



RİJİT UYDU SİSTEMLERİ İÇİN OPTİMAL KONTROLCÜ TASARIMI

Orçun BİÇER

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİMDALI**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FENBİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

ŞUBAT 2015

Orçun BİÇER tarafından hazırlanan “RİJİT UYDU SİSTEMLERİ İÇİN OPTİMAL KONTROL CÜ TASARIMI” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından OY BİRLİĞİ ile Gazi Üniversitesi Makina Mühendisliği Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Prof. Dr. Metin Uymaz SALAMCI

Makine Mühendisliği, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu Onaylıyorum

.....

Başkan : Prof. Dr. Nizami AKTÜRK

Makine Mühendisliği, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu Onaylıyorum

.....

Üye : Prof. Dr. Mehmet Arif ADLI

Makine Mühendisliği, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu Onaylıyorum

.....

Üye : Doç.Dr. Sadettin ORHAN

Makina Teorisi,Sistem Dinamiği ve Kontrol , Yıldırım Beyazıt Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu Onaylıyorum

.....

Üye : Yrd. Doç. Dr. Celal Sami TÜFEKÇİ

Mekatronik Mühendisliği, Yıldız Teknik Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu Onaylıyorum

.....

Tez Savunma Tarihi: 23/2/2015

Jüri tarafından kabul edilen bu tezin Yüksek Lisans Tezi olması için gerekli şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

.....

Prof. Dr. Şeref SAĞIROĞLU

Fen Bilimleri Enstitüsü

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Orçun BİÇER

23/02/2015

RİJİT UYDU SİSTEMLERİ İÇİN OPTİMAL KONTROLCÜ TASARIMI
(Yüksek Lisans Tezi)

Orçun BİÇER

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
Şubat 2014

ÖZET

Bu çalışmada, rijit uydu sistemlerini kontrol ederken hem hızlı cevap veren hem de az enerji harcayan Durum Bağımlı Ricatti Denklemi (DBRD) tabanlı kayan kipli kontrolcü (KKK) önerilmektedir. İşlemler sırasında önce uydu bozucu etki etmeden ele alınmakta ve bu durum için kontrol tasarlanmaktadır. Daha sonra eşleşme şartını sağlayan bozucular sistem dinamiğine eklenmekte ve tasarlanan kontrol algoritması ile kontrol edilmektedir. Ardından bu çalışmanın ana katkısı olan eşleşme şartını sağlamayan bozucuların eklendiği durum için DBRD tabanlı KKK algoritması ile birim vektör yaklaşımı birleştirilerek yeni bir kontrolcü tasarlanmaktadır. Son olarak yöntemin işlem uzunluğunun kısaltılması amacıyla belirli bir ilk şarttaki sistemin kayma yüzey eğimleri kaydedilmiş ardından bu eğimler farklı ilk şarttaki sisteme uygulanmış ve sonuç olarak işlem süresinin önemli ölçüde kısaldığı benzetimler yapılarak gösterilmiştir.

Bilim Kodu	:	914.1.084
Anahtar Kelimeler	:	Rijit Uydu Kontrolü, SDRE Tabanlı Kayan Kipli Kontrolcü Tasarımı, Doğrusal Olmayan Sistemler
Sayfa Adedi	:	105
Danışman	:	Prof. Dr. Metin U. SALAMCI

OPTIMAL CONTROLLER DESIGN FOR RIGID SATELLITE SYSTEMS

(M. Sc. Thesis)

Orçun BİÇER

GAZİ UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

February 2015

ABSTRACT

In this study, a State Dependent Ricatti Equation (SDRE) based Sliding Mode Controller (SMC), which enables quick system response and less energy consumption, is presented for rigid satellite systems. First the satellite system is handled with known dynamics and the controller is designed for the nominal case. Then, effects of disturbances and/or unmodelled dynamics which satisfy the so-called “matching conditions” are included to the system dynamics and the system is controlled with the designed control algorithm. Then, the main contribution of this thesis is introduced to design a new controller, which combines SDRE based SMC algorithm with unit vector approach, for nonlinear systems with unmatched uncertainties. The method is applied to the nonlinear rigid satellite system to illustrate the effectiveness of approach. Finally, in order to reduce the computation time, the SDRE based Sliding Surface slopes are pre-computed by using system matrices in a nominal trajectory and are recorded to be used later for various satellite trajectories. As a result, it is observed that the computation time is reduced significantly.

Science Code	:	914.1.084
Keywords	:	Control of rigid satellite, sdre based sliding controller design, Nonlinear systems
Page Number	:	105
Supervisor	:	Prof. Dr. Metin U. SALAMCI

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
İÇİNDEKİLER	vi
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	viii
ŞEKİLLERİN LİSTESİ.....	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xiv
1. GİRİŞ.....	1
2. KAYAN KIPLI DENETİM YÖNTEMİ	9
2.1. Doğrusal Sistemler için Kayan Kipli Denetim	9
2.1.1. Gürbüz özdeğer yerleştirme	12
2.1.2. Karesel minimizasyon yöntemi	14
2.1.3. Çıtırtı olayı	18
2.2. Kayan Kipli Denetimin Kararlılık Analizi.....	19
2.3. Bozucu Etki Altında Sistem Davranışı	27
2.4. Birim vektör yaklaşımı	28
3. SDRE TABANLI KAYAN KIPLI KONTROLCÜ TASARIMI.....	39
3.1. Kayma Yüzeyi Eğiminin SDRE Algoritması Kullanılarak Bulunması	40
3.2. Kontrolcü Tasarımı	43
3.3. Bozucu Etki Altında Sistem Davranışı	45
4. BİR UYDU MATEMATİKSEL MODELİ	51
4.1. Rijit Uydunun Hareket Denkleminin Çıkarılması	51
4.2. Kullanılan İtke Sistemi	56
4.3. Uydu Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi	57
5. TASARLANAN DENETÇİNİN SONUÇLARI.....	61

Sayfa

5.1. Doğrusal Gibi Düşünülen Sistemden Elde Edilen Kontrol Teriminin Doğrusal Olmayan Sisteme Uygulanması Durumu	61
5.2. Doğrusal Olmayan Bozucu Etki İçermeyen Sistemin Kontrolü	66
5.3. Doğrusal Olmayan Bozucu Etki İçeren Sistemin Kontrolü	69
5.4. Doğrusal Olmayan Bozucu Etki İçermeyen Sistemin Doyma Fonksiyonu İle Kontrolü	73
5.5. Doğrusal Olmayan Bozucu Etki İçeren Sistemin Doyma Fonksiyonu İle Kontrolü	83
5.6. Eşleşme Şartını Sağlayan ve Sağlamayan Bozucu Etki İçeren Sistemin Kontrolü	86
5.7. İşlem Süresinin Kısaltılması için Uygulanan Algoritma ile Sistemin Kontrolü	90
6. SONUÇ VE ÖNERİLER	97
KAYNAKLAR	101
ÖZGEÇMİŞ	105

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 5.1. Simulasyon için alınan uyduya ve kullanılan reaksiyon tekerlerine ait veriler	61

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 2.1. Signum fonksiyonunun(sgn) grafiksel gösterimi.....	19
Şekil 2.2. Doyma fonksiyonu grafiksel gösterimi	19
Şekil 2.4. Eşleşme şartını sağlayan bozucu etki içeren sistemden elde edilen kontrol girişi hem eşleşme şartını sağlayan ve sağlamayan bozucu etki içeren sisteme eklendiğinde elde edilen sistem cevabı	35
Şekil 2.5. Örnek sisteme eşleşme şartını sağlamayan kısım ihmal edildiğinde elde edilen kontrol girişi.....	35
Şekil 2.6. Eşleşme şartını sağlamayan kısım ilave edildiğinde tasarlanan yeni kontrolcü ile oluşan sistem cevabı.....	36
Şekil 2.7. Eşleşme şartını sağlayan kısım ilave edildiğinde tasarlanan kontrol girişi	37
Şekil 3.1. Sistemin kayma yüzeyine yaklaşması, yüzeye oturması ve bu yüzey üzerinde kayma hareketi yapması	43
Şekil 4.1. P noktasında bulunan kütlenin konumu.....	51
Şekil 5.1. Doğrusal sistemden elde edilen kontrol teriminin doğrusal olmayan sisteme uygulanmasıyla doğrusal ve doğrusal olmayan sistemlerin açısal konum cevapları, ϕ	62
Şekil 5.2. Doğrusal sistemden elde edilen kontrol teriminin doğrusal olmayan sisteme uygulanmasıyla doğrusal ve doğrusal olmayan sistemlerin açısal konum cevapları, " θ "	63
Şekil 5.3. Doğrusal sistemden elde edilen kontrol teriminin doğrusal olmayan sisteme uygulanmasıyla doğrusal ve doğrusal olmayan sistemlerin açısal konum cevapları, " ψ "	63
Şekil 5.4. Doğrusal sistemden elde edilen kontrol teriminin doğrusal olmayan sisteme uygulanmasıyla doğrusal ve doğrusal olmayan sistemlerin açısal hız cevapları, w_x	64
Şekil 5.5. Doğrusal sistemden elde edilen kontrol teriminin doğrusal olmayan sisteme uygulanmasıyla doğrusal ve doğrusal olmayan sistemlerin açısal hız cevapları, w_y	65
Şekil 5.6. Doğrusal sistemden elde edilen kontrol teriminin doğrusal olmayan sisteme uygulanmasıyla doğrusal ve doğrusal olmayan sistemlerin açısal hız cevapları, w_z	65

Şekil	Sayfa
Şekil 5.7. Hiçbir bozucu etki altında olmayan sisteme kontrol uygulandığında sistemden alınan açısal konum cevapları	66
Şekil 5.8. Hiçbir bozucu etki altında olmayan sisteme kontrol uygulandığında sistemden alınan açısal hız cevapları.....	67
Şekil 5.9. Hiçbir bozucu etki altında olmayan sisteme kontrol uygulandığında sistemde bulunan reaksiyon teker hızları,	67
Şekil 5.10. Hiçbir bozucu altında olmayan sistemi kontrol etmek için gereken kontrol girişi, U_1	68
Şekil 5.11. Hiçbir bozucu etki altında olmayan sistemi kontrol etmek için gereken kontrol girişi, U_2	69
Şekil 5.12. Hiçbir bozucu etki altında olmayan sistemi kontrol etmek için gereken kontrol girişi, U_3	69
Şekil 5.13. Sabit eşleşme şartını sağlayan bozucu etki etkiyen sisteme kontrol uygulandığında sistemden alınan açısal konum cevapları.....	70
Şekil 5.14. Sabit eşleşme şartını sağlayan bozucu etki etkiyen sisteme kontrol uygulandığında sistemden alınan açısal hız cevapları.....	71
Şekil 5.15. Sabit eşleşme şartını sağlayan bozucu dekti etkiyen sisteme kontrol uygulandığında sistemde bulunan reaksiyon teker hızları.....	71
Şekil 5.16. Sabit eşleşme şartını sağlayan bozucu etki etkiyen sistemi kontrol etmek için uygulanması gereken kontrol girişi, U_1	72
Şekil 5.17. Sabit eşleşme şartını sağlayan bozucu etki etkiyen sistemi kontrol etmek için uygulanması gereken kontrol girişi, U_2	72
Şekil 5.18. Sabit eşleşme şartını sağlayan bozucu etki etkiyen sistemi kontrol etmek için uygulanması gereken kontrol girişi, U_3	73
Şekil 5.19. $P=0,005$ için sistemin açısal konum cevapları	73
Şekil 5.20. $P=0,005$ için sistemin açısal hız cevapları	74
Şekil 5.21. $P=0,005$ için sistemde bulunan reaksiyon teker hızları.....	75
Şekil 5.22. $P=0,005$ için sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_1	75
Şekil 5.23. $P=0,005$ için sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_2	76
Şekil 5.24. $P=0,005$ için sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_3	76

Şekil	Sayfa
Şekil 5.25. $P=0,0025$ için sistemin açısal konum cevapları	77
Şekil 5.26. $P=0,0025$ için sistemin açısal hız cevapları.....	77
Şekil 5.27. $P=0,0025$ için sistemde bulunan reaksiyon teker hızları.....	78
Şekil 5.28. $P=0,0025$ için sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_1	78
Şekil 5.29. $P=0,0025$ için sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_2	79
Şekil 5.30. $P=0,0025$ için verilmesi gereken kontrol girişi, U_3	79
Şekil 5.31. $P=0,001$ için bozucu etki içermeyen sistemin açısal konum cevapları	80
Şekil 5.32. $P =0,001$ için bozucu etki içermeyen sistemin açısal hız cevapları	80
Şekil 5.33. $P=0,001$ için bozucu etki içermeyen sistemde bulunan reaksiyon teker hızları	81
Şekil 5.34. $P=0,001$ için bozucu etki içermeyen sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_1	81
Şekil 5.35. $P=0,001$ için bozucu etki içermeyen sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_2	82
Şekil 5.36. $P=0,001$ için bozucu etki içermeyen sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_3	82
Şekil 5.37. $P=0,001$ için sisteme eşleşme şartını sağlayan bozucu etki eklendiğinde sistemin açısal konum cevapları.....	83
Şekil 5.38. $P=0,001$ için sisteme eşleşme şartını sağlayan bozucu etki eklendiğinde sistemin açısal hız cevapları	83
Şekil 5.39. $P=0,001$ için sisteme eşleşme şartını sağlayan bozucu etki eklendiğinde sistemde bulunan reaksiyon teker hızları	84
Şekil 5.40. $P=0,001$ için sisteme eşleşme şartını sağlayan bozucu etki eklendiğinde sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_1	84
Şekil 5.41. $P=0,001$ için sisteme eşleşme şartını sağlayan bozucu etki eklendiğinde sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_2	85
Şekil 5.42. $P=0,001$ için sisteme eşleşme şartını sağlayan bozucu etki eklendiğinde sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_3	85
Şekil 5.43. Sisteme eşleşme şartını sağlayan ve sağlamayan bozucu etki eklendiğinde sistemin açısal konum cevapları.....	87

Şekil	Sayfa
Şekil 5.44. Sisteme eşleşme şartını sağlayan ve sağlamayan bozucu etki eklendiğinde sistemin açısal hız cevapları	87
Şekil 5.45. Sisteme eşleşme şartını sağlayan ve sağlamayan bozucu etki eklendiğinde sistemde bulunan reaksiyon teker hızları	88
Şekil 5.46. 2. teker hızının son 50 saniyesinin ayrıntılı gösterimi	88
Şekil 5.47. Sisteme eşleşme şartını sağlayan ve sağlamayan bozucu etki eklendiğinde sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_1	89
Şekil 5.48. Sisteme eşleşme şartını sağlayan ve sağlamayan bozucu etki eklendiğinde sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_2	89
Şekil 5.49. Sisteme eşleşme şartını sağlayan ve sağlamayan bozucu etki eklendiğinde sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_3	90
Şekil 5.50. Farklı ilk şarttaki sistemin kayma yüzey eğimleri hesaplanarak bulunmasıyla elde edilen açısal konum cevapları	91
Şekil 5.51. Farklı ilk şarttaki sistemin kayma yüzey eğimlerinin hesaplanarak bulunmasıyla elde edilen açısal hız cevapları	91
Şekil 5.52. Farklı ilk şarttaki sistemin kayma yüzey eğimlerinin hesaplanarak bulunmasıyla elde edilen reaksiyon teker hızları	92
Şekil 5.53. Farklı ilk şarttaki sistemin kayma yüzey eğimlerinin hesaplanarak bulunmasıyla elde edilen kontrol girişi, U_1	92
Şekil 5.54. Farklı ilk şarttaki sistemin kayma yüzey eğimlerinin hesaplanarak bulunmasıyla elde edilen kontrol girişi, U_2	93
Şekil 5.55. Farklı ilk şarttaki sistemin kayma yüzey eğimlerinin hesaplanarak bulunmasıyla elde edilen kontrol girişi, U_3	93
Şekil 5.56. Farklı ilk şarttaki sistemin eğer genelleştirilmiş kayma yüzey eğimleri kullanılarak kontrol edilseydi elde edilen açısal konum cevapları	94
Şekil 5.57. Farklı ilk şarttaki sistem eğer genelleştirilmiş kayma yüzey eğimleri kullanılarak kontrol edilseydi elde edilen açısal hız cevapları	94
Şekil 5.58. Farklı ilk şarttaki sistem eğer genelleştirilmiş kayma yüzey eğimleri kullanılarak kontrol edilseydi elde edilen reaksiyon teker hızları	95

Şekil	Sayfa
Şekil 5.59. Farklı ilk şarttaki sistem eğer genelleştirilmiş kayma eğimleri kullanılarak kontrol edilseydi sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_1	95
Şekil 5.60. Farklı ilk şarttaki sistem eğer genelleştirilmiş kayma eğimleri kullanılarak kontrol edilseydi sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_2	96
Şekil 5.61. Farklı ilk şarttaki sistem eğer genelleştirilmiş kayma eğimleri kullanılarak kontrol edilseydi sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_3	96

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmaların bazıları, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklamalar
x	Durum değişkenleri
$\dot{x}$	Durum değişkenlerinin zamana göre 1. Türevi
A	Sistem matrisi
B	Kontrol matrisi
Q	Simetrik, pozitif ya da pozitif yarı tanımlı bir matris
q	Q-R ayrışmasını ifade eden fonksiyon
A_{reg}	Koordinat dönüşümü yapılmış sistem matrisi
B_{reg}	Koordinat dönüşümü yapılmış kontrol matrisi
k	Pozitif gerçek bir sayı
u	Kontrol girişleri
S	Kayma yüzeyi
u_{eq}	Eşdeğer Kontrol terimi
M	Kayma yüzey eğimi
u_{non}	Doğrusal olmayan kontrol terimi
Sgn	Signum fonksiyonu
Sat	Doyma fonksiyonu
P	Doyma fonksiyonundaki dönüm noktaları
P_2	Simetrik, pozitif tanımlı bir değişken
V	Lyapunov fonksiyonu
f_u	Eşleşme şartını sağlamayan bozucu etki
f_m	Eşleşme şartını sağlayan bozucu etki
T_r	Koordinat dönüşüm matrisi
Z	Koordinat dönüşümünden sonraki durum değişkenleri
ρ	Durum değişkenlerine ve zamana bağlı bir fonksiyon
ϕ, θ, ψ	Euler Açıları
σ	Kayma yüzeyi

Simgeler**Açıklamalar**

J	Maliyet fonksiyonu
Φ	Negatif, sabit bir sayı
Q	Simetrik, pozitif ya da yarı pozitif tanımlı matris
R	Sabit Orijin ile kütle arası mesafe
r	Hareketli orijin ile kütle arası mesafe
R_i	Sabit orijin ile hareketli orijin arası mesafe
F	Kuvvet
M	Moment
H_0	Açısal momentum
H	Açısal momentun
h_x, h_y, h_z	Kartezyen koordinatlarda açısal momentum
w_x, w_y, w_z	Uydunun açısal hızları
w_1, w_2, w_3	Reaksiyon teker hızları
T_1, T_2, T_3	Kontrol girişleri
$I_{x,y,z}$	Uydunun atalet matrisi
$I_{1,2,3}$	Reaksiyon tekerlerinin atalet matrisi

Kısaltmalar**Açıklamalar**

KKD	Kayan kipli denetim
SDRE	Durum Bağımlı Ricatti Denklemi

1. GİRİŞ

Değişken Yapılı Kontrol Stratejisi ve Kayan Kipli Kontrol

Değişken yapılı kontrol sistemleri, 1960'lı yılların başında Rusya'da Emel'yanov ve Barbashin'in çalışmalarıyla başlamıştır. Fakat bu çalışmalar 1970'lerin ortalarına kadar Rusya'nın dışında yapılmamıştır. Rusya dışında yapılan ilk çalışmalar ise Itkis (1976) ve Utkin (1977) İngilizce yaptığı çalışmalardır. Daha sonraları değişken yapılı kontrol sistemleri gürbüz düzenleyiciler, model referanslı sistemler, adaptif düzenleyiciler, izleme sistemleri, durum gözlemleyicileri ve hata denetleyicileri gibi bir çok sistemin tasarımında kullanılmıştır (Bilgin,N. 2007,1-60).

Değişken yapılı kontrol stratejisi, kayan kipli kontrol kullanımı ile AC servo sürücü sistemlerinin kontrol edilmesinde son zamanlarda büyük ilgi kaydetmiştir (Ali, H.,Ergin, B. ve Özdemir,M. 2001). Ayrıca yukarıdaki fikir otomatik uçuş kontrolü, elektrik motor kontrolü, kimyasal işlemler, helikopter denge artırıcı sistemler, uzay araçlarında ve robotik sistemlerin kontrolünde kullanılır. Bu sistemler, oldukça basit, geri besleme kontrol yasası ve karar kurallarından oluşur (Bilgin,N. 2007,1-60; Utkin 1978, 1-120). Değişken yapılı kontrol stratejisinde sistem bir sonraki bölge için farklı bir kontrol kuralı ile geçer. Yani kontrol esnasında hiçbir zaman tek bir sistem yörüngesinden bahsedilemez. Buna göre kontrolcü sistemin durumuna bağlı olarak sık sık dönüşüm fonksiyonu (switching function) olarak adlandırılan karar kuralı herhangi bir zamanda hangi kontrol yasasının aktif olacağına karar verir (Bilgin 2007,1-60; Utkin, 1978, 1-120, Marquez 2003 1-27). Bir sistemi değişken yapılı kontrol stratejisi ile kontrol etmek için kullanılan metodlardan biri kayan kipli kontrol yöntemidir (Ali,Ergin ve Özdemir 2001). Kayan kipli kontrol yönteminde kontrol kuralı durum değişkenlerine göre sürekli değildir. *Yaklaşma fazı* ve *kayma fazı* olmak üzere iki bölümden oluşur. Dönüşüm fonksiyonu da yaklaşma ve kayma fazlarına göre önce sistemin yüzeye yönlendirilmesi ve sonra da sistemin bu yüzeyde kalması durumuna göre tasarlanır. Yani tasarlanan kontrolcünün yaptığı iş önce sistemi tasarlanan yüzeye doğru yönlendirmek sonra da sistemin yüzeyde kalmasını ve o yüzey sınırlarında hareket etmesini sağlamaktır (Edwards and Spurgeon 1998,1-75;Utkin 1977 212-222; Utkin 1992, 46-125).

Yaklaşma fazında sistemin yörüngesi belirli bir kontrol kuralı ile daha önceden tasarlanmış bir yüzeye yönlendirilir. Yönlendirilen bu yüzey *kayma yüzeyi* olarak tanımlanır. Kayma yüzeyi mutlaka bir denge noktasından, genellikle orjinden, geçmeli ve yüzey yörüngesi bahsedilen denge noktasına doğru olmalıdır. Kayma fazında matematiksel olarak yapılan iş, sistemin yörünge denkleminin kayma yüzeyi denklemini sağlatmaktır. Sistemin tüm durumları yüzeyde yer aldığı zaman yaklaşma fazından kayma fazına geçilir. Daha önceki fazda kayma yüzeyi yörünge denklemi sağlatılan sistem kayma yüzeyinin yörüngesinin denge noktasına doğru olmasından dolayı kayma yüzeyi üzerinde denge noktasına doğru adeta kayarak ilerler. Yüzeyle sınırlanan sistemin yaptığı bu dinamik davranış *ideal kayma* olarak tanımlanır. Kayma fazındaki kritik husus sistemin tasarlanan yüzeyden çıkmamasıdır. Bunun gibi bir hareket elde etmenin avantajları iki taraflıdır. İlk olarak bir mertebe indirgemesi vardır ve ikinci olarak kayma hareketi kanalize olduğundan parametre değişiklikleri ile başa çıkma konusunda yeteneklidir belirsizliklerle rahatlıkla başa çıkabilir (Ali, Ergin ve Özdemir 2001; Bilgin 2007, 1-60; Perruquetti and Dekker 1-27, Utkin 1992, 46-125). Mertebe indirgemesi sayesinde sistemin çıkış sinyalindeki zorluk derecesi azalır. Ayrıca yukarıda kayan kipli denetim yönteminin kontrol kuralının durum değişkenlerine göre süreklilik göstermediği belirtilmişti. Sürekli olmayış sayesinde yöntem *on-off* algoritması kullanan konvansiyonel kontrolcülerle kolaylıkla kullanılabilir (Perruquetti and Dekker 1-27, Utkin 1992, 46-125).

Kayan kipli denetim yöntemi belirsizlik içeren aktif yapılar için tercih edilen bir durumdur. Bilinen en büyük olumsuz özelliği ise *çıtırtı* ya da Türkçe literatüre (*chattering*) diye giren durumdur. Çıtırtı sistemin denge noktasına giderken kayma yüzeyi etrafında o anki hızına bağlı olarak zikzaklar çizmesi olarak tarif edilebilir. Bunun sebebi ise, daha sonradan matematiksel olarak detaylı anlatılacak olan, kontrol kuralındaki işaret fonksiyonudur. İşaret fonksiyonunun katkısı arttıkça sistemin hızı ve çıtırtı hareketi artar. Azaldığında ise sistemin hızı azaldığından sistem istenilen noktaya daha uzun zamanda varır. Her iki durumda yerine göre istenmeyebilen durumlardır. Yukarıda anlatılan nedenlerden dolayı optimal bir çözüm bulunmalıdır (Bilgin, 2007, 1-60).

Avantaj ve dezavantajları göz önüne alındığında kayan kipli denetim yönteminin seçilmesinin en temel nedeni iki özellikli sistem yapıları arasında süresiz bir şekilde dönüşüm yaparak geri besleme kanallarının her birinin kontrol eyleminin başlıca

fonksiyonu olmasını sağlayan yöntem doğasıdır (Perruquetti and Dekker 1-27; Bilgin 2007,1-60; Azza, Ahamed, Mohammad, 2012).

Sistemler *doğrusal* ve *doğrusal olmayan* olmak üzere ikiye ayrılır. İkisi arasındaki en temel fark *süperpozisyon* kuralının kullanılıp kullanılamamasıdır. Doğrusal olmayan sistemlerde birden fazla girişin cevabı bir girişin anlık bir davranışıyla veya sonuçların toplanmasıyla hesaplanamaz. Ayrıca sonlu bir zamanda doğrusal olmayan sistemlerin cevabı sonsuza gidebilir. Bu davranış biçimine *sonlu kaçış zamanı* denir. Doğrusal sistemlerde yalnızca bir denge noktası varken doğrusal olmayan sistemlerde birden fazla denge noktası bulunabilir. Doğrusal sistemlerin titreşimi için köklerden en az ikisinin sanal eksen üzerinde olması gerekir fakat doğrusal olmayan sistemlerde ise başlangıç koşulu ne olursa olsun sabit bir genlik ve frekans ile titreşim söz konusu olabilir. Yukarıda anlatılan titreşime *limit döngü* adı verilir (Bilgin 2007, 1-60; Gökbilen 2006,1-119; Ercan 1992, Khalil, 1996, 97-154).

Doğrusal sistemlerin kayan kipli kontrolü için önce kayma yüzeyinin tasarlanması gerekir. Bunun için sisteme, daha sonra matematiksel alt yapısı anlatılacak olan, bir koordinat dönüşümü uygulanır. Buradaki amaç yapılacak olan işlemleri kolaylaştırmaktır. Koordinat dönüşümünden sonra kayma yüzeyinin eğimi bulunmalıdır. Bunun için ya önceden belirlenen kökler kullanılarak sistem o köklere yaklaştırılır, örneğin bunun için *Matlab' de place* komutu kullanılabilir, ya da yapılan çalışmada olduğu gibi kökler optimal olarak kendiliğinden sistem tarafından bulunur. Yönlendirme işleminden sonra ilk aşama tamamlanır. Sonraki adım sistemin tasarlanan yüzeyde kalmasını sağlamaktır. Bu bölüm için kayma yüzeyinin o anki değerlere göre işareti çok önemlidir. Doğrusal olmayan sistemlerde ise genellikle ve bu çalışmada da olduğu gibi sistem önce ilk şartlarda ele alınır ve o anda sistem sanki doğrusalmış gibi düşünülür. Yukarıda doğrusal sistemler için yapılan işlemler aynen tekrarlanır ve kontrol uygulanır. Daha sonra yukarıdaki işlem durum değişkenlerinin her değişiminde tekrarlanır. Yani sistem her bir zaman aralığında doğrusalmış gibi düşünülür. Daha sonra elde edilen bu sonuçlar birleştirilerek doğrusal olmayan sistem için kontrol uygulanmış olur. Diğer bir yöntem ise direkt olarak doğrusal olmayan sistem denkleminde kayma yüzeyi denklemi elde edilmedir. Burada yüzey denklemi elde edildikten sonra denklem “0” a eşitlenerek çözüm yapılır. Elde edilen sonuç kayma yüzeyi denklemidir. Fakat zaman dondurma yönteminde koordinat dönüşümü yapıldığında bazen istenmeyen sonuçlar görülebilir (Alli, Ergin, Özdemir, 2001; Bilgin

2007, 1-60; Edwards and Spurgeon 1-75; Tewari,2010, 105-151, 337-341, Marino and Tomei 1995, 25-26; Slotine and Li 1991 242-244, 276-307).

Uydular

Uydular temel olarak bir gezegenin ya da bir başka uydunun etrafında dönen gök cismi olarak tanımlanır. Uydular çeşitli kategorilerde ele alınırlar. Kategorilerden en temeli oluşum şekilleri baz alınarak yapılanıdır. Oluşum şekillerine göre yapılan sınıflamada uydular *doğal uydu* ve *yapay uydu* olmak üzere ikiye ayrılırlar. Doğal uydu oluşumunda insan faktörü olmadan oluşan uydudur. Örneğin Ay Dünya'nın, doğal uydusudur. Yapay uydu ise adından da anlaşılacağı üzere oluşumunda insan faktörünün ön planda olduğu ya da başka bir deyişle bizzat insan tarafından üretilen uydulardır. Yapay uyduların ortaya çıkışı 1950'li yılların ikinci yarısındadır. İlk fırlatılan uydu SSBC tarafından fırlatılan *Sputnik 1*'dir. Bunlar haberleşme, hava durumu tahmini gibi çeşitli amaçlar için kullanılabilirler.

Ayrıca yapılan bu çalışmada ismi sıkça geçeceğinden bir de güneş panellerinin durumuna göre sınıflama biçimi vardır. Yukarıdaki sınıflamaya göre uydular ikiye ayrılır. Bunlardan ilki *esnek kanatlı* uydulardır. Esnek kanatlı uydularda güneş panelleri yanlara doğru açılır. Oluşan durumda uyduyu kontrol etmek için birde kanatlarda oluşan titreşimin baskılanması gerekir. İkincisi ise bu çalışmada kullanılan *rijit* uydudur. Rijit uydularda ise güneş panelleri uyduya yapışıktır. Paneller uyduya yapışık olduğundan panellerde herhangi bir titreşim olmayacak ve kontrolü esnek uydulara göre daha basit olacaktır.

Uydu Dinamiği

Yukarıda uydu kısaca bir gezegen etrafında dönen bir gök cismi olarak tanımlanmıştı. Fakat aslında bir gök cismi başka bir gök cisminin etrafında dönmez. Bunun yerine iki gök cismi ortak bir merkez etrafında döner. Hareket esnasındaki en önemli husus dönme merkezinin konumudur. Merkez noktası her zaman kütlesi daha büyük olan gök cismine daha yakındır. Bu durumda kütlesi az olan cisim daha fazla yol alır. Fazla yol alan cisme *uydu* denir. Örneğin Ay'ın kütlesi Dünya'ninkinden daha azdır. Yukarıdaki yaklaşımdan yola çıkılırsa dönme merkezi Dünya'ya çok yakın olur. Böylece Ay sanki Dünya etrafında dönüyormuş gibi görünür. Yukarıda yapılan kısa açıklamadan sonra konunun kolay

anlaşılması açısından daha sonraki açıklamalarda sanki uydu dönüyormuş gibi kabul edilerek açıklamaya devam edilecektir. Dünya çevresinde dönen bir uydunun hareketi, uydunun kütle merkezine göre tanımlanır. Buna göre uydunun kütle merkezi Dünya etrafında dönerken, uydu da kütle merkezi etrafında döner. Uydu kütle merkezinin Dünya etrafındaki hareketine *yörünge*, uydunun kendi kütle merkezi etrafındaki hareketine de *durum* denir. Uydunun durum hareketi, sabit bir referans sistemine göre belirlenir. Sabit referans sisteminin merkezi uydunun kendi kütle merkezidir. Durum hareketleri üç açısall boyutta ifade edilir. Açısall boyutlar uydunun Dünya'nın merkezine doğru yaptığı *sapma* (*yaw*) açısı, uydunun yörüngesine teğet olan eksen etrafındaki *yalpa* (*roll*) açısı ve her ikisine dik yönde *yunuslama* (*pitch*) açısıdır. Sapma, yalpa ve yunuslama açıları sayesinde uydunun tüm durum hareketleri tanımlanıp kontrol edilebilir. Bu açılara *Euler* açıları da denir (Bilgin, 2007, 1-60; Tewari,2010, 105-151, 337-341).

Kullanılmakta olan birçok uydu, yaklaşık olarak Dünya çevresinde iki odaklı, eliptik bir yörüngede döner. Dünya eliptik yörüngenin bir odağında bulunur. Bu yüzden yörünge üzerindeki dönüş süresince, uydunun Dünya'ya olan uzaklığı değişir. Uydu kütlesinden dolayı Dünya tarafından sürekli çekilir. Çekim, uydunun Dünya'ya olan uzaklığının karesi ile ters orantılıdır. Yukarıdaki durum özellikle güneş panelli uydularda ya da içinde uydunun kütle merkezini değiştirebilecek kadar hareket eden bir parça bulunduran, büyük kütleli uydularda ortaya çıkabilir. Çekim, uyduda ek bir moment oluşturacağı için kontrolü zorlaştırır. Bu durum uydudaki kontrolcü tarafından giderilir. Uydularda başka bozucu etkiler ise; her ne kadar sadece düşük irtifalı uydularda etkilese de aerodinamik sürüklenme, Dünya'nın manyetik alanından kaynaklanan manyetik moment, Güneş radyasyon moment, uydudaki kütle azalımından kaynaklanan momentlerdir (Bilgin, 2007, 1-60).

Uydu Kontrolü

Uyduların kontrol sistemleri genel olarak ikiye ayrılır. Bunlar yörünge kontrol sistemleri ve durum kontrol sistemleri olarak adlandırılabilir. Birçok özel durum dışında uygulamaların birçoğunda iki hareket birbirinden bağımsız olarak ele alınır ve buna göre bağımsız kontrol sistemleri tasarlanır. Yani başka bir deyişle uzay uygulamalarında öteleme hareketi ve dönme hareketi birbirinden bağımsızdır. Bu durum atmosferde uçan balistik füze veya insansız uçak gibi uygulamalara tamamen ters bir durumdur. Yukarıdaki

bakış açısıyla uydu sistemlerinin atmosferik araçlara göre daha kolay kontrol edilir (Tewari, 2010, 105-151, 337-341).

Genel olarak durum kararlılık sistemleri, bir uydunun bozucu doğal etkiler karşısındaki kararlılığını ve uydunun kullanım amacına göre manevra yapmasını sağlar. Günümüzde *aktif* durum kararlılık sistemleri kullanılır. Aktif kararlılık sistemleri, uydunun konum bilgisini kullanarak, oluşan kaymayı düzeltmek veya manevra yapmak için itki sistemini orantılı olarak devreye sokar. İtki sistemleri uyduya ait yunuslama, sapma ya da yalpa eksenleri etrafındaki düzeltme hareketlerine uygundur. Aynı uydu üzerinde farklı güçte birkaç itki sistemi bulunabilir. İtki sistemlerinin güçleri, çalışma ilkelerine göre sınıflandırılabilir. Son derece az bir etki oluşturan elektromanyetik itki sistemi, Dünya'nın manyetik alanından yararlanır. Uydunun gövdesinde bulunan elektro mıknatıslar, içlerinden geçen akımın şiddetiyle bir kuvvet üretir. Kuvvetin oluşturduğu moment çok küçük şiddete sahip bozucu etkilere karşı kullanılır. Aynı düzeyde itki oluşturabilen güneş yelkenleriyse, güneş ışınlarının basıncını kullanır. Mevcut güneş panellerini bir yelken gibi kullanan ve panelleri istenilen kuvveti oluşturmak için döndüren sistem tıpkı elektromanyetik itki sistemi gibi zayıf bozucu etkilere karşı kullanılır. Daha kuvvetli itki oluşturmak için döner tekerlekli sistem kullanılır. Döner tekerlekli sistem yerde dönen bir topacı sivri ucu üzerinde dengede tutan momentten yararlanır. Döner tekerlekli sistemler de kendi dönme hızlarının değişkenliğine göre ikiye ayrılır. Bunlardan birincisi momentum tekerleğidir. Momentum tekerleğine sahip sistemlerde tekerler uyduya göre sabit bir açısal hızla döner. İkinci itki sistemi ise tepki tekerlekleridir. Tepki tekerlerine sahip sistemlerde ise tekerler uydunun açısal momentumunu kendi hızını değiştirerek kontrol eder. Yani başka bir deyişle uydunun açısal momentum değişimi ile aynı şiddette fakat zıt yönde bir moment uygular. Uydunun dönüş hızı tekerlerin dönüş hızından çok çok yavaş olduğundan açısal momentumdaki değişikliğin adım değişiklik olduğu kabul edilir. Bunların haricinde daha birçok itki sistemi mevcuttur. Genellikle kimyasal yakıt kullanan sistemlerin, iyon motorlarından hidrazinli motorlara kadar, farklı çalışma ilkeleri ve çok farklı itki kuvvetleri vardır (Bilgin, 2007, 1-60; Tewari, 2010, 105-151, 337-341; Lee T. 2006,).

Çeşitli çalışmalarda, doğrusal zamanla değişmeyen ve doğrusal olmayan zamanla değişen yüzey eğimleri kullanan KKD' ler ve ayrıca doğrusal olmayan sistemlerin ardışık doğrusal zamanla değişen sistemler olarak ele alınıp optimal kayma yüzeyi yöntemi kullanan KKD' lerin tasarlandığı görülmüştür (Bilgin, 2007, 1-60, (Lee T. 2006).

İtik ve Salımcı (2005) alışmalarında, KKD kullanılarak esnek bir kirişin aktif titreşim kontrolünü gerçekleştirmişlerdir. Bir ucu ankastre diğerk ucu serbest bir aliminyum kiriş model alınmış ve esnek yapının ilk iki ve üç modunun titreşimini sönümlemek için KKD tasarlanmıştır. Sisteme belirsizlik içeren ve içermeyen iki durum için kontrol uygulandığında KKD tekniğinin her iki durum için de başarılı sonuçlar ortaya koyduğu görölmüştür (Bilgin 2007, 1-60).

Salımcı ve Banks (1998) alışmalarında doğrusal olmayan sistemleri ardışık doğrusal zamanla değişen sistemler halinde modelleyerek, zamanla değişen yeni bir optimal kayma yüzeyi tasarım metodunu uygulamışlardır.

Salımcı ve Bilgin alışmasında KKD yöntemi esnek kanatlı bir uydu modeline uygulanmıştır. Burada klasik KKD' den farklı olarak önce doğrusal zamanla değişmeyen sistem halinin çözümü yapılmış ve elde edilen bu kontrol terimi 1. yakınsama değeri olarak tanımlanmıştır. Daha sonra elde edilen kontrol terimi doğrusal olmayan zamanla değişen sisteme uygulanmıştır ve yukarıdaki işlem her bir yakınsama için bir önceki yakınsamadan elde edilen kontrol terimi kullanma biçiminde devam etmiştir. Böylece 10. yakınsama sonucunda doğrusal zamanla değişmeyen sistemle doğrusal olamayan zamanla değişen sistemin cevaplarının neredeyse aynı olduğu gözlenmiştir

Yapılan çalışmada ise doğrusal olmayan zamanla değişen rijit bir uydu modeli alınarak, uyduya KKD yöntemi uygulanmaktadır. Yapılan alışma esnasında kayma yüzeyi optimal alınmaktadır. Ayrıca alışma kapsamında bir başlangıç olması açısından da klasik KKD yöntemine de değinilmektedir.

Bölüm 2' de kullanılan ve klasik KKD yönteminin matematiksel alt yapısı, Bölüm 3' te uydu dinamiğinin matematiksel alt yapısı ve kullanılan uydu parametreleri, Bölüm 4' te ise bahsedilen uydu için yukarıda belirtilen KKD yöntemi kullanılarak kontrol uygulaması yapılmaktadır.

2. KAYAN KIPLİ DENETİM YÖNTEMİ

2.1. Doğrusal Sistemler için Kayan Kipli Denetim

Aşağıda verilen n dereceden m girişli doğrusal zamanla değişmeyen sistem düşünüldüğünde

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \quad (2.1)$$

$A \in R^{n \times n}$ ve $B \in R^{n \times m}$ olmak üzere $1 \leq m < n$ dir. Genellikle herhangi bir kaybın olmadığı varsayılarak girdi dağıtım matrisi B tam rank olduğunda tanımlanan dönüşüm fonksiyonu $s: R \rightarrow R^m$ aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$s(t) = Sx(t) \quad (2.2)$$

Burada $S \in R^{m \times n}$ tam rank' a sahiptir ve $s(t)$ tanımlanan hiper düzlemdir.

$$S = \{x \in R^n : Sx = 0\} \quad (2.3)$$

Denetim kuralını temsil eden $u(s(t), x(t))$; durum değişkenlerinin ve kayma yüzeyinin değişimine bağlıdır. Hiper düzlemde ideal kayma hareketinin meydana gelmesi için kayma yüzeyinin ve denetçinin uygun seçilmesi gerekmektedir. Örneğin herhangi bir t_s zamanı için

$$s(t) = Sx(t) = 0 \text{ bütün } t > t_s \text{ için} \quad (2.4)$$

$t = t_s$ zamanında, sistem durumlarının $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ yüzey $s(t)$ ' de bulunduğu ve ideal kayma hareketi meydana geldiği durumda, tüm $t > t_s$ 'ler için $S\dot{x}(t) = 0$ ve $\dot{s}(t) = S\dot{x}(t) = 0$ gibi matematiksel bir ifade elde edilebilir. $\dot{x}(t)$ Eş 2.1 'de yerine konursa

$$S\dot{x}(t) = SAx(t) + SBu(t) = 0 \text{ bütün } t \geq t_s \text{ 'ler için} \quad (2.5)$$

Kare matris SB' nin tekillik içermeyecek şekilde, S matrisinin tasarlandığı varsayılarak u_{eq} olarak ifade edilen eşdeğer kontrol Eş. 2.5' in cebirsel çözümüyle elde edilebilir.

$$u_{eq} = -(SB)^{-1}SAx(t) \quad (2.6)$$

Bu denetim kuralı, durumları kayma yüzeyinde tutma şeklinde ifade edilebilir. Eşdeğer kontrol için bulunan Eş. 2.6, Eş. 2.1' de yerine konularak ideal kayma hareketi oluşturulur.

$$\dot{x} = (I_n - B(SB)^{-1}S)Ax(t) \quad \text{bütün } t \geq t_s' \text{ ler ve } Sx(t_s) = 0 \text{ için} \quad (2.7)$$

Eş. 2.7' den görülebileceği gibi kayma hareketi, kayma yüzeyinin seçimine bağlı olarak kontrol girdisinden bağımsız bir hal almıştır, denetçinin etkisi açıkça görünür değildir. Bu problemin çözümü için geliştirilen yol ilk önce sistemin uygun bir kanonik forma dönüştürülmesidir. Bu yolla, sistem birbirine bağlı biri $R(B)$ ' de ve diğeri $N(s)$ ' de olmak üzere iki alt sisteme dönüştürülür. $Rank(B) = m$ varsayımıyla bir dikey (ortogonal) matris $T_r \in R^{n \times n}$ bulunur.

$$T_r B = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Burada $B_2 \in R^{m \times m}$, dir ve tekil değildir. $z = T_r x$ yeni koordinat takımıdır. Böylece

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$z_1 \in R^{n-m}$ ve $z_2 \in R^m$ dir. Bu durumda nominal doğrusal sistem aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\dot{z}_1 = A_{11}(t)z_1 + A_{12}(t)z_2 \quad (2.10)$$

$$\dot{z}_2 = A_{21}(t)z_1 + A_{22}(t)z_2 + B_2(t)u \quad (2.11)$$

E. 2.10 boş uzay (null space) dinamiğinin tanımını ifade eder ve Eş. 2.11 erim-uzay (range space) dinamiğinin tanımını ifade eder (Edwards and Spurgeon 1998, 1-75). Yeni

koordinat sisteminde tanımlanan dönüşüm fonksiyonunun aşağıdaki gibi uygun bir şekilde bölündüğü varsayılarak

$$ST_r^T = [S_1 \ S_2] \quad (2.12)$$

$S_1 \in R^{mx(n-m)}$ ve $S_2 \in R^{mxm}$ dir. $SB = S_2B_2$ olduğu için SB matrisinin tekil olmaması için yeterli ve gerekli şart $\det(S_2) \neq 0$ olmasıdır. İdeal kayma hareketi sırasında

$$S_1z_1(t) + S_2z_2(t) = 0 \text{ bütün } t \geq t_s \text{ 'ler için} \quad (2.13)$$

ve bundan dolayı $z_1(t)$ ' ye bağlı $z_2(t)$ ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$z_2(t) = -Mz_1(t) \quad (2.14)$$

burada $M = S_2^{-1}S_1$ ' dir. Bu ifade Eş. 2.10' da yerine koyulursa

$$\dot{z}_1(t) = (A_{11} - A_{12}M)z_1(t) \quad (2.15)$$

ve bu yüzden hiper düzlem tasarım problemi Eş. 2.10' daki sistem için durum geri besleme problemi olarak düşünülebilir, burada $z_2(t)$ ' nin kontrol eyleminin rolünü oynaması öngörülmektedir. Bir düzenleyici tasarımı bağlamında, kayma hareketini yöneten matris $(A_{11} - A_{12}M)$ kararlı özdeğere sahip olmalıdır. Bundan dolayı kayma yüzeyi tasarım problemi indirgenmiş düzen sistemini (reduced order systems) (A_{11}, A_{12}) dengede tutacak bir geri besleme durum matrisi M ' in seçilmesi olarak düşünülebilir. Düzenli formun özel yapısından dolayı (A, B) çifti kontrol edilebilirse, mutlaka (A_{11}, A_{12}) çifti de kontrol edilebilirdir. Eş. 2.15' den görülebileceği gibi S_2 kayma hareketi dinamiğinde direkt bir etkiye sahip değildir ve dönüşüm fonksiyonu için ölçme faktörü olarak rol oynar. S_2 ' nin seçimi bundan dolayı keyfidir. Genel olarak seçim hiyerarşik tasarım yöntemi diye isimlendirilebilir. $S_2 = \Lambda B_2^{-1}$ ' yi gerektiren bazı diyagonal tasarım matrisi $\Lambda \in R^{mxm}$ için $SB = \Lambda$ olmalıdır. Böylece Eş. 2.12' deki dönüşüm fonksiyonu M ve S_2 ' nin seçilmesiyle tamamlanmış olur (Edwards and Spurgeon 1998, 1-75).

Geri besleme matrisi M ' in bulunması için, gürbüz özdeğer yerleştirme, karesel minimizasyon, direkt özdeğer yerleştirme yaklaşımları gibi birçok yaklaşım bulunmaktadır. Takip eden bölümlerde bu yaklaşımlar anlatılmaktadır(Edwards and Spurgeon 1998, 1-75).

2.1.1. Gürbüz özdeğer yerleştirme

Bu yaklaşım eğer sistemde herhangi bir eşleşmeyen parametre değişikliği varsa örneğin eşleşme şartını sağlamayan bozucu etki varsa kullanılır. Buradaki amaç sıfır olmayan kayan kip özdeğerlerini sistemdeki bozuculara karşı duyarsız hale getirmektir. Bu yöntemle B ' nin uzayının dışındaki parametre değişikliklerinin etkisi minimize edilir. Burada Eş. 2.10 ve 2.14 aşağıdaki gibi değiştirilirse

$$\dot{z}_1(t) = (A_{11} - A_{12}M)z_1(t) + (\Delta A_{11} - \Delta A_{12})z_1(t) \quad (2.16)$$

Bu eşitlikte eşitliğin sağ tarafındaki ikinci terim yukarıda bahsedilen parametre değişikliklerinde kaynaklanan bozucu etkiyi ifade eder. Bu terim zamanla değişken veya keyfi de olabilir. Normal kayan kip denklemleri Eş. 2.10 ve 2.14 $(n - m)$ ' inci dereceden ve m kontrol girişine sahiptir. Burada $A_{12} \in R^{(n-m) \times m}$ matrisi mutlaka l rankına sahip olmalıdır. l ise

$1 \leq l \leq \min(n - m, m)$ şartını sağlamalıdır.

Buradan da anlaşılacağı gibi l birden büyük ya da eşit olmalıdır. Eğer bu şart sağlanmazsa sistem kontrol edilemez. $l < m$ olduğu durumlarda ise kayan sistem fazla kontrol girişine sahiptir ve bunlar kaldırılmalıdır. Eğer bir $P \in R^{m \times m}$ uygun bir dönüşüm matrisi tanımlanırsa şöyleki

$$A_{12}P = [A_{121} \ A_{122}] \quad (2.17)$$

Burada A_{121} l tane doğrusal bağımsız kolona sahip iken A_{122} "0" dır. Daha sonra

$$P^T M = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \updownarrow l \\ \updownarrow m - l \end{matrix} \quad (2.18)$$

Şimdi Eş. 2.16 yeniden düzenlenirse

$$A_{11} - A_{12}M = A_{11} - A_{121}M_1 - A_{122}M_2 \quad (2.19)$$

$$\Delta A_{11} - \Delta A_{12}M = \Delta A_{11} - \Delta A_{121}M_1 - \Delta A_{122}M_2 \quad (2.20)$$

$$\text{Burada } \Delta A_{12}P = [\Delta A_{121} \quad \Delta A_{122}] \quad (2.21)$$

Daha önce bahsedilen bozucu etkiler M_2 matrisi “0” alınarak minimize edilir. Kalan geri besleme matrisi M_1 ise $(A_{11} \quad A_{121})$ çiftine adımları uygulanarak bulunabilir. Böylece Eş. 2.18’ den M matrisi hesaplanabilir. M_1 matrisinin bulunması için uygun yöntemlerden biri Wonham (1967) çalışmasında detaylı bir şekilde anlatılmıştır.

Wonham (1967) çalışmasında, eğer sistem kontrol edilebilirse geri besleme matrisi daha önceden isteğe bağlı olarak seçilen özdeğerlere kök yerleştirmesi yapılarak bulunabileceği anlatılmaktadır. Daha sonra Moore(1976) çalışmasında, yöntemin uygulanabilirlik sınırını belirlemiştir.

Moore (1976) çalışmasında, verilen özdeğere bağlı özvektör sistem matrisi, girdi matrisi ve özdeğerin kendisi tarafından belirlenen bir alt uzayda bulunmalıdır. Gürbüzlüğü değerlendirmek için, özdeğer duyarlılığı c_i ’ deki bir sınırlamayla kararlaştırılmıştır.

$$\max\{c_i\} \leq \kappa(V) = \|V\|\|V^{-1}\| \quad (2.22)$$

Burada $\kappa(V)$ V matrisinin doğru öz vektörlerinin durum sayısını gösterir aynı zamanda v_i öz vektörünün ortogonalitesinin ölçüsüdür. Matrisin elemanlarında değişiklik amacıyla, matrisin daha yakın özvektörlerinin birim dikey olması kadar, ortak koşulların sayısının daha küçük ve özdeğer konumların gürbüzlüğünün de daha büyük olması gerekir. Gerekli özdeğerler için özvektörler matrisinin olabildiği kadar iyi koşullarda olması gerekir. Bu durum *Matlab*’ ın *Place* komutu ile sağlanabilir (Bilgin, 2007, 1-60).

Karesel minimizasyon yöntemi

Bu bölüme geçmeden önce klasik durum değişken tabanlı karesel minimizasyon yöntemi anlatılacaktır.

Var olan sistem şu şekilde ve aşağıdaki ilk şartta ifade edilsin.

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t), \quad x(0) = x_0 \quad (2.23)$$

Ve minimize edilecek maliyet fonksiyonu da aşağıdaki şekilde tanımlansın.

$$J = \frac{1}{2}x^T(t_f)Q_f x(t_f) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [x^T(t)Q(t)x(t) + 2x^T(t)S(t)u(t) + u^T(t)R(t)u(t)]dt \quad (2.24)$$

Burada $x(t_f)$ kontrol zamanının sonundaki durum değişkenlerinin değerini ifade eden vektördür. $Q_f, Q(t)$ ve $R(t)$ simetrik $S(t)$ asimetrik olan maliyet katsayı matrisleridir. $J \geq 0$ olduğundan $Q_f, Q(t)$ ve $R(t)$ matrisleri de en azından pozitif yarı tanımlıdır. İntegral içindeki kısım langrange fonksiyonu olarak aşağıdaki gibi tanımlansın(Tewari, 2010, 105-151,337-341, Ogata, 1997, 710-982; Delchamps 1984,1031-1033).

$$L[x(t), u(t), t] = \frac{1}{2}x^T(t)Q(t)x(t) + x^T(t)S(t)u(t) + \frac{1}{2}u^T(t)R(t)u(t) \quad (2.25)$$

Şimdi de karesel değer fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlansın.

$$V[x(t), t] = \frac{1}{2}x^T(t)P(t)x(t) \quad (2.26)$$

Eş. 2.26'da $P(t)$ pozitif tanımlı, simetrik ve aşağıdaki Hamilton-Jacobi-Bellman şartını sağlayan bir matristir.

$$-\frac{\partial \hat{V}}{\partial t} = L[\hat{x}, \hat{u}, t] + \frac{\partial \hat{V}}{\partial x}(A\hat{x} + B\hat{u}) \quad (2.27)$$

Eş. 2.27'nin sınır şartı da şu şekildedir.

$$\hat{V}[\hat{x}(t_f), t_f] = \frac{1}{2} \hat{x}^T(t_f) Q_f \hat{x}(t_f) \quad (2.28)$$

Maliyet fonksiyonunun minimizasyonu için Hamilton fonksiyonundaki langrange fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanan langrange çarpanı ile çarpılsın.

$$\lambda^T = \frac{\partial V}{\partial x} = x^T(t) P(t) \quad (2.29)$$

$$H[x, u, t] = L[x(t), u(t), t] + \lambda^T(t) [A(t)x(t) + B(t)u(t)] \quad (2.30)$$

Optimum kontrolü bulabilmek için Eş. 2.30'un u'ya göre türevi aşağıdaki gibi alınır ve elde edilen sonuç "0" a eşitlenir.

$$\hat{x}(t)S(t) + \hat{u}^T(t)R(t) + \hat{x}^T(t)\hat{P}(t)B(t) = 0 \quad (2.31)$$

Veya

$$\hat{u}(t) = -R^{-1}(t) [B^T(t)\hat{P}(t) + S^T(t)] \hat{x}(t) \quad (2.32)$$

Eş.2.32 optimum kontrol kuralı olarak bilinir. $P(t)$ matrisi pozitif tanımlı olduğundan $V[x(t), t] > 0$ durumu bütün $x(t)$ 'ler için sağlanır. Doğrusal optimum kontrol terimini elde etmek için karesel değer fonksiyonu yani Eş. 2.26, Eş.2.27'de yerine yerleştirilirse

$$\hat{x}^T \dot{\hat{P}}(t) \hat{x} = [(A - BR^{-1}S^T)^T \hat{P} + \hat{P}(A - BR^{-1}S^T) - \hat{P}BR^{-1}B^T \hat{P} + Q - SR^{-1}S^T] \hat{x} \quad (2.33)$$

Eş.2.33'den $\dot{\hat{P}}(t)$ terimi çekilirse ortaya Ricatti denklemi çıkar.

$$-\dot{\hat{P}}(t) = Q + (A - BR^{-1}S^T)^T \hat{P} + \hat{P}(A - BR^{-1}S^T) - \hat{P}BR^{-1}B^T \hat{P} - SR^{-1}S^T \quad (2.34)$$

Eş.2.34 çözülürken aşağıdaki sınır şartına bağlı kalınır(Tewari, 2010, 105-151,337-341, Ogata, 1997, 710-982, Lewis and Vassilis 1995, 189-203).

$$\hat{P}(t_f) = Q_f \quad (2.35)$$

Yukarıdaki özetten sonra minimize edilecek karesel maliyet fonksiyonu

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_s}^{\infty} x(t)^T Q x(t) dt \quad (2.36)$$

olsun. Burada Q hem simetrik hem de pozitif tanımlıdır ve t_s kayma hareketinin başlama zamanıdır. t_s zamanındaki sistemin durumu $x(t_s)$ bilinen başlangıç koşulları olduğu varsayılırsa ve aynı şekilde $t \rightarrow \infty$, $x(t) \rightarrow 0$ kabul edilip, Q matrisi bulunur ve koordinat dönüşümü yapıldığında

$$T_r Q T_r^T = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

halini alır ve ardından aşağıdaki ifade tanımlanır.

$$\tilde{Q} = Q_{11} - Q_{12} Q_{22}^{-1} Q_{21} \quad (2.38)$$

ve

$$v = z_2 + Q_{22}^{-1} Q_{21} z_1 \quad (2.39)$$

Eş. 2.36'da bazı cebirsel manipülasyonlardan sonra yeni koordinat düzlemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_s}^{\infty} (z_1^T \tilde{Q} z_1 + v^T Q_{22} v) dt \quad (2.40)$$

İndirgenmiş düzen denkleminin aşağıdaki gibi yazıldığı hatırlanırsa

$$\dot{z}_1(t) = A_{11} z_1(t) + A_{12} z_2(t) \quad (2.41)$$

Eş. 2.39 kullanılarak, Eş. 2.41'den z_2 katkısı yok edilirse, yeniden düzenlenmiş indirgenmiş düzen denklemi aşağıdaki gibi olur (Edward and Spurgeon, 1998, 1-75; Chiman 1995,303-307).

$$\dot{z}_1(t) = \tilde{A}z_1(t) + A_{12}v(t) \quad (2.42)$$

Burada

$$\tilde{A} = A_{11} - A_{12}Q_{22}^{-1}Q_{21} \quad (2.43)$$

Q' nun pozitif tanımlılığı $Q_{22} > 0$ ' ı temin eder. Q_{22}^{-1} ' in var olması için $\tilde{Q} > 0$ olmalıdır. Bundan başka orijinal (A, B) çiftinin kontrol edilebilirliği, $(\tilde{A}, A_{12})$ çiftinin kontrol edilebilirliğini sağlar. Problem böylece Eş. 2.24'de konu olan problem Eş. 2.36 fonksiyonunun minimizasyonu haline gelir ve böylece standart doğrusal karesel optimal durum düzenleyici problemi olarak ele alınabilir (Bilgin, 2007, 1-60; Irmak, 2014, 1-55; Çimen, 2008, Çimen 2012).

Böylece bilinen Ricatti denklemi çözülerek elde edilen çözümden yola çıkılarak kayma yüzeyi tasarımı tamamlanır. Bu durum matematiksel olarak şöyle ifade edilir:

$$P_1\tilde{A} + \tilde{A}^TP_1 - P_1A_{12}Q_{22}^{-1}A_{12}^TP_1 + \tilde{Q} = 0 \quad (2.44)$$

Burada P_1 yukarıda bahsedilen Ricatti denkleminin çözümüdür. Buradan yola çıkarak v ifadesi minimize edilmiş hali şu şekilde bulunur.

$$v = -Q_{22}^{-1}A_{12}^TP_1z_1 \quad (2.45)$$

Bu ifade Eş. 2.39'da yerine yazılırsa denklem aşağıdaki hali alır.

$$\dot{z}_2 = -Q_{22}^{-1}(A_{12}^TP_1 + Q_{21})z_1 \quad (2.46)$$

Burada yüzey eğimi M olarak tanımlanırsa, Eş. 2.30'dan yüzey eğim ifadesi aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$M = -Q_{22}^{-1}(A_{12}^TP_1 + Q_{21}) \quad (2.47)$$

Yukarıda kayan kipli denetim için kayma yüzeyi eğiminin elde edilmesi açıklanmaktadır. Böylelikle kayma yüzeyi

$$S = Mz \quad (2.48)$$

bulunur. Buradan sistemin kayma yüzeyinin dışına çıkmaması için aşağıdaki şart sağlanmalıdır (Edwards and Spurgeon, 1998, 1-75).

$$\dot{S} < 0 \rightarrow S > 0 \quad \text{veya} \quad \dot{S} > 0 \rightarrow S < 0 \quad (2.49)$$

Eş. 2.49'daki $\dot{S}$ kayma yüzeyinin zamana göre birinci türevidir. $\dot{S}$ 'ı veren formül aşağıdaki gibi olur.

$$\dot{S} = MAz \quad (2.50)$$

Kayan kipli denetçi tasarımında kontrol terimi ikiye ayrılır (Edwards and Spurgeon, 1998, 1-75).

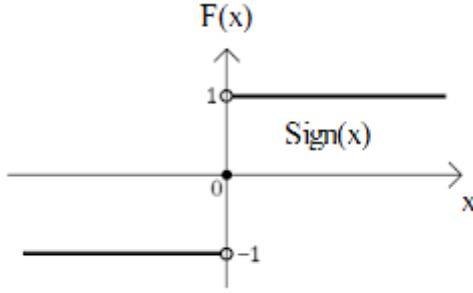
$$u_l = -(SB)^{-1}\dot{S} \quad (2.51)$$

$$u_n = -k(SB)^{-1}sgn(S) \quad (2.52)$$

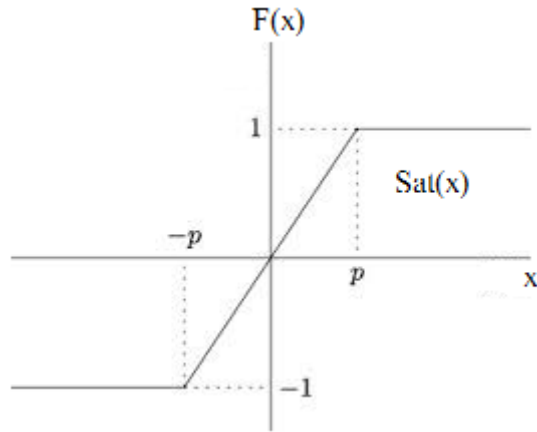
2.1.3. Çıtırıtı olayı

İdeal kayma hareketi gerçekte olan itki sistemlerindeki zaman kayıpları, geri beslemeli kontrol sistemindeki süreksizlikler gibi etkenlerden dolayı çıtırıtı olayı gerçekleşmektedir. Bu olay mekanik sistemlerde hareket eden cisimlerde aşınmaya, elektriksel sistemlerde yüksek ısı kayıplarına neden olmaktadır.

Bu olayın önüne geçmek için kullanılan yöntemlerden biri Eş. 2.52'deki signum fonksiyonu yerine saturation fonksiyonu kullanmaktır.



Şekil 2.1. Signum fonksiyonunun(sgn) grafiksel gösterimi



Şekil 2.2. Doyma fonksiyonu grafiksel gösterimi

Şekil 2.2’ deki $\|p\|$ ifadesi 0’a yaklaştıkça fonksiyon sgn fonksiyonuna benzer ve çıttırtı miktarı artar. Fakat $\|p\|$ ifadesi büyüdükçe bu seferde istenilen sonuçtan sapma miktarı artar fakat çıttırtı miktarı azalır.

2.2. Kayan Kipli Denetimin Kararlılık Analizi

Doğrusal zamanla değişen sistemler, sistem katsayı matrislerindeki zaman değişkeni bir parametre olarak düşünülerek, zaman dondurma metodları geliştirilmiştir. Bu yaklaşıma güçlü bir örnek: R , reel sayılar kümesi, q pozitif tamsayısı için, R^q R ’deki girişlere q elemanının sütun vektörlerin uzayını gösterebilir. $\|x\|$ normu $x \in R^q$ ’de aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\|x\| = (x^T x)^{1/2} \quad (2.53)$$

Burada x^T x ’in transpoz vektörüdür. Verilen pozitif tamsayılar p, q R ’de $p \times q$ büyüklüğündeki bir M matrisi $R^{p \times q}$ ’nin elemanı olarak görülebilir. Frobenius normu $\|M\|$ aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\|M\| = \{\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q m_{ij}^2\}^{1/2} \quad (2.54)$$

Burada m_{ij} , M 'nin i, j girişleridir. Herhangi bir $x \in R^q$ için, $\|Mx\| \leq \|M\|\|x\|$ olduğunu kanıtlamak oldukça kolay olacaktır.

Pozitif tamsayılar m ve n için, m girişler ve n 'de doğrusal zamanla değişen sürekli sistemin boyutları olmak üzere; Durum denklemi,

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (2.55)$$

Burada $u(t)$, m vektör girişi yada t zamanında uygulanan kontrol ve $x(t)$, t zamanında n boyutlu durum vektörüdür. $n \times n$ boyutlu katsayı matrisi $A(t)$ ve $n \times m$ boyutlu $B(t)$ katsayı matrisi, $t \geq 0$ için t 'nin türevlenebilir sınırlı bir fonksiyonu olarak düşünülebilir. Böylece

$$\begin{aligned} A(t): R_+ &\rightarrow \Omega \subset R^{n^2} \\ B(t): R_+ &\rightarrow \Gamma \subset R^{n \times m} \end{aligned}$$

Burada $R_+ = \{t \in R: t \geq 0\}$ ve Γ ve Ω alt kümelerdir. Sonuç olarak, $t \geq 0$ için $\dot{A}(t)$ ve $\dot{B}(t)$ türevleri sınırlı kabul edilebilir.

$$\sup_{t \geq 0} \|\dot{A}(t)\| = \dot{a}_m < \infty \text{ ve } \sup_{t \geq 0} \|\dot{B}(t)\| = \dot{b}_m < \infty \quad (2.56)$$

$A(t)$ ve $B(t)$ katsayı matrislerinin zamanla değişim oranı Eş. 2.56'da tanımlanan $\dot{a}_m$ ve $\dot{b}_m$ büyüklükleriyle ölçülebilir.

Bu durumda, kontrol $u(t)$ ile verilen sistemin geri besleme durum matrisi $u(t) = -K(t)x(t)$ olarak düşünülebilir. Burada $K(t)$, $m \times n$ boyutlu kazanç matrisidir. Sistemde ifade yerine konulursa, sonuç olarak kapalı çevirim sistem aşağıdaki hali alır.

$$\dot{x}(t) = (A(t) - B(t)K(t))x(t) \quad (2.57)$$

Bu ifadedeki problemlili parça kapalı çevrim sistemin asimptotik kararlı olabilmesi için $K(t)$ geri besleme kazanç matrisinin (var olduğu kabulüyle) bulunmasıdır. Bu probleme p 'nin tüm aralıklarda pozitif tanımlı sayı kabulüyle $A(t)$ ve $B(t)$ 'de p parametresi kullanılarak, t değişken zaman aralığında dondurma metodu kullanılarak yaklaşılabacaktır (Bilgin, 2007, 1-60).

$$\dot{x}(t) = A(p)x(t) + B(p)u(t), p \geq 0 \quad (2.58)$$

$\gamma > 0$ verilsin, Eş.2.57'deki sistemin γ . mertebeden belirlenen noktada kararlı olduğu söylenebilir, eğer γ . dereceden tüm doğrusal zamanla değişmeyen sistemlerin toplamı kararlıysa, böylece her bir $p \geq 0$ için sabit bir kazanç K_p matrisi vardır. Böylece

$$\operatorname{Re} \lambda_i(A(p) - B(p)K_p) \leq -\gamma, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.59)$$

Burada $\lambda_i(A(p) - B(p)K_p)$, $A(p) - B(p)K_p$ 'nin i . özdeğeridir. Böylece, kontrol $u(t) = -K_p x(t)$ $s = -\gamma$ kompleks düzlem Re 'nin solunda zamanla değişmeyen sistem $\dot{x}(t) = A(p)x(t) + B(p)u(t)$ 'ye yerleştirilir. Sistem γ . mertebede sadece aşağıdaki koşullarda kararlı olur.

$$\operatorname{rank}[sI - A(p): B(p)] = n, \quad \operatorname{Re} s \geq -\gamma, \quad p \geq 0 \quad (2.60)$$

Şimdi sistem Eş. 2.59'un γ . mertebesiyle noktasal kararlı olabildiğini varsayalım, böylece bir K_p toplamı var olur. Eş. 2.59'un sağlanması için matrislerin $p \geq 0$ koşulunu sağlaması gerekir. $K(t) := K_t$, tanımlanırsa, bu durumda, kontrol $u(t) = -K(t)x(t)$ noktasal kararlıdır. Eş. 2.57 kapalı döngü sisteminin sonucunun ne zaman düzgün asimptotik kararlı olduğunun bilinmesi gerekir. Görüldüğü gibi takip eden sonuçtan, $K(t)$ geri besleme kazanç matrisinin noktasal kararlılığının belli bir sınıfı için Eş. 2.36 kapalı döngü sistem zaman değişikliklerinin oranları $\dot{a}_m$ ve $\dot{b}_m$ yeterince küçük ise düzgün asimptotik kararlıdır (Bilgin, 2007, 1-60).

2.1. Teorem

Sistem Eş. 2.59'un γ mertebesiyle bazı $\gamma > 0$ 'lar için noktasal kararlı olduğunu varsayalım. Bir zaman değişken geri besleme kazanç matrisi $K(t)$ vardır. Çünkü,

$$\operatorname{Re} \lambda_i(A(t) - B(t)K(t)) \leq -\gamma, \text{ bütün } i, t \geq 0. \quad (2.61)$$

Ayrıca varsayalım $K(t)$ tüm girişleri $A(t)$ ve $B(t)$ matrislerinin girişlerinin türevlenebilir ($\text{class } C^{(1)} \text{ on } \Omega \times \Gamma$) sürekli fonksiyonları olarak inşa edilsin. $\dot{a}_m$ ve $\dot{b}_m$ yeterince küçükse ve ardından $K(t)$ sınırlı türevle sınırlı olursa, kapalı döngü sistem $\dot{x}(t) = (A(t) - B(t)K(t))x(t)$ düzgün asimptotik karardır.

İspat

$K(t)$ teoremdaki hipotezi gerçekleşsin, $K(t)$ 'nin i, j girişleri k_{ij} , $A(t)$ ve $B(t)$ matrislerinin f_{ij} fonksiyonunun bir $C^{(1)}$ sınıfıdır. Böylece,

$$k_{ij} = f_{ij}(a_{11}, a_{12}, \dots, b_{11}, b_{12}, \dots, b_{nm}) \quad (2.62)$$

Burada

$$f_{ij}: \Omega \times \Gamma \rightarrow R$$

ve $A(t) = (a_{ij}(t)), B(t) = (b_{ij}(t))$ 'dir.

Çünkü $A(t)$ ve $B(t)$, $t \geq 0$ için sınırlı ve türevlenebilir ve f_{ij} sürekli türevlenebilir olduğundan, $k_{ij}(t)$, bütün i, j 'ler ve $t \geq 0$ için türevlenebilir ve sınırlıdır.

$$\sup_{t \geq 0} |k_{ij}(t)| \leq \sup_{(w, \gamma) \in \Omega \times \Gamma} |f_{ij}(w, \gamma)| \quad (2.63)$$

Böylece, $K(t) = (k_{ij}(t))$ sınırlıdır. Ek olarak Eş. 2.62'nin her iki tarafının da türevi alınırsa

$$\dot{k}_{ij}(t) = \sum_{r=1}^n \sum_{s=1}^n \frac{\partial f_{ij}}{\partial a_{rs}} \dot{a}_{rs}(t) + \sum_{r=1}^n \sum_{s=1}^m \frac{\partial f_{ij}}{\partial b_{rs}} \dot{b}_{rs}(t) \quad (2.64)$$

Böylece,

$$\begin{aligned} \sup_{t \geq 0} |\dot{k}_{ij}(t)| &\leq \sum_{r=1}^n \sum_{s=1}^n \left[\sup_{(w,\gamma) \in \Omega \times \Gamma} \left| \frac{\partial f_{ij}(w,\gamma)}{\partial a_{rs}} \right| \right] [\sup_{t \geq 0} |\dot{a}_{rs}(t)|] + \\ &\sum_{r=1}^n \sum_{s=1}^m \left[\sup_{(w,\gamma) \in \Omega \times \Gamma} \left| \frac{\partial f_{ij}(w,\gamma)}{\partial b_{rs}} \right| \right] [\sup_{t \geq 0} |\dot{b}_{rs}(t)|] \end{aligned} \quad (2.65)$$

f_{ij} 'nin kısmi türevi sürekli olduğu için, $\Omega \times \Gamma$ aralıksızdır, $\dot{A}(t)$ ve $\dot{B}(t)$, $t \geq 0$ için [12] ile sınırlıdır. Ve bundan dolayı $\dot{K}(t)$, $t \geq 0$ için sınırlıdır. Ayrıca Eş. 2.65'i takiben ve Eş. 2.54'deki matris normu tanımıyla

$$\sup_{t \geq 0} \|\dot{K}(t)\| = \dot{k}_W \rightarrow 0 \text{ olarak } \dot{a}_m \rightarrow 0 \text{ ve } \dot{b}_m \rightarrow 0. \quad (2.66)$$

Şimdi

$$\frac{d(A(t) - B(t)K(t))}{dt} = \dot{A}(t) - B(t)\dot{K}(t) - \dot{B}(t)K(t) \quad (2.67)$$

ve böylece

$$\sup_{t \geq 0} \left\| \frac{d(A(t) - B(t)K(t))}{dt} \right\| \leq \dot{a}_m + [\sup_{t \geq 0} \|B(t)\|] \dot{k}_M + \dot{b}_M [\sup_{t \geq 0} \|K(t)\|] \quad (2.68)$$

Eş. 2.63 ile sınırlanmış $\|K(t)\|$ $\dot{a}_M$ ve $\dot{b}_M$ 'den bağımsızdır ve $B(t)$ sınırlı olduğu için Eş. 2.57 ve Eş. 2.65'den aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\sup_{t \geq 0} \left\| \frac{d(A(t) - B(t)K(t))}{dt} \right\| \rightarrow 0 \text{ olarak } \dot{a}_m \rightarrow 0 \text{ ve } \dot{b}_m \rightarrow 0 \quad (2.69)$$

Eğer $\dot{a}_m$ ve $\dot{b}_m$ yeterince küçükse Eş. 2.59 ve Eş. 2.66 düzgün asimptotik kararlı $\dot{x}(t) = (A(t) - B(t)K(t))x(t)$ ifadesine uygulanır.

Teorem 2.1'in hipotezini sağlayan bir geri besleme kazanç matrisi $K(t)$ şöyle tanımlanabilir. $\gamma > 0$ ve R üzerinde bir $n \times n$ boyutlu pozitif tanımlı simetrik matris Q verilsin, cebirsel Ricatti denklemi (ARE) düşünülürse

$$(A^T(t) + \gamma I)P(t) + P(t)(A(t) + \gamma I) - P(t)B^T(t)B(t)P(t) + Q = 0 \quad (2.70)$$

Eş. 2.59'da verilen sistem γ . mertebede noktasal kararlıysa, Eş. 2.67'deki ARE tüm $t \geq 0$ için bir tek pozitif belirli çözüm $P(t)$ 'ye sahiptir ve aşağıdaki gibi tanımlanabilir (Bilgin, 2007, 1-60).

$$K(t) = B^T(t)P(t) \quad (2.71)$$

Kapalı döngü sistem $\dot{x}(t) = (A(t) - B(t)K(t))x(t)$ 'in donmuş-zaman özdeğerleri $\text{Re } s = -\gamma$ çizgisinin solundadır. $P(t)$ 'nin girişleri $A(t)$ ve $B(t)$ girişlerinin gerçek çözümsel fonksiyonlarıdır ve bu yüzden Eş. 2.68 geri besleme matrisinin girişleri $A(t)$ ve $B(t)$ sürekli türevlenebilir fonksiyonlardır. Bundan dolayı takip eden sonuca ulaşılabilir.

2.2. Teorem

Eş. 2.59'daki sistem bazı $\gamma > 0$ için γ mertebe ile noktasal kararlı olduğu varsayılın R üzerinde pozitif belirli $n \times n$ boyutlu Q matrisi verilsin. $P(t)$ ARE Eş. 2.67'nin pozitif belirli çözümünü gösterebilir. Bu durumda $\dot{a}_m$ ve $\dot{b}_m$ yeterince küçük ise kontrol $u(t) = -B^T(t)P(t)x(t)$, düzgün asimptotik değişmez kapalı döngü bir sistemle sonuçlanır.

Önceki bölümde verilen sonuçların tümü ayırık-zamanlı duruma karşılık gelir. Bu durumun kısa hikayesi aşağıda verilmektedir. Sırasıyla Eş. 2.53 ve Eş. 2.54'deki vektör ve matris normlarının verildiği kabul edilerek devam edilecektir (Bilgin, 2007, 1-60).

Aşağıdaki durum denklemleriyle verilen m -girişli n -boyutlu doğrusal zamanla değişen ayırık zamanlı sistem düşünölsün.

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) \quad (2.72)$$

Burada $k = 0, 1, 2, \dots$ ayrık zaman indeksidir. $k \geq 0$ için $A(k)$ ve $B(k)$ 'nin sınırlı olduğu kabul edilsin. Böylece

$$A(k): N \rightarrow \Omega \subset R^{n^2}$$

$$B(k): N \rightarrow \Gamma \subset R^{nm}$$

Burada N doğal sayılar kümesi ve Ω, Γ aralıksız alt kümelerdir (Bilgin, 2007, 1-60).

2.2.1. Tanım

$$(\Delta a)_M = \sup_{k \geq 0} \|A(k+1) - A(k)\|, (\Delta b)_M = \sup_{k \geq 0} \|B(k+1) - B(k)\| \quad (2.73)$$

Kabul edelim ki $(\Delta a)_M < \infty$ ve $(\Delta b)_M < \infty$, $A(k)$ ve $B(k)$ katsayı matrislerinin zamanla değişim oranı $(\Delta a)_M$ ve $(\Delta b)_M$ ile ölçülmektedir.

$p, 0 \leq p < 1$ aralığında tanımlı pozitif bir gerçel sayıdır. Sistem Eş. 2.69 eğer zamanla değişen bir geri besleme kazanç matrisi $G(k)$ varsa p mertebesiyle noktasal kararlıdır denebilir. Böylece

$$|\lambda_i(A(k) - B(k)G(k))| \leq p, \text{ tüm } i, k \geq 0 \quad (2.74)$$

Sistem Eş. 2.69 p mertebesiyle noktasal kararlı olabilmesi için yalnızca aşağıdaki koşul sağlanmalıdır.

$$|zI - A(k): B(k)| = n, \quad |z| \geq p, \quad k \geq 0 \quad (2.75)$$

Ayrık-zamanlı duruma karşılık gelen Teorem 2.1 bilinmektedir. Aşağıdaki sonuçların ispatı, çoğunlukla ortalama değer teoremi kullanımıyla ve daha önce Charles A. Deoser tarafından geliştirilmiş olan kararlılık teoreminin kullanılmasıyla, zincir kuralı kullanılması dışında Teorem 2.1'in ispatına benzemektedir. Aralıksız aktarım ihmal edilir.

2.3. Teorem

Sistem Eş. 2.69'un $0 \leq p < 1$ olmak koşuluna uyan p 'ler için p mertebeye noktasal kararlı olduğu varsayalım. Böylece Eş. 2.72'i sağlayan bir geri besleme kazanç matrisi $G(k)$ oluşturulmuş olsun. Böylece girişleri $A(k)$ ve $B(k)$ girişlerinin fonksiyonları (sınıf $\mathcal{C}^{(1)}$) sürekli türevlenebilirdir. O zaman $G(k)$ sınırlıdır. $\sup_{k \geq 0} \|G(k+1) - G(k)\|$ sınırlıdır ve eğer $(\Delta a)_M$ ve $(\Delta b)_M$ yeterince küçükse, kapalı-döngü sistem $x(k+1) = (A(k) - B(k)G(k))x(k)$ düzgün asimptotik kararlıdır.

Şimdi $0 < p < 1$ aralığında bir p verilsin ve Q, R 'de $n \times n$ boyutlu pozitif tanımlı bir matris ise ARE yazılırsa (Bilgin, 2007, 1-60)

$$\begin{aligned} & p^{-1}A^T(k)P(k)p^{-1}A(k) - P(k) - \\ & p^{-1}A^T(k)P(k)B(k)[B^T(k)P(k)B(k) + I]B^T(k)P(k)A(k)p^{-1} + Q = 0 \end{aligned} \quad (2.76)$$

Sistem Eş. 2.69 $0 \leq p < 1$ olmak koşuluna uyan p 'ler için p mertebesiyle noktasal kararlıdır. ARE Eş. 2.73 tüm $k \geq 0$ 'ler için tek bir pozitif tanımlı $P(k)$ çözümüne sahiptir ve eğer geri besleme kazanç matrisi aşağıdaki gibi tanımlanırsa

$$G(k) = (B^T(k)P(k)B(k) + I)^{-1}B^T(k)P(k)A(k) \quad (2.77)$$

Kapalı sistem dondurulmuş özdeğerleri

$$x(k+1) = (A(k) - B(k)G(k))x(k) \quad (2.78)$$

Yarıçap diski içindedirler. Delchamps'ın lemması yoluyla $P(k)$ girişleri, $A(k)$ ve $B(k)$ girişlerinin gerçel çözümsel fonksiyonudur. Bu nedenle Eş. 2.74 geri besleme matrisinin girişleri $A(k)$ ve $B(k)$ girişleri sürekli türevlenebilir fonksiyonudur. Bundan dolayı ayrık-zamanlı duruma karşılık gelen teorem 2.2 bilinmektedir.

2.4. Teorem

Sistem Eş. 2.69 $0 \leq p < 1$ olmak koşuluna uyan p 'ler için p mertebeye noktasal kararlı olduğu varsayalım. R 'de $n \times n$ boyutlu pozitif tanımlı bir Q matrisi verilsin. $P(k)$ ARE Eş. 2.73'ün pozitif belirli çözümünü gösterebilirsin. $(\Delta a)_M$ ve $(\Delta b)_M$ yeterince küçükse, kontrol

$u(k) = -G(k)x(k)$ dir. Burada Eş. 2.74'de verilen $G(k)$ sonuçta kapalı-döngü sistem düzgün asimptotik kararlıdır (Bilgin, 2007, 1-60).

2.3. Bozucu Etki Altında Sistem Davranışı

Gerçek hayatta kullanılan sistemler mutlaka bozucu etkilere maruz kalmaktadır. Bu yüzden tasarım yapılırken bu etkilerde göz önüne alınmalıdır. Kayan kipli denetçi tasarımında bu etkiler ikiye ayrılır. Birinci grup etki eşleşme şartını sağlayan etkiler, ikinci grup etki ise eşleşme şartını sağlamayan etkilerdir. Eşleşme şartı kayma matrisleriyle bozucu etki yapısı arasındaki ilişkiyi ifade eder (Edwards and Spurgeon, 1998, 1-75, Wen and Cheng 2007, 926-941). Eşleşme şartını sağlayan bozucu etki tek başına kayan kipli denetçi tarafından sönümlenir.

2.5. Teorem

İdeal kayma hareketi eşleşme şartını sağlayan bozucu etkiye karşı tamamen duyarsızdır.

İspat

Eşleşme şartını sağlayan belirsizlik içeren sistem aşağıdaki gibi ifade edilsin.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + D\xi(t, x) \quad (2.79)$$

Eş. 2.79'da $D \in R^{n \times l}$ olan değeri bilinen bir matristir ve $\xi: R_+ \times R^n \rightarrow R^l$ olan bilinmeyen bir fonksiyondur. Bu sistem için yukarıdaki kontrol algoritmaları uygulanırsa kontrol terimlerinden biri aşağıdaki gibi olur.

$$u_{eq}(t) = -(SB)^{-1}(SAx(t) + SD\xi(t, x)) \quad t \geq t_s \quad \text{için} \quad (2.80)$$

Bu kontrol terimi Eş. 2.80'den de anlaşılacağı gibi bilinmeyen fakat eşleşme şartını sağlayan pratikte bilinmeyen bir fonksiyona bağlı olarak elde edildi. Şimdi yeni bir değişken aşağıdaki gibi tanımlanırsa yeni sistem

$$\dot{x}(t) = P_s Ax(t) + P_s D\xi(t, x) \quad t \geq t_s \text{ ve } Sx(t_s) = 0 \text{ için} \quad (2.81)$$

şeklinde tanımlanır. Burada

$$P_s \triangleq (I_n - B(SB)^{-1}S) \quad (2.82)$$

şeklinde bir yansıtma operatörüdür ve aşağıdaki şartları sağlar.

$$SP_s = 0 \quad \text{ve} \quad P_s B = 0 \quad (2.83)$$

Şimdi $\mathfrak{R}(D) \subset \mathfrak{R}(B)$ olduğu kabul edilsin, sonra $D = BR$ olacak ve burada $R \in \mathfrak{R}^{m \times l}$ şartı sağlayacak bir operatör matrisi tanımlansın. Sonuç olarak $P_s D = P_s (BR) = (P_s B)R = 0$ olur. Bu sonuca Eş. 2.82 ve Eş. 2.83'deki terimlerden ulaşıldı ve bu durumda Eş. 2.81 aşağıdaki hale indirgenir.

$$\dot{x}(t) = P_s A x(t) \quad t \geq t_s \quad \text{ve} \quad Sx(t_s) = 0 \quad \text{için} \quad (2.84)$$

Eş. 2.84'den de görüldüğü üzere herhangi bir bozucu terim ifadesi kalmamıştır. Dolayısıyla ideal kayma hareketi böyle bir bozucuya karşı duyarsızdır (Edwards and Spurgeon, 1998, 1-75).

2.4. Birim vektör yaklaşımı

Fakat bu şartı sağlamayan etkileri sönümlemek için çeşitli yöntemler geliştirilmiştir. Bu çalışmada Birim Vektör Yaklaşımı kullanılmıştır. Aşağıdaki bölümde de bu yaklaşım anlatılmaktadır.

Belirsizlikli sistem aşağıdaki gibi ifade edilsin.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + f_u(t, x) + f_m(t, x, u) \quad (2.85)$$

Burada $f_u: \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}(B)^\perp$ ve $f_m: \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathfrak{R}(B)$ olan belirsizliklerdir. Fakat bu belirsizlikler sınırlı ve aşağıdaki şartları sağlamaktadır.

$$\|f_u(t, x)\| \leq k_1 \|x\| + k_2 \quad (2.86)$$

$$\|f_m(t, x, u)\| = k_3 \|u\| + \alpha(t, x) \quad (2.87)$$

Burada $k_1, k_2, k_3 \geq 0$ şartını sağlayan bilinen sabitlerdir. Ayrıca

$$k_3 < \sqrt{\lambda_{\min}(B^T B)}, \text{ dır} \quad (2.88)$$

Ve $\alpha(t, x)$ bilinen bir fonksiyondur. Yukarıdaki tanımdan yola çıkarak $f_u(t, x)$ ve $f_m(t, x, u)$ fonksiyonları sırasıyla eşleşme şartını sağlamayan ve eşleşme şartını sağlayan belirsizliklerdir. Yukarıda bahsedilen koordinat dönüşümü yapıldığında sistem Eş. 2.85 şu şekli alır.

$$\dot{x}_1(t) = A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2(t) + \bar{f}_u(t, x) \quad (2.89)$$

$$\dot{x}_2(t) = A_{21}x_1(t) + A_{22}x_2(t) + B_2u(t) + \bar{f}_m(t, x, u) \quad (2.90)$$

Burada $\bar{f}_u(t, x)$ ve $\bar{f}_m(t, x, u)$, $f_u(t, x)$ ve $f_m(t, x, u)$ 'nin koordinat dönüşümünden sonra yeni koordinat düzlemindeki ifadeleridir. Yukarıdaki formu elde etmede kullanılan dönüşümün ortogonal olduğu kabul edilir. Bundan dolayı belirsizliklerin Euclidean normu aşağıdaki durumu sağlar.

$$\|\bar{f}_u(t, x)\| \leq k_1\|x\| + k_2 \quad (2.91)$$

$$\|\bar{f}_m(t, x, u)\| \leq k_3\|u\| + \alpha(t, x) \quad (2.92)$$

Ve burada $B^T B = B_2^T B_2$ olduğundan sonuç olarak Eş. 2.88'deki ifade şu şekli alır.

$$\sqrt{\lambda_{\min}(B^T B)} = \vartheta(B_2) \quad (2.93)$$

Ayrıca

$$\vartheta(B_2) = \left(\bar{\vartheta}(B_2^{-1})\right)^{-1} = \|B_2^{-1}\|^{-1} \quad (2.94)$$

Burada Eş. 2.93 tekil değerlerin iyi bilinen bir özelliği, Eş. 2.94 ise spektral norm tanımdan bulunmaktadır. Eş. 2.93 ve Eş. 2.94 birlikte ele alınırsa, Eş. 2.88 şu şekilde yazılabilir.

$$k_3\|B_2^{-1}\| < 1 \quad (2.95)$$

Kayan kipli denetçi tasarımıyla kullanılan kayma yüzeyi denklemi şu şekilde yeniden yazılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$s(t) = S_2 M x_1(t) + S_2 x_2(t) \quad (2.96)$$

Burada M ifadesi kayma yüzeyi eğimidir ve yukarıda da anlatıldığı gibi (A_{11}, A_{12}) çiftini kararlı yapacak şekilde seçilir. Burada S_2 'nin seçimi keyfidir. Fakat bu çalışmada aşağıdaki şartı sağlayacak şekilde seçilmiştir (Edwards and Spurgeon, 1998, 1-75).

$$S_2 B_2 = A \quad (2.97)$$

Eş. 2.97' deki A tekil olmayan, diyagonal bir matris olup aşağıdaki şartı sağlamalıdır.

$$k_3 \kappa(A) \|B_2^{-1}\| < 1 \quad (2.98)$$

Yukarıdaki Eş. 2.98' deki $\kappa(A)$ şart sayıdır ve bu sayı her zaman pozitiftir. Bu aşamada yeni bir koordinat dönüşümü yapılmalıdır. Bunun için önce aşağıdaki gibi bir dönüşüm sabitine ihtiyaç vardır.

$$T_s \triangleq \begin{bmatrix} I & 0 \\ S_1 & S_2 \end{bmatrix} \quad (2.99)$$

Eş. 2.99'daki S_2 matrisi tekil olmadığından T_s matrisi de tekil değildir. Bu dönüşüm faktörü kullanılarak yeni koordinat eksenini aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ s \end{bmatrix} = T_s \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (2.100)$$

Daha sonra bu yeni koordinat sistemine göre kontrol edilecek sistem yeniden aşağıdaki gibi düzenlenirse;

$$\dot{x}_1(t) = \bar{A}_{11} x_1(t) + A_{12} S_2^{-1} s(t) + \bar{f}_u(t, x) \quad (2.101)$$

$$\dot{s}(t) = S_2 \bar{A}_{21} x_1(t) + S_2 \bar{A}_{22} S_2^{-1} s(t) + \Lambda u(t) + S_2 \bar{f}_m(t, x, u) + S_1 \bar{f}_u(t, x) \quad (2.102)$$

Yukarıdaki Eş. 2.101 ve Eş. 2.102'deki $\bar{A}_{11} = A_{11} - A_{12}M$, $\bar{A}_{21} = M\bar{A}_{11} + A_{21} - A_{22}M$ ve $\bar{A}_{22} = MA_{12} + A_{22}$ ' dir. Bu sistemde de normal gürbüz bozucu etki içermeyen sistemde olduğu gibi kontrol değişkeni iki parametreden oluşur. Birinci parametre doğrusal sistemi kontrol eden doğrusal kontrol parametresi, ikincisi ise süreksiz kontrol parametresidir. Bu ifadeyi matematiksel olarak ifade edersek;

$$u(t) = u_l(t) + u_n(t) \quad (2.103)$$

Şimdi bu iki parametreyi ayrı ayrı tanımlarsak;

$$u_l(t) = \Lambda^{-1}(-S_2\bar{A}_{21}x_1(t) - (S_2\bar{A}_{22}S_2^{-1} - \Phi)s(t)) \quad (2.104)$$

Yukarıdaki Eş. 2.104'deki Φ , $\Phi \in R^{m \times m}$ şartını sağlayan herhangi bir kararlı matristir (Edwards and Spurgeon, 1998, 1-75). İkinci kontrol parametresi ise

$$u_n(t) = -\rho(t, x)\Lambda^{-1} \frac{P_2 s(t)}{\|P_2 s(t)\|} \quad s(t) \neq 0 \text{ için} \quad (2.105)$$

Yukarıdaki Eş. 2.105'deki P_2 , $P_2 \in R^{m \times m}$ şartını sağlayan simetrik, pozitif tanımlı ve ayrıca ve aşağıdaki Lyapunov denklemini sağlayan bir değişkendir.

$$P_2\Phi + \Phi^T P_2 = -I \quad (2.106)$$

Yukarıdaki Eş. 2.105'deki skaler fonksiyon $\rho(t, x)$ sadece bozucu etkinin şiddetine bağlıdır. Bu değişken aşağıdaki şartı sağlayan herhangi bir fonksiyon olabilir.

$$\rho(t, x) \geq \frac{\|S_2\|(\|M\|(k_1\|x(t)\| + k_2) + k_3\|u_l(t)\| + \alpha(t, x)) + \gamma_2}{(1 - k_3\kappa(\Lambda)\|B_2^{-1}\|)} \quad (2.107)$$

Yukarıdaki Eş. 2.107'deki $\gamma_2, \gamma_2 > 0$ şartını sağlayan ve seçimi tasarımcıya bırakılmış tasarım parametresidir.

Eş. 2.105'deki $\frac{P_2 s(t)}{\|P_2 s(t)\|}$ ifadesi aşağıdaki gibi alınabilir.

$$\frac{P_2 s(t)}{\|P_2 s(t)\|} = \text{sgn}(s) \quad (s \neq 0) \quad (2.108)$$

Şimdi yukarıdaki yöntemde ideal bir kayma hareketinin olduğunun ispatına bakılırsa

Eş.2.101 ve Eş.2.102’i Eş.2.104’ün içine yerleştirilirse aşağıdaki sistem elde edilir.

$$\dot{x}_1(t) = \bar{A}_{11}x_1(t) + A_{12}S_2^{-1}s(t) + \bar{f}_u(t, x) \quad (2.109)$$

$$\dot{s}(t) = \Phi s(t) - \rho(t, x) \frac{P_2 s(t)}{\|P_2 s(t)\|} + S_2 \bar{f}_m(t, x, u) + S_1 \bar{f}_u(t, x) \quad (2.110)$$

Lyapunov fonksiyonunu $V(s) = s^T P_2 s$ olarak seçilirse ve zamana göre türevi alınırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir (Edwards and Spurgeon, 1998, 1-75).

$$\begin{aligned} \dot{V}(s) &\leq -\|s\|^2 - 2\rho(t, x)\|P_2 s\| + 2s^T P_2 S_2 \left(\bar{f}_m(t, x, u) + M \bar{f}_u(t, x) \right) \\ &\leq -\|s\|^2 - 2\|P_2 s\| \left(\rho(t, x) - \|S_2\|(\|\bar{f}_m\| + \|M\|\|\bar{f}_u\|) \right) \end{aligned} \quad (2.111)$$

Lyapunov fonksiyonunun türevinden gelen $s^T P_2 P_2 s = \|P_2 s\|^2$ olduğundan eşitsizlikte bu terim yerine yerleştirildi. $S_2 = \Lambda B_2^{-1}$ olduğundan $\|S_2\| < \|B_2^{-1}\|\|\Lambda\|$ eşitsizliği yazılabilir. Bu eşitsizlik ve Eş. 2.107 birlikte değerlendirilip yeniden yazılırsa aşağıdaki gibi bir eşitsizlik yazılabilir.

$$\rho(t, x) \geq \|S_2\| \left(\|M\|(k_1\|x\| + k_2) + k_3(\|u_l\| + \|\Lambda^{-1}\|\rho(t)) + \alpha(t, x) \right) + \gamma_2 \quad (2.112)$$

Eş. 2.105’deki süreksiz kontrol teriminin tanımını da kullanarak aşağıdaki gibi bir eşitsizlik yazılabilir.

$$\|u_n(t)\| \leq \rho(t, x)\|\Lambda^{-1}\| \quad (2.113)$$

Eş. 2.103’deki toplam kontrol terimi de kullanılarak Eş. 2.113 yeniden yazılırsa aşağıdaki eşitsizlik elde edilir.

$$\|u(t)\| \leq \rho(t, x)\|\Lambda^{-1}\| + \|u_l(t)\| \quad (2.114)$$

Eş. 2.114 ve Eş. 2.113’deki eşitsizlikler ve Eş. 2.91 ve Eş. 2.92 birlikte değerlendirilip yeniden yazılırsa şöyle bir eşitsizlik ortaya çıkar.

$$\begin{aligned}
\rho(t, x) &\geq \|S_2\|(\|M\|(k_1\|x\| + k_2) + k_3\|u(t)\| + \alpha(t, x)) + \gamma_2 \\
&\geq \|S_2\|(\|M\|\|\bar{f}_u\| + \|\bar{f}_m\|) + \gamma_2
\end{aligned} \tag{2.115}$$

Eş.2.111 ve Eş.2.115 birlikte değerlendirilirse Lyapunov fonksiyonunun zamana göre türevi aşağıdaki şartı sağlar.

$$\dot{V}(s) \leq -\|s\|^2 - 2\gamma_2\|P_2s\| \tag{2.116}$$

Bu eşitsizlik kayma yüzeyi üzerinde sistemin sonlu zamanda kaydığını göstermek için kullanılacaktır. Rayleigh prensibinden aşağıdaki eşitlik yazılır (Edwards and Spurgeon, 1998, 1-75).

$$\|P_2s\|^2 = (P_2^{1/2}s)^T P_2(P_2^{1/2}s) \geq \lambda_{\min}(P_2) \left\|P_2^{1/2}s\right\|^2 = \lambda_{\min}(P_2)V(s) \tag{2.117}$$

Eş. 2.116 ile birlikte yukarıdaki eşitlikle birlikte yazılırsa aşağıdaki eşitsizlik elde edilir.

$$\dot{V} \leq -2\gamma_2\sqrt{\lambda_{\min}(P_2)}\sqrt{V} \tag{2.118}$$

Eş. 2.118'in karşılıklı integrali alınırsa sistemin kayma yüzeyine ulaşmak için gereken zaman aşağıdaki gibi bulunur.

$$t_s \leq \gamma_2^{-1}\sqrt{V(s_0)/\lambda_{\min}(P_2)} \tag{2.119}$$

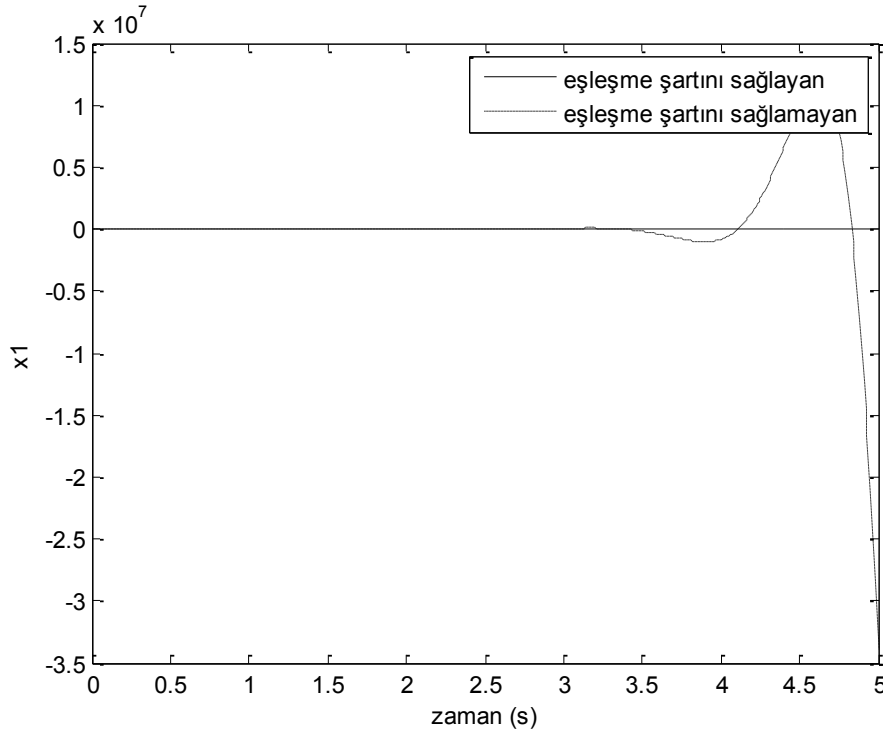
Burada s_0 kayma yüzeyinin $t = 0$ anındaki değeridir. Eş.2.118'den anlaşılaacağı üzere sistem lyapunov teoremini sağlamaktadır (Edwards and Spurgeon, 1998, 1-75).

Örnek

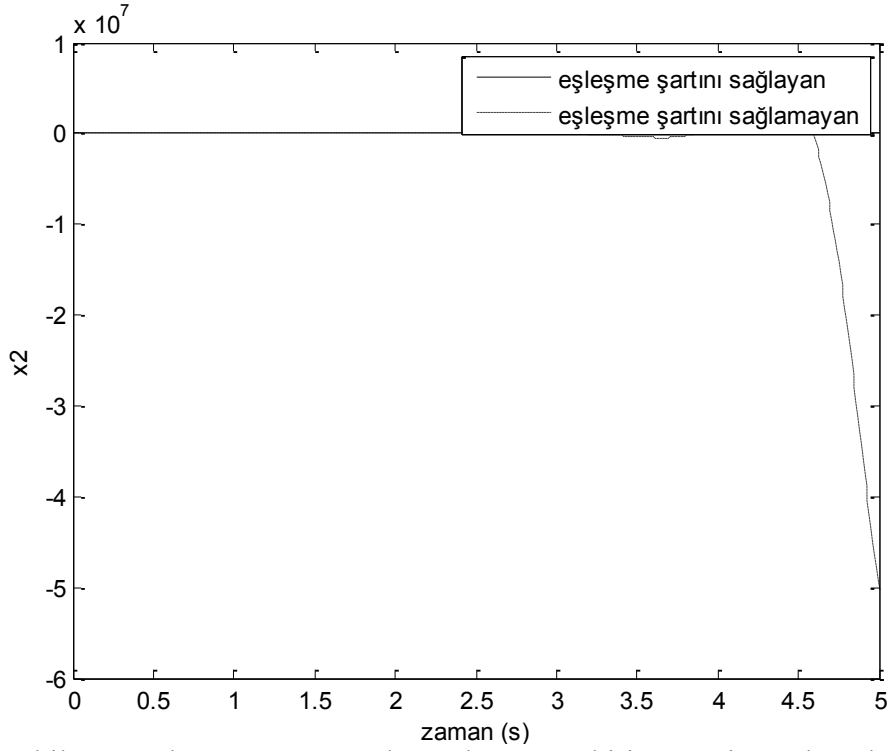
Kontrol kuralının etkisini göstermek maksadıyla aşağıda hayali bir sisteme uygulanacaktır.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}u + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2x_2 \\ 2x_2 \end{bmatrix}$$

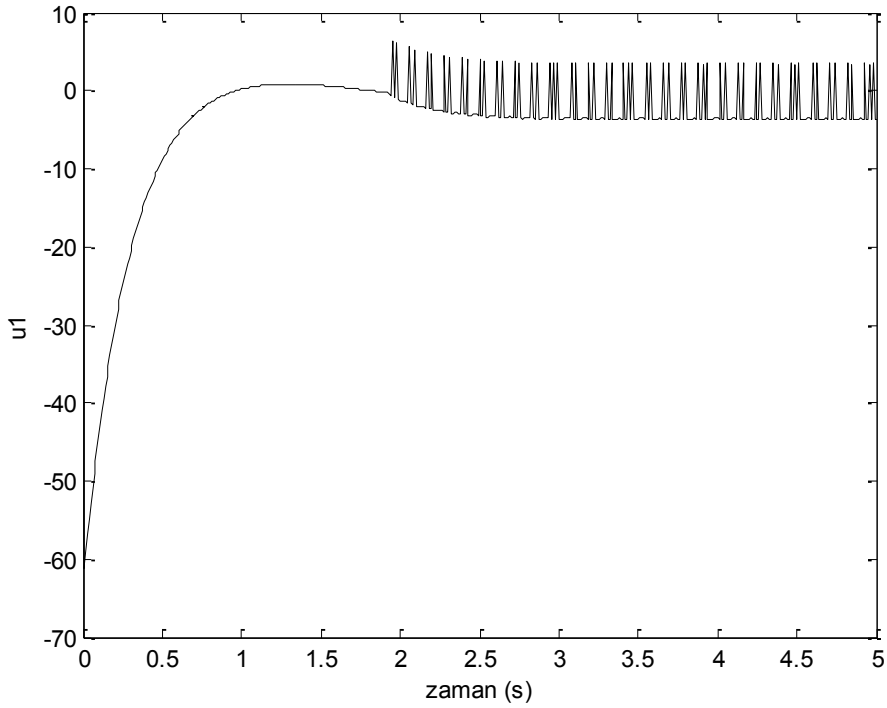
Öncelikle sistemde eşleşme şartını sağlamayan kısım ihmal edilmekte sistem ona göre kontrol edilmekte daha sonra elde edilen bu kontrolcü ile eşleşme şartını sağlamayan kısım da katılarak elde edilen asıl sisteme uygulanmaktadır. Şekil 2.3, Şekil 2.4.'de eşleşme şartını sağlayan bozucu etki içeren sistemden elde edilen kontrol terimi ile bu sisteme eşleşme şartını sağlamayan bozucu etki ilave edildiğinde sistem ilk durumda kontrol edilebilirken ikinci durumda ise kontrol edilememektedir. Şekil 2.5.'de ise elde edilen kontrol girişi verilmektedir.



Şekil 2.3. Eşleşme şartını sağlayan bozucu etki içeren sistemden elde edilen kontrol girişi hem eşleşme şartını sağlayan ve sağlamayan bozucu etki içeren sisteme eklendiğinde elde edilen sistem cevabı



Şekil 2.4. Eşleşme şartını sağlayan bozucu etki içeren sistemden elde edilen kontrol girişi hem eşleşme şartını sağlayan ve sağlamayan bozucu etki içeren sisteme eklendiğinde elde edilen sistem cevabı

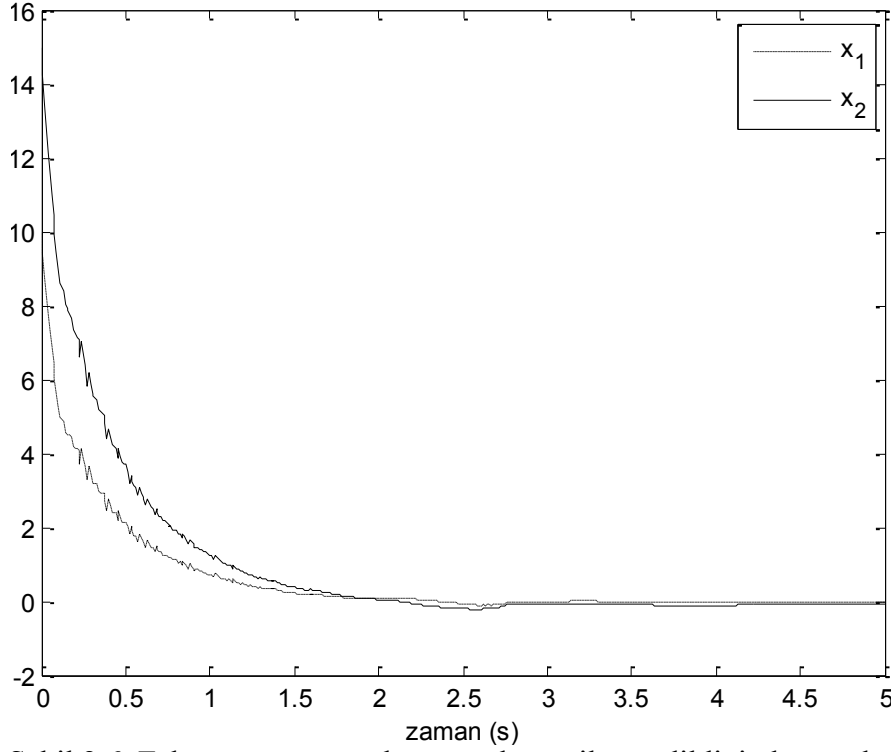


Şekil 2.5. Örnek sisteme eşleşme şartını sağlamayan kısım ihmal edildiğinde elde edilen kontrol girişi

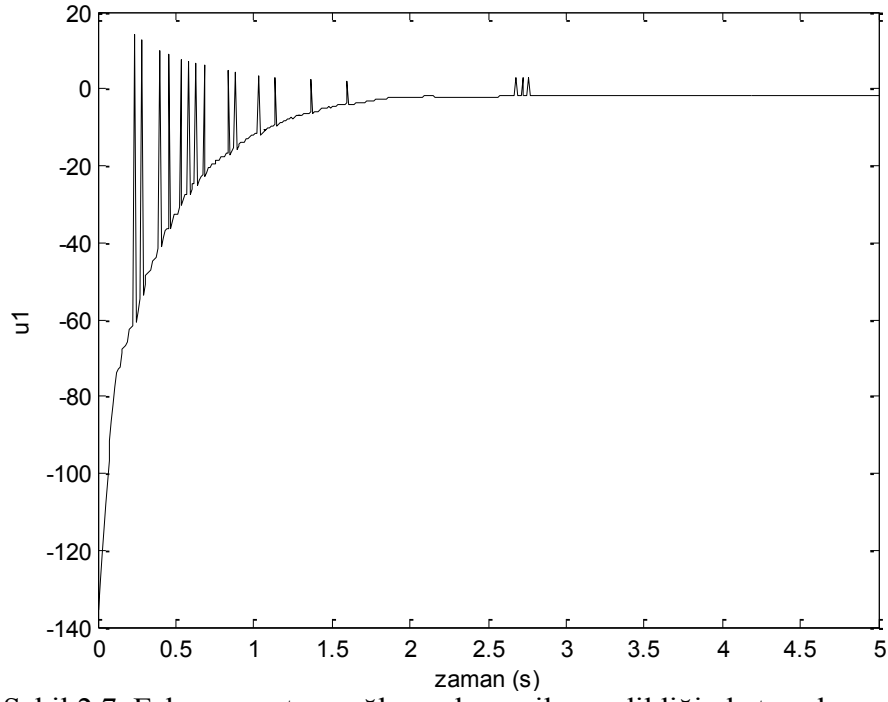
Şekil 2.6'da geliştirilen algoritma ile eşleşme şartını sağlamayan bozucu etki de içeren sisteme kontrol uygulandığında sistemin durum değişkenlerinin değişimleri verilmektedir.

Durum değişkenlerinin istenilen konuma (0) geldiği gözlenmektedir. Buna göre sistemin başarı ile kontrol edildiği görülmektedir.

şekil 2.7.'de eşleşme şartını sağlamayan bozucu etki de içeren sisteme verilmesi gereken kontrol torku verilmektedir. Bu durumdaki önemli fark kontrolcüyü belirleyen katsayının değişken olmasıdır.



şekil 2.6. Eşleşme şartını sağlamayan kısım ilave edildiğinde tasarlanan yeni kontrolcü ile oluşan sistem cevabı



Şekil 2.7. Eşleşme şartını sağlayan kısım ilave edildiğinde tasarlanan kontrol girişi

3. SDRE TABANLI KAYAN KİPLİ KONTROLCÜ TASARIMI

Kayan kipli denetim yaparken sisteme daha önce bahsedilen koordinat dönüşümü uygulanarak yapılmıştır. Bunun için önce sistem aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\dot{x}(t) = A(x)x + Bu(t) \quad (3.1)$$

Daha sonra koordinat dönüşümü matrisi aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$z(t) = T_r x(t) \quad (3.2)$$

Olacak şekilde

$$T_r = q(B) \quad (3.3)$$

Eş. 3.3' de $q(B)$ fonksiyonu B matrisinin Q-R ayrışmasını ifade eder. Ardından geriye kalan sistem matrisleri şu şekli almıştır.

$$A_{reg}(x) = T_r A(x) T_r^T \quad (3.4)$$

$$B_{reg} = T_r B \quad (3.5)$$

Koordinat dönüşümünün anlatılması ve ilgili MATLAB kodları Bigin 2007 çalışmasında mevcuttur. Yapılan çalışma için kodlara ayrıca SDRE algoritmasını desteklemesi için bir de maliyet fonksiyonunu tanımlarken kullanılan Q sabit matrisi de eklenmiştir. Q sabit matrisinin dönüşümü de aşağıdaki gibidir.

$$Q_{reg} = T_r Q T_r^T \quad (3.6)$$

Daha sonra elde edilen matrisleri yine (Edwards and Spurgeon,1998,1-75)'de tarif edilen şekilde tanımlanmıştır. Tanımlama aşağıdaki gibidir.

$$A_{reg}(z) = \begin{bmatrix} A_{11}(z) & A_{12}(z) \\ A_{21}(z) & A_{22}(z) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$B_{reg} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Bu parçalama yöntemi kısaca B matrisinin boyutları sırasıyla $n \times m$ olmak üzere;

$$A_{11}(z) \in R^{(n-n-1) \times (n-m-1)}, A_{12}(z) \in R^{(n-m-1) \times (m-1)}, A_{21}(z) \in R^{(m-1) \times (n-m-1)},$$

$$A_{22}(z) \in R^{(m-1) \times (m-1)}, B_2 \in R^{(m-1) \times (m-1)}$$

Aynı tanımlama Q_{reg} matrisi için de yapılır.

$$Q_{reg} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Yukarıda yapılan koordinat dönüşümünden sonra yeni sistem aşağıdaki şekli alır.

$$\dot{z}_1(t) = A_{11}(z)z_1(t) + A_{12}(z)z_2(t) \quad (3.10)$$

$$\dot{z}_2(t) = A_{21}(z)z_1(t) + A_{22}(z)z_2(t) + B_2u(t) \quad (3.11)$$

Koordinat dönüşümü tamamlandıktan sonra sdre tabanlı kayan kipli denetçi için gerekli olan kayma yüzey tasarımına geçilir. Bunun içinse önce kayma yüzey eğimi bulunmalıdır. Daha önce de bahsedildiği üzere kayma yüzey eğimi sdre yöntemi kullanılarak bulunacaktır.

3.1. Kayma Yüzeyi Eğiminin SDRE Algoritması Kullanılarak Bulunması

Yukarıda doğrusal sistemler için anlatıldığı üzere minimize edilecek maliyet fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlansın.

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_s}^{\infty} x(t)^T Q x(t) dt \quad (3.12)$$

Eş.3.9 ve Eş.3.2 kullanılarak Eş.3.12 yeniden tanımlanırsa yeni maliyet fonksiyonu aşağıdaki gibi olur.

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_s}^{\infty} z_1^T(t) Q_{11} z_1(t) + 2z_1^T(t) Q_{12} z_2(t) + z_2^T(t) Q_{22} z_2(t) dt \quad (3.13)$$

Eş. 3.13'deki maliyet fonksiyonu kullanışsızdır. Bu durumda $2z_1^T(t) Q_{12} z_2(t)$ teriminin yok edilmesi gerekmektedir. Eş.3.13'deki integralin içindeki son iki terim yeniden yazılırsa Eş.3.13 şu şekli alır.

$$\begin{aligned} 2z_1^T(t) Q_{12} z_2(t) + z_2^T(t) Q_{22} z_2(t) = \\ (z_2(t) + Q_{22}^{-1} Q_{21} z_1(t))^T Q_{22} (z_2(t) + Q_{22}^{-1} Q_{21} z_1(t)) - z_1^T(t) Q_{21}^T Q_{22}^{-1} Q_{21} z_1(t) \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} J = \frac{1}{2} \int_{t_s}^{\infty} z_1^T(t) (Q_{11} - Q_{12} Q_{22}^{-1} Q_{21}) z_1(t) + (z_2(t) + Q_{22}^{-1} Q_{21} z_1(t))^T Q_{22} (z_2(t) + \\ Q_{22}^{-1} Q_{21} z_1(t)) dt \end{aligned} \quad (3.15)$$

Şimdi maliyet fonksiyonunu standart maliyet fonksiyonu formatına getirmek için yeni değişkenler tanımlanır. Yeni değişkenler aşağıdaki gibidir.

$$\tilde{Q} = Q_{11} - Q_{12} Q_{22}^{-1} Q_{21} \quad (3.16)$$

$$v(t) = z_2(t) + Q_{22}^{-1} Q_{21} z_1(t) \quad (3.17)$$

Yeni maliyet fonksiyonu yeni değişkenleriyle birlikte aşağıdaki hali alır.

$$J = \int_{t_s}^{\infty} z_1^T(t) \tilde{Q} z_1(t) + v^T(t) Q_{22} v(t) dt \quad (3.18)$$

Eş. 3.10'daki $z_2(t)$ terimi yok edilip sistem yukarıdaki Eş. 3.16'daki değişken kullanılarak yeniden yazılırsa şu şekli alır.

$$\dot{z}_1(t) = \tilde{A}(z) z_1(t) + A_{12}(z) v(t) \quad (3.19)$$

Eş. 3.19'daki $\tilde{A}(z)$ terimi aşağıdaki gibidir.

$$\tilde{A}(z) = A_{11}(z) - A_{12}(z) Q_{22}^{-1} Q_{21} \quad (3.20)$$

Görüldüğü üzere Eş. 3.18'deki maliyet fonksiyonu bilinen standart forma benzemiş oldu. Daha sonra yeni değişkenler ışığında Ricatti denkleminin çözümüne geçilebilir ve Eş. 3.18'deki maliyet fonksiyonunun minimize edilmesi gerçekleştirilebilir.

Yeni değişkenlerle birlikte Ricatti denklemi şöyle yazılır.

$$P_1 \tilde{A}(z) + \tilde{A}^T(z) P_1 - P_1 A_{12}(z) Q_{22}^{-1} A_{12}^T(z) P_1 + \tilde{Q} = 0 \quad (3.21)$$

Eş. 3.21'deki denklemin çözümünden gelen optimum sonuç aşağıdaki gibidir.

$$v(t) = -Q_{22}^{-1}(A_{12}^T(z) P_1) z_1(t) \quad (3.22)$$

Eş. 3.22'den bulunan sonuç Eş. 3.17'de yerine yerleştirilirse yeni denklem şu şekilde olur.

$$z_2(t) = -Q_{22}^{-1}(A_{12}^T(z) P_1 + Q_{21}) z_1(t) \quad (3.23)$$

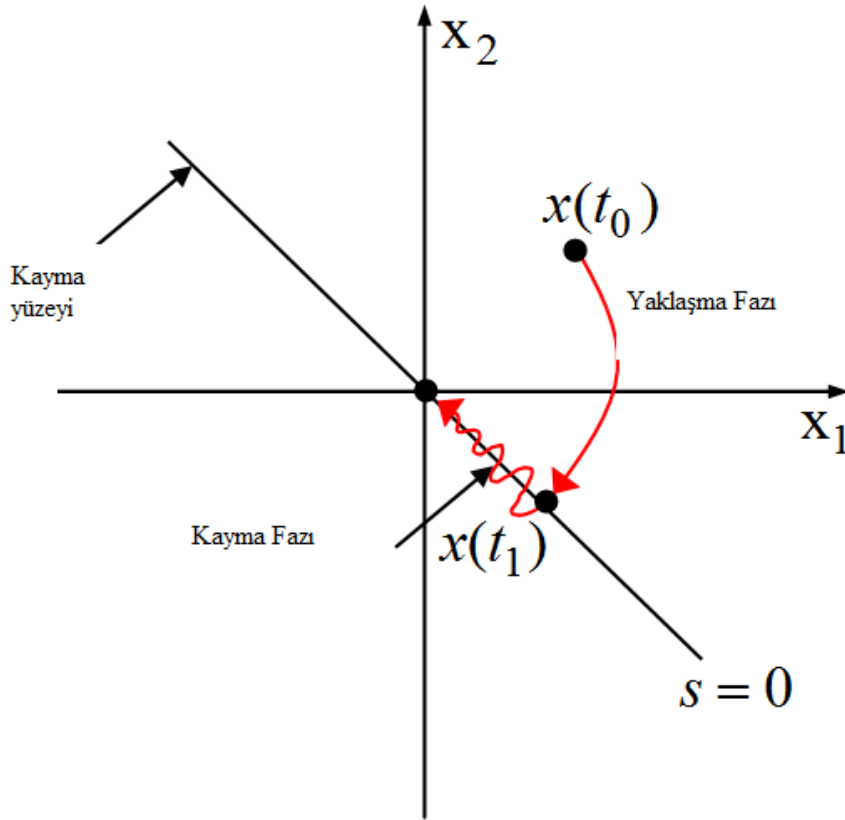
Eş. 3.23'deki $-Q_{22}^{-1}(A_{12}^T(z) P_1 + Q_{21})$ terimi optimum kayma yüzeyi eğimidir. Bu işlemle kayma yüzey eğimi bulma işlemi biter. Buradan hareketle kayma yüzeyi şu şekilde tanımlanır.

$$M(z) = -Q_{22}^{-1}(A_{12}^T(z) P_1 + Q_{21}) \quad (3.24)$$

Olacak şekilde σ kayma yüzey denklemi olsun. Kayma yüzey denklemi

$$\sigma(z) = z_2(t) + M(z) z_1(t) \quad (3.25)$$

şeklinde hesaplanır.



Şekil 3.1. Sistemin kayma yüzeyine yaklaşması, yüzeye oturması ve bu yüzey üzerinde kayma hareketi yapması

3.2. Kontrolcü Tasarımı

Kayma yüzeyi tasarlandıktan sonra kontrolcü tasarımı aşamasına geçildi. Bunun için uygulanacak olan kontrol terimi hem sistemi Eş. 3.25’de tasarlanan kayma yüzeyine yönlendirecek hem de sistemi bu yüzeyde tutacak şekilde olmalıdır. Sistem yüzeye yaklaşıp kayma yüzeyine oturduğu anda, yani $\sigma(z) = 0$ iken (bkz. Şekil 3.1), sistem tasarıma uygun bir denge noktasına doğru kayacaktır. Fakat sistemin tasarlanan yüzeyde kalması için bir kontrol girişi uygulanmalıdır. Yukarıda anlatılan durumun matematiksel ifadesi

$$\sigma(z) > 0 \rightarrow \dot{\sigma}(z) < 0 \quad (3.26)$$

$$\sigma(z) < 0 \rightarrow \dot{\sigma}(z) > 0 \quad (3.27)$$

şeklinde olmalıdır.

Eş. 3.26 ve Eş. 3.27'den de anlaşılacağı gibi kontrol için kayma yüzeyinin yanı sıra kontrol amaçlı bir de kayma yüzeyinin zamana göre türevi gereklidir. Bunun Eş. 3.25'in zamana göre türevi alınmalıdır.

$$\dot{\sigma}(z) = \dot{z}_2(t) + M(z)\dot{z}_1(t) + \dot{M}(z)z_1(t) \quad (3.28)$$

Hatırlatma amacıyla Eş. 3.10 ve Eş. 3.11 yeniden yazılır.

$$\dot{z}_1(t) = A_{11}(z)z_1(t) + A_{12}(z)z_2(t) \quad (3.29)$$

$$\dot{z}_2(t) = A_{21}(z)z_1(t) + A_{22}(z)z_2(t) + B_2u(t) \quad (3.30)$$

Şimdi de Eş. 3.29 ve Eş. 3.30, Eş. 3.28' içinde yerlerine yerleştirilirse sonuç aşağıdaki gibi olur.

$$\dot{\sigma}(z) = A_{21}(z)z_1(t) + A_{22}(z)z_2(t) + B_2u(t) + M(z)(A_{11}(z)z_1(t) + A_{12}(z)z_2(t) + \dot{M}(z)z_1(t)) \quad (3.31)$$

Eş. 3.31'de elde edilen terim ile birlikte kontrol terimlerini elde etmek için gerekli tüm terimler elde edildi. Bu aşamadan sonra gerekli kontrol terimleri elde edilecektir.

Kontrol terimleri sistemi tasarlanan kayma yüzeyine yaklaştırıp oturtacak olan kısım ve sistemi bu kayma yüzeyinde tutacak olan kısım olmak üzere iki kısımda incelenecektir. İlk terim için sistemin tam kayma yüzeyine oturduğu, yani $\sigma(z) = 0$ dolayısıyla $\dot{\sigma}(z) = 0$ olduğu, durum baz alınarak inceleme yapılırsa kontrol terimi aşağıdaki gibi olur.

$$A_{21}(z)z_1(t) + A_{22}(z)z_2(t) + B_2u(t) + M(z)(A_{11}(z)z_1(t) + A_{12}(z)z_2(t)) + \dot{M}(z)z_1(t) = 0 \quad (3.32)$$

Buradan $u(t)$ terimi çekilirse ilk kontrol terimi

$$u_{eq}(t) = -B_2^{-1}[A_{21}(z)z_1(t) + A_{22}(z)z_2(t) + M(z)(A_{11}(z)z_1(t) + A_{12}(z)z_2(t)) + \dot{M}(z)z_1(t)] \quad (3.33)$$

şeklinde olur.

Eş. 3.33'deki $\dot{M}(z)$ terimi $\dot{M}(z) = \frac{\dot{M}(z)_{t+\Delta t} - \dot{M}(z)_t}{\Delta t}$ dir.

Diğer kontrol terimi ise aşağıdaki gibidir.

$$u_{non}(t) = -kB_2^{-1}sgn(\sigma(z)) \quad (3.34)$$

Eş. 3.34'de $k > 0$ olan seçimi tasarımcıya ait olan bir katsayıdır. Ayrıca $sgn(\sigma(z))$ fonksiyonu ise kayma yüzeyinin ikinci bölümde anlatılan signum fonksiyonudur.

Eş. 3.34'deki signum fonksiyonu nedeniyle kontrol terimi fazla sayıda zikzaklar yapacaktır. Bu olaya çırtırtı denir. Çırtırtı olayının azaltılması için çalışmanın ilerleyen kısımlarında signum fonksiyonunun yerine saturation fonksiyonu kullanılmıştır. Bu durumun matematiksel ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$u_{non}(t) = -kB_2^{-1}sat(\sigma(z)) \quad (3.35)$$

İlerleyen kısımda sisteme bozucu etkiler ilave edilecek ve sistem bu haliyle değerlendirilecektir.

3.3. Bozucu Etki Altında Sistem Davranışı

Sisteme etkileyen bozucu etkiler iki ana grupta incelenecektir. Birinci grupta eşleşme şartını sağlayan bozucu etkiler ikinci kısımda ise eşleşme şartını sağlamayan bozucu etkiler ele alınacaktır. Önce eşleşme şartının açıklaması ile başlanacaktır.

Eşleşme şartı kısaca bozucu etkinin $Bu(t)$ terimi ile aynı doğrultuda olup olmadığıdır. Sistem denklemi yeniden yazılırsa

$$\dot{x}(t) = A(x)x(t) + Bu(t) + \Delta(t, x) \quad (3.36)$$

şeklinde olsun. Eş. 3.36'daki sistem yukarıda anlatılan koordinat dönüşümüne tabi tutulursa sistemin durumu aşağıdaki gibi olur.

$$\dot{z}(t) = A_{reg}(z)z(t) + B_{reg}u(t) + \tilde{\Delta}(t, z) \quad (3.37)$$

Sistem denklemi olan Eş. 3.37 daha da açılırsa denklemler

$$\dot{z}_1(t) = A_{11}(z)z_1(t) + A_{12}(z)z_2(t) \quad (3.38)$$

$$\dot{z}_2 = A_{21}(z)z_1(t) + A_{22}(z)z_2(t) + B_2u(t) + \tilde{\Delta}(t, z) \quad (3.39)$$

şeklinde olur. Böyle bir durumda u_{eq} terimi aynı kalırken u_{non} teriminde bazı değişiklikler olur.

$$u_{non} = -k^*(t, z)B_2^{-1}sgn(\sigma(z)) \quad (3.40)$$

Eş. 3.40'daki $k^*(t, z)$ terimi yukarıdaki Eş. 3.35'deki k teriminden farklıdır. Farkı da Eş. 3.35'de k terimi rastgele seçilebilirken, Eş. 3.40'daki $k^*(t, z)$ terimi aşağıdaki şarta göre seçilir.

$$k^*(t, z) \geq \|\Delta\| + \epsilon \quad (3.41)$$

Eş. 3.41' deki $\|\Delta\|$ terimi Δ teriminin Euclidian normu, ϵ terimi ise çok küçük pozitif bir sayıdır.

Şimdi de yukarıda anlatılan eşleşme şartını sağlamayan ve sağlayan belirsizlikler eklenerek sistemin davranışı incelenecektir. Elimizdeki sistemin matematiksel ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$\dot{x}(t) = A(x)x(t) + Bu(t) + f_u(t, x) + f_m(t, x, u) \quad (3.42)$$

Burada $f_u: RxR^n \rightarrow \Re(B)^\perp$ ve $f_m: RxR^n xR^m \rightarrow \Re(B)$ olan belirsizliklerdir. Fakat bu belirsizlikler sınırlı ve aşağıdaki şartları sağlamaktadır.

$$\|f_u(t, x)\| \leq k_1\|x\| + k_2 \quad (3.43)$$

$$\|f_m(t, x, u)\| = k_3\|u\| + \alpha(t, x) \quad (3.44)$$

Burada $k_1, k_2, k_3 \geq 0$ şartını sağlayan bilinen sabitlerdir. Ayrıca

$$k_3 < \sqrt{\lambda_{\min}(B^T B)}, \text{dır} \quad (3.45)$$

Ve $\alpha(t, x)$ bilinen bir fonksiyondur. Yukarıdaki tanımdan yola çıkarak $f_u(t, x)$ ve $f_m(t, x, u)$ fonksiyonları sırasıyla eşleşme şartını sağlamayan ve eşleşme şartını sağlayan belirsizliklerdir. Yukarıda bahsedilen koordinat dönüşümü yapıldığında sistem Eş. 3.42 şu şekli alır.

$$\dot{z}_1(t) = A_{11}(z)z_1(t) + A_{12}(z)z_2(t) + \bar{f}_u(t, z) \quad (3.46)$$

$$\dot{z}_2(t) = A_{21}(z)x_1(t) + A_{22}(z)x_2(t) + B_2 u(t) + \bar{f}_m(t, z, u) \quad (3.47)$$

Ve burada $B^T B = B_2^T B_2$ olduğundan sonuç olarak Eş. 3.45'deki ifade şu şekli alır.

$$\sqrt{\lambda_{\min}(B^T B)} = \vartheta(B_2) \quad (3.48)$$

Ayrıca,

$$\vartheta(B_2) = \left(\bar{\vartheta}(B_2^{-1}) \right)^{-1} = \|B_2^{-1}\|^{-1} \quad (3.49)$$

Burada Eş. 3.48 tekil değerlerin iyi bilinen bir özelliği, Eş. 3.49 ise spektral norm tanımdan bulunmaktadır. Eş. 3.48 ve Eş. 3.49 birlikte ele alınırsa, Eş. 3.45 aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$k_3 \|B_2^{-1}\| < 1 \quad (3.50)$$

Kayan kipli denetçi tasarımında kullanılan kayma yüzeyi denklemi şu şekilde yeniden yazılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$s(t) = S_2 M(z)z_1(t) + S_2 z_2(t) \quad (3.51)$$

Burada $M(z)$ ifadesi kayma yüzeyi eğimidir ve yukarıda da anlatıldığı gibi $(A_{11}(z), A_{12}(z))$ çiftini kararlı yapacak şekilde seçilir. Burada S_2 'nin seçimi keyfidir. Fakat bu çalışmada aşağıdaki şartı sağlayacak şekilde seçilmiştir.

$$S_2 B_2 = \Lambda \quad (3.52)$$

Eş. 3.52' deki Λ tekil olmayan, diyagonal bir matris olup aşağıdaki şartı sağlamalıdır.

$$k_3 \kappa(\Lambda) \|B_2^{-1}\| < 1 \quad (3.53)$$

Yukarıdaki Eş. 3.53' deki $\kappa(\Lambda)$ şart sayıdır ve her zaman pozitiftir. Sistemi kontrol etmek için yeni bir koordinat dönüşümü yapılmalıdır. Bunun için önce aşağıdaki gibi bir dönüşüm sabitine ihtiyaç vardır.

$$T_s \triangleq \begin{bmatrix} I & 0 \\ S_1 & S_2 \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

Eş. 3.54' deki S_2 matrisi tekil olmadığından T_s matrisi de tekil değildir. Dönüşüm faktörü kullanılarak yeni koordinat eksenini aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\begin{bmatrix} c_1 \\ s \end{bmatrix} = T_s \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

Daha sonra yeni koordinat sistemine göre kontrol edilecek sistem yeniden aşağıdaki gibi düzenlenirse;

$$\dot{c}_1(t) = \bar{A}_{11}(c)c_1(t) + A_{12}(z)S_2^{-1}s(t) + \bar{f}_u(t, z) \quad (3.56)$$

$$\dot{s}(t) = S_2 \bar{A}_{21}(c)c_1(t) + S_2 \bar{A}_{22}(c)S_2^{-1}s(t) + \Lambda u(t) + S_2 \bar{f}_m(t, z, u) + S_1 \bar{f}_u(t, z) \quad (3.57)$$

Yukarıdaki Eş. 3.56 ve Eş. 3.57' deki $\bar{A}_{11} = A_{11} - A_{12}M$, $\bar{A}_{21} = M\bar{A}_{11} + A_{21} - A_{22}M$ ve $\bar{A}_{22} = MA_{12} + A_{22}$ ' dir. Bu sistemde de normal gürbüz bozucu etki içermeyen sistemde olduğu gibi kontrol değişkeni iki parametreden oluşur. Birinci parametre doğrusal sistemi kontrol eden doğrusal kontrol parametresi, ikincisi ise süreksiz kontrol parametresidir. Yukarıdaki ifadeyi matematiksel olarak ifade edersek;

$$u(t) = u_l(t) + u_n(t) \quad (3.58)$$

Şimdi iki kontrol parametresini ayrı ayrı tanımlarsak;

$$u_l(t) = \Lambda^{-1}(-S_2\bar{A}_{21}(c)c_1(t) - (S_2\bar{A}_{22}(c)S_2^{-1} - \Phi)s(t)) \quad (3.59)$$

Yukarıdaki Eş. 3.59'daki Φ , $\Phi \in R^{m \times m}$ şartını sağlayan herhangi bir kararlı matristir. İkinci kontrol parametresi ise

$$u_n(t) = -\rho(t, z)\Lambda^{-1} \frac{P_2 s(t)}{\|P_2 s(t)\|} \quad s(t) \neq 0 \text{ için} \quad (3.60)$$

Yukarıdaki Eş. 3.60'daki P_2 , $P_2 \in R^{m \times m}$ şartını sağlayan simetrik, pozitif tanımlı ve ayrıca ve aşağıdaki Lyapunov denklemini sağlayan bir değişkendir.

$$P_2\Phi + \Phi^T P_2 = -I \quad (3.61)$$

Yukarıdaki Eş. 3.60'daki skaler fonksiyon $\rho(t, z)$ sadece bozucu etkinin şiddetine bağlıdır. Bu değişken aşağıdaki şartı sağlayan herhangi bir fonksiyon olabilir.

$$\rho(t, x) \geq \frac{\|S_2\|(\|M(z)\|(k_1\|x(t)\| + k_2) + k_3\|u_l(t)\| + \alpha(t, x)) + \gamma_2}{(1 - k_3\kappa(\Lambda)\|B_2^{-1}\|)} \quad (3.62)$$

Yukarıdaki Eş. 3.62'deki $\gamma_2, \gamma_2 > 0$ şartını sağlayan ve seçimi tasarımcıya bırakılmış tasarım parametresidir.

Eş. 3.60'daki $\frac{P_2 s(t)}{\|P_2 s(t)\|}$ ifadesi aşağıdaki gibi alınabilir.

$$\frac{P_2 s(t)}{\|P_2 s(t)\|} = \text{sgn}(s) \quad (s \neq 0) \quad (3.63)$$

Yukarıda Eş. 3.59 pratik uygulamalar için uygun değildir. Bu yüzden pratik bir yaklaşım kullanılmıştır. Eş. 3.59 aşağıda yeniden yazılırsa

$$u_l(t) = \Lambda^{-1}(-S_2\bar{A}_{21}(c)c_1(t) - (S_2\bar{A}_{22}(c)S_2^{-1} - \Phi)s(t)) \quad (3.64)$$

Eş. 3.56 ve Eş. 3.57'deki koordinat dönüşümlerinden elde edilen $\bar{A}_{21}(c)$ ve $\bar{A}_{22}(c)$ matrisleri yerine önceki koordinat sistemindeki değerleri yerine yazılırsa sonuç aşağıdaki gibi olur.

$$u_l(t) = -\Lambda^{-1}[M(z)A_{11}(z) + A_{21}(z) - \Phi S_1(z): M(z)A_{12}(z) + A_{22}(z) - \Phi S_2]z(t) \quad (3.65)$$

Λ terimi yerine Eş. 3.52'deki değeri yerine yerleştirilirse yeni denklem aşağıdaki gibi olur.

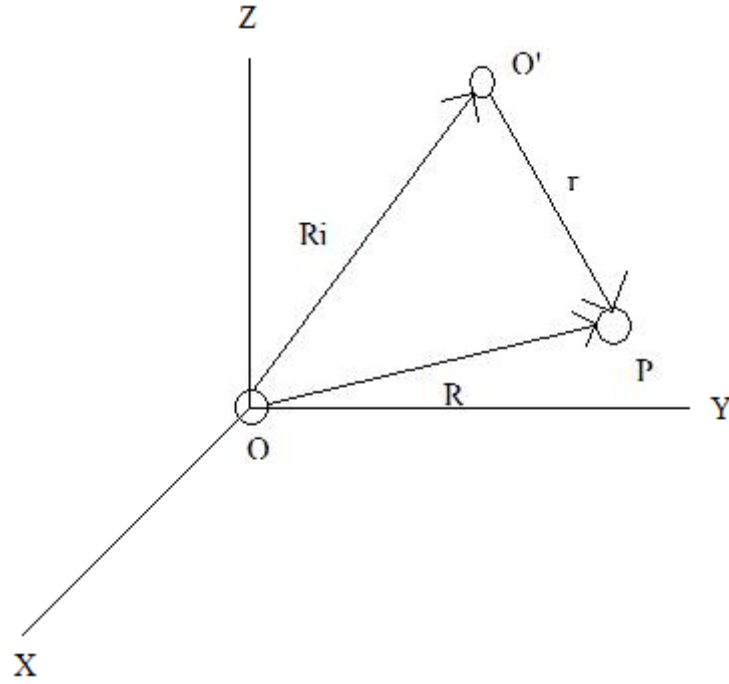
$$\begin{aligned} u_l(t) &= -(B_2)^{-1} \left(S(z)A_{reg}(z) - \Phi S(z) \right) z(t) \\ &= -(B_2)^{-1} S A_{reg}(z) z(t) + (B_2)^{-1} \Phi \sigma(z) \quad (3.65) \end{aligned}$$

Yukarıda Eş. 3.65 çalışmalarda kullanılacak olan kontrol terimidir.

Bu bölümde, daha önce literatürde yapılmış olan sdre tabanlı kayan kipli denetçi tasarımının yanı sıra bu çalışmanın ana katkısı olacak olan eşleşme şartını sağlamayan bozucu etkili sistem için yukarıda anlatılan yöntem geliştirilerek yeni bir yaklaşım sunulmuş ve bunun için gerekli denklemler çıkartılmıştır.

4. BİR UYDU MATEMATİKSEL MODELİ

Bu aşamada örnek alınan uydunun matematiksel modeli verilecek, kullanılan itki sistemi hakkında bilgi verilecek ve sistem bu itki sistemi de dahil edilerek matematiksel alt yapı tamamlanacaktır.



Şekil 4.1. P noktasında bulunan kütlelin konumu

4.1. Rijit Uydunun Hareket Denkleminin Çıkarılması

Rijit kabul edilen uydu, üç doğrusal ve üç açısal olmak üzere altı serbestlik derecelidir. Buradan hareketle altı adet hareket denklemini olması gerekmektedir. Uydunun hareket denklemleri çalışmasına temel oluşturan iki temel fiziksel ilkenin en basit formu $\vec{F} = m\vec{a}$ ve $\sum \vec{M} = \dot{h}$ dır(Bilgin,N. 2007). Yapılan tez çalışmasında rijit uydunun açısal kontrolüne çalışıldığından bu bölümde açısal momentum kısmı yani ikinci denklem ele alınacaktır.

Şekil 4.1' de P noktasında bulunan bir m kütleli cismin bir O noktasına göre açısal momentumu cismin bulunduğu nokta arasındaki mesafe vektörünün çarpımı ile bulunur.

$$H_0 = r \times mR \quad (4.1)$$

Eş. 4.1 yukarıda anlatılan eşitliğin matematiksel ifadesidir. Buradaki x ifadesi çarpaz çarpımı ifade etmektedir.

$$\dot{R} = \dot{R}_i + \dot{r} \quad (4.2)$$

Eş. 4.2'deki ifade Eş. 4.1'de yerine konulur.

$$H_0 = r \times m\dot{r} + r \times m\dot{R}_i \quad (4.3)$$

Eşitliğin sağındaki ikinci terim terim hareketli x y z hareketli koordinat düzleminde ortaya çıkan açısal moment ve diğer terim ise O noktasındaki harekete bağlı düzeltmedir. Açısal momentum ifadesinin zamana göre değişimi yörünge hareketinin hareket denklemlerinde büyük öneme sahiptir(Bilgin 2007). Eş. 4.3'ün zamana göre türevi alındığında;

$$\dot{H}_0 = \frac{d}{dt}(r \times m\dot{r}) - \ddot{R}_i \times mr - \dot{R}_i \times m\dot{r} \quad (4.4)$$

ifadesi elde edilir. Eş. 4.4'ün her bir teriminin fiziksel bir karşılığı vardır. İlk terim açısal momentumun x y z koordinatlarında zamana göre değişimini ifade ederken, ikinci terim O noktasına etkiyen ivmeyi ve üçüncü terim de O noktasının hızına bağlı düzeltmeyi göstermektedir. Açısal momentumdaki değişim oranı O noktasına uygulanan ve M_0 olarak tanımlanan torkla ilişkilidir (Bilgin 2007,1-75; Park, 2013, Deman 1999 41-65). Tork terimi ise;

$$M = r \times F \quad (4.5)$$

şeklinde yazılır. Burada F m kütleli cisme etkiyen kuvvet, r ise moment alınan nokta ile cismin arasındaki uzaklık vektörüdür. Daha sonra kuvvet terimi

$$F = m\ddot{R} \quad (4.6)$$

şeklinde yazılır ve Eş. 4.5'de yerine konulursa

$$M = r \times m\ddot{R} \quad (4.7)$$

ifadesi elde edilir.

$$M = r \times m(\ddot{r} + \ddot{R}_i) \quad (4.8)$$

ifadesi elde edilir.

$\dot{r} \times \dot{r} = 0$ olduğundan, Eş.4.8 yeniden düzenlenirse

$$M = \frac{d}{dt}(r \times m\dot{r}) - \ddot{R}_i \times mr \quad (4.9)$$

Eş. 4.9'daki ifade Eş. 4.4 ile birlikte yeniden ele alınırsa

$$\dot{H}_0 = M + \dot{r} \times mr \quad (4.10)$$

Burada r vektörü zamana göre değişmeyen bir vektör alınırsa Eş. 4.10

$$\dot{H}_0 = \vec{M} \quad (4.11)$$

Eş. 4.11'in fiziksel anlamı; m kütleli bir parçacığın açısal momentumunun zamana bağlı değişiminin cisme etkiyen kuvvetlerin O noktasında oluşturduğu momentlerin toplamına eşit olduğudur. Buraya kadar olan kısım noktasal bir parçacık için açısal momentum denkleminin çıkarılmasıydı. Devam eden bölümde rijit bir cisim için açısal momentum denklemini elde edilecektir.

Bir rijit cismin içerisinde seçilen herhangi bir O noktasında sabit bir x y z eksen tanımlandığında, buradan r_i kadar uzakta bulunan bir m_i kütlelerinin mutlak hız ifadesi

$$\vec{R} = \vec{X}_C + \left[\frac{dr}{dt} \right]_a + w \times r \quad (4.12)$$

Eş. 4.13'ün elde edilişi Kaplan 1976' da detaylı anlatıldığından ispatına yer verilmemiştir.

Eş 4.12 hız cinsinden ele alınırsa aşağıdaki gibi olur (Bilgin, 2007, 1-60).

$$\vec{v} = \vec{v}_C + w \times r_i + [v_i]_a \quad (4.13)$$

Cisim rijit olduğundan dolayı Eş. 4.13'deki $[v_i]_a = 0$ 'dır. Bundan dolayı yeni bir hız terimi ortaya çıkar ve bu terim Eş. 4.1'de yerine yazılırsa

$$\vec{h}_{oi} = \vec{r}_i \times m\vec{v}_i = \vec{r}_i \times m(\vec{v}_c + w \times \vec{r}_i) \quad (4.14)$$

Bu terim sadece a cisminin küçük bir parçası içindir. Bütün bir cismin O noktasına göre açısal momentumunu yazarsak

$$\vec{h}_0 = \sum_i \vec{r}_i \times m_i(\vec{v}_c + w \times \vec{r}_i) \quad (4.15)$$

Eş. 4.15 daha düzgün bir formda aşağıdaki gibi yazılırsa

$$h_0 = \sum_i r_i \times (w \times r_i)m_i - v_c \times (\sum_i m_i r_i) \quad (4.16)$$

şeklinde olur.

Kütle merkezi tanımı gereği Eş. 4.16'da $\sum_i m_i r_i = 0$ olduğundan rijit cismin açısal momentum ifadesi aşağıdaki gibi olur.

$$h_0 = \sum_i r_i \times (w \times r_i)m_i \quad (4.17)$$

Eş. 4.18 $v_o = 0$ olduğu durumlarda geçerlidir. Eş. 4.17 integral formunda yazılırsa

$$h_0 = \int_B r \times (w \times r)dm \quad (4.18)$$

şeklinde olur. Eş. 4.18 x y z koordinatlarında düşünülüp vektör çarpımları ona göre aşağıdaki gibi düzenlenirse

$$w \times r = (w_y z - w_z y)_i + (w_z x - w_x z)_j + (w_x y - w_y x)_k \quad (4.19)$$

olur. Eş. 4.19, Eş. 4.20'de yerine konmak için bir kez daha r ile vektörel çarpılırsa

$$r \times (w \times r) = [w_x(y^2 + z^2) - w_y(xy) - w_z(xz)]i + [-w_x(xy) + w_y(x^2 + z^2) - w_z(yz)]j + [-w_x(xz) - w_y(yz) + w_z(x^2 + y^2)]k \quad (4.20)$$

gibi elde edilir. Buradaki her katsayı sırasıyla O merkezindeki birim kütlenin açısal momentumlarının x y ve z bileşenleridir. Eş. 4.18 cismin boyutlarıyla sınırlandırılmış kütle

dağılım fonksiyonunun integrasyon olduğundan açısal hız bileşenleri cismin şeklinden ve O noktasının içsel konumlanışından bağımsızdır. Bu nedenle, herhangi bir rijit cismin açısal momentumu tanımlı sabitler kümesiyle ifade edilebilir. Söz konusu olan sabitler aşağıdaki gibidir.

$$I_x = \int_B (y^2 + z^2)dm, I_y = \int_B (x^2 + z^2)dm \text{ ve } I_z = \int_B (x^2 + y^2)dm \quad (4.21)$$

$$I_{xy} = \int_B (xy)dm, I_{xz} = \int_B (xz)dm \text{ ve } I_{yz} = \int_B (yz)dm \quad (4.22)$$

Burada I_x, I_y ve I_z cismin sırasıyla x, y ve z koordinat eksenlerindeki atalet momentleri, I_{xy}, I_{xz} ve I_{yz} a cisminin atalet çarpanlarıdır. $I_{xy} = I_{yx}, I_{xz} = I_{zx}$ ve $I_{yz} = I_{zy}$ eşitlikleri de doğrudur. Atalet çarpanları negatif olabilir fakat atalet momentleri asla negatif olamaz. Bu durumda Eş. 4.18'deki ifade aşağıdaki gibi yazılırsa

$$h_0 = h_x i + h_y j + h_z k \quad (4.23)$$

Bu bileşenler Eş. 4.21 ve 4.22'deki sabitler cinsinden yazılırsa

$$h_x = I_x w_x - I_{xy} w_y - I_{xz} w_z$$

$$h_y = -I_{xy} w_x + I_y w_y - I_{yz} w_z \quad (4.24)$$

$$h_z = -I_{xz} w_x - I_{yz} w_y + I_z w_z$$

şeklini alır. Eş. 4.24 matrisel formda yazılırsa

$$h_0 = \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Atalet momentleri ve atalet çarpanlarını içeren matris kısaca atalet matrisi olarak bilinir. Bu matris kısaca I ile gösterilirse Eş. 4.25 aşağıdaki şekli alır (Bilgin, 2007, 1-60, Wie 1998, 1-661).

$$h = I\omega \quad (4.26)$$

Şimdi de rijit uydunun hareket denkleminin çıkarılmasına geçilecektir.

Rijit uydunun hareket denkleminin çıkarılması için Eş. 4.11 referans alınmalıdır. Bu sonucun uzayda sabit bir noktada veya herhangi bir cismin kütle merkezinde geçerli olduğu hatırlanırsa kütle merkezine uygulanan torklar için kullanılabilir. Hatırlatma için Eş. 4.11 yeniden yazılırsa

$$M = \frac{dh}{dt} \quad (4.27)$$

Eş. 4.27 yeniden düzenlenirse

$$M = \left[\frac{dh}{dt} \right]_a + \omega \times h \quad (4.28)$$

Eş. 4.28 ile rijit uydu için hareket denklemini türetmek daha kolaydır. Bundan sonraki bölümde kullanılan itki sistemi tanıtılacak ve formül türetmeye bu bölümden sonra devam edilecektir (Bilgin, 2007, 1-60; Wie 1998, 1-661, Kaplan, 1978, 1-226).

4.2. Kullanılan İtki Sistemi

Yapılan tez çalışmasında itki sistemi olarak reaksiyon tekerlekleri kullanılmıştır. İtki sistemi temel olarak esas kontrol edilen cihazla(elektrik motoru vb.) sistemin kendisi arasında bir köprü vazifesi gören bir elemandır. Bu sistemler fiziksel olarak tahrik elemanından çıkan hareketi sistemi hareket ettirecek şekle getiren elemandır.

Reaksiyon tekerleri kullanım amacı itibariyle sadece açısal yer değiştirmede kullanılır. Öteleme hareketinde kullanılmaz. Çünkü sadece kendi kütle merkezleri etrafında dönerler. Reaksiyon tekerleri özellikle küçük açısal yer değiştirmelerde daha fazla verimle çalışır. En önemli faydası dönüşlerde herhangi bir roket elemanı gerektirmedikinden yakıttan tasarruf sağlar. Ayrıca roketlere göre reaksiyon tekerlerinin ürettiği tork daha az olacağından özellikle sürekli dönüş gerektiren hareketlerde tercih edilirler. Çalışma prensibi ise şöyledir: Tekerler bir yöne döner, açısal momentum korunumu kapsamında uydu ters yöne doğru döner böylece uydu istenilen açısal konuma gelmiş olur.

Reaksiyon tekerlerinin de hareket denklemleri yine rijit cisimlerin açısal momentumundan çıkarılır. Hatırlatma için Eş. 4.26 yeniden yazılırsa

$$h = Iw \quad (4.29)$$

dolayısıyla reaksiyon tekerleri de birer rijit cisim olduğundan onlarında açısal momentumları Eş. 4.29'dan

$$h_{teker} = \sum_i I_{teker\ i} w_{teker\ i} \quad (4.30)$$

Bulunur (Tewari, 2010, 105-151,337-341; Nudehi, Farooq, Alasty and Issa, J., (2008)

4.3. Uydu Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi

İtki sistemi tanıtıldıktan sonra uydunun hareket denklemlerinin çıkarılmasına devam edilecektir. Eş. 4.29 ve Eş. 4.30'dan genel denklem aşağıdaki gibi elde edilir.

$$h_{toplam} = I_{uydu} w_{uydu} + \sum_i I_{teker\ i} w_{teker\ i} \quad (4.31)$$

Eş. 4.31 ifadesi Eş. 4.18'de yerine konur ve M momenti yerine çevresel etkileri kapsayacak şekilde u_e terimini yazarsak ifade şu hale gelir.

$$I_{uydu} \dot{w}_{uydu} + w_{uydu} \times I_{uydu} w_{uydu} + I_{teker} w_{teker} + w_{teker} \times I_{teker} w_{teker} = u_e \quad (4.32)$$

Daha sonra sistem Eş. 2.1'e benzer hale getirilir fakat Eş. 2.1'deki sistem doğrusal sistemin gösterilişidir. Bu yüzden yeni bir tanımlamaya ihtiyaç vardır.

$$\dot{x}(t) = A(x)x(t) + B(x)u(t) \quad (4.33)$$

Eş. 4.32, Eş.4.33'deki gibi yazılırsa sistem şu hali alır.

$$\begin{bmatrix} \dot{w}_x \\ \dot{w}_y \\ \dot{w}_z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{1}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & w_z & -w_y \\ -w_z & 0 & w_x \\ w_y & -w_x & 0 \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} (I_x + I_1)w_x \\ (I_y + I_2)w_y \\ (I_z + I_3)w_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_1 w_1 \\ I_2 w_2 \\ I_3 w_3 \end{bmatrix} \right) - \begin{bmatrix} (1/I_x)T_1 \\ (1/I_y)T_2 \\ (1/I_z)T_3 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \\ \dot{w}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & w_z & -w_y \\ -w_z & 0 & w_x \\ w_y & -w_x & 0 \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} (I_x + I_1)w_x \\ (I_y + I_2)w_y \\ (I_z + I_3)w_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_1 w_1 \\ I_2 w_2 \\ I_3 w_3 \end{bmatrix} \right) - \\
&\quad - \begin{bmatrix} (1/I_x + 1/I_1)T_1 \\ (1/I_y + 1/I_2)T_2 \\ (1/I_z + 1/I_3)T_3 \end{bmatrix} \quad (4.35)
\end{aligned}$$

Eş. 4.34 ve Eş. 4.35’de I_x, I_y, I_z ve I_1, I_2, I_3 sırasıyla uydunun ve kullanılan reaksiyon tekerlerinin x,y,z eksenlerine göre atalet momentleridir. Ayrıca w_x, w_y, w_z ve w_1, w_2, w_3 de sırasıyla x, y, z eksenlerindeki uydunun ve reaksiyon tekerlerinin açısal hızlarıdır. T_1, T_2, T_3 de kontrol girişleridir (Yang, Lai and Wu, C.J. (2007)).

Eş. 4.34 ve Eş. 4.35’de görüldüğü üzere matematiksel bir işlem yapılmıştır. Bu işlem aslında bir vektör olan $\vec{w}_{x-y-z}$ ’nin 3x3’lük bir başka matrise dönüştürülmesidir. Dönüşüm sonucu ortaya çıkan matrise eksi bakışimli matris denir ve aşağıdaki formata göre düzenlenir.

A, B ve C üç elemanlı birer vektör olsun. Bu üç vektör arasında aşağıdaki gibi bir ilişki olsun.

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} \quad (4.36)$$

Eş. 4.36’daki işlem bir vektörel çarpımdır. Yukarıdaki çarpımın skaler çarpıma dönüşmüş hali aşağıdaki gibi olsun.

$$C = (\sim A)B \quad (4.37)$$

Yukarıdaki işlemi aşağıdaki şekilde ifade edersek

$$C_x = A_y B_z - B_y A_z \quad (4.38a)$$

$$C_y = A_z B_x - B_z A_x \quad (4.38b)$$

$$C_z = A_x B_y - B_x A_y \quad (4.38c)$$

halini alır. Eş. 4.38'i matrisel formda yazarsak ($\sim A$) matrisi şu şekli alır.

$$(\sim A) = \begin{pmatrix} 0 & -A_z & A_y \\ A_z & 0 & -A_x \\ -A_y & A_x & 0 \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

Bir cismin belirli bir referans koordinat sistemine bağlı yer değiştirmesinde bir dizi dönüşümler kullanılarak koordinat sistemleri arasında dikey dönüşüm sağlanır. Bu dönüşümler Euler açıları olarak adlandırılır ve cismin konumunun belirlenmesini sağlar. Cismin üzerinde çakışık bir X, Y, Z ve diğeri ilkinin üzerinde x, y, z olmak üzere iki ayrı referans koordinat sistemi varsayılarak başlandığında aşağıdaki gibi bir dönüşüm dizisi elde edilir.

$$R = \begin{bmatrix} \sec\theta \cos\psi & -\sec\theta \sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ -\tan\theta \cos\psi & \tan\theta \sin\psi & 1 \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

Dönüşüm matrisi olmak üzere dönüşüm sonucu

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sec\theta \cos\psi & -\sec\theta \sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ -\tan\theta \cos\psi & \tan\theta \sin\psi & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

Burada ϕ , θ , ψ açıları euler açılarıdır.

$$\begin{bmatrix} \dot{w}_x \\ \dot{w}_y \\ \dot{w}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{(I_y + I_2)w_y - I_2 w_2}{I_x} & \frac{(I_z + I_3)w_z - I_3 w_3}{I_x} \\ \frac{(I_x + I_1)w_x - I_1 w_1}{I_y} & 0 & \frac{(I_z + I_3)w_z - I_3 w_3}{I_y} \\ \frac{(I_x + I_1)w_x - I_1 w_1}{I_z} & \frac{(I_y + I_2)w_y - I_2 w_2}{I_z} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(1/I_x)T_1 \\ -(1/I_y)T_2 \\ -(1/I_z)T_3 \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \\ \dot{w}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{-(I_y + I_2)w_y - I_2w_2}{I_x} & \frac{-(I_z + I_3)w_z - I_3w_3}{I_x} \\ \frac{-(I_x + I_1)w_x - I_1w_1}{I_y} & 0 & \frac{-(I_z + I_3)w_z - I_3w_3}{I_y} \\ \frac{-(I_x + I_1)w_x - I_1w_1}{I_z} & \frac{-(I_y + I_2)w_y - I_2w_2}{I_z} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} + \\
&+ \begin{bmatrix} -(1/I_x + 1/I_1)T_1 \\ -(1/I_y + 1/I_2)T_2 \\ -(1/I_z + 1/I_3)T_3 \end{bmatrix} \quad (4.43)
\end{aligned}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{I_x} \\ \frac{1}{I_y} \\ \frac{1}{I_z} \\ 1 \\ \frac{1}{(I_x+I_1)} \\ \frac{1}{(I_y+I_2)} \\ \frac{1}{(I_z+I_3)} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

$$X = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \\ w_x \\ w_y \\ w_z \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

5. TASARLANAN DENETÇİNİN SONUÇLARI

Aşağıdaki bölümde yukarıdaki bölüm 3’de matematiksel alt yapısı verilen denetçi ile bölüm 4’de anlatılan dinamik sistemin çeşitli parametrelerle kontrol edilmeye çalışıldığında nasıl sonuç verdiği anlatılacak ve sonuçlar grafikler halinde verilecektir. İlgili parametreler (Yang, Lai and Wu, C.J. (2007))’dan alınmıştır.

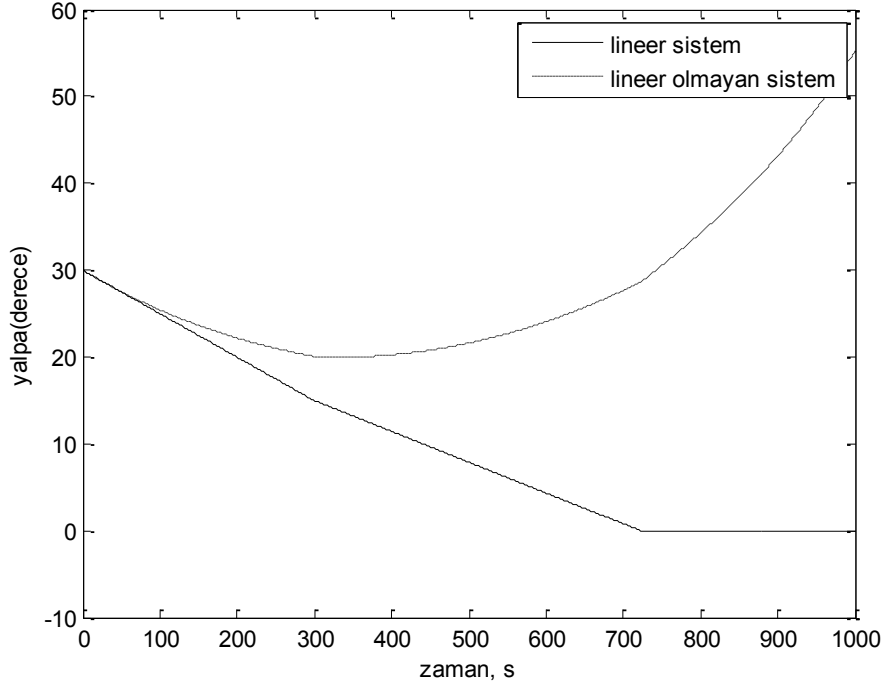
Çizelge 5.1. Simülasyon için alınan uyduya ve kullanılan reaksiyon tekerlerine ait veriler

Parametreler	Değerleri
I_x	182 kgm^2
I_y	329 kgm^2
I_z	336 kgm^2
I_{1-2-3}	0.041 kgm^2
Q	100000 _{6x6}
k	0.0005
ϕ_0	30°
θ_0	45°
ψ_0	0°
Başlangıç açısal hızları	0 rad/s
Δt	0.01 s

5.1. Doğrusal Gibi Düşünülen Sistemden Elde Edilen Kontrol Teriminin Doğrusal Olmayan Sisteme Uygulanması Durumu

Çalışmanın ilk aşamasında sistem Eş. 2.1’deki gibi doğrusal olarak düşünülmüştür. Bunun için Eş. 4.34’deki sistem aşağıdaki gibi düzenlenmiştir.

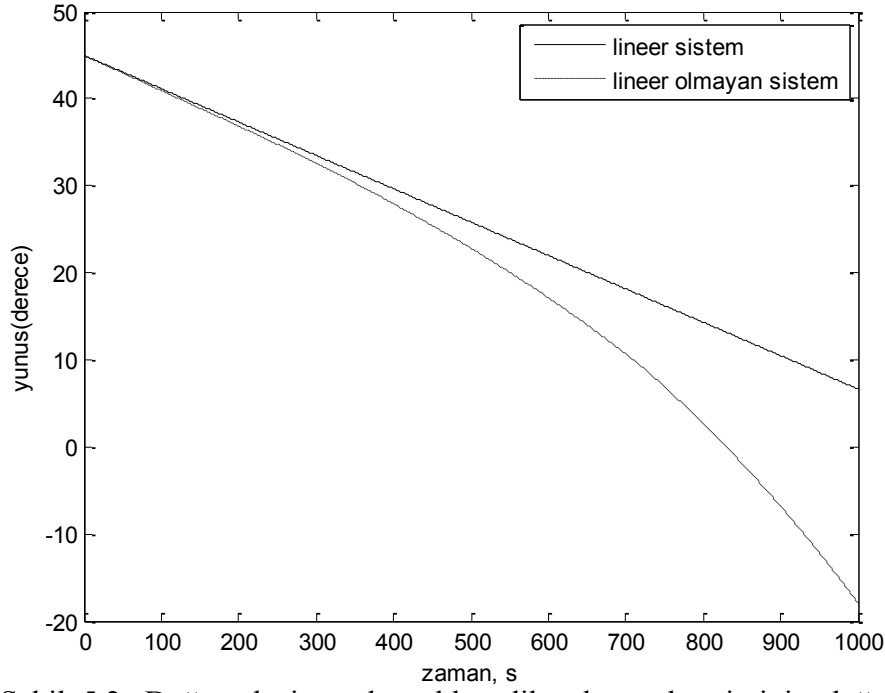
$$\dot{x}(t) = A(x_0)x(t) + B(x_0)u(t) \quad (5.1)$$



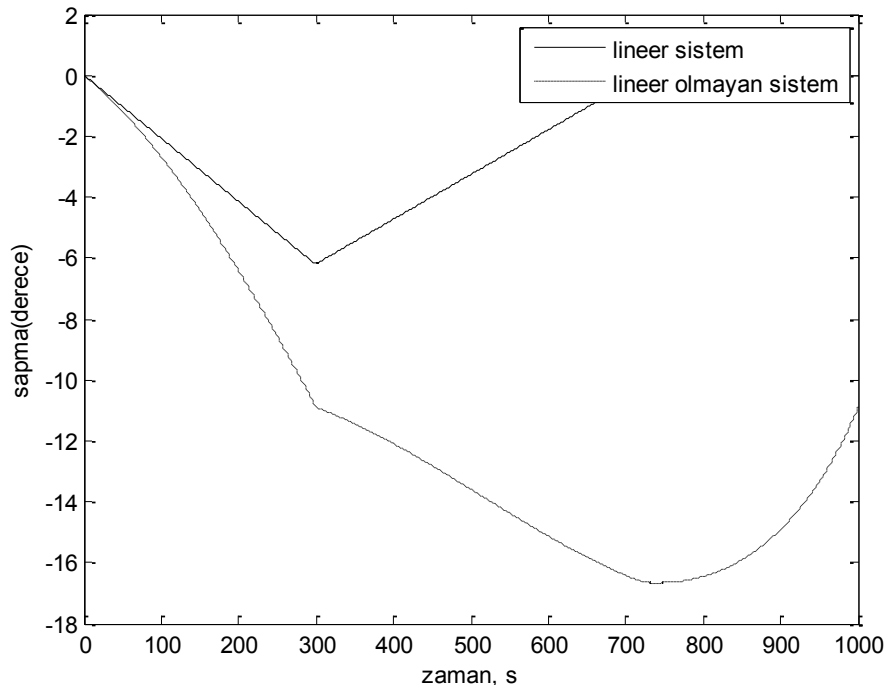
Şekil 5.1. Doğrusal sistemden elde edilen kontrol teriminin doğrusal olmayan sisteme uygulanmasıyla doğrusal ve doğrusal olmayan sistemlerin açısal konum cevapları, ϕ

Eş. 5.1'den de anlaşılacağı gibi $A(x_0)$ ve $B(x_0)$ sabit katsayılı matrisler gibi ele alınmıştır. Böylece sistem bir nevi doğrusal sistem gibi ele alınmıştır. Daha sonra doğrusal gibi düşünülen sistem bölüm 3'de anlatılan kontrol kuralı uygulanarak kontrol edilmiştir. Ardından doğrusal gibi düşünülen sistemden elde edilen kontrol girişi doğrusal olmayan sisteme uygulanmıştır. Sonuçlar karşılaştırmalı olarak altı grafik halinde verilmiştir. Şekil 5.1., Şekil 5.2. ve Şekil 5.3.'deki grafikler doğrusal gibi düşünülen ve doğrusal olmayan sistemin açısal konumlarını karşılaştırmalı olarak vermektedir.

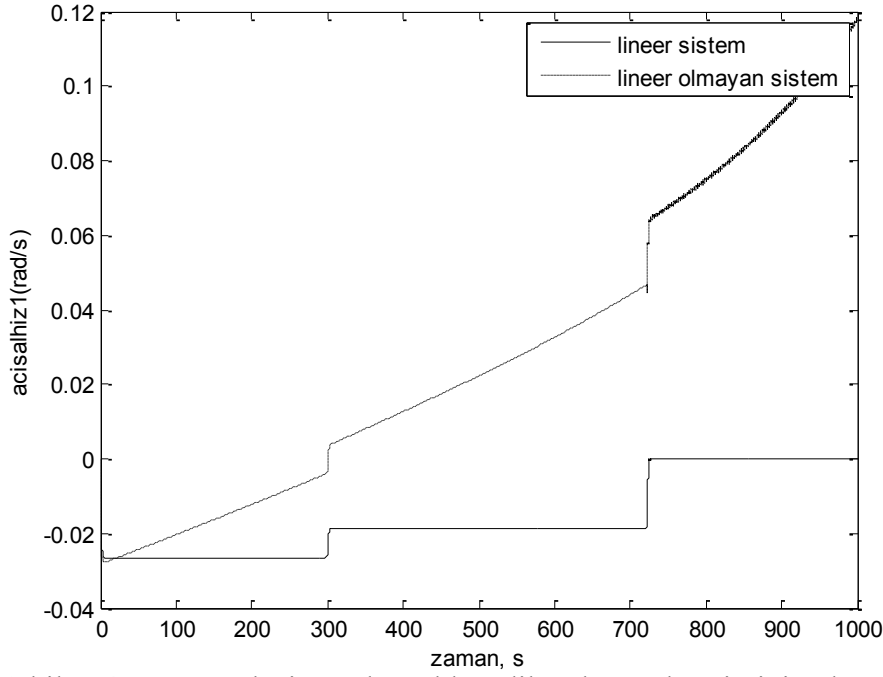
Şekil 5.1.'de yalpa açısının karşılaştırması verilmiştir. Doğrusal sistem istenilen noktaya (0) gelmesine rağmen doğrusal sistemden elde edilen kontrolcü terimi ile doğrusal olmayan sistem kontrol edilememektedir. Şekil 5.2. ve Şekil 5.3.'de sırasıyla yunus açısı ve sapma açısının karşılaştırması verilmiştir. Her iki şekilde de doğrusal sistem kontrol edilebilirken doğrusal olmayan sistem kontrol edilememektedir.



Şekil 5.2. Doğrusal sistemden elde edilen kontrol teriminin doğrusal olmayan sisteme uygulanmasıyla doğrusal ve doğrusal olmayan sistemlerin açısal konum cevapları, " θ "



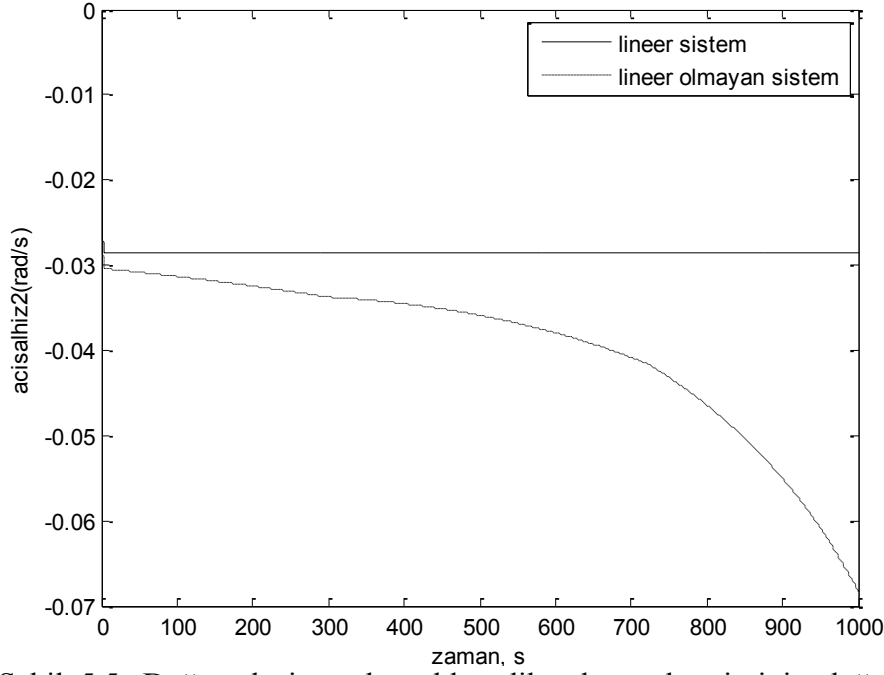
Şekil 5.3. Doğrusal sistemden elde edilen kontrol teriminin doğrusal olmayan sisteme uygulanmasıyla doğrusal ve doğrusal olmayan sistemlerin açısal konum cevapları, " ψ "



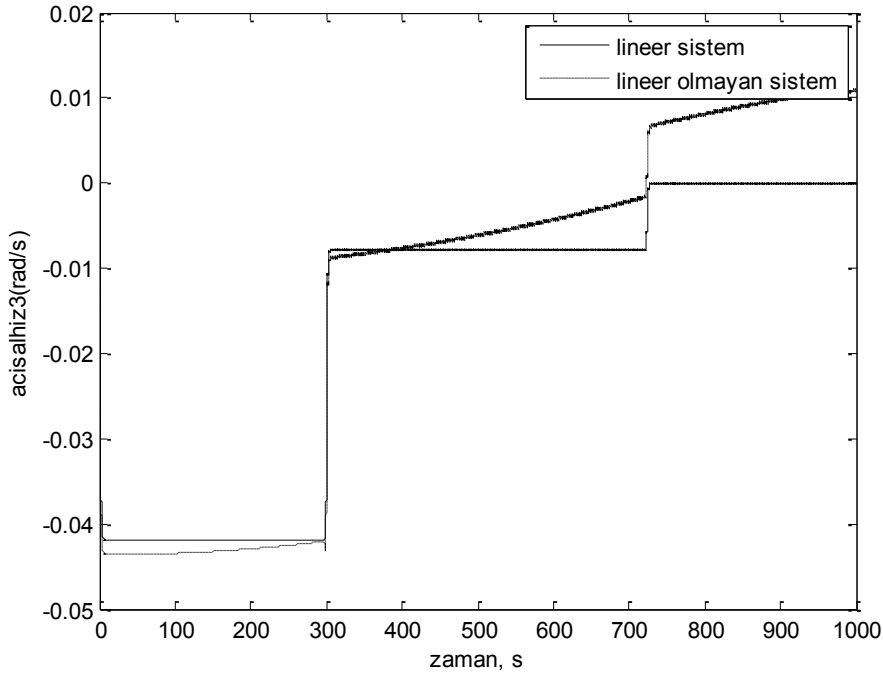
Şekil 5.4. Doğrusal sistemden elde edilen kontrol teriminin doğrusal olmayan sisteme uygulanmasıyla doğrusal ve doğrusal olmayan sistemlerin açısal hız cevapları, w_x

Şekil 5.4, Şekil 5.5 ve Şekil 5.6 ise aynı sistemlerin açısal hızlarını karşılaştırmalı olarak vermektedir. Sonuçlara bakıldığında beklenildiği üzere doğrusal gibi düşünülen sistemden alınan kontrol girişi ait olduğu sistemi kontrol ederken doğrusal olmayan sistemi kontrol edememektedir.

Şekil 5.4.'de birinci açısal hızın karşılaştırması verilmiştir. Beklenildiği üzere doğrusal sistem kontrol edilebilirken doğrusal olmayan sistem kontrol edilememektedir. Şekil 5.5.'de ikinci açısal hız için karşılaştırmalı grafik verilmiştir. Bu grafikte de doğrusal sistemin kontrol edilebildiği fakat doğrusal olmayan sistemin kontrol edilemediği görülür. Şekil 5.6.'da üçüncü açısal hız için karşılaştırmalı grafik verilmektedir. Grafikten de anlaşılacağı üzere yukarıdaki durum aynen bu grafik için de doğru olduğu gözlemlenmiştir.



Şekil 5.5. Doğrusal sistemden elde edilen kontrol teriminin doğrusal olmayan sisteme uygulanmasıyla doğrusal ve doğrusal olmayan sistemlerin açısız hız cevapları, w_y

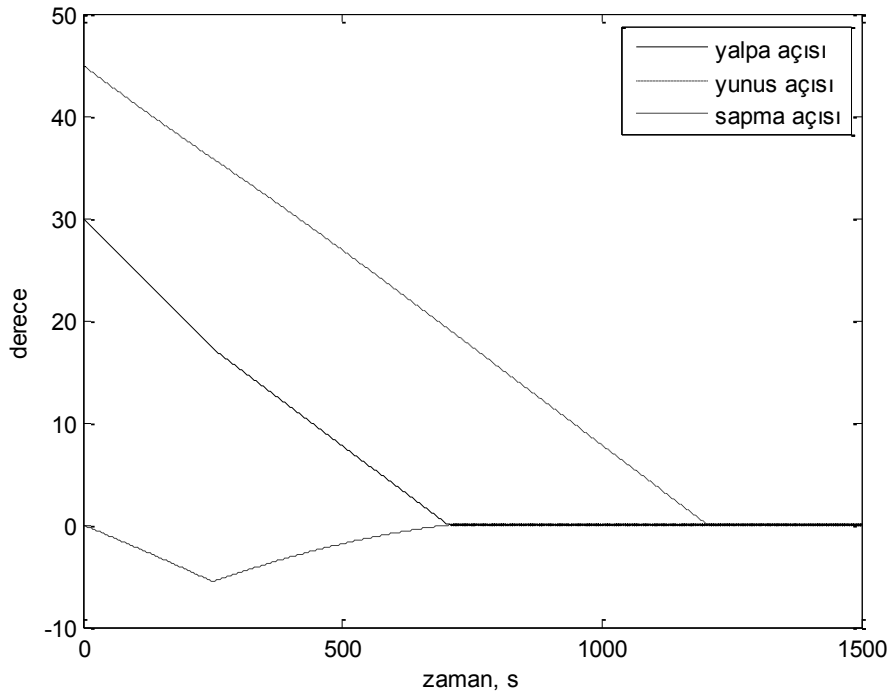


Şekil 5.6. Doğrusal sistemden elde edilen kontrol teriminin doğrusal olmayan sisteme uygulanmasıyla doğrusal ve doğrusal olmayan sistemlerin açısız hız cevapları, w_z

5.2. Doğrusal Olmayan Bozucu Etki İçermeyen Sistemin Kontrolü

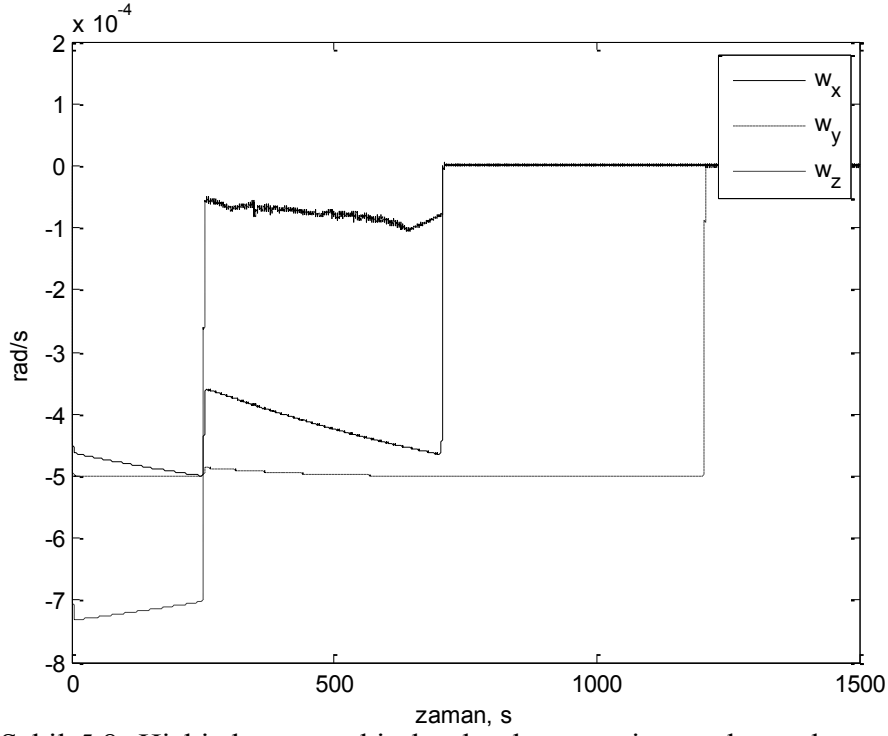
Çalışmanın ikinci kısmında ise artık sadece doğrusal olmayan sistem tek başına ele alınmaktadır. Bu çalışmanın her aşamasında sistem her bir zaman aralığında dondurulup değerlendirilmiştir. Yani her bir zaman aralığı için bütün kontrol algoritmaları yeniden oluşturulup çözülmektedir. Çözüm metodu olarak beşinci dereceden Runge-Kutta-Fehlberg metodu tercih edilmiştir.

Çalışmanın ikinci kısmı iki parçadan oluşmaktadır. Birinci kısımda sisteme hiçbir bozucu etkinin etkmediği düşünülmüş ve ona göre sistem kontrol edilmeye çalışılmıştır. Burada dikkat edilmesi gereken bir diğer husus verilerin kaynak olarak alındığı Yang, Lai and Wu, C.J. 2007 çalışmasında da uygulanabilecek kontrol torkuna bir sınırlama getirilmiş olmasıdır. Bu sınırlar da sırasıyla 0,56, 0,53 ve 0,24 Nm'dir. İlgili sonuçlar aşağıda verilmiştir. Şekil 5.7'deki grafikte üç Euler açısı için açısal konum cevapları gözükmemektedir. Bu grafikte ilk iki açıda kayma yüzeyine çarpma yatay konuma geldiğinde gerçekleşirken üçüncü açıda ise dip noktasından itibaren çarpma gerçekleşmiştir. Uydunun açıları istenilen noktaya (0) gelmiştir.

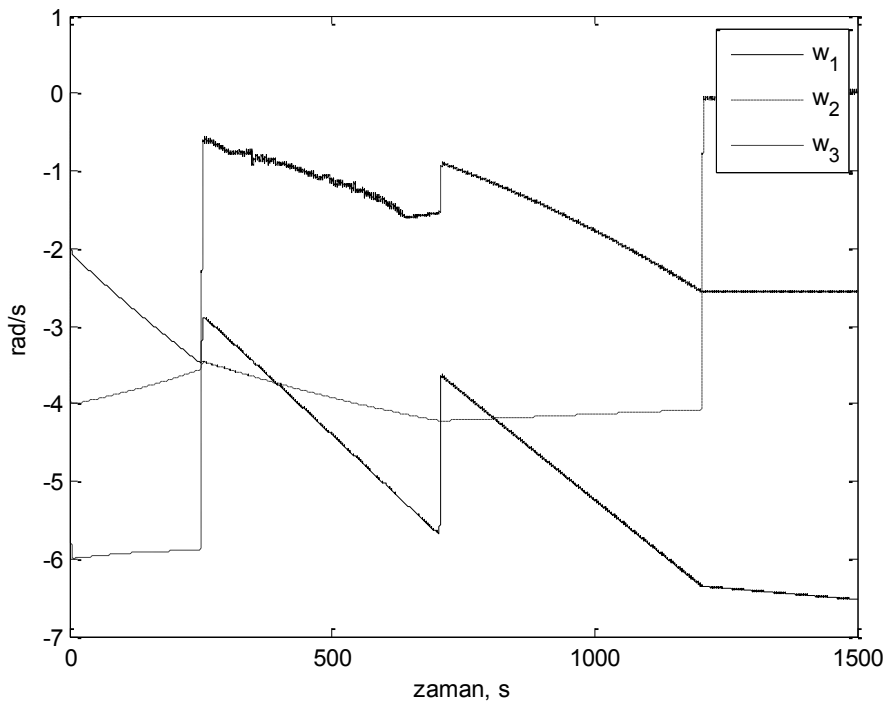


Şekil 5.7. Hiçbir bozucu etki altında olmayan sisteme kontrol uygulandığında sistemden alınan açısal konum cevapları

Şekil 5.8’de uyduya ait açısai hız grafikleri verilmiştir. Grafiğe bakıldığında büyük dikey hareket sistemin kayma yüzeyine çarpmasını ifade eder. Ayrıca hızlar istenilen noktaya gelmiş gibi görünse de çitirtıdan dolayı az da olsa bir hareket vardır.

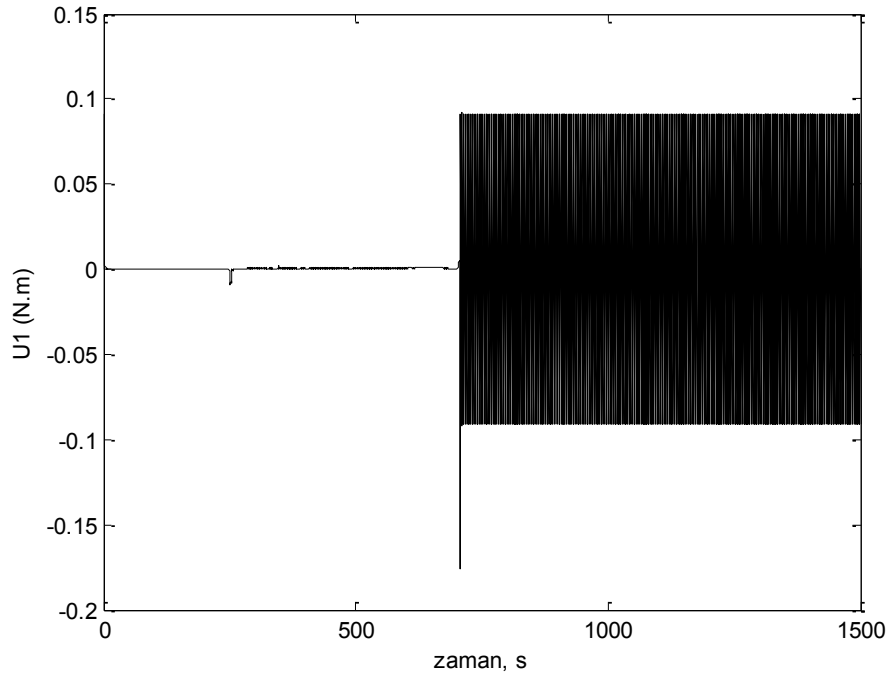


Şekil 5.8. Hiçbir bozucu etki altında olmayan sisteme kontrol uygulandığında sistemden alınan açısai hız cevapları

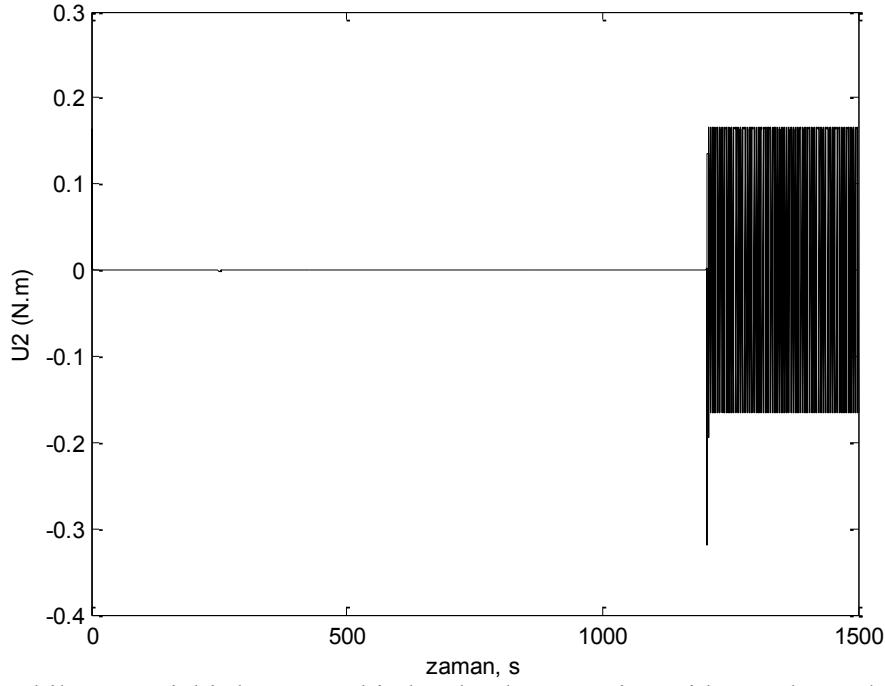


Şekil 5.9. Hiçbir bozucu etki altında olmayan sisteme kontrol uygulandığında sistemde bulunan reaksiyon teker hızları,

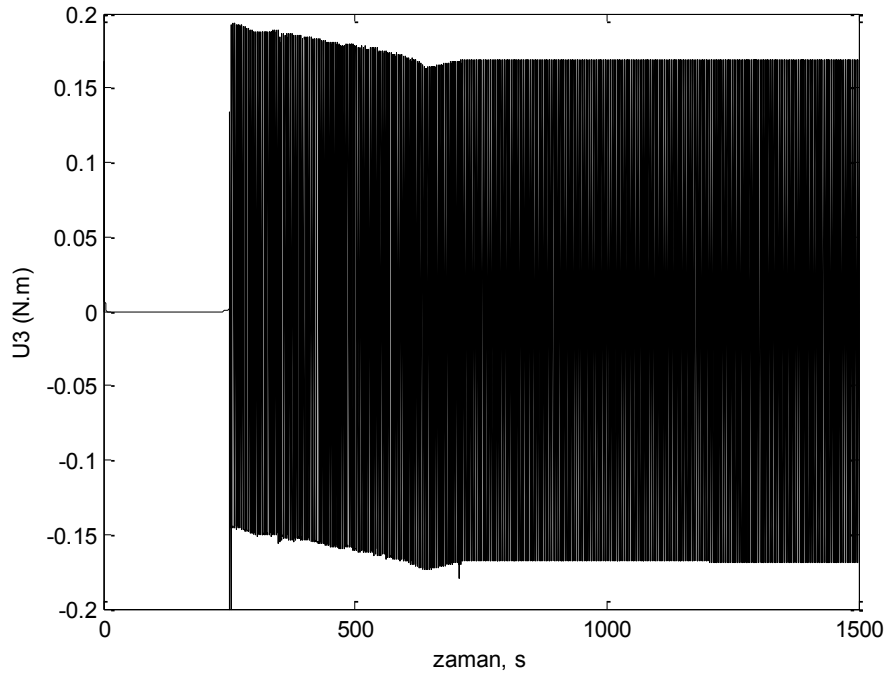
Şekil 5.9’da reaksiyon teker hızları verilmiştir. Bu grafikte de büyük dikey hareket kayma yüzeyine çarpmayı ifade eder. Ayrıca açılal konum “0” a geldiğinde bile reaksiyon tekerleri dönmeye devam etmekte aynı zamanda çitirtıyı meydana getiren bir zikzak hareketi de gözlenmektedir. Şekil 5.10, Şekil 5.11 ve Şekil 5.12’de de sisteme verilmesi gereken kontrol torku verilmiştir. Bu grafiklere dikkat edilirse çitirtı belirli bir zamandan sonra gerçekleşmiştir. Bahsedilen zaman yukarıda da bahsedilen kayma yüzeyine çarpma zamanıdır. Bu bölümdeki bütün grafiklerden de anlaşılacağı gibi uydu başarıyla kontrol edilmiştir. Çalışma yapılırken yukarıdaki sınırlara uymak ve güvenli tarafta kalmak için bu sınırlar daha da küçültüldü ve 0,5, 0,5, 0,2 N.m olarak ayarlandı. Çalışmada kaynak olarak alınan Yang, Lai and Wu, C.J. 2007 çalışmasına göre hem daha hızlı sonuç alınmış hem de daha az enerji harcanmıştır. Enerji harcama performansı kontrol torku grafiklerinden karşılaştırılır. Böylece çalışmanın ikinci kısmının birinci bölümü tamamlanmış oldu.



Şekil 5.10. Hiçbir bozucu altında olmayan sistemi kontrol etmek için gereken kontrol girişi, U_1



Şekil 5.11. Hiçbir bozucu etki altında olmayan sistemi kontrol etmek için gereken kontrol girişi, U_2

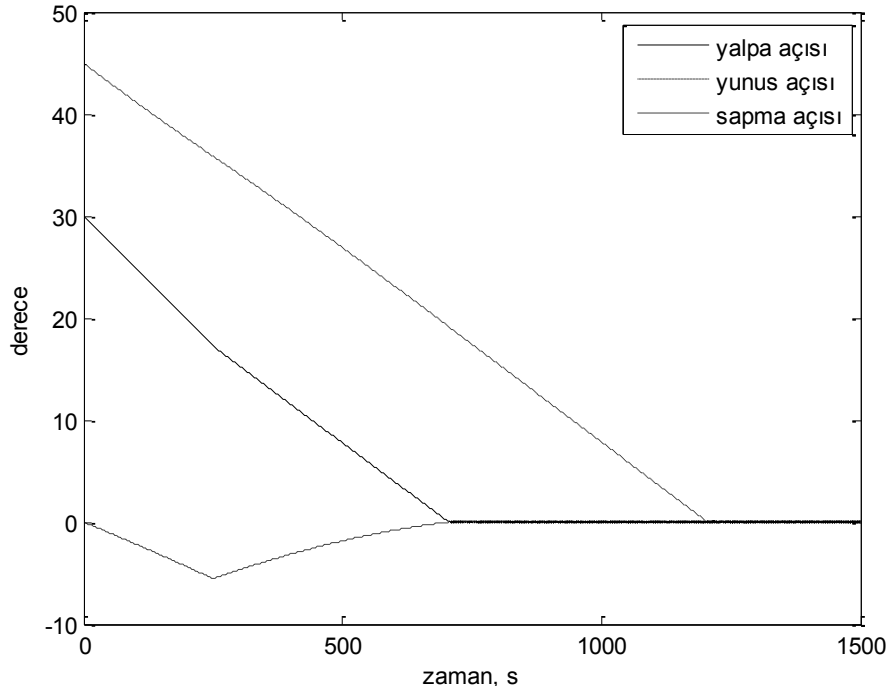


Şekil 5.12. Hiçbir bozucu etki altında olmayan sistemi kontrol etmek için gereken kontrol girişi, U_3

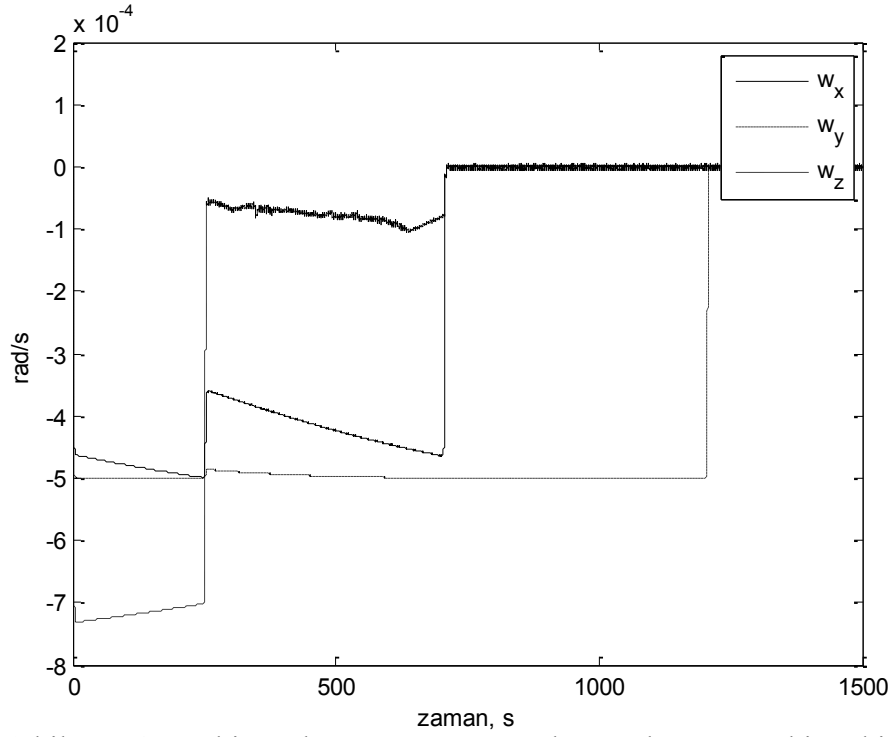
5.3. Doğrusal Olmayan Bozucu Etki İçeren Sistemin Kontrolü

Takip eden kısımda sisteme birde sabit eşleşme şartını sağlayan bir bozucu etki eklenmiştir. Bozucu etkinin şiddeti $[0,0001 \ 0,0001 \ 0,0001]^T$ 'dir ve eşleşme şartını

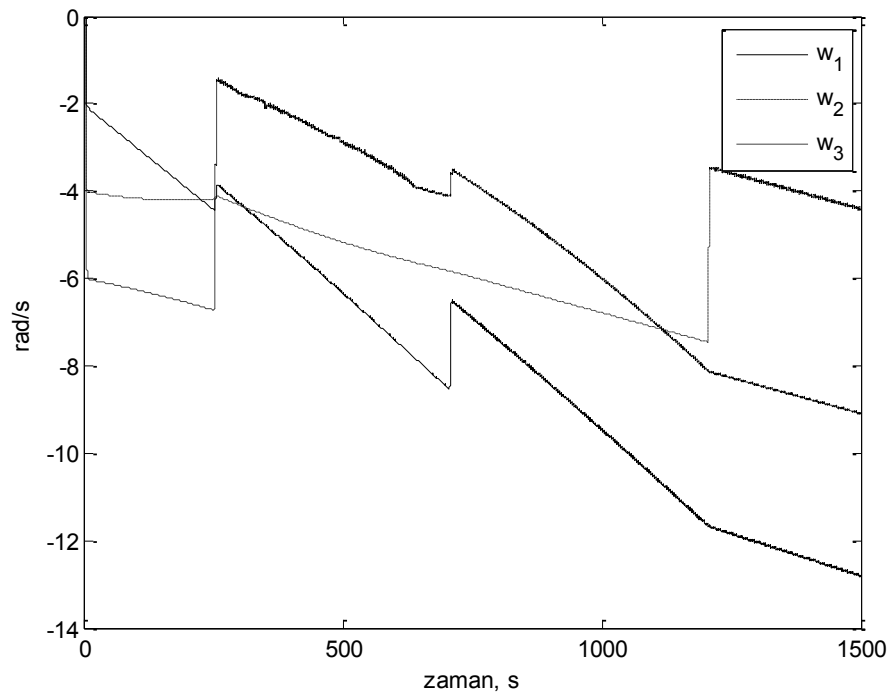
sağladığı kabul edilmiştir.. Bu kısımdan itibaren olan çalışmalar kaynak olarak alınan Yang, Lai and Wu, C.J. 2007 çalışmasında yoktur. Şekil 5.13’de bozucu etki içeren sistem için uydunun açısal konum cevabı görülmektedir. Bu grafik Şekil 5.7’deki grafik ile çok benzerdir. Şekil 5.14’de uydunun açısal hız cevapları gösterilmektedir. Şekil 5.8 ile karşılaştırıldığında zikzak miktarı önemli ölçüde arttığı gözlenmektedir. Şekil 5.15’ de bozucu etki içeren sistem için uyduda bulunan reaksiyon teker hızlarını göstermektedir. Şekil 5.9 ile karşılaştırıldığında tekerlerin daha hızlı döndüğü görülmüştür. Şekil 5.16, Şekil 5.17 ve Şekil 5.18’de ise sisteme verilmesi gereken kontrol torkları gösterilmiştir. Özellikle Şekil 5.15 ve Şekil 5.9 karşılaştırıldığında bozucu etkinin etkisi reaksiyon tekerleri tarafından karşılanmıştır. Çalışmanın bu kısmındaki bütün grafikler göz önüne alındığında sistemin başarı ile kontrol edildiği söylenebilir.



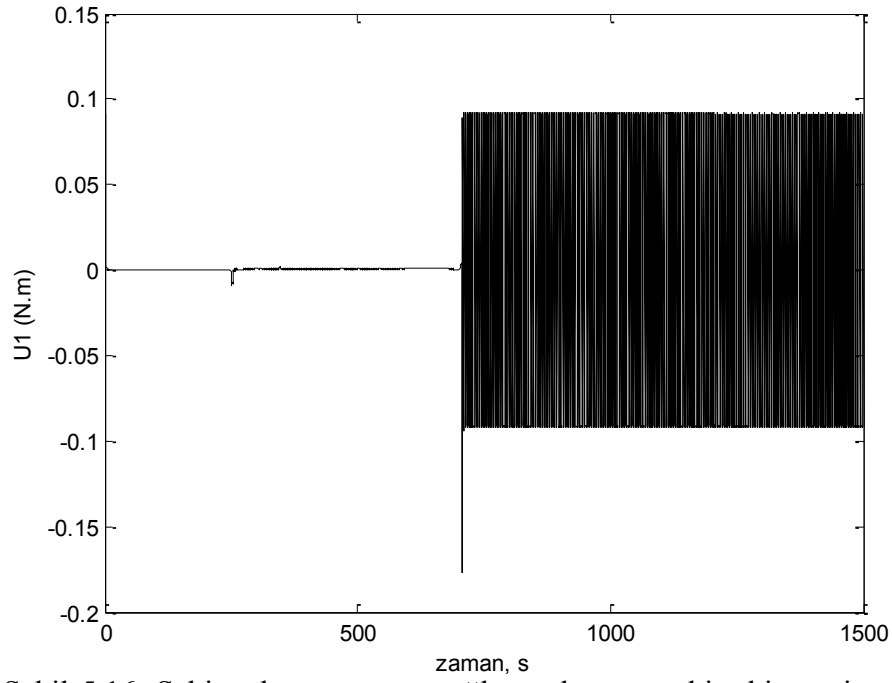
Şekil 5.13. Sabit eşleşme şartını sağlayan bozucu etki etkiyen sisteme kontrol uygulandığında sistemden alınan açısal konum cevapları



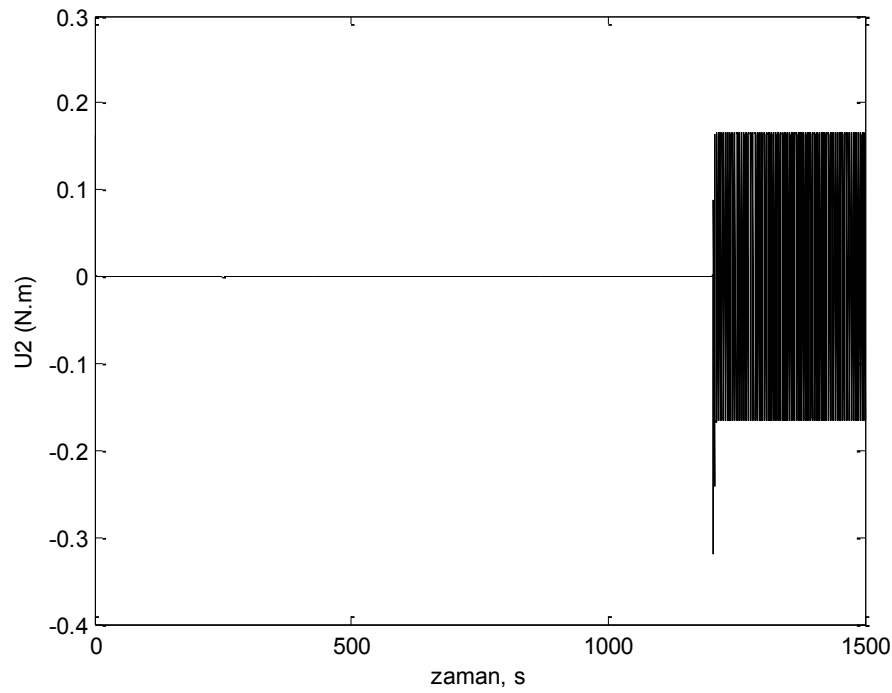
Şekil 5.14. Sabit eşleşme şartını sağlayan bozucu etki etkiyen sisteme kontrol uygulandığında sistemden alınan açısal hız cevapları



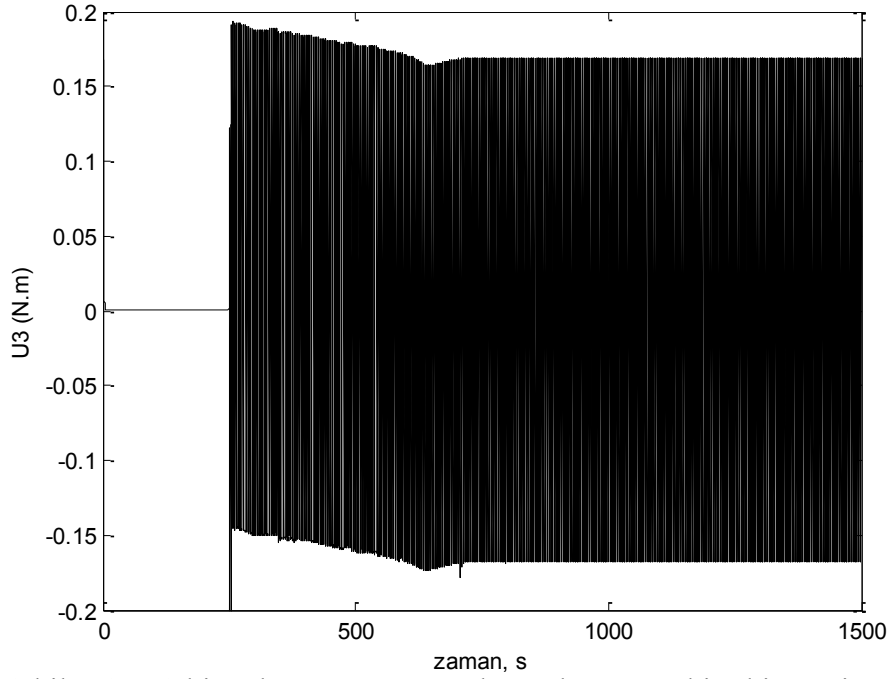
Şekil 5.15. Sabit eşleşme şartını sağlayan bozucu dekti etkiyen sisteme kontrol uygulandığında sistemde bulunan reaksiyon teker hızları



Şekil 5.16. Sabit eşleşme şartını sağlayan bozucu etki etkiyen sistemi kontrol etmek için uygulanması gereken kontrol girişi, U_1

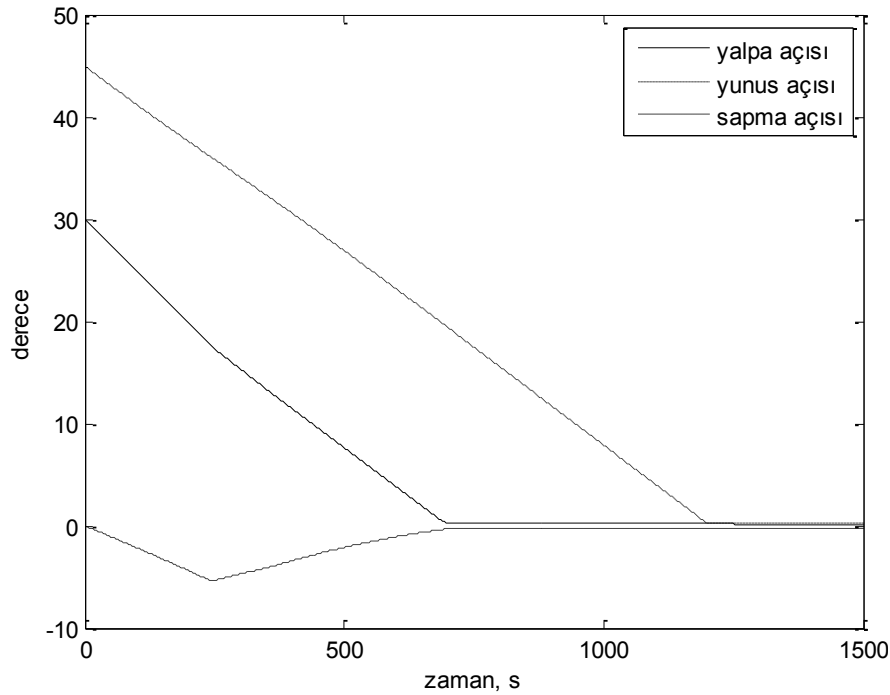


Şekil 5.17. Sabit eşleşme şartını sağlayan bozucu etki etkiyen sistemi kontrol etmek için uygulanması gereken kontrol girişi, U_2



Şekil 5.18. Sabit eşleşme şartını sağlayan bozucu etki etkiyen sistemi kontrol etmek için uygulanması gereken kontrol girişi, U_3

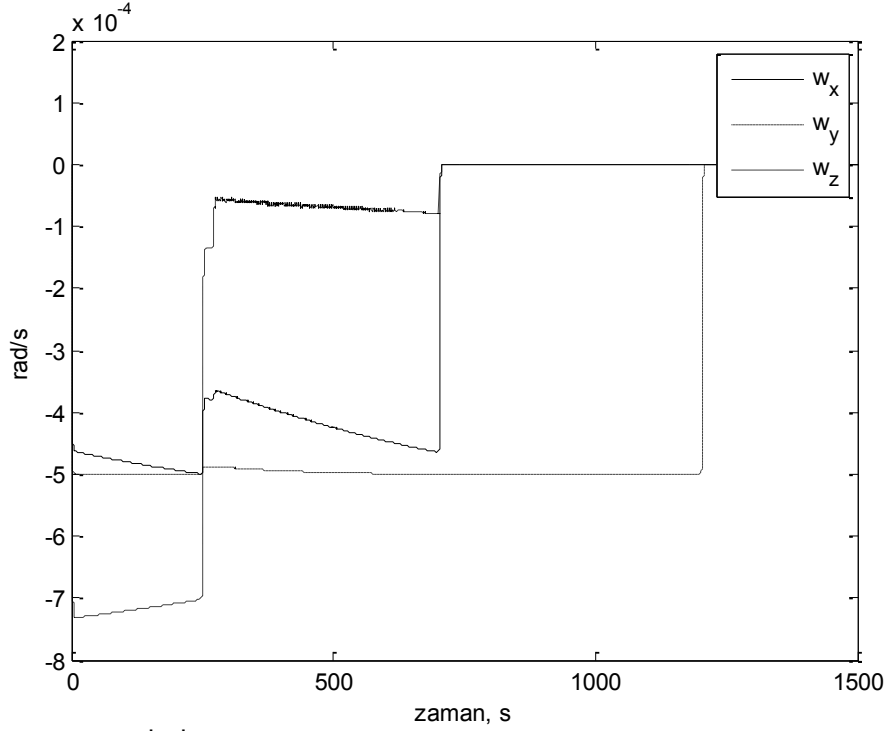
5.4. Doğrusal Olmayan Bozucu Etki İçermeyen Sistemin Doyma Fonksiyonu İle Kontrolü



Şekil 5.19. $|P|=0,005$ için sistemin açısal konum cevapları

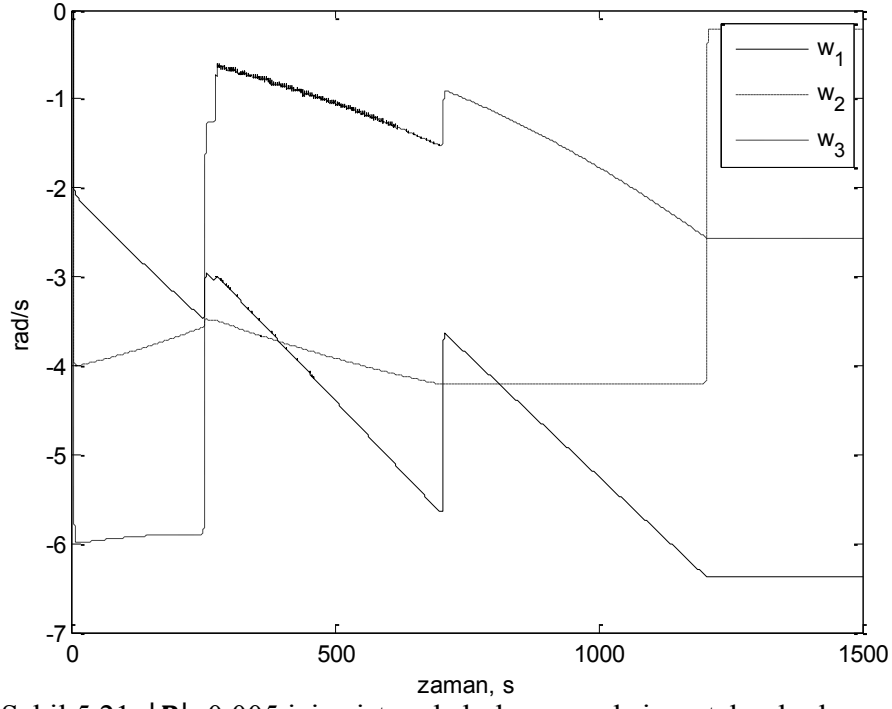
Çalışmanın bu bölümünde yukarıdaki grafiklerde görülen ve matematiksel alt yapısı Bölüm 2’de verilen çitirtinin azaltılması için çalışılmıştır. Burada değişik p değerleri

alınarak denemeler yapılmış ve optimum değer saptanmaya çalışılmıştır. İlk olarak 0,005 değeri denenmiştir. Şekil 5.19’da bu değer için açısal konum değişimi gösterilmiştir. Grafikte öngörülen zamanın yetmediği gözlenmiştir. Şekil 5.20’de 0,005 değeri için uydunun açısal hız değişimi gösterilmiştir.

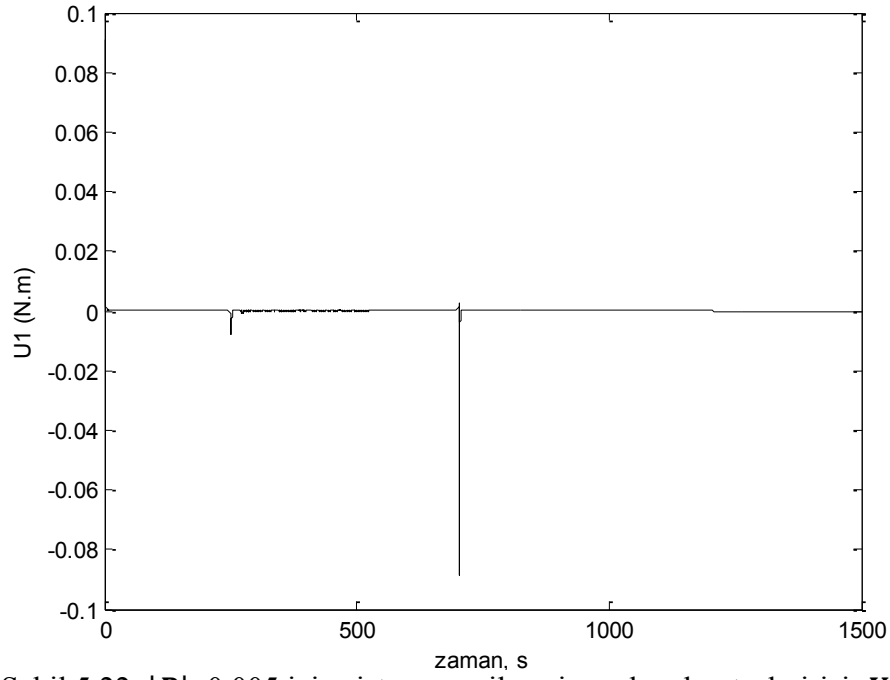


Şekil 5.20. $|P|=0,005$ için sistemin açısal hız cevapları

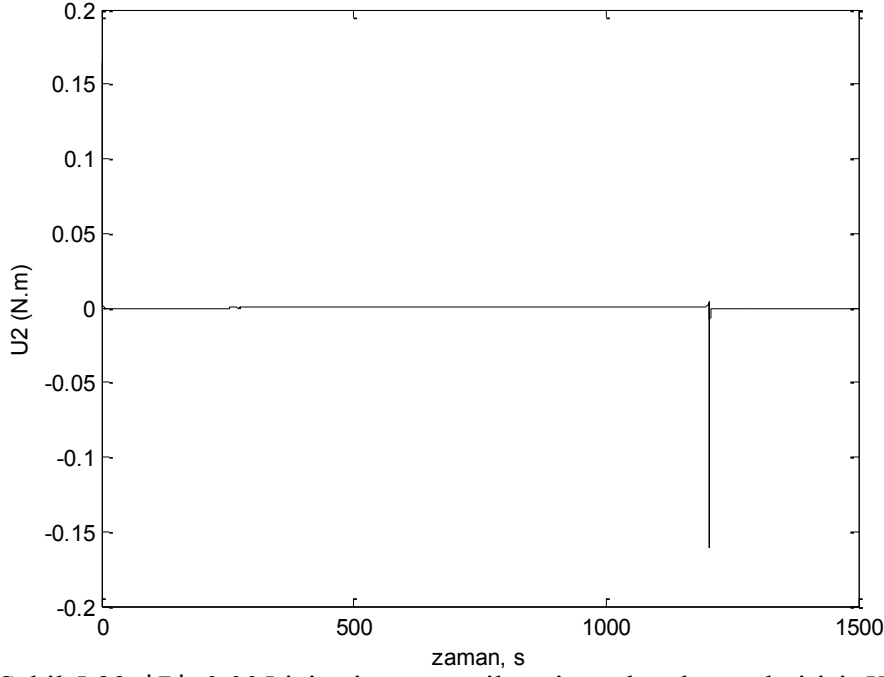
Şekil 5.21’de reaksiyon teker hızları gösterilmiştir. Bu grafiklerde fazla zikzak hareketi olmadığı gözlenmiştir. Zikzak hareketinin olmayışı çitirtı olayının fazla gerçekleşmeyeceği anlamına gelmektedir. Zaten Şekil 5.22, Şekil 5.23 ve Şekil 5.24’e bakıldığında çitirtı fazla olmadığı gözlenmiştir.



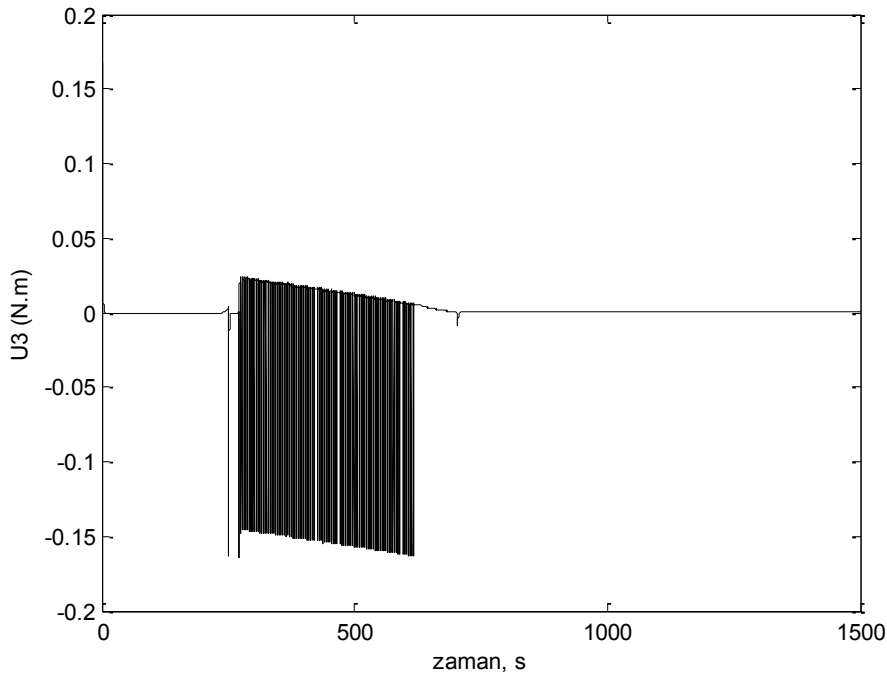
Şekil 5.21. $|P|=0,005$ için sistemde bulunan reaksiyon teker hızları



Şekil 5.22. $|P|=0,005$ için sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_1

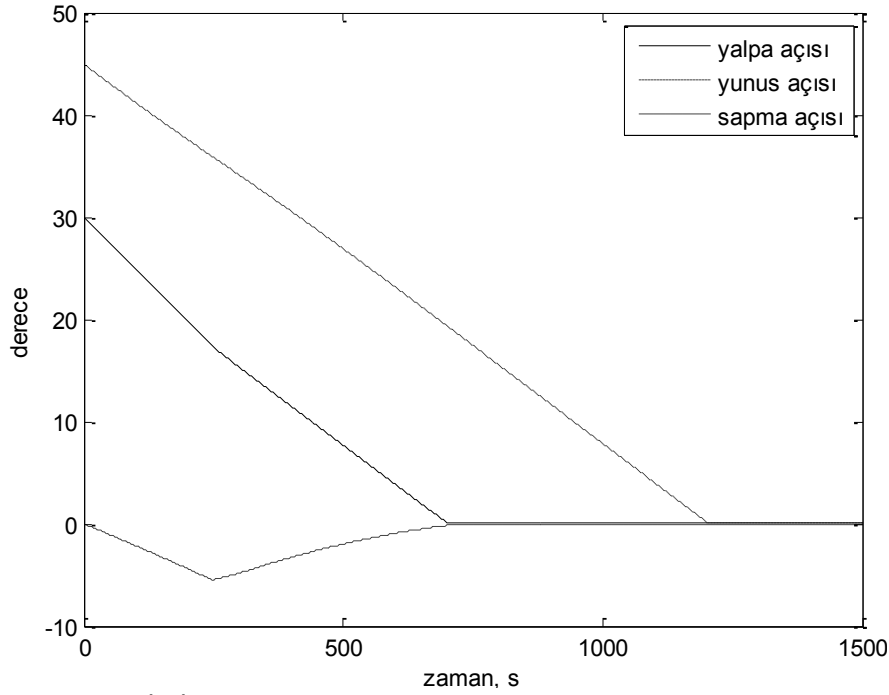


Şekil 5.23. $|P|=0,005$ için sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_2



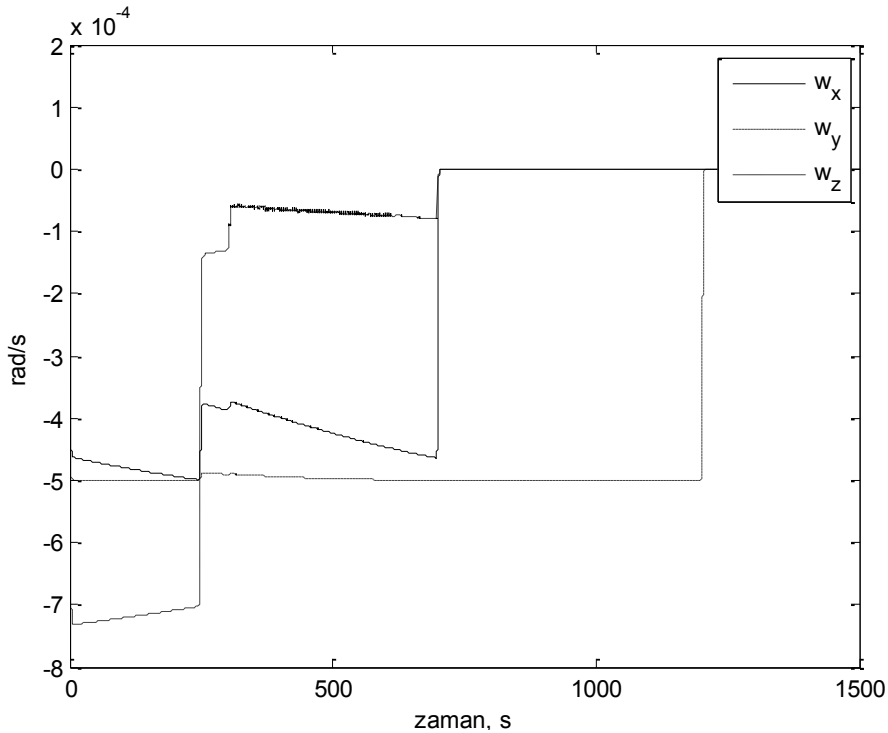
Şekil 5.24. $|P|=0,005$ için sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_3

Şekil 5.22, Şekil 5.23 ve Şekil 5.24’de ise sisteme verilmesi gereken kontrol torku gösterilmiştir. Sistem kontrol edildiğinde belirlenen zaman aralığında özellikle üçüncü durum değişkeninde belirli bir sapma meydana gelmiştir. Yani kontrol zamanı uzamıştır. Ayrıca çıttırtı miktarı da oldukça azalmıştır. Fakat uzamadan dolayı bu $|P|$ değerinden vazgeçilmiştir. Bu yüzden $|P|$ küçültülerek 0,0025 değeri denenmiştir.

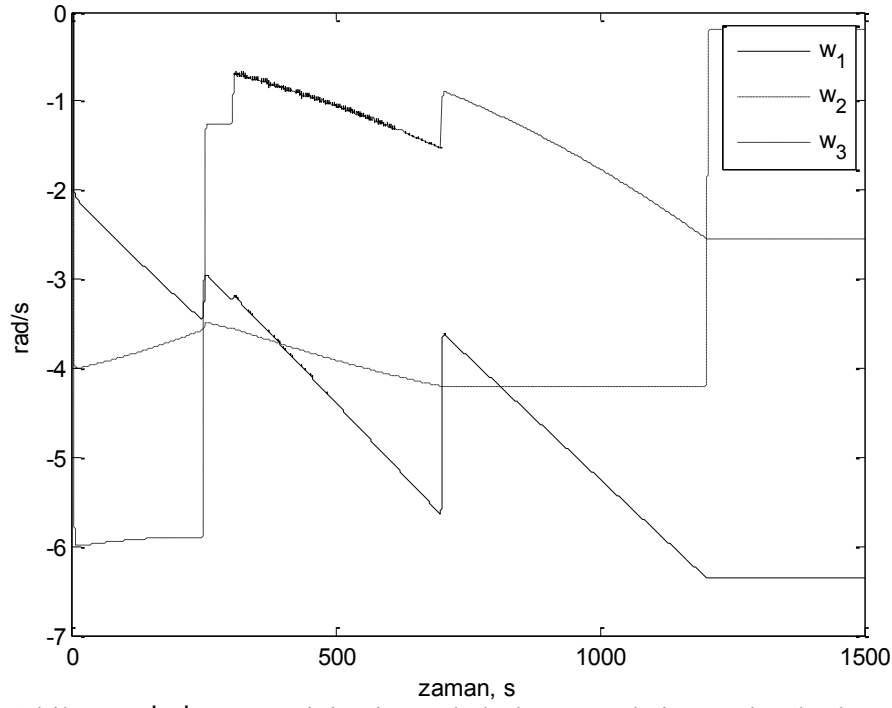


Şekil 5.25. $|P|=0,0025$ için sistemin açısal konum cevapları

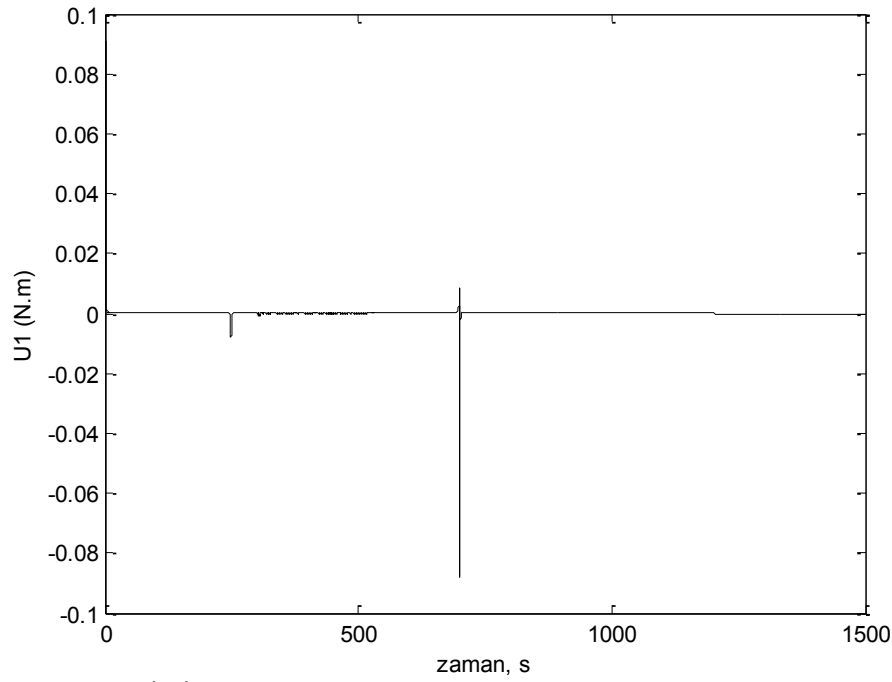
Şekil 5.25’de yeni değer için alınan açısal konum cevapları gözükmemektedir. Şekil 5.19 ile karşılaştırıldığında yine öngörülen zamanda sistemin kontrol edilemediği görülmektedir. Şekil 5.26’da sistemin açısal hız cevabı görülmektedir. Şekil 5.27’de ise uyduda bulunan reaksiyon teker hızları görülmektedir. Burada zikzak hareketinin bir önceki değerden fazla olduğu görülür dolayısıyla çitirtı miktarı artmıştır.



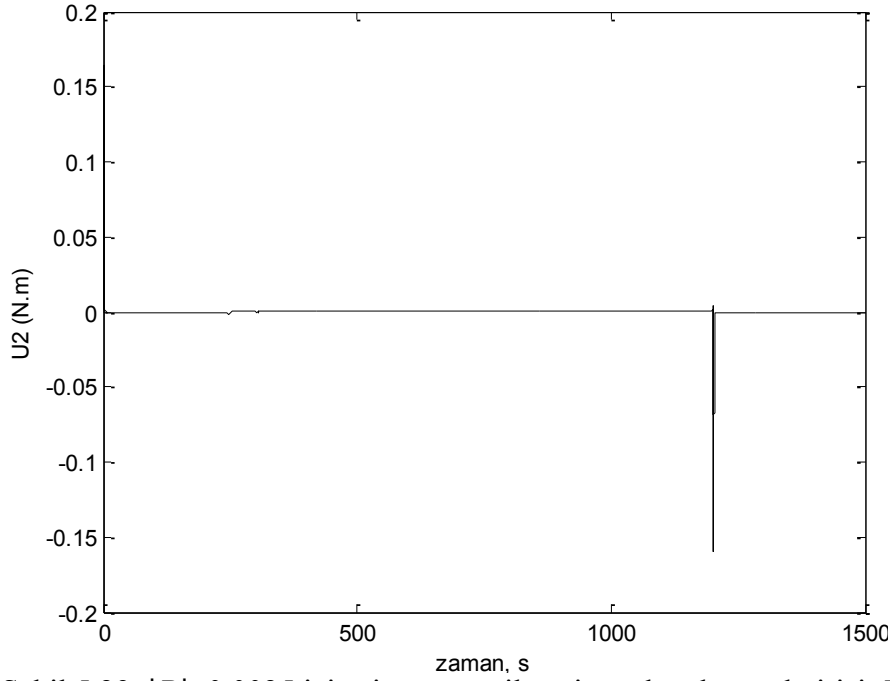
Şekil 5.26. $|P|=0,0025$ için sistemin açısal hız cevapları



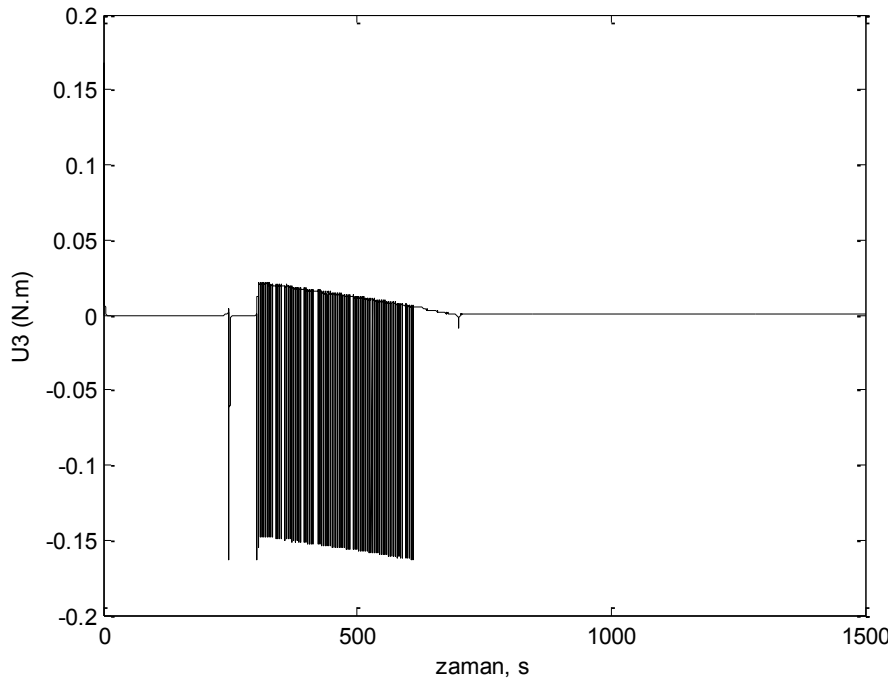
Şekil 5.27. $|P|=0,0025$ için sistemde bulunan reaksiyon teker hızları



Şekil 5.28. $|P|=0,0025$ için sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_1



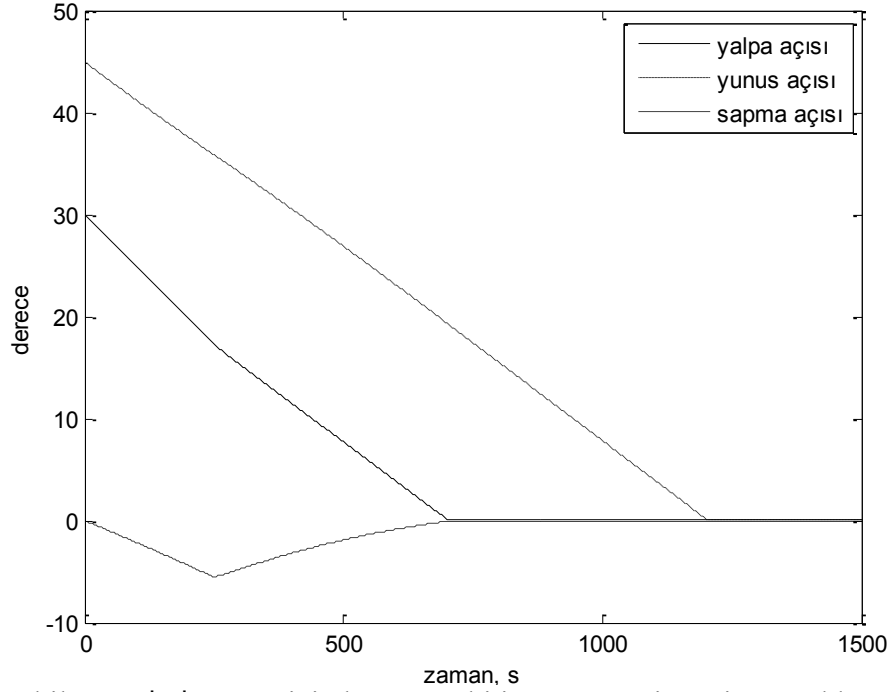
Şekil 5.29. $|P|=0,0025$ için sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_2



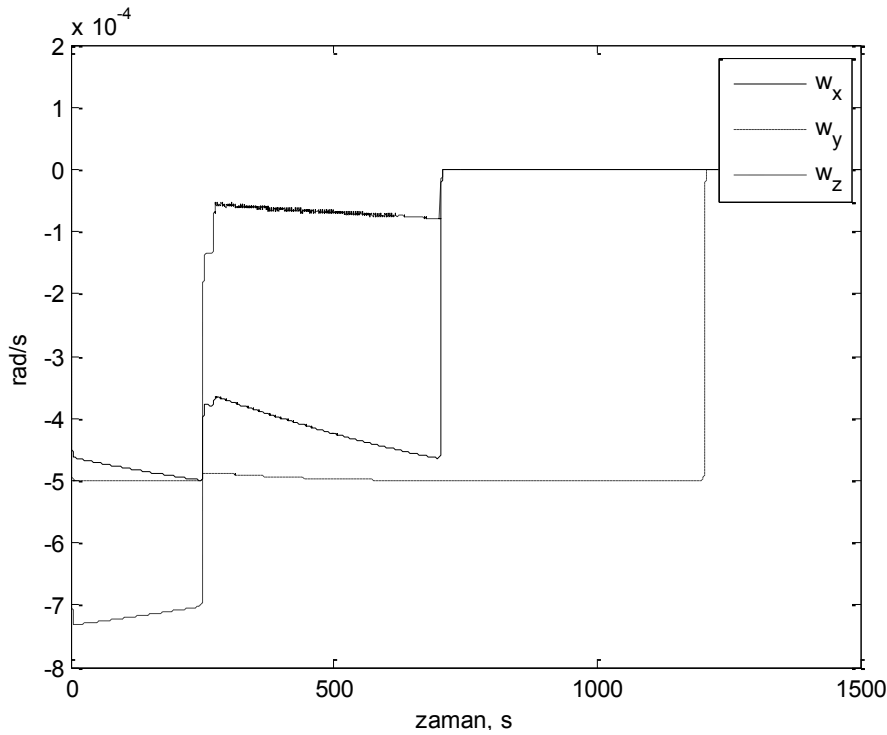
Şekil 5.30. $|P|=0,0025$ için verilmesi gereken kontrol girişi, U_3

Şekil 5.28, Şekil 5.29 ve Şekil 5.30'da uyduda bulunan sisteme verilmesi gereken kontrol torku verilmiştir. Özellikle Şekil 5.30 ve Şekil 5.26 karşılaştırıldığında çırtının beklendiği üzere arttığı gözlemlenmiştir. İstenilen zamanda kontrol edilememe göz önüne alınarak bu değerden de vazgeçilmiş ve değer biraz daha küçültülerek 0,001 alınmıştır. Şekil 5.31'de belirlenen değer için açısal konum cevapları gösterilmektedir. Şekil 5.25 ile karşılaştırıldığında sistemin istenilen sürede kontrol edildiği gözlenmektedir. Şekil 5.32'de

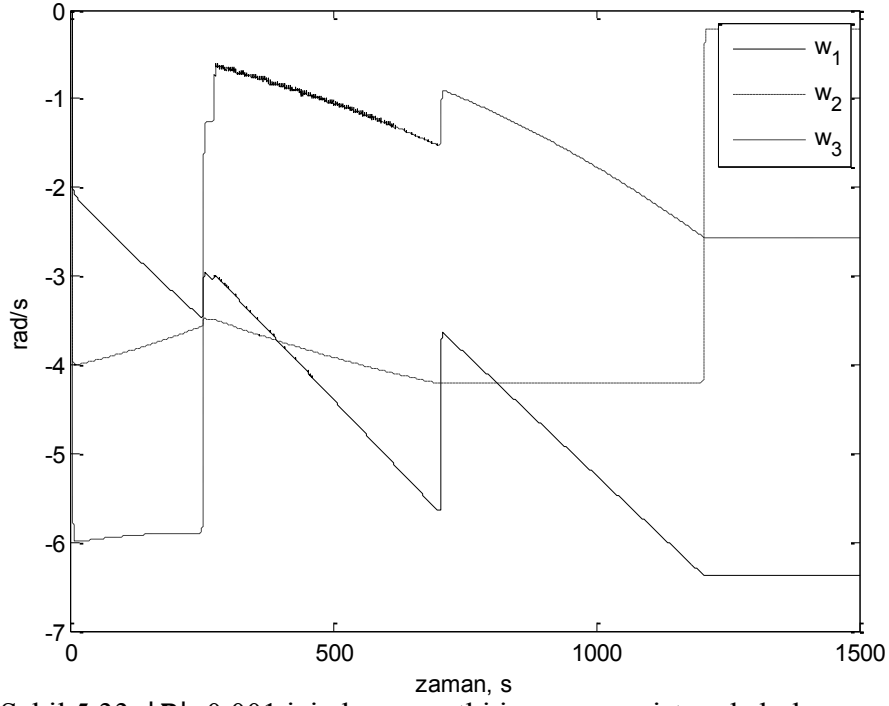
yine belirlenen değer için sistemin açısal hız cevabı gösterilmektedir. Şekil 5.33’ de de uyduda bulunan reaksiyon tekerlerine ait hızlar gösterilmektedir. Burada Şekil 5.27 ile karşılaştırıldığında zikzak hareketinin arttığı dolayısıyla çitirtı hareketinin arttığı gözlenmiştir.



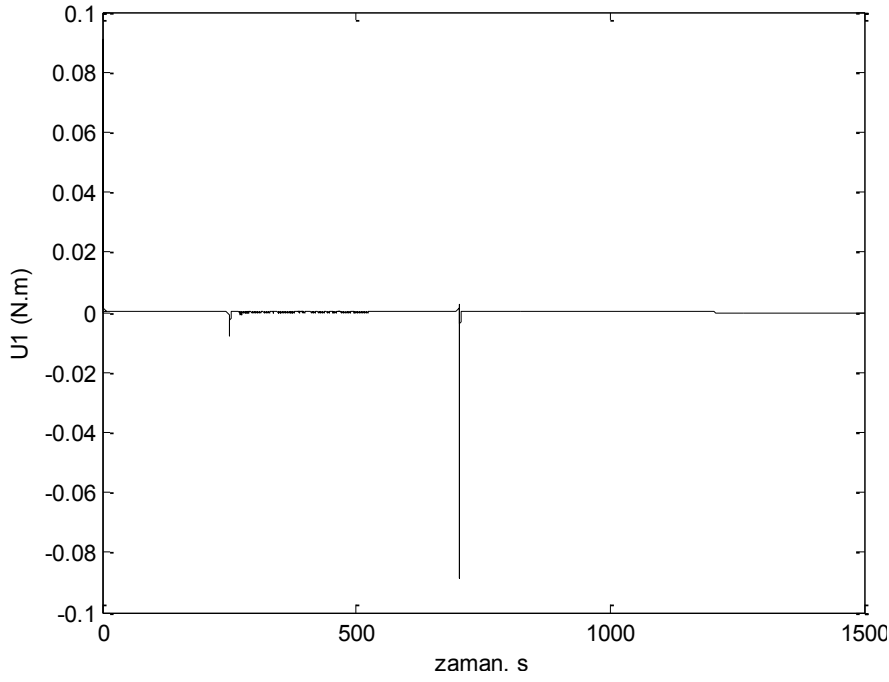
Şekil 5.31. $|P|=0,001$ için bozucu etki içermeyen sistemin açısal konum cevapları



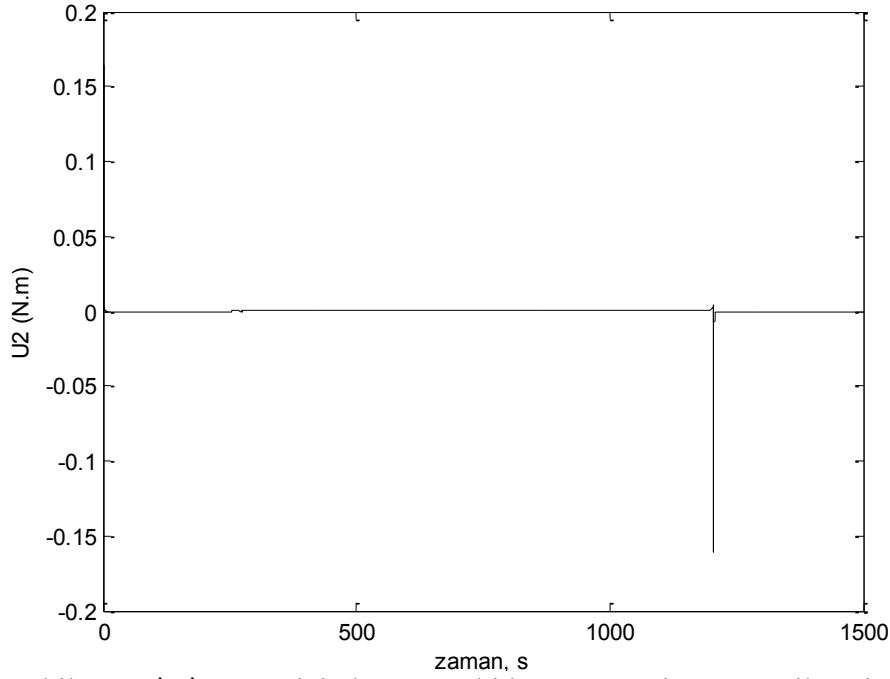
Şekil 5.32. $|P|=0,001$ için bozucu etki içermeyen sistemin açısal hız cevapları



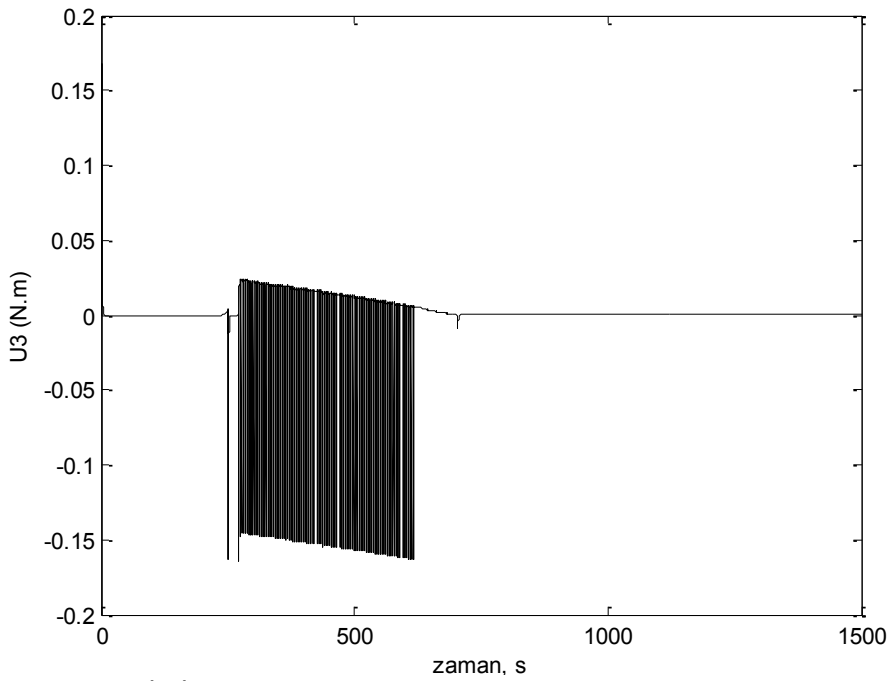
Şekil 5.33. $|P|=0,001$ için bozucu etki içermeyen sistemde bulunan reaksiyon teker hızları



Şekil 5.34. $|P|=0,001$ için bozucu etki içermeyen sisteme verilmesi gereken kontrol girişi,
 U_1



Şekil 5.35. $|P|=0,001$ için bozucu etki içermeyen sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_2

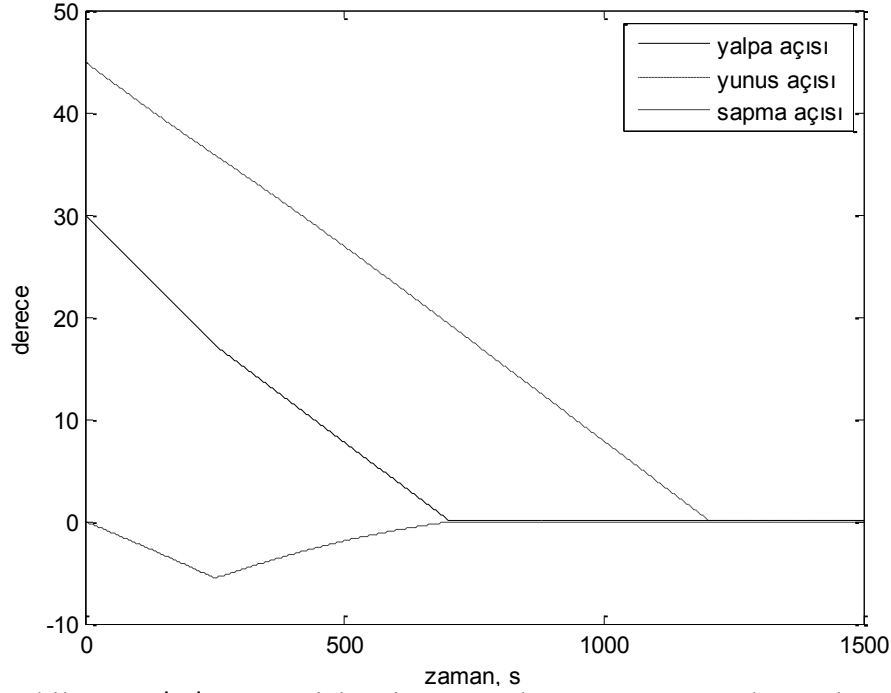


Şekil 5.36. $|P|=0,001$ için bozucu etki içermeyen sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_3

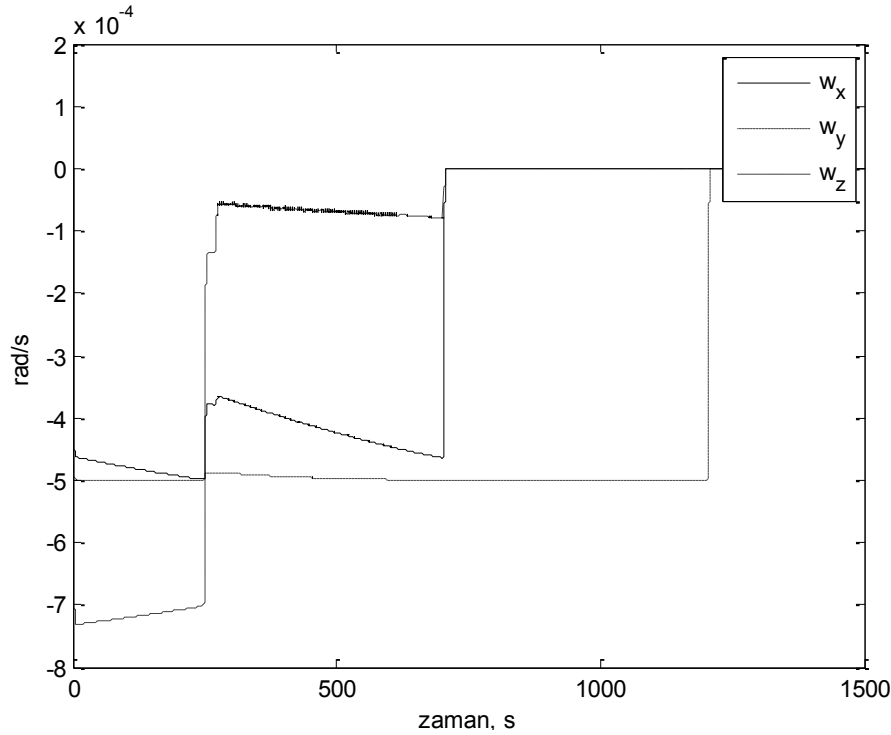
Şekil 5.34, Şekil 5.35 ve Şekil 5.36’da sisteme verilmesi gereken kontrol torkları gösterilmiştir. Özellikle Şekil 5.30 ve Şekil 5.36’ya bakıldığında beklendiği üzere çıttırtı miktarı biraz daha artmıştır. Bu yüzden bu değerle devam edilmiştir.

5.5. Doğrusal Olmayan Bozucu Etki İçeren Sistemin Doyma Fonksiyonu İle Kontrolü

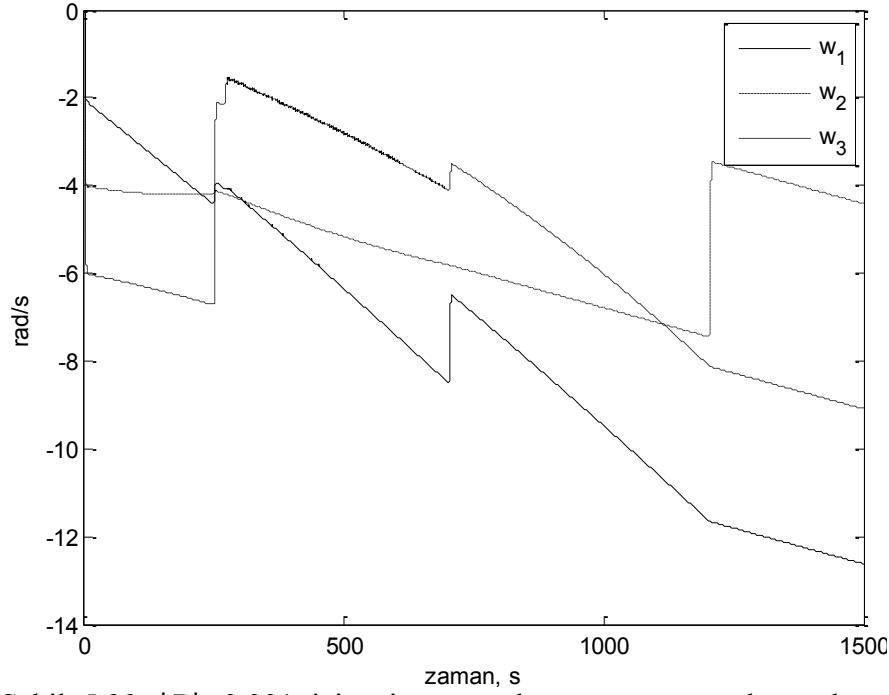
Bundan sonraki çalışmada en son P değeri için sisteme sabit eşleşme şartını sağlayan bozucu etki eklenmiştir. Bozucu etkinin büyüklüğü yukarıda kullanılan etkiyle aynıdır.



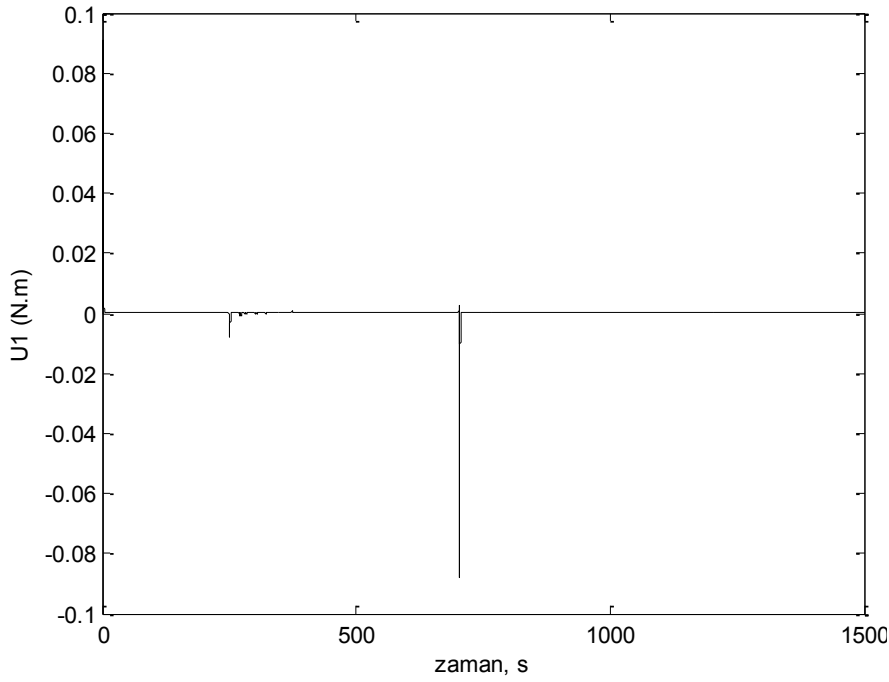
Şekil 5.37. $|P|=0,001$ için sisteme eşleşme şartını sağlayan bozucu etki eklendiğinde sistemin açısal konum cevapları



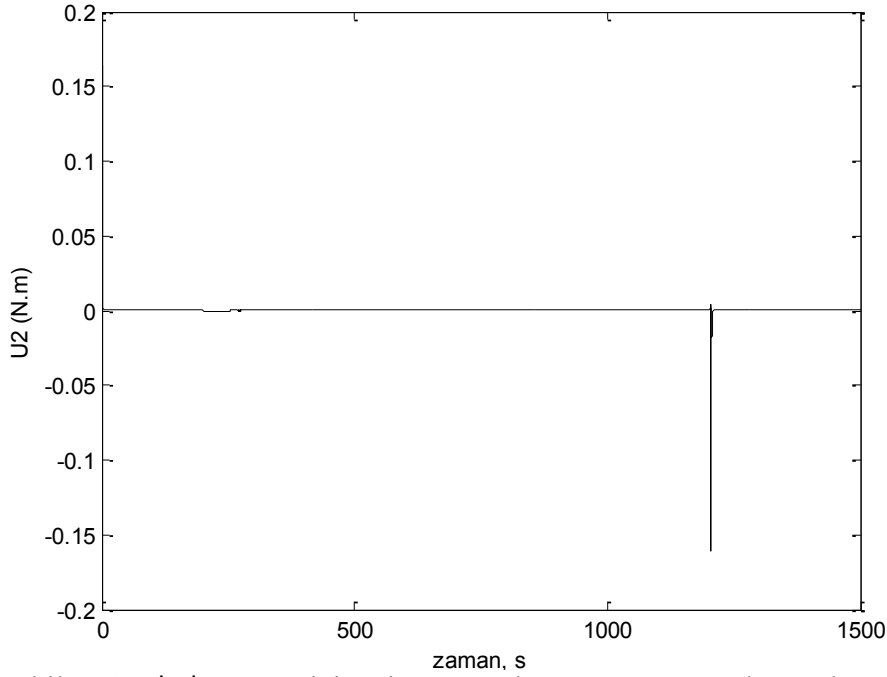
Şekil 5.38. $|P|=0,001$ için sisteme eşleşme şartını sağlayan bozucu etki eklendiğinde sistemin açısal hız cevapları



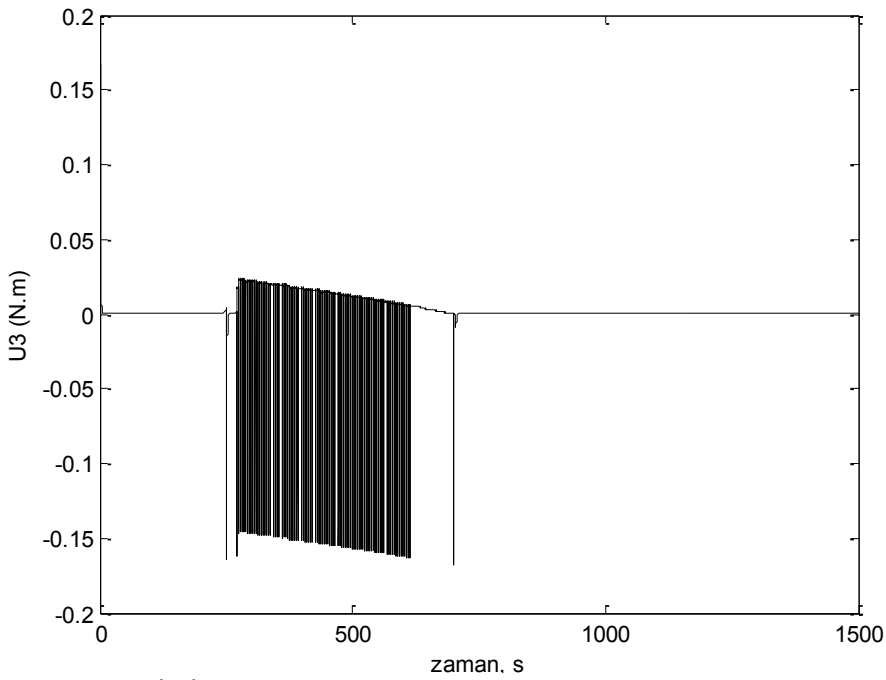
Şekil 5.39. $|P|=0,001$ için sisteme eşleşme şartını sağlayan bozucu etki eklendiğinde sistemde bulunan reaksiyon teker hızları



Şekil 5.40. $|P|=0,001$ için sisteme eşleşme şartını sağlayan bozucu etki eklendiğinde sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_1



Şekil 5.41. $|P|=0,001$ için sisteme eşleşme şartını sağlayan bozucu etki eklendiğinde sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_2



Şekil 5.42. $|P|=0,001$ için sisteme eşleşme şartını sağlayan bozucu etki eklendiğinde sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_3

Şekil 5.37’de bozucu etki etkileyen sistem için kontrol edilmiş sistemden alınan açısal konum cevapları gösterilmektedir. Şekil 5.31 ile karşılaştırıldığında çok büyük bir fark göze çarpmamaktadır. Şekil 5.38’de sistemin açısal hız cevapları gösterilmektedir. Şekil 5.39’da da reaksiyon teker hızları gösterilmektedir. Şekil 5.33 ile karşılaştırıldığında reaksiyon tekerlerinin daha hızlı döndüğü görülmektedir. Bu durumda çalışmanın önceki

kısımlarında yapılan çalışmalarla uyushmaktadır. Yani eşleşme şartını sağlayan bozucu etkinin etkisi reaksiyon teker dönüş hızlarının artmasıyla karşılanır. Şekil 5.40, Şekil 5.41 ve Şekil 5.42’de ise sisteme verilmesi gereken torklar gösterilmiştir. Bütün bunlar göz önüne alındığında sistemin başarıyla kontrol edildiği söylenebilir.

5.6. Eşleşme Şartını Sağlayan ve Sağlamayan Bozucu Etki İçeren Sistemin Kontrolü

Çalışmanın diğer aşamasında eşleşme şartını sağlamayan bozucu etkilerin sönümlenmesi üzerinde durulmuştur. Çalışmanın ilgili kısmında sabit eşleşme şartını sağlayan bozucu etkinin yanında değişken eşleşme şartını sağlamayan bozucu etkilerde sisteme etkidiği düşünülmektedir. Bu etkiler kısaca aşağıda tanımlanırsa

$$F_a = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D \quad (5.2)$$

$$T_a = r x F_a \quad (5.3)$$

Eş. 4.2’deki ρ atmosferin yoğunluğu bu çalışmada $4 \times 10^{-12} \text{ kg/m}^3$ alınmış, V hız bileşeni değeri ise durum hız değişkenlerinin değeri olarak alınmış, S öngörülen ön alan değeri 5 m^2 olarak alınmış ve C_D serbest moleküler akışın olabildiği menzil katsayısı ve değeri 2 alınmıştır.

İkinci etken

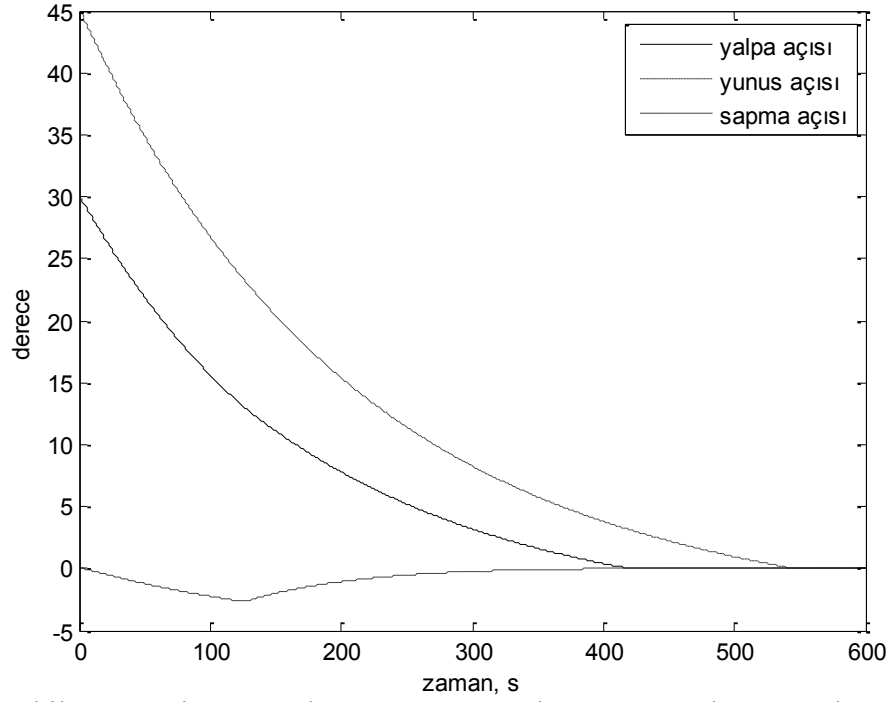
$$T_{gg} = 3n^2 \begin{bmatrix} (I_z - I_y)\theta \\ (I_z - I_x)\phi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

olarak tanımlanabilir. Eş. 4.4’de n orbital orandır ve

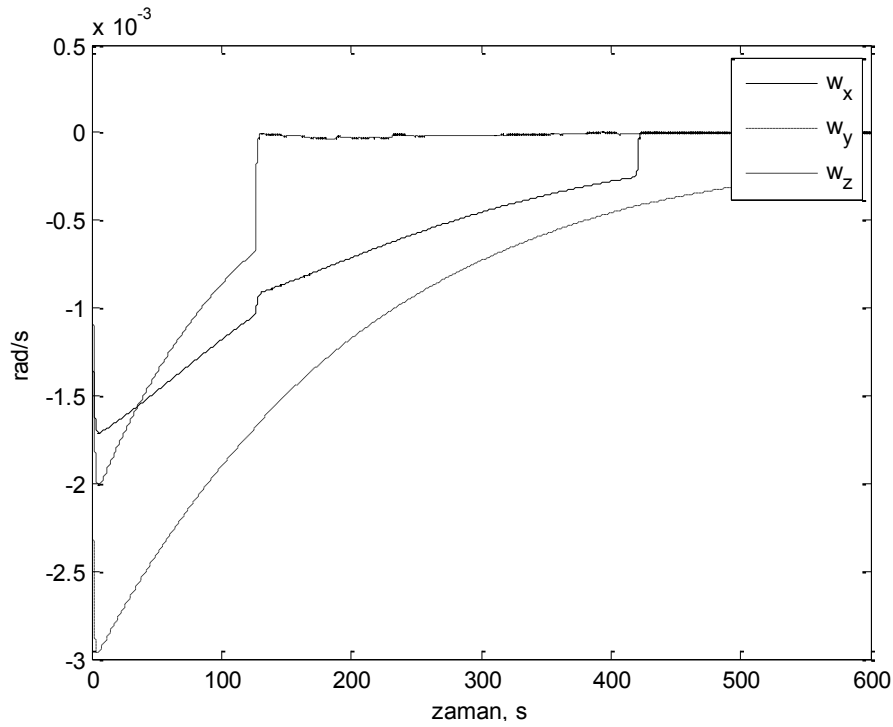
$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (5.5)$$

olarak tanımlanır. Burada n değeri yaklaşık 0,0011 olarak alınabilir. Eşleşme şartını sağlamayan bozucu etkiler ise yer çekimi dağılımı torku ve atmosfer sürüklenme torku

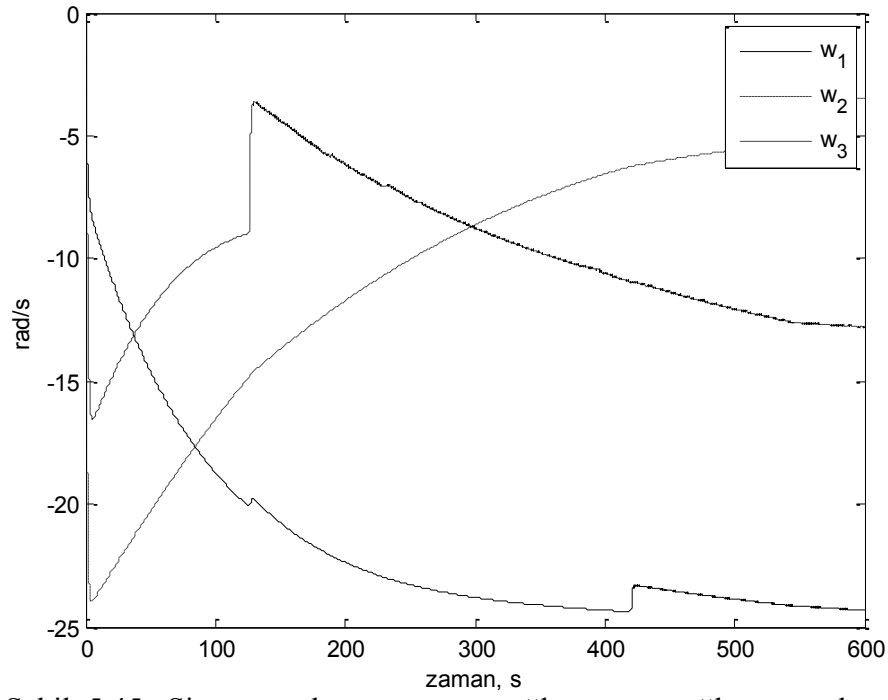
olarak adlandırılır. Değişkenler verildikten sonra bu çalışmanın simülasyon sonuçlarına geçilmiştir. Şekil 5.43’de sistemin açısal konum cevapları gösterilmektedir.



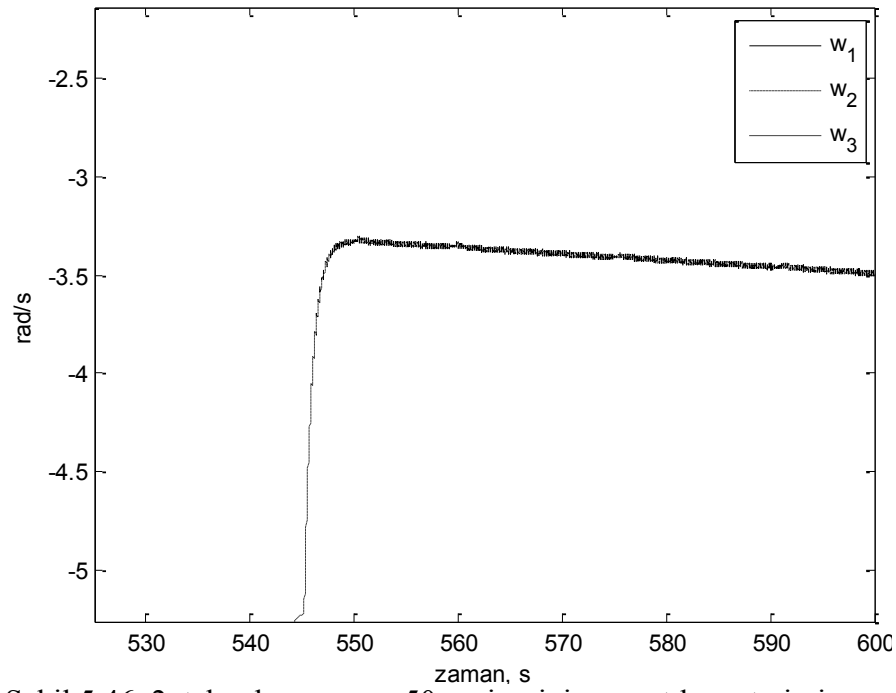
Şekil 5.43. Sisteme eşleşme şartını sağlayan ve sağlamayan bozucu etki eklendiğinde sistemin açısal konum cevapları



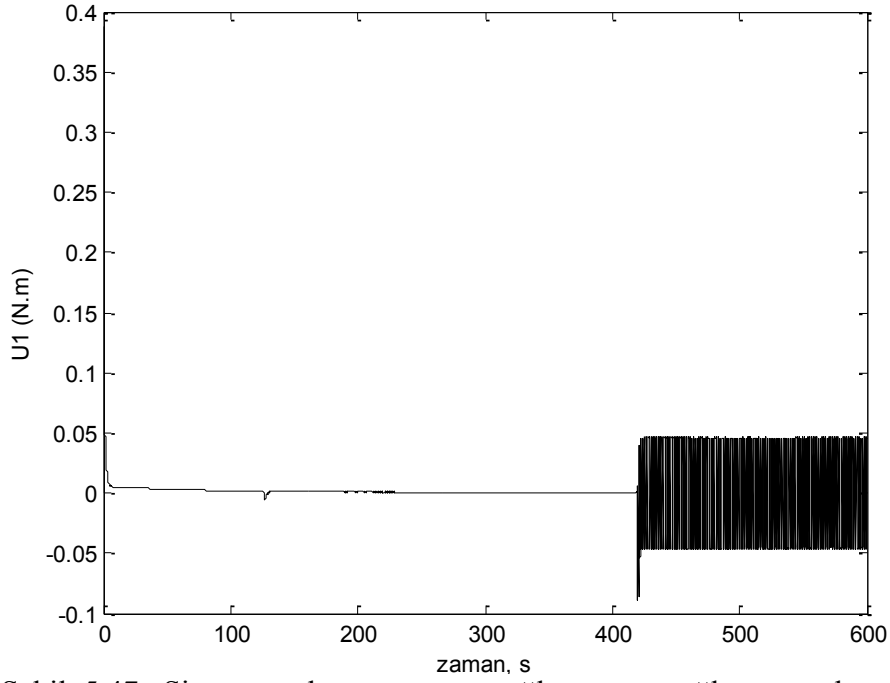
Şekil 5.44. Sisteme eşleşme şartını sağlayan ve sağlamayan bozucu etki eklendiğinde sistemin açısal hız cevapları



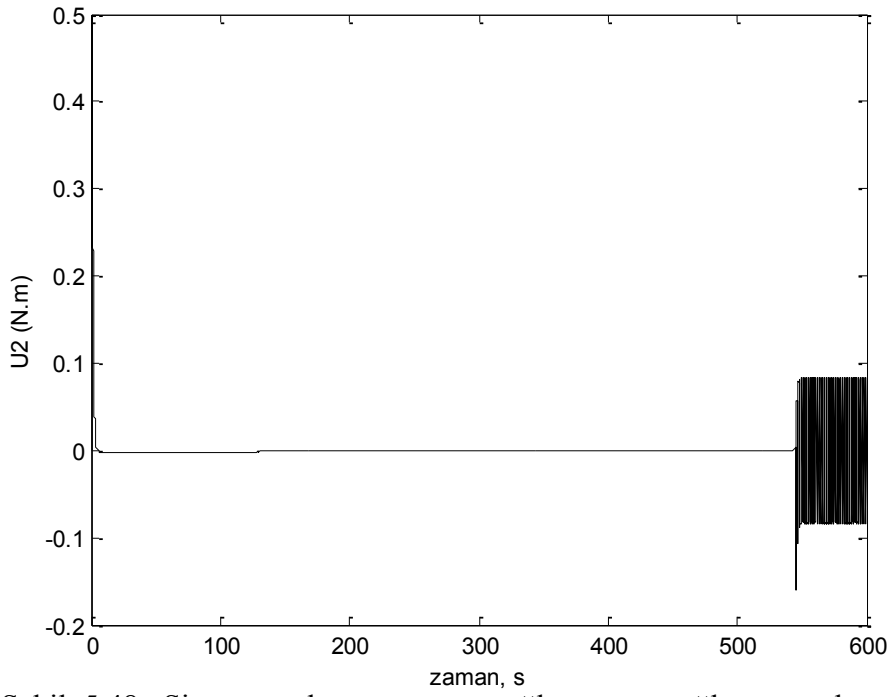
Şekil 5.45. Sisteme eşleşme şartını sağlayan ve sağlamayan bozucu etki eklendiğinde sistemde bulunan reaksiyon teker hızları



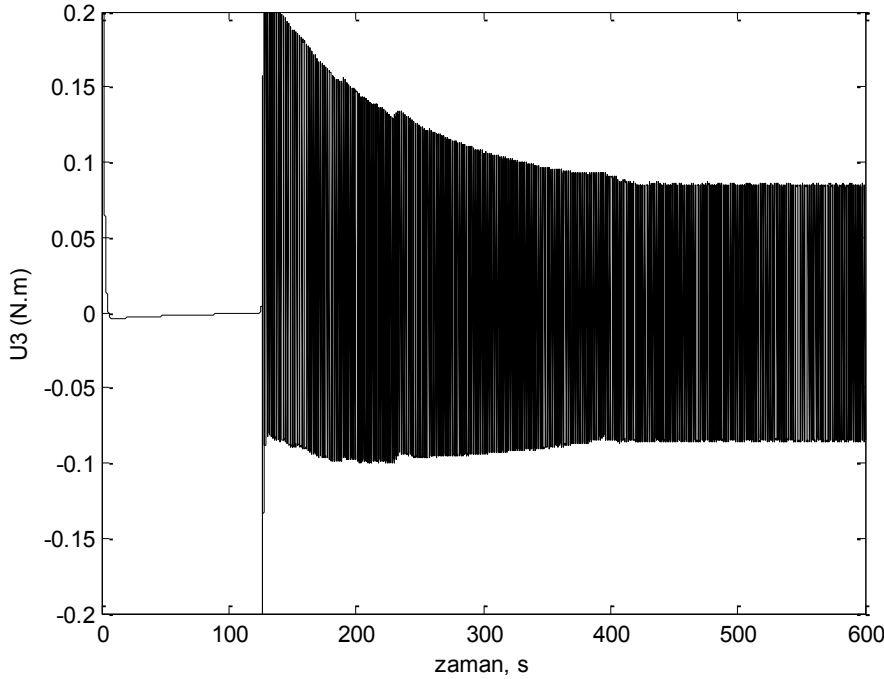
Şekil 5.46. 2. teker hızının son 50 saniyesinin ayrıntılı gösterimi



Şekil 5.47. Sisteme eşleşme şartını sağlayan ve sağlamayan bozucu etki eklendiğinde sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_1



Şekil 5.48. Sisteme eşleşme şartını sağlayan ve sağlamayan bozucu etki eklendiğinde sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_2



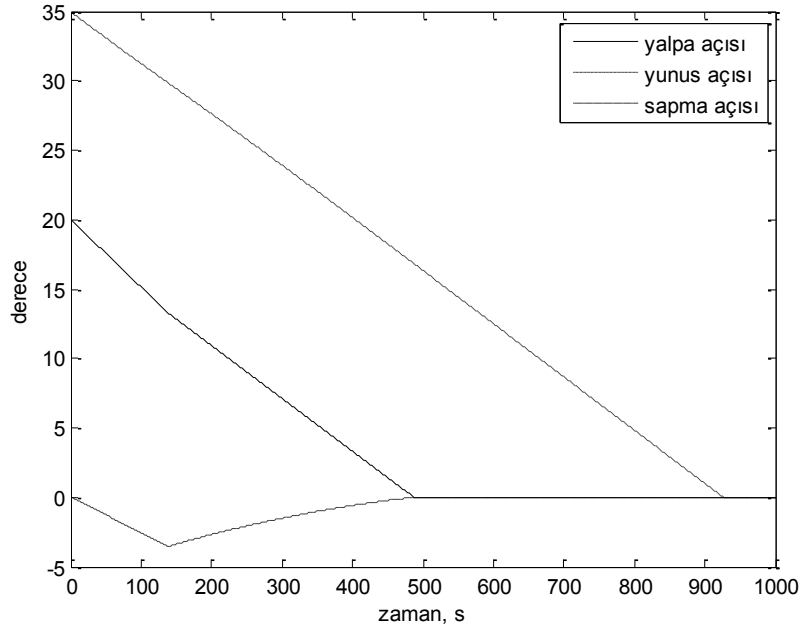
Şekil 5.49. Sisteme eşleşme şartını sağlayan ve sağlamayan bozucu etki eklendiğinde sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_3

Şekil 5.44’de sistemin açısal hız cevapları gösterilmektedir. Şekil 5.45’de reaksiyon tekerlerine ait hızlar gösterilmektedir. Şekil 5.46 ise ikinci teker hızının son 50 saniyesinin ayrıntılı gösterimidir. İki grafikten de anlaşılaçağı üzere sistemin açısal konumu istenilen seviyeye gelmesine rağmen tekerler dönmeye devam eder. Bu durum yukarıdaki çalışmalarla çelişmez. Şekil 5.47, Şekil 5.48 ve Şekil 5.49’ da sisteme verilmesi gereken torklar gösterilmektedir. Grafiklerde çitirtı olayı gözlenmektedir. Bu olayın nedeni de yukarıda anlatılan reaksiyon tekerlerinin zikzak hareketine devam etmesidir. Genel olarak kontrol zamanının diğer çalışmalarda olduğundan çok kısa olduğu gözlemlenmiştir. Bu durum reaksiyon tekerlerinin diğer çalışmalara göre daha hızlı dönmesiyle açıklanmaktadır.

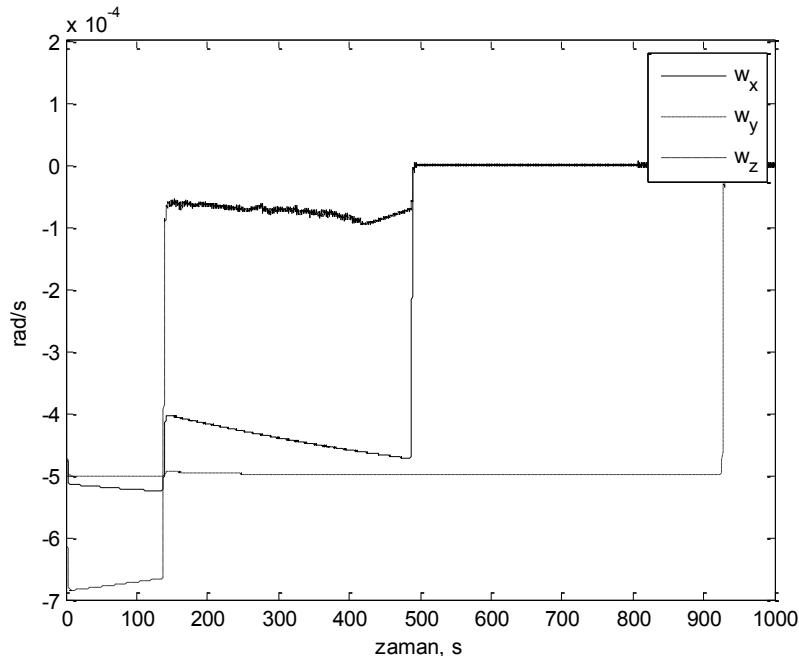
5.7. İşlem Süresinin Kısaltılması için Uygulanan Algoritma ile Sistemin Kontrolü

Tez çalışmasının son kısmında işlem süresinin azaltılması üzerinde durulacaktır. Bunun için sistem daha önceki ilk şartlarda değerlendirilecek ve bu sisteme ait kayma yüzey eğimleri “test.mat” dosyası içinde kaydedilecektir. Daha sonra sistem farklı fakat ilk durumdan istenilen sonuca daha yakın bir ilk şartta değerlendirilecek ve yukarıdaki dosyadaki kayma yüzeyi eğimleri kullanılarak sistem kontrol edilecektir. İşlem zamanının görülebilmesi için Matlab’ın “tic-toc” komutu kullanılacaktır. İşlem süresinin ne kadar

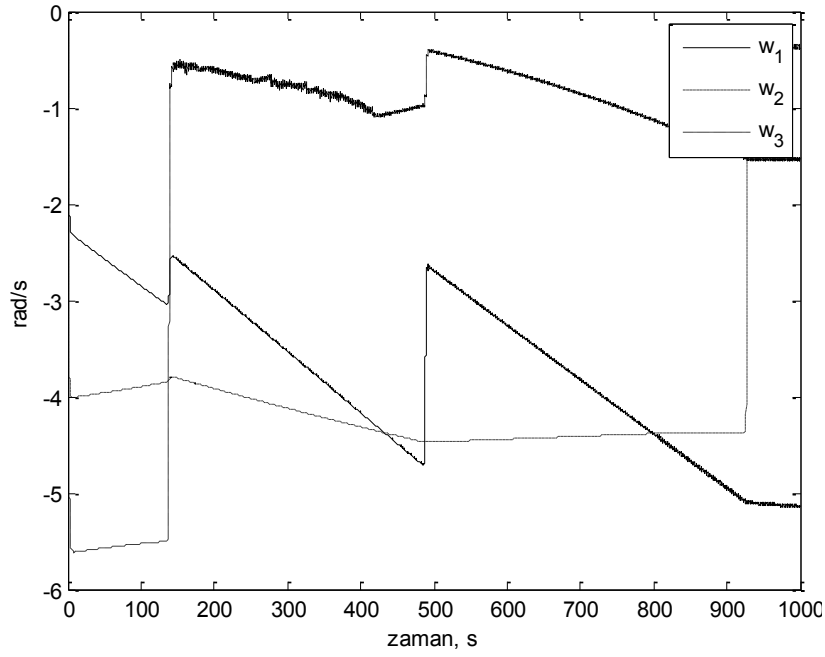
kısıldığını göstermek için önce sistem algoritma kullanılmadan kontrol edilmiştir. Sistemde kullanılan ilk şartlar $[20^\circ \ 35^\circ \ 0^\circ]^T$ olarak alınmıştır. Yukarıdaki sistem cevapları kayma yüzey eğimleri hesaplanarak bulunmuştur. Şekil 5.50 kontrol edilmiş sistemin açısal konum cevaplarını göstermektedir. Şekil 5.51 açısal hız cevaplarını, Şekil 5.52 reaksiyon teker hızlarını, Şekil 5.53, Şekil 5.54 ve Şekil 5.55 ise sisteme verilmesi gereken kontrol torklarını göstermektedir.



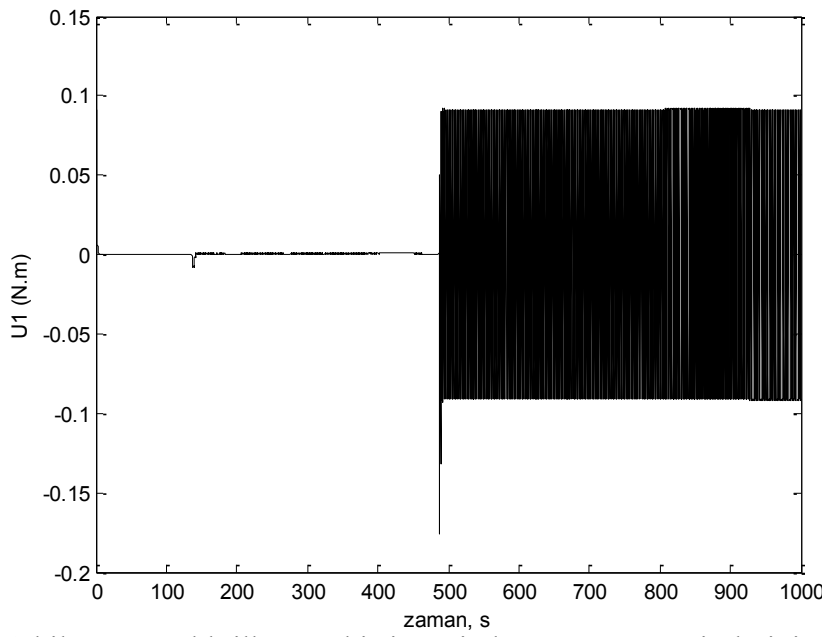
Şekil 5.50. Farklı ilk şarttaki sistemin kayma yüzey eğimleri hesaplanarak bulunmasıyla elde edilen açısal konum cevapları



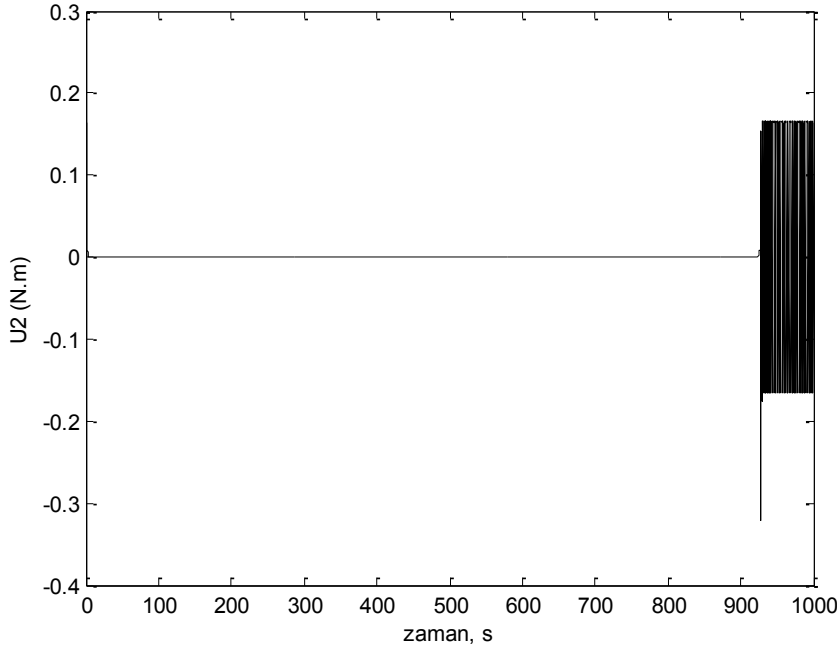
Şekil 5.51. Farklı ilk şarttaki sistemin kayma yüzey eğimlerinin hesaplanarak bulunmasıyla elde edilen açısal hız cevapları



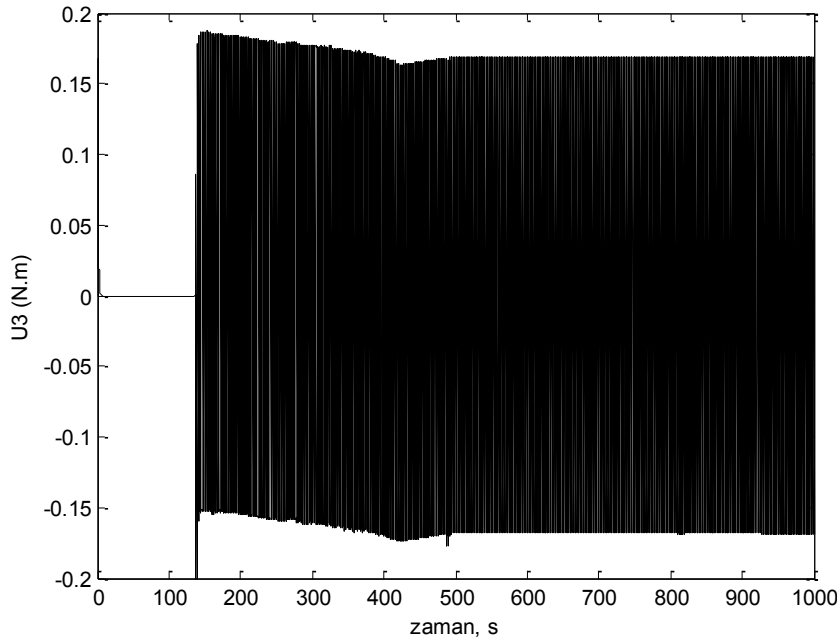
Şekil 5.52. Farklı ilk şarttaki sistemin kayma yüzey eğimlerinin hesaplanarak bulunmasıyla elde edilen reaksiyon teker hızları



Şekil 5.53. Farklı ilk şarttaki sistemin kayma yüzey eğimlerinin hesaplanarak bulunmasıyla elde edilen kontrol girişi, U_1

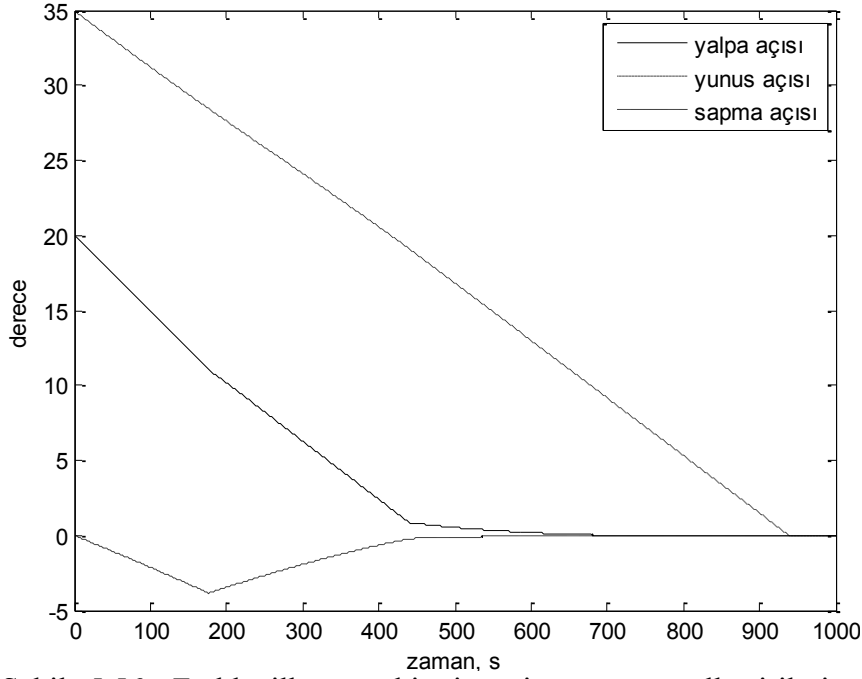


Şekil 5.54. Farklı ilk şarttaki sistemin kayma yüzey eğimlerinin hesaplanarak bulunmasıyla elde edilen kontrol girişi, U_2



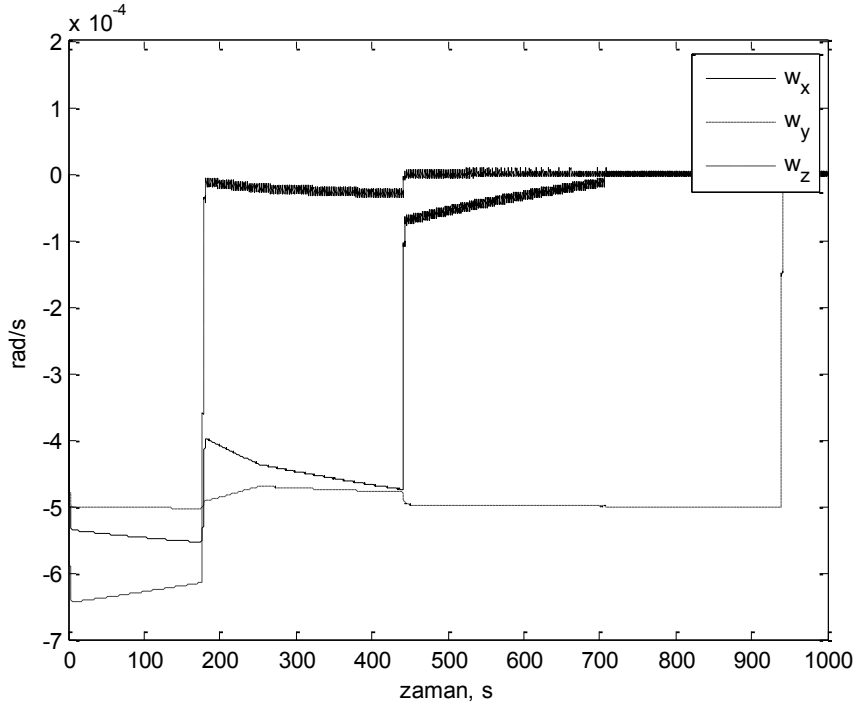
Şekil 5.55. Farklı ilk şarttaki sistemin kayma yüzey eğimlerinin hesaplanarak bulunmasıyla elde edilen kontrol girişi, U_3

Daha öncede belirtildiği gibi işleme süresi bir hayli uzundur. Yaklaşık işlem süresi 2934,2 saniyedir. Bu da yaklaşık 49 dakikaya denk gelmektedir. Şekil 5.56 sistemin açısal konum cevaplarını göstermektedir. Şekil 5.50 ile karşılaştırıldığında açıların daha geç istenilen konuma geldiği gözlenmiştir.

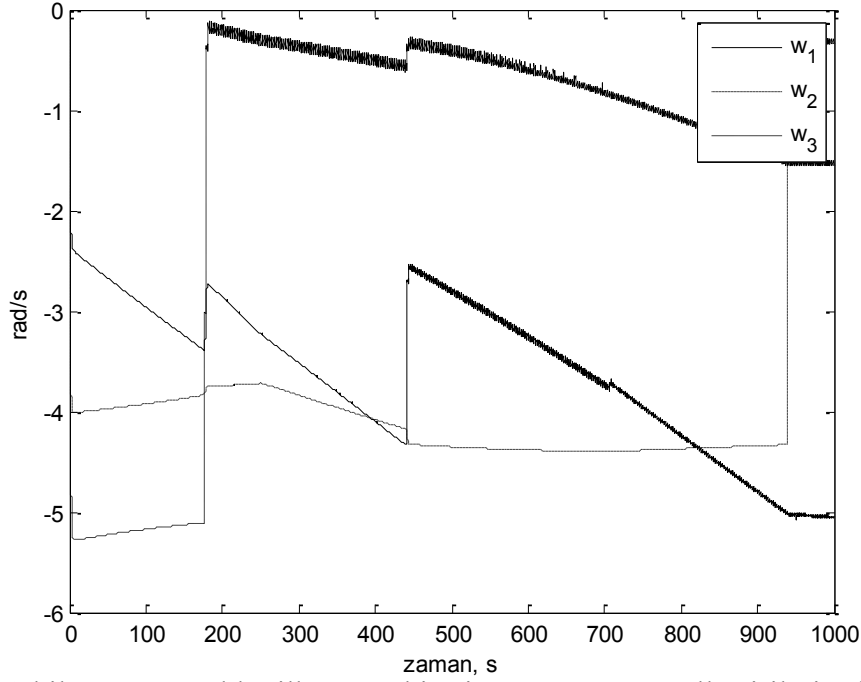


Şekil 5.56. Farklı ilk şarttaki sistemin eğer geliştirilmiş kayma yüzey eğimleri kullanılarak kontrol edilseydi elde edilen açısal konum cevapları

Şekil 5.57’de sistemin açısal hız cevapları gösterilmektedir. Şekil 5.51 ile karşılaştırıldığında hızdaki zikzakların arttığı gözlemlenmiştir. Şekil 5.58’de reaksiyon teker hızları gösterilmektedir

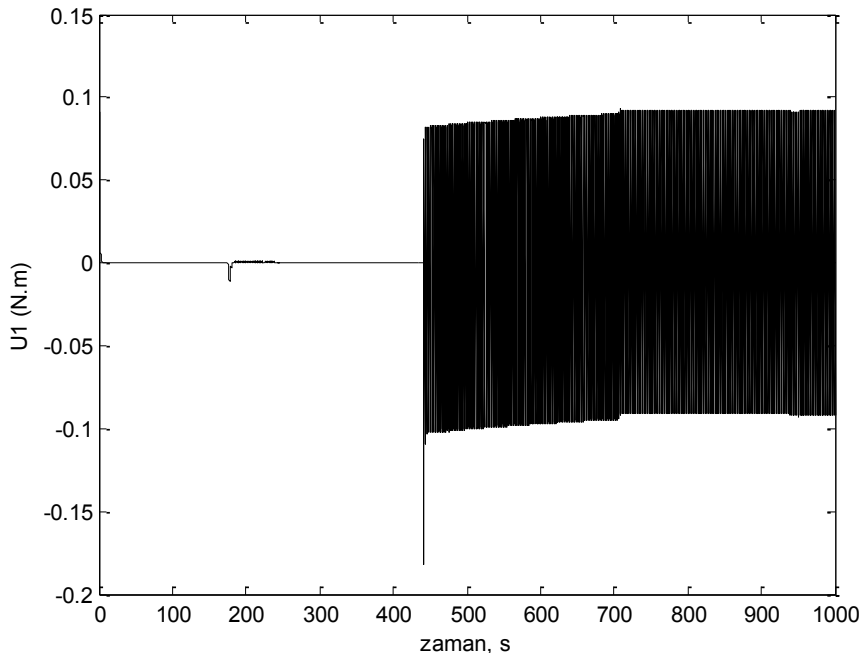


Şekil 5.57. Farklı ilk şarttaki sistem eğer geliştirilmiş kayma yüzey eğimleri kullanılarak kontrol edilseydi elde edilen açısal hız cevapları

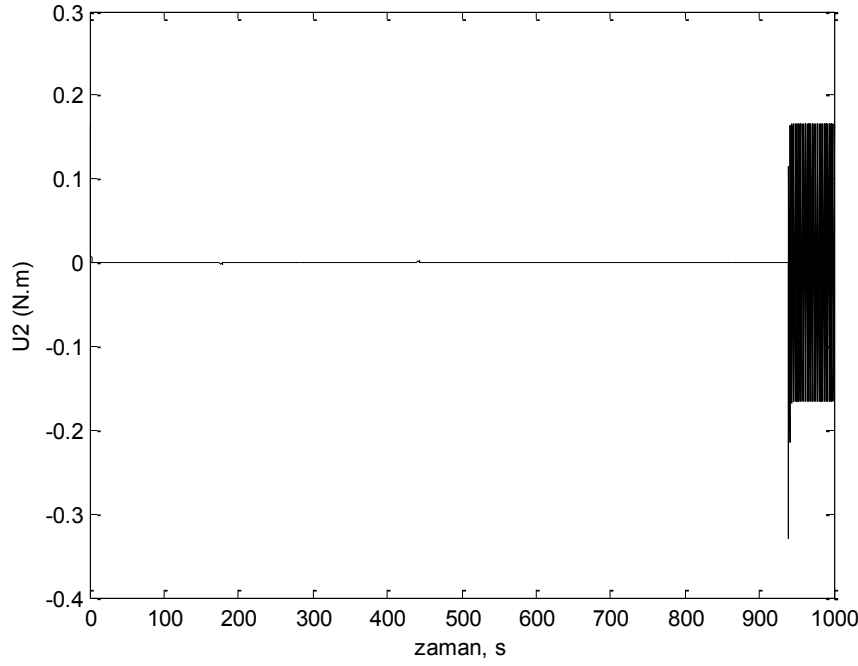


Şekil 5.58. Farklı ilk şarttaki sistem eğer genelleştirilmiş kayma yüzey eğimleri kullanılarak kontrol edilseydi elde edilen reaksiyon teker hızları

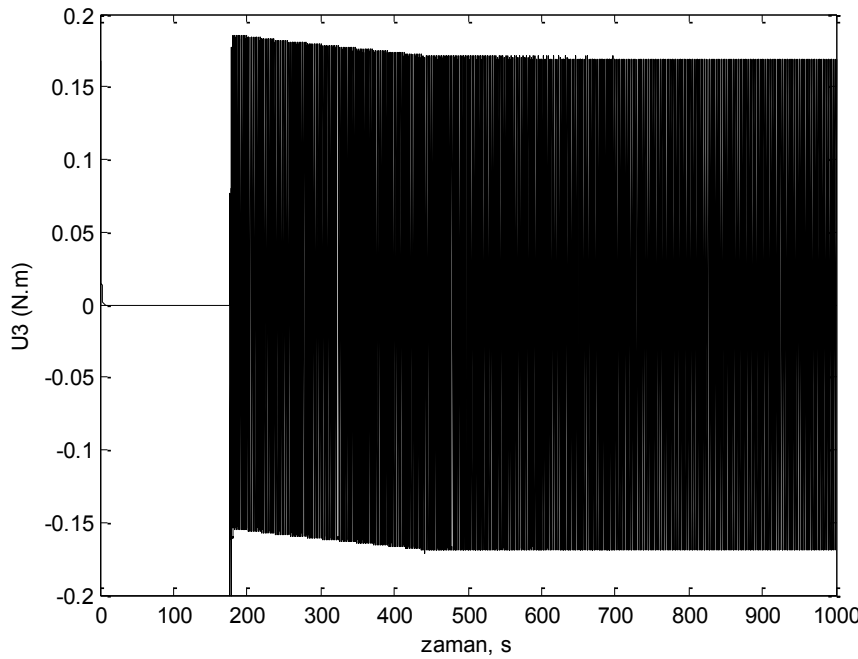
Şekil 5.52 ile karşılaştırıldığında zikzakların arttığı ve sistemin kayma yüzeyine daha geç çarptığı gözlenmiştir. Bu durum kullanılan kayma yüzey eğimlerinin başka bir ilk şarttaki sisteme ait olmasıyla açıklanmaktadır. Şekil 5.59, Şekil 5.60 ve Şekil 5.61’de sisteme verilmesi gereken kontrol torkları gösterilmektedir.



Şekil 5.59. Farklı ilk şarttaki sistem eğer genelleştirilmiş kayma eğimleri kullanılarak kontrol edilseydi sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_1



Şekil 5.60. Farklı ilk şarttaki sistem eğer genelleştirilmiş kayma eğimleri kullanılarak kontrol edilseydi sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_2



Şekil 5.61. Farklı ilk şarttaki sistem eğer genelleştirilmiş kayma eğimleri kullanılarak kontrol edilseydi sisteme verilmesi gereken kontrol girişi, U_3

Yukarıdaki sistemin kontrol edilmesi için gereken işlem süresi ise yaklaşık sadece 95,6 saniyedir. Bu da yaklaşık 1,6 dakikaya denk gelmektedir. Bu iki sonuç başka bir açıdan karşılaştırıldığında ikinci kısmın daha geç istenilen konuma geldiği Şekil 5.50 ve Şekil 5.56'dan görülmektedir. Fakat aradaki işlem süresi farkı göz önüne alındığında bu önemsenmeyebilir bir farktır.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Yapılan tez çalışmasında bir uydu modeli alınarak, SDRE tabanlı kayan kipli denetim metodu kullanılarak uydunun konumu kontrol edilmiştir. Kontrol edilirken literatürde olan kısımların yanı sıra asıl katkı olan eşleşme şartını sağlamayan bozucu etkiler için SDRE tabanlı kayan kipli denetim ile birim vektör yaklaşımı birleştirilmiştir.

Çalışmanın ikinci bölümünde doğrusal sistemler için kayan kipli denetim, SDRE tabanlı denetim algoritması elde edilmiş, daha sonra kayan kipli denetçi tasarımının önemli noktası olan kayma yüzeyi tasarımı gürbüz olarak ve SDRE tabanlı olarak geliştirilmiş, ardından çitirtı olayı üzerinde durulmuş ve azaltılması için hangi fonksiyonun kullanılabileceği irdelenmiş, yine doğrusal olmayan sistemler için eşleşme şartını sağlamayan bozucu etki içeren sistemin kontrolü için SDRE tabanlı kayan kipli denetim algoritması ile birim vektör yaklaşımı birleştirilmiş ve bu birleşim bir örnekle açıklanmıştır.

Üçüncü bölümde doğrusal olmayan sistemler üzerinde durulmuştur. Söz konusu sistemler için kayan kipli denetim ve SDRE algoritmalarının birleşimi ve bunlara ek olarak eşleşme şartını sağlamayan bozucu etkilerin sönümlenmesi için birim vektör yaklaşımının denklemleri çıkarılmıştır.

Dördüncü bölümde bir uydu modelinin denklemleri elde edilmiştir. Bunun için önce parçacık kinetiği ve kinematiğinde başlanılmış daha sonra rijit bir cisim kinetiği ve kinematiği ile devam edilmiş, kullanılan itki sistemi tanıtılmış, denklemleri verilmiş ve son olarak da bütün bu denklemlerden yararlanılarak rijit bir uydu için hareket denklemleri uygun formatta verilmiştir.

Beşinci bölümde ise simulasyon sonuçları verilmiştir. Sistemin simulasyonu yapılırken kullanılan katsayı matrisleri rastgele alınmıştır. İlk olarak sistem x_0 anındaki başlangıç değerleri A matrisine yerleştirilerek sanki sistem doğrusal gibi düşünülmüş(A sabit matris) ve kontrol uygulanmıştır. Doğrusal gibi olan sistemden alınan kontrol girişleri daha sonra esas doğrusal olmayan sisteme uygulanmış ve sonuçlar karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Sonuçlarda beklenildiği üzere doğrusal gibi düşünülen sistemden alınan kontrol girişi değerleri doğrusal olmayan sisteme uygulandığında sistem kontrol edilememiştir. Takip

eden kısımda doğrusal olamayan sistem tek başına ele alınmış ve önce hiçbir bozucu etki altında olmadan sistem SDRE tabanlı kayan kipli denetim algoritmasıyla kontrol edilmiş ve sonuçlar verilmiştir. Sonuçlardan yola çıkılarak sistemin başarıyla kontrol edilebildiği anlaşılmıştır. Ardından sisteme eşleşme şartını sağladığı kabul edilen sabit bir bozucu etki eklenmiştir. Bu etki eklenince değişen husus önce k katsayı değerini isteye bağlı olarak seçerken bozucu etki eklenince belirli bir sınır şartı gelmiştir. Bu şarta göre k katsayısı belirli bir değerin altında olamayacaktır. Sistem bu durumda iken aynı algoritma uygulanarak aynı zamanda katsayı şartına bağlı kalınarak kontrol edilmeye çalışılmış ve başarılı sonuçlar alınmıştır.

Bu kısım için k katsayı değeri sınır şartına bağlı kalmak şartıyla değiştirilebilir ve kontrol hızıyla oynanabilir. Dikkat edilmesi gereken nokta katsayı büyüdükçe çıkırtı önemli miktarda artmakta artışla birlikte kontrol teriminin büyüklüğü de aynı oranda artmakta ve çıkırtı esnasında daha büyük değerlere çok kısa zaman aralığında çıkılıp inilmektedir. Bu durum rastgele seçilen k katsayı değeri için de geçerlidir.

Daha sonra çıkırtı olayının etkileri üzerinde durulmuş ve nasıl giderilmesi gerektiğine yönelik çalışmalar yapılmıştır. Bunun için önce değişik P değerlerinin sistem üzerine etkileri incelenmiş ve birkaç denemeye yer verilmiştir. İlk olarak P değeri 0,005 olarak değerlendirilmiş ve ona göre simülasyonlar yapılmıştır. Elde edilen bu simülasyonlarda sistemin belirli zaman aralığından daha uzun sürede kontrol edildiği fakat çıkırtının büyük ölçüde azaldığı görülmüştür. Yapılan değerlendirmeler sonucunda bu değer kullanışsız olduğuna karar verilmiş ve 0,0025 değeri üzerinde durulmuştur. Elde edilen sonuçlarda belirli zaman aralığında sistemin yine kontrol edilemediği fakat bu sefer oluşan sapmanın daha az olduğu görülmüş ve çıkırtının bir miktar artmakla birlikte bu artışın çok önemli olmadığına karar verilmiştir. Daha sonra 0,001 değeri üzerinde durulmuş ve elde edilen sonuçlarda hem sistemin belirli bir zaman aralığında kontrol edilebildiği hem de çıkırtını biraz artmakla birlikte yine kabul edilebilir bir düzeyde kaldığı düşünülmüştür. P değeri olarak 0,001 değeri tespit edildikten sonra sisteme yine eşleşme şartını sağlayan bir bozucu etki eklenmiş ve yukarıdaki P değeri üzerinden sistem değerlendirilerek başarıyla kontrol edilmiştir.

Sistem ele alınırken P değerleri keyfi seçilmiştir. Tasarımda istenilen parametrelere göre bu değer artırılıp azaltılabilir ve sistemin daha hızlı istenilen değere gelmesi biçiminde

veya daha az çıtırıtı oluşturacak biçimde kontrol edilmesi sağlanabilir. Burada dikkat edilmesi gereken husus P değeri “0” a yaklaştııa sistemin kontrol hızı artmakta fakat çıtırıtı miktarı da bu oranda artmaktadır. Tam tersi durumda ise çıtırıtı azalmakta fakat kontrol hızı da aynı oranda azalmaktadır.

Bütün bu çalışmalardan sonra tezin esas katkısı olan SDRE tabanlı kayan kipli denetim algoritması ile birim vektör yaklaşımı birleştirilmesi kısmına geçilmiştir. Yapılan çalışmalarda 2. ve 3. bölümlerde çıkarılan formüller ışığında önce uygun bir k katsayısı hesaplanmıştır. Hesaplamalarda eşleşme şartını sağlayan durumdan farklı olarak k katsayı değerinin hesaplanması için gereken formül bir hayli değişmiştir. Ayrıca formül değişikliğine ek olarak kontrol terimlerinden biri olan U_{eq} değerini veren formülde değişikliğe gidilmiştir. Bütün yapılan değişiklikler sonucunda sistem başarıyla kontrol edilmiştir. Bu tarz sistemleri kontrol ederken özellikle k katsayısını veren katsayılar çok dikkatle seçilmelidir. Bu katsayılarla oynayarak daha hızlı veya daha az enerji harcayan kontrolcü tasarlanabilir.

Tezin son çalışması olarak da işlem zamanının uzunluğu üzerinde durulmuştur. Yapılan alışmalarda MATLAB işlem zamanı çok uzun olduğu grlmştir. Bu durumun giderilmesi için önce sistem önceki ilk şartlarda değerlendirilmiş ve kayma yüzey eğimleri kaydedilmiştir. Ardından sistem eski ilk şartlara göre istenilen sonuca daha yakın ilk şartlarda değerlendirilmiş ve sistem kontrol edilmiş ve işlem zamanı kaydedilmiştir. Son olarak da farklı ilk şartlardaki sistem kaydedilen kayma yüzeyleri kullanılarak başarıyla kontrol edilmiş ve işlem zamanının istenildiği gibi bir hayli azaldığı grlmştir.

Yukarıda anlatılan çalışmaların devamı niteliğinde olarak çalışmalar deneysel olarak incelenebilir ve uygulanabilirliği test edilebilir ve sonuçlar karşılaştırılabilir.

KAYNAKLAR

- Alli,H., Baran, E.ve Özdemir, M.(2001 19-21 Eylül). *Vektör Kontrollü Asenkron Motorun Bulanık Kayan-Kipli Kontrolü*. Elektrik-Elektronik-Bilgisayar Mühendisliği 9. Ulusal Kongresi'nde sunuldu, Kocaeli.
- Azza El-S., İ., Ahamed, M.T., Mohammad, A.S., (July 2012). Satellite attitude maneuver using sliding mode control under body angular velocity constraints, *International Journal of Computer Applications Vol. 50-No. 13*,
- Bilgin, N. (2007). *Esnek Sistemlerin Kayan-Kipli Denetimi ve Bir Uydu Modeline Uygulanması*, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 1-60.
- Bolder,J. J., Witvoet, G., De Baar, M.R., Van de Wouw, N., Haring, M.A.M., Westerhof, E., Doelman, N.J. and Steinbuch, M. (July 2012). Robust sawtooth period control based on adaptive online optimization. *İOP Science*.
- Chi-man, K. (1995). Sliding mode control of linear systems. *Automatica Vol.31, No.2*, 303-307.
- Çimen, T. (2008). *State Dependent Ricatti Equation (SDRE) control: a survey*. Presented at 17th IFAC World Congress 3761-3775.
- Çimen, T. (2012). Survey of state-dependent Ricatti equation in nonlinear optimal feedback control synthesis, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 35,4.
- Delchamps, D.F. (1984), Analytic feedback control and the algebraic Ricatti equation, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 29(11), 1031-1033.
- Deman, H.Ö. (1999), *3-Axis Attitude Control of a Geostationary Satellite*. Yüksek Lisans Tezi, ODTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 41-65.
- Edwards, C.and Spurgeon, S.K. (1998). *Sliding Mode Control, Theory and Applications*. London: Taylor&Francis, 1-75.
- Ercan, Y. (1992) *Mühendislik Sistemlerinin Modellenmesi ve Dinamiği*. Gazi Üniversitesi, Ankara 277-281, 278-279.
- Gökbilen, B. (2006). *Doğrusal Olmayan Sistemlerin Zamanla Değişen Doğrusal Yüzey Kullanılarak Kayan Kipli Kontrolü ve Uygulamaları*, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 1-119.
- Irmak, F. (2014). *Kayan Kipli Denetimde Kayma Yüzeyi Tasarımı için Yeni Yöntemlerin Geliştirilmesi*, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 1-55.
- İtik, M., Salıncı, M.U. (2005), *Kayan Kipli Denetim ile Esnek Bir Kirişin Titreşim Kontrolü*. 12. Ulusal Makine Teorisi Sempozyumu' nda sunuldu. Erciyes Üniversitesi, Kayseri, 409-414.

- Kaplan, M:H. (1976), *Modern Spacecraft Dynamics and Control*, New York, Wiley, 1-226.
- Khalil, H.K. (1996). *Nonlinear Systems*. 2nd edition, Prentice Hall, New Jersey, 97-154.
- Lee, T., Mcclamroch, N. H., Leok, M. (June 2006). *Attitude Maneuvers of a Rigid Spacecraft in a Circular Orbit*, Paper presented at American Control Conference, Minneapolis, Minnesota, USA.
- Lewis, F.L. and Vassilis, L.S. (1995)., "Optimal Control", 2nd Edition., **Wiley**, New York, 189-203.
- Marino, R. and Tomei, P. (1995), *Nonlinear Control Design*, Prentice Hall, 25-26.
- Marquez, H.J. (2003), *Nonlinear Control Systems Analysis and Design*, Wiley, New Jersey, 1-27.
- Moore, B.C. (1976), On the flexibility offered by state feedback in multivariable systems beyond closed loop eigenvalue assignment, *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-21, 689-692.
- Nudehi, S.S., Farooq, U., Alasty, A. and Issa, J. (2008 June). *Satellite attitude control using three reaction wheels*, Paper presented at American Control Conference, Seattle, Washington, USA.
- Ogata, K. (1997). *Modern Control Engineering*. 3rd edition, Prentice Hall, Inc., United States of America, 710-982.
- Park, Y. (July 2013), Robust and optimal attitude control of spacecraft with disturbances, *International Journal of Systems Science*. Taylor & Francis, London.
- Perruquetti, W., Barbot, J.P. (2002). *Sliding Mode Control in Engineering*. New York, Marcel Dekker, Inc., 1-27.
- Salamci, M.U., Banks S.P. (1998). *Optimal Sliding Surface Design for a Class of Nonlinear Systems*. Presented at 4th International Conference on Optimization Techniques and Application, Perth, Australia, 2:743-750.
- Seong, M.S., Choi, S.B. and Sung, K.G. (2011) Control strategies for vehicle suspension system featuring magneto-rheological (MR) damper. In F.B.Carbajal (Eds.), *Vibration analysis and control-New trends and developments*. Intech, Croatia pp. 97-113.
- Slotine, J.J.E and Li, W. (1991), *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, New Jersey, 242-244, 276-307.
- Tewari, A. (2010). *Automatic Control of Atmospheric and Space Flight Vehicles, Design and Analysis with Matlab and Simulink*, New York, Springer, 105-151, 337-341.
- Utkin, V.I. (1977). Variable Structure Systems with Sliding Modes. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 22(2), 212-222.

- Utkin, V.I. (1978). *Sliding Modes and Their Applications in Variable Structure Systems*. Mir publishers, Moscow, 1-120.
- Utkin, V.I. (1992). *Sliding Modes in Control and Optimization*. Springer Verlag, Berlin, 46-125.
- Wen, C-C. and Cheng, C-C. (2007). Design of sliding surface for mismatched uncertain systems to achieve asymptotical stability. *Journal of Franklin Institute* 345(2008), 926-941.
- Wie, B. (1998), *Space Vehicle Dynamics and Control*. AIAA Education series, 1-661.
- Wonham, W.M. (1967). On pole assignment in multiinput controllable linear systems, *IEEE Transaction on Automatic Control*, AC-12, 600-665.
- Yang, C.C., Lai, L.C. and Wu, C.J. (2007 May). Minimal energy maneuvering control of a rigid spacecraft with momentum transfer. *Journal of The Franklin Institute*, 991-1005.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı,adı : BİÇER, Orçun
 Uyuğu : T.C
 Doğum Tarihi ve yeri : 05/07/1988 Ankara
 Medeni Hali : Bekar
 Telefon : 0 (312) 324 15 55
 Faks : 0 (312) 324 15 55
 e-posta : obicer@ybu.edu.tr



Eğitim Derecesi

Yüksek Lisans

Lisans

Lise

Okul/Program

Gazi Üniversitesi/Makine Müh

Gazi Üniversitesi/Makine Müh

Ankara Atatürk Anadolu Lisesi

Mezuniyet Yılı

Devam Ediyor

2010

2006

İş Deneyimi, Yıl

10/02/2014-..

10/2012-01/2013

Çalıştığı Yer

Yıldırım Beyazıt Üniversitesi

Gmd Proje

Görev

Arş. Gör.

Proje Mühendisi

Yabancı Dili

İngilizce

Yayınlar

1. O.Biçer, M.U.Salamcı Uydu Konum Denetimi İçin Yeni Bir Kayan Kipli Denetçi Tasarımı **TOK 2014 Bildiri Kitabı** s:1021-1026

Hobiler

Tenis, Basketbol, Kitap Okuma



GAZİ GELECEKTİR...