

**T.C.
CELAL BAYAR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
MAKİNE TEORİSİ VE DİNAMİĞİ BİLİM DALI**

**İDEAL OLMAYAN SINIR ŞARTLARI ALTINDA
EKSENEL HAREKETLİ KİRİŞ TİTREŞİMİ**

Bilal USLU

**Danışman
Yrd. Doç. Dr. S. Murat BAĞDATLI**



MANİSA-2015

T.C.
CELAL BAYAR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
MAKİNE TEORİSİ VE DİNAMİĞİ BİLİM DALI

İDEAL OLMAYAN SINIR ŞARTLARI ALTINDA
EKSENEL HAREKETLİ KİRİŞ TİTREŞİMİ

Bilal USLU

Danışman
Yrd. Doç. Dr. S. Murat BAĞDATLI



MANİSA-2015

TEZ ONAYI

Bilal USLU tarafından hazırlanan "**İdeal Olmayan Sınır Şartları Altında Eksenel Hareketli Kiriş Titreşimi**" adlı tez çalışması 22/05/2015 tarihinde aşağıdaki jüri üyeleri önünde Celal Bayar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği **Anabilim Dalı**'nda **YÜKSEK LİSANS** olarak başarı ile savunulmuştur.

Danışman	Yrd. Doç. Dr. S. Murat BAĞDATLI Celal Bayar Üniversitesi	
Jüri Üyesi	Prof. Dr. Erdoğan ÖZKAYA Celal Bayar Üniversitesi	
Jüri Üyesi	Doç. Dr. Zeki KIRAL Dokuz Eylül Üniversitesi	

TAAHHÜTNAME

Bu tezin Celal Bayar Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü'nde, akademik ve etik kurallara uygun olarak yazıldığını ve kullanılan tüm literatür bilgilerinin referans gösterilerek tezde yer aldığını beyan ederim.

Bilal USLU

İÇİNDEKİLER

İÇİNDEKİLER.....	I
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	II
ŞEKİLLER DİZİNİ	III
TEŞEKKÜR	VIII
ÖZET	IX
ABSTRACT	X
1 GİRİŞ	1
2 HAREKET DENKLEMLERİNİN HAMILTON PRENSİBİ İLE ÇIKARILMASI	3
2.1 Denklemlerin Boyutsuzlaştırılması	7
3 LİNEER PROBLEM İÇİN ANALİTİK ÇÖZÜM.....	10
4 NONLİNEER PROBLEM	40
4.1 Lineer Kısım.....	43
4.2 Nonlinear Kısım	45
4.3 Hız Değişim Frekanslarının Farklı Durumları ve Kararlılık Analizleri	46
4.3.1 Temel Parametrik Rezonans (Ω 'nın 2ω 'ya yakın olduğu durum)	46
4.3.1.1 Çözülebilirlik Şartı	46
4.3.1.2 İntegral dışındaki terimlerin açık yazılması (Basit-Basit için)	48
4.3.1.3 İntegral dışındaki terimlerin açık yazılması (Ankastre – Ankastre için)	49
4.3.2 Ω 'nın 0'dan ve 2ω 'dan Uzak Olduğu Durum.....	68
4.3.3 Ω 'nın 0'a yakın olduğu durum	81
SONUÇLAR VE YORUMLAR	83
KAYNAKLAR.....	85
ÖZGEÇMİŞ.....	88

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

A : Kirişin kesit alanı

E : Elastisite modülü

I : Kütle ataleti

L : Kiriş uzunluğu

λ : Kararlılığı belirleyen özdeğerler

$\mathcal{L}$: Lagrangian

T : Kinetik enerji

V : Elastik potansiyel enerji

D_0, D_1 : Hızlı ve yavaş zaman ölçeklerine göre türevler

T_0, T_1 : Hızlı ve yavaş zaman ölçekleri

dt : Zamana göre türev

dx : Mekana göre türev

δ : Varyasyon

ε : Küçük pertürbasyon parametresi

ρ : Kirişin yoğunluğu

σ : Hız değişim frekansı tabii frekansın iki katına yakın olduğunu gösteren ayar parametresi

t^* : Boyutlu zaman değişkeni

v^* : Boyutlu eksenel hız

x^*, z^* : Boyutlu Kartezyen koordinatlar

a : Genlik

v_0 : Kirişin ortalama hızı

v_1 : Kiriş hızının değişim genliği

v_b : Kirişin uzunlamasına esnekliği (boyuna direngenlik)

v_f : Kiriş katsayısı (enine direngenliği)

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1 Basit Mesnet Durumu.....	11
Şekil 2 Ankastre Mesnet Durumu.....	11
Şekil 3 Eksenel hıza bağlı birinci tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.9$).....	12
Şekil 4 Eksenel hıza bağlı ikinci tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.9$).....	12
Şekil 5 Eksenel hıza bağlı üçüncü tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.9$).....	13
Şekil 6 Tabii frekansların ideal-ideal basit durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.9$).....	14
Şekil 7 Tabii frekansların ideal-ideal olmayan basit durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.9$).....	14
Şekil 8 Tabii frekansların ideal olmayan-ideal olmayan basit durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.9$).....	15
Şekil 9 Eksenel hıza bağlı birinci tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=0.9$).....	16
Şekil 10 Eksenel hıza bağlı ikinci tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=0.9$).....	16
Şekil 11 Eksenel hıza bağlı üçüncü tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=0.9$).....	17
Şekil 12 Tabii frekansların ideal-ideal basit durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=0.9$).....	18
Şekil 13 Tabii frekansların ideal-ideal olmayan basit durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=0.9$).....	18
Şekil 14 Tabii frekansların ideal olmayan-ideal olmayan basit durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=0.9$).....	19
Şekil 15 Eksenel hıza bağlı birinci tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=1.0$, $k=0.9$).....	20
Şekil 16 Eksenel hıza bağlı ikinci tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=1.0$, $k=0.9$).....	20
Şekil 17 Eksenel hıza bağlı üçüncü tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=1.0$, $k=0.9$).....	21
Şekil 18 Tabii frekansların ideal-ideal basit durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=1.0$, $k=0.9$).....	22
Şekil 19 Tabii frekansların ideal-ideal olmayan basit durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=1.0$, $k=0.9$).....	22
Şekil 20 Tabii frekansların ideal olmayan-ideal olmayan basit durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=1.0$, $k=0.9$).....	23
Şekil 21 Eksenel hıza bağlı birinci tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.1$) (__ ideal-ideal, - - - ideal-ideal olmayan, -.- ideal olmayan-ideal olmayan ankastre).....	24
Şekil 22 Eksenel hıza bağlı ikinci tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.1$) (__ ideal-ideal, - - - ideal-ideal olmayan, -.- ideal olmayan-ideal olmayan ankastre).....	24
Şekil 23 Eksenel hıza bağlı üçüncü tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.1$) (__ ideal-ideal - - - ideal-ideal olmayan, -.- ideal olmayan-ideal olmayan ankastre).....	25
Şekil 24 Tabii frekansların ideal-ideal ankastre durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.1$).....	26
Şekil 25 Tabii frekansların ideal-ideal olmayan ankastre durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.1$).....	26

Şekil 26 Tabii frekansların ideal olmayan-ideal olmayan ankastre durum için eksenel hızla bağlı değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.1$)	27
Şekil 27 Eksenel hızla bağlı birinci tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=0.1$) (__ ideal-ideal, - - - ideal-ideal olmayan, -.- ideal olmayan-ideal olmayan ankastre)	28
Şekil 28 Eksenel hızla bağlı ikinci tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=0.1$) (__ ideal-ideal, - - - ideal-ideal olmayan, -.- ideal olmayan-ideal olmayan ankastre)	28
Şekil 29 Eksenel hızla bağlı üçüncü tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=0.1$) (__ ideal-ideal, - - - ideal-ideal olmayan, -.- ideal olmayan-ideal olmayan ankastre)	29
Şekil 30 Tabii frekansların ideal-ideal ankastre durum için eksenel hızla bağlı değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=1$)	30
Şekil 31 Tabii frekansların ideal-ideal olmayan ankastre durum için eksenel hızla bağlı değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=0.1$)	30
Şekil 32 Tabii frekansların ideal olmayan-ideal olmayan ankastre durum için eksenel hızla bağlı değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=0.1$)	31
Şekil 33 Eksenel hızla bağlı birinci tabii frekansın değişim ($v_f=1.0$, $k=0.1$) (__ ideal-ideal, - - - ideal-ideal olmayan, -.- ideal olmayan-ideal olmayan ankastre)	32
Şekil 34 Eksenel hızla bağlı ikinci tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=1.0$, $k=0.1$) (__ ideal-ideal, - - - ideal-ideal olmayan, -.- ideal olmayan-ideal olmayan ankastre)	32
Şekil 35 Eksenel hızla bağlı üçüncü tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=1.0$, $k=0.1$) (__ ideal-ideal, - - - ideal-ideal olmayan, -.- ideal olmayan-ideal olmayan ankastre)	33
Şekil 36 İdeal ankastre-ideal ankastre durum için birinci, ikinci ve üçüncü tabii frekans grafiği ($v_f=1.0$, $k=1$)	34
Şekil 37 İdeal ankastre-ideal olmayan ankastre durum için birinci, ikinci ve üçüncü tabii frekans grafiği ($v_f=1.0$, $k=0.1$)	34
Şekil 38 İdeal olmayan ankastre-ideal olmayan ankastre durum için birinci, ikinci ve üçüncü tabii frekans grafiği ($v_f=1.0$, $k=0.1$)	35
Şekil 39 k 'nın değişimine bağlı olarak değişen birinci mod tabii frekans ($v_0=0.1$) ...	36
Şekil 40 k 'nın değişimine bağlı olarak değişen ikinci mod tabii frekans ($v_0=0.1$)	36
Şekil 41 k 'nın değişimine bağlı olarak değişen birinci mod tabii frekans ($v_0=0.1$) ...	38
Şekil 42 k 'nın değişimine bağlı olarak değişen ikinci mod tabii frekans ($v_0=0.1$)	38
Şekil 43 $k=0.1$ değerinde v_f 'nin farklı değerlerinde ideal olmayan sınır şartlarında basit mesnet için birinci mod tabii frekans grafiği (__ $v_f=0.2$, $v_f=0.6$, - - - $v_f=1.0$)	52
Şekil 44 $k=0.1$ değerinde v_f 'nin farklı değerlerinde ideal olmayan sınır şartlarında basit mesnet için ikinci mod tabii frekans grafiği (__ $v_f=0.2$, $v_f=0.6$, - - - $v_f=1.0$)	52

Şekil 45 $k=0.1$ değerinde v_f 'nin farklı değerlerinde ideal olmayan sınır şartlarında basit mesnet için üçüncü mod tabii frekans grafiği (____ $v_f=0.2$, $v_f=0.6$, - - - $v_f=1.0$).....	53
Şekil 46 $k=0.9$ değerinde v_f 'nin farklı değerlerinde ideal olmayan sınır şartlarında ankastre mesnet için birinci mod tabii frekans grafiği (____ $v_f=0.2$, $v_f=0.6$, - - - $v_f=1.0$).....	54
Şekil 47 $k=0.9$ değerinde v_f 'nin farklı değerlerinde ideal olmayan sınır şartlarında ankastre mesnet için ikinci mod tabii frekans grafiği (____ $v_f=0.2$, $v_f=0.6$, - - - $v_f=1.0$).....	54
Şekil 48 $k=0.9$ değerinde v_f 'nin farklı değerlerinde ideal olmayan sınır şartlarında ankastre mesnet için üçüncü mod tabii frekans grafiği (____ $v_f=0.2$, $v_f=0.6$, - - - $v_f=1.0$).....	55
Şekil 49 $k=0.1$ değerinde $v_f=0.2$ değerinde ideal sınır şartları (____) ve ideal olmayan sınır şartları (....) uygulanmış basit mesnet için birinci mod tabii frekans grafiği.....	56
Şekil 50 $k=0.1$ değerinde $v_f=0.2$ değerinde ideal sınır şartları (____) ve ideal olmayan sınır şartları (....) uygulanmış basit mesnet için ikinci mod tabii frekans grafiği.....	56
Şekil 51 $k=0.1$ değerinde $v_f=0.2$ değerinde ideal sınır şartları (____) ve ideal olmayan sınır şartları (....) uygulanmış basit mesnet için üçüncü mod tabii frekans grafiği.....	57
Şekil 52 $k=0.9$ değerinde $v_f=0.2$ değerinde ideal sınır şartları (____) ve ideal olmayan sınır şartları (....) uygulanmış ankastre mesnet için birinci mod tabii frekans grafiği	57
Şekil 53 $k=0.9$ değerinde $v_f=0.2$ değerinde ideal sınır şartları (____) ve ideal olmayan sınır şartları (....) uygulanmış ankastre mesnet için ikinci mod tabii frekans grafiği	58
Şekil 54 $k=0.9$ değerinde $v_f=0.2$ değerinde ideal sınır şartları (____) ve ideal olmayan sınır şartları (....) uygulanmış ankastre mesnet için üçüncü mod tabii frekans grafiği	58
Şekil 55 $v_f=0.2$ 'de ideal ve ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet durumunda hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (1. mod)	59
Şekil 56 $v_f=0.2$ 'de ideal ve ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet durumunda hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (2. mod)	59
Şekil 57 $v_f=0.2$ 'de ideal ve ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet durumunda hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (3. mod)	60
Şekil 58 $v_f=0.2$ 'de ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet durumunda farklı v_0 değerlerinde hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (1. mod)	60
Şekil 59 $v_f=0.2$ 'de ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet durumunda farklı v_0 değerlerinde hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (2. mod)	61
Şekil 60 $v_f=0.2$ 'de ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet durumunda farklı v_0 değerlerinde hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (3. mod)	61
Şekil 61 $v_0=0.1$ 'de ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet durumunda farklı v_f değerlerinde hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (1.mod).....	62
Şekil 62 $v_f=0.2$ 'de ideal ve ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnet durumunda hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (1.mod)	63
Şekil 63 $v_f=0.2$ 'de ideal ve ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnet durumunda hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (2.mod)	63

Şekil 64 $\nu_f=0.2$ 'de ideal ve ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnet durumunda hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (3.mod)	64
Şekil 65 $\nu_f=0.2$ 'de ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnet durumunda farklı ν_0 değerlerinde hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (1.mod).....	65
Şekil 66 $\nu_f=0.2$ 'de ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnet durumunda farklı ν_0 değerlerinde hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (2.mod).....	65
Şekil 67 $\nu_f=0.2$ 'de ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnet durumunda farklı ν_0 değerlerinde hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (3.mod).....	66
Şekil 68 $\nu_0=0.1$ 'de ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet durumunda farklı ν_f değerlerinde hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (1.mod).....	67
Şekil 69 ν_f değişimine göre ideal ve ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet için nonlinear frekansın genliğe bağlı değişimi (1.mod, ___ideal , _._.ideal olmayan).....	70
Şekil 70 $\nu_f=0.2$ değerinde ν_0 'ın 0.1, 0.5 ve 1.0 değerlerinde ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet için nonlinear frekansın genliğe bağlı değişimi (1. mod).....	70
Şekil 71 $\nu_f=0.2$ değerinde ν_0 'ın 0.1, 0.5 ve 1.0 değerlerinde ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet için nonlinear frekansın genliğe bağlı değişimi (2. mod).....	71
Şekil 72 $\nu_f=0.2$ değerinde ν_0 'ın 0.1, 0.5 ve 1.0 değerlerinde ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet için nonlinear frekansın genliğe bağlı değişimi (3. mod).....	71
Şekil 73 ν_f değişimine göre ideal ve ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnet için nonlinear frekansın genliğe bağlı değişimi (1.mod, ___ideal , _._.ideal olmayan).....	72
Şekil 74 $\nu_f=0.2$ değerinde ν_0 'ın 0.1, 0.5 ve 1.0 değerlerinde ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnet için nonlinear frekansın genliğe bağlı değişimi (1. Mod).....	73
Şekil 75 $\nu_f=0.2$ değerinde ν_0 'ın 0.1, 0.5 ve 1.0 değerlerinde ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnet için nonlinear frekansın genliğe bağlı değişimi (2. Mod).....	73
Şekil 76 $\nu_f=0.2$ değerinde ν_0 'ın 0.1, 0.5 ve 1.0 değerlerinde ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnet için nonlinear frekansın genliğe bağlı değişimi (3. Mod).....	74
Şekil 77 Ankastre mesnet için ideal olmayan sınır şartlarının analitik çözüm ve perturbasyon çözümüne uygulanmış birinci mod tabii frekans grafiği ($\nu_f=0.2$, $\nu_0=0.1$) (___ analitik çözüm, - - - perturbasyon çözümü)	75
Şekil 78 Ankastre mesnet için ideal olmayan sınır şartlarının analitik çözüm ve perturbasyon çözümüne uygulanmış ikinci mod tabii frekans grafiği ($\nu_f=0.2$, $\nu_0=0.1$) (___ analitik çözüm, - - - perturbasyon çözümü)	75

Şekil 79 Ankastre mesnet için ideal olmayan sınır şartlarının analitik çözüm ve perturbasyon çözümüne uygulanmış üçüncü mod tabii frekans grafiği ($\nu_f=0.2$, $\nu_0=0.1$) (___ analitik çözüm, - - - perturbasyon çözümü)	76
Şekil 80 Ankastre mesnet için ideal olmayan sınır şartlarının şartlarının analitik çözüm ve perturbasyon çözümüne uygulanmış birinci mod tabii frekans grafiği ($\nu_f=0.6$, $\nu_0=0.1$) (___ analitik çözüm, - - - perturbasyon çözümü).....	77
Şekil 81 Ankastre mesnet için ideal olmayan sınır şartlarının şartlarının analitik çözüm ve perturbasyon çözümüne uygulanmış ikinci mod tabii frekans grafiği ($\nu_f=0.6$, $\nu_0=0.1$) (___ analitik çözüm, - - - perturbasyon çözümü).....	77
Şekil 82 Ankastre mesnet için ideal olmayan sınır şartlarının şartlarının analitik çözüm ve perturbasyon çözümüne uygulanmış üçüncü mod tabii frekans grafiği ($\nu_f=0.6$, $\nu_0=0.1$) (___ analitik çözüm, - - - perturbasyon çözümü).....	78
Şekil 83 Ankastre mesnet için ideal olmayan sınır şartlarının analitik çözüm ve perturbasyon çözümüne uygulanmış birinci mod tabii frekans grafiği ($\nu_f=1.0$, $\nu_0=0.1$) (___ analitik çözüm, - - - perturbasyon çözümü)	79
Şekil 84 Ankastre mesnet için ideal olmayan sınır şartlarının şartlarının analitik çözüm ve perturbasyon çözümüne uygulanmış ikinci mod tabii frekans grafiği ($\nu_f=1.0$, $\nu_0=0.1$) (___ analitik çözüm, - - - perturbasyon çözümü)	79
Şekil 85 Ankastre mesnet için ideal olmayan sınır şartlarının şartlarının analitik çözüm ve perturbasyon çözümüne uygulanmış üçüncü mod tabii frekans grafiği ($\nu_f=1.0$, $\nu_0=0.1$) (___ analitik çözüm, - - - perturbasyon çözümü).....	80

TEŞEKKÜR

Çalışmamın her aşamasında bana destek olan, bilgi ve deneyimleri ile yol gösteren, bilgi ve tecrübesi ile lisansüstü öğrenim hayatımın tüm zorlu aşamalarında maddi manevi her yönden yardımcı olan, tecrübeleri ile beni aydınlatan ve desteğini hiç eksik etmediği için danışman hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. S. Murat BAĞDATLI'ya teşekkür ederim.

Kendisini tanımaktan büyük onur duyduğum sabır ve anlayışını eksik etmeyen danışman hocamın eşi Sayın Yrd. Doç. Dr. Aytunga BAĞDATLI'ya, teşekkür ederim.

Bilgisini, tecrübesini ve yol göstericiliğini esirgemediği için Sayın Prof. Dr. Erdoğan ÖZKAYA'ya teşekkür ederim.

Lisansüstü öğrenimim boyunca destekleyen, her konuda kolaylık sağlayan Sayın Prof. Dr. Mehmet Ali YURDUSEV'e teşekkür ederim.

Çalışmalarıma destek olan Arş. Gör. Duygu Çömen'e teşekkür ederim.

Desteğini esirgemeyen, çalışmam boyunca hep yanımda olan biricik eşime teşekkür ederim.

Öğrenim hayatım boyunca beni maddi ve manevi destekleyen ve hep yanımda olan aileme yürekten teşekkür ederim.

Bilal USLU
Manisa, 2015

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

İDEAL OLMAYAN SINIR ŞARTLARINA SAHİP EKSENEL HAREKETLİ KİRİŞ TİTREŞİMİ

Bilal USLU

**Celal Bayar Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı**

Danışman: Yrd. Doç. Dr. S. Murat Bağdatlı

Bu çalışmada eksenel hareketli ideal olmayan basit ve ankastre mesnetli kirişler ele alınmıştır. Hamilton prensibi kullanılarak hareket denklemleri elde edilmiştir. En genel nonlinear hareket denklemleri, giriş uzamalarından kaynaklanan nonlinear etkiler dikkate alınarak elde edilmiştir. Perturbasyon metotlarından çok zaman ölçekli metot kullanılarak yaklaşık çözümler bulunmuştur. Perturbasyon serisinin ilk terimi lineer problemi vermektedir. Lineer problemin çözümü ile eksenel hız değerleri ve ideal ve ideal olmayan sınır şartları için tabi frekanslar tam olarak hesaplanmıştır. Analitik çözümler ile perturbasyon çözümleri karşılaştırılıp, grafikler ile gösterilmiştir. İkinci mertebeye ortaya çıkan nonlinear terimler, lineer probleme düzeltme terimleri getirir.

Hız değişim frekansının sıfıra ve tabii frekansın iki katından uzak olduğu, hız değişim frekansının sıfıra yakın olduğu ve hız değişim frekansının tabi frekansın iki katına yakın olması durumları basit ve ankastre mesnet için ayrı ayrı incelenmiştir. ve hız değişim frekansının tabi frekansın iki katına yakın olması durumunda temel parametrik rezonans durumu ortaya çıkar. Temel parametrik rezonans durumu incelenmiş ve her durum için kararlılık analizi yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Eksenel hareket, perturbasyon analizi, giriş titreşimleri, nonlinear titreşim, ideal olmayan sınır şartları

2015, 102 sayfa

ABSTRACT

M.Sc. Thesis

Vibration of Axially Moving Beam With Non-Ideal Boundary Conditions

Bilal USLU

**Celal Bayar University
Graduate School of Applied and Natural Sciences
Department of Mechanical Engineering**

Supervisor: Asst. Prof. Dr. S. Murat BAĞDATLI

In this study, axially moving non-ideal simple and clamped support beams have been considered. Equation of motion have been obtained by using Hamilton equations. The most general nonlinear equations of motion have been derived by considering the nonlinear effects which derived from the extension beams. Approximate solutions have been found by using time-scaled method rather than perturbation method. The first term of perturbation series are to give the linear problem. Natural frequencies have been exactly calculated by using the solution of linear problem and axially velocity values in addition to the ideal and non-ideal boundary conditions. Analytic results and perturbation solutions have been compared and shown via graphs. The nonlinear terms which occur in the second level add correction terms to the linear equation.

It has been separately examined for simple and fixed support that velocity of change frequency is away to zero and also away from the twice of natural frequency, velocity of change frequency is close to zero, velocity of change frequency is close to twice of natural frequency. In the situation that velocity of change frequency is close to twice of natural frequency, basic parametric resonance situation occurs. Parametric resonance situation has analyzed and stability analysis have done for each condition.

Keywords: axially moving, perturbation analysis, beam vibrations, non ideal support conditions

2015, 102 pages

1 GİRİŞ

Birçok araştırmacı tarafından eksenel hareketli sürekli ortam titreşimleri teknolojik önemleri nedeniyle uzun zamandır araştırılmaktadır. Yürüyen bantlar, akışkan taşıyan borular, cam elyaflar, zincirler, kirişler, kayış-kasnak sistemleri, yüksek hızlı manyetik ve kağıt şeritler teknolojik önemi olan örneklerdir. Sistemlerin tabii frekansını hesaplarken sistemleri lineer kabul etmek hesaplamalarda büyük kolaylık sağlar fakat sonuçlar sağlıklı olmaz. Çünkü hiçbir sistem lineer hareket etmez. Bu nedenle lineer sonuçlar bizi yanıltabilir. Yaptığımız çalışmada uzamadan meydana gelen nonlinear etkileride hesaba kattık.

Lineer ve nonlinear kiriş titreşimleri konusunda birçok çalışma yapılmıştır. 1979'a kadar yapılan çalışmalar Nayfeh ve Mook [1] tarafından özetlenmiştir. Birçok araştırmacı tarafından uçların hareket etmemesinden kaynaklanan nonlinear davranış incelenmiştir [2-3]. Özkaya ve arkadaşları [4] uzamalardan kaynaklanan etkileri dikkate alarak elde ettikleri nonlinear denkleme, ayrıca sönüm ve zorlama etkilerini de dikkate alarak çözmüşlerdir. Denklemleri çok zaman ölçekli metodu kullanarak elde etmişlerdir. Özkaya ve Pakdemirli [5] ankastre mesnetli kütle kiriş problemini incelemişlerdir. Ulsoy [6] iki ayrı uzantılı eksenel hareketli malzemelerde uzantılar arası etkileşimleri incelemiştir. Dowell [7] basit mesnetlenmiş bir kiriş ve bu kiriş üzerindeki bir kütle-yay sisteminin serbest titreşimlerini yaklaşık çözüm teknikleri ile incelemiştir. Wickert ve Mote [8] hareketli şerit ve kirişlerin enine titreşimlerini incelemişlerdir. Wickert [9] gergin kiriş problemini ele almıştır. Atıf yapılan çalışmaların hepsinde eksenel hız sabit alınmıştır. Quasi [10-11] basit ve ankastre mesnetlenmiş kirişlerin nonlinear titreşimlerini seri yaklaşımını kullanarak elde etmiş ve sonuçları mevcut durumlar ile karşılaştırmıştır. Hareketli sürekli ortamlarda değişken hıza ait ilk denklemleri Miranker [12] elde etmişti. Pelicano ve Zirilli [13] eksenel hareketli kirişlerin nonlinear titreşimlerini incelemişlerdir. Öz ve ark. [14] basit-basit mesnetlenmiş, nonlinear titreşimlere sahip eksenel hareketli bir kirişe, zorlama frekansı değişik durumlarına göre kararlılık analizleri yapmışlardır. Pakdemirli ve Boyacı [15] lineer hareket denklemlerini ele alarak eksenel hareketli kiriş için ideal olmayan sınır şartlarını incelemişlerdir. Pakdemirli ve Boyacı [16] uçlardaki mesnetlerin arasından ideal olmayan şartlar getiren bir mesnet ile

mesnetlenmiş bir kirişin nonnlineer titreşimlerini incelemişlerdir. Öz [17] ve Özkaya ve Öz [18] enine direngenliğin az olduğu şeritten kirişe geçiş durumunu farklı metotlarla incelemişlerdir. Bu çalışmalarda eksenel hareketli kirişlerin değişken hızlı, temel parametrik ve rezonans durumları pertürbasyon yöntemi ile incelenmiştir. Bağdatlı ve ark. [19] eksenel hareketli kiriş için farklı sınır şartlarının ve farklı rezonans durumlarının kombinasyonunu araştırmışlardır. Yurttaş ve ark. [20-21] eksenel hareketli şeritte ideal olmayan sınır şartları ve çoklu mesnet durumu için lineer olmayan titreşimleri elde etmişlerdir. Bağdatlı ve Uslu [22] ideal olmayan sınır şartlarını basit ve ankastre mesnet üzerinde tartışmışlardır. Lee [23] Euler-Bernoulli ve Timoshenko kirişlerine ideal olmayan sınır şartlarının etkilerini incelemiştir.

Bu çalışmada, hareket denklemleri ve sınır şartları Hamilton Prensibi kullanılarak elde edilmiştir. Denklemlerin çözümü için pertürbasyon tekniklerinden çok zaman ölçekli metot kullanılmıştır. Bu denklemler boyutsuzlaştırılarak, denklemlerin geometrik yapıya ve malzeme özelliklerine olan bağımlılığı ortadan kaldırılmıştır. Kiriş hızına, mesnet çeşidine bağlı olarak tabii frekans analizi yapılmıştır. Sonuçlar grafikler halinde gösterilmiştir. Kiriş uzamasından ve eğilme momenti etkilerinden kaynaklanan nonlineer terimler dikkate alınmıştır ve çözümleri incelenmiştir. Nonlineer terimlerin tabii frekansa etkileri değişik durumlar için hesaplanmıştır. Hız değişim frekansının tabii frekansın iki katına yakın olduğu, sıfırdan ve tabii frekansın iki katından uzak olduğu durumlar incelenmiştir. Hız değişim frekansının tabii frekansın iki katına yakın olması durumu temel parametrik rezonans durumudur. Bu durum detaylı bir şekilde incelenmiştir.

2 HAREKET DENKLEMLERİNİN HAMILTON PRENSİBİ İLE ÇIKARILMASI

Bu kısımda hareket denklemleri Hamilton Prensibi kullanılarak çıkartılmıştır. Denklemlerde kullanılan türev gösterimleri ise şöyledir.

$(\dot{}) = \frac{\partial}{\partial t}$: Zamana göre türevi temsil ediyor

$()' = \frac{\partial}{\partial x}$: Konuma göre türevi temsil ediyor

Sistemin Langrangian'ını hesaplamaya geçmeden önce uzama etkileri ve sistemin toplam hızları hesaplanacaktır. Uzama etkilerini hesaplamak için Şekil 2.2'de dx^* uzunluğunda bir parça göz önüne alınmıştır. Titreşim esnasında uzunluk

$$F(x,y) \quad \frac{\partial F^*}{\partial x^*} = \frac{\partial F^*}{\partial x^*} \frac{\partial x^*}{\partial t^*} + \frac{\partial F^*}{\partial y^*} \frac{\partial y^*}{\partial t^*}$$

$$F(x,t) \quad \frac{\partial F^*}{\partial x^*} = \frac{\partial F^*}{\partial x^*} \frac{\partial x^*}{\partial t^*} + \frac{\partial F^*}{\partial y^*} \frac{\partial y^*}{\partial t^*}$$

x ve z yönündeki hızları şöyle bulunur.

$$\frac{du^*}{dx^*} = \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \cdot \frac{dx^*}{dt^*} + \frac{\partial u^*}{\partial t^*} 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{du^*}{dt^*} = \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \frac{dx^*}{dt^*} = \dot{u}^* + u^{*'} v^* \quad (2.1)$$

$$\frac{dw^*}{dx^*} = \frac{\partial w^*}{\partial x^*} \cdot \frac{dx^*}{dt^*} + \frac{\partial w^*}{\partial t^*} 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{dw^*}{dt^*} = \frac{\partial w^*}{\partial t^*} + \frac{\partial w^*}{\partial x^*} \frac{dx^*}{dt^*} = \dot{w}^* + w^{*'} v^* \quad (2.2)$$

Yatayda toplam hız: $u^{*'} v^* + \dot{u}^* + v^*$

Düşeyde toplam hız: $w^{*'} v^* + \dot{w}^*$

Kinetik enerji ve potansiyel enerji şu şekilde yazılabilir.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho A [(\dot{u}^* + u^{*'} v^* + v^*)^2 + (\dot{w}^* + w^{*'} v^*)^2] dx^* \quad (2.3)$$

$$V = \frac{1}{2}EA \int_0^L (u^{*'} + \frac{1}{2}w^{*'}{}^2)^2 dx + \frac{1}{2}EI \int_0^L w^{*''2} dx + \frac{1}{2} \int_0^L P(u^{*'} + \frac{1}{2}w^{*'}{}^2) dx^* \quad (2.4)$$

Denklem (2.4)'te birinci integral şekil değıştirme, ikinci integral eğilme, üçüncü integral ise eksenel gerilmeyle ilgilidir. Denklem (2.3) ve (2.4)'te ρ kirişin yoğunluğunu, A kirişin her bir parçasının kesit alanını, E elastisite modülünü, I kirişin atalet momentini göstermektedir. Sistemin Lagrangian'ı kinetik enerji ve potansiyel enerji farkıdır.

$$\mathcal{L} = T - V \quad (2.5)$$

Hamilton Prensipleri ise Lagrangian'ın zaman üzerinden integralinin varyasyonunun sıfır olduğunu belirtmektedir.

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L} dt = 0 \quad (2.6)$$

Denklem (2.3) (2.4) denklem (2.5)'e yerleştirilir ve Lagrangian yazıldıktan sonra bütün ifade (2.6)'ya yerleştirilirse

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \left\{ \frac{1}{2} \rho A \left[\dot{w}^* + w^{*'} v^* \right]^2 + \left[\dot{u}^* + u^{*'} v^* + v^{*'} \right]^2 - \frac{1}{2} EA \left(u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'}{}^2 \right)^2 - \frac{1}{2} EI w^{*''2} - \frac{1}{2} P \left(u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'}{}^2 \right) \right\} dx^* dt^* = 0 \quad (2.7)$$

elde edilir. Denklem (2.7)'nin varyasyonu alınırsa,

$$\begin{aligned}
& \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \left\{ \rho A \left(\left(\dot{w}^* + w^{*'} v^* \right) \left(\delta \dot{w}^* + v^* \delta w^{*'} + w^{*'} \delta v^* \right) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \left(\dot{u}^* + u^{*'} v^* + v^* \right) \left(\delta \dot{u}^* + v^* \delta u^{*'} + u^{*'} \delta v^* + \delta v^* \right) \right) \right. \\
& \quad \left. - EA \left(u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'}{}^2 \right) \left(\delta u^{*'} + w^{*'} \delta w^{*'} \right) \right. \\
& \quad \left. - EI w^{*''} \delta w^{*''} - P \left(\delta u^{*'} + w^{*'} \delta w^{*'} \right) \right\} dx^* dt^* = 0
\end{aligned} \tag{2.8}$$

elde edilir. Eksenel hızı belirli bir fonksiyon seçeceğimiz için " $\delta v^* = 0$ " olacaktır.

$$\begin{aligned}
& \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \left\{ \rho A \left(\left(\dot{w}^* + w^{*'} v^* \right) \delta \dot{w}^* + \left(\dot{w}^* + w^{*'} v^* \right) v^* \delta w^{*'} + \left(\dot{u}^* + u^{*'} v^* + v^* \right) \delta \dot{u}^* \right. \right. \\
& \quad \left. \left(\dot{u}^* + u^{*'} v^* + v^* \right) v^* \delta u^{*'} \right) - EA \left(u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'}{}^2 \right) \delta u^{*'} - \left(u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'}{}^2 \right) w^{*'} \delta w^{*'} \\
& \quad \left. - EI w^{*''} \delta w^{*''} - P \delta u^{*'} - P w^{*'} \delta w^{*'} \right\} dx^* dt^* = 0
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Denklem (2.9)'a kısmi integrasyon işlemleri uygulanırsa denklem (2.10) elde edilir.

$$\begin{aligned}
& \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \left\{ -\rho A \left(\ddot{w}^* + 2\dot{w}^{*'} v^* + w^{*'} \dot{v}^* + w^{*''} v^{*2} \right) \right. \\
& \quad \left. + EA \left(u^{*''} w^{*'} + \frac{3}{2} w^{*'}{}^2 w^{*''} + u^{*'} w^{*''} \right) - EI w^{*iv} + P w^{*''} \right\} \delta w^* dx^* dt^* \\
& + \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \left\{ -\rho A \left(\dot{v}^* + \ddot{u}^* + 2\dot{u}^{*'} v^* + u^{*'} \dot{v}^* + u^{*''} v^{*2} \right) + EA \left(u^{*''} + w^{*'} w^{*''} \right) \right\} \delta u^* dx^* dt^* \\
& + \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \rho A \left(\dot{w}^* + w^{*'} v^* \right) v^* - EA \left(u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'}{}^2 \right) w^{*'} + EI w^{*''''} - P w^{*'} \right\} \delta w^* \Big|_0^L dt^* \\
& + \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \rho A \left(v^* + \dot{u}^* + u^{*'} v^* \right) v^* - EA \left(u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'}{}^2 \right) - P \right\} \delta u^* \Big|_0^L dt^* \\
& - \int_{t_1}^{t_2} EI w^{*''} \delta w^{*'} \Big|_0^L dt^* = 0
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Yukarıdaki iki katlı integralin sıfır olabilmesi için ancak ve ancak " δw " ve " δu " katsayılarının sıfıra eşit olması ile mümkündür. Buradan iki eşitlik elde edilir.

$\delta w^* dx^* dt^*$, nin katsayısı

$$\begin{aligned} & -\rho A \left(\ddot{w}^* + 2\dot{w}^* \dot{v}^* + w^{*'} \dot{v}^* + w^{*''} v^{*2} \right) + EA \left(u^{*''} w^{*'} + \frac{3}{2} w^{*'} w^{*''} + u^{*'} w^{*''} \right) \\ & - EI w^{*iv} + P w^{*''} = 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

$\delta u^* dx^* dt^*$, nin katsayısı

$$-\rho A \left(\ddot{u}^* + \dot{v}^* + 2\dot{u}^* \dot{v}^* + u^{*'} \dot{v}^* + u^{*''} v^{*2} \right) + EA \left(u^{*''} + w^{*'} w^{*''} \right) = 0 \quad (2.12)$$

olarak elde edilir. Bu iki denklem hareket denklemleri olmaktadır. Sınır şartları ise geriye kalan terimlerin sıfıra eşitlenmesiyle bulunur.

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \rho A \left(\dot{w}^* v^* + w^{*'} v^{*2} \right) - EA \left(u^{*'} w^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'} w^{*''} \right) + EI w^{*'''} - P w^{*'} \right\} \delta w^* \Big|_0^L dt^* = 0 \quad (2.13)$$

Yukarıdaki denklemin sıfıra eşit olabilmesi için ya parantez içi ya da δw^* 'nın $x=0$ ve $x=L$ için sıfır olması gerekir.

$$\delta w^*(0) = 0, \quad \delta w^*(L) = 0 \quad (2.14)$$

İkinci olarak;

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \rho A \left(v^{*2} + \dot{u}^* v^* + u^{*'} v^{*2} \right) - EA \left(u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'} w^{*''} \right) - P \right\} \delta u^* \Big|_0^L dt^* = 0 \quad (2.15)$$

Bu denkleminde sıfıra eşit olabilmesi için parantezin içinin ya da δu^* 'nın $x=0$ ve $x=L$ için sıfır olması gerekmektedir.

$$\delta u^*(0)=0, \quad \delta u^*(L)=0 \quad (2.16)$$

Son olarak;

$$-EI \int_{t_1}^{t_2} w^{*''} \delta w^{*'} \Big|_0^L dt = 0 \quad (2.17)$$

Bu denklem için sınır şartları da

$$w^{*''}(0)=0, \quad w^{*''}(L)=0 \quad (2.18)$$

olmaktadır.

2.1 Denklemlerin Boyutsuzlaştırılması

Denklemlerimizin ve çözümlerimizin malzeme yapısından ve geometrik yapısından bağımsız olabilmesi ve sonuçların genel olabilmesi için denklemlerin boyutsuzlaştırılması gerekir. Bunun için aşağıdaki boyutsuz değişkenler tanımlanmıştır;

$$w = \frac{w^*}{L}, \quad u = \frac{u^*}{L}, \quad x = \frac{x^*}{L}, \quad t = \sqrt{\frac{P}{\rho A L^2}} t^*, \quad v = \frac{v^*}{\sqrt{P/\rho A}},$$

$$v_b^2 = \frac{EA}{P}, \quad v_f^2 = \frac{EI}{PL^2}$$

(2.19)

Yukarıda v_f boyuna direngenliği, v_b enine direngenliği göstermektedir. v^* eksenel hızı durgun kirişteki dalga hızı ile boyutsuzlaştırılmıştır. Bu ifadeler yerine yazılırsa boyutsuz hareket denklemleri şu şekilde elde edilir;

$$\begin{aligned}
& -\frac{P}{L} \left(\ddot{w} + 2\dot{w}'v + w'\dot{v} + w''v^2 \right) + \frac{EA}{L} \left(u''w' + \frac{3}{2}w'^2w'' + u'w'' \right) \\
& -\frac{EI}{L^3} w^{iv} + \frac{P}{L} w'' = 0
\end{aligned} \tag{2.20}$$

$$-\frac{P}{L} \left(\ddot{u} + \dot{v} + 2\dot{u}'v + u'\dot{v} + u''v^2 \right) - \frac{EA}{L} \left(u'' + w'w'' \right) = 0 \tag{2.21}$$

Denklem (2.20) ve (2.21) $-L/P$ ile çarpılıp tekrar düzenlenirse;

$$\begin{aligned}
& \left(\ddot{w} + 2\dot{w}'v + w'\dot{v} + w''v^2 \right) - \frac{EA}{P} \left(u''w' + \frac{3}{2}w'^2w'' + u'w'' \right) \\
& -\frac{EI}{PL^2} w^{iv} - w'' = 0
\end{aligned} \tag{2.22}$$

$$\left(\ddot{u} + \dot{v} + 2\dot{u}'v + u'\dot{v} + u''v^2 \right) - \frac{EA}{P} \left(u'' + w'w'' \right) = 0 \tag{2.23}$$

Burada $v_b^2 = \frac{EA}{P}$ ve $v_f^2 = \frac{EI}{PL^2}$ olarak tanımlamıştık. Bu ifadeler yerine yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa;

$$\left(\ddot{w} + 2\dot{w}'v + w'\dot{v} + w''v^2 \right) - \left(w' \left(1 + v_b^2 \left(u' + \frac{1}{2}w'^2 \right) \right) \right)' + v_f^2 w^{iv} = 0 \tag{2.24}$$

$$\dot{v} + \ddot{u} + \dot{u}'v + u'\dot{v} + u''v^2 + v_b^2 \left[u' + \frac{w'^2}{2} \right]' = 0 \tag{2.25}$$

$$\text{Not: } \left(w' \left(1 + v_b^2 \left(u' + \frac{1}{2}w'^2 \right) \right) \right)' = w'' + v_b^2 \left(u'w'' + u''w' + \frac{3}{2}w'^2w'' \right) \tag{2.26}$$

Boyuna titreşimler, enine titreşimlerden önemli ölçüde daha hızlı yayıldığı için $v_b^2 \gg 1$ alınır. Öyleyse birinci kısım, ikinci kısımdan çok küçüktür.

$$\left(u' + \frac{1}{2}w'^2\right)' = 0 \quad (2.27)$$

Yukarıdaki denklemin x'e göre integrali alınırsa,

$$c(t) = \left(u' + \frac{1}{2}w'^2\right) = \frac{1}{2} \int_0^1 w'^2 dx \quad (2.28)$$

elde edilir.

$$\left(\ddot{w} + 2\dot{w}'v + w'\dot{v} + w''v^2\right) + \left(w' \left(1 + v_b^2 \left(u' + \frac{1}{2}w'^2\right)\right)\right)' + v_f^2 w^{iv} = 0 \quad (2.29)$$

u' yerine yazılır.

$$\left(\ddot{w} + 2\dot{w}'v + w'\dot{v} + w''v^2\right) + \left(w' \left(1 + v_b^2 \left(\frac{1}{2} \int_0^1 w'^2 dx - \frac{1}{2}w'^2 + \frac{w'^2}{2}\right)\right)\right)' + v_f^2 w^{iv} = 0 \quad (2.30)$$

Denklem (2.30)'da türevli kısım çözülürse,

$$\left(\ddot{w} + 2\dot{w}'v + w'\dot{v} + w''v^2\right) + \left(w'' + \frac{1}{2}v_b^2 w'' \int_0^1 w'^2 dx\right) + v_f^2 w^{iv} = 0 \quad (2.31)$$

elde edilir. Son olarak gerekli düzenlemeler yapılırsa eksenel hareketli kiriş için nonlinear diferansiyel genel hareket denklemi elde edilir.

$$\left(\ddot{w} + 2\dot{w}'v + w'\dot{v}\right) + (v^2 - 1)w'' + v_f^2 w^{iv} = \frac{1}{2}v_b^2 w'' \int_0^1 w'^2 dx \quad (2.32)$$

3 LİNEER PROBLEM İÇİN ANALİTİK ÇÖZÜM

Bu kısımda k parametresinin sınır şartlarına ve frekansa olan etkileri araştırılmıştır. Bunun denklem (2.32) sağ tarafı sıfır alarak ve $v=v_0$ kabul ile çözümler elde edilmiştir. Bu durumda denklem (2.32) aşağıdaki yazılabilir.

$$\left(\ddot{w} + 2\dot{w}'v_0 + w'\dot{v}_0\right) + (v_0^2 - 1)w'' + v_f^2 w^{iv} = 0 \quad (3.1)$$

$$w(x, t) = T(t)Y(x) = Ae^{i\omega t}Y(x) + k.e. \quad (3.2)$$

Denklem (3.2) çözüm fonksiyonunu, denklem (3.1)'e yerleştirirsek mekana bağlı hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$v_f^2 Y^{iv} + (v_0^2 - 1)Y'' + 2i\omega v_0 Y' - \omega^2 Y = 0 \quad (3.3)$$

Denklem (3.3) için denklem (3.4)'i çözüm olarak önerebiliriz.

$$Y(x) = c_1 e^{i\beta_1 x} + c_2 e^{i\beta_2 x} + c_3 e^{i\beta_3 x} + c_4 e^{i\beta_4 x} \quad (3.4)$$

Sınır şartları ise aşağıdaki gibidir. [22][23]

$$Y(0) = 0 \quad (1-k)Y'(0) - kY''(0) = 0 \quad Y(1) = 0 \quad Y''(1) = 0 \quad (3.5)$$

Denklem (3.4), denklem (3.3)'te yerine yazılırsa saçılma denklemi elde edilir.

$$\begin{aligned} & \left[v_f^2 \beta_1^4 + (1 - v_0^2)\beta_1^2 - 2v_0\omega\beta_1 - \omega^2\right]c_1 e^{i\beta_1 x} + \\ & \left[v_f^2 \beta_2^4 + (1 - v_0^2)\beta_2^2 - 2v_0\omega\beta_2 - \omega^2\right]c_2 e^{i\beta_2 x} + \\ & \left[v_f^2 \beta_3^4 + (1 - v_0^2)\beta_3^2 - 2v_0\omega\beta_3 - \omega^2\right]c_3 e^{i\beta_3 x} + \\ & \left[v_f^2 \beta_4^4 + (1 - v_0^2)\beta_4^2 - 2v_0\omega\beta_4 - \omega^2\right]c_4 e^{i\beta_4 x} = 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$v_f^2 \beta_n^4 + (1 - v_0^2)\beta_n^2 - 2v_0\omega\beta_n - \omega^2 \quad (n=1,2,3,4) \quad (3.7)$$

Bu denklem düzenlenir ve matris formda yazılır.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ (1-k)\beta_1 + k\beta_1^2 & (1-k)\beta_2 + k\beta_2^2 & (1-k)\beta_3 + k\beta_3^2 & (1-k)\beta_4 + k\beta_4^2 \\ e^{i\beta_1} & e^{i\beta_2} & e^{i\beta_3} & e^{i\beta_4} \\ -\beta_1^2 e^{i\beta_1} & -\beta_2^2 e^{i\beta_2} & -\beta_3^2 e^{i\beta_3} & -\beta_4^2 e^{i\beta_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Sınır şartları ise aşağıdaki gibidir.[22]



$$Y(0) = 0$$

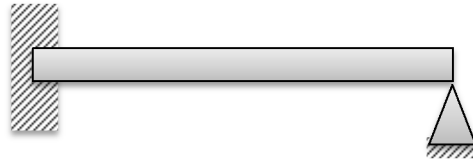
$$Y(1) = 0$$

$$(1-k)Y'(0) - kY''(0) = 0$$

$$(1-k)Y'(1) + kY''(1) = 0$$

Şekil 1 Basit Mesnet Durumu

k parametresinin değişimine göre sınır şartları ideal ve ideal olmayan durum olarak değişiklik gösterir. k parametresi 0.9'dan 1'e doğru ilerledikçe ideal olmayan basit mesnet durumundan ideal basit mesnet durumuna geçer.



$$Y(0) = 0$$

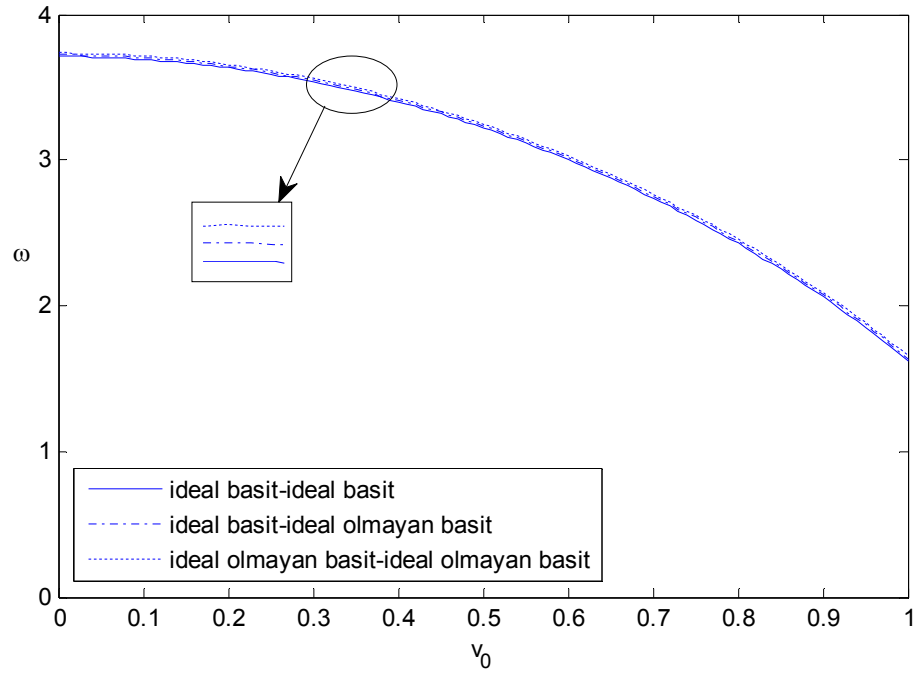
$$Y(1) = 0$$

$$(1-k)Y'(0) - kY''(0) = 0$$

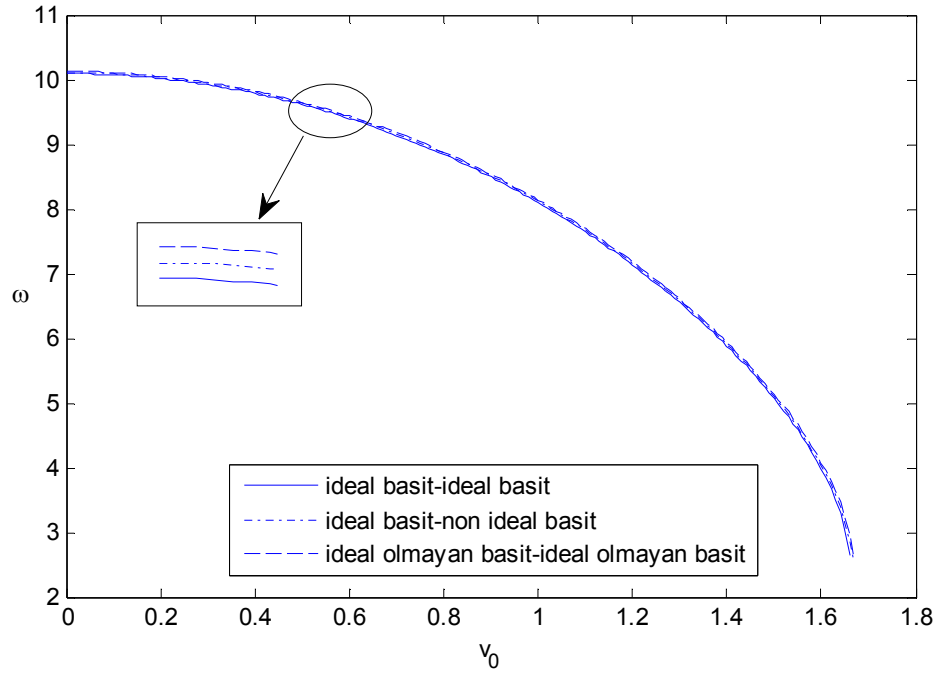
$$(1-k)Y'(1) + kY''(1) = 0$$

Şekil 2 Ankastre Mesnet Durumu

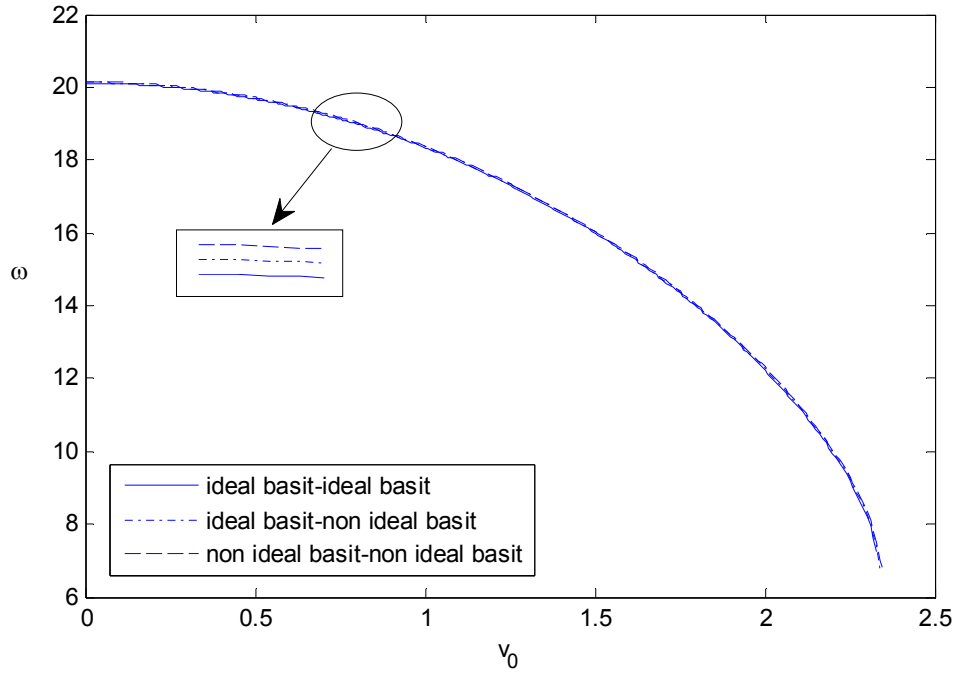
k parametresinin değişimine göre sınır şartları ideal ve ideal olmayan durum olarak değişiklik gösterir. k parametresi 0'dan 0.1'e doğru ilerledikçe ideal ankastre mesnet durumundan ideal olmayan ankastre mesnet durumuna geçer.



Şekil 3 Eksenel hıza bağlı birinci tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.9$)

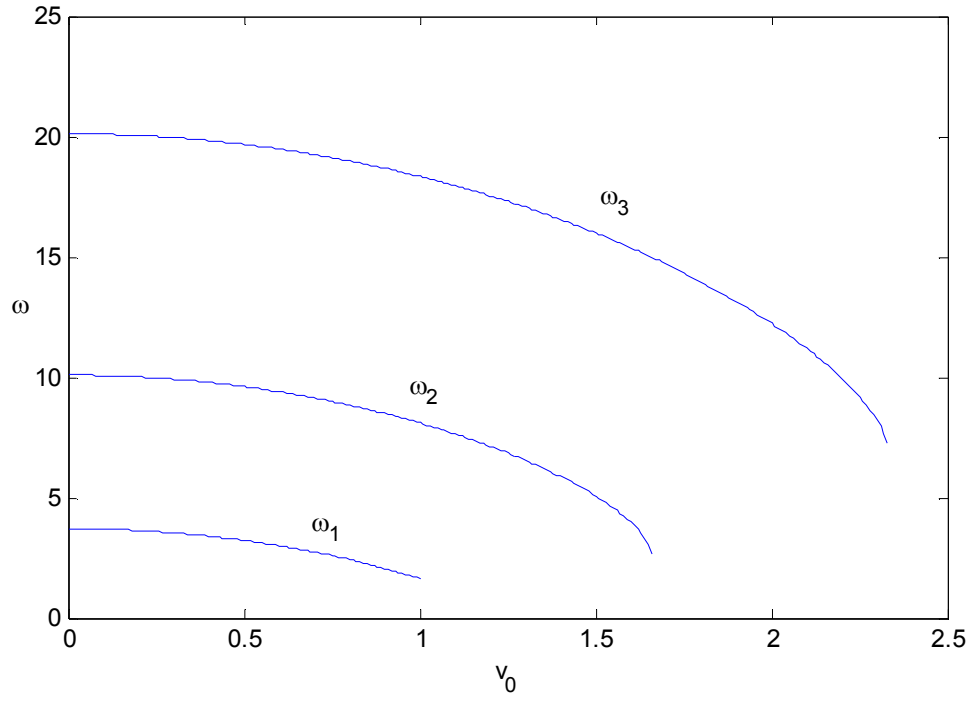


Şekil 4 Eksenel hıza bağlı ikinci tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.9$)

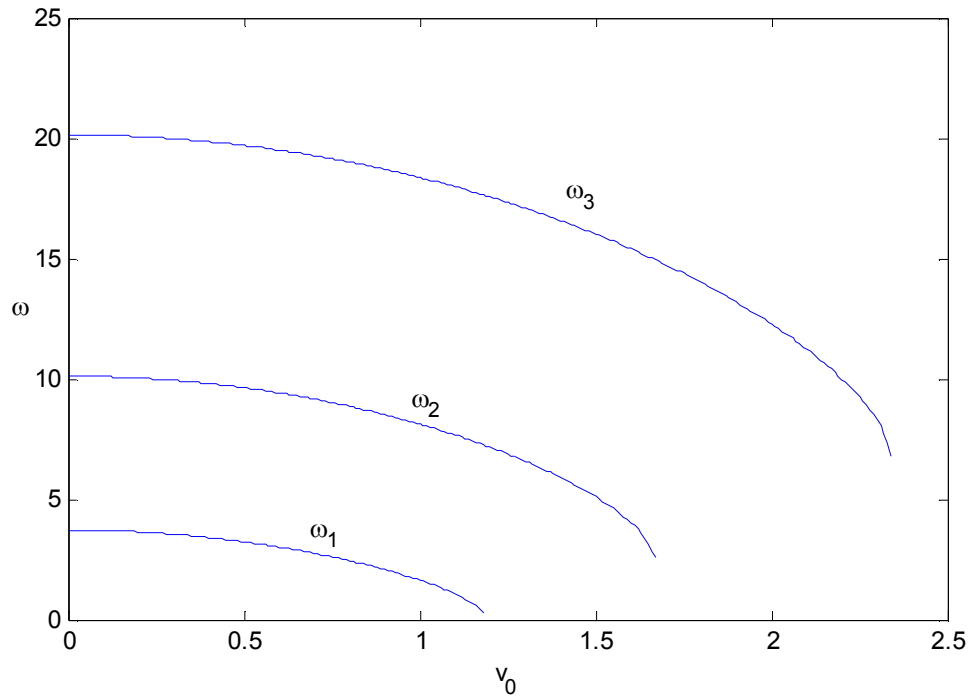


Şekil 5 Eksenel hıza bağlı üçüncü tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.9$)

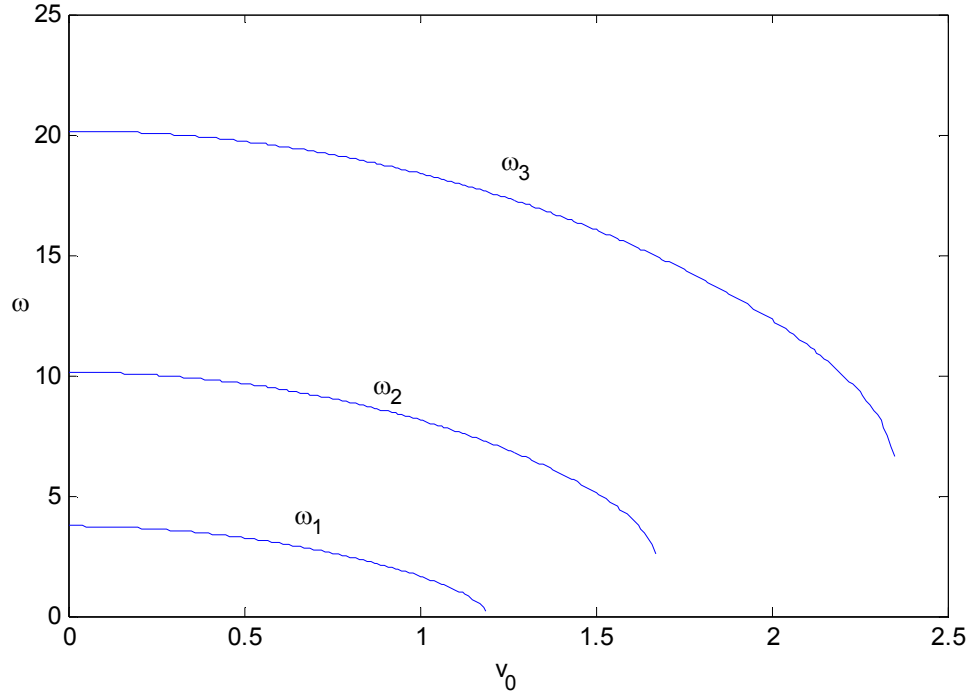
Eksenel hızın (v_0) değişimine bağlı olarak değişen $v_f = 0.2$ sabit değerinde birinci (Şekil 3), ikinci (Şekil 4) ve üçüncü (Şekil 5) tabi frekanlarının ideal-ideal, ideal-ideal olmayan ve ideal olmayan-ideal olmayan durumlar için grafikleri verilmiştir. Eksenel hızın artmasıyla her üç durumda da tabi frekans değerlerinde azalma görülmüştür.



Şekil 6 Tabii frekansların ideal-ideal basit durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.9$)

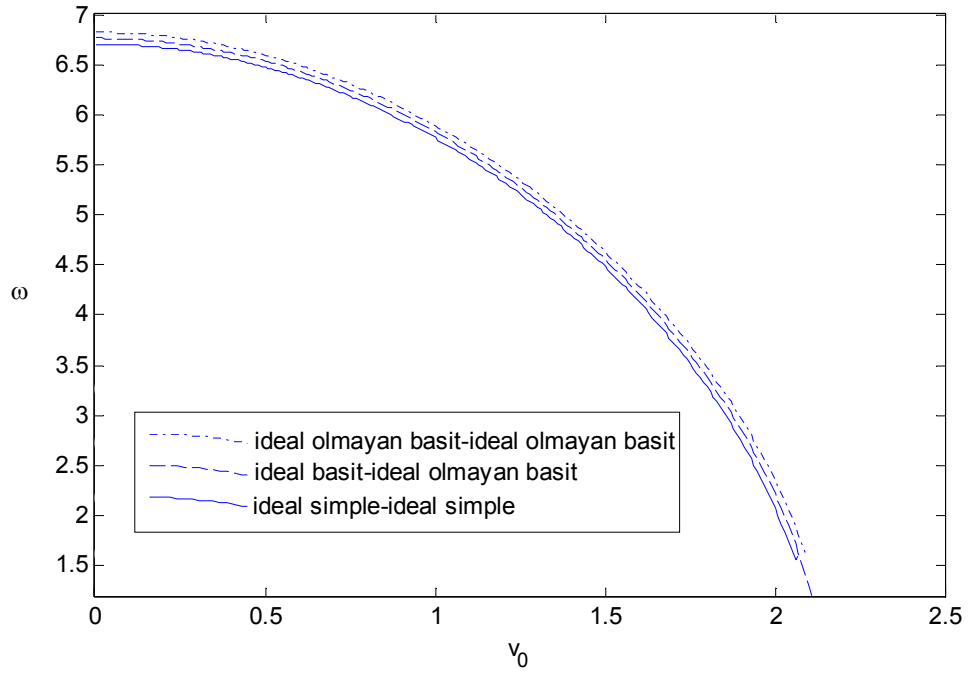


Şekil 7 Tabii frekansların ideal-ideal olmayan basit durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.9$)

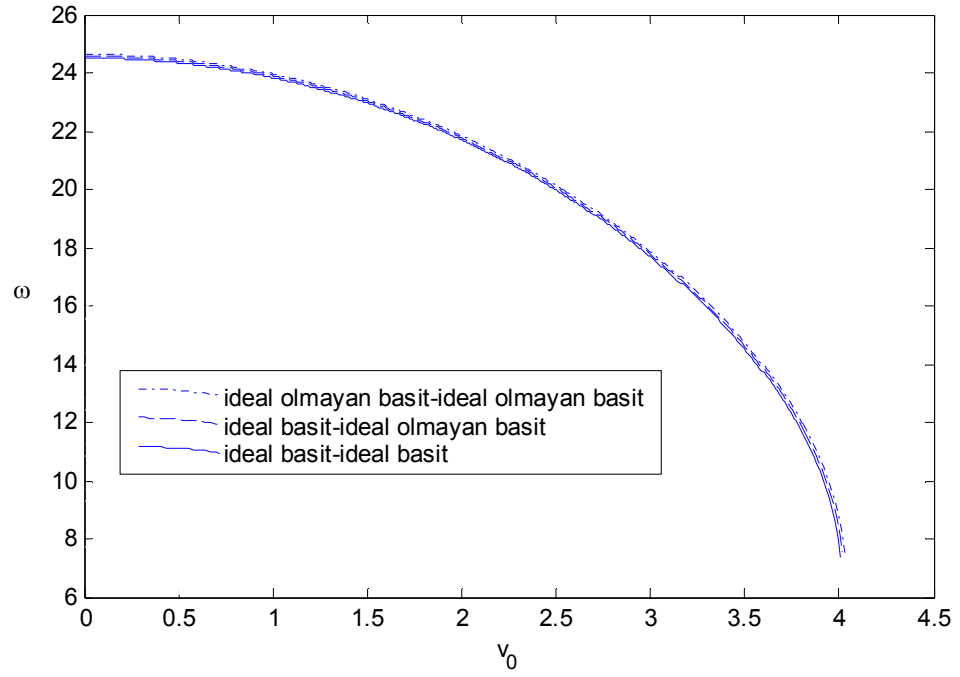


Şekil 8 Tabii frekansların ideal olmayan-ideal olmayan basit durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.9$)

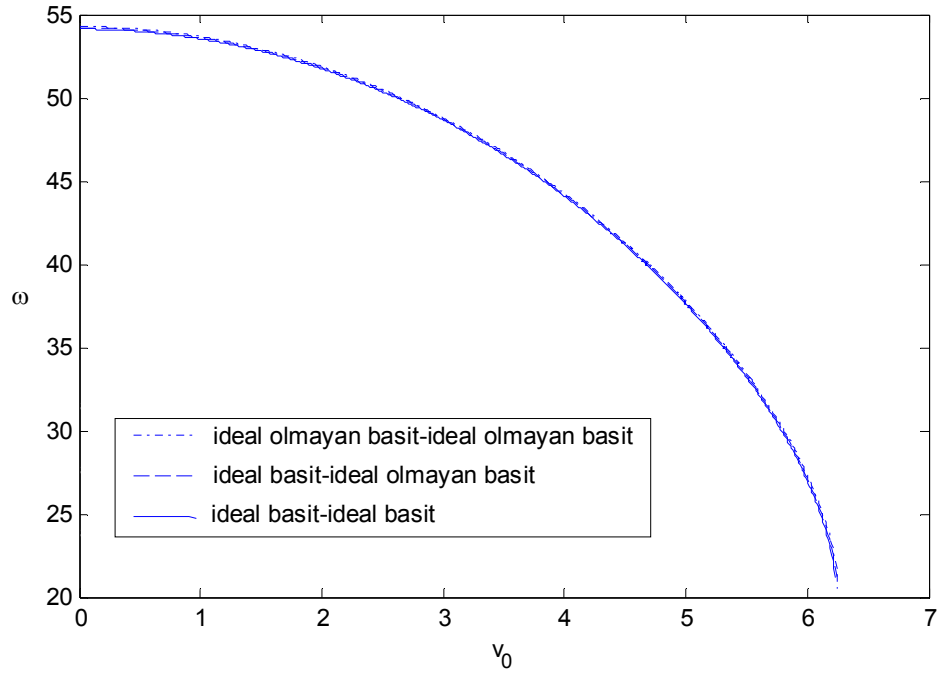
Eksenel hızın (v_0) değişimine bağlı olarak değişen $v_f = 0.2$ sabit değerinde ideal-ideal (Şekil 6), ideal-ideal olmayan (Şekil 7), ideal olmayan-ideal olmayan (Şekil 8) durumlar için birinci, ikinci ve üçüncü tabi frekans grafiği verilmiştir. Eksenel hızın artmasıyla ilk üç tabi frekans değerlerinde azalma görülmüştür.



Şekil 9 Eksenel hıza bağlı birinci tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=0.9$)

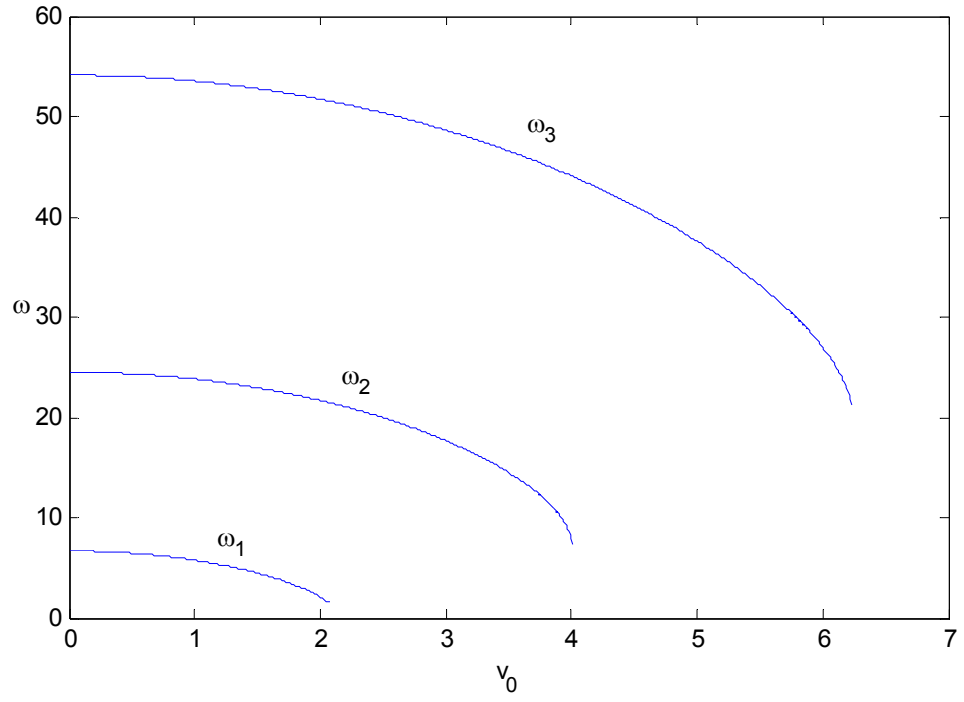


Şekil 10 Eksenel hıza bağlı ikinci tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=0.9$)

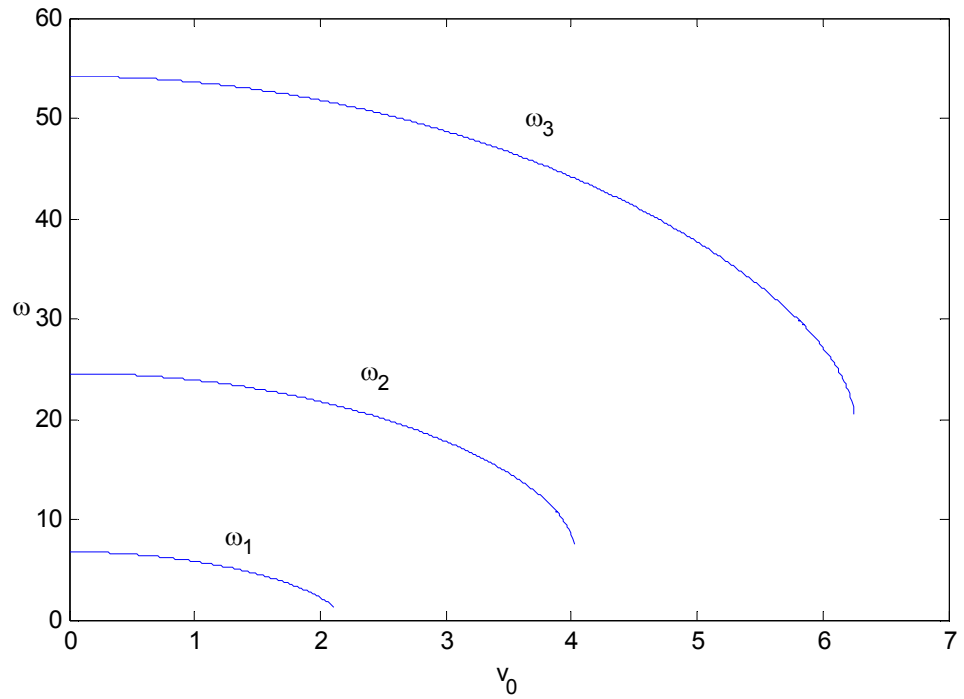


Şekil 11 Eksenel hıza bağlı üçüncü tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=0.9$)

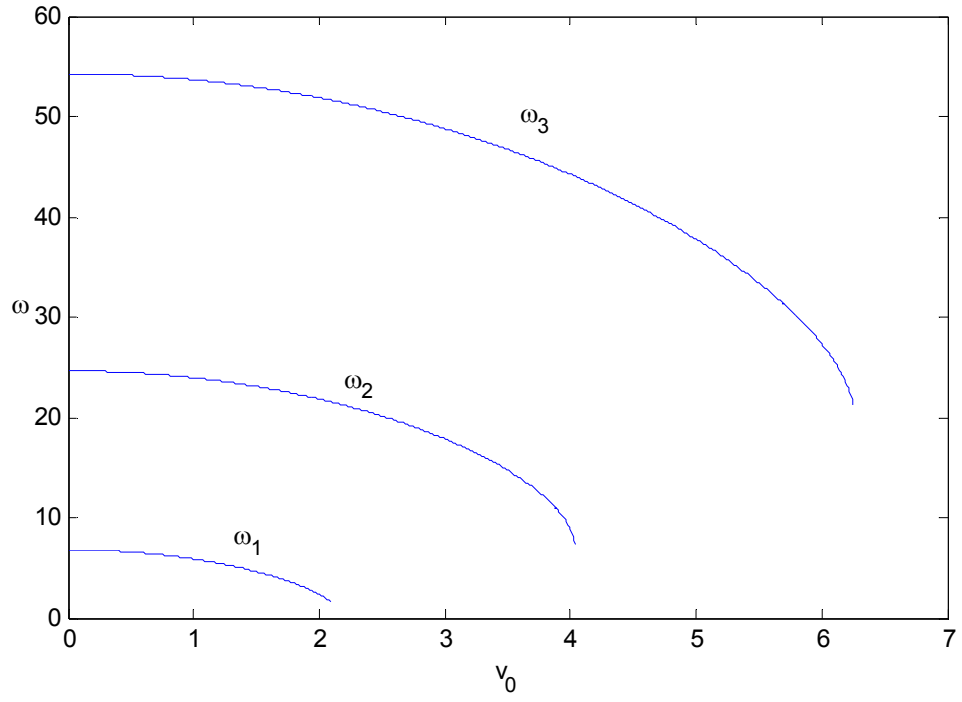
Eksenel hızın (v_0) değişimine bağlı olarak değişen $v_f = 0.6$ sabit değerinde birinci, ikinci ve üçüncü tabii frekanlarının ideal-ideal (Şekil 9), ideal-ideal olmayan (Şekil 10) ve ideal olmayan-ideal olmayan (Şekil 11) durumlar için grafikleri verilmiştir. Eksenel hızın artmasıyla her üç durumda da tabii frekans değerlerinde azalma görülmüştür.



Şekil 12 Tabii frekansların ideal-ideal basit durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=0.9$)

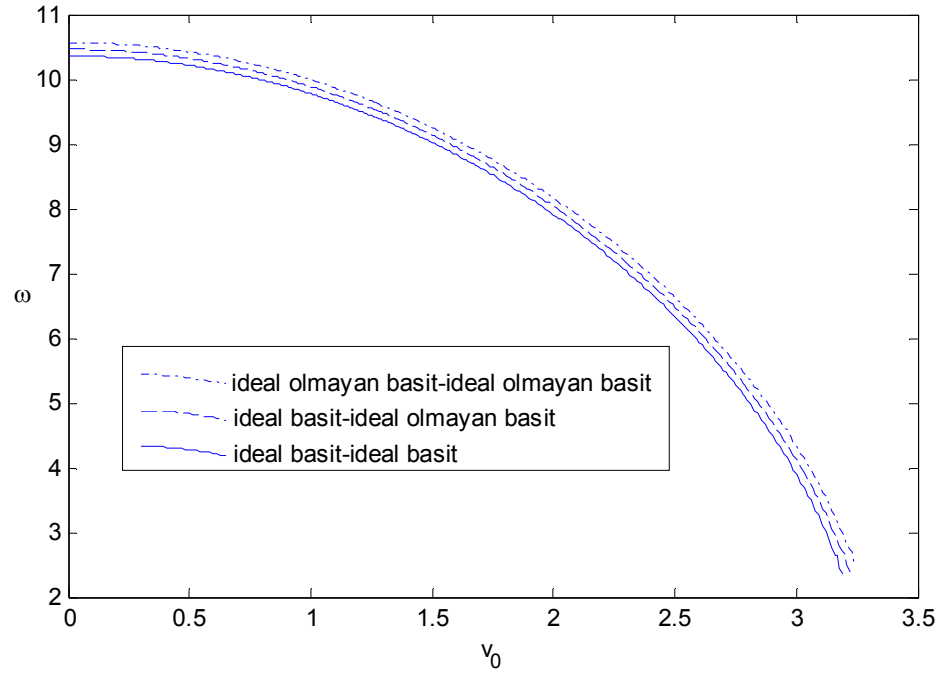


Şekil 13 Tabii frekansların ideal-ideal olmayan basit durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=0.9$)

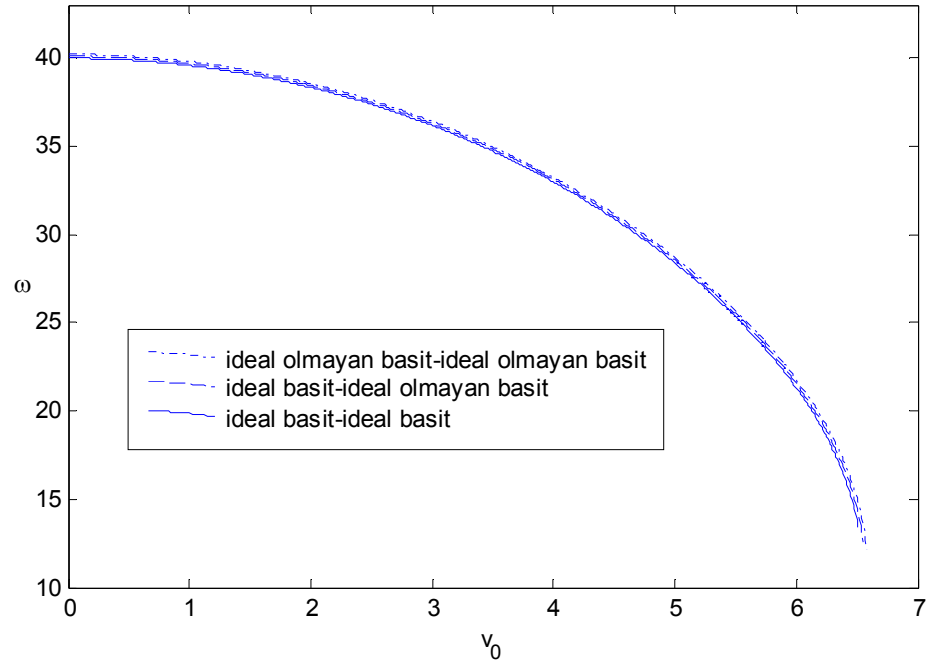


Şekil 14 Tabii frekansların ideal olmayan-ideal olmayan basit durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=0.9$)

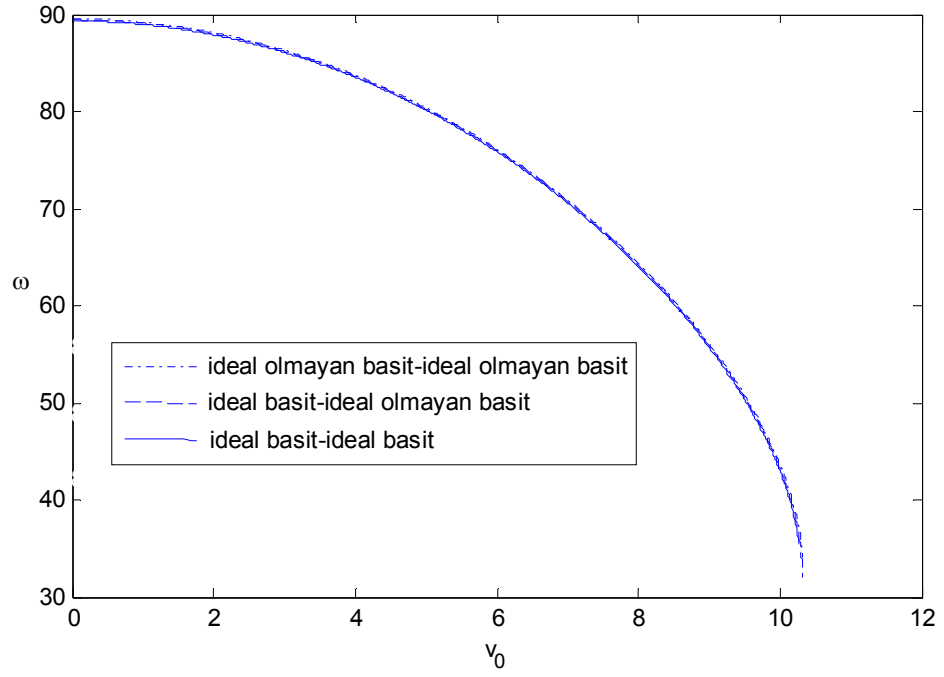
Eksenel hızın (v_0) değişimine bağlı olarak değişen $v_f = 0.6$ sabit değerinde ideal-ideal (Şekil 12), ideal-ideal olmayan (Şekil 13), ideal olmayan-ideal olmayan (Şekil 14) durumlar için birinci, ikinci ve üçüncü tabi frekans grafiği verilmiştir. Eksenel hızın artmasıyla ilk üç tabi frekans değerlerinde azalma görülmüştür.



Şekil 15 Eksenel hıza bağlı birinci tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=1.0$, $k=0.9$)

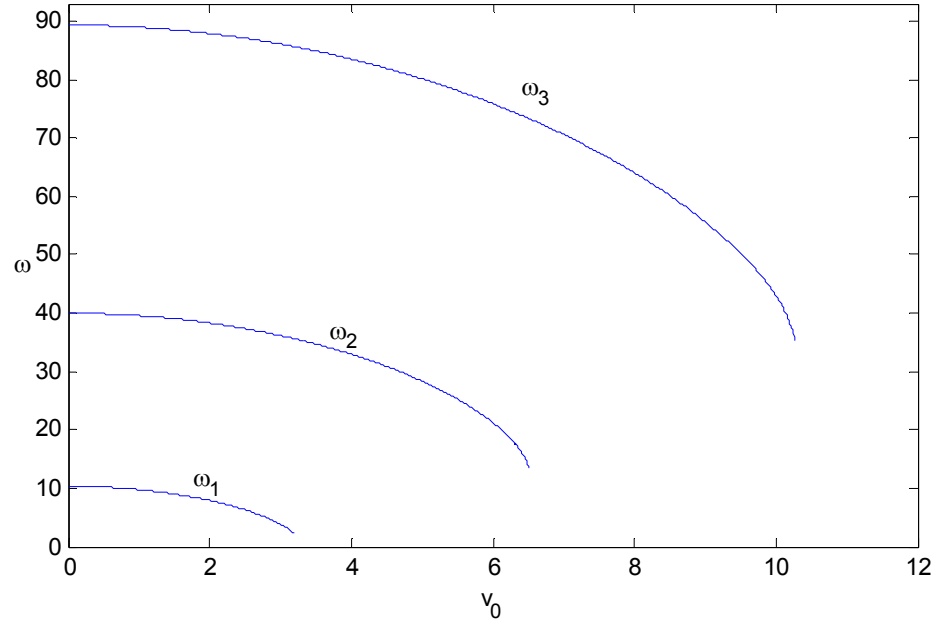


Şekil 16 Eksenel hıza bağlı ikinci tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=1.0$, $k=0.9$)

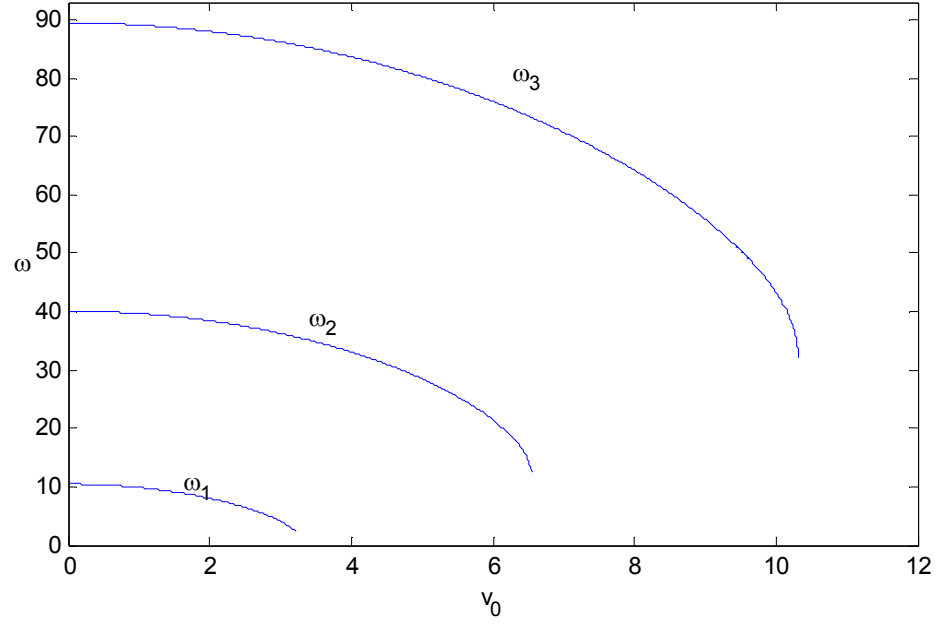


Şekil 17 Eksenel hıza bağlı üçüncü tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=1.0$, $k=0.9$)

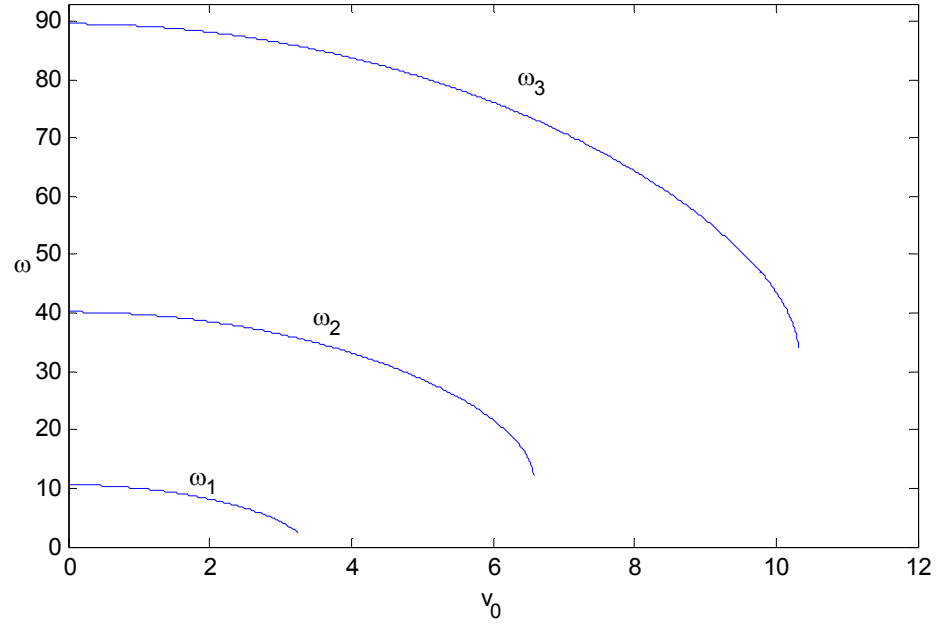
Eksenel hızın (v_0) değişimine bağlı olarak değişen $v_f = 1.0$ sabit değerinde birinci, ikinci ve üçüncü tabi frekanlarının ideal-ideal (Şekil 15), ideal-ideal olmayan (Şekil 16) ve ideal olmayan-ideal olmayan (Şekil 17) durumlar için grafikleri verilmiştir. Eksenel hızın artmasıyla her üç durumda da tabi frekans değerlerinde azalma görülmüştür.



Şekil 18 Tabii frekansların ideal-ideal basit durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=1.0$, $k=0.9$)

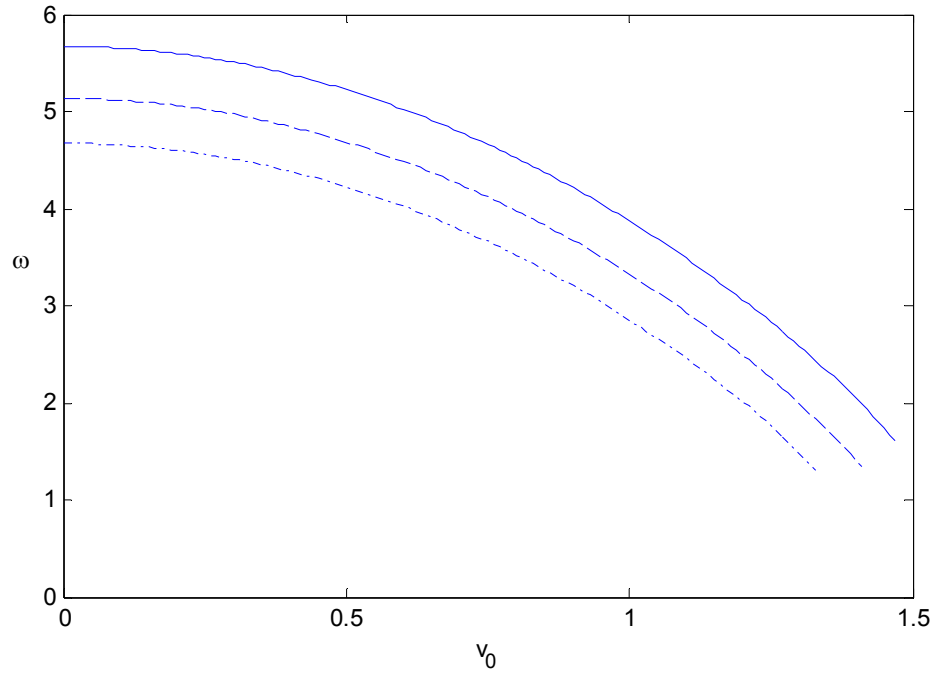


Şekil 19 Tabii frekansların ideal-ideal olmayan basit durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=1.0$, $k=0.9$)

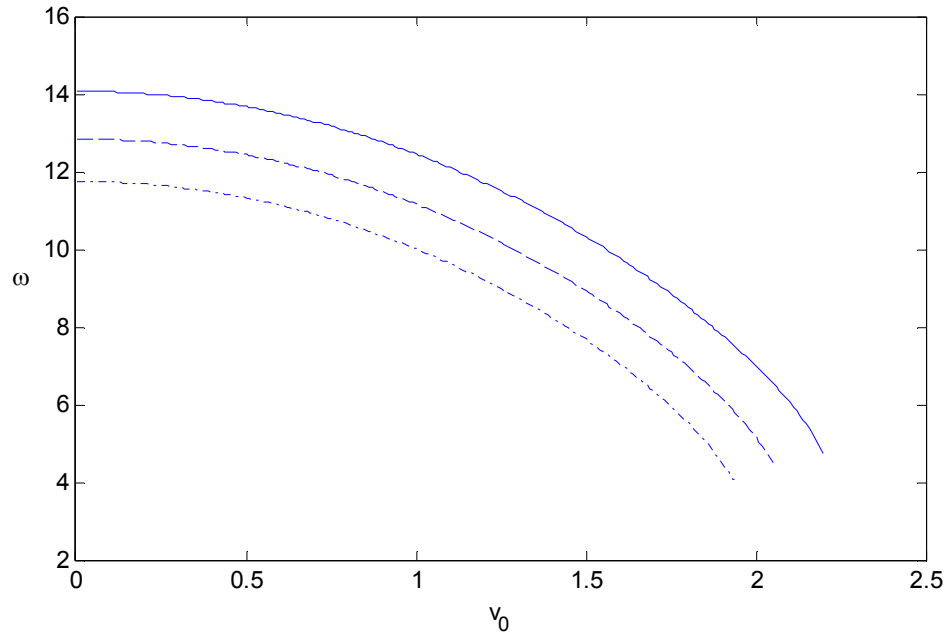


Şekil 20 Tabii frekansların ideal olmayan-ideal olmayan basit durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=1.0$, $k=0.9$)

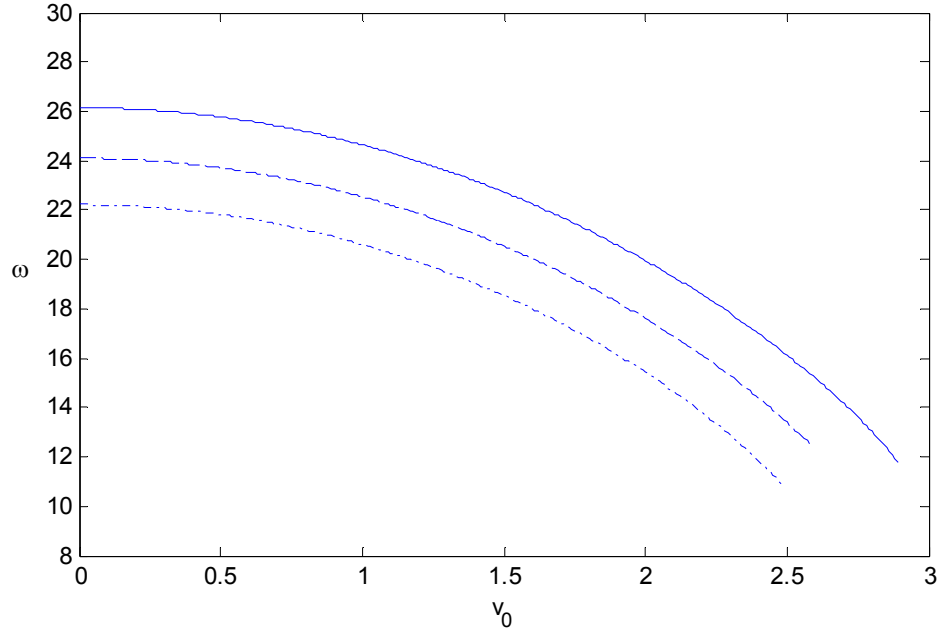
Eksenel hızın (v_0) değişimine bağlı olarak değişen $v_f=1.0$ sabit değerinde ideal-ideal (Şekil 18), ideal-ideal olmayan (Şekil 19), ideal olmayan-ideal olmayan (Şekil 20) durumlar için birinci, ikinci ve üçüncü tabi frekans grafiği verilmiştir. Eksenel hızın artmasıyla ilk üç tabi frekans değerlerinde azalma görülmüştür.



Şekil 21 Eksenel hıza bağlı birinci tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.1$)
(___ ideal-ideal, - - - ideal-ideal olmayan, -.-.- ideal olmayan-ideal olmayan ankastre)

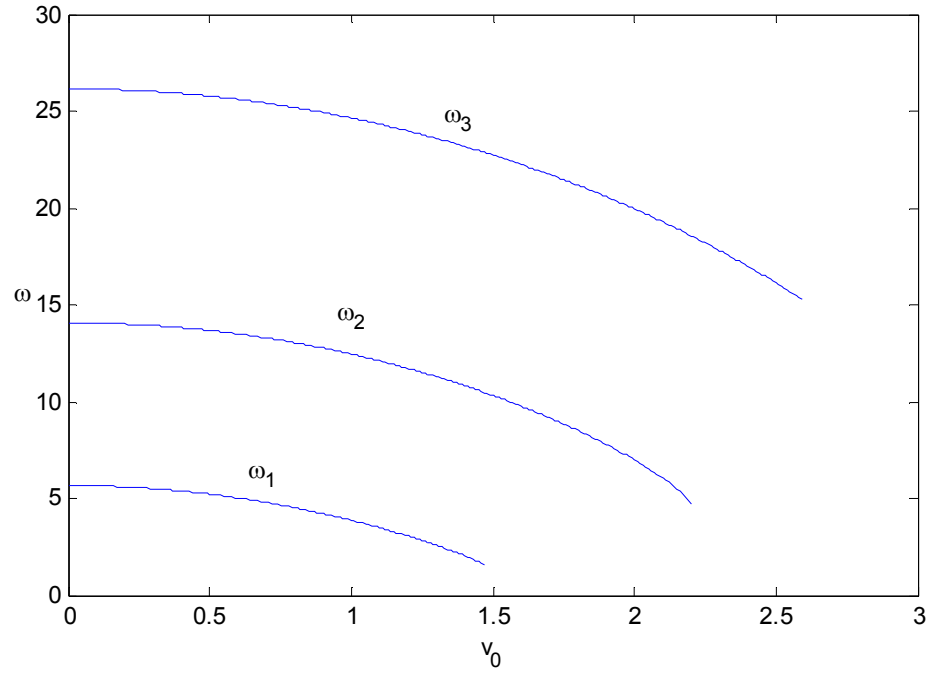


Şekil 22 Eksenel hıza bağlı ikinci tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.1$)
(___ ideal-ideal, - - - ideal-ideal olmayan, -.-.- ideal olmayan-ideal olmayan ankastre)

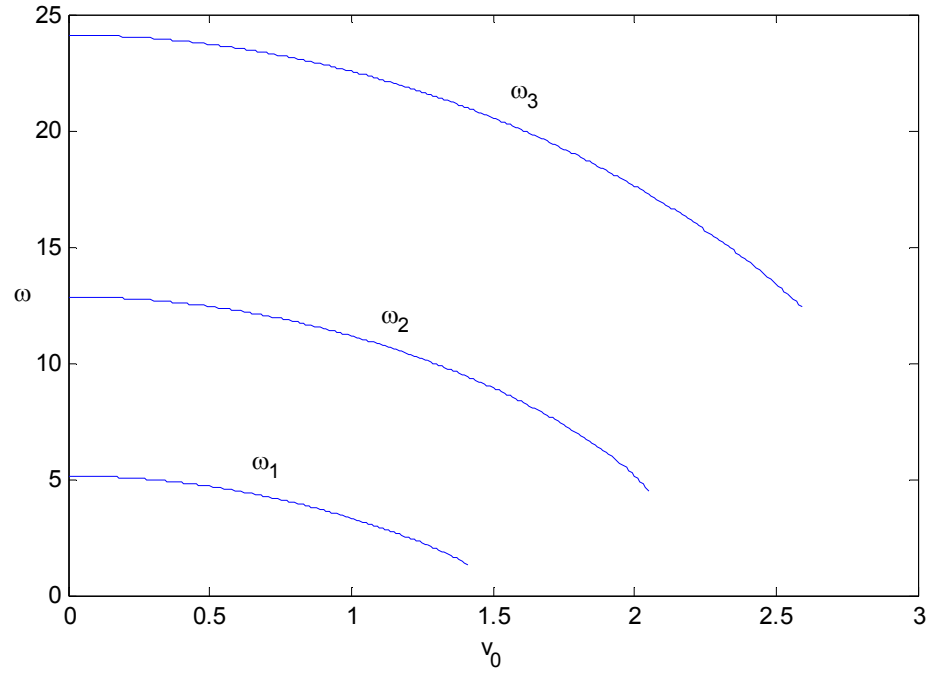


Şekil 23 Eksenel hıza bağlı üçüncü tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.1$)
 (— ideal-ideal - - - ideal-ideal olmayan, -.- ideal olmayan-ideal olmayan ankastre)

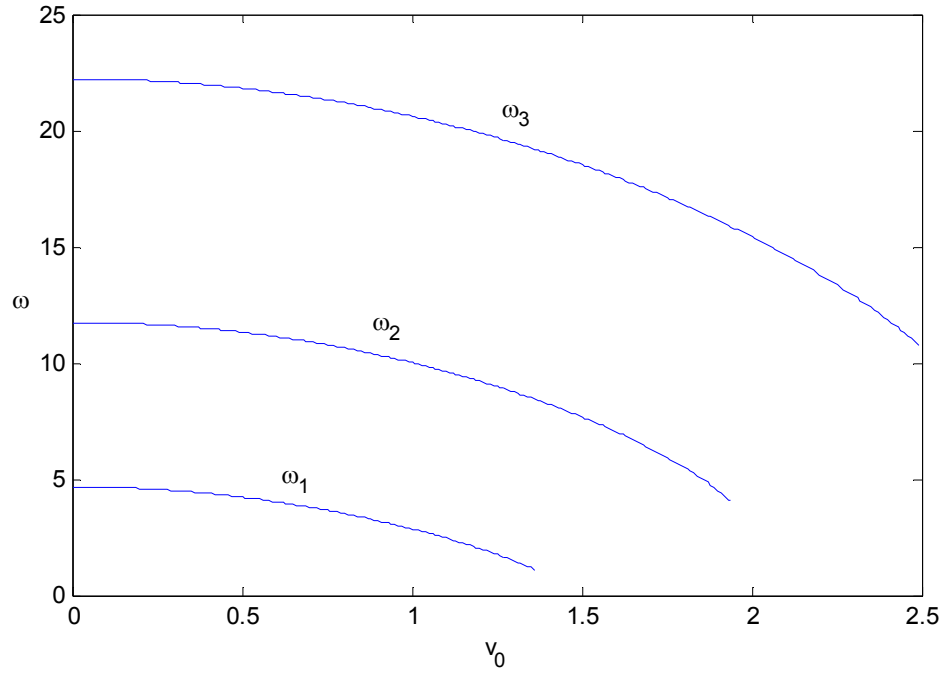
Eksenel hızın (v_0) değişimine bağlı olarak değişen $v_f = 0.2$ sabit değerinde birinci, ikinci ve üçüncü tabii frekanslarının ideal-ideal (Şekil 21), ideal-ideal olmayan (Şekil 22) ve ideal olmayan-ideal olmayan (Şekil 23) durumlar için grafikleri verilmiştir. Eksenel hızın artmasıyla her üç durumda da tabii frekans değerlerinde azalma görülmüştür.



Şekil 24 Tabii frekansların ideal-ideal ankastre durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.1$)

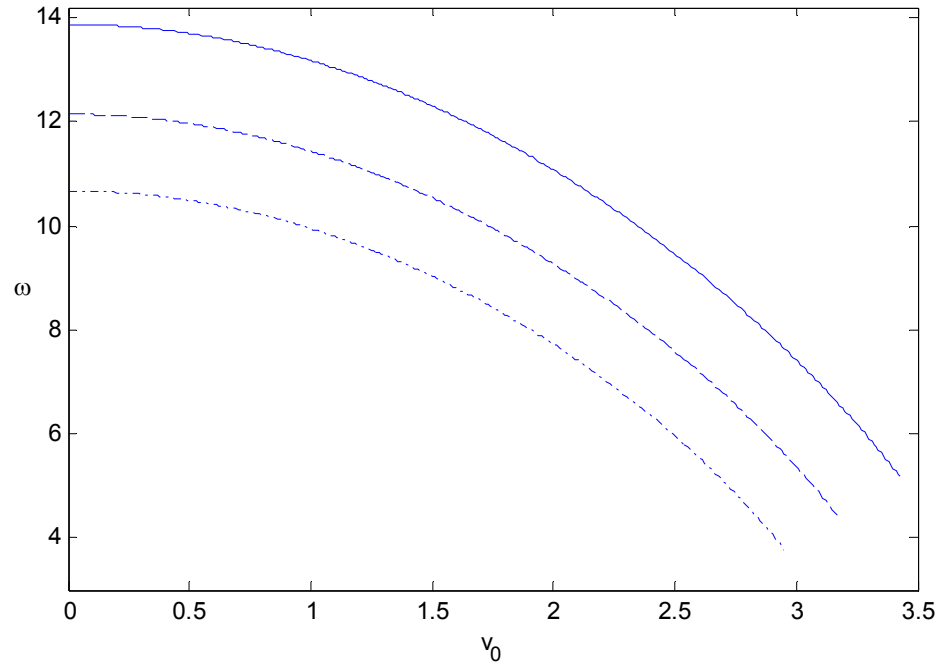


Şekil 25 Tabii frekansların ideal-ideal olmayan ankastre durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.1$)

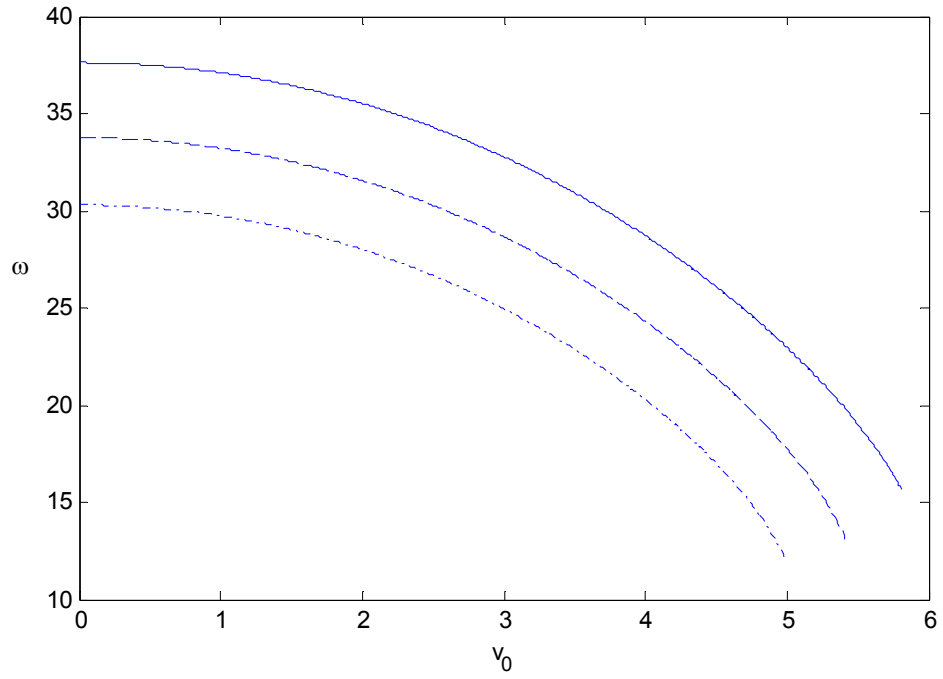


Şekil 26 Tabii frekansların ideal olmayan-ideal olmayan ankastre durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=0.2$, $k=0.1$)

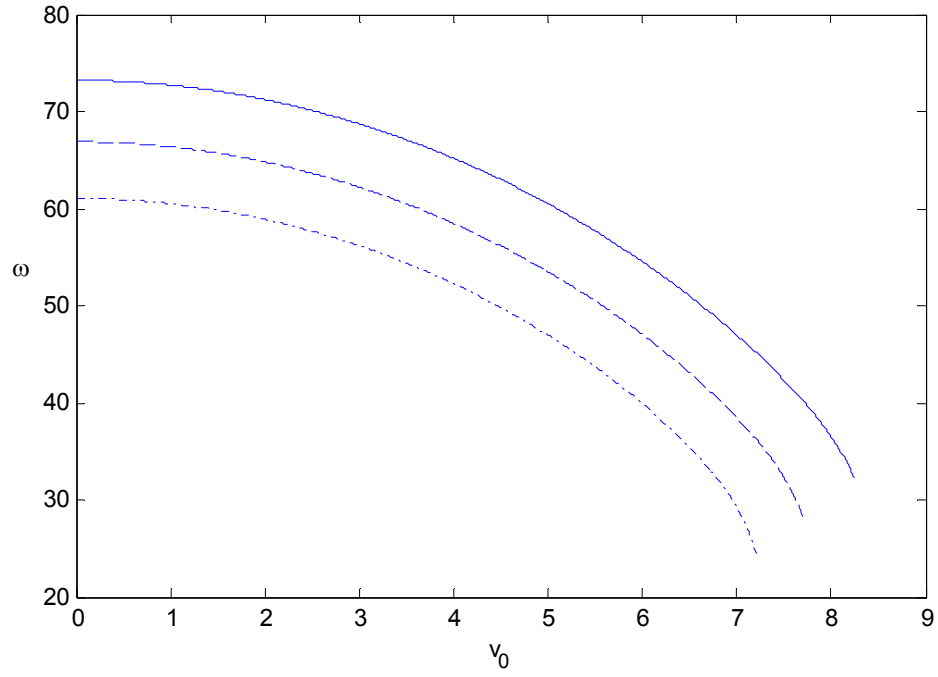
Eksenel hızın (v_0) değişimine bağlı olarak değişen $v_f = 0.2$ sabit değerinde ideal-ideal (Şekil 24), ideal-ideal olmayan (Şekil 25), ideal olmayan-ideal olmayan (Şekil 26) durumlar için birinci, ikinci ve üçüncü tabi frekans grafiği verilmiştir. Eksenel hızın artmasıyla ilk üç tabi frekans değerlerinde azalma görülmüştür.



Şekil 27 Eksenel hıza bağlı birinci tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=0.1$)
(— ideal-ideal, - - - ideal-ideal olmayan, -.- ideal olmayan-ideal olmayan ankastre)

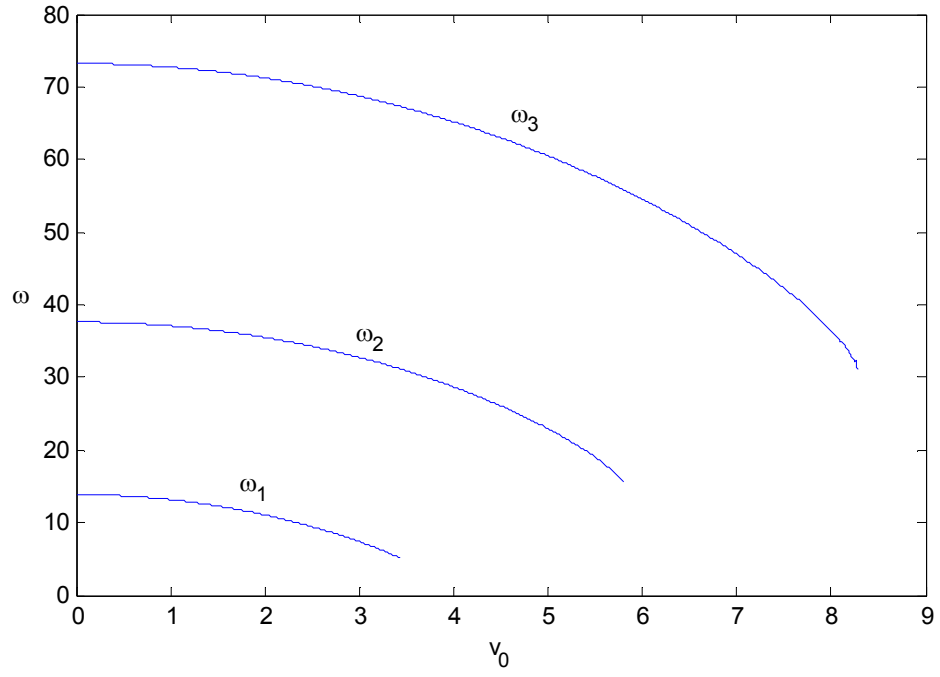


Şekil 28 Eksenel hıza bağlı ikinci tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=0.1$)
(— ideal-ideal, - - - ideal-ideal olmayan, -.- ideal olmayan-ideal olmayan ankastre)

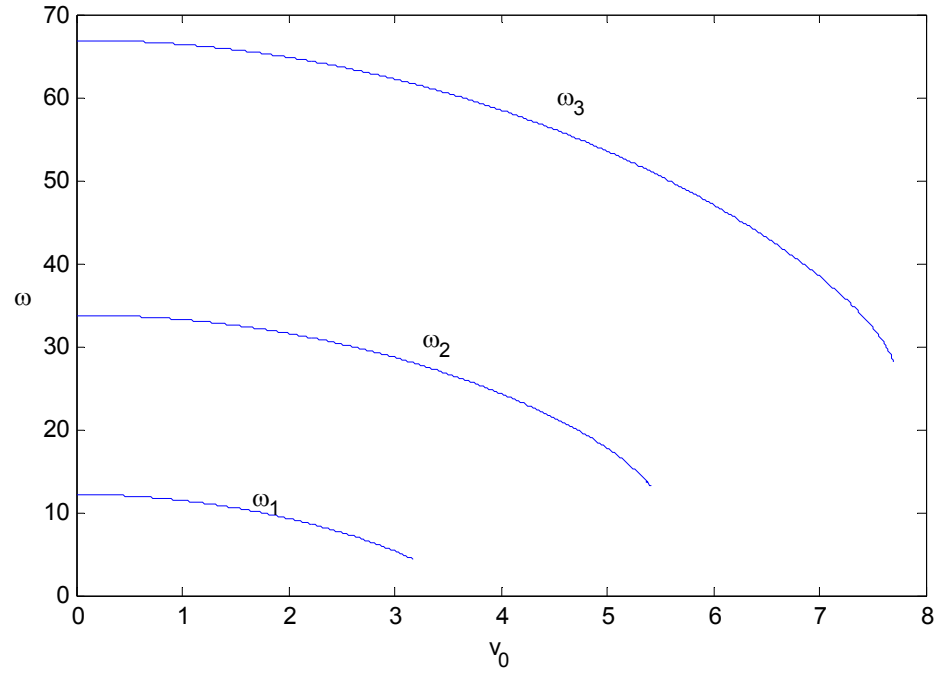


Şekil 29 Eksenel hıza bağlı üçüncü tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=0.1$)
(— ideal-ideal, - - - ideal-ideal olmayan, -.- ideal olmayan-ideal olmayan ankastre)

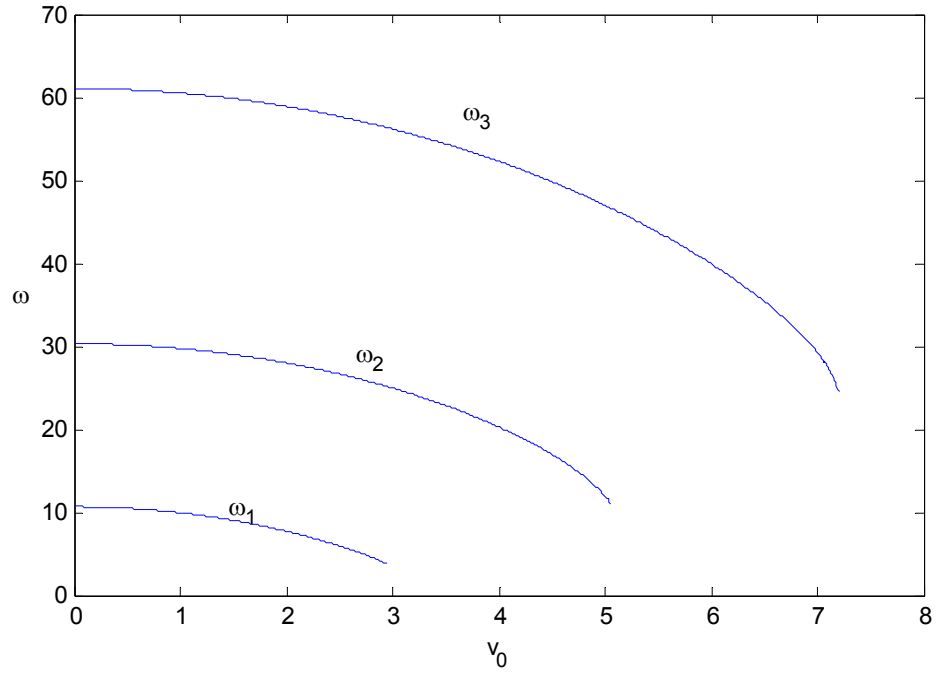
Eksenel hızın (v_0) değişimine bağlı olarak değişen $v_f = 0.6$ sabit değerinde birinci, ikinci ve üçüncü tabii frekanslarının ideal-ideal (Şekil 27), ideal-ideal olmayan (Şekil 28) ve ideal olmayan-ideal olmayan (Şekil 29) durumlar için grafikleri verilmiştir. Eksenel hızın artmasıyla her üç durumda da tabii frekans değerlerinde azalma görülmüştür.



Şekil 30 Tabii frekansların ideal-ideal ankastre durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=1$)

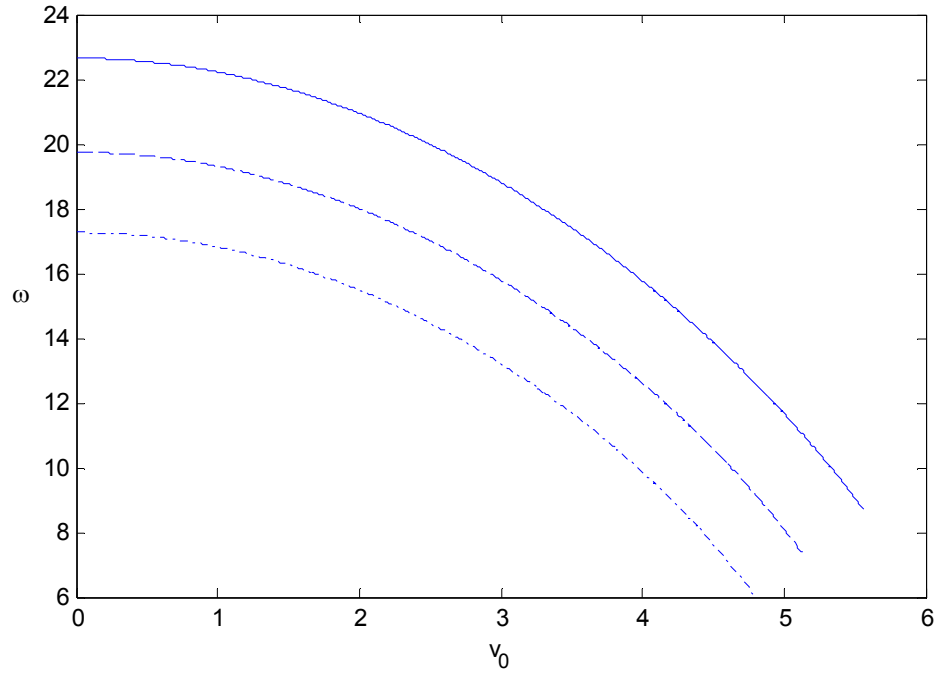


Şekil 31 Tabii frekansların ideal-ideal olmayan ankastre durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=0.1$)

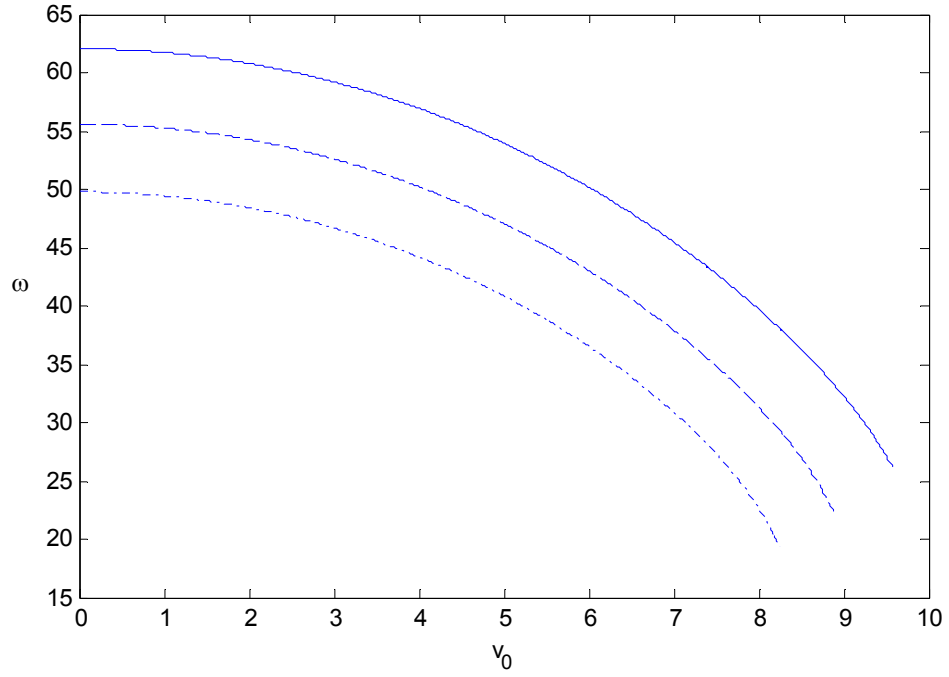


Şekil 32 Tabii frekansların ideal olmayan-ideal olmayan ankastre durum için eksenel hıza bağlı değişim grafiği ($v_f=0.6$, $k=0.1$)

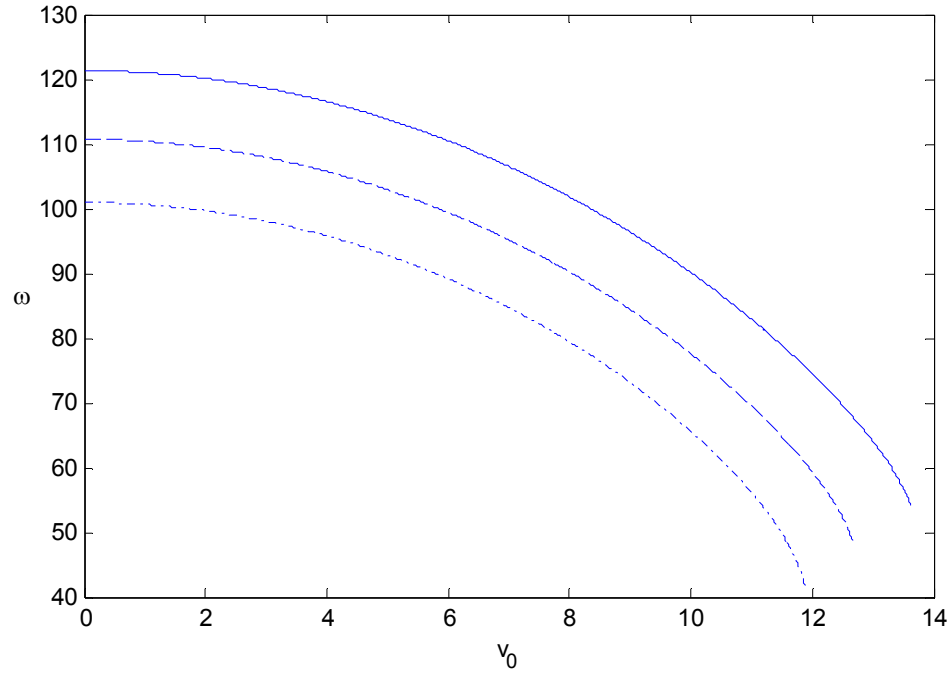
Eksenel hızın (v_0) değişimine bağlı olarak değişen $v_f = 0.6$ sabit değerinde ideal-ideal (Şekil 30), ideal-ideal olmayan (Şekil 31), ideal olmayan-ideal olmayan (Şekil 32) durumlar için birinci, ikinci ve üçüncü tabi frekans grafiği verilmiştir. Eksenel hızın artmasıyla ilk üç tabi frekans değerlerinde azalma görülmüştür.



Şekil 33 Eksenel hıza bağlı birinci tabii frekansın değişim ($v_f=1.0$, $k=0.1$)
(— ideal-ideal, - - - ideal-ideal olmayan, -.- ideal olmayan-ideal olmayan ankastre)

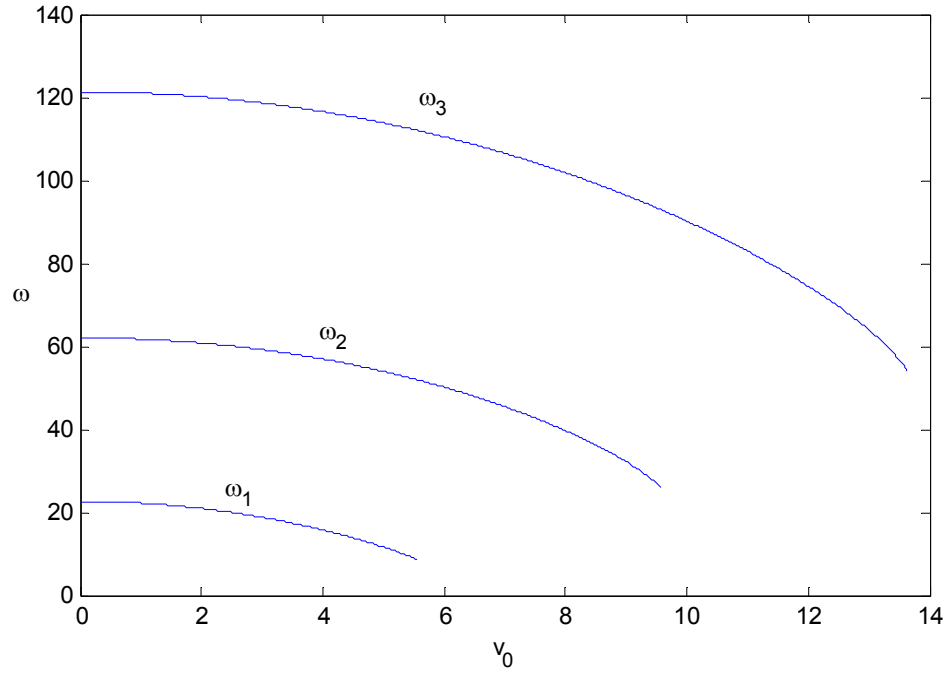


Şekil 34 Eksenel hıza bağlı ikinci tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=1.0$, $k=0.1$)
(— ideal-ideal, - - - ideal-ideal olmayan, -.- ideal olmayan-ideal olmayan ankastre)

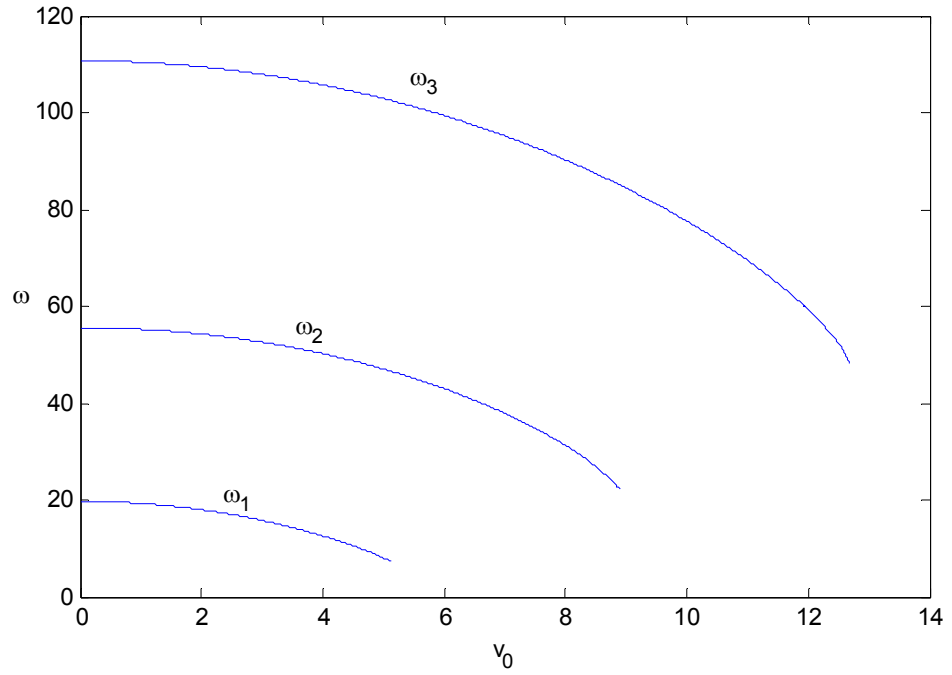


Şekil 35 Eksenel hıza bağlı üçüncü tabii frekansın değişim grafiği ($v_f=1.0$, $k=0.1$)
 (— ideal-ideal, - - - ideal-ideal olmayan, -.- ideal olmayan-ideal olmayan ankastre)

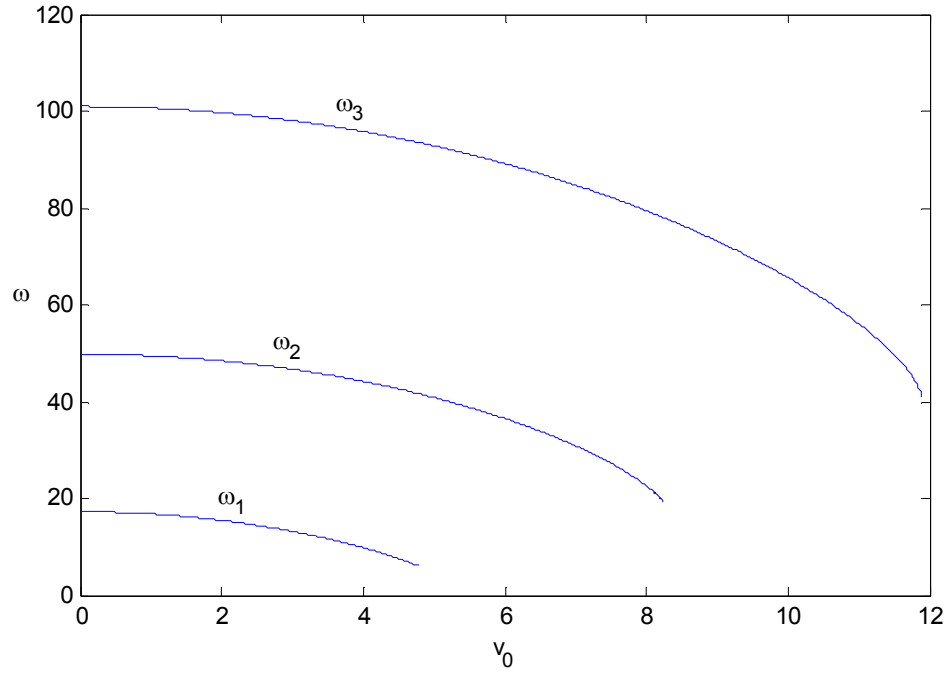
Eksenel hızın (v_0) değişimine bağlı olarak değişen $v_f = 1.0$ sabit değerinde birinci, ikinci ve üçüncü tabii frekanslarının ideal-ideal (Şekil 33), ideal-ideal olmayan (Şekil 34) ve ideal olmayan-ideal olmayan (Şekil 35) durumlar için grafikleri verilmiştir. Eksenel hızın artmasıyla her üç durumda da tabii frekans değerlerinde azalma görülmüştür.



Şekil 36 İdeal ankastre-ideal ankastre durum için birinci, ikinci ve üçüncü tabii frekans grafiği ($\nu_f=1.0$, $k=1$)

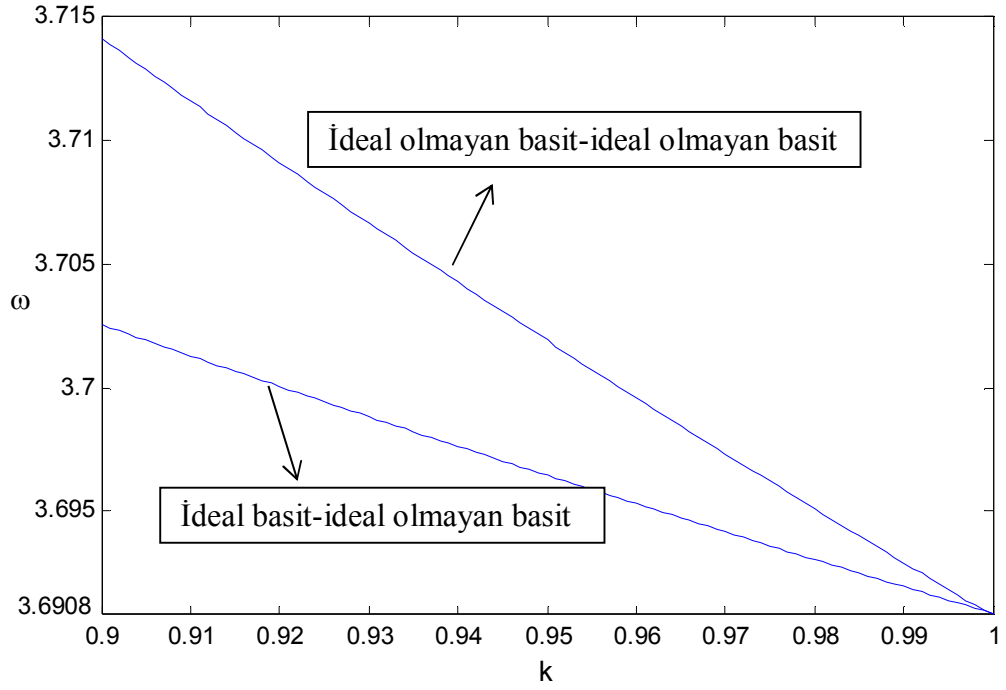


Şekil 37 İdeal ankastre-ideal olmayan ankastre durum için birinci, ikinci ve üçüncü tabii frekans grafiği ($\nu_f=1.0$, $k=0.1$)

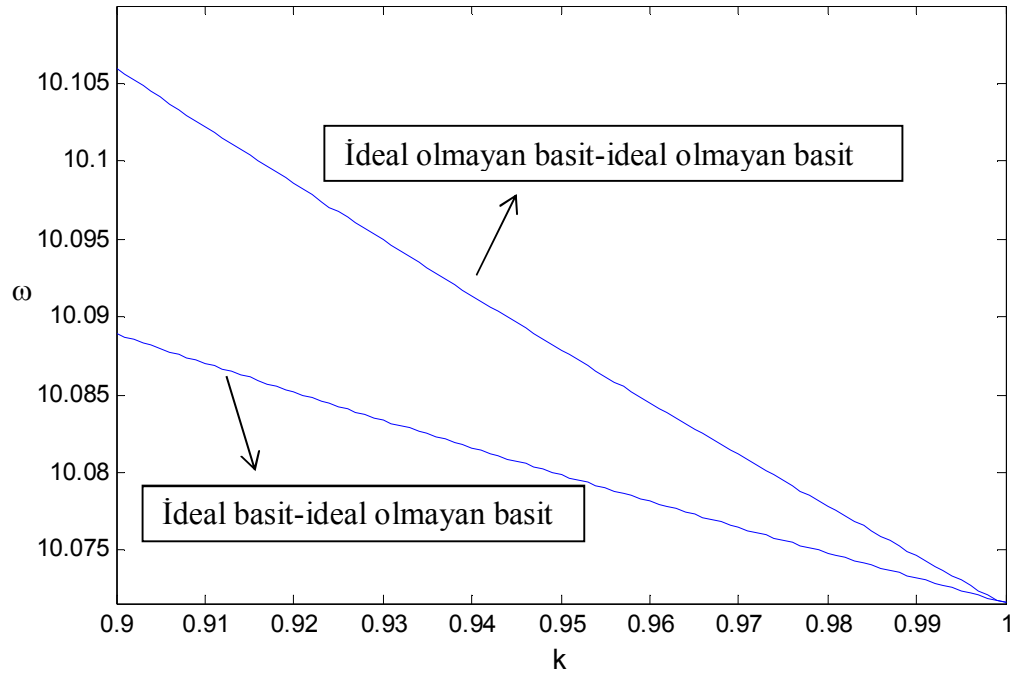


Şekil 38 İdeal olmayan ankastre-ideal olmayan ankastre durum için birinci, ikinci ve üçüncü tabii frekans grafiği ($v_f=1.0$, $k=0.1$)

Eksenel hızın (v_0) değişimine bağlı olarak değişen $v_f = 1.0$ sabit değerinde ideal-ideal (Şekil 36), ideal-ideal olmayan (Şekil 37), ideal olmayan-ideal olmayan (Şekil 38) durumlar için birinci, ikinci ve üçüncü tabii frekans grafiği verilmiştir. Eksenel hızın artmasıyla ilk üç tabii frekans değerlerinde azalma görülmüştür.

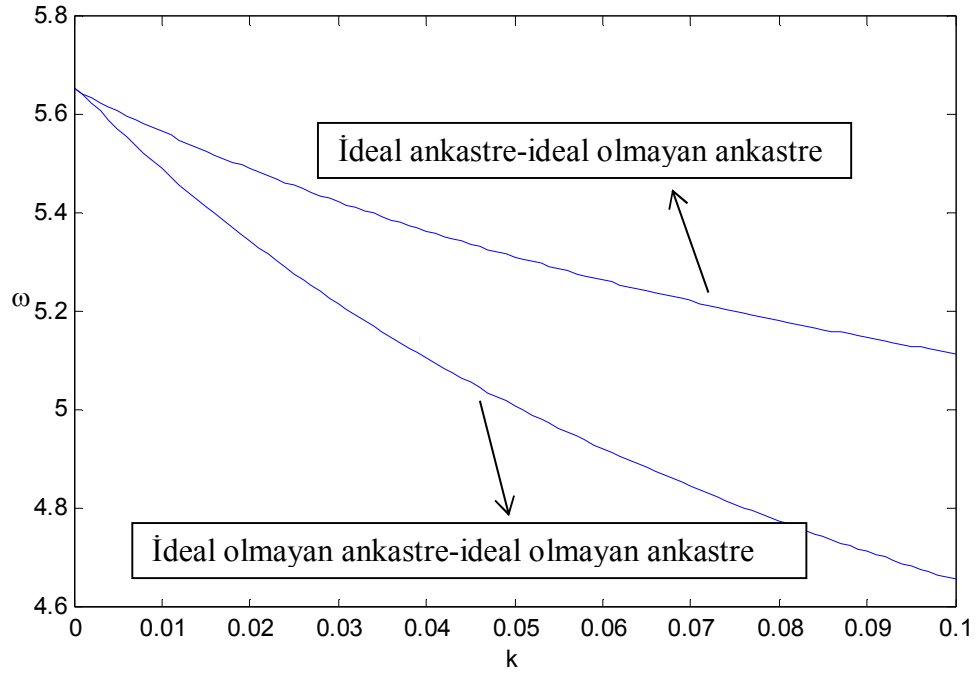


Şekil 39 k 'nın değişimine bağlı olarak değişen birinci mod tabii frekans ($\nu_0=0.1$)

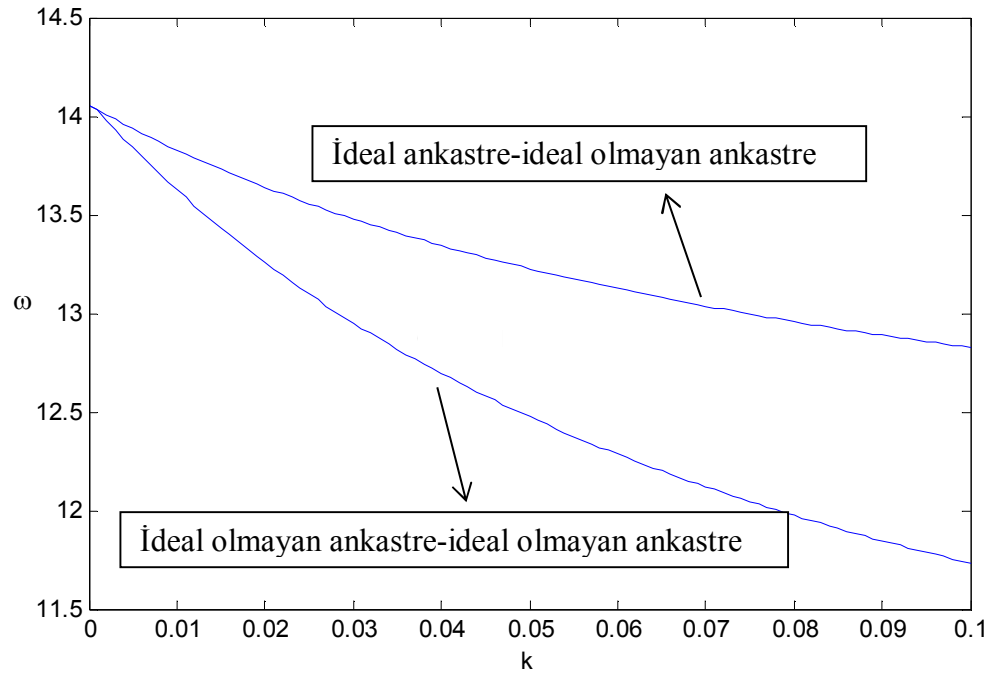


Şekil 40 k 'nın değişimine bağlı olarak değişen ikinci mod tabii frekans ($\nu_0=0.1$)

$v_0=0.1$ sabit değerinde ideal olmayan-ideal olmayan durum ve ideal-ideal olmayan durumdan ideal duruma doğru k faktörünün değişimine bağlı olarak basit mesnet durumunda birinci mod ve ikinci mod tabii frekans grafikleri Şekil 39 ve Şekil 40’de gösterilmiştir. Her iki tarafı ideal olmayan durumda k ’nın değişimine bağlı olarak azalma daha fazla olduğu görülmüştür.



Şekil 41 k 'nın değişimine bağlı olarak değişen birinci mod tabii frekans ($\nu_0=0.1$)



Şekil 42 k 'nın değişimine bağlı olarak değişen ikinci mod tabii frekans ($\nu_0=0.1$)

$v_0=0.1$ sabit değerinde ideal durumdan ideal olmayan-ideal olmayan duruma ve ideal-ideal olmayan durumda doğru k faktörünün değişimine bağlı olarak ankastre mesnet durumunda birinci mod ve ikinci mod tabii frekans grafikleri Şekil 41 ve Şekil 42’da gösterilmiştir. Her iki tarafı ideal olmayan durumda k ’nın değişimine bağlı olarak azalma daha fazla olduğu görölmüştür.

4 NONLINEER PROBLEM

Önceki bölümde kiriş için genel hareket denklemi (2.32) aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$\left(\ddot{w} + 2\dot{w}'v + w'\dot{v}\right) + (v^2 - 1)w'' + v_f^2 w^{iv} = \frac{1}{2} v_b^2 w'' \int_0^1 w'^2 dx \quad (4.1)$$

Ayrıca çözümlere geçmeden önce sistemin hareket denklemine sönüm ilave edelim.[24] Sönüm ilave edilmiş hareket denklemleri şu şekilde yazılabilir.

$$\left(\ddot{w} + 2\dot{w}'v + w'\dot{v}\right) + (v^2 - 1)w'' + v_f^2 w^{iv} + \bar{\mu}(\dot{w} + v\omega') = \frac{1}{2} v_b^2 w'' \int_0^1 w'^2 dx \quad (4.2)$$

Eksenel hareketli kirişe ait elde edilen genel hareket denkleminin yaklaşık çözümü için pertürbasyon metotlarından çok zaman ölçekli metot kısmi diferansiyel denkleme ve sınır şartlarına direkt olarak uygulanacaktır. Kiriş hızının ortalama bir v_0 hızı etrafında, εv_1 genliğinde ve Ω frekansı ile değişen biçimde olduğunu varsayalım.

$$v(t) = v_0 + \varepsilon v_1 \sin \Omega t \quad (4.3)$$

ε hız değişiminin küçüklüğünü ifade etmek için kullanılmış bir katsayıdır. Hız fonksiyonu denklem (1.33)'e yerleştirilirse hareket denklemi şu şekilde olur.

$$\begin{aligned} &\ddot{w} + 2\dot{w}'(v_0 + \varepsilon v_1 \sin \Omega t) + w'(\varepsilon v_1 \Omega \cos \Omega t) + (\varepsilon v_1 \Omega \cos \Omega t - 1)w'' \\ &+ v_f^2 w^{iv} + \bar{\mu}(\dot{w} + v\omega') = \frac{1}{2} v_b^2 w'' \int_0^1 w'^2 dx \end{aligned} \quad (4.4)$$

Nonlinear etkilerle ortaya çıkan boyuna direngenliğin v_b yüksek mertebede ortaya çıkabilmesi için,

$$w = \sqrt{\varepsilon} y, \quad \bar{\mu} = \varepsilon \sqrt{\varepsilon} \mu \quad (4.5)$$

dönüşümleri boyutsuz hareket denklemlerine uygulanırsa hareket denklemimiz aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \ddot{y} + 2\dot{y}'(v_0 + \varepsilon v_1 \sin \Omega t) + y'(\varepsilon v_1 \Omega \cos \Omega t) + y''v_0^2 + 2\varepsilon y''v_0 v_1 \sin \Omega t \\ + \varepsilon^2 y''v_1^2 \sin^2 \Omega t - y'' + v_f^2 y^{iv} + \varepsilon(\dot{y} + v_0 y') = \frac{1}{2} \varepsilon v_b^2 y'' \int_0^1 y'^2 dx \end{aligned} \quad (4.6)$$

Bu denkleme yer değiştirme fonksiyonu için seri açılımı yazabiliriz.

$$\begin{aligned} \ddot{y} + 2\dot{y}'(v_0 + \varepsilon v_1 \sin \Omega t) + y'(\varepsilon v_1 \Omega \cos \Omega t) + y''v_0^2 + 2\varepsilon y''v_0 v_1 \sin \Omega t \\ + \varepsilon^2 y''v_1^2 \sin^2 \Omega t - y'' + v_f^2 y^{iv} + \varepsilon(\dot{y} + v_0 y') = \frac{1}{2} \varepsilon v_b^2 y'' \int_0^1 y'^2 dx \end{aligned} \quad (4.7)$$

Bu denkleme yer değiştirme fonksiyonu için seri açılımı yazabilir.

$$y(x, t; \varepsilon) = y_0(x, t; \varepsilon) + \varepsilon y_1(x, t; \varepsilon) + \dots \quad (4.8)$$

Burada y_0 ilk mertebedeki titreşim fonksiyonunu ve y_1 ise ε mertebesindeki fonksiyonu ifade etmektedir. $T_0 = t$ ve $T_1 = \varepsilon t$ sırasıyla hızlı ve yavaş zaman ölçekleridir. Zaman göre türevler ise,

$$\frac{d}{dt} = D_0 + \varepsilon D_1 + \dots, \quad \frac{d^2}{dt^2} = D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \dots \quad (4.9)$$

şeklindedir.

$$\begin{aligned}
& (D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1)(y_0 + \varepsilon y_1) + 2(D_0 + \varepsilon D_1)(y'_0 + \varepsilon y'_1)v_0 \\
& + 2\varepsilon(D_0 + \varepsilon D_1)(y'_0 + \varepsilon y'_1)v_1 \sin \Omega t + \varepsilon(y'_0 + \varepsilon y'_1)v_1 \Omega \cos \Omega t \\
& + 2\varepsilon(y''_0 + \varepsilon y''_1)v_0 v_1 \sin \Omega t + \varepsilon^2(y''_0 + \varepsilon y''_1)v_1^2 \sin^2 \Omega t + (y''_0 + \varepsilon y''_1)v_0^2 \\
& - (y''_0 + \varepsilon y''_1) + v_f^2(y_0^{iv} + \varepsilon y_1^{iv}) + \varepsilon \mu(D_0 + \varepsilon D_1)(y_0 + \varepsilon y_1) + \varepsilon \mu v_0(y'_0 + \varepsilon y'_1) \\
& = \frac{1}{2} \varepsilon v_b^2 (y'_0 + \varepsilon y'_1) \int_0^1 (y'_0 + \varepsilon y'_1)^2 dx
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Denklemlerde mertebe düzenlemesi yapılarak ve yüksek mertebe terimleri ihmal edilerek, 1 ve ε mertebesine göre denklemleri ayrıştırılırsa,

$$0(1): \quad D_0^2 y_0 + 2D_0 y'_0 v_0 + y''_0 v_0^2 - y''_0 + v_f^2 y_0^{iv} = 0 \tag{4.11}$$

$$\begin{aligned}
& D_0^2 y_1 + 2D_0 D_1 y_0 + 2D_0 y'_1 v_0 + 2D_1 y'_0 v_0 + 2D_0 y'_0 v_1 \sin \Omega t \\
0(\varepsilon): \quad & + y'_0 v_1 \Omega \cos \Omega t + y''_1 v_0^2 + 2\varepsilon y''_0 v_0 v_1 \sin \Omega t - y''_1 + v_f^2 y_1^{iv} \\
& \mu(D_0 y_0 + v_0 y'_0) = \frac{1}{2} v_b^2 y_0'' \int_0^1 (y'_0)^2 dx
\end{aligned} \tag{4.12}$$

elde edilir.

4.1 Lineer Kısım

1 mertebesindeki denklemler ve sınır şartları lineer problemi oluşturmaktadır. Bu problemin çözümü ile tabii frekanslar elde edilecektir. 1 mertebesindeki hareket denklemini (4.11) için çözüm fonksiyonunu aşağıdaki gibi alınırsa,

$$y_0(x, T_0, T_1; \varepsilon) = A(T_1)e^{i\omega T_0}Y(x) + ke \quad (4.13)$$

Denklem (4.13) çözüm fonksiyonunu, denklem (4.11)'e yerleştirirsek mekana bağlı hareket denklemini aşağıdaki gibi elde edilir.

$$v_f^2 Y^{iv} + (v_0^2 - 1)Y'' + 2i\omega v_0 Y' - \omega^2 Y = 0 \quad (4.14)$$

Sınır şartları ise aşağıdaki gibidir.

$$Y(0) = 0 \quad Y''(0) = 0 \quad Y(1) = 0 \quad Y''(1) = 0 \quad (4.15)$$

Denklem (4.14) için denklem (4.16)'i çözüm olarak önerebiliriz.

$$Y(x) = c_1 e^{i\beta_1 x} + c_2 e^{i\beta_2 x} + c_3 e^{i\beta_3 x} + c_4 e^{i\beta_4 x} \quad (4.16)$$

Denklem (4.16), denklem (4.14)'te yerine yazılırsa saçılma denklemini elde edilir.

$$\begin{aligned} & [v_f^2 \beta_1^4 + (1 - v_0^2) \beta_1^2 - 2v_0 \omega \beta_1 - \omega^2] c_1 e^{i\beta_1 x} + \\ & [v_f^2 \beta_2^4 + (1 - v_0^2) \beta_2^2 - 2v_0 \omega \beta_2 - \omega^2] c_2 e^{i\beta_2 x} + \\ & [v_f^2 \beta_3^4 + (1 - v_0^2) \beta_3^2 - 2v_0 \omega \beta_3 - \omega^2] c_3 e^{i\beta_3 x} + \\ & [v_f^2 \beta_4^4 + (1 - v_0^2) \beta_4^2 - 2v_0 \omega \beta_4 - \omega^2] c_4 e^{i\beta_4 x} = 0 \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$v_f^2 \beta_n^4 + (1 - v_0^2) \beta_n^2 - 2v_0 \omega \beta_n - \omega^2 \quad (n=1,2,3,4) \quad (4.18)$$

Bu denklem düzenlenir ve matris formda aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ (1-k)\beta_1 + k\beta_1^2 & (1-k)\beta_2 + k\beta_2^2 & (1-k)\beta_3 + k\beta_3^2 & (1-k)\beta_4 + k\beta_4^2 \\ e^{i\beta_1} & e^{i\beta_2} & e^{i\beta_3} & e^{i\beta_4} \\ -\beta_1^2 e^{i\beta_1} & -\beta_2^2 e^{i\beta_2} & -\beta_3^2 e^{i\beta_3} & -\beta_4^2 e^{i\beta_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

4.2 Nonlinear Kısım

Bu bölümde nonlinear etkilerin lineer frekansa katkıları hesaplanacaktır. Homojen denklemlerin basit olmayan çözümleri olduğu için, homojen olmayan denklemin çözümünün olabilmesi ancak bir çözülebilirlik şartını sağlamasına bağlıdır.[25]. Denklem (4.12)'nin sağ tarafının çözümü için tanımladığımız çözüm fonksiyonu denklem (4.13) denkleme yerleştirilmiştir.

$$\sin \Omega t = \frac{e^{i\Omega T_0} - e^{-i\Omega T_0}}{2i} \quad (4.20)$$

$$\cos \Omega t = \frac{e^{i\Omega T_0} + e^{-i\Omega T_0}}{2} \quad (4.21)$$

Denklemlerde yer alan sinüs ve kosinüs ifadelerinin yerine (4.20) ve (4.21) açılımlarını denklem (4.12)'de yerleştirilirse ve denklem (4.12)'nin sol tarafının çözümü için yer değiştirme fonksiyonunu aşağıdaki gibi ele alırsak,

$$y_1 = \phi(x, T_1)e^{i\omega T_0} + W(x, T_0, T_1) + k.e \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} & \left(-\omega^2 \phi + 2v_0 i \omega \phi' + v_f^2 \phi^{iv} + (v_0^2 - 1) \phi'' \right) e^{i\omega T_0} = -2(i\omega Y + v_0 Y') D_1 A e^{i\omega T_0} \\ & + v_1 \left(-\omega Y' - \frac{\Omega}{2} Y' + i v_0 Y'' \right) A e^{i(\Omega + \omega) T_0} \\ & + v_1 \left(-\omega \bar{Y}' - \frac{\Omega}{2} \bar{Y}' + i v_0 \bar{Y}'' \right) \bar{A} e^{i(\Omega - \omega) T_0} - \mu (i\omega Y + v_0 Y') A e^{i\omega T_0} \\ & + \frac{1}{2} v_b^2 \left[A^2 \bar{A} e^{i\omega T_0} \bar{Y}'' \int_0^1 Y'^2 dx + 2 A^2 \bar{A} e^{i\omega T_0} Y'' \int_0^1 Y' \bar{Y}' dx \right] \\ & + S.O.T + k.e \end{aligned} \quad (4.23)$$

ε mertebesi elde edilir. Burada k.e. terimlerin kompleks eşleniklerini ve S.O.T ise seküler olmayan terimleri göstermektedir.

4.3 Hız Değişim Frekanslarının Farklı Durumları ve Kararlılık Analizleri

Bu kısımda denklem (4.22)'de elde edilen nonlinear denklemde yer alan zorlama frekansı olan Ω 'nın değişik durumları için farklı titreşim yapıları bölümler halinde ayrı ayrı incelenmiştir.

4.3.1 Temel Parametrik Rezonans (Ω 'nın 2ω 'ya yakın olduğu durum)

Bu kısımda temel parametrik rezonans incelenecektir. Hız değişim frekansının (Ω), 2ω 'ya yakın olduğu durum ele alınmıştır. Bu durumda hız değişim frekansının 2ω 'ya yaklaşıklığını ifade etmek için alınır,

$$\Omega = 2\omega + \varepsilon\sigma \quad (4.24)$$

Denklem (4.24)'deki σ ayar parametresi olup 1 mertebesinde bir terimdir. Denklemlerde $\varepsilon = 0.1$ alınmıştır. Denklem (4.24), denklem (4.23)'de yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} -\omega^2\phi + 2v_0i\omega\phi' + v_f^2\phi^{iv} + (v_0^2 - 1)\phi'' &= -2(i\omega Y + v_0Y')D_1A \\ &+ v_1\left(-\omega\bar{Y}' - \frac{\Omega}{2}\bar{Y}' + iv_0\bar{Y}''\right)Ae^{i\sigma T_1} - \mu(i\omega Y + v_0Y')A \\ &+ \frac{1}{2}v_b^2\left[e^{i\omega T_0}\bar{Y}''\int_0^1 Y'^2 dx + 2e^{i\omega T_0}Y''\int_0^1 Y'\bar{Y}'dx\right]A^2\bar{A} + S.O.T + k.e \end{aligned} \quad (4.25)$$

4.3.1.1 Çözülebilirlik Şartı

Elde ettiğimiz denklemin homojen tarafın basit olmayan bir çözümü olduğuna göre homojen olmayan bir çözümünün olabilmesi için çözülebilirlik şartının olmasıyla sağlanır [25]. Denklem (4.25)'un sol tarafını

$$S(\phi) = v_f^2\phi^{iv} + (v_0^2 - 1)\phi'' + 2v_0i\omega\phi' - \omega^2\phi \quad (4.26)$$

ile gösterelim. Denklem (4.25) keyfi bir h fonksiyonu ile çarpılır ve tanım kümesi üzerinden integre edilirse,

$$\int_0^1 h S dx = \int_0^1 h \{\text{Sağ Taraf}\} dx \quad (4.27)$$

h fonksiyonunu başlangıçta keyfi bir fonksiyon olarak seçilmiştir. Bu fonksiyonu sol taraftaki integrali sıfır yapacak şekilde seçilirse ve sol taraftaki denklem (4.27)'deki kısmi integrasyon işlemi çözümlenirse,

$$\begin{aligned} \int_0^1 \left(v_f^2 h^{iv} + (v_0^2 - 1) h'' + 2v_0 i \omega h' - \omega^2 h \right) dx + v_f^2 [h \phi''' - h' \phi'' + h'' \phi' - h''' \phi]_0^1 \\ + (v_0^2 - 1) [h \phi' - h' \phi]_0^1 + 2v_0 i \omega [h \phi]_0^1 \end{aligned} \quad (4.28)$$

elde edilir. Çözülebilirlik şartını bulmak için denklem (4.27)'in sağ tarafını sıfırlarsak sol tarafın sıfıra eşit olabilmesi ancak ve ancak integral içinin sıfır olması ve sınır şartlarının sıfır olması ile mümkündür. Böylece,

$$v_f^2 h^{iv} + (v_0^2 - 1) h'' - 2iv_0 \omega h' - \omega^2 h = 0 \quad (4.29)$$

yazılabilir. Sınır şartları açık olarak yazılırsa h fonksiyonu, $O(1)$ mertebesi çözümü için kullanılan Y fonksiyonunun kompleks eşleniğini vermiştir. Yani

$$h = \bar{Y} \quad (4.30)$$

olduğu anlaşılmaktadır.

4.3.1.2 İntegral dışındaki terimlerin açık yazılması (Basit-Basit için)

İntegral dışındaki terimler açık olarak yazılırsa, elde edilen bu ifadenin ve keyfi terimlerin sınır şartları,

$$g(0)=g''(0)=g(1)=g''(1)=0 \quad (4.31)$$

ve

$$\phi(0)=\phi(1)=0, \quad \phi''(0)=kAY'(0), \quad \phi''(1)=-kAY'(1) \quad (4.32)$$

olarak elde edilir.

$$v_f^2[-h'(1)\phi'(1)+h'(0)\phi'(0)] \quad (4.33)$$

olmalıdır. Şimdi denklemlerin sağ tarafını incelenecektir (sol taraf sıfır olacağından sağ taraf çözülebilirlik şartını verecektir).

$$D_1 A + \psi_0 \bar{A} e^{i\sigma T_1} - \psi_3 \bar{A} A^2 + \frac{\mu}{2} A + \psi_4 A = 0 \quad (4.34)$$

Burada ψ_0 , ψ_3 ve ψ_4 aşağıdaki gibi tanımlanmıştır. ψ_0 ve ψ_3 terimleri içerisinde yer alan giriş hızının değişim genliği $v_f=4$, girişin uzunlamasına esnekliği (boyuna direngenlik) $v_b=5$ alınmıştır.

$$\psi_0 = v_1 \frac{\left(\left(\omega - \frac{\Omega}{2} \right) \int_0^1 \bar{Y}' \bar{Y} dx + i v_0 \int_0^1 \bar{Y}'' \bar{Y} dx \right)}{-2 \left(i \omega \int_0^1 Y \bar{Y} dx + v_0 \int_0^1 Y' \bar{Y} dx \right)} \quad (4.35)$$

$$\psi_3 = \frac{1}{2} v_b \frac{\left[\int_0^1 \bar{Y}'' Y \left(\int_0^1 Y'^2 dx \right) dx + 2 \int_0^1 Y'' \bar{Y} \left(\int_0^1 Y' \bar{Y}' dx \right) \right]}{2 \left(i \omega \int_0^1 Y \bar{Y} dx + v_0 \int_0^1 Y' \bar{Y} dx \right)} \quad (4.36)$$

$$\psi_4 = (1 - k) \frac{v_f^2 [\bar{Y}'(1)Y'(1) + \bar{Y}'(0)Y'(0)]}{2 \left(i \omega \int_0^1 Y \bar{Y} dx + v_0 \int_0^1 Y' \bar{Y} dx \right)} \quad (4.37)$$

4.3.1.3 İntegral dışındaki terimlerin açık yazılması (Ankastre – Ankastre için)

İntegral dışındaki terimler açık olarak yazılırsa, elde edilen bu ifadenin ve keyfi terimlerin sınır şartları,

$$g(0) = g''(0) = g(1) = g''(1) = 0 \quad (4.38)$$

ve

$$\phi(0) = \phi(1) = 0, \quad \phi''(0) = kAY'(0), \quad \phi''(1) = -kAY'(1) \quad (4.39)$$

olarak elde edilir.

$$v_f^2 [h''(1)\phi'(1) + h''(0)\phi'(0)] \quad (4.40)$$

olmalıdır. Şimdi denklemlerin sağ taraflarını inceleyelim (sol taraf sıfır olacağından sağ taraf çözülebilirlik şartını verecektir).

$$D_1 A + \psi_0 \bar{A} e^{i\sigma T_1} - \psi_3 \bar{A} A^2 + \frac{\mu}{2} A + \psi_5 A = 0 \quad (4.41)$$

Burada ψ_0 , ψ_3 ve ψ_5 aşağıdaki gibi tanımlanmıştır. ψ_0 ve ψ_3 terimleri içerisinde yer alan giriş hızının değişim genliği $v_1=4$, girişin uzunlamasına esnekliği (boyuna direngenlik) $v_b=5$ alınmıştır.

$$\psi_0 = v_1 \frac{\left(\left(\omega - \frac{\Omega}{2} \right) \int_0^1 \overline{Y'} \overline{Y} dx + i v_0 \int_0^1 \overline{Y''} \overline{Y} dx \right)}{-2 \left(i \omega \int_0^1 Y \overline{Y} dx + v_0 \int_0^1 Y' \overline{Y} dx \right)} \quad (4.42)$$

$$\psi_3 = \frac{1}{2} v_b \frac{\left[\int_0^1 \overline{Y''} Y \left(\int_0^1 Y'^2 dx \right) dx + 2 \int_0^1 \overline{Y''} \overline{Y} \left(\int_0^1 Y' \overline{Y'} dx \right) \right]}{2 \left(i \omega \int_0^1 Y \overline{Y} dx + v_0 \int_0^1 Y' \overline{Y} dx \right)} \quad (4.43)$$

$$\psi_5 = k \frac{v_f^2 [\overline{Y''}(1) Y''(1) + \overline{Y''}(0) Y''(0)]}{-2 \left(i \omega \int_0^1 Y \overline{Y} dx + v_0 \int_0^1 Y' \overline{Y} dx \right)} \quad (4.44)$$

Basit-basit mesnet durumu için aşağıdaki ifadeler yazılabilir.

$$0 = D_1 A + \psi_0 \overline{A} e^{i\sigma T_1} - \psi_3 \overline{A} A^2 + \frac{\mu}{2} A + \psi_4 A \quad (4.45)$$

Basit olmayan çözüm için kompleks genlik şu şekilde yazılabilir.

$$A = \frac{1}{2} a e^{i\theta} \quad (4.46)$$

Denklem (4.46), denklem (4.47)'da yerine yazılır ve gerçel ve sanal kısımları ayrıldığında genlik faz modülasyon denklemlerini aşağıdaki gibi elde edilir.

$$a' = a (\psi_{0_I} \sin \gamma - \psi_{0_R} \cos \gamma) + \frac{\mu}{2} a - \psi_{4_R} a = 0 \quad (4.47)$$

$$\gamma' = \sigma + 2(\psi_{0_R} \sin \gamma + \psi_{0_I} \cos \gamma + \psi_{4_I}) - \frac{1}{2} a^2 \psi_{3_I} = 0 \quad (4.48)$$

Denklemlerde yer alan faz ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$\gamma = \sigma T_1 - 2\theta \quad (4.49)$$

Düzgün rejim bölgesi için sürekli sistemlerde

$$a' = \gamma' = 0 \quad (4.50)$$

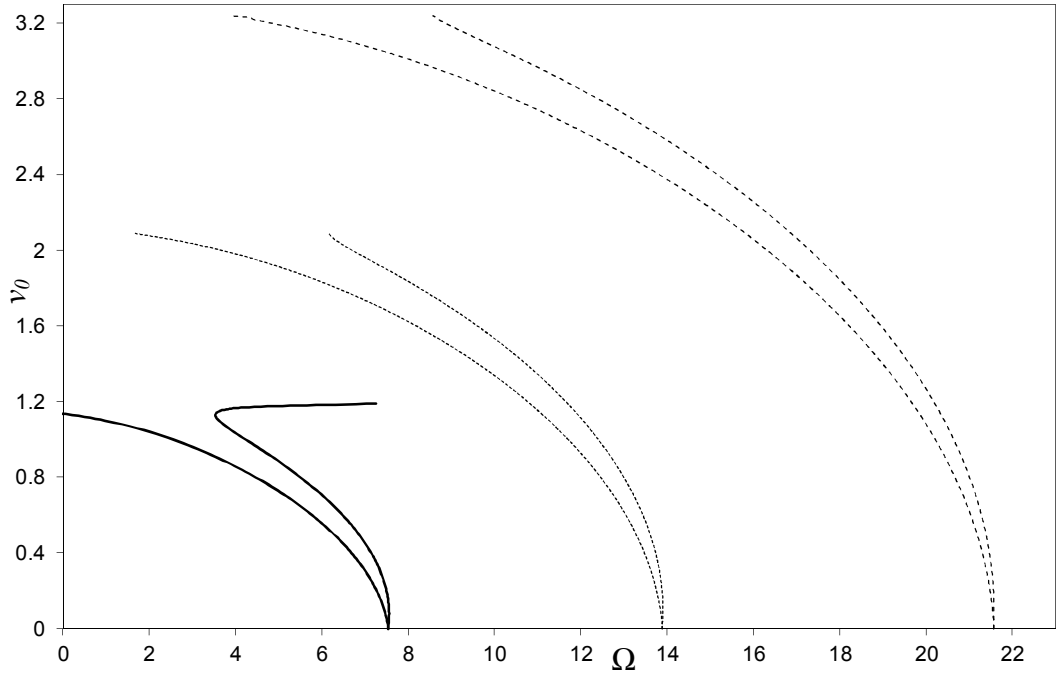
Buradan hız değişim frekansı ve genlik arasındaki ilişki şu şekilde elde edilir.

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2} a^2 \psi_{3_I} + 2\psi_{4_I} \mp 2\sqrt{\psi_{0_R}^2 + \psi_{0_I}^2 - \left(\psi_{4_R} - \frac{1}{2}\mu\right)^2} = 0 \quad (4.51)$$

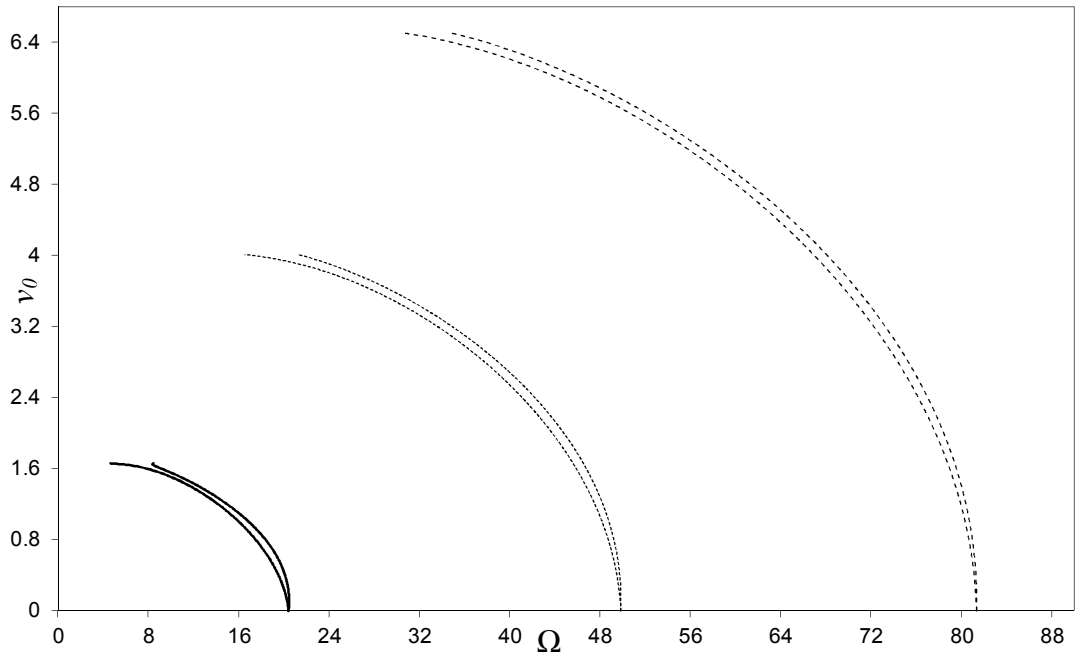
Ankastre-ankastre mesnet durumu için aşağıdaki ifadeler yazılabilir. Aynı işlemler yapılırsa ankastre-ankastre mesnet durumu için hız değişim frekansı ve genlik arasındaki ilişki şu şekilde bulunur.

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2} a^2 \psi_{3_I} + 2\psi_{5_R} \mp 2\sqrt{\psi_{0_R}^2 + \psi_{0_I}^2 - \left(\psi_{5_R} - \frac{1}{2}\mu\right)^2} = 0 \quad (4.52)$$

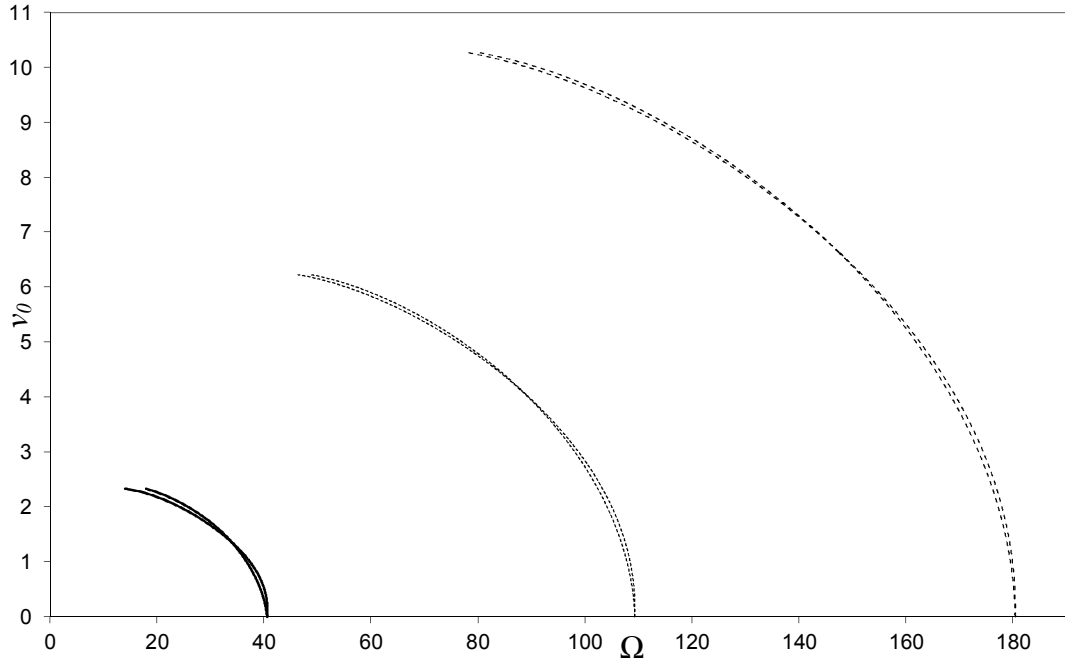
Burada σ zorlama hız değişimidir.



Şekil 43 $k=0.1$ değerinde ν_f 'nin farklı değerlerinde ideal olmayan sınır şartlarında basit mesnet için birinci mod tabii frekans grafiği (— $\nu_f=0.2$, $\nu_f=0.6$, - - - $\nu_f=1.0$)

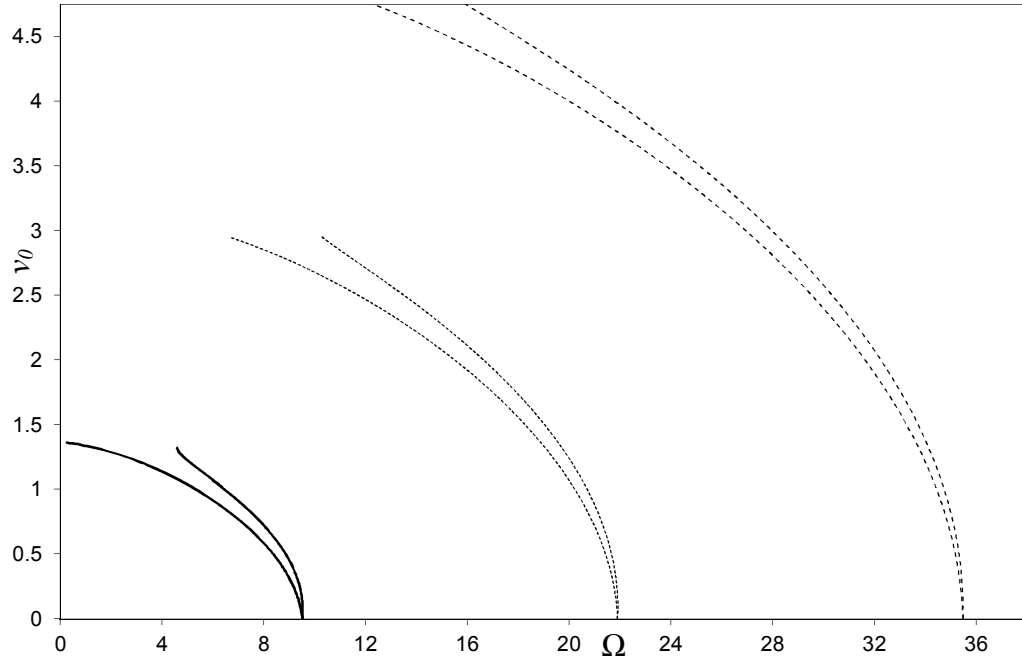


Şekil 44 $k=0.1$ değerinde ν_f 'nin farklı değerlerinde ideal olmayan sınır şartlarında basit mesnet için ikinci mod tabii frekans grafiği (— $\nu_f=0.2$, $\nu_f=0.6$, - - - $\nu_f=1.0$)

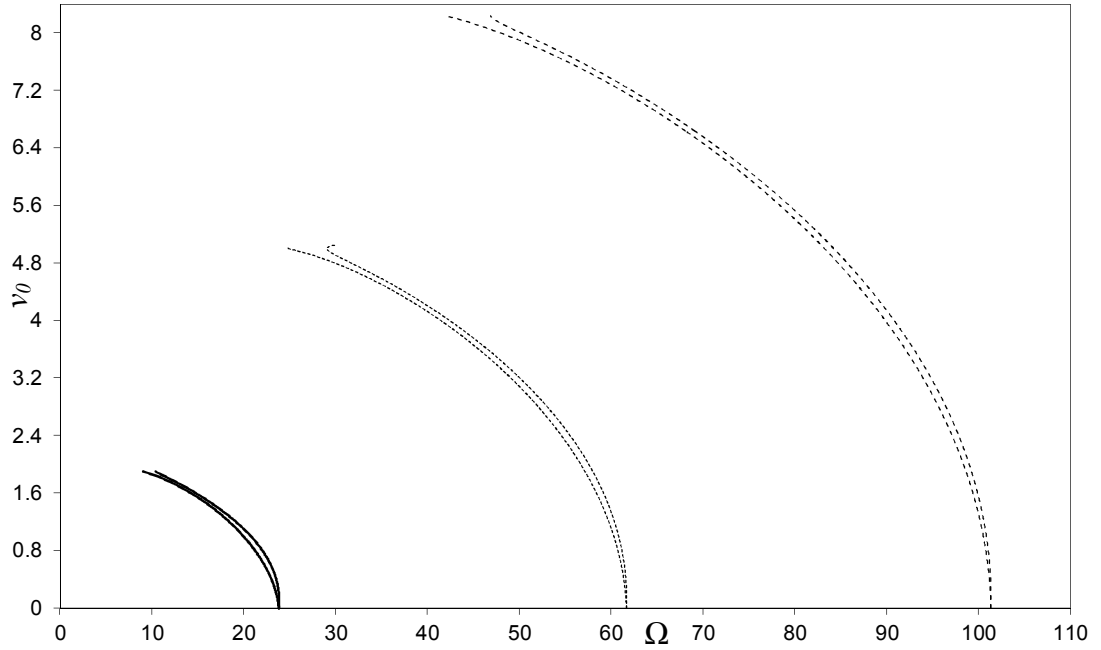


Şekil 45 $k=0.1$ değerinde v_f 'nin farklı değerlerinde ideal olmayan sınır şartlarında basit mesnet için üçüncü mod tabii frekans grafiği (— $v_f=0.2$, $v_f=0.6$, - - - $v_f=1.0$)

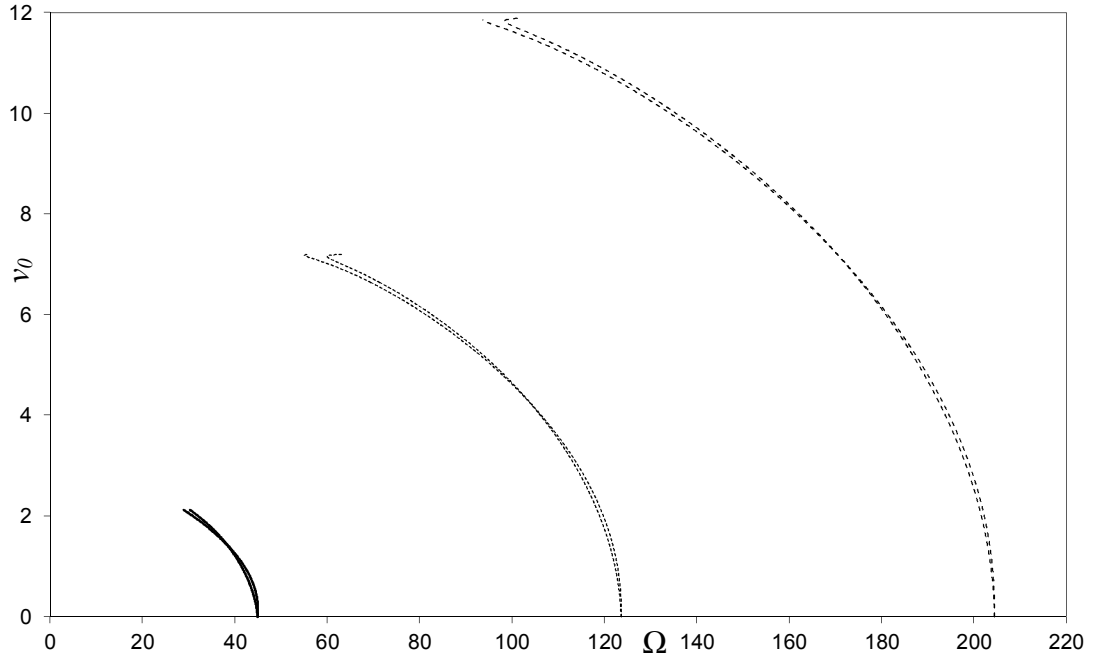
Şekil 43, Şekil 44 ve Şekil 45'te $k=0.1$ değerinde basit mesnet için ilk üç mod tabii frekans grafikleri v_f 'nin 0.2, 0.6 ve 1.0 olduğu değerler için verilmiştir. v_0 'ın kritik değerinde sistem kararsız hale geliyor. v_f değerinin artması ile kararsızlık bölgesi daralmaktadır. Ayrıca birinci moddan üçüncü mod tabii frekansa doğru ilerledikçe kararsızlık bölgesi aynı şekilde daralmaktadır.



Şekil 46 $k=0.9$ değerinde v_f 'nin farklı değerlerinde ideal olmayan sınır şartlarında ankastre mesnet için birinci mod tabii frekans grafiği (— $v_f=0.2$, $v_f=0.6$, - - - $v_f=1.0$)

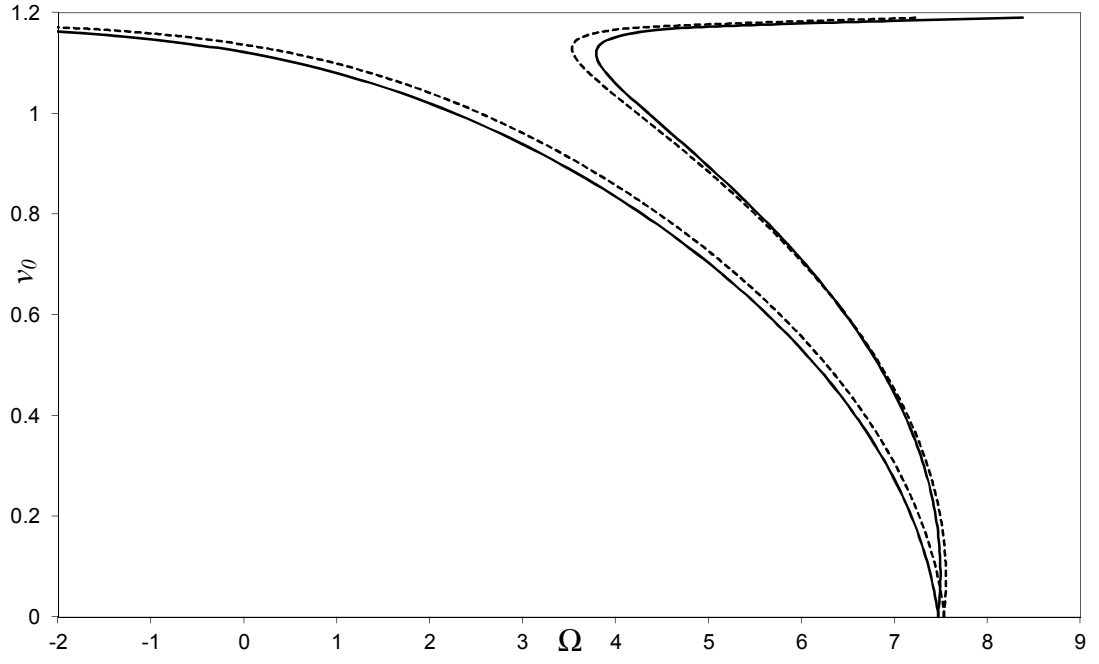


Şekil 47 $k=0.9$ değerinde v_f 'nin farklı değerlerinde ideal olmayan sınır şartlarında ankastre mesnet için ikinci mod tabii frekans grafiği (— $v_f=0.2$, $v_f=0.6$, - - - $v_f=1.0$)

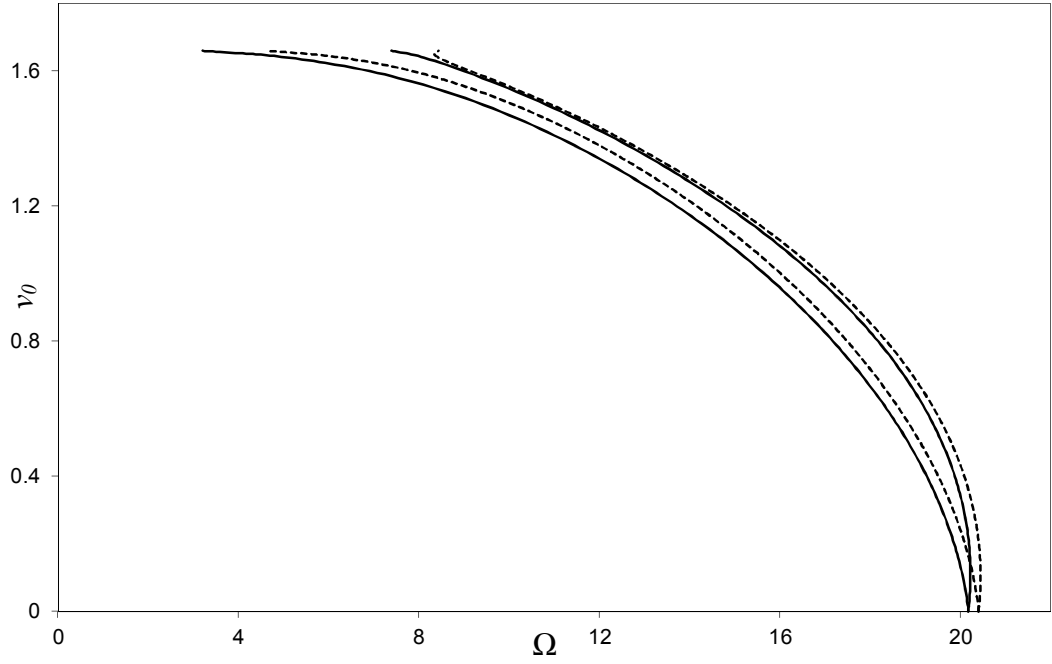


Şekil 48 $k=0.9$ değerinde v_f 'nin farklı değerlerinde ideal olmayan sınır şartlarında ankastre mesnet için üçüncü mod tabii frekans grafiği (— $v_f=0.2$, $v_f=0.6$, - - - $v_f=1.0$)

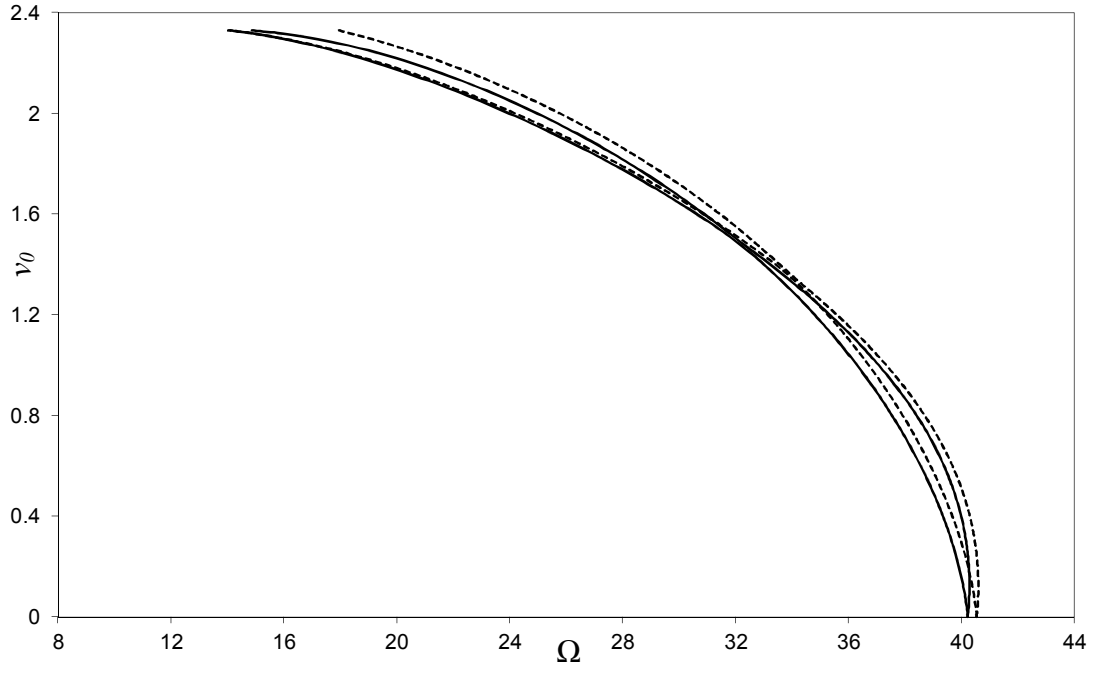
Şekil 46, Şekil 47 ve Şekil 48' de $k=0.9$ değerinde ankastre mesnet için ilk üç mod tabi frekans grafikleri v_f 'nin 0.2, 0.6 ve 1.0 olduğu değerler için verilmiştir. v_0 'ın kritik değerinde sistem kararsız hale geliyor. v_f değerinin artması ile kararsızlık bölgesi daralmaktadır. Ayrıca birinci moddan üçüncü mod tabi frekansa doğru ilerledikçe kararsızlık bölgesi aynı şekilde daralmaktadır.



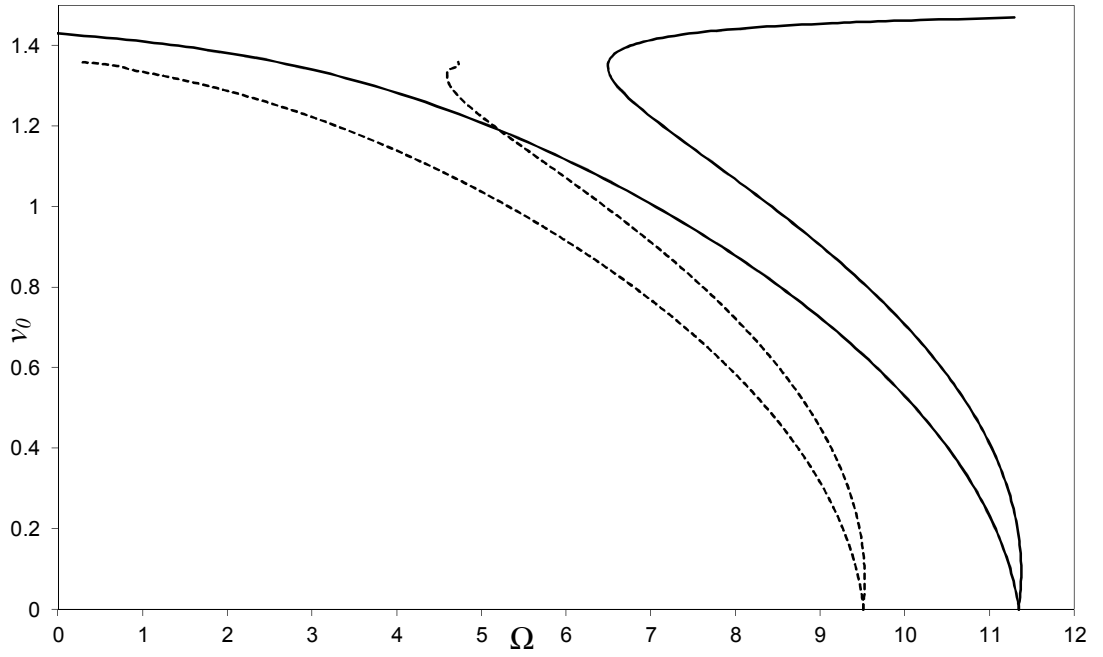
Şekil 49 $k=0.1$ değerinde $\nu_f=0.2$ değerinde ideal sınır şartları (___) ve ideal olmayan sınır şartları (....) uygulanmış basit mesnet için birinci mod tabii frekans grafiği



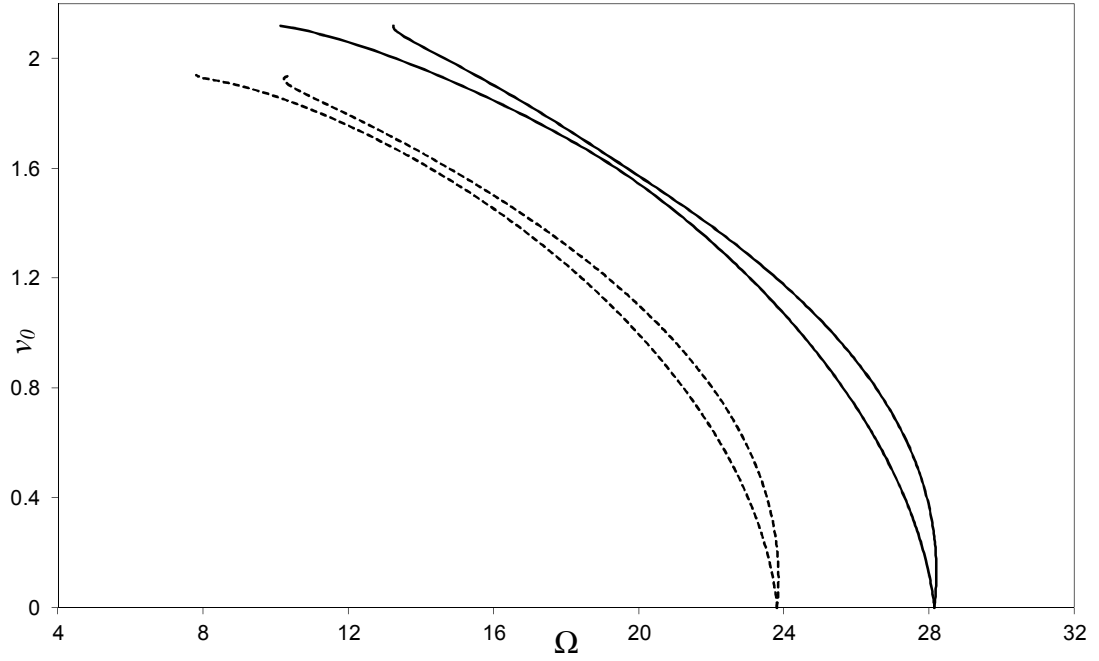
Şekil 50 $k=0.1$ değerinde $\nu_f=0.2$ değerinde ideal sınır şartları (___) ve ideal olmayan sınır şartları (....) uygulanmış basit mesnet için ikinci mod tabii frekans grafiği



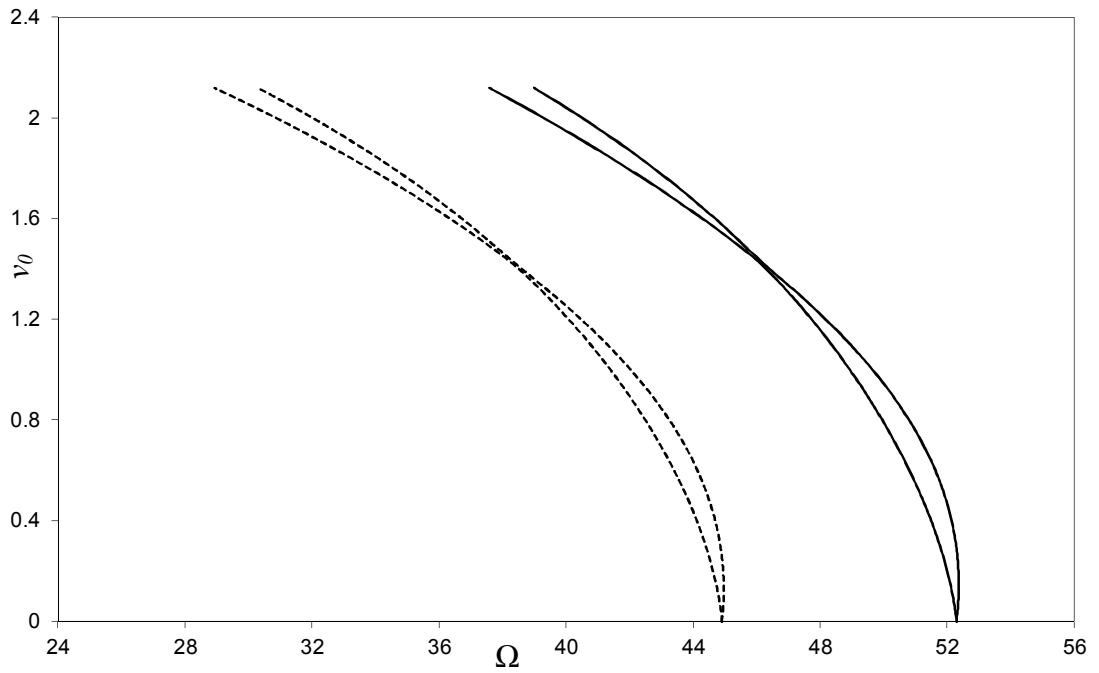
Şekil 51 $k=0.1$ değerinde $\nu_f=0.2$ değerinde ideal sınır şartları (—) ve ideal olmayan sınır şartları (....) uygulanmış basit mesnet için üçüncü mod tabii frekans grafiği



Şekil 52 $k=0.9$ değerinde $\nu_f=0.2$ değerinde ideal sınır şartları (—) ve ideal olmayan sınır şartları (....) uygulanmış ankastre mesnet için birinci mod tabii frekans grafiği



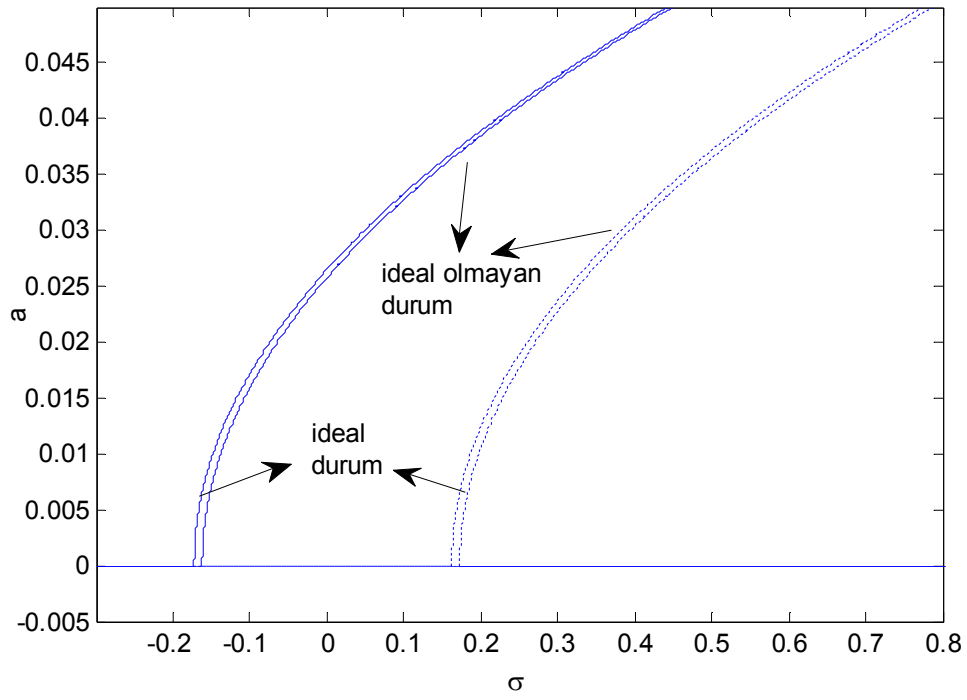
Şekil 53 $k=0.9$ değerinde $\nu_f=0.2$ değerinde ideal sınır şartları (—) ve ideal olmayan sınır şartları (....) uygulanmış ankastre mesnet için ikinci mod tabii frekans grafiği



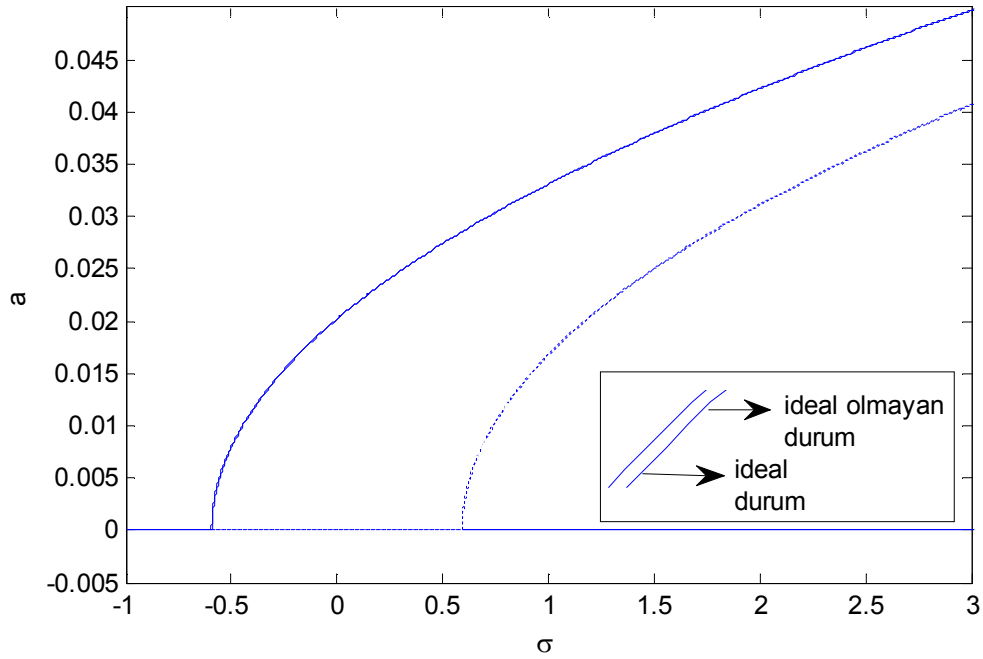
Şekil 54 $k=0.9$ değerinde $\nu_f=0.2$ değerinde ideal sınır şartları (—) ve ideal olmayan sınır şartları (....) uygulanmış ankastre mesnet için üçüncü mod tabii frekans grafiği

Şekil 49, Şekil 50 ve Şekil 51’de $k=0.1$ değerinde basit mesnet, Şekil 52, Şekil 53 ve Şekil 54’te $k=0.9$ değerinde ankastre mesnet için ilk üç mod tabii frekans grafikleri ν_f ’nin 0.2 olduğu değer için verilmiştir. Her iki durum içinde ideal sınır

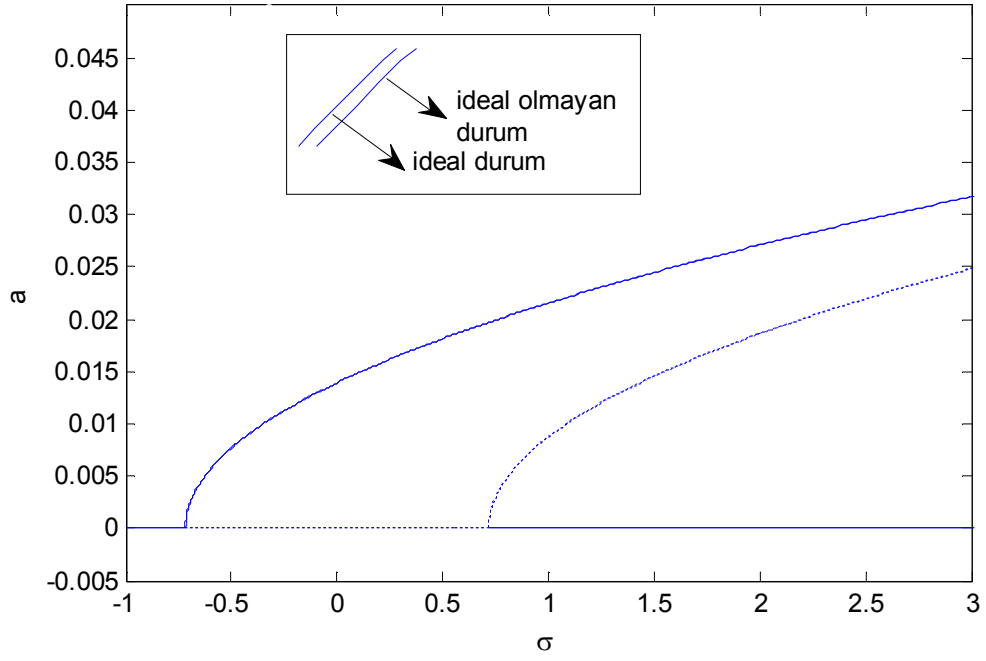
şartları uygulanmış durumdan, ideal olmayan sınır şartları uygulanmış mesnet durumuna geçerken kararsızlık bölgesi daralmaktadır.



Şekil 55 $\nu_f=0.2$ 'de ideal ve ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet durumunda hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (1. mod)

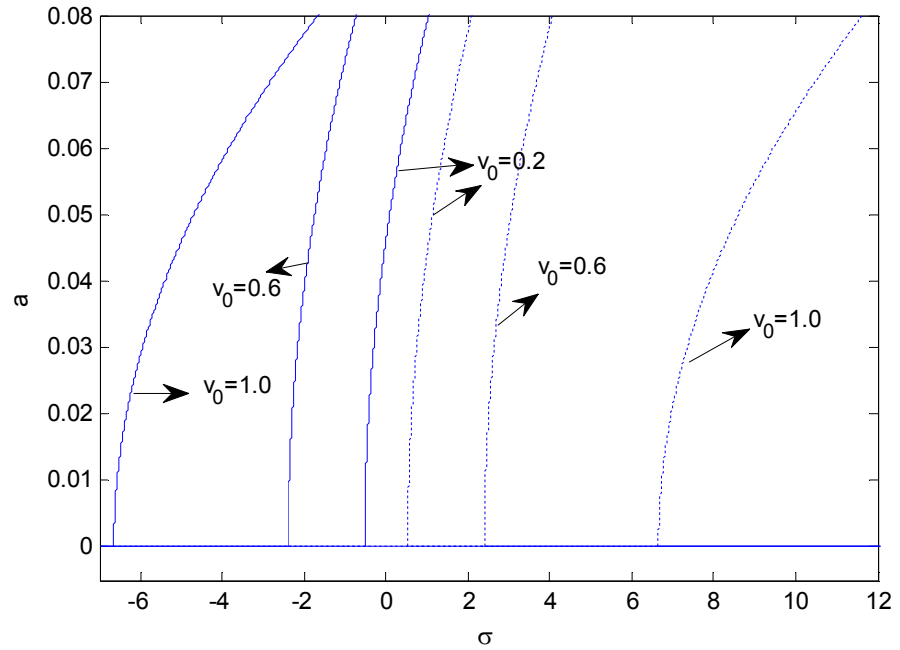


Şekil 56 $\nu_f=0.2$ 'de ideal ve ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet durumunda hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (2. mod)

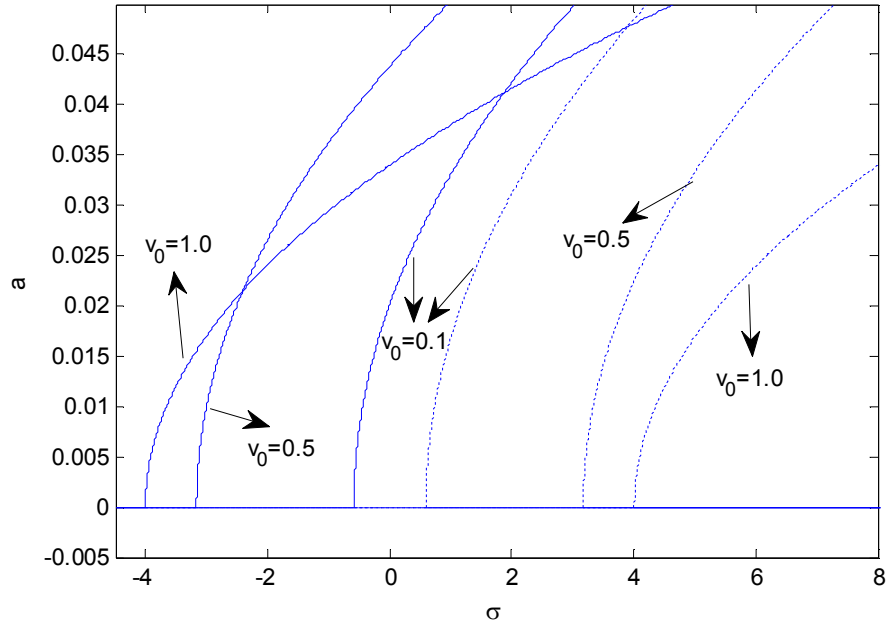


Şekil 57 $v_f=0.2$ 'de ideal ve ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet durumunda hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (3. mod)

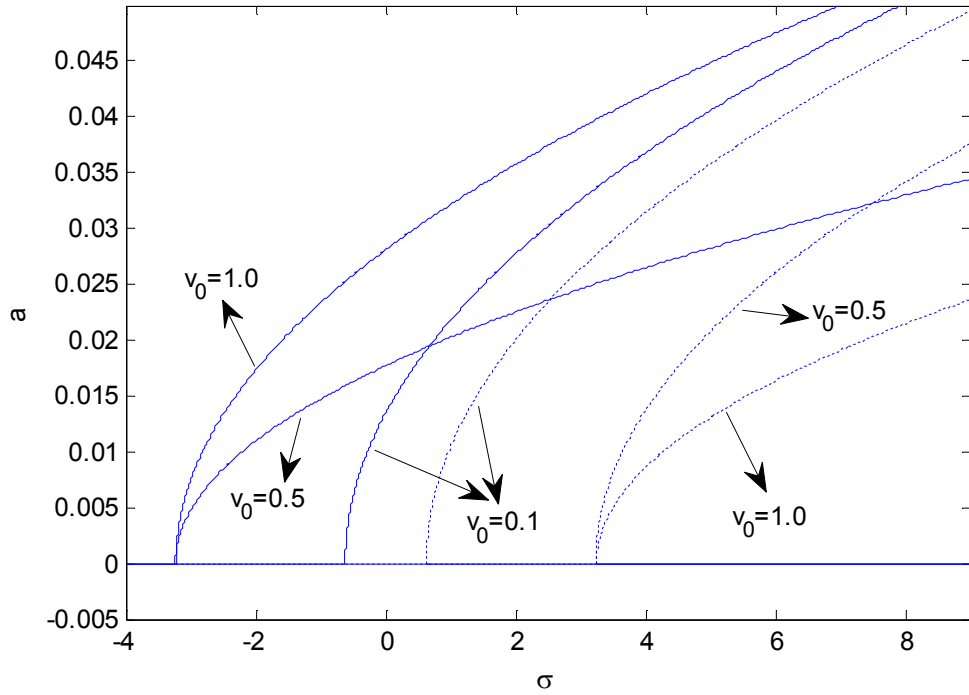
İdeal ve ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet durumunun grafiği Şekil 55, Şekil 56 ve Şekil 57'deki gibidir. İdeal olmayan sınır şartları uygulandığında kararsızlık bölgesi daralmaktadır.



Şekil 58 $v_f=0.2$ 'de ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet durumunda farklı v_0 değerlerinde hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (1. mod)

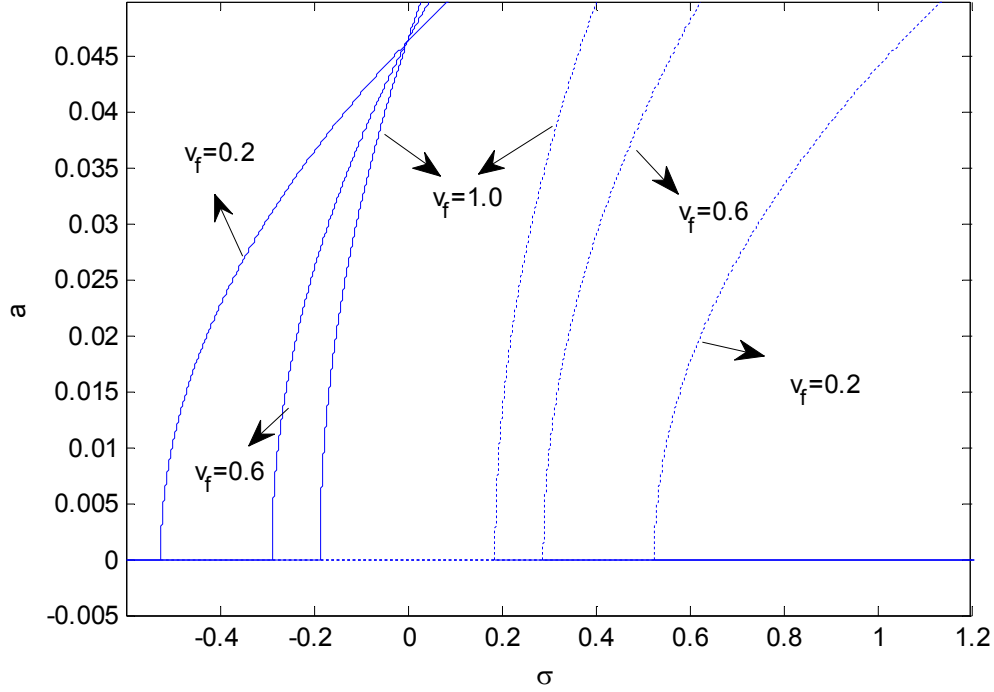


Şekil 59 $v_f=0.2$ 'de ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet durumunda farklı v_0 değerlerinde hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (2. mod)



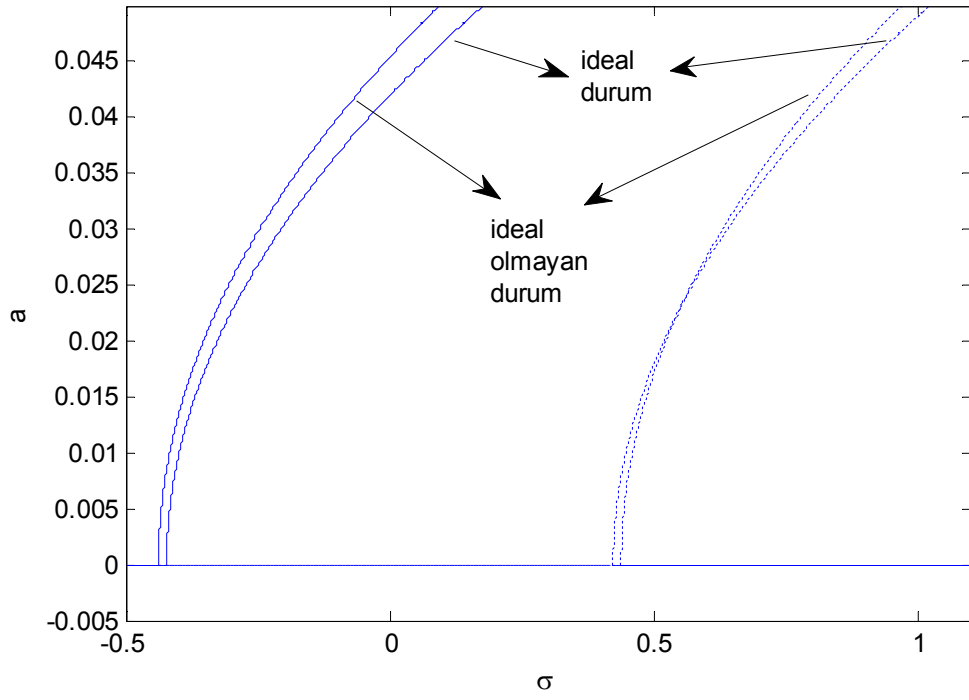
Şekil 60 $v_f=0.2$ 'de ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet durumunda farklı v_0 değerlerinde hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (3. mod)

Şekil 58, Şekil 59 ve Şekil 60’da ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet durumunda v_0 ’ın 0.1, 0.5 ve 1.0 olduğu değerlerdeki hız değişim frekansına bağlı genlik grafikleri verilmiştir. v_0 ’ın artmasıyla sağa doğru yatıklık artmıştır.

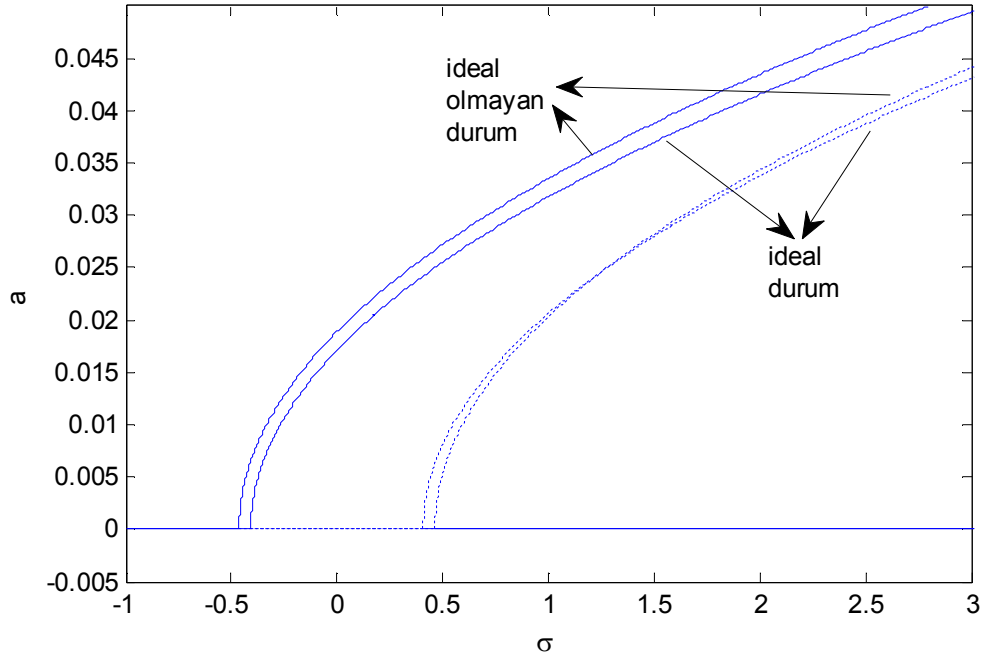


Şekil 61 $v_0=0.1$ 'de ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet durumunda farklı v_f değerlerinde hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (1.mod)

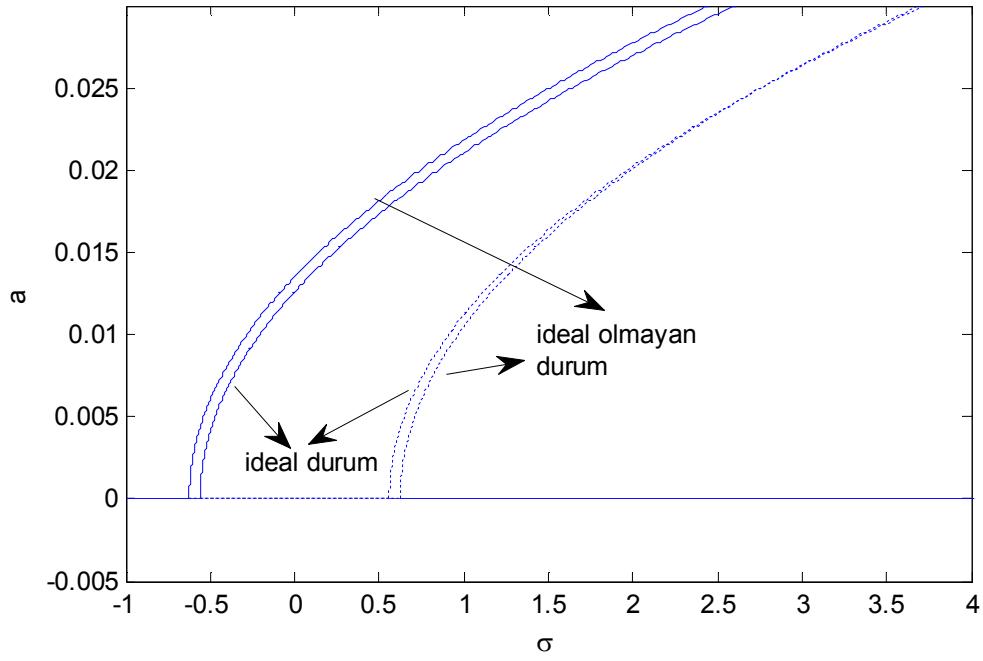
Şekil 61’de $v_0=0.1$ 'de ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet durumunda v_f ’nin 0.2, 0.6 ve 1.0 olduğu değerlerde hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi verilmiştir. v_f değerinin artmasıyla kararsızlık bölgesi daralmıştır.



Şekil 62 $\nu_f=0.2$ 'de ideal ve ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnet durumunda hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (1.mod)

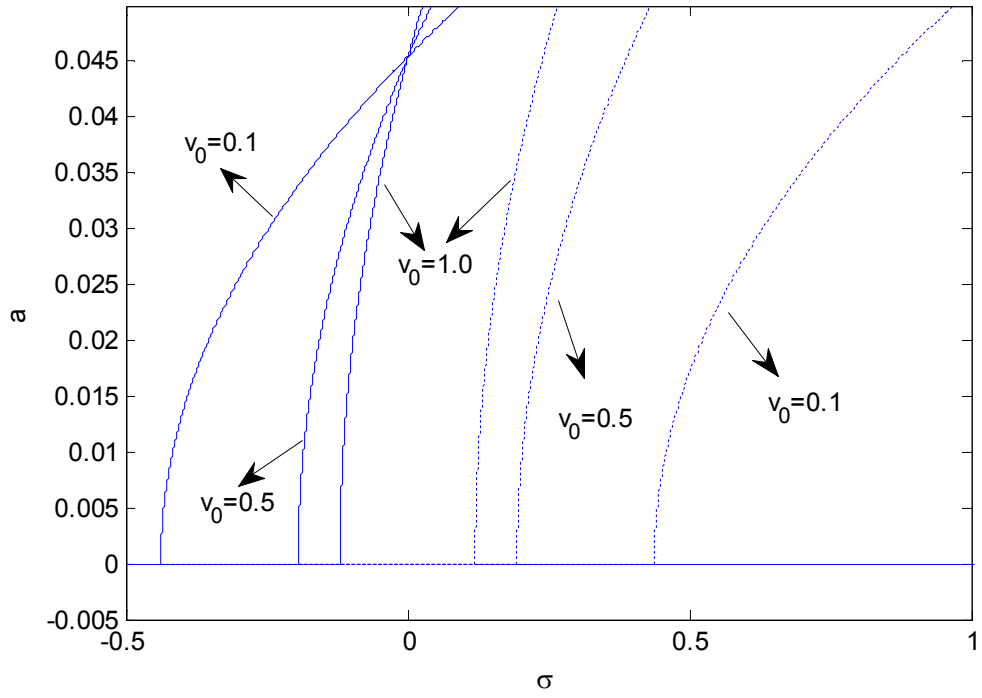


Şekil 63 $\nu_f=0.2$ 'de ideal ve ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnet durumunda hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (2.mod)

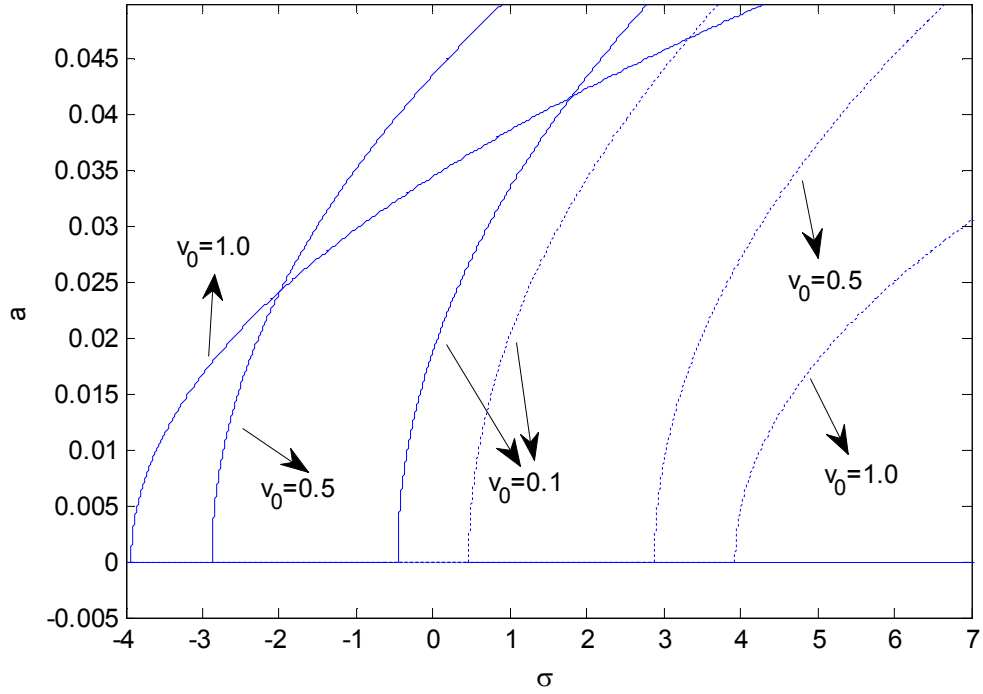


Şekil 64 $\nu_f=0.2$ 'de ideal ve ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnet durumunda hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (3.mod)

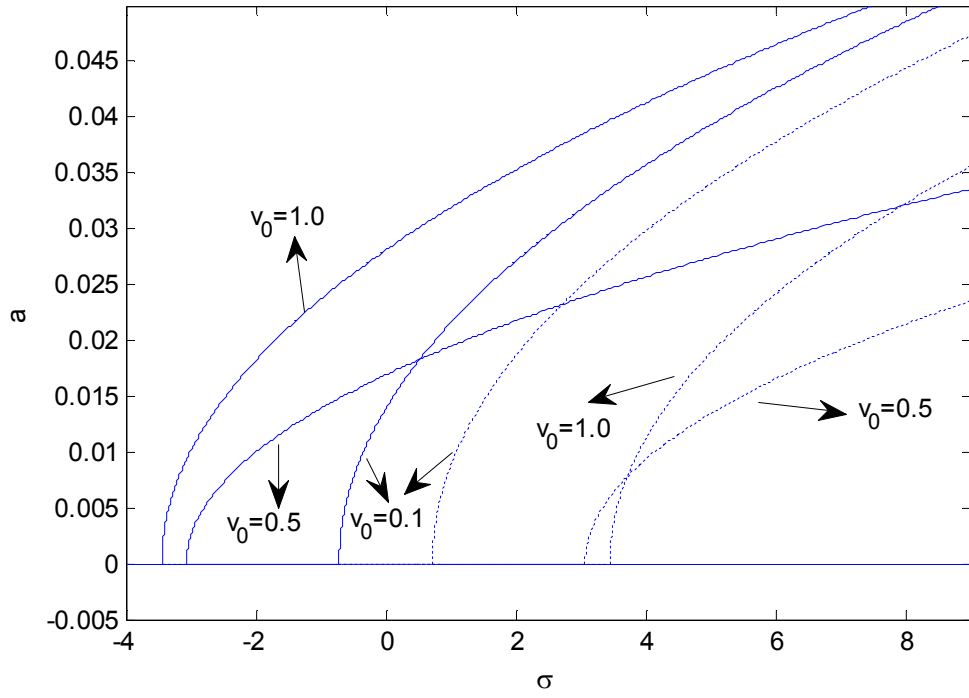
Şekil 62, Şekil 63 ve Şekil 64'te ideal ve ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnet durumunun grafiği verilmiştir. İdeal olmayan sınır şartları uygulandığında kararsızlık bölgesi daralmaktadır.



Şekil 65 $v_f=0.2$ 'de ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnet durumunda farklı v_0 değerlerinde hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (1.mod)

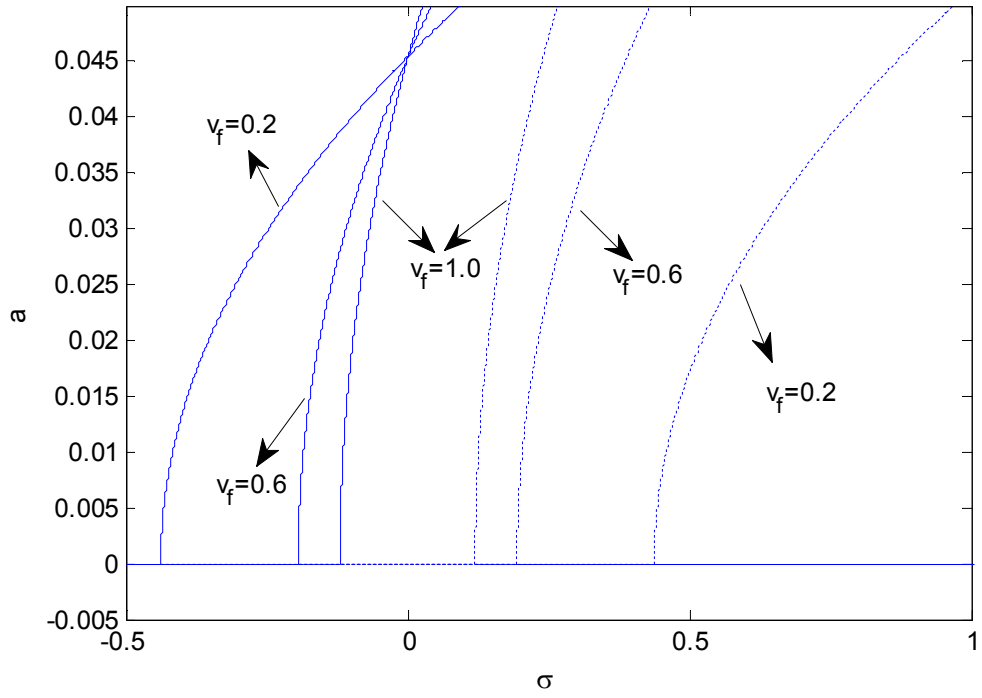


Şekil 66 $v_f=0.2$ 'de ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnet durumunda farklı v_0 değerlerinde hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (2.mod)



Şekil 67 $v_f=0.2$ 'de ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnet durumunda farklı v_0 değerlerinde hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (3.mod)

Şekil 65, Şekil 66 ve Şekil 67'de ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnet durumunda v_0 'ın 0.1, 0.5 ve 1.0 olduğu değerlerdeki hız değişim frekansına bağlı genlik grafikleri verilmiştir. v_0 'ın artmasıyla sağa doğru yatıklık artmıştır.



Şekil 68 $v_0=0.1$ 'de ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet durumunda farklı v_f değerlerinde hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi (1.mod)

Şekil 68'de $v_0=0.1$ 'de ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnet durumunda v_f 'nin 0.2, 0.6 ve 1.0 olduğu değerlerde hız değişim frekansına bağlı genlik değişimi verilmiştir. v_f değerinin artmasıyla kararsızlık bölgesi daralmıştır.

4.3.2 Ω 'nın 0'dan ve 2ω 'dan Uzak Olduğu Durum

Bu durumda hız değişim frekansı (Ω), 0'dan ve 2ω 'dan uzak olduğu durum ele alınmıştır. Bu durum için çözülebilirlik şartı şu şekilde bulunur.

Basit-basit mesnet durumu için aşağıdaki ifadeler yazılabilir.

$$D_1 A - \psi_3 \bar{A} A^2 - \frac{\mu}{2} A + \psi_4 A \quad (4.53)$$

$$\psi_4 = (1-k) \frac{v_f^2 [\bar{Y}'(1)Y'(1) + \bar{Y}'(0)Y'(0)]}{2 \left(i\omega \int_0^1 Y \bar{Y} dx + v_0 \int_0^1 Y' \bar{Y} dx \right)} \quad (4.54)$$

Kompleks genlik ifadesi yazılır ve denklem gerçekte ve sanal kısımlara ayrılırsa faz modülasyon denklemleri elde edilir.

$$a' = \frac{\mu}{2} a - \Psi_{4_R} a \quad (4.55)$$

$$\theta' = \frac{1}{4} a^2 \Psi_{3_I} - \Psi_{4_I} \quad (4.56)$$

Serbest titreşimleri bulabilmek için $\mu = 0$ olmalıdır. Bu durumda,

$$a = (-\Psi_{4_R} a) T_1 + a_0 \quad (4.57)$$

$$\theta = \left(\frac{1}{4} a^2 \Psi_{3_I} - \Psi_{4_I} \right) T_1 + \theta_0 \quad (4.58)$$

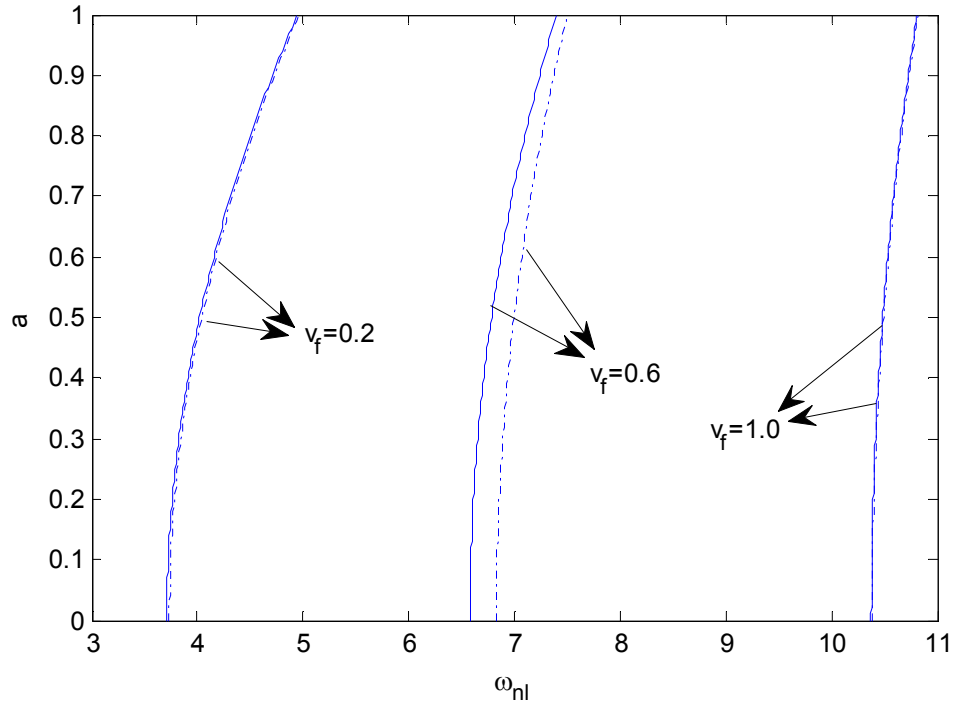
elde edilir. Buradan hareketli kiriş için nonlinear frekans denklemi şu şekilde elde edilir.

$$\omega_{nl} = \omega + \varepsilon \left(\frac{1}{4} a^2 \Psi_{3_l} - \Psi_{4_l} \right) \quad (4.59)$$

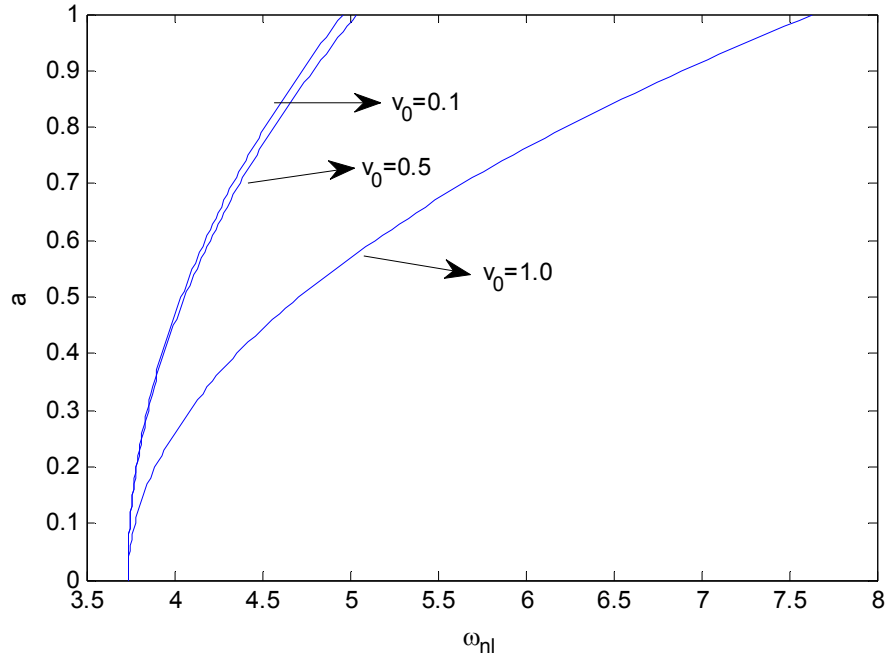
Ankastre-ankastre mesnet içinde benzer işlemler yapılırsa,

$$\omega_{nl} = \omega + \varepsilon \left(\frac{1}{4} a^2 \Psi_{3_l} - \Psi_{5_l} \right) \quad (4.60)$$

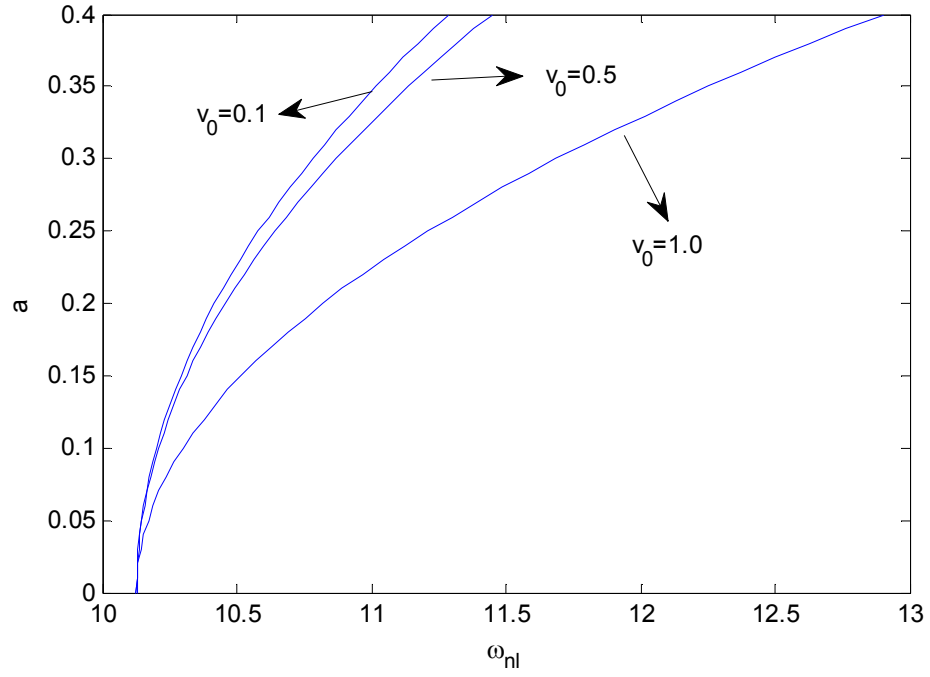
bulunur.



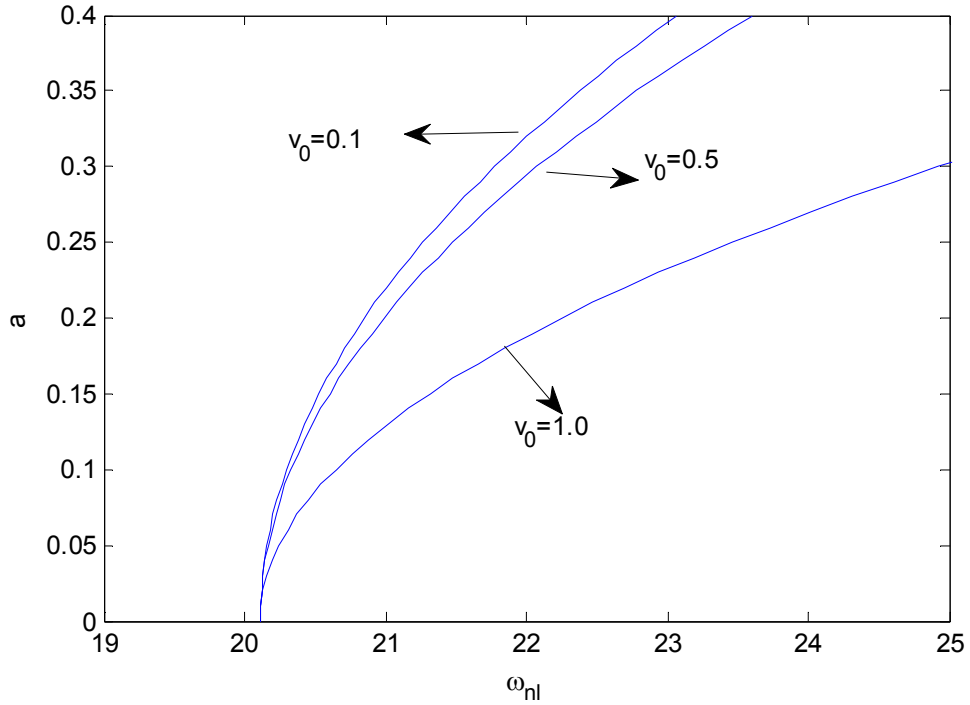
Şekil 69 v_f değişimine göre ideal ve ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet için nonlinear frekansın genliğe bağlı değişimi (1.mod, ___ ideal, _ _ _ _ ideal olmayan)



Şekil 70 $v_f=0.2$ değerinde v_0 'ın 0.1, 0.5 ve 1.0 değerlerinde ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet için nonlinear frekansın genliğe bağlı değişimi (1. mod)

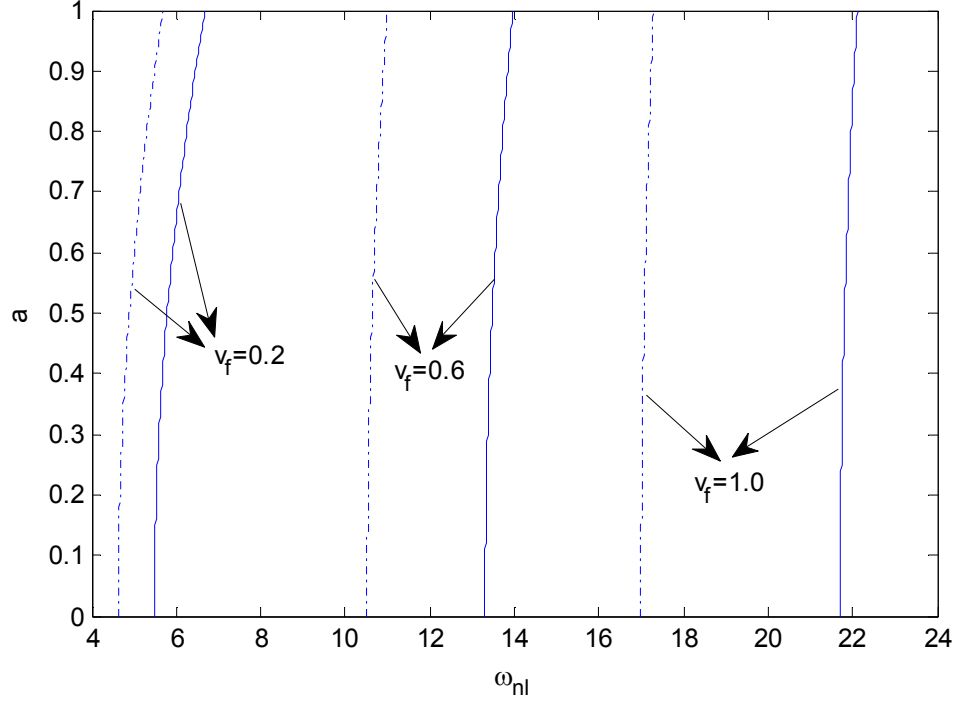


Şekil 71 $v_f=0.2$ değerinde v_0 'ın 0.1, 0.5 ve 1.0 değerlerinde ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet için nonlinear frekansın genliğe bağlı değişimi (2. mod)

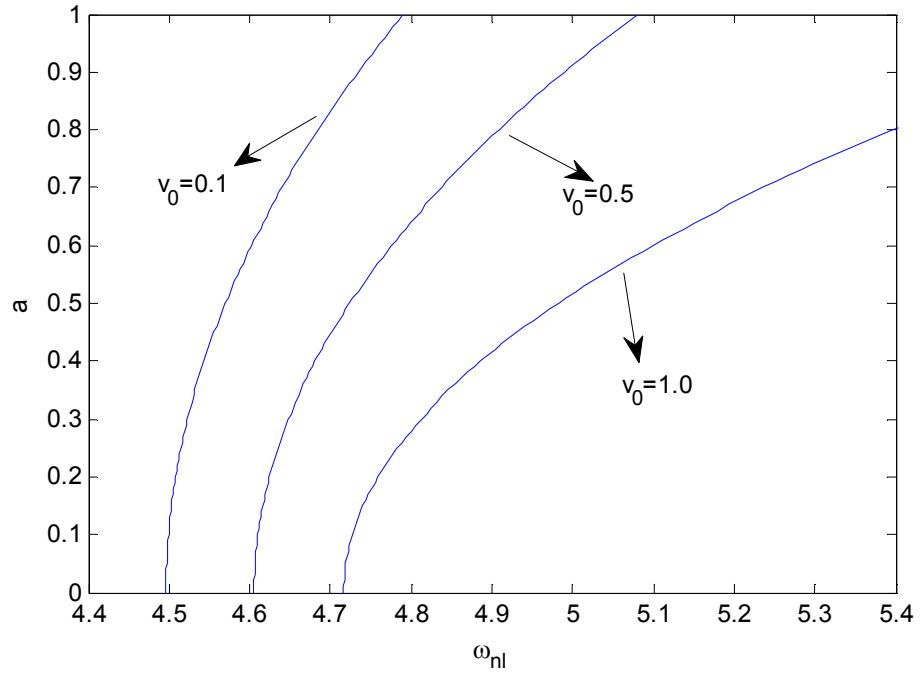


Şekil 72 $v_f=0.2$ değerinde v_0 'ın 0.1, 0.5 ve 1.0 değerlerinde ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnet için nonlinear frekansın genliğe bağlı değişimi (3. mod)

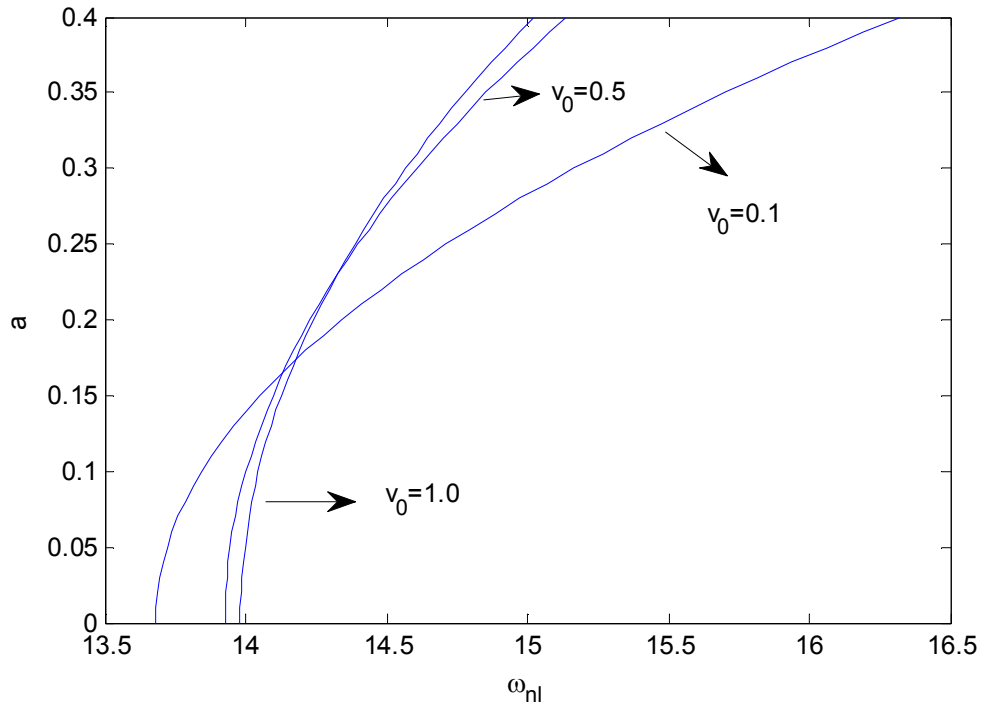
Şekil 70, Şekil 71 ve Şekil 72’de $\nu_f=0.2$ değerinde ν_0 ’ın artmasıyla ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit mesnette nonlinear frekans değerleride artmıştır.



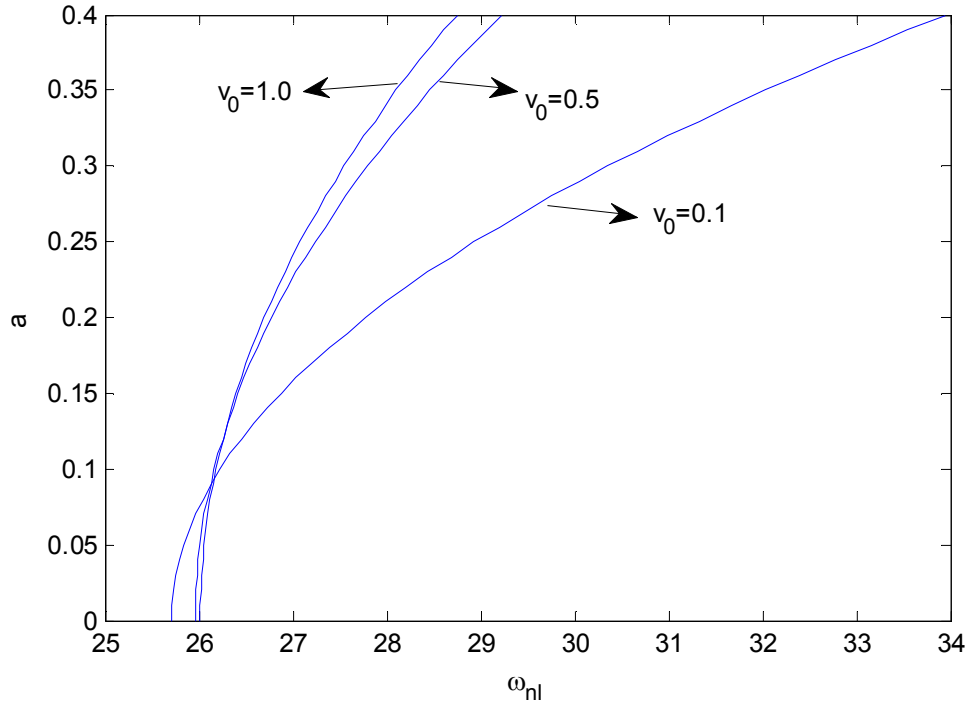
Şekil 73 ν_f değişimine göre ideal ve ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnet için nonlinear frekansın genliğe bağlı değişimi (1.mod, ____ideal , _._._ ideal olmayan)



Şekil 74 $v_f=0.2$ değerinde v_0 'ın 0.1, 0.5 ve 1.0 değerlerinde ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnet için nonlineer frekansın genliğe bağlı değişimi (1. Mod)

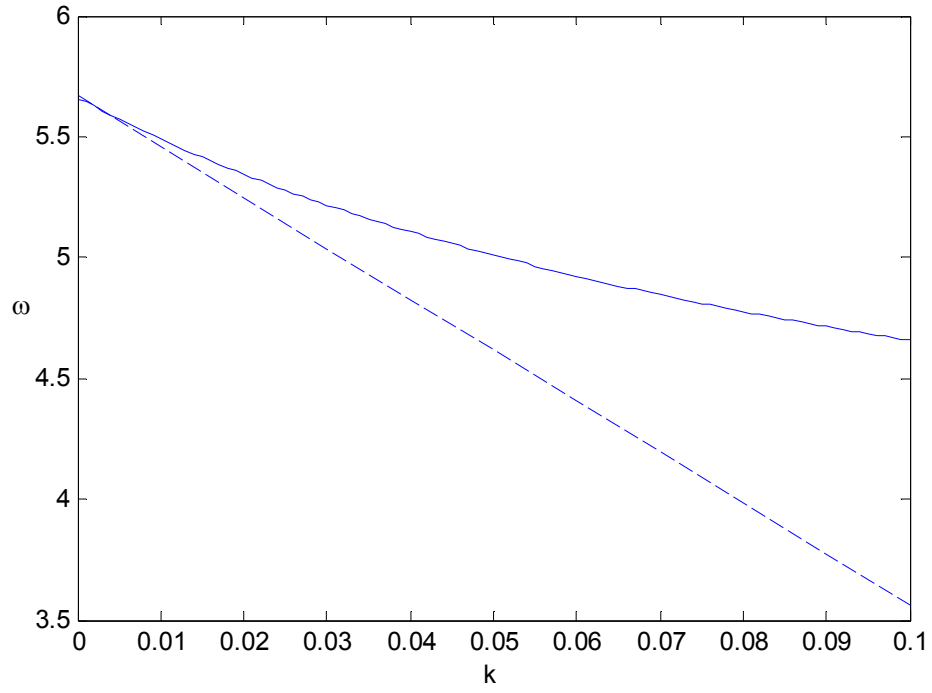


Şekil 75 $v_f=0.2$ değerinde v_0 'ın 0.1, 0.5 ve 1.0 değerlerinde ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnet için nonlineer frekansın genliğe bağlı değişimi (2. Mod)

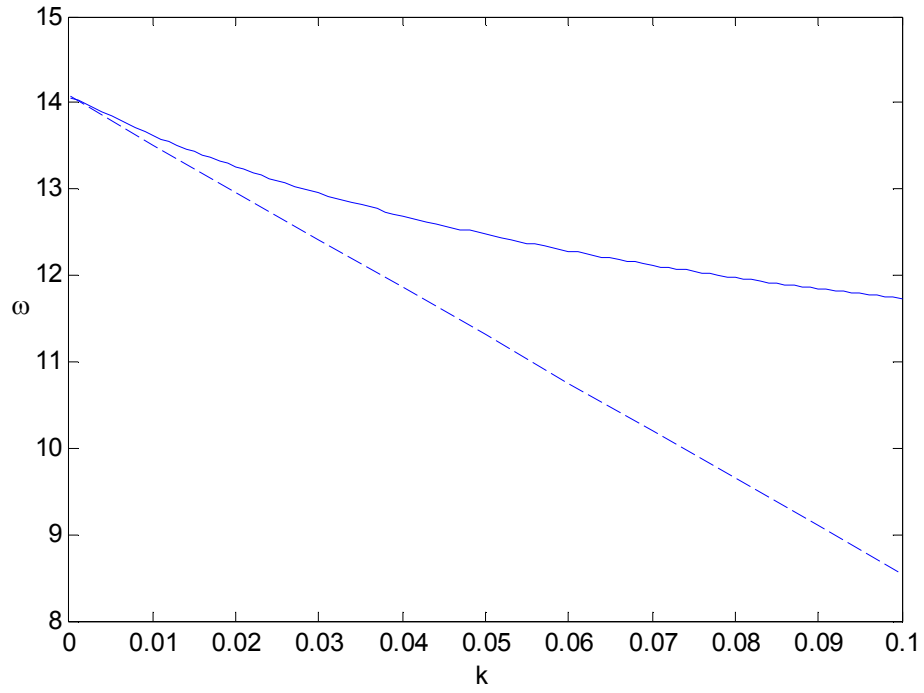


Şekil 76 $v_f=0.2$ değerinde v_0 'ın 0.1, 0.5 ve 1.0 değerlerinde ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnet için nonlinear frekansın genliğe bağlı değişimi (3. Mod)

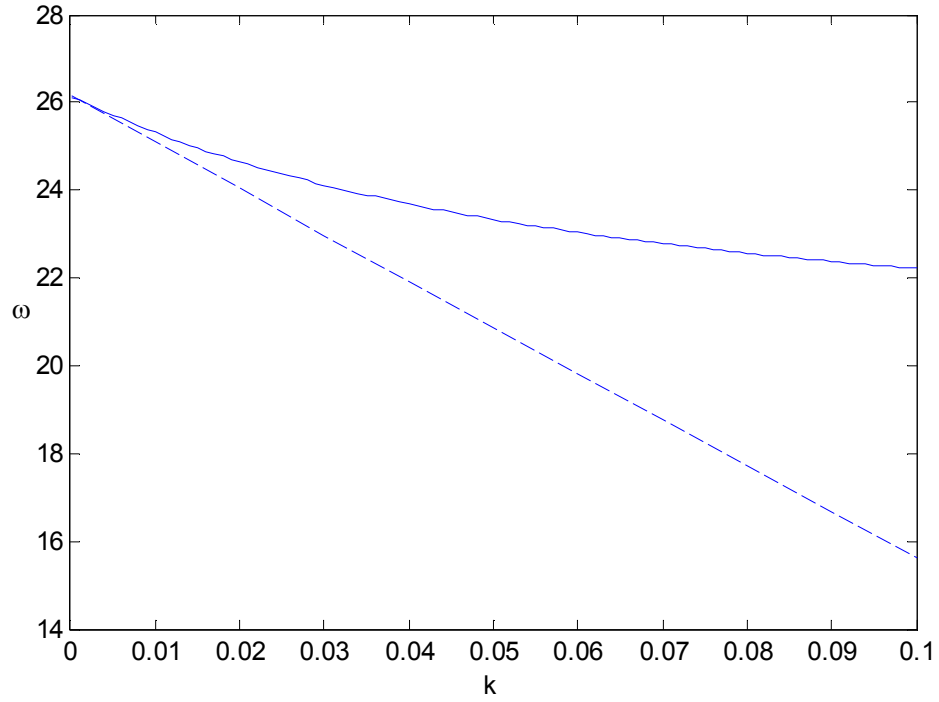
Şekil 74, Şekil 75 ve Şekil 76'da $v_f=0.2$ değerinde v_0 'ın artmasıyla ideal olmayan sınır şartları uygulanmış ankastre mesnette nonlinear frekans değerleride artmıştır.



Şekil 77 Ankastre mesnet için ideal olmayan sınır şartlarının analitik çözüm ve perturbasyon çözümüne uygulanmış birinci mod tabii frekans grafiği ($\nu_f=0.2$, $\nu_\theta=0.1$) (— analitik çözüm, - - - perturbasyon çözümü)

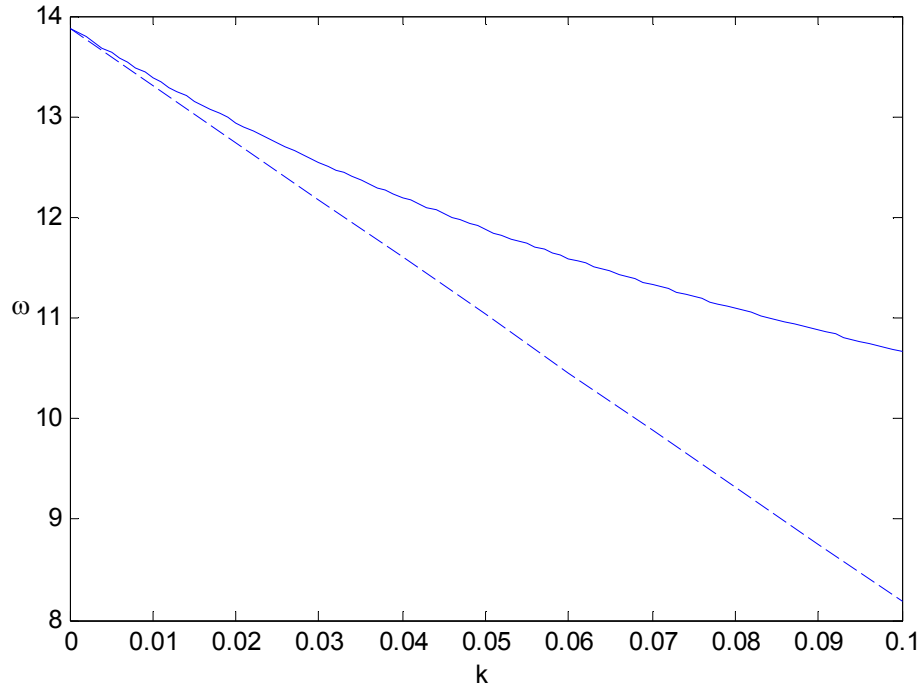


Şekil 78 Ankastre mesnet için ideal olmayan sınır şartlarının analitik çözüm ve perturbasyon çözümüne uygulanmış ikinci mod tabii frekans grafiği ($\nu_f=0.2$, $\nu_\theta=0.1$) (— analitik çözüm, - - - perturbasyon çözümü)

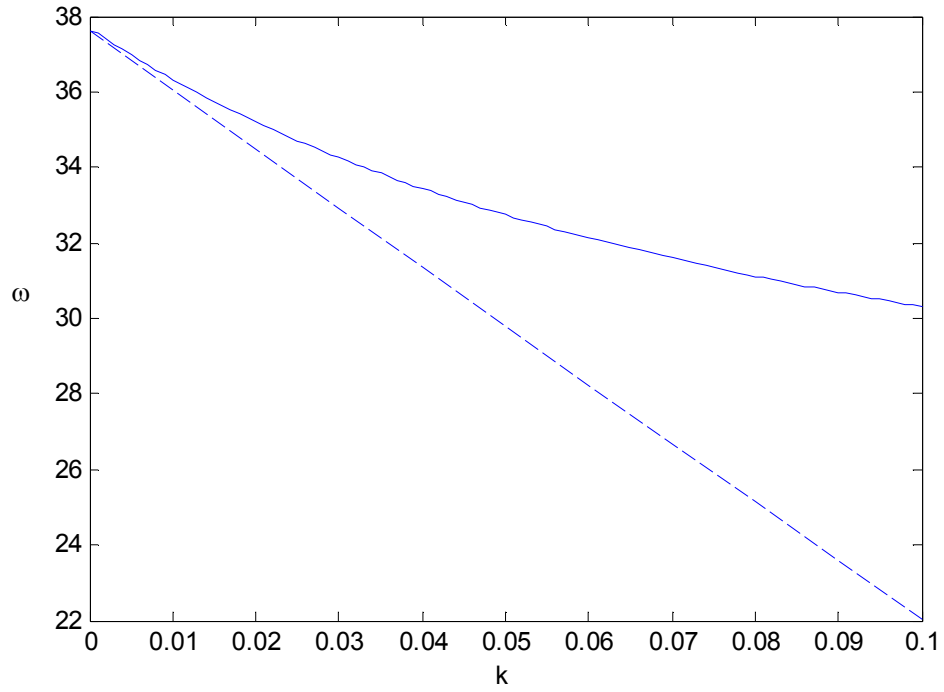


Şekil 79 Ankastre mesnet için ideal olmayan sınır şartlarının analitik çözüm ve perturbasyon çözümüne uygulanmış üçüncü mod tabii frekans grafiği ($v_f=0.2$, $v_0=0.1$) (— analitik çözüm, - - - perturbasyon çözümü)

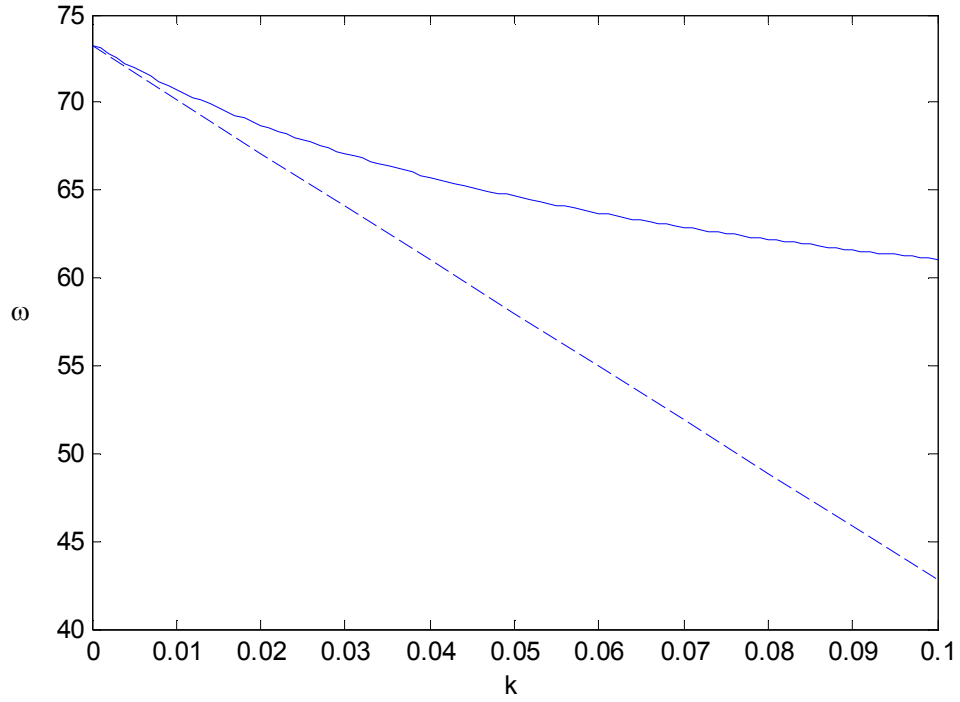
Şekil 77, Şekil 78 ve Şekil 79 $v_f=0.2$, $v_0=0.1$ olduğu durumda k 'nın değişimine bağlı olarak ankastre mesnet için ideal olmayan sınır şartlarının analitik ve perturbasyon çözümüne uygulanmış birinci, ikinci ve üçüncü mod tabii frekans grafikleri görülmektedir. Grafiklerde perturbasyon çözümünün analitik çözüme göre tabii frekans değerlerinin daha hızlı azaldığı görülmektedir.



Şekil 80 Ankastre mesnet için ideal olmayan sınır şartlarının şartlarının analitik çözüm ve perturbasyon çözümüne uygulanmış birinci mod tabii frekans grafiği ($\nu_f=0.6$, $\nu_0=0.1$) (— analitik çözüm, - - - perturbasyon çözümü)

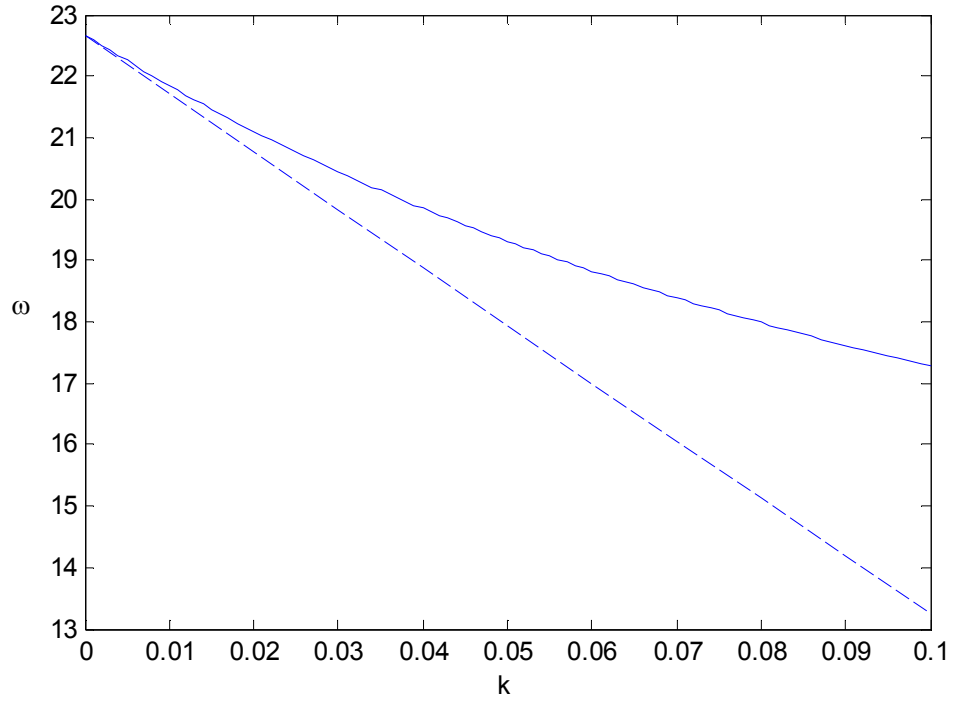


Şekil 81 Ankastre mesnet için ideal olmayan sınır şartlarının şartlarının analitik çözüm ve perturbasyon çözümüne uygulanmış ikinci mod tabii frekans grafiği ($\nu_f=0.6$, $\nu_0=0.1$) (— analitik çözüm, - - - perturbasyon çözümü)

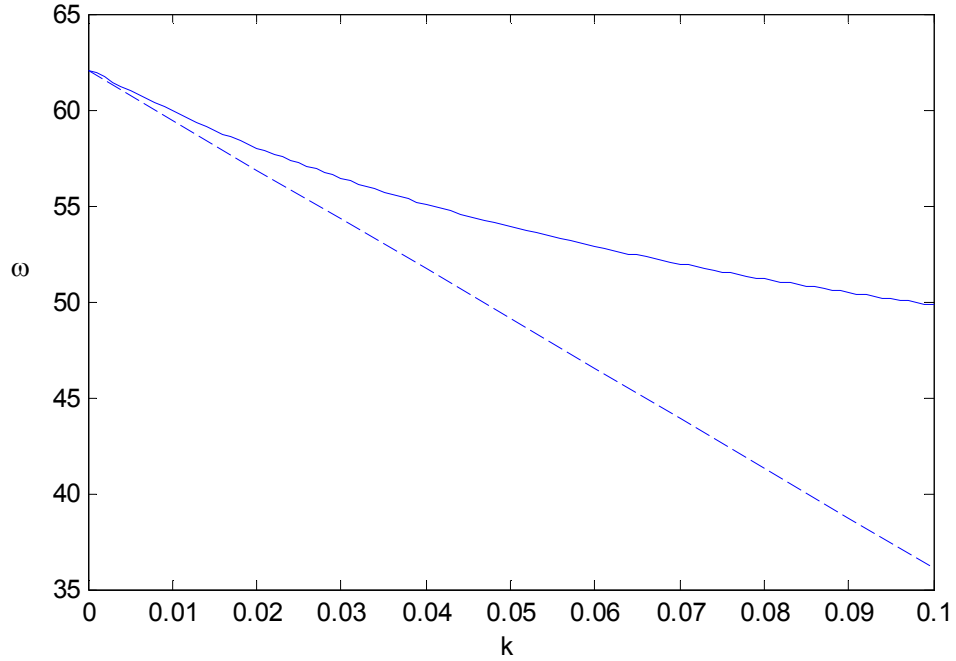


Şekil 82 Ankastre mesnet için ideal olmayan sınır şartlarının şartlarının analitik çözüm ve perturbasyon çözümüne uygulanmış üçüncü mod tabii frekans grafiği ($\nu_f=0.6$, $\nu_0=0.1$) (— analitik çözüm, - - - perturbasyon çözümü)

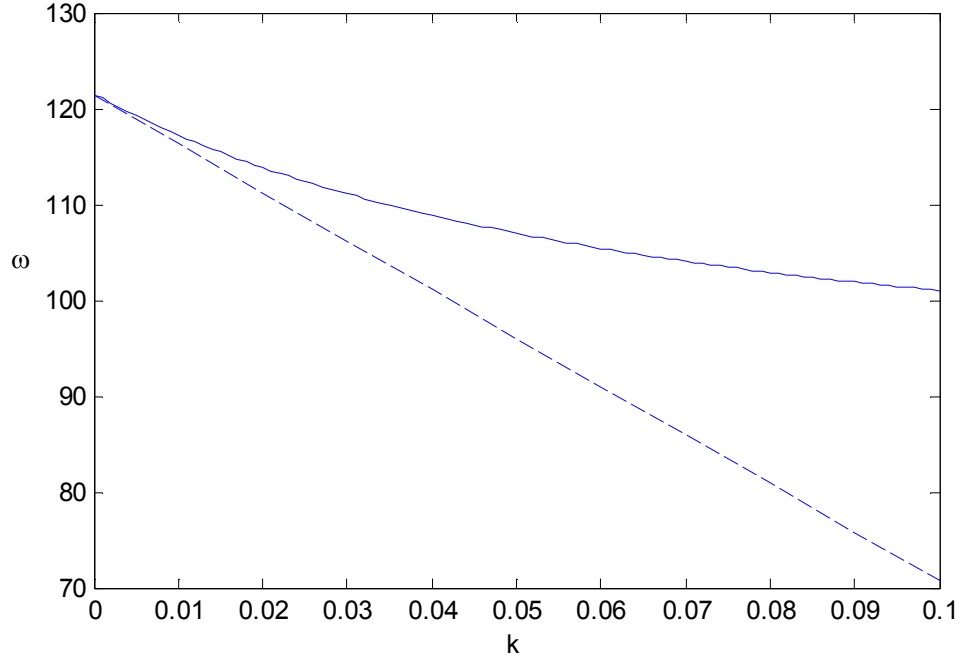
Şekil 80, Şekil 81 ve Şekil 82’de $\nu_f=0.6$, $\nu_0=0.1$ olduğu durumda k ’nın değişimine bağlı olarak ankastre mesnet için ideal olmayan sınır şartlarının analitik ve perturbasyon çözümüne uygulanan birinci, ikinci ve üçüncü mod tabii frekans grafikleri görülmektedir. Grafiklerde perturbasyon çözümünün analitik çözüme göre tabii frekans değerlerinin daha hızlı azaldığı görülmektedir.



Şekil 83 Ankastre mesnet için ideal olmayan sınır şartlarının analitik çözüm ve perturbasyon çözümüne uygulanmış birinci mod tabii frekans grafiği ($v_f=1.0$, $v_0=0.1$) (— analitik çözüm, - - - perturbasyon çözümü)



Şekil 84 Ankastre mesnet için ideal olmayan sınır şartlarının şartlarının analitik çözüm ve perturbasyon çözümüne uygulanmış ikinci mod tabii frekans grafiği ($v_f=1.0$, $v_0=0.1$) (— analitik çözüm, - - - perturbasyon çözümü)



Şekil 85 Ankastre mesnet için ideal olmayan sınır şartlarının şartlarının analitik çözüm ve perturbasyon çözümüne uygulanmış üçüncü mod tabii frekans grafiği ($\nu_f=1.0$, $\nu_0=0.1$) (— analitik çözüm, - - - perturbasyon çözümü)

Şekil 83, Şekil 84 ve Şekil 85’de $\nu_f=1.0$, $\nu_0=0.1$ olduğu durumda k ’nın değişimine bağlı olarak ankastre mesnet için ideal olmayan sınır şartlarının analitik ve perturbasyon çözümüne uygulanmış birinci, ikinci ve üçüncü mod tabii frekans grafikleri görülmektedir. Grafiklerde perturbasyon çözümünün analitik çözüme göre tabii frekans değerlerinin daha hızlı azaldığı görülmektedir.

4.3.3 Ω 'nın 0'a yakın olduğu durum

Bu durumda hız değişim frekansı Ω 'nın sıfıra yakınlığını,

$$\Omega = \varepsilon \sigma \quad (4.61)$$

olarak gösterelim. Bu durumda çözülebilirlik şartı basit-basit mesnet için;

$$0 = D_1 A + \frac{\mu}{2} A + (\psi_1 \sin \sigma T_1 + \psi_2 \cos \sigma T_1) A - \psi_3 A^2 \bar{A} + \psi_4 A \quad (4.62)$$

buradaki ψ_1 ve ψ_2 sabitleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\psi_1 = \frac{i\omega v_1 \int_0^1 Y' \bar{Y} dx + v_0 v_1 \int_0^1 Y'' \bar{Y} dx}{i\omega \int_0^1 Y \bar{Y} dx + v_0 \int_0^1 Y' \bar{Y} dx} \quad (4.63)$$

$$\psi_2 = \frac{-v_1 \Omega \int_0^1 Y' \bar{Y} dx}{2 \left(i\omega \int_0^1 Y \bar{Y} dx + v_0 \int_0^1 Y' \bar{Y} dx \right)} \quad (4.64)$$

Genlik katsayısını gösteren a ifadesi şu şekilde elde edilir.

$$a = a_0 e^{-\frac{\mu}{2} T_1 - \psi_{4R} T_1 + (\psi_{1I} \sin \sigma T_1 - \psi_{2R} \cos \sigma T_1) / \sigma} = 0 \quad (4.65)$$

Ankastre-ankastre mesnet içinde benzer işlemler yapılır.

$$0 = D_1 A + \frac{\mu}{2} A + (\psi_1 \sin \sigma T_1 + \psi_2 \cos \sigma T_1) A - \psi_3 A^2 \bar{A} + \psi_5 A \quad (4.66)$$

Genlik katsayısını gösteren a ifadesi şu şekilde elde edilir.

$$a = a_0 e^{\frac{-\mu}{2} T_1 - \psi_{5R} T_1 + (\psi_{1I} \sin \sigma T_1 - \psi_{2R} \cos \sigma T_1) / \sigma} = 0 \quad (4.67)$$

$|\sin \sigma T_1| \leq 1$ ve $|\cos \sigma T_1| \leq 1$ olduğundan kompleks genlikler sınırlıdır. Dolayısıyla bu durum için herhangi bir kararsızlık yoktur.

SONUÇLAR VE YORUMLAR

Bu çalışmada ideal olmayan sınır şartları altında, eksenel hareketli kirişin nonlinear titreşimleri incelenmiştir. Hareket denklemleri Hamilton prensibi ile çıkarılmıştır. Denklemin çözümü için perturbasyon metotlarından çok ölçekli metot kullanılmıştır. Perturbasyon analizinde 1 mertebesi lineer çözümü, ε mertebesi lineer olmayan problemin çözümünü vermektedir. Ele alınan modelde gerçek sistemleri daha iyi temsil edecek şekilde nonlinear terimler ile ele alınmıştır.

Yapılan çalışma sonucu aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

Ele alınan, mesnet şartları için ideal ve ideal olmayan sınır koşullarında eksenel hız değerinin (v_0) artmasıyla frekans değerleri azalmaktadır.

Perturbasyon analizinde ε mertebesindeki denklemler nonlinear problemi oluşturmaktadır. Nonlinear hareket denkleminde Nonlinear problem hız değişim frekansının (Ω), sıfır ve tabii frekansın iki katından uzak olduğu, hız değişim frekansının sıfıra yakın olduğu ve hız değişim frekansının tabii frekansın iki katına yakın olduğu durumlar ayrı ayrı incelenmiştir. Hız değişim frekansı tabii frekansın iki katına yakın olması durumunda temel parametrik rezonansı oluşturmaktadır.

Basit olmayan çözümün geçerli olduğu kararsızlık bölgesi tüm modlar için, eksenel hızın (v_0) artması ile genişlemektedir. Kritik hızda ise bu bölge daha da genişlemektedir.

Kirişlik katsayısının (v_f) artması ile kararsızlık bölgesi daralmaktadır.

Kararsızlık bölgesi bazı durumlarda eksenel hıza (v_0) bağlı olarak önce genişlemekte, daha sonra daralıp tekrar artmaktadır. Basit mesnet için ideal sınır şartları ($k=0$ için) ve ideal olmayan sınır şartları uygulanmıştır ($k=0.1$ için). Böylelikle kararsızlık bölgesinin (v_f)'nin artmasıyla azaldığı belirlenmiştir. Tüm modlar için kararsızlık bölgesinin azaldığı gözlemlenmiştir. Yine ideal sınır şartları ($k=1$ için) ve ideal olmayan sınır şartları ($k=0.9$ için) uygulanmış sonuçlar basit mesnetteki duruma benzer çıkmıştır. Yalnızca üçüncü modda bir düğüm noktası oluşmaktadır. Kararsızlık önce artıp sonra daralmakta ve yine genişlemektedir.

Basit mesnet durumu için gözlemlenen sonuç ideal durumdaki kararsızlık bölgesi ideal olmayan durumdakine göre daha geniştir. Yani ideal olmayan durumda kararsızlık bölgesi daha azdır. Ankastre mesnet durumunda ise yine aynı şekilde ideal olmayan durumda kararsızlık bölgesi ideal duruma göre daha dardır.

Hız değişim frekanslarının farklı durumları ve kararlılık analizleri ele alınmıştır. Hız değişim frekansının (Ω), 2ω 'ya yakın olduğu durum incelenmiş ve nonlinear terimlerin tabii frekansa katkılarını gösteren frekans değerleri bulunmuştur. Hız değişim frekansının (Ω), 0'dan ve 2ω 'dan uzak olduğu durum ele alınmıştır ve çözülebilirlik şartı elde edilmiştir. Hız değişim frekansının (Ω) sıfıra yakınlığını incelenmiştir ve kompleks genlikler sınırlı çıktığı için bu durumda herhangi bir kararsızlık durumu ortaya çıkmamıştır.

v_f' nin tüm durumları için, v_0' ın artmasıyla ideal olmayan sınır şartları uygulanmış basit ve ankastre mesnetlerde, çizilen grafiklerde çizimlerde sağa doğru yatışlar artmıştır. Nonlineer frekansların genliğin artmasıyla arttığını görülmüştür.

Bu çalışmanın devamı olarak şu çalışmalar yapılabilir.

1. Toplam-fark tipi çözümler ele alınabilir.
2. Deneysel metotlarla elde ettiğimiz metotlar ile analitik çözümler karşılaştırılabilir.
3. Mesnetin ortada olduğu durum ele alınabilir.
4. İç rezonanslara bakılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] Nayfeh, A.H., Mook, D.T., Nonlinear Oscillations, Wiley, New York, 1979
- [2] McDonald, P.H., “Nonlinear dynamics of a beam”, Computers and Structures, 40, 1315-1320, 1991.
- [3] Pakdemirli, M., Nayfeh, A.H., “Journal of Vibration and Acoustics”, 166, 433-438, 1994.
- [4] Ozkaya, E., Pakdemirli, M., Oz, H.R., “Nonlinear vibrations of a beam-mass system under different boundary conditions”, Journal of Sound and Vibration, 199, 679-696, 1997.
- [5] Ozkaya, E., Pakdemirli, M., “Nonlinear vibrations of a beam-mass system with both ends clamped”, 221, 491-503, 1999.
- [6] Ulsoy, A.G., 1986. Coupling between spans in the vibration of axially moving materials, ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design 108, 207-212.
- [7] Dowell, E. H., Component Mode Analysis of Nonlinear and Nonconservative Systems, ASME Journal of Applied Mechanics, 47, 172-176, 1980
- [8] Wickert, J.A., Mote, C.D. Jr., “Classical vibration analysis of axially moving continua”, Journal of Applied Mechanics, ASME 57, 738-744, 1990.
- [9] Wickert, J.A., “Non-linear vibration of a traveling tensioned beam”, International Journal of Non-Linear Mechanics, 27, 503-517, 1992.
- [10] Qaisi, M.I., “A power series solution for the nonlinear vibration of beams”, Journal of Sound and Vibration, 199, 587-594, 1997.

- [11] Qaisi, M.I., "Nonlinear normal modes of a continuous systems", Journal of Sound and Vibration, 209, 561-569, 1998.
- [12] Miranker, W.L., "The wave equation in a medium in motion", IBM Journal of Research and Development 4, 36-42, 1960.
- [13] Pellicano, F., Zirilli, F., "Boundary layers and nonlinear vibrations in an axially moving beam", International Journal of Nonlinear Mechanics, 33, 691-711, 1998.
- [14] H.R. Oz, M. Pakdemirli, H. Boyacı, 2001. Nonlinear vibrations and stability of an axially moving beam with time dependent velocity, Int. J. Non-Linear Mech. 36 (1) 107-115.
- [15] Pakdemirli, M. and H. Boyacı, 2002. "Effect of non-ideal boundary conditions on the vibrations of continuous systems", Journal of Sound and Vibration 249(4) 815–823.
- [16] Pakdemirli, M. and H. Boyacı, 2003. Nonlinear vibrations of a simple-simple beam with a non-ideal support in between, Journal of Sound and Vibration, 268 331–341.
- [17] Oz, H.R., "On the vibrations of an axially travelling beam on fixed supports with variable velocity" Journal of Sound and Vibration, 239(3), 556-564, 2001.
- [18] Ozkaya, E. and Oz, H.R., "Determination of stability regions of axially moving beams using artificial neural networks method," Journal of Sound and Vibration, 252(4), 782-789, 2002.
- [19] Bağdatli, S.M., Özkaya, E., Ozyigit, H.A., Tekin, A.: Nonlinear vibrations of stepped beam systems using artificial neural networks. Structural Engineering and Mechanics 33(1), 15–30, 2009

- [20] Yurddaş, A, Ozkaya, E., Boyacı, H.: Nonlinear vibrations and stability analysis of axially moving strings having nonideal mid-support conditions. *Journal of Vibration and Control* 20, 518–534, 2012
- [21] Yurddaş, A, Özkaya, E., Boyacı, H.: Nonlinear vibrations of axially moving multi-supported strings having non-ideal support conditions. *Nonlinear Dynamics*. 73, 1223–1244, 2012
- [22] Bagdatli, S. M. And Uslu B., “Free vibration analysis of axially moving beam under non-ideal conditions,” *Structural Engineering and Mechanics*, 54(3), 597-605, 2015
- [23] Lee, J., “Free vibration analysis of beams with non-ideal clamped boundary conditions,” *Journal of Mechanical Science and Technology*, 27(2), 297-303, 2013
- [24] Pakdemirli, M., Oz, H.R., “Infinite mode analysis and truncation to resonant modes of axially accelerated beam vibrations”, *Journal of sound and Vibration*, 1052-1074, 311, 2008.
- [25] Pakdemirli, M., Nayfeh, S.A., Nayfeh, A. H., “Analysis of one-to-one autoparametric resonances in cables-discretization vs direct treatment”, *Nonlinear Dynamics* 8, 65-83, 1995.
- [26] Nayfeh, A. H., *Introduction to Perturbation Techniques*, Wiley, New York, 1981

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Bilal USLU

Doğum Yeri ve Yılı : Manisa, 1988

Medeni Hali : Evli

Yabancı Dili : İngilizce

E-posta : bilal.uslu@cbu.edu.tr

Eğitim Durumu

Lisans : Celal Bayar Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 2012

Yüksek Lisans : Celal Bayar Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 2015

Mesleki Deneyim

Kocaeli Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, Araştırma Görevlisi 2013-2014

Celal Bayar Üniversitesi H.F.T Teknoloji Fakültesi, Araştırma Görevlisi 2014-

Yayınları

Bagdatli, S. M. And Uslu B., “Free vibration analysis of axially moving beam under non-ideal conditions,” Structural Engineering and Mechanics, 54(3), 597-605, 2015