

39743.

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ELASTO-PLASTİK ZEMİNE OTURAN PLAKLARIN
ELASTO-PLASTİK ANALİZİ**

DOKTORA TEZİ

Y. Müh. Turgut KOCATÜRK

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 24 Ocak 1994

Tezin Savunulduğu Tarih : 22 Mart 1994

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Kaya ÖZGEN

Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Müfit YORULMAZ

Prof. Dr. Sadettin ÖKTEN

**T.C. İZMİR İLİ MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

MART 1994

ÖNSÖZ

Tez ve bilimsel çalışmalarım sırasında çok büyük teşvik ve yardımlarını gördüğüm hocam Prof. Dr. Kaya ÖZGEN' e şükran ve sevgilerimi sunmayı bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

SEMBOLLER	vi
ÖZET	viii
SUMMARY	ix
BÖLÜM 1. GİRİŞ	1
1.1. LINEER ELASTİSİTE TEORİSİNDE TEMEL KAVRAMLAR ..	1
1.1.1. Genelleştirilmiş Hooke Kanunu	1
1.1.2. Gerilmelerin Denge Eşitlikleri	1
1.1.3. Uygunluk Denklemleri	1
1.2. PLASTİSİTE TEORİSİNDE TEMEL KAVRAMLAR	2
1.2.1. Akma Koşulu ve Akma Yüzeyi	2
1.2.2. Şekil Değiştirme Hızları	3
1.2.3. Akma Kanunu	4
1.2.4. Sınır Değer Teoremleri	5
1.2.5. Malzeme Seçimi	6
1.3. PLAKLARIN ELASTO-PLASTİK ANALİZİ	7
1.4. ZEMİNİN MÜKEMMELLEŞTİRİLMESİ	8
1.5. ÇALIŞMANIN AMAÇ VE KONUSU	8
1.6. PROBLEMİN TARİHÇESİ	9
BÖLÜM 2. PROBLEMİN FORMÜLASYONU	15
2.1. TEMEL BAĞINTILAR	15
2.1.1. Denge Denklemleri	19
2.1.2. Geometrik Bağıntılar	20
2.1.3. Hooke Kanunu	20
2.1.4. Akma Koşulu	20

2.2. ÇEŞİTLİ ZEMİN VE PLAK DURUMLARINDA	
DİFERANSİYEL BAĞINTILAR	21
2.2.1. Plastik Zeminde Plâğın Akması	22
2.2.2. Elastik Zeminde Plâğın Akması	24
2.2.3. Elastik Zemin ve Plak	26
2.2.4. Zeminden Ayrılmış Elastik Plak	28
2.2.5. Zemin Plastik, Plak Elastik	29
2.2.6. Zeminden Ayrılan Plâğın Akması	29
2.3. ELASTO - PLASTİK ZEMİNE OTURAN TEKİL YÜKLÜ	
PLAĞIN ELASTO-PLASTİK ANALİZİ	31
2.3.1. Plâğın Zeminden Ayrılması	32
2.3.1.1. Plâğın Akma Bölgesi Zemin Plastikleşme	
Bölgesinden Büyük	32
2.3.1.2. Plâğın Akma Bölgesi Zeminin Plastikleşme	
Bölgesinden Küçük	37
2.3.1.3. Plâğın Akma Bölgesi Ayrılma Bölgesinden Büyük	39
2.3.2. Zeminden Ayrılmamış Plak	42
2.3.2.1. Plâğın Akma Bölgesi Zemin Plastikleşme	
Bölgesinden Büyük	42
2.3.2.2. Plâğın Akma Bölgesi Zemin Plastikleşme	
Bölgesinden Küçük	44
2.4. ELASTO-PLASTİK ZEMİNE OTURAN TEKİL YÜKLÜ	
PLAĞIN ELASTİK ANALİZİ	47
2.4.1. Plâğın Zeminden Ayrılması	47
2.4.2. Zeminden Ayrılmamış Plak	48
2.5. ELASTİK ZEMİNE OTURAN TEKİL YÜKLÜ PLAĞIN	
ELASTO-PLASTİK ANALİZİ	50
2.5.1. Plâğın Zeminden Ayrılması	50
2.5.1.1. Plâğın Akma Bölgesi Ayrılma Bölgesinden Küçük	50
2.5.1.2. Plâğın Akma Bölgesi Ayrılma Bölgesinden Büyük	52
2.5.2. Zeminden Ayrılmamış Plak	53

2.6. ELASTİK ZEMİNE OTURAN TEKİL YÜKLÜ PLAĞIN	
ELASTİK ANALİZİ	55
2.6.1. Plağın Zeminden Ayrılması	55
2.6.2. Zeminden Ayrılmamış Plak	56
BÖLÜM 3. UYGULAMALAR	59
3.1. GENEL TANIMLAR	59
3.2. PLAK TİPLERİ	60
3.3. ZEMİN TİPLERİ	61
3.4. ÖRNEK 1	61
3.5. ÖRNEK 2	62
3.6. ÖRNEK 3	63
3.7. ÖRNEK 4	64
3.8. ÖRNEK 5	65
3.9. ÖRNEK 6	66
3.10. ÖRNEK 7	67
3.11. ÖRNEK 8	68
3.12. ÖRNEK 9	69
3.13. ÖRNEK 10	70
3.14. ÖRNEK 11	71
3.15. ÖRNEK 12	72
BÖLÜM 4. SONUÇLAR	74
KAYNAKLAR	77
ÖZGEÇMİŞ	82

SEMBOLLER

A, B	: İntegrasyon sabitleri,
$C_1, \dots, C_4$	: İntegrasyon sabitleri,
D	: Plak eğilme rijitliği,
$D_0, \dots, D_3$	: İntegrasyon sabitleri
E_c, E_s	: Beton ve donatının elastisite modülleri,
F_s, F'_s	: Üst ve alt yüzlerde birim genişliğe düşen donatı alanı,
$e_1, \dots, e_4$	: İntegrasyon sabitleri,
$f_1, \dots, f_4$	: İntegrasyon sabitleri,
H	: Plak kalınlığı,
I_c, I_s	: Beton ve donatının atalet momentleri,
k	: Zemin yatak katsayısı,
K_θ, K_r	: Dairesel ve radyal eğrilikler,
k_θ, k_r	: Boyutsuz dairesele ve radyal eğrilikler ($=K_\theta.L, K_r.L$),
k_θ^e, k_r^e	: Boyutsuz dairesele ve radyal eğriliklerin elastik bileşenleri,
k_θ^p, k_r^p	: Boyutsuz dairesele ve radyal eğriliklerin plastik bileşenleri
L	: Plakta karakteristik uzunluk ($= (D/k)^{1/4}$)
M_r, M_θ	: Radyal ve dairesele momentler,
m	: Boyutsuz moment ($= ML^2/DW_0$)
M_o, M_o'	: Plağın pozitif ve negatif limit momentleri,
λ	: Limit momentler oranı ($= M_o'/M_o$)
P	: Plağa etkiyen düzgün yayılı yük,
p	: Boyutsuz düzgün yayılı yük ($= P/kW_0$),
$\bar{P}$	: Tekil yük,
$\bar{p}$	: Boyutsuz tekil yük ($= P/\pi kW_0 L^2$),
Q_o	: Zemin akma gerilmesi,
Q_T	: Plağa etkiyen bileşke yayılı yük ($= P - kW$),

R_o	: Plak yarıçapı,
R_b	: Yük etkime bölgesi yarıçapı,
R_1	: Zeminin akma bölgesi yarıçapı,
R_2	: Ayrılma bölgesi yarıçapı,
R_{p1}	: Plagın akma bölgesi yarıçapı,
R_{p2}	: Dairesel akma çizgisi yarıçapı,
S	: Kesme kuvveti,
s	: Boyutsuz kesme kuvveti (S/kW_oL),
W	: Plak yerdeğiştirmesi,
W_o	: Zeminde herhangi bir noktanın ilk plastikleştiği andaki yerdeğiştirme,
w	: Boyutsuz plak yerdeğiştirmesi,
ρ	: Boyutsuz yarıçaplar değişkeni ($=R/L$),
σ_c	: Beton hesap mukavemeti,
σ_y	: Donatı hesap mukavemeti,
τ	: Kayma gerilmesi,
τ_{max}	: İzin verilen maksimum kayma gerilmesi,
ν	: Poisson oranı,

ÖZET

Çalışmada, genelleştirilmiş Winkler(elasto-plastik) zeminine oturan, ortasından tekil yükle yüklü, dönel simetrik plakların elasto-plastik analizi yapılmıştır; değişik akma aşamaları ve göçme durumlarındaki yükler ve bunlara karşı gelen zemin akma bölgeleri yarıçapları, ayrılma yarıçapları bulunmuştur.

Mühendislikte Winkler ve genelleştirilmiş Winkler hipotezine dayanarak iyi sonuçlar veren bazı önemli problemler vardır: Buz tabakaları üzerinde ulaşım, ağır sıvılar üzerinde yüzen platformlar, yapı temelleri, havaalanı pistleri bunlara başlıca örnekler olarak verilebilir.

Birinci bölümde çalışmanın amacı, konusu açıklanmış, konuyla ilgili araştırmalar verilerek yapılan varsayımlar belirtilmiştir.

İkinci bölümde basit temel eşitlikler verilmiş, bu eşitliklerden faydalanılarak plakta oluşabilecek her bir bölge için diferansiyel bağıntılar, kesit tesiri ve yerdeğiştirme eşitlikleri çıkarılmıştır. Ele alınan plak parametreleri için, plakta oluşacak bölgelerle ilgili sözü edilen bağıntılar, sınır ve süreklilik şartları gözönüne alınarak birleştirilmiş, bilinmeyen sayısınca denklem elde edilmiştir; bu denklemler zemin, plak plastikleşme ve ayrılma yarıçaplarına göre nonlineerdir. Tipik bazı boyutsuz moment ve plak uzunlukları için nonlineer denklem takımlarının çözümü yapılmış, elastik durumu sona erdiren yükler, göçme yükleri, radyal çatlak bölgesi yarıçapları, ayrılma ve zemin plastikleşme yarıçapları tablolaştırılmış, sözü edilen yüklerle boyutsuz momentler arasındaki ilişkiler şekillerle belirlenmiştir.

Üçüncü bölümde çeşitli plak ve zemin tiplerine göre elde edilen tipik problemler yukarıda sözü edilen denklem takımlarının kullanılmasıyla sayısal olarak çözülmüş, yerdeğiştirme ve kesit tesiri diyagramları çizilmiştir.

Dördüncü ve son bölümde elde edilen sonuçlar verilmiştir.

ELASTO-PLASTIC ANALYSIS OF PLATES ON ELASTO-PLASTIC FOUNDATION

SUMMARY

In this study, elasto-plastic analysis of rotationally symmetric reinforced concrete plates under concentrated loads at the middle resting on a Generalized Winkler Foundation is presented. For different plate yielding stages, loads, foundation yielding region, separation region have been investigated.

The plate problem, resting on Winkler Elastic Foundation was first examined by Hertz in 1884. In Winkler Foundation it is assumed that the foundation is composed of independent springs. In Generalized Winkler Foundation, yielding starts at a certain subgrade pressure (Q_0) and the yielding area expands under increasing loads.

In engineering applications, there are some important problems which can be handled successfully by means of Winkler and Generalized Winkler Hypothesis, for example, transportation on ice, platforms floating on a heavy liquid, mat foundations resting on relatively soft soil, airfield concrete pavements.

In the first chapter the problem has been introduced, relevant literature and hypothesis have been given and the purpose of the work has also been stated.

In the second chapter the problem has been formulated: Characteristic length of a plate resting on an elastic subgrade is

$$L=(D/k)^{1/4}$$

in which D is flexural rigidity of plate, and k is the foundation modulus. The flexural rigidity of an isotropically reinforced concrete plate is defined by

$$D = \frac{E_c}{1-\nu^2} [I_c + (n-1)I_s] \quad , \quad n = E_s / E_c$$

where E_s is Young's modulus of steel, E_c is that of concrete, ν is Poisson's ratio for concrete, and I_c is the moment of inertia of cracked concrete section, I_s is that of reinforcement taken about the neutral axis.

In a symmetrically loaded-isotropic plate, the unit radial and circumferential bending moments, M_r , M_θ are generalized stresses; subscripts r and θ denote polar coordinates along the radial and tangential directions respectively. The shearing force, S , which is treated only as a reaction, is assumed to have no influence on plastic behaviour of the plate material.

It is considered an isotropic reinforcement in the lower and upper layers. As the reinforcement is isotropic, it is placed identically in any two orthogonal directions; however, these directions may differ in the faces. Reinforcement ratios of the faces are equal to each other. Hence, the limit bending moments denoted by M_0 for both positive (tension on the lower layer) and negative (tension on the upper layer) are also equal to each other. According to this notation, the yield condition of the plate may be written in the form

$$M'_0 \leq M_r, M_\theta \leq M_0$$

which shows a square in the plane of M_r, M_θ .

It is convenient to deal exclusively with dimensionless quantities in the theory of plasticity. Accordingly, the following dimensionless quantities will be used

$$m_r = M_r L^2 / DW_0, \quad m_\theta = M_\theta / DW_0, \quad s = S / kW_0 L, \quad \bar{p} = \bar{P} / \pi kW_0 L^2$$

$$\rho_0 = R_0 / L, \quad \rho_1 = R_1 / L, \quad \rho_2 = R_2 / L, \quad \rho_{p1} = R_{p1} / L, \quad \rho_{p2} = R_{p2} / L, \quad \rho_b = R_b / L$$

$$w = W / W_0, \quad k_r = K_r L, \quad k_\theta = K_\theta L, \quad p = P / kW_0$$

where $K_\theta, K_r, \bar{P}, P, \rho_0, \rho_1, \rho_2, \rho_{p1}, \rho_{p2}$ are circumferential and radial curvatures, concentrated and uniform loads, plate radius, radius of foundation yielding region, separation radius, radius of radial yield line region, radius of circumferential yield line, radius of loaded region respectively. W_0 is displacement of a zone at the foundation yielding region boundary.

Relevant basic relations may be given as follows:

-Equilibrium equations

$$(sp)' + (p - w)\rho = 0$$

$$(m_r \rho)' - m_\theta - sp = 0$$

where prime denotes differentiation with respect to ρ .

-Geometrical relationships

In the polar coordinates radial and circumferential dimensionless curvatures are

$$k_r = -w'', \quad k_\theta = -w' / \rho$$

Curvatures may be divided into two parts as elastic and plastic components

$$k_r = k_r^e + k_r^p, \quad k_\theta = k_\theta^e + k_\theta^p$$

-Hooke's law

$$m_r = (k_r^e + \nu k_\theta^e), \quad m_\theta = (k_\theta^e + \nu k_r^e)$$

or

$$k_r^e = \frac{1}{1-\nu^2}(m_r - \nu m_\theta), \quad k_\theta^e = \frac{1}{1-\nu^2}(m_\theta - \nu m_r)$$

For different plate parameters ultimate loads are different. There are two different failure patterns. The first of these patterns shows that in short or short-medium plates, radial yield lines reach the plate edge. The second on the other hand shows that in long and long-medium plates, before radial yield lines reach the plate edge, a circumferential yield line occurs in the radial yield line region and the failure mechanism forms. Until reaching failure mechanism, if it is intended to obtain loads at different yielding stages, for plate yielding, foundation yielding and plate separation region from the foundation there are six different regions. Differential equations for upper side of the yield square ($m_\theta = m_o$) for these regions are obtained:

-Plate and foundation yielding:

$$w^{iv} + \frac{2}{\rho} w''' = \frac{(p-1)}{(1-\nu^2)}$$

$$w = -f_1 \rho (\ln \rho - 1) + \frac{f_2}{2} \rho^2 + f_3 \rho + f_4 + \frac{(p-1) \rho^4}{72(1-\nu^2)}$$

$$m_r = \frac{f_1(1-\nu^2)}{\rho} - f_2(1-\nu^2) + \nu m_o - (p-1) \frac{\rho^2}{6}$$

$$s = -\frac{f_2(1-\nu^2)}{\rho} - \frac{(1-\nu)m_o}{\rho} - (p-1) \frac{\rho}{2}$$

-Elastic foundation and plate yielding

$$w^{iv} + \frac{2}{\rho} w''' + \frac{w}{1-\nu^2} = \frac{p}{1-\nu^2}$$

$$w = D_o S_o + D_1 S_1 + D_2 S_2 + D_3 [S_1 \ln \rho + SS] + p$$

Dimensionless quantities related to the plate:

$$m_r = D_o S_o^m + D_1 S_1^m + D_2 S_2^{mm} + D_3 S^v + \nu m_o$$

$$s = D_o S_o^s + D_1 S_1^s + D_2 S_2^{ss} + D_3 S_3^s - (1-\nu)m_o/\rho$$

D_0-D_3 are integration constants, S_0-S_2 , SS , S_0^m , S_1^m , S_2^{mm} , S^y , S_0^s , S_1^s , S_2^{ss} , S_3^s are functions of ρ and can be expressed using series expansion:

$$f(n,i) = (4i+n) (4i+n-1)^2 (4i+n-2) ; n = 0,1,2$$

$$S_n = \rho^n + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(1-v^2)^{-k}}{\prod_{i=1}^k f(n,i)} \rho^{4k+n}$$

$$SS = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{(1-v^2)^{-k}}{\prod_{i=1}^k f(1,i)} \sum_{i=1}^k \frac{2(4i)^2 - 1}{((4i)^2 - 1) 2i} \rho^{4k+1}$$

$$S_n^m = \int \rho S_n d\rho - \frac{1}{\rho} \int \rho^2 S_n d\rho$$

$$S_n^s = \frac{1}{\rho} \int \rho S_n d\rho$$

$$S_2^{mm} = S_2^m - 2(1-v^2)$$

$$S^l = \frac{1}{\rho} \int \rho^2 S_1 \ln \rho d\rho$$

$$S^o = \frac{1}{\rho} \int \rho^2 SS \ln \rho d\rho$$

$$S^t = \int \rho S_1 \ln \rho d\rho$$

$$S^u = \int \rho SS d\rho$$

$$S^y = [-S^l - S^o + S^t + S^u - \frac{(1-v^2)}{\rho}]$$

$$S_2^{ss} = S_2^s - \frac{2(1-v^2)}{\rho}$$

$$S_3^s = \frac{1}{\rho} (S^t + S^u)$$

-Elastic foundation and plate:

$$w^{iv} + \frac{2w'''}{\rho} - \frac{w''}{\rho^2} + \frac{w'}{\rho^3} + w = p$$

$$w = C_1 \text{ber } \rho + C_2 \text{bei } \rho + C_3 \text{ker } \rho + C_4 \text{kei } \rho + p$$

C_1-C_4 are integration constants, $\text{ber } \rho$, $\text{bei } \rho$, $\text{ker } \rho$, $\text{kei } \rho$ are functions of ρ and can be expressed using series expansion

$$\text{ber}\rho = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\rho^{4k}}{2^{4k} [(2k)!]^2}$$

$$\text{beip} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\rho^{4k+2}}{2^{4k+2} [(2k+1)!]^2}$$

$$\text{ker}(\rho) = (\log 2 - \gamma - \log \rho) \text{ber}\rho + \frac{1}{4} \pi \text{beip} - \frac{\left(\frac{1}{2}\rho\right)^4}{(2!)^2} \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \frac{\left(\frac{1}{2}\rho\right)^8}{(4!)^2} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) - \dots$$

$$\text{kei}(\rho) = (\log 2 - \gamma - \log \rho) \text{beip} - \frac{1}{4} \pi \text{ber}\rho + \left(\frac{1}{2}\rho\right)^2 - \frac{\left(\frac{1}{2}\rho\right)^6}{(3!)^2} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \dots$$

$$\gamma = 0.5772$$

$$m_r = -(w'' + \frac{vw'}{\rho}) = C_1 b_1 - C_2 b_2 + C_3 h_1 - C_4 h_2$$

$$m_\theta = -(\frac{w'}{\rho} + vw'') = C_1 b_{11} - C_2 b_{22} + C_3 h_{11} - C_4 h_{22}$$

$$s = -(w'' + \frac{w'}{\rho})' = C_1 \text{bei}'\rho - C_2 \text{ber}'\rho + C_3 \text{kei}'\rho - C_4 \text{ker}'\rho$$

$b_1, b_2, h_1, h_2, b_{11}, b_{22}, h_{11}, h_{22}$ are functions of ρ and defined as

$$b_1 = \text{beip} + \frac{(1-\nu)}{\rho} \text{ber}'\rho$$

$$b_2 = \text{ber}\rho - \frac{(1-\nu)}{\rho} \text{bei}'\rho$$

$$b_{11} = \nu \text{bei}\rho - \frac{(1-\nu)}{\rho} \text{ber}'\rho$$

$$b_{22} = \nu \text{ber}\rho - \frac{(1-\nu)}{\rho} \text{bei}'\rho$$

$$h_1 = \text{keip} + \frac{(1-\nu)}{\rho} \text{ker}'\rho$$

$$h_2 = \text{ker}\rho - \frac{(1-\nu)}{\rho} \text{kei}'\rho$$

$$h_{11} = \nu \text{keip} - \frac{(1-\nu)}{\rho} \text{ker}'\rho$$

$$h_{22} = \nu \text{ker}\rho + \frac{(1-\nu)}{\rho} \text{kei}'\rho$$

-Elastic plate and separation from the foundation:

$$w^{IV} + \frac{2w'''}{\rho} - \frac{w''}{\rho^2} + \frac{w'}{\rho^3} = p$$

$$w = k_1 + k_2 \ln \rho + k_3 \rho^2 + k_4 \rho^2 \ln \rho + \frac{p \rho^4}{64}$$

$$m_r = - \left\{ \frac{k_2}{\rho^2} (\nu - 1) + 2k_3 (1 + \nu) + k_4 \left[\ln \rho (2 + 2\nu) + 3 + \nu \right] + \frac{p \rho^2}{16} (3 + \nu) \right\}$$

$$m_\theta = - \left\{ \frac{k_2}{\rho^2} (1 - \nu) + 2k_3 (1 + \nu) + k_4 \left[\ln \rho (2 + 2\nu) + 1 + 3\nu \right] + \frac{p \rho^2}{16} (1 + 3\nu) \right\}$$

$$s = - \frac{4k_4}{\rho} - \frac{p \rho}{2}$$

-Plastic foundation and elastic plate:

$$w^{IV} + \frac{2w'''}{\rho} - \frac{w''}{\rho^2} + \frac{w'}{\rho^3} = p - 1$$

$$w = e_1 + e_2 \ln \rho + e_3 \rho^2 + e_4 \rho^2 \ln \rho + \frac{(p-1) \rho^4}{64}$$

$$m_r = - \left\{ \frac{e_2}{\rho^2} (\nu - 1) + 2e_3 (1 + \nu) + e_4 \left[\ln \rho (2 + 2\nu) + 3 + \nu \right] + \frac{p \rho^2}{16} (3 + \nu - 3p - \nu p) \right\}$$

$$m_\theta = - \left\{ \frac{e_2}{\rho^2} (1 - \nu) + 2e_3 (1 + \nu) + e_4 \left[\ln \rho (2 + 2\nu) + 1 + 3\nu \right] + \frac{p \rho^2}{16} (1 + 3\nu - p - 3\nu p) \right\}$$

$$s = - \frac{4e_4}{\rho} - \frac{(p-1) \rho}{2}$$

-Plastic plate and separation from the foundation:

$$w^{IV} + \frac{2w'''}{\rho} = \frac{p}{1-\nu^2}$$

$$w = -n_1 \rho (\ln \rho - 1) + \frac{n_2}{2} \rho^2 + n_3 \rho + n_4 + \frac{p \rho^4}{72 (1-\nu^2)}$$

$$m_r = \nu m_o - n_2 (1 - \nu^2) + \frac{n_1 (1 - \nu^2)}{\rho} - \frac{p \rho^2}{6}$$

$$s = \frac{\nu m_o - n_2 (1 - \nu^2) - m_o}{\rho} - \frac{p \rho}{2}$$

Using suitable equations in connection with different regions and combining them through continuity and boundary conditions, nonlinear set of solution equations can be obtained. Continuity conditions at circumferential yield line are

$$m_r^+(\rho_{p2}) = m_r^-(\rho_{p2}) = -m_o, \quad m_r'(\rho_{p2}) = 0$$

boundary conditions at the center and edge of plate are

$$m_r(\rho_b) = m_o, \quad s(\rho_b) = -\frac{p}{2\rho_b}, \quad m_r(\rho_o) = 0, \quad s(\rho_o) = 0$$

where ρ_b is the dimensionless radius of loaded area. Continuity conditions at $\rho = \rho_1$, $\rho = \rho_{p1}$, $\rho = \rho_2$ respectively:

$$w(\rho_1)^+ = 1, w(\rho_1)^- = 1, w'(\rho_1), m_r(\rho_1), s(\rho_1)$$

$$w(\rho_{p1}), w'(\rho_{p1}), m_r(\rho_{p1}), m_\theta(\rho_{p1}) = m_o, s(\rho_{p1})$$

$$w(\rho_2)^+ = 0, w(\rho_2)^- = 0, w'(\rho_2), m_r(\rho_2), s(\rho_2)$$

In the third chapter some characteristic types of problems have been solved; loads at the beginning of yielding, limit loads, and diagrams(displacement, shear force, radial bending moment, circumferential bending moment) are given.

In the fourth chapter, the main results of the study have been presented:

For different plate parameters, from the first hinge up to the failure mechanism, loads, displacements, foundation yielding region radius and separation radius are obtained. The solution indicates that the whole plastic region of the plate is in a single plastic regime which corresponds to the upper side of the yield square. The analysis is developed for a uniform plate without any idealization in cross-section. In the pure limit analysis, it is impossible to obtain displacements of the plate. However, in this study, if it is concerned, calculation of displacements and to bound the deformations of the plate are also possible. Foundation behaviour for different plate parameters may be examined.

In short plates($< 2L$), failure mechanism occurs when radial yield lines reach plate edge. Depending on increase in limit moment, plate-foundation system may collapse; bearing capacity is defined by foundation,

-In short plates, depending on increament in loads, usually foundation failure is occurred,

-In medium plates (approximately $2L$), depending on limit moment, there may be two different failure mechanisms; first of these occurs when radial yield lines reach the plate edge (short plates), and the other forms when a circumferential yield line occurs in the radial yield line region (long plates),

-In long plates ($> 2L$), separation from foundation is usually observed. In these types of plates, failure mechanism forms when a circumferential yield line occurs in the yield region,

-At small moment values, while there is no yielding in the foundation, the plate may reach failure mechanism,

-For $\rho_b=0.1$ circumferential yield line radius is around $0.65L$. For infinite plates, this value is approximately $0.8L$,

-From the first hinge, to failure mechanism, for typical plate and foundation parameters, load increments are between %100 and %300,

-In the foundation elastic region, limit load increases linearly with increasing moment while separation radius, radial yield line radius and circumferential yield line radius do not change with increasing moment,

-Need of upper reinforcement is obvious for plates under concentrated loads,

-Although around concentrated load, radial curvatures become positive and at a distance from load it is negative, circumferential curvatures are always positive anywhere on the plate,

-For plate and foundation materials, in engineering applications, yielding in the foundation does not happen,

-If there is yielding in the foundation, depending on increment in load, foundation yielding region, radial yield line region and circumferential yield line radius become larger,

-If there is no yielding in the foundation, depending on increment in load, concentration of the reactions occurs at the central region of the plate,

-Radial and circumferential moments are equal to each other at the plate center. Radial bending moment is zero at the plate edge. Circumferential bending moment is positive anywhere on the plate,

-If reinforcement ratios of the faces are different, solution may be obtained using different flexural rigidities for different regions,

-With some small changes, it is possible to use equations obtained in this study for uniformly loaded plates with different boundary conditions.

BÖLÜM 1 - GİRİŞ

1.1. LİNEER ELASTİSİTE TEORİSİNDE TEMEL KAVRAMLAR

1.1.1. Genelleştirilmiş Hooke Kanunu

Malzeme homojen, izotrop ve lineer elastik olarak alınır. Belirli bir sınıra kadar bu özellikleri gösteren elemanda gerilmelerle şekil değiştirmeler arasındaki lineer bağıntıya Hooke kanunu denildiği bilinmektedir. İlk şekliyle bir boyutlu elemanlar için tanımlanmış olan Hooke kanunu, lineer yapısı sebebiyle süperpozisyonu mümkün kılar; bu özelliğinden faydalananarak üç boyutlu elemanlar için genelleştirilmiş Hooke kanunu' nundan gerilmelerle şekil değiştirmeler arasında altı eşitlik yazılabilir.

1.1.2. Gerilmelerin Denge Eşitlikleri

Bir yapı elemanından alınan sonsuz küçük, üç boyutlu bir eleman, iç gerilmeler ve kütle kuvvetleri altında dengededir. Bilinen denge koşulları böylesi elemana uygulanırsa denge halini karakterize eden diferansiyel denklemler bulunur. Böylesi bir elemanda bilinmeyenlerin sayısı dokuz olup, kurulabilecek denge denklemleri sayısı altıdır. Sonuç olarak eleman hiperstatiktir; çözüm için ek denklemler gereklidir.

1.1.3. Uygunluk Denklemleri

Bir yapı elemanından çıkartılmış üç boyutlu bir elemanda uygunluk şartları yardımıyla cismin süreklilik koşulları yazılmalıdır. Sözü edilen eleman için bu denklemlerin sayısı altıdır.

Üç boyutlu bir gerilme problemi analizinde, altı denge, altı uygunluk (Saint Venant uygunluk eşitlikleri) ve gerilmelerle şekil değiştirmeler arasında (genelleştirilmiş Hooke kanunundan) altı diferansiyel denklem bulunur. Böylece, onsekiz bilinmeyen (9 gerilme, 6 birim şekil değiştirme, 3 deplasman bileşenleri) için çözüm, verilen sınır şartlarını sağlamak şartıyla, teorik olarak mümkündür.

1.2. PLASTİSİTE TEORİSİNDE TEMEL KAVRAMLAR

Limit analiz problemlerinde amaç, verilen dış yükler altında, sistemin akma yükünü ve akma anında sistemin durumunu saptamaktır. Yük sıfırdan başlayıp yavaş yavaş artırılarak belirli bir değere ulaşıldığında, yükler ve dolayısıyla iç kuvvetler sabit kaldığı halde, sistemde sürekli şekil değiştirmeler başlar. Bu duruma, sistem mekanizma haline gelmiştir denmekte ve bu andaki yük, "limit yük" veya "akma yükü" olarak tanımlanmaktadır.

Mekanizma durumunda sistem, kiriş ve kemerlerde mafsallarla, plaklarda bir takım doğrultularla parçalara ayrılmakta ve bu parçaların tamamı, bir arada, sistemin bağlarına uygun olarak hareket etmektedir. Teori geliştirilirken, büyük deplasmanlara müsaade edilebilmekte, fakat şekil değiştirmelerin küçük olduğu kabul edilmektedir. Bu arada yüklerin yavaş yavaş ve birden fazla yük varsa, bunların orantılı arttığı da kabul edilmektedir. Bu son kabul sayesinde, yükleri tek bir parametreye bağlamak mümkün olur.

1.2.1. Akma Koşulu ve Akma Yüzeyi

Sistemin bir noktasında plastik akmanın başlamasına sebep olan gerilme kombinezonuna akma şartı veya akma koşulu denmektedir. Bu şart bir fonksiyon ile belli olup, adı geçen fonksiyon bir yüzey gösterir. Bu yüzeye akma yüzeyi denir. Akma yüzeyi gerilme bileşenlerine bağlı olduğundan, bağımsız (genelleştirilmiş) gerilme bileşenlerinin sayısına eşit boyutlu bir uzayda bulunur.

Sistemlerin plastik analizinde, genellikle, gerilmeler yerine bunların bileşkelerini almak uygun olmaktadır. Sayısı n olan bağımsız kesit tesirleri Q_i ile gösterilirse ($i=1,2,...,n$), akma yüzeyi, C bir sabit olmak üzere,

$$F(Q_i)=C \quad (1.1)$$

şeklinde verilebilir. F fonksiyonu tek bir fonksiyon olduğu gibi, bir kaç fonksiyonla da tanımlanabilir. Akma yüzeyi, kapalı, orijini (yüksüz ilk durum) içine alan konveks bir yüzey olup üç hal söz konusudur:

a) Gerilme halini karakterize eden nokta akma yüzeyi içine düşer; bu takdirde plastik akma yoktur: $F(Q_i) < C$, bu gerilme durumu güvenli bölgededir.

b) Adı geçen nokta akma yüzeyi üzerinde ise plastik akma söz konusudur:

$$F(Q_i)=C.$$

c) $F(Q_i) > C$ hali mevcut olamaz (pekleşme gözönüne alınmıyor).

Bu çalışmada kare akma şartı kullanılmıştır. Dairesel plak problemlerinde kare akma koşulunu uygulamak kolay olmakla beraber, genel plaklarda, Mises akma koşulunu uygulamak daha kolaydır. Kare akma şartı ancak, asal gerilme doğrultularının probleme başlarken, yani önceden bilindiği hallerde yarar sağlamaktadır. Buna karşılık, bu doğrultuların başlangıçta bilinmediği genel yükleme-genel plak hallerinde Mises akma şartını uygulamak oldukça elverişlidir.

1.2.2. Şekil Değiştirme Hızları

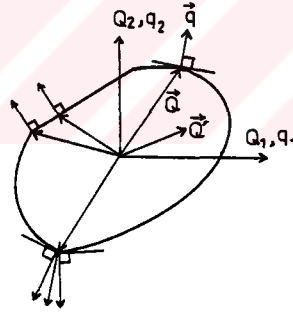
Plastisitede devam eden bir akma söz konusu olduğundan şekil değiştirmeler yerine, şekil değiştirme hızları gözönüne alınmaktadır. Buna göre, şekil değiştirmelerin yerini şekil değiştirme hızları, disipasyonların yerini de disipasyon hızları almaktadır. Bu nedenle zamana göre türev söz konusu olup, bunu belirtmek için genellikle hız ifade eden büyüklüklerin üzerine nokta konulmaktadır. Bununla beraber, bu çalışmada, limit analizin alt sınır teoremleri / denge denklemleri kullanılmakta;

kinematik uygun hız alanıyla ilgilenilmemektedir. Bu nedenle, şekil değiştirme hızları alınmayacak, bunun yerine doğrudan şekil değiştirmeler kullanılacaktır.

Genelleştirilmiş şekil değiştirme hızı bileşenlerinin sayısı, genelleştirilmiş gerilme bileşeni sayısına eşit olup bunlar birbirlerine karşı gelirler. En basit anlamda, normal kuvvete kuvvet doğrultusunda uzama; momente ise moment yönünde dönme karşılık gelir. Şekil değiştirme hızlarından biri sıfırsa, bunun karşısı olan gerilme bileşeni hesaplarda gözükmese bile, bağımsız bir değişken olmayıp diğer gerilme bileşenlerinin fonksiyonundan ibarettir.

1.2.3. Akma Kanunu

n boyutlu bir akma yüzeyinde, Q ($Q_1, Q_2, \dots, Q_n$) gerilme halinin karşısı olan şekil değiştirme hızı vektörü, q ($q_1, q_2, \dots, q_n$), akma yüzeyinin tasvir edildiği koordinat sisteminde gösterilirse, bu vektör akma yüzeyine, Q gerilme halini temsil eden noktada dış normaldir; buna akma kanunu veya normallik kanunu (flow rule, normality rule)



Şekil 1.1. Akma Eğrisi ve Akma Kanunu.

denir. Genel akma yüzeyinin birden fazla $F_1, F_2, \dots, F_k$ gibi k adet fonksiyonla verildiği kabul edilirse, herhangi bir Q_i gerilme bileşeninin karşısı olan şekil değiştirme hızı,

$$q_i = \mu_1 \frac{\partial F_1}{\partial Q_i} + \mu_2 \frac{\partial F_2}{\partial Q_i} + \dots + \mu_k \frac{\partial F_k}{\partial Q_i}$$

veya

$$q_i = \mu_n \frac{\partial F_n}{\partial Q_i} \quad n=1,2,\dots,k \text{ ve } \mu_n \geq 0$$

(1.2)

den ibarettir. Dolayısıyla F_k fonksiyonları, q vektörünün potansiyel fonksiyonlarıdır. Plastisitedeki normallik kanununun, elastisitedeki Hooke kanununun karşılığı olduğu söylenebilir. Buna karşılık akma fonksiyonunun elastisitede karşılığı yoktur.

Bu tanımlar yardımıyla aşağıdaki özellikleri hemen görmek mümkündür:

(a) Q vektörü $F(Q_i) = C$ yüzeyinin içinde kalırsa, $q=0$ dir.

(b) Q vektörü $F(Q_i) = C$ yüzeyinin birçok normale sahip bir noktasında bitiyorsa, q tek değerli değildir. Bununla beraber, disipasyon hızı, yani (Q, q) tek değerlidir. Aynı şeyler akma yüzeyinin doğrusal (veya düzlem) parçaları için de söylenebilir.

(c) Q vektörü akma yüzeyi dışına çıkamaz.

1.2.4. Sınır Değer Teoremleri

Limit analiz probleminin tam çözümü için, akma yükü, plastik bölge ve bu plastik bölgedeki akma hızı ile sistem içindeki gerilme yayılımını belirlemek gerekir. Simetrik veya nisbeten basit problemler için bu tür çözümleri yapmak mümkündür. Bunun için bir yol, sistemde ilk mafsalsın oluşumundan, mekanizma durumuna gelinceye kadar geçen aşamaları adım adım incelemektir. Fakat sistem biraz komplike olunca, genelleştirilmiş gerilme bileşenleri ve buna bağlı olarak şekil değiştirme hızlarının sayısı artmaktadır. Daha önemlisi, plastik bölgenin şekil ve sınırları, genel halde, baştan bilinmemektedir. Bu nedenlerle limit analiz teoremlerini kullanmak zorunlu olur.

Alt Sınır Teoremi (Lower Bound Theorem): İçte denge şartlarını sağlayan, sınırlarda dış kuvvetlerle dengede olan ve sistemin içindeki bütün noktalarda akma şartını bozmayan bir gerilme alanına statik olarak uygun veya güvenli gerilme alanı (statically admissible stress field) denir. Buna göre alt sınır teoremi, güvenli gerilme alanının karşılığı olan bir yük olup, limit yüke eşit veya ondan küçüktür şeklinde ifade

edilebilir. Dolayısıyla verilen bir yük için, güvenli bir gerilme alanı bulunabilirse, bu yük, limit yükten küçüktür. Sonsuz sayıdaki gerilme alanlarının karşıtı olan yüklerin en büyüğü limit yük olur.

Üst Sınır Teoremi (Upper Bound Theorem): Sistemin sınır şartlarına uygun ve sistem içinde yaptığı iş pozitif olan herhangi bir hız alanına kinematik uygun hız alanı (kinematically admissible velocity field) denir. Genellikle malzeme sıkıştırılamayan cinsten olup, bu durumda hız alanının sıkıştırılamazlık şartını da sağlaması gerekir. Buna göre üst sınır teoremini, kinematik uygun bir hız alanının karşıtı olan yük, limit yükten büyük veya ona eşittir şeklinde ifade etmek mümkündür. Kinematik uygun hız alanlarına karşı gelen yüklerin en küçüğü gerçek limit yüküdür.

Bu tanımlardan da görüldüğü üzere, alt sınır teoreminde bir statik yaklaşım, üst sınır teoreminde ise geometrik yaklaşım söz konusudur. Hem statik, hem de geometrik şartları sağlayan bir, yalnız bir çözüm vardır; ki bu da limit yükü verir. Denge denklemlerini sağlayan ve akma şartını bozmayan, limit yüke yakın, iyi bir alt sınır bulmak zordur. Bu yoldan elde edilen çözüm güvenli tarafta olmakla beraber, fazla güvenlidir. Bu nedenle, geometrik şartları sağlayan üst sınır çözümlerini araştırmak önerilmektedir. Bunlar verilen yükler için statik şartları sağlamayabilir; fakat sağlayan biri, yalnız biri gerçek çözüm olmuş olur. Böylece elde edilen üst sınır değerleri güvenli olmayan tarafta olmakla beraber, limit yüke yakın çözümler elde etmek genellikle mümkündür. Öyleyse limit yükü bulmak için, önce akma koşulunu bilmek gerekir. Buna akma kanunu uygulanarak şekil değiştirme hızları bulunur. Bu iki grup şart, denge denklemleri ve şekil değiştirme-yerdeğiştirme bağıntılarıyla birlikte limit analizin denklem sistemini oluşturur. Buradaki problem alt sınır teoremlerinin kullanılmasıyla çözülebilen örneklerden biridir.

1.2.5. Malzeme Seçimi

Mükemmel plastik, elastik-mükemmel plastik, rijit-pekleşen ve elastik-pekleşen olmak üzere dört genel malzeme grubu tanımlanabilir. Genel problemi, elastik-plastik malzeme halinde incelemek oldukça güçtür. Bununla birlikte asal gerilme yörüngeleri

önceden biliniyorsa elastik-plastik malzemedan yapılmış problemin çözümü mümkün; eğer limit yüke ulaşma safhaları ile ilgileniliyorsa elasto-plastik hesap gereklidir. Ayrıca plak teorisi küçük yerdeğişiklikler kabulü üzerine kurulduğu için, yerdeğişikliklerin hesaplarda gözönüne alınması gereklidir.

Burada üniform malzeme için hesap yapılmıştır. Bununla beraber, akma şartını tanımlamak şartıyla üniform olmayan malzemelere genelleştirme yapılabilir.

1.3. PLAKLARIN ELASTO-PLASTİK ANALİZİ

Burada verilen esaslar tüm plaklar için geçerli olup, bunların ışığı altında betonarme dairesel plak incelenecektir. Özel durumlar dışında, elasto-plastik, ince plak problemine başlarken şu kabuller yapılmaktadır:

- a) Plak kalınlığı diğer boyutları yanında çok küçüktür.
- b) Plak kalınlığının orta noktalarının yeri bir düzlemdir.
- c) Yükler orta düzleme diktir.
- d) Elastik bölgelerde herhangi bir noktanın şekil değiştirmeden önce ve sonraki konumları arasındaki göreceli yer değiştirme plak kalınlığı yanında küçüktür.
- e) Plastik şekil değiştirmeler, sistemde geometri değişimi ihmal edilebilecek kadar küçüktür. Öyle ki, şekil değiştirmemiş sistemde yazılan denge denklemleri, şekil değiştirmiş sistemde de geçerli olsun. Başka bir deyişle plastik akma durumunda, plastik akmanın başlangıcı gözönüne alınmaktadır.
- f) Plak homojen, izotrop, akma yüzeyine varıncaya kadar Hooke Kanununa uyan lineer elastik-mükemmel plastik malzemedan yapılmıştır.
- g) Şekil değiştirmeden önceki orta düzlemin herhangi bir noktasının normali, şekil değiştirmeden sonra meydana gelen elastik yüzeyin o noktadaki normali olarak kalır.
- h) Plak orta düzlemine dik doğrultudaki σ_z normal gerilmeleri yok sayılabilecek kadar küçüktür,

i) Kesitin orta düzleminde şekil değiştirme yoktur.

j) Plak, kayma şekil değiştirmelerinin yok kabul edilebileceği kadar ince, düzlem içi membran kuvvetlerinin yok sayılabileceği kadar kalındır.

Belirtilen kabuller kapsamında, elasto-plastik analiz yapılarak göçme yüküne bir alt sınır bulunabilir. Böylesi alt sınır için denge şartlarını sağlayan gerilme alanı bulunmalıdır; gerilme alanı bulunurken asal gerilmelerin doğrultularının bilinmesi halinde kare ve Tresca akma şartları kullanılabilirse de, genel halde bu doğrultular bilinmeyeceğinden Mises akma şartı kullanılır. Akma eşitsizliğinin, plak elemanının denge durumunu karakterize eden diferansiyel denklemle birlikte kullanılması ve momentler üzerindeki keyfi sınır şartları göçme yükünün bir alt sınırını belirlemekte kullanılabilir.

Buradaki problemde, plakta elastik bölgenin plastik bölgeye girişim yaptığı sınırdaki, plak kalınlığı boyunca tüm noktaların aynı anda plastikleştiği kabul edilmektedir; bu kabul ancak sandviç kesit durumunda tam olarak sağlanabilir. Limit yükün hesabında ise, girişim sınırı olmayacağından böyle bir problem ortaya çıkmayacaktır. Yapılan çözümleme çekme kırılması oluşan plaklar için geçerlidir.

1.4. ZEMİNİN MÜKEMMELLEŞTİRİLMESİ

Bu çalışmada Winkler [1] modelinin genelleştirilmiş şekli olarak nitelendirilebilecek elasto-plastik zemin alınmaktadır. Buna göre zemin, taşıma gücünün altında Winkler tipi davranış göstermekte, taşıma gücüne ulaşıldığında plastik bölgeye geçmektedir; plastik bölgede zemin davranışı ise taşıma gücünü karakterize eden düzgün yayılı tepki şeklinde hesaba katılmaktadır.

1.5. ÇALIŞMANIN AMAÇ VE KONUSU

Bu çalışmada ortasından yüklü, elasto-plastik zemine serbestçe oturan dairesel plak gözönüne alınmıştır. Bunun için önce plak ve zemindeki elastik ve plastik

bölgelere göre, limit analizin alt sınır teoreminden yararlanılarak diferansiyel bağıntılar bulunmuştur. Elde edilen bağıntılar yardımıyla çeşitli zemin ve plak plastikleşme durumları için limit yükler kurulan denklem takımlarının sayısal çözümlerinden hesaplanmıştır.

1.6. PROBLEMİN TARİHÇESİ

Plakların bir alt ortam üzerindeki davranışlarının incelenmesi oldukça eskiye dayanır. Bu alt ortam zemin, deniz veya göl suyu başta olmak üzere değişik sıvılar ve basınçlı hava olabilir. Plak ve alt ortamı karakterize edebilecek bir çok değişik plak-zemin modelleri geliştirilmiştir. Burada bunlar plak yönünden ele alınarak iki ana grupta toplanacaktır: Plağı elastik kabul ederek yapılan çalışmalar ve plağı plastik veya elasto-plastik olarak yapılan çalışmalar. Her iki grupta da zemin çok değişik şekillerde modellendirilmiş olabilir. Sözü edilen bu iki grup kısaca gözden geçirilecektir:

a) Elastik Analiz

İlk olarak Hertz [2] ince, sonsuz, Winkler zeminine oturan, tekil yük etkisindeki plağın kapalı çözümünü vermiştir. Hertz, kendi çözümünde, zeminin çekmeye de çalıştığını ve bunun gerçek davranışı yansıtmadığını farketmiştir.

Fletcher [3] karşılıklı iki kenarı önceden bilinen yerdeğiştirmelere sahip, diğer iki kenarı bilinen altı önemli sınır koşullarından bazıları etkisinde, Winkler zeminine oturan dikdörtgen plağı tek sinüs serisi kullanarak incelemiştir.

Reismann [4] plak düzlemine dik, keyfi olarak yerleştirilmiş yükler ve oldukça genel sınır şartları için elastik zemine oturan dairesel ve ring şekilli plakları, klasik teoride yapılan kabuller doğrultusunda bir yöntem geliştirerek çözmüştür.

Weitsman [5], Hertz probleminin bir benzerini gözönüne almış, fakat zeminin yalnızca basınç gerilmeleri taşıdığını düşünerek zeminden ayrılan bölgeleri bulmuş ve sonsuz plağın zemin üzerindeki davranışını gerçekçi bir biçimde ortaya koymuştur.

Villaggio [6] çekme gerilmesi almayan zemine oturan, ortasından tekil yükle yüklü dikdörtgen bir plak probleminde serbest sınır şeklini belirlemiştir.

Celep [7,8] çekme gerilmesi almayan Winkler zemini üzerindeki dairesel ve dikdörtgen plakların denge konumlarını incelemiştir; plağa dış merkez tekil yük, moment ve üniform yayılı yük etkiyebilir.

Konu kapsamında çekme gerilmesi almayan kirişlerle ilgili bir çok çalışma da vardır (örneğin [9,10]). Fakat plaklarda, temas bölgesi bir alan olmasına karşın, kirişlerde bu bir boyutludur ve problemi kolaylaştırır.

Gladwell [11] dairesel Kirchhoff ve Reissner plağının, yalnızca basınca çalışan elastik yarı uzay üzerindeki elastik çözümü ile uğraşmıştır. Plak kendi ağırlığı ve eksene göre simetrik düzgün yayılı yük etkisindedir.

Winkler zemin modelinde, yanyana sonsuz sayıda düşey yayın varlığına karşın, bu yaylar arasında hiçbir etkileşimin olmadığı varsayılır. Her ne kadar bu mükemmelleştirme doğruya yakın sonuçlar verse de zeminin gerçek durumunu tam yansıtmaz; zemini daha iyi karakterize edeceği düşünülen çalışmalar plak ve kiriş problemleri için yapılmıştır.

Vlasov [12] zemindeki kayma gerilmelerini de hesaba katan iki parametrelili bir zemin modeli geliştirmiştir. Bu yaklaşımda, yerdeğiştirme dağılımını gösteren üçüncü bir parametrenin bilinmesi gerekmektedir. Girija Vallabhan [13] bu üçüncü parametreyi zemin ve kiriş karakteristiklerinin bir fonksiyonu olarak belirlemiştir.

Nogami [14] m adet yatay tabakaya bölünen ve her bir tabaka düşey elastik kolonlar ve bunları birleştiren, kesme kuvvetini karakterize eden, yatay yaylardan oluşan bir zemin modeli olarak, bu zemin üzerindeki plağı, değişik yükleme durumları için incelemiştir.

Eisenberger [15] zemin yerdeğiştirme profilini önceden bilmeden veya tahmin etmeden iki parametrelili zemine oturan kiriş probleminin çözümlü için bir metod geliştirmiştir.

Freudenthal [16] kuvvet-şekil değiştirme ilişkileri zamanın bir fonksiyonu olan viskoelastik zemin üzerinde kiriş problemini incelemiştir.

Pister [17] plak ve zemin arasındaki sürtünme etkileşimini araştırmak için bir çalışma yapmıştır.

Witt [18] heterojen zemine oturan ince plak problemini sonlu elemanlar metoduyla çözmüştür.

Zheng [19] Winkler tipi zemine oturan dairesel bir plağın, büyük deplasman durumunda kesin çözümlünü yapmıştır.

Çeşitli kalın plak teorileri olmasına karşın, Reissner [20, 21, 22] tarafından geliştirilen teori diğerleri arasında ayrı bir öneme sahiptir. Bunun sebebi klasik ince plak teorisine belirli önemli değişiklikler getirmiş olmasıdır.

Frederick [23], Reissner teorisini kullanarak, elastik zemine oturan kalın plak problemini çözmüştür. Çalışmasında dairesel plağın simetrik olmayan eğilmesini incelemiştir.

Voyiadjis [24] yaptığı çalışmada, orta kalınlıktaki bir plağı, kayma ve normal gerilmelere ilave olarak, normal şekil değiştirme etkisini de gözönüne alarak çözmüştür.

b) Plastik Analiz

Plakların elastik olmayan eğilmesi iki grupta ilerlemiş olarak gözönüne alınabilir: Bunlardan birincisi bilinen, genellikle metal plaklar için kullanılan, klasik

yaklaşımıdır. İkinci grupta, daha çok deney ve gözlemlere dayanan, betonarme ince plaklar için kullanılan kırılma çizgileri teorisi vardır.

Plastisite konusunda yapılan klasik çalışmalar, 1864 de Tresca [25]' nın yaptığı bir kısım testler sonucunda, akmanın maksimum kayma gerilmesinin kritik bir değere varmasıyla oluştuğunu gözlemlemesi ile başlamıştır denilebilir. Sonradan başka akma kriterleri de önerilmiştir. Bu kriterler arasında matematiksel olarak türetilen von Mises [26] başta gelir. Sözü edilen ilk çalışmalardan günümüze kadar konu üzerinde önemli araştırmalar yapılmıştır.

Kırılma çizgileri veya akma çizgileri olarak da isimlendirilen alandaki çalışmalar, Bach [27] ve Ingerslev [28]' in araştırmaları üzerine dayandırılmıştır. Bach kare bir plakta akma momentinin değerini bulmuştur. Ingerslev ise teoriyi dikdörtgen plaklara genelleştirilmiştir. Teori daha sonra Johansen [29,30,31] tarafından pratiğe uygulanabilecek şekilde, plakların çok değişik yükleme ve mesnet koşulları için genelleştirilmiştir. Hognestad [32] betonarme plaklar için kırılma çizgileri teorisinin bir tanımını yapmıştır. Hodge [33] konuya ilişkin çalışmaları yanında yapılanları özetlemiştir.

Çalışmalar genellikle, akmanın sınırda veya tüm plak üzerinde oluşmasıyla basit problemleri kapsayan limit analiz yöntemleri geliştirme üzerinde yoğunlaştırılmıştır. Fakat, elastik aşamadan plastikleşmeye doğru geçen süreçte plak davranışı hakkında bilgi sahibi olmak, özellikle ince plaklarda şekil değiştirme en önemli kriter olacağı için, önemlidir.

Brotchie [34] yaptığı çalışmada, elastik-mükemmel plastik malzeme için, pekleşme olmaması durumunda, üniform kalınlıklı, homojen, izotrop malzemeden yapılmış, Winkler zeminine oturan ince plakları değişik sınır ve yükleme durumları için incelemiştir.

Meyerhof [35] deniz yüzeylerinde oluşan buz tabakalarının göçme yükünü, alt ortamı Winkler zemini olarak, değişik yükleme durumlarına göre, plastik teori üzerine

kurulan limit analiz çözüm yöntemlerinden biriyle, Tresca akma şartını kullanarak elde etmiştir.

Yine Meyerhof [36] beton ve betonarme yollar için, değişik yük ve sınır koşulları durumunda, plak malzemesini rijit plastik olarak, elastik zemin üzerinde göçme yükünü bulmuştur. Bu çalışma betonarme havaalanı pistlerinde yapılan arazi gözlemleriyle de karşılaştırılmıştır.

Kocatürk [37] plak ve zemini elastik-mükemmel plastik olarak betonarme sonsuz uzun plağın taşıma gücünü kare akma koşulunu kullanarak araştırmıştır.

Kaliszky[38] plağı elastik-mükemmel plastik, zemini plastik olarak taşıma gücünü araştırmıştır.

Zingone [39]' de plağı ve zemini elastik-mükemmel plastik olarak limit yük durumlarını varyasyonel hesap metoduyla incelemiştir.

Mohaghegh [40] düzlem için normal kuvvetleri de hesaba katarak Winkler zeminine oturan Coulomb plağının taşıma gücünü bulmuştur.

Özgen [41] elastik zemine oturan betonarme plağın, kare akma koşulunu kullanarak, limit analizini yapmıştır.

Krajcinovic [42] elastik yarı uzay üzerine serbestçe oturan, Tresca akma şartına uyan, rijit-mükemmel plastik malzemeden yapılmış plağın kritik yüklerini bulmuştur.

Gazetas [43] kırılma çizgisi genişliği kabulünden yararlanarak, sadece basınca çalışan Winkler zemini üzerindeki, izotrop donatılmış, kare akma şartına uyan, rijit plastik malzemeden yapılmış diktdörtgen ve dairesel plak için kritik yükleri bulmuştur.

Benzer bir çalışma zeminin elasto-plastik olması durumunda Kocatürk [44] tarafından yapılmıştır.

Baumann [45] elastik zemine oturan plakların taşıma gücünü değişik yükleme durumları için kırılma çizgileri teorisi ile elde etmiştir.

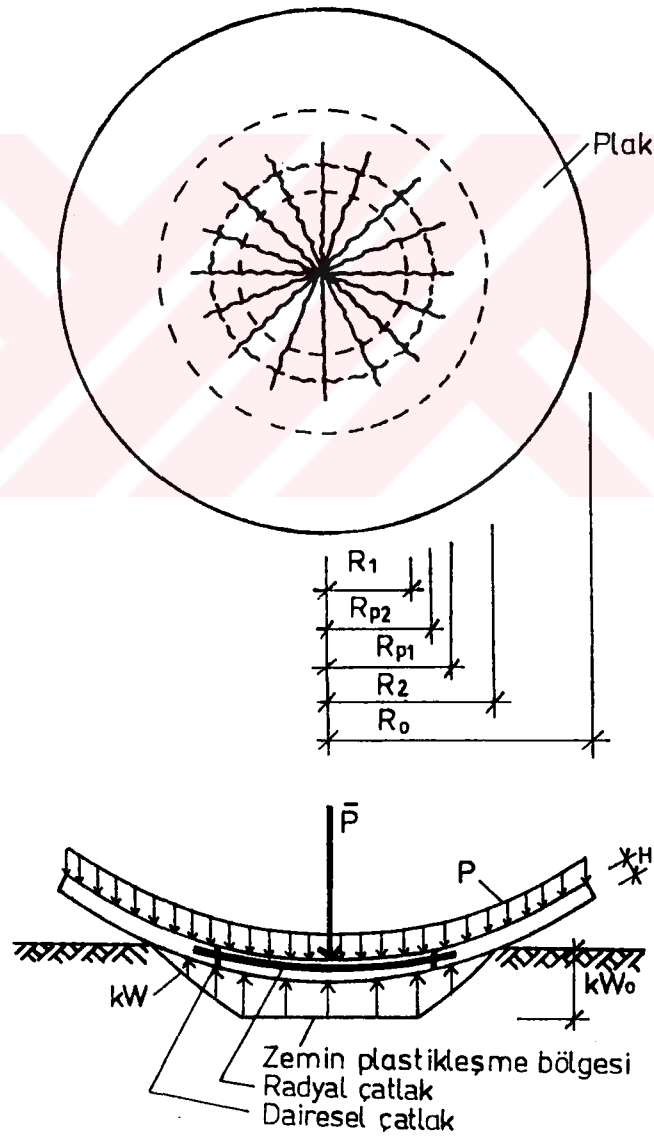
Soköl-Supel [46] sadece basınç gerilmesi alan Winkler zemini üzerindeki, elastik-mükemmel plastik malzemedan yapılmış, kare akma koşuluna uyan dairesel plağın taşıyabileceği yükü, basit ve ankastre mesnet durumları için, değişik plastikleşme aşamalarında bulmuştur.

Bhat [47] elastik zemine serbestçe oturan, rijit-mükemmel plastik malzemedan yapılmış bir plağın, kare akma koşulunu kullanarak kesin çözümünü yapmıştır.

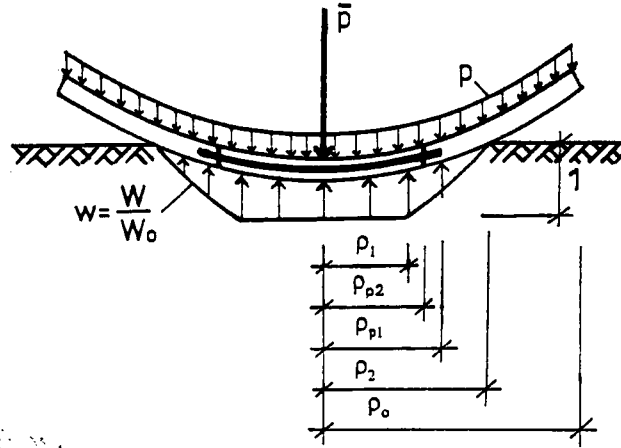
BÖLÜM 2 - PROBLEMİN FORMÜLASYONU

2.1.TEMEL BAĞINTILAR

İncelenen plağın karakteristikleri Şekil 2.1' de görülmektedir. İnceleme daha sonra tanımlanacak boyutsuz büyüklüklerle yapılacaktır.



Şekil 2.1 a.Elasto-Plastik Zemine Oturan Plağın Karakteristikleri.



Şekil 2.1b. Plak Karakteristiklerinin Boyutsuz Büyüklükleri.

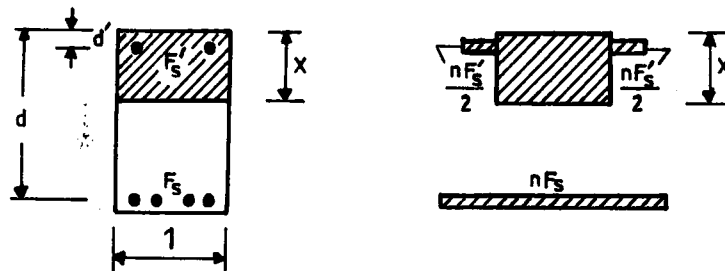
Dairesel plağa merkezde $\bar{P}$ tekil yükü ve plak üzerinde üniform yayılı P yükü etkimektedir (Şekil 2.1). Plagın karakteristik uzunluğu L , D plagın eğilme rijitliği, k zemin yatak katsayısı olmak üzere

$$L = (D/k)^{1/4} \quad (2.1)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. İzotrop betonarme plagın eğilme rijitliği ise E_c , E_s ve I_c , I_s sırasıyla beton ve çeliğin elastik modülleri ve atalet momentleri cinsinden

$$D = \frac{E_c}{1-\nu^2} [I_c + (n-1)I_s] \quad , \quad n = E_s / E_c \quad (2.2)$$

bağıntısıyla bellidir (ν betonda poisson oranı). Betonarmede hep yapıldığı üzere atalet momentleri çatlamış kesit için alınacaktır. Şekil 2.2' deki çatlamış kesitin birim boyu



Şekil 2.2. Çift Donatılı Dikdörtgen Kesitin Eşdeğer Kesiti.

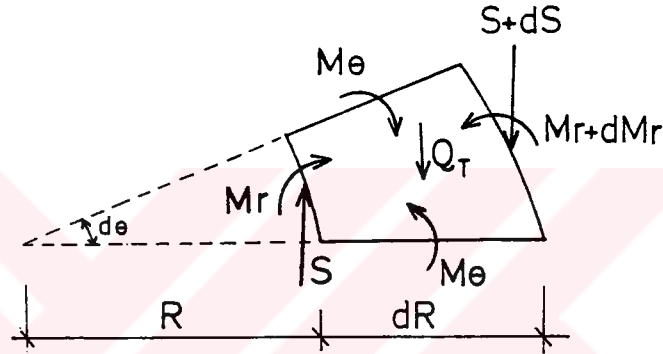
için atalet momentleri [48]

$$I_c = x^3/3 \quad (2.3.a)$$

$$I_s = nF_s(H-x)^2 + nF'_s(x-d')^2 \quad (2.3.b)$$

$$x = n(F_s + F'_s) \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2(HF_s + d'F'_s)}{n(F_s + F'_s)^2}} \right] \quad (2.3.c)$$

olmaktadır. Burada x elastik teoriye göre yapılan hesapta çatlamış kesitin tarafsız eksen derinliği, H plak kalınlığıdır.



Şekil 2.3. Dairesel Plak elemanı.

Dönel simetrik durumdaki plakta genelleştirilmiş gerilmeler, radyal ve teğetsel doğrultulardaki M_r ve M_θ momentleridir (Şekil 2.3); S kesme kuvveti yalnızca tepki olarak işe girer. Donatı alt ve üst yüzlerde birbirinin aynı ($F_s = F'_s$), izotrop olarak yerleştirilmiştir. Betonarme taşıma gücü hesabından bilindiği gibi, plak kesidinin birim genişliği için artı ve eksi limit momentler (Şekil 2.4) [49]

$$0.85\sigma_c k_1 x_t + F'_s \sigma'_y - F_s \sigma_y = 0 \quad (\Sigma F = 0) \quad (2.4.a)$$

$$M'_o = M_o = 0.85\sigma_c k_1 x_t \left(d - \frac{k_1 x_t}{2}\right) + F'_s \sigma'_y (d - d') \quad (\Sigma M = 0) \quad (2.4.b)$$

$$\epsilon'_s = 0.003 \frac{x_t - d'}{x_t} \quad (\text{Uygunluk}) \quad (2.4.c)$$

$$\sigma'_s = \epsilon'_s E_s \leq \sigma_y \quad (\sigma - \epsilon \text{ ilişkisi}) \quad (2.4.d)$$

denklemlerinin ortak çözümünden bulunur. Burada,

k_1 beton basınç bloğu derinliğinin tarafsız eksen derinliğine oranı,

σ_y donatı hesap mukavemeti,

σ_c beton hesap mukavemeti,

d etkili derinlik,

d' pas payı,

x_t taşıma gücüne göre yapılan hesapta tarafsız eksen derinliği,

ϵ'_s üst donatının birim şekil değıştirmesi,

P_c beton bileşke kuvveti,

P_{s1} beton bileşke kuvvetini dengeleyen donatı çekme kuvveti,

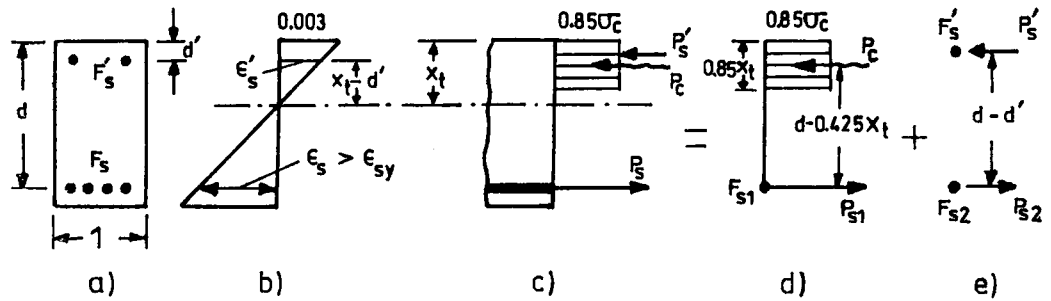
F_{s1} akma durumunda P_{s1} kuvvetini sağlamak için gerekli donatı alanı,

P'_s basınç donatısındaki kuvvet,

P_{s2} akma durumunda basınç donatısındaki kuvveti dengeleyen çekme donatısındaki kuvvet,

F_{s2} , P_{s2} kuvvetini dengelemek için akma durumunda gerekli çelik alanı

olarak bilinir. İncelenen problemde alt ve üst donatı oranları birbirine eşit olduğundan çekme kırılması oluşur. Bu tip kırılmada, çeliğin akmasından sonra, momentin hemen hemen sabit olmasına karşın eğrilik çok büyür; sünek davranış ortaya çıkar; bu ise elasto-plastik malzeme mükemmelleştirmesine çok uygun bir davranıştır. Bu tanımlara

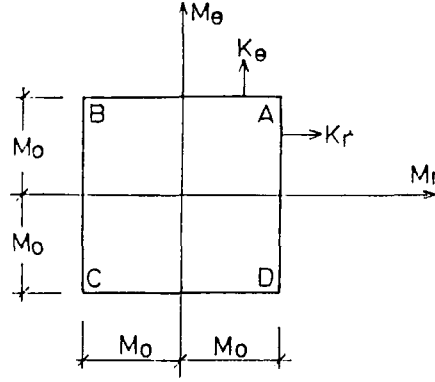


Şekil 2.4. Taşıma Gücü Hesabında Kesit Büyüklükleri.

göre plağın akma koşulu

$$M'_o \leq M_r, M_\theta \leq M_o \quad (2.5)$$

şeklini alır; bu bağıntı M_r , M_θ düzleminde bir kareyi belirler (Şekil 2.5).



Şekil 2.5. Betonarme Plakta Kare Akma Şartı.

Plastisite teorisinde boyutsuz büyüklüklerle çalışmak, hesaplarda büyük kolaylıklar sağlamakta olup, burada da bu yol izlenecektir:

$$m_r = M_r L^2 / DW_o, \quad m_\theta = M_\theta / DW_o, \quad s = S / kW_o L, \quad \bar{p} = \bar{P} / \pi kW_o L^2$$

$$\rho_o = R_o / L, \quad \rho_1 = R_1 / L, \quad \rho_2 = R_2 / L, \quad \rho_{p1} = R_{p1} / L, \quad \rho_{p2} = R_{p2} / L \quad (2.6)$$

$$\rho_b = R_b / L, \quad w = W / W_o, \quad k_r = K_r L, \quad k_\theta = K_\theta L, \quad p = P / kW_o$$

(2.6) eşitliklerinde K_θ , K_r dairesel ve radyal eğrilikleri belirler. $\bar{p}$ plağa etkiyen boyutsuz tekil yük, p ise boyutsuz düzgün yayılı yüküdür. $\rho_o, \rho_1, \rho_2, \rho_{p1}, \rho_{p2}, \rho_b$ boyutsuz büyüklükleri sırasıyla plak yarıçapı, zemin plastikleşme bölgesi yarıçapı, ayrılma bölgesi yarıçapı, radyal akma çizgileri bölgesi yarıçapı, dairesel akma çizgisi yarıçapı ve yük etkime bölgesi yarıçaplarıdır. W_o , zeminde plastik bölgeyle elastik bölgenin birleştiği zondaki yerdeğiştirmedir.

2.1.1.Denge Denklemleri

Şekil 2.3' de verilen plak elemanının dengesi, boyutsuz büyüklükler cinsinden

$$(sp)' + (p - w)\rho = 0 \quad (2.7)$$

$$(m_r \rho)' - m_\theta - sp = 0$$

olur; türevler ρ ile ilgilidir.

2.1.2. Geometrik Bağıntılar

Kutupsal koordinatlarda eğrilikler radyal ve dairesel olarak

$$k_r = -w'' , \quad k_\theta = -w'/\rho \quad (2.8)$$

şeklinde belirlidir. Eğrilikler elastik ve plastik olmak üzere ikiye ayrılır:

$$k_r = k_r^e + k_r^p , \quad k_\theta = k_\theta^e + k_\theta^p \quad (2.9)$$

Bu eşitlikler ancak kare akma koşulunda geçerli ve tam olarak sandviç plak durumunda sağlanır.

2.1.3. Hooke Kanunu

Boyutsuz momentlerle boyutsuz eğrilikler arasındaki bağıntı

$$m_r = (k_r^e + \nu k_\theta^e) , \quad m_\theta = (k_\theta^e + \nu k_r^e) \quad (2.10)$$

veya

$$k_r^e = \frac{1}{1-\nu^2}(m_r - \nu m_\theta) , \quad k_\theta^e = \frac{1}{1-\nu^2}(m_\theta - \nu m_r) \quad (2.11)$$

şeklinde ifade edilir.

2.1.4. Akma Koşulu

Kullanılan akma koşulu düzlemde bir kareyi belirler (Şekil 2.5). Bu akma koşulu sınırlarda radyal, dairesel momentlerin ve plastik eğriliklerin Tablo 1' deki şekli almasını gerekli kılar. (2.8) eşitliklerinden geometrik uygunluk denklemi

$$k_r - (\rho k_\theta)' = 0 \quad (2.12)$$

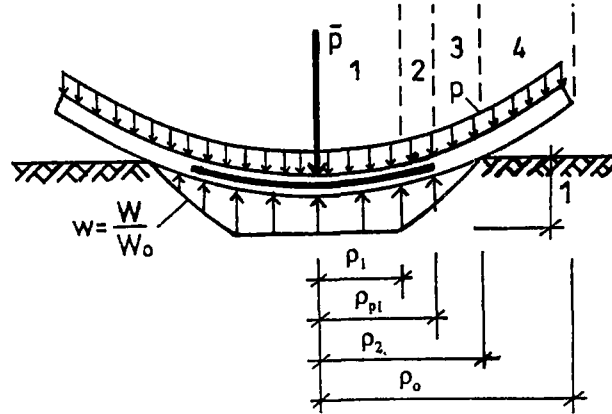
olarak bulunur.

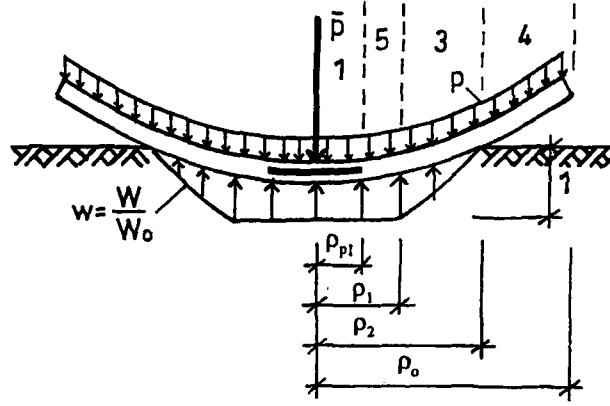
Tablo 2.1. Kare Akma Koşulu

Kenar	Köşe	Moment	Eğrilik
	A	$m_r = m_\theta = m_o$	$k_r^p, k_\theta^p \geq 0$
AB		$m_\theta = m_o, -m_o \leq m_r \leq m_o$	$k_r^p = 0, k_\theta^p \geq 0$
	B	$m_r = -m_o, m_\theta = m_o$	$k_r^p \leq 0, k_\theta^p \geq 0$
BC		$m_r = -m_o, -m_o \leq m_\theta \leq m_o$	$k_r^p \leq 0, k_\theta^p = 0$
	C	$m_r = m_\theta = -m_o$	$k_r^p \leq 0, k_\theta^p \leq 0$
CD		$m_\theta = -m_o, -m_o \leq m_r \leq m_o$	$k_r^p = 0, k_\theta^p \leq 0$
	D	$m_r = m_o, m_\theta = -m_o$	$k_r^p \geq 0, k_\theta^p \leq 0$
DA		$m_r = m_o, -m_o \leq m_\theta \leq m_o$	$k_r^p \geq 0, k_\theta^p = 0$

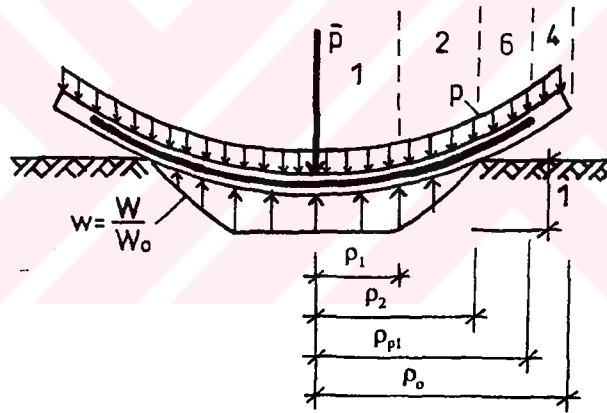
2.2. ÇEŞİTLİ ZEMİN VE PLAK DURUMLARINDA DİFERANSİYEL BAĞINTILAR

Zemin ve plağın plastikleşme durumlarına göre, plakta çeşitli bölgelerde değişik diferansiyel denklemler ortaya çıkacaktır. Bu diferansiyel bağıntılar her bölge için ayrı ayrı elde edilecektir. Şekil 2.6.a, b, c' de plak problemini çözmek için gerekli tüm bölgeler görülmektedir; aynı numaralı bölgeler aynı diferansiyel denklemlerle

Şekil 2.6a. $p_2 \geq p_{p1} \geq p_1$ Durumunda Plaktaki Bölgeler.



Şekil 2.6b. $0 \leq \rho_{p1} \leq \rho_1$ Durumunda Plaktaki Bölgeler.



Şekil 2.6c. $\rho_o \geq \rho_{p1} \geq \rho_2$ Durumunda Plaktaki Bölgeler.

karakterize edilmektedir.

2.2.1. Plastik Zeminde Plağın Akması

İncelenen türdeki plaklar için, plastik rejimin AB kenarı üzerinde olduğu bilinmektedir [46]. Bu sebeple, plağın plastikleşmesi durumunda, sadece AB rejimi

için diferansiyel bağıntıların çıkarılmasıyla yetinilecektir. Bu durumda Şekil 2.6' daki 1. bölge için akma şartı

$$m_\theta = m_o \quad (2.13)$$

olarak elde edilir. Şekil 2.6.a' dan

$$w(\rho_1)=1 \quad (2.14)$$

bulunur. (2.13) ve (2.14) eşitliklerinin (2.7)' de yerlerine konup, s kuvvetinin yok edilmesiyle

$$(\rho m_r)'' + (p-1)\rho = 0 \quad (2.15)$$

eşitliği bulunur. Eşitliğin iki defa integrasyonu ve gerekli ara işlemlerden sonra

$$\begin{aligned} m_r &= -(p-1)\frac{\rho^2}{6} + A + \frac{B}{\rho} \\ s &= -(p-1)\frac{\rho}{2} + \frac{A}{\rho} - \frac{m_o}{\rho} \end{aligned} \quad (2.16)$$

elde edilir. Plastik eğrilikler, eğer başlangıçta hiç plastik akma yoksa, Tablo 1' den

$$k_r^p = 0, \quad k_\theta^p \geq 0 \quad (2.17)$$

olur. Daha sonra plastik bölgeyle ilgili tüm bağıntılar AB rejiminde olacağı için aynı eğrilikler alınacaktır. Böylece

$$k_r = k_r^p + k_r^e = -w'' = \frac{m_r - v m_o}{1-v^2} \quad (2.18)$$

olup

$$m_r = v m_o - (1-v^2)w'' \quad (2.19)$$

bulunur. (2.19) eşitliğinin (2.15)' de yerine konmasıyla

$$w^{iv} + \frac{2w'''}{1-v^2} = \frac{(p-1)}{(1-v^2)} \quad (2.20)$$

olur. Çözüm fonksiyonu

$$w = -f_1 \rho (\ln \rho - 1) + \frac{f_2}{2} \rho^2 + f_3 \rho + f_4 + \frac{(p-1) \rho^4}{72(1-v^2)} \quad (2.21)$$

olarak elde edilir. Bu aşamada, radyal eğilme momenti (2.19) ve (2.16) eşitlikleri kullanılarak bulunabilir. (2.21) çözüm fonksiyonu, (2.19) eşitliğinde yerine konup (2.16) eşitliklerinin birincisiyle karşılaştırılırsa

$$A = v m_o - f_2 (1-v^2) \quad (2.22)$$

$$B = f_1 (1-v^2)$$

olduğu görülür. Bunların (2.16)'da yerine konmasıyla, yerdeğiştirme fonksiyonu, moment ve kesme kuvvetleri yeniden yazılırsa

$$w = -f_1 \rho (\ln \rho - 1) + \frac{f_2}{2} \rho^2 + f_3 \rho + f_4 + \frac{(p-1) \rho^4}{72(1-v^2)}$$

$$m_r = \frac{f_1 (1-v^2)}{\rho} - f_2 (1-v^2) + v m_o - (p-1) \frac{\rho^2}{6} \quad (2.23)$$

$$s = -\frac{f_2 (1-v^2)}{\rho} - \frac{(1-v) m_o}{\rho} - (p-1) \frac{\rho}{2}$$

bağıntıları bulunur.

2.2.2. Elastik Zeminde Plağın Akması

Şekil 2.6' daki 2. bölge için çözüm araştırılacaktır. Bu durumda yine (2.13) akma şartı geçerli kalmakta, fakat deplasman bilinmemektedir. (2.13) eşitliğinin (2.7)'de yerine konup s kuvvetinin yok edilmesiyle

$$(\rho m_r)'' + (p-w)\rho = 0 \quad (2.24)$$

sonucuna varılır. İki kere integrasyon yapıp gerekli ara işlemlerden sonra

$$m_r = m_o + A + \frac{B}{\rho} - \frac{1}{\rho} \int \rho^2 w \, d\rho + \int \rho w \, d\rho$$

$$s = \frac{A}{\rho} + \frac{1}{\rho} \int \rho w \, d\rho \quad (2.25)$$

bağıntıları türetilir. (2.19) eşitliğinin (2.24)' de yerine konmasından

$$w'v + \frac{2}{p} w''' + \frac{w}{1-v^2} = \frac{p}{1-v^2} \quad (2.26)$$

diferansiyel denklemi bulunur; bunun çözümü [43]

$$w = D_0 S_0 + D_1 S_1 + D_2 S_2 + D_3 [S_1 \ln p + SS] + p \quad (2.27)$$

şeklindedir. (2.27) çözümü, (2.25) ve (2.19)' da yerine konup karşılaştırılırsa

$$A = -(1-v) m_0 - 2D_2(1-v^2) \quad (2.28)$$

$$B = -D_3(1-v^2)$$

bulunur. Bulunan sabitler yerlerine yazılıp, kesit tesiri ifadeleri yeniden düzenlenirse

$$\begin{aligned} m_r &= D_0 S_0^m + D_1 S_1^m + D_2 S_2^{mm} + D_3 S^y + v m_0 \\ s &= D_0 S_0^s + D_1 S_1^s + D_2 S_2^{ss} + D_3 S_3^s - (1-v) m_0 / \rho \end{aligned} \quad (2.29)$$

elde edilir. D_0 - D_3 integrasyon sabitleri olup, S_0 - S_2 , SS , S_0^m , S_1^m , S_2^{mm} , S^y , S_0^s , S_1^s , S_2^{ss} , S_3^s ifadeleri ρ değişkenlerine bağlıdır. Bu ifadelerin seri açılımları

$$\begin{aligned} f(n,i) &= (4i+n)(4i+n-1)^2(4i+n-2) ; \quad n = 0, 1, 2 \\ S_n &= \rho^n + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(1-v^2)^{-k}}{\prod_{i=1}^k f(n,i)} \rho^{4k+n} \\ SS &= \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{(1-v^2)^{-k}}{\prod_{i=1}^k f(1,i)} \sum_{i=1}^k \frac{2(4i)^2 - 1}{((4i)^2 - 1)2i} \rho^{4k+1} \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned}
S_n^m &= \int \rho S_n d\rho - \frac{1}{\rho} \int \rho^2 S_n d\rho \\
S_n^s &= \frac{1}{\rho} \int \rho S_n d\rho \\
S_2^{mm} &= S_2^m - 2(1-\nu^2) \\
S^l &= \frac{1}{\rho} \int \rho^2 S_1 \ln \rho d\rho \\
S^o &= \frac{1}{\rho} \int \rho^2 S S \ln \rho d\rho \\
S^l &= \int \rho S_1 \ln \rho d\rho \\
S^u &= \int \rho S S d\rho \\
S^y &= [-S^l - S^o + S^l + S^u - \frac{(1-\nu^2)}{\rho}] \\
S_2^{ss} &= S_2^s - \frac{2(1-\nu^2)}{\rho} \\
S_3^s &= \frac{1}{\rho} (S^l + S^u)
\end{aligned} \tag{2.30}$$

şeklindedir [43].

2.2.3. Elastik Zemin ve Plak

Bu durumda Şekil 2.6' daki 3. bölgede çözüm araştırılmalıdır. Plastik eğrilikler düştüğünde, (2.8) ve (2.11) eşitlikleri, (2.7) eşitliklerinde yerlerine konup, ara işlemlerden sonra

$$w^{iv} + \frac{2w'''}{\rho} - \frac{w''}{\rho^2} + \frac{w'}{\rho^3} + w = p \tag{2.31}$$

diferansiyel denklemi bulunur; bunun çözümü [2]

$$w = C_1 \text{ber}\rho + C_2 \text{beip} + C_3 \text{ker}\rho + C_4 \text{keip} + p \tag{2.32}$$

olmaktadır. Burada $C_1 - C_4$ integrasyon sabitleridir. $\text{ber}\rho$, beip , $\text{ker}\rho$, keip ifadeleri ρ değişkenine bağlı olup kelvin fonksiyonları olarak adlandırılır ve bunların

$$\text{ber}\rho = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\rho^{4k}}{2^{4k} [(2k)!]^2}$$

$$\text{beip} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\rho^{4k+2}}{2^{4k+2} [(2k+1)!]^2}$$

$$\text{ker}(\rho) = (\log 2 - \gamma - \log \rho) \text{ber}\rho + \frac{1}{4} \pi \text{beip} - \frac{\left(\frac{1}{2}\rho\right)^4}{(2!)^2} \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \frac{\left(\frac{1}{2}\rho\right)^8}{(4!)^2} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) - \dots$$

$$\text{kei}(\rho) = (\log 2 - \gamma - \log \rho) \text{beip} - \frac{1}{4} \pi \text{ber}\rho + \left(\frac{1}{2}\rho\right)^2 - \frac{\left(\frac{1}{2}\rho\right)^6}{(3!)^2} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \dots$$

$$\gamma = 0.5772 \quad (2.33)$$

şeklinde seri açılımları yazılabilir [50]. Kesit tesiri ifadeleri

$$m_r = -(w'' + \frac{vw'}{\rho}) = C_1 b_1 - C_2 b_2 + C_3 h_1 - C_4 h_2$$

$$m_\theta = -(\frac{w'}{\rho} + vw'') = C_1 b_{11} - C_2 b_{22} + C_3 h_{11} - C_4 h_{22} \quad (2.34)$$

$$s = -(w'' + \frac{w'}{\rho})' = C_1 \text{bei}'\rho - C_2 \text{ber}'\rho + C_3 \text{kei}'\rho - C_4 \text{ker}'\rho$$

olup, burada $b_1, b_2, h_1, h_2, b_{11}, b_{22}, h_{11}, h_{22}$ fonksiyonları ρ' ya bağlı olarak

$$b_1 = \text{beip} + \frac{(1-\nu)}{\rho} \text{ber}'\rho$$

$$b_2 = \text{ber}\rho - \frac{(1-\nu)}{\rho} \text{bei}'\rho$$

$$b_{11} = \nu \text{bei}\rho - \frac{(1-\nu)}{\rho} \text{ber}'\rho$$

(2.35)

$$\begin{aligned}
b_{22} &= vber\rho - \frac{(1-v)}{\rho}bei'\rho \\
h_1 &= keip + \frac{(1-v)}{\rho}ker'\rho \\
h_2 &= ker\rho - \frac{(1-v)}{\rho}kei'\rho \\
h_{11} &= vkeip - \frac{(1-v)}{\rho}ker'\rho \\
h_{22} &= vker\rho + \frac{(1-v)}{\rho}kei'\rho
\end{aligned} \tag{2.35}$$

şeklindedir [46].

2.2.4. Zeminden Ayrılmış Elastik Plak

Bunun için Şekil 2.6' daki 4. bölgede çözümün araştırılması gerekmektedir. Böylesi durumda plak diferansiyel denklemi

$$w'''' + \frac{2w'''}{\rho} - \frac{w''}{\rho^2} + \frac{w'}{\rho^3} = p \tag{2.36}$$

olur. Çözüm fonksiyonu ise

$$w = k_1 + k_2 \ln \rho + k_3 \rho^2 + k_4 \rho^2 \ln \rho + \frac{p\rho^4}{64} \tag{2.37}$$

olup, radyal, dairesel momentler ve kesme kuvveti bağıntıları

$$\begin{aligned}
m_r &= -\left\{ \frac{k_2}{\rho^2}(v-1) + 2k_3(1+v) + k_4 \left[\ln \rho (2+2v) + 3+v \right] + \frac{p\rho^2}{16}(3+v) \right\} \\
m_\theta &= -\left\{ \frac{k_2}{\rho^2}(1-v) + 2k_3(1+v) + k_4 \left[\ln \rho (2+2v) + 1+3v \right] + \frac{p\rho^2}{16}(1+3v) \right\} \\
s &= -\frac{4k_4}{\rho} - \frac{p\rho}{2}
\end{aligned} \tag{2.38}$$

şeklindedir.

2.2.5. Zemin Plastik, Plak Elastik

Bu durum için Şekil 2.6' da, 5. bölgedeki çözümün araştırılması gerekmektedir. (2.8) ve (2.11) eşitlikleri, (2.14) eşitliğiyle birlikte (2.7) eşitliklerinde yerlerine konursa plağın diferansiyel denklem, yerdeğiştirme ve iç kuvvet bağıntıları için

$$w^{iv} + \frac{2w'''}{\rho} - \frac{w''}{\rho^2} + \frac{w'}{\rho^3} = p-1 \quad (2.39)$$

$$w = e_1 + e_2 \ln \rho + e_3 \rho^2 + e_4 \rho^2 \ln \rho + \frac{(p-1)\rho^4}{64} \quad (2.40)$$

$$m_r = -\left\{ \frac{e_2}{\rho^2}(\nu - 1) + 2e_3(1 + \nu) + e_4 \left[\ln \rho (2 + 2\nu) + 3 + \nu \right] + \frac{p\rho^2}{16}(3 + \nu - 3p - \nu p) \right\}$$

$$m_\theta = -\left\{ \frac{e_2}{\rho^2}(1 - \nu) + 2e_3(1 + \nu) + e_4 \left[\ln \rho (2 + 2\nu) + 1 + 3\nu \right] + \frac{p\rho^2}{16}(1 + 3\nu - p - 3\nu p) \right\}$$

$$s = -\frac{4e_4}{\rho} - \frac{(p-1)\rho}{2} \quad (2.41)$$

bağıntıları elde edilir.

2.2.6. Zeminden Ayrılan Plağın Akması

Bu durum, Şekil 2.6' da 6. bölgeyi kapsamaktadır. Denge denklemleri

$$(sp)' + p\rho = 0 \quad (2.42)$$

$$(m_r \rho)' - m_\theta - sp = 0$$

şeklinde olup (2.42) denklemlerinden

$$(m_r \rho)'' + p\rho = 0 \quad (2.43)$$

bulunur. Bu denklemin iki defa integrasyonu

$$m_r = A + \frac{B}{\rho} - \frac{\rho \rho^2}{6} \quad (2.44)$$

bağıntısını verir. Buradan da

$$s = \frac{A - m_o}{\rho} - \frac{\rho \rho}{2} \quad (2.45)$$

bulunur. (2.19) denkleminin (2.43)' de yerine konmasıyla

$$w^{iv} + \frac{2 w'''}{\rho} = \frac{p}{1-v^2} \quad (2.46)$$

diferansiyel denklemine varılır. Çözüm fonksiyonu

$$w = -n_1 \rho (\ln \rho - 1) + \frac{n_2}{2} \rho^2 + n_3 \rho + n_4 + \frac{\rho \rho^4}{72(1-v^2)} \quad (2.47)$$

olarak bulunur. (2.47) çözümü, (2.19) eşitliğinde yerine konup (2.44) eşitliğiyle karşılaştırılırsa

$$\begin{aligned} A &= v m_o - n_2(1 - v^2) \\ B &= n_1(1 - v^2) \end{aligned} \quad (2.48)$$

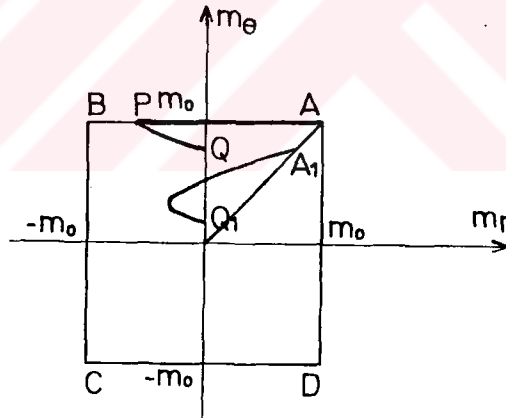
olduğu görülür. Kesit tesiri ifadelerinde (2.48) sabitleri yerlerine konup düzenlenirse

$$\begin{aligned} m_r &= v m_o - n_2(1 - v^2) + \frac{n_1(1-v^2)}{\rho} - \frac{\rho \rho^2}{6} \\ s &= \frac{v m_o - n_2(1-v^2) - m_o}{\rho} - \frac{\rho \rho}{2} \end{aligned} \quad (2.49)$$

olarak bulunur.

2.3. ELASTO-PLASTİK ZEMİNE OTURAN TEKİL YÜKLÜ PLAĞIN ELASTO-PLASTİK ANALİZİ

Böylesi durumda , plak ve zeminin karakteristiklerine bağlı olarak, plağın bazı yerlerinde temas kaybı söz konusu olabilir. Bu kısımda, temas kaybı olması veya olmaması durumları, zemin ve plak plastikleşme durumları da gözönüne alınarak incelenecek, ilgili çözüm denklem takımları oluşturulacaktır. Sözü edilen denklem takımlarını oluşturmadan önce, bu durumlar için eğilme momenti profiline hangi yörüngeleri izleyeceğini gözden geçirmek gerekmektedir. Plağın elastik durumdan mekanizma durumuna geçişe kadar izleyebileceği rejimler Şekil 2.7' de verilmiştir. Dairesel plakların elastik çözümünden bilindiği gibi, plağın merkezinde radyal ve dairesel momentler birbirine eşittir. Bu durum akma karesinde $m_\theta = m_r$ doğrusu ile belirlidir; dolayısıyla ilk / yüksüz durumdan akma karesine ulaşınca kadar geçen süreçte , plak merkezinde oluşan dairesel ve radyal momentler $m_\theta = m_r$ doğrusu üzerinde olacaktır. Değişik yük aşamalarında, plağın merkezine A_1 , kenarına Q_1 karşılık gelirse, eğilme momenti profili Q_1A_1 rejimlerini izleyecektir.



Şekil 2.7. Akma Karesinde Elastik ve Elasto-Plastik Rejimler.

Yükün artımıyla, A_1 noktası A noktasına vardığında ilk plastikleşme plak merkezinde başlayacaktır. İleri yük aşamalarında plakta plastik bölge radyal çatlaklar halinde yayılmaya başlar. Bu sırada eğilme momenti profili QPA formunda olacaktır. QPA formunda plakta iki bölge oluşur;

-plak iç kısmındaki $\rho = \rho_{p1}$ boyutsuz yarıçapı ile belirli radyal çatlaklar oluşan

bölge,

- $\rho_{p1} < \rho < \rho_0$ ile belirli dış elastik bölge. Bu aşamaların herhangi birinde zemin tam elastik veya elasto-plastik durumda olabilir. Yükün daha da artımıyla iki değişik mekanizma durumu oluşabilir:

i) Birincide, P noktası B noktasına varmadan Q noktası dairesel moment eksenini üzerinde ilerleyerek AB doğrusuna varır; radyal akma çizgileri plak kenarına erişerek mekanizma durumuna ulaşılır.

ii) İkinci durumda, Q noktası AB doğrusuna varmadan, P noktası B noktasına ulaşır; plakta eksi momentlerden dolayı üstte dairesel bir akma çizgisi oluşarak mekanizma durumu gerçekleşir. Böylesi durumda radyal akma çizgileri henüz plak kenarına varmamıştır. İkinci durum için Şekil 2.1a' da ρ_1 ile ρ_{p1} arasında görülen ρ_{p2} dairesel akma çizgisi yarıçapı her zaman

$$\rho_{p2} \leq \rho_{p1} \quad (2.50)$$

olmaktadır.

ρ_{p2} yarıçaplı dairesel akma çizgisinin oluşması için

$$m_r^+(\rho_{p2}) = m_r^-(\rho_{p2}) = -m_o, \quad m_r'(\rho_{p2}) = 0 \quad (2.51)$$

şartlarının sağlanması gereklidir.

Dairesel akma çizgisinin yerini belirleyen ρ_{p2} yarıçapı, zemin plastikleşme bölgesi içinde, zemin plastikleşme bölgesi ve ayrılma yarıçapı arasında olabilir. Üçüncü durum olan Ayrılma yarıçapı dışında dairesel akma çizgisi oluşamaz; (2.49) denklemlerinden birincisine bakılırsa (2.51) şartlarının sağlanmadığı görülür.

2.3.1. Plağın Zeminden Ayrılması

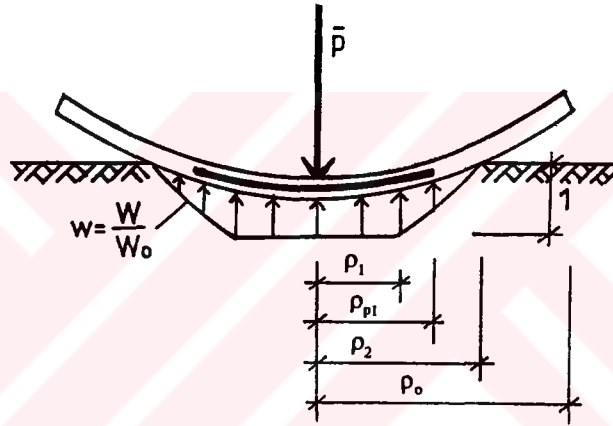
2.3.1.1. Plağın Akma Bölgesi Zemin Plastikleşme Bölgesinden Büyük

Bu durumda Şekil 2.6a' daki 1. , 2. , 3. ve 4. bölgeler geçerlidir. Böylesi plak Şekil 2.8' de görülmektedir. Tekil yük durumunda çözüme giderken ortaya çıkan bir güçlüğü yenmek için, plağın merkezinde $\rho = \rho_b$ yarıçaplı çok küçük bir bölge rijit

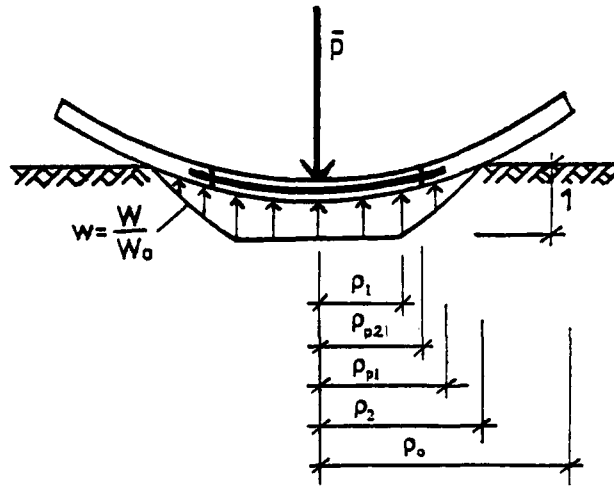
alınır. Bu güçlük tekil yükle yüklü plakların elasto-plastik çözümlerinde ortaya çıkmaktadır. Plâğin merkezinde moment sonsuza gitmektedir; ancak plâğin merkezinde moment sonlu ve en büyük değerini alarak, buradaki problem için, m_o' a ulaşır. Ortaya çıkan bu güçlük (2.23) eşitliklerinin incelenmesinden kolayca görülebilir; aynı anda plâğin merkezindeki ($\rho = 0$) momentin sonlu olması ve $\bar{p}'$ nin kesme kuvveti ifadesine sokulması mümkün olmamaktadır. Rijit bölge alındığında sınır şartları

$$m_r(\rho_b) = m_o, \quad s(\rho_b) = -\frac{\bar{p}}{2\rho_b}, \quad m_r(\rho_o) = 0, \quad s(\rho_o) = 0 \quad (2.52)$$

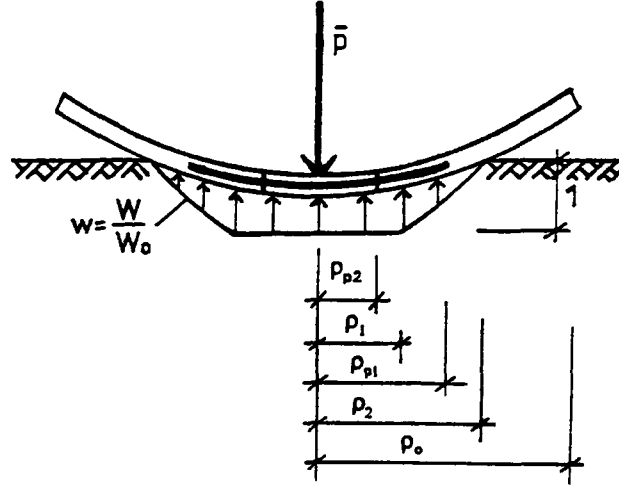
olur.



Şekil 2.8 a. $\rho_1 \leq \rho_{p1} \leq \rho_2$ Plastikleşme Durumu.



Şekil 2.8 b. $\rho_1 \leq \rho_{p2} \leq \rho_{p1}$ İçin Plak Mekanizma Durumu.



Şekil 2.8c. $\rho_{p2} \leq \rho_1$ İçin Plak Mekanizma Durumu

Süreklilik şartları ise

$$\rho = \rho_1 : \quad w(\rho_1)^+ = 1, w(\rho_1)^- = 1, w'(\rho_1)], m_r(\rho_1)], s(\rho_1)] \quad (2.53)$$

$$\rho = \rho_{p1} : \quad w(\rho_{p1})], w'(\rho_{p1})], m_r(\rho_{p1})], m_\theta(\rho_{p1}) = m_o, s(\rho_{p1})] \quad (2.54)$$

$$\rho = \rho_2 : \quad w(\rho_2)^+ = 0, w(\rho_2)^- = 0, w'(\rho_2)], m_r(\rho_2)], s(\rho_2)] \quad (2.55)$$

olur. Köşeli parantez (]) sürekliliği gösterir. (2.50) sınır koşullarından kesme kuvvetiyle ilgili olanı, (2.38)' deki kesme kuvveti eşitliğinde yerine konursa

$$k_4 = 0 \quad (2.56)$$

bulunur. Kalan sınır ve süreklilik şartlarının kullanılmasıyla Şekil 2.8a' da görülen durum için

$$m_r(\rho_b) = m_o \rightarrow f_1 \frac{1-v^2}{\rho_b} - f_2(1-v^2) + v m_o + \frac{\rho_b^2}{6} - m_o = 0$$

$$s(\rho_b) = -\frac{\bar{p}}{2\rho_b} \rightarrow -f_2 \frac{1-v^2}{\rho_b} + \frac{\bar{p}}{2\rho_b} - \frac{(1-v)m_o}{\rho_b} + \frac{\rho_b}{2} = 0$$

$$m_r(\rho_o) = 0 \rightarrow \frac{k_2(1-v)}{\rho_o^2} - 2k_3(1+v) = 0$$

$$w^+(\rho_1) = 1 \rightarrow -f_1 \rho_1 (\ln \rho_1 - 1) + f_2 \frac{\rho_1^2}{2} + f_3 \rho_1 + f_4 - \frac{\rho_1^4}{72(1-v^2)} - 1 = 0$$

$$w^-(\rho_1) = 1 \rightarrow D_0 S_0 + D_1 S_1 + D_2 S_2 + D_3 (S_1 \ln \rho_1 + SS) - 1 = 0$$

$$\begin{aligned} w'(\rho_1) \rightarrow D_0 S'_0 + D_1 S'_1 + D_2 S'_2 + D_3 (S'_1 \ln \rho_1 + \frac{S_1}{\rho_1} + SS') + \\ + f_1 \ln \rho_1 - f_2 \rho_1 - f_3 + \frac{\rho_1^3}{18(1-v^2)} = 0 \end{aligned}$$

$$m_r(\rho_1) \rightarrow D_0 S_0^m + D_1 S_1^m + D_2 S_2^{mm} + D_3 S^y - f_1 \frac{1-v^2}{\rho_1} + f_2(1-v^2) - \frac{\rho_1^2}{6} = 0$$

$$s(\rho_1) \rightarrow D_0 S_0^s + D_1 S_1^s + D_2 S_2^{ss} + D_3 S_3^s + f_2 \frac{1-v^2}{\rho_1} - \frac{\rho_1}{2} = 0 \quad (2.57)$$

$$\begin{aligned} w(\rho_{p1}) \rightarrow -C_1 \text{ber} \rho_{p1} - C_2 \text{bei} \rho_{p1} - C_3 \text{ker} \rho_{p1} - C_4 \text{kei} \rho_{p1} + \\ + D_0 S_0 + D_1 S_1 + D_2 S_2 + D_3 (S_1 \ln \rho_{p1} + SS) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w'(\rho_{p1}) \rightarrow -C_1 \text{ber}' \rho_{p1} - C_2 \text{bei}' \rho_{p1} - C_3 \text{ker}' \rho_{p1} - C_4 \text{kei}' \rho_{p1} + \\ + D_0 S'_0 + D_1 S'_1 + D_2 S'_2 + D_3 (S'_1 \ln \rho_{p1} + \frac{S_1}{\rho_{p1}} + SS') = 0 \end{aligned}$$

$$m_r(\rho_{p1}) \rightarrow -C_1 b_1 + C_2 b_2 - C_3 h_1 + C_4 h_2 + D_0 S_0^m + D_1 S_1^m + D_2 S_2^{mm} + D_3 S^y + v m_o = 0$$

$$m_\theta(\rho_{p1}) \rightarrow C_1 b_{11} - C_2 b_{22} + C_3 h_{11} - C_4 h_{22} - m_o = 0$$

$$s(\rho_{p1}) \rightarrow -C_1 \text{bei}' \rho_{p1} + C_2 \text{ber}' \rho_{p1} - C_3 \text{kei}' \rho_{p1} + C_4 \text{ker}' \rho_{p1} + \\ + D_0 S_0^s + D_1 S_1^s + D_2 S_2^{ss} + D_3 S_3^s - \frac{(1-\nu)m_0}{\rho_{p1}} = 0$$

$$w^+(\rho_2) = 0 \rightarrow C_1 \text{ber} \rho_2 + C_2 \text{beip} \rho_2 + C_3 \text{ker} \rho_2 + C_4 \text{keip} \rho_2 = 0$$

$$w^-(\rho_2) = 0 \rightarrow k_1 + k_2 \ln \rho_2 + k_3 \rho_2^2 = 0$$

$$w'(\rho_2) \rightarrow -C_1 \text{ber}' \rho_2 - C_2 \text{bei}' \rho_2 - C_3 \text{ker}' \rho_2 - C_4 \text{kei}' \rho_2 + \frac{k_2}{\rho_2} + 2k_3 \rho_2 = 0 \quad (2.57)$$

$$mr(\rho_2) \rightarrow -C_1 b_1 + C_2 b_2 - C_3 h_1 + C_4 h_2 + k_2 \frac{1-\nu}{\rho_2^2} - 2k_3(1+\nu) = 0$$

$$s(\rho_2) \rightarrow C_1 \text{bei}' \rho_2 - C_2 \text{ber}' \rho_2 + C_3 \text{kei}' \rho_2 - C_4 \text{ker}' \rho_2 = 0$$

denklem takımı bulunur. Bu denklem takımı ρ_1 , ρ_2 ve ρ_{p1} boyutsuz yarıçaplarına göre nonlineer, diğer katsayılar göre lineerdir.

Şekil 2.8b' deki mekanizma durumu için (2.51) şartlarından

$$m_r(\rho_{p2}) = -m_0 \rightarrow D_0 S_0^m + D_1 S_1^m + D_2 S_2^{mm} + D_3 S^y + \nu m_0 = -m_0 \quad (2.58)$$

$$m_r'(\rho_{p2}) = 0 \rightarrow D_0 (S_0^m)' + D_1 (S_1^m)' + D_2 (S_2^{mm})' + D_3 (S^y)' = 0$$

bulunur. (2.58) denklemleri (2.57) takımına eklenerek Şekil 2.8b için denklem takımı elde edilir.

Şekil 2.8c' deki mekanizma durumu için (2.51) koşullarından, (2.57) takımına

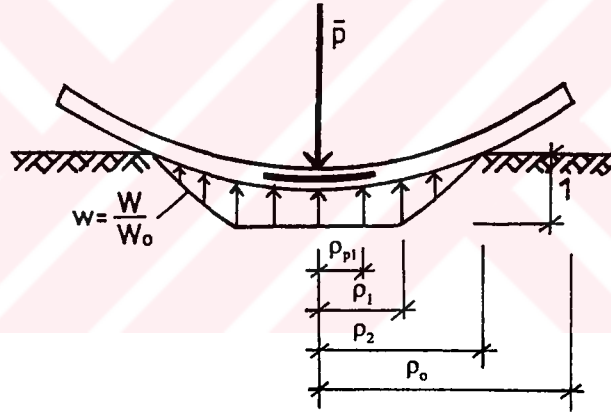
$$m_r(\rho_{p2}) = -m_o \rightarrow f_1 \frac{1-v^2}{\rho_{p2}} - f_2(1-v^2) + v m_o + \frac{\rho_{p2}^2}{6} + m_o = 0 \quad (2.59)$$

$$m'_r(\rho_{p2}) = 0 \rightarrow -f_1 \frac{1-v^2}{\rho_{p2}^2} + \frac{\rho_{p2}}{3} = 0$$

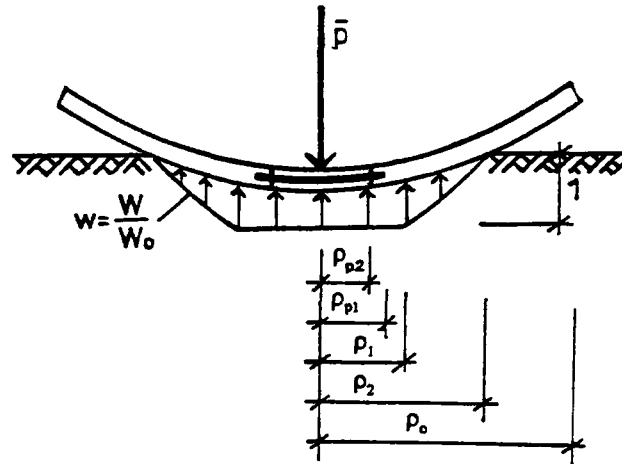
denklemleri eklenir.

2.3.1.2. Plakın Akma Bölgesi Zeminin Plastikleşme Bölgesinden Küçük

Bu durumdaki plak Şekil 2.9.a' da görülmektedir. Böylesi durumda Şekil 2.6.b' deki 1., 5., 3. ve 4. bölgeler geçerli olup, (2.52) sınır ve (2.53), (2.54), (2.55) süreklilik koşulları kullanılarak bu duruma karşı gelen denklem takımı



Şekil 2.9 a. $\rho_{p1} \leq \rho_1$ Plastikleşme Durumu.



Şekil 2.9 b. $\rho_{p2} \leq \rho_1$ İçin Plak Mekanizma Durumu.

$$m_r(\rho_b) = m_o \rightarrow f_1 \frac{1-v^2}{\rho_b} - f_2(1-v^2) + v m_o + \frac{\rho_b^2}{6} - m_o = 0$$

$$s(\rho_b) = -\frac{\bar{p}}{2\rho_b} \rightarrow -f_2 \frac{1-v^2}{\rho_b} + \frac{\bar{p}}{2\rho_b} - \frac{(1-v)m_o}{\rho_b} + \frac{\rho_b}{2} = 0$$

$$m_r(\rho_o) = 0 \rightarrow \frac{k_2(1-v)}{\rho_o^2} - 2k_3(1+v) = 0$$

$$w^+(\rho_1) = 1 \rightarrow e_1 + e_2 \ln \rho_1 + e_3 \rho_1^2 + e_4 \rho_1^2 \ln \rho_1 - \frac{\rho_1^4}{64} - 1 = 0$$

$$w^-(\rho_1) = 1 \rightarrow C_1 \text{ber} \rho_1 + C_2 \text{bei} \rho_1 + C_3 \text{ker} \rho_1 + C_4 \text{kei} \rho_1 - 1 = 0$$

$$\begin{aligned} w'(\rho_1) \rightarrow & -C_1 \text{ber}' \rho_1 - C_2 \text{bei}' \rho_1 - C_3 \text{ker}' \rho_1 - C_4 \text{kei}' \rho_1 + \\ & + \frac{e_2}{\rho_1} + 2e_3 \rho_1 + e_4(2\rho_1 \ln \rho_1 + \rho_1) - \frac{\rho_1^3}{16} = 0 \end{aligned} \quad (2.60)$$

$$\begin{aligned} m_r(\rho_1) \rightarrow & -C_1 b_1 + C_2 b_2 - C_3 h_1 + C_4 h_2 + \\ & + e_2 \frac{1-v}{\rho_1^2} - 2e_3(1+v) - e_4 \left[\ln \rho_1 (2+2v) + 3+v \right] + \frac{\rho_1^2}{16} (3+v) = 0 \end{aligned}$$

$$s(\rho_1) \rightarrow -C_1 \text{bei}' \rho_1 + C_2 \text{ber}' \rho_1 - C_3 \text{kei}' \rho_1 + C_4 \text{ker}' \rho_1 - \frac{4e_4}{\rho_1} + \frac{\rho_1}{2} = 0$$

$$\begin{aligned} w(\rho_{p1}) \rightarrow & e_1 + e_2 \ln \rho_{p1} + e_3 \rho_{p1}^2 + e_4 \rho_{p1}^2 \ln \rho_{p1} + \\ & + f_1 \rho_{p1} (\ln \rho_{p1} - 1) - f_2 \frac{\rho_{p1}^2}{2} - f_3 \rho_{p1} - f_4 + \frac{\rho_{p1}^4}{72(1-v^2)} - \frac{\rho_{p1}^4}{64} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w'(\rho_{p1}) \rightarrow & \frac{e_2}{\rho_{p1}} + 2e_3 \rho_{p1} + e_4(2\rho_{p1} \ln \rho_{p1} + \rho_{p1}) + \\ & + f_1 \ln \rho_{p1} - f_2 \rho_{p1} - f_3 + \frac{\rho_{p1}^3}{18(1-v^2)} - \frac{\rho_{p1}^3}{16} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_r(\rho_{p1})] &\rightarrow e_2 \frac{1-v}{\rho_{p1}^2} - 2e_3(1+v) - e_4 \left[\ln \rho_{p1} (2+2v) + 3+v \right] - \\
&\quad - f_1 \frac{1-v^2}{\rho_{p1}} + f_2(1-v^2) - v m_o - \frac{\rho_{p1}^2}{6} + \frac{\rho_{p1}^2}{16} (3+v) = 0 \\
m_\theta(\rho_{p1})] &\rightarrow -e_2 \frac{1-v}{\rho_{p1}^2} - 2e_3(1+v) - e_4 \left[\ln \rho_{p1} (2+2v) + 1+3v \right] - \\
&\quad - m_o + \frac{\rho_{p1}^2}{16} (1+3v) = 0
\end{aligned}$$

(2.60)

$$s(\rho_{p1})] \rightarrow -\frac{4e_4}{\rho_{p1}} + f_2 \frac{1-v^2}{\rho_{p1}} + \frac{(1-v)m_o}{\rho_{p1}} = 0$$

$$w^+(\rho_2) = 0 \rightarrow C_1 \text{ber} \rho_2 + C_2 \text{beip}_2 + C_3 \text{ker} \rho_2 + C_4 \text{keip}_2 = 0$$

$$w^-(\rho_2) = 0 \rightarrow k_1 + k_2 \ln \rho_2 + k_3 \rho_2^2 = 0$$

$$w'(\rho_2) = 0 \rightarrow -C_1 \text{ber}' \rho_2 - C_2 \text{bei}' \rho_2 - C_3 \text{ker}' \rho_2 - C_4 \text{kei}' \rho_2 + \frac{k_2}{\rho} + 2k_3 \rho_2 = 0$$

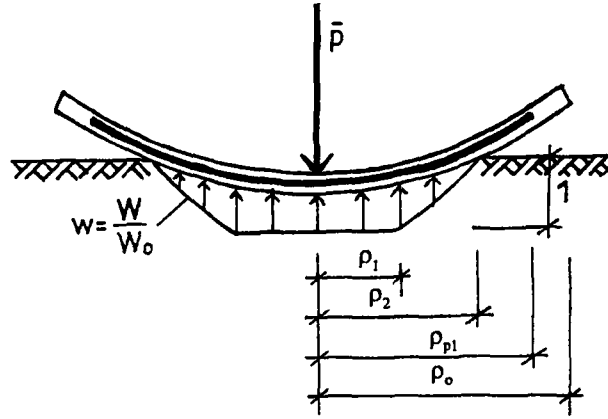
$$m_r(\rho_2)] \rightarrow -C_1 b_1 + C_2 b_2 - C_3 h_1 + C_4 h_2 + k_2 \frac{1-v}{\rho_2^2} - 2k_3(1+v) = 0$$

$$s(\rho_2)] \rightarrow C_1 \text{bei}' \rho_2 - C_2 \text{ber}' \rho_2 + C_3 \text{kei}' \rho_2 - C_4 \text{ker}' \rho_2 = 0$$

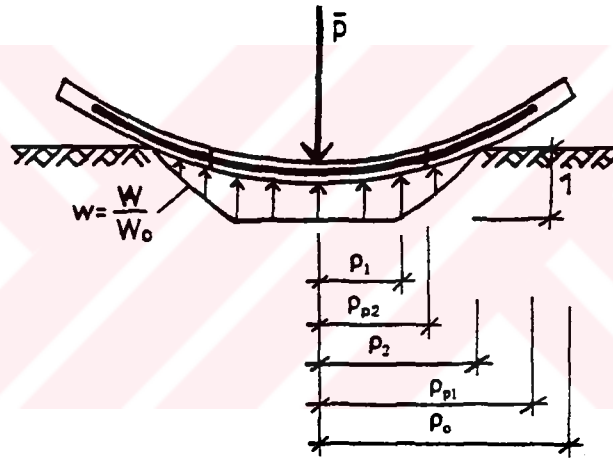
olur.

2.3.1.3. Plâğın Akma Bölgesi Ayrılma Bölgesinden Büyük

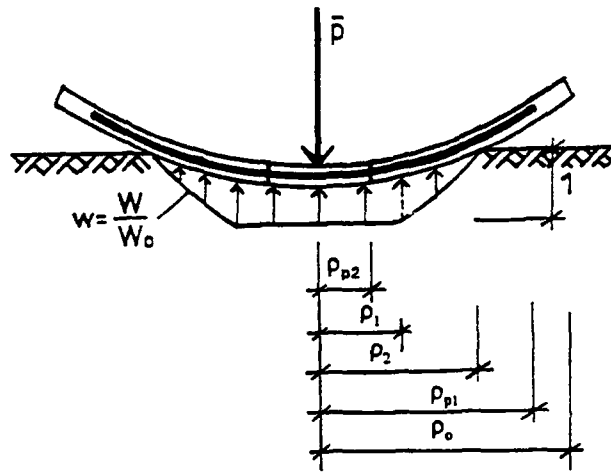
Bu durumda Şekil 2.6c' deki 1., 2., 6. ve 4. bölgeler geçerlidir. Böylesi plak Şekil 2.10a ' da görülmektedir. (2.52) sınır ve (2.53), (2.54), (2.55) süreklilik koşulları kullanılarak bulunacak denklem takımı



Şekil 2.10 a. $\rho_{p1} \geq \rho_2$ Plastikleşme Durumu.



Şekil 2.10 b. $\rho_1 \leq \rho_{p2} \leq \rho_{p1}$ İçin Plak Mekanizma Durumu.



Şekil 2.10 c. $\rho_{p2} \leq \rho_1$ İçin Plak Mekanizma Durumu.

$$m_r(\rho_b) = m_o \rightarrow f_1 \frac{1-v^2}{\rho_b} - f_2(1-v^2) + v m_o + \frac{\rho_b^2}{6} - m_o = 0$$

$$s(\rho_b) = -\frac{\bar{p}}{2\rho_b} \rightarrow -f_2 \frac{1-v^2}{\rho_b} + \frac{\bar{p}}{2\rho_b} - \frac{(1-v)m_o}{\rho_b} + \frac{\rho_b}{2} = 0$$

$$m_r(\rho_o) = 0 \rightarrow \frac{k_2(1-v)}{\rho_o^2} - 2k_3(1+v) = 0$$

$$w^+(\rho_1) = 1 \rightarrow -f_1 \rho_1 (\ln \rho_1 - 1) + f_2 \frac{\rho_1^2}{2} + f_3 \rho_1 + f_4 - \frac{\rho_1^4}{72(1-v^2)} - 1 = 0$$

$$w^-(\rho_1) = 1 \rightarrow D_o S_o + D_1 S_1 + D_2 S_2 + D_3 (S_1 \ln \rho_1 + SS) - 1 = 0$$

$$\begin{aligned} w'(\rho_1) \rightarrow & D_o S'_o + D_1 S'_1 + D_2 S'_2 + D_3 (S'_1 \ln \rho_1 + \frac{S_1}{\rho_1} + SS') + \\ & + f_1 \ln \rho_1 - f_2 \rho_1 - f_3 + \frac{\rho_1^3}{18(1-v^2)} = 0 \end{aligned} \quad (2.61)$$

$$m_r(\rho_1) \rightarrow D_o S_o^m + D_1 S_1^m + D_2 S_2^{mm} + D_3 S^y - f_1 \frac{1-v^2}{\rho_1} + f_2(1-v^2) - \frac{\rho_1^2}{6} = 0$$

$$s(\rho_1) \rightarrow D_o S_o^s + D_1 S_1^s + D_2 S_2^{ss} + D_3 S_3^s + f_2 \frac{1-v^2}{\rho_1} - \frac{\rho_1}{2} = 0$$

$$w(\rho_{p1}) \rightarrow -k_1 - k_2 \ln \rho_{p1} - k_3 \rho_{p1}^2 - n_1 \rho_2 (\ln \rho_2 - 1) + \frac{n_2}{2} \rho_2^2 + n_3 \rho_2 + n_4 = 0$$

$$w'(\rho_{p1}) \rightarrow -\frac{k_2}{\rho_{p1}} - 2k_3 \rho_{p1} - n_1 \ln \rho_{p1} + n_2 \rho_{p1} = 0$$

şeklindedir.

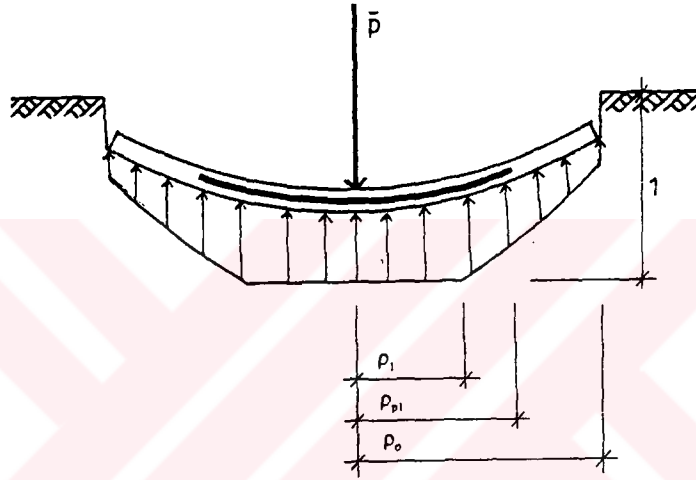
Şekil 2.10' da görülen mekanizma durumu için (2.51) şartlarından elde edilen (2.58) denklemleri, (2.61) denklem takımına eklenerek çözüm elde edilir.

Şekil 2.10c' deki mekanizma durumu için (2.59) denklemlerinin (2.61) denklem takımına eklenmesiyle çözüme gidilir.

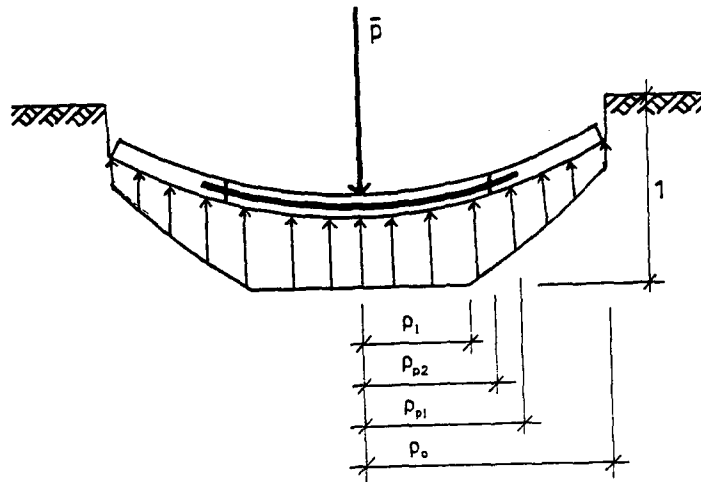
2.3.2. Zeminden Ayrılmamış Plak

2.3.2.1. Plakın Akma Bölgesi Zemin Plastikleşme Bölgesinden Büyük

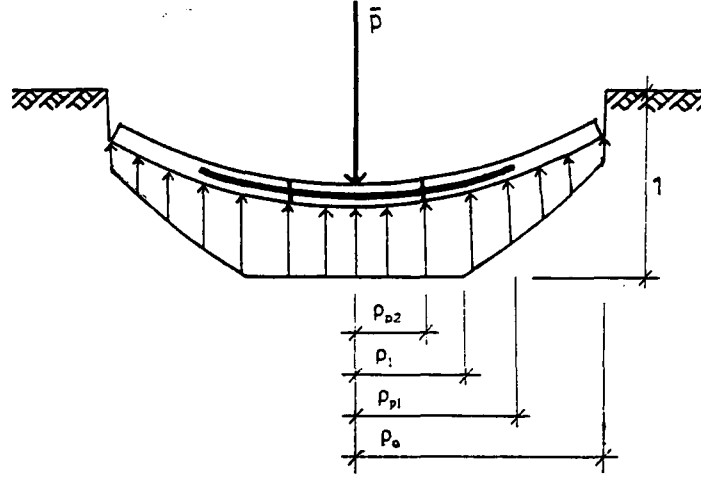
Şekil 2.11.a' da görülen durumda, (2.52) sınır ve (2.53), (2.54) süreklilik koşulları geçerli kalmaktadır. Şekil 2.6 a' daki bölgelerden 1., 2. ve 3. bölgeler için çıkarılan diferansiyel bağıntılarından, belirtilen sınır ve süreklilik koşulları yardımıyla



Şekil 2.11 a. $\rho_{pi} \geq \rho_1$ Durumunda Plastikleşme.



Şekil 2.11 b. $\rho_1 \leq \rho_{pi} \leq \rho_{p2}$ İçin Plak Mekanizma Durumu.



Şekil 2.11 c. $\rho_{p2} \leq \rho_1$ İçin Plak Mekanizma Durumu.

$$m_r(\rho_b) = m_o \rightarrow f_1 \frac{1-v^2}{\rho_b} - f_2(1-v^2) + v m_o + \frac{\rho_b^2}{6} - m_o = 0$$

$$s(\rho_b) = -\frac{\bar{p}}{2\rho_b} \rightarrow -f_2 \frac{1-v^2}{\rho_b} + \frac{\bar{p}}{2\rho_b} - \frac{(1-v)m_o}{\rho_b} + \frac{\rho_b}{2} = 0$$

$$m_r(\rho_o) = 0 \rightarrow C_1 b_1 - C_2 b_2 + C_3 h_1 - C_4 h_2 = 0$$

$$s(\rho_o) = 0 \rightarrow C_1 \text{bei}'\rho_o - C_2 \text{ber}'\rho_o + C_3 \text{kei}'\rho_o - C_4 \text{ker}'\rho_o = 0$$

$$w^+(\rho_1) = 1 \rightarrow -f_1 \rho_1 (\ln \rho_1 - 1) + f_2 \frac{\rho_1^2}{2} + f_3 \rho_1 + f_4 - \frac{\rho_1^4}{72(1-v^2)} - 1 = 0 \quad (2.62)$$

$$w^-(\rho_1) = 1 \rightarrow D_0 S_0 + D_1 S_1 + D_2 S_2 + D_3 (S_1 \ln \rho_1 + S S) - 1 = 0$$

$$w'(\rho_1) \rightarrow D_0 S'_0 + D_1 S'_1 + D_2 S'_2 + D_3 (S'_1 \ln \rho_1 + \frac{S_1}{\rho_1} + S S') +$$

$$+ f_1 \ln \rho_1 - f_2 \rho_1 - f_3 + \frac{\rho_1^3}{18(1-v^2)} = 0$$

$$m_r(\rho_1) \rightarrow D_0 S_0^m + D_1 S_1^m + D_2 S_2^{mm} + D_3 S^y - f_1 \frac{1-v^2}{\rho_1} + f_2(1-v^2) - \frac{\rho_1^2}{6} = 0$$

$$\begin{aligned}
s(\rho_1)] \rightarrow & D_0 S_0^s + D_1 S_1^s + D_2 S_2^{ss} + D_3 S_3^s + f_2 \frac{1-v^2}{\rho_1} - \frac{\rho_1}{2} = 0 \\
w(\rho_{p1})] \rightarrow & -C_1 \text{ber} \rho_{p1} - C_2 \text{bei} \rho_{p1} - C_3 \text{ker} \rho_{p1} - C_4 \text{kei} \rho_{p1} + \\
& + D_0 S_0 + D_1 S_1 + D_2 S_2 + D_3 (S_1 \ln \rho_{p1} + SS) = 0
\end{aligned} \tag{2.62}$$

$$\begin{aligned}
w'(\rho_{p1})] \rightarrow & -C_1 \text{ber}' \rho_{p1} - C_2 \text{bei}' \rho_{p1} - C_3 \text{ker}' \rho_{p1} - C_4 \text{kei}' \rho_{p1} + \\
& + D_0 S_0' + D_1 S_1' + D_2 S_2' + D_3 (S_1' \ln \rho_{p1} + \frac{S_1}{\rho_{p1}} + SS') = 0
\end{aligned}$$

$$m_r(\rho_{p1})] \rightarrow -C_1 b_1 + C_2 b_2 - C_3 h_1 + C_4 h_2 + D_0 S_0^m + D_1 S_1^m + D_2 S_2^{mm} + D_3 S^y + v m_0 = 0$$

$$m_\theta(\rho_{p1})] \rightarrow C_1 b_{11} - C_2 b_{22} + C_3 h_{11} - C_4 h_{22} - m_0 = 0$$

$$\begin{aligned}
s(\rho_{p1})] \rightarrow & -C_1 \text{bei}' \rho_{p1} + C_2 \text{ber}' \rho_{p1} - C_3 \text{kei}' \rho_{p1} + C_4 \text{ker}' \rho_{p1} + \\
& + D_0 S_0^s + D_1 S_1^s + D_2 S_2^{ss} + D_3 S_3^s - \frac{(1-v)m_0}{\rho_{p1}} = 0
\end{aligned}$$

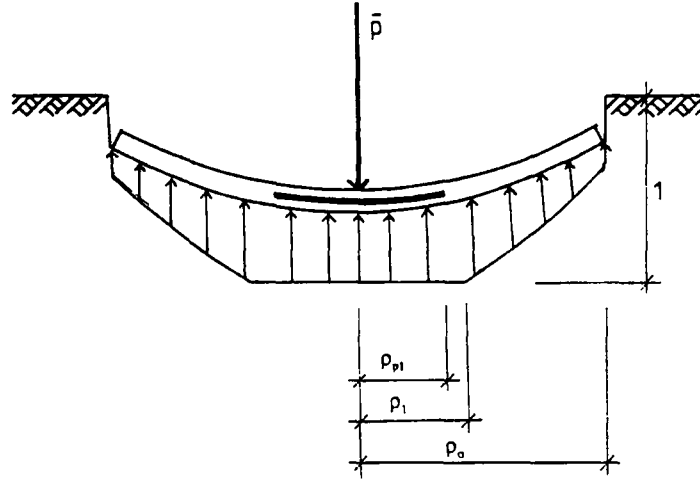
denklem takımı bulunur.

Şekil 2.11b' deki mekanizma durumu için (2.58) denklemleri (2.62) denklem takımına eklenir.

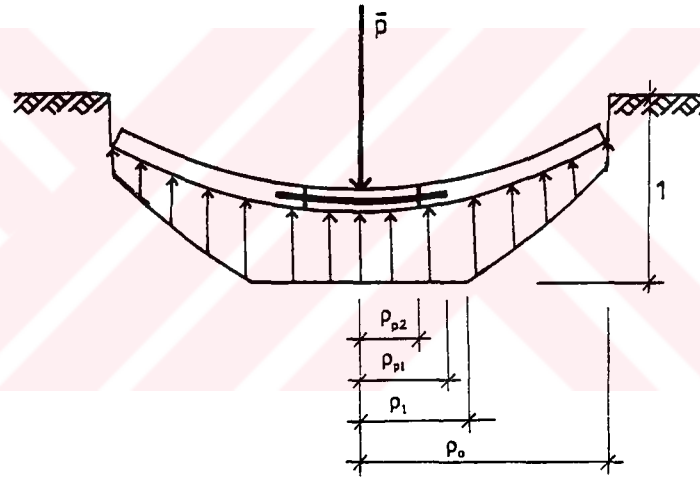
Benzer şekilde Şekil 2.11c' deki mekanizma durumu için, (2.59) denklemi (2.62) denklem takımına eklenir.

2.3.2.2. Plağın Akma Bölgesi Zemin Plastikleşme Bölgesinden Küçük

Şekil 2.12a' da görülen durumda, yine (2.52) sınır ve (2.53), (2.54) süreklilik koşulları geçerli kalır. Şekil 2.6b' deki bölgelerden 1. ve 5. bölgeler için çıkarılan



Şekil 2.12a. $\rho_{p1} \leq \rho_1$ Durumunda Plastikleşme.



Şekil 2.12b. $\rho_{p2} \leq \rho_1$ İçin Plak Mekanizma Durumu.

diferansiyel bağıntılardan, belirtilen sınır ve süreklilik koşulları yardımıyla

$$m_r(\rho_b) = m_o \rightarrow f_1 \frac{1-v^2}{\rho_b} - f_2(1-v^2) + v m_o + \frac{\rho_b^2}{6} - m_o = 0$$

$$s(\rho_b) = -\frac{\bar{p}}{2\rho_b} \rightarrow -f_2 \frac{1-v^2}{\rho_b} + \frac{\bar{p}}{2\rho_b} - \frac{(1-v)m_o}{\rho_b} + \frac{\rho_b}{2} = 0$$

$$m_r(\rho_o) \rightarrow C_1 b_1 - C_2 b_2 + C_3 h_1 - C_4 h_2 = 0 \quad (2..63)$$

$$s(\rho_o) \rightarrow C_1 b e^{i'\rho_o} - C_2 b e^{r'\rho_o} + C_3 k e^{i'\rho_o} - C_4 k e^{r'\rho_o} = 0$$

$$w^+(\rho_1) = 1 \rightarrow e_1 + e_2 \ln \rho_1 + e_3 \rho_1^2 + e_4 \rho_1^2 \ln \rho_1 - \frac{\rho_1^4}{64} - 1 = 0$$

$$w^-(\rho_1) = 1 \rightarrow C_1 \text{ber} \rho_1 + C_2 \text{beip} \rho_1 + C_3 \text{ker} \rho_1 + C_4 \text{keip} \rho_1 - 1 = 0$$

$$w'(\rho_1) \rightarrow -C_1 \text{ber}' \rho_1 - C_2 \text{bei}' \rho_1 - C_3 \text{ker}' \rho_1 - C_4 \text{kei}' \rho_1 + \\ + \frac{e_2}{\rho_1} + 2e_3 \rho_1 + e_4(2\rho_1 \ln \rho_1 + \rho_1) - \frac{\rho_1^3}{16} = 0$$

$$m_r(\rho_1) \rightarrow C_1 b_1 - C_2 b_2 + C_3 h_1 - C_4 h_2 - f_1 \frac{1-v^2}{\rho_1} + f_2(1-v^2) - \frac{\rho_1^2}{6} = 0$$

$$s(\rho_1) \rightarrow -C_1 \text{bei}' \rho_1 + C_2 \text{ber}' \rho_1 - C_3 \text{kei}' \rho_1 + C_4 \text{ker}' \rho_1 - \frac{4e_4}{\rho_1} + \frac{\rho_1}{2} = 0$$

$$w(\rho_{p1}) \rightarrow e_1 + e_2 \ln \rho_{p1} + e_3 \rho_{p1}^2 + e_4 \rho_{p1}^2 \ln \rho_{p1} + \quad (2.63)$$

$$+ f_1 \rho_{p1} (\ln \rho_{p1} - 1) - f_2 \frac{\rho_{p1}^2}{2} - f_3 \rho_{p1} - f_4 + \frac{\rho_{p1}^4}{72(1-v^2)} - \frac{\rho_{p1}^4}{64} = 0$$

$$w'(\rho_{p1}) \rightarrow \frac{e_2}{\rho_{p1}} + 2e_3 \rho_{p1} + e_4(2\rho_{p1} \ln \rho_{p1} + \rho_{p1}) +$$

$$+ f_1 \ln \rho_{p1} - f_2 \rho_{p1} - f_3 + \frac{\rho_{p1}^3}{18(1-v^2)} - \frac{\rho_{p1}^3}{16} = 0$$

$$m_r(\rho_{p1}) \rightarrow e_2 \frac{1-v}{\rho_{p1}^2} - 2e_3(1+v) - e_4 \left[\ln \rho_{p1} (2+2v) + 3+v \right] -$$

$$- f_1 \frac{1-v^2}{\rho_{p1}} + f_2(1-v^2) - v m_o - \frac{\rho_{p1}^2}{6} + \frac{\rho_{p1}^2}{16}(3+v) = 0$$

$$m_\theta(\rho_{p1}) \rightarrow -e_2 \frac{1-v}{\rho_{p1}^2} - 2e_3(1+v) - e_4 \left[\ln \rho_{p1} (2+2v) + 1+3v \right] -$$

$$- m_o + \frac{\rho_{p1}^2}{16}(1+3v) = 0$$

$$s(\rho_{p1}) \rightarrow -\frac{4e_4}{\rho_{p1}} + f_2 \frac{1-v^2}{\rho_{p1}} + \frac{(1-v)m_o}{\rho_{p1}} = 0$$

denklem takımı bulunur.

Şekil 2.12b' deki mekanizma durumu için (2.58) denklemleri (2.63) denklem takımına eklenir.

2.4. ELASTO-PLASTİK ZEMİNE OTURAN TEKİL YÜKLÜ PLAĞIN ELASTİK ANALİZİ

2.4.1. Plâğın Zeminden Ayrılması

Böylesi durumda, Şekil 2.6b' deki 5. , 3. ve 4. bölgeler için bulunan bağıntılar geçerlidir. Plak Şekil 2.13' de görülmektedir. Sınır şartları

$$w'(\rho_b) = 0, \quad s(\rho_b) = -\frac{\bar{p}}{2\rho_b}, \quad m_r(\rho_o) = 0, \quad s(\rho_o) = 0 \quad (2.64)$$

olur. $\rho = \rho_1$ ' de (2.53) , $\rho = \rho_2$ ' de (2.55) süreklilik şartları geçerlidir. Sözü edilen sınır ve süreklilik şartlarından

$$w'(\rho_b)] \rightarrow \frac{e_2}{\rho_{p1}} + 2e_3\rho_{p1} + e_4(2\rho_{p1}\ln\rho_{p1} + \rho_{p1}) - \frac{\rho_{p1}^3}{16} = 0$$

$$s(\rho_b) = -\frac{\bar{p}}{2\rho_b} \rightarrow -\frac{4e_4}{\rho_b} + \frac{\rho_b}{2} + \frac{\bar{p}}{2\rho_b} = 0$$

$$m_r(\rho_o) = 0 \rightarrow \frac{k_2(1-\nu)}{\rho_o^2} - 2k_3(1+\nu) = 0$$

$$w^+(\rho_1) = 1 \rightarrow e_1 + e_2\ln\rho_1 + e_3\rho_1^2 + e_4\rho_1^2\ln\rho_1 - \frac{\rho_1^4}{64} - 1 = 0 \quad (2.65)$$

$$w^-(\rho_1) = 1 \rightarrow C_1\text{ber}\rho_1 + C_2\text{beip}\rho_1 + C_3\text{ker}\rho_1 + C_4\text{keip}\rho_1 - 1 = 0$$

$$w'(\rho_1)] \rightarrow -C_1\text{ber}'\rho_1 - C_2\text{bei}'\rho_1 - C_3\text{ker}'\rho_1 - C_4\text{kei}'\rho_1 +$$

$$+\frac{e_2}{\rho_1} + 2e_3\rho_1 + e_4(2\rho_1\ln\rho_1 + \rho_1) - \frac{\rho_1^3}{16} = 0$$

$$m_r(\rho_1)] \rightarrow -C_1b_1 + C_2b_2 - C_3h_1 + C_4h_2 +$$

$$+e_2\frac{1-\nu}{\rho_1^2} - 2e_3(1+\nu) - e_4\left[\ln\rho_1(2+2\nu) + 3+\nu\right] + \frac{\rho_1^2}{16}(3+\nu) = 0$$

$$s(\rho_1)] \rightarrow -C_1 \text{bei}'\rho_1 + C_2 \text{ber}'\rho_1 - C_3 \text{kei}'\rho_1 + C_4 \text{ker}'\rho_1 - \frac{4e_4}{\rho_1} + \frac{\bar{p}_1}{2} = 0$$

$$w^+(\rho_2) = 0 \rightarrow C_1 \text{ber}\rho_2 + C_2 \text{beip}_2 + C_3 \text{ker}\rho_2 + C_4 \text{keip}_2 = 0$$

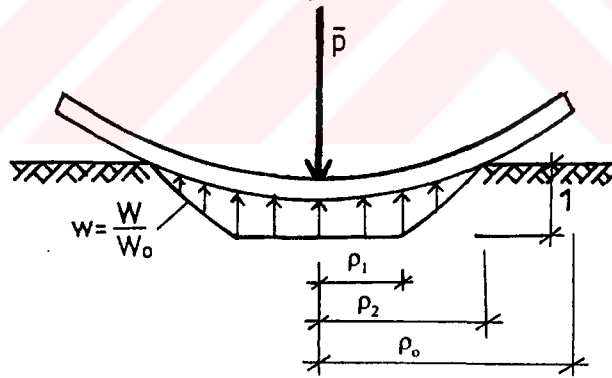
$$w^-(\rho_2) = 0 \rightarrow k_1 + k_2 \ln \rho_2 + k_3 \rho_2^2 = 0 \quad (2.65)$$

$$w'(\rho_2) = 0 \rightarrow -C_1 \text{ber}'\rho_2 - C_2 \text{bei}'\rho_2 - C_3 \text{ker}'\rho_2 - C_4 \text{kei}'\rho_2 + \frac{k_2}{\rho} + 2k_3 \rho_2 = 0$$

$$m_r(\rho_2)] \rightarrow -C_1 b_1 + C_2 b_2 - C_3 h_1 + C_4 h_2 + k_2 \frac{1-\nu}{\rho_2^2} - 2k_3(1+\nu) = 0$$

$$s(\rho_2)] \rightarrow C_1 \text{bei}'\rho_2 - C_2 \text{ber}'\rho_2 + C_3 \text{kei}'\rho_2 - C_4 \text{ker}'\rho_2 = 0$$

denklem takımı elde edilir.



Şekil 2.13. Ayrılma Durumunda Elasto-Plastik Zemine Oturan Elastik Plak.

2.4.2. Zeminden Ayrılmamış Plak

Böylesi plak Şekil 2.14' de görülmektedir. Bu durumda Şekil 2.6.b' deki 5. ve 3. bölgeler geçerli olmaktadır. (2.64) sınır ve (2.53) süreklilik koşullarından

$$w'(\rho_b) = 0 \rightarrow \frac{e_2}{\rho_b} + 2e_3 \rho_b + e_4(2 \ln \rho_b + \rho_b) - \frac{\rho_b^3}{16} = 0$$

$$s(\rho_b) = -\frac{\bar{p}}{2\rho_b} \rightarrow -\frac{4e_4}{\rho_b} + f_2 \frac{1-\nu^2}{\rho_b} + \frac{(1-\nu)m_0}{\rho_b} + \frac{\bar{p}}{2\rho_b} = 0 \quad (2.66)$$

$$m_r(\rho_0) = 0 \rightarrow C_1 b_1 - C_2 b_2 + C_3 h_1 - C_4 h_2 = 0$$

$$s(\rho_0) \rightarrow C_1 \text{bei}'\rho_0 - C_2 \text{ber}'\rho_0 + C_3 \text{kei}'\rho_0 - C_4 \text{ker}'\rho_0 = 0$$

$$w^+(\rho_1) = 1 \rightarrow e_1 + e_2 \ln \rho_1 + e_3 \rho_1^2 + e_4 \rho_1^2 \ln \rho_1 - \frac{\rho_1^4}{64} - 1 = 0$$

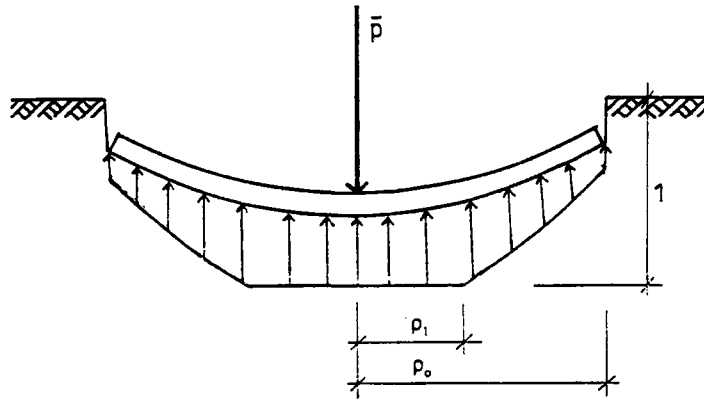
$$w^-(\rho_1) = 1 \rightarrow C_1 \text{ber}\rho_1 + C_2 \text{beip}_1 + C_3 \text{ker}\rho_1 + C_4 \text{keip}_1 - 1 = 0$$

$$w'(\rho_1) \rightarrow -C_1 \text{ber}'\rho_1 - C_2 \text{bei}'\rho_1 - C_3 \text{ker}'\rho_1 - C_4 \text{kei}'\rho_1 + \frac{e_2}{\rho_1} + 2e_3 \rho_1 + e_4 (2\rho_1 \ln \rho_1 + \rho_1) - \frac{\rho_1^3}{16} = 0 \quad (2.66)$$

$$m_r(\rho_1) \rightarrow -C_1 b_1 + C_2 b_2 - C_3 h_1 + C_4 h_2 + e_2 \frac{1-\nu}{\rho_1^2} - 2e_3 (1+\nu) - e_4 \left[\ln \rho_1 (2+2\nu) + 3+\nu \right] + \frac{\rho_1^2}{16} (3+\nu) = 0$$

$$s(\rho_1) \rightarrow -C_1 \text{bei}'\rho_1 + C_2 \text{ber}'\rho_1 - C_3 \text{kei}'\rho_1 + C_4 \text{ker}'\rho_1 - \frac{4e_4}{\rho_1} + \frac{\rho_1}{2} = 0$$

denklem takımı bulunur.



Şekil 2.14. Elasto-Plastik Zemine Oturan Elastik Plak.

Plak zeminden ayrılmamışsa, plakta mekanizma durumu oluşmadan zemin tamamen plastikleşebilir; sistemin taşıma gücünü zemin belirler. Bu değer

$$\bar{p} = \rho_0^2 \quad (2.67)$$

dir.

2.5. ELASTİK ZEMİNE OTURAN TEKİL YÜKLÜ PLAĞIN ELASTO-PLASTİK ANALİZİ

2.5.1. Plâğın Zeminden Ayrılması

2.5.1.1. Plâğın Akma Bölgesi Ayrılma Bölgesinden Küçük

Buradaki durum Şekil 2.15a' da görülmektedir. Böylesi durumda, Şekil 2.6a ve b' deki 2. , 3. ve 4. bölgeler için bulunan eşitliklerden, (2.52) sınır ve (2.54), (2.55) süreklilik koşulları kullanılarak

$$m_r(\rho_b)] = m_o \rightarrow D_0 S_o^m + D_1 S_1^m + D_2 S_2^{mm} + D_3 S^y + v m_o - m_o = 0$$

$$s(\rho_b) = -\frac{\bar{p}}{2\rho_b} \rightarrow D_0 S_o^s + D_1 S_1^s + D_2 S_2^{ss} + D_3 S_3^s - \frac{(1-v)m_o}{\rho_b} + \frac{\bar{p}}{2\rho_b} = 0$$

$$m_r(\rho_o) = 0 \rightarrow \frac{k_2(1-v)}{\rho_o^2} - 2k_3(1+v) = 0$$

$$w(\rho_{p1})] \rightarrow -C_1 \text{ber} \rho_{p1} - C_2 \text{bei} \rho_{p1} - C_3 \text{ker} \rho_{p1} - C_4 \text{kei} \rho_{p1} + \\ + D_0 S_o + D_1 S_1 + D_2 S_2 + D_3 (S_1 \ln \rho_{p1} + SS) = 0$$

$$w'(\rho_{p1})] \rightarrow -C_1 \text{ber}' \rho_{p1} - C_2 \text{bei}' \rho_{p1} - C_3 \text{ker}' \rho_{p1} - C_4 \text{kei}' \rho_{p1} + \\ + D_0 S_o' + D_1 S_1' + D_2 S_2' + D_3 (S_1' \ln \rho_{p1} + \frac{S_1}{\rho_{p1}} + SS') = 0 \quad (2..68)$$

$$m_r(\rho_{p1})] \rightarrow -C_1 b_1 + C_2 b_2 - C_3 h_1 + C_4 h_2 + D_0 S_o^m + D_1 S_1^m + D_2 S_2^{mm} + D_3 S^y + v m_o = 0$$

$$m_\theta(\rho_{p1})] \rightarrow C_1 b_{11} - C_2 b_{22} + C_3 h_{11} - C_4 h_{22} - m_o = 0$$

$$s(\rho_{p1})] \rightarrow -C_1 \text{bei}' \rho_{p1} + C_2 \text{ber}' \rho_{p1} - C_3 \text{kei}' \rho_{p1} + C_4 \text{ker}' \rho_{p1} + \\ + D_0 S_o^s + D_1 S_1^s + D_2 S_2^{ss} + D_3 S_3^s - \frac{(1-v)m_o}{\rho_{p1}} = 0$$

$$w^+(\rho_2) = 0 \rightarrow C_1 \text{ber} \rho_2 + C_2 \text{bei} \rho_2 + C_3 \text{ker} \rho_2 + C_4 \text{kei} \rho_2 = 0$$

$$w^-(\rho_2) = 0 \rightarrow k_1 + k_2 \ln \rho_2 + k_3 \rho_2^2 = 0$$

$$w'(\rho_2) = 0 \rightarrow -C_1 \text{ber}' \rho_2 - C_2 \text{bei}' \rho_2 - C_3 \text{ker}' \rho_2 - C_4 \text{kei}' \rho_2 + \frac{k_2}{\rho} + 2k_3 \rho_2 = 0$$

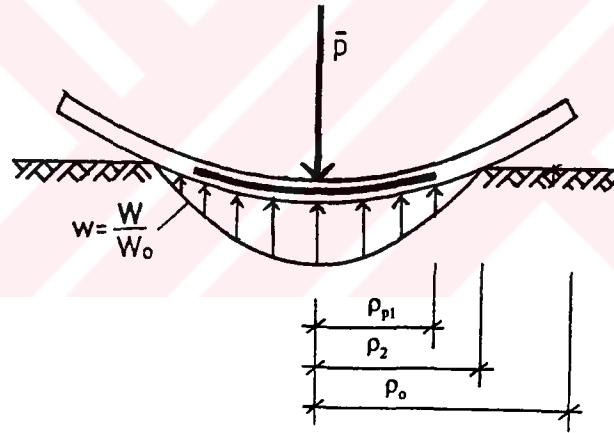
(2.68)

$$m_r(\rho_2) \rightarrow -C_1 b_1 + C_2 b_2 - C_3 h_1 + C_4 h_2 + k_2 \frac{1-\nu}{\rho_2^2} - 2k_3(1+\nu) = 0$$

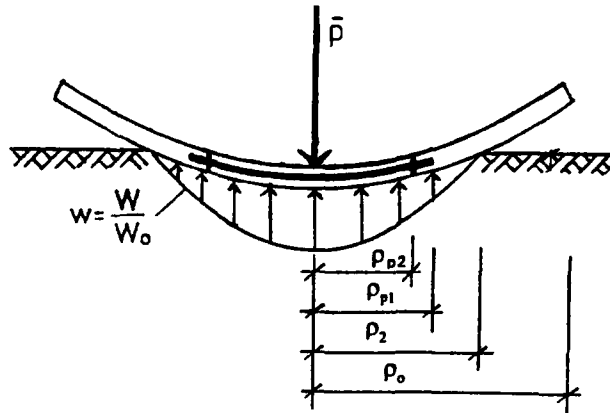
$$s(\rho_2) \rightarrow C_1 \text{bei}' \rho_2 - C_2 \text{ber}' \rho_2 + C_3 \text{kei}' \rho_2 - C_4 \text{ker}' \rho_2 = 0$$

denklem takımı bulunur.

Şekil 2.15.b' deki mekanizma durumu için (2.58) denklemleri (2.68) denklem takımına eklenir.



Şekil 2.15 a. $\rho_{p1} \leq \rho_2$ Durumunda Elastik Zemine Oturan Elasto-Plastik Plak.



Şekil 2.15 b. $\rho_{p2} \leq \rho_2$ İçin Plak Mekanizma Durumu.

2.5.1.2. Plağın Akma Bölgesi Ayrılma Bölgesinden Büyük

Şekil 2.16.a böylesi durumu göstermektedir. Bu durumda, Şekil 2.6.c' deki 2. , 6. ve 4. bölgeler için bulunan bağıntılarda, (2.52) sınır ve (2.54), (2.55) süreklilik koşulları kullanılarak

$$m_r(\rho_b) = m_o \rightarrow D_0 S_o^m + D_1 S_1^m + D_2 S_2^{mm} + D_3 S^y + v m_o - m_o = 0$$

$$s(\rho_b) = -\frac{\bar{p}}{2\rho_b} \rightarrow D_0 S_o^s + D_1 S_1^s + D_2 S_2^{ss} + D_3 S_3^s - \frac{(1-v)m_o}{\rho_b} + \frac{\bar{p}}{2\rho_b} = 0$$

$$m_r(\rho_o) = 0 \rightarrow \frac{k_2(1-v)}{\rho_o^2} - 2k_3(1+v) = 0$$

$$w(\rho_{p1}) \rightarrow -k_1 - k_2 \ln \rho_{p1} - k_3 \rho_{p1}^2 - n_1 \rho_2 (\ln \rho_2 - 1) + \frac{n_2}{2} \rho_2^2 + n_3 \rho_2 + n_4 = 0$$

$$w'(\rho_{p1}) \rightarrow -\frac{k_2}{\rho_{p1}} - 2k_3 \rho_{p1} - n_1 \ln \rho_{p1} + n_2 \rho_{p1} = 0$$

$$m_r(\rho_{p1}) \rightarrow -\frac{k_2(1-v)}{\rho_o^2} + 2k_3(1+v) + n_1 \frac{1-v^2}{\rho_2} - n_2(1-v^2) + v m_o = 0$$

$$s(\rho_{p1}) \rightarrow -n_2 \frac{1-v^2}{\rho_{p1}} + \frac{(v-1)m_o}{\rho_{p1}} = 0$$

$$m_\theta(\rho_{p1}) \rightarrow k_2 \frac{v-1}{\rho_{p1}^2} - 2k_3(1+v) - m_o = 0$$

(2.69)

$$w(\rho_2)^+ = 0 \rightarrow -n_1 \rho_2 (\ln \rho_2 - 1) + \frac{n_2}{2} \rho_2^2 + n_3 \rho_2 + n_4 = 0$$

$$w^-(\rho_2) = 0 \rightarrow D_0 S_o + D_1 S_1 + D_2 S_2 + D_3 (S_1 \ln \rho_2 + S S) = 0$$

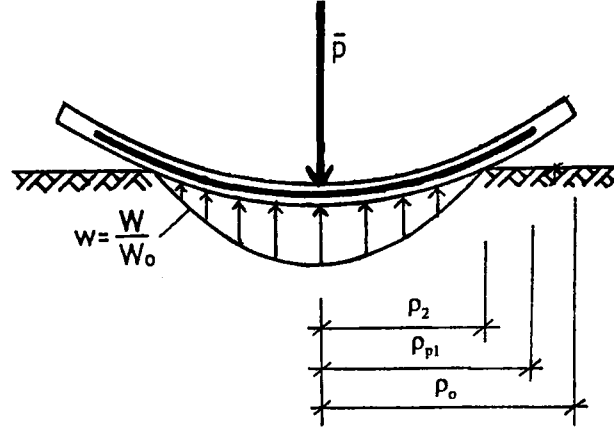
$$w'(\rho_2) \rightarrow n_1 \ln \rho_2 - n_2 \rho_2 + n_3 + D_0 S_o' + D_1 S_1' + D_2 S_2' + D_3 (S_1' \ln \rho_2 + \frac{S_1}{\rho_2} + S S') = 0$$

$$m_r(\rho_2) \rightarrow -n_1 \frac{1-v^2}{\rho_2} + n_2(1-v^2) + D_0 S_o^m + D_1 S_1^m + D_2 S_2^{mm} + D_3 S^y = 0$$

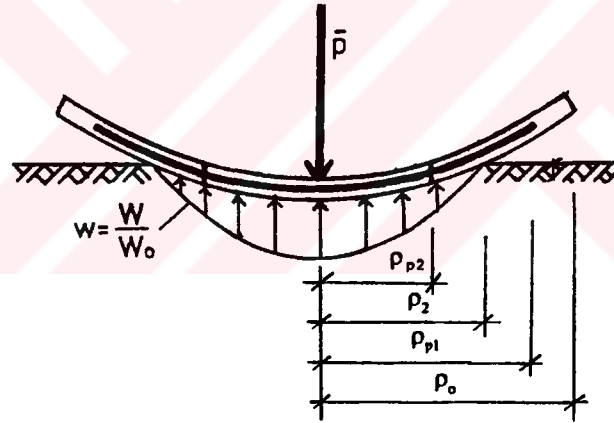
$$s(\rho_2) \rightarrow n_2 \frac{1-v^2}{\rho_2} + D_0 S_o^s + D_1 S_1^s + D_2 S_2^{ss} + D_3 S_3^s = 0$$

denklem takımı bulunur.

Şekil 2.16b' deki mekanizma durumu için (2.58) denklemleri (2.69) denklem takımına eklenir.



Şekil 2.16a. $\rho_{p1} \geq \rho_2$ Durumunda Elastik Zemine Oturan Elasto-Plastik Plak.



Şekil 2.16b. $\rho_{p2} \leq \rho_2$ İçin Plak Mekanizma Durumu.

2.4.2. Zeminden Ayrılmamış Plak

Bu hal Şekil 2.17a' da görülmektedir. Böylesi durumda Şekil 2.6a' daki 2. ve 3. bölgeler geçerli olup, (2.52) sınır ve (2.53) süreklilik koşullarından

$$\begin{aligned} m_r(\rho_b) &= m_o \rightarrow D_o S_o^m + D_1 S_1^m + D_2 S_2^{mm} + D_3 S^y + v m_o - m_o = 0 \\ s(\rho_b) &= -\frac{\bar{p}}{2\rho_b} \rightarrow D_o S_o^s + D_1 S_1^s + D_2 S_2^{ss} + D_3 S_3^s - \frac{(1-v)m_o}{\rho_b} + \frac{\bar{p}}{2\rho_b} = 0 \end{aligned} \quad (2.70)$$

$$m_r(\rho_o) = \rightarrow C_1 b_1 - C_2 b_2 + C_3 h_1 - C_4 h_2 = 0$$

$$s(\rho_o)] \rightarrow C_1 bei' \rho_o - C_2 ber' \rho_o + C_3 kei' \rho_o - C_4 ker' \rho_o = 0$$

$$w(\rho_{p1})] \rightarrow -C_1 ber \rho_{p1} - C_2 bei \rho_{p1} - C_3 ker \rho_{p1} - C_4 kei \rho_{p1} + \\ + D_o S_o + D_1 S_1 + D_2 S_2 + D_3 (S_1 \ln \rho_{p1} + SS) = 0$$

(2.70)

$$w'(\rho_{p1})] \rightarrow -C_1 ber' \rho_{p1} - C_2 bei' \rho_{p1} - C_3 ker' \rho_{p1} - C_4 kei' \rho_{p1} + \\ + D_o S'_o + D_1 S'_1 + D_2 S'_2 + D_3 (S'_1 \ln \rho_{p1} + \frac{S_1}{\rho_{p1}} + SS') = 0$$

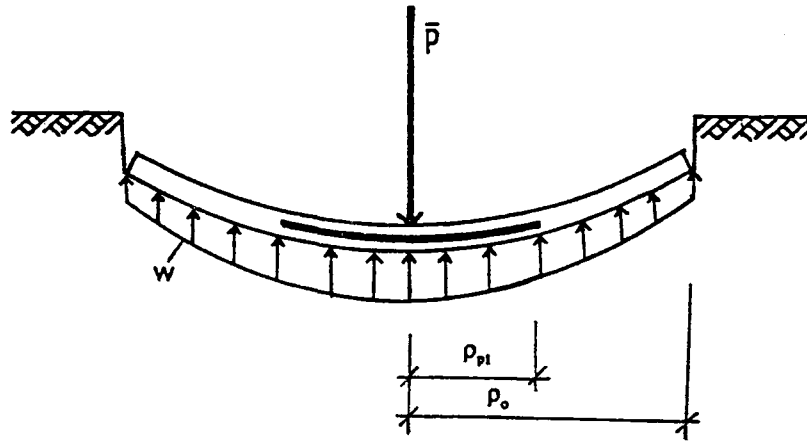
$$m_r(\rho_{p1})] \rightarrow -C_1 b_1 + C_2 b_2 - C_3 h_1 + C_4 h_2 + D_o S_o^m + D_1 S_1^m + D_2 S_2^{mm} + D_3 S^y + v m_o = 0$$

$$m_\theta(\rho_{p1})] \rightarrow C_1 b_{11} - C_2 b_{22} + C_3 h_{11} - C_4 h_{22} - m_o = 0$$

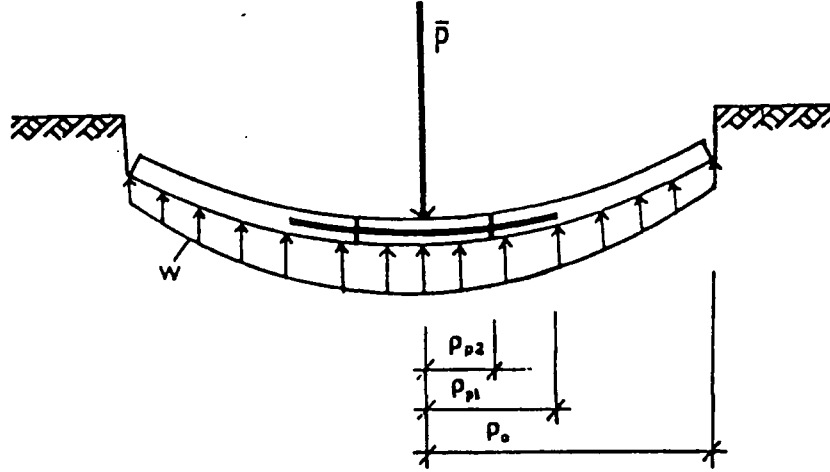
$$s(\rho_{p1})] \rightarrow -C_1 bei' \rho_{p1} + C_2 ber' \rho_{p1} - C_3 kei' \rho_{p1} + C_4 ker' \rho_{p1} + \\ + D_o S_o^s + D_1 S_1^s + D_2 S_2^{ss} + D_3 S_3^s - \frac{(1-\nu)m_o}{\rho_{p1}} = 0$$

denklem takımı bulunur.

Şekil 2.17b' deki mekanizma durumu için (2.58) denklemleri (2.70) denklem takımına eklenir.



Şekil 2.17a. Elastik Zemine Oturan Elasto-Plastik Plak.



Şekil 2.17 b. Mekanizma Durumu.

2.6. ELASTİK ZEMİNE OTURAN TEKİL YÜKLÜ PLAĞIN ELASTİK ANALİZİ

2.6.1. Plağın Zeminden Ayrılması

Şekil 2.18 böylesi durumu göstermektedir. Bu durumda Şekil 2.6 a ve b' deki 3. ve 4. bölgeler geçerli kalmaktadır. Plak ve zemin tamamen elastik davranış gösterir. (2.64) sınır ve (2.55) süreklilik koşullarından

$$w'(\rho_b)] \rightarrow C_1 \text{ber}'\rho_b + C_2 \text{bei}'\rho_b + C_3 \text{ker}'\rho_b + C_4 \text{kei}'\rho_b = 0$$

$$s(\rho_b) = -\frac{\bar{p}}{2\rho_b} \rightarrow C_1 \text{bei}'\rho_b - C_2 \text{ber}'\rho_b + C_3 \text{kei}'\rho_b - C_4 \text{ker}'\rho_b + \frac{\bar{p}}{2\rho_b} = 0$$

$$m_r(\rho_o) = 0 \rightarrow \frac{k_2(1-\nu)}{\rho_o^2} - 2k_3(1+\nu) = 0$$

$$w^+(\rho_2) = 0 \rightarrow C_1 \text{ber}\rho_2 + C_2 \text{beip}_2 + C_3 \text{ker}\rho_2 + C_4 \text{keip}_2 = 0$$

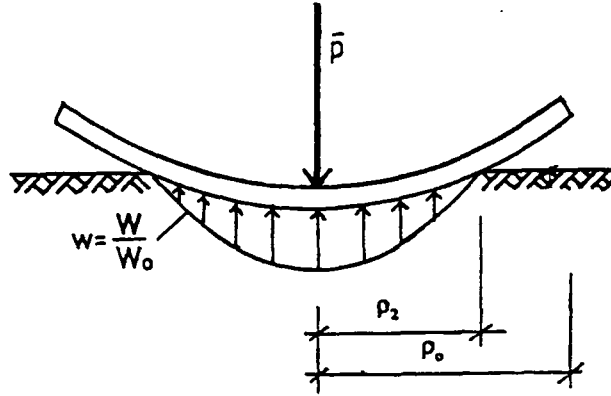
$$w^-(\rho_2) = 0 \rightarrow k_1 + k_2 \ln \rho_2 + k_3 \rho_2^2 = 0 \quad (2.71)$$

$$w'(\rho_2) = 0 \rightarrow -C_1 \text{ber}'\rho_2 - C_2 \text{bei}'\rho_2 - C_3 \text{ker}'\rho_2 - C_4 \text{kei}'\rho_2 + \frac{k_2}{\rho} + 2k_3 \rho_2 = 0$$

$$m_r(\rho_2)] \rightarrow -C_1 b_1 + C_2 b_2 - C_3 h_1 + C_4 h_2 + k_2 \frac{1-\nu}{\rho_2^2} - 2k_3(1+\nu) = 0$$

$$s(\rho_2)] \rightarrow C_1 \text{bei}'\rho_2 - C_2 \text{ber}'\rho_2 + C_3 \text{kei}'\rho_2 - C_4 \text{ker}'\rho_2 = 0$$

denklem takımı bulunur.



Şekil 2.18. Ayrılma Durumunda Elastik Zemine Oturan Elastik Plak.

2.6.2. Zeminden Ayrılmamış Plak

Şekil 2.19 böylesi durumu temsil etmektedir. Bu durumda Şekil 2.6 a ve b' deki 3. bölge geçerli kalmaktadır. Plak ve zemin tamamen elastik davranış gösterir. (2.60) sınır koşullarından

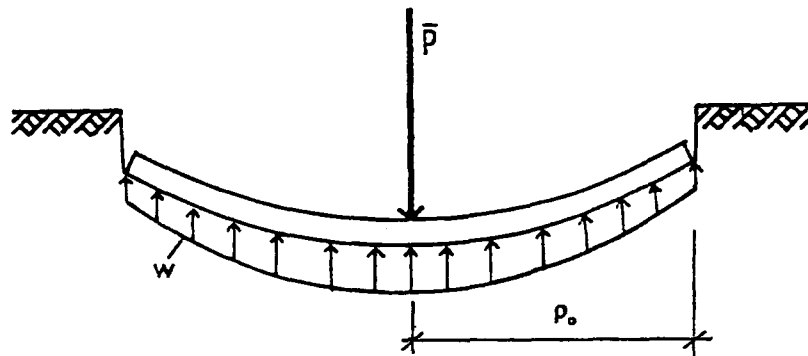
$$w'(\rho_b)] \rightarrow C_1 \text{ber}'\rho_b + C_2 \text{bei}'\rho_b + C_3 \text{ker}'\rho_b + C_4 \text{kei}'\rho_b = 0$$

$$s(\rho_b) = -\frac{\bar{p}}{2\rho_b} \rightarrow C_1 \text{bei}'\rho_b - C_2 \text{ber}'\rho_b + C_3 \text{kei}'\rho_b - C_4 \text{ker}'\rho_b + \frac{\bar{p}}{2\rho_b} = 0$$

$$m_r(\rho_0) = \rightarrow C_1 b_1 - C_2 b_2 + C_3 h_1 - C_4 h_2 = 0 \quad (2.72)$$

$$s(\rho_0)] \rightarrow C_1 \text{bei}'\rho_0 - C_2 \text{ber}'\rho_0 + C_3 \text{kei}'\rho_0 - C_4 \text{ker}'\rho_0 = 0$$

denklem takımı bulunur.



Şekil 2.19. Elastik Zemine Oturan Elastik Plak.

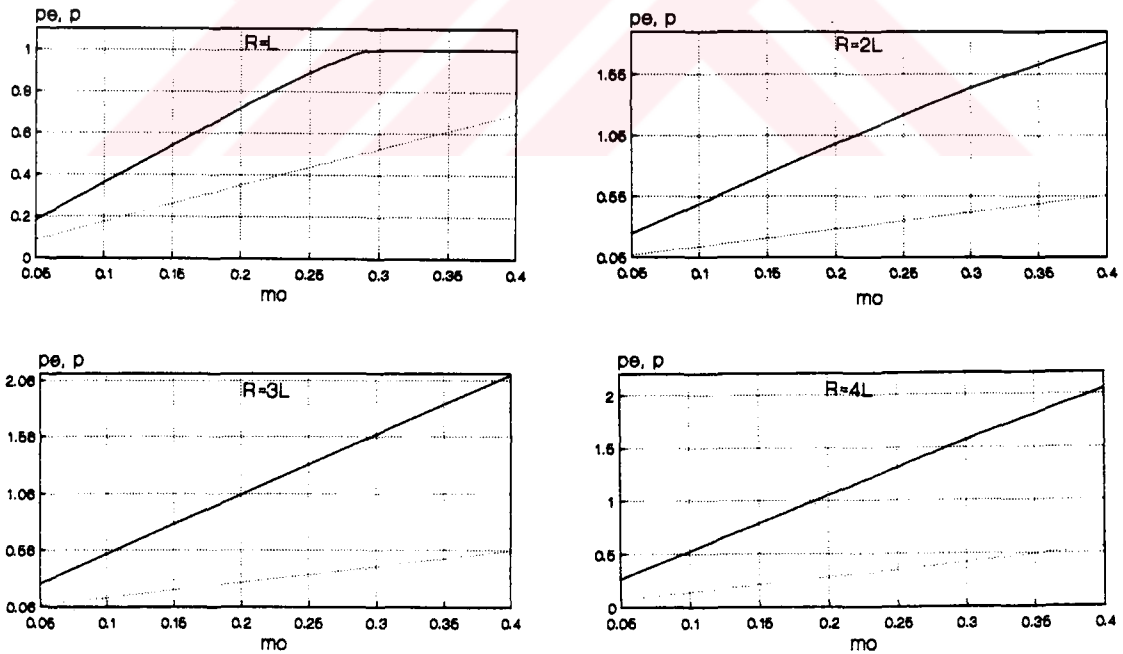
Çeşitli boyutsuz limit moment ve plak yarıçapları için limit yük, plak, zemin plastikleşme ve ayrılma yarıçapları, ilgili denklem takımlarının çözümünden elde edilmiş ve Tablo 2' de verilmiştir. Plakta ilk plastik mafsalı oluşturan yük değerleri de denklem takımlarının çözümünden elde edilip Tablo 3' de gösterilmiştir. Sözü edilen plaklarda, limit moment-limit yük ilişkileri Şekil 2.20' de görülmektedir.

Tablo 2.2. Çeşitli Uzunluklardaki Plaklarda Boyutsuz Limit Yük Değerleri.

$m_o \setminus \rho_o$	1	2	3	4
0.05	$\bar{p}=0.18$	$\bar{p}=0.247, \rho_2=1.840$	$\bar{p}=0.264, \rho_{p1}=1.497$ $\rho_{p2}=0.627, \rho_2=2.096$	$\bar{p}=0.263, \rho_{p1}=1.392$ $\rho_{p2}=0.639, \rho_2=2.194$
0.1	$\bar{p}=0.36$	$\bar{p}=0.494, \rho_2=1.840$	$\bar{p}=0.529, \rho_{p1}=1.497$ $\rho_{p2}=0.627, \rho_2=2.096$	$\bar{p}=0.526, \rho_{p1}=1.392$ $\rho_{p2}=0.639, \rho_2=2.194$
0.15	$\bar{p}=0.540$	$\bar{p}=0.741, \rho_2=1.840$	$\bar{p}=0.200, \rho_{p1}=1.497$ $\rho_{p2}=0.627, \rho_2=2.096$	$\bar{p}=0.789, \rho_{p1}=1.392$ $\rho_{p2}=0.639, \rho_2=2.194$
0.2	$\bar{p}=0.720$	$\bar{p}=0.989, \rho_2=1.840$	$\bar{p}=0.266, \rho_{p1}=1.497$ $\rho_{p2}=0.627, \rho_2=2.096$	$\bar{p}=1.052, \rho_{p1}=1.392$ $\rho_{p2}=0.639, \rho_2=2.194$
0.25	$\bar{p}=0.896$	$\bar{p}=1.229, \rho_1=0.316$ $\rho_2=1.843$	$\bar{p}=0.333, \rho_{p1}=1.497$ $\rho_{p2}=0.627, \rho_2=2.096$	$\bar{p}=1.315, \rho_{p1}=1.392$ $\rho_2=0.639, \rho_2=2.194$
0.3	zemin plastik	$\bar{p}=1.447, \rho_1=0.522$ $\rho_2=1.843$	$\bar{p}=0.400, \rho_{p1}=1.497$ $\rho_{p2}=0.627, \rho_2=2.096$	$\bar{p}=1.569, \rho_{p1}=1.393$ $\rho_{p2}=0.641, \rho_1=0.371$ $\rho_2=2.1937$
0.35	zemin plastik	$\bar{p}=1.644, \rho_1=0.683$ $\rho_2=1.848$	$\bar{p}=0.466, \rho_{p1}=1.497$ $\rho_{p2}=0.627, \rho_2=2.096$	$\bar{p}=1.810, \rho_{p1}=1.401$ $\rho_{p2}=0.652, \rho_1=0.558$ $\rho_2=2.1932$
0.4	zemin plastik	$\bar{p}=1.824, \rho_1=0.813$ $\rho_2=1.856$	$\bar{p}=0.533, \rho_{p1}=1.497$ $\rho_{p2}=0.627, \rho_2=2.096$	$\bar{p}=2.046, \rho_{p1}=1.419$ $\rho_{p2}=0.676, \rho_1=0.722$ $\rho_2=2.192$

Tablo 2.3. Çeşitli Uzunluklardaki Plalarda İlk plastikleşmeyi Oluşturan Boyutsuz Yük Değerleri.

$m_o \setminus \rho_o$	1	2	3	4
0.05	$\bar{p}=0.084$	$\bar{p}=0.067$	$\bar{p}=0.067, \rho_2=2.644$	$\bar{p}=0.067, \rho_2=2.719$
0.1	$\bar{p}=0.169$	$\bar{p}=0.13$	$\bar{p}=0.133, \rho_2=2.644$	$\bar{p}=0.134, \rho_2=2.719$
0.15	$\bar{p}=0.253$	$\bar{p}=0.201$	$\bar{p}=0.200, \rho_2=2.644$	$\bar{p}=0.201, \rho_2=2.719$
0.2	$\bar{p}=0.337$	$\bar{p}=0.269$	$\bar{p}=0.266, \rho_2=2.719$	$\bar{p}=0.268, \rho_2=2.719$
0.25	$\bar{p}=0.421$	$\bar{p}=0.336$	$\bar{p}=0.333, \rho_2=2.644$	$\bar{p}=0.335, \rho_2=2.719$
0.3	$\bar{p}=0.506$	$\bar{p}=0.403$	$\bar{p}=0.400, \rho_2=2.644$	$\bar{p}=0.402, \rho_2=2.719$
0.35	$\bar{p}=0.590$	$\bar{p}=0.470$	$\bar{p}=0.466, \rho_2=2.644$	$\bar{p}=0.469, \rho_2=2.719$
0.4	$\bar{p}=0.674$	$\bar{p}=0.537$	$\bar{p}=0.533, \rho_2=2.644$	$\bar{p}=0.536, \rho_2=2.719$



..... Plakta ilk plastik mafsalı oluşturan yük.

—— Limit yük.

Şekil 2.20. Çeşitli Uzunluklardaki Plalarda Boyutsuz Moment-Yük İlişkisi.

BÖLÜM 3 - UYGULAMALAR

3.1. GENEL TANIMLAR

Zemin cinsi belli olduğuna göre, yatak katsayısı ve taşıma gücü bilinmektedir. Zemin yatak katsayısı

$$k = k_{30} \left(\frac{b+30}{2b} \right) \quad (3.1)$$

bağıntısıyla bellidir [51]. Burada k_{30} , 30x30 cm boyutundaki taban plağının yükleme deneyinden elde edilen yatak katsayısıdır. Ele alınan problemde b yerine dairesel plağın çapı konulacaktır. Zemin taşıma gücü, dairesel plaklar için

$$Q_o = 1.3cN_c + qN_q + 0.3\gamma bN_\gamma \quad (3.2)$$

olarak verilmektedir [51]. Burada Q_o zemin taşıma gücü, c kohezyon, q temel taban seviyesinin üstündeki sürşarj, γ zeminin birim hacim ağırlığı, b plak çapı, N_c , N_q , N_γ boyutsuz büyüklükleri, ϕ kayma mukavemeti açısına bağlı taşıma kapasitesi faktörleri olarak bilinirler. Winkler tipi zeminde plastikleşme anındaki yerdeğiştirme

$$W_o = \frac{Q_o}{k} \quad (3.3)$$

şeklindedir. Problemde kullanılacak plak malzemesinin özellikleri aşağıda verilmiştir [52]:

Çelik: Doğal sertlikte beton çeliği

$$\begin{aligned} E_s &= 2.10^6 \text{ kg/cm}^2 & (\text{Çelik elastisite modülü}), \\ B\check{C}I \rightarrow \sigma_y &= 1910 \text{ kg/cm}^2 & (\text{Donatı hesap mukavemeti}), \end{aligned}$$

Beton: BS16 $\rightarrow \sigma_c = 110 \text{ kg/cm}^2$

$$\begin{aligned} E_c &= 270000 \text{ kg/cm}^2 & (\text{Beton elastisite modülü}), \\ \tau_{\max} &= 14 \text{ kg/cm}^2 & (\text{Maksimum kayma gerilmesi}) \end{aligned}$$

BS25 $\rightarrow \sigma_c = 170 \text{ kg/cm}^2$

$$\begin{aligned} E_c &= 302500 \text{ kg/cm}^2 \\ \tau_{\max} &= 20 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

$\nu = 0.15$ (Beton poisson oranı)

3.2. PLAK TİPLERİ

Bütün plak tiplerinde 15 cm arayla 10 mm çapında BÇİ çeliği kullanılacak, plak kalınlığı 25 cm, pas payı 2 cm alınacaktır. Zımbalama kontrolü

$$\tau = \frac{P}{\pi(2R_o+H)H} \quad (3.4)$$

bağıntısıyla yapılacaktır[52]. Burada $\bar{P}$ tekil yük, R_o plak yarıçapı, H plak kalınlığıdır.

1.Tip Plak : BS16 , R=150 cm,

2.Tip Plak :BS16 , R=300 cm,

3.Tip Plak :BS16 , R=450 cm,

4.Tip Plak :BS25, R= 150 cm,

5.Tip Plak :BS25, R= 300 cm,

6.Tip Plak :BS25, R= 450 cm,

Bundan sonra metinde tip kullanılmayacak, (1) plağı, (2) plağı vb. diye anılacaktır.

-(1), (2), (3) plakları için

$$(2.3.a) \rightarrow I_c = 17.87 \quad \text{cm}^3$$

$$(2.3.b) \rightarrow I_s = 151.86 \quad \text{cm}^3$$

$$(2.2) \rightarrow D = 278690252 \quad \text{kgcm}$$

$$(2.4) \rightarrow M_o = 2381.66 \quad \text{kgcm/cm}$$

-(4), (5), (6) plakları için

$$(2.3.a) \rightarrow I_c = 15.52 \quad \text{cm}^3$$

$$(2.3.b) \rightarrow I_s = 137.76 \quad \text{cm}^3$$

$$(2.2) \rightarrow D = 248488599 \quad \text{kgcm}$$

$$(2.4) \rightarrow M_o = 2462.69 \quad \text{kgcm/cm}$$

olmaktadır.

3.3. ZEMİN TİPLERİ

Zemin tipleri için gerekli değerler ilgili kaynaktan alınmıştır [51].

1. Tip Zemin-Üniform Gevşek Kuru Kum

$$c = 0$$

$$\gamma = 1.44 \text{ gr/cm}^3$$

$$q = 0 \text{ (Yüzeysel temellerde)}$$

$$\phi = 30^\circ \rightarrow N_\gamma = 19.7$$

$$k_{30} = 1.281 \text{ kg/cm}^3$$

2. Tip Zemin-Üniform Sıkı Kuru Kum

$$c = 0$$

$$\gamma = 1.73 \text{ gr/cm}^3$$

$$q = 0 \text{ (Yüzeysel temellerde)}$$

$$\phi = 40^\circ \quad N_\gamma = 100.4$$

$$k_{30} = 16.015 \text{ kg/cm}^3$$

Bundan sonra tip kullanılmadan, zemin tipi (1) zemini, (2) zemini olarak anılacaktır.

3.4. ÖRNEK 1

(1) plağı (1) zemini üzerine oturmaktadır. Çözümde gerekli değerler

$$(3.1) \rightarrow k = 0.705 \text{ kg/cm}^3$$

$$(3.2) \rightarrow Q_o = 2.553 \text{ kg/cm}^2$$

$$(3.3) \rightarrow W_o = 3.621 \text{ cm}$$

$$(2.1) \rightarrow L = 141.00 \text{ cm}$$

$$(2.6) \rightarrow m_o = 0.04692$$

$$(2.6) \rightarrow \rho_o = 1.064, \quad \rho_b = 0.10$$

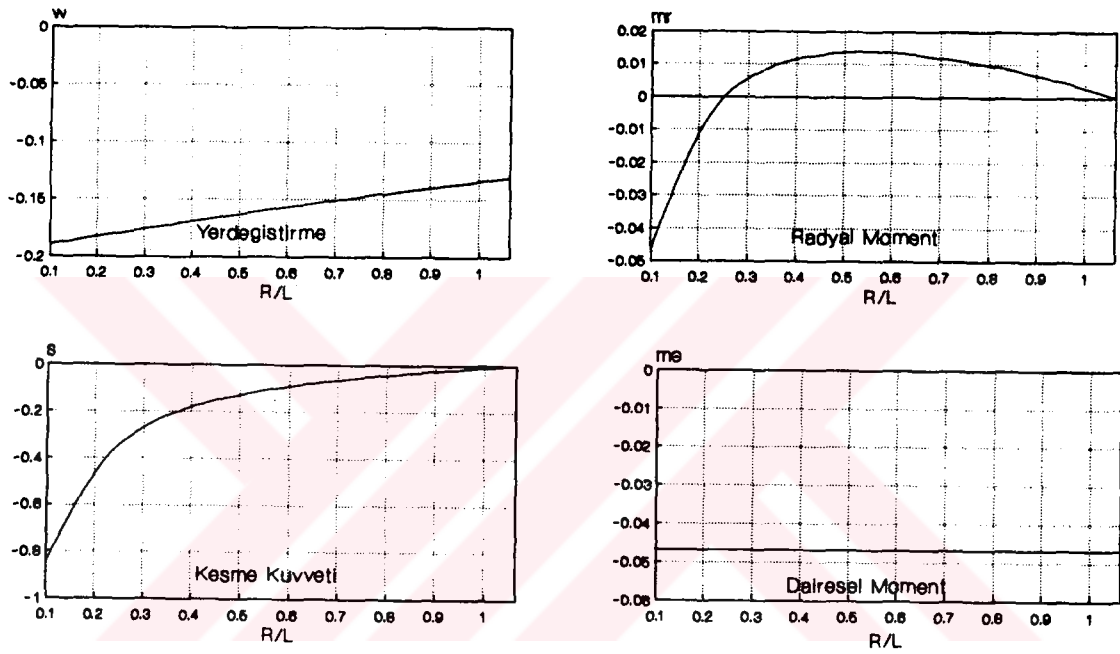
bulunur. Problemin (2.70) denklem takımıyla çözümünden

$$\bar{p} = 0.1688$$

$$(2.6) \rightarrow \bar{P} = 26.91 \text{ ton}$$

$$\rho_{p1} = 1.064$$

değerleri bulunur. Yerdeğiştirme ve kesit tesiri diyagramları Şekil 3.1' de verilmiştir.



Şekil 3.1. Yerdeğiştirme ve Kesit Tesiri Diyagramları.

3.5. ÖRNEK 2

(2) plağı, (1) zemini üzerine oturmaktadır. Çözümde gerekli değerler

$$(3.1) \rightarrow k = 0.673 \text{ kg/cm}^3$$

$$(3.2) \rightarrow Q_0 = 5.106 \text{ kg/cm}^2$$

$$(3.3) \rightarrow W_0 = 7.587 \text{ cm}$$

$$(2.1) \rightarrow L = 142.65 \text{ cm}$$

$$(2.6) \rightarrow m_0 = 0.0229$$

$$(2.6) \rightarrow \rho_0 = 2.103, \rho_b = 0.1$$

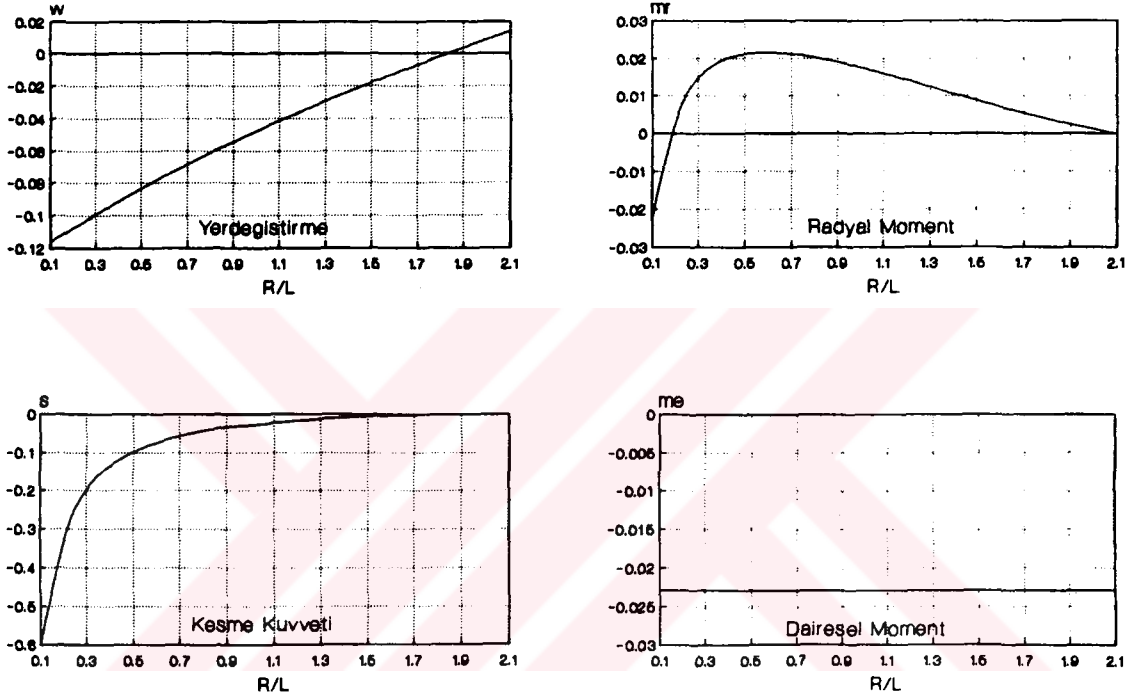
olup, problemin (2.69) denklem takımıyla çözümünden

$$\bar{p} = 0.1199$$

$$(2.6) \rightarrow \bar{P} = 39.138 \text{ ton}$$

$$\rho_2 = 1.831, \rho_{p1} = 2.103$$

değerleri bulunur. Yerdeğiştirme ve kesit tesiri diyagramları Şekil 3.2' de verilmiştir.



Şekil 3.2. Yerdeğiştirme ve Kesit Tesiri Diyagramları.

3.6. ÖRNEK 3

(3) plağı, (1) zemini üzerine oturmaktadır. Çözümde gerekli değerler

$$(3.1) \rightarrow k = 0.6619 \text{ kg/cm}^3$$

$$(3.2) \rightarrow Q_0 = 7.6594 \text{ kg/cm}^2$$

$$(3.3) \rightarrow W_0 = 11.572 \text{ cm}$$

$$(2.1) \rightarrow L = 143.25 \text{ cm}$$

$$(2.6) \rightarrow m_0 = 0.01515$$

$$(2.6) \rightarrow \rho_o = 3.141, \rho_b = 0.10$$

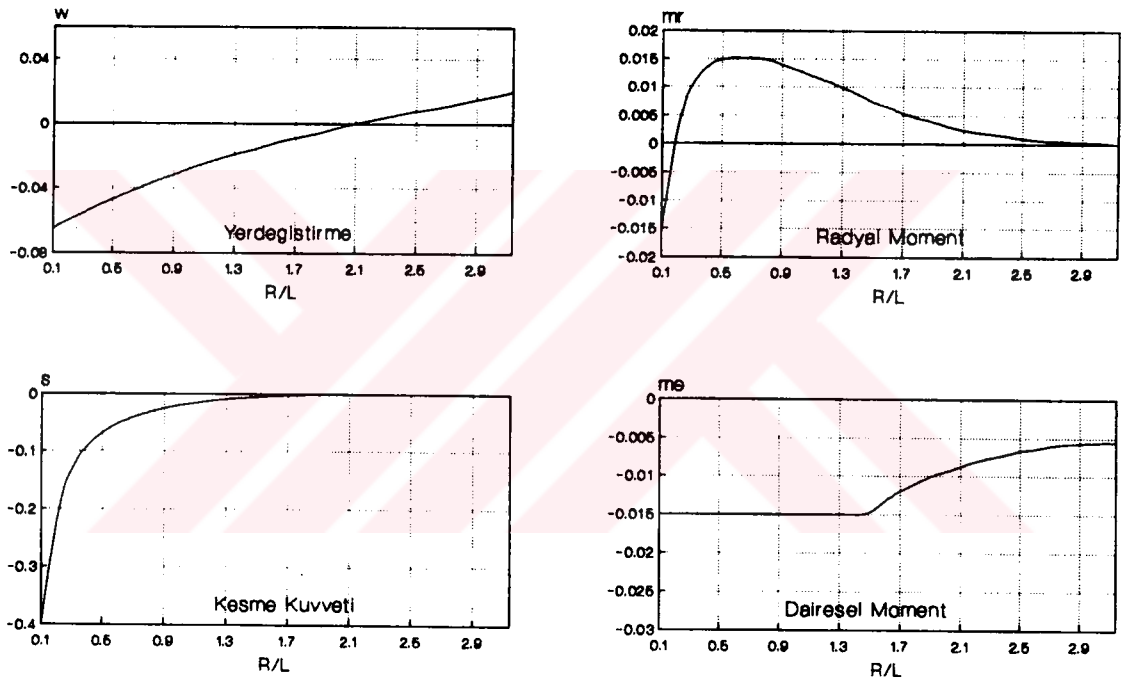
problemin, (2.58)' in (2.68)' e eklenmesiyle bulunacak denklem takımıyla çözümünden

$$\bar{p} = 0.080$$

$$(2.6) \rightarrow \bar{P} = 39.503 \text{ ton}$$

$$\rho_2 = 2.1157, \rho_{p1} = 1.4728, \rho_{p2} = 0.6295$$

değerleri bulunur. Yerdeğiştirme ve kesit tesiri diyagramları Şekil 3.3' de verilmiştir.



Şekil 3.3. Yerdeğiştirme ve Kesit Tesiri Diyagramları.

3.7. ÖRNEK 4

(4) plağı, (1) zemini üzerine oturmaktadır. Çözümde gerekli değerler

$$(3.1) \rightarrow k = 0.705 \text{ kg/cm}^3$$

$$(3.2) \rightarrow Q_o = 2.553 \text{ kg/cm}^2$$

$$(3.3) \rightarrow W_o = 3.621 \text{ cm}$$

$$(2.1) \rightarrow L = 137.02 \text{ cm}$$

$$(2.6) \rightarrow m_o = 0.0514$$

$$(2.6) \rightarrow \rho_o = 1.0947, \rho_b = 0.10$$

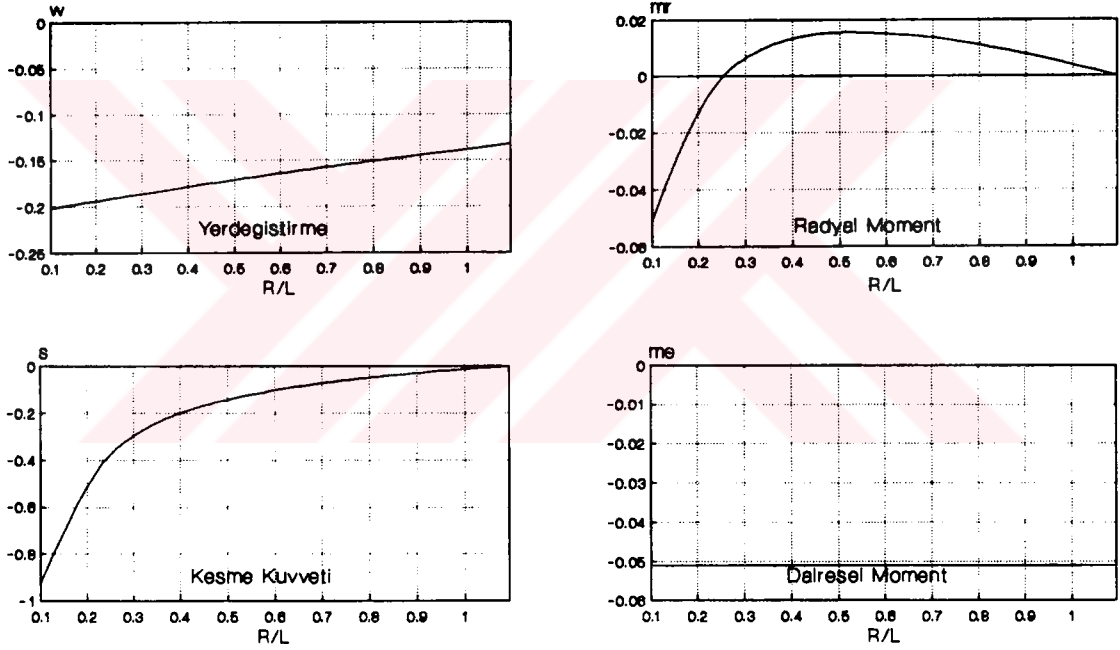
olur, problemin (2.70) denklem takımıyla çözümünden

$$\bar{p} = 0.185$$

$$(2.6) \rightarrow \bar{P} = 27.855 \text{ ton}$$

$$\rho_{pl} = 1.0947$$

değerleri bulunur. Yerdeğiştirme ve kesit tesiri diyagramları Şekil 3.4' de verilmiştir.



Şekil 3.4. Yerdeğiştirme ve Kesit Tesiri Diyagramları.

3.7. ÖRNEK 5

(5) plağı, (1) zemini üzerine oturmaktadır. Çözümde gerekli değerler

$$(3.1) \rightarrow k = 0.673 \text{ kg/cm}^3$$

$$(3.2) \rightarrow Q_o = 5.106 \text{ kg/cm}^2$$

$$(3.3) \rightarrow W_o = 7.587 \text{ cm}$$

$$(2.1) \rightarrow L = 138.62 \text{ cm}$$

$$(2.6) \rightarrow m_o = 0.0251$$

$$(2.6) \rightarrow \rho_o = 2.164, \rho_b = 0.10$$

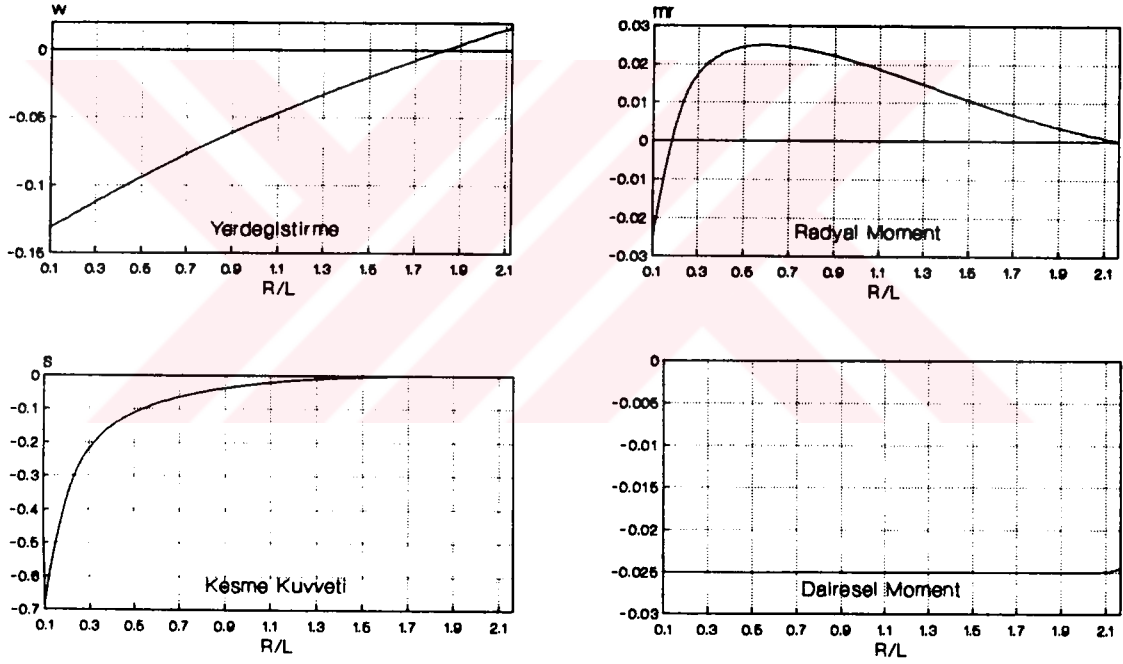
olur, problemin (2.69) denklem takımıyla çözümünden

$$\bar{p} = 0.1352$$

$$(2.6) \rightarrow \bar{P} = 41.674 \text{ ton}$$

$$\rho_2 = 1.832, \rho_{p1} = 2.128, \rho_{p2} = 0.59$$

değerleri bulunur. Yerdeğiştirme ve kesit tesiri diyagramları Şekil 3.5' de verilmiştir.



Şekil 3.5. Yerdeğiştirme ve Kesit Tesiri Diyagramları.

3.9. ÖRNEK 6

(6) plağı, (1) zemini üzerine oturmaktadır. Çözümde gerekli değerler

$$(3.1) \rightarrow k = 0.6619 \text{ kg/cm}^3$$

$$(3.2) \rightarrow Q_o = 7.6594 \text{ kg/cm}^2$$

$$(3.3) \rightarrow W_o = 11.572 \text{ cm}$$

$$(2.1) \rightarrow L = 139.197 \text{ cm}$$

$$(2.6) \rightarrow m_o = 0.01659$$

$$(2.6) \rightarrow \rho_o = 3.233, \rho_b = 0.10$$

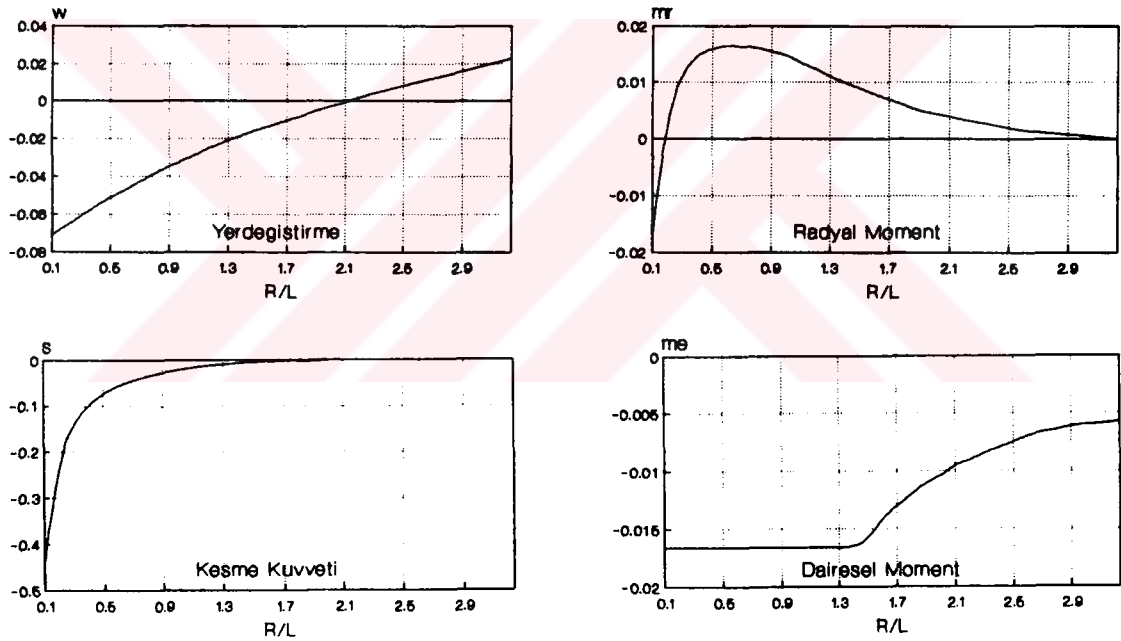
olur, problemin (2.58)' in (2.68)' e eklenmesiyle kurulacak denklem takımıyla çözümünden

$$\bar{p} = 0.0876$$

$$(2.6) \rightarrow \bar{P} = 40.843 \text{ ton}$$

$$\rho_2 = 2.1271, \rho_{p1} = 1.4595, \rho_{p2} = 0.6309$$

değerleri bulunur. Yerdeğiştirme ve kesit tesiri diyagramları Şekil 3.6' da verilmiştir.



Şekil 3.6. Yerdeğiştirme ve Kesit Tesiri Diyagramları.

3.10. ÖRNEK 7

(1) plağı, (2) zemini üzerine oturmaktadır. Çözümde gerekli değerler

$$(3.1) \rightarrow k = 8.8083 \text{ kg/cm}^3$$

$$(3.2) \rightarrow Q_o = 15.632 \text{ kg/cm}^2$$

$$(3.3) \rightarrow W_o = 1.7747 \text{ cm}$$

$$(2.1) \rightarrow L = 75.00 \text{ cm}$$

$$(2.6) \rightarrow m_o = 0.0271$$

$$(2.6) \rightarrow \rho_o = 2.00, \rho_b = 0.2$$

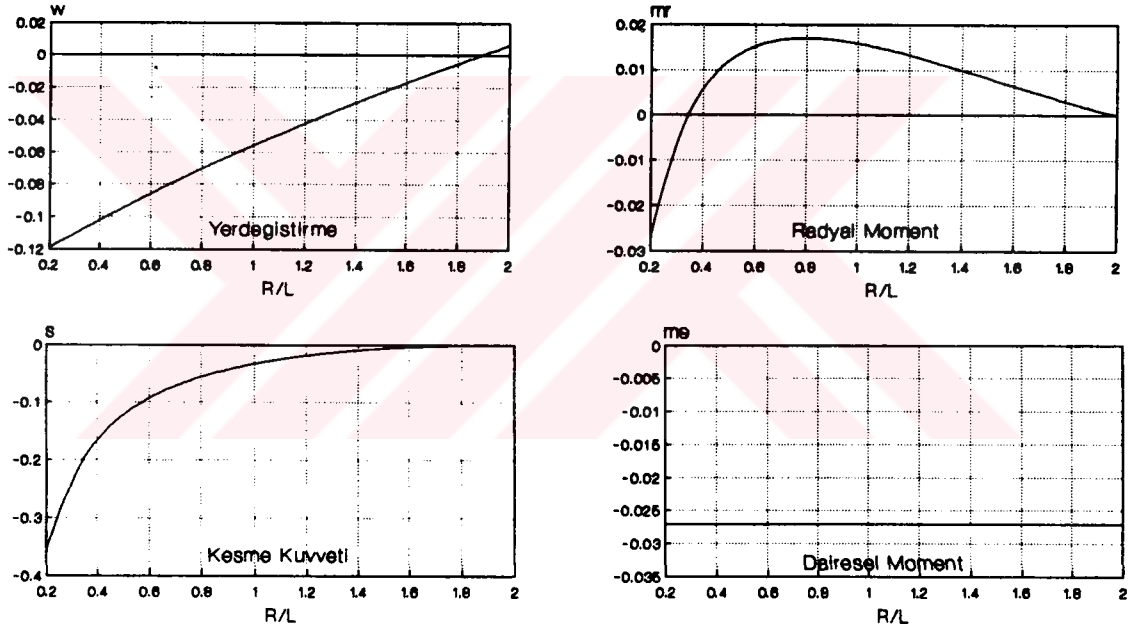
olur, problemin (2.69) denklem takımıyla çözümünden

$$\bar{p} = 0.1415$$

$$(2.6) \rightarrow \bar{P} = 39.088 \text{ ton}$$

$$\rho_2 = 1.89, \rho_{p1} = 2.00$$

değerleri bulunur. Yerdeğiştirme ve kesit tesiri diyagramları Şekil 3.7' de verilmiştir.



Şekil 3.7. Yerdeğiştirme ve Kesit Tesiri Diyagramları.

3.11. ÖRNEK 8

(2) plağı, (2) zemini üzerine oturmaktadır. Çözümde gerekli değerler

$$(3.1) \rightarrow k = 8.4079 \text{ kg/cm}^3$$

$$(3.2) \rightarrow Q_o = 31.2646 \text{ kg/cm}^2$$

$$(3.3) \rightarrow W_o = 3.7185 \text{ cm}$$

$$(2.1) \rightarrow L = 75.88 \text{ cm}$$

$$(2.6) \rightarrow m_o = 0.01323$$

$$(2.6) \rightarrow \rho_o = 3.954, \rho_b = 0.2$$

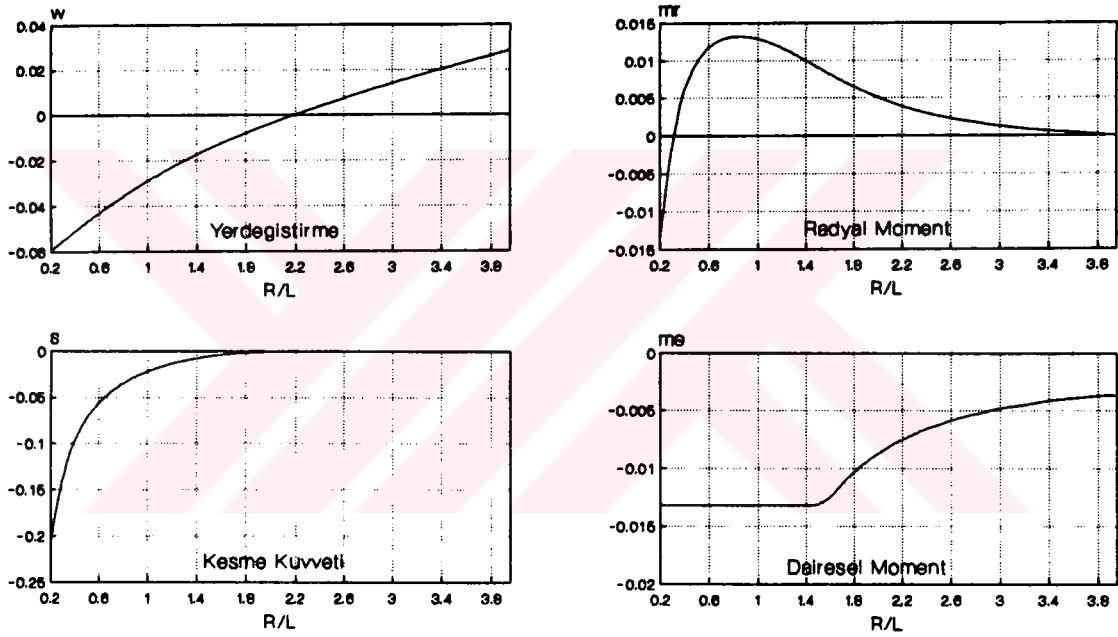
olur, problemin, (2.58)' in (2.68)' e eklenmesiyle kurulacak denklem takımıyla çözümünden

$$\bar{p} = 0.0823$$

$$(2.6) \rightarrow \bar{P} = 46.54 \text{ ton}$$

$$\rho_2 = 2.1916, \rho_{p1} = 1.5496, \rho_{p2} = 0.842$$

değerleri bulunur. Yerdeğiştirme ve kesit tesiri diyagramları Şekil 3.8' de verilmiştir.



Şekil 3.8. Yerdeğiştirme ve Kesit Tesiri Diyagramları.

3.12. ÖRNEK 9

(3) plağı, (2) zemini üzerine oturmaktadır. Çözümde gerekli değerler

$$(3.1) \rightarrow k = 8.274 \text{ kg/cm}^3$$

$$(3.2) \rightarrow Q_o = 46.897 \text{ kg/cm}^2$$

$$(3.3) \rightarrow W_o = 5.668 \text{ cm}$$

$$(2.1) \rightarrow L = 76.182 \text{ cm}$$

$$(2.6) \rightarrow m_o = 0.00875$$

$$(2.6) \rightarrow \rho_o = 5.907, \rho_b = 0.20$$

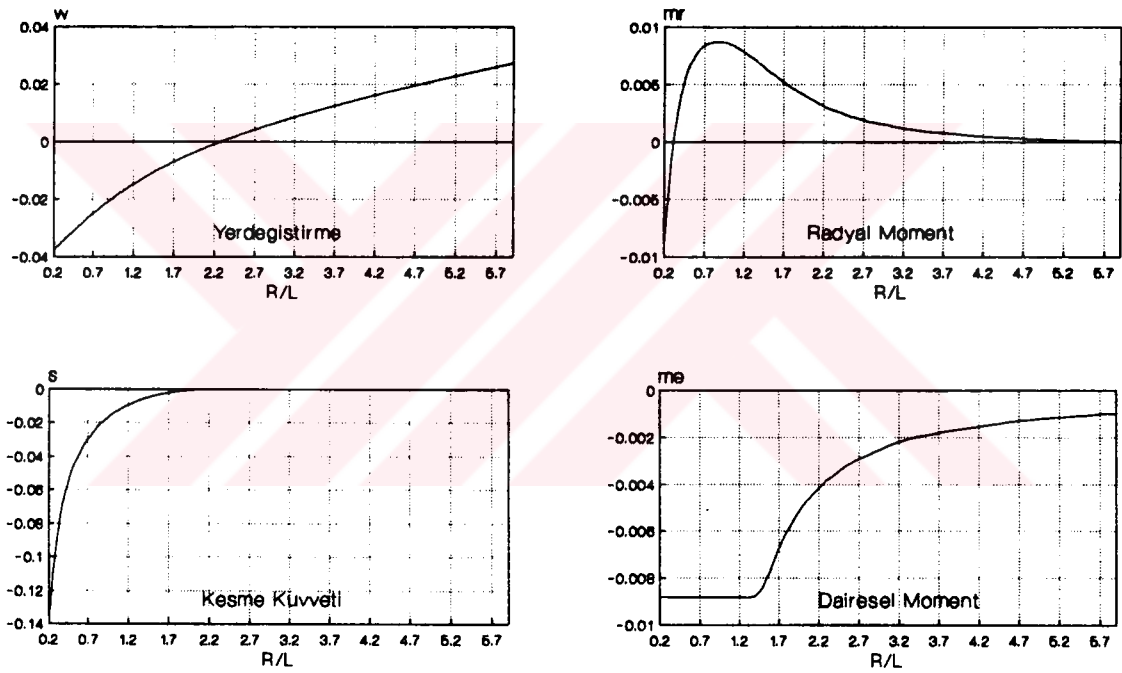
olur, problemin, (2.58)' in (2.68)' e eklenmesiyle kurulacak denklem takımıyla çözümünden

$$\bar{p} = 0.0541$$

$$(2.6) \rightarrow \bar{P} = 46.259 \text{ ton}$$

$$\rho_2 = 2.2726, \rho_{p1} = 1.4711, \rho_{p2} = 0.8546$$

değerleri bulunur. Yerdeğiştirme ve kesit tesiri diyagramları Şekil 3.9' da verilmiştir.



Şekil 3.9. Yerdeğiştirme ve Kesit Tesiri Diyagramları.

3.13. ÖRNEK 10

(4) plağı, (2) zemini üzerine oturmaktadır. Çözümde gerekli değerler

$$(3.1) \rightarrow k = 8.8083 \text{ kg/cm}^3$$

$$(3.2) \rightarrow Q_o = 15.6323 \text{ kg/cm}^2$$

$$(3.3) \rightarrow W_o = 1.7747 \text{ cm}$$

$$(2.1) \rightarrow L = 72.88 \text{ cm}$$

$$(2.6) \rightarrow m_o = 0.02966$$

$$(2.6) \rightarrow \rho_o = 2.058, \rho_b = 0.2$$

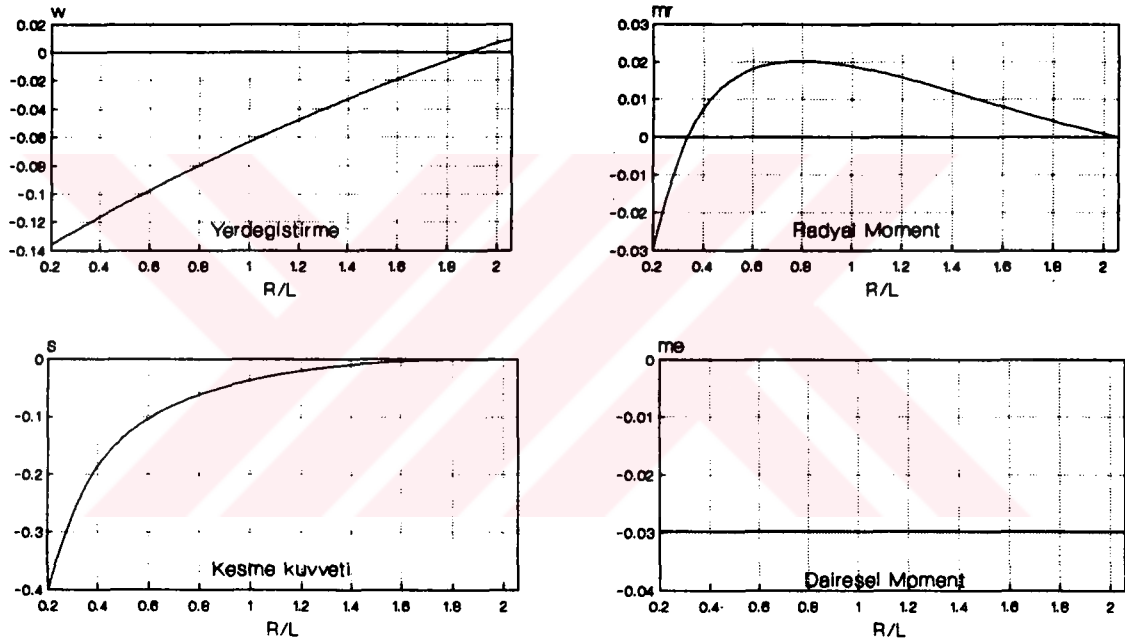
olur, problemin (2.69) denklem takımıyla çözümünden

$$\bar{p} = 0.16$$

$$(2.6) \rightarrow \bar{P} = 41.735 \text{ ton}$$

$$\rho_2 = 1.886, \rho_{p1} = 2.058$$

değerleri bulunur. Yerdeğiştirme ve kesit tesiri diyagramları Şekil 10' da verilmiştir.



Şekil 3.10. Yerdeğiştirme ve Kesit Tesiri Diyagramları.

3.14. ÖRNEK 11

(5) plağı, (2) zemini üzerine oturmaktadır. Çözümde gerekli değerler

$$(3.1) \rightarrow k = 8.4079 \text{ kg/cm}^3$$

$$(3.2) \rightarrow Q_o = 31.2646 \text{ kg/cm}^2$$

$$(3.3) \rightarrow W_o = 3.7185 \text{ cm}$$

$$(2.1) \rightarrow L = 73.73 \text{ cm}$$

$$(2.6) \rightarrow m_o = 0.01449$$

$$(2.6) \rightarrow \rho_o = 4.069, \rho_b = 0.20$$

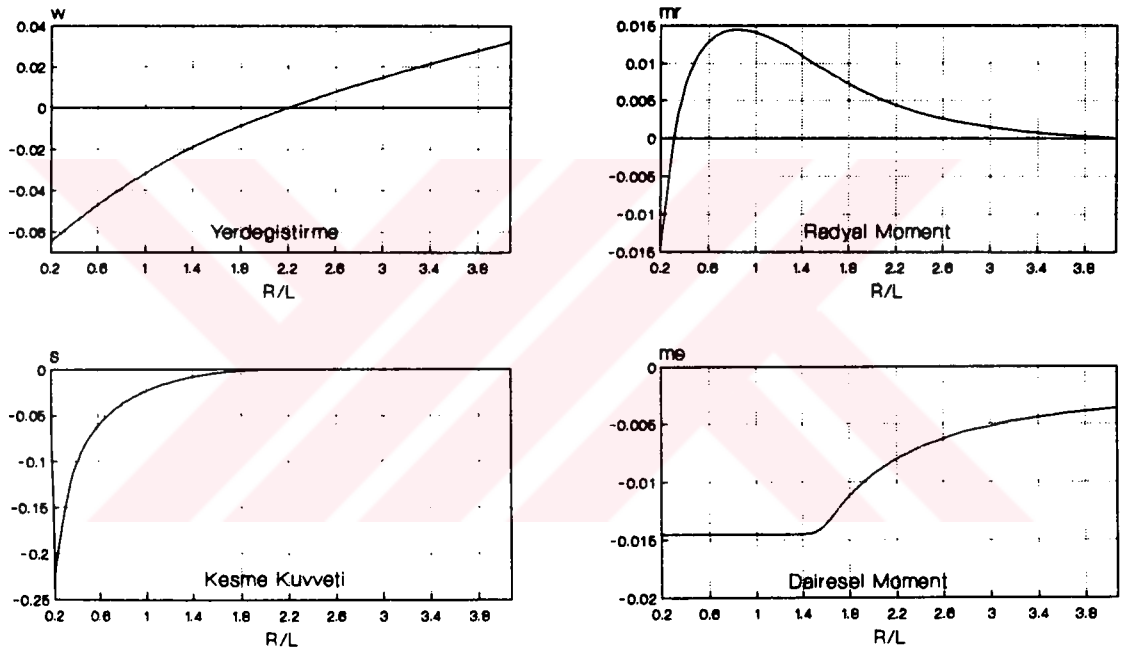
olur, problemin, (2.58)' in (2.68)' e eklenmesiyle kurulacak denklem takımıyla çözümünden

$$\bar{p} = 0.0901$$

$$(2.6) \rightarrow \bar{P} = 48.108 \text{ ton}$$

$$\rho_2 = 2.1974, \rho_{p1} = 1.5466, \rho_{p2} = 0.8433$$

değerleri bulunur. Yerdeğiştirme ve kesit tesiri diyagramları Şekil 3.11' de verilmiştir.



Şekil 3.11. Yerdeğiştirme ve Kesit Tesiri Diyagramları.

3.15. ÖRNEK 12

(6) plağı, (2) zemini üzerine oturmaktadır. Çözümde gerekli değerler

$$(3.1) \rightarrow k = 8.274 \text{ kg/cm}^3$$

$$(3.2) \rightarrow Q_o = 46.897 \text{ kg/cm}^2$$

$$(3.3) \rightarrow W_o = 5.668 \text{ cm}$$

$$(2.1) \rightarrow L = 74.03 \text{ cm}$$

$$(2.6) \rightarrow m_o = 0.00958$$

$$(2.6) \rightarrow \rho_o = 6.079, \rho_b = 0.2$$

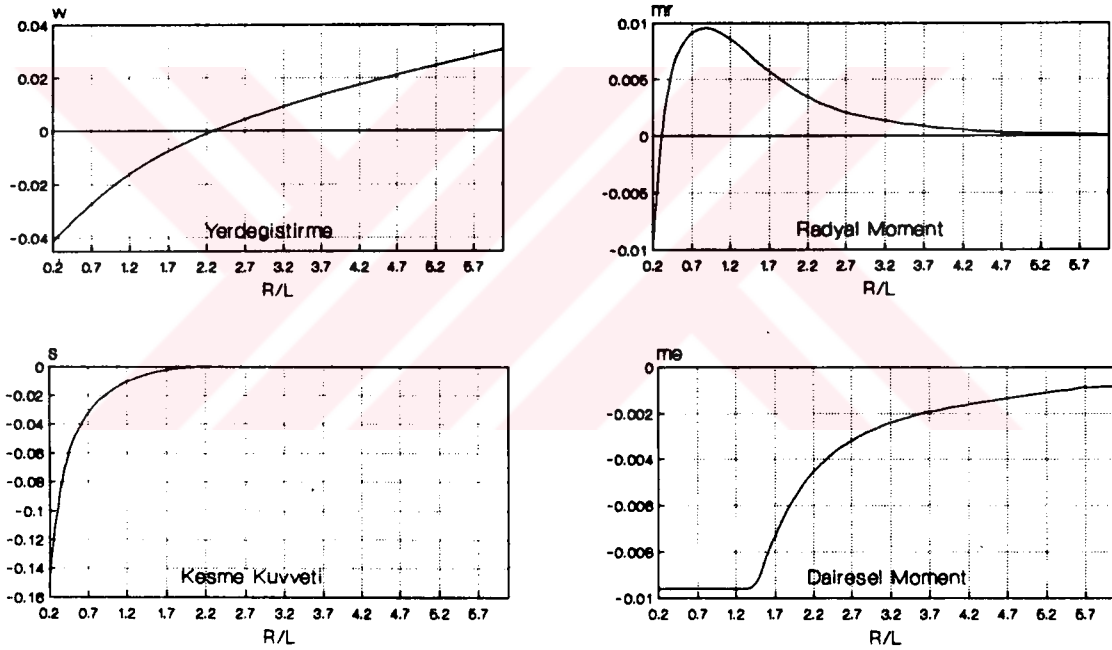
olur, problemin, (2.58)' in (2.68)' e eklenmesiyle kurulacak denklem takımıyla çözümünden

$$\bar{p} = 0.0592$$

$$(2.6) \rightarrow \bar{P} = 47.80 \text{ ton}$$

$$\rho_2 = 2.2768, \rho_{p1} = 1.4672, \rho_{p2} = 0.8552$$

değerleri bulunur. Yerdeğiştirme ve kesit tesiri diyagramları Şekil 3.12' de verilmiştir.



Şekil 3.12. Yerdeğiştirme ve Kesit Tesiri Diyagramları.

BÖLÜM 4 - SONUÇLAR

Elasto-plastik zemine oturan, tekil yük etkisindeki betonarme plağın elasto-plastik analizi yapılmıştır. Değişik plak parametreleri için, ilk plastik mafsaldan mekanizma durumuna kadarki yükler, yerdeğiştirme ve kesit tesirleri, zemin plastikleşme bölgesi ve ayrılma yarıçapları bulunmuştur. Çözüm, plağın tüm plastik bölgesinin Şekil 2.5' deki AB kenarına karşılık gelen tek bir rejimde bulunduğunu göstermektedir. Çözümleme kesitinde hiçbir mükemmelleştirme yapılmayan üniform plak için geliştirilmiştir. Plastik analizde plak yerdeğiştirmeleri bulunamamasına karşın, elasto-plastik hesapta bu mümkündür ve plaktaki şekil değiştirmeler sınırlandırılabilir. Değişik plak parametreleri için zemin davranışı irdelenmiştir. Analiz sonucu elde edilen bulgular kısaca aşağıdaki gibidir:

- Kısa plaklarda, radyal akma çizgilerinin plak kenarına ulaşması ile mekanizma durumuna geçilebilir. Böylesi plaklarda, limit momentin artımına koşut olarak plak mekanizma durumuna varmadan sistem göçebilir; taşıma gücünü zemin belirler,

- Küçük moment değerlerinde, zeminde plastikleşme yokken plak mekanizma durumuna varabilir; çoğunlukla böylesi durumla karşılaşılır,

- Orta uzunluktaki plaklar (yaklaşık $2L$ dolaylarında), limit momente bağlı olarak, mekanizma durumuna radyal akma çizgilerinin kenarlara varmasıyla ulaşabildiği gibi (kısa plak davranışı), radyal akma çizgilerinin oluşum bölgesi içinde meydana gelen bir dairesel akma çizgisiyle de mekanizma durumuna varılabilir (uzun plak davranışı). Uzun plaklarda, göçme durumunda, zeminden ayrılma olur,

- Yük yayılma bölgesi yarıçapı $\rho_b=0.1$ için dairesel akma çizgisi merkezden yaklaşık olarak $0.65.L$ uzaklığında oluşmaktadır. Bu değır sonsuz uzun rijit-plastik plak için $0.8.L$ civarındadır [41],

- İlk plastik mafsaldan mekanizma durumuna kadarki süreçte yk artışı, gözönüne alınan parametreler için yaklaşık % 100 ile % 300 arasında değışmektedir,

- Tekil yükle yüklü plaklarda üst donatının gerekliliğı görülmüştür,

- Zeminin elastik kalmasına koşut olarak, boyutsuz plak yarıçapı sabit tutulursa, ayrılma durumunda boyutsuz momentin değışmesine karşın ayrılma yarıçapı, dairesel ve radyal çatlak yarıçapları sabit kalmakta, limit yk doğıru orantılı değışmektedir,

- Zeminde plastikleşme varsa, yükün artımıyla zemin plastikleşme bölgesi genişlemekte, radyal ve dairesel akma çizgileri yarıçapları büyümektedir, zeminde henüz plastikleşme oluşmamışsa, yükün artımıyla plak ortasında, zeminde gerilme yığılması olmaktadır,

- Beklenen bir sonuç olarak, yk civarında kesme kuvvetleri mutlak değır olarak en büyük, kenarda ise sıfırdır,

- Dairesel ve radyal momentler merkezde birbirine eşit ve pozitif, yükün hemen yakınında radyal moment değeri negatif, kenarda sıfır, dairesel moment tüm plak üzerinde artı olmaktadır,

- Alt ve üstte farklı donatılmış plaklar değışik plak rijitlik değeri kullanarak czmlenebilir. Yapılan czmleme, çeşitli sınır şartları ve üniform yük için küçük değışiklikler yapılarak kullanılabilir,

- Sonlu uzunluktaki plağın belirli plak ve zemin parametrelerine bağılı olarak sonsuz uzun plak davranışı gsterdiğı gözlemlenmiştir.

Problemin özelliği nedeniyle, zımbalama gerilmelerinin (3.4) bağıntısıyla kontrol edilmesi gereklidir. Çözölen tüm örneklere hesaplanan kayma gerilmelerinin emniyet gerilmesinin altında kaldığı ve sonuç olarak eğilme etkilerinin egemen olduğu gözlenmiştir.



KAYNAKLAR

- [1] WINKLER, Die Lehre von der Elastizitat und Festigkeit, Prag, (1867).
- [2] HERTZ, H., Über das Gleichgewicht Schwimmender Elastischer Platten, Gesammelte Werke, Vol. 1, p. 228, (1895).
- [3] FLETCHER, H. J., and THORNE, C. J., Thin Rectangular Plates on Elastic Foundation, Journal of Applied Mechanics, ASME, pp. 361-368, September (1952).
- [4] REISMANN, H., Bending of Circular and Ring-Shaped Plates on an Elastic Foundation, Journal of Applied Mechanics, ASME, pp. 45-51, March (1954).
- [5] WEITSMAN, Y., On Foundations That React in Compression Only, Journal of Applied Mechanics, ASME; pp. 1019-1030, December (1970).
- [6] VILLAGGIO, P., A Free Boundary Value Problem in Plate Theory, Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol. 50, pp. 297-302, (1983).
- [7] CELEP, Z., Circular Plate on Tensionless Winkler Foundation, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 114, No.10, pp.1723-1739, October (1988).
- [8] CELEP, Z., Rectangular Plates Resting on Tensionless Elastic 114, No. 12, pp. 2083-2092, (1988).
- [9] CHOROS, J., and ADAMS, G.G., A Steadily Moving Load on an Elastic Beam Resting on A Tensionless Winkler Foundation, Journal of Applied Mechanics, ASME, 46 (1), pp. 175-180, (1979).
- [10] RAO, N.S.V.K., Onset of Separation Between a Beam and a Tensionless Foundation Due to Moving Loads, Journal of Applied Mechanics, ASME, 41(2), pp.303-305, (1974).
- [11] GLADWELL, G.M.L., and IYER, R. P., Unbounded Contact Between a Circular Plate and an Elastic Half-Space, Journal of Elasticity, Vol. 4, No. 2, pp. 115-130, June (1974).

- [12] VLASOV, V.Z., and LEONTEV, N. N., Beams, Plates and Shells on Elastic Foundations, Translated From Russian by Israel Program for Scientific Translations, NTIS Accession No. N67-14238, (1966).
- [13] GIRIJA VALLABHAN, C. V., Parametric Study of Beams on Elastic Foundations, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 114, No. 12, December (1988).
- [14] NOGAMI, T, and YOON, C. L., Two-Parameter Layer Model for Analysis of Slab on Elastic Foundation, ASCE, Vol. 113, No.9, pp.279-1291, (1987).
- [15] EISENBERGER, M. and CLASTORNIK, J. , Beams on Variable Two-Parameter Elastic Foundation, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.113, No. 10, pp. 1454-1466, October (1987).
- [16] FREUDENTHAL, A.M. and LORSCH, H.G., The Infinite Elastic Beam on a Linear Viscoelastic Foundation, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, EM1, pp.1158-1-1158-22, January (1957).
- [17] PISTER, K. S. and WILLIAMS, M. L., Bending of Plates on a Viscoelastic Foundation, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 86, No. EM5, pp. 31-44, October (1960).
- [18] WITT, M., Solutions of Plates on a Heterogeneous Elastic Foundation, Computers and Structures, Vol. 18, No. 1, pp. 41-45, (1984).
- [19] ZHENG, X.J. and ZHOU, Y.H., Exact Solution of Nonlinear Circular Plate on Elastic Foundation, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.114, No.8, pp. 1303-1316, August, (1988).
- [20] REISSNER, E., On the Theory of Bending of Elastic Plates, Journal of Mathematics and Physics, Vol. 23, pp. 184-191, (1944).
- [21] REISSNER, E., The Effect of Transverse Shear Deformation on the bending of Elastic Plates, Journal of applied Mechanics, ASME, Vol. 67, pp. A-69-A-77, (1945).
- [22] REISSNER, E., On a Variational Theorem in Elasticity, Journal of Mathematics and Physics, Vol. 29, pp. 90-95,(1950).

- [23] FREDERICK, D., On Some Problems in Bending of Thick Circular Plates on an Elastic Foundation, Journal of Applied Mechanics, ASME, No. 55-A-36, pp. 195-200, June (1956).
- [24] VOYIADJIS, G.Z. and KATTAN, P.I., Thick Rectangular Plates on an Elastic Foundation, ASCE, Vol. 112, No. 11, pp. 1218-1240, November (1986).
- [25] TRESCA, H., Comptes Rendus Acad. Sci., Paris, 59, p.754, (1864).
- [26] von MISES, R., Mechanik der festen Korper in plastisch deformablen Zustand, Gottinger Nachrichten Math. Phys. Klasse, pp.582 -592, (1913).
- [27] BACH, C., Elasticitat und Festigkeit, 3rd Edition, Julius Springer, Berlin, pp. 552-564, (1898).
- [28] INGERSLEV, A., The Strength of Rectangular Slabs, Journal of the Institution of structural Engineers, London, Vol. 1, pp. 3-14, January (1923).
- [29] JOHANSEN, K.W., Brudlinieteorier, Jol. Gjellerups Forlag, Copenhagen, August, p. 189, (1943).
- [30] JOHANSEN, K.W., The Ultimate Strength of Reinforced Concrete Slabs, Final Report, Third Congress, International Association for Bridge and Structural Engineering, Liege, pp. 565-570, September (1948).
- [31] JOHANSEN, K. W., Pladeformler, 2. Udgave, Plyteknisk Forening, Copenhagen, p. 172, (1949).
- [32] HOGNESTAD, E., Yield Line Theory for The Ultimate Flexural Strength of Reinforced Concrete Slabs, ACI, Journal, Vol. 24, No. 7, March (1953).
- [33] HODGE, P.G., Plastic Analysis of Structures, McGraw-Hill Publishing Co., Inc., New York, (1959).
- [34] BROTHIE, J.F., Elastic-Plastic Analysis of Transversely Loaded Plates, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 86, No. EMS, pp. 57-90 October (1960).
- [35] MEYERHOF, G.G., Bearing Capacity of Floating Ice Sheets, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 86, No. EMS, pp. 113-145, October (1960).

- [36] MEYERHOF, G.G., Load Carrying Capacity of Concrete Pavements, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 88, No. SM3, pp. 89-116, (1962).
- [37] KALISZKY, S., Load Carrying Capacity of Plastic Beams and Plates on Plastic Foundation, Archiwum Inzynierii Ladowej, Tom VI-7, pp. 19-38, (1962).
- [38] KOCATÜRK, T., ÖZGEN, K., Elasto - Plastik Zemin Oturan Betonarme Plâğin taşıma Gücü, Türkiye İnşaat Müh. XII. Teknik Kongre ve Sergisi, s. 607 - 620, Ankara, 25-27 Mayıs (1993).
- [39] ZINGONE, G., The Limit State of Indefinite Plates on Elastoplastic Continuum, 1. Italian Association of Theoretical and Applied Mechanics, AIMETA, Vol. 7, No. 3, pp. 117-123, (1972).
- [40] MOHAGHEGH, M.M. and COON, M. D., Bearing Capacity of a Coulomb Plate on Elastic Foundation, Journal of Applied Mechanics, ASME, pp. 121-126, March (1975).
- [41] ÖZGEN, K., Limit Analysis of Reinforced Concrete Plates on Elastic Foundation, Bull. Tech. Üniv., Vol. 41, pp. 401-413, (1988).
- [42] KRAJCINOVIC, D., Rigid-Plastic Circular Plates on Elastic Foundation, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 102, No. EM2, April (1976).
- [43] GAZETAS, G.G. and TASSIOS, T. P., Elastic-Plastic Slabs on Elastic Foundation, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 104, No. ST4, pp. 621-636, April, (1978).
- [44] KOCATÜRK, T., ÖZGEN, K., Elasto-Plastik Zemin Oturan Betonarme Dairesel Plâğin Taşıma Gücü, VIII. Ulusal Mekanik Kongresi, s. 398-409, Antalya, 6-10 Eylül (1993).
- [45] BAUMANN, R. and WEISBERGER, F. E., Yield - Line Analysis of Slabs - on - Grade, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 109, No. 7, pp. 15553-1568, July (1983).
- [46] SOKOL-SUPEL, J., Elastoplastic Bending of Plates Resting on Elastic Subgrade under Rotational Symmetry Conditions, Journal of Structural Mechanics, Vol. 13 (3 and 4), pp. 323-341, (1985).
- [47] BHAT, S.U. and XIROUCHAKIS, P. C., Rigid - Plastic Analysis of Floating Plates, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 111, No. 6, June (1985).

- [48] AKA, İ., KESKİNEL, F., ARDA, T.S., Betonarmeye Giriş, Birsen Kitabevi, İstanbul, (1981).
- [49] ERSOY, U. , Betonarme I, Temel İlkeler ve Taşıma Gücü Hesabı, Ankara, (1985).
- [50] McLachlan, N. W., Bessel Functions for Engineers, Clarendon Press, Oxford, (1955).
- [51] BOWLES, J.E., Foundation Analysis and Design, McGraw-Hill, Tokyo, (1988).
- [52] TS 500, Betonarme Yapıların Hesap ve Yapım Kuralları, Nisan (1984).



ÖZGEÇMİŞ

Turgut Kocatürk 1965 yılında Bafra' da doğdu. İlk öğrenimini Bafra Gazişosmanpaşa İlkokulu' nda, orta öğrenimini Bafra Lisesi orta kısmında, lise öğrenimini Bafra Lisesi' nde tamamladı.

1982 yılında Hacettepe Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Hidrojeoloji Bölümü' ne girdi. İki yıl sonra kendi isteğiyle buradan ayrıldı. Aynı yıl Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Bölümü' ne kaydoldu. 1988 yılında bölüm birincisi olarak mezun oldu. Yine 1988' de Y.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat - Yapı Programı' nda lisansüstü öğrenimine başladı. 1989 yılı güz döneminde Y.Ü. İnşaat Bölümü Mekanik Anabilimdalı' na araştırma görevlisi olarak girdi. 1990 yılı güz döneminde lisansüstü öğrenimini Yapı Dalı birincisi olarak tamamladı ve İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat -Yapı Programı' na girdi. Halen Yıldız Teknik Üniversitesi' nde araştırma görevlisi olarak çalışmayı sürdürmektedir.

Y.Ü. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
1997