

**T.C.
Marmara Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı
Matematik Eğitimi Bilim Dalı**

**MODELLEME TEMELLİ YAPILAN ÖĞRETİMİN
9. SINIF FONKSİYONLAR KONUSUNDA KAVRAMSAL VE
İŞLEMSEL BİLGİYE ETKİSİ**

**Fatma YAZIR
(Yüksek Lisans Tezi)**

İstanbul, 2015

T.C.
Marmara Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı
Matematik Eğitimi Bilim Dalı

MODELLEME TEMELLİ YAPILAN ÖĞRETİMİN
9. SINIF FONKSİYONLAR KONUSUNDA KAVRAMSAL VE
İŞLEMSEL BİLGİYE ETKİSİ

Fatma YAZIR
(Yüksek Lisans Tezi)

Danışman
Doç. Dr. Hatice AKKOÇ

İstanbul, 2015

**Tüm kullanım hakları
M.Ü. Eğitim Bilimleri Enstitüsü'ne aittir.
© 2015**

ONAY

Fatma YAZIR tarafından hazırlanan “Modelleme Temelli Yapılan Öğretimin 9. sınıf Fonksiyonlar Konusunda Kavramsal ve İşlemsel Bilgiye Etkisi” konulu bu çalışma, 13/10/2015 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda jüri tarafından başarılı bulunmuş ve yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Adı Soyadı

İmza

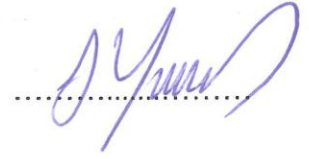
TEZ DANIŞMANI

Doç. Dr. Hatice AKKOÇ



JÜRİ ÜYESİ

Doç. Dr. İlyas YAVUZ



JÜRİ ÜYESİ

Yrd. Doç.Dr. Fatma ASLAN-TUTAK



ÖZGEÇMİŞ

- 2003-2007 Orhan Cemal Fersoy Süper Lisesi
- 2007 Karadeniz Teknik Üniversitesi Matematik Öğretmenliği Bölümüne Giriş
- 2012 Karadeniz Teknik Üniversitesi Matematik Öğretmenliği Mezunu
- 2012 Milli Eğitim Bakanlığında Matematik Öğretmeni Olarak Göreve Başlama
- 2013 Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı'na Giriş

İLETİŞİM BİLGİLERİ

E-posta : mat_fatmayazir@hotmail.com

ÖNSÖZ

Okullarımızda ve öğretim programlarımızda matematiğe olan bakış artık gelenekselci olmaktan çıkıp, disiplinler arası çalışan etkileşimli, modern bir bakışa doğru yönelmektedir. Gelişen bilim ve teknoloji ülkelerin eğitim sistemlerinde eleştiren, yorumlayan, karmaşık sistemlerle baş edebilen öğrenci yetiştirmeye yönelik değişimlere sebep olmuştur. Bu becerilerin gelişmesini sağlayan modelleme yöntemi tüm dünyada olduğu gibi ülkemizde de önem kazanmaya başlamıştır. Bu çalışmada modelleme temelli yapılan öğretimin 9. sınıf fonksiyonlar konusunda kavramsal ve işlemsel bilgiye etkisi incelenmiştir. Matematik öğretimi için önem arz eden kavramsal ve işlemsel bilginin durumunun, matematikte temel ve birleştirici konu olan fonksiyonlarda modelleme yöntemiyle nasıl bir etkiye sahip olacağı araştırılmıştır. Bu konuda araştırmanın ülkemizde ve dünyadaki alan yazınına anlamlı katkılar sunmasını umut ediyorum.

Bu çalışmada baştan beri desteklerini esirgemeyen ve özverili bir şekilde katkı sağlayan sayın danışman hocam Doç. Dr. Hatice AKKOÇ'a, tez jüri üyesi olarak davetimizi geri çevirmeyip geri bildirimleriyle çalışmaya katkı sağlayan değerli hocalarım Doç. Dr. İlyas YAVUZ ve Yrd. Doç. Dr. Fatma ASLAN TUTAK'a, yüksek lisans öğrenimim ve tez sürecim esnasında çalıştığım okuldaki ders programımda gerekli her türlü kolaylığı sağlayan değerli müdürüm Erkan CANBAY ve değerli müdür yardımcım Zümrüt AYDINDAĞ'a içtenlikle teşekkür ediyorum. Tüm bu zorlu süreç boyunca desteklerini esirgemeyen anne ve babama sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

ÖZET

Son yıllarda dünyada modelleme yaklaşımları önem kazanmaktadır. Ülkemizde de yapılan müfredat değişikliklerinde modelleme yaklaşımına ve becerilerine önem verildiği belirtilmiştir. Ayrıca matematiksel öğrenme, kavramsal ve işlemsel bilgiye dayanmaktadır. Dolayısıyla bu araştırmada modelleme temelli yaklaşımın 9. sınıf fonksiyonlar konusundaki kavramsal ve işlemsel bilgiye etkisi incelenmiştir.

Araştırmada nicel ve nitel yöntemlerin kullanıldığı karma yöntemden açıklayıcı desen kullanılmıştır. Çalışma grubu için, İstanbul’da bir meslek lisesinin 9. sınıflarına ait modelleme uygulanan grupta (Deney Grubu) iki sınıf ve modelleme uygulanmayan grupta (Kontrol Grubu) iki sınıf seçilmiştir. Veri toplama araçları olarak öğrencilerin fonksiyonlardan önceki konulara ait kavramsal ve işlemsel bilgilerini ölçmek için “Genel Kavramsal ve İşlemsel Test”, fonksiyonlara ait ön bilgilerini ölçmek için “Kavramsal Ön Test”, “İşlemsel Ön Test” ve fonksiyonlarla uygulamadan sonraki bilgilerini ölçmek için “Kavramsal Son Test” ve “İşlemsel Son Test” kullanılmıştır. Bu testlerden elde edilen sonuçlar SPSS 20 programıyla nicel olarak analiz edildikten sonra gözlem, araştırma günlükleri, etkinlik kağıtları ve mülakat verileri de nitel analiz için kullanılmıştır.

Araştırmadan elde edilen bulgular deney grubu lehinedir. Deney grubunun, kavramsal ve işlemsel bilgilerindeki değişim oldukça fazla ve olumlu yönde iken kontrol grubunun kavramsal ve işlemsel bilgilerindeki değişimi azdır ve kavram yanılgıları tespit edilmiştir. Deney grubunda kavramsal ve işlemsel bilgi arasında birbirini etkileme ve geliştirme durumu oluşmuştur fakat kontrol grubunda, bu iki bilgi türü yetersiz kaldığından birbirlerini anlamlı olarak etkilememiştir. Deney grubunun daha hızlı ve anlamlı bir şekilde fonksiyonlar konusunu kavramsal ve işlemsel olarak öğrendiği tespit edilmiştir. Sonuç olarak modelleme temelli yaklaşımın 9. sınıf fonksiyonlar konusunda kavramsal ve işlemsel bilgiye etkisi, olumlu yöndedir.

ABSTRACT

In recent years, modeling approaches have gained significance on global level. It is acknowledged that in alternations made in national curricula in Turkey, modeling approaches and skills have gained significance. Furthermore, mathematical learning is based on conceptual and operational knowledge. Therefore this study examines the impact of modeling-based approach on conceptual and operational knowledge for functions in 9th grade.

The study uses explanatory patterns from mixed methods among quantitative and qualitative methods. The study group was selected as a modeling group (experiment group) of two classes from 9th grades in a vocational high school in İstanbul and two other classes with no modeling applied (control group). The data collection devices are “General Conceptual and Operational Test” to measure conceptual and operational knowledge belong subjects before functions; “Conceptual Pretest and Posttest” and “Operational Pretest and Posttest” to measure conceptual and operational knowledge in functions after application of functions. After analyzing these tests’ results quantitatively by the help of SPSS 20 programme, observations, study journals, activity sheets and interview data have been used for qualitative analysis..

According to the data from the study, experiment group is more successful. While the change in the experiment group’s conceptual and operational knowledge is ample and positive; the control group is observed to have little or no change in conceptual and operational knowledge and the control group has misconceptions. While there is development and impact between operational and conceptual knowledge in the experiment group, the control group has failed to affect each other in a meaningful way as both types of knowledge have been insufficient. It has been observed that the experiment group learned functions in a more swift and meaningful way. As a conclusion, the impact of modeling based approach for the functions in 9th grade has positive and ample effect on conceptual and operational knowledge.

İÇİNDEKİLER

ONAY.....	i
ÖZGEÇMİŞ	ii
ÖNSÖZ	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
İÇİNDEKİLER	vi
TABLolar LİSTESİ	xi
ŞEKİLLER LİSTESİ	xiii
KISALTMALAR	xv
BÖLÜM I: GİRİŞ	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Araştırmanın Amacı	3
1.3. Araştırma Soruları	4
1.4. Araştırmanın Önemi	5
1.5. Varsayımlar	6
1.6. Sınırlılıklar.....	7
1.7. Tanımlar	7
BÖLÜM II: İLGİLİ ALANYAZIN.....	8
2.1. Model ve Modelleme.....	9
2.1.1. Modelleme Yaklaşımları ve Döngüleri.....	10
2.1.2. Modellemenin Dayandığı Teoriler.....	16
2.1.3. Modellemenin Yapılandırmacılığa Eleştirisi	17
2.1.4. Modelleme ve Problem Çözme.....	18
2.1.5. Modellemenin Faydaları ve Zorlukları	21
2.2. Kavramsal ve İşlemsel Bilgi.....	23
2.2.1. Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Arasındaki İlişki	24
2.3. Fonksiyonlar.....	25
2.3.1. Fonksiyon Kavram Tanımı ve İmajı	26
2.3.2. Fonksiyonlarda Öğrenme Güçlükleri ve Yanılgılar.....	26

2.4. Çalışmanın Teorik Çerçevesi	27
BÖLÜM III: YÖNTEM	29
3.1. Araştırma Deseni.....	30
3.1.1. Ön Test - Son Test Kontrol Gruplu Yarı Deneysel Desen.....	30
3.1.2. Durum Çalışması.....	31
3.2. Çalışma Grubu.....	31
3.3. Veri Toplama Araçları.....	33
3.3.1. Genel Kavramsal ve İşlemsel Test.....	34
3.3.2. Kavramsal ve İşlemsel Ön Test - Son Testler.....	35
3.3.2.1. Kavramsal Ön Test.....	35
3.3.2.2. İşlemsel Ön Test.....	36
3.3.2.3. Kavramsal Son Test.....	37
3.3.2.4. İşlemsel Son Test.....	37
3.3.3. Gözlem.....	37
3.3.4. Doküman Analizi	38
3.3.5. Mülakat	39
3.4. Araştırmanın Uygulanması.....	40
3.4.1. Modelleme Uygulanan Sınıflardaki (Deney Grubu) Ders Süreci.....	41
3.4.1.1. Modelleme Etkinlikleri.....	41
3.4.2. Modelleme Uygulanmayan Sınıflarda (Kontrol Grubu) Ders Süreci	44
3.5. Verilerin Analizi ve Yorumlanması	45
3.5.1. Genel Kavramsal ve İşlemsel Testin Analizi.....	46
3.5.2. Kavramsal Testlerin Analizi	47
3.5.3. İşlemsel Testlerin Analizi	49
3.5.4. Etkinlik Kağıtlarının Analizi.....	50
3.5.5. Günlüklerin Analizi.....	50
3.5.6. Gözlem Notlarının Analizi.....	51
3.5.7. Mülakatların Analizi	51
3.6. Geçerlilik - Güvenirlik	51
BÖLÜM IV: BULGULAR.....	54
4.1. Genel Kavramsal ve İşlemsel Bilgi	54

4.1.1. Deney ve Kontrol Gruplarının Genel Kavramsal ve İşlemsel Bilgilerinin Karşılaştırılması.....	54
4.2. Uygulama Öncesinde ve Sonrasında Fonksiyona Dair Kavramsal Bilgi.....	55
4.2.1. Deney Grubunun Uygulama Öncesinde ve Sonrasında Kavramsal Bilgisi	57
4.2.2. Kontrol Grubunun Uygulama Öncesinde ve Sonrasında Kavramsal Bilgisi	92
4.2.3. Deney ve Kontrol Gruplarının Kavramsal Bilgilerinin Karşılaştırılması	107
4.3. Uygulama Öncesinde ve Sonrasında Fonksiyona Dair İşlemsel Bilgi.....	118
4.3.1. Deney Grubunun Uygulama Öncesinde ve Sonrasında İşlemsel Bilgisi	119
4.3.2. Kontrol Grubunun Uygulama Öncesinde ve Sonrasında İşlemsel Bilgisi	135
4.3.3. Deney Grubu ve Kontrol Grubunun İşlemsel Bilgilerinin Karşılaştırılması	148
BÖLÜM V: SONUÇ	155
5.1. Tartışma.....	155
5.1.1. Fonksiyon ve Değişken Kavramı	157
5.1.2. Doğrusal Fonksiyon ve Uygulamaları	160
5.1.3. $f(x)=x^n$ Durumundaki Fonksiyon Grafikleri	161
5.1.4. Fonksiyon Grafiği ve Eğim (Değişim Oranı) Kavramı	161
5.1.5. Sabit Fonksiyon ve Parçalı Fonksiyon.....	163
5.2. Öneriler.....	164
KAYNAKÇA.....	167
EKLER	174
Ek 1: Kavramsal ve İşlemsel Bilgiyi Karakterize Eden Ölçek.....	174
Ek 2: Genel Kavramsal ve İşlemsel Test.....	175
Ek 3: Genel Kavramsal ve İşlemsel Testin Cevap Anahtarı	176
Ek 4: Deney Grubunun Genel Kavramsal ve İşlemsel Testine Verilen Cevapların Sağladığı Kriterlerin Frekans ve Yüzde Tablosu İ (İşlemsel Soru); K (Kavramsal Soru)	178

Ek 5: Kontrol Grubunun Genel Kavramsal ve İşlemsel Testine Verilen Cevapların Sağladığı Kriterlerin Frekans ve Yüzde Tablosu İ (İşlemsel Soru); K (Kavramsal Soru)	179
Ek 6: Kavramsal Ön Test.....	180
Ek 7: Kavramsal Ön Test Cevap Anahtarı	183
Ek 8: Deney Grubunun Kavramsal Ön Teste Verilen Cevapların Sağladığı Kriterlerin Frekans ve Yüzde Tablosu	187
Ek 9: Kontrol Grubunun Kavramsal Ön Teste Verilen Cevapların Sağladığı Kriterlerin Frekans ve Yüzde Tablosu	188
Ek 10: Kavramsal Son Test	189
Ek 11: Kavramsal Son Testin Cevap Anahtarı	192
Ek 12: Deney Grubunun Kavramsal Son Teste Verilen Cevapların Sağladığı Kriterlerin Frekans ve Yüzde Tablosu	196
Ek 13: Kontrol Grubunun Kavramsal Son Teste Verilen Cevapların Sağladığı Kriterlerin Frekans ve Yüzde Tablosu	197
Ek 14: İşlemsel Ön Test.....	198
Ek 15: İşlemsel Ön Testin Cevap Anahtarı	200
Ek 16: Deney Grubunun İşlemsel Ön Teste Verilen Cevapların Sağladığı Kriterlerin Frekans ve Yüzde Tablosu	202
Ek 17: Kontrol Grubunun İşlemsel Ön Teste Verilen Cevapların Sağladığı Kriterlerin Frekans ve Yüzde Tablosu	203
Ek 18: İşlemsel Son Test	204
Ek 19: İşlemsel Son Testin Cevap Anahtarı	206
Ek 20: Deney Grubunun İşlemsel Son Teste Verilen Cevapların Sağladığı Kriterlerin Frekans ve Yüzde Tablosu	208
Ek 21: Kontrol Grubunun İşlemsel Son Teste Verilen Cevapların Sağladığı Kriterlerin Frekans ve Yüzde Tablosu	209
Ek 22: Yarı Yapılandırılmış Mülakat	210
Ek 23: Genel Kavramsal ve İşlemsel Testin Analizinde “Yanlış” ve “Boş” Kategorisi	212

Ek 24: Deney Grubunun Genel Kavramsal ve İşlemsel Teste Ait Yanlış - Boş Cevaplarının Frekans ve Yüzde Tablosu: İ (işlemsel soru); K (kavramsal soru)	213
Ek 25: Kontrol Grubunun Genel Kavramsal ve İşlemsel Teste Ait Yanlış - Boş Cevaplarının Frekans ve Yüzde Tablosu: İ (işlemsel soru); K (kavramsal soru)	214
Ek 26: Hangi İş Daha İyi? Etkinliği.....	215
Ek 27: Telefon Tarifeleri Etkinliği	216
Ek 28: Bitki Boyunu Hesaplama Etkinliği	217
Ek 29: Su Deposu Etkinliği	218
Ek 30: Otoparak Ücreti Etkinliği	219

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 2.1.	Modelleme Yaklaşımları.....	11
Tablo 3.1.	Gözlem Çeşitleri	38
Tablo 3.2.	Deney Grubundan Seçilen Öğrencilerin Kodlamaları	40
Tablo 3.3.	Deney Grubunda Yapılan Etkinlikler	43
Tablo 3.4.	Yanlış ve Boş Cevapların Kategorisi	45
Tablo 3.5.	Geçerlik ve Güvenirlik Konusunda Nicel ve Nitel Araştırmada Kabul Gören Kavramların Karşılaştırılması.....	52
Tablo 4.1.	Deney ve Kontrol Gruplarının Genel Kavramsal ve İşlemsel Testlere Ait Puan Ortalama Tablosu	55
Tablo 4.2.	Deney ve Kontrol Grubundaki Öğrencilerin Kavramsal Bilgi Ön Test Puanlarına İlişkin İlişkisiz Örneklemeler İçin T Testi Sonuçları.....	57
Tablo 4.3.	Deney Grubundaki Öğrencilerin Kavramsal Bilgi Ön Test-Son Test Puanlarına İlişkin İlişkili Örneklemeler İçin T Testi Sonuçları	58
Tablo 4.4.	Deney Grubunun Kavramsal Ön Teste Ait Yanlış ve Boş Cevaplarının Frekans ve Yüzde Tablosu.....	60
Tablo 4.5.	Deney Grubunun Kavramsal Son Teste Ait Yanlış ve Boş Cevaplarının Frekans ve Yüzde Tablosu.....	61
Tablo 4.6.	Kontrol Grubundaki Öğrencilerin Kavramsal Bilgi Ön Test- Son Test Puanlarına İlişkin İlişkili Örneklemeler İçin T Testi Sonuçları	92
Tablo 4.7.	Kontrol Grubunun Kavramsal Ön Teste Ait Yanlış ve Boş Cevaplarının Frekans ve Yüzde Tablosu.....	94
Tablo 4.8.	Kontrol Grubunun Kavramsal Son Teste Ait Yanlış ve Boş Cevaplarının Frekans ve Yüzde Tablosu.....	95
Tablo 4.9.	Deney ve Kontrol Grubundaki Öğrencilerin Kavramsal Bilgi Testi Son Test Puanlarına İlişkin İlişkisiz Örneklemeler İçin T Testi Sonuçları.....	108
Tablo 4.10.	Deney ve Kontrol Grubundaki Öğrencilerin İşlemsel Bilgi Ön Test Puanlarına İlişkin Mann Whitney U Testi Sonuçları	119
Tablo 4.11.	Deney Grubundaki Öğrencilerin İşlemsel Bilgi Ön Test-Son Test Puanlarına İlişkin İlişkili Örneklemeler İçin T Testi Sonuçları	120
Tablo 4.12.	Deney Grubunun İşlemsel Ön Teste Ait Yanlış ve Boş Cevaplarının Frekans ve Yüzde Tablosu	121
Tablo 4.13.	Deney Grubunun İşlemsel Son Teste Ait Yanlış ve Boş Cevaplarının Frekans ve Yüzde Tablosu	122

Tablo 4.14.	Kontrol Grubundaki Öğrencilerin İşlemsel Bilgi Ön Test- Son Test Puanlarına İlişkin İlişkili Örneklemeler İçin T Testi Sonuçları	136
Tablo 4.15.	Kontrol Grubunun İşlemsel Ön Teste Ait Yanlış ve Boş Cevaplarının Frekans ve Yüzde Tablosu	137
Tablo 4.16.	Kontrol Grubunun İşlemsel Son Teste Ait Yanlış ve Boş Cevaplarının Frekans ve Yüzde Tablosu.....	138
Tablo 4.17.	Deney ve Kontrol Grubundaki Öğrencilerin İşlemsel Bilgi Testi Son Test Puanlarına İlişkin İlişkisiz Örneklemeler İçin T Testi Sonuçları	148

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1.	Temel Modelleme Döngüsü.....	12
Şekil 2.2.	Modelleme Süreci	12
Şekil 2.3.	Modelleme Döngüsü	13
Şekil 2.4.	Model Geliştirme Dizisi.....	15
Şekil 2.5.	Modelleme ve Problem Çözme İlişkisi.....	19
Şekil 3.1.	Açıklayıcı Desen Süreci.....	30
Şekil 4.1.	Deney Grubunda Kavramsal Son Testte 2-a Sorusuna Ait Denklem Yazamayan Öğrenci Çözümü	65
Şekil 4.2.	Deney Grubunda Kavramsal Son Testte 2-a Sorusuna Ait Denklem Yazıldığı Öğrenci Çözümü	65
Şekil 4.3.	Deney Grubunda “Hangi İş Daha İyi?” Etkinliğine Ait Öğrenci Çözümü ..	66
Şekil 4.4.	Deney Grubunda Kavramsal Son Testte 2-b Sorusuna Ait Öğrenci Çözümü	68
Şekil 4.5.	Deney Grubunda Kavramsal Son Testte 3. Soruya Ait Öğrenci Çözümü ...	69
Şekil 4.6.	Deney Grubunda Kavramsal Son Testte 3. Soruya Ait Doğrusal Fonksiyonun Denklemini Yazan Öğrencinin Çözümü	69
Şekil 4.7.	Deney Grubunda “Telefon Tarifeleri” Etkinliğine Ait Grafik ile Çözüm Yapan Öğrencinin Çözümü.....	70
Şekil 4.8.	Deney Grubunda “Telefon Tarifeleri” Etkinliğine Ait Öğrenci Çözümü....	70
Şekil 4.9.	Deney Grubunda Kavramsal Son Testte 3-c Sorusuna Ait Denklem Kurmadan Ters İşlem Yapan Öğrencinin Çözümü.....	72
Şekil 4.10.	Kavramsal Son Testte 3-c Sorusuna Ait Denklem Kurarak Yapılan Öğrenci Çözümü	73
Şekil 4.11.	Deney Grubunda “Bitki Boyu Hesaplama” Etkinliğine Ait Grafik ve Venn Şeması Olan Öğrenci Çözümü	73
Şekil 4.12.	Deney Grubunda “Bitki Boyu Hesaplama” Etkinliğine Ait Fonksiyonun Kuralından Ters Görüntü Bulan Öğrencinin Çözümü	74
Şekil 4.13.	Deney Grubunda Kavramsal Son Testte 5. Soruya Ait Doğrusal Grafik Çizen Öğrencinin Çözümü.....	77
Şekil 4.14.	Deney Grubunda Kavramsal Son Testte 5. Soruya Ait Çizim Yapan Öğrencinin Çözümü	77
Şekil 4.15.	Deney Grubunda “Su Deposu” Etkinliğine Ait Yanlış Çözüm Yapan Öğrencinin Çözümü	78

Şekil 4.16. Deney Grubunda “Su Deposu” Etkinliğine Ait Hızlı ve Yavaş Dolmayı Gösteren Öğrenci Çözümü.....	78
Şekil 4.17. Deney Grubunda Görüşmede 4. Soruya Ait Öğrenci Çözümü.....	80
Şekil 4.18. Deney Grubunda Kavramsal Son Testte 7. Soruya Ait Öğrenci Çözümü ...	81
Şekil 4.19. Deney Grubunda Kavramsal Son Testte 7-b Sorusuna Ait Öğrenci Çözümü	82
Şekil 4.20. Deney Grubunda “Otopark” Etkinliğine Ait Farklı Grafik Çizimi Yapan Öğrencinin Çözümü	82
Şekil 4.21. Deney Grubunda “Otopark” Etkinliğine Ait Öğrenci Çözümü	83
Şekil 4.22. Deney Grubunda “Otopark” Etkinliğine Ait Öğrenci Tavsiyesi	84
Şekil 4.23. Deney Grubunda “Benzin” Etkinliğine Ait Öğrencinin Yanlış Çözümü	87
Şekil 4.24. Deney Grubunda “Benzin” Etkinliğine Ait Öğrenci Çözümü	88
Şekil 4.25. Deney Grubunda “Firmanın Mali Durumu” Etkinliğine Ait Gelir Gider Fonksiyonunu Kullanan Öğrencinin Çözümü	90
Şekil 4.26. Deney Grubunda “Firmanın Mali Durumu” Etkinliğine Ait Gelir Gider Grafiklerini Ayır Çizen Öğrencinin Çözümü	90
Şekil 4.27. Deney Grubunda “Firmanın Mali Durumu” Etkinliğine Ait Öğrenci Çözümü	91
Şekil 4.28. Kontrol Grubundaki Bir Öğrencinin Kavramsal Son Testte 2. Sorudaki Çözümü	98
Şekil 4.29. Kontrol Grubundaki Bir Öğrencinin Kavramsal Son Testte 7. Sorudaki Çözümü	103
Şekil 4.30. Kontrol Grubundaki Öğrencilerin Kavramsal Son Testte 8. Sorudaki Çözümü	105
Şekil 4.31. Deney Grubundaki Öğrencilerin İşlemsel Son Testte 3. Sorudaki Çözümleri.....	125
Şekil 4.32. Deney Grubundaki Öğrencilerin İşlemsel Son Testte 6. Sorudaki Çözümü	126
Şekil 4.33. Deney Grubundaki Öğrencilerin İşlemsel Son Testte 7. Sorudaki Çözümü	132
Şekil 4 34. Deney Grubundaki Öğrencilerin İşlemsel Son Testte 8. Sorudaki Çözümü	134
Şekil 4.35. Kontrol Grubundaki Öğrencilerin İşlemsel Son Testte 8. Sorudaki Çözümü	147

KISALTMALAR

MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
OECD	: Ekonomik Kalkınma ve İşbirliği Örgütü
PISA	: Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı
SPSS	: Sosyal Bilimlerde Kullanılan İstatistik Programı
s.	: sayfa
yy.	: yüzyıl

BÖLÜM I: GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Günümüzde çocuklar son derece karmaşık, dinamik ve güçlü sistemleri içeren bir dünya ile karşı karşıyadır. Bu sistemde çalışmak için ölçme, koordine etme ve düzenleme becerisi ile beraber yapılandırma, açıklama, ispat etme, tahmin etme, gösterme gibi önemli matematiksel süreçleri içeren bir matematik programına sahip olmalıdırlar (English ve Watters, 2004). İçinde bulunduğumuz çağ dijital çağ olarak adlandırılmaktadır. Dünya artık 21. yüzyılda sanayi çağını geçmiş ve dijital çağa gelmiştir. “21. yy’ın cahilleri artık okuma yazma bilmeyen değil; öğrenemeyen, öğrenmemiş ve öğrenmeyi yenilemeyendir.” (Stambler, 2013). Başka bir deyişle, artık öğrenmeyi bilmeyen kişiler dijital çağda cahil kişiler olacaktır. Dolayısıyla eğitim sistemimizi 21. yy.’ın becerilerine sahip vatandaşlar yetiştirecek şekilde donatmalıyız. Bu beceriler kritik düşünme (analiz etme, tartışma, sınıflama, kıyaslama, tanımlama, değerlendirme, problem çözme), yaratıcı düşünme (beyin fırtınası, tasarlama, hayal etme, yenilikçi, sorgulayan), iletişim (durumu analiz etme, verilen mesajları değerlendirme, orta bir yol bulma vs.) ve işbirliği (kaynakları kullanma, karar verme, zamanı yönetme, çatışmaları çözme, takım çalışması vs.) (Stambler, 2013). Bu beceriler sadece eğitimde önemli değildir. Eğitim dışındaki alanlar da günümüz dünyasında ihtiyaç duydukları eleman özelliklerini önemsemektedirler.

Sanayi dünyası eleman ihtiyacını şu şekilde belirtmiştir: Karmaşık sistemlerle uğraşabilen, özelleşmiş farklı gruplarla çalışabilen, kavramsal araçların hızlı bir şekilde değişmesine uyumu sağlayan, farklı seviyedeki projelerle çalışabilen ve yenilenebilir, paylaşılabılır kavramsal araçlar geliştiren elemanlar yetiştirilmelidir (Lesh ve English, 2005). Sanayinin ve diğer alanların ihtiyaç duyduğu elemanı yetiştirmek de eğitime düşmektedir. Devletler eğitim sistemlerini buna göre ayarlamaktadırlar. “Milli Eğitim Bakanlığı (2005) *bilgiyi problem çözme sürecinde kullanabilen, farklı disiplinlere uygulayabilen, varsayımda bulunabilen, genelleme yapabilen, analitik düşünebilen, karşılaşılan problemleri matematiksel akıl yürütme ile modelleyebilen, modelleri sözel ve matematiksel ifadelerle ilişkilendirebilen insana* ihtiyaç duyulmaya başladığını” belirtmiştir (akt. Tekin Dede ve Bukova Güzel, 2012a, sy.301). Ayrıca Ekonomik

Kalkınma ve İşbirliği Örgütü/Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (OECD/PISA) da öğrencilere matematik okuryazarlığı kazandırmanın yapıcı, ilgili ve düşünceli bir vatandaş olmalarında ve matematiğin yaşadıkları dünyada rolü olduğunun farkına varmalarında önemli olduğunu belirtmiştir (akt. Doruk, 2012). Dünya genelinde oluşan bu yaklaşımlar, değişen dünyaya paralel olarak matematik eğitiminin de nasıl değişmesi gerektiğini vurgulamışlardır. Ülkemizde de bu doğrultularda öğretim programları yenilenmektedir ve bu bakışa göre ilk yenilenme aşaması 2005 yılında başlamıştır. Bunun devamı olarak yeni bir yaklaşım tarzı olan modelleme yaklaşımı ön plana çıkmaktadır. Ortaöğretim matematik programında (MEB, 2013a) modellemeye açıkça yer verilmiştir. Ayrıca ortaokulların matematik öğretim programında (MEB, 2013b, sy.1) ise “...öğrencilerin modelleme yaparak problem çözme, iletişim kurma, akıl yürütme gibi becerilerin geliştirilmesine yönelik ortamlar hazırlanmalıdır” şeklinde belirtmiştir.

Peki eğitimde söz sahibi olanlar neden modelleme yaklaşımına önem vermişlerdir? Çünkü modelleme yukarıda belirtilen şekilde devletlerin yetiştirmeyi planladığı vatandaş özelliklerini sağlamaya yarayan bir araçtır. Aslında gerçek hayatta karşılaştığımız durumlar (taksi fiyatları, demiryolu planları, tasarruf ve kredi çekme, asma köprüler ve depremin olduğu lokasyonu tespit etme vb.) modelleme süreci içeren yapılar ve sistemlerden oluşmaktadır (İkeda, 2009). Matematiksel modeller sosyal ve ekonomik eşitsizliğin tanımlanmasında kullanılır, mikro ve makro-ekonomik durumlarda, küçük çaplı kredi çekimlerinde ve kredi alırken finans ayarlamalarında, nüfus ve salgın beklentilerinde ve bunların kontrolünde, vergilendirme ve seçim sistemlerinde, suç oranlarının tanımlanmasındaki istatistiksel yöntemlerde ve daha birçok yerde kullanılırlar (Blomhoj, 2008). Böyle karmaşık sistemlerde modellemenin kullanılması bazı becerileri gerektirmektedir. Modelleme matematiksel becerilerden okuma, iletişim kurma, tasarlama, problem çözme stratejilerini uygulama veya matematiksel olarak çalışma (sorgulama, hesaplama...) ile ilişkilidir (Blum ve Ferri, 2009). Ayrıca Stambler (2013) de 21. yy’ın dijital çağ becerilerinin de bu tarz becerileri içerdiğini belirtmiştir. Dolayısıyla okullarda bu becerileri geliştirmek için modelleme yaklaşımı ile öğretim yapılması önemli bulunmaktadır.

Modelleme veya herhangi başka modern öğretim yaklaşımı ile öğrencilere öğretimler yapılırken öğrencinin matematiği nasıl anlamaya çalıştığı da önemlidir. Öğrenciler

anladıkları şeyleri kendi kelimeleri ile ve çeşitli yollarla ifade edebiliyorsa anlama artar (Brownell ve Sims, 1946). Öğrenciler kendilerine mantıklı gelen sembolleri, formülleri veya bilgiyi kullanarak anlamlı öğrenmeler yapar. Anlamlı öğrenmelerin olabilmesi için kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengeli oluşturulması gerekir. Matematiksel düşünce kavramsal - işlemsel bilgi ve bunların arasındaki ilişkiden oluşur (Loggins, 1994). Öğrenciler matematikte problem çözmek için işlemsel bilgiyi ve kavramsal bilgiyi kullanırlar. Problemin işlemsel aşamaları için işlemsel bilgi; problemin çözülmesi, problemde gerekenler, genişletme, genelleme ve transfer etme gibi becerilerde ise kavramsal bilgiyi kullanırlar. Kavramsal ve işlemsel bilgiyi kullanmada yetersiz olduklarında veya anlayamadıklarında ise kavram yanılgıları oluşur (Teachey, 2003)

Fonksiyon kavramı matematiksel düşüncenin merkezidir (NCTM, 1991b) ve matematikteki en önemli kavramdır. Bu kavram en yaygın kavramdır ve matematikteki bazı kavramlar bunun birer parçasıdır. Müfredat fonksiyon kavramının entegre edilmesi matematikte iletişim kurmayı kolaylaştırır (NCTM, 1991a). 1912 yılında E.H.Moore, Amerikan Matematik Derneğine fonksiyon konusunun müfredatlara konulması gerektiğini belirtmiştir. Ardından 1923 yılında Matematik Reformu için Ulusal Kongre (National Committee for Mathematics Reform) yayınladığı raporda fonksiyonların matematik eğitim müfredatı için birleştirici tek kavram olduğunu vurgulamıştır (akt.O’Callaghan, 1994).

Dolayısıyla matematik öğretimi için önemi yukarıda belirtilen modelleme, kavramsal ve işlemsel bilgi ve fonksiyonlar konusunda araştırma yapma gereği hissedilmiştir. Bu üç önemli konu birleştirilerek araştırmada “Modelleme temelli yapılan öğretimin 9. sınıf fonksiyonlar konusunda kavramsal ve işlemsel bilgiye etkisi” araştırılmıştır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Son yıllarda dünyada ve ülkemizde modelleme yaklaşımları önem kazanmaktadır. Devletler yetiştirmek istedikleri ideal vatandaş profili için eğitim programlarına modelleme becerilerini ve yaklaşımlarını koymaktadırlar. Ülkemizde de yapılan müfredat değişikliklerinde modelleme yaklaşımına ve becerilerine önem verildiği belirtilmiştir.

Alanyazına bakıldığında modelleme yaklaşımlarında kullanılan bilişsel döngülerde üst düzey düşünceler ve matematiksel beceriler gereklidir. Model ve modelleme perspektifi hem içsel hem de dışsal boyutu olan kavramsal sistemlerdir. İçsel boyut; yapı veya kavramsal sistem olarak geçer, dışsal boyut ise somut nesne veya gösterim şekilleri olarak geçer (Lesh ve Carmona, 2003). Dolayısıyla modellemede içsel ve dışsal boyutlar arasındaki ilişkiler kurulurken kavramsal ve işlemsel bilgiye başvurulur.

Matematiksel bilgi ve öğrenmenin temelindeki iki kavram, kavramsal ve işlemsel öğrenmedir. Modelleme yaklaşımında günlük hayattaki bir durumun matematiksel modeli oluşturulur. Burada kavramsal bilgi devreye girer. Başka bir deyişle, öğrencinin gerçek hayat durumu ile matematikteki kavramları ilişkilendirdiği kavramsal bilgisini kullanması gerekir. Modelleme döngüsünde ayrıca öğrenci bulduğu modelin, diğer durumlarda kullanılabilir olup olmadığını kontrol eder, işlevselliğine vs. bakar. Bunun içinde belli durumlarda işlemsel bilgisi devreye girer. Ayrıca alanyazına bakıldığında kavramsal ve işlemsel bilginin birbirini etkileme durumu da vardır. Dolayısıyla modelleme ile yapılan öğretimin alt yapısında kavramsal ve işlemsel bilgiye atıf vardır. Bu amaçla matematik müfredatı için önemli ve birleştirici bir konu olan fonksiyonlar konusunda modelleme yöntemiyle oluşturulan bir öğretimin öğrencideki kavramsal ve işlemsel bilgisine etkisi araştırılmıştır.

1.3. Araştırma Soruları

Modelleme temelli yapılan öğretimin 9. sınıf fonksiyonlar konusunda işlemsel ve kavramsal bilgiye etkisini incelemek için aşağıdaki araştırma sorularına cevap aranmıştır.

1) Uygulama öncesinde ve sonrasında deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin kavramsal bilgileri nedir?

1.1 Uygulama öncesinde deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin kavramsal bilgi ön test puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark var mıdır?

1.2 Uygulama öncesinde ve sonrasında deney grubunda yer alan öğrencilerin kavramsal bilgi puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark var mıdır?

- 1.3 Uygulama öncesinde ve sonrasında kontrol grubunda yer alan öğrencilerin kavramsal bilgi puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark var mıdır?
- 2) Uygulama öncesinde ve sonrasında deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin işlemsel bilgileri nedir?
 - 2.1 Uygulama öncesinde deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin işlemsel bilgi ön test puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark var mıdır?
 - 2.2 Uygulama öncesinde ve sonrasında deney grubunda yer alan öğrencilerin işlemsel bilgi puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark var mıdır?
 - 2.3 Uygulama öncesinde ve sonrasında kontrol grubunda yer alan öğrencilerin işlemsel bilgi puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark var mıdır?
- 3) Modelleme yöntemiyle yapılan öğretimin, 9.sınıf fonksiyonlar konusunda öğrencilerin kavramsal bilgisine etkisi nasıldır?
 - 3.1 Uygulama sonrasında deney ve kontrol gruplarının kavramsal bilgi son test puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark var mıdır?
- 4) Modelleme yöntemiyle yapılan öğretimin 9.sınıf fonksiyonlar konusunda öğrencilerin işlemsel bilgisine etkisi nasıldır?
 - 4.1 Uygulama sonrasında deney ve kontrol gruplarının işlemsel bilgi son test puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark var mıdır?

1.4. Araştırmanın Önemi

Eğitimciler sınıftaki etkinliklerin, geleneksel problemlerin, öğrencilerde farklı becerileri geliştirmedigini fark etmişlerdir. Bu konuda geleneksel problem çözme yetersizdir (Kertil, 2008). Çağın karmaşıklığına ayak uyduracak, çeşitli becerileri geliştirecek, günlük hayatta bilgiyi kolayca transfer edebilen bireylerin eğitiminin modelleme yaklaşımı ile olduğu fark edilmiştir. Fonksiyonlar her ülkenin öğretim programlarında yer alan temel matematiksel kavramdır. Fonksiyon kavramı matematiksel düşüncenin merkezidir (NCTM, 1991b). Dolayısıyla bu çalışmada hem modelleme yaklaşımının hem de fonksiyonlar konusunun birlikte araştırılması amaçlanmıştır. Öğrencilerin

matematiksel düşüncelerini anlayabilmek için de kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında bu araştırma yapılmak istenmiştir.

Araştırmanın bulgularının öğretmen yetiştiren kurumlara, öğretim programını hazırlayan kurumlara ve öğretmenlerin bakış açılarına etkisi olacağı düşünülmektedir. Çünkü son yıllarda ülkemizde değişen matematik öğretim programı modelleme becerisini ön planda tutmaktadır. Öğretim programı hazırlayan kurum, yapmış oldukları bu değişikliklerin dönütlerini kontrol edeceğinden bu alanda yapılan çalışmalardan biri olan bu araştırmanın bulguları, onlar için önem kazanabilir. Öğretmen yetiştiren kurumların ve öğretmenlerin de modelleme ortamlarında öğrencilerin nasıl öğrendiğini, nerede zorlandığı veya nasıl tepki verdiğini bilmesi açısından bu araştırmanın bulgularının önem teşkil edeceği düşünülmektedir. Ayrıca araştırma meslek lisesinde yürütülmüştür ve meslek lisesinde öğrenim gören öğrencilerin matematik alt yapısı oldukça zayıftır. Öğrenciler ilköğretimden modelleme kültürünü bilmeden gelmişlerdir. Başka bir deyişle, modellemeyle öğrenmeyi bilmeyen bir nesil ile araştırma yapılmıştır. Bu durumda oluşabilecek olumlu ve olumsuz etkilerle sınıf ortamında nasıl mücadele edildiğinin hem öğretmenler için, hem öğretim programlarını oluşturan kurumlar için hem de öğretmen yetiştiren kurumlar için önemli olacağı düşünülmektedir.

Ülkemizde modelleme konusunda az sayıda çalışmaya rastlanılmıştır ve bu çalışma bunlardan biri olacaktır. Ayrıca alanyazın taramasında hem modelleme hem de kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında yapılan herhangi bir araştırmaya rastlanılmamıştır. Dolayısıyla fonksiyonlar konusunda hem modelleme hem de kavramsal ve işlemsel bilgi alanında yapılmış ender çalışmalardan biri olma niteliğini kazanacaktır.

1.5. Varsayımlar

Öğrencilerin yapılan ön ve son testlerdeki ve mülakatlardaki sorulara samimi bir şekilde cevap verdikleri varsayılmıştır.

1.6. Sınırlılıklar

Bu araştırma; konu açısından 9. sınıf fonksiyonlar konusu ile; zaman açısında 2014-2015 eğitim- öğretim yılı ile; örneklem açısından bir meslek lisesinin 9. sınıfa ait dört sınıfı ile sınırlıdır.

1.7. Tanımlar

Bu araştırmaya ait temel teşkil edebilecek kavramların tanımları aşağıda verilmiştir.

Model: “Bir model, bazı açıkça belirtilmiş amaç için diğer sistem(ler)i tanımlayan (açıklayan veya tasarlayan) bir sistemdir.” (Lesh ve Fennewald, 2010, sy.7). Bu tanım en genel tanımlarından biridir. Ayrıca modeller parçalar, ilişkiler, işlemler ve kurallardan oluşan, dış sistem notasyonlarını kullanan kavramsal sistemlerdir (Lesh ve Doerr, 2003b).

Modelleme: Model oluşturma sürecidir. Model ve modellemeyi daha iyi açıklamak için ürün-süreç benzetmesi yapılabilir. Burada model bir ürüne benzetilebilir. Bu ürünü oluşturmak için olan süreç de modellemeye benzetilebilir (Sriraman, 2005).

Matematiksel Modelleme: Matematiksel yapılardan oluşan, matematiksel model oluşturma sürecidir.

Kavramsal Bilgi: Kavramsal bilgi, bilgi ağları içinden çeşitli ve zengin ilişkiler kurduran bilgidir (Hiebert ve Lefevre, 1986).

İşlemsel Bilgi: İşlemsel bilgi ise iki çeşittir. Birincisi formel (biçimsel) dil veya sembolik gösterimsel çeşittir diğeri ise algoritmalar veya kurallardır (Hiebert ve Lefevre, 1986).

BÖLÜM II: İLGİLİ ALANYAZIN

Matematiğe iki farklı şekilde bakılabilir. Birincisi tıpkı sanat, müzik gibi herkesin ulaşamayacağı kendine has bir estetik ve güzelliği olan bir düşünme sanatıdır. İkincisi ise hayatımızdaki düzeni açıklayan ve bunu anlamamızı sağlayan bir yapıdır (Henn, 2007; akt Doruk, 2010). Başka bir deyişle, matematik gündelik hayatımızda çok önemli yere sahip olan bir yapıdır. Matematikle uğraşan insanlar matematiğin sanat yönünü vurgularlar ama toplumun diğer bireyleri matematiğin gündelik yaşamla olan ilişkisini düşünürken bile zorlanabilirler. Oysaki matematik her uygulama alanına girmektedir. Nesin (2002) matematiğin doğadan bağımsız olmadığını hatta iç içe olduğunu ifade etmiştir. Matematikteki soyut kavramların bile doğada uygulama alanı olduğunu ve matematiğin doğanın yasalarını anlamaya çalışan bir bilim olduğunu belirtmiştir (akt. Doruk, 2010).

Matematik ve günlük hayat anlamlı bir ilişki içindedir. Fakat bu anlamlı ilişki okullarımızda pek de fark edilmemektedir. Öğrencilerin çoğu matematiği öğrenmek zorunda oldukları, kurallardan oluşan sıkıcı bir ders olduğunu düşünürler. Bu da beraberinde matematiği yapamamayı ve matematik korkusunu getirmektedir. Bu durumdan Umay (2007) şu şekilde bahsetmiştir.

“Herkes okula evinden gelirken beraberinde getirdiği parça bölük bilgilerle başlar. Ana dilini öğrenir gibi farkında olmadan bu bilgilerle ilişkisi kurulmadan öğretilmeye çalışılan matematik, çocuklara soyut gelir ve çoğunlukla onları korkutur. Oysa günlük yaşamda karşılaşılan ve zaten öğrenilmiş olan bilgilerle bağ kurularak anlatılan matematik, matematik korkusu oluşmasını büyük ölçüde engeller.”

Dolayısıyla matematik eğitimiyle uğraşanların, öğrencilerin kendi yaşamlarıyla ilişki kurarak öğretmesine önem vermesi gerekir. Böylece öğrenciler bilgilerini kolaylıkla başka alanlara transfer edebilir ve matematik onlar için daha anlamlı hale gelir. Günümüzde matematik biyoloji, tıp, sosyal bilimler, iş dünyası, iklim, finans ve daha pek çokları gibi gelişen disiplinlerin ayrılmaz ve gerekli bir parçasıdır (National Research Council, 2013; akt. Cai ve diğ., 2014). Bu alanlara göz attığımızda matematiğin hayatımızda epeyce işlevsel olduğunu fark ediyoruz. Matematiğe ait bakış

açısı farklılaşmaktadır. Kaiser ve Maaß (2007) şu yönlerinden bahsetmişlerdir: Süreç olarak, bir problem çözme sürecini içeren bilimdir; uygulama olarak, sosyal yaşamla ilişkili bir bilim; formel olarak, kesinlik ve mantık içeren bir bilim; plan yönüyle kuralların ve formüllerin toplamı olan bir bilimdir. Görüldüğü gibi özellikler bakış açısına göre çeşitlenebilir. Ama genel olarak matematiği ve matematikteki problemleri ele aldığımızda iki ana başlığa ayırabiliriz. Uygulamalı ve pür matematik olarak.

Eğer matematikteki problemler gerçek yaşam durumlarının bir parçasına aitse veya matematiksel kavramları, metotları kullanarak gerçek hayat durumlarını çözümlüyorsa buna uygulamalı matematiksel problemler denir. Burada kastedilen gerçek hayat durumları matematiğin dışında kalmış durumlardır. Örneğin okul veya üniversitelerde matematiğin dışındaki disiplinler gibi. Buna karşılık pür matematiksel problemler ise sadece matematiğe ait olan bir evren içinde olan durumlardır. Tabii ki bu durum pür matematiğin uygulamalıdan doğmasını engellemez. Her iki durumda da ortak olanlar olabilir ama durumun içeriğine ve amacına göre bu şekilde ayrılabilir (Blum ve Niss, 1989). Hangi çeşit olursa olsun amaç matematiği iyi anlamaktır. Matematik eğitimi de öğrencilerin bilgilerini ve yeteneklerini matematiğin kendi özelliklerini kullanarak geliştirmeli ve matematiğin desteklediği diğer alanlarla öğrencilerin bilgi ve becerilerini geliştirmelidir (Blum ve Niss, 1989). Ancak bu amaçla eğitim görenler toplumdaki değişimlere ayak uydurabilirler.

2.1. Model ve Modelleme

Alanyazında model ve modellemeye ait birçok tanım bulunmaktadır. “Bir model, bazı açıkça belirtilmiş amaç için diğer sistem(ler)i tanımlayan (açıklayan veya tasarlayan) bir sistemdir.” (Lesh ve Fennwald, 2010, sy.7). Bu tanım en genel tanımlarından biridir. Cai ve diğ.(2014) ise modelin bir şeyin temsili olduğunu ve bu şeyi bazı özellikleri açısından simülasyonu olanı temsil ettiğini belirtmektedir. Modelleme ise gerçeğin bir parçası olan model oluşturma sürecine verilen isimdir. Matematiksel model, pür matematiksel objelerden oluşan yapıları temsil eder. Dolayısıyla matematiksel modelleme ise matematiksel model oluşturma sürecidir. Lesh ve Doerr’a (2003b) göre modeller parçalar, ilişkiler, işlemler ve kurallardan oluşan, dış sistem notasyonlarını kullanan kavramsal sistemlerdir. Modeller diğer sistem özelliklerini yapılandırmak,

tanımlamak veya açıklamak için kullanılırlar. Bir matematiksel model ise ilişkili sistemlerin yapısal özelliklerine odaklanır. Model ve modellemeyi daha iyi açıklamak için ürün-süreç benzetmesi yapılabilir. Burada model bir ürüne benzetilebilir. Bu ürünü oluşturmak için olan süreç de modellemeye benzetilebilir (Sriraman, 2005). Kısacası modeller içsel kavramsal sistemlerle dışsal nesnelerden veya gösterimlerinden oluşmaktadır (Lesh ve Doerr, 2003a; 2003b, Lesh ve diğ.; 2003; akt. Mousoulides, Sriraman, Christou; 2007).

2.1.1. Modelleme Yaklaşımları ve Döngüleri

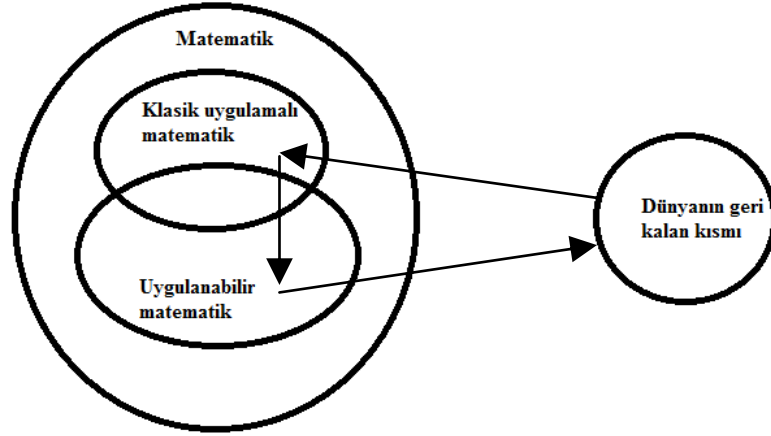
Matematik eğitimcileri neden matematiksel modellemeye yöneldiler? Eğitimciler sınıftaki etkinliklerin, geleneksel problemlerin, öğrencilerde farklı becerileri geliştirmedigini fark etmişlerdir. Bu konuda geleneksel problem çözme yetersizdir (Kertil, 2008). 21. yy. becerilerine sahip, gerçek hayatın karmaşık durumlarıyla başa çıkabilen bireyleri yetiştirmek için geleneksel sistemden farklı olarak modelleme yaklaşımı işe yaramaktadır. Modellemeyle ilgili alanyazındaki ilk çalışma Kapur (1982) tarafından yapılmıştır. Kapur matematiksel modelleme sürecini “uygun değişkenleri seçme, değişkenler arasındaki bağlantıyı ortaya çıkarma, değişken ve bağlantılara bağlı olarak matematiksel bir model ortaya koyma ve modeli ve uygulamaları test etme” olarak tanımlamaktadır (Hıdıroğlu ve Bukova Güzel, 2013, sy.129). Zaman içerisinde farklı modelleme perspektifleri oluşmuştur. Bunlardan en kapsamlısı Kaiser ve Sriraman (2006) tarafından Tablo 2.1’de şu şekilde oluşturulmuştur.

Tablo 2.1. Modelleme Yaklaşımları

Yaklaşımın Adı	Ana Hedefleri
Realistik veya Uygulamalı Modelleme	Pragmatik-faydacı hedefler. Örneğin gerçek hayat problemleri çözmek, gerçek hayat durumlarını anlamak.
Bağlamsal Modelleme	Konuyla ilişkili ve psikolojik amaçları içerir. Sözel problemler çözülebilir.
Eğitimsel Modelleme a) Didaktik Modelleme b) Kavramsal Modelleme	Pedagojik ve konu ilişkili amaçlar a) Öğrenme süreçlerinin ve onun tanıtımının yapılandırılması b) Kavram tanıtımı ve gelişimi
Sosyo-Kritik Modelleme	Kendisini çevreleyen dünyayı anlamak için eleştirel ve eğitimsel amaçlar.
Epistemolojik veya teorik Modelleme	Teori odaklı ve teori gelişimini destekleyen amaçlar.
Bilişsel Modelleme	a) Modelleme sürecindeki zihinsel süreçleri anlama ve analiz etme b) Zihinsel görüntü olarak modelleri kullanarak matematiksel düşünme süreçlerinin teşviki veya fiziksel resim ya da soyutlama veya genellemeyle zihinsel süreç olarak modellemeyi vurgulama

Modellemede güncel bakış açılarının sınıflandırılması şu şekilde açıklanabilir. Gerçekçi bakış açısı, uygulamalı problem çözmeyi ve gerçek yaşam kriterlerini zorunlu tutar. Bağlamsal yaklaşımda ise matematiksel problem çözmenin eğitimsel yönü dikkat çekilir ve anlamlı problem durumlarından yola çıkılarak modelleme etkinliklerine başlanır. Burada öğretimde özerk durumlar ve öğrenme zorlukları üzerinde durulmaya çalışılır. Eğitimsel bakış açısı matematik eğitimi ile modellemeyi birleştirerek öğrenme süreçleriyle beraber modelleme yeteneğinin üzerinde durur. Sosyo-kritik bakış açısı, matematiksel modellemeyi öğrencilerin bağımsız birer vatandaş olarak gelişmelerine yardımcı olan bir araç olarak görür. Epistemolojik bakış açısı, modellemeyi öğrencilerin matematik yaptıkları ve yapacakları bir alan olarak görür. Bilişsel modelleme ise öğrencilerin modelleme sürecinde kullandıkları veya geliştirdikleri zihinsel süreçlerdir veya zihinsel araçları inceler (Özturan Sağırlı, 2010). Zaten bu perspektifler oluşmadan önce Kaiser (1995), modellemede kullanılan ana amaçları sıralamıştır. Bu amaçlar yukarıdakilerle paralel olan pedagojik, psikolojik, konu ilişkili, bilim ilişkili amaçlardır (Kaiser ve Sriraman, 2006). Daha sonra bu tablo en genel halini almıştır.

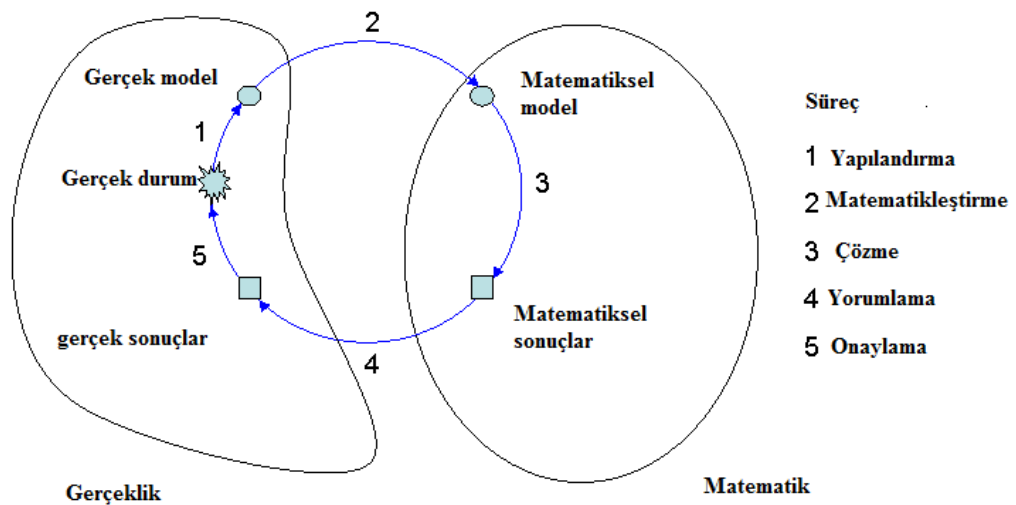
Modelleme alanyazınına bakıldığında modelleme süreçleri tarih içerisinde farklılık göstermektedir. Bu farklılık birbirleriyle çelişme yönünde değil zaman geçtikçe birikimli bir şekilde süreçlerin revize edilmesiyle olmuştur. Pollak (1979) modelleme sürecini o yıllarda basit bir dille şekil 2.1’de aşağıdaki gibi ifade etmiştir.



Şekil 2.1. Temel Modelleme Döngüsü (Pollak, 1979, s.233)

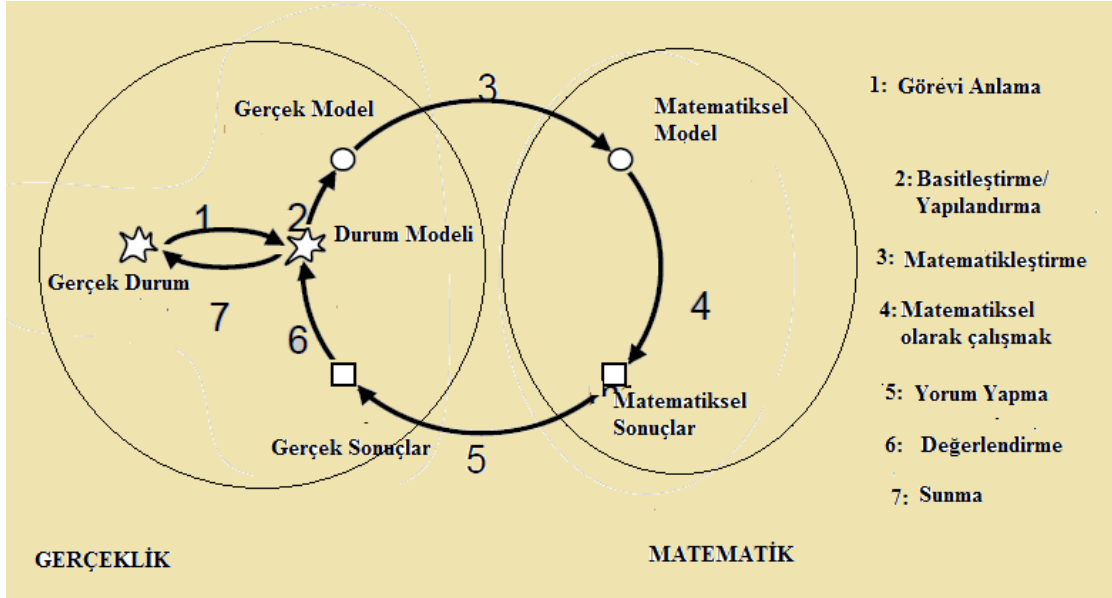
Burada dünyanın geri kalan kısmı diye bahsedilen, matematik dışında kalmış disiplinler veya dünyadır. Modelleme, matematik ile gerçek dünyayı ilişkilendirir. Bunu da matematiğin uygulamalı bölümü ile yapar. Kısacası matematiksel modelleme gerçek dünya ile matematik arasında bağ kuran bir süreçtir.

Ayrıca döngüsel ve sürecin basamaklarını gösteren bakış açısı Şekil 2.2’de aşağıda verilmiştir.



Şekil 2.2. Modelleme Süreci (Blomhoj, 2008, s.8)

Yukarıdaki tüm bu modelleme süreçlerini kapsayacak bir döngü Şekil 2.3'te ifade edilmiştir.



Şekil 2.3. Modelleme Döngüsü (Ferri, 2006, s.92)

Modelleme süreçlerine bakıldığında bu süreçlerin doğrusal değil de döngüsel olduğu açıkça görülmektedir (Ferri, 2006). Bu döngülerde geçen süreç ve terimler aşağıda belirtilmiştir:

Gerçek Durum: Problemde verilen durumdur. Bu, bir resim, bir yazılı parça veya her ikisi de olabilir. Daha sonra bunlar durumun zihinsel gösterimine dönüşür. Problem kişinin bile farkında olmadan zihinde kapalı bir seviyede yapılandırılmaya başlar.

Durumun Zihinsel Gösterimi: Problem durumunun kişinin zihnindeki halidir. Kişisel olduğu için çok farklı şekillerde olabilir. Kimine göre bir görsel, kimisi bir sayı veya parçaya odaklanır.

Gerçek durumun zihinsel gösterim aşamasına geçişinde basitleştirme, idealleştirme gibi zihinsel aktiviteler esnasında kişi durumun farkına varır ve nasıl bir problem olduğu, hangi soruları istediği gibi analizlerde, kişinin ekstra matematiksel bilgisi devreye girer.

Gerçek Model: Gerçek model kişinin zihnindeki içsel gösterim şeklinin seviyesine bağlı olarak yapılandırılır. Bu aynı zamanda dışsal gösterim şekillerini kullanma seviyesine de bağlıdır. Dolayısıyla kişinin durumu sözel ifade yeteneği önemlidir. Gerçek modelin

matematiksel modele çevrilirken, bireyin ekstra matematiksel bilgisini kullanarak matematiksel modeli yapılandırması gerekir.

Matematiksel Model: Burada artık birey formüller, tablolar kullanarak dışsal gösterimlerle modeli matematiksel olarak ifade eder. Matematiksel modelleri sonuçlara çevirirken de kişi matematik yeterliliğini kullanmalıdır.

Matematiksel Sonuçlar: Model düzenine göre kişiler sonuçları yazarlar ve eğer sonuçlar hakkında uyuşma varsa gerçek sonuçlar olarak değerlendirilir. Başka bir deyişle, burada sonuçlar hakkında yorum yapılır ve gerçek sonuçlar olduğuna kanaat getirilir.

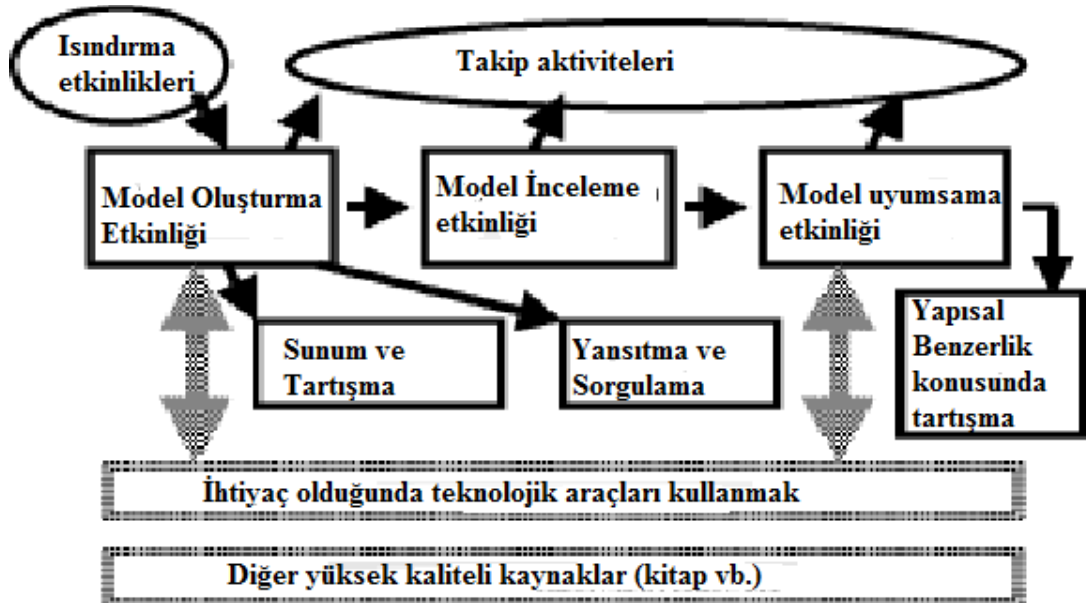
Doğrulama Aşaması: Burada bireyler gerçek sonuçlar ile modelin zihinsel gösterimi arasındaki uyumu değerlendirirler. İki çeşit değerlendirme vardır (Ferri, 2006).

- 1) **Sezgisel Doğrulama:** Bireyler bazen buldukları sonuçların yanlış olabileceğini söylerler. Fakat bunu herhangi reel bir kanıta dayanarak değil de sadece “yanlış” hissettiklerini söylerler. Başka bir deyişle, daha önce kendi deneyimleriyle uyuşmadığını hissetmeye sezgisel doğrulama denir.
- 2) **Bilgi Tabanlı Doğrulama:** Daha çok ekstra matematiksel bilgiye dayanarak açıklanabilir. Sezgisele göre daha bilinçli bir savunma vardır.

Döngünün başlama noktası bir gerçek yaşam durumudur. Daha sonra bu durum basitleştirilerek veya gerçek yaşam modelinde yapılandırılarak idealleştirilir. Sonrasında bu durum matematiğe transfer edilerek, matematiksel yapılar kullanılarak matematikleştirilir. Matematiksel süreçler göz önünde tutularak matematiksel sonuçlar oluşturulur ki bu sonuçlar gerçek durum içinde yorumlanır. Sonuçların geçerliliği sorgulanır, kontrol edilir. Eğer istenilmeyen bir sonuç varsa bu süreç yeniden döngüsel olarak tekrar eder (Kaiser, 2005).

Modelleme döngüsünde oluşturulan model oluşturma etkinliklerinde öğretmenlerin göz önüne alması gereken durumlar vardır. Modelleme etkinliklerinin, yapılan öğretimin içerisine gömülü bir şekilde hazırlanmasıyla yapılan öğretim alanyazında “Model Geliştirme Dizileri (Model development sequences)” olarak geçer. Model geliştirme dizisinin ilk basamağı model oluşturmadır (Lesh ve diğ., 2003).

Modelleme yöntemiyle yapılan bir öğretimde model geliştirme dizilerinin kullanım şeması Şekil 2.4.’te belirtilmiştir.



Şekil 2.4. Model Geliştirme Dizisi (Lesh ve diğ., 2003, s.45)

Model oluşturma etkinliği esnasında yazarlar öğrencilerin dikkate alacağı nitel ve nicel ilişkilere karar vermelidir. Bu esnada öğretmenler sadece soru sorma tekniklerine değil tartışma ve açıklamalara yönlendiren, benzerlik ve farklılıkları hissettiren görevler oluşturmalıdır. Model oluşturma etkinliği bir veya iki derste tamamlanmalıdır. Bu etkinlikler genelde 3'er kişilik gruplar oluşturularak yapılır. Her gruptan çıkan fikirler sınıfta vurgulanır ki öğretmen öğrencilerde oluşan kavramsal güçlü yönleri ve zayıflıkları görebilsin. Isındırma etkinlikleri ise genelde etkinlikten bir gün öncesinde öğrenciye verilen matematikle ilgili gazete küpürü, internet sayfası vb. olabilir. Böylece öğrenci modelleme etkinliğine uygun öncesinde düşünmeye ve matematiksel bir gözle olaya bakmayı öğrenir. Model inceleme etkinliğinde amaç modeli güçlü bir gösterim şekliyle ifade etmenin yolunu bulmaktır. Bu gösterim şekilleri somut materyal olabileceği gibi grafik, diyagram, animasyonlar vb. olabilir. Model uyumsama etkinliği aşamasında daha önceden model oluşturma ve inceleme aşamasında oluşturulan kavramsal araçlar kullanılır. Bu araçların paylaşılabılır ve benzer durumlara transfer edilebilir olması gerekir. Yapısal benzerlikler konusunda tartışma aşamasında ise tüm sınıf oluşturulan yapılardaki benzerlik ve model geliştirmedeki kavramsal yapıyı tartışır. Yansıtma ve sorgulama aşamasında öğrenciler daha çok bireysel olarak düşüncelerini ifade ederler. Başka bir deyişle, oluşturulan kavramsal yapıyla ilgili açıklamalarını, değerlendirmelerini veya duygularını öğretmene veya arkadaşına ifade eder. Takip aktiviteleri diye bahsedilen etkinlikler ise öğrencinin model geliştirme dizileri ile

geleneksel sınıf çalışması arasındaki farkı anlamasına yardımcı olacak problemlerdir. Diğer aşamalar ise ihtiyaç olduğunda teknolojik araçları veya farklı kaynakları kullanabilmektir (Lesh ve diğ., 2003).

Modelleme döngülerinde bilişsel yönler de önemlidir. Özellikle matematikleştirme sürecinde matematiksel kavramlara ihtiyaç vardır. Ayrıca modelleri tıpkı mühendis gibi tasarlama süreçlerinde de özel bilişsel elemanlar kullanılır (Blomhoj, 2008). Modelleme döngülerinde öğrencilerde üst düzey düşünme süreçleri oluşmaya başlar. Bu durumu Doerr ve English (2006) aşağıdaki maddelerle ifade etmişlerdir.

- 1) Anlamlı problem durumları gerektirir.
- 2) En basitinden bir modeli keşfetme veya uygulamayı gerektirir.
- 3) Çoklu gösterimler veya yaklaşımlar kullanılır.
- 4) Matematiksel iletişim vurgulanır.
- 5) Ürünü tanıtmak için en sonda raporlamak gerekir.
- 6) Öz değerlendirme ise bu işin doğasında vardır.

Tüm aşamalar yüksek düzeyli düşünmeyi gerektirir ve başlatır. Ayrıca üst biliş sistemlerinde, üst düzeyli ve düşük düzeyli yetenekler paralel olarak birbirini etkiler. Geleneksel üst biliş sisteminde sadece tek yönlü olarak yüksek düzey, düşük düzeyi etkiler. Oysaki modellemede bu durum tek yönlü değildir, düşük düzey, yüksek düzeyi etkileyebilmektedir (Lesh, Lester ve Hjalmarson, 2003).

2.1.2. Modellemenin Dayandığı Teoriler

Modelleme yaklaşımı Freudenthal'ın "Gerçekçi Matematik Öğretimi" ne dayanmaktadır (Gravemeijer, 1997). Hans Freudenthal 1971 yılında mekanik yaklaşıma tepki olarak bu yaklaşımı ortaya atmıştır. Bu yaklaşıma göre matematik gerçek hayat problemleri ile başlayıp daha sonra çeşitli matematikleştirmeler ile resmi halini alarak bugünkü sistemine gelmiştir. Formel matematiksel tanımlar, formüller en son noktada bulunmuştur. Oysaki bu son nokta öğrettiğimiz ilk nokta olmamalıdır (Üzel, 2007; akt. Yağcı ve Arseven, 2010). Biz bu şekilde öğrettiğimiz için matematiğe karşı olumsuz tutum ve matematiği anlayamama olmuştur. Freudenthal (1971,1973,1991) bu yaklaşım için en önemli kavramların matematikleştirme olduğunu belirtmiştir. Matematikleştirme ise günlük hayatla başlayan durumun matematik kullanılarak formelleştirilmesidir (akt.

Gravemeijer, 1997). Bu yaklaşımda Gravemeijer (1994), öğrencinin, karşılaştığı günlük hayat durumunun modelini düşünüp oluşturduktan (Model of) sonra bu durumu matematikleştirme süreçlerinden geçirerek durumu formel bir şekilde ifade ettiğini belirtmiştir (Gravemeijer, 1997).

Modelleme yaklaşımı öğrencilerin kendi matematiksel deneyimlerindeki kavramsal sistemleri inceleyen Piaget'in yapısalcılık bakış açısına sahiptir. Bu bakış, John Dewey, William James ve Charles Sanders Peirce gibi Amerikan pragmatist felsefecileri tarafından oluşturulmuştur. Daha sonra diğer eğitimciler olan Lesh ve Doerr (2002) ile devam etmiştir (Lesh ve Lehrer, 2003).

Modelleme yaklaşımı modern birçok yaklaşımı birleştirici ve geliştirici özelliktedir. Piaget'in kavramsal sistemlerin bütünsel doğası bakış açısıyla matematik incelendiğinde, matematiksel sistemlerin basit temel bileşenlerden oluşması gerektiği anlaşılır. Başka bir deyişle, karmaşık, yüksek düzeyli modellemeler illaki karmaşık sistemleri içermek zorunda değildir aynı zamanda basit ve anlaşılır da olmalıdır. Öğrencilerin kavramsal sistemler içerisinde matematiksel yapılar kurması, Piaget yaklaşımı ile ilişkilidir. Bir diğer yaklaşım ise modelleme yaklaşımının Vygotsky'nin Yakınsak Gelişimsel Düzey'inden (ZPD) uyarlanmasıdır. Öğrencinin anlama seviyesi ona yapılan rehberlik ile ilgili, kullanılan kavramsal araçlar ve sosyokültürel yaklaşımla ilgilidir. Modellemeye göre tüm bunlar önemlidir ve ayrıca Vygotsky'nin belirttiği dil konusu da modellemede matematiksel düşünmeyi etkileyen kavramsal bir araçtır (Lesh ve Lehrer, 2003).

2.1.3. Modellemenin Yapılandırmacılığa Eleştirisi

Modelleme, yapılandırmacı yaklaşımın bazı yönlerden eksik olduğunu savunmaktadır. Daha doğrusu yapılandırmacılığın da üstünde bir bakış açısı olduğunu vurgulamaktadır. Şöyle ki; yapılandırmacılık her şeyin öğrenci tarafında yapılandırıldığını söyler oysaki her şey yapılandırılmamaktadır. Tabii ki matematiksel süreç yapılandırılır ama notasyonlar veya işlemsel bazı bilgiler yapılandırılmaz öğrenci bunları görerek ve geri dönütlerle öğrenir. Genel olarak öğrenci tarafından yapılandırılmayan beceriler davranışsal amaçlar (temel yetenekler vb.), süreç amaçları (herhangi bir matematiksel yapı ile ilişkilendirilmemiş beynin alışkanlıkları), duyuşsal amaçlar (tutumlar, inançlar vb.) dir (Lesh ve Doerr, 2003b). Temel yetenekler, zihnin yaptığı bazı alışkanlıklar,

duygu, tutum ve inançlar yapılandırmaktan ziyade empati, tekrar ve taklit vb. gibi süreçlerle öğrenilir (Lesh ve Doerr, 2003b). Başka bir deyişle, modelleme yaklaşımı yapılandırmacılığın savunduğu bazı fikirleri eksik görerek bunları daha da geliştirmektedir.

2.1.4. Modelleme ve Problem Çözme

Blum ve Niss'e (1991) göre problem; cevabını çözmek için direkt olarak bir yöntem, işlem veya algoritma bilmeyen bir kişinin seviyesini değiştiren açık soru durumlarıdır. Matematiksel problemler 3 gruba ayrılır: Modelleme problemleri, günlük hayat izlenimi verilen problemler (dressed up word problems) ve iç matematiksel problemler (Intra-mathematical problems) (Blum, Galbraith ve Niss; 2007). Modelleme problemleri yukarıda da açıklandığı gibi gerçek dünya ile matematik arasında geçişler yaptıran, dönüşümsel süreci içeren problemlerdir. Günlük hayat izlenimi verilen problemler, günlük hayatla az da olsa ilgilidir. Ama modelleme ile kıyaslandığında bunlardaki zihinsel aktiviteler modellemeye göre daha basittir. Bu tarz problemler de gerçek model direkt sorunun içinde verilir çok az bir şekilde durum, günlük hayatla ilişkilendirilir. Sorudaki veriler sorunun çözümü için yeterlidir, ne fazla ne de eksik veri vardır. Dolayısıyla öğrenciler problemin çözümü için varsayımlarda bulunmaya gerek duymaz. Böylece bulunan sonuçların değerlendirilmesi de modellemedeki süreçlere göre çok basittir (Schukajlow ve diğ., 2011). Hatta öğrenci buna bile gerek duymaz. Oysaki modelleme süreçleri göz önüne alındığında modelleme problemleri oldukça karışık ve günlük hayatla bire bir ilişkilidir. Dolayısıyla bu karışık süreçlerde öğrencilerin zihinsel aktiviteleri de ona göre çeşitlidir. Problem durumlarında eksik veya fazla veri olabilir ki öğrenci bunun kıyaslamasını yaparak problemi çözer. Ayrıca günlük hayat izlenimi verilen problemlerle yapılan öğretimlerde bir süre sonra kavram yanlışları oluşmaktadır. Bu tarz problemlerin içerisinde verilen bazı ipuçları öğrencide anlamsız ilişkiler kurulmasına sebep olur. Örneğin “Kez, kere vb. (Times)” kelimesi gördüklerinde çarpma yapmaları gibi. Clement, Lochhead ve Soloway (1979) yaptıkları bir çalışmada öğrencilerden “salonda profesörlerden 6 kez fazla öğrenci vardır” ifadesini cebirsel olarak yazmalarını istenmiştir. Öğrencilerin çoğu $6.P(\text{professor})=S(\text{student})$ yazacakları yerde $6.S=P$ yazmıştır. Burada öğrenciler sorudaki ipucundan çıkardıkları anlamı hiç düşünmeden kullanmışlardır. Bu da onlarda

farklı konularda kavram yanılgıları oluşmasına ve fakir bir matematik anlama yeteneği oluşmasına sebep olmaktadır (akt. Martın ve Bassok, 2005). Aslında günlük hayat probleminde öğrenci eşitlikler kullanarak günlük hayat durumunu matematiksel terminolojiye çevirir (Polya, 1962). Fakat okul kitaplarında, test kitaplarında görülen günlük hayat problemleri daha çok bağlamından koparılmış bir günlük durumun yeniden bağlamsallaştırılması gibidir (Mousoulides ve diğ., 2007). Bu tarz sorular da günlük hayat problemine uymamaktadır ve “günlük hayat izlenimi verilen problemler (dressed up word problems)” durumuna düşmektedir. Bu durumda geleneksel problem çözme ile modelleme kullanılarak yapılan problem çözme farklılık gösterir. Lesh ve Doerr’a (2003b) göre uygulamalı problem çözme ile model oluşturma etkinlikleri aynı şey değildir.



Şekil 2.5. Modelleme ve Problem Çözme İlişkisi (Lesh ve Doerr, 2003b)

Yukarıdaki şekilde, uygulamalı problem çözme geleneksel problem çözmenin bir parçası gibi işlem görmüştür. Diğer kısımda ise model oluşturma etkinliklerinin özel bir kısmı problem çözmedir. Bir başka deyişle geleneksel problem çözme, verilen bir durumun bilgi edinme süreci iken model oluşturma ise sürecin kendisidir. Sürecin amacı oluşturulan modeldeki orijinal problemi çözme ve onu yeni durumlara uyarlamadır (Kaiser ve Sriraman, 2006). Öğrenciler geleneksel problem çözme stratejilerini daha çok bir durumda sıkıştıkları zaman kullandıkları bir yöntem olarak görmektedirler. Oysaki model oluşturma etkinliklerinde bu durum yoktur. Modelleme etkinliklerinde sıkıştıklarında, öğrencilerin gerek bireysel gerek grupça yapılan yorumları, onları daha ileri düzeye çıkarır. Eğer problem çözmeyi eğitimsel olarak uygulamak istersek bunu sosyal ve gelişimsel bir şekilde yapmalıyız. Geleneksel problem çözmede öğrenci problemi tam olarak anlamadıysa problemle ilgili yanlış bir tablo çizer ve buna doğruymuş gibi inanır. Benzer bir problem gördüğünde anlayamaz ve farklıymış gibi davranır. Verilenler ve istenenleri eksik yazar. Oysaki sosyal ve

gelişimsel problem çözmede öğrenci, problemi tam olarak anlamadığı zaman yanlış bir tablo çizse de her an geri dönüp arkadaşları ile veya bireysel olarak kontrol süreçleri olduğundan, bu yanlış, tablo yorumlarla veya dönütlerle düzeltilir. Problemlere tek noktadan değil farklı açılardan bakıldığından benzer ve farklı problemleri çözebilirler. Ayrıca grup olarak sürekli yorumlamalar yapıldığından problemdeki verilenleri bir kişi yanlış yazdıysa bile grup etkileşimi ile bu durum düzeltilebilir (Zawojewski ve Lesh, 2003).

Genel olarak modelleme ile problem çözme arasındaki farkları şu şekilde sıralayabiliriz (Lesh ve Yoon, 2006; akt. Doruk, 2010).

1) Geleneksel problem çözme etkinliklerinde;

- a) Problemin başlangıcı iyi tanımlanmıştır. İlgili veriler ve bazı formlar zaten matematiksel halde verilmiştir.
- b) Problemde istenilen son nokta matematiksel olarak yazılır ama bu yazımın ne anlama geldiğinin bir önemi yoktur. Başka bir deyişle, sadece cevabı istenen formda yazmak yeterlidir.
- c) Problemler matematiğin iç dünyasından ayrılmaya ihtiyaç duymadan verilenlerden istenenlere doğru doğrusal bir yön izler. Başka bir deyişle, verilenlerin, istenenlerin matematik dışındaki gerçek hayatla bir bağlantısı kurulmaz.

Modelleme etkinliklerinde ise;

- a) Problemin başlangıcı iyi tanımlanmamıştır. Başka bir deyişle, problem durumu genellikle matematiğin dışındaki dünyadan olur ve kişi bu durumu matematikle ilişkilendirmeye, çözüm yöntemlerini bulmaya çalışmak için düşünür.
- b) Problemde istenen son nokta olan ürünün, tek bir cevap olmasına gerek yoktur. Bulunan ürün başka durumlarda da kullanılacağından karmaşık bir formül veya kavramsal bir araç olabilir.
- c) Modelleme döngüsel bir süreç olduğundan işe yaramayanları atma işe yarayanları kullanma, yeniden düzenleme, gözden geçirme, reddetme gibi alternatif düşünce sistemlerini içerir.

2) Geleneksel problem çözme etkinliklerinde problem çözen kişiler “bilgi işleyiciler” olarak görülür. Burada yapılan vurgu niceliksel olarak hesaplama yapmaktır. Oysaki

modellemede işlemsel hesaplar sürecin küçük parçasını oluşturur. Asıl süreç verilenler ile isteneler arasındaki ilişkiyi kurmaya yardımcı kavramsal araçları düşünüp tekrar tekrar kontrol etmektir.

- 3) Geleneksel eğitimde öğrenciler, günlük yaşam sorularını çözmeyi 3 aşamada öğrenir. Birincisi, günlük yaşam bağlamından ayrı olarak bazı ön düşünce ve beceriler öğrenilir. İkinci olarak öğrenilen bu beceri ve düşüncelerin nerede, ne zaman, ne şekilde kullanılması gerektiğini anlayacakları üst biliş işlemleri ve zihinsel alışkanlıkları öğrenirler. Son olarak ise eğer vakit kalırsa ki çoğunlukla kalmaz, karmaşık durumlarda çözüm üretebilecek işlem, beceri ve buluşsal yolları öğrenir. Bu şekilde yapılan öğretimde öğrenci düşünceleri, becerileri veya üst biliş sistemlerini ayrı birer parça gibi öğrendiğinden ayrıymış gibi düşünür. Oysaki modelleme yaklaşımında bunların hepsi kavramsal sistemlerden ayrılmaz bir şekilde bütün olarak kabul edilir. Bunlar soyut olarak ayrı ayrı değil bir bağlamsal sistemin içerisinde öğrenilir.
- 4) Geleneksel problem çözmede öğrenciler verilenlerden istenene doğru sık sık takılırlar ve takıldıklarında ne yapacağı sorusuna cevap vermeleri istenir. Oysaki modellemede öğrencilerin genelde takıldıkları yerler problemin durumu ile ilgili fikir sahibi olmadıkları yerlerdir.

2.1.5. Modellemenin Faydaları ve Zorlukları

NCTM (2000) matematiksel modellemenin öğrencilerde tanımlama, açıklama, tahmin etme, gösterme, organize etme gibi matematiksel düşünme becerilerin geliştirdiğini belirtmiştir (akt. Mousoulides, Pittalis ve Christou, 2006). Matematiksel modelleme öğrencilerde gerçek yaşam ile matematik arasında oluşan boşluk için köprü görevi görür (Blomhoj, 2008). Matematiksel modelleme öğrencilerde;

- ❖ Dünyayı daha iyi anlamayı sağlar
- ❖ Matematiksel öğrenmeyi destekler
- ❖ Matematiksel yeterliliklerin gelişmesine ve bunlarla ilgili uygun tutum geliştirmede destek olur (Blum ve Ferri, 2009).
- ❖ Doğadaki basit ilişkileri anlayarak, modelleri uygulayarak modellerin potansiyellerinin ve sınırlılıklarının farkına varmasını sağlar.

- ❖ Var olan modellerin gerçekleri ile kıyaslaması yapılarak yorum yapmaya yardımcı olur (Blomhoj ve Kjeldsen, 2006; akt. Özturan Sağırlı, 2010).

Tüm bu faydalarından dolayı dünyada modelleme ile matematik eğitimi veriliyor. Fakat faydalarının yanında her öğrenme ve öğretme yaklaşımında olduğu gibi belli başlı zorlukları da vardır. Öncelikle modelleme, öğretmenler için diğer yöntemlere göre zor olabilir. Modelleme problemlerinin günlük hayatla ilişkili ve açık uçlu sorular olması plan hazırlama açısından öğretmene zorluk çıkarır. Ayrıca PISA (2006) açıkladığı rapora göre modelleme öğrenciler için de zor olabilmektedir. Öğrenciler modelleme sorularının zorlu ve karmaşık olmasından dolayı bilişsel zorluk yaşamaktadırlar (Blum ve Ferri, 2009). Benzer durum ülkemizde de mevcuttur. Ülkemizde yapılan modelleme çalışmalarında ise modelleme süreçlerinden problem durumunu anlama, yapılandırma, varsayımlarda bulunma, gerçek yaşamla problemi bağdaştırma ve modeli değerlendirme gibi aşamalarda zorlanmalar görülmüştür (Şen Zeytun, 2013). Doruk’a (2010) göre ülkemizde PISA sınavlarındaki başarısızlık, modelleme yaklaşımının önemini göstermektedir. PISA soruları tam olarak modelleme olmasa bile bazı süreçleri içermektedir ve günlük hayatla matematik ilişkisini kurduran problemlerdir. Bu problemlerde başarısızlık gösterilmesi modellemede de ülkemizde zorluk yaşandığını göstermektedir.

Her ne kadar modelleme etkinlikleri alışılmışın dışında olduğu için öğrencilere zor gelse de sınıf içinde öğretmenlerin rehberlikleri ve yönlendirmesi oldukça önemlidir. Sriraman (2005), sınıf içi konuşmaların bilişsel mekanizmayı yansıtmasında öğrencilerin model oluşturma etkinlikleri hakkındaki kavramsallaştırmasını etkilediğini belirtir. Sınıf içi konuşmaların sınıf tartışması, küçük grup tartışması, gözden geçirme, kritik etme gibi çeşitleri vardır. Öğretmen soru sorma tekniklerini iyi kullanarak öğrenciyi kavram yanılgıları olan noktaya veya model hakkındaki düşüncelerini geliştirecek noktaya getirmelidir (Gökçe Şahin, 2008). Dolayısıyla burada öğretmenin modelleme etkinliklerinde nasıl davranması gerektiği önem kazanıyor. Öğretmen modelleme etkinliklerinde olabildiğince az rehberlik yapmalıdır, öğrenciyi özgür bırakmakta ise çok geniş davranmalıdır. Öğrenci açısından baktığımızda “Bunu tek başıma yapabilmem için bana yardım et” sözü, durumu gayet iyi açıklamaktadır. Öğretmen az rehberlik yapmakla öğrenciyi çok özgür bırakma konusunda dengeli olmalıdır (Blum ve Ferri, 2009). Önemli olan öğrencilerin kendi kendilerine çözüm

yapmalarıdır. Tabii ki öğrenciler soruda tıkanıklarında uygun soru sorma tekniklerini kullanarak çözüme yönlendirmelidir. “Durumu hayal et”, “Neyi amaçlıyorsun?”, “Eksik olan ne?” ve “Sonuç gerçek duruma uyuyor mu?” gibi soru yönlendirmeleriyle öğrencilere rehber olabilirler (Blum ve Ferri, 2009). Ayrıca etkili bir modelleme öğretmeni öğrencileri çeşitli stratejileri keşfetmeye teşvik eder, öğrencilerin ilginç ve uygun olarak gördüğü problemlere odaklanır, öğrencilerin diğerleriyle çalışmayı öğrenmesine yardım eder, öğrenciler arasında güçlü teknik iletişim becerilerini geliştirmeye çalışır, ek kaynaklar önerebilir, çözümü doğrulamalarını ister ve problemi önce kendi bağlamında sonra matematiksel bağlamda düşünmelerini sağlar (Sten, Forman, 2001; akt. Doruk, 2010).

2.2. Kavramsal ve İşlemsel Bilgi

Matematiksel öğrenmede kavramsal ve işlemsel bilgi olarak iki çeşit bilgi vardır. Tüm bilgileri bu şekilde ayırt etmek doğru olmasa bile bazı bilgiler her ikisi olabilirken bazı bilgiler hiç biri olamayabilir (Hiebert ve Lefevre, 1986). Kavramsal bilgi, bilgi ağları içinden çeşitli ve zengin ilişkiler kurduran bilgidir. Kavramsal bilgi, zihindeki bilgi ağında ayrı ayrı parçalar halinde korunan bilgiler değildir. Her bir parçanın birbiriyle ilişkisi olmalıdır (Hiebert ve Lefevre, 1986). İşlemsel bilgi ise iki çeşittir. Birincisi formel (biçimsel) dil veya sembolik gösterimsel çeşittir diğeri ise algoritmalar veya kurallardır (Hiebert ve Lefevre, 1986). İşlemsel bilgi problem çözme için gerekli becerileri geliştirir. İşlemsel bilgi karmaşık bir olayın adım adım yapılmasıdır (Sáenz, 2008). Matematiksel bir problemde işlemsel girdiler başka şeylere dönüşerek çıktı olur. Daha sonra buradan çıkanlar başka bir işlem için girdi olur ve bu döngü bu şekilde devam eder. Böylece işlemsel bilgi adım adım uygulanır.

İşlemsel bilgi ile kavramsal bilgi arasında herhangi bir ilişki yoktur demek doğru olmaz. Aslında bazı işlemsel bilgilerin kavramlarla ilişkisi olmayabilir ama kavramların işlemlerle alakası vardır. İşlemler, kavramları görselleştirmeye yarar (Hiebert ve Lefevre, 1986). Kavram yanılgıları, kavramsal ve işlemsel bilginin yetersizliğinden kaynaklanabilmektedir (Teachey, 2003).

2.2.1. Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Arasındaki İlişki

İşlemsel ve kavramsal bilgiyi kullanmanın çeşitli faydaları vardır. İşlemsel bilginin faydaları, kavramlar arasında ilişki kurulmasına yardım eder, matematiksel sistemlerin semboller ile ifade edilmesine ve bu sembollerin tekrar tekrar kullanılarak hafızada depolanmasına yardım eder. Mesela günlük hayatta ekleme mantığı “+” sembolü ile ifade edilir ve ekleme geçen her problem durumlarında bu mantık artık “+” sembolü ile ifade edilir (Hiebert ve Lefevre, 1986).

Problemler kişinin zihninde oluşturduğu gösterimin yapılandırılmasına göre çözülür. Bu, kavramsal bilgiyi kullanma anlamına gelir. Burada 2 çeşit kavramsal bilgi kullanımı mevcuttur. Birincisi problem çözmede uzman insanların yaptığı gibi daha çok problemin kavramsal yapısına ve bağlamına odaklanmaktır. İkincisi ise problem çözmede acemi olanların sadece yüzeysel özelliklere ve bazı sembollerini değiştirmekle uğraşmasıdır. Bu durumlarda problem gösterimlerinin kavramsal olarak zenginleştirilmesi problemi çözmeyi kolaylaştırır (Hiebert ve Lefevre, 1986). Anderson (1983), kavramsal ve işlemsel bilginin ilişkisini şu şekilde ifade etmiştir: Rutin olmayan problem çözümlerinde uğraştırıcı yollar denenerek kavramsal bilgi yapıları kullanılır. Bazı problem çözümlerinde ise bir kısım aşamalar artık rutin olarak uygulanmaya başlanmıştır. İşte bu rutin uygulanan kavramsal kısımlar bir süre sonra otomatikleşip yerini işlemsel bilgiye bırakır. Başka bir deyişle, kavramsal bilgi işlemsel bilgiye çevrilir. Mesela, sayı saymanın temelinde kavramsal bir yapı olmasına rağmen bir süre sonra sayma otomatikleşip rutinleştiği için bu kavramsal bilgi işlemsel bir olaya döner.

Kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki ilişki en çok işlemsel bilgi yararına olur. Çünkü kavramsal bilginin yapılandırılması sembollerin, işlemlerin veya kuralların iyi bir şekilde kullanılmasını ve öğrenilmesini sağlar (akt. Hiebert ve Lefevre, 1986). Eğer işlemsel bilgiler anlamlı bir şekilde öğrenilirse benzer problem yapılarındaki durumlara kolayca çevrilirler (Brownel, 1947; Dewey, 1910; akt. Hiebert ve Lefevre, 1986). Ayrıca kavramsal bilgi işlemsel bilgiyi iki şekilde geliştirir. Birincisi, farklı şekillerdeki problem çözmelerde en uygun hangi işlemin olacağına karar vermede faydalıdır. İkincisi, işlemleri kullanma becerisini ve farklı durumlara transfer etmeyi geliştirir. Diğer yönden araştırmacılar da geliştirilen bu işlemsel bilginin 4 aşamada kavramsal bilgiyi geliştirdiğini vurguluyorlar. Buna alanyazında “tekrarlayan model”

denilmektedir. Birinci aşama, işlemsel bilgi ile başlayan durumlarda işlemin nasıl başladığının kavramsal tabanını hatırlatarak kavramsal bilgiyi geliştirir. İkincisi, işlemsel bilginin geliştirilerek uygulanması, matematikteki kavram ve ilişkilerin zihinsel kaynaklarının yansımaları hatırlatabilir. Üçüncüsü işlemsel bilgiyi kullanırken öğrenciler daha önceki hatalarının ve kavram yanlışlarının farkına varabilirler. Son olarak, öğrenciler kavramsal anlamayı işlemlerle açıklamaya cesaretlenebilirler (Voutsina, 2011). Bu şekildeki bir tekrarlı model ile işlemsel ve kavramsal bilgi birbirini etkilemektedir. Kavramsal ve işlemsel bilginin ilişkisini Sáenz (2008) şu şekilde özetlemiştir. Kavramsal anlama, işlem ve kuralların uygun ve doğru kullanılması için zihni kontrol eder. Buna karşılık işlemsel bilgi de matematiksel nesnenin anlaşılmasına katkı sağlar.

Kavramsal ve işlemsel bilgi çeşitleri olduğu gibi bu bilgilerin kullanılmasına bağlı olarak farklı anlama ve öğrenme çeşitleri oluşmaktadır. İşlemsel öğrenmeye alışık bir öğrenci hangi kuralın nereden geldiğine bakmaksızın kendine sunulanı aklında tutmaya çalışır. Genelde ezberlemeye alışır. Matematik, bu tarzda öğrenenler için ilişkisiz, kurallar bütününden ibarettir. Bu öğrenciler kendi matematiklerini üretmedikleri için bilgi aktaran tek otorite olarak öğretmeni görürler. Bunun aksine kavramsal öğrenmeye alışık bir öğrenci problem çözmeye alışık öğrencidir. Bu öğrenciler matematiği bir birine bağlı bir ağ gibi düşünürler ve kurallar, semboller arasında ilişkiler kurarak anlamlandırmaya çalışırlar. Sadece öğretmenin öğrettiği matematiği değil, kendi matematiklerini de uygularlar (Baki, 2008).

2.3. Fonksiyonlar

NCTM (1989) fonksiyonları anlamak için şu beş yeteneğin mevcut olması gerektiğini belirtmiştir: a) Gerçek dünyayı fonksiyonlarla modellemek b) İlişkileri göstermek veya analiz etmek için eşitlikleri, tabloları ve grafikleri kullanmak c) Cebirsel, tablo ve grafik gösterimlerini birbirine çevirmek d) Fonksiyonlardaki değişkenlerin etkilerini analiz etmek e) Fonksiyon olanların belirli özelliklerini ve işlemlerini anlamak (akt. O’Callaghan, 1994). Genel olarak fonksiyonlar konusunda matematik eğitiminde yapılan çalışmalara bakıldığında üç aşamalı bir teorik çerçeve çıkmaktadır (Martfnez-

Cruz, 1993). 1) Fonksiyonlarda kavramsal ve işlemsel bilgi, 2) Fonksiyonlarda öğrenci gelişimi, 3) Fonksiyonunun kavram tanımı ve imajı ile ilgili oluşan bilişsel engeller.

2.3.1. Fonksiyon Kavram Tanımı ve İmajı

Kavram imajı, bir kavrama dair özelliklerle beraber zihinde oluşan resimdir (Loggins, 1994). Öğrenciler matematiksel bir kavramı, tanımı ile değil de onunla ilişkili bir özelliğiyle daha iyi kullanırlar. Çünkü kavrama ait o özelliği deneyimiyle elde etmiştir (Martfnez-Cruz, 1993). Aynı şekilde Bell (2001) de kavram ile ilgili yaşanan deneyimlerin (sınıf içinde bir diyalog, öğretmen konuşması veya kitaptaki parça vs.) o kavramın imajını etkilediğini belirtmiştir. Kavram imajı o kavrama ait zihinde olan resimler, özellikler ve süreçtir. Bu imajı oluşturmak yıllar içeren bir süreçtir. Mesela “çarpma işlemi her zaman sonucu artırır.” düşüncesi öğrencilerin çarpma işlemine karşı ilk imajıdır. Ama negatif sayıları görünce bu imaj değişir. Öğretim yaparken gelecekte yaşanacak bu dengesizlikleri göz önüne alarak anlatım yapılmalıdır. Kavram tanımı ise kavramı özel kelimelerle belirtmektir. Eğer kavramın kişiye göre tanımından bahsediliyorsa bu kişinin kavram imajını belirli sembollere veya kendi ifadelerine dökerek açıklamalıdır. Bir kavramın birden çok tanımı olabilir, aynı zamanda tek tanımı olan kavramlar da vardır (Tall ve Vinner, 1981).

Fonksiyon kavramını, kavramsal anlamak için O’Callaghan (1994), modelleme yapma, transfer etme, yorumlama ve somutlaştırma becerilerinin olması gerektiğini belirtmiştir. Fonksiyonların tarihsel süreçlerine bakıldığında geometrik, cebirsel veya farklı stillerde gösterildiği belirtilmiştir. Kaput (1989) fonksiyonların farklı gösterimlerle öğretilmesinin öğrencilerin zengin kavramsal anlamalarına imkan verdiğini vurgulamıştır (akt.O’Callaghan, 1994).

2.3.2. Fonksiyonlarda Öğrenme Güçlükleri ve Yanılgılar

Thomas (1971,1975) öğrencilerin genelde fonksiyonların cebirsel ve grafiksel gösterimleri arasında ilişki kurmakta zorlandıklarını ve fonksiyonlar için süreçten nesneye doğru geçişte zorlandıklarını belirtmiştir (akt.Martfnez-Cruz, 1993). Öğrenciler iki değişkenli fonksiyonların grafiklerini ve doğrusal fonksiyonun grafiklerini yorumlamakta zorlanmaktadırlar. Grafiklerde bütünsel bir yaklaşımdan ziyade nokta-nokta yaklaşımı benimsemektedirler. Bu da öğrencilerin fonksiyon grafiğine bakıp

artan, azalan yerler veya en yüksek değer gibi yorumlamaları gereken yerlerde zorlanmaktadır.

Bir noktadan çok noktaya yapılan eşlemelerde veya çoktan bir noktaya olan eşlemelerde öğrenciler yorum yapmakta zorlanmaktadır. Ayrıca grafik üstünde eğimi yorumlarken ve parçalı fonksiyonlarda yorum yaparken zorlanmaktadır (Martfnez-Cruz, 1993). Sadece doğrusal fonksiyonların fonksiyon olduğu yanılgısı ve bütün fonksiyonların birebir olduğu yanılgıları mevcuttur (O’Callaghan, 1994). Fonksiyonlar konusunda öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları olmasının sebebi, fonksiyonların ana konudan uzak ayrı bir parça gibi tutularak anlatılması, sürekli düzene yönlendiren istek (olağan dışı veya ilginç cebirsel veya grafiksel sunum olmaması), sadece noktasal yaklaşım yapılması ve grafiksel ve cebirsel gösterimlerin ayrıymış gibi anlatılmasıdır (Martfnez-Cruz, 1993).

2.4. Çalışmanın Teorik Çerçevesi

Modelleme gerçek dünyayı matematiksel olarak yorumlamak ve ifade etmektir. Bununla beraber fonksiyonlar konusunda da günlük hayat ilişkisi vardır. Fonksiyonlar ve modellemeyi birlikte etkili bir öğretim sistemi olarak kullanmak için şu şekilde bir model oluşturmak gerekir (O’Callaghan, 1994).

- 1) Günlük hayat durumunu, fonksiyonları kullanarak modellemek
- 2) Gerçekçi bir durumda fonksiyonları yorumlamak
- 3) Fonksiyonların farklı gösterimleri arasında transferler yapmak
- 4) Fonksiyonları somutlaştırmak.

Araştırmada fonksiyonlar ve modelleme birlikte kullanılacağı için çalışmanın modellemedeki teorik çerçevesi yapılandırılırken O’Callaghan’ın (1994) yukarıda belirttiğı şekilde oluşturulmuştur.

Kaiser ve Sriraman (2006) çalışmasında modelleme yaklaşımlarından bahsetmektedir. Bunlardan biri de eğitimsel modellemedir. Bu araştırmada eğitimsel modelleme dediğimiz modelleme ile yapılan öğretim süreci incelenmiştir. Çalışmanın modelleme yaklaşımı olarak teorik çerçevesine Lesh ve diğerlerinin (2003) belirttiğı “Model geliştirme dizisi (Model development sequences)” yaklaşımı rehberlik etmiştir. Bu

yaklaşımına göre ders süreci planlanmıştır. Başka bir deyişle, modelleme etkinlikleri dersten ayrı bir zamanda yapılmamıştır, tersine dersin içine gömülerek fonksiyon kazanımları işlenmiştir. Buna göre kavram verilmeden önce ısındırma etkinlikleri denilen etkinliklerle derse giriş yapılmıştır. Böylece öğrenci kavrama karşı ön bilgi sahibi olmuştur. Ardından asıl modelleme etkinliği ve süreç başlamıştır. Bu esnada öğrenciler takip edilmiştir. Öğrenciler 3'er kişilik gruplara ayrılıp etkinlikleri çözmüşlerdir. Etkinlik bitiminde her grup kısa sunumunu yapmıştır ve ardından etkinliğe dair grup raporunu (etkinlik tavsiye mektubunu) yazıp araştırmacıya teslim etmişlerdir. Süreç ana hatlarıyla böyle olmakla birlikte alanyazın taramasında bahsedilen Model geliştirme dizisi (Model development sequences) (Lesh ve diğ., 2003) yaklaşımı örnek alınmıştır.

BÖLÜM III: YÖNTEM

Modelleme temelli yapılan öğretimin 9. sınıf fonksiyonlar konusunda kavramsal ve işlemsel bilgiye etkisini incelemek için bu araştırma yapılmıştır. Araştırmanın yöntemi karma yöntemdir. Karma yöntem herhangi bir araştırma sorusunu açıklamak için toplama, analiz etme vs. gibi işlemlerin yapıldığı, hem nitel hem de nicel araştırma metotlarının kullanıldığı bir araştırma türüdür (Creswell, 2012). Araştırmacının çalıştığı lisedeki sınıflardan ikisine modelleme yöntemiyle, başka öğretmenin girdiği iki sınıfa ise modelleme yöntemi dışındaki yöntemle (önce tanım, teorem vs. matematiksel bilgi verilip, sonra örnek çözümünün olduğu düz anlatım) ders anlatımı yapılmıştır. Araştırmaya başlamadan önce ve sonra her iki gruba da belirli testler uygulanmıştır. Bu testlerin nicel sonuçları ile beraber nitel veri toplama yöntemleri de kullanılmıştır. Başka bir deyişle, bu araştırmada nicel ve nitel yöntemler beraber kullanılarak yorumlanmıştır. Araştırmanın amacına göre hem nitel hem de nicel yöntemler birlikte kullanılabilir (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2013). Karma yöntemin avantajları şunlardır:

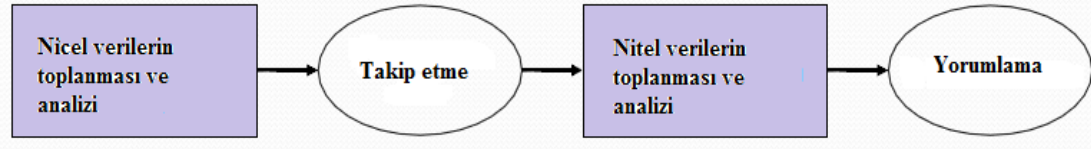
- a) Verileri üçgenleme gibi yöntemlerle desteklemek ve onaylamak,
- b) Daha zengin detayların olması,
- c) Tek bir yöntemden kaynaklanan dezavantajlar olmaz,
- d) Nitel ve nicel araştırma yöntemlerinin avantajları birleşebilir (Rossman ve Wilson, 1991; Johnson ve Onwuegbuzie, 2004; akt. Kırıl ve Kırıl, 2011).

Karma yöntemlerin olumsuz yönleri ise; her iki yöntemin birlikte kullanılması hem zaman açısından hem ekonomik açıdan zorlayabilir.

Araştırma sürecine bakıldığında, araştırma sorularının daha derin ve güvenli bir şekilde cevaplanması için ön test ve son testlerin yanı sıra gözlem, mülakat, doküman analiz tekniği gibi pek çok yöntem bir arada kullanıldığından bu araştırmanın yöntemi karma yöntem olarak belirlenmiştir. Ayrıca karma yöntemin yukarıda belirtilen olumsuz durumları göz önüne alınıp araştırmada bunlara dikkat edilmiştir ve gerekli önlemler alınmıştır.

3.1. Araştırma Deseni

Araştırmada karma yöntemden açıklayıcı desen kullanılmıştır. Açıklayıcı desenin süreci Şekil 3.1'deki gibi ifade edilmektedir.



Şekil 3.1. Açıklayıcı Desen Süreci (Creswell, 2012)

Araştırmacı önce nicel verileri toplar ve analiz eder. Daha sonra nicel verileri daha iyi anlamak, rafine etmek veya tamamlamak için nitel verileri toplar (Büyüköztürk ve diğ., 2013). Bu desene göre araştırmaya öncelikle nicel süreçle başlanmıştır. Bu kısımda ön test - son test kontrol gruplu yarı deneysel desen kullanılmıştır.

3.1.1. Ön Test - Son Test Kontrol Gruplu Yarı Deneysel Desen

Araştırmanın nicel yaklaşım kısmının deseni ön test- son test kontrol gruplu yarı deneysel desendir. Ön test- son test kontrol gruplu yarı deneysel desende rastgele seçim yoktur ve hazır gruplar üzerinden deney ve kontrol grubu oluşturulur. Eğitim araştırmalarında en çok kullanılan desenlerden biridir (Cohen, Manion ve Morrison, 2007). Bu çalışma, araştırmacının görev yaptığı bir meslek lisesinde yürütülmüştür. Dolayısıyla okuldaki mevcut, hazır sınıflar üzerinden araştırma yürütülmüştür. Deney grubu, araştırmacının dersine girdiği ve modelleme yöntemiyle fonksiyonlar konusunun anlatıldığı iki tane sınıftır. Bu yöntemin etkisini daha kesin bir şekilde araştırmak için modelleme uygulanmayan sınıflara ihtiyaç olmuştur. Dolayısıyla kontrol grubu ise başka bir öğretmenin ders anlattığı ve modelleme uygulanmayan iki tane sınıftır.

Bu araştırmanın bağımlı değişkeni 9. sınıf fonksiyonlar konusunda kavramsal ve işlemsel bilgidir. Bağımsız değişkeni ise modelleme temelli yapılan öğretimdir. Araştırmanın deney ve kontrol gruplarına ön ve son testler uygulanarak modelleme yönteminin kavramsal ve işlemsel bilgiye etkisi araştırılmak istendiği için araştırma deseni ön test - son test kontrol gruplu yarı deneysel desen olarak belirlenmiştir.

Araştırmada uzman görüşü alınarak hazırlanmış, fonksiyonlardan önceki konulara ait kavramsal ve işlemsel bilgiyi ölçen bir test (Genel Kavramsal ve İşlemsel Test, Ek-2)

uygulamadan önce deney ve kontrol gruplarına yapılmıştır, ayrıca fonksiyonlar konusuna ait kavramsal bilgiyi ölçen testler (Kavramsal Ön (Ek-6)-Son Test (Ek-10)) ve işlemsel bilgiyi ölçen testler (İşlemsel Ön (Ek-14) –Son Test (Ek-18)) uygulamadan önce ön test ve sonra son test olarak deney ve kontrol gruplarına yapılmıştır.

3.1.2. Durum Çalışması

Araştırmada deney ve kontrol grupları, yapılan ön ve son testlere göre nicel olarak analiz edilmiştir. Fakat modelleme yönteminin 9. sınıf fonksiyonlar konusundaki kavramsal ve işlemsel bilgiye etkisini belirgin ve derinlemesine bir şekilde ortaya koymak için deney ve kontrol grupları nitel yöntemlerle de incelenmiştir. Bunun için deney grubundan, kavramsal ve işlemsel bilgi olarak çeşitlilik oluşturacak şekilde 5 öğrenci ve kontrol grubundan ise kavramsal ve işlemsel bilgisi en iyi olan 2 öğrenci seçilmiştir. Bu 7 öğrenci derinlemesine incelenmiştir. Araştırmanın durumu, seçilen 7 öğrencidir. Durum çalışması gerçek durumlardan bazen bir çocuk, bir okul veya bir hastane vb. alınarak durumun derinlemesine incelenerek, soyut teorilerle durumun açıklandığı çalışmalardır (Cohen ve diğ., 2007). Araştırma süresince gözlem yapılması, her öğrencinin etkinlik kağıtlarının toplanarak incelenmesi, grupların her etkinlik bitiminde yaptığı sunumların dikkatlice izlenmesi, öğrenci defterleri ve öğretmen planlarının, video kayıtlarının ve araştırma günlüklerinin incelenmesi ve seçilen 7 öğrenci ile yarı yapılandırılmış mülakatlar yapılması, modellemenin kavramsal ve işlemsel bilgiye etkisini incelemek açısından derinlemesine ve güvenilir bir şekilde analiz imkanı vermiştir.

3.2. Çalışma Grubu

Çalışmadaki deney ve kontrol gruplarının uygulama öncesinde ve sonrasındaki kavramsal ve işlemsel bilgilerini tespit etmek ve modelleme yöntemiyle yapılan öğretimin kavramsal ve işlemsel bilgiye etkisini belirlemek için örneklem, amaçlı örnekleme olarak seçilmiştir. Amaçlı örnekleme çalışma için belirli özelliklerin arandığı rastgele seçimin olmadığı bir örnekleme tipidir (Cohen ve diğ., 2007). Bu araştırmanın amaçlı örneklemeğinde aranan özellik, deney ve kontrol gruplarının benzer kavramsal ve işlemsel bilgiye sahip olmasıdır. Bunu tespit etmek için uygulama öncesinde yapılan,

fonksiyonlar konusundan önceki konulara ait kavramsal ve işlemsel bilgi testi (Ek-2) kullanılmıştır. Ayrıca kavramsal ve işlemsel ön testler (Ek-6 ve Ek-14) için, SPSS 20 programı yardımıyla yapılan istatistiksel testler ile deney ve kontrol gruplarının kavramsal ve işlemsel ön bilgilerinin denk olduğu gösterilmiştir. Çalışma grubu için araştırmacının görev yaptığı meslek lisesinden 9. sınıfa ait dört sınıf seçilmiştir. Bu sınıflardan iki tanesi, araştırmacının dersine girdiği sınıflardır ve modelleme yönteminin uygulandığı deney grubudur. Diğer iki sınıf ise modelleme yaklaşımı uygulanmayan kontrol grubudur. Bu sınıflarda başka bir öğretmen ders vermiştir. Gruplar aynı okulun, benzer sınav puanlarına göre yerleşen dört sınıfıdır. Okulda dönem içinde yapılan şube açıp - kapatma değişikliklerinden dolayı grupların uygulamaya başlamadan önce ve sonra mevcutları değişmiştir.

Araştırmaya 48'i deney, 49'u kontrol grubunda yer almak üzere toplam 97 öğrenci katılmıştır. Bu öğrencilerden uygulama öncesinde; deney grubu öğrencilerinin 7'si, kontrol grubu öğrencilerinden 9'u kavramsal bilgi testine, deney grubu öğrencilerinin 7'si, kontrol grubu öğrencilerinin 6'sı işlemsel bilgi testine katılmamıştır.

Uygulama sonrasında deney grubunda ön test ve son testleri karşılaştırılacak 39 öğrenci, kontrol grubunda kavramsal bilgi testi için ön test ve son testleri karşılaştırılacak 34 öğrenci, işlemsel bilgi testi için ön test ve son testleri karşılaştırılacak 38 öğrenci yer almıştır.

Ayrıca deney sonrasında deney grubu öğrencilerinin 2'si, kontrol grubu öğrencilerinin 6'sı kavramsal bilgi testine, deney grubu öğrencilerinin 3'ü, kontrol grubu öğrencilerinin 5'i işlemsel bilgi testine katılmamıştır.

Çalışma grubu, sosyo-ekonomik olarak, düşük öğrencilerden oluşmaktadır. Öğrenciler TEOG sınavında düşük puanlar (90-200 puan aralığında) alarak, araştırmanın yapıldığı meslek lisesine yerleşmiştir. Çalışma grubunun temel matematik seviyeleri oldukça zayıftır. Öğrencilerden birçoğu dört işlem ve denklem çözme becerisi gibi temel matematiksel becerilerde yeterli değildir. Özellikle sayılarda, işlemlerde negatif sayıların toplanması gibi ilköğretim düzeyinde sahip olmaları gereken bilgiye sahip değildirler. Öğrenciler üst konuları anlasalar bile hala dört işlem becerilerinde yetersiz oldukları için başarısız olmaktadır. Okulun genel olarak tüm 9. sınıflarında, okuma yazma becerisi, sosyal becerileri düşük olan öğrenciler bulunmaktadır. Dolayısıyla bu

öğrencilerden araştırmanın yürütüldüğü sınıflarda da bulunmaktadır. Çalışma gruplarında öğrenme güçlüğü olan başka bir deyişle, “Kaynaştırma öğrencisi (BEP)” olan öğrencilerden de en az iki tane bulunmaktadır. En az iki olarak belirtilmesinin nedeni bu durumunu henüz resmi bir raporla kanıtlamamış ama hem sosyal hem de öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin mevcut olmasıdır. Çalışma boyunca bu öğrencilerin özel durumları göz önüne alınarak modelleme sınıflarında yapılan grup çalışmalarında özgüvenlerini sarsmayacak şekilde çalışma yaptırılmıştır.

Deney grubu sınıflarındaki öğretmen, araştırmacının kendisidir. Araştırmacı Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmenliği mezunudur. Öğretmenlik mesleğinde 3. yılın içindedir. Göreve başlangıcı araştırmanın yürütüldüğü meslek lisesidir. Kontrol grubu sınıflarının öğretmeni ise bir devlet üniversitesinin matematik bölümü mezunudur. Daha sonra formasyon almıştır. Öğretmenlikte üçüncü yılıdır. Araştırmacının modelleme grubu olarak dersine girdiği sınıfları seçip, modelleme uygulanmayan grup olarak başka bir öğretmenin girdiği sınıfları seçmesinin nedeni araştırma etiğini sağlamaktır. Böylece araştırmacının bilinçsiz olarak da olsa kontrol grubunda yanlış davranmasının, olumsuz etkenlerinin araştırmayı etkilemesinin önlenmesi ve güvenilirliğin artırılması hedeflenmiştir. Ayrıca araştırmada belli bir modelleme yaklaşımı kullanılacağından, bu yaklaşıma hakim birisinin deney grubunda uygulama yapılması, ulaşılacak sonuçlar açısından sağlıklı olacağı düşünülmüştür.

3.3. Veri Toplama Araçları

Karma araştırmada, hem nicel hem de nitel veri toplama teknikleri kullanılarak daha zengin veri sağlanır. Verilerin daha derin ve birbirlerinin güvenilirliğini onaylamak için çeşitli teknikler kullanılabilir (Büyüköztürk ve diğ., 2013). Araştırmada nicel ve nitel veri toplama teknikleri ayrı ayrı kullanılarak birlikte yorumlanmıştır. Veri toplama araçlarının oluşturulmasında ve analizinde kavramsal ve işlemsel bilgiyi karakterize eden ölçek (Ek-1) kullanılmıştır. Bu ölçek Baki ve Kartal (2004) tarafından kullanılan kavramsal ve işlemsel bilgi ölçeğidir, Kartal (2000) yüksek lisans çalışmasında geliştirilmiştir. Karakterizasyon ölçeği konuyla ilgili alanyazında yapılan işlemsel ve kavramsal bilginin tanımlarından ve sınıflamalarından yararlanılarak geliştirilmiştir. İşlem bilgisini karakterize edecek olan kriter maddelerini belirlerken, bu alanda

öğrencinin düşebileceği yanılgılar ve yanlışların kullanılmaya çalışıldığı belirtilmiştir. Benzer şekilde kavramsal bilgiyi karakterize eden kriter maddelerinin belirlenmesinde de kavramsal alanda öğrencinin düşebileceği yanılgılar ve yapabileceği yanlışların dikkate alındığı vurgulanmıştır.

Baki ve Kartal (2004) ölçeği 3 kısımdan oluşmaktadır. A bölümünde (A1,A2,A3) işlemsel bilgiyi belirleyen kriterler mevcuttur. Örneğin, A1 kriteri işlemleri adım adım yapma kriteridir. $f(x)= 3x-5$ şeklinde kuralı verilen bir fonksiyonda x yerine bir sayıyı yazıp 3 ile çarpıp 5 çıkarabilen öğrenci A1’i sağlar veya bu aşamada işlemi yapamayan öğrenci ise A1 kriterini sağlamaz. B bölümünde (B1,B2,...B8) ise kavramsal bilgiyi ölçen kriterler mevcuttur. Örneğin, problemi verilen şekil ve grafikte eşleştirme kriteri B7’dir. Fonksiyonlarla ilgili grafikte verilen bir günlük hayat probleminde grafiğe bakıp, verileri yorumlayabilen öğrenci B7 kriterini sağlar veya grafiği okuyamayan, yanlış okuyan ya da yorumlayamayan öğrenci ise B7 kriterini sağlayamamıştır. C bölümünde (C1,C2,C3 ve C4) ise işlem ve kavram bilgisini ölçen kriterler mevcuttur. Örneğin, matematiğin dilini oluşturan sembol ve ifadeleri anlama, kullanma, yazma, kısaltma ve sadeleştirme C1 kriteridir. “Bir fonksiyon makinesi 3’ten büyük sayılarda 2 ile çarpıp 4 ekleyerek işlem yapıyor” sorusunda bir parçalı fonksiyon makinesinin nasıl çalıştığını öğrenci matematiksel bir denkleme dönüştürüyorsa C1 kriterini sağlar ama büyük- küçük ifadesini gibi ifadeleri denkleme yansıtamazsa bu kriteri sağlayamamıştır.

Hazırlanan veri toplama araçları öncelikle bu ölçeğe (Ek-1) göre kıyaslanarak hangi kriterleri ölçmeyi hedeflediği, kavramsal testin kavramsal kriterleri ne derece içerdiği veya işlemsel testin işlemsel kriterleri ne derece ölçtüğü bu ölçek yardımıyla belirlenmiştir. Ölçeğe göre testlerin nasıl analiz edildiği verilerin analizi bölümünde açıklanmıştır.

3.3.1. Genel Kavramsal ve İşlemsel Test

Genel Kavramsal ve İşlemsel test, ön testlerden önce uygulanan, fonksiyonlara geçmeden önce temel cebirsel konularda, grupların sahip olduğu kavramsal ve işlemsel bilgilerini ölçmek için hazırlanan bir testtir (Ek-2). Amaç grupların genel olarak benzer olup olmadığını ve başarılarını tespit etmek için betimleme yapmaktır. Bu test beş tane işlemsel bilgiyi, beş tane kavramsal bilgiyi ölçen 10 soruluk klasik yazılı tipinde sınavdır. Soru kazanımları olarak 9. sınıf matematik öğretim programında olan “Gerçek

sayılar kümesinde işlem yapma”, “Birinci dereceden eşitsizlikler ve aralık kavramı”, “Birinci dereceden bir bilinmeyenli ve iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlikler” ve “üstlü ifadeler” kazanımlarına yer veren işlemsel ve kavramsal sorular yer almıştır.

Bu testteki amaç öğrencilerin fonksiyon konusundan önce nasıl bir kavramsal ve işlemsel bilgiye sahip olduklarını ve grupların benzer kavramsal ve işlemsel bilgiye sahip olup olmadığını tespit etmektir. Ayrıca bahsedilen kazanımlar fonksiyon konusunun alt yapısını oluşturmaktadır. Bu testteki sorular Baki ve Kartal (2004) (Ek-1) tarafından geliştirilen kavramsal ve işlemsel bilgi ölçeğinde belirtilen kriterlere uygun hazırlanmıştır. Araştırmacı ve uzman bir kişi, testi sağlayan kriterlerin tutarlı olması açısından birlikte çalışmışlardır. Böylece testin güvenilirliği ve geçerliği sağlanmıştır.

3.3.2. Kavramsal ve İşlemsel Ön Test - Son Testler

3.3.2.1. Kavramsal Ön Test

Kavramsal ön test fonksiyonlarla ilgili kavramsal bilgiyi ölçen 10 soruluk klasik yazılı tipindedir (Ek-6). Bu test O’Callaghan (1994)’ın belirttiği ve araştırmanın teorik çerçevesine de rehberlik eden maddeler göz önüne alınarak hazırlanmıştır. Ayrıca test sorularının kavramsal kriterleri Baki ve Kartal (2004) tarafından geliştirilen kavramsal ve işlemsel bilgi ölçeği kullanılarak belirlenmiştir. Sorular 9. sınıf matematik öğretim programında yer alan fonksiyon kazanımlarının hepsini içermektedir. Bu test MEB (2013) matematik 9 ders kitabında yer alan ünite başındaki “Hazır mıyız?” ve “Bölüm Değerlendirme” sorularından, bazı tezlerde yer alan kavramsal sorulardan faydalanılarak araştırmacı tarafından üretilen sorulardan oluşmuştur. Yapılan güvenilirlik analizleri sonucunda kavramsal bilgi testine ait Cronbach Alpha güvenilirlik katsayısı 0.873, diğer bir deyişle kavramsal bilgi testlerinin güvenilir olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Testin puanlama olarak cevap anahtarı (Ek-7) da değerlendirme kriterlerine göre puanlanmıştır.

Bu test “Uygulama öncesinde ve sonrasında deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin kavramsal bilgileri nedir?” araştırma sorusunu cevaplamak için kullanılmıştır. Ayrıca alt sorular olan, uygulama öncesinde deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin kavramsal bilgi ön test puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark olup olmadığı,

uygulama öncesinde ve sonrasında deney grubunda yer alan öğrencilerin kavramsal bilgi puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark olup olmadığını tespit etmek için (kontrol grubunda da benzer uygulama yapılmıştır) ve modelleme yöntemiyle yapılan öğretimin, 9.sınıf fonksiyonlar konusunda öğrencilerin kavramsal bilgisine etkisinin nasıl olduğunu cevaplandırmak için kullanılmıştır.

3.3.2.2. İşlemsel Ön Test

İşlemsel ön test fonksiyonlarla ilgili işlemsel bilgiyi ölçen 10 soruluk klasik yazılı tipindedir (Ek-14). Bu test O'Callaghan (1994)'ın belirttiği ve araştırmanın teorik çerçevesine de rehberlik eden maddeler göz önüne alınarak hazırlanmıştır. Ayrıca test sorularının işlemsel kriterleri Baki ve Kartal (2004) tarafından geliştirilen kavramsal ve işlemsel bilgi ölçeği (Ek-1) kullanılarak belirlenmiştir. Sorular 9. sınıf matematik öğretim programında yer alan fonksiyon kazanımlarının hepsini içeren sorulardır. Bu test MEB (2013) matematik 9 ders kitabında yer alan ünite başındaki “Hazır mıyız?” ve “Bölüm değerlendirme” sorularından faydalanılarak araştırmacı tarafından üretilen sorulardan oluşmuştur. Yapılan güvenirlik analizleri sonucunda işlemsel bilgi testine ait Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı ise 0.871 olarak hesaplanmıştır. Elde edilen bu güvenirlik katsayısının yüksek olduğu diğer bir deyişle işlemsel bilgi testlerinin güvenilir olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Testin puanlama olarak cevap anahtarı (EK-15) da değerlendirme kriterlerine göre puanlanmıştır.

Bu test “Uygulama öncesinde ve sonrasında deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin işlemsel bilgileri nedir?” araştırma sorusunu cevaplamak için kullanılmıştır. Ayrıca alt sorular olan, uygulama öncesinde deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin işlemsel bilgi ön test puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark olup olmadığı, uygulama öncesinde ve sonrasında deney grubunda yer alan öğrencilerin işlemsel bilgi puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark olup olmadığını tespit etmek için (kontrol grubunda da benzer uygulama yapılmıştır) ve modelleme yöntemiyle yapılan öğretimin, 9.sınıf fonksiyonlar konusunda öğrencilerin işlemsel bilgisine etkisinin nasıl olduğunu cevaplandırmak için kullanılmıştır.

3.3.2.3. Kavramsal Son Test

Kavramsal son test (Ek-10), kavramsal ön test gibi hazırlanmıştır. Kavramsal ön testle (Ek-6) aynı içerikteki soruları, aynı kriterleri içermektedir. Testin puanlama olarak cevap anahtarı (EK11)'de verilmiştir.

Bu test “Uygulama öncesinde ve sonrasında deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin kavramsal bilgileri nedir?” araştırma sorusunu cevaplamak için kullanılmıştır. Ayrıca alt sorular olan, uygulama öncesinde ve sonrasında deney grubunda yer alan öğrencilerin kavramsal bilgi puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark olup olmadığını tespit etmek için (kontrol grubunda da benzer uygulama yapılmıştır) ve modelleme yöntemiyle yapılan öğretimin, 9.sınıf fonksiyonlar konusunda öğrencilerin kavramsal bilgisine etkisinin nasıl olduğunu cevaplandırmak için kullanılmıştır.

3.3.2.4. İşlemsel Son Test

İşlemsel son test (Ek-18), işlemsel ön test gibi hazırlanmıştır. İşlemsel ön testle (Ek-14) aynı içerikteki ve kriterdeki soruları içermektedir. Testin puanlama olarak cevap anahtarı (EK19)'da verilmiştir. Bu test “Uygulama öncesinde ve sonrasında deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin işlemsel bilgileri nedir?” araştırma sorusunu cevaplamak için kullanılmıştır. Ayrıca alt sorular olan, uygulama öncesinde ve sonrasında deney grubunda yer alan öğrencilerin işlemsel bilgi puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark olup olmadığını tespit etmek için (kontrol grubunda da benzer uygulama yapılmıştır) ve modelleme yöntemiyle yapılan öğretimin, 9.sınıf fonksiyonlar konusunda öğrencilerin işlemsel bilgisine etkisinin nasıl olduğunu cevaplandırmak için kullanılmıştır.

3.3.3. Gözlem

Gözlem, araştırmacının olayı doğal ortamında görüp canlı verilerin toplandığı bir tekniktir. Böylece birinci elden, neler olduğunu anlayabilir (Cohen ve diğ., 2007). Gözlem çeşitleri yapılandırılma durumuna göre ve katılımcının rolüne göre çeşitlenir. Buna göre yapılandırılmış ve yapılandırılmamış gözlem; katılımcının rolüne göre katılımcı gözlem ve katılımsız gözlem olarak ayrılır (Büyüköztürk ve diğ., 2013). Ayrıca Cohen ve diğ. (2007) gözlem çeşitlerini Tablo 3.1'deki gibi açıklamıştır.

Tablo 3.1. Gözlem Çeşitleri

	Doğal Ortam (Alan Çalışması)	Yapay Ortama (Laboratuar Çalışması)
Yapılandırılmamış	Yapılandırılmamış Alan Çalışması (Araştırmacı Katılımcı)	Yapılandırılmamış Laboratuar Çalışması (Araştırmacı Dışarıdan Gözlemci)
Yapılandırılmış	Yapılandırılmış Alan çalışması (Araştırmacı Dışarıdan Gözlemci)	Yapılandırılmış Laboratuar Çalışması (Araştırmacı Katılımcı)

Yapılandırılmamış gözlemde, gözlem öncesi herhangi bir şekilde gözleme dair yapılanma olmayıp, gözlemciye özgür veri toplama ortamı oluşturan gözlem çeşididir. Gözlemcinin bilgileri sentezleme, organize etme ve yorumlama yapması gerekir. (Büyüköztürk ve diğ., 2013). Araştırmacı deney grubunda çalışmayı uygulayan kişi olarak gözlem yapmıştır. Başka bir deyişle, aynı anda uygulama ve gözlem yapmıştır. Bu nedenle sınıf ortamında uygulama esnasında ortaya çıkan verileri hiçbir yapılandırma yapmadan serbest bir şekilde toplamıştır. Dolayısıyla, çalışmada yapılandırılmamış alan çalışması olan gözlem çeşidi kullanılmıştır. Ayrıca araştırmacı uygulama esnasında seçilen bazı öğrencileri ise ayrı bir şekilde dikkatle gözlemlemiştir. Verilerin güvenilirliği için ders bittikten hemen sonra gözlemlerini not etmiştir. Fonksiyonlar ve modelleme için kritik olan birkaç kazanım uygulanırken her iki deney sınıfında da dersler video kaydına alınmıştır. Gerek duyulduğunda bu video kayıtları da gözlem notları arasına verilerin güvenilirliği için yazılmıştır.

Ayrıca araştırmacı kontrol grubunun derslerini de gözlemlemiştir. Burada da serbest bir şekilde veri toplamak için yapılandırılmamış gözlem çeşidi kullanılmıştır. Kontrol grubunda iki sınıfın ayrı ayrı dersleri 2 ders saati gözlemlenmiştir. Gözlemlenen bu derslerde genel olarak fonksiyonların modelleme uygulanmadan nasıl anlatıldığı ve öğrencilerin kavramları ne şekilde anlayıp anlamadığına dikkat edilerek gözlem yapılmıştır.

3.3.4. Doküman Analizi

Araştırmada sorulara cevap alabilecek doğrultuda ve toplanan diğer verilerin güvenilirliğini sağlamak için doküman analizine başvurulmuştur. Uygulama süresince

oluşturulan öğrenci etkinlik çalışma kağıtları, seçilen öğrenci defterleri, öğretmen günlük planları ve tutulan günlükler doküman analizi tekniğiyle incelenmiştir. Doküman incelemesi hedeflenen olgu veya olgular ile ilgili yazılı materyallerin analizidir. Bunlar ders kitapları, öğrenci notları gibi belgeler olabilir. Gözlem ve mülakat gibi tekniklerle beraber kullanılarak verilerin güvenilirliği artırılır (Yıldırım ve Şimşek, 2006).

Uygulama süresince hem deney grubunda hem de kontrol grubunda araştırma günlüğü tutulmuştur. Araştırmacı deney grubu sınıflarında uygulama yaptığı için her gün ders sonunda ayrıntılı bir şekilde günlük tutmuştur. Günlük tutulurken, öğrencilerin etkinlikleri yaparken nasıl tepkiler verdiği, hangi konularda zorlandıkları, öğretmene ve arkadaşlarına sordukları sorular, etkinliğin sunum aşamasında yaşananlar ve gruplardan gelen tepkiler, kavram yanlışları veya öğrenme güçlükleri de ayrıntılı bir şekilde araştırma günlüğüne yazılmıştır. Kontrol grubu sınıflarının öğretmeni ise düz anlatım kullanarak ders anlatımı yapmıştır ve aynı şekilde bu öğretmenden de günlük tutulması istenmiştir. Dolayısıyla öğrenci etkinlik çalışma kağıtları, seçilen öğrenci defterleri, öğretmen günlük planları ve tutulan günlükler doküman analizi tekniğiyle incelenmiştir. Dokümanlar, fonksiyonlardaki kazanımlar doğrultusunda kavramsal ve işlemsel kriterleri sağlama açısından dikkate alınarak analiz edilmiştir. Başka bir deyişle, hangi kazanımda öğrencilerin nasıl çözümler yaptığı veya nasıl tepkiler verdiği gibi kazanım odaklı bir gruplandırma ile analiz edilmiştir.

3.3.5. Mülakat

Mülakat en az iki kişi arasında belirli sorularla ilgili veri toplamaya yarayan bir iletişim sürecidir (Büyüköztürk ve diğ., 2013). Mülakat diğer testlerden elde edilen sonuçları doğrulamak için, katılımcıyı doğal ortamda değerlendirmek ve beden dilinden de anlam çıkarmak için zengin veri sağlayan bir tekniktir (Cohen ve diğ., 2007). Mülakat yapılandırılmış, yapılandırılmamış, yarı-yapılandırılmış, etnografik ve odak grup mülakatları olarak çeşitlenebilir. Yarı yapılandırılmış mülakatta hem sabit sorular vardır hem de araştırmanın konusuna göre daha derin bilgi almayı sağlayan süreç vardır (Büyüköztürk ve diğ., 2013).

Araştırmada gerek uygulama esnasında takip edilen gerek son testlerdeki kavramsal ve işlemsel bilgi çeşitliliğini sağlayacak şekilde deney grubundan 5 öğrenci, kontrol

grubundan 2 öğrenci seçilmiştir. Deney grubunda çeşitlilik olduğu ve kontrol grubunda çeşitlilik olmadığından deney grubundan daha çok öğrenci seçilmiştir. Deney grubundan seçilen öğrenciler ve kodlamaları Tablo 3.2’de verilmiştir. Kodlamalar, içerdiği anlamın baş harflerine göre kısaltılmıştır.

Tablo 3.2. Deney Grubundan Seçilen Öğrencilerin Kodlamaları

ÖKYİY: Kavramsal ve işlemsel bilgi testlerindeki puanlarının her ikisi de yüksek olan bir öğrencidir.
ÖKYİO: Kavramsal bilgi testi puanı yüksek ve işlemsel bilgi testi puanı kavramsal puana göre biraz daha geride olan bir öğrencidir.
ÖKYİD: Kavramsal bilgi testi puanı yüksek ve işlemsel bilgi testi puanı düşük olan bir öğrencidir.
ÖKDİY: Kavramsal bilgi testi düşük ve işlemsel bilgi testi puanı yüksek olan bir öğrencidir.
ÖKDİD: Kavramsal ve işlemsel bilgi testi puanı düşük olan bir öğrencidir.

Mülakat yapılacak öğrencilerin kavramsal ve işlemsel puanlarına göre seçilmesinin nedeni, tesstte göstermiş oldukları performanslarının mülakat verileri, etkinlik kağıtları gibi verilerle daha derinlemesine incelenmesini sağlamaktır. Ayrıca kavramsal ve işlemsel bilgi türü arasındaki ilişkiyi tespit etmek için çeşitlilik oluşturulmuştur. Kontrol grubunda ise çeşitlilik olmadığından ve kavramsal-işlemsel bilgi seviyeleri genelde düşük olduğundan 2 öğrenci seçilmiştir. Bu iki öğrenci kavramsal ve işlemsel son testlerde kendi grubundaki öğrencilere göre en iyi sonuçları elde eden öğrencilerdir. Ö1 ve Ö2 olarak kodlanmışlardır. Seçilen yedi öğrenci ile yarı yapılandırılmış bir mülakat yapılmıştır. Mülakat uzman görüşü alınarak oluşturulmuştur (Ek-22). Fonksiyonlarda kavramsal ve işlemsel bilgi içeren sorulardan oluşmakla birlikte araştırma sorularının derinlemesine cevaplanmasına müsait sorulardır.

3.4. Araştırmanın Uygulanması

Araştırma deney ve kontrol grubu sınıflarında yürütülmüştür. Sınıflara uygulamaya başlamadan bir hafta önce art arda gelen günlerde genel kavramsal ve işlemsel test, kavramsal ön test ve işlemsel ön test uygulanmıştır. Testler yapılmadan önce sınıflarda araştırma hakkında bilgi verilmiştir. Sınıflar aynı anda testlere başlamışlardır. Ön testlerin uygulanmasından bir hafta sonra ise ders anlatım süreci başlamıştır.

3.4.1. Modelleme Uygulanan Sınıflardaki (Deney Grubu) Ders Süreci

Deney grubunun sene başındaki durumları göz önüne alındığında çok yavaş bir şekilde ilerledikleri fark edilmektedir. Başka bir deyişle, sene başına göre işlemlerdeki hızları artmıştır ve hataları azalmıştır. Denklemleri daha rahat çözmeye başlamışlardır.

Deney sınıflarında, ders sürecine geçilmeden önce, modelleme alanyazınına uygun bir şekilde öğrenciler 3'er kişilik gruplara ayrılmıştır. Araştırmacı aynı zamanda sınıfları tanıyan bir öğretmen olduğundan grupları öğrencilerin ders ve sosyal başarısına göre ayırmıştır. Sınıf mevcuduna göre 7 grup oluşturulmuştur. Ama daha sonra okulda yapılan şube kapatmalarının olmasıyla sınıf mevcutları değişmiştir. Bu durumda bazı gruplar ya 4 kişi olmuştur ya da yeni grup oluşturulmuştur. Öncelikle akademik olarak başarılı öğrenciler her gruba birer kişi olarak dağıtılmıştır. Ayrıca sosyal yönleri iyi olan öğrencilerin gruplara dağıtımı eşit yapılmıştır. Daha sonra akademik açıdan ders başarısı düşük olan öğrenciler de gruplara eşit dağıtılmıştır. Öğrenme güçlüğü olan ve okula uyum problemi yaşayan öğrenciler de gruplara eşit dağıtılmaya çalışılmıştır. Burada ki amaç her grupta motivasyonu yüksek olan öğrencilerin motivasyonu düşük olan öğrencilerle birlikte fikir yürütmesine yardımcı olmak ve sosyal yönden öz güven kazanmalarını sağlamaktır. Öğrencilerin kendi grup isimlerini arkadaşlarıyla birlikte belirlemeleri istenmiştir ve her etkinlik kağıdına öğrenciler hem kendi isimlerini hem de grup isimlerini yazmışlardır. Böylece etkinlik kağıtları toplanıp incelendiğinde her grup üyesinin neler yapmaya çalıştığı ve grup olarak neye karar verdikleri etkinlik kağıtlarından anlaşılmaktadır. İlk etkinlikler yapıldığında öğrenciler bu şekilde ders işlemeye alışık olmadıklarından kendi başlarına etkinliği çözmeye çalışmışlardır. Grup çalışmasına alışık değillerdir. Ama araştırmacının teşvikiyle bu durum bir iki etkinlik sonrasında ortadan yavaşça kalkmaya başlamıştır. Başka bir deyişle, öğrenciler grup çalışmasını benimsemeye başlamışlardır. Aşağıda deney grubu sınıflarında kullanılan etkinlikler verilmiştir.

3.4.1.1. Modelleme Etkinlikleri

Deney grubunda matematiğin gerçek hayatla ilişkilendirilmesine yardımcı olan, teorik matematik ile günlük hayat matematiği arasında rahatlıkla geçiş yapılabilmesini sağlayan modelleme etkinliklerine yer verilmiştir. Bu etkinliklerle fonksiyonlara gerçek hayatta neden ihtiyacımız olduğunun kavratılmasına yönelik etkinlikler hazırlanmıştır.

Ders süreci çalışmanın teorik çerçevesine rehber olan Lesh ve diğerlerinin (2003) belirttiği “Model geliştirme dizisi (Model development sequences)” yaklaşımına uygun olarak sürdürülmüştür. Derste kullanılan modelleme etkinliklerinin seviyesi ve içerdiği kazanıma göre uygulama süreleri değişmekle birlikte ortalama 30 dakikadır. Isındırma etkinlikleri olarak sınıfça konu üzerine konuşulması yaklaşık olarak 5-10 dakikadır. Etkinliklerin tahtada sunumları ise ortalama 10-15 dakikadır. Araştırmanın yapıldığı okulda derslerin blok ders (40+40 dakika, teneffüs yok) olması etkinliklerin uygulanması, sunumların yapılması ve teorik tanımların verilmesi için avantajlı olmuştur. Bazı dersler, deney grubundaki her iki sınıfta gerekli izinler alınıp videoya çekilmiştir.

Ders süresi boyunca kullanılan her etkinlikten sonra öğrencilerin hem kendi isimlerini hem de grup isimlerini yazdıkları etkinlik kağıtları toplanmıştır. Her etkinliğin sonunda durumu açıklayacakları tavsiye mektupları yazdırılmıştır. Öğrencilerin etkinliklerdeki düşünme süreçlerini anlayabilmek için kağıtlar incelenip bir gün sonra öğrencilere teslim edilmiştir. Etkinlik bitiminde bazen öğretmenin seçtiği bir iki grup üyesi bazen de istekli gruplar tahtada sunumlarını yapmışlardır. Zaman yönünden sıkıntı olmadığında, çoğunlukla bir etkinliğin çözümünü tüm gruplar aşama aşama paylaşarak tahtada yapmışlardır. Daha sonra etkinlikte hissettirmeye çalışılan kavramın matematiksel açıklaması teorik olarak deftere yazdırılmıştır. Ardından kavrama dair klasik olarak bir iki tane soru çözümü yapılmıştır. Genel olarak ders süreci bu şekilde sürdürülmüştür. Böylece ders süreci 22 ders saati sürmüştür. Fonksiyonlar için MEB, ortaöğretim matematik müfredatında 30 ders saati olarak yer ayırmıştır. Modelleme ile öğretim yapılan sınıflarda fonksiyonlar konusu MEB’e göre erken bitirilmiştir. Deney grubunda uygulanan etkinlikler Tablo 3.3’te verilmiştir.

Tablo 3.3. Deney Grubunda Yapılan Etkinlikler

ETKİNLİĞİN ADI	İÇERDİĞİ KAZANIM	UYGULAMA SÜRESİ
“Gülle Atma” ve “Öğrenci Evi”	Günlük hayat ilişkisi içinde verilen grafik, tablo ve venn şeması eşlemelerinin fonksiyon olma durumları.	1 ders saati (40 dakika)
“Hangi İş Daha İyi?” (Bu modelleme etkinliği Korkmaz’ın (2010) doktora tezinde kullandığı bir sorudan yararlanılarak oluşturulmuştur)(Ek-26).	Verilen bir durumda, değişken kavramı, bağımlı - bağımsız değişken, fonksiyonun kuralını cebirsel olarak yazabilme.	1 ders saati (40 dakika)
“Eğlenceli Matematik” (Bu etkinlik Meb (2013, s.433) matematik 9 ders kitabından alınmıştır) ve oyun olarak oynatılmıştır.	Fonksiyonun kuralını bulma ve kuralından değer bulma	15 dakika
“Banka Etkinliği”	Sabit fonksiyon kavramı, sabit fonksiyonun cebirsel kuralını genelleme ve tablo, grafik, cebirsel uygulaması.	20 dakika
“Makine”	Birim fonksiyon kavramı, birim fonksiyonun cebirsel kuralını genelleme ve tablo, grafik, cebirsel uygulaması.	20 dakika
“Telefon Tarifeleri” (Bu modelleme etkinliği, Taşova (2011) çalışmasından uyarlanmış bir modelleme etkinliğidir) (Ek-27)	Karmaşık günlük hayat durumlarında doğrusal fonksiyonu kavrama ve uygulama, doğrusal fonksiyonun cebirsel kuralını yazma, fonksiyonun ters görüntüsünün değerini bulma ve yorumlama.	60 dakika (1,5 ders saati)
“Bitki Boyu Hesaplama” (Bu modelleme etkinliği, “Telefon Tarifeleri” etkinliğinin takip etkinliğidir) (Ek-28)	Doğrusal fonksiyonun uygulamaları.	60 dakika (1,5 ders saati)
“Berke’nin Yürüyüş Grafiği” (Bu modelleme etkinliği, Ekstrem yayıncılık (2014) kitabında yer alan bir sorudan uyarlanmıştır).	Verilen problem durumunda, aynı düzlemde doğrusal ve sabit fonksiyonun grafik çizimini yapabilme.	30 dakika
“Su Deposu” (Bu modelleme etkinliği, Kertil (2014, s.235) çalışmasından uyarlanmış bir modelleme etkinliğidir) (Ek-29)	$f(x)=x^n$ şeklindeki fonksiyon grafiklerinin çizimini yapabilme ve yorumlama.	30 dakika

Tablo 3.3'ün devamı

ETKİNLİĞİN ADI	İÇERDİĞİ KAZANIM	UYGULAMA SÜRESİ
“Benzin”	Doğrusal olmayan grafiklerin çizimini yapabilme, tablo - grafik eşlemesi, grafik okuma ve yorumlama	30 dakika
“Turizm” (Bu modelleme etkinliği, Meb (2013) matematik 9 ders kitabından uyarlanmış bir modelleme etkinliğidir)	Fonksiyonun grafiğinden değişim hızı (oranı) veya eğim kavramlarını uygulama.	20 dakika
“Firmanın Mali Durumu” (Bu modelleme etkinliği, Meb (2013) matematik 9 ders kitabından uyarlanmış bir modelleme etkinliğidir. “Turizm” etkinliğinin takip etkinliğidir).	Fonksiyon grafiğinde eğim kavramının uygulaması ve kuralı verilen bir fonksiyonun grafiğinin çizimi, yorumlanması.	60 dakika (1,5 ders saati)
“Otopark Ücreti” Araştırmacı tarafından üretilen bir modelleme etkinliğidir. (Ek-30)	Karmaşık, günlük hayat durumunda verilen bir problemde, parçalı fonksiyonun grafiğini çizme, cebirsel kuralını yazma ve doğrusal fonksiyon ile parçalı fonksiyon durumlarını birlikte yorumlama.	60 dakika (1,5 ders saati)

3.4.2. Modelleme Uygulanmayan Sınıflarda (Kontrol Grubu) Ders Süreci

Kontrol grubu sınıflarında araştırmacının dışında başka bir öğretmen ders anlatmaktadır. Dersler modelleme kullanılmadan işlenmiştir. Bu sınıfların öğretmeni ile sık sık görüşmeler yapıldığında düz anlatım ve öğretmen merkezli bir ders işleme şekli olduğunu belirtmiştir. Ayrıca araştırmacı bu öğretmenin girdiği iki sınıfa da gözlem yapmaya gittiğinde bu durumu teyit etmiştir. Genel olarak öğretmen o güne ait kazanımın matematiksel olarak teorik tanımını yazıp, ardından kazanımla ilgili test kitaplarında yer alan soru çözümlerini yapmıştır. Soru çözümlerini öğretmen yapmıştır. Bazen öğrencilere sorular sorarak çözümlere dikkat çekmiştir. Bu esnada MEB müfredatıyla paralel gitmeye çalışarak, MEB ders kitabının yanında özel yayınların testlerini de kullandığını belirtmiştir. Fonksiyonların anlatım süresince ders kitabındaki ünite sonu sorularının ödev olarak vermiştir. Fonksiyonlar konusunu bir sınıfta 32 ders saatinde bitirmiştir diğer sınıfta ise 22 ders saatinde bitirmiştir. Bu konuda MEB'in

belirlediği süre ise 30 ders saatidir. Konuyu uzun sürede bitirmesinin sebebini ise, öğrencilerin anlayamaması ve sık sık tekrarlar yapması olarak belirtmiştir.

3.5. Verilerin Analizi ve Yorumlanması

Verilerin analizi bölümünde, veri toplama araçlarının nasıl kullanıldığı ve verilerin nasıl analiz edildiği açıklanmıştır. Araştırmada kullanılan nitel ve nicel verilerin ne şekilde analiz edildiği belirtilmiştir.

“Genel Kavramsal ve İşlemsel Test” (Ek-2), “Kavramsal Ön (Ek-6)- Son Test (Ek-10)” ve “İşlemsel Ön (Ek-14)- Son Test (Ek-18)” analizinde betimsel istatistik kullanılmıştır. Betimsel istatistik, bir veri kümesinin özelliklerini belirten yöntemlerin kümesidir ve bu özellikleri sayılarla ifade eden bir istatistik çeşididir (Baykul, 1999). Deney ve kontrol gruplarının test sonuçları 3 farklı şekilde analiz edilmiştir. İlk olarak, her bir sorunun doğru çözümü 10 puan olarak esas alınmış ve cevap anahtarlarına göre değerlendirilerek SPSS 20 istatistik programı ile grupların kendi içlerinde ve gruplar arasında anlamlı bir fark olup olmadığı hesaplanmıştır. İkinci olarak, her soruya verilen cevaplar “yanlış” ve “boş” olmak üzere iki kategori esas alınarak analiz edilmiştir ve bu kategoriler Tablo 3.4.’te belirtilmiştir.

Tablo 3.4. Yanlış ve Boş Cevapların Kategorisi

Yanlış Cevaplar	Testlerdeki soruların sahip olduğu kriterlerin hiçbirini sağlamayıp, sorudaki kriterle hiçbir alakası olmayan çözümler.
Boş	Soruya cevap verilmemiştir.

Testler analiz edilirken “Doğru” diye bir kategori oluşturulmamıştır. Çünkü araştırmanın çerçevesine göre önemli olan öğrencilerin kavramsal ve işlemsel kriterlere nasıl uygun cevaplar verdiğidir. Öğrenci tam doğru cevabı yazmasa bile, başka bir deyişle, sorudaki kriterlerin bazılarına uygun cevaplar verip bazılarına vermese bile konuya dair kavramsal ve işlemsel bilgiye ait kriterlere sahip olabileceği göz önünde bulundurularak “doğru” kategorisi oluşturulmamıştır. Bu tarz cevapların, soru bazında kriterleri sağlama frekans ve yüzde tablolarının analizi ise üçüncü analiz çeşididir. Üçüncü olarak, soruların kriterlerini analiz etmek için Baki ve Kartal (2004) tarafından geliştirilen kavramsal ve işlemsel bilgi ölçeği (Ek-1) kullanılmıştır. Testlerdeki soruların içerdiği kriterlere kaç kişinin uygun cevap verdiği frekans ve yüzdeleri ile

hesaplanmıştır. Böylece gruplar gerek kendi içlerinde gerek gruplar arasında hem istatistiksel puan olarak hem de kriterlerin ölçmeyi hedeflediği davranışlar olarak karşılaştırılmıştır. Ayrıca sorulara verilen cevaplar mülakat, gözlem, etkinlik kâğıtları ve araştırma günlükleriyle beraber ayrıntılı olarak incelenmiştir.

3.5.1. Genel Kavramsal ve İşlemsel Testin Analizi

Genel kavramsal ve işlemsel test hem puan olarak hem de her soru için olması gereken kriterleri kaç öğrencinin sağladığına dair frekans ve yüzde analizi (Ek-4, Ek 5) ile incelenmiştir. Bir kriter sadece bir durumda kullanılmayabilir, soruda öğrencinin çözümüne göre kriterin kullanılma yeri değişebilir. Dolayısıyla aşağıda örneklenen durum standart halde çözümü yapılan bir soru için yapılmıştır.

Testin nasıl değerlendirildiği ve puanlamanın nasıl yapıldığına dair herhangi bir sorunun çözümü aşağıdadır.

Üstlü ifadeler ile ilgili kavramsal soru (6. Soru): (Ek-2)

Bir bakteri bir dakikada 3'e bölünerek çoğalmaktadır. Buna göre dakika ve oluşan bakteri sayısını ifade eden denklemi yazınız ve 10. dakikada kaç bakteri olacağını belirtiniz.

Dakika	Oluşan Bakteri Sayısı	Puan
1	$3=3^1$	2 puan
2	$9=3^2$	2 puan
3	$27=3^3$	2 puan
....		
t	3^t	2 puan
10	$3^t=3^{10}$ tane bakteri oluşur	2 puan

Burada verilen puanlamada olduğu gibi “Genel Kavramsal ve İşlemsel Test”e ait cevap anahtarı oluşturulmuştur (Ek-3). Genel kavramsal ve işlemsel testte puan olarak ortalama bazında bir kıyaslamaya gidileceği zaman bu cevap anahtarı kullanılmıştır. Ayrıca kriterlere uygun cevap vermelerine dair frekans ve yüzdeleri de aşağıda belirtildiği şekilde incelenmiştir.

Yukarıda verilen sorunun içerdiği kriterler ise A1, B2, C1 ve C3’dür (Ek-1). İşlemleri adım adım yapma kriteri A1’dir. Sorudaki işlemleri yapan bir öğrenci için A1 kriteri

vardır. Sorunun özünü kavrayarak verilenle istenilen arasında mantıklı ilişki kurarak çözüm yolu bulma kriteri B2'dir. Soruda ne istenildiğini anlayıp mantıklı çözüm yolu yapan öğrenci için B2 kriteri vardır. Matematiğin dilini oluşturan sembol ve kısaltmaları oluşturma kriteri C1'dir. Burada öğrenci sorunun örüntüsünü 3'ün kuvvetleri şeklinde geldiğini hissetmiş ve yazmışsa bu öğrenci için C1 kriteri vardır.

Üstlü ifadeler ile ilgili İşlemsel soru (5. soru): (Ek-2)

$8^{13} \cdot 4^{-20} \cdot 2^5$ işleminin sonucu kaçtır?	Puan
$(2^3)^{13} \cdot (2^2)^{-20} \cdot 2^5$	3 puan
$2^{39} \cdot 2^{-40} \cdot 2^5$	3 puan
$2^{39-40+5}$	3 puan
$2^4 = 16$	1 puan

Yukarıda verilen işlemsel sorunun içerdiği kriterler ise A1, A2, B3 ve C1'dir (Ek-1). İşlemleri adım adım yapma kriteri A1'dir. Sorudaki işlemleri yapan bir öğrenci için A1 kriteri vardır. Önceden öğrenilen matematik bilgilerini (teorem, tanım, önerme, özellik ve bağıntı) bilgi düzeyinde kullanma kriteri A2'dir. Burada öğrenci sayıları başka sayının kuvvetlerine göre yazabilmişse veya üstleri yanlış bulsa bile tabanları aynı olan sayıların kuvvetlerinin toplandığını biliyorsa burada A2 kriteri vardır. Önceden öğrenilen matematik bilgilerini (tanım, önerme ve teorem) kavrama veya uygulama düzeyinde kullanma kriteri B3'tür. Eğer öğrenci üstlü sayılarla ilgili kuralları soruda uygulayabilmişse B3 kriteri vardır. Matematiğin dilini oluşturan sembol ve ifadeleri anlama, kullanma, yazma, kısaltma ve sadeleştirme kriteri C1'dir. Burada öğrenci uygulayabildiği üstlü sayı kuralları sonucunda çıkan matematiksel işlemi sadeleştirebiliyorsa veya düzenli bir şekilde kısaltıp yazabiliyorsa burada C1 kriteri vardır.

3.5.2. Kavramsal Testlerin Analizi

Kavramsal ön ve son testler hem istatistiksel testlerdeki (ilişkili ve ilişkisiz örneklemeler için t testleri) hesaplamayla hem de her soru için ölçmesi gereken kriterleri kaç öğrencinin cevapladığına dair frekans ve yüzde analizleri (Ek-8, 9, 12, 13) ile incelenmiştir. Bir kriter sadece bir durumda kullanılamaz, soruda öğrencinin

çözümüne göre kriterin kullanılma yeri değişebilir. Dolayısıyla aşağıda örneklenen durumlar standart halde çözümü yapılan bir soru için yapılmıştır.

Kavramsal testlerin nasıl analiz edildiğini açıklamak için kavramsal son test 2. soru (Ek-10) seçilerek aşağıda çözümü yapılmıştır.

Aşağıdaki tabloda bir aracın saate (t) göre aldığı uzaklığı (d) göstermektedir. Buna göre

t (saat)	d (uzaklık-km)
2	8
3	12
5	20
8	32
120	?

- a) Tablodaki saniye ve uzaklık arasındaki ilişki fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız ve eğer fonksiyon ise fonksiyonun kuralını yazınız. (B1, B2, B4, C1, C3)

Cevap: Uzaklık zamanın 4 katı şeklinde bir örüntüye sahiptir. Burada bağımsız değişken zamandır, bağımlı değişken ise uzaklıktır. Bu ilişki bir fonksiyondur. Çünkü tanım kümesi olan zamana karşılık yalnız bir uzaklık olacaktır. Bu nedenle bu bir fonksiyondur. (2 puan)

Kuralı ise t : zaman olsun $f(t) = 4t$ dir. (3 puan.)

Bu şıkkın ölçmeyi hedeflediği kriterler ise B1, B2, B4, C1 ve C3'dür (Ek-1). Matematikteki temel kavramları ve bu kavramların anlamını bilme kriteri B1'dir. Öğrenci burada fonksiyon kavramını, tanım veya görüntü kümeleri veya değişken kavramını biliyorsa B1 kriteri vardır. Sorunun özünü kavrayarak verilenle istenilen arasında mantıklı ilişki kurarak çözüm yolu bulma kriteri B2'dir. Eğer öğrenci verilen tablodan mantıklı bir çözüm yöntemine başlamışsa B2 kriteri vardır. Soruyu bir bütün olarak algılayarak verilen ipuçlarını yerinde ve doğru bir şekilde değerlendirme kriteri B4'tür. Eğer öğrenci mantıklı çözüm yolunda verilenlerle isteniler arasındaki ilişkiyi görüp kullanmaya çalışmış ise B4 kriteri vardır. Matematiğin dilini oluşturan sembol ve ifadeleri anlama, kullanma, yazma, kısaltma ve sadeleştirme kriteri C1'dir. Eğer öğrenci

tablodaki ilişkiyi görüp bunu $d=5t$ şeklinde yazabiliyorsa C1 kriteri vardır. Verilen bağıntıları kendi aralarında ilişkilendirerek başka bir bağıntıya dönüştürme kriteri C3'tür. Eğer öğrenci bulduğu denklemi fonksiyon şeklinde yazabiliyorsa Başka bir deyişle, $f(t)= 4t$ ifade ediyorsa burada C3 kriteri vardır.

a) Buna göre 120 saatte aldığı uzaklık kaç km'dir? Açıklayınız. (A1, B1, B2, B4, C1, C3)

$$f(t)= 4t \text{ ise } f(20) = 4.20= 80$$

3 puan 2 puan

Buradaki kriterler a şıkkındaki ile A1 kriteri dışında aynıdır. Dolayısıyla burada sadece işlemleri adım adım yapma kriteri olan A1 açıklanmıştır. Öğrenci t değişkeni yerine 120 yazıp, fonksiyonun kuralında yerinde işlem yapabiliyorsa A1 kriteri vardır.

3.5.3. İşlemsel Testlerin Analizi

İşlemsel ön ve son testler hem istatistiksel testlerdeki (Mann Whitney U, ilişkili ve ilişkisiz örneklemeler için t testleri) hesaplamayla hem de her soru için ölçmesi gereken kriterlere kaç öğrencinin uygun cevap verdiğiine dair frekans ve yüzde analizleri (Ek-16, 17, 20, 21) ile incelenmiştir. Bir kriter sadece bir durumda kullanılmayabilir, soruda öğrencinin çözümüne göre kriterin kullanılma yeri değişebilir. Dolayısıyla aşağıda örneklenen durumlar standart halde çözümü yapılan bir soru için yapılmıştır.

İşlemsel testlerin nasıl analiz edildiğinin kolay anlaşılması için işlemsel ön test 2. soru (Ek-14) seçilerek aşağıda çözümü yapılmıştır. Son testte benzer şekildedir.

$$f: R \rightarrow R f(x)= 3x+4 \text{ ise } f(5)=?$$

$$f(5) = 3.5+4$$

(4 puan) (4 puan)

$$f(5)= 15+4=19 (2 \text{ puan})$$

Bu soru A1, A2, B1 ve B3 kriterlerini içermektedir. İşlemleri adım adım yapabilen öğrenci için A1 kriteri vardır. Önceden öğrenilen matematik bilgilerini (teorem, tanım, önerme, özellik ve bağıntı) bilgi düzeyinde kullanma kriteri A2'dir. Burada öğrenci x değişkeni yerine 5 sayısının yazılacağını biliyorsa burada A2 kriteri vardır.

Matematikteki temel kavramları ve bu kavramların anlamını bilme kriteri B1'dir. Öğrenci burada fonksiyon kavramını, değişkenin ne olduğunu ve nasıl kullanıldığını biliyorsa B1 kriteri vardır. Önceden öğrenilen matematik bilgilerini (tanım, önerme ve teorem) kavrama veya uygulama düzeyinde kullanma kriteri B3'tür. Eğer öğrenci kuralı verilen bir fonksiyonda verilen değer nereye yazılacağını ve işlemleri doğru bir şekilde soruda uygulayabilmişse B3 kriteri vardır.

3.5.4. Etkinlik Kağıtlarının Analizi

Her derste yapılan etkinlik kağıtlarına öğrencilerin hem adları hem de grup adları yazdırılmıştır. Böylece öğrencinin hem bireysel olarak yaptığı çözümler hem de grup çalışmasıyla yaptığı çözümler dikkate alınmıştır. Her etkinlik bitiminden sonra kağıtlar toplanıp değerlendirilmiştir. İnceleme yapılırken etkinliğin kazanımına uygun kavramsal ve işlemsel bilgi kriterlerine göre incelenerek betimsel analizi yapılmıştır. Betimsel analiz, farklı veri toplama araçları kullanılarak toplanan verilerin, önceden belirlenmiş temalara göre yorumlanmasını içerir (Özdemir, 2010). Fonksiyonun kuralını oluşturma kazanımı işleniyorsa; değişken kavramını bilme, cebirsel kural yazabilme, işlemleri yapabilme veya grafik ile sorulan sorunun ilişkisini kurabilmeye ilgili kavramsal ve işlemsel kriterlere uygun cevap veren öğrencilere dikkat edilerek analiz yapılmıştır.

Etkinlik kağıtları kavramsal ve işlemsel kriterler çerçevesinde, fonksiyonlara ait kazanımlar odağında gruplanarak incelenmiştir. Böylece kazanıma dair kavramsal ve işlemsel kriterler açısından anlamlı öğrenmenin olup olmadığı uygulama esnasında tespit edilmeye çalışılmıştır.

3.5.5. Günlüklerin Analizi

Tutulan araştırma günlükleri de betimsel analiz ile analiz edilerek, her etkinlik sonrasında etkinliğin kazanımına göre öğrencilerin uygun cevap verdiği kavramsal ve işlemsel bilgilerin kriterleri dikkate alınarak analiz edilmiştir. Ayrıca kavramlara ait öğrenme güçlükleri, kavram yanılgıları fark edildiğinde, günlüğe not edilmiştir ve buna göre incelenmiştir.

3.5.6. Gözlem Notlarının Analizi

Gözlem için hem deney grubu sınıflarındaki gözlem notları hem de bazı dersler için deney grubu sınıflarında çekilen video kayıtları ve araştırma günlükleri de incelenmiştir. Tıpkı günlüklerde olduğu gibi bunlar da betimsel analiz ile analiz edilmiştir. Öğrencilerin kazanıma göre sahip olduğu kavramsal ve işlemsel bilgilerin kriterleri dikkate alınarak incelenmiştir. Ayrıca kavramlara ait öğrenme güçlükleri, kavram yanılgıları göz önünde tutularak analiz edilmiştir.

3.5.7. Mülakatların Analizi

Yarı yapılandırılmış görüşmede, deney grubundan kavramsal ve işlemsel bilgi bazında çeşitlilik sağlamak açısından 5 öğrenci ve kontrol grubundan ise 2 öğrenci seçilmiştir. Betimsel analiz ile analiz edilmiştir. Fonksiyonlardaki kazanım sırasına göre, kavramsal ve işlemsel bilgi kriterlerine uygun cevap verme yeterlilikleri analiz edilerek deney ve kontrol gruplarının kavramsal ve işlemsel bilgileri derinlemesine incelenmiştir.

3.6. Geçerlilik - Güvenirlik

Araştırmada karma yöntem kullanılmıştır. Nicel ve nitel süreç birlikte yer almaktadır. Dolayısıyla nicel ve nitel çalışmalar için geçerlilik ve güvenirlilik konusundaki hususlara dikkat edilmiştir.

Araştırma da kullanılan kavramsal ve işlemsel bilgi testlerinin güvenirlilikleri, bu testler kısmi puanlandıkları için Cronbach Alpha katsayısı ile hesaplanmıştır. Yapılan güvenirlilik analizleri sonucunda kavramsal bilgi testine ait Cronbach Alpha güvenirlilik katsayısı 0.873, işlemsel bilgi testine ait Cronbach Alpha güvenirlilik katsayısı ise 0.871 olarak hesaplanmıştır. Elde edilen bu güvenirlilik katsayılarının yüksek olduğu diğer bir deyişle kavramsal ve işlemsel bilgi testlerinin güvenilir olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Geçerlilik, testin bireyin ölçmek istediği şeyi diğer özelliklerle karıştırmadan ne derece doğru ölçtüğünü gösterir. Güvenirlilik ise ölçülmek istenen özelliğin aynı bireyler üzerinde tekrar ölçüm yapıldığında benzer sonuçlar vermesidir (Büyüköztürk ve diğ., 2013). Fakat geçerlilik ve güvenirlilik nicel ve nitel çalışmalara göre farklı şekillerde ifade edilmiştir. Bu durum Tablo 3.5.'te Yıldırım ve Şimşek'in (2006; akt. Kertil, 2008) belirttiği şekilde sunulmuştur.

Tablo 3.5. Geçerlik ve Güvenirlik Konusunda Nicel ve Nitel Araştırmada Kabul Gören Kavramların Karşılaştırılması

Ölçüt	Nicel Araştırma	Nitel araştırma	Kullanılan Yöntemler
Araştırma sonuçları yoluyla gerçeğin doğru temsili	İç geçerlik	İnandırıcılık	Uzun süreli etkileşim Derinlik odaklı veri toplama Çeşitleme Uzman incelemesi Katılımcı teyidi
Sonuçların uygulanması	Dış geçerlik (genelleme)	Aktarılabirlik (Transfer edilebilirlik)	Ayrıntılı betimleme Amaçlı örnekleme
Tutarlılığı sağlama	İç güvenirlilik	Tutarlılık	Tutarlılık incelemesi
Nesnel, yansız olma	Dış güvenirlilik	Teyit edilebilirlik	Teyit incelemesi

Araştırmanın geçerlilik ve güvenirliliği yukarıdaki tabloda bulunan kavramlara göre açıklanmıştır. Araştırmada nicel süreç için veri toplama araçlarının oluşturulmasında ve analizinde Baki ve Kartal (2004) tarafından geliştirilen, geçerliliği ve güvenirliliği Kartal (2000) çalışmasında onaylanmış kavramsal ve işlemsel bilgi ölçeği kullanılmıştır. Bu ölçeğe göre testlerin içerdiği kriterlerin tutarlı olması için araştırmacı ve uzman bir kişi birlikte hareket etmiştir. Testlerin analizinde ise araştırmacı ile birlikte başka bir matematik öğretmeni de soru çözümlerindeki kriterlerin tutarlı olup olmadığını kontrol etmiştir. Testler araştırmanın teorik çerçevesinde yer alan O’Callaghan’ın (1994) belirttiği maddeler göz önüne alınarak hazırlanmıştır. Genel olarak testler için uzman görüşleri alınmıştır. Kullanılan testlerdeki sorular daha önceden geçerliliği ve güvenirliliği tespit edilmiş tez çalışmalarından ve Meb (2013) matematik ders kitabından alınarak hazırlanmıştır. Ayrıca test sonuçlarına ek olarak, gözlem, mülakat, etkinlik kağıtları ve araştırma günlüklerinin verileri de çeşitlemede kullanılmıştır. Araştırmacı kendi sınıflarında uygulama yaptığı için serbest bir şekilde veri toplayarak, katılımcı gözlemci olmuştur. Böylece verilerin çeşitlenmesi sağlanmıştır.

Araştırmanın dış geçerliliği veya aktarılabirliği konusunda ise verilerin nasıl toplandığı ve bulguların nasıl elde edildiği ile ilgili ayrıntılı bilgi verilmiştir. Araştırmada modelleme yönteminin kavramsal ve işlemsel bilgiye etkisini kolay bir şekilde incelemek için benzer kavramsal ve işlemsel seviyeye sahip deney ve kontrol gruplarının olduğu amaçlı örnekleme kullanılmıştır. Teyit edilebilirlik için test

sonuçlarından elde edilen bulgular daha sonra gözlem, etkinlik verileriyle ve mülakat verileriyle yorumlanmıştır. Mülakat için seçilen öğrenciler de kendi aralarında bulgular konusunda yorumlanmıştır.

Araştırmada, uygulamadan önce çalışma gruplarına araştırma ile ilgili bilgi verilerek etik değerlere önem verilmiştir. Uygulamadan önce yapılan testler deney ve kontrol gruplarına eş zamanlı olarak aynı sürede uygulanmıştır. Ders sürecine aynı zamanda geçilmiştir. Son testler de benzer şekilde aynı anda ve hiçbir etki altında kalmayacakları şekilde araştırmacının dışındaki gözetmenlerle uygulanmıştır. Mülakat yapılacak öğrencilere araştırma ile ilgili etik kurallardan bahsedilmiştir. Araştırmaya katılan kontrol grubu öğretmenine de benzer etik kurallar ifade edilmiş ve çalışma süresince yapılacak faaliyetler için onayı alınmıştır.

BÖLÜM IV: BULGULAR

Bulgular bölümü üç ana başlık altında incelenmiştir. İlk başlıkta, deney ve kontrol gruplarının fonksiyonlar konusunu görmeden önce sahip olduğu ve fonksiyon kavramının öğrenilmesine temel teşkil eden genel kavramsal ve işlemsel bilgileri araştırılmıştır. İkinci başlıkta, uygulama öncesinde ve sonrasında deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin kavramsal bilgileri incelenmiştir. Üçüncü başlıkta, uygulama öncesinde ve sonrasında deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin işlemsel bilgileri analiz edilmiştir. Bu ana başlıkların alt başlıklarında ise önce deney grubuna ait inceleme sonra kontrol grubuna ait inceleme ve en sonda da her iki grubun karşılaştırmalı analizleri yapılmıştır.

4.1. Genel Kavramsal ve İşlemsel Bilgi

Genel kavramsal ve işlemsel bilginin değerlendirildiği test, deney ve kontrol gruplarının fonksiyonlar konusuna başlamadan ve ön testler uygulanmadan önce kavramsal ve işlemsel bilgi yeterliliklerini ölçen bir testtir. Amaç, grupların fonksiyon kavramına hazır bulunuşluk bağlamında genel olarak benzer olup olmadığını tespit etmek ve başarılarını tespit etmek için betimleme yapmaktır. Genel kavramsal ve işlemsel test, işlemsel bilgiyi ölçen beş tane, kavramsal bilgiyi ölçen beş tane olmak üzere toplam 10 soruluk klasik yazılı tipinde sınavdır (Ek-2). Soru kazanımları olarak 9. sınıf matematik öğretim programında yer alan “Gerçek sayılar kümesinde işlem yapma”, “Birinci dereceden eşitsizlikler ve aralık kavramı”, “Birinci dereceden bir bilinmeyenli ve iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlikler” ve “üstlü ifadeler” kazanımlarına yer veren işlemsel ve kavramsal sorular yer almıştır.

4.1.1. Deney ve Kontrol Gruplarının Genel Kavramsal ve İşlemsel Bilgilerinin Karşılaştırılması

Deney ve kontrol grubunun genel kavramsal ve işlemsel bilgisini analiz etmek için öncelikle Genel Kavramsal ve İşlemsel Teste verilen cevaplar Ek-23’deki gibi sınıflandırılmıştır. Böylece deney ve kontrol gruplarının uygulamadan önce fonksiyonlara temel teşkil edecek konulara ait sorulara verilen cevaplardaki yanlış ve

boş oranları tespit edilmiştir. Deney grubunun yanlış ve boş cevaplarının frekans ve yüzde oranı Ek-24'te ve kontrol grubunun yanlış ve boş cevaplarının frekans ve yüzde oranı Ek-25'de verilmiştir. Buna göre deney ve kontrol grubunun Genel Kavramsal ve İşlemsel Testteki sorulara ait yanlış yapma ve boş bıraktığı soruları benzerdir ve frekansları yakındır.

Genel kavramsal ve işlemsel teste ait iki grubun puan ortalamaları Tablo 4.1.'de birlikte verilmiştir. Buradaki amaç ortalamalarına bakarak her iki grubun da fonksiyonlardan önceki kazanımlara ait yeterliliklerinin benzer olduğunu göstermektir. Testin içinde 5 tane kavramsal ve 5 tane işlemsel soru olduğundan kavramsal ve işlemsel soruların puanları da ayrı olarak hesaplanmıştır. Böylece grupların hem toplamdaki puan ortalaması hem de kavramsal ve işlemsel puan ortalamaları görülmektedir.

Tablo 4.1. Deney ve Kontrol Gruplarının Genel Kavramsal ve İşlemsel Testlere Ait Puan Ortalama Tablosu

	Genel Kavramsal ve İşlemsel Test Ortalaması	Genel Kavramsal ve İşlemsel Testteki Kavramsal Soruların Puan Ortalaması	Genel Kavramsal ve İşlemsel Testteki İşlemsel Soruların Puan Ortalaması
Deney grubu	18,78	10,1	8,71
Kontrol grubu	15,76	8,16	7,61

Yapılan test Ek-3'e göre 100 puan üzerinden değerlendirildiğinde, her iki grubun da ortalamaları oldukça düşüktür ve birbirlerine yakındır. Başka bir deyişle, deney ve kontrol grubunun fonksiyonlardan önceki konulara ait sahip olduğu kavramsal ve işlemsel bilgileri benzerdir ve düşüktür.

4.2. Uygulama Öncesinde ve Sonrasında Fonksiyona Dair Kavramsal Bilgi

Uygulama öncesi ve sonrasında fonksiyonlara dair kavramsal bilgiyi ölçmek için kavramsal ön test (Ek-6) ve kavramsal son test (Ek-10) yapılmıştır. Bu testler 10 soruluk klasik yazılı tipindedir. Kavramsal ön ve son testler “Uygulama öncesinde ve sonrasında deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin kavramsal bilgileri nedir?” araştırma sorusuna cevap aramak için kullanılmıştır. Ayrıca alt araştırma soruları olarak, uygulama öncesinde deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin kavramsal bilgi ön test puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark olup olmadığı,

uygulama öncesinde ve sonrasında deney grubunda yer alan öğrencilerin kavramsal bilgi puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark olup olmadığı (benzer uygulama kontrol grubu için de yapılmıştır) ve modelleme yöntemiyle yapılan öğretimin, 9.sınıf fonksiyonlar konusunda öğrencilerin kavramsal bilgisine etkisinin nasıl olduğu araştırılmıştır. Kavramsal ön ve son testlerdeki sorular, 9. sınıf matematik dersi fonksiyonlar kazanımları olan “Fonksiyon Kavramını Açıklama”, “Fonksiyonların Grafik Gösterimini Yapma”, “ $f(x)=x$ ” ($n!Z$) biçimindeki fonksiyonların grafiklerini çizme” ve “Birebir ve Örtten Fonksiyonu Açıklama” kazanımlarını içermektedir.

Uygulama öncesinde deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin kavramsal bilgi ön test puanlarının arasında istatistiksel açıdan manidar fark olup olmadığı ilişkisiz örneklemeler için t testi ile belirlenmiştir.

Araştırmada öğrencilerin kavramsal bilgi puanları sürekli, ait oldukları grup (deney ve kontrol grubu) bağımsız değişkeni kategorik değişken olduğundan ilişkisiz örneklemeler için t testi yapılmıştır. Parametrik testlerden biri olan ilişkisiz örneklemeler için t testi çeşitli varsayımlara sahiptir. Yapılan bu araştırmada varsayımların kontrolü yapılmıştır.

Büyüköztürk’e (2009) göre t testinin varsayımları; bağımlı değişkene ait ölçümler en az aralık ölçeğinde, ortalama puanları karşılaştırılacak örneklemeler ilişkisiz ve bağımlı değişkene ilişkin ölçümleri her iki grupta normal dağılımlı olacak şekildedir. Bu varsayımlardan ilk ikisi veri yapısı gereği sağlanmıştır. Normallik varsayımı için normallik testi yapılmış sonuçları yorumlanmıştır.

Kavramsal bilgi testi puanlarının normallik testi için Shapiro-Wilk sütunundaki manidarlık düzeyine bakılmıştır. Bu sütuna bakılmasının temel nedeni kişi sayısıdır. Kişi sayısının 50’den küçük olduğu durumlarda Shapiro-Wilk manidarlık düzeyine bakılmaktadır (Büyüköztürk, Bökeoğlu ve Köklü, 2009). Manidarlığın anlamlı çıkmaması ($p>.05$) puanların evrendeki dağılımı normal dağılımdan farklılık göstermemesi anlamına gelir. Yapılan incelemede kavramsal bilgi puanlarının deney grubunda normal dağılmadığı görülmüştür. Bu durumda ortalama, ortanca katsayılarının ve çarpıklık ve basıklık katsayılarının incelenmesi gerekmektedir. Ortalama ve ortancanın birbirine yakın değerler alması ve çarpıklık ve basıklık katsayılarının -1 ve 1 arasında olması verilerin normalden aşırı sapmadığının bir göstergesi olarak sunulabilir

(Büyüköztürk, Bököçle ve Köklü, 2009). Ortalama, ortanca, çarpıklık ve basıklık değerleri birlikte kontrol edildiğinde verilerin normal dağıldığı sonucuna varılmıştır.

Normallik testi sonuçlarına göre kontrol grubu öğrencilerinin kavramsal bilgi puanlarının da normal dağılmadığı görülmüştür. Bu durumda ortalama, ortanca katsayılarının ve çarpıklık ve basıklık katsayılarının incelenmesi gerekmektedir. Ortalama ve ortancanın birbirine yakın değerler alması ve çarpıklık ve basıklık katsayılarının -1 ve 1 arasında olması verilerin normalden aşırı sapmadığının bir göstergesi olarak sunulabilir (Büyüköztürk, Bököçle ve Köklü, 2009). Ortalama, ortanca, çarpıklık ve basıklık değerleri birlikte kontrol edildiğinde verilerin normal dağıldığı sonucuna varılmıştır.

Tablo 4.2’de uygulama öncesinde deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin kavramsal bilgi ön test puanlarının arasında istatistiksel açıdan manidar fark olup olmadığına ilişkin ilişkisiz örneklem için t testi sonuçları yer almaktadır.

Tablo 4.2. Deney ve Kontrol Grubundaki Öğrencilerin Kavramsal Bilgi Ön Test Puanlarına İlişkin İlişkisiz Örneklem İçin T Testi Sonuçları

Grup	N	$\bar{X}$	S	sd	t	P
Deney	41	14.51	11.78	79	1.622	0.11
Kontrol	40	9.98	13.37			

İlişkisiz örneklem t testi sonuçlarına göre deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kavramsal bilgi ön test puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark yoktur ($t_{(79)}=1.622$; $p>.05$). Elde edilen bu bulgu öğrencilerin uygulama öncesinde kavramsal bilgileri arasında fark olmadığını yani uygulama öncesinde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kavramsal bilgilerinin denk olduğunu göstermektedir.

4.2.1. Deney Grubunun Uygulama Öncesinde ve Sonrasında Kavramsal Bilgisi

Deney grubunun uygulama öncesinde ve sonrasında kavramsal bilgisini analiz etmek için uygulanan kavramsal ön ve son testin nicel analizleri ile birlikte bu konuları içeren mülakat, gözlem, etkinlik kağıdı, araştırma günlüklerinin destekleyeceği nitel analiz yapılmıştır.

Uygulama sonrasında deney grubu öğrencilerinin kavramsal bilgi puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark olup olmadığını belirlenmesi için ilişkili örneklem t testi yapılmıştır. Parametrik testlerden biri olan ilişkili örneklem t testinin çeşitli varsayımları vardır. Bu varsayımlar; bağımlı değişkene ait ölçümler en az aralık ölçeğinde ve ilişkili ölçüm setine ait fark puanlarının normal dağılım göstermeleridir (Büyüköztürk, 2009). Bu varsayımların sağlandığı görüldükten sonra yapılan ilişkili örneklem t testi sonuçları Tablo 4.3'te sunulmuştur.

Tablo 4.3. Deney Grubundaki Öğrencilerin Kavramsal Bilgi Ön Test-Son Test Puanlarına İlişkin İlişkili Örneklem T Testi Sonuçları

		N	$\bar{X}$	S	sd	t	P
Kavramsal Bilgi	Ön test	39	14.66	12.06	38	-6.45	.00*
	Son test	39	30.87	23.59			

*p<.05

Tablo 4.3'te deney grubu öğrencilerinin kavramsal bilgi testi ön test ve son test puanlarına ilişkin ilişkili örneklem t testi sonuçları yer almaktadır. Deney grubu öğrencilerinin kavramsal bilgi puanlarının ilişkili örneklem t testi sonuçlarına göre, öğrencilerin ön test ve son test puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark olduğu görülmektedir ($t_{(38)}=-6.45$; $p<.05$). Elde edilen bu bulgu araştırmada kullanılan modelleme yönteminin öğrencilerin kavramsal bilgilerini artırdığını göstermektedir. İşlem öncesinde öğrencilerin kavramsal bilgi puanları $\bar{X}=14.66$ iken işlem sonrasında öğrencilerin kavramsal bilgi puanları $\bar{X}=30.87$ 'ye yükselmiştir. Ayrıca aradaki fark istatistiksel açıdan manidar bulunmuştur.

Deney grubunun ön ve son kavramsal testlerindeki kriterler (Ek-6, Ek-10) göz önüne alınarak; Ek-1'deki karakterizasyon ölçeğine göre yanlış ve boş kategorilerinin frekans tabloları incelenmiştir. Böylece uygulama öncesinde, öğrencilerin hangi kazanıma ait soruları boş bıraktığını veya yanlış yaptığını görerek, uygulama sonrasında bu oranlarda ne yönde bir değişiklik olduğu anlaşılır bir şekilde görülmüştür. Yanlış ve boş cevapların analizinden önce, verilen cevaplar aşağıdaki şekilde sınıflandırılmıştır.

Yanlış Cevaplar	Kavramsal ön testin sahip olduğu kriterler Ek-6'da, kavramsal son testin kriterleri Ek-10'da ve cevap anahtarı da kavramsal ön testin Ek-7'de ve kavramsal son testin Ek-11'de verilmiştir. Cevaplar analiz edilirken Ek-6, 7, 10, 11'e göre olması gereken kriterlerin hiçbirini sağlamayıp, sorudaki kriterlerle hiçbir alakası olmayan çözümlerdir.
Boş	Soruya cevap verilmemiştir.

Kavramsal ön ve son testler analiz edilirken “Doğru” diye bir kategori oluşturulmamıştır. Çünkü araştırmanın çerçevesine göre önemli olan, kavramsal ve işlemsel kriterlere ne derece uygun cevaplar verilmesidir. Öğrenci tam doğru cevabı yazmasa bile, başka bir deyişle, sorudaki kriterlerin bazılarını uygun cevap verip bazılarını vermese bile konuya dair kavramsal ve işlemsel bilgiye ait kriterlere sahip olabileceği göz önünde bulundurularak “doğru” kategorisi oluşturulmamıştır. Bu tarz cevapların soru bazında kriterlere uygun cevap verilmesinin frekans ve yüzde tablosu kavramsal ön testin Ek-8'de ve kavramsal son testin Ek-12'de yer almaktadır. Ayrıca bu veriler, mülakat, gözlem, etkinlik kâğıtları ve araştırma günlükleriyle beraber ayrıntılı olarak analiz edilmiştir.

Tablo 4.4. Deney Grubunun Kavramsal Ön Teste Ait Yanlış ve Boş Cevaplarının Frekans ve Yüzde Tablosu

N= 43	YANLIŞ		BOŞ	
	f	%	f	%
1.soru	17	41,46	19	46,34
2.soru a)	8	19,51	16	39,02
b)	11	26,83	12	29,27
3.soru a)	10	24,39	31	75,61
b)	10	24,39	28	68,29
c)	15	36,59	18	43,90
4.soru	17	41,46	19	46,34
5.soru	9	21,95	30	73,17
6.soru	5	12,20	19	46,34
7.soru a)	11	26,83	28	68,29
b)	11	26,83	14	34,15
8.soru	10	24,39	29	70,73
9.soru a)	11	26,83	15	36,59
b)	8	19,51	15	36,59
c)	19	46,34	13	31,71
d)	26	63,41	14	34,15
10.soru a)	5	12,20	20	48,78
b)	13	31,71	26	63,41
c)	10	24,39	30	73,17

Tablo 4.5. Deney Grubunun Kavramsal Son Teste Ait Yanlış ve Boş Cevaplarının Frekans ve Yüzde Tablosu

N= 46	YANLIŞ		BOŞ	
	f	%	f	%
1.soru	2	4,35	3	6,52
2.soru a)	6	13,04	12	26,09
b)	10	21,74	12	26,09
3.soru a)	5	10,87	26	56,52
b)	8	17,39	34	73,91
c)	8	17,39	25	54,35
4.soru	10	21,74	20	43,48
5.soru	8	17,39	25	54,35
6.soru	6	13,04	21	45,65
7.soru a)	6	13,04	28	60,87
b)	6	13,04	21	45,65
8.soru	2	4,35	28	60,87
9.soru a)	10	21,74	10	21,74
b)	12	26,09	13	28,26
c)	21	45,65	11	23,91
d)	26	56,52	13	28,26
10.soru a)	5	10,87	32	69,57
b)	5	10,87	32	69,57
c)	10	21,74	31	67,39

Deney gurubunda kavramsal ön testte en çok yanlış yapılan soru % 63,41 ile 9. sorunun d şıkkıdır. Başka bir deyişle, deney grubu öğrencileri en çok bu soruda, cevap vermeleri gereken kriterlerden (A2, A3, B1 ve B7) (Ek-1) hiçbirine uygun cevap verememişlerdir. Bu soru grafik okuma ve yorumlamada kavramsal bilgiyi ölçen bir sorudur (Ek-6).

En çok boş bırakılan soru ise % 74,61 ile 3. sorunun a şıkkıdır. Bu soru ise, verilen doğrusal ilişkinin denklemini oluşturmayı ölçen kavramsal bir sorudur (Ek-6) ve aynı zamanda bir modelleme etkinliğinden uyarlanmıştır.

Son testte ise en çok yanlış yapılan soru % 56,52 ile 9. sorunun d şıkkıdır. Başka bir deyişle, deney grubu öğrencileri en çok bu soruda, cevap vermeleri gereken kriterlerden (A2, A3, B1 ve B7) (Ek-1) hiçbirine uygun cevap verememişlerdir. Burada da grafik yorumlama ve okumanın kavramsal bilgisi ölçülmektedir (Ek-10). Hem ön testte hem de son testte bu soru en çok yanlış yapılan sorudur ama öğrencilerin kâğıtları incelendiğinde ön testte bilinçsizce yapılan hatalar varken son testte grafik okumayı doğru yapıp işlemde hata yapanlar vardır. Başka bir deyişle, son testteki bu sorunun çözümü daha bilinçli olarak yapılmıştır. Son testte en çok boş bırakılan soru ise % 73,91 oranıyla 3. sorunun b şıkkıdır (Ek-10). Bu soru da ön testteki modelleme sorusunun başka bir şıkkıdır. Ön testte en çok doğrusal ilişkinin denklemini yazma şıkkı boş bırakılmışken son testte o şıkkı yapma oranı yükselmiştir, fakat denklemini yazdıktan sonra yorumlama kısmı boş bırakılmıştır. Başka bir deyişle, deney grubundaki öğrencilerde günlük hayat içinde verilen bir ilişkinin doğrusal fonksiyon olduğunu ve bunun denklemini yazabilme oranı artmışken, yazdıkları denklemi yorumlama becerileri istenen seviyede değildir.

Ayrıca deney grubunun kavramsal ön ve son testleri, soru bazında kriterlere uygun verilen cevapların frekans ve yüzde tablolarına göre tek tek incelenmiştir. Kavramsal ön ve son teste verilen cevapların sağladığı kriterlerin frekans ve yüzde tablosu sırasıyla Ek-8 ve Ek-12’de verilmiştir. Her sorunun sahip olduğu kriterlerin ne kadarına uygun cevap verildiği incelenirken kavramsal ve işlemsel bilgi ölçeğinde (Ek-1) mevcut olan bütün kriterler tabloya yazılmıştır. Ek-8 ve Ek-12’de sunulan tablolarda boş hücreler, sorunun ilgili kriteri ölçmeyi hedeflemediğini göstermektedir. Örneğin, Ek-10’da 1. soru B1 ve B3 kriterlerini ölçmeyi hedeflemektedir. Böylece her bir sorudaki kriterlerin anlamlarına bakarak, öğrencilerin hangi beceriyi nasıl kullanmış olduğuyla ilgili uygulama öncesinde ve sonrasında nasıl bir değişme olduğu tespit edilmiştir.

Ek-8 ve Ek-12’de sunulan bulguların analizi; gözlem, etkinlik kâğıtları, araştırma günlükleri ve mülakatlardan elde edilen verilerle desteklenerek ayrıntılı bir şekilde aşağıda sunulmuştur. Burada fonksiyonlar için temel kazanımları içeren bazı soruların analizine yer verilmiştir.

Fonksiyon olma kavramı konusunda, son teste bakıldığında deney grubunda ön teste göre oldukça büyük fark vardır. Öğrenciler genel olarak fonksiyon olma şartlarını ve bu

kavramı anlamışlardır. Hatta normalde akademik başarısı düşük olan öğrenciler bile tam açıklama yapmasalar da doğru cevaplar vermişlerdir. Son testte gerekli olmadığı halde bu sorunun cevabına ekstra açıklamalar yaparak fonksiyon olan eşlemelerin hangi fonksiyon çeşidi olduğunu da belirten öğrenciler vardır.

Uygulama esnasında yapılan gözlemlerde de öğrencilerin fonksiyon kavramını iyi bir şekilde kavradıkları gözlemlenmiştir. Çünkü yapılan her etkinlik için “Bu ilişki bir fonksiyon mudur?” sorusu gruplarla tartışılmıştır. Hatta araştırmacı bazı etkinliklerde bunu sormasa bile tahtaya kalkıp grup çözümünü açıklayan hemen her öğrenci önce verilen ilişkinin bir fonksiyon olduğunu veya nasıl olsaydı fonksiyon olamayacağı hakkındaki düşüncelerini belirtmişlerdir.

Fonksiyon kavramına dair öğrencilerin şemasında neler olduğunu anlamak için deney grubundan seçilen 5 öğrenci ile yarı yapılandırılmış mülakat (Ek-22) yapılmıştır. Fonksiyonun matematiksel tanımına dair sorulara (Ek-22, C bölümü) deney grubu öğrencilerinin tamamı doğru cevaplar vermiştir. Deney grubundan seçilen öğrencilerin fonksiyon tanımına verdikleri cevaplar aşağıda sunulmuştur.

ÖKYİY: Her eleman bir kere eşleşiyor, tanım kümesinde hiçbir eleman (açıkta) kalmıyor.

ÖKDİD: Fonksiyon makinedir. Ne atarsan ona göre çıkar. Tanım kümesindeki her şey değer kümesinden biriyle eşleşmeli.

ÖKYİÖ, ÖKYİD ve ÖKDİY de ÖKYİY gibi tanım kümesindeki elemanların yalnız bir kere eşleşmesi gerektiğini belirtmiştir.

Bu öğrencilerden bazıları verdikleri tanımları açıklarken çizimler yaparak venn şeması gibi yöntemleri göstermişlerdir.

Mülakatlarda fonksiyona dair ne hatırladıkları başka bir deyişle, fonksiyonun öğrencilere ne ifade ettiği sorulduğunda modelleme grubu öğrencilerinin çoğunluğu “eşlemedir” cevabını ilk şıkta söylemişlerdir. Ardından ikinci veya üçüncü fikirleri “makinedir” şeklinde olmuştur. Verilen diğer cevaplar aşağıdadır.

A: Sence fonksiyon nedir?

ÖKYİÖ: Benim kafamda kalan büyük işlemleri kolaylaştıran şeydir. Başka bir deyişle, pratiklik.

A: Peki sence fonksiyon nedir sen ne hatırlıyorsun fonksiyon deyince?

ÖKDİY: Fonksiyon parantez içinde x diyor biz o sayıya x yerine değer verip işleme döküyoruz.

A: Peki her x şeklinde yazılan şey fonksiyon mu?

ÖKDİY: Biz harf veririz fonksiyonda yani, manavdaki elmalar desek o x sadece manavdaki elmalardır biz belirleriz. İşleme de koyduğumuz da bize manavdaki elmaları verecek.

A: Peki neden manavdaki elmalara sembol verme ihtiyacı hissettin?

ÖKDİY: Zaten bize sorduğu şeyin içinde formülün içinde var daha kolay işlem yapmış oluyoruz.

Yukarıdaki ifadeden anlaşıldığı gibi deney grubundaki öğrenciler denklem oluşturabildikleri için ve başka durumlara da bu denklemleri genelleştirebildikleri için fonksiyon denilince böyle çağrışımlarda bulunmuşlardır. Başka bir deyişle, deney grubu öğrencilerinin fonksiyon kavramına yönelik zengin bir şeması vardır.

2. Soru: Aşağıdaki tabloda bir aracın saate (t) göre aldığı uzaklığı (d) göstermektedir. Buna göre

t (saat)	d (uzaklık-km)
2	8
3	12
5	20
8	32
120	?

- a) Tablodaki saniye ve uzaklık arasındaki ilişki fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız ve eğer fonksiyon ise fonksiyonun kuralını yazınız.
- b) Buna göre 120 saatte aldığı uzaklık kaç km'dir? Açıklayınız.

(O'Callaghan, 1994).

Bu soru iki şıktan oluşmaktadır. Sorunun a şıkkı günlük hayatla ilgili olan durumun fonksiyon olup olmasını, fonksiyon ise kuralını yazmayı ölçen; b şıkkı ise herhangi bir noktada fonksiyon değerini, cebirsel kuralından bulmayı ölçen bir kavramsal sorudur. Öğrencilerin bu soruya verdiği yanıtlardan bazıları aşağıda verilmiştir.

t (saat)	d(uzaklık-km)
2 4	8
3 4	12
5 4	20
8 4	32
120 4	?480

a) Tablodaki saniye ve uzaklık arasındaki ilişki fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız. Eğer fonksiyon ise fonksiyonun kuralını yazınız. (B1, B2, B4)

fonksiyon dır. "4" bir kuralı vardır. sayıları hepsi 4 ile çözer. (2)

Şekil 4.1. Deney Grubunda Kavramsal Son Testte 2-a Sorusuna Ait Denklem Yazamayan Öğrenci Çözümü

Yukarıda olduğu gibi bazı öğrenciler fonksiyonun kuralını cebirsel olarak yazamazlar bile örüntüyü ifade edip sonucu bulmuşlardır. Öğrencilerin çoğu ise aşağıdaki gibi fonksiyonun cebirsel kuralını yazabilmişlerdir.

a) Tablodaki saniye ve uzaklık arasındaki ilişki fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız. Eğer fonksiyon ise fonksiyonun kuralını yazınız. (B1, B2, B4, C1, C3)	
fonksiyon dır	$\begin{array}{r} + \\ 2 \\ 3 \\ 5 \\ 8 \\ 120 \end{array}$
	$\begin{array}{r} d \\ f(2)=4 \cdot 2=8 \\ f(3)=4 \cdot 3=12 \\ f(5)=4 \cdot 5=20 \\ f(8)=4 \cdot 8=32 \\ f(120)=4 \cdot 120=480 \end{array}$
	Kural: $f(x)=4x$ (5) B1, B2, B4, C1, C3

Şekil 4.2. Deney Grubunda Kavramsal Son Testte 2-a Sorusuna Ait Denklemi Yazıldığı Öğrenci Çözümü

Ön testte öğrenci örüntüyü bulsa bile, hiçbir öğrenci fonksiyonun kuralı şeklinde yazamamışken son testte bu örüntüyü fonksiyon olarak yazıp ifade edenlerin oranı fazladır. Bu sorunun a şıkkına bakıldığında genel olarak ön testte ilişkinin fonksiyon olması yapılmamışken ilişkinin örüntüsü bulunmuştur ve cevap da bu örüntüye göre denklem ve fonksiyon kullanılmadan yapılmıştır. Ama son testte örüntü bulunmuştur, hatta bunu fonksiyon olarak yazanlar da vardır. Bu kuralı yazarken bağımlı - bağımsız değişkenin ne olduğunu bilerek, fonksiyonun kuralını yazmışlardır.

Etkinlik kâğıtları incelendiğinde değişken kavramı vurgulandığından, değişken kavramını ve uygulamasını kavrayabildikleri gözlemlenmiştir. Etkinliklerde "Hangi İş Daha İyi?" (Ek-26) modelleme etkinliği bu soru ile benzer kazanımı içermektedir. Başka bir deyişle, bu etkinlik de değişken kavramı, fonksiyon olma ilişkisinin

incelenmesi ve fonksiyonun kuralının yazılarak yorumlanması kazanımlarını içermektedir. Etkinlik kağıt örnekleri aşağıda verilmiştir.

1. teklif	hafta	1	2	3	4	5
para		83 ₺	140 ₺	140 ₺	140 ₺	140 ₺

2. teklif	hafta	1	2	3	4	5
para		110 ₺	110 ₺	110 ₺	110 ₺	110 ₺

5 hafta
2. teklif 550 ₺

1. teklif 5. hafta
643 ₺

Denklem

1. teklif 3. hafta 140 - 2 183

Şekil 4.3. Deney Grubunda “Hangi İş Daha İyi?” Etkinliğine Ait Öğrenci Çözümü

Bu grup kazanacağı para miktarını haftalara ayırarak bulmaya çalışmıştır. Başka bir deyişle, değişkenin hafta olduğunu belirlemişlerdir. Hatta öncesinde bu ilişkinin bir fonksiyon olup olmadığını göstermek için venn şeması ile gösterimi tercih etmişlerdir. Ardından hafta sayısına göre kazandığı parayı bulmak için denklemsel değil ama sayısal örüntüyü yazmışlardır.

Ayrıca bazı gruptaki öğrenciler öncelikle ilişkinin, fonksiyon olduğunu venn şeması gösterimi ile açıklamışlardır. Ardından ilk haftalardaki parayı bulup sonraki haftalar için yorumlarını yazmışlardır.

Bu etkinlik esnasında yapılan gözlem sonuçları da şu şekildedir: Öğrenciler tavsiye mektuplarını yazıp her gruptan bir kişi çözümünü sınıfta sunmuştur. Bazı yanlış çözümleri sınıftakiler uyarmıştır. Bu etkinliği öğrenciler severek yapmışlar ve verilen süreden daha az bir zamanda bitirmişlerdir. (20 dakika gibi bir sürede bitmiştir.) Normalde okulu sevmeyen ve ders başarısı düşük olan 3 öğrenci bu çalışmalarda en önde yer alıp cevap vermişlerdir. Bu etkinlikte öğrenciler, ilişkinin fonksiyon olduğunu mantıklı bir şekilde açıklayarak değişkenin hafta olduğunu belirtmişlerdir, ama denklemsel ifadeyi yazamamışlardır. Sadece bir öğrenci yaptığı işlemi genellemeye çalışmış ama x kullanmamıştır. Başka bir deyişle, aşağıdaki gibi çözüm yapmıştır.

1. Hafta 110, 2. hafta $2.110=220$, 3. Hafta $3.110=330$

Bunun denklem olduğunu söylemiştir. Öğrenciler ilk defa grup çalışması etkinliklerinde bulundukları için ve modelleme tarzı soruları ilk defa gördüklerinden çalışırken biraz zorlanmışlardır.

Genel olarak bakıldığında ilerleme kaydedilmiştir. Fakat öğrencilerin grupla çalışma alışkanlıkları olmadığı ve daha önce ilköğretim hayatlarında akademik ve kişisel özgüvenlerini yitirdikleri için ilk başta mantıklı düşünmeye çalışmayıp çözüm için gönüllü olmamışlardır. Bir fikir öne sürseler bile grup arkadaşlarıyla paylaşmadan, yanlış yapma korkusuyla vazgeçmekte veya her adımlarını araştırmacıya onaylatma çabasına girmektedirler. Bu durumu araştırmacı bir iki derste sürekli uyarılarla aşmıştır. Başka bir deyişle, "...sizin fikriniz önemli", "ben bilmiyorum sen nasıl düşündüysen öyledir" ve "Arkadaşına danış, burada neden böyle düşünüyorsun" gibi direktifler yapılarak bağımsız çalışmaları sağlanmıştır.

Etkinlik kâğıtları ve gözlem notlarına bakıldığında, öğrencilerin son testte bu kazanımlarla ilgili kavramsal bilgilerini daha iyi olduğu görülmektedir. Başka bir deyişle, etkinlikte fonksiyon olan bir ilişkinin cebirsel kuralını yazmakta zorlanırlarken son testin bu sorusunda grubun yarısından fazlası verilen ilişkinin fonksiyon olduğunu, değişkenin ne olduğunu ve buna göre denklemi kolay bir şekilde yazabilmişlerdir.

Hatta mülakatta kavramsal ve işlemsel bilgiyi ölçmek için ön- son testlerdeki benzer sorular sorulmuştur. Bu soruya benzer bir soru mülakattaki 1. sorudur (Ek-22) ve görüşme ifadeleri aşağıdadır.

A: Peki bu ilişki bir fonksiyon mu?

ÖKDİD: Evet

A: Nerden anladın?

ÖKDİD: Çünkü her saniye bir cm (uzaklık) ile eşleşmiş.

Bu öğrencinin akademik başarısı, kavramsal ve işlemsel son test başarısı da düşüktür. Ama mülakatı incelendiğinde verilen günlük hayat ilişkisinin neden fonksiyon olduğunu kavrayabilmiştir.

ÖKYİÖ: 1. Saniyede 8 cm 2. saniyede 9 cm. Saniye burada değişkendir ben değişkene saniye dedim ve t saniye olsun. $f(t) = t + 7$ bence. (Bunu hemen yazdı).

Burada da öğrencinin günlük hayat içindeki bir ilişkinin sadece kuralını yazmakla kalmayıp, kuralı yazarken değişken kavramını vurgulaması da fonksiyon olma kazanımını kavramsal olarak anladıklarının göstergesidir.

Kavramsal son testte 2 b sorusunun ölçmeyi hedeflediği kriterler ise A1, B1, B2, B4, C1 ve C3'tür (Ek-1).

A photograph of a student's handwritten work on a piece of paper. The student has written the equation $f(120) = 4 \cdot 120 = 480$ in blue ink. To the right of the equation, there is a faint, partially visible sketch of a circle.

Şekil 4.4. Deney Grubunda Kavramsal Son Testte 2-b Sorusuna Ait Öğrenci Çözümü

Yukarıdaki çözümde öğrenciler a şıkında kuralı $f(x)=4x$ olarak buldukları için b şıkında da fonksiyonun kuralından giderek bir hesaplama yapmışlardır. Hâlbuki bu soru için örüntüden 4 katı sonucu çıktıktan sonra, fonksiyon kullanmadan da hesaplama yapabilirlerdi ama öğrenciler fonksiyon kullanarak hesap yapmışlardır. Başka bir deyişle, öğrenciler sadece örüntüden mantıkla bile bulabilecekleri bir sonucu fonksiyonun kullanarak bulmaya yönlenmişlerdir. Bu konuya mülakatta da dikkat edilmiştir. Deney grubundaki öğrenciler mülakatta 1. soruda (Ek-22) fonksiyonun değerini bulmada örüntüyü değil, tereddütsüz bir şekilde fonksiyonun cebirsel kuralını kullanmışlardır.

A: Burada 5. saniyeyi vermiş ben desem ki 102. Saniyede ne olur uzaklık?

ÖKYİY: $f(t) = t + 7$ kuralıdır. $f(102) = 102 + 7 = 109$ olur.

A: Peki 102. saniyedeki uzaklığı bul bana

ÖKYİD: $f(102)$ yazarız. $102 + 7$ olur yani, 109 olur hocam.

3. Soru: Bir mobil iletişim şirketi müşterilerine ücretlendirme periyodu 1 dakika olan iki farklı konuşma tarifi sunmaktadır. 1. tarife göre aylık 20 TL sabit ücret ve her bir dakika konuşma için 0,10 TL, 2. tarife göre ise aylık 10 TL sabit ücret ve her bir dakika konuşma için 0,40 TL ödenmesi gerekmektedir. Buna göre

- İki şirketin tarifesini ifade eden fonksiyonu yazınız.
- Ayda ortalama 160 dakika arama yapan biri için hangi tarife daha ekonomiktir?
1. tarifi alan birisi 40 TL ödemiş ise kaç dakika konuşmuştur?

(Taşova, 2011).

Bu soru, günlük hayattaki bir problemin doğrusal ilişki ile modellenmesini içeriyor. Soruda 3 tane şık vardır, a şıkkı fonksiyonun kuralını cebirsel olarak yazmayı belirlemektedir. Öğrenciler karmaşık bir problem durumundan örüntüyü direkt bulmakta zorlanmışlar, bunun yerine aşağıdaki gibi dakikalara ayırarak örüntü bulmaya çalışmışlardır.

a) İki şirketin tarifesini ifade eden fonksiyonu yazınız. (B2, B4, B6, B8, C1, C3)

1. tarife		2. tarife	
d	€	d	€
x	$x \cdot 0,10 \text{ €} + 20$	x	$x \cdot 0,40 \text{ €} + 10$
10	$10 \cdot 0,10 \text{ €} + 20 = 21 \text{ €}$	10	$10 \cdot 0,40 \text{ €} + 10 = 14 \text{ €}$
20	////// = 22 €	20	" " " " = 18 €
50	$50 \cdot 0,10 \text{ €} + 20 = 25 \text{ €}$	50	$50 \cdot 0,40 \text{ €} + 10 = 30 \text{ €}$
40	$40 \cdot 0,10 \text{ €} + 20 = 24 \text{ €}$	40	$40 \cdot 0,40 \text{ €} + 10 = 26 \text{ €}$

Handwritten notes: $x = d$, $€ = \text{ücret}$, $B2, B4, B6, B8, C1, C3$, $1, 1, 3$, 2

Şekil 4.5. Deney Grubunda Kavramsal Son Testte 3. Soruya Ait Öğrenci Çözümü

Yukarıdaki çözümde görüldüğü gibi ezberden bir kural yazma değil de değişkenleri belirleyip parçalara ayırarak ona göre denklem yazan öğrenciler vardır.

Verilen ilişkiden yapılan genelleme ile fonksiyonun doğrusal denklemini yazma son testte daha fazladır. Bu tarz sorular, öğrencileri karmaşık yapısından dolayı zorlamaktadır. Uygulama esnasında da bu tarz etkinliklerde denklemini yazmada zorlanmışlardır. Buna rağmen sınav esnasında kısa sürede bu modelleme sorusunu çözmüşlerdir. Ön teste göre doğrusal ilişkisi verilen ve $f(x)=ax+b$ şeklinde yazılması gereken denklemi yazan öğrenci sayısı artış göstermektedir

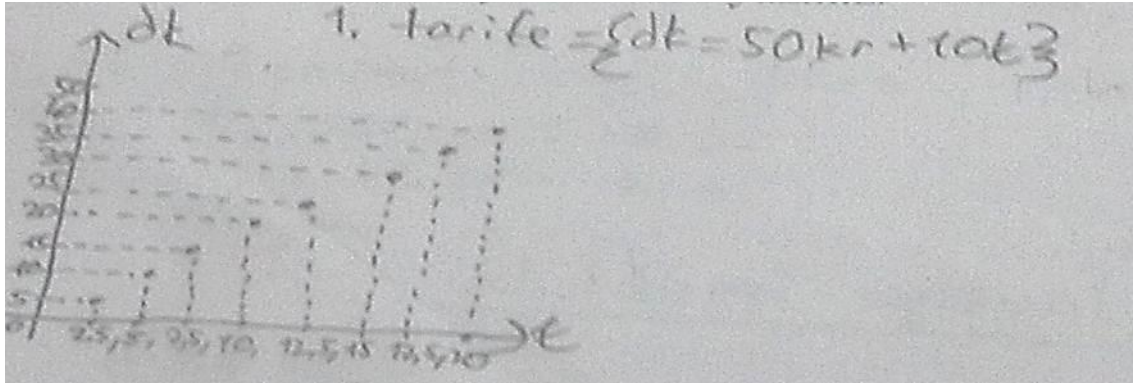
$$f(x) = 20 + 0,10x$$

Şekil 4.6. Deney Grubunda Kavramsal Son Testte 3. Soruya Ait Doğrusal Fonksiyonun Denklemi Yazan Öğrencinin Çözümü

Karmaşık bir günlük hayat durumundan birçok öğrenci doğrusal fonksiyon ilişkisini fark edip yukarıdaki gibi cebirsel denklemini yazmıştır.

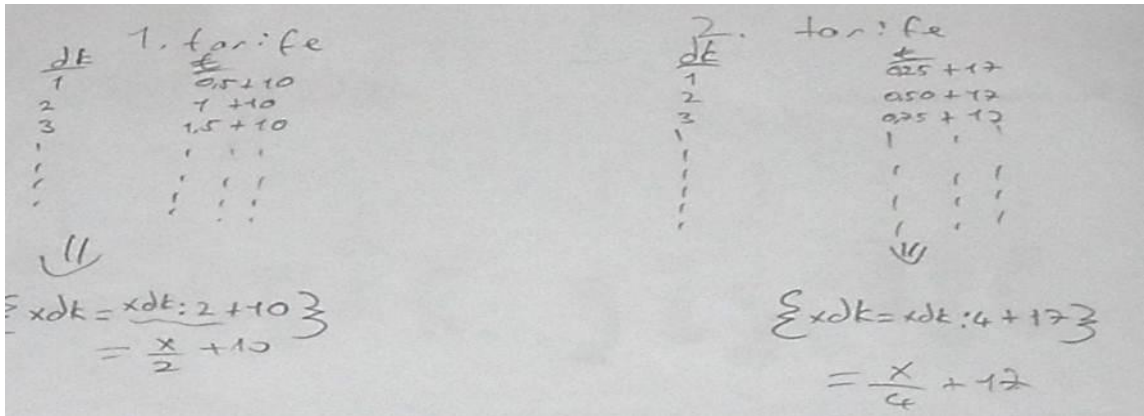
Bu sorunun yapılma oranı düşüktür ama öğrenciler doğrusal fonksiyon kavramını anlamışlardır.

Uygulama esnasında bu soruya benzeyen etkinlikte de aynı sıkıntıları yaşamışlardır. Ama genelde sorudaki ilişkinin fonksiyon olduğunu, değişkenin ne olduğunu kolayca ifade edebilmişlerdir. Etkinlikte dakika -kuruş hesabı yapıldığından birçok öğrenci bu hesaplarda zorlanmıştır. Sınıf içinde yapılan bu sorunun kazanımlarına yönelik “Telefon Tarifeleri” modelleme etkinliğinin (Ek-27) kâğıtlarından örnekler aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.7. Deney Grubunda “Telefon Tarifeleri” Etkinliğine Ait Grafik ile Çözüm Yapan Öğrencinin Çözümü

Yukarıdaki gibi hem tablo, hem grafik hem de venn şeması ile ifade ettikleri sorudaki örüntüyü bulan öğrenciler de vardır.



Şekil 4.8. Deney Grubunda “Telefon Tarifeleri” Etkinliğine Ait Öğrenci Çözümü

Yukarıdaki çözümde gruptakiler değişkenin dakika olduğunu kolayca söyleyip, örüntüyü genelleyerek fonksiyon kuralını yazabilmişlerdir.

Bu etkinlik oldukça karmaşık bir etkinlik olduğundan her grup fonksiyonun kuralını yazamamıştır. Ama her grup, verilen ilişkinin fonksiyon olduğunu, tablosunu, grafiğini, dakikaya göre fiyatını bulmuştur. Uygulama esnasında grupları dolaşırken bazı öğrencilerin sabit ücretin kaç dakika yaptığını bulmaya çalıştıkları fark edilmiştir. Bunun üzerine öğrencilerle birlikte hatlardaki sabit ücretin ne anlama geldiği tartışılmıştır. Bazı öğrenciler kendilerine göre dakika süresi vermişlerdir. Mesela 30 dakikada hangi tarife ucuz olur gibi. Bazı öğrenciler, 5 dakikalık, bazıları 100 dakikalık paketler hazırlayarak tarifeler hakkında yorum yapmışlardır. Bir kısmı ise konuşma süresini hesaplamış, fakat sabit ücreti eklemeyi unutmuşlardır. Bu etkinliği çok kısa sürede doğru bir şekilde çözen öğrencilerden biri de okulda akademik başarı yönünden zayıf, disiplin problemleri yaşayan bir öğrencidir. Fonksiyon kuralını öyle güzel ifade etmiştir ki, kaç dakikadan sonra hangi tarifenin uygun olacağını bile tahtada sunum yaparak çözmüştür. Böylece modelleme yönteminin her seviyeden öğrenci grubunun ilgisini çektiği ve kavramsal bilgiye olumlu etki yaptığı belirlenmiştir.

Mülakatlarda doğrusal fonksiyonun ne tarz bir ilişkide olması gerektiği ile ilgili görüşmelerde, öğrencilerin doğrusal fonksiyon kavramını gayet iyi anladıklarını, günlük hayat problemleri içine gömülü olan bu ilişkiyi kolayca fark edebildikleri gözlemlenmiştir. Bu kavram mülakatta öğrencilere tablo ile verilen 1. sorunun (Ek-22) mülakat analizinde de kullanılan sorudur.

A: O zaman bu nasıl bir fonksiyon bir bak bakalım tablosuna filan?

ÖKYİY: (Düşündü)...doğrusal fonksiyon.

A: Nereden anladın, neden?

ÖKYİY: Sürekli yedi artıyor çünkü f 'nin içindeki sayıyı sürekli yedi ile topladığı için dedim.

Bazı öğrenciler ise doğrusal fonksiyon kavramının adını bilmediklerini ama verilen ilişkinin ne mantıkta olduğunu açıklamışlar, hatta doğrusal fonksiyonun grafiklerinin nasıl olması gerektiğini de kavramışlardır.

ÖKDİY öncelikle doğrusal fonksiyonun adını hatırlamamıştır ama sonra mantığını soruda uygulayınca kullandığı kavramın doğrusal fonksiyon olduğunu belirtmiştir.

A: Peki doğrusal fonksiyon nedir?

ÖKDİY: Doğrusal fonksiyon düz ilerliyordu düz bir çizgi oluyordu grafikte.

A: Bunun grafiği düz ilerlettin peki bir fonksiyonun doğrusal olduğunu başka nasıl anlarsın?

ÖKDİY: Tabloya da bakarsın Başka bir deyişle, şey bir yerde atarsa diğer yerde de artıyordur hep aynı olacak artma.

A: Hep eşit eşit artma mı olmalı?

ÖKDİY: Evet.

A: Bu tabloya bak bakalım burada bu tarz bir şey var mı?

ÖKDİY: Var. Çünkü 103. saniye de verse 7 ile toplayacak. Başka bir deyişle, hep düz düz ilerleyecek grafik.

Etkinlik kâğıtlarında grafik çizimi yapılırken o anda öğrenciler doğrusal fonksiyonun ne olduğunu bilmedikleri için sadece nokta olarak işaretleme yapmışlardır. Ama etkinliğin sonunda bu noktaları birleştirdiklerinde düz bir doğru grafiği çıkmasının sebebinin doğrusal fonksiyon olduğunu anlamışlardır. Bunu da yukarıdaki mülakatta görebiliriz.

3b sorusu, bulunan iki fonksiyonun kuralına göre istenen değer hangisinde ekonomik olduğunu bulmayı içermektedir. Son testte yaptığı işlemin anlamını bilip de yorum yapan öğrenci sayısı artış göstermiştir. Diğer anlamda günlük, karmaşık hayat içerisinde sık sık kullandığımız bu tarz bir problemi matematiksel olarak çözüp de günlük hayata göre yorumlayabilme becerisi kazanan öğrenciler de artış göstermişlerdir.

3. sorunun c şıkkı ise fonksiyonda ters görüntüsü verilen bir olayı yorumlayabilmeyi ölçmektedir.

daha ekonomiktir: eğer 1. tarifi seçerse yaklaşık 5 paket sigara alırsın

b) Ayda ortalama 160 dakika arama yapan biri için hangi tarife daha ekonomiktir? (A1, B2, B4, B5, B6, C1, C2, C4)

1. tarife $\rightarrow 160 \cdot 0,10 + 20 = 36 \text{ TL}$ 2. tarife $\rightarrow 160 \cdot 0,40 + 20 = 84 \text{ TL}$

c) 1. Tarifi alan birisi 40 TL ödemiş ise kaç dakika konuşmuştur? (A1, B2, B4, B5, B6, C1, C2)

$200 \text{ dk} \cdot 0,10 + 20 = 40 \text{ TL}$

(A1, A3, B2, B4, B5, B6, C1, C2, C4)

Şekil 4.9. Deney Grubunda Kavramsal Son Testte 3-c Sorusuna Ait Denklem Kurmadan Ters İşlem Yapan Öğrencinin Çözümü

Yukarıdaki çözümü yapan öğrenciler genelde a şıkında fonksiyonun cebirsel ifadesini yazdıkları halde c şıkında ters görüntü bulmayı ters işlem yaparak bulmuşlardır. İşlemin sağlamasını fonksiyon kullanarak yapmışlardır.

3, B2, B4, B5, B6, C1, C2)

$$f(x) = 20 + 0,10x$$

$$f(20) = 20 + 0,10 \cdot 20$$

$$20 + 2,00 = 22$$

20 dk

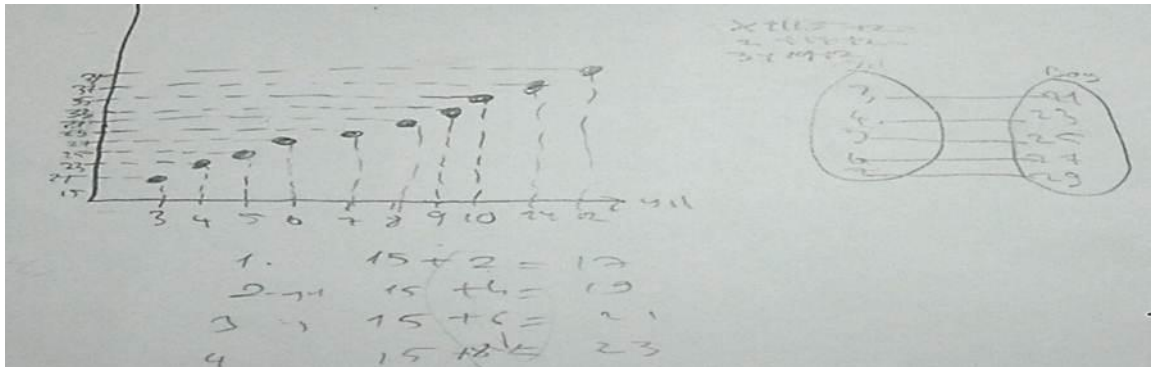
A1, A3, B1, B4

Şekil 4.10. Kavramsal Son Testte 3-c Sorusuna Ait Denklem Kurarak Yapılan Öğrenci Çözümü

Bu öğrenci ise fonksiyonun denklemini kurup oradan verilen ters görüntü değerini yerine yazmıştır. Çözüm yolu doğru olmakla birlikte bölme işleminde işlem hatası yapmıştır. Fakat sağlamasını yine fonksiyon kullanarak yapmıştır.

Burada ön testte yine sorunun ilişkisini kurarak denklem kullanmadan, örüntüden çözüm yapan öğrenciler varken son testte fonksiyonun cebirsel denkleminde değeri yazıp bilinçli bir şekilde cevabı bulanlar artış göstermiştir. Başka bir deyişle, öğrenciler problemi kendileri denkleme dökmüş, ardından ters fonksiyon kavramını bilmeden bile bu kavramın neye karşılık geldiğini kendi yazdıkları denklemde açıklayabilmişlerdir.

Ayrıca doğrusal fonksiyonun uygulamalarına örnek olabilecek “Bitki Boyu Hesaplama” (Ek-28) etkinliği sınıfta ve öğrenci gruplarının vermiş oldukları cevaplar ve uygulamaları şu şekildedir:



Şekil 4.11. Deney Grubunda “Bitki Boyu Hesaplama” Etkinliğine Ait Grafik ve Venn Şeması Olan Öğrenci Çözümü

Yukarıdaki etkinlik kâğıdında bazı gruplar her yıldaki boy artışını hem grafik çizerek hem de venn şeması çizimi ile fonksiyon olduğunu göstermişlerdir. Burada tanım-görüntü kümesi, değişken kavramı gibi kavramlarda öğrencilerin iyi bir şekilde kavramsal öğrendiğini ve bunu iyi bir şekilde uyguladıkları görülmektedir. Böylece öğrenciler fonksiyonun kuralını da kolayca yazabilmektedirler.

$$f(x) = 15 + 2x$$

75 cm

$$15 + 2x = 75 - 15$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{60}{2}$$

$$x = 30 //$$

Şekil 4.12. Deney Grubunda “Bitki Boyu Hesaplama” Etkinliğine Ait Fonksiyonun Kuralından Ters Görüntü Bulan Öğrencinin Çözümü

Etkinliğin diğer sorusu da fonksiyonun ters görüntüsünden yola çıkarak hesaplama yapmaktır. Burada birçok öğrenci denklem kurmadan ters işlem yapsa da bazı öğrenciler de yukarıdaki çözüm gibi fonksiyonun kuralından ters görüntü işlemi yapabilmışlerdir. Öğrenciler fonksiyonun ters görüntüsünü bilmeseler bile fonksiyon kavramını ve kuralını kavramsal bir şekilde öğrendikleri için bunu kolayca uygulayabilmışlerdir.

Sınıfta şunlar gözlemlenmiştir: Grafiğe bakarak, 3 yılda 6 cm boy arttığını yorumlayabilmışlerdir. Buradan birçoğu 1 yılda 2 cm uzadığını söyledikten sonra bunun üstüne araştırmacı “Her yıl 2 cm uzar mı?” diye sorduğunda “evet” demelerine rağmen bunun mantıklı açıklamasını yapamamışlardır. Araştırmacı “Belki diğer yıl 3 cm uzayacak her yıl 2 cm eşit olarak uzadığını nereden bileceğiz?” diye sorunca sadece bir öğrenci grafiğin düz olduğunu, başka bir deyişle, doğrusal olduğunu, bu sebeple eşit artma olacağını belirtmiştir. Bu etkinlik bir önceki doğrusal fonksiyon etkinliğinin takip etkinliğidir. Başka bir deyişle, öğrenciler doğrusal fonksiyonu öğrendikten sonra bu etkinliği yapmalarına rağmen öğrencilerin çok azı düz grafiğin anlamını kavrayabilmışlerdir. Ama bu etkinliğin sonunda ve diğer grafik sorularında doğrusal grafiğin anlamını güzel bir şekilde ifade etmişlerdir.

Verilen bir ilişkinin doğrusal fonksiyonun grafiği olduğunu, mantığının ne şekilde olacağını öğrenciler mülakatta emin ve doğru bir şekilde cevaplamışlardır.

ÖKYİY: Noktalar birleştirilecek tabii. (düz çizgi çekti başka bir deyişle, doğrusalı çizdi.)

Araştırmacı: Peki bu soru için bahsetmiyorum bir fonksiyonun doğrusal olduğunu nereden anlarsın?

ÖKYİY: Eşit eşit artıyorsa, azalıyorsa doğrusaldır.

Burada öğrenciden, mülakatta sorulan başka bir soruda (Ek-22, 1.soru) verilen ilişkinin grafiğini çizmesini istemiştir. Öğrenci de önce noktaları işaretleyip sonra bunları doğrusal olarak birleştirmiştir. Burada araştırmacının sorusuyla beraber öğrencinin bunu ezbere yapmadığını, doğrusal fonksiyon kavramına hâkim olduğu anlaşılmıştır. Benzer kavramaya sahip öğrenciler olan ÖKYİÖ ve ÖKYİD de ÖKYİY gibi eşit artma veya azalma olduğu için, başka bir deyişle, soruda hep 7 arttığı için, doğrusal fonksiyon olup grafiği düz çizgi olarak birleştirmişlerdir.

Buna karşılık “Doğrusal fonksiyonun genel bir cebirsel kuralı var mı?” diye öğrencilere sorulduğunda, seçilen öğrencilerin çoğu, bir kuralı olduğunu fakat hatırlayamadıklarını belirtmişlerdir. Bunu dışında kalanlar ise doğrusal fonksiyon mantığını kullanarak kural bulmaya çalışmışlardır.

A: Doğrusal fonksiyonun bir kuralı var mı? Ben sana tabloyu ve grafiği vermeseydim bunun doğrusal olduğunu nasıl anlardın?

ÖKDİD: Evet anlardım.

A: Nasıl?

ÖKDİD: Tam hatırlamıyorum ama bir kuralı vardı yani $f(x)=x$ galiba.

A: Peki ben sana tablo ve grafik vermeseydim de bir kural yazsaydım onun doğrusal olup olmadığını nereden anlardın, bir kuralı var mıydı?

ÖKYİÖ: Vardı $f(x)=x+b$ galiba.

A: Burada b ne?

ÖKYİÖ: b sabit sayı değişmiyor x’de zaten fonksiyon içine verilen sayı.

Burada öğrenci doğrusal fonksiyonun kuralını tam şekliyle hatırlamasa da söylediği ifade doğrudur. Ayrıca doğrusal fonksiyonun kuralındaki değişkenlerin anlamını da doğru hatırlamaktadır.

A: Peki doğrusal fonksiyonun bir kuralı var mı sana tablo ve grafik vermeseydim bir fonksiyonun kuralını yazsaydım nasıl anlardın doğrusal olduğunu genel bir kuralı var mı?

ÖKDİY: Kuralı..... (düşündü) $f(a) = a+b$ olabilir (emin değildi).

A: Burada değişen ne?

ÖKDİY: a değişken b sabit kalıyor.

A: $f(t)=t+7$ kuralı doğrusal fonksiyon kuralına uygun mu?

ÖKDİY: Uygun çünkü hep yedi yedi gitmiş.

A: Bunu görmeden sana sadece $f(t)=t+7$ yazsam doğrusal der miydin?

ÖKDİY: Yine t 'ye değer verirdim yine 7 yedi artacağından değerler doğrusal derdim.

Burada da yine öğrenci ÖKYİÖ gibi doğrusal fonksiyon kavramını iyi bilse de cebirsel kuralını tam hatırlayamamıştır. Ama belirttiği ifadeler doğrudur.

Tüm bu değerlendirmelerden öğrencilerin doğrusal fonksiyon kavramının ne olduğu, karmaşık durumlarda bunun nasıl ifade edildiği, cebirsel ifadesini yazma ve uygulama yapma konusunda kavramsal öğrenmelerinin ilerlediği görülmektedir.

5. Soru:



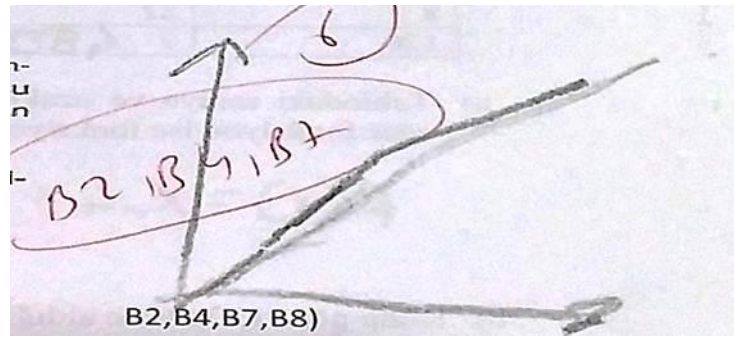
Yandaki yarım küre şeklin-
de boş bir kap sabit hızla su
akıtan bir musluk tarafından
doldurulmaktadır.

Kaptaki su yüksekliğinin zamana bağlı değişimini gösteren fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

(Ekstrem, 2014).

Bu soru $f(x)=x^n$ şeklindeki fonksiyonların grafik çizimini ölçmektedir. Başka bir deyişle, doğrusal olmayan fonksiyonlarının grafiklerini yorumlayabilme becerisini

içermektedir. Ön testte soruyu tam olarak çözen yoktur fakat birkaç kişi sözel olarak ne olabileceği ile ilgili açıklama yazmışlardır. Son testte ise ön teste göre oldukça fazla artış görülmektedir. Son testte doğru çözüm yoluna ilişkin mantıklı açıklama sayısı daha fazladır. Öğrenciler çözüm yoluna dair mantıklı çözümlerini yazsalar bile bu ifadelerini grafiklerini oluşturarak açıklayamamışlardır. Başka bir deyişle, “*alt taraf hızlı dolar, yukarısı yavaş dolar*” gibi yorumlar yapmışlardır. Daha doğrusu grafik çizme eğilimi olmamıştır genelde yorumu yazıp bırakmışlardır. Grafik çizmek istediklerinde de bunu doğrusal artan bir grafik olarak çizme eğilimi göstermişlerdir.



Şekil 4.13. Deney Grubunda Kavramsal Son Testte 5. Soruya Ait Doğrusal Grafik Çizen Öğrencinin Çözümü

Yukarıdaki çözümler gibi öğrenciler çözümün mantıklı yolunu sözel olarak açıklamışlardır ama grafiği eğrisel değil de doğrusal çizmişlerdir. Bu öğrenciler doğrusal fonksiyonu kavramsal olarak anlayan öğrenciler olduğu halde bu tarzda bir hata yapmışlardır. Bu öğrencilerden biriyle mülakatta bu konu üzerine çizim yapıldığında mantıklı yolu güzel bir şekilde açıklamıştır.



Şekil 4.14. Deney Grubunda Kavramsal Son Testte 5. Soruya Ait Çizim Yapan Öğrencinin Çözümü

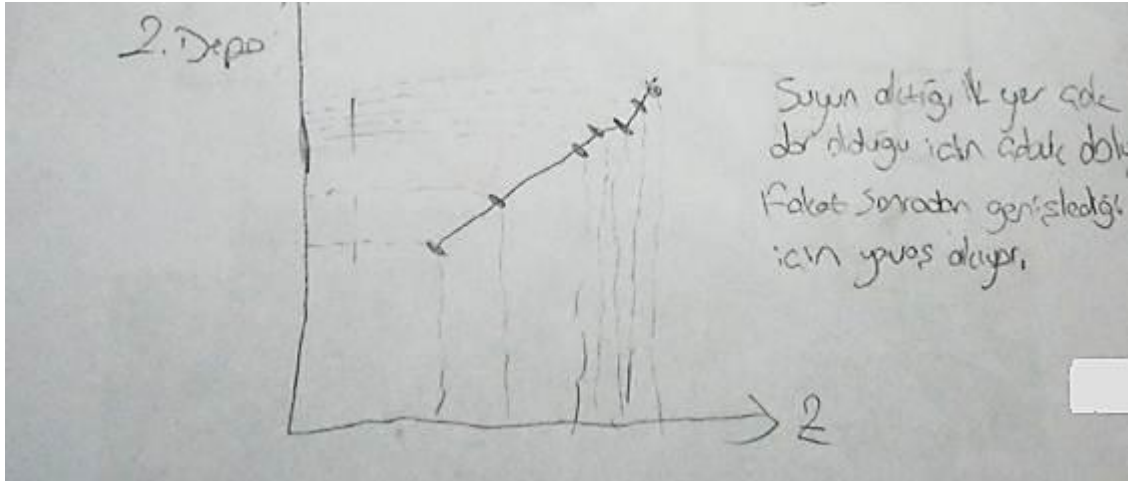
Yukarıdaki gibi doğru çizen öğrenciler de vardır. Eğrisel bir grafik çizeceklerini, eşit artma miktarı olmadığı için doğrusal olmadığını mantıklı bir şekilde açıklamışlardır.

Sınıf içi etkinliklerde $f(x)=x^n$ şeklindeki doğrusal olmayan fonksiyonların çizimine dair “Su Deposu” modelleme etkinliğine (Ek-29) verilen cevaplar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.15. Deney Grubunda “Su Deposu” Etkinliğine Ait Yanlış Çözüm Yapan Öğrencinin Çözümü

Birinci depoyu doğru çizen gruplar vardır. Birinci depoda değişkenin zaman olduğunu ve bu yüzden tanım kümesi olarak x eksenine grafiğe yerleştirip önce hızlı sonra yavaş dolduğunu ve doğrusal grafik olacağını sözel olarak hemen hemen her grup belirtmiştir. Hatta bunu grafiğe başarılı bir şekilde aktaran öğrenciler de vardır. Yukarıdaki çözüm ise tam tersi bir grafik çizmiştir. Doğrusal olması vs. gibi diğer faktörleri yapmalarına rağmen önce yavaş sonra hızlı dolan bir grafik çizmişlerdir.



Şekil 4.16. Deney Grubunda “Su Deposu” Etkinliğine Ait Hızlı ve Yavaş Dolmayı Gösteren Öğrenci Çözümü

Yukarıdaki grubun öğrencileri 1. depoya yaptıkları çözümü 2. depoya da uygulamışlardır. Başka bir deyişle, hızlı ve yavaş dolmayı sayı vererek açıklamaya çalışmışlardır. Ancak 2. depoda önce hızlı sonra yavaş dolan eğrisel bir grafik çizilmelidir. Bu grup ise önce hızlı sonra yavaş olmasını anlamışlardır ama eğrisel

olması gerektiğini fark edemeyip yine sayı değeri vererek çizim yapmışlardır. Hiç çizim yapamayanlar da tavsiye mektuplarına sözel ifadeler yazmışlardır. Yazılan bu ifadelerin çoğunun mantığı doğrudur. Başka bir deyişle, öğrenciler ne tarz grafik çizeceğini bilmelerine rağmen bunu grafik çizimine aktaramamışlardır. Genel olarak etkinlik esnasında öğrencilerin zorlandığı görülmüştür. Her grup tavsiye mektubuna sözel olarak talimatları yazarken grafiği çizen öğrenci sayısı oldukça azdır. Etkinlik sonunda, sunumlardan sonra $f(x)=x$ ve $f(x)=x^2$ fonksiyon örneklerinden yola çıkılarak tablo değerleri ile birlikte grafik çizimi yapıldığında doğrusal fonksiyon ile doğrusal olmayan fonksiyonların hem cebirsel hem de grafiksel olarak yorumlaması net bir şekilde kavratılmıştır.

Bu konuda deney grubundaki öğrencilerin mülakatlarına bakıldığında farklı çözümler ortaya çıkmıştır. Mülakatta yer alan yine benzer soru (Ek-22, 4. soru) aynı kriterleri içermektedir. Aşağıda mülakatta yapılan çözümler yer almaktadır.

ÖKYİÖ: Sayı vermeyeyim neyse zaten bu kabın altı geniş üstü dar. Geniş olunca zaten yavaş dolar ama dar yer daha hızlı dolar o yüzden hafif eğikten yukarıya doğru olacak.

ÖKYİY, ÖKYİD, ÖKDİY ve ÖKDİD öğrencileri de ÖKYİÖ gibi aynı düşüncüyü belirtmişlerdir.

Buradan da görüldüğü gibi öğrenciler soru için gayet güzel ve doğru bir açıklama yapmışlardır. Zaten etkinlikler kısmında ve sınav esnasında da bu çözümler mevcuttur. Ama bu öğrencilerin hemen hepsi mülakatta doğru çizim yapmışlardır. Başka bir deyişle, bu öğrenciler son testte doğru yapmasalar da mülakatta derinlemesine sorular sorulduğunda, bu grafiği çizdikleri görülmüştür. Öğrencilerin doğrusal olmayan fonksiyon grafiklerinin çizimi kavrayabildikleri fark edilmiştir.

Mülakatta bazı öğrencilerin grafiğe sayı verip hızlı - yavaş artmayı doğrusal grafikte gösterdiği görülmüştür. Bazı öğrenciler ise doğru yorum yaparken önce yavaş sonra hızlı dolacak demişlerdir. Bunu grafiğe aktarırken “yavaş” ve “hızlı” olayını sayı vererek açıklamaya çalışanlar vardır. Fakat, sayı verme olayını ince düşünmelerine rağmen iyi aktaramamışlardır. Bu durum etkinlikler esnasında da olmuştur. Etkinlik sunumlarında öğrenciler açıklamalarını savunurken “alt taraf 5 dakikada dolarsa üst taraf 1 dakikada dolar” demişlerdir.

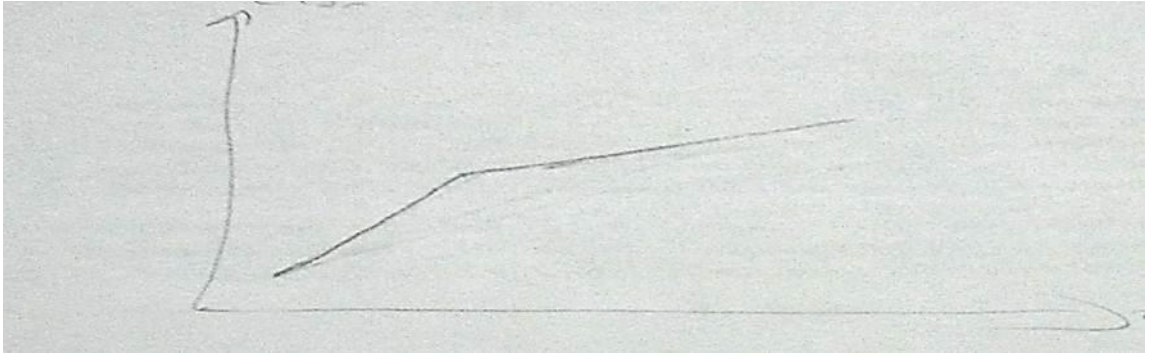
ÖKYİÖ: Kabin şekli düz gibi sadece alt geniş. x eksenine zaman desem y 'ye su yüksekliği derim. (Parçalı grafik çizmiştir başka bir deyişle, doğrusal ama iki parça olan bir grafik çizmiştir).

A: Bu çizgiler düz mü yani, doğrusal mı eğrisel mi bu tam anlayamadım?

ÖKYİÖ: Düz çizdim çünkü suyun hızı sabitmiş o yüzden doğrusal yani, eşit artacak.

A: Burada suyun sabit hızla akması mı önemli kabin şekli mi?

ÖKYİÖ: Kabin şekli şöyle önemli önce su akıyor burada daha yavaş o yüzden daha eğimi az çizdim sonra dar olan yerde bir de yükselecek o yüzden dike yakın çizdim.



Şekil 4.17. Deney Grubunda Görüşmede 4. Soruya Ait Öğrenci Çözümü

Yukarıdaki çözümlerde öğrenciler suyun sabit akması ile su yüksekliğinin sabit artmasını bir anlık karıştırmışlar ve sabit artan ve azalan bir değişim varsa doğrusal grafik çizimi olur diye düşünerek doğrusal çizenler olmuştur. Ama bunu da çizerken tek parça değil de iki parça halinde doğrusal grafik olarak çizmişlerdir. Çünkü kabin şeklinden dolayı iki farklı özellikte olabileceğini vurgulamışlardır. Aslında bu öğrencilerde doğrusal fonksiyon kavramı doğru yapılandırılmıştır. Çünkü yapılan mülakatlara bakıldığında doğrusal fonksiyon grafiğinin ne olması ve nasıl olması gerektiğini gayet güzel açıklamışlardır. Sadece, doğrusal olmayan fonksiyonların grafik çizimlerinde sorun yaşamaktadırlar.

Bunun yanı sıra doğru çözüm yapanlar da vardır. ÖKDİD ve ÖKYİD bu tarz sorunun grafiğinin doğrusal değil eğrisel çizilmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Sebebini ise kabin şeklinden dolayı eşit artma miktarı olmadığı için doğrusal olmayacağını belirtmişlerdir.

7. Soru: Bir sınıfta sayılarla oyun oynanmaktadır. Oyunun kuralı şu şekildedir. Eğer size söylenen sayı 3'ten büyükse o sayının 4 katından 5 fazlasını söyleyeceksiniz. Eğer

size söylenen sayı 3'ten küçük veya eşitse sayının 8 eksiğini söyleyeceksiniz. Buna göre Ahmet'e 12, Elif'e -4 ve Canan'a 3 sayıları söylenmiş ise

- a) Oyunda kullanılan kuralın fonksiyonunu yazınız.
b) Sırasıyla Ahmet, Elif ve Canan'ın söylemesi gereken sayıları fonksiyon kullanarak bulunuz

Bu soru parçalı fonksiyonun kuralını yazma ve parçalı fonksiyonda değer bulmayı içermektedir. İki şıkkı vardır: a şıkkında; fonksiyonun cebirsel kuralını yazma vardır. Bu kavrama dair parçalamayı, büyük, küçük kavramlarını soru içinden algılamayı son testte daha fazla öğrenci yapabilmıştır. Burada verilen sözel bir ifadeyi matematiksel olarak yazabilenler son testte daha fazladır. Zaten modelleme etkinliklerinin bir özelliği de öğrencinin işlem yapacağı sistemi, kendisinin kurmasıdır. Bu etkinliklerden sonra öğrenciler, kolay bir şekilde denklem kurmaya başlamışlardır.

Sorunun b şıkkı ise parçalı fonksiyonda değer bulmayı içermektedir. Burada verilen sözel bir ifadeyi matematiksel olarak yazabilenler son testte daha fazladır. Bu şıkkındaki yüzdelerin a şıkkına göre ön testte daha fazla olmasının sebebi öğrencilerin bu şıkkı çözerken sözel yönlendirmelerden yola çıkarak işlem yapmasıdır. Başka bir deyişle, “size söylenen sayı 3'ten büyükse o sayının 4 katından 5 fazlasını söyleyeceksiniz” yönlendirmesini kullanarak 12 sayısı için $4 \cdot 12 + 5$ işlemini yapmalarıdır. Ön testte bu sebeple yüzdeler fazladır ama dikkat edilirse (EK-8) ön testte C1 kriterini hiç kimse sağlayamamıştır. Başka bir deyişle, verilen sözel ifadeleri cebirsel halde fonksiyon olarak kimse yazamamıştır. Ama son testte (EK-12) bu kriteri sağlayanlar fazladır. Modelleme etkinliklerinde öğrenciler kendi değişkenlerini belirleyip denklemlerini kendileri kurmaya alışkın olduklarından bu kriteri kullanarak ve fonksiyonun kuralından değer bulmaya yönlenmişlerdir.

Handwritten student solution for a math problem. The student has written "Ahmet" and "Elif" on the left. To the right, they have written "F(12)" and "72 x 4 + 5 = 53". Below that, they have written "(-4) - 4 = -8" and "-12".

Şekil 4.18. Deney Grubunda Kavramsal Son Testte 7. Soruya Ait Öğrenci Çözümü

Bazı öğrenciler yukarıdaki gibi çözüm yapmışlardır. Başka bir deyişle, parçalı fonksiyonun cebirsel kuralını ifade etmeden sadece soruda verilen sözel yönlendirmelerle işlem yapmışlardır.

Verilen kuralı gösteren fonksiyonun kuralını

$$f(x) = \begin{cases} x+5 & x > 3 \\ x-8 & x \leq 3 \end{cases}$$

b) Sırasıyla Ahmet, Elif ve Canan'ın söylemesi gereken sa

(A1, B1, B2, C1)

Ahmet

$$f(12) = 4 \cdot 12 + 5$$

$$f(12) = 48 + 5$$

$$= 53$$

Elif

$$f(-4) = -4 - 8$$

$$f(-4) = -12$$

Canan

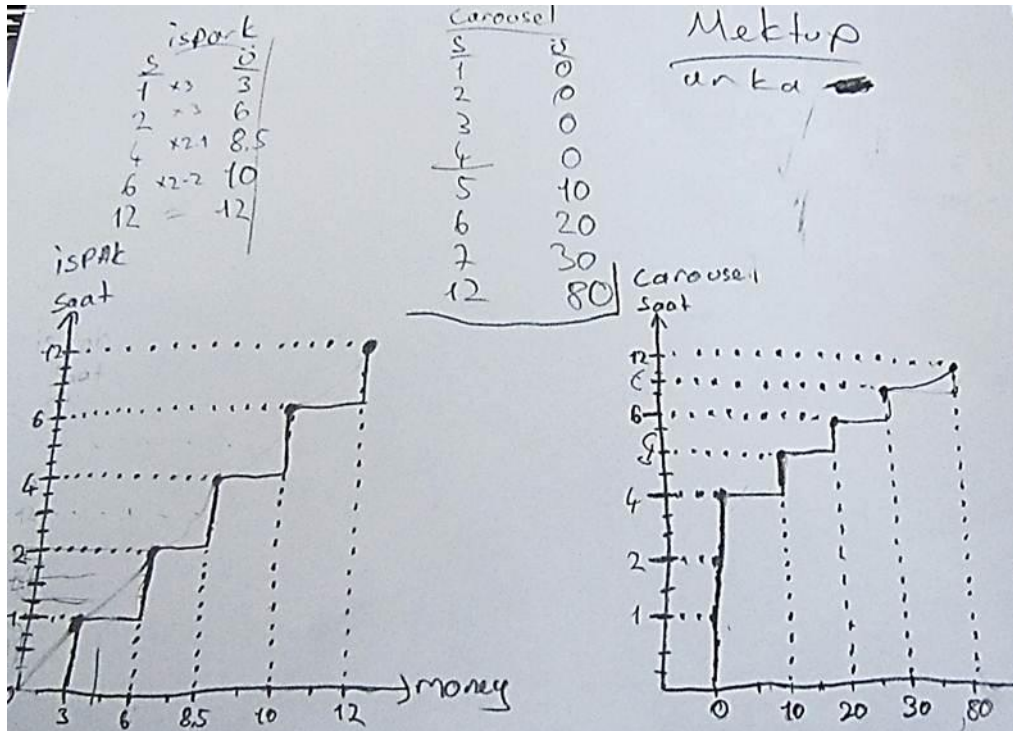
$$f(3) = 3 - 8$$

$$f(3) = -5$$

Şekil 4.19. Deney Grubunda Kavramsal Son Testte 7-b Sorusuna Ait Öğrenci Çözümü

Öğrencilerden birçoğu ise yukarıdaki gibi verilen durumun parçalı fonksiyon olarak kuralını bulup oradan fonksiyon değerlerini hesaplamışlardır. Sorunun b şıkkında sorudaki sözel yönlendirmeden değil de buldukları fonksiyon kuralıyla bunu yapabilmeleri öğrencilerin kendi matematiğini kendilerinin üretip bunu kolayca uygulayabildiklerinin göstergesidir.

Bu soruda yer alan parçalı fonksiyonun kazanımını içeren modelleme etkinliği “Otopark Etkinliği”dir (Ek-30). Etkinlik kâğıtlarına yapılan çözümlerden bir kısmı aşağıdadır.

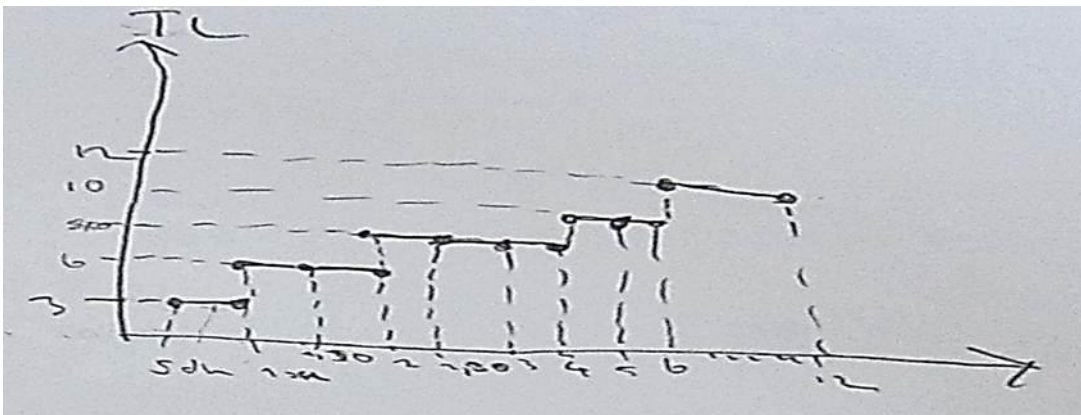


Şekil 4.20. Deney Grubunda “Otopark” Etkinliğine Ait Farklı Grafik Çizimi Yapan Öğrencinin Çözümü

Öğrencilerden bazıları yukarıdaki gibi etkinlik kâğıtlarında saatlere göre fiyat miktarını gösteren tablolar yapmışlardır. Ardından bilgileri grafiğe aktarmışlardır. Burada öğrenci grafikte para miktarını y eksenine yerleştirseydi, daha normal bir grafik görüp yorumlayabilirdi. Fakat yukarıdaki şekilde alışılmışın dışında çizince biraz zorlanmıştır. Sonradan tavsiye mektubunu yazarken durumu toparladığı görülmüştür. Ama bu haliyle de oldukça farklı bir fikir üretmiştir. Başka bir deyişle, modelleme problemleri öğrencilerde farklı bakış açıları geliştirmekte, alışılmışın dışında yorum yapabilmeyi sağlamaktadır.

Başka grubun öğrencileri de fiş alınca ilk 4 saat bedava kalma durumunu ekonomik bir şekilde değerlendirememişlerdir. Başka bir deyişle, fiş miktarına 50 TL diye belirledikleri için ilk 4 saati 50 TL'ye denk getirmişlerdir ve hatalarını sonradan fark etmişlerdir.

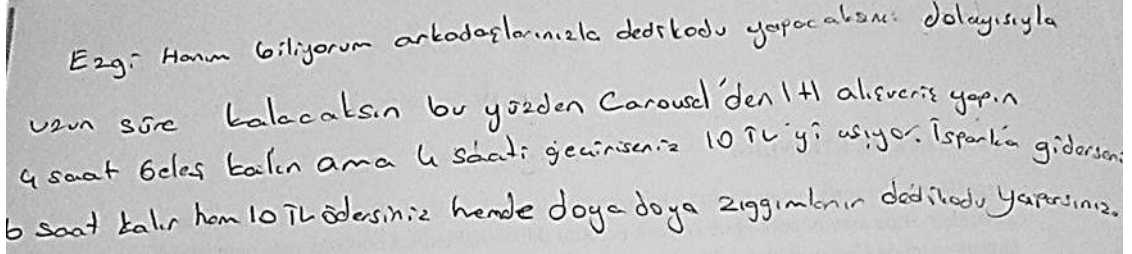
Bazı öğrenciler ise parçalı fonksiyon mantığını anlasa da bunu grafiğe nasıl aktaracakları konusunda oldukça zorlanmışlardır. Bir fikir bulamayınca doğru olmadığını bildikleri halde doğrusal bir çizim yapmışlardır. Bu öğrencilere neden böyle çizdikleri sorulduğunda grafiğin yanlış olduğunun farkında olduklarını ama akıllarına başka fikir gelmediğini belirtmişlerdir. Bu öğrenciler etkinliğin sözel yönlendirmesinden doğru hesaplamaları yapabilmektedirler fakat düşüncelerini parçalı fonksiyon grafiği olarak aktaramamışlardır.



Şekil 4.21. Deney Grubunda “Otopark” Etkinliğine Ait Öğrenci Çözümü

Öğrenciler her ne kadar parçalı fonksiyon grafiğini oluştururken zorlansalar da yukarıdaki gibi doğru çizim yapan öğrenciler vardır. Bu öğrencilerin grup çalışmaları gözlemlendiğinde doğruyu bulmalarına faydalı olan bilginin sabit fonksiyon olduğu

görülmüştür. Grup içi diyaloglarında “*Belli yerlerde sabit ücretler alıyorlar*” düşüncesi üzerine bazı öğrenciler “*Belirli yerlerde sabit çizgi olacak*” ifadesinden sonra grafiği çizebilmişlerdir.



Şekil 4.22. Deney Grubunda “Otopark” Etkinliğine Ait Öğrenci Tavsiyesi

Bazı öğrenci grupları fiş miktarını neye göre belirleyeceklerine takılmışlardır. Bunu araştırmacıya sorduklarında “*Siz istediğiniz gibi belirleyebilirsiniz*” yönlendirmesinden sonra düşünmeye başlamışlardır. Bu konuda bir grup “*fiş miktarını en ekonomik yapalım. 50 kuruş ya da 1 TL yaparsak 4 saat bedava kalırız böylece 4 saat park ücretini 1 TL ye getirmiş oluruz*” fikrini yürüterek mantıklı bir çözüm üretmiştir.

Etkinlik kâğıtlarına genel olarak bakıldığında öğrencilerin parçalı fonksiyonu görmeden bile bu konuda çizim yapabilmeleri hatta başka ilişkilerle beraber bu çizimi yorumlamaya çalışmaları zor olsa da başarılıdır. Karmaşık bir günlük hayat durumunda öğrencilerin problem durumunu anlayıp sözel olarak çözüm üretmeleri başarılıdır, ama bu çözümlerini grafik ile açıklamakta zorlanmışlardır. Parçalı fonksiyon grafiğiyle ilgili bir şey bilmeden, bu konuda zorlanmaları normaldir.

Bu konuda kavramsal son testle aynı kriterleri içeren başka bir soru için modelleme grubu öğrencilerinden seçilenler ile mülakat yapılmıştır. Öğrencilerden biri hariç hepsi denklemi kolayca yazabilmişlerdir. Mülakatta 5. soru sorulmuştur (Ek-22).

ÖKYİY: (Doğrudan kuralını yazdı). 4 ve 4'ten küçük eşit ise o sayının 9 fazlasını alıyor dediği için $f(4) = 4 + 9 = 13$ olur. $f(-5)$, 4'ten küçük veya eşitse o sayının 9 fazlası $f(-5) = -5 + 9 = 4$ ve $f(6)$ büyükse o sayının 3 katının 7 eksiği demiş $f(6) = 3 \cdot 6 - 7 = 11$ olur.

A: Peki bu makinenin çalışma şeklini Türkçe olarak vermiş orada, sen matematiksel olarak yazabilir misin?

ÖKYİY: $x > 4$, $x \cdot 3 - 7$ ve $x \leq 4$, $x + 9$.

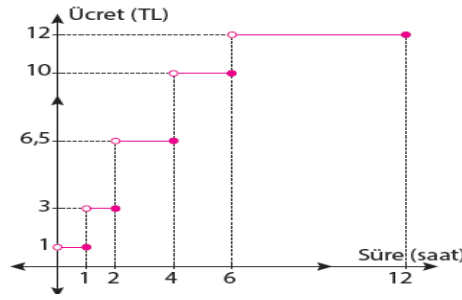
A: Burada x dediğin nedir?

ÖKYİİ: x sayı yani, fonksiyonun içindeki sayıdır.

Yukarıda modelleme grubu öğrencilerinin parçalı fonksiyonlarla ilgili görüşmelerinden bir parça verilmiştir. Bu öğrenciler bu soruyu görür görmez doğru cevaplamışlardır ve kolay bir şekilde fonksiyonun kuralını yazabilmişlerdir. Ayrıca sorulan fonksiyon değerlerini sorunun içindeki sözel yönlendirmeden değil de buldukları fonksiyonun kuralından hesaplamışlardır.

Burada öğrenciler denklemi yazarken, değişken kavramlarını vurgulayarak kural yazmışlardır. Başka bir deyişle, değişken kavramı ve parçalı fonksiyon kavramları bilinçli olarak yazılmıştır.

8. Soru: Aşağıda bir otoparkın saate göre ücret tarifesi gösteren f fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre otoparkta aracını 15 dakika, üç buçuk saat ve 6 saat bırakan birilerinin ödeyeceği ücretleri yazınız. Bu çözümü fonksiyon kullanarak yapınız.



(Meb, 2013).

Bu soru parçalı fonksiyonun grafiğini okuma ve yorumlama becerisini içermektedir. Burada açık-kapalı nokta ayrımı, sabit fonksiyon gibi temel kavramları okuyabilenler son teste fazladır. Genel olarak ön testte yaygın verilen cevaplar orantı mantığıyla soru çözümü yapmaktır. Başka bir deyişle, “1 saat kalınca 1 TL ise yarım saat kalırsa 0,5 TL dir” gibi çözümler vardır. Bu tarz çözümler son testte olsa da ön teste göre oldukça azdır.

Fakat bu kriterleri sağlayan benzer bir soru deney grubundaki öğrencilere mülakatın 7. sorusu (Ek-22) olarak sorulduğunda aşağıdaki gibi değişik cevaplar verilmiştir.

Öncelikle öğrencilere bu grafiğin adı sorulduğunda adını unuttuklarını fakat böyle bir şey hatırladıklarını belirttiler. Ayrıca bu fonksiyonun tek bir kuralı mı yoksa birden fazla kuralı mı olduğu sorulduğunda öğrenciler, birden fazla kuralının olduğunu

belirtmişlerdir ve bunun mantıklı açıklamasını yapmışlardır. Bazı öğrenciler açık-kapalı nokta (içi dolu, boş nokta) farkına takılmışlardır.

Parçalı fonksiyonun grafiğini okuma ile ilgili bir öğrenci oran-orantı mantığıyla grafiği okumaya çalışmıştır.

A: $f(15)$ ne demek?

ÖKDİD: Ağırlığa bakacağız $f(15)$ 0,5'e gider.

A: Neden?

ÖKDİD: Çünkü(düşündü)

A: Nasıl yani,, 20 'de bir oluyorsa 10 da bunun yarısı kadar mı düşündün?

ÖKDİD: Evet öyle yaptım.

A: $f(100)$?

ÖKDİD: 5'e gidiyor. (Emin olamamıştır.)

A: Peki bu 100 iki yere gidiyor fark ettin mi?

ÖKDİD: Evet

A: Ne farkı var bunların içi dolu ve içi boş?

ÖKDİD: Bilmiyorum

A: O zaman neye göre seçtin 5 diye?

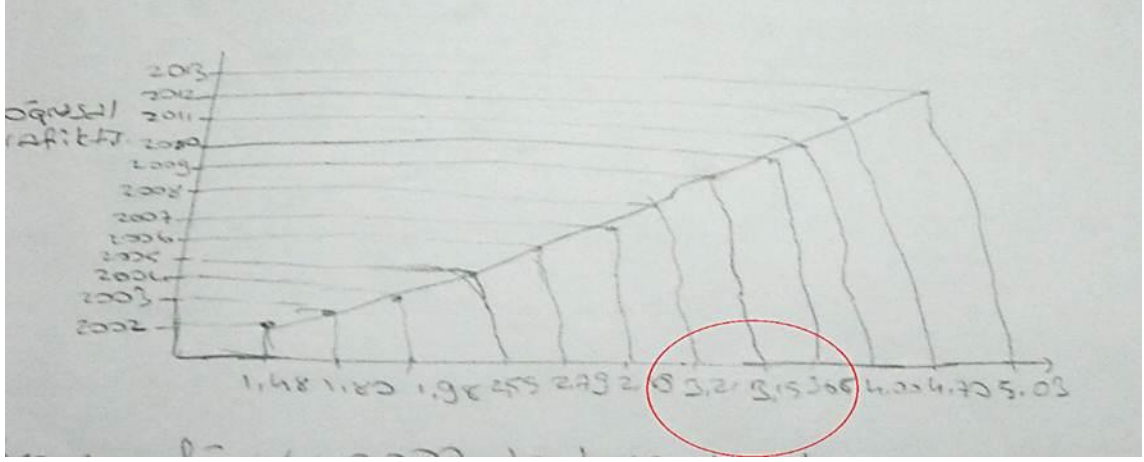
ÖKDİD: Göstermiş grafikten

A: 149 ne olur?

ÖKDİD: Ara değere gider (yine orantı mantığı ile düşünmüştür. Başka bir deyişle, $f(150) = 5$ olursa 149 daha az olur mantığı)

Bu görüşmede öğrencinin parçalı fonksiyonun grafiğini okumayı yanlış kavradığını görmekteyiz. Doğrusal fonksiyon gibi değerleri orantı mantığıyla bulmaya çalışmıştır. Bunun sebebi tam anlaşılmamakla beraber aynı öğrencinin parçalı fonksiyonun kuralından kolayca hesaplama yapabildiği görülmektedir. Başka bir deyişle, parçalı fonksiyona dair bazı bilgileri doğru fakat grafik bilgisi yanlıştır.

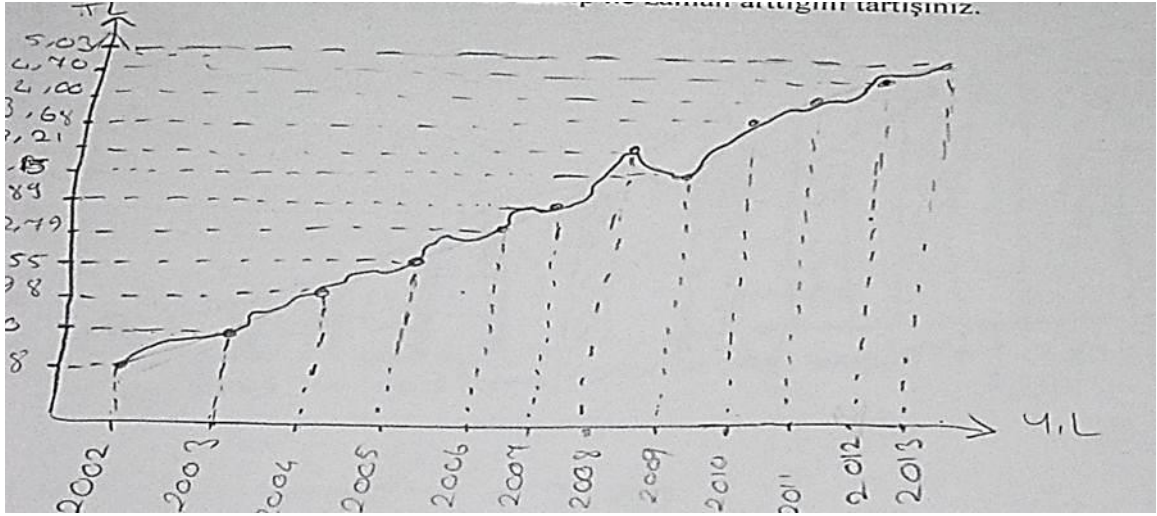
Fonksiyonun grafik çizimi ve yorumlanması ile ilgili sınıfta yapılan “Benzin” etkinliğidir.



Şekil 4.23. Deney Grubunda “Benzin” Etkinliğine Ait Öğrencinin Yanlış Çözümü

Bu etkinlikte bir öğrencinin kâğıdında böyle bir çözüm yer almaktadır. Başka bir deyişle, öğrenci 3,21 sayısını 3,15’ten önceye yerleştirmiştir. Bunun sebebi etkinliğin öğrenci kendisine verilen tablodaki sıraya göre değerlerin büyük-küçük olmasına bakmadan grafiğe yerleştirmiştir.

Bu etkinlikte grafik çizimi yapılırken öğrenciler doğrusal fonksiyon bilgilerini de hatırlamak zorunda kalmışlardır. Çünkü verilen değerleri doğru yerleştirseler bile bazı öğrenciler doğrusal bir grafik, bazıları ise eğrisel bir grafik çizmişlerdir. Tahtada sunumlar esnasında doğrusal çizen öğrencilerin sunumlarına diğer öğrenciler müdahale ederek “*Bu benzin fiyatlarında eşit artma-azalma yoktur. Doğrusal çizemezsiniz.*” diyerek uyarılarda bulunmuşlardır. Hatta grafiğin doğrusal olmaması gerektiğini göstermek isteyen bir grubun çizimi aşağıdaki gibidir.



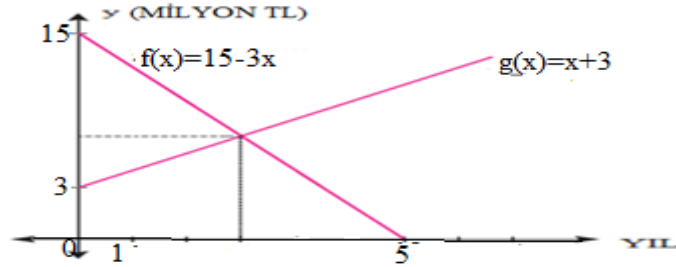
Şekil 4.24. Deney Grubunda “Benzin” Etkinliğine Ait Öğrenci Çözümü

Bazı öğrenciler ise farklı çizimlerle grafiği ifade etmeye çalışmışlardır.

Etkinlikler yapıldıkça grafiklerle ilgili hatalar gittikçe azalmıştır. Daha bilinçli bir şekilde grafik çizimi yapmaya başlamışlardır. Başka bir deyişle, “*Verilen ilişkide bağımlı-bağımsız değişken nedir? Buna göre fonksiyonun tanım-görüntü kümesi ne olur? grafikte bunu hangi eksense gösterilebilir? Doğrusal mı eğrisel mi grafik çizilir?*” gibi faktörleri göz önünde bulundurarak çizimleri yapmaya çalışmışlardır. Ayrıca hemen her etkinlikte tablo, küme eşlemesi, cebirsel ve grafik gösterimleri arasında geçişler yapılmıştır. Dolayısıyla modelleme grubundaki öğrencilerden grafik okuma ve yorumlama becerilerinin oldukça yüksek çıkması beklenmiştir. Ama son testlerde grafik okuma ve yorumlamada belirli bir artış olsa da istenilen seviyede değildir.

10. Soru: Aşağıdaki grafikte bir şirketin yıllara göre gelir-gider fonksiyonlarını göstermektedir. Firmanın zamana (x yıl) bağlı gelir (milyon TL) fonksiyonu f , gider fonksiyonu g 'dir. $f(x) = 15 - 3x$ ve $g(x) = x + 3$ ve $0 \leq x \leq 5$ ise

Buna göre



- Gelir ve giderin eşit olduğu yılı bulunuz ve bu yıldaki geliri bulunuz.
- Hangi yıllar arasında şirket kar etmiştir ve hangi yıllar arasında şirket zarar etmiştir? Nedenini açıklayınız.
- En büyük kar ne zaman olmuştur?

(Meb, 2013).

Bu soruda fonksiyon grafikleri ile ilgili yorum yapabilme becerisini içermektedir ve a şıkkında doğrusal iki fonksiyonun ortak kökünü yorumlamayı ölçmüştür. Burada ön testte kimse bu soruyu anlamlandıramamışken son testte bazı öğrenciler bunu anlamlandırmıştır ve yapılması gereken işlemi yapmışlardır. Başka bir deyişle, doğrusal fonksiyonun ortak kökünü kavrayabilmişlerdir. Burada değer verip iki fonksiyonun denklemlerinin eşit olduğu yeri bulan öğrenciler de vardır.

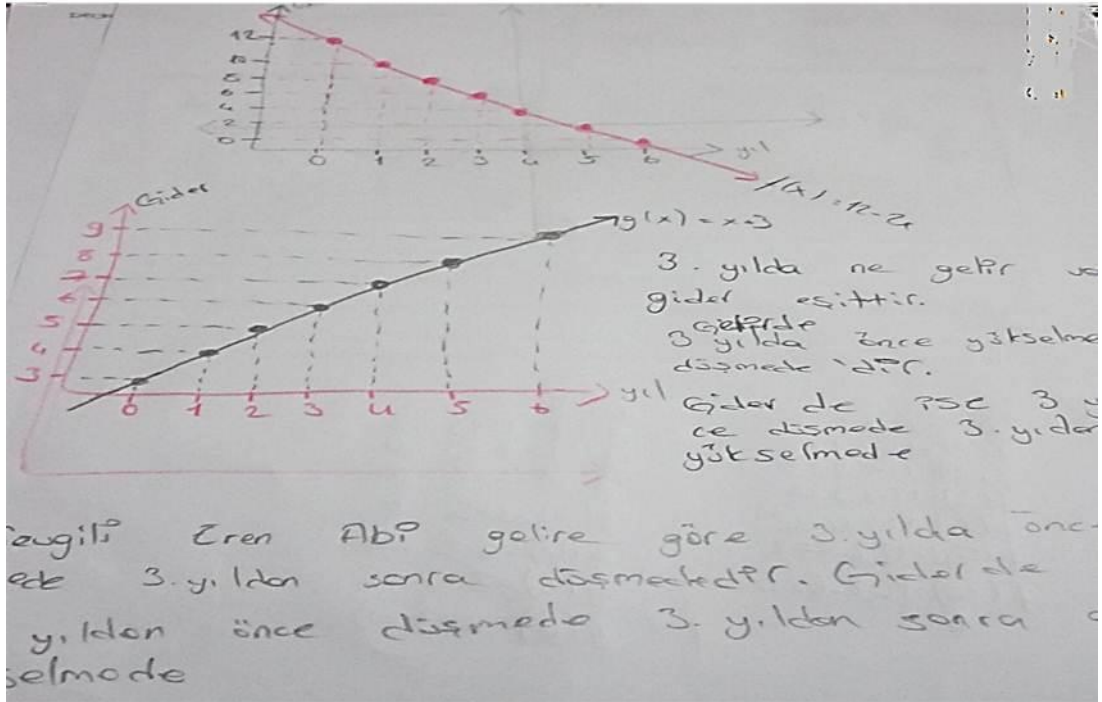
10b sorusu sadece grafik şekline bakarak bile yorumlanabilecek bir sorudur. 10c sorusu diğer şıklarla aynı kriterleri içermektedir. Genel olarak 10. soruya bakıldığında öğrencilerin çok azı çözmeye çalışmıştır. Öğrencilerin kar-zarar kavramını grafik üstünde yorumlamakta zorlandıkları görülmüştür. Gördükleri grafiği yorumlamakta zorlandıkları, dolayısıyla da başka bilgileri ile bunu birleştirmeleri zor olmuştur. Beklenen ise sorunun son testte daha fazla yapılmasıdır. Oran ön teste göre fazla olsa da, her modelleme etkinliğinde grafik yorumu yapan bir grup için düşük bir orandır.

Uygulama esnasında kavramsal son testteki 10. soru ile aynı kriterleri içeren “Firmanın Mali Durumu” modelleme etkinliği yapılmıştır. Bu etkinlik doğrusal fonksiyon uygulamaları ve eğitim kavramını içeren takip etkinliği formatındadır ve etkinlik kağıtlarına yapılan çözümlerin bir kısmı aşağıda verilmiştir.

x değerleri	Gelir	Gider
0	$f(0) = 12 - 2 \cdot 0 = 12$	$g(0) = 0 + 3 = 3$
1	$f(1) = 12 - 2 \cdot 1 = 10$	$g(1) = 1 + 3 = 4$
2	$f(2) = 12 - 2 \cdot 2 = 8$	$g(2) = 2 + 3 = 5$
3	$f(3) = 12 - 2 \cdot 3 = 6$	$g(3) = 3 + 3 = 6$
4	$f(4) = 12 - 2 \cdot 4 = 4$	$g(4) = 4 + 3 = 7$
5	$f(5) = 12 - 2 \cdot 5 = 2$	$g(5) = 5 + 3 = 8$
6	$f(6) = 12 - 2 \cdot 6 = 0$	$g(6) = 6 + 3 = 9$

Şekil 4.25. Deney Grubunda “Firmanın Mali Durumu” Etkinliğine Ait Gelir Gider Fonksiyonunu Kullanan Öğrencinin Çözümü

Öğrencilerin çoğu yukarıdaki etkinlik kâğıt örneklerinden görüldüğü gibi verilen gelir-gider fonksiyonlarından yıllara göre çıkan değerleri kolayca hesaplamıştır. Başka bir deyişle, kuralı verilen bir fonksiyonun düz görüntüsünün değerini hesaplamayı kavramışlardır.



Şekil 4.26. Deney Grubunda “Firmanın Mali Durumu” Etkinliğine Ait Gelir Gider Grafiklerini Ayrı Çizen Öğrencinin Çözümü

Öğrencilere “gelir-gider fonksiyonlarını aynı grafik üzerinde göstermeye çalışın” diye uyarılarda bulunulsa da bunu anlayamamış ve kendilerine göre yukarıdaki gibi grafik çizmişlerdir. Başka bir deyişle, geliri ve gideri farklı grafiklerle göstermişlerdir. Burada

dikkati çekmesi gereken başka bir husus ise grafiği doğrusal çizmeleridir. Sunumları sırasında doğrusal fonksiyon olarak çizmelerinin sebebini, eşit artma-azalma olarak açıklamışlardır.

Gelir	Gider	Yıl	Kar-Zarar (t.-)
10	3	1	= +7
8	4	2	= +4
6	5	3	= +1
4	6	4	= -2
2	7	5	= -5
0	8	6	= -8

Gelir	Gider	Yıl	Kar-Zarar (t.-)
12	3	1	= +9
8	4	2	= +4
6	5	3	= +1
4	6	4	= -2
2	7	5	= -5
0	8	6	= -8

EREN BEY			
Başladığınız yıl	3 milyon	kar etmişsiniz	
Bir sonraki yıl	6 milyon	kar etmişsiniz	
İkinci yıl	3 milyon	kar etmişsiniz	
Üçüncü yıl	hiç	kar etmemişsiniz	zararda
Dördüncü yıl	bu yıl	-3 milyon	zarar
Beşinci yıl	bu yıl	-6 milyon	zarar
Altıncı yıl	bu yıl	-9 milyon	zarar

Eren bey	ilk	iki yıl	kar etmişsiniz
Sonra	zarar etmişsiniz	ben de	toparlanmanız lazım
Şimdi	alıştınız	reklamlar	yaptınız.

Şekil 4.27. Deney Grubunda “Firmanın Mali Durumu” Etkinliğine Ait Öğrenci Çözümü

Yukarıda verilen çözümlerdeki gibi öğrenciler kar-zarar olayını yıllara ayırarak hesaplamışlardır. Alınabilecek önlemleri tavsiye mektuplarına yazmışlardır. Sadece soru çözümü değil, bu tavsiyelerin de ne kadar geçerli olduğu sunumlarda sınıfça tartışılmıştır. Başka bir deyişle, öğrenciler işçi çıkarma, reklam yapma, hesapları kontrol etme gibi fikirler ileri sürmüşlerdir. Tüm sınıf, bunlardan hangilerinin batmak üzere olan bir firmayı kurtaracağını tartışmışlardır.

Bu etkinliğe bakıldığında öğrenciler soruyu doğru çözseler de, tek düzlem üzerinde iki grafiği göstermedikleri için pratik bir yöntem bulamamışlardır. Başka bir deyişle, “Burada 6 yıllık harcamalar var size 30 yıllık harcamayı verseydik yine tek tek mi

değerleri hesaplayacaktınız?” sorusu sorulduğunda sınıf biraz düşünmüştür. Bir iki öğrenci fikir yürütmüştür. Kâğıtlarda grafikler ayrı çizilse de öğrenciler tahtada aynı düzlemde grafikleri çizmişlerdir. İki doğrunun kesiştiği yeri gören öğrenciler araştırmacının yukarıdaki sorusu için fikir yürütmüştür. İki denklemi eşitleme ve ortak kök bulmayı araştırmacının yönlendirmesiyle bulmuşlardır.

4.2.2. Kontrol Grubunun Uygulama Öncesinde ve Sonrasında Kavramsal Bilgisi

Kontrol grubunun uygulama öncesinde ve sonrasında kavramsal bilgisini analiz etmek için uygulanan ön ve son kavramsal testlerin nicel analizleri ile birlikte bu konuları içeren mülakat, gözlem ve araştırma günlüklerinin destekleyeceği nitel analiz yapılmıştır. Öncelikle kavramsal ön ve son testlerin nicel analizlerine yer verilmiştir. Kavramsal ön test (Ek-6) ve kavramsal son test (Ek-10) fonksiyonlarla ilgili kavramsal bilgiyi ölçen 10 soruluk klasik yazılı tipindedir. Ön testin Ek-7’de ve son testin Ek-11’de puanlama cevap anahtarı verilmiştir.

Uygulama sonrasında kontrol grubu öğrencilerinin kavramsal bilgi puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark olup olmadığını belirlenmesi için ilişkili örneklem t testi yapılmıştır. Parametrik testlerden biri olan ilişkili örneklem t testinin çeşitli varsayımları vardır. Bu varsayımlar; bağımlı değişkene ait ölçümler en az aralık ölçeğinde ve ilişkili ölçüm setine ait fark puanlarının normal dağılım göstermeleridir (Büyüköztürk, 2009). Bu varsayımların sağlandığı görüldükten sonra yapılan ilişkili örneklem t testi sonuçları Tablo 4.6’da sunulmuştur.

Tablo 4.6. Kontrol Grubundaki Öğrencilerin Kavramsal Bilgi Ön Test- Son Test Puanlarına İlişkin İlişkili Örneklem t Testi Sonuçları

		N	$\bar{X}$	S	sd	t	P
Kavramsal Bilgi	Ön test	34	11.71	13.81	33	-.59	.56
	Son test	34	12.79	13.05			

*p<.05

Tablo 4.6’da kontrol grubu öğrencilerinin kavramsal bilgi testi ön test ve son test puanlarına ilişkin ilişkili örneklem t testi sonuçları yer almaktadır. Kontrol grubu öğrencilerinin kavramsal bilgi puanlarının ilişkili örneklem t testi sonuçlarına göre, öğrencilerin ön test ve son test puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark

yoktur ($t_{(33)}=-0.59$; $p>.05$). Elde edilen bu bulgu araştırmada kontrol grubunda kullanılan geleneksel yöntemin öğrencilerin kavramsal bilgilerini değiştirmede göstermektedir.

Kontrol grubunun ön ve son kavramsal testlerindeki kriterler (Ek-6, Ek-10) göz önüne alınarak; Ek-1'deki karakterizasyon ölçeğine göre yanlış ve boş frekans tabloları incelenmiştir. Böylece fonksiyonlar konusuna geçmeden önce öğrencilerin hangi kazanımlardaki soruları boş bıraktığı veya yanlış yaptığı belirlenip uygulama sonrasında bu oranlarda ne yönde bir değişiklik olduğu tespit edilmiştir.

Yanlış ve boş cevapların analizinden önce, verilen cevaplar aşağıdaki şekilde sınıflandırılmıştır.

Yanlış Cevaplar	Kavramsal ön testin sahip olduğu kriterler Ek-6'de, kavramsal son testin kriterleri Ek-10'de verilmiştir. Kavramsal ön ve son testler aynı kriterlere sahiptir. Cevap anahtarı da kavramsal ön testin (Ek-7)'de ve kavramsal son testin (Ek-11)'de verilmiştir. Cevaplar analiz edilirken Ek-6, 7, 10 ve 11'e göre olması gereken kriterlerin hiçbirini sağlamayıp, sorudaki kriterlerle hiçbir alakası olmayan çözümler.
Boş	Soruya cevap verilmemiştir.

Kavramsal ön ve son testler analiz edilirken “Doğru” diye bir kategori oluşturulmamıştır. Çünkü araştırmanın çerçevesine göre önemli olan kavramsal ve işlemsel kriterlere ne derece uygun cevaplar verdiğidir. Öğrenci tam doğru cevabı yazmasa bile, başka bir deyişle, sorudaki kriterlerin bazılarını uygun cevabı verip bazılarını vermese bile konuya dair kavramsal ve işlemsel bilgiye ait kriterlere sahip olabileceği göz önünde bulundurularak “doğru” kategorisi oluşturulmamıştır. Bu tarz cevapların sağladığı kriterlerin frekans ve yüzde tablosu kavramsal ön testin Ek-9'da ve kavramsal son testin Ek-13'te yer almaktadır. Ayrıca tüm bu veriler, mülakat, gözlem ve araştırma günlükleriyle beraber ayrıntılı olarak analiz edilmiştir.

Tablo 4.7. Kontrol Grubunun Kavramsal Ön Teste Ait Yanlış ve Boş Cevaplarının Frekans ve Yüzde Tablosu

N=40	YANLIŞ		BOŞ	
	f	%	f	%
1.soru	17	42,50	22	55,00
2.soru a)	5	12,50	18	45,00
b)	9	22,50	18	45,00
3.soru a)	7	17,50	33	82,50
b)	12	30,00	19	47,50
c)	12	30,00	24	60,00
4.soru	12	30,00	21	52,50
5.soru	18	45,00	21	52,50
6.soru	10	25,00	22	55,00
7.soru a)	3	7,50	31	77,50
b)	4	10,00	22	55,00
8.soru	9	22,50	30	75,00
9.soru a)	6	15	21	52,5
b)	11	27,50	18	45,00
c)	14	35	20	50
d)	16	40	19	47,5
10.soru a)	5	12,5	29	72,50
b)	13	32,5	27	67,5
c)	14	35	26	65,00

Tablo 4.8. Kontrol Grubunun Kavramsal Son Teste Ait Yanlış ve Boş Cevaplarının Frekans ve Yüzde Tablosu

N=43	YANLIŞ		BOŞ	
	f	%	f	%
1.soru	2	4,65	11	25,58
2.soru a)	8	18,60	28	65,12
b)	5	11,63	17	39,53
3.soru a)	9	20,93	34	79,07
b)	2	4,65	41	95,35
c)	11	25,58	32	74,42
4.soru	8	18,60	34	79,07
5.soru	1	2,33	42	97,67
6.soru	2	4,65	32	74,42
7.soru a)	1	2,33	41	95,35
b)	1	2,33	37	86,05
8.soru	1	2,33	39	90,70
9.soru a)	4	9,30	20	46,51
b)	8	18,60	22	51,16
c)	11	25,58	25	58,14
d)	19	44,19	20	46,51
10.soru a)	0	0	43	100
b)	0	0	43	100
c)	0	0	43	100

Kontrol grubun kavramsal ön testte yüzdelerine bakıldığında boş bırakılan soru yüzdeleri yanlış yapılan soru yüzdelerinden daha fazladır. Bunun böyle olması normaldir çünkü konuyu görmedikleri için bir fikir yürütmekten ziyade boş bırakmaları beklenmektedir. Ön testte en çok yanlış yapılan soru % 45 (18 kişi) ile 5. sorudur. Başka bir deyişle, kontrol grubu öğrencileri en çok bu soruda, cevap vermeleri gereken kriterlerden (B2, B4, B7 ve B8) (Ek-1) hiçbirine uygun cevap verememişlerdir. Bu soru $f(x)=x^n$ şeklindeki doğrusal olmayan fonksiyonların grafik çizimini içermektedir (Ek-6). Öğrenciler burada kendi yorumlarına göre çizim yapmaya çalışmışlar, ama soruya ait kriterlerin hiçbirini sağlamadığı için yanlış çözümlemeler yapmışlardır. Kavramsal ön testte en çok boş bırakılan soru ise % 82,50 (33 kişi) ile 3. sorunun a şıkkıdır (Ek-6). Bu soru, verilen problemten doğrusal fonksiyonun ilişkisini çıkarıp denklem yazabilme becerisini ölçmektedir.

Kavramsal son teste bakıldığında yanlış ve boş bırakma oranları ön teste göre azalmamıştır. Kavramsal son testte en çok yanlış yapılan soru % 44,19 (19 kişi) ile 9. sorunun d şıkkıdır. Başka bir deyişle, kontrol grubu öğrencileri en çok bu soruda, cevap vermeleri gereken kriterlerden (A1 ve B7) (Ek-1) hiçbirine uygun cevap verememişlerdir. Bu soru fonksiyon grafiklerini okuma ve yorumlamayı içermektedir (Ek-10). Öğrenciler doğru grafik okuması yapsalar bile yorumlama kısmında yanlış yapmışlardır. Kavramsal son testte en çok boş bırakılan soru ise % 100 (43 kişi) ile 10. sorunun a-b-c şıklarıdır (Ek-10).

Ayrıca kontrol grubu, kavramsal ön ve son testlerine verilen cevapların sağladığı kriterlerin, frekans ve yüzde tablolarına göre de incelenmiştir. Kavramsal ön ve son testlerine verilen cevapların sağladığı kriterlerin frekans ve yüzde tabloları sırasıyla Ek-9 ve Ek-13'te verilmiştir. Her sorunun sahip olduğu kriterlerin ne kadarına uygun cevap verildiği incelenirken kavramsal ve işlemsel bilgi ölçeğinde (Ek-1) mevcut olan bütün kriterler tabloya yazılmıştır. Ek-9 ve Ek-13'te sunulan tablolarda boş hücreler, sorunun ilgili kriteri ölçmeyi hedeflemediğini göstermektedir. Örneğin, Ek-10'da 1. soru B1 ve B3 kriterlerini ölçmeyi hedeflemektedir. Böylece her bir sorudaki kriterlerin anlamlarına bakarak, öğrencilerin hangi beceriyi nasıl kullanmış olduğuyula ilgili uygulama öncesinde ve sonrasında nasıl bir değişme olduğu tespit edilmiştir.

Ek-9 ve Ek-13'te sunulan bulguların analizi; gözlem, araştırma günlükleri ve mülakatlardan elde edilen verilerle desteklenerek ayrıntılı bir şekilde aşağıda sunulmuştur. Burada fonksiyonlarla ilgili temel kazanımları içeren soruların nitel analizi verilmiştir.

2. Soru: Aşağıdaki tabloda bir aracın saate (t) göre aldığı uzaklığı (d) göstermektedir. Buna göre

t (saat)	d (uzaklık-km)
2	8
3	12
5	20
8	32
120	?

a) Tablodaki saniye ve uzaklık arasındaki ilişki fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız ve eğer fonksiyon ise fonksiyonun kuralını yazınız.

b) Buna göre 120 saatte aldığı uzaklık kaç km 'dir? Açıklayınız.

(O'Callaghan, 1994).

Bu soru tablosu verilen bir ilişkinin fonksiyon olup olmadığı, fonksiyon kuralının yazılması ve fonksiyonda değer bulma gibi uygulamaları içermektedir. Ön testte verilen tablodaki ilişkinin bir fonksiyon olup olmadığına dair temel kavramları bilen öğrenci yokken son testte bunu sağlayan öğrenci sayısı artmıştır.

Burada ön teste bakıldığında tablodaki ilişkinin 4 katı olduğunu öğrenciler bulduktan sonra bunu kendilerince ifade etmeye çalışsalar da fonksiyon olarak ifade eden öğrenci yoktur. Başka bir deyişle, öğrenciler ya sözel olarak ya da -tam doğru olmasa da- denklemsel şekilde bunu ifade etmişlerdir. Hatta örüntünün denklemini yazmadıkları için denklemden de istenen değeri bulamamışlardır. Denklemden bulan sadece 1 kişidir. Genelde doğru işlemi denklem kurmadan, örüntüden yapmışlardır.

Sonuçta öğrencilerin çoğunluğunun, tablodaki örüntüden yola çıkarak değeri şekil 4.28'teki gibi buldukları gözlemlenmiştir.

	t (saat)	d(uzaklık-km)
1	2	8
2	3	12
3	5	20
112	8	32
	120	? 480

Handwritten notes: $120 \times 4 = 480$, $? = 480$

Şekil 4.28. Kontrol Grubundaki Bir Öğrencinin Kavramsal Son Testte 2. Sorudaki Çözümü

Fakat burada istenilen, bu ilişkinin bir fonksiyon olup olmaması sorusuyla beraber fonksiyonun kuralını kullanarak değer bulmayı yapmaktır. Ama bu gruptaki öğrencilerden hiç kimse bu ilişkinin bir fonksiyon olduğunu belirtmemiş ve kuralını da yazamamıştır. Bunun sebeplerinden birinin, bu grupta fonksiyonlar konusunun klasik bir biçimde anlatımıyla ilgili olduğu ve problem biçimindeki durumlarda fonksiyon kavramının daha önce hiç kullanılmamasıdır.

Kontrol grubundaki öğretmen araştırma günlüğünde fonksiyonun kuralını yazabilme çalışmasında öğrencilerin zorlandıklarını belirtilmiştir. Bu sebeple daha çok kuralı verilen bir fonksiyon üzerinden değer bulma işlemleri yapılmıştır. Fakat öğrencilerin x değerini nereye yazacakları konusunda fikirleri olmadığını belirtilmiştir. Yapanların ise ezbere yaptıkları anlaşılmaktadır. Çünkü değişken kavramını bilmeden, kuralı veren bir fonksiyonda değer bulmaya çalışınca öğrencilerin çoğu zorlanmıştır.

Kontrol grubu sınıflarının dersleri gözlemlendiğinde de benzer durumlar görülmüştür. Başka bir deyişle, öğrencilerin kuralı verilen bir fonksiyonda değer bulma sorularında x yerine hangi değeri yazmaları gerektiğini bilmediği, fonksiyonda değer bulmayı kavrayamadıkları tespit edilmiştir.

Kavramsal son testteki 2. soruyla benzer kriterlere sahip mülakattaki 1. soru (Ek-22) öğrencilere sorulmuştur.

Kontrol grubundaki en iyi iki öğrenci Ö1 ve Ö2, bu tablodaki ilişkinin bir fonksiyon olup olamayacağı ile ilgili bir görüş öne sürememişler ve bilmediklerini belirtmişlerdir. Kontrol grubundaki öğrencilerin, günlük hayat içinde verilen bir durumda fonksiyon ilişkisini kuramadıkları görülmektedir. Ayrıca fonksiyon çeşitleri konusunda da yanlış hatırlamaları mevcuttur. Başka bir deyişle, bu konuda sadece venn şeması eşlemesi

dışında diğer matematiksel ve matematiksel olmayan durumların fonksiyon olması gibi ilişkileri kavrayamamışlardır.

A: Fonksiyonun bir kuralı olur bunun kuralı nedir?

Ö2: Bunun kuralı her seferinde zamanın üstüne 7 artırarak uzaklaştığı mesafeyi buluruz.

A: Peki bunu bana matematiksel olarak nasıl yazarsın?

Ö2: (Düşündü) $t+7=d$ mi? (emin olamamıştır)

A: Burada fonksiyon simgesi yok, nerede?

Ö2: Evet. (Fonksiyon olarak yazamamıştır).

Ö1 kural yazma konusunda hiçbir fikir ileri süremezken, yukarıdaki öğrenci fonksiyon kuralını tam yazamasa bile denklem örüntüsünü yazabilmiştir. Hatta örüntüyü sözel olarak doğru söylediği halde bunu fonksiyonun kuralı halinde yazamamıştır. Çünkü daha önce bu tarz bir ilişkinin ne fonksiyon olması ne de fonksiyonun kuralını yazma gibi etkinlikleri deneyimlemiştir. Dolayısıyla şemasındaki fonksiyon kavramı ile bu durum uyusmamaktadır.

Ö1 ve Ö2 bu sorudaki b şikkını ise örüntüden yapmışlardır. Hiçbiri fonksiyonun kuralını yazamadığı için buradan da hesaplayamamıştır.

Genel olarak kontrol grubunun fonksiyonun kuralını oluşturup, değerini hesaplama konusunda becerisinin düşük olduğu tespit edilmiştir. Başka bir deyişle, öğrencilerin şemasında, fonksiyon kavramı ile günlük hayat ilişkisi içinde bir ilişkinin fonksiyon olması ve bunun uygulamaları yer almamaktadır.

3. Soru: *Bir mobil iletişim şirketi müşterilerine ücretlendirme periyodu 1 dakika olan iki farklı konuşma tarifi sunmaktadır. 1. tarife göre aylık 20 TL sabit ücret ve her bir dakika konuşma için 0,10 TL, 2. tarife göre ise aylık 10 TL sabit ücret ve her bir dakika konuşma için 0,40 TL ödenmesi gerekmektedir. Buna göre*

- a) İki şirketin tarifesini ifade eden fonksiyonu yazınız.*
- b) Ayda ortalama 160 dakika arama yapan biri için hangi tarife daha ekonomiktir?*
- c) 1. Tarife alan birisi 40 TL ödemiş ise kaç dakika konuşmuştur?*

(Taşova, 2011).

Bu soru günlük hayattaki problemin doğrusal ilişki ile modellenmesini içeriyor. Soruda 3 tane şık vardır. Bu sorunun 3 şikkını da hem ön testte hem de son testte hiçbir öğrenci sağlayamamıştır. Başka bir deyişle, öğrenciler bu soru için işlemleri adım adım yapma kriteri olan A1'e; bağıntıların açılımını yapma, tersine verilen bir açılımı bir bağıntı olarak yazma kriteri olan A3'e; sorunun özünü kavrayarak verilenle istenilen arasında mantıklı ilişki kurarak çözüm yolu bulma kriteri olan B2'ye; soruyu bir bütün olarak algılayarak verilen ipuçlarını yerinde ve doğru bir şekilde değerlendirme kriteri olan B4'e; problemi alt ve basit basamaklara ayırma kriteri olan B5'e, karmaşık ve zor görünen bir probleme yardımcı olacak şekiller çizme veya genellemelerde bulunma kriteri olan B6'ya; matematiğin dilini oluşturan sembol ve ifadeleri anlama, kullanma, yazma, kısaltma ve sadeleştirme kriteri olan C1'e; problemi denkleme dönüştürüp denkleme çözme; verilen bağıntıları kendi aralarında ilişkilendirerek başka bir bağıntıya dönüştürme kriteri olan C3'e ve çözüm sonucunda elde edilen sonucun mantıklılığını yorumlama kriteri olan C4'e uygun cevap verememişlerdir. Kısacası kontrol grubundaki öğrenciler günlük karmaşık durumlar arasında fonksiyonu görememekte, günlük ilişkilerin fonksiyon ile alakasını kuramamakla birlikte temel matematiksel yeterliliklere de sahip değillerdir.

Kontrol grubunun ders gözlemlerinde fonksiyonların sadece cebirsel ve grafiksel şeklini işledikleri görülmüştür. Doğrusal fonksiyonun cebirsel uygulamalarında öğrencilerin başarısız olduğu, grafik çiziminde de doğrusal grafik çiziminin anlamını kavrayamadıkları fark edilmiştir.

Ders gözlemleri ve öğretmenin tuttuğu günlükler incelendiğinde doğrusal fonksiyonun hem cebirsel uygulamalarında hem de grafik okuma ve yorumlama becerilerinde eksiklikler olduğu tespit edilmiştir.

Bu kazanımları içeren benzer soru, öğrencilere mülakatta 1. soru (Ek-22) olarak sorulmuştur ve aşağıdaki cevaplar verilmiştir.

A: Peki, ben sana diyorum ki bu ilişkinin grafiğini çizebilir misin?

Ö1: (Emin olmayarak) Noktalar birleştirilecek herhalde. (Düz çizdi)

A: Peki neden düz çizdin?

Ö1: Çünkü inişli çıkışlı değil.

A: Başka bir deyişle, şöyle çizemez miydin? (Eğrisel artan çizim yapıldı.) daha oval böyle olamaz mıydı? Neden seçtin bu çizimi?

Ö1: Olabilir aslında o da.

A: Başka bir deyişle, sen fonksiyon denilince hep böyle mi çiziyorsun?

Ö1: Evet. Ya, bu da olabilir aslında ama neden böyle çizdiğim hakkında bir şey bilmiyorum.

A: Peki bu düz çizdiğin grafiğin özel bir fonksiyon adı var mı ?

Ö1: Bilmiyorum

A: Doğrusal fonksiyon diye bir şey hatırlıyor musun?

Ö1: Evet hatırlıyorum ama tanımlarını tam bilmiyorum.

A: İllaki bire bir tanım vermene gerek yok ne hatırlıyorsan.

Ö1: Doğru şeklinde. Az önce çizdiğim belki doğrusal fonksiyon olabilir.

Ö2 de tıpkı Ö1 gibi doğrusal grafik çizimini daha kolay olduğu için kullandığını ve onun için özel bir anlam ifade etmediğini belirtmiştir.

Yukarıda görüldüğü gibi tablodaki doğrusal bir ilişkinin grafiğinin çizilmesi istenmiştir. Ama kontrol grubunun öğrencileri doğrusal çizseler bile bunun ne adının ne de anlamının farkındadırlar. Doğrusal çizmelerinin sebebini ise, genelde fonksiyon çizimlerinde böyle yaptıklarını belirtmişlerdir. Başka bir deyişle, öğrencilerin doğrusal

fonksiyonun grafiğine dair kavramsal anlamaları yoktur, bu durum tamamen ezbere dayanmaktadır. Ayrıca sorulan diğer sorularda öğrencilerin doğrusal fonksiyonun genel kuralını hatırlamadıkları, hatta doğrusal fonksiyona dair bir şey hatırlamadıkları tespit edilmiştir.

5. Soru:



Yandaki yarım küre şeklin-
de boş bir kap sabit hızla su
akıtan bir musluk tarafından
doldurulmaktadır.

**Kaptaki su yüksekliğinin zamana bağlı değiş-
mini gösteren fonksiyonunun grafiğini çiziniz.**

Bu soru $f(x) = x^n$ şeklindeki doğrusal olmayan fonksiyonların grafiğinin çizimini yapma ve yorumlama becerisini içermektedir. Öğrencilerden sadece bir kişi soruya dair yorum yapabilmiştir. Onun dışında ne ön testte ne de son testte öğrenciler bu soruya ait kriterlere uygun cevap verememiştir. Başka bir deyişle, Sorunun özünü kavrayarak verilenle istenilen arasında mantıklı ilişki kurarak çözüm yolu bulma kriteri olan B2'ye, soruyu bir bütün olarak algılayarak verilen ipuçlarını yerinde ve doğru bir şekilde değerlendirme kriteri olan B4'e, problemi verilen şekil ve grafikte eşleştirme kriteri olan B7'ye ve problemin özelliklerini ortaya koyarak problemi bu özellikleri içeren bilgilerle eşleştirme kriteri olan B8'e uygun cevap veren öğrenci yoktur.

Bu konuya ait öğrencilerin şemalarındaki kavramsal bilgiye ulaşmak için buna benzer bir soru mülakatta 4. soru (Ek-22) olarak sorulmuştur.

Ö1: Çizilebilir. (x- eksenine suyun miktarı, y-eksenine zaman demıştır. Doğrusal bir grafik çizmiştir). Aşağısı daha geç dolacak yukarı doğru artacak. (Ama yanlış çizim yapmıştır). Peki, neye göre çizeceğim?

Ö1: Azdan çoğa doğru olacak. (Üst tarafı göstererek) Zaman burada daha az olur burada daha fazla olur. Çünkü daha geniş.

Burada öğrenci doğru fikre sahip olduğu halde bu fikrini grafiğe aktaramamıştır. Ayrıca doğrusal grafik çizerek doğrusal grafiğin anlamını da kavrayamamıştır.

Ö2: Grafik çizerim ama rakam verilmediği sürece onu tam olarak yapamam. Bu grafik bence çizilemez.

A: Neden?

Ö2: Bir rakam veya bir şey verilmemiş. Başka bir deyişle, bir arttığında 3 mü artıyor neye göre olduğu verilmemiş.

Başka bir öğrenci de daha önce bu tarz soru görmediği için bu sorunun çözülemeyeceğini belirtmiş ve bu konu hakkında fikir yürütememiştir.

- 7. Soru:** Bir sınıfta sayılarla oyun oynanmaktadır. Oyunun kuralı şu şekildedir. Eğer size söylenen sayı 3'ten büyükse o sayının 4 katından 5 fazlasını söyleyeceksiniz. Eğer size söylenen sayı 3'ten küçük veya eşitse sayının 8 eksiğini söyleyeceksiniz. Buna göre Ahmet'e 12, Elif'e -4 ve Canan'a 3 sayıları söylenmiş ise
- Oyunda kuralını gösteren fonksiyonu yazınız.
 - Sırasıyla Ahmet, Elif ve Canan'ın söylemesi gereken sayıları fonksiyon kullanarak bulunuz.

Bu soru parçalı fonksiyonun kuralını oluşturma ve buna göre değer bulmayı içermektedir. Öğrenciler tam olarak fonksiyonun kuralı şeklinde yazmasalar da kendilerince bir ifade yazmaya çalışmışlardır. Fakat bunu fonksiyon ilişkisinden kopuk bir şekilde yapmışlardır.

Handwritten student work showing calculations for Ahmet and Elif. Ahmet's calculation is $12 \cdot 3 + 5 = 36 + 5 = 41$. Elif's calculation is $-4 - 8 = -12$.

Şekil 4.29. Kontrol Grubundaki Bir Öğrencinin Kavramsal Son Testte 7. Sorudaki Çözümü

Yukarıdaki gibi öğrenciler fonksiyon denklemini kurmadan sorunun sözel yönlendirmesiyle işlem yapmışlardır. Başka bir deyişle, “size söylenen sayı 3'ten büyükse o sayının, 4 katından 5 fazlasını söyleyeceksiniz” yönlendirmesiyle cevabı bulmuşlardır. İstenen şey fonksiyon kullanarak bulmalarıdır, ama bunu yapan öğrenci yoktur.

Burada son test verileri oldukça düşük çıkmıştır. Bunun sebeplerinde biri derste gördükleri fonksiyon ile soruda verilen fonksiyon kavramını ilişkilendirememeleridir. Çünkü bu zaman kadar, formel bir fonksiyon kavramını bilmektedirler. Gözlem ve tutulan günlükler incelendiğinde derslerde parçalı fonksiyona dair örnekler çözülmüştür ama öğrencilerin parçalı fonksiyonu kavramsal anlamadığı görülmektedir.

Benzer soru mülakatta 5. soru (Ek-22) olarak sorulmuştur.

Ö1: $f(4)$ 'de eşit olduğu için 9 fazlasını alacağız. $f(4)=4+9=13$ (diğerlerini de doğru çözmüştür).

A: Peki bu makinanın çalışma kuralının denklemini, genel kuralını yazabilir misin?

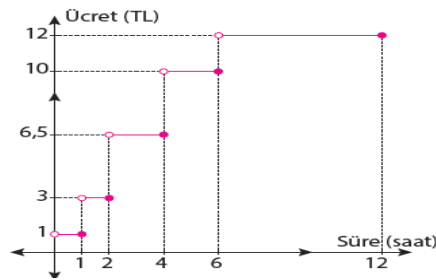
Ö1: Şu şekilde mi. $4 > x.3-7$ olur.

A: x ne?

Ö1: Bilinmeyen sayı 4' ten küçük olan sayı.

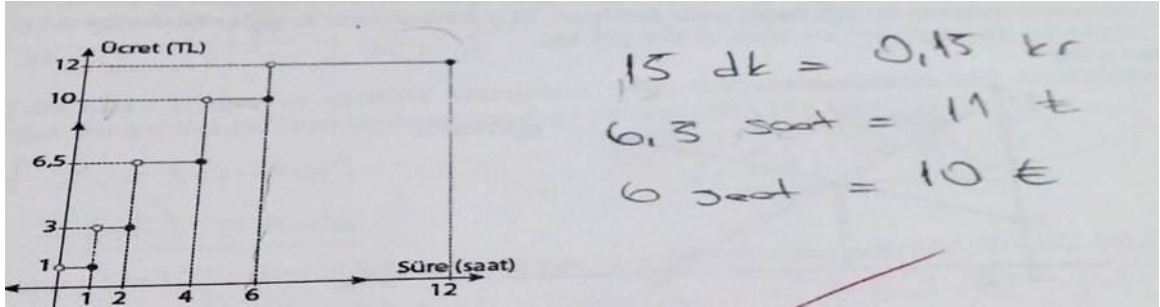
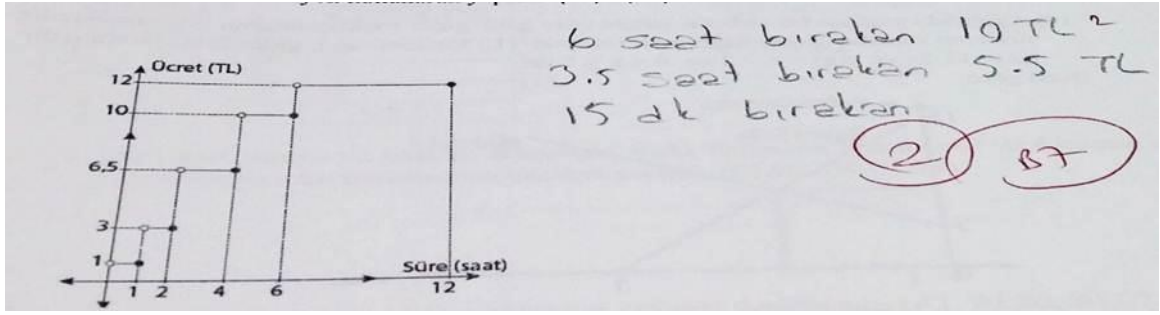
Öğrenciler yine sorudaki sözel yönlendirmeden yola çıkarak fonksiyonun değerini bulmuşlardır. Fonksiyonun kuralını yazamadıkları için değerini de kuralından bulamamışlardır.

8. Soru: Aşağıda bir otoparkın saate göre ücret tarifesini gösteren f fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre otoparkta aracını 15 dakika, üç buçuk saat ve 6 saat bırakan birilerinin ödeyeceği ücretleri yazınız. Bu çözümü fonksiyon kullanarak yapınız.



(Meb, 2013).

Bu soru parçalı fonksiyonun grafiğini okuma ve yorumlama becerisini içermektedir. Ölçmeyi hedeflediği kriterler A2, B1 ve B7'dir (Ek-1). Öğrenciler parçalı fonksiyon ve grafik ile ilgili öğrendikleri temel kavramları bilgi seviyesinde kullanamamıştır



Şekil 4.30. Kontrol Grubundaki Öğrencilerin Kavramsal Son Testte 8. Sorudaki Çözümü

Yukarıdaki çözümlere bakıldığında, öğrencilerin verilen soruyu, grafikte okuma bilgileri de zayıftır. Bu soru için yaygın yapılan hatalara bakıldığında; doğrusal fonksiyon mantığı ile ya da oran - orantı mantığı ile soruyu düşünmüşlerdir. Başka bir deyişle, grafiğe göre 1 saatte kadar 1 TL ödenmesi gerekirken öğrenciler 15 dakika için 0,25 TL demişler ya da 1 TL'den az miktar belirtmişlerdir.

Mülakatta 7. soru (Ek-22) sorulmuştur ve verilen cevaplar aşağıda sunulmuştur.

A: $f(15)$ ne? Nereden bakacağız ona?

Ö2: x 'te bakacağız. $f(15)$... (düşündü) 0 dır.

A: Nerden anladın?

Ö2: x 'te 15 hiç bir şeyle eşleşmediği için.

A: $f(21)$ kaç?

Ö2: 0 hiç bir şeyle eşleşmemiş.

A: Peki $f(149)$ neydi?

Ö2: O da 0 olur. $f(149)=0$.

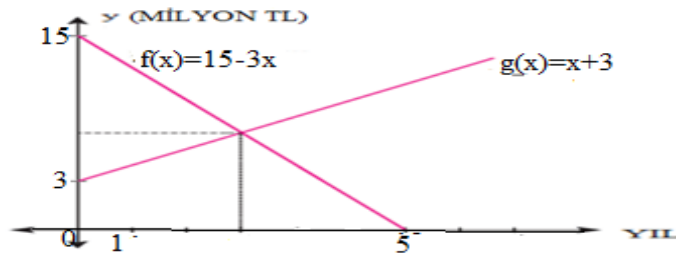
Ö2 parçalı fonksiyon kavramını hiç anlamamıştır. Başka bir deyişle, parçalı fonksiyonun sabit kısımları için sorulan değerlerin bir yere eşleşmediğini düşünüp sıfır demiştir. Başka bir deyişle, grafik bilgisi konusunda kavram yanılgıları mevcuttur.

Ayrıca Ö1 ve Ö2 de grafikte bulunan açık-kapalı nokta farkını bilmeden soruyu ezbere çözmeye çalışmışlardır. Başka bir deyişle, açık-kapalı nokta konusundaki kavram bilgisine sahip olmamaları da soruyu çözememelerine sebeptir.

Kontrol grubunda tutulan gözlem ve günlük notları incelendiğinde öğrencilerin grafik konusunda yeterli olmadıkları ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin grafik ile ilgili kazanımlar bittikten sonra hala hangi eksene x , hangisine y yazılacağı ve hangilerinin tanım-görüntü kümesi olduğu konusunu hatırlayamadıkları not edilmiştir. Grafik üzerinden bir fonksiyonun köklerinin ne olduğunu bilme konusunda, ters görüntü bulmada yetersiz oldukları ve bunları hiçbir öğrencinin hatırlamadığı not edilmiştir. Benzer şekilde bu durum kavramsal son testte de belli olmaktadır. Son testte bu konudaki kriterleri sağlama yeterliliği ön teste göre çok farklı değildir ve öğrencilerde genel olarak bir başarısızlık vardır.

10. Soru: Aşağıdaki grafikte bir şirketin yıllara göre gelir-gider fonksiyonlarını göstermektedir. Firmanın zamana (x yıl) bağlı gelir (milyon TL) fonksiyonu f , gider fonksiyonu g 'dir. $f(x) = 15 - 3x$ ve $g(x) = x + 3$ ve $0 \leq x \leq 5$ ise

Buna göre



- Gelir ve giderin eşit olduğu yılı bulunuz ve bu yıldaki geliri bulunuz.
- Hangi yıllar arasında şirket kar etmiştir ve hangi yıllar arasında şirket zarar etmiştir? Nedenini açıklayınız.
- En büyük kar ne zaman olmuştur?

(Meb, 2013).

Bu soru, fonksiyon grafikleri ile ilgili yorum yapabilmeyi içermektedir. Bu sorudaki kriterleri sağlayan öğrenci yoktur. Başka bir deyişle, işlemleri adım adım yapma kriteri

olan A1'i, matematikteki temel kavramları ve bu kavramların anlamını bilme kriteri olan B1'i, önceden öğrenilen matematik bilgilerini (tanım, önerme ve teorem) kavrama veya uygulama düzeyinde kullanma kriteri olan B3'ü ve problemi verilen şekil ve grafik ile eşleştirme kriteri olan B7'yi sağlayan öğrenci yoktur. Ön teste bakıldığında, bu soru için yanlış yapıma oranları vardır. Başka bir deyişle, öğrenciler konuyu bilmeseler bile çözümle alakasız da olsa bir şeyler yapmaya çalışmışlardır. Ama son teste bakıldığında 10. sorunun tüm şıkları boş bırakılmıştır. Başka bir deyişle, öğrenciler yanlış da olsa bu soru ile ilgili yorum bile yapmamıştır. Bunun sebebi, gördükleri fonksiyon konusu ile verilen bu problemi fonksiyon ile ilişkilendiremeyip boş bırakmak istemeleri olabilir. Başka bir deyişle, öğrenciler günlük hayat içindeki böyle bir durumla fonksiyonlar ilişkisini ve grafik bilgilerini birleştirememişlerdir. Bu konudaki kavramsal yeterlilikleri düşüktür.

Kontrol grubunda temel bilgileri kavramsal olarak kullanma konusunda yetersizlik olduğu için bu soruda da kriterlere uygun cevap verememişlerdir. Gözlem ve günlük notlarında da grafik ile ilgili temel bilgi eksikliği ve grafik yorumlama yetersizliği görülmüştür.

4.2.3. Deney ve Kontrol Gruplarının Kavramsal Bilgilerinin Karşılaştırılması

Uygulama sonrasında deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin kavramsal bilgi son test puanlarının arasında istatistiksel açıdan manidar fark olup olmadığı ilişkisiz örneklem için t testi ile belirlenmiştir.

Araştırmada öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgi puanları sürekli, ait oldukları grup (deney ve kontrol grubu) bağımsız değişkeni kategorik değişken olduğundan ilişkisiz örneklem için t testi yapılmıştır. Parametrik testlerden biri olan ilişkisiz örneklem için t testi çeşitli varsayımlara sahiptir. Yapılan bu araştırmada varsayımların kontrolü yapılmıştır. Tablo 4.9'da deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kavramsal bilgi son test puanlarına ilişkin ilişkisiz örneklem t testi sonuçları yer almaktadır.

Tablo 4.9. Deney ve Kontrol Grubundaki Öğrencilerin Kavramsal Bilgi Testi Son Test Puanlarına İlişkin İlişkisiz Örneklemeler İçin T Testi Sonuçları

	Grup	N	$\bar{X}$	S	sd	t	P
Kavramsal Bilgi	Deney	46	31.28	24.18	66.79	4.73	.00*
	Kontrol	43	12.34	12.34			

*p<.05

İlişkisiz örneklemeler t testi sonuçlarına göre deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kavramsal bilgi son test puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark vardır ($t_{(66.79)}=4.73$; $p<.05$). Deney grubu öğrencilerinin kavramsal bilgi son test puanları $\bar{X}=31.28$ iken, kontrol grubu öğrencilerinin son test puanları $\bar{X}=12.34$ olarak bulunmuştur. Ayrıca puanlar arasındaki fark istatistiksel açıdan manidar çıkmıştır. Elde edilen bu bulgu deney grubunda kullanılan modelleme yönteminin öğrencilerinin kavramsal bilgilerini, kontrol grubunda kullanılan geleneksel yöntemle göre yükselttiği sonucuna ulaşılabilir.

Bu durumu daha ayrıntılı yorumlayabilmek için deney grubunun (Ek-12) ve kontrol grubunun (Ek-13) kavramsal son testlerindeki sunulan bulguların analizi; gözlem, etkinlik kâğıtları, araştırma günlükleri ve mülakatlardan elde edilen verilerle desteklenerek ayrıntılı bir şekilde aşağıda sunulmuştur. Burada fonksiyonlarla ilgili temel kazanımları içeren soruların nitel analizi verilmiştir.

Deney grubundaki öğrenciler genel olarak fonksiyon olma şartlarını ve bu kavramı anlamışlardır. Hatta normalde akademik başarıları düşük olan öğrenciler bile tam açıklama yapmasalar da doğru cevaplar vermişlerdir. Son testte gerekli olmadığı halde bu sorunun cevabına ekstra açıklamalar yaparak fonksiyon olan eşlemelerin hangi fonksiyon çeşidi olduğunu da belirten öğrenciler vardır. Uygulama esnasında yapılan gözlemlerde öğrencilerin fonksiyon kavramını iyi bir şekilde kavradıkları gözlemlenmiştir. Çünkü yapılan her etkinlik için “*Bu ilişki bir fonksiyon mudur?*” sorusu gruplara sorulmuş, karşılığında doğru cevaplar alınmıştır. Hatta araştırmacı bazı etkinliklerde bunu sormasa, bile tahtaya kalkıp grubunun çözümünü açıklayan hemen her öğrenci, önce verilen ilişkinin bir fonksiyon olduğunu veya nasıl olsaydı fonksiyon olamayacağı hakkındaki düşüncelerini belirtmiştir.

Kontrol grubunda öğrenciler bilgiyi ezberlemiş oldukları, kavramsal düzeyde kavrayamadıkları düşünülmektedir. Bu durum öğrencilerin sınav kâğıtlarından da kolayca görülmektedir. Çoğu öğrenci fonksiyonu sadece eşleşen bir bağıntı olarak görmektedir. Fonksiyon olma şartlarını kavrayamamışlardır. Bazı öğrenciler bu şartları hatırlasalar bile yanlış hatırlamaktadırlar. Tanım kümesinde boşta eleman kalmaması gerektiğini, görüntü kümesinde boşta kalmaması ile karıştırmışlardır. Burada öğrencilerin hem tanım-görüntü kümeleri kavramlarında hem de fonksiyon olma şartlarında yeterli kavramsal yapıya sahip olmadıkları tespit edilmiştir. Bu soruda doğru cevap veren öğrenciler de çözümü “anne-çocuk” örneğine benzeterek yapmışlardır. Kontrol sınıflarında gözlem ve mülakat yapıldığında benzer durum gözlemlenmiştir. Başka bir deyişle, bu sınıflara giren öğretmen, fonksiyon olma kavramını “*Çocuklar tanım kümesi anneler değer kümesi olmak şartıyla; her çocuğun biyolojik bir annesi vardır*” örneğinden yola çıkarak anlatmıştır. Öğrenciler de bu şekilde öğrenince bunu sadece venn şeması şeklindeki sorulara uygulayabilmiş, diğer problemlerdeki ilişkilerin fonksiyon olup olmasını yorumlayamamışlardır.

Her iki grubun mülakat verileri incelendiğinde deney grubunun öğrencilerinin hepsi fonksiyonun matematiksel tanımını eksiksiz ve kendi cümleleri ile özgün bir şekilde açıklarken, kontrol grubunun öğrencileri matematiksel tanımı değil de derste öğretmenlerinin verdiği örnek (Anne -çocuk örneği) ile açıklamışlardır. Buradan deney grubu öğrencilerinin daha kavramsal öğrendiği görülmektedir. Çünkü öğrendikleri bir tanımı kitaptaki bilgi ile değil kendi cümleleriyle açıklamaları, kavramsal olarak bilgiyi özümlediklerinin göstergesidir. Fonksiyonun tanım, görüntü ve değer kümeleri hakkındaki bilgileri kıyaslandığında deney grubundaki öğrenciler doğru tanımları verirken, kontrol grubundaki öğrencilerden biri doğru hatırlarken diğeri kümeleri karıştırmıştır. Fonksiyon kavramı ile ilgili öğrencilerin zihin şemasında oluşan kelimelere bakıldığında deney grubunda daha fazla çeşitlilik oluşmaktadır. Başka bir deyişle, deney grubu öğrencileri fonksiyon için “*eşleme, makine, büyük işlemleri yapmada kolaylık sağlayan işlev, genelleme vb.*” gibi ifadeler kullanırken kontrol grubunda ise sadece “*eşleme*” kavramı ortaya çıkmaktadır. Buradan modelleme temelli fonksiyon öğretiminin, öğrencilerin zihnindeki şemaları zenginleştirdiği ve bu şemalar arasında kolay bağ kurulmasına sebep olarak kavramsal öğrenmeyi kolaylaştırdığı görülmektedir.

2. Soru: Aşağıdaki tabloda bir aracın saate (t) göre aldığı uzaklığı (d) göstermektedir. Buna göre

t (saat)	d (uzaklık-km)
2	8
3	12
5	20
8	32
120	?

- a) Tablodaki saniye ve uzaklık arasındaki ilişki fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız ve eğer fonksiyon ise fonksiyonun kuralını yazınız.
- b) Buna göre 120 saatte aldığı uzaklık kaç km'dir? Açıklayınız.

(O'Callaghan, 1994).

Bu soru iki şıktan oluşmaktadır ve a şıkkı günlük hayatla ilgili olan ilişkinin fonksiyon olup olmasını, fonksiyon ise kuralını yazmayı ölçen; b şıkkı ise herhangi bir noktada fonksiyon değerini cebirsel kuralından bulmayı ölçen bir kavramsal sorudur. Burada deney grubundaki öğrencilerin verilen günlük hayat ilişkisinde, fonksiyon olma kavramını kullanabilme ve soruyu çözmek için mantıklı çözüm yolu bulma kriterlerinde uygun cevap verme oranı diğer gruba göre belirgin bir şekilde yüksektir. Fonksiyonun bir noktadaki değerini bulma konusunda, iki grubun yüzdeleri birbirine yakın, fakat deney grubunun yüzdesi fazladır.

Bu soruya genel olarak bakıldığında deney grubunda öğrenciler günlük hayat durumunda verilen bir ilişkinin fonksiyon olup olmayacağını açıklayarak, ilişkideki örüntüyü fonksiyonun cebirsel kuralı şeklinde yazıp, bu kuralı kullanarak b şıkkında istenen değeri bulmuşlardır. Bu da onların, fonksiyonu kavramsal olarak öğrendiklerinin göstergelerinden biridir. Çünkü fonksiyon kullanılmadan da çözülebilecek bir soruda fonksiyon kullanmaları anlamlıdır.

Kontrol grubunda ise ilişkinin fonksiyon olup olmaması konusunda bir fikir belirten öğrenci yoktur. İlişkinin örüntüsünü, çoğunluğu bulmalarına rağmen bu ilişkiyi ne denklem şeklinde ne de fonksiyonun kuralı şeklinde ifade etmişlerdir. İstenen değeri de örüntüden bulmuşlardır. Başka bir deyişle, kontrol grubundaki öğrenciler bu soru için fonksiyonla ilgili bir şey yapamamışlardır. Fonksiyonla ilgili bilgileri ezber olduğu için bu bilgiyi günlük hayat durumu ile ilişkilendirmemişlerdir.

Deney grubunun gözlem ve günlük verileri incelendiğinde öğrencilerin değişken kavramını, fonksiyonun cebirsel kuralını oluşturma ve oluşturduğu kuraldan değer bulma gibi becerileri hemen her modelleme etkinliğinde yaparak kavradıkları belirlenmiştir. Kontrol grubunun gözlem ve günlük verileri incelendiğinde değişken kavramı, fonksiyonun cebirsel kuralını oluşturma gibi etkinlikleri kavrayamadıkları, kuralı verilen bir fonksiyonda değer bulma gibi kazanımı yaparken ise, x yerinde hangi değeri yazmaları gerektiği gibi bilgilerde yetersiz oldukları tespit edilmiştir.

Her iki grubun mülakat verileri incelendiğinde deney grubunun kontrol grubuna göre bu kazanımlarda kavramsal öğrendiği ortaya çıkmıştır. Öğrencilere bu kriterleri içeren, mülakatın 1. sorusu (Ek-22) verilmiştir. Bu soruda deney grubunun öğrencileri değişkenin ne olduğu, bu ilişkinin bir fonksiyon olduğunun sebeplerini, tanım- görüntü kümesini ve fonksiyonun cebirsel kuralını hemen oluşturmuşlardır. Ayrıca örüntüden hesaplayabilecekleri b şıkında ise fonksiyonun kuralını kullanarak işlem yapmışlardır. Oysaki kontrol grubundaki öğrenciler değişken kavramından hiç bahsetmemişlerdir. Bu ilişkinin fonksiyon olabileceği ile ilgili hiçbir fikre sahip değillerdir. Çünkü şemalarındaki fonksiyonda, klasik cebirsel fonksiyon ifadeleri vardır. Günlük hayat ilişkisi içinden fonksiyon olabileceği düşüncesi onlara yabancı ve alakasız gelmektedir. Tüm bu sebeplerden fonksiyon kuralını oluşturamayarak b şikkını örüntüden bulmuşlardır. Buradan da deney grubu öğrencilerinin günlük hayat ilişkisi içinde fonksiyon kavramını tanıyıp, uygulamalarını kolayca yapabildiği başka bir deyişle, kavramsal öğrenebildiği görülmektedir. Kontrol grubunun fonksiyon ile ilgili bilgileri ezber olduğu için bu bilgileri kavramsal olarak özümsemediklerinden diğer durumların içinde fonksiyonu fark edip uygulayamamaktadırlar.

3. Soru: *Bir mobil iletişim şirketi müşterilerine ücretlendirme periyodu 1 dakika olan iki farklı konuşma tarifi sunmaktadır. 1. tarife göre aylık 20 TL sabit ücret ve her bir dakika konuşma için 0,10 TL, 2. tarife göre ise aylık 10 TL sabit ücret ve her bir dakika konuşma için 0,40 TL ödenmesi gerekmektedir. Buna göre*

- a) *İki şirketin tarifesini ifade eden fonksiyonu yazınız.*
- b) *Ayda ortalama 160 dakika arama yapan biri için hangi tarife daha ekonomiktir?*
- c) *1. Tarifi alan birisi 40 TL ödemiş ise kaç dakika konuşmuştur?*

(Taşova, 2011).

Bu soru, günlük hayattaki problemin doğrusal ilişki ile modellenmesini içeriyor. Soruda 3 tane şık vardır ve a şıkkı fonksiyonun kuralını cebirsel olarak yazmayı belirlemektedir. Soru çözümü için gerekli mantıklı yorum yapma konusunda deney grubu belirgin bir şekilde kontrol grubuna göre daha fazladır. Çünkü kontrol grubunda bu kritere uygun cevap veren öğrenci yoktur. Sorunun ne demek istediğini anlayıp uygulama çalışmaları yönünden deney grubu belirgin bir farkla diğer gruptan daha öndedir. Çünkü kontrol grubunda bu kritere uygun cevap veren öğrenci yoktur. Deney grubunda bazı öğrenciler soruda verilen tarifelerin denklemini yazabilmek için dakika dakika fiyat tutarı olarak parçalamaya gitmişlerdir. Oysaki kontrol grubunda bu kritere uygun cevap veren öğrenci yoktur.

Deney grubundaki bazı öğrenciler çözüm yaparken buldukları ilişkileri genelleyerek denklemsel veya fonksiyon halinde yazabilirken kontrol grubunda bunu yapan öğrenci yoktur. Hatta deney grubunda bazı öğrenciler değişkenin ne olduğunu ve denklemi nasıl kurduklarının mantıksal sistemini bile kâğıtlarına yansıtmışlardır. Dersteki etkinliklerde de modelleme sınıflarında sıklıkla ilişkileri fonksiyon şeklinde yazabilme uygulaması yaptırılmıştır. Başka bir deyişle, modelleme yöntemi bunu içeren etkinliklerle yapılmaktadır. Çünkü modelleme yönteminde öğrencinin bir soruyu çözmesi yetmez, bunu diğer durumlara genellemesi gerekmektedir. Düz anlatım ile fonksiyonları öğrenen öğrencilerin böylesi karmaşık günlük hayat probleminde zorlanmaları normaldir. Fakat kontrol grubundaki öğrenciler yorum dahi yapamamışlardır. Zihinlerindeki fonksiyon şeması ile günlük hayat durumunu ilişkilendirecek bir fonksiyon kavram bilgisi, mevcut değildir.

3.sorunun b şıkkı, bulunan iki tarifenin kuralına göre istenen değerin, hangisinde ekonomik olduğunu bulmayı içermektedir. Deney grubunda genelde işlemleri kuralından kullanıp yapanlar olmakla birlikte verilen ilişkinin mantığından işlem yapanlar da vardır. Deney grubundaki bu öğrenciler fonksiyonun kuralını yazıp oradan istenen değeri bulmaya çalışan öğrencilerdir. Buradan da görüldüğü gibi doğrusal ilişkiyi kurup fonksiyondaki değerini hesaplayıp, günlük hayat durumu içinde avantajını veya olumsuz yönünü yorumlayabilenler, deney grubundaki öğrencilerdir.

3. sorunun c şıkkı ise fonksiyonda ters görüntüsü verilen bir olayı yorumlayabilmeyi içermektedir. Burada deney grubunda soruyu çözen öğrencilerden bazıları b şıkkında

olduğu gibi denklemden değeri bulmaktansa denklemi kullanmadan, zihinden ters işlem yaparak soruyu çözmüşlerdir.

Deney grubunun gözlem ve günlük verileri incelendiğinde öğrencilerin doğrusal fonksiyon kavramını kavramsal olarak anladığı ve uyguladığı ortaya çıkmaktadır. Sınıfta uygulanan modelleme etkinliği (Ek-27) karmaşık bir durumda doğrusal fonksiyonun kullanılmasını içermektedir. Öğrenciler etkinliği çözerken doğrusal fonksiyon kavramını henüz bilmedikleri için parçalara ayırarak ilişkileri bulup, genellemelere gitmişlerdir. Bunun sonucunda hem tablo, küme eşlemesi, cebirsel kuralı hem de grafik olarak doğrusal fonksiyonu kavramışlardır. Böylece çoklu gösterimler arası geçişleri de hızlanmıştır. Kontrol grubunun gözlem ve tutulan günlük verileri incelendiğinde buradaki öğrencilerin doğrusal fonksiyonda uygulamalar yapamadıkları görülmüştür.

Her iki grubun mülakat verileri incelendiğinde deney grubunun bu konuda kavramsal öğrendiğini kontrol grubunun ise öğrenmediği, ezberlediği tespit edilmiştir. Kontrol grubundaki öğrencilerin, doğrusal fonksiyonun cebirsel kuralını, tablo verilerini veya grafiği arasındaki ilişkileri kavrayamadıkları ortaya çıkmıştır. Bir doğrusal fonksiyonun grafiğinin içerdiği anlamı bu gruptaki hiçbir öğrenci bilmemektedir veya bir ilişkinin hangi şartlarda doğrusal fonksiyon olması gerektiği ile ilgili bir bağlantıya sahip değildir. Oysaki deney grubu öğrencileri hem sınav kâğıtlarında hem de mülakatlarında bu ilişkileri açıkça vurgulayarak çözümler yapmışlardır.

3. soru modelleme yönteminin fonksiyonlardaki kavramsal bilgiye etkisini ortaya çıkaran önemli bir sorudur. Bu soru, günlük hayat durumlarındaki fonksiyon kavramının modellenmesini içerdiği için deney grubuyla kontrol grubu arasındaki farkı daha belirgin bir şekilde ortaya çıkmaktadır. Deney grubundaki öğrencilerin, karmaşık günlük hayat problemlerinde fonksiyon kavramını kullanması ve uygulayarak yorumlar yapabilmesi dolayısıyla fonksiyonlardaki kavramsal bilgisi kontrol grubuna göre daha başarılıdır.

5. Soru:

Yandaki yarım küre şeklin-
de boş bir kap sabit hızla su
akıtan bir musluk tarafından
doldurulmaktadır.

**Kaptaki su yüksekliğinin zamana bağlı değiş-
mini gösteren fonksiyonunun grafiğini çiziniz.** (Ekstrem, 2014).

Bu soru $f(x)=x^n$ şeklindeki fonksiyonların grafik çizimini ölçmektedir. Başka bir deyişle, doğrusal olmayan fonksiyonlarının grafiklerini yorumlayabilme becerisini içermektedir. Kontrol grubunda bu kriterlere uygun cevap veren öğrenci yoktur. Deney grubundaki öğrencilerden de soruyu tam olarak çözen az öğrenci vardır. Ama sorunun çözümüne dair sözel açıklamalarda bulunmuşlardır. Fakat bu açıkladıklarını grafiğe dökememişlerdir. Grafik çizmek istediklerinde de bunu doğrusal artan bir grafik olarak çizme eğilimi göstermişlerdir. Bunu çizen öğrencilerin etkinlik ve sınav kâğıtları incelendiğinde doğrusal fonksiyon kavramını anladıkları ve doğru yaptıkları ama bu soru için bu şekilde yanlış bir çözüm yaptıkları görülmüştür.

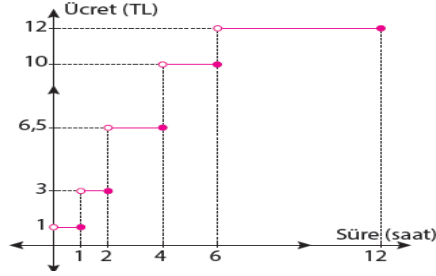
Deney grubunun sınıf içi etkinliklerine (Ek-29) bakıldığında öğrencilerin hemen hemen hepsinin soru çözümüne dair çözümü, sözel olarak ifade ettiği ama grafiğe aktaramadığı görülmüştür. Etkinliğin ardından öğrencilerin çoğu doğrusal ve doğrusal olmayan fonksiyonun grafiği arasındaki farkı anlamıştır. Bu durum mülakatlarda (Ek-22, 4. soru) da görülmektedir. Bu gruptaki öğrencilerin hepsi, soruya ait çözümü sözel olarak ifade etmişlerdir ama bazıları çizimi doğru yapabilmıştır. Kontrol grubunun mülakatlarında ise bir öğrenci yine çözüme dair mantıklı yolu sözel olarak ifade edip, grafiği çizememiştir. Diğer öğrenci ise hiçbir yorum yapamamıştır. Çünkü ona göre soruda hiç sayı olmadığı için grafik çizilemezdir. Burada kontrol grubundaki öğrencinin şemasında sadece sayılar varsa bir soru çözülebilir. Çünkü daha önce hep standart soru çözümü yapıldığı için böyle karmaşık bir durumda yorum yapacak kavramsal ilişkilere sahip değildir. Modelleme temelli yapılan öğretimin, öğrencilerin şemalarında yeni ağlar kurdurarak, durumlar hakkında yorum yapabilmelerine daha çok imkân verdiği ortaya çıkmaktadır.

- 7. Soru:** *Bir sınıfta sayılarla oyun oynanmaktadır. Oyunun kuralı şu şekildedir. Eğer size söylenen sayı 3'ten büyükse o sayının 4 katından 5 fazlasını söyleyeceksiniz. Eğer size söylenen sayı 3'ten küçük veya eşitse sayının 8 eksikliğini söyleyeceksiniz. Buna göre Ahmet'e 12, Elif'e -4 ve Canan'a 3 sayıları söylenmiş ise*
- a) *Oyunda kullanılan kuralın fonksiyonunu yazınız.*
- b) *Sırasıyla Ahmet, Elif ve Canan'ın söylemesi gereken sayıları fonksiyon kullanarak bulunuz.*

Bu soru parçalı fonksiyonun kuralını yazma ve parçalı fonksiyonda değer bulmayı içermektedir. İki şıkkı vardır: a şıkkında fonksiyonun cebirsel kuralını yazma vardır. Bu kavrama dair parçalamayı, büyük, küçük kavramlarını soru içinden anlamayı deney grubunda daha fazla öğrenci uygulayabilmiştir. Deney grubu öğrencileri, verilen durumu, fonksiyonun kuralı olarak yazabilmişlerdir fakat kontrol grubundaki öğrenciler fonksiyon olarak yazamamıştır. Zaten modelleme etkinliklerinin bir özelliği de öğrencinin işlem yapacağı sistemi kendisinin kurmasıdır. Bu etkinliklerden sonra öğrenciler arasında denklem kuranların sayısı artmaktadır. Bu sorunun b şıkkı ise parçalı fonksiyonda değer bulma becerisini içermektedir. Deney grubu, kavramı anlama ve uygulama, genelleme yönünden kontrol grubuna göre daha öndedir. Kontrol grubunda öğrencilerden bazıları fonksiyon kullanarak çözüm yaparken bazıları ise verilen sözel yönlendirmeden işlem yapmışlardır. Fakat kontrol grubunda b şıkkı için fonksiyon kullanarak işlem yapan öğrenci yoktur. Buradan da modelleme yönteminin fonksiyonlardaki kavramsal bilgiye olumlu bir etkisi olduğu anlaşılabılır.

Deney grubunun parçalı fonksiyonla ilgili etkinlik kâğıtlarına (Ek-30) bakıldığında grafik çizerken zorlandıkları görülmüştür. Belirli aralıklarda sabit fonksiyon olan parçaları çizmekte zorlanmışlardır. Ama etkinlik bitince parçalı fonksiyonu öğrendikten sonra parçalı fonksiyon öğrencilere kolay gelmiştir. Yapılan mülakatlarda (Ek-22, 5. soru) da bu gözlemlenmiştir. Deney grubunun öğrencileri mülakattaki soruya anında fonksiyonun kuralını yazıp değerlerini bularak cevap vermişlerdir. Kontrol grubunun öğrencileri ise fonksiyonun kuralını yazamamışlardır. Ama istenen değerleri soru içindeki sözel yönlendirmelerden bulmuşlardır. Başka bir deyişle, deney grubu fonksiyon kullanarak bu soruyu çözerken kontrol grubu fonksiyonu kullanamamıştır.

8. Soru: Aşağıda bir otoparkın saate göre ücret tarifesi gösteren f fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre otoparkta aracını 15 dakika, üç buçuk saat ve 6 saat bırakan birilerinin ödeyeceği ücretleri yazınız. Bu çözümü fonksiyon kullanarak yapınız.



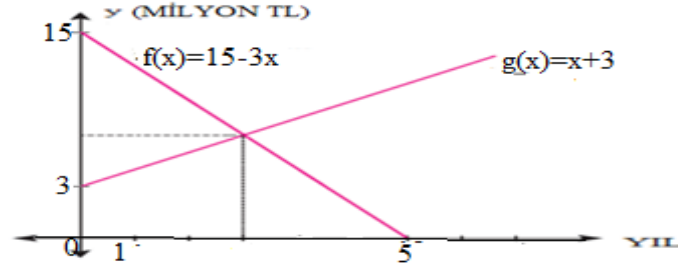
(Meb, 2013).

Bu soru parçalı fonksiyonun grafiğini okuma ve yorumlamayı içermektedir. Burada açık-kapalı nokta ayrımı, sabit fonksiyon gibi temel kavramları okuyabilenler deney grubunda daha bilinçli ve fazladır. Kontrol grubunda yapılan genel hatalardan biri, parçalı fonksiyon gibi düşünmeyip orantı olarak çözüm yapmalarındır. Başka bir deyişle, grafiğe göre 1 saate kadar 1 TL ödenmesi gerekirken öğrenciler 15 dakika için 0,25 TL ya da 1 TL den az miktar olabileceğini belirtmişlerdir.

Mülakat (Ek-22, 7. soru) verileri incelendiğinde, grafik üzerindeki açık-kapalı noktaya göre okuma yapmada deney grubu öğrencileri daha bilinçlidir. Parçalı fonksiyon mantığına göre grafik okuma ve yorumlama da deney grubunun öğrencileri daha iyidir. Çünkü kontrol grubunun öğrencileri, sabit parçası olan parçalı fonksiyondaki sabit değerleri eşleşmemiş, olarak kabul edip sıfıra götürmüşlerdir. Başka bir deyişle, kontrol grubunun parçalı fonksiyon ve sabit fonksiyona dair grafik okuma ve yorumlanması zayıftır.

10. Soru: Aşağıdaki grafikte bir şirketin yıllara göre gelir-gider fonksiyonlarını göstermektedir. Firmanın zamana (x yıl) bağlı gelir (milyon TL) fonksiyonu f , gider fonksiyonu g 'dir. $f(x) = 15 - 3x$ ve $g(x) = x + 3$ ve $0 \leq x \leq 5$ ise

Buna göre



- Gelir ve giderin eşit olduğu yılı bulunuz ve bu yıldaki geliri bulunuz.
- Hangi yıllar arasında şirket kar etmiştir ve hangi yıllar arasında şirket zarar etmiştir? Nedenini açıklayınız.
- En büyük kar ne zaman olmuştur? (Meb, 2013).

Bu soru, fonksiyon grafikleri ile ilgili yorum yapabilmeyi içermektedir ve a şıkkı, doğrusal iki fonksiyonun ortak kökünü yorumlamayı ölçmüştür. Kontrol grubunda sorudaki kriterlere uygun cevap veren öğrenci yoktur.

Genel olarak 10. soruya bakıldığında deney grubunda çok az öğrenci çözmeye çalışmıştır. Öğrencilerin kâr-zarar kavramını grafik üstünde yorumlamakta zorlandıkları görülmüştür. Gördükleri grafiği yorumlamakta zorlandıkları, dolayısıyla da başka bilgileri ile bunu birleştirmeleri zor olmuştur. Beklenen ise sorunun son testte daha fazla yapılmasıdır. Oran ön teste göre fazla olsa da hemen hemen her modelleme etkinliğinde grafik yorumu yapan bir grup için düşük orandır. Bu soru ise kontrol grubunda yapılmamıştır. Başka bir deyişle, kontrol grubunun öğrencileri günlük hayat durumu içinde verilen bir durumda fonksiyonları yorumlayamamaktadır. Deney grubunda bu kazanıma ait bir modelleme etkinliğini çok başarılı bir şekilde çözmüşlerdir. Sınıf içi gözlemlerden, deney grubu öğrencilerinin doğrusal fonksiyonun uygulamalarını kavramsal olarak anladıkları gözlemlenmiştir. Fakat aynı durum, kontrol grubunda gözlenmemiştir.

4.3. Uygulama Öncesinde ve Sonrasında Fonksiyona Dair İşlemsel Bilgi

Uygulama öncesi ve sonrasında fonksiyonlara dair işlemsel bilgiyi ölçmek için işlemsel ön test (Ek-14) ve işlemsel son test (Ek-18) yapılmıştır. Bu testler 10 soruluk klasik yazılı tipindedir. İşlemsel ön ve son testler testler “Uygulama öncesinde ve sonrasında deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin işlemsel bilgileri nedir?” araştırma sorusuna cevap aramak için kullanılmıştır. Ayrıca alt araştırma soruları olarak, uygulama öncesinde deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin işlemsel bilgi ön test puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark olup olmadığı, uygulama öncesinde ve sonrasında deney grubunda yer alan öğrencilerin işlemsel bilgi puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark olup olmadığı (benzer uygulama kontrol grubu için de yapılmıştır) ve modelleme yöntemiyle yapılan öğretimin, 9.sınıf fonksiyonlar konusunda öğrencilerin işlemsel bilgisine etkisinin nasıl olduğu araştırılmıştır. İşlemsel ön ve son testlerdeki sorular, 9. sınıf matematik dersi fonksiyonlar kazanımları olan “Fonksiyon Kavramını Açıklama”, “Fonksiyonların Grafik Gösterimini Yapma”, “ $f(x)=x$ ” ($n!Z$) biçimindeki fonksiyonların grafiklerini çizme” ve “Birebir ve Örtlen Fonksiyonu açıklama” kazanımlarını içermektedir.

Uygulama öncesinde deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin işlemsel bilgi ön test puanlarının arasında istatistiksel açıdan manidar fark olup olmadığı ilişkisiz örneklemeler için t testi ile belirlenmiştir.

Araştırmada öğrencilerin işlemsel bilgi puanları sürekli, ait oldukları grup (deney ve kontrol grubu) bağımsız değişkeni kategorik değişken olduğundan ilişkisiz örneklemeler için t testi yapılmıştır. Parametrik testlerden biri olan ilişkisiz örneklemeler için t testi çeşitli varsayımlara sahiptir. Yapılan bu araştırmada varsayımların kontrolü yapılmıştır.

Büyüköztürk’e (2009) göre t testinin varsayımları; bağımlı değişkene ait ölçümler en az aralık ölçeğinde, ortalama puanları karşılaştırılacak örneklemeler ilişkisiz ve bağımlı değişkene ilişkin ölçümleri her iki grupta normal dağılımlı olacak şekildedir. Bu varsayımlardan ilk ikisi veri yapısı gereği sağlanmıştır. Normallik varsayımı için normallik testi yapılmış sonuçları yorumlanmıştır.

Kavramsal bilgidaki benzer inceleme işlemsel bilgi puanları için yapılmış ve verilerin normal dağılmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu durumda ilişkisiz örneklemeler için t testinin parametrik olmayan karşılığı Mann Whitney U testi uygulanmıştır.

Tablo 4.10’da uygulama öncesinde deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin işlemsel bilgi ön test puanlarının arasında istatistiksel açıdan manidar fark olup olmadığına ilişkin Mann Whitney U testi sonuçları yer almaktadır.

Tablo 4.10. Deney ve Kontrol Grubundaki Öğrencilerin İşlemsel Bilgi Ön Test Puanlarına İlişkin Mann Whitney U Testi Sonuçları

Grup	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Deney	41	45.71	1874.00	750.00	0.86
Kontrol	43	39.44	1696.00		

Yapılan Mann Whitney U testi sonuçlarına göre deney ve kontrol grubu öğrencilerinin işlemsel bilgi ön test puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark yoktur [$U=750.00$, $p>.05$]. Elde edilen bu bulgu öğrencilerin uygulama öncesinde işlemsel bilgileri arasında fark olmadığını yani uygulama öncesinde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin işlemsel bilgilerinin denk olduğunu göstermektedir.

4.3.1. Deney Grubunun Uygulama Öncesinde ve Sonrasında İşlemsel Bilgisi

Deney grubunun uygulama öncesinde ve sonrasında işlemsel bilgisini analiz etmek için uygulanan işlemsel ön ve son testin nicel analizleri ile birlikte bu konuları içeren mülakat, gözlem, etkinlik kâğıdı, araştırma günlüklerinin destekleyeceği nitel analiz yapılmıştır. Öncelikle işlemsel ön ve son testlerin nicel analizlerine yer verilmiştir. Deney grubunun işlemsel ön ve son testleri puanlama olarak da analiz edilmiştir. İşlemsel ön testin cevap anahtarı Ek-15 ve işlemsel son testin cevap anahtarı Ek-19’da verilmiştir.

Uygulama sonrasında deney grubu öğrencilerinin, işlemsel bilgi puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark olup olmadığını belirlenmesi için ilişkili örneklemeler için t testi yapılmıştır. Parametrik testlerden biri olan ilişkili örneklemeler t testinin çeşitli varsayımları vardır. Bu varsayımlar; bağımlı değişkene ait ölçümler en az aralık ölçeğinde ve ilişkili ölçüm setine ait fark puanlarının normal dağılım göstermeleridir (Büyüköztürk, 2009). Bu varsayımların sağlandığı görüldükten sonra yapılan ilişkili örneklemeler t testi sonuçları Tablo 4.11’de sunulmuştur.

Tablo 4.11. Deney Grubundaki Öğrencilerin İşlemsel Bilgi Ön Test-Son Test Puanlarına İlişkin İlişkili Örneklem İ için T Testi Sonuçları

		N	$\bar{X}$	S	sd	t	P
İşlemsel Bilgi	Ön test	39	1.82	4.37	38	-5.96	.00*
	Son test	39	27.06	27.63			

*p<.05

Tablo 4.11’de deney grubu öğrencilerinin işlemsel bilgi testi ön test ve son test puanlarına ilişkin, ilişkili örneklem için t testi sonuçları yer almaktadır. Deney grubu öğrencilerinin işlemsel bilgi puanlarının ilişkili örneklem için t testi sonuçlarına göre, öğrencilerin ön test ve son test puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark olduğu görülmektedir ($t_{(38)}=-5.96$; $p<.05$). Elde edilen bu bulgu araştırmada kullanılan modelleme yönteminin öğrencilerin işlemsel bilgilerini artırdığını göstermektedir. İşlem öncesinde öğrencilerin işlemsel bilgi puanları $\bar{X}=1.82$ iken işlem sonrasında öğrencilerin işlemsel bilgi puanları $\bar{X}=27.06$ ’ya yükselmiştir. Ayrıca aradaki fark istatistiksel açıdan manidar bulunmuştur.

Deney grubunun ön ve son işlemsel testlerindeki kriterleri (Ek-14, Ek-18) göz önüne alınarak; Ek-1’deki karakterizasyon ölçeğine göre yanlış ve boş frekans tabloları incelenmiştir. Böylece uygulama öncesinde, öğrencilerin hangi kazanıma ait soruları boş bıraktığını veya yanlış yaptığını görerek, uygulama sonrasında bu oranlarda ne yönde bir değişiklik olduğu anlaşılır bir şekilde görülmüştür. Yanlış ve boş cevapların analizinden önce, verilen cevaplar aşağıdaki şekilde sınıflandırılmıştır.

Yanlış Cevaplar	İşlemsel ön testin sahip olduğu kriterler Ek-14’de, işlemsel son testin kriterleri Ek-18’de ve cevap anahtarı da işlemsel ön testin Ek-15’te ve işlemsel son testin Ek-19’da verilmiştir. Cevaplar analiz edilirken Ek-14, 15, 18 ve 19’a göre olması gereken kriterlerin hiçbirini sağlamayıp, sorudaki kriterlerle hiçbir alakası olmayan çözümler.
Boş	Soruya cevap verilmemiştir.

İşlemsel ön ve son testler analiz edilirken “Doğru” diye bir kategori oluşturulmamıştır. Çünkü araştırmanın çerçevesine göre önemli olan kavramsal ve işlemsel kriterlere ne derece uygun cevap verildiğidir. Öğrenci tam doğru cevabı yazmasa bile, başka bir deyişle, sorudaki kriterlerin bazısına uygun cevap verip bazısına vermese bile

konuya dair kavramsal ve işlemsel bilgiye ait kriterlere sahip olabileceği göz önünde bulundurularak “doğru” kategorisi oluşturulmamıştır. Bu tarz cevapların, soru bazında kriterlere uygun cevap vermesinin frekans ve yüzde tablosu işlemsel ön testin Ek-16’da ve işlemsel son testin Ek-20’de yer almaktadır. Ayrıca tüm bu veriler, mülakat, gözlem, etkinlik kağıtları ve araştırma günlükleriyle beraber ayrıntılı olarak analiz edilmiştir.

Tablo 4.12. Deney Grubunun İşlemsel Ön Teste Ait Yanlış ve Boş Cevaplarının Frekans ve Yüzde Tablosu

N=41	YANLIŞ		BOŞ	
	f	%	f	%
1.soru	19	46,34	22	53,66
2.soru	16	39,02	21	51,22
3.soru	11	26,83	29	70,73
4.soru	13	31,71	26	63,41
5.soru	13	31,71	16	39,02
6.soru	8	19,51	28	68,29
7.soru a)	10	24,39	29	70,73
b	12	29,27	29	70,73
c)	12	29,27	29	70,73
8.soru	6	14,63	35	85,37
9.soru	8	19,51	33	80,49
10.soru	8	19,51	28	68,29

Tablo 4.13. Deney Grubunun İşlemsel Son Teste Ait Yanlış ve Boş Cevaplarının Frekans ve Yüzde Tablosu

N=45	YANLIŞ		BOŞ	
	f	%	f	%
1.soru	4	8,89	24	53,33
2.soru	10	22,22	15	33,33
3.soru	8	17,78	22	48,89
4.soru	7	15,56	26	57,78
5.soru	6	13,33	19	42,22
6.soru	5	11,11	35	77,78
7.soru a)	8	17,78	29	64,44
b)	5	11,11	20	44,44
c)	7	15,56	35	77,78
8.soru	6	13,33	27	60
9.soru	9	20	22	48,89
10.soru	7	15,56	17	37,78

Kontrol grubunda işlemsel ön testin en çok yanlış yapılan sorusu % 46,34 (19 kişi) ile 1. sorudur. Başka bir deyişle, deney grubu öğrencileri en çok bu soruda, cevaplaması gereken kriterlerden (A1, A2, B1, B3) (Ek-1) hiçbirine uygun cevap verememiştir. Bu soru tanım kümesi ve kuralı verilen bir fonksiyonun görüntü kümesini bulmayı içeriyor (Ek-14). Aynı soru için son teste bakıldığında son test içinde % 8,89 ile en az yanlış cevaplanan sorudur. Başka bir deyişle, öğrencilerin son testte en çok doğru cevap verdiği sorudur. Bu da deney grubu için işlemsel öğrenmede ileri bir adımdır. Ön testte en çok boş bırakılan soru ise % 85,37 (35 kişi) ile 8. sorudur (Ek-14). Bu soru ise kuralı verilen parçalı fonksiyonda değer bulmayı ölçmektedir. Başka bir deyişle, öğrenciler en çok parçalı fonksiyon ile ilgili soru hakkında fikir belirtmemişlerdir.

İşlemsel son testin en çok yanlış yapılan sorusu ise % 22,22 (10 kişi) ile 2. sorudur. Başka bir deyişle, deney grubu öğrencileri en çok bu soruda, cevaplamaları gereken kriterlerden (A1, A2, B1, B3) (Ek-1) hiçbirine uygun cevap verememiştir. Bu soru kuralı verilen bir fonksiyonda değer bulmayı ölçmektedir (Ek-18). Öğrenciler son testte yanlış ve boş yüzdesi olarak başarılı bir oran sergilemektedir. Çünkü en çok yanlış yapılan soru % 22 gibi bir oranda ise sorular hakkında doğru fikir yürütme oranı daha yüksektir. Zaten tabloya bakıldığında 10 soru için genelde yanlış ve boş yüzdeleri

düşüktür. Bu da son test için olumlu bir gelişmedir. Son testin en çok boş bırakılan sorusu ise % 77,78 (35 kişi) ile 6. sorudur (Ek-21). Bu soru kuralı verilen bir fonksiyonda sabit fonksiyon mantığını uygulamayı ölçmektedir. Aslında bakıldığında bu soru ön testte de en çok boş bırakılanlar arasındadır. Bu konu ileride mülakatların analiz kısmında ayrıntılı incelenmiştir. Öğrenciler sabit fonksiyon kavramını bilseler bile soruya uygulama aşamasında yetersizdirler.

Ayrıca deney grubu, işlemsel ön ve son testlere verilen cevapların sağladığı kriterlerin frekans ve yüzde tablolarına göre de incelenmiştir. işlemsel ön ve son testlere verilen cevapların sağladığı kriterlerin frekans ve yüzde tabloları sırasıyla Ek-16 ve Ek-20’de verilmiştir. Her sorunun hedeflediği kriterlerin ne kadarının sağlandığı incelenirken kavramsal ve işlemsel bilgi ölçeğinde (Ek-1) yer alan tüm kriterler tabloya yazılmıştır. Ek-16 ve Ek-20’de sunulan tablolarda boş hücreler, sorunun ilgili kriteri ölçmeyi hedeflemediğini göstermektedir. Örneğin, Ek-16’da 1. soru A1, A2, B1 ve B3 kriterlerini ölçmeyi hedeflemektedir.

Böylece her bir sorudaki kriterlerin anlamlarına bakarak, öğrencilerin hangi beceriyi nasıl kullanmış olduğuyla ilgili uygulama öncesinde ve sonrasında nasıl bir değişim olduğu tespit edilmiştir.

Ek-16 ve Ek-20’de sunulan bulguların analizi; gözlem, etkinlik kâğıtları, araştırma günlükleri ve mülakatlardan elde edilen verilerle desteklenerek ayrıntılı bir şekilde aşağıda sunulmuştur. Burada fonksiyonlarla ilgili temel kazanımları içeren soruların nitel analizi verilmiştir.

2. Soru: $f: R \rightarrow R$ $f(x) = 2x+3$ ise $f(4)=?$

Bu soru, kuralı verilen bir fonksiyonda değer bulma becerisini içermektedir. Ön testte kimse istenen kritere uygun cevap verememişken son testte kuralı verilen bir fonksiyonda nasıl işlem yapılması gerektiğini, x ’in oradaki anlamı ve uygulamasını yerinde kullanmışlardır.

Deney grubunun kavramsal bilginin değerlendirmesi bölümünde (Bölüm 4.2.1) öğrencilerin her soru için etkinlik kâğıtlarından örnekler verilmiştir. Bu kâğıtların her birinde öğrenciler karmaşık bir durum içinden, fonksiyonun kuralını oluşturup istenen değerleri de fonksiyon kullanarak hesaplamışlardır. Başka bir deyişle, kuralı verilen bir

fonksiyonda değer bulmayı hem kavramsal hem de işlemsel olarak öğrenmişlerdir. Çünkü değişken kavramına sahip oldukları için değişkene x sembolü verip, kural yazmaya alışmışlardır. Dolayısıyla burada sorulan değer, aslında değişken olan x olduğunun farkında olarak işlemlerini yapmaktadırlar. Bu durumlar kavramsal bilgi değerlendirme bölümünde de ayrıntılı incelendiği için burada bir kez daha etkinlik kağıdından aynı örnekler verilmemiştir. Gözlem notları incelendiğinde, öğrencilerin kuralı verilen bir ifadede rahat bir şekilde işlemsel uygulamalar yaptıkları görülmüştür.

Benzer kriterleri içeren soru, mülakatta 2. soru olarak (Ek-22) öğrencilere sorulmuştur ve aşağıdaki gibi cevaplar alınmıştır.

ÖKYİD: Sayımızın 6 katının m fazlası diyor ($6x+m$) için. Hocam önce 3'ü yazalım. Başka bir deyişle, 3'ün 6 katını yazmışız, üstüne m fazlasını yazmışız. 3'ü 6 ile çarparsak 18'dir. m sayısı reel olduğu için eksili ($-$) olabilir. 18'den 14'e düştüğü için m , -4 olur.

Diğer öğrenciler de ÖKYİD ile benzer ve doğru çözüm yapmışlardır. Deney grubundaki öğrencilerin çoğunluğu kolay bir şekilde bu soruyu açıklayarak çözmüşlerdir. Genel olarak bakıldığında, deney grubu öğrencileri bu kazanım için yeterli işlemsel beceriye sahiptir.

3. Soru: f , R de tanımlı doğrusal bir fonksiyon olarak veriliyor. $f(3) = 9$ ve $f(6) = 15$ ise $f(4)$ değerini bulalım.

Bu soru doğrusal fonksiyon kavramının işlemsel uygulamasını içermektedir. Öğrenciler son testte, soru ile ilgili herhangi bir denklem veya örüntü kurmuştur. Bu beklenen bir durumdur çünkü kavramsal soru analizlerinde de belirtildiği gibi modelleme etkinliklerinde öğrenciler sadece soruyu çözmekle kalmamışlar aynı zamanda genelleyen formüller, denklemler de kurmaya çalışmışlardır. Ama burada soru ile ilgili kurulması gereken iki bilinmeyenli denklemi kurup çözen bir kişi vardır. Diğer öğrenciler ise doğrusal fonksiyonun eşit miktarda artma azalma miktarından yola çıkarak, doğru cevabı bulmuşlardır. Öğrencilerin böyle işlemsel bir soruda, gayet kavramsal bir çözüme başvurmaları, kavramsal öğrenmenin işlemsel öğrenmede de işe yarar olduğunun bir kanıtıdır. Bu durumlar şekil 4.31'deki sınav kağıtlarının örneklerinden görülmektedir.

3 adımda 6 sayı artıyorsa
1 adımda 2 sayı artar.
 $f(4) = 11$

$f(3) = 9$, $f(3) = 9$, $f(3) = 9$
 $f(6) = 15$, $f(4) = ?$, $f(4) = 12$
 $f(4) = ?$, $f(6) = 15$, (4) ~~A2, B3~~

kural = $x2 + 3$ ✓
 $4 \times 2 = 8 + 3 = 11$

Şekil 4.31. Deney Grubundaki Öğrencilerin İşlemsel Son Testte 3. Sorudaki Çözümleri

Bu soruda istenen işlemsel uygulamalar, doğrusal fonksiyonun cebirsel kuralını yazıp, verilen değerleri yerine yerleştirip iki bilinmeyenli denklem sistemini çözmektir. Fakat sadece bir öğrenci böyle yapmıştır onun dışındaki öğrenciler bu uygulamalardan farklı bir çözüm yoluna gitmişlerdir. Doğrusal fonksiyonun eşit artma veya azalma mantığını kullanarak yukarıda örneklenen işlemleri kullanmışlardır. Başka bir deyişle, orantı mantığıyla işlem yapmışlardır ve başarılı da olmuşlardır. Uygulama esnasında yapılan gözlemlere göre doğrusal fonksiyonda bu tarz soruda öğrenciler başta zorlanmışlardır. Daha doğrusu araştırmacı onlara standart çözüm yöntemini tahtada anlatırken iki bilinmeyenli denklem çözümüyle beraber soruyu çözdürmüştür fakat çözüm uzadığı için öğrenciler bu durumdan hem sıkılmışlardır hem de işlemler onlara ağır gelmiştir. Çünkü öğrencilerin temel matematiksel işlem becerileri düşüktür. Kısacası öğrenciler yapılan işlemleri anlasalar bile o an uzun işlemleri kendi başlarına yapamayacaklarını belirtmişlerdir. Nitekim son testte de böyle olmuştur. Öğrenciler iki bilinmeyenli denklem kurup, uzun işlemler yapmaktansa daha pratik yoldan işlem yapmışlardır ve yaptıkları bu işlem yol, daha önce derste öğretilmemiştir. Tamamen doğrusal fonksiyon bilgileri ile sınav anında öğrenciler özgün bir çözüm üretmişlerdir.

6. Soru: $f: R \rightarrow R$, $f(x) = (n-4)x + 1$ fonksiyonu sabit bir fonksiyon ise n değerini bulunuz.

Bu soru sabit fonksiyonun işlemsel uygulamasını içermektedir. Az oranda uygun cevap verilen sorulardan biridir.

$$f(x) = \frac{(n-4)}{0}x + 1$$

$$n - 4 = 0 + 4$$

$$\underline{n = 4}$$

Şekil 4.32. Deney Grubundaki Öğrencilerin İşlemsel Son Testte 6. Sorudaki Çözümü

Bu soruda ön teste göre son test, istenilen başarıda değildir. Yukarıdaki şekilde doğru çözen öğrenci sayısı azdır. Buna rağmen bazı öğrenciler şu şekilde bir çözüm yapmışlardır: Sabit fonksiyon kavramından yola çıkıp önce $f(1)$ değerini sonra $f(2)$ değerini verip eşitlemeye çalışıp, işlem yapmışlardır. Fakat öğrencilerin genel işlem becerileri düşük olduğu için bu işlemi yarıda bırakmışlardır. Böyle bir çözüme gitmeleri hem şaşırtıcı hem de iyidir. Çünkü derste, etkinliklerde böyle bir işlem veya çözüm yapılmamıştır. Sadece sabit fonksiyon kavramı üzerinde durulmuştur. Akademik başarı olarak düşük öğrencilerin sınav esnasında böyle bir çözüm düşünmeleri, alanyazında geçen kavramsal bilginin işlemsel bilgiyi etkilediğinin bir kanıtıdır.

Gözlem notları, araştırma günlükleri ve etkinlik kağıtları incelendiğinde öğrencilerin sabit fonksiyon kavramını anladıkları fakat cebirsel kuralını yazma ve işlemleri uygulamada sıkıntı yaşadıkları görülmüştür. Başka bir deyişle, öğrenciler sabit fonksiyonda, değişken değiştikçe aynı sonucun çıkması gerektiğini etkinliklerde kavramışlardır fakat bunun cebirsel ifadesini yazamamışlardır. Halbuki daha önceki etkinliklerde, doğrusal fonksiyon gibi daha zor olan fonksiyonların cebirsel kurallarını yazabilmişlerdir. Bir öğrenci sabit fonksiyon ile ilgili etkinlik sonucunda, durumun fonksiyonunu oluştururken $f(x)=1000$ yazması gereken yerde $f(x)=1000x$ diye kuralı yazınca, sınıftaki öğrencilerle bunun neden olamayacağı tartışılmıştır. Bu tartışmanın öğrencilere faydası olmuştur ve bundan sonra sabit fonksiyonu anlayabilmişlerdir.

Bu kazanımların derinlemesine incelenmesi mülakatta 3. sorunun (Ek-22) sorulması ile olmuştur.

Öncelikle öğrencilere sabit fonksiyonun ne olduğu ve örnek verip veremeyecekleri sorulmuştur. Buna göre aşağıdaki cevaplar verilmiştir.

A: Sabit fonksiyon nedir sence?

ÖKYİY: Tanım kümesindeki sayıları sabit bir sayıya götürüyor. Mesela (çizerek göstermiştir) $f(2)=3$ olsa yani, 2'yi 3'e götürse 4'ü de 3'e götürür $f(4)=3$ olur gibi.

A: Değişkenlik var mı?

ÖKYİY: Yok.

Bu öğrenci sabit fonksiyonu venn şeması çizerek açıklamıştır ardından da cebirsel yazılımıyla da ifade edebilmiştir.

ÖKYİÖ, ÖKYİY gibi matematiksel bir açıklama yapmamıştır.

A: Bir sabit fonksiyon örneği yazar mısın?

ÖKYİÖ: $f(x)=A$ dır.

A: A ne burada?

ÖKYİÖ: Sayı

A: Peki ben sana diyorum ki A burada 5 olsun $f(3)=$ kaç?

ÖKYİÖ: 5

A: Peki $f(1000)=$?

ÖKYİÖ: Yine 5 .

Bu diyalogtan sonra öğrencinin sabit fonksiyonu hem kavramsal hem de işlemsel olarak uygulayabildiği görülmüştür.

ÖKDİD ise sabit fonksiyonu tanımlamakta zorlanmıştır.

A: Peki bize sorulanın sabit mi değil mi olduğunu nasıl anlarsın?

ÖKDİD: Bilmiyorum.

A: Değişen bir şey var mı burada. Ya da $f(x)=2x+5$ bu sabit mi?

ÖKDİD: (düşündü) Bu sabit değil

A: Neden?

ÖKDİD: *uu nasıl diyeyim yani, çünkü artıyor.*

A: *Nereden anladın?*

ÖKDİD: *Çünkü x 'e değerler verdikçe artar yani, değişir.*

A: *O zaman burada değişken ne?*

ÖKDİD: *x 'tir.*

A: *Bizim fonksiyonda değişken ne?*

ÖKDİD: *x ya da n 'dir. Evet n 'dir. bilinmeyen var (düşündü) yok değişken x tir.*

Yine buradan da öğrencinin sabit fonksiyonla ilgili kavramsal bilgisini işlemsel boyuta aktaramadığı anlaşılmaktadır.

A: *Bana bir sabit fonksiyon örneği yazabilir misin?*

ÖKYİD: *$f(x) = +7$ mesela*

A: *Niye x yazmadın diğer tarafa?*

ÖKYİD: *Çünkü x kullanırsak bu taraf x 'e bağlı değişir.*

A: *$f(x) = 7$ dedin ben de diyorum ki $f(9)$ kaçtır?*

ÖKYİD: *9'la 7'yi toplayım 16 olur.*

A: *Neden?*

ÖKYİD: *Çünkü x 'e 9 verdim.*

A: *Ver bakalım.*

ÖKYİD: *Burada x yok. Yanlışlık yaptım.*

A: *Peki biraz daha düşün bir tane daha yazar mısın sabit fonksiyon örneği?*

ÖKYİD: *Şu an tam bilmiyorum.*

Bu öğrenci ise sabit fonksiyonun kavramsal bilgisini çok güzel bir şekilde ifade ettiği halde işlemsel uygulamasında sıkıntı yaşamıştır. Sabit fonksiyon ile ilgili güzel bir örnek yazmasına rağmen, bu fonksiyonun cebirsel uygulamasında yanılığa düşmüştür. Bu yanılının sebebi dört işlemdeki yetersizliktir. Başka bir deyişle, öğrenci $f(x) = +9$ ifadesindeki “+” sembolünü toplama işlemindeki anlamıyla karıştırmıştır. Durumun

kendisi de farkına varmıştır ama o an soruyu daha da yanlış çözmek istemediği için bırakmıştır. Daha sonra bu fonksiyonun sabit olup olmadığı sorulduğunda x olduğu için sabit olmadığını belirtmiştir. Bu nedenle x 'i yok etmek istediğini ve sıfırla çarpması gerektiğini belirtmiştir. Ama bunu, x yerine sıfır vermek ile karıştırdığı için işlemlerde sıkıntı yaşamıştır. Öğrenci sorunun kavramsal alt yapısını bildiği halde bu kavramsal bilgisini işleme dökememiştir. Bunun sebebi ise işlemsel bilgisinin yetersiz olmasıdır.

ÖKDİY ise soruyu doğru çözmüştür ama sebebini açıklayamamıştır. Başka bir deyişle, “ $n+3=0$ olmalı” demiştir ama neden öyle dediğini tam hatırlamadığını ve derste öyle yaptıklarını söylemiştir. Derste çözülen bir soruyu hatırlayıp soruyu doğru çözmüştür ama sebebini mantıklı olarak açıklayamamıştır. Ezberden işlem yapmıştır. Ama aynı öğrenciye başka sorular sorulduğunda, kavramsal açıklamasını yapabilmektedir.

A: Bu fonksiyona baktığında sabit demiş ama kurala baktığında sabitmiş gibi mi duruyor yoksa değişken gibi mi duruyor?

ÖKDİY: x demiş bence n sabit sayı x değişken burada.

A: Sabit dediği şeyde değişken var ne olacak şimdi?

ÖKDİY: Evet o yüzden x 'e sıfır vereceğiz.

A: Neden? x 'e sıfır vermekte amacın ne,?

ÖKDİY: Hani sıfıra eşitlersek sabit olduğundan sıfır olur hem sabit olur. Normalde, bu parantezin içine dağıtırsın ama sıfıra eşitlersek bu gider sıfır olur, sabit olur.

Burada öğrenci aslında sabit fonksiyon sorusunda, işlemin mantıksal alt yapısını açıklayabiliyor ama bu bilgisini asıl işlemsel soruya aktarmakta zorlanmıştır.

ÖKYİÖ ise soruyu aşağıdaki gibi çözmüştür.

A: Peki soruda verilen de bir gariplik var mı?

ÖKYİÖ: Kuralı sabite uygun değil.

A: Sıkıntı ne?

ÖKYİÖ: x bence değişken o, x 'in olması sürekli değiştiriyor x olmamalı.

A: Ne olacak o zaman?

ÖKYİÖ: x 'i yok etmeye mi çalışsak?

A: Nasıl olacak o?

ÖKYİO: (Düşündü)

A: Sence bir sayı nasıl yok olur?

ÖKYİO: Aynı sayıya bölerek veya zıttıyla çıkartılarak. Buldum tamam x 'in yanını öyle bir şey yapacağım ki parantezin içi sıfır olacak hem de cevap çıkacak. Hatırladım şimdi. x 'le çarpılanı sıfır yapacağım -3 ile $+3$ toplarsam sıfır yapar sıfırla x 'i çarparım x gider $+5$ kalır.

A: Peki n kaç?

ÖKYİO: $n=-3$

A: Peki $f(9)$ nedir?

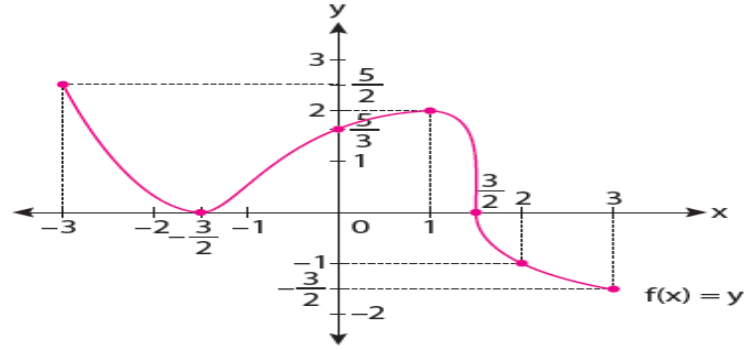
ÖKYİO: $f(9)=(n+3)9+5$ yine zaten $n -3$ versek sıfırlar.

$F(9)= 0.x+5$ Başka bir deyişle, $f(9)= 5$ tir.

Bu öğrenci ise kavramsal alt yapıdan yola çıkarak işlemsel soruyu çözmüştür. Ayrıca doğru çözen tek öğrencidir. Diğerleri çözüme yaklaşılar bile tam çözümü yapamamışlardır.

Bu soruya genel olarak bakıldığında en çok sıkıntı yaşanan sorudur. Başka bir deyişle, öğrenciler işlemsel sorunun ne ifade ettiğini anlamamışlardır. Kısacası, işlemsel ifadeler öğrencilere anlamsız gelmektedir. Bu da sabit fonksiyon konusunda, işlemsel becerilerinin düşük olduğunu göstermektedir.

7. Soru: f fonksiyonunun grafiği şekildeki gibidir. Buna göre;

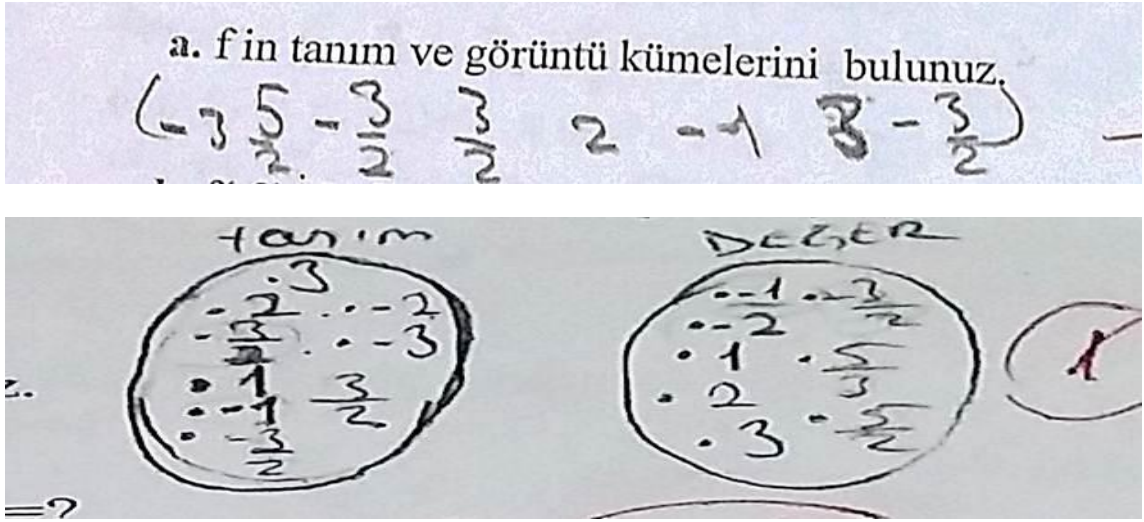


- a) f in tanım ve görüntü kümelerini bulunuz
- b) $f(-3)=?$ $f(-3/2)=?$, $f(0)=?$, $f(1)=?$, $f(3)=?$
- c) $f([-3/2, 0])=?$ ve $f([1, 3/2])=?$

(Meb, 2013).

Bu soru fonksiyon grafiklerini okuma becerisini içermektedir. 3 şıkkı vardır ve a şıkkında fonksiyonun tanım ve görüntü kümelerini grafik üzerinden okunması istenmiştir. Son testte öğrencilerin grafiklerle ilgili öğrendiği temel kavramları tanım-görüntü kümesi ile birleştirerek uygulaması ön teste göre daha yüksektir ama beklenen yüzdenin altındadır. Modelleme etkinliklerinde, fonksiyonların cebirsel, tablo ve grafik dönüşümleri sürekli kullanıldığı için son testte daha yüksek bir oran beklenilmiştir.

Genel olarak a şıkkına bakıldığında öğrenciler tanım- görüntü kümesini aralık ile göstermeleri gerekirken Şekil 4.33'teki gibi ya venn şemasıyla eşleme yaparak göstermişlerdir ya da nokta halinde göstermişlerdir. Aralık olarak gösteren öğrenci yoktur.



Şekil 4.33. Deney Grubundaki Öğrencilerin İşlemsel Son Testte 7. Sorudaki Çözümü

Bu sorunun b şıkkı ise fonksiyonun düz görüntüsü ve kökünü grafikten okumayı içermektedir. Kök bulmada sıkıntı yaşayan öğrenciler olmuştur. $f(3/2)=0$ ifadesi bazı öğrencilere anlamsız gelmiştir.

7c sorusunda ise nokta bazında değil de aralık bazında görüntü bulma sorulmuştur. Öğrenciler b şıkkında nokta olarak eşlemeleri yapsalar da aralık olarak düşünmek, öğrencileri zorlamıştır. Ayrıca dikkat edilirse öğrenciler fonksiyonda grafik bilgisini yapabilmişken temel kavramlara ait işlemleri yapamamışlardır. Genel olarak bakıldığında öğrenciler aralık kavramını buraya uygulayamamış sadece aralığın uç değerlerinin eşleştiği yerleri belirtmişlerdir. Başka bir deyişle, yine temel kavramlar kısmında eksiklikler vardır.

Bu konuda, mülakatta 8. soru (Ek-22) öğrencilere sorulmuştur. Bu soruda a şıkkında tanım-görüntü kümelerinin grafik üzerinde nasıl olduğunu öğrenciler açıklamışlardır ama aralık olarak yazarken biraz tereddütlü yaklaşmışlardır.

A: Yazar mısın o zaman tanım kümesini?

ÖKYİD: (Küme çizmiştir ve içine 3, 2, 3/2,.. gibi elemanları yazıp, venn şeması çizmiştir).

A: Peki aradaki şu sayı eşleşmiş mi? (O an grafikten 3 ile 2'nin arasında olan grafikte yazılmamış bir değer gösterilmiştir).

ÖKYİD: Hayır eşleşmemiş.

A: Peki biz kendimiz çizersek olur mu?

ÖKYİD: Olur ama bizim onu eşleştirmemiz gerekirdi.

A: Göstermesek de onun eşleştiğini anlayamaz mıyız?

ÖKYİD: Anlarsınız hatta bu eşleşmiş ama burada gösterecekti, eşleşenleri

A: Peki göstermeyince sen dedin ki ama onlar da eşleşmiştir ama senin yazdığına göre bu aradaki değerler nerede?

ÖKYİD: Aslında diğerleri yalan oluyor sanki eşleşmemiş gibi, ama eşleşmişler, diğerlerinden farkı sadece onları göstermiş bunları göstermemiş, sayı aralığı yazarım.

Bundan sonra öğrenci sayı aralığı şeklinde yazmıştır.

A: Görüntü kümesi nedir?

ÖKYİD: -2 ile 3 arasındadır. (Açık aralık yazmıştır) 3,-2 diye. 3 ve 2 bir yere dahil edilmemiş açık yazacağız.

Deney grubundaki öğrenciler grafik üzerinden tanım görüntü kümelerini yazabilmeyi ve açık - kapalı aralık gibi temel kavramların uygulamasını başarılı bir şekilde açıklamışlardır.

Soruya genel olarak bakıldığında mülakatlarda öğrenciler ters ve düz görüntüleri yapabilmişlerdir. Fonksiyonun grafiğinde kök bulma sorularında biraz tereddütlü cevaplar verseler de doğru yapmışlardır. Kök bulmada daha ayrıntılı bilgi almak için birkaç soru sorulmuştur fakat açıklayıcı cevaplar alınamamıştır. Özellikle $f(x)=0$ ve $f^{-1}(x)=0$ şeklindeki ifadeleri doğru yapsalar bile mantıklı açıklamasını yapamamışlardır.

8. Soru:

$$g(x) = \begin{cases} 3 - x, & x < -2 \\ 2x, & -2 \leq x \leq 1 \\ 2, & x > 1 \end{cases} \quad \text{ise } g(-4) + g(0) + g(3) = ?$$

Bu soru parçalı fonksiyona ait bir işlemsel bir sorudur. Son testte öğrencilerin çok azı eşitsizlik, sayı aralıkları gibi temel kavram bilgilerini parçalı fonksiyon sorusunda bir araya getirebilmişlerdir.

Genel olarak bakıldığında öğrenciler parçalı fonksiyon mantığına uygun işlem yapsalar da bazı öğrencilerde Şekil 4.34'teki şekilde hatalar gözlemlenmiştir.

$g(x)=2$ sabit fonksiyonu için $g(3)=2.3$ yapmışlardır. Başka bir deyişle, sabit fonksiyon kavramına dair bazı işlemler hatalıdır. Ayrıca öğrenciler $0 < -4$ gibi ifadeler yazarak temel kavramlarda eksiklikleri olduğunu göstermişlerdir. Ya da yazdığı sembolün anlamını kavrayamamış öğrenciler, bu hataları yapmışlardır.

8)

$$g(x) = \begin{cases} 3-x, & x < -2 \\ 2x, & -2 \leq x \leq 1 \\ 2, & x > 1 \end{cases}$$

$g(-4) = 3 - (-4) = -1$
 $g(0) = 2 \cdot 0 = 0$
 $g(3) = 2 \cdot 3 = 6$

Şekil 4 34. Deney Grubundaki Öğrencilerin İşlemsel Son Testte 8. Sorudaki Çözümü

Bu konuda gözlem ve günlük notları, etkinlik kağıtları incelendiğinde parçalı fonksiyona ait bir modelleme etkinliği olan “Otopark etkinliği”nde (Ek-30) öğrenciler grafiği kendileri çizmekte zorlanmışlardır. Bu durum ayrıntılı bir şekilde kavramsal bilginin değerlendirilmesi bölümünde analiz edilmiştir. Bu nedenle burada tekrar edilmemiştir. Öğrenciler o etkinlikten sonra parçalı fonksiyonu kavramsal ve işlemsel olarak anlamışlardır. Başka bir deyişle, kendilerine verilen bir parçalı fonksiyon grafiğini kolayca okuyabilmişlerdir.

Bu konuda mülakatta 6. soru (Ek-22) sorulmuştur ve bu soru ifadesinden ne anladıklarını söylemeleri istenmiştir.

A: Şu sorudaki ifadenin Türkçesini söyler misin?

ÖKYİÖ: Bir tane sayı varmış x değişken yani, bir ya da birden küçük eşitse 2 ile çarpıp 1 çıkartıyoruz. Altındaki, x ; 3 ile 1 arasında bir sayı ise sonuç bir çıkar eğer x , 3'ten büyükse eksi(-) ile çarpıp 4 ekleniyor.

A: Mesela $3/2$ için hangi kuralı kullanırsın?

ÖKYİÖ: Yani, bir buçuk olur sonuç 1 olur. Buraya toplama çıkarma yazmamış ama sadece bir var birdir sonuç.

Diğer öğrenciler de benzer ve doğru açıklamaları yapmışlardır. Yukarıdaki diyaloglardan deney grubu öğrencilerinin verilen bir işlemsel parçalı fonksiyon sorusunun ne anlam ifade ettiğini anlamışlardır. ÖKYİD'in cevabı aşağıda verilmiştir.

A: Peki sonucu ne $f(3/2)$ 'nin?

ÖKYİD: +1 eklersen $4/3$ olur.

A: Peki bana ikinci kuralı ayrıca çıkartıp yazar mısın?

ÖKYİD: $f(x)=+1$.

A: Şimdi $f(3/2)$ kaçtır?

ÖKYİD: Burada $3/2$ 'ye bir şey ekleyemeyiz x olmadığı için sonuçta +1 çıktı. Ama neye artı bir ekleyeceğiz o belli değil.

ÖKYİD: $f(3/2)=+1$ şu an bana bir şey ifade etmiyor ben anlamadım.

A: Sen illaki bir yerde + varsa buna bir şey eklemen gerektiğini mi hissediyorsun?

ÖKYİD: Ama hocam denklem gibi.

ÖKYİD, daha önce sabit fonksiyon sorusunda da benzer sıkıntıyı yaşamıştır. Öğrenci sabit fonksiyon kavramını bilse de işlem yapmada takılmaktadır. Sabit fonksiyonda eşitliğin öte tarafında x olmayacağını bilmektedir ama diğer fonksiyonlardaki gibi işlem yapmaya alışık olduğu için sayıdaki “+” sembolünü denklem gibi düşünmektedir. Öğrenci parçalı fonksiyonun ne ifade ettiğini yukarıda güzel bir şekilde açıklamıştır hatta bazı değerleri de bulmuştur ama sabit fonksiyon parçasında takılmıştır.

4.3.2. Kontrol Grubunun Uygulama Öncesinde ve Sonrasında İşlemsel Bilgisi

Kontrol grubunun uygulama öncesinde ve sonrasında işlemsel bilgisini analiz etmek için uygulanan ön ve son işlemsel testlerin nicel analizleri ile birlikte bu konuları içeren mülakat, gözlem, araştırma günlüklerinin destekleyeceği nitel analiz yapılmıştır.

Uygulama sonrasında kontrol grubu öğrencilerinin işlemsel bilgi puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark olup olmadığını belirlenmesi için ilişkili örneklemeler için t testi yapılmıştır. Parametrik testlerden biri olan ilişkili örneklemeler t testinin çeşitli varsayımları vardır. Bu varsayımlar; bağımlı değişkene ait ölçümler en az aralık ölçeğinde ve ilişkili ölçüm setine ait fark puanlarının normal dağılım göstermeleridir

(Büyüköztürk, 2009). Bu varsayımların sağlandığı görüldükten sonra yapılan ilişkili örneklem t testi sonuçları Tablo 4.14'te sunulmuştur.

Tablo 4.14. Kontrol Grubundaki Öğrencilerin İşlemsel Bilgi Ön Test- Son Test Puanlarına İlişkin İlişkili Örneklem İçin T Testi Sonuçları

		N	$\bar{X}$	S	sd	t	P
İşlemsel Bilgi	Ön test	38	1.32	4.84	37	-2.71	.01*
	Son test	38	8.84	16.88			

*p<.05

Tablo 4.14'te kontrol grubu öğrencilerinin işlemsel bilgi testi ön test ve son test puanlarına ilişkin ilişkili örneklem için t testi sonuçları yer almaktadır. Kontrol grubu öğrencilerinin işlemsel bilgi puanlarının ilişkili örneklem için t testi sonuçlarına göre, öğrencilerin ön test ve son test puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark olduğu görülmektedir ($t_{(37)}=-2.71$; $p<.05$). Elde edilen bu bulgu araştırmada kontrol grubunda kullanılan geleneksel yöntemin öğrencilerin işlemsel bilgilerini artırdığını göstermektedir. İşlem öncesinde öğrencilerin işlemsel bilgi puanları $\bar{X}=1.32$ iken işlem sonrasında öğrencilerin işlemsel bilgi puanları $\bar{X}=8.84$ 'e yükselmiştir. Ayrıca aradaki fark istatistiksel açıdan manidar bulunmuştur. Burada kontrol grubuna bir işlem uygulandığı için manidar bir farklılık bulunması normaldir fakat işlemsel bilgideki değişim oldukça düşüktür.

Kontrol grubunun ön ve son işlemsel testlerindeki kriterleri (Ek-14, Ek-18) göz önüne alınarak; Ek-1'deki karakterizasyon ölçeğine göre yanlış ve boş frekans tabloları incelenmiştir. Böylece uygulama öncesinde, öğrencilerin hangi kazanıma ait soruları boş bıraktığı veya yanlış yaptığı, uygulama sonrasında bu oranlarda ne yönde bir değişiklik olduğu anlaşılır bir şekilde görülmüştür. Yanlış ve boş cevapların analizinden önce, verilen cevaplar aşağıdaki şekilde sınıflandırılmıştır.

Yanlış Cevaplar	İşlemsel ön testin sahip olduğu kriterler Ek-14'de, işlemsel son testin kriterleri Ek-18'de ve cevap anahtarı da kavramsal ön testin Ek-15'da ve kavramsal son testin Ek-19'da verilmiştir. Cevaplar analiz edilirken Ek-14, 15, 18 ve 19'a göre olması gereken kriterlerin hiçbirini sağlamayıp, sorudaki kriterlerle hiçbir alakası olmayan çözümler.
Boş	Soruya cevap verilmemiştir.

İşlemsel ön ve son testler analiz edilirken “Doğru” diye bir kategori oluşturulmamıştır. Çünkü araştırmanın çerçevesine göre önemli olan kavramsal ve işlemsel kriterlere öğrencilerin ne derece uygun cevap verdiği. Öğrenci tam doğru cevabı yazmasa bile, başka bir deyişle, sorudaki kriterlerin bazılarına uygun cevap verip bazılarına vermese bile konuya dair kavramsal ve işlemsel bilgiye ait kriterlere sahip olabileceği göz önünde bulundurularak “doğru” kategorisi oluşturulmamıştır. Bu tarz cevapların soru bazında sağladığı kriterlerin frekans ve yüzde tablosu işlemsel ön testin Ek-17’de ve işlemsel son testin Ek’21’de yer almaktadır. Ayrıca tüm bu veriler, mülakat, gözlem ve araştırma günlükleriyle beraber ayrıntılı olarak analiz edilmiştir.

Tablo 4.15. Kontrol Grubunun İşlemsel Ön Teste Ait Yanlış ve Boş Cevaplarının Frekans ve Yüzde Tablosu

N=43	YANLIŞ		BOŞ	
	f	%	f	%
1.soru	5	11,63	38	88,37
2.soru	7	16,28	35	81,40
3.soru	5	11,63	38	88,37
4.soru	4	9,30	37	86,05
5.soru	4	9,30	38	88,37
6.soru	3	6,98	39	90,70
7.soru a)	4	9,30	37	86,05
b)	4	9,30	38	88,37
c)	0	0	43	100
8.soru	1	2,33	42	97,67
9.soru	5	11,63	38	88,37
10.soru	3	6,98	40	93,02

Tablo 4.16. Kontrol Grubunun İşlemsel Son Teste Ait Yanlış ve Boş Cevaplarının Frekans ve Yüzde Tablosu

N=44	YANLIŞ		BOŞ	
	f	%	f	%
1.soru	7	15,91	35	79,55
2.soru	3	6,82	31	70,45
3.soru	5	11,36	36	81,82
4.soru	5	11,36	35	79,55
5.soru	1	2,27	33	75
6.soru	5	11,36	38	86,36
7.soru a)	7	15,91	37	84,09
b)	3	6,82	34	77,27
c)	2	4,55	42	95,45
8.soru	0	0,00	41	93,18
9.soru	3	6,82	34	77,27
10.soru	4	9,09	37	84,09

İşlemsel testlere bakıldığında ön testte en çok yanlış yapılan soru % 16,28 (7 kişi) ile 2. sorudur. Başka bir deyişle, deney grubu öğrencileri en çok bu soruda, cevaplamaları gereken kriterlerden (A1, A2, B1, B3) (Ek-1) hiçbirine uygun cevap verememiştir. Bu soru, kuralı verilen bir fonksiyonda istenen değeri bulmayla ilgili olan bir sorudur (Ek-14). Yanlış yapılma yüzdesi düşük olsa da bu sorunun boş bırakılma yüzdesi oldukça fazladır. Başka bir deyişle, ön testte bu soruyu öğrenciler yapamamıştır. Bunun sebebi henüz fonksiyonlar konusunu görmemiş olmalarıdır. Ön testte en çok boş bırakılan soru ise % 100 oranla 7. sorunun c şıkkıdır (Ek-14). Bu soru grafik okumada fonksiyonun bir aralıktaki görüntüsünü bulmayı içermektedir.

İşlemsel son teste bakıldığında en çok yanlış yapılan soru % 15,91 (7 kişi) ile 1. soru ve 7. sorunun a şıkkıdır. Başka bir deyişle, deney grubu öğrencileri en çok bu sorularda, cevaplaması gereken kriterlerden (A1, A2, B1, B3) (Ek-1) hiçbirine uygun cevap verememiştir. 1. soruda kuralı ve tanım kümesi verilen bir fonksiyonun görüntü kümesi sorulmuştur. 7. soruda ise grafiği verilen bir fonksiyonun tanım ve görüntü kümeleri sorulmuştur (Ek-18). Son testin en çok boş bırakılan sorusu ise % 95,45 (42 kişi) ile 7. sorunun c şıkkıdır. Bu soru ön testte de en çok boş bırakılan sorudur. Bu açıdan ön ve son test arasında bir farklılık olmamıştır.

Ayrıca kontrol grubunun işlemsel ön ve son testleri, verilen cevapların sağladığı kriterlerin frekans ve yüzde tablolarına göre de incelenmiştir. Bu tablolar sırasıyla Ek-17 ve Ek-21’de verilmiştir. Her sorunun sahip olduğu kriterlerin ne kadarının sağlandığı incelenirken kavramsal ve işlemsel bilgi ölçeğinde (Ek-1) mevcut olan bütün kriterler tabloya yazılmıştır. Ek-17 ve Ek-21’de sunulan tablolarda boş hücreler, sorunun ilgili kriteri ölçmeyi hedeflemediğini göstermektedir. Örneğin, Ek-17’de 1. soru A1, A2, B1 ve B3 kriterlerini ölçmeyi hedeflemektedir.

Böylece her bir sorudaki kriterlerin anlamlarına bakarak, öğrencilerin hangi beceriyi nasıl kullanmış olduğuyla ilgili uygulama öncesinde ve sonrasında nasıl bir değişme olduğu tespit edilmiştir.

Ek-17 ve Ek-21’de sunulan bulguların analizi; gözlem, araştırma günlükleri ve mülakatlardan elde edilen verilerle desteklenerek ayrıntılı bir şekilde aşağıda sunulmuştur. Burada fonksiyonlarla ilgili temel kazanımları içeren soruların nitel analizi verilmiştir.

2. Soru: $f: R \rightarrow R$ $f(x) = 2x+3$ ise $f(4)=?$

Son testte kuralı verilen bir fonksiyonda, istenilen bir değeri bulmayı yapabilme konusundaki işlemsel becerileri, ön teste göre artmıştır fakat istenen oranda değildir.

Tutulan günlük notları incelendiğinde öğrencilerin fonksiyon makinesi ile fonksiyonun kuralını ifade etme gibi etkinliklere katıldıklarını ve anladıkları belirtilmiştir. Ayrıca kontrol grubunun ders gözlemleri incelendiğinde, kuralı verilen bir fonksiyonda değer bulma işlemleri yapılırken öğrencilerin çok azı x yerine istenen değerin yazılması gerektiğini anlayabilmişlerdir.

Benzer kriterleri içeren soru, mülakatta 2. soru (Ek-22) olarak öğrencilere sorulmuştur ve aşağıdaki gibi cevaplar alınmıştır.

Ö1: x yerine 3 yazıp denklemi kurarız.

Ö2: Burada $f(3)=14$ yani, fonksiyonu çözerken bizden istediği ifadeyi x yerine 3 yazacağız.

A: Neden x yerine 3 yazıyorsun?

Ö2: Bizden $f(3)$ ’ü istiyor.

A: Her zaman o içeriye yazılanlar x değeri midir?

Ö2: Hayır burada $x + 1$ varsa o zaman toplamında 3'ü bulmamız gerekir.

Kontrol grubunda son testlere göre en başarılı iki öğrenci olarak seçilen bu öğrenciler soruyu güzel bir şekilde çözmüşlerdir. Buradan kuralı verilen bir fonksiyonda değer bulmaya dair işlemsel bilgileri yeterlidir. Fakat genel olarak son testlere ve gözlemlere bakıldığında kontrol grubunun bu konudaki işlemsel bilgileri yetersizdir.

3. Soru: f , R de tanımlı doğrusal bir fonksiyon olarak veriliyor. $f(3) = 9$ ve $f(6) = 15$ ise $f(4)$ değerini bulalım.

Ön testte bu kriterleri sağlayan öğrenci yokken son testte de sadece 3 öğrenci bu kriterlere uygun cevap vermiştir. Ayrıca matematiğin dilini oluşturan sembol ve ifadeleri anlama, kullanma, yazma, kısaltma ve sadeleştirme kriteri olan C1'e ve problemi denkleme dönüştürüp denklemi çözme kriteri olan C2'ye hem ön testte hem de son testte uygun cevap veren öğrenci yoktur. Bu soru doğrusal fonksiyonun uygulamasını içeren bir sorudur. Buradan, öğrencilerin doğrusal fonksiyon kavramını kavrayamadıkları görülmektedir.

Kontrol grubunda tutulan günlük notlarında doğrusal fonksiyonun $f(x)=ax+b$ şeklindeki kuralını, öğrencilerin anlamakta zorlandıkları, daha doğrusu onlara bir şey ifade etmediği belirtilmiştir. Bu grubun dersleri gözlemlendiğinde benzer soruyu öğretmen sınıfta çözmüştür. Ama denklemleri yok etme gibi işlemleri öğrenciler yapamamıştır. Hatta oluşan iki bilinmeyenli denklem sistemini çözerken öğrencilerin çoğu bilinmeyenlerin katsayıları ve işaretlerini önemsemeden, toplayınca direkt yok olacağını (yok etme metodu) belirtmişlerdir. Başka bir deyişle, bu konudaki işlemsel bilgileri ezber ve yetersizdir.

Mülakatta sorulan doğrusal fonksiyonla ilgili kavramsal bir sorunun (Ek-22, 1.soru) görüşmeleri incelendiğinde de kontrol grubunun öğrencilerinin doğrusal fonksiyonla ilgili kavramsal ve işlemsel bilgilerinin çoğu zaman bilgi seviyesinde bile olmadığı görülmüştür. Doğrusal fonksiyonun grafiğini çizerken neden doğrusal çizdiği sorulduğunda bir öğrenci aşağıdaki gibi cevap vermiştir.

A: Başka bir deyişle, sen fonksiyon denilince hep böyle mi çiziyorsun?

Ö1: Evet ama neden böyle çizdiğim hakkında bir şey bilmiyorum.

Ö2: (Düşündü) Düz çizgi ile birleştirdi.

A: Neden düz çizgi ile birleştirdin?

Ö2: Hep bir birinin üstünde o yüzden.

A: Kıvrımsal yani, eğrisel de çizebilirdin onlarda da birbirinin üstünde oluyor başka bir deyişle, neden böyle düz çizdiğini anlamaya çalışıyorum.

Ö2: Daha kolay, daha çok kullanıyoruz.

A: Yani, grafikte düz çizginin senin için bir anlamı yok mu sadece kolay olduğu için mi yaptın?

Ö2: Evet

Buradan öğrencilerin doğrusal fonksiyonun grafiği ile ilgili anlamlı bir bilgiye sahip olmadığı fark edilmiştir. Sadece fonksiyon grafiklerinde doğrusal grafik kullanıldığını zannettikleri için (çizdikleri grafiğin adının doğrusal fonksiyon olduğunu bilmiyorlardır. Düz çizgi denilmiştir) o şekilde çizdikleri görülmektedir.

Genel olarak bakıldığında doğrusal fonksiyona ait işlemsel bilginin yetersiz olduğu tespit edilmiştir.

6. Soru: $f: R \rightarrow R$, $f(x) = (n-4)x + 1$ fonksiyonu sabit bir fonksiyon ise n değerini bulunuz.

Öğrencilerin sabit fonksiyona ait öğrendiği bilgileri ve buna ait işlemleri yapması hem ön testte hem de son testte değişiklik göstermemiştir ve oldukça düşüktür. Öğrencilerin sabit fonksiyon ile ilgili bilgileri ve bunu uygulamaları için temel işlemsel becerileri oldukça düşüktür ve son testte belirgin bir fark ortaya çıkmamıştır. Dikkat edilirse burada sadece bir öğrenci kriterlere uygun cevap vermiştir. Buradan öğrencilerin bu konu ile ilgili temel kavramsal ve işlemsel bilgilerinin, soru hakkında yorum yapacak kadar olmadığı görülmektedir.

Kontrol grubunda tutulan günlük notlarında sabit fonksiyonun venn şeması gösterimini anladıkları, ancak cebirsel işlemlerde sabit fonksiyonu uygulayamadıkları belirtilmiştir. Benzer durum ders gözlemlerinde de görülmektedir. Benzer bir soru gözlem esnasında sınıfta öğretmen tarafından çözülmüştür. Öğretmen sınıfa sabit fonksiyonun ne

olduğunu sorduğunda öğrenciler birden bire “sabit fonksiyon, birim fonksiyon, eşit fonksiyonlar vb.” gibi fonksiyon çeşitlerini saymaya başlamışlardır. Başka bir deyişle, öğrenciler sabit fonksiyonun ne olduğunu bilmeden sadece adının geçtiği fonksiyon çeşidi olduğunu bilmektedirler. Ardından öğretmen sorudaki değişkenin ne olduğunu sormuş ama öğrencilerin değişken kavramını bilmediklerini görmüştür. Bunun üstüne öğretmen karşı tarafta x olmaması gerektiğini söylediği halde öğrencilerden herhangi bir cevap gelmeyince, kendisi soruyu çözmüştür. Başka bir deyişle, öğrencilerin sabit fonksiyonla ilgili bilgileri bilgi seviyesinde bile değildir. Bu sebeple uygulama basamağına da geçememişlerdir.

Bu konu ile ilgili derinlemesine bilgi için mülakat (Ek-22) yapılmıştır ve sabit fonksiyona dair bilgiler ve uygulama soruları sorulmuştur.

A: Peki sabit fonksiyon demiş burada sabit fonksiyon ne demek?

Ö2: Tanım kümesinden alınan tüm elemanların değer kümesinden bir elemanla eşleşmesine denir.

A: Bana bir sabit fonksiyon örneği yazabilir misin?

Ö2: Venn şeması olarak çizebilirim.

A: Tamam çiz. (Doğru çizmiştir)

A: Bana bunu kural olarak yazabilir misin?

Ö2: Hayır.

A: Mesela ben sana bir fonksiyon yazayım. $f(x) = 2x + 3$ bu bir sabit fonksiyon mu?

Ö2: Evet.

A: Nerden anladın?

Ö2: Bilmiyorum, genelde sorularda yanında belirtirse sabit, doğrusal diye yapabilirim ama bir şey vermezse ona cevap veremem.

Bu öğrenci sabit fonksiyonun tanımını çok güzel bir şekilde ifade etmiş ve venn şeması ile açıklamıştır. Ama bu bilgisini diğer durumlarına aktaramamış, kuralını yazamamıştır. Çünkü fonksiyonun temel kavramlarından biri olan değişken kavramını bilmeden sadece tanımları ezberlediği için sabit fonksiyonun kuralını yazamamaktadır. Diğer öğrenci ise sabit fonksiyon kavramına dair anlamlı bir açıklamada bulunmamıştır.

A: Peki bana sabit bir fonksiyon yazabilir misin?

Ö1: Hayır tanımlarını bilmediğim için yazamam.

A: Burada ben bir fonksiyon yazdım. $f(x)=2x+3$. Bu sabit mi?

Ö1: (Düşündü) sabit. Sabit ama bilinmeyen olmayacak içinde.

A: Burada bilinmeyen var mı?

Ö1: x var .

A: Bilinmeyen neden olmayacak içinde?

Ö1: Ya şu tarafta bilinmeyen olmayacak (Eşittir sembolünün diğer tarafında demek istemiştir).

A: Peki $f(x)=2x+3$ bu haliyle sabit bir fonksiyon mu?

Ö1: Hayır değil

A: Peki şu $f(x)=2x$?

Ö1: Hayır.

A: Peki şu $f(x)=3$?

Ö1: Evet.

A: Neden?

Ö1: Çünkü x yerine bir sayı geldiğinde diğerlerinde sonuç değişecek ama bu son yazdığınızda x yerine ne yazarsak yazalım sonuç değişmeyecek.

A: o zaman bizim sorumuza bakalım şu soru bu haliyle sabit fonksiyon mu?

(mülakattaki 3. soru (Ek-22). $f: R \rightarrow R, f(x) = (n+3)x + 5$ fonksiyonu sabit bir fonksiyon ise $n=?$)

Ö1: evet sabit.

Bu öğrencinin sabit fonksiyon şemasının karışık olduğu ve anlamlı ilişkilerin kurulmadığı anlaşılmaktadır. Çünkü öğrenci öncelikle sabit fonksiyonu bilmediği ve örnek yazamayacağını belirtmiştir. Değişken kavramını bilmediği için ezber bilgi ile açıklama yapmaktadır. Bir ara doğru bilgiler söylese bile bu bilgilerini mülakatta sorulan esas soruya aktaramamıştır. Kısacası öğrencinin sabit fonksiyona dair

kavramsal ve işlemsel bilgisi yeterli değildir. Ayrıca aşağıdaki gibi bir yanılı da mevcuttur:

A: Peki desem ki f bir sabit fonksiyon ve $f(9)=20$ çıktı $f(18)$ kaç olur?

Ö1: 40 çıkar. (Verilen sayıdan orantı kurmaya çalışmıştır. Başka bir deyişle, 9'da 20 ise 18'de 40 olur gibi)

A: Tamam mesela ben desem ki f sabit fonksiyon ve $f(9) = 10$ ise $f(18) = ?$

Ö2: Bunu bilemeyiz bir denklem verilmemiş yapamayız.

A: Verilen bilgiler yeterli değil mi ben f sabit dedim. $f(9)=10, f(18)=?$

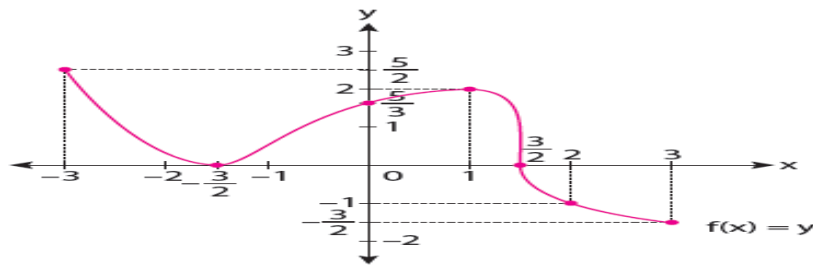
Ö2: 19 mu?

A: Nasıl yaptın?

Ö2: Bir fazlasına götürmüş önceden, o yüzden.

Buradan her iki öğrencinin sabit fonksiyonu orantı yoluyla bulmaya çalıştıkları yanılığı görülmüştür. Burada doğrusal fonksiyon bilgisinin aşırı genellemesi denilemez; çünkü doğrusal fonksiyonun bu tarz sorusunda böyle bir işlem yapmamışlardır. Ayrıca doğrusal fonksiyona ait eşit artma veya azalma gibi kavramsal bilgiye sahip değildirler. Burada kendilerine verilen bilgide başka değerler olmadığı için orantı yaparak değer bulmuşlardır. Bu konuda kontrol grubunun işlemsel bilgisi yetersizdir.

7. Soru: f fonksiyonunun grafiği şekildeki gibidir. Buna göre;



- f in tanım ve görüntü kümelerini bulunuz
- $f(-3)=?$ $f(-3/2)=?$ $f(0)=?$ $f(1)=?$ $f(3)=?$
- $f([-3/2, 0])=?$ ve $f([1, 3/2])=?$

(Meb, 2013).

Öğrenciler noktaların görüntüsünü bulabiliyorken bu bilgilerini aralık kavramıyla birleştirip, aralıkların görüntüsünü bulmakta oldukça zorlanmışlar ve boş bırakmışlardır.

7c şıkkında yazılan aralık ifadesinin fonksiyon içinde yer alması onlara anlamsız gelmiştir. Ayrıca öğrencilerin zorlandıkları yerlerden birisi de fonksiyonun kökünü bulma olmuştur. Öğrenciler $f(3/2)=0$ ise $f(0)=3/2$ gibi bir yanılgıya düşmüşlerdir. Bunun sebebi ters görüntü bulurken yapılan işlemdir. Başka bir deyişle, $f(-3/2)=0$ ise $f^{-1}(0)=3/2$ işleminin aşırı genellemesi buna yol açmaktadır.

Gözlem ve günlük notları incelendiğinde öğrencilerin grafik okurken x - y eksenleri arasındaki eşlemeyi yapabildikleri ama hangi eksenin tanım kümesi hangi eksenin görüntü kümesi olduğunu bilmedikleri görülmüştür. Öğrenciler grafikten ters görüntü bulmayı anlamışlardır. Fakat $f(x)=0$ ve $f^{-1}(x)=0$ ifadelerini anlamakta zorlanmışlardır.

Grafik okuma ile ilgili sorular mülakatta da sorulmuştur (Ek-22, 8. soru). Ö1 tanım kümesinin x eksenini olduğunu doğru yapmıştır fakat grafik üzerinde sadece işaretli olanları tanım kümesine almıştır. Başka bir deyişle, ara değerlerin olup olmayacağından emin değildir.

Ö2: $[-3,3]$ tanım kümesidir.

A: Neden kapalı aralık yazdın?

Ö2: Çünkü sınırlı olduğu için.

A: Mesela açık yazsaydın ne olası gerekirdi ki?

Ö2: Burada mesela $+4, +5 -4$ filan olsaydı açık aralık yazardım.

A: Peki görüntü kümesi ne?

Ö2: y eksenidir. Bu sınırsız yani, 3 ile -2 arasında vermiş ama kullanmamış.. $(3,-2)$

A: Neden açık bıraktın?

Ö2: Vermiş ama kullanmamış.

Ö2 ise tanım ve görüntü kümesinin grafik üzerinde nerede olduğunu ve nasıl yazılması gerektiğini yeterli bir şekilde ifade etmiştir. Ama $f(x)=0$ ve $f(0)=y$ şeklindeki ifadelerde yanılgılar mevcuttur.

Ö2: $f(-3/2)=0$

A: Neden sıfır?

Ö2: Burada eşleme olamamış.

Ö2: $f(0)=0$

A: Neden?

Ö2: y 'nin eşleşmesi yok.

Burada öğrencide, eğer grafik üzerinde eşleme yoksa onun cevabı sıfır olur, gibi bir yanlışlık mevcuttur. Bu fikir düz görüntüde problem oluşturmaya da ters görüntüde sıkıntı oluşturmaktadır. Ö1 öğrencisinde ise aşağıdaki gibi bir yanlışlık mevcuttur.

A: Peki $f(-3/2)$ 'ye niye sıfır dedin?

Ö1: Aslında boşta olunca sıfır oluyordu. Sıfırda da 1'e yolladım çünkü boş olan o. Başka bir deyişle, $f(0)=1$

A: Grafik üzerinde boş olana mı gidiyorlar genelde?

Ö1: Sıfırı tanım kümesinden alıp görüntüye yollamamız lazım hepsinin eşleştiği bir şey var boşta olan bir tek o var o yüzden 1'dir.

A: Peki $f^{-1}(5/3)= ?$

Ö1: Sıfırdır. Tek tanım kümesinde boşta olan sıfır gibi geliyor.

A: Ama -1 de boşta ona niye yollamadın?

Ö1: Ama hayır... (Düşündü ama anlatamadı cevap yok).

Bu öğrenci ise kök değerleri için o an grafikte eşlememiş (aslında eşleşmiş sayılardır onlar, fakat öğrenci aralık kavramını bilmediği için seçtiği sayıları eşleşmemiş zannetmektedir) olan değerle eşleştirmektedir. Başka bir deyişle, grafik üzerinde öğrenciye göre eşleşmemiş bir sayı sorulan kökün cevabıdır. Bu yanlışlığın sebebi anlaşılmamaktadır. Nitekim bunun yanlış olduğunu göstermek için öğrenciye sorular sorulmuştur, fakat öğrenci cevap verememiştir.

Genel olarak bakıldığında kontrol grubunun grafik okuma bilgileri yetersizdir ve yanlışlıklar mevcuttur.

8. Soru:

$$g(x) = \begin{cases} 3 - x, & x < -2 \\ 2x, & -2 \leq x \leq 1 \\ 2, & x > 1 \end{cases}$$

ise $g(-4) + g(0) + g(3) = ?$

Öğrenciler parçalı fonksiyon kavramına ait bilgide, işlemlerde ve eşitsizlik gibi kullanılabilecek temel matematiksel kavram ve işlemlerde yetersizdirler. Son test oranı ön teste göre fazla görülse de oran oldukça düşüktür.

$$g(x) = \begin{cases} 3 - x, & x < -2 \\ 2x, & -2 \leq x \leq 1 \\ 2, & x > 1 \end{cases}$$

$$g(-4) = 3 - (-4) = 7$$

$$g(0) = 2 \cdot 0 = 0$$

$$g(3) = 2 \cdot 3 = 6$$

Şekil 4.35. Kontrol Grubundaki Öğrencilerin İşlemsel Son Testte 8. Sorudaki Çözümü

Yukarıdaki çözümde öğrenci sabit fonksiyona ait işlemde hata yapmıştır. Parçalı fonksiyona ait işlemleri anlasa bile sabit fonksiyona ait işlemsel bilgisi yetersizdir.

Öğrencilere mülakatta 6. soru (Ek-22) sorulmuştur. Ö2, parçalı fonksiyon kavramını tam anlayamamıştır. Çünkü hangi değer sorulursa hepsine birinci parçadaki kuralı uygulamıştır. Buna göre öğrencilerin verilen bir işlemsel soruyu anlamlandırırken sıkıntıları oluşmaktadır. Bunun temel sebebi ise matematikteki temel kavramları (eşitsizlik, büyük, küçük sembolleri vb.) yorumlayamamaktır. Ayrıca bu öğrenci parçalı fonksiyon kavramını tam olarak algılayamamıştır. Çünkü belirli değer aralıklarına göre belirli kuralları uygulaması gerektiğini yapamamıştır. Sorulan hangi değer olursa olsun ilk parçadaki kuralı uygulamıştır.

Ö1, parçalı fonksiyonun işlemsel uygulamasında zorlanmakla birlikte sabit fonksiyon kavramının işlemsel uygulamalarında da yanılgılara sahiptir. $f(x)=1$ olan bir yerde $f(3/2)=1.3/2$ cevabı verilmiştir. Başka bir deyişle, sabit fonksiyona yönelik ve parçalı fonksiyona ait işlemsel bilgileri yetersizdir.

Son testler incelendiğinde, öğrencilerin işlemsel bilgilerinde belirgin bir fark ortaya olmadığı görülmektedir. Kontrol grubunda öğrencilerin fonksiyonlarla ilgili daha

önceden gördükleri bilgileri hatırlama, uygulama ve temel matematiksel kavramlarla birleştirerek işlem yapma becerileri oldukça düşüktür.

4.3.3. Deney Grubu ve Kontrol Grubunun İşlemsel Bilgilerinin Karşılaştırılması

Uygulama sonrasında deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin işlemsel bilgi son test puanlarının arasında istatistiksel açıdan manidar fark olup olmadığı ilişkisiz örneklem için t testi ile belirlenmiştir.

Araştırmada öğrencilerin işlemsel bilgi puanları sürekli, ait oldukları grup (deney ve kontrol grubu) bağımsız değişkeni kategorik değişken olduğundan ilişkisiz örneklem için t testi yapılmıştır. Parametrik testlerden biri olan ilişkisiz örneklem için t testi çeşitli varsayımlara sahiptir. Yapılan bu araştırmada varsayımların kontrolü yapılmıştır. Tablo 4.17’de deney ve kontrol grubu öğrencilerinin işlemsel bilgi son test puanlarına ilişkin ilişkisiz örneklem t testi sonuçları yer almaktadır.

Tablo 4.17. Deney ve Kontrol Grubundaki Öğrencilerin İşlemsel Bilgi Testi Son Test Puanlarına İlişkin İlişkisiz Örneklem İçin T Testi Sonuçları

	Grup	N	$\bar{X}$	S	sd	t	P
İşlemsel Bilgi	Deney	45	26.82	28.50	70.51	3.71	.00*
	Kontrol	44	8.60	16.38			

*p<.05

İlişkisiz örneklem t testi sonuçlarına göre deney ve kontrol grubu öğrencilerinin işlemsel bilgi son test puanları arasında istatistiksel açıdan manidar fark vardır ($t_{(70.51)}=3.71$; $p<.05$). Deney grubu öğrencilerinin işlemsel bilgi son test puanları $\bar{X} = 26.82$ iken, kontrol grubu öğrencilerinin son test puanları $\bar{X} = 8.60$ olarak bulunmuştur. Ayrıca puanlar arasındaki fark istatistiksel açıdan manidar çıkmıştır. Elde edilen bu bulgu deney grubunda kullanılan modelleme yönteminin öğrencilerinin işlemsel bilgilerini, kontrol grubunda kullanılan geleneksel yöntemle göre yükselttiği sonucuna ulaşılabilir.

Bu durumu daha ayrıntılı yorumlayabilmek için deney grubunun (Ek-20) ve kontrol grubunun (Ek-21) işlemsel son testlerinde sunulan bulguların analizi; gözlem, etkinlik kâğıtları, araştırma günlükleri ve mülakatlardan elde edilen verilerle desteklenerek

ayrıntılı bir şekilde aşağıda sunulmuştur. Burada fonksiyonlarla ilgili temel kazanımları içeren soruların nitel analizi verilmiştir.

2. Soru: $f: R \rightarrow R$ $f(x) = 2x+3$ ise $f(4)=?$

Deney grubundaki öğrenciler, kontrol grubuna göre neredeyse iki kat daha fazla oranda bu konuda gerekli işlemleri yapmıştır. Genel olarak bakıldığında kuralı verilen bir fonksiyonda, bir noktanın görüntüsünü bulma işlemi her iki grup tarafından yapılsa da deney grubundaki yapılma oranı belirgin şekilde kontrol grubuna göre fazladır.

Deney grubunda kavramsal bilginin değerlendirmesi bölümünde öğrencilerin her soru için etkinlik kâğıtlarından örnekler verilmiştir. Bu kâğıtların her birinde öğrenciler, karmaşık bir durum içinden fonksiyonun kuralını oluşturup istenen değerleri de fonksiyon kullanarak hesaplamışlardır. Başka bir deyişle, kuralı verilen bir fonksiyonda değer bulmayı hem kavramsal hem de işlemsel olarak öğrenmişlerdir. Çünkü değişken kavramına sahip oldukları için değişkene x sembolü verip, kural yazabilmektedirler. Dolayısıyla burada sorulan değer aslında değişken olan x olduğunun farkında olarak işlemlerini yapmaktadırlar. Bu durumlar kavramsal bilgi değerlendirme bölümünde (Bölüm 4.2.1) de ayrıntılı incelendiği için burada bir kez daha etkinlik kâğıdından aynı örnekler verilmemiştir. Gözlem notları incelendiğinde öğrencilerin kuralı verilen bir ifadede rahat bir şekilde işlemsel uygulamalar yaptıkları görülmüştür. Kontrol grubunun gözlem notları incelendiğinde sınıfın çok azı kuralı verilen bir fonksiyonda sorulan değeri x değeri yerine yazabilmiştir. Ama mülakatlar incelendiğinde kontrol grubunun öğrencileri bu durumu güzel bir şekilde açıklamıştır. Genel olarak bakıldığında deney grubunun kontrol grubuna göre, kuralı verilen bir fonksiyonda işlem yapma becerisi daha iyidir.

3. Soru: f, R de tanımlı doğrusal bir fonksiyon olarak veriliyor. $f(3) = 9$ ve $f(6) = 15$ ise $f(4)$ değerini bulalım.

Bu soru doğrusal fonksiyon kavramının işlemsel uygulamasını içermektedir. Deney grubundaki öğrenciler soru ile ilgili herhangi bir denklem veya örüntü kurmuştur. Bu beklenen bir durumdur çünkü kavramsal soru analizlerinde de belirtildiği gibi modelleme etkinliklerinde öğrenciler sadece soruyu çözmekle kalmamışlar aynı zamanda genelleleyen formüller, denklemler de kurmaya çalışmışlardır. Fakat kontrol

grubunda ise bu kritere uygun cevap veren öğrenci yoktur. Deney grubunda C1 kriterinde daha fazla öğrenci örüntü veya denklem kurmaya çalışmıştır ama burada soru ile ilgili kurulması gereken iki bilinmeyenli denklemi kurup çözen bir kişi vardır. Diğerleri ise doğrusal fonksiyonun eşit miktarda artma azalma mantığından örüntü bulup doğru cevabı yapmışlardır.

Gözlem ve günlük notları incelendiğinde deney grubunun doğrusal fonksiyonu hem kavramsal olarak hem de işlemsel olarak öğrendiği belirlenmiştir. Doğrusal fonksiyon ilişkisinin eşit artma veya azalma durumlarında olduğunu bildikleri için işlemlerini buna göre yapmayı tercih etmişlerdir. Bu tarz sorularda iki bilinmeyenli denklem kurup çözmek, onlara uzun işlem olarak görüldüğü için orantı mantığından yola çıkarak işlem yapmışlardır. Burada işlem becerileri de yeterlidir. Fakat kontrol grubunun öğrencileri doğrusal fonksiyonla ilgili yeterli işlemsel ve kavramsal bir bilgiye sahip değildirler. Ders gözlemleri sırasında ve mülakatlarda da $f(x)=ax+b$ kuralı bu gruptaki öğrencilere bir şey ifade etmemektedir. Ayrıca bu tarz soru derste çözülürken iki bilinmeyenli denklem sistemini kurarken ve çözerken zorlanmaktadırlar. Denklemlerdeki yok etme metodunda işlemsel yanılgıları mevcuttur. Ayrıca mülakatlarda (Ek-22, 1. soru) ortaya çıkmaktadır ki kontrol grubunun öğrencileri için doğrusal fonksiyon grafiğinin bir anlamı yoktur. Onlar sadece fonksiyon grafiği olunca genelde düz çizgi (doğrusal grafik) kullandıklarını belirtmişlerdir.

Genel olarak bakıldığında deney grubu istenen çözüm yolundan farklı bir yolla çözüm yapsa bile bu konudaki işlemsel bilgileri kontrol grubuna göre daha yeterlidir.

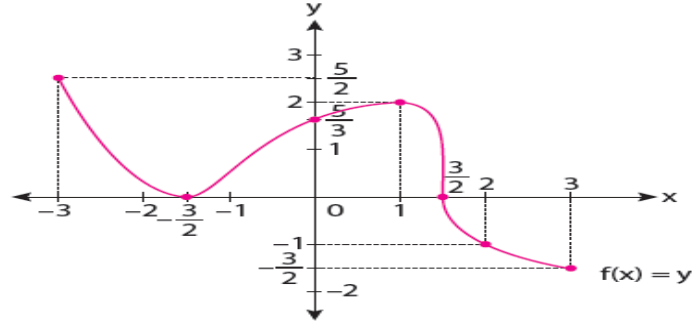
6. Soru: $f: R \rightarrow R, f(x) = (n-4)x + 1$ fonksiyonu sabit bir fonksiyon ise n değerini bulunuz.

Bu soru sabit fonksiyonun işlemsel uygulamasını ölçmektedir. Her iki grubun da kriteri sağlama oranı oldukça düşüktür. Soru ifadesi öğrencilere işlemsel olarak bir şey ifade etmemiş olabilir. Genel olarak bakıldığında deney grubunda doğru çözenler olmakla birlikte sabit fonksiyon kavramından yola çıkıp önce $f(1)$ değerini sonra $f(2)$ değerini verip eşitlemeye çalışan öğrenciler olmuştur. Fakat öğrencilerin genel işlem becerileri düşük olduğu için bu işlemi yarıda bırakmışlardır. Böyle bir çözüme gitmeleri hem şaşırtıcı hem de iyidir. Çünkü derste etkinliklerde böyle bir işlem veya çözüm

yapılmamıştır. Sadece sabit fonksiyon kavramı üzerinde durulmuştur. Genel seviye olarak düşük öğrencilerin sınav esnasında böyle bir çözüm düşünmeleri yine alanyazında da geçen kavramsal bilginin işlemsel bilgiyi etkilediğinin bir kanıtıdır. Fakat benzer durum kontrol grubu için geçerli değildir. Buradaki öğrencilerin hemen hemen hepsi soru hakkında alternatif bir çözüm üretmeyip, boş bırakmışlardır.

Mülakatlar (Ek-22, 3. soru) incelendiğinde deney grubu öğrencilerinin hem sabit fonksiyonun tanımını doğru bir şekilde ifade ettiği hem de özgün bir örnekle bunu açıkladıkları görülürken kontrol grubunun öğrencileri hem tanımı ifade etmekte zorlanmışlardır hem de örnek verememişlerdir. Başka bir deyişle, kontrol grubunun öğrencilerinin sabit fonksiyon bilgileri yeterli değildir. Ayrıca deney grubu öğrencileri hem venn şeması ile hem de cebirsel gösterimlerle sabit fonksiyonu ifade edebiliyorken kontrol grubunun öğrencileri sadece venn şeması gösteriminde bunu kullanabilmektedir. Başka bir deyişle, deney grubunun çoklu gösterimler arası bilgiyi transfer etmesi daha iyidir. Mülakatta sorulan benzer sorunun (Ek-22, 3. soru) çözümü için deney grubu değişken kavramından bahsederken ve mantıklı çözümler üretirken kontrol grubunun öğrencileri değişken kavramını bilmedikleri için mantıklı hiçbir yorum yapamamışlardır. Ayrıca kontrol grubunda, sabit fonksiyona dair bazı yanılgılar tespit edilmiştir. Sabit fonksiyonda verilen değerden yola çıkarak diğer değerleri orantı yoluyla bulmaya çalışmışlardır. Mesela f bir sabit fonksiyon ve $f(9)=20$ çıktı $f(18)$ kaç olur sorusunda 9'da 20 ise 18'de 40 olur gibi çözüm önermeleri vardır. Deney grubunda bu tarz yanılgılara rastlanılmamaktadır. Genel olarak bakıldığında deney grubu kontrol grubuna göre işlemsel bilgi yönünden daha öndedir.

7. Soru: f fonksiyonunun grafiği şekildeki gibidir. Buna göre;



- a) f in tanım ve görüntü kümelerini bulunuz
- b) $f(-3)=?$ $f(-3/2)=?$ $f(0)=?$ $f(1)=?$ $f(3)=?$
- c) $f([-3/2, 0])=?$ ve $f([1, 3/2])=?$

(Meb, 2013).

Bu soru fonksiyon grafiklerini okuma becerisini ölçmektedir. 3 şıkkı vardır ve a şıkkında fonksiyonun tanım ve görüntü kümelerini grafik üzerinden okuma istenmiştir. Her iki grupta da öğrencilerin grafikle ilgili öğrendiği temel kavramları tanım görüntü kümesi ile birleştirerek uygulaması oldukça düşüktür. Modelleme etkinliklerinde sürekli olarak fonksiyonların cebirsel, tablo ve grafik dönüşümleri birlikte kullanıldığı için deney grubunda daha fazla oran beklenilmektedir. Genel olarak a şıkkına bakıldığında deney grubundaki öğrenciler tanım- görüntü kümesini aralık ile göstermeleri gerekirken ya venn şemasıyla eşleme yaparak göstermişlerdir ya da nokta halinde göstermişlerdir. Aralık olarak gösteren öğrenci yoktur. Kontrol grubunda ise böyle farklı çözümlere rastlanılmamıştır.

Sorunun b şıkkı ise fonksiyonun düz görüntüsü ve kökü olan değerleri okumayı içermektedir. Deney grubundaki öğrencilerin çoğu fonksiyonlarda düz görüntü bilgisini ve kökü olan değeri bulmayı uygulayabilmişlerken diğer grupta bunu yapabilen öğrenci oldukça azdır. Kontrol grubundaki öğrencilerin zorlandıkları yerlerden birisi de fonksiyonun kökünü bulma olmuştur. Öğrenciler $f(-3/2)=0$ ise $f(0)=3/2$ gibi bir yanılgıya düşmüşlerdir. Bunun sebebi ters görüntü bulurken yapılan işlem olabilir. Başka bir deyişle, $f(3/2)=0$ ise $f^{-1}(0)=3/2$ işleminin aşırı genellemesi buna yol açmaktadır.

Sorunun c şıkkı ise nokta bazında değil de aralık bazında görüntü bulmayı içermektedir. Burada her iki grubun da oranları düşüktür. Öğrenciler b şıkkında nokta eşlemelerde iyi olsalar da aralık olarak düşünmekte zorlanmışlardır.

Mülakatlara (Ek-22, 8. soru) bakıldığında her iki grubun öğrencileri de fonksiyonun grafiğinde hangi eksenin tanım ve görüntü kümesi olduğunun farkındadırlar. Fakat aralık yazmada sıkıntılar yaşamaktadırlar. Başka bir deyişle, açık-kapalı aralık olması durumunda özellikle kontrol grubu zorlanmıştır. Her iki grubun öğrencileri $f(x)=0$ ve $f^{-1}(x)=0$ şeklindeki durumlarda sıkıntı yaşamışlardır. Özellikle kontrol grubunda bu konuda yanlışlar ortaya çıkmıştır. Başka bir deyişle, grafik üzerinde eşleştiği noktayı göremeyince sonucu sıfıra eşitleme gibi yanlış mevcuttur. Ayrıca bu gruptaki diğer yanlış ise grafikte kök değerleri için o an grafikte eşleşmemiş (aslında eşleşmiş sayılardır fakat öğrenci seçtiği sayıları aralık kavramını bilmediği için eşleşmemiş zannetmektedir) olan değerle eşleştirmedir. Başka bir deyişle, grafik üzerinde öğrenciye göre eşleşmemiş bir sayı, sorulan kökün cevabıdır. Bu tarz yanlışlar deney grubunda yoktur. Deney grubunun diğer gruba göre grafik okumadaki işlemsel bilgisi daha öndedir.

8. Soru:

$$g(x) = \begin{cases} 3 - x, & x < -2 \\ 2x, & -2 \leq x \leq 1 \\ 2, & x > 1 \end{cases}$$

ise $g(-4) + g(0) + g(3) = ?$

Bu soru parçalı fonksiyona ait işlemsel bir sorudur. Her iki grupta da öğrencilerin çok azı eşitsizlik, sayı aralıkları gibi temel kavram bilgilerini parçalı fonksiyon sorusunda bir araya getirebilmişlerdir.

Genel olarak bakıldığında deney grubundaki öğrenciler parçalı fonksiyon mantığına uygun işlem yapsalar da bazı öğrencilerde şu şekilde hatalar gözlemlenmiştir:

$$g(x)=2 \text{ sabit fonksiyonu için } g(3)=2.3$$

Başka bir deyişle, sabit fonksiyon kavramına dair bazı işlemler hatalıdır.

Deney grubu öğrencileri verilen bir parçalı fonksiyonun kuralını anlamlandırabilirken kontrol grubunun öğrencileri parçalı fonksiyonu anlayamamışlardır. Çünkü parçalı

fonksiyonda birden fazla kurala göre işlem varken kontrol grubu öğrencileri hangi değer sorulursa sorulsun sadece tek kurala göre işlem yapmıştır. Ayrıca her iki grubun da ortak hataları ise parçalı fonksiyonun sabit fonksiyon olan parçasında işlem yapamamaktır. Daha önce de sabit fonksiyon analizinde bahsedilmiştir. İki grubun öğrencileri de sabit fonksiyonun ne olduğunu anlasalar bile kuralında işlem yaparken zorlanmışlardır. Örneğin, kurallarından biri $f(x)=1$ olan parçalı fonksiyonda $f(3/2)=1.3/2$ şeklinde düşünmüşlerdir veya $1+3/2$ olarak düşünmüşlerdir. Başka bir deyişle, hem parçalı fonksiyonda hem de sabit fonksiyonda işlemsel bilgi konusunda her iki grubun öğrencileri de sıkıntı yaşamaktadırlar. Ama deney grubunun öğrencileri bu konuda kontrol grubuna göre hem kavramsal hem de işlemsel bilgi bakımından öndedir.

Kontrol grubunda öğrencilerin fonksiyonlarla ilgili daha önceden gördükleri bilgileri hatırlama, uygulama ve temel matematiksel kavramlarla birleştirerek işlem yapma becerileri oldukça düşüktür. Deney grubunda ise fonksiyonlarla ilgili işlemsel bilgilerini çoklu gösterimlere kolaylıkla transfer edebildiği ve farklı işlemsel yollardan çözüm yaptıkları görülmüştür. Dolayısıyla modelleme yönteminin, fonksiyonlarda işlemsel bilgiye olumlu bir etkisi vardır.

BÖLÜM V: SONUÇ

Bu bölümde, araştırmadan elde edilen bulgular ve ilgili alanyazın kıyaslanarak, araştırma soruları tartışılmıştır. Ardından araştırmadan elde edilen bilgiler doğrultusunda öğretim programı hazırlayan ve öğretmen yetiştiren kurumlara, öğretmenlere ve araştırmacılara önerilerde bulunulmuştur.

5.1. Tartışma

MEB, ortaöğretim matematik müfredatında fonksiyonlar konusu için 30 ders saati ayırmıştır. Deney grubunda modelleme ile yapılan öğretim 22 ders saati sürerken kontrol grubunda bir sınıfta 32 ders saati sürmüştür. Deney grubunda normalden daha kısa sürede bitmesinin sebebi, hazırlanan modelleme etkinliklerinin birden fazla kazanımı içermesinden kaynaklanmaktadır. Böylece modelleme ile öğrenim gören öğrenciler, karmaşık hayat durumlarında, fonksiyonları (cebirsel, grafik ve tablo gibi çoklu gösterimler arasında transferler yaparak) bütünsel bir sistemde uygulamışlardır. Başka bir deyişle, fonksiyonla ilgili kazanımları ayrı ayrı olarak değil de bütün olarak gördükleri için, bir modelleme etkinliği ile birden fazla kazanımı kavrayabilmektedirler. Böylece modelleme temelli yapılan öğretimde, MEB'in sunduğu programdan daha kısa sürede, kazanımlar öğrencilere kavratılabilir ve artan zamanlarda da soru çözümlerine ve sınıfın eksik kaldığı yerlere önem verilebilir. Dolayısıyla modelleme temelli yapılan öğretimin avantajlı olduğu fark edilmektedir.

Öğrencilerin ön bilgilerini ölçmek için, fonksiyonlara temel teşkil eden konularda kavramsal ve işlemsel soruların olduğu bir test, fonksiyonlar konusunda ön bilgilerini içeren kavramsal bir test ve işlemsel test olarak üzere üç test uygulanmıştır. Fonksiyonlar konusuna temel teşkil eden konulara ait kavramsal ve işlemsel bilgi bakımından her iki grubun da yetersiz olduğu düşünülmektedir. Öğrencilerin sahip olması gereken temel matematiksel düşünce ve becerileri düşüktür. Kavramsal ve işlemsel ön bilgilerinde de benzer sonuçlar elde edilmiştir. Henüz fonksiyonlar konusu işlenmeden yapılan inceleme sonucu, deney grubu ve kontrol grubunda kavramsal ve işlemsel bilgi açısından istatistiksel olarak manidar fark olmadığı tespit edilmiştir. Yani

uygulama öncesi bilgilerinin denk olduğu görülmüştür. Ayrıca deney grubunun hem kavramsal hem işlemsel bilgisindeki fark istatistiksel olarak manidar bulunmuştur. Yani modelleme yönteminin hem kavramsal hem de işlemsel bilgiyi olumlu yönde değiştirdiği görülmüştür. Fakat kontrol grubunun kavramsal bilgisindeki değişimde istatistiksel olarak manidar bir fark tespit edilmemişken, işlemsel bilgilerinde az da olsa manidar bir fark bulunmuştur. Deney ve kontrol grubu hem kavramsal hem işlemsel bilgi olarak kıyaslandığında, istatistiksel olarak deney grubu lehine anlamlı fark çıkmıştır. Yani modelleme yönteminin kavramsal ve işlemsel bilgiye, olumlu yönde etkisinin olduğu düşünülmektedir.

Kontrol grubunun, temel matematiksel bilgilerine ait eksikliklerini gideremeyip, bu grupta, kavram yanılgıları olduğu görülmektedir. Teachey'in (2003) çalışmasında belirtildiği gibi, kontrol grubunun öğrencileri kavramsal ve işlemsel bilgiyi kullanmada yetersiz olduklarından veya anlayamadıklarından kavram yanılgılarının olduğu düşünülmektedir.

Kontrol grubunun verileri incelendiğinde bazı sorularda ön bilgilerinin kriterlere uygun verilen cevapların yüzdesi son bilgilerine göre daha yüksektir. Bunun sebebinin, öğrencilerin fonksiyonlar konusunu formel bir anlatımla, günlük hayat ilişkisinden uzak olarak öğrenmeleri olduğu düşünülmektedir. Başka bir deyişle, öğrencilerin ön bilgileri ölçüldüğünde, fonksiyonlar konusunu görmedikleri için günlük hayatla ilişkili sorularda fikir yürütebilmişlerdir ve kriterlerin bazılarına uygun cevap verebilmişlerdir. Ancak son bilgileri ölçüldüğünde, sorulan günlük hayatla ilgili bazı sorular ile zihinlerinde oluşan fonksiyon şemaları uyuşmadığı için son testlerdeki soruların kriterlerine cevap verememişlerdir. Dolayısıyla son test verilerinde bazı soruların kriter yüzdeleri ön testlere göre düşük çıkmıştır. Kısacası; klasik, formel ve karmaşık hayat durumlardan uzak anlatılan fonksiyonlar konusunun, öğrencilerde var olan yorum yapma, ilişkilendirme gibi kavramsal kriterleri kısıtladığı, fonksiyon şemalarını daralttığı düşünülmektedir.

Bulgular incelendiğinde, modelleme yaklaşımının aslında öğrencilerin kavramsal bilgileri üzerinde etkili olduğu görülmüştür. Meslek lisesi gibi düşük matematiksel beceriye sahip öğrencilerin olduğu bir lisede bile modelleme yönteminin faydalı olduğu düşünülmektedir. Deney grubu öğrencilerinin, fonksiyonların büyük çoğunluğunu

kavramsal olarak öğrendiği görülmektedir. Modelleme kavramsal bilgiye etki ettikten sonra işlemsel bilgiyi de geliştirmeye başlamıştır. Çünkü modelleme etkinliklerinde diğer problemler gibi sadece verilenler ve istenenler yoktur. Karmaşık bir durumda olayı yorumlama becerisi olduğundan, durumu yorumlayabilmek için aynı anda kavramsal ve işlemsel bilgileri ile uygulamalar yapmışlardır. Dolayısıyla işlemsel bilgileri de gelişmiştir. Başka bir deyişle, bu durum Voutsina (2011) çalışmasındaki kavramsal ve işlemsel bilginin birbirini etkilemesini açıklayan 4 aşamalı “tekrarlayan model” durumuna uymaktadır. Bu tekrarlayan yapıya göre bu çalışmada, modelleme temelli öğretimde, öğrencilerin gelişen kavramsal bilgisinin, işlemsel bilgilerini geliştirdiği düşünülmektedir. Başka bir deyişle, modelleme yaklaşımının kavramsal bilgi temel olmak üzere, kavramsal ve işlemsel bilgi arasında anlamlı bir etkileşim oluşturarak matematiksel düşünme ve öğrenmeye yardımcı olduğu düşünülmektedir.

Elde edilen bulgular, konu bütünlüğü sağlaması açısından, fonksiyon kazanımlarına göre başlıklara ayrılarak aşağıda tartışılmıştır.

5.1.1. Fonksiyon ve Değişken Kavramı

Deney grubundaki öğrencilerin, günlük hayat ilişkisinde verilen bir durumun fonksiyon olup olmadığını kavrayabildikleri görülmektedir. Hatta karşılaştıkları her etkinlikte, soruda istenmese bile, verilen ilişkinin hangi durumlarda fonksiyon olup olamayacağını belirtmişlerdir. Özellikle bu konuda matematikteki temel kavramların anlamını bilme ve önceden öğrendiği kavramları kavrama ve uygulama düzeyinde kullanma gibi kavramsal kriterlere yüksek oranda uygun cevap verdikleri görülmüştür. Kontrol grubundaki öğrenciler ise, fonksiyon tanımını hatırlamakta zorlanmıştır ve tanım, değer ve görüntü kümesi gibi temel kavramları karıştırdıkları fark edilmiştir. Deney grubundaki öğrenciler fonksiyon olma koşullarını, kendi cümleleriyle ve özgün örnekleriyle açıklamışlardır. Dolayısıyla Brownell ve Sims’in (1946) belirttiği gibi öğrenciler anladıkları şeyleri kendi kelimeleri ile ve çeşitli yollarla ifade edebiliyorsa anlama artacağından deney grubu öğrencilerinin fonksiyon olma kavramını, kavramsal olarak anladıkları düşünülmektedir. Kontrol grubu, fonksiyon olma şartlarına örnek vermek istediğinde öğretmenin verdiği örneği eksik bir şekilde vermişlerdir ve fonksiyon bilgilerini venn şeması gösterimi hariç diğer durumlara aktarmadıkları görülmüştür. Kontrol grubu öğrencileri, fonksiyon olma kavramını “*anne-çocuk*”

örneğindeki ilişki ile ifade etmişlerdir ve bu örneği sadece venn şeması ile sorulan sorularda uygulayabilmektedirler, başka durumlara ve gösterim şekillerine aktaramamışlardır. Ayrıca kontrol grubunun, değer ve görüntü kümesi arasındaki farkı kavrayamadıkları düşünülmektedir.

Deney grubu, fonksiyon denilince “eşleme, makine, büyük işlemleri yapmada kolaylık sağlayan işlev, genelleme vb.” ifadelerinden söz ederken kontrol grubu sadece “eşleme” ifadesinden bahsetmektedir. Başka bir deyişle, deney grubunun fonksiyon kavramına dair şeması oldukça zengindir. Bu durum, Hiebert ve Lefevre’nin (1986) bahsettiği kavramsal bilginin bilgi ağlarında zengin ilişkiler kurduran bilgi olması tanımına örnektir. Dolayısıyla deney grubunun kontrol grubuna göre fonksiyon olma kazanımlarında kavramsal bilgisinin daha ileride olduğu düşünülmektedir. Deney grubu, değişken kavramını bilerek, bağımlı- bağımsız değişkeni belirleyip fonksiyonun kuralını buna göre yazabilmektedirler. Böylece verilen durumu diğer durumlara transfer edebiliyor, genelledebilmektedirler. Bu durum, O’Callaghan (1994) çalışmasında belirtilen ve bu araştırmanın fonksiyonlar ve modellemeye ait teorik çerçevesini desteklemektedir. Ayrıca bu durum, modelleme alanyazınında yer alan Pollak (1979), Blomhoj ve Jensen (2003), Blomhoj (2008) ve Ferri (2006) çalışmalarında, modelleme döngülerindeki aşamalarda geçen; durumu anlama, modeli kurma ve modeli diğer durumlara genelleme becerilerini göstermektedir. Bu kapsamda özellikle sorunun özünü kavrayarak verilenle istenilen arasında mantıklı ilişki kurarak çözüm yolu bulma ve soruyu bir bütün olarak algılayarak verilen ipuçlarını yerinde ve doğru bir şekilde değerlendirme gibi kavramsal kriterlere grubun yarısından fazlasının uygun cevap verdiği görülmektedir.

Deney grubu, değişken kavramına hakim olup, fonksiyon kuralını rahatça oluşturabildikleri için fonksiyonun düz ve ters görüntüsünü hesaplamayı yapabilmektedir. Özellikle müfredat kapsamında olmayan (10. Sınıf konusu) fonksiyonun cebirsel kuralından ters görüntü hesaplamasını yapma konusunda deney grubunun öğrencileri anlamlı öğrenmeleri sayesinde işlem yapabilmektedirler. Kontrol grubunda ise bu durumlar tespit edilmemiştir. Kontrol grubunun, fonksiyon ve değişken kavramı arasındaki ilişkiyi ve günlük hayat ilişkisi içinde verilen bir durumu, fonksiyon kavramı ile ilişkilendiremedikleri fark edilmiştir. Verilen bir durumdan fonksiyonun kuralını oluşturamamışlardır. Özellikle bu konularda matematiğin dilini oluşturan

sembol ve ifadeleri anlama, kullanma, yazma, kısaltma ve sadeleştirme gibi kavramsal kriterlere çok düşük oranda uygun cevap vermişlerdir. Kontrol grubunda, fonksiyonun düz görüntüsünü hesaplarken x değişkeni yerine yazılacak değeri yaparken, çoğu zaman yanlış düşüklere görülmüştür.

Deney grubu kontrol grubuna göre problem çözerken oldukça farklı yöntemler uygulamıştır. Bir problemi çözerken problemi parçalara ayırarak buradan genellemelere varıp cebirsel ifadeler yazma, verilen ilişkide tablo, grafik ve cebirsel gösterimler arasında rahatça geçişler yapabilme gibi kavramsal kriterlere uygun cevaplar verebilmişlerdir. Çünkü, deney grubunda, modelleme etkinliklerinde bunların hepsi iç içe uygulanmıştır, ayrı ayrı değildir. Lesh ve Yoon'un (2006; akt. Doruk, 2010) çalışmasında bahsettiği ve kontrol grubunda olduğu gibi geleneksel eğitimde, öğrenci düşünceleri, becerileri veya üst biliş sistemlerini ayrı birer parça gibi öğrendiğinden farklıymış gibi düşünür. Oysaki modelleme yaklaşımında bunların hepsi kavramsal sistemlerden ayrılmaz bir şekilde bütün olarak kabul edilir. Bunlar soyut olarak ayrı ayrı değil bir bağlamsal sistemin içerisinde öğrenilir. Kavramsal bilgi, zihindeki bilgi ağında ayrı ayrı parçalar halinde korunan bilgiler değildir. Her bir parçanın birbiriyle ilişkisi olmalıdır (Hiebert ve Lefevre, 1986). Dolayısıyla hem modelleme hem de kavramsal bilgi alanyazınına göre modelleme yaklaşımının, kavramsal bilgi üzerinde olumlu etkisi olduğu düşünülmektedir.

Deney grubunda değişken kavramı bilindiği için kuralı verilen bir fonksiyondaki işlemsel uygulamaları kolaylıkla yapabilmışlerdir. Kontrol grubunun işlemsel bilgisindeki değişimin ise çok düşük oranda olduğu düşünülmektedir.

Deney grubunun öğrencileri kuralı verilen bir fonksiyonun görüntü kümesini bulma ve gösterme konusunda çeşitli gösterim şekillerini kullanırken kontrol grubunun, bu konuda görüntü kümesinin ne olduğunu karıştırdığı görülmüştür. Başka bir deyişle, deney grubu öğrencileri görüntü kümesini doğru bulduktan sonra soruda istenmese bile venn şeması ve liste şeklinde de ifade ederek farklı gösterim şekillerini kolayca uygulayabilmektedirler. Ayrıca değişken kavramına hakim oldukları için kuralı verilen bir fonksiyonda değer hesaplarken x değişkeni yerine hangi değeri yazıp işlem yapacakları konusunda emindirler. Oysaki kontrol grubu bu konuda deney grubu kadar yeterli değildir. Çünkü değişken kavramını bilmeden işlem yapmışlardır. Kontrol

grubunun işlemsel bilgilerinde ufak bir değişim olmuştur ama bu değişimin yeterli olmadığı düşünülmektedir. Dolayısıyla modelleme yaklaşımının, işlemsel bilgi üzerinde olumlu etkisi olduğu düşünülmektedir.

5.1.2. Doğrusal Fonksiyon ve Uygulamaları

Deney grubu öğrencileri, doğrusal fonksiyonun ne olduğu, hangi ilişkilerin doğrusal fonksiyon olabileceğini, doğrusal fonksiyonun grafik çizimi, okuma ve yorumlamasını yapabilmektedirler. Bu konuda, sorunun özünü kavrayarak verilenle istenilen arasında mantıklı ilişki kurarak çözüm yolu bulma, soruyu bir bütün olarak algılayarak verilen ipuçlarını yerinde ve doğru bir şekilde değerlendirme ve problemi verilen şekil ve grafikte eşleştirme gibi kavramsal kriterlere büyük oranda uygun cevap verirken, problemi denkleme dönüştürüp denklemi çözme kriterinde zorlanmışlardır. Kontrol grubunun ise doğrusal fonksiyonu kavramsal olarak anlamadıkları gözlemlenmiştir. Hangi ilişkinin doğrusal olması gerektiğini bilmemektedirler. Doğrusal fonksiyon grafiği ile ilgili anlamlı öğrenmeleri olmadığı düşünülmektedir.

Deney grubu öğrencileri, doğrusal fonksiyonun genel kuralının $f(x)=ax+b$ şeklinde olduğunu hatırlamakta zorlandıkları halde verilen ilişkiden fonksiyonun kuralını yazabilmektedirler. Başka bir deyişle, öğrenciler kuralın ne olduğunu kendileri oluşturabilmektedirler. Deney grubunun öğrencileri modelleme yaklaşımının temelindeki Fredudenthal bakışa uygun etkinlik yaptıkları için Üzel'in (2007; akt. Yağcı ve Arseven, 2010) belirttiği gibi matematikleştirmeler yaparak gerekli formüllere, genellemelere ulaşabilmektedirler. Deney grubunun öğrencilerinin bu şekilde ilişkisel anlamalar ile öğrenmesiyle, doğrusal fonksiyon ve uygulamalarına ait kavramsal bilgilerinin yeterli olduğu düşünülmektedir. Kontrol grubu öğrencileri ise fonksiyonun grafik çiziminde kolaylık olsun diye hep doğrusal grafik çizdiklerini belirtmişlerdir. Kontrol grubu bu kazanımlardaki kavramsal kriterlerin çoğuna uygun cevap verememiştir. Başka bir deyişle, doğrusal fonksiyonun cebirsel ve grafiksel gösterimlerine ait kavramsal bilgilere sahip olmadıkları düşünülmektedir.

Deney grubu, doğrusal fonksiyonu kavramsal olarak anladıkları için, doğrusal fonksiyonun eşit artma veya azalma durumlarında kullanıldığını bildiklerinden bazı soruları bu özelliği kullanarak, uzun uzun denklem kurmadan orantı mantığıyla da çözmüşlerdir. Başka bir deyişle, deney grubu öğrencileri, derste böyle bir uygulama

yapılmadığı halde farklı işlemsel yöntemler de geliştirmişlerdir. Deney grubundaki bu durumlar; işlemsel bilgilerin anlamlı bir şekilde öğrenilirse benzer problem yapılarındaki durumlara kolayca çevrilebileceğine örnektir (Brownel, 1947; Dewey, 1910; akt. Hiebert ve Lefevre, 1986) ve Voutsina (2011) çalışmasında belirtilen kavramsal ve işlemsel bilgi ilişkisindeki durumlarına paralellik arz etmektedir. Kontrol grubunun işlemsel bilgisi yeterli görülmemiştir. Doğrusal fonksiyona ait işlemsel bilgi yönünden deney grubunun kontrol grubuna göre daha önde olduğu düşünülmektedir.

5.1.3. $f(x)=x^n$ Durumundaki Fonksiyon Grafikleri

Deney grubu öğrencilerinin, doğrusal ve doğrusal olmayan fonksiyonların farkını kavradıkları düşünülmektedir. Hangi ilişkinin veya cebirsel durumun doğrusal olup olmadığını fark edebilmektedirler. Ama doğrusal olmayan $f(x)=x^n$ şeklindeki fonksiyon içeren durumların grafiğini çizmekte zorlanmaktadırlar. Özellikle bu kazanımda, problemi verilen şekille ilişkilendirme ve problemin özelliklerini ortaya koyarak problemi bu özellikleri içeren bilgilerle eşleştirme kriteri gibi kavramsal kriterlere uygun cevap veren öğrencilerin oranı düşüktür. Bu durum, Thomas'ın (1971,1975; akt.Martfnez-Cruz, 1993) çalışmasında bahsettiği, öğrencilerin genelde fonksiyonların cebirsel ve grafiksel gösterimleri arasında ilişki kurmakta zorlanmaları ve fonksiyonlar için süreçten bir nesneye doğru geçişte öğrencilerin zorlanmaları durumuna örnektir.

Oysaki kontrol grubunun öğrencileri doğrusal fonksiyonu sadece bir fonksiyon çeşidi olarak görmüştür. Başka bir deyişle, ne olduğunu değil de sadece adını bilmektedirler. Dolayısıyla doğrusal olmayan durumlar hakkında bir fikirleri yoktur. Nitekim kontrol grubu öğrencileri, doğrusal fonksiyonun grafik çiziminde de kolaylık olsun diye düz grafik çizildiği yanılgısına veya fonksiyon grafiklerinin hep doğrusal çizildiği yanılgısına sahiptirler.

5.1.4. Fonksiyon Grafiği ve Eğim (Değişim Oranı) Kavramı

Deney grubu öğrencileri, grafikten değişim oranı veya eğim kavramını kavrayıp, buna yönelik eğim formülünü kendileri oluşturup işlemleri yapmışlardır. Bu durum Martfnez-Cruz (1993) çalışmasında, öğrencilerin grafik üstünde eğimi yorumlarken zorlanmaları olan fonksiyonlar ile ilgili öğrenme zorluğu iddiasıyla uyuşmamaktadır. Başka bir deyişle, modelleme temelli yapılan fonksiyonlar öğretiminin, alanyazında yer alan

grafik üstünde eğim bulma öğrenme güçlüğünü gidermeye yardımcı olduğu düşünülmektedir. Kontrol grubu ise, grafik üzerinde değişim oranı veya eğime ait uygulamayı yapmıştır ama bunu yaparken eğim formülünü kullandıklarının veya değişim oranı kavramını kullandıklarının farkında değillerdir. Başka bir deyişle, eğim kavramına ait yorum yapabiliyorlarken, kavramın adını bilmemektedirler.

Deney grubundaki öğrenciler grafiği verilen bir fonksiyonda, düz ve ters görüntü eşlemesini kavramışlardır. Ancak tanım ve görüntü kümesi sorulduğunda aralık olarak yazmakta zorlanmaktadırlar. Ya da bir aralığın görüntüsünü yazmakta zorlanmışlardır. Özellikle grafikteki aralığın görüntüsünü yazma becerisinde, problemi verilen grafikte eşleştirme kriterinde zorlandıkları görülmüştür. Bu durumun, Martfnez-Cruz (1993) çalışmasında belirtilen, öğrenciler grafiklerde bütünsel bir yaklaşımdan ziyade nokta - nokta yaklaşımı benimserler tezini desteklediği düşünülmektedir. Kontrol grubunda ise, bir fonksiyonun grafiği verildiğinde ters ve düz görüntü eşlemelerinde başarılıdır ama aralık eşlemesini anlamlandıramamışlardır. Ayrıca grafik üzerinde tanım ve görüntü kümesini belirtmede zorlanmışlardır. Bu konuda kontrol grubunun pek çok kavram yanılgılarına sahip oldukları düşünülmektedir. Bunlar Martfnez-Cruz (1993) çalışmasında geçen grafiklerde bütünsel bir yaklaşımdan ziyade nokta- nokta yaklaşımı benimseme ve grafik üstünde eğimi yorumlarken ve parçalı fonksiyonları yorumlarken zorlanma durumlarına örnektir. Kontrol grubunun grafik okumada yanılgılara sahip oldukları düşünülmektedir. $f(x)=0$ ve $f(0)=y$ durumlarında da, Baki'nin (2006, akt. Bayazıt, 2013) çalışmasında belirttiği şekilde kavram yanılgıları mevcuttur. Bu tarz durumlarda eşleme yok deyip cevabın sıfır olduğunu düşünmektedirler veya grafik üzerinde boşta kalan eşleşmemiş bir sayıyla bu değerleri eşleştirmişlerdir.

Deney grubu öğrencileri her etkinlikte farklı açılardan grafik çizebilmektedirler. Değişkene göre grafik çizimini çeşitlendiren öğrenciler olmuştur. Fakat grafik konusunda öğrencilerden daha iyi bir şekilde kriterlere uygun cevap vermeleri beklenmiştir. Çünkü modelleme etkinliklerinde tablo, cebirsel ifade ve grafik kullanımı arasında geçişler sık sık yapılmıştır. Bazı zorlanmalar olsa da deney grubunun grafik ile ilgili kavramsal bilgilerindeki farkın oldukça fazla olduğu ve iyi yönde ilerleme kaydedildiği düşünülmektedir. Modelleme temelli fonksiyonlar öğretimi, öğrencilerin şemalarını zenginleştirip, anlamlı ilişkiler kurulmasına yardımcı olduğu için kavramsal bilginin gelişmesine katkı sağladığı düşünülmektedir.

Grafik okumada her iki grup da fonksiyonun düz ve ters görüntüsünü okuyabilmektedir. Ama her iki grubun öğrencileri $f(x)=0$ ve $f^{-1}(x)=0$ şeklindeki durumlar da zorlanmışlardır. Deney grubunun kontrol grubuna göre grafik okumada ve parçalı fonksiyona ait işlemsel bilgisinin daha önde olduğu düşünülmektedir. Kontrol grubunun parçalı fonksiyona ait değer okurken, eşitsizlik sembolleri gibi temel konulardaki bilgi eksiklikleri tespit edilmiştir.

Ama grafik yorumlamada, deney grubunun daha iyi olduğu düşünülmektedir. Bu durumun, modelleme etkinliklerinden kaynaklandığı savunulmaktadır. Çünkü her modelleme etkinliğinde tablo, grafik ve cebirsel gösterim ilişkilendirilip, birbirleri arasında geçişler yapılmıştır. Ayrıca modelleme etkinliklerinde bulunan ürünün diğer durumlar için geçerliliği tartışıldığından, grafik yorumlamaları gelişmiştir.

5.1.5. Sabit Fonksiyon ve Parçalı Fonksiyon

Her iki grubun öğrencileri sabit fonksiyona ait işlemsel uygulamalarda yetersizdirler. Ama deney grubunun sabit fonksiyona ait kavramsal öğrenmesi daha iyi olduğundan diğer gruba göre daha mantıklı ve çeşitli çözüm yolları ortaya koymuşlardır. Deney grubu, sabit fonksiyonun tanımını özgün cümlelerle yaptıktan sonra kendileri sabit fonksiyon örnekleri verebilmişlerdir. Ama sabit fonksiyona ait işlemsel bir soruyu çözmekte zorlanmışlardır. Başka bir deyişle, deney grubunun sabit fonksiyona ait kavramsal bilgisi önde iken işlemsel bilgisi istenen seviyede değildir. Buna karşın kontrol grubu anlamlı bir sabit fonksiyon tanımı ve örneği verememiştir. Çünkü değişken kavramını bilmedikleri için sabit fonksiyon ile ilgili anlamlı öğrenmeleri gözlemlenmemiştir. Bu öğrenciler de sabit fonksiyona ait işlemsel sorularda zorlanmışlardır.

Deney grubu, verilen bir durumun, parçalı fonksiyon olarak kuralını yazabilmiştir. Ama parçalı fonksiyonun grafiğini çizme, okuma ve yorumlamada zorlanmıştır. Bu durum, Martfnez-Cruz (1993) çalışmasında belirtilen öğrencilerin, fonksiyonlarda parçalı fonksiyonları yorumlarken zorlanması durumunu örneklemektedir. Kontrol grubu ise, verilen bir durumdan parçalı fonksiyonun cebirsel kuralını yazmakta zorlanmıştır. Bunun sebeplerinden birisi temel matematik bilgilerinin zayıf olması (eşitsizlik sembolünü kullanamamak gibi) iken diğeri ise parçalı fonksiyonu kavramsal olarak öğrenememeleridir. Parçalı fonksiyonun grafiğini okuma ve yorumlamada yetersiz

oldukları görülmektedir. Bu tarz grafikleri okurken, parçalı fonksiyonun sabit fonksiyon olan kısmında, doğru orantı mantığıyla değerleri bulmaktadırlar.

Bu konuda, işlemsel kriterlere dikkat edildiğinde, deney grubu öğrencileri, soruyla ilgili işlemleri adım adım yapma ve önceden öğrenilen matematik bilgilerini (teorem, tanım, önerme, özellik ve bağıntı) bilgi düzeyinde kullanma kriteri gibi işlemsel kriterlere uygun cevaplar vermişlerdir. Ancak matematiğin dilini oluşturan sembol ve ifadeleri anlama, kullanma, yazma, kısaltma ve sadeleştirme ve problemi denkleme dönüştürüp çözme gibi kriterlere cevap verirken zorlanmışlardır.

5.2. Öneriler

Yapılan bu araştırmada modelleme yaklaşımının 9. sınıf fonksiyonlar konusundaki kavramsal ve işlemsel bilgiye etkisi incelenmiştir. Buradan elde edilen sonuçların; öğretim programı hazırlayan kurumlar, öğretmen yetiştiren eğitim fakülteleri, alanda uygulayıcı olarak çalışan öğretmenler ve alanda araştırma yapan akademisyenler için önem arz edeceği düşünülmektedir.

Modelleme yaklaşımının, kavramsal bilgiyi geliştirip, kavramsal ve işlemsel bilgi arasında anlamlı bir etkileşim oluşturarak matematiksel düşünme ve öğrenmeye yardımcı olduğu görülmüştür. Buna göre öğretim programı hazırlayan kurumların, ortaöğretim matematik programını hazırlarken, fonksiyonlar konusunda modelleme yaklaşımının üzerinde durmaları gerektiği düşünülmektedir. Ortaöğretim matematik programında (MEB, 2013a) modellemeye açıkça yer verilmiştir ama burada tam olarak bir modelleme yaklaşımının kullanılmasından bahsetmemektedir. Başka bir deyişle, modelleme yaklaşımına uygun olarak tasarlanmış etkinliklerin kitaplarda uygun bir şekilde yer alması ve uygularken öğretmene yardımcı yönergelerin olması gerekmektedir. Okullarda, özellikle liselerde modellemeyle birlikte matematik ve diğer disiplinlerin arasındaki ilişkiyi anlamlı kılmak için seçmeli ders oluşturulabilir. Böylece öğrenciler, matematiğin ve diğer derslerin anlamını kavrayarak, okulun ne kadar önemli olduğunu fark edeceklerdir. Ayrıca ortaöğretimde ölçme yerleştirme sistemi de değişmektedir. Buna göre üniversiteye hazırlık (LYS,YGS) sınavlarındaki sorular yorum yapmaya ve aynı anda kavramsal ve işlemsel düşünmeye zorlayan sorulara

yönlenmektedir. Bu durumlara öğrencileri düşünsel olarak hazırlamak için modelleme yaklaşımı ile yapılan öğretimin faydalı olacağı düşünülmektedir.

Öğretmen yetiştiren kurumlar olan eğitim fakültelerinin lisans eğitimlerinde, modelleme yaklaşımına ve matematiksel öğrenmenin temeli olan kavramsal ve işlemsel öğrenmeye ait gerekli derslerin, uygulamalı öğretimine önem verilmesinin faydalı olacağı düşünülmektedir. Modelleme yaklaşımına dair derslerde öğretmen adaylarına uygulama yaptırılmalıdır. Başka bir deyişle, sadece teori değil pratiği de yaşatılmalıdır. Böylece öğretmenlerde, modelleme yaklaşımının kültürü oluşturulacağı için uygulamalarda istenen sonuçlar elde edilebilir.

Bu çalışmanın sonucunda uygulayıcılar olarak öğretmenler için birçok öneri gündeme gelmektedir. Eğitimciler sınıftaki etkinliklerin, geleneksel problemlerin öğrencilerde farklı becerileri geliştirmediğini fark etmişlerdir. Bu konuda geleneksel problem çözme yetersizdir (Kertil, 2008). Dolayısıyla geleneksel problem çözmeye alternatif olarak modelleme yaklaşımı ile ders tasarımları yapılabilir. Çalışmada O'Callaghan (1994) fonksiyonlarla ilgili ve Lesh ve diğerlerinin (2003) modelleme ile ilgili döngüsü rehber alınmıştır. Burada öğrenciler grupla çalışarak, karmaşık durumları analiz etmeye çalışmışlardır. Bunun için tavsiye mektubu yazıp, önerilerini tahtada sunmuşlardır. Hem yazılı hem de sözel olarak matematiksel sonuçlarını yorumlamışlardır. Tüm bunlar öğrencilerin sosyal yönünü, matematiksel iletişim becerisini, akademik özgüvenlerini geliştirmektedir. Dolayısıyla sadece matematiksel öğrenme için değil sınıf ortamında ve eğitim ortamında bulunması gereken olumlu atmosferin oluşması için uygun düzenlemelerle öğretmenler, sınıflarında modelleme yaklaşımını kullanabilirler.

Bu çalışmanın bulgularına göre, meslek lisesi gibi düşük matematiksel becerilere sahip öğrencilerin yer aldığı bir lisede, modelleme yöntemi faydalı bulunmuştur. Dolayısıyla hem meslek lisesi hem de diğer türdeki liselerde görev yapan öğretmenlerin, modelleme yöntemini uygulamaları önerilmektedir. Modelleme yönteminde öğrenciler kendi matematiklerini üretebilmektedirler. Kavramsal ağırlıklı olmak üzere hem kavramsal hem de işlemsel öğrenmenin anlamlı öğrenilmesi için modelleme yaklaşımını kullanabilirler. Modelleme etkinliklerinde zaman sıkıntısı olabilir. Bunu göz önüne alarak öğretmenler vermek istedikleri kavramı en ekonomik şekilde nasıl bir modelleme etkinliğiyle verebileceklerini önceden tasarlayabilir. Modelleme etkinlikleri akademik

başarısı düşük öğrencilerin de severek katıldıkları etkinliklerdir. Böylece öğrencilerde matematik korkusu ve kaygısı azaltılabilir. Öğretmenler modelleme yaklaşımını, ölçme değerlendirme uygulamalarında da kullanabilirler. Özellikle performans ve proje ödevlerini, modelleme etkinlikleriyle tasarlanmış şekilde verebilirler.

Bu çalışma bir meslek lisesinde yapılmıştır. Çalışma grubundaki öğrencilerin temel matematiksel becerileri oldukça düşüktür. Araştırmacılar, farklı liselerdeki başka bir çalışma grubuyla benzer bir çalışma yapılabilirler. Bu çalışmada etkinlikler öğrenci seviyesine göre tasarlanmıştır. Araştırmacılar daha karmaşık modelleme etkinliklerini farklı seviyelerdeki çalışma gruplarında uygulayarak hem modelleme becerilerini hem öğrenme süreçlerinde oluşan etkileri analiz edebilirler. Ayrıca kontrol grubunda öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları tespit edilmiştir. Araştırmacılar modelleme yaklaşımının kavram yanılgılarını gidermeye etkisini araştırabilirler. Araştırmada çalışma grubunun temel matematiksel işlem becerisi düşüktür. Araştırma sonunda da işlemsel bilgileri gelişse de kavramsal bilgilerinin gerisinde kalmıştır. Bu konuda araştırmacılar, temel matematik seviyeleri ve işlemleri daha iyi olan bir çalışma grubuyla çalışarak, kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki etkiyi inceleyebilirler.

KAYNAKÇA

- Aşşık, C. ve İşbilir, C. (2014). *Matematik konu anlatımlı 10*. Ankara: Ekstrem Yayıncılık.
- Baki, A. ve Kartal, T. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karakterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2(1), 27-46.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Yayıncılık.
- Bayazıt, İ. (2013). Fonksiyonlar konusunun öğreniminde karşılaşılan zorluklar ve çözüm önerileri. Mehmet, F. Özmentar, Erhan Bingölbalı, Hatice Akkoç (Eds), *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri* (s. 91-119). Ankara: Pegem Akademi.
- Baykul, Y. (1999). *İstatistik metotlar ve uygulamalar*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Bell, Carol J. (2001). *Conceptual understanding of functions in a multirepresentational learning environment*. Doktora Tezi. The University of Texas at Austin.
- Blomhoj, M. (2008). Different Perspectives in Research on the Teaching and Learning Mathematical Modelling. Morten Blomhøj & Susana Carreira (Eds.) Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics proceedings from topic study group 21 at the 11th. *International Congress On Mathematical Duction in Monterrey, Mexico, July 6-13, 2009*. (pp. 1-19).
- Blum, W. & Ferri, R.B. (2009). Mathematical modelling: can it be taught and learnt?. *Journal of Mathematical Modelling and Application*. 2009, Vol. 1, No. 1, 45-58.
- Blum, W. & Niss, M. (1989). Mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects - state, trends and issues in mathematics instruction. *Mathematische Schriften Kassel, Vordruck-Reihe Des Fachbereichs*, 17 Der Ghk, Preprint Nr. 6/89, September 1989.
- Blum, W. & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects - state, trends and issues in mathematics instruction. In: *Educational Studies In Mathematics*, Editor: Dorfler Etc., Volume 22, 1991, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, S. 37-68.
- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H-W., & Niss, M. (eds) (2007). Modelling and applications in mathematics education: the 14th ICMI study. *New ICMI Study, Series Volume 10*.

- Brownell, W. A. & Sims, V. M. (1946). The nature of understanding. In the measurement of understanding. forty-fifth yearbook of the national society *For The Study Of Education*, Part I, 27-43.
- Büyüköztürk, Ş. (2009). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı*. (10. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Büyüköztürk, Ş., Bökeoğlu-Çokluk, Ö. ve Köklü, N. (2009). *Sosyal bilimler için istatistik*. (4. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Özcan E., Karadeniz, Ş. Ve Demirel, F. (2013). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Pegem Akademi.
- Cai, J., Cirillo, M., Pelesko, J. A., Ferri, R. B., Borba, M., Geiger, V., Stillman, G., English, L. D., Wake, G., Kaiser, G., & Kwon, O. Mathematical modeling in school education: mathematical, cognitive, curricular, instructional, and teacher education perspectives. (2014). Liljedahl, P., Nicol, C., Oesterle, S., & Allan, D. (Eds.). (Pp.145-173) . *Proceedings of the Joint Meeting Of PME 38 And Pme-Na 36* (Vol. 1). Vancouver, Canada: Pme.
- Carol, Jean B.(2001). *Conceptual understanding of functions in a multirepresentational learning environment*. Doktora Tezi. The University of Texas at Austin.
- Cohen, L., Manion, L. Ve Morrison, K. (2007). *Research methods in education*. New York: Routledge.
- Creswell, J. (2012). *Educational research: planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research* (4th ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Education.
- Doerr, Helen M. & English, Lyn D. (2006). Middle Grade Teachers' Learning Through Students' Engagement With Modeling Tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9:5–32.
- Doruk, Bekir K. (2010). *Matematiği Günlük Yaşama Transfer Etmede Matematiksel Modellemenin Etkisi*. Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı.
- Doruk, Bekir K. (2012). *Değerler eğitimi için kullanışlı bir araç olarak matematiksel modelleme etkinlikleri*. Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, Educational Sciences: Theory & Practice – 12 (2) [Ek Özel Sayı/Supplementary Special Issue] • Bahar/Spring • 1653-1672 ©2012 Eğitim Danışmanlığı ve Araştırmaları İletişim Hizmetleri Tic. Ltd. Şti. [Www.Edam.Com.Tr/Kuyeb](http://www.edam.com.tr/Kuyeb).
- English, Lyn D.; Watters, James J. (2004). Mathematical modelling with young children. *The 28th International Conference of The International Group For The Psychology of Mathematics Education*, Volume 2, Bergen, Norway 14–18 July 2004. P335-342.

- Ferri, Borremo R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zdm*, Vol. 38 (2).
- Gökçe Şahin, M. (2008). *The effect of modelling instruction on high school students' understanding of projectile motion*. A Thesis Submitted to The Graduate School of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical University. In Secondary Science and Mathematics Education
- Gravemeijer, K. (1997). Commentary solving word problems: a case of modelling?. *Learning and Instruction*. Vol. 1. No. 4, pp. 389-397. 1997.
- Heid, Mary K. (1984). *An exploratory study to examine the effects of resequencing skills and concepts in an applied calculus curriculum through the use of the microcomputer*. Doktora Tezi. University Of Maryland.
- Hıdıroğlu, Çağlar N. ve Bukova Güzel, E. (2013). Matematiksel modelleme sürecini açıklayan farklı yaklaşımlar. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, Cilt 2, Sayı 1, S. 127 – 145, Yaz 2013 Bartın – Türkiye.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: an introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics* (Pp. 1–27). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- İkeda, T. (2009). Didactical reflections on the teaching of mathematical modelling – suggestions from concepts of “time” and “place”. Morten Blomhøj & Susana Carreira (Eds.) *Mathematical Applications And Modelling in The Teaching And Learning of Mathematics Proceedings From Topic Study Group 21 At The 11th International Congress on Mathematical Education in Monterrey, Mexico*, July 6-13, 2009. Pp. 217-229.
- Kaiser, G. & Maaß, K. (2007). Modelling in lower secondary mathematics classroom – problems and opportunities. In *Modelling And Applications In Mathematics Education New Icmi Study Series*, Volume 10, 2007, Pp 99-108.
- Kaiser, G. (2005). Introduction to the working group “applications and modelling”. *WORKING GROUP 13 Applications and modelling*, 1613.
- Kaiser, G. & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zdm*, Vol. 38(3)
- Kartal, T. (2000). *Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karakterizasyonu*. (Yüksek Lisans Tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi. Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Kertil, M. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen Ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı Ortaöğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı.

- Kertil, M. (2014). *Pre-service elementary mathematics teachers' understanding of derivative through a model development unit*. The Graduate School of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical University.
- Kıral, B; Kıral, E. (2011). Karma araştırma yöntemi. *2nd International Conference On New Trends in Education and Their Implications* 27-29 April, 2011 Antalya-Turkey, www.iconte.org.
- Korkmaz, E. (2010). *İlköğretim matematik ve sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye yönelik görüşleri ve matematiksel modelleme yeterlikleri*. (Doktora Tezi). Balıkesir Üniversitesi. Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Lesh, C., Cramer, K., Doerr, Helen M., Post, T. & Zawojewski, Judith S. (2003). Model development sequences. In. Lesh, Richard A. & Doerr, Helen M. (Eds.). *Beyond Constructivism: Models And Modeling Perspectives On Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching*. (Pp.35-59). Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, NJ 2003
- Lesh, R & Carmona, G. (2003). The piagetian concepts systems and models for mathematizing everyday experiences. In. Lesh, Richard A. & Doerr, Helen M. (Eds.). *Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives On Mathematics Problem Solving, Learning, And Teaching*. (Pp.71-97). Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, NJ 2003
- Lesh, R. & Doerr, H.M. (2003a). Beyond constructivism, models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching. *ZDM* Vol. 35 (6)
- Lesh, R. & Doerr, H.M. (2003b). In what ways can a models and modeling perspective move beyond constructivism. In. Lesh, Richard A. & Doerr, Helen M. (Eds.). *Beyond Constructivism: Models And Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching*. (Pp. 519-557). Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, NJ 2003
- Lesh, R. & English, L.D. (2005). Trends in the evolution of models & modeling perspectives on mathematical learning and problem solving. *ZDM*, Vol. 37 (6)
- Lesh, R. & Fennewald, T. (2010). Introduction to part i modeling: what is it? Why do it?. R. Lesh Et Al. (Eds.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies*, 5
- Lesh, R. & Lehrer, R. (2003). Models and modeling perspectives on the development of students and teachers. *Mathematical Thinking And Learning*, 5(2&3), 109–129
- Lesh, R., Lester, Frank K .& Hjalmlason, M. (2003). A models and modeling perspective on metacognitive functioning in everyday situations where problem solvers develop mathematical constructs. In. Lesh, Richard A. & Doerr, Helen M. (Eds.). *Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives On*

- Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching.* (Pp. 383-405). Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, NJ 2003
- Loggins, Wanda H. (1994). *Enhancing student acquisition of functions via connections, modeling and technology.* Doktora Tezi. Georgia State University.
- Martinez-Cruz, Armando M. (1993). *Knowledge and development of functions in a technology-enhanced high school precalculus class: a case study.* Doktora Tezi. The Ohio State University.
- Martin, Shirley A. & Bassok, M. (2005). Effects of semantic cues on mathematical modeling: evidence from word-problem solving and equation construction tasks. *Memory & Cognition*, 2005, 33 (3), 471-478.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2013). *Ortaöğretim 9. Sınıf Matematik Ders Kitabı.* Ankara. Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
<http://www.eba.gov.tr/ekitapdetay/2520>
- Milli Eğitim Bakanlığı [Meb], (2013a). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı.* Ankara.
<http://ttkb.meb.gov.tr/program2.aspx?islem=1&kno=86>
- Milli Eğitim Bakanlığı [Meb], (2013b). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı.* Ankara.
- Mousoulides, N., Pittalis, M. & Christou, C. (2006). Improving mathematical knowledge through modeling in elementary schools. In Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. & Stehlíková, N. (Eds.). *Proceedings 30th Conference of The International Group For The Psychology Of Mathematics Education*, Vol. 4, Pp. 201-208. Prague: PME. 4 – 201.
- Mousoulides, N., Sriraman, B. & Christou, C. (2007). From problem solving to modeling – the emergence of models and modelling perspectives. *Nordic Studies In Mathematics Education*, 12 (1), 23–47.
- National Council Of Teachers Of Mathematics (1991a). *Connecting mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics
- National Council of Teachers of Mathematics (1991b). *Professional standards for teaching mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- O’Callaghan, Brian R.(1994). *The effects of computer-intensive algebra on students’ understanding of the function concept.* Doktora Tezi. The Louisiana State University And Agricultural And Mechanical Col.
- O’Brien, R. (2003). *An overview of the methodological approach of action research* (On-line). http://http-server.carleton.ca/~mflynnbu/par/obrien_rory.htm

- Özdemir, M. (2010). Nitel Veri Analizi: Sosyal Bilimlerde Yöntembilim Sorunsalı Üzerine Bir Çalışma. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi,11(1).
- Özmantar, Mehmet. F., Bingölbalı, E. ve Akkoç, H. (2013). *Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri*. Ankara. Pegem Akademi
- Özturan Sağırlı, M. (2010). *Türev konusunda matematiksel modelleme yönteminin ortaöğretim öğrencilerinin akademik başarıları ve öz-düzenleme becerilerine etkisi*. Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen Ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı.
- Pollak, H. (1979). The interaction between mathematics and other school subjects. In Unesco (Eds.), *New Trends in Mathematics Teaching Iv* (Pp. 232-248), Paris.
- Polya, G. (1962). *Mathematical discovery*. New York: Wiley Problem Solving. Educ Stud Math (2012) 79:193–214.
- Sáenz, C. (2008). The role of contextual, conceptual and procedural knowledge in activating mathematical competencies (PISA). *Educ Stud Math*, (2009) 71:123–143.
- Schukajlow, S., Leiss, D., Pekrun, R., Blum, W., Müller, M. & Messner R. (2011). Teaching methods for modelling problems and students' task-specific enjoyment, value, *Interest and Self-Efficacy Expectations*. Educ Stud Math (2012) 79:215–237
- Sriraman, B. (2005). Conceptualizing the notion of model eliciting. *Proceedings of The 4th European Congress of Mathematics Education*, In St. Feliu De Guixols, Spain, Feb 16-22, 2005
- Stambler, Leah G.(2013). *Using 21st century skills & literacies of achieve 21st century learning outcomes / fluencies*.
<http://www.yale.edu/macmillan/pier/classroomresources/2.%20USING%2021%20CENTURY%20SKILLS%20LITERACIES.pdf> .
- Şen Zeytun, A. (2013). *An investigation of prospective teachers' mathematical modelling processes and their views about factors affecting these processes*. Doktora Tezi. The Graduate School of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical University
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics, with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies In Mathematics*. 12. 151-169.
- Taşova, Halil, İ. (2011). *Matematik öğretmen adaylarının modelleme etkinlikleri ve performansı sürecinde düşünme ve görselleme becerilerinin incelenmesi*. (Yüksek Lisans Tezi). Marmara Üniversitesi. Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

- Teachey, Angela L. (2003). *Investigations in conceptual understanding of polynomial functions and the impact of mathematical belief systems on achievement in an accelerated summer program for gifted students*. Doktora Tezi. Faculty of North Carolina State University, Raleigh, North Carolina.
- Tekin Dede, A. ve Bukova Güzel, E. (2012a). Matematik öğretmenlerinin model oluşturma etkinliği tasarım süreçleri ve etkinliklere yönelik görüşleri. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, Cilt 2, Sayı 1, s. 300 – 322, Yaz 2013 BARTIN - TÜRKİYE
- Tekin Dede, A. ve Bukova Güzel, E. (2012b). *Matematik öğretmenlerinin model oluşturma etkinliği tasarım süreçlerinin incelenmesi: Obezite Problemi*. İlköğretim Online, 12(4), 1100-1119, 2013. [Online]: <http://ilkogretim-online.org.tr>.
- Umay, A. (2007). *Eski okul arkadaşımız okul matematiğinin yeni yüzü*. Ankara
- Voutsina, C. (2011). *Procedural and Conceptual changes in young children's problem solving*, Published online: Springer Science & Business Media B.V
- Yağcı, E; Arseven, A. (2010). Gerçekçi matematik öğretimi yaklaşımı. *International Conference On New Trends In Education And Their Implications*, 11-13 November, 2010 Antalya-Turkey
- Yıldırım, A.; Şimşek, H. (2006). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayınevi.
- Zawojewski, Judith S. & Lesh, R. (2003). A models and modeling perspective on problem solving. In. Lesh, Richard A. & Doerr, Helen M. (Eds.). *Beyond constructivism: models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. (Pp. 317-337). Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, NJ 2003.

EKLER

Ek 1: Kavramsal ve İşlemsel Bilgiyi Karakterize Eden Ölçek

	A: İşlem Bilgisini Karakterize Eden Ölçek
A1	İşlemleri adım adım yapma.
A2	Önceden öğrenilen matematik bilgilerini (teorem, tanım, önerme, özellik ve bağıntı) bilgi düzeyinde kullanma.
A3	Bağıntıların açılımını yapma, tersine verilen bir açılımı bir bağıntı olarak yazma.
	B: Kavram Bilgisini Karakterize Eden Ölçek
B1	Matematikteki temel kavramları ve bu kavramların anlamını bilme.
B2	Sorunun özünü kavrayarak verilenle istenilen arasında mantıklı ilişki kurarak çözüm yolu bulma.
B3	Önceden öğrenilen matematik bilgilerini (tanım, önerme ve teorem) kavrama veya uygulama düzeyinde kullanma.
B4	Soruyu bir bütün olarak algılayarak verilen ipuçlarını yerinde ve doğru bir şekilde değerlendirme.
B5	Problemi alt ve basit basamaklara ayırma.
B6	Karmaşık ve zor görünen bir probleme yardımcı olacak şekiller çizme veya genellemelerde bulunma.
B7	Problemi verilen şekil ve grafikte eşleştirme.
B8	Problemin özelliklerini ortaya koyarak problemi bu özellikleri içeren bilgilerle eşleştirme
	C: İşlem ve Kavram Bilgisini Birlikte Karakterize Eden Ölçek
C1	Matematiğin dilini oluşturan sembol ve ifadeleri anlama, kullanma, yazma, kısaltma ve sadeleştirme.
C2	Problemi denkleme dönüştürüp denklemi çözme.
C3	Verilen bağıntıları kendi aralarında ilişkilendirerek başka bir bağıntıya dönüştürme.
C4	Çözüm sonucunda elde edilen sonucun mantıklılığını yorumlama.

Ek 2: Genel Kavramsal ve İşlemsel Test

Genel Kavramsal ve İşlemsel Testte yer alan soruların yanında parantez içinde belirtilen ifadeler soruların içerdiği kriterlerdir. Kriterlerin anlamları için Ek-1'e bakınız.

- 1) $3x+5=y$ denkleminde
 - a) $x=4$ için alabileceği y değeri nedir? (A1,A2)
 - b) $y=20$ için alabileceği $x=?$ (A1,A2,A3)
- 2) $3X-4<14$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz. (A1,A2,C1)
- 3) $2x+3y=13$
 $x - y = -1$ olduğuna göre, x ve y kaçtır, bulunuz. (A1, A2,B3,C1)
- 4) $1 + \frac{1}{2} : 2 + \frac{1}{2} : 2 - \frac{1}{3} . 3$ işleminin sonucu kaçtır? (A1,A2,C1)
- 5) $8^{13} . 4^{-20} . 2^5$ işleminin sonucu kaçtır? (A1,A2,B3,C1)
- 6) Bir bakteri bir dakikada 3'e bölünerek çoğalmaktadır. Buna göre dakika ve oluşan bakteri sayısını ifade eden denklemi yazınız ve 10. Dakikada kaç bakteri olacağını belirtiniz. (A1,B2,C1,C3)
- 7) Ahmet'in kumbarasında 25 kuruşluk ve 50 kuruşluk olmak üzere toplam 50 adet madeni para bulunmaktadır. Ahmet'in kumbarasında toplam 20 TL olduğuna göre 25 ve 50 kuruşluk madeni paralardan kaçar tane vardır? (A1,B2,B4,C2)
- 8) Bir sayının 3 katının beş fazlası 20 ise bu sayı kaçtır? (A1,A3,C2).
- 9) Bir fabrikada bir haftada A makinesi $4x+7$ tane cıvata üretiyor B makinesi ise $x+22$ tane cıvata üretiyor. Haftada B makinesi daha fazla üretim yaptığına göre A makinesi haftada en fazla kaç tane cıvata üretir? (A1,A2,B1,C2)
- 10) $B(3,1)$ noktası $ax+3y-6=0$ denkleminin çözüm kümesinde ise bu denklemin y eksenini kestiği noktayı bulunuz. (A1,A3,B1,B3,C1)

1) (A1, B2, C1, C3)

- 6) Bir bakteri bir dakikada 3'e bölünerek çoğalmaktadır. Buna göre dakika ve oluşan bakteri sayısını ifade eden denklemi yazınız ve 10. Dakikada kaç bakteri olacağını belirtiniz.

Dakika	Oluşan Bakteri Sayısı
1	$3 = 3^1$
2	$9 = 3^2$
3	$27 = 3^3$
...	...
t	$= 3^t$ olur

10. dakikada $3^{10} = 3^{10}$ tane oluşur.

- 7) Ahmet'in kumbarasında 25 kuruşluk ve 50 kuruşluk olmak üzere toplam 50 adet madeni para bulunmaktadır. Ahmet'in kumbarasında toplam 20 TL olduğuna göre 25 ve 50 kuruşluk madeni paralardan kaç tane vardır? (A1, B2, B4, C2)

$$\begin{array}{l}
 \frac{25 \text{ kuruş}}{1 \text{ x tane}} \quad \frac{50 \text{ kuruş}}{1 \text{ tane}} \quad \frac{25}{x} + \frac{50}{y} = 50 \quad (2) \\
 x + y = 50 \\
 25x + 50y = 2000 \text{ kuruş} \\
 -25x - 25y = -1250 \\
 \hline
 25y = 750 \\
 y = 30 \text{ tane} \\
 x = 20 \text{ tane}
 \end{array}$$

8) Bir sayının 3 katının beş fazlası 20 ise bu sayı kaçtır? (A1, A3, C2)

$$\begin{array}{l}
 3x + 5 = 20 \\
 3x = 15 \\
 x = 5
 \end{array}$$

- 9) Bir fabrikada bir haftada A makinesi $4x+7$ tane civata üretiyor B makinesi ise $x+22$ tane civata üretiyor. Haftada B makinesi daha fazla üretim yaptığına göre A makinesi haftada en fazla kaç tane civata üretir? (A1, A2, B1, C2)

$$\begin{array}{l}
 \frac{A}{4x+7} \quad \frac{B}{x+22} \\
 B > A \\
 x+22 > 4x+7 \\
 22-7 > 4x-x \\
 15 > 3x \\
 5 > x \\
 x < 5 \text{ olur} \\
 A = 4x+7 = 4 \cdot 4 + 7 = 23
 \end{array}$$

- 10) B(3,1) noktası $ax+3y-6=0$ denkleminin çözüm kümesinde ise bu denklemin y eksenini kestiği noktayı bulunuz. (A1, A3, B1, B3, C1)

B noktası çözüm kümesinde ise bu nokta o denklemi sağlar.

$$a \cdot 3 + 3 \cdot 1 - 6 = 0$$

$$3a + 3 - 6 = 0$$

$$3a - 3 = 0$$

$$3a = 3$$

$$a = 1$$

$$ax + 3y - 6 = 0$$

$$x + 3y - 6 = 0$$

$$x = 0 \text{ için } 0 + 3y - 6 = 0$$

$$3y = 6$$

$$y = 2$$

y eksenini 2 ile keser.

Ek 4: Deney Grubunun Genel Kavramsal ve İşlemsel Testine Verilen Cevapların Sağladığı Kriterlerin Frekans ve Yüzde Tablosu İ (İşlemsel Soru); K (Kavramsal Soru)

	A1		A2		A3		B1		B2		B3		B4		C1		C2		C3	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
1 a (İ)	19	46,3	18	43,9																
1b (İ)	16	39,0	16	39,0	16	39,02														
2 (İ)	16	39,0	4	9,8											3	7,3				
3 (İ)	4	9,8	3	7,3							1	2,4			2	4,9				
4 (İ)	5	12,2	2	4,9											4	9,8				
5 (İ)	8	19,5	9	22,0							5	12,2			8	19,5				
6 (K)	6	14,6							6	14,6					1	2,4			1	2,4
7 (K)	8	19,5							7	17,1			0	0			3	7,3		
8 (K)	26	63,4			26	63,4											4	9,8		
9 (K)	7	17,1	5	12,2			5	12,2									5	12,2		
10 (K)	8	19,5			7	17,07	7	17,1			2	4,9			1	2,4				

Ek 5: Kontrol Grubunun Genel Kavramsal ve İşlemsel Testine Verilen Cevapların Sağladığı Kriterlerin Frekans ve Yüzde Tablosu İ (İşlemsel Soru); K (Kavramsal Soru)

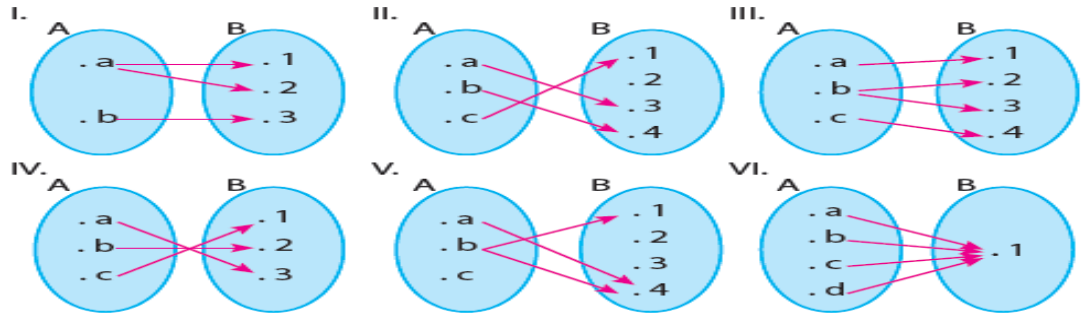
	A1		A2		A3		B1		B2		B3		B4		C1		C2		C3	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
1 a (İ)	21	55,3	21	55,3																
1b (İ)	15	39,5	15	39,5	9	23,7														
2 (İ)	16	42,1	1	2,6											0	0				
3 (İ)	7	18,4	7	18,4							7	18,42			7	18,42				
4 (İ)	2	5,3	0	0,0							0	0,00			2	5,26				
5 (İ)	4	10,5	4	10,5							0	0,00			2	5,26				
6 (K)	2	5,3							2	5,3					2	5,26			2	5,26
7 (K)	8	21,1							8	21,1			1	2,63			1	2,63		
8 (K)	26	68,4			26	68,4											7	18,42		
9 (K)	1	2,6	0	0,0			0	0									0	0,00		
10 (K)	0	0,0			0	0,0	0	0			0	0			0	0				

Ek 6: Kavramsal Ön Test

Kavramsal Ön Testte yer alan soruların yanında parantez içinde belirtilen ifadeler soruların içerdiği kriterlerdir. Kriterlerin anlamları için Ek-1'e bakınız.

KAVRAMSAL ÖN TEST

- 1) Aşağıdaki küme eşlemelerinden hangileri fonksiyondur hangileri değildir yanlarına belirtiniz ve nedenlerini açıklayınız. (B1, B3)



- 2) Aşağıdaki tabloda bir bisikletlinin saniyeye (t) göre kaç cm uzaklaştığını (d) göstermektedir.

t	d
2	10
3	15
5	25
10	50
20	?

Buna göre

- Tablodaki saniye ve uzaklık arasındaki ilişki fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız ve eğer fonksiyon ise fonksiyonun kuralını yazınız. (B1, B2, B4, C1, C3)
 - Buna göre 20. Saniyede kaç cm uzaktır? Açıklayınız. (A1, B1, B2, B4, C1, C3)
- 3) Bir mobil iletişim şirketi müşterilerine ücretlendirme periyodu 1 dakika olan iki farklı konuşma tarifesini sunmaktadır. 1. tarifeye göre aylık 30 TL sabit ücret ve her bir dakika konuşma için 0,05 TL, 2. tarifeye göre ise aylık 14 TL sabit ücret ve her bir dakika konuşma için 0,20 TL ödenmesi gerekmektedir. Buna göre
- İki şirketin tarifesini ifade eden fonksiyonu yazınız. (B2, B4, B5, B6, C1, C3)
 - Ayda ortalama 160 dakika arama yapan biri için hangi tarife daha ekonomiktir? (A1, B2, B4, B5, B6, C1, C2, C4)
 1. Tarifeyi alan birisi 45 TL ödemiş ise kaç dakika konuşmuştur? ((A1, A3, B2, B4, B5, B6, C1, C2)

4)



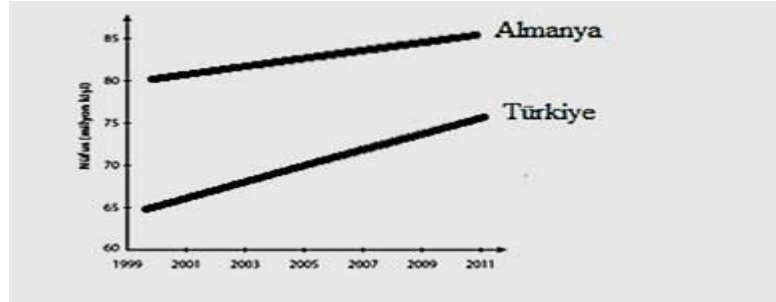
(A1, B1, B2, B5, B7)

- 5) Aşağıda sol tarafta verilen boş kaplara sabit hızla su dolmaktadır. Kaplardaki su yüksekliklerinin zamana bağlı değişimini ifade eden fonksiyonun grafiğini çiziniz.



(B2, B4, B7, B8)

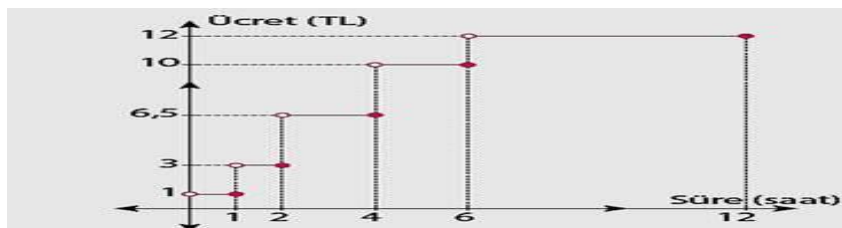
- 6) Aşağıdaki grafik Almanya ve Türkiye'nin nüfuslarını yıllara göre değişimini göstermektedir. Buna göre hangi ülke nüfusunun ortalama değişim oranı (hızı) daha fazladır? Çözümünüzü açıklayınız. (B1, B2, B3, B7, C4)



- 7) Bir sınıfta sayılarla oyun oynanmaktadır. Oyunun kuralı şu şekildedir. Eğer size söylenen sayı 5 ten büyükse o sayının 2 katından 3 fazlasını söyleyeceksiniz. Eğer size söylenen sayı 5 ten küçük veya eşitse sayının 7 eksiğini söyleyeceksiniz. Buna göre Ahmet'e 12, Elif'e -4 ve Canan'a 5 sayıları söylenmiş ise

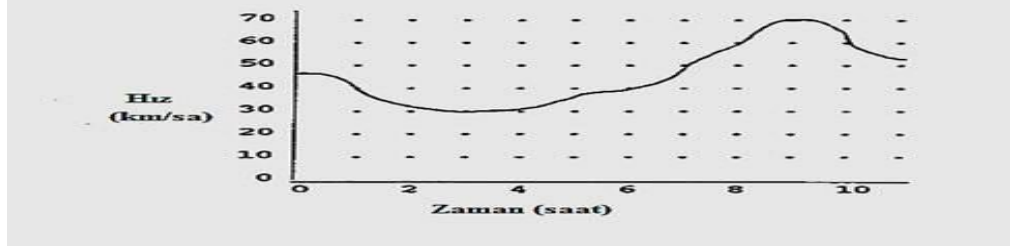
- a) Oyunda kullanılan kuralı gösteren fonksiyonu yazınız. (B1, B2, C1)
- b) Sırasıyla Ahmet, Elif ve Canan'ın söylemesi gereken sayılar nelerdir? Bu çözümü fonksiyon kullanarak bulunuz. (A1, B1, B2, C1)

- 8) Aşağıda bir otoparkın saate göre ücret tarifesini gösteren f fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre otoparkta aracını yarım saat, iki buçuk saat ve 6 saat bırakan birilerinin ödeyeceği ücretleri yazınız. Bu çözümü fonksiyon kullanarak yapınız.

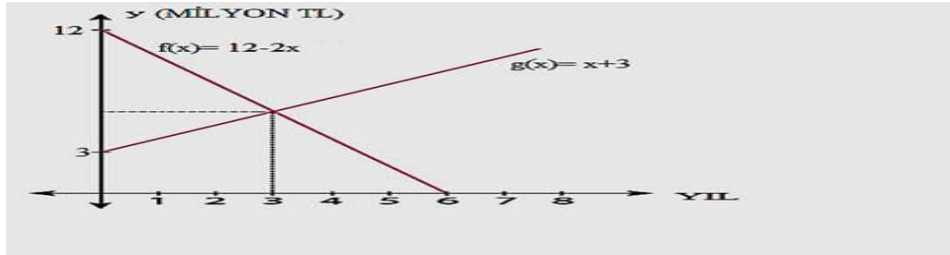


(A2, B1, B7)

- 9) Aşağıdaki grafik bir otomobilin 10 saat içerisinde yaptığı hızı göstermektedir. Grafiği kullanarak



- a) 2 saatte aracın hızı kaç km/sa dir? (A2,B1,B7)
 b) Ne zaman aracın hızı 50 km/sa olur? (A2,A3,B1,B7)
 c) Aracın hızı hangi zaman aralıklarında artmıştır? (B7)
 d) Aracın hızı ilk olarak ne kadar düşmüştür? (A1,B7)
- 10) Aşağıdaki grafikte bir şirketin yıllara göre gelir-gider fonksiyonlarının grafiğini göstermektedir. f fonksiyonu bu şirketin gelirinin, g fonksiyonu ise giderlerinin grafiğidir. Buna göre



- a) Gelir ve giderin eşit olduğu yılı bulunuz ve bu yıldaki geliri bulunuz. (A1, B2,B3,B7)
 b) Hangi yıllar arasında şirket kar etmiştir ve hangi yıllar arasında şirket zarar etmiştir? Nedenini açıklayınız. (B1,B2,B3,B7)
 c) En büyük kar ne zaman olmuştur? (A1,B1,B2,B7)

Ek 7: Kavramsal Ön Test Cevap Anahtarı

AD-SOYAD: NO: SINIF:

KAVRAMSAL ÖN TEST

1) Aşağıdaki küme eşlemelerinden hangileri fonksiyondur hangileri değildir yanlarına belirtiniz ve nedenlerini açıklayınız. (B1, B2)

I. I. Değildir. Çünkü B'de eleman kalmış.

II. II. Fonksiyondur.

III. III. Değildir.

IV. IV. Fonksiyondur.

V. V. Değildir. Çünkü B'de eleman kalmış.

VI. VI. Fonksiyondur.

2) Aşağıdaki tabloda bir bisikletlinin saniyeye (t) göre kaç cm uzaklaştığını (d) göstermektedir.

t	d
2	10
3	15
5	25
10	50
20	?

Buna göre

a) Tablodaki saniye ve uzaklık arasındaki ilişki fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız ve eğer fonksiyon ise fonksiyonun kuralını yazınız. (B1, B2, B4, C1, C2)

Evet fonk. belirtir. Burada t'nin 1. (saniye) her elemanı ~~5~~ elemanı gider ve her saniyede bir uzatılacağından fonksiyondur.

$f(t) = 5t$ (2)

b) Buna göre 20. Saniyede kaç cm uzaktır? Açıklayınız. (A1, B1, B2, B4, C1, C3)

$f(t) = 5t$
 $f(20) = 5 \cdot 20 = 100 \text{ cm.}$
 (3) (2) (1)

3) Bir mobil iletişim şirketi müşterilerine ücretlendirme periyodu 1 dakika olan iki farklı konuşma tarifi sunmaktadır. 1. tarife göre aylık 30 TL sabit ücret ve her bir dakika konuşma için 0,05 TL, 2. tarife göre ise aylık 14 TL sabit ücret ve her bir dakika konuşma için 0,20 TL ödenmesi gerekmektedir. Buna göre

a) İki şirketin tarifesini ifade eden fonksiyonu yazınız. (B2, B4, B5, B6, C1, C3)

1. tarife $f_1(x) = 30 + 0,05 \cdot x$ (2) 2. tarife $f_2(x) = 14 + 0,20 \cdot x$ (2)

b) Ayda ortalama 160 dakika arama yapan biri için hangi tarife daha ekonomiktir? (A1, B2, B4, B5, B6, C1, C2, C4)

$f_1(160) = 30 + 0,05 \cdot 160 = 30 + \frac{5}{100} \cdot 160 = 30 + 8 = 38 \text{ TL.}$ (2)

$f_2(160) = 14 + 0,20 \cdot 160 = 14 + \frac{20}{100} \cdot 160 = 14 + 32 = 46 \text{ TL.}$

1. tarife daha ekonomiktir (2)

küçük veya eşitse sayının 7 eksiğini söyleyeceksiniz. Buna göre Ahmet'e 12, Elif'e -4 ve Canan'a 5 sayıları söylenmiş ise

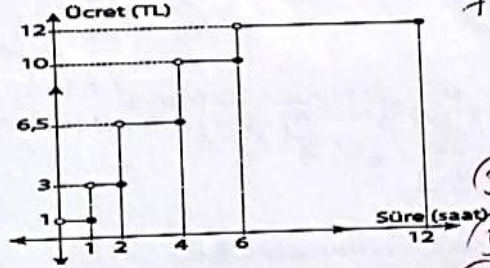
a) Oyunda kullanılan kuralı gösteren fonksiyonu yazınız. (B1, B2, C1)

$$f(x) = \begin{cases} 2x+3 & , x > 5 \\ x-7 & , x \leq 5 \end{cases} \quad (4)$$

b) Sırasıyla Ahmet, Elif ve Canan'ın söylemesi gereken sayılar nelerdir? Bu çözümü fonksiyon kullanarak bulunuz. (A1, B1, B2, B3, C1)

$$\begin{aligned} f(12) &= (2x+3) = 2 \cdot 12 + 3 = 27 \Rightarrow \text{Ahmet} \quad (2) \\ f(-4) &= x-7 = -4-7 = -11 \Rightarrow \text{Elif} \quad (2) \\ f(5) &= x-7 = 5-7 = -2 \Rightarrow \text{Canan} \quad (2) \end{aligned}$$

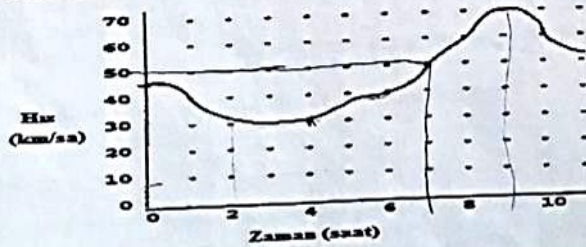
8) Aşağıda bir otoparkın saate göre ücret tarifesini gösteren f fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre otoparkta aracını yarım saat, iki buçuk saat ve 6 saat bırakan birilerinin ödeyeceği ücretleri yazınız. Bu çözümü fonksiyon kullanarak yapınız. (A2, B1, B7)



$$f(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t \leq 1 \\ 3, & 1 < t \leq 2 \\ 6,5, & 2 < t \leq 4 \\ 10, & 4 < t \leq 6 \\ 12, & 6 < t \leq 12 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} (2) f\left(\frac{1}{2}\right) &= 1 \text{ (yarım saat)} \\ (2) f\left(\frac{5}{2}\right) &= 6,5 \\ (2) f(6) &= 10 \end{aligned}$$

9) Aşağıdaki grafik bir otomobilin 10 saat içerisinde yaptığı hızı göstermektedir. Grafiği kullanarak



a. 2 saatte aracın hızı kaç km/sa dir? (A2, B1, B7)

$$30 // \quad (2)$$

b. Ne zaman aracın hızı 50 km/sa olur? (A2, A3, B1, B7)

7- saatte (3)

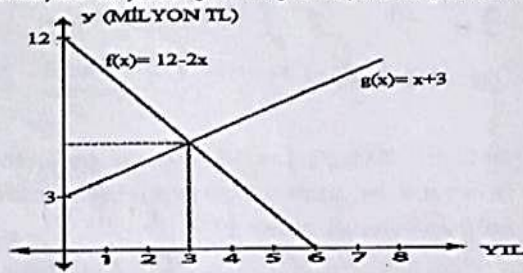
c. Aracın hızı hangi zaman aralıklarında artmıştır? (B7)

4. ve 9- saat arasında (2)

d. Aracın hızı ilk olarak ne kadar düşmüştür? (A1, B7)

ilk 45 km/sa ile başlar. 4. saatte 30 km/sa olur
 $45 - 30 = 15$ km/sa. (3)

10) Aşağıdaki grafikte bir şirketin yıllara göre gelir-gider fonksiyonlarının grafiğini göstermektedir. f fonksiyonu bu şirketin gelirinin, g fonksiyonu ise giderlerinin grafiğidir. Buna göre



a) Gelir ve giderin eşit olduğu yılı bulunuz ve bu yıldaki geliri bulunuz. (A1, B2, B3, B7)

3. yılda eşit olur. $12 - 2x = x + 3$ $f(3) = 12 - 2x = 12 - 2 \cdot 3 = 6$ milyon TL.
 $9 = 3x$
 $x = 3$
 (b7)

b) Hangi yıllar arasında şirket kar etmiştir ve hangi yıllar arasında şirket zarar etmiştir? (B1, B2, B3, B7)
 Nedenini açıklayınız.

0-3 yıl arasında kar eder. Çünkü grafikte gelir giderden büyüktür.
 3-6 yıl " zarar eder " " gider gelirden "

c) En büyük kar ne zaman olmuştur? (A1, B1, B2, B7)

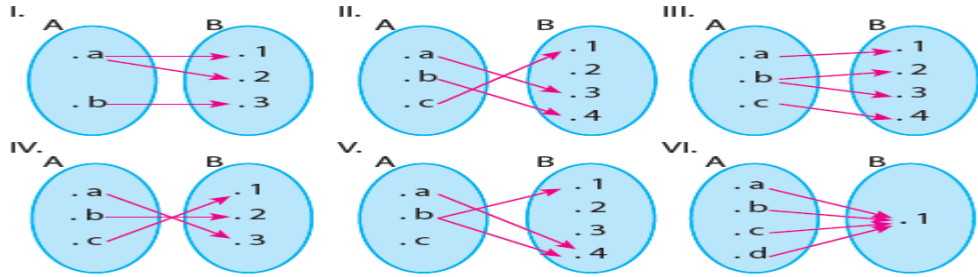
En büyük kar gelir en çok, gider en az olduğu yıl olan 0. yılda.
 Yani $12 - 3 = 9$ f birke eşit değildir
 (2)

Ek 10: Kavramsal Son Test

Kavramsal Son Testte yer alan soruların yanında parantez içinde belirtilen ifadeler soruların içerdiği kriterlerdir. Kriterlerin anlamları için Ek-1'e bakınız.

KAVRAMSAL SON TEST

- 1) Aşağıdaki küme eşlemelerinden hangileri fonksiyondur hangileri değildir yanlarına belirtiniz ve nedenlerini açıklayınız. (B1, B3)

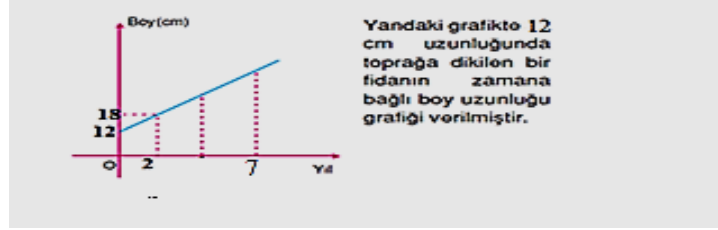


- 2) Aşağıdaki tabloda bir aracın saate (t) göre aldığı uzaklığı (d) göstermektedir. Buna göre

t (saat)	d(uzaklık-km)
2	8
3	12
5	20
8	32
120	?

- a) Tablodaki saniye ve uzaklık arasındaki ilişki fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız ve eğer fonksiyon ise fonksiyonun kuralını yazınız. (B1,B2, B4,C1,C3)
- b) Buna göre 120 saatte aldığı uzaklık kaç km'dir? Açıklayınız. (A1, B1,B2, B4,C1,C3)
- 3) Bir mobil iletişim şirketi müşterilerine ücretlendirme periyodu 1 dakika olan iki farklı konuşma tarifesini sunmaktadır. 1. tarifeye göre aylık 20 TL sabit ücret ve her bir dakika konuşma için 0,10 TL, 2. tarifeye göre ise aylık 10 TL sabit ücret ve her bir dakika konuşma için 0,40 TL ödenmesi gerekmektedir. Buna göre
- a) İki şirketin tarifesini ifade eden fonksiyonu yazınız. (B2,B4,B5,B6,C1,C3)
- b) Ayda ortalama 160 dakika arama yapan biri için hangi tarife daha ekonomiktir? (A1, B2,B4,B5,B6,C1,C2,C4)
- c) 1. Tarifeyi alan birisi 40 TL ödemiş ise kaç dakika konuşmuştur? (A1, A3,B2,B4,B5,B6,C1,C2)

- 4) Aşağıdaki grafik bir bitkinin yıllara göre boy uzamasını göstermektedir. Buna göre bu bitkinin boy uzama fonksiyonunun kuralını bularak 7. Yılda bitkinin boyunun kaç cm olabileceğini bulunuz. (A1, B1, B2, B5, B7, C1, C2)



5)

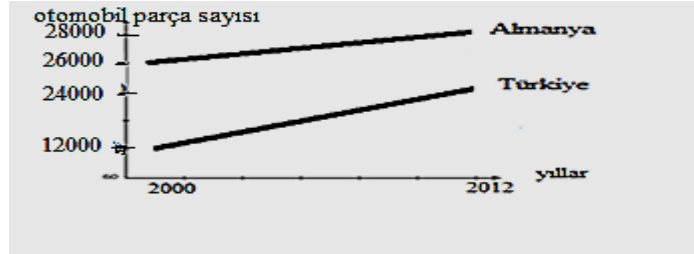


Yandaki yarım küre şeklinde boş bir kap sabit hızla su akıtan bir musluk tarafından doldurulmaktadır.

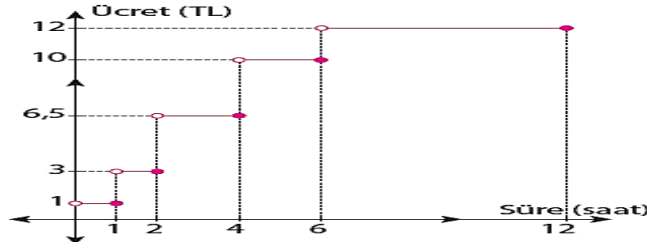
Kaptaki su yüksekliğinin zamana bağlı değişimini gösteren fonksiyonun grafiğini çiziniz.

(B2, B4, B7, B8)

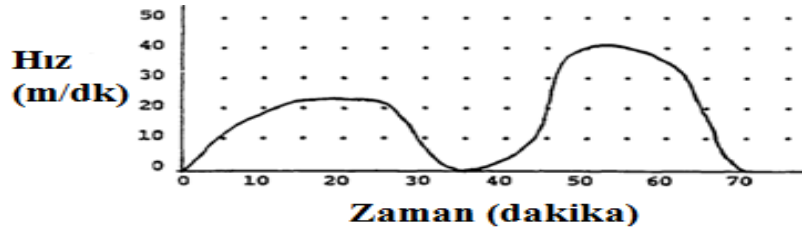
- 6) Aşağıdaki grafik Almanya ve Türkiye'nin yıllara göre ürettiği otomobil parçası sayısını göstermektedir. Buna göre hangi ülkenin ürettiği otomobil parça sayısındaki ortalama değişim oranı (hızı) daha fazladır? Çözümünüzü açıklayınız. (B1, B2, B3, B7, C4)



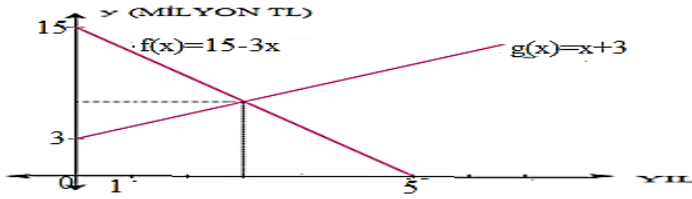
- 7) Bir sınıfta sayılarla oyun oynanmaktadır. Oyunun kuralı şu şekildedir. Eğer size söylenen sayı 3 ten büyükse o sayının 4 katından 5 fazlasını söyleyeceksiniz. Eğer size söylenen sayı 3 ten küçük veya eşitse sayının 8 eksiğini söyleyeceksiniz. Buna göre Ahmet'e 12, Elif'e -4 ve Canan'a 3 sayıları söylenmiş ise
- Oyunda kullanılan kuralı gösteren fonksiyonun kuralını yazınız. (B1, B2, C1)
 - Sırasıyla Ahmet, Elif ve Canan'ın söylemesi gereken sayıları fonksiyon kullanarak bulunuz. (A1, B1, B2, C1)
- 8) Aşağıda bir otoparkın saate göre ücret tarifesini gösteren f fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre otoparkta aracını 15 dakika, üç buçuk saat ve 6 saat bırakan birilerinin ödeyeceği ücretleri yazınız. Bu çözümü fonksiyon kullanarak yapınız. (A2, B1, B7)



- 9) Aşağıdaki grafik bir bisikletlinin 70 dakika içerisinde yaptığı hızı göstermektedir. Grafiği kullanarak



- a) 20. Dakikada bisikletlinin hızı kaç m/dk dır? (A2,B1,B7)
 b) Ne zaman bisikletlinin hızı 40 m/dk olur? (A2,A3,B1,B7)
 c) Bisikletlinin hızı hangi zaman aralıklarında artmıştır? (B7)
 d) Bisikletlinin hızı ilk olarak ne kadar düşmüştür? (A1,B7)
- 10) Aşağıdaki grafikte bir şirketin yıllara göre gelir-gider fonksiyonlarını göstermektedir. firmanın zamana (x yıl) bağlı gelir (milyon TL) fonksiyonu f , gider fonksiyonu g dir. $f(x) = 15 - 3x$ ve $g(x) = x + 3$ ve $0 \leq x \leq 5$ ise buna göre



- a) Gelir ve giderin eşit olduğu yılı bulunuz ve bu yıldaki geliri bulunuz. (A1, B2,B3,B7)
 b) Hangi yıllar arasında şirket kar etmiştir ve hangi yıllar arasında şirket zarar etmiştir? Nedenini açıklayınız. (B1,B2,B3,B7)
 c) En büyük kar ne zaman olmuştur? (A1,B1,B2,B7)

Ek 11: Kavramsal Son Testin Cevap Anahtarı

AD-SOYAD: NO: SINIF:

KAVRAMSAL SON TEST

1) Aşağıdaki küme eşlemelerinden hangileri fonksiyondur hangileri değildir yanlarına belirtiniz ve nedenlerini açıklayınız. (B1, B3)

I. II. III. IV. V. VI.

2) Aşağıdaki tabloda bir aracın saate (t) göre aldığı uzaklığı (d) göstermektedir. Buna göre

t (saat)	d(uzaklık-km)
2	8
3	12
5	20
8	32
120	?

a) Tablodaki saniye ve uzaklık arasındaki ilişki fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız ve eğer fonksiyon ise fonksiyonun kuralını yazınız. (B1, B2, B4, C1, C3)

b) Buna göre 120 saatte aldığı uzaklık kaç km'dir? Açıklayınız. (A1, B1, B2, B4, C1, C3)

3) Bir mobil iletişim şirketi müşterilerine ücretlendirme periyodu 1 dakika olan iki farklı konuşma tarifesini sunmaktadır. 1. tarifeye göre aylık 20 TL sabit ücret ve her bir dakika konuşma için 0,10 TL, 2. tarifeye göre ise aylık 10 TL sabit ücret ve her bir dakika konuşma için 0,40 TL ödenmesi gerekmektedir. Buna göre

a) İki şirketin tarifesini ifade eden fonksiyonu yazınız. (B2, B4, B5, B6, C1, C3)

1. TARİFE 2. TARİFE

20 + 0,10x 10 + 0,40x

$f_1(x) = 20 + 0,10x$ $f_2(x) = 10 + 0,40x$

$f_1(160) = 20 + 0,10 \cdot 160$
 $f_1(160) = 20 + 16 = 36 \text{ TL}$
 $f_2(x) = 10 + 0,40x$
 $f_2(160) = 10 + 0,40 \cdot 160$
 $f_2(160) = 10 + 64 = 74 \text{ TL}$

b) Ayda ortalama 160 dakika arama yapan biri için hangi tarife daha ekonomiktir? (A1, B2, B4, B5, B6, C1, C2, C4) 1. tarife daha ekonomiktir.

c) 1. Tarifeyi alan birisi 40 TL ödemiş ise kaç dakika konuşmuştur? (A1, A3, B2, B4, B5, B6, C1, C2)

$f_1(x) = 20 + 0,10x$
 $= 20 + 0,10x = 40$
 $0,10x = 20$
 $x = \frac{20}{0,10} = 200 \text{ dakika}$

4) Aşağıdaki grafik bir bitkinin yıllara göre boy uzamasını göstermektedir. Buna göre bu bitkinin boy uzama fonksiyonunun kuralını bularak 7. Yılda bitkinin boyunun kaç cm olabileceğini bulunuz. (A1, A3, B1, B2, B5, B7, C1, C2)

veya

2 yılda 6 cm
1 yılda 3 cm
7 yılda x

x = 21 cm

12 + 21 = 33 cm

Yandaki grafikte 12 cm uzunluğunda toprağa dikilen bir bitkinin zamana bağlı boy uzunuğu grafiği verilmiştir.

18-12=6 cm. 2 yılda 6 cm
1 yılda 3 cm

Temel değeri x : yıl

$f(x) = 12 + 3 \cdot x$
 $f(2) = 12 + 3 \cdot 2 = 18 \text{ cm}$
 $f(7) = 12 + 3 \cdot 7 = 12 + 21 = 33 \text{ cm}$

5)

Yandaki yarım küre şeklindeki boş bir kap sabit hızla su akıtılan bir musluk tarafından doldurulmaktadır.

Kaptaki su yüksekliğinin zamana bağlı değişimini gösteren fonksiyonun grafiğini çiziniz.

su yüksekliği

hızla artar

Yavaş

hızla

zaman

B2, B4, B7, B8)

6) Aşağıdaki grafik Almanya ve Türkiye'nin yıllara göre ürettiği otomobil parçası sayısını göstermektedir. Buna göre hangi ülkenin ürettiği otomobil parça sayısındaki ortalama değişim oranı (hızı) daha fazladır? Çözümünüzü açıklayınız. (A1, B1, B2, B3, B7, C4)

otomobil parça sayısı

28000

26000

24000

12000

2000

2012

yıllar

Almanya

Türkiye

Ortalama değişim hızı

Almanya

$\frac{28000 - 20000}{12} = \frac{8000}{12} = 666,67$

Türkiye

$\frac{12000 - 10000}{12} = \frac{2000}{12} = 166,67$

Türkiye'nin ortalama değişim hızı > Almanya'da

- 7) Bir sınıfta sayılarla oyun oynanmaktadır. Oyunun kuralı şu şekildedir. Eğer size söylenen sayı 3 ten büyükse o sayının 4 katından 5 fazlasını söyleyeceksiniz. Eğer size söylenen sayı 3 ten küçük veya eşitse sayının 8 eksiğini söyleyeceksiniz. Buna göre Ahmet'e 12, Elif'e -4 ve Canan'a 3 sayıları söylenmiş ise

X: sayı olsun

- a) Oyunda kullanılan kuralı gösteren fonksiyonun kuralını yazınız. (B1,B2,C1)

$$f(x) = \begin{cases} 4x+5, & x > 3 \\ x-8 & x \leq 3 \end{cases}$$

- b) Sırasıyla Ahmet, Elif ve Canan'ın söylemesi gereken sayıları fonksiyon kullanarak bulunuz. (A1,B1,B2,C1)

Ahmet $\Rightarrow 12$

Elif $\Rightarrow -4$

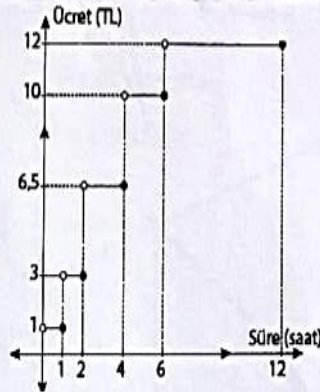
Canan $\Rightarrow 3$

$$f(12) = 4 \cdot 12 + 5 = 48 + 5 = 53$$

$$f(-4) = x - 8 = -4 - 8 = -12$$

$$f(3) = x - 8 = 3 - 8 = -5$$

- 8) Aşağıda bir otoparkın saate göre ücret tarifesini gösteren f fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre otoparkta aracını 15 dakika, üç buçuk saat ve 6 saat bırakan birilerinin ödeyeceği ücretleri yazınız. Bu çözümü fonksiyon kullanarak yapınız. (A2,B1,B7)



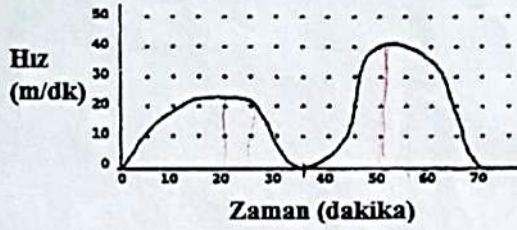
$$t: \text{saat} \quad f(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t \leq 1 \\ 3, & 1 < t \leq 2 \\ 6,5, & 2 < t \leq 4 \\ 10, & 4 < t \leq 6 \\ 12, & 6 < t \leq 12 \end{cases}$$

$$15 \text{ dakika için } f\left(\frac{1}{4}\right) = 1 \text{ TL}$$

$$f(3,5) = 6,5$$

$$f(6) = 10$$

- 9) Aşağıdaki grafik bir bisikletlinin 70 dakika içerisinde yaptığı hızı göstermektedir. Grafiği kullanarak



a. 20. Dakikada bisikletlinin hızı kaç m/dk dır? (A2,B1,B7)

2) 20 m/dk.

b. Ne zaman bisikletlinin hızı 40 m/dk olur? (A2,A3,B1,B7)

3) 50 dakikada.

c. Bisikletlinin hızı hangi zaman aralıklarında artmıştır? (B7)

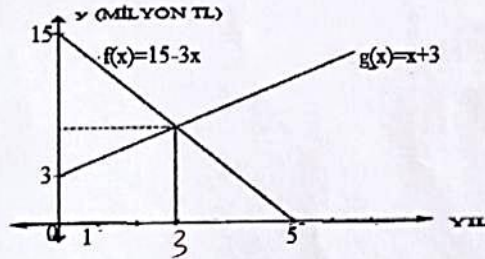
$[0, 20] \Rightarrow$ artma $[35, 55] \Rightarrow$ artma. 2)

a. Bisikletlinin hızı ilk olarak ne kadar düşmüştür? (A1,B7)

$20 - 0 = 20$ m/dk düşmüştür. 3)

10) Aşağıdaki grafikte bir şirketin yıllara göre gelir-gider fonksiyonlarını göstermektedir. firmanın zamana (x yıl) bağlı gelir (milyon TL) fonksiyonu f, gider fonksiyonu g dir. $f(x) = 15 - 3x$ ve $g(x) = x + 3$ ve $0 \leq x \leq 5$ ise

Buna göre



a) Gelir ve giderin eşit olduğu yılı bulunuz ve bu yıldaki geliri bulunuz. (A1, B2,B3,B7)

$15 - 3x = x + 3$
 $12 = 4x$
 $x = 3$
 3. yılda eşitlenir. $f(3) = 15 - 3 \cdot 3 = 15 - 9 = 6$ 2)

b) Hangi yıllar arasında şirket kar etmiştir ve hangi yıllar arasında şirket zarar etmiştir? Nedenini açıklayınız. (B1,B2,B3,B7)

2) 0-3 yıllar arasında kar etmiştir. Gelir > gider olduktan 3 yıl olduktan zarar etmiştir. Ama 3 yıldan sonra gider > gelir.

c) En büyük kar ne zaman olmuştur? (A1,B1,B2,B7)

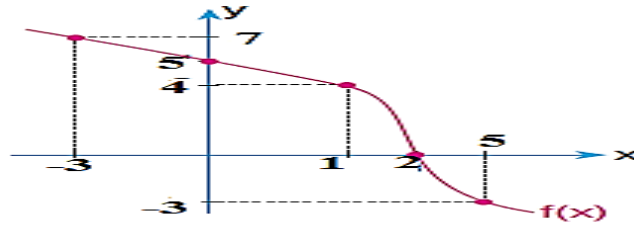
4) Kar = 15 - 3 = 12 TL. Şirket ilk kurulduğu zaman. gelir $\Rightarrow$ 15 gider $\Rightarrow$ 3

Ek 14: İşlemsel Ön Test

İşlemsel Ön Testte yer alan soruların yanında parantez içinde belirtilen ifadeler soruların içerdiği kriterlerdir. Kriterlerin anlamları için Ek-1'e bakınız.

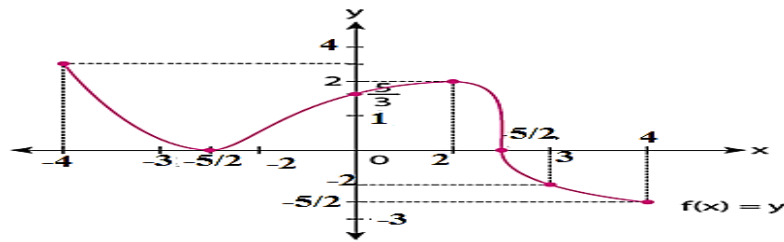
İŞLEMSEL ÖN TEST

- 1) $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ bir fonksiyon, $A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$ ve $f(x) = 4x$ ise bu fonksiyonun görüntü kümesini bulunuz. (A1,A2,B1,B3)
- 2) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = 3x+4$ ise $f(5)=?$ (A1,A2,B1,B3)
- 3) $f, \mathbb{R}$ de tanımlı doğrusal bir fonksiyon olarak veriliyor. $f(2) = 6$ ve $f(4) = 18$ ise $f(2)$ değerini bulalım. (A1,A2,B3,C1,C2)
- 4) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - n$ fonksiyonu veriliyor. $f(2) = 12$ ise n değerini bulunuz.(A1,A2,B1,B3)
- 5)



Yukarıdaki grafiğe göre $f(1)=?$ $f(2)=?$ $f(5)=?$ $f^{-1}(7)=?$ (A2,A3,B1)

- 6) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (n+3)x + 12$ fonksiyonu sabit bir fonksiyon ise n değerini bulunuz.(A1,A2,B1,B3)
- 7) f fonksiyonunun grafiği şekildeki gibidir. Buna göre;



- a. f in tanım ve görüntü kümelerini bulunuz. (A2,B1)
- b. $f(-4)=?$ $f(-5/2)=?$ $f(0)=?$ $f(2)=?$ $f(4)=?$ (A2,B1)
- c. $f([-5/2, 0]) = ?$ Ve $f([2, 3]) = ?$ (A2,B1)

8)

$$g(x) = \begin{cases} 4-x, & x < -2 \\ 3x, & -2 \leq x \leq 1 \\ 3, & x > 1 \end{cases}$$

ise $g(-4) + g(0) + g(3)=?$

(A1,A2,B1,B3)

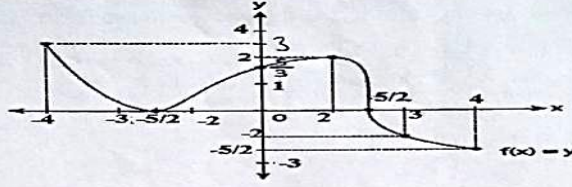
9)

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 2, & x \geq 1 \\ x + 1, & x < 1 \end{cases}$$

olduğuna göre, $f(3) + f(1) + f(-2)$ toplamı kaçtır, bulunuz. (A1,A2,B1,B3)

10) $f: \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{3, 6, 9, 12, 15\}$, $f(x) = 3x$ fonksiyonu 1-1 ve örten midir açıklayınız? (A1,A2,B1)

7) f fonksiyonunun grafiği şekildeki gibidir. Buna göre;



(A₂, B₁)

a. f'in tanım ve görüntü kümelerini bulunuz.

f: [-4, 4] → [-5/2, 3] (2)

b. f(-4)=? f(-5/2)=? f(0)=? f(2)=? f(4)=? (A₂, B₁)

f(-4)=3 f(-5/2)=0 f(0)=5/3 f(2)=2 f(4)=-5 (5)

(A₂, B₁) c. f([-5/2, 0])=? Ve f([2, 3])=?

f([-5/2, 0])=[0, 5/3] (3) f([2, 3])=[-2, -2]

(A₁, A₂, B₁, B₃)

$$g(x) = \begin{cases} 4-x, & x < -2 \\ 3x, & -2 \leq x \leq 1 \\ 3, & x > 1 \end{cases}$$

İse g(-4) + g(0) + g(3)=?

g(-4) = 4 - x = 4 - (-4) = 4 + 4 = 8 (3)

g(0) = 3x = 3 · 0 = 0 (1)

g(3) = 3 (1)

g(-4) + g(0) + g(3) = 8 + 0 + 3 = 11 (1)

(A₁, A₂, B₁, B₃)

$$f(x) = \begin{cases} 4x-2, & x \geq 1 \\ x+1, & x < 1 \end{cases}$$

f(3) = 4x - 2 = 4 · 3 - 2 = 10 (3)

f(1) = 4x - 2 = 4 · 1 - 2 = 2 (3)

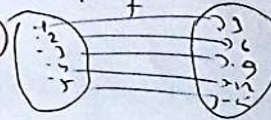
f(-2) = x + 1 = -2 + 1 = -1 (1)

olduğuna göre, f(3) + f(1) + f(-2) toplamı kaçtır, bulunuz.

11 (1)

(A₁, A₂, B₁) 10) f: {1, 2, 3, 4, 5} → {3, 6, 9, 12, 15}, f(x) = 3x fonksiyonu 1-1 ve örten midir açıklayınız?

f(1) = 3 · 1 = 3
f(2) = 3 · 2 = 6
f(3) = 3 · 3 = 9
f(4) = 3 · 4 = 12
f(5) = 3 · 5 = 15



f 1-1 ve örten dir.
Her elemanı farklı bir yere götürür ve elemanlarında aciklık eleman yeri.

Ek 16: Deney Grubunun İşlemsel Ön Teste Verilen Cevapların Sağladığı Kriterlerin Frekans ve Yüzde Tablosu

	A1		A2		A3		B1		B3		C1		C2	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
1.	0	0	0	0			0	0	0	0				
2.	4	9,76	0	0			0	0	0	0				
3.	0	0,00	1	2,44					0	0	0	0	0	0
4.	2	4,88	2	4,88			2	4,88	2	4,88				
5.			1	2,44	2	4,88	2	4,88						
6.	3	7,32	2	4,88			2	4,88	0	0,00				
7. a)			1	2,44			2	4,88						
b)			0	0			0	0						
c)			0	0			0	0						
8.	0	0	0	0			0	0	0	0				
9.	0	0	0	0			0	0	0	0				
10.	0	0	4	9,76			1	2,44						

Ek 17: Kontrol Grubunun İşlemsel Ön Teste Verilen Cevapların Sağladığı Kriterlerin Frekans ve Yüzde Tablosu

	A1		A2		A3		B1		B3		C1		C2	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
1.	0	0	0	0			0	0	0	0				
2.	2	4,65	2	4,65			2	4,65	2	4,65				
3.	0	0,00	0	0,00					0	0,00	0	0	0	0
4.	2	4,65	2	4,65			1	2,33	1	2,33				
5.			1	2,33	0	0	1	2,33						
6.	1	2,33	1	2,33			0	0	0	0,00				
7. a)			2	4,65			2	4,65						
b)			1	2,33			1	2,33						
c)			0	0,00			0	0,00						
8.	0	0	0	0,00			0	0,00	0	0				
9.	0	0	0	0			0	0	0	0				
10.	0	0	0	0			0	0						

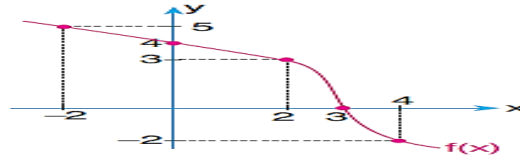
Ek 18: İşlemsel Son Test

İşlemsel Son Testte yer alan soruların yanında parantez içinde belirtilen ifadeler soruların içerdiği kriterlerdir. Kriterlerin anlamları için Ek-1'e bakınız.

İŞLEMSEL SON TEST

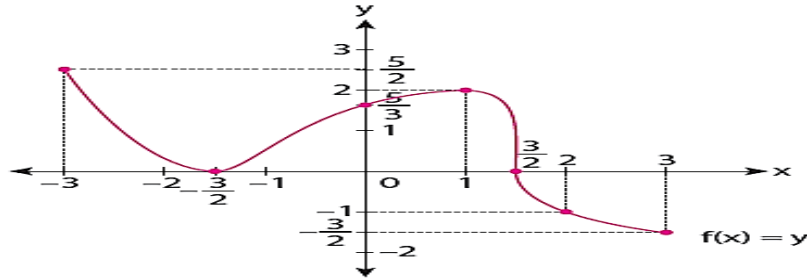
- 1) $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ bir fonksiyon, $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ve $f(x) = 3x$ ise bu fonksiyonun görüntü kümesini bulunuz. (A1,A2,B1,B3)
- 2) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = 2x+3$ ise $f(4)=?$ (A1,A2,B1,B3)
- 3) $f, \mathbb{R}$ de tanımlı doğrusal bir fonksiyon olarak veriliyor. $f(3) = 9$ ve $f(6) = 15$ ise $f(4)$ değerini bulalım. (A1,A2,B3,C1,C2)
- 4) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - n$ fonksiyonu veriliyor. $f(4) = 16$ ise n değerini bulunuz. (A1,A2,B1,B3)

5)



Yukarıdaki grafiğe göre $f(2)=?$ $f(4)=?$ $f(3)=?$ $f^{-1}(5)=?$ (A2,A3,B1)

- 6) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (n-4)x + 1$ fonksiyonu sabit bir fonksiyon ise n değerini bulunuz. (A1,A2,B1,B3)
- 7) f fonksiyonunun grafiği şekildeki gibidir. Buna göre;



a. f in tanım ve görüntü kümelerini bulunuz. (A2,B1)

b. $f(-3)=?$ $f(-3/2)=?$, $f(0)=?$, $f(1)=?$, $f(3)=?$ (A2,B1)

c. $f([-3/2, 0])=?$ ve $f([1, 3/2])=?$ (A2,B1)

8)

$$g(x) = \begin{cases} 3-x, & x < -2 \\ 2x, & -2 \leq x \leq 1 \\ 2, & x > 1 \end{cases}$$

ise $g(-4) + g(0) + g(3)=?$ (A1,A2,B1,B3)

9)

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 4, & x \geq 1 \\ x + 8, & x < 1 \end{cases}$$

olduğuna göre, **$f(4) + f(1) + f(-3)$ toplamı kaçtır, bulunuz.** (A1,A2,B1B3)

- 10) $f: \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $f(x) = 2x$ fonksiyonu 1-1 ve örten midir açıklayınız (A1,A2,B1)

Ek 19: İşlemsel Son Testin Cevap Anahtarı

AD-SOYAD: NO: SINIF:

İŞLEMSEL SON TEST

(A1, A2, B1, B3) 1) $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ bir fonksiyon, $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ve $f(x) = 3x$ ise bu fonksiyonun görüntü kümesini bulunuz.

$f(-2) = 3 \cdot (-2) = -6$ $f(-1) = 3 \cdot (-1) = -3$ $f(0) = 3 \cdot 0 = 0$ $f(1) = 3 \cdot 1 = 3$ $f(2) = 3 \cdot 2 = 6$

göster: $f(A) = \{-6, -3, 0, 3, 6\}$

(A1, A2, B1, B3) 2) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = 2x + 3$ ise $f(4) = ?$

$f(4) = 2 \cdot 4 + 3 = 8 + 3 = 11$

(A1, A2, B3, C1, C2) 3) $f: \mathbb{R}$ de tanımlı doğrusal bir fonksiyon olarak veriliyor. $f(3) = 9$ ve $f(6) = 15$ ise $f(4)$ değerini bulalım.

$f(x) = ax + b = 9$
 $f(3) = 3a + b = 9$
 $f(6) = 6a + b = 15$

$-3a + b = 9$
 $6a + b = 15$
 $-3a - b = -9$
 $6a + b = 15$
 $3a = 6$ $a = 2$

$3a + b = 9$
 $6 + b = 9$
 $b = 3$

$f(x) = 2x + 3$
 $f(4) = 2 \cdot 4 + 3 = 11$

(A1, A2, B1, B3, B4) 4) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - n$ fonksiyonu veriliyor. $f(4) = 16$ ise n değerini bulunuz.

$f(4) = 3 \cdot 4 - n$
 $16 = 12 - n$
 $n = 12 - 16$
 $n = -4$

5) (A2, A3, B1)

Yukarıdaki grafiğe göre $f(2) = ?$ $f(4) = ?$ $f(3) = ?$ $f^{-1}(5) = ?$

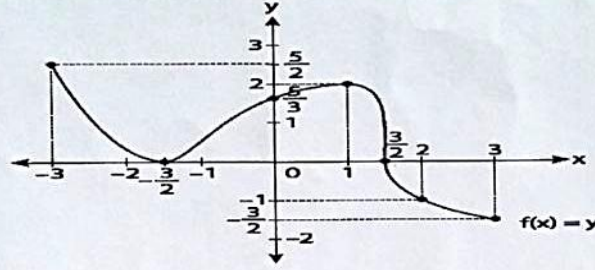
$f(2) = 3$ $f(4) = -2$ $f(3) = 0$ $f^{-1}(5) = -2$

6) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (n-4)x + 1$ fonksiyonu sabit bir fonksiyon ise n değerini bulunuz.

$f(x) = (n-4) \cdot x + 1 = c$

$n-4 = 0$
 $n = 4$

7) f fonksiyonunun grafiği şekildeki gibidir. Buna göre;



a. f in tanım ve görüntü kümelerini bulunuz. (A_2, B_1)

$$f: [-3, 3] \rightarrow [-2, 5/2] \quad (2)$$

b. $f(-3)=?$, $f(-3/2)=?$, $f(0)=?$, $f(1)=?$, $f(3)=?$ (A_2, B_1)

$$f(-3) = 5/2, \quad f(-3/2) = 0, \quad f(0) = 5/3, \quad f(1) = 2, \quad f(3) = -2 \quad (5)$$

c. $f([-3/2, 0])=?$ ve $f([1, 3/2])=?$ (A_2, B_1)

$$f([-3/2, 0]) = [0, 5/3], \quad f([1, 3/2]) = [2, 0] \quad (3)$$

8)

$$g(x) = \begin{cases} 3-x, & x < -2 \\ 2x, & -2 \leq x \leq 1 \\ 2, & x > 1 \end{cases} \quad (A_1, A_2, B_1, B_2)$$

$$\text{İse } g(-4) + g(0) + g(3) = ?$$

$$g(-4) = 3 - (-4) = 3 + 4 = 7$$

$$g(0) = 2 \cdot 0 = 0$$

$$g(3) = 2$$

$$g(-4) + g(0) + g(3) = 7 + 0 + 2 = 9$$

9) (A_1, A_2, B_1, B_2)

$$f(x) = \begin{cases} 3x+4, & x \geq 1 \\ x+8, & x < 1 \end{cases} \quad (2) \quad \begin{aligned} f(4) &= 3 \cdot 4 + 4 = 12 + 4 = 16 \\ f(1) &= 3 \cdot 1 + 4 = 3 + 4 = 7 \\ f(-3) &= -3 + 8 = 5 \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} f(4) + f(1) + f(-3) \\ = 16 + 7 + 5 \\ = 28 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

olduğuna göre, $f(4) + f(1) + f(-3)$ toplamı kaçtır, bulunuz.

10) $f: \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $f(x) = 2x$ fonksiyonu 1-1 ve örten midir açıklayınız

(A_1, A_2, B_1)

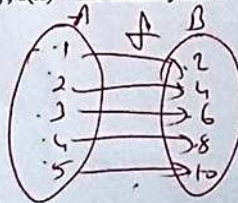
$$f(1) = 2$$

$$f(2) = 4$$

$$f(3) = 6$$

$$f(4) = 8$$

$$f(5) = 10$$



f 1-1 ve örten dir.
Her elemanı farklı bir elemana eşlenir ve değer kümesi görüntü kümesidir $f(A) = B$

(4)

Ek 20: Deney Grubunun İşlemsel Son Teste Verilen Cevapların Sağladığı Kriterlerin Frekans ve Yüzde Tablosu

	A1		A2		A3		B1		B3		C1		C2	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
1.	15	33,33	17	37,78			17	37,78	14	31,11				
2.	20	44,44	20	44,44			20	44,44	20	44,44				
3.	13	28,89	15	33,33					13	28,89	8	17,78	1	2,22
4.	11	24,44	12	26,67			12	26,67	11	24,44				
5.			17	37,78	16	35,56	18	40,00						
6.	5	11,11	5	11,11			4	8,89	3	6,67				
7. a)			8	17,78			0	0						
b)			19	42,22			20	44,44						
c)			3	6,67			0	0						
8.	11	24,44	11	24,44			7	15,56	11	24,44				
9.	15	33,33	15	33,33			14	31,11	14	31,11				
10.	18	40,00	17	37,78			18	40						

Ek 21: Kontrol Grubunun İşlemsel Son Teste Verilen Cevapların Sağladığı Kriterlerin Frekans ve Yüzde Tablosu

	A1		A2		A3		B1		B3		C1		C2	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
1.	2	4,55	2	4,55			2	4,55	2	4,55				
2.	10	22,73	10	22,73			10	22,73	10	22,73				
3.	3	6,82	3	6,82					3	6,82	0	0	0	0
4.	4	9,09	4	9,09			4	9,09	4	9,09				
5.			9	20,45	10	22,73	9	20,45						
6.	1	2,27	1	2,27			1	2,27	1	2,27				
7. a)			0	0			0	0						
b)			6	13,64			7	15,91						
c)			0	0			0	0						
8.	3	6,82	3	6,82			1	2,27	3	6,82				
9.	5	11,36	4	9,09			2	4,55	4	9,09				
10.	3	6,82	3	6,82			3	6,82						

Ek 22: Yarı Yapılandırılmış Mülakat

A- KİŞİSEL BİLGİLER KISMI

- Lütfen Kendinizi kısaca tanıtır mısınız? (Adınız, yaşınız, sınıfınız, vs.)
- Matematik dersini seviyor musunuz? Zor mu, ilginç mi? Bu konuyla ilgili lise ve ilköğretimdeki durumunuzdan bahseder misiniz?
- Matematik dersini anlıyor musunuz? Bu konuyla ilgili lise ve ilköğretimdeki durumunuzdan bahseder misiniz?

B- MODELLEME İLE İLGİLİ GENEL BİGİ KISMI

- Ders sırasında işlenen matematiksel modelleme problemleri hakkında görüşleriniz nelerdir?
- Etkinliklere başladığınızdaki, etkinlikler sırasındaki ve sonrasında kendinizi nasıl değerlendiriyorsunuz? Bu süreçte edindiğiniz kazanımlar nelerdir? Kendinizde gözlemlediğiniz değişim ve gelişimler nelerdir?
- Modelleme etkinlikleri ile daha önceki derslerde karşılaştığınız problemler arasında bir farklılık olduğunu düşünüyor musun? Varsa bu farklılıkları açıkla mısın?
- Derslerin bu şekilde hazırlanan etkinliklerle işlendiğinde, matematikte daha aktif ve başarılı olacağını düşünüyor musun?

C- FONKSİYONLARLA İLGİLİ KAVRAMSAL VE İŞLEMSEL BİLGİYİ ÖLÇEN KISIM

- Fonksiyonların önemli olduğunu düşünüyor musun? Günlük hayatta fonksiyonlar kullanılır mı? Nedenini açıkla mısın?
 - Fonksiyon nedir? Hangi özellikleri vardır? Fonksiyonlar ne ile gösterilir?(Tanım, değer, görüntü kümesi nedir? Fonksiyon Çeşitlerini hatırlıyor musunuz?)
- 1) Aşağıdaki tabloda bir bisikletlinin saniyeye (t) göre kaç cm uzaklaştığını (d) göstermektedir

t	d
1	8
2	9
3	10
4	11
5	12

- Buna göre Tablodaki saniye ve uzaklık arasındaki ilişki fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız ve eğer fonksiyon ise fonksiyonun kuralını yazınız.
 - Buna göre 102. Saniyede kaç cm uzaktır? Açıklayınız
 - Fonksiyonun grafiğini çizebilir misiniz? Bu hangi tür fonksiyondur?
 - Doğrusal fonksiyon nedir? Genel Kuralı nasıl yazılır? Grafiği nasıldır?
- 2) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 6x + m$ fonksiyonu veriliyor. $f(3) = 14$ ise m değerini bulunuz.

- 3) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (n+3)x + 5$ fonksiyonu sabit bir fonksiyon ise n değerini bulunuz. (sabit fonksiyon tanımı nedir?) $f(9)=?$
- 4) Aşağıdaki kaba musluktan sabit hızla su akmaktadır. Buna göre kaptaki suyun yüksekliğinin zamana bağlı değişiminin grafiğini çiziniz.

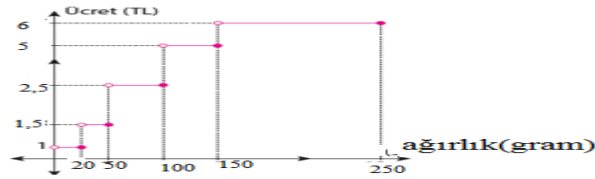


- 5) Bir fonksiyon makinesi şu şekilde çalışıyor. İçine atılan sayı 4ten büyükse o sayının 3 katından 7 eksiğini alarak işlem yapıyor, eğer sayı 4 ten küçük veya eşitse o sayının 9 fazlasını alarak işlem yapıyor. Buna göre $f(4)=?$, $f(-5)=?$, $f(6)=?$
- 6) Aşağıdaki fonksiyonu kullanarak $f(1) + f(3/2) + f(4)$ işlemini yapınız.

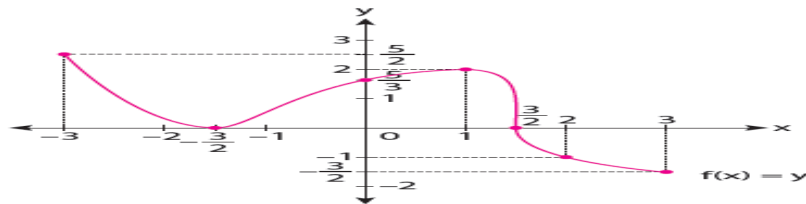
$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x \leq 1 \text{ ise} \\ 1, & 1 < x < 3 \text{ ise} \\ -x + 4, & x > 3 \text{ ise} \end{cases}$$

- 7) Bir postanede mektup ve kargo göndermek için alınan gönderinin kutlesine bağlı olarak belirlenen ücret tarifesi fonksiyon grafiği aşağıda verilmiştir. Buna göre $f(15)$, $f(100)$, $f(149)=?$

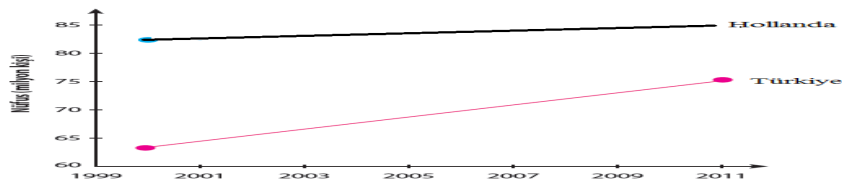
- a) Bu fonksiyonun adı nedir? Tanım - görüntü neresidir?



- 8) f fonksiyonunun grafiği şekildeki gibidir. Buna göre;



- a. f in tanım ve görüntü kümelerini bulunuz.
- b. $f(-3)=?$ $f(-3/2)=?$, $f(0)=?$, $f(1)=?$, $f^{-1}(-3/2)=?$ $F^{-1}(-1)=?$
- 9) Aşağıda Türkiye ile Hollanda'nın nüfus artışları verilmiştir. Buna göre hangi ülkenin nüfus değişim hızı fazladır?



Ek 23: Genel Kavramsal ve İşlemsel Testin Analizinde “Yanlış” ve “Boş” Kategorisi

Yanlış Cevaplar	Genel kavramsal ve işlemsel testteki soruların sahip olduğu kriterler Ek-2’de ve cevap anahtarı da Ek- 3’e verilmiştir. Cevaplar analiz edilirken Ek-2 ve Ek- 3’e göre olması gereken kriterlerin hiçbirini sağlamayıp, sorudaki kriterlerle hiçbir alakası olmayan çözümler.
Boş	Soruya cevap verilmemiştir.

Ek 24: Deney Grubunun Genel Kavramsal ve İşlemsel Teste Ait Yanlış - Boş Cevaplarının Frekans ve Yüzde Tablosu: İ (işlemsel soru); K (kavramsal soru)

N=41	YANLIŞ		BOŞ	
	f	%	f	%
1 a (İ)	10	24,39	12	29,27
1 b (İ)	7	17,07	16	39,02
2 (İ)	13	31,71	11	26,83
3 (İ)	13	31,71	24	58,54
4 (İ)	14	34,15	22	53,66
5 (İ)	12	29,27	19	46,34
6 (K)	28	68,29	7	17,07
7 (K)	16	39,02	14	34,15
8 (K)	12	29,27	3	7,32
9 (K)	20	48,78	14	34,15
10 (K)	13	31,71	20	48,78

Ek 25: Kontrol Grubunun Genel Kavramsal ve İşlemsel Teste Ait Yanlış - Boş Cevaplarının Frekans ve Yüzde Tablosu: İ (işlemsel soru); K (kavramsal soru)

N=38	YANLIŞ		BOŞ	
	f	%	f	%
1 a (İ)	4	10,53	13	34,21
1 b (İ)	10	26,32	13	34,21
2 (İ)	5	13,16	16	42,11
3 (İ)	10	26,32	21	55,26
4 (İ)	14	36,84	22	57,89
5 (İ)	13	34,21	21	55,26
6 (K)	28	73,68	7	18,42
7 (K)	13	34,21	17	44,74
8 (K)	4	10,53	8	21,05
9 (K)	12	31,58	25	65,79
10 (K)	13	34,21	25	65,79

Ek 26: Hangi İş Daha İyi? Etkinliği



Mehmet bir süredir iş aramaktadır. Sonunda iki iş yerinden teklif gelmiştir. Bu şirketlerin koşulları aşağıdaki gibidir.

Öneri 1: A şirketinde, bir saatte 7.50 TL kazanacaksınız. Bununla birlikte, çalışmak için kendinize 67 TL ye bir üniforma almanız gerekiyor. Haftada toplam 20 saat çalışacaksınız.

Öneri 2: B şirketinde, bir saatte 5.50 TL kazanacaksınız. Çalışmak için özel bir üniforma almanıza gerek yoktur. Haftada toplam 20 saat çalışacaksınız.

Mehmet hangi işi seçeceği konusunda ve ne kadar süre çalışacağı konusunda kararsızdır.

- Mehmet bir haftada iki öneri için ne kadar kazanır?
- İki öneriyi ifade eden durumlar bir fonksiyon mudur? Eğer fonksiyon ise bu iki önerinin koşullarını ifade eden denklemi yazabilir misiniz?

Bu iki öneriyi değerlendirerek Mehmet için hangisinin daha iyi olabileceği konusunda Mehmet'e bir tavsiye mektubu yazınız.

Bu soru Kokmaz (2010) doktora tezinden uyarlanmıştır.

Ek 27: Telefon Tarifeleri Etkinliği



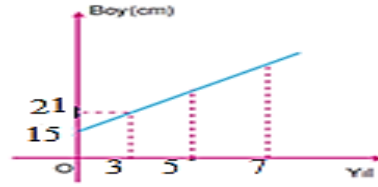
Ahmet amca televizyon izlerken bir mobil iletişim şirketinin tarife reklamını görmüştür. Bu şirket müşterilerine ücretlendirme periyodu 1 dakika olan iki farklı konuşma tarifesini sunmaktadır. 1. tarifeye göre aylık 10 TL sabit ücret ve her bir dakika konuşma için 50 kuruş, 2. tarifeye göre ise aylık 17 TL sabit ücret ve her bir dakika konuşma için 25 kuruş ödenmesi gerekmektedir. Ahmet amca ayda kaç dakika konuşabileceğini pek bilmiyordur ve hangisinin ekonomik olduğu konusunda da kararsızdır. Bu konuda bu şirketin tarifelerinin matematiksel ifadelerini bularak ve grafiklerini çizerek Ahmet amcaya hangi tarifeyi seçmesi konusunda bir tavsiye mektubu yazınız.

Bu etkinlik Taşova (2011) çalışmasından uyarlanmış bir modelleme etkinliğidir.

Ek 28: Bitki Boyunu Hesaplama Etkinliği



Aşağıdaki grafik bir bitkinin yıllara göre boy uzamasını göstermektedir. Buna göre bitkinin boy uzama fonksiyonunun kuralını bulunuz ve bitkinin boyu kaç yıl sonra 75 cm olur?



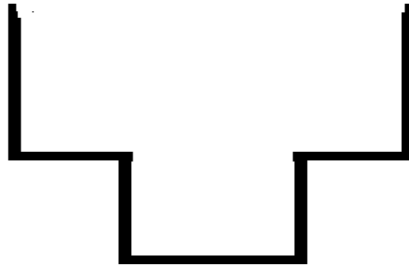
Yandaki grafikte 15 cm uzunluğunda toprağı dikilen bir fidanın zamana bağılı boy uzunluğı grafiğı verilmiştir.

Buna göre, bu fidanın 4. ve 8. yılındaki boy uzunlukları kaçtır?

Ek 29: Su Deposu Etkinliği

Bir bilgisayar şirketi eğitim kurumlarına bilgisayar destekli eğitim amaçlı programlar hazırlamaktadır. şirkete bağlı bir ekip öğrencilerin grafik çizme ve yorumlama becerilerini geliştirmeye yardımcı olacak bir su deposu doldurma animasyonu üzerinde çalışmaktadırlar. Ekibin bu animasyonu oluşturabilmesi için su deposu doldurulurken depoda biriken suyun hacmine bağlı olarak su yüksekliğini gösteren bir grafiğe ihtiyacı bulunmaktadır.

Ekibin matematikçi üyesi olarak sizden istenen ekte verilen depolardan birkaçı için bu grafikleri yaklaşık olarak çizmeniz ve herhangi bir şekle sahip bir su deposu için su miktarına bağlı olarak suyun yüksekliğini gösteren grafiğin nasıl çizileceğini açıklayan bir yönerge hazırlamanızdır.



Bu etkinlik Kertil (2014, sy 235) çalışmasından alınmıştır.

Ek 30: Otoparak Ücreti Etkinliği



Otopark ücretleri, HGS ve İstanbulkart'la ödenebilecek

Büyükşehir Belediyesi kuruluşu İSPARK'ın her gün yüz binlerce kişinin kullandığı açık, katlı ve yol üstü otoparklarında yeni ödeme kolaylıkları geliyor. Sürücüler artık İstanbulkart ve HGS ile de İSPARK'ın otoparklarında ödeme yapabilecek.



İSPARK, İstanbul genelinde her gün yaklaşık 100 bin kişinin yararlandığı otoparklarda giriş çıkışları hızlandırmak ve sürücülerin nakit para derdinden kurtarmak amacıyla farklı ödeme seçeneklerini devreye alacak. Kent genelinde 600 noktada 80 bin kapasiteyle otopark işletmeciliği yapan İSPARK vatandaşlara İstanbulkart ve HGS ile ödeme imkânı sunacak. Projenin yeni yılda uygulanmaya başlanması planlanıyor.

İLK ETAPTA KATLI OTOPARKLARDA

İSPARK İstanbulkart'ın kullanılması için tüm altyapı çalışmalarını tamamladı. Otoparklarda bulunan ödeme gişeleri ve bariyer sistemleri İstanbulkart'la uyumlu hale getirildi. İlk etapta katlı otoparklarda ve bariyer sistemi bulunan noktalarda başlatılacak uygulama zamanla tüm otoparklarda yaygınlaştırılacak. Sürücüler park ücretlerini İstanbulkart'ı okutarak ödeyebilecekler. Otoparkta girişte okutulacak kart çıkarken tekrar okutulduğunda ödeme alınacak. Sürücü otoparka girmeden önce her hangi bir toplu taşıma aracını kullanmışsa günümüzde uygulandığı gibi ücretlerde aktarma sistemi devreye girerek indirim yapılacaktır. Aynı şekilde otoparkı kullandıktan sonra da farklı bir ulaşım aracıyla yoluna devam edecekse yine aktarma sistemi devreye girecek ve indirimli olarak yoluna devam edebilecek.

ÜCRET, HGS'DEN DÜŞECEK

İSPARK otoparklarda HGS kullanımı için de altyapı ve teknik çalışmalara başladı. Projenin altyapı çalışmaları kısa zaman içinde tamamlanacak. İstanbulkart'ın ardından HGS ile ödeme de devreye alınacak. Sürücüler otoparkları kullandıktan süre kadar çıkışta ücretleri HGS'den düşülecek. İlk olarak katlı otoparklarda kullanılacak HGS yaygınlaştırılarak açık otoparklarda da devreye girecek.

Ezgi Hanım alış veriş yapmak için ve bir arkadaşıyla görüşmek için Bakırköy'e arabasıyla gidecektir. Ama aracını park etme ve park ücretini düşünmektedir. Gideceği yere hem ispark otoparkı hem de Carousel alışveriş merkezinin otoparkı bulunmaktadır. Bakırköy'de İspark'a ait bir otoparkta araç bekletme ücretleri şu şekildedir. 1 saate kadar 3 TL, 1 ile 2 saate kadar 6 TL, 2 saatten 4 saate kadar 8,50 TL, 4 saatten 6 saate kadar 10 TL ve 6 saatten 12 saate kadar 12 TL dir. Buna karşılık Carousel alışveriş merkezinin otoparkında ise fişi olan müşterilere ilk 4 saat ücretsizdir ve bundan sonraki her saat için 10 TL park ücreti ödenecektir.

İki otoparkın saat ve ücret ilişkisini gösteren grafiği çiziniz ve Ezgi Hanım'a Bakırköy'de bulunduğu süreye göre hangi otoparkın onun için daha uygun olabileceği konusunda mektup yazınız.

Etkinlikteki haberler <http://www.haberler.com/ispark/> linkinden alınmıştır.