

Bir Tren Çekiş Sisteminin Bağ Grafikler Yöntemi ile Modellenmesi ve Benzetimi

Ahmed Kamal Ibrahim Ibrahim

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

Elektrik - Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Ağustos 2015

Modelling and Simulation of Train Traction System by Bond Graphs Method

Ahmed Kamal Ibrahim Ibrahim

**MASTER OF SCIENCE THESIS**

Department of Electrical and Electronics Engineering

August 2015

# Bir Tren Çekiş Sisteminin Bağ Grafikler Yöntemi ile Modellenmesi ve Benzetimi

Ahmed Kamal Ibrahim Ibrahim

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca  
Elektrik - Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı  
Kontrol ve Kumanda Sistemleri Bilim Dalında  
YÜKSEK LİSANS TEZİ  
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Prof. Dr. Osman Parlaktuna

Ağustos 2015

## ONAY

Elektrik – Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı Yüksek Lisans öğrencisi Ahmed Kamal Ibrahim Ibrahim'in YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı “Bir Tren Çekiş Sisteminin Bağ Grafikler Yöntemi ile Modellenmesi ve Benzetimi” başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek oybirliği ile kabul edilmiştir.

**Danışman** : Prof. Dr. Osman Parlaktuna

**İkinci Danışman** : -

### **Yüksek Lisans Tez Savunma Jürisi:**

**Üye:** Prof. Dr. Osman Parlaktuna

**Üye :** Prof. Dr. Hasan Hüseyin Erkaya

**Üye :** Y. Doç. Dr. Metin Özkan

**Üye :** Y. Doç. Dr. Bünyamin Tamyürek

**Üye :** Y. Doç. Dr. Hakan Korul

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun ..... tarih ve  
..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Hürriyet ERŐAHAN  
Enstitü Müdürü

## ETİK BEYAN

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre, Prof. Dr. Osman Parlaktuna danışmanlığında hazırlamış olduğum “Bir Tren Çekiş Sisteminin Bağ Grafikler Yöntemi ile Modellenmesi ve Benzetimi” başlıklı YÜKSEK LİSANS tezimin özgün bir çalışma olduğunu; tez çalışmamın tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; tezimde verdiğim bilgileri, verileri akademik ve bilimsel etik ilke ve kurallara uygun olarak elde ettiğimi; tez çalışmamda yararlandığım eserlerin tümüne atıf yaptığımı ve kaynak gösterdiğimi ve bilgi, belge ve sonuçları bilimsel etik ilke ve kurallara göre sunduğumu beyan ederim. 17/08/2015

Ahmed Kamal Ibrahim Ibrahim

İmza

## ÖZET

Yapılan tez çalışmasında, bir tren setinin çekiş sistemi bağ grafiği yöntemi ile modellenmiştir. Bağ grafiği yönteminin, tren çekiş sistemi gibi çoklu fiziksel etki alanlarından oluşan (multi domain) karmaşık sistemlerin homojen ve esnek modellenmesinde etkin bir araç olduğu gösterilmiştir. Model, TCDD’de kullanılan E23000 tipi elektrikli tren dizisi üzerinden oluşturulmuştur. Çekiş sisteminde çekiş gücünü sağlayan üç fazlı asenkron motorları, serbest uyarmalı doğru akım motorlarındaki gibi motorun rotor akı ve elektromanyetik momentinin ayrı bir şekilde vektör kontrol yöntemi ile kontrol edilmiştir. Motor, durağan ve senkron olmak üzere iki farklı referans çatılarında modellenmiştir. Kontrol birimindeki üç fazlı evirici bacaklarına değişik PWM görev döngüleri uygulanmış ve değişik elektromanyetik moment değerleri elde edilmiştir. Model, MS1 modelleme ve simülasyon programı ile simüle edilmiştir.

**Anahtar kelimeler:** tren çekiş sistemi, bağ grafiği, üç fazlı asenkron motor, vektör kontrol, alan yönlendirmeli kontrolü, üç fazlı PWM evirici.

## SUMMARY

In this thesis, a train traction system is modeled by bond graph method. It has been shown that the bond graph method is an effective tool to modelling the systems that consists of many physical domains (multi domain) such as the train traction system in homogenous and flexible way. The model is made through E23000 type electric train sets, which is used by TCDD. The three phase asynchronous traction motor that provides the traction effort for train is controlled in same way of controlling separately excited DC motor by separation its rotor flux and electromagnetic torque control, this method is called vector control or field oriented control. The motor is modeled in two different reference frames, stationary and synchronous. In the control unit, direct field oriented control (direct vector control) of motor is used to independently regulate the rotor flux and electromagnetic torque, the PI controllers is chosen to obtain zero error at steady state. Finally, various PWM duty cycles is applied on three phase inverter legs, thus various electromagnetic torque values has been obtained. The model is simulated by MS1 modelling and simulation program.

**Keywords:** train traction system, bond graph, three phase asynchronous motor, vector control, field oriented control, three phase PWM inverter.

## TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tezimi yönetmeyi kabul ederek, çalışmam boyunca bilgi ve tecrübeleriyle her türlü desteğini esirgemeyen danışman hocam sayın Prof. Dr. Osman Parlaktuna'ya ve tüm bölüm öğretim elemanlarına en içten saygı ve teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca, yüksek lisans yaptığım süre boyunca beni manevi olarak destekleyen arkadaşım Taha AL-Salihi'ye ve hayatımın her aşamasında bana yardımcı olan aileme teşekkür ederim.

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
<b>ÖZET</b> .....	vi
<b>SUMMARY</b> .....	vii
<b>TEŞEKKÜR</b> .....	viii
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	ix
<b>ŞEKİLLER DİZİNİ</b> .....	xii
<b>ÇİZELGELER DİZİNİ</b> .....	xiv
<b>SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ</b> .....	xv
<b>1. GİRİŞ</b> .....	1
<b>2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI</b> .....	3
<b>3. GENEL BİLGİLER</b> .....	7
3.1. Giriş .....	7
3.2. Raylı Sistemlerin Genel Kavramları .....	7
3.2.1. Eksen sistemi .....	7
3.2.2. Araç ve hat (ray) .....	8
3.2.3. Tekerlek takımı .....	9
3.2.4. Tren çekiş şartları (durumları) .....	9
3.2.4.1. <u>Araç kararlılığı</u> .....	10
3.2.4.2. <u>Sünme (creep) faktörü</u> .....	11
3.2.4.3. <u>Tekerlek çekişi</u> .....	11
3.3. Çekiş Denklemleri ve Direnç Kuvvetleri .....	13
3.4. Bağlantı Kuvvetleri (çekiş çabaları), Adezyon ve Güç .....	14
3.5. Raylı Sistemler Cer Motorları ve Çekiş Sistemi .....	17
3.3.1. Elektrikli çekiş sistemi ve cer motorları .....	18
3.3.2. AC asenkron motorlar .....	19
<b>4. BAĞ GRAFİKLERİ (BOND GRAPH) İLE FİZİKSEL SİSTEMLERİN MODELLEMESİ VE ANALİZİ</b> .....	22
4.1. Giriş .....	22
4.2. Elektrik Ve Elektronik Mühendisliğinde Sistem Yaklaşımının Geçmişi .....	22
4.3. Bağ Grafiğinin Şekillendirilmesi .....	23
4.3.1. Genelleştirilmiş değişkenler .....	24
4.3.2. Bağ grafiği elemanları .....	26
4.3.2.1. <u>Aktif elemanlar</u> .....	26
4.3.2.2. <u>Pasif elemanlar</u> .....	27

## İÇİNDEKİLER (devam)

	<u>Sayfa</u>
4.3.2.3. <u>Algılayıcılar</u> .....	28
4.3.3. Eklemler .....	29
4.3.4. Bağ grafiği modelini elde etmek için kullanılan sistematik prosedür .....	30
4.3.5. Nedensellik .....	30
4.3.5.1. <u>Nedensellik kısıtlamaları</u> .....	31
4.3.5.2. <u>Bağ grafikleri nedensellik işaretlerinin atanması</u> .....	35
4.3.6. Bağ grafiği yönteminde denklemlerin şekillendirilmesi .....	36
4.3.7. Bağ grafiği değişkenlerinin genel durum değişkenlerine dönüştürülmesi .....	39
4.3.8. Bağ grafiği modelinden transfer fonksiyonunun elde edilmesi .....	40
4.4. Sistem Yaklaşımının Bağ Grafiği ile Analiz Yöntemleri .....	42
4.4.1. Küçük sinyal doğrusallaştırılması (Small signal linearization) .....	42
4.4.2. Küçük sinyal modelinin bağ grafiği uygulaması .....	43
4.4.2.1. <u>Pasif elemanların (R,I,C) karakteristik kanunları ile ilgili doğrusalsızlık</u> .....	43
4.4.2.2. <u>Elemanın modülünde (kazancında) oluşan doğrusalsızlık</u> .....	44
4.4.2.3. <u>Kontrol sinyali tarafından karakteristik denkleminde oluşan doğrusalsızlık</u> .....	47
4.4.2. Kararlılık analizi .....	47
4.4.2.1. <u>Köklerin yeri</u> .....	48
4.4.2.2. <u>Lyapunov'un ikinci (doğrudan) yöntemi</u> .....	48
<b>5. ÜÇ FAZLI ASENKRON (İNDÜKSİYON) MOTORLARIN VEKTÖR KONTROL YÖNTEMİ</b> .....	<b>53</b>
5.1. Giriş .....	53
5.2. Asenkron Motor Sürücüleri .....	53
5.3. Üç Fazlı Asenkron Motorların Matematiksel Gösterimi .....	54
5.3.1. Üç fazlı asenkron makineler .....	54
5.3.2. Eksen dönüşümleri .....	56
5.3.3. Üç fazlı asenkron motorun rastgele referans çatisında modellenmesi .....	58
5.3.3.1. <u>Üç fazlı asenkron motorun durağan referans çatisında modellenmesi</u> .....	59
5.3.3.2. <u>Üç fazlı asenkron motorun senkron referans çatisında modellenmesi</u> .....	60
5.4. Vektör Kontrol (Alan Yönlendirmeli Kontrolü) Yöntemi .....	62
5.4.1. Serbest uyarımalı doğru akım motoru .....	62
5.4.2. Asenkron motorun vektör kontrolü prensipleri .....	63
5.4.3. Vektör kontrol moment denklemleri .....	64
5.4.4. Vektör kontrol yöntemleri .....	65

## İÇİNDEKİLER (devam)

	<u>Sayfa</u>
5.4.4.1. <u>Doğrudan alan yönlendirmeli kontrolü (DFO)</u> .....	66
5.4.4.2. <u>Dolaylı alan yönlendirmeli kontrolü (IFO)</u> .....	67
<b>6. TREN ÇEKİŞ SİSTEMİNİN BAĞ GRAFIĞI MODELİ VE SONUÇLAR</b> .....	<b>69</b>
6.1. Giriş .....	69
6.2. E23000 Tipi Elektrikli Tren Dizisi .....	69
6.3. E23000 Tren Dizisinin Bağ Grafiği Modeli .....	70
6.3.1. Güç kaynağı .....	71
6.3.2. Statik enerji aktarım modelleri .....	71
6.3.2.1. <u>Giriş süzgeci</u> .....	71
6.3.2.2. <u>Evirici (invertör)</u> .....	72
6.3.2.3. <u>Darbe genişliği modülasyonu (PWM)</u> .....	73
6.3.3. İleri ve ters eksen (Clarke ve Park) dönüşümleri .....	74
6.3.4. Kontrol birimi .....	76
6.3.5. Asenkron makinenin bağ grafiği modeli .....	78
6.3.5.1. <u>Birden çok bağlantılı elemanları kullanarak asenkron makinenin durağan (<math>\alpha, \beta</math>) referans çatısında modellenmesi</u> .....	78
6.3.5.2. <u>Tek bağlantılı elemanları kullanarak asenkron makinenin durağan (<math>\alpha, \beta</math>) referans çatısında modellenmesi</u> .....	80
6.3.5.3. <u>Asenkron makinenin statora bağlı senkron (d,q) referans çatısında modellenmesi</u> .....	82
6.3.6. Mekanik hattının modellenmesi .....	85
6.4. Sistemin Simülasyonu .....	86
<b>7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER</b> .....	<b>92</b>
<b>KAYNAKLAR DİZİNİ</b> .....	<b>94</b>
<b>EK AÇIKLAMALAR</b> .....	<b>99</b>
Ek Açıklama-A: Kullanılan Parametrelerin Sayısal Değerleri .....	100
Ek Açıklama-B: Asenkron Motor Parametrelerinin Sayısal Değerleri .....	101

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil	Sayfa
3.1. Raylı sistemler eksen sistemi .....	7
3.2. Boji ve iç bölümleri .....	8
3.3. Ray üzerinde seyahat eden bir tekerlek takımı .....	10
3.4. Bağlantı kuvveti ve kayma hızı .....	12
3.5. Kayma/patinaj ve bağlantı bölgeleri .....	13
3.6. Uzunlamasına tren dinamiği .....	14
3.7. Tekerlek ile rayın temas bölgesinde teğetsel adezyon kuvvetleri .....	15
3.8. Raylı sistemlerde kullanılan farklı çekiş sistemleri .....	18
3.9. AC cer motorunun temel parçalarını .....	20
4.1. Bağ grafiği güç aktarımı .....	24
4.2. Bağ grafiğinin değişkenleri arasındaki ilişkiler .....	24
4.3. Paynter'in dörtyüzlüsü .....	27
4.4. Nedensellik işareti .....	31
4.5. Basit bir elektrik devresinin bağ grafiği modeli .....	35
4.6. Nedesel bağ grafiği modeli (Şekil 4.5'te sunulan elektrik devresinin nedensellik işareti atanmış bağ grafiği modeli) .....	36
4.7. Bir R elemanının doğrusallaştırılması .....	43
4.8. Kontrol sinyalinin bulunması ile doğrusal karakteristik denkleme sahip olmayan R elemanının doğrusallaştırılması .....	47
5.1. Üç fazlı asenkron motorun devre modeli .....	55
5.2. Clarke dönüşümünün vektör diyagramı .....	57
5.3. Park dönüşümünün vektör diyagramı .....	58
5.4. Rastgele (d,q,0) ve (a,b,c) eksenleri arasındaki ilişki .....	59
5.5. Serbest uyarmalı doğru akım motorunun basit bir gösterimi .....	62
5.6. Vektör kontrol prensibi .....	63
5.7. Asenkron motorun doğrudan alan yönlendirmeli kontrolü blok diyagramı .....	67
5.8. Asenkron motorun dolaylı alan yönlendirmeli kontrolü blok diyagramı .....	68
6.1. E23000 tipi tren çekiş sisteminin özetlenmiş blok diyagramı .....	70
6.2. Tren çekiş sisteminin bağ grafiği modeli .....	70
6.3. Güç kaynağının bağ grafiği modeli .....	71

## ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
6.4. Giriş süzgecinin elektrik şeması ve ilişkin bağ grafiği modeli .....	71
6.5. Evirici (invertör) .....	72
6.6. Eviricinin bağ grafiği modeli .....	73
6.7. Düzenli simetrik bir PWM darbeleri .....	74
6.8. Eksen dönüşümlerinin bağ grafiği modeli .....	76
6.9. Doğrudan vektör kontrolünün yapısı .....	77
6.10. Asenkron makinenin $\beta$ - ekseninde eşdeğer elektriksel devresi .....	78
6.11. Çok bağlantılı I elemanı kullanarak stator ve rotor arasındaki kuplajın gösterimi .....	79
6.12. Çok bağlantılı I elemanını kullanarak asenkron makinenin $(\alpha, \beta)$ referans çatısında bağ grafiği modeli .....	80
6.13. Asenkron makinenin kaçak indüktansı ile modellenmesi .....	81
6.14. Kaçak indüktansı ile modellenen asenkron makinenin stator gerilimine bağlı " $\alpha, \beta$ " referans çatısında bağ grafiği modeli .....	82
6.15. Asenkron makinenin q-ekseninde eşdeğer elektriksel devresi .....	83
6.16. Asenkron makinenin (d,q) referans çatısında stator gerilimine bağlı bağ grafiği modeli .....	84
6.17. Tren mekanik hattının şeması .....	85
6.18. Tren mekanik hattının bağ grafiği modeli .....	86
6.19. MS1 programını kullanarak tren çekiş sisteminin bağ grafiği modeli .....	87
6.20. Giriş süzgecin normal çalışma esnasında davranışı .....	88
6.21. DC hat akımı ve motor akımının aynı anda görünüşü .....	88
6.22. Üç faza ait akım şekilleri .....	89
6.23. Elektromanyetik çevirinin (moment) simülasyonu .....	89
6.24. Açısal hızın simülasyonu .....	90
6.25. Değişik anahtarlama periyodları kullanarak elektromanyetik momentin simülasyon sonuçları .....	91

**ÇİZELGELER DİZİNİ**

<u>Çizelge</u>	<u>Sayfa</u>
3.1 Dünya çapında kullanılan bazı adezyon katsayılarının değeri .....	16
4.1 Fiziksel etki alanlarına eşdeğer genelleştirilmiş değişkenler .....	26
4.2 Bağ grafiğinin temel elemanları .....	28
4.3 Bağ grafiği eklem elemanları .....	29
4.4 Nedensellik atama kuralları .....	34
4.5 Pasif elemanların doğrusallaştırılması .....	45
4.6 MTF ve MGY eklemlerin doğrusallaştırılması .....	46
4.7 MTF ve MGY eklemlerinin artımsal bağ grafiği .....	52
6.1 E23000 tren dizisinin genel özellikleri .....	69

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
$F_t$	Çekiş veya frenleme kuvveti (adezyon kuvveti)
$\Sigma F_R$	Trenin ileriye doğru hareketine karşı direnç Kuvvetleri
$\mu$	Adezyon katsayısı
$\Psi (e), \Psi (f)$	Bağ grafiği elemanlarının kazancı
$\varphi$	Akı bağlantı (manyetik akı)
$\lambda_r$	Rotor akısı
$\lambda_s$	Stator akısı
$\theta_s$	Stator gerilim fazı
$\theta_r$	Rotor gerilim fazı
$L_m$	Mıknatıslanma endüktansı
$L_r$	Rotor endüktansı
$L_s$	Stator endüktansı
$l_r$	Rotor kaçak endüktansı
$l_s$	Stator kaçak endüktansı
$L$	Lokomotif ağırlığı
$\omega_b$	Motorun anma açısal hızı
$\omega_e$	Senkron hız
$\omega_r$	Rotor gerilim hızı
$\omega_s$	Stator gerilim hızı
$T_{em}$	Elektromanyetik moment
$Q$	Vagon ağırlığı
$\rho$	Yönlendirme açısı
$\alpha_i$	PWM görev döngüsü
$\eta_i$	Evirici bacaklarının bağlantı durumu
$\Omega$	Motorun açısal hızı
$R$	Kavisli hattın yarıçapı
$r_g$	Yokuşlu hattın eğim derecesi
$T_e$	PWM eviricinin anahtarlama periyodu

$\tau_i$ 

PWM eviricinin bağlantı süresi

KısaltmalarAçıklama

DFOC

Direct Field Oriented Control

FOC

Field Oriented Control

IFOC

Indirect Field Oriented Control

## 1. GİRİŞ

Mevcut tren işletmesi ile makinistsiz tren işletmesi arasındaki fark aslında konumlandırma ve hareket kontrolü (çekiş ve frenleme) altında yatar. Makinist, trenin ray üzerinde hareket etmesinden ve konum bildirisinden sorumludur. Makinistsiz sistemlerde ATC (Otomatik tren kontrolü) sistemi ve yanında alt sistemleri olarak ATO (Otomatik tren işletmesi) ve ATP (Otomatik tren koruması) sistemleri trenin konum bildirisini yaparlar. Aracın hareket sistemi, trenin çekiş ve fren yapmasından sorumludur. Güvenlik hususlarını sağlamak amacıyla aynı anda aracın hem hareketini hem de konumlandırmasını kontrol etmek gerekir. Bu nedenle bir alt sisteme ihtiyaç duyulur. Bu sisteme, tren çekiş kontrol sistemi denilir.

Tren çekiş kontrol sistemi, güvenlik açısından büyük önem taşıyan bir sistem olarak kabul edilir. Demiryolu taşımacılığında çekiş kontrol sistemi, aracın mekanik hareketinin, hız algılanmasının ve çekiş şartlarının tespitinin/kontrolünün bir uygulamasıdır. Demiryolu endüstrisinde çekiş kontrol sistemlerinin iki farklı yaklaşımı vardır; Mekanik çekiş kontrol sistemi ve bilgisayar tabanlı çekiş kontrol sistemi (Noori, 2009). Mekanik çekiş kontrol sistemi araca odaklı bir sistemdir. Bu sistem aracın çekiş (yürütme) gücü, fren sistemi ve diğer elektromekanik bileşenler tarafından kullanılmaktadır. Bilgisayar tabanlı çekiş kontrol sistemi ise, birbirlerine bağlı üç alt bileşenden (ATC, ATP ve ATO) oluşmak üzere birleşik bir sistem olarak aracın çekiş şartlarının algılama, yönetme ve ayarlama görevini görmektedir. Tren çekiş kontrol sistemi karmaşık bir sistem olduğundan araştırma amacına göre farklı bakış açılarıyla yaklaşılabilir ve farklı şekillerde analiz edilebilir. Örneğin, araştırmanın ana hedefi yolcu konforu ise, titreşime neden olan mekanik bileşenler üzerinde çalışılır. Ayrıca, trafik kontrolü söz konusu ise, bilgisayar tabanlı ATC sistemi ve ona bağlı sinyalizasyon sistemleri üzerinde çalışılır.

Raylı sistemler tren çekiş kontrolünde çekiş ve frenleme süreçleri, tren sayısına bağlı dinamikler nedeni ile uzunlamasına kuvvetlere maruz kalır (Shabana vd., 2008). Şiddetli frenleme veya çekiş, araç güvenliğini ve kararlılığını olumsuz bir şekilde etkileyebilir. O yüzden Demiryolu taşımacılığında, riski minimize etmek amacıyla uzunlamasına kuvvetlerin bir fonksiyonu olarak araç dinamiklerinin üzerinde durulmalıdır.

Trenin çekiş sistemi, farklı fiziksel etki alanlarından (elektrik, mekanik, hidrolik vs.) ve farklı özelliklere sahip olan elemanlardan oluşmaktadır. Çok alanlı özeliğine sahip sistemlerin analizini gerçekleştirmek hiç de kolay bir süreç değildir. O yüzden, geçmişte bir tren setini modellerken bojilerde meydana gelen mekanik olgular elektrikçiler tarafından basitleştirilmiş veya ihmal edilmiştir ve karşılıklı olarak mekanik kısmı modellerken elektrik kısmındaki bazı olgular ihmal edilmiştir. Bunun sebebi olaraksa alanlar arasındaki bağlantının güçlü olması gösterilmiştir. Böylece, modellemede büyük kısıtlamaların ortaya çıktığı ifade edilmiştir. Genel sistem teorisinin kurucusu L. V. Bertalanffy, sistemi ifade eden terimleri çok basit bir şekilde bağlantı elemanları cinsinden bir fonksiyon olarak tanımlamıştır (Bertalanffy,1968). Farklı alanlara sahip olan (dolayısıyla farklı değişkenlere sahip olan) bir sistemi homojen bir şekilde modellemek, bağ grafiği (bond graph) denilen modelleme yöntemi ile gerçekleştirilebilir. Bağ grafiği yöntemi, 1961 yılında ilk olarak H. Paynter tarafından yayınlanmıştır ve 1975 yılında Karnopp ve Rosenberg tarafından şekillendirilmiştir (Breedveld, 1984; Broenink, 1999).

Ayrıca, çekiş sisteminde çekiş gücünü sağlayan üç fazlı asenkron cer motorlarının akımı ile ortaya çıkan momenti arasında doğru akım motorlarındaki gibi doğrusal bir ilişki olmadığından kontrolü kolay değildir. 1972 yılında ilk kez F. Blaschke tarafından tanımlanan vektör kontrol yöntemi, alternatif akım motorlarıyla doğru akım motorları arasında kurulan benzerliğe dayanmaktadır (Blaschke, 1972). Doğru akım motorlarındaki akı ile elektromanyetik momentin ayrık kontrol edebilmesi asenkron motorun vektör kontrol yönteminde kullanılmaktadır. Böylelikle asenkron motorlardan, doğru akım motoru dinamik ve sürekli durum performansı elde edilebilmektedir.

Bu çalışmada, TCDD’de kullanılan E23000 tipi elektrikli banliyö tren dizisinin çekiş sisteminin elektrik ve mekanik kısmı, güç ve enerji aktarımını ortak payda sayan bağ grafiği yöntemi ile modellenmiştir. Böylece, sistemin tamamı (elektrik ve mekanik kısmı) güç ve enerji değişkenleri tarafından homojen bir şekilde temsil edilmiştir. Sistemdeki üç fazlı asenkron cer motoru ise, vektör kontrol yöntemi kullanarak kontrol edilmiştir.

## 2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Raylı sistemlerde trenin ray üzerinde hareketi dinamik sistemlerin en karmaşık örneklerinden biridir ve bu karmaşık sistemin uzun bir geçmişe sahip olduğuna literatürde çok defa değinilmiştir (Iwnicki, 2006). Ray ve tekerleğin temas bölgesinde ortaya çıkan adezyon kuvvetleri, trenin ivme kazanabilmesine veya frenleyebilmesine sebep olan kuvvettir. Bu adezyon kuvvetlerinin oluşması için, çekiş ve frenleme kuvvetlerinin tekerleklere uygulanması gerekir (Perpinya, 2012). İvme ve frenleme esnasında ray ve tekerlek arasındaki sürtünmeden dolayı (Carter, 1926) trenin normal, patinaj ve uzunlamasına kayma olmak üzere üç farklı çekiş şartı altında çalışmasına literatürde değinilmiştir (Noori, 2009; Zhu, 2011). Tekerleklerin konik şeklinden dolayı hareket esnasında tekerlek takımı kendi merkezine doğru yönlenecektir. Bu nedenle tekerlek seti ve ray arasındaki adezyon kuvveti az olacak ve yanal bir hareketin ortaya çıkması söz konusu olacaktır, bu da trenin kararsız bir hareketine neden olacaktır (Shabana vd., 2008; Evans ve Iwnicki, 2002; Zakeri, 2012).

Raylı sistemler çekiş kontrol sistemi mekanik çekiş kontrol sistemi ve bilgisayar tabanlı çekiş kontrol sistemi olmak üzere iki kısma ayrılabilir (Noori, 2009). Literatürde çekiş sistemi buharlı, dizel ve elektrikli olarak sınıflandırılmıştır, elektrikli çekiş sisteminde hem alternatif akım hem de doğru akım güç kaynağı kullanıldığı değinilmiştir (Burch, 1911; Steimel, 2008).

İlk kez 1961'de H. Paynter tarafından tanımlanan bağ grafiği yöntemi (Paynter, 1961) çok alanlı fiziksel sistemlerde enerji ve güç değişkenlerini (çaba, akış, momentum ve yer değiştirme) ortak payda kullanarak bu sistemlerin homojen modellemesine izin verdiği literatürde söz edilmiştir (Breedveld, 1984; Borutzky, 2010; Broenink, 1999). Raylı sistemler çekiş sistemi çoklu etki alanlarına ve çoklu cisim (multibody) araç dinamiğine sahip olduğundan bağ grafiği yöntemi ile modellendiğinde, modellemeye bir esneklik katmaktadır. Bağ grafiği yönteminde alanların değişik kısımları hiyerarşik bir şekilde parça parça modellenenir (Karnopp, 2013).

Belhadj (2006) tarafından yapılan çalışmada, çoklu makine çoklu invertör (multi-machine multi- inverter) denilen karmaşık heterojen bir sistemin bağ grafiği modeli ve analizi yapılmıştır. Çalışmada iki farklı endüstriyel uygulama kullanılmıştır. Birincisi raylı sistemler çekiş sistemindeki asenkron makinenin alan yönlendirmeli kontrolü kaskad kontrol

yöntemine uygulanıştır, tek invertörlü iki motorlu sistem iki invertörlü iki motorlu sistem ile eşdeğer olduğu gösterilmiştir. Diğer uygulamada dört bacaklı invertör ile güçlendirilen iki asenkron motordan oluşan bir mobil robotun motorizasyonu yapılmıştır.

Bos ve Tierneho (1985) tarafından yapılan çalışmada, büyük mekanik sistemlerin bağ grafiği yöntemi ile modellenmesi ve simülasyonu için bir yaklaşım sunulmuştur. Çalışma, 3D mekanik sistemlerin bağ grafiği yöntemi ile modellenmesinde integral ve diferansiyel nedensellikten meydana gelen problemleri önlemek amacıyla yapılmıştır. Bu yaklaşımda mekanik bağ grafiği, integral nedenselliğe sahip olan çok bağlı (multibond) bağ grafiğine dönüştürülmüştür. Çok bağlantılı bağ grafiği yaklaşımı, simülasyon programları ile çözülebilecek diferansiyel denklemler ile eşdeğerdir.

Woodall vd. (1997) tarafından yapılan çalışmada, bağ grafiği yönteminde nedensellik atması için kurallar sunulmuş ve tekil bağ grafiği kavramı açıklanmıştır. Çalışmada, nedensel olmayan bağ grafiği tekil olmayan bağ grafiği ile eşdeğer olduğu gösterilmiştir.

Louca vd. (2011) tarafından yapılan çalışmada, enerji tabanlı bağ grafiği modelinin basitleştirilmesi sunulmuştur. Çalışmada, model derecesinin indirilmesi, model bölümlendirmesi ve eş zamanlı model yapısının ve derecesinin indirilmesi olmak üzere üç farklı teknik geliştirilmiştir. Tekniklerin her birinde, bağ grafiği modelinden kolayca hesaplanabilir farklı bir enerji tabanlı ölçüm kullanılmaktadır.

Rai ve Umanand (2009) tarafından yapılan çalışmada, kompleks değişkenler ile ilgilenen Matlab Simulink bağ grafiği araç kutusu geliştirilmiştir. Araç kutusunun elemanları, skaler ve vektör veya kompleks değişkenler ile ön bildiri yapmadan ilgilenebilir. Çalışmada döner jirator (rotary gyator) denilen yeni bir bağ grafiği elemanı sunulmuştur. Bu eleman sayesinde araç kutusu, elektrik makineleri döner referans çatısında modelleyebilir.

Calvo vd. (2011) tarafından yapılan çalışmada, Matlab Simulink avantajlarından yararlanarak dinamik sistemlerinin dinamik denklemlerini elde etmek amacıyla bağ grafiği yöntemini uygulamak için bir metot sunulmuştur. Bu metot, sistem dinamikleri hakkında hızlıca ve kolayca bilgi ve deneyim kazandırır ve sistemin tüm serbestlik derecelerinin ve tüm bileşenlerinin kuvvetleri, hızları, ivmeleri ve yer değiştirmeleri hakkında da bilgiler edinir.

Asenkron motorlarının sabit gerilim ve frekans (V/F) oranına çalıştırılması uzun bir geçmişe dayanmaktadır ve literatürde çok defa değinilmiştir (Anderson, 1971; Abbodanti, 1977). Katı hal invertörlerinin ortaya çıkması ile birlikte sabit V/F kontrol yöntemi popüler hale gelmiştir ve bugün kullanılan değişken hızlı sürücülerin büyük çoğunluğu bu tiptedir (Bose, 1996). Literatürde modern PWM-VSI sürücülerin düşük gerilim aralığında doğrusal olmayan davranışa sahip olmasının (Hamilton ve Lezan, 1967; Shepherd ve Stanway, 1967) üç Hz'in altındaki frekanslarda V/F sürücülerinin kullanımını zorlaştırdığına değinilmiş (Koga vd., 1989), vektör kontrol teorisinin atılmasıyla birlikte (Blaschke, 1972) araştırmaların çoğunluğunun bu alana kaymakta olduğu yapılan kaynak araştırmasında görülmüştür.

Vektör kontrolü, asenkron motorunun serbest uyarmalı doğru akım motor kontrolündeki gibi moment ve akısının birbirinden bağımsız bir şekilde kontrol etmesini sağlar (Blaschke, 1972). Asenkron makinenin vektör kontrol yönteminin anlamasında ve analiz etmesinde, makinenin dinamik modellenmesine gerek duyulur. Literatürde seçilen referans çarılarına göre asenkron makinenin değışik dinamik modelleri sunulmuştur (Popescu, 2000; Robyns vd., 2012).

Sinha ve Minz (2013) tarafından yapılan çalışmada, çekiş sistemleri uygulaması için asenkron motorların vektör kontrol analizi yapılmıştır. Çalışmada, üç fazlı asenkron motoruna SVPWM tekniğini uygulamak amacıyla basit bir Matlab Simulink modeli sunulmuştur. Simülasyon sonuçlarında SVPWM tekniğı, yük momentinin ve referans hızın değışiminde iyi sürücü cevabına sahip olduğu tespit edilmiştir.

Hofmann vd. (1997) tarafından yapılan çalışmada, manyetik satürasyona sahip olan asenkron makinenin stator tabanlı vektör kontrolü gerçekleştirilmiştir. Makinenin satürasyon bölgesinde kontrol edilmiş momenti anma momentinin en az dört katına ulaştığı gösterilmiştir.

Kondo ve Yuki (2007) tarafından yapılan çalışmada, raylı sistemler araç çekişinde kullanılan asenkron motorların algılayıcısız hız vektör kontrolü uygulaması sunulmuştur. Çalışmada, asenkron motorun algılayıcısız hız kontrolü araç çekişine uygulandığında geleneksel vektör kontrolü ile aynı performans seviyesini sunduğu gösterilmiştir. Ek olarak da raylı sistemler araçlarının tek invertörlü çok motorlu kontrolü ve anti slip kontrolü gibi belirgin kontrol teknikleri ile uyumlu olduğu gösterilmiştir.

Vadivel vd. (1991) tarafından yapılan çalışmada, üç fazlı PWM dalga şeklinin gerçek zamanlı uygulaması geliştirilmiştir. Değişken anahtarlama frekanslı ancak sabit örnekleme frekansına sahip bir darbe genişlik modülatörü Huo vd. (1999) tarafından ayarlanabilir hızlı AC sürücüler için gerilim kaynaklı invertörlerde uygulama amacıyla sunulmuştur. Çalışmada anahtarlama ve örnekleme frekansları dekouple edilerek invertörü içeren sürücü sisteminin dinamik karakteristiklerinin istediği örnekleme oranı sabit bir düzeyde tutulmuştur.

Andrade vd. (2000) tarafından yapılan çalışmada, bir asenkron motoru sürücüsü için sıfır gerilimde anahtarlama modunda çalışan akım kontrollü bir invertör önerilmiştir. DC gerilim hattında gerilim baskısı olmadan çalışma sağlanıyor ve yumuşak anahtarlama çalışması ile sabit frekansta bang bang kontrol tekniğinin kullanımı motorun beslenmesi için gereken sinüzoidal akımların doğru şekilde oluşmasına izin veriyor. Sonuç olarak kararlı durumda çalışmada dalgacıklara sahip olmayan bir moment profili elde ediliyor. Taşıyıcı tabanlı PWM metotları, istenen bir çıkış gerilimi dalga şeklinin programlanması için taşıyıcı başına periyottaki gerilim- saniye dengesinin sağlanması prensibine dayanır. Biri üçgen girişim tekniği diğeri direkt dijital teknik olmak üzere iki temel uygulama tekniği mevcuttur. Gerilim- saniye dengesi prensibinin oldukça kolay uygulanabilmesinden dolayı çeşitli PWM metotları literatürde görülmüştür.

Hava vd. (1999) tarafından yapılan çalışmada, PWM gerilim kaynaklı invertör sürücülerde yaygın olarak kullanılan modern taşıyıcı tabanlı darbe genişlik modülatörleri için basit analitik ve grafiksel metotlar sunulmaktadır. Yüksek performanslı PWM metotlarının modülasyon dalgalarının üretilmesi için basit teknikler açıklanmıştır. İki en önemli modülatör karakteristiği olan akım dalgalılığı ve anahtarlama kayıpları analitik olarak modellenmiştir.

Asenkron motorlarının literatürde açıklanan birçok sürme yöntemi vardır. Bu yöntemlerin temel farklarının motorun performansı, uygulanabilirliği ve uygulama alanında göz önünde tutulması gereken maliyetidir.

Patra (2013) tarafından yapılan çalışmada, asenkron motorlarının vektör kontrolü incelenmiştir. Çalışmada çeşitli asenkron motor kontrol yöntemleri hakkında bilgi verilmiştir. Doğrudan moment kontrol yönteminin dolaylı alan yönlendirmeli kontrolü yöntemine göre avantajları ve dezavantajları üzerinde durulmuştur.

### 3. GENEL BİLGİLER

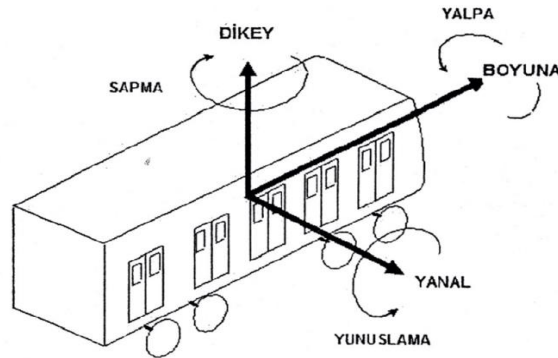
#### 3.1. Giriş

Adezyon kuvveti (yapışma), trenin ivme kazanmasına ya da kaybetmesine sebep olan, ray ile tekerleklerin temas noktasında meydana çıkan kuvvettir. Bu adezyon kuvvetlerinin oluşması için, çekiş ve frenleme kuvvetlerinin tekerleklere uygulanması gerekir. Belirli bir enerji miktarını gerekli mekanik enerjiye dönüştürmek amacıyla cer motorlarında veya frenleme sisteminde bir momentin üretilmesi gerekir (Perpinya, 2012). Bu aşamalar raylı sistemlerde çekiş sistemi kavramının genel özetini oluşturur. O yüzden trenin uzunlamasına dinamiği ve cer motorları üzerinde durulmalıdır. Bu bölümde tren kontrol sistemi ile birlikte ray ve araç dinamiğinde kullanılan gerekli kavramsal unsurlar ve ek olarak tren çekişinin güç kaynağı (cer motorları) ele alınacaktır.

#### 3.2. Raylı Sistemlerin Genel Kavramları

##### 3.2.1. Eksen sistemi

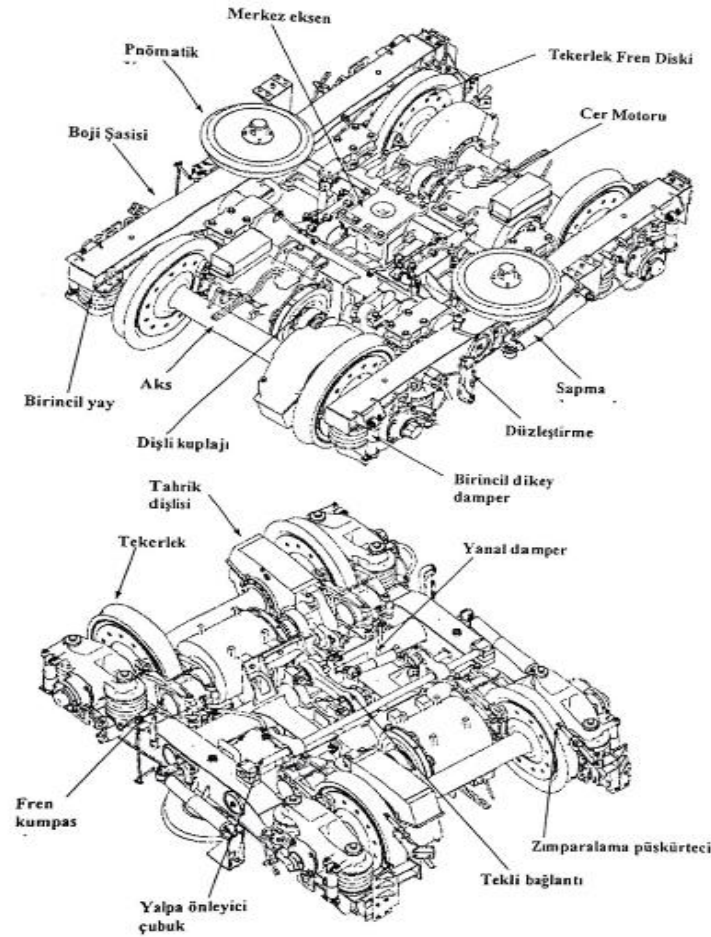
Araçta altı serbestlik derecesine sahip bir koordinat sistemi vardır. Doğrusal hareketler X,Y ve Z eksenleri boyunca sırasıyla uzunlamasına, yanal ve dikey çeviri eksenleri olarak adlandırılır, döner hareketler X,Y ve Z eksenleri etrafında sırasıyla yalpa, yunuslama ve sapma olarak adlandırılır (Shabana vd., 2008).



Şekil 3.1. Raylı sistemler eksen sistemi (TCDD, 2012).

### 3.2.2. Araç ve hat (ray)

Her bir araç üç ana parçadan oluşmaktadır; vagon, tekerlek takımı ve boji (bogie). Tipik bir boji genelde üç farklı bölümden oluşmaktadır; boji şasisi, tekerlek aksları (dingil) ve süspansiyon (Iwnicki, 2006). Raylı sistemler işletmesinde, ray en önemli unsurlardan biridir. Rayın ana işlevi araçları yönlendirmektir. Bunun yanında çalışan treni destekler ve trenin ağır kütlelerini ve yanal kuvvetlerden kaynaklanan titreşimi emer. Ray elastik ve katı özelliklere sahip karmaşık bir yapıya sahiptir. Tren bojisi ve iç bölümleri Şekil 3.2’de gösterilmektedir.



Şekil 3.2. Boji ve iç bölümleri (TCDD E23000 tipi elektrikli banliyö treninin bojisi, 2012).

### 3.2.3. Tekerlek takımı

Tekerlek takımı genelde bir bojiye bağlı iki çift tekerlekten oluşmaktadır. Bu tekerlekler bağımlı veya bağımsız olabilirler. Her bir araç imalatçısı tekerlek takımının özelliklerini önceden belirlediği vagon dinamiklerine göre yapılandırır. Tekerlek takımı ile ray arasındaki etkileşim raylı sistemin ve aracın dinamik özelliklerini tanımlar. Araç dinamiklerini etkileyen temel faktörlerden biri de aracın ray boyunca hareket etmesidir. Tekerlek takımı ile vagon arasındaki bağlantı süspansiyon, stabilizatörler ve diğer mekanik eklemler tarafından yönetilmektedir.

### 3.2.4. Tren çekiş şartları (durumları)

Raylı sistemlerde tanımlanan üç farklı çekiş şartı bulunmaktadır, patinaj (slip or spin), normal ve uzunlamasına kayma (slide) şartı (Shabana vd., 2008). Patinaj çekiş durumu genelde ivme durumunda, tekerleğin hızı tren hızından daha fazla olduğunda gerçekleşir ve bu durum bir bojiye tek (single slip/spin) veya iki tekerlekte (double slip/spin) meydana çıkabilir. Normal çekiş şartı tekerlek hızı tren hızıyla eşit veya tren hızının toleransında olduğunda gerçekleşir, normal çekiş şartı en çekici durum olarak kabul edilir çünkü trenin hareketine ve bakım için gereken maliyete kötü yönde hiç bir etkisi olmaz.

Patinaj (slip or spin) çekiş şartı, tekerleklerin aşınmasına neden olur ve sonuç olarak bu yıpranmış tekerlekler yüzünden güvenilmez bir sürüş durumu söz konusu olur. Uzunlamasına kayma çekiş şartı ise genelde tekerleklerin hızı tren hızından daha az olduğunda gerçekleşir ve aynı şekilde bu durum bir bojiye tek (single slide) veya iki tekerlekte (double slide) meydana çıkabilir. Uzunlamasına kayma çekiş durumu tekerlekler üzerinde düzensiz bir aşınma oluşturması nedeniyle tekerleklerin, titreşimine, güvenilmez süspansiyon ve sürüş durumuna neden olabilir.

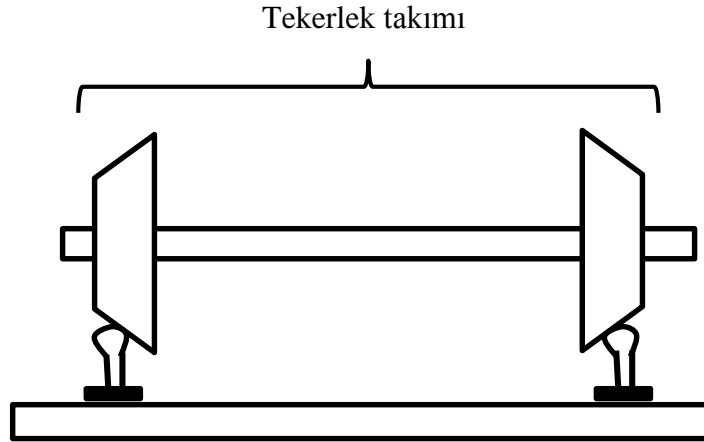
Raylı sistemde tekerleklerin döner ve uzunlamasına kaymaları ray üzerinde hareket eden aracın konumlandırılmasını, güvenliğini, güvenilirliğini, idame edebilmesini ve kullanılabilirliğini kötü yönde etkileyebilir. Aslında tekerleğin patinaj yapması ve uzunlamasına kayması zıt benzer olgulardır, öyle ki patinaj tren hızlandığında (ivme) ve uzunlamasına kayma tren yavaşladığında (frenleme) ortaya çıkar. Model sınıflandırılmasında, normal, patinaj ve uzunlamasına kayma çekiş şartları trenin hızlanmasına veya yavaşlamasına bağlı olarak kabul

edilir. Aşağıdaki kriterler tren çekiş kontrol sistemi altında tanımlanır, herhangi modern veya geleneksel uygulamanın dizayn edilmesi için aşağıdaki unsurların hesaba katılması gerekir.

### **3.2.4.1. Araç kararlılığı**

Araç kararlılığı kavramında, tren hareketinin en önemli özelliklerinden biri Hunting olgusu ele alınmalıdır. Hunting tekerlek takımının denge pozisyonuna göre yanal hareketi olarak tanımlanır (Mazilu, 2009; Abood ve Khan, 2011; Iwnicki, 2006). Şekil 3.3' te görüldüğü gibi tren tekerleği genelde rayın iç tarafına doğru daha büyük çaplı konik bir şekle sahiptir.

Tekerleklerin konik şeklinden dolayı hareket esnasında tekerlek takımı kendi merkezine doğru yönlenecek ve sonuç olarak tekerlek seti ile ray arasındaki bağlantının az olması söz konusu olacak (Shabana vd., 2008). Şekil 3.3'teki gibi ray üzerinde seyahat eden bir tekerlek takımını düşünürsek, bu tekerlek takımını kararsız kılan şey aslında yanal harekettir.



Şekil 3.3. Ray üzerinde seyahat eden bir tekerlek takımı.

Hattın sapmasında veya karışmasında tekerlek takımına uygulanan herhangi bir düzensizlik (örneğin tekerlek takımının kavisli hat üzerinde seyahat etmesi) tekerlek takımının yanal hareketine sebep olur bu da kararsız bir sürüşe yol açar. Araç kararlılığı kavramında ray ve tekerlekler arasındaki sürtünme de büyük rol oynar. Bunun yanında tekerlek takımının süspansiyonları, aracı belirli bir kritik hıza kadar kararlı tutabilir. O yüzden kararlılık kavramında, yanal hareketlerin yanında sürtünme ve süspansiyonlar da ele alınmalıdır.

Kararlılık teorisi 1964'te Japonya'da Shinkansen yüksek hızlı treninin süspansiyon tasarımında başarılı olarak kullanıldı.

#### **3.2.4.2. Sünme (creep) faktörü**

Bu teoride, tekerlek ve ray arasındaki bağlantı kuvvetleri belirlenir ve tekerlek takımının dinamiklerini açıklayan hareket denklemleri elde edilir. Sünme, aracın patinaj ya da uzunlamasına kayma şartında olması anlamına gelir. Sünme kuvveti, 1926 yılında ilk olarak, lokomotif tekerleklerinde hızlanma veya frenleme esnasında büyük bir teğetsel kuvvet miktarının aktarılması ile ilgilenen Carter tarafından tanımlandı (Carter, 1926). Carter, ray üzerinde seyahat eden tekerleğe frenleme veya çekiş kuvvet çifti (couple) uygulandığında dairesel ve öteleme hızları arasındaki fark değerinin sıfır olmadığını göstermişti.

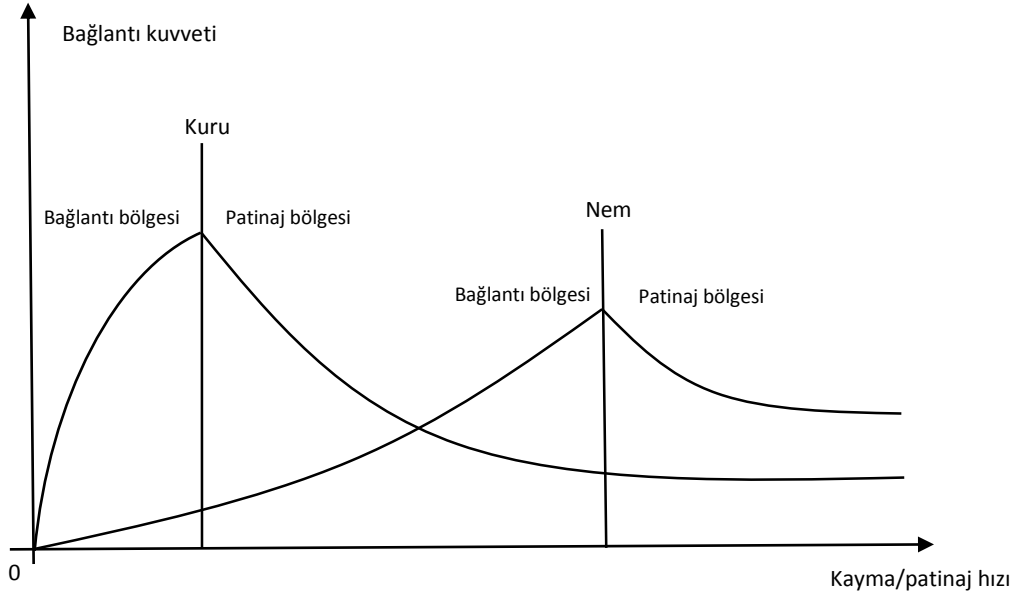
Frenleme veya çekiş kuvvet çifti arttıkça dairesel ve öteleme hızları arasındaki fark değeri artacaktır, bu da sürtünme maksimum değere ulaşınca (patinaj), kuvvet çifti ile hız arasında bir ilişki olduğu anlamına gelmektedir. Carter 'in yöntemindeki tek sorun, yalnızca uzunlamasına kuvvetlere odaklanmasıdır. O yüzden yanal harekete sahip olan bir araç dinamiği için hiç yeterli değildir (Shabana vd., 2008).

#### **3.2.4.3. Tekerlek çekişi**

Çekiş, genel olarak frenlemenin ters süreci olarak gösterilebilir. Bu bakış açısından frenleme esnasında vagon dinamiklerini etkileyen bütün parametreler çekiş esnasında da vagon dinamiklerini etkiler. Ancak birçok vagon çekiş gücüne sahip değildir. Genelde vagonların ivme kazanması için çekme veya itme gücü lokomotifler tarafından sağlanır. Lokomotiflerde çekiş gücü normalde dizel veya elektrikli cer motorlar tarafından üretilir. Dizel veya elektrikli cer motorlar tarafından üretilen moment, vites kutusu tarafından tekerleklerin aksına aktarılır. Buz, yağ, su, yaprak, kum vs. gibi etkenler kayma kontrolündeki önemli unsurlardır. Patinaj yüzdesi ve ray ile tekerlek arasındaki sürtünme de patinaj kontrolündeki önemli unsurlardır.

Şekil 3.4' te kayma/patinaj hızı ile bağlantı kuvvetleri (adezyon) arasındaki ilişki sunulmaktadır. Aslında bağlantı kuvvetleri fonksiyonunun araç patinaj hızı üzerinde iki farklı

eşik değeri vardır. Kuru durumda yüksek bağlantı kuvveti ve düşük patinaj/kayma hızı, nemli durumda düşük bağlantı kuvveti ve yüksek patinaj/ kayma hızı olur.



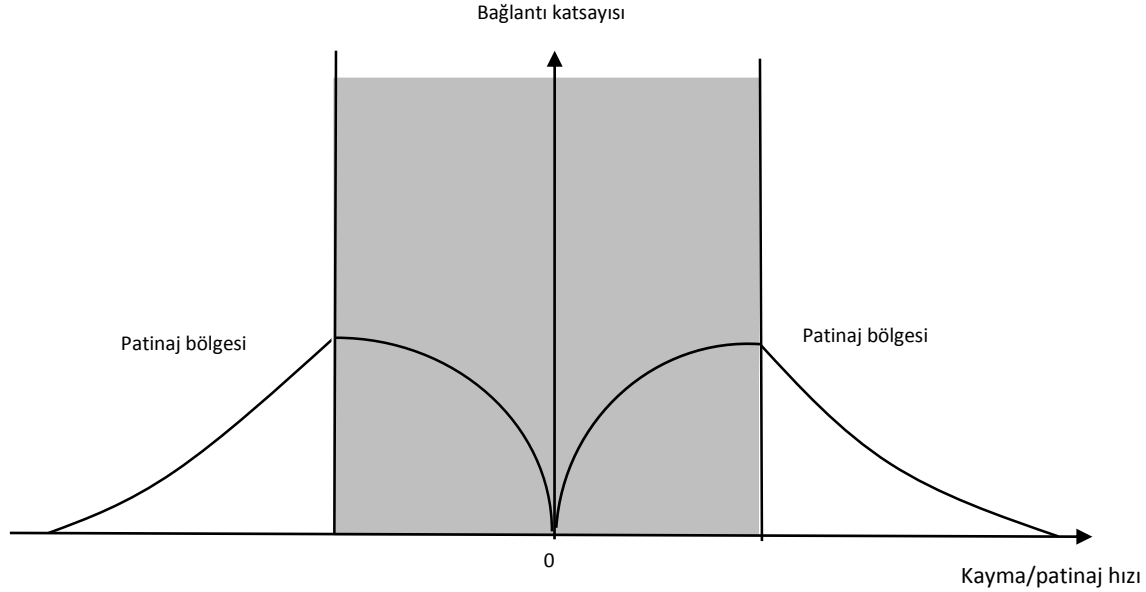
Şekil 3.4. Bağlantı kuvveti ve kayma hızı (Noori, 2009).

Denklem 3.1 tekerlek ve tren hızına göre patinaj/kayma faktörünü temsil etmektedir. Bu denkleme göre, vagon hızı tekerlek hızı ile eşit ise ( $V_{vagon} = V_{tekerlek}$ ) tren normal şartlar altında çalışır, aksi takdirde tren ya patinaj yada uzunlamasına kayma şartı altında çalışır. Eğer  $V_{vagon} > 0$  ve  $V_{tekerlek} = 0$  ise tren mutlaka uzunlamasına kayma şartındadır. Genelde patinaj/kayma faktörünün işareti trenin hangi şart altında olduğunu gösterir, örneğin eğer  $V_{vagon} > V_{tekerlek}$  ise tren uzunlamasına kayma şartındadır aksi halde tren patinaj şartındadır ( $V_{tekerlek} > V_{vagon}$ ). Tekerlek ve tren hızına göre Patinaj/kayma faktörü denklem 3.1 tarafından tanımlanır (Noori, 2009).

$$S = \frac{V_{vagon} - V_{tekerlek}}{V_{vagon}} \quad (3.1)$$

Şekil 3.5' teki gri bölgenin dışında kalan bölgeler patinaj bölgeleridir. Gri bölge, yeterli bağlantı bölgesini yani aracın normal çekiş şartında hiç bir patinaj veya uzunlamasına kaymanın gerçekleşmediği bir bölgeyi göstermektedir. Uzunlamasına kayma ile patinaj yapmanın niteliği

(ivme işareti dışında) aynıdır. Patinaj, ivme (çekiş) durumunda meydana gelirken, uzunlamasına kayma, yavaşlama (frenleme) durumunda meydana gelir.



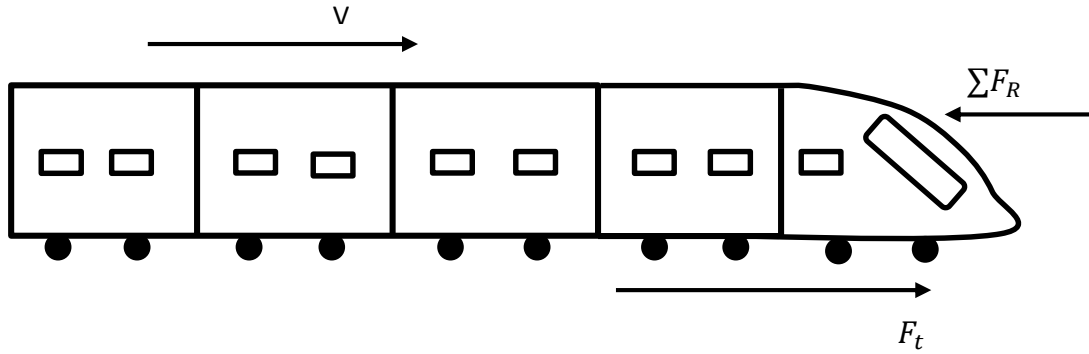
Şekil 3.5. Kayma/patinaj ve bağlantı bölgeleri (Noori, 2009).

### 3.3. Çekiş Denklemleri ve Direnç Kuvvetleri

Raylı sistemler çekiş sistemi, uzunlamasına ray dinamiğinin temel problemlerinden biri olarak kabul edilir. Rayın uzunlamasına yönünde yer alan ve tek boyutlu bir problem gibi görülen bu problem, dinamiğin temel kanunu ile (Newton' un ikinci kanunu) uyum sağlamaktadır. Bu kanun, trenin uzunlamasına yönünde ileriye doğru hareketine uygulanırsa aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\sum F = M \cdot a \quad (3.2)$$

Şekil 3.6' da görüldüğü gibi kuvvetlerin toplamı, çekiş veya frenleme kuvveti ve trenin ileriye doğru hareketine karşı pasif direnç kuvvetlerinden oluşmaktadır. Cer motorları tren tekerleklerini hareket ettirdiğinde veya frenleme sistemi dönen tekerlekleri durdurmaya çalıştığında, çekiş veya frenleme çabaları tekerlek ile ray arasındaki temas bölgesinde görülen uzunlamasına bağlantı kuvvetlerinin sonucu olarak bilinir. Frenleme esnasında, kuvveti negatif veya trenin ileri doğru hareketinin ters yönünde olacaktır.



Şekil 3.6. Uzunlamasına tren dinamiği.

Trenin ileri doğru hareketine karşı pasif direnç kuvvetleri aşağıdaki gibi beş tür kuvvetten oluşur:

1. Tekerleklerin döner direnci.
2. Temas eden mekanik elemanlar arasındaki sürtünme.
3. Trenin ileriye doğru hareketine karşı aerodinamik direnç.
4. Eğimlerde, trenin ileriye doğru hareketine karşı direnç(eğim kuvveti).
5. Kavislerde trenin ileriye doğru hareketine karşı direnç.

Trenin hareketi ile ilgili tüm olgular yukarıda belirtilen dirençlerin ortaya çıkması ile ilişkilidir. Modern bir yolcu treninin ileri doğru hareketine karşı olan direnç kuvvetleri aşağıdaki denklem tarafından ifade edilir (Perpinya, 2012).

$$\sum F_R = (2663 + 27.7V + 0.05168V^2) + (r_g + \frac{500}{R}) \cdot (L+Q) \quad (3.3)$$

Denklem 3.3, trenin ileri doğru hareketine karşı dirençlerin üç ana bileşenden oluştuğunu göstermektedir. İlki sabit, ikincisi doğrusal olarak hıza bağlı ve son bileşen de hızın karesine bağlıdır. Bunlara ilaveten, tren kavisli veya yokuşlu yolda ilerliyorsa hıza bağlı olmayan son terimler de eklenir.

### 3.4. Bağlantı Kuvvetleri (çekiş çabaları), Adezyon ve Güç

Şekil 3.7 tekerlek ve rayın temas bölgesindeki adezyon kuvvetlerini göstermektedir. Şekilde gösterilen bir tekerleğin “V” hızında uzunlamasına bir düzlem boyunca hareket ettiğini farz edersek, bu tekerleğe “T” çekiş momenti uygulanırsa ve ek olarak, yerçekimi kuvveti “Mg”,

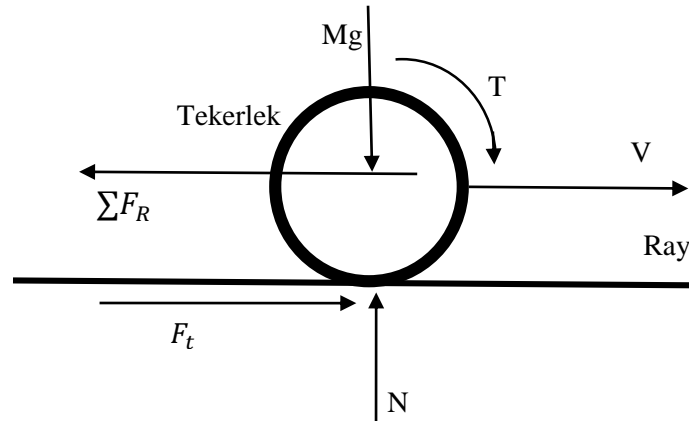
dikey kuvvetler ile dengede olan rayın tepki kuvveti “N” ve trenin ileri doğru hareketine karşı olan direnç kuvvetleri eklenirse, ray ile tekerlek temas bölgesinde adezyon sayesinde teğetsel bir bağlantı kuvveti ortaya çıkar ve aşağıdaki gibi ifade edilir (Perpinya, 2012):

$$F_t = \mu \cdot N \quad (3.4)$$

Adezyon katsayısı başta hız olmak üzere, sıcaklık, nemlilik, kir vs. gibi etkenlere bağlıdır. Adezyon katsayısının değerini hıza göre bulunmasını sağlayan ifade aşağıdaki gibidir (Perpinya, 2012).

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + 0,01V} \quad (3.5)$$

Hızın sıfır olması durumunda dahi adezyon katsayısının değeri, sıcaklık, nemlilik, kir vs. gibi atmosfer şartlarına göre değişir ve en uygun şartlar altında 0.33 değerine ulaşabilir. Bahsedilen şartlar altında ve hızın 300 Km/h olduğu varsayılırsa, adezyon katsayısı  $\mu = 0.082$  olarak elde edilir. Bu nedenle, tekerlek ile ray temas bölgesindeki teğetsel çekiş veya frenleme çabalarının sınırlı miktarda aktarılabilceğini görebiliriz.



Şekil 3.7. Tekerlek ile rayın temas bölgesinde teğetsel adezyon kuvvetleri.

Raylı sistemlerin başlangıcından bu yana, tekerlek ile ray temas bölgesinde adezyon katsayısının artırılması için çaba gösterilmiştir. Çizelge 3.1’ de dünya çapında kullanılan bazı adezyon katsayılarının değerleri sunulmaktadır.

Çizelge 3.1 Dünya çapında kullanılan bazı adezyon katsayılarının değeri (Perpinya, 2012).

<b>Firma</b>	<b>Kullanılan lokomotif tipi</b>	<b>“<math>\mu_0</math>” değeri</b>
SNFR (Fransa)	Tek fazlı elektrik lokomotifler, çok motorlu bojiler	0.33
	Tek fazlı elektrik lokomotifler, tek motorlu bojiler	0.35
DB (Almanya)	Dizel lokomotifler	0.30
	Tek fazlı elektrik lokomotifler	0.33
RENFE (İspanya)	Dizel lokomotifler	0.22-0.29
	Klasik elektrik lokomotifler	0.27
	Modern elektrik lokomotifler	0.31
ABD	SD75MAC dizel ve elektrik lokomotifler	0.45

Adezyon katsayısının değerini iyileştirmek ve kayma durumlarını azaltmak amacıyla çalışma veya ivme kazanma esnasında bazı yöntemler geliştirilmiştir. Bu yöntemler aşağıda açıklanmaktadır:

- Ray ile tekerlek temas bölgesine kum serpilmesi. Bu geleneksel yöntem “kum püskürtücü (sand box) adlı bir cihazı kullanarak günümüzde bile sık sık kullanılan bir yöntemdir. Ancak tekerlek ve ray malzemelerinin aşınma konusunda yetersiz bir sistemdir.
- Tüm tekerlek milleri arasında eşit olarak çekiş çabalarını yayan tek motorlu bojileri kullanarak adezyon katsayısının değeri iyileştirilebilir.
- Lokomotif şasisinin çekme çubukları, lokomotifin ağırlık merkezini en alt seviyede tutacak şekilde (tekerlek ile rayın temas bölgesine yakın bir seviyede), bojiye bağlanır. Böylece, lokomotif şasisinin ivme kazanmaları, boji tarafından üretilen moment kuvveti (çekiş veya frenleme çabaları) sayesinde tekerlek ile ray arasındaki adezyon iyileşir.
- Otomotiv sektöründe kullanılan ABS (Anti-slip Braking System) veya ASR (Anti-Slip Regulation) sistemlerine benzer elektronik anti-slip, frenleme ve çekiş kontrol

sistemlerini kullanarak, tekerlek hızı kontrol edilir ve tekerlek ile ray arasında kayma veya patinaj yapma durumu ortaya çıkmaz.

Çekiş sisteminde ideal durum, hıza göre maksimum efora sahip olmaktır. Kuvvet ile hızın çarpımı sonucunda elde edilen güç aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$Güç = F_t \cdot V \quad (3.6)$$

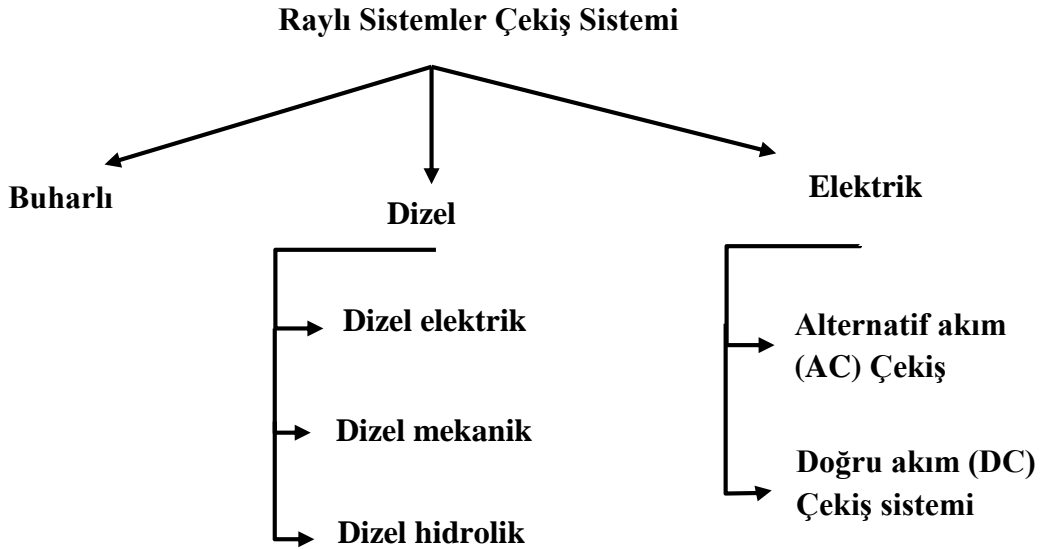
Cer motorları tarafından sağlanan güç genel olarak sabit olduğundan, mevcut çekiş çabası trenin hızı ile bağımlıdır:

$$F_t = \frac{Güç}{V} \quad (3.7)$$

### 3.5. Raylı Sistemler Cer Motorları ve Çekiş Sistemi

İlk trenlere buharlı motorlar tarafından güç sağlanıyordu. On dokuzuncu yüzyılın yarısında ilk elektrikli trenlerin ortaya çıkmasına rağmen yüksek altyapı maliyetinden dolayı kısıtlı sayıda kullanılıyordu. Raylı sistemlerde kullanılan dizel motorlar, yirminci yüzyıla kadar geliştirilemedi. Yirminci yüzyılın ortasından itibaren elektrikli cer motorlarının ve elektrifikasyonun gelişmesi sayesinde bu tür motorların raylı sistemler için uygun olduğu görüldü. Günümüzde, neredeyse bütün ticari lokomotifler elektrikli cer motorları ile donatılmaktadırlar.

Şekil 3.8 tarih boyunca raylı sistemlerde kullanılan en yaygın çekiş sistemlerini göstermektedir. Dizel motorların gücünü tekerleklere aktarmak için üç yöntem geliştirilmiştir. İlk dizel motorlarda kullanılan mekanik (dizel mekanik) ve hidrolik (dizel hidrolik) aktarma sistemi yerine daha sonra elektrikli aktarma sistemi (dizel elektrik) kullanılmıştır (Steimel, 2008; Railway Technical, 2015). Dizel elektrik lokomotifler bir dizel motor ile donatılır ve bu motor jeneratör için gerekli olan gücü sağlar daha sonra jeneratör tarafından üretilen elektrik enerjisi, sürücü millerinin hareketini sağlayan elektrikli cer motorlarının güçlendirmesi için kullanılır. Dizel motorlar, raylı sistemlere uyarlamada bazı teknik sorunlar ortaya çıkarır. Bu sorunların başlıca nedeni, tren dururken dahi dizel motorun çalışması gerektiğinden kaynaklanmaktadır.



Şekil 3.8. Raylı sistemlerde kullanılan farklı çekiş sistemleri.

Diğer çekiş sistemlerine göre elektrikli çekiş sisteminin en büyük dezavantajı, elektrik enerjisini kullanım noktasına taşımak için gereken altyapının yüksek maliyetli olmasıdır. Yüksek maliyetli olması uzun elektrik besleme hatları olan “katener” gerektirmesinden kaynaklanmaktadır. Ek olarak, lokomotifteki cer motorları ile katener arasında bağlantıyı sağlamak için “pantograph” adlı ek bir parça da gerekmektedir. Elektrikli çekiş sistemi temiz, çevresel etkisi yok denilebilecek kadar az ve en verimli çekiş sistemi olarak tanımlanabilir. Elektrikli cer motorlarının başka bir avantajı da motorların optimum regülasyonunun elde edilmesidir.

### 3.3.1. Elektrikli çekiş sistemi ve cer motorları

Raylı sistemler çekiş sistemi olarak hem doğru akımlı elektrikli çekiş sistemi (DC) hem de alternatif akımlı elektrikli çekiş sistemi (AC) kullanmaktadır. Raylı sistemlerde elektrikli çekiş sistemi kullanılmaya başlanmasından belirli bir süre sonra, AC çekiş sistemi uzun mesafeler ve ana hatlar için kullanılmaktaydı, DC çekiş sistemi ise kısa, banliyö veya metro hatları için kullanılmaktaydı. DC çekiş sistemi 3000 volta kadar kullanırken, AC çekiş sistemi 15- 50 KV kullanmaktadır (Steimel, 2008).

Cer motorlarına gelince, yakın zamanlara kadar, DC cer motorlarının bazı özelliklerinden ve kolayca kontrol edilebilmesinden dolayı çekiş sistemlerinde tercih edilen bir motor tipi haline gelmiştir. Bu nedenlerden dolayı, alternatif akım ile güçlendirilen trenler dahi DC cer motorlar ile donatılıyordu. AC ve DC motorlar aynı temel yapıya sahiptirler ancak eskiden bazı farklılıklardan ve değişik nedenlerden dolayı raylı sistemler ve çoğu uygulamalarda DC motorlar yaygın olarak kullanılıyordu. Günümüzde, modern güç elektroniği sayesinde AC motorların kullanılması yaygınlaştı ve yapılan yeni ekipmanlar AC motorlar tarafından donatılmaya başlandı. Lokomotiflerde ve çoklu ünitelerde (multiple units) kullanılan AC veya DC cer motorları arasındaki farklılık her zaman sorgulanmıştır. Elektrikli çekiş sisteminin ilk yıllarında bu iki tip motorlar denenmiştir. O zamanlarda, teknolojideki kısıtlamalardan, DC motorların doğru moment üretmesi özeliğinden ve oldukça basit kontrol edilebilmesinden dolayı bu tip motorlar daha üstün görülmüştü ve tercih edilmesine neden olmuştu. 1980'lerin başında güç elektroniği büyük aşamalar kaydettiğinden dolayı üç fazlı AC motorlar DC motorların ciddi ve verimli alternatifi haline gelmişti, bu da aşağıdaki sebeplerden kaynaklanıyordu:

- AC motorlar daha basit bir yapıya sahip, çalışması için mekanik bağlantı gerektirmez (örneğin; fırçalar) ve eşdeğer güç üreten bir doğru akım motoruna göre daha hafif ağırlığa sahiptir.
- Modern elektronik hem ray ile tekerlek arasındaki bağlantıyı hem de çekiş şartlarını iyileştirmek üzere alternatif akım motorların etkin bir şekilde kontrol edilmesine izin verdi.
- AC motorlar mikroişlemciler tarafından gayet iyi derecede kontrol edilebilir hale geldi.
- AC motorlar, DC motorlardan daha sağlam ve kolayca bakım yapılabilir durumdadır.

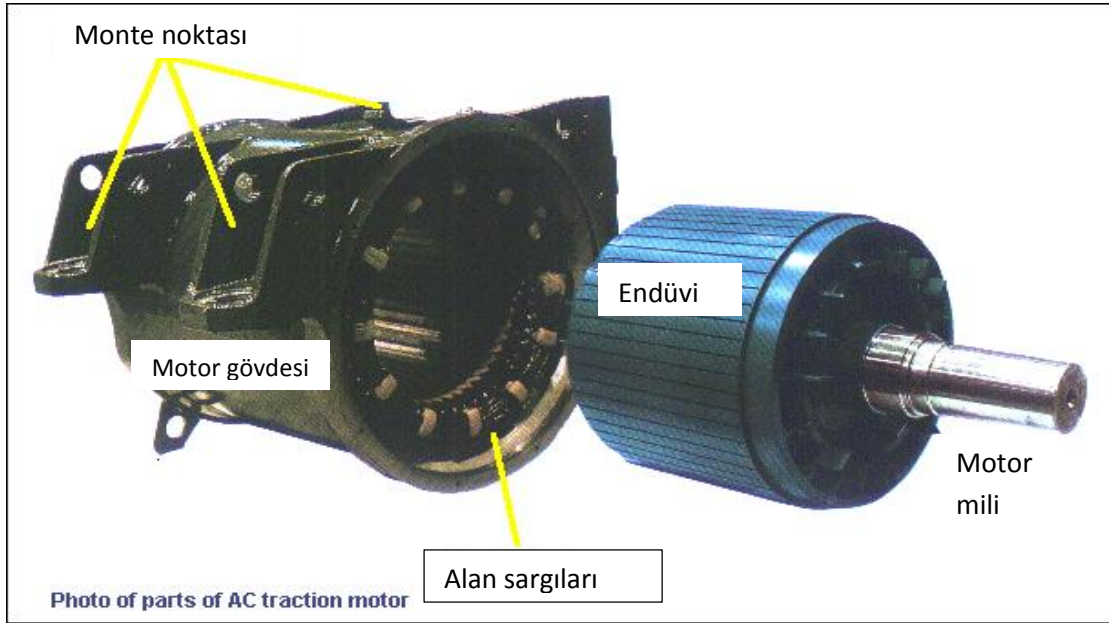
Yukarıda belirtilen sebeplerden dolayı günümüzde, raylı sistemler uygulamasında yaygın olarak üç fazlı asenkron motorlar (indüksiyon motor) kullanılmaktadır (Steimel, 2008).

### **3.3.2. AC asenkron motorlar**

Asenkron motorlara indüksiyon motorlar da denir. Asenkron motorun konstrüksiyonunu inceleyecek olursak motorun bir statoru ve bir de rotoru olduğunu görebiliriz. Sargılar bu yapılara sarılır. Stator makinenin hareketsiz kısmıdır, rotor ise hareketli kısmıdır. Bunların üzerlerine sargılar yerleştirildiği için stator ve rotor silindirik yapıda üretilirler. Uzunlukları

birbirine eşittir. Oluşan manyetik alanın, stator ve rotor arasındaki hava aralığını geçerek rotora ulaşması sağlanır (Petruzella, 2010). Rotor iki çeşit olup bu çeşitlere göre asenkron motorlar da ikiye ayrılır:

1. Sincap kafes rotorlu asenkron motorlar: Sincap kafesli rotorda oluklara yerleştirilen sargılar, rotor silindirin her iki ucunda bir çember ile kısa devre edilirler. Bu şekilde, uçları kısa devre edilmiş rotor iletkenlerinden akım akarak, makinenin dönmesi sağlanır. Bu motor çeşidine kısa devre çubuklu asenkron motorlar da denir.
2. Bilezikli rotorlu asenkron motorlar: Bu motor çeşidinde rotor sargılıdır. Rotor üzerine açılmış oluklara aynen statorunda olduğu gibi üç fazlı olarak sargılar sarılmıştır. Sargı uçları fırça ve bilezikler yardımıyla dışarı çıkarılarak motor gövdesi üzerindeki bağlantı kutusuna bağlanır. Rotordaki bilezik yapısı, yol verme ve hız ayarında önemli bir yere sahiptir. Bazı durumlarda bilezikli asenkron motorlarda yol verme ve hız ayarı motorun bileziklerinden yapılır.



Şekil 3.9. AC cer motorunun temel parçalarını (Railway Technical, 2015).

Asenkron motorunun çalışma prensibi, stator sargılarına uygulanan üç fazlı alternatif akımın bu sargılarda döner bir manyetik alan meydana getirmesidir. Bu döner alan rotorda indüksiyon akımları meydana getirir. Rotorda oluşan indüksiyon akımları da, rotorda N-S kutuplarını oluşturur. Sonuçta rotorun kutupları döner alan kutuplarından etkilenerek (itme çekme şeklinde) dönmeye başlar (Petruzella, 2010).

## 4. BAĞ GRAFİKLERİ (BOND GRAPH) İLE FİZİKSEL SİSTEMLERİN MODELLEMESİ VE ANALİZİ

### 4.1. Giriş

Bu bölümde çalışma sırasında kullanılan bağ grafikleri metodolojisi kısaca sunulacak. Bağ grafiği, bağımsız etki alanlarından oluşan fiziksel sistemlerin dinamik davranışlarını açıklayan bir grafiksel yöntemdir. Bağ grafikleri farklı fiziksel etki alanlarından (elektrik, mekanik, hidrolik, vs.) oluşan bir sistemi aynı şekilde açıklamaktadır. Bu yöntemin temel kavramı güç ve güç aktarımına dayalıdır. Farklı fiziksel etki alanları arasındaki benzerlik bir tek denklemlerin benzer olduğundan ibaret değildir, kullanılan fiziksel kavramlarda benzerdir. MIT’de (Massachusetts Institute of Technology) bu konu ile ilgili çalışan Henry Paynter ilk olarak 1959 da bağ grafiği modelleme yaklaşımını termodinamik sistemler üzerinde sundu ve daha sonra 1961 de yayınladı (Paynter, 1961).

### 4.2. Elektrik Ve Elektronik Mühendisliğinde Sistem Yaklaşımının Geçmişi

Elektrik ve elektronik mühendisliği alanında farklı fiziksel etki alanları uygulanmakta ve birçok bilim dalları (elbette elektrik ve onun yanında termal, manyetik, mekanik, hidrolik, kimya, vs.) ilgilenmektedir. Aslında bir kaç fiziksel etki alanından oluşan bir sistemde, fiziksel etki alanları içerisinde ve arasında, güç ve enerjinin aktarımı ortak bir paydadır. Bu çalışmada göz önüne aldığımız tren çekiş sistemi elektrik ve mekanik fiziksel etki alanlarından oluşan karmaşık bir elektromekanik sisteminin örneğidir, öte yandan trende termodinamik ve hidrolik gibi başka alanlar da bulunabilir.

Böylece, çok alanlar (multi domain) özeliğine sahip sistemlerin analizini gerçekleştirmek hiç de kolay bir süreç değildir. O yüzden, geçmişte bir tren setini modellerken bojilerde meydana gelen mekanik olgular elektrikçiler tarafından basitleştirilmiş veya ihmal edilmişti ve karşılıklı olarak mekanik kısmı modellerken elektrik kısmındaki bazı olgular ihmal edilmişti. Bu basitleştirme olayı yirminci yüzyılın büyük bir kısmında etkisini göstermiş ve devam etmiştir, ancak alanlar arasında bağlantı güçlü olduğundan modellemede büyük kısıtlamalara neden olmuştur. Öte yandan bağlantı veya etkileşim, sistemi ifade eden terimlerin temelidir.

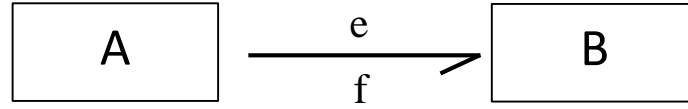
Genel sistem teorisinin (General Systems Theory) kurucusu L. V. Bertalanffy, sistemi ifade eden terimleri çok basit bir şekilde etkileşim elemanları cinsinden bir fonksiyon olarak tanımladı (Bertalanffy, 1968). Böylece, yeni bir dizayn ve modelleme görüşü ortaya çıktı. Başlangıçta oldukça yaşamsal (biyoloji ve ekoloji gibi) bilim dalları tarafından ilgilenilmişti (P. Delattre, L. V. Bertalanffy, E. Morin...), daha sonra yaygın olarak iletişim (N. Wiener, Shannon...) ve ekonomi bilim dalları tarafından da yararlanıldı. Bu öncüler ve MIT’de (Massachusetts Institute of Technology) çalışan J. De Rosnay gibi diğer bilim insanları fiziksel etki alanları arası sistem biliminin temel kavramlarını göstermek için büyük katkıda bulunmuşlardı.

Aslında bu metodolojik görüşün kökeni oldukça belirsizdir. Son yıllarda bu fikir birçok firma tarafından kullanılmaya başladı, özellikle büyük firmalar endüstriyel tasarım yaklaşımlarını değiştirerek (örneğin, tasarım süresini azaltarak ve modelleme/ simülasyon/ analiz yararlarını kısıtlayarak) maliyeti düşürmek amacıyla yeni “sanal modelleme” konseptini izlemeye başladılar. Bu da ancak bağ grafiği gibi yeni modelleme araçları sayesinde mümkün olabilirdi.

### **4.3. Bağ Grafiğinin Şekillendirilmesi**

Bağ grafiği 1961 yılında H. Paynter tarafından ilk olarak yayınlandı ve 1975 yılında Karnopp ve Rosenberg tarafından şekillendirildi (Breedveld, 1984; Borutzky, 2010; Broenink, 1999). Bu yöntem 70’lerin sonlarına doğru Hollanda (Twente Üniversitesi) ve Fransa’dan (Alstom topluluğu) Avrupa’ya yayıldı. Bağ grafiği günümüzde düzenli olarak bazı firmalar, özellikle (PSA, Renault, Ford, Toyota, General Motors gibi) otomobil endüstrisinde çalışan firmalar tarafından daha yoğun olarak kullanılmaktadır.

Bu yöntem güç bağlarını (Power Bonds) kullanarak sistemde enerji aktarımını göstermektedir. Bu güç bağları yarım ok işaret ile sembolize edilir. Yarım okun yönelimi güç aktarımının yönünü göstermektedir. Şekil 4.1, A alt sisteminden B alt sistemine güç aktarımını göstermektedir.

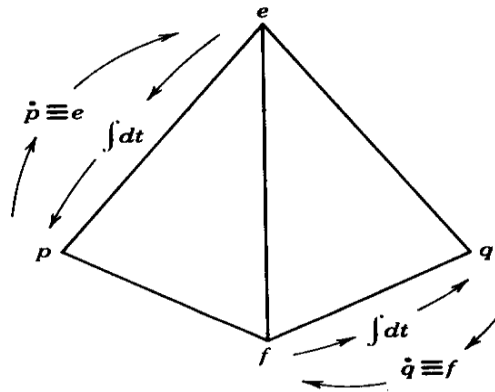


Şekil 4.1. Bağ grafiği güç aktarımı.

Bağ grafiği formalizminin temel özelliklerinden biri, fiziksel etki alanları (elektriksel, mekanik, kimyasal, hidrolik, vs.) ne olursa olsun homojen bir yapıya sahip olmasıdır. Aşağıda sunulan kısımda genelleştirilmiş değişkenler aracılığıyla çok alanlı (multi domain) sistemlerde enerji aktarımını görselleştirebiliriz.

#### 4.3.1. Genelleştirilmiş değişkenler

Her bir güç bağı Şekil 4.1 de görüldüğü gibi aynı anda iki tane bilgi taşımaktadır: çaba (effort,  $e$ ) ve akış (flow,  $f$ ). Bu aktarılan bilgilere genelleştirilmiş güç değişkenleri denilir. Çaba ile akışın çarpımı sonucunda aktarılan güç elde edilir. Bu değişkenlerin yanında genelleştirilmiş enerji değişkenleri de bulunmaktadır. Bunlar; momentum “ $p$ ” (çabanın zamana göre integrali) ve yer değiştirmedir “ $q$ ” (akışın zamana göre integrali) (Borutzky, 2010). Şekil 4.2 bağ grafiğinin değişkenleri arasındaki ilişkileri göstermektedir.



Şekil 4.2. Bağ grafiğinin değişkenleri arasındaki ilişkiler (Borutzky, 2010).

Bu ilişkileri denklemler vasıtasıyla gösterecek olursak aşağıdaki gibi olur:

$$P(t) = e(t) \cdot f(t) \quad (4.1)$$

$$q(t) = \int^t f(t) dt = q_0 + \int_{t_0}^t f(t)dt ;$$

$$p(t) = \int^t e(t) dt = p_0 + \int_{t_0}^t e(t)dt.$$

$$\frac{dp(t)}{dt} = e(t) \quad , \quad dp = e dt ;$$

$$\frac{dq(t)}{dt} = f(t) \quad , \quad dq = f dt .$$

$$E(t) = \int^t P(t) dt = \int^t e(t)f(t)dt .$$

$$E(t) = \int^t e(t) dq(t) = \int^t f(t)dp(t) .$$

$$E(q) = \int^q e(q) dq ;$$

$$E(p) = \int^p f(p) dp .$$

Çizelge 4.1 de farklı fiziksel etki alanlarına ilişkin genelleştirilmiş değişkenler sunulmaktadır (Borutzky, 2010; Brown, 2001).

Çizelge 4.1. Fiziksel etki alanlarına eşdeğer genelleştirilmiş değişkenler.

Etki alanı	Çaba (e)	Akış (f)	Momentum (p)	Yer değiştirme (q)
Elektrik	Gerilim u	Akım i	Manyetik akı $\phi$	Şarj q
Mekanik (translation)	Kuvvet F	Hız v	Momentum p	Yer değiştirme x
Mekanik (rotation)	Tork T	Açısal hız W	Açısal momentum h	Açı $\Theta$
Hidrolik	Basınç P	Akış Q	Akış momentumu Pp	Hacim V
Kimya	Kimyasal potansiyel	Molar akışı		Mol sayısı
Termodinamik	Sıcaklık T	Entropi akışı		Entropi
Manyetik	Manyeto motor kuvveti	Manyetik akının Türevi		Manyetik akı

#### 4.3.2. Bağ grafiği elemanları

Bağ grafiği yönteminde genelleştirilmiş değişkenler ile alakalı olguları temsil etmek için farklı elemanlar kullanılmaktadır ve bu elemanları üç farklı gruba ayırılır:

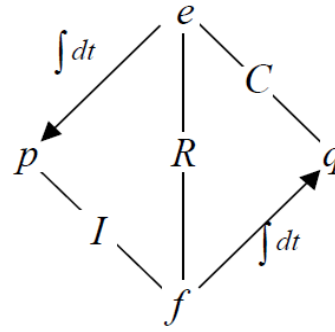
##### 4.3.2.1. Aktif elemanlar

Bağ grafiği yönteminde iki tip aktif eleman vardır. Bunlar; çaba kaynakları ve akış kaynaklarıdır. Sisteme pozitif veya negatif güç sağlamaktadırlar. O yüzden yarım ok (bond) her zaman elemandan ayrılma yönündedir. Aktif elemanlar yerçekimi veya gerilim

kaynakları gibi her hangi bir dış etki değerlerinden bağımsız olduklarında, çaba kaynakları için Se olarak ve akış kaynakları için Sf olarak sembolize edilirler. Ancak bu elemanlar bir dış sinyale göre ayarlanabiliyorsa (modulated “M”) MSe ve MSf olarak sembolize edilirler.

#### **4.3.2.2. Pasif elemanlar**

Şekil 4.3'te Paynter'in sunduğu dörtüzlü şekil görülmektedir. Bu şekil genelleştirilmiş değişkenler arasındaki ilişkileri pasif elemanlar (R, I, C) tarafından açıklandığını göstermektedir. Pasif elemanlar doğrusal veya doğrusal olmayan özelliklere sahip olabilirler. Bu bölümde yalnızca tek güç bağı girişli elemanlardan bahsedilecek (mono port passive elements).



Şekil 4.3. Paynter'in dörtüzlüsü (Paynter, 1961).

R elemanı enerjiiyi ısı olarak tüketir, örneğin elektriksel direnç, amortisör ve sürtünme gibi elemanlar. Bu elemanda akış ile çaba değişkenleri arasındaki ilişkiyi denklem 4.2 ifade eder.

$$e(t) = R \cdot f(t) \quad (4.2)$$

R'nin değeri sabit veya sistemde zaman içeren herhangi bir parametrenin fonksiyonu olabilir.

I ve C enerji depolama elemanları olarak bilinirler. C elemanı q-türü değişkenler (potansiyel enerji) için bir depolama elemanıdır (örneğin kondansatör, mekanik yaylar). Bu tür elemanda çaba ile yer değiştirme (q) değişkenleri arasındaki ilişkiyi denklem 4.3 ifade eder.

$$e(t) = K \cdot q(t) \quad (4.3)$$

K'nın değeri sabit veya sistemde zaman içeren herhangi bir parametrenin fonksiyonu olabilir.

I elemanı ise p-türü değişkenler (kinetik enerji) için bir depolama elemanıdır (örneğin bobinler, kütle, atalet momenti). Bu tür elemanda akış ile momentum (p) değişkenleri arasındaki ilişkiyi denklem 4.4 ifade eder.

$$p(t) = I \cdot f(t) \quad (4.4)$$

I'nin değeri sabit veya sistemde zaman içeren herhangi bir parametrenin fonksiyonu olabilir. Pasif elemanlarda yarım ok her zaman elemanın girişine doğru yönelmektedir.

#### **4.3.2.3. Algılayıcılar**

Bağ grafiği modeline uygun olmak üzere değişkenlerin değerini ölçmek amacıyla, çaba için “ De ” algılayıcı elemanı ve akış için ise “ Df ” algılayıcı elemanı kullanılmaktadır. Algılayıcı elemanlar enerji depolayıcısı veya tüketicisi olmadıkları varsayılır, bu nedenle bağ grafiği modelinde diğer elemanlarla bağlantısı sinyal türünden gösterilir (tam ok). Çizelge 4.2, bazı fiziksel etki alanlarında bağ grafiği elemanlarını özetlemektedir.

Çizelge 4.2. Bağ grafiğinin temel elemanları.

Elemanlar	Sembol	Genel kanun	Örnekler
Aktif elemanlar	Se $\longrightarrow$	e ( f den bağımsız )	İdeal gerilim jeneratörü.
	Sf $\longrightarrow$	f ( e den bağımsız )	İdeal akım jeneratörü.
Pasif elemanlar	$\longrightarrow$ R	$\Phi R(e,f) = 0$	Elektriksel direnç, sürtünme.
	$\longrightarrow$ I	$\Phi I(p,f) = 0$	Bobin, atalet, kütle.
	$\longrightarrow$ C	$\Phi C(e,q) = 0$	Kondansatör, yay.
Algılayıcılar	$\rightarrow$ De		Voltmetre, manometre.
	$\rightarrow$ Df		Ampermetre, takometre.

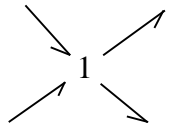
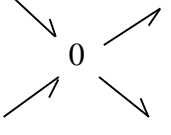
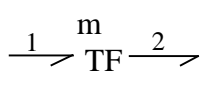
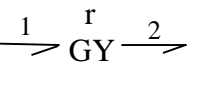
### 4.3.3. Eklemler

Eklemler önceki kısımda sunulan elemanları birbirine bağlamak için kullanılır. Eklemlere aynı zamanda güç koruma elemanları da denilir (power conservation elements). Bağ grafiği yönteminde dört tip eklem bulunur:

- 1 eklemi: eşit akış eklemidir.
- 0 eklemi: eşit çaba eklemidir.
- TF (Transformatör) eklemi: değişkenleri “m” kazancı ile çaba-çaba, akış-akış olarak aktarır.
- GY (Jirator) eklemi: değişkenleri “r” kazancı ile çaba-akış, akış-çaba olarak aktarır.

TF ve GY eklemleri dış bir sinyale göre ayarlanabiliyorsa (kazançları sabit değilse) sırasıyla MTF (modulated transformar) ve MGY (modulated gyrator) diye sembolize edilir. Çizelge 4.3 bütün eklem türlerinin genel kanunlarını ve sembollerini özetlemektedir. Tablodaki  $a_i$  katsayısı yarım okun yönelimini göstermektedir ( $a_i = +1$  ise yarı ok ekleme yaklaşmakta,  $a_i = -1$  ise yarı ok eklemden uzaklaşmaktadır).

Çizelge 4.3. Bağ grafiği eklem elemanları.

Eleman	Sembol	Genel kanun	Örnekler
Eklemler		$f_1 = f_2 = \dots = f_n$ $\sum_{i=0}^n a_i e_i = 0$	Mekanik paralel bağlantı, seri elektrik devresi (kirşof akımlar kanunu).
		$e_1 = e_2 = \dots = e_n$ $\sum_{i=0}^n a_i f_i = 0$	Mekanik seri bağlantı, paralel elektrik devresi (kirşof gerilimler kanunu).
		$e_1 = m \cdot e_2$ $f_2 = m \cdot f_1$	Elektrik transformatör, manivela ve Mekanik vites kutusu.
		$e_1 = r \cdot f_2$ $e_2 = r \cdot f_1$	DC motor ve farklı fiziksel etki alanlarının arasındaki bağlantı.

#### 4.3.4. Bağ grafiği modelini elde etmek için kullanılan sistematik prosedür

Aslında, bağ grafiği modelini elde etmek için izleyeceğimiz prosedür değişik fiziksel alanlara göre farklıdır. Dolayısıyla mekanik etki alanında yayı temsil etmek için kullanılan C elemanın iki ucu arasındaki hızın (akış) farklı olması söz konusu olunca 0 eklemine (eş-çaba) yerleştirilir. Tam aksine C elemanı elektrik etki alanında kondansatörü temsil etmek için kullanılır ve iki ucu arasında potansiyel farkı (çaba) söz konusu olunca 1 eklemine (eş-akış) yerleştirilir.

Bu paragrafta, elektrik etki alanında bağ grafiği modelini elde etmek için bir prosedür sunulmaktadır. Bir elektrik sistemini bağ grafiği yöntemi ile modelleme prosedürü ayrıntılı bir şekilde aşağıda gösterilmiştir:

1. Devre şemasından devredeki bütün akımların (güç aktarımı) yönü tespit edilir.
2. Farklı potansiyellere sahip tüm düğümleri belirlenir ve her birinin yerine bir 0 eklemi yerleştirilir.
3. Her iki 0 eklemi arasına 1 eklemi yerleştirilir ve düğümler arasında yer alan elemanlara bağlanır.
4. Yarım okun yönelimi akım yönüne göre ayarlanır (pasif elemanlarda her zaman giriş olarak sabitlenmiş iken, aktif elemanlarda yarım okun yönelimi her zaman çıkış olarak sabitlenmiştir).
5. Belirgin toprak potansiyeline sahip olan bir devrede, toprak potansiyelini temsil eden tüm 0 eklemi kaldırılabilir, ancak bazı özel durumlarda toprak potansiyelini temsil etmek için bir veya birkaç düğüm referans olarak seçilir ve 0 eklem ile temsil edilir, daha sonra diğer 0 eklemi silinir.
6. Mümkün oldukça bağ grafiği modeli basitleştirilir.

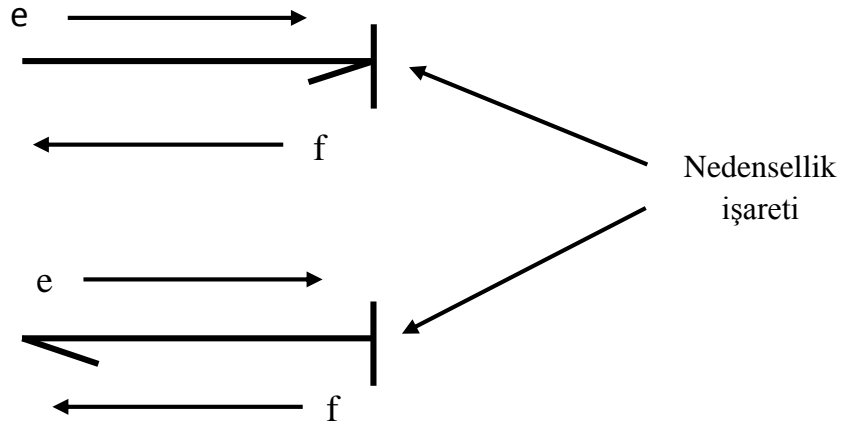
Bu detaylı prosedür fazla pratik yaparak kolaylaştırır ve alışkanlık haline gelebilir.

#### 4.3.5. Nedensellik

Nedensellik genel olarak enerji sistemlerinde ve bağ grafiği yönteminde önemli kavramlardan biridir. Bu kısımda, güç aktarma esnasında bağ grafiği modelinde her bir elemanın genel kanunlarına göre nedensellik analizi ele alınacak. Bağ grafiği modelleme yönteminde, nedensellik analizi çaba ve akış bilgilerinin yönlerini belirlemek için yapılır, sonuç olarak nedensel bağ grafiği modeli elde edilir (Karnopp, 2013). Nedensel bağ grafiği sayesinde sistemin yapısal analizi yapılabilir, matematiksel modeli (transfer fonksiyonu,

durum denklemleri, vs.) elde edilebilir ve karalılık analizi, model basitleştirilmesi gibi diğer sistematik işlemler de yapılabilir.

Nedensellik tek dik bir çizgi ile gösterilir, Şekil 4.4 iki farklı nedensellik durumlarını açıklamaktadır. Şekil 4.4'te görüldüğü gibi çaba ile akış bilgileri her zaman birbirlerinin ters yönüne doğru hareket etmektedirler. Nedensellik işareti akış bilgilerinden bağımsızdır, çaba bilgileri nedensellik işaretine doğru hareket ederken akış bilgileri ise işaretten uzaklaşarak hareket etmektedir (Woodall vd., 1997).



Şekil 4.4. Nedensellik işareti.

Nedensellik analizi genelde Enport, MS1, CAMP ve 20-SIM gibi bağ grafiği modelleme yöntemini destekleyen bazı modelleme ve simülasyon yazılım paketleri tarafından yapılmaktadır. O yüzden nedensellik analizinin elle yapılması gerekmez. Daha önceden bahsedildiği gibi elemanların genel kanunlarına göre, elemanlar bağlandığı bağa (bond) farklı kısıtlamalar empoze ederler. Bu nedenle elemanların türüne göre dört farklı tür kısıtlama vardır, nedensellik analizi prosedürünü ele almadan önce bu dört tür kısıtlama ele alınacaktır.

#### **4.3.5.1. Nedensellik kısıtlamaları**

*1. Sabit nedensellik:* Sabit nedensellik, elemanın genel kanunu iki güç değişkenlerinden (çaba ve akış) sadece birisinin çıkış değişkeni olmasına izin verdiği durumda gerçekleşir. Bu tür nedensellik aktif elemanlarda (kaynak elemanlarında) meydana gelir, çaba kaynağı

(Se) kendi çaba değişkenini her zaman çıkış sinyali olarak tanıtır ve nedensellik işareti bu elemanda her zaman dışa doğru gösterilir. O yüzden, çaba çıkışlı nedensellik veya çaba nedenselliği diye adlandırılır. Açıktır ki, akış kaynağı (Sf) akış çıkışlı nedenselliğe veya akış nedenselliğine sahiptir. Sabit nedensellik elemanları arasındaki ilişkiler doğrusal olmadığı zaman da (elemanları birbiri ile ilişkilendiren denklemlerin tersine çevirmesi mümkün olmadığında) meydana gelir. O yüzden, sabit nedenselliğin ortaya çıkması için iki farklı sebep bulunmaktadır:

- Elemanların değişkenleri arasında hiçbir ilişki olmaması.
- Elemanları birbiri ile ilişkilendiren denklemlerin tersine çevirebilmesinin mümkün olmaması (tekil).

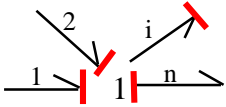
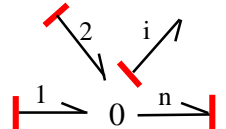
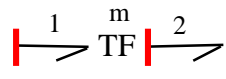
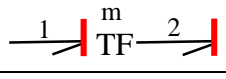
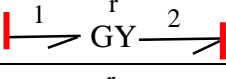
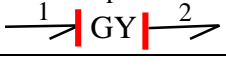
2. *Zorunlu nedensellik*: TF, GY, 0 ve 1 eklemeleri diğer elemanlar ile bağlandığında farklı nedensellik ilişkileri ortaya çıkar. Bu ilişkilere nedenselliğin kısıtlamaları denilir, ki her bir eleman farklı bir nedensellik kısıtlaması uygulamaktadır. TF eklemesinin bir bağlantı noktası (port) çaba çıkışlı nedenselliğe sahip iken diğer bağlantı noktası akış çıkışlı nedenselliğe sahiptir. GY eklemesinde, her iki bağlantı noktası ya çaba çıkışlı ya da akış çıkışlı nedenselliğe sahiptir. 0 eklemi, eşit çaba eklemi olduğundan dolayı çaba değişkeni ekleme sadece tek bir bağ tarafından uygulanacak, bu da 0 eklemesinin her zaman kendine yakın tek bir nedensellik işaretine sahip olduğu anlamına gelir. 1 eklemi ise 0 eklemesinin tam tersi, eşit akış eklemi olarak bilinir, onun için akış değişkeni ekleme sadece tek bir bağ tarafından uygulanacak, bu da 1 eklemesinin her zaman kendinden uzak tek bir nedensellik işaretine sahip olduğu anlamına gelir.

3. *Tercih edilen nedensellik (integral nedensellik)*: Depolama elemanlarında (C,I) eleman ile ilgili değişkenler (C elemanında e ile q, I elemanında f ile p) arasındaki ilişkiye göre, entegrasyon ve türevleme olmak üzere iki farklı nedensellik türü vardır. Entegrasyonun türevlemeye göre bazı avantajları vardır. Entegre formu başlangıç koşulunun belirtilmesini gerektirir. Zamana göre bir süreç olduğu için fiziksel olarak fark edilebilir. Nümerik türevleme ise gelecek zaman noktalarına dair bilgi gerektirdiğinden fiziksel olarak fark edilemeyen bir süreçtir. Türevlemenin başka bir sakıncası ise, girdi basamak fonksiyonu içerdiğinde ortaya çıkmaktadır (sonsuz bir çıktı elde edilir). O yüzden, entegrasyon nedenselliği her zaman tercih edilen türdür. Bu da C elemanının çaba çıkışlı ve I elemanının akış çıkışlı nedenselliğe sahip olduklarını ifade etmektedir.

4. *Kayıtsız nedensellik*: Bu tür nedensellik, nedensel kısıtlamalar olmadığı zaman kullanılır. Örneğin R elemanı kayıtsız nedenselliğe sahip bir elemandır, çünkü değişkenleri arasında doğrusal bir ilişki vardır. Bu da herhangi bir değişkeninin çıktı olabileceği anlamına gelir.

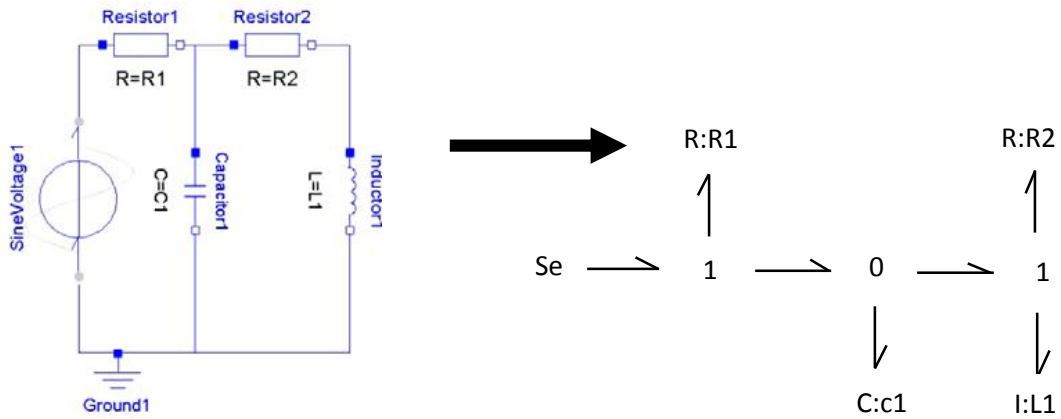
Çizelge 4.4 bütün bağ grafiği elemanlarının genel kanunlarına göre nedensellik durumlarını özetlemektedir. Bağ grafiği nedensellik atamasında “:=” notasyonu değişkenlerin nedensellik durumunu açıklamak için kullanılır (notasyonun sağ tarafındaki değişkenin nedensellik kısıtlamaları notasyonun solundaki değişkenin yönünü empoze etmektedir anlamına gelir). Örneğin  $f1 := f2$ , sağdaki  $f2$  değişkeni soldaki  $f1$  değişkenine nedensellik yönünü empoze etmektedir.

Çizelge 4.4. Nedensellik atama kuralları.

Elemanlar	Nedensellik	Sembol	Karakteristik denklem	
Aktif elemanlar	Sabit	Se $\longrightarrow$	Se tarafından e değişkeni uygulanmaktadır.	
		Sf   $\longrightarrow$	Sf tarafından f değişkeni uygulanmaktadır.	
Pasif elemanlar	Entegrasyon	I $\longrightarrow$	$f_I := \Psi_I(\int e_I(\tau)d\tau)$	
		C   $\longrightarrow$	$e_C := \Psi_C(\int f_C(\tau)d\tau)$	
	Türevleme	I   $\longrightarrow$	$e_I := \Psi_I^{-1}(\frac{df_I}{dt})$	
		C $\longrightarrow$	$f_C := \Psi_C^{-1}(\frac{de_C}{dt})$	
	Kayıtsız (doğrusal durumunda)	R   $\longrightarrow$	$e_R := Rf_R$	$e_R := \Psi_R(f_R)$
		R $\longrightarrow$	$f_R := \frac{1}{R} e_R$	$f_R := \Psi_R^{-1}(e_R)$
Eklemler	Zorunlu	 Eklemden uzakta tek bir Nedensellik işareti	$f_1, f_2 \dots f_n := f_i$ $e_i := -a_1 e_1 - \dots - a_n e_n$	
		 Eklemin yakınında tek bir Nedensellik işareti	$e_1, e_2 \dots e_n := e_i$ $f_i := -a_1 f_1 - \dots - a_n f_n$	
			$e_1 := m e_2$ $f_2 := m f_1$	
			$e_2 := m^{-1} e_1$ $f_1 := m^{-1} f_2$	
			$e_1 := r f_2$ $e_2 := r f_1$	
			$f_1 := r^{-1} e_2$ $f_2 := r^{-1} e_1$	

### 4.3.5.2. Bağ grafikleri nedensellik işaretlerinin atanması

Şekil 4.5 basit bir elektrik devresi ve onun bağ grafiği modelini sunmaktadır. Ancak bu model henüz tamamlanmış sayılmaz. Modelin tamamlanması için nedensellik atamasının yapılması gerekir. Bağ grafiğinde, bağlar aracılığı ile bir nedensellik ataması diğer nedensellik atamalarına sebep olabilir. Bu etkiye nedensellik yayılımı denilir (Broenink,1999): bir atamadan sonra, nedensellik kısıtlamaları yüzünden bütün bağ grafiği boyunca nedensellik yayılır. Nedensellik ataması aşağıdaki adımlar ile gerçekleşir.



Şekil 4.5. Basit bir elektrik devresinin bağ grafiği modeli.

1. Tüm kaynak elemanları için gerekli nedensellik işareti atanır (sabit nedensellik). Kaynakların nedensellik ataması üzerinde hiçbir seçim şansı bulunmadığı için nedensellik işaretleri önceden belirlenir.
2. 0 veya 1 eklemlerine birinci adımdaki elemanlar tarafından bağ (bond) sağlanıyorsa, bu eklemlere bağlanan bağların nedensellik işaretleri hiçbir seçim yapılmadan atanır.
3. TF veya GY eklemlerine birinci veya ikinci adımdaki elemanlar tarafından bağ (bond) sağlanıyorsa, bu eklemlere bağlanan bağlar da hiçbir seçim yapılmadan atanır. Atama üzerinde seçim olmadığı sürece bütün bağların ataması yapılmaya kadar ikinci ve üçüncü adımlar tekrarlanır.
4. Atanmamış C ve I elemanı seçilir. İkinci ve üçüncü adımlar I ve C elemanı için integral nedenselliğe sahip olacak şekilde tekrarlanır. Türev nedenselliği, sadece ikinci veya üçüncü adım, C veya I elemanını, türev nedenselliğine zorladığı zaman kullanılır.
5. Dördüncü adım bütün C ve I elemanlarına nedensellik atanana kadar tekrarlanır.



denklemlerinin sayısı hakkında da bilgiler verir. Başlangıç koşulunun sayısı ise integral nedenselliğe sahip olan depolama elemanlarının (C,I) sayısına eşittir. Bu sayıya sistemin derecesi denilir. Şekil 4.6'daki örnekte sistemin derecesi ikidir. Depolama elemanları birbirleri ile bağımlı olabileceğinden durum denklemlerinin derecesi sistem derecesi ile eşit veya daha azdır ( bu tür bağımlı depolama elemanlarının her biri kendi başlangıç değerine sahip, ancak girdileri benzer olduğundan sadece bir durum değişkeni ile temsil edilir).

Durum denklemlerini oluşturmak, aşağıdaki adımlar ile gerçekleşir:

1. İntegral nedenselliğe sahip olan C veya I depolama elemanları seçilir.
2. I veya C elemanları için sırasıyla ( $\dot{p} =$ ) veya ( $\dot{q} =$ ), uygun durum denklemleri yazılır.
3. Durum denklemlerinin oluşturma esnasında genelleştirilmiş güç değişkenleri (e,f) ara değişken olarak kullanılır, ancak durum denklemleri son hali ile e veya f ara değişkeni içeriyorsa tamamlanmış sayılmaz.
4. Uygun konumlarda toplama ve nedenselliğin sinyal akış özellikleri kullanılır.

Yukarıdaki adımları Şekil 4.6'daki devrenin bağ grafiği modelinin durum denklemlerini elde ederken daha detaylı bir şekilde açıklayabiliriz. Görüldüğü gibi modelde iki bağımsız depolama elemanı bulunmaktadır (C ve I), bu nedenle sistem iki farklı durum denklemine sahip olur ( $\dot{q}_4$  ve  $\dot{p}_7$ ). 4'üncü bağa bağlanan C elemanı ile başlayarak, 0 eklemi etrafındaki bütün akışlar toplanır (eşit çaba eklemi):

$$\dot{q}_4 = f_3 - f_5 \quad (4.5)$$

1 eklemi eşit akış eklemi olduğundan:

$$f_3 = f_2 = \frac{e_2}{R1} \quad (4.6)$$

Alt indisler bağ numarasını ve alt indis olmayan numaralar devre elemanlarının değerini göstermektedir, örneğin, L1 devre şemasında indüktans değerini temsil ederken, bağ grafiğinde  $I_7$  ile temsil edilir.

4.6 denklemindeki  $e_2$  değişkenini hesaplamak amacıyla, 1 eklemi etrafında bütün çaba değişkenleri toplanır:

$$e_2 = e_1 - e_3 = Se_1 - e_4 = Se_1 - \frac{q_4}{C1} \quad (4.7)$$

Denkleminde 4.7'de hiçbir ara değişken (e,f) bulunmamaktadır, ancak denklem 4.5'te hala  $f_5$  ara değişkeni yer almaktadır:

$$f_5 = f_7 = \frac{p_7}{L1} \quad (4.8)$$

4.6, 4.7 ve 4.8 denklemleri 4.5 denkleminde yerine yerleştirildiğinde, aşağıdaki gibi hiçbir ara değişken içermeyen bir durum denklemi elde edilir:

$$\dot{q}_4 = \frac{1}{R1} \left[ S e_1 - \frac{q_4}{C1} \right] - \frac{p_7}{L1} \quad (4.9)$$

7'inci bağa bağlanan I elemanı için aynı adımlar tekrarlanırsa, aşağıdaki durum denklemi elde edilir:

$$\dot{p}_7 = e_5 - e_6 = e_4 - R2 * f_6 = \frac{q_4}{C1} - R2 * f_7 = \frac{q_4}{C1} - R2 * \frac{p_7}{L1} \quad (4.10)$$

Biraz pratik yaptıktan sonra modeli inceleyerek denklem 4.10'da görüldüğü gibi denklemlerin sürekli bir ifade olarak yazılması mümkündür. Denklem 3.10'u kısaltarak aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$\dot{p}_7 = \frac{q_4}{C1} - R2 * \frac{p_7}{L1} \quad (4.11)$$

Böylece devre şemasının iki durum denklemi, 4.9 ve 4.11 denklemleri ile gösterilebilir. Açıktır ki bu denklemler, durum değişkenlerinin gerilim ve akım olduğu bir elektrik devresi için genel bir biçimde değildir. Bağ grafiği denklemlerini bütün mühendislik alanları için ortak veya genel bir biçime dönüştürülmesi, aşağıdaki paragrafta tartışılmaktadır. Bağ grafiği durum denklemleri normal birinci derecen diferansiyel denklemler (doğrusal sistemlerde), veya diferansiyel ve cebirsel denklemler (doğrusal olmayan sistemlerde) olabilir. Bağ grafiği durum denklemlerini oluşturma prosedürü, Enport, MS1, CAMP ve 20-SIM gibi bağ grafiği yöntemini destekleyen yazılımlar tarafından yapılmaktadır, o yüzden, normalde bahsedilen prosedür el ile yapılmamaktadır (Lorenz vd., 2008).

Durum denklemleri durum uzayı gösterimi şeklinde de yazılabilir. Örneğin, n'inci dereceden bir sistemin durum değişkenleri  $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$  olarak seçilen n tane durum değişkeni ve n tane birinci derece diferansiyel durum denklemi içerir. Genel olarak r -girişli m -çıkışlı bir sistemin durum denklemi ve çıkış denklemi sırasıyla aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU \\ Y &= CX + DU \end{aligned} \quad (3.12)$$

Burada,

X: durum vektörü ( n elemanlı sütun vektör)

U: girdi vektörü ( r elemanlı sütun vektör)

Y: çıktı vektörü ( m elemanlı sütun vektör)

A: sistem matrisi (  $n \times n$  elemanlı matris)

B: giriş matrisi (  $n \times r$  elemanlı matris)

C: çıkış matrisi (  $m \times n$  elemanlı matris)

D: doğrudan iletim matrisi (  $m \times r$  elemanlı matris)

olarak adlandırılır. Durum denklemleri, çok girişli çok çıkışlı sistemlere kolaylıkla uygulanabilir ve mevcut bilgisayar programlarıyla sayısal olarak çözülebilir. Durum değişkenleriyle yapılan kontrol tasarım yöntemleri genellikle modern kontrol yöntemleri olarak bilinirken, transfer fonksiyonu ile yapılan tasarım yöntemleri klasik yöntemler olarak bilinir. Tek girişli tek çıkışlı sistemlerin analizinde ve kontrolünde daha çok transfer fonksiyonu modellerine dayalı klasik yöntemler tercih edilmektedir çünkü matris denkleminde sistem dinamiğinin içyapısını görmek mümkün değildir.

#### 4.3.7. Bağ grafiği değişkenlerinin genel durum değişkenlerine dönüştürülmesi

Bağ grafiği tarafından oluşturulan denklemler standart olmayan durum değişkenleri içeren denklemlerdir. Bu nedenle genel veya ortak durum değişkenlerine alışık olan kullanıcı tarafından anlaşılabilir. Bu durum 4.3.6. kısmında, elektrik devre örneğinin durum denklemlerini yazarken ortaya çıktı (Denklem 4.11 ve 4.9 bkz.). Bağ grafiği durum değişkenlerini genel veya ortak durum değişkenlerine dönüştürülmesi, uygun bir köşegen dönüşüm matrisi ile gerçekleşir. Elektrik alanında, dönüşüm matrisinin köşegeninde her bir (p) değişkeni yerine  $1/I$  ve her bir (q) değişkeni yerine  $1/C$  kullanılır. Mekanik alanında ise, aynı şekilde dönüşüm matrisinin köşegeninde her bir (p) değişkeni yerine  $1/I$  kullanılır, ancak (q) değişkeni yer değiştirmesini tanımladığından dolayı dönüştürülmesine gerek duyulmaz, böylece dönüşüm matrisinde (q) değişkeni yerine 1 kullanılır.

Denklem 4.12'de denklem 4.11 ve 4.9'un durum uzayı formu sunulmaktadır. Alt indisler bağ numarasını ve alt indis olmayan numaralar devre elemanlarının değerini göstermektedir.

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_4 \\ \dot{p}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{C1 * R1} & \frac{-1}{L1} \\ \frac{1}{C1} & \frac{-R2}{L1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_4 \\ p_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ R1 \\ 0 \end{bmatrix} se_1 \quad (4.13)$$

Sistemin bütün durum değişkenleri kesin olarak elektrikseldir, böylece dönüşüm matrisi aşağıdaki gibi yazılır:

$$T = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L1} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Elde edilen dönüştürülmüş durum denklemleri aşağıdaki gibi gösterilir:

$$\begin{bmatrix} \frac{\dot{q}_4}{C1} \\ \frac{\dot{p}_7}{L1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{C1 * R1} & \frac{-1}{C1} \\ \frac{1}{L1} & \frac{-R2}{L1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_4 \\ p_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C1 * R1} \\ 0 \end{bmatrix} S e_1 \quad (4.15)$$

Elektrik alanında q ve p değişkenlerinin tanımlarından (Tablo 4.1'e bkz.), denklem 4.15'teki durum değişkenleri sırasıyla, kondansatör üzerindeki gerilim ve indüktörden geçen akım cinsinden yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{cap} \\ \dot{i}_{ind} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{C1 * R1} & \frac{-1}{C1} \\ \frac{1}{L1} & \frac{-R2}{L1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{cap} \\ i_{ind} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C1 * R1} \\ 0 \end{bmatrix} S i n v o l t a g e_1 \quad (4.16)$$

4.16'daki durum uzayı gösterimi, klasik metotları kullanarak elde edilen durum uzayı gösterimi ile aynıdır. Gösterilen örnek, ikinci dereceden basit bir elektrik devresiydi. Bu basit sistem, bağ grafiğinin temel yapısını, nedensellik atanması ve dinamik denklemlerinin oluşturulmasını göstermek amacıyla seçildi. Açıkçası, klasik metotlar yeterli iken böyle basit sistemin uzay durum gösterimini elde etmek için bu tür karmaşık işlemin gerçekleştirilmesi gerekli değildir. Ancak bağ grafiği tekniği, birden çok mühendislik etki alanları ile kesişen karmaşık sistemlerin dinamik denklemlerini elde etmek için kolay ve kullanışlı bir yaklaşımdır. Denklem 4.13'de görüldüğü gibi, bağ grafiği yöntemi tarafından elde edilen durum uzayı denklemlerinin durum değişkenlerini herhangi başka bir değişkenlere dönüştürmeden bütün modelleme amaçları için yeterlidir. Fakat, bağ grafiği modelleme tekniği ile aşına olmayanlar arasında bir iletişim kurulmaya çalışıldığında bu kısımda gösterilen dönüşüm gerekli olabilir.

#### 4.3.8. Bağ grafiği modelinden transfer fonksiyonunun elde edilmesi

Bağ grafiği modelinden transfer fonksiyonu elde etmenin iki farklı yolu vardır. Birinci yol, doğrusal bağ grafiği modelinden elde edilen durum uzayı denklemlerini kullanarak sistemin transfer fonksiyonunun elde edilmesi. Doğrusal zamanla değişmeyen bir sistemin durum uzayı gösterimi denklem 4.12'de gösterildi. Bu denklemlerin her iki tarafına Laplace dönüşümü uygulanırsa aşağıdaki gibi yazılabilir (Munro, 1999):

$$sX(s) - x(0) = AX(s) + BU(s) \quad (4.17)$$

$$Y(s) = CX(s) + DU(s)$$

Durum denklemi  $X(s)$  'e göre düzenlenirse aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$X(s) = (sI - A)^{-1}x(0) + (sI - A)^{-1}BU(s) \quad (4.18)$$

Bu denklemdeki  $X(s)$  çıkış denkleminde yerine konduğunda aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$Y(s) = C(sI - A)^{-1}x(0) + C(sI - A)^{-1}BU(s) + DU(s) \quad (4.19)$$

Transfer fonksiyonunun tanımı gereği durum değişkenlerinin başlangıç koşullarının yerine  $x(0) = 0$  şeklinde yazıldığında aynı çıkış denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$Y(s) = [C(sI - A)^{-1}B + D]U(s) \quad (4.20)$$

Böylece durum denklemleri verilen tek girişli tek çıkışlı bir sistemin transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi olur:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (4.21)$$

Burada  $(sI - A)^{-1} = \frac{Adj(sI - A)}{|sI - A|}$  olduğu göz önüne alındığında yukarıdaki denklem şu şekilde yazılabilir:

$$G(s) = C \frac{Adj(sI - A)}{|sI - A|} B + D \quad (4.22)$$

$$G(s) = \frac{CAj(sI - A)B + |sI - A|D}{|sI - A|}$$

İkinci yol ise, Mason kazanç formülünü kullanarak bağ grafiği modelinden doğrudan transfer fonksiyonunun elde edilmesi. Mason kazanç formülünü bağ grafiği modeline uygulayarak,  $U(s)$  girişine ilişkin  $Y(s)$  çıkışlı bir sistemin transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\sum_i T_i(s)D_i(s)}{D(s)} \quad (4.23)$$

$$D(s) = 1 - \sum_i B_i + \sum_{i,j} B_i B_j - \sum_{i,j,k} B_i B_j B_k + \dots \quad (4.24)$$

Burada,

$\sum_i B_i$  bağ grafiği modelinde bütün nedensel döngülerin ve kapalı bağ dizilerin (bond mesh) kazançları toplamıdır.

$\sum_{i,j} B_i B_j$  mümkün olabilen ikili bağımsız nedensel döngülerin kazançları çarpımının toplamıdır (Tanım 4.1 bkz.).

$T_i(s)$  i'inci ileri yol kazancıdır.

$D_i(s)$  modelin i'inci ileri yolunun kaldırılması ile  $D(s)$ 'ten elde edilir.

Tanım 4.1: iki nedensel döngüye, aynı değişkeni ortak bir eklem veya bağlantı tarafından iletmiyorsa, bağımsız denilir.

#### 4.4. Sistem Yaklaşımının Bağ Grafiği ile Analiz Yöntemleri

Bu bölümün önceki kısımlarında, bağ grafiği metodu aracılığı ile birden çok etki alanlı heterojen sistemlerinin homojen bir modelini elde edebileceğimizi gösterdik. O yüzden ortaya çıkan modelin tamamı analiz edilebilir. Sistem yaklaşımının bir parçası olarak, bağ grafiği modeline birçok analiz yöntemleri doğrudan uygulanabilir. Kararlılık, karmaşık sistemlerin en önemli kriterlerinden biridir. Bu sistemler çoğu zaman doğrusal olmayabilir. O nedenle doğrusallaştırılması için genellikle küçük sinyal doğrusallaştırma yöntemi (small signal linearization) kullanışlı olabilir. Bu kısımda sistem tasarım sürecinin kolaylaştırılmasına yardımcı olan ve bağ grafiği tarafından doğrudan uygulanabilen bazı analiz yöntemleri incelenecektir.

##### 4.4.1. Küçük sinyal doğrusallaştırılması (Small signal linearization)

Çoğu fiziksel olgular doğrusal değildir. Genelde, doğrusal olmayan bir sistemin tam ve kapsamlı olarak analiz edilmesi zor bir işlemdir. O yüzden sistemi analiz etmek amacıyla çalışmamızı özenle seçilen belirli bir çalışma noktası etrafında sınırlayacağız. Buna da küçük sinyal veya doğrusallaştırılmış modelin analizi denilir (Karnopp, 1977). Küçük sinyal modelinin oluşturulması aşağıdaki gibidir, doğrusal olmayan ana modelin bütün değişkenlerini denklem 4.25'teki gibi yazılabileceğini varsayalım:

$$X = \bar{X} + \Delta X \quad (4.25)$$

$$U = \bar{U} + \Delta U$$

Burada  $\bar{X}$  ve  $\bar{U}$  sırasıyla seçilen çalışma noktasında durum ve giriş vektörlerini  $\Delta X$  ve  $\Delta U$  onların küçük varyasyonlarını temsil etmektedir.

Böylece durum uzayı denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Delta \dot{X} = A\Delta X + B\Delta U \quad (4.26)$$

#### 4.4.2. Küçük sinyal modelinin bağ grafiği uygulaması

Doğrusallaştırma bağ grafiği modeline doğrudan uygulanabilir (Karnopp, 1977). Oluşturulan modelin elemanlarında iki tür doğrusalsızlık bulunabilir:

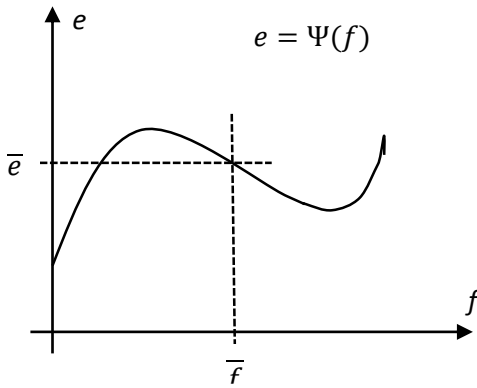
- Pasif elemanların karakteristik denklemlerine ilişkin doğrusalsızlık (örneğin, doğrusal ilişkiye sahip olmayan bir R elemanı  $f = \Psi(e)$ ).
- Eklemlerin ve pasif elemanların modülünde (kazancında) ortaya çıkan doğrusalsızlık (örneğin, ayarlanabilen transformatör MTF).

Ancak, 1 ve 0 eklemleri, akış eşitliği (1 eklemi) veya çaba eşitliği (0 eklemi) şartlarına uyduklarından, her zaman doğrusal bir ilişkiye sahiptirler. Bu nedenle 0 ve 1 eklemleri doğrusallaştırma sürecinde hiçbir değişim gerektirmez (Umarikar ve Umanand, 2005).

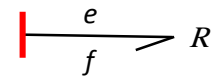
##### 4.4.2.1. Pasif elemanların (R,I,C) karakteristik kanunları ile ilgili doğrusalsızlık

R elemanı ele alınırsa, “e” ve “f” değişkenleri arasındaki ilişki denklem 4.27’e göre Şekil 4.7.a’daki gibi gösterilir. Bu olguya ilişkin nedensellik Şekil 4.7.b tarafından gösterilmektedir.

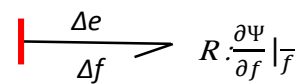
$$e := \Psi(f) \quad (4.27)$$



a. “e” ve “f” değişkenleri arasındaki



b. atanan nedensellik



c. doğrusallaştırma

Şekil 4.7. Bir R elemanının doğrusallaştırılması.

Seçilen çalışma noktası  $(\bar{e}, \bar{f})$  tarafından tanımlanır, doğrusallaştırma aşağıdaki gibi olur:

$$\Delta e := \frac{\partial \Psi}{\partial f} \Big|_{\bar{f}} \Delta f \quad (4.28)$$

Doğrusallaştırılmış modelde R elemanı  $(\frac{\partial \Psi}{\partial f} \Big|_{\bar{f}})$  kazancına sahip olacaktır. Bu değer negatif bir değer de olabilir. O yüzden doğrusallaştırılmış bir R elemanı sistemde hem güç tüketici hem de güç sağlayıcı olarak kullanılabilir. Bu sorun, sistemi daha ayrıntılı bir şekilde modelleyerek önlenir. Herhangi bir modelde, doğrusal karakteristik denkleme sahip olmayan diğer pasif elemanlar da aynı şekilde doğrusallaştırılabilir (Osta vd., 2004).

#### **4.4.2.2. Elemanın modülünde (kazancında) oluşan doğrusalsızlık**

Bu tür doğrusalsızlık harici kontrolör tarafından kontrol edilen pasif elemanların kazancında veya ayarlanabilir transformatör ve jirator tipi eklemlerin modülünde ortaya çıkar. Çizelge 4.5 bütün pasif elemanların doğrusallaştırılmış modelini atan nedenselliğe göre sunmaktadır. Kumanda “ $\beta$ ” terimi tarafından temsil edilir. Elemanın kazancı, “ $\beta$ ” teriminin bir fonksiyonudur ( $\Psi(\beta)$  ile gösterilir). Eklemlerde, doğrusalsızlık ayarlanabilir transformatör (MTF) veya ayarlanabilir jirator (MGY) şeklinde ortaya çıkabilir. Çizelge 4.6’da iki veya daha fazla değişken değişiminin sonuçlandığını ihmal ederek bu eklemlerin doğrusallaştırılmış modelleri sunulmaktadır.

Aslında doğrusal olmayan değişkenler, ayarlanabilir (modüle edilebilir) çaba ve akış kaynaklarına dönüştürülebilir. Sonuçta, doğrusallaştırılan model sadece değişkenlerin ve girdilerin değişimini içerir. O yüzden, elde edilen modele küçük sinyal modeli denilir.

Çizelge 4.5. Pasif elemanların doğrusallaştırılması.

Eleman	Bağ grafiği ilişkilendirilmesi	
	Doğrusal olmayan	Doğrusal
R	$\frac{f_1}{e_1} \rightarrow \text{R: } \Psi(\beta)$ $f_1 := \Psi^{-1}(\beta) \cdot e_1$	$\frac{\Delta f_1}{\Delta e_1} \rightarrow 0 \rightarrow \text{R: } \Psi(\bar{\beta})$ $\text{MSf} : \bar{e}_1 \cdot \Psi^{-2}(\bar{\beta}) \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \Big _{\bar{\beta}} \cdot \Delta \beta$ $\Delta f_1 := \Psi^{-1}(\bar{\beta}) \cdot \Delta e_1 - \bar{e}_1 \cdot \Psi^{-2}(\bar{\beta}) \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \Big _{\bar{\beta}} \cdot \Delta \beta$
	$\frac{f_1}{e_1} \rightarrow \text{R: } \Psi(\beta)$ $e_1 := \Psi(\beta) \cdot f_1$	$\frac{\Delta f_1}{\Delta e_1} \rightarrow 1 \rightarrow \text{R: } \Psi(\bar{\beta})$ $\text{MSe} : \bar{f}_1 \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \Big _{\bar{\beta}} \cdot \Delta \beta$ $\Delta e_1 := \Psi(\bar{\beta}) \cdot \Delta f_1 + \bar{f}_1 \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \Big _{\bar{\beta}} \cdot \Delta \beta$
I	$\frac{f_1}{e_1} \rightarrow \text{I: } \Psi(\beta)$ $f_1 := \Psi^{-1}(\beta) \cdot p_1$	$\frac{\Delta f_1}{\Delta e_1} \rightarrow 0 \rightarrow \text{I: } \Psi(\bar{\beta})$ $\text{MSf} : \bar{p}_1 \cdot \Psi^{-2}(\bar{\beta}) \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \Big _{\bar{\beta}} \cdot \Delta \beta$ $\Delta f_1 := \Psi^{-1}(\bar{\beta}) \cdot \Delta p_1 - \bar{p}_1 \cdot \Psi^{-2}(\bar{\beta}) \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \Big _{\bar{\beta}} \cdot \Delta \beta$
	$\frac{f_1}{e_1} \rightarrow \text{I: } \Psi(\beta)$ $e_1 := \frac{d}{dt} (\Psi(\beta) \cdot f_1)$	$\frac{\Delta f_1}{\Delta e_1} \rightarrow 1 \rightarrow \text{I: } \Psi(\bar{\beta})$ $\text{MSe} : -(f_1 \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \Big _{\bar{\beta}} \cdot \frac{d \Delta \beta}{dt})$ $\Delta e_1 = \Psi(\bar{\beta}) \cdot \frac{d \Delta f_1}{dt} + \bar{f}_1 \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \Big _{\bar{\beta}} \cdot \frac{d \Delta \beta}{dt}$
C	$\frac{f_1}{e_1} \rightarrow \text{C: } \Psi(\beta)$ $e_1 := \Psi^{-1}(\beta) \cdot q_1$	$\frac{\Delta f_1}{\Delta e_1} \rightarrow 1 \rightarrow \text{C: } \Psi(\bar{\beta})$ $\text{Mse} : \bar{q}_1 \cdot \Psi^{-2}(\bar{\beta}) \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \Big _{\bar{\beta}} \cdot \Delta \beta$ $\Delta e_1 := \Psi^{-1}(\bar{\beta}) \cdot \Delta q_1 - \bar{q}_1 \cdot \Psi^{-2}(\bar{\beta}) \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \Big _{\bar{\beta}} \cdot \Delta \beta$
	$\frac{f_1}{e_1} \rightarrow \text{C: } \Psi(\beta)$ $f_1 := \frac{d}{dt} (\Psi(\beta) \cdot e_1)$	$\frac{\Delta f_1}{\Delta e_1} \rightarrow 0 \rightarrow \text{C: } \Psi(\bar{\beta})$ $\text{MSf} : -(e_1 \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \Big _{\bar{\beta}} \cdot \frac{d \Delta \beta}{dt})$ $\Delta f_1 := \Psi(\bar{\beta}) \cdot \frac{d \Delta e_1}{dt} + \bar{e}_1 \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \Big _{\bar{\beta}} \cdot \frac{d \Delta \beta}{dt}$

Çizelge 4.6. MTF ve MGY eklemelerin doğrusallaştırılması.

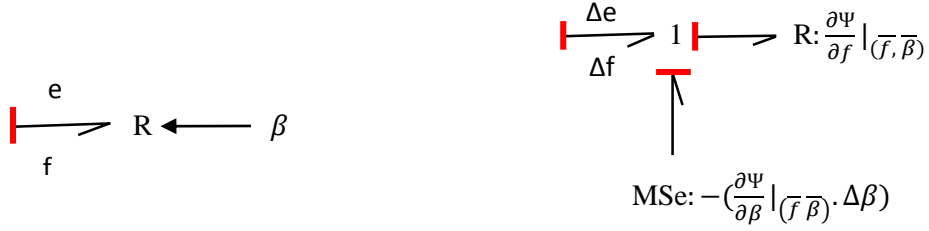
Tip	Model	Bağ grafiği ilişkilendirilmesi	Denklemler
MTF durum1	Doğrusal olmayan		$e_1 := \Psi(\beta) \cdot e_2$ $f_2 := \Psi(\beta)$
	Doğrusal		$\Delta e_1 := \Psi(\bar{\beta}) \cdot \Delta e_2 + \bar{e}_2 \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \Big _{\bar{\beta}} \cdot \Delta \beta$ $\Delta f_2 := \Psi(\bar{\beta}) \cdot \Delta f_1 + \bar{f}_1 \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \Big _{\bar{\beta}} \cdot \Delta \beta$
MTF durum2	Doğrusal olmayan		$e_2 := \Psi^{-1}(\beta) \cdot e_1$ $f_1 := \Psi^{-1}(\beta) \cdot f_2$
	Doğrusal		$\Delta e_2 := \Psi^{-1}(\bar{\beta}) \cdot \Delta e_1 - \frac{\bar{e}_1}{\Psi^2(\bar{\beta})} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \Big _{\bar{\beta}} \cdot \Delta \beta$ $\Delta f_1 := \Psi^{-1}(\bar{\beta}) \cdot \Delta f_2 - \frac{\bar{f}_2}{\Psi^2(\bar{\beta})} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \Big _{\bar{\beta}} \cdot \Delta \beta$
MGY durum1	Doğrusal olmayan		$e_1 := \Psi(\beta) \cdot f_2$ $e_2 := \Psi(\beta) \cdot f_2$
	Doğrusal		$\Delta e_1 := \Psi(\bar{\beta}) \cdot \Delta f_2 + \bar{f}_2 \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \Big _{\bar{\beta}} \cdot \Delta \beta$ $\Delta e_2 := \Psi(\bar{\beta}) \cdot \Delta f_1 + \bar{f}_1 \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \Big _{\bar{\beta}} \cdot \Delta \beta$
MGY durum2	Doğrusal olmayan		$f_1 := \Psi^{-1}(\beta) \cdot e_2$ $f_2 := \Psi^{-1}(\beta) \cdot e_1$
	Doğrusal		$\Delta f_1 := \Psi^{-1}(\bar{\beta}) \cdot \Delta e_2 - \frac{\bar{e}_2}{\Psi^2(\bar{\beta})} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \Big _{\bar{\beta}} \cdot \Delta \beta$ $\Delta f_2 := \Psi^{-1}(\bar{\beta}) \cdot \Delta e_1 - \frac{\bar{e}_1}{\Psi^2(\bar{\beta})} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \Big _{\bar{\beta}} \cdot \Delta \beta$

#### 4.4.2.3. Kontrol sinyali tarafından karakteristik denkleminde oluşan doğrusalsızlık

R elemanın karakteristik denklemi bir sinyal tarafından kontrol edildiğini varsayalım. Bu elemanın doğrusal olmayan denklemi aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$e := \Psi(f, \beta) \quad (4.29)$$

Bağ grafiği modeli şekil 4.8.a'da gösterilmektedir.



a. doğrusal olmayan model

b. doğrusallaştırılmış model

Şekil 4.8. Kontrol sinyalinin bulunması ile doğrusal karakteristik denkleme sahip olmayan R elemanın doğrusallaştırılması.

4.29'daki denklemin doğrusallaştırılması aşağıdaki gibidir:

$$\Delta e := \frac{\partial \Psi}{\partial f} \Big|_{(\bar{f}, \bar{\beta})} \Delta f + \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} \Big|_{(\bar{f}, \bar{\beta})} \Delta \beta \quad (4.30)$$

Elemanın doğrusallaştırılmış bağ grafiği modeli Şekil 4.8.b'de gösterilmektedir. Aynı yaklaşımı kullanarak diğer pasif elemanların doğrusallaştırılmış bağ grafiği modeli elde edilebilir. Elemanın modülünde ortaya çıkan doğrusalsızlık, aslında bir kontrol sinyali tarafından karakteristik denkleminde oluşan doğrusalsızlığın özel bir durumu olduğunu dikkate almamız gerekir. Bu nedenle, 4.4.2.2. ve 4.4.2.3 kısmı aynı grup altında temsil edilir.

#### 4.4.2. Kararlılık analizi

Tasarımda kullanılan pek çok davranış kriteri arasında en önemli koşul sistemin kararlı olmasıdır. Kararsız davranışlar sisteme zarar verebilir ve hatta ciddi kazalara neden olabilir. Kararsız bir sistem genelde kullanılamaz kabul edilir. Doğrusal, doğrusal olmayan, zamanla değişen ve zamanla değişmeyen tüm sistemler göz önünde bulundurulduğunda kararlılık tanımı çok farklı şekillerde verilebilir. Genel olarak sistem, sınırlı bir referans girdiye ve bozucu girdiye karşılık sınırlı bir cevap veriyorsa (sınırlı girdi

sınırlı çıktı), kararlıdır. Sistemin kararlılığını analiz etmek için Routh-Hurwitz kriteri, Köklerin yeri, Bode diyagramı, Nyquist'in kararlılık kriteri ve Lyapunov'un ikinci (doğrudan) yöntemi gibi birçok yöntem bulunmaktadır. Burada tasarlanan modelin doğrusal veya olmaması üzere iki farklı yöntem incelenecektir: Bunlar, köklerin yeri ve Lyapunov'un ikinci (doğrudan) yöntemi.

#### **4.4.2.1. Köklerin yeri**

Bu yöntem, model doğrusal olduğunda geçerlidir. Genel olarak karmaşık düzlemde kutupların yerine bakılacaktır. Kutupların karmaşık düzlemdeki yeri, sistemin dinamik davranışı hakkında da fikir verir. Bir sistemin kutupları, transfer fonksiyonunun paydası olan karakteristik denkleminin kökleridir (William, 1991). Böylece sistemin kutuplarını bulmak için, denklem 4.22'de elde edilen transfer fonksiyonunun paydasını sıfır ile eşitleyeceğiz:

$$|sI - A| = 0 \quad (4.31)$$

Bu kutupların her biri, gerçek ve sanal bir kısma sahiptir. Sistemin kararlı olması için gerek ve yeter şart sistem transfer fonksiyonunun kutuplarının negatif gerçek kısımlara sahip olmasıdır.

#### **4.4.2.2. Lyapunov'un ikinci (doğrudan) yöntemi**

Lyapunov'un ikinci yöntemi, modelin kararlılık analizini yapmak için kullanılır. Bu yöntemin avantajı hem doğrusal hem de doğrusal olmayan modeller için geçerli olmasıdır (Junco, 1993, 2001).

Bir modelin durum değişkenleri ' $x$ ' ile temsil edildiğini ve '0' çalışma noktasında  $x = 0$  olduğunu varsayalım.

*Tanım 4.2.* Lyapunov fonksiyonu adayı olan  $V(x)$  fonksiyonuna, aşağıdaki koşulların sağlanması halinde pozitif kesin denilir:

$$V(x) > 0, \forall x \neq 0, \text{ ve} \\ V(x) = 0, \text{ ancak ve ancak } x = 0$$

Yukarıdaki koşul  $V(x) \geq 0$  olarak değiştirilirse,  $V(x)$  Lyapunov fonksiyonuna pozitif yarı kesin denilir.

*Tanım 4.3.* Aşağıdaki gibi,  $\dot{V}(x)$  negatif kesin olacak şekilde pozitif kesin bir  $V(x)$  fonksiyonu bulunursa, sistem asimptotik kararlıdır:

$$\dot{V}(x) < 0, \forall x \neq 0, \text{ ve}$$

$$\dot{V}(x) = 0, \text{ ancak ve ancak, } x = 0$$

$\dot{V}(x) \leq 0$  (negatif yarı kesin) olacak şekilde pozitif kesin bir  $V(x)$  fonksiyonu bulunabiliyorsa, sistem Lyapunov ölçütüne göre kararlıdır. Yukarıdaki şartın sağlanmadığı durumda sistemin kararsız olduğunu söyleyemeyiz. Belki bir başka  $V(x)$  Lyapunov fonksiyonu seçimiyle o şartı sağlamak mümkün olabilir. Ancak  $\dot{V}(x)$  kesin ya da yarı kesin pozitif bulunuyorsa sistemin kararsız olduğu söylenebilir.

*Tanım 4.4.* Aşağıdaki gibi,  $V(x)$  Lyapunov fonksiyonu ve  $a > 0$  olarak bir sabit varsa, sistem katlanarak (exponentially) kararlıdır:

$$\dot{V}(x) < -a.V(x)$$

4.3 ve 4.4 tanımlardaki koşullar kararlılık analizi için yeterlidir. Ancak, çalışma noktası  $x = 0$  (örneğin  $x = \bar{x}$ ) tarafından belirlenmiyorsa, çalışma noktası etrafındaki durum değişkenlerinin değişimi kullanılır  $\Delta x = x - \bar{x}$ .

Çalışma noktasını (denge noktası) orijine geri getirmek için artımsal (incremental) bağ grafiği modeli kullanılır (aşağıdaki kısımda açıklaması yapılacaktır). Lyapunov'un ikinci yöntemi, aşağıdaki gibi lokal ve global kararlılığı incelemek için uygulanabilir.

- Çalışma noktası dikkatli bir şekilde seçilirse, kararlılık koşullarını karşılayan bir Lyapunov fonksiyonu elde edilir, o halde sistem çalışma noktası etrafında lokal kararlılığa sahip olur.
- Uzayda farklı çalışma noktaları olasılığı bulunduğu anda, her zaman kararlılık koşullarına uygun bir Lyapunov fonksiyonu bulunmaya çalışılır, o halde sistem global kararlılığa sahip olur.

Sistemde depolanan enerji çoğu zaman enerji kararlılığını (dengesini) sağlamak amacıyla seçilir. Bağ grafiği çok açık bir şekilde bu enerjiyi C ve I elemanı aracılığıyla temsil eder. O yüzden, bu yöntem bağ grafiği modeline doğrudan uygulanabilir.

Lyapunov fonksiyonu bir enerji fonksiyonu olarak yazılabilir. Bu fonksiyon C ve I elemanında depolanan enerji ile ilişkili olabilir (Junco, 1993; Gruyitch ve Dauphin, 1999). Enerji değişkenlerini durum değişkenleri olarak göz önünde bulundurarak, aşağıdaki fonksiyon elde edilir:

$$V(p, q) = \sum_{i=1}^{n_c} (k_i E_{C_i}) + \sum_{j=1}^{n_I} (k_j E_{I_j}) = \sum_{i=1}^{n_c} (k_i \frac{q_{C_i}^2}{2C_i}) + \sum_{j=1}^{n_I} (k_j \frac{p_{I_j}^2}{2I_j}) \quad (4.32)$$

$$k_i > 0, i = 1 \dots n_c$$

$$k_j > 0, j = 1 \dots n_l$$

Burada  $n_i$  ve  $n_j$ , sırasıyla modelde C ve I elemanlarının sayısını temsil etmektedir. Bu fonksiyon, sıfır değerine sahip olan enerji değişkenleri tarafından bulunan çalışma noktası için pozitif kesindir (tanım 4.2'ye göre). Durum değişkenleri sıfır olmayan çalışma noktasına gelince, Lyapunov fonksiyonu aşağıdaki gibi olur:

$$V(\Delta p, \Delta q) = \sum_{i=1}^{n_c} \left( k_i \frac{\Delta q_{C_i}^2}{2C_i} \right) + \sum_{j=1}^{n_l} \left( k_j \frac{\Delta p_{I_j}^2}{2I_j} \right) \quad (4.33)$$

Burada,

$$\Delta q_{C_i} = q_{C_i} - \overline{q_{C_i}}$$

$$\Delta p_{I_j} = p_{I_j} - \overline{p_{I_j}}$$

Burada ortaya çıkan sorun, bu değişimlerin (varyasyon) elde edilmesidir. 4.1.1 kısmında küçük sinyal modeli ve durum değişkenleri değişimlerinin hakkında bilgiler verildi. Modelin doğrusallaştırılmasında birinci dereceden bir yaklaşım kullanıldığından, sonuçlar arasındaki iki değişken değişimi ihmal edilirse, hesaplanan sonuç kararlılık analizinde yer alabilir. Elde edilen modele artımsal bağ grafiği modeli denir.

Artımsal ve küçük sinyal modeli arasındaki fark MTF ve MGY tipi eklemlerde görünebilir (Borutzky, 2011; Borutzky ve Dauphin, 2003). Çizelge 4.7. bu eklemlerin artımsal bağ grafiğini sunmaktadır. Lyapunov fonksiyonu belirlendikten sonra, onun zamana göre türevi (güç) incelenir.

$$\dot{V}(\Delta p, \Delta q) = \sum_{i=1}^{n_c} \left( k_i \frac{\Delta q_{C_i} \Delta \dot{q}_{C_i}}{C_i} \right) + \sum_{j=1}^{n_l} \left( k_j \frac{\Delta p_{I_j} \Delta \dot{p}_{I_j}}{I_j} \right) \quad (4.34)$$

$$\dot{V}(\Delta p, \Delta q) = \sum_{i=1}^{n_c} (k_i P_{C_i}) + \sum_{j=1}^{n_l} (k_j P_{I_j})$$

Artımsal bağ grafiği modelinde eklemlerin ilişkilerine bakarak elemanların dinamiği tarafından tüketilen güç incelenebilir.

Bazı özel durumlarda  $k_i$  ve  $k_j$  parametrelerinin değeri 1 olursa, 4.34 denklemi aşağıdaki gibi olur:

$$\dot{V}(\Delta p, \Delta q) = \sum_{i=1}^{n_c} (P_{C_i}) + \sum_{j=1}^{n_l} (P_{I_j}) = P_{I,C} \quad (4.35)$$

Öte yandan, sistem tarafından tüketilen güç ile kaynak tarafından sağlanan güç eşittir:

$$P_{kaynak} = P_{I,c} + P_R \quad (4.36)$$

Son iki denklemi kullanarak aşağıdaki denklem elde edilebilir:

$$\dot{V}(\Delta p, \Delta q) = P_{I,c} = P_{kaynak} - P_R \quad (4.37)$$

R elemanı tarafından tüketilen güç, kaynak tarafından sağlanan güçten büyük eşit ise ( $P_R \geq P_{kaynak}$ ), sistem kararlıdır.

Çizelge 4.7. MTF ve MGY eklemelerinin artımsal bağ grafiği.

Tip	Nedensel bağ grafiği	Artımsal bağ grafiği
MTF Durum1		
	$e_1 := m \cdot e_2$ $f_2 := m \cdot f_1$	$\Delta e_1 := \bar{m} \cdot \Delta e_2 + \bar{e}_2 \cdot \Delta m + \Delta m \cdot \Delta e_2$ $\Delta f_2 := \bar{m} \cdot \Delta f_1 + \bar{f}_1 \cdot \Delta m + \Delta m \cdot \Delta f_1$
MTF Durum2		
	$e_2 := \beta \cdot e_1$ $f_1 := \beta \cdot f_2$	$\Delta e_2 := \bar{\beta} \cdot \Delta e_1 + \bar{e}_1 \cdot \Delta \beta + \Delta \beta \cdot \Delta e_1$ $\Delta f_1 := \bar{\beta} \cdot \Delta f_2 + \bar{f}_2 \cdot \Delta \beta + \Delta \beta \cdot \Delta f_2$
MGY Durum1		
	$e_1 := r \cdot f_2$ $e_2 := r \cdot f_1$	$\Delta e_1 := \bar{r} \cdot \Delta f_2 + \bar{f}_2 \cdot \Delta r + \Delta r \cdot \Delta f_2$ $\Delta e_2 := \bar{r} \cdot \Delta f_1 + \bar{f}_1 \cdot \Delta r + \Delta r \cdot \Delta f_1$
	$f_1 := \beta \cdot e_2$ $f_2 := \beta \cdot e_1$	$\Delta f_1 := \bar{\beta} \cdot \Delta e_2 + \bar{e}_2 \cdot \Delta \beta + \Delta \beta \cdot \Delta e_2$ $\Delta f_2 := \bar{\beta} \cdot \Delta e_1 + \bar{e}_1 \cdot \Delta \beta + \Delta \beta \cdot \Delta e_1$

## **5. ÜÇ FAZLI ASENKRON (İNDÜKSİYON) MOTORLARIN VEKTÖR KONTROL YÖNTEMİ**

### **5.1. Giriş**

Serbest uyarmalı bir doğru akım motorunun moment denklemi, uyarma gerilimi ile kontrol edilen bir hava aralığı akısı ve endüvi gerilimi ile kontrol edilen endüvi akımının çarpımından oluşmaktadır (Wach, 2011; Kisu, 2011). Dolayısıyla bu motorlar hızlı dinamik cevap özelliğine sahiptirler. Ancak doğru akım motorlarının bakım gereksinimi, tozlu ve patlamalı ortamlarda çalışmama, komütatörün getirdiği yüksek hız sınırı, hacim olarak büyük olmaları bu motorların sürücü düzeneklerde kullanımlarını sınırlar. Bu nedenle sürücü düzeneklerde alternatif akım motorlarının kullanım zorunluluğu ortaya çıkar. Asenkron motorları ucuz maliyetli ve sağlam olduğundan dolayı alternatif akım motorlarının daha yaygın bir tipidir, pompa, fan, üfleyici, tren vs. gibi birçok endüstriyel uygulamalarda bulunur. Asenkron motorda, doğru akım motordaki gibi motorun akımı ile ortaya çıkan moment arasında doğrusal bir ilişki olmadığından dolayı kontrol etmesi zor bir işlemdir. Eski geleneksel kontrol yöntemlerinden biri olan V/F kontrol yöntemi, hızları geniş bir yelpazede sağlamak için, voltaj / hertz oranını sabit tutarak motorun akısını ayarlıyordu (Leonhard, 1996; Bose, 1996). Bununla birlikte, bu yöntem sadece gerilim büyüklüğünü kontrol ediyordu. Bu nedenle motor (özellikle düşük hızlarda), yavaş dinamik cevap özelliğine ve düşük hız doğruluğuna sahip oluyordu. Vektör kontrol yöntemi, 1972 yılında ilk kez F. Blaschke tarafından tanımlanmıştır. Vektör kontrolü ilkesi genel olarak alternatif akım makineleriyle doğru akım makineleri arasında kurulan benzerliğe dayanmaktadır (Blaschke, 1972). Bu bölümde, asenkron motorlarda vektör kontrol yöntemini kullanarak moment ve akımın birbirinden bağımsız bir şekilde kontrol edilebileceği sunulacaktır. Böylelikle asenkron motorlardan, doğru akım motoru dinamik ve sürekli durum performansı elde edilebilir.

### **5.2. Asenkron Motor Sürücüleri**

Mevcut sincap kafesli motorlar, endüstride Asenkron motorların standart bir tipidir. Bu motorların avantajı, belirtilen işletme hızına ve işletme momentine kadar çalışabilmesidir. Böylece gerekli alternatif giriş gücü motorun verimi ile ilişkilendirilir. Birçok uygulamada asenkron motorlar anma hızı altında çalıştırılır örneğin, bir klima

sisteminde asenkron motorunun (fan) çalıştırılması, sıcaklık istenen dereceye varıncaya kadar gerekir. Bu da motoru açarak ve kapatılarak gerçekleştirilebilir, ancak bu durum mekanik sakıncalara yol açar. Mekanik sakıncalarının azaltılması ve enerji tasarrufunun sağlanması, gerekli olmayan yerlerde asenkron motorun döner hızını azaltarak gerçekleştirilebilir. Motorun hızı, sürücüler tarafından, giriş frekansının ve voltaj / hertz oranının değiştirilmesi ile kontrol edilir (Leonhard, 1996).

Uygulama alanlarına göre, motor sürücülerinin aşağıdaki gibi iki farklı sınıflandırılması bulunmaktadır:

1. Ayarlanabilir hız sürücüler: bu tür sürücüler, motorun hız kontrolü temel önem taşıdığı uygulamalarda kullanılır, örneğin, fanlar, üfleyiciler, öğütücüler, trenler vs.
2. Servo sürücüler: bu sürücüler, robotik gibi ileri kontrol uygulamalarında, eşzamanlı moment, hız ve pozisyon kontrolü gerektiğinde kullanılır.

### 5.3. Üç Fazlı Asenkron Motorların Matematiksel Gösterimi

Asenkron makinelerinin uygun modellenmesi, stator sargılarına uygulanan en verimli sürücü metoduna yol açar. Matematiksel model, makinenin davranışını hem geçici ve hem de sürekli durumda temsil eder. Ek olarak ta, en uygun matematiksel eksen sistemi dönüşümlerinin seçilmesine izin verir (Robyns vd., 2012). Eksen dönüşümleri bu bölümün ileri kısmında açıklanacaktır.

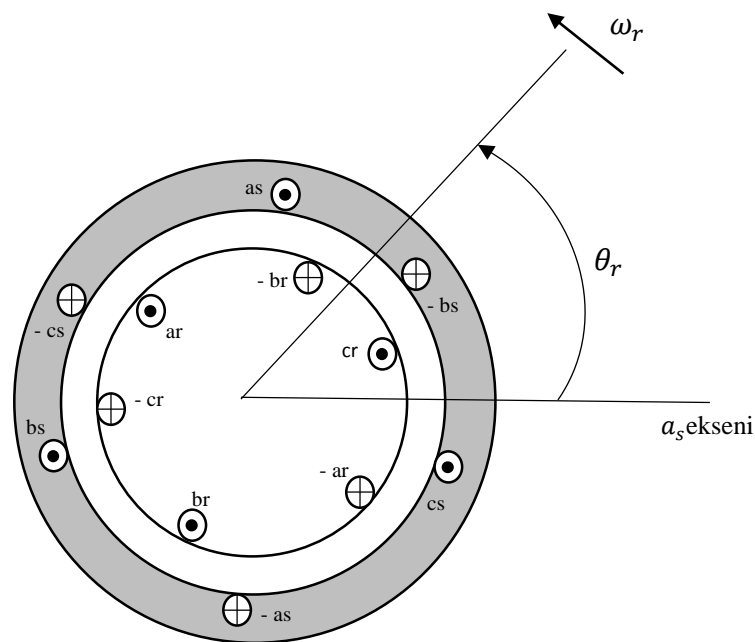
#### 5.3.1. Üç fazlı asenkron makineler

Şekil 5.1’de, fazları indükleyici bileşenler ve uygun alternatif gerilim kaynağı tarafından modellenen üç fazlı bir asenkron makinenin eşdeğer devre modeli gösterilmektedir. Statorun üç fazlı girdi gerilimleri denklem 5.1’de ve rotorun indüklenen üç fazlı gerilimleri denklem 5.2’ de sunulmaktadır (Hofmann vd., 1997; Wach, 2011).

$$v_{as} = i_{as}r_s + \frac{d\lambda_{as}}{dt} \quad (5.1)$$

$$v_{bs} = i_{bs}r_s + \frac{d\lambda_{bs}}{dt}$$

$$v_{cs} = i_{cs}r_s + \frac{d\lambda_{cs}}{dt}$$



Şekil 5.1. Üç fazlı asenkron motorun devre modeli.

Rotor sargılarında manyetik olarak indüklenen üç fazlı rotor gerilimleri aşağıdaki gibidir:

$$v_{ar} = i_{ar}r_r + \frac{d\lambda_{ar}}{dt} \quad (5.2)$$

$$v_{br} = i_{br}r_r + \frac{d\lambda_{br}}{dt}$$

$$v_{cr} = i_{cr}r_r + \frac{d\lambda_{cr}}{dt}$$

Stator ve rotor arasındaki akı bağlantısı (flux linkage), matris notasyonu şeklinde denklem 5.3'te sunulmaktadır (Ong, 1998; Ki sul. 2011).

$$\begin{bmatrix} \lambda_s^{abc} \\ \lambda_r^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss}^{abc} & L_{sr}^{abc} \\ L_{rs}^{abc} & L_{rr}^{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s^{abc} \\ i_r^{abc} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Asenkron motorun devre modeli altı bağımsız endüktans değerine sahiptir. Bunların üçü statora ve diğer üçü ise rotora bağlıdır. Stator ve rotorun içinde oluşan endüktans (self inductance):

$$L_{ss}^{abc} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ss} & L_{sm} & L_{sm} \\ L_{sm} & L_{ls} + L_{ss} & L_{sm} \\ L_{sm} & L_{sm} & L_{ls} + L_{ss} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

$$L_{rr}^{abc} = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{rr} & L_{rm} & L_{rm} \\ L_{rm} & L_{lr} + L_{rr} & L_{rm} \\ L_{rm} & L_{rm} & L_{lr} + L_{rr} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

İle ifade edilir. Rotorun statora karşılık endüktansı “ $L_{sr}^{abc}$ ” aşağıdaki gibi, değişik stator sargılarına ve ilişkin manyetik kutuplarına göre rotorun pozisyonuna ( $\theta_r$ ) bağlıdır.

$$L_{sr}^{abc} = [L_{rs}^{abc}]^T = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos\theta_r & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos\theta_r & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos\theta_r \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Stator ve rotora bağlı 5.1- 5.6 denklemleri kullanarak, üç fazlı asenkron motorun devre modeli elde edilebilir.

### 5.3.2. Eksen dönüşümleri

Üç fazlı asenkron motorun stator ve rotor fazları arasındaki manyetik kuplaj nedeniyle, dinamik davranışının üç eksen sisteminde modellenmesi, zamanla değişen katsayılı diferansiyel denklemlerle mümkün olmakta ve çok karmaşık bir model yapısı ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle, birbirlerinden çok farklı olmayan iki eksen dönüşümü kullanarak asenkron motor iki eksenli sistemde modellenir. Bu dönüşümler vektör kontrol yönteminin temel kavramlarından biridir (Lee vd., 1984; Popescu, 2000).

1. Clarke dönüşümü: bu dönüşüm ilk kez 1943’ te Edith Clarke tarafından yayınlandı. Clarke dönüşümü, büyüklükte hiçbir değişim yapmadan üç fazlı bir sistemi iki dikgen (ortogonal) bileşenlere çevirir. Nötr-toprak bağlantısı ihmal edilirse, üç fazlı sistem değişkenlerinin (a,b ve c) toplamı sifıra eşit olur, böylece lüzumsuz bir bilgi ortaya çıkar. Bu nedenle, üç fazlı sistemin değişkenleri, “ $\alpha, \beta$ ” denilen iki ayrı değişkene indirgenebilir. Clarke dönüşümü aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_\beta \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \cos(\gamma) & \cos(2\gamma) \\ 0 & \sin(\gamma) & \sin(2\gamma) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Burada,  $\gamma = \frac{2\pi}{3}$ .

Aşağıdaki ilişkiyi kullanılırsa:

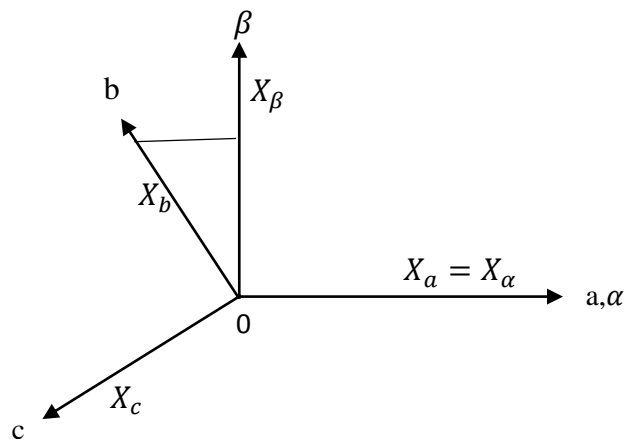
$$X_a + X_b + X_c = 0 \quad (5.8)$$

$$\text{Ve } \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$$

Clarke dönüşümü:

$$\begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_a \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (X_a - X_c) \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

İle ifade edilir. Clarke dönüşümü, Şekil 5.2'deki vektör diyagramını kullanarak anlaşılabilir. Üç fazlı sistemin eksenleri (a, b ve c) arasında  $120^\circ$  şer derece faz farkı bulunmaktadır. “ $\alpha$ ” eksenini, “a” eksenini ile çakışacak şekilde seçilir.



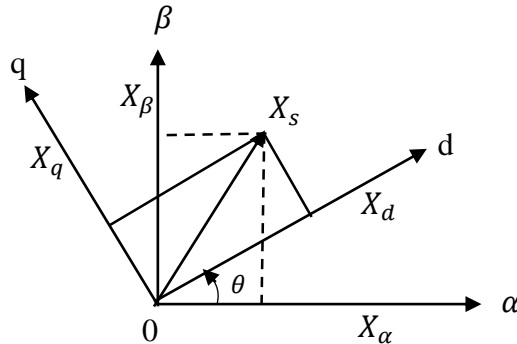
Şekil 5.2. Clarke dönüşümünün vektör diyagramı.

Clarke dönüşümü akım bileşenlerinin büyüklüklerini korur ve aralarındaki dördün bileşenleri (quadrature components) fark eder.

2. Park dönüşümü: bu dönüşüm ilk kez 1929'da Robert H. Park tarafından tanımlandı. Park dönüşümünde dördün bileşenler ile tanımlanan vektörler, belirli bir açı ile döndürülür. Bu dönüşüm, 5.10 denklemi tarafından sağlanır.

$$\begin{bmatrix} X_d \\ X_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_\beta \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Burada sadece  $\sin(\theta)$ 'nin işaretini değiştirerek ters vektör döndürmesi gerçekleştirilebilir. Bu dönüşüm Şekil 5.3'te sunulmaktadır.



Şekil 5.3. Park dönüşümünün vektör diyagramı.

### 5.3.3. Üç fazlı asenkron motorun rastgele referans çatısında modellenmesi

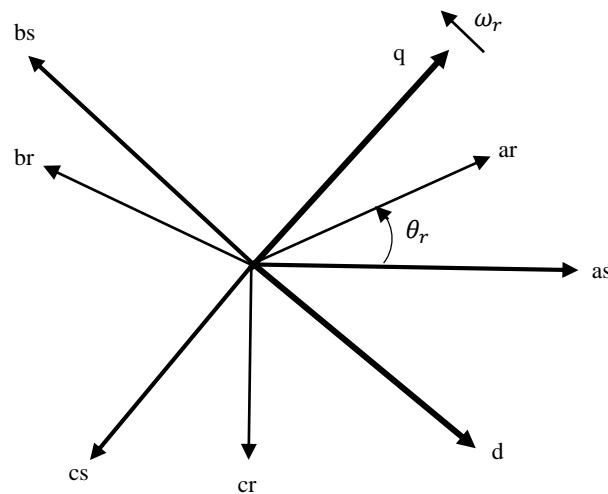
Üç fazlı asenkron makinelerinin, üç ana çalışma bölgesinde modellenmesini sağlayan üç farklı referans çatısı bulunmaktadır. İlk hareket (kalkış) anı için durağan referans çatısı, dengeli hareket (boşta çalışma) için senkron referans çatısı ve ivme veya frenleme (yükli çalışma) anı için döner referans çatısı kullanılmaktadır. Bunların arasında en yaygın olarak kullanılan, durağan ve senkron referans çatısıdır (Lee vd., 1984). Şekil 5.4'te rotor yönünde  $\omega$  hızı ile dönen, rastgele referans çatısında üç fazlı bir asenkron makine gösterilmektedir. Bu referans çatısı aşağıdaki koşullara göre ya durağan yada senkron referans çatısı olabilir:

- $\omega = 0$  ise, eksen sisteminin sabit olduğu anlamına gelir (durağan referans çatısı).
- Eksen sistemi senkron bir hızla dönüyorsa ( $\omega \neq 0$ ), o zaman referans çatısı senkrondur.

Rastgele referans çatısını durağan veya senkron referans çatısına dönüştürülmesi sırasıyla Clarke ve Park dönüşümler ile gerçekleşir. Eksen dönüşümleri, 5.1- 5.6'da sunulan stator ve rotor gerilim, akım ve akı bağlantı denklemlerine aşağıdaki gibi uygulanabilir.

$$\begin{bmatrix} X_{d,\alpha} \\ X_{q,\beta} \\ X_0 \end{bmatrix} = [T(\theta)] \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Burada, "X" hava aralığında yer alan, asenkron motorun stator ve rotor gerilimi, akımı veya akı bağlantısı olabilir.



Şekil 5.4. Rastgele dq0 ve abc eksenleri arasındaki ilişki.

Dönüşüm matrisi  $T(\theta)$ :

$$T(\theta) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\theta) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

İfade ile yazılabilir. Yukardaki denklemde “ $\theta$ ” açısı sıfır ile eşitlenirse dönüşüm clarke dönüşümüdür, aksi halde dönüşüm park dönüşümüdür. Dönüşüm matrisinin tersi matris yöntemlerini kullanarak denklem 5.13’teki gibi elde edilebilir:

$$T(\theta)^{-1} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

### **5.3.3.1. Üç fazlı asenkron motorun durağan referans çatisında modellenmesi**

Durağan referans çatisında değişik mil momentlerini elde etmek için, aşağıda, özetle sunulan stator ve rotora bağlı değişik gerilim ve akı bağlantı denklemleri bulunmaktadır (Popescu, 2000; Robyns vd., 2012).

Stator ve rotor gerilimleri:

$$v_{\alpha s} = \frac{p}{\omega_b} \varphi_{\alpha s} + R_s i_{\alpha s} \quad (5.15)$$

$$v_{\beta s} = \frac{p}{\omega_b} \varphi_{\beta s} + R_s i_{\beta s}$$

$$v_{0s} = \frac{p}{\omega_b} \varphi_{0s} + R_s i_{0s}$$

$$v_{\alpha r} = \frac{p}{\omega_b} \varphi_{\alpha r} - \frac{\omega_r}{\omega_b} \varphi_{\beta r} + R_r i_{\alpha r} \quad (5.16)$$

$$v_{\beta r} = \frac{p}{\omega_b} \varphi_{\beta r} - \frac{\omega_r}{\omega_b} \varphi_{\alpha r} + R_r i_{\beta r}$$

$$v_{0r} = \frac{p}{\omega_b} \varphi_{0r} + R_r i_{0r}$$

Akı bağlantı denklemleri matris notasyonu şeklinde:

$$\begin{bmatrix} \varphi_{\alpha s} \\ \varphi_{\beta s} \\ \varphi_{0s} \\ \varphi_{\alpha r} \\ \varphi_{\beta r} \\ \varphi_{0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{ls} + x_m & 0 & 0 & x_m & 0 & 0 \\ 0 & x_{ls} + x_m & 0 & 0 & x_m & 0 \\ 0 & 0 & x_{ls} & 0 & 0 & 0 \\ x_m & 0 & 0 & x_{lr} + x_m & 0 & 0 \\ 0 & x_m & 0 & 0 & x_{lr} + x_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_{lr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \\ i_{0s} \\ i_{\alpha r} \\ i_{\beta r} \\ i_{0r} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

İle ifade edilir.

Moment denklemleri:

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{p}{2\omega_b} (\varphi_{\alpha r} i_{\beta r} - \varphi_{\beta r} i_{\alpha r}) \quad (5.18)$$

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{p}{2\omega_b} (\varphi_{\beta s} i_{\alpha s} - \varphi_{\alpha s} i_{\beta s})$$

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{p}{2\omega_b} x_m (i_{\beta r} i_{\alpha s} - i_{\alpha r} i_{\beta s})$$

### **5.3.3.2. Üç fazlı asenkron motorun senkron referans çatısında modellenmesi**

Karşılaştırmak amacıyla benzer şekilde senkron referans çatısında değişik mil momentlerini elde etmek için, aşağıda, stator ve rotora bağlı değişik gerilim ve akı bağlantı denklemleri sunulmaktadır (Popescu, 2000; Robyns vd., 2012).

Stator ve rotor gerilimleri:

$$v_{qs} = \frac{p}{\omega_b} \varphi_{qs} + \frac{\omega_e}{\omega_b} \varphi_{ds} + R_s i_{qs} \quad (5.19)$$

$$v_{ds} = \frac{p}{\omega_b} \varphi_{ds} - \frac{\omega_e}{\omega_b} \varphi_{qs} + R_s i_{ds}$$

$$v_{0s} = \frac{p}{\omega_b} \varphi_{0s} + R_s i_{0s}$$

$$v_{qr} = \frac{p}{\omega_b} \varphi_{qr} + \left( \frac{\omega_e - \omega_r}{\omega_b} \right) \varphi_{dr} + R_r i_{qr} \quad (5.20)$$

$$v_{dr} = \frac{p}{\omega_b} \varphi_{dr} - \left( \frac{\omega_e - \omega_r}{\omega_b} \right) \varphi_{qr} + R_r i_{dr}$$

$$v_{0r} = \frac{p}{\omega_b} \varphi_{0r} + R_r i_{0r}$$

Akı bağlantı denklemleri matris notasyonu şeklinde:

$$\begin{bmatrix} \varphi_{qs} \\ \varphi_{ds} \\ \varphi_{0s} \\ \varphi_{qr} \\ \varphi_{dr} \\ \varphi_{0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{ls} + x_m & 0 & 0 & x_m & 0 & 0 \\ 0 & x_{ls} + x_m & 0 & 0 & x_m & 0 \\ 0 & 0 & x_{ls} & 0 & 0 & 0 \\ x_m & 0 & 0 & x_{lr} + x_m & 0 & 0 \\ 0 & x_m & 0 & 0 & x_{lr} + x_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_{lr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{0s} \\ i_{qr} \\ i_{dr} \\ i_{0r} \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

İfade edilir.

Moment denklemleri:

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{p}{2\omega_b} (\varphi_{qr} i_{dr} - \varphi_{dr} i_{qr}) \quad (5.22)$$

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{p}{2\omega_b} (\varphi_{ds} i_{qs} - \varphi_{qs} i_{ds})$$

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{p}{2\omega_b} x_m (i_{dr} i_{qs} - i_{qr} i_{ds})$$

5.15- 5.22'deki denklemler, durağan ve senkron referans çatısına dönüştürülmüş üç fazlı asenkron makinenin dinamik benzetmesinde kullanılan gerekli diferansiyel denklemlerdir. Bu denklemlerdeki  $\varphi$  terimi, aşağıdaki gibi akı " $\lambda$ " ile anma açısal hızı " $\omega_b$ " çarpımından elde edilir:

$$\varphi = \omega_b \lambda \quad (5.23)$$

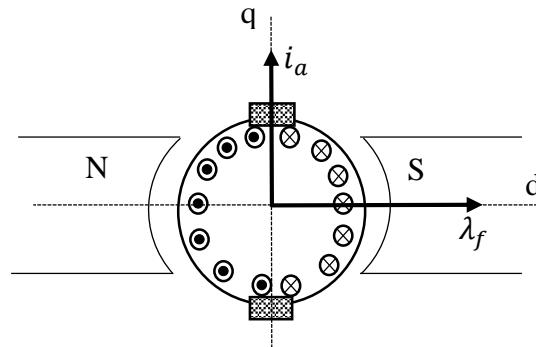
$$x = \omega_b L \quad (5.24)$$

#### 5.4. Vektör Kontrol (Alan Yönlendirmeli Kontrolü) Yöntemi

Asenkron motorun rotor akı bağlantısı özel bir çatıda sabitleştirilirse, elektromanyetik momentinin davranışı serbest uyarmalı doğru akım motordakine benzer bir şekilde olur. Serbest uyarmalı doğru akım motordaki, rotor akısının ve momentin ayrık kontrol edilebilme avantajı asenkron motorun vektör kontrol yönteminde kullanılmaktadır. Vektör kontrol yöntemi, stator akımı tarafından üretilen moment kontrolünün ve rotor akısı kontrolünün ayrılmasına izin verir. Bu da, asenkron motorun kontrolünü serbest uyarmalı doğru akım motor kontrolüne benzer yapar. Şöyle ki, üç fazlı asenkron motorun kontrolünde rotor alanı, serbest uyarmalı doğru akım motor alanı ile eşdeğer olabilir. Ancak asenkron motorda, alanı üreten rotor gerilimi statordaki manyetik alana bağlıdır (Vas, 1990; Ki sul, 2011).

##### 5.4.1. Serbest uyarmalı doğru akım motoru

Serbest uyarmalı doğru akım motorunun Şekil 5.5'te gösterilen basit bir modeli incelenirse, alan devresinin N ve S ile işaretlenen iki kutuplardan oluştuğu görülür. Endüvi devresi, endüvi bobinlerine akım ileten iki fırça ile temsil edilmektedir. Stator alanının uzay vektörü " $\lambda_f$ ", direkt eksenini "d" ile aynı çizgi üzerinde olan stator kutupları tarafından üretilmektedir. Dördün eksenini "q" ile aynı hizada olan endüvi akımının akışı (fırçaların pozisyonu), stator alan vektöründen  $90^\circ$  ile kaymaktadır. Elektromanyetik moment, stator alanına " $\lambda_f$ ", endüvi akımına " $i_a$ " ve ikisinin arasındaki açının sinüsüne bağlıdır. Böylelikle " $\lambda_f$  ve  $i_a$ " bileşenleri uzayda dikgen (ortogonal) olursa, maksimum moment değeri elde edilebilir.



Şekil 5.5. Serbest uyarmalı doğru akım motorunun basit bir gösterimi.

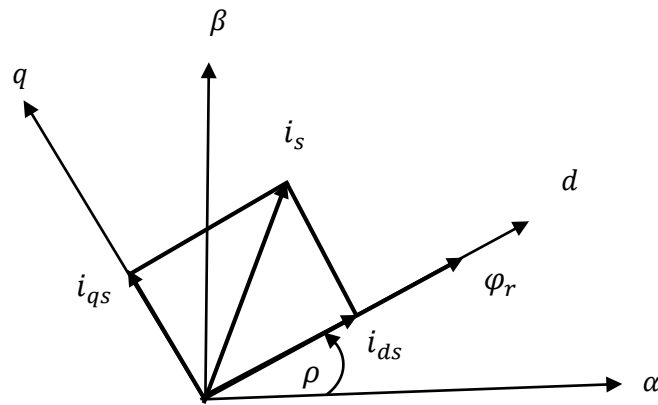
Aslında, alan akımı “ $i_f$ ” tarafından üretilen  $\lambda_f$ 'in ve endüvi akımının farklı sargılara akması nedeniyle, bu iki bileşen ayrı bir şekilde kontrol edilebilir. Doğru akım motorunun uygun değerli moment üretmesi avantajı yanında manyetik alanının ve momentinin ayrı ayrı kontrol edebilme avantajı da bulunur. Serbest uyarmalı doğru akım motorunun moment denklemi (Ki sul, 2011):

$$T_{em} = k_T \lambda_f i_a \quad (5.25)$$

İle ifade edilir. Burada,  $k_T$  motorun hacim ile orantılı olan bir sabittir.

#### 5.4.2. Asenkron motorun vektör kontrolü prensipleri

Üç fazlı sincap kafesli asenkron motorunun, bağımsız bir şekilde frekans ve geriliminin kontrol edilebilmesi kolay olmadığından, kontrol edilmesi oldukça zordur. Hava aralığındaki gerçek akı değeri dönen vektörler (fazör) ile temsil edilebilir. Dolayısıyla, rotor akı bağlantısı “ $\varphi_r$ ” , senkron hız “ $\omega_e$ ” (elektromanyetik akının hızı) ile dönen direkt ekseninin “ $d$ ” hizasında olur. Senkron referans çatısının diğer eksenini “ $q$ ” dikey ekseninden “ $\rho$ ” açısıyla kayar. Senkron çatıda stator akımı “ $i_{sq}$  ve  $i_{sd}$ ” bileşenlerinden oluşur. “ $i_{sd}$ ” bileşeni  $\varphi_r$ 'nin büyüklüğünü etkileyen “ $I_m$ ” değerini gösterir. Birinci bileşene dik olan “ $i_{sq}$ ” bileşeni elektromanyetik momenti etikler. Böylece rotor akısı ve moment bağımsız olarak kontrol edilir. Şekil 5.6 yukarıda anlatılan vektör kontrol prensibini göstermektedir (Wach, 2011; Leonhard, 1996).



Şekil 5.6. Vektör kontrol prensibi.

Kontrol prosedürü,  $i_{sq}$  ve  $i_{sd}$ 'nin ayırması için, rotor akısı konumunun ( $\rho$  açısı) belirlenmesi ve uygun evirici kontrolü seçimi ile başalar. Bu nedenle vektör kontrol yöntemine alan yönlendirmeli kontrolü (FOC) de denilir. Rotor akısı " $\lambda_r$ " konumunu belirlemek için iki temel yaklaşım geliştirilmiştir. Birincisi, elektriksel olarak akı algılayıcıları kullanarak rotor akısı konumunun doğrudan belirlenmesidir. İkincisi ise, artımlı enkoder kullanarak mekaniksel olarak rotor konumunun ölçülmesi ve kaymadan yararlanarak rotor akısının rotor eksenine ile yaptığı açının hesaplanmasıdır. Bu iki yaklaşım ileri kısımlarda ayrıntılı şekilde anlatılmıştır.

Asenkron motorun alan yönlendirmeli kontrolü önemli matematiksel dönüşümler içerir. Bu dönüşümler aşağıdaki gibi üç ana adımlar ile özetle açıklanabilir:

1. İlk olarak referans moment " $T_{em}^*$ " ve referans akı " $\lambda_f^*$ " belirlenir, daha sonra senkron referans çatısında ilişkin  $i_{ds}$  ve  $i_{qs}$  bulunur.
2. Senkron referans çatısını durağan referans çatısına dönüştürmek amacıyla ( $dq \rightarrow \alpha\beta$ ) gerekli açısız yönlendirme açısı " $\rho$ " bulunur, böylece durağan referans çatısının akım bileşenleri ( $i_{\alpha s}, i_{\beta s}$ ) elde edilir.
3. Durağan referans çatısındaki stator akım bileşenleri ( $i_{\alpha s}, i_{\beta s}$ ), evirici kontrolünün tabanı olmak üzere üç fazlı bileşenlere çevrilir (Trzynadlowski, 2001).

#### 5.4.3. Vektör kontrol moment denklemleri

Tüm vektör kontrol stratejileri, sadece stator akım vektörünü kullanarak makine akı bağlantısı ve momentinin kontrol edilebileceğini kabul etmiştir (Wach, 2011). Şekil 5.6'da gösterildiği rotor akı bağlantısı "d" eksenine ile aynı hizada olduğundan dolayı, denklem 5.21'deki senkron çatısının "q" eksenine üzerinde olan akı bağlantı bileşeni aşağıdaki gibi sıfır ile eşitlenir.

$$\lambda_{qr} = L_m i_{qs} + L_r i_{qr} = 0 \quad (5.26)$$

$$i_{qr} = -\frac{L_m}{L_r} i_{qs} \quad (5.27)$$

5.22'deki moment denkleminde  $\lambda_{qr} = 0$  yerine koyulduğunda, moment denklemi:

$$T_{em} = -\frac{3p}{2} \lambda_{dr} i_{qr} \quad (5.28)$$

İle ifade edilir. Denklem 5.27'deki  $i_{qr}$  ifadesi, denklem 5.28'de yerine koyulduğunda moment denklemi aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$T_{em} = \frac{3p}{2} \frac{L_m}{L_r} \lambda_{dr} i_{qs} \quad (5.29)$$

Dolayısıyla, motor momentinin kontrolü, rotor akısının d-ekseni bileşeni ve stator akımının q-ekseni bileşeni ile gerçekleştirilebilir. Sıfır q-eksen kavramı rotor geriliminin q-eksen bileşenine uygulanırsa, rotorun q-eksen gerilimi:

$$\underbrace{v_{qr}}_{=0} = R_r i_{qr} + \underbrace{p\lambda_{qr}}_{=0} + (\omega_e - \omega_r)\lambda_{dr} \quad (5.30)$$

İle ifade edilir, bu denklem kayma hızına  $(\omega_e - \omega_r)$  göre düzenlenirse aşağıdaki gibi olur:

$$(\omega_e - \omega_r) = \frac{R_r i_{qr}}{\lambda_{dr}} \quad (5.31)$$

$\lambda_{dr}$ 'nin değeri sabit olarak varsayılırsa, rotor geriliminin d eksen bileşeni:

$$\underbrace{v_{dr}}_{=0} = R_r i_{dr} + \underbrace{p\lambda_{dr}}_{=0} + (\omega_e - \omega_r)\underbrace{\lambda_{qr}}_{=0} \quad (5.32)$$

İle ifade edilir, bu denklemi yerine getirilmesi,  $i_{dr}$  değerinin sıfır olmasını gerektirir, ancak denklem 5.21'de  $i_{dr}$ 'nin değeri sıfır ile eşitlenirse,  $\lambda_{dr} = L_m i_{ds}$  olur. Bu da denklem 5.31'de yerine koyulduğunda, kayma hızı:

$$(\omega_e - \omega_r) = \frac{R_r i_{qr}}{L_m i_{ds}} \quad (5.33)$$

İle ifade edilir. İlaveten, denklem 5.21'deki  $i_{dr}$  ( $i_{dr} = \frac{\lambda_{dr} - L_m i_{ds}}{L_r}$ ) ifadesi ele alınır ve denklem 5.32'de yerine koyulursa aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\lambda_{dr} = \frac{R_r L_m}{R_r + L_r p} i_{ds} \quad (5.34)$$

#### 5.4.4. Vektör kontrol yöntemleri

Alan yönlendirmeli kontrolü (vektör kontrol) gerçekleştirilebilmek için yönlendirme akısının genlik ve pozisyonunun (açı) bilinmesi gerekir. Yönlendirme akısının genlik ve pozisyon bilgisi ya algılayıcı vasıtasıyla doğrudan makine üzerinden ölçülür ya da makineden ölçülen büyüklükler yardımıyla dolaylı olarak hesaplanarak bulunur. Dolayısıyla alan yönlendirme kontrolü, doğrudan ve dolaylı alan yönlendirme olarak ikiye ayrılır (Popescu, 2000; Patra, 2013).

#### **5.4.4.1. Doğrudan alan yönlendirmeli kontrolü (DFOC)**

Rotor akı vektörü doğrudan algılayıcı kullanarak ölçülürse veya motorun elektriksel değişkenlerini kullanarak tahmin edilirse, doğrudan alan yönlendirme olarak adlandırılır. Bu yöntem rotor akısı olmayan hava aralığı akısının (karşılıklı akı) ölçülmesine dayalıdır. Hava aralığı akısı, uygun yönlendirme için gereken  $\rho$  açısı (yönlendirme açısı) hakkında bilgilere sahiptir. Yönlendirme açısı, motorun stator akım denklemlerini kullanarak elde edilebilir. Stator akımının d (direkt) ve q (dördün) bileşenlerini senkron referans çatısında elde etmek amacıyla, moment ve akı döngülerinde oransal integral kontrol (PI) metodolojisi kullanılır. Bu bileşenler daha sonra durağan referans çatısına dönüştürülür ve son olarak ta eviricinin çalışma koşullarını kontrol etmek üzere üç fazlı akım bileşenlerine çevrilir. Bu karmaşık matematiksel adımlar aşağıdaki gibi açıklanabilir (Trzynadlowski, 2001).

İlk olarak, denklem 5.35 ve 5.36'teki gibi üç fazlı akım bileşenleri, durağan referans çatısında d-q akım bileşenlerine dönüştürülür:

$$i_{\alpha s} = \frac{2}{3} i_{as} - \frac{1}{3} i_{bs} - \frac{1}{3} i_{cs} \quad (5.35)$$

$$i_{\beta s} = \frac{1}{\sqrt{3}} (i_{cs} - i_{bs}) \quad (5.36)$$

$\lambda_{m\alpha} = L_m (i_{\alpha s} + i_{\alpha r})$  olduğundan, akı bağlantı bileşenleri " $\lambda_{\alpha r}$  ve  $\lambda_{\beta r}$ " aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\lambda_{\alpha r} = \frac{L_r}{L_m} \lambda_{m\alpha} - L_{lr} i_{\alpha s} \quad (5.37)$$

$$\lambda_{\beta r} = \frac{L_r}{L_m} \lambda_{m\beta} - L_{lr} i_{\beta s} \quad (5.38)$$

Hesaplanan  $\lambda_{\alpha r}$  ve  $\lambda_{\beta r}$ , yönlendirme açısının ( $\rho$ ) sinüs ve kosinüs 'ünün elde edilmesine imkan verir:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \rho\right) = \cos(\rho) = \frac{\lambda_{\alpha r}}{\lambda_r} \quad (5.39)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \rho\right) = \sin(\rho) = \frac{\lambda_{\beta r}}{\lambda_r} \quad (5.40)$$

Yönlendirme açısını denklem 5.41 ve 5.42'de kullanılarak, stator akımları senkron referans çatısından durağan referans çatısına dönüştürülür:

$$i_{\alpha s}^* = i_{qs}^* \cos(\rho) + i_{ds}^* \sin(\rho) \quad (5.41)$$

$$i_{\beta s}^* = -i_{qs}^* \sin(\rho) + i_{ds}^* \cos(\rho) \quad (5.42)$$

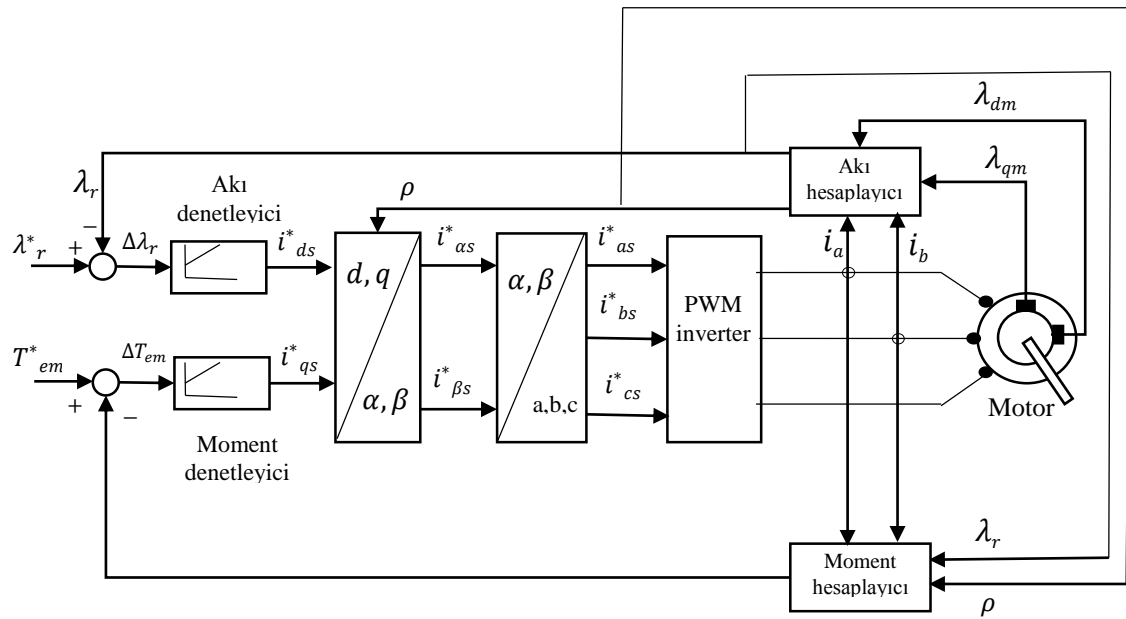
Kontrol döngüsünü tamamlamak için, stator akımının durağan referans çatısı bileşenleri eviricinin çalışma koşullarını kontrol etmek üzere üç fazlı akım bileşenlere çevrilir.

$$i_{\alpha s}^* = i_{\alpha s}^* \quad (5.43)$$

$$i_{\beta s}^* = -\frac{1}{2}i_{\alpha s}^* - \frac{\sqrt{3}}{2}i_{\beta s}^* \quad (5.44)$$

$$i_{cs}^* = -\frac{1}{2}i_{\alpha s}^* + \frac{\sqrt{3}}{2}i_{\beta s}^* \quad (5.45)$$

Doğrudan alan yönlendirmeli kontrolü yönteminin çok adımlı prosedürü Şekil 5.7'de gösterilmektedir.



Şekil 5.7. Asenkron motorun doğrudan alan yönlendirmeli kontrolü blok diyagramı.

#### **5.4.4.2. Dolaylı alan yönlendirmeli kontrolü (IFOC)**

Moment, ya stator akımının senkron çatıda q-ekseni bileşenini ( $i_{qs}$ ) değiştirerek ya da kayma hızını ( $\omega_e - \omega_r$ ) değiştirerek kontrol edilebilir. Rotor akısı ise,  $i_{ds}$  değerini değiştirerek kontrol edilebilir, çünkü referans (istenen) rotor akısı ölçülürse veya verilirse,

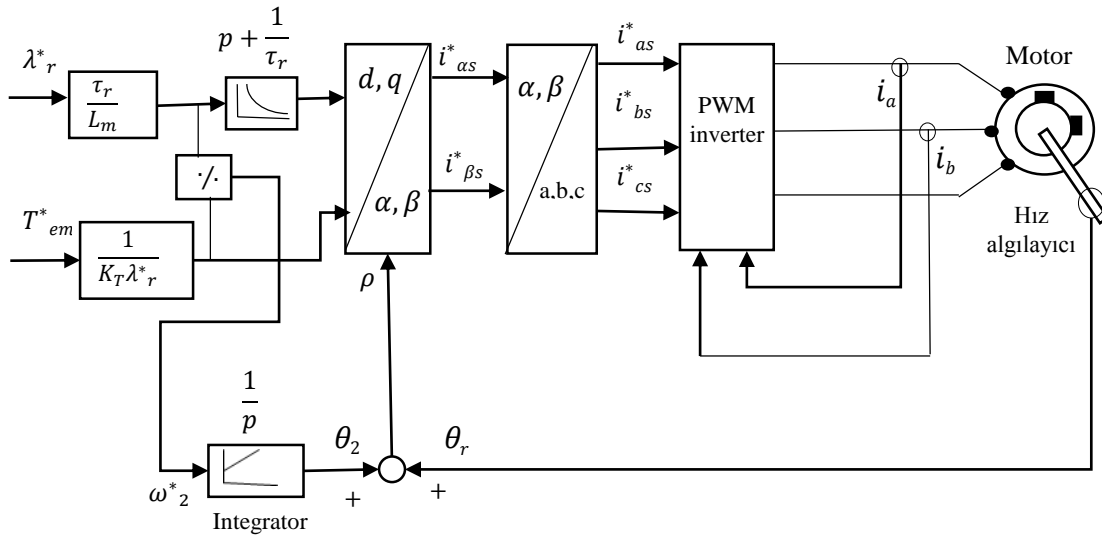
$i_{ds}^*$  denklem 5.34'ü kullanarak elde edilebilir. Böylece, referans moment değeri (Trzynadlowski, 2001):

$$T_{em}^* = \frac{3pL_m}{2L_r} \lambda_{dr}^* i_{qs}^* \quad (5.46)$$

İle bulunur. Denklem 5.33'e  $i_{dr}$ 'nin en uygun yönlendirmesi değerinin sıfır olması ile gerçekleşir. Bu nedenle, referans (istenen) kayma hızı:

$$\omega_2^* = (\omega_e - \omega_r) = \frac{R_r i_{qr}^*}{L_m i_{ds}^*} \quad (5.47)$$

İle elde edilir. Şekil 5.8'de dolaylı alan yönlendirmeli kontrol yönteminin blok diyagramı gösterilmektedir.



Şekil 5.8. Asenkron motorun dolaylı alan yönlendirmeli kontrolü blok diyagramı.

Görüldüğü gibi, yönlendirme açısı " $\rho$ ", rotor açısı " $\theta_r$ " ve kayma hızı açısının " $\theta_2$ " toplamına eşittir. Böylece, rotor açısının sinüs ve kosinüsü manyetik algılayıcılar tarafından belirlenirse, yönlendirme açısı 5.48 ve 5.49 denklemlerini kullanarak elde edilebilir.

$$\cos(\rho) = \cos(\theta_r + \theta_2) = \cos(\theta_r) \cos(\theta_2) - \sin(\theta_r) \sin(\theta_2) \quad (5.48)$$

$$\sin(\rho) = \sin(\theta_r + \theta_2) = \sin(\theta_r) \cos(\theta_2) + \cos(\theta_r) \sin(\theta_2) \quad (5.49)$$

## 6. TREN ÇEKİŞ SİSTEMİNİN BAĞ GRAFİĞİ MODELİ VE SONUÇLAR

### 6.1. Giriş

Bu bölümde, elektrik ve mekanik etki alanları arasındaki bağlantının yüksek düzeyde olduğu heterojen çok alanlı sistemlerin tipik bir örneği olan tren çekiş sisteminin homojen bir modelini sunmak amacıyla bağ grafiği yöntemi kullanılacaktır. Model, TCDD’de kullanılmakta olan E23000 tipi elektrikli banliyö treni üzerinden yapılacaktır. Daha sonra, çekiş sistemindeki cer motorlarını kontrol etmek amacıyla değişik PWM görev döngüleri (duty cycle) kullanılacaktır. Bağ grafiği modeli ve benzetme sonuçları MS1 yazılım paketini kullanarak elde edilecektir.

### 6.2. E23000 Tipi Elektrikli Tren Dizisi

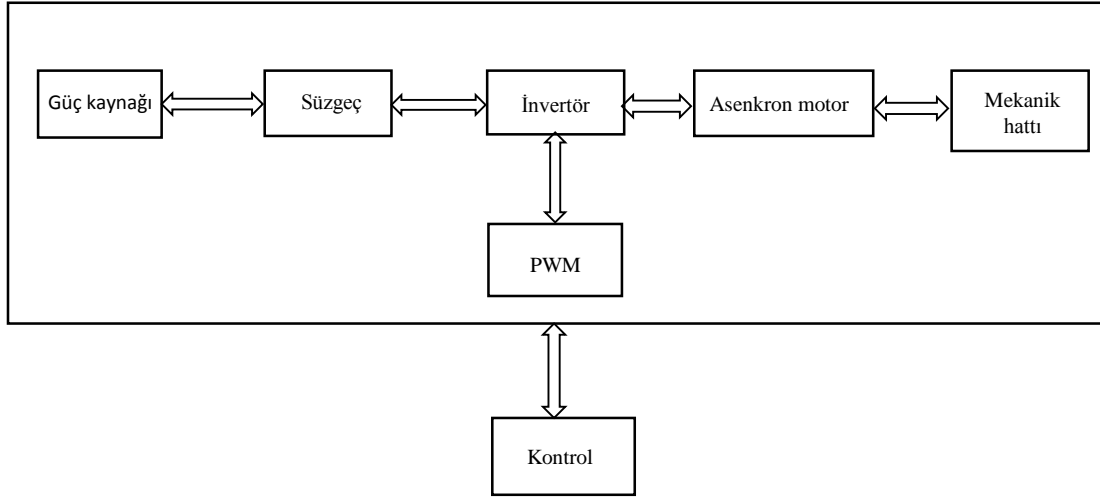
E23000, HYUNDAI-Rotem firması tarafından 2009 yılında Türkiye’de üretilmiş bir elektrikli tren dizisidir. Türkiye kullanımına yönelik bu dizi, AC 25 kV gerilim ile çalışacak şekilde yapılandırılmıştır. Bu dizinin bütün elektrik, mekanik ve fren sistemi bilgileri TCDD E23000 tipi elektrikli banliyö treni makinist eğitimi notasyonunda ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır (TCDD, 2012). Tren çekiş sisteminin teknik özellikleri Çizelge 6.1’de özetlenmektedir.

Çizelge 6.1. E23000 tren dizisinin genel özellikleri.

Güç kaynağı	AC 25 kV- 50 Hz
Toplam dizi ağırlığı	120,1 ton
Maksimum işletim hızı	140 km/h
Ana konvertör	1940 kVA, 1040 V, 466 A
Cer motoru tipi	Üç fazlı sincap kafesli indüksiyon motoru
Kutup sayısı	4
Cer motorunun özellikleri	
Cer gücü	210 kW
Hat gerilimi	1370 V
Faz akımı	111 A
Devir sayısı	2365 tr/min
Frekans	80 Hz
Verim	92 %
Güç faktörü	87%
Kayma	1.5 %

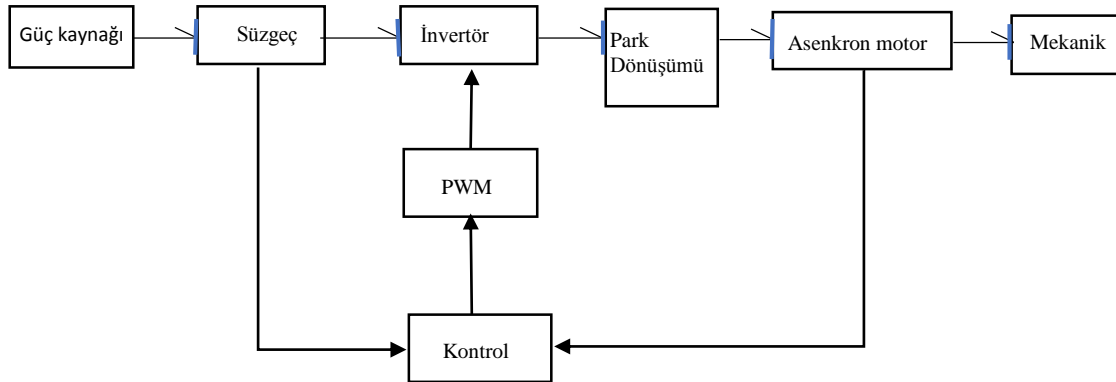
### 6.3. E23000 Tren Dizisinin Bağ Grafiği Modeli

Tren ekiiş sisteminin modelini basitleştirmek iin drt yerine tek cer motoru yaklaşımı (monomotor) kullanılacaktır. Şekil 6.1, bu ekiiş sistemini zetlenmiş bir Şekilde sunmaktadır.



Şekil 6.1. E23000 tipi tren ekiiş sisteminin zetlenmiş blok diyagramı.

Bağ grafiği yöntemini kullanarak Şekil 6.1'in her bir fiziksel kısmı homojen bir Şekilde modellenebilir. Kontrol ve darbe genişliği modülasyonu (PWM) kısımları, matematiksel modellemeyi kullanarak denklemler ile temsil edilebilir. Gü aktarma yönü yarım oklar ile gösterilmektedir. Bu sistemin bağ grafiği modeli Şekil 6.2'de gösterilmektedir.

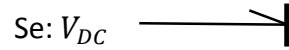


Şekil 6.2. Tren ekiiş sisteminin bağ grafiği modeli.

Her iki tarafın (mekanik ve elektrik) modelleri, aşağıdaki kısımlarda ayrıntılı bir şekilde açıklanacaktır.

### 6.3.1. Güç kaynağı

Normalde, sistem AC 25000 V tarafından desteklenir. Bu gerilim cer motorlarını besleyen ana konvertörün elektrik enerjisini temin eder. Ana konvertör bir AC/DC dönüştürücü (doğrultucu) ve bir evirici seti içerir. Bu set motor tahrikli vagondaki cer motorlarını sürer. AC/DC dönüştürücüsünün çıkışındaki DC 1800 V eviriciye sağlanır. Modelimizde güç kaynağı yerine DC 1800 V kullanılacaktır. Bağ grafiğinde, ağ iletim kayıpları ihmal edilirse, güç kaynağı kolayca bir çaba kaynağı elemanı tarafından temsil edilebilir.

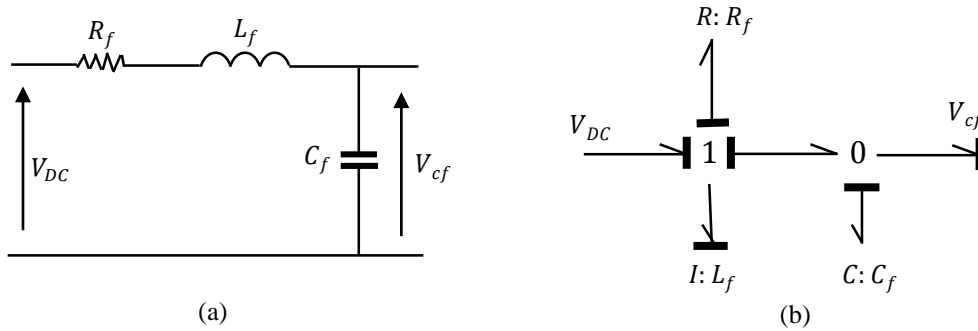


Şekil 6.3. Güç kaynağının bağ grafiği modeli.

### 6.3.2. Statik enerji aktarım modelleri

#### 6.3.2.1. Giriş süzgeci

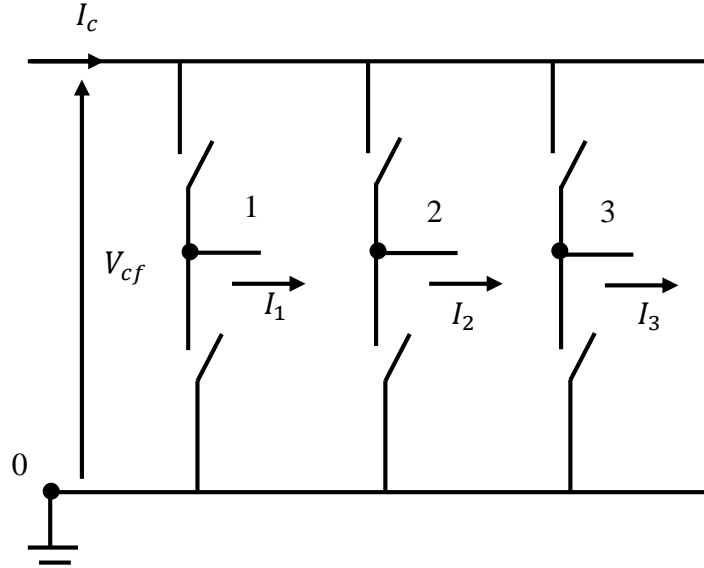
Çekiş sistemi tarafından üretilen harmonik akımları azaltmak ve güç ağından (katener) gelen bozuklukları süzmek amacıyla, çekiş sisteminde ikinci dereceden LCR türü süzgeç kullanılır. Bu tür süzgecin elektrik şeması ve ilişkin bağ grafiği modeli Şekil 6.4'te gösterilmektedir.



Şekil 6.4. Giriş süzgeci: (a) elektrik şeması (b) ilişkin bağ grafiği modeli.

### 6.3.2.2. Evirici (invertör)

Asenkron makineyi güçlendirmek için, eviriciyi kullanarak doğru akım bileşenleri (DC) alternatif akım bileşenlere (AC) dönüştürülür. Bu çalışmada evirici bağlantısında ve yarı iletkenlerin anahtarlama sürecinde hiçbir kayıp olmayacağı varsayılacaktır. Denklem 6.1 eviricinin çalışması ile ilgili ilişkileri göstermektedir.



Şekil 6.5. Evirici (invertör).

$$V_n = \frac{1}{3}(c_1 + c_2 + c_3)V_{cf} \quad (6.1)$$

$$V_1 = c_1V_{cf} - V_n = \frac{1}{3}(2c_1 - c_2 - c_3)V_{cf} = \eta_1V_{cf}$$

$$V_2 = c_2V_{cf} - V_n = \frac{1}{3}(2c_2 - c_1 - c_3)V_{cf} = \eta_2V_{cf}$$

$$V_3 = c_3V_{cf} - V_n = \frac{1}{3}(2c_3 - c_2 - c_1)V_{cf} = \eta_3V_{cf}$$

Burada,  $c_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) evirici bacalarının bağlantı durumunu göstermektedir ( $c_i = 1$  bağlantılı,  $c_i = 0$  bağlantısız). Eviriciye sağlanan yük değerinin dengeli olduğu kabul edilirse (bizim durumumuzda asenkron makine üç özdeş rotora sahip olduğu varsayılırsa), evirici bacalarının akımları da dengeli olur. Akımların dengeli olması ilişkin gerilimleri de dengeli yapar:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \Rightarrow V_1 + V_2 + V_3 = 0 \quad (6.2)$$

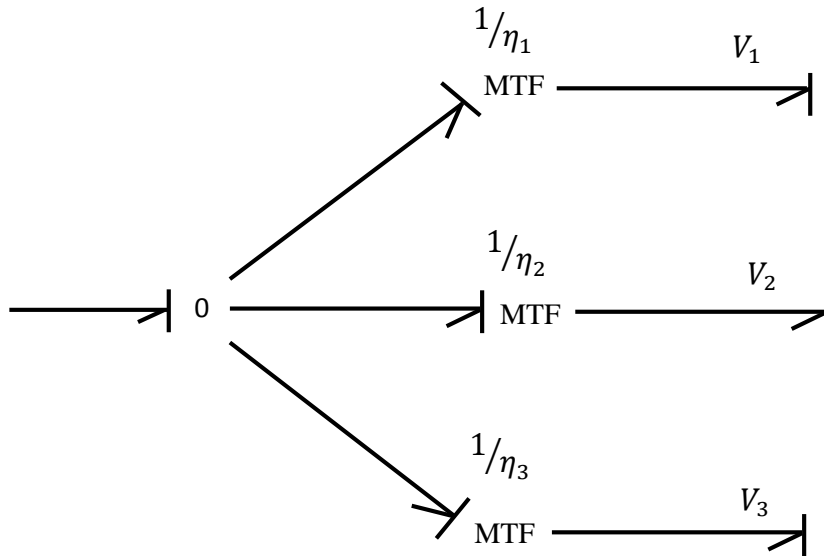
Eviricinin girişindeki doğru akım “ $I_c$ ” ise,  $I_1 + I_2 + I_3 = 0$  varsayarak bu akım şebeke akımının ve bağlantı durumunun fonksiyonu olarak temsil edilebilir:

$$I_c = c_1 I_1 + c_2 I_2 + c_3 I_3 \quad (6.3)$$

$$I_c = \left(\frac{2c_1 - c_2 - c_3}{3}\right)I_1 + \left(\frac{2c_2 - c_1 - c_3}{3}\right)I_2 + \left(\frac{2c_3 - c_2 - c_1}{3}\right)I_3$$

$$I_c = \eta_1 I_1 + \eta_2 I_2 + \eta_3 I_3$$

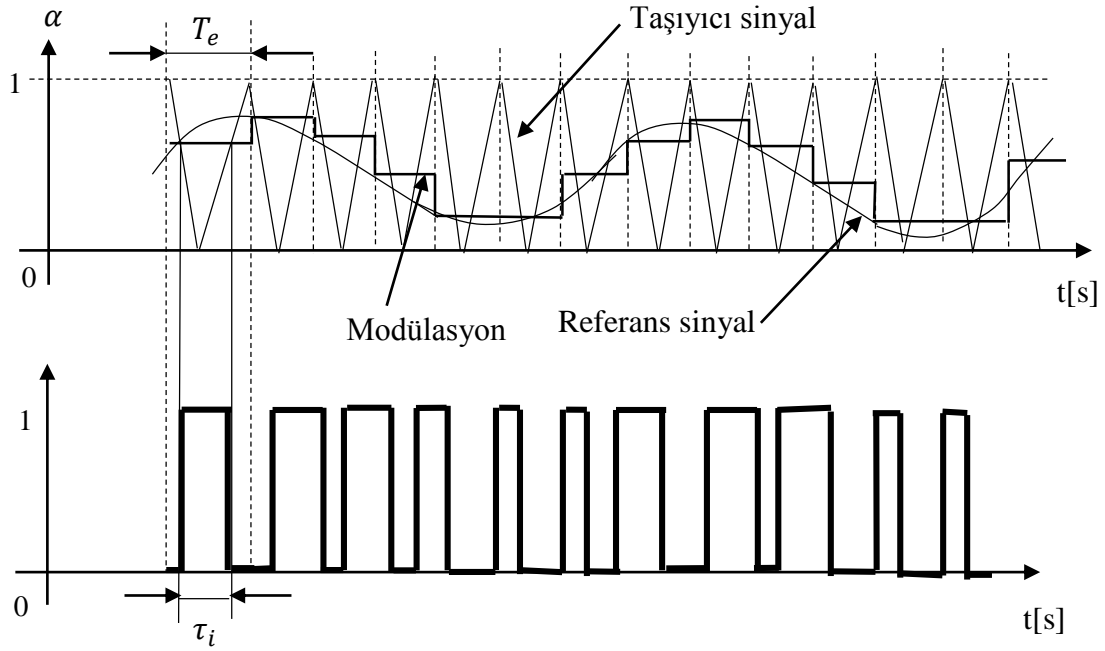
Bu varsayımlar altında üç fazlı eviricinin bağ grafiği modeli, kazancı darbe genişliği modülasyonu tarafından kontrol edilen üç tane ayarlanabilir transformatör (MTF) elemanı ile temsil edilebilir. Üç fazlı eviricinin bağ grafiği modeli Şekil 6.6’da gösterilmektedir.



Şekil 6.6. Eviricinin bağ grafiği modeli.

### **6.3.2.3. Darbe genişliği modülasyonu (PWM)**

Darbe genişliği modülasyonu evirici için kontrol sinyalini sağlar. PWM, ortalama değer ve anlık değer olmak üzere iki farklı şekilde modellenebilir. Anlık değerde, PWM’ nin çıktıları evirici bacaklarının bağlantı durumu ile ilişkilendirilir. Ortalama değerde ise, PWM ’nin çıktıları görev döngüsü (duty cycle) ile ilişkilendirilir. Örneğin, anahtarlama periyodunun ortasına odaklanan düzenli simetrik PWM darbeleri kullanılırsa, anahtarlama sinyalinin yapısı Şekil 6.7’deki gibi olur.



Şekil 6.7. Düzenli simetrik bir PWM darbeleri.

Düzenli simetrik bir PWM, bağlantı süresinin analitik hesaplanmasına izin verir. Böylece, görev döngüsünün de hesaplanması mümkün olur. Bağlantı süresi ve görev döngüsü:

$$\tau_i = \frac{T_e}{2} + \frac{T_e}{V_c} V_i \quad (6.4)$$

$$\alpha_i = \frac{\tau_i}{T_e}$$

İle ifade edilir. Böylece, eviricide (MTF elemanlarının kazancında) bağlantı durumu yerine görev döngüsü kullanarak anlık değerli bir PWM eviricisi kolayca ortalama değer olarak modellenenir.

### 6.3.3. İleri ve ters eksen (Clarke ve Park) dönüşümleri

Bu çalışmada ileri eksen dönüşümleri, bağ grafiği yöntemini kullanarak modellenecektir. Ters eksen dönüşümler, kontrol biriminde olduğundan matematiksel olarak denklemler ile temsil edilecektir. Park ve Clarke dönüşümleri hakkında 4'üncü bölümde bahsedildi.

Bu dönüşümler kısaca:

$$\begin{bmatrix} X_{d,\alpha} \\ X_{q,\beta} \\ X_0 \end{bmatrix} = T[\theta] \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

İle ifade edilir. Dönüşüm matrisi “ $T[\theta]$ ” ise:

$$T(\theta) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\theta) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

İfade edilir. Yukardaki denklemde “ $\theta$ ” açısı sıfır ile eşitlenirse dönüşüm Clarke dönüşümüdür, aksi halde dönüşüm Park dönüşümüdür. Ters Park ve Clarke dönüşümü:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = T^{-1}[\theta] \begin{bmatrix} X_{d,\alpha} \\ X_{q,\beta} \\ X_0 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

İle ifade edilir. Clarke ve Park dönüşümleri arasındaki ilişki:

$$\langle X \rangle_{d,q} = A \langle X \rangle_{\alpha,\beta} \quad (6.8)$$

$$\langle X \rangle_{\alpha,\beta} = A^{-1} \langle X \rangle_{d,q}$$

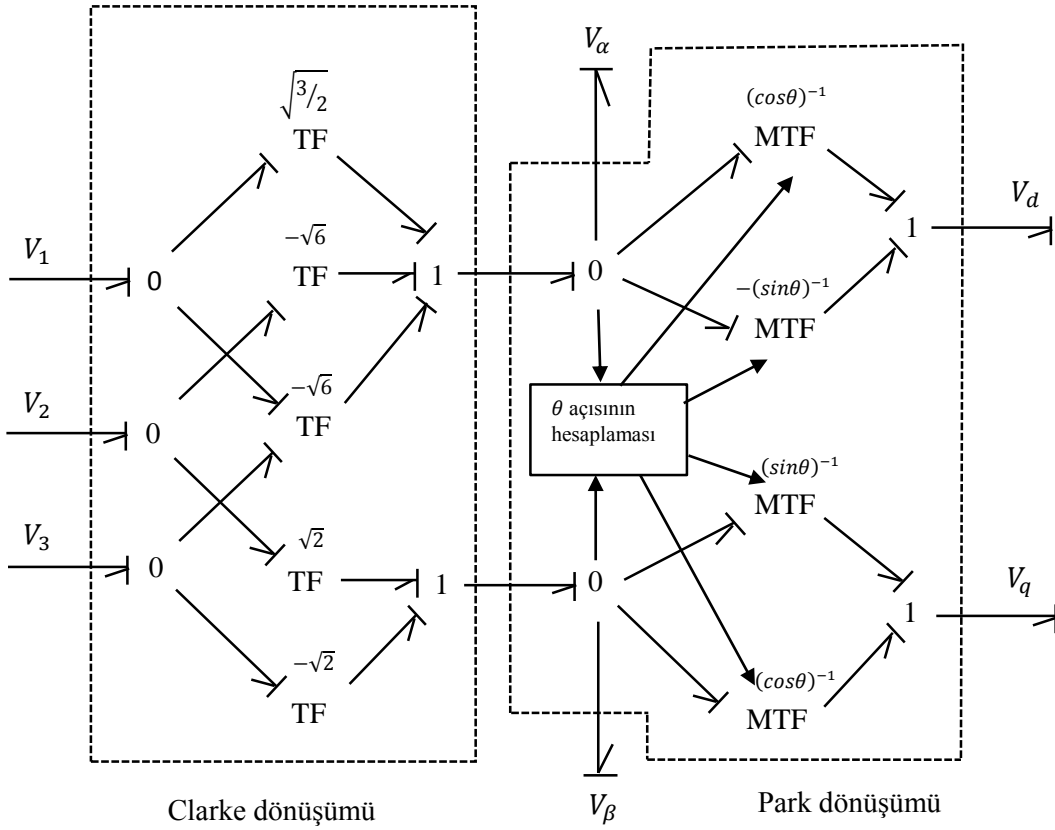
$$A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

İle ifade edilir. Clarke ve Park dönüşümünün bağ grafiği modeli Şekil 6.8’de gösterilmektedir. Görüldüğü gibi Park dönüşümü, kazançları  $\theta$  açısı ile ayarlanan MTF elemanları tarafından modellenmektedir. Hesaplama bloğu MTF elemanlarının kazancını belirlemek için gerekli  $\theta$  açısını değerlendirir.

$\theta$  açısı aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\theta = \arctan \frac{\lambda_{r\beta}}{\lambda_{r\alpha}} \quad (6.9)$$

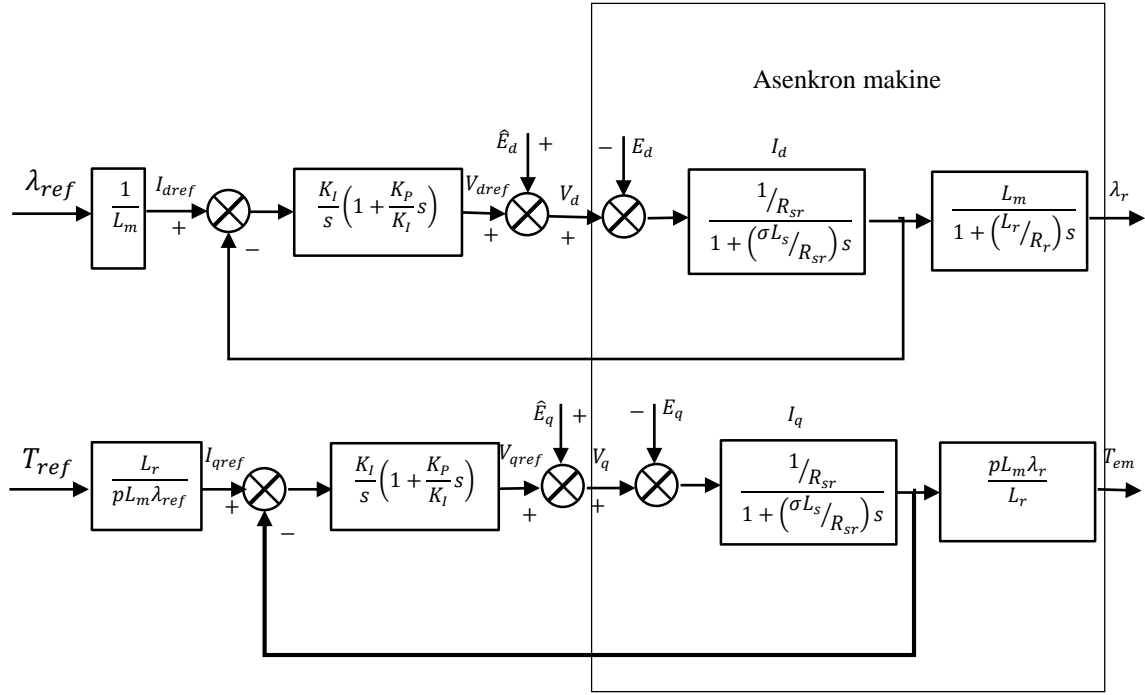
Eksen dönüşümünün çıktıları ( $V_\alpha, V_\beta, V_d$  ve  $V_q$ ) asenkron makineyi gereken referans çatısında (durağan veya senkron) modellemek amacıyla kullanılır.



Şekil 6.8. Eksen dönüşümlerinin bağ grafiği modeli.

### 6.3.4. Kontrol birimi

Motorun rotor akısı ve elektromanyetik momentine bağımsız bir şekilde kontrol etmek amacıyla 4'üncü bölümde söz edilen doğrudan alan yönlendirmeli kontrolü (doğrudan vektör kontrolü) yöntemi uygulanacaktır. Sıfır sürekli durum hatası elde etmek için, PI denetleyicileri kullanılacaktır. Uygulanan kontrolün yapısı Şekil 6.9'da gösterilmektedir. Tüm değişkenler rotor alanı boyunca yönlendirilip senkron (d, q) referans çerçevesinde gösterilmektedir.



Şekil 6.9. Doğrudan vektör kontrolünün yapısı.

Burada,

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r} \quad (6.10)$$

$$R_{sr} = R_s + \left(\frac{L_m}{L_r}\right)^2 R_r \quad (6.11)$$

$$E_d = \frac{L_m}{L_r} R_r \lambda_{rd} + \sigma L_s \omega_{\theta s} i_{sq} \quad (6.12)$$

$$E_q = -\frac{L_m}{L_r} \omega \lambda_{rd} - \sigma L_s \omega_{\theta s} i_{sd} \quad (6.13)$$

Tahmini elektromotor kuvvetleri ( $\hat{E}_d$  ve  $\hat{E}_q$ ),  $E_d$  ve  $E_q$  fiziksel terimlerini iptal etmek için eklenir. Makinenin d ve q eksenlerindeki elektriksel kutuplarının eşit oldukları varsayılırsa, bu kutupları dengelemek için aşağıdaki ilişki elde edilir:

$$K_P = \frac{\sigma L_s}{R_{sr}} K_I \quad (6.14)$$

$K_I$ ' nin değeri, istenen dinamik değerlere sahip olabilecek şekilde, kapalı döngü kutuplarını yerleştirmek amacıyla seçilir. Rotor akısına bağlı stator gerilimlerinin referans değeri

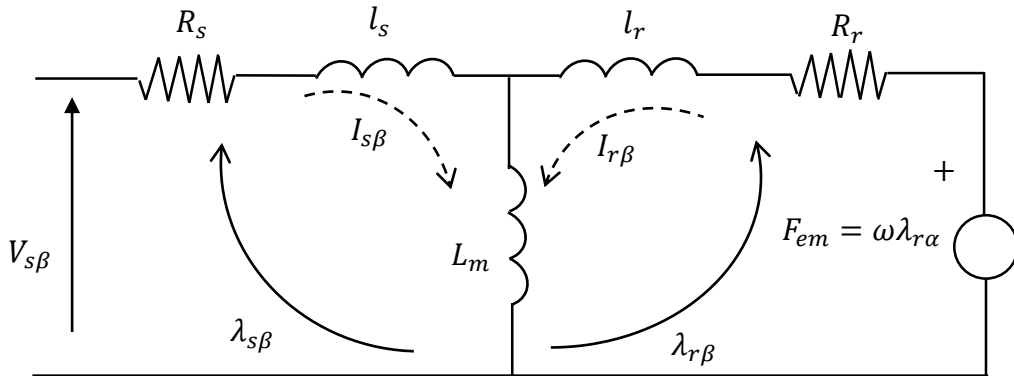
senkron (d,q) referans çatısında belirlendikten sonra, stator gerilimleri ters eksen dönüşümlerini (ters park ve ters clarke) kullanarak üç fazlı eksen sistemine dönüştürülür. Daha sonra, üç fazlı gerilimleri kullanarak PWM eviricinin görev döngüsü hesaplanır.

### 6.3.5. Asenkron makinenin bağ grafiği modeli

Üç fazlı asenkron makine, varsayılan eşdeğer elektriksel devresine ve seçilen referans çatılarına göre farklı biçimlerde modellenebilir. Bu kısımda, asenkron makine eşdeğer elektriksel devresine ve seçilen referans çatısına göre üç farklı biçimde modellenecektir.

#### 6.3.5.1. Birden çok bağlantılı (multi port) elemanları kullanarak asenkron makinenin durağan ( $\alpha, \beta$ ) referans çatısında modellenmesi

Şekil 6.10'da asenkron makinenin  $\beta$ - eksenine ilişkin eşdeğer elektriksel devresi gösterilmektedir. Kolayca,  $F_{em}$ 'in kutbunu ve " $\alpha$ " değişkenini değiştirerek,  $\alpha$ -ekseni devresi elde edilebilir.

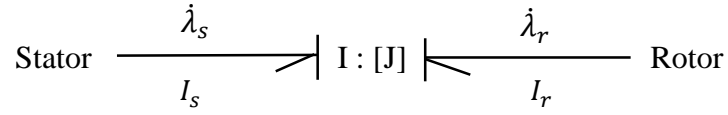


Şekil 6.10. Asenkron makinenin  $\beta$ - ekseninde eşdeğer elektriksel devresi.

Asenkron makinelerde, stator ve rotor arasındaki kuplaj aşağıdaki denklem tarafından ifade edilir.

$$\begin{bmatrix} \lambda_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & L_m \\ L_m & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

Bağ grafiği yönteminde, bu ilişki Şekil 6.11'de gösterildiği gibi çok bağlantılı I elemanı vasıtasıyla modellenebilir.



Şekil 6.11. Çok bağlantılı I elemanı kullanarak stator ve rotor arasındaki kuplajın gösterimi.

Burada,

$$J = \begin{bmatrix} L_s & L_m \\ L_m & L_r \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

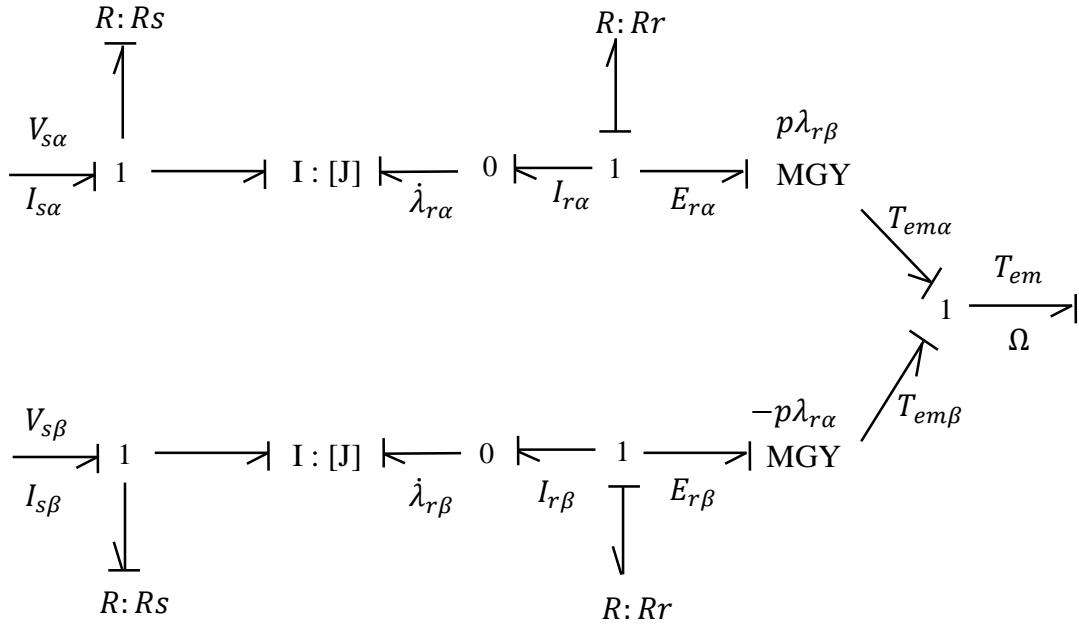
Elektromanyetik çeviri (moment) denklem 6.17’de sunulmaktadır. Bağ grafiği yönteminde bu çeviri, kazancı rotor akısı tarafından sağlanan ayarlanabilir jirator (MGY) elemanı ile modellenir. Bu çeviri asenkron makinenin doğrusalsızlığını ortaya çıkarır.

$$T_{em} = T_{em\alpha} + T_{em\beta} = p(\lambda_{r\beta}i_{r\alpha} - \lambda_{r\alpha}i_{r\beta}) \quad (6.17)$$

$$E_{r\alpha,\beta} = \pm p\lambda_{r\alpha,\beta}\Omega$$

$$\omega = p\Omega$$

Şekil 6.10’un bağ grafiği modeli çok bağlantılı I elemanını kullanarak Şekil 6.12’de gösterilmektedir.



Şekil 6.12. Çok bağlantılı I elemanını kullanarak asenkron makinenin  $(\alpha, \beta)$  referans çatısında bağ grafiği modeli.

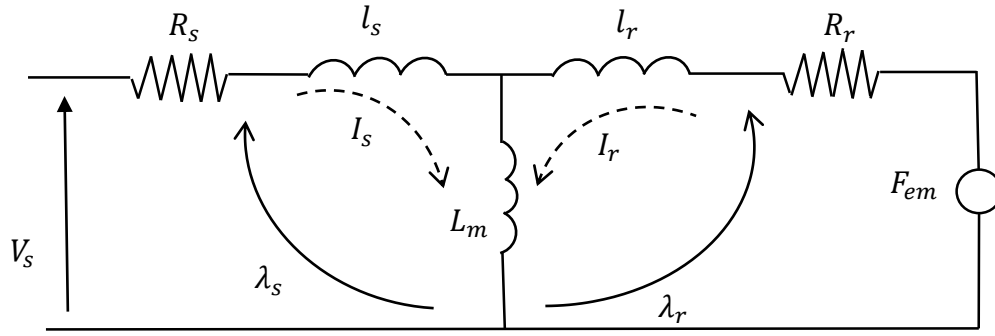
### **6.3.5.2. Tek bağlantılı (mono port) elemanları kullanarak asenkron makinenin durağan $(\alpha, \beta)$ referans çatısında modellenmesi**

Asenkron makinenin modeli döngüsel stator, rotor ve mıknatıslanma endüktansına ( $L_s$ ,  $L_r$  ve  $L_m$ ) bağlı olduğu önceki kısımda gösterildi. Ancak fiziksel olarak, makinenin mıknatıslanma endüktansı ( $L_m$ ) aşağıdaki gibi kaçak indüktansı ( $l_s$  ve  $l_r$ ) ile ilişkilidir.

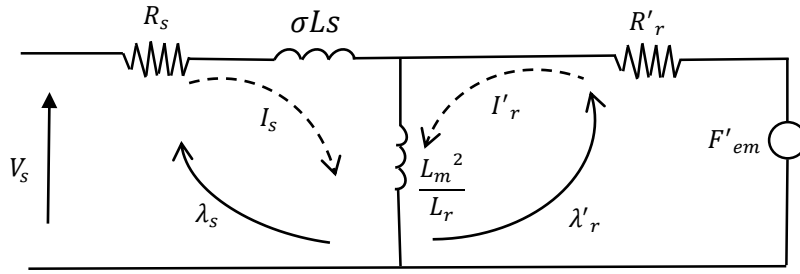
$$l_s = L_s - L_m \quad (6.18)$$

$$l_r = L_r - L_m$$

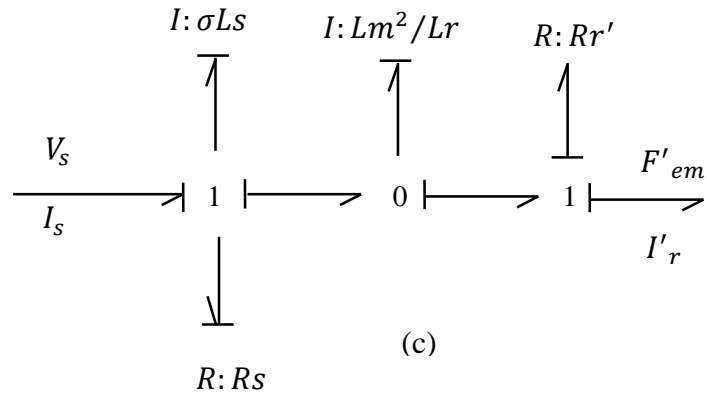
Dolayısıyla, Şekil 6.10'da sunulan asenkron makinenin stator gerilimine bağlı eşdeğer elektriksel devresi Şekil 5.13'teki gibi farklı bir biçimde gösterilebilir. Şekil 6.13.c'deki tek bağlantılı elemanları kullanarak asenkron makinenin bağ grafiği modeli sayesinde, asenkron makine bütün referans çatılarında (durağan veya senkron) modellenebilir.



(a)



(b)



(c)

Şekil 6.13. Asenkron makinenin kaçak endüktansı ile modellenmesi: a. Temel elektriksel devresi, b. Stator gerilimine bağlı indirgenmiş eşdeğer devre ve c. İlişkin bağ grafiği modeli.

Temel model ile kaçak endüktansına ilişkin eşdeğer model değişkenleri arasındaki ilişki aşağıdaki gibidir.

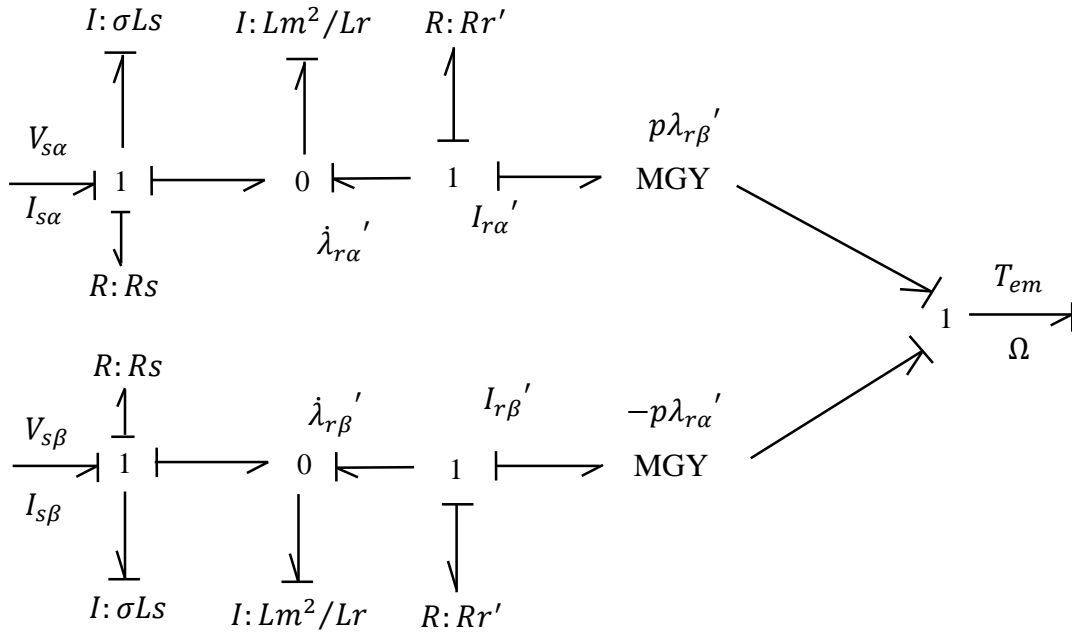
$$R_r' = \left(\frac{L_m}{L_r}\right)^2 R_r \quad (6.19)$$

$$F_{em}' = \frac{L_m}{L_r} F_{em}$$

$$i_r' = \frac{L_m}{L_r} i_r$$

$$\lambda_r' = \frac{L_m}{L_r} \lambda_r$$

Kaçak endüktansı ile modellenen asenkron makinenin stator gerilimine bağlı  $\alpha, \beta$  referans çerçevesinde bağ grafiği modeli Şekil 6.14'te gösterilmektedir.

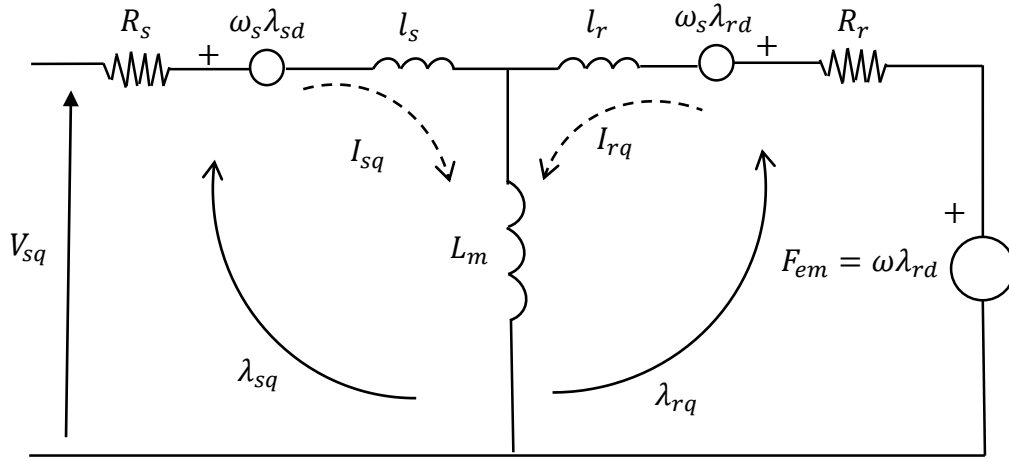


Şekil 6.14. Kaçak endüktansı ile modellenen asenkron makinenin stator gerilimine bağlı  $\alpha, \beta$  referans çerçevesinde bağ grafiği modeli.

### **6.3.5.3. Asenkron makinenin statora bağlı senkron (d,q) referans çerçevesinde modellenmesi**

Durağan ( $\alpha, \beta$ ) referans çerçevesindeki asenkron makinenin tüm değişkenleri alternatif ve nominal değerleri (çalışma noktası) sıfır olduğundan, bu referans çerçevesinde modellenen asenkron makinenin doğrusallaştırılması mümkün değildir. Öte yandan, sistemin durum

uzayı denklemleri ve kararlılık analizi gibi birçok sistematik işlemler sistemin doğruluğunu gerektirir. Asenkron makine, senkron (d, q) referans çerçevesinde modellenildiğinde, model belirli bir çalışma noktası etrafında doğrusallaştırılabilir. Bu nedenle asenkron makineyi senkron referans çerçevesinde modellemek daha mantıklıdır. Şekil 6.15'te asenkron makinenin q-eksenine ilişkin eşdeğer elektriksel devresi sunulmaktadır (kolayca,  $F_{em}$ 'in kutbunu ve "d" değişkenini değiştirerek, d-ekseni devresi elde edilebilir).



Şekil 6.15. Asenkron makinenin q-ekseninde eşdeğer elektriksel devresi.

Asenkron makinenin senkron referans çerçevesindeki gerilim denklemlerinden, statorun kaçak akısına indirgenmiş stator gerilim denklemleri aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$v_{sd} = R_s i_{sd} - \omega_s \lambda_{sq} + \sigma L_s \frac{di_{sd}}{dt} + \frac{L_m^2}{L_r} \left( \frac{di_{sd}}{dt} + \frac{di_{rd}'}{dt} \right) \quad (6.20)$$

$$0 = R_s i_{sq} - \omega_s \lambda_{sd} + \sigma L_s \frac{di_{sq}}{dt} + \frac{L_m^2}{L_r} \left( \frac{di_{sq}}{dt} + \frac{di_{rq}'}{dt} \right)$$

$$0 = \left( \frac{L_m}{L_r} \right)^2 R_r i_{rd}' - (\omega_s - \omega) \lambda_{rq}' + \frac{L_m^2}{L_r} \left( \frac{di_{sd}}{dt} + \frac{di_{rd}'}{dt} \right)$$

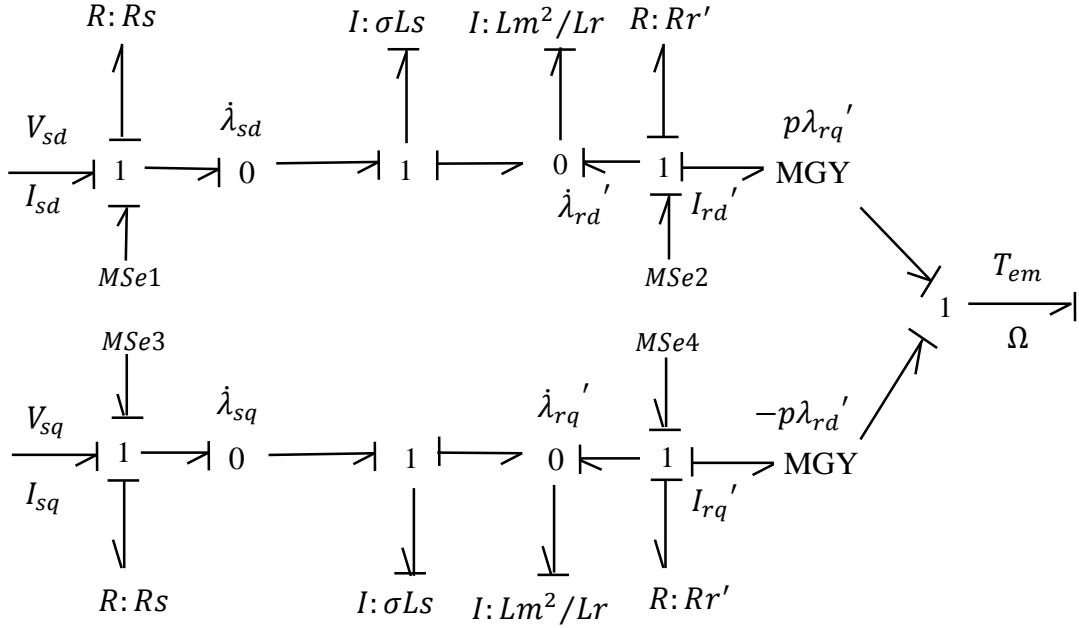
$$0 = \left( \frac{L_m}{L_r} \right)^2 R_r i_{rq}' - (\omega_s - \omega) \lambda_{rd}' + \frac{L_m^2}{L_r} \left( \frac{di_{sq}}{dt} + \frac{di_{rq}'}{dt} \right)$$

6.20'deki denklemler iki farklı girdiye bağlıdır, stator geriliminin genliği ( $v_{sd}$ ) ve hızı ( $\omega_s$ ).

Stator gerilim hızı ( $\omega_s$ ), stator gerilim fazından ( $\theta_s$ ) aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\omega_s = \frac{d\theta_s}{dt} \quad (6.21)$$

Stator gerilim fazı ( $\theta_s$ ) park dönüşümündeki hesaplama bloğundan elde edilebilir (Şekil 6.8. bkz.). Asenkron makinenin senkron (d, q) referans çarısında stator gerilimine bağı bağı grafiğı modeli Şekil 6.16'da sunulmaktadır.



Şekil 6.16. Asenkron makinenin (d, q) referans çarısında stator gerilimine bağı bağı grafiğı modeli.

Şekil 6.16'daki MSe elemanları:

$$MSe_1 = \omega_s \lambda_{sq} \quad (6.22)$$

$$MSe_2 = \omega_s \lambda_{rq}'$$

$$MSe_3 = -\omega_s \lambda_{sd}$$

$$MSe_4 = -\omega_s \lambda_{rd}'$$

$$\lambda_r' = \frac{L_m}{L_r} \lambda_r$$

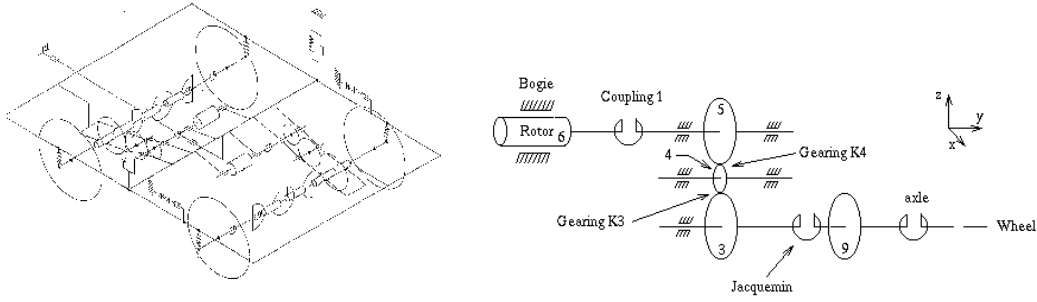
İle ifade edilir.

### 6.3.6. Mekanik hattının modellenmesi

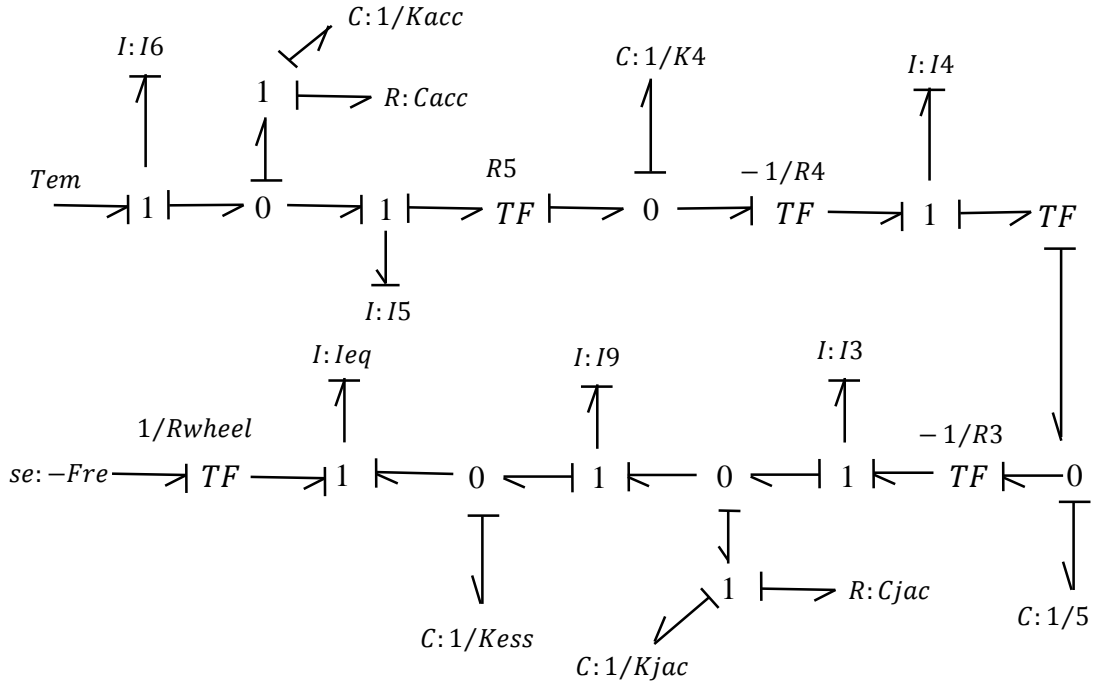
Mekanik hattı aşağıdaki gibi iki farklı kısımdan oluşur:

- Mekanik kaplin ve redüktörlerden oluşan mekanik aktarma kısmı.
- Adezyon kanunu ile uyumlu olan ray ve tekerlek arasındaki bağlantı.

Mekanik aktarma kısmında, motorun ataleti temel mil üzerinde trenin gövdesine monte edilmiş birinci kaplin (hareketli redüktör) tarafından takip edilir. Çıkış redüktörde (tekerlek ataletinden önce), Jacquemin diye adlandırılan farklı bir kaplin elemanı bulunur. Tren mekanik hattının bağ grafiği modeli Alstom topluluğu tarafından geliştirilmiştir. Mekanik hattı özetlenmiş nitelikte Şekil 6.17’de gösterilmektedir. Şekil 6.18 mekanik hattının bağ grafiği modelini göstermektedir (Belhadj, 2006). Bu çalışmada, ray ve tekerlek arasında oluşan kayma veya patinaj durumları göz ardı edilmektedir.



Şekil 6.17. Tren mekanik hattının şeması (Belhadj, 2006).

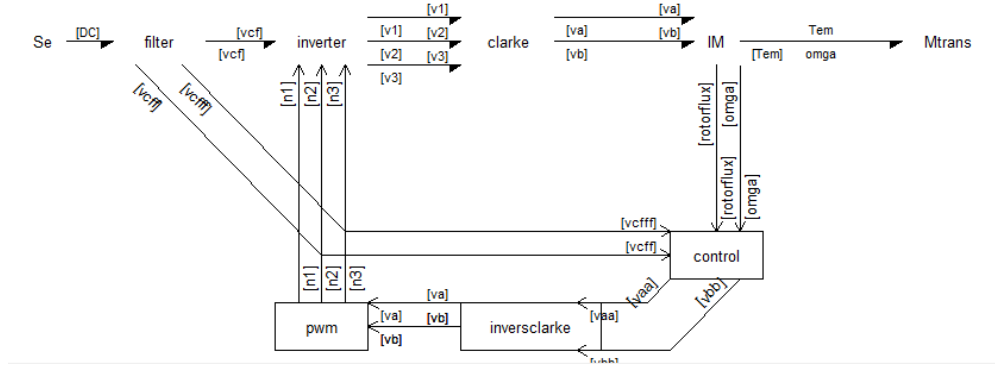


6.18. Tren mekanik hattının bağ grafiği modeli (Belhadj, 2006).

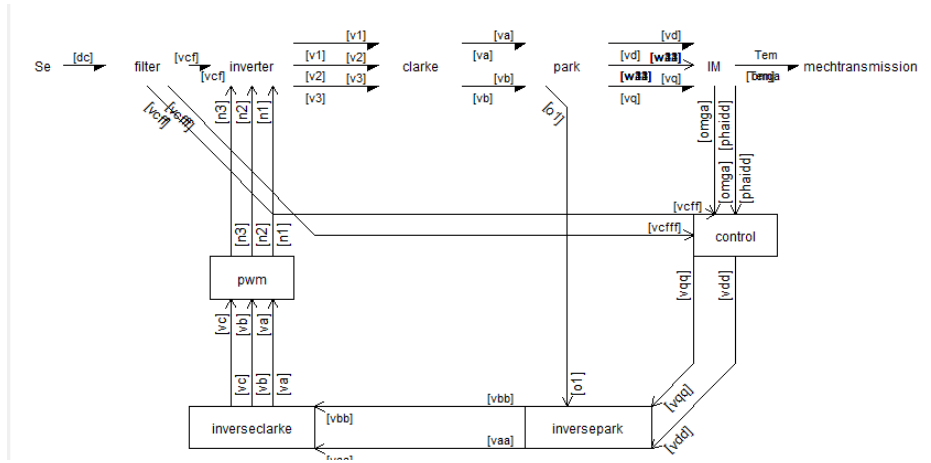
#### 6.4. Sistemin Simülasyonu

Sistemin simülasyonunda F. Lorenz tarafından geliştirilen MS1 modelleme ve simülasyon programı kullanılmıştır. Program, doğrusal ve doğrusal olmayan sistemlerin analizini ve simülasyonunu yapabilecek şekilde tasarlanmıştır. MS1 programının avantajlarından biri sistemin parça parça modellenmesine izin vermesidir (hiyerarşik modelleme). Sistemin farklı kısımları aynı zamanda farklı modelleme yöntemleri ile modelleyebilmesi (örneğin bağ grafiği, blok diyagramı ve matematiksel modelleme), bu programın ayrı bir avantajını da ortaya çıkarmaktadır. Simülasyonda kullanılan program demo versiyonudur.

MS1 programını kullanarak tren çekiş sisteminin bağ grafik modeli Şekil 6.19'da sunulmaktadır. Güç aktarım yönünde olan kısımlar bağ grafiği yöntemi ile modellenmiştir. Kontrol kısmı, blok diyagramı ve matematiksel olarak modellenmiştir. Analizi basitleştirmek amacıyla mekanik kısmı sadece " $J_m$ " motor milinin ataleti ve " $f$ " motor milinin sürtünmesi ile temsil edilmiştir.



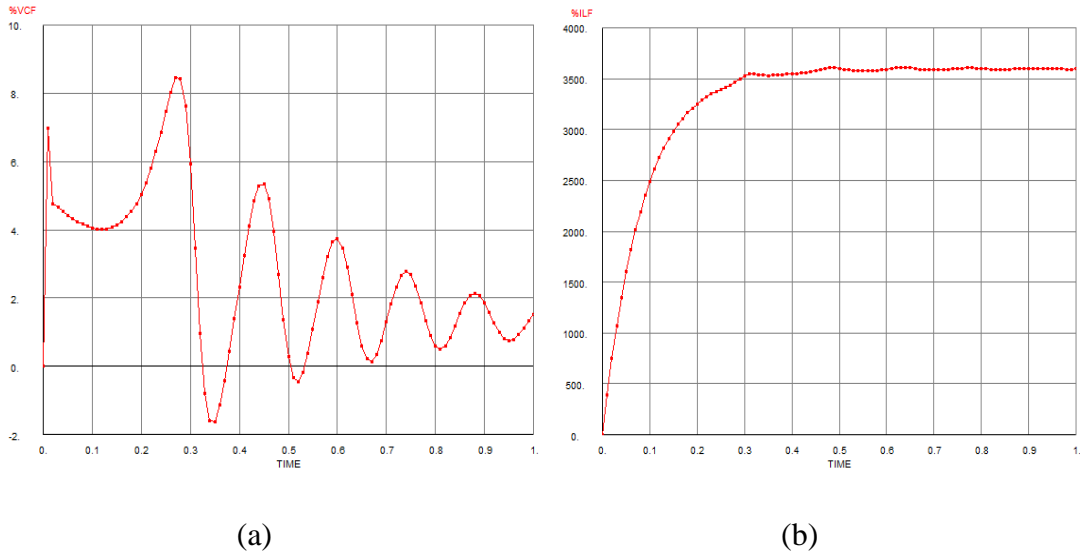
(a)



(b)

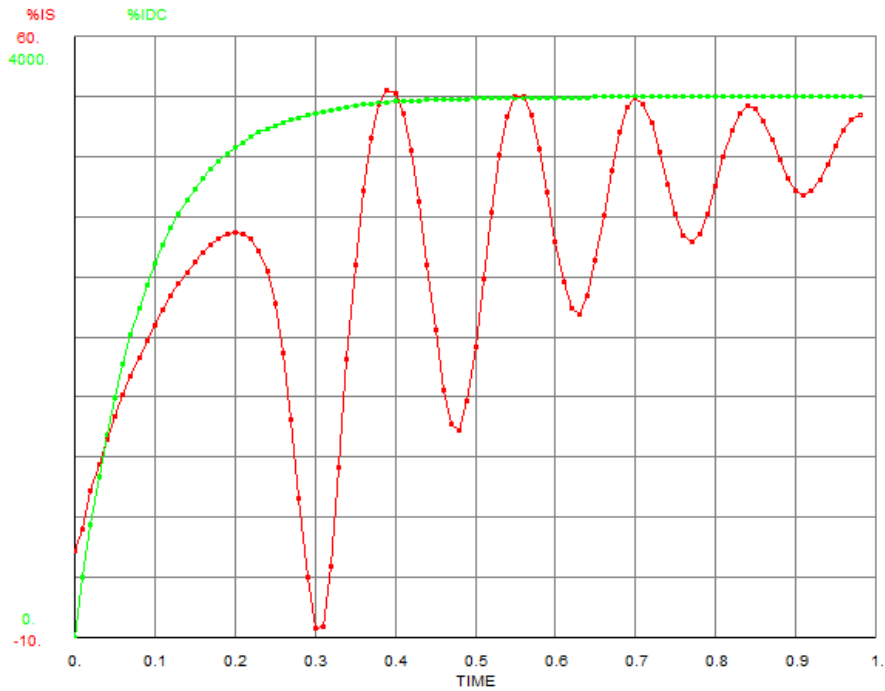
Şekil 6.19. MS1 programını kullanarak tren çekiş sisteminin bağ grafiği modeli,  
a. Durağan referans çatısı modeli b. Senkron referans çatısı modeli.

Şekil 6.20’de giriş süzgecinin gerilim “ $V_{cf}$ ” ve akım “ $I_{lf}$ ” eğrisi gösterilmektedir. Giriş süzgecin analizi mekanik kısmına elektriksel rezonans aktarımının engellenmesinde temel önem taşır.



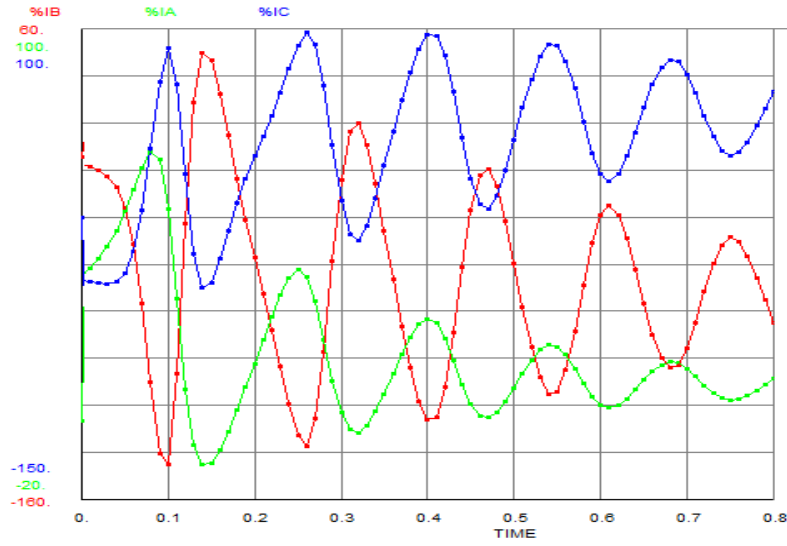
Şekil 6.20. Giriş süzgecin normal çalışma esnasında davranışı, a. Gerilim eğrisi b. Akım eğrisi.

Motora ait akım ile DC hat akımı karşılaştırılabilir. Şekil 6.21’de görüldüğü gibi DC hattın akan akım tek yönlü iken motorun stator akımı yön değiştirmektedir (AC akımdır).



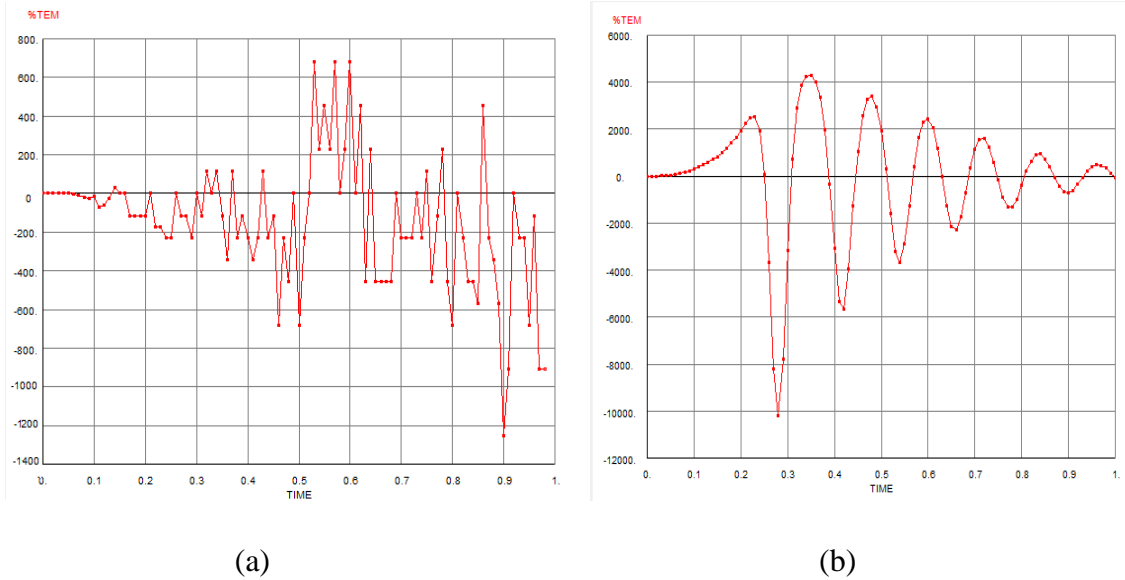
Şekil 6.21. DC hat akımı ve motor akımının aynı anda görünüşü.

Evirici çıkışındaki üç fazlı akım dalga şekline aynı anda bakıldığında Şekil 6.22’deki gibi akımlar arasındaki açı farkının  $120^\circ$  olduğu görülmektedir.

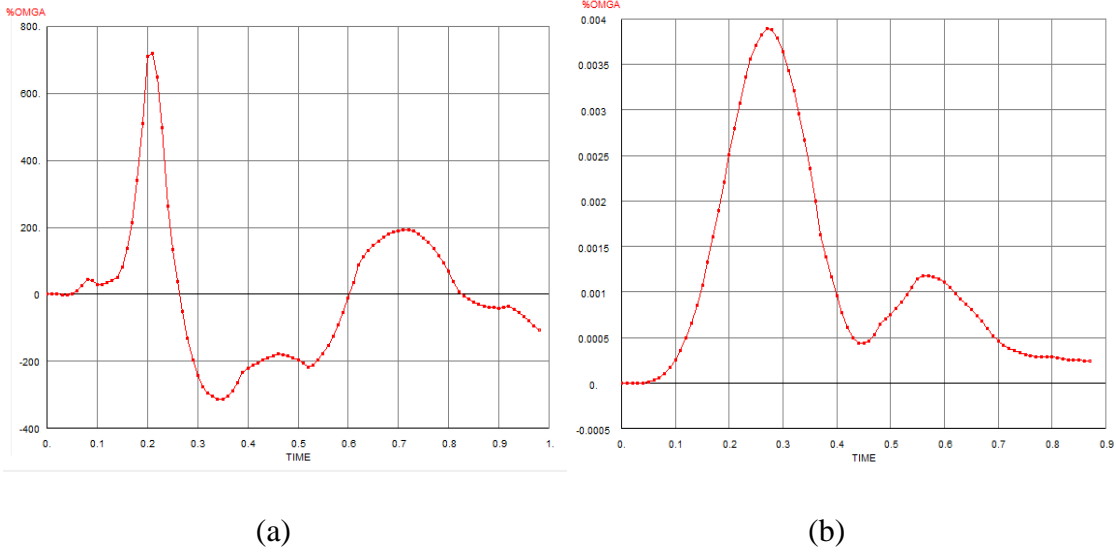


Şekil 6.22. Üç faza ait akım şekilleri.

PWM' nin görev döngüsünü sabit tutarak ( $T_e = 0.01$  s), normal ve bozuk (eviricinin bir bacağına kısa devre yaparak) çalışma esnasında elde edilen elektromanyetik çevirinin (moment) ve açısal hızın simülasyonu Şekil 6.23'te ve Şekil 6.24'te gösterilmektedir.

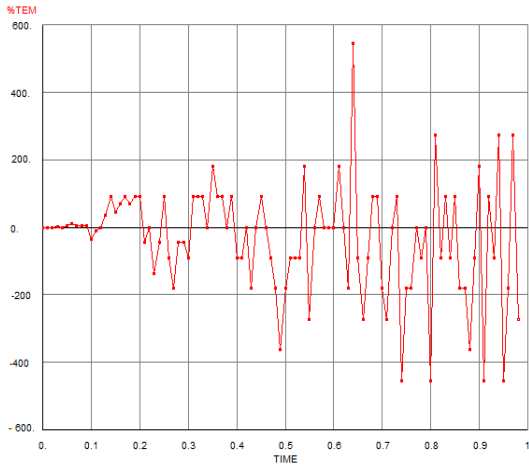


Şekil 6.23. Elektromanyetik çeviri (moment) a. Normal çalışma b. Bozuk çalışma.

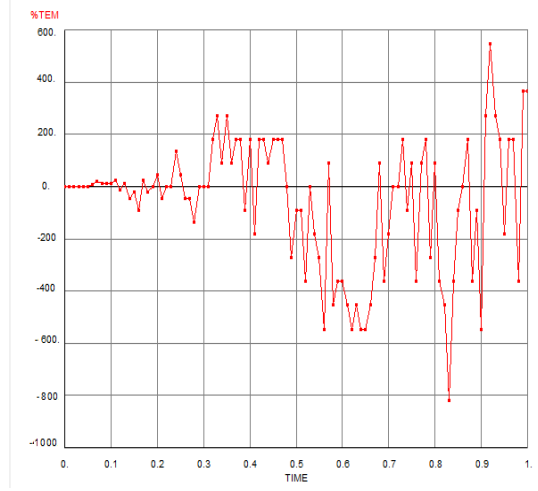


Şekil 6.24. Açısız hız a. Normal çalışma b. Bozuk çalışma.

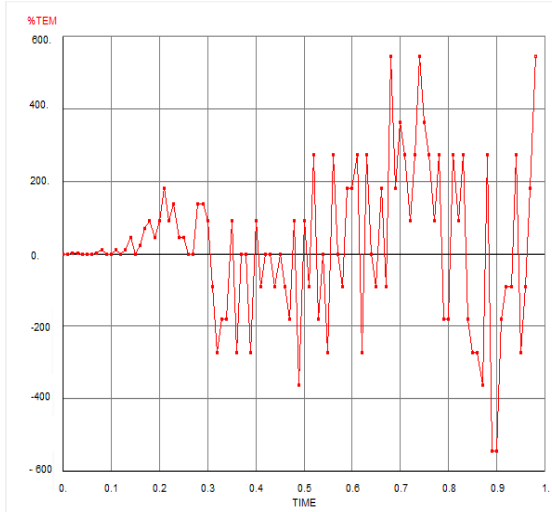
Tren çekiş sistemindeki cer motorunu kontrol etmek amacıyla üç fazlı eviricinin bacaklarına değişik PWM görev döngüleri uygulayarak Şekil 6.25'te görüldüğü gibi değişik elektromanyetik moment değerleri elde edildi. Görev döngüsü, anahtarlama periyodu tarafından ayarlanarak aşağıdaki sonuçlar elde edildi.



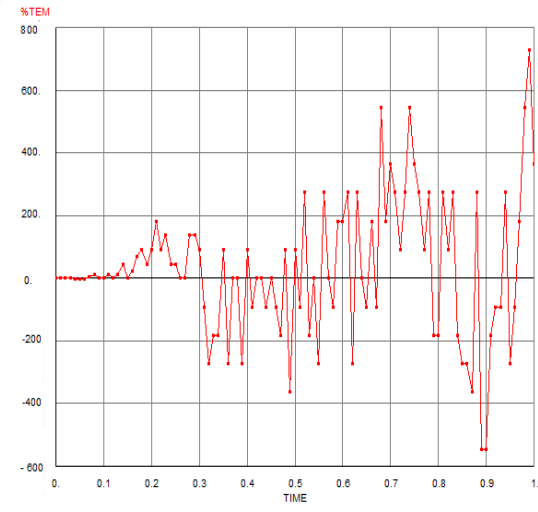
(a)



(b)



(c)



(d)

Şekil 6.25. Değişik anahtarlama periyodları kullanarak elektromanyetik momentin Simülasyon sonuçları a.  $T_e = 0.02$  s b.  $T_e = 0.04$  s c.  $T_e = 0.06$  s d.  $T_e = 0.08$  s.

## 7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Yapılan tez çalışmasında, bağ grafiği yöntemini kullanarak E23000 tipi elektrikli tren dizisinin çekiş sistemi modeli sunulmuştur. Enerji ve güç aktarımına dayalı olan bağ grafiği yöntemi çoklu fiziksel etki alanlarından oluşan (multi domain) sistemlerin modellenmesinde esnek bir araç olduğu gösterilmiştir. Elektrik ve mekanik etki alanlarından oluşan tren çekiş sisteminin benzer değişkenlere sahip homojen bir modeli ortaya çıkmıştır. Bunun yanında öyle bir karmaşık sistemin parça parça modellenebilmesi (hiyerarşik) bağ grafiği yönteminin ayrı bir avantajını da ortaya çıkarmıştır.

Çekiş sisteminde, çekiş gücünü sağlayan üç fazlı asenkron cer motorunun serbest uyarmalı doğru akım motordaki gibi rotor akı ve elektromanyetik momentinin ayrık bir şekilde vektör kontrolü sunulmuştur. Motorun iki farklı referans çatısında üç farklı bağ grafiği modeli incelenmiştir. Durağan referans çatısında çok bağlantılı (multi port) ve tek bağlantılı (mono port) elemanları kullanarak stator gerilimine bağlı asenkron motorun bağ grafiği modeli sunulmuştur. Ancak durağan referans çatısındaki asenkron makinenin tüm değişkenleri alternatif ve nominal değerleri (çalışma noktası) sıfır olduğundan, bu referans çatısında modellenen asenkron makinenin doğrusallaştırılması mümkün olmamaktadır. Sistemin durum uzayı denklemleri ve kararlılık analizi gibi birçok sistematik işlemler, sistemin doğrusal olmasını gerektirdiğinden asenkron motor doğrusallaştırılabilen senkron referans çatısında modellenmiştir.

Kontrol biriminde, PWM tabanlı üç fazlı evirici (invertör) kullanılmıştır. Evirici basitçe, kazançları PWM görev döngüsü ile kontrol edilen üç ayarlanabilir transformatör (MTF) elemanı tarafından modellenmiştir. Mekanik hattı için, Alstom topluluğunun sunduğu model kullanılmıştır. İleri eksen dönüşümleri, bağ grafiği yöntemini kullanarak modellenmiştir. Ters eksen dönüşümler, kontrol biriminde olduğundan matematiksel olarak denklemler ile temsil edilmiştir. Cer motorlarının elektromanyetik momentine kontrol etmek amacıyla üç fazlı eviricinin bacalarına değişik PWM görev döngüleri uygulanmıştır. Uygulama sonuçlarında farklı elektromanyetik moment değerleri elde edilmiştir.

Bağ grafiği modelleme yönteminde, nedensellik analizi ve ataması yapılır. Nedensel bağ grafiği sayesinde sistemin yapısal analizi yapılabilir, matematiksel modeli (transfer fonksiyonu, durum denklemleri, vs.) elde edilebilir ve kararlılık analizi, model basitleştirilmesi gibi diğer sistemik işlemler de yapılabilir. Nedensellik ataması ve analizi

genelde Enport, MS1, CAMP ve 20-SIM gibi bağ grafiği modelleme yöntemini destekleyen bazı modelleme ve simülasyon yazılım paketleri tarafından yapılmaktadır. O yüzden nedensellik analizinin elle yapılması gerekmez.

Bağ grafiği modelini doğrusallaştırmak için küçük sinyal doğrusallaştırılma yöntemi uygulanabilir. Sistemin durum uzayı denklemleri bağ grafiği modelinden doğrudan elde edilebilir. Sistemin transfer fonksiyonu Mason kazanç formülünü kullanarak bağ grafiği modelinden doğrudan elde edilebilir veya elde edilen durum uzayı denklemlerinden elde edilebilir. Köklerin yeri ve Lyapunov'un ikinci (doğrudan) yöntemi gibi kararlılık analizi yöntemleri bağ grafiği yöntemine uygulanabilir.

## KAYNAKLAR DİZİNİ

- Abbondanti, A., 1977, Method of flux control in induction motors driven by variable frequency and variable voltage supplies, in Conference Record of The Institute of Electrical and Electronics Engineers / Industry Applications Society IEEE/IAS Annual Meeting, 177-184.
- Anderson, D., 1971, Electromechanisms / Motor Control, Delmar: a division of Van Nostrand Reinhold, p. 13 -78.
- Andrade, D., Finzineto, R., Freitas, L., Vieira, J., Farias, V., 2000, A soft switched Current controlled converter for induction machine drives, University of Uberlandia- Brazil: Department of Electrical Engineering, 64 - 71.
- Abood, k., Khan, R., 2011, Hunting phenomenon study of railway conventional truck on tangent tracks due to change in rail Wheel geometry, School of Engineering Taylor's University: Journal of Engineering Science and Technology, 6 (2),146 – 160.
- Bos, A., Tiernego, M., 1985, Formula manipulation in the Bond Graph modelling and simulation of large mechanical systems, Journal of the Franklin Institute, 319 (1/2), 51- 65.
- Bose, B., 1997, Power Electronics and Variable Frequency Drives, The Institute of Electrical and Electronics Engineers press, p. 83, 106 -108, 125.
- Burch, E.,1911, Electric Traction for Railway Trains, McGraw Hill Book, p. 126, 302, 308 – 354.
- Blaschke, F., 1972, The principle of field orientation as applied to the new transvector closed loop control system for rotating field machines, Siemens Review, 34, 217 – 220.
- Brown, F., 2001, Engineering System Dynamics: a unified graph centered approach, Marcel Dekker.
- Bronik, J., 1999, Introduction to physical systems modelling with Bond Graphs, University of Twente: Department of Electric and Electroic Engineering.
- Belhadj, J., 2006, Modeling, control and analyze of multi-machine drive systems using Bond Graph technique, Journal of Electrical Systems, 29 – 51.
- Bertalanffy, L., 1968, General System Theory: foundations, development, applications George Braziller, 68 – 25176, p. 30, 54, 87-99.
- Breedveld, P., 1984, A Bond Graph algorithm to determine the Equilibrium state of system, Journal of the Franklin Institute, 318 (2), 71 – 75.

### **KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)**

- Borutzky, W., Cellier, F., 1996, Tearing algebraic loops in Bond Graphs, Simulation Councils- Inc, 13 (2), 0740 – 6797.
- Borutzky, W., Dauphin, G., 2003, Incremental bond graph approach to the derivation of state equations for robustness study, Elsevier B.V., 41 -60.
- Borutzky, W., 2010, Bond Graph Methodology: Development and Analysis of Multidisciplinary Dynamic System Models, Springer Science and Business Media, p. 17-51, 100, 119, 121.
- Borutzky, W., 2011, Bond Graph Modelling of Engineering Systems: Theory, Applications and Software Support, Springer Science and Business Media, p. 3-53, 135.
- Brogan, W. L., 1991, Modern Control Theory: Third Edition, Prentice-Hall Inc., 0-13-590415-3, p. 39,40.
- Carter, F., 1926, Railway Electric Traction, Edward Arnold and Co., p. 45-60, 87, 94.
- Calvo, J., Alvarez, C., Roman, J., 2011, Analysis of dynamic systems using Bond Graph method through Simulink, InTech, e-kitap, <http://www.intechopen.com/books/engineeringeducation-and-research-using-matlab/analysis-of-dynamic-systems-using-bond-graph-method-throughsimulink>, erişim tarihi: 16.03.2015.
- Evans, J., Iwnicki, S., 2002, Vehicle Dynamics and the Wheel / Rail Interface, The Institution of Mechanical Engineers / Manchester Metropolitan University.
- Gruyitch, L., Dauphin-Tanguy, G., 1999, Strict Monotonous Asymptotic Energetic Stability Part II: Bond Graph Resolutions, Proceedings of 14th World Congress of International Federation of Automatic Control IFAC.
- Hava, A.M., Kerkman, R.J., Lipo, T.A., 1999, Simple Analytical and Graphical Methods for Carrier BasedPWM-VSI Drives, The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE) Transaction On Power Electronics, 14 (1), 49 – 61.
- Huo, B., Trzynadlowski, A., Panahi, I., Mohammed, A., Yu, Z., 1999, Noval Random Pulse with Modulator with constant Sampling Frequency Band on the TMS320F240 DSP Controller, The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 342 – 347.
- Hofmann, H., Sanders, S. R., Sullivan, C. R., 1997, Stator Flux Based Vector Control of Induction Machines in Magnetic Saturation, IEEE Transactions on Industry Applications, 33 (4), 935–942.

### **KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)**

- Hamilton, R. A., Lezan, G. R., 1967, Thyristor adjustable frequency power supplies for hot strip mill run out tables, IEEE Transactions on Industry and General Applications, IGA-3 (2), 168 – 175.
- Iwnicki, S., 2006, Handbook of Railway Vehicle Dynamics, Taylor & Francis Group, p. 5- 11, 241, 255.
- Junco, S., 1993, Stability Analysis and Stabilizing Control Synthesis via Lyapunov's Second Method Directly on Bond Graphs of Nonlinear Systems, Proceedings of International Conference on Bond Graph Modeling and Simulation, 2065- 2069.
- Junco, S., 2001, Lyapunov Second Method and Feedback Stabilization Directly on Bond Graphs, Proceedings of International Conference on Bond Graph Modeling and Simulation.
- Karnopp, D., 1977, Power and Energy in Linearised Physical Systems, Journal of the Franklin Institute, 303 (1), 86 – 98.
- Karnopp, D., 2013, Vehicle Dynamics, Stability, and Control: Second Edition, Taylor & Francis Group, p. 252 -256.
- Koga, K., Ueda, R., Sonoda, T., 1989, Achievement of high performances for general purpose inverter drive induction motor system, The Institute of Electrical and Electronics Engineers / Industry Applications Society IEEE/IAS Conference Record, 415 – 425.
- Kondo, K., Yuki, k., 2007, Application of Induction Motor Speed Sensorless Vector Control to Railway Vehicle Traction, Wiley Periodicals Inc, 161 (2), 69– 77.
- Ki sul, S., 2011, Control of Electric Machine Drive Systems, John Wiley & Sons Inc.
- Lorenz, F., Guillemard, F., Thomasset, D., Marquis-Favre, W., Jardin, A., 2008, Study of a sizing methodology and a Modelica code generator for the bond graph tool MS1, The Modelica Association, 124 – 134.
- Louca, L.S., Rideout, D.G., Ersal, T., Stein, J.L., 2011, Energy Based Bond Graph Model Reduction, Springer Science and Business Media, 53 – 103.
- Leonhard, W., 1996, Control of Electrical Drives: 2nd Edition, Springer Science and Business Media, 978-3-642-97648-3, p. 240 – 247.
- Lee, R., Pillay, P., Harley, R., 1984, D – Q reference frames for the simulation of induction motors, Electric Power Systems Research, 8, 15 - 26.
- Munro, N., 1999, Symbolic Methods In Control System Analysis and Design, The Institution of Electrical Engineers, 0-85296-943-0, p. 29 – 32, 42, 44.

### **KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)**

- Mazilu, T., 2009, An Analysis of Bogie Hunting Instability, Scientific Bulletin - University Politehnica of Bucharest, Series D, 71 (2), 64 – 78.
- Noori, K., 2009, Intelligence Based Safety Decision Models for Train Traction Control Systems, M.Sc. thesis, Ryerson University in Canada, 120 p.
- Ong, C. M., 1998, Dynamic simulation of electric machinery: using Matlab Simulink, Prentice Hall PTR Upper Saddle River, 5.
- Osta, W., Bouamama, B., Sueur, C., 2004, Modelling of Components In Industrial Processes Based On A Bond Graph Model, International Federation of Automatic Control IFAC, 393 – 399.
- Paynter, H. M., 1961, Analysis and Design of Engineering Systems, The Massachusetts Institute of Technology (MIT) Press, 168 (39), p. 211 – 219, 223, 227, 241, 259.
- Petruzella, F. D., 2010, Electric motors and control systems, McGraw-Hill Company, p. 87, 101 – 107.
- Popescu, M., 2000, Induction Motor Modelling for Vector Control Purposes, Helsinki University of Technology Department of Electrical and Communications Engineering Laboratory of Electromechanics, 1456-6001.
- Patra, N., 2013, Study of Induction Motor Drive with Direct Torque Control Scheme and Indirect Field Oriented Control Scheme Using Space Vector Modulation, M.Sc. thesis, National Institute of Technology Rourkela, 60 p. (unpublished).
- Perpinya, X., 2012, Reliability And Safety In Railway, InTech, 978-953-51-0451-3, p. 7 – 10, 358, 362.
- Robyns B., et al., 2012, Vector Control of Induction Machines / Power Systems, Springer Science and Business Media, 35 – 74.
- Rai, B. U., Umanand, L., 2009, Bond Graph Toolbox for Handling Complex Variable, The Institution of Engineering and Technology, 3 (5), 551 – 560.
- Railway Technical, 2015, Electric Traction, [http://www.railway-technical.com/elec\\_locobloc.shtml](http://www.railway-technical.com/elec_locobloc.shtml) , erişim tarihi: 09.02.2015.
- Steimel, A., 2008, Electric Traction Motive Power and Energy Supply, Oldenbourg Industrieverlag GmbH, 978-3-8356-3132-8, p. 5 – 8, 29, 62.
- Shabana, A. A., Zaazaa, K. E., Sugiyama, H., 2008, Railroad Vehicle Dynamics: A Computational Approach, Taylor& Francis Group, p. 24 – 28, 30, 31.

**KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)**

- Sinha, A. N., Minz, S., 2013, Analysis of Vector Control of Induction Motor Using Matlab and its Application in Traction System, VSRD International Journal of Electrical, Electronics & Communication Engineering, 3, 451 – 456.
- Shepherd, W., Stanway, J., 1967, An Experimental Closed Loop Variable Speed Drive Incorporating a Thyristor Driven Induction Motor, IEEE Transactions on Industry and General Applications, IGA-3 (6), 559 – 556.
- Trzynadlowski, A. M., 2001, Control of induction motors, Academic Press.
- Türkiye Cumhuriyeti Devlet Demiryolları, 2012, E23000 Tipi Elektrikli Banliyö Treni Makinist Eğitimi (kılavuz niteliğinde hazırlanmıştır), TCDD Eskişehir Eğitim Merkezi Müdürlüğü, s. 17, 19, 51, 54.
- Umarikar, A. C., Umanand, L., 2005, Modelling of Switched Mode Power Converters Using Bond Graph, The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 152 (1), 51 – 60.
- Vadivel, S., Bhuvaneshwari, G., Sridhara, G., 1991, A Unified Approach to the Real Time Implementation of Microprocessor Based PWM Waveforms, The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE) Transaction On Power Electronics, 6 (4), 565 – 575.
- Woodall, D. R., Lamb, J. D., Asher, G. M., 1997, Bond Graphs II: Causality and singularity, Discrete Applied Mathematics, 73, 143 – 173.
- Wach, P., 2011, Dynamics and Control of Electrical Drives, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 978-3-642-20221-6, p. 135, 236 – 241.
- Zhu, Y., 2011, Adhesion In The Wheel Rail Contact Under Contaminated Conditions, Academic thesis, KTH Industrial Engineering and Management

## **EK AÇIKLAMALAR**

**EK Açıklama-A: Kullanılan Parametrelerin Sayısal Değerleri**

**Ek Açıklama-B: Asenkron Motor Parametrelerinin Sayısal Değerleri**

**EK Açıklama-A: Kullanılan Parametrelerin Sayısal Değerleri**

$V_{DC}$	1800 V
$R_f$	50 m $\Omega$
$L_f$	4.25 mH
$C_f$	17 mF
$J_m$	30 Kg.m <sup>2</sup>
$f$	0.1 N.m( $\frac{rad}{s}$ )

**Ek Açıklama-B: Asenkron Motor Parametrelerinin Sayısal Değerleri**

$L_s$	19.50 mH
$L_r$	18.40 mH
$L_m$	19.30 mH
$R_s$	30 m $\Omega$
$R_r$	25 m $\Omega$
P	4