

T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ



**ÇEŞİTLİ YÜKLER ALTINDA KİRİŞLERİN EĞİLME ANALİZİ ve UYGUN
ENKESİTİN BELİRLENMESİ**

Tuğba TAŞPINAR

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

TEMMUZ 2025

ANTALYA

T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ



**ÇEŞİTLİ YÜKLER ALTINDA KİRİŞLERİN EĞİLME ANALİZİ ve UYGUN
ENKESİTİN BELİRLENMESİ**

Tuğba TAŞPINAR

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

TEMMUZ 2025

ANTALYA

**T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ÇEŞİTLİ YÜKLER ALTINDA KİRİŞLERİN EĞİLME ANALİZİ ve UYGUN
ENKESİTİN BELİRLENMESİ**

**Tuğba TAŞPINAR
İNŞAAT MÜHENDSİLİĞİ
ANABİLİM DALI
YÜKSEK LİSANS TEZİ**

TEMMUZ 2025

T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ÇEŞİTLİ YÜKLER ALTINDA KİRİŞLERİN EĞİLME ANALİZİ ve UYGUN
ENKESİTİN BELİRLENMESİ**

Tuğba TAŞPINAR
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

Bu tez 17/07/2025 tarihinde jüri tarafından Oybirliği ile kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Bekir AKGÖZ (Danışman)

Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Prof. Dr. Mehmet AVCAR

ÖZET

ÇEŞİTLİ YÜKLER ALTINDA KİRİŞLERİN EĞİLME ANALİZİ ve UYGUN ENKESİTİN BELİRLENMESİ

Tuğba TAŞPINAR

Yüksek Lisans Tezi, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Bekir AKGÖZ

Temmuz 2025; 67 sayfa

Mühendislik ve ekonomi, günümüz dünyasında önemli bir rol oynayan iki kavramdır. Bu iki disiplin ile birlikte daha sürdürülebilir, güvenli ve dayanıklı yapılar inşa edilmektedir. Teknolojik gelişmeler ile birlikte yapısal analizler kolaylaşarak istenilen geometrilere mimari tasarımlar hızlı bir şekilde elde edilebilmektedir.

Günümüze kadar yapılan çalışmalarda farklı mesnetlenme koşullarında değişken kesitli kirişlerin titreşim analizleri incelenmiştir. Ayrıca farklı geometriye sahip çelik kirişlerin de eğilme ve burkulma davranışları araştırılmıştır.

Tez kapsamında eğilmeye maruz konsol kirişlerde dört farklı yükleme durumu için kesitin kare ve daire olması durumlarına ait uygun enkesitler ve deplasman değerleri araştırılmıştır. Araştırmalarda sabit dayanım koşulu göz önünde bulundurularak Euler-Bernoulli kiriş teorisine dayalı analitik çözümler elde edilmiştir. Kesitin kiriş uzunluğu boyunca sabit, genişliği ve yüksekliği değişen olması durumlarına ait deplasman değerleri, Matlab paket programı yardımıyla hesaplanıp şekiller ve çizelgeler halinde sunulmuştur. Enkesitlerin elde edilmesinde Solidworks paket programı ile üç boyutlu hale getirilmiştir. Ayrıca kesitin değişimine bağlı olarak toplam hacimde meydana gelen azalma ve buna bağlı olarak da ortaya çıkan malzeme tasarrufu incelenmiştir.

ANAHTAR KELİMELEER: Deplasman hesabı, Eğilme davranışı, Euler-Bernoulli kiriş teorisi, Konsol kiriş, Sabit dayanım, Uygun kesit tayini

JÜRİ: Doç. Dr. Bekir AKGÖZ

Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Prof. Dr. Mehmet AVCAR

ABSTRACT

BENDING ANALYSIS OF BEAMS UNDER VARIOUS LOADS AND DETERMINATION OF THE APPROPRIATE CROSS SECTION

Tuğba TAŞPINAR

MSc Thesis in Civil Engineering

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Bekir AKGÖZ

June 2025; 67 pages

Engineering and economics have played a significant role in today's world. Together, these two disciplines have contributed to the construction of more sustainable, safe, and resilient structures. With technological advancements, structural analyses have become more accessible, allowing for rapid architectural design and implementation of desired geometries.

Previous studies have examined the vibration analyses of beams with varying cross-sections under different support conditions. Additionally, the flexural and buckling behaviors of steel beams with various geometries have also been investigated.

Within the scope of this thesis, appropriate cross-sections and displacement values for cantilever beams subjected to bending under four different loading conditions were investigated for both square and circular cross-sectional shapes. Analytical solutions based on the Euler-Bernoulli beam theory were obtained by considering a constant strength criterion throughout the analyses. Displacement values were calculated for cases where the cross-section remained constant along the beam length, as well as cases where the width or height varied. These results were computed using MATLAB software package and presented in the form of figures and tables. Three-dimensional models of the cross-sections were generated using SolidWorks software package. Furthermore, reductions in total volume due to cross-sectional variations and the resulting material savings were also examined.

KEYWORDS: Displacement calculation, Bending behavior, Euler-Bernoulli beam theory, Cantilever beam, Constant strength, Determination of suitable cross section

COMMITTEE: Assoc. Prof. Dr. Bekir AKGÖZ

Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Prof. Dr. Mehmet AVCAR

ÖNSÖZ

Büyüyen ve gelişen dünyada inşaat alanında daha az malzemelerle dayanıklı, sürdürülebilir ve ekonomik sonuçlar elde etmeyi hedefleyen çok sayıda tasarım çalışmaları yapılmıştır. Bu çalışmalar arasında yer alan kiriş tasarımlarında boyutlandırma faktörü önemli yer tutmaktadır. Yapı elemanlarından biri olan kirişler yük aktarımını sağlama görevi itibariyle büyük önem arz etmişlerdir. Bu yapı elemanlarının tasarımlarına ilerleyen zamanlarda teknolojinin de katkısıyla yoğun şekilde devam edileceği ve çalışmalarda daha fazla yer alacağı düşünülmektedir.

Tez çalışmasında çeşitli yükler altında kirişlerin eğilme analizi ve uygun enkesitin belirlenmesi Euler-Bernoulli teorisine göre araştırılarak ekonomik ve dayanıklı kirişler elde etmek istenilmiştir.

Yüksek lisans eğitimi ve tez sürecimde boyunca zorlandığım alanlarda büyük destek olan danışman hocam sayın Doç. Dr. Bekir AKGÖZ'e içten teşekkürlerimi sunuyorum. Bu aşamaya gelmemde en büyük paya sahip olan aileme kalpten teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
ÖNSÖZ.....	iii
AKADEMİK BEYAN	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ	xi
1. GİRİŞ	1
1.1. Kirişin Tanımı ve Kiriş Tipleri.....	4
1.1.1. Mesnet koşullarına göre kirişler.....	4
1.1.2. Yapı malzemelerine göre kirişler.....	5
1.1.3. Kesit şekillerine göre kirişler.....	7
1.1.4. Geometrisine göre kirişler.....	9
1.1.5. Denge durumuna göre kirişler.....	10
1.1.6. İnşaat yöntemine göre kirişler.....	10
1.2. Kirişlerin dizaynında dikkat edilen etmenler.....	11
1.3. Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi.....	12
2. KAYNAK TARAMASI	13
3. MATERYAL VE METOT	18
3.1. Kare Kesite Sahip Tekil Yük Altında Sabit, Değişen Genişlik ve Yüksekliğe Bağlı Konsol Kirişlerde Deplasman ile Hacim Denklemlerinin Bulunması.....	18
3.1.1. Tekil yüklemde sabit enkesite bağlı deplasman denklemleri	18
3.1.2. Tekil yüklemde değişen genişliğe bağlı deplasman ve hacim denklemleri	19
3.1.3. Tekil yüklemde değişen yüksekliğe bağlı deplasman ve hacim denklemleri	20
3.2. Kare Kesite Sahip Düzgün Yayılı Yük Altında Sabit, Değişen Genişlik ve Yüksekliğe Bağlı Konsol Kirişlerde Deplasman ile Hacim Denklemlerinin Bulunması.....	21
3.2.1. Düzgün yayılı yüklemde sabit enkesite bağlı deplasman denklemleri.....	21
3.2.2. Düzgün yayılı yüklemde değişen genişliğe bağlı deplasman ve hacim denklemleri.....	22
3.2.3. Düzgün yayılı yüklemde değişen yüksekliğe bağlı deplasman ve hacim denklemleri.....	23

3.3. Kare Kesite Sahip Üçgen Yayılı Yük Altında Sabit, Değişen Genişlik ve Yüksekliğe Bağlı Konsol Kirişlerde Deplasman ile Hacim Denklemlerinin Bulunması.....	24
3.3.1. Üçgen yayılı yüklemde sabit enkesite bağlı deplasman denklemleri.....	24
3.3.2. Üçgen yayılı yüklemde değişen genişliğe bağlı deplasman ve hacim denklemleri.....	25
3.3.3. Üçgen yayılı yüklemde değişen yüksekliğe bağlı deplasman ve hacim denklemleri.....	26
3.4. Kare Kesite Sahip Tekil Moment Altında Sabit, Değişen Genişlik ve Yüksekliğe Bağlı Konsol Kirişlerde Deplasman ile Hacim Denklemlerinin Bulunması.....	27
3.4.1. Tekil moment yüklemde sabit enkesit, değişen genişlik ve yüksekliğe bağlı deplasman denklemleri.....	28
3.4.2. Tekil moment yüklemde değişen genişliğe bağlı hacim denklemleri.....	28
3.4.3. Tekil moment yüklemde değişen yüksekliğe bağlı hacim denklemleri....	29
3.5. Daire Kesite Sahip Tekil Yük Altında Sabit ve Değişen Çapa Bağlı Konsol Kirişlerde Deplasman ile Hacim Denklemlerinin Bulunması.....	29
3.5.1. Tekil yüklemde sabit çapa bağlı deplasman denklemleri.....	29
3.5.2. Tekil yüklemde değişen çapa bağlı deplasman ve hacim denklemleri....	30
3.6. Daire Kesite Sahip Düzgün Yayılı Yük Altında Sabit ve Değişen Çapa Bağlı Konsol Kirişlerde Deplasman ile Hacim Denklemlerinin Bulunması	31
3.6.1. Düzgün yayılı yüklemde sabit çapa bağlı deplasman denklemleri	32
3.6.2. Düzgün yayılı yüklemde değişen çapa bağlı deplasman ve hacim denklemleri.....	32
3.7. Daire Kesite Sahip Üçgen Yayılı Yük Altında Sabit ve Değişen Çapa Bağlı Konsol Kirişlerde Deplasman ile Hacim Denklemlerinin Bulunması	34
3.7.1. Üçgen yayılı yüklemde sabit çapa bağlı deplasman denklemleri	34
3.7.2. Üçgen yayılı yüklemde değişen çapa bağlı deplasman ve hacim denklemleri.....	35
3.8. Daire Kesite Sahip Tekil Moment Altında Sabit ve Değişen Çapa Bağlı Konsol Kirişlerde Deplasman ile Hacim Denklemlerinin Bulunması.....	36
3.8.1. Tekil moment yüklemde sabit ve değişen çapa bağlı deplasman denklemleri	36
3.8.2. Tekil moment yüklemde değişen çapa bağlı hacim denklemleri.....	37
4. BULGULAR ve TARTIŞMA.....	38
5. SONUÇLAR	63
6. KAYNAKLAR	65
ÖZGEÇMİŞ	

AKADEMİK BEYAN

Yüksek Tezi olarak sunduğum “Çeşitli Yükler Altında Kirişlerin Eğilme Analizi ve Uygun Enkesitin Belirlenmesi” adlı bu çalışmanın, akademik kurallar ve etik değerlere uygun olarak yazıldığını belirtir, bu tez çalışmasında bana ait olmayan tüm bilgilerin kaynağını gösterdiğimi beyan ederim.

17/07/2025

Tuğba TAŞPINAR

İmzası

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

A	: Alan
I	: Atalet momenti
W	: Deplasman değeri
q	: Düzgün yayılı yük
M	: Eğilme momenti
E	: Elastisite modülü
σ	: Normal gerilme
c	: İntegral sabiti
b	: Kiriş genişliği
h	: Kiriş yüksekliği
L	: Kiriş uzunluğu
P	: Tekil yük
π	: Pi sayısı

Kısaltmalar

DK	: Daire kesit
KK	: Kare kesit
m	: Metre
m ²	: Metrekare
N	: Newton
cm	: Santimetre

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. İlk çağlarda inşa edilen yapılar (Ertuğrul 2016).....	1
Şekil 1.2. Günümüzde inşa edilen yapılar (Anonim 1).....	1
Şekil 1.3. Keops piramidi (Anonim 2).....	2
Şekil 1.4. Rüzgar gülü pervanesi (Anonim 3).....	2
Şekil 1.5. Helikopter pervane bıçağı (Anonim 4).....	2
Şekil 1.6. Uçak kanadı (Anonim 5).....	3
Şekil 1.7. Aydınlatma direği (Anonim 6).....	3
Şekil 1.8. Basit kiriş.....	4
Şekil 1.9. Sürekli kiriş.....	4
Şekil 1.10. Konsol kiriş.....	4
Şekil 1.11. Sabit kiriş.....	4
Şekil 1.12. Betonarme kiriş.....	5
Şekil 1.13. Çelik kiriş (Anonim 7).....	5
Şekil 1.14. Ahşap kiriş (Anonim 8).....	6
Şekil 1.15. Kompozit kiriş (Anonim 9).....	6
Şekil 1.16. T profil kesitli kiriş (Anonim 10).....	7
Şekil 1.17. L profil kesitli kiriş (Anonim 11).....	7
Şekil 1.18. I profil kesitli kiriş (Anonim 12).....	8
Şekil 1.19. [] profil kesitli kiriş (Anonim 13).....	8
Şekil 1.20. Kavisli kiriş (Anonim 14).....	9
Şekil 1.21. Düz kiriş (Anonim 15).....	9
Şekil 1.22. Konik kiriş (Anonim 16).....	10
Şekil 1.23. Prefabrik beton kiriş (Anonim 17).....	10
Şekil 1.24. Yerinde dökme beton kiriş.....	11
Şekil 1.25. Öngermeli beton kiriş (Anonim 18).....	11

Şekil 1.26. Euler-Bernoulli kiriş teorisi (Demirhan 2016).....	12
Şekil 1.27. Eiffel Kulesi inşaatı (Anonim 19).....	12
Şekil 3.1. Kare kesitte tekil yük etkisi altında konsol kiriş.....	18
Şekil 3.2. Kare kesitte düzgün yayılı yük etkisi altında konsol kiriş.....	21
Şekil 3.3. Kare kesitte üçgen yayılı yük etkisi altında konsol kiriş.....	24
Şekil 3.4. Kare kesitte tekil moment etkisi altında konsol kiriş.....	27
Şekil 3.5. Daire kesitte tekil yük etkisi altında konsol kiriş.....	29
Şekil 3.6. Daire kesitte düzgün yayılı yük etkisi altında konsol kiriş.....	31
Şekil 3.7. Daire kesitte üçgen yayılı yük etkisi altında konsol kiriş.....	34
Şekil 3.8. Daire kesitte tekil moment etkisi altında konsol kiriş.....	36
Şekil 4.1. Tekil yük altında sabit kare kesit (b_0) ile değişen genişliğe (b_x) ait deplasman değerleri.....	38
Şekil 4.2. Tekil yük altında sabit kare kesit (h_0) ile değişen yüksekliğe (h_x) ait deplasman değerleri.....	39
Şekil 4.3. Düzgün yayılı yük altında sabit kare kesit (b_0) ile değişen genişliğe (b_x) ait deplasman değerleri.....	40
Şekil 4.4. Düzgün yayılı yük altında sabit kare kesit (h_0) ile değişen yüksekliğe (h_x) ait deplasman değerleri.....	41
Şekil 4.5. Üçgen yayılı yük altında sabit kare kesit (b_0) ile değişen genişliğe (b_x) ait deplasman değerleri.....	42
Şekil 4.6. Üçgen yayılı yük altında sabit kare kesit (h_0) ile değişen yüksekliğe (h_x) ait deplasman değerleri.....	43
Şekil 4.7. Tekil moment altında sabit kare kesit ($b_0; h_0$) ile değişen genişliğe ve yüksekliğe ($b_x; h_x$) ait deplasman değerleri.....	44
Şekil 4.8. Tekil yük altında sabit daire kesit (d_0) ile değişen çapa (d_x) ait deplasman değerleri.....	46
Şekil 4.9. Düzgün yayılı yük altında sabit daire kesit (d_0) ile değişen çapa (d_x) ait deplasman değerleri.....	47
Şekil 4.10. Üçgen yayılı yük altında sabit daire kesit (d_0) ile değişen çapa (d_x) ait deplasman değerleri.....	48

Şekil 4.11. Tekil moment altında sabit daire kesit (d_0) ile değişen çapa (d_x) ait deplasman değerleri.....	49
Şekil 4.12. KK tekil yük altında moment diyagramı.....	51
Şekil 4.13. KK tekil yük altında değişen genişlikte elde edilen kiriş.....	51
Şekil 4.14. KK tekil yük altında değişen yükseklikte elde edilen kiriş.....	52
Şekil 4.15. KK düzgün yayılı yük altında moment diyagramı.....	53
Şekil 4.16. KK düzgün yayılı yük altında değişen genişlikte elde edilen kiriş.....	53
Şekil 4.17. KK düzgün yayılı yük altında değişen yükseklikte elde edilen kiriş.....	54
Şekil 4.18. KK üçgen yayılı yük altında moment diyagramı.....	55
Şekil 4.19. KK üçgen yayılı yük altında değişen genişlikte elde edilen kiriş.....	55
Şekil 4.20. KK üçgen yayılı yük altında değişen yükseklikte elde edilen kiriş.....	56
Şekil 4.21. KK tekil moment altında moment diyagramı.....	57
Şekil 4.22. DK tekil yük altında moment diyagramı.....	59
Şekil 4.23. DK tekil yük altında değişen çapta elde edilen kiriş.....	59
Şekil 4.24. DK düzgün yayılı yük altında moment diyagramı.....	60
Şekil 4.25. DK düzgün yayılı yük altında değişen çapta elde edilen kiriş.....	60
Şekil 4.26. DK üçgen yayılı yük altında moment diyagramı.....	61
Şekil 4.27. DK üçgen yayılı yük altında değişen çapta elde edilen kiriş.....	61
Şekil 4.28. DK tekil moment altında moment diyagramı.....	62

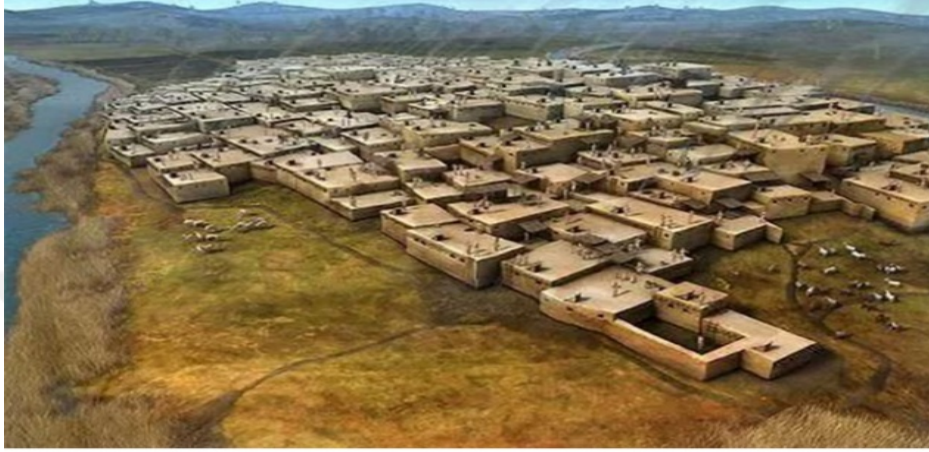
ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 4.1. Kare kesite sahip kirişlerin çeşitli yükler altındaki deplasman değerleri.....	45
Çizelge 4.2. Daire kesite sahip kirişlerin çeşitli yükler altındaki deplasman değerleri.....	50
Çizelge 4.3. Kare kesite sahip kirişlerin çeşitli yükler altında hacimden yapılan tasarruflar.....	58
Çizelge 4.4. Daire kesite sahip kirişlerin çeşitli yükler altında hacimden yapılan tasarruflar.....	62



1. GİRİŞ

İnşa edilen yapılar insanların yerleşik hayata geçmesiyle büyük önem kazanmıştır. İlk zamanlarda sadece barınma, korunma ve kullanım amaçlı yapılar inşa edilmişse de daha sonra gelişen teknoloji, yaşam tarzıyla birlikte yerini tasarımsal, ekonomik ve işlevsel inşaya bırakmıştır. Zamanla değişen bu anlayış mühendislikte ekonomi kavramını ön plana çıkarmıştır.



Şekil 1.1. İlk çağlarda inşa edilen yapılar (Ertuğrul 2016)



Şekil 1.2. Günümüzde inşa edilen yapılar (Anonim 1)

Mühendislikte ekonomi; projelerin maliyetini ve bunlara bağlı ekonomik analizleri kapsayan bir sistem olarak değerlendirilir. Bu sistem ile birlikte yapılan yapısal analizler yapıların güvenli ve dayanıklı olmasının yanında malzemelerin verimli kullanılmasını sağlayarak sürdürülebilir bir geleceğe ortam hazırlamaktadır. Ekonomi kapsamında proje, kullanılan malzeme seçimi, imalat, kullanılabilir ömür maliyetleri ve kolay tedarik edilebilirlik gibi faktörler mühendislerin teknik kararlarında yardımcı olmaktadır. Bu tip tasarımlara örnek olarak mısır piramitleri, rüzgar gülü, helikopter pervanesi, uçak kanadı ve aydınlatma direği gösterilebilir.



Şekil 1.3. Keops piramidi (Anonim 2)



Şekil 1.4. Rüzgar gülü pervanesi (Anonim 3)



Şekil 1.5. Helikopter pervane bıçağı (Anonim 4)



Şekil 1.6. Uçak kanadı (Anonim 5)



Şekil 1.7. Aydınlatma direği (Anonim 6)

Ulaşılabilir kaynaklardan yararlanarak istenilen sonuca ulaşmak belli başlı ilkelerle mümkün olabilir. Bunlar üç ana başlıkta toplanabilirler; maksimizasyon ilkesi, minimizasyon ilkesi ve optimizasyon ilkesidir. Maksimizasyon elde bulunan kaynaklarla en ekonomik sonuca ulaşmayı; minimizasyon sonuca en az kaynakla ulaşmayı; optimizasyon ise sınırlı şartlarla en ekonomik sonuca ulaşmayı kapsamaktadır (Erozan 2018). Mühendislikte de ortam koşulları değerlendirilerek bu ilkelerden birinin seçimiyle ulaşılmak istenilen sonuca gidilebilir.

Tez kapsamında eğilmeye maruz kirişler için çeşitli yükleme durumlarına göre uygun ve ekonomik enkesitlerle deplasman değerleri elde edilmiştir. Burada uygun enkesitlerin tespitinde kiriş boyunca dayanımın sabit kalması kriteri dikkate alınmıştır. Tekil yük, tekil moment, düzgün ve üçgen yayılı yükler altında eğilme momenti bağıntıları elde edilerek moment diyagramına bağlı olarak kiriş genişliğinin ve yüksekliğinin çubuk eksenini boyunca değişimleri hesaplanmıştır.

Matematiksel modellemede Euler-Bernoulli kiriş teorisi kullanılmış olup deplasman değerleri analitik olarak hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar sabit kesitli prizmatik kirişlere ait deplasman değerleri ile karşılaştırılmış, kirişlerin hacim hesapları da yapılarak mühendisliğin temel prensiplerinden biri olan ekonomi durumu emniyetten taviz verilmeden yerine getirilmiştir.

1.1 Kirişin Tanımı ve Kiriş Tipleri

Yapısal elemanlar arasında yer alan kirişler mimarlık ve inşaat mühendisliğinde önemli bir yere sahiptir. Kirişler gelen yükleri kolon, perde ve duvarlara aktaran yatay taşıyıcı bir yapı elemanı olarak adlandırılmışlardır. Viyadük, çatı, bina ve köprü gibi yapılarda sıklıkla kullanılarak yapının dayanıklılığına katkı sağlamışlardır.

Kirişler mesnet koşullarına, yapı malzemelerine, kesit şekillerine, geometrisine, denge durumuna ve inşaat yöntemine göre sınıflandırılmışlardır.

1.1.1. Mesnet koşullarına göre kirişler

Basit, sürekli, konsol, çıkmalı ve sabit kirişler olarak sınıflandırılmışlardır.



Şekil 1.8. Basit kiriş



Şekil 1.9. Sürekli kiriş



Şekil 1.10. Konsol kiriş



Şekil 1.11. Sabit kiriş

1.1.2. Yapı malzemelerine göre kirişler

Betonarme, çelik, ahşap ve kompozit kirişler olarak sınıflandırılmışlardır.



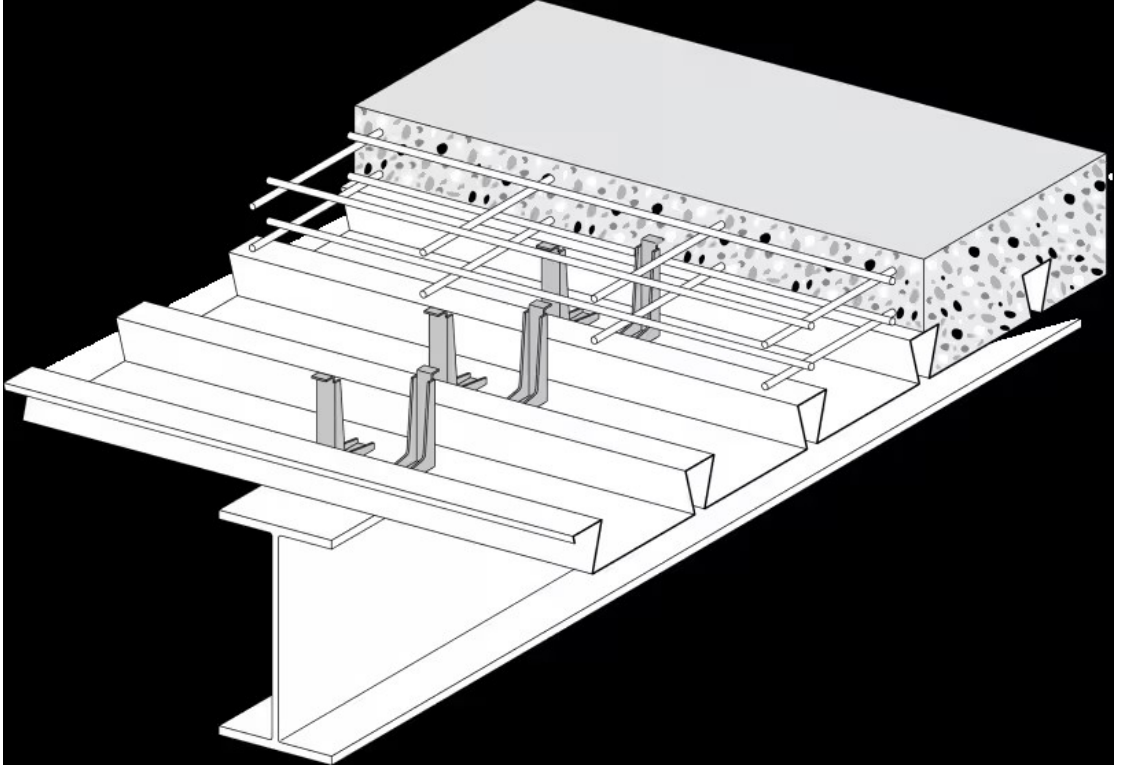
Şekil 1.12. Betonarme kiriş (Saha kontrollerinden alıntılanan fotoğraf)



Şekil 1.13. Çelik kiriş (Anonim 7)



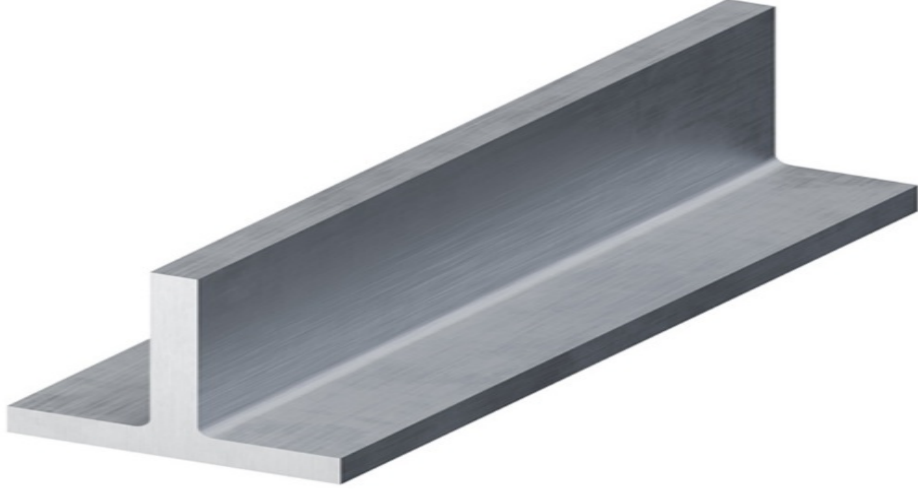
Şekil 1.14. Ahşap kiriş (Anonim 8)



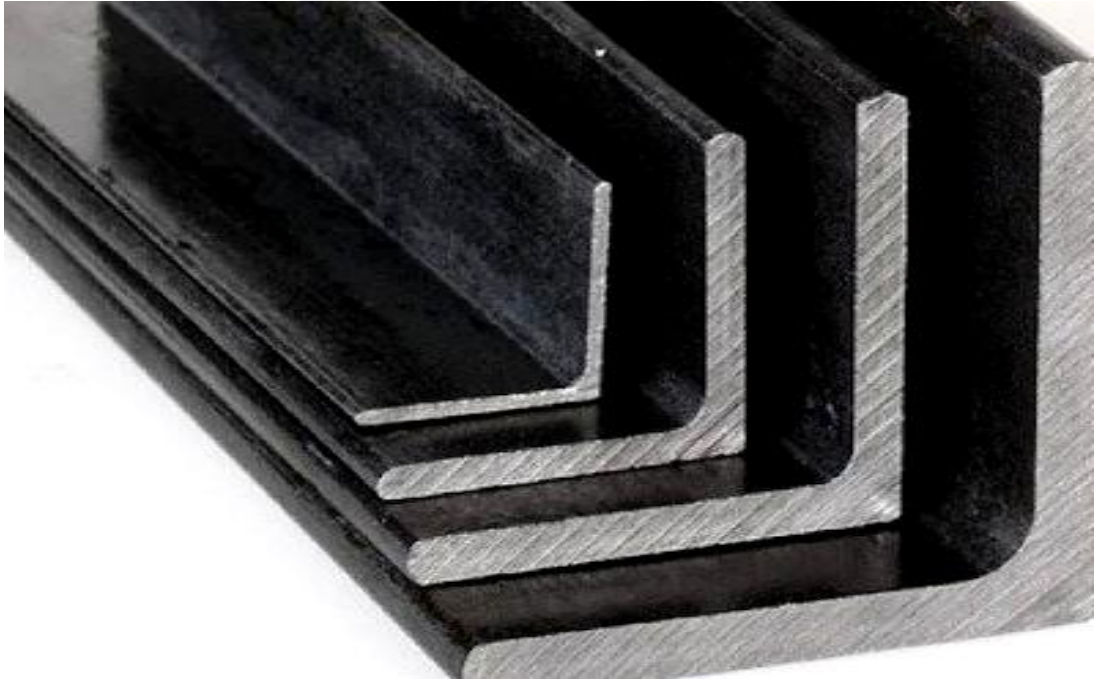
Şekil 1.15. Kompozit kiriş (Anonim 9)

1.1.3. Kesit şekillerine göre kirişler

Genel olarak T profil, L profil, I profil ve [] profil olarak sınıflandırılmışlardır.



Şekil 1.16. T profil kesitli kiriş (Anonim 10)



Şekil 1.17. L profil kesitli kiriş (Anonim 11)



Şekil 1.18. I profil kesitli kiriş (Anonim 12)



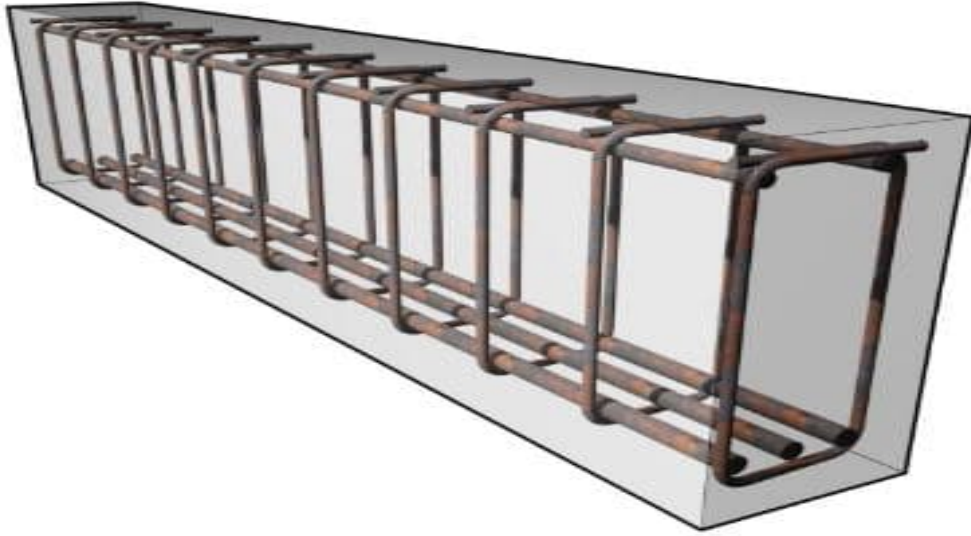
Şekil 1.19. [] profil kesitli kiriş (Anonim 13)

1.1.4. Geometrilerine göre kirişler

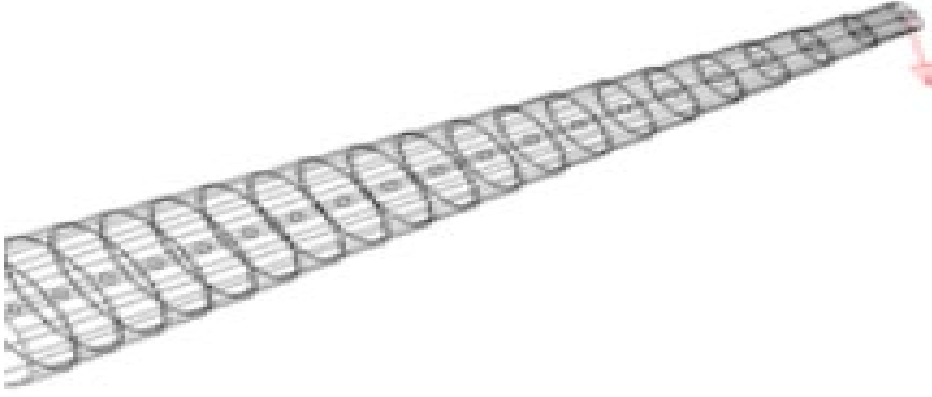
Kavisli, düz ve konik olarak sınıflandırılmışlardır.



Şekil 1.20. Kavisli kiriş (Anonim 14)



Şekil 1.21. Düz kiriş (Anonim 15)



Şekil 1.22. Konik kiriş (Anonim 16)

1.1.5. Denge durumuna göre kirişler

Statik olarak belirli kirişler denge bağıntıları ile çözümleri elde edilebilen kirişler olarak adlandırılmışlardır. Statik olarak belirsiz kirişler ise denge bağıntıları ile çözülemeyen ek denge bağıntılara ihtiyaç duyulan kirişler olarak sınıflandırılmışlardır.

1.1.6. İnşaat yöntemine göre kirişler

Prefabrik beton, yerinde dökme beton ve öngermeli beton kirişler olarak sınıflandırılmışlardır.



Şekil 1.23. Prefabrik beton kiriş (Anonim 17)



Şekil 1.24. Yerinde dökme beton kiriş (Saha kontrollerinden alıntılanan fotoğraf)



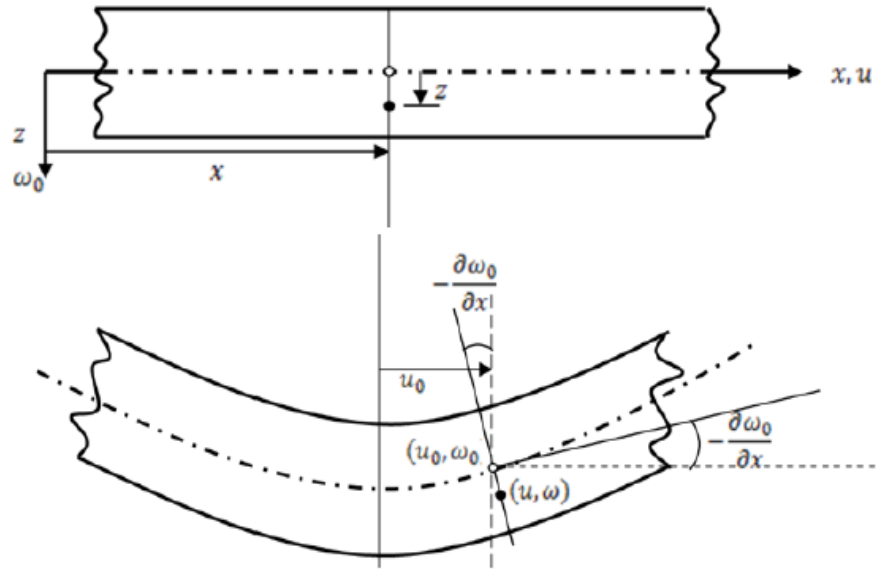
Şekil 1.25. Öngermeli beton kiriş (Anonim 18)

1.2. Kirişlerin dizaynında dikkat edilen etmenler

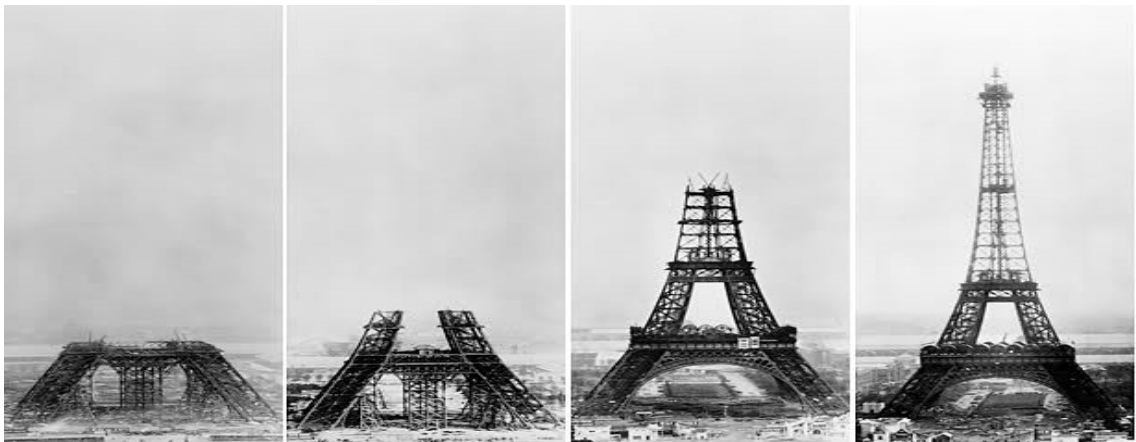
Yapıların dayanımı ve emniyeti düşünüldüğünde akla ilk gelen unsurlardan biri şüphesiz kirişlerdir. Kirişlerin deprem yükleri altında en fazla zarar gören yapı elemanlarından biri olması sebebiyle tasarımı ve hesabı büyük önem arz etmiştir. Tasarım; taşıma gücü, malzeme cinsi, bağlantı stabilitesi, çevresel etmenler ile deprem yükleri dikkate alınarak yapılmıştır. Günümüzde değişen dünyayla birlikte ekonomik maliyetler dikkate alınarak tasarlanan kirişler çokça kullanılmaktadır.

1.3. Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi

İzotrop düzgün bir kiriş elastığının basitleştirilmesiyle elde edilen Euler-Bernoulli kiriş teorisi taşıma gücü ile yer değiştirme değerlerini hesaplamaktadır. Bu teoreme göre eğilme öncesi çubuk eksenine dik ve düzlem olan kesitler, eğilme sonrası da elastik eğriye dik ve düzlem olarak kalır. 1750'lerde bahsedilen teorem Ferris dönme dolap ile Eiffel Kulesi'nin yapımına kadar göz ardı edilmiştir. Bu yapılardan sonra önem kazanan teorem mühendisliğin temellerinden biri haline gelerek endüstriyel devrime de büyük katkı sağlamıştır.



Şekil 1.26. Euler-Bernoulli kiriş teorisi (Demirhan 2016)



Şekil 1.27. Eiffel Kulesi inşaatı (Anonim 19)

2. KAYNAK TARAMASI

Literatürdeki araştırmalarda kirişlerin eğilme analizlerinin hesaplanmasında ve enkesitlerinin belirlenmesinde Euler-Bernoulli kiriş teorisi sıkça kullanılmıştır. Bu teoremin kullanımıyla ilgili çok sayıdaki çalışma incelenmiş olup tezin kapsam ve yönünün belirlenmesinde katkı sağlamıştır.

Chun (1972), çalışmasında kirişin uç bölgelerinin farklı sınır koşullarının yer aldığı serbest titreşim analizini incelemiştir. Bu sınır koşulları kirişin bir uç bölgesini serbest olarak mafsallanmış diğer uç bölgesinin ise dönen bir yayla sabitlenmiş olarak ele almıştır.

Maurizi vd. (1976), çalışmalarında kiriş uçlarının farklı sınır koşulları altında titreşim analizini incelemiştir. Bu sınır koşulları kirişin bir uç bölgesinin yer değiştiren yayla diğer uç bölgesinin ise dönen yayla sabitlenerek ele alınması sonucunda oluşturulmuştur.

Sundararajan (1979), bir kirişteki ana frekansın üst sınır hesabında kolay bir çözüm yolu bulmuştur. Bu yöntemde pratik el hesabıyla yapılan çözümün karmaşık denklem çözümüyle kıyaslandığında yakın değerlerin elde edildiği görülmüştür.

Naguleswaran (1992), genişliği doğrusal değişen sabit derinlikteki Euler-Bernoulli kirişinin enine titreşimini araştırmıştır. Ele alınan sınır koşulları kenetli, pimli, kayar ve serbest olmak üzere dört adettir. Bu sınır koşulları ile 2×2 ve 4×4 lük determinantların yardımıyla frekans denklemleri elde edilmiştir. Kirişteki farklı kesimlerde elde edilen 16 sınır koşuluyla frekans değerleri hesaplanmıştır.

Thambiratnam ve Zhuge (1996), çalışmalarında elastik yüzey üzerinde basamaklı ve sürekli kiriş ile basamaklı elastik yüzey üzerindeki kirişin titreşim analizini ele almışlardır. Titreşim analizini mikrobilgisayar aktaracak şekilde hazırlamışlardır. Kirişi oluşturan az sayıda bilinene kısa sürede doğru sonuçlara ulaşmışlardır.

Biondi ve Caddemi (2005), iki farklı süreksizliği olan Euler-Bernoulli kirişinin statik denklemlerinin entegrasyonunu incelemiştir. Eldeki verilerde sadece sınır değerleri bilinen diferansiyel denklemlerinin kapalı form çözümleri üzerinde durmuşlardır. Süreksizliğin yer aldığı kesitlerde süreklilik koşullarını dikkate almamışlardır. Tavsiye edilen çözümde süreklilik koşulları eğilme rijitliği içinde yer almış ve yeniden hesaplanmıştır.

Abu-Hilal (2006), iki kirişli sistemin hareketli sabit yük altındaki dinamik reaksiyonları üzerinde çalışmıştır. Paralel viskoelastik katmanla sabitlenmiş ve homojen elastik izotropik özelliğe sahip Euler-Bernoulli kirişlerini ele almıştır. Kirişlerin dinamik etkileri; sönümlemeye, viskoelastik katmanın elastikliğine ve yükün hareket hızına bağlı olarak ayrıntılı incelemiştir. Kirişlerdeki dinamik eğilmeler analitik olarak kapalı verilmiştir. Sönümleme oranı, rijitlik parametresi ve rijitlik faktörlerinin sapsmalar üzerindeki etkisini araştırmıştır. Düzenekteki parametrelerin kirişler arasında iletilen kuvvete etkilerini karşılaştırmıştır. Ayrıca kirişlerin en büyük tepkilerinin yer aldığı çizimler de çalışmada sunulmuştur.

Ece vd. (2007), üç çeşit sınır şartlarını içeren kirişin titreşim analizini analitik yöntemlerle incelemişlerdir. Farklı sınır şartlarına ait frekanslar ve mod şekilleri ayrı ayrı hesaplanarak üniform olmayan kesitlerde farklılıkların olduğu sonucuna varmışlardır. Genlik genişliği; azalan kirişlerde azalmış, genişliği artanlarda ise arttığı görülmüştür.

Bokhari vd. (2012), çalışmalarında dördüncü dereceden olan Euler-Bernoulli kısmi diferansiyel denklemini elde etmişlerdir. Denklem Lie simetri grubunda sınıflandırılan sabit atalet momenti ve elastik modülüne sahip fonksiyonu doğrusal olmayan yükün etki ettirilmesiyle bulunmuştur. Doğrusal, üstel ve genel kuvvet yasasını kapsayan iki boyutlu Lie cebri, Lie analizinde kullanılmıştır. Dördüncü dereceden basit diferansiyel denklemler simetriye indirgenerek basit olmayan her bir durum için hesaplanmıştır. Kuvvet yasası kullanılarak sabitlemiş uç ve serbest kirişte başlangıç sınır değer problemine ulaşılmıştır. Bu koşullarda geçerli sınır şartlarının kabul edildiği dördüncü dereceden basit diferansiyel denklemler elde etmişlerdir.

Tari (2013), Euler-Bernoulli konsol kirişlerin birleşik uç yüklemesi altındaki parametrik büyük sapma bileşenin çözümünü incelemiştir. Euler-Bernoulli sınır değerinin yüklem parametrelerindeki sapmalar Taylor yöntemiyle hesaplanmıştır. Elde edilen değerlerin doğruluğu sayısal verilerle kıyaslanarak ispatlanmıştır. Çok büyük yüklemelerle kiriş uzunluğu boyunca geçerli olan değerlerin mühendislik alanında kolaylıkla kullanılabilmesi sonucuna varılmıştır.

Akgöz ve Civalek (2013a), çalışmalarında değiştirilmiş gerilme gradyanı elastisite teorisini temel alarak mikro kirişlerin burkulmasını incelemişlerdir. Mikro kolon tasarımında Euler-Bernoulli kiriş teorisinden yararlanmışlardır. Kritik burkulma yüklerini elde edebilmek için Rayleigh-Ritz yöntemini kullanmışlardır. Dikdörtgen ve dairesel kesitlerin sonuçlarını grafik ve tablolarla karşılaştırılarak sunmuşlardır. Elde edilen kritik burkulma yükleri mikro kolondaki koniklik oranının büyümesiyle yükler arasındaki farkın arttığı sonucuna ulaşmışlardır.

Akgöz ve Civalek (2013b), çalışmalarında ankastre mesnetli mikro kirişlerin kiriş uzunluğu boyunca değişen malzeme ve kesit özelliklerine bağlı titreşim analizlerini incelemişlerdir. Çalışmalarında değiştirilmiş çift gerilme ve Euler-Bernoulli kiriş teorisini kullanmışlardır. Rayleigh-Ritz yöntemiyle titreşim analizlerinin çözümüne ulaşmışlardır. Elde edilen sonuçlar literatürdeki bulgularla karşılaştırılarak doğrulanmıştır.

Trahair (2014), sonlu eleman yöntemiyle hazırlanan bilgisayar programında konik kesitli kirişlerin elastik düzlem içi ve dışı burkulmasını incelemiştir. Kirişteki şekil değiştirmelerin elastik eksen dışı sınırlamalarla engellenebildiği ve bunlara karşı koyabildiği sonucuna varılmıştır.

Avcar (2014), Newton-Raphson Yöntemi ve Euler-Bernoulli kiriş teorisi yardımıyla analitik çözümler yapmıştır. Hareket denklemleriyle verilen kare şeklindeki kirişlerin sınır şartları ve geometrik karakterlerinin sonuçlarını incelemiştir.

Yanık ve Yaylı (2015), çalışmalarında Stoke dönüşümü ile Fourier serileri yardımıyla katsayılar matrisini elde etmişlerdir. Elastik yüzeye yerleştirilen kirişin eenele

titreşimleri farklı sınır koşullarına göre ele almışlardır. Matrislerden elde edilen sonuçlar kaynaklardaki rijit sınır şartlarını sağlayarak serbest titreşim frekanslarına ulaşmışlardır.

Shafiei vd. (2016), Timoshenko ve Euler-Bernoulli mikro kirişlerinin titreşim analizini değiştirilmiş çift gerilme teorisiyle incelemişlerdir. Kirişleri dönen homojen olmayan ve fonksiyonel derecelendirilmiş olarak kabul etmişlerdir. Mikro kirişin doğal frekansı üzerinde açısız hız, uzunluk parametresi ve kesit değişimindeki oranların farklı değerleri ile kayma deformasyonunun etkilerini araştırmışlardır. Genelleştirilmiş diferansiyel kuadratür metodu ile Hamilton prensibi yönetici denklemlerinin elde edilmesinde kullanmışlardır. Grafikler ve tablolar ilk iki doğal frekansa ait olarak araştırmada yer almıştır. Döner mikro-elektro-mekanik sistemlerinin dizayn ve performansında çalışmadan elde edilen parametrelerin kullanılabilmesi sonucuna varmışlardır.

Shafiei vd. (2016a), çalışmalarında dönen konik fonksiyonel derecelendirilmiş mikro kirişi ele almışlardır. Mikro kirişin titreşim analizi üzerindeki küçük ölçek etkisi Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorileri ile değiştirilmiş çift gerilme teorisinden yararlanarak incelemişlerdir. Hamilton ile diferansiyel kuadratür metodu konsol ile destekli konsol sınır koşullarındaki denklemlerin elde edilmesinde ve çözümünde kullanmışlardır.

Shafiei vd. (2016b), çalışmalarında homojen olmayan eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş özellikteki mikro kirişlerin doğrusal olmayan boyuta bağlı titreşimlerini araştırmışlardır. Kirişin tasarımını von-Kármán'ın geometrik, doğrusal olmayan ve Euler-Bernoulli teorisi ile değiştirilmiş çift gerilme teorisinden faydalanarak elde etmişlerdir. Hamilton prensibi ile genelleştirilmiş diferansiyel kuadratür metodu basit, konsol ve sabit mesnetli sınır koşullarına bağlı denklemlerin elde edilmesinde ve çözümünde yer almıştır.

Yu vd. (2017), analitik çözümle ele alınan Pasternak zemin üzerindeki keyfi yüklemelere maruz kirişin dinamik tepkilerini incelemişlerdir. Yapılan yükleme sonucunda kirişte ivme, eğilme momenti, kesme kuvveti, hız ve sehim reaksiyonlarını hesaplamışlardır. Pasternak temelini mekanik direnci iki parametre kullanılarak modellenmişlerdir; biri zemindeki basınç şekil değiştirmelerinden kaynaklanan toprak direncini, diğeri ise kesme şekil değiştirmelerinden kaynaklanan direnci hesaba katar. Winkler modeli yalnızca zeminin basınç direncini temsil ettiğinden, Pasternak modeli zemin yayları arasındaki kesme etkileşimlerini dikkate almak açısından karşılaştırmalı olarak daha gerçekçidir. Kirişin yönetici denklemleri, integral dönüşümleri kullanılarak cebirsel bir denkleme basitleştirmişlerdir. Böylece kirişin dinamik tepkisi için analitik çözüm frekans alanında kolayca elde edebilmişlerdir. Çözümü zaman alanına dönüştürmek için hem ters Laplace hem de ters Fourier dönüşümleri, sonlu elemanlar yöntemi ile birleştirilmiştir. Önerilen çözümler, uygulayıcılar için etkili bir araç olabilir.

Shafiei ve Kazemi (2017), gözenekli malzemelerle nano ve mikro ölçeklerde elde edilen konik Euler-Bernoulli kirişlerinin burkulma analizini araştırmışlardır. Analizde nano kirişler Eringen'in yerel olmayan elastisite teorisiyle incelemişlerdir. Yönetici denklemler ise değiştirilmiş çift gerilme teorisinden elde etmişlerdir. Çözüm boyunca genelleştirilmiş diferansiyel kuadratür metodundan yararlanmışlardır. Kirişlerde

burkulma analizi farklı gözeneklere sahip hacim oranlarında, n_x ve n_z indislerinde, kirişin farklı genişlik ve yüksekliğine bağlı kesit değişimleriyle ele almışlardır.

Ghayesh ve Farokhi (2018), eğilme ve titreşim analizlerinde fonksiyonel derecelendirilmiş malzemedan elde edilen konik kirişleri incelemiştir. Çalışmalarında Hamilton prensibini kullanmışlardır. Poisson oranı, kütle yoğunluğu, kesit alanı ve elastisite modülü kiriş uzunluğu boyunca üstel dağılımları olarak varsaymışlardır. Kiriş uzunluğu boyunca yekpare olmayan mekanik özellikleri ile geometrisi, sistemi asimetrik duruma getirmiştir. Çok sayıdaki simetrik ve asimetrik modlar Galerkin modal ayrıştırma yaklaşımı ile çözümlenmiştir. Dinamik ve statik koşulları sağlayan eğilme ile titreşim analizinin sonuçları elde edilmiştir. Yüksek boyutlu ayrıklaştırılmış modelin, konik kirişlerin analizindeki kullanımının gerekliliğine değinmiştir.

Akgöz (2019), eksenel basınç altına değişen kesitli kolonların burkulma analizini araştırmıştır. Klasik kiriş teorisini kullanarak kesit özelliklerinin kolon boyunca değiştiği kabulü yapılmıştır. Kritik burkulma yüklerinde Rayleigh-Ritz yöntemi kullanılmıştır. Burkulma yüklerinin çeşitli sınır koşulları ile koniklik oranının değişken olduğu kolonlarda ayrıntılı çalışmalara yer verilmiştir.

Akgöz (2019), çalışmasında konik mikro kolonların stabilitesi üzerinde durmuştur. Mikro kolonlarda uzunlukları boyunca fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme ile kesitin sürekli değiştiği kabulü yapılmıştır. Euler-Bernoulli ve değiştirilmiş çift gerilme teorileri mikro kolonları tasarlamak için kullanılmıştır. Rayleigh-Ritz yöntemi de farklı değerlerin dikkate alındığı kritik burkulma yüklerinin elde edilmesinde kullanılmıştır. Kritik burkulma yükleri üzerindeki boyut etkisinin daha büyük uzunluk ve kalınlık oranına bağlı olarak değiştiği gözlemlenmiştir. Ayrıca bu yüklerin malzeme gradasyonu ile koniklik oranından etkilendiği sonucuna ulaşılmıştır.

Öchsner (2021), Euler-Bernoulli teorisine göre ince veya kaymaya karşı rijit kiriş elemanlarının analitik tanımını sunmaktadır. Kısmi diferansiyel bağlantılar sürekli ortam mekaniğinin üç ana bağlantısı olan bünye kanunu, denge bağıntısı ve kinematik ilişkiye bağlı olarak açıklamıştır. x - y ve x - z düzlemindeki tüm bağlantılar tek boyutlu eğilme için elde edilmiştir. Basit durumlar için kısmi diferansiyel bağlantıların analitik çözümleri gösterilmiştir.

Eberle ve Oberguggenberger (2022), çalışmalarında üniform olmayan Euler-Bernoulli kirişinin eğilme rijitliğini incelemiştir. Varyasyon hesabından faydalanarak statik eğilme testinde elde edilen verileri metot haline getirmişlerdir. Daha düşük hesap maliyetleri için karmaşık optimizasyon problemini varyasyon yöntemiyle sınır değer problemine dönüştürmüşlerdir. Belirlenen metotta sapmanın ikinci türevi hesaplanmadığı için eğilme rijitliğini kolaylıkla bulmuşlardır.

Akgöz ve Civalek (2022), değişen kesitli mikro kirişlerin burkulma analizlerini incelemiştir. Çalışmada mikro kolonların uzunlukları boyunca fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzeme ile kesitin sürekli olarak değiştiği kabul edilmiştir. Yapıyı tasarlamak için Euler-Bernoulli teorisi ve gradyan teorisi birlikte kullanılarak boyut etkisi üzerinde durulmuştur. Çeşitli koşullardaki problemlerin çözümünde Rayleigh-Ritz yönteminden yararlanılmıştır. Küçük ebatlarda boyut faktörü daha fazla öne çıkarak

koniklik derecelerinin artmasıyla klasik ve klasik olmayan burkulma yükleri arasında farkların arttığı görülmüştür.

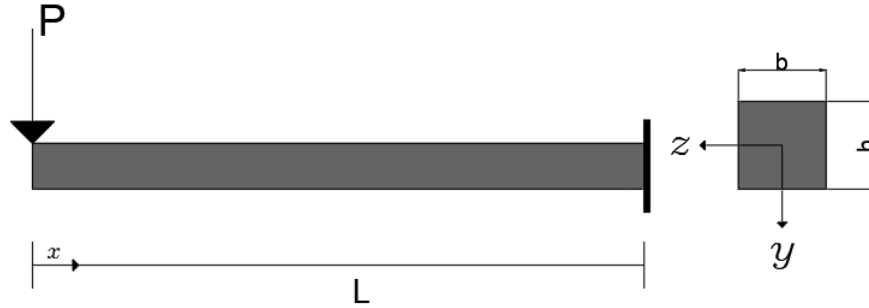
Akgöz ve Civallek (2025), çalışmalarında Winkler temelde değişen kesitli mikro kirişlerin elastik stabilitesini incelemişlerdir. Bünye denklemleri, yerel olmayan çift gerilme ve Euler-Bernoulli teorisi kullanılarak bulunmuştur. Kritik burkulma yükü cebirsel polinomlar yardımıyla Rayleigh-Ritz yönteminden elde edilmiştir.



3. MATERYAL VE METOT

Bu bölümde konsol kirişlerin çeşitli yükler altında uygun enkesitler belirlenerek eğilme analizleri sunulmuştur.

3.1. Kare Kesite Sahip Tekil Yük Altında Sabit, Değişen Genişlik ve Yüksekliğe Bağlı Konsol Kirişlerde Deplasman ile Hacim Denklemlerinin Bulunması



Şekil 3.1. Tekil yük etkisi altında konsol kiriş

Şekil 3.1’de verilen yükleme durumu için sabit dayanım koşuluna göre deplasman ve hacim denklemleri Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre elde edilmiş aşamaları aşağıdaki bölümlerde gösterilmiştir. Burada $M(x)$, P yükü etkisinde kirişte oluşan eğilme momentini, E elastisite modülünü, I_0 kirişin ankastre mesnet noktasındaki ($x=L$) atalet momentini, $W(x)$ ise kirişin P yükü etkisinde deplasman değerini ifade etmektedir.

3.1.1. Tekil yüklemede sabit enkesite bağlı deplasman denklemleri

$$M(x) = -Px \quad (3.1)$$

$$-EI_0W''(x) = -Px \quad (3.2)$$

$$EI_0W'(x) = \frac{Px^2}{2} + c_1 \quad (3.3)$$

$$EI_0W(x) = \frac{Px^3}{6} + c_1x + c_2 \quad (3.4)$$

Ankastre mesnette dönmenin sıfır olması sınır koşulunun uygulanması ile

$$W'(L) = 0 \quad (3.5)$$

$$\frac{PL^2}{2} + c_1 = 0 \quad (3.6)$$

$$c_1 = -\frac{PL^2}{2} \quad (3.7)$$

elde edilir. Benzer biçimde ankastre mesnette çökmenin sıfır olması sınır koşulunun kullanılması ile

$$W(L) = 0 \quad (3.8)$$

$$\frac{PL^3}{6} - \frac{PL^2}{2}L + c_2 = 0 \quad (3.9)$$

$$c_2 = \frac{PL^3}{3} \quad (3.10)$$

elde edilir. Denklemler (3.4) ve (3.7)'nin Denklem (3.10)'da kullanılmasıyla aşağıdaki deplasman bağıntısına ulaşılır:

$$W(x) = \frac{1}{EI_0} \left(\frac{PL^3}{3} - \frac{PL^2}{2}x + \frac{P}{6}x^3 \right) \quad (3.11)$$

3.1.2. Tekil yüklemde değişen genişliğe bağlı deplasman ve hacim denklemleri

Burada σ herhangi bir x noktasındaki gerilme değerini; σ_{maks} ise maksimum gerilmeyi ifade etmektedir.

$$\sigma(x) = \frac{M_z}{I_z} y \quad (3.12)$$

$$\sigma_{maks} = \left(\frac{PL}{b_0 h^3 / 12} \right) \frac{h}{2} \quad (3.13)$$

$$\sigma(x) = \left(\frac{Px}{b(x) h^3 / 12} \right) \frac{h}{2} \quad (3.14)$$

Kiriş boyunca dayanımın sabit olması kriteri gereğince

$$\sigma_{maks} = \sigma(x) \quad (3.15)$$

biçiminde yazılır. Buradan x 'e bağlı olarak kesit genişliği, atalet momenti ve deplasman değerleri şöyle elde edilir:

$$b(x) = b_0 \frac{x}{L} \quad (3.16)$$

$$I(x) = I_0 \frac{x}{L} \quad (3.17)$$

$$W(x) = \frac{1}{EI_0} \left(\frac{PL^3}{2} - PL^2 x + \frac{PL}{2} x^2 \right) \quad (3.18)$$

Burada A_0 sabit genişliğe bağlı alanı, $A^b(x)$ değişen genişliğe bağlı alanı, V_{oran}^b ise sabit genişliğe bağlı hacmin değişen genişliğe bağlı hacme oranını ifade etmektedir.

$$b(x) = b_0 \frac{x}{L} \quad (3.19)$$

$$A_0 = b_0 h_0 \quad (3.20)$$

$$A^b(x) = b(x)h_0 \quad (3.21)$$

$$V_{sabit} = \int_0^L A_0 dx \quad (3.22)$$

$$V_b = \int_0^L A^b(x) dx \quad (3.23)$$

$$V_{oran}^b = \frac{V_b}{V_{sabit}} \times 100 \quad (3.24)$$

3.1.3. Tekil yüklemde değişen yüksekliğe bağlı deplasman ve hacim denklemleri

Burada σ herhangi bir x noktasındaki gerilme değerini; σ_{maks} ise maksimum gerilmeyi ifade etmektedir.

$$\sigma(x) = \frac{Mz}{I_z} y \quad (3.25)$$

$$\sigma_{maks} = \left(\frac{PL}{bh_0^3/12} \right) \frac{h_0}{2} \quad (3.26)$$

$$\sigma(x) = \left(\frac{Px}{bh_0^3/12} \right) \frac{h(x)}{2} \quad (3.27)$$

Kiriş boyunca dayanımın sabit olması kriteri gereğince

$$\sigma_{maks} = \sigma(x) \quad (3.28)$$

biçiminde yazılır. Buradan x 'e bağlı olarak kesit yüksekliği, atalet momenti ve deplasman değerleri şöyle elde edilir:

$$h(x) = h_0 \left(\frac{x}{L} \right)^{1/2} \quad (3.29)$$

$$I(x) = I_0 \left(\frac{x}{L} \right)^{3/2} \quad (3.30)$$

$$W(x) = \frac{1}{EI_0} \left(\frac{2PL^3}{3} - 2PL^2x + \frac{4PL^2}{3} x^{\frac{3}{2}} \right) \quad (3.31)$$

Burada A_0 sabit yüksekliğe bağlı alanı, $A^h(x)$ değişen yüksekliğe bağlı alanı, V_{oran}^h ise sabit yüksekliğe bağlı hacmin değişen yüksekliğe bağlı hacme oranını ifade etmektedir.

$$h(x) = h_0 \left(\frac{x}{L} \right)^{0,5} \quad (3.32)$$

$$A_0 = b_0 h_0 \quad (3.33)$$

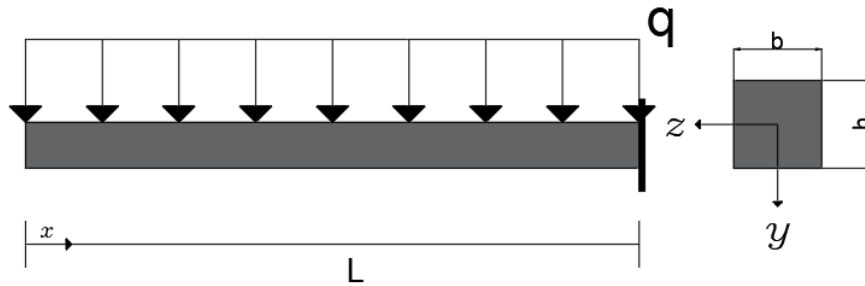
$$A^h(x) = b_0 h(x) \quad (3.34)$$

$$V_{sabit} = \int_0^L A_0 dx \quad (3.35)$$

$$V_h = \int_0^L A^h(x) dx \quad (3.36)$$

$$V_{oran}^h = \frac{V_h}{V_{sabit}} \times 100 \quad (3.37)$$

3.2. Kare Kesite Sahip Düzgün Yayılı Yük Altında Sabit, Değişen Genişlik ve Yüksekliğe Bağlı Konsol Kirişlerde Deplasman ile Hacim Denklemlerinin Bulunması



Şekil 3.2. Düzgün yayılı yük etkisi altında konsol kiriş

Şekil 3.2’de verilen yükleme durumu için sabit dayanım koşuluna göre deplasman ve hacim denklemleri Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre elde edilmiş aşamaları aşağıdaki bölümlerde gösterilmiştir. Burada $M(x)$, q yükü etkisinde kirişte oluşan eğilme momentini, E elastisite modülünü, I_0 kirişin ankastre mesnet noktasındaki ($x=L$) atalet momentini, $W(x)$ ise kirişin q yükü etkisinde deplasman değerini ifade etmektedir.

3.2.1. Düzgün yayılı yüklemede sabit enkesite bağlı deplasman denklemleri

$$M(x) = -\frac{qx^2}{2} \quad (3.38)$$

$$-EI_0 W''(x) = -\frac{qx^2}{2} \quad (3.39)$$

$$EI_0 W'(x) = \frac{qx^3}{6} + c_1 \quad (3.40)$$

$$EI_0 W(x) = \frac{qx^4}{24} + xc_1 + c_2 \quad (3.41)$$

Ankastre mesnette dönmenin sıfır olması koşulunun uygulanması ile

$$W'(L) = 0 \quad (3.42)$$

$$\frac{qL^3}{6} + c_1 = 0 \quad (3.43)$$

$$c_1 = -\frac{qL^3}{6} \quad (3.44)$$

elde edilir. Benzer biçimde ankastre mesnette çökmenin sıfır olması koşulunun kullanılması ile

$$W(L) = 0 \quad (3.45)$$

$$\frac{qL^4}{24} - \frac{qL^3}{6}L + c_2 = 0 \quad (3.46)$$

$$c_2 = \frac{qL^4}{8} \quad (3.47)$$

elde edilir. Denklemler (3.41) ve (3.44)'ün Denklem (3.47)'de kullanılmasıyla aşağıdaki deplasman bağıntısına ulaşılır:

$$W(x) = \frac{1}{EI_0} \left(\frac{qL^4}{8} - \frac{qL^3}{6}x + \frac{q}{24}x^4 \right) \quad (3.48)$$

3.2.2. Düzgün yayılı yüklemde değişen genişliğe bağlı deplasman ve hacim denklemleri

Burada σ herhangi bir x noktasındaki gerilme değerini; σ_{maks} ise maksimum gerilmeyi ifade etmektedir.

$$\sigma(x) = \frac{M_z}{I_z} y \quad (3.49)$$

$$\sigma_{maks} = \left(\frac{qL^2/2}{b_0 h^3/12} \right) \frac{h}{2} \quad (3.50)$$

$$\sigma(x) = \left(\frac{qx^2/2}{b(x)h^3/12} \right) \frac{h}{2} \quad (3.51)$$

Kiriş boyunca dayanımın sabit olması kriteri gereğince

$$\sigma_{maks} = \sigma(x) \quad (3.52)$$

biçiminde yazılır. Buradan x 'e bağlı olarak kesit genişliği, atalet momenti ve deplasman değerleri şöyle elde edilir:

$$b(x) = b_0 \left(\frac{x}{L} \right)^2 \quad (3.53)$$

$$I(x) = I_0 \left(\frac{x}{L} \right)^2 \quad (3.54)$$

$$W(x) = \frac{1}{EI_0} \left(\frac{qL^4}{4} - \frac{qL^3}{2}x + \frac{qL^2}{4}x^2 \right) \quad (3.55)$$

Burada A_0 sabit genişliğe bağlı alanı, $A^b(x)$ değişen genişliğe bağlı alanı, V_{oran}^b ise sabit genişliğe bağlı hacmin değişen genişliğe bağlı hacme oranını ifade etmektedir.

$$b(x) = b_0 \left(\frac{x}{L}\right)^2 \quad (3.56)$$

$$A_0 = b_0 h_0 \quad (3.57)$$

$$A^b(x) = b(x) h_0 \quad (3.58)$$

$$V_{sabit} = \int_0^L A_0 dx \quad (3.59)$$

$$V_b = \int_0^L A^b(x) dx \quad (3.60)$$

$$V_{oran}^b = \frac{V_b}{V_{sabit}} \times 100 \quad (3.61)$$

3.2.3. Düzgün yayılı yüklemde değişen yüksekliğe bağlı deplasman ve hacim denklemleri

Burada σ herhangi bir x noktasındaki gerilme değerini; σ_{maks} ise maksimum gerilmeyi ifade etmektedir.

$$\sigma(x) = \frac{Mz}{I_z} y \quad (3.62)$$

$$\sigma_{maks} = \left(\frac{qL^2/2}{bh_{(0)}^3/12}\right) \frac{h_{(0)}}{2} \quad (3.63)$$

$$\sigma(x) = \left(\frac{qx^2/2}{bh_{(x)}^3/12}\right) \frac{h_{(x)}}{2} \quad (3.64)$$

Kiriş boyunca dayanımın sabit olması kriteri gereğince

$$\sigma_{maks} = \sigma(x) \quad (3.65)$$

biçiminde yazılır. Buradan x 'e bağlı olarak kesit yüksekliği, atalet momenti ve deplasman değerleri şöyle elde edilir:

$$h(x) = h_0 \left(\frac{x}{L}\right) \quad (3.66)$$

$$I_x = I_0 \left(\frac{x}{L}\right)^3 \quad (3.67)$$

$$W(x) = \frac{1}{EI_0} \left(\frac{qL^3}{2} (L - x - x \log(L) + x \log(x))\right) \quad (3.68)$$

Burada A_0 sabit yüksekliğe bağlı alanı, $A^h(x)$ değişen yüksekliğe bağlı alanı, V_{oran}^h ise sabit yüksekliğe bağlı hacmin değişen yüksekliğe bağlı hacme oranını ifade etmektedir.

$$h(x) = h_0 \left(\frac{x}{L} \right) \quad (3.69)$$

$$A_0 = b_0 h_0 \quad (3.70)$$

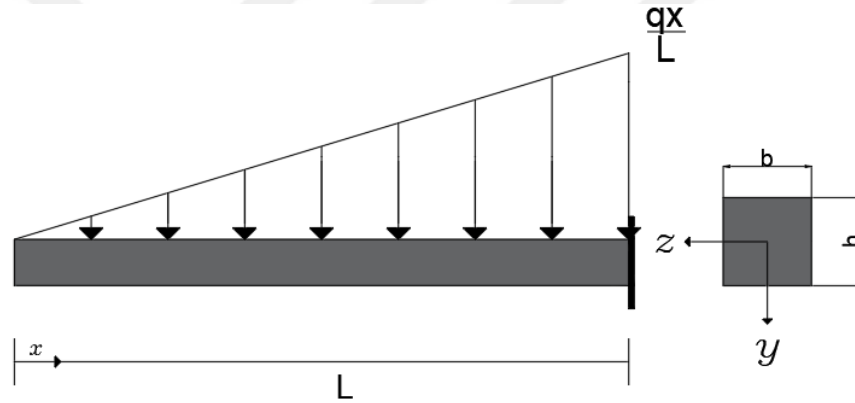
$$A^h(x) = b_0 h(x) \quad (3.71)$$

$$V_{sabit} = \int_0^L A_0 dx \quad (3.72)$$

$$V_h = \int_0^L A^h(x) dx \quad (3.73)$$

$$V_{oran}^h = \frac{V_h}{V_{sabit}} \times 100 \quad (3.74)$$

3.3. Kare Kesite Sahip Üçgen Yayılı Yük Altında Sabit, Değişen Genişlik ve Yüksekliğe Bağlı Konsol Kirişlerde Deplasman ile Hacim Denklemlerinin Bulunması



Şekil 3.3. Üçgen yayılı yük etkisi altında konsol kiriş

Şekil 3.3'te verilen yükleme durumu için sabit dayanım koşuluna göre deplasman ve hacim denklemleri Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre elde edilmiş aşamaları aşağıdaki bölümlerde gösterilmiştir. Burada $M(x)$, $\frac{qx}{L}$ yükü etkisinde kirişte oluşan eğilme momentini, E elastisite modülünü, I_0 kirişin ankastre mesnet noktasındaki ($x=L$) atalet momentini, $W(x)$ ise kirişin $\frac{qx}{L}$ yükü etkisinde deplasman değerini ifade etmektedir.

3.3.1. Üçgen yayılı yüklemeye sabit enkesite bağlı deplasman denklemleri

$$M(x) = -\frac{qx^3}{6L} \quad (3.75)$$

$$-EI_0 W'''(x) = -\frac{qx^3}{6L} \quad (3.76)$$

$$EI_0 W'(x) = \frac{qx^4}{24L} + c_1 \quad (3.77)$$

$$EI_0 W(x) = \frac{qx^5}{120L} + c_1 x + c_2 \quad (3.78)$$

Ankastre mesnette dönmenin sıfır olması sınır koşulunun uygulanması ile

$$W'(L) = 0 \quad (3.79)$$

$$\frac{qL^4}{24L} + c_1 = 0 \quad (3.80)$$

$$c_1 = -\frac{qL^3}{24} \quad (3.81)$$

elde edilir. Benzer biçimde ankastre mesnette çökmenin sıfır olması sınır koşulunun kullanılması ile

$$W(L) = 0 \quad (3.82)$$

$$\frac{qL^5}{120L} - \frac{qL^3}{24}L + c_2 = 0 \quad (3.83)$$

$$c_2 = \frac{qL^4}{30} \quad (3.84)$$

elde edilir. Denklemler (3.78) ve (3.81)'in Denklem (3.84)'de kullanılmasıyla aşağıdaki deplasman bağıntısına ulaşılır:

$$W(x) = \frac{1}{EI_0} \left(\frac{qL^4}{30} - \frac{qL^3}{24}x + \frac{q}{120L}x^5 \right) \quad (3.85)$$

3.3.2. Üçgen yayılı yüklemde değişen genişliğe bağlı deplasman ve hacim denklemleri

Burada σ herhangi bir x noktasındaki gerilme değerini; σ_{maks} ise maksimum gerilmeyi ifade etmektedir.

$$\sigma(x) = \frac{M_z}{I_z} y \quad (3.86)$$

$$\sigma_{maks} = \left(\frac{qL^3/6L}{b_0 h^3/12} \right) \frac{h}{2} \quad (3.87)$$

$$\sigma(x) = \left(\frac{qx^3/6L}{b(x)h^3/12} \right) \frac{h}{2} \quad (3.88)$$

Kiriş boyunca dayanımın sabit olması kriteri gereğince

$$\sigma_{maks} = \sigma(x) \quad (3.89)$$

biçiminde yazılır. Burada x 'e bağlı olarak kesit genişliği, atalet momenti ve deplasman değerleri şöyle elde edilir:

$$b(x) = b_0 \left(\frac{x}{L} \right)^3 \quad (3.90)$$

$$I(x) = I_0 \left(\frac{x}{L}\right)^3 \quad (3.91)$$

$$W(x) = \frac{1}{EI_0} \left(\frac{qL^4}{12} - \frac{qL^3}{6}x + \frac{qL^2}{12}x^2 \right) \quad (3.92)$$

Burada A_0 sabit genişliğe bağlı alanı, $A^b(x)$ değişen genişliğe bağlı alanı, V_{oran}^b ise sabit genişliğe bağlı hacmin değişen genişliğe bağlı hacme oranını ifade etmektedir.

$$b(x) = b_0 \left(\frac{x}{L}\right)^3 \quad (3.93)$$

$$A_0 = b_0 h_0 \quad (3.94)$$

$$A^b(x) = b(x) h_0 \quad (3.95)$$

$$V_{sabit} = \int_0^L A_0 dx \quad (3.96)$$

$$V_b = \int_0^L A^b(x) dx \quad (3.97)$$

$$V_{oran}^b = \frac{V_b}{V_{sabit}} \times 100 \quad (3.98)$$

3.3.3. Üçgen yayılı yüklemde değişen yüksekliğe bağlı deplasman ve hacim denklemleri

Burada σ herhangi bir x noktasındaki gerilme değerini; σ_{maks} ise maksimum gerilmeyi ifade etmektedir.

$$\sigma(x) = \frac{M_z}{I_z} y \quad (3.99)$$

$$\sigma_{maks} = \left(\frac{qL^3/6L}{bh_{(0)}^3/12} \right) \frac{h_{(0)}}{2} \quad (3.100)$$

$$\sigma_x = \left(\frac{qx^3/6L}{bh_{(x)}^3/12} \right) \frac{h_{(x)}}{2} \quad (3.101)$$

Kiriş boyunca dayanımın sabit olması kriteri gereğince

$$\sigma_{maks} = \sigma(x) \quad (3.102)$$

biçiminde yazılır. Buradan x 'e bağlı olarak kesit yüksekliği, atalet momenti ve deplasman değerleri şöyle elde edilir:

$$h(x) = h_0 \left(\frac{x}{L}\right)^{3/2} \quad (3.103)$$

$$I(x) = I_0 \left(\frac{x}{L}\right)^{9/2} \quad (3.104)$$

$$W(x) = \frac{1}{EI_0} \left(\frac{qL^3}{3} (\sqrt{L} - \sqrt{x})^2 \right) \quad (3.105)$$

Burada A_0 sabit yüksekliğe bağlı alanı, $A^h(x)$ değişen yüksekliğe bağlı alanı, V_{oran}^h ise sabit yüksekliğe bağlı hacmin değişen yüksekliğe bağlı hacme oranını ifade etmektedir.

$$h(x) = h_0 \left(\frac{x}{L} \right)^{3/2} \quad (3.106)$$

$$A_0 = b_0 h_0 \quad (3.107)$$

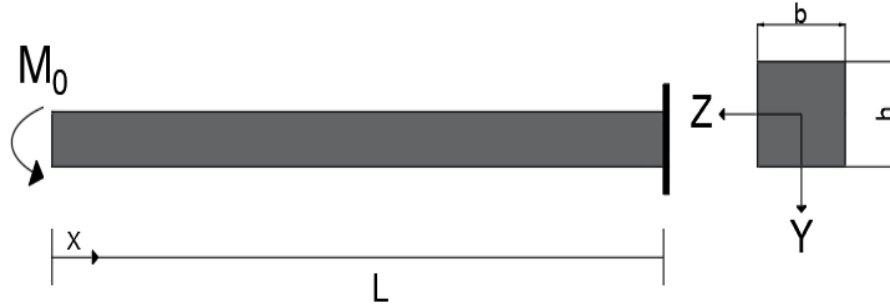
$$A^h(x) = b_0 h(x) \quad (3.108)$$

$$V_{sabit} = \int_0^L A_0 dx \quad (3.109)$$

$$V_h = \int_0^L A^h(x) dx \quad (3.110)$$

$$V_{oran}^h = \frac{V_h}{V_{sabit}} \times 100 \quad (3.111)$$

3.4. Kare Kesite Sahip Tekil Moment Altında Sabit, Değişen Genişlik ve Yüksekliğe Bağlı Konsol Kirişlerde Deplasman ile Hacim Denklemlerinin Bulunması



Şekil 3.4. Tekil moment etkisi altında konsol kiriş

Şekil 3.4'te verilen yükleme durumu için sabit dayanım koşuluna göre deplasman ve hacim denklemleri Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre elde edilmiş aşamaları aşağıdaki bölümlerde gösterilmiştir. Burada $M(x)$, M_0 tekil moment etkisinde kirişte oluşan eğilme momentini, E elastisite modülünü, I_0 kirişin ankastre mesnet noktasındaki ($x=L$) atalet momentini, $W(x)$ ise kirişin M_0 tekil moment etkisinde deplasman değerini ifade etmektedir

3.4.1. Tekil moment yüklemde sabit enkesit, değişen genişlik ve yüksekliğe bağlı deplasman denklemleri

$$M(x) = -M_0 \quad (3.112)$$

$$-EI_0W''(x) = -M_0 \quad (3.113)$$

$$EI_0W'(x) = M_0x + c_1 \quad (3.114)$$

$$EI_0W(x) = \frac{M_0x^2}{2} + c_1x + c_2 \quad (3.115)$$

Ankastre mesnette dönmenin sıfır olması sınır koşulunun uygulanması ile

$$W'(L) = 0 \quad (3.116)$$

$$M_0L + c_1 = 0 \quad (3.117)$$

$$c_1 = -M_0L \quad (3.118)$$

elde edilir. Benzer biçimde ankastre mesnette çökmenin sıfır olması sınır koşulunun kullanılması ile

$$W(L) = 0 \quad (3.119)$$

$$\frac{M_0L^2}{2} - M_0LL + c_2 = 0 \quad (3.120)$$

$$c_2 = \frac{M_0L^2}{2} \quad (3.121)$$

elde edilir. Denklemler (3.115) ve (3.118)'in Denklem (3.121)'de kullanılmasıyla deplasman bağıntısına ulaşılır:

$$W(x) = \frac{1}{EI_0} \left(\frac{M_0L^2}{2} - M_0Lx + \frac{M_0}{2} x^2 \right) \quad (3.122)$$

3.4.2. Tekil moment yüklemde değişken genişliğe bağlı hacim denklemleri

Burada A_0 sabit genişliğe bağlı alanı, $A^b(x)$ değişen genişliğe bağlı alanı, V_{oran}^b ise sabit genişliğe bağlı hacmin değişen genişliğe bağlı hacme oranını ifade etmektedir.

$$b(x) = b_0 \frac{x}{L} \quad (3.123)$$

$$A_0 = b_0 h_0 \quad (3.124)$$

$$A^b(x) = b(x) h_0 \quad (3.125)$$

$$V_{sabit} = \int_0^L A_0 dx \quad (3.126)$$

$$V_b = \int_0^L A^b(x) dx \quad (3.127)$$

$$V_{oran}^b = \frac{V_b}{V_{sabit}} \times 100 \quad (3.128)$$

3.4.3. Tekil moment yüklemeye değişen yüksekliğe bağlı hacim denklemleri

Burada A_0 sabit yüksekliğe bağlı alanı, $A^h(x)$ değişen yüksekliğe bağlı alanı, V_{oran}^h ise sabit yüksekliğe bağlı hacmin değişen yüksekliğe bağlı hacme oranını ifade etmektedir.

$$h(x) = h_0 \frac{x}{L} \quad (3.129)$$

$$A_0 = b_0 h_0 \quad (3.130)$$

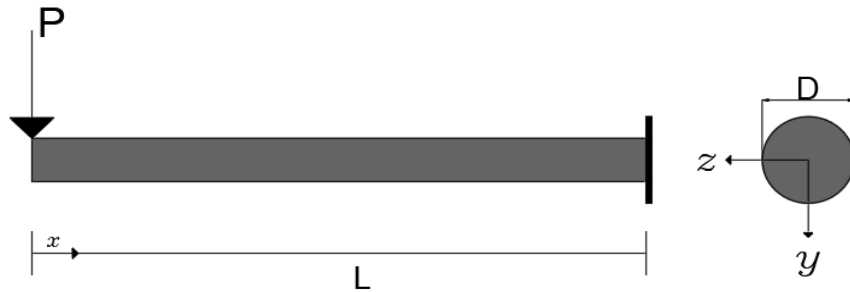
$$A^h(x) = b_0 h(x) \quad (3.131)$$

$$V_{sabit} = \int_0^L A_0 dx \quad (3.132)$$

$$V_h = \int_0^L A^h(x) dx$$

$$V_{oran}^h = \frac{V_h}{V_{sabit}} * 100 \quad (3.133)$$

3.5. Daire Kesite Sahip Tekil Yük Altında Sabit ve Değişen Çapa Bağlı Konsol Kirişlerde Deplasman ile Hacim Denklemlerinin Bulunması



Şekil 3.5. Tekil yük etkisi altında konsol kiriş

Şekil 3.5'te verilen yükleme durumu için sabit dayanım koşuluna göre deplasman ve hacim denklemleri Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre elde edilmiş aşamaları aşağıdaki bölümlerde gösterilmiştir. Burada $M(x)$, P yükü etkisinde kirişte oluşan eğilme momentini, E elastisite modülünü, I_0 kirişin ankastre mesnet noktasındaki ($x=L$) atalet momentini, $W(x)$ ise kirişin P yükü etkisinde deplasman değerini ifade etmektedir.

3.5.1. Tekil yüklemeye sabit çapa bağlı deplasman denklemleri

$$M_x = -Px \quad (3.134)$$

$$-EI_0W''(x) = -Px \quad (3.135)$$

$$EI_0W'(x) = \frac{Px^2}{2} + c_1 \quad (3.136)$$

$$EI_0W(x) = \frac{Px^3}{6} + c_1x + c_2 \quad (3.137)$$

Ankastre mesnette dönmenin sıfır olması sınır koşulunun uygulanması ile

$$W'(L) = 0 \quad (3.138)$$

$$\frac{PL^2}{2} + c_1 = 0 \quad (3.139)$$

$$c_1 = -\frac{PL^2}{2} \quad (3.140)$$

elde edilir. Benzer biçimde ankastre mesnette çökmenin sıfır olması sınır koşulunun kullanılması ile

$$W(L) = 0 \quad (3.141)$$

$$\frac{PL^3}{6} - \frac{PL^2}{2}L + c_2 = 0 \quad (3.142)$$

$$c_2 = \frac{PL^3}{3} \quad (3.143)$$

elde edilir. Denklemler (3.137) ve (3.140)'ın Denklem (3.143)'te kullanılmasıyla aşağıdaki deplasman bağıntısına ulaşılır:

$$W(x) = \frac{1}{EI_0} \left(\frac{PL^3}{3} - \frac{PL^2}{2}x + \frac{P}{6}x^3 \right) \quad (3.144)$$

3.5.2. Tekil yüklemde değişen çapa bağlı deplasman ve hacim denklemleri

Burada σ herhangi bir x noktasındaki gerilme değerini; σ_{maks} ise maksimum gerilmeyi ifade etmektedir.

$$\sigma(x) = \frac{M_Z}{I_Z} y \quad (3.145)$$

$$\sigma_{maks} = \left(\frac{PL}{\pi d_{(0)}^4/64} \right) \frac{d_{(0)}}{2} \quad (3.146)$$

$$\sigma(x) = \left(\frac{Px}{\pi d_{(x)}^4/64} \right) \frac{d_{(x)}}{2} \quad (3.147)$$

Kiriş boyunca dayanımın sabit olması gereğince

$$\sigma_{maks} = \sigma(x) \quad (3.148)$$

biçiminde yazılır. Burada x 'e bağlı daire çapı, atalet momenti ve deplasman değerleri şöyle elde edilir:

$$d(x) = d_0 \left(\frac{x}{L} \right)^{1/3} \quad (3.149)$$

$$I(x) = I_0 \left(\frac{x}{L} \right)^{4/3} \quad (3.150)$$

$$W(x) = \frac{1}{EI_0} \left(\frac{3PL^3}{5} - \frac{3PL^2}{2}x + \frac{9PL^{4/3}}{10}x^{5/3} \right) \quad (3.151)$$

Burada A_0 sabit çapa bağlı alanı, $A^d(x)$ değişen çapa bağlı alanı, V_{oran}^d ise sabit çapa bağlı hacmin değişen çapa bağlı hacme oranını ifade etmektedir.

$$d(x) = d_0 \left(\frac{x}{L} \right)^{1/3} \quad (3.152)$$

$$A_0 = \pi \frac{d_0^4}{64} \quad (3.153)$$

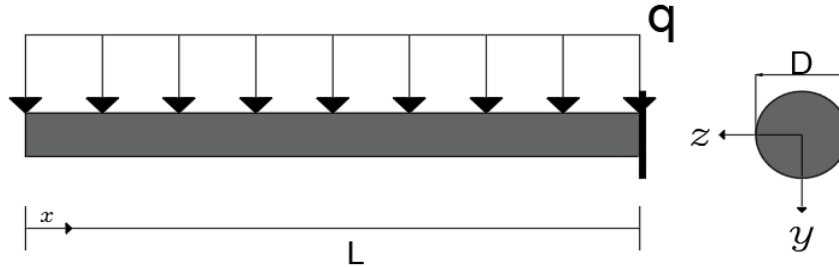
$$A^d(x) = \pi \frac{d(x)^4}{64} \quad (3.154)$$

$$V_{sabit} = \int_0^L A_0 dx \quad (3.155)$$

$$V_d = \int_0^L A^d(x) dx \quad (3.156)$$

$$V_{oran}^d = \frac{V_d}{V_{sabit}} \times 100 \quad (3.157)$$

3.6. Daire Kesite Sahip Düzgün Yayılı Yük Altında Sabit ve Değişen Çapa Bağlı Konsol Kirişlerde Deplasman ile Hacim Denklemlerinin Bulunması



Şekil 3.6. Düzgün yayılı yük etkisi altında konsol kiriş

Şekil 3.6'da verilen yükleme durumu için sabit dayanım koşuluna göre deplasman ve hacim denklemleri Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre elde edilmiş aşamaları aşağıdaki

bölmelerde gösterilmiştir. Burada $M(x)$, q yükü etkisinde kirişte oluşan eğilme momentini, E elastisite modülünü, I_0 kirişin ankastre mesnet noktasındaki ($x=L$) atalet momentini, $W(x)$ ise kirişin q yükü etkisinde deplasman değerini ifade etmektedir.

3.6.1. Düzgün yayılı yüklemde sabit çapa bağlı deplasman denklemleri

$$M(x) = -\frac{qx^2}{2} \quad (3.158)$$

$$-EI_0W''(x) = -\frac{qx^2}{2} \quad (3.159)$$

$$EI_0W'(x) = \frac{qx^3}{6} + c_1 \quad (3.160)$$

$$EI_0W(x) = \frac{qx^4}{24} + c_1x + c_2 \quad (3.161)$$

Ankastre mesnette dönmenin sıfır olması sınır koşulunun uygulanması ile

$$W'(L) = 0 \quad (3.162)$$

$$\frac{qL^3}{6} + c_1 = 0 \quad (3.163)$$

$$c_1 = -\frac{qL^3}{6} \quad (3.164)$$

elde edilir. Benzer biçimde ankastre mesnette çökmenin sıfır olması sınır koşulunun kullanılması ile

$$W(L) = 0 \quad (3.165)$$

$$\frac{qL^4}{24} - \frac{qL^3}{6}x + c_2 = 0 \quad (3.166)$$

$$c_2 = \frac{qL^4}{8} \quad (3.167)$$

elde edilir. Denklemler (3.161) ve (3.164)'ün Denklem (3.167)'de kullanılmasıyla aşağıdaki deplasman bağıntısına ulaşılır:

$$W(x) = \frac{1}{EI_0} \left(\frac{qL^4}{8} - \frac{qL^3}{6}x + \frac{q}{24}x^4 \right) \quad (3.168)$$

3.6.2. Düzgün yayılı yüklemde değişen çapa bağlı deplasman ve hacim denklemleri

Burada σ herhangi bir x noktasındaki gerilme değerini; σ_{maks} ise maksimum gerilmeyi ifade etmektedir.

$$\sigma(x) = \frac{Mz}{I_z} y \quad (3.169)$$

$$\sigma_{maks} = \left(\frac{qL^2}{2} \right) \frac{d_{(0)}}{\pi d_{(0)}^4/64} \frac{1}{2} \quad (3.170)$$

$$\sigma_x = \left(\frac{qx^2}{2} \right) \frac{d(x)}{\pi d(x)^4/64} \frac{1}{2} \quad (3.171)$$

Kiriş boyunca dayanımın sabit olması kriteri gereğince

$$\sigma_{maks} = \sigma(x) \quad (3.172)$$

biçiminde yazılır. Burada x 'e bağlı olarak daire çapı, atalet momenti ve deplasman değerleri şöyle elde edilir:

$$d(x) = d_0 \left(\frac{x}{L} \right)^{2/3} \quad (3.173)$$

$$I(x) = I_0 \left(\frac{x}{L} \right)^{8/3} \quad (3.174)$$

$$W(x) = \frac{1}{EI_0} \left(\frac{3qL^4}{8} - \frac{3qL^3}{2}x + \frac{9qL^{8/3}}{8}x^{4/3} \right) \quad (3.175)$$

Burada A_0 sabit çapa bağlı alanı, $A^d(x)$ değişen çapa bağlı alanı, A_{oran}^d ise sabit çapa bağlı hacmin değişen çapa bağlı hacme oranını ifade etmektedir.

$$d(x) = d_0 \left(\frac{x}{L} \right)^{2/3} \quad (3.176)$$

$$A_0 = \pi \frac{d_{(0)}^4}{64} \quad (3.177)$$

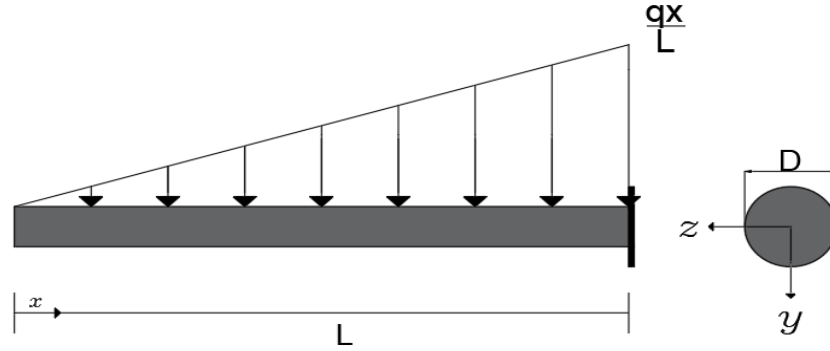
$$A^d(x) = \pi \frac{d(x)^4}{64} \quad (3.178)$$

$$V_{sabit} = \int_0^L A_0 dx \quad (3.179)$$

$$V_d = \int_0^L A^d(x) dx \quad (3.180)$$

$$V_{oran}^d = \frac{V_d}{V_{sabit}} \times 100 \quad (3.181)$$

3.7. Daire Kesite Sahip Üçgen Yayılı Yük Altında Sabit ve Değişen Çapa Bağlı Konsol Kirişlerde Deplasman ile Hacim Denklemlerinin Bulunması



Şekil 3.7. Üçgen yayılı yük etkisi altında konsol kiriş

Şekil 3.7’de verilen yükleme durumu için sabit dayanım koşuluna göre deplasman ve hacim denklemleri Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre elde edilmiş aşamaları aşağıdaki bölümlerde gösterilmiştir. Burada $M(x)$, $\frac{qx}{L}$ yükü etkisinde kirişte oluşan eğilme momentini, E elastisite modülünü, I_0 kirişin ankastre mesnet noktasındaki ($x=L$) atalet momentini, $W(x)$ ise kirişin $\frac{qx}{L}$ yükü etkisinde deplasman değerini ifade etmektedir.

3.7.1. Üçgen yayılı yüklemede sabit çapa bağlı deplasman denklemleri

$$M(x) = -\frac{qx^3}{6L} \quad (3.182)$$

$$-EI_0 W''(x) = -\frac{qx^3}{6L} \quad (3.183)$$

$$EI_0 W'(x) = \frac{qx^4}{24L} + c_1 \quad (3.184)$$

$$EI_0 W(x) = \frac{qx^5}{120L} + c_1 x + c_2 \quad (3.185)$$

Ankastre mesnette dönmenin sıfır olması sınır koşulunun uygulanması ile

$$W'(L) = 0 \quad (3.186)$$

$$\frac{qL^4}{24L} + c_1 = 0 \quad (3.187)$$

$$c_1 = -\frac{qL^3}{24} \quad (3.188)$$

elde edilir. Benzer biçimde ankastre mesnette çökmenin sıfır olması koşulunun kullanılması ile

$$W(L) = 0 \quad (3.189)$$

$$\frac{qL^5}{120L} - \frac{qL^3}{24}L + c_2 = 0 \quad (3.190)$$

$$c_2 = \frac{qL^4}{30} \quad (3.191)$$

elde edilir. Denklemler (3.185) ve (3.188)'in Denklem (3.191)'de kullanılmasıyla aşağıdaki deplasman bağıntısına ulaşılır:

$$W(x) = \frac{1}{EI_0} \left(\frac{qL^4}{30} - \frac{qL^3}{24}x + \frac{q}{120L}x^5 \right) \quad (3.192)$$

3.7.2. Üçgen yayılı yüklemde değişen çapa bağlı deplasman ve hacim denklemleri

Burada σ herhangi bir x noktasındaki gerilme değerini; σ_{maks} ise maksimum gerilmeyi ifade etmektedir.

$$\sigma(x) = \frac{Mz}{I_z} y \quad (3.193)$$

$$\sigma_{maks} = \left(\frac{\frac{qL^3}{6L}}{\pi d_{(0)}^4/64} \right) \frac{d_{(0)}}{2} \quad (3.194)$$

$$\sigma(x) = \left(\frac{\frac{qx^3}{6L}}{\pi d_{(x)}^4/64} \right) \frac{d(x)}{2} \quad (3.195)$$

Kiriş boyunca dayanımın sabit olması kriteri gereğince

$$\sigma_{maks} = \sigma(x) \quad (3.196)$$

Biçiminde yazılır. Buradan x 'e bağlı olarak daire çapı, atalet momenti ve deplasman değerleri şöyle elde edilir:

$$d(x) = d_0 \left(\frac{x}{L} \right) \quad (3.197)$$

$$I(x) = I_0 \left(\frac{x}{L} \right)^4 \quad (3.198)$$

$$W(x) = \frac{1}{EI_0} \left(\frac{qL^6}{18} - \frac{qL^5}{12}x + \frac{qL^3}{36}x^3 \right) \quad (3.199)$$

Burada A_0 sabit çapa bağlı alanı, $A^d(x)$ değişen çapa bağlı alanı, V_{oran}^d ise sabit çapa bağlı hacmin değişen çapa bağlı hacme oranını ifade etmektedir.

$$d(x) = d_0 \left(\frac{x}{L} \right) \quad (3.200)$$

$$A_0 = \pi \frac{d_{(0)}^4}{64} \quad (3.201)$$

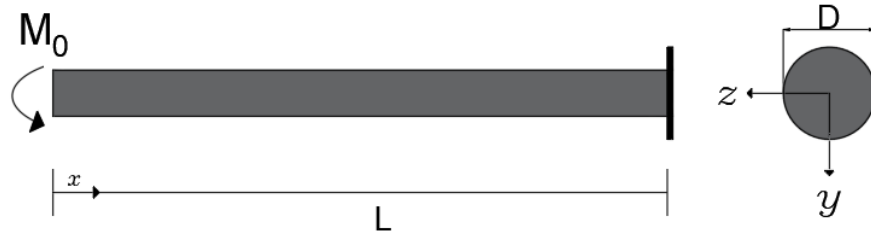
$$A^d(x) = \pi \frac{d_{(x)}^4}{64} \quad (3.202)$$

$$V_{sabit} = \int_0^L A_0 dx \quad (3.203)$$

$$V_d = \int_0^L A^d(x) dx \quad (3.204)$$

$$V_{oran}^d = \frac{V_d}{V_{sabit}} \times 100 \quad (3.205)$$

3.8. Daire Kesite Sahip Tekil Moment Altında Sabit ve Değişen Çapa Bağlı Konsol Kirişlerde Deplasman ile Hacim Denklemlerinin Bulunması



Şekil 3.8. Tekil moment etkisi altında konsol kiriş

Şekil 3.8’de verilen yükleme durumu için sabit dayanım koşuluna göre deplasman ve hacim denklemleri Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre elde edilmiş aşamaları aşağıdaki bölümlerde gösterilmiştir. Burada $M(x)$, M_0 tekil moment etkisinde kirişte oluşan eğilme momentini, E elastisite modülünü, I_0 kirişin ankastre mesnet noktasındaki ($x=L$) atalet momentini, $W(x)$ ise kirişin M_0 tekil moment etkisinde deplasman değerini ifade etmektedir.

3.8.1. Tekil moment yüklemede sabit ve değişen çapa bağlı deplasman denklemleri

$$M(x) = -M_0 \quad (3.206)$$

$$EI_0 W''(x) = M_0 \quad (3.207)$$

$$EI_0 W'(x) = M_0 x + c_1 \quad (3.208)$$

$$EI_0 W(x) = \frac{M_0 x^2}{2} + c_1 x + c_2 \quad (3.209)$$

Ankastre mesnette dönmenin sıfır olması sınır koşulunun uygulanması ile

$$W'(L) = 0 \quad (3.210)$$

$$M_0 L + c_1 = 0 \quad (3.211)$$

$$c_1 = -M_0 L \quad (3.212)$$

elde edilir. Benzer biçimde ankastre mesnette çökmenin sıfır olması sınır koşulunun kullanılması ile

$$W(L) = 0 \quad (3.213)$$

$$\frac{M_0 L^2}{2} - M_0 L L + c_2 = 0 \quad (3.214)$$

$$c_2 = \frac{M_0 L^2}{2} \quad (3.215)$$

elde edilir. Denklemler (3.209) ve (3.212)'nin Denklem (3.215)'te kullanılmasıyla aşağıdaki deplasman bağıntısına ulaşılır:

$$W(x) = \frac{1}{EI_0} \left(\frac{M_0 L^2}{2} - M_0 L x + \frac{M_0}{2} x^2 \right) \quad (3.216)$$

3.8.2. Tekil moment yüklemeye değişen çapa bağlı hacim denklemleri

Burada A_0 sabit çapa bağlı alanı, $A^d(x)$ değişen çapa bağlı alanı, A_{oran}^d ise sabit çapa bağlı hacmin değişen çapa bağlı hacme oranını ifade etmektedir.

$$d(x) = d_0 \quad (3.217)$$

$$A_0 = \pi \frac{d_0^4}{64} \quad (3.218)$$

$$A^d(x) = \pi \frac{d^4(x)}{64} \quad (3.219)$$

$$V_{sabit} = \int_0^L A_0 dx \quad (3.220)$$

$$V_d = \int_0^L A^d(x) dx \quad (3.221)$$

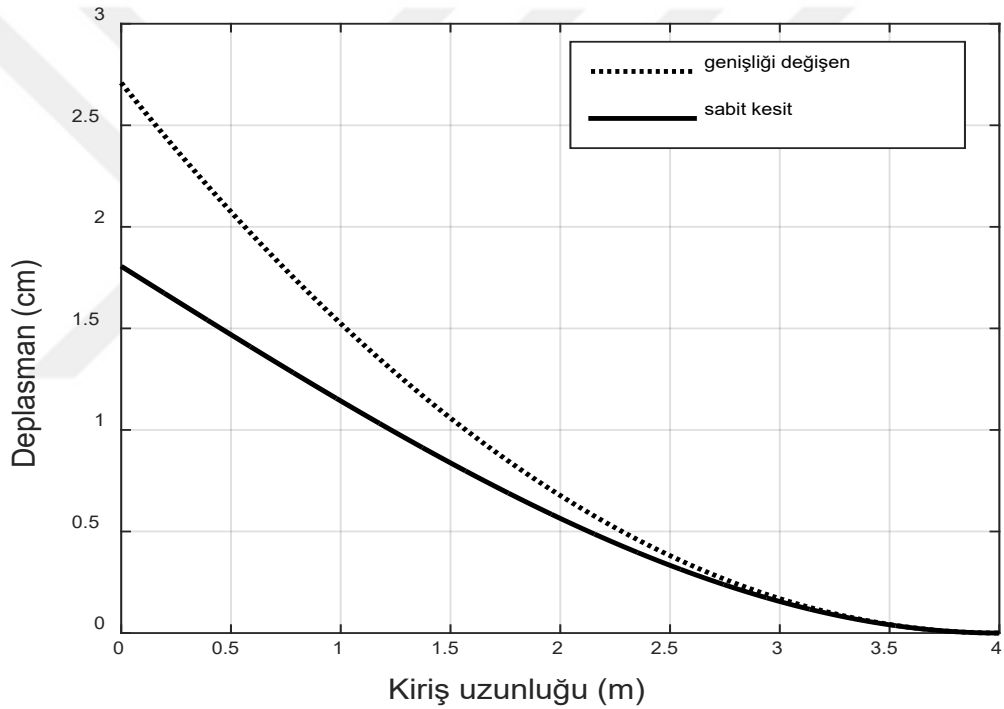
$$A_{oran}^d = \frac{V_d}{V_{sabit}} \times 100 \quad (3.222)$$

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Sunulan tez çalışması kapsamında çeşitli yükler altındaki kare ve daire kesitten oluşan konsol kirişlerde moment diyagramlarındaki çizimlerinden faydalanarak uygun kesitler belirlenip deplasman değerleri incelenmiştir.

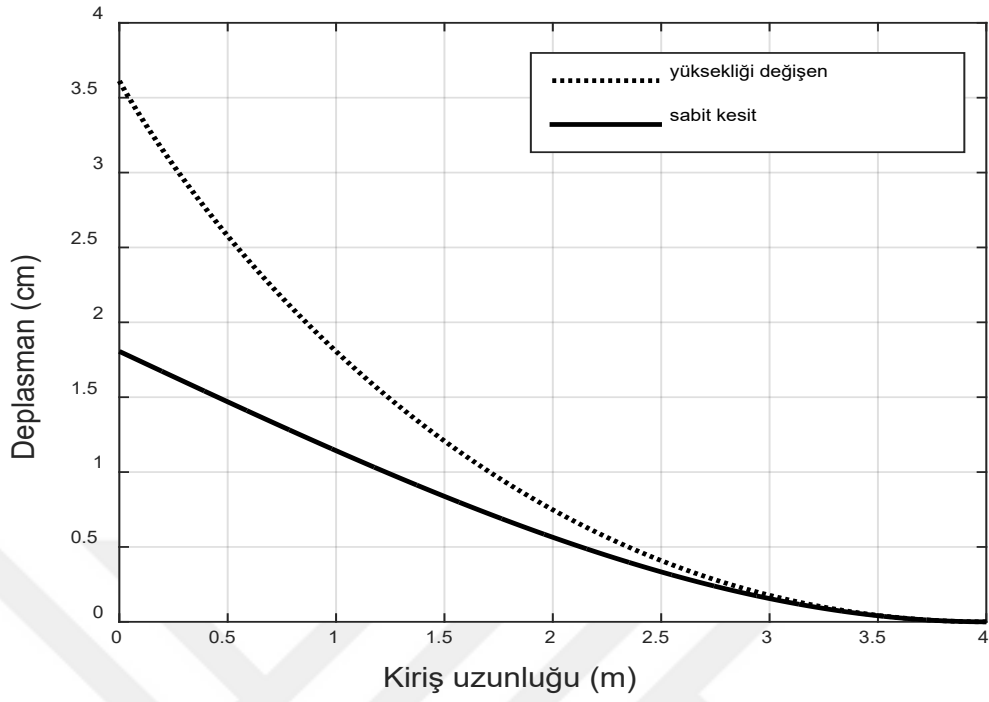
Çalışma kapsamında tekil, düzgün ve üçgen yayılı yük ile tekil moment yüklemeleri kare ve daire kesitli konsol kirişlerde uygulanmıştır. Bu yüklemeler kirişlerdeki bütün mesafelerinden (x/L) elde edilen deplasman değerleri Matlab programı yardımıyla grafiklere dönüştürülmüştür.

Yüklemeler sonucunda elde edilen moment diyagramlarıyla değişen kesitlere ait 3 boyutlu çizimler elde edilmiştir. Bu çizimlerin sabit kesitlere göre daha az hacimlere sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır.



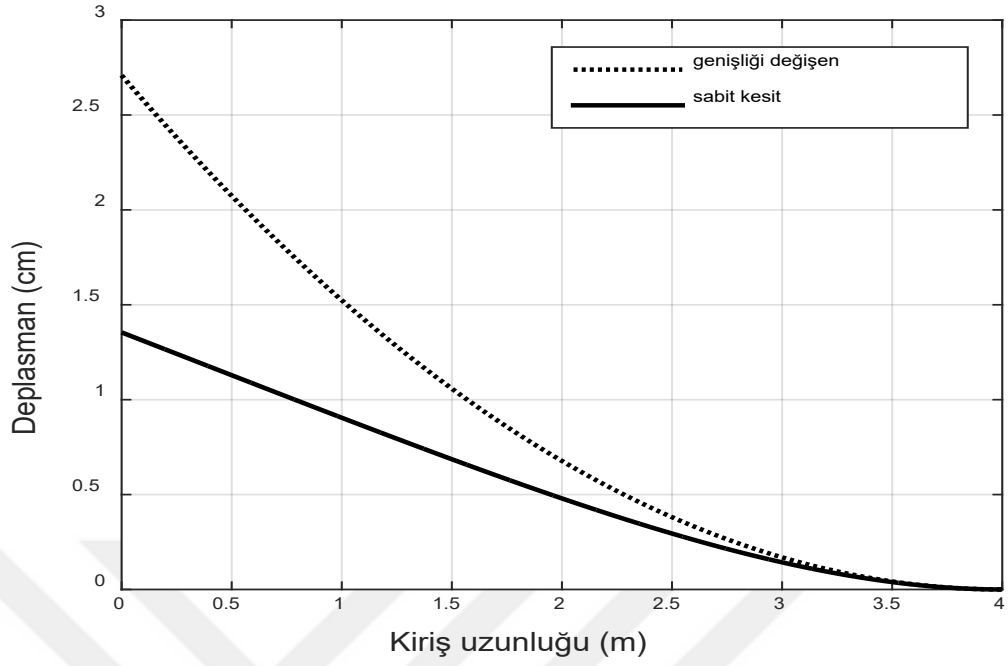
Şekil 4.1. Tekil yük altında sabit kare kesit (b_0) ile değişen genişliğe (b_x) ait deplasman değerleri

Yukarıdaki 40000 (N/m) tekil yüklemesinde, 70 (N/m²) elastisite modülüne sahip, 4 (m) uzunluğunda 0.3 (m) sabit genişlik ve yükseklik ile değişen genişliğe ait konsol kirişteki değerler dikkate alınarak deplasman değerleri hesaplanmıştır. Sabit kesit için deplasman değeri 1.8060 (cm), değişen genişliğe ait deplasman değeri ise 2.7090 (cm) olarak bulunmuştur. Değişen kesitteki deplasman değerinin sabit kesite kıyasla daha fazla olduğu görülmüştür.



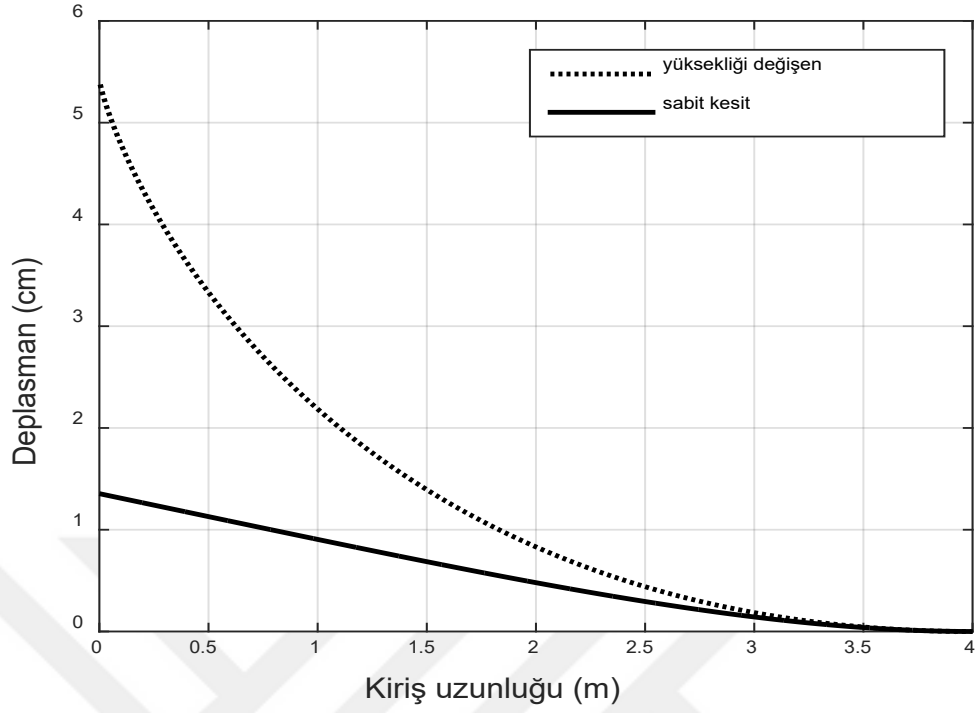
Şekil 4.2. Tekil yük altında sabit kare kesit (h_0) ile değişen yüksekliğe (h_x) ait deplasman değerleri

Yukarıdaki 40000 (N/m) tekil yüklemesinde, 70 (N/m²) elastisite modülüne sahip, 4 (m) uzunluğunda 0.3 (m) sabit genişlik ve yükseklik ile değişen yüksekliğe ait konsol kirişteki değerler dikkate alınarak deplasman değerleri hesaplanmıştır. Sabit kesit için deplasman değeri 1.8060 (cm), değişen yüksekliğe ait deplasman değeri ise 3.6120 (cm) olarak bulunmuştur. Değişen kesitteki deplasman değerinin sabit kesite kıyasla daha fazla olduğu görülmüştür.



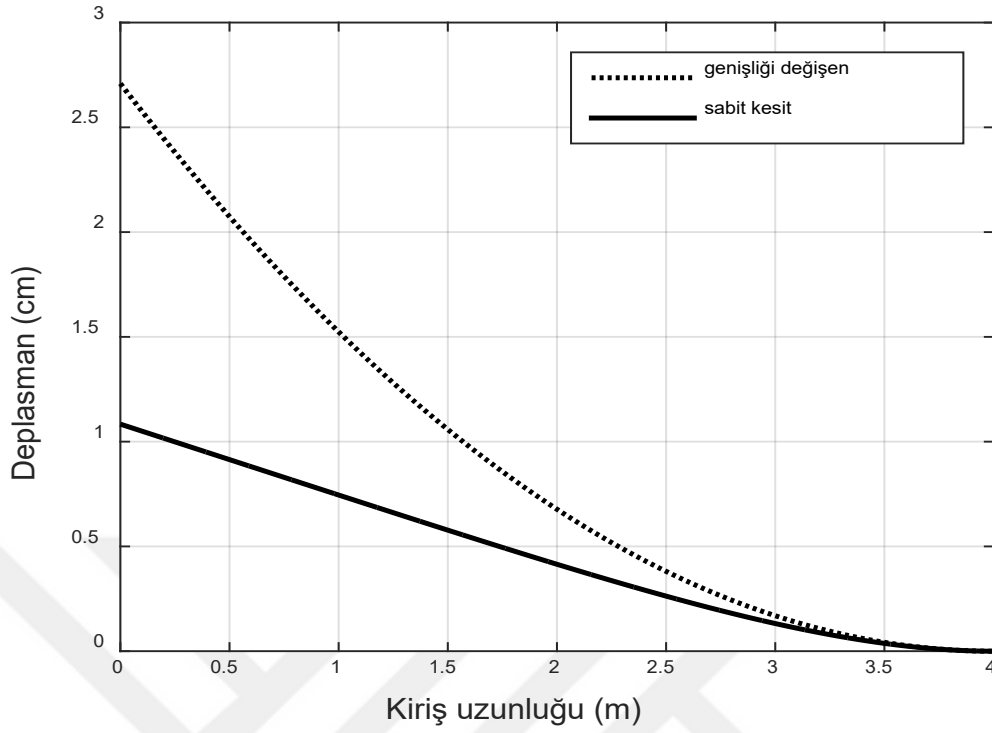
Şekil 4.3. Düzgün yayılı yük altında sabit kare kesit (b_0) ile değişen genişliğe (b_x) ait deplasman değerleri

Yukarıdaki 20000 (N/m) düzgün yayılı yüklemesinde, 70 (N/m²) elastisite modülüne sahip, 4 (m) uzunluğundaki 0.3 (m) sabit genişlik ve yükseklik ile değişen genişliğe ait konsol kirişteki değerler dikkate alınarak deplasman değerleri hesaplanmıştır. Sabit kesit için deplasman değeri 1.3545 (cm), değişen genişliğe ait deplasman değeri ise 2.7090 (cm) olarak bulunmuştur. Değişen kesitteki deplasman değerinin sabit kesite kıyasla daha fazla olduğu görülmüştür.



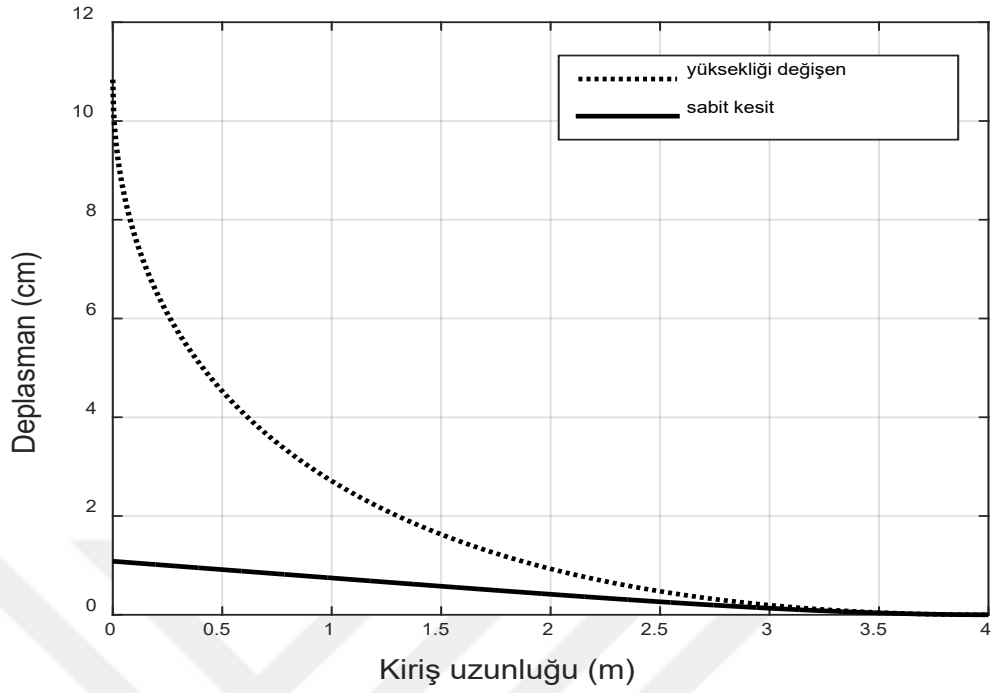
Şekil 4.4. Düzgün yayılı yük altında sabit kare kesit (h_0) ile değişen yüksekliğe (h_x) ait deplasman değerleri

Yukarıdaki 20000 (N/m) düzgün yayılı yüklemesinde, 70 (N/m²) elastisite modülüne sahip, 4 (m) uzunluğundaki 0.3 (m) sabit genişlik ve yükseklik ile değişen yüksekliğe ait konsol kirişteki değerler dikkate alınarak deplasman değerleri hesaplanmıştır. Sabit kesit için deplasman değeri 1.3545 (cm), değişen yüksekliğe ait deplasman değeri 5.3751 (cm) olarak bulunmuştur. Değişen kesitteki deplasman değerinin sabit kesite göre kıyasla fazla olduğu görülmüştür.



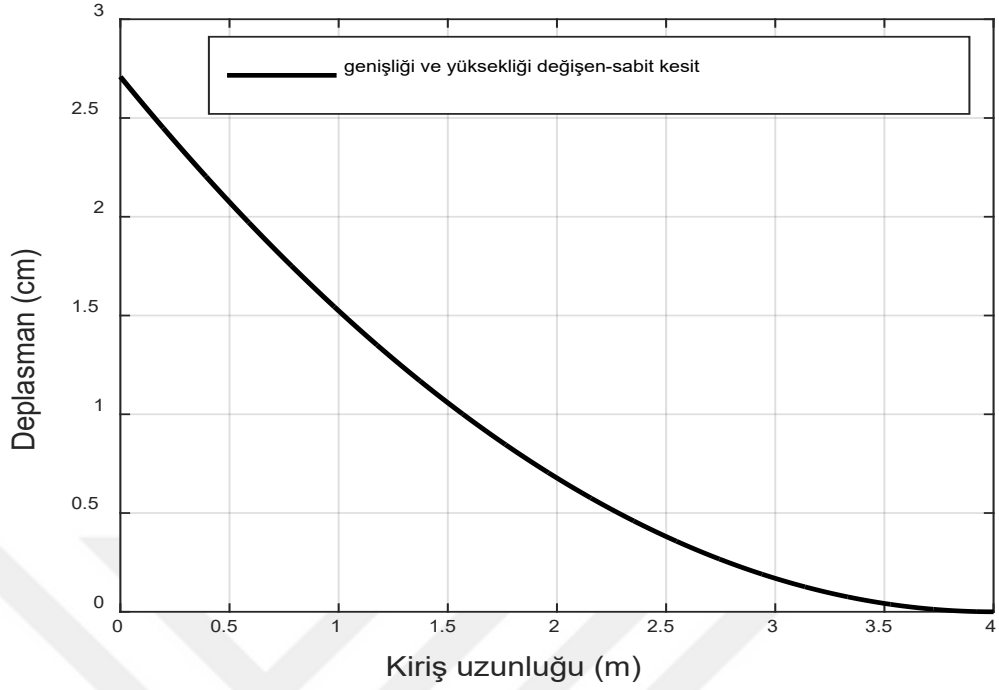
Şekil 4.5. Üçgen yayılı yük altında sabit kare kesit (b_0) ile değişen genişliğe (b_x) ait deplasman değerleri

Yukarıdaki 60000 (N/m) üçgen yayılı yüklemede, 70 (N/m²) elastisite modülüne sahip, 4 (m) uzunluğundaki 0.3 (m) sabit genişlik ve yükseklik ile değişen genişliğe ait konsol kirişteki değerler dikkate alınarak deplasman değerleri hesaplanmıştır. Sabit kesit için deplasman değeri 1.0836 (cm), değişen genişliğe ait deplasman değeri 2.7090 (cm) olarak hesaplanmış, değişen kesitteki deplasman değerinin sabit kesite kıyasla daha fazla olduğu görülmüştür.



Şekil 4.6. Üçgen yayılı yük altında sabit kare kesit (h_0) ile değişen yüksekliğe (h_x) ait deplasman değerleri

Yukarıdaki 60000 (N/m) üçgen yayılı yüklemesinde, 70 (N/m²) elastisite modülüne sahip, 4(m) uzunluğundaki 0.3 (m) sabit genişlik ve yükseklik ile değişen yüksekliğe ait konsol kirişteki değerler dikkate alınarak deplasman değerleri hesaplanmıştır. Sabit kesit için deplasman değeri 1.0836 (cm), değişen yüksekliğe ait deplasman değeri 10.8360 (cm) olarak hesaplanmış, değişen kesitteki deplasman değerinin sabit kesite kıyasla daha fazla olduğu görülmüştür.

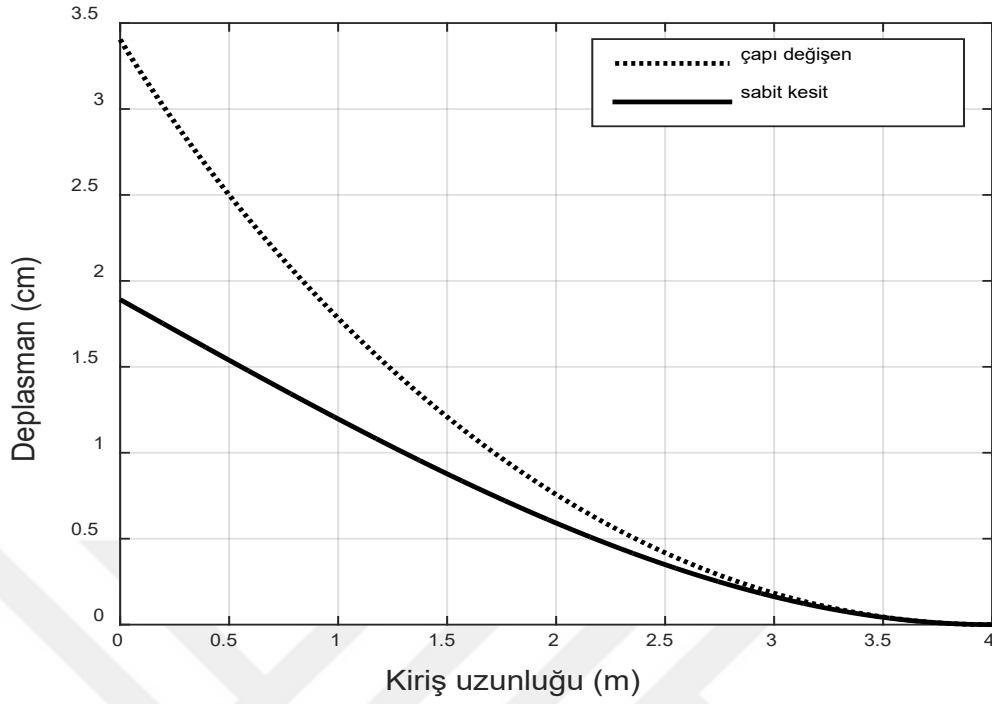


Şekil 4.7. Tekil moment altında sabit kare kesit ($b_0; h_0$) ile değişen genişliğe ve yüksekliğe ($b_x; h_x$) ait deplasman değerleri

Yukarıdaki 160000 (Nm) tekil moment yüklemesinde, 70 (N/m^2) elastisite modülüne sahip, 4 (m) uzunluğundaki 0.3 (m) sabit genişlik ve yükseklik ile değişen yükseklik ve genişliğe ait konsol kirişteki değerler dikkate alınarak deplasman değerleri hesaplanmıştır. Sabit kesit ile değişen genişlik ve yükseklik için deplasman değeri 2.7090 (cm) olarak hesaplanmıştır. Moment değeri sabit kesit ile değişen kesitte eşit olarak elde edilmiştir. Böylece iki kesit için de deplasman değerlerinin aynı olduğu görülmüştür.

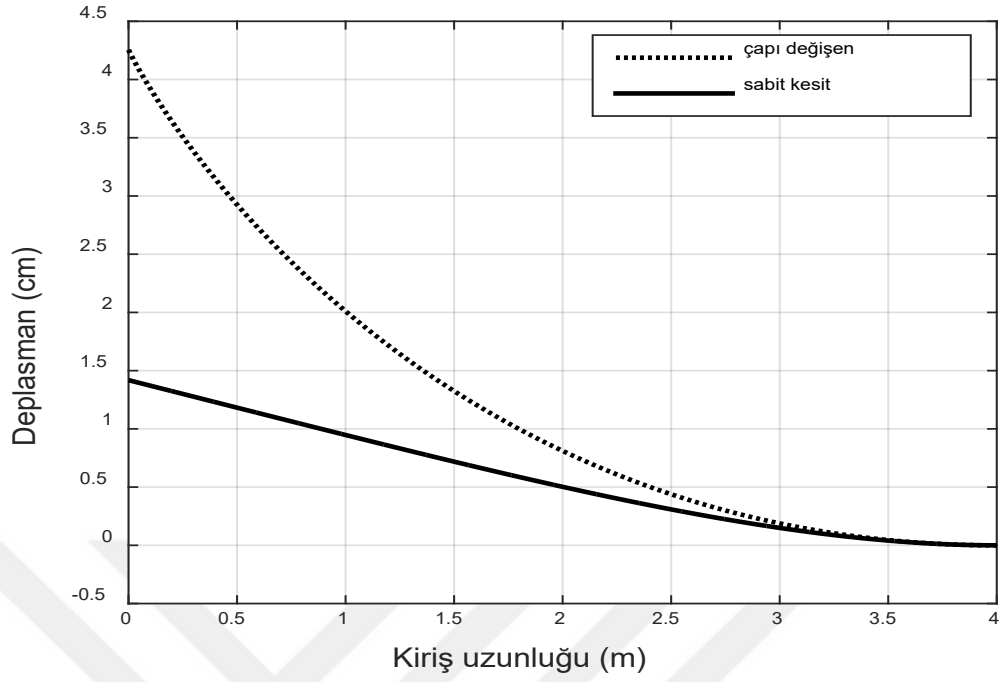
Çizelge 4.1. Kare kesite sahip kirişlerin çeşitli yükler altındaki deplasman değerleri

YÜK	KESİT ÖZELLİĞİ	DEPLASMAN DEĞERLERİ (cm)
TEKİL YÜK	Sabit kesit	1.8060
	Genişliği değişen kesit	2.7090
	Yüksekliği değişen kesit	3.6120
DÜZGÜN YAYILI YÜK	Sabit kesit	1.3545
	Genişliği değişen kesit	2.7090
	Yüksekliği değişen kesit	5.3751
ÜÇGEN YAYILI YÜK	Sabit kesit	1.0836
	Genişliği değişen kesit	2.7090
	Yüksekliği değişen kesit	10.8360
TEKİL MOMENT	Genişliği ve Yüksekliği değişen-Sabit kesit	2.7090



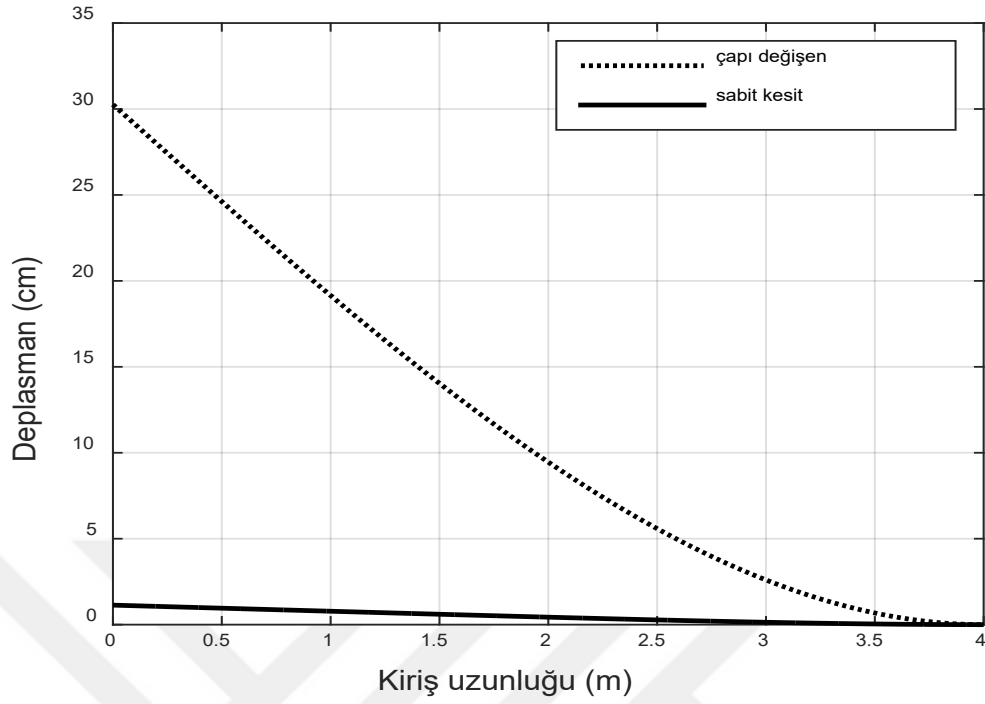
Şekil 4.8. Tekil yük altında sabit daire kesit (d_0) ile değişen çapa (d_x) ait deplasman değerleri

Yukarıdaki 40000 (N/m) tekil yüklemesinde, 70 (N/m^2) elastisite modülüne sahip, 4 (m) uzunluğundaki 0.3 (m) sabit ve değişen daire çapına ait konsol kirişteki değerler dikkate alınarak deplasman değerleri hesaplanmıştır. Sabit kesit için deplasman değeri 1.8912 (cm), değişen çapa ait deplasman değeri 3.4042 (cm) olarak bulunmuştur. Değişen kesitteki deplasman değerinin sabit kesite kıyasla daha fazla olduğu görülmüştür.



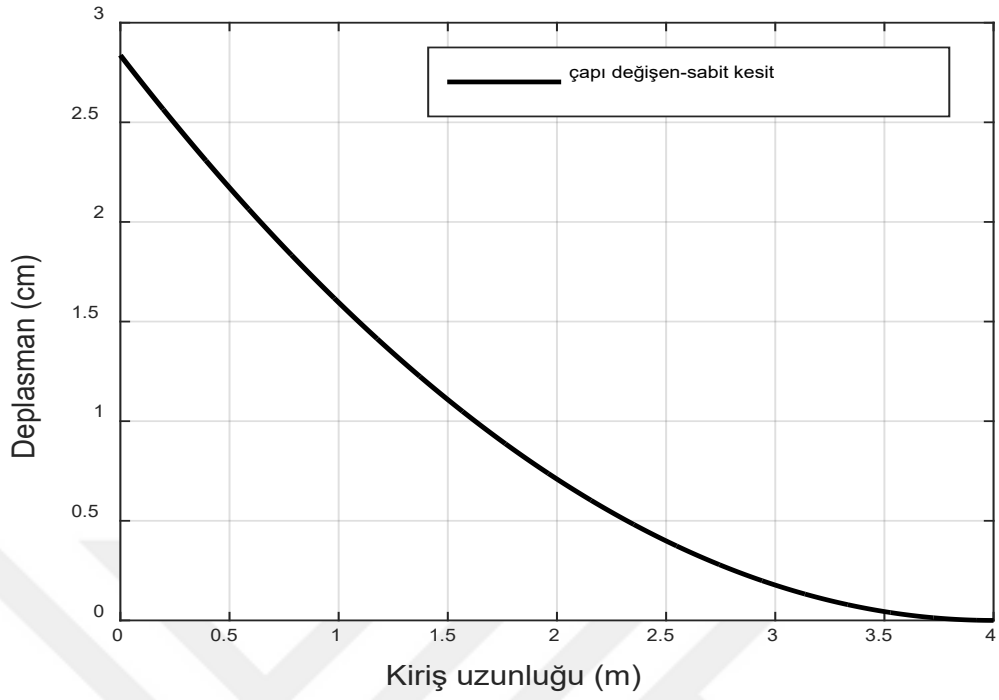
Şekil 4.9. Düzgün yayılı yük altında sabit daire kesit (d_0) ile değişen çapa (d_x) ait deplasman değerleri

Yukarıdaki 20000 (N/m) düzgün yayılı yüklemesinde, 70 (N/m²) elastisite modülüne sahip, 4 (m) uzunluğundaki 0.3 (m) sabit ve değişen çapa ait konsol kirişteki değerler dikkate alınarak deplasman değerleri hesaplanmıştır. Sabit kesit için deplasman değeri 1.4184 (cm), değişen çapa ait deplasman değeri 4.2553 (cm) olarak bulunmuştur. Değişen kesitteki deplasman değerinin sabit kesite kıyasla daha fazla olduğu görülmüştür.



Şekil 4.10. Üçgen yayılı yük altında sabit daire kesit (d_0) ile değişen çapa (d_x) ait deplasman değerleri

Yukarıdaki 60000 (N/m) üçgen yayılı yüklemesinde, 70 (N/m²) elastisite modülüne sahip, 4 (m) uzunluğundaki 0.3 (m) sabit ve değişen çapa ait, konsol kirişteki değerler dikkate alınarak deplasman değerleri hesaplanmıştır. Sabit kesit için deplasman değeri 1.1347 (cm), değişen çapa ait deplasman değeri 30.2598 (cm) olarak bulunmuştur. Değişen kesitteki deplasman değerinin sabit kesite kıyasla daha fazla olduğu görülmüştür.

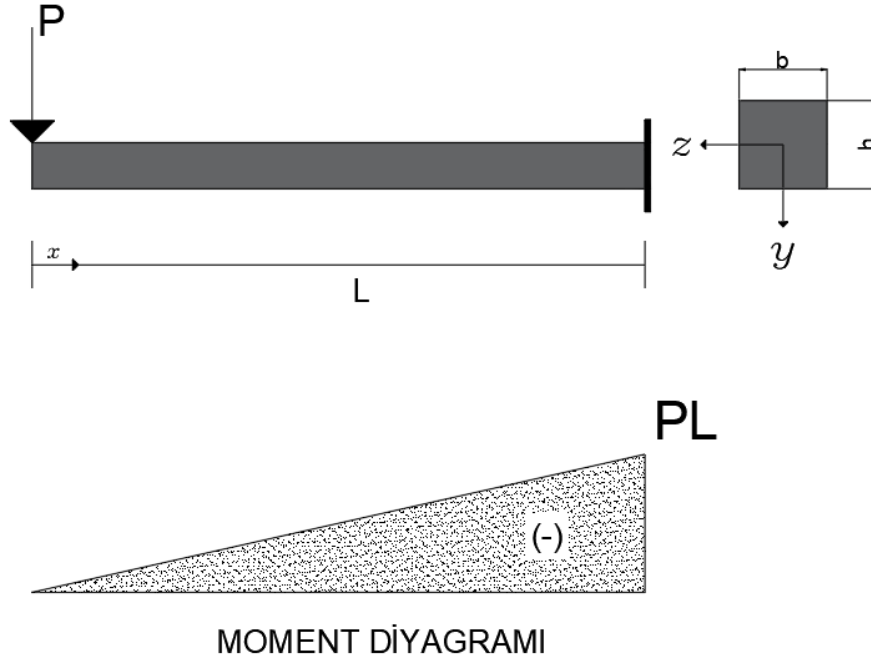


Şekil 4.11. Tekil moment altında sabit daire kesit (d_0) ile değişen çapa (d_x) ait deplasman değerleri

Yukarıdaki 160000 (Nm) tekil moment yüklemesinde 70 (N/m^2) elastisite modülüne sahip, 4 (m) uzunluğundaki 0.3 (m) sabit ve değişen çapa ait konsol kirişteki değerler dikkate alınarak deplasman değeri hesaplanmıştır. Sabit kesit ile değişen çap için deplasman değeri 2.8369 (cm) olarak bulunmuştur. Moment değeri sabit kesit ile değişen kesitte eşit olarak elde edilmiştir. Böylece iki kesit için de deplasman değerlerinin aynı olduğu görülmüştür.

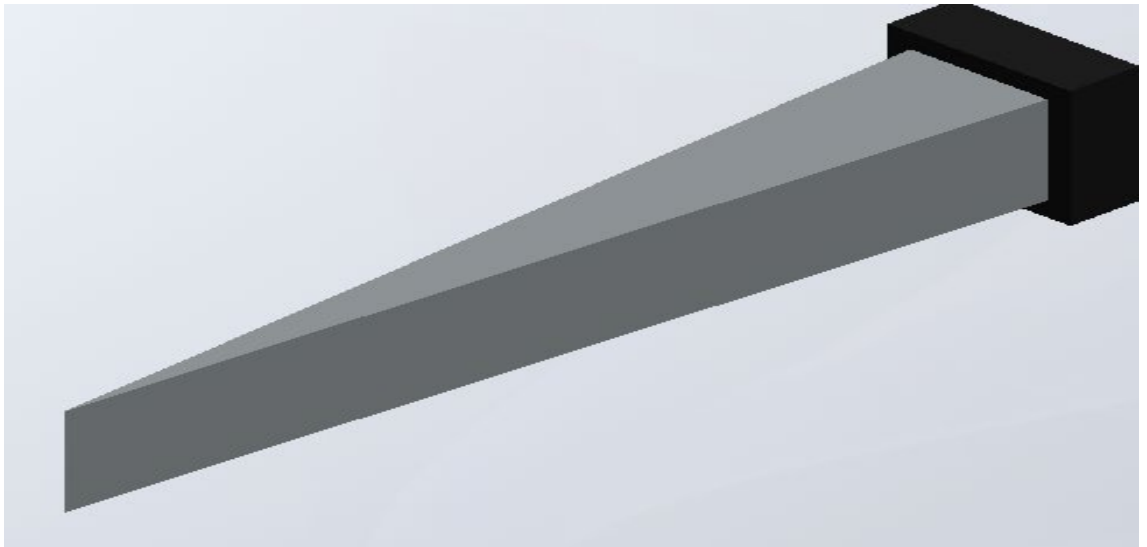
Çizelge 4.2. Daire kesite sahip kirişlerin çeşitli yükler altındaki deplasman değerleri

YÜK	KESİT ÖZELLİĞİ	DEPLASMAN DEĞERLERİ (cm)
TEKİL YÜK	Sabit kesit	1.8912
	Çapı değişen kesit	3.4042
DÜZGÜN YAYILI YÜK	Sabit kesit	1.4184
	Çapı değişen kesit	4.2553
ÜÇGEN YAYILI YÜK	Sabit kesit	1.1347
	Çapı değişen kesit	30.2598
TEKİL MOMENT	Çapı değişen-Sabit kesit	2.8369



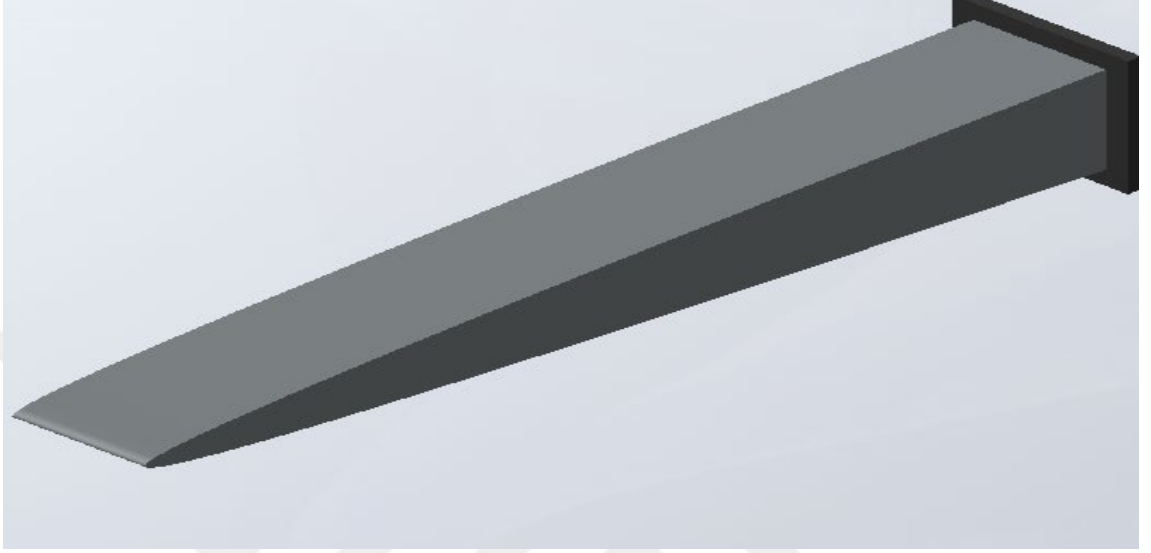
Şekil 4.12. KK tekil yük altında moment diyagramı

Şekil 4.12’de verilen tekil yükleme sonucunda oluşan değişen genişlikli kirişin hacim oranı $V_{oran}^b = \frac{V_b}{V_{sabit}} \times 100$ bağıntısı yardımıyla 50 olarak hesaplanmıştır. Bu hesaplamada elde edilen yeni kirişte malzemeden %50 tasarruf edilmiştir. Ayrıca moment diyagramındaki çizimin geometrisinden faydalanarak aşağıda 3 boyutlu yeni kirişin tasarımına ulaşılmıştır.

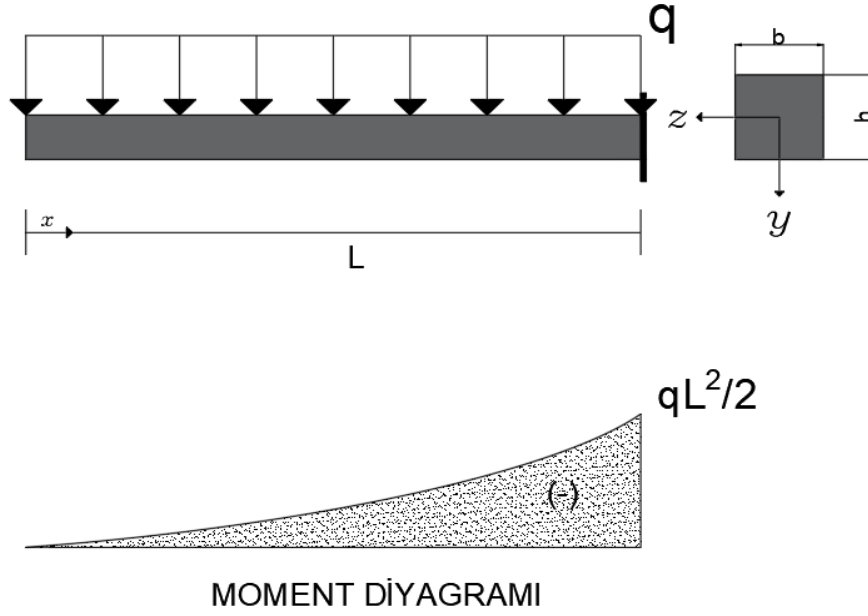


Şekil 4.13. KK tekil yük altında değişen genişlikte elde edilen kiriş

Şekil 4.12’de verilen tekil yükleme sonucunda oluşan değişken yükseklikli kirişin hacim oranı $V_{oran}^h = \frac{V_h}{V_{sabit}} \times 100$ bağıntısı yardımıyla 66.6667 olarak hesaplanmıştır. Bu hesaplamada elde edilen yeni kirişte malzemeden %33.3333 tasarruf edilmiştir. Ayrıca moment diyagramındaki çizimin geometrisinden faydalanarak aşağıda 3 boyutlu yeni kirişin tasarımına ulaşılmıştır.

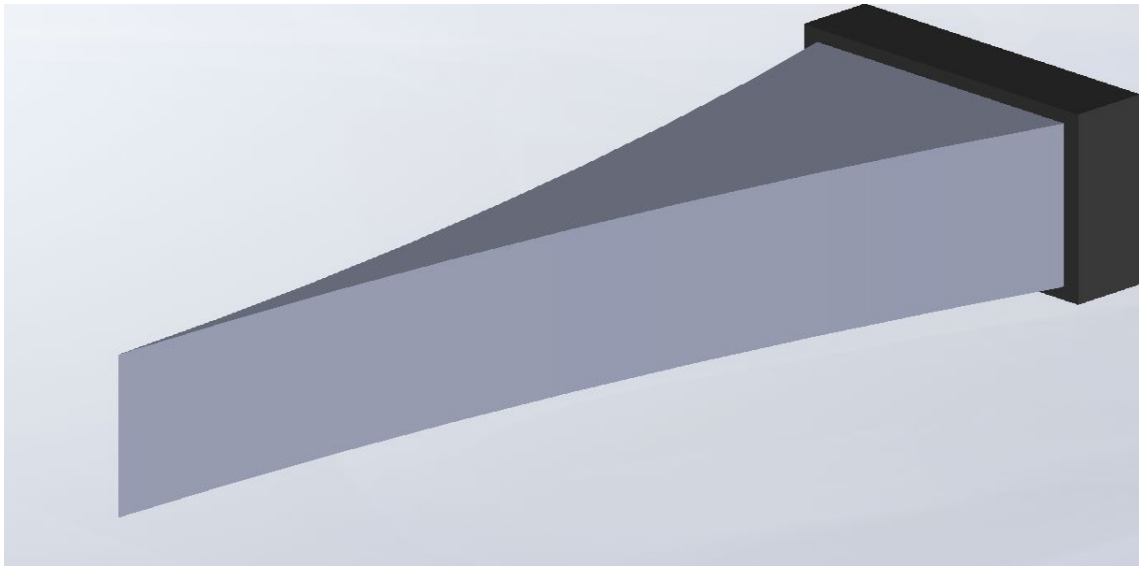


Şekil 4.14. KK tekil yük altında değişen yükseklikte elde edilen kiriş



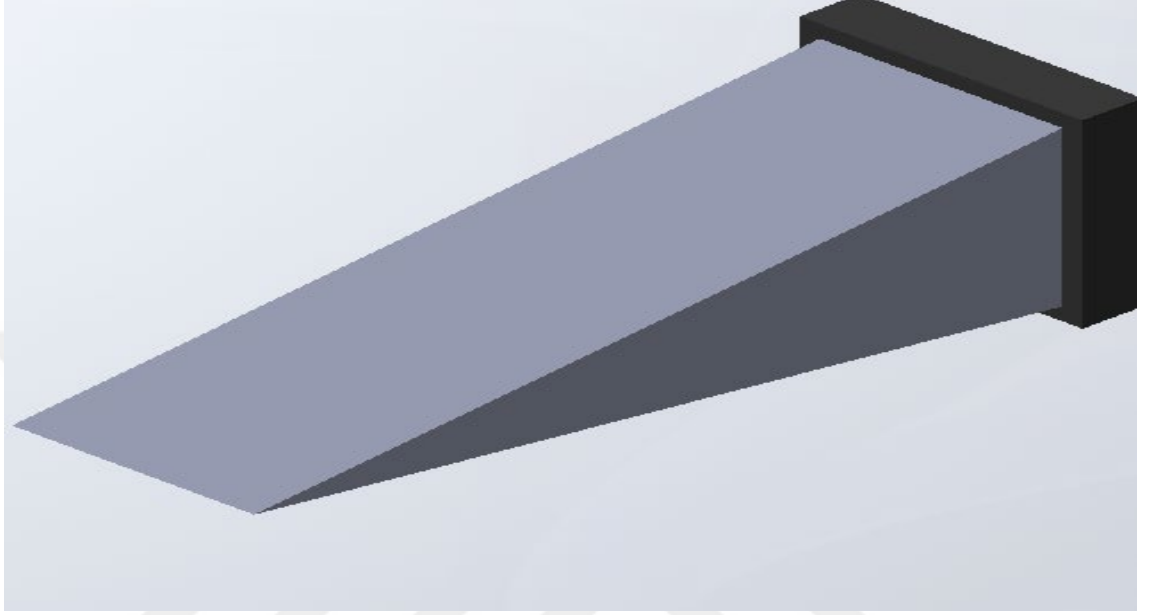
Şekil 4.15. KK düzgün yayılı yük altında moment diyagramı

Şekil 4.15'te verilen düzgün yayılı yükleme sonucunda oluşan değişen genişlikli kirişin hacim oranı $V_{oran}^b = \frac{V_b}{V_{sabit}} \times 100$ bağıntısı yardımıyla 33.3333 olarak hesaplanmıştır. Bu hesaplamada elde edilen yeni kirişte malzemeden %66.6667 tasarruf edilmiştir. Ayrıca moment diyagramındaki çizimin geometrisinden faydalanarak aşağıda 3 boyutlu yeni kiriş tasarımına ulaşılmıştır.

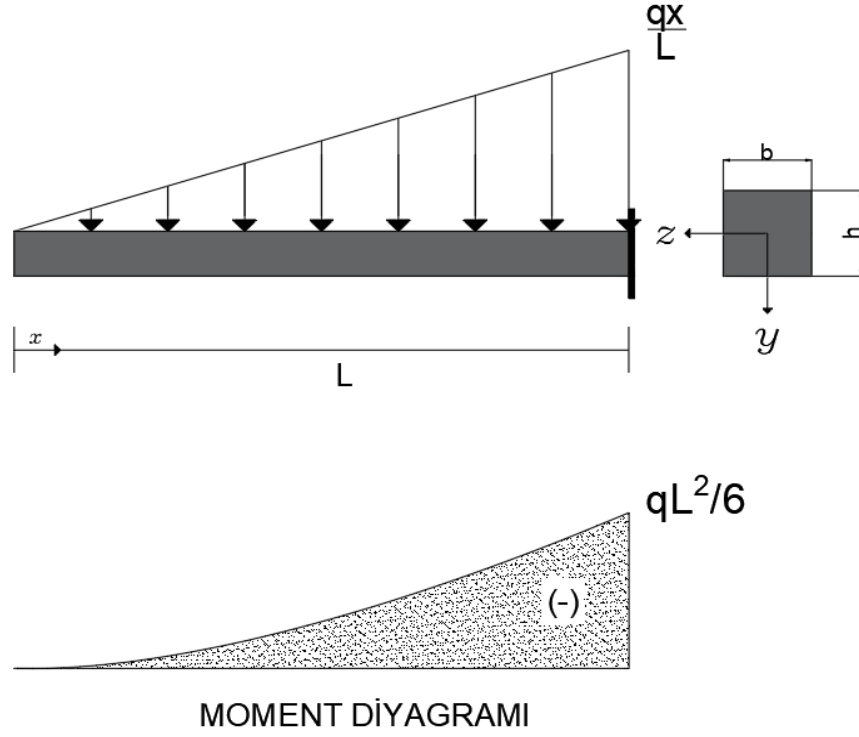


Şekil 4.16. KK düzgün yayılı yük altında değişen genişlikte elde edilen kiriş

Şekil 4.15’te verilen düzgün yayılı yükleme sonucunda oluşan değişen yükseklikli kirişin hacim oranı $V_{oran}^h = \frac{V_h}{V_{sabit}} \times 100$ bağıntısı yardımıyla 50 olarak hesaplanmıştır. Bu hesaplamada elde edilen yeni kirişte malzemeden %50 tasarruf edilmiştir. Ayrıca moment diyagramındaki çizimin geometrisinden faydalanarak aşağıda 3 boyutlu yeni kirişin tasarımına ulaşılmıştır.

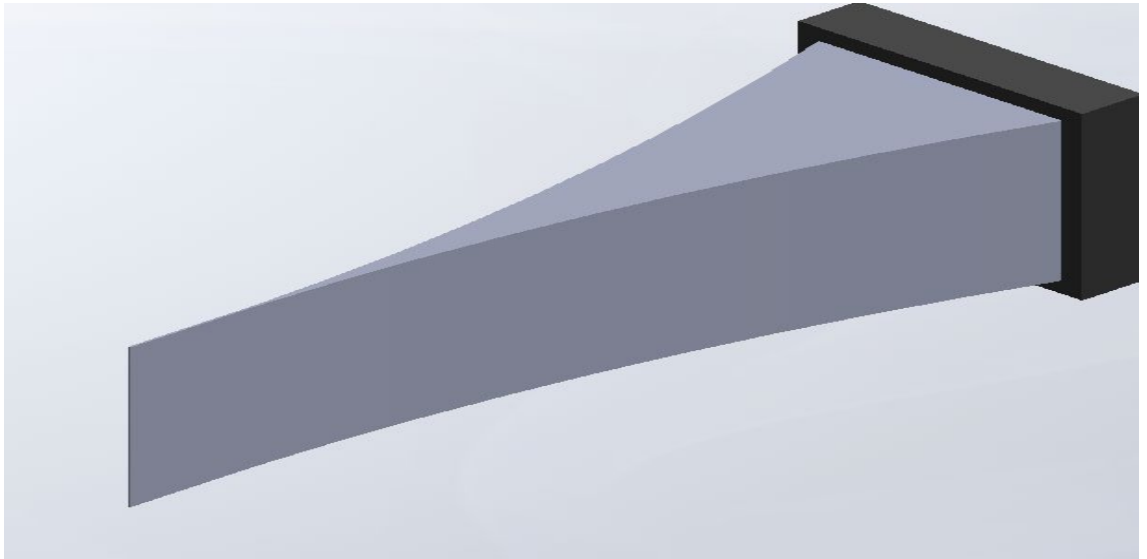


Şekil 4.17. KK düzgün yayılı yük altında değişen yükseklikte elde edilen kiriş



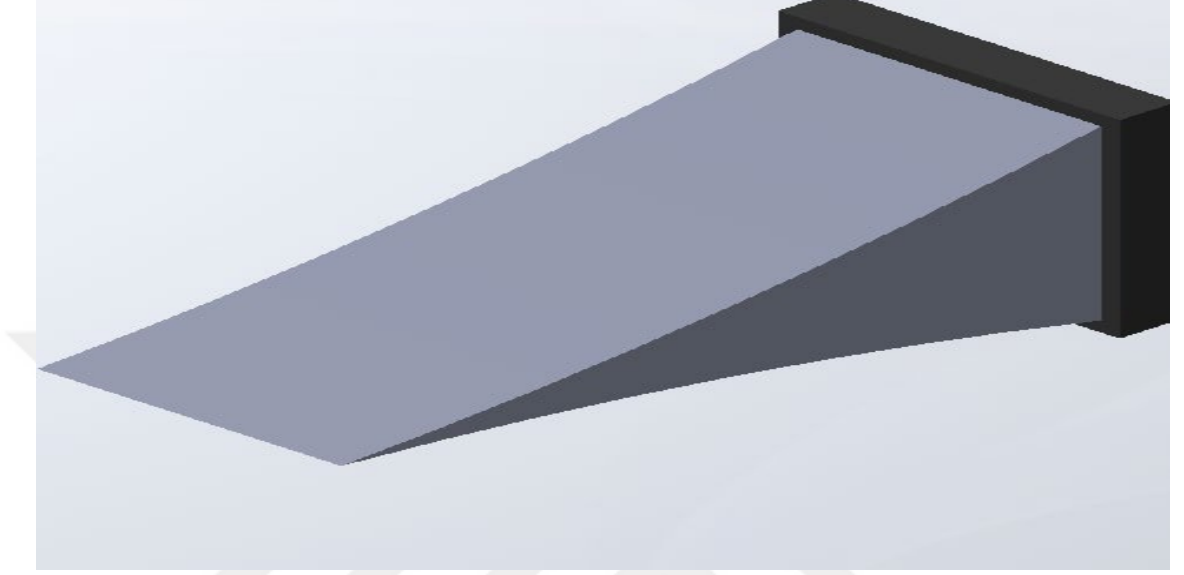
Şekil 4.18. KK üçgen yayılı yük altında moment diyagramı

Şekil 4.18’de verilen üçgen yayılı yükleme sonucunda oluşan değişen genişlikli kirişin hacim oranı $V_{oran}^b = \frac{V_b}{V_{sabit}} \times 100$ bağıntısı yardımıyla 25 olarak hesaplanmıştır. Bu hesaplamada elde edilen yeni kirişte malzemeden %75 tasarruf edilmiştir. Ayrıca moment diyagramındaki çizimin geometrisinden faydalanarak aşağıda 3 boyutlu yeni kirişin tasarımına ulaşılmıştır.

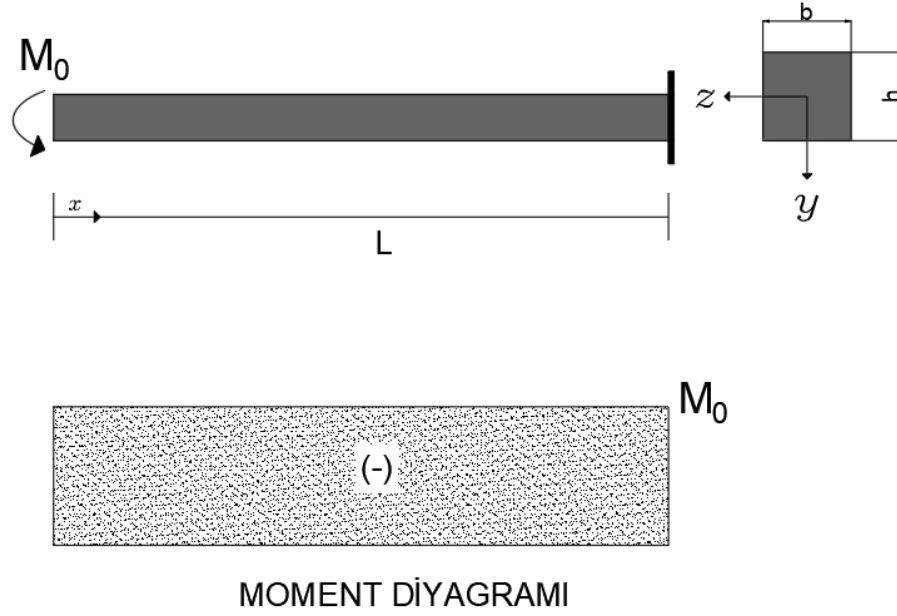


Şekil 4.19. KK üçgen yayılı yük altında değişen genişlikte elde edilen kiriş

Şekil 4.18’de verilen üçgen yayılı yükleme sonucunda oluşan değişen yükseklikli kirişin hacim oranı $V_{oran}^h = \frac{V_h}{V_{sabit}} \times 100$ bağıntısı yardımıyla 40 olarak hesaplanmıştır. Bu hesaplamada elde edilen yeni kirişte malzemeden %60 tasarruf edilmiştir. Ayrıca moment diyagramındaki çizimin geometrisinden faydalanarak aşağıda 3 boyutlu yeni kirişin tasarımına ulaşılmıştır.



Şekil 4.20. KK üçgen yayılı yük altında değişen yükseklikte elde edilen kiriş

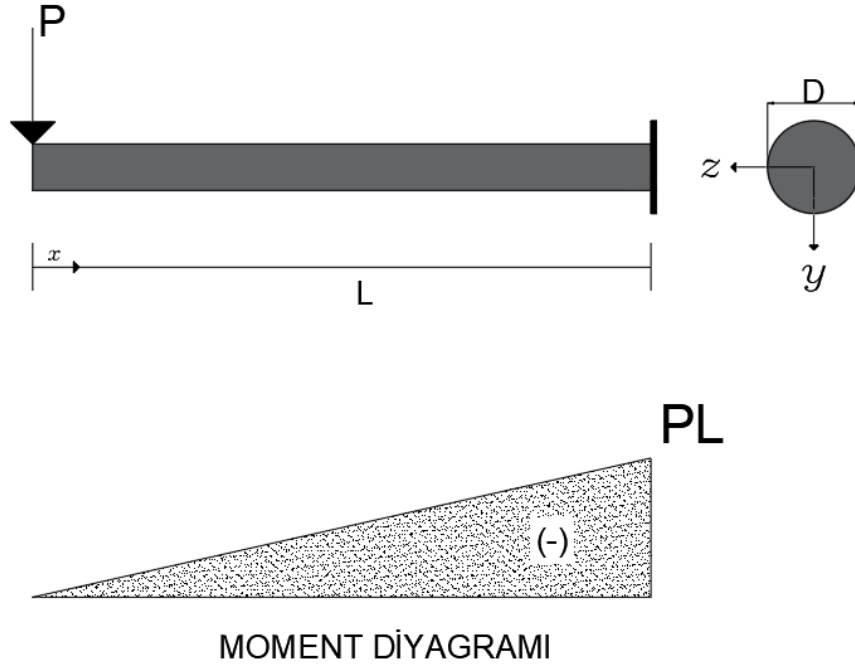


Şekil 4.21. KK tekil moment altında moment diyagramı

Şekil 4.21’de verilen tekil moment yüklemesi sonucunda oluşan değişen genişlikli ve yükseklikli kirişin hacim oranı $V_{oran}^b = \frac{V_b}{V_{sabit}} \times 100$ ve $V_{oran}^h = \frac{V_h}{V_{sabit}} \times 100$ bağıntıları yardımıyla 100 olarak hesaplanmıştır. Bu hesaplama sonucunda sabit kesitler ile değişken kesitler birbirine eşit olarak elde edilmiştir. Malzeme tasarrufu söz konusu olmamıştır.

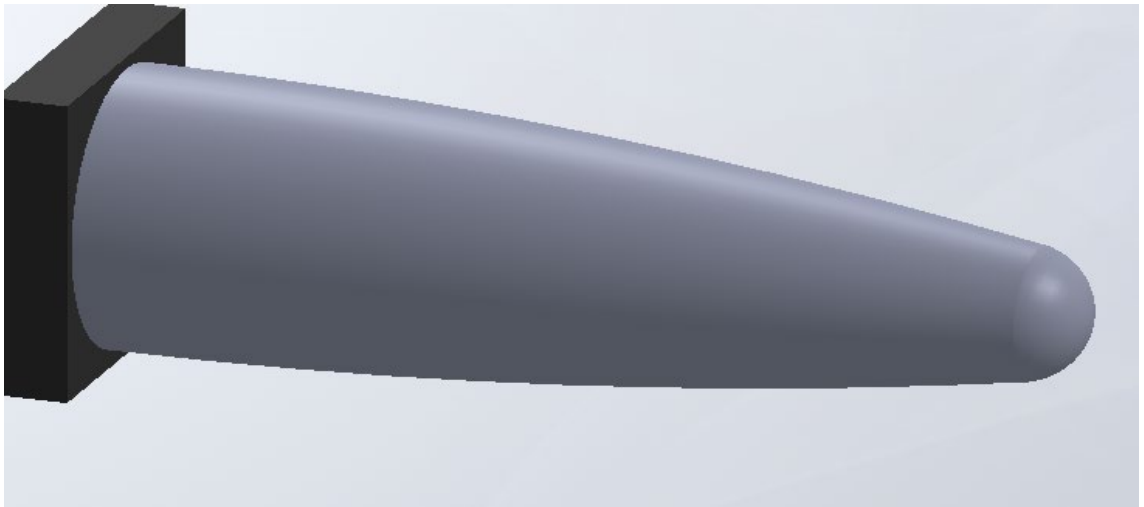
Çizelge 4.3. Kare kesite sahip kirişlerin çeşitli yükler altında hacimden yapılan tasarruflar

YÜK	KESİT ÖZELLİĞİ	HACİMDEN YAPILAN TASARRUF (%)
TEKİL YÜK	Genişliği değişen kesit	50
	Yüksekliği değişen kesit	33.3333
DÜZGÜN YAYILI YÜK	Genişliği değişen kesit	66.6667
	Yüksekliği değişen kesit	50
ÜÇGEN YAYILI YÜK	Genişliği değişen kesit	75
	Yüksekliği değişen kesit	60
TEKİL MOMENT	Genişliği ve Yüksekliği değişen-Sabit kesit	-

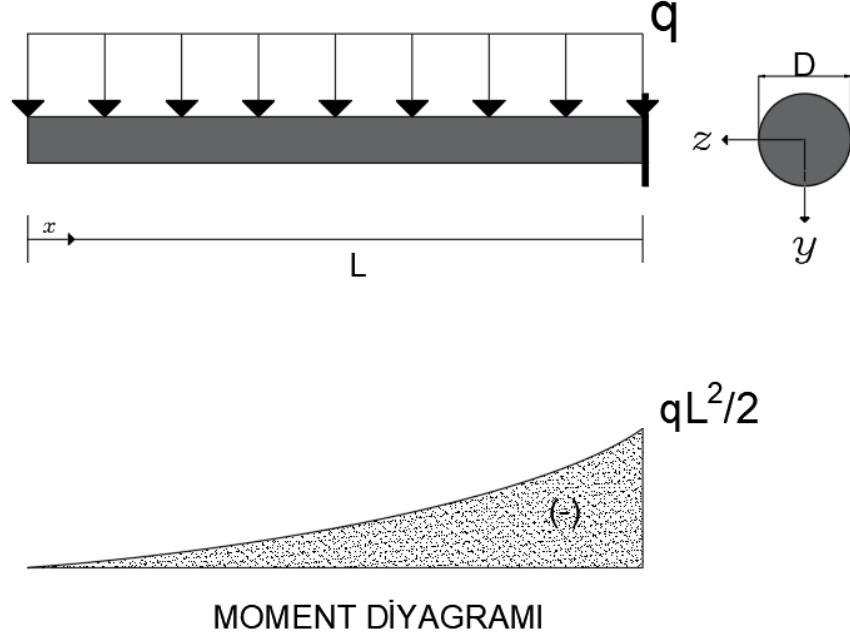


Şekil 4.22. DK tekil yük altında moment diyagramı

Şekil 4.22’de verilen tekil yükleme sonucunda oluşan değişen çapta kirişin hacim oranı $V_{oran}^d = \frac{V_d}{V_{sabit}} \times 100$ bağıntısı yardımıyla 42.8571 olarak hesaplanmıştır. Bu hesaplamada elde edilen yeni kirişte malzemeden %57.1429 tasarruf edilmiştir. Ayrıca moment diyagramındaki çizimin geometrisinden faydalanarak aşağıda 3 boyutlu yeni kirişin tasarımına ulaşılmıştır.

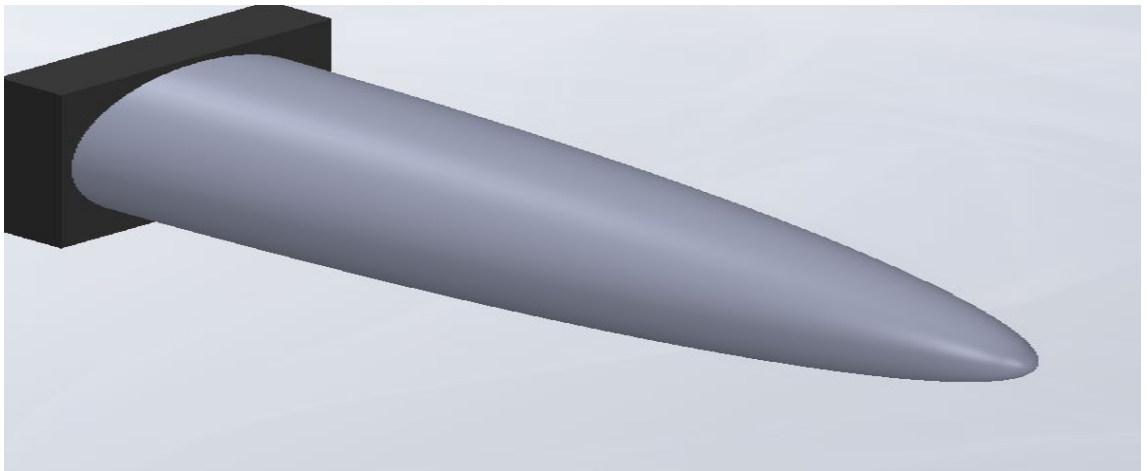


Şekil 4.23. DK tekil yük altında değişen çapta elde edilen kiriş

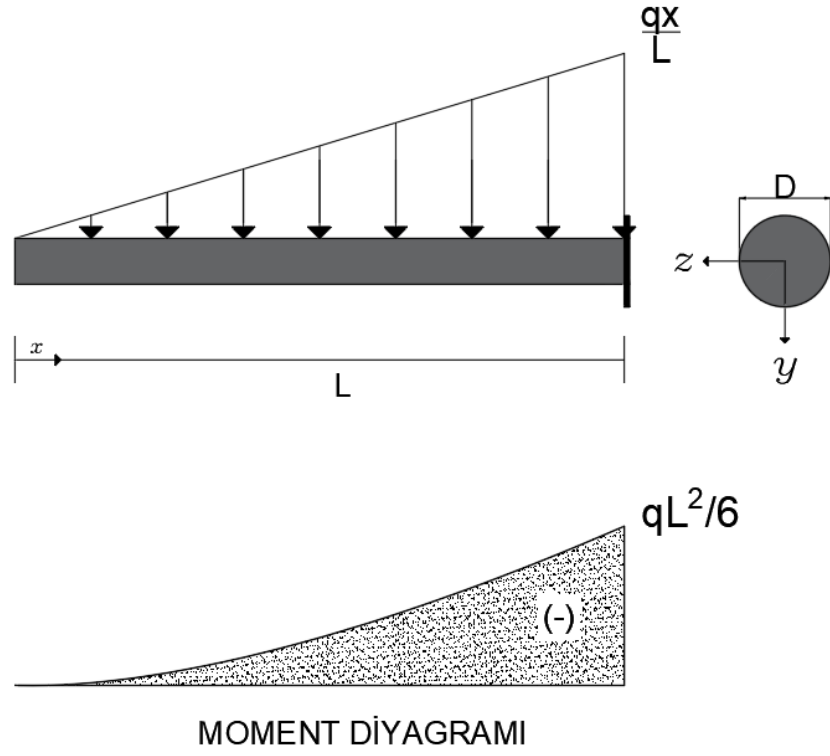


Şekil 4.24. DK düzgün yayılı yük altında moment diyagramı

Şekil 4.24'te verilen düzgün yayılı yükleme sonucunda oluşan değişen çapta kirişin hacim oranı $V_{oran}^d = \frac{V_d}{V_{sabit}} \times 100$ bağıntısı yardımıyla 27.2727 olarak hesaplanmıştır. Bu hesaplamada elde edilen yeni kirişte malzemedan %72.7273 tasarruf edilmiştir. Ayrıca moment diyagramındaki çizimin geometrisinden faydalanarak aşağıda 3 boyutlu yeni kirişin tasarımına ulaşılmıştır.

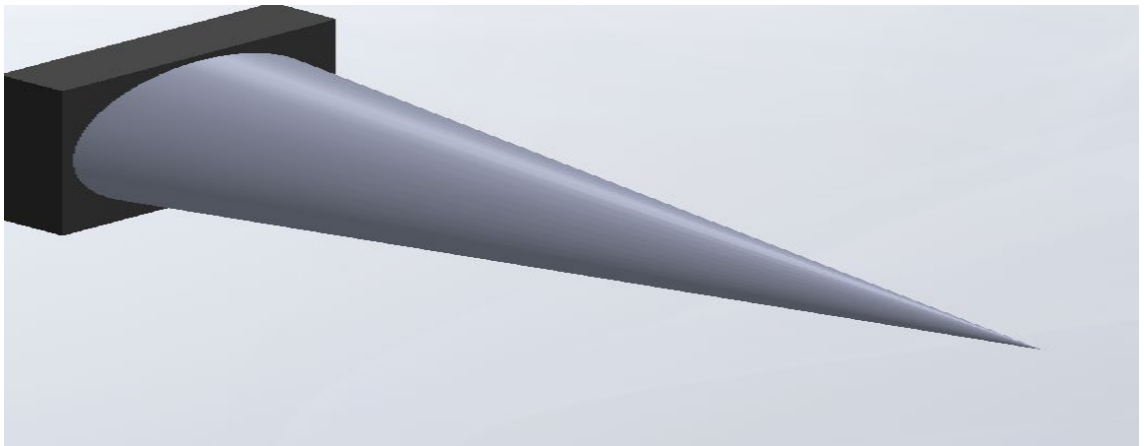


Şekil 4.25. DK düzgün yayılı yük altında değişen çapta elde edilen kiriş

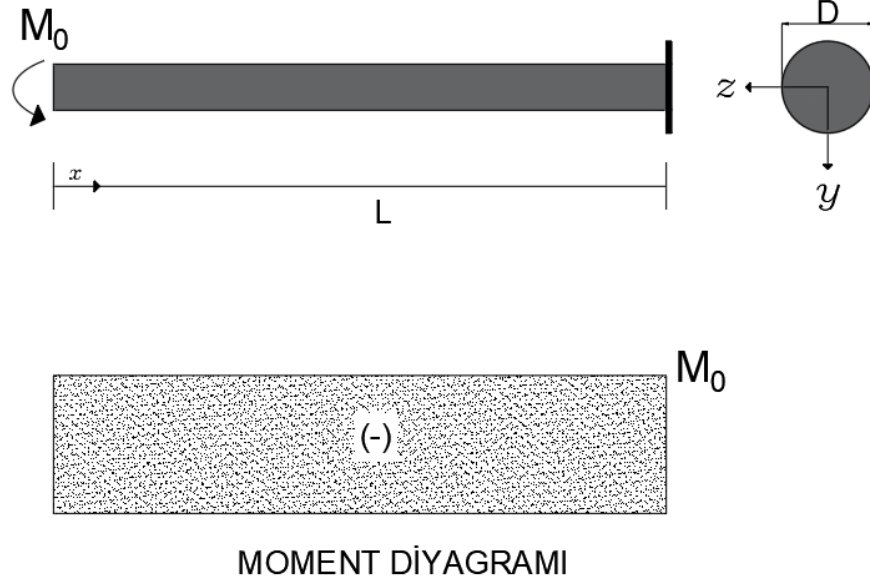


Şekil 4.26. DK üçgen yayılı yük altında moment diyagramı

Şekil 4.26’da verilen üçgen yayılı yükleme sonucunda oluşan değişen çapta kirişin hacim oranı $V_{oran}^d = \frac{V_d}{V_{sabit}} \times 100$ bağıntısı yardımıyla 20 olarak hesaplanmıştır. Bu hesaplamada elde edilen yeni kirişte malzemedan %80 tasarruf edilmiştir. Ayrıca moment diyagramındaki çizimin geometrisinden faydalanarak aşağıda 3 boyutlu yeni kirişin tasarımına ulaşılmıştır.



Şekil 4.27. DK üçgen yayılı yük altında değişen çapta elde edilen kiriş



Şekil 4.28. DK tekil moment altında moment diyagramı

Şekil 4.28’de verilen tekil moment yüklemesi sonucunda oluşan değişen çaptaki kirişin hacim oranı $V_{oran}^d = \frac{V_d}{V_{sabit}} \times 100$ bağıntısı yardımıyla 100 olarak hesaplanmıştır. Bu hesaplama sonucunda sabit kesitler ile değişken kesitler birbirine eşit olarak elde edilmiştir. Malzeme tasarrufu söz konusu olmamıştır.

Çizelge 4.4. Daire kesite sahip kirişlerin çeşitli yükler altında hacimden yapılan tasarruflar

YÜK	KESİT ÖZELLİĞİ	HACİMDEN YAPILAN TASARRUF (%)
TEKİL YÜK	Çapı değişen kesit	51.1429
DÜZGÜN YAYILI YÜK	Çapı değişen kesit	72.7273
ÜÇGEN YAYILI YÜK	Çapı değişen kesit	80
TEKİL MOMENT	Çapı değişen-Sabit kesit	-

5. SONUÇLAR

Günümüz şartları düşünüldüğünde mühendislikle ekonomi birbirinden ayrılmaz kavramlar olarak ele alınmıştır. Bu iki kavram tasarlanan yapıların güvenli ve ekonomik olmasını sağlamıştır. Gelişen teknolojiyle istenilen geometride yapılar inşa edilmiş ve yapısal analizleri kolaylıkla hesaplanmıştır.

Taşıyıcı yapı elemanı olarak adlandırılan kirişlerin tasarımında güvenli, dayanıklı ve ekonomik olmasına öncelik verilmiştir. Yapılan çalışmada çevresel etkiler de göz önünde bulundurularak daha ince kesitli kirişler tasarlanmıştır. Bu da elde bulunan malzemenin nakliye, depolama ve atık yönetim maliyetlerini olabildiğince en aza indirmiştir. Üretimde verimliliğin ve karlılığın artmasını sağlamıştır. Ayrıca tasarımın çevre korunmasına da pozitif etkileri olmuştur. Bu etkiler daha az enerji kullanımı, karbon salınımı, doğal kaynakların tüketimi ve atık üretimindeki azalma olarak sıralanabilmektedir.

Tez kapsamında eğilmeye maruz kirişler için çeşitli yükleme durumları kullanılmıştır. Bu yüklemelerle ekonomik enkesitler belirlenip deplasman değerleri hesaplanmıştır. Eğilme momenti bağıntıları ve moment diyagramları yükleme durumları için tek tek bulunmuştur. Bulunan bağıntılar ve çizimlerle ekonomik enkesitlerin çubuk eksenini boyunca değişimi gözlemlenmiştir. Bu aşamada kiriş boyunca dayanımın sabit olması kriteri dikkate alınmıştır. Deplasman değerlerinin elde edilmesinde ise Euler-Bernoulli kiriş teorisinden yararlanılmıştır.

Çalışmada tekil yük ile düzgün ve üçgen yayılı yükler kullanılmıştır. Yükler altında konsol kirişlerin hacim oranları ve deplasman değerleri hesaplanmıştır. Konsol kirişler sabit ve değişen olmak üzere kare ile daire kesitlerden oluşmuştur. Bu yükler altında elde edilen sonuçlar aşağıda sıralanmıştır.

- Tekil yükte değişen genişlikteki deplasman değerlerinin sabit genişliğe göre daha fazla olduğu görülmüştür. Kullanılan malzemeden ise %50 oranında tasarruf edilmiştir.
- Tekil yükte değişen yükseklikteki deplasman değerlerinin sabit yüksekliğe göre daha fazla olduğu görülmüştür. Kullanılan malzemeden ise %33.3333 oranında tasarruf edilmiştir.
- Düzgün yayılı yükte değişen genişlikteki deplasman değerlerinin sabit genişliğe göre daha fazla olduğu görülmüştür. Kullanılan malzemeden ise %66.6667 oranında tasarruf edilmiştir.
- Düzgün yayılı yükte değişen yükseklikteki deplasman değerlerinin sabit yüksekliğe göre daha fazla olduğu görülmüştür. Kullanılan malzemeden ise %50 oranında tasarruf edilmiştir.
- Üçgen yayılı yükte değişen genişlikteki deplasman değerlerinin sabit genişliğe göre daha fazla olduğu görülmüştür. Kullanılan malzemeden ise %75 oranında tasarruf edilmiştir.
- Üçgen yayılı yükte değişen yükseklikteki deplasman değerlerinin sabit yüksekliğe göre daha fazla olduğu görülmüştür. Kullanılan malzemeden ise %60 oranında tasarruf edilmiştir.

- Tekil yükte değişen çaptaki deplasman değerlerinin sabit çapa göre daha fazla olduğu görülmüştür. Kullanılan malzemeden ise %51.1429 oranında tasarruf edilmiştir.
- Düzgün yayılı yükte değişen çaptaki deplasman değerlerinin sabit çapa göre daha fazla olduğu görülmüştür. Kullanılan malzemeden ise %72.7273 oranında tasarruf edilmiştir.
- Üçgen yayılı yükte değişen çaptaki deplasman değerlerinin sabit çapa göre daha fazla olduğu görülmüştür. Kullanılan malzemeden ise %80 oranında tasarruf edilmiştir.
- Tekil momentte kare ve daire kesitli konsol kirişlerde değişen kesitleri ile sabit kesitlerinin deplasman ve hacim sonuçları eşit olarak hesaplanmıştır. Dolayısıyla burada kullanılan malzemelerde tasarruf edilmemiş ekonomik enkesit sabit genişlik ve yükseklik olarak kabul edilmiştir.

Konsol kirişlerde elde edilen bütün sonuçlarda eğilme momenti dikkate alınarak enkesitler belirlenmiştir. Sonuçlarda görüldüğü üzere serbest uçta enkesit alanı giderek sifıra yaklaşmaktadır. Dolayısıyla serbest uca yakın kısımlarda kesme kuvveti karşılanamaz. Konsol kirişlerde bu kesme kuvvetini karşılayabilmek için uygulamada kirişin serbest uç bölgesinde bir enkesit alanına ihtiyaç duyulduğu unutulmamalıdır.

Bu çalışmalardan elde edilen sonuçlar kirişlerde burkulma ve titreşim halleri için uygun kesitlerin belirlenebilmesinde yararlanılabileceğinin ayrıca çoklu malzeme tasarımları ile belirli limitler dahilinde makine öğrenim tekniklerinde de kullanılabileceği düşünülmektedir.

7. KAYNAKLAR

- Abu-Hilal, M. 2006. Dynamic response of a double Euler-Bernoulli beam due to a moving constant load. *Journal of Sound and Vibration*, 297(3–5): 477-491.
- AKGÖZ, B. 2019. RİTZ YÖNTEMİ İLE DEĞİŞKEN KESİTLİ KOLONLARIN BURKULMA ANALİZİ. *Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi*, 7(2): 452-458.
- Akgöz, B. 2019. Static stability analysis of axially functionally graded tapered micro columns with different boundary conditions. *Steel and Composite Structures*, 33(1): 133-142.
- Akgöz, B., Civalek, Ö. 2013a. Buckling analysis of linearly tapered micro-Columns based on strain gradient elasticity. *Structural Engineering and Mechanics*, 48(2): 195-205.
- Akgöz, B., Civalek, Ö. 2013b. Free vibration analysis of axially functionally graded tapered Bernoulli-Euler microbeams based on the modified couple stress theory. *Composite Structures*, 98: 314-322.
- Akgöz, B., Civalek, Ö. 2025. Size-dependent stability for embedded beams with variable cross section. *International Journal of Engineering Science*, 208.
- Akgöz, B., Civalek, Ö. 2022. Buckling Analysis of Functionally Graded Tapered Microbeams via Rayleigh–Ritz Method. *Mathematics*, 10(23): 4429.
- Anonim 1: <https://www.ntv.com.tr/dunya/gokdelenler-new-yorku-batiriyor,piuLNVh8gE-AH6zZEsrfgA> [Son erişim tarihi: 13.03.2025].
- Anonim 2: <https://www.worldhistory.org/image/5687/the-pyramids-giza-egypt/> [Son erişim tarihi: 13.03.2025].
- Anonim 3: <https://temizenerji.org/2022/03/18/ruzgar-turbini-kanatlari-atiksiz-olarak-geridonusturulebilecek/> [Son erişim tarihi: 14.03.2025].
- Anonim 4: <https://pixabay.com/tr/photos/helikopter-pervane-rotor-ih-u%C3%A7ak-5242082/> [Son erişim tarihi: 13.03.2025].
- Anonim 5: <https://ayder.com.tr/blog/dunyayi-gezmek-istiyorum/dunyayi-gezmek-istiyorum/20> [Son erişim tarihi: 15.03.2025].
- Anonim 6: <http://www.direkimalat.com/aydinlatma-diregi/> [Son erişim tarihi: 15.03.2025].
- Anonim 7: <https://insaatsektoru.net/kiris-nedir-kiris-cesitleri-nelerdir/> [Son erişim tarihi: 21.04.2025].
- Anonim 8: https://tr.wikipedia.org/wiki/Dosya:Lamine_ahsap_kirisler.jpg [Son erişim tarihi: 21.04.2025].
- Anonim 9: <https://www.hilti.com.tr/engineering/article/kompozit-dosemelerde-kaynaksiz-cozum/6zyxt4> [Son erişim tarihi: 21.04.2025].
- Anonim 10: <https://www.dehametal.com/t-profil-demirleri> [Son erişim tarihi: 22.04.2025].

- Anonim 11: <https://www.sinanefecelik.com.tr/tr/urun/1-kosebent.html> [Son erişim tarihi: 22.04.2025].
- Anonim 12: <https://www.karacametal.com/ipe-profil-nedir> [Son erişim tarihi: 19.05.2025].
- Anonim 13: <https://www.dehametal.com/dikdortgen-profiller> [Son erişim tarihi: 22.04.2025].
- Anonim 14: <https://www.roigcurvados.es/fr/types-de-produit/profile-structurel/item/103-profiles-ipe-ipn> [Son erişim tarihi: 21.04.2025].
- Anonim 15: <https://www.sanalsantiye.com/kiris-nedir-kiris-ornekleri/> [Son erişim tarihi: 23.04.2025].
- Anonim 16: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/3366198> [Son erişim tarihi: 23.04.2025].
- Anonim 17: <https://www.yafaprefabrik.com.tr/> [Son erişim tarihi: 23.04.2025].
- Anonim 18: <https://karprefabrik.com/detay/9/prefabrik-ongermeli-kopru-kirisi> [Son erişim tarihi: 21.04.2025].
- Anonim 19: <https://www.steelradar.com/eyfel-kulesi-nin-insasi-ne-kadar-surdu-82427/> [Son erişim tarihi: 10.06.2025]
- Avcar, M. 2014. Free Vibration Analysis of Beams Considering Different Geometric Characteristics and Boundary Conditions. *International Journal of Mechanics and Applications*, 4(3): 94-100.
- Biondi, B., Caddemi, S. 2005. Closed form solutions of Euler-Bernoulli beams with singularities. *International Journal of Solids and Structures*, 42(9–10): 3027-3044.
- Bokhari, A. H., Mahomed, F. M., Zaman, F. D. 2012. Invariant boundary value problems for a fourth-order dynamic Euler-Bernoulli beam equation. *Journal of Mathematical Physics*, 53(4).
- Chun, K. R. 1972. Free vibration of a beam with one end spring-hinged and the other free. In *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME* (Vol. 39, Issue 4): 1154-1155.
- Eberle, R., Oberguggenberger, M. 2022. A new method for estimating the bending stiffness curve of non-uniform Euler-Bernoulli beams using static deflection data. *Applied Mathematical Modelling*, 105: 514-533.
- Ece, M. C., Aydogdu, M., Taskin, V. 2007. Vibration of a variable cross-section beam. *Mechanics Research Communications*, 34(1): 78-84.
- Erozan, İ. 2018. Mühendisler ve Yöneticiler için Mühendislik Ekonomisi. Gazi Kitabevi: Ders Kitabı, Ankara, 384 s.
- Ghayesh, M. H., Farokhi, H. 2018. Bending and vibration analyses of coupled axially functionally graded tapered beams. *Nonlinear Dynamics*, 91(1): 17-28.
- Maurizi, M. J., Rossi, R. E., Reyes, J. A. 1976. Vibration frequencies for a uniform beam with one end spring-hinged and subjected to a translational restraint at the other end. In *Journal of Sound and Vibration* (Vol. 48, Issue 4): 565-568.

- Naguleswaran, S. 1992. Vibration of an Euler-Bernoulli beam of constant depth and with linearly varying breadth. *Journal of Sound and Vibration*, 153(3): 509-522.
- Öchsner, A. 2021. Euler–Bernoulli Beam Theory. In *Classical Beam Theories of Structural Mechanics*. 7-66.
- Shafiei, N., Kazemi, M. 2017. Buckling analysis on the bi-dimensional functionally graded porous tapered nano-/micro-scale beams. *Aerospace Science and Technology*, 66: 1-11.
- Shafiei, N., Kazemi, M., Ghadiri, M. 2016a. Comparison of modeling of the rotating tapered axially functionally graded Timoshenko and Euler-Bernoulli microbeams. *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures*, 83: 74-87.
- Shafiei, N., Kazemi, M., Ghadiri, M. 2016b. Nonlinear vibration of axially functionally graded tapered microbeams. *International Journal of Engineering Science*, 102: 12-26.
- Shafiei, N., Mousavi, A., Ghadiri, M. 2016. Vibration behavior of a rotating non-uniform FG microbeam based on the modified couple stress theory and GDQEM. *Composite Structures*, 149: 96-107.
- Sundararajan, C. 1979. Fundamental frequency of beams with elastic rotational restraints. In *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME* (Vol. 101, Issue 4): 711-712.
- Tari, H. 2013. On the parametric large deflection study of Euler-Bernoulli cantilever beams subjected to combined tip point loading. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 49: 90-99.
- Thambiratnam, D., Zhuge, Y. 1996. Free vibration analysis of beams on elastic foundation. *Computers and Structures*, 60(6): 971-980.
- Trahair, N. S. 2014. Bending and buckling of tapered steel beam structures. *Engineering Structures*, 59: 229-237.
- Yanık, F., Yaylı, M.O. 2015. Rijit Olmayan Sınır Koşullarında Elastik Zemine Oturan Bir Çubuğun Eksenel Titreşim Analizi. *Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 2(1): 35-44.
- Yu, H., Cai, C., Yuan, Y., Jia, M. 2017. Analytical solutions for Euler-Bernoulli Beam on Pasternak foundation subjected to arbitrary dynamic loads. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 41(8): 1091-1154.

ÖZGEÇMİŞ

Tuğba TAŞPINAR

ÖĞRENİM BİLGİLERİ

Yüksek Lisans 2022-2025	Akdeniz Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Antalya
Lisans 2012-2016	Karadeniz Teknik Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Trabzon

MESLEKİ VE İDARİ GÖREVLER

İnşaat Mühendisi 2024-Devam Ediyor	Milli Eğitim Bakanlığı Balıkesir İl Milli Eğitim Müdürlüğü
İnşaat Mühendisi 2023-2024	Balıkesir Valiliği YİKOB