

**ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

DOKTORA TEZİ

**INTEGRAL (KIRCHHOFF) GÖÇÜNDE
DOĞRU GENLİKLİ İŞLECİN BELİRLENMESİ**

Orhan GÜRELİ

JEOFİZİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**ANKARA
2007**

Her hakkı saklıdır

Prof. Dr. G. Berkan ECEVİTOĞLU danışmanlığında, Orhan GÜRELİ tarafından hazırlanan “**Integral (Kirchhoff) Göçünde Doğru Genlikli İşlecın Belirlenmesi**” adlı tez çalışması 14/03/2007 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Jeofizik Mühendisliği Anabilim Dalı’nda **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Başkan: *Prof.Dr. Günay ÇİFÇİ*

(DEÜ, Deniz Bilimleri ve Teknolojileri Enst.)

Üye: *Prof.Dr. G.Berkan ECEVİTOĞLU*

(AÜ, Jeofizik Anabilim Dalı)

Üye: *Prof.Dr. Ahmet T. BAŞOKUR*

(AÜ, Jeofizik Anabilim Dalı)

Üye: *Prof.Dr. Bülent COŞKUN*

(AÜ, Jeoloji Anabilim Dalı)

Üye: *Yrd.Doç.Dr. M. Emin CANDANSAYAR*

(AÜ, Jeofizik Anabilim Dalı)

Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Prof.Dr.Ülkü MEHMETOĞLU

Enstitü Müdürü

ÖZET

Doktora Tezi

INTEGRAL (KIRCHHOFF) GÖÇÜNDE DOĞRU GENLİKLİ İŞLECİN BELİRLENMESİ

Orhan GÜRELİ

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Jeofizik Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. G.Berkan ECEVİTOĞLU

Integral (Kirchhoff) işlemleri, sismik verinin görüntülenmesinde ve veri işleminde önemli rol oynamaktadır. En önemli ortak uygulama alanları Kirchhoff göç işlemleri ve Eğimli Tabakada Kayma (DMO) gibi Ortak Orta Nokta (CMP) ortamında yapılan yığma işlemleridir. Küresel açılım düzeltmesi, Normal Kayma Zamanı düzeltmesi, DMO düzeltmesi ve yığma sonrası göç işlemleri doğru genlikli yapılırsa, bu işlerin tümüne standart veri işlem denir.

Bu çalışmada, önce göç işlemine kadar olan veri işlem aşamaları gösterilmiştir. Daha sonra ise, daha önce yapılan yığma sonrası göç işlemi üzerine yapılan çalışmalar gösterilmiştir.

Bu çalışmada ise, iki boyutlu (2B) ve üç boyutlu (3B) sismik verilere göç işlemi yaptıran/uygulayan yeni bir süzgeç geliştirilmiştir. Geliştirilen süzgeç ile sıfır açılımlı veri evrştirilerek göç işlemi yapılmış veri elde edilmektedir. Bu süzgecin en önemli avantajı, göç işlemi sonrası verinin genliğinin, göç işlemi öncesi verinin genliğine eşit olmasıdır.

Hem 2B hem de 3B göç işlemi yapan süzgeçler, iki değişik yoldan çözülmüş ve aynı sonuçlar bulunmuştur. Bu yöntemlerden biri olan integral (Kirchhoff) göçünde doğru genlikli işleci bulmak için, Lineer (1988)'in DMO için kullandığı yöntem hem 2B hem de 3B göç işlemine uygulanmıştır. 2B durağan faz yöntemi ilk defa 3B göç işlemi için bu çalışmada kullanılmıştır. 2B durağan faz çözümü frekans-dalga sayısı (f-k) ortamında hesaplanmaktadır. Geliştirilen süzgeçlerin hesaplanmasında kullanılan ikinci yol ise, Black *et al.* (1993)'ün DMO'ya uyguladığı yöntem olan analitik yöntemdir. Bu analitik yöntem bu çalışmada göç işlemine uygulanmıştır. 2B integral göç işleminde bir boyutlu durağan faz yöntemi, 3B göç işleminde ise iki boyutlu durağan faz yöntemi kullanılmıştır. 2B durağan faz yöntemi, 3B analitik göç işleminin çözümünde de ilk defa kullanılmıştır. Bu yöntemde durağan faz yöntemi mesafe-zaman (x-t) ortamında hesaplanmaktadır. Bu nedenle bu yöntemde süzgecin tersi bulunmaktadır.

Önerilen süzgeç katsayılarının hesabında kullanılan her iki yöntemle de sonucun aynı olduğu gösterilmiştir. Bunların dışında; 3B göç işlemi iki aşamada 2B göç işlemiyle de yapılabileceği gösterilmiştir.

Son olarak geliştirilen yöntemin kullanılabilirliği 2B ve 3B yapay veri ile test edilmiştir. Hem 2B hemde 3B yapay veri için de göç işlemi sonrası genliklerin korunduğu gösterilmiştir. Ayrıca sonuçlar Stolt (1978a,b)'un göç işlemi ve Black *et al.* (1993) doğru genlikli göç işlemi ile karşılaştırılmış ve geliştirilen süzgecin Stolt (1978a,b)'a göre daha iyi sonuçlar verdiği gösterilmiştir. Aynı sonuç 2B arazi verisi ile de doğrulanmıştır.

2007, 169 sayfa

Anahtar Kelimeler: DMO, NMO, CMP, Sıfır Açılımlı Sismik Kesit, Göç işlemi, Yığma Sonrası Zaman Göç işlemi, Yığma Öncesi Zaman Göç işlemi, 2B Sismik Veri, 3B Sismik Veri

ABSTRACT

Ph.D. Thesis

DETERMINATION OF TRUE AMPLITUDE OPERATOR IN INTEGRAL (KIRCHHOFF) MIGRATION

Orhan GÜRELİ

Ankara University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Geophysical Engineering

Supervisor: Prof.Dr. G.Berkan ECEVİTOĞLU

Integral (Kirchhoff) operations play an important role in seismic data display. Their major application areas are the Kirchhoff migration, the Dip-Move-Out (DMO), and Normal-Move-Out (NMO). Standard data processing comprises the Spherical-Divergence correction, the Normal-Move-Out correction, and the Dip-Move-Out correction preserving the true amplitudes.

In this study, first, the processing steps till the migration process were described. Second, studies on post-stack migration processes were discussed.

Subsequently, a new filter to implement the migration process to two-dimensional (2D) and three-dimensional (3D) seismic data was developed. The newly developed filter and zero-offset seismic data were convolved to obtain migrated data. The most important advantage of this filter is the amplitude preservation of the pre- and post-migrated data.

Both 2D and 3D filter coefficients are solved in two ways, and identical results were obtained. One of the integral (Kirchhoff) migration methods to preserve true amplitudes was suggested by Lineer (1988) in DMO processing of 2D and 2D seismic data. First use of 2D stationary phase method in 3D migration process was achieved in this thesis. 2D stationary phase solutions are computed in frequency-wave number (f-k) domain. A second way to compute the newly developed filter coefficients is the analytical method proposed by Black *et al.* (1993). This analytical method is applied to the migration process in this study. One-dimensional stationary phase method is applied in 2D integral migration process, and two-dimensional stationary phase method is applied in 3D integral migration process. Stationary phase method is computed in time-distance (t-x) domain. This is the reason of the inverse filter computation.

Two different ways of proposed filter coefficient computations yield to identical results. Additionally, it was proven that 3D migration process is equivalent to two-step 2D migration process.

Eventually, the validity of newly developed method is tested on 2D and 3D synthetic data. Post-migration amplitudes were preserved for both 2D and 3D synthetic data. Besides, compared to the results obtained from Stolt (1978a,b) migration and Black *et al.* (1993) true amplitude migration process, the newly developed filter is proved to be of better performance. Identical results are obtained from field data.

2007, 169 pages

Key Words : DMO, NMO, CMP, Zero Offset Seismic Section, Migration, PostStack Time Migration, PreStack Time Migration, 2D Seismic Data, 3D Seismic Data

TEŞEKKÜR

Çalışmalarımı yönlendiren, araştırmalarımın her aşamasında bilgi, öneri ve yardımlarını esirgemeyerek bütün çalışma boyunca katkıda bulunan hocam sayın Prof. Dr. Turan KAYIRAN'a, İTÜ'deki Lisans döneminden bugüne kadar her zaman yanımda olan ve her zaman desteğini esirgemeyen danışman hocam sayın Prof. Dr. G. Berkan ECEVİTOĞLU'na, Yüksek Lisans'a başladığımdan bugüne kadar çalışmalarım süresince desteklerini esirgemeyen değerli bölüm başkanımız sayın Prof. Dr. Ahmet T. BAŞOKUR'a ve diğer bölüm öğretim görevlilerine ve çalışanlarına, bilimsel konularda destek veren ve her zaman bilimsel çalışmalara yönlendiren ve destekleyen sayın İsmet SİNCER'e, Yılmaz SAKALLIOĞLU'na ve sayın A.Uğur GÖNÜLALAN'a, program yazımına destek veren sayın Dr. Abdulkirim MOHAMMED ve sayın Soliman ABURSEN'e, kayıt işlemlerimi aksatmadan özveri ile yapan sayın Selda BAŞAR'a ve sayın H. Sedat BAŞAR'a, katkılarından dolayı sayın Seyfullah TUFAN'a, sayın Tuncer SEYMEN'e ve JFMO çalışanlarına, çalışmalarım süresince birçok fedakarlıklar göstererek beni destekleyen eşim ve çocuklarıma en derin duygularla teşekkür ederim.

Orhan GÜRELİ
Ankara, Mart 2007

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
SİMGELER DİZİNİ.....	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	xi
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Göç İşlemi Nedir ?.....	5
1.2 Sismik Yansıma Yönteminde Bazı İşleçlerin Kinematik Yolla Elde Edilmesi.....	8
1.2.1 Küresel açılım düzeltmesi.....	12
1.2.2 NMO düzeltmesi.....	12
1.2.3 DMO düzeltmesi.....	14
1.3 Göç İşleminin Veri İşlemdeki Yeri.....	18
1.4 Niçin Üç Boyutlu (3B) Sismik Veri ?.....	19
2. GÖÇ İŞLEMİNDE ÖNCEKİ YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	23
2.1 Yığma Sonrası Göç İşlemi Yöntemleri.....	23
2.1.1 Dalga cephesi yöntemi.....	23
2.1.2 Saçılma (Difraksiyon) cephesi yöntemi.....	25
2.1.3 Sonlu farklar yöntemi.....	27
2.1.4 Faz kaydırma (Gazdag) F-K göç işlemi yöntemi.....	28
2.1.5 Stolt iki boyutlu (2B) F-K göç işlemi yöntemi.....	30
2.1.6 Stolt üç boyutlu (3B) F-K göç işlemi yöntemi.....	35
2.1.7 Stolt iki boyutlu (2B) yöntemle üç boyutlu (3B) F-K göç işlemi yöntemi.....	37
2.1.8 Stolt iki boyutlu (2B) göç işleminin durağan faz yöntemi ile hesaplanması.....	39
2.2 Doğru Genlikli Yığma Sonrası Göç İşlemi.....	42
2.2.1 Üç boyutlu sıfır-açılımlı Stolt göç işlemi (Black <i>et al.</i> , 1993).....	42
2.2.2 “Asymptotic pseudounitary” yığma işlemleri (Fomel, 2002).....	48
3. 2B VE 3B SİSMİK VERİLER İÇİN GERÇEK GENLİKLİ GÖÇ İŞLEÇLERİN HESAPLANMASI.....	51
3.1 İki Boyutlu (2B) Doğru Genlikli Göç İşlemleri.....	51
3.1.1 Integral (Kirchhoff) göçünde iki boyutlu (2B) doğru genlikli işlecin Fourier dönüşümü kullanılarak belirlenmesi.....	51
3.1.2 İki boyutlu (2B) doğru genlikli göç işlecinin analitik yoldan elde edilmesi.....	61
3.2 Üç Boyutlu (3B) Doğru Genlikli Göç İşlemleri.....	71
3.2.1 Integral (Kirchhoff) göçünde üç boyutlu (3B) doğru genlikli işlecin Fourier dönüşümü kullanılarak belirlenmesi.....	71
3.2.2 Üç boyutlu (3B) doğru genlikli göç işlecinin analitik yoldan elde edilmesi.....	84
3.2.3 İki boyutlu (2B) yöntemle üç boyutlu (3B) doğru genlikli göç işlecinin belirlenmesi.....	96
4. UYGULAMA.....	102
4.1 İki Boyutlu (2B) Yapay Veri Uygulaması Ve Karşılaştırmaları	102
4.1.1 Sıfır açılımlı yapay sismik kesitlerin elde edilmesi.....	102
4.1.2 Stolt F-K Göç İşlemi Uygulaması.....	106
4.1.3 Black Doğru Genlikli Göç İşlemi Uygulaması.....	109
4.1.4 Doğru Genlikli Göç İşlemi Uygulaması.....	113
4.2 Göç İşlemi Sonrası Yapay Verilerin Karşılaştırılması.....	116
4.2.1 Dalgacıkların zaman ortamında karşılaştırılması.....	116

4.2.2 Genliklerin karşılaştırılması.....	118
4.2.3 Dalgacıkların frekans ortamında karşılaştırılması.....	121
4.3 Üç Boyutlu (3B) Yapay Veri Uygulaması Ve Karşılaştırmaları.....	122
4.4 Gerçek Arazi Veri Uygulaması ve Karşılaştırmaları.....	126
5. BULGULAR.....	131
6. TARTIŞMA VE SONUÇ.....	132
KAYNAKLAR.....	136
EKLER.....	138
Ek 1 Çok Katli İntegralin Durağan Faz Yöntemi İle Çözümü (detayları).....	139
Ek 2 Integral (Kirchhoff) göçünde iki boyutlu (2B) gerçek genlikli işlecin Fourier dönüşümü kullanılarak belirlenmesi (detayları).....	142
Ek 3 İki boyutlu gerçek genlikli göç işlecinin analitik yoldan elde edilmesi (detayları)..	146
Ek 4 Integral (Kirchhoff) göçünde üç boyutlu (3B) gerçek genlikli işlecin Fourier dönüşümü kullanılarak belirlenmesi (detayları).....	149
Ek 5 Üç boyutlu (3B) gerçek genlikli göç işlecinin analitik yoldan elde edilmesi (detayları).....	159
Ek 6 İki boyutlu (2B) yöntemle üç boyutlu (3B) gerçek genlikli işlecin belirlenmesi (detayları).....	165
ÖZGEÇMİŞ.....	168

SİMGELER DİZİNİ

ω_n	NMO yapılmış verinin açısal frekansı
ω_o	Göç işlemi öncesi/sıfır ofsetli verinin açısal frekansı
ω_m	Göç işlemi yapılmış verinin açısal frekansı
ω'_m	İki aşamalı göç işlemi için birinci aşamadaki göç işlemi yapılmış verinin açısal frekansı
k	Atış-alıcı yönünde dalga sayısı
k_x	x ekseni yönünde dalga sayısı
k_y	y ekseni yönünde dalga sayısı
NMO	Normal Kayma Zamanı
DMO	Eğimli Tabakada Kayma
CMP	Ortak Orta Noktası
CDP	Ortak Derinlik Noktası
CDR	Yönlendirilmiş Kontrollü Kayıt
x_n	NMO düzeltmesi yapılmış verinin taşındığı yer
x_o	Sıfır açılımlı verinin bulunduğu yer (veya DMO yapılmış verinin taşındığı yer)
x_m	Göç işlemi sonunda verinin bulunduğu yer
x	x ekseni yönünde DMO noktası ile göç işlemi arasındaki mesafe
y	y ekseni yönünde DMO noktası ile göç işlemi arasındaki mesafe
η	NMO ile DMO noktası arasındaki mesafe
D'	O noktasının eğimli tabakaya olan dik mesafesi
D_o	N noktasının eğimli tabakaya olan dik mesafesi
S'	Görünür kaynak noktası
H	Kaynağın eğimli tabakaya olan dik mesafesi
N	CMP noktasının bulunduğu nokta
O	Sıfır açılımlı verinin bulunduğu nokta
M	Göç işlemi yapılmış verinin bulunduğu nokta
S	Kaynağın bulunduğu nokta
R	Alıcının bulunduğu nokta
v	Eğimli tabakanın ara hızı
v_{rms}	Eğimli tabakanın RMS hızı
v_{nmo}	Tabakanın NMO hızı
θ	Tabakanın gerçek eğimi
α	Tabakanın sıfır açılımdaki eğimi (tabakanın görünür eğim)
ψ	Azimut açısı
ϕ	Dalga'nın eğimli tabakaya geliş açısı
$R(\phi)$	Geliş açısına bağlı yansıma katsayısı
SR	Atış-alıcı mesafesi
h	Atış-alıcı mesafesinin yarısı
$t, \tau(x_n)$	h yarı ofsetinde kaynaktan alıcıya gelen sinyalin seyahat zamanı
$t_n, \tau_n(x_n)$	h yarı ofsette NMO zamanı
$\tau_o(x_n)$	N noktası için DMO zamanı

$t_o, \tau_o(x_o)$	O noktası için DMO zamanı (gerçek DMO zamanı)
$\tau_o(x_n, \eta)$	DMO tepki elipsi
$t_m, \tau_m(x_m)$	Göç işlemi zamanı
t'_m	İki aşamalı göç işlemi için birinci aşamadaki göç işlemi zamanı
$P(t, x_n, h)$	x_n orta noktasında h yarı ofsette kayıt edilmiş veri
$P_s(t, x_n, h)$	x_n orta noktasında h yarı ofsette kayıt edilmiş ve küresel açılım düzeltmesi yapılmış veri
$P_n(t_n, x_n, h)$	x_n orta noktasında h yarı ofsette kayıt edilmiş, küresel açılım düzeltmesi ve NMO düzeltmesi yapılmış veri
$P_o(t_o, x_o, h)$	x_n orta noktasında h yarı ofsette kayıt edilmiş, küresel açılım düzeltmesi, NMO ve DMO düzeltmesi yapılmış veri
$P_o(t_o, x_o)$	Sıfır ofsetli veri
$P_m(t_m, x_m, h)$	x_n orta noktasında h yarı ofsette kayıt edilmiş, küresel açılım düzeltmesi, NMO ve DMO düzeltmesi yapılmış ve yığma öncesi göç işlemi yapılmış veri
$P_m(t_m, x_m)$	Yığma sonrası göç işlemi yapılmış veri
$P_m(t_m, x_m, y_m)$	Yığma sonrası üç boyutlu göç işlemi yapılmış veri
$w(t)$	Sıfır fazlı dalgacık
$W(\omega)$	Dalgacığın frekans ortamındaki karşılığı
$1/\lambda_n$	Gerilme (Stretch) faktörü
$S(t', \eta)$	DMO için iki boyutlu filtre işleci
$S(t', x)$	Göç işlemi için iki boyutlu filtre işleci
$S(t', x, y)$	Göç işlemi için üç boyutlu filtre işleci

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1 Sahada kayıt edilen verinin gerçek yansıdığı noktaya taşınma ilişkisi.....	1
Şekil 1.2 Göç işleminin tipleri.....	6
Şekil 1.3 Göç işlemi tiplerinin karşılaştırılması.....	6
Şekil 1.4.a Eğimli tabakalı bir ortamda sıfır açılım için ışın yolu, b. Eğimli tabakalı bir ortamda yansıyan ışının sıfır açılımlı görünüşü.....	7
Şekil 1.5.a Eğimli tabakanın göç öncesi görünüşü, b. Eğimli tabakanın göç sonrası görünüşü.....	8
Şekil 1.6 Eğimli tabaka için yer modeli.....	9
Şekil 1.7 Dalganın kaynak-yansıma noktası-alıcı arasındaki seyahat yolunun gösterimi.....	9
Şekil 1.8 Eğimli tabakada ışın yolu geometrisi (Black et al.(1993)'ten değiştirilerek alınmıştır)	10
Şekil 1.9 Yatay tabaka ile eğimli tabaka için gerçek seyahat yolunun karşılaştırılması.....	11
Şekil 1.10 Eğimli yansıtıcı için sıfır açılımlı ışın yolu.....	13
Şekil 1.11 NMO, DMO ve göç işlemi ilişkisi ((Black et al. 1993)'ten değiştirilerek alınmıştır).....	15
Şekil 1.12 NMO düzeltmesi sonrası DMO elipsi.....	17
Şekil 1.13 Yığma sonrası DMO ve göç işlemi için veri işlem aşaması	18
Şekil 1.14 İki boyutlu (2B) sismik hat için ışın yolu	20
Şekil 1.15 Üç boyutlu (3B) model çalışması (French1974).....	20
Şekil 1.16.a Şekil 1.15'da gösterilen modeldeki 6 nolu hatta kayıt edilen sıfır açılımlı sismik kesit, b. a'da verilen sıfır açılımlı verinin 2B göç işlemi sonrası görünüşü, c. aynı verinin 3B göç işlemi sonrası görünüşü (French 1974).....	22
Şekil 2.1 Saçılma hiperbolü ile göç işlemi arasındaki ilişki.....	23
Şekil 2.2 Antiklinalin göç işlemi öncesi ve sonrası görünümü	24
Şekil 2.3 Antiklinalin göç işlemi uygulamasının görünüşü.....	24
Şekil 2.4 Huygen'in ikincil nokta kaynağı.....	26
Şekil 2.5 Huygens'in ikincil kaynak yöntemi	26
Şekil 2.6 Saçılma yöntemi kullanılarak elde edilen göç işlemi (Yılmaz 1987).....	27
Şekil 2.7 Sonlu farklar yöntemi kullanılarak elde edilen göç işlemi (Yılmaz 1987).....	28
Şekil 2.8 İki boyutlu (2B) yer modeli (Stolt 1978b)	32
Şekil 2.9 Şekil 2.8'deki modelden elde edilmiş yapay kesit (Stolt 1978b).....	32
Şekil 2.10 Şekil 2.9'daki yapay kesitin Stolt göç işlemi sonrası görünüşü (Stolt 1978b).....	33
Şekil 2.11 Sismik yığma kesiti (Stolt 1978b)	34
Şekil 2.12 Sismik kesitin Stolt göç işlemi sonrası görünüşü (Stolt 1978b).....	34
Şekil 3.1 İki boyutlu (2B) göç işlemi için ışın yolu geometrisi.....	51
Şekil 3.2 Göç işleminin frekans-dalga sayısı (f-k) ortamında görünüşü.....	53
Şekil 3.3 Eğimli yansıtıcı üzerinde yığma öncesi ve sonrası zamanlarının ilişkisi	63
Şekil 3.4 Üç boyutlu (3B) göç işlemi için ışın yolu geometrisi.....	71
Şekil 3.5 Kinematik yol için üç boyutlu (3B) göç işlemi ışın yolu geometrisi.....	84
Şekil 3.6 Eğimli yansıtıcı üzerinde yığma öncesi ve sonrası zamanlarının ilişkisi	86
Şekil 3.7 İki aşamada üç boyutlu (3B) göç işleminin görünüşü.....	97
Şekil 3.8 İki aşamada göç işleminin ilk aşamasının görünüşü.....	97
Şekil 3.9 x yönünde göç işlemi yapılmış verinin y yönündeki tepki eğrisinin görünüşü	98
Şekil 4.1 Yapay veri uygulaması için yer modeli.....	102
Şekil 4.2 Sıfır açılımlı yapay sismik kesit (Tabaka eğimi= 0 derece)	103
Şekil 4.3 Sıfır açılımlı yapay sismik kesit (Tabaka eğimi= 20 derece)	103
Şekil 4.4 Sıfır açılımlı yapay sismik kesit (Tabaka eğimi= 40 derece)	104
Şekil 4.5 Sıfır açılımlı yapay sismik kesit (Tabaka eğimi= 50 derece)	104
Şekil 4.6 Sıfır açılımlı yapay sismik kesit (Tabaka eğimi= 60 derece)	105
Şekil 4.7 Sıfır açılımlı yapay sismik kesit (Tabaka eğimi= 70 derece).....	105
Şekil 4.8 Şekil 4.2'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Stolt göç işlemi (Tabaka eğimi= 0 derece).....	106

Şekil 4.9 Şekil 4.3'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Stolt göç işlemi (Tabaka eğimi= 20 derece)	107
Şekil 4.10 Şekil 4.4'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Stolt göç işlemi (Tabaka eğimi= 40 derece)	107
Şekil 4.11 Şekil 4.5'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Stolt göç işlemi (Tabaka eğimi= 50 derece)	108
Şekil 4.12 Şekil 4.6'daki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Stolt göç işlemi (Tabaka eğimi= 60 derece)	108
Şekil 4.13 Şekil 4.7'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Stolt göç işlemi (Tabaka eğimi= 70 derece)	109
Şekil 4.14 Şekil 4.2'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Black göç işlemi (Tabaka eğimi= 0 derece)	110
Şekil 4.15 Şekil 4.3'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Black göç işlemi (Tabaka eğimi= 20 derece)	110
Şekil 4.16 Şekil 4.4'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Black göç işlemi (Tabaka eğimi= 40 derece)	111
Şekil 4.17 Şekil 4.5'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Black göç işlemi (Tabaka eğimi= 50 derece)	111
Şekil 4.18 Şekil 4.6'daki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Black göç işlemi (Tabaka eğimi= 60 derece)	112
Şekil 4.19 Şekil 4.7'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Black göç işlemi (Tabaka eğimi= 70 derece)	112
Şekil 4.20 Şekil 4.2'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin doğru genlikli göç işlemi (Tabaka eğimi= 0 derece)	113
Şekil 4.21 Şekil 4.3'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin doğru genlikli göç işlemi (Tabaka eğimi= 20 derece)	114
Şekil 4.22 Şekil 4.4'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin doğru genlikli göç işlemi (Tabaka eğimi= 40 derece)	114
Şekil 4.23 Şekil 4.5'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin doğru genlikli göç işlemi (Tabaka eğimi= 50 derece)	115
Şekil 4.24 Şekil 4.6'daki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin doğru genlikli göç işlemi (Tabaka eğimi= 60 derece)	115
Şekil 4.25 Şekil 4.7'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin doğru genlikli göç işlemi (Tabaka eğimi= 70 derece)	116
Şekil 4.26 Stolt göç işlemi sonrası dalgacıkların zaman ortamında görünüşü.....	117
Şekil 4.27 Black doğru genlikli göç işlemi sonrası dalgacıkların zaman ortamında görünüşü ..	117
Şekil 4.28 Doğru genlikli göç işlemi sonrası dalgacıkların zaman ortamında görünüşü	118
Şekil 4.29 Stolt göç işlemi sonrası dalgacıkların normalize edilmiş genliklerinin tabaka eğimi ile değişimi.....	119
Şekil 4.30 Black doğru genlikli göç işlemi sonrası dalgacıkların normalize edilmiş genliklerinin tabaka eğimi ile değişimi.....	119
Şekil 4.31 Doğru genlikli göç işlemi sonrası dalgacıkların normalize edilmiş genliklerinin tabaka eğimi ile değişimi	120
Şekil 4.32 Stolt göç işlemi sonrası dalgacıkların frekans ortamında görünüşü	121
Şekil 4.33 Black doğru genlikli göç işlemi sonrası dalgacıkların frekans ortamında görünüşü	121
Şekil 4.34 Doğru genlikli göç işlemi sonrası dalgacıkların frekans ortamında görünüşü.....	122
Şekil 4.35 Yapay veri uygulaması için üç boyutlu(3B) yer modeli.....	122
Şekil 4.36 Yatay tabaka için normalize edilmiş genlik dağılım haritasının üç boyutlu (3B) görünüşü.....	123
Şekil 4.37 Tabaka eğiminin 20° olması durumunda normalize edilmiş genlik dağılım haritasının üç boyutlu (3B) görünüşü.....	124
Şekil 4.38 Tabaka eğiminin 40° olması durumunda normalize edilmiş genlik dağılım haritasının üç boyutlu (3B) görünüşü.....	124

Şekil 4.39 Tabaka eğiminin 50° olması durumunda normalize edilmiş genlik dağılım haritasının üç boyutlu (3B) görünüşü.....	125
Şekil 4.40 Tabaka eğiminin 60° olması durumunda normalize edilmiş genlik dağılım haritasının üç boyutlu (3B) görünüşü.....	125
Şekil 4.41 Tabaka eğiminin 70° olması durumunda normalize edilmiş genlik dağılım haritasının üç boyutlu (3B) görünüşü.....	126
Şekil 4.42 Sıfır açılımlı arazi veri (giriş verisi)	127
Şekil 4.43 Stolt göç işlemi sonrası görünüşü.....	127
Şekil 4.44 Doğru genlikli göç işlemi sonrası görünüşü.....	128
Şekil 4.45 Doğru genlikli göç ile Stolt göç işlemi arasındaki farkın görünüşü.....	128
Şekil 4.46 Sıfır açılımlı arazi veri (giriş verisi)	129
Şekil 4.47 Stolt göç işlemi sonrası görünüşü.....	129
Şekil 4.48 Doğru genlikli göç işlemi sonrası görünüşü.....	130
Şekil 4.49 Doğru genlikli göç ile Stolt göç işlemi arasındaki fark.....	130

ÇİZELGELER DİZİNİ

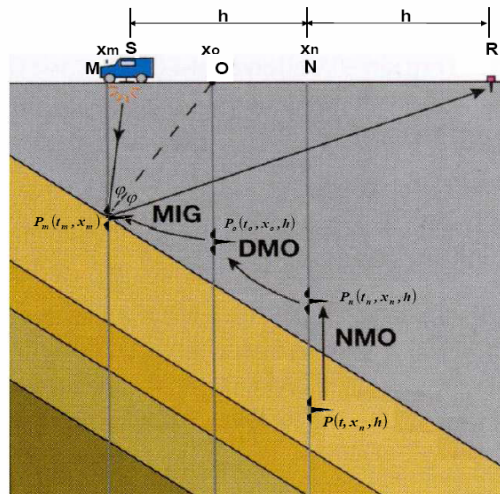
Çizelge 5.1 Standart veri işlem aşamasındaki her evrenin sonuçlarının karşılaştırılması (Black <i>et al.</i> , 1993'ten değiştirilerek alınmıştır).....	131
Çizelge 5.2 Göç işlemlerinin ortak parametrelere göre karşılaştırılması.....	131

1. GİRİŞ

Sismik göç işlemi incelendiğinde, göç işlemine yansıma sismiğinin yorumu ile başlandığı görülmektedir. Sismik veriye yapılan ilk yorumlarda, yansıma noktasının gerçek konumu araştırılmış ve sonraları bir takım grafik yöntemler, cetvel ve pergel kullanılarak gerçek yansıma noktası/düzlemi tespit edilmeye çalışılmıştır. Genelde, yorumcu, farkında olarak veya olmayarak sismik kesiti yorumlarken kafasında bir tür göç işlemi yapmaktadır. Örneğin bir fayın konumunu saçılma hiperbollerinin tepesi olan noktadan geçirir. Bilgisayar kullanımı yaygınlaşınca, grafik yöntemler yerini göç işlemi programlarına bırakmıştır.

Göç işlemi çok genel bir isim olup, sismik kesitteki olayların gerçek yerlerine taşınması olarak tanımlanabilir. Veri işlemde göç işlemi denildiğinde genelde, 2B zaman göç işlemi kastedilir.

Baysal (1984) göç işlemi “ Göç işlemi saçılmaları tek bir noktaya toplayacak, eğimli olayları eğim yönünde taşıyacak, böylece birbirini kesen olayları birbirinden ayıracak, yansıtıcının geometrisinden dolayı sismik kesitteki genlik azalımını veya çoğaltımını (defocusing, focusing) düzeltecek ve ayrıca dalgacığın genlik, frekans ve faz bilgilerini koruyacaktır” şeklinde tarif etmiştir.



Şekil 1.1 Sahada kayıt edilen verinin gerçek yansıdığı noktaya taşınma ilişkisi

Şekil 1.1’de eğimli tabakada yansıyan sinyalin, kayıt işleminden göç işlemine kadar olan veri işlem aşamaları gösterilmiştir. Eğimli tabakada kayıt edilen sinyalin nereden yansıdığı bilinmediği için sinyallerin atış-alıcının ortasından yansıdığı düşünülmektedir. Sahada kayıt edilen veriye ham veri denir. Kayıt edilen ham veri üzerindeki küresel açılım düzeltmesi, Normal Kayma Zamanı (NMO) (Normal Move Out) düzeltmesi, Eğimli Tabakada Kayma (DMO) (Dip Move Out) düzeltmesi ve göç işlemi yapılarak sinyal gerçek yansıdığı noktaya taşınır.

Bilindiği üzere, hem DMO hem de göç işlemi sadece eğimli tabakalarda çalışır. Sinyal, yansıtıcı tabakanın yatay olması durumunda ise yansıma noktası atış-alıcının ortasındaki Ortak Orta Nokta (CMP) (Common Mid Point) noktasından olacağı için DMO’ya ve göç işlemine ihtiyaç yoktur. Tabakaların yatay olması durumunda, hız analizi sonucunda NMO hızları (v_{nmo}) doğru hesaplanabilecektir. Yani tabakalar eğimli olmadığı için, v_{nmo} hızında tabaka eğiminden kaynaklanan bir hız değişimi olmayacaktır. Ayrıca sismikte bütün bağıntılar temelde tabakaların kendi içerisinde yatay, homojen ve izotop olduğu düşünülmekte ve bağıntılar buna göre düzenlenmektedir.

Tabakanın eğimli olması durumunda ise bütün bu işlemler yetersiz kalmaktadır. Bu yetersizlik ilave veri işlem ile giderilmektedir. Eğimli tabakalarda hız analizi sonucunda tespit edilen NMO hızları, normalde (yatay tabakaya göre) biraz daha büyük hesaplanacaktır. Bunun nedeni eğimli tabakanın yatay tabaka gibi düşünülmesinden ve eğimli tabakanın eğiminden kaynaklanmaktadır. Bu hızlardaki hata miktarı, tabaka eğiminin büyüklüğüne bağlı olarak artmaktadır. Bu ilişki $v_{nmo} = v / \cos \theta$ (v ; tabaka ara hızı, θ ; tabaka eğimi) şeklindedir. Tabaka eğiminin sıfır olması durumunda $v_{nmo} = v$ olacaktır. Düşük açılarda da $v_{nmo} \approx v$ alınabilir. Fakat büyük açılarda ise durum değişmektedir. Örneğin tabaka ara hızı $v = 2000$ m/sn iken yatay tabakada $v_{nmo} = 2000$ m/sn olur. Fakat, örneğin 30° eğimli tabakada ise $v_{nmo} = 2310$ m/sn veya 60° eğimli tabakada ise $v_{nmo} = 4000$ m/sn olacaktır. Eğer DMO yapılmazsa yanlış

hızlardan ara hızlar bulunacak ve bu yanlış ara hızlar kullanılarak tabakaların derinlikleri de yanlış hesaplanacaktır.

Eğer DMO yapılmadan NMO yapıp daha sonra yığma kesitler elde edilir ve göç işlemi yapılırsa, veri hem gerçek yansıdığı noktaya taşınamayacak hemde ara hızlar için doğru hızlar kullanılmamış olacaktır.

Buna göre gerekli düzeltmelerden sonra veri işlem aşaması aşağıdaki gibi olmalıdır:

- 1- Küresel açılım düzeltmesi,
- 2- NMO1 (birinci NMO hız analizi ile) düzeltmesi,
- 3- DMO düzeltmesi,
- 4- Ters NMO1 (birinci NMO hızları kullanılarak yapılan düzeltme) düzeltmesi,
- 5- NMO2 (ikinci NMO hız analizi ile, doğru hızlarla) düzeltmesi,
- 6- Yığma kesit elde edilmesi,
- 7- Göç işlemi

olmalıdır. Eğer yukarıdaki sıralamaya göre veri işlem yapılırsa, elde edilecek yığma kesitler, sıfır açılımlı sismik kesitlere çok yakın kesitler olacaktır.

Önceleri bu işlemler yeterli bulunmuş, fakat özellikle sismik kalitenin bozulduğu yerlerde, bindirme kuşaklarında ve eğimin büyük olduğu yerlerde yetersiz kalmıştır. İzlenen bu aşamalar veriyi tam olmasada gerçek yerine taşımış, fakat sinyalin genliğini koruyamamıştır.

Yukarıda verilen veri işlem aşamaları yapılırken en önemli işlem ise genliğin korunmasıdır. Yani arazide toplanan veriler üzerinde önce kayıplar giderilmeli ve gerçek genlikler bulunmalıdır. Bu düzeltme işlemi, küresel açılım düzeltmesi olarak bilinir. Önce küresel açılım düzeltmesi, daha sonra ters evrişim yapılmalı ve sıfır fazlı dalgacıklar elde edilmelidir. Bu işlemler sonucunda elde edilen kayıtlar, sıfır fazlı dalgacıkların yerin yansıma katsayılarıyla evrişimine karşılık gelmektedir. Bu işlemlerin

sonucunda elde edilen dalgacığın genlikleri gerçek genlik kabul edilecek ve göç işleminin sonuna kadar bu genlikler korunacaktır.

Bu yetersizlikleri gidermek için yığma öncesi zaman göçü daha sonraları ise yığma öncesi derinlik göçü üzerine yoğun çalışmalar yapılmış ve halende bu konular üzerine çalışmalar devam etmektedir. Bu çalışmalara paralel olarak veri işlemin her aşamasında gerçek genlikli işlemler ön plana çıkmıştır. Özellikle gerçek genlikli DMO ve gerçek genlikli göç işlemi üzerine birçok çalışma bulunmaktadır (Hubral (1983), Hubral *et al.* (1991), Black *et al.* (1993), Hanitzsch *et al.* (1994), Güreli (1998)).

Bu çalışmada, integral göç işleminde gerçek genliği sağlayacak işlemlerin bulunması hedeflenmiştir. Bunun için göç işlemi öncesi gerçek genlikli DMO yapılmış ve sonrasında yığma kesitlerinin elde edildiği farz edilmiştir. Bu noktaya kadar hem gerçek sıfır açılımlı sismik kesitler elde edilmiş hemde genlikler korunmuştur. Bu veri bu çalışmada giriş verisi olacaktır. Göç işlemine kadar olan konular bu çalışmanın dışındadır. Bu çalışmada, yığma sonrası gerçek genlikli göç işlemi anlatılmakta, 2B ve 3B gerçek genlikli göç işlemi bağıntıları çıkarılmaktadır. Bu işlemler için integral bağıntıları kullanılmış, frekans-dalga sayısı (f-k) ortamında hesaplamalar yapılmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Integral ifadelerinin çözümünde bir ve 2B durağan faz yöntemi kullanılmıştır. Sonuçlar hem yapay veriye, hem de gerçek arazi verisine uygulanmış ve sonuçları karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmalar Stolt (1978a,b)'un denklemleri ile yapılmıştır.

Sıfır açılımlı 2B sismik kesit ($P_o(t_o, x_o)$) ile 2B bir süzgeç evriştirilerek göç işlemi yapılmış 2B sismik kesit ($P_m(t_m, x_m)$) elde edilmektedir. Aynı şekilde 3B sismik kesit ($P_o(t_o, x_o, y_o)$) ile 3B bir süzgeç evriştirilerek göç işlemi yapılmış 3B sismik kesit ($P_m(t_m, x_m, y_m)$) elde edilmektedir. Göç işleminin hızlı ve kolay hesaplanabilmesi için evrişim işlemi f-k ortamında çarpma şeklinde yapılmaktadır. Bu amaçla süzgeç katsayıları f-k ortamında hesaplanır ve f-k ortamına geçirilmiş sıfır açılımlı sismik kesit ile bu ortamda çarpma yapılır. Daha sonra 2B ters Fourier dönüşümü ile zaman

ortamına geçilir. Böylece göç işlemi gerçekleştirilmiş olur. Bu işlemler 2B ve 3B yığma sonrası zaman göç işlemi için yapılmaktadır. Bu işlemlerden önce DMO işleminin yapıldığı varsayılmıştır.

F-k ortamında süzgeç katsayılarının hesaplanabilmesi için denklemlerin çözümünde bir ve 2B durağan faz yöntemi kullanılmıştır. Bu amaçla FORTRAN dilinde bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Bu program öncelikle yapay veri ile test edilmiş, daha sonra ise gerçek arazi verisi üzerinde uygulanmıştır. Gerçek arazi verisinin veri işleminde ve görüntülenmesinde VISTA, SURFER ve MATLAB programları kullanılmıştır.

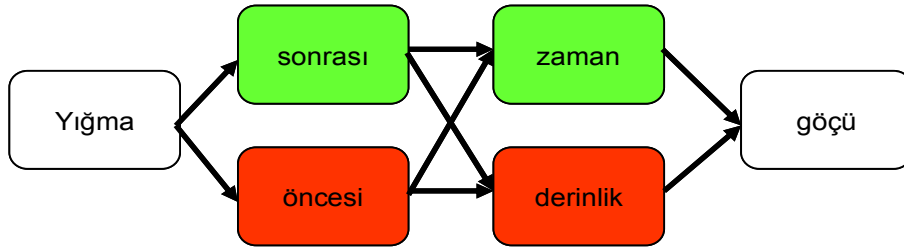
1.1 Göç İşlemi Nedir ?

Yeriçinde bir noktadan yansıyan ve kayıt edilen sinyalin gerçek yansıdığı noktaya taşıma (göç ettirme) işlemine “Göç İşlemi” denir.

Yığma sonrası göç işlemi temelde iki değişik şekilde yapılmaktadır. Birinci yol yerin içinde yarım daire şeklinde bir tabaka olduğu kabul edilir. Yani sıfır açılımda kayıt edilen bütün sinyaller, yerin içindeki yarım daire şeklinde bulunan tabakadan yansıyarak kayıt edildiği düşünülür. Diğer bir deyişle, sıfır açılımda kayıt edilen sinyaller yer içindeki yarım dairenin yüzeyinin herhangi bir noktasından yansıyabilir. Dolayısıyla elde edilen sıfır açılımlı sismik kesitlere göç işlemi uygulanarak, gerçek yansıdığı noktaya taşınacaktır. Fakat yarım dairenin hangi noktasından yansıdığı bilinmediği için veri tüm yarım daire yüzeyine taşınır. İkincisi ise, yeraltındaki tabakaların birden çok noktaların birleşmesinden meydana geldiği düşünülmektedir. Örneğin yerin içinde nokta şeklinde bir yansıtıcı yüzey olsun, böyle bir durumda sıfır açılımlı sismik kesitte bu yüzey bir saçılma hiperbolü şeklinde görülecektir. Bu hiperbolün tepe noktası, nokta şeklindeki yansıtıcının tam üzeri olacaktır. Dolayısıyla göç işleminde bu hiperbol boyunca genlikler toplanarak hiperbolün tepe noktasına taşınmaktadır.

Göç işleminin amacı:

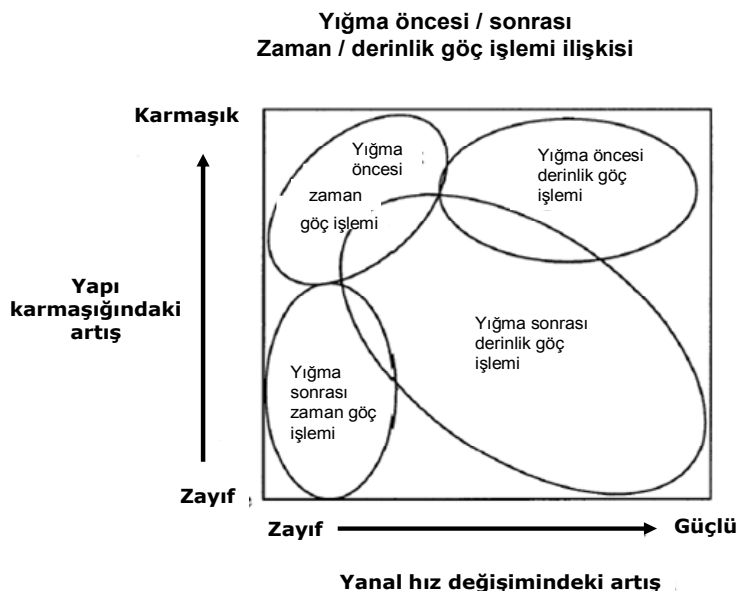
- Saçılmaların ortadan kaldırılması,
- Eğimli tabakanın gerçek eğiminin ve yerinin bulunması,
- Ayrımlılığın artırılması,
- Tabakanın yeraltındaki gerçek görüntüsünün elde edilmesidir.



Şekil 1.2 Göç işleminin tipleri

Göç işleminin dört değişik tipi vardır. Bunlar Şekil 1.2’de gösterilmiştir.

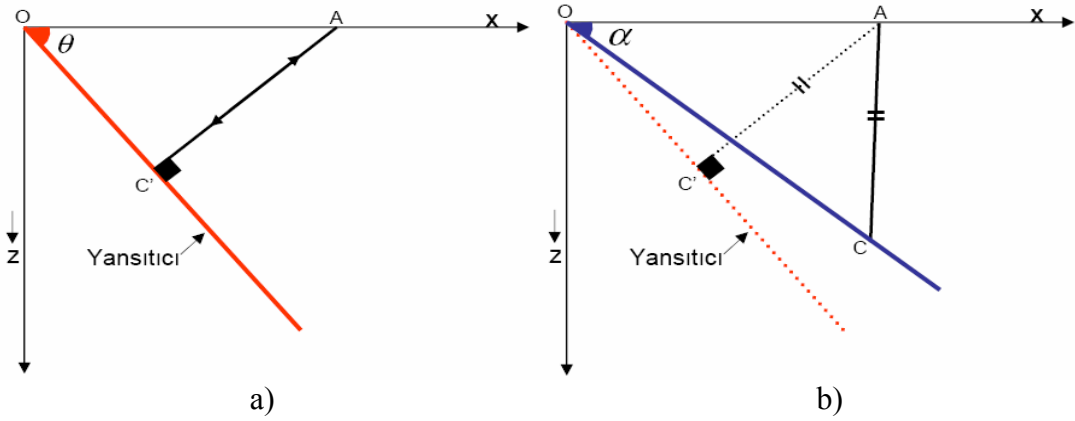
- a) Yığılma sonrası zaman göç işlemi,
- b) Yığılma sonrası derinlik göç işlemi,
- c) Yığılma öncesi zaman göç işlemi,
- d) Yığılma öncesi derinlik göç işlemidir.



Şekil 1.3 Göç işlemi tiplerinin karşılaştırılması

Şekil 1.3’de ise göç işlemi tiplerinin karşılaştırılması görülmektedir. Şekil incelendiğinde yapı karmaşığındaki artışa ve yanal hız değişimine göre bu göç işlemlerinden biri seçilmelidir. Yanal hız değişimi ve yapı karmaşıklığı zayıf ise yığma sonrası zaman göç işlemi tercih edilebilir. Çünkü en ucuz yöntemdir. Diğer taraftan yanal hız değişimi fazla ve yapı karmaşıklığı da fazla ise yığma öncesi derinlik göç işlemi tercih edilmelidir. Bu yöntem ise en pahalı yöntemdir.

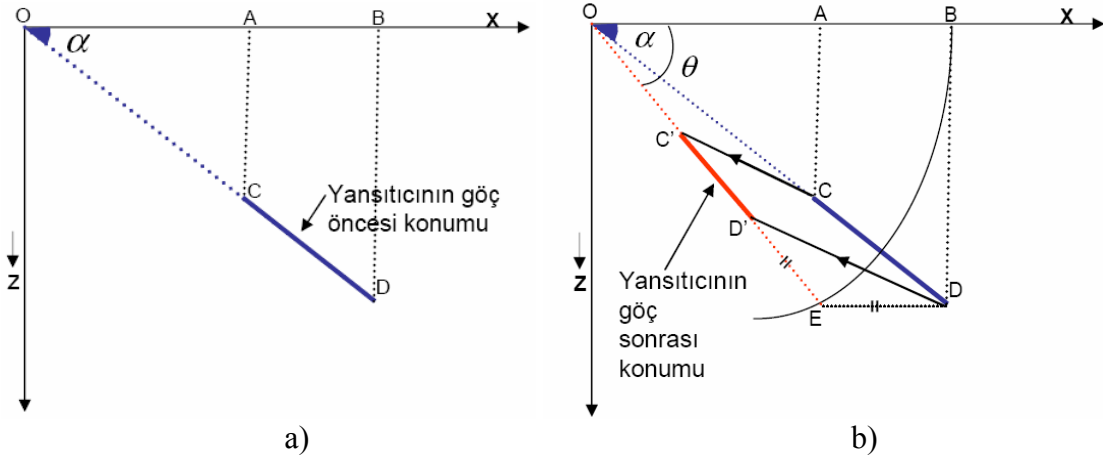
Göç işlemi anlatabilmek için, gerçek yeriçi modeli ile sismik kesitteki görünüşleri incelenmelidir.



Şekil 1.4.a Eğimli tabakalı bir ortamda sıfır açılım için ışın yolu, b. Eğimli tabakalı bir ortamda yansıyan ışının sıfır açılımlı görünüşü

Şekil 1.4.a,b’de model ve sismik kesit sunulmuştur. A noktasındaki kaynak-alıcı C' noktasından gelen sinyali kayıt eder. Sismik kesitte ise A noktasında kayıt edilen sinyal, C noktasında görülecektir. Göç işlemi C noktasındaki sinyali C' noktasına taşıyacaktı. Şekilden de kolayca görülebileceği gibi, yer modelindeki tabaka açısının sinüsü, sismik kesitteki gözlenen tabaka açısının tanjantına eşittir.

Bu bilgilerin ışığı altında, eğimli bir yansıtıcı parçasının göç işlemi için, grafiksel bir yöntemle nasıl yapılacağı Şekil 1.5 ile anlatılmıştır.

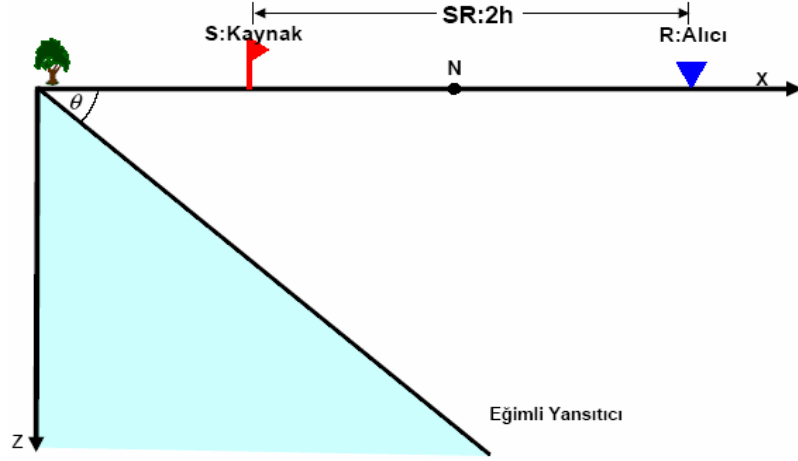


Şekil 1.5.a Eğimli tabakanın göç öncesi görünüşü, b. Eğimli tabakanın göç sonrası görünüşü

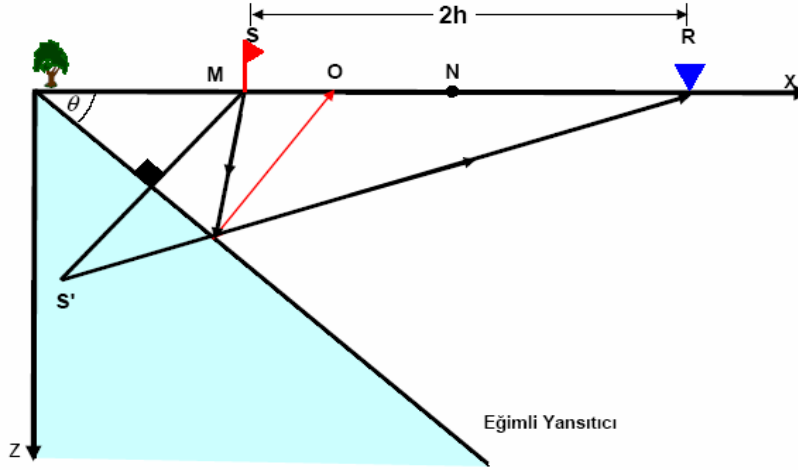
Bu şekilde CD doğrusu uzatılarak önce O noktası bulunur. Daha sonra O merkez, $\overline{OB}$ yarıçap olacak şekilde bir çember çizilir. D noktasından geçen ve $\overline{OB}$ 'ye paralel bir doğrunun çember yayını kestiği E noktası belirlenir. O ve E noktalarından geçen doğru göç işlemi sonrası açığı belirler. $\overline{CD}$ parçası göç işlemi sonucunda bu doğru üzerinde yer alacaktır. DE ye eşit olacak şekilde $\overline{ED'}$ belirlenir. Aynı işlem C noktası için de tekrarlanarak C' bulunur. $\overline{CD}$ doğru parçası böylece $\overline{C'D'}$ 'ne taşınmış (göç) olur.

1.2 Sismik Yansıma Yönteminde Bazı İşlemlerin Analitik Yolla Elde Edilmesi

Yatay tabakalı bir ortamda yansıma noktası, atışla alıcının tam ortasında, eğimli tabakada ise eğime bağlı olarak eğimli tabakanın sığ tarafında olur. Bu kayma tabakanın eğimine bağlıdır. Şekil 1.6'da eğimli bir tabakalı yer modeli görülmektedir.

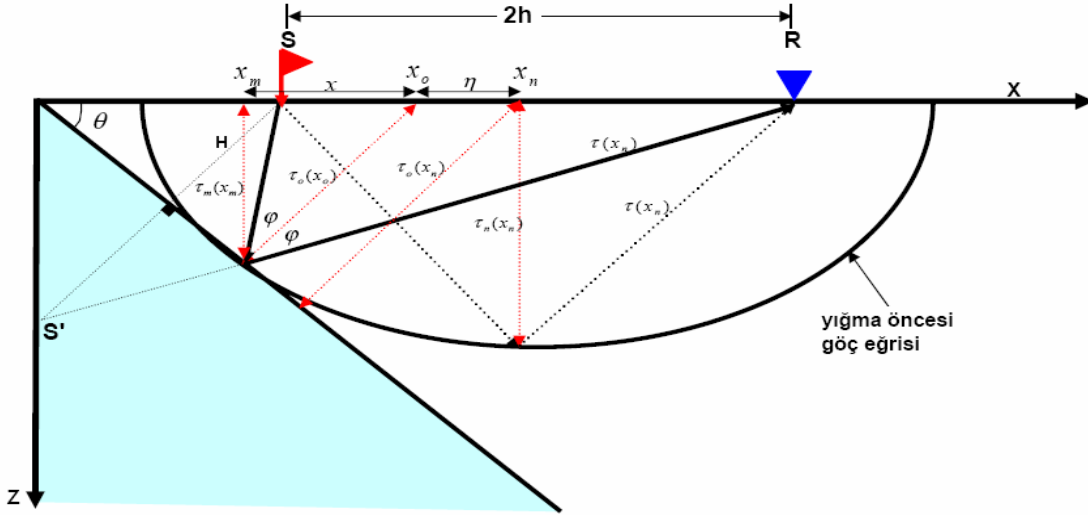


Şekil 1.6 Eğimli tabaka için yer modeli



Şekil 1.7 Dalganın kaynak-yansıma noktası-alıcı arasındaki seyahat yolunun gösterimi

Şekil 1.7'de eğimli bir tabakada yansıma için ışın yolu görülmektedir. Şekilde de görüldüğü gibi ışının yansıdığı nokta atış-alıcı noktasının orta noktasında yansıma-maktadır. Yalnız veri işleminde, yansıyan iz yatay tabakalı bir ortamda yansımış gibi düşünülür ve CMP noktasından yansımış gibi işlem yapılır.



Şekil 1.8 Eğimli tabakada ışın yolu geometrisi (Black *et al.*(1993)'ten değiştirilerek alınmıştır)

Şekil 1.8'de eğimli tabakada kayıt edilen izin; NMO, DMO ve göç işlemi ile ilişkisi görülmektedir. Şekil 1.8'de,

$\tau(x_n)$: h yarı ofsetinde kaynaktan alıcıya gelen sinyalin seyahat zamanı

$\tau_n(x_n)$: h yarı ofsette NMO zamanı

$\tau_o(x_n)$: x_n noktası için DMO zamanı

$\tau_o(x_o)$: x_o noktası için DMO zamanı (gerçek DMO zamanı)

$$|SR| = 2h. \quad (1.1)$$

$$\eta = x_n - x_o.$$

$$x = x_o - x_m.$$

$$D' = \frac{v\tau_o(x_n)}{2}. \quad (1.2)$$

$$D_o = \frac{v\tau_o(x_o)}{2}.$$

dir. Yukarıdaki veriler ışığında, kaynak (S) ile alıcı (R) arasında eğimli tabakadan yansıyan sinyalin seyahat süresi aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$(v\tau(x_n))^2 = (|SR|\cos\theta)^2 + (|SR|\sin\theta + 2H)^2, \quad (1.3)$$

Denklem (1.3)'te, (1.1) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$v^2\tau^2(x_n) = 4h^2 + 4H^2 + 8hH\sin\theta, \quad (1.4)$$

Eğimli tabakada kayıt edilen iz CMP'den yansımamaktadır. Veri işlem aşamasında ise bu iz CMP'den yansımış gibi düşünülür ve bu şekilde veri işlem yapılır.

1.2.1 Küresel açılım düzeltmesi

$$P(t, x_n, h) = R(\varphi) \frac{w(t - \tau(x_n))}{v\tau(x_n)}. \quad (1.10)$$

burada,

$w(t)$: sıfır fazlı dalgacık

v : tabaka ara hızı

$v\tau(x_n)$: kaynak-yansıtıcı-alıcı arasındaki mesafe (yansıyan sinyalin aldığı yol)

φ : sinyalin tabakaya geliş açısı

$R(\varphi)$: sinyalin geliş açısına bağlı yansımaya katsayısı

$P(t, x_n, h)$: h yarı uzaklıkta ve x_n CMP noktasında kayıt edilen sinyal

Denklem (1.10)'da görüldüğü gibi kayıt, kaynak dalgacığı ile yerin yansımaya katsayısı dizisinin evrimi ile elde edilmektedir. Ayrıca bu kayıta küresel açılım kaybı bulunmaktadır. Önce bu kaybın giderilmesi ile işlemlere başlanır.

$$P_s(t, x_n, h) \equiv vtP(t, x_n, h) = R(\varphi) \frac{t}{\tau(x_n)} w(t - \tau(x_n)). \quad (1.11)$$

Denklem (1.11)'de P_s 'nin en büyük genliği $w(0)$ ve $R(\varphi)$ ile orantılıdır.

$$P_s(t = \tau(x_n), x_n, h) = R(\varphi)w(0). \quad (1.12)$$

Arazide kayıt edilen iz sinyalin aldığı yol (vt) ile çarpılarak küresel açılım düzeltmesi gerçekleştirilmiş olur. Gerçek genlikli göç işleminin bir basamağı olan küresel açılım düzeltmesi böylece uygulanmış olur.

1.2.2 NMO düzeltmesi

Şekil 1.8'den

$$\left(\frac{v\tau(x_n)}{2} \right)^2 = \left(\frac{v\tau_n(x_n)}{2} \right)^2 + h^2,$$

$$\tau^2(x_n) = \tau_n^2(x_n) + \frac{4h^2}{v^2},$$

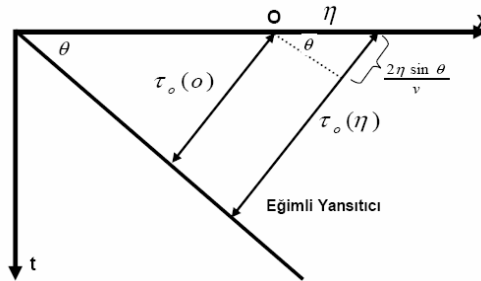
$$\tau_n(x_n) = \left(\tau^2(x_n) - \frac{4h^2}{v^2} \right)^{1/2}. \quad (\text{Black } et \text{ al. } 1993) \quad (1.13)$$

Bu düzeltme işlemine NMO düzeltmesi denir. Yani kayıt edilmiş veriden, kaynak–alıcı mesafesinden kaynaklanan gecikme zamanının kayıttan çıkartılması demektir. Böylece yansıyan dalgaların oluşturduğu hiperboller düzeltilerek aynı seviyeye getirilmiş olacaktır. Böylece NMO düzeltmesi yapılmış olacaktır.

NMO düzeltmesi yapılırken sinyalin genliğinin korunması gereklidir. Yani, NMO sonrası sinyalin genliğinin büyüklüğü düzeltme öncesi ile aynı olmalıdır.

$$P_n(t_n, x_n, h) \equiv P_s(t, x_n, h) = P_s \left(\left(t_n^2 + \frac{4h^2}{v^2} \right)^{1/2}, x_n, h \right). \quad (1.14)$$

Burada amaç, sismik veriye NMO düzeltmesi uygulandığında da genliğin değişmediği vurgulanmıştır.



Şekil 1.10 Eğimli yansıtıcı için sıfır açılımlı ışın yolu

Şekil 1.10’da,

$$D = \frac{\partial \tau_o}{\partial x_o} = \frac{2 \sin \theta}{v} = \frac{k_o}{\omega_o} \quad (\text{Lineer } 1988), (\text{Black } et \text{ al. } 1993) \quad (1.15)$$

olur. (1.6) nolu denklemde (1.15) nolu denklem yazılarak düzenlenirse,

$$\tau^2(x_n) = \tau_o^2(x_n) + \frac{4h^2}{v^2} - (hD)^2, \quad (1.16)$$

olur. (1.13) nolu denklem (1.16) nolu denklemde yerine konulursa,

$$\tau_n^2(x_n) = \tau_o^2(x_n) - (hD)^2. \quad (1.17)$$

olur.

$$P_n(t_n, x_n, h) = R(\varphi)w \left(\left(t_n^2 + \frac{4h^2}{v^2} \right)^{1/2} - \left(\tau_n^2(x_n) + \frac{4h^2}{v^2} \right)^{1/2} \right), \quad (1.18)$$

Denklem (1.18) aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$P_n(t_n, x_n, h) \cong R(\varphi)w[\lambda_n(t_n - \tau_n(x_n))]. \quad (1.19)$$

burada,

$$\lambda_n = \frac{\partial \tau(x_n)}{\partial \tau_n(x_n)} = \frac{\tau_n(x_n)}{\tau(x_n)} \leq 1$$

$\frac{1}{\lambda_n}$: NMO gerilme (stretch) faktörüdür.

Böylece veriye NMO düzeltmesi yapılmış olmaktadır. Gerçek genlikli veri işlemin bir basamağı daha uygulanmış ve buraya kadar dalgacığın genliği korunmuş demektir. NMO düzeltmesi sonrası, Şekil 1.11'deki A noktasında bulunan veri (küresel açılım düzeltmesi yapılmış) B noktasına taşınmış olacaktır.

1.2.3 DMO düzeltmesi

DMO, yığma öncesi veri grubunu değiştiren bir çeşit göç işlemi olup veriye sabit açılım ortamında uygulanır. Veriye DMO uygulandığında, veri üzerindeki eğim etkisini kaldırıldırın matematiksel bir işlemdir. Aynı zamanda NMO hızlarının doğru hesaplanmasını da sağlamaktadır. NMO'dan sonraki aşama ise gerçek genlikli DMO'dur. DMO hem hızlardaki eğimin etkisini giderecek hem de gerçek sıfır açılımlı sismik kesit elde edilecektir.

dir. (1.20) nolu denklem düzenlenirse,

$$P_o(t_o, x_o, h) = \iint dt' d\eta S(t', \eta) P_n(a(\eta)(t_o - t'), x_n, h). \quad (1.21)$$

olur. Denklem (1.21) bir evrişim denklemidir. Yani sabit açılımlı NMO düzeltmesi yapılmış veri bir süzgeç ile evriştirilerek DMO yapılmış veri (sabit açılımda) elde edilecektir. (1.21) nolu denklemin bir boyutlu Fourier dönüşümü alınır,

$$P_o(\omega_o, x_o, h) = \int P_o(t_o, x_o, h) e^{i\omega_o t_o} dt_o \quad (1.22)$$

olur. (1.19) nolu denklem (1.21)'de, (1.21) nolu denklem de (1.22) nolu denklemde yerlerine yazılırsa,

$$P_o(\omega_o, x_o, h) = \int d\eta S(\omega_o, \eta) R(\varphi) \frac{1}{\lambda_n a(\eta)} W\left(\frac{\omega_o}{\lambda_n a(\eta)}\right) e^{i\omega_o \tau_n(x_o + \eta e_1) / a(\eta)}, \quad (1.23)$$

olur. (1.23) nolu integral denklemi bir boyutlu durağan faz yöntemi ile çözülürse,

$$P_o(\omega_o, x_o, h) = S(\omega_o, \eta_o) R(\varphi) \frac{1}{\lambda_n a(\eta_o)} W\left(\frac{\omega_o}{\lambda_n a(\eta_o)}\right) e^{i\omega_o \tau_o(x_o)} G(\omega_o). \quad (1.24)$$

olur. Burada,

$$G(\omega_o) = \frac{h}{2a^2(\eta_o) - 1} \left[\frac{-2\pi i}{\omega_o \tau_o(x_o)} \right]^{1/2}.$$

$$a_o(\eta_o) = \left(1 - \frac{\eta_o^2}{h^2} \right)^{-1/2}.$$

dir. Gerçek genlik DMO işlemi için, önce DMO işleminin genliği değiştirdiği miktar hesaplanmakta ve daha sonra bunun tersi ile evriştirilerek gerçek genlikli DMO elde edilmektedir. Böylece gerçek genlikli DMO süzgeç katsayıları aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$S_T(\omega_o, \eta_o) = \frac{1}{G(\omega_o)} = \frac{2a^2(\eta_o) - 1}{h} \left[\frac{-i\omega_o \tau_o(x_o)}{2\pi} \right]^{1/2}. \quad (1.25)$$

Denklem (1.25), denklem (1.24)'te yerine yazılırsa,

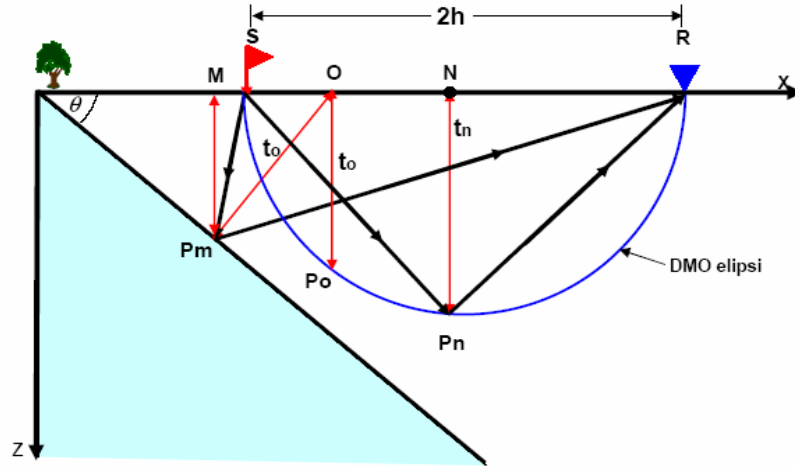
$$P_o(\omega_o, x_o, h) = R(\varphi) \frac{1}{\lambda_n a(\eta_o)} W\left(\frac{\omega_o}{\lambda_n a(\eta_o)}\right) e^{i\omega_o \tau_o(x_o)}. \quad (1.26)$$

olur. (1.26) nolu denklemin ters Fourier dönüşümü alınır,

$$P_o(t_o, x_o, h) = R(\varphi) w[\lambda_n a(\eta_o)(t_o - \tau_o(x_o))]. \quad (1.27)$$

$$P_o(t_o = \tau_o(x_o), x_o, h) = R(\varphi) w(0). \quad (1.28)$$

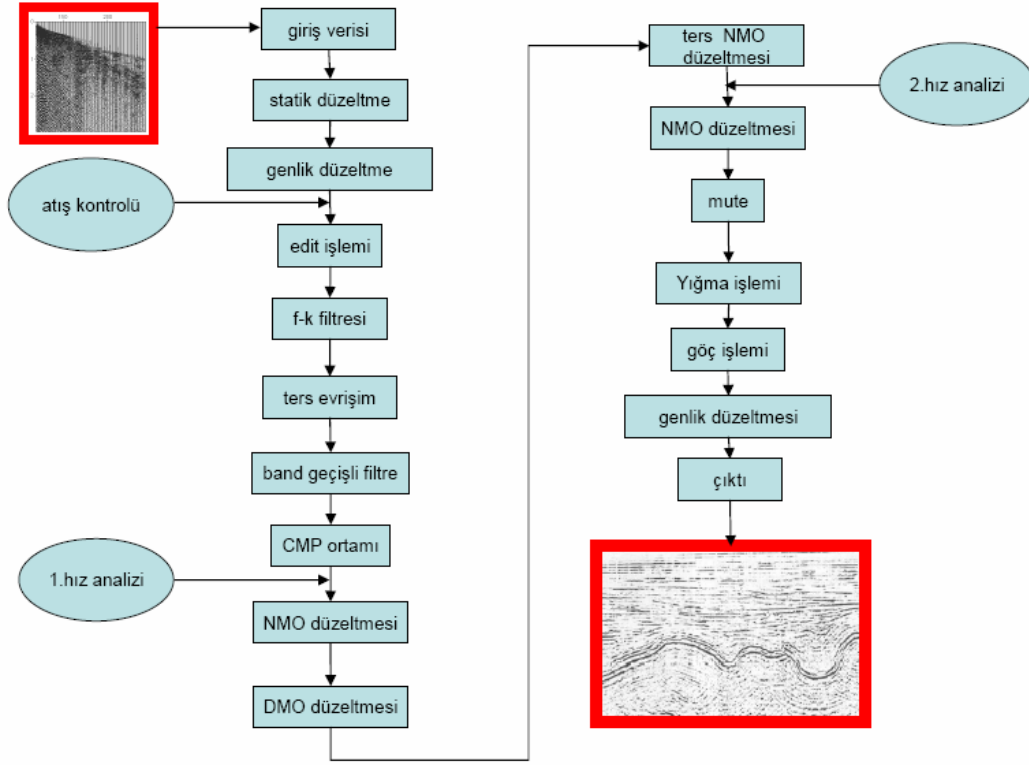
Şekil 1.11'deki B noktasında bulunan veri DMO işlemi ile C noktasına taşınacaktır. (1.28) nolu denklemde de görüldüğü gibi gerçek genlikli DMO işlemi ile DMO sonrası verinin büyüklüğü yansıma katsayısı ile sıfır fazlı dalgacığın çarpımı/evrişimi olmaktadır.



Şekil 1.12 NMO düzeltilmesi sonrası DMO elipsi

Şekil 1.12’de görüldüğü gibi NMO sonrası veriye sabit açılımda DMO işlemi yapılmıştır. Bu işlem yapıldığında veri bir elips boyunca açılmaktadır. Bu işlemler her izin her verisi için yapılır. Bu işlemler sonucunda DMO sonrası bu elipslerin zarfları kalmakta ve böylece DMO işlemi yapılmış olmaktadır.

1.2 Göç İşleminin Veri İşlemdeki Yeri



Şekil 1.13 Yığma sonrası DMO ve göç işlemi için veri işlem aşaması

Şekil 1.13’de yığma sonrası zaman göç işlemi için veri işlem aşaması görülmektedir. Arazide kayıt edilen sismik veri üzerinde herhangi bir işlem yapılmadığı için ham veri olarak bilinir ve manyetik teyplere bu ham veri kayıt edilir. Veri işleme bu ham veriler kopyalanarak başlanır. Daha sonra geometri denilen atışlara ait koordinat bilgileri bilgisayara yüklenir ve ham veri üzerine yazdırılır. Böylece verinin artık nerede kayıt edildiği bilindiğinden, ofset bilgileri, katlama sayısı, CMP numarası gibi bilgiler hesaplanabilir. Topografya bilgileri bilindiğinden, uphole ve kısa açılımlı kırılma yöntemi kullanılarak elde edilen yeriçi modeli ve hız bilgileri kullanılarak atış ve alıcıya ait statik düzeltme zamanları hesaplanır ve kayıt edilen veriye uygulanır. Bir sonraki aşama ise küresel açılım düzeltmesidir. Önce test yapılır ve uygun parametre ile küresel açılım düzeltmesi yapılır. Bu işlemden sonra veride incelemeler başlar, gürültülü kayıtlar, ölü ve ters polariteli izler tespit edilir ve gereken düzeltmeler yapılır. Bu aşamada istenirse f-k ortamında bir süzgeç uygulanabilir. Bu işlemlerden sonra ters

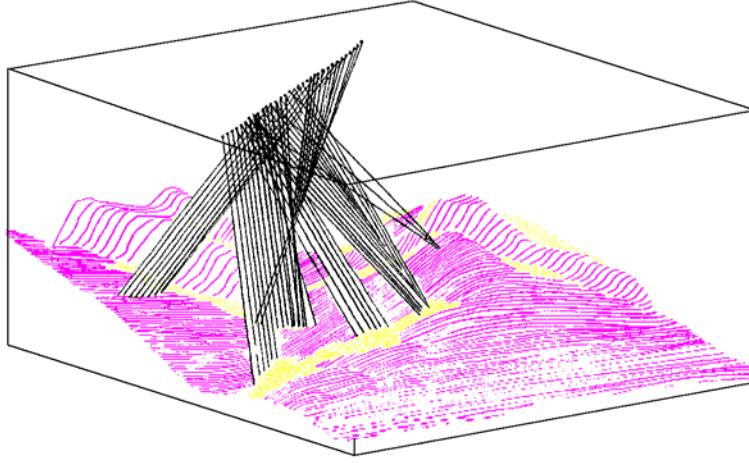
evrişim işlemi yapılır. Bunun için de test yapılmalıdır. Ters evrişim sonrası olabilecek gürültüler için band geçişli süzgeç uygulanır. Süzgeç sonrası veri CMP ortamına geçirilir. Bundan sonraki tüm çalışmalar bu ortamda yapılır.

CMP ortamına geçirilmiş veride öncelikle hız analizi yapılır. Bu hız analizine birinci hız analizi denir. Seçilen hızlarla NMO düzeltmesi yapılır ve DMO yapılacaksa DMO işlemine geçilir, DMO yapılmazsa yığma işlemi yapılarak sıfır açılımlı sismik kesit elde edilir. DMO yapılacaksa NMO yapılmış veri yarı açılıma göre düzenlenerek DMO işlemi yapılır. DMO düzeltmesi sonrası veriye ters NMO (ilk yapılan NMO hızları ile) yapılır. Böylece hızlardaki tabaka eğiminin etkileri giderilmiş olur. Ayrıca yığma işlemine geçince elde edilecek kesit sıfır açılımlı veriye daha yakın olacaktır. Göç işlemi sonrası veri gerçek yansıdığı noktaya taşınabilecektir. Eğer DMO yapılmadan yığma ve göç işlemi yapılırsa, veri gerçek yansıdığı noktaya taşınamayacaktır. Ters NMO sonrası tekrar hız analizi yapılır ki bu hızlar öncekine göre biraz daha düşüktür. Seçilen hızlar ile tekrar NMO yapılır ve yığma işlemine geçilir. Bu işlemlerden sonra artık statik hesaplanır ve uygulanır, tekrar aynı işlemler yapılabilir. Bu, tamamen veri işlemi yapan kişiye bağlıdır. Fakat veri işlemde final kesit demek için en az iki defa hız analizi ve artık (residual) statik hesaplanır ve uygulanır. DMO ise seçmelidir, istenirse uygulanır.

Yığma işlemi sonrası bu tezin de konusu olan göç işlemine geçilir. Göç işlemi yapıldıktan sonra sismik kesit yer modeline benzer, fakat derinlik dönüşümü yapılmamıştır. Bunun için istenirse göç işlemi hızları kullanılarak derinlik dönüşümü yapılır. Böylece yorumcunun kullanabileceği sismik kesitler elde edilmiş olur.

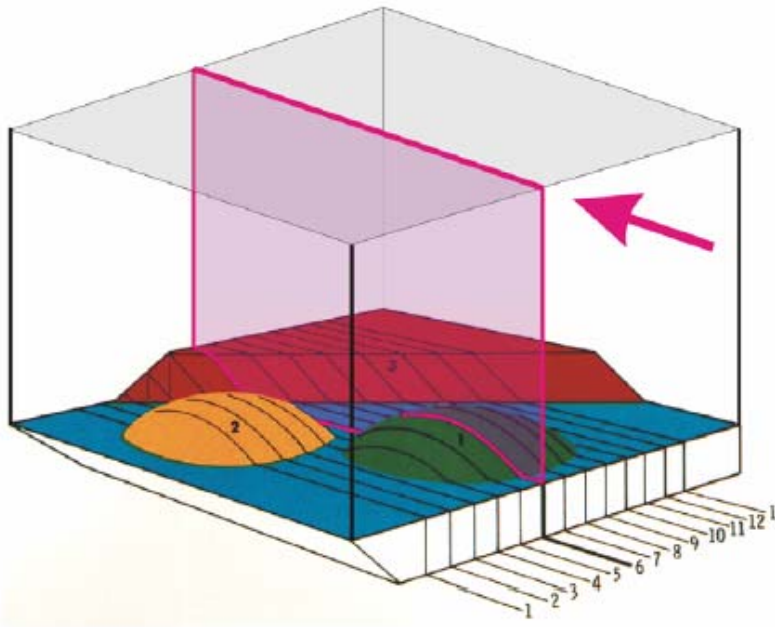
1.4 Niçin Üç Boyutlu (3B) Sismik Veri ?

Bilindiği gibi yerin içi üç boyutludur, aynı zamanda çok karmaşıktır. Bu karmaşık yapıda 2B sismik veri, 3B verinin bir yöndeki izdüşümünü verir. 2B sismikte, sismik hattı içeren düşey düzlemden dalgaların yansıdığı düşünülür. Oysa hattın altından geleceği gibi hatla açı yapan bütün yüzeylerden gelebilir. Bu, tamamen yerin içindeki tabakaların açıları ve konumları ile ilgilidir.



Şekil 1.14 İki boyutlu (2B) sismik hat için ışın yolu

Şekil 1.14’de görüldüğü gibi yer yüzünde tek bir hat üzerinde veri toplanır. Oysa ışınlar yer içinde kendisine dik yüzeyden yansıyarak gelir. Bu yansıma noktaları her zaman hattın altında olmayabilir. Bu durumda ışınlar diğer yüzeylerden de yansıyacak ve kayıtlara girecektir. Dolayısıyla bu sinyaller hem veri işlem yapanı hem de yorumcuyu yanıltacaktır.

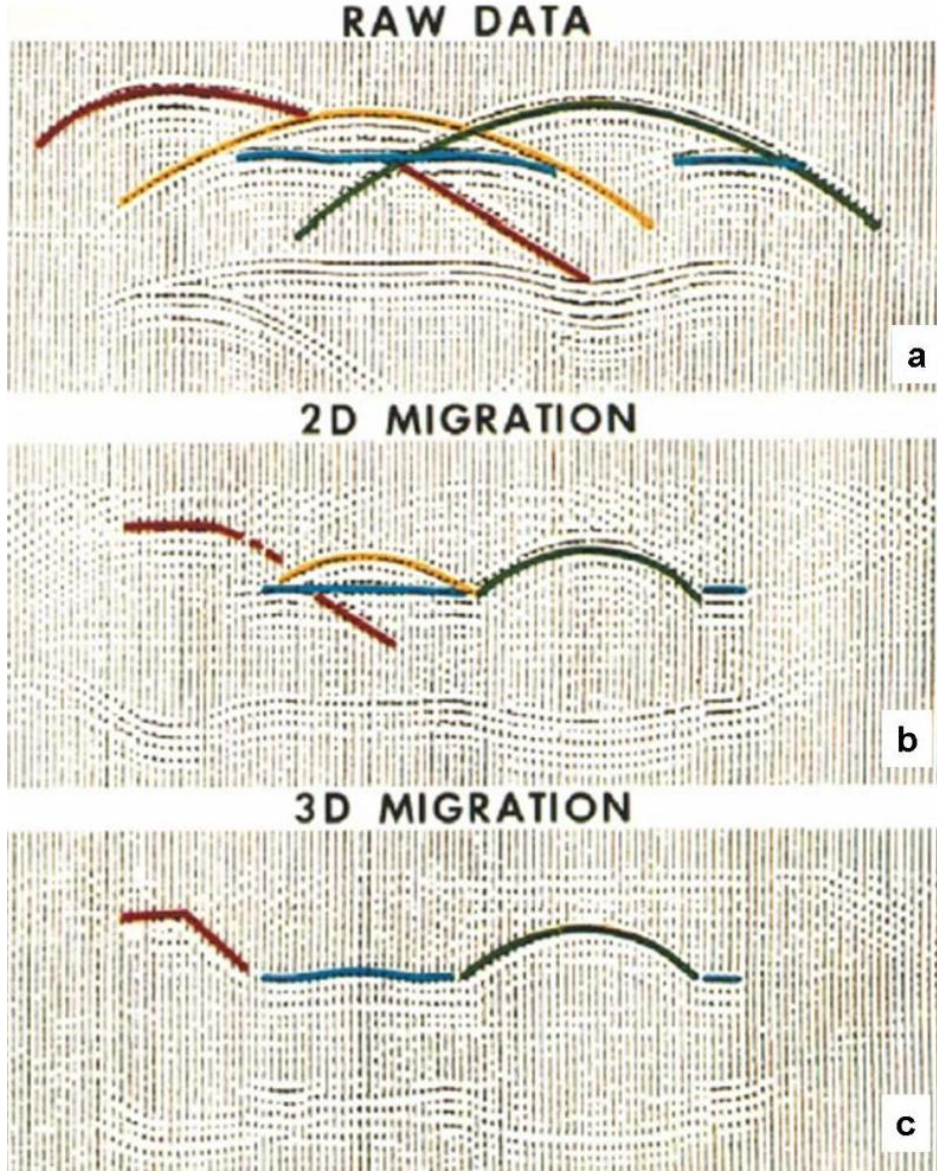


Şekil 1.15 Üç boyutlu (3B) model çalışması (French 1974)

Şekil 1.15’de 2B ve 3B veri arasındaki farkı göstermek için hazırlanmış bir model görülmektedir. Modelde farklı konumlarda iki ondüle yapı (1 ve 2 nolu yapı), bir eğimli tabaka (3 nolu yapı) ve bu yapıları içinde bulunduran yatay tabaka (mavi renkli) bulunmaktadır. Daha sonra bu yapıları kesen, birbirine paralel sismik hatlar atılmış ve 3B yapay sismik veriler elde edilmiştir. Bunlardan 6 nolu hat üzerinde karşılaştırma yapılacaktır.

Şekil 1.16’de yukarıdaki modele göre 6 nolu hatta kayıt edilmiş sıfır açılımlı yapay sismik veri görülmektedir. Model ile kesit incelendiğinde 2 nolu yapı hattın altında olmamasına rağmen bu ondulünlü yapıdan yansıyan izler kayıtlara girmiştir. Eğer sadece 2B veri toplanmış olsa idi, bütün işlemler 2B yapılacak ve sonuçta 2 nolu yapı hep kayıtlarda görülecekti. Aynı şekilde ortada 2B göç işlemi yapılmıştır. Görüldüğü gibi göç işlemi sonrası yapılar ortaya çıkmış, eğimli tabakanın boyu kısalmış ve 2 nolu yapı küçülmüş ama kayıtlardan atılamamıştır. Eğer hedef yapı 2 nolu ondulünlü yapı olsaydı, 2B yorumlama sonucunda kuyu bu hattın üzerinde olacaktı. Sondaj yapıldığı zaman 2 nolu yapı hiç sondaj tarafından kesilmeyecek ve boş kuyu olacaktı.

Fakat aynı veri 3B göç işlemine tabi tutulursa sonuçlar kuşkusuz değişecektir. Aynı şekilde altta ise aynı verinin 3B göç işlemi sonrası görülmektedir. Görüldüğü gibi 2 nolu yapı kesitten tamamen çıkarılmış ve 3 nolu tabakanın yüzeyi küçülmüş ve eğimi artmış ve gerçeğe daha yakın olmuştur.



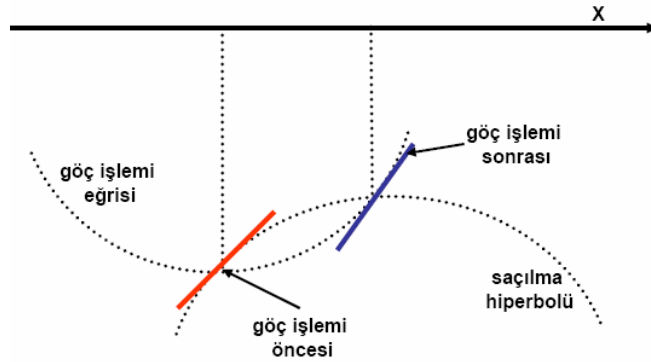
Şekil 1.16.a Şekil 1.15’da gösterilen modeldeki 6 nolu hatta kayıt edilen sıfır açılımlı sismik kesit, b. a’da verilen sıfır açılımlı verinin 2B göç işlemi sonrası görünüşü, c. aynı verinin 3B göç işlemi sonrası görünüşü (French 1974)

2. GÖÇ İŞLEMİNDE ÖNCEKİ YAPILAN ÇALIŞMALAR

2.1 Yığma Sonrası Göç İşlemi Yöntemleri

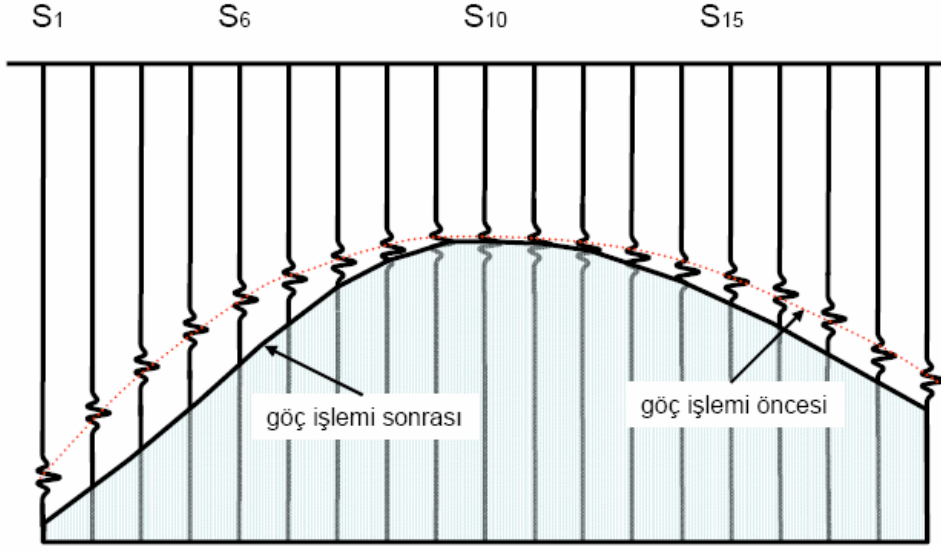
2.1.1 Dalga cephesi yöntemi

Dalga cephesi yönteminde her izdeki veri, merkezi CMP noktası ve yarıçapı $vt_o/2$ olacak şekilde yarım daireler yüzeyine dağıtılır. Bütün bu işlemler her iz ve her ize ait veri için yapılır. Daha sonra aynı izin aynı zamanındaki veriler üst üste toplanır. Bu işlemler tamamlandığında, göç işlemi için yapılan yarım dairelerin zarfları kalacak, kolları ise birbirlerini zayıflatacak veya yok edecektir. Bu işlem sonunda göç işlemi gerçekleşmiş olacaktır.

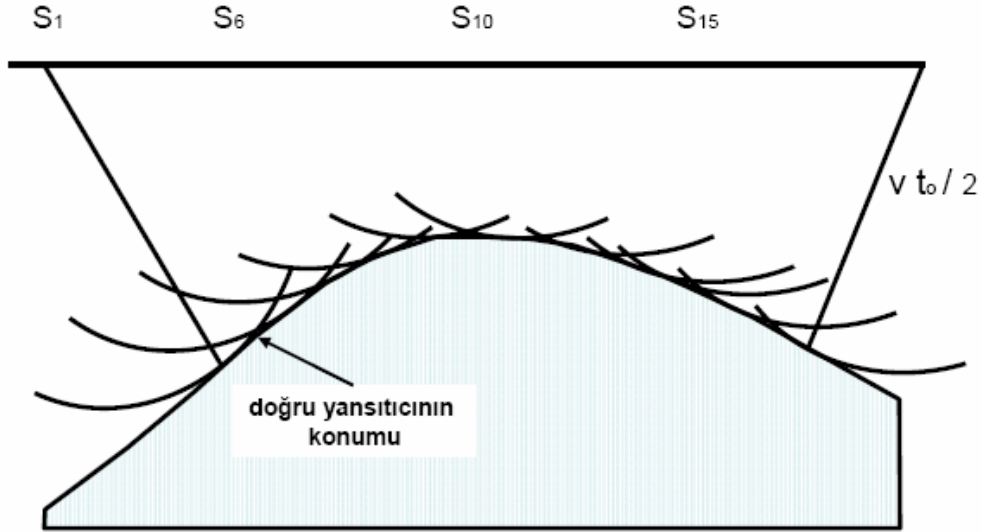


Şekil 2.1 Saçılma hiperbolü ile göç işlemi arasındaki ilişki

Göç işlemi öncesi tabaka eğimi, saçılma hiperbolüne teğettir. Göç işlemi sonrası tabaka eğimi ise göç işlemi eğrisine teğettir. Bu teğetin eğimi tabakanın gerçek eğimine karşılık gelir (Şekil 2.1).



Şekil 2.2 Antiklinalin göç işlemi öncesi ve sonrası görünümü



Şekil 2.3 Antiklinalin göç işlemi uygulamasının görünüşü

Şekil 2.2’de dalga cephelerini kullanan bir grafik yöntem sunulmuştur. Şekilde sismik kesit görülür. Yansıtıcının gerçek şekli ise mavi renkle gösterilmiştir. Her sismik izde yansımanın geliş zamanı için dalga cephesi çizilir. Sabit bir v hızı kullanıldığında dalga cephesi, merkezi yüzeydeki kaynak-alıcı noktası ve yarıçapı $vt_o/2$ olan (t_o : sıfır açılım için seyahat zamanı, v : ortamın hızı) bir çember olacaktır. Her sismik iz için bir dalga cephesi çizildiğinde bunların hepsine teğet olan eğri çizilir ve böylece göç işlemi sonucu elde edilir. Çizilen teğet yansıtıcının gerçek konumunu verir (Şekil 2.3).

2.1.2 Saçılma (Difraksiyon) cephesi yöntemi

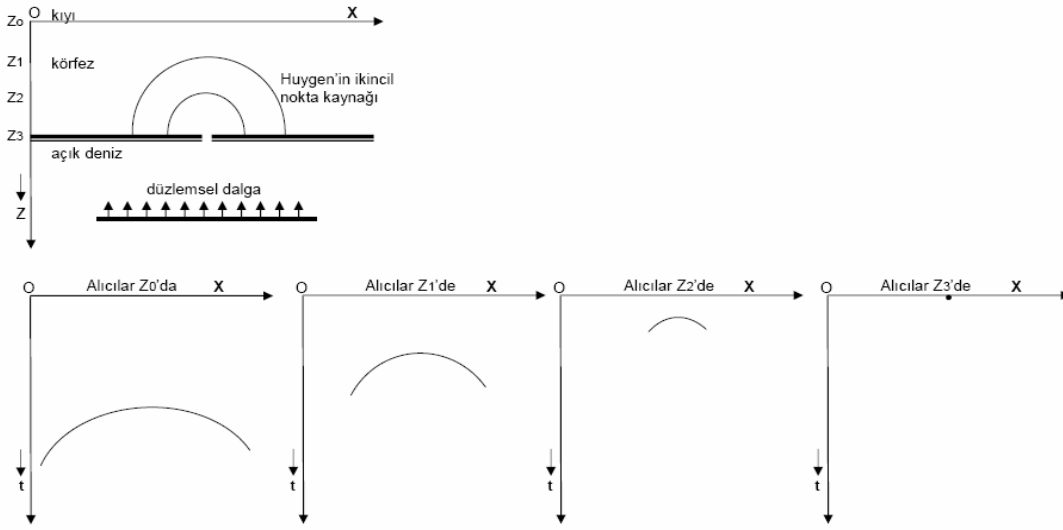
Sismik göç işleminde bir diğer yaklaşım ise dalga yayılımının incelenmesiyle yapılır. Sismik kesit sıfır açılımlı izlerden meydana gelmiştir. Bu nedenle, “patlayan yansıtıcılar” (exploding reflector) benzerliği (analogy) kullanılır. Patlayan yansıtıcı modelinde, hızlar yarıya bölünmüş ve kaynaklar, şiddetleri o noktadaki yansıma katsayısı olmak üzere, yansıtıcılar üzerine yerleştirilmiş olarak düşünülür. Bütün kaynaklar aynı anda ($t=0$) harekete geçirilir ve yüzeydeki alıcılara gelen dalga alanı kaydedilir.

Dalga yayılımını açıklamak amacıyla deniz yüzeyindeki dalgalar incelenebilir. Şekil 2.4’de görüldüğü gibi bir deniz kıyısı modeli düşünelim. x eksenini kıyıyı temsil etsin ve z eksenini kıyıya dik olsun. Kıyıya, yani x eksenine paralel bir dalgakıran ve dalgakıranda tek bir küçük delik olduğunu varsayalım. Kıyıya paralel bir düzlem dalga gelip dalgakırana çarptığında, dalgakıranın kıyı tarafında merkezi dalgakırandaki delik olan çembersel yeni dalga cephelerinin oluştuğu gözlenir. Dalgakırandaki delik bir nokta kaynak gibi davranır. Buna Huygens’in ikincil nokta kaynağı adı verilir. Kıyıya yerleştirilen alıcılar zamanın fonksiyonu olarak gelen dalga alanını kaydederler. Şekilde altta çeşitli z seviyelerinde kıyıya paralel olarak yerleştirilen alıcıların kaydedeceği sismik kesitler sunulmuştur. Kayıt eksenini dalgakırana yaklaştıkça yukarıya doğru kayar. Hiperbolün boyutları ise küçülmekte ve kayıt eksenini dalgakıranla çakıştığında hiperbol tek bir noktaya dönüşmektedir. Dalga cepheleri merkezleri dalgakırandaki delik (x_3, z_3) olan bir çemberdir ve yarıçapları yayılma hızı (v) ve geçen zamanla (t) orantılıdır. Böyle bir çemberin denklemi x, z ve t ’nin fonksiyonu olarak yazılabilir:

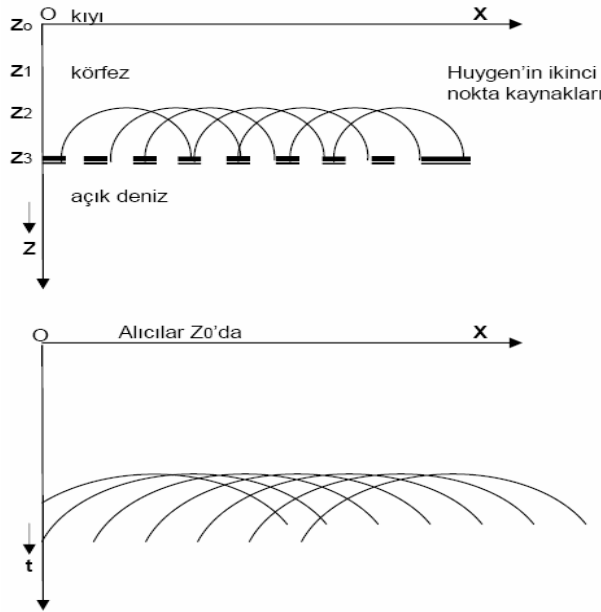
$$(x - x_3)^2 + (z - z_3)^2 = (vt)^2 \quad (2.1)$$

Sabit bir t için bir çember denklemidir. Buna bir analogi olarak herhangi bir t anında dalga cephesinin fotoğrafının çekilmesi düşünülebilir. Aynı denklemde z sabit tutulduğunda ise (x, z) düzleminde bir hiperbol denklemine dönüşür ve bu da belli bir z seviyesinde alınan kayıda eşdeğerdir.

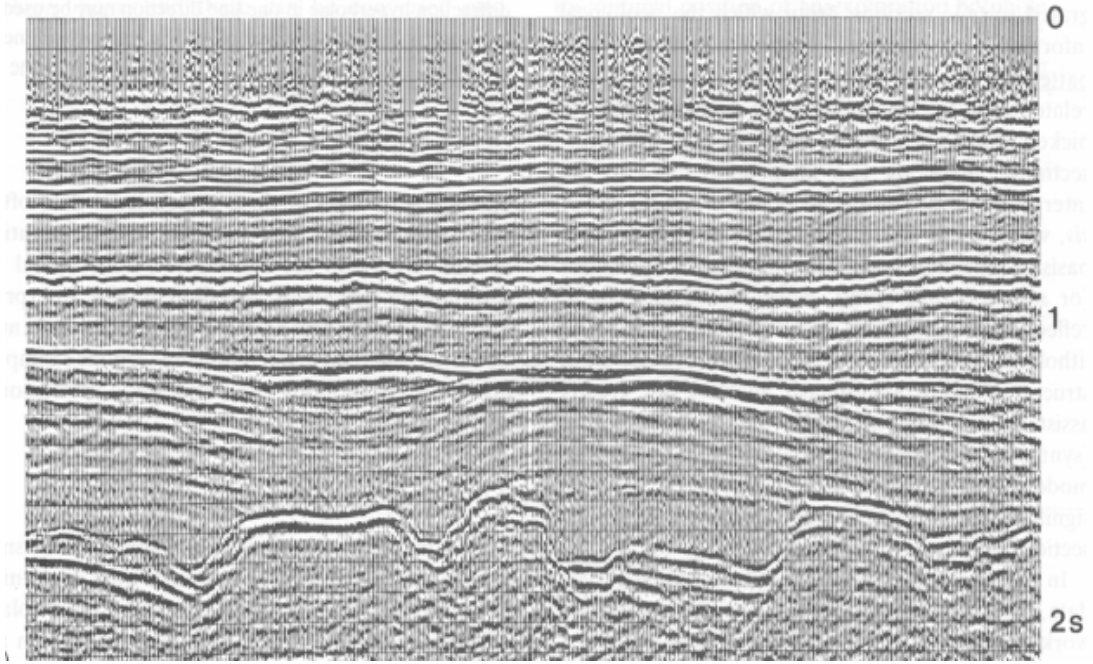
Eğer dalgakıranda iki delik olsaydı, iki ayrı dalga cephesi meydana gelecekti. Bunların girişimi ise lineer olacaktır. Dalgakıranda birçok delik olması durumunda dalga cepheleri ve kıyıda kaydedilecek dalga alanındaki hiperboller görülebilir. Model için dalgakıranda delikler çoğaltılabilir ve son olarak dalgakıran yanyana deliklerden oluşturulabilir, yani dalgakıran ortadan kaldırılır. Bu durumda dalga cephelerinin girişimi bir düzlem dalga olacaktır (Şekil 2.5).



Şekil 2.4 Huygen'in ikincil nokta kaynağı



Şekil 2.5 Huygens'in ikincil kaynak yöntemi



Şekil 2.6 Saçılma yöntemi kullanılarak elde edilen göç işlemi (Yılmaz 1987)

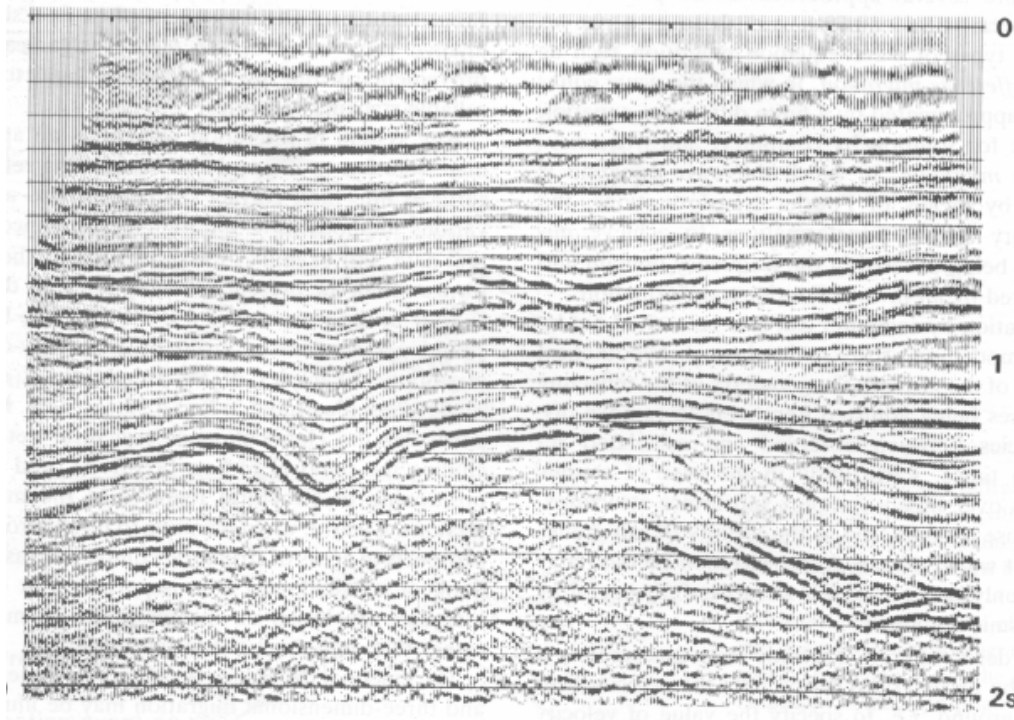
Şekil 2.6’da saçılma yöntemi kullanılarak yapılmış bir göç işlemi görülmektedir.

2.1.3 Sonlu farklar yöntemi

Sonlu farklar göç işlemi de dalga deklemini ile elde edilen bir göç işlemidir. Bu yöntemde, patlayan yansıtıcılar modelinde dalga alanının sadece yukarıya doğru yayılmasına izin verilir. Dalga denklemi aşağıya doğru uzanım şeklinde çözülür, ve böylece göç işlemi yapılmış veri elde edilir.

Aşağı doğru uzanım için dalga denklemi ikiye ayrılarak sadece yukarıya giden dalga alanının denklemini kullanmak gerekir. Dalga denklemi Fourier ortamında kolaylıkla ikiye ayrılabilir. Sorun ise yukarı giden dalga denkleminin tekrar zaman ortamına dönüştürülmesidir. Bunun için çeşitli yaklaşımlar kullanılır. Kullanılan yaklaşım sonucu göç işleminin taşıyabileceği eğimler sınırlıdır. Önceleri 15° göç işlemi ile başlanılmış, daha sonra 45° dalga denklemi kullanılmıştır. Bugün 90° veya ötesi dalga denklemi göç işlemi mümkündür (Baysal *et al.* 1983, 1984). Endüstride ise en çok kullanılan 45° göç

işlemidir. Sonlu farklar göç işleminin en büyük avantajı yatay ve düşey yönlerde değişken hız kullanılabilmesidir. Dezavantajı ise tabaka eğiminin sınırlı olmasıdır.



Şekil 2.7 Sonlu farklar yöntemi kullanılarak elde edilen göç işlemi (Yılmaz 1987)

Şekil 2.7’de Sonlu farklar yöntemi kullanılarak yapılmış bir göç işlemi görülmektedir.

2.1.4 Faz kaydırma (Gazdag) F-K göç işlemi yöntemi

Yılmaz (1987), Gazdag faz kaydırma ile göç işlemini aşağıdaki şekilde açıklamıştır. Bu yöntemin çözümüne 2B skalar dalgı denklemleri ile başlanmaktadır.

$$\left(\frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial t^2} \right) P(t, x, z) = 0. \quad (2.2)$$

burada; x yatay eksen, z derinlik eksenı (aşağı doğru pozitif) ve t ise zamandır. $P(t, x, 0)$ yukarı doğru gelen ve yüzeyde kayıt edilen sismik dalgıdır. $P(x, 0, z)$ ise bulmak istenilen yansıma katayıları dizisi veya yerin içidir, diğeri bir deyişle derinlik kesitidir.

$P(t, x, z)$ ’nin 2B Fourier dönüşümü alınırsa,

$$P(\omega, k_x, z) = \iint P(t, x, z) e^{-i(k_x x - \omega t)} dx dt .$$

olur. $P(\omega, k_x, z)$ 'nin 2B ters Fourier dönüşümü alınırsa,

$$P(t, x, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint P(\omega, k_x, z) e^{i(k_x x - \omega t)} dk_x d\omega . \quad (2.3)$$

olur. (2.2) nolu denklemdeki difarensiyel işleci (2.3) nolu denkleme uygulanırsa,

$$\frac{\partial}{\partial z^2} P(\omega, k_x, z) + \left(\frac{\omega^2}{v^2} - k_x^2 \right) P(\omega, k_x, z) = 0 . \quad (2.4)$$

olur. Burada; v , ortamın hızı, ω açısal frekans, k_x x yönünde dalga sayısıdır. Gerçekte v hızı derinlikle değişmesine rağmen ortamın hızı sabit alınacaktır. (2.4) nolu denklemin iki çözümü bulunmaktadır. Bunlardan biri aşağı giden, diğeri ise yukarı gelen dalgalardır. Çözüm için (2.4) nolu denklemin yukarı doğru gelen kısmı alınacaktır.

$$P(\omega, k_x, z) = P(\omega, k_x, 0) e^{i \left(\frac{\omega^2}{v^2} - k_x^2 \right)^{1/2} z} . \quad (2.5)$$

Denklem (2.5)'nin bir boyutlu çözümü aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial}{\partial z} P(\omega, k_x, z) = i \left(\frac{\omega^2}{v^2} - k_x^2 \right)^{1/2} P(\omega, k_x, z) .$$

$$k_z = \frac{\omega}{v} \left(1 - \left(\frac{v k_x}{\omega} \right)^2 \right)^{1/2} . \quad (2.6)$$

burada k_z düşey yönde dalga sayısıdır. (2.6) nolu denklemi bir boyutlu skalar dalga denkleminin dağılma (dispersion) ilişkisi olarak bilinir. (2.5) nolu denklemde yerine konulursa,

$$P(\omega, k_x, z) = P(\omega, k_x, 0) e^{-i k_z z} . \quad (2.7)$$

dir. (2.7) nolu denklemin ters Fourier dönüşümü alınırsa,

$$P(t, x, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint P(\omega, k_x, 0) e^{i k_z z} e^{i(k_x x - \omega t)} dk_x d\omega . \quad (2.8)$$

olur. Denklem (2.6)'de çözümler için ortamın hızının yarısı alınır. Çünkü denklemin çözümü için yukarıya doğru yayılan dalga denklemini kullanıldı. Gerçekte sinyaller yüzeyden aşağı gidip yansıtıcı yüzeyden yansıtılarak yüzeye gelir. Bu da yansıtıcı

yüzeyden alıcıya geliş süresinin iki katı olacak demektir. Bu amaçla ortamın hızının yarısı alınmaktadır. Bu durumda (2.6) nolu denklem,

$$k_z = \frac{2\omega}{v} \left(1 - \left(\frac{vk_x}{2\omega} \right)^2 \right)^{1/2}. \quad (2.9)$$

olur. Göç işlemi yapılmış veri $P(x, z, t = 0)$ 'dır. Bu durumda (2.8) nolu denklemde $t = 0$ alınarak yeniden yazılırsa,

$$P(x, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint P(k_x, 0, \omega) e^{ik_z z + ik_x x} dk_x d\omega. \quad (2.10)$$

olur. (2.10) nolu denklem sabit hızlı Gazdag faz kaydırma yöntemi olarak bilinir.

2.1.5 Stolt iki boyutlu (2B) F-K göç işlemi yöntemi

Yılmaz (1987), Stolt f-k göç işlemini aşağıdaki şekilde göstermektedir. Stolt (1978a,b), göç işlemine Gazdag faz kaydırma ile göç işlemi yöntemini kullanarak başlamıştır. (2.9) nolu denklemde ω yalnız bırakılırsa,

$$\omega = \frac{v}{2} (k_x^2 + k_z^2)^{1/2}. \quad (\text{Stolt 1978a}) \quad (2.11)$$

olur. (2.11) nolu denklemin türevi alınır,

$$d\omega = \frac{v}{2} \frac{k_z}{(k_x^2 + k_z^2)^{1/2}} dk_z. \quad (2.12)$$

olur. (2.12) nolu denklem (2.10) nolu denklemde yerine yazılır ve düzenlenirse,

$$P(x_m, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint \left[\frac{v}{2} \frac{k_z}{(k_x^2 + k_z^2)^{1/2}} \right] P \left[k_x, \frac{v}{2} (k_x^2 + k_z^2)^{1/2} \right] e^{ik_z z + ik_x x_m} dk_x dk_z. \quad (2.13)$$

olur. (2.13) nolu denklem sabit hızlı Stolt 2B f-k göç işlemi denklemdir. Stolt bu denklemi bu şekilde bırakmaktadır. (2.13) nolu denklemde bazı düzenlemeler yapılırsa,

$$\omega_m = \frac{vk_z}{2}. \quad (\text{Stolt 1978a}) \quad (2.14)$$

ve düzenlenirse,

$$k_z = \frac{2\omega_m}{v}.$$

olur. (2.14) nolu denklemin türevi alınır,

$$dk_z = \frac{2}{v} d\omega_m.$$

olur. Ayrıca,

$$z = \frac{vt_m}{2}. \quad (\text{Stolt 1978a}) \quad (2.15)$$

dır. Bu durumda,

$$k_z z = \frac{2\omega_m}{v} \frac{vt_m}{2},$$

$$k_z z = \omega_m t_m. \quad (\text{Stolt 1978a}) \quad (2.16)$$

şeklinde yazılabilir. (2.14), (2.15) ve (2.16) nolu denklemleri (2.13) nolu denklemde yerlerine yazılırsa,

$$P(t_m, x_m) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint \left[\frac{\omega_m}{\left(\omega_m^2 + \frac{v^2 k_x^2}{4} \right)^{1/2}} \right] P \left[\left(\omega_m^2 + \frac{v^2 k_x^2}{4} \right)^{1/2}, k_x \right] e^{-i\omega_m t_m + ik_x x_m} dk_x d\omega_m, \quad (2.17)$$

Denklem (2.17)'te,

$$\omega_o = \left(\omega_m^2 + \frac{v^2 k_x^2}{4} \right)^{1/2}. \quad (\text{Chun 1981}) \text{ ve } (\text{Black et al. 1993}) \quad (2.18)$$

alnırsa,

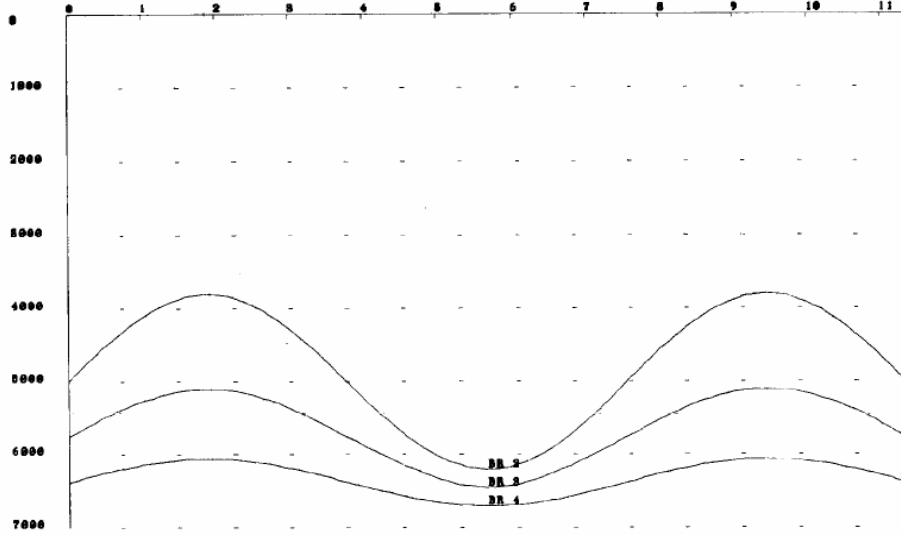
$$P(t_m, x_m) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint \left[\frac{\omega_m}{\omega_o} \right] P(\omega_o, k_x) e^{-i\omega_m t_m + ik_x x_m} dk_x d\omega_m. \quad (2.19)$$

olur. (2.19) nolu denklemin bir boyutlu Fourier dönüşümü alınır,

$$P(\omega_m, x_m) = \frac{1}{2\pi} \int \left[\frac{\omega_m}{\omega_o} \right] P(\omega_o, k_x) e^{+ik_x x_m} dk_x. \quad (2.20)$$

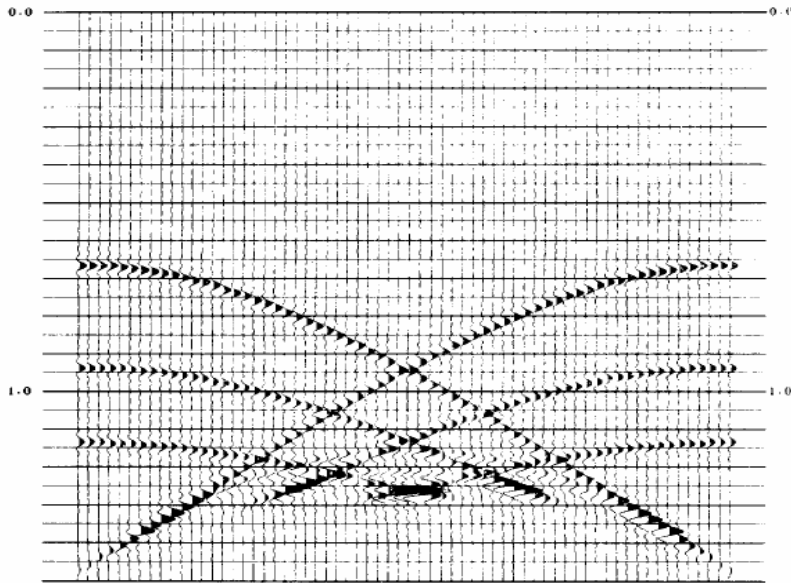
elde edilir. (2.20) nolu denklem (2.13) nolu Stolt 2B f-k göç işlemi yönteminin düzenlenmiş halidir. (2.20) nolu denklem Black et al. (1993) (46) nolu denklemin 2B yazılmış halidir.

Bu yöntemde eğim sınırı yoktur, yani 90° ye kadar göç işlemi yapılabilir. Çok hızlı bir yöntemdir. Bu yüzden en ucuz yöntem olarak bilinir. En büyük dezavantajı sabit hızlı olmasıdır.



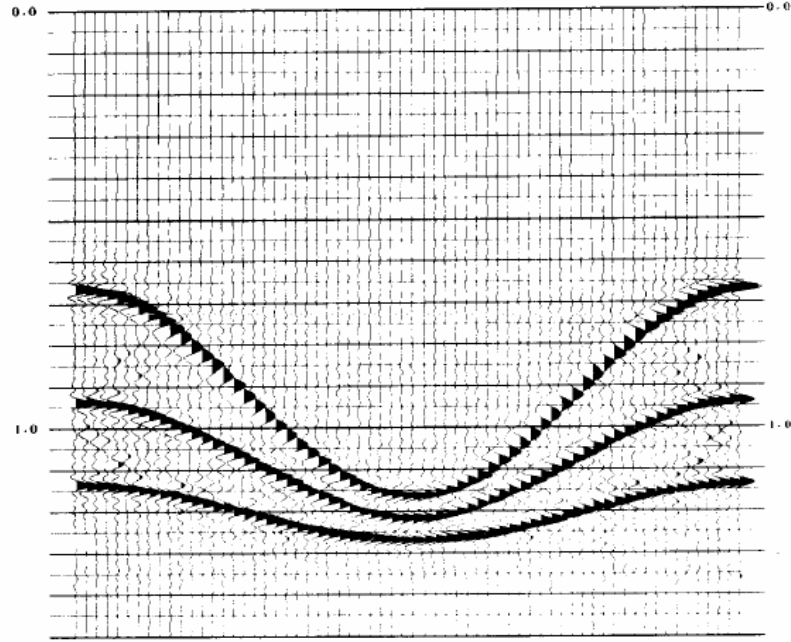
Şekil 2.8 İki boyutlu (2B) yer modeli (Stolt 1978b)

Şekil 2.8’de Stolt f-k göç işleminin yapay veri uygulamasındaki yer modeli görülmektedir.



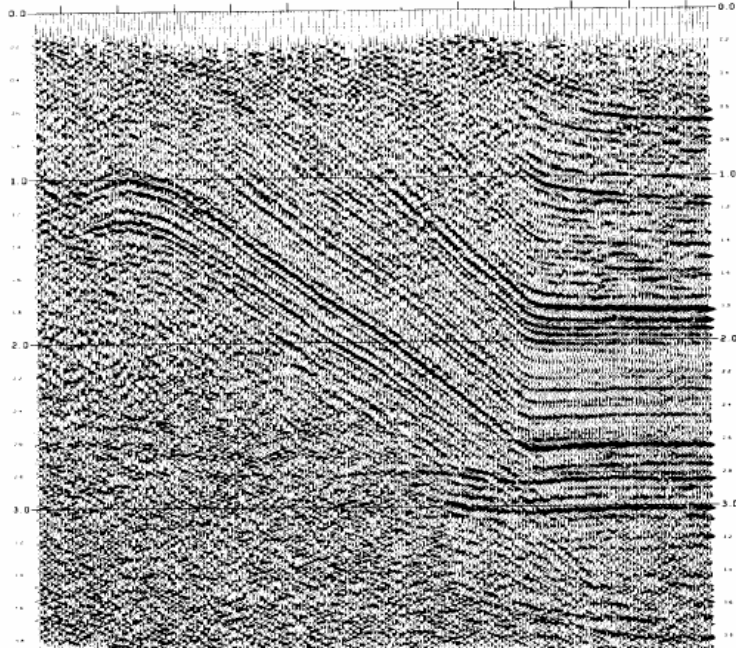
Şekil 2.9 Şekil 2.8’deki modelden elde edilmiş yapay kesit (Stolt 1978b)

Şekil 2.8'deki modelden elde edilmiş yapay sıfır açılımlı sismik kesit, Şekil 2.9'da görülmektedir. Stolt göç işlemi testi için bu yapay veri kullanılmıştır. Şekil 2.9'daki sıfır açılımlı yapay veri (2.20) nolu denklem ile göç işlemine tabi tutulmuş ve sonuçlar Şekil 2.10'da görülmektedir.



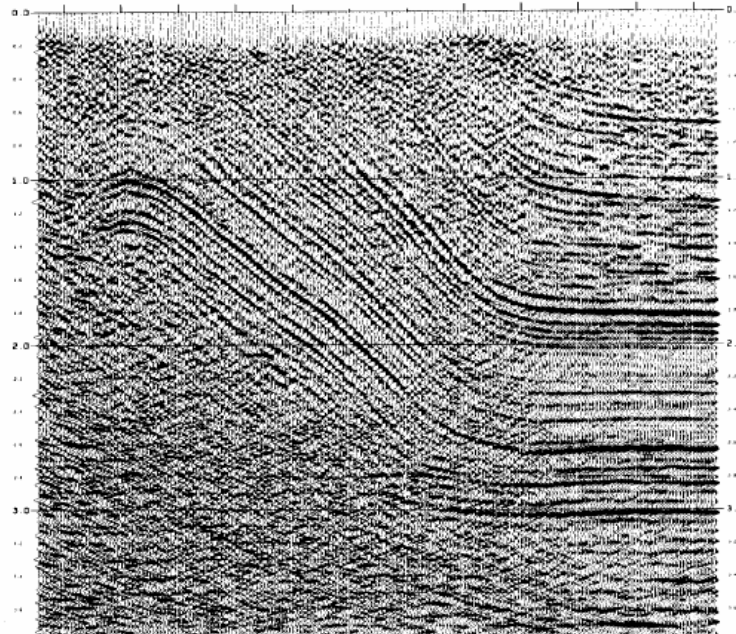
Şekil 2.10 Şekil 2.9'daki yapay kesitin Stolt göç işlemi sonrası görünüşü (Stolt 1978b)

Şekil 2.10 incelendiğinde, göç işlemi sonrası elde edilen kesit yer modeline (Şekil 2.8) benzemektedir. Yani göç işlemi sonrası sismik kesitler derinlik dönüşümü yapıldığında yer modelini vermektedir.



Şekil 2.11 Sismik yığma kesiti (Stolt 1978b)

Şekil 2.11’de veri işlemi yapılmış 2B gerçek saha verisi görülmektedir. Stolt göç işlemi ayrıca bu saha verisine de uygulanmıştır.



Şekil 2.12 Sismik kesitin Stolt göç işlemi sonrası görünüşü (Stolt 1978b)

Şekil 2.11’de verilen yığma kesit, (2.20) nolu denklem ile göç işlemine tabi tutulmuş ve sonuçlar Şekil 2.12’de görülmektedir. Şekil 2.12 incelendiğinde tabaka eğimlerinin arttığı ve saçılma hiperbollerinin ise tepe noktasında toplandığı ve kollarının yok olduğu görülmektedir.

2.1.6 Stolt üç boyutlu (3B) F-K göç işlemi yöntemi

Stolt (1978a,b), 3B f-k göç işlemi bağıntısına da 2B Gazdag faz kaydırma göç işlemi bağıntısını 3B yazarak başlamıştır.

$$P(x_m, y_m, z) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint P(\omega, k_x, k_y) e^{+ik_z z + ik_x x_m + ik_y y_m} dk_x dk_y d\omega. \quad (2.21)$$

Denklem (2.11)’de ω 3B yazılıp yalnız bırakılırsa,

$$\omega = \frac{v}{2} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)^{1/2}. \quad (\text{Stolt 1978a}) \quad (2.22)$$

olur. (2.22) nolu denklemin türevi alınır,

$$d\omega = \frac{v}{2} \frac{k_z}{(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)^{1/2}} dk_z. \quad (2.23)$$

olur. (2.23) nolu denklem (2.21) nolu denklemde yerine konulursa,

$$P(x_m, y_m, z) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint \left[\frac{v}{2} \frac{k_z}{(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)^{1/2}} \right] P \left[k_x, k_y, \frac{v}{2} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)^{1/2} \right] e^{+ik_z z + ik_x x_m + ik_y y_m} dk_x dk_y dk_z. \quad (2.24)$$

olur. (2.24) nolu denklem sabit hızlı Stolt 3B f-k göç işlemi denklemidir. Stolt bu denklemi bu şekilde bırakmaktadır. (2.24) nolu denklemde bazı düzenlemeler yapılırsa,

$$\omega_m = \frac{v k_z}{2}. \quad (\text{Stolt 1978a}) \quad (2.25)$$

ve düzenlenirse,

$$k_z = \frac{2\omega_m}{v}. \quad (2.26)$$

olur. (2.26) nolu denklemin türevi alınır,

$$dk_z = \frac{2}{v} d\omega_m.$$

olur. Ayrıca,

$$z = \frac{vt_m}{2}. \quad (\text{Stolt 1978a})$$

dır. Bu durumda,

$$k_z z = \frac{2\omega_m}{v} \frac{vt_m}{2},$$

$$k_z z = \omega_m t_m. \quad (\text{Stolt 1978a}) \quad (2.27)$$

şeklinde yazılabilir. (2.25) ve (2.27) nolu denklemleri (2.24) nolu denklemde yerlerine yazılırsa,

$$P(t_m, x_m, y_m) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint \left[\frac{\omega_m}{\left(\omega_m^2 + \frac{v^2 k_x^2}{4} + \frac{v^2 k_y^2}{4} \right)^{1/2}} \right] P \left[\left(\omega_m^2 + \frac{v^2 k_x^2}{4} + \frac{v^2 k_y^2}{4} \right)^{1/2}, k_x, k_y \right] e^{-i\omega_m t_m + ik_x x_m + ik_y y_m} dk_x dk_y d\omega_m. \quad (2.28)$$

Denklem (2.28)'de,

$$\omega_o = \left(\omega_m^2 + \frac{v^2}{4} (k_x^2 + k_y^2) \right)^{1/2}. \quad (\text{Chun 1981}), (\text{Black et al. 1993})$$

alnırsa,

$$P(t_m, x_m, y_m) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint \left[\frac{\omega_m}{\omega_o} \right] P[\omega_o, k_x, k_y] e^{-i\omega_m t_m + ik_x x_m + ik_y y_m} dk_x dk_y d\omega_m. \quad (2.29)$$

olur. (2.29) nolu denklemin bir boyutlu Fourier dönüşümü alınırsa,

$$P(\omega_m, x_m, y_m) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint \left[\frac{\omega_m}{\omega_o} \right] P[\omega_o, k_x, k_y] e^{+ik_x x_m + ik_y y_m} dk_x dk_y. \quad (2.30)$$

elde edilir. (2.30) nolu denklem (2.24) nolu Stolt 3B f-k göç işlemi yönteminin düzenlenmiş halidir. Bu denklem sabit hızlı Stolt f-k 3B göç işlemi denklemi olarak bilinir. Bir çok veri işlem paket programlarında, göç işlemi programlarında bu denklem kullanılmaktadır. (2.30) nolu denklem, Black et al. (1993) (46) nolu denklemin sıfır açılıma göre düzenlenmiş hali ile aynı olduğu görülmektedir.

2.1.7 Stolt iki boyutlu (2B) yöntemle üç boyutlu (3B) F-K göç işlemi yöntemi

3B göç işlemi, iki aşamada 2B göç işlemi uygulanarak da yapılabilir. Bunun için 3B sismik veri önce bir yönde (alıcı yönü olabilir) 2B göç işlemi yapılır, daha sonra 2B göç işlemi yapılmış veri, bu yöne dik yönde (atış yönü olabilir) 2B göç işlemine tabi tutulur. Bu uygulama sonucunda iki aşamada 3B göç işlemi gerçekleştirilmiş olur. İki aşamada 2B göç işleminin 3B göç işlemine karşılık geldiğini Stolt (1978a) ispat etmiştir.

Bunun için (2.17) nolu denklemde verilen 2B göç işlemi denklemindeki $P(\omega_o, k_x)$ 'nin Fourier dönüşümü karşılığı yazılarak başlanıyor. Bu durumda,

$$P_m(t_m, x_m) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \frac{e^{-i(\omega_m t_m - k_x x_m)}}{\left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2}\right)^{1/2}} e^{i\left(-k_x x_o + \omega_m t_o \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2}\right)^{1/2}\right)} dx_o dt_o dk_x d\omega_m P_o(t_o, x_o). \quad (2.31)$$

olur. İki aşamada 3B göç işlemi için (2.31) nolu denklem düzenlenirse ve x yönünde göç işlemine tabi tutulursa,

$$P_{mx}(t'_m, x_m, y_o) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \frac{e^{-i(\omega'_m t'_m - k_x x_m)}}{\left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega'^2_m}\right)^{1/2}} e^{i\left(-k_x x_o + \omega'_m t'_o \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega'^2_m}\right)^{1/2}\right)} dx_o dt_o dk_x d\omega'_m P_o(t_o, x_o, y_o). \quad (2.32)$$

olur. (2.32) nolu denklemde x yönünde göç işlemi yapılmış veri şimdi y yönünde göç işlemine tabi tutulur.

$$P_{mxy}(t_m, x_m, y_m) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \frac{e^{-i(\omega_m t_m - k_y y_m)}}{\left(1 + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2}\right)^{1/2}} e^{i\left(-k_y y_o + \omega_m t'_o \left(1 + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2}\right)^{1/2}\right)} dy_o dt'_o dk_y d\omega_m P_{mx}(t'_m, x_m, y_o). \quad (2.33)$$

Denklem (2.32)'yi (2.33) nolu denklemde yerine yazılırsa 3B göç işlemi gerçekleşmiş olur.

$$P_{mxy}(t_m, x_m, y_m) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint \iiint \frac{e^{-i(\omega_m t_m - k_x x_m - k_y y_m)} e^{i\left(-k_x x_o - k_y y_o + \omega'_m t_o \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m'^2}\right)^{1/2}\right)}}{\left(1 + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m'^2}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m'^2}\right)^{1/2}} dy_o dk_y d\omega_m dx_o dt_o dk_x P_o(t_o, x_o, y_o) \frac{1}{2\pi} \iint dt'_m d\omega'_m e^{i\left(\omega'_m t'_m - \omega_m t'_m \left(1 + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m'^2}\right)^{1/2}\right)}. \quad (2.34)$$

Denklem (2.34)'de,

$$\delta(\omega) = \int e^{i\omega t} dt.$$

$$\delta(t) = \frac{1}{2\pi} \iint \delta(\omega) e^{i\omega t} e^{-i\omega t} d\omega dt = 1.$$

özelliği kullanılırsa,

$$\frac{1}{2\pi} \iint dt'_m d\omega'_m e^{i\omega'_m t'_m - \omega_m t'_m \left(1 + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m'^2}\right)^{1/2}} = 1. \quad (2.35)$$

olur. Bu durumda,

$$\omega'_m = \omega_m \left(1 + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m'^2}\right)^{1/2}. \quad (2.36)$$

olur. (2.35) ve (2.36) nolu denklemler (2.34) nolu denklemde yerlerine yazılırsa,

$$P_{mxy}(t_m, x_m, y_m) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint \iiint \frac{e^{-i(\omega_m t_m - k_x x_m - k_y y_m)} e^{i\left(-k_x x_o - k_y y_o + \omega_m t_o \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m'^2} + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m'^2}\right)^{1/2}\right)}}{\left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m'^2} + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m'^2}\right)^{1/2}} dy_o dk_y d\omega_m dx_o dt_o dk_x P_o(t_o, x_o, y_o), \quad (2.37)$$

olur. (2.37) nolu denklemin Stolt iki aşamada 3B göç işlemi olarak bilinir. (2.37) nolu denklem düzenlenirse,

$$P_{mxy}(t_m, x_m, y_m) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m'^2} + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m'^2}\right)^{-1/2} e^{-i\omega_m t_m + ik_x x_m + ik_y y_m} dk_x dk_y d\omega_m P_o(\omega_o, k_x, k_y). \quad (2.38)$$

olur. (2.38) nolu denklemin bir boyutlu Fourier dönüşümü alınır,

$$P_{mxy}(\omega_m, x_m, y_m) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{-1/2} e^{+ik_x x_m + ik_y y_m} dk_x dk_y P_o(\omega_o, k_x, k_y). \quad (2.39)$$

olur. (2.39) nolu denklemde $P_{mxy}(\omega_m, x_m, y_m) = P_m(\omega_m, x_m, y_m)$ alınırsa,

$$P_m(\omega_m, x_m, y_m) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{-1/2} e^{+ik_x x_m + ik_y y_m} dk_x dk_y P_o(\omega_o, k_x, k_y). \quad (2.40)$$

olur. (2.40) nolu denklemin (2.29) nolu Stolt 3B göç işlemi bağıntısına eşit olduğu görülmektedir. Burada iki aşamada 2B göç işlemi kullanılarak ta 3B göç işleminin yapılabileceği gösterilmiştir.

2.1.8 Stolt iki boyutlu (2B) göç işleminin durağan faz yöntemi ile hesaplanması

Stolt 2B göç işlemi bağıntısını durağan faz yöntemi ile çözmüştür. Bunun için (2.19) nolu denklemde $P_o(\omega_o, k_x)$ 'in Fourier dönüşüm değeri yazılarak ve düzenlenerek aşağıdaki ifade ile başlamaktadır. Bu durumda (2.19) nolu denklem,

$$P_m(t_m, x_m) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int dx_o \int dt_o P_o(t_o, x_o) \int dk_x \int d\omega_m \frac{e^{i \left[k_x (x_m - x_o) + \omega_m \left(t_m - t_o \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2} \right) \right]}}{\left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2}}. \quad (2.41)$$

şeklinde olacaktır. (2.18) nolu denklemin türevi alınırsa,

$$\omega_o = \left(\omega_m^2 + \frac{v^2 k_x^2}{4} \right)^{1/2},$$

$$d\omega_m = \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2} d\omega_o. \quad (2.42)$$

olur. Ayrıca,

$$t_m - t_o \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2} = t_o - t_m \left(1 - \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_o^2} \right)^{1/2}. \quad (2.43)$$

şeklinde yazılabilir. (2.42) ve (2.43) nolu denklemler (2.41) nolu denklemde yerlerine yazılır ve bir boyutlu Fourier dönüşümü yapılırsa,

$$P_m(t_m, x_m) = \frac{1}{(2\pi)} \int dx_o \int dt_o P_o(\omega_o, x_o) \int dk_x e^{i \left[k_x(x_m - x_o) + \omega_o t_m \left(1 - \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_o^2} \right)^{1/2} \right]}. \quad (2.44)$$

olur. (2.44) nolu denklemde faz ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$f(k_x) = k_x(x_m - x_o) + \omega_o t_m \left(1 - \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_o^2} \right)^{1/2}. \quad (2.45)$$

Denklem (2.45)'in birinci türevi alınır,

$$f'(k_x) = (x_m - x_o) + \omega_o t_m \left(1 - \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_o^2} \right)^{1/2},$$

$$f'(k_x) = (x_m - x_o) - \frac{k_x v^2 t_m}{4\omega_o \left(1 - \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_o^2} \right)^{1/2}}. \quad (2.46)$$

olur. (2.46) nolu denklem sıfıra eşitlenir ve düzenlenirse,

$$f'(k_{xs}) = (x_m - x_o) - \frac{k_x v^2 t_m}{4\omega_o \left(1 - \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_o^2} \right)^{1/2}} = 0,$$

$$k_{xs} = \frac{2\omega_o}{v} \frac{(x_m - x_o)}{\left(\frac{v^2 t_m^2}{4} + (x_m - x_o)^2 \right)^{1/2}}. \quad (2.47)$$

olur. (2.47) nolu denklem durağan faz noktasıdır. (2.46) nolu denklemin ikinci kez türevi alınır,

$$f''(k_x) = -\frac{v^2 t_m}{4\omega_o} \left(\frac{k_x}{\left(1 - \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_o^2} \right)^{1/2}} \right),$$

$$f''(k_x) = -\frac{v^2 t_m}{4\omega_o} \left(1 - \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_o^2} \right)^{-3/2}. \quad (2.48)$$

olarak bulunur. Faz değeri ikinci türev için aşağıdaki işlem yapılırsa,

$$\left(1 - \frac{v^2 k_{xs}^2}{4\omega_o^2}\right)^{1/2} = \left(1 - \frac{v^2}{4\omega_o^2} \left(\frac{4\omega_o^2 (x_m - x_o)^2}{v^2 \left(\frac{v^2 t_m^2}{4} + (x_m - x_o)^2 \right)} \right)\right)^{1/2},$$

$$\left(1 - \frac{v^2 k_{xs}^2}{4\omega_o^2}\right)^{1/2} = \left(1 + \frac{4(x_m - x_o)^2}{v^2 t_m^2}\right)^{-1/2}. \quad (2.49)$$

olur. (2.49) ve (2.47) nolu denklemler (2.45) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$f(k_{xs}) = k_{xs} (x_m - x_o) + \omega_o t_m \left(1 - \frac{v^2 k_{xs}^2}{4\omega_o^2}\right)^{1/2},$$

$$f(k_{xs}) = \omega_o t_m \left(1 + \frac{4(x_m - x_o)^2}{v^2 t_m^2}\right)^{1/2}. \quad (2.50)$$

olur. Ayrıca (2.49) nolu denklem (2.48) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$f''(k_x) = -\frac{v^2 t_m}{4\omega_o} \left(1 - \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_o^2}\right)^{-3/2},$$

$$f''(k_{xs}) = -\frac{v^2 t_m}{4\omega_o} \left(1 + \frac{4(x_m - x_o)^2}{v^2 t_m^2}\right)^{3/2}. \quad (2.51)$$

olur. (2.44) nolu denklemin durağan faz çözümü (A-20) nolu denklem düzenlenerek aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\int dk_x e^{if(x)} \cong \left(\frac{2\pi i}{f''(k_{xs})} \right)^{1/2} e^{if(k_{xs})}. \quad (2.52)$$

Denklem (2.52)'de (2.50) ve (2.51) nolu denklemler yerlerine yazılırsa,

$$\int dk_x e^{if(x)} \cong \left(\frac{2\pi i}{-\frac{v^2 t_m}{4\omega_o} \left(1 + \frac{4(x_m - x_o)^2}{v^2 t_m^2}\right)^{3/2}} \right)^{1/2} e^{i\omega_o t_m \left(1 + \frac{4(x_m - x_o)^2}{v^2 t_m^2}\right)^{1/2}},$$

$$\int dk_x e^{if(x)} \cong \left(-\frac{8\pi i \omega_o}{v^2 t_m} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{4(x_m - x_o)^2}{v^2 t_m^2}\right)^{-3/4} e^{i\omega_o t_m \left(1 + \frac{4(x_m - x_o)^2}{v^2 t_m^2}\right)^{1/2}}, \quad (2.53)$$

Denklem (2.53), (2.44) nolu denklemde yerine konulursa,

$$P_m(t_m, x_m) = \frac{1}{(2\pi)} \int dx_o \int dt_o P_o(\omega_o, x_o) \left(-\frac{8\pi i \omega_o}{v^2 t_m} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{4(x_m - x_o)^2}{v^2 t_m^2} \right)^{-3/4} e^{i\omega_o t_m \left(1 + \frac{4(x_m - x_o)^2}{v^2 t_m^2} \right)^{1/2}} \quad (2.54)$$

olur. (2.54) nolu denklem (2.41) nolu denklemin durağan faz yöntemi ile çözümüdür.

(2.54) nolu denklemde,

$$b(x) = \left(1 + \frac{4(x_m - x_o)^2}{v^2 t_m^2} \right)^{1/2},$$

$$\omega_o = \omega_m b(x),$$

$$t_m = t_o / b(x),$$

alınırsa,

$$P_m(t_m, x_m) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int dx_o \int dt_o P_o(\omega_o, x_o) \left(-\frac{i\omega_m}{v^2 t_o / 4b(x)} \right)^{1/2} e^{i\omega_m t_o b(x)} \quad (2.55)$$

olur.

2.2 Gerçek Genlikli Yığma Sonrası Göç İşlemi

2.2.1 Üç boyutlu (3B) sıfır-açılımlı Stolt göç işlemi (Black *et al.* 1993)

Black *et al.* (1993) gerçek genlikli göç işlemine Stolt (1978a,b)'un 3B göç işlemi olan (2.30) nolu bağıntısı ile başlamaktadır.

$$P_m(\omega_m, x_m, y_m) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint \left[\frac{\omega_m}{\omega_o} \right] P_o[\omega_o, k_x, k_y] e^{ik_x x_m + ik_y y_m} dk_x dk_y. \quad (2.56)$$

Black *et al.* (1993), Stolt göç işlemi bağıntısına sabit yarım açılımda gerçekleştirmiş olup, burada sıfır açılıma göre düzenlenmiştir. Göç işlemine kadar gerçek genlikli DMO yapılmış veri üzerinde çalışılmaktadır. Yani gerçek genlikli göç işlemine; küresel açılım düzeltilmesi, NMO düzeltilmesi, DMO düzeltilmesi gerçek genlikli yapılmış olarak başlamaktadır. Black *et al.* (1993), ayrıca 3B göç işlemi bağıntısını vektör olarak 2B bağıntı üzerinden gerçekleştirmektedir. Yani integralin çözümü için (2.56) nolu 3B göç işlemi denklemini 2B denkleme dönüştürerek yapmıştır.

$$P_m(\omega_m, \mathbf{x}_m) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint d^2 \mathbf{k} \left[\frac{\omega_m}{\omega_o} \right] P_o(\omega_o, \mathbf{k}) e^{i \mathbf{k} \mathbf{x}_m} . \quad (2.57)$$

burada,

$$\omega_o = \omega_o(\mathbf{k}) = \omega_m \left(1 + \frac{v^2 \mathbf{k}^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2} , \quad (2.58)$$

$$\vec{\mathbf{k}} = \vec{\mathbf{k}}_x + \vec{\mathbf{k}}_y ,$$

veya

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 .$$

$$P_o(\omega_o, \mathbf{k}) = \iint d^2 \mathbf{x}_o P_o(\omega_o, \mathbf{x}_o) e^{-i \mathbf{k} \mathbf{x}_o} . \quad (2.59)$$

dir. Burada $P_o(t_o, \mathbf{x}_o)$ (1.26) nolu denklem olup aşağıdaki gibi düzenlenmiştir. NMO gerilme faktörü ve DMO katsayısı ihmal edilmiştir. Bu durumda,

$$P_o(t_o, \mathbf{x}_o) \cong R(\varphi) w[(t_o - \tau_o(\mathbf{x}_o))] . \quad (2.60)$$

olur. (2.60) nolu denklemin bir boyutlu Fourier dönüşümü alınır,

$$P_o(\omega_o, \mathbf{x}_o) = R(\varphi) W[\omega_o] e^{i \omega_o \tau_o(\mathbf{x}_o)} . \quad (2.61)$$

olur. (2.61) nolu denklem (2.59) nolu denklemde yerine konulursa,

$$P_o(\omega_o, \mathbf{k}) = \iint d^2 \mathbf{x}_o e^{-i \mathbf{k} \mathbf{x}_o} R(\varphi) W[\omega_o] e^{i \omega_o \tau_o(\mathbf{x}_o)} . \quad (2.62)$$

olur. (2.62) nolu denklemde (2.57) nolu denklemde yerine konulursa

$$P_m(\omega_m, \mathbf{x}_m) = \frac{R(\varphi)}{(2\pi)^2} \iint \iint d^2 \mathbf{k} d^2 \mathbf{x}_o W[\omega_o] \left[\frac{\omega_m}{\omega_o} \right] e^{i[\mathbf{k}(\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_o) + \omega_o \tau_o(\mathbf{x}_o)]} . \quad (2.63)$$

olur. Şekil 1.10'dan

$$\tau_o(\mathbf{x}) = \tau_o(0) + D\mathbf{x} , \quad (2.64)$$

yazılabilir. (2.64) nolu denklem düzenlenirse,

$$\tau_o(x_o) = \tau_o(0) + Dx_o . \quad (2.65)$$

olur. (2.65) nolu denklem (2.63) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$P_m(\omega_m, \mathbf{x}_m) = \frac{R(\varphi)}{(2\pi)^2} \iint \iint d^2 \mathbf{k} d^2 \mathbf{x}_o W[\omega_o] \left[\frac{\omega_m}{\omega_o} \right] e^{i[\mathbf{k}(\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_o) + \omega_o(\tau_o(0) + Dx_o)]} . \quad (2.66)$$

olur. (2.66) nolu denklem Black *et al.* (1993)' in (D-1) nolu denklemidir. (2.66) nolu denklemde faz düzenlenirse ve (1.15) nolu denklem yerine konulursa,

$$k(x_m - x_o) + \omega_o[\tau_o(x_o) + Dx_o] = kx_m - kx_o + \omega_o \tau_o(x_o) + \omega_o Dx_o ,$$

$$= kx_m + \omega_o \tau_o(x_o) .$$

olur. “Dummy” vektör değişkenleri $\mathbf{k}$ ve $\mathbf{x}_o$ ’ın rotasyonu tarafından $\mathbf{x}_o$ üzerine iki katlı integral olarak başlanıyor. $\mathbf{k}$ ve $\mathbf{x}_o$ ’ın iki bileşeni vardır. Bunlar k_1 eğim yönünde (atış-
alıcı yönünde) diğer bileşeni k_2 eğim yönüne dik yöndedir. Bu durumda (2.66) nolu
denklem,

$$P_m(\omega_m, \mathbf{x}_m) = R(\varphi) \iint dk_1 dk_2 W[\omega_o(k)] \left[\frac{\omega_m}{\omega_o(k)} \right] \\ \times e^{i[k(x_m) + \omega_o(k)\tau_o(0)]} \delta[k_1 - D\omega_o(k)] \delta(k_2),$$

$$P_m(\omega_m, \mathbf{x}_m) = R(\varphi) \int d\kappa W[\omega_o(\kappa)] \left[\frac{\omega_m}{\omega_o(\kappa)} \right] e^{i[\kappa(x_m) + \omega_o(\kappa)\tau_o(0)]} f(\kappa). \quad (2.67)$$

olur. Burada,

$$f(\kappa) = \kappa - D\omega_o(\kappa). \quad (2.68)$$

dır. Burada, k_1 “dummy” değişkeni κ olarak yeniden isimlendirildi. κ yukarıdaki
denklemde “dummy” fonksiyonunun bir değişkeni olarak tanımlanır. κ integralinin
değerini bulabilmek için, Messiah (1968) tarafından verilen “dummy” fonksiyonu için
uyarlanan durağan faz yöntemi kullanılacaktır. Buna göre integralin durağan faz
çözümü aşağıdaki gibi olur.

$$\int d\kappa g(\kappa) \delta[f(\kappa)] = \frac{g(\kappa_o)}{|f'(\kappa_o)|}. \quad (2.69)$$

burada, κ_o , $f(\kappa)$ eşitliğini sıfır yapan ($f(\kappa_o) = 0$) değerdir. κ_o değerini bulabilmek için
 $f(\kappa)$ fonksiyonu sıfıra eşitlenir. Buna göre (2.58) ve (2.68) nolu denklemleri yeniden
yazılırsa,

$$f(\kappa_o) = \kappa_o - D\omega_o(\kappa_o) = 0. \quad (2.70)$$

$$\omega_o(\kappa_o) = \omega_m \left(1 + \frac{v^2 \kappa_o^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2}. \quad (2.71)$$

olur. (2.71) nolu denklem (2.70) nolu denklem içerisine yazılıp düzenlenirse,

$$\kappa_o = D\omega_m \left(1 + \frac{v^2 \kappa_o^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2},$$

$$\kappa_o = D\omega_m \left(1 - \frac{D^2 v^2}{4} \right)^{-1/2}. \quad (2.72)$$

olur. (2.72) nolu denklemde (1.15) nolu denklem yerine konulursa,

$$\begin{aligned} \kappa_o &= \frac{2 \sin \theta}{v} \omega_m \left(1 - \frac{v^2}{4} \frac{4 \sin^2 \theta}{v^2} \right)^{-1/2}, \\ \kappa_o &= \frac{2 \omega_m \sin \theta}{v \cos \theta}. \end{aligned} \quad (2.73)$$

olur. (2.73) nolu denklem durağan faz değeri olup (2.58) nolu denklemde yerine konulursa,

$$\begin{aligned} \omega_o(\kappa_o) &= \omega_m \left(1 + \frac{v^2}{4 \omega_m^2} \frac{4 \omega_m^2 \sin^2 \theta}{v^2 \cos^2 \theta} \right)^{1/2}, \\ \omega_o(\kappa_o) &= \frac{\omega_m}{\cos \theta}. \end{aligned} \quad (2.74)$$

elde edilir. (2.68) nolu denklemin birinci türevi alınıp (1.15), (2.73) ve (2.74) yerlerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} f(\kappa) &= \kappa - D \left(\omega_m^2 + \frac{v^2 \kappa^2}{4} \right)^{1/2}, \\ f'(\kappa_o) &= \cos^2 \theta. \end{aligned} \quad (2.75)$$

olur. (2.67) nolu denklemde faz ($\phi(\kappa)$) ile gösterilip düzenlenirse,

$$\begin{aligned} \phi(\kappa) &= \kappa x_m + \omega_o(\kappa) \tau_o(0), \\ \phi(\kappa_o) &= \kappa_o x_m + \omega_o(\kappa_o) \tau_o(0), \end{aligned} \quad (2.76)$$

olur. (2.76) nolu denklemde (2.73) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} \phi(\kappa_o) &= \frac{2 \omega_m \sin \theta}{v \cos \theta} x_m + \frac{\omega_m}{\cos \theta} \tau_o(0), \\ \phi(\kappa_o) &= \frac{\omega_m}{\cos \theta} \tau_o(x_m). \end{aligned} \quad (2.77)$$

olur. Ayrıca Şekil 1.11’de aşağıdaki denklem yazılırsa,

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \tan \alpha, \\ \tan \alpha &= \frac{\tau_o(x_m)}{x_m} = \sin \theta, \end{aligned} \quad (2.78)$$

$$\tau_m(x_m) = \frac{\tau_o(x_m)}{\cos \theta} . \quad (2.79)$$

olur. (2.79) nolu denklem (2.77) nolu denklemde yerine konulursa,

$$\phi(\kappa) = \omega_m \tau_m(x_m) .$$

olur. (2.73), (2.74) ve (2.75) nolu denklemler (2.69) nolu denklemde, (2.69) nolu denklem de (2.67) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$P_m(\omega_m, \mathbf{x}_m) = \frac{R(\varphi)}{\cos \theta} W \left[\frac{\omega_m}{\cos \theta} \right] e^{i\omega_m / \cos \theta (\tau_o(0) + D\mathbf{x}_m)} . \quad (2.80)$$

olur. (2.64) nolu denklem düzenlenirse,

$$\tau_o(x_m) = \tau_o(0) + D\mathbf{x}_m . \quad (2.81)$$

olur. (2.80) nolu denklemde (2.81) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$P_m(\omega_m, \mathbf{x}_m) = \frac{R(\varphi)}{\cos \theta} W \left[\frac{\omega_m}{\cos \theta} \right] e^{i\omega_m \tau_o(x_m) / \cos \theta} \quad (2.82)$$

olur. (2.82) nolu denklemde,

$$\lambda = \cos \theta .$$

alınır ve (2.79) nolu denklem düzenlenerek (2.82) nolu denklemde yerine yazılırsa,

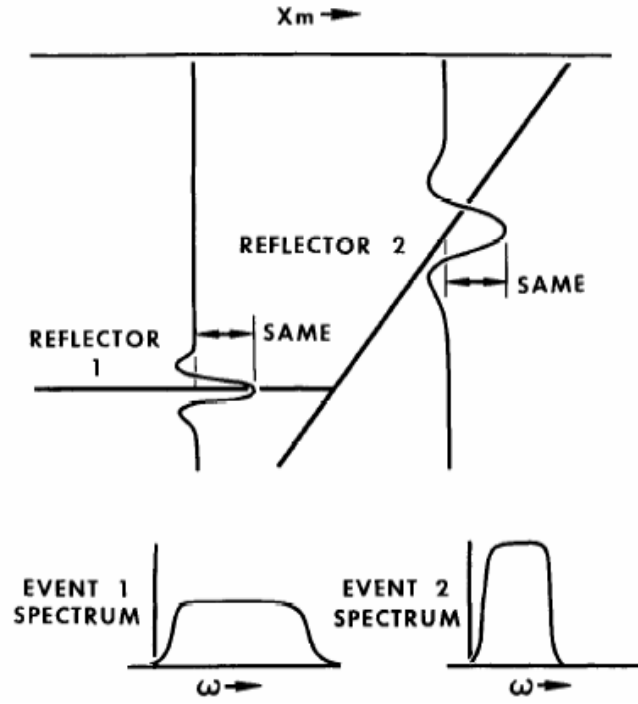
$$P_m(\omega_m, \mathbf{x}_m) = R(\varphi) \frac{1}{\lambda} W \left[\frac{\omega_m}{\lambda} \right] e^{i\omega_m \tau_m(x_m)} . \quad (2.83)$$

olur. Bu denklem hem 2B hem de 3B gerçek genlikli göç işlemi denklemidir. (2.83) nolu denklemin ters Fourier dönüşümü alınır,

$$P_m(t_m, \mathbf{x}_m) = R(\varphi) w[\lambda(t_m - \tau_m(\mathbf{x}_m))]$$

$$P_m(t_m = \tau_m(\mathbf{x}_m), \mathbf{x}_m) = R(\varphi) w(0) . \quad (2.84)$$

olur. (2.84) nolu denklemde görüldüğü gibi, göç işlemi yapılmış veri, tabaka açısına bağlı yansıma katsayısı ile dalgacığın çarpımına eşittir.



Şekil 2.13 Göç işlemi öncesi ve sonrası dalgacığın görünüşü (Black *et al.* 1993)

Black *et al.* (1993), gerçek genlikli göç işlemini (2.84) nolu denklem ile açıklamıştır. Black *et al.* (1993)'e göre göç işlemi öncesi ve sonrası dalgacık genliklerinin aynı olması gerekmektedir. (2.84) nolu denklemin sonucu Şekil 2.13'te anlatılmıştır. Buna göre yığma öncesi dalgacık ("reflector-1") yüksek frekanslıdır. Göç işlemi sonrası ise ("reflector-2") dalgacık genliği korunurken frekans içeriği düşmektedir. Yani gerçek genlikli göç işlemi, veriyi bir yerden başka bir yere taşıırken genliğini korumakta fakat frekans içeriğini ise değiştirmektedir. Bu değişim ise (2.74) nolu denkleme göre olmaktadır.

Ayrıca (2.29) nolu Stolt göç işlemi denklemi incelendiğinde katsayının $\cos\theta$ olduğu görülmektedir. (2.83) nolu denklem incelendiğinde ise katsayının $1/\cos\theta$ olduğu görülmektedir. Stolt göç işleminin gerçek genlikli olabilmesi için genliğin tersi alınmalı ve çarpılmalıdır. Böylece gerçek genlikli göç işlemi elde edilmiş olacaktır. Sonuç olarak Black *et al.* (1993), Stolt göç işleminin gerçek genlikli göç işlemini gerçekleştirdiğini bulmuştur denilebilir.

2.2.2 “Asymptotic pseudounitary” yığma işlemleri (Fomel 2002)

Integral (yığma) işlemleri sismik veri işleminde ve sismik veri görüntülenmesinde önemli bir rol oynar (Fomel 2002). En önemli uygulama alanı ise CMP ortamında yapılan yığma işlemleridir. Bunlardan en önemlileri Kirchhoff göç işlemi ve DMO’dur. Modelleme problemlerinin düz çözümünde integral işlemleri çok sık kullanılmaktadır.

Fomel (2002) çalışmasında iki farklı ters çözüm yaklaşımlarından bahsetmektedir. Birincisi en küçük kareler ters çözümü ikincisi ise asimtotik ters çözüm yaklaşımıdır. Fomel (2002) çalışmasına Beylkin (1985) ve Goldin (1988, 1990)’in “asymptotic” ters çözümü ile elde ettiği yığma işlemleri ile başlamıştır.

Teoride, yığma işlemi integral işlemleri ile yapılmaktadır. Bu durumda,

$$S(t, y) = A[M(z, x)] = \int_{\Omega} w(x; t, y) M(\theta(x; t, y), x) dx. \quad (2.85)$$

Burada,

$M(z, x)$: işlemin giriş verisi

$S(t, y)$: işlemin çıkış verisi

Ω : toplama açıklığı

θ : ışının aldığı yol

w : süzgeç fonksiyonudur.

İşlemin boyutları t ve y ’ye bağlıdır. Bu ifade ile işleci 2B yazmak mümkündür. (2.85) nolu denklemde verilen işleç için ters problemlerin analizi, analitik ters çözümlerin tam çözümünün elde edilmesi ile olur. En iyi bilinen örnek “Radon” dönüşümüdür ki, “slant stack”, “tau-p” dönüşümü, düzlemsel dalga ayrışımı, ve yönlendirilmiş kontrollü kayıt (CDR) gibi jeofizik literatürde bu konuda pek çok yöntem vardır (Gardner and Lu 1991).

Yığılma işleçlerinin değişik bir örneği de, yığılma sonrası ortamda zaman göç işlemi için hiperbol boyunca toplama işlemidir. Bu durumda, toplam katedilen yol aşağıda tanımlandığı gibidir.

$$\hat{\theta}(y; z, x) = \left(z^2 + \frac{(x - y)^2}{v^2} \right)^{1/2}. \quad (2.86)$$

Burada z ile gösterilen düşey yönde gidiş geliş zamanı, x ve y ise yatay yönde göç işlemi öncesi ve sonrası koordinatları v ise sabit v_{rms} hızını gösterir (Claerbout 1995).

Ters dönüşüm için toplam yol (2.86) nolu denklem kullanılarak bulunur.

$$\theta(x; t, y) = \left(t^2 - \frac{(x - y)^2}{v^2} \right)^{1/2}.$$

z ile t arasındaki dönüşüm ise,

$$\left| \frac{\partial \hat{\theta}}{\partial z} \right| = \frac{z}{t}. \quad (2.87)$$

dir. Burada t , sıfır açılımdaki gidiş geliş zamanıdır. Eğer süzgeç fonksiyonu konvensiyonel aşağı doğru devam eden dalgalar için tanımlanırsa aşağıdaki gibi yazılır,

$$\hat{w}(y; z, x) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2}} \frac{\cos \alpha}{v^m t^{m/2}}. \quad (2.88)$$

Denklem (2.88)'de kosinüs faktörü yansımış ışın için basit bir trigonometri ile bulunabilir. Bu ise düşey gidiş-geliş zamanı z ile sıfır açılımlı yansımış seyahat zamanı t 'ye olan orandır.

$$\cos \alpha = \frac{z}{t}. \quad (2.89)$$

Denklem (2.87)'nin eşdeğeri, (2.89) nolu denklemdeki kosinüs faktörü ile aynıdır ve Stolt f-k göç işleminin teorisi ile de uygundur (Stolt 1978a,b, Chun and Jacewitz 1981, Levin 1986). (2.88) nolu denklemin (2.85) nolu denklemde kullanılabilmesi için aşağıdaki denklem kullanılarak düzenlenmelidir.

$$w\hat{w} = \frac{1}{(2\pi)^m} \sqrt{\left| F\hat{F} \right| \left| \frac{\partial \hat{\theta}}{\partial z} \right|^m} \quad (2.90)$$

Denklem (2.90)'da (2.88) nolu denklem yazılır ve düzenlenirse,

$$w(x; t, y) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2}} \frac{t/z}{v^m t^{m/2}}. \quad (2.91)$$

olur. (2.91) nolu denklem (2.85) nolu denklemde kullanılan süzgeç fonksiyonudur.

(2.91) nolu denklemde $m = 2$ alınır ve düzenlenirse,

$$w(x; t, y) = \frac{1}{(2\pi)} \frac{t/z}{v^2 t}. \quad (2.92)$$

olur. (2.92) nolu denklemde $t/z = b(x, y)$ alınır ve düzenlenirse,

$$w(x_m; t_m, x_o) = \frac{1}{(2\pi)} \frac{b(x, y)}{v^2 t_o}. \quad (2.93)$$

olur. Burada $w(x_m; t_m, x_o)$ süzgeç katsayıları fonksiyonudur. (2.93) nolu denklem karşılaştırmalar için kullanılacaktır.

Şekil 3.1’de yığma öncesi ve sonrası tabaka eğimleri ilişkisi ve göç eğrisi görülmektedir. Yığma öncesi her izdeki veri, yarım daire yüzeyi boyunca göç işlemi ile taşınır ve üst üste toplanır. Toplama sonrası kalan zarf bize göç işlemi yapılmış veriyi verecektir.

Şekil 3.1’de (2.78) nolu denklem yazılırsa,

$$\tan \alpha = \sin \theta = \frac{x_o - x_m}{vt_o / 2} . \quad (3.1)$$

olur. Ayrıca,

$$\left(\frac{vt_o}{2} \right)^2 = \left(\frac{vt_m}{2} \right)^2 + (x_o - x_m)^2 . \quad (3.2)$$

yazılabilir. Burada,

$$x = x_o - x_m . \quad (3.3)$$

dir. (3.2) nolu denklem düzenlenir ve (3.3) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$t_m = t_o \left[1 - \frac{4(x_o - x_m)^2}{v^2 t_o^2} \right]^{1/2} ,$$

$$t_m = t_o \left[1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right]^{1/2} . \quad (3.4)$$

olur. (3.4) nolu denklemde,

$$b(x) = \left[1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right]^{-1/2} , \quad (3.5)$$

alınırsa,

$$t_m = \frac{t_o}{b(x)} . \quad (3.6)$$

olur. Şekil 3.1’den,

$$\cos \theta = \frac{vt_m / 2}{vt_o / 2} ,$$

yazılırsa,

$$t_m = t_o \cos \theta . \quad (3.7)$$

olur. Bu durumda (3.7) ile (3.6) nolu denklemler karşılaştırıldığında,

$$b(x) = 1 / \cos \theta . \quad (3.8)$$

$$\sin \theta = \frac{vk_o}{2\omega_o}. \quad (3.9)$$
$$t_m = t_o [1 - \sin^2 \theta]^{1/2}, \quad (3.10)$$
$$t_m = t_o \left[1 - \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_o^2} \right]^{1/2}. \quad (3.11)$$
$$B(k_x) = \left[1 - \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_o^2} \right]^{-1/2}. \quad (3.12)$$

53

Şekil 3.2’de (3.1) nolu denklem yazılırsa,

$$\frac{vk_x/2}{\omega_o} = \frac{vk_x/2}{\left(\omega_m^2 + \frac{vk_x^2}{4}\right)^{1/2}},$$

$$\omega_o = \omega_m \left(1 + \frac{vk_x^2}{4\omega_m^2}\right)^{1/2}. \quad (3.13)$$

olur. (3.13) nolu denklemin (2.18) nolu denkleme eşit olduğu görülür. Aynı şekilde $\cos \theta$ yazılırsa,

$$\cos \theta = \frac{\omega_m}{\omega_o},$$

$$\omega_o = \frac{\omega_m}{\cos \theta},$$

$$\omega_o = \omega_m B(k_x). \quad (3.14)$$

olur. Bu durumda,

$$B(k_x) = \left(1 + \frac{vk_x^2}{4\omega_m^2}\right)^{1/2}. \quad (3.15)$$

olur. Ayrıca (3.15) nolu denklem, (3.12) nolu denklem içerisine (3.14) nolu denklem yazılarak da bulunabilmektedir. (3.1) nolu denklem düzenlenirse,

$$x_m = x_o - \frac{vt_o}{2} \sin \theta, \quad (3.16)$$

olur. (3.16) nolu denklemde (3.9) nolu denklem düzenlenerek yerine yazılırsa,

$$x_m = x_o - \frac{vt_o}{2} \frac{vk_x}{2\omega_o}, \quad (3.17)$$

$$x_m = x_o - \frac{v^2 t_o k_x}{4\omega_o}. \quad (3.18)$$

olur. Önce $P_m(t_m, x_m)$ ’in 2B Fourier dönüşümünü yazılır ve düzenlenirse,

$$P_m(\omega_m, k_x) = \iint P_m(t_m, x_m) e^{i(\omega_m t_m - k_x x_m)} dt_m dx_m,$$

$$P_m(\omega_m, k_x) = \iint P_m[t_m(t_o), x_m(x_o)] e^{i[\omega_m t_m(t_o) - k_x x_m(x_o)]} dt_m dx_m. \quad (3.19)$$

olur. Burada $P_m[t_m(t_o), x_m(x_o)] = P_o(t_o, x_o)$, $t_m = t_m(t_o, x_o, \omega_m, k_m)$ ve $x_m = x_m(x_o)$

olduğundan, (3.19) nolu denklemde yerlerine yazılırsa,

$$P_m(\omega_m, k_x) = \iint P_o(t_o, x_o) J_M e^{i\phi} dt_o dx_o. \quad (3.20)$$

olur. Burada J_M kısmi türevler dizeyinin determinantıdır.

$$J_M = \left| \frac{\partial(t_m, x_m)}{\partial(t_o, x_o)} \right| = \det \begin{vmatrix} \partial t_m / \partial t_o & \partial t_m / \partial x_o \\ \partial x_m / \partial t_o & \partial x_m / \partial x_o \end{vmatrix},$$

$$J_M = \frac{dt_m}{dt_o} \frac{dx_m}{dx_o}. \quad (3.21)$$

Denklem (3.21)'in hesaplanabilmesi için (3.11) ve (3.17) nolu denklemlerin türevi alınmalıdır.

$$\frac{dt_m}{dt_o} = \frac{d}{dt_o} \left[\frac{t_o}{\left(1 - \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_o^2} \right)^{1/2}} \right],$$

$$\frac{dt_m}{dt_o} = \frac{1}{B(k_x)}. \quad (3.22)$$

$$\frac{dx_m}{dx_o} = 1. \quad (3.23)$$

olur. (3.22) ve (3.23) nolu denklemler (3.21) nolu denklemde yerlerine yazılırsa,

$$J_M = B^{-1}(k_x) \quad (3.24)$$

olur. (3.19) nolu denklemde faz düzenlenirse,

$$\phi = \omega_m t_m(t_o) - k_x x_m(x_o).$$

$$\phi = \omega_m t_m - k_x x_m. \quad (3.25)$$

olur. (3.6), (3.15) ve (3.18) nolu denklemler (3.25) nolu denklemde yerlerine yazılırsa,

$$\phi = \frac{\omega_m t_o}{B(k_x)} - k_x \left(x_o - \frac{v^2 t_o}{4} \frac{k_x}{\omega_o} \right),$$

$$\phi = \frac{\omega_m t_o}{B(k_x)} + \omega_o t_o \left(\frac{v^2}{4} \frac{k_x^2}{\omega_o^2} \right) - k_x x_o,$$

$\omega_o = \omega_m B(k_x)$ alınır,

$$\phi = \omega_m t_o B(k_x) - k_x x_o. \quad (3.26)$$

olur. (3.24) ve (3.26) nolu denklemler (3.20) nolu denklemde yerlerine yazılırsa,

$$P_m(\omega_m, k_x) = \iint dt_o dx_o B^{-1}(k_x) e^{i(\omega_m t_o B(k_x) - k_x x_o)} P_o(t_o, x_o). \quad (3.27)$$

olur. (3.27) nolu denklemin bir boyutlu ters Fourier dönüşümü alınıp (2.19) nolu Stolt göç işlemi denklemi ile karşılaştırıldığında aynı oldukları görülür. (3.27) nolu denklemdeki katsayının da Stolt göç işlemi katsayısı gibi $\cos \theta$ olduğu görülmektedir. Denklem (3.27) düzenlenirse,

$$P_m(\omega_m, k_x) = \int dt_o B^{-1}(k_x) e^{i\omega_m t_o B(k_x)} \int dx_o e^{-ik_x x_o} P_o(t_o, x_o). \quad (3.28)$$

olur. (3.28) nolu denklemin bir boyutlu Fourier dönüşümü alınır,

$$P_m(\omega_m, k_x) = \int dt_o B^{-1}(k_x) e^{i\omega_m t_o B(k_x)} P_o(t_o, k_x). \quad (3.29)$$

olur. (3.29) nolu denklem aşağıdaki gibi yazılırsa,

$$P_m(\omega_m, k_x) = \int dt_o S(\omega_m, t_o, k_x) P_o(t_o, k_x). \quad (3.30)$$

olur. (3.30) nolu denklem bir evrişim denklemdir. $S(\omega_m, t_o, k_x)$ ise f-k ortamında hesaplanan bir süzgeç katsayısıdır. Bu nedenle önce süzgeç katsayısının bulunması gerekir. (3.30) nolu denklemde,

$$S(\omega_m, t_o, k_x) = B^{-1}(k_x) e^{i\omega_m t_o B(k_x)}. \quad (3.31)$$

dır. (3.31) nolu denklemin bir boyutlu ters Fourier dönüşümü alınır,

$$S(\omega_m, t_o, x) = \frac{1}{2\pi} \int dk_x B^{-1}(k_x) e^{i\omega_m t_o B(k_x)} e^{ik_x x}. \quad (3.32)$$

olur. (3.32) nolu denklem aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$S(\omega_m, t_o, x) = \frac{1}{2\pi} \int dk_x f(k_x) e^{i\phi(k_x)}. \quad (3.33)$$

Burada,

$$f(k_x) = B^{-1}(k_x). \quad (3.34)$$

$$\phi(k_x) = \omega_m t_o B(k_x) + k_x x. \quad (3.35)$$

dir. (3.33) nolu denklem bir boyutlu durağan faz yöntemi ile çözülebilmektedir. Burada fazın türevini sıfır yapan değer durağan faz noktasıdır.

$$\frac{d\phi(k_x)}{dk_x} = \phi'(k_{xs}) = 0. \quad (3.36)$$

Denklem (3.35)'in türevi alınır,

$$\phi'(k_x) = \omega_m t_o B'(k_x) + x. \quad (3.37)$$

olur. (3.37) nolu denklemin hesaplanabilmesi için önce $B'(k_x)$ 'in hesaplanması gerekir.

(3.15) nolu denklem düzenlenip türevi alınır,

$$B(k_x) = \left[1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} \right]^{1/2},$$

$$B'(k_x) = \frac{v^2 k_x}{4\omega_m^2 B(k_x)}. \quad (3.38)$$

olur (Bkz. (B.4) denklemi). (3.38) nolu denklem (3.37) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$\phi'(k_x) = \omega_m t_o \left(\frac{v^2 k_x}{4\omega_m^2 B(k_x)} \right) + x. \quad (3.39)$$

olur. $\phi'(k_{xs}) = 0$ olduğundan (3.39) nolu denklem sıfıra eşitlenirse,

$$\omega_m t_o \left(\frac{v^2 k_{xs}}{4\omega_m^2 B(k_{xs})} \right) + x = 0,$$

$$k_{xs}^2 = \frac{16\omega_m^2 x^2}{v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)}, \quad (3.40)$$

$$k_{xs} = \mp \frac{4\omega_m x}{v^2 t_o \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{1/2}},$$

$$k_{xs} = \mp \frac{4\omega_m x b(x)}{v^2 t_o}. \quad (3.41)$$

olur (Bkz. (B.7) denklemi). (3.41) nolu denklem durağan noktanın değerini vermektedir.

(3.40) nolu denklem (3.15) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$B(k_{xs}) = \left[1 + \frac{v^2 k_{xs}^2}{4\omega_m^2} \right]^{1/2},$$

$$B(k_{xs}) = \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{-1/2},$$

$$B(k_{xs}) = b(x). \quad (3.42)$$

olur (Bkz. (B.8) denklemi). (3.42) nolu denklem (3.33) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$f(k_{xs}) = b^{-1}(x). \quad (3.43)$$

olur. (3.39) nolu denklemin ikinci kez türevi alınır,

$$\phi'(k_x) = \frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \left[\frac{k_x}{B(k_x)} \right] + x,$$

$$\phi''(k_x) = \frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \left[\frac{k_x}{B(k_x)} \right]', \quad (3.44)$$

$$\phi''(k_{xs}) = \frac{v^2 t_o}{4\omega_m b^3(x)}. \quad (3.45)$$

olur (Bkz. (B.10) denklemi). (3.41) ve (3.42) nolu denklemler (3.35) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} \phi(k_{xs}) &= \omega_m t_o B(k_{xs}) + k_{xs} x, \\ \phi(k_{xs}) &= \omega_m t_o / b(x). \end{aligned} \quad (3.46)$$

$$\phi(k_{xs}) = \omega_m t_o \left[1 - \frac{4x^2}{v_o^2 t_o^2} \right]^{1/2}. \quad (3.47)$$

olur (Bkz. (B.12) denklemi). (3.33) nolu integral denkleminin durağan faz çözümü (A-20) nolu denkleme göre aşağıdaki gibidir.

$$S(\omega_m, t_o, x) \cong \frac{1}{2\pi} f(k_{xs}) \left(\frac{2\pi i}{\phi''(k_{xs})} \right)^{1/2} e^{i\phi(k_{xs})} \quad (3.48)$$

Denklem (3.48)'de (3.43), (3.45) ve (3.46) nolu denklemler yerlerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} S(\omega_m, t_o, x) &\cong \frac{1}{2\pi} \left(\frac{2\pi i}{\frac{v^2 t_o}{4\omega_m b^3(x)}} \right)^{1/2} \frac{1}{b(x)} e^{i\omega_m t_o / b(x)}, \\ S(\omega_m, t_o, x) &\cong \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{1/2} \left(\frac{i\omega_m b^3(x)}{v^2 t_o / 4} \right)^{1/2} \frac{1}{b(x)} e^{i\omega_m t_o / b(x)}, \end{aligned} \quad (3.49)$$

$$S(\omega_m, t_o, x) \cong \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{1/2} \left(\frac{i\omega_m b(x)}{v^2 t_o / 4} \right)^{1/2} e^{i\omega_m t_o / b(x)}. \quad (3.50)$$

olur. (3.30) nolu denklemin ters Fourier dönüşümü alınırsa denklem bir evrişim denklemine dönüşür.

$$P_m(\omega_m, x_m) = \int dt_o \int dx_o S(\omega_m, t_o, x) P_o(t_o, x_o). \quad (3.51)$$

Denklem (3.51) içerisine (3.50) nolu denklem yazılırsa,

$$P_m(\omega_m, x_m) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{1/2} \int dt_o \int dx_o \left(\frac{i\omega_m b^3(x)}{v^2 t_o / 4} \right)^{1/2} \frac{1}{b(x)} e^{i\omega_m t_o / b(x)} P_o(t_o, x_o), \quad (3.52)$$

olur. (3.52) nolu denklem düzenlenirse,

$$P_m(\omega_m, x_m) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{1/2} \int dt_o \int dx_o \left(\frac{i\omega_m b(x)}{v^2 t_o / 4} \right)^{1/2} e^{i\omega_m t_o / b(x)} P_o(t_o, x_o). \quad (3.53)$$

olur. (3.53) nolu denklem $(i\omega_m)^{1/2}$ bölünürse,

$$\hat{P}_m(\omega_m, x_m) = \frac{P_m(\omega_m, x_m)}{(i\omega_m)^{1/2}}. \quad (3.54)$$

olur. (3.54) nolu denklem içerisinde (3.53) nolu denklem yazılırsa,

$$\hat{P}_m(\omega_m, x_m) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{1/2} \int dt_o \int dx_o \left(\frac{b(x)}{v^2 t_o / 4} \right)^{1/2} e^{i\omega_m t_o / b(x)} P_o(t_o, x_o). \quad (3.55)$$

olur. (3.55) nolu denklemin ters Fourier dönüşümü alınır,

$$\hat{P}_m(t_m, x_m) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{3/2} \int dt_o \int dx_o P_o(t_o, x_o) \left(\frac{b(x)}{v^2 t_o / 4} \right)^{1/2} \int d\omega_m e^{-i\omega_m [t_m - t_o / b(x)]}. \quad (3.56)$$

olur.

$$\beta = \frac{(x_o - x_m)}{v t_o / 2}.$$

olarak alınır ve (3.56) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$\hat{P}_m(t_m, x_m) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{3/2} \int dt_o \int dx_o P_o(t_o, x_o) \left(\frac{(1 - \beta^2)^{-1/2}}{v^2 t_o / 4} \right)^{1/2} \int d\omega_m e^{-i\omega_m [t_m - t_o (1 - \beta^2)^{1/2}]}. \quad (3.57)$$

olur. Burada,

$$b(x) = (1 - \beta^2)^{-1/2}, \quad (3.58)$$

$$t_o = t_m (1 - \beta^2)^{-1/2}, \quad (3.59)$$

dır. (3.57) nolu denklemde (3.59) nolu denklem yerine yazılırsa ve δ özelliği kullanılırsa,

$$\hat{P}_m(t_m, x_m) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{1/2} \int dt_o \int dx_o \left(\frac{1}{v^2 t_m / 4} \right)^{1/2} \delta[t_m - t_o (1 - \beta^2)^{1/2}] P_o(t_o, x_o). \quad (3.60)$$

olur. $b(x)$ ve β , x 'e bağlı değişmektedir. Delta fonksiyonunun dengeleme özelliği düzenlenirse,

$$\delta(ax) = \frac{\delta(x)}{|a|}. \quad (3.61)$$

olur. Burada $a = (1 - \beta^2)^{1/2}$ olarak alınır ve (3.60) nolu denklemdeki δ terimi (3.61) nolu denkleme benzer yazılırsa,

$$\delta(t_m - t_o(1 - \beta^2)^{1/2}) = \frac{\delta(t_o - t_m(1 - \beta^2)^{-1/2})}{(1 - \beta^2)^{1/2}}, \quad (3.62)$$

olur. (3.62) nolu denklem (3.60) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$\hat{P}_m(t_m, x_m) = \left(\frac{4}{2\pi v^2 t_m} \right)^{1/2} \int dt_o \int dx_o \frac{\delta(t_o - t_m(1 - \beta^2)^{-1/2})}{(1 - \beta^2)^{1/2}} P_o(t_o, x_o). \quad (3.63)$$

olur. (3.54) nolu denklemde (3.63) nolu denklem yerine yazılarak düzenlenirse,

$$P_m(t_m, x_m) = FT^{-1} \left((i\omega_m)^{1/2} \hat{P}_m(\omega_m, x_o) \right),$$

$$IR_{MIG} = \left(\frac{4}{2\pi v^2 t_m} \right)^{1/2} \frac{\delta(t_o - t_m(1 - \beta^2)^{-1/2})}{(1 - \beta^2)^{1/2}}. \quad (3.64)$$

olur. Burada IR_{MIG} birim verinin göç işlemi sonrası değişim miktarıdır. (3.64) nolu denklemde (3.58) ve (3.59) nolu denklemler yerlerine yazılırsa,

$$IR_{MIG} = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \left(\frac{b(x)}{v^2 t_o / 4} \right)^{1/2} b(x) \delta[t_o - t_m(1 - \beta^2)^{-1/2}]. \quad (3.65)$$

Burada δ özelliğinden,

$$t_o = t_m(1 - \beta^2)^{-1/2},$$

$$t_o = t_m b(x). \quad (3.66)$$

olur. Göç işlemi sonrası verinin genliğinde (3.65) nolu denklemdeki kadar bir değişme, ayrıca veri (3.66) nolu denklemdeki değer kadar ötelenmiş olacaktır. Bu büyüklük diğer faz değerleri ile aynı olduğu görülmektedir. Böylece gerçek genlikli göç işlemi gerçekleştirilmiş olacaktır.

Diğer taraftan Denklem (3.52)'de, (2.60) nolu denklem düzenlenerek yerine yazılırsa,

$$P_m(\omega_m, x_m) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{1/2} \int dx_o \left(\frac{i\omega_m b^3(x)}{v^2 t_o / 4} \right)^{1/2} \frac{R(\varphi)}{b(x)} \int dt_o e^{i\omega_m t_o / b(x)} w[(t_o - \tau_o(x_o))],$$

$$P_m(\omega_m, x_m) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{1/2} \int dx_o \left(\frac{i\omega_m b^3(x)}{v^2 t_o / 4} \right)^{1/2} \frac{R(\varphi)}{b(x)} W\left(\frac{\omega_m}{b(x)} \right) e^{i\omega_m \tau_o(x_o) / b(x)}. \quad (3.67)$$

Denklem (3.67) de,

$$S_T(\omega_m, x_m) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{1/2} \left(\frac{i\omega_m b^3(x)}{v^2 t_o / 4} \right)^{1/2} \quad (3.68)$$

alınır ve düzenlenirse,

$$P_m(\omega_m, x_m) = \int dx_o S_T(\omega_m, x_m) \frac{R(\varphi)}{b(x)} W\left(\frac{\omega_m}{b(x)}\right) e^{i\omega_m \tau_o(x_o)/b(x)}. \quad (3.69)$$

olur. (3.68) nolu denklemin ters Fourier dönüşümü alınır,

$$S_T(t', x_m) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{1/2} \left(\frac{b^3(x)}{v^2 t_o / 4} \right)^{1/2} \int \frac{d\omega_m}{2\pi} (i\omega_m)^{1/2} e^{i\omega_m t'} \quad (3.70)$$

$$S_T(t', x_m) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{1/2} \left(\frac{b^3(x)}{v^2 t_o / 4} \right)^{1/2} d_{1/2}(t')$$

olur. Burada,

$$d_{1/2}(t') = \int \frac{d\omega_m}{2\pi} (i\omega_m)^{1/2} e^{i\omega_m t'} = \int \frac{d\omega_m}{2\pi} (-i\omega_m)^{1/2} e^{-i\omega_m t'} \quad (3.71)$$

dır. (3.70) nolu denklem karşılaştırmak için kullanılacaktır.

3.1.2 İki boyutlu (2B) gerçek genlikli göç işlecinin analitik yoldan elde edilmesi

Bu çalışmada, doğru genlikli göç işlemi için yeni bir yöntem önerilmiştir. Bu yöntem Black *et al.* (1993)'un gerçek genlikli DMO işlemi için geliştirdiği yöntemin göç işlemine uygulanmış halidir. Black *et al.* (1993)'un gerçek genlikli DMO işlemi ile elde ettiği sıfır açılımlı veri, bu çalışma için giriş verisi olacaktır. Bu nedenle (2.60) nolu denklem, Black *et al.* (1993)'un (42) nolu denkleminin sıfır açılıma göre düzenlenmiş halidir. Bu formül bu çalışmada önerilen doğru genlikli göç işlemi için başlangıç olarak alınır.

$$P_o(t_o, x_o) = R(\varphi) w[(t_o - \tau_o(x_o))]. \quad (3.72)$$

olur. Burada, $P_o(t_o, x_o)$; sıfır açılımlı 2B veri, $R(\varphi)$; geliş açısına bağlı yansıma katsayısı ve $w[(t_o - \tau_o(x_o))]$ kaynak dalgacığı olup birim veri şeklinde gösterilmiştir. (3.72) nolu denklemde gerilme faktörü ve DMO işleç bağıntısı ihmal edilmiştir. Yine Black *et al.* (1993)'un (35c) nolu “line integral” bağıntısı göç işlemine göre düzenlenirse,

$$P_m(t_m, x_m) = \iint dt' dx S(t', x) P_o[b(x)(t_m - t'), x_o]. \quad (3.73)$$

olur. (3.73) nolu denklemde (3.72) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$P_m(t_m, x_m) = \iint dt' dx S(t', x) R(\varphi) w[b(x)(t_m - t') - \tau_o(x_o)]. \quad (3.74)$$

olur. (3.74) nolu denklemde $P_m(t_m, x_m)$ ifadesinin bir boyutlu Fourier dönüşümü alınır,

$$P_m(\omega_m, x_m) = \int dt_m e^{i\omega_m t_m} P_m(t_m, x_m), \quad (3.75)$$

olur. (3.75) nolu denklemde (3.74) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} P_m(\omega_m, x_m) &= \iiint dx dt' dt_m S(t', x) R(\varphi) w[b(x)(t_m - t') - \tau_o(x_o)] e^{i\omega_m t_m}, \\ &= \iint [dx dt' S(t', x) R(\varphi)] \int dt_m w[b(x)(t_m - t') - \tau_o(x_o)] e^{i\omega_m t_m}. \end{aligned} \quad (3.76)$$

olur. (3.76) nolu denklemde $\int dt_m w[b(x)(t_m - t') - \tau_o(x_o)] e^{i\omega_m t_m}$ hesaplanması gerekmektedir. Bunun için (3.76) nolu denklemde,

$$g = b(x)(t_m - t') - \tau_o(x_o), \quad (3.77)$$

olsun. Bu durumda,

$$dt_m = \frac{dg}{|b(x)|}, \quad (3.78)$$

$$t_m = \frac{g}{b(x)} + t' + \frac{\tau_o(x_o)}{b(x)}, \quad (3.79)$$

olur. (3.77), (3.78) ve (3.79) nolu denklemleri (3.76) nolu denklemde yerlerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} P_m(\omega_m, x_m) &= \iint [dx dt' S(t', x) R(\varphi)] \int \frac{1}{b(x)} dg w(g) e^{i\omega_m g / b(x)} e^{i\omega_m t'} e^{i\omega_m \tau_o(x_o) / b(x)}, \\ &= \iint [dx dt' S(t', x) R(\varphi)] \frac{1}{b(x)} e^{i\omega_m t'} e^{i\omega_m \tau_o(x_o) / b(x)} \int dg w(g) e^{i\omega_m g / b(x)}, \\ &= \int dx R(\varphi) \frac{1}{b(x)} W\left(\frac{\omega_m}{b(x)}\right) e^{i\omega_m \tau_o(x_o) / b(x)} \int dt' S(t', x) e^{i\omega_m t'}, \\ P_m(\omega_m, x_m) &= \int dx S(\omega_m, x) R(\varphi) \frac{1}{b(x)} W\left(\frac{\omega_m}{b(x)}\right) e^{i\omega_m \tau_o(x_o) / b(x)}. \end{aligned} \quad (3.80)$$

olur. Burada $b(x)$, (3.5) nolu denklem olup x ise (3.3) nolu denklemde olduğu gibi tanımlanmıştır. Burada,

$$b(x) = \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 \tau_o^2(x_o)} \right)^{-1/2}. \quad (3.81)$$

dir. Denklem (3.80) incelendiğinde, bu denklemin Black *et al.* (1993)'un çalışmasında verilen (37) nolu denklemin (sayfa 54) göç işlemine göre düzenlenmiş hali olduğu görülür. Şimdi (3.80) nolu denklemin çözülmesi için bir boyutlu durağan faz yöntemi uygulanacaktır. Bu integral denklemini çözebilmek için (3.80) nolu denklem $e^{i\omega_m \tau_m(x_m) - i\omega_m \tau_m(x_m)}$ ile çarpılmıştır. (3.80) denklemi aşağıdaki şekilde yazılırsa,

$$P_m(\omega_m, x_m) = \int dx Y(x) e^{i\phi(x)}. \quad (3.82)$$

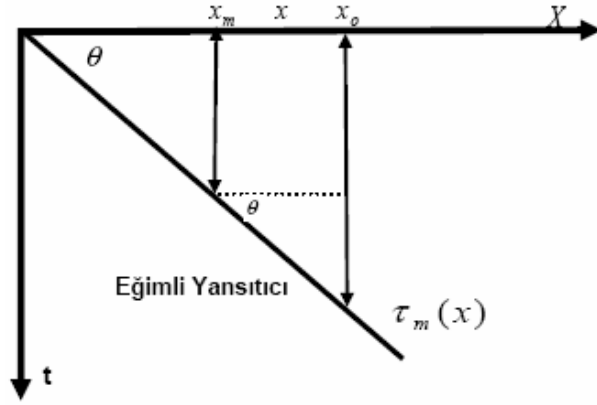
olur. Burada,

$$\phi(x) = \omega_m(\tau_{kk}(x_m + xe_1), x_m) - \omega_m \tau_m(x_m) = \omega_m \left(\frac{\tau_o(x_m + xe_1)}{b(x)} \right) - \omega_m \tau_m(x_m). \quad (3.83)$$

$$Y(x) = S(\omega_m, x) \frac{R(\phi)}{b(x)} W \left(\frac{\omega_m}{b(x)} \right) e^{i\omega_m \tau_m(x_m)}. \quad (3.84)$$

$$e_1 = \mathbf{x} / |\mathbf{x}| = \mathbf{x} / x.$$

dir.



Şekil 3.3 Eğimli yansıtıcı üzerinde yığma öncesi ve sonrası zamanlarının ilişkisi

Şekil 3.3'te $\tan \theta$ yazılırsa,

$$\tan \theta = \frac{\frac{v \tau_m(x_o)}{2} - \frac{v \tau_m(x_m)}{2}}{x},$$

$$\frac{2 \tan \theta}{v} x = \tau_m(x_o) - \tau_m(x_m),$$

$$\tau_m(x_o) = \tau_m(x_m) + \frac{2 \tan \theta}{v} x. \quad (3.85)$$

olur. Şekil 3.3'den $x_o = x_m + xe_1$ yazılıp, (3.85) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$\tau_m(x_m + xe_1) = \tau_m(x_m) + \frac{2 \tan \theta}{v} x, \quad (3.86)$$

olur. Aynı zamanda, Şekil 1.11'de DMO işlemi ile taşınmış veri C noktasında gösterilmiştir. C noktasındaki sıfır açılımlı birim verinin, göç işlemi sonrası birim tepki eğrisi $\tau_{kk}(x_o, x_m)$ olarak gösterilmiştir. Bu x_o, t_o noktasındaki birim şeklindeki verinin göç eğrisi olup aynı zamanda $\tau_m(x_m)$ 'e eşittir. Bu bilgiler ışığında (3.6) nolu denklem düzenlenirse,

$$\tau_{kk}(x_m + xe_1, x_m) = \frac{\tau_o(x_o)}{b(x)}, \quad (3.87)$$

$$\tau_{kk}(x_m + xe_1, x_m) = \tau_o(x_o) \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 \tau_o^2(x_o)} \right)^{1/2}. \quad (3.88)$$

olur. D_2 : x_o, t_o noktasındaki birim veri şeklindeki dalganın göç işlemi sonrası oluşan dairenin x_m, t_m noktasındaki teğettir. Teğetin eğiminin bulunması için türevinin alınması gerekir.

$$D_2 = \frac{\partial \tau_{kk}}{\partial x} = \tau_o(x_o) \frac{1}{2} \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 \tau_o^2(x_o)} \right)^{-1/2} \left(-2 \frac{4x}{v^2 \tau_o^2(x_o)} \right),$$

$$D_2 = \left(\frac{4x_{ms}}{v^2 \tau_o(x_o) \left(1 - \frac{4x_{ms}^2}{v^2 \tau_o^2(x_o)} \right)^{1/2}} \right), \quad (3.89)$$

$$D_2 = \frac{4x_{ms} b(x_{ms})}{v^2 \tau_o(x_o)}. \quad (3.90)$$

Denklem (3.89)'da x_{ms} yalnız bırakılırsa,

$$4x_{ms} = D_2 v^2 \tau_o(x_o) \left(1 - \frac{4x_{ms}^2}{v^2 \tau_o^2(x_o)} \right)^{1/2},$$

her iki tarafın karesi alınırsa,

$$16x_{ms}^2 = D_2^2 v^4 \tau_o^2(x_o) \left(1 - \frac{4x_{ms}^2}{v^2 \tau_o^2(x_o)} \right),$$

$$x_{ms}^2 = \frac{D_2^2 v^4 \tau_o^2(x_o)}{16 \left(1 + \frac{D_2^2 v^2}{4} \right)}, \quad (3.91)$$

$$x_{ms} = \mp \frac{D_2 v^2 \tau_o(x_o)}{4 \left(1 + \frac{D_2^2 v^2}{4} \right)^{1/2}}. \quad (3.92)$$

olur (Bkz. (C.3) denklemi). (3.92) nolu denklem durağan noktanın değerini vermektedir. (3.81) nolu denklemde (3.91) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$b(x_{ms}) = \left(1 - \frac{4x_{ms}^2}{v^2 \tau_o^2(x_o)} \right)^{-1/2},$$

$$b_o = b(x_{ms}) = \left(1 + \frac{D_2^2 v^2}{4} \right)^{1/2}. \quad (3.93)$$

olur (Bkz. (C.5) denklemi). Aşağıdaki düzenleme yapılırsa,

$$b_o^2 - 1 = b_o^2 \left(1 - \frac{1}{b_o^2} \right),$$

$$D_2^2 = \frac{4(b_o^2 - 1)}{v^2}. \quad (3.94)$$

olur. Diğer taraftan,

$$\frac{2 \tan \theta}{v} = \frac{2 \sin \theta}{v \cos \theta},$$

$$\frac{4 \tan^2 \theta}{v^2} = \frac{4(b_o^2 - 1)}{v^2},$$

olduğuna göre

$$D_2^2 = \frac{4 \tan^2 \theta}{v^2}, \quad (3.95)$$

$$D_2 = \frac{2 \tan \theta}{v}. \quad (3.96)$$

olur. (3.86) nolu denklemde (3.96) nolu denklem

$$\tau_m(x_m + x_{e1}) = \tau_m(x_m) + D_2 x. \quad (3.97)$$

yazılabilir. (3.97) nolu denklemde (3.96) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\tau_m(x_o) = \tau_m(x_m) + \frac{2 \tan \theta}{v} x_{ms} \quad (3.98)$$

olur. Şekil 3.1'ten,

$$\tan \theta = \frac{2x_{ms}}{v \tau_m(x_m)} \quad (3.99)$$

yazılabilir. Bu durumda (3.99) nolu denklem (3.98) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} \tau_m(x_o) &= \tau_m(x_m) + \frac{4x_{ms}^2}{v^2 \tau_m(x_m)}, \\ \tau_m(x_o) &= \tau_m(x_m) \left(1 + \frac{4x_{ms}^2}{v^2 \tau_m^2(x_m)} \right), \\ \tau_m(x_o) &= \tau_m(x_m) b^2(x_{ms}), \\ \tau_m(x_m) &= \frac{\tau_m(x_o)}{b^2(x_{ms})}. \end{aligned} \quad (3.100)$$

olur. (3.100) nolu denklem Black *et al.* (1993)'ün (A-10) denklemi ile uyumlu olduğu görülmektedir. (3.87) nolu denklem (3.100) nolu denkleme göre düzenlenirse,

$$\tau_{kk}(x_o, x_m) = \tau_m(x_m) = \tau_m(x_o) \left(1 - \frac{4x_{ms}^2}{v^2 \tau_o^2(x_o)} \right).$$

olur. (3.100) nolu denklemde $\tau_m(x_m) = \frac{\tau_o(x_o)}{b(x_{ms})}$ olduğundan,

$$\begin{aligned} \frac{\tau_o(x_o)}{b(x_{ms})} &= \frac{\tau_m(x_o)}{b^2(x_{ms})}, \\ \tau_o(x_o) &= \frac{\tau_m(x_o)}{b(x_{ms})}. \end{aligned} \quad (3.101)$$

olur. Her iki tarafın karesi alınır ve (3.100) nolu denklem düzenlenerek yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} \tau_o^2(x_o) &= \frac{\tau_m(x_o)}{b^2(x_{ms})} \tau_m(x_o), \\ \tau_o^2(x_o) &= \frac{\tau_m(x_o)}{b^2(x_{ms})} \tau_m(x_m) b^2(x_{ms}), \\ \tau_o^2(x_o) &= \tau_m(x_o) \tau_m(x_m). \end{aligned} \quad (3.102)$$

olur. (3.102) nolu denklem göç işlemi için elde edilmiş olup, Sincer and Kayiran (1993) ve Black *et al.* (1993)'ün DMO için geliştirdikleri denklemlerle uyumlu olduğu

görülmektedir. (1.15) nolu denklemde $k_x = k_o$ ve $\omega_o = \omega_m / \cos \theta$ yazılır ve düzenlenirse,

$$\begin{aligned}\frac{2 \sin \theta}{v} &= \frac{k_x \cos \theta}{\omega_m}, \\ k_x &= \frac{2 \tan \theta}{v} \omega_m, \\ k_x &= D_2 \omega_m.\end{aligned}\tag{3.103}$$

olur. (3.83) nolu denklem düzenlenirse,

$$\begin{aligned}\phi(x) &= \omega_m \left(\frac{\tau_o(x_m + x e_1)}{b(x)} \right) - \omega_m \tau_m(x_m), \\ \phi(x) &= \omega_m \left(\frac{\tau_o(x_m + x e_1)}{b(x)} \right) - \omega_m \tau_m(x_m) \frac{v x_m}{v x_m}, \\ \phi(x) &= \omega_m \left(\frac{\tau_o(x_m + x e_1)}{b(x)} \right) - \frac{\omega_m x_m}{v} \frac{v \tau_m(x_m)}{x_m},\end{aligned}\tag{3.104}$$

olur. (3.104) nolu denklemde (3.99) ve (3.103) nolu denklemler düzenlenerek yerlerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}\phi(x) &= \omega_m \left(\frac{\tau_o(x_m + x e_1)}{b(x)} \right) - \omega_m x_m \frac{2 \tan \theta}{v}, \\ \phi(x) &= \omega_m \left(\frac{\tau_o(x_m + x e_1)}{b(x)} \right) - D_2 \omega_m x_m.\end{aligned}\tag{3.105}$$

olur. (3.105) nolu denklemde (3.3) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}\phi(x) &= \omega_m \frac{\tau_o(x_o)}{b(x)} - D_2 \omega_m (x_o - x), \\ \phi(x) &= \omega_m \left(\frac{\tau_o(x_o)}{b(x)} + D_2 x - D_2 x_o \right).\end{aligned}\tag{3.106}$$

olur. (3.81) nolu denklemin türevi alınır,

$$\begin{aligned}b'(x) &= -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 \tau_o^2(x_o)} \right)^{-3/2} \left(-2 \frac{4x}{v^2 \tau_o^2(x_o)} \right), \\ b'(x) &= \frac{4x b^3(x)}{v^2 \tau_o^2(x_o)}.\end{aligned}\tag{3.107}$$

olur. (3.106) nolu denklemin türevi alınır,

$$\phi'(x) = \omega_m \left(-\frac{b'(x)\tau_o(x_o)}{b^2(x)} + D_2 \right), \quad (3.108)$$

olur. (3.108) nolu denklemde (3.107) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\phi'(x) = \omega_m \left(-\frac{\tau_o(x_o)}{b^2(x)} \frac{4xb^3(x)}{v^2\tau_o^2(x_o)} + D_2 \right),$$

$$\phi'(x) = \omega_m \left(-\frac{4xb(x)}{v^2\tau_o(x_o)} + D_2 \right), \quad (3.109)$$

$$\phi'(x_{ms}) = \omega_m \left(-\frac{4x_{ms}b(x_{ms})}{v^2\tau_o(x_o)} + D_2 \right). \quad (3.110)$$

olur.(3.110) nolu denklemde D_2 'nin değeri olan (3.90) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\phi'(x_{ms}) = 0. \quad (3.111)$$

olur.(3.109) nolu denklemin ikinci türev alınır,

$$\phi''(x) = -\frac{4\omega_m}{v^2\tau_o(x_o)} (xb(x))',$$

$$\phi''(x) = -\frac{4\omega_m}{v^2\tau_o(x_o)} (b(x) + xb'(x)), \quad (3.112)$$

olur. (3.112) nolu denklemde (3.107) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\phi''(x) = -\frac{4\omega_m}{v^2\tau_o(x_o)} \left(b(x) + \frac{4x^2b^3(x)}{v^2\tau_o^2(x_o)} \right),$$

$$\phi''(x_{ms}) = -\frac{4\omega_m b^3(x_{ms})}{v^2\tau_o(x_o)}. \quad (3.113)$$

olur (Bkz. (C.12) denklemi). (3.83) nolu denklem düzenlenirse,

$$\phi(x) = \omega_m \left(\frac{\tau_o(x_m + xe_1)}{b(x)} \right) - \omega_m \tau_m(x_m),$$

$$\phi(x_{ms}) = \omega_m \left(\frac{\tau_o(x_o)}{b(x_{ms})} \right) - \omega_m \tau_m(x_m),$$

$$\phi(x_{ms}) = \omega_m \tau_m(x_m) - \omega_m \tau_m(x_m),$$

$$\phi(x_{ms}) = 0. \quad (3.114)$$

olur. (3.82) nolu integralin durağan faz çözümü (A-20)'ye göre aşağıdaki gibidir.

$$P_m(\omega_m, x_m) = Y(x_{ms}) e^{i\phi(x_{ms})} \left(\frac{2i\pi}{\phi''(x_{ms})} \right)^{1/2}. \quad (3.115)$$

Denklem (3.115) aşağıdaki gibi çarpım şeklinde yazılırsa,

$$P_m(\omega_m, x_m) = Y(x_{ms}) G(\omega_m).$$

olur. Burada,

$$G(\omega_m) = \left(\frac{2i\pi}{\phi''(x_{ms})} \right)^{1/2}. \quad (3.116)$$

dir. (3.113) nolu denklem (3.116) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$G(\omega_m) = \left(-\frac{2\pi}{i \left(-\frac{4\omega_m b^3(x_{ms})}{v^2 \tau_o(x_o)} \right)} \right)^{1/2},$$

$$G(\omega_m) = (2\pi)^{1/2} \left(\frac{v^2 \tau_o(x_o)/4}{i\omega_m b^3(x_{ms})} \right)^{1/2}. \quad (3.117)$$

olur. (3.117) nolu denklem (3.115) nolu denklemde, (3.115) nolu denklem de (3.84) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$P_m(\omega_m, x_m) = S(\omega_m, x_{ms}) \frac{R(\varphi)}{b(x_{ms})} W\left(\frac{\omega_m}{b(x_{ms})}\right) e^{i\omega_m \tau_m(x_m)} G(\omega_m). \quad (3.118)$$

olur. Burada gerçek genlikli göç işlemi katsayısı,

$$S_T(\omega_m, x_{ms}) = \frac{1}{G(\omega_m)}. \quad (3.119)$$

dır. (3.119) nolu denklem (3.118) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$P_m(\omega_m, x_m) = \frac{R(\varphi)}{b(x_{ms})} W\left(\frac{\omega_m}{b(x_{ms})}\right) e^{i\omega_m \tau_m(x_m)}. \quad (3.120)$$

olur. (3.120) nolu denklemin ters Fourier dönüşümü alınırsa,

$$P_m(t_m, x_m) = R(\varphi) w(b(x_{ms})(t_m - \tau_m(x_m))),$$

$$P_m(t_m = \tau_m(x_m), x_m) = R(\varphi) w(0). \quad (3.121)$$

olur. Denklem (3.121), (2.84) nolu Black *et al.* (1993)'ün gerçek genlikli denklemi ile aynı olduğu görülür. Diğer taraftan (3.80) nolu denklemde (3.119) nolu denklemin değeri yazılırsa,

$$P_m(\omega_m, x_m) = \int dx \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \left(\frac{i\omega_m b^3(x)}{v^2 \tau_o(x_o)/4} \right)^{1/2} \frac{R(\varphi)}{b(x)} W\left(\frac{\omega_m}{b(x)}\right) e^{i\omega_m \tau_o(x_o)/b(x)} . \quad (3.122)$$

olur. Denklem (3.122), analitik yolla elde edilen gerç k genlikli g   işlemi denklemdir. Bu denklem, Bölüm 3.1.1’de gösterilen Integral (Kirchhoff) göçünde 2B ger k genlikli i le  için Fourier dönüşümü ile elde edilen (3.52) nolu ger k genlikli g   işlemi bağıntısı ile karşılaştırıldığında aynı oldukları görülür. Böylece birbirinden bağımsız iki değişik yoldan aynı sonuçlar elde edilmiş olmaktadır.

Denklem (3.119) düzenlenirse,

$$S_T(\omega_m, x_{ms}) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{1/2} \left(\frac{i\omega_m b^3(x_{ms})}{v^2 \tau_o(x_o)/4} \right)^{1/2} \quad (3.123)$$

olur. (3.123) nolu denklemin ters Fourier dönüşümü alınır a,

$$S_T(t', x_m) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{1/2} \left(\frac{b^3(x_{ms})}{v^2 \tau_o(x_o)/4} \right)^{1/2} \int \frac{d\omega_m}{2\pi} (i\omega_m)^{1/2} e^{i\omega_m t'} \quad (3.124)$$

$$S_T(t', x_m) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{1/2} \left(\frac{b^3(x_{ms})}{v^2 \tau_o(x_o)/4} \right)^{1/2} d_{1/2}(t') \quad (3.125)$$

olur. Burada,

$$d_{1/2}(t') = \int \frac{d\omega_m}{2\pi} (i\omega_m)^{1/2} e^{i\omega_m t'} = \int \frac{d\omega_m}{2\pi} (-i\omega_m)^{1/2} e^{-i\omega_m t'}$$

dır. (3.125) nolu denklem karşılaştırmak için kullanılacaktır.

$$x = x_o - x_m . \quad (3.127)$$

$$y = y_o - y_m . \quad (3.128)$$

olur. (3.126) nolu denklem düzenlenirse

$$t_m = t_o \left[1 - \frac{4(x_o - x_m)^2}{v^2 t_o^2} - \frac{4(y_o - y_m)^2}{v^2 t_o^2} \right]^{1/2} , \quad (3.129)$$

olur. (3.129) nolu denklemde (3.127) ve (3.128) nolu denklemler yerlerine yazılırsa,

$$t_m = t_o \left[1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right]^{1/2} .$$

olur. Burada,

$$b(x, y) = \left[1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right]^{-1/2} , \quad (3.130)$$

alınırsa,

$$t_m = \frac{t_o}{b(x, y)} . \quad (3.131)$$

olur. (3.130) nolu denklem (3.5) nolu denklemin, (3.131) nolu denklem de (3.6) nolu denklemin 3B halidir. Şekil 3.4'te $\sin \theta$ yazılırsa,

$$\sin \theta = \frac{(x^2 + y^2)^{1/2}}{vt_o / 2} ,$$

$$\sin^2 \theta = \left[\frac{4x^2}{v^2 t_o^2} + \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right] . \quad (3.132)$$

olur. (1.15) nolu denklemde olduğu gibi $\sin \theta$ aynı zamanda,

$$\sin \theta = \frac{vk_o}{2\omega_o} . \quad (3.133)$$

eşittir. Yine Şekil 3.4'ten,

$$\cos \theta = \frac{vt_m / 2}{vt_o / 2} ,$$

$$t_m = t_o \cos \theta , \quad (3.134)$$

olur. Bu durumda,

$$b(x, y) = 1 / \cos \theta . \quad (3.135)$$

olur. (3.135) nolu denklem (3.8) nolu denkleme eşit fakat 3B halidir. (3.134) nolu denklem düzenlenir ve (3.133) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$t_m = t_o [1 - \sin^2 \theta]^{1/2},$$

$$t_m = t_o \left[1 - \frac{v^2 k_o^2}{4\omega_o^2} \right]^{1/2}. \quad (3.136)$$

olur. Bu durumda (3.135) nolu denklem,

$$B(k_o) = \left[1 - \frac{v^2 k_o^2}{4\omega_o^2} \right]^{-1/2}. \quad (3.137)$$

olur. Burada, k_o 'ın x ve y yönlerindeki bileşenleri ile k_m 'in x ve y yönlerindeki bileşenleri bir birlerine eşittir. Yani göç işlemi aşamasında sinyalin x ve y yönlerinde bir değişim olmamaktadır. Bu nedenle bu bileşenler k_x ve k_y olarak gösterilecektir.

Aynı zamanda,

$$k_o^2 = k_x^2 + k_y^2. \quad (\text{Chun 1981}) \text{ ve } (\text{Black et al. 1993}) \quad (3.138)$$

dır. (3.138) nolu denklemde,

$$k_x = k_o \cos \psi, \quad (3.139)$$

$$k_y = k_o \sin \psi, \quad (3.140)$$

dir. (3.139) ve (3.140) nolu denklemler (3.137) nolu denklemde yerlerine yazılırsa,

$$B(k_x, k_y) = \left(1 - \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_o^2} - \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_o^2} \right)^{-1/2}. \quad (3.141)$$

olur. Ayrıca (3.13) nolu denklem üç boyuta göre yazılır ve düzenlenirse,

$$\omega_o = \omega_m \left(1 + \frac{vk_x^2}{4\omega_m^2} + \frac{vk_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2}, \quad (3.142)$$

$$\omega_o = \omega_m B(k_x, k_y). \quad (3.143)$$

olur. Aynı zamanda,

$$B(k_x, k_y) = \left(1 + \frac{vk_x^2}{4\omega_m^2} + \frac{vk_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2}. \quad (3.144)$$

eşit olur. Şekil 3.4'den,

$$x_m = x_o - \frac{vt_o}{2} \sin \theta \cos \psi, \quad (3.145)$$

$$y_m = y_o - \frac{vt_o}{2} \sin \theta \sin \psi, \quad (3.146)$$

yazılabilir. (3.145) ve (3.146) nolu denklemler (3.133) nolu denklemde yerlerine yazılırsa,

$$x_m = x_o - \frac{vt_o}{2} \frac{vk_o}{2\omega_o} \cos \psi, \quad (3.147)$$

$$y_m = y_o - \frac{vt_o}{2} \frac{vk_o}{2\omega_o} \sin \psi, \quad (3.148)$$

olur. (3.147) ve (3.148) nolu denklemlerde (3.139) ve (3.140) nolu denklemler yerlerine yazılırsa,

$$x_m = x_o - \frac{vt_o}{4} \frac{vk_x}{\omega_o}. \quad (3.149)$$

$$y_m = y_o - \frac{vt_o}{4} \frac{vk_y}{\omega_o}. \quad (3.150)$$

olur. Önce $P_m(t_m, x_m, y_m)$ 'in 3B Fourier dönüşümünü yazılırsa,

$$P_m(\omega_m, k_x, k_y) = \iiint P_m(t_m, x_m, y_m) e^{i(\omega_m t_m - k_x x_m - k_y y_m)} dt_m dx_m dy_m,$$

$$P_m(\omega_m, k_x, k_y) = \iiint P_m[t_m(t_o), x_m(x_o), y_m(y_o)] e^{i[\omega_m t_m(t_o) - k_x x_m(x_o) - k_y y_m(y_o)]} dt_m dx_m dy_m.$$

olur. Burada, $P_m[t_m(t_o), x_m(x_o), y_m(y_o)] = P_o(t_o, x_o, y_o)$, $t_m = t_m(t_o, x_o, y_o, \omega_m, k_x, k_y)$,

$x_m = x_m(x_o)$ ve $y_m = y_m(y_o)$ olduğundan,

$$P_m(\omega_m, k_x, k_y) = \iiint P_o(t_o, x_o, y_o) J_M e^{i\phi} dt_o dx_o dy_o. \quad (3.151)$$

olur. Burada J_M kısmi türevler dizeyinin determinantıdır.

$$J_M = \left| \frac{\partial(t_m, x_m, y_m)}{\partial(t_o, x_o, y_o)} \right| = \det \begin{vmatrix} \partial t_m / \partial t_o & \partial t_m / \partial x_o & \partial t_m / \partial y_o \\ \partial x_m / \partial t_o & \partial x_m / \partial x_o & \partial x_m / \partial y_o \\ \partial y_m / \partial t_o & \partial y_m / \partial x_o & \partial y_m / \partial y_o \end{vmatrix},$$

$$J_M = \frac{dt_m}{dt_o} \frac{dx_m}{dx_o} \frac{dy_m}{dy_o}. \quad (3.152)$$

dir. (3.152) nolu denklemin hesaplanabilmesi için (3.136), (3.149) ve (3.150) nolu denklemlerin türevleri alınmalıdır. (3.136) nolu denklemde (3.138) nolu denklem yerine yazılır ve düzenlenirse,

$$t_m = t_o \left[1 - \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_o^2} - \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_o^2} \right]^{1/2} \quad (3.153)$$

olur. (3.149), (3.150) ve (3.153) nolu denklemlerin türevi alınırsa,

$$\frac{dt_m}{dt_o} = \frac{1}{B(k_x, k_y)}. \quad (3.154)$$

$$\frac{dx_m}{dx_o} = 1. \quad (3.155)$$

$$\frac{dy_m}{dy_o} = 1. \quad (3.156)$$

olur. (3.154), (3.155) ve (3.156) nolu denklemler (3.152) nolu denklemde yerlerine yazılırsa,

$$J_M = B^{-1}(k_x, k_y). \quad (3.157)$$

olur. (3.151) nolu denklemdeki faz düzenlenirse,

$$\begin{aligned} \phi &= \omega_m t_m(t_o) - k_x x_m(x_o) - k_y y_m(y_o), \\ \phi &= \omega_m t_m - k_x x_m - k_y y_m. \end{aligned} \quad (3.158)$$

olur. (3.158) nolu denklemde (3.149) ve (3.150) nolu denklemler yerlerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{\omega_m t_o}{B(k_x, k_y)} - k_x \left(x_o - \frac{v^2 t_o}{4} \frac{k_x}{\omega_o} \right) - k_y \left(y_o - \frac{v^2 t_o}{4} \frac{k_y}{\omega_o} \right), \\ \phi &= \omega_m t_o B(k_x, k_y) - k_x x_o - k_y y_o. \end{aligned} \quad (3.159)$$

olur. (3.157) ve (3.159) nolu denklemler (3.151) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$P_m(\omega_m, k_x, k_y) = \iiint dt_o dx_o dy_o B^{-1}(k_x, k_y) e^{i(\omega_m t_o B(k_x, k_y) - k_x x_o - k_y y_o)} P_o(t_o, x_o, y_o). \quad (3.160)$$

olur. (3.160) nolu denklemin 2B ters Fourier dönüşümü alınıp (2.30) nolu Stolt 3B göç işlemi denklemi ile karşılaştırıldığında aynı oldukları görülür. (3.160) nolu denklemdeki katsayısının da Stolt göç işlemi katsayısı gibi $\cos \theta$ olduğu görülmektedir. (3.160) nolu denklem düzenlenirse,

$$P_m(\omega_m, k_x, k_y) = \int dt_o B^{-1}(k_x, k_y) e^{i\omega_m t_o B(k_x, k_y)} \iint dx_o dy_o e^{-i(k_x x_o + k_y y_o)} P_o(t_o, x_o, y_o). \quad (3.161)$$

olur. (3.161) nolu denklemin 2B Fourier dönüşümü alınırsa,

$$P_m(\omega_m, k_x, k_y) = \int dt_o B^{-1}(k_x, k_y) e^{i\omega_m t_o B(k_x, k_y)} P_o(t_o, k_x, k_y). \quad (3.162)$$

olur. (3.162) nolu denklem aşağıdaki gibi yazılırsa,

$$P_m(\omega_m, k_x, k_y) = \int dt_o S(\omega_m, t_o, k_x, k_y) P_o(t_o, k_x, k_y). \quad (3.163)$$

olur. (3.163) nolu denklem bir evrişim denklemidir. $S(\omega_m, t_o, k_x, k_y)$ ise f-k ortamında hesaplanan bir süzgeç katsayısıdır. Bu nedenle önce süzgeç katsayısının bulunması gerekir. Burada,

$$S(\omega_m, t_o, k_x, k_y) = B^{-1}(k_x, k_y) e^{i\omega_m t_o B(k_x, k_y)}. \quad (3.164)$$

dir. (3.164) nolu denklemin 2B ters Fourier dönüşümü alınır,

$$S(\omega_m, t_o, x, y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int dk_x \int dk_y B^{-1}(k_x, k_y) e^{i\omega_m t_o B(k_x, k_y)} e^{ik_x x} e^{ik_y y}. \quad (3.165)$$

olur. (3.165) nolu denklem aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$S(\omega_m, t_o, x, y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int dk_x \int dk_y f(k_x, k_y) e^{i\phi(k_x, k_y)}. \quad (3.166)$$

Burada,

$$f(k_x, k_y) = B^{-1}(k_x, k_y). \quad (3.167)$$

$$\phi(k_x, k_y) = \omega_m t_o B(k_x, k_y) + k_x x + k_y y. \quad (3.168)$$

dir. (3.166) nolu denklemin durağan faz çözümü (A-22)'de verildiği gibidir.

$$S(\omega_m, t_o, x, y) \cong \frac{1}{(2\pi)^2} \left[\frac{2\pi i}{\sqrt{\Delta}} \right] f(k_{xs}, k_{ys}) e^{i\phi(k_{xs}, k_{ys})}. \quad (3.169)$$

Burada,

$$\Delta = \phi''_{xx}(k_{xs}) \phi''_{yy}(k_{ys}) - (\phi''_{xy}(k_{xs}, k_{ys}))^2. \quad (3.170)$$

dir.

$$\frac{d\phi(k_x)}{dk_x} = \phi'_x(k_{xs}) = 0. \quad (3.171)$$

$$\frac{d\phi(k_y)}{dk_y} = \phi'_y(k_{ys}) = 0. \quad (3.172)$$

Denklem (3.171) ve (3.172), (3.168) nolu faz denkleminin x ve y yönlerine göre birinci türevlerini sıfır yapan değerlerdir. (3.168) nolu denklemin x 'e göre türevi alınır,

$$\begin{aligned} \phi(k_x, k_y) &= \omega_m t_o B(k_x, k_y) + k_x x + k_y y, \\ \phi'_x(k_x) &= \omega_m t_o B'(k_x, k_y) + x. \end{aligned} \quad (3.173)$$

olur. (3.173) nolu denklem için $B(k_x, k_y)$ 'in x 'e göre türevi alınmalıdır. Bu durumda (3.144) nolu denklemin türevi alınırsa,

$$\frac{dB(k_x, k_y)}{dk_x} = B'_x(k_x) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{-1/2} \left(\frac{2v^2 k_x}{4\omega_m^2} \right),$$

$$B'_x(k_x) = \frac{v^2 k_x}{4\omega_m^2 B(k_x, k_y)}. \quad (3.174)$$

olur (Bkz. (D.5) denklemi). (3.174) nolu denklem (3.173)'te yerine yazılırsa,

$$\phi'_x(k_x) = \omega_m t_o \left(\frac{v^2 k_x}{4\omega_m^2 B(k_x, k_y)} \right) + x, \quad (3.175)$$

$\phi'_x(k_{xs}) = 0$ olduğundan,

$$\omega_m t_o \left(\frac{v^2 k_{xs}}{4\omega_m^2 B(k_x, k_y)} \right) + x = 0,$$

$$k_{xs}^2 = \frac{16\omega_m^2 x^2 \left(1 + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)}{v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)}, \quad (3.176)$$

$$k_{xs} = \mp \frac{4\omega_m x \left(1 + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2}}{v^2 t_o \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{1/2}}. \quad (3.177)$$

olur (Bkz. (D.8) denklemi). (3.177) nolu denklem durağan noktanın değerini vermektedir. Aynı şekilde (3.168) nolu denklemin y 'e göre türevi alınırsa,

$$\phi'_y(k_y) = \omega_m t_o B'(k_x, k_y) + y. \quad (3.178)$$

olur. (3.178) nolu denklem için $B(k_x, k_y)$ 'in y 'e göre türevi alınmalıdır. Bu durumda (3.144) nolu denklemin türevi alınırsa,

$$\frac{dB(k_x, k_y)}{dk_y} = B'_y(k_y) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{-1/2} \left(\frac{2v^2 k_y}{4\omega_m^2} \right),$$

$$B'_y(k_y) = \frac{v^2 k_y}{4\omega_m^2 B(k_x, k_y)}. \quad (3.179)$$

olur (Bkz. (D.11) denklemi). (3.179) nolu denklem (3.178)'de yerine yazılırsa,

$$\phi'_y(k_y) = \omega_m t_o \left(\frac{v^2 k_y}{4\omega_m^2 B(k_x, k_y)} \right) + y, \quad (3.180)$$

$\phi'_y(k_{ys}) = 0$ olduğundan,

$$\omega_m t_o \left(\frac{v^2 k_{ys}}{4\omega_m^2 B(k_x, k_y)} \right) + y = 0, \quad (3.181)$$

$$k_{ys}^2 = \frac{16\omega_m^2 y^2 \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} \right)}{v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right)},$$

$$k_{ys} = \mp \frac{4\omega_m y \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2}}{v^2 t_o \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right)^{1/2}}. \quad (3.182)$$

olur (Bkz. (D.14) denklemi). Denklem (3.182) durağan noktanın değerini vermektedir.

(3.176) nolu denklemde (3.181) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$k_{xs}^2 = \frac{16\omega_m^2 x^2}{v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)} \left(1 + \frac{v^2}{4\omega_m^2} k_y^2 \right),$$

$$k_{xs}^2 = \frac{16\omega_m^2 x^2 b^2(x, y)}{v^4 t_o^2}, \quad (3.183)$$

$$k_{xs} = \mp \frac{4\omega_m x b(x, y)}{v^2 t_o}. \quad (3.184)$$

olur (Bkz. (D.18) denklemi). (3.184) nolu denklem x yönünde durağan noktasının değeri olup, (3.177) nolu denklemin düzenlenmiş halidir. Ayrıca (3.41) nolu denklemin 3B düzenlenmiş halidir. (3.181) nolu denklemde (3.176) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$k_{ys}^2 = \frac{16\omega_m^2 y^2}{v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right)} \left(1 + \frac{v^2}{4\omega_m^2} k_x^2 \right), \quad (3.185)$$

$$k_{ys}^2 = \frac{16\omega_m^2 y^2 b^2(x, y)}{v^4 t_o^2}, \quad (3.186)$$

$$k_{ys} = \mp \frac{4\omega_m y b(x, y)}{v^2 t_o} . \quad (3.187)$$

olur (Bkz. (D.22) denklemi). Denklem (3.187) y yönünde durağan noktasının değeri olup, (3.182) nolu denklemin düzenlenmiş halidir. (3.184) ve (3.187) nolu denklemler (3.144) nolu denklemde yerlerine yazılırsa,

$$B(k_{xs}, k_{ys}) = \left[1 + \frac{v^2 k_{xs}^2}{4\omega_m^2} + \frac{v^2 k_{ys}^2}{4\omega_m^2} \right]^{1/2} , \quad (3.188)$$

$$B(k_{xs}, k_{ys}) = b(x, y) .$$

olur (Bkz. (D.23) denklemi). (3.188) nolu denklem (3.42) nolu denklemin 3B halidir. (3.184) ve (3.187) nolu denklemler (3.159) nolu denklemde yerlerine yazılırsa,

$$\phi(k_{xs}, k_{ys}) = \omega_m t_o B(k_{xs}, k_{ys}) + k_{xs} x + k_{ys} y ,$$

$$\phi(k_{xs}, k_{ys}) = \omega_m t_o / b(x, y) , \quad (3.189)$$

$$\phi(k_{xs}, k_{ys}) = \omega_m t_o \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right)^{1/2} . \quad (3.190)$$

olur (Bkz. (D.26) denklemi). Denklem (3.190) faz olup (3.47) nolu 2B faz denkleminin 3B halidir. (3.175) nolu denklemin ikinci kez türevi alınır,

$$\phi'_x(k_x) = \frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \left[\frac{k_x}{B(k_x, k_y)} \right] + x ,$$

$$\phi''_{xx}(k_x) = \frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \left[\frac{k_x}{B(k_x, k_y)} \right]' ,$$

$$\phi''_{xx}(k_{xs}) = \frac{v^2 t_o}{4\omega_m b(x, y)} \left[1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right] . \quad (3.191)$$

olur (Bkz. (D.28) denklemi). (3.191) nolu denklem, fazın x yönünde ikinci türev değeridir. (3.180) nolu denklemin ikinci kez türevi alınır,

$$\phi'_y(k_y) = \frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \left[\frac{k_y}{B(k_x, k_y)} \right] + y ,$$

$$\phi''_{yy}(k_y) = \frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \left[\frac{k_y}{B(k_x, k_y)} \right]' ,$$

$$\phi''_{yy}(k_{ys}) = \frac{v^2 t_o}{4\omega_m b(x, y)} \left[1 - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right]. \quad (3.192)$$

olur (Bkz. (D.30) denklemi). (3.192) nolu denklem fazın y yönünde ikinci türev değeridir. (3.175) nolu denklemi y yönünde bir kez daha türevi alınırsa,

$$\phi''_{xy}(k_x, k_y) = \frac{v^2 t_o k_x}{4\omega_m} \left[\frac{-B'(k_y)}{B^2(k_x, k_y)} \right], \quad (3.193)$$

olur. (3.193) nolu denklemde (3.179) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\phi''_{xy}(k_x, k_y) = \frac{v^2 t_o k_x}{4\omega_m} \left[\frac{-1}{B^2(k_x, k_y)} \frac{v^2 k_y}{4\omega_m^2 B(k_x, k_y)} \right],$$

$$\phi''_{xy}(k_{xs}, k_{ys}) = -\frac{xy}{\omega_m t_o b(x, y)}. \quad (3.194)$$

olur (Bkz. (D.33) denklemi). (3.170) nolu denklemde (3.191), (3.192) ve (3.194) nolu denklemler yerlerine yazılırsa,

$$\Delta = \phi''_{xx}(k_{xs}) \phi''_{yy}(k_{ys}) - (\phi''_{xy}(k_{xs}, k_{ys}))^2,$$

$$\Delta = \left(\frac{v^2 t_o}{4\omega_m b(x, y)} \right) \left[1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right] \left(\frac{v^2 t_o}{4\omega_m b(x, y)} \right) \left[1 - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right] - \left(-\frac{xy}{\omega_m t_o b(x, y)} \right)^2,$$

$$\Delta = \frac{v^4 t_o^2}{16\omega_m^2 b^4(x, y)}. \quad (3.195)$$

olur (Bkz. (D.34) denklemi). (3.167) nolu denklemde (3.188) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$f(k_x, k_y) = B^{-1}(k_x, k_y),$$

$$f(k_{xs}, k_{ys}) = b^{-1}(x, y). \quad (3.196)$$

olur. (3.169) nolu denklemde (3.190), (3.195) ve (3.196) nolu denklemler yerlerine yazılırsa,

$$S(\omega_m, t_o, x, y) \cong \frac{1}{(2\pi)^2} \left[\frac{2\pi i}{\sqrt{\Delta}} \right] f(k_{xs}, k_{ys}) e^{i\phi(k_{xs}, k_{ys})}, \quad (3.197)$$

$$S(\omega_m, t_o, x, y) \cong \frac{1}{(2\pi)^2} \left[\frac{2\pi i}{\sqrt{\frac{v^4 t_o^2}{16\omega_m^2 b^4(x, y)}}} \right] \frac{1}{b(x, y)} e^{i\omega_m t_o / b(x, y)},$$

$$S(\omega_m, t_o, x, y) \cong \frac{1}{2\pi} \left[\frac{i\omega_m b^2(x, y)}{v^2 t_o / 4} \right] \frac{1}{b(x, y)} e^{i\omega_m t_o / b(x, y)}, \quad (3.198)$$

$$S(\omega_m, t_o, x, y) \cong \frac{1}{2\pi} \left[\frac{i\omega_m b(x, y)}{v^2 t_o / 4} \right] e^{i\omega_m t_o / b(x, y)}. \quad (3.199)$$

olur. (3.163) nolu denklemin ters Fourier dönüşüm alınırsa denklem bir evrişim denklemine dönüşür.

$$P_m(\omega_m, x_m, y_m) = \int dt_o \int dx_o \int dy_o S(\omega_m, t_o, x, y) P_o(t_o, x_o, y_o). \quad (3.200)$$

Denklem (3.198), (3.200) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$P_m(\omega_m, x_m, y_m) = \int dt_o \int dx_o \int dy_o \frac{1}{2\pi} \left[\frac{i\omega_m b^2(x, y)}{v^2 t_o / 4} \right] \frac{1}{b(x, y)} e^{i\omega_m t_o / b(x, y)} P_o(t_o, x_o, y_o). \quad (3.201)$$

olur. (3.201) nolu denklem $(i\omega_m)$ 'e bölünürse

$$\hat{P}_m(\omega_m, x_m, y_m) = \frac{P_m(\omega_m, x_m, y_m)}{(i\omega_m)}. \quad (3.202)$$

olur.

$$\beta = \frac{\sqrt{(x_o - x_m)^2 + (y_o - y_m)^2}}{vt_o / 2}.$$

alınır (3.130) ve (3.131) nolu denklemler aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$b(x, y) = (1 - \beta^2)^{-1/2}. \quad (3.203)$$

$$t_o = t_m (1 - \beta^2)^{-1/2}. \quad (3.204)$$

Denklem (3.202), (3.201) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\hat{P}_m(\omega_m, x_m, y_m) = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \int dt_o \int dx_o \int dy_o \left(\frac{b(x, y)}{v^2 t_o / 4} \right) e^{i\omega_m t_o / b(x, y)} P_o(t_o, x_o, y_o), \quad (3.205)$$

olur. (3.205) nolu denklemin ters Fourier dönüşümü alınırsa,

$$\begin{aligned} \hat{P}_m(t_m, x_m, y_m) &= \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \int dt_o \int dx_o \int dy_o P_o(t_o, x_o, y_o) \left(\frac{b(x, y)}{v^2 t_o / 4} \right) \int d\omega_m e^{-i\omega_m [t_m - t_o / b(x, y)]}, \\ \hat{P}_m(t_m, x_m, y_m) &= \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \int dt_o \int dx_o \int dy_o P_o(t_o, x_o, y_o) \left(\frac{(1 - \beta^2)^{-1/2}}{v^2 t_o / 4} \right) \int d\omega_m e^{-i\omega_m [t_m - t_o (1 - \beta^2)^{1/2}]}. \end{aligned} \quad (3.206)$$

Denklem (3.206), (3.204) nolu denklem yerine yazılır ve δ özelliği kullanılırsa,

$$\hat{P}_m(t_m, x_m, y_m) = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \int dt_o \int dx_o \int dy_o \left(\frac{1}{v^2 t_m / 4} \right) \delta(t_m - t_o (1 - \beta^2)^{1/2}) P_o(t_o, x_o, y_o). \quad (3.207)$$

olur. $b(x, y)$ ve β , x 'e ve y 'ye bağlı değişmektedir. “Delta” fonksiyonunun dengeleme özelliği kullanılırsa,

$$\delta(a(x, y)) = \frac{\delta(x, y)}{|a|}. \quad (3.208)$$

olur. Burada $a = (1 - \beta^2)^{1/2}$ olarak alınır ve (3.207) nolu denklemde δ terimi (3.208) nolu denkleme benzer yazılırsa,

$$\delta(t_m - t_o (1 - \beta^2)^{1/2}) = \frac{\delta(t_o - t_m (1 - \beta^2)^{-1/2})}{(1 - \beta^2)^{1/2}}. \quad (3.209)$$

olur. (3.209) nolu denklem (3.207) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} \hat{P}_m(t_m, x_m, y_m) &= \left(\frac{1}{2\pi} \right) \left(\frac{1}{v^2 t_m / 4} \right) \int dt_o \int dx_o \int dy_o \frac{\delta(t_o - t_m (1 - \beta^2)^{-1/2})}{(1 - \beta^2)^{1/2}} P_o(t_o, x_o, y_o), \\ \hat{P}_m(t_m, x_m, y_m) &= \left(\frac{4}{2\pi v^2 t_m} \right) \int dt_o \int dx_o \int dy_o \frac{\delta(t_o - t_m (1 - \beta^2)^{-1/2})}{(1 - \beta^2)^{1/2}} P_o(t_o, x_o, y_o). \end{aligned} \quad (3.210)$$

olur. (3.202) nolu denklemde (3.210) yerine yazılarak düzenlenirse,

$$\begin{aligned} P_m(t_m, x_m, y_m) &= FT^{-1}((i\omega_m) \hat{P}_m(\omega_m, x_m, y_m)), \\ IR_{MIG} &= \left(\frac{4}{2\pi v^2 t_m} \right) \frac{\delta(t_o - t_m (1 - \beta^2)^{-1/2})}{(1 - \beta^2)^{1/2}}. \end{aligned} \quad (3.211)$$

olur. Burada IR_{MIG} birim verinin 3B göç işlemi sonrası değişim miktarıdır. (3.211) nolu denklemde (3.203) ve (3.204) nolu denklemler yerlerine yazılırsa,

$$IR_{MIG} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{b(x, y)}{v^2 t_o / 4} \right) b(x, y) \delta(t_o - t_m (1 - \beta^2)^{-1/2}). \quad (3.212)$$

olur. (3.212) ile (3.65) nolu denklemlerin uyumlu oldukları görülmektedir. 3B göç işleminde 2B göç işlemine göre genliğin karesi olmaktadır. (3.212) nolu denklemde δ özelliği kullanılırsa,

$$\begin{aligned} t_o &= t_m (1 - \beta^2)^{-1/2}, \\ t_o &= t_m B(x, y). \end{aligned} \quad (3.213)$$

olur. (3.212) ve (3.213) nolu denklemlere göre, göç işlemi sonrası verinin genliğinde (3.212) nolu denklemdeki kadar bir değişme, ayrıca veri (3.213) nolu denklemdeki

değer kadar ötelenmiş olacaktır. Bu büyüklük diğer faz değerleri ile aynı olduğu görülmektedir. Gerçek genlik göç işlemi için (3.212) nolu denklemdeki katsayıyı aynen kullanmak yeterlidir.

Diğer taraftan Denklem (3.201)'de, (2.60) nolu denklem düzenlenerek yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
 P_m(\omega_m, x_m, y_m) &= \int dt_o \int dx_o \int dy_o \frac{1}{2\pi} \left[\frac{i\omega_m b^2(x, y)}{v^2 t_o / 4} \right] \frac{1}{b(x, y)} e^{i\omega_m t_o / b(x, y)} P_o(t_o, x_o, y_o), \\
 P_m(\omega_m, x_m, y_m) &= \frac{1}{2\pi} \iint dx_o dy_o \left(\frac{i\omega_m b^2(x, y)}{v^2 t_o / 4} \right) \frac{R(\varphi)}{b(x, y)} \int dt_o e^{i\omega_m t_o / b(x, y)} w[(t_o - \tau_o(x_o, y_o))], \\
 P_m(\omega_m, x_m, y_m) &= \frac{1}{2\pi} \iint dx_o dy_o \left(\frac{i\omega_m b^2(x, y)}{v^2 t_o / 4} \right) \frac{R(\varphi)}{b(x, y)} W\left(\frac{\omega_m}{b(x, y)}\right) e^{i\omega_m \tau_o(x_o, y_o) / b(x, y)}. \quad (3.214)
 \end{aligned}$$

olur. (3.214) nolu denklemde,

$$S_T(\omega_m, t_o, x, y) \cong \frac{1}{2\pi} \left[\frac{i\omega_m b^2(x, y)}{v^2 t_o / 4} \right], \quad (3.215)$$

alınırsa,

$$P_m(\omega_m, x_m, y_m) = \iint dx_o dy_o S_T(\omega_m, t_o, x, y) \frac{R(\varphi)}{b(x, y)} W\left(\frac{\omega_m}{b(x, y)}\right) e^{i\omega_m \tau_o(x_o, y_o) / b(x, y)}. \quad (3.216)$$

olur. (3.215) nolu denklemin ters Fourier dönüşümü alınırsa,

$$S_T(t', x, y) = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \left(\frac{b^2(x, y)}{v^2 t_o / 4} \right) \int \frac{d\omega_m}{2\pi} (i\omega_m) e^{i\omega_m t'}, \quad (3.217)$$

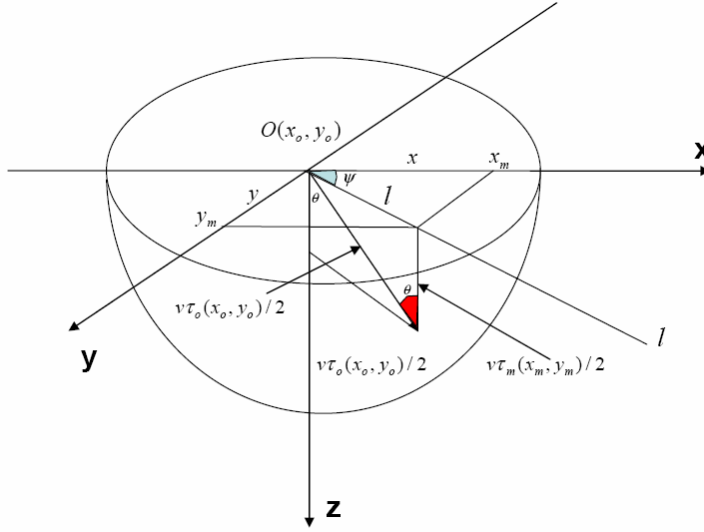
$$S_T(t', x, y) = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \left(\frac{b^2(x)}{v^2 t_o / 4} \right) d(t'). \quad (3.218)$$

olur. Burada,

$$d(t') = \int \frac{d\omega_m}{2\pi} (i\omega_m) e^{i\omega_m t'} = \int \frac{d\omega_m}{2\pi} (-i\omega_m) e^{-i\omega_m t'}. \quad (3.219)$$

dır. (3.218) nolu denklem karşılaştırmak için kullanılacaktır.

3.2.2 Üç boyutlu (3B) gerçek genlikli göç işlecinin analitik yoldan elde edilmesi



Şekil 3.5 Analitik yol için üç boyutlu (3B) göç işlemi ışın yolu geometrisi

Black *et al.* (1993)' un gerçek genlikli DMO işlemi ile elde ettiği sıfır açılımlı veri, 3B düzenlenerek bu çalışmada giriş verisi olacaktır. Bu nedenle (2.60) nolu denklem, Black *et al.* (1993)'un (42) nolu denkleminin sıfır açılıma göre düzenlenmiş halidir. Bu veri göç işlemi için giriş verisi olup 3B yazılışı aşağıdaki gibi olacaktır.

$$P_o(t_o, x_o, y_o) = R(\varphi)w[(t_o - \tau_o(x_o, y_o))]. \quad (3.220)$$

olur. Burada, $P_o(t_o, x_o, y_o)$; sıfır açılımlı 3B veri, $R(\varphi)$; geliş açısına bağlı yansıma katsayısı ve $w[(t_o - \tau_o(x_o, y_o))]$ kaynak dalgacığı olup birim veri şeklinde gösterilmiştir. (3.220) nolu denklemde gerilme faktörü ve DMO işleç bağıntısı ihmal edilmiştir. Yine Black *et al.* (1993)'un (35c) nolu line integral bağıntısı göç işlemine göre düzenlenirse,

$$P_m(t_m, x_m, y_m) = \iiint dt' dx dy S(t', x, y) P_o[b(x, y)(t_m - t'), x_o, y_o]. \quad (3.221)$$

olur. (3.221) nolu denklemde (3.220) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$P_m(t_m, x_m, y_m) = \iiint dt' dx dy S(t', x, y) R(\varphi) w(b(x, y)(t_m - t') - \tau_o(x_o, y_o)). \quad (3.222)$$

olur. (3.222) nolu denklemde $P_m(t_m, x_m, y_m)$ ifadesinin bir boyutlu Fourier dönüşümü alınır,

$$P_m(\omega_m, x_m, y_m) = \int dt_m e^{i\omega_m t_m} P_m(t_m, x_m, y_m), \quad (3.223)$$

olur. (3.223) nolu denklemde (3.222) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
P_m(\omega_m, x_m, y_m) &= \iiint dx dy dt' dt_m S(t', x, y) R(\varphi) w[b(x, y)(t_m - t') - \tau_o(x_o, y_o)] e^{i\omega_m t_m}, \\
&= \iiint [dx dy dt' S(t', x, y) R(\varphi)] \int dt_m w[b(x, y)(t_m - t') - \tau_o(x_o, y_o)] e^{i\omega_m t_m}. \quad (3.224)
\end{aligned}$$

olur. (3.224) nolu denklemde $\int dt_m w[b(x, y)(t_m - t') - \tau_o(x_o, y_o)] e^{i\omega_m t_m}$ hesaplanması gerekmektedir. Bunun için (3.224) nolu denklemde,

$$g = b(x, y)(t_m - t') - \tau_o(x_o, y_o), \quad (3.225)$$

olsun. Bu durumda,

$$dt_m = \frac{dg}{|b(x, y)|}, \quad (3.226)$$

$$t_m = \frac{g}{b(x, y)} + t' + \frac{\tau_o(x_o, y_o)}{b(x, y)}, \quad (3.227)$$

olur. (3.225), (3.226) ve (3.227) nolu denklemleri (3.224) nolu denklemde yerlerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
P_m(\omega_m, x_m, y_m) &= \iiint [dx dy dt' S(t', x, y) R(\varphi)] \\
&\quad \int \frac{1}{b(x, y)} dg w(g) e^{i\omega_m g / b(x, y)} e^{i\omega_m t'} e^{i\omega_m \tau_o(x_o, y_o) / b(x, y)}, \\
P_m(\omega_m, x_m, y_m) &= \iint dx dy S(\omega_m, x, y) R(\varphi) \frac{1}{b(x, y)} W\left(\frac{\omega_m}{b(x, y)}\right) e^{i\omega_m \tau_o(x_o, y_o) / b(x, y)}. \quad (3.228)
\end{aligned}$$

olur. Burada x ve y (3.3) nolu denklemdeki gibi tarif edilmiştir. $b(x, y)$, (3.5) nolu denklemin 3B hali olup aynı zamanda (3.130) nolu denkleme eşittir.

$$b(x, y) = \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} - \frac{4y^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right)^{-1/2}. \quad (3.229)$$

Ayrıca integrali çözebilmek için (3.228) nolu denklem $e^{i\omega_m \tau_m(x_m, y_m) - i\omega_m \tau_m(x_m, y_m)}$ ile çarpılacaktır. (3.228) nolu denklem incelendiğinde Black *et al.* (1993)'ün (37) nolu denkleminin göç işlemine göre düzenlenmiş hali olduğu ve aynı zamanda (3.80) nolu denklemin 3B hali olduğu görülür. Şimdi (3.228) nolu denklemin çözülmesi için 2B durağan faz yöntemi uygulanacaktır. (3.228) denklemini aşağıdaki şekilde yazılırsa,

$$P_m(\omega_m, x_m, y_m) = \iint dx dy Y(x, y) e^{i\phi(x, y)}. \quad (3.230)$$

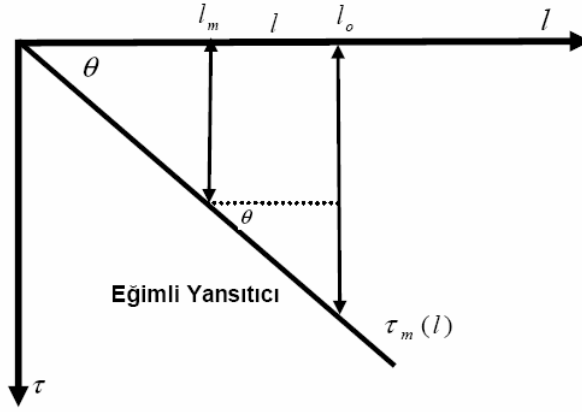
olur. Burada,

$$\phi(x, y) = \omega_m(\tau_{kk}(l_m + le_1), x_m, y_m) - \omega_m \tau_m(x_m, y_m),$$

$$\phi(x, y) = \omega_m \left(\frac{\tau_o(x_o, y_o)}{b(x, y)} \right) - \omega_m \tau_m(x_m, y_m). \quad (3.231)$$

$$Y(x, y) = S(\omega_m, x, y) \frac{R(\varphi)}{b(x, y)} W \left(\frac{\omega_m}{b(x, y)} \right) e^{i\omega_m \tau_m(x_m, y_m)}. \quad (3.232)$$

dir. Burada $e_1 = l/|l| = l/l$ dir. (3.231) ve (3.232) nolu denklemler ise (3.83) ve (3.84) nolu denklemlerin 3B yazılmış durumudur.



Şekil 3.6 Eğimli yansıtıcı üzerinde yığma öncesi ve sonrası zamanlarının ilişkisi

Şekil 3.6’da,

$$l_o = (x_o^2 + y_o^2)^{1/2}, \quad (3.233)$$

$$l_m = (x_m^2 + y_m^2)^{1/2}, \quad (3.234)$$

$$l = (x^2 + y^2)^{1/2}, \quad (3.235)$$

olup $\tan \theta$ yazılırsa,

$$\tan \theta = \frac{\frac{v \tau_m(l_o)}{2} - \frac{v \tau_m(l_m)}{2}}{l},$$

$$\frac{2 \tan \theta}{v} l = \tau_m(l_o) - \tau_m(l_m),$$

$$\tau_m(l_o) = \tau_m(l_m) + \frac{2 \tan \theta}{v} l,$$

$$\tau_m(l_m + l_{e_1}) = \tau_m(l_m) + \frac{2 \tan \theta}{v} l. \quad (3.236)$$

olur. Diğer taraftan (3.229) nolu denklem içerisinde (3.235) nolu denklem yazılırsa (3.87) nolu denkleme benzetilmektedir. Koordinat sistemi, atış-alıcı yönünde seçilmesi durumunda (3.87) nolu denklem aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\tau_{kk}(l_m + le_1, l_m) = \frac{\tau_o(l_o)}{b(l)}, \quad (3.237)$$

Verinin 3B olması durumunda Şekil 1.11’de C noktasındaki sıfır açılımlı impuls şeklindeki verinin, göç işlemi sonrası impuls tepki eğrisi $\tau_{kk}(l_m + le_1, l_m)$ olarak gösterilmiştir. Bu x_o, y_o, t_o noktasındaki impuls şeklindeki verinin göç eğrisi olup aynı zamanda $\tau_m(x_m, y_m)$ ’e eşittir. (3.237) nolu denklemde $\tau_m(x_m, y_m)$ ’in değeri düzenlenerek yazılırsa,

$$\tau_{kk}(l_m + le_1, x_m, y_m) = \frac{\tau_o(x_o, y_o)}{b(x, y)}, \quad (3.238)$$

olur. (3.238) nolu denklemde (3.229) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\tau_{kk}(l_m + le_1, x_m, y_m) = \tau_o(x_o, y_o) \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} - \frac{4y^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right)^{1/2}. \quad (3.239)$$

olur. D_{2x}, D_{2y} : x_o, y_o, t_o noktasındaki birim dalğanın göç işlemi sonrası oluşan dairenin x_m, y_m, t_m noktasındaki yönler göre teğetleridir. Teğetin eğiminin bulunması için yönler göre türevlerinin alınması gerekir. (3.239) nolu denklemin x ’e göre türevi alınır,

$$D_{2x} = \frac{\partial \tau_{kk}}{\partial x} = \tau_o(x_o, y_o) \frac{1}{2} \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} - \frac{4y^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right)^{-1/2} \left(-2 \frac{4x}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right),$$

$$D_{2x} = \left(\frac{4x_{ms}}{v^2 \tau_o(x_o, y_o) \left(1 - \frac{4x_{ms}^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} - \frac{4y^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right)^{1/2}} \right). \quad (3.240)$$

olur.

$$4x_{ms} = D_{2x} v^2 \tau_o(x_o, y_o) \left(1 - \frac{4x_{ms}^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} - \frac{4y^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right)^{1/2}, \quad (3.241)$$

Denklem (3.241)’in her iki tarafının karesi alınır,

$$16x_{ms}^2 = D_{2x}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o) \left(1 - \frac{4x_{ms}^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} - \frac{4y^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right),$$

$$x_{ms}^2 = \frac{D_{2x}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2x}^2 v^2)} \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right), \quad (3.242)$$

$$x_{ms} = \mp \frac{D_{2x} v^2 \tau_o(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2x}^2 v^2)^{1/2}} \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right)^{1/2}. \quad (3.243)$$

olur. Aynı şekilde y_{ms} hesaplanırsa,

$$D_{2y} = \frac{\partial \tau_{kk}}{\partial y} = \tau_o(x_o, y_o) \frac{1}{2} \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} - \frac{4y^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right)^{-1/2} \left(-2 \frac{4y}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right),$$

$$D_{2y} = \left(\frac{4y_{ms}}{v^2 \tau_o(x_o, y_o) \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} - \frac{4y_{ms}^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right)^{1/2}} \right). \quad (3.244)$$

olur.

$$4y_{ms} = D_{2y} v^2 \tau_o(x_o, y_o) \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} - \frac{4y_{ms}^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right)^{1/2}, \quad (3.245)$$

Denklem (3.245)'in her iki tarafının karesi alınır,

$$16y_{ms}^2 = D_{2y}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o) \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} - \frac{4y_{ms}^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right),$$

$$y_{ms}^2 = \frac{D_{2y}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2y}^2 v^2)} \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right), \quad (3.246)$$

$$y_{ms} = \mp \frac{D_{2y} v^2 \tau_o(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2y}^2 v^2)^{1/2}} \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right)^{1/2}. \quad (3.247)$$

olur. (3.246) nolu denkem (3.242) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$x_{ms}^2 = \frac{D_{2x}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2x}^2 v^2)} \left(1 - \frac{4y_{ms}^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right),$$

$$x_{ms}^2 = \frac{D_{2x}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2x}^2 v^2 + 4D_{2y}^2 v^2)}, \quad (3.248)$$

$$x_{ms} = \mp \frac{D_{2x} v^2 \tau_o(x_o, y_o)}{4 \left(1 + \frac{D_{2x}^2 v^2}{4} + \frac{D_{2y}^2 v^2}{4} \right)^{1/2}}. \quad (3.249)$$

olur (Bkz. (E.7) denklemi). (3.249) nolu denklem (3.92) nolu denklemin 3B halidir. (3.246) nolu denklemde (3.242) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$y_{ms}^2 = \frac{D_{2y}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2y}^2 v^2)} \left(1 - \frac{4x_{ms}^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right),$$

$$y_{ms}^2 = \frac{D_{2y}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2x}^2 v^2 + 4D_{2y}^2 v^2)}, \quad (3.250)$$

$$y_{ms} = \mp \frac{D_{2y} v^2 \tau_o(x_o, y_o)}{4 \left(1 + \frac{D_{2x}^2 v^2}{4} + \frac{D_{2y}^2 v^2}{4} \right)^{1/2}}. \quad (3.251)$$

olur (Bkz. (E.9) denklemi). (3.229)'da (3.248) ve (3.250) nolu denklemler yerlerine yazılırsa,

$$b(x_{ms}, y_{ms}) = \left(1 - \frac{4}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} (x_{ms}^2 + y_{ms}^2) \right)^{-1/2},$$

$$b_o = b(x_{ms}, y_{ms}) = \left(1 + \frac{D_{2x}^2 v^2}{4} + \frac{D_{2y}^2 v^2}{4} \right)^{1/2}. \quad (3.251)$$

olur (Bkz. (E.10) denklemi). Aşağıdaki düzenleme yapılırsa,

$$b_o^2 - 1 = b_o^2 \left(1 - \frac{1}{b_o^2} \right),$$

$$b_o^2 - 1 = b_o^2 \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{D_{2x}^2 v^2}{4} + \frac{D_{2y}^2 v^2}{4} \right)} \right),$$

$$(D_{2x}^2 + D_{2y}^2) = \frac{4(b_o^2 - 1)}{v^2}.$$

olur. Diğer taraftan,

$$\frac{2 \tan \theta}{v} = \frac{2 \sin \theta}{v \cos \theta},$$

$$\frac{4 \tan^2 \theta}{v^2} = \frac{4(1 - \cos^2 \theta)}{v^2 \cos^2 \theta}, \quad (3.252)$$

Denklem (3.252)'de (3.135) nolu denklem düzenlenerek yazılırsa,

$$\frac{4 \tan^2 \theta}{v^2} = \frac{4 \left(1 - \frac{1}{b_o^2}\right)}{v^2 \frac{1}{b_o^2}},$$

$$\frac{4 \tan^2 \theta}{v^2} = \frac{4(b_o^2 - 1)}{v^2}.$$

olduğuna göre,

$$(D_{2x}^2 + D_{2y}^2) = \frac{4 \tan^2 \theta}{v^2}. \quad (3.253)$$

olur. (3.253) nolu denklem ile (3.95) nolu denklem karşılaştırıldığında,

$$D_2^2 = D_{2x}^2 + D_{2y}^2 \quad (3.254)$$

olduğu görülür. (3.236) nolu denklem düzenlenirse,

$$\tau_m(l_o) = \tau_m(l_m) + \frac{2 \tan \theta}{v} l_{ms} \quad (3.255)$$

olur. Şekil 3.5'dan,

$$\tan \theta = \frac{2l_{ms}}{v \tau_m(l_m)} = \frac{2(x_{ms}^2 + y_{ms}^2)^{1/2}}{v \tau_m(x_m, y_m)} \quad (3.256)$$

yazılabilir. (3.255) nolu denklemde (3.256) nolu denklem yerine yazılır ve düzenlenirse,

$$\tau_m(l_o) = \tau_m(l_m) + \frac{4l_{ms}^2}{v^2 \tau_m(l_m)},$$

$$\tau_m(l_o) = \tau_m(l_m) \left(1 + \frac{4l_{ms}^2}{v^2 \tau_m^2(l_m)}\right). \quad (3.257)$$

olur. (3.257) nolu denklemde (3.233) ve (3.234) nolu denklemler yerlerine yazılırsa,

$$\tau_m(x_o, y_o) = \tau_m(x_m, y_m) \left(1 + \frac{4(x_{ms}^2 + y_{ms}^2)}{v^2 \tau_m^2(x_m, y_m)}\right), \quad (3.258)$$

olur. (3.258) nolu denklem düzenlenirse,

$$\tau_m(x_o, y_o) = \tau_m(x_m, y_m) b^2(x_{ms}, y_{ms}),$$

$$\tau_m(x_m, y_m) = \frac{\tau_m(x_o, y_o)}{b^2(x_{ms}, y_{ms})}. \quad (3.259)$$

olur. (3.259) nolu denklem (3.100) nolu denklemin 3B hali olup Black *et al.* (1993)'ün DMO için geliştirdiği (A-10) denklemi ile uyumlu olduğu görülmektedir. (3.259) nolu

denklemde $\tau_m(x_m, y_m) = \frac{\tau_o(x_o, y_o)}{b(x_{ms}, y_{ms})}$ olduğundan,

$$\frac{\tau_o(x_o, y_o)}{b(x_{ms}, y_{ms})} = \frac{\tau_m(x_o, y_o)}{b^2(x_{ms}, y_{ms})},$$

$$\tau_o(x_o, y_o) = \frac{\tau_m(x_o, y_o)}{b(x_{ms}, y_{ms})}. \quad (3.260)$$

olur. (3.260) nolu denklemin karesi alınırsa,

$$\tau_o^2(x_o, y_o) = \frac{\tau_m(x_o, y_o)}{b^2(x_{ms}, y_{ms})} \tau_m(x_o, y_o), \quad (3.261)$$

olur. (3.261) nolu denklemde (3.259) nolu denklem düzenlenerek yerine yazılırsa,

$$\tau_o^2(x_o, y_o) = \frac{\tau_m(x_o, y_o)}{b^2(x_{ms}, y_{ms})} \tau_m(x_{ms}, y_{ms}) b^2(x_{ms}, y_{ms}),$$

$$\tau_o^2(x_o, y_o) = \tau_m(x_o, y_o) \tau_m(x_m, y_m). \quad (3.262)$$

Denklem (3.262), göç işlemi için elde edilmiş ve (3.102) nolu denklemin 3B hali olup, Sincer and Kayıran (1993) ve Black *et al.* (1993)'ün DMO için geliştirdikleri denklemlerle uyumlu olduğu görülmektedir. (1.15) nolu denklemde $k_o^2 = k_x^2 + k_y^2$ ve $\omega_o = \omega_m / \cos \theta$ yazılır ve düzenlenirse,

$$\frac{2 \sin \theta}{v} = \frac{(k_x^2 + k_y^2)^{1/2} \cos \theta}{\omega_m}, \quad (3.263)$$

olur. (3.263) nolu denklem düzenlenip her iki tarafın karesi alınırsa,

$$(k_x^2 + k_y^2) = \frac{4 \tan^2 \theta}{v^2} \omega_m^2, \quad (3.264)$$

olur. (3.264) nolu denklemde (3.253) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$(k_x^2 + k_y^2) = (D_{2x}^2 + D_{2y}^2) \omega_m^2,$$

$$(k_x^2 + k_y^2) = (D_{2x}^2 \omega_m^2 + D_{2y}^2 \omega_m^2).$$

olur. Bu durumda,

$$k_x = D_{2x} \omega_m. \quad (3.265)$$

$$k_y = D_{2y} \omega_m. \quad (3.266)$$

olacaktır. (3.231) nolu denklem düzenlenirse,

$$\begin{aligned}\phi(x, y) &= \omega_m \left(\frac{\tau_o(x_o, y_o)}{b(x, y)} \right) - \omega_m \tau(x_m, y_m), \\ \phi(x, y) &= \omega_m \left(\frac{\tau_o(x_o, y_o)}{b(x, y)} \right) - \omega_m \tau(x_m, y_m) \frac{vl_{ms}}{vl_{ms}}, \\ \phi(x, y) &= \omega_m \left(\frac{\tau_o(x_o, y_o)}{b(x, y)} \right) - \frac{\omega_m l_{ms}}{v} \frac{v \tau(x_m, y_m)}{l_{ms}}.\end{aligned}\quad (3.267)$$

olur. (3.267) nolu denklemde (3.256), (3.265) ve (3.266) nolu denklemler yerlerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}\phi(x, y) &= \omega_m \left(\frac{\tau_o(x_o, y_o)}{b(x, y)} \right) - \omega_m l_m \frac{2 \tan \theta}{v}, \\ \phi(x, y) &= \omega_m \left(\frac{\tau_o(x_o, y_o)}{b(x, y)} \right) - \omega_m l_m D_2,\end{aligned}\quad (3.268)$$

$$\phi(x, y) = \omega_m \left(\frac{\tau_o(x_o, y_o)}{b(x, y)} \right) - k_x x_m - k_y y_m. \quad (3.269)$$

olur. (3.269) nolu denklemde (3.127) ve (3.128) nolu denklemler yerlerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}\phi(x, y) &= \omega_m \left(\frac{\tau_o(x_o, y_o)}{b(x, y)} \right) - D_{2x} \omega_m (x_o - x) - D_{2y} \omega_m (y_o - y), \\ \phi(x, y) &= \omega_m \left(\frac{\tau_o(x_o, y_o)}{b(x, y)} - D_{2x} (x_o - x) - D_{2y} (y_o - y) \right).\end{aligned}\quad (3.270)$$

olur. (3.229) nolu denklemin x yönüne göre türevi alınır,

$$\begin{aligned}b'_x(x, y) &= -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} - \frac{4y^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right)^{-3/2} \left(-2 \frac{4x}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right), \\ b'_x(x, y) &= \frac{4xb^3(x, y)}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)}.\end{aligned}\quad (3.271)$$

olur. Aynı şekilde y yönüne göre de türevi alınır,

$$\begin{aligned}b'_y(x, y) &= -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} - \frac{4y^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right)^{-3/2} \left(-2 \frac{4y}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right), \\ b'_y(x, y) &= \frac{4yb^3(x, y)}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)}.\end{aligned}\quad (3.272)$$

olur. Şimdi ise (3.270) nolu denklemin x yönüne göre türevi alınır,

$$\begin{aligned}\phi'_x(x, y) &= \omega_m \left(\frac{\tau_o(x_o, y_o)}{b(x, y)} - D_{2x}(x_o - x) - D_{2y}(y_o - y) \right)', \\ \phi'_x(x, y) &= \omega_m \left(-\frac{b'_x(x, y)\tau_o(x_o, y_o)}{b^2(x, y)} + D_{2x} \right),\end{aligned}\quad (3.273)$$

Denklem (3.273)'de (3.271) nolu denklem düzenlenerek yerine yazılırsa,

$$\phi'_x(x, y) = \omega_m \left(-\frac{4xb(x, y)}{v^2\tau_o(x_o, y_o)} + D_{2x} \right). \quad (3.274)$$

olur. (3.274) nolu denklemde (3.240) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\phi'_x(x, y) = 0. \quad (3.275)$$

olur. Aynı şekilde (3.270) nolu denklemin y yönüne göre türevi alınır,

$$\begin{aligned}\phi'_y(x, y) &= \omega_m \left(\frac{\tau_o(x_o, y_o)}{b(x, y)} - D_{2x}(x_o - x) - D_{2y}(y_o - y) \right)', \\ \phi'_y(x, y) &= \omega_m \left(-\frac{b'_y(x, y)\tau_o(x_o, y_o)}{b^2(x, y)} + D_{2y} \right).\end{aligned}\quad (3.276)$$

olur. (3.276) nolu denklemde (3.272) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\phi'_y(x, y) = \omega_m \left(-\frac{4yb(x, y)}{v^2\tau_o(x_o, y_o)} + D_{2y} \right). \quad (3.277)$$

olur. (3.277) nolu denklemde (3.244) nolu denklem düzenlenerek yerine yazılırsa,

$$\phi'_y(x, y) = 0. \quad (3.278)$$

olur. (3.274) nolu denklemin ikinci türev alınır,

$$\begin{aligned}\phi''_{xx}(x, y) &= -\frac{4\omega_m}{v^2\tau_o(x_o, y_o)}(xb(x, y))', \\ \phi''_{xx}(x_{ms}, y_{ms}) &= -\frac{4\omega_m b(x_{ms}, y_{ms})}{v^2\tau_o(x_o, y_o)} \left(1 + \frac{D_{2x}^2 v^2}{4} \right).\end{aligned}\quad (3.279)$$

olur (Bkz. (E.22) denklemi). (3.277) nolu denklemin ikinci türev alınır,

$$\begin{aligned}\phi''_{yy}(x, y) &= -\frac{4\omega_m}{v^2\tau_o(x_o, y_o)}(yb(x, y))', \\ \phi''_{yy}(x_{ms}, y_{ms}) &= -\frac{4\omega_m b(x_{ms}, y_{ms})}{v^2\tau_o(x_o, y_o)} \left(1 + \frac{D_{2y}^2 v^2}{4} \right).\end{aligned}\quad (3.280)$$

olur (Bkz. (E.25) denklemi). (3.274) nolu denklemin y yönüne göre ikinci türev alınırsa,

$$\begin{aligned}\phi''_{xy}(x, y) &= -\frac{4\omega_m x}{v^2 \tau_o(x_o, y_o)} (b(x, y))', \\ \phi''_{xy}(x, y) &= -\frac{4\omega_m x}{v^2 \tau_o(x_o, y_o)} (b'_y(x, y)),\end{aligned}\quad (3.281)$$

Denklem (3.281)'de (3.272) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}\phi''_{xy}(x, y) &= -\frac{4\omega_m x}{v^2 \tau_o(x_o, y_o)} \left(\frac{4yb^3(x, y)}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right), \\ \phi''_{xy}(x, y) &= -\frac{16\omega_m xy b^3(x, y)}{v^4 \tau_o^3(x_o, y_o)},\end{aligned}\quad (3.282)$$

Denklem (3.282)'de (3.249) ve (3.251) nolu denklemler yerlerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}\phi''_{xy}(x_{ms}, y_{ms}) &= -\frac{16\omega_m b^3(x_{ms}, y_{ms})}{v^4 \tau_o^3(x_o, y_o)} x_{ms} y_{ms}, \\ \phi''_{xy}(x_{ms}, y_{ms}) &= -\frac{\omega_m b(x_{ms}, y_{ms})}{v^2 \tau_o(x_o, y_o)} D_{2x} D_{2y}.\end{aligned}\quad (3.283)$$

olur (Bkz. (E.28) denklemi).

$$\Delta = \phi''_{xx}(x_{ms}, y_{ms}) \phi''_{yy}(x_{ms}, y_{ms}) - (\phi''_{xy}(x_{ms}, y_{ms}))^2. \quad (3.284)$$

Denklem (3.284)'ün hesaplanması gerekmektedir. Bu nedenle (3.284) nolu denklemde (3.279), (3.280) ve (3.283) nolu denklemler yerlerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}\Delta &= \left(-\frac{4\omega_m b(x_m, y_m)}{v^2 \tau_o(x_o, y_o)} \right)^2 \left(1 + \frac{D_{2x}^2 v^2}{4} \right) \left(1 + \frac{D_{2y}^2 v^2}{4} \right) - \left(-\frac{\omega_m b(x_m, y_m)}{v^2 \tau_o(x_o, y_o)} D_{2x} D_{2y} \right)^2, \\ \Delta &= \left(\frac{16\omega_m^2 b^4(x_{ms}, y_{ms})}{v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right).\end{aligned}\quad (3.285)$$

olur (Bkz. (E.30) denklemi). (3.231) ve (3.232) nolu denklemler düzenlenirse,

$$\begin{aligned}\phi(x_{ms}, y_{ms}) &= \omega_m \frac{\tau_o(x_o, y_o)}{b(x_{ms}, y_{ms})} - \omega_m \tau_m(x_m, y_m), \\ \phi(x_{ms}, y_{ms}) &= 0.\end{aligned}\quad (3.286)$$

$$Y(x_m, y_m) = S(\omega_m, x_{ms}, y_{ms}) \frac{R(\varphi)}{b(x_{ms}, y_{ms})} W \left(\frac{\omega_m}{b(x_{ms}, y_{ms})} \right) e^{i\omega_m \tau_m(x_{ms}, y_{ms})}. \quad (3.287)$$

olur. (3.230) nolu integralin durağan faz çözümü (A-22)'ye göre aşağıdaki gibidir.

$$P_m(\omega_m, x_m, y_m) = Y(x_{ms}, y_{ms}) e^{i\phi(x_{ms}, y_{ms})} \left(\frac{2i\pi}{\sqrt{\Delta}} \right). \quad (3.288)$$

Denklem (3.288) aşağıdaki gibi çarpım şeklinde yazılırsa,

$$P_m(\omega_m, x_m, y_m) = Y(x_{ms}, y_{ms}) G(\omega_m). \quad (3.289)$$

olur. Burada,

$$G(\omega_m) = \left(\frac{2i\pi}{\sqrt{\Delta}} \right). \quad (3.290)$$

dir. (3.290) nolu denklemde (3.285) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$G(\omega_m) = \left(\frac{2i\pi}{\left(\frac{16\omega_m^2 b^4(x_{ms}, y_{ms})}{v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right)^{1/2}} \right),$$

$$G(\omega_m) = (2\pi) \left(-\frac{v^2 \tau_o(x_o, y_o)/4}{i\omega_m b^2(x_{ms}, y_{ms})} \right). \quad (3.291)$$

olur. (3.288) nolu denklemde, (3.286), (3.287) nolu denklemler yerine yazılırsa ve (3.289) nolu denklem ile birleştirilirse,

$$P_m(\omega_m, x_m, y_m) = S(\omega_m, x_{ms}, y_{ms}) \frac{R(\varphi)}{b(x_{ms}, y_{ms})} W\left(\frac{\omega_m}{b(x_{ms}, y_{ms})} \right) e^{i\omega_m \tau_m(x_{ms}, y_{ms})} G(\omega_m), \quad (3.292)$$

olur. Burada gerçek genlikli göç işlemi katsayısı,

$$S_T(\omega_m, x_{ms}, y_{ms}) = \frac{1}{G(\omega_m)} \quad (3.293)$$

dır. (3.293) nolu denklem (3.292) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$P_m(\omega_m, x_m, y_m) = \frac{R(\varphi)}{b(x_{ms}, y_{ms})} W\left(\frac{\omega_m}{b(x_{ms}, y_{ms})} \right) e^{i\omega_m \tau_m(x_{ms}, y_{ms})}. \quad (3.294)$$

olur. (3.294) nolu denklemin ters Fourier dönüşümü alınır,

$$P_m(t_m, x_m, y_m) = R(\varphi) w(b(x_{ms}, y_{ms})(t_m - \tau_m(x_{ms}, y_{ms}))) \quad (3.295)$$

$$P_m(t_m, x_m, y_m) = R(\varphi) w(o) \quad (3.296)$$

olur. (3.296) nolu denklemin (2.84) nolu Black *et al.* (1993)'ün gerçek genlikli denklemini ile aynı olduğu görülür. Diğer taraftan (3.228) nolu denklemde (3.293) nolu denklemin değeri yazılırsa,

$$P_m(\omega_m, x_m, y_m) = \iint dx dy \frac{1}{2\pi} \left(-\frac{i\omega_m b^2(x_{ms}, y_{ms})}{v^2 \tau_o(x_o, y_o)/4} \right) \frac{R(\varphi)}{b(x_{ms}, y_{ms})} W\left(\frac{\omega_m}{b(x_{ms}, y_{ms})}\right) e^{i\omega_m \tau_o(x_o, y_o)/b(x_{ms}, y_{ms})}. \quad (3.297)$$

olur. (3.297) nolu denklem, kinematik yolla elde edilen gerçek genlikli göç işlemi denklemdir. Bu denklem, Bölüm 3.2.1’de gösterilen Integral (Kirchhoff) göçünde 3B gerçek genlikli işleç için Fourier dönüşümü ile elde edilen (3.214) nolu gerçek genlikli göç işlemi bağıntısı ile karşılaştırıldığında aynı oldukları görülür. Böylece birbirinden bağımsız iki değişik yoldan aynı sonuçlar elde edilmiş olmaktadır.

Denklem (3.293) düzenlenirse,

$$S_T(\omega_m, t_o, x, y) \cong \frac{1}{2\pi} \left[-\frac{i\omega_m b^2(x, y)}{v^2 \tau_o(x_o, y_o)/4} \right]. \quad (3.298)$$

olur. (3.298) nolu denklemin ters Fourier dönüşümü alınır,

$$S_T(t', x, y) = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \left(\frac{b^2(x, y)}{v^2 \tau_o(x_o, y_o)/4} \right) \int \frac{d\omega_m}{2\pi} (i\omega_m) e^{i\omega_m t'}, \quad (3.299)$$

$$S_T(t', x, y) = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \left(\frac{b^2(x)}{v^2 \tau_o(x_o, y_o)/4} \right) d(t'). \quad (3.300)$$

olur. Burada,

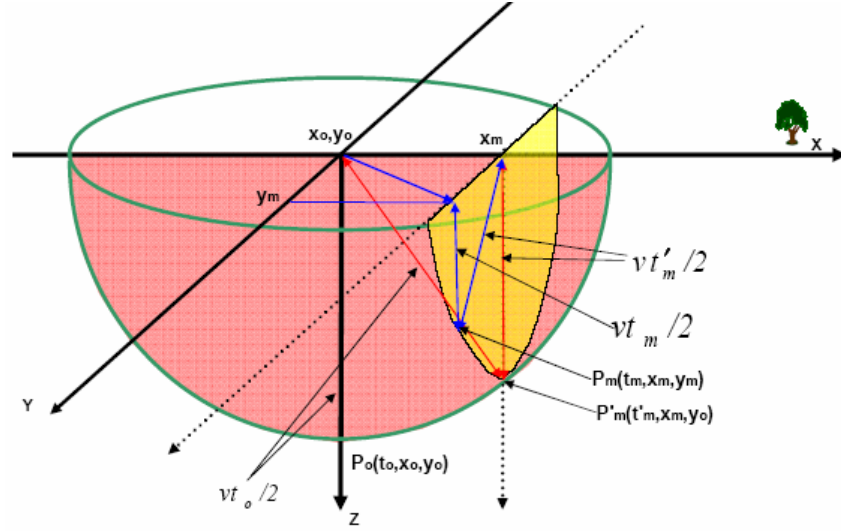
$$d(t') = \int \frac{d\omega_m}{2\pi} (i\omega_m) e^{i\omega_m t'} = \int \frac{d\omega_m}{2\pi} (-i\omega_m) e^{-i\omega_m t'}.$$

dır. (3.300) nolu denklem karşılaştırmak için kullanılacaktır.

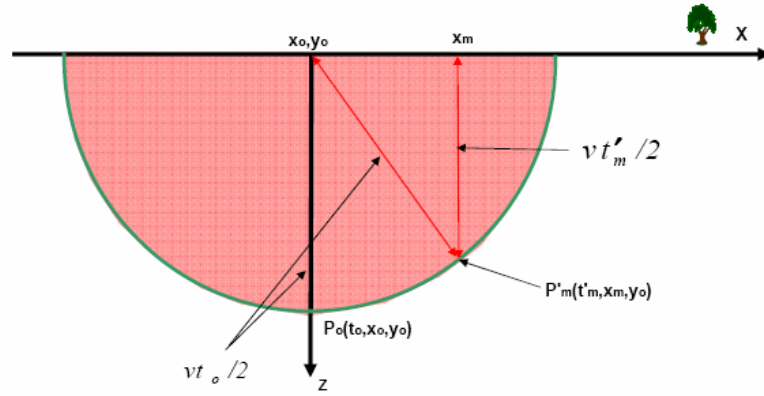
3.2.3 İki boyutlu (2B) yöntemle üç boyutlu (3B) gerçek genlikli göç işlecinin belirlenmesi

3B göç işlemi aynı zamanda 2B göç işlemi kullanılarak da iki aşamada yapılabilir. Stolt (1978a) 3B göç işlemini; hem Gazdag faz kaydırma şeklindeki göç işlemini 3B yazarak elde etmiş hemde 2B göç işlemini kullanarak elde etmiş ve sonuçları karşılaştırmıştır. Bu şekilde yapılan göç işlemi, önce x yönünde 2B göç işlemi gerçekleştirilmekte ve daha sonra ise x yönünde göç işlemi yapılmış veri, y yönünde göç işlemi gerçekleştirmekle olur. Böylece iki aşamada 3B göç işlemi gerçekleştirilmiş olmaktadır.

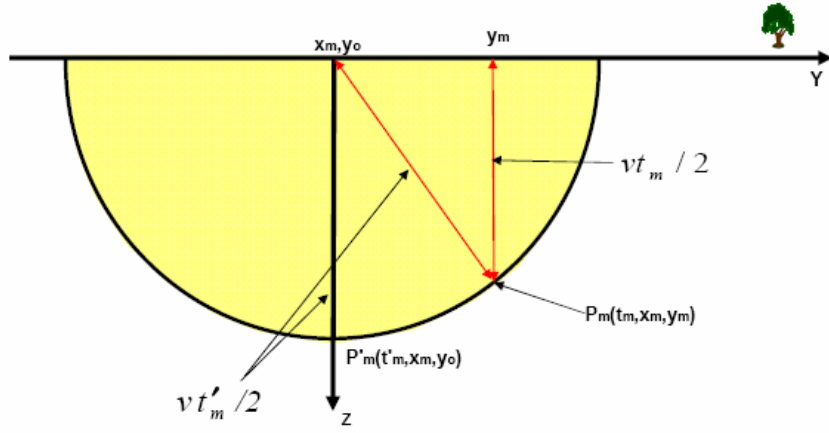
Burada ise bölüm 3.1.1’de elde edilen integral (Kirchhoff) göçünde 2B gerçek genlikli işlecin Fourier dönüşümü kullanılarak gerçekleştirilen 2B göç işleci kullanılarak 3B göç işlemi bağıntısı çıkarılacaktır. Elde edilen sonuç ile aynı şekilde elde edilmiş 3B göç işlemi bağıntıları karşılaştırılacaktır.



Şekil 3.7 iki aşamada üç boyutlu (3B) göç işleminin görünüşü



Şekil 3.8 İki aşamada göç işleminin ilk aşamasının görünüşü



Şekil 3.9 x yönünde göç işlemi yapılmış verinin y yönündeki tepki eğrisinin görünüşü

Öncelikle 2B göç işlemi için geliştirilen denklemlerin yönteme uyarlama ile başlanmaktadır. Bu amaçla (3.4) nolu denklem uyarlanırsa,

$$t'_m = t_o \left[1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right]^{1/2} . \quad (3.301)$$

olur. (3.13) nolu denklem uyarlanırsa

$$\omega_o^2 = \omega_m'^2 + \frac{v^2 k_x^2}{4} , \quad (3.302)$$

veya

$$\omega_m'^2 = \omega_o^2 - \frac{v^2 k_x^2}{4} . \quad (3.303)$$

olur. (3.301), (3.302) ve (3.303) nolu denklemler ikinci aşamaya göre düzenlenirse,

$$t_m = t'_m \left[1 - \frac{4y^2}{v^2 t_m'^2} \right]^{1/2} . \quad (3.304)$$

$$\omega_m'^2 = \omega_m^2 + \frac{v^2 k_y^2}{4} , \quad (3.305)$$

veya

$$\omega_m^2 = \omega_m'^2 - \frac{v^2 k_y^2}{4} . \quad (3.306)$$

olur. (3.303) nolu denklem (3.306) nolu denklemde yerine yazılır ve düzenlenirse,

$$\omega_m^2 = \omega_o^2 - \frac{v^2 k_x^2}{4} - \frac{v^2 k_y^2}{4} ,$$

$$\omega_o = \omega_m \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2}. \quad (3.307)$$

olur. (3.307) nolu denklem (3.142) nolu denklem ile aynı olduğu görülür. (3.53) nolu denklem düzenlenerek tekrar yazılırsa,

$$P_m(\omega_m, x_m) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{1/2} \int dt_o \int dx_o \left(\frac{i\omega_m b(x)}{v^2 t_o / 4} \right)^{1/2} e^{i\omega_m t_o / b(x)} P_o(t_o, x_o),$$

$$P_m(\omega_m, x_m) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{1/2} \int dt_o \int dx_o \left(\frac{i\omega_m \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{-1/2}}{v^2 t_o / 4} \right)^{1/2} e^{i\omega_m t_o \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{1/2}} P_o(t_o, x_o). \quad (3.308)$$

olur. (3.308) nolu denklem 2B göç işlemi denklemidir. Bu denklemi, göç işleminin birinci aşaması için x yönünde göç işlemine göre düzenlenirse,

$$P_{mx}(\omega'_m, x_m, y_o) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{1/2} \int dt_o \int dx_o \left(\frac{i\omega'_m \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{-1/2}}{v^2 t_o / 4} \right)^{1/2} e^{i\omega'_m t_o \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{1/2}} P_o(t_o, x_o, y_o), \quad (3.309)$$

olur. Aynı denklemi, göç işleminin ikinci aşaması için y yönünde göç işlemine göre düzenlenirse, yani x yönünde göç işlemi yapılmış veri şimdi y yönünde göç işlemine tabi tutulacaktır. Bu durumda,

$$P_{mxy}(\omega_m, x_m, y_m) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{1/2} \int dt'_m \int dy_o \left(\frac{i\omega_m \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_m'^2} \right)^{-1/2}}{v^2 t'_m / 4} \right)^{1/2} e^{i\omega_m t'_m \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_m'^2} \right)^{1/2}} P_{mx}(\omega'_m, x_m, y_o). \quad (3.310)$$

olur. (3.309) nolu denklemin çıkış verisi (3.310) nolu denklemin giriş verisi olacaktır. Bu nedenle birinci denklem ikinci denklemde yerine yazılırsa,

$$P_{mxy}(\omega_m, x_m, y_m) = \int dt_o \int dx_o \int dt'_m \int dy_o C e^{i\phi} P_o(t_o, x_o, y_o). \quad (3.311)$$

olur. (3.311) nolu denklemi 3B göç işlemi denklemi olan (3.201) nolu denkleme benzetmek için aşağıdaki gibi yazılmalı ve parantez içindeki ifadenin integrali alınmalıdır.

$$P_{mxy}(\omega_m, x_m, y_m) = \int dt_o \int dx_o \int dy_o P_o(t_o, x_o, y_o) \left(\int C e^{i\phi} dt'_m \right). \quad (3.312)$$

Burada,

$$C = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \left(\frac{i\omega'_m \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{-1/2}}{v^2 t_o / 4} \right)^{1/2} \left(\frac{i\omega_m \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_m'^2} \right)^{-1/2}}{v^2 t_m' / 4} \right)^{1/2} . \quad (3.313)$$

$$\phi = \omega'_m t_o \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{1/2} + \omega_m t_m' \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_m'^2} \right)^{1/2} . \quad (3.314)$$

dir. (3.301) ve (3.305) nolu denklemler (3.313) nolu denklemde yerlerine yazılırsa,

$$C = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \left(\frac{i^2 \omega'_m \omega_m \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{-1/2} \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_m'^2} \right)^{-1/2}}{v^4 t_o t_m' / 16} \right)^{1/2} ,$$

$$C = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{i\omega_m b(x, y)}{v^2 t_o / 4} \right) . \quad (3.315)$$

olur (Bkz. (F.5) denklemi). (3.314)'de (3.301) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\phi = \omega'_m t_o \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{1/2} + \omega_m t_m' \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_m'^2} \right)^{1/2} ,$$

$$\phi = \omega'_m t_m' + \omega_m t_o \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right)^{1/2} ,$$

$$\phi = \omega'_m t_m' + \omega_m t_o / b(x, y) . \quad (3.316)$$

olur (Bkz. (F.6) denklemi). (3.312) nolu denklemde (3.315) ve (3.316) denklemleri yerlerine yazılır ve düzenlenirse,

$$P_{mxy}(\omega_m, x_m, y_m) = \int dt_o \int dx_o \int dy_o P_o(t_o, x_o, y_o) \left(\int \left(\frac{1}{2\pi} \left(\frac{i\omega_m b(x, y)}{v^2 t_o / 4} \right) \right) e^{i\omega'_m t_m' + i\omega_m t_o / b(x, y)} dt_m' \right) ,$$

$$P_{mxy}(\omega_m, x_m, y_m) = \int dt_o \int dx_o \int dy_o P_o(t_o, x_o, y_o) \left(\left(\frac{1}{2\pi} \left(\frac{i\omega_m b(x, y)}{v^2 t_o / 4} \right) \right) e^{i\omega_m t_o / b(x, y)} \int e^{i\omega'_m t_m'} dt_m' \right) ,$$

$$P_{mxy}(\omega_m, x_m, y_m) = \int dt_o \int dx_o \int dy_o P_o(t_o, x_o, y_o) \left(\left(\frac{1}{2\pi} \left(\frac{i\omega_m b(x, y)}{v^2 t_o / 4} \right) \right) e^{i\omega_m t_o / b(x, y)} \right) . \quad (3.317)$$

olur. (3.317) nolu denklem düzenlenirse,

$$P_m(\omega_m, x_m, y_m) = \int dt_o \int dx_o \int dy_o P_o(t_o, x_o, y_o) \frac{1}{2\pi} \left(\frac{i\omega_m b^2(x, y)}{v^2 t_o / 4} \right) \frac{1}{b(x, y)} e^{i\omega_m t_o / b(x, y)}. \quad (3.318)$$

olur. Denklem (3.318)'de, 3B göç işlemi denklemi olan (3.201) nolu denklem ile aynı olduğu görülmektedir. Bu nedenle ister 3B göç işlemi yapılsın isterse iki aşamada 2B göç işlemi kullanılarak 3B göç işlemi yapılsın aynı sonuçlar elde edilmektedir.

Diğer taraftan Denklem (3.318)'de, (2.60) nolu denklem düzenlenerek yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} P_m(\omega_m, x_m, y_m) &= \int dt_o \int dx_o \int dy_o P_o(t_o, x_o, y_o) \frac{1}{2\pi} \left(\frac{i\omega_m b^2(x, y)}{v^2 t_o / 4} \right) \frac{1}{b(x, y)} e^{i\omega_m t_o / b(x, y)}, \\ P_m(\omega_m, x_m, y_m) &= \frac{1}{2\pi} \iint dx_o dy_o \left(\frac{i\omega_m b^2(x, y)}{v^2 t_o / 4} \right) \frac{R(\varphi)}{b(x, y)} \int dt_o e^{i\omega_m t_o / b(x, y)} w[(t_o - \tau_o(x_o, y_o))], \\ P_m(\omega_m, x_m, y_m) &= \frac{1}{2\pi} \iint dx_o dy_o \left(\frac{i\omega_m b^2(x, y)}{v^2 t_o / 4} \right) \frac{R(\varphi)}{b(x, y)} W\left(\frac{\omega_m}{b(x, y)}\right) e^{i\omega_m \tau_o(x_o, y_o) / b(x, y)}. \end{aligned} \quad (3.319)$$

olur. (3.319) nolu denklemde,

$$S_T(\omega_m, t_o, x, y) \cong \frac{1}{2\pi} \left[\frac{i\omega_m b^2(x, y)}{v^2 t_o / 4} \right], \quad (3.320)$$

alınırsa,

$$P_m(\omega_m, x_m, y_m) = \iint dx_o dy_o S_T(\omega_m, t_o, x, y) \frac{R(\varphi)}{b(x, y)} W\left(\frac{\omega_m}{b(x, y)}\right) e^{i\omega_m \tau_o(x_o, y_o) / b(x, y)}. \quad (3.321)$$

olur. (3.321) nolu denklemin ters Fourier dönüşümü alınırsa,

$$S_T(t', x, y) = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \left(\frac{b^2(x, y)}{v^2 t_o / 4} \right) \int \frac{d\omega_m}{2\pi} (i\omega_m) e^{i\omega_m t'}, \quad (3.322)$$

$$S_T(t', x, y) = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \left(\frac{b^2(x)}{v^2 t_o / 4} \right) d(t'). \quad (3.323)$$

olur. Burada,

$$d(t') = \int \frac{d\omega_m}{2\pi} (i\omega_m) e^{i\omega_m t'} = \int \frac{d\omega_m}{2\pi} (-i\omega_m) e^{-i\omega_m t'}.$$

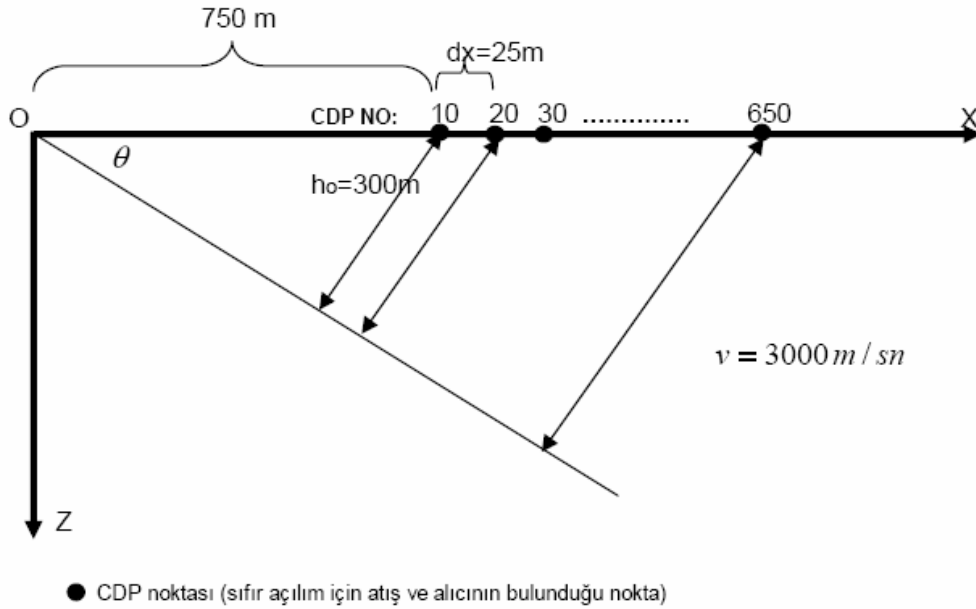
dır. (3.323) nolu denklem karşılaştırmak için kullanılacaktır.

4. UYGULAMA

4.1 İki Boyutlu (2B) Yapay Veri Uygulaması Ve Karşılaştırmaları

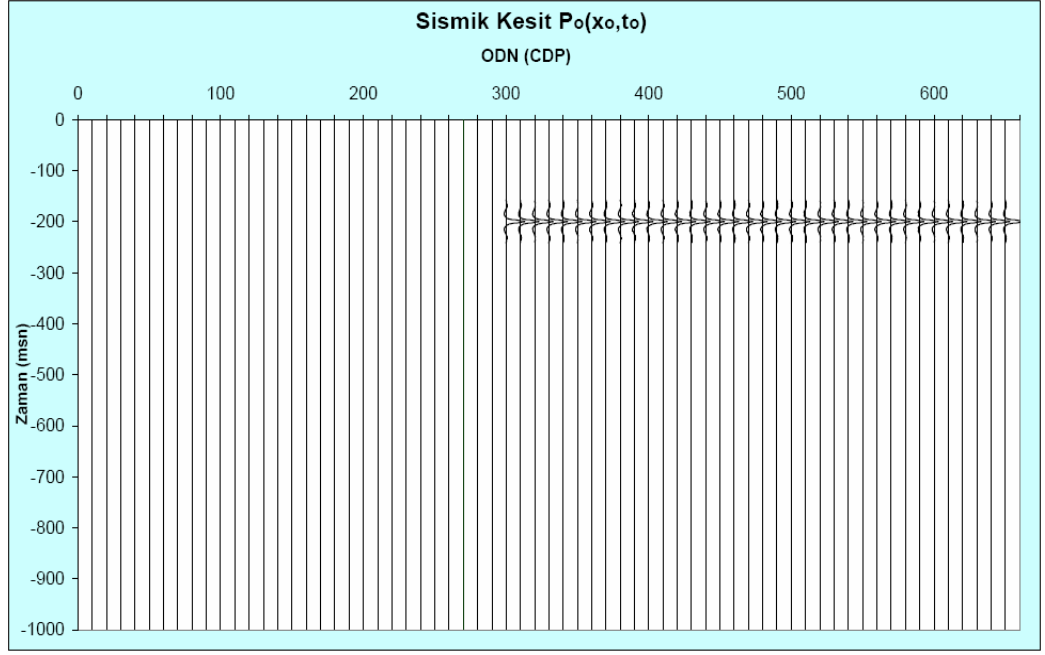
4.1.1 Sıfır açılımlı yapay sismik kesitlerin elde edilmesi

Gerçek genlikli göç işlemi uygulamaları için öncelikle yapay veri kullanıldı. Bu veriler için 2B sıfır açılımlı yapay veri üretildi. Tabaka eğimlerine bağlı olarak, sıfır açılımlı veri için 3000 m/sn hızlı, 30 Hz'lik dalgacıklar ve 25 m aralıklarla yerleştirilmiş alıcılar kullanıldı (Şekil 4.1).

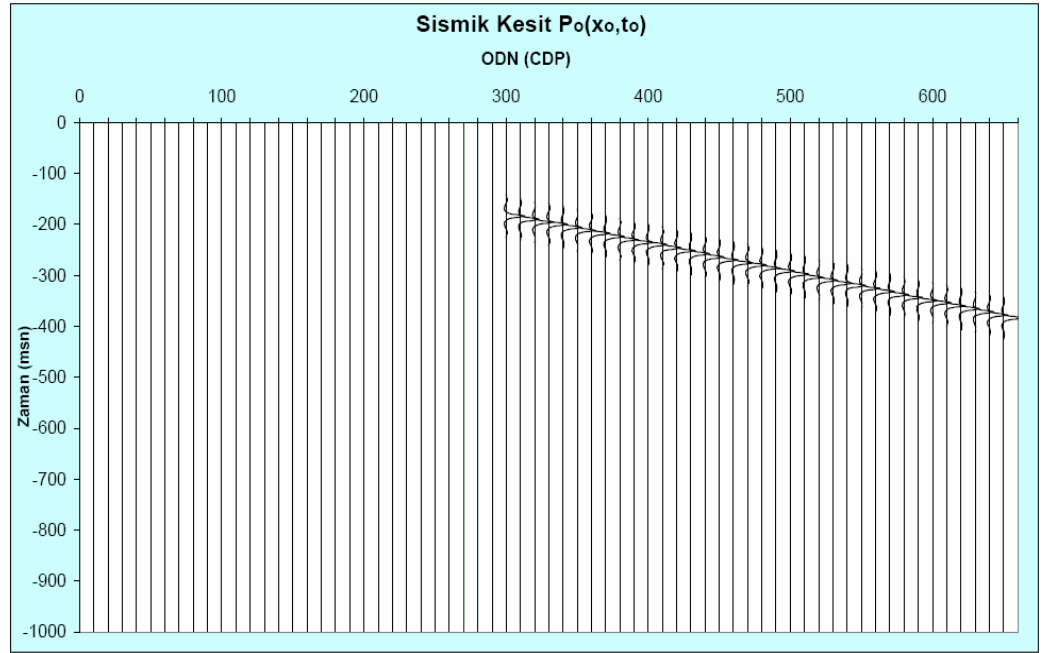


Şekil 4.1 Yapay veri uygulaması için yer modeli

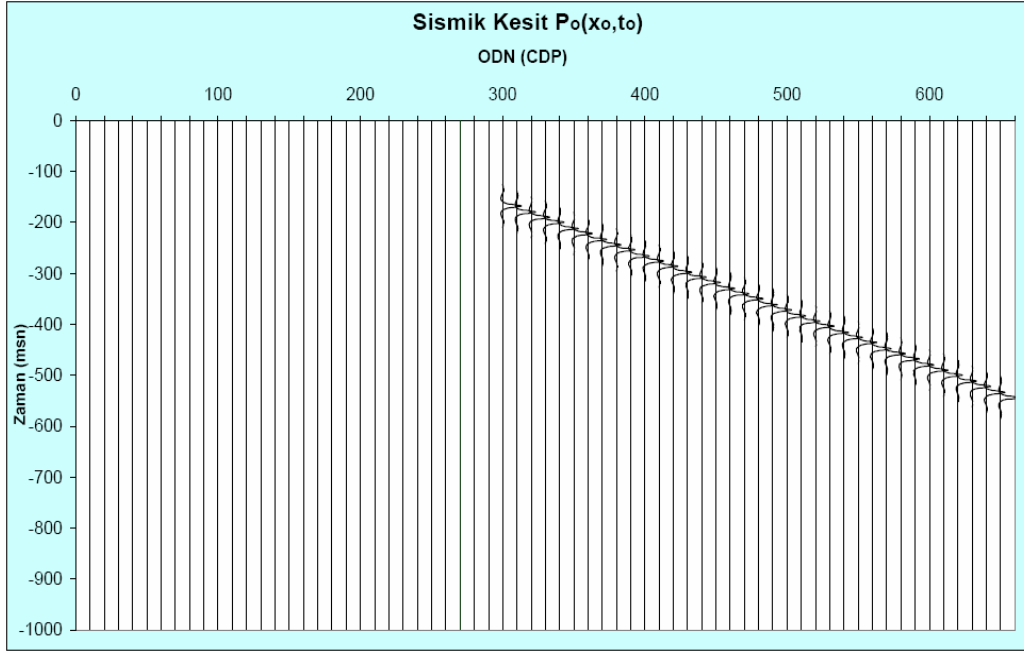
Önce sıfır açılımda seyahat zamanları hesaplandı, daha sonra 30 Hz'lik sıfır fazlı dalgacık ile evrişim yapıldı. Böylece tabaka eğimine bağlı olarak ayrı ayrı yapay kayıtlar elde edildi. Bu çalışmalar; yatay tabaka olması durumu ($\theta = 0^\circ$), tabaka eğimlerinin 20° , 40° , 50° , 60° ve 70° olması durumuna göre ayrı ayrı yapıldı. Elde edilen sıfır açılımlı yapay kesitler Şekil 4.2-4.7'de görülmektedir.



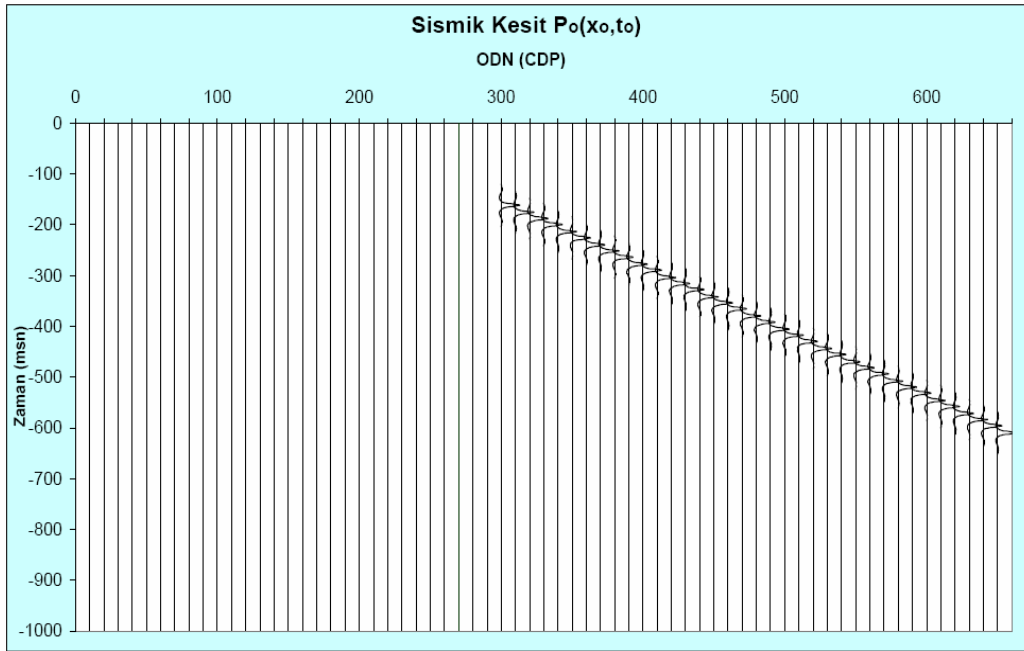
Şekil 4.2 Sıfır açılımlı yapay sismik kesit (Tabaka eğimi= 0 derece)



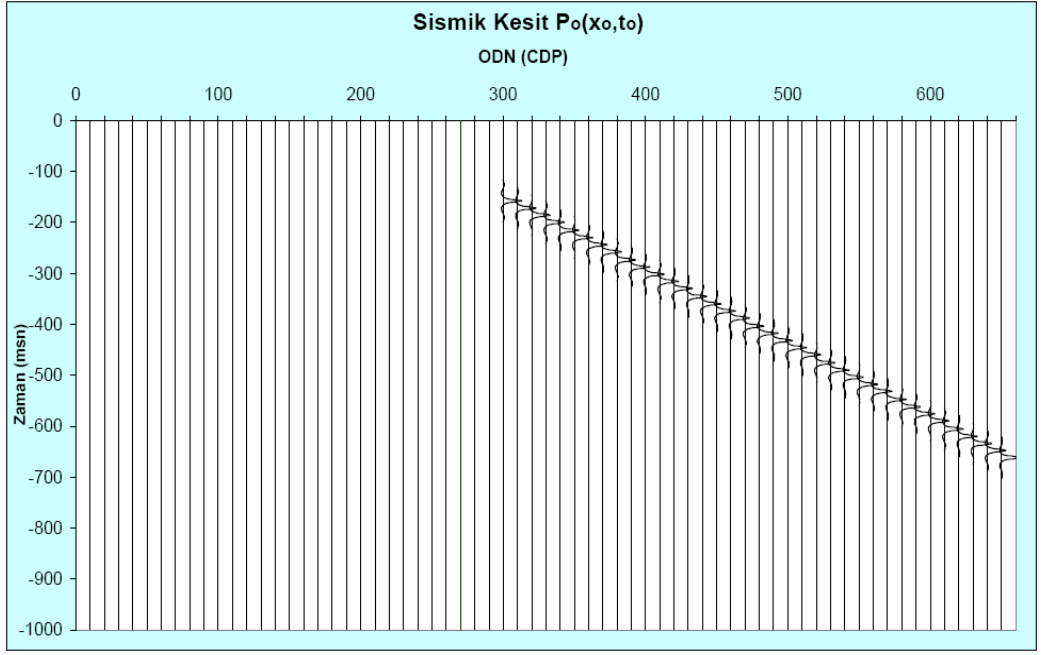
Şekil 4.3 Sıfır açılımlı yapay sismik kesit (Tabaka eğimi= 20 derece)



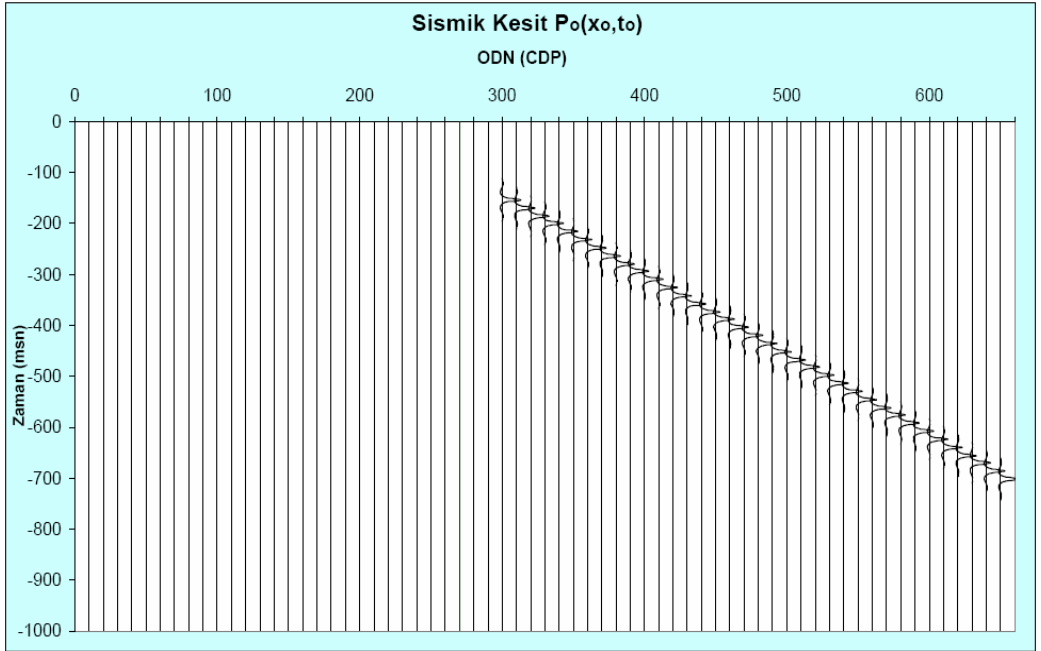
Şekil 4.4 Sıfır açılımlı yapay sismik kesit (Tabaka eğimi= 40 derece)



Şekil 4.5 Sıfır açılımlı yapay sismik kesit (Tabaka eğimi= 50 derece)



Şekil 4.6 Sıfır açılımlı yapay sismik kesit (Tabaka eğimi= 60 derece)



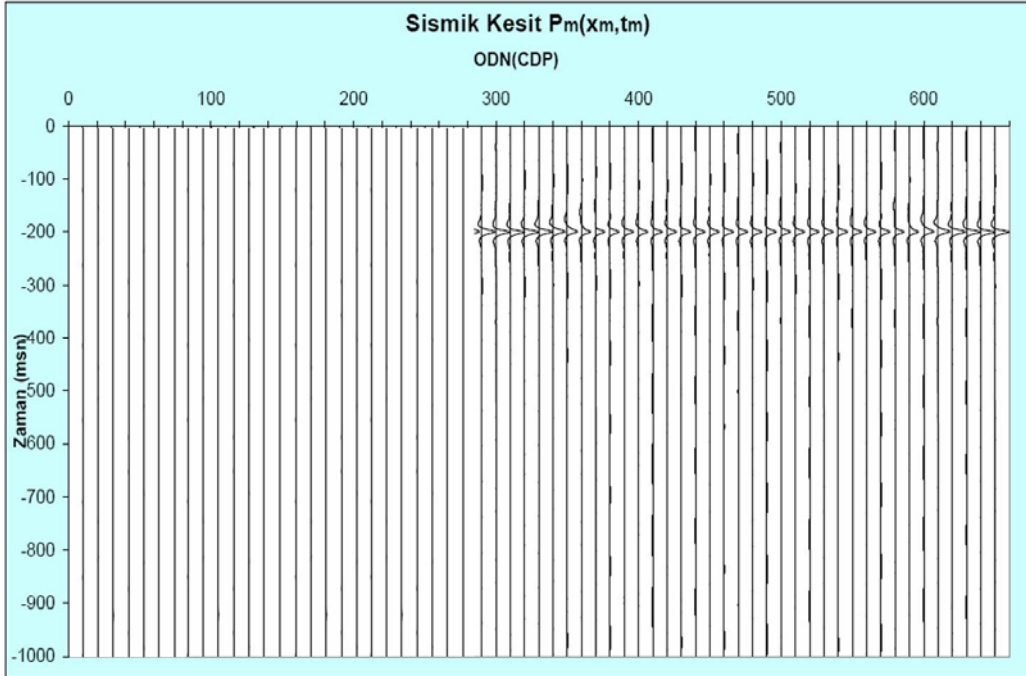
Şekil 4.7 Sıfır açılımlı yapay sismik kesit (Tabaka eğimi= 70 derece)

Şekillerden de anlaşılacağı gibi tabaka eğimi arttıkça seyahat zamanları artmaktadır. Kesitlerin elde edilmesinde açılımın sıfır olması nedeniyle bu kesitlere sıfır açılımlı kesitler denir. Normal veri işlem aşamalarında bu kesitler elde edilene kadar bir çok veri

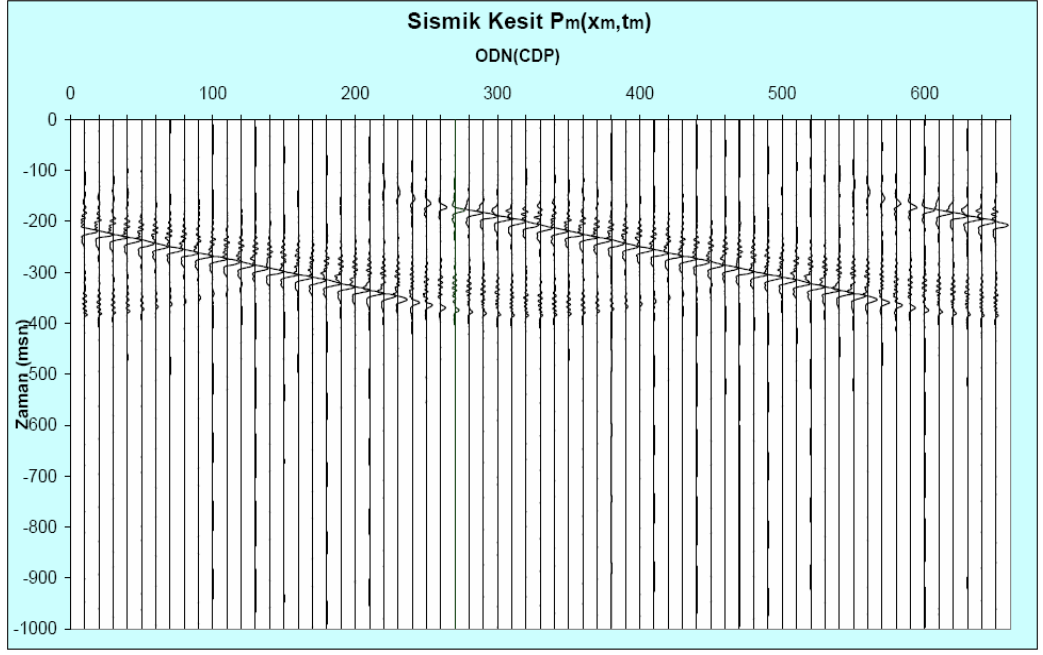
işlem aşamalarından geçilir. Bu çalışma için doğrudan sıfır açılımlı veri elde edilmiştir. Dolayısıyla bu kesitler elde edilene kadar diğer tüm veri işlem aşamalarının yapıldığı farz edilmiştir.

4.1.2 Stolt F-K Göç İşlemi Uygulaması

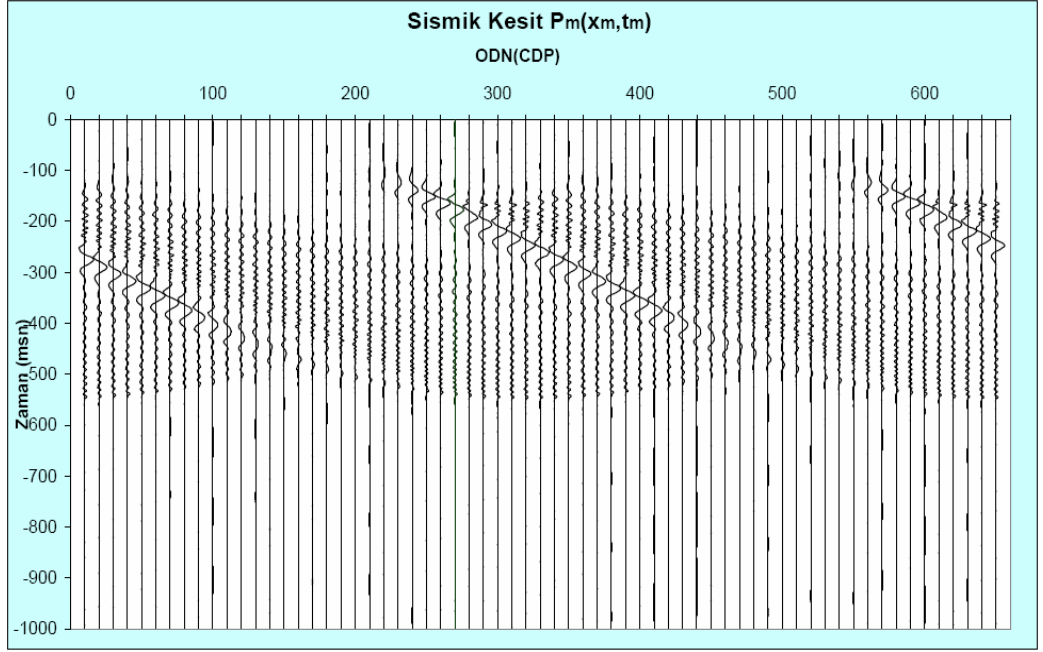
Şekil 4.2’den Şekil 4.7’ye kadar verilen farklı açılardaki sıfır açılımlı veriler (2.25) nolu denklem ile verilen Stolt 2B f-k göç işlemine tabi tutulmuştur. Sonuçlar Şekil 4.8’den Şekil 4.13’e kadar verilmiştir.



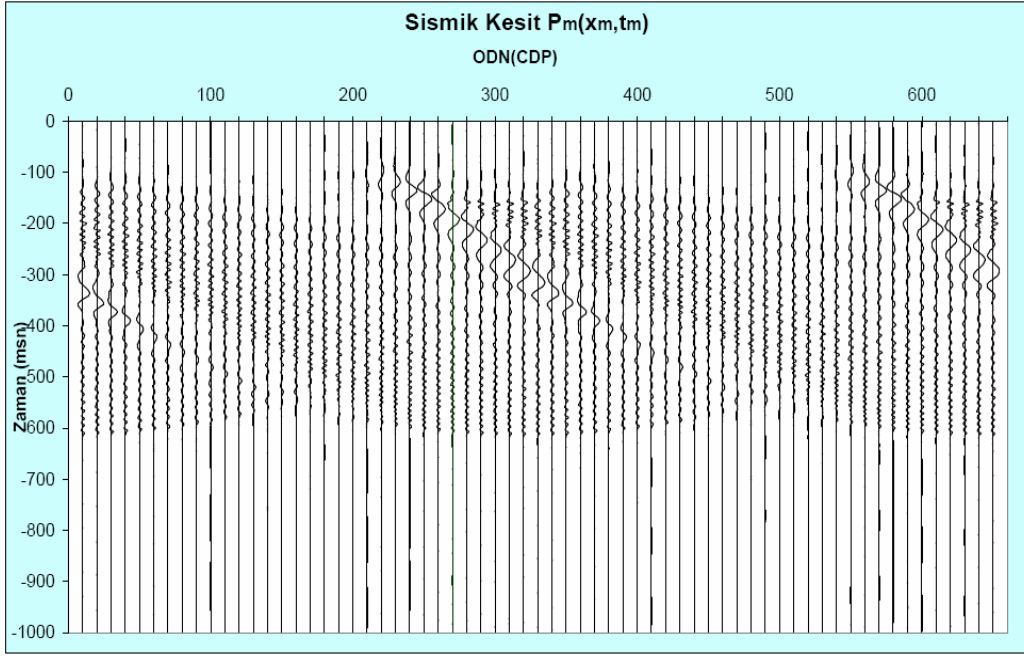
Şekil 4.8 Şekil 4.2’deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Stolt göç işlemi (Tabaka eğimi= 0 derece)



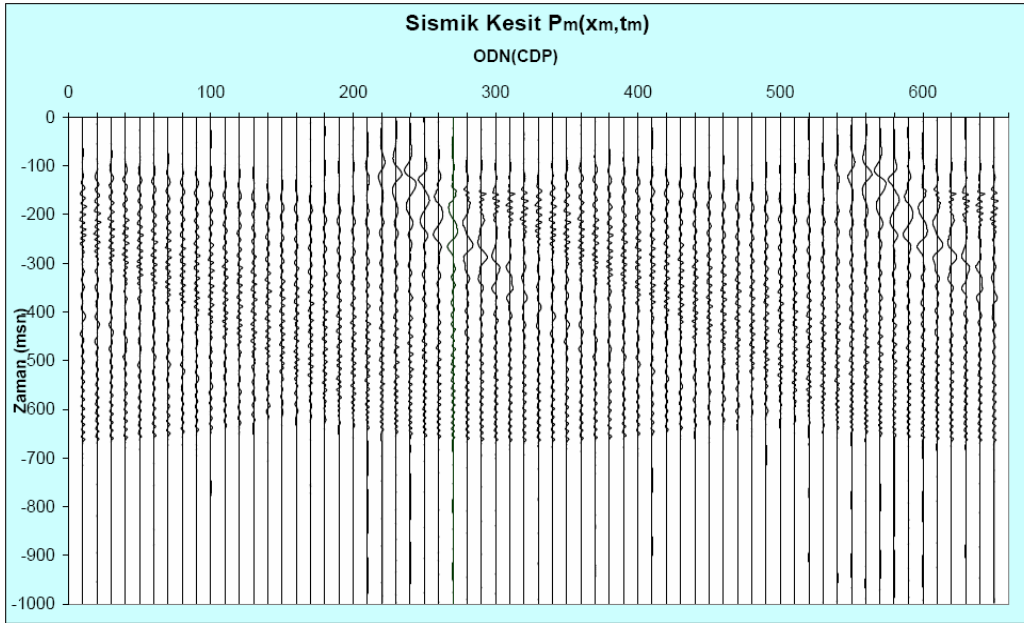
Şekil 4.9 Şekil 4.3'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Stolt göç işlemi (Tabaka eğimi= 20 derece)



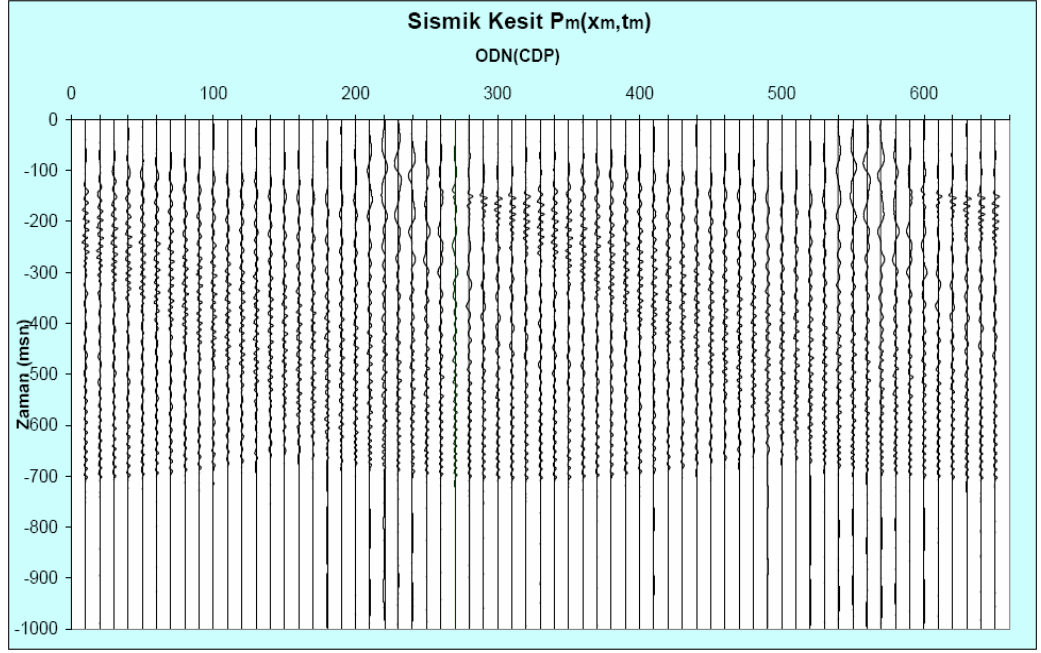
Şekil 4.10 Şekil 4.4'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Stolt göç işlemi (Tabaka eğimi= 40 derece)



Şekil 4.11 Şekil 4.5’deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Stolt göç işlemi (Tabaka eğimi= 50 derece)



Şekil 4.12 Şekil 4.6’deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Stolt göç işlemi (Tabaka eğimi= 60 derece)

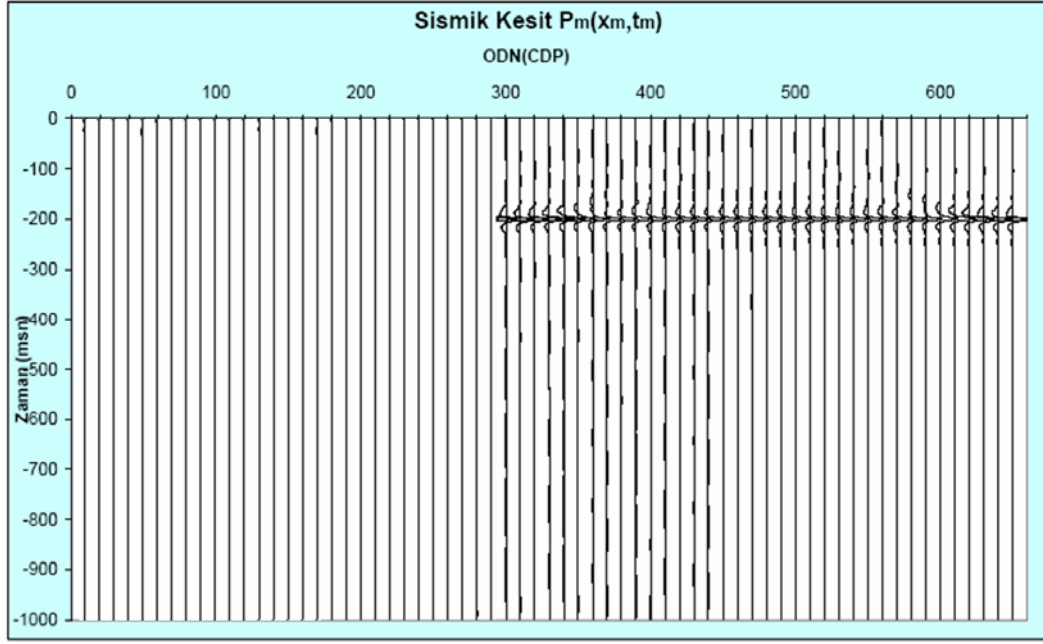


Şekil 4.13 Şekil 4.7’deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Stolt göç işlemi (Tabaka eğimi= 70 derece)

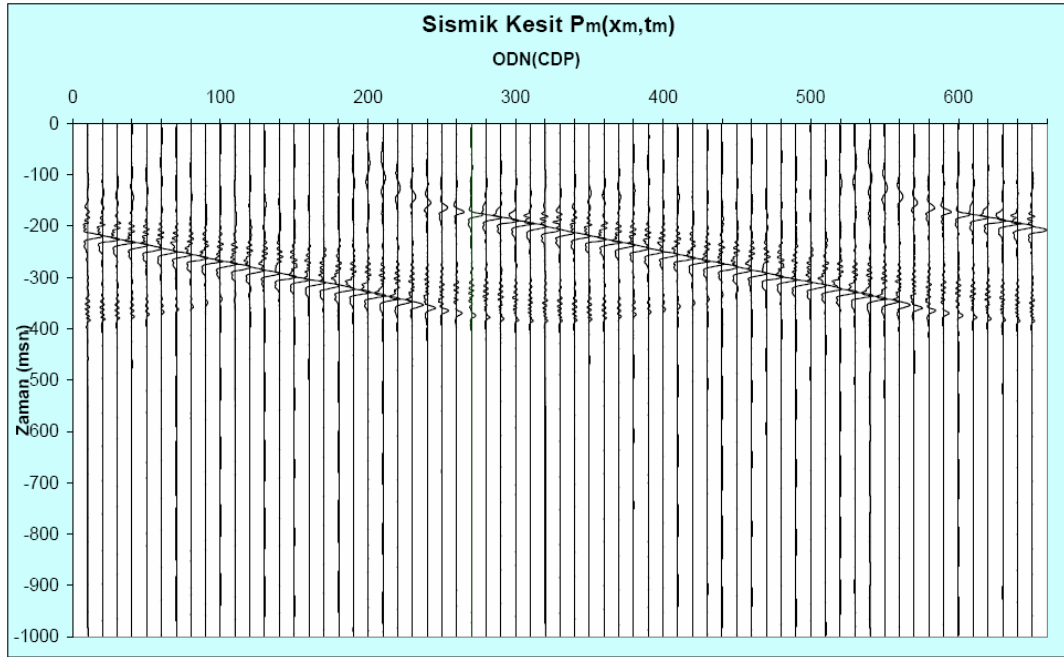
Stolt göç işlemi sonuçları incelendiğinde, tabaka eğimi arttıkça doğal olarak veri göç işlemi sonrası daha fazla yer değiştirmektedir. Bununla beraber genlikte yoğun bir kayıp vardır. Bu nedenle de Stolt göç işlemi, göç işlemi boyunca genliği koruyamamıştır. Sinyallerin frekans içeriği ise göç işleminin teorisine uygun olarak düşük frekanslara doğru kaymıştır.

4.1.3 Black Gerçek Genlikli Göç İşlemi Uygulaması

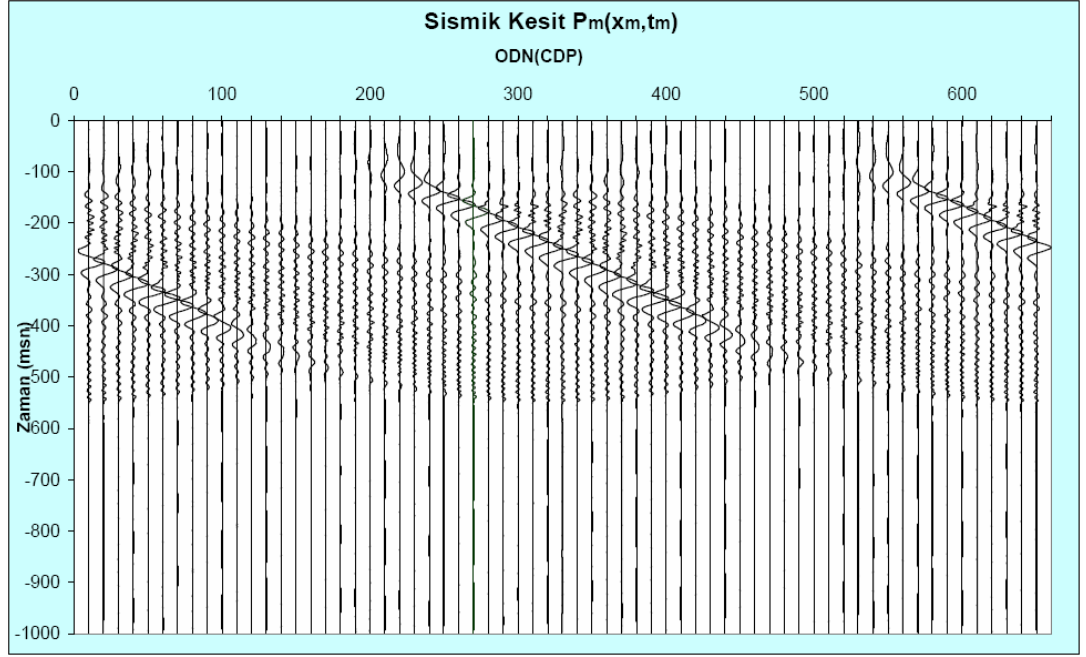
Şekil 4.2’den Şekil 4.7’ye kadar verilen farklı açılardaki sıfır açılımlı veriler (2.160) nolu denklemde verilen Black *et al.* (1993)’in 2B f-k gerçek genlikli göç işlemine tabi tutulmuştur. Sonuçlar Şekil 4.14-4.19 arasında verilmiştir.



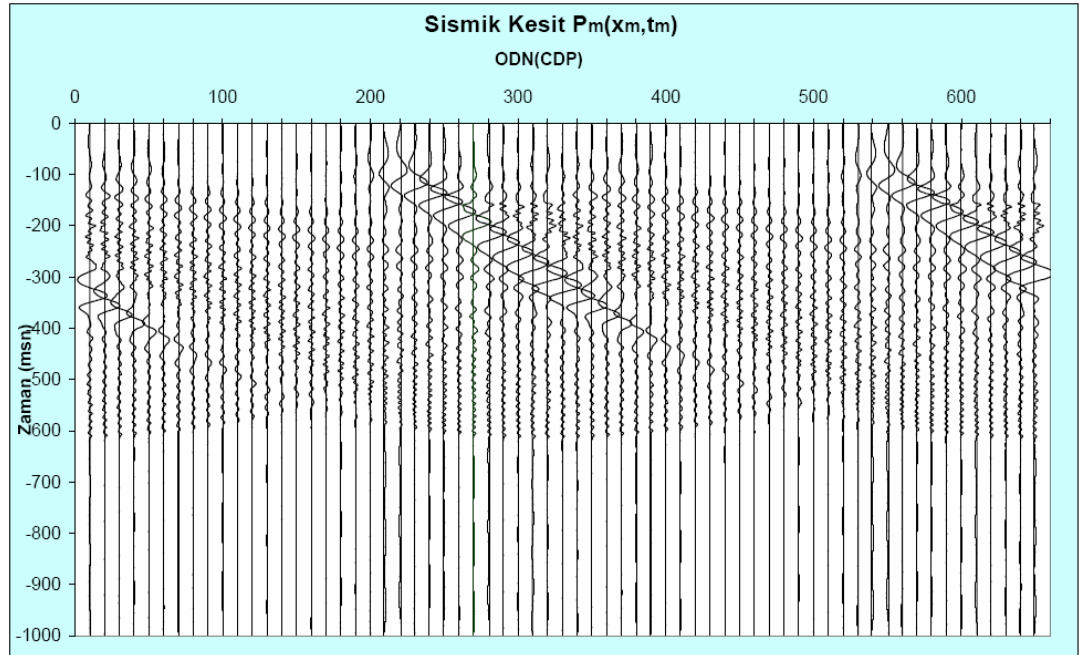
Şekil 4.14 Şekil 4.2'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Black göç işlemi (Tabaka eğimi= 0 derece)



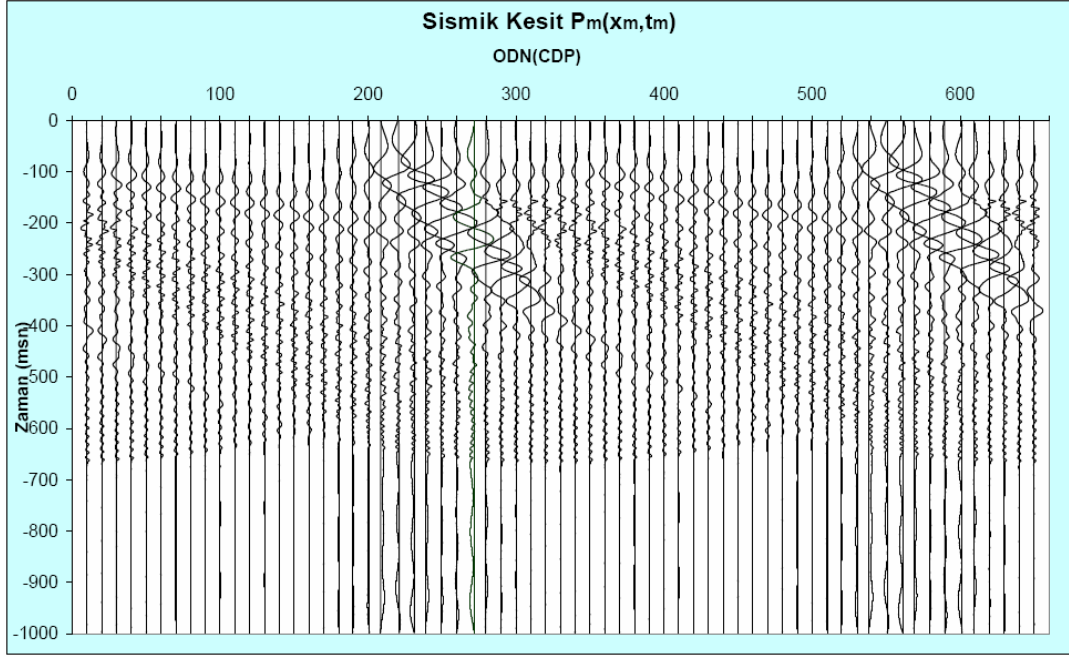
Şekil 4.15 Şekil 4.3'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Black göç işlemi (Tabaka eğimi= 20 derece)



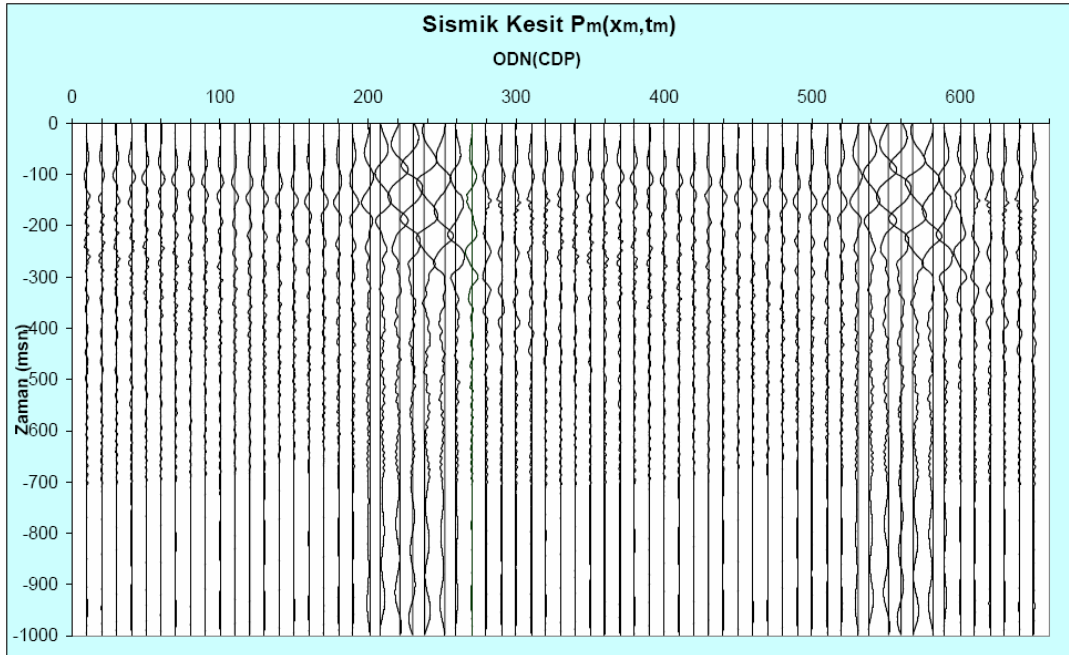
Şekil 4.16 Şekil 4.4'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Black göç işlemi (Tabaka eğimi= 40 derece)



Şekil 4.17 Şekil 4.5'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Black göç işlemi (Tabaka eğimi= 50 derece)



Şekil 4.18 Şekil 4.6'daki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Black göç işlemi (Tabaka eğimi= 60 derece)



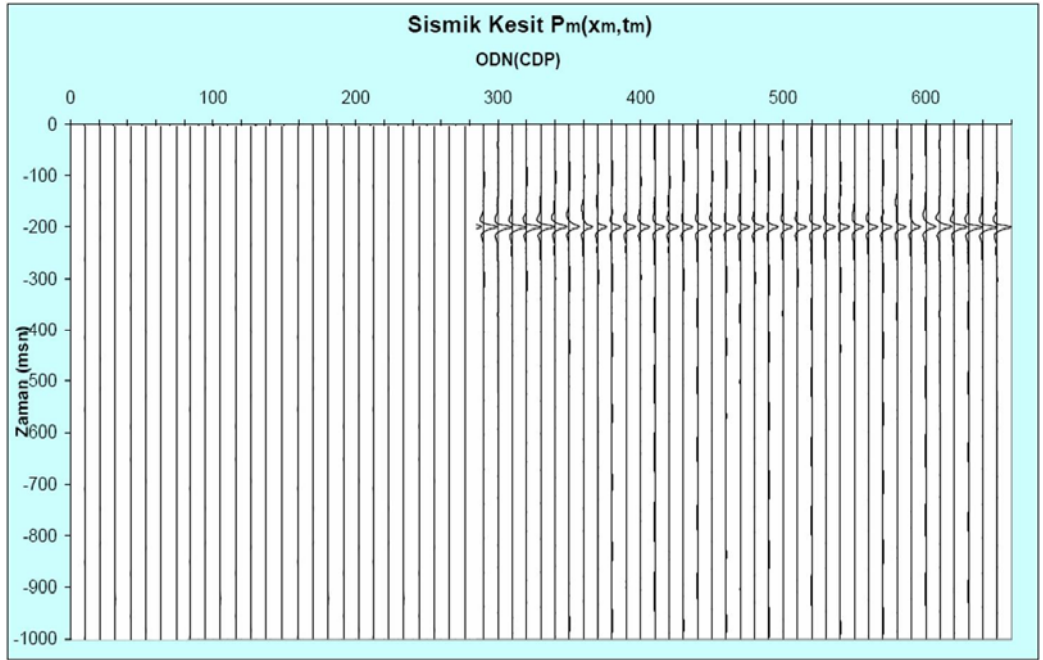
Şekil 4.19 Şekil 4.7'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin Black göç işlemi (Tabaka eğimi= 70 derece)

Şekillerde görüldüğü gibi göç işlemi sonrası veri gerçek yansıdığı noktaya taşınmış ve taşınma sonrası genlikler korunmuştur. Bu nedenle, bu göç işlemine gerçek genlikli göç

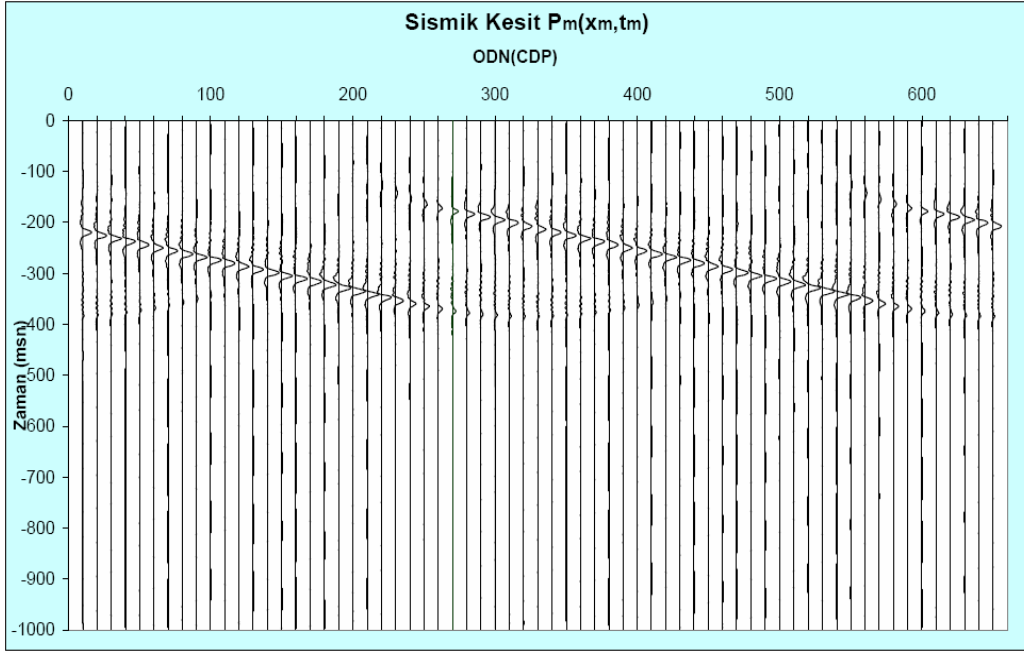
işlemi denilmektedir. Buna karşılık sinyalin frekans içeriği göç işlemine uygun olarak düşük frekanslara doğru kaymaktadır.

4.1.4 Gerçek Genlikli Göç İşlemi Uygulaması

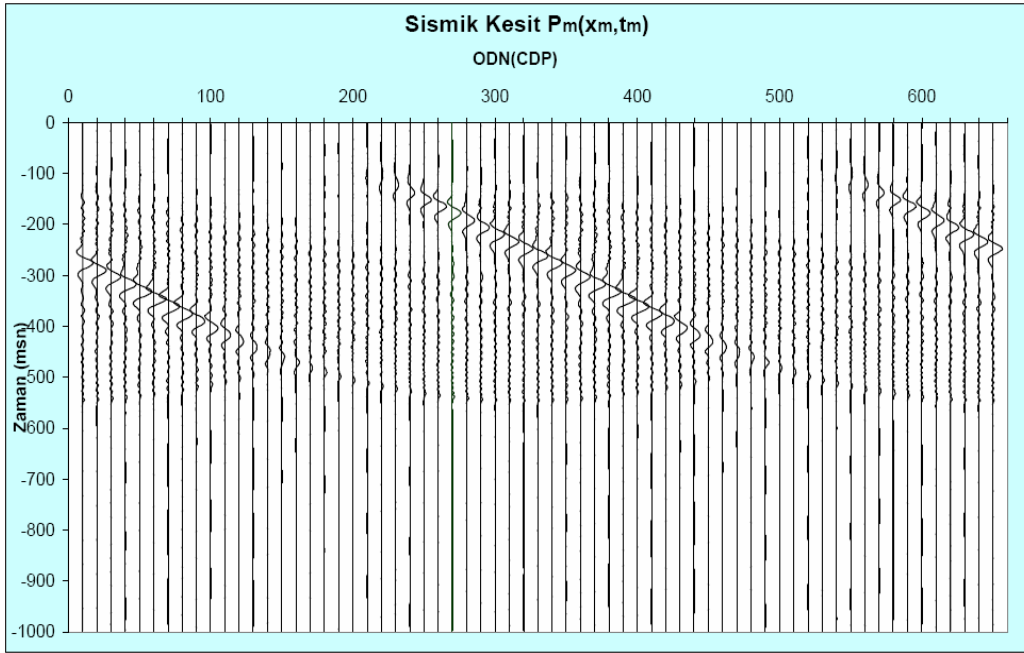
Şekil 4.2'den Şekil 4.7'ye kadar verilen farklı açılardaki sıfır açılımlı veriler, tez çalışması olan (3.92) nolu gerçek genlikli göç işlemi denklemi ile 2B f-k gerçek genlikli göç işlemine tabi tutulmuştur. Sonuçlar Şekil 4.20'den Şekil 4.25'e kadar verilmiştir.



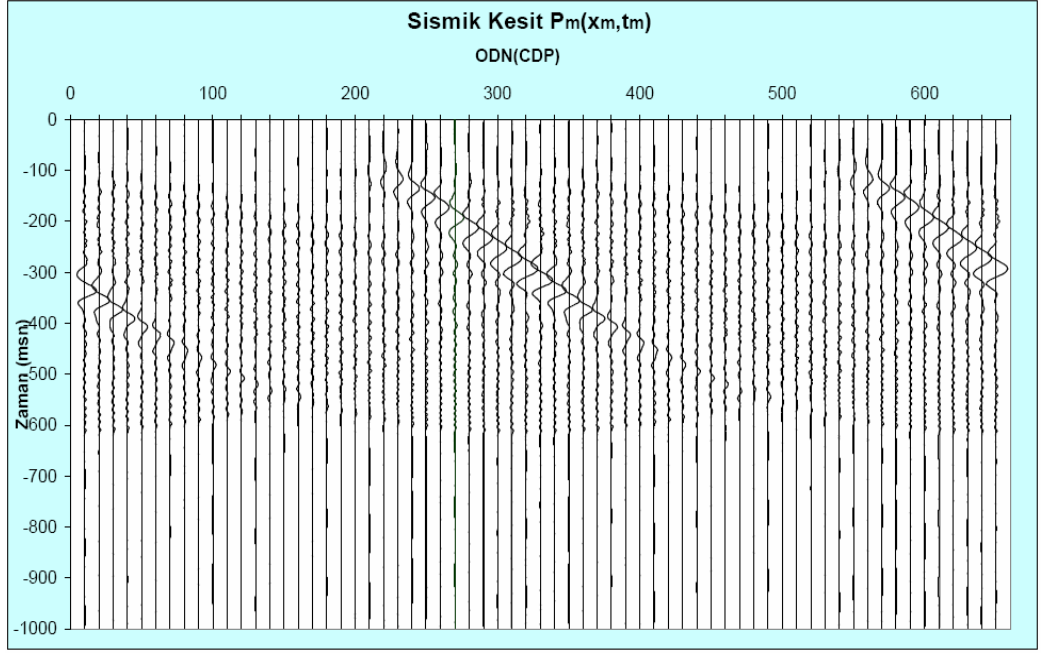
Şekil 4.20 Şekil 4.2'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin gerçek genlikli göç işlemi (Tabaka eğimi= 0 derece)



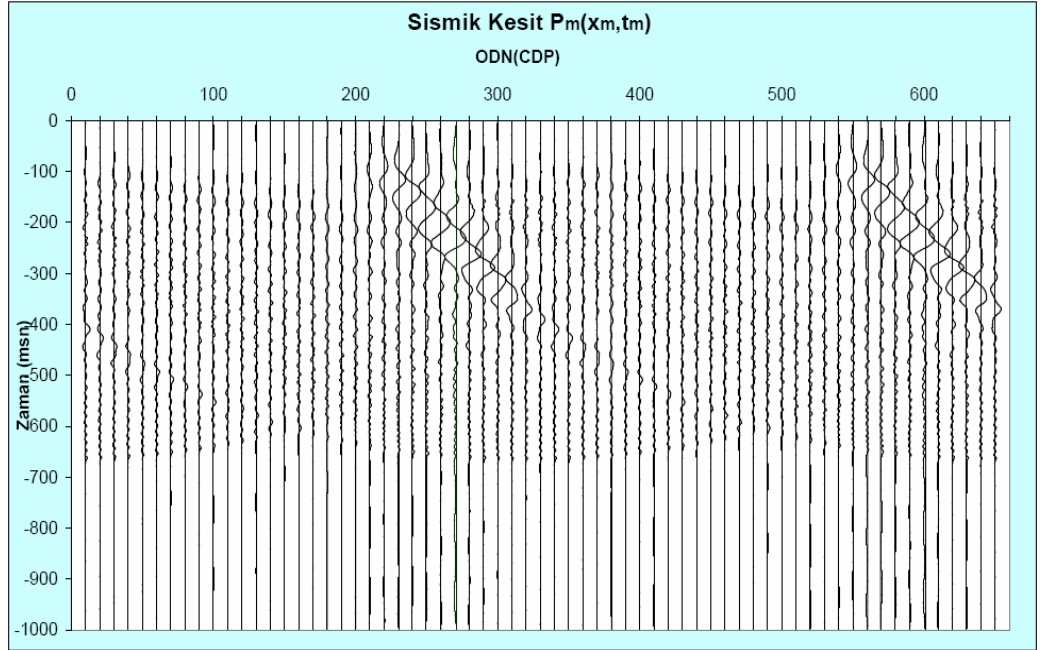
Şekil 4.21 Şekil 4.3'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin gerçek genlikli göç işlemi (Tabaka eğimi= 20 derece)



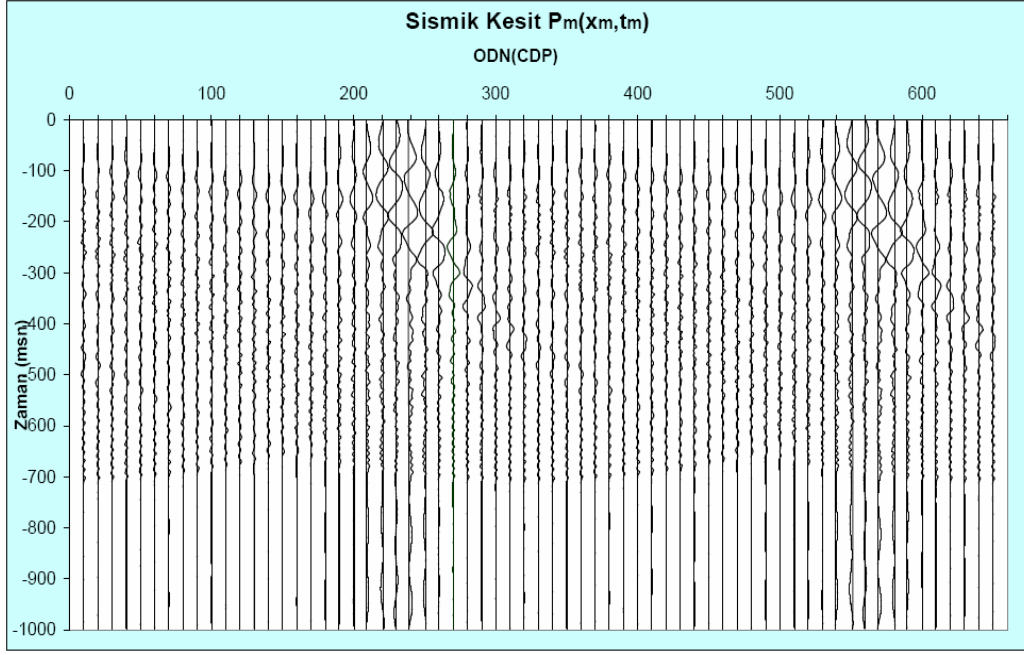
Şekil 4.22 Şekil 4.4'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin gerçek genlikli göç işlemi (Tabaka eğimi= 40 derece)



Şekil 4.23 Şekil 4.5'deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin gerçek genlikli göç işlemi (Tabaka eğimi= 50 derece)



Şekil 4.24 Şekil 4.6'daki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin gerçek genlikli göç işlemi (Tabaka eğimi= 60 derece)



Şekil 4.25 Şekil 4.7’deki sıfır açılımlı yapay sismik kesitin gerçek genlikli göç işlemi (Tabaka eğimi= 70 derece)

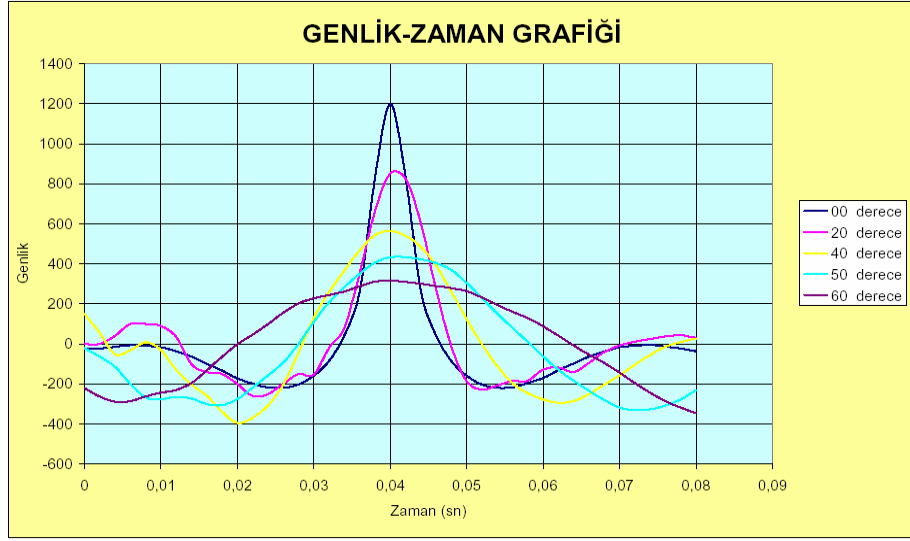
Şekillerde görüldüğü gibi göç işlemi sonrası veri gerçek yansıdığı noktaya taşınmış ve taşınma sonrası genlikler korunmuştur. Sonuçlar Black gerçek genlikli göç işleminin sonuçları ile uyumludur. Sinyallerin frekans içeriği ise Black gerçek genlikli göç işleminde olduğu gibi düşük frekanslara doğru kaymıştır.

4.2 Göç İşlemi Sonrası Yapay Verilerin Karşılaştırılması

Stolt göç işlemi, Black gerçek genlikli göç işlemi ve tez çalışmasında verilen gerçek genlik göç işlemi ile elde edilen yapay verilerin göç işlemi sonrası karşılaştırmaları yapılmıştır.

4.2.1 Dalgacıkların zaman ortamında karşılaştırılması

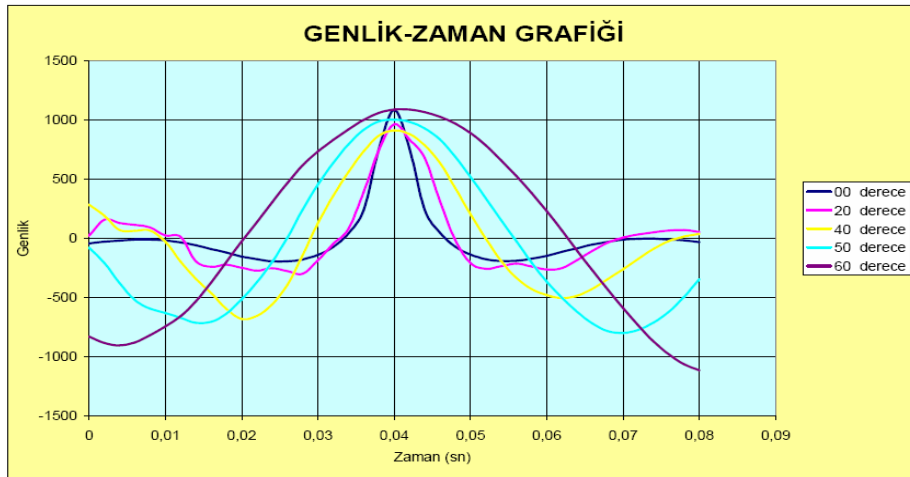
Şekil 4.8 ve Şekil 4.13 arasında verilen Stolt göç işlemi sonrası elde edilmiş veri sonuçlarından uygun olan izlerdeki dalgacıklar alınmış ve Şekil 4.26’da gösterilmiştir.



Şekil 4.26 Stolt göç işlemi sonrası dalgacıkların zaman ortamında görünüşü

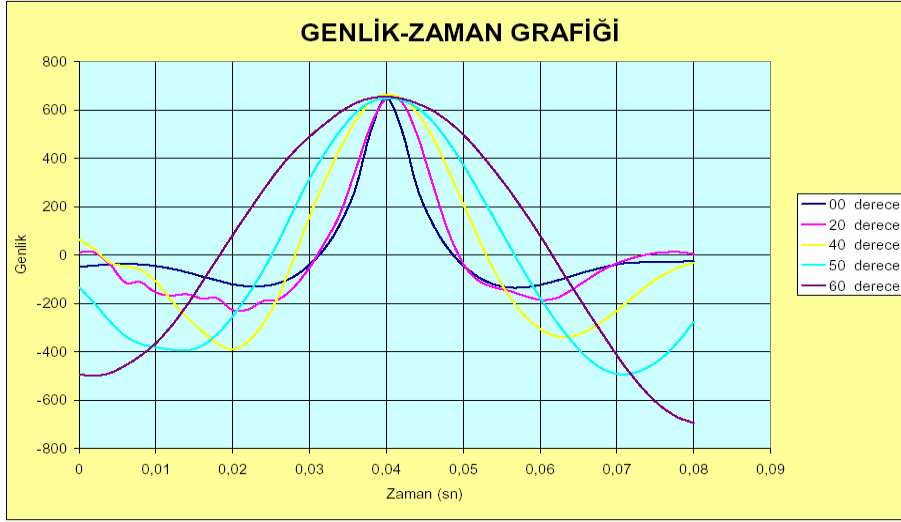
Şekil 4.26'da görüldüğü gibi dalgacıklar tabaka eğimine bağlı olarak hem yüksek frekanslarını kaybetmekte hem de genliğini kaybetmektedir.

Şekil 4.14 ve Şekil 4.19 arasında verilen Black gerçek genlikli göç işlemi sonrası elde edilmiş veri sonuçlarından uygun olan izlerdeki dalgacıklar alınmış ve Şekil 4.27'da gösterilmiştir.



Şekil 4.27 Black gerçek genlikli göç işlemi sonrası dalgacıkların zaman ortamında görünüşü

Şekil 4.27’da görüldüğü gibi dalgacıklar tabaka eğimine bağlı olarak yüksek frekanslarını kaybetmekte fakat genliğini korumaktadır. Şekil 4.20 ve Şekil 4.25 arasında verilen tez çalışması olan gerçek genlikli göç işlemi sonrası elde edilmiş veri sonuçlarından uygun olan izlerdeki dalgacıklar alınmış ve Şekil 4.28’da gösterilmiştir.

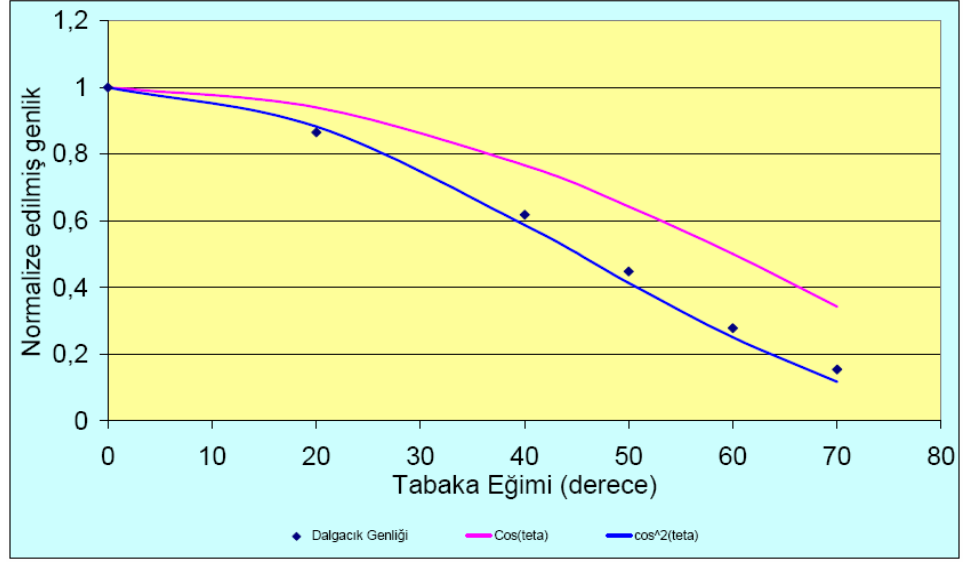


Şekil 4.28 Gerçek genlikli göç işlemi sonrası dalgacıkların zaman ortamında görünüşü

Şekil 4.28’de görüldüğü gibi dalgacıkların tabaka eğimine bağlı olarak yüksek frekansları kaybolmakta fakat genliği korunmaktadır. Black gerçek genlikli göç işlemi ve tez çalışmasında yapılan gerçek genlikli göç işlemi sonuçları incelendiğinde birbirleri ile uyumlu oldukları görülmektedir. Her ikisinde de dalgacığın genliği korunmakta fakat yüksek frekansları kaybolmaktadır.

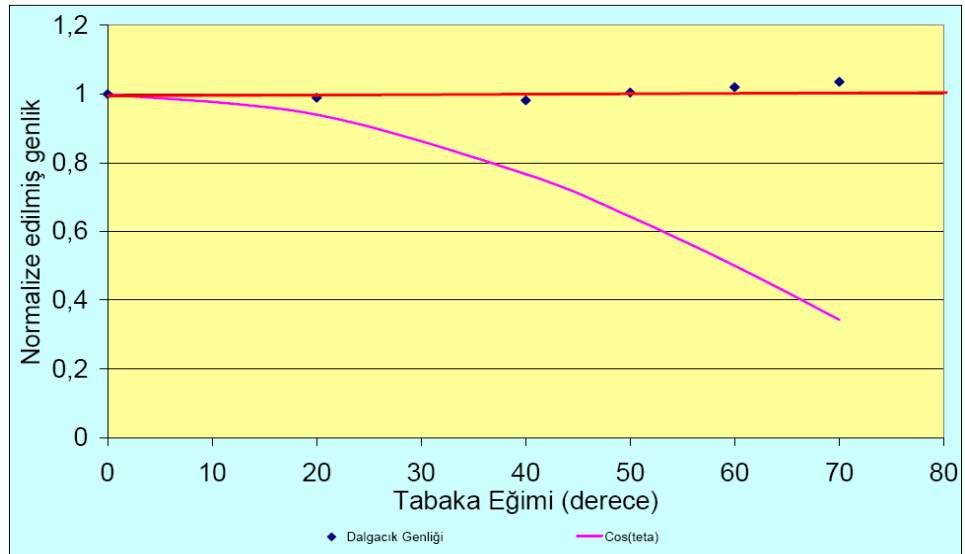
4.2.2 Genliklerin karşılaştırılması

Bu karşılaştırmalar göç işlemi sonrası genliklerin ortalaması alınmış, yatay tabaka genliğine bölünerek normalize edilmiştir. Normalize edilmiş genlikler tabaka eğiminin fonksiyonu olarak çizilmiştir.



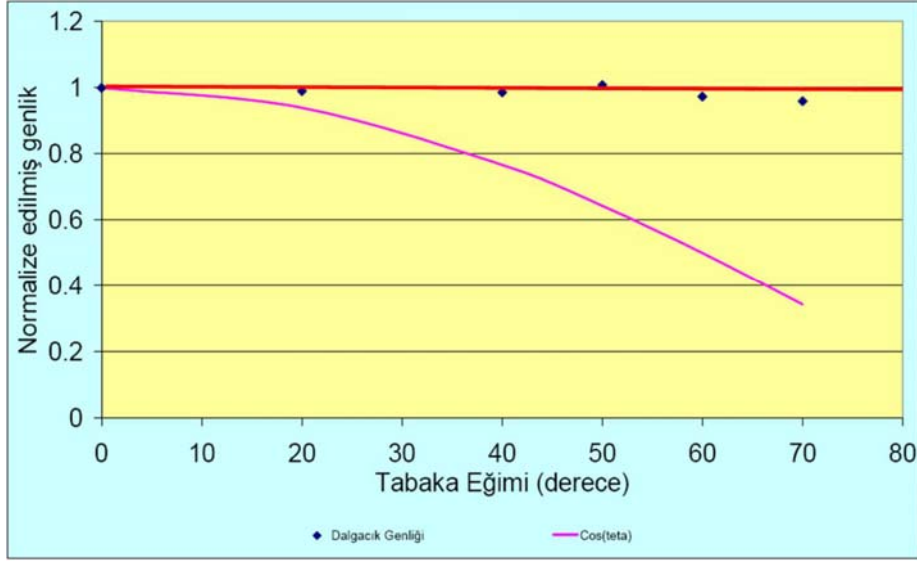
Şekil 4.29 Stolt göç işlemi sonrası dalgacıkların normalize edilmiş genliklerinin tabaka eğimi ile değişimi

Şekil 4.29'da, Şekil 4.26'da verilen Stolt göç işlemi ile elde edilmiş veriden elde edilen normalize edilmiş genlikler görülmektedir. Şekilde normalize edilmiş dalgacık genliği mavi nokta ile gösterilmiştir. Bilindiği gibi Stolt göç işlemineki genlik değişimi $\cos \theta$ kadar idi. Ayrıca fazın da katkısı ile dalgacıktaki değişim yaklaşık $\cos^2 \theta$ kadar olmaktadır.



Şekil 4.30 Black gerçek genlikli göç işlemi sonrası dalgacıkların normalize edilmiş genliklerinin tabaka eğimi ile değişimi

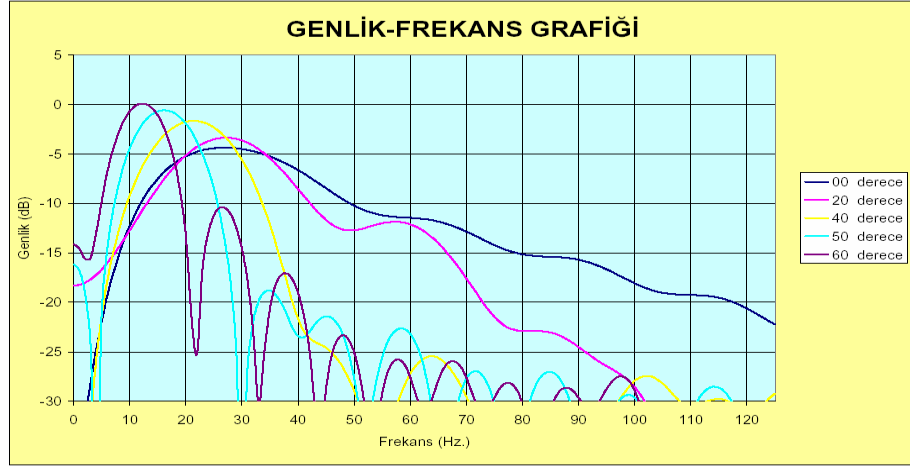
Şekil 4.30’da, Şekil 4.27’de verilen Black gerçek genlikli göç işlemi ile elde edilmiş veriden elde edilen normalize edilmiş genlikler görülmektedir. Şekilde normalize edilmiş dalgacık genliği mavi nokta ile gösterilmiştir. Bilindiği gibi Black gerçek genlikli göç işlemindeki genlik değişimi $1/\cos\theta$ kadar idi. Böylece gerçek genlikli göç işlemi yapılmış ve normalize edilmiş dalgacık genliğinin değişmediği görülmüştür.



Şekil 4.31 Gerçek genlikli göç işlemi sonrası dalgacıkların normalize edilmiş genliklerinin tabaka eğimi ile değişimi

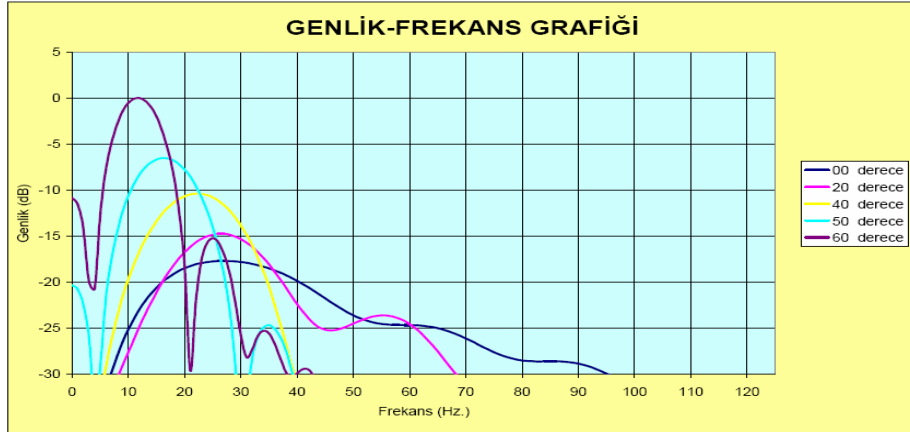
Şekil 4.31’de, Şekil 4.28’de verilen tez çalışması olan gerçek genlikli göç işlemi ile elde edilmiş veriden elde edilen normalize edilmiş genlikler görülmektedir. Şekilde normalize edilmiş dalgacık genliği mavi nokta ile gösterilmiştir. Böylece gerçek genlikli göç işlemi yapılmış ve normalize edilmiş dalgacık genliğinin değişmediği görülmüştür. Şekil 4.30 ile Şekil 4.31 karşılaştırıldığında uyumlu oldukları görülmektedir.

4.2.3 Dalgacıkların frekans ortamında karşılaştırılması



Şekil 4.32 Stolt göç işlemi sonrası dalgacıkların frekans ortamında görünüşü

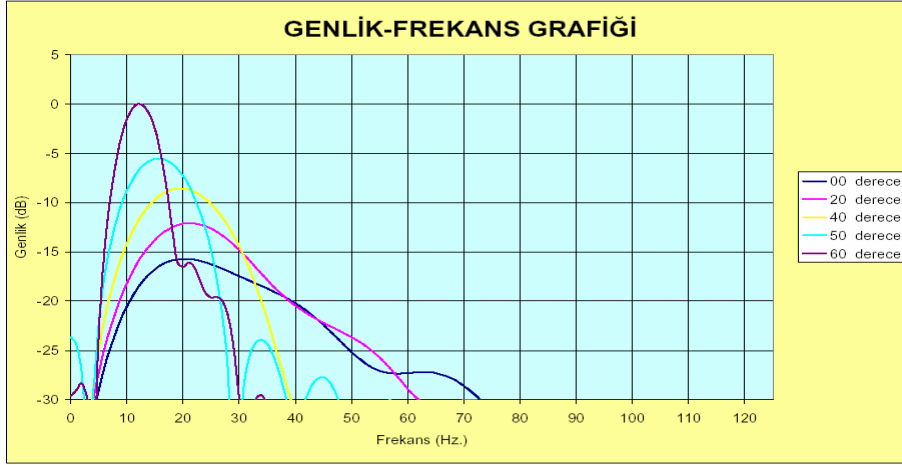
Şekil 4.32’de, Şekil 4.26’da verilen dalgacıklar frekans ortamında görülmektedir. Şekilde görüldüğü gibi Şekil 2.13’de verilen gerçek genlikli dalgacık kavramına uymamaktadır. Tabaka eğimi arttıkça frekanslar düşük frekansa doğru düşmekte fakat genlikler ise fazla değişmemektedir.



Şekil 4.33 Black gerçek genlikli göç işlemi sonrası dalgacıkların frekans ortamında görünüşü

Şekil 4.33’de, Şekil 4.27’da verilen dalgacıklar frekans ortamında görülmektedir. Şekilde görüldüğü gibi Şekil 2.13’de verilen gerçek genlikli dalgacık kavramına

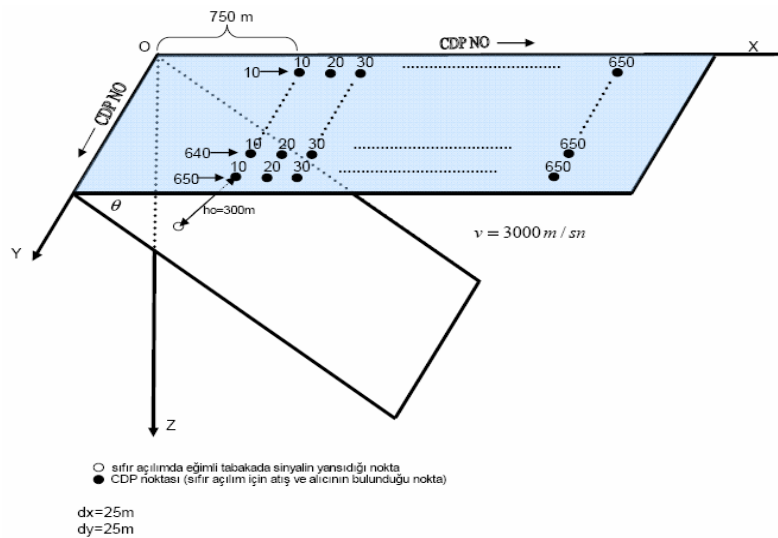
uyumaktadır. Tabaka eğimi arttıkça hem frekanslar düşük frekansa doğru düşmekte hem de genlikler azalmaktadır.



Şekil 4.34 Gerçek genlikli göç işlemi sonrası dalgacıkların frekans ortamında görünüşü

Şekil 4.34’de, Şekil 4.28’de verilen dalgacıklar frekans ortamında görülmektedir. Şekilde görüldüğü gibi Şekil 2.13’de verilen gerçek genlikli dalgacık kavramına uymaktadır. Tabaka eğimi arttıkça hem frekanslar düşük frekansa doğru düşmekte hem de genlikler azalmaktadır. Black gerçek genlikli göç işlemi ile uyumludur.

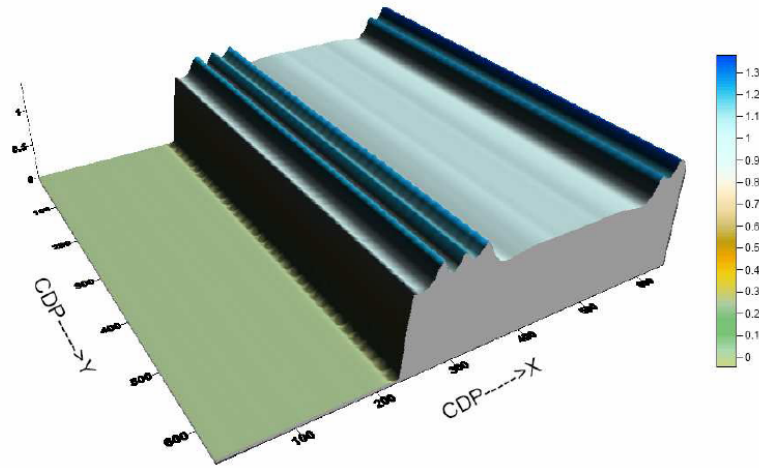
4.3 Üç Boyutlu (3B) Yapay Veri Uygulaması Ve Karşılaştırmaları



Şekil 4.35 Yapay veri uygulaması için üç boyutlu (3B) yer modeli

3B yapay veri elde edebilmek için Şekil 4.35’de verilen model kullanılmıştır. Modelden de anlaşılacağı gibi 25x25 m iz aralığı olacak şekilde y yönünde 65 adet hat ve her hatta 65 adet alıcı olacak şekilde model oluşturulmuş ve tabaka eğimlerine bağlı olarak yapay veriler elde edilmiştir. Tabaka eğimi x eksenine ile açı yapacak şekilde ayarlanmıştır. Tabaka açısına bağlı olarak elde edilmiş sıfır açılımlı yapay veriler tez çalışmasında elde edilen gerçek genlikli göç işlemi denklemi olan (3.387) nolu denkleme göre göç işlemine tabi tutulmuştur. Her tabaka eğimi için ayrı ayrı olmak üzere, gerçek genlikli göç işlemi sonrası her izin en büyük genliği alınmıştır. Daha sonra yatay tabakalı veriden elde edilmiş genlikler incelenmiş ve ortalama bir değer hesaplanmıştır. Bunun sonucunda elde edilmiş ortalama değere, tüm izdeki genlikler bölünmüştür. Böylece normalize edilmiş veriler elde edilmiştir. Bu işlemler her eğimli tabaka için aynı değere bölünerek yeni normalize edilmiş veriler elde edilmiştir. En son da ise bu verilerin 3B haritası çıkarılmıştır. Sonuçlar Şekil 4.36 ile Şekil 4.41 arasında verilmiştir.

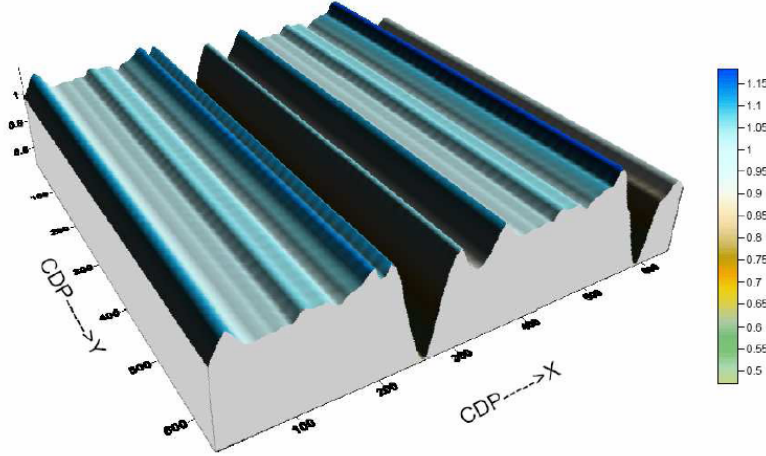
**Normalize Edilmiş Genlik Dağılım Haritasının 3B Görüntüsü
(Tabaka eğimi: 0 derece)**



Şekil 4.36 Yatay tabaka için normalize edilmiş genlik dağılım haritasının üç boyutlu (3B) görünüşü

Şekil 4.36’da yatay tabakadan elde edilen normalize edilmiş genlik dağılım haritası incelendiğinde, 300 ile 650 CDP’ler arasındaki genlik dağılımı 1’e eşittir. Şekil 4.20’deki 2B gerçek genlikli göç işlemi sonucu ile uyumludur.

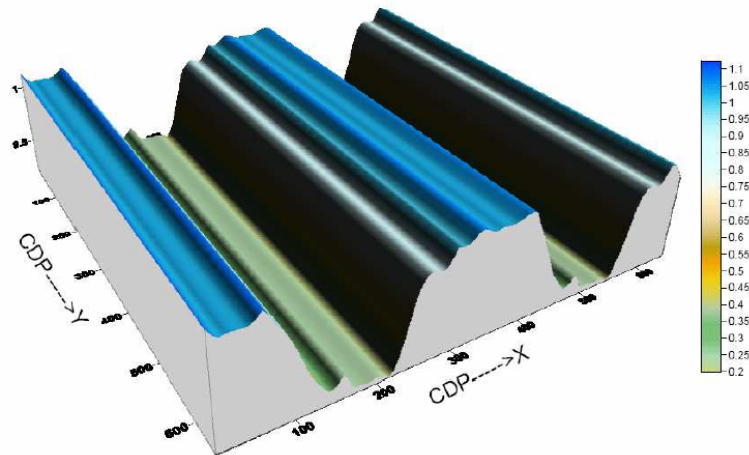
**Normalize Edilmiş Genlik Dağılım Haritasının 3B Görüntüsü
(Tabaka eğimi: 20 derece)**



Şekil 4.37 Tabaka eğiminin 20° olması durumunda normalize edilmiş genlik dağılım haritasının üç boyutlu (3B) görünüşü

Şekil 4.37’de tabaka eğiminin 20° derece olması durumunda elde edilen normalize edilmiş genlik dağılım haritası incelendiğinde, 300 ile 550 CDP’ler arasındaki genlik dağılımı 1’e eşittir. Şekil 4.21’deki 2B gerçek genlikli göç işlemi sonucu ile uyumludur.

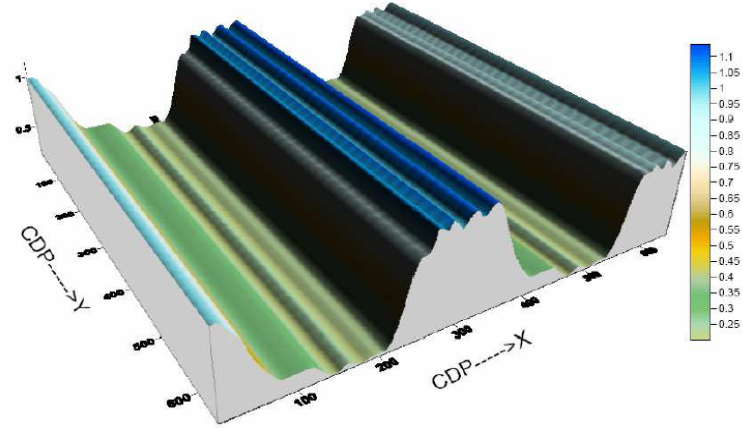
**Normalize Edilmiş Genlik Dağılım Haritasının 3B Görüntüsü
(Tabaka eğimi: 40 derece)**



Şekil 4.38 Tabaka eğiminin 40° olması durumunda normalize edilmiş genlik dağılım haritasının üç boyutlu (3B) görünüşü

Şekil 4.38’de tabaka eğiminin 40° derece olması durumunda elde edilen normalize edilmiş genlik dağılım haritası incelendiğinde, 250 ile 450 CDP’ler arasındaki genlik dağılımı 1’e eşittir. Şekil 4.22’deki 2B gerçek genlikli göç işlemi sonucu ile uyumludur.

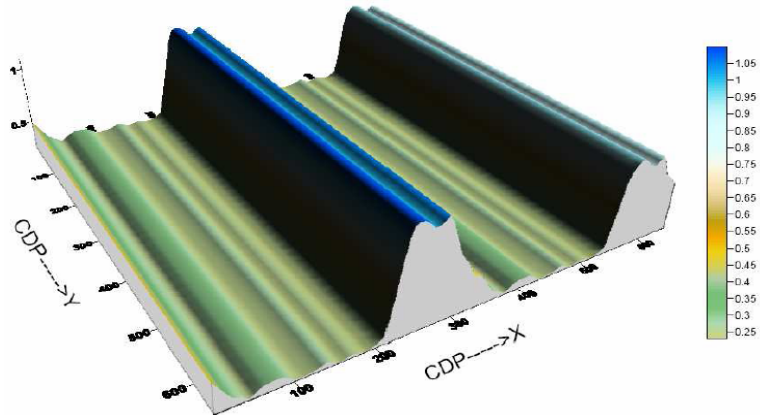
**Normalize Edilmiş Genlik Dağılım Haritasının 3B Görüntüsü
(Tabaka eğimi: 50 derece)**



Şekil 4.39 Tabaka eğiminin 50° olması durumunda normalize edilmiş genlik dağılım haritasının üç boyutlu (3B) görünüşü

Şekil 4.39’da tabaka eğiminin 50° derece olması durumunda elde edilen normalize edilmiş genlik dağılım haritası incelendiğinde, 240 ile 350 CDP’ler arasındaki genlik dağılımı 1’e eşittir. Şekil 4.23’deki 2B gerçek genlikli göç işlemi sonucu ile uyumludur.

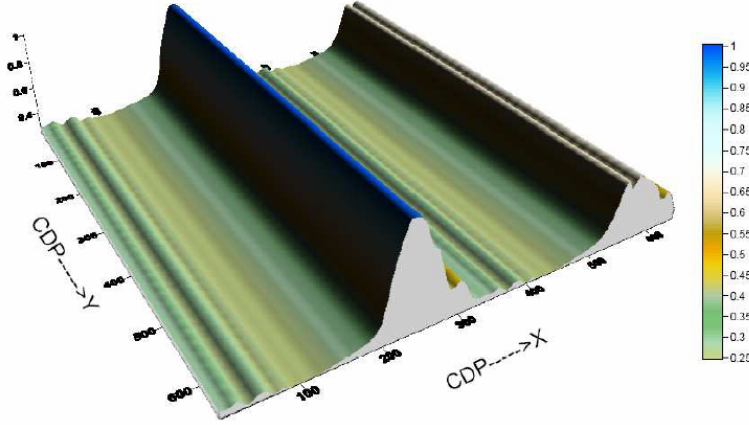
**Normalize Edilmiş Genlik Dağılım Haritasının 3B Görüntüsü
(Tabaka eğimi: 60 derece)**



Şekil 4.40 Tabaka eğiminin 60° olması durumunda normalize edilmiş genlik dağılım haritasının üç boyutlu (3B) görünüşü

Şekil 4.40'da tabaka eğiminin 60° derece olması durumunda elde edilen normalize edilmiş genlik dağılım haritası incelendiğinde, 240 ile 310 CDP'ler arasındaki genlik dağılımı 1'e eşittir. Şekil 4.24'deki 2B gerçek genlikli göç işlemi sonucu ile uyumludur.

**Normalize Edilmiş Genlik Dağılım Haritasının 3B Görüntüsü
(Tabaka eğimi: 70 derece)**

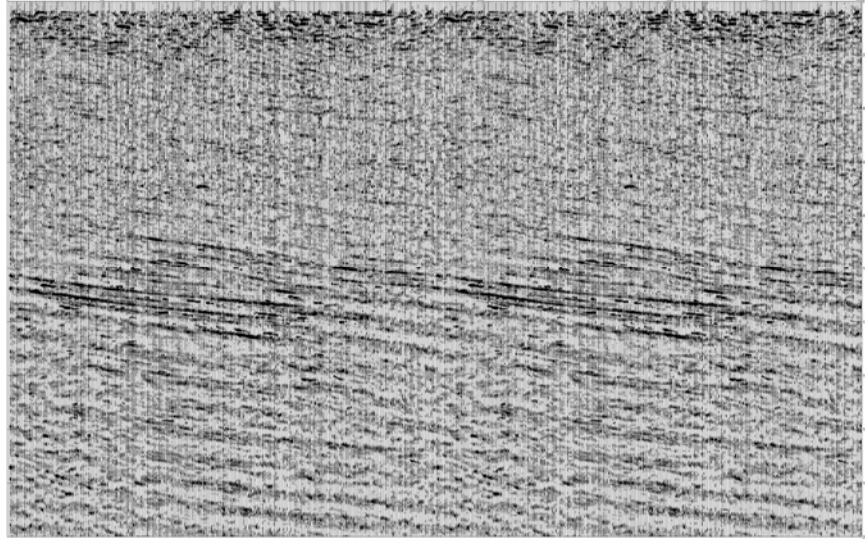


Şekil 4.41 Tabaka eğiminin 70° olması durumunda normalize edilmiş genlik dağılım haritasının üç boyutlu (3B) görünüşü

Şekil 4.41'de tabaka eğiminin 70° derece olması durumunda elde edilen normalize edilmiş genlik dağılım haritası incelendiğinde, 220 ile 260 CDP'ler arasındaki genlik dağılımı 1'e eşittir. Şekil 4.25'deki 2B gerçek genlikli göç işlemi sonucu ile uyumludur.

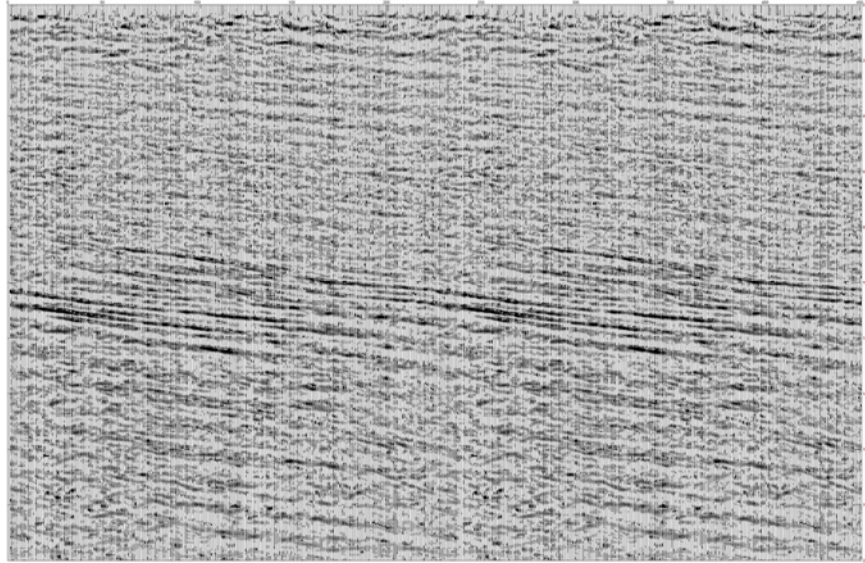
4.4 Gerçek Arazi Veri Uygulaması ve Karşılaştırmaları

Gerçek arazi veri uygulaması için, 2B veri işlemi yapılmış gerçek arazi verisi kullanılmıştır. Bu gerçek veri önce Stolt f-k göç işlemi daha sonra da tez çalışması olan integral (Kirchhoff) gerçek genlikli göç işleminde bulunan (3.92) nolu denklem (tez çalışması) uygulanmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Gerçek arazi verisinde iz aralığı 12.5 m olup sabit 2000 m/sn hız ile göç işlemi yapılmıştır. Her iki göç işleminde de aynı hızlar kullanılmıştır.



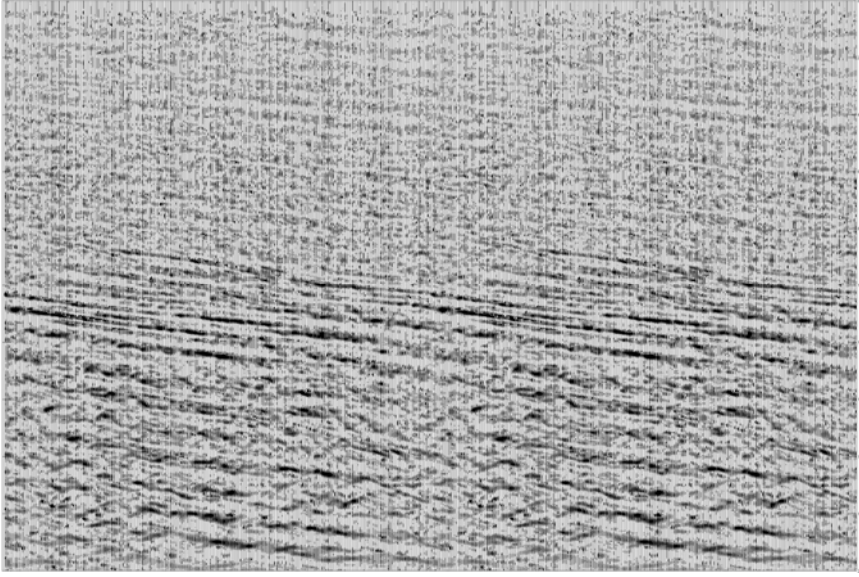
Şekil 4.42 Sıfır açılımlı arazi veri (giriş verisi)

Şekil 4.42’de gerçek arazi verisinin veri işlem sonrası yığma kesiti görülmektedir. Bu veri göç işlemi için giriş verisi olacaktır.



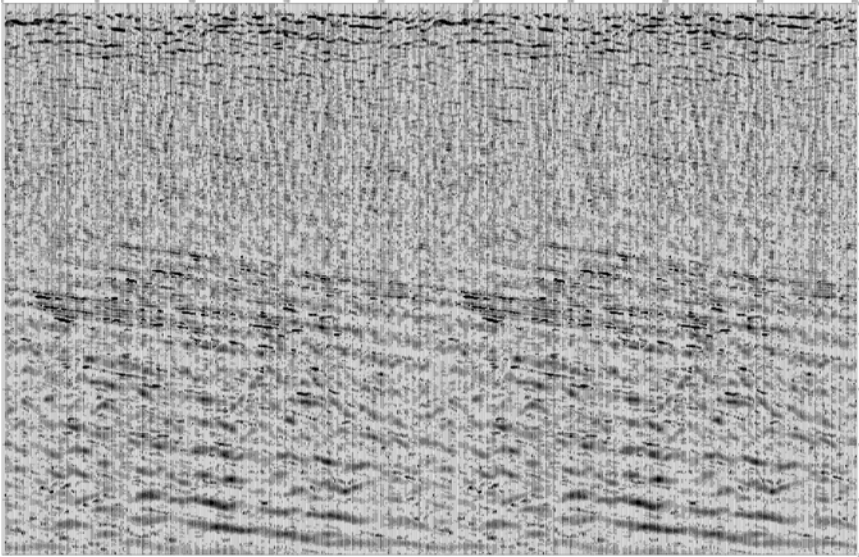
Şekil 4.43 Stolt göç işlemi sonrası görünüşü

Şekil 4.43’de, Şekil 4.42’deki veri (2.25) nolu Stolt 2B f-k göç işlemine tabi tutulmuş ve sonucu görülmektedir.



Şekil 4.44 Gerçek genlikli göç işlemi sonrası görünüşü

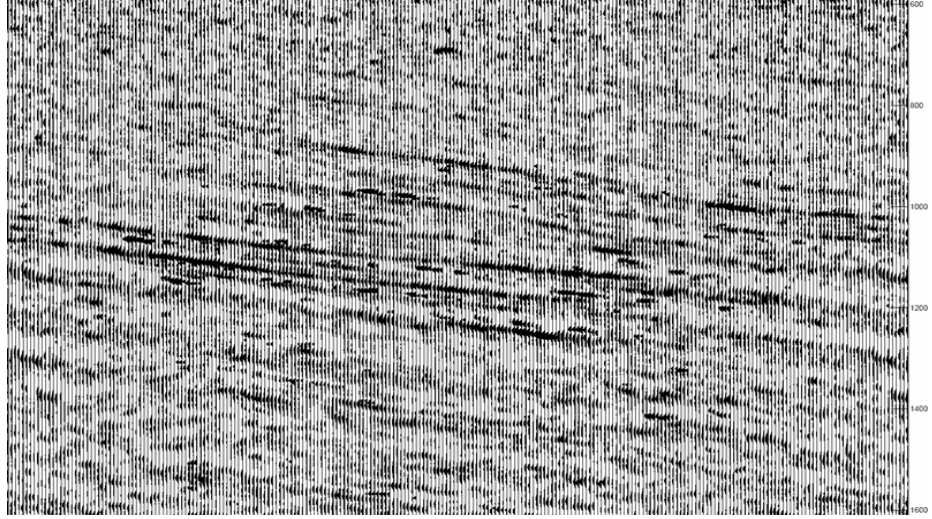
Şekil 4.44’de, Şekil 4.42’deki veri tez çalışması olan (3.92) nolu gerçek genlikli göç işlemi denklemi ile 2B f-k gerçek genlikli göç işlemi sonucu görülmektedir.



Şekil 4.45 Gerçek genlikli göç ile Stolt göç işlemi arasındaki farkın görünüşü

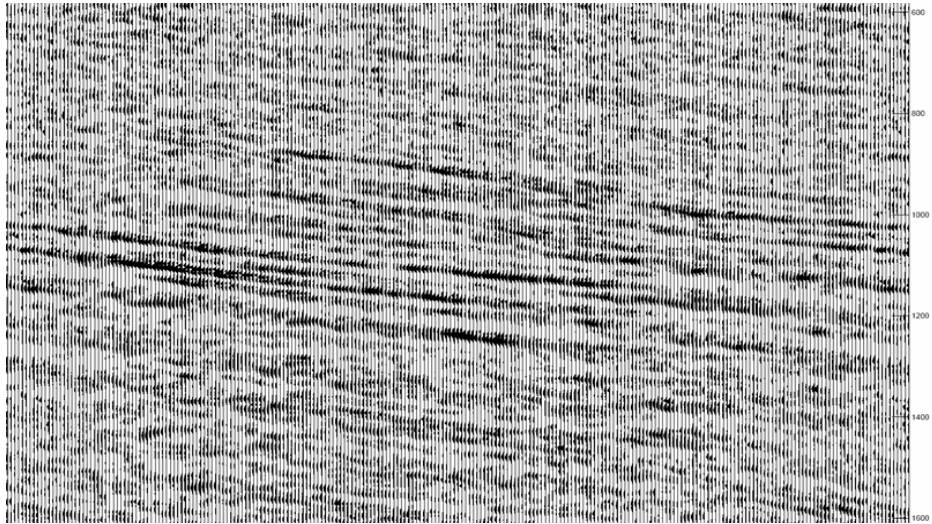
Şekil 4.45’de, Şekil 4.44 ile Şekil 4.43’deki göç işlemleri arasındaki fark görülmektedir. Şekilde de görüldüğü gibi tabaka eğimlerinin düşük olmasına rağmen genlik farkı bulunmaktadır. Bu fark gerçek genlikli göç işlemi ile Stolt göç işlemi arasındaki farktır.

Göç işlemleri arasındaki farkı daha iyi gösterebilmek için göç öncesi ve sonrası sismik kesitlerin belirli bir bölgesi büyütülerek yeniden sismik kesitler elde edilmiştir.



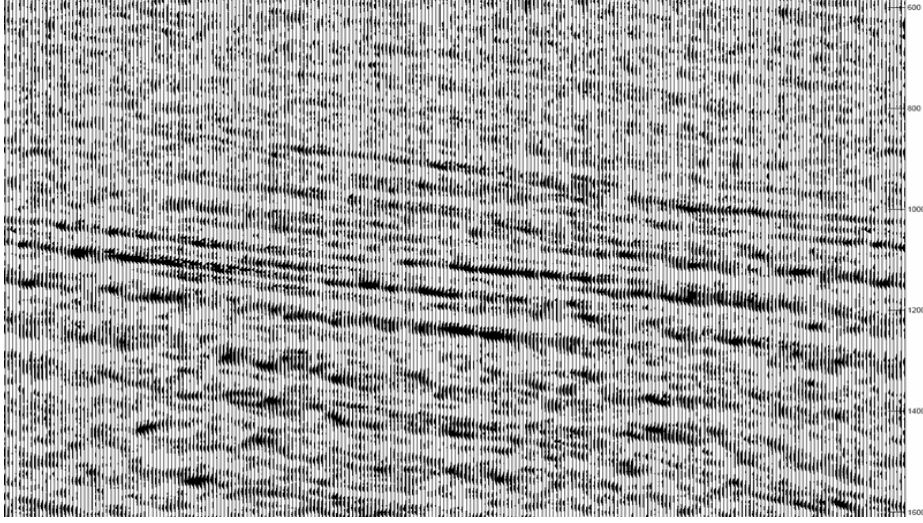
Şekil 4.46 Sıfır açılımlı arazi veri (giriş verisi)

Şekil 4.46’da, Şekil 4.42’deki giriş verisinin seçilmiş belirli bir bölgesi görülmektedir.



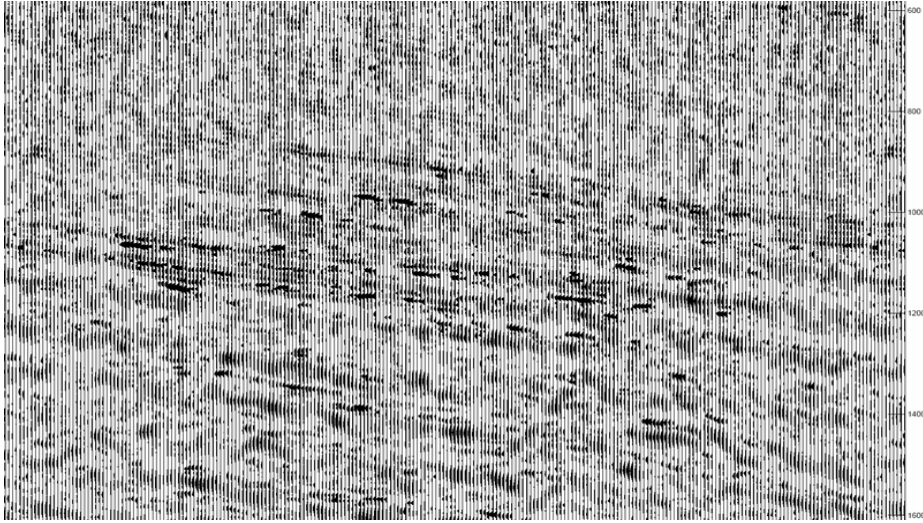
Şekil 4.47 Stolt göç işlemi sonrası görünüşü

Şekil 4.47’da, Şekil 4.43’deki Stolt göç işlemi ile yapılmış göç işlemi kesitinin Şekil 4.46’daki ile aynı penceresindeki veri görülmektedir.



Şekil 4.48 Gerçek genlikli göç işlemi sonrası görünüşü

Şekil 4.48’de, Şekil 4.44’deki tez konusu olan gerçek genlikli göç işlemi ile yapılmış göç işlemi kesitinin Şekil 4.46’daki ile aynı penceresindeki veri görülmektedir.



Şekil 4.49 Gerçek genlikli göç ile Stolt göç işlemi arasındaki fark

Şekil 4.49’da, Şekil 4.45’deki göç işlemleri farkının bulunduğu kesitinin Şekil 4.46’daki ile aynı penceresindeki veri görülmektedir. Hem Stolt f-k göç işlemi hem de gerçek genlikli göç işlemi gerçek arazi yığma verisi üzerine uygulanmış olup uygulama sonucunda tabaka eğimlerinin düşük olmasına rağmen gerçek genlikli göç işlemi sonucu Stolt f-k göç işlemi sonucundan daha iyi olduğu görülmüştür.

5. BULGULAR

Çizelge 5.1 Standart veri işlem aşamasındaki her evrenin sonuçlarının karşılaştırılması
(Black *et al.* 1993'ten değiştirilerek alınmıştır)

Veri işlem aşaması	Çıktı kesiti	Verinin bulunduğu nokta
0. Dalga denkleminin elde edilmesi	$P(t, x_n, y_n, h)$	$t = \tau(x_n, y_n)$
1. Küresel açılım düzeltmesi	$P_s(t, x_n, y_n, h)$	$t = \tau(x_n, y_n)$
2. NMO düzeltmesi	$P_n(t_n, x_n, y_n, h)$	$t_n = \tau_n(x_n, y_n)$
3. DMO düzeltmesi	$P_o(t_o, x_o, y_o, h)$	$t_o = \tau_o(x_o, y_o)$
4. Sıfır açılımlı göç işlemi	$P_m(t_m, x_m, y_m)$	$t_m = \tau_m(x_m, y_m)$

Çizelge 5.2 Göç işlemlerinin ortak parametrelere göre karşılaştırılması

	F-K Göç İşlemi “Jacobian” (J)	Integral Göç İşlemi S_T Süzgeci
Stolt 2B f-k göç işlemi	$B^{-1}(k_x)$	$\left(\frac{2\pi b^{-1}(x)}{v^2 t_o / 4}\right)^{1/2} d_{1/2}(t')$
Stolt 3B f-k göç işlemi	$B^{-1}(k_x, k_y)$	-----
Black gerçek genlikli göç işlemi	$B^{-1}(k_x)$	1
“Asymptotic pseudounitary” yığılma işlemleri (Fomel, 2002)	-----	$\frac{1}{(2\pi)} \frac{b(x, y)}{v^2 t_o}$
Tez çalışması (3.1.1) Integral göçünde 2B gerçek genlikli işlecin Fourier dönüşümü kullanılarak belirlenmesi	$B^{-1}(k_x)$	$\left(\frac{1}{2\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{b^3(x)}{v^2 t_o / 4}\right)^{1/2} d_{1/2}(t')$
Tez çalışması (3.1.2) 2B gerçek genlikli göç işlecinin kinematik yoldan elde edilmesi	-----	$\left(\frac{1}{2\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{b^3(x)}{v^2 \tau_o(x_o) / 4}\right)^{1/2} d_{1/2}(t')$
Tez çalışması (3.2.1) Integral göçünde 3B gerçek genlikli işlecin Fourier dönüşümü kullanılarak belirlenmesi	$B^{-1}(k_x, k_y)$	$\left(\frac{1}{2\pi}\right) \left(\frac{b^2(x)}{v^2 t_o / 4}\right) d(t')$
Tez çalışması (3.2.2) 3B gerçek genlikli göç işlecinin kinematik yoldan elde edilmesi	-----	$\left(\frac{1}{2\pi}\right) \left(\frac{b^2(x)}{v^2 \tau_o(x_o, y_o) / 4}\right) d(t')$
Tez çalışması (3.2.3) 2B yöntemle 3B gerçek genlikli işlecin belirlenmesi	-----	$\left(\frac{1}{2\pi}\right) \left(\frac{b^2(x)}{v^2 t_o / 4}\right) d(t')$

6. TARTIŞMA VE SONUÇ

Sahada toplanan sismik verinin yorumlanabilir duruma gelebilmesi için veri işleme büyük bir iş düşmektedir. Bu yüzden veri işlem çok önemlidir. Göç işlemi ise veri işlemin vazgeçilmez aşamalarından biridir. Eskiden göç işlemi denince sadece yığma sonrası zaman göç işlemi akla gelirdi. Günümüzde oldukça değişik tiplerde göç işlemi vardır. En yaygın olanı yığma sonrası göç işlemleridir. Bunun yetersiz kaldığı durumlarda yığma öncesi göç işlemlerine ihtiyaç duyulur. En pahalı ve en zor olanı ise yığma öncesi derinlik göç işlemidir.

Önceleri pek önemsenmeyen, göç işlemi aşamasında dalgacığın korunması gündeme gelmiştir. Bu nedenle son zamanlarda, gerçek genlikli göç işlemi üzerine pek çok bilim adamı çalışmakta ve bu konu üzerine pek çok makale bulunmaktadır. Birçok bilim adamı gerçek genlikli göç işlemi bağıntılarını saçılma hiperbollerini zamanını kullanarak elde etmiştir. Yani Huygens prensibine göre yeriçinde ikincil kaynak modelini kullanmış, apektan uzaklaştıkça genlikteki kaybı giderici çözüm yollarına başvurmuştur. Bu kayıpları geometrik açılım kaybı olarak tanımlamış ve kaybı giderme işlemine gerçek genlikli göç işlemi demişlerdir.

Bu çalışmada belirtilen gerçek genlikli göç işlemi, sıfır açılımlı yığma verisine göç işlemi uygulandığında hem verinin gerçek yerine taşınması hem de genliğin korunması işlemine denmektedir. Yani genliğin göç işlemi öncesi ve sonrası değişmemesidir.

Bu çalışmada, gerçek genlikli göç işlemi için çeşitli süzgeçler geliştirilmiştir. Bu süzgeçler, sıfır açılımlı yığma verisi ile evrişim yapıldığında genliği koruyacak ve veriyi gerçek yerine taşıyacaktır. Böylece göç işlemi yapılmış olacaktır.

Göç işlemi evrişim ile yapılması nedeniyle integral şeklinde tanımlanmıştır. Zaman ortamında evrişim frekans ortamında çarpmaya karşılık geldiğinden göç işlemi ve süzgeç katsayıları f-k ortamında yapılmaktadır. Bu amaçla sıfır açılımlı veri önce f-k ortamına geçirilmekte, daha sonra aynı ortamda süzgeç katsayıları hesaplanmakta ve

çarpılmaktadır. Bu işlem bittikten sonra ters Fourier dönüşümü alınarak zaman ortamına dönülmektedir. Böylece göç işlemi tamamlanmış olmaktadır.

Göç işlemini yapan süzgeçler için öncelikle evrişim aşamasında genlikteki değişim miktarı hesaplanmaktadır. Bu hesaplama f-k ortamında olursa, doğrudan doğru genlikli göç işlemi için süzgeç katsayıları bulunmakta, x-t ortamında ise gerçek genlikli göç işlemi için süzgecin tersi bulunmaktadır. Bu durumda bulunan süzgecin tersi ile f-k ortamında çarpılmalıdır. Böylece gerçek genlikli göç işlemi için süzgeç katsayıları hesaplanmakta ve uygulanmaktadır.

Bu süzgeç için daha önce DMO için yapılmış evrişim işlemlerinin göç işlemine uyarlanması ile başlanmıştır. Süzgeç katsayılarının hesaplanması için integralin çözümünde durağan faz yöntemi kullanılmıştır. Özellikle 3B sıfır açılımlı yığma verisinin 3B göç işlemi için, 2B durağan faz yöntemi ilk defa bu çalışmada kullanılmıştır.

İki boyutlu göç işleminde integralin çözümü için bir boyutlu durağan faz yöntemi, 3B göç işleminde ise integralin çözümü için 2B durağan faz yöntemi kullanılmıştır. Göç işlemi integralinin çözüm öncesi, integralin Stolt f-k göç işlemi integrali ile aynı olduğu gösterilmiştir. Stolt 2B göç işlemi için integrali çözmüş fakat farklı sonuçlar elde etmiştir. Stolt sadece 2B göç işlemi için bir boyutlu durağan faz yöntemini kullanmıştır. 3B göç işlemi için f-k göç işlemi olarak bırakmış ve herhangi bir yöntemle de olsa integrali çözmemiştir. Black *et al.* (1993) ise Stolt göç işlemi integralini çözmüş ve gerçek genlikli göç işlemi ifadesini bulmuştur. Black *et al.* (1993) de Stolt f-k göç işlemi integralini kullanmış ve δ fonksiyonu için geliştirilen durağan faz yöntemini kullanmıştır. Biz de çalışmamızda Stolt f-k göç işlemini başka yoldan ispat edip sonra bu integrali durağan faz yöntemi ile çözmekteyiz. Daha sonra elde edilen sonuçlar Black *et al.* (1993)'ün gerçek genlikli göç işlemi sonucu ile karşılaştırılmıştır.

Tez'de iki değişik yöntemle integral çözümü yapılmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Bunlardan birisi f-k göç işlemi diğeri ise kinematik yolla göç işlemidir. Ayrıca aynı yöntemlerle 3B göç işlemleri de yapılmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Bunların

dışında 2B f-k göç işlemi kullanılarak iki aşamada 3B göç işlemi denklemleri elde edilmiş ve sonuçların diğer 3B göç işlemi sonuçları ile karşılaştırılmış ve aynı sonuçlar olduğu görülmüştür.

Ayrıca elde edilen denklemler yapay veriye ve gerçek arazi verisine uygulanmıştır. Bunun için öncelikle 2B yapay sıfır açılımlı izler elde edilmiştir. Daha sonra bu veriler, Stolt f-k göç işlemine, Black gerçek genlikli göç işlemine ve tez çalışması olan gerçek genlikli göç işlemine tabi tutulmuş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmalar kesit üzerinde, normalize edilmiş dalgacık üzerinde ve bu dalgacıkların frekans ortamında olmak üzere üç değişik şekilde yapılmıştır. Ayrıca 2B gerçek arazi yığma verisi Stolt f-k göç işlemi ve gerçek genlikli göç işlemi ile göç işlemi yapılmıştır. Bunların dışında yapay veri üzerinde gerçek genlikli 3B göç işlemi denemesi yapılmış ve normalize edilerek karşılaştırmaları yapılmıştır.

Bu karşılaştırmalar sonucunda aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

- 1- Stolt f-k göç işlemi gerçek genlikli göç işlemi olmamasına rağmen integral çözümleri sonucu elde edilen denklemler gerçek genlikli göç işlemi vermektedir. Örneğin Black *et al.* (1993) Stolt f-k göç işlemi ile başlıyor ve δ özelliğine göre durağan faz yöntemini uyguluyor ve direkt gerçek genlikli göç işlemi buluyor. Stolt göç işleminde katsayı $\cos\theta$ iken Black *et al.* (1993) gerçek genlikli göç işleminde ise katsayı $1/\cos\theta$ kadardır.
- 2- Bu çalışmada, gerçek genlikli göç işlemi için önce Stolt f-k göç işlemi ispat edilmekte, daha sonra elde edilen integrali durağan faz yöntemi ile çözülmekte ve direkt gerçek genlikli göç işlemi elde edecek filtre katsayıları hesaplanmaktadır. Ayrıca analitik yolla göç işlemi çözümünde ise gerçek genlikli göç işlemi katsayılarının tersi bulunmaktadır. Bu yolla doğru genlikli göç işlemi yapılmak istenirse süzgeç katsayılarının tersi alınmalıdır. Süzgeç katsayılarının tersi alındığında bir önceki ile aynı sonuçların elde edildiği görülür.

- 3- Durağan faz yöntemi f-k ortamında hesaplanırsa, doğrudan doğru genlikli göç işlemi süzgeci hesaplanmakta, x-t ortamında hesaplanırsa gerçek genlikli göç işlemi süzgecin tersi hesaplanmaktadır.
- 4- 3B göç işlemi için istenirse, 2B göç işlemi iki aşamada uygulanarak da yapılabilmektedir. Sonuçların aynı olduğunu hem Stolt ispat etmiş hem de bu çalışmada ispat edilmiştir.
- 5- Yapay veri uygulamasında tabaka eğimine bağlı olarak Stolt göç işleminde dalgacık genliklerinin azaldığı görülmüştür. Genlik hem azalmış hem de dalgacığın frekans içeriği düşük frekanslara doğru kaymıştır. Genlikteki değişim ise hem başındaki katsayıdan hem de fazın etkisiyle $\cos^2 \theta$ kadar değişmektedir.
- 6- Black gerçek genlikli göç işleminde ise başındaki katsayının sayesinde fazın etkisi giderilmekte ve genlik tabaka açısına bağlı olarak korunmaktadır. Fakat dalgacığın frekans içeriği ise Stolt göç işleminde olduğu gibi azalmaktadır.
- 7- Tez çalışmasında ise, gerçek genlikli göç işleminde dalgacık genliğinin tabaka eğimine bağlı olarak Black göç işleminde olduğu gibi değişmediği görülmüştür. Dalgacığın frekans içeriği ise diğerlerinde olduğu gibi düşük frekanslara gerçek kaymaktadır. Bu sonuç Black *et al.* (1993)'ün sonuçları ile benzerlik göstermektedir.
- 8- Hem Stolt f-k göç işlemi hem de gerçek genlikli göç işlemi gerçek arazi yığma verisi üzerine uygulanmıştır. Uygulama sonucunda tabaka eğimlerinin düşük olmasına rağmen gerçek genlikli göç işlemi sonucu Stolt f-k göç işlemi sonucundan daha iyi olduğu görülmüştür. Stolt f-k göç işlemi ile elde edilen kesit gerçek genlikli göç işleminden elde edilen kesitten çıkartılmış ve fark görülmüştür.
- 9- 3B yapay veri uygulamasında da 2B gerçek genlikli göç işleminde olduğu gibi tabaka açısına göre genlik korunmuş yani değişmediği görülmüştür.
- 10- Fomel (2002) çalışmasında ise en küçük kareler yöntemi ile çözmüştür. Bu çalışma sonucunda elde ettiği sonuçlar ile bizim elde ettiğimiz sonuçlar karşılaştırıldığında f-k ortamında durağan faz yöntemi ile elde ettiğimiz çözüme benzemektedir.

KAYNAKLAR

- Baysal, E. 1984. Sismik veri işlem,TPAO yayınları, 521 sayfa, Ankara.
- Baysal, E., Kosloff, D.D. and Sherwood, J.W.C. 1983. Reverse time migration, Geophysics, 48,1514-1524.
- Baysal, E., Kosloff, D.D. and Sherwood, J.W.C. 1984. A two way non-reflecting wave equation, Geophysics,49,132-141.
- Berkhout, A.J. 1985. Seismic migration: Imaging of acoustic energy by wave field extrapolation A. Theoretical aspects, Elsevier Science publ.
- Beylkin, G. 1985. Imaging of discontinuities in the inverse scattering problem by inversion of a causal generalized Radon transform, J. Math. Physics, 26, 99-108.
- Black, J.L., Schleicher, K.L. and Zhang L. 1993. True-amplitude imaging and dip move out, Geophysics, 58, 47-66.
- Bleistein, N., Cohen, J. K. and Hagin, F.G. 1987. Two and one-half dimensional born inversion with an arbitrary reference: Geophysics, 52, 26-36.
- Brain, R. 1998. A simple seismic imaging exercise,The Leading Edge .
- Chun, J. H. and Jacewitz, C.A. 1981. Fundamentals of frequency domain migration, Geophysics,46,no-5,717-733.
- Clearbout, J.F. 1995. Basic earth imaging, Stanford Expl. Project.
- Deregowski, S.M. and Rocca, F. 1981. Geometrical optics and wave theory of constant offset sections in layered media: Geoph. Prosp., 29, 374-406.
- French, W.S. 1974. Two dimensional and tree-dimensional migration of model experiment reflection profiles (sideswipe blind-structure), Geophysics, 39, 265-277.
- Fomel, S. 2000. Three-dimensional seismic data regularization, Ph.D.diss Stanford University.
- Fomel, S. 2002. Asymptotic pseudounitary stacking operators, Geophysics, 65, 1032-1042.
- Gardner, G.F. and Lu, L.E. 1991. Slant-stack processing Soc. Expl. Geophys.
- Gazdag, J. 1978. Wave equation migration with the phase-shift method, Geophysics, 43, 1342-1351.
- Goldin, S.V. 1988. Transformation and recovery of discontinuities in problems of tomographic type, Institue of Geology and Geophysics, Novosibirsk (in Russian).
- Goldin, S.V. 1990. A geometric approach to seismic processing, the method of discontinuities, Stanford Expl. Project, 67, 171-210.
- Gürel, O. 1998. Eğimli tabakada kayma, Yüksek Lisans Tezi, AÜ Yayınları.
- Gray, S.H. 1997. True-amplitude seismic migration: A comprasion of three approaches Geophysics, 62, 929-936.
- Hale, I.D. 1984. Dip move out by Fourier transform: Geophysics ,49, 741-757.
- Hanitzsch, C., Schleicher, J. and Hubral, P. 1994. True-amplitude migration of 2-D synthetic data, Geophysics . Prosp., 42, 445-462.
- Harlan, W.S. and Sword, C.H. 1986. Least squares and pseudo unitary migration Stanford Expl. Project, 48, 127-132.
- Hubral, P. 1983. Computing true amplitude reflections in a laterally inhomogeneous earth, Geophysics, 48, 1051-1062.

- Hubral, P. and Krey, T. 1980. Interval velocities from seismic reflection time measurements, Soc. Expl. Geophys.
- Hubral, P., Tygel, M. and Zien, H. 1991. Three-dimensional true-amplitude zero-offset migration, Geophysics, 56, 18-26.
- Kayiran, T., Sincer, İ. and Güreli, O. 2001. Integral DMO revisited: Journal of the Balkan Geophysical Society, 4, 45-50.
- Krey, T. 1983. A short and straightforward derivation of two equations from Hubral's paper "Computing true amplitude reflections in a laterally inhomogeneous earth", Geophysics, 48, 1129-1131.
- Kurtuluş, C. 2004. Veri işlem, Kocaeli Üniversitesi yayınları, 134, 224 sayfa, İzmit.
- Levin, F.K. 1971. Apparent velocity from dipping interfaces: Geophysics, 36, 510-516.
- Levin, S. 1986. Test your migration IQ, Stanford Expl. Project, 48, 147-160.
- Lineer, C. 1988. General Theory and Comparative Anatomy of Dip Moveout, Colorado School of Mines, CWP-073R.
- Messiah, A. 1968. Quantum Mechanics: John Wiley & Sons, Inc., 471-472.
- Nakhamkin, S.A. 1969. Fan filtration, Izv. Phys. Earth, 11, 23-35.
- Radon, J. 1917. Ueber die Bestimmung von Funktionen durch ihre integralwerte langs gewisser Mannigfaltigkeiten, Ber. Saechs. Akademie der Wissenschaften, Leipzig, Mathematisch Physikalische Klasse, 69, 262, 277.
- Ronen, S. and Lineer, C.L. 2000. Least-squares DMO and migration, Geophysics, 65, 1364-1371.
- Sincer, İ. and Kayiran, T. 1993. Relationship between Deregowski-Rocca and Hale operators: Geophysics, 58, 1373-1374.
- Sincer, İ., Kayiran, T. ve Güreli, O. 1995. Yığma öncesi ve yığma sonrası kinematik operatörler, TPJD Yayınları, Ankara.
- Stolt, R.H. 1978a. Migration, 382 pages.
- Stolt, R.H. 1978b. Migration by Fourier transform: Geophysics, 43, 23-48.
- Tarantola, A. 1987. Inverse problem theory, Elsevier Science.
- Ursin, B. 1986. Zero-offset reflections from a curved interface, Geophysics, 51, 50-53.
- Yilmaz, O. 1987. Seismic data processing, SEG-book, 725 pages.

EKLER

Ek 1 Çok Katlı İntegralin Durağan Faz Yöntemi İle Çözümü

Ek 2 İntegral (Kirchhoff) göçünde iki boyutlu (2B) gerçek genlikli işlecin Fourier dönüşümü kullanılarak belirlenmesi (detayları)

Ek 3 İki boyutlu (2B) gerçek genlikli göç işlecinin analitik yoldan elde edilmesi (detayları)

Ek 4 İntegral (Kirchhoff) göçünde üç boyutlu (3B) gerçek genlikli işlecin Fourier dönüşümü kullanılarak belirlenmesi (detayları)

Ek 5 Üç boyutlu (3B) gerçek genlikli göç işlecinin analitik yoldan elde edilmesi (detayları)

Ek 6 İki boyutlu (2B) yöntemle üç boyutlu (3B) gerçek genlikli göç işlecinin belirlenmesi (detayları)

Ek 1 Çok Katlı İntegralin Durağan Faz Yöntemi İle Çözümü

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} dx_2 \dots \int_{-\infty}^{\infty} dx_n A(x_1, x_2, \dots, x_n) e^{if(x_1, x_2, \dots, x_n)} . \quad (A-1)$$

şeklindeki çok katlı integralin çözümü aşağıdaki gibidir. Bu denklemin durağan faz noktası yani türelerini sıfır yapan noktalar $(x_{1o}, x_{2o}, \dots, x_{no})$ olsun,

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{\partial f}{\partial x_2} = \dots = \frac{\partial f}{\partial x_n} = 0 \quad (A-2)$$

olur. Durağan faz noktasında faz değeri genişletilirse,

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_{1o}, x_{2o}, \dots, x_{no}) + \frac{1}{2!} \left[(x_1 - x_{1o}) \frac{\partial}{\partial x_1} + (x_2 - x_{2o}) \frac{\partial}{\partial x_2} + \dots + (x_n - x_{no}) \frac{\partial}{\partial x_n} \right]^n f|_{x_{1o}, x_{2o}, \dots} \quad (A-3)$$

+ daha büyük terimler

olur. Daha büyük terimler yani f 'nin ikinci türevinin yanında çok küçüktür ve ihmal edilebilir. Ayrıca, genlik $A(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 'i $x_1, x_2, \dots, x_n$ 'in fonksiyonu ama çok yavaş değiştiği varsayılmaktadır. Bu durumda, yaklaşım aşağıdaki gibi yazılabilir. $A(x_1, x_2, \dots, x_n) \cong A(x_{1o}, x_{2o}, \dots, x_{no})$. (A-4)

$x_1 - x_{1o} = x'_1$, $x_2 - x_{2o} = x'_2$, ... şeklinde yazılabilir. Bu durumda,

$$I = A(x_{1o}, x_{2o}, \dots, x_{no}) e^{if(x_{1o}, x_{2o}, \dots, x_{no})} \int_{-\infty}^{\infty} dx'_1 \int_{-\infty}^{\infty} dx'_2 \dots \int_{-\infty}^{\infty} dx'_n e^{i \frac{1}{2} [T]} . \quad (A-5)$$

burada,

$$[T] = \left(x'_1 \frac{\partial}{\partial x'_1} + x'_2 \frac{\partial}{\partial x'_2} + \dots + x'_n \frac{\partial}{\partial x'_n} \right) f . \quad (A-6)$$

dir. $[T]$ matris formunda yazılabilir.

$$[T] = \bar{x} F x . \quad (A-7)$$

burada,

$$x = \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ \vdots \\ x'_n \end{bmatrix} \text{ ve } F_x = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nn} \end{bmatrix} \text{ dir.}$$

Burada $\bar{x}$, x matrisinin devriğidir (transpose).

$$f_{ij} = \frac{\partial^2}{\partial x'_i \partial x'_j} f \Big|_{x'_1=0, x'_2=0, \dots} , \quad (A-8)$$

$$X = PY , \quad (A-9)$$

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad (\text{A-10})$$

$[T]$ 'yi köşegen forma dönüştürülebilir. Bu durumda,

$$[T] = \bar{x} F x = \bar{Y} P F P Y = \bar{Y} \alpha Y. \quad (\text{A-11})$$

olur. Burada,

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \alpha_n^2 \end{bmatrix},$$

dır. Böylece $[T]$ 'yi aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$[T] = \alpha_1^2 y_1^2 + \alpha_2^2 y_2^2 + \dots + \alpha_n^2 y_n^2. \quad (\text{A-12})$$

$x'_1, x'_2, \dots, x'_n$ 'in "Jacobian"'i ile $y_1, y_2, \dots, y_n$ arasındaki ilişkidir.

$$dx'_1, dx'_2, \dots, dx'_n = \frac{\partial(x'_1, x'_2, \dots, x'_n)}{\partial(y_1, y_2, \dots, y_n)} dy_1, dy_2, \dots, dy_n. \quad (\text{A-13})$$

burada,

$$\begin{aligned} \text{Jacobian} &= \frac{\partial(x'_1, x'_2, \dots, x'_n)}{\partial(y_1, y_2, \dots, y_n)}, \\ &= \begin{vmatrix} \frac{\partial x'_1}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial x'_n}{\partial y_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial x'_1}{\partial y_n} & \dots & \frac{\partial x'_n}{\partial y_n} \end{vmatrix} = |P| = 1. \end{aligned} \quad (\text{A-14})$$

dir. (A-5) nolu denklem aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx'_1 \int_{-\infty}^{\infty} dx'_2 \dots \int_{-\infty}^{\infty} dx'_n e^{\left[\frac{i}{2} [T] \right]} = \int_{-\infty}^{\infty} dy_1 \int_{-\infty}^{\infty} dy_2 \dots \int_{-\infty}^{\infty} dy_n e^{\left[\frac{i}{2} (\alpha_1^2 y_1^2 + \alpha_2^2 y_2^2 + \dots + \alpha_n^2 y_n^2) \right]}, \quad (\text{A-15})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx'_1 \int_{-\infty}^{\infty} dx'_2 \dots \int_{-\infty}^{\infty} dx'_n e^{\left[\frac{i}{2} [T] \right]} = \frac{(2\pi)^{n/2} e^{in\pi/4}}{\sqrt{\alpha_1^2 \alpha_2^2 \dots \alpha_n^2}}, \quad (\text{A-16})$$

$$\alpha_1^2 \alpha_2^2 \dots \alpha_n^2 = |\alpha| = |\bar{P} F P| = |\bar{P}| |F| |P| = |F|, \quad (\text{A-17})$$

$$I = A(x_{1o}, x_{2o}, \dots, x_{no}) e^{if(x_{1o}, x_{2o}, \dots, x_{no})} \frac{(2\pi)^{n/2} e^{in\pi/4}}{\sqrt{\Delta}}. \quad (\text{A-18})$$

olur. Burada Δ : "Hesse" determinantıdır.

Bir boyutlu durağan faz çözüm için $n=1$ alınır. Buna göre (A-18) nolu denklem,

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 A(x_1) e^{if(x_1)}, \quad (\text{A-19})$$

$$I \cong A(x_{1o}) e^{if(x_{1o})} \frac{(2\pi)^{1/2} e^{i\pi/4}}{\sqrt{f_{11}}}. \quad (\text{A-20})$$

olur. İki boyutlu durağan faz çözüm için $n=2$ alınır. Buna göre ise (A-18) nolu denklem,

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} dx_2 A(x_1, x_2) e^{if(x_1, x_2)}, \quad (\text{A-21})$$

$$I \cong A(x_{1o}, x_{2o}) e^{if(x_{1o}, x_{2o})} \frac{(2\pi) e^{i\pi/2}}{\sqrt{f_{11} f_{22} - f_{12}^2}}. \quad (\text{A-22})$$

olur.

Ek 2 Integral (Kirchhoff) göçünde iki boyutlu (2B) gerçek genlikli işlecin Fourier dönüşümü kullanılarak belirlenmesi (detayları)

Durağan faz noktasının elde edilmesi

$$\phi(k_x) = \omega_m t_o B(k_x) + k_x x. \quad (B.1)$$

dir. Burada fazın türevini sıfır yapan değer durağan faz noktasıdır.

$$\frac{d\phi(k_x)}{dk_x} = \phi'(k_{xs}) = 0. \quad (B.2)$$

(B.1) nolu denklemin türevi alınır,

$$\phi'(k_x) = \omega_m t_o B'(k_x) + x. \quad (B.3)$$

olur. (B.4) nolu denklemin hesaplanabilmesi için önce $B'(k_x)$ 'ın hesaplanması gerekir.

(3.15) nolu denklemin türevi alınır,

$$B(k_x) = \left[1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} \right]^{1/2},$$

$$B'(k_x) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} \right)^{-1/2} \left(\frac{2v^2 k_x}{4\omega_m^2} \right),$$

$$B'(k_x) = \frac{v^2 k_x}{4\omega_m^2 \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2}},$$

$$B'(k_x) = \frac{v^2 k_x}{4\omega_m^2 B(k_x)}. \quad (B.4)$$

olur. (B.4) nolu denklem (B.3) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$\phi'(k_x) = \omega_m t_o \left(\frac{v^2 k_x}{4\omega_m^2 B(k_x)} \right) + x. \quad (B.5)$$

olur. $\phi'(k_{xs}) = 0$ olduğundan (B.5) nolu denklem sıfıra eşitlenirse,

$$\omega_m t_o \left(\frac{v^2 k_{xs}}{4\omega_m^2 B(k_{xs})} \right) + x = 0,$$

$$\frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \cdot \frac{k_{xs}}{\left(1 + \frac{v^2 k_{xs}^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2}} + x = 0,$$

$$\frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \cdot \frac{k_{xs}}{\left(1 + \frac{v^2 k_{xs}^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2}} = -x,$$

$$v^2 t_o k_{xs} = -4\omega_m x \left(1 + \frac{v^2 k_{xs}^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2},$$

$$\begin{aligned}
v^4 t_o^2 k_{xs}^2 &= 16 \omega_m^2 x^2 \left(1 + \frac{v^2 k_{xs}^2}{4 \omega_m^2} \right), \\
v^4 t_o^2 k_{xs}^2 &= 16 \omega_m^2 x^2 + 4 v^2 k_{xs}^2 x^2, \\
k_{xs}^2 (v^4 t_o^2 - 4 v^2 x^2) &= 16 \omega_m^2 x^2, \\
k_{xs}^2 v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4 x^2}{v^2 t_o^2} \right) &= 16 \omega_m^2 x^2, \\
k_{xs}^2 &= \frac{16 \omega_m^2 x^2}{v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4 x^2}{v^2 t_o^2} \right)}, \tag{B.6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_{xs} &= \mp \frac{4 \omega_m x}{v^2 t_o \left(1 - \frac{4 x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{1/2}}, \\
k_{xs} &= \mp \frac{4 \omega_m x b(x)}{v^2 t_o}. \tag{B.7}
\end{aligned}$$

olur. (B.7) nolu denklem durağan noktanın değerini vermektedir.

“B” katsayısının hesaplanması

Denklem (B.7), (3.15) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
B(k_{xs}) &= \left[1 + \frac{v^2 k_{xs}^2}{4 \omega_m^2} \right]^{1/2}, \\
B(k_{xs}) &= \left(1 + \frac{v^2}{4 \omega_m^2} \frac{16 \omega_m^2 x^2}{v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4 x^2}{v^2 t_o^2} \right)} \right)^{1/2}, \\
B(k_{xs}) &= \left(1 + \frac{4 x^2}{v^2 t_o^2 \left(1 - \frac{4 x^2}{v^2 t_o^2} \right)} \right)^{1/2}, \\
B(k_{xs}) &= \left(1 + \frac{4 x^2}{(v^2 t_o^2 - 4 x^2)} \right)^{1/2}, \\
B(k_{xs}) &= \left(\frac{v^2 t_o^2 - 4 x^2 + 4 x^2}{(v^2 t_o^2 - 4 x^2)} \right)^{1/2},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B(k_{xs}) &= \left(\frac{v^2 t_o^2}{v^2 t_o^2 - 4x^2} \right)^{1/2}, \\
B(k_{xs}) &= \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{-1/2}, \\
B(k_{xs}) &= b(x).
\end{aligned} \tag{B.8}$$

olur.

İkinci türevin hesaplanması

Denklem (B.5)'in ikinci kez türevi alınır,

$$\begin{aligned}
\phi'(k_x) &= \frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \left[\frac{k_x}{B(k_x)} \right] + x, \\
\phi''(k_x) &= \frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \left[\frac{k_x}{B(k_x)} \right]', \\
\phi''(k_x) &= \frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \left[\frac{B(k_x) - B'(k_x)k_x}{B^2(k_x)} \right],
\end{aligned} \tag{B.9}$$

Denklem (B.9)'da (B.4) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
\phi''(k_x) &= \frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \left[\frac{B(k_x) - \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2 B(k_x)}}{B^2(k_x)} \right], \\
\phi''(k_x) &= \frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \left[\frac{B(k_x) - \frac{1}{B(k_x)}(B^2(k_x) - 1)}{B^2(k_x)} \right], \\
\phi''(k_x) &= \frac{v^2 t_o}{4\omega_m B^3(k_x)},
\end{aligned}$$

olur. $B(k_{xs}) = b(x)$ olduğundan,

$$\phi''(k_{xs}) = \frac{v^2 t_o}{4\omega_m b^3(x)}. \tag{B.10}$$

olur.

Fazın hesaplanması

Denklem (B.1)'de (B.7) ve (B.8) nolu denklemler yerine yazılırsa,

$$\phi(k_{xs}) = \omega_m t_o B(k_{xs}) + k_{xs} x ,$$

$$\phi(k_{xs}) = \omega_m t_o b(x) + x \left(\frac{-4\omega_m x}{v^2 t_o \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{1/2}} \right) ,$$

$$\phi(k_{xs}) = \omega_m t_o b(x) - \frac{4\omega_m x^2}{v^2 t_o} b(x) ,$$

$$\phi(k_{xs}) = \omega_m t_o b(x) - \omega_m t_o b(x) \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} ,$$

$$\phi(k_{xs}) = \omega_m t_o b(x) - \omega_m t_o b(x) \left[1 - \frac{1}{b^2(x)} \right] ,$$

$$\phi(k_{xs}) = \omega_m t_o / b(x) . \tag{B.11}$$

$$\phi(k_{xs}) = \omega_m t_o \left[1 - \frac{4x^2}{v_o^2 t_o^2} \right]^{1/2} . \tag{B.12}$$

olur.

Ek 3 İki boyutlu (2B) gerçek genlikli göç işlecinin analitik yoldan elde edilmesi (detayları)

Durağan faz noktasının elde edilmesi

D_2 : x_o , t_o noktasındaki birim tepki veri şeklindeki dalganın göç işlemi sonrası oluşan dairenin x_m , t_m noktasındaki teğetidir. Teğetin eğiminin bulunması için (3.88) nolu denklemin türevinin alınması gerekir.

$$D_2 = \frac{\partial \tau_{kk}}{\partial x} = \tau_o(x_o) \frac{1}{2} \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 \tau_o^2(x_o)} \right)^{-1/2} \left(-2 \frac{4x}{v^2 \tau_o^2(x_o)} \right),$$

$$D_2 = \left(\frac{4x_m}{v^2 \tau_o(x_o) \left(1 - \frac{4x_m^2}{v^2 \tau_o^2(x_o)} \right)^{1/2}} \right),$$

$$D_2 = \frac{4x_m b(x_m)}{v^2 \tau_o(x_o)}. \quad (C.1)$$

(C.1) nolu denklemde x_m yalnız bırakılırsa,

$$4x_m = D_2 v^2 \tau_o(x_o) \left(1 - \frac{4x_m^2}{v^2 \tau_o^2(x_o)} \right)^{1/2},$$

her iki tarafın karesi alınırsa,

$$16x_m^2 = D_2^2 v^4 \tau_o^2(x_o) \left(1 - \frac{4x_m^2}{v^2 \tau_o^2(x_o)} \right),$$

$$16x_m^2 = D_2^2 v^4 \tau_o^2(x_o) - 4D_2^2 v^2 x_m^2,$$

$$16x_m^2 + 4D_2^2 v^2 x_m^2 = D_2^2 v^4 \tau_o^2(x_o),$$

$$x_m^2 (16 + 4D_2^2 v^2) = D_2^2 v^4 \tau_o^2(x_o),$$

$$x_m^2 = \frac{D_2^2 v^4 \tau_o^2(x_o)}{16 \left(1 + \frac{D_2^2 v^2}{4} \right)}, \quad (C.2)$$

$$x_m = \mp \frac{D_2 v^2 \tau_o(x_o)}{4 \left(1 + \frac{D_2^2 v^2}{4} \right)^{1/2}}. \quad (C.3)$$

olur. (C.3) nolu denklem durağan noktanın değerini vermektedir.

“B” katsayısının hesaplanması

Denklem (3.81)’de (C.2) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$b(x_m) = \left(1 - \frac{4x_m^2}{v^2 \tau_o^2(x_o)} \right)^{-1/2}, \quad (C.4)$$

$$b(x_m) = \left(1 - \frac{4}{v^2 \tau_o^2(x_o)} \frac{D_2^2 v^4 \tau_o^2(x_o)}{16 \left(1 + \frac{D_2^2 v^2}{4} \right)} \right)^{-1/2},$$

$$b(x_m) = \left(1 - \frac{D_2^2 v^2}{(4 + D_2^2 v^2)} \right)^{-1/2},$$

$$b(x_m) = \left(\frac{4}{4 + D_2^2 v^2} \right)^{-1/2},$$

$$b_o = b(x_m) = \left(1 + \frac{D_2^2 v^2}{4} \right)^{1/2}. \quad (C.5)$$

İkinci türevin hesaplanması

Denklem (3.81)’in türevi alınır,

$$b'(x) = -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 \tau_o^2(x_o)} \right)^{-3/2} \left(-2 \frac{4x}{v^2 \tau_o^2(x_o)} \right),$$

$$b'(x) = \frac{4xb^3(x)}{v^2 \tau_o^2(x_o)}. \quad (C.6)$$

olur. (3.106) nolu denklemin türevi alınır,

$$\phi'(x) = \omega_m \left(-\frac{b'(x) \tau_o(x_o)}{b^2(x)} + D_2 \right), \quad (C.7)$$

olur. (C.7) nolu denklemde (C.6) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\phi'(x) = \omega_m \left(-\frac{\tau_o(x_o)}{b^2(x)} \frac{4xb^3(x)}{v^2 \tau_o^2(x_o)} + D_2 \right),$$

$$\phi'(x) = \omega_m \left(-\frac{4xb(x)}{v^2 \tau_o(x_o)} + D_2 \right), \quad (C.8)$$

$$\phi'(x_m) = \omega_m \left(-\frac{4x_m b(x_m)}{v^2 \tau_o(x_o)} + D_2 \right). \quad (C.9)$$

olur. (C.9) nolu denklemde D_2 ’nin değeri olan (C.1) nolu denklem yerine konulursa,

$$\phi'(x_m) = 0. \quad (C.10)$$

olur.(C.8) nolu denklemin ikinci türev alınırsa,

$$\begin{aligned}\phi''(x) &= -\frac{4\omega_m}{v^2\tau_o(x_o)}(xb(x))', \\ \phi''(x) &= -\frac{4\omega_m}{v^2\tau_o(x_o)}(b(x) + xb'(x)),\end{aligned}\tag{C.11}$$

olur. (C.11) nolu denklemde (C.6) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}\phi''(x) &= -\frac{4\omega_m}{v^2\tau_o(x_o)}\left(b(x) + \frac{4x^2b^3(x)}{v^2\tau_o^2(x_o)}\right), \\ \phi''(x) &= -\frac{4\omega_m}{v^2\tau_o(x_o)}\left(b(x) + b^3(x)\frac{4x^2}{v^2\tau_o^2(x_o)}\right), \\ \phi''(x) &= -\frac{4\omega_m}{v^2\tau_o(x_o)}\left(b(x) + b^3(x)\left(1 - \frac{1}{b^2(x)}\right)\right), \\ \phi''(x) &= -\frac{4\omega_m}{v^2\tau_o(x_o)}(b(x) + b^3(x) - b(x)), \\ \phi''(x_m) &= -\frac{4\omega_m b^3(x_m)}{v^2\tau_o(x_o)}.\end{aligned}\tag{C.12}$$

olur.

Ek 4 Integral (Kirchhoff) göçünde üç boyutlu (3B) gerçek genlikli işlecin Fourier dönüşümü kullanılarak belirlenmesi (detayları)

Durağan faz noktasının elde edilmesi

Denklem (3.168)'in x ve y yönlerine göre birinci türevlerini sıfır yapan değerlerdir.

$$\frac{d\phi(k_x)}{dk_x} = \phi'_x(k_{xs}) = 0. \quad (D.1)$$

$$\frac{d\phi(k_y)}{dk_y} = \phi'_y(k_{ys}) = 0. \quad (D.2)$$

Denklem (3.168)'in x 'e göre türevi alınırsa,

$$\phi(k_x, k_y) = \omega_m t_o B(k_x, k_y) + k_x x + k_y y, \quad (D.3)$$

$$\phi'_x(k_x) = \omega_m t_o B'(k_x, k_y) + x. \quad (D.4)$$

olur. (D.4) nolu denklem için (3.144) nolu denklemin x 'e göre türevi alınmalıdır. Bu durumda türev alınırsa,

$$\frac{dB(k_x, k_y)}{dk_x} = B'_x(k_x) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{-1/2} \left(\frac{2v^2 k_x}{4\omega_m^2} \right),$$

$$B'_x(k_x) = \frac{v^2 k_x}{4\omega_m^2 \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2}},$$

$$B'_x(k_x) = \frac{v^2 k_x}{4\omega_m^2 B(k_x, k_y)}. \quad (D.5)$$

olur. (D.5) nolu denklem (D.4) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$\phi'_x(k_x) = \omega_m t_o \left(\frac{v^2 k_x}{4\omega_m^2 B(k_x, k_y)} \right) + x, \quad (D.6)$$

$\phi'_x(k_{xs}) = 0$ olduğundan,

$$\omega_m t_o \left(\frac{v^2 k_{xs}}{4\omega_m^2 B(k_x, k_y)} \right) + x = 0,$$

$$\frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \cdot \frac{k_{xs}}{\left(1 + \frac{v^2 k_{xs}^2}{4\omega_m^2} + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2}} + x = 0,$$

$$\frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \cdot \frac{k_{xs}}{\left(1 + \frac{v^2 k_{xs}^2}{4\omega_m^2} + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2}} = -x,$$

$$v^2 t_o k_{xs} = -4\omega_m x \left(1 + \frac{v^2 k_{xs}^2}{4\omega_m^2} + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2},$$

her iki tarafın karesi alınırsa,

$$v^4 t_o^2 k_{xs}^2 = 16\omega_m^2 x^2 \left(1 + \frac{v^2 k_{xs}^2}{4\omega_m^2} + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right),$$

$$v^4 t_o^2 k_{xs}^2 = 16\omega_m^2 x^2 \left(1 + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right) + 4v^2 k_{xs}^2 x^2,$$

$$k_{xs}^2 (v^4 t_o^2 - 4v^2 x^2) = 16\omega_m^2 x^2 \left(1 + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right),$$

$$k_{xs}^2 v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right) = 16\omega_m^2 x^2 \left(1 + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right),$$

$$k_{xs}^2 = \frac{16\omega_m^2 x^2 \left(1 + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)}{v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)}, \quad (D.7)$$

$$k_{xs} = \mp \frac{4\omega_m x \left(1 + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2}}{v^2 t_o \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{1/2}}. \quad (D.8)$$

olur. (D.8) nolu denklem durağan noktanın değerini vermektedir. Aynı şekilde (3.168) nolu denklemin y 'e göre türevi alınırsa,

$$\phi'_y(k_y) = \omega_m t_o B'(k_x, k_y) + y \quad (D.9)$$

olur. (D.9) nolu denklem için (3.144) nolu denklemin y 'e göre türevi alınmalıdır. Bu durumda türev alınırsa,

$$\frac{dB(k_x, k_y)}{dk_y} = B'_y(k_y) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{-1/2} \left(\frac{2v^2 k_y}{4\omega_m^2} \right), \quad (D.10)$$

$$B'_y(k_y) = \frac{v^2 k_y}{4\omega_m^2 \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2}},$$

$$B'_y(k_y) = \frac{v^2 k_y}{4\omega_m^2 B(k_x, k_y)}. \quad (D.11)$$

olur. (D.11) nolu denklem (D.9) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$\phi'_y(k_y) = \omega_m t_o \left(\frac{v^2 k_y}{4\omega_m^2 B(k_x, k_y)} \right) + y, \quad (D.12)$$

$$\phi'_y(k_{ys}) = 0 \text{ olduğundan,}$$

$$\omega_m t_o \left(\frac{v^2 k_{ys}}{4\omega_m^2 B(k_x, k_y)} \right) + y = 0,$$

$$\frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \frac{k_{ys}}{\left(1 + \frac{v^2 k_{xs}^2}{4\omega_m^2} + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2}} + y = 0,$$

$$\frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \frac{k_{ys}}{\left(1 + \frac{v^2 k_{xs}^2}{4\omega_m^2} + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2}} = -y,$$

$$v^2 t_o k_{ys} = -4\omega_m y \left(1 + \frac{v^2 k_{xs}^2}{4\omega_m^2} + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2},$$

her iki tarafın karesi alınırsa,

$$v^4 t_o^2 k_{ys}^2 = 16\omega_m^2 y^2 \left(1 + \frac{v^2 k_{xs}^2}{4\omega_m^2} + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right),$$

$$v^4 t_o^2 k_{ys}^2 = 16\omega_m^2 y^2 \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} \right) + 4v^2 k_{ys}^2 x^2,$$

$$k_{ys}^2 (v^4 t_o^2 - 4v^2 y^2) = 16\omega_m^2 y^2 \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} \right),$$

$$k_{ys}^2 v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right) = 16\omega_m^2 y^2 \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} \right),$$

$$k_{ys}^2 = \frac{16\omega_m^2 y^2 \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} \right)}{v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right)}, \quad (D.13)$$

$$k_{ys} = \mp \frac{4\omega_m y \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2}}{v^2 t_o \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right)^{1/2}}. \quad (D.14)$$

Denklem (D.14) durağan noktanın değerini vermektedir. (D.7) nolu denklemde, (D.13) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$k_{xs}^2 = \frac{16\omega_m^2 x^2}{v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)} \left(1 + \frac{v^2}{4\omega_m^2} k_y^2 \right), \quad (D.15)$$

Denklem (D.15)'de $K^2 = \frac{16\omega_m^2 x^2}{v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)}$ alınırsa,

$$\begin{aligned}
k_{xs}^2 &= K^2 \left(1 + \frac{v^2}{4\omega_m^2} k_y^2 \right), \\
k_{xs}^2 &= K^2 \left(1 + \frac{v^2}{4\omega_m^2} \frac{16\omega_m^2 y^2 \left(1 + \frac{v^2 k_{xs}^2}{4\omega_m^2} \right)}{v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right)} \right), \\
k_{xs}^2 &= K^2 \left(\frac{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right) + 16\omega_m^2 v^2 y^2 \left(1 + \frac{v^2 k_{xs}^2}{4\omega_m^2} \right)}{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right)} \right), \\
k_{xs}^2 &= K^2 \left(\frac{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 - 16y^2 \omega_m^2 v^2 + 16y^2 \omega_m^2 v^2 + 4v^4 y^2 k_{xs}^2}{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 - 16y^2 \omega_m^2 v^2} \right), \\
k_{xs}^2 &= K^2 \left(\frac{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 + 4v^4 y^2 k_{xs}^2}{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 - 16y^2 \omega_m^2 v^2} \right), \\
k_{xs}^2 &= K^2 \left(\frac{4\omega_m^2 v^4 t_o^2}{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 - 16y^2 \omega_m^2 v^2} + \frac{4v^4 y^2 k_{xs}^2}{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 - 16y^2 \omega_m^2 v^2} \right), \\
k_{xs}^2 &= \left(\frac{\frac{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 K^2}{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 - 16y^2 \omega_m^2 v^2}}{1 - \frac{4v^4 y^2 K^2}{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 - 16y^2 \omega_m^2 v^2}} \right), \\
k_{xs}^2 &= \left(\frac{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 K^2}{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 - 16y^2 \omega_m^2 v^2 - 4v^4 y^2 K^2} \right), \tag{D.16}
\end{aligned}$$

Denklem (D.16)'da $K^2 = \frac{16\omega_m^2 x^2}{v^4 t_o^2 - 4x^2 v^2}$ yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
k_{xs}^2 &= \left(\frac{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 \frac{16\omega_m^2 x^2}{(v^4 t_o^2 - 4x^2 v^2)}}{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 - 16y^2 \omega_m^2 v^2 - 4v^4 y^2 \frac{16\omega_m^2 x^2}{(v^4 t_o^2 - 4x^2 v^2)}} \right), \\
k_{xs}^2 &= \left(\frac{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 16\omega_m^2 x^2}{(v^4 t_o^2 - 4x^2 v^2)(4\omega_m^2 v^4 t_o^2 - 16y^2 \omega_m^2 v^2) - 4v^4 y^2 16\omega_m^2 x^2} \right), \\
k_{xs}^2 &= \left(\frac{(4\omega_m^2 v^4 t_o^2)(16\omega_m^2 x^2)}{(v^4 t_o^2 - 4x^2 v^2)(4\omega_m^2 v^4 t_o^2) \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right) - (4\omega_m^2 v^4 t_o^2) \frac{16y^2 x^2}{t_o^2}} \right),
\end{aligned}$$

$$k_{xs}^2 = \frac{(16\omega_m^2 x^2)}{v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2}\right) \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2}\right) - \frac{16y^2 x^2}{t_o^2}},$$

$$k_{xs}^2 = \frac{(16\omega_m^2 x^2)}{v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} + \frac{16x^2 y^2}{v^2 t_o^4}\right) - \frac{16y^2 x^2}{t_o^2}},$$

$$k_{xs}^2 = \frac{(16\omega_m^2 x^2)}{v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2}\right)},$$

$$k_{xs}^2 = \frac{16\omega_m^2 x^2 b^2(x, y)}{v^4 t_o^2}, \quad (D.17)$$

$$k_{xs} = \mp \frac{4\omega_m x b(x, y)}{v^2 t_o}. \quad (D.18)$$

olur. (D.18) nolu denklem x yönünde durağan noktanın değeridir. (D.13) nolu denklemde (D.7) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$k_{ys}^2 = \frac{16\omega_m^2 y^2}{v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2}\right)} \left(1 + \frac{v^2}{4\omega_m^2} k_x^2\right), \quad (D.19)$$

Denklem (D.19)'da $K^2 = \frac{16\omega_m^2 y^2}{v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2}\right)}$ alınırsa,

$$k_{ys}^2 = K^2 \left(1 + \frac{v^2}{4\omega_m^2} k_x^2\right),$$

$$k_{ys}^2 = K^2 \left(1 + \frac{v^2}{4\omega_m^2} \frac{16\omega_m^2 x^2 \left(1 + \frac{v^2 k_{ys}^2}{4\omega_m^2}\right)}{v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2}\right)}\right),$$

$$k_{ys}^2 = K^2 \left(\frac{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2}\right) + 16\omega_m^2 v^2 x^2 \left(1 + \frac{v^2 k_{ys}^2}{4\omega_m^2}\right)}{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2}\right)} \right),$$

$$\begin{aligned}
k_{ys}^2 &= K^2 \left(\frac{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 - 16x^2 \omega_m^2 v^2 + 16x^2 \omega_m^2 v^2 + 4v^4 x^2 k_{ys}^2}{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 - 16x^2 \omega_m^2 v^2} \right), \\
k_{ys}^2 &= K^2 \left(\frac{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 + 4v^4 x^2 k_{ys}^2}{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 - 16x^2 \omega_m^2 v^2} \right), \\
k_{ys}^2 &= K^2 \left(\frac{4\omega_m^2 v^4 t_o^2}{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 - 16x^2 \omega_m^2 v^2} + \frac{4v^4 x^2 k_{ys}^2}{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 - 16x^2 \omega_m^2 v^2} \right), \\
k_{ys}^2 &= \left(\frac{\frac{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 K^2}{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 - 16x^2 \omega_m^2 v^2}}{1 - \frac{4v^4 x^2 K^2}{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 - 16x^2 \omega_m^2 v^2}} \right), \\
k_{ys}^2 &= \left(\frac{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 K^2}{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 - 16x^2 \omega_m^2 v^2 - 4v^4 x^2 K^2} \right), \tag{D.20}
\end{aligned}$$

Denklem (D.20)'de $K^2 = \frac{16\omega_m^2 y^2}{v^4 t_o^2 - 4x^2 v^2}$ yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
k_{ys}^2 &= \left(\frac{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 \frac{16\omega_m^2 y^2}{(v^4 t_o^2 - 4x^2 v^2)}}{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 - 16x^2 \omega_m^2 v^2 - 4v^4 x^2 \frac{16\omega_m^2 y^2}{(v^4 t_o^2 - 4y^2 v^2)}} \right), \\
k_{ys}^2 &= \left(\frac{4\omega_m^2 v^4 t_o^2 16\omega_m^2 y^2}{(v^4 t_o^2 - 4y^2 v^2)(4\omega_m^2 v^4 t_o^2 - 16x^2 \omega_m^2 v^2) - 4v^4 x^2 16\omega_m^2 y^2} \right), \\
k_{ys}^2 &= \left(\frac{(4\omega_m^2 v^4 t_o^2)(16\omega_m^2 y^2)}{(v^4 t_o^2 - 4y^2 v^2)(4\omega_m^2 v^4 t_o^2) \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2}\right) - (4\omega_m^2 v^4 t_o^2) \frac{16y^2 x^2}{t_o^2}} \right), \\
k_{ys}^2 &= \left(\frac{(16\omega_m^2 y^2)}{v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2}\right) \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2}\right) - \frac{16y^2 x^2}{t_o^2}} \right), \\
k_{ys}^2 &= \left(\frac{(16\omega_m^2 y^2)}{v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} + \frac{16x^2 y^2}{v^2 t_o^4}\right) - \frac{16y^2 x^2}{t_o^2}} \right),
\end{aligned}$$

$$k_{ys}^2 = \left(\frac{(16\omega_m^2 y^2)}{v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right)} \right),$$

$$k_{ys}^2 = \frac{16\omega_m^2 y^2 b^2(x, y)}{v^4 t_o^2}, \quad (D.21)$$

$$k_{ys} = \mp \frac{4\omega_m y b(x, y)}{v^2 t_o}. \quad (D.22)$$

Denklem (D.22) y yönünde durağan noktanın değeridir.

“B” katsayısının hesaplanması

Denklem (D.17) ve (D.22), (3.144) nolu denklemde yerlerine yazılırsa,

$$B(k_{xs}, k_{ys}) = \left[1 + \frac{v^2 k_{xs}^2}{4\omega_m^2} + \frac{v^2 k_{ys}^2}{4\omega_m^2} \right]^{1/2},$$

$$B(k_{xs}, k_{ys}) = \left[1 + \frac{v^2}{4\omega_m^2} \frac{16\omega_m^2 x^2 b^2(x, y)}{v^4 t_o^2} + \frac{v^2}{4\omega_m^2} \frac{16\omega_m^2 y^2 b^2(x, y)}{v^4 t_o^2} \right]^{1/2},$$

$$B(k_{xs}, k_{ys}) = \left[1 + \frac{4x^2 b^2(x, y)}{v^2 t_o^2} + \frac{4y^2 b^2(x, y)}{v^2 t_o^2} \right]^{1/2},$$

$$B(k_{xs}, k_{ys}) = \left[1 + b^2(x, y) \left(\frac{4x^2}{v^2 t_o^2} + \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right) \right]^{1/2},$$

$$B(k_{xs}, k_{ys}) = \left[1 + b^2(x, y) \left(1 - \frac{1}{b^2(x, y)} \right) \right]^{1/2},$$

$$B(k_{xs}, k_{ys}) = b(x, y). \quad (D.23)$$

olur.

Fazın hesaplanması

Denklem (D.18) ve (D.22), (D.3) nolu denklemde yerlerine yazılırsa,

$$\phi(k_{xs}, k_{ys}) = \omega_m t_o B(k_{xs}, k_{ys}) + k_{xs} x + k_{ys} y, \quad (D.24)$$

$$\phi(k_{xs}, k_{ys}) = \omega_m t_o b(x, y) + x \left(-\frac{4\omega_m x b(x, y)}{v^2 t_o} \right) + y \left(-\frac{4\omega_m y b(x, y)}{v^2 t_o} \right),$$

$$\phi(k_{xs}, k_{ys}) = \omega_m t_o b(x, y) - \frac{4\omega_m b(x, y)}{v^2 t_o} (x^2 + y^2),$$

$$\begin{aligned}
\phi(k_{xs}, k_{ys}) &= \omega_m t_o b(x, y) - \omega_m t_o b(x, y) \left(\frac{4x^2}{v^2 t_o^2} + \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right), \\
\phi(k_{xs}, k_{ys}) &= \omega_m t_o b(x, y) - \omega_m t_o b(x, y) \left(1 - \frac{1}{b^2(x, y)} \right), \\
\phi(k_{xs}, k_{ys}) &= \omega_m t_o b(x, y) - \omega_m t_o b(x, y) + \omega_m t_o / b(x, y), \\
\phi(k_{xs}, k_{ys}) &= \omega_m t_o / b(x, y), \tag{D.25}
\end{aligned}$$

$$\phi(k_{xs}, k_{ys}) = \omega_m t_o \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right)^{1/2}. \tag{D.26}$$

(D.26) nolu denklem faz değeridir.

İkinci türevin hesaplanması

Denklem (D.6)'nın ikinci kez türevi alınır,

$$\begin{aligned}
\phi'_x(k_x) &= \frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \left[\frac{k_x}{B(k_x, k_y)} \right] + x, \\
\phi''_{xx}(k_x) &= \frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \left[\frac{k_x}{B(k_x, k_y)} \right]', \\
\phi''_{xx}(k_x) &= \frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \left[\frac{B(k_x, k_y) - B'_x k_x}{B^2(k_x, k_y)} \right], \\
B'_x(k_x) &= \frac{v^2 k_x}{4\omega_m^2 B(k_x, k_y)} \text{ olduğundan,} \\
\phi''_{xx}(k_x) &= \frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \left[\frac{1}{B(k_x, k_y)} - \frac{v^2 k_x^2}{4\omega_m^2 B^3(k_x, k_y)} \right], \tag{D.27}
\end{aligned}$$

Denklem (D.27)'de, (D.18) ve (D.23) nolu denklemler yerlerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
\phi''_{xx}(k_{xs}) &= \frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \left[\frac{1}{b(x, y)} - \frac{v^2}{4\omega_m^2 b^3(x, y)} \frac{16\omega_m^2 x^2 b^2(x, y)}{v^4 t_o^2} \right], \\
\phi''_{xx}(k_{xs}) &= \frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \left[\frac{1}{b(x, y)} - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2 b(x, y)} \right], \\
\phi''_{xx}(k_{xs}) &= \frac{v^2 t_o}{4\omega_m b(x, y)} \left[1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right]. \tag{D.28}
\end{aligned}$$

olur. (D.28) nolu denklem, fazın x yönünde ikinci türev değeridir. (D.12) nolu denklemin ikinci kez türevi alınır,

$$\phi'_y(k_y) = \frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \left[\frac{k_y}{B(k_x, k_y)} \right] + y,$$

$$\begin{aligned}
\phi''_{yy}(k_y) &= \frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \left[\frac{k_y}{B(k_x, k_y)} \right]', \\
\phi''_{yy}(k_y) &= \frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \left[\frac{B(k_x, k_y) - B'_y k_y}{B^2(k_x, k_y)} \right], \\
B'_y(k_y) &= \frac{v^2 k_y}{4\omega_m^2 B(k_x, k_y)} \text{ olduğundan,} \\
\phi''_{yy}(k_y) &= \frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \left[\frac{1}{B(k_x, k_y)} - \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2 B^3(k_x, k_y)} \right], \tag{D.29}
\end{aligned}$$

Denklem (D.29)'da, (D.22) ve (D.23) nolu denklemler yerlerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
\phi''_{yy}(k_{ys}) &= \frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \left[\frac{1}{b(x, y)} - \frac{v^2}{4\omega_m^2 b^3(x, y)} \frac{16\omega_m^2 y^2 b^2(x, y)}{v^4 t_o^2} \right], \\
\phi''_{yy}(k_{ys}) &= \frac{v^2 t_o}{4\omega_m} \left[\frac{1}{b(x, y)} - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2 b(x, y)} \right], \\
\phi''_{yy}(k_{ys}) &= \frac{v^2 t_o}{4\omega_m b(x, y)} \left[1 - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right]. \tag{D.30}
\end{aligned}$$

olur. (D.30) nolu denklem fazın y yönünde ikinci türev değeridir. (D.6) nolu denklemi y yönünde bir kez daha türevi alınırsa,

$$\phi''_{xy}(k_x, k_y) = \frac{v^2 t_o k_x}{4\omega_m} \left[\frac{-B'(k_y)}{B^2(k_x, k_y)} \right], \tag{D.31}$$

olur. (D.31) nolu denklemde (D.11) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
\phi''_{xy}(k_x, k_y) &= \frac{v^2 t_o k_x}{4\omega_m} \left[\frac{-1}{B^2(k_x, k_y)} \frac{v^2 k_y}{4\omega_m^2 B(k_x, k_y)} \right], \\
\phi''_{xy}(k_x, k_y) &= \frac{v^2 t_o k_x}{4\omega_m} \left[\frac{-v^2 k_y}{4\omega_m^2 B^3(k_x, k_y)} \right], \\
\phi''_{xy}(k_x, k_y) &= \frac{-v^4 t_o}{16\omega_m^3 B^3(k_x, k_y)} k_x k_y, \\
\phi''_{xy}(k_{xs}, k_{ys}) &= \frac{-v^4 t_o}{16\omega_m^3 B^3(k_x, k_y)} k_{xs} k_{ys}, \tag{D.32}
\end{aligned}$$

Denklem (D.32)'de, (D.18) ve (D.22) nolu denklemler yerlerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
\phi''_{xy}(k_{xs}, k_{ys}) &= \frac{-v^4 t_o}{16\omega_m^3 B^3(x, y)} \left(-\frac{4\omega_m x b(x, y)}{v^2 t_o} \right) \left(-\frac{4\omega_m y b(x, y)}{v^2 t_o} \right), \\
\phi''_{xy}(k_{xs}, k_{ys}) &= -\frac{xy}{\omega_m t_o b(x, y)}. \tag{D.33}
\end{aligned}$$

olur. (3.170) nolu denklemde (D.28), (D.30) ve (D.33) nolu denklemler yerlerine yazılırsa,

$$\Delta = \phi''_{xx}(k_{xs}) \phi''_{yy}(k_{ys}) - (\phi''_{xy}(k_{xs}, k_{ys}))^2,$$

$$\begin{aligned}
\Delta &= \left(\frac{v^2 t_o}{4\omega_m b(x, y)} \right) \left[1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right] \left(\frac{v^2 t_o}{4\omega_m b(x, y)} \right) \left[1 - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right] - \left(-\frac{xy}{\omega_m t_o b(x, y)} \right)^2, \\
\Delta &= \left(\frac{v^2 t_o}{4\omega_m b(x, y)} \right)^2 \left[1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right] \left[1 - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right] - \left(-\frac{xy}{\omega_m t_o b(x, y)} \right)^2, \\
\Delta &= \left(\frac{v^2 t_o}{4\omega_m b(x, y)} \right)^2 \left[1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} + \frac{16x^2 y^2}{v^4 t_o^4} \right] - \frac{x^2 y^2}{\omega_m^2 t_o^2 b^2(x, y)}, \\
\Delta &= \left(\frac{v^2 t_o}{4\omega_m b(x, y)} \right)^2 \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right) + \frac{x^2 y^2}{\omega_m^2 t_o^2 b^2(x, y)} - \frac{x^2 y^2}{\omega_m^2 t_o^2 b^2(x, y)}, \\
\Delta &= \left(\frac{v^2 t_o}{4\omega_m b(x, y)} \right)^2 \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right), \\
\Delta &= \frac{v^4 t_o^2}{16\omega_m^2 b^4(x, y)}.
\end{aligned} \tag{D.34}$$

olur.

**Ek 5 Üç boyutlu (3B) gerçek genlikli göç işlecinin analitik yoldan elde edilmesi
(detayları)**

Durağan faz noktasının elde edilmesi

D_{2x}, D_{2y} : x_o, y_o, t_o noktasındaki birim tepki veri şeklindeki dalgaının göç işlemi sonrası oluşan dairenin x_m, y_m, t_m noktasındaki yönler göre teğetleridir. Teğetin eğiminin bulunması için (3.239) nolu denklemin yönler göre türevlerinin alınması gerekir.

$$D_{2x} = \frac{\partial \tau_{kk}}{\partial x} = \tau_o(x_o, y_o) \frac{1}{2} \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} - \frac{4y^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right)^{-1/2} \left(-2 \frac{4x}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right), \quad (E.1)$$

$$D_{2x} = \left(\frac{4x_m}{v^2 \tau_o(x_o, y_o) \left(1 - \frac{4x_m^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} - \frac{4y^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right)^{1/2}} \right),$$

$$4x_m = D_{2x} v^2 \tau_o(x_o, y_o) \left(1 - \frac{4x_m^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} - \frac{4y^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right)^{1/2},$$

her iki tarafının karesi alınırsa,

$$16x_m^2 = D_{2x}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o) \left(1 - \frac{4x_m^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} - \frac{4y^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right),$$

$$16x_m^2 = D_{2x}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o) \left(-\frac{4x_m^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right) + D_{2x}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o) \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right),$$

$$x_m^2 (16 + 4D_{2x}^2 v^2) = D_{2x}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o) \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right),$$

$$x_m^2 = \frac{D_{2x}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2x}^2 v^2)} \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right), \quad (E.2)$$

$$x_m = \mp \frac{D_{2x} v^2 \tau_o(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2x}^2 v^2)^{1/2}} \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right)^{1/2}. \quad (E.3)$$

olur. Aynı şekilde y_m hesaplanırsa,

$$D_{2y} = \frac{\partial \tau_{kk}}{\partial y} = \tau_o(x_o, y_o) \frac{1}{2} \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} - \frac{4y^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right)^{-1/2} \left(-2 \frac{4y}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right),$$

$$D_{2y} = \left(\frac{4y_m}{v^2 \tau_o(x_o, y_o) \left(1 - \frac{4x_m^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} - \frac{4y^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right)^{1/2}} \right),$$

$$4y_m = D_{2y}v^2\tau_o(x_o, y_o) \left(1 - \frac{4x_m^2}{v^2\tau_o^2(x_o, y_o)} - \frac{4y^2}{v^2\tau_o^2(x_o, y_o)} \right)^{1/2},$$

denklemin her iki tarafının karesi alınırsa,

$$16y_m^2 = D_{2y}^2v^4\tau_o^2(x_o, y_o) \left(1 - \frac{4x_m^2}{v^2\tau_o^2(x_o, y_o)} - \frac{4y^2}{v^2\tau_o^2(x_o, y_o)} \right),$$

$$16y_m^2 = D_{2y}^2v^4\tau_o^2(x_o, y_o) \left(-\frac{4y_m^2}{v^2\tau_o^2(x_o, y_o)} \right) + D_{2y}^2v^4\tau_o^2(x_o, y_o) \left(1 - \frac{4x^2}{v^2\tau_o^2(x_o, y_o)} \right),$$

$$y_m^2(16 + 4D_{2y}^2v^2) = D_{2y}^2v^4\tau_o^2(x_o, y_o) \left(1 - \frac{4x^2}{v^2\tau_o^2(x_o, y_o)} \right),$$

$$y_m^2 = \frac{D_{2y}^2v^4\tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2y}^2v^2)} \left(1 - \frac{4x^2}{v^2\tau_o^2(x_o, y_o)} \right), \quad (E.4)$$

$$y_m = \mp \frac{D_{2y}v^2\tau_o(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2y}^2v^2)^{1/2}} \left(1 - \frac{4x^2}{v^2\tau_o^2(x_o, y_o)} \right)^{1/2}. \quad (E.5)$$

olur. (E.4) nolu denkem (E.2) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$x_m^2 = \frac{D_{2x}^2v^4\tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2x}^2v^2)} \left(1 - \frac{4y_m^2}{v^2\tau_o^2(x_o, y_o)} \right),$$

$$x_m^2 = \frac{D_{2x}^2v^4\tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2x}^2v^2)} \left(1 - \frac{4}{v^2\tau_o^2(x_o, y_o)} \frac{D_{2y}^2v^4\tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2y}^2v^2)} \left(1 - \frac{4x_m^2}{v^2\tau_o^2(x_o, y_o)} \right) \right),$$

$$x_m^2 = \frac{D_{2x}^2v^4\tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2x}^2v^2)} \left(1 - \frac{D_{2y}^2v^2}{(4 + D_{2y}^2v^2)} \left(1 - \frac{4x_m^2}{v^2\tau_o^2(x_o, y_o)} \right) \right),$$

$$x_m^2 = \frac{D_{2x}^2v^4\tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2x}^2v^2)} \left(1 - \frac{D_{2y}^2v^2}{(4 + D_{2y}^2v^2)} + \frac{4x_m^2D_{2y}^2}{\tau_o^2(x_o, y_o)(4 + D_{2y}^2v^2)} \right),$$

$$x_m^2 = \frac{D_{2x}^2v^4\tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2x}^2v^2)} \left(1 - \frac{D_{2y}^2v^2}{(4 + D_{2y}^2v^2)} \right) + \frac{D_{2x}^2v^4\tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2x}^2v^2)} \frac{4x_m^2D_{2y}^2}{\tau_o^2(x_o, y_o)(4 + D_{2y}^2v^2)},$$

$$x_m^2 = \frac{D_{2x}^2v^4\tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2x}^2v^2)} \left(\frac{4}{(4 + D_{2y}^2v^2)} \right) + \frac{D_{2x}^2v^4}{(4 + D_{2x}^2v^2)} \frac{x_m^2D_{2y}^2}{(4 + D_{2y}^2v^2)},$$

$$x_m^2 \left(1 - \frac{v^4D_{2x}^2D_{2y}^2}{(4 + D_{2x}^2v^2)(4 + D_{2y}^2v^2)} \right) = \frac{D_{2x}^2v^4\tau_o^2(x_o, y_o)}{(4 + D_{2x}^2v^2)} \left(\frac{1}{(4 + D_{2y}^2v^2)} \right),$$

$$x_m^2 \left(\frac{(4 + D_{2x}^2v^2)(4 + D_{2y}^2v^2) - v^4D_{2x}^2D_{2y}^2}{(4 + D_{2x}^2v^2)(4 + D_{2y}^2v^2)} \right) = \frac{D_{2x}^2v^4\tau_o^2(x_o, y_o)}{(4 + D_{2x}^2v^2)(4 + D_{2y}^2v^2)},$$

$$x_m^2((4 + D_{2x}^2v^2)(4 + D_{2y}^2v^2) - v^4D_{2x}^2D_{2y}^2) = D_{2x}^2v^4\tau_o^2(x_o, y_o),$$

$$x_m^2(16 + 4D_{2x}^2v^2 + 4D_{2y}^2v^2 + v^4D_{2x}^2D_{2y}^2 - v^4D_{2x}^2D_{2y}^2) = D_{2x}^2v^4\tau_o^2(x_o, y_o),$$

$$x_m^2(16 + 4D_{2x}^2v^2 + 4D_{2y}^2v^2) = D_{2x}^2v^4\tau_o^2(x_o, y_o),$$

$$x_m^2 = \frac{D_{2x}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2x}^2 v^2 + 4D_{2y}^2 v^2)}, \quad (\text{E.6})$$

$$x_m = \mp \frac{D_{2x} v^2 \tau_o(x_o, y_o)}{4 \left(1 + \frac{D_{2x}^2 v^2}{4} + \frac{D_{2y}^2 v^2}{4} \right)^{1/2}}. \quad (\text{E.7})$$

olur. (E.2) nolu denklemde (E.4) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} y_m^2 &= \frac{D_{2y}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2y}^2 v^2)} \left(1 - \frac{4x_m^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right), \\ y_m^2 &= \frac{D_{2y}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2y}^2 v^2)} \left(1 - \frac{4}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \frac{D_{2x}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2x}^2 v^2)} \left(1 - \frac{4y_m^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right) \right), \\ y_m^2 &= \frac{D_{2y}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2y}^2 v^2)} \left(1 - \frac{D_{2x}^2 v^2}{(4 + D_{2x}^2 v^2)} \left(1 - \frac{4y_m^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right) \right), \\ y_m^2 &= \frac{D_{2y}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2y}^2 v^2)} \left(1 - \frac{D_{2x}^2 v^2}{(4 + D_{2x}^2 v^2)} + \frac{4y_m^2 D_{2x}^2}{\tau_o^2(x_o, y_o) (4 + D_{2x}^2 v^2)} \right), \\ y_m^2 &= \frac{D_{2y}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2y}^2 v^2)} \left(1 - \frac{D_{2x}^2 v^2}{(4 + D_{2x}^2 v^2)} \right) + \frac{D_{2y}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2y}^2 v^2)} \frac{4y_m^2 D_{2x}^2}{\tau_o^2(x_o, y_o) (4 + D_{2x}^2 v^2)}, \\ y_m^2 &= \frac{D_{2y}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2y}^2 v^2)} \left(\frac{4}{(4 + D_{2x}^2 v^2)} \right) + \frac{D_{2y}^2 v^4}{(4 + D_{2y}^2 v^2)} \frac{y_m^2 D_{2x}^2}{(4 + D_{2x}^2 v^2)}, \\ y_m^2 \left(1 - \frac{v^4 D_{2x}^2 D_{2y}^2}{(4 + D_{2x}^2 v^2)(4 + D_{2y}^2 v^2)} \right) &= \frac{D_{2y}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)}{(4 + D_{2y}^2 v^2)} \left(\frac{1}{(4 + D_{2x}^2 v^2)} \right), \\ y_m^2 \left(\frac{(4 + D_{2x}^2 v^2)(4 + D_{2y}^2 v^2) - v^4 D_{2x}^2 D_{2y}^2}{(4 + D_{2x}^2 v^2)(4 + D_{2y}^2 v^2)} \right) &= \frac{D_{2y}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)}{(4 + D_{2y}^2 v^2)(4 + D_{2x}^2 v^2)}, \\ y_m^2 ((4 + D_{2x}^2 v^2)(4 + D_{2y}^2 v^2) - v^4 D_{2x}^2 D_{2y}^2) &= D_{2y}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o), \\ y_m^2 (16 + 4D_{2x}^2 v^2 + 4D_{2y}^2 v^2 + v^4 D_{2x}^2 D_{2y}^2 - v^4 D_{2x}^2 D_{2y}^2) &= D_{2y}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o), \\ y_m^2 (16 + 4D_{2x}^2 v^2 + 4D_{2y}^2 v^2) &= D_{2y}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o), \end{aligned}$$

$$y_m^2 = \frac{D_{2y}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2x}^2 v^2 + 4D_{2y}^2 v^2)}, \quad (\text{E.8})$$

$$y_m = \mp \frac{D_{2y} v^2 \tau_o(x_o, y_o)}{4 \left(1 + \frac{D_{2x}^2 v^2}{4} + \frac{D_{2y}^2 v^2}{4} \right)^{1/2}}. \quad (\text{E.9})$$

olur.

“B” katsayısının hesaplanması

Denklem (3.229)’da (E.6) ve (E.8) nolu denklemler yerlerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
 b(x_m, y_m) &= \left(1 - \frac{4}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} (x_m^2 + y_m^2) \right)^{-1/2}, \\
 b(x_m, y_m) &= \left(1 - \frac{4}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \left(\frac{D_{2x}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o) + D_{2y}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)}{(16 + 4D_{2x}^2 v^2 + 4D_{2y}^2 v^2)} \right) \right)^{-1/2}, \\
 b(x_m, y_m) &= \left(1 - \left(\frac{D_{2x}^2 v^2 + D_{2y}^2 v^2}{(4 + D_{2x}^2 v^2 + D_{2y}^2 v^2)} \right) \right)^{-1/2}, \\
 b_o = b(x_m, y_m) &= \left(1 + \frac{D_{2x}^2 v^2}{4} + \frac{D_{2y}^2 v^2}{4} \right)^{1/2}.
 \end{aligned} \tag{E.10}$$

olur.

İkinci türevin hesaplanması

Denklem (3.229)’un x yönüne göre türevi alınır,

$$\begin{aligned}
 b'_x(x, y) &= -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} - \frac{4y^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right)^{-3/2} \left(-2 \frac{4x}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right), \\
 b'_x(x, y) &= \frac{4xb^3(x, y)}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)}.
 \end{aligned} \tag{E.11}$$

olur. Aynı şekilde y yönüne göre de türevi alınır,

$$\begin{aligned}
 b'_y(x, y) &= -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} - \frac{4y^2}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right)^{-3/2} \left(-2 \frac{4y}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right), \\
 b'_y(x, y) &= \frac{4yb^3(x, y)}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)}.
 \end{aligned} \tag{E.12}$$

olur.

$$\phi(x, y) = \omega_m \left(\frac{\tau_o(x_o, y_o)}{b(x, y)} - D_{2x}(x_o - x) - D_{2y}(y_o - y) \right), \tag{E.13}$$

Şimdi ise (E.13) nolu denklemin x yönüne göre türevi alınır,

$$\begin{aligned}
 \phi'_x(x, y) &= \omega_m \left(\frac{\tau_o(x_o, y_o)}{b(x, y)} - D_{2x}(x_o - x) - D_{2y}(y_o - y) \right)', \\
 \phi'_x(x, y) &= \omega_m \left(-\frac{b'_x(x, y) \tau_o(x_o, y_o)}{b^2(x, y)} + D_{2x} \right),
 \end{aligned} \tag{E.14}$$

Denklem (E.14)'te (E.11) nolu denklem düzenlenerek yerine yazılırsa,

$$\phi'_x(x, y) = \omega_m \left(-\frac{4xb(x, y)}{v^2 \tau_o(x_o, y_o)} + D_{2x} \right), \quad (E.15)$$

Denklem (E.15)'de, D_{2x} 'in değeri yazılırsa,

$$\phi'_x(x, y) = 0. \quad (E.16)$$

olur. Aynı şekilde (3.229) nolu denklemin y yönüne göre türevi alınır,

$$\begin{aligned} \phi'_y(x, y) &= \omega_m \left(\frac{\tau_o(x_o, y_o)}{b(x, y)} - D_{2x}(x_o - x) - D_{2y}(y_o - y) \right)', \\ \phi'_y(x, y) &= \omega_m \left(-\frac{b'_y(x, y)\tau_o(x_o, y_o)}{b^2(x, y)} + D_{2y} \right), \end{aligned} \quad (E.17)$$

Denklem (E.17)'de, (E.12) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\phi'_y(x, y) = \omega_m \left(-\frac{4yb(x, y)}{v^2 \tau_o(x_o, y_o)} + D_{2y} \right), \quad (E.18)$$

Denklem (E.18)'de D_{2y} 'in değeri yazılırsa,

$$\phi'_y(x, y) = 0. \quad (E.19)$$

olur. (E.15) nolu denklemin ikinci türev alınır,

$$\begin{aligned} \phi''_{xx}(x, y) &= -\frac{4\omega_m}{v^2 \tau_o(x_o, y_o)} (xb(x, y))', \\ \phi''_{xx}(x, y) &= -\frac{4\omega_m}{v^2 \tau_o(x_o, y_o)} (b(x, y) + xb'(x, y)), \end{aligned} \quad (E.20)$$

Denklem (E.29)'da (E.11) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\phi''_{xx}(x, y) = -\frac{4\omega_m}{v^2 \tau_o(x_o, y_o)} \left(b(x, y) + \frac{4x^2 b^3(x, y)}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right), \quad (E.21)$$

Denklem (E.21)'de, (E.6) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} \phi''_{xx}(x_m, y_m) &= -\frac{4\omega_m}{v^2 \tau_o(x_o, y_o)} \left(b(x, y) + \frac{4b^3(x_m, y_m)}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \frac{D_{2x}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)}{16b^2(x_m, y_m)} \right), \\ \phi''_{xx}(x_m, y_m) &= -\frac{4\omega_m b(x_m, y_m)}{v^2 \tau_o(x_o, y_o)} \left(1 + \frac{D_{2x}^2 v^2}{4} \right). \end{aligned} \quad (E.22)$$

olur. (E.18) nolu denklemin ikinci türev alınır,

$$\begin{aligned} \phi''_{yy}(x, y) &= -\frac{4\omega_m}{v^2 \tau_o(x_o, y_o)} (yb(x, y))', \\ \phi''_{yy}(x, y) &= -\frac{4\omega_m}{v^2 \tau_o(x_o, y_o)} (b(x, y) + yb'(x, y)), \end{aligned} \quad (E.23)$$

Denklem (E.23)'te, (E.12) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\phi''_{yy}(x, y) = -\frac{4\omega_m}{v^2 \tau_o(x_o, y_o)} \left(b(x, y) + \frac{4y^2 b^3(x, y)}{v^2 \tau_o^2(x_o, y_o)} \right), \quad (E.24)$$

Denklem (E.24)'de, (E.8) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\phi''_{yy}(x_m, y_m) = -\frac{4\omega_m}{v^2\tau_o(x_o, y_o)} \left(b(x, y) + \frac{4b^3(x_m, y_m)}{v^2\tau_o^2(x_o, y_o)} \frac{D_{2y}^2 v^4 \tau_o^2(x_o, y_o)}{16b^2(x_m, y_m)} \right),$$

$$\phi''_{yy}(x_m, y_m) = -\frac{4\omega_m b(x_m, y_m)}{v^2\tau_o(x_o, y_o)} \left(1 + \frac{D_{2y}^2 v^2}{4} \right). \quad (E.25)$$

olur. (E.15) nolu denklemin y yönüne göre ikinci türev alınır,

$$\phi''_{xy}(x, y) = -\frac{4\omega_m x}{v^2\tau_o(x_o, y_o)} (b(x, y))',$$

$$\phi''_{xy}(x, y) = -\frac{4\omega_m x}{v^2\tau_o(x_o, y_o)} (b'_y(x, y)), \quad (E.26)$$

Denklem (E.26)'da, (E.12) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\phi''_{xy}(x, y) = -\frac{4\omega_m x}{v^2\tau_o(x_o, y_o)} \left(\frac{4yb^3(x, y)}{v^2\tau_o^2(x_o, y_o)} \right),$$

$$\phi''_{xy}(x, y) = -\frac{16\omega_m xy b^3(x, y)}{v^4\tau_o^3(x_o, y_o)}, \quad (E.27)$$

Denklem (E.27)'de, (E.7) ve (E.9) nolu denklemler yerlerine yazılırsa,

$$\phi''_{xy}(x_m, y_m) = -\frac{16\omega_m b^3(x_m, y_m)}{v^4\tau_o^3(x_o, y_o)} x_m y_m,$$

$$\phi''_{xy}(x_m, y_m) = -\frac{16\omega_m b^3(x_m, y_m)}{v^4\tau_o^3(x_o, y_o)} \frac{D_{2x} v^2 \tau_o(x_o, y_o)}{4b(x_m, y_m)} \frac{D_{2y} v^2 \tau_o(x_o, y_o)}{4b(x_m, y_m)},$$

$$\phi''_{xy}(x_m, y_m) = -\frac{\omega_m b(x_m, y_m)}{v^2\tau_o(x_o, y_o)} D_{2x} D_{2y}. \quad (E.28)$$

olur.

$$\Delta = \phi''_{xx}(x_m, y_m) \phi''_{yy}(x_m, y_m) - (\phi''_{xy}(x_m, y_m))^2. \quad (E.29)$$

Denklem (E.29)'un hesaplanması için (E.22), (E.25) ve (E.28) nolu denklemler yerlerine yazılmalıdır. Bu durumda,

$$\Delta = \left(-\frac{4\omega_m b(x_m, y_m)}{v^2\tau_o(x_o, y_o)} \right)^2 \left(1 + \frac{D_{2x}^2 v^2}{4} \right) \left(1 + \frac{D_{2y}^2 v^2}{4} \right) - \left(-\frac{\omega_m b(x_m, y_m)}{v^2\tau_o(x_o, y_o)} D_{2x} D_{2y} \right)^2,$$

$$\Delta = \left(\frac{16\omega_m^2 b^2(x_m, y_m)}{v^4\tau_o^2(x_o, y_o)} \right) \left(1 + \frac{D_{2x}^2 v^2}{4} + \frac{D_{2y}^2 v^2}{4} + \frac{D_{2x}^2 D_{2y}^2 v^4}{16} \right) - \left(\frac{\omega_m^2 b^2(x_m, y_m)}{v^4\tau_o^2(x_o, y_o)} D_{2x}^2 D_{2y}^2 \right),$$

$$\Delta = \left(\frac{16\omega_m^2 b^2(x_m, y_m)}{v^4\tau_o^2(x_o, y_o)} \right) \left(1 + \frac{D_{2x}^2 v^2}{4} + \frac{D_{2y}^2 v^2}{4} \right),$$

$$\Delta = \left(\frac{16\omega_m^2 b^4(x_m, y_m)}{v^4\tau_o^2(x_o, y_o)} \right). \quad (E.30)$$

olur.

Ek 6 İki boyutlu (2B) yöntemle üç boyutlu (3B) gerçek genlikli göç işlecinin belirlenmesi (detayları)

“C” katsayısının hesaplanması

Denklem (3.301) ve (3.303), (3.313) nolu denklemde yerlerine yazılırsa,

$$C = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \left(\frac{i^2 \omega'_m \omega_m \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{-1/2} \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_m'^2} \right)^{-1/2}}{v^4 t_o t_m' / 16} \right)^{1/2}, \quad (F.1)$$

$$C = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \left(\frac{i^2 \omega_m^2 \left(1 + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{-1/2} \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 \left(t_o^2 - \frac{4x^2}{v^2} \right)} \right)^{-1/2}}{v^4 t_o \left(t_o^2 - \frac{4x^2}{v^2} \right)^{1/2} / 16} \right)^{1/2},$$

$$C = \left(\frac{i\omega_m}{2\pi} \right) \left(\frac{\left(1 + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2} \left(\frac{v^2 t_o^2 - 4x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{-1/2} \left(\frac{v^2 t_o^2 - 4x^2 - 4y^2}{v^2 t_o^2 - 4x^2} \right)^{-1/2}}{v^4 t_o^2 \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{1/2} / 16} \right)^{1/2},$$

$$C = \left(\frac{4i\omega_m}{2\pi v^2 t_o} \right) \left(\left(1 + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{-1/2} \left(\frac{v^2 t_o^2}{v^2 t_o^2 - 4x^2 - 4y^2} \right)^{1/2} \right)^{1/2},$$

$$C = \left(\frac{4i\omega_m}{2\pi v^2 t_o} \right) \left(\left(1 + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{-1/2} \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right)^{-1/2} \right)^{1/2},$$

$$C = \left(\frac{4i\omega_m}{2\pi v^2 t_o} \right) \left(\left(1 + \frac{v^2 k_y^2}{4\omega_m^2} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{-1/2} b(x, y) \right)^{1/2}, \quad (F.2)$$

olur. (3.40) nolu denklem bu işleme göre düzenlenirse,

$$k_{ys}^2 = \frac{16\omega_m^2 y^2}{v^4 t_m'^2 \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_m'^2} \right)}, \quad (F.3)$$

olur. (F.3) nolu denklem (F.2) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
C &= \left(\frac{4i\omega_m}{2\pi v^2 t_o} \right) \left(b(x, y) \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{-1/2} \left(1 + \frac{v^2}{4\omega_m^2} \frac{16\omega_m^2 y^2}{v^4 t_m'^2 \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_m'^2} \right)} \right)^{1/2} \right)^{1/2}, \\
C &= \left(\frac{4i\omega_m}{2\pi v^2 t_o} \right) \left(b(x, y) \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} \right)^{-1/2} \left(1 + \frac{4y^2}{v^2 \left(t_m'^2 - \frac{4y^2}{v^2} \right)} \right)^{1/2} \right)^{1/2}, \\
C &= \left(\frac{4i\omega_m}{2\pi v^2 t_o} \right) \left(b(x, y) \left(\frac{v^2 t_o^2}{v^2 t_o^2 - 4x^2} \right)^{1/2} \left(\frac{v^2 t_m'^2 - 4y^2 + 4y^2}{v^2 t_m'^2 - 4y^2} \right)^{1/2} \right)^{1/2}, \\
C &= \left(\frac{4i\omega_m}{2\pi v^2 t_o} \right) \left(b(x, y) \left(\frac{v^2 t_o^2}{v^2 t_o^2 - 4x^2} \right)^{1/2} \left(\frac{v^2 t_m'^2}{v^2 t_m'^2 - 4y^2} \right)^{1/2} \right)^{1/2}, \tag{F.4}
\end{aligned}$$

Denklem (F.4)'de, (3.301) nolu denklem yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
C &= \left(\frac{4i\omega_m}{2\pi v^2 t_o} \right) \left(b(x, y) \left(\frac{v^2 t_o^2}{v^2 t_o^2 - 4x^2} \right)^{1/2} \left(\frac{v^2 \left(t_o^2 - \frac{4x^2}{v^2} \right)}{v^2 \left(t_o^2 - \frac{4x^2}{v^2} \right) - 4y^2} \right)^{1/2} \right)^{1/2}, \\
C &= \left(\frac{4i\omega_m}{2\pi v^2 t_o} \right) \left(b(x, y) \left(\frac{v^2 t_o^2}{v^2 t_o^2 - 4x^2} \right)^{1/2} \left(\frac{v^2 t_o^2 - 4x^2}{v^2 t_o^2 - 4x^2 - 4y^2} \right)^{1/2} \right)^{1/2}, \\
C &= \left(\frac{4i\omega_m}{2\pi v^2 t_o} \right) \left(b(x, y) \left(\frac{v^2 t_o^2}{v^2 t_o^2 - 4x^2 - 4y^2} \right)^{1/2} \right)^{1/2}, \\
C &= \left(\frac{4i\omega_m}{2\pi v^2 t_o} \right) \left(b(x, y) \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2} \right)^{-1/2} \right)^{1/2}, \\
C &= \left(\frac{4i\omega_m}{2\pi v^2 t_o} \right) \left(b^2(x, y) \right)^{1/2}, \\
C &= \left(\frac{4i\omega_m b(x, y)}{2\pi v^2 t_o} \right), \\
C &= \frac{1}{2\pi} \left(\frac{i\omega_m b(x, y)}{v^2 t_o / 4} \right). \tag{F.5}
\end{aligned}$$

olur.

Fazın hesaplanması

Denklem (3.314) içerisinde (3.301) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}\phi &= \omega'_m t_o \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2}\right)^{1/2} + \omega'_m t'_m \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_m'^2}\right)^{1/2}, \\ \phi &= \omega'_m t'_m + \omega'_m t_o \left[1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2}\right]^{1/2} \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2 \left[1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2}\right]}\right)^{1/2}, \\ \phi &= \omega'_m t'_m + \omega'_m t_o \left(\frac{v^2 t_o^2 - 4x^2}{v^2 t_o^2}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2 - 4x^2}\right)^{1/2}, \\ \phi &= \omega'_m t'_m + \omega'_m t_o \left(\frac{v^2 t_o^2 - 4x^2}{v^2 t_o^2}\right)^{1/2} \left(\frac{v^2 t_o^2 - 4x^2 - 4y^2}{v^2 t_o^2 - 4x^2}\right)^{1/2}, \\ \phi &= \omega'_m t'_m + \omega'_m t_o \left(\frac{v^2 t_o^2 - 4x^2 - 4y^2}{v^2 t_o^2}\right)^{1/2}, \\ \phi &= \omega'_m t'_m + \omega'_m t_o \left(1 - \frac{4x^2}{v^2 t_o^2} - \frac{4y^2}{v^2 t_o^2}\right)^{1/2}, \\ \phi &= \omega'_m t'_m + \omega'_m t_o / b(x, y).\end{aligned}\tag{F.6}$$

olur.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Orhan GÜRELİ

Doğum Yeri: Tokat

Doğum Tarihi: 01.01.1969

Medeni Hali: Evli

Yabancı Dili: İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

- Lise : Gazi Osman Paşa Lisesi-Tokat
(1984-1987)
- Lisans : Ankara Üniversitesi-Fen Fak. Fizik Müh. Bl. –Ankara
(1987-1989)
- Lisans : İstanbul Teknik Üniversitesi-Maden Fak. Jeofizik Müh. Bl.-İstanbul
(1989-1993)
- Yüksek Lisans : Ankara Üniversitesi-Fen Bilimleri Enstitüsü Jeofizik Mühendisliği
Anabilim Dalı (1995-1998)

Çalıştığı Kurum/Kurumlar ve Yıl

- 1-Türkiye Petrolleri A.O. (TPAO), Ankara
(1993-22.08.2005)
- 2-North African Geophysical Exploration Company (NAGECO), Libya
(23.08.2005-__)

Yayınları (SCI ve diğer)

Sincer, İ., Kayıran, T. ve **Gürel, O.** 1995. Yığma öncesi ve yığma sonrası kinematik operatörler, TPJD Yayınları, Ankara.

Sincer, İ., Kayıran, T. and **Gürel, O.** 1997. Comparison of relative amplitudes, SEG, İstanbul.

Gürel, O., Sefunç, A., Başar, H.S., Akdeniz, A. and Kayıran, T. 2000. Variation of amplitude with sweep parameters, TURKIOG, İstanbul.

Başar, H.S., **Gürel, O.**, Seymen, T., Sefunç, A. ve Gürpınar, S. 2001. Engebeli sahalarda 3B sismik veri toplama çalışmaları 13. Petrol Kongresi ve Sergisi, Ankara.

Sincer, İ., Kayıran, T. and **Gürel, O.** 2001. Integral DMO revisited, Journal of the Balkan Geophysical Society, Athens, Greece.

Gürel, O. ve Kayıran, T. 2001. Denizde 2B-3B sismik veri toplama çalışmaları, 14. Jeofizik Kongresi ve Sergisi, Ankara.

Gürel, O., Ecevitoglu, G.B., Gönülalan, A.U., Hacımehmetoğlu, M.G. ve Beşevli, D.T. 2001. Bazaltın Q parametre testi ve bazalt üzerinde sismik veri toplama çalışmaları, 14. Jeofizik Kongresi ve Sergisi, Ankara.

Gürpınar, S., **Gürel, O.**, Kadioğlu, S. ve Ecevitoglu, G.B. 2001. Up-Ref (Up-hole, Refraksiyon) yöntemi ve saha uygulaması, 14. Jeofizik Kongresi ve Sergisi, Ankara.

Kadioğlu, S., Başar, S. ve **Gürel, O.** 2001. Beşinci derece Cash-Karp Runge-Kutta yöntemiyle dalga cephesi oluşturarak seyahat zamanı hesaplanması Jeofizik, Cilt 15, Sayı-2, Ankara.

İçerler, A. ve **Gürel, O.** 2002. Nükleer enerji kaynağı toryum ve jeofizik yöntemlerle araştırılması, Jeofizik Bülteni, Sayı: 41-42, Ankara,

Apaydın, B., Başar, H.S., **Gürel, O.**, Ecevitoglu, G.B. ve Gönülalan, A.U. 2003. Dört boyutlu sismik veri toplama yönteminin hidrokarbon aramacılığı ve üretimindeki önemi, 14. Petrol Kongresi ve Sergisi, Ankara.

Beşevli, D.T., **Gürel, O.**, Hacımehmetoğlu, M.G., Ecevitoglu, G.B. ve Gönülalan, A.U. 2003. Denizde 4 bileşenli sismik veri toplama çalışmaları, 14. Petrol Kongresi ve Sergisi, Ankara.

Başar, H.S., **Gürel, O.**, Ecevitoglu, G.B. ve Gönülalan, A.U. 2003. Yeni Bir sweep tekniği: koro sweep, 14. Petrol Kongresi ve Sergisi, Ankara.

Hacımehmetoğlu, M.G., **Gürel, O.**, Öztaş, Y., Sincer, İ., Gönülalan, A.U. ve Mutağçılar, M. 2003. Isparta bölümünde yapılan sismik veri toplama parametrelerinin tesbiti, 14. Petrol Kongresi ve Sergisi, Ankara.

Gürel, O. 2003. Jeofizik mühendisliği ve çalışma alanları, “İçbatı Anadolu (Eskişehir ve civarı) depremselliği ve jeofizik” Osman Gazi Üniv., Eskişehir.

Gürel, O. ve Gönülalan, A.U. 2003. Türkiye’deki enerjide doğalgaz kullanımı, depolanması, depolama projeleri ve jeofizik, 2. Doğalgaz ve Enerji Yönetimi Kongre ve Sergisi, Gaziantep.

Gürel, O. ve İçerler, A. 2003. 3B Sismik veri toplama ve maden arama, Türkiye 15. Jeofizik Kurultayı ve Sergisi, İzmir.

İçerler, A. ve **Gürel, O.** 2003. Nükleer enerji kaynağı toryum ve jeofizik yöntemlerle araştırılması, Türkiye 15. Jeofizik Kurultayı ve Sergisi, İzmir.

Gürel, O., Çelik, İ. ve Gönülalan, A.U. 2003. Kömür ve Jeofizik, Jeofizik Bülteni, Sayı: 43-44-45.

Gürel, O. ve Gönülalan, A.U. 2003. Türkiye’de Doğalgaz depolama ve jeofizik, Jeofizik Bülteni, Sayı: 43-44-45.

Çelik, İ., **Gürel, O.** ve Gönülalan, A.U. 2004. Jeofizik mühendisliği ve maden sektörü, Jeofizik Bülteni, Sayı: 46-47-48.

Sarıoğlu, A. ve Gürel, O. 2005. Vibrosismikte dalgacığın genliğini etkileyen parametreler, 15. Uluslararası Petrol-Doğalgaz Kongresi ve Sergisi, Ankara.

Ekincioglu, E.E. ve **Gürel, O.** 2005. Üç boyutlu (3B) sismik saha tasarımlarının karşılaştırılması, 15. Uluslararası Petrol-Doğalgaz Kongresi ve Sergisi, Ankara.

Kılıç, O., Gönülalan, A.U., **Gürel, O.**, Keskin, E., İçke, B., Köktan, M. ve Akçaylar, L. 2007. Türkiye’de Yansımali Sismik Yöntemin Kömür Aramalarında Kullanılmasının Önemi, Türkiye 17. Uluslararası Jeofizik Kongre ve Sergisi, Ankara.

Seymen, T., Gönülalan, A. U., **Gürel, O.** ve Erduran, D. 2007. Doğalgaz depolamanın önemi ve jeofizik çalışmaları, Türkiye 17. Uluslararası Jeofizik Kongre ve Sergisi, Ankara.