generally occurs in the cement mantle emphasizes the importance of this analysis. In order to carry out this analysis, the assembly of the 3D models of the cement mantle, femur and hip prosthesis were obtained in Pro/Engineer, then it was transferred to ANSYS/Workbench for the finite element analysis and the stress analysis was carried out in the simulation module of this program. The reliability analysis was conducted in "designexplorer" section of this program.

2009, 62 Pages

Keywords: Biomechanics, Hip joint, Probabilistic design, Computer aided design, Optimization

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tezimi hazırlarken çalışmalarım süresince her türlü desteğini benden esirgemeyen kıymetli hocam Sayın Doç. Dr. İrfan KAYMAZ'a teşekkürlerimi sunarım.

Sayın Arş. Gör. Murat BALCI'ya ve diğer arkadaşlarıma, tezimin hazırlanması esnasında göstermiş oldukları destekten dolayı teşekkür ederim.

Çalışmalarım ve tüm hayatım boyunca bana göstermiş oldukları manevi destek ve teşviklerinden dolayı çok değerli Anneme, Babama, Amcama ve Aileme teşekkür ederim.

Mahmut BİNGÖL

Ocak 2009

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ.....	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	x
1. GİRİŞ	1
2. KURAMSAL TEMELLER	6
2.1 Olasılığa Bağlı Tasarım	6
2.2 Mühendislikte Olasılık Kavramı	6
2.3 Olasılığa Bağlı Tasarımın Genel Adımları	9
2.4 Olasılığa Bağlı Tasarımın Temel Kavramları	12
2.4.1 Performans fonksiyonu	12
2.4.2 Güvenirlilik indeksi	15
2.4.3 Hasar olasılığının hesaplanması	15
2.4.4 Lineer olmayan limit durum fonksiyonu	18
2.4.4.a Hasofer-Lind yöntemi	18
2.4.4.b FORM-SORM-MCS (Monte Carlo Simülasyonu metotları ...	20
2.4.4.c Birinci dereceden güvenirlilik metodu (FORM)	20
2.4.4.d İkinci dereceden güvenirlilik metodu (SORM)	23
2.5 Simülasyon Metotları	24
2.5.1 Monte Carlo simülasyonu	25

2.6	Yanıt Yüzey Metodu (YYM)	27
2.6.1	Yanıt yüzey metoduna neden ihtiyaç duyulmuştur ?	28
2.6.2	Mevcut RSM metotları	29
2.6.2.a	Bucher yanıt yüzey metodu	29
2.7	Yanıt Yüzey Metodunun Genel Adımları	31
2.7.1	Deney tasarım noktalarının oluşturulması	31
2.7.1.a	Faktöryel tasarım ve Central Composite tasarım (CCD)	31
2.7.1.b	Latin Hypercube tasarım (LHD)	33
2.8	Güvenirlilik Analizi Metodunun Kullanımı	34
2.9	Mühendislik Tasarımında optimizasyon	35
2.10	Güvenirlilik Esaslı Optimizasyon	36
2.10.1	Güvenirlilik esaslı optimizasyonun eksiklikleri	37
3.	MATERYAL ve YÖNTEM	39
3.1	Protez Tasarımlarında Olasılığa Dayalı Tasarım Yöntemlerinin Kullanılması	39
3.2	Çimento Kalınlığının Önemi	40
3.3	Çimento Kalınlığında Hasar Nedenler	42
3.4	TKA’da Olasılığa Dayalı Tasarımın Kullanımı	43
3.4.1	Modelin performans fonksiyonu ve rastgele değişkenler	45
3.4.2	Malzeme modeli	46
3.4.3	Sonlu elemanlar modeli	47
4.	ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA	49
4.1	Modelin Oluşturulması	49
4.2	Sonlu Elemanlar Modeli	50

4.3	Sınır koşullar	51
4.4	Malzeme model	52
4.5	Güvenirlilik analizi	53
5.	SONUÇ	57
	KAYNAKLAR	61
	ÖZGEÇMİŞ	

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

E	Elastik modül (GPa)
$f_R(r)$	Malzeme dayanımı fonksiyonu
$f_{R,S}(r,s)$	birleşik olasılık fonksiyonu
$g(X)$	Performans fonksiyonu
$g_j(X)$	Eşitsizlik kısıtlayıcıları
$h_k(X)$	Eşitlik kısıtlayıcıları
k	Faktör sayısı
P_f	Hasar olasılığı
$R(X_i)$	Malzeme dayanımı
R_{ucs}	Bası gerilmesi
R_τ	Kesme dayanımı
R_{fl}	Yorulma limit dayanımı
$S(X_i)$	Gerilme rasgele değişkenleri
S_{ou}	Minumum asal gerilme
S_{tr}	Maksimum kesme gerilmesi
S_{ot}	Maksimum kesme gerilmesi
TKA	Total kalça antroplastisiti
U_i	Ortalama değeri 0 ve standart dağılımı 1 olan bir rasgele değişken
(YYM)	Yanıt yüzey metodu
β	Güvenirlilik indeksi
μ	Ortalama değer
σ	Standart sapma
ν	Poission oranı
Φ	Normal dağılıma sahip bir rasgele değişkenin kümülatif dağılım fonksiyonu
2^k	İki faktöriyel tasarım
3^k	Üç faktöriyel tasarım

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1.	Deterministik tasarım ile olasılığa dayalı tasarımın karşılaştırılması...	9
Şekil 2.2.	Olasılığa dayalı tasarım metodunun genel şeması.....	10
Şekil 2.3.	Olasılığa dayalı tasarımın genel adımları.....	12
Şekil 2.4.	Limit durum, dizayn noktası ve güvenilirlik indeksinin gösterimi.....	14
Şekil 2.5.	Hasar olasılığının gösterimi.....	16
Şekil 2.6.	Hasar olasılığının 3 boyutlu gösterimi.....	17
Şekil 2.7.	Limit durum fonksiyonu (a) x-uzayı, (b) u-uzayı.....	19
Şekil 2.8.	Limit durum fonksiyonu ile lineer olmayan fonksiyon.....	21
Şekil 2.9.	FORM metodu ile fonksiyonun lineer olarak ifade edilmesi.....	22
Şekil 2.10.	SORM metodu ile fonksiyonun non-lineer olarak ifade edilmesi.....	24
Şekil 2.11.	MCS grafiksel gösterimi.....	25
Şekil 2.12.	Monte Carlo Simülasyonunu şematik gösterimi.....	27
Şekil 2.13.	Yanıt Yüzey Metodunun şematik gösterimi.....	28
Şekil 2.14.	Bucher'ın başlangıç deney noktaları ve ikinci aşama deney noktaları..	31
Şekil 2.15.	(a) 2^2 tasarım (b) 3^2 tasarım (c) CCD.....	32
Şekil 2.16.	Normal dağılımlı iki değişken için LHD örneği.....	34
Şekil3.1.	TKA yapılmış bir hastanın röntgen filmi.....	40
Şekil 4.1.	a) Charnley protezi b) Protezin sap kısmından elde edilen çimento modeli.....	49
Şekil 4.2.	(a) Femur modeli ve b) protez- femur-çimento kalınlığını içeren tüm model.....	50
Şekil 4.3.	a)Montajın sonlu elemanlar modeli b) Sınır şartları.....	51
Şekil 4.4.	Çimentonun bası dayanımı için a) Olasılık dağılım fonksiyonu b) Kümülatif dağılım fonksiyonu.....	52
Şekil 4.5.	Çimentonun kesme dayanımı için a) Olasılık dağılım fonksiyonu b) Kümülatif dağılım fonksiyonu.....	53
Şekil 4.6.	a)Çimento kalınlığı b)Bası dayanımı (R_{UCS}) c)Kesme dayanımı (R_t).	54
Şekil 4.7.	Performans fonksiyonları.....	55
Şekil 4.8.	LHD için örnekleme sayısının girilmesi.....	56

Şekil 5.1.	Performans fonksiyonu %10 varyasyon, $\sigma=0,4$ (Çimento bası hasarı için).....	57
Şekil 5.2.	Performans fonksiyonu %10 varyasyon, $\sigma=0,4$ (Çimento kesme hasarı için).....	57
Şekil 5.3.	Hasar olasılığını belirlemek için kullanılan pencere.....	58
Şekil 5.4.	Hasar olasılığı sonuçları.....	58
Şekil 5.5.	Performans fonksiyonunun olasılık sonuçları.....	59

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1.	Deterministik tasarım ile olasılığa dayalı tasarım.....	8
Çizelge 2.2.	Güvenirlilik esaslı ve deterministik optimizasyonun matematiksel tanımı.....	36
Çizelge 3.1.	Rasgele değişkenlerin değerleri.....	46
Çizelge 3.2.	Malzeme özellikleri.....	46
Çizelge 5.1.	Hasar olasılığı sonuçları.....	60

1. GİRİŞ

Mühendislik tasarımları yapılırken dikkat edilen en önemli husus sistem veya elemandan beklenen işlemleri istenilen süre içerisinde yerine getirebilecek boyutlarda ve özelliklerde malzeme seçmektir. Bu amacı gerçekleştirmek için günümüzde çoğunlukla kullanılan metot ve yaklaşımlar tasarım parametrelerinde gerçekte var olan belirsizlikleri elimine etmek maksadıyla emniyet katsayısı kullanmaktadır. Deterministik tasarım olarak adlandırılan bu yöntemde bu değişkenler tek bir nümerik değer dikkate alınarak yapıldığından tasarlanan sistemi tam olarak ifade etmez. Bunun nedeni sistemde dikkate alınan parametreler gerçekte tek bir değer değil belirli bir istatistiksel dağılıma sahiptir. Bu yaklaşımda emniyetli tasarım yapmak için sistem üzerine maksimum yükün etkidiği varsayılarak bu koşullarda minimum malzeme özellikleri seçilmeye çalışılır. Bunun anlamı gereğinden fazla malzeme kullanmak demektir buda ekonomik veya kimi durumlarda güvenilir olmayan bir tasarım anlamına gelmektedir. Mühendisliğin temel felsefesine aykırı görünen bu durumu düzeltmek maksadıyla son zamanlarda rastgele değişkenlerin tek bir ortalama değerini değil istatistiksel dağılımını dikkate alarak bu belirsizlikleri tasarım sürecine ilave eden olasılığa dayalı tasarım yöntemi geliştirilmeye başlanmıştır.

Mühendislik ve temel bilimler tasarım yapılırken belirlenmiş hedefe uygun sonuçlar elde etmek için en iyi şekilde uygulanmaları gerekir. Bunu gerçekleştirmek için çeşitli yöntemler geliştirilmiştir ve kullanılmaktadır. Bu yöntemlerin bazı avantajları olduğu gibi dezavantajları da mevcuttur. Kullanılan bu yöntemlerden biri olan deneysel metotta daha önce belirlenmiş kısıtlamaları sağlayan her bir tasarım test edilerek bunların içinden en ekonomik olanı seçilir. Her ne kadar etkili bir yöntem olsa da masraflı oluşu ve uzun zaman alması istenmeyen bir durumdur. Ayrıca test tasarımının son aşamasında olduğu için hatalı olan tasarımları değiştirme imkanı olmamaktadır. Bu dezavantajlarından dolayı zaman içerisinde tasarım sürecini analitik olarak tanımlayan ve matematiksel yöntemler kullanılarak optimum çözüm elde edilen ikinci bir yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntem ilkinde göre etkin bir yaklaşım olmasına rağmen pratikte tasarım ve analiz problemlerindeki karmaşıklıkları tam olarak ifade etmesi oldukça zor

olmaktadır. Bu sebeple sonlu elemanlar metodu sonlu farklar metodu ve simülasyon yöntemleri gibi birçok yaklaşım metodu geliştirilmiştir. Bu analizler yapılırken uygulanan dış etkiler altında malzeme özellikleri ve davranışındaki belirsizlikleri tasarım sürecine katmak amacıyla emniyet katsayısı kullanılmaktadır. Emniyet katsayısı ile gerçekleştirilecek en kötü durum dikkate alındığı için genellikle aşırı tasarım yapılmış olmaktadır. Örneğin uygulanan yükün maksimum, malzemenin dayanım özelliklerinin minimum olması kabulü ile karşılaşılabilecek en kritik durum tasarıma dahil edilir. Olasılığa dayalı tasarım ile tasarım parametreleri daha gerçekçi olarak tasarım faaliyeti içine dahil edilmektedir. Böylece olasılığa dayalı tasarım ile tasarımcıya belirli güvenilirlik sınırları içinde tasarım yapma imkanı sağlanmıştır (Kaymaz vd 2007).

Olasılığa dayalı tasarımda tasarımcı, deterministik tasarımda olduğu gibi kalite, emniyet ve ekonomiyi en iyi şekilde yapmaya çalışırken belirli bir güvenilirlik sınırında tasarım yapmaya çalışır. Tasarım parametrelerinin belirsizlik veya dağılım içerdiği durumlarda olasılığa dayalı tasarım çok daha önem kazanmaktadır. Bu sebeple, mühendislik tasarımında olasılığa dayalı tasarım yöntemlerinin kullanımını yaygınlaştırmaya başlamıştır.

Tasarım parametrelerinin tek bir değerinin dikkate alındığı deterministik optimizasyon problemi pek çok tasarım prosesinde kullanılır. Oysa bu tasarım parametrelerinin çoğu rastgelelik özelliği gösterir ve etkilerinin tasarım sürecine ilave edilmesi gerekir. Optimizasyon problemlerine ait hedef fonksiyon ve kısıtlayıcı fonksiyonların rastgele değişkenler dikkate alınarak tanımlanması ilk kez Charnes ve Cooper (1963), tarafından gerçekleştirilmiştir.

Güvenirlik esaslı optimizasyon problemi iki aşamalı döngü içerdiğinden olasılığa bağlı kısıtlayıcı değerlendirmesi için yapısal güvenilirlik metotları FORM-SORM ve MCS gibi yöntemler uygulanmaya başlamıştır (Reddy vd 1994; Wang vd 1995).

Bu metotlar her ne kadar problem çözümünde kolaylıklar sağlasa da eksiklikleri nedeniyle bazen tercih edilmemektedir. Uygulamada ki zorlukları için ise yeni yöntemler geliştirilmiş ve geliştirilmeye devam etmektedir. Aşağıda bu metotlar kısaca özetlenmiştir (Karadişoğulları 2004).

Kapalı performans fonksiyonuna sahip bir olasılık tasarım problemi için FORM ve SORM metodunun kullanımı iterasyon sayısını artıracığından daha fazla zaman alacaktır. Sakata vd (2003); Youn ve Choi (2004)'e göre zaman kaybını engellemek YYM son zamanlarda, performans fonksiyonun yerine oldukça sıklıkla kullanılmaktadır (Uğurlu 2004). Fizik ve Kimya alanında oldukça sık kullanılan ve fiziksel deneylerdeki girdi parametreleri ile çıktı parametreleri arasında bir model kurmaya dayanan bu yaklaşımı ilk defa Bucher yapısal güvenilirlik problemlerine uygulamıştır. (Bucher 1989) bu yaklaşımda yanıt yüzeyler fonksiyonunu tasarım noktası civarında oluşturulmaya çalışılır. Bu metot vasıtasıyla bütün tasarım uzayından ziyade onun bir alt uzayında yanıt yüzeyler fonksiyonu oluşturulur. Böylece oluşturulan yanıt yüzeyler fonksiyonu performans fonksiyonu yerine kullanılır.

Bir önceki bölümde elde edilen yanıt yüzey fonksiyonu güvenilirlik analizi FORM' da performans fonksiyonu yerine kullanılır. Böylece zaman alıcı performans fonksiyonu yerine yanıt yüzey fonksiyonu kullanılmasında hasar olasılığı hesaplamasında zamandan kazanç sağlanır.

Bu güvenilirlik analizinden elde edilen tasarım noktasının değeri, ikinci iterasyon da yeni bir merkez noktası hesaplamasında kullanılır.

Deterministik optimizasyonda tasarım parametreleri istatistiksel dağılım şeklinde değil tek bir değer olarak ifade edilir. Yani tasarım parametrelerinin ortalama değerleri dikkate alınır. Oysa tasarım parametreleri, yukarda bahsedildiği gibi, pek çok mühendislik tasarımında istatistiksel dağılıma sahip büyüklüklerdir. Deterministik optimizasyonda tasarım parametrelerinin bu istatistiksel dağılım dikkate alınmadığında belirsizlikler meydana gelir. Güvenirlik esaslı optimizasyonda ise tasarım

parametrelerindeki belirsizlik ve istatistiksel dağılım analizlere ilave edildiğinden parametrelerin tasarıma etkisi daha gerçekçi bir şekilde değerlendirilir. Güvenirlik esaslı optimizasyon belli bir güvenirlik sınırları içerisinde tasarım yapma imkanı sağlar.

Günümüzde kullanımı çok yaygınlaşan kalça protezi 1960 yılından beri (Kayaalp 2009) kalça eklemine çeşitli nedenlerle hasar görmesi nedeniyle hastalara uygulanmaktadır. Kalça protezinin etkinliği ve güvenirliliği her yıl yüz binlerce kalça antroplastisi geçiren hastalar için başlıca önem taşımaktadır (Maher vd 2002). Total kalça antroplastisi (TKA) olarak adlandırılan operasyonlarda protezle kemik arasındaki bağlantı genellikle iki şekilde yapılmaktadır. Bunlardan biri polimetimetakrilat (PMMA) adı verilen çimento kullanılarak tespit edilmesi ile yapılan çimentolu kalça protezi, diğeri ise protez üzerine kemik yapısının büyümesi ile protezin vücudun bir parçasıymış gibi haline geldiği çimentosuz kalça protezi ameliyatlarıdır. İkinci yöntemde kemiğin kaynaması için sağlıklı bir kemik yapısına ihtiyaç vardır. Ciddi bir sağlık sorunu olmayan 60 yaş altı hastalar için genellikle bu yöntem uygulanır. Genel sağlığı bozuk veya 60 yaş üzeri hastalar için çimentolu veya kalça kemiği çimentosuz, uyluk kemiği çimentolu olan hybrid (melez) protez uygulamaları yapılabilir. Protezin kullanım süresi de önemli olan diğer hususlardan biridir. Hastanın kişisel özellikleri ve uygulamaya bağlı olarak ortalama 10 yıl dayanabilen protezler günümüz teknolojik imkanları ile kullanım ömrü 20-25 yıla kadar çıkarılmıştır (İstanbul ortopedi grubu 2004). İleri yaşlardaki hastalarda protezin hasar görmesi durumunda sağlık şartlarından dolayı tekrar uygulanması bile mümkün olamamaktadır. Bunun için protezin uygulandıktan sonra hasar görmesi çok kötü sonuçlar ortaya koyabilmektedir.

Protez testlerinin yapımının zor olmasından dolayı protezlerin hasta üzerine uygulanmadan önce diğer yapısal analizlerini araştırmak için matematiksel modellerinin geliştirilmesi hayati önem taşımaktadır. Gerçekte sistemde ve ortamda var olan belirsizlikleri deterministik tasarımla karar vererek uygulamak güvenilir olmayabilir (Kayabaşı vd 2007 a). Yani deterministik tasarımla protezin maruz kaldığı dış etkilerdeki belirsizlikler ya da varyasyonlar, değişkenlerin sadece ortalama değeri ve emniyet katsayısını dikkate alınarak hesaplama yapıldığında aşırı ya da güvenilir

olmayan tasarımlara neden olabilmektedir. Bahsedilen nedenlerden dolayı kalça protezlerinin tasarım ve analizlerinde olasılığa dayalı tasarım artan bir şekilde kullanılmaya başlanmıştır. Böylece tasarım değişkenlerinin ortalama değerdeki tek bir değeri değil belirli istatistiksel değerleri kullanılarak belirsizlikleri tasarım sürecine dahil edilmekte, daha gerçekçi ve güvenilir sonuçlar bulunmaktadır (Kaymaz vd 2007).

2. KURAMSAL TEMELLER

2.1 Olasılığa Bağlı Tasarım

Mühendislik tasarımları yapılırken dikkat edilen en önemli husus sistem veya elemandan beklenen işlemleri istenilen süre içerisinde yerine getirebilecek boyutlarda ve özelliklerde malzeme seçmektir. Bu amacı gerçekleştirmek için günümüzde çoğunlukla kullanılan metot ve yaklaşımlar tasarım parametrelerinde gerçekte var olan belirsizlikleri elimine etmek maksadıyla emniyet katsayısı kullanmaktadır. Deterministik tasarım olarak adlandırılan bu yöntemde bu değişkenler tek bir nümerik değer dikkate alınarak yapıldığından tasarlanan sistemi tam olarak ifade etmez. Bunun nedeni sistemde dikkate alınan parametreler gerçekte tek bir değer değil belirli bir istatistiksel dağılıma sahiptir. Bu yaklaşımda emniyetli tasarım yapmak için sistem üzerine maksimum yükün etkidiği varsayılarak bu koşullarda minimum malzeme özellikleri seçilmeye çalışılır. Bunun anlamı gereğinden fazla malzeme kullanmak demektir buda ekonomik veya kimi durumlarda güvenilir olmayan bir tasarım anlamına gelmektedir. Mühendisliğin temel felsefesine aykırı görünen bu durumu düzeltmek maksadıyla son zamanlarda rastgele değişkenlerin tek bir ortalama değerini değil istatistiksel dağılımını dikkate alarak bu belirsizlikleri tasarım sürecine ilave eden olasılığa dayalı tasarım yöntemi geliştirilmeye başlanmıştır.

2.2 Mühendislikte Olasılık Kavramı

Mühendislik ve temel bilimler tasarım yapılırken belirlenmiş hedefe uygun sonuçlar elde etmek için en iyi şekilde uygulanmaları gerekir. Bunu gerçekleştirmek için çeşitli yöntemler geliştirilmiştir ve kullanılmaktadır. Bu yöntemlerin bazı avantajları olduğu gibi dezavantajları da mevcuttur. Kullanılan bu yöntemlerden biri olan deneysel metotta daha önce belirlenmiş kısıtlamaları sağlayan her bir tasarım test edilerek bunların içinden en ekonomik olanı seçilir. Her ne kadar etkili bir yöntem olsa da masraflı oluşu ve uzun zaman alması istenmeyen bir durumdur. Ayrıca test tasarımının son aşamasında

olduğu için hatalı olan tasarımları değiştirme imkanı olmamaktadır. Bu dezavantajlarından dolayı zaman içerisinde tasarım sürecini analitik olarak tanımlayan ve matematiksel yöntemler kullanılarak optimum çözüm elde edilen ikinci bir yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntem ilkinde göre etkin bir yaklaşım olmasına rağmen pratikte tasarım ve analiz problemlerindeki karmaşıklıkları tam olarak ifade etmesi oldukça zor olmaktadır. Bu sebeple sonlu elemanlar metodu sonlu farklar metodu ve simülasyon yöntemleri gibi birçok yaklaşım metodu geliştirilmiştir. Bu analizler yapılırken uygulanan dış etkiler altında malzeme özellikleri ve davranışındaki belirsizlikleri tasarım sürecine katmak amacıyla emniyet katsayısı kullanılmaktadır. Emniyet katsayısı ile gerçekleşebilecek en kötü durum dikkate alındığı için genellikle aşırı tasarım yapılmış olmaktadır. Örneğin uygulanan yükün maksimum, malzemenin dayanım özelliklerinin minimum olması kabulü ile karşılaşılabilecek en kritik durum tasarıma dahil edilir. Olasılığa dayalı tasarım ile tasarım parametreleri daha gerçekçi olarak tasarım faaliyeti içine dahil edilmektedir. Böylece olasılığa dayalı tasarım ile tasarımcıya belirli güvenilirlik sınırları içinde tasarım yapma imkanı sağlanmıştır (Kaymaz vd 2007).

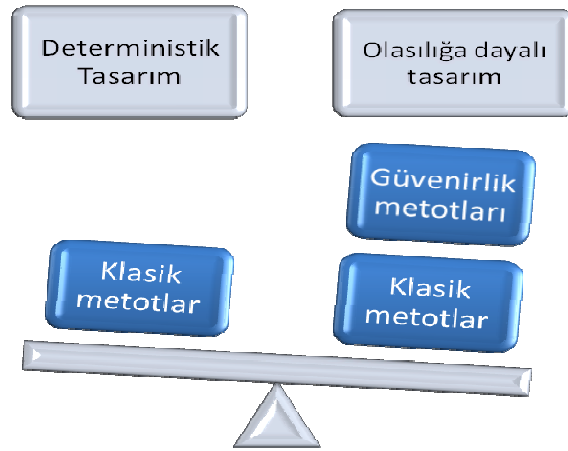
Olasılığa dayalı tasarımda tasarımcı, deterministik tasarımda olduğu gibi kalite, emniyet ve ekonomiyi en iyi şekilde yapmaya çalışırken belirli bir güvenilirlik sınırında tasarım yapmaya çalışır. Tasarım parametrelerinin belirsizlik veya dağılım içerdiği durumlarda olasılığa dayalı tasarım çok daha önem kazanmaktadır. Bu sebeple, mühendislik tasarımında olasılığa dayalı tasarım yöntemlerinin kullanımını yaygınlaştırmaya başlamıştır. Çoğunlukla uygulanmasına devam edilen klasik tasarım yaklaşımları ile olasılığa dayalı tasarım yaklaşımı arasındaki farkı daha iyi anlatabilmek için, her iki yaklaşımın karşılaştırılması Çizelge 2.1’de şematik gösterimi ise Şekil 2.1.’de verilmiştir.

Çizelge 2.1. Deterministik tasarım ile olasılığa dayalı tasarım (Kaymaz 2006).

Deterministik (Klasik) Tasarım	Olasılığa dayalı Tasarım
Analiz edilen makine elemanın sadece verilen boyutlarda ve sınır şartlarında maruz kaldığı yüklemeyi taşıyıp taşıyamadığını belirtir.	Elde edilen çözümün ne kadar güvenilir ve verilen boyutlarda makine elemanın fonksiyonunu yerine getirme olasılığını da verir.
Tasarımdaki belirsizlikler veya tasarım parametrelerinin değerlerindeki dağılımdan dolayı analizde meydana gelecek olan belirsizliği gidermek için emniyet katsayıları kullanılır ki bunlar genelde malzemenin en düşük dayanım değerini ve uygulanan yükün en yüksek değerini alarak emniyetli bir tasarım gerçekleştirilmeye çalışılır. Bu da pahalıya mal olacak boyutlarda fazla tasarıma yol açar.	Tasarım parametrelerindeki dağılım veya belirsizlikler, istatistiksel dağılım fonksiyonları yardımıyla doğal olarak analizlere ilave edildiğinden, parametrelerin tasarıma etkisi gerçekçi bir şekilde değerlendirilir. Dolayısıyla daha fazla masrafa yol açacak aşırı tasarımdan kaçınılmış olur.
Sadece belirtilen boyutlarda ve sınır şartlarındaki tasarım değerlendirir, dolayısıyla tasarım parametrelerinde yapılacak değişimin tasarıma nasıl bir etki yapacağı kestirilemez.	Tasarım parametreleri belirli bir istatistiksel dağılıma sahip olduğundan, belli bir değerden ziyade istatistiksel dağılımın belirlediği aralıktaki değerleri dikkate alır. Dolayısıyla analizden elde edilen sonuçlar, parametre değerlerinde olan değişikliklerinin aralığa etkisini de içermektedir.

Çizelge 2.1. Deterministik tasarım ile olasılığa dayalı tasarım (Kaymaz 2006).

Klasik yöntemlerdeki hassasiyet hesaplamalarında giriş parametreleri arasındaki ilişkiyi dikkate almaz.	Eğer giriş parametreleri bir korelasyona sahip ve bağımsız değil iseler bunların birleşik olasılık dağılım fonksiyonları doğal olarak bu etkiyi içerecektir.
---	--



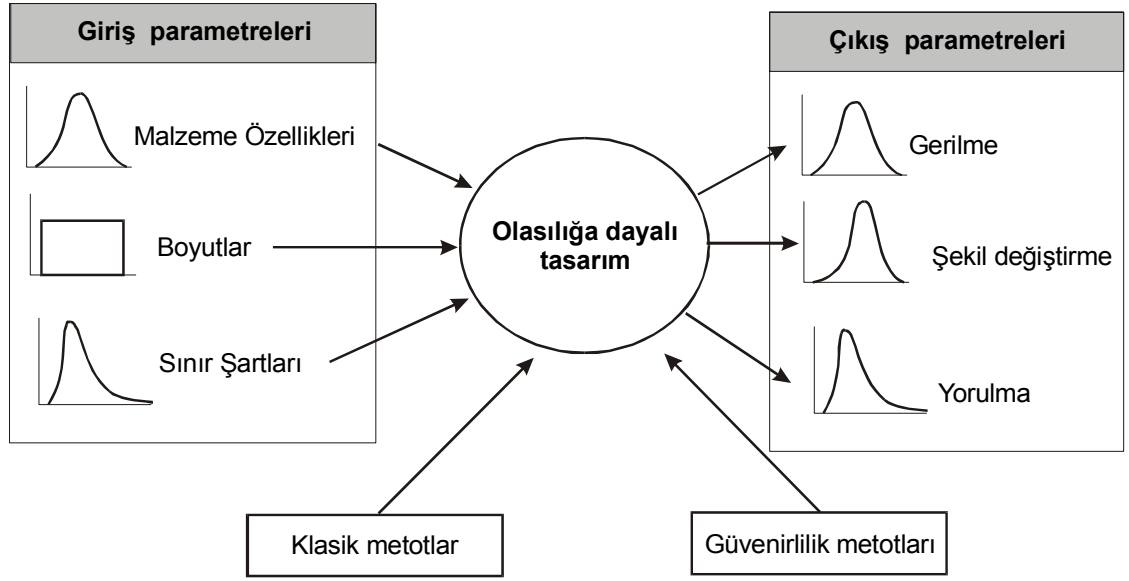
Şekil 2.1. Deterministik tasarım ile olasılığa dayalı tasarımın karşılaştırılması.

2.3 Olasılığa Bağlı Tasarımın Genel Adımları:

Mühendislik tasarımında, genel bir şeması Şekil 2.2’de verilen olasılığa dayalı tasarımı kullanmak için takip edilecek başlıca adımlar aşağıdaki gibi verilebilir.

ADIM 1. Olası hasar modellerinin tespit edilmesi:

Tasarımı yapılan makine elemanının veya yapının genel davranışlarını mühendisler, emniyetli bir tasarım elde etmek için çok iyi anlamak zorundadırlar ve tasarımları en kritik durum dikkate alarak geliştirmelidirler. Bu durum olasılığa dayalı tasarımda hasar modeli veya performans fonksiyonunun tanımlanması ile belirtilir. Örneğin uç bir kuvvete maruz bir ankastre kiriş için, fonksiyonunu yerine getirememesi, kuvvetten doğacak gerilmelerin ankastre kiriş için belirlenen taşıyabileceği maksimum gerilmeyi



Şekil 2.2. Olasılığa dayalı tasarım metodunun genel şeması

aşması durumu olarak belirlenebilir. Bu durum için hasar modeli veya performans fonksiyonu (2.1) eşitliğindeki gibi tanımlanabilir:

$$\text{Performans fonksiyonu } g(x) = \text{Uygulanan yük} - \text{Müsaade edilen maksimum yük} \leq 0 \quad (2.1)$$

Kritik durum makine elemanında değişik noktalarda meydana gelebilir. Makine elemanın bazı bölgelerinde birden fazla kritik durum oluşabilir. Bu nedenle uygun bir performans fonksiyonun belirlenmesinde mühendislik bilgisi en önemli rolü oynar.

ADIM 2. Tasarım değişkenlerinin istatistiksel olarak belirlenmesi:

Birçok ihtimale dayalı tasarım uygulamalarında, rastgele tasarım değişkenlere ait olasılık dağılım fonksiyonu belirlenmelidir. Bu olasılık dağılım fonksiyonlarının belirlenmesi rastgele değişkenlere ait geçmiş tecrübelerden elde edilmiş veriler veya çok sayıda deney yapılarak, istatistiksel yöntemler yardımıyla elde edilir. Adım 1’de verilen örnek dikkate alındığında, örneğin kiriş malzemesinin maksimum gerilmesi bu malzemenin akma gerilmesi olarak belirlersek, aynı malzemeden pek çok sayıda

numunenin çekme deneyi sonucu elde edilen akma gerilmesinin istatistiksel dağılımı elde edilmelidir. Maalesef bu olasılık dağılımları üretici firmalar tarafından istatistiksel olarak doğrudan verilmez, dolayısıyla test veya analizlerden elde edilmelidir. Bunun için en fazla kullanılan yöntemler olarak en iyi uygunluk testi, teorik dağılım fonksiyonu ile elde edilen veri arasında uygulanır. Test verilerine uygun en iyi dağılımı elde etme yöntemleri geniş bir şekilde referanslarda mevcuttur.

ADIM 3. Kabul edilebilir bir hasar olasılığının belirlenmesi:

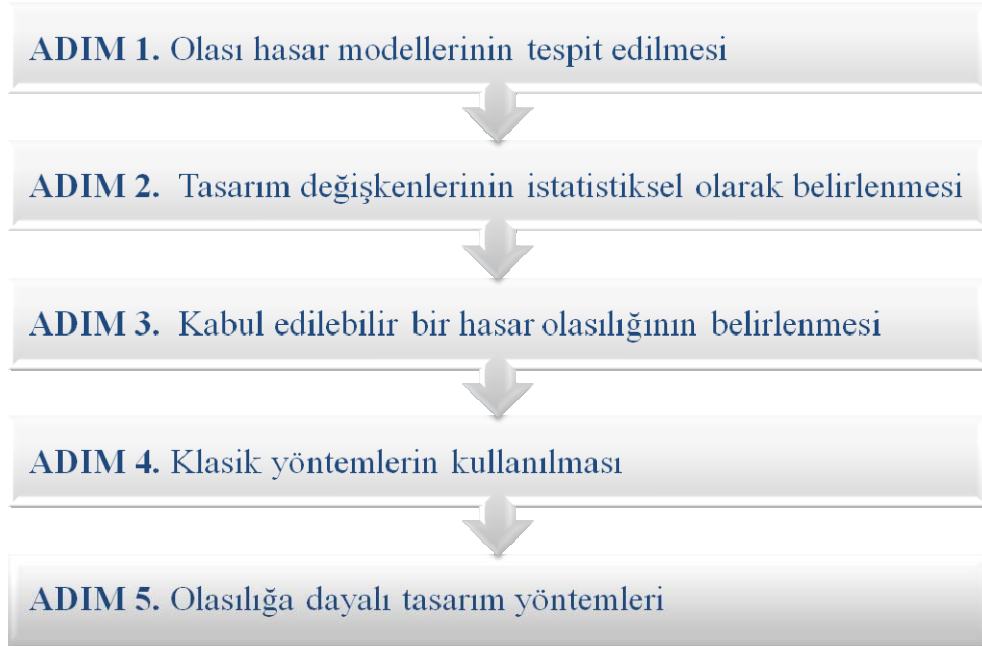
Kabul edilebilir hasar olasılığı, olasılık analizinden elde edilen sonuçlarının kabul edilebilir bir tasarım olup olmadığını belirlemede bir kriter olarak rol oynar. Örneğin ankastre kirişin hasar olasılığını 1×10^{-5} olarak tayin edersek, olasılığa dayalı analizden elde edeceğimiz boyutlarda bu tayin ettiğimiz hasar olasılığına uygun olacaktır.

ADIM 4. Klasik yöntemlerin kullanılması:

Olasılığa dayalı tasarım, geleneksel analiz yöntemleri ve sonlu elemanlar metodu gibi yaklaşımların yerini alan bir yöntem değildir. Aksine, bu yöntemler olasılık tasarım prosesinin bütünleştirici kısmını oluştururlar. Olasılık tasarımı var olan klasik yöntemler etrafında oluşturulur. Yukarıdaki örnekte de görüldüğü gibi performans fonksiyonundan hasar olasılığını hesaplayabilmek için ankastrede uç kuvvetten dolayı oluşacak gerilmenin hesap edilmesi gerekmektedir ki bu da klasik yöntemleri veya sonlu elemanlar metodunu kullanmakla mümkündür.

ADIM 5. Olasılığa dayalı tasarım yöntemleri:

Verilen problemin performans fonksiyonuna bağlı olarak, klasik yöntemleri kullanarak hasar olasılığının hesaplanması için olasılığa dayalı analiz yöntemleri kullanılmalıdır. Bu yöntemlerle ilgili geniş bir bilgi takip eden bölümde verilmiştir Şekil 2.3.'te bu adımlar şematik olarak gösterilmiştir (Kaymaz 2006).



Şekil 2.3. Olasılığa dayalı tasarımın genel adımları

2.4 Olasılığa Bağlı Tasarımın Temel Kavramları

Bu bölümde, olasılığa bağlı tasarımı yapılırken karşılaşılan temel kavramlar verilmiştir.

2.4.1 Performans fonksiyonu

Bir sistem veya tasarım analiz edilirken dışarıdan etki eden etkiler neticesinde sistemin veya tasarımın genel davranışları emniyet açısından çok önemlidir. Bu analizler en kritik durum hesaba katılarak yapılmalıdır. Bu durumda olasılığa dayalı tasarımda hasar modeli veya performans fonksiyonunun tanımlanması ile yapılır.

Örneğin bir çatının taşıyabileceği kar yükü müsaade edilenden az olmalıdır. Fazla olursa fonksiyonunu yerine getiremez. Bu durumun oluşması ise üzerine tasarımda izin verilen maksimum yükün aşılması ile meydana gelebilir. Bu örnek için hasar modeli veya performans fonksiyonu denklem (2.2)’ gösterilmiştir.

$$g(x) = \text{mevcut kar yükü} - \text{izin verilen maksimum yük} \leq 0 \quad (2.2)$$

Bunun anlamı performans fonksiyonu emniyetli tasarım yapabilmek için tanımlanmış olan en kritik durumdur. İki rastgele değişkene sahip bir gerilme-dayanım modeli üzerinde düşünersek bu modelde uygulanan yük olarak kuvvet, moment veya deplasman gibi etkilerden oluşan gerilme ile dayanımı belirleyen akma gerilmesi, maksimum gerilme veya izin verilen deplasman olarak tanımlanabilmektedir. Bu şartlarda oluşan hasar kriteri bu gerilme-dayanım durumu için (2.3) eşitliğindeki gibi tanımlanabilir (Kaymaz 2006).

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) = [R(X_1, X_2, \dots, X_n) - S(X_1, X_2, \dots, X_n)] < 0 \quad (2.3)$$

Bu denklemden, n malzeme özellikleri yükleme ve diğer yapısal parametreleri tanımlayan temel rastgele değişkenleri, $g(\mathbf{X})$ hasar ve rastgele değişkenler arasındaki fonksiyonel ilişkiyi gösteren performans fonksiyonu, $R(\mathbf{X}_i)$ malzeme dayanımı veya direncini ve $S(\mathbf{X}_i)$ yükleme etkilerini gösteren rastgele değişkenleri ifade etmektedir (Sundararajan 1994).

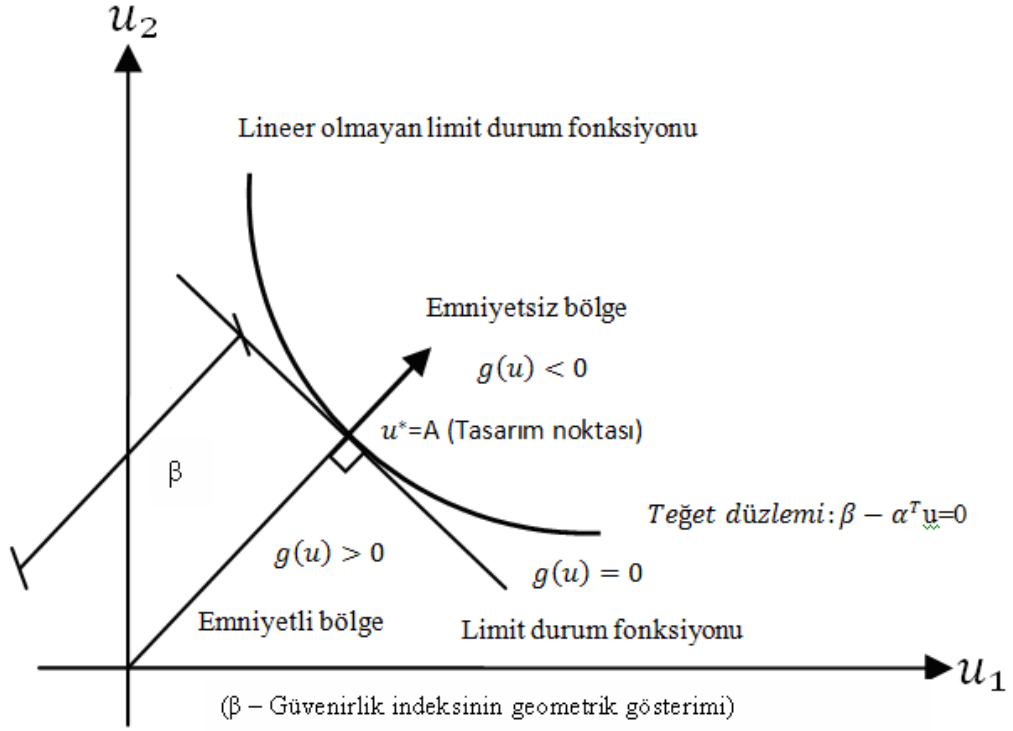
Performans fonksiyonunun özel bir değeri olan limit durum fonksiyonu güvenirlilik analizlerinde önemlidir. Emniyetli bölgeyi emniyetsiz bölgeden ayıran sınırı oluşturur ve denklem (2.4)'de gösterilmiştir.

$$g(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_n) = [R(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_n) - S(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_n)] = 0 \quad (2.4)$$

Yukarıda örneğe göre limit durum fonksiyonu denklem (2.5)'e göre yazılırsa;

$$g(x) = \text{mevcut kar yükü} - \text{izin verilen maksimum yük} = 0 \quad (2.5)$$

Limit durum, rastgele yükle yüklenmiş bir yapının bir durumu ki bu durumda yapı kendinden beklenen yanıtı verememe noktasındadır diye tanımlanır (Ditlevsen 1979).



Şekil 2.4. Limit durum, dizayn noktası ve güvenilirlik indeksinin gösterimi (Sorensen 2006; Kaymaz 2006).

Limit durum, Şekil 2.4.'de gösterildiği gibi tasarım uzayını emniyetli ($g(u) > 0$) ve emniyetsiz bölge ($g(u) < 0$) olarak ikiye böler (Kaymaz 2006). Gerilme-dayanım metodunun hasar modelleri için bu durumun daha açık bir ifadesi (2.6) eşitliğinde verilmiştir. Performans fonksiyonunda $g(\mathbf{X}) = 0$ olarak verilmesi durumu limit durum veya hasar yüzeyi olarak tanımlanabilir (Sundararajan 1994).

$$g(\mathbf{X}) = \mathbf{R} - \mathbf{S} = 0 \quad (2.6)$$

Burada $\mathbf{R}$ ve $\mathbf{S}$ sırasıyla dayanım parametreleri vektörünü ve gerilme vektörünü göstermektedir. Limit durum fonksiyonu yardımıyla güvenilirlik analizi için önemli bir değer olan güvenilirlik indeksi hesaplanır (Karadoğulları 2004).

2.4.2 Güvenirlilik indeksi

Limit durum fonksiyonu oluşturulduktan sonra güvenirlilik indeksi hesaplanması aşağıda verildiği gibidir.

$$g(\mathbf{X}) = \mathbf{R} - \mathbf{S} = 0 \text{ (limit durum)}$$

$g(\mathbf{X})$ 'in ortalama değerinin standart dağılımına oranı emniyet indeksi veya güvenirlilik indeksi olarak adlandırılır ve denklem (2.7)'deki gibi β ile gösterilir.

$$\beta = \frac{\mu_{g(\mathbf{X})}}{\sigma_{g(\mathbf{X})}} \quad (2.7)$$

Burada $\mu_{g(\mathbf{X})}$, $g(\mathbf{X})$ 'in ortalama değeri ve $\sigma_{g(\mathbf{X})}$ ise standart sapmasıdır. Bu ifade daha açık yazılırsa ;

$$\mu_{g(\mathbf{X})} = \mu_R - \mu_S \text{ ve } \sigma_{g(\mathbf{X})}^2 = \sigma_R^2 + \sigma_S^2 \quad (2.8)$$

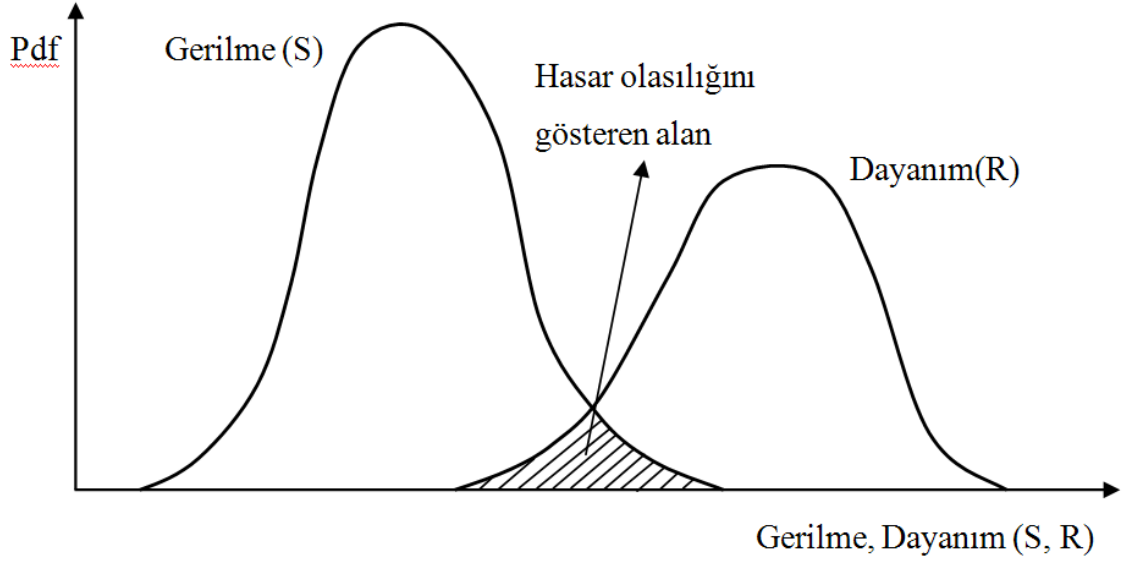
$$\beta = \frac{\mu_{g(\mathbf{X})}}{\sigma_{g(\mathbf{X})}} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (2.9)$$

elde edilir (Kaymaz 2006). Bu ifadelere bağlı olarak hasar olasılığı hesaplanabilir.

2.4.3 Hasar olasılığının hesaplanması

Pratikte olasılık analizleri yapılırken temel problem modele etkiyen yük ile gerilme arasında nasıl bir ilişki olduğunun tanımlanmasıdır. Bu ilişki aynı eksen üzerinde Şekil 2.5.'de gösterildiği gibi verilmiştir. Şekil incelendiğinde ortalama dayanım değerinin ortalama gerilme değerinden büyük olduğu gözlemlenmektedir. Ayrıca şekillerin

olasılık dağılım fonksiyonlarının üst üste binmeleri dayanım değerinin gerilme değerinden daha düşük olacağı olasılığını göstermektedir. Bu da bize olasılık tasarımının temel esası olan bir hasar olasılığının mümkün olduğunu belirtmektedir. Şekil 2.6.'da ayrıca 3 boyutlu hasar olasılığı verilmiştir (Kaymaz 2006).



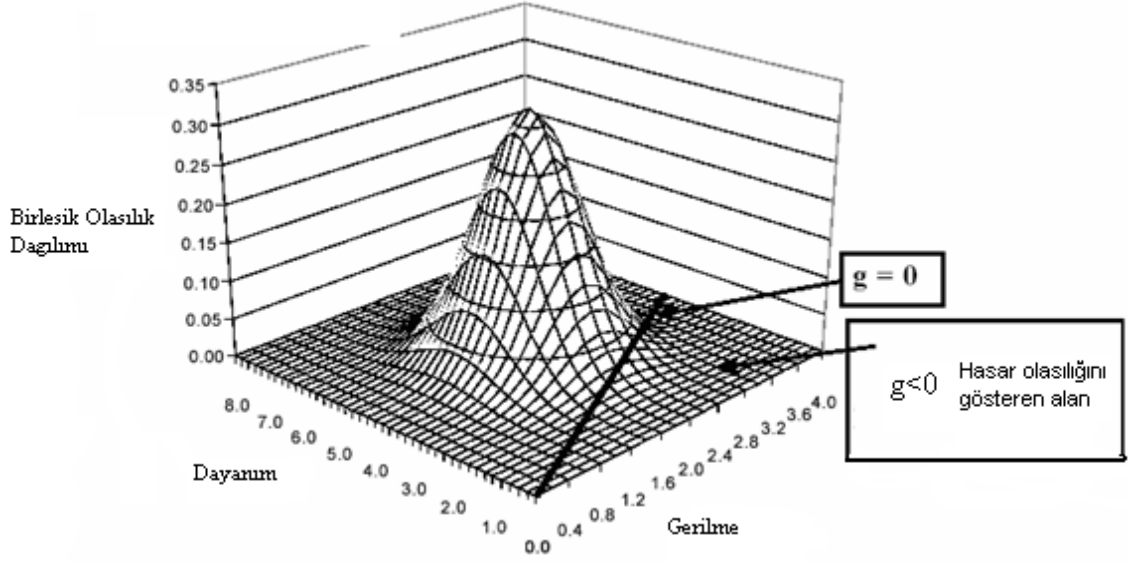
Şekil 2.5. Hasar olasılığının gösterimi (Sundararajan 1994).

Şekil 2.6.'daki çizgi, denklem (2.4)'deki gerilme (S) ve dayanım (R) arasındaki ilişkiyi gösterir. $g(R,S)$ fonksiyonu genel olarak “performans fonksiyonu” olarak isimlendirilir. Hasar olasılığı ($g < 0$) bölgesi altındaki alan olarak tanımlanır. R ve S rastgele fonksiyonlar olarak olasılık dağılım fonksiyonları $f_R(r)$ ve $f_S(s)$ vasıtasıyla tanımlanır. Üst üste gelen bölge (2.10) eşitliğindeki integral yardımıyla tanımlanır (Kaymaz 2006).

$$Pf = \int_{\omega_f} f_{R,S}(r,s) dr ds \quad (2.10)$$

Burada $f_{R,S}(r,s)$ birleşik olasılık yoğunluk fonksiyonunu vermektedir ve

$\omega_f = \{(r, s) \mid r - s \leq 0\}$ hasar bölgesini göstermektedir.



Şekil 2.6. Hasar olasılığının 3 boyutlu gösterimi (Kaymaz 2006).

Hasar olasılığının daha açık gösterimi denklem (2.11)'de verilmiştir.

$$P_f = P[g(\mathbf{X}) < 0] = \Phi\left(\frac{-(\mu_R - \mu_S)}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}\right) \quad (2.11)$$

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (2.12)$$

Standart sapmalardan σ_R veya σ_S 'nin biri veya her ikisi arttığında denklem (2.11)'deki karakök içindeki ifade daha küçülecek ve bu yüzden P_f hasar olasılığının artacağı umulabilir (Melchers 1999).

Burada Φ normal dağılıma sahip bir rastgele değişkenin kümülatif dağılım fonksiyonudur.

2.4.4 Lineer olmayan limit durum fonksiyonu

Bir önceki bölümde limit durum fonksiyondaki rastgele değişkenlerin lineer olduğu durum için hasar olasılığının hesaplanması gösterildi. Uygulamalarda çoğunlukla karşılaşılan rastgele değişkenlerin lineer olmadığı zamanlarda hesaplamalar daha güç olmaktadır. Bu durumda olan performans fonksiyonlarının güvenilirlik problemleri olarak çözümü için geliştirilen ilk metot rastgele değişkenlerin ortalama değerlerinde Taylor serisine açıp lineer hale dönüştürmektir. Fakat bu metot performans fonksiyonunun matematiksel formuna bağlı olduğu için farklı performans fonksiyonu için farklı matematiksel ifade olacaktır. Hasofer ve Lind (1974) bu problemi çözmek için performans fonksiyonu matematiksel formundan bağımsız olarak tanımlayarak aşağıda anlatılan güvenilirlik analizi geliştirmiştir (Kaymaz 2006).

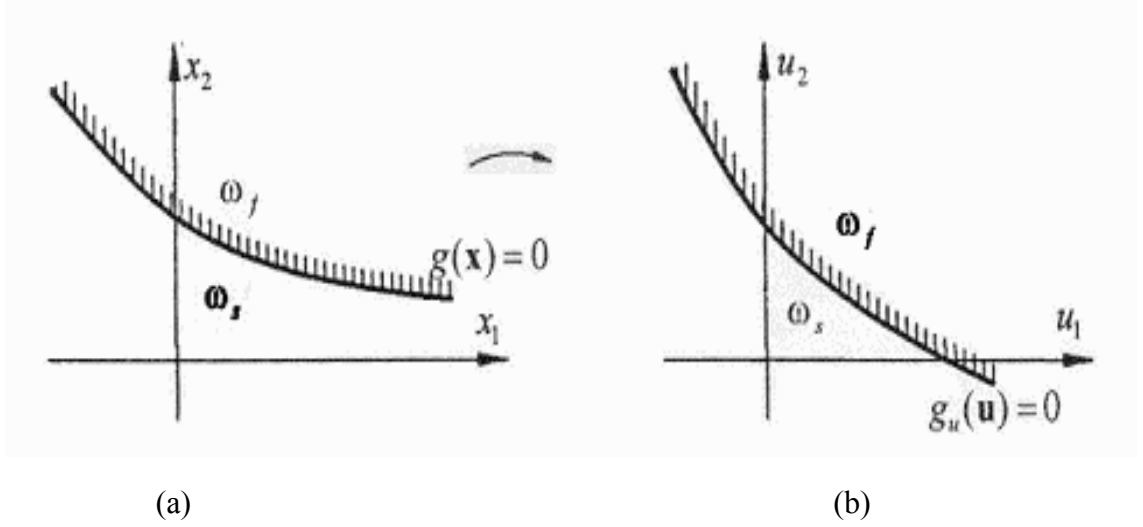
2.4.4.a Hasofer-Lind yöntemi

Hasofer ve Lind'in yaklaşımında, rastgele değişkenlerin birbirinden bağımsız ve normal olarak dağıldığı kabul edilmektedir. İlk olarak (2.13)'de verilen bağıntı yardımıyla rastgele değişkenler standart (standart sapmalarına göre normalleştirilmiş) değişkenlere dönüştürülür.

$$U_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (2.13)$$

Burada U_i ortalama değeri 0 ve standart dağılımı 1 olan bir rastgele değişkendir.

Orijinal limit durum ($g(X) = 0$) standartlaştırılmış limit duruma ($g(u) = 0$) X_i yerine U_i yerleştirilerek elde edilmiştir ve Şekil 2.7.'de gösterilmiştir. Limit durum fonksiyonu bu dönüştürülmüş u-uzayında (2.14) eşitliğindeki gibi tanımlanır:



Şekil 2.7. Limit durum fonksiyonu (a) x-uzayı, (b) u-uzayı

$$g(\mu x_1 + \alpha x_1 u_1, \dots, \mu x_n + \alpha x_n u_n) = g_u(\mathbf{u}) = 0 \quad (2.14)$$

Gerilme-dayanım yaklaşımından farklı olarak güvenilirlik indeksi, β bu dönüştürülmüş koordinat sisteminin orijini ile limit durum fonksiyonu arasındaki minimum mesafeye işaret etmektedir ki bu noktaya aynı zamanda tasarım noktası'da denir. Hasofer ve Lind tarafından tanımlanan güvenilirlik indeksi performans fonksiyonun matematiksel şeklinden bağımsızdır. Böylece güvenilirlik indeksi (2.15) eşitliğinde verilen optimizasyon problemi vasıtasıyla elde edilebilir.

$$\begin{array}{ll} \text{minimum} & \beta = \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} \\ \text{şartı} & g(\mathbf{u}) = 0 \end{array} \quad (2.15)$$

Lineer olmayan performans fonksiyonlarına sahip güvenilirlik problemlerinin çözümü için iki ana yaklaşım geliştirilmiştir: Birinci-dereceden güvenilirlik metodu (First Order Reliability Method), veya kısaca FORM, ve ikinci-dereceden güvenilirlik metodu (Second-Order Reliability Method), kısaca SORM olarak adlandırılır. Genellikle SORM, FORM'a göre daha iyi bir güvenilirlik indeksi sonucu vermesine rağmen, teorisi ve uygulaması daha zordur. Bu nedenle SORM metodu pek yaygın bir

kullanım alanı bulamamıştır (Breitung 1983; Zhao 1999). Bu nedenle takip eden bölümde FORM metodu anlatılıp SORM metoduna kısaca değinilecektir (Karadoğulları 2004).

2.4.4.b FORM –SORM –MCS (Monte Carlo Similasyonu) metotları

Tasarım parametrelerinin tek bir değerinin dikkate alındığı deterministik optimizasyon problemi pek çok tasarım prosesinde kullanılır. Oysa bu tasarım parametrelerinin çoğu rastgelelik özelliği gösterir ve etkilerinin tasarım sürecine ilave edilmesi gerekir. Optimizasyon problemlerine ait hedef fonksiyon ve kısıtlayıcı fonksiyonların rastgele değişkenler dikkate alınarak tanımlanması ilk kez Charnes ve Cooper (1963), tarafından gerçekleştirilmiştir.

Normal dağılmış rastgele değişkenlerin dikkate alınarak lineer olmayan güvenilirlik optimizasyon problemi ise Rao (1978) tarafından tanımlanmıştır.

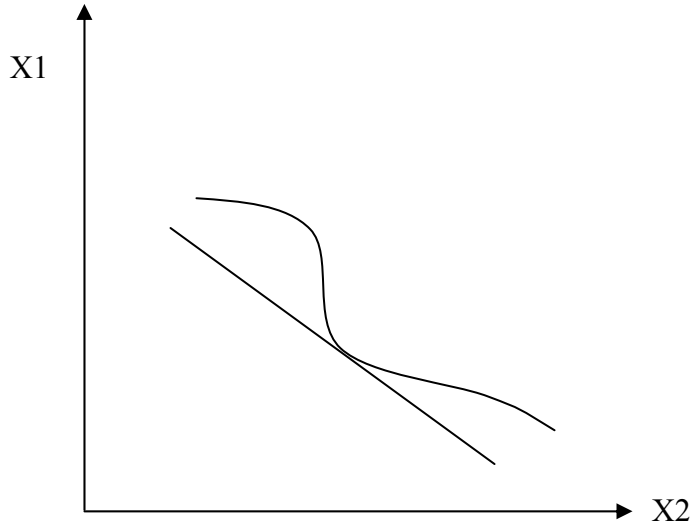
Güvenirlik esaslı optimizasyon problemi iki aşamalı döngü içerdiğinden olasılığa bağlı kısıtlayıcı değerlendirmesi için yapısal güvenilirlik metotları FORM –SORM ve MCS gibi yöntemler uygulanmaya başlamıştır (Reddy vd 1994; Wang vd 1995).

Bu metotlar her ne kadar problem çözümünde kolaylıklar sağlasa da eksiklikleri nedeniyle bazen tercih edilmemektedir. Uygulamada ki zorlukları için ise yeni yöntemler geliştirilmiş ve geliştirilmeye devam etmektedir. Aşağıda bu metotlar kısaca özetlenmiştir (Karadoğulları 2004).

2.4.4.c Birinci dereceden güvenilirlik metodu (FORM):

Lineer olmayan performans fonksiyonlarına sahip güvenilirlik problemlerinin çözümü için geliştirilen iki ana yaklaşımın birincisi olan FORM yaklaşımında dizayn noktasında, limit durum fonksiyonuna teğet bir düzlem ile yaklaşılmaya çalışılır. Bu

metotta lineer olmayan hasar fonksiyonlarında makul sonuçlar vermesi umulabilir fakat diğer durumlarda makul sonuçlar vermeyebilir. Bunun nedeni limit durum fonksiyonumuz ne kadar nonlinear olursa FORM metodu ile yaklaştığımız düzlem ile, bu fonksiyon arasındaki alan artacak buda bulunan sonuçlar ile gerçek sonuçlardan farklı olmasına neden olacaktır ki bu durum Şekil 2.8.'de sembolik olarak gösterilmiştir.



Şekil 2.8. Limit durum fonksiyonu ile lineer olmayan fonksiyon

Tasarım noktası, limit durum fonksiyonuna teğet olan düzlemin yaklaştığı nokta olan bu metotta, hesaplanmak istenen güvenilirlik indeksi daha önce verilen lineer limit durum fonksiyonunda olduğu gibi hesaplanmaktadır. Şekil 2.9'da gösterildiği gibi orijine olan minimum noktayı bulmak için aşağıda verilen optimizasyon problemi tanımlanabilir:

$$\begin{array}{ll} \text{minimum} & \beta = \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} \\ \text{şartı} & g(\mathbf{u}) = 0 \end{array} \quad (2.16)$$

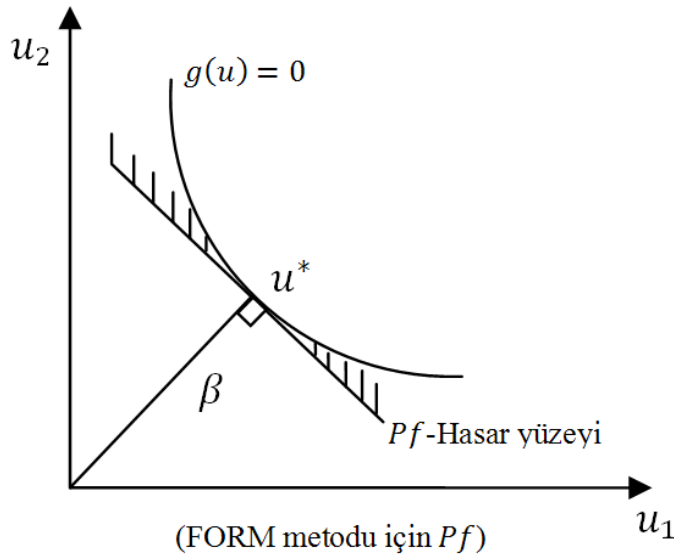
bu denklemde $(\mathbf{u}^T \mathbf{u})$, limit durum ile transform edilmiş koordinat sisteminin orijini arasındaki uzaklıktır. Bir önceki bölümde verilen iteratif çözümün yanı sıra, optimizasyon metotları kullanılarak da çözüm elde edilir (Kaymaz 2006).

Yukarıda anlatılan durumlardan dolayı bu metodun bazı eksikleri olduğu söylenebilir. Bunlar aşağıda kısaca özetlenmeye çalışılmıştır.

Performans fonksiyonunu kapalı bir fonksiyona sahip problemlere uygulanmasında FORM yaklaşımı iteratif bir çözüm olduğundan çözüm adımı sayısında bir artışa neden olur.

FORM yaklaşımında, hasar olasılığını hesaplamak için gerekli olan tasarım noktası iteratif bir yaklaşım ile veya optimizasyon probleminin çözümü ile elde edildiğinden kimi problemlerde yakınsama durumu ile karşılaşmaktadır.

FORM yaklaşımında limit durum fonksiyonu tasarım noktasında lineer bir yaklaşım içerdiğinden, lineer olmayan limit durum fonksiyonuna sahip problemlerde aşırı veya eksik bir yüzey yaklaşımı yapar ki buda hesaplanan hasar olasılık değerinin gerçek değerinden az veya çok olmasına neden olur. Aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi gerçek fonksiyon ile FORM metodu ile lineerleştirilen doğru arasındaki alan fonksiyonu tam olarak temsil edemeyeceği anlamına gelmektedir (Uğurlu 2004).



Şekil 2.9. FORM metodu ile fonksiyonun lineer olarak ifade edilmesi

FORM yaklaşımı, rastgele değişkenlerin sadece ortalama değerlerini dikkate alan diğer güvenilirlik metotlarına nazaran daha iyi sonuç vermesine rağmen yukarıdaki eksiklikleri nedeniyle daha gelişmiş yaklaşımlar önerilmiştir. Bunlardan en yaygın kullanımı olanlar İkinci derece Güvenirlik Metodu (SORM) ve simülasyon yöntemleridir.

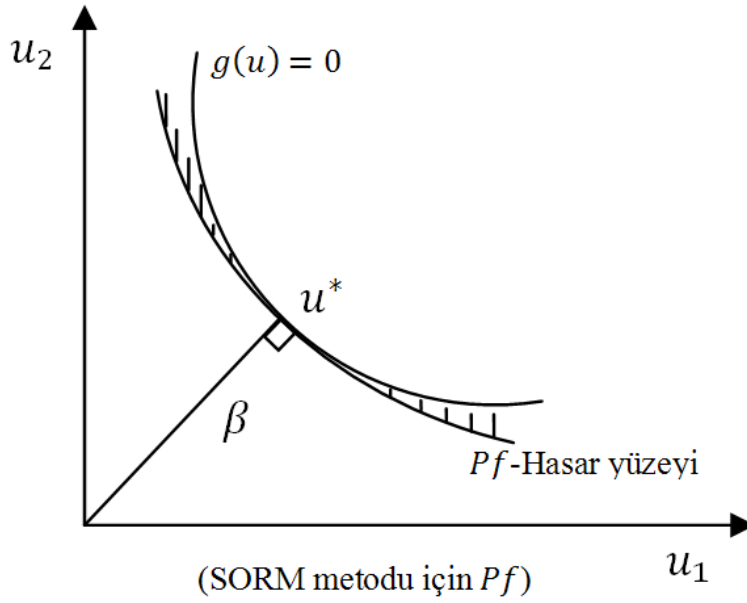
2.4.4.d İkinci dereceden güvenilirlik metodu (SORM)

Lineer olmayan performans fonksiyonlarına sahip güvenilirlik problemlerinin çözümü için geliştirilen iki ana yaklaşımın ikincisidir.

FORM metodunda non-lineer olmayan limit durum fonksiyonlarında makul sonuçlar vermesi umulabilir. Fakat limit durum fonksiyonları non-lineer den ziyade U- uzayında standardize edilmişse o zaman fonksiyonun ikinci derece yaklaşımının kurulduğu SORM teknikleri kullanılabilir (Sorensen 2006). Böylece limit durum fonksiyonuna bir hiperbol ile yaklaşılarak (Fiessler 1979) FORM yaklaşımının aksine lineerleştirmede ortaya çıkan eksiklik giderilmeye çalışılır (Karadoğulları 2004).

Şekil 2.10.'da gösterildiği gibi SORM metodu ile lineer olmayan doğru daha iyi temsil edilmektedir.

Bu metot genellikle FORM 'a göre daha iyi sonuç vermesine rağmen teorisi ve uygulaması daha zordur (Beitung 1983; Zhao 1999). Bu nedenle pek yaygın bir kullanım alanı bulamamıştır (Karadoğulları 2004).



Şekil 2.10. SORM metodu ile fonksiyonun non-lineer olarak ifade edilmesi (Sorensen 2006)

2.5 Simülasyon Metotları:

Simülasyon metotlarının en önemlileri aşağıda sıralanmıştır.

- Monte Carlo Simülasyonu
- Importance sampling
- Importance sampling based on the β point
- M.C sampling by excluding part of safe area
- Doğrusal simülasyon
- Latin hypercube simulation
- Adaptive simulation (Sorensen 2006).

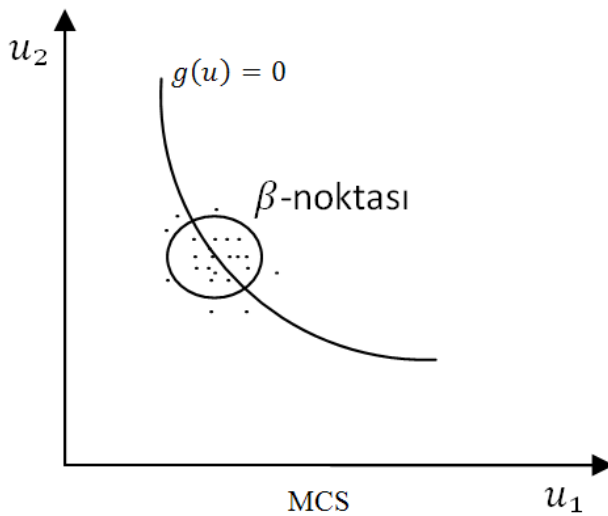
Bunlardan FORM yerine kullanılan simülasyon metotlarından başlıcaları ise Monte Carlo Simülasyonu ve Importance Sampling'dir (Melchers 1990). Burada temel yaklaşım rastgele değişkenlere ait rastgele sayılar üreterek performans fonksiyonunun

değerlendirilmesidir. Bu yaklaşımda tahmin edilen hasar olasılığının gerçek hasar olasılığına yakınlığı ancak simülasyon sayısının artırılması ile sağlanır ki buda performans fonksiyonunun değerlendirmesinde zaman alan problemlere uygulanmasında problem oluşturur (Kaymaz 2006).

2.5.1 Monte Carlo simülasyonu (MCS)

Bu yaklaşımda, simülasyon doğrudan sisteme, sistemin davranışlarını belirleyen denklemler kurmadan uygulanabilir. Tek gerekli olan şey sisteme etki eden parametrelerin olasılık dağılım fonksiyonuna sahip olmasıdır. Olasılık dağılım fonksiyonları bilindiği durumda, MCS sisteme etki eden değişkenlerin olasılık dağılım fonksiyonlarından rastgele örnekleme vasıtasıyla model sürekli olarak değerlendirilir. Aşağıda Şekil 2.11’de bu metot grafiksel olarak gösterilmiştir.

Sonuca yaklaşım istatistiksel olarak örneklemenin sonuçları değerlendirilerek hasar olasılığı veya ortalama değeri elde edilir. Örnekleme sayısı artıktıkça örnekleme varyansı kademeli olarak azalır. Eğer örnekleme varyansı kabul edilebilir seviyede değilse, örnekleme sayısı artırılır.



Şekil 2.11. MCS grafiksel gösterimi (Sorensen 2006).

Burada işaret fonksiyonu $I[g_i(\mathbf{X}) \leq 0, i = 1, 2, \dots, m]$, eğer $\mathbf{X}$ hasar bölgesinde, ise $I[\] = 1$, değilse $I[\] = 0$ değerini alır. Tahmini hasar olasılığı aşağıdaki denklemdeki gibi verilebilir:

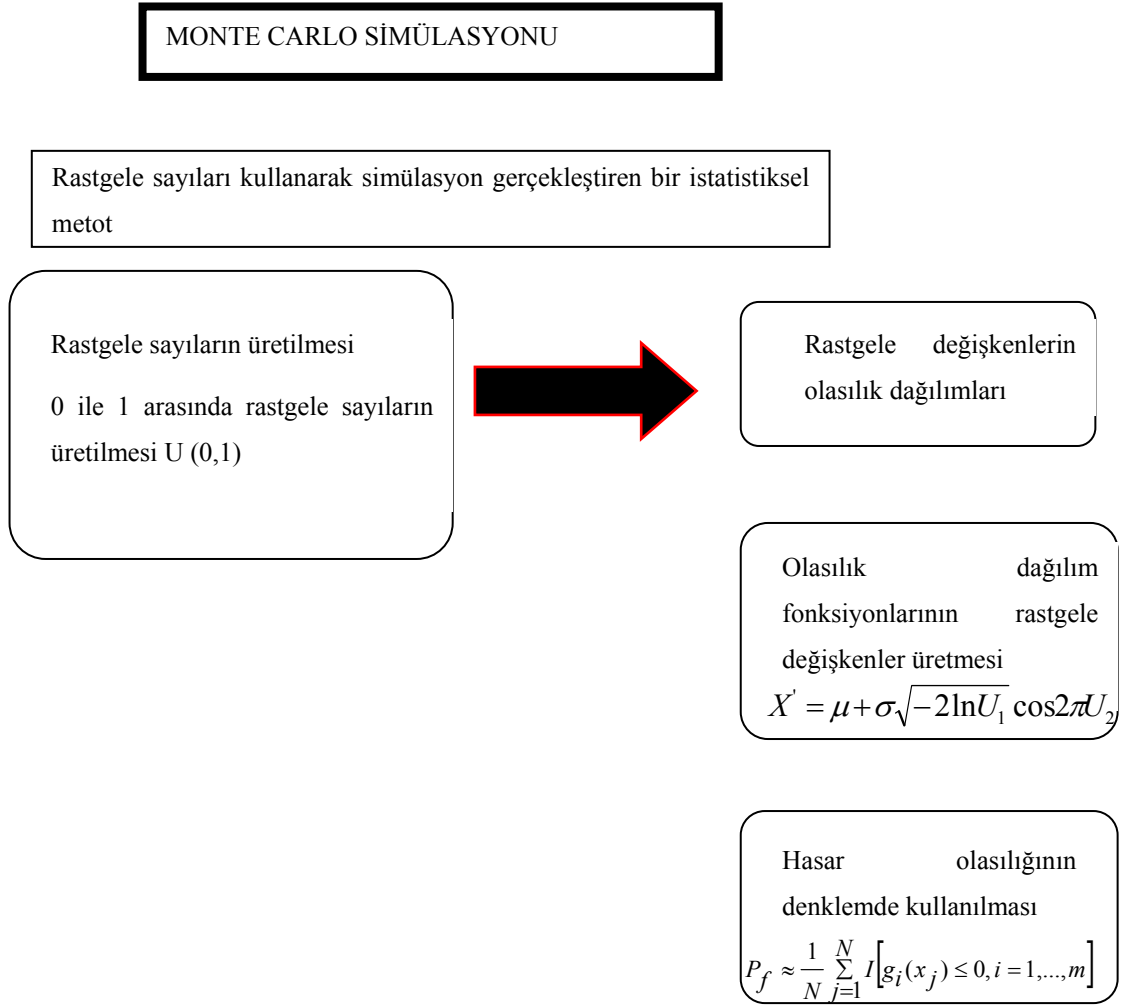
$$P_f \approx \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N I[g_i(x_j) \leq 0, i = 1, 2, \dots, m] \quad (2.18)$$

Bu denklemden hasar olasılığını elde etmek için gerekli adımları aşağıdaki gibi verilebilir:

- Sistemin tanımlanması
- Üiform dağılmış rastgele sayılarının üretilmesi
- Bu sayılara dayanarak rastgele değişkenlerin alacağı değerlerin hesaplanması
- Tasarım modelinin üretilen rastgele değişkenlere bağlı olarak değerlendirilmesi
 - Elde edilen sonucun istatistiksel olarak kabul edilir olup olmadığının değerlendirilmesi.
- Kabul edilir değerde değilse adım ikiden tekrar aynı döngünün tekrarı. Kabul edilebilir değerde ise sonuç bize hasar olasılığını verir.

Şekil 2.12.'de şematik olarak gösterilen MCS işleminin temeli üniform dağılmış rastgele sayılar üretmektir. Bu amaçla geliştirilmiş pek çok algoritma bulunmaktadır ve bu konuda hala akademik çalışmalar devam etmektedir (Kaymaz 2006).

Kabul edilebilir bir varyans ile hasar olasılığını hesaplanmasında simülasyon sayısı oldukça fazla olmaktadır. Bu ise zaman alıcı analiz gerektiren problemler için MCS kullanımını imkansız kılmaktadır. Bu tür problemlerde hasar olasılığını hesaplamak için yanıt yüzeyler metodu (response surface method) geliştirilmiştir (Karadoğulları 2004).



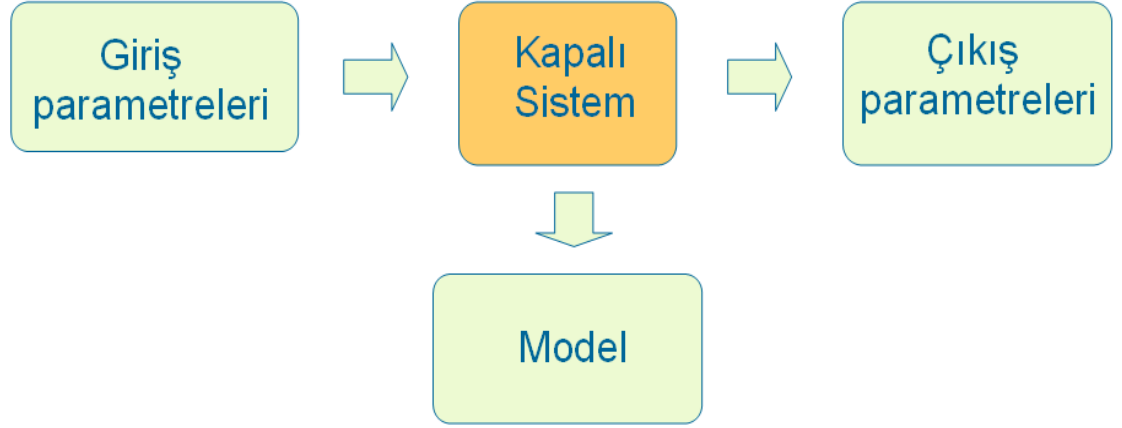
Şekil 2.12. Monte Carlo Simülasyonunu şematik gösterimi

2.6 Yanıt Yüzey Metodu (YYM)

Yanıt yüzey metodu yukarda anlatıldığı gibi FORM, SORM ve Monte Carlo simülasyonun eksiklerini giderebilmek için geliştirilmiş bir yöntemdir. Yanıt yüzey metodu giriş ve çıkış parametreleri olan bir sistemin davranışlarını modellemek için kullanılan metottur.

Model, basit bir hesaplama yöntemiyle ama gerçek sistemin özelliklerini verecek bir yaklaşımdır. Yanıt yüzey metodu bunu sağlayan basitleştirilmiş bir yöntem temin

etmektedir. Açıktır ki yanıt yüzey metodu olasılık analizinde zaman alıcı problemler için basit bir matematiksel model olmalıdır. Ayrıca Yanıt yüzey metodu oluştururken seçilen parametrelerin sayısı, değerlendirme aşamasında gereken gözlem sayısını azaltmak için mümkün olduğunca az olmalıdır.



Şekil 2.13. Yanıt Yüzey Metodunun şematik gösterimi

Yanıt yüzey metodu fiziksel bir miktar açısından bir tahmin kullanılır ve ilgili sistemin girdisi ve çıktısı arasındaki anlamlı ilişkiyi ortaya koyar. Ancak yinede belirtilmelidir ki yanıt yüzey metodu modele ilişkin olarak bir hasar tahmini saptamaz. Ama yukarıda belirtilen özellikleri Yanıt yüzey metodu nitelikli bir mühendislik kararını vermede yardımcı olur. Şekil 2.13.'de yanıt yüzey metodu basit bir şemayla gösterilmiştir.

2.6.1 Yanıt yüzey metoduna neden ihtiyaç duyulmuştur ?

Kapalı performans fonksiyonuna sahip bir olasılık tasarım problemi için FORM ve SORM metodunun kullanımı iterasyon sayısını artıracığından daha fazla zaman alacaktır. Sakata vd (2003); Youn ve Choi (2004)'e göre zaman kaybını engellemek, YYM son zamanlarda, performans fonksiyonunun yerine oldukça sıklıkla kullanılmaktadır (Uğurlu 2004). Fizik ve Kimya alanında oldukça sık kullanılan ve fiziksel deneylerdeki girdi parametreleri ile çıktı parametreleri arasında bir model kurmaya dayanan bu yaklaşımı ilk defa Bucher yapısal güvenilirlik problemlerine

uygulamıştır (Bucher 1989). Bu yaklaşımda yanıt yüzeyler fonksiyonunu tasarım noktası civarında oluşturulmaya çalışılır. Bu metot vasıtasıyla bütün tasarım uzayından ziyade onun bir alt uzayında yanıt yüzeyler fonksiyonu oluşturulur. Böylece oluşturulan yanıt yüzeyler fonksiyonu performans fonksiyonu yerine kullanılır. Bucher metodunun temel noktaları daha sonraki bölümlerde açıklanmıştır.

2.6.2 Mevcut RSM metotları

Güvenirlilik analizlerinde YYM'nun kullanımında Bucher (Bucher 1989) metodunun yanı sıra Rajasker (Rajashekhar 1993), Kim (Kim 1997)'in kullandığı metotların olmasına rağmen bu metotların çoğu Bucher'in metoduna dayandığı için bu bölümde Bucher metodu geniş bir şekilde açıklanmıştır (Karadişoğulları 2004).

2.6.2.a Bucher yanıt yüzey metodu

Yanıt yüzey Metodunda amaç performans fonksiyonu $g(x)$ yerine genelde (2.19) eşitliğinde verilen formatta bir model oluşturmaktır.

$$\bar{g}(x) = a + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^n c_i x_i^2 \quad (2.19)$$

Bu denklemin katsayıları, en küçük kareler metodu kullanılarak elde edilebilir. Güvenirlilik analizi yaparken iyi bir model kurmak için bu yaklaşımın tasarım noktası olarak belirtilen noktada yoğunlaştırılması gerektiğinden regresyon analizi aşağıda verilen şekilde modifiye edilmiştir (Bucher 1990).

1. Modelin katsayılarını belirlemek için $2n+1$ deney noktası tespit edilir. Bu noktalar (2.20) eşitliğindeki bağıntı kullanılarak elde edilir:

$$x_i = \bar{x}_i \pm f_i \cdot \sigma_i \quad (2.20)$$

burada $\bar{x}_i$, x rastgele değişkenin ortalama değerini, σ_i ise standart sapmasını göstermektedir. f_i ise tasarım uzayının sınırlarını belirleyen bir katsayıdır, bu katsayının değeri çalışmalarda 3 olarak alınmıştır. Bu deney noktaları iki rastgele değişken için Şekil 2.14.'de verilmiştir.

2. Bu deney noktaları belirlendikten sonra bu noktalara karşılık performans fonksiyonunun sonucu elde edilir ve herhangi bir regresyon analizi metodu kullanarak tipi belirlenmiş modelin katsayıları belirlenir.

3. Elde edilen bu model yardımıyla güvenirlik analizi gerçekleştirilerek ilk tasarım noktası x_D elde edilir.

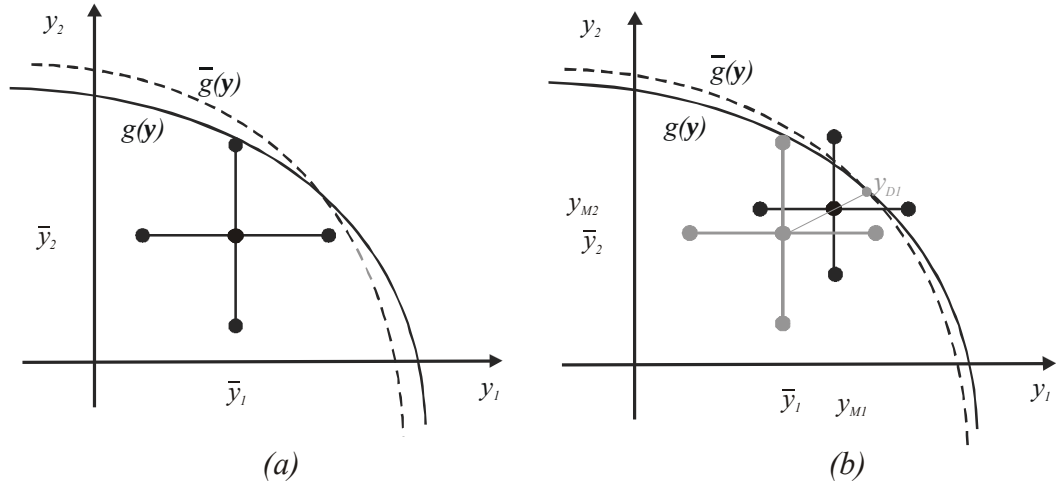
4. Tasarım noktası bulunduktan sonra 2. aşama için gereken interpolasyon noktaları (2.21) eşitliğinde verilen yeni merkezi nokta yardımıyla oluşturulur:

$$\mathbf{x}_M = \bar{\mathbf{x}} + (\mathbf{x}_D - \bar{\mathbf{x}}) \frac{g(\bar{\mathbf{x}})}{g(\bar{\mathbf{x}}) - g(\mathbf{x}_D)} \quad (2.21)$$

5. Burada $g(\bar{x})$ rastgele değişkenlerin ortalama değerlerine karşılık performans fonksiyonunun değeri, $g(x_D)$ ise bulunan tasarım noktasına karşılık gelen performans fonksiyonu değerini göstermektedir.

6. Elde edilen merkez nokta değeri kullanılarak yeni bir deney data seti elde edilir, ilk adımda verilen işlemler takip edilir ve ikinci bir model kurulur.

7. Elde edilen bu model yardımıyla, güvenirlik metotlarından herhangi biri kullanılarak hasar olasılığı kolaylıkla hesaplanır.



Şekil 2.14. Bucher'ın (a) başlangıç deney noktaları ve (b) ikinci aşama deney noktaları

Zaman alıcı, sonlu elemanlar gibi metotlar gerektiren problemlerde deplasman, gerilim gibi sonuçlar için bu yaklaşımın kullanımı, örnekte de gösterileceği gibi hesaplama zamanını oldukça düşürmektedir (Karadişoğulları 2004).

2.7 Yanıt Yüzey Metodunun Genel Adımları

2.7.1 Deney tasarım noktalarının oluşturulması

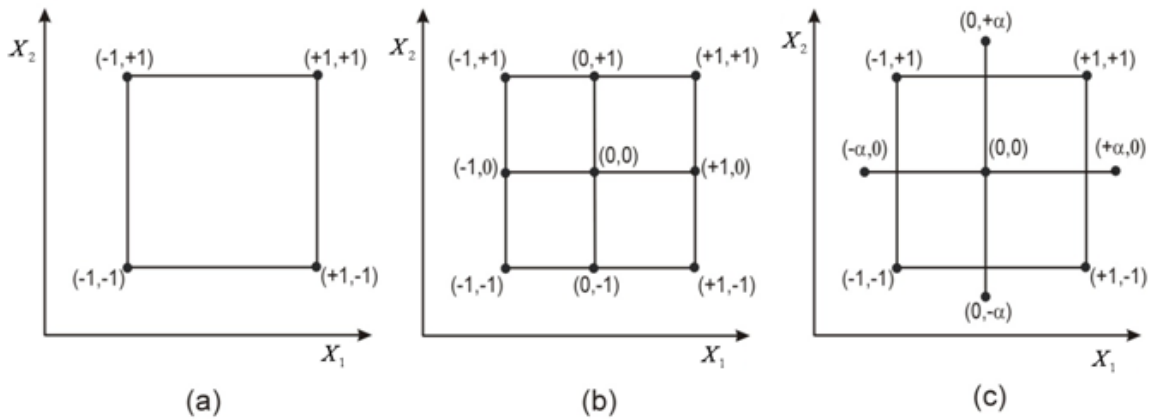
Deney tasarımı çoğunlukla sistemde girdiler ile çıktılar arasındaki ilişkiyi tanımlamak için kullanılan metodu düzenler. Deney tasarımı aşağıda bahsedilen metotlarla yapılmaktadır.

2.7.1.a Faktöriyel tasarım ve Central Composite tasarım (CCD)

Parametrelerin tasarım uzayı Şekil 2.15.'de görüldüğü gibi düzenli bir şekilde bölerek her bir tasarım değişkeninin ekseninde deney noktası seçer. Düzenli deney tasarımlarında 2^k ve 3^k faktöriyel tasarımlarıdır. Burada k faktör sayısını (tasarım değişkenleri gibi) sembolize etmektedir. 2^k faktöriyel tasarım genellikle birinci

dereceden model oluşturulurken 3^k ile lineer olmayan modeller oluşturulur. Örneğin iki bağımsız değişken $k=2$ olsun. 2^k deney tasarımı Şekil 2.15. (a)'da görüldüğü gibi bu değişkenlerin maksimum ve minimum değerlerini dikkate alarak dört nokta seçer. Bu işlemi yapmak her ne kadar kolay olsa da şayet oluşturulacak fonksiyon lineer değilse o zaman bu dört nokta bu fonksiyonu oluşturmak için yeterli değildir. Onun için Şekil 2.15. (b)'de görüldüğü gibi bu değişkenlerin ortalama değerini de dikkate alan 3^k faktöriyel tasarım ile yapmak yeterlidir. Her ne kadar 3^k faktöriyel tasarımla model oluşturulsa da deney sayısı bağımsız değişkenlerin sayısı ile çarpıcı bir şekilde artacaktır. Örneğin $k=6$ değeri için iki faktöriyel tasarımda 64 tasarım gerekirken üç faktöriyel tasarımda bu sayı 789 tasarıma ulaşmaktadır. Bu yüzden ikinci derece model oluşturulurken 2^k faktöriyel tasarımından oluşan 2^k ile Şekil 2.15. (c)'de $k=2$ için tarif edilen aksel ve merkez noktasının da hesaba katılması ile CCD yapılması daha faydalıdır.

Böylece CCD ile 789 tasarım yerine $2^k + 2k + k_c = 77$ deney tasarım noktası ile model oluşturulur. Aksel noktalar Şekil 2.15. (c)'de merkez noktadan mesafesini gösteren α ile belirlenir ve genellikle $\sqrt{k}$ olarak seçilir.



Şekil 2.15. (a) 2^2 tasarım (b) 3^2 tasarım (c) CCD

2.7.1.b Latin Hypercube tasarım (LHD)

Latin hypercube tasarım ilk olarak McKay tarafından geliştirildi ve ayrıca birkaç araştırmacı tarafından farklı amaçlar için kullanıldı. Bu tasarımda parametrelerin tanımlı olduğu uzayı çeşitli metotlarla doldurulmaya çalışılır. Böylece tasarım uzayı eşit olasılıklarla doldurulması amaçlanır.

LHD iki giriş değişkeni için aşağıdaki adımların kullanarak oluşturulması faydalıdır. Deneyisel bölge kare biçiminde eşit bölgelere ayrılır $[0,1]^2$. Tasarımı n nokta ile elde etmek için $[0,1/n), \dots, [(n-1)/n, 1]$ gibi aralıklara uzayın içi eşit bir biçimde olacak şekilde her bir eksen bölünür.

Böylece eşit boyutlarda n^2 hücre oluşturulur. Daha sonra bu hücreler $1, 2, \dots, n$ tamsayıları ile her bir satır her bir kolonda her tamsayı yalnızca 1 kez görünecek şekilde Latin kareler biçiminde doldurulur. Rastgele bir sayı seçilir. Bu sayıları içeren n hücrenin her birinde rastgele bir nokta seçilir ve bu şekilde n ebatla LHD oluşturulur.

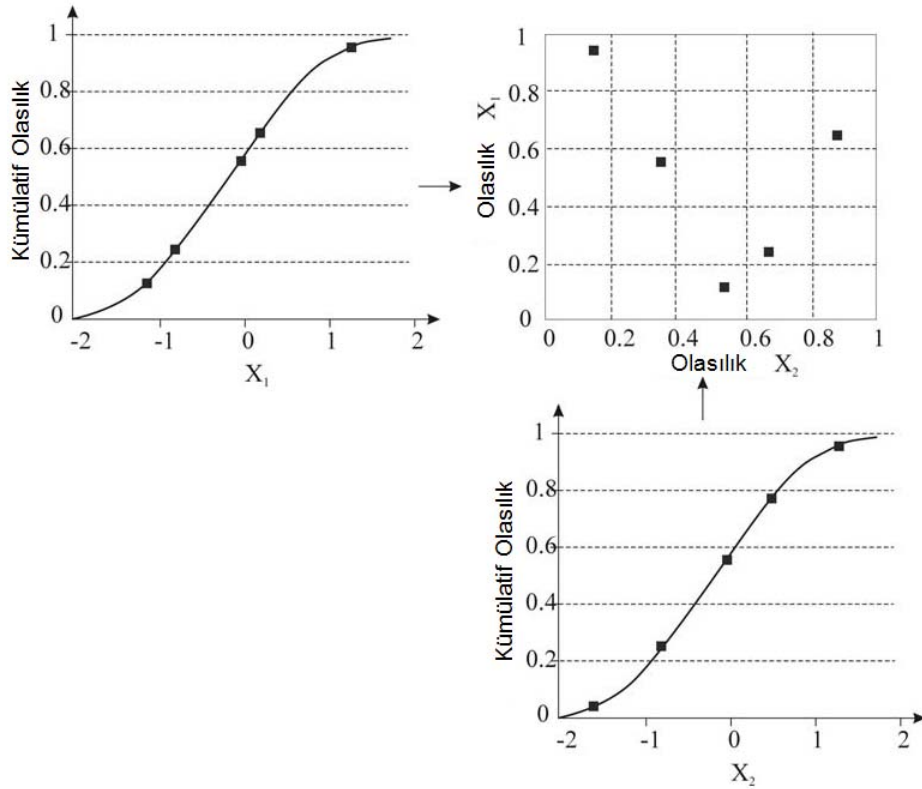
Giriş değişkeni k için bir LHD aşağıdaki gibi oluşturulur:

Her bir değişken alanı $X_i, i = 1 \dots k$, her biri eşit olasılığa $1/n$ sahip n aralığa bölünür. i 'nci aralık için örnek kümülatif olasılık aşağıdaki gibi elde edilir:

$$probi = \frac{1}{n} r_u + \frac{i-1}{n}$$

Burada r_u 0'dan 1'e değişen rastgele biçimli sayıdır.

Dağılım fonksiyonlarının tersi kullanılarak x_i örnekleme değerlerinin dönüştürülmüş olasılıkları aşağıdaki gibidir:



Şekil 2.16. Normal dağılımlı iki değişken için LHD örneği

$$x_i = F^{-1}(prob_i)$$

Her bir x_i değişkeni için n değerleri elde edilirken p boyutunda bir LHD rastgele biçimde eşleştirilir (Kaymaz 2009).

2.8 Güvenirlilik Analizi Metodunun Kullanımı

Bir önceki bölümde elde edilen yanıt yüzey fonksiyonu güvenirlilik analizi FORM' da performans fonksiyonu yerine kullanılır. Böylece zaman alıcı performans fonksiyonu yerine yanıt yüzey fonksiyonu kullanılmasında hasar olasılığı hesaplamasında zamandan kazanç sağlanır.

Bu güvenilirlik analizinden elde edilen tasarım noktasının değeri, ikinci iterasyon da yeni bir merkez noktası hesaplamasında kullanılır.

2.9 Mühendislik Tasarımında Optimizasyon

Lineer olmayan optimizasyon problemi matematiksel olarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir (Arora 1989):

Hedef fonksiyon:

$$f(X) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \text{ genel gösterimi}$$

Tasarlanan sistemin veya makine elemanının iyilik derecesini belirtir. Fonksiyon tasarım amacına (maliyet, ağırlık, gerilme gibi) göre maksimum veya minimum yapılır.

Kısıtlamalar:

Tasarımın makul olduğu alanı tanımlayan fonksiyonlardır.

$$g_j(X) \leq 0 \quad j=1,2,\dots, m \text{ eşitsizlik kısıtlayıcıları (inequality constraints)}$$

$$h_k(X) = 0 \quad k=1,2,\dots, l \text{ eşitlik kısıtlayıcıları (equality constraints)}$$

$$X_i^l \leq X_i \leq X_i^u \quad i=1,2,\dots, n \text{ yan kısıtlayıcılar (side constraints)}$$

Burada $X = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T$ boyut, malzeme, Şekil gibi tasarım değişkenlerini göstermektedir. Hedef fonksiyon lineer veya lineer olmayan tipte bir fonksiyon olabilir. Ayrıca hedef fonksiyonu açık ya da kapalı tanımlanmış bir fonksiyon olabilir. Eğer eşitlik fonksiyonu basit ifadeler halinde verilmişse bunlar tasarım değişkenlerin sayısını

azaltmada kullanılabilir. Yan kısıtlayıcılar ise tasarım değişkenlerinin sınırlarını belirlediğinden önemlidir ve optimum değerlerin arandığı bölgeyi oluştururlar (Uğurlu 2004).

2.10 Güvenirlik Esaslı Optimizasyon

Deterministik optimizasyonda tasarım parametreleri istatistiksel dağılım şeklinde değil tek bir değer olarak ifade edilir. Yani tasarım parametrelerinin ortalama değerleri dikkate alınır. Oysa tasarım parametreleri, yukarıda bahsedildiği gibi, pek çok mühendislik tasarımında istatistiksel dağılıma sahip büyüklüklerdir. Deterministik optimizasyonda tasarım parametrelerinin bu istatistiksel dağılım dikkate alınmadığında belirsizlikler meydana gelir. Güvenirlik esaslı optimizasyonda ise tasarım parametrelerindeki belirsizlik ve istatistiksel dağılım analizlere ilave edildiğinden parametrelerin tasarıma etkisi daha gerçekçi bir şekilde değerlendirilir. Güvenirlik esaslı optimizasyon belli bir güvenirlik sınırları içerisinde tasarım yapma imkanı sağlar. Güvenirlik esaslı optimizasyonun matematiksel tanımı Çizelge 2.2.'de deterministik optimizasyonla karşılaştırılarak verilmiştir.

Çizelge 2.2. Güvenirlik esaslı ve deterministik optimizasyonun matematiksel tanımı

Deterministik Optimizasyon	Güvenirlik esaslı optimizasyon
$\min f(X)$	$\min f(X)$
$s.t$	$s.t$
$g_i(X) \leq 0; i = 1, 2, \dots, m$	$P_f[g(X) \leq 0] - P_{fa} \leq 0$
$X_i^l \leq X_i \leq X_i^u$	$X_i^l \leq X_i \leq X_i^u$

Burada $f(X)$ hedef fonksiyonu, $g(X)$ performans fonksiyonudur. P_f optimizasyon probleminin performans fonksiyonuna bağlı olarak güvenirlik analiz sonucu elde edilen hasar olasılığını, P_{fa} ise müsaade edilen hasar olasılığını gösterir.

Deterministik optimizasyonda tanımlanan kritik durum güvenilirlik esaslı optimizasyonda performans fonksiyonu olarak ifade edilir. Performans fonksiyonunun sıfırdan küçük olduğu durum hasar olasılığını verir. Bu hasar olasılığı müsaade edilen hasar olasılığında küçük ise hasar bölgesi olarak tanımlanır.

Deterministik optimizasyon ile güvenilirlik esaslı optimizasyon arasındaki fark deterministik optimizasyonda direk sonuç bulunur. Yani bir kesinlik vardır. Oysa güvenilirlik esaslı optimizasyonda probleme ait bir hasar olasılığı hesaplanır. Bu olasılık makina elemanının kendisinden istenilen görevi yerine getirip getirmeme olasılığıdır. Bu tasarımcıya elde edilen sonuçun ne kadar geçerli olduğunun verir (Uğurlu 2004).

2.10.1 Güvenirlik esaslı optimizasyonun eksiklikleri

Güvenirlik esaslı optimizasyon deterministik optimizasyonun eksikliklerini gidermek için geliştirilmiş olmasına rağmen bazı eksiklikleri görülmüştür.

1. Olasılık kısıtlayıcılarının mevcut güvenilirlik metotları (FORM, SORM, ve MCS) vasıtasıyla değerlendirilmesi oldukça zaman alıcıdır.
2. Güvenirlik esaslı optimizasyon iki tane iç içe optimizasyon problemini içerdiğinden optimum noktaya yakınsama çoğu problemlerde mümkün olmamaktadır.

Bu eksikliklerin giderilmesi için güvenilirlik esaslı optimizasyonda performans fonksiyonu yerine YYM’u sayesinde yanıt yüzey fonksiyonu oluşturularak kullanılabilir (Uğurlu 2004).

Bu tez çalışması kapsamında Pro/Engineer çizim programında oluşturulan kalça protezi modeli sonlu elemanlar metodu kullanan ANSYS/Workbench programına aktarılarak analizleri gerçekleştirildi. Gerilme analizleri programın “Simulation” bölümünde yapıldıktan sonra güvenilirlik analizi “Designxplorer” bölümünde yapıldı. Program

designexplorer kısmında çalışırken herbir yeni değer için yeni bir model oluşturup bu modeli yeniden çözümlemesi çok uzun zaman alacağı için yukarda anlatıldığı gibi yanıt yüzey fonksiyonu oluşturduktan sonra çözümleme yapmaktadır. Böylece analizler daha kısa sürede gerçekleşmektedir.

3. MATERYAL VE YÖNTEM

3.1 Protez Tasarımlarında Olasılığa Dayalı Tasarım Yöntemlerinin Kullanılması

Günümüzde kullanımı çok yaygınlaşan kalça protezi 1960 yılından beri (Kayaalp 2009) kalça eklemine çeşitli nedenlerle hasar görmesi nedeniyle hastalara uygulanmaktadır. Kalça eklemi hasar görmüş bir hastaya Şekil 3.1.'de yapılmış olan bir uygulamanın röntgen filmi gösterilmiştir. Kalça protezinin etkinliği ve güvenilirliği her yıl yüz binlerce kalça antroplastisi geçiren hastalar için başlıca önem taşımaktadır (Maher vd 2002). Total kalça antroplastisi (TKA) olarak adlandırılan operasyonlarda protezle kemik arasındaki bağlantı genellikle iki şekilde yapılmaktadır. Bunlardan biri polimetimetakrilat (PMMA) adı verilen çimento kullanılarak tespit edilmesi ile yapılan çimentolu kalça protezi, diğeri ise protez üzerine kemik yapısının büyümesi ile protezin vücudun bir parçasıymış gibi haline geldiği çimentosuz kalça protezi ameliyatlarıdır. İkinci yöntemde kemiğin kaynaması için sağlıklı bir kemik yapısına ihtiyaç vardır. Ciddi bir sağlık sorunu olmayan 60 yaş altı hastalar için genellikle bu yöntem uygulanır. Genel sağlığı bozuk veya 60 yaş üzeri hastalar için çimentolu veya kalça kemiği çimentosuz, uyluk kemiği çimentolu olan hybrid (melez) protez uygulamaları yapılabilir. Protezin kullanım süresi de önemli olan diğer hususlardan biridir. Hastanın kişisel özellikleri ve uygulamaya bağlı olarak ortalama 10 yıl dayanabilen protezler günümüz teknolojik imkanları ile kullanım ömrü 20-25 yıla kadar çıkarılmıştır (İstanbul ortopedi grubu 2004). İleri yaşlardaki hastalarda protezin hasar görmesi durumunda sağlık şartlarından dolayı tekrar uygulanması bile mümkün olamamaktadır. Bunun için protezin uygulandıktan sonra hasar görmesi çok kötü sonuçlar ortaya koyabilmektedir.

Protez testlerinin yapımının zor olmasından dolayı protezlerin hasta üzerine uygulanmadan önce diğer yapısal analizlerini araştırmak için matematiksel modellerinin geliştirilmesi hayati önem taşımaktadır. Gerçekte sistemde ve ortamda var olan belirsizlikleri deterministik tasarımla karar vererek uygulamak güvenilir olmayabilir (Kayabaşı vd 2007 a). Yani deterministik tasarımla protezin maruz kaldığı dış etkilerdeki belirsizlikler ya da varyasyonlar, değişkenlerin sadece ortalama değeri ve

emniyet katsayısını dikkate alınarak hesaplama yapıldığında aşırı ya da güvenilir olmayan tasarımlara neden olabilmektedir. Bahsedilen nedenlerden dolayı kalça protezlerinin tasarım ve analizlerinde olasılığa dayalı tasarım artan bir şekilde kullanılmaya başlanmıştır. Böylece tasarım değişkenlerinin ortalama değerdeki tek bir değeri değil belirli istatistiksel değerleri kullanılarak belirsizlikleri tasarım sürecine dahil edilmekte, daha gerçekçi ve güvenilir sonuçlar bulunmaktadır (Kaymaz vd 2007).



Şekil 3.1. TKA yapılmış bir hastanın röntgen filmi.

3.2 Çimento Kalınlığının Önemi

Ebramzadeh vd (1994) genellikle hasar riskinin çimento mantosunun kalınlığı ile ilişkili olduğunu ifade etmiştir (Cristofolini vd 2007). Çimento kalınlığının ne kadar olacağının belirlenmesi bu açıdan çok önemlidir. Çimento mantosunun kesiti proksimal (ekleme yakın kısım)'dan distal (ekleme uzak kısım)'a gövde şekli ile değişir fakat sabit 4.0 mm kalınlık ile, klinik kullanımlar için 2-5 mm arasında kalınlık ideal kalınlık olarak dikkate alınmaktadır (Hung vd 2004).

Çimento mantosunun kalınlığına karar vermede cerrahların büyük serbestliğe sahip oldukları birkaç protez tipi vardır (Isaac vd 2000). Çoğu araştırmacı makul çimento mantosu kalınlığının uzun dönemde stabilitesini sağlamayı aşağıdaki gibi önermektedir.

- 1-) Ramaniraka vd (2000) 2-3 mm'den daha geniş kalınlığın çimentodaki gerilme ve mikro hareketleri azalttığını,
- 2-) Kawate vd (1998) çimento mantosunun incelendiği yerde daha çok çatlak bulunduğunu,
- 3-) Hertzler vd (2002) kalınlığın azaltılması ile çimento mantosunun bütünü boyunca kırılması için çatlağın ihtiyaç duyduğu zamanı azaltmasının beklendiğini,
- 4-) Ebramzadeh vd (1994) mantolardaki incelmenin daha fazla aseptik gevşemeye eğilimli olduğunu yaptıkları çalışmalarda ifade etmişlerdir.

Bazı çalışmalar yapılmış olsa da bugüne kadar optimum çimento kalınlığı ile ilgili olarak mevcut kesin bir yanıt yoktur (Cristofolini vd 2007).

3.3 Çimento Kalınlığında Hasar Nedenleri

Parametrik tasarımda protezin fonksiyonel gereksinimleri, çimento kullanılarak kalça kemiğinin başını gövdeye sabitlenmesi, kemik ve çimento içine protezin kaymasını önlemek ve hastanın yaşamı süresince çözülmeyi önlemek için yeterince sağlam olmalıdır (Kayabaşı vd 2007 b). Çimento ile protez arasında çeşitli hasarlar oluşmaktadır Jasty vd (1991). Femoral (kalça kemiği) protez gevşemesi çimentolu total kalça antroplastiselerinde en önemli hasar durumlarından biri olduğunu bildirmiştir (Moreo 2006).

Genelde aseptik gevşeme olarak tabir edilen bu gevşeme çimentolu kalça protezlerinde yaygın olarak yenilemeye neden olan (Cristofolini vd 2007) en önemli hasar nedenlerinden biridir (Malchau ve Herberts 1998).

Huiskes (1993)'ye göre gevşeme kemik ve protez arasındaki bağıl hareketten dolayı meydana gelir ve yükleme çevrimlerine dayanmak için gerekli olan protez sabitlemelerinde bir hasara neden olur (Maher vd 2002).

Lewis (1997); NIH (1982), Verdonschot ve Huiskes (1997)'ye göre canlı içindeki çimento mantosundaki başlıca hasar mekanizması günlük aktiviteler esnasında tekrarlı yüklemeler tatbiki ile oluşan yorulmadır. Hasar ile ilişkili olaylar çimento mantosundaki çatlakların bozulması ve gövdede mikro hareketlerin doğmasıdır (Cristofolini vd 2007). Ayrıca çimentolu kemik-protez sisteminin gevşemesinin aslında çimentonun, çimento-protez ara yüzeyi ve çimento-kemik ara yüzeyi; çimento mantosunun kalınlığı; sistemin tasarımı; veya çimentolama tekniği gibi mekanik faktörlerden olduğuna inanılmaktadır (Moreo 2006).

Yorulma hasarları sadece çimento-gövde ara yüzeylerinde bozulma değil aynı zamanda çimentodaki gerilme dağılımına ve sonraki yükleme çevrimlerindeki hasar oranına önemli bir şekilde etkilidir. Mikroskobik incelemelerde çimento mantosunda oluşan kırılma yüzeylerini (Topoleski ve Culleton) kırılma durumlarının kemik çimentosunun yorulma hasarının bir tipi olarak dikkate alınabileceğini de gösterdiler (Hung 2004).

Klinik çalışmalarda çimento mantosu ve gövde yüzeyi içinde ortaya çıkan yorulma çatlakları çimento ve gövde arasında lokal olarak ayrılmaya neden olmaktadır.

Gövdeden çimentoya transfer edilen yüklemelerden dolayı ara yüzeylerde ve çimento montosunda yükün aktarılma yolunu etkileyecek ara yüzeylerde ayrışma meydana gelmektedir (Hung 2004).

Bunlara ilaveten elverişsiz biyolojik reaksiyonların çimento hasarı veya gövde-çimento aşınması ile aralarındaki bağlantının hasar göreceğini (Morscher ve Wirz, 2002; Topoleski vd 1990) ve kemiğin bozulmasını hızlandıracağını beklediklerini ifade etmişlerdir (Cristofolini vd 2007). Böylece kemik uç kısmı ve çimento arasında gelişen ve *fibrus* adı verilen bir dokuya bu da biyolojik reaksiyonlara sebep olur (Moreo 2006). Çimentonun tedavi süresince ortaya çıkan sıcak toksik kimyasalların çok önemli miktarda gevşemeye neden olduğu sonucuna vardı (Kader 2001).

Sabitleştirmenin doğru bir şekilde yapılmaması da gevşemenin başlıca sebeplerinden biridir. Kısaca her iki mekanik ve biyolojik etkiler protez gevşemesine katkıda bulunmaktadır (Cristofolini vd 2007).

Sonuç olarak kemik-protez arasında meydana gelen gevşeme başlıca hasar durumlarından biridir.

3.4 TKA’da Olasılığa Dayalı Tasarımın Kullanımı

Olasılığa dayalı tasarım tüm mühendislik alanlarında uygulanmaya başlandığı gibi biyomedikal ve ortopedik alanlarda da yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır. Bölüm 2.1’de anlatıldığı gibi gerçekte sistem ve ortamda var olan belirsizlikleri dikkate almadan deterministik tasarımla belirlemek güvenilir olmayan sonuçlar ortaya koyabilmektedir. Yani sistem üzerinde etkili olan değişkenlerin değeri kesin bir şekilde tanımlanamayabilir (Nicolella vd 2006). Örneğin olasılık yaklaşımları deterministik tasarım sonuçlarından sonra modele uygulandığı için böylece olasılık yaklaşımları kullanılarak tasarımı yapılan kalça protezinin güvenilirliği de ölçülmüş olur. Yeni bir tasarım yapıldığında test edilmek istenir ve bunun için geleneksel tasarımlar ve analiz metotları kriterlerini kullanmak fonksiyonel değildir. Çünkü geleneksel tasarım ve analizlerde kemik-protezin hastanın üzerinde herhangi bir kalıcı hasardan kaçınmak uzmanın bilgisi deneyimi ve yeteneğine yüksek derecede bağlıdır. İnsan vücudu üzerinde testlerin yapılma zorluğundan ve hayati öneminden dolayı hasta üzerine

uygulanmadan önce yapısal analizlerini yapmak için matematiksel modeller geliştirilmiştir (Kayabaşı 2007 a).

Yapılan uygulamalar esnasında gerçek hasar olasılığı tek başına hesaplanmaz, performans ölçümlerinin ilişkileri sonucu çıkarılır. Ortopedik protezlerin güvenilirliğinin uzun vadeli gelişimi tasarım optimizasyonu yaklaşımı olasılık analizleri metotlarını birleşimini kullanarak geliştirilebilir (Kayabaşı 2007 a).

Ayrıca ortopedik protezlerin tasarım optimizasyon araştırmaları bu malzemelerin performansları ve uzun ömürlülüğü geliştiren protez tasarımları ortaya çıkaracağı anlamına gelmektedir. Bundan dolayı genel tasarım optimizasyonda hedef fonksiyon protezi kaplayan çimento tabakasında gerilmeyi (Yoon vd 1989) veya çimento-protez ara yüzeyindeki (Huiskes ve Boeklagen 1989; Katoozian ve Davy 2000) gerilme yoğunluğunun minimize edilmesini amaçlamaktadır (Nicoletta vd 2006).

3.4.1 Modelin performans fonksiyonu ve rastgele değişkenler

Hasar olayını tanımlamak için bölüm 2.4.1’de anlatıldığı gibi performans fonksiyonu kullanılarak hasar olasılığı ölçülebilir. Rastgele değişkenler eklem ve kas yükleri kabuksal ve süngerimsi kemik PMMA kemik çimento elastik özellikleri ve kemik çimento ve protez-kemik çimento ara yüzeyinde hasarı tanımlayan dayanım parametrelerini içerir. Kemik çimento ve protez-çimento ara yüzeyinde tanımlanan birden fazla performans fonksiyonu hasar olasılığını hesaplamak için kullanılır.

Olasılık tasarımı analizlerinde hasar olasılığı malzemenin dayanımının olasılığı yapının yanıtı karşılaştırılarak rastgele değişkenlerin bir fonksiyonu olan performans fonksiyonu formüle edilerek belirlenebilir.

Performans fonksiyonları çimento mantosu ve çimento-protez ara yüzeyinin ikisinin performansını değerlendirmek için değerlendirilir (Nicoletta vd 2001). Çünkü çimentolu protezlerde hasar sıklıkla çimento mantosunun hasarı veya protez-çimento ara yüzeyinin

çözülmesi ile ilişkilidir (Jasty vd 1991; Maloney vd 2002). Nicolella vd (2006)'daki çalışmalarında çimento hasar olasılığını belirlemek için üç tane performans fonksiyonunu dikkate almıştır.

$$g_1(X) = R_{UCS} - S_{\sigma_{III}}(X) \text{ Çimento bası hasarı} \quad (3.1)$$

$$g_2(X) = R_{\tau} - S_{Tr}(X) \text{ Çimento kesme hasarı} \quad (3.2)$$

$$g_3(X) = R_{FL} - S_{\sigma_I}(X) \text{ Çimento yorulma hasarı} \quad (3.3)$$

Denklemlerde bahsedilen R genel olarak çimento veya ara yüzeyin dayanım limitini tanımlayan rastgele değişkenlerin değerleri Çizelge 3.1.'de gösterilmiştir. $S(X)$ ise çimentoda üç boyutlu sonlu elemanlar modelinden hesaplanan gerilme değerleridir.

Denklem (3.1-3)'de bahsi geçen $R_{UCS}; R_{\tau}; R_{FL}$ sırasıyla kemik çimentonun nihai bası gerilmesi, kesme dayanımı ve yorulma limit dayanımını göstermektedir. Denklem (3.1-3.3)'de performans fonksiyonları için $S_{\sigma_{III}}, S_{Tr}, S_{\sigma_I}$ sırasıyla minimum asal gerilme, Tresca (maksimum kesme gerilmesi), maksimum asal gerilme değerleridir.

Nicolella vd (2006) bunlara ilaveten hasar olasılığını hesaplayan performans fonksiyonu üzerine temellendiren her bir performans fonksiyonu model yanıtı ortalama değeri (örneğin gerilme) ve malzeme dayanımı (örneğin çimento yorulma dayanımı) kullanarak deterministik olarak hesaplamıştır.

Nicolella vd (2006) sonlu eleman model sonuçları olan minimum ve maksimum asal gerilmelerin maksimumlarını ve Tresca gerilme değerlerinin maksimumu seçmiştir ve bunların hasar olasılığını tahmin etmede kullanılan performans fonksiyonu ile uyumunu söylemektedir.

Çizelge 3. 1. Rastgele değişkenlerin değerleri (Nicolella vd 2006).

Performans fonksiyonlarındaki rastgele değişkenlerin dayanımları (Çimento için)			
Değişken	Ortalaması	Standart Sapması	Dağılım Tipi
Bası Dayanımı (MPa)	81,4	2,14	Normal
Kesme Dayanımı (MPa)	30,0	2,7	Normal
Yorulma Limiti (MPa)	10,81	4,47	Lognormal

Rastgele değişken olarak (Kayabası vd 2008) ise eklem ve kas yüklemesi kemik ve çimento malzeme özelliklerini, çimento ve ara yüzey dayanımını tanımlayarak kullandı.

3.4.2 Malzeme modeli

Çizelge 3.2. Malzeme özellikleri

Malzeme	E	v
PMMA	E= 0,6 -2,7 GPa (Nowak vd 2006) E=1,95 (Nicolella vd 2006)	

Akrilik çimento	E = 2,62 GPa, (Norman vd 2001)	$\nu = 0,3$ (Norman vd 2001)
Bone	13 GPa (Kayabaşı 2007 b) isotropic, uniform, elastic	$\nu = 0,38$ (Kayabaşı 2007 b)
Kemik (kabuksal,dış kısmı)	$E_x=E_y=11.5$ GPa, $E_z=17$ GPa; $G_{xy}=3.6$ GPa, $G_{xz}=G_{yz}=3.3$ GPa (enine izotropik) (Norman vd 2001) $E = 20,3$ (Nicolella vd 2006)	$\nu_{xy}=0.49$, $\nu_{xz} = \nu_{yz}=0.31$ (Norman vd 2001)
Kemik(süngerimsi,iç kısım)	$E=2.13$ GPa, izotropik (Norman vd 2001)	$\nu=0.3$ (Norman vd 2001)

3.4.3 Sonlu elemanlar modeli

Kemik-implant kalça protezi hasta üzerine uygulanmadan önce bilgisayar ortamında tasarımı ve çalışmaları yapılabilir. Sonlu elemanlar metodu onlarca yıldır ortopedik biyomekanikte kullanılan en ileri simulasyon tekniklerinden biridir. Total kalça

yerleştirmeleri ve diğerk ortopedik cihazların tasarım ve analizlerinde önemli bir araç olarak kullanılır. Sonlu elemanlar ile modelleme ve analizler kemik-implant kalça protezleri için zarar vermeyen tasarım yaklaşımı sunar. Gerçekte hasta protezin hasta üzerine uygulanmadan önce bilgisayar ortamında çok kompleks durumların varsayılarak çalışılmasına izin verir. Bu tasarımlar için zaman kazandıracak ve kemikle kalça protezinin kötü uygulanarak herhangi bir kalıcı hasara uğramasını önleyecektir (Kayabaşı 2007 a). Ayrıca sonlu elemanlarda yapılan hesapların doğru sonuçlar vermesi, geometrinin doğruluğuna sınır şartlarına ve yükün uygulanma durumunada bağlıdır (Nowak 2006).

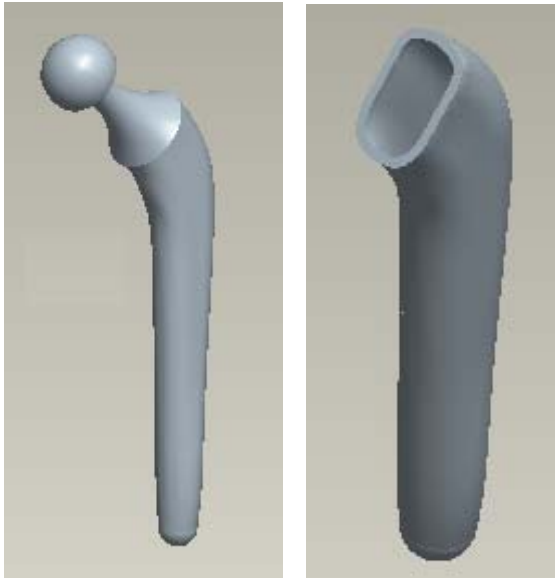
(Nicolella vd, 2006) tüm malzemeleri lineer elastik olarak modelledi. Ticari olarak mevcut sonlu elemanlar metodu yazılımını (ABAQUS™ Version 5.8, HKS,Inc, Pawtucket, RI) sonlu elemanlar denklemlerini çözmek için kullandı. Olasılık yanıtları için (Kayabaşı vd 2008) ise Monte Carlo örnekleme tekniklerini kullandı. Kalça protezinin güvenilirliğini sonlu eleman analiz programı ANSYS ile bağlantılı NESSUS kullanarak tahmin etmiştir. Kemik çimentonun ve protezin yorulma ömrünü ANSYS/Workbench kullanarak hesaplamıştır.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

4.1 Modelin Oluşturulması

Tez çalışması kapsamında analizleri yapılan Protez-kemik-çimento modeli Pro/Engineer programında oluşturulmuştur. Kemiğin kompleks ve karmaşık yapısının modellenmesinin zor olması sebebiyle daha uniform bir model çizilerek kemiğin normalde sahip olduğu mekanik özellikler girilmeye çalışılmıştır.

Protez modeli ise TKA'da sıklıkla kullanılan ve Charnley tarafından geliştirilen model seçilmiştir. Bu model Biomedtown Deposu üzerinden (Viceconti 2007) temin edilerek Pro/Engineer programına aktarılmıştır. Daha sonra çimento mantosu ise protezin sap kısmının dış yüzeyi kullanılarak Pro/engineer programı vasıtasıyla Şekil 4.1'de gösterildiği gibi elde edilmiştir.

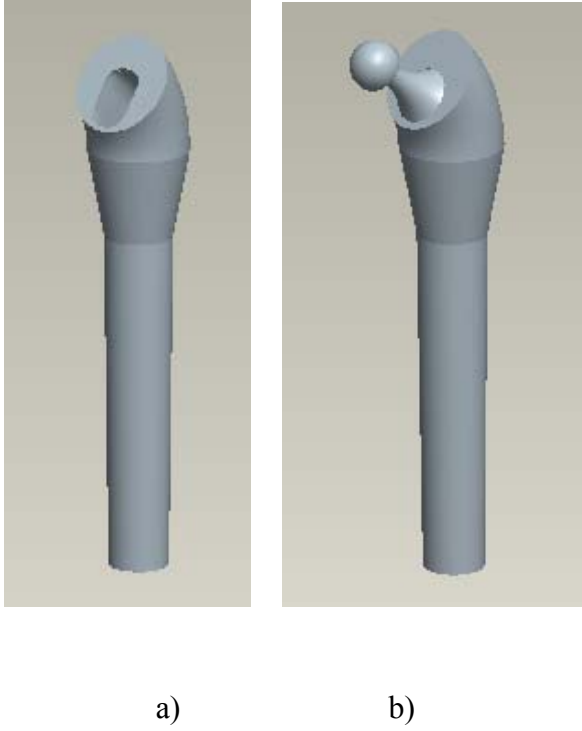


a)

b)

Şekil 4.1. a) Charnley protezi b) Protezin sap kısmından elde edilen çimento modeli

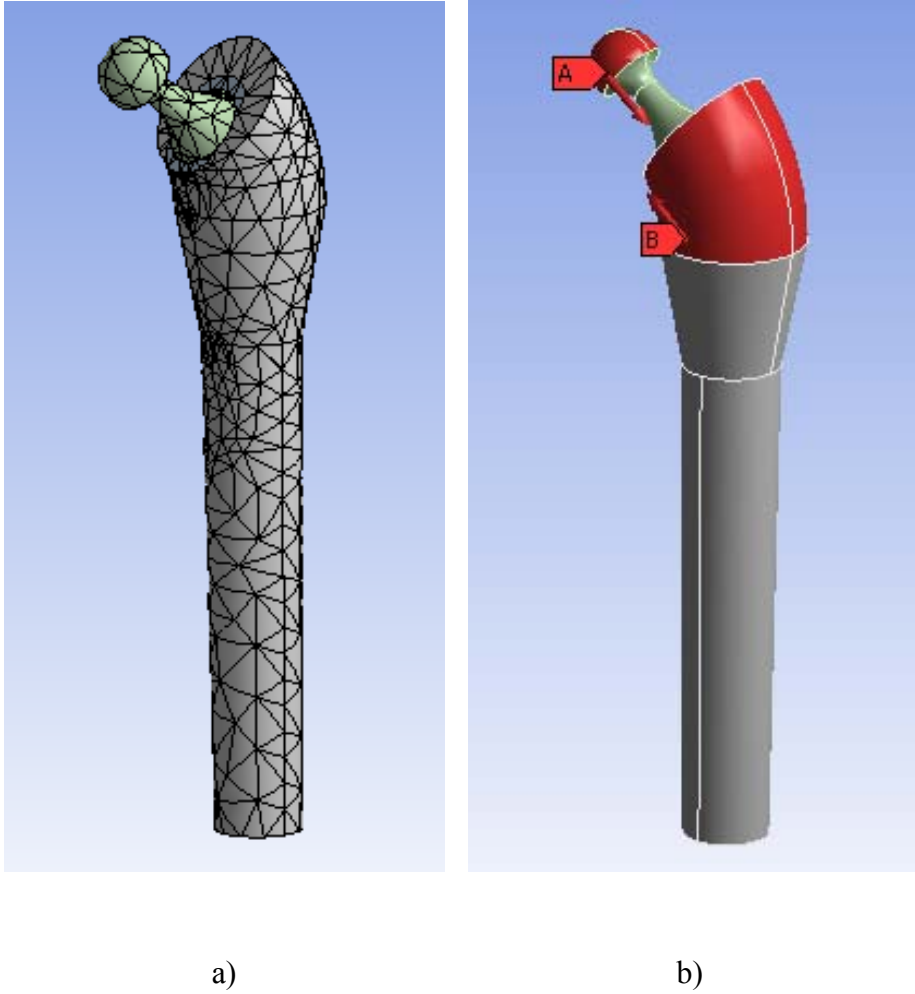
Tüm bu işlemlerden sonra Pro/Engineer programının montaj özelliği kullanılarak Şekil 4.2. (b)'de gösterildiği gibi komple montaj elde edilerek, sonlu elemanlar modelini oluşturmak için Ansys/Workbench programına aktarılmıştır.



Şekil 4.2. a) Femur modeli b) protez- femur-çimento kalınlığını içeren tüm model

4.2 Sonlu Elemanlar Modeli

Üç boyutlu montaj modeli ANSYS/Workbench ortamına direkt aktarıldıktan sonra Femur, protez ve çimentonun sonlu elemanlar modelini oluşturmak için, yüksek dereceli üç boyutlu eleman tipi olan SOLID 187 seçilmiş eleman büyüklüğü olarak 8 mm alınarak Şekil 4.3.a)'da gösterildiği gibi mesh işlemi yapılmıştır. Bu meshde Femur 9993 düğüm 4939 eleman, protez 7382 düğüm 3560 eleman, çimento mantosu 7660 düğüm 3696 elemandan oluşmaktadır.



Şekil 4.3. a) Montajın sonlu elemanlar modeli b) Sınır şartları

4.3 Sınır koşulları

Montaj modeline Şekil 4.3. b)'de gösterildiği gibi üç sınır koşulu girilmektedir. Bu yükleme değerleri ve koşulları ortalama 70 kg'lık bir insanın statik durumda doğuracağı değerlerdir (Kaymaz vd 2007). Bu sınır koşulları

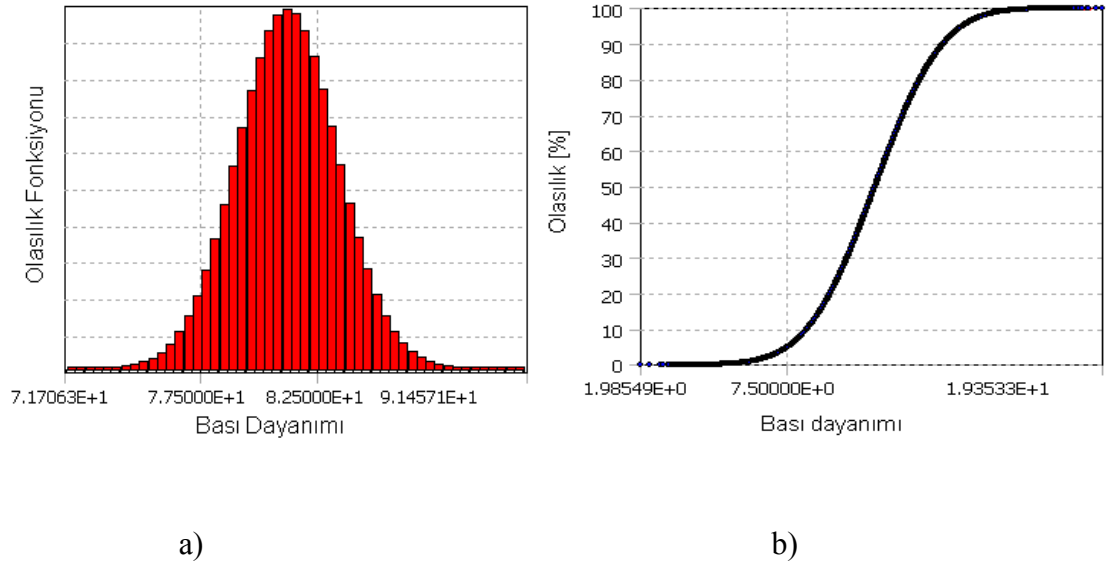
1. Protezin uç kısmına 20° açı ile etkiyen 2000 N'luk eklem kas kuvveti (El-Skeikh 2002).
2. Yine 20° açıyla etkiyen 1250 N'luk kas kuvveti (El-Skeikh 2002).

3. Kalça kemiğinin alt kısmının sabitlenmesi (Kaymaz vd 2007).

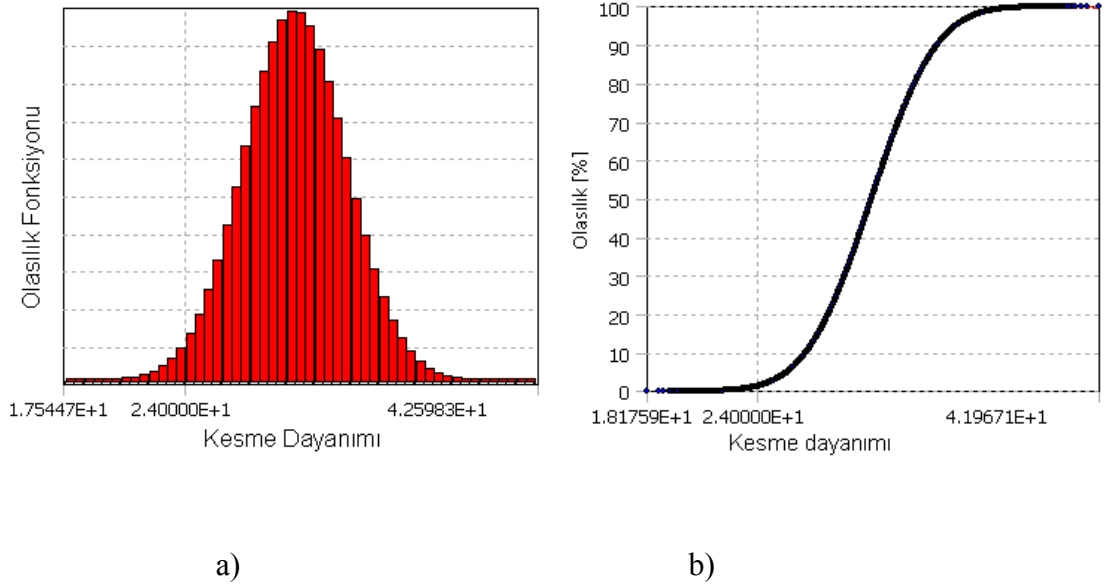
4.4 Malzeme Modeli

Malzeme özellikleri için bölüm 3.4.2’de verilen çizelgede uygun olan değerler seçilmiştir. Protez malzemesi için Ti-6-Al-4V, Femur için, enine izotropik ve $E_x=E_y=11,5$ GPa, $E_z=17$ GPa; $G_{xy}=3,6$ GPa, $G_{xz}=G_{yz}=3,3$ GPa, $\nu_{xy}=0,49$, $\nu_{xz}=\nu_{yz}=0,31$ değerleri alınmıştır. Çimento malzemesi için ise doğrusal izotropik ve $E=2,7$ GPa, $\nu=0,35$ değerleri dikkate alınmıştır.

Olasılık tasarımları yapılırken rasgele değişkenlerin nasıl bir dağılım gösterdiğini belirlemek önem taşımaktadır. Bu dağılımlar olasılık dağılım fonksiyonları ve kümülatif dağılım fonksiyonu yardımıyla belirlenebilir. Şekil 4.4-5’de çimento bası dayanımı ve kesme dayanımı için %10 varyasyon ($\mu=4$, $\sigma=0,4$) değerine karşılık olasılık ve kümülatif dağılım fonksiyonları gösterilmiştir.



Şekil 4.4. Çimentonun bası dayanımı için a) Olasılık dağılım fonksiyonu b) Kümülatif dağılım fonksiyonu



Şekil 4.5. Çimentonun kesme dayanımı için a) Olasılık dağılım fonksiyonu
b) Kümülatif dağılım fonksiyonu

4.5 Güvenirlik Analizi

Güvenirlik analizi yapılırken bölüm 3.4.1’de anlatılan Nicoletta vd (2006)’nin kullandığı üç performans fonksiyonundan aşağıda verilen iki tanesi dikkate alınmıştır.

$$g_1(X) = R_{UCS} - S_{oIII}(X) \text{ Çimento bası hasarı} \quad (4.1)$$

$$g_2(X) = R_{\tau} - S_{Tr}(X) \text{ Çimento kesme hasarı} \quad (4.2)$$

Bu iki performans fonksiyonu için ANSYS/Workbench’de bölüm 3.4.1’de bahsi geçen gerilme değerleri hesaplandıktan sonra parametrik yapılarak Designxplorer modülüne geçilir.

Burada çimento kalınlığı için $\mu=4$, $\sigma=0,4$ değeri ve Çizelge 3.1’de verilen rastgele değişkenlerin değeri Şekil 4.6’de gösterildiği gibi girilir.

Simulation Parameter Type:

Uncertainty Variable

Distribution Type:

Gaussian

Distribution Attributes:

Attribute	Value
Mean	4.
Standard Deviation	0.4

Simulation Parameter Type:

Uncertainty Variable

Distribution Type:

Gaussian

Distribution Attributes:

Attribute	Value
Mean	81.4
Standard Deviation	2.14

a)

b)

Simulation Parameter Type:

Uncertainty Variable

Distribution Type:

Gaussian

Distribution Attributes:

Attribute	Value
Mean	30.
Standard Deviation	2.7

c)

Şekil 4.6. a) Çimento kalınlığı b) Bası dayanımı (R_{UCS}) c) Kesme dayanımı (R_r)



Daha sonra performans fonksiyonları tanımlanır. Bunun için —Insert Derived Parameter—

ikonu tıklanarak Şekil 4.7.'de gösterildiği gibi açılan pencerede performans fonksiyonları girilir.

Available Variables

ID	Name
P79	ds_kalinlik
P80	Cimento Compressive Yield Strength
P81	Cimento Tensile Ultimate Strength
P82	Cimento Compressive Ultimate Strength
P66	Maximum Shear Stress (Cimento) Maximum
P67	Maximum Principal Stress (Cimento) Maximum
P68	Minimum Principal Stress (Cimento) Maximum

Derived Equation:

1 perf fonk =

Available Variables

ID	Name
P79	ds_kalinlik
P80	Cimento Compressive Yield Strength
P81	Cimento Tensile Ultimate Strength
P82	Cimento Compressive Ultimate Strength
P66	Maximum Shear Stress (Cimento) Maximum
P67	Maximum Principal Stress (Cimento) Maximum
P68	Minimum Principal Stress (Cimento) Maximum

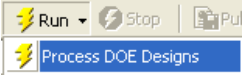
Derived Equation:

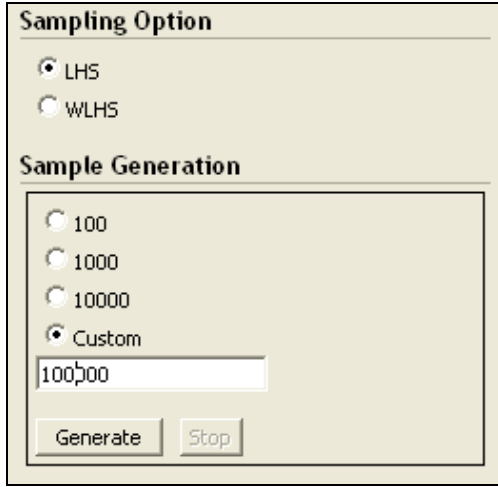
2. perf fonk =

Şekil 4.7. Performans fonksiyonları

Burada P82 çimentonun bası dayanımını, P68 ANSYS/Workbench simülasyon kısmında hesaplanan minimum asal gerilme değerini, P80 çimentonun kesme dayanımını P66 ise hesaplanan maksimum kayma gerilmesi değeridir.

Yukarda bahsedilen değerler girildikten sonra 2.6.1'de anlatıldığı gibi deney tasarımını

oluşturmak için  ikonları tıklanarak program bir kez çalıştırılır. Deney tasarımı Bölüm 2.6.1.a'da anlatılan CCD yöntemine göre oluşturulur. Performans fonksiyonlarının olasılık değerleri yine Bölüm 2.6.1.b'deki LHD yöntemiyle Şekil 4.8.'deki değerin girilmesi ile hesaplanır.



Sampling Option

☒ LHS
☐ WLHS

Sample Generation

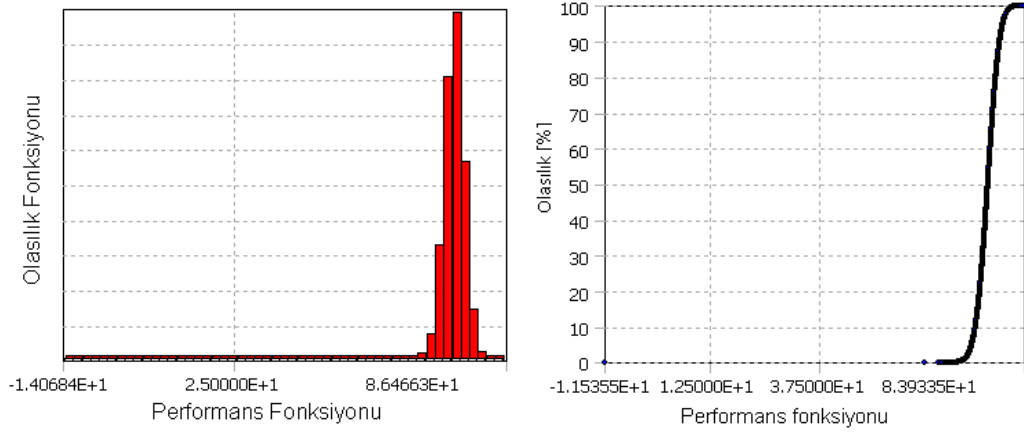
☐ 100
☐ 1000
☐ 10000
☒ Custom

Şekil 4.8. LHD için örnekleme sayısının girilmesi

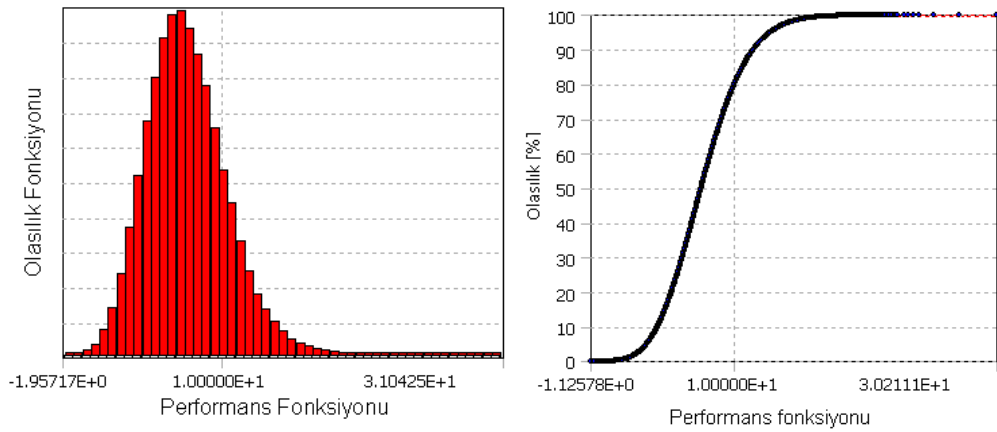
Güvenirlilik metotları iteratif metotlar olduğu için tasarım parametrelerindeki varyasyonlar için çok fazla sonlu elemanlar gerilme analizi yapılması gerekir. Fakat tek bir gerilme analizi bile çok fazla zaman aldığı için olasılığa dayalı metotların uygulanabilmesi için performans fonksiyonlarına yanıt yüzey metodu ile bir eğri uydurularak bu şekilde fonksiyon üzerinde matematiksel yollarla rastgele değişkenlerin çimento mantosunda meydana gelen gerilme değerlerinin dağılımına etkisi 2.5.1’de anlatılan Monte Carlo simülasyonu gerçekleştirilerek istatistiksel olarak bulunur (Kaymaz v.d 2007).

5. SONUÇ

Bir önceki bölümde girilen değerlerle yapılan hesaplamalar neticesinde aşağıdaki sonuçlar bulunmuştur. Şekil 5.1’de $g_1(X) = R_{UCS} - S_{\sigma III}(X)$ Çimento bası hasarı için performans fonksiyonu, Şekil 5.2’de ise $g_2(X) = R_{\tau} - S_{Tr}(X)$ Çimento kesme hasarı için performans fonksiyonunun dağılımlarını gösteren sonuçlar gösterilmiştir.



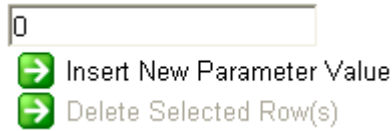
Şekil 5.1. Performans fonksiyonu, %10 varyasyon, $\sigma=0,4$ (Çimento Bası hasarı için)



Şekil 5.2. Performans fonksiyonu, %10 varyasyon, $\sigma=0,4$ (Çimento kesme hasarı için)

Daha önceki bölümlerde bahsedildiği gibi deterministik tasarımlarda belirli girdi değerlerine karşılık yapılan hesaplamalar neticesinde belirli çıktı değerleri elde edilmekteydi. Oysa olasılığa dayalı tasarımlarda girdi parametreleri belirli bir istatistiksel dağılıma sahip olduğu için hem sistemi daha iyi temsil etmekteydi hem de çıktı parametrelerinde belirli bir istatistiksel dağılıma sahip olması sistemin daha iyi tasarlanmasını sağlıyordu. Şekil 4.4-5.'de girdi parametresi olarak gösterilen çimentonun bası ve kesme değerinin belirli istatistiksel dağılıma sahip olduğunu gösteren olasılık ve kümülatif dağılım fonksiyonlarının değerlerine karşılık hesaplamalar neticesinde bulunan ve Şekil 5.1-2'de gösterilen ve yine belirli istatistiksel değerlere sahip olan performans fonksiyonu grafiklerinde bu durum açıkça görülmektedir.

Hasar olasılığını hesaplamak için performans fonksiyonlarının Bölüm 2.4.1'de anlatılan limit durum hali yani sifıra eşit oldukları hal alınır. Bunun için Şekil 5.3.'de gösterilen pencereye sıfır değeri yazılarak "Insert New Parameter Value" tıklanır ve Şekil 5.4'deki hasar olasılık değerleri elde edilir.



Şekil 5.3. Hasar olasılığını belirlemek için kullanılan pencere

Probability Table				Probability Table			
X	1 perf fonk	Probability	Sigma-Level	X	2. perf fonk	Probability	Sigma-Level
Min	-11.536	6.9314e-006	-4.346	Min	-1.1258	6.9314e-006	-4.346
☐	0.	7.992e-006	-4.3147	☐	0.	4.9699e-004	-3.2922

Şekil 5.4. Hasar olasılığı sonuçları

Probability Table

✕	1. perf fonk	Probability	Sigma-Level
Min	-11.536	6.9314e-006	-4.346
☐	-9.0232	7.1503e-006	-4.3392
☐	-6.5108	7.3758e-006	-4.3324
☐	-3.9985	7.608e-006	-4.3255
☐	-1.4861	7.8472e-006	-4.3187
☐	0.	7.992e-006	-4.3147
☐	1.0262	8.0935e-006	-4.3119
☐	3.5385	8.3473e-006	-4.3051
☐	6.0509	8.6085e-006	-4.2982
☐	8.5632	8.8776e-006	-4.2914
☐	11.076	9.1546e-006	-4.2846
☐	13.588	9.4399e-006	-4.2777
☐	16.1	9.7337e-006	-4.2709
☐	18.613	1.0036e-005	-4.2641
☐	21.125	1.0347e-005	-4.2573
☐	23.637	1.0668e-005	-4.2504
☐	26.15	1.0998e-005	-4.2436
☐	28.662	1.1338e-005	-4.2368
☐	31.174	1.1687e-005	-4.2299
☐	33.687	1.2047e-005	-4.2231
☐	36.199	1.2418e-005	-4.2163
☐	38.711	1.2799e-005	-4.2095
☐	41.224	1.3191e-005	-4.2026
☐	43.736	1.3595e-005	-4.1958
☐	46.248	1.4011e-005	-4.189
☐	48.761	1.4438e-005	-4.1822
☐	51.273	1.4878e-005	-4.1753
☐	53.785	1.5331e-005	-4.1685
☐	56.298	1.5797e-005	-4.1617
☐	58.81	1.6276e-005	-4.1548
☐	61.322	1.6769e-005	-4.148
☐	63.835	2.4141e-005	-4.0638
☐	66.347	7.9777e-005	-3.7757
☐	68.859	1.7544e-003	-2.9192
☐	71.372	2.8889e-002	-1.8974
☐	73.884	0.21041	-0.80502
☐	76.396	0.63678	0.34987
☐	78.909	0.94087	1.5622
☐	81.421	0.9979	2.8626
Max	83.933	0.99999	4.346

 Insert New Parameter Value

 Delete Selected Row(s)

Probability Table

✕	2. perf fonk	Probability	Sigma-Level
Min	-1.1258	6.9314e-006	-4.346
☐	-0.30113	1.9311e-004	-3.5493
☐	0.	4.9699e-004	-3.2922
☐	0.52353	1.4186e-003	-2.9848
☐	1.3482	5.3219e-003	-2.5542
☐	2.1728	1.6402e-002	-2.1345
☐	2.9975	4.1206e-002	-1.7369
☐	3.8221	8.5331e-002	-1.3701
☐	4.6468	0.15263	-1.0252
☐	5.4715	0.24122	-0.70239
☐	6.2961	0.34678	-0.39404
☐	7.1208	0.46186	-9.5753e-002
☐	7.9454	0.57541	0.19017
☐	8.7701	0.67762	0.46105
☐	9.5947	0.76601	0.72576
☐	10.419	0.83599	0.97813
☐	11.244	0.89059	1.2297
☐	12.069	0.92842	1.4641
☐	12.893	0.95375	1.6824
☐	13.718	0.97111	1.8974
☐	14.543	0.9825	2.1083
☐	15.367	0.98957	2.3104
☐	16.192	0.99393	2.5082
☐	17.017	0.99652	2.6989
☐	17.841	0.99803	2.8827
☐	18.666	0.99878	3.0312
☐	19.491	0.9992	3.1568
☐	20.315	0.9995	3.291
☐	21.14	0.99971	3.4385
☐	21.965	0.99985	3.6092
☐	22.789	0.99991	3.7399
☐	23.614	0.99994	3.8416
☐	24.439	0.99997	3.9797
☐	25.263	0.99997	4.0355
☐	26.088	0.99998	4.0812
☐	26.912	0.99998	4.1261
☐	27.737	0.99999	4.1769
☐	28.562	0.99999	4.2333
☐	29.386	0.99999	4.2897
Max	30.211	0.99999	4.346

 Insert New Parameter Value

 Delete Selected Row(s)

Şekil 5.5. Performans fonksiyonunun olasılık sonuçları

Çizelge 5.1'deki sonuçları göre 2. performans fonksiyonunun hasar olasılığının daha düşük olduğu açıkça görülmektedir. Bu sonuçlara göre minimum asal gerilmeyi dikkate alan 1. performans fonksiyondan ziyade maksimum kayma gerilmesini dikkate alan 2. performans fonksiyonunun daha etkin olduğu gözlenmektedir.

Çizelge 5.1. Çimento kalınlığındaki %10 varyasyona ($\mu=4$, $\sigma=0,4$) karşılık hasar olasılığı sonuçları

	Hasar olasılığı
1.Performans Fonksiyonu	$P_f = 7,992 * 10^{-6}$
2.Performans Fonksiyonu	$P_f = 4,9699 * 10^{-4}$

KAYNAKLAR

- Cristofolini, L., Erani, P., Savigni, P., Gruup, T., Thies, O., Viceconti, O., 2007. Increased long-term failure risk associated with excessively thin cement mantle in cemented hip arthroplasty: A comparative in vitro study. *Clinical Biomechanics*, 22, 410-421.
- El-Skeikh, H. F., MacDonald, B.J. ve Hashmi, M. S. J., 2002. Material selection in the design of the femoral component of cemented total hip replacement. *Journal of Materials Processing Technology*, 122, 309-317
- Hung, J. P., Chen, J. H., Chiang, H. L., Wu, J. S. S., 2004. Computer simulation on fatigue behavior of cemented hip prostheses: a physiological model. *Computer methods and programs in biomedicine*, 76, 103-113.
- İstanbul ortopedi grubu, 2004. <http://www.ortopedikbilgi.com/kalca.php?altbaslik=2> (05.01.2009)
- Kader, A., Allcock S., Walker, D. ve Chaudhry, S. B., 2001. Boneloc bone-cement. *The Journal of Arthroplasty*, 16, 811-819.
- Karadişoğulları, E., 2004. Güvenirlilik Analizi için yeni bir Yanıt Yüzey Metodu'nun Geliştirilmesi. Y. lisans Tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü. ERZURUM
- Kaymaz, İ., 2006. Olasılığa Dayalı Tasarım ders notları. Atatürk Üniversitesi Erzurum
- Kaymaz, İ., Bayrak Ö. ve Çelik Ö., 2007. Daha güvenilir implant tasarımları için olasılığa dayalı tasarım yöntemlerinin kullanılması. II. Ulusal Tıbbi Cihazlar İmalatı Sanayi Kongre ve Sergisi, Samsun.
- Kaymaz, İ., 2009 *Reliability Engineering Advances*, Editör: Gregory I. Hayworth, Nova Publisher, 2009.
- Kayaalp A., 2009. <http://www.ortoklinik.com/bilgilendirme03.htm> (02.01.2009)
- Kayabaşı, O. ve Ekici B., 2007 a. Probabilistic design of a newly designed cemented hip prosthesis using finite element method. *Materials and Design*, 1-9.
- Kayabaşı, O. ve Ekici B., 2007 b. The effects of static, dynamic and fatigue behavior on three-dimensional shape optimization of hip prosthesis by finite element method *Materials and Design*, 28, 2269-2277.
- Maher, S. A. ve Prendergast P. J., 2002. Discriminating the loosening behaviour of cemented hip prostheses using measurements of migration and inducible displacement. *Journal of Biomechanics*, 35, 257-265
- Melchers, R. E., 1999. *Structural reliability: analysis and prediction*, 2nd Edition, John Wiley, Chichester.
- Moreo, P., Perez, M. A., Garcia-Aznar J. M., Doblare, M., 2006. Modelling the mixed-mode failure of cement-bone interfaces. *Engineering Fracture Mechanics*, 73, 1379-1395.
- Nicolella, D. P., Thacker B. H., Katoozian H. ve Davy D. T., 2006. The effect of three-dimensional shape optimization on the probabilistic response of a cemented femoral hip prosthesis. *Journal of Biomechanics*, 39, 1265-1278

- Norman, T. L., Thyagarajan, G., Saligrama, V. C., Gruen, T. A. ve Blaha, J. D., 2001. Stem surface roughness alters creep induced subsidence and 'taper-lock' in a cemented femoral hip prosthesis. *Journal of Biomechanics*, 34, 1325-1333.
- Nowak, B. ve Najar J., 2006. Numerical simulation of influence of chosen parameters on tensile stresses in bone cement layer in total hip arthroplasty. *Avances In Metarials Science*, 6, 9-17.
- Sorensen ,D. J., 2006 Structural Reliability. Lecture note. Instute of Building Tecnology and Structural Engineering Aalbarg University ,Denmark www.citg.tudelft.nl/live/pagina.jsp?id=a4751543-3c3e-4787-b3c2-ae34f717f351&lang=en&binary=/doc/citatie3.pdf
- Sundararajan, C., 1994. Probabilistic structural mechanics handbook. London: Chapman & Hall
- Uğurlu, Ç., 2004. Yanıt Yüzey Metodu'nun Güvenirlik Esaslı Optimizasyona Uygulanışı. Y. lisans Tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü. ERZURUM
- Viceconti, M., 2007. The Standardized Femur, <http://www.biomedtown.org>, 2007.

ÖZGEÇMİŞ

1982 yılında Erzurum'un Ilıca ilçesinde doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Ilıca'da tamamladı. 2001 yılında Erzurum Atatürk Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümünü kazandı. 2003 yılında çift anadal programını kazanarak aynı zamanda İnşaat Mühendisliği Bölümünde okumaya başladı. 2005 yılında her iki bölümdende mezun oldu. 2005 yılında yine aynı üniversitede Makina Mühendisliği Konstruksiyon ve İmalat Anabilim dalında yüksek lisansa başladı.