

SÜPERİLETKENLERDE  
GİNZBURG – LANDAU DENKLEMİ VE  
ÇÖZÜMLERİ

NESLİHAN DAVARCIOĞLU

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Fizik Anabilim Dalı**

2005

GINZBURG – LANDAU EQUATIONS AND SOLUTIONS IN  
SUPERCONDUCTORS

NESLİHAN DAVARCIOĞLU

**MASTER OF SCIENCE THESIS**

**Department of Physics**

2005

SÜPERİLETKENLERDE GINZBURG – LANDAU DENKLEMİ VE ÇÖZÜMLERİ

NESLİHAN DAVARCIOĞLU

Osmangazi Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca  
Fizik Anabilim Dalı  
Katıhal Fiziği Bilim Dalında  
YÜKSEK LİSANS TEZİ  
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Yrd. Doç. Dr. ÖMER ÖZBAŞ

2005

## İÇİNDEKİLER

### Sayfa

ÖZET-----	iv
SUMMARY-----	v
TEŞEKKÜR-----	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ-----	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ-----	xi
TABLolar DİZİNİ-----	xiii
<b>1. SÜPERİLETKENLİĞE GİRİŞ -----</b>	<b>1</b>
1.1 Süperiletkenliğin Tarihçesi -----	1
1.2 Süperiletkenler ve Elektriksel Direnç -----	4
1.3 Kritik Sıcaklık, Kritik Manyetik Alan -----	6
1.4 Meissner Etkisi -----	8
1.5 1. Tip ve 2. Tip Süperiletkenler -----	10
1.6 BCS Teorisi -----	14
1.7 Süperiletkenlerin Termodinamiği-----	21
1.7.1 Materyalin Kritik Alanı, Termodinamik Kritik Alan-----	21
1.7.2 Süperiletkenin Entropisi-----	22
1.7.3 Serbest Enerji-----	24
<b>2. SÜPERİLETKENLİK TEORİSİ -----</b>	<b>25</b>
2.1 London Denklemleri-----	25
2.1.1 Birinci London Denklemi-----	25

## İÇİNDEKİLER ( Devam )

	<u>Sayfa</u>
2.1.2 İkinci London Denklemi-----	26
2.2 Josephson Ekleme-----	29
2.3 Ginzburg - Landau (GL) Teorisi -----	32
2.4 Manyetik Vektör Potansiyel -----	34
<b>3. GİNZBURG - LANDAU DENKLEMİ-----</b>	<b>38</b>
3.1 Ginzburg - Landau Serbest Enerjisi ve Denklem Türetilmesi-----	38
3.2 Kompleks Ginzburg - Landau Denklemi -----	41
3.3 GL Denklem Çözümleri -----	43
3.3.1 Normal Metal - Süperiletken Ara Yüzey Enerjisi -----	43
3.3.2 İnce Filmin Kritik Alanı -----	52
3.3.3 İnce Filmin Kritik Akımı-----	57
<b>4. SONUÇ VE TARTIŞMA-----</b>	<b>64</b>
<b>5. KAYNAKLAR DİZİNİ -----</b>	<b>66</b>

## ÖZET

Bu tez çalışmasında, süperiletken durum ve bu duruma ait özellikler ile süperiletkenliği, kuantum mekaniğine giriş yaparak tanımlayan Ginzburg – Landau Teorisi incelenmiş, Ginzburg – Landau denkleminin çözümleri araştırılmıştır.

Süperiletken materyallerde elektrik akımı, sıcaklığın mutlak sifıra yaklaştırılmasıyla hiçbir dirençle karşılaşmadan sonsuz bir akışa sahip olur. Ayrıca bu materyaller, kritik sıcaklık altında, içerisindeki manyetik akıyı dışarılamaktadırlar.

Süperiletkenliğin elektrodinamiğini kuantum mekaniğine göre tanımlayan ilk teori, Ginzburg – Landau Teorisi olmuştur. Bu teori BCS teorisinin bir başka açıdan değerlendirilmesidir.

Ginzburg – Landau Teorisi'nde London denklemlerinden farklı olarak kuantum etkileri de hesaba katıldığından, süperiletkenlerin ara yüzey enerjilerinin hesaplanması ile ince filmlerde kritik alan ve kritik akım hesaplamaları kolay hale gelmektedir.

**Anahtar Kelimeler** : Süperiletkenlik, elektriksel direnç, nüfus derinliği, düzen parametresi, Ginzburg- Landau Denklemi

## SUMMARY

v

In this study, Ginzburg – Landau Theory which concerns superconductivity and its properties by using the fundamental definitions of quantum physics, and Ginzburg – Landau equations were studied.

Electric current reach unfinite amount by decreasing temperature above absolute zero, without facing any difficulty on superconductor materials. Also these materials force magnetic flux below under critical degree.

Ginzburg – Landau Theory was the first study which defines the electrodinamics of superconductivity by using quantum mechanics. This theory is also another variety of BCS Theory.

Because of quantum effects, calculation of the energy of internal surfaces , critical area on thin films and critic current are become easier which makes different from Ginzburg – Landau Theory and London Equations.

**Keywords :** Superconductivity, electirical resistivity, order parameter, penetration depth, Ginzburg- Landau Equation

**TEŞEKKÜR**

Bu tez alıŐması boyunca benden destek ve bilgilerini esirgemeyen sayın hocam Yrd. Doç. Dr. Ömer Özbaş ' a teŐekkürü bir borç bilirim.

Ayrıca, alıŐma boyunca bana verdikleri manevi destekten ötürü ailem ve arkadaşlarıma sonsuz teŐekkürler.

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
$T_c$	Kritik sıcaklık
$H_{cm}$	Kritik alan
$H_{cth}$	Termodinamik kritik alan
$H_{cm}(T)$	T sıcaklığındaki kritik alan
$H_{cm}(0)$	Mutlak sıfırdaki kritik alan
$H_{c1}$	Alt kritik alan
$H_{c2}$	Üst kritik alan
$H_0$	Film yüzeyine paralel dış alan
$H_{cu}$	d kalınlığındaki ince filmin kritik alanı
$H_{ic}$	Akımın oluşturduğu kritik alan
c	Işık hızı
$\rho$	Özdirenç
E	Elektrik alan
B	Manyetik indüksiyon
M	Manyetik moment
$\xi$	Eş uyum uzunluğu
$\psi$	Düzen parametresi
$\lambda$	Nüfus derinliği
$\vec{k}$	Dalga vektörü
$\vec{k}_{i1}$	Fonon salan elektronun önceki dalga vektörü

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ ( Devam )

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
$\vec{k}_{1f}$	Fonon salan elektronun sonraki dalga vektörü
$\vec{k}_{2i}$	Fononu yakalayan elektronun önceki dalga vektörü
$\vec{k}_{2f}$	Fononu yakalayan elektronun sonraki dalga vektörü
$\psi_1(\vec{k}_i)$	$k_i$ durumundaki birinci elektronun Bloch fonksiyonu
$\psi_2(\vec{k}_j)$	$k_j$ durumundaki ikinci elektronun Bloch fonksiyonu
$A_{ij}$	$\psi$ ' nin genliği
$k_F$	Fermi küresinin yarıçapı
$E_F$	Fermi enerjisi
$\hbar$	Planck sabiti
$\rho(E)$	Durumların yoğunluğu
$k_B$	Boltzmann sabiti
$F_{s0}$	Süperiletkenin serbest enerji yoğunluğu
$F_{sH}$	Serbest enerji
$F_n$	Normal metalin serbest enerji yoğunluğu
$\delta Q$	Isı enerjisi
$\delta R$	Yapılan iş
$\delta U$	İç enerji
S	Birim hacim başına entropi
$S_s$	Süperiletken halin entropisi

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ ( Devam )

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
$S_n$	Normal halin entropisi
A	Vektör potansiyel
$\alpha, \beta$	Düzen parametresi açılımından gelen katsayılar
$V_s$	Süperiletkenin hacmi
V	Skaler potansiyel
m	Elektronun kütlesi
e	Elektronun yükü
$\kappa$	Ginzburg – Landau parametresi
$n_s$	Süper sıvı yoğunluk sayısı
n	Süperiletken yüzeyin birim normal vektörü
$j_s$	Süper akımın yoğunluğu
$\Lambda$	London ayarı
$\psi^*$	Düzen parametresinin kompleks konjügesi
$\sigma_s$	Süperiletkenin yüzeyi
$A(x, t)$	Kompleks skaler alan
$\sigma_{ns}$	Ara yüzey enerjisi
$G_n$	Normal bölgede Gibbs serbest enerji yoğunluğu
$G_s$	Süperiletken bölgede Gibbs serbest enerji yoğunluğu
d	Film kalınlığı
$j_c$	Kritik akım yoğunluğu

**SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ ( Devam )****Simgeler** $I_c$  $\lambda_{GL}$ **Açıklama**

Kritik akım

GL nüfus derinliği

**Kısaltmalar**

GL

TDGL Teorisi

BCS

SQUID

NS

**Açıklama**

Ginzburg – Landau

Zamana bağımlı GL Denklemleri

Bardeen - Cooper - Schrieffer

Süperiletken kuantum girişim aygıtı

Normal- Süperiletken

## ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
1.1 Civa için direncin sıcaklık ile değişimi.....	4
1.2 Elektron Gazı.....	5
1.3 Kritik alanın kritik sıcaklığa bağımlılığı.....	7
1.4 Kritik sıcaklığın (a) üstünde ve (b) altında süperiletkene uygulanan manyetik alan.....	9
1.5 1. tip süperiletkende (a) kritik alanın kritik sıcaklıkla değişimi (b) mıknatıslanma eğrisi.....	11
1.6 Mıknatıslanma eğrisi.....	12
1.7 2. tip süperiletkende (a) kritik alanın kritik sıcaklıkla değişimi (b) mıknatıslanma eğrisi.....	13
1.8 2. tip süperiletkenlerin girdap durumu.....	14
1.9 İki elektron arası çekici etkileşmenin şematik gösterimi.....	15
1.10 Fonon değiştiren elektron çiftlerinin (a) başlangıç ve (b) son durumları.....	17
1.11 Fonon değişiminin olduğu elektron çiftinin (a) başlangıç ve (b) son durumları.....	18
1.12 Süperiletkende Fermi enerjisi civarında $g(E)$ durumların yoğunluğu..	19
1.13 $S_s - S_n$ entropi farkının sıcaklıkla değişimi.....	23
2.1 Manyetik alanın bozunması.....	28
2.2 Josephson eklemi.....	30
2.3 Josephson eklemi için akım – voltaj grafiği.....	31
2.4 Normal ve süperiletken bölgeler arasındaki ara yüzey.....	34

**ŞEKİLLER DİZİNİ ( Devam)**

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
3.1 Normal metal – süperiletken ara yüzeyi çevresinde Gibbs serbest enerji yoğunluğu.....	46
3.2 $\kappa \ll 1$ için NS ara yüzeyi çevresindeki H manyetik alanının ve $\psi$ düzen parametresinin uzaysal varyasyonları.....	50
3.3 $\kappa \gg 1$ için NS ara yüzeyi çevresindeki H manyetik alanının ve $\psi$ düzen parametresinin uzaysal varyasyonları.....	51
3.4 İnce film üzerindeki kritik manyetik alan ölçümlerinin tasarımı.....	53
3.5 İnce bir film için ( $d \ll \lambda$ ) için $H_0$ dış manyetik alanına paralel bir fonksiyon olarak düzen parametresi.....	56
3.6 Uygulanan akımın fonksiyonu olarak süperiletken filmdeki düzen parametresi.....	59
3.7 İnce filmdeki süper akım yoğunluğu ve süperiletken elektron yoğunluğu.....	62

**TABLolar DİZİNİ**

<b><u>Tablo</u></b>	<b><u>Sayfa</u></b>
1.1 Süperiletken elementlerin kritik sıcaklık ve kritik manyetik alan değerleri.....	7
3.1 Süperiletken tiplerine ait ara yüzey enerjileri ve GL parametre değerleri.....	52

## 1.SÜPERİLETKENLİK

### 1.1 SÜPERİLETKENLİĞİN TARİHÇESİ

Düşük sıcaklık fiziğinin tarihi, 1908 yılında Hollandalı fizikçi Heike Kamerlingh Onnes' un kaynama sıcaklığı 4,2 K olan helyumu sıvılaştırması ile başlamıştır (Andryushin ve Ginzburg, 1994). Bu sıvının varlığı Onnes'a metallerin düşük sıcaklıklardaki elektriksel dirençlerini araştırma imkanı vermiştir. İlk olarak platini inceleyen Onnes ve yardımcıları platinin 0 K'e uzatılan (ekstrapole edilen) öz direncinin numunenin saflığına bağlı olduğunu bulmuşlardır. Daha sonra damıtma ile oldukça iyi saflaştırılabilmesi nedeniyle çalışmaları için civayı seçmeye karar vermişlerdir. Civanın direncinin 4,2 K' de çok keskin bir şekilde düşerek, ölçülemeyecek kadar küçük değerlere ulaştığını görmüşlerdir. Bu yeni durum, Onnes tarafından kusursuz iletken anlamına gelen süperiletkenlik olarak tanımlanmıştır ve yüksek saflıkla temel bir bağlantısının olmadığı, önemli miktarda safsızlık ilavesinin normal durum direncini oldukça arttırmasına rağmen süperiletkenlik geçişlerinde çoğu kez çok küçük bir etkiye sahip olduğu hemen ortaya konmuştur. Bu gözlem süperiletkenliğin başlangıcı olmuş ve Onnes' a 1913 yılında Nobel Fizik Ödülü'nü kazandırmıştır.

Günümüzde bir süperiletkenin öz direncinin gerçekten sıfır olduğu bilinmektedir. Onnes' un keşfini izleyen yıllarda, pek çok metalin  $T_c$  kritik sıcaklığı olarak adlandırılan bir sıcaklığın altında, sıfır dirence sahip oldukları bulunmuştur.

Süperiletkenlerin manyetik özelliklerinin anlaşılması, elektriksel özelliklerinin anlaşılması kadar güç ve ilgi çekicidir. 1933 yılında W.Hans Meissner ve Robert Ochsenfeld süperiletkenlerin manyetik özelliklerini incelediler ve manyetik alanda soğutulan bir süperiletkenin, kritik sıcaklık altına inildiğinde manyetik akıyı dışarıladığını bulmuşlardır. Ayrıca bu malzemenin  $H_c$  (T) kritik manyetik alanlarından daha büyük manyetik alanlarda süperiletkenlik özelliklerini kaybettiklerini gözlemlemişlerdir.

Süperiletkenliğin elektrodinamiğini tanımlamada başarı sağlayan ilk teori, 1935 yılında Frity ve Heine London tarafından geliştirilmiştir. Sezgiye dayanan (fenomenolojik) bu teoride, Maxwell denklemlerine ek olarak, süperiletkendeki elektromanyetik alanı etkileyen iki denklem daha tanımlanmaktadır. Bu denklemler süperiletkenliğin iki temel özelliğinin doğru tanımlanmasını verir: Mükemmel diamanyetizma ve sıfır direnç.

London Teorisi kuantum etkilerini hesaba katmamaktadır. İşte bu etkileri dikkate alan süperiletkenliğin ilk teorisi, Ginzburg ve Landau tarafından 1950 yılında geliştirilen sezgiye dayalı Ginzburg-Landau Teorisi' dir. Teori tüm süperiletken elektronların birbirleri ile uyumlu davranışını kanıtlamaktadır. Aynı zamanda teori, süperiletkenlikteki makroskopik etkileri iyi kuantum tahminleri ile olanaklı kılan bir buluştur. Bu buluş 2003 yılında Nobel Fizik Ödülü ile onurlandırılmıştır (Andryushin ve Ginzburg, 1994).

Ginzburg-Landau Teorisi'ni süperiletken alaçımlara uygulayarak, 1957'de A.A.Abrikosov ikinci tip süperiletkenler için başka bir teori geliştirmiştir. Ancak ne London Teorisi ne de Ginzburg-Landau Teorisi süperiletken elektronların davranışını açıklayamamıştır. Bu sorun, 1957 yılında J.Bardeen, L.Cooper, J.Schrieffer tarafından geliştirilen BCS Teorisi ile birlikte çözümlenmiştir (Serway, 1996).

BCS Teorisi'nin ana teması iki elektron arasında Cooper çifti olarak adlandırılan bağı bir durumun oluşmasıdır. Ayrıca bu teoriye önemli bir katkıda 1958 yılında şimdilerde süperiletkenlik çalışmalarında geniş çapta kullanılan matematiksel bir metod geliştiren N.N.Bogolyubov tarafından gelmiştir(Serway,1996).

Yine 1958 yılında süperiletkenliğin mikroskopik teorisi, Green Fonksiyonlarını kullanarak BCS problemini çözmek için model geliştiren L.P.Gorkov tarafından ayrıca detaylandırılmıştır. Gorkov'un çalışması Ginzburg-Landau-Abrikosov-Gorkov Teorisinin (GLAG Teorisi ) geliştirilmesi ile tamamlanmıştır (Owens, 1996).

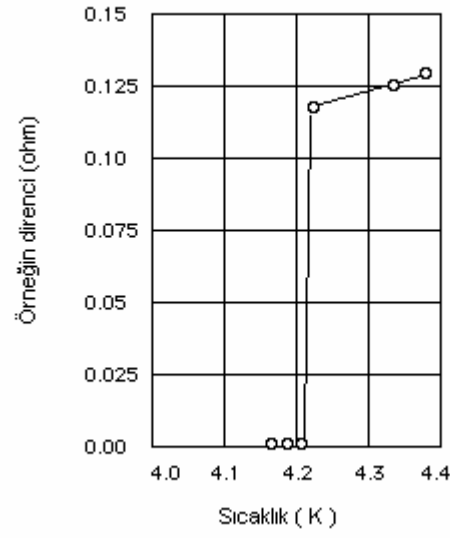
1962 yılında, Brian D. Josephson 2 mm kalınlığındaki yalıtkan bir engel ile ayrılmış iki süperiletken arasında elektron çiftleri tarafından taşınan tünelleme akımının varolacağını öngörmüş, bu öngörü kısa bir süre içerisinde ispatlanmıştır. Bugün pek çok cihazın fiziksel anlamda anlaşılması Josephson olayına dayanmaktadır.

Bu yılların sonrasında her şey, kritik sıcaklık bir kuantum sıçrayışı yapana dek değişmez gözükmekte idi. 1987 yılında J. Bednorz ve K. A. Müller ilk yüksek sıcaklık süperiletkenini keşfetmiştir ( $\text{LaBaCuO}_4$ ,  $T_c \approx 40 \text{ K}$ ). O zamana kadar kritik sıcaklık  $T_c$  değeri için bilinen en yüksek sıcaklık 23 K idi ve bu değer Niobyum ve Germanyumun bir bileşiğine aitti. Bu buluş konuyu ileri götüren çok büyük bir gelişme olmuştur. Sonradan  $T_c$  sıcaklığını yaklaşık 130 K'e yükseldiği materyaller ( $\text{HgBa}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_8$ ) bulunmuştur. Klasik BCS Teorisi, yüksek sıcaklık materyallerinin pek çok özelliğini tanımlayamamaktadır. Yeni mekanizmalar ( d-dalga çiftlenimi gibi ) ileri sürülmektedir (Serway, 1996). Şimdilerde ise sorun yüksek sıcaklık süperiletkenlerinin niçin yüksek  $T_c$  değerlerine sahip olduğu sorusu ve bu durumdan sorumlu mekanizmaların anlaşılması sorunu halini almıştır.

## 1.2 SÜPERİLETKENLER VE ELEKTRİKSEL DİRENÇ

Süperiletkenlik olayını keşfeden Heigh Kamerlingh Onnes çok düşük sıcaklıklarda platinyum, altın veya bakırdan daha iyi saflaştırılabildiğinden cıvayı kullanarak elektriksel direncini ölçmüştür. (Bu metaller cıvadan daha iyi iletkenler ancak Onnes süperiletkenliği keşfinden önce bu metalleri deneyerek süperiletken olmadıklarını görmüştür.) Onnes, arıtılmış bir metalde sıcaklık mümkün olduğunca düşürüldüğünde bile nasıl olurda küçük bir direnç değerinde elektriksel akımın meydana geldiğini araştırmıştır.

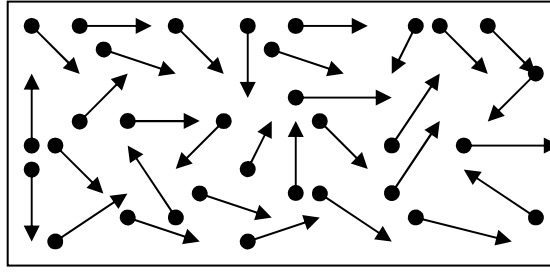
İşte bu araştırmanın sonucunda, beklenmedik bir bulgu ile karşılaşmıştır: 4.2 K'in altındaki sıcaklık değerinde direnç bir anda kaybolmuştur. Sıcaklığın bir fonksiyonu olarak direncin bu davranışı Şekil 1.1' de gösterilmektedir



Şekil 1.1 : Cıva için direncin sıcaklık ile değişimi  
(Ginzburg ve Andryushin, 1998)

Elektrik akımı yüklü parçacıkların hareketidir. Aynı zamanda, katıdaki elektrik akımının elektronların akışı olduğu bilinmektedir. Elektronlar negatif yüklü olup, materyali oluşturan atomlardan çok daha hafiflerdir.

Her bir atom birer birer pozitif yüklü çekirdekten meydana gelir. Çekirdekler ve birbirleriyle etkileşimde olan elektronlar Coulomb Yasası ile uyumludur. Her atomik elektron belirli bir yörünge işgal etmektedir. En kuvvetli elektron çekirdeğe en yakın yörünge tarafından çekilir ve bu nedenle, çekirdekten elektronu ayırmak için gerekli enerji çok büyüktür. En uzaktaki elektronlar ise, buna karşın ayrılmaya hazır durumdadır. Ancak bu süreç için de bir miktar enerji gerekmektedir. En dıştaki bu elektronlar valans (değerlik) elektronları olarak adlandırılmaktadır. Diğer elektronlar katıyı oluşturmak için birleşirken, valans elektronları atomlardan ayrılarak hemen hemen serbest elektron gazı formunu alırlar. Yani materyalin bir bölümü elektron gazı ile doldurulmuş bir kap şeklinde düşünülebilir.



Şekil 1.2 : Elektron gazı. Oklu daireler parçacıkların düzensiz hareketini tanımlamaktadır.

Elektron gazındaki dolanım elektrik akımı adını almaktadır. Tüm materyallerin elektrik akımını iletmediği bilinmektedir. Bazı materyallerin dielektrik bazılarının ise metal olması, bu materyalleri oluşturan atomlar ve bu atomların düzenine bağlı olarak değişmektedir.

. Dielektriklerde, valans elektronları atomlarına bağlı kalır ve örnek içerisinde bu elektronların dolanması kolay olmamaktadır.

Dielektrikler akımı iletmezler. Metallerde ise elektrik akımını sağlayan elektronlar, ayrılmış oldukları atomik yapılarla (örgü, kusurlar, gibi) çarpışarak, bunlar tarafından

saçılırlar. Bu durum sürtünmeyi oluşturur. Yani bilinen fiziksel anlamıyla elektrik akımı, direnç ile karşılaşır.

Süperiletken durumda ise direnç yoktur; yani sıfır olur. Bu da elektronların sürtünmesiz hareket etmeleri demektir. Böyle bir hareket normalde mümkün gözükmemektedir ve fizikçiler, bu çelişkili durum hakkında karara varabilmek için uzun yıllar araştırmalar yapmışlardır. İşte keşfin özelliğinin oldukça olağan dışı olması da bu esasa dayanmaktadır.

### 1.3 KRİTİK SICAKLIK VE KRİTİK MANYETİK ALAN

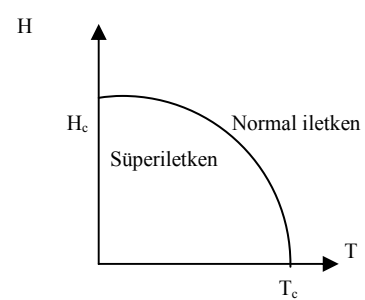
Normal durumdan süperiletken duruma geçiş sıcaklığı,  $T_c$  kritik sıcaklık olarak adlandırılmaktadır. Sıcaklık düşürüldüğünde, süperiletkenlik bir sıçrayış şeklinde belirir ve işte sıçramanın olduğu bu nokta  $T_c$  noktasıdır. Yapılan analizler, böyle bir geçişin kesin bir sıcaklık değerinde meydana geldiğini göstermektedir.

Her bir örnek kendine özgü bir kritik sıcaklık değerine sahiptir. Süperiletkenliğin bulunmasından kısa bir süre sonra, süperiletkenliğin yalnızca sıcaklığa bağımlı olmadığı bununla birlikte örnek zayıf bir manyetik alana konursa da yok olduğu bulunmuştur. Bu alan da materyalin kritik manyetik alanı olarak adlandırılır (Balbağ Z., 2001).

$H_{cm}(T)$ ,  $T$  sıcaklığındaki kritik alan ve  $H_{cm}(0)$  mutlak sıfırdaki kritik alan olmak üzere kritik sıcaklık ve kritik alan arasındaki ilişki Eşitlik (1.1) ve Şekil 1.3' de görüldüğü ,

$$H_{cm}(T) = H_{cm}(0) \left(1 - \left[T/T_c\right]^2\right) \quad (1.1)$$

gibidir.



Şekil 1.3 : Kritik alanın kritik sıcaklık ile bağımlılığı .

Tablo 1 Süperiletken elementlerin kritik sıcaklık ve kritik manyetik alan değerleri (Müller ve Ustinov, 1997).

Element	$T_c(K)$	$H_{cm}(0)(Oe)$
Al	$1.175 \pm 0.002$	$104.9 \pm 0.03$
Pb	$7.196 \pm 0.006$	$803 \pm 1$
Sn	$3.722 \pm 0.001$	$305 \pm 2$
Ga	$1.083 \pm 0.001$	$59.2 \pm 0.3$
Ta	$4.47 \pm 0.04$	$829 \pm 6$
Hg	$4.154 \pm 0.001$	$411 \pm 2$
Th	$1.38 \pm 0.02$	$160 \pm 3$
In	$3.408 \pm 0.001$	$281.5 \pm 2$
Tl	$2.38 \pm 0.04$	$178 \pm 5$
V	$5.40 \pm 0.05$	1408
La	$6.0 \pm 0.1$	1096.1600
Nb	$9.25 \pm 0.02$	$2060 \pm 50$

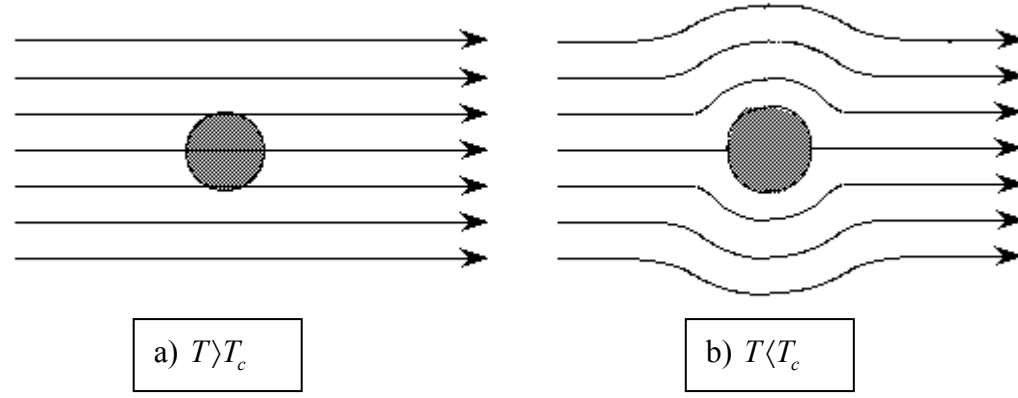
#### 1.4 MEİSSNER ETKİSİ

Süperiletkenliğin keşfinden sonraki yirmi iki yıl boyunca bilim adamları süperiletkenlerin, sıfır dirençli bir metal yani ideal bir iletken olduğuna inanmışlardır.

İdeal iletkenin zayıf bir dış manyetik alandaki davranışını belirlemek için başlangıçta, bu iletkenin kritik sıcaklık altına soğutulduğu düşünülün. Bundan sonra, dış alan uygulandığında numunenin davranışı, Şekil 1.4.(b)' de de gösterildiği gibi manyetik alanın süperiletken içerisine nüfus etmemesi şeklinde belirir. Aslında ideal iletkenin yüzey tabakasına manyetik alanın nüfusundan hemen sonra meydana gelen akımın; Lenz Kuralına göre, oluşturduğu manyetik alan dış alana zıt yöndedir. Bu nedenle, numune içerisinde toplam alan sıfır olmaktadır. Bu durum Maxwell denklemlerinden yola çıkılarak da gösterilebilir:

$$\text{curl}\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.2)$$

Bu denklemden c, boşluktaki ışık hızıdır.  $\rho$ , özdirenç (bu konuda  $\rho = 0$  olduğu bilinmektedir) ve j'de meydana gelen akımın yoğunluğu olmak üzere  $E = \rho j$  olduğundan ideal iletken için,  $E = 0$  sonucuna ulaşılır. Eşitlik.(1.2)'den  $B = \text{sabit}$  olmaktadır. Dış alan uygulanmadan önce  $B = 0$  olarak dikkate alınırsa, alan uygulandıktan sonra da  $B = 0$  olduğu görülür. Ya da farklı bir bakış açısıyla  $\rho = 0$  olduğundan, ideal iletken içerisine manyetik alan nüfusu için söz konusu zaman oldukça uzundur.



Şekil 1.4 :a)  $T > T_c$  ' de b)  $T < T_c$  ' de süperiletkene uygulanan manyetik alan.

Sonuç olarak, dış manyetik alandaki süperiletkenin herhangi bir noktasında  $B = 0$  olduğu kanıtlanmış olur. Bu durum, (dış manyetik alandaki  $T < T_c$  'de ideal iletken) farklı olaylar içinde zenginleştirilebilmektedir; öncelikle dış alanın sıcak olan numuneye uygulanıp sonrasında  $T < T_c$  ' ye numuneyi soğutarak vb.

$T > T_c$  durumun da numunenin öz direnci sonlu olmaktadır. Bu nedenle manyetik alan numuneye nüfus eder. Numune süperiletken geçişe soğutulduktan sonra ise Şekil 1.4.(a)'da da belirtildiği gibi, manyetik alan numune içerisinde var olmaya devam eder.

İşte 1933 yılından önce yukarıdaki düşünceler ile de ifade edilen numunenin,  $\rho = 0$  ile karakterize edilen süperiletken değil de ideal iletken olduğu düşünülmektedir. Ancak 1933 yılında W.Meissner ve R. Ochsenfeld adlı iki bilim adamı tarafından yapılan deney, bu düşüncenin doğru olmadığını göstermiştir. Bu bilim adamları süperiletkenler için  $\partial B / \partial T = 0$  şartının sağlanmasına ek olarak,  $B_{iç}$  alanının kendisinin de sıfır, yani,  $B = 0$  olduğunu buldular. Yani süperiletkenler, yalnızca mükemmel iletkenler olmayıp, aynı zamanda mükemmel diamanyetiklik özelliği de sergilemektedirler. Bu özellik

süperiletkenlerin manyetik özelliklerinin en temelidir. Ancak her diamanyet bir süperiletken değildir ( Aydoğu S., 1995).

Manyetik alanın süperiletkenden dışarlanması Meissner Etkisi olarak bilinmektedir ve Şekil 1.4.(b)'de de gösterilen uygulanan alana eşit ve zıt yönde alan oluşturacak biçimde süperiletken yüzeyinde akan perdeleme akımları tarafından meydana gelmektedir.

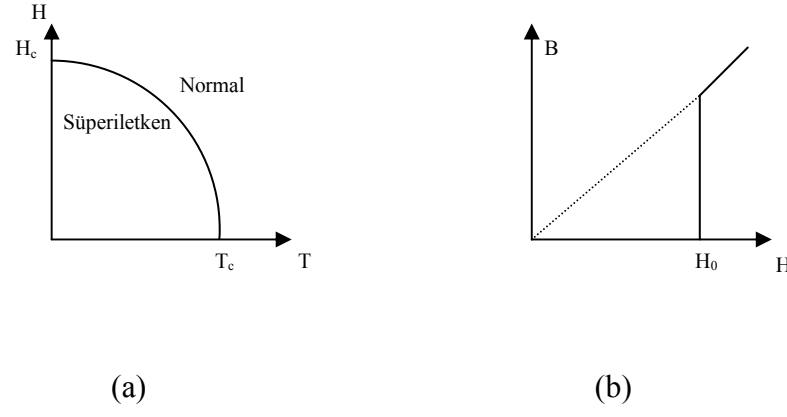
Bu keşif çok önemlidir. Eğer numunenin durumundan bağımsız olarak  $B = 0$  ise, sıfır indüksiyon  $B < B_c$  de süperiletken durumun temel özelliği olarak ele alınabilmektedir. Bu durum ayrıca, süperiletken duruma geçişin faz geçişi olarak ele alınabildiğini belirtmektedir. Dolayısıyla, süperiletken fazı belirlemek için tüm termodinamik yaklaşımlar uygulanabilmelidir.

Böylece süperiletken durumun Eşitlik.(1.3)'e tabi olduğu sonucuna varılmaktadır:

$$\begin{aligned} \rho &= 0 \\ B &= 0 \end{aligned} \tag{1.3}$$

### 1.5 1. TİP VE 2. TİP SÜPERİLETKENLER

Manyetik özelliklerine göre, süperiletkenler 1. tip ve 2. tip olmak üzere iki gruba ayrılmaktadır. 1. tip süperiletkenlere niobium hariç tüm süperiletken elementler dahildir. Niobiumlu süperiletken alaşımlar ve kimyasal bileşikler 2. tip süperiletkenler olarak adlandırılan ikinci grubu oluştururlar. Yüksek sıcaklık süperiletkenleri olarak adlandırılan süperiletkenler de bu gruba dahildir (Abrikosov, 1957).



Şekil1.5: 1. tip süperiletkende (a) kritik alanın kritik sıcaklık ile değişimi (b) mıknatıslanma eğrisi.

Bir  $H$  manyetik alanında bulunan süperiletkenin  $T_c$  kritik sıcaklığı, Şekil 1.5.(a)' dan da görüldüğü gibi manyetik alan artışıyla azalmaktadır.

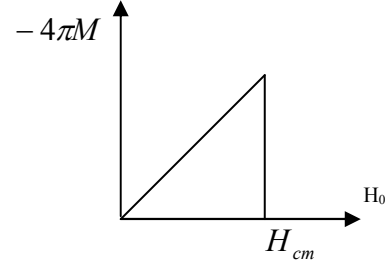
Kritik alanın değeri  $T = 0K$  ' de maksimumdur. 1. tip süperiletkenler manyetik alanı dışarılar ve bu tipteki süperiletkenler, manyetik alana karşı şiddetinin kritik  $H_c$  değerine ulaşana dek onu yok etmeye eğilimlidir. Bu limitin üzerinde, yani; uygulanan alan kritik alan değerini aştığında materyal normal durumuna döner.

1. tip süperiletkenler için mıknatıslanma eğrisi incelendiğinde ( Şekil 1.5.(b) ), uygulanan alan  $H_0$  arttırıldığında önce numune içerisindeki indüksiyon değişmez ve  $B = 0$  olarak kalır, sonra  $H_0, H_c$  değerine ulaştığında süperiletkenlik yok olur ve alan süperiletken içerisine nüfus eder ve  $B = H_0$  olur.  $B$  manyetik indüksiyonu ve  $H_0$  manyetik alanının birbirleri ile ilişkisi

$$B = H_0 + 4\pi M \quad (1.4)$$

Eşitlik (1.4) ile verilmektedir.

Bu bağıntıda  $M$ , birim hacim başına manyetik momenttir. Mıknatıslanma eğrisi de çoğunlukla şu şekilde belirtilmektedir:

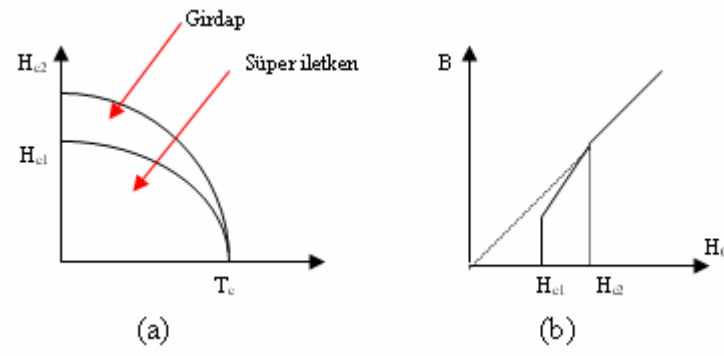


Şekil 1.6 : Mıknatıslanma eğrisi

1. tip süperiletkenlerin temel manyetik özellikleri şu şekildedir:

- Manyetik alan çizgileri, süperiletken dışında daima süperiletken yüzeyine teğettir.
- Dış manyetik alandaki süperiletkenin yüzeyi yakınında daima elektrik akımı vardır.
- Bir süperiletkende, süperiletken yalnızca dış manyetik alana konulduğunda yüzey akımları oluşturur.

1950'lerde yapılan çalışmalarda, kritik sıcaklıkla kritik manyetik alan değişiminin daha farklı olduğu bir grup maddenin daha varlığı keşfedilmiştir. 2. tip süperiletkenler tanımlaması da ilk kez Ginzburg-Landau Teorisi'ne dayandırılan, bu materyallerin teorisini öneren ve çalışmasında onların manyetik özelliklerini tanıtan Abrikosov tarafından yapılmıştır. Bu teori de süperiletkenler fiziğinin gelişimi ile birlikte deneysel çalışmalarla doğrulanmıştır (Ginzburg ve Andryushin, 1994).

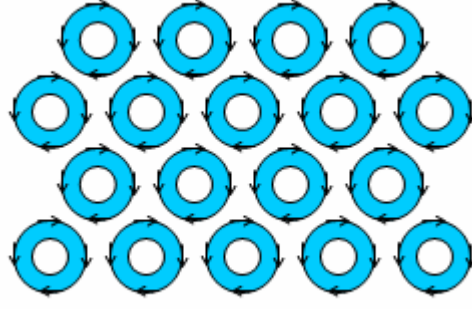


Şekil 1.7 : 2. tip süperiletkende(a) kritik alanın kritik sıcaklık ile değişimi(b) mıknatıslanma eğrisi

2. tip süperiletkenler, Şekil 1.7.(a)' da da görüldüğü gibi, iki kritik alan tarafından belirlenmektedir. 2. tip süperiletkenler yalnızca çok zayıf bir manyetik alanı dışarılarlar. Manyetik alan bu materyaller içerisine farklı bir yolla nüfus eder.

2. tip örneğe uygulanan  $H_0$  alanı  $H_{c1}$  olarak gösterilen ve alt kritik alan olarak adlandırılan alandan küçük olduğu durumda, 1. tip süperiletkenlerde olduğu gibi numuneye hiçbir akı nüfus edemez ve numune süperiletken durumdadır. Uygulanan alan  $H_{c1}$  ve  $H_{c2}$  alan değerleri arasında olduğunda numune girdap ( girdap, karışık durum vb. ) durumdadır. Son olarak da,  $H_{c2}$  üst kritik alan değerine ulaşıldığında numune normal duruma döner.

Manyetik alanın girdap bölgesinde numuneye nüfusu, kuantize girdap filamanları şeklinde olmaktadır. Her bir filaman ( veya girdap ) eksenini dış manyetik alana paralel, uzun, ince silindirler şeklinde normal merkezlere sahiptir. Silindir içerisinde  $\psi$  düzen parametresi sıfırdır. Silindirin yarıçapı da  $\xi$  eş uyum uzunluğu mertebesindedir. Normal korun etrafında dolanan süper akım (Eddy akımları), normal kora paralel olan dış manyetik alanla aynı anda meydana gelen manyetik alan yönündedir. Girdap akımı ( Eddy akımı ), nüfus derinliği  $\lambda$  yarıçaplı alanda dolaşır (Rydh, 2001).



Şekil 1.8 : 2. tip süperiletkenlerin girdap durumu. Süperiletken girdaplar düzenli üçgensel örgü formundadır. Girdap merkezleri normal durumdadır.

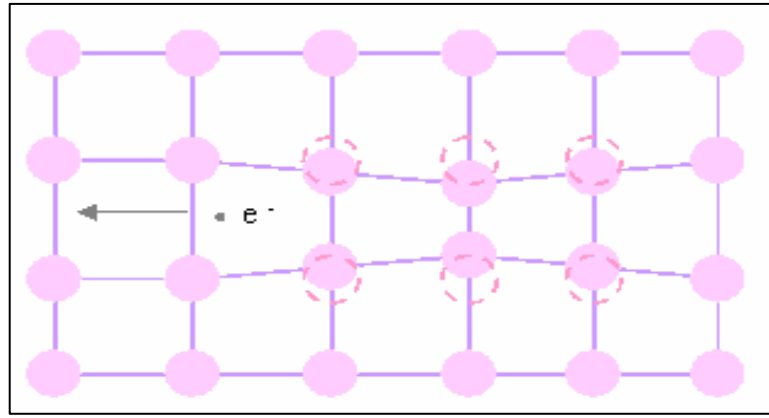
Süperiletken içerisine manyetik alanın kısmi nüfusu ile karakterize edilen girdap bölgede bu nüfus,  $H_0 > H_{c1}$  'de termodinamik açıdan uygun olmaktadır. Dış alanın artmasıyla,  $H_0 = H_{c2}$  alanında komşu girdaplar arasındaki uzaklık, yani, örgü periyodu  $\xi$  mertebesine gelir. Bu girdaplardaki normal korların, birbirleri ile temasa geçtiği anlamına gelir ve  $\psi$  düzen parametresi süperiletkenin tüm hacmi üzerinde sıfır olur. Başka bir deyişle, ikinci derece faz geçişi meydana gelmektedir.

### 1.6 BCS TEORİSİ

Normal bir metalin öz direncinin bir kısmı, serbest elektronlarla metal örgüdeki ısı olarak yerlerinden ayrılmış iyonlar arasındaki çarpışmalardan kaynaklanmaktadır. Metal içinde hareket etmekte olan elektronlar, safsızlıklar ve diğer kusurlarla da karşılaşabilirler. Metallerde elektronlar her zaman çarpışmaya uğrayacaklarından; bilim adamları, süperiletken halin bu klasik modellerle açıklanamayacağını fark ettiler. Süperiletkenlik olayı, tek bir elektronu madde içinde yayılan dalga fonksiyonu olarak göz önüne alan basit mikroskopik kuantum mekaniksel modellerle de anlayamamaktadır. Süperiletkenliğin bilinen özelliklerine dayanan pek çok teori ileri sürülmesine rağmen, teorilerden hiçbiri süperiletkenliğin temel mekanizmasını yani elektronların nasıl olup da süperiletken hale geçtikleri ve bu halde iken niçin safsızlıklar ve örgü titreşimleri tarafından saçılmaya uğramadıklarını açıklayamamıştır.

1957' de Bardeen, Cooper ve Schrieffer tarafından oluşturulan BCS, Teorisi bu durumu açıklamada başarılı olmuştur.

Bilindiği gibi, elektronlar normalde negatif elektrik yükleri nedeniyle birbirlerini iterler. BCS Teorisinin ana teması ise, aralarında bir tür çekici etkileşme bulunan iki elektronun Cooper çiftleri olarak bilinen bağlı durumlar oluşturmasıdır. Bu çekici güç elektronların civarındaki örgü deformasyonlarından doğmaktadır.



Şekil 1.9: İki elektron arasında örgü bozulmasından ortaya çıkan çekici etkileşmenin şematik gösterimi.

Şekil 1.9'da birinci elektronun pozitif örgü iyonları arasındaki hareketinden bir an gösterilmektedir. Elektronun pozitif örgü iyonları arasındaki bu hareketi elektronun yakın çevresindeki iyonların elektrona doğru hareketine neden olur. Bu durum, elektron civarındaki bölgenin pozitif yük kazanmasına yol açar. Pozitif iyon denge konumuna dönme şansını elde etmeden, o civardan geçen başka bir elektron (Cooper çiftinin ikinci elektronu) bozulmaya uğramış pozitif yüklü bölgeye doğru çekilir. Burada söz konusu net etki, pozitif iyon aracılığıyla iki elektron arasında çekici bir kuvvet ortaya çıkmasıdır. Yani Cooper çiftini oluşturan neden iki elektron arasındaki çekici bir elektron-örgü-elektron etkileşmesidir.

Her iki elektronda örgü içinde hareket ettiğinden deformasyonlar yerel bir örgü titreşimi oluşturmaktadır. Kuantum mekaniğinde örgü titreşimi fonon olarak tanımlanmaktadır. İki elektron arasındaki çekimde gerçekte fononların değişimi nedeniyledir. Cooper çiftinin bir elektronu fonon salar ve bu fonon çiftin diğer elektronu tarafından yakalanır (Bardeen, Cooper ve Schrieffer, 2001). Kristal momentumunun korunumundan;

$$\vec{k}_{1f} = \vec{k}_{1i} - \vec{k} \quad (1.5)$$

$$\vec{k}_{2f} = \vec{k}_{2i} + \vec{k}$$

yazılabilir. Burada  $\vec{k}$  değiş tokuş edilen fononun dalga vektörü,  $\vec{k}_{1i}$  ve  $\vec{k}_{1f}$  sırasıyla fononu salan elektronun önceki ve sonraki dalga vektörleri, son olarak  $\vec{k}_{2i}$  ve  $\vec{k}_{2f}$  de fononu yakalayan elektronun önceki ve sonraki dalga vektörleridir.

$$\vec{k}_{1f} + \vec{k}_{2f} = \vec{k}_{1i} + \vec{k}_{2i} \quad (1.6)$$

olduğu belirtilmelidir. Cooper çiftlerinin toplam kristal momentumu da korunur:

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \text{sabit} \quad (1.7)$$

Bir Cooper çifti hızlı biçimde birçok fonon değişimi yaptığından, çiftin dalga fonksiyonu şöyle ifade edilmektedir:

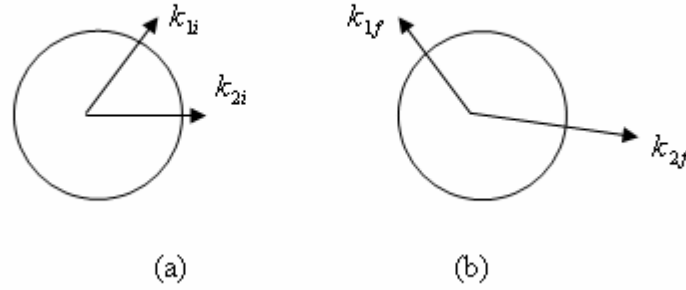
$$\psi = \sum_{i,j} A_{ij} \psi_1(\vec{k}_i) \psi_2(\vec{k}_j) \quad (1.8)$$

Burada  $\psi_1(\vec{k}_i)$ ,  $\vec{k}_i$  durumundaki birinci elektron için Bloch fonksiyonu;  $\psi_2(\vec{k}_j)$ ,  $\vec{k}_j$  durumundaki ikinci elektron için Bloch fonksiyonu ve  $A_{ij}$  de birinci elektron  $\vec{k}_i$ , ikinci elektronda  $\vec{k}_j$  durumunda bulunduğu  $\psi$ 'nin genliğidir. Toplam tüm  $\vec{k}_i$  ve  $\vec{k}_j$  çiftleri

üzerinden alınmaktadır ve  $\vec{k}_i + \vec{k}_j$  sabit bir değere eşittir. Cooper çiftlerindeki çekim modellenebilen  $\vec{k}_i, \vec{k}_j$  durumları çok sayıda olduğunda artmaktadır.

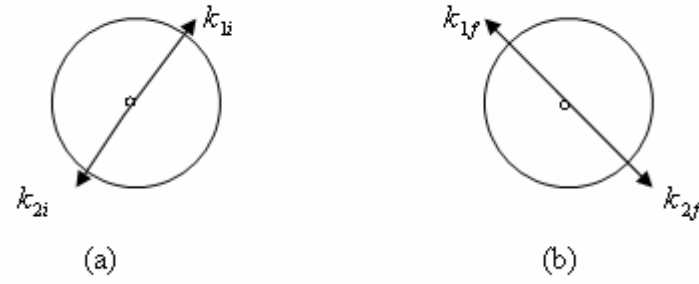
Serbest elektron modeli göz önüne alındığında,  $k_F$  Fermi küresinin yarıçapı olmak üzere normal metalde  $T = 0$  K'de tüm  $k < k_F$  durumları dolu,  $k > k_F$  durumları da boştur. Doldurulmuş durumların bu dağılımında hiçbir elektron çifti (bu çiftler halen Fermi yüzeyi içerisindedirler) arasında fonon değişimi olmamaktadır. Diğer elektronlar tarafından işgal edilmiş bu durumlara giriş, Pauli İlkesi uyarınca yasaklanmıştır.

Bununla birlikte, eğer elektron çiftleri Fermi yüzeyi dışındaki ( $k > k_F$ ) durumlar içerisinde hareket ettirilirse, fonon değişimi mümkün olacaktır. Oluşan çekim, çifti Fermi yüzeyi dışına çıkarmak için gereken kinetik enerji miktarındaki ( $\hbar^2 k^2 / 2m$ ) artıştan daha büyüktür. Bu çift böylece  $E < E_F$  enerjisi ile kararlı durum formunda olur. İki elektron  $\vec{k}_i$  ve  $\vec{k}_j$  durumlarının çift sayıları maksimum şekilde modellenebildiğinde en güçlü çekime sahip olur ve net enerji en düşük formdadır.  $k_i$  ve  $k_f$  durumlarının her ikisi de Fermi yüzeyi yakınında yer almalıdır. Buradan kinetik enerjinin mümkün olduğunca küçük olduğu sonucuna varılır.



Şekil 1.10: Daire ; Fermi yüzeyini belirtmek üzere fonon değiştiren elektron çiftlerinin (a) başlangıç ve (b) son durumları.

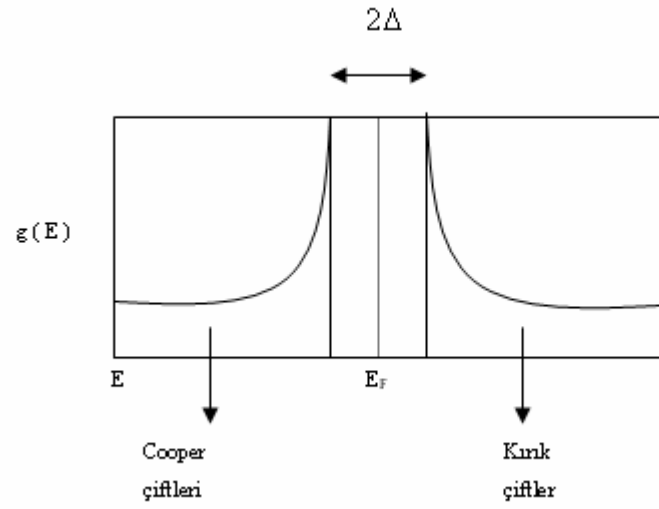
Şekil 1.10 incelendiğinde,  $k_{1i}$ 'deki elektron bir fonon salarsa bu elektron  $k_{1f}$  (b) durumuna geri döner. Momentum korunur.  $k_{2i}$  (a)'daki elektron fononu yakaladığında Şekil 1.10(b)'de de gösterildiği gibi,  $k_{2f}$  durumu oluşur. Bu durum, Fermi yüzeyinden uzaklaşıldığını göstermektedir. Bu fonon değişimi enerji açısından mümkün olmadığından böyle bir fonon, elektron çifti arasında değişmemektedir.



Şekil 1.11: Daire ; Fermi yüzeyini belirtmek üzere, fonon değişiminin olduğu elektron çiftinin (a) başlangıçtaki ve (b) sonraki durumları.

Şekil 1.11 incelendiğinde, Fermi yüzeyinin zıt taraflarındaki ( $k_{2i} = -k_{1i}$ ) iki durumun ele alındığı görülmektedir. Bu çift için toplam momentum ( $k_{1i} + k_{2i}$ ) sıfırdır. Eğer  $k_{1i}$ 'de ki elektron bir fonon salarsa, elektron  $k_{1f}$  (b) durumuna geri döner.  $k_{2i}$ 'de ki elektron bu fononu yakalar ve  $k_{2f}$  (b) durumuna gider. (elektronun toplam momentumu halen sıfırdır). Bu olayda  $k_{2f}$  durumu Fermi yüzeyi yakınında olduğundan, bu durumda fonon değişimi enerji açısından uygundur. Fermi yüzeyi yakınındaki tüm durumlar da böyle bir elektron çifti ile modellenebilmektedir. Böylelikle Şekil 1.11 ile modellenen elektron çifti, Şekil 1.10 ile modellenen çiftten çok daha büyük bir çekim kuvvetine sahip olmaktadır. Bu nedenle Cooper çiftleri, daima zıt yönlerde dalga vektörleri ile temsil edilen elektronlar içerir ve çiftlerin toplam kristal momentumu sıfır olmaktadır.

Cooper çiftleri boson gibi davranır ve Bose-Einstein istatistiğine uyar. Bununla birlikte süperiletkenlik durumunda sıcaklık  $0$  K'dir.  $k_F$  yakınındaki tüm elektronlar,  $E < E_F$  net enerjileri ile Cooper çifti formunda var olurlar.



Şekil1.12: Süperiletkende,  $E_F$  Fermi enerjisi civarında  $g(E)$  durumların yoğunluğu

Şekil1.12 incelendiğinde, tüm Cooper çiftlerinin  $E_F - \Delta$  değerinden daha az bir enerjiye sahip oldukları görülmektedir. Cooper çiftlerini kırmak için,  $2\Delta$  kadar bir enerji gerekmektedir. Bu kırık çift,  $E > E_F + \Delta$  enerjisindeki durumda yer alır. Böylece  $E_F$  merkezindeki aralık  $2\Delta$  genişliğindedir ve bu aralık  $T = 0 \text{ K}$ 'de  $10^{-3} \text{ eV}$  mertebesindedir.

BCS Teorisi, bu enerji aralığının ( $2\Delta$ ) kritik sıcaklık ile orantılı olduğunu tahmin etmektedir:

$$2\Delta \approx 3.5k_B T_c \quad (1.9)$$

Sıfırın üzerindeki sıcaklıklarda, bazı Cooper çiftleri termal enerji nedeniyle kırılır ve  $E_F + \Delta$ 'nin üzerindeki bazı durumlar dolar. Her çift oluşturmamış elektron, bir k durumunu işgal eder. Cooper çiftlerinin bu durumu ve bunun sonucu olarak, çekici kuvvettteki azalış,  $2\Delta$  enerji aralığının genişliğinin azalmasına neden olur.  $T = T_c$ 'de  $2\Delta$  aralık genişliği sıfıra gider ve süperiletken normal duruma döner.

Elektrik alan süperiletkene uygulandığında, her bir Cooper çifti hızlanır. Dolayısıyla her çiftin toplam kristal momentumu sıfırdan farklı olur:

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \Delta\vec{k} \quad (1.10)$$

$\Delta k$  değeri her bir çift için aynıdır. Her çiftin kütle merkezi, aynı hızla hareket etmektedir. Sistemin kuantum mekaniksel durumunun doğasından, yalnızca bir Cooper çiftinin hızını, her biri için değiştirmeden, değiştiremediğimizi buluruz. Çünkü süperiletken durumda, Cooper çiftleri bağımsız hareket yerine birlikte bir davranış sergiler. Böylelikle, normal metallerde elektronların saçılmasında etkili olan örgü kusurları (safsızlıklar ve fononlar gibi) Cooper çiftleri üzerinde etkili değildir. Saçılma olmadığında akım sonsuza dek sürer ve direnç sıfır olur.

BCS Teorisi, sıfır direnç ve akı dışarlanması gibi, belirgin süperiletkenlik özelliklerinin açıklanmasında başarılı olmuştur. Ancak yüksek sıcaklık süperiletkenlerinin yapısını açıklamadaki yeterliliği sorusu halen gündemdedir. BCS modeli şu deneysel gözlemlerle uyumludur :

- 1-) Değişik araştırma grupları tarafından yayınlanan sonuçlarda farklılık olmasına rağmen, pek çok bakır oksidin enerji aralığı BCS Teorisi'nin öngördüğü  $3.53 kT_c$  mertebesindedir.
- 2-) Akı kuantumlanması deneyleri, süperiletkenlik sürecinde Cooper çiftlerine benzer yük taşıyıcı çiftlerin rol aldığını göstermektedir.
- 3-) Özgül ısıda  $T = T_c$ ' de gözlenen süreksizlik BCS Teorisi'nin öngörüsüne benzemektedir.

Yüksek sıcaklık süperiletkenleri ile ilgili bu deneysel gözlemler ve BCS Teorisi arasındaki uyuma rağmen, yüksek sıcaklık süperiletkenlerinin davranışlarını açıklayan mekanizmalar henüz tam olarak belirlenememiştir (Serway, 1996).

## 1.7 SÜPER İLETKENLERİN TERMODİNAMİĞİ

### 1.7.1 MATERYALİN KRİTİK ALANI, TERMODİNAMİK KRİTİK ALAN

1. tip süperiletken olan uzun bir silindir,  $H_0$  düzgün manyetik alanında göz önüne alınırsa, süperiletkenliği ortadan kaldıran manyetik alan yani,  $H_{cm}$  alanını bulmak için şöyle bir yol izlenir:

$H_0 < H_{cm}$  olduğu durumda, B Meissner etkisi nedeniyle sıfır olur. M manyetik momenti, silindirin birim hacmi başına;

$$M = -H_0 / 4\pi \quad (1.11)$$

olmaktadır.

$H_0$  manyetik alanına  $dH_0$  değeri eklendiğinde dış kaynaklı manyetik alan süperiletken üzerine birim hacim başına,

$$-MdH_0 = H_0 dH_0 / 4\pi \quad (1.12)$$

şeklinde etki eder:

Dolayısıyla alan, 0' dan  $H_0$  değerine değiştiği zaman dış kaynaklı alan tarafından yapılan iş;

$$- \int_0^{H_0} MdH_0 = H_0^2 / 8\pi \quad (1.13)$$

olur. Bu iş,  $H_0$  manyetik alanlı süperiletkende yapılmıştır. Eğer sıfır alandaki süperiletkenin serbest enerji yoğunluğu  $F_{s0}$ , ise sonlu manyetik alandaki süperiletken için;

$$F_{sH} = F_{s0} + H_0^2 / 8\pi \quad (1.14)$$

elde edilir.

Süperiletken durumdan normal duruma geçiş ise,  $F_{sH}$  serbest enerjisi normal metalin serbest enerji seviyesine ulaştığında meydana gelir.  $H_0 = H_{cm}$  noktasında,

$$F_{sH} = F_n$$

olur ve

$$F_n - F_{s0} = H_{cm}^2 / 8\pi \quad (1.15)$$

elde edilir.

Eşitlik(1.15)'den de görüldüğü gibi, serbest enerji bakış açısına göre süperiletkenin kritik alanı, normal duruma göre daha uygun gözüken süperiletken duruma genişletilerek belirlenebilir. Farklı bir ifadeyle; kritik alan, normal ve süperiletken durumlar arasındaki enerji farkını ölçmektedir, denilebilir (Dmitriev, 2004).  $H_{cm}$  alanı çoğunlukla termodinamik kritik alan olarak adlandırılmaktadır.

### 1.7.2 SÜPER İLETKENİN ENTROPİSİ

Termodinamiğin birinci kanunu :

$$\delta Q = \delta R + \delta U \quad (1.16)$$

şeklindedir. Burada  $\delta Q$ , cisme verilen ısı enerjisi;  $\delta R$ , cisme karşı yapılan iş ve  $\delta U$  ' da cismin iç enerjisidir. Bu tanımdan, serbest enerji yoğunluğu F şöyle yazılır :

$$F = U - TS \quad (1.17)$$

Burada T, cismin sıcaklığı; S' de birim hacim başına entropidir. Böylece;

$$\delta F = \delta U - T\delta S - S\delta T \quad (1.18)$$

yazılabilir.  $\delta Q = T\delta S$  tersinir bir süreç olduğu için;

$$\delta U = T\delta S - \delta R \quad (1.19)$$

$$\delta F = -\delta R - S\delta T \quad (1.20)$$

Eşitlik(1.20)' den;

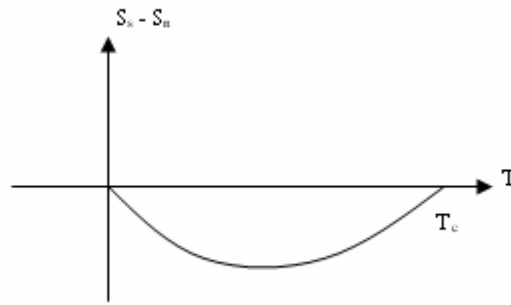
$$S = -(\partial F / \partial T)_R \quad (1.21)$$

yazılabilir. Normal ve süperiletken durumlar arası entropi farkını hesaplamak için denk.(1.21) kullanılır. Denk.(1.15), denk.(1.21)' de yerine yazıldığında;

$$S_s - S_n = \frac{H_{cm}}{4\pi} \left( \frac{\partial H_{cm}}{\partial T} \right)_R \quad (1.22)$$

elde edilir. Bu denklem'den önemli fiziksel veriler elde edilmektedir:

- Nernst Teoremine göre  $T = 0$ ' da cismin entropisi sıfırdır. Bu nedenle,  $\left( \frac{\partial H_{cm}}{\partial T} \right)_T = 0$  olmaktadır.  $T = 0$ ' da  $H_{cm}(T)$  eğrisinin türevi sıfırdır.
- Deneyden bilindiği gibi  $T$  sıcaklığındaki artışa rağmen  $H_{cm}(T)$  düzgün olarak azalan bir eğri formunda idi. Bu  $0$ ' dan  $T_c$ ' ye tüm sıcaklıklar için  $\frac{\partial H_{cm}}{\partial T} < 0$  ve  $S_s < S_n$  olduğu anlamına gelmektedir.
- $T = T_c$ ' de  $H_{cm} = 0$  olduğundan bu noktada  $S_s = S_n$  olmaktadır.  $S_s - S_n$ ' in sıcaklık ile değişim grafiği Şekil 1.13' de görülmektedir.



Şekil 1.13:  $S_s - S_n$  entropi farkının sıcaklıkla değişimi

Grafiğin bu davranışı aşağıdaki belirgin özellikleri ortaya koymaktadır:

1. Süperiletken durum normal durumdan daha düzenlidir. Çünkü daha düşük entropi ile karakterize edilmektedir.
2.  $T = T_c$ ' de,  $S_n = S_s$  olduğundan,  $T = T_c$ ' deki geçiş bir ısı verilmesini gerektirmemektedir. Bu nedenle,  $T = T_c$ ' deki geçiş ikinci derece faz geçiştir.
3.  $T < T_c$ ' de süperiletkenlik durumundan normal duruma geçiş yeterince güçlü bir manyetik alan uygulandığında meydana gelmektedir.  $S_s < S_n$  olduğundan böyle bir geçiş bir ısı soğurulmasını da beraberinde getirir. Bu nedenle, manyetik alanın varlığında,  $T < T_c$ 'deki tüm geçişler birinci derece faz geçiştir.

Elde edilen tüm bu sonuçlar, süperiletkenliğin elektronların tutarlı davranışlarına dayandığını ifade etmektedir (Müller ve Ustinov, 1997)

### 1.7.3 SERBEST ENERJİ

$H_0$  dış manyetik alanında bir cisim göz önüne alındığında, cisim içerisinde sıcaklık ve manyetik alan sabittir. Cismin  $F = \int FdV$  serbest enerjisi minimum olduğu zaman, termodinamik denge hali var olmaktadır.  $F$  niceliği bazen Helmholtz serbest enerjisi şeklinde de ifade edilmektedir.

Pek çok hesaplama için potansiyeli kullanmak uygun olmamaktadır. Çünkü normal olarak dış manyetik alandaki cisim için sabit kabul edilen nicelikler sıcaklık ve  $H_0$  manyetik alanıdır. Son durumda, termodinamik denge, diğer termodinamik potansiyel sıfır olduğunda elde edilmektedir. Bu da aşağıdaki biçimde verilen Gibbs serbest enerjisidir :

$$\mathcal{G} = \int G dV \quad (1.23)$$

$$G = F - B \frac{H_0}{4\pi} \quad (1.24)$$

## 2. SÜPERİLETKENLİK TEORİSİ

### 2.1 LONDON DENKLEMLERİ

Meissner etkisinin varlığı, süperiletken durumun denge termodinamiği ile verildiğini göstermesi açısından önemlidir (London, 1950). Meissner olayının keşfi ile Fritz ve Heinz London, süperiletkenler için denge termodinamiğine dayanan fenomenolojik (sezgiye dayanan) denklemleri geliştirmişlerdir.

London denklemleriyle, elektromanyetik alandaki süperiletken için akım, manyetik alan ve elektrik alan arası ilişkinin doğrusallığı tanımlanmaktadır.

#### 2.1.1 BİRİNCİ LONDON DENKLEMİ

Elektrik alandaki süperiletken elektronlar için hareket denklemi;

$$n_s \frac{m dV_s}{dt} = n_s e E \quad (2.1)$$

Burada  $m$ , elektron kütlesi;  $e$ , elektron yükü;  $V_s$  süper sıvı hızı;  $n_s$ ' de süper sıvının yoğunluk sayısıdır. Süper akım yoğunluğunun;

$$j_s = n_s e V_s \quad (2.2)$$

olduğu hesaba katılarak,

$$\Lambda = \frac{m}{n_s e^2} \quad (2.3)$$

ayarı ile birlikte,

$$E = \frac{d}{dt}(\Lambda j_s) \quad (2.4)$$

elde edilir.

Eşitlik(2.4) ile süperiletken elektronlar için, basit bir şekilde Newton'un ikinci denklemidir ve birinci London denklemi olarak bilinir. Buradan hareketle, "kararlı halde  $dj_s / dt = 0$  olduğu zaman, süperiletken içerisinde elektrik alan yoktur" yargısına varılır.

### 2.1.2 İKİNCİ LONDON DENKLEMİ

Fritz ve Heinz London kritik manyetik alanı, enerji kavramından hareketle açıklamışlardır. Bunun için normal durumda süperiletkene nüfus edebilen akının, süperiletken durumdayken dışarlanmasında ortaya çıkan enerji artışını kullanmışlardır.

Denge hali termodinamiğine göre, bir sistem serbest enerjisini en düşük yapan durumda bulunmak ister. Dolayısıyla, süperiletken durumun serbest enerjisi, normal duruma göre daha düşük olmalıdır.  $F_s$  süperiletken durumun;  $F_n$ 'de normal durumun birim hacim başına düşen enerjilerini göstermek üzere, kritik sıcaklığın ( $T_c$ ) altında  $F_s < F_n$  olduğu görülür. Manyetik alanın ( $B$ ) dışarlanması, süperiletken durumun birim hacim başına toplam enerjisinin  $B^2 / 2\mu_0$  kadar artmasına neden olur. Kritik alanın değeri;

$$F_s = \frac{B^2}{2\mu_0} + F_n \quad (2.5)$$

eşitliği ile tanımlanır. London teorisi,  $F_s$ 'nin sıcaklığa bağımlılığını da verdiği için,  $B_c(T)$  için tam bir ifade elde edilebilir. Serbest enerjideki artıştan hareketle yapılan işlemler sonrası elde edilen ikinci London denklemi şu formda yazılır:

$$\vec{B} + \lambda^2 \text{curlcurl}\vec{B} = 0 \quad (2.6)$$

bu eşitliğin diğer bir formu da şu şekilde elde edilebilir. Maxwell denklemlerinden;

$$\text{curl}\vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}_s \quad (2.7)$$

olduğu bilinmektedir.

$$\vec{B} = \text{curl}\vec{A} \quad (2.8)$$

eşitliğinden de yararlanılarak;

$$\vec{j}_s = -\frac{c}{4\pi\lambda^2} \vec{A} \quad (2.9)$$

yazılabilir. Eşitlik(2.8)'den Eşitlik(2.9)'a geçiş, London ayarı ile sağlanabilir;

$$\text{div}\vec{A} = 0 \quad (2.10)$$

$$\vec{A} \cdot \hat{n} = 0 \quad (2.11)$$

Burada n, süperiletken yüzeyinin birim normal vektörüdür. Eşitlik (2.11), süperiletken cismin sınırlarında süper akımın yokluğunu tanımlarken, Eşitlik(2.10), Eşitlik(2.9) ile birlikte süper akım kaynağı olmadığı halde akımın sürekli olduğunu ifade etmektedir. Eşitlik(2.3) ile birlikte;

$$\lambda^2 = \frac{mc^2}{4\pi m_s e^2} \quad (2.12)$$

eşitliği de kullanılarak Eşitlik(2.9) aşağıdaki gibi elde edilir;

$$\vec{j}_s = -\frac{1}{c\Lambda} \vec{A} \quad (2.13)$$

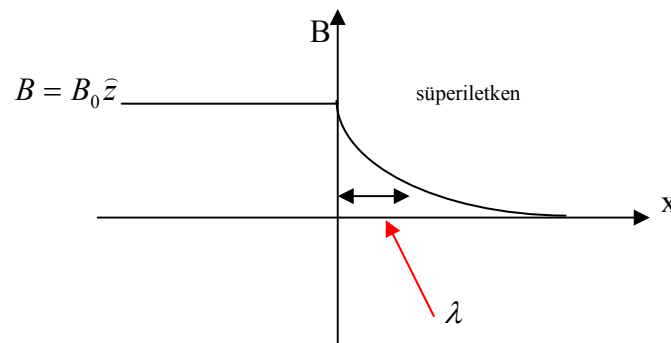
$$\Lambda = 4\pi\lambda^2 / c^2 \quad (2.14)$$

Eşitlik(2.13), ikinci London denklemi olarak bilinmektedir ve manyetik alan ile süper akım arasındaki ilişkiyi ortaya koymaktadır.

Eşitlik(2.12) ile verilen  $\lambda$ , nüfus derinliği olarak bilinir. Bu nicelik, bir süperiletkene manyetik alanın nasıl nüfus ettiğini, London denklemleri aracılığıyla belirlemektedir. Daha açık bir şekilde, süperiletkende meydana gelen yüzey akımları, manyetik alanın maddenin iç noktalarından dışarlanması sonucunu doğurmaktadır. Gerçekte, bu akımlar yalnızca numunenin yüzeyindeki çok ince bir tabakada oluşmazlar. Tersine bu akımlar, yüzeyden maddeye nüfus ederek sonlu kalınlıkta bir tabaka üzerine dağılırlar. Manyetik alan da bu ince tabakalarda derinlik ile ;

$$B(x) = B_0 e^{-\frac{x}{\lambda}} \quad (2.15)$$

şeklinde değişmektedir. Yani alan, tam yüzeydeki  $B_0$  değerinden sıfır değerine üstel olarak azalmaktadır. Karakteristik bozunma uzunluğu ise  $\lambda$ ' dır.



Şekil 2.1 :Manyetik alanın bozunması

Şekil (2.1)'de London denkleminin,  $x > 0$  bölgesini dolduran süperiletken içerisindeki manyetik alanın, üstel biçimde bozunduğunu ifade etmesi şematik biçimde gösterilmektedir.

Eşitlik(2.12)'den  $\lambda$  nüfus derinliğinin sıcaklığa bağımlı olduğu görülmektedir, çünkü  $\lambda$ ,  $n_s$  ile değişmektedir. Bu ilişki;

$$\lambda(T) \approx \lambda_0 \left[ 1 - (T/T_c)^4 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad T \leq T_c \quad (2.16)$$

bağıntısı ile verilir (Köksal, 1995). Bu bağıntıdan, nüfus derinliğinin kritik sıcaklık ile iraksadığı görülebilir. Bu durum kritik sıcaklıkta, süperiletken yük taşıyıcılarının sayısının sıfıra gittiğinin belirtisidir. Başka deyişle, T sıcaklığının kritik sıcaklık  $T_c$ 'ye yaklaşması halinde,  $\lambda$ 'nın sonsuz olacağı görülmektedir. Yani numune, süperiletken durumda iken; T,  $T_c$ 'ye yaklaştıkça uygulanan alan madde içinde daha derin noktalara nüfus eder. Sonuçta alanın bu nüfusu, numunenin tamamını kapsayarak onun normal hale gelmesini sağlar(Balbağ Z., 2001)

Akının nüfusu, özellikle ince film ya da ince toz süperiletkenlerle çalışırken önem kazanmaktadır.

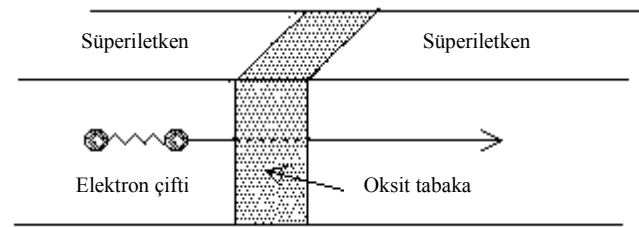
## 2.2 JOSEPHSON EKLEMİ

1962'de Brian D. Josephson iki büyüleyici etkinin varlığını ortaya koyan bir çalışma yayınlamıştır.

Çalışmada yer alan ilk etki, iki süperiletkenin çok ince bir yalıtkan engelle kontak yapılması halinde Cooper çiftlerinin yalıtkindan tünelleme yolu ile geçiş yapacağını ifade etmektedir. Yani elektron çiftlerinin, herhangi bir dirençle karşılaşmaksızın engelden geçmeleri mümkündür. Klasik fizikte, elektronların bu geçişi potansiyel engel yüzünden yasaklanmıştır. Tünelleme, elektronun dalga doğasından ortaya çıkan bir süreçtir ve mikroskopik özelliklerin bir örneğini teşkil etmektedir. Yalıtkanın Cooper çiftleri tarafından

delindiğini ( tünelleme olayı ) belirten bu etki, Josephson Etkisi olarak adlandırılmaktadır (Dull ve Kerchner,1994).

İkinci etki ise akımın, eklem için karakteristik özellik olan kritik değerini aşması halinde eklem tarafından yüksek frekanslı elektromanyetik dalgalar oluşturmaya başladığını ifade etmektedir. Her iki etkide teorik olarak açıklanmalarından kısa süre sonra deneyler ile de tam anlamıyla doğrulanmıştır (Dull ve Kerchner, 1994)



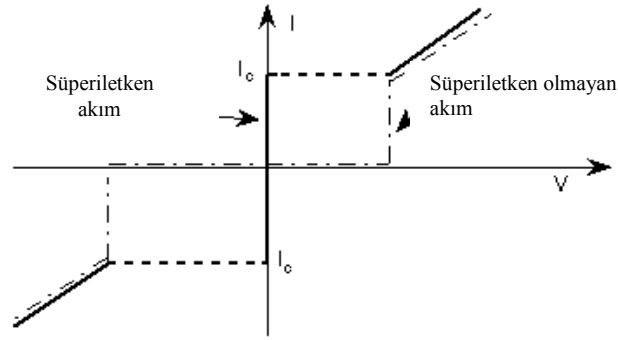
Şekil 2.2 : Josephson Eklemi ( Dull, 1994)

En basit Josephson eklemi, çok yalıtkan kurşun oksit tabakasıyla ( $10-20 \text{ \AA}$  kalınlığında) birbirinden ayrılmış kurşun alaşımli iki süperiletken oluşturulabilir. Şekil.(2.2)' den Josephson etkisinin eklemde meydana gelişini göstermektedir. Eklem bu işleyişi, çağdaş fiziğin, iki olgusuna dayanmaktadır: Süperiletkenlik ve tünel açan elektronlar.

Tünel açan elektronlar olgusunu daha iyi anlayabilmek, kuantum fiziği ile mümkün hale gelmektedir. Klasik fiziğe göre elektronlar, daha önce de belirtildiği üzere, iki süperiletken parçayı ayıran yalıtkan engeli aşamamaktadırlar. Bir taraftan da elektronlar hareketsizdir ve hiçbir elektrik akımı geçmez. Kuantum fiziğine göre ise durum farklıdır. Tek elektronun nerede olacağı yüzde yüz kesin değildir. Yalıtkan katının bir tarafındaki bir elektron aynı olasılıkla diğer tarafında da bulunabilmektedir. Dolayısıyla, elektrik akabilmektedir (Dull ve Kerchner, 1994). Günlük yaşamda böyle bir şeyin gerçekleşme olasılığı çok düşüktür. Aksi halde yalıtılmış bir elektrik kablosunu her tutuşumuzda

çarpılabilirlik. Ancak yalıtkan milimetrenin yüz binde biri incelikte tutulursa, olasılık hızla artacak ve iletken duruma gelecektir. İşte eklemde elektrik akımı, düşük sıcaklıklarda ( $-270^{\circ}$  C) oksit tabakası hiç yokmuş gibi direnç görmeden akacaktır.

Josephson eklemi, eklem materyali ve geometrisinin karakteristiği olan, ikinci etkide de yer alan kritik bir akım yoğunluğuna sahiptir. Eklem için, kritik akımın altında bir akım olduğu sürece, burada sıfır direnç olacak ve eklem boyunca da herhangi bir voltaj düşüşü olmayacaktır. Yani akım süreklidir. Ancak Josephson ekleminden geçen akım, çok küçüktür. Manyetik alan uygulandığında (örneğin eklem yanına üzerinden akım geçen bir tel konarak) ya da eklemde akım geçirildiğinde, oksit tabakası yalıtkan duruma gelerek akım kesilecektir. Bu esnada, eklem üzerinde var olan gerçek akım, kritik akım değerini aşar. Eklem akımının iki kola ayrılmasına neden olan bir direnç oluşturmaya başlar. Sonunda da süreç, yalıtkan duruma geçiş ile tamamlanmaktadır (Dull ve Kerchner, 1994).



Şekil 2.3: Josephson eklemi için akım - voltaj grafiği (Dull,1997 ).

Akımın bu kesilip açılabilmesi özelliği başka deyişle aç – kapa anahtarları bilgisayarların beynini oluşturmaktadır ve hedef daha da hızlı çalışan aç – kapa anahtarlarıdır.

Josephson eklemleri, en hızlı transistörlerden on kez daha hızlıdır ve yüksek hassaslıklı mikrodalga dedektörler, magnetometreler, SQUID'ler (süperiletken kuantum girişim aygıtları) gibi aygıtlarda kullanılmaktadır.

### 2.3 GINZBURG – LANDAU TEORİSİ

BCS Teorisinden 7 yıl önce 1950 yılında ileri sürülen Ginzburg – Landau Teorisi (GL), süperiletkenliğin tanımlanmasında kuantum mekaniğine giriş yapmaktadır. Teori, sabit  $n_s$  limitindeki süper akım denklemleri olan London denklemlerinden oluşmaktadır. Ancak GL teorisi ile birlikte, London denklemlerinin faaliyet alanı dışında iki farklı davranış belirlenmektedir. Bunlar :

1. Alanların lineer olmayan etkilerinin  $n_s$ 'i ( ya da  $|\psi|^2$  ) değiştirmeye yeter güçte olduğu,
2.  $n_s$ 'in uzaysal değişimi,

şeklinde ifade edilebilir. Ginzburg – Landau çalışmalarında, Gibbs serbest enerjisinin süperiletken elektronların konsantrasyonu ile değişmesi gerektiğini kanıtlamaya çalışmışlardır.Özetle, teorinin tamamıyla süperiletken elektronlar üzerinde yoğunlaştığı söylenebilir.

GL Gibbs serbest enerji fonksiyonu şöyle verilir:

$$\mathcal{G} = \int_{V_s} \left\{ \alpha |\psi|^2 + \frac{1}{2} \beta |\psi|^4 + \frac{1}{2m^*} \left| \left( \frac{\hbar}{i} \nabla - q^* A \right) \psi \right|^2 + \frac{B^2}{2\mu_0} - BH \right\} d^3 r \quad (2.17)$$

$\alpha = \alpha(T)$  ve  $\beta$ ,  $|\psi|^2$  açılımından gelen katsayılarıdır.

Burada,  $B = \nabla \times A$ , A, vektör potansiyel; H, uygulana dış alandır.

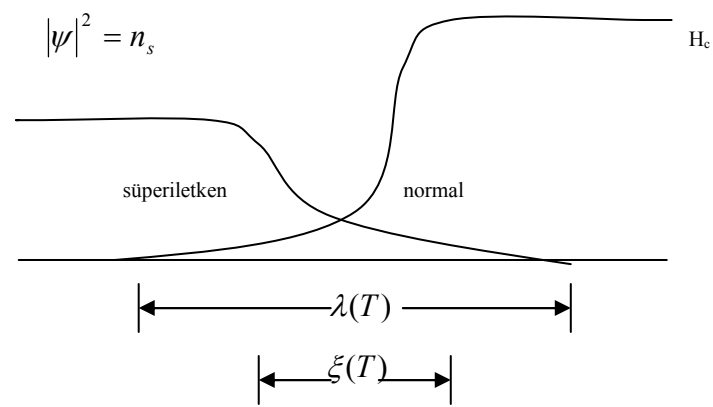
Bu denklem  $\psi$  ve  $A'$  ya göre minimize edilerek iki diferansiyel denklem elde edilmektedir. Birinci denklem,  $\psi$ 'nin varyasyonundan bulunur ve Schödinger denklemine benzemektedir. Ancak ek olarak lineer olmayan potansiyel terimi  $\beta|\psi|^2$ 'yi içermektedir. İkinci denklem, süper akım denklemini adını alır. Her iki denklem de  $\psi$  ve  $A'$  in en kısa uzaysal değişimlerini tanımlamak için iki karakteristik uzunluk ölçüsü içermektedir.  $A$  vektör potansiyeli için ölçü, manyetik alanın süperiletken yüzeyine nüfusunu tanımlayan  $\lambda(T)$  nüfus derinliğidir. Diğer uzunluk ölçüsü ise, materyalin içerisinde süperiletkenliğin saptandığı en küçük uzunluğu tanımlayan  $\xi(T)$  eş uyum uzunluğudur.  $\lambda$  ve  $\xi$  benzer biçimde sıcaklığa bağlıdır. Bu iki niceliğin oranı, Ginzburg- Landau parametresi  $\kappa$ 'yı vermektedir:

$$\kappa = \frac{\lambda}{\xi} \quad (2.18)$$

GL Teorisi, düzen parametresi olarak adlandırılan makroskopik kuantum mekaniksel dalga fonksiyonu  $\psi(r)$ 'nin varlığını basitçe ortaya koymaktadır.  $\psi(r)$ ; süperiletken elektronları ve  $n_s = |\psi(r)|^2$  ile verilen süperiletken elektronların yerel yoğunluğunu tanımlamaktadır. Ayrıca  $\psi(r)$ , Cooper çiftlerinin kütle merkezli hareketinin dalga fonksiyonu olarak düşünülebilir. Bu şekilde teori, tüm süperiletken elektronların tutarlı davranışlarını ortaya koymaktadır.

GL Teorisi, elektromanyetik alanların sistem ile nasıl birleşeceğini doğru biçimde tanımlamaktadır.

GL Teorisi,  $H \approx H_c$  durumu söz konusu olduğunda, normal ve süperiletken bölgelerin birlikte var olduğu ara durumu ele almaktadır. Böyle iki bölge ( süperiletken ve normal ) arasındaki ara yüzey Şekil (2.4)'de belirtildiği gibidir.



Şekil 2.4:Normal ve süperiletken bölgeler arasındaki ara yüzey

GL Teorisi, pek çok durum için kullanışlı olmasına rağmen önemli bir sınırlaması söz konusudur. Süperiletken durumun serbest enerjisini düzen parametresinin seri açılımıyla ifade ettiği için, yalnızca açılıma yakın noktalarda yani süperiletken taşıyıcı yük konsantrasyonunun sıfıra gittiği  $T_c$  kritik sıcaklığı civarında geçerlidir (Müller ve Ustinov ,1997).

## 2.4 MAGNETİK VEKTÖR POTANSİYEL

Elektrostatikten  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{0}$  olduğu bilinmektedir. Gradyanın rotasyonelinin sıfıra eşit olduğu hatırlanırsa;

$$\vec{\nabla} \times (-\vec{\nabla} V) = \vec{0} \quad (2.19)$$

eşitliği doğru olmaktadır. Eşitlik(2.19)'dan elektrik alan ;

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V \quad (2.20)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $V$  skaler potansiyeldir. Elektrostatikte geçerli olan bu yazılım manyetostatığe de uyarlanabilmektedir. Manyetik alanın diverjansının;

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.21)$$

oluşu,

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad (2.22)$$

şeklinde bir  $\vec{A}$  vektör potansiyeli tanımlama imkanı vermektedir. Çünkü rotasyonelin diverjansı özdeş olarak sıfır olduğundan,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B}$  eşitliğini sağlamaktadır.

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{v}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) - \nabla^2 \vec{v} \quad (2.23)$$

eşitliği kullanılarak ;

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = \mu_0 \vec{j} \quad (2.24)$$

yazılabilir.

Yine elektrostatikteki gradyenti sıfır olan herhangi bir fonksiyon, sabit  $V$  potansiyeline eklenirse,  $\vec{E}$  büyüklüğü değişmez. Buna benzer şekilde, manyetostatikte de rotasyoneli sıfır olan herhangi bir fonksiyon (yani skaler fonksiyonun gradyanı)  $\vec{A}$  potansiyeline eklenirse, fiziksel  $\vec{B}$  büyüklüğü değişmez (Griffiths, 1996). Bu serbestlik de diverjans terimini elemek için kullanılır. Bir  $\vec{A}$  potansiyeli bir  $\lambda$  fonksiyonunun gradyanına eklenerek;

$$\vec{A} = \vec{A}^1 + \vec{\nabla} \lambda \quad (2.25)$$

yazılabilir. Eşitlik(2.25)'in diverjansı alındığında;

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \vec{\nabla} \cdot \vec{A}^1 + \nabla^2 \lambda \quad (2.26)$$

elde edilir.  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$  seçildiğinde, Eşitlik(2.26)'nın sağlanması, şu koşulla mümkün olacaktır:

$$\nabla^2 \lambda = -(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}^1) \quad (2.27)$$

Yukarıdaki denklemin sol kısmı laplasyen ifadesidir. Serbest yük bölgesinde;

$$\vec{\nabla}^2 \lambda = 0 \quad (2.28)$$

Laplace eşitliği olarak elde edilmektedir. Ancak yükler söz konusu olduğundan ;

$$\vec{\nabla}^2 \lambda = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.29)$$

olur.

Bu ifade Poisson denklemdir. Eşitlik(2.27) ile Eşitlik(2.29) karşılaştırıldığında,  $\rho/\epsilon_0$  yerine  $-(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}^1)$  ifadesinin geldiği açıkça görülebilir. Poisson denkleminin çözümünden hareketle,  $\vec{A}$  vektör potansiyeli belirlenir. Yerel bir  $\rho$  yük dağılımı sonsuzda sıfıra gidiyorsa;

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho}{R} d\tau \quad (2.30)$$

elde edilir. Benzer biçimde  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}^1$  sonsuzda sıfıra gidiyor ise;

$$\lambda = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{A}^1}{R} d\tau \quad (2.31)$$

olur.

Bu sonuç, vektör potansiyelinin diverjansını sıfır kılacak şekilde, bir  $\lambda$  fonksiyonunun varlığına işaret eder. Yani  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$  olacak biçimde kullanılır. Vektör potansiyeli için ;

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}}{R} d\tau \quad (2.32)$$

yazılabilir. Eşitlik (2.24)'ün sağ kısmında yer alan ilk terim sıfır olacağından ;

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = -\vec{\nabla}^2 \vec{A} = \mu_0 \vec{J} \quad (2.33)$$

olur ki, buradan ;

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J} \quad (2.34)$$

yazılabilir.

### 3. GİNZBURG – LANDAU DENKLEMİ

#### 3.1 GİNZBURG LANDAU SERBEST ENERJİSİ VE DENKLEMİN TÜRETİLMESİ

İkinci dereceden faz geçişlerinin Landau Teorisi'nde olduğu gibi, süperiletkenlerin Ginzburg – Landau serbest enerjisinin, süperiletken ve normal durumlar arasındaki geçiş için düzen parametresinin yerine konan  $\psi$  dalga fonksiyonunun terimlerinde açıldığı görülmektedir. Manyetik alanın yokluğunda, serbest enerji ikinci derece faz geçişleri için basit formu ile şöyle verilmektedir;

$$F = F_n + \int d^3r \left[ \frac{\hbar^2}{4m} |\nabla \psi|^2 + a|\psi|^2 + \frac{b}{2} |\psi|^4 \right] \quad (3.1)$$

Eşitlik(3.1)' de yer alan  $F_n$ , normal durumdaki örneğin serbest enerjisidir. İntegralde yer alan ilk gradyent terimi, süperiletkenin düzenli olmayan durumundaki enerji artışını tanımlamaktadır.

Eğer numuneye manyetik alan uygulanırsa, Eşitlik(3.1)'deki ikinci terim biraz değişerek şu formu almaktadır:

$$F = F_n + \int d^3r \left[ \frac{\hbar^2}{4m} \left| \left( \nabla - \frac{2ie}{\hbar c} A \right) \psi \right|^2 + a|\psi|^2 + \frac{B^2}{8\pi} \right] \quad (3.2)$$

Gradyent teriminin yapısı, ayar dönüşüm ilkesinden açıklanmaktadır. Eşitlik (3.2)'de yer alan integraldeki son terim, süperiletkenlik geçişi tanımlanırken, eklenmesi gereken manyetik alan enerjisinin yoğunluğudur.

Ginzburg – Landau serbest enerjisindeki integral, tüm sonsuz uzay üzerinden alınmaktadır. Elbette, süperiletken dışında dalga fonksiyonu sıfır olmaktadır. Fakat manyetik alan enerjisi, uzayda numune çevresinde halen mevcuttur.

Eşitlik(3.2), numunenin dengede olmayan durumuna karşılık gelmektedir ve verilen manyetik alanda uzaysal  $\psi$  dağılımıyla karakterize edilmektedir. Sistemin denge durumunu bulmak için, burada minimum değere sahip olan serbest enerji kullanılmalıdır (Dmitriev ve Nolting, 2004).

Süperiletkenin iç durumunu tanımlayan parametre  $\psi$  ' dir. Böylece denge durumu, verilen  $B(r)$  ve  $A(r)$  uzay dağılımlarında,  $\psi$  ' ye veya kompleks konjugesi  $\psi^*$  ' a göre serbest enerji varyasyonu yöntemiyle ve sonuçlar sıfıra eşitlenerek basitçe belirlenebilmektedir. Manyetik alan sabit olduğundan sisteme iş yapılmaz (Dmitriev ve Nolting, 2004)

Örneğin,  $\psi^*$  ' a göre varyasyon ele alınırsa(Dmitriev ve Nolting, 2004),

$$\delta F = \int_{V_s} d^3 r \left[ a \psi \delta \psi^* + b |\psi|^2 \psi \delta \psi^* + \frac{\hbar^2}{4m} \left( \nabla \psi - \frac{2ie}{\hbar c} A \psi \right) \left( \nabla \delta \psi^* + \frac{2ie}{\hbar c} A \delta \psi^* \right) \right] \quad (3.3)$$

sonucu elde edilir.

Eşitlik(3.3)' de tüm terimler,  $\psi$  ile orantılı olduğundan integral süperiletkenin hacmi  $V_s$  ' e indirgenmektedir.  $\nabla \delta \psi^*$  ifadesini içeren terim integre edildiğinde (Dmitriev ve Nolting, 2004);

$$\begin{aligned} & \int_{V_s} d^3 r \left( \nabla \psi - \frac{2ie}{\hbar c} A \psi \right) \nabla \delta \psi^* + \int_{V_s} d^3 r \left( \nabla \psi - \frac{2ie}{\hbar c} A \psi \right) \frac{2ie}{\hbar c} A \delta \psi^* \\ & = \oint_{\sigma_s} d\sigma \delta \psi^* \left( \nabla \psi - \frac{2ie}{\hbar c} A \psi \right) - \int_{V_s} d^3 r \delta \psi^* \nabla \left( \nabla \psi - \frac{2ie}{\hbar c} A \psi \right) + \int_{V_s} d^3 r \frac{2ie}{\hbar c} A \delta \psi^* \left( \nabla \psi - \frac{2ie}{\hbar c} A \psi \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \oint_{\sigma_s} d\sigma \delta\psi^* \left( \nabla \psi - \frac{2ie}{\hbar c} A \psi \right) - \int_{V_s} d^3 r \delta\psi^* \left[ \nabla^2 \psi - \frac{2ie}{\hbar c} \nabla(A\psi) - \frac{2ie}{\hbar c} A \nabla \psi + \left( \frac{2ie}{\hbar c} \right)^2 A^2 \psi \right] \\
&= \oint_{\sigma_s} d\sigma \delta\psi^* \left( \nabla \psi - \frac{2ie}{\hbar c} A \psi \right) - \int_{V_s} d^3 r \delta\psi^* \left( \nabla - \frac{2ie}{\hbar c} A \right)^2 \psi, \tag{3.4}
\end{aligned}$$

sonucuna ulaşılır.

Bu Eşitlik(3.4)'de  $\sigma_s$  süperiletkenin yüzeyidir. Eşitlik(3.4), Eşitlik(3.3)'de yerine konulduğunda ;

$$\delta F = \int_{V_s} d^3 r \left[ a \psi \delta\psi^* + b |\psi|^2 \psi \delta\psi^* - \frac{\hbar^2}{4m} \delta\psi^* \left( \nabla - \frac{2ie}{\hbar c} A \right)^2 \psi \right] + \frac{\hbar^2}{4m} \oint_{\sigma_s} d\sigma \delta\psi^* \left( \nabla \psi - \frac{2ie}{\hbar c} A \psi \right)$$

(3.5)

elde edilir.

Eşitlik (3.5)'de varyasyona hacim terimi ve yüzey teriminden gelen iki katkı vardır. Süperiletken numunelerin keyfi boyutlar ve Şekillere sahip olduğu dikkate alınır, bu iki terimin yeri boş olacaktır. Dolayısıyla her biri birbirinden bağımsız olarak sıfır olmalıdır.

İlk önce hacim integrali ele alalım. Bu integralin daha çok makroskopik numune için önemli olduğu düşünülebilir. Buna karşılık gelen varyasyon sıfır olmalıdır. Çünkü, hacimdeki  $\delta\psi^*$  keyfi bir fonksiyondur. Daha sonra, denge konumunda serbest enerjiye gelen katkı minimize edilerek,

$$-\frac{\hbar^2}{4m} \left( \nabla - \frac{2ie}{\hbar c} A \right)^2 \psi + a \psi + b |\psi|^2 \psi = 0 \tag{3.6}$$

sonucuna varılır.

Eşitlik (3.6), birinci Ginzburg – Landau denklemi olarak bilinir.

İkinci Ginzburg – Landau denklemini elde etmek için, manyetik alan ve süperiletkenin eklenen serbest enerjisinin varyasyonu A vektör potansiyeline göre alınmaktadır. Hacim integralinin tüm uzay üzerinden alındığı hatırlanırsa;

$$\begin{aligned}
 \delta F &= \int d^3 r \delta \left\{ \frac{1}{8\pi} (\text{rot} A)^2 + \frac{\hbar^2}{4m} \left( \nabla \psi - \frac{2ie}{\hbar c} A \psi \right) \times \left( \nabla \psi^* + \frac{2ie}{\hbar c} A \psi^* \right) \right\} \\
 &= \int d^3 r \left\{ \frac{\text{rot} A \text{rot} \delta A}{4\pi} + \frac{\hbar^2}{4m} \delta A \left[ -\frac{2ie}{\hbar c} \psi \left( \nabla \psi^* + \frac{2ie}{\hbar c} A \psi^* \right) + \frac{2ie}{\hbar c} \psi^* \left( \nabla \psi - \frac{2ie}{\hbar c} A \psi \right) \right] \right\} \\
 &= \int d^3 r \left\{ \frac{\delta A}{4\pi} \text{rot} B - \frac{1}{4\pi} \text{div} [B \times \delta A] + \delta A \left[ \frac{i\hbar e}{2mc} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) + \frac{2e^2}{mc^2} |\psi|^2 A \right] \right\} \quad (3.7)
 \end{aligned}$$

Eşitlik(3.7)'de yer alan ikinci terimin integrali, tüm yüzey üzerinden yüzey integrale dönüştürülür ve yok olur. Bu, Ginzburg – Landau serbest enerjisindeki integrasyonun yalnızca süperiletken yüzeyi üzerinden değil, tüm sonsuz uzay üzerinden alındığı gerçeğinin önemine işaret etmektedir. Süperiletken içerisinde,  $\delta F$  sıfıra eşit olarak alındığında, ikinci Ginzburg – Landau denklemi elde edilmektedir.

$$\text{rot} B = \frac{4\pi}{c} j \quad (3.8)$$

olmak üzere, ikinci Ginzburg – Landau denklemi:

$$j = -\frac{i\hbar e}{2m} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) - \frac{2e^2}{mc} |\psi|^2 A \quad (3.9)$$

olarak bulunur (Dmitriev ve Nolting, 2004).

### 3.2 KOMPLEKS GINZBURG – LANDAU DENKLEMİ

Lineer kararsızlıklar civarındaki sistemlerin uzaysal ve ısısal değişimlerini tanımlayan genlik denklemleri, dengede olmayan sistemlerdeki örnek bilgilerinin teorik analizi için sonuç veren denklemler olarak tanımlanmaktadır (Gabbay,1997). Kompleks Ginzburg – Landau denklemi genlik denklemlerinin ilk modeli olarak bilinir ve şöyle verilir:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = A - (1 + i\alpha)|A|^2 A + (1 + i\beta)\nabla^2 A \quad (3.10)$$

Eşitlik genliğin yavaş değişimlerini tanımlamakta ve kapsamlı biçimde denge halinde olmayan örnek çalışmalarında, reaksiyon – difüzyon denklemlerinde, uzaysal – ısısal karışıklıklar için model sistem olarak kullanılmaktadır. Kompleks Ginzburg – Landau denkleminde, yer alan  $\alpha$  ve  $\beta$  parametreleri, gerçel parametrelerdir ve çoğunlukla  $A(x,t)$ , düzen parametresi olarak adlandırılan kompleks skaler alandır. Eşitliğin nitel dinamik davranışlı çözümleri,  $\alpha$  ve  $\beta$  katsayılarıyla değişmektedir. Bu katsayılar, verilen bir sistem için yorucu hesaplamalar sonucunda, temelde yer alan denklemlerden elde edilebilmektedir.  $|\alpha|$  ve  $|\beta|$ 'nin büyük değerleri için kompleks Ginzburg – Landau denklemi, lineer olmayan Schödinger denklemine indirgenir (Gabbay, 1997). Son yıllarda, bu tip sınırlar dışındaki dinamikler teorik açıdan yoğun biçimde çalışılmaktadır.

Kompleks Ginzburg – Landau denklemi, geniş ölçüde geçerli olan bir davranış göstermektedir. İki boyutta denklem, uzaysal dalga çözümlerine sahiptir ve belki de bu biçimde çözümlenen en basit denklemdir.

Süperiletkenlerin denge hali dışındaki özelliklerini belirlemek için, zamana bağımlı Ginzburg – Landau Teorisi (TDGL) kullanılmaktadır. Gor'kov ve Eliashberg diğer pek çok araştırmacı gibi, nasıl ve hangi koşullar altında BCS Teorisinin TDGL teorisine indirgenebileceğini araştırmışlardır (Hauns J.W.ve diğerleri, 1993).

### 3.3GL DENKLEMİNİN ÇÖZÜMLERİ

#### 3.3.1 NORMAL METAL – SÜPERİLETKEN ARA YÜZEYİNİN ENERJİSİ

H dış alanının dışarlanması, süperiletkenin enerjisini birim hacim başına  $H^2 / 8\pi$  kadar artırır. Bu süperiletken için, enerji açısından olumlu bir durum oluşturur. Materyal hacmi normal ve süperiletken tabakalara ayrılır. Süperiletken durumdan alanın dışarlanması gibi böyle tabakaların oluşumu, birim yüzey başına  $\sigma_{ns}$  kadar bir ara yüzey enerjisi gerektirmektedir. Tabakaların büyüklüğü, manyetik enerjideki kazanca ulaşan bir katkı sağlar.

Yüzey enerjisine göre, süperiletkenlerin davranışında, iki önemli farklılık söz konusu olur. Bu farklılık süperiletkenlerin sınıflandırılmasında, iki ana tipin varlığı için bir temel oluşturmaktadır. Ara yüzey enerjisi  $\sigma_{ns}$ , 1. tip süperiletkenler için pozitif, 2. tip için ise negatiftir. Başka bir deyişle, süperiletkenlerin davranışındaki farklılık 1. tip süperiletkenler için  $\lambda < \xi$ , 2. tip süperiletkenler için de  $\lambda > \xi$  durumunu meydana getirmektedir (Owens, 1996).

Ara durumdaki bir süperiletken içerisinde, bir NS ara yüzeyi ele alınsın. Ara yüzeyin uzak sol kısmında materyal süperiletken, uzak sağ kısmında da normal olduğu kabul edilsin. Ara yüzey x eksenine dik, manyetik alanda z eksenine paralel olsun. Uygun bir ayar seçileceğinden GL teorisindeki dalga fonksiyonu gerçektir. Bununla birlikte, problemin basit geometrisinden ötürü tüm değişkenler yalnızca x üzerinden değişmektedir ve A vektör potansiyeli, y eksenine paralel olarak kabul edilebilir.  $x=0$  orijini, ara yüzeyde seçilmiştir. Böylece ilk veriler şu şekilde olmaktadır:

$$(1) H = (0, 0, H(x))$$

$$(2) \psi = \psi(x)$$

$$(3) A = (0, A(x), 0)$$

Sırasıyla 1. ve 2. GL denklemleri uygun formda şöyle yazılabilmektedir.

$$\xi^2 \left( i\nabla + \frac{2\pi}{\Phi_0} A \right)^2 \psi - \psi + \psi |\psi|^2 = 0 \quad (3.11)$$

ve

$$\text{curl curl} A = \frac{|\psi|^2}{\lambda^2} \left( \frac{\Phi_0}{2\pi} \nabla \theta - A \right) \quad (3.12)$$

Eşitlik(3.11) ve Eşitlik(3.12) şu formlarda tekrar yazılabilmektedir:

$$-\xi^2 \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \left( \frac{2\pi\xi}{\Phi_0} \right)^2 A^2 \psi - \psi + \psi^3 = 0 \quad (3.13)$$

$$\frac{d^2 A}{dx^2} = \left( \frac{\psi^2}{\lambda^2} \right) A \quad (3.14)$$

Eşitlik(3.13) ve Eşitlik(3.14)' ün ilk integralinin aşağıdaki gibi olduğu, kolayca sağlanabilir:

$$\left[ 1 - \left( \frac{2\pi\xi A}{\Phi_0} \right)^2 \right] \psi^2 - \frac{1}{2} \psi^4 + \left( \frac{2\pi\xi\lambda}{\Phi_0} \right)^2 \left( \frac{dA}{dx} \right)^2 + \xi^2 \left( \frac{d\psi}{dx} \right)^2 = c \quad (3.15)$$

Eşitlik(3.15)' de, c, integrasyon sabiti olup, sınır koşullarında belirlenebilir. Bu sınır koşulları;  $x \rightarrow -\infty, \psi \rightarrow 1, d\psi/dx \rightarrow 0, A \rightarrow 0$  'dır.

Materyalin süperiletken olduğu kısımda ( sol ),  $x \rightarrow -\infty$  iken manyetik alan yoktur; GL teorisinin dalga fonksiyonu 1' e gider. Eşitlik(3.15)'de verilen sınır koşulları yerine konduğunda  $c = 1/2$  elde edilir.

$$\sqrt{2} H_{cm} = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda\xi} \quad (3.16)$$

Eşitlik(3.16) kullanılarak;

$$\left[ \left( \frac{2\pi\xi A}{\Phi_0} \right)^2 - 1 \right] \psi^2 + \frac{1}{2} \psi^4 = \xi^2 \left( \frac{d\psi}{dx} \right)^2 + \frac{H^2}{2H_{cm}^2} - \frac{1}{2} \quad (3.17)$$

elde edilir.

Bir süperiletken bölge incelendiğinde, çevresindeki dış manyetik alanın kesin değerinin bilinmesi gereklidir. Bu bölge, ara yüzeydeki örneğe ait bir kısımdır. Bölgenin hemen yanında  $H_{cm}$  şiddetindeki manyetik alanın nüfus ettiği normal bölge yer almaktadır. Böylelikle süperiletken bölgeye gelindiğinde dış alan daima  $H_{cm}$  olmaktadır.

Süperiletken bölgede(sol) Gibbs serbest enerjisi,  $G = F - B.H_0 / 4\pi$  eşitliğinden yararlanılarak yazılırsa;

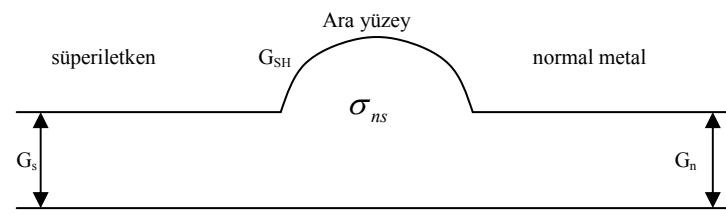
$$G_s = F_{s0} - HH_{cm} / 4\pi \quad (3.18)$$

elde edilir.

Süperiletken kısımda  $H=0$  olduğundan Eşitlik(3.18)' den  $G_s = F_{s0}$  olarak bulunur. Burada  $F_{s0}$ , manyetik alan olmaksızın süperiletkenin serbest enerji yoğunluğudur. NS ara yüzeyinin sağ kısmında (manyetik alanın  $H_{cm}$  olduğu normal metalde) ise serbest enerji yoğunluğu;

$$F = F_n + H_{cm}^2 / 8\pi \quad (3.19)$$

olmaktadır. Eşitlik(3.19)'da ikinci terim, basit olarak manyetik alanın enerji yoğunluğudur.



Şekil 3.1: Normal metal – süperiletken ara yüzeyi çevresinde  $G_{SH}$ ; Gibbs serbest enerji yoğunluğu.

Normal bölgede, Gibbs serbest enerji yoğunluğu;

$$G_n = F - HH_{cm} / 4\pi = F_n + H_{cm}^2 / 8\pi - HH_{cm} / 4\pi \quad (3.20)$$

ve

$$G_n = F_n - H_{cm}^2 / 8\pi \quad (3.21)$$

eşitlikleri ile verilir.

$F_n - F_{s0} = H_{cm}^2 / 8\pi$  ve normal bölgede  $H = H_{cm}$  durumu söz konusudur. O halde;

$$G_n = F_n - H_{cm}^2 / 8\pi = F_{s0} \quad (3.22)$$

olur.

Elde edilen sonuçlara göre; denge durumunda ara yüzeyin sol kısmındaki Gibbs serbest enerji yoğunluğunun, sağ kısmındaki eşit olduğu görülmektedir (Müller ve Ustinov, 1997).

Ara yüzeyde ise Gibbs serbest enerji yoğunluğu  $G_n'$  den biraz farklı olabilir. Ara yüzeydeki  $\sigma_{ns}$  yüzey enerjisi şöyle belirlenir (Müller ve Ustinov, 1997);

$$\sigma_{ns} = \int_{-\infty}^{+\infty} (G_{SH} - G_n) dx \quad (3.23)$$

$$G_n = F_n - \frac{H_{cm}^2}{8\pi} \quad (3.24)$$

Burada,

$$\text{ve} \quad G_{SH} = F_{SH} - HH_{cm} / 4\pi \quad (3.25)$$

eşittir. Eşitlik(3.25)'de,

$$F_{SH} = F_n + H^2 / 8\pi + \frac{H_{cm}^2}{4\pi} \left[ -|\psi|^2 + \frac{1}{2}|\psi|^4 + \xi^2 \left| i\nabla\psi + \frac{2\pi}{\Phi_0} A\psi \right|^2 \right] \quad (3.26)$$

ile ifade edilir.

Eşitlik(3.25), Gibbs serbest enerjisi için genel ifadeden elde edilmektedir. GL teorisinin genel ifadesi, (3.26) denklemdir.

Eşitlik(3.25) ve Eşitlik(3.26) , Eşitlik(3.23)' de yerine konduğunda;

$$\sigma_{ns} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{H_{cm}^2}{4\pi} \left[ -|\psi|^2 + \frac{1}{2}|\psi|^4 + \xi^2 \left| i\nabla\psi + \frac{2\pi}{\Phi_0} A\psi \right|^2 \right] + \frac{H^2}{8\pi} - \frac{HH_{cm}}{4\pi} + \frac{H_{cm}^2}{8\pi} \right\} dx \quad (3.27)$$

elde edilir.

$A = (0, A, 0)$  ve  $\psi$ 'nin de gerçel olduğu dikkate alınırsa  $\sigma_{ns}$  denklemi,

$$\sigma_{ns} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{H_{cm}^2}{4\pi} \left[ -\psi^2 + \frac{1}{2}\psi^4 + \xi^2 \left( \frac{d\psi}{dx} \right)^2 + \left( \frac{2\pi\xi A}{\Phi_0} \right)^2 \psi^2 \right] + \frac{H^2}{8\pi} - \frac{HH_{cm}}{4\pi} + \frac{H_{cm}^2}{8\pi} \right\} dx \quad (3.28)$$

şeklini almaktadır.

Son olarak, Eşitlik(3.17)' de kullanılırsa;

$$\sigma_{ns} = \frac{H_{cm}^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \xi^2 \left( \frac{d\psi}{dx} \right)^2 + \frac{H(H - H_{cm})}{2H_{cm}^2} \right\} dx \quad (3.29)$$

elde edilir (Müller ve Ustinov, 1997).

Sonuç analiz edildiğinde, süperiletken bölgeye nüfus eden alan daima ara yüzeydeki  $H_{cm}$  alanından daha küçüktür. Bu nedenle, Eşitlik(3.29)'da parantezde yer alan ikinci terim daima negatif olmaktadır. London teorisinde, kuantum etkileri hesaba katılmadığından parantezdeki ilk terim yok olmakta ve yüzey enerjisi  $\sigma_{ns} < 0$  olmaktadır. Bu yetersizlik Ginzburg – Landau teorisi ile ortadan kalkmıştır. Bu teoride kuantum etkileri hesaba katıldığından  $\xi^2 (d\psi/dx)^2$  pozitif terimi ortaya çıkmaktadır. Bu da  $\sigma_{ns}$  enerjisinin pozitif olmasına yol açmaktadır (Müller ve Ustinov, 1997).

N'den S'e giderken düzen parametresi ara yüzey çevresinde 0'dan 1'e değişmektedir. Düzen parametresi için ölçünün eş uyum uzunluğu olması nedeniyle,

$$\frac{d\psi}{dx} \approx \frac{1}{\xi} \Rightarrow \xi^2 \left( \frac{d\psi}{dx} \right)^2 \approx 1 \quad (3.30)$$

olur (Müller ve Ustinov, 1997).

Eşitlik(3.30), ara yüzey civarında  $x \approx \xi$  uzaklığı üzerinde sıfırdan farklıdır. Bu nedenle;

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \xi^2 \left( \frac{d\psi}{dx} \right)^2 dx \approx \xi \quad (3.31)$$

eşit olur.

$\frac{H(H - H_{cm})}{2H_{cm}^2}$  terimi ara yüzeyde  $-1$  değerine ulaşır ve S ile N bölgelerinin her ikisinin iç derinliklerinde 0 olmaktadır. Sıfırdan farklı olduğu alan,  $\lambda$  nüfus derinliği mertebesindeki

uzaklık üzerinden verilir. Böylece Eşitlik(3.29) sonucuna, bu terimin katkısı yaklaşık  $-\lambda$  'dır. (Müller ve Ustinov, 1997).

Değerlendirilen iki limit durum sırasıyla ele alınırsa;

(1)  $\kappa \ll 1$  yani  $\lambda \ll \xi$  'dır. Eşitlik(3.31)'den Eşitlik(3.29)'daki integrale baskın katkı gradyent teriminden gelmektedir ve,

$$\sigma_{ns} \approx H_{cm}^2 \xi / 0 \quad (3.32)$$

ile verilir.

GL teorisinin sonuçları kullanılarak, Eşitlik(3.29)'un açık integrasyonu,

$$\sigma_{ns} = 1.89 \frac{H_{cm}^2}{8\pi} \xi \quad (3.33)$$

olur (Müller ve Ustinov, 1997).

(2)  $\kappa \gg 1$  yani  $\lambda \gg \xi$  'dır. Bu durumda Eşitlik(3.29)'daki integrale baskın katkı,  $H(H - H_{cm})/2H_{cm}^2$  teriminden gelmektedir ve böylece,

$$\sigma_{ns} \approx -H_{cm}^2 \lambda \quad (3.34)$$

elde edilir(Müller ve Ustinov, 1997).

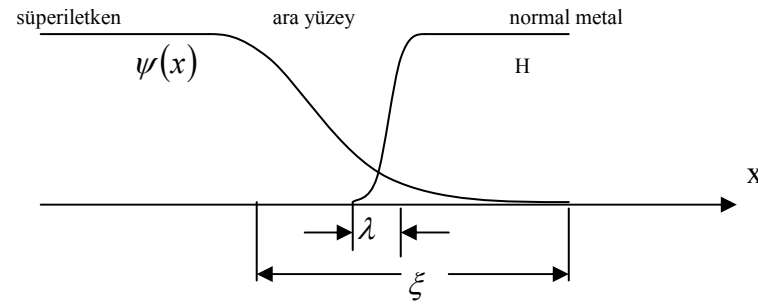
GL teorisinin sonuçları kullanılarak, Eşitlik(3.29)'un açık integrasyonu,

$$\sigma_{ns} = -\frac{H_{cm}^2}{8\pi} \lambda \quad (3.35)$$

eşittir (Müller ve Ustinov, 1997).

Ele alınan bu iki limit durumun fiziksel anlamlarını açıklayalım:

(1)  $\kappa \ll 1$  yani  $\lambda \ll \xi$  durumu:



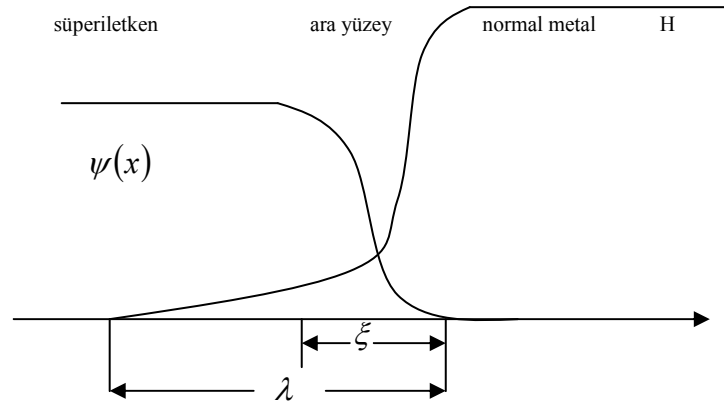
Şekil 3.2 :  $\kappa \ll 1$  için NS ara yüzeyi çevresindeki H manyetik alanının ve  $\psi$  düzen parametresinin uzaysal varyasyonları.

Şekil (3.2) 'den de görüldüğü gibi  $\psi$ ,  $\xi$  uzaklığı üzerinden, H ise  $\lambda$  uzaklığı üzerinden bozunmaktadır. Burada düzen parametresinin yeterince küçük olduğu ve manyetik alanın var olmadığı (dış kısmında olduğu) yaklaşık olarak  $\xi$  kalınlığında olan bir bölge yer almaktadır. Bu bölge, süperiletkenlik özelliği taşır. Manyetik alandan bağımsızdır; fakat düzen parametresi süperiletken bölgelerle karşılaştığında halen çok küçüktür. En sol kısımdaki süperiletken bölge ile bu bölge karşılaştırıldığında bölgenin enerjisinin artması gerektiği sonucuna varılır. Diğer bir deyişle, bu bölgenin enerjisi bölge içerisinde elektron çiftlerini kırmak için ve böylelikle de düzen parametresi  $\psi$  değerini azaltmak için gerekli ek enerji ile birlikte süperiletken bölgenin enerjisini aşmaktadır. Ek enerjinin yoğunluğu,  $H_{cm}^2 / 8\pi$  ' dir. Sonuçta Eşitlik(3.33)' e uygun olarak bölgenin enerjisi, yaklaşık  $H_{cm}^2 \xi / 8\pi$  olur.

Duruma farklı bir açıdan da bakılabilir:  $\psi$  ' nin azaltılmış değeri ile birlikte manyetik alanı bölge dışında tutmak için (normal metalin enerjisine yakın bir enerji ile birlikte)

bölgeden manyetik alanın dışarlanması üzerine çalışılmalıdır. Bu,  $H_{cm}^2/8\pi$  manyetik alanından gelen baskının üstesinden gelmek ve sağda  $\xi$  uzaklığı ile sınırları değiştirmek anlamına gelir ki, bunun için  $(H_{cm}^2/8\pi)\xi$  işi yapılmalıdır (Müller ve Ustinov, 1997).

(2)  $\kappa \gg 1$  yani  $\lambda \gg \xi$  durumu:



Şekil 3.3 :  $\kappa \gg 1$  için NS ara yüzeyi çevresindeki H manyetik alanının ve  $\psi$  düzen parametresinin uzaysal varyasyonları.

Bu durumda,  $\psi$ , manyetik alandan çok daha hızlı değiştiğinden,  $\psi \approx 1$  olur. Ancak, nispeten güçlü bir manyetik alan halen var olur. Yaklaşık olarak  $\lambda$  kalınlığında bir bölge de mevcuttur. Manyetik alanın varlığı, bu bölgeyi normal metal ile kıyaslamayı gerektirir. Bölgedeki elektronlar  $\psi \approx 1$  olduğunda çift oluştururlar. Böylece bölgenin enerjisi, yoğunlaşma enerji değeri ile birlikte sağdaki normal kısmın enerjisinden daha az olur. Bölge kalınlığının yaklaşık olarak  $\lambda$  oluşu ve yoğunlaşma enerji yoğunluğunun da  $H_{cm}^2/8\pi$  olması ile yüzey enerjisi,

$$\sigma_{ns} \approx -(H_{cm}^2/8\pi)\lambda \quad (3.36)$$

olduğu açıkça belirlenebilmektedir (Müller ve Ustinov, 1997).

Farklı bir açıdan bakıldığında,  $\kappa \gg 1$  durumunda manyetik alanın nüfus ettiği ara yüzey yakınında  $\psi \approx 1$  ile birlikte yaklaşık olarak  $\lambda$  kalınlığında bir bölge mevcut olur. Bu da, sistemin enerjisinin  $\lambda$  uzaklığı tarafından  $H_{cm}$  alanının değiştirilmesi için yapılan işin değeri ile tamamen azalmış olduğunu ifade eder. Bu da aynı sonuca işaret etmektedir (Müller ve Ustinov, 1997).

Buna göre;

1. Eğer  $\kappa \ll 1$  ise  $\sigma_{ns} > 0$  olmaktadır. Böyle materyaller 1. tip süperiletkenler adını alırken,
2. Eğer  $\kappa \gg 1$  ise  $\sigma_{ns} < 0$  olduğu materyallerde 2. tip süperiletkenler olarak adlandırılmaktadır.
3.  $\kappa \approx 1$  değerinde  $\sigma_{ns} = 0$  olmalıdır. Bu  $\kappa$  değeri,  $\kappa = \frac{1}{\sqrt{2}}$  olarak belirlenmiştir (Müller ve Ustinov, 1997).

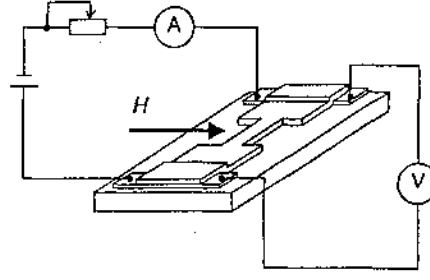
Bunlara GL parametreleri adı verilir (Tablo 3.1).

Tablo 3.1: Süperiletken tiplerine ait ara yüzey enerjileri ve GL parametre değerleri.

1.tip	2.tip
$\kappa < 1/\sqrt{2}$	$\kappa > 1/\sqrt{2}$
$\sigma_{ns} > 0$	$\sigma_{ns} < 0$

### 3.3.2 İNCE FİLMİN KRİTİK ALANI

Kalınlığı nüfus derinliğinden küçük olan ince bir süperiletken filme, paralel olarak uygulanan manyetik alanda, alanın değeri  $H_{cm}$  ' den büyük bir değerde olsa dahi süperiletken kalabilmektedir. Manyetik alan filmin süperiletkenliğini  $H_{cu}$  ile yok etmektedir.



Şekil 3.4 : İnce film üzerindeki kritik manyetik alan ölçümlerinin tasarımı ( Müller ve Ustinov, 1997)

Şekil (3.4)'de şematik olarak gösterilen deneyi göz önüne alalım. Çalışılan materyalden ince bir film, temiz bir cam taban üzerinde olarak, akım ve voltaj ile ölçülen bir devreye bağlanmıştır. Sonrasında dış manyetik alan yüzeyine paralel olacak biçimde örnek düşük sıcaklık kabına (cryostat) yerleştirilmiştir. Böyle bir durumda dış alan arttırıldığında, alanın belli bir değerinde film sonlu bir direnç göstermeye başlar. Bu filmin kritik alanıdır. Böyle bir deney düzeneği Şekil(3.7)'de görülmektedir (Müller ve Ustinov, 1997).

İnce filmler için süperiletken geçişler ikinci derece faz geçişidir. Film kalınlığının  $d \ll \xi, \lambda$  olduğu kabul edilirse, film içerisinde  $\psi$ 'nin varyasyonları ihmal edilebilir. Manyetik alanın neredeyse tamamen film içine nüfus ettiği kabul edilir. Film yüzeyleri  $x = \pm d/2$  düzlemleri ile uyumaktadır. Uygun ayar seçileceğinden  $\psi$  gerçel olur. İlk GL eşitliği şu formda yazılabilir:

$$-\left[1 - \left(\frac{2\pi\xi A}{\Phi_0}\right)^2\right]\psi + \psi^3 = 0 \quad (3.37)$$

İkinci GL eşitliği de,

$$\frac{d^2 A}{dx^2} = \frac{\psi^2}{\lambda^2} A \quad (3.38)$$

şeklini alır. Eşitlik(3.38)'de A vektör potansiyeli, y eksenini boyunca yer alır

$$H(\pm d/2) = H_0 \quad (3.39)$$

ve manyetik alanda sınır koşullarına bağlıdır.

Burada;  $H_0$ , filmin yüzeyine paralel dış alandır. Eşitlik(3.38)'in çözümü ,

$$A = A_1 \cosh(\psi x / \lambda) + A_2 \sinh(\psi x / \lambda) \quad (3.40)$$

şeklinde verilir, burada  $A_1$  ve  $A_2$ , integrasyon sabitleridir(Müller ve Ustinov, 1997). H manyetik alanı, basitçe A vektör potansiyelinin

$$H = A_1 (\psi / \lambda) \sinh(\psi x / \lambda) + A_2 (\psi / \lambda) \cosh(\psi x / \lambda) \quad (3.41)$$

yardımla bulunabilir;

Eşitlik(3.39)'daki sınır koşulları;

$$A_1 = 0 \quad \text{ve} \quad A_2 = \frac{H_0 \lambda}{\psi \cosh(\psi d / 2\lambda)}$$

ile sağlanır ise,

$$H = H_0 \frac{\cosh(\psi x / \lambda)}{\cosh(\psi d / 2\lambda)}, \quad A = \frac{H_0 \lambda}{\psi} \frac{\sinh(\psi x / \lambda)}{\cosh(\psi d / 2\lambda)} \quad (3.42)$$

ifadeleri elde edilir.

Sonuçlar ince filme ( $d \ll \lambda$ ) uygulandığında,  $\frac{\psi x}{\lambda} \ll 1$  ve  $\frac{\psi d}{2\lambda} \ll 1$  olur.

Hiperbolik fonksiyonlar Taylor serisine açılabilir. Yalnızca lineer terimler dikkate alınarak,

$$\cosh(\psi d / 2\lambda) = 1 \quad , \quad \sinh(\psi x / \lambda) = \psi x / \lambda \quad (3.43)$$

elde edilir. Eşitlik(3.43)' de yer alan ifadeler Eşitlik(3.42)' deki ifadelerde yerlerine konular,  $A = H_0 x$  olarak elde edilir. Daha sonra, Eşitlik(3.37)' den de,

$$\psi^2 = 1 - \left( \frac{2\pi\xi}{\Phi_0} \right)^2 H_0^2 x^2 \quad (3.44)$$

yazılabilir. Film kalınlığı üzerinden bu ifadenin ortalamasını bulmak için, Eşitlik(3.44),  $x$ ' e göre  $-d/2$ ' den  $+d/2$ ' ye integre edildiğinde,

$$\psi^2 d = d - H_0^2 \frac{1}{12} d^3 \left( \frac{2\pi\xi}{\Phi_0} \right)^2 \quad (3.45)$$

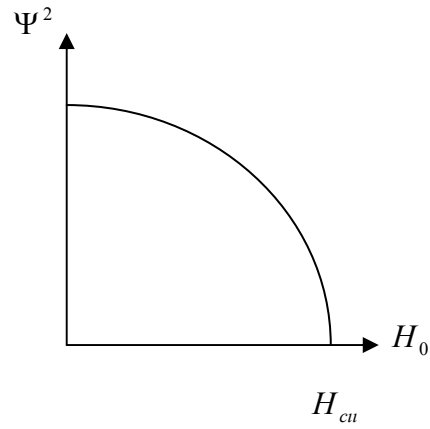
elde edilir.

$\sqrt{2}H_{cm} = \Phi_0 / 2\pi\lambda\xi$  eşitliği hesaba katıldığında,

$$\psi^2 d = d - H_0^2 \frac{1}{12} d^3 \frac{1}{2} \left( \frac{1}{H_{cm}\lambda} \right)^2 \quad (3.46)$$

ifadesine ulaşılır (Müller ve Ustinov, 1997). Böylelikle, uygulanan alan üzerine düzen parametresinin bağımlılığı için bir ifade elde edilmiş olur.

$$\psi^2 = 1 - \frac{1}{24} \frac{H_0^2 d^2}{H_{cm}^2 \lambda^2} \quad (3.47)$$



Şekil 3.5 : İnce bir film ( $d \ll \lambda$ ) için  $H_0$  dış manyetik alanına paralel bir fonksiyon olarak düzen parametresi

İnce filmdeki  $\psi$  düzen parametresi,  $H_0$  uygulanan alanı üzerinde güçlü biçimde değişmektedir ve kademeli olarak  $2\sqrt{6}H_{cm} \lambda/d$  alan değerinde sıfıra gider. Böylece paralel dış alan  $H_0$ 'da,  $d$  kalınlığındaki ince filmin  $H_{crit}$  kritik alanı,

$$H_{crit} = 2\sqrt{6}H_{cm} \lambda/d \quad (3.48)$$

ile ifade edilir (Müller ve Ustinov, 1997).

Film kalınlığının azalmasıyla kritik alan değeri de artmaktadır. Örneğin, filmin kalınlığı nüfus derinliğinden daha küçük bir mertebede  $\lambda/d \approx 10$  ve  $H_{cm} \approx 10^3$  Oe ise Eşitlik(3.48)'den  $H_{crit} \approx 40000$  Oe olarak elde edilir. Fiziksel açıdan bunu anlamak basit olmaktadır. Manyetik

alan film içerisine nüfus ettiğinden, birim hacim başına filmin diamanyetik momenti, hacmi ile kıyaslandığında fazlasıyla artış gösterir. Ancak, dış alandaki küçük bir diamanyetik moment, alana karşı yönlendirilmiş manyetik momente eşit olmaktadır. Bu nedenle, dış alandaki bir film, numune hacminden daha çok kararlıdır ve daha yüksek alanlarda bile süperiletken durumda kalabilmektedir (Ustinov, 2002).

### 3.3.3 İNCE FİLMİN KRİTİK AKIMI

Dış manyetik alan yokluğunda, I akımı taşıyan bir film ele alalım. Bölüm 3.3.2' deki gibi, film yüzeylerinin  $x = \pm d/2$  düzlemleri ile uyuştüğunu ve akımın y yönünde aktığını kabul edelim. I akımı z ekseninin birim uzunluğuna başına film boyunca toplam akımdır.

Akım, filmin yüzeyindeki  $H_1$  manyetik alanını meydana getirir. Bu durum, sınır koşullarına eklenir ise,

$$H(\pm d/2) = \pm H_1 \quad (3.49)$$

elde edilir.

Uygun ayar seçileceğinden  $\psi$  gerçeldir. Filmin çok ince ( $d \ll \lambda, \psi$ ) olduğu kabul edilmektedir. Böylelikle, film kalınlığı üzerinden düzen parametresinin varyasyonları ihmal edilebilir. Sonuç olarak da, Eşitlik(3.37) ve Eşitlik(3.38) formundaki GL eşitliklerine ulaşılır. Eşitlik(3.49) sınır koşuluna bağlı olarak Eşitlik(3.38) GL eşitliğinin genel çözümü (Müller ve Ustinov, 1997);

$$A = A_1 \cosh(\psi x / \lambda) + A_2 \sinh(\psi x / \lambda) \quad (3.50)$$

şeklinde olur.

Problem  $H = dA/dx$  olduğundan,

$$H = (A_1 \psi / \lambda) \sinh(\psi x / \lambda) + (A_2 \psi / \lambda) \cosh(\psi x / \lambda) \quad (3.51)$$

elde edilir (Müller ve Ustinov, 1997).

Eşitlik(3.49) sınır koşulunun Eşitlik(3.51)'de yerine konması ile iki bilinmeyen( $A_1$  ve  $A_2$ ) ve iki denklem elde edilir:

$$A_1 = \frac{\lambda H_1}{\psi \sinh(\psi d/2\lambda)} \quad , \quad A_2 = 0 \quad (3.52)$$

Eşitlik(3.52)'deki değerler de dikkate alındığında,

$$H = H_1 \frac{\sinh(\psi x/\lambda)}{\sinh(\psi d/2\lambda)} \quad , \quad A = \frac{\lambda H_1 \cosh(\psi x/\lambda)}{\psi \sinh(\psi d/2\lambda)} \quad (3.53)$$

olarak bulunur (Müller ve Ustinov, 1997).

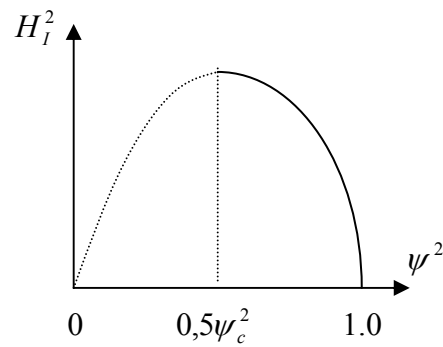
Filmin kalınlığının küçük ( $\psi d \ll \lambda$ ) olduğunun hesaba katılması Eşitlik (3.53)'deki vektör potansiyeli ifadesinde,  $\cosh(\psi x/\lambda) \approx 1$  ve  $\sinh(\psi d/2\lambda) \approx \psi d/2\lambda$  olarak kabul edildiğini gösterir. Buradan da,

$$A = \frac{2\lambda^2 H_1}{\psi^2 d} \quad (3.54)$$

elde edilir ve bu ifade, Eşitlik(3.37) birinci GL denkleminde yerine konup  $\sqrt{2}H_{cm} = \Phi_0/2\pi\lambda\xi$  eşitliği de kullanılırsa:

$$\frac{2\lambda^2 H_1^2}{d^2 H_{cm}^2} = \psi^4 - \psi^6 \quad (3.55)$$

sonucuna ulaşılır (Müller ve Ustinov, 1997).



Şekil 3.6 : Uygulanan akımın fonksiyonu olarak süperiletken filmdeki düzen parametresi. Eğrinin düz kısmı kararlı süperiletkenliğe karşılık gelmektedir.

Film herhangi bir akım taşımadığında, Eşitlik(3.55)' in iki çözümü vardır:  $\psi = 0$  ve  $\psi = 1$ . Bu olayda süperiletken durumun ( $\psi = 1$ ) enerji bakımından daha uygun olduğu açıktır (Müller ve Ustinov, 1997).

Film boyunca çok küçük bir akım uygulanırsa, Eşitlik(3.55) yine iki çözüme sahip olur:  $\psi \leq 1$  ve  $\psi \ll 1$ . İlk öge kararlı süperiletken duruma karşılık gelir. Buradan da anlaşıldığı gibi, süreklilik gereklidir (Müller ve Ustinov, 1997).

Süperiletken durumda kalan filmin sürdürebildiği maksimum akım, Şekil (3.6)'daki eğride maksimuma karşılık gelen akımdır. Bu akımın değerini bulmak için öncelikle,  $H_I^2$ 'nin maksimumuna karşılık gelen  $\psi_c$  değeri belirlenmelidir. Eşitlik (3.55)' in  $\psi$ 'ne göre türevi alındığında (Müller ve Ustinov, 1997),

$$\frac{d}{d\psi} (2\lambda^2 H_I^2 / d^2 H_{cm}^2) = 4\psi_c^3 - 6\psi_c^5 = 0 \quad (3.56)$$

olur.

Eşitlik(3.56),  $\psi_c^2 = 2/3$  olduğunu belirtmektedir. Daha sonra,

$$H_{lc} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} H_{cm} \frac{d}{\lambda} \quad (3.57)$$

Eşitliğinden ve  $H_{lc} = (4\pi/c)J_c$  formülünden de film boyunca  $J_c$  ortalama kritik akım yoğunluğu,

$$J_c = \frac{\sqrt{2}}{2\pi\sqrt{3}} \frac{cH_{cm}}{\lambda} \quad (3.58)$$

olduğu belirlenir (Müller ve Ustinov, 1997).

Bu eşitliklerden çıkan sonuçları aşağıdaki maddeler halinde özetleyebiliriz:

- (1) Film yüzeyindeki kritik akım tarafından oluşturulan manyetik alan, filmin kalınlığı ile orantılıdır. Filmin kalınlığı azaldıkça, manyetik alanda azalmaktadır. Aynı zamanda filmin kritik alanı,  $H_{cu} \propto 1/d$  şeklinde değişmektedir. Yani film inceldikçe, kritik alan artmaktadır. Örneğin,  $d/\lambda \approx 0.1$  ve  $H_{cm} = 1000$  Oe ise sonrasında  $H_{cu} \approx 4 \times 10^4$  Oe ve  $H_{lc} \approx 300$  Oe olur. Böylece, ince bir film tarafından süperiletkenliğin yok olması, bu akımın manyetik alanı tarafından yok edilmesine benzememektedir (Müller ve Ustinov, 1997).
- (2) Eşitlik(3.58)' den kritik akım yoğunluğu  $J_c$ 'nin filmin kalınlığından bağımsız olduğu görülmektedir. Buradan  $J_c$ 'nin materyale özgü olan akım taşıma kapasitesinin basit bir ölçüsü olduğu söylenebilir (Müller ve Ustinov, 1997).
- (3) Akım tarafından süperiletkenliğin yok edilmesi, faz geçişi ile birlikte oluşmaz. Bu durum, yalnızca film sıvı helyum ile ısı kontak halini iyi sağlarsa doğru olmaktadır. Yani film tarafından verilen ısı, hemen dengelenir. Daha sonra, filmin kalan sıcaklığı, herhangi bir dakikada helyum banyosunun sıcaklığına eşit olur. Bu olayda, eğer akım kritik değerine ( $I_c$ ) eşit olsa bile süperiletken durumun serbest enerjisi normal durumun serbest enerjisinin altında bir değerde kalır (Müller ve Ustinov, 1997).

Akım için  $I = I_c$  durumu oluştuktan sonra, film boyunca akım yok olmaksızın nasıl akmaya devam etmektedir? Bu sorunun cevabı, Bardeen'in analizlerinde yer almaktadır. Film ince olduğundan, akım tarafından oluşturulan manyetik alanın enerjisi, ihmal edilebilir ve serbest enerji yoğunluğu,

$$F_s = F_n - |\alpha|n_s + \frac{\beta}{2}n_s^2 + n_s \frac{m}{2}V_s^2 \quad (3.59)$$

şeklinde yazılır (Müller ve Ustinov, 1997). Burada  $n_s$ , süperiletken elektron yoğunluğu;  $\alpha$  ve  $\beta$ , GL Teorisi'nin katsayıları;  $V_s$ , elektronların birlikte hareketinin veya süper sıvının hızı,  $n_s \frac{m}{2}V_s^2$  terimi ise süperiletken elektronların kinetik enerjisini ifade etmektedir.

$n_s(V_s)$  ifadesinin denge değeri, denge durumunda minimum olması gereken serbest enerjisinden bulunabilir (Müller ve Ustinov, 1997);

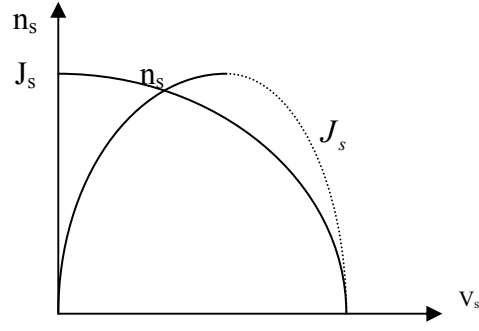
$$\frac{\partial F_s}{\partial n_s} = -|\alpha| + \beta n_s + \frac{mV_s^2}{2} = 0 \quad (3.60)$$

ve

$$n_s = \frac{(|\alpha| - mV_s^2/2)}{\beta} \quad (3.61)$$

elde edilir (Müller ve Ustinov, 1997). Bu olayda  $J_s$  akım yoğunluğu, iyi bilinen bir ifade ile belirlenmektedir:

$$J_s = n_s e V_s \quad (3.62)$$



Şekil 3.7: Elektron yoğunluğunun süperiletken bileşenin hız fonksiyonu şeklinde ince filmdeki  $J_s$  süper akım yoğunluğu ve  $n_s$  süperiletken elektron yoğunluğu.

Eşitlik(3.61) ve Eşitlik(3.62)'ye göre,  $n_s(V_s)$  ve  $J_s(V_s)$  bağımlılığı Şekil (3.7)'de gösterilmiştir.  $J_s(V_s)$  eğrisinin bir kısmı, yaklaşık olarak belirtilen kararlı durumlara karşılık gelmektedir. Bu gösterimden, süperiletken akım yoğunluğunun artması ile elektron hızının da arttığı, ancak bu durumun  $n_s(V_s)$  elektron yoğunluğunun azalması ile birlikte olduğu anlaşılmaktadır. Yani, elektron çiftleri kırılmaya başlar. Sonuçta da süperiletken akımın daha fazla artmasının mümkün olmadığı bir durum oluşur. Çünkü süperiletken elektron yoğunluğu git gide azalmaktadır. Yani yüksek akımları sürdürebilecek yeterli miktarda taşıyıcı kalmaz. Bu, Eşitlik(3.58) ile verilmiş olan kritik akımdır. Çoğunlukla da bu akım çift – kırın akım olarak adlandırılmaktadır (Mcnamara, 1999).

Ayrıca Lam ve arkadaşları, zamandan bağımsız GL denklemlerini kullanarak yüzeylerde lineer olmayan akım yoğunluklarını modellemişlerdir (Gennes, 1989). GL Teorisi, akımların süperiletken taşıyıcı yük yoğunluğunu değiştirmeye yetecek güçte olduğunu ifade etmesi ve alanlara lineer olmayan tepkiler ile değinen geniş çapta kabul görmüş bir teori olduğundan seçilmiştir. Çözülen denklemler:

$$\nabla_s^2 A_z = u^2 A_z \quad (3.63)$$

ve

$$\frac{1}{k^2} \nabla_s^2 u = u \left( u^2 - 1 + \frac{1}{2} A_z^2 \right) \quad (3.64)$$

dir. Burada  $A_z$ ,  $u = \lambda_L / \lambda_{GL}$  ile vektör potansiyel ve  $\lambda_{GL}$  GL nüfus derinliğini ifade eder (Ginzburg V.L., 1994).

#### 4. SONUÇ VE TARTIŞMA

Klasik fizik, süperiletkenlerin davranış ve özelliklerini açıklayamamaktadır. Zaten süperiletkenlik adı verilen durumda, elektronların özel bir kuantum yoğunlaşması olarak tanımlanmaktadır (Serway ,1996).

Süperiletken durumda materyal; belli bir sıcaklık altına soğutulduğunda akım hiçbir dirençle karşılaşmadan akar. Bunun yanı sıra, materyal mükemmel diamanyetik özellik göstermektedir.

Ginzburg – Landau çalışmalarında, elektrik akımı ve manyetik alanın belli kritik değerlerinde süperiletken durumun kayboluşunu açıklayıp, süperiletkenlerin makroskopik özelliklerini tanımlamada çok başarılı olmuşlardır. Ayrıca, Abrikosov daha sonraki yıllarda yaptığı çalışmada, GL Teorisinin süperiletkenlerin iki kategoriye ayrılmasında etkin tahminler yürüttüğünü göstermiş ve ikinci tip süperiletkenliği açıklamıştır.

Ginzburg ve Landau teorilerinde, süperiletken durumda elektronlar arasındaki düzen için bir parametre tanımlamışlar ve bu parametreyi, süperiletkenlerin düzen parametresi olarak adlandırmışlardır. Bu sayede de, süperiletken elektronların düzenin belirleyen matematiksel formülleri türetmişlerdir.

Ginzburg – Landau Denklemi, elektronların süperiletken durumdaki uyumunu kuantumsal bakış açısı ile tanımlamasına rağmen; elektronların bu haldeki davranışının bir başka açıklaması, tam 7 yıl sonra BCS adı verilen bir teori ile de ortaya konmuştur.

GL Teorisi, London denklemlerinden farklı olarak, kuantumsal tanımlamalar yapmış ve esas olarak geçiş bölgelerinde(süperiletkenden – normale) elektronların davranışını matematiksel olarak açıklamıştır. Ancak teori, süperiletken durumun enerjisini düzen parametresinin seri açılımıyla ifade ettiğinden, yalnızca  $T_c$  kritik sıcaklık civarında geçerli haldedir.

GL denklemleri yardımıyla, ince filmlerde kritik alan hesaplamaları, ince filmlerde kritik akım hesaplamaları ve arayüzey enerjilerinin hesabı kolay hale gelmektedir.

Süperiletkenleri tanımlamada ileriye yönelik kapıları açan ve Nobel'le ödüllendirilen bu teori üzerinde günümüzde de pek çok çalışma yapılmaktadır.

Süperiletkenlerle ilgili olarak kırılma ve düşük sıcaklık sorunları giderilirse, bunun yaşama teknolojik ve maddi açıdan sağladığı kazançlar çok büyük olacaktır.

## 5. KAYNAKLAR DİZİNİ

Abrikosov A.A., 1957, On the Magnetic Properties of Superconductors of the Second Group, J.Exptl.Theoret. Phys.( U.S.S.R.) 32, 1442-1452 p.

Aydoğu S. , 1995, Süperiletken Alaşım lar,3-36 s.

Balbağ Z. M., 2001, Yitrium İçeren Süperiletken Bileşiklerin Fiziksel Özellikleri, 2-25 s.

Bardeen,Cooper and Schrieffer, 2001, Superconductivity, Chapter 10.,2-43 p.

Beauregard O. C., Lochak G., 2001, Annales Fondation Louis de Broglie, Volume 26, No 4, 601-603 p.

Cohen M. H., 1968, Superconductivity in Science and Thecnology,London, 31 p.

Dmitriev A. V., Nolting W. , 2004, Details of the Termodynamical Derivation of the Ginzburg – Landau Equations, Superconductor Science and Tecnology, 443-446 p.

Dull R. W., 1997, An Introduction to HTS, 1-8 p.

Dull R., Kerchner R., 1994, A Tezcher's Guide to sügerconduvtivity for High School Students.

Gabbay M., Edward D., Guzdar N. P., 1997, Reconnection of Vortex Filaments in the Complex Ginzburg – Landau Equation, Physical Review E, 2576 p.

Gennes P.G., 1989, Superconductivity of Metals and Alloys, Chapter 6, 171 p.

**KAYNAKLAR ( devam )**

- Ginzburg V.L., Andryushin E.A., 1994, Superconductivity, P.N.Lebedev Physical Institute.Walter A. Harrison, Solid State Theory, chapter 1, 1-10 p.
- Griffitts D.J., 1996, Elektromagnetik Teori, İngilizce 2. basım çevirisi, 174-178 s.
- Harrison A. W., Solid State Theory, Chapter 5, 521-531 p.
- Haus J.W., Chung-You F., Bowden C.M., 1993, Nonlinear ElectromagneticField Response of High Tc Superconducting Microparticle Composites, 7556-7557 p.
- Hook J.R., Hall H.E. , Köksal F., Altınbaş M.,Katıhal Fiziği,Bölüm 10, 278-307 s.
- Jackson D.J., 1989, Klasik Elektrodinamik, II. Baskı,289-291 s.
- James D. S., Thomas E. J., Sorma G., Type II Superconductivity,The Phenomenological theory of Ginzburd and Landau, Chapter 2,22-32 p.
- Kakani,Dr. S.L. ,M. Sc., Ph. D. and Hemrajani C., M. Sc., 1990, Recent Advances in Superconductivity,İndia, Chapter 4, 77 p.
- Lynn W. J., High Temperature Superconductivity, 32 p.
- Marchenko V.I., Podolyak E.R., 2003, On the Penetration Depth of a Strong Field into Super conductors, JETP Letters, 77, 5-6 p.
- McNamara K.L., Simon S. B., 1999, Type II Superconductivity: Normal Inclusion Models, 1-5 p.

**KAYNAKLAR ( devam )**

- Müler P., Ustinov A. V.(Eds), Schmidt V.V. , 1997, The Physics of Superconductors, İntroduction to Fundamentals and Applications, 1-115 p.
- Ovchinnikov Y. N. and Sigal I. M. , 1998, The Ginzburg-Landau Equation III. Vortex dynamics, 1277 p.
- Owens F. J. Poole C. P. Jr,1996, The New Superconductors, Chapter 4.,52-55 p.
- Portis M. A. , Electrodinamics of High Temperature Superconductors, Lecture Notes in Physics,Vol 48, Berkeley,54-56 p.
- Rydh A., 2001, Vortex Properties from Resistive Transport Measurements on Extreme Type II Superconductors, Chapter 1, 5-13 p.
- Saarloos W., 1994, The Complex Ginzburg Landau Equation for Beginners, 1-2 p.
- Serway, R. A., 1996, Ankara, Fen ve Mühendislik için Fizik, Palme Yayıncılık 3. Baskıdan Çeviri, 3. cilt, 1290s.
- Ustinov A.,2002, Thin Films: Critical Magnetic Field and Critical Current.,1-11 p.