

39848

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
HİDROLİK - HİDROLOJİ VE SU KAYNAKLARI DOKTORA TEZİ No: 10
Yöneten : Prof. Dr. Nilgün HARMANCIOĞLU

**HİDROLOJİK SÜREÇLERİN BİLGİ İÇERİĞİNDEKİ
DEĞİŞİM MİKTARI OLARAK
ENTROPİ TANIMI**

39848

İnş. Yük. Müh. Türkay BARAN

İÇİŞİLERİ BAKANLIĞI
T.C. İÇİŞİLERİ BAKANLIĞI
DOKÜMANTASYON

İzmir - 1993

Ö N S Ö Z

Bilgi sözcüğü gerek günlük yaşantıda ve gerekse bilimsel çalışmalar içinde sık kullanılan bir sözcüktür. Bunun ötesinde, yaşadığımız çağ *Bilgi Çağı* olarak tanımlanmakta; yoğun bilgi akışı nedeniyle, özellikle gelişmiş ülkelerde yaşanan *veri şişkinliği*nden kurtulabilmek amacıyla, bilgi tanımından *kullanılabilir bilgi, yararlı bilgi* tanımına geçilmeye çalışılmaktadır.

Su kaynakları sistemlerinin değerlendirilme ve planlaması konularında yaygın kullanım alanı bulan ve *Matematiksel İletişim Kuramı*ndan hareketle tanımlanan *entropi kavramı*, belirsizliğin mertebesini veya dolaylı olarak mevcut bilginin değerini ölçme olanağı sağladığından, belirsizlik altında verilecek kararlarda daha objektif yaklaşımlara temel oluşturmaktadır. Bununla birlikte, entropi kavramının pratik problemlere uygulanmasında ortaya çıkan birtakım matematiksel problemler, yöntemin daha yaygın kullanımını engelleyici bir nitelik taşımaktadır. Sunulan çalışmanın amacı, entropi kavramının sürekli hal için tanımlanmasında yapılan hata ya da eksikliklerden kaynaklanan problemlerin giderilmesi ve yöntemin tartışılabilir yönlerinin ortadan kaldırılarak, daha nesnel ve güvenilir hale getirilmesidir.

Tez konusunun seçilip yürütülmesindeki büyük katkıları bulunan tez yöneticisi *Prof.Dr. Nilgün HARMANCIOĞLU*'na; çeşitli konularda tartışma ve değerli görüşlerinden yararlanma olanağı sağlayan *Prof.Dr. Ertuğrul BENZEDEN*; *Dr. M. Erşen ÜLKÜDAŞ* ve *Prof.Dr. Vijay P. SINGH*'e; doktora yetenek sınavı jüri üyeleri *Prof.Dr. Ünal ÖZİŞ* ve *Prof.Dr. İstemi ÜNSAL*'a ve değerli katkılarını esirgemeyen başta eşim *İnş.Yük.Müh. Serpil BARAN* olmak üzere, tüm çalışma arkadaşlarıma teşekkürü bir borç bilirim.

Temmuz 1993, İzmir

Türkay BARAN

Baran, T. (1993) : *Hidrolojik Süreçlerin Bilgi İçeriğindeki Değişim Miktarı Olarak Entropi Tanımı.* İzmir, Dokuz Eylül Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Hidrolik - Hidroloji ve Su Kaynakları Doktora Tezi.

Ö Z E T

Su kaynakları sistemlerinin teknik ve ekonomik yönden en uygun şekilde planlanması, kurulacak sistemlerin tasarım ve işletimi için gerekli parametrelerin belirlenmesi, ölçüm ağlarının optimum planlanması ile işletme performanslarının belirlenmesi ve belirsizlik altında karar verme açısından, hidrolojik gözlemlerin getirdiği bilgiyi tanımlayabilecek nesnel bir ölçüte gereksinim vardır. *Matematiksel İletişim Kuramı* ya da *Bilgi Kuramı* olarak tanımlanan bilim dalı çerçevesinde geliştirilmiş olan *entropi kavramı*, bu açıdan uygun bir kriter oluşturmakta ve su kaynakları mühendisliği problemlerinin çözümünde geniş uygulama alanı bulmaktadır.

Entropi, rasgele karakterdeki hidrolojik süreçlerin içerdiği belirsizliğin ölçüsü olmakta ve yapılan gözlemler yoluyla *kazanılan bilgi* $\equiv$ *giderilen belirsizlik* olarak tanımlanmaktadır. Bu niteliği ile entropi kavramı, bilgi içeriğini dolaylı olarak belirleyebilen bir ölçüt olmaktadır.

Entropi kavramı tanımlanan biçimiyle, su kaynakları mühendisliğinde hidrolojik süreçlerin belirsizliğinin saptanması, süreci en az taraflı temsil edecek olasılık dağılımının saptanması, hidrolojik süreçler arası bilgi aktarımı, ölçüm ağlarının planlanması ve en uygun ölçüm aralıklarının seçilmesi, ölçüm dizisinin bilgi içeriğinin saptanması, matematik modellerin doğal süreçlere uygunluk derecelerinin belirlenmesi, süreçler arası ilişkilerin ve beslenme sistemlerinin araştırılması, ölçüm ağlarının işletme performanslarının belirlenmesi, optimizasyon ve karar verme teorisi alanlarında uygulama olanağı bulmuştur. Bununla birlikte, uygulamada ortaya çıkan birtakım matematiksel problemler yöntemin daha yaygın biçimde kullanılmasını engelleyici bir nitelik taşımaktadır. Entropi yönteminin sürekli hal için tanımında yapılan eksiklik ve yanlışlıklardan kaynaklanan bu problemler: pozitif bir büyüklük olarak tanımlanan entropinin pratikte negatif değerler de alması; aynı süreç için farklı olasılık dağılımları kabul edildiğinde farklı entropi değerlerinin

hesaplanması; mevcut tanımda kullanılması gereken kesikleme aralığının seçimine bağlı olarak, entropi değerlerinin $(-\infty; +\infty)$ aralığında ötelenmesi; farklı büyüklüklere ya da farklı olasılık yapılarına sahip değişkenlerin belirsizliklerinin kıyaslanamaması olarak özetlenebilir.

Sunulan çalışma, entropi kavramının sürekli hal için tanımından kaynaklanan problemlerin giderilmesi ve yöntemin tartışılabilir yönlerinin ortadan kaldırılarak, daha nesnel ve güvenilir hale getirilmesi amacına yönelmiştir. Bu çerçevede, sürekli hal için entropinin matematiksel tanımının yapılması hedeflenmiştir. Sürekli hal için, *kazanılan bilgi* $\equiv$ *giderilen belirsizlik* olarak tanımlanan entropi değerinin yerine, *bilgi içeriğindeki değişim miktarı (variation of entropy)* olarak adlandırılan, yeni bir tanıma gidilmesi ve mevcut problemlerin bu yeni tanımla ortadan kaldırılması amaçlanmıştır.

Çalışmada sunulan yöntemin sentetik seriler ve Ceyhan havzasında yer alan dört akım gözlem istasyonunun günlük ortalama akışları üzerinde uygulanması sonucunda, yöntemin pratik problemlerin çözümünde kullanılmasının mümkün olduğu görülmektedir. Gerçek veriler üzerinde yapılan bu uygulamaların sonuçlarının, halen kullanılmakta olan yöntemin verdiği sonuçlarla kıyaslanması ile, sürekli hal için tanımlamış olan entropi kavramının kullanılmasıyla su kaynakları mühendisliği alanındaki problemlere daha uygun çözümler getirilebileceği görülmüştür. Özellikle, giderek önem kazanan ölçüm ağlarının planlanması ve en uygun ölçüm aralıklarının belirlenmesi konularında, nesnel kararlara ulaşmak mümkün olabilecektir.

Bunun ötesinde, sürekli hal için önerilen tanımın, kesikleme aralığına bağlı olmayışı nedeniyle, buna bağlı olarak ortaya çıkan problemlerin tümünden kurtulma olanağı getirmekte; dağılım seçimine bağlı olarak tanımlanan güven aralıklarının kullanılması ile farklı olasılık yapılarına sahip süreçlerin kıyaslanması da mümkün olmakta ve böylece yeni kullanım alanlarına ulaşma olanakları da sunulmaktadır.

Baran, T. (1993) : *Definition of Entropy as Variation of the Information Content of Hydrologic Processes*. İzmir, Dokuz Eylül University, Institute of Science and Technology, Civil Engineering Department, Ph. D. Thesis.

S Y N O P S I S

In water resources systems planning, an objective criterion is required to measure the information content of hydrologic data for the determination of necessary parameters to be used in the design and operation of water resources systems, for the optimal planning and operation of data collection networks and for decision making under uncertainty. The entropy concept, defined in that field of science known as the *Mathematical Communication Theory* or *Information Theory* seems to offer such a criterion and appears to bring appropriate solutions to the aforementioned problems in water resources engineering.

Entropy is a measure of the degree of uncertainty of random hydrologic processes. Since the reduction of uncertainty by means of making observations is equal to the amount of information gained, the entropy criterion indirectly measures the information content of a given series of data.

With this potential characteristic, the entropy concept has found versatile areas of application in water resources engineering such as determination of uncertainties of hydrologic processes, comparison between various probability density functions of random processes, analysis of information transfer between hydrologic processes, planning and assessment of data collection networks and determination of optimum monitoring intervals, analysis of the information content of observed data, evaluation of the degree of completeness and efficiency of a certain model to represent natural phenomena, optimization and decision theory problems. On the other hand, there are still some mathematical difficulties encountered in the computation of various entropy measures, which preclude the use of the concept in a wider context. These mathematical difficulties arise basically due to the insufficient definition of the entropy concept in the case of continuous variables. Due to this deficiency, several problems are encountered in practical applications. For example, one may attain negative values for the entropy

function although, by theory, entropy always assumes positive values. Another problem occurs when the entropy function indicates different levels of uncertainty for the same processes when different probability density functions are assumed. A similar difficulty occurs when according to the current definition the entropy function is described as a function of the discretizing interval. In this case, different entropy values are obtained for each selected interval so that the entropy values are shifted within an unbounded $(-\infty; +\infty)$ range. All these problems lead to difficulties in the comparison of uncertainties of hydrologic processes which have different magnitudes and/or different probability structures.

The study presented aims to solve the above mentioned difficulties so that the entropy method can be developed on a sound theoretical basis for the solution of practical engineering problems. In this context, a new mathematical definition of the entropy concept for continuous variables is intended. The new approach defines entropy as *the variation of information content* instead of as *reduction of uncertainty* $\equiv$ *amount of information gained*. The mathematical formulation thus developed for the case of continuous variables is expected to solve the problems encountered in application of the entropy principle.

The method is demonstrated on the series of daily observations of four streamgaging stations in the Ceyhan basin and on synthetically generated series. The results confirm that the new entropy definition leads to more reliable results and can be effectively used for the solution of water resources engineering problems related to uncertainty and information. The mathematical formulation developed does not depend on the use of discretizing intervals so that a single value for the variation of information can be obtained. Furthermore, the new definition introduces tolerance limits for the entropy function, which makes it possible to compare the uncertainty of various hydrologic processes with different magnitudes and different probability structures. Consequently, it is expected that the new definition of the entropy concept will produce more reliable solutions in practical applications and the method will find wide acceptance among researchers and practitioners.

İ Ç İ N D E K İ L E R

1. GİRİŞ	1
1.1. Hidrolojik Süreçlerde Bilgi İçeriğinin Ölçülmesi Gereksinimi	1
1.2. Hidrolojik Ölçümlerin Değerlendirilmesinde Entropi Kavramının Rolü	2
1.3. Amaç	4
2. BİLGİ İÇERİĞİ TANIMLANMASINDA ENTROPİ KAVRAMI	9
2.1. Bilgi İçeriği Kavramı	9
<i>2.1.1. Bilgi İçeriğinin Ölçülebilirliği</i>	9
<i>2.1.2. Çeşitli Bilgi İçeriği Ölçütleri</i>	11
<i>2.1.3. Bilgi İçeriğinin Ölçülmesinde Entropi Kavramı</i>	15
2.2. İletişim Kuramı ve Entropi	18
2.3. Bilgi Kuramında ve Termodinamikte Tanımlanan Entropi Kavramları Arasındaki İlişkiler	25
2.4. Entropi Kavramının Matematiksel Olarak İncelenmesi	27
<i>2.4.1 Bilgi Kuramı Gereğince Entropinin Tanımı</i>	27
<i>2.4.2. Hidrolojik Süreçlerde Entropi</i>	34

3. SU KAYNAKLARI MÜHENDİSLİĞİNDE ENTROPİ KAVRAMININ KULLANIMI	39
3.1. Su Kaynakları Mühendisliği Alanında Entropi Kavramının Uygulanmasına Yönelik Çalışmalar	39
3.1.1. Genel	39
3.1.2. Uygun Frekans Dağılımının ve Dağılım Parametrelerinin Tahmininde Entropi Yöntemi	41
3.1.3. Fonksiyonel İlişkilerin Belirlenmesinde Entropi Yöntemi	41
3.1.4. Belirsizliğin Saptanmasında Entropi Yöntemi	42
3.1.5. Rasgele Değişkenlerin Bilgi İçeriğinin Saptanmasında Entropi Yöntemi	42
3.1.6. Hidrolojik Süreçler Arası Bilgi Aktarımında Entropi Yöntemi	43
3.1.7. Beslenme Sistemlerinin Araştırılmasında Entropi Yöntemi	45
3.1.8. Ölçüm Ağlarının Planlanmasında Entropi Yöntemi	45
3.1.9. Model Uygunluğunun Sınanmasında Entropi Yöntemi	47
3.1.10. Eniyileme ve Karar Vermede Entropi Yöntemi	48
3.1.11. Gözlem Sıklığının Belirlenmesinde Entropi Yöntemi	48
3.2. Entropi Kavramının Su Kaynakları Mühendisliğinde Kullanımına İlişkin Sorunlar	50

4. Y Ö N T E M	55
4.1. Hidrolojik Süreçlerin Bilgi İçeriğinin Entropi Kavramı ile Belirlenmesi	55
<i>4.1.1. Kesikli Halden Sürekli Hale Geçiş Amacıyla Kullanılan δx Kesikleme Aralığı İçin Optimum Değer Seçimi</i>	55
<i>4.1.2. Kesikli Halden Sürekli Hale Geçiş Problemine Farklı Yaklaşımlar</i>	63
4.2. Hidrolojik Süreçlerin Bilgi İçeriğinin Belirlenmesi Amacı ile Önerilen Yöntem ve Sürekli Değişkenler İçin Entropi Kavramının Tanımı	65
<i>4.2.1. Bilgi İçeriğinin Belirlenmesi İçin Yeni Bir Tanım Gerekliliği</i>	65
<i>4.2.2. Önerilen Entropi Kavramının Matematiksel Tanımı</i>	66
<i>4.2.3. Bilgi İçeriğindeki Değişim Miktarı Olarak Tanımlanan Entropi Kavramının Kullanılabilirliği ve Anlamı</i>	75
<i>4.2.4. Bilgi İçeriğindeki Değişim Miktarı Olarak Entropinin Güven Sınırlarının Belirlenmesi</i>	78
5. UYGULAMA	84
5.1. Sürekli Hal için Önerilen Entropi Tanımının Sentetik Serilere Uygulanması	84
<i>5.1.1. Sentetik Serilerin Türetilmesi</i>	84
<i>5.1.2. Yöntemin Sentetik Serilere Uygulanması</i>	85
5.2. Sürekli Hal için Önerilen Entropi Tanımının Seçilen Havza Üzerindeki İstasyonlara Uygulanması	93

5.2.1 Seçilen Havza ve İstasyonlar	93
5.2.2. Verilerin Düzenlenmesi	95
5.3. Sürekli Hal için Önerilen Entropi Tanımının İstasyonların Günlük Ortalama Akımlarına Uygulanması	109
5.3.1. Han, Tanır, Kuşkayası ve Akçıl AGI Marjinal Entropilerinin Kesikleme Aralığına (δx) Bağlı Olarak Hesaplanması	109
5.3.2. Han, Tanır, Kuşkayası ve Akçıl AGI Sürekli Hal İçin Tanımlanan Entropi Değerlerinin Hesaplanması	114
6. SONUÇLARIN İRDELENMESİ	119
6.1. Yöntemin Sentetik Serilere Uygulanması ile Elde Edilen Sonuçlar	119
6.2. Yöntemin Seçilen Havza Üzerindeki İstasyonlara Uygulanması ile Elde Edilen Sonuçlar	120
6.2.1. Kesikleme Aralığına (δx) Bağlı Olarak Hesaplanan Marjinal Entropi Sonuçlarının Değerlendirilmesi	120
6.2.2. Sürekli Hal İçin Tanımlanan Bilgi İçeriğindeki Değişim Miktarı Olarak Entropi Sonuçların Değerlendirilmesi	123
7. SONUÇ	135
İLGİLİ YAYINLAR	139
EK - BİLGİSAYAR PROGRAMLARI	149

ŞEKİL LİSTESİ

- Şekil 4-1 :** Örenköy akım gözlem istasyonu marjinal entropilerinin yıl boyunca değişimi **59**
- Şekil 4-2 :** Yapılar akım gözlem istasyonu marjinal entropilerinin yıl boyunca değişimi **60**
- Şekil 4-3 :** Marjinal entropi değerlerinin $\{H(X)\}$, kesikleme aralığına $\{\delta x\}$ bağlı olarak değişimi **62**
- Şekil 4-4 :** Öklid Metriğinden hareketle tanımlanan fark fonksiyonunun değişimi **72**
- Şekil 4-5 :** Max Normu'nda tanımlanan fark fonksiyonunun kritik değerleri **74**
- Şekil 4-6 :** Gözlem sayısına bağlı olarak; maksimum entropi $\{H_{\max}\}$, marjinal entropi $\{H(X)\}$ ve bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$ değerlerinin değişimi **78**
- Şekil 5-1 :** Normal dağılımlı sentetik seriler için entropi değerlerinin değişimi. (a) Maksimum entropi $\{H_{\max}\}$, (b) Marjinal entropi $\{H(X)\}$, (c) $H_{\max} - H(X)$, (d) Bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$. **86**
- Şekil 5-2 :** Normal dağılımlı $\{N(8,10)\}$ sentetik dizi için, ölçüm sonrası olasılıklar normal dağılımlı kabulü ile, (a) Maksimum entropi (b) Marjinal entropi (c) Bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi (d) Normal dağılım için güven sınırı **89**

Şekil 5-3 : Normal dağılımlı { $N(8,10)$ } sentetik dizi için, ölçüm sonrası olasılıklar lognormal dağılımlı kabulü ile, (a) maksimum entropi (b) marjinal entropi (c) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi (d) lognormal dağılım için güven sınırı.	90
Şekil 5-4 : Lognormal dağılımlı { $LN(4,1)$ } sentetik dizi için, ölçüm sonrası olasılıklar lognormal dağılımlı kabulü ile, (a) maksimum entropi (b) marjinal entropi (c) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi (d) lognormal dağılım için güven sınırı.	91
Şekil 5-5 : Lognormal dağılımlı { $LN(4,1)$ } sentetik dizi için, ölçüm sonrası olasılıklar normal dağılımlı kabulü ile, (a) maksimum entropi (b) marjinal entropi (c) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi (d) normal dağılım için güven sınırı.	92
Şekil 5-6 : Ceyhan Havzası, Yukarı Ceyhan Havza Altbölümü ve seçilen akım gözlem istasyonlarının konumu	95
Şekil 5 - 7 : Han AGI ortalama değerlerinin (a) yıllık ve (b) kümülatif yıllık değişimi.	101
Şekil 5 - 8 : Han AGI standart sapma değerlerinin (a) yıllık ve (b) kümülatif yıllık değişimi.	102
Şekil 5 - 9 : Tanır AGI ortalama değerlerinin (a) yıllık ve (b) kümülatif yıllık değişimi.	103
Şekil 5 - 10 : Tanır AGI standart sapma değerlerinin (a) yıllık ve (b) kümülatif yıllık değişimi.	104
Şekil 5 - 11 : Kuşkayası AGI ortalama değerlerinin (a) yıllık ve (b) kümülatif yıllık değişimi.	105

- Şekil 5 - 12 :** Kuşkayası AGI standart sapma değerlerinin (a) yıllık ve (b) kümülatif yıllık değişimi. 106
- Şekil 5 - 13 :** Akçıl AGI ortalama değerlerinin (a) yıllık ve (b) kümülatif yıllık değişimi. 107
- Şekil 5 - 14 :** Akçıl AGI standart sapma değerlerinin (a) yıllık ve (b) kümülatif yıllık değişimi. 108
- Şekil 5 - 15 :** Han AGI marjinal entropi değerlerinin (1) $\delta x = 1.0$ ve (2) $\delta x = 2.0$ kabulü ile (a) yıllık (b) kümülatif yıllık gidişleri. 110
- Şekil 5 - 16 :** Tanır AGI marjinal entropi değerlerinin (1) $\delta x = 1.0$ ve (2) $\delta x = 2.0$ kabulü ile (a) yıllık (b) kümülatif yıllık gidişleri. 111
- Şekil 5 - 17 :** Kuşkayası AGI marjinal entropi değerlerinin (1) $\delta x = 1.0$ ve (2) $\delta x = 2.0$ kabulü ile (a) yıllık (b) kümülatif yıllık gidişleri. 112
- Şekil 5 - 18 :** Akçıl AGI marjinal entropi değerlerinin (1) $\delta x = 1.0$ ve (2) $\delta x = 2.0$ kabulü ile (a) yıllık (b) kümülatif yıllık gidişleri. 113
- Şekil 5 - 19 :** Han AGI günlük ortalama akımlarının sürekli hal için entropi değerlerinin (a) yıllık (b) kümülatif yıllık gidişleri (1) Maksimum entropi $\{H_{\max}\}$ (2) marjinal entropi $\{H(X)\}$ (3) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$. 115
- Şekil 5 - 20 :** Tanır AGI günlük ortalama akımlarının sürekli hal için entropi değerlerinin (a) yıllık (b) kümülatif yıllık gidişleri (1) Maksimum entropi $\{H_{\max}\}$ (2) marjinal entropi $\{H(X)\}$ (3) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$. 116

Şekil 5 - 21 : Kuşkayası AGI günlük ortalama akımlarının sürekli hal için entropi değerlerinin (a) yıllık (b) kümülatif yıllık gidişleri. (1) Maksimum entropi $\{H_{\max}\}$, (2) marjinal entropi $\{H(X)\}$, (3) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$. 117

Şekil 5 - 22 : Akçıl AGI günlük ortalama akımlarının sürekli hal için entropi değerlerinin (a) yıllık (b) kümülatif yıllık gidişleri. (1) Maksimum entropi $\{H_{\max}\}$, (2) marjinal entropi $\{H(X)\}$, (3) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$. 118

Şekil 6 - 1 : Han AGI günlük ortalama akımlarının sürekli hal için entropi değerlerinin (a) normal (b) lognormal dağılım kabulü ile değişimi (1) Maksimum entropi $\{H_{\max}\}$ (2) marjinal entropi $\{H(X)\}$, (3) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$, (4) güven sınırı. 125

Şekil 6 - 2 : Tanır AGI günlük ortalama akımlarının sürekli hal için entropi değerlerinin (a) normal (b) lognormal dağılım kabulü ile değişimi (1) Maksimum entropi $\{H_{\max}\}$, (2) marjinal entropi $\{H(X)\}$, (3) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$, (4) güven sınırı. 128

Şekil 6 - 3 : Kuşkayası AGI günlük ortalama akımlarının sürekli hal için entropi değerlerinin (a) normal (b) lognormal dağılım kabulü ile değişimi (1) Maksimum entropi $\{H_{\max}\}$, (2) marjinal entropi $\{H(X)\}$, (3) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$, (4) güven sınırı. 130

Şekil 6 - 4 : Akçıl AGI günlük ortalama akımlarının sürekli hal için entropi değerlerinin (a) normal (b) lognormal dağılım kabulü ile değişimi (1) Maksimum entropi $\{H_{\max}\}$, (2) marjinal entropi $\{H(X)\}$, (3) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$, (4) güven sınırı. 132

TABLO LİSTESİ

Tablo 5-1 : Ceyhan havzasında yer alan Han, Tanır, Kuşkayası ve Akçıl akım gözlem istasyonlarının özellikleri.	94
Tablo 5-2 : Han, Tanır, Kuşkayası ve Akçıl akım gözlem istasyonları günlük ortalama akımlarının 1973 - 1980 yıllarında, aylara göre ortalamalarının değişimi.	97
Tablo 5-3 : Han, Tanır, Kuşkayası ve Akçıl akım gözlem istasyonları günlük ortalama akımlarının 1973 - 1980 yıllarında, aylara göre standart sapmalarının değişimi.	98
Tablo 5-4 : Han akım gözlem istasyonu günlük ortalama akımlarının ortalama, standart sapma ve çarpıklık katsayısı parametrelerinin yıllara göre değişimi.	99
Tablo 5-5 : Tanır akım gözlem istasyonu günlük ortalama akımlarının ortalama, standart sapma ve çarpıklık katsayısı parametrelerinin yıllara göre değişimi.	99
Tablo 5-6 : Kuşkayası akım gözlem istasyonu günlük ortalama akımlarının ortalama, standart sapma ve çarpıklık katsayısı parametrelerinin yıllara göre değişimi.	100
Tablo 5-7 : Akçıl akım gözlem istasyonu günlük ortalama akımlarının ortalama, standart sapma ve çarpıklık katsayısı parametrelerinin yıllara göre değişimi.	100

1. GİRİŞ

1.1. Hidrolojik Süreçlerde Bilgi İçeriğinin Ölçülmesi Gereksinimi

İnsanlık tarihi boyunca su kaynakları sürekli olarak kullanılmış; yerleşim merkezleri su kaynaklarına yakın yerlerde kurulmuştur. Günümüzde ise, nüfusun hızla artması ve teknolojik gelişmeler su gereksinimini hızla arttırmakta, su kaynakları hem nicelik, hem de nitelik yönünden kıt kaynaklar haline gelmektedir. Bunun yanı sıra, ülkelerin mali kaynaklarının da sınırlı olması, geçmişteki çalışmalara kıyasla su kaynakları planlama çalışmalarının, çok daha dikkatli ve tutarlı biçimde yapılmasını gerektirmektedir.

Su kaynaklarının teknik ve ekonomik yönden en verimli şekilde geliştirilmesini sağlamak amacıyla yapılacak çalışmalar, bu kaynakların nicelik ve nitelikleri ile ilgili verilere ve bilgilere dayanmaktadır. Bu nedenle, su kaynağının zaman ve mekanda değişken nicelik ve niteliklerini temsil eden hidrolojik süreçlerin ölçülmesi ve değerlendirilmesi büyük önem taşımaktadır. Hidrolojik sürece ait gözlemler, başlangıçta rasgele bir sayı dizisi niteliği taşımaktadırlar. Planlamacının görevi ise, bu diziden azami ölçüde bilgi edinmek ve su kaynakları sistemlerinin tasarımı ve işletimi için gerek duyduğu parametreleri belirlemektir. Doğada ölçülen ve planlamacı tarafından kullanılan veriler olay hakkında belirli bir miktarda bilgi taşımaktadırlar. Verilecek kararların tutarlılığı, eldeki verilerin doğadaki olayları yeterince yansıtıp yansıtmadığına bağlı bulunmaktadır. Buna göre planlama çalışmalarının temelinde ölçüm ve ölçümün getirdiği bilginin bulunduğu, bu bilginin saptanabilmesi için de nesnel bir ölçüte gerek duyulduğu söylenebilir.

Bunun da ötesinde, planlamacı sadece gözlemlerin oluşturduğu sayı dizisi ile değil, aynı zamanda ölçüm ağının ve ölçüm aralıklarının en uygun biçimde seçilmiş olması ile de ilgilenir. Çünkü veri toplama, derleme, kontrol etme, düzeltme ve

yayınlama gibi işlemlerin yürütülmesi oldukça fazla miktarlarda emek ve harcama gerektiren işlerdir. Bir başka deyişle, yapılan her ölçümün bir maliyeti vardır. Dolayısıyla, yapılan ölçümlerin yeni bilgiler getirmesi oldukça önemlidir. Bu problemlerin yanısıra, ölçüm yapmak amacı ile kullanılan mali kaynakların da kısıtlı olduğu düşünüldüğünde, hidrolojik ölçümlerin, kullanım amaçlarına en uygun biçimde, optimum yer, zaman ve sıklıkta yapılması, ölçüm şeklinin de yine optimum biçimde seçilmesi gerektiği açıkça görülebilir.

Günümüzde özellikle gelişmiş ülkelerde, hidrolojik gözlemler sonucu ortaya çıkan en önemli sorunlardan biri, *veri şişkinliği* olarak adlandırılabilir ve herhangi bir hidrolojik süreç hakkında gözlenmiş çok sayıda veri olmasına karşın, verilerin getirdiği bilginin az olması şeklinde tanımlanabilecek olan durumdur (Ward v.d., 1986). Veri bankalarının son derece yüklenmiş olması sonucunda, ölçüm yapan kuruluşlar ölçümlere devam etmenin gerekliliği ve elde edilen verilerin işe yarayıp yaramadığı konusunda tereddüte düşmektedir. Ölçüm maliyetlerinin yüksekliğinin yanısıra bu tür problemlerin de ortaya çıkması, kuruluşları ölçüm istasyonlarının kapatılması kararını vermeye dahi götürebilmektedir.

1.2. Hidrolojik Ölçümlerin Değerlendirilmesinde Entropi Kavramının Rolü

Su kaynakları sistemlerinin gerek tasarımı ve gerekse işletimi aşamalarında optimal kararlara varabilmek için, hidrolojik süreçlerin ölçülmüş olması gerekmektedir. Ancak, ölçüm pratiğinin yukarıda açıklanan nedenlerle optimum biçimde gerçekleştirilebilmesi için öncelikle şu soruların yanıtlanması gerekmektedir: **ne, nerede, ne zaman ve hangi sıklıkta** ölçülmelidir? Planlamacılar çalışmalarında sıklıkla, *beklenen bilgi, kullanılabilir bilgi, bilgi eksikliği, bilgi artışı* kavramlarını kullanmakta ve tasarım parametrelerinin ölçümlerin getirdiği *bilgi* temeline dayandığını belirtmektedirler. Bununla birlikte, bilginin nasıl ölçülebileceğine ilişkin somut bir tanım yapılamamaktadır. Benzer biçimde *bilgi* herhangi bir istatistik

parametre gibi doğrudan tanımlanamamakta; çoğunlukla varyans, standart hata veya korrelasyon katsayısı gibi istatistiksel büyüklükler cinsinden dolaylı olarak tanımlanmaktadır (Harmancıoğlu ve Singh, 1991).

Bir çok araştırmacı, *veri* ve *bilgi* sözcüklerini sık sık eş anlamlı olarak kullanmaktadır. Gerçekte *veri*, doğadaki olayla iletişim kurulmasını ve süreç hakkında *bilgi* edinilmesini sağlayan bir dizi nümerik değerden ibarettir. Gözlem sonucu elde edilen *veri*, incelenen süreç hakkında *tam bilgi* veya *kısmi bilgi* verebildiği gibi; *hiçbir bilgi* de getirmeyebilir. Bir başka deyişle, *bilgi* sözcüğünü *kullanılabilir (veya yararlı) veri* olarak tanımlamak mümkündür (Harmancıoğlu ve Singh, 1991).

Çeşitli ülkelerde yapılan araştırmalarda, su kaynakları planlamasında büyük önemi olan veri ve veri toplama işlemlerinin değerlendirilmesine olanak sağlayacak nesnel ölçütün, Bilgi Kuramında tanımlanan *entropi kavramı* olabileceği öne sürülmektedir. Entropi kavramı *kazanılan bilgi* $\equiv$ *giderilen belirsizlik* olarak tanımlanabildiğinden; bu kavramın, ölçülen *verinin* ne ölçüde *bilgi* getirdiğini belirlemekte kullanılabileceği düşünülmektedir. Entropi kavramı, henüz çok yaygın biçimde kullanılmamakla birlikte, bir çok bilim dalında uygulama alanı bulmuştur ve daha yaygın kullanımını sağlamak için çalışmalar devam etmektedir.

Entropi kavramı, bilgi ölçütü olarak geliştirildiği biçimiyle hidrolojinin bir çok alanında da uygulama alanı bulmuştur. Bugüne kadar hidrolojide entropi kavramının kullanıldığı çalışmalarda hedeflenen amaçlar aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- hidrolojik süreçlerin belirsizliğinin saptanması,
- entropi fonksiyonunu en büyükleyen olasılık dağılımını belirleyerek, süreci en az taraflı temsil edecek olasılık dağılımının saptanması,
- ölçüm dizisinin bilgi içeriğinin saptanması,
- hidrolojik süreçler arası bilgi aktarımı,

- ölçüm ağlarının planlanması, zaman ve mekana göre en uygun ölçüm aralıklarının seçilmesi,
- hidrolojide kullanılan matematik modellerin doğal süreçlere uygunluk derecelerinin belirlenmesi,
- süreçler arası ilişkilerin ve beslenme sistemlerinin araştırılması,
- ölçüm ağlarının işletme performanslarının belirlenmesi,
- optimizasyon ve karar verme teorisi,
- sürecin olasılık dağılımı için güven sınırlarının belirlenmesi,
- taşkınlar için bölgesel analizler.

Tüm bu alanlarda kullanım olanağı bulmasına karşın, entropi kavramı hidrolojide hala *yeni* sayılabilecek bir yöntemdir. Bu nedenle, *Matematiksel İletişim Kuramı* veya *Bilgi Kuramı* çerçevesinde geliştirilen ve birçok bilim dalında uygulama alanı bulan bu kavramın, gelişim ve niteliklerinin geniş biçimde ele alınmasında yarar görülmektedir.

1.3. Amaç

Su kaynakları sistemlerinin değerlendirme ve planlanması konularında yaygın kullanım alanı bulan *entropi kavramı*, belirsizliğin mertebesini veya dolaylı olarak eldeki mevcut bilginin değerini ölçme olanağı sağladığından, belirsizlik altında verilecek kararlarda daha objektif yaklaşımlara temel oluşturmaktadır.

Entropi kuramı mevcut biçimiyle su kaynakları mühendisliği alanında karşılaşılan çeşitli sorunların araştırılmasında oldukça olumlu sonuçlar vermiştir. Bununla birlikte, yöntemin yeni olması, uygulamada ortaya çıkan bazı matematiksel problemler nedeni ile tartışılabilir yönlerinin bulunması, halihazırda daha yaygın kullanımını engelleyen bir nitelik taşımaktadır.

Entropi yönteminin pratikte kullanımında karşılaşılan temel güçlük, entropinin kesikli hal için tanımlı olmasından kaynaklanmaktadır. Shannon kesikli hal için tanımlanmış olan entropi değerini, incelenen sürecin sürekli olarak tanımlanması durumunda, entropi ifadesinde yeralan Σ işaretini, integral ile değiştirerek tanımlamaktadır. Ancak, bu tanım kesikli halden sürekli hale geçiş için kullanılabilecek nitelikte bir matematiksel tanım değildir. Bu nedenle, bazı araştırmacılar kesikli halden sürekli hale geçişin sağlanması amacı ile δx gibi bir *kesikleme aralığı* belirleyerek entropi ifadelerini kesikleme aralığına bağlı olarak tanımlamaktadırlar. Bu durumda, aynı süreç için, aynı olasılık dağılımı ve dağılım parametreleri kullanılmasına rağmen; farklı δx değerleri seçildiğinde, farklı entropi değerleri hesaplanabilmektedir. Bir başka deyişle, δx kesikleme aralığı değerinin seçimi, hesaplanan entropi değerini $(-\infty, +\infty)$ aralığında öteleyen bir nitelik taşımaktadır.

Kesikleme aralığı değerinin seçimine bağlı olarak, entropi değerinin $(-\infty, +\infty)$ aralığında ötelenmesi, alt sınırı sıfır ve üst sınırı veri sayısına (N) bağlı olarak, $\log N$ olan entropinin negatif değerleri de alabilmesine yol açmaktadır. Burada temel sorun, entropinin sürekli hal için tanımlanmasında yapılan eksiklik ya da yanlışlıklar olmasına rağmen, kesikleme aralığı için optimum bir değer seçilebilmesi durumunda, negatif değerlerle karşılaşılmayacağı düşüncesi de araştırılmalıdır.

Bir başka problem, entropi ifadesinde yeralan $f(x)$ olasılık yoğunluk fonksiyonunun seçimidir. Entropi ifadesinde yeralan ve değişkenin olasılık yoğunluk fonksiyonu olarak tanımlanan $f(x)$ için farklı olasılık dağılımları kabulü yapıldığında, aynı süreç için farklı entropi değerleri hesaplanmaktadır. Entropi değeri bu biçimde, sürecin olasılık dağılımına bağlı olarak da değiştiğinden, karar verme aşamasında hangi değer kullanılması gerektiği bilinmemektedir. Bu nedenle, doğru kararın verilebilmesi için, sürece uygun dağılımın belirlenmesi de büyük önem taşımaktadır.

Kuşkusuz ki, yukarıda değinilen problemlerin giderilmesi durumunda, entropi kavramı, pratikte elde edilen sonuçların değerlendirilmesi açısından da gerekli nesnel temellere dayandırılabilir ve gerek şimdiye kadar kullanıldığı alanlarda, gerekse karar verme teorisi, bilgi maliyetinin belirlenmesi ve ölçüm ağlarının ekonomik tasarımı gibi alanlarda da daha yaygın kullanılabilir hale gelecektir.

Uygulamada karşılaşılan bu tür problemlerin temelinde, entropi yönteminin sürekli hal için tanımında yapılan eksiklik veya yanlışlıklar bulunmaktadır. Bu nedenle, sunulan çalışma, entropi kavramının sürekli hal için tanımındaki hata ve eksikliklerden kaynaklanan problemlerin giderilmesi ve yöntemin tartışılabilir yönlerinin ortadan kaldırılarak, daha nesnel ve güvenilir hale getirilmesi amacına yönelmiştir. Bu amaçla, sürekli hal için entropinin matematiksel tanımının yapılması hedeflenmiştir. Sürekli hal için *kazanılan bilgi* $\equiv$ *giderilen belirsizlik* olarak tanımlanan entropi değerinin yerine, *bilgi içeriğindeki değişim miktarı (variation of entropy)* olarak adlandırılan, yeni bir tanıma gidilmesi ve mevcut problemlerin bu yeni tanımla ortadan kaldırılması amaçlanmıştır.

Bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi tanımının kullanılması halinde değişken için kabul edilen ölçüm sonrası olasılık dağılımına bağlı olarak, dağılımın değişkene uygun olup olmadığını ve değişken hakkında yeterli bilgiye ulaşıp ulaşılmadığını sınavacak kabul değerlerinin belirlenmesi de mümkün olabilecektir. Böylece, hesaplanan entropi değerlerinin, belirlenen kabul değerlerinin altında kalması durumunda; değişkenin öngörülen dağılıma uygun olduğu ve bu dağılım için yeterli bilgi düzeyine ulaşıldığını - dolayısı ile istasyon kapatma ya da ölçüm sıklığını değiştirme kararlarının verilebileceğini - söylemek mümkün olacaktır.

Güven sınırlarını belirleyerek bu tür kararlara varabilmek özellikle ölçüm ağlarının planlanması açısından büyük önem taşımaktadır. Bunun yanı sıra, bu tür bir

yaklaşım entropinin alt ve üst sınırlarının belirlenmesi açısından da kullanılabilir niteliktedir. Böylece, farklı büyüklüklere ve farklı olasılık yapılarına sahip olan değişkenlerinde, belirsizlik açısından kıyaslanması mümkün olabilecektir.

Bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak , sürekli hal için tanımlanan entropi değerinin ve kabul bölgesi değerlerinin birlikte kullanılması ile;

- *yapılan her bir ölçümün değişken hakkında getirdiği bilgi artışının saptanması,*
- *her bir ölçümün bilgi açısından maliyetinin belirlenmesi,*
- *sürece en uygun olasılık yapısının belirlenmesi,*
- *farklı olasılık yapılarına sahip değişkenlerin kıyaslanması,*
- *süreci temsil edebilen çeşitli modeller arasından en uygun olanının belirlenmesi,*
- *sürecin gözlenmesine devam etme - son verme kararlarının verilebilmesi*

mümkün olacaktır.

Çalışmada ortaya konulan yöntemin tanımına geçmeden önce, halen kullanılmakta olan entropi kavramının gelişimi ve uygulamada karşılaşılan problemlerin tekrar ele alınması gerekli görülmüştür. Bu nedenle, öncelikle *Matematiksel İletişim Kuramı* veya *Bilgi Kuramı*ndan hareketle tanımlanan *entropi kavramının* gelişim ve nitelikleri ele alınmış ve çalışmanın 2. Bölümünde sunulmuştur. 3. Bölümde su kaynakları mühendisliğinde entropi kavramının uygulanmasına yönelik çalışmalar ve karşılaşılan problemler ele alınmaktadır.

4. Bölümde, öncelikle sürekli hal için mevcut tanımın iyileştirilmesi düşüncesi irdelenmiştir. Sürekli hal için, ölçüm hassasiyeti olarak tanımlanan kesikleme aralığına bağlı entropi tanımının pratikte kullanımı sırasında ortaya çıkan problemlerin giderilmesi amacıyla, optimum bir kesikleme aralığının tanımlanmasının mümkün olup olmadığı araştırılmıştır. Ancak, bu tür bir çözümün sadece belli durumlar için kullanılabilir olduğu görülmüş; bu nedenle, entropi kavramının matematiksel tanımının yeniden ele alınması ve sürekli hal için yeni

bir entropi tanımlanması hedeflenmiştir. 4. Bölümde matematiksel tanımı verilen ve *bilgi içeriğindeki değişim miktarı (variation of entropy)* olarak adlandırılan entropi tanımının kullanılması halinde, pratikte karşılaşılan problemlerin çözülebileceği ve entropi kavramının su kaynakları mühendisliğinde yeni kullanım alanlarının da ortaya çıkmasının mümkün olacağı görülmüştür.

Önerilen yöntemin sentetik seriler ve bir örnek havzadaki akım gözlem istasyonları günlük gözlem değerleri üzerindeki uygulamaları ve elde edilen sonuçlar 5. Bölümde; sonuçların değerlendirilmesi 6. Bölümde; genel sonuçlar ve öneriler ise 7. Bölümde sunulmaktadır.



2. BİLGİ İÇERİĞİ TANIMLANMASINDA ENTROPİ KAVRAMI

2.1. Bilgi İçeriği Kavramı

2.1.1. Bilgi İçeriğinin Ölçülebilirliği

Bilgi sözcüğü, gerek günlük yaşantıda ve gerekse bilimsel çalışmalar içinde sık kullanılan bir sözcüktür. Hatta bunun ötesinde, yaşadığımız çağ *Bilgi Çağı* olduğundan, yoğun bilgi akışından ve ülkeler arası sınırların bilgi akışı nedeniyle ortadan kalktığından sıkça sözedilir olmuştur.

Araştırmacıların veya kişilerin herhangi bir konuyu araştırmadaki amacı, o konu hakkında bilgi edinmektir. Edinilen bilginin de doğru, güvenilir ve araştırmacıyı belirli bir sonuca götürebilecek kadar değerli olması istenir. Ancak, bilgide aranan bu nitelikler tamamen öznel karakterde olup, edinilen bilginin ne oranda doğru, güvenilir ve ne derece değerli olduğu yine birtakım öznel görüşlerle ifade edilebilmektedir.

Bu durumda şöyle bir soru sorulabilir : acaba yapılan araştırmalarla, incelenen konu hakkında ne miktarda bilgi edinilebileceği somut olarak bilinebilir mi? Bir başka deyişle, konunun içerdiği bilginin ne kadar olduğu belirlenebilir mi? İlk bakışta, soyut bir kavram olan bilginin niceliğinin saptanması veya incelenen bir olayın bilgi içeriğinin ölçülmesi mümkün görülmemektedir. Ancak, öznel görüşler bir yana bırakılarak bilginin anlam ve çeşidine bakılmaksızın, konuya nesnel açıdan yaklaşıldığında, gerçekten bilgi içeriğini ölçmenin mümkün olduğu görülebilir. Örneğin, renk, uzaklık gibi fiziksel niteliklerden, herhangi bir matematiksel ifadeye gidilmeden, çeşitli öznel biçimlerde bahsedilebilir. Ancak, daha bilimsel bir yaklaşımla belirli ölçü birimleri saptayarak, bu niteliklerin niceliklerinden de söz edilebilir. Dolayısıyla, cisimlerin veya olayların nitelikleri ile bu niteliklerin ölçütlerini birbirinden ayırmak gerekir. Bilgi

içeriği de, incelenen olayın bir özelliğidir ve bilimsel yaklaşımla uygun yöntem ve birimler saptayarak ölçülebilir. Günümüzde pek çok bilim dalında karşımıza çıkan *Bilgi Kuramı*nda yapılan iş de budur; bu kuramın temeli, soyut bilgi kavramının değil, bilgi içeriği kavramının ölçülebilirliğidir.

Herhangibir olay hakkında *bilgi* edinmek, o olay hakkında daha önceden bilinmeyen, belirsiz olan bir durumu öğrenme anlamına gelir. Eğer bu olayın çeşitli seçeneklerden hangisi ile sonuçlanacağı önceden kestirilemiyorsa, olay bir belirsizlik içermektedir. Olayın alternatif sonuçlardan birini alması ise incelenen durum hakkında *bilgi* kazandıracaktır. Aksi halde, sonuç kesin olarak önceden biliniyorsa, olayın çeşitli seçeneklerden biri ile sonuçlanması yeni bilgi getirmeyecektir. Buna göre, bir sonucun bilgi içermesi, ancak beklenmedik bir olay niteliğinde olması ve sürpriz bir etki yaratması ile söz konusu olabilir. Bunun ötesinde, olayın alabileceği sonuçların belirsizlik derecelerinin farklı olması da mümkündür. Örneğin, olayın hangi sonuçları alması olasılığının daha yüksek olduğu, hangi sonuçların daha az beklenebilir olduğu konusunda tahminler yapılabilir. Bu durumda, olayın belirsizlik veya beklenebilirlik derecesinin ifadesi için olasılık kavramına ve olasılık kurallarına başvurmak gerekecektir; böylece, olayın içerdiği belirsizliğin matematiksel ifadesi için olasılık kuramından yararlanmanın mümkün olduğu görülmektedir (Cherry, 1957; Bedford ve Onsi, 1969; Rubenstein, 1973; McGarry, 1975; Harmancıoğlu, 1980 ve 1981).

Bilgi içeriğinin ölçülebilirliğini gösterebilmek için konuya başka bir açıdan da yaklaşılabilir. Herhangibir konu veya olay hakkında bilgi edinmek, o konu veya olayı ilgilendiren yeni durumların öğrenilmesi anlamına gelir. Önceden zaten bilinen durumlar, bir yenilik taşımaz, yeni bilgi getirmezler. O halde, eğer söz konusu durumun *yenilik derecesi* ölçülebiliyorsa, içerdiği bilgi için de bir ölçüt geliştirilebilir. Herhangibir durumun yenilik derecesini ölçmek için izlenebilecek en basit yolun söz konusu durumun nisbi sıklığının ortaya konması olduğu düşünüldüğünde; bilgi içeriğinin

olasılık kavramı ve olasılık kurallarından yararlanarak tanımlanabileceği sonucuna varılabilmektedir (Cherry, 1957).

2.1.2. Çeşitli Bilgi İçeriği Ölçütleri

Herhangibir konuyu araştıran araştırmacının amacı, incelediği konu hakkında bilgi edinmek; araştırmasını yönlendirecek ve tamamlayacak yeterlilikte bilgi sahibi olmaktır. Çünkü, araştırma sonucunda varılan sonuçların anlamlılığı, deney veya gözlem sonucu elde edilen verilerin gerçeği yansıtacak ölçüde bilgi getirip getirmediğine bağlıdır. Bu nedenle, bilgi içeriğinin saptanabilmesi amacıyla, çeşitli araştırmacılar birtakım ölçütler geliştirmeye çalışmışlardır.

Fisher, özellikle doğru istatistik yöntemlerin kullanılması gerektiğini vurgulayarak, yapılan deneylerden bilgi eldesi üzerinde durmuş ve istatistik bilgi miktarını, bir istatistik parametrenin varyansının tersi olarak tanımlamıştır. Fisher'in ifadesine göre, $p_{\theta}(x)$, θ parametresine sahip bir olasılık dağılım fonksiyonunu tanımlamak ve $x_1, x_2, x_3, \dots$ bağımsız örnek değerlerini göstermek üzere, olabilirlik (*likelihood*) fonksiyonu için $L(x/\theta) = \sum \log p_{\theta}(x)$ yazıldığında, örnek değerlerinin θ parametresi hakkında verebilecekleri bilginin miktarı, $\delta^2 L / \delta \theta^2$ 'nin ortalama değeri kadar olmaktadır (Fisher, 1966).

Hidrolojik gözlemlerin oluşturduğu istatistik örneklerin, ortalama, varyans veya serisel bağımlılık katsayısı gibi parametreleri hakkında içerdikleri bilgi, Fisher'in tanımına göre uygun biçimde saptanabilmektedir. Burada, söz konusu parametrelerin varyansları, incelenen örneğin bu parametrelerin tahmini için verdiği bilgi miktarının bir ölçütü kabul edilmektedir.

Fisher'in tanımına göre, rasgele bir değişkene ait α parametresinin bilgi içeriği (I),

$$I = 1 / \sigma^2(\alpha) \quad (2.1)$$

biçiminde belirlenebilir. İfadede yer alan $\sigma^2(\alpha)$ değeri, α parametresinin varyansını tanımlamaktadır (Dyhr-Nielsen, 1972; Yevjevich, 1972; Gupta, 1973). Buna göre rasgele ve bağımsız bir değişkenin ortalamasının bilgi içeriği, N örnek uzunluğu ve S^2 örnek varyansı olmak üzere,

$$I(x) = N / S^2 \quad (2.2)$$

ifadesi ile (Matalas ve Langbein, 1962; Yevjevich, 1972); varyansının bilgi içeriği ise, m_4 4. mertebeden istatistik moment olmak üzere,

$$I(S^2) = 1 / Var(S^2) = \{ N (N-1) / (N-1) m_4 - (N-3) S^4 \} \quad (2.3)$$

ifadesi ile saptanabilmektedir. Bu ifadelerden görülebildiği gibi, parametrelerin varyansı ne kadar küçükse, örneğin bilgi içeriği de o kadar fazla olmaktadır (Yevjevich, 1972).

Fisher'e göre bir araştırmacının amacı, deney yapmak suretiyle elde ettiği sonuçlardan belirli yargılara varmak, çeşitli nedenleri değerlendirerek sonuçlara ulaşmak veya yaptığı gözlemlerden genel bir varsayıma gidebilmektir.

Belirli bir varsayım açısından deneyle kazanılan bilgi, ölçüm sonrası olasılıkların, ölçüm öncesi olasılıklara oranı veya bu oranın logaritması olarak tanımlanabilir (Cherry, 1957). Varsayım yapabilmek için bir deneyin getirdiği bilgi hakkında ilk matematiksel ifade ise Bayes tarafından geliştirilmiştir. Bayes, $H_1, H_2, \dots, H_i, \dots, H_N$ gibi belirli bir olayı açıklayabilecek, birbirinden farklı varsayımların doğru olma olasılıklarının ne olabileceği konusunu ele almıştır. Burada, olay gerçekleşmeden önce elde bazı verilerin mevcut olduğu ve olayın meydana gelmesiyle de E gibi bir ek bilginin veya verinin sağlandığı düşünülecek olursa, Bayes kuramını,

$$p(E/H_i) = \frac{p(H_i) p(H_i/E)}{\sum p(E/H_i) p(H_i)} \quad (2.4)$$

biçiminde ifade etmek mümkündür (Cherry, 1957). Bağıtıda, $p(H_i/E)$, H_i varsayımının olay veya deney sonrası (*a posteriori*) olasılığını; $p(H_i)$, varsayımın deney öncesi (*a priori*) olasılığını ve $p(E/H_i)$ de H_i varsayımı geçerli kabul edildiği takdirde E gibi bir verinin gerçekleşmesi (*koşullu*) olasılığını göstermektedir. Bayes, deney öncesi olasılıkların bilinmemesi halinde, H_i varsayımlarının eş olasılıklı kabul edilebileceğini öne sürmüştür:

$$p(H_i) = 1 / N \quad (2.5)$$

Daha sonra Good, Bayes kuramını logaritmik olarak ifade etmiştir:

$$\log p(H_i/E) - \log p(H_i) = \log p(E/H_i) - \log \sum p(E/H_i) p(H_i) \quad (2.6)$$

Log Σ teriminin genellikle bir sabit niteliğinde olduğu düşünülürse, bu ifade, E gibi bir verinin elde edilmesiyle, herhangi bir varsayımın doğruluk derecesi hakkında kazanılacak bilgiyi, varsayımın ölçüm veya deney sonrası olasılıklarının, deney öncesi olasılıklarına oranının logaritması biçiminde ortaya koymaktadır (Cherry, 1957). Burada henüz bir ölçümün veya gözlemin içerdiği bilginin belirlenebilmesi için bir ölçüt geliştirme düşüncesi esas olmamakta; *bilgi* sözcüğü daha çok *yeni veri*, *gözlem* ve *ölçüm* anlamında kullanılmaktadır.

Gözlem yapmak suretiyle, bir varsayım hakkında giderilen belirsizliği ve dolayısıyla kazanılan bilgiyi yukarıdaki biçimde tanımlayan Bayes kuramı, aslında istatistiksel iletişim kuramına uygulanabilir niteliktedir ve hatta bu kuram için bir başlangıç noktası olarak kabul edilebilir. Gerçekten de (2.6) bağıntısıyla verilen ifadenin her iki tarafının tüm olası H_i ve E değerleri üzerinden ortalaması alındığında sonuç,

1948'de Shannon'un gürültülü bir iletişim kanalının ortalama bilgi içeriği için verdiği tanıma uymaktadır (Cherry, 1957).

1948 yılında MacKay, bir deneyin veya bilimsel önerinin getirdiği bilgiyi kantitatif olarak tanımlamaya çalışmıştır (MacKay, 1950). MacKay'e göre, bilimsel kavramların temelinde, gözlem kümelerinin sağladığı sınırlı miktarda veri bulunmaktadır. Bu verilere dayanarak ortaya konan bilimsel varsayımlar, herbiri doğru veya yanlış olarak nitelendirilebilecek elemanter önerilerden oluşurlar. Buna göre MacKay'ın tanımladığı *bir bilgi birimi* , varsayımın mantıksal gelişimine bir elemanter adım veya öneri eklenebilmesini sağlayan bilgi miktarı olmaktadır.

MacKay bilgi miktarı kavramının iki niteliğine dikkat çekmektedir. Bunların birincisi, doğrudan doğruya yapılan deneyin yapısına bağlı deney öncesi (*a priori*) özelliklerdir. Deney veya gözlem yapma işleminin çeşitli belirsizlikleri içerdiğini vurgulayan bu nitelikler, Gabor'un (Gabor, 1946) deneyin yapısal karakterini ele alarak yaptığı ve *logon* adını verdiği *yapısal bilgi birikimi* tanımına uymaktadırlar. MacKay'ın üzerinde durduğu ikinci nitelik ise deney sonrası (*a posteriori*) bilgi miktarı olup, tamamen deneyin kapsadığı *metrik bilgi içeriği* olarak belirlenmektedir. Buna göre, bir deney aletinin kaydettiği çeşitli okumaların herbiri belirli bir *metrik bilgi miktarını* temsil eder. MacKay'e göre kaydedilen okumalar belirli bir doğruluk derecesine sahip olacaklarından, metrik bilgi miktarı da boyutsuz bir duyarlılık ölçüsü olarak düşünülebilir. MacKay'ın *metrik bilgi içeriği* kavramı matematiksel olarak Fisher'in istatistik bilgi miktarı tanımına uymaktadır.

Daha sonraki yıllarda Barnard, çeşitli bilgi kavramlarını değerlendirerek, bilgi için yeni bir tanım geliştirmeye çalışmıştır. Bilgiyi, bir matematiksel problemin zorluk derecesi olarak tanımlayan Barnard, bilgi miktarı için bu dereceleri numaralandırmak suretiyle bir ölçüt önermiştir (Barnard, 1951).

Günümüzde pek çok bilim dalında uygulama alanı bulan bilgi içeriği ölçütü ise, daha sonraları *Bilgi Kuramı* olarak adlandırılan *Matematiksel İletişim Kuramı* çerçevesinde geliştirilmiş *entropi* kavramı olmaktadır. Sunulan çalışma, hidrolojik süreçlerde bilgi içeriğinin entropi tanımından hareketle belirlenmesi ile ilgilendiğinden, bilgi ölçütü olarak entropi kavramının daha ayrıntılı olarak ele alınması uygun görülmüştür.

2.1.3. Bilgi İçeriğinin Ölçülmesinde Entropi Kavramı

Matematiksel iletişim kuramı, bilgi içeriği kavramını tamamen bilimsel açıdan ele alan ve belirli bir matematiksel temele dayandırmak suretiyle tanımlayan bir bilim dalıdır. Bu kuramda bilgi içeriği ölçütü, istatistik ve olasılık kurallarından hareketle geliştirildiğinden, matematiksel iletişim kuramına *İstatiksel İletişim Kuramı* adı da verilmektedir (Harmancıoğlu, 1980 ve 1981).

İletişim kuramı, bilginin cins, anlam, değer veya içeriğine bakılmaksızın, sadece soyut bir sayı, işaret veya sembol dizisindeki istatistik yapıyı incelemektedir. Bu kuram doğrudan doğruya bir iletişim sisteminde iletilen sinyaller ve bu sinyallerin iletişim yaratabilme özelliği olarak nitelendirilen bilgi içeriği ile ilgilenmektedir. Burada temel sorun, sinyallerin doğru olarak iletilebilmeleridir (Cherry, 1957; Pfeiffer, 1965).

İletişim kuramına göre, bilgi ancak belirsizlik varsa ortaya çıkan bir özelliktir. Belirsizlik ise çeşitli seçeneklerin varlığını ve bunlar arasından seçim yapma olayını vurgular. Bir iletişim sisteminde verici (bilgi kaynağı), *alfabe* adı verilen sonlu sayıda ve kesikli değerler alabilen işaretler, semboller, harfler, kelimeler veya bir dalga biçimini belirleyen ordinatlar kümesine sahiptir. İletim hattı boyunca bir sinyal iletildiğinde, kaynak bu alfabeden veya işaretler dizisinden seçim yapmaktadır. Aynı alfabe alıcı uçta da mevcuttur ve alıcı, gönderilen mesajın ne olduğunu kendi alfabesinden sinyale karşı gelen işaretleri seçmek suretiyle belirleyebilir.

Bir iletişim olayında alıcı için, gönderilen mesajın ne olduğu başlangıçta belirsizdir. Çünkü, sinyaller bilgi kaynağındaki alfabeden herhangi bir değeri alabilirler. Bir başka deyişle sinyaller, işaretler dizisindeki değerleri belirli olasılıklara göre alırlar. İletişim kuramına göre, oluşma olasılığı yüksek olan mesajlar az bilgi taşırlar; bir işaret, sembol veya gözlemin, benzerlerinin oluşturduğu küme içinde alternatiflerine kıyasla sıklığı ne kadar fazla ise, iletebileceği bilgi miktarı da o kadar azdır. Başka bir ifadeyle, sıklık ve olasılık işaret, sembol veya gözlemin belirsizliğinin ölçüsüdür. Bir sinyal, iletilindiğinde işaretler dizisinden belirli bir değeri almakta, belirsizliği ortadan kaldırmakta ve giderilen belirsizlik oranında da bilgi getirmektedir. O halde, bir sinyalin içerdiği bilgi, giderilen belirsizlik cinsinden dolaylı olarak ölçülmektedir. Eğer alıcı önceden gönderilen mesajın ne olduğunu kesin olarak biliyorsa, bu mesaj onun için bir bilgi taşımaz; çünkü bir belirsizlik söz konusu değildir. Ancak, mesajın ne olabileceği konusunda bir belirsizlik var ise, mesaj söz konusu belirsizlik oranında bilgi içermektedir. Bu açıdan, iletişim kuramına göre, sinyallerin iletişim yaratabilmeleri için *sürpriz değere* sahip olmaları, beklenmedik bir olay niteliğini taşımaları gerekli görülmektedir (Shannon ve Weaver, 1949; Cherry, 1957; Pfeiffer, 1965; Bedford ve Onsi, 1969).

Wiener ve Kolmogoroff tarafından, iletişimin istatistik bir olay olduğu ortaya konduktan sonra, bilgi içeriği için istatistik temele dayanan kesin matematiksel ölçüt, Shannon tarafından ele alınarak geliştirilmiştir (Shannon ve Weaver, 1949).

Shannon, mesaj iletiminin stokastik bir olay olduğu görüşü ile, bir işaret veya sembol dizisini oluşturan her elemanın belirli olasılıklara göre değer aldığını ve her bir değer kendinden önce gelen bir veya birkaç sembole bağlı olduğunu savunmuştur. Buna göre, herhangi bir zamanda bilgi kaynağının veya iletişim vericisinin çıktısı rasgele bir değişken olarak düşünülmelidir (Shannon ve Weaver, 1949).

İletişim kuramına göre, bilgi kaynağının alabileceği alternatif durumlardan herbirinin içerdiği bilgi (I), onun olasılığı (p_n) ile orantılıdır (Cherry, 1957) :

$$I = - \log p_n \quad (2.7)$$

Ancak Shannon, iletilen her bir işaretin ayrı ayrı taşıdığı bilgi miktarının değil; birbirinden bağımsız, kesikli ve p_n ($n=1, \dots, N$) olasılıklarına sahip işaretlerin veya sembollerin oluşturduğu bilgi kaynağının, her bir sembol başına düşen ortalama bilgi içeriğinin önem taşıdığını ortaya koymuştur. Shannon, iletilen mesajın bilgi içeriği anlamı taşıyan bu bilgi miktarını:

$$H(n) = - \sum p_n \log p_n \quad (2.8)$$

biçiminde (bit/sembol) cinsinden ifade etmiştir. Matematiksel iletişim kuramının temelini oluşturan bu ifadedeki $H(n)$ bilgi içeriğine de *entropi* adını vermiştir (Shannon ve Weaver, 1949). Burada, bilgi içeriğine *entropi* denmesinin nedeni, matematiksel fonksiyonun, istatistik mekanikteki entropi fonksiyonuna benzer olmasıdır (Cherry, 1957; Pierce, 1961; Pfeiffer, 1965).

(2.8) ifadesi, kesikli bilgi kaynağı için tek bir değer vermekte; p_n olasılıkları 0 ile 1 arasında değerler aldığından, ifadenin başındaki (-) işareti ile $H(n)$ pozitif bir büyüklük olmaktadır. Bu nitelikleri ile entropi kavramı, hem bilgi içeriğini doğrudan doğruya nesnel biçimde ve belirli bir ölçü birimiyle ölçme olanağı getirmekte; hem de daima pozitif değerler almakla, bilgi kaynağının içerdiği bilgi için anlamlı bir ölçüt oluşturmaktadır (Harmancıoğlu, 1980 ve 1981).

Entropi kavramı, iletişim kuramında tanımlandığı şekliyle, sağlam bir matematiksel temele dayanmakta; bilgiyi karmaşık biçimlerde değil, bilgi kaynağının çeşitli alternatif durumlarının olasılıkları ile orantılı olarak doğrudan belirlemektedir. Bu

olasılıklar, yani kaynağın veya Shannon'un deyimiyle rasgele sürecin istatistik yapısı bilindiğinde, onun içerdiği bilgiyi (2.8) bağıntısından kolaylıkla hesaplamak ve belirli bir birimle ifade etmek mümkündür. Entropi ölçütü, bilginin niteliği, anlamı ve iletilen mesajın ne olduğu ile ilgilenmediğinden, rasgele karakterdeki her dizinin bilgi içeriğinin ölçülmesine olanak sağlamakta; bu niteliği ile, pek çok bilim dalında uygulama alanı bulmaktadır (Harmancıoğlu, 1980 ve 1981).

2.2. İletişim Kuramı ve Entropi

Matematiksel iletişim kuramının ortaya konmasında en büyük etken, telgrafın gelişimi olmuştur. Telgrafın kullanılmaya başlanmasıyla, bir mesajın iletim hızı, iletimdeki ekonomik unsurlar ve dolayısıyla alıcıya sadece iletilen mesajın doğru anlaşılabilmesine yetecek kadar sinyal gönderilmesi zorunluluğu gibi faktörler, iletişim hatları kapasitelerinin belirlenmesi gerektiğini ortaya koymuş ve bu düşünceler altında *bilgi miktarı* kavramı doğmuştur. Daha sonra, iletişimde sözü edilen sorunların açığa kavuşturulabilmesi amacıyla, *bilgi miktarı* matematiksel biçimde tanımlanmaya çalışılmıştır (Harmancıoğlu, 1980).

1924 yılında Nyquist ve Küpfmüller, telgraf sinyallerinin verilen bir hızda iletilebilmeleri için belirli bir bant genişliğinin gerekli olduğunu ortaya koymuşlardır. 1928'de Hartley, belirli bir bilgi miktarının iletilebilmesinde *bant genişliği x zaman* gibi bir büyüklüğün esas olduğunu saptamış ve *bilgi* kavramını, verilen bir işaret veya kelime listesinden, işaretlerin anlamı ile ilgilenmeksizin, ardarda yapılan seçimler olarak nitelendirmiştir. Hartley probleme şu şekilde yaklaşmıştır: iletişim sisteminin vericisinde veya bilgi kaynağında N adet işareti içeren bir *alfabe* bulunsun. Bilgi kaynağı bu işaretlerden birini seçip alıcıya iletacaktır. Herhangibir işaretin kaynak tarafından seçilme olasılığı da eşit olsun veya bir başka deyimle, işaretlerin iletişim öncesi olasılıkları $1/N$ olsun. Sinyal iletildiğinde alıcı, hangi işaretin gönderildiğini bulabilmek için, *evet* veya *hayır* şeklinde yanıtlanabilecek sorular soracaktır. Örneğin,

işaret alfabenin ilk yarısında mı? sorusuna alacağı yanıt, alıcının belirsizlik aralığını 1/2 oranında daraltacak ve benzer sorular sorarak aranan işareti bulabilecektir. Burada, evet-hayır biçiminde, ikili yanıtlarla doğru işareti saptama, alıcının izleyebileceği optimum soru stratejisini oluşturmaktadır. Evet-hayır ikili yanıtları basitçe (1,0) olarak kodlandığında, bunların her biri ikili hane (binary digit) veya kısaca *bit* adını almakta ve bilgi miktarının elemanter birimini oluşturmaktadır. Alıcı, sözü edilen tipte sorular sorarak doğru işareti aradığında, aldığı yanıtlara göre bulmak istediği sinyal (1,0) hanelerinin oluşturduğu bir dizi ile belirlenmektedir. Bu dizideki bitlerin sayısı sinyalin içerdiği bilgi miktarını ifade etmektedir. Hartley'in tanımına göre, doğru işaretin bulunabilmesi için minimum

$$I = \log_2 N \quad (\text{bit}) \quad (2.9)$$

adet soru yöneltilebilecektir. Buna göre, her bir sembolün veya işaretin içerdiği bilgi, N adet eş olasılıklı işareten oluşan bilgi kaynağı için, I kadar olmaktadır.

Hartley, getirdiği tanımlarla gerçekten iletişim kuramının temelini kurmuş, ancak bir bilgi kaynağının alabileceği çeşitli durumların olasılıklarından bahsetmemiştir. İletişimin istatistik bir olay olduğunun Wiener ve Kolmogoroff tarafından vurgulanmasından sonra, bilgi kaynağının çeşitli durumlarının bir istatistik toplum oluşturduğu ve dolayısıyla kaynağın içerdiği bilginin istatistiksel olarak tanımlanması gerektiği görüşü doğmuştur. Buna göre, kaynağın alfabesindeki her bir sembol için veya sinyal dalga biçiminde iletiliyorsa, dalga ordinatlarının alabilecekleri alternatif değerler için p_n ($n= 1, \dots, N$) olasılıklarını belirleyerek, Hartley'in bilgi miktarı tanımı,

$$H(n) = - \sum p_n \log p_n \quad (\text{bit/sembol})$$

olarak (2.8) bağıntısında verilen şekliyle yeniden ele alınmıştır. Shannon'un öne sürdüğü bu yeni ifade, çok sayıda (N) sembolü veya dalga ordinatlarının alternatif

durumlarını kapsayan bir bilgi kaynağının, yine bu sembolleri içeren çok uzun sinyal dizileri gözlemlendiğinde, sembol başına *ortalama bilgi içeriği*ni temsil etmektedir. Daha önce belirtildiği gibi, bu bilgi içeriğine *entropi* adı verilmektedir (Shannon ve Weaver, 1949; Cherry, 1957).

Shannon söz konusu çalışmasında, doğrudan doğruya ortalama değerlerden bahsetmekte ve iletilen bir sinyaldeki her bir işaretin ayrı ayrı içerdiği bilgi ile ilgilenmemektedir. (2.8) bağıntısında verilen entropi tanımı da aslında bir ortalama değer niteliğini taşımaktadır. Buna göre bağıntıyı,

$$H(n) = \text{ortalama } (\log p_n) \quad (\text{bit/sembol}) \quad (2.10)$$

şeklinde, bir bilgi kaynağının ortalama bilgi içeriği olarak tanımlamak mümkündür. O halde $H(n)$, $(\log p_n)$ değerlerinin veya N adet kesikli ve sonlu değerler alabilen bilgi kaynağındaki sembollerin p_n olasılıklarının logaritmalarının beklenen değerini temsil etmektedir. Kısaca $H(n)$, (2.7) bağıntısında verilen, sembol dizisinin herhangi bir n .inci değerinin bilgi içeriği tanımlayan I ifadesinin beklenen değeri olmaktadır (Cherry, 1957). Daha önce de belirtildiği gibi, Shannon bu tanımında sembollerin anlamı ile kesinlikle ilgilenmemekte; ancak bu şekilde, onların içerdiği bilgi için matematiksel bir ölçüt ortaya koyabilmektedir.

Shannon bu tanımı yaparken, bilgi kaynağının ilettiği sembollerin birbirinden bağımsız olduğunu ve dolayısıyla kaynağın entropisinin, sadece sembollerin p_n olasılıklarının bir fonksiyonu olarak ifade edilebileceğini, bunların kaynak tarafından seçilme sırasına bağlı olmadığını vurgulamaktadır. Shannon ayrıca bilgi kaynağının durağan (*stasyoner*) olması veya başka bir deyimle, kaynağın istatistik yapısının zamanla değişmeyecek karakterde olması gerektiğini belirtmiştir. İstatistik iletişim kuramında kaynağın durağanlığı varsayımı büyük önem taşımaktadır (Harmancıoğlu, 1980).

Öte yandan, gerek Hartley ve gerekse Shannon, bilgi içeriğinin matematiksel ifadesini geliştirirken, kaynağın kapsadığı sonlu sayıda ve kesikli sembollerin eş olasılıklı oldukları varsayımından hareket etmişlerdir. Ancak daha sonra Shannon ve Fano, kaynağın durağan olması koşuluyla, iletilen bu sembollerden oluşan çok uzun sinyal dizileri incelendiğinde ve doğrudan doğruya ortalama değerlerle çalışıldığında, (2.8) bağıntısındaki entropi tanımının herhangi bir olasılık yapısı için de geçerli olacağı sonucuna varmışlardır (Cherry, 1957). Shannon, olasılık esasına göre belirli sembollerini seçerek ileten bilgi kaynağından *stokastik kaynak* ve bu sembollerin oluşturduğu dizilerden veya sinyallerden *stokastik dizi* olarak söz etmektedir. Yine Shannon'a göre, iletişim sisteminin alıcısı, gönderilecek sinyallerin ne olabileceği konusunda tam bir belirsizlik içinde olmayabilir. İletişim olayından önce, özellikle sinyalleri oluşturan sembollerin birbirleriyle ilişkili olması halinde, elde bazı bilgiler (*a priori information*) var olabilir. Eğer bu ilişkilerin neler olduğu biliniyorsa, bu takdirde iletilen sinyaller alıcı için, sembollerin birbirinden bağımsız olmaları durumuna kıyasla, daha az bilgi içereceklerdir. Shannon'a göre, kaynağın kapsadığı sembollerin eş olasılıklı ve istatistiksel açıdan bağımsız olmaları durumunda entropi maksimum olmaktadır. Aksi halde, semboller arasında bağımlılık varsa, bunların oluşturduğu sinyaller önceden zaten bilinen bazı bilgileri de taşımaktadırlar. İletişim kuramında bu tür tekrarlanan bilgi (*redundancy*) şartlı olasılıklar cinsinden ifade edilmektedir (Cherry, 1957).

Örneğin, kaynağın ilettiği sembollerin sadece p_n olasılıkları değil, $p_n(m)$ koşullu olasılıkları da biliniyorsa, bu takdirde belirsizliğin ölçüsü $\log p_n$ değerleri değil, $\log p_n(m)$ değerleri olacaktır. Burada $p_n(m)$ koşullu olasılıkları, n'inci sembolden sonra m'inci sembolün gelme olasılığını temsil etmektedir. Bu şekilde tekrarlanan bilgi içeren kaynağın entropisi de, $p(n,m)$ birbirini izleyen iki sembolün ortak olasılığı olmak üzere,

$$H_n(m) = - \sum \sum p(n,m) \log p_n(m) \quad (\text{bit/sembol}) \quad (2.11)$$

biçiminde tanımlanmaktadır. Semboller hakkında önceden mevcut bilginin $p_n(m)$ koşullu olasılıkları yerine $p(n,m)$ ortak olasılıklarından ibaret olması halinde, kaynağın entropisi Shannon tarafından,

$$H(n,m) = - \sum \sum p(n,m) \log p(n,m) \quad (\text{bit/sembol}) \quad (2.12)$$

olarak verilmektedir (Cherry, 1957).

Shannon, bir iletişim sisteminde iletilen sinyallerin kesikli semboller yerine dalga biçimlerinden oluştuğu durumları da incelemiştir. Dalga biçiminde sinyallerle iletişim sağlayan bilgi kaynaklarına *sürekli bilgi kaynağı* adı verilmektedir. Çünkü, F frekans genişliğinde ve T süreli bir dalga biçimini belirleyen $1/2F$ aralıklı ordinatlar, sürekli bir genlik aralığında değer alırlar; başka bir deyişle, bilgi kaynağının içerdiği genlik değerleri sürekli bir dağılıma sahiptirler.

Burada artık kesikli sembollerin tek tek nümerik değerlerle ifade edilen olasılıkları yerine, bir olasılık yoğunluk fonksiyonu söz konusu olmaktadır. Ancak Shannon, bu durumda yine ortalama değerlerle çalışmakta ve entropi büyüklüğünü, kesikli kaynaklarda olduğu gibi, bir beklenen değer niteliğinde tanımlamaktadır (Cherry,1957).

(2.9) ifadesi dikkate alındığında, bilgi kaynağının içerdiği sembol sayısı N arttıkça, her bir sembolün taşıdığı bilgi miktarının da artacağı görülmektedir. Bu ifadeden hareketle, bilgi kaynağının sürekli değerler alması durumunda bilgi içeriğinin de sonsuz olabileceği sonucuna varılmaktadır. Ancak pratikte iletişim hatlarında hemen her zaman mevcut olan gürültü (*noise*) probleminden ötürü sonsuz değerlere ulaşmak mümkün olmamaktadır. Bu nedenle Shannon, sürekli bilgi kaynağının entropisini gürültünün mevcut olması durumunda incelemektedir .

Gürültü, bir iletim hattındaki elektronların rasgele hareketlerinin doğurduğu istenmeyen sinyallerdir. Bu tür sinyaller alıcı açısından bilgi kaybına neden olurlar. Shannon gürültülü bir iletim hattında iletilebilecek gerçek bilgi miktarını şu şekilde belirlemektedir: X değişkeni ile bilgi kaynağının gönderdiği ve sürekli değerler alabilen sinyal, Y değişkeni ile de alıcıya ulaşan sinyal tanımlanmış olsun. Y sinyali, iletim sırasında gürültünün eklenmesi nedeniyle X'den farklıdır. Burada alıcının sorunu, Y sinyali bilindiğinde, X için mümkün olabilecek tüm bilgiyi elde etmektir. Aslında sinyallerin içerdiği bilgi içeriği mutlak bir değer değil, relatif bir büyüklüktür ve alıcıda o sinyal için mevcut, iletişim öncesi ve iletişim sonrası belirsizliklerin farkına bağlıdır. O halde, alıcı uçta X'in belirsizlik derecesi iletişim sonrası $p(x|y)$ koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonuyla, bilgi kaynağında ise $p(x)$ marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonuyla belirlenmektedir. Buna göre Shannon, verici uçta gürültüsüz bilgi kaynağının entropisini, belirsizliğin ölçüsü olan $\log p(x)$ ifadesinin beklenen değeri olarak,

$$H(X) = - \int p(x) \log p(x) dx \quad (bit) \quad (2.13)$$

biçiminde; Y sinyali bilinse de X'de kalan belirsizlik miktarını da, bir istatistik olayda ölçüm öncesi ve ölçüm sonrası belirsizlikler arasındaki ilişkiyi ortaya koyan Bayes kuramından yararlanarak,

$$H(X/Y) = - \int \int p(x,y) \log p(x/y) dx dy \quad (bit) \quad (2.14)$$

koşullu entropisi ile tanımlamaktadır. (2.14) ifadesinin çıkarılmasında hareket noktası, alıcıya ulaşan Y sinyalinin içerdiği bilginin, Bayes kuramında ifade edildiği gibi, X sinyallerinin iletişim sonrası olasılıklarının, $p(x|y)$, iletişim öncesi $p(x)$ olasılıklarına oranının logaritması biçiminde tanımlanması olmaktadır. $H(X|Y)$, gürültü nedeniyle kaybolan bilgi miktarını tanımladığından, iletilen gerçek bilgi,

$$R = H(X) - H(X/Y) \quad (\text{bit}) \quad (2.15)$$

kadardır. Burada R , X sinyalinin içerdiği bilginin Y sinyalinde tekrarlanan kısmını ifade etmektedir ve iki integral ifadesinin farkı olarak belirlendiğinden, Shannon'a göre sonlu bir değer almaktadır. Sürekli değerler alan sinyallerin entropisi için yukarıda verilen bağıntılar serbestlik derecesi başına bit cinsinden ifade edilmektedir; zira sürekli sinyaller, saniyede $2F$ kadar dalga ordinatının aldığı değerlerle belirlenmektedir. Dolayısı ile $2FR$, iletim hattının bit/saniye birimiyle ölçülen bilgi içeriğini vermektedir (Shannon ve Weaver, 1949; Cherry, 1957).

Shannon'un istatistiksel iletişim kuramına yaptığı katkılardan en önemlisi de, bilgi iletişimde bir iletim hattının maksimum kapasitesini tanımlayan *Kapasite Kuramı* dır. Bu kuram, rasgele nitelikli ve üniform dağılımlı gürültünün ve iletişimi sınırlayan diğer bazı fiziksel faktörlerin mevcut olması halinde iletişim hattının iletebileceği en büyük bilgi miktarını ifade etmektedir. Buna göre mesajlar, iletişimdeki hataları minimum kılacak ve bilgiyi sözü edilen kısıtlayıcı faktörlerin belirlediği maksimum C kapasitesinde iletebilecek şekilde kodlanabilirler. Shannon'un,

$$C = \lim_{T \rightarrow \infty} [\max(1/T) \int \int p(x,y) \log \left\{ \frac{p(x,y)}{p(x)p(y)} \right\} dx dy] \quad (2.16)$$

olarak tanımladığı maksimum kapasiteye pratikte hemen hemen hiç bir zaman erişilememekte ve iletişim hattının H entropisi daima C 'den küçük kalmaktadır (Shannon ve Weaver, 1949; Cherry, 1957).

Shannon'un temel prensiplerini ortaya koyduğu ve yukarıda özetlenen istatistiksel iletişim kuramına, daha sonraları *Bilgi Kuramı* adı verilmiştir. Bu arada Fano, Wiener Khinchin, Bell ve Abramson ve özellikle bilgi içeriği anlamındaki entropinin, istatistik mekanikteki entropi ile ilişkilerini ortaya koyan MacKay, Gabor, Brillouin ve Pierce gibi

araştırmacılar bilgi kuramının gelişmesine katkıda bulunmuşlardır (Cherry, 1957; Pfeifer, 1965; Topsoe, 1974).

2.3. Bilgi Kuramında ve Termodinamikte Tanımlanan Entropi Kavramları Arasındaki İlişkiler

Termodinamik, en genel halde, sistem ve çevresi arasında ısı ve iş alışverişi ile ilgilenen bilim dalıdır. Aynı zamanda sürekli hareket halindeki çok sayıda partikülün oluşturduğu toplumlar olan gazların nitelikleri ile de ilgilenir. Bu toplumlar hakkında ancak kısmen bilgi edinilebilir; çünkü Newton'un hareket kanunlarıyla her bir partikülün davranışı açıklanabilmekle birlikte, bu partiküllerin tümünü aynı anda incelemeye ve ayırdetmeye olanak yoktur. Bu nedenle, gazları oluşturan her bir partikülün hareketi hakkında kesin bilgiye sahip olunamaz; bunların davranışı ancak olasılık kuramı ile açıklanabilir. Bir termodinamik sistemin yukarıda belirtilen özelliği, benzer şekilde iletişim sistemlerinde de mevcuttur. Bu nedenle, her iki tür sistemin benzer analiz yöntemleri ile incelenmesi yadırganmamalıdır. Bir iletişim sisteminde bilgi kaynağının alabileceği pek çok alternatif durum söz konusudur. Böyle bir sistem hakkında genel nitelikler bir tarafa bırakılacak olursa, kısmen bilgi sahibi olunabilir. Zira önceden, sistemin her bir durumunun her an alabileceği değerleri veya kesinlikle hangi mesajları iletebileceği bilinemez. Burada da olayın açıklanması yine olasılık kuralları çerçevesinde gerçekleştirilebilir.

Boltzmann, bir termodinamik sistemin alabileceği çeşitli durumları p_n ($n=1, \dots, N$) olasılıkları ile tanımlamaya çalışarak, bu esasa göre termodinamikteki kanunları yeniden formüle etmiştir. Boltzmann'a göre termodinamik entropi, gazları oluşturan partiküllerin çeşitli durumlarının olasılıklarının bir fonksiyonu olup, ideal bir gaz için,

$$S = \sum p_n \log p_n \quad (2.17)$$

biçiminde tanımlanabilir (Cherry, 1957; Pierce, 1961; Tepleman, 1989). Boltzmann'ın ideal bir gaz için verdiği entropi ifadesi, pozitif işaretli olarak, Shannon'un (2.8) ifadesinde verdiği bağıntıya benzemektedir. Buradaki benzerlik, tamamiyle benzer analiz yöntemlerinin kullanılmasından ileri gelmektedir. Termodinamik entropi, gazları oluşturan partiküllerin çeşitli durumlarının olasılıklarının fonksiyonu olarak tanımlanırken; iletişim kuramında bilgi içeriği anlamındaki entropi, bir bilgi kaynağının alabileceği durumların olasılıklarının fonksiyonu olarak ifade edilmektedir. Bir başka deyimle, her iki bilim dalında da, davranışı bir olasılık dağılım fonksiyonu ile açıklanabilen bir istatistik toplum incelenmektedir.

Öte yandan, her iki entropi kavramı arasında anlam yönünden de bir yakınlık olduğu söylenebilir. Termodinamik entropi *düzensizliğin ölçüsü* olarak tanımlanmakta; termodinamiğin 2. kanunu da bir sistemin ancak düzensizliği artacak biçimde durum değiştirdiğini ve entropinin hiç bir zaman azalamayacağını belirtmektedir. Buna göre, örneğin bir gazın nitelikleri, partiküllerinin durumları hakkındaki bilgimizi azaltacak biçimde değişecektir. Bir başka deyişle, rasgelelik sürekli artan bir özelliktir. Buna karşılık, bilgi kuramında tanımlanan bilgi kavramı ve entropi, rasgeleliği azaltan, sürekli olarak artan içimde düzenlilik getiren bir niteliktir. Bu açıdan, Wiener bilgi içeriğini *negatif entropi* olarak tanımlamaktadır (Cherry, 1957). Boltzmann'ın bir sistemin rasgeleliği veya aksine düzenliliği konusunda öne sürdüğü görüşler bilgi iletişimi sürecinin açıklanmasında da geçerli kabul edilmekte; ayrıca, bazı bilim dallarında sistem davranışlarının değerlendirilmesine olanak sağlamaktadır (Cherry, 1957; Chorley, 1962; Leopold ve Langbein, 1962; McGarry, 1975).

2.4. Entropi Kavramının Matematiksel Olarak İncelenmesi

2.4.1 Bilgi Kuramı Gereğince Entropinin Tanımı

Önceki bölümlerde belirtildiği gibi, bilgi kuramı sadece bir soyut sayı ya da sembol dizisindeki istatistiksel yapının incelenmesine olanak sağlamaktadır. Burada temel problem, herhangi bir olayın sahip olduğu belirsizliği tanımlayacak bir ölçüt geliştirmektir.

Bu problemi şöyle açıklamak mümkün olabilir : bir D deneyinin tanımlandığı ve deney yapılmadan önce sonucun ne olacağının bilinmediği düşünölsün. D deneyinin içerdığı belirsizlik *entropi* olarak adlandırölsün ve $H(D)$ ile gösterölsün. Bu aşamada, D deneyinin belirsizliği (*entropisi*) hakkında bazı nitelikleri ortaya koymak mümkündür. D deneyi, sonucu önceden bilinen deterministik bir olay niteliğı taşıyorsa, belirsizlik söz konusu olamayacağından, entropi sıfır olarak kabul edilebilir. Rasgele etkenlerin önem kazandığı, dolayısıyla sonucun önceden kestirilemez hale geldiğı durumda ise belirsizlik ortaya çıkacak ve entropi sıfırdan farklı değler almaya başlayacaktır. Dolayısıyla, ilk aşamada entropinin alt ve üst sınırlarını,

$$0 \leq H(D) \leq \infty \quad (2.18)$$

olarak belirlemek mümkündür (Topsoe, 1974 ; Uslu ve Tanrıöver, 1979).

Entropi ile D deneyinin bilgi içeriğı arasında şöyle bir ilişki de kurulabilir. D deneyi yapıldıktan sonra, söz konusu olay hakkında kesin bilgi elde edilmiş olacak ve olayın belirsizliği giderilmiş olacaktır. Dolayısıyla olay hakkında kazanılan bilginin giderilen belirsizliğe eşit olacağı söylenebilir. Bir başka deyişle, başlangıçta deneyin belirsizliği olarak tanımlanan $H(D)$ yalnızca belirsizliğin ölçüsü olmayıp, aynı zamanda D deneyinin içerdığı bilgiyi de tanımlamaktadır.

D deneyinin Ω gibi bir örnek uzayında tekrarlandığını düşünelim. D deneyi, söz konusu uzayda $(A_1, \dots, A_N)$ gibi sonlu sayıda ve kesikli sonuçlardan birini alabilmektedir. $(A_1, \dots, A_N)$ sonuçlarının olasılık fonksiyonu P olarak tanımlandığında, $\vec{p} = (p_1, \dots, p_N)$ sonlu sayıda sonucun oluşturduğu uzayın olasılık vektörü olarak tanımlanabilir. Böylece artık D deneyi bir (Ω, P) olasılık uzayında tanımlanmış olmaktadır (Schultze, 1969; Topsoe, 1974 ; Uslu ve Tanrıöver, 1979):

$$D = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & \dots & A_N \\ p_1 & p_2 & \dots & p_N \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Burada p_n değerleri,

$$p_n = p(A_n) \quad (n = 1, \dots, N) \quad (2.20)$$

olmak üzere A_n sonuçlarının olasılıklarını temsil etmekte ve bilinen olasılık kurallarına da uymaktadırlar :

$$0 \leq p_n \leq 1 \quad (2.21)$$

$$\sum p_n = 1 \quad (2.22)$$

Bu aşamada D deneyi bir olasılık yapısı ile tanımlandığına göre, $H(D)$ fonksiyonu yerine, entropi için D deneyinin ölçütü olan olasılıklar kullanılarak,

$$H(\vec{p}) = H(p_1, \dots, p_N) \quad (2.23)$$

yazılabilir. Buradan fiziksel anlamları ne olursa olsun, olasılık yapıları aynı olan iki

olayın entropilerinin ve bilgi içeriklerinin aynı olacağı açıkça görülebilmektedir (Harmancıoğlu, 1980 ve 1981).

D deneyinin belirsizliğini, A_n sonuçlarından X rasgele değişkenine geçerek tanımlamak da mümkündür. Aynı Ω örnek uzayında sonlu değerler alan ve bu uzayın $w \in \Omega$ elemanları için,

$$p_n = P (\{ w \mid X(w) = x_n \}), \quad (n = 1, \dots, N) \quad (2.24)$$

olasılıklarıyla ölçülebilen bir X değişkeninin entropisi $H(X)$ olarak tanımlandığında, $H(D)$, $H(\vec{p})$ ve $H(X)$ eş anlamlı tanımlar oluşturmaktadırlar (Topsoe, 1974; Uslu ve Tanrıöver, 1979; Harmancıoğlu, 1980 ve 1981).

Bir D deneyinin veya olasılık uzayının entropisi sırasıyla $H(D)$, $H(\vec{p})$ ve $H(X)$ biçiminde tanımlandıktan sonra, entropi için daha kesin bir matematiksel ifade geliştirilebilir. Eş olasılıklı N adet farklı değer alan bir rasgele değişken düşünelim. Değişkenin aldığı herhangi bir değer bir kişi tarafından bilindiği; ikinci bir kişinin evet-hayır şeklinde yanıtlanabilecek tipte sorular sorarak bu değeri bulmaya çalıştığı düşünölsün. Bu durumda, doğru sonucun bulunması için optimal bir soru stratejisi kullanarak sorulması gereken minumum soru sayısı,

$$I = \lg N \quad (2.25)$$

veya

$$I = - \lg (1/N) \quad (2.26)$$

olacaktır (Amorocho ve Espildora, 1973). Burada I, aranan değeri bulabilmek için gerekli bilgiyi veya bilgi içeriğini, $1/N$ tek bir soruda doğru yanıt bulma olasılığını, $\lg$ ise 2 tabanına göre logaritmayı tanımlamaktadır.

Bu ifadelerde I bilgi içeriği, rasgele değişkenin N eş olasılıklı değer aldığı varsayımından hareketle elde edilmektedir. Ancak, Shannon ve Fano'ya göre, N adet sonlu ve kesikli sembolü içeren bilgi kaynağının durağan (*stasyoner*) olması koşuluyla, iletilen sembollerden oluşan çok uzun sinyal dizileri gözlenerek ortalama değerlerle hesap yapıldığında, aynı ifadenin herhangi bir olasılık yapısına sahip süreç için de geçerli olduğu söylenebilir (Cherry, 1957). Buna göre kesikli üniform olasılık dağılımı yerine, $p=(p_1, \dots, p_N)$ olasılık kütlelerine sahip bir değişkenin herhangi bir n .inci değeri için bilgi içeriği,

$$I_n = - \log p_n \quad (2.27)$$

olarak ifade edilebilir.

Olasılık uzaylarının bilgi içeriklerinin incelenmesi halinde ise, önemli olan uzayın içerdiği bilgi içeriğinin belirlenebilmesidir. Bu nedenle, olasılık uzaylarının bilgi içeriği, elemanter olayların bilgi içeriklerinin beklenen değeri olarak tanımlanır:

$$H(D) = \sum p_n I_n \quad (2.28)$$

veya

$$H(D) = E(I_n) = - \sum p_n \log p_n \quad (2.29)$$

Bu bağıntı Shannon'un 1948'de, bir bilgi kaynağının ortalama bilgi içeriği için verdiği ve *entropi* olarak adlandırdığı tanımdan ibarettir.

Entropi hesabında, 2 tabanından farklı logaritmalar kullanıldığında seçilen tabana göre bir K katsayısını bağıntıya eklemek gerekir. $p_n = p(x_n)$ ($n= 1, \dots, N$) olasılıklarıyla $\{ x_1, \dots, x_N \}$ değerlerini alan bir X rasgele değişkeninin herhangi bir tabana göre entropisi,

$$H(X) = K \sum p(x_n) \log[1/p(x_n)] \quad (2.30)$$

biçiminde ifade edilebilir. Entropi 2 tabanına göre *bit*, e tabanına göre *napier*, 10 tabanına göre *decibel* birimleriyle tanımlandığında, K'nın değeri 1 olarak alınabilmektedir. $H(X)$, rasgele değişkenin içerdiği bilgi için tek bir değer vermekte ve *marjinal entropi* adını almaktadır (Amorocho ve Espildora, 1973). Marjinal entropi, tek bir sürecin toplam belirsizliğinin veya dolaylı olarak toplam bilgi içeriğinin ölçütü olmaktadır.

X ve Y gibi, karşılıklı olarak birbirinden bağımsız iki olayın birlikte oluşması halinde, elde edilecek *toplam entropi* ise (2.29) bağıntısına benzer şekilde,

$$H(X \times Y) = - \sum \sum r_{nk} \log r_{nk} \quad (2.31)$$

olarak yazılabilir. Bu bağıntıda ortak olasılıkları gösteren r_{nk} , olasılık kurallarına göre,

$$r_{nk} = p_n q_k \quad \begin{matrix} (n= 1, \dots, N) \\ (k= 1, \dots, M) \end{matrix} \quad (2.32)$$

biçiminde tanımlanabilir. Bağıntıda p_n , X olayının ve q_k , Y olayının olasılıklarını temsil etmektedir. Ortak olasılıklar yerine yerleştirildiğinde *toplam entropi* ifadesi,

$$H(X \times Y) = - \sum p_n \log p_n - \sum q_k \log q_k \quad (2.33)$$

elde edilir. Denklemin sağ tarafındaki ifadeler, ayrı ayrı X ve Y süreçlerinin marjinal entropilerini temsil ettiğinden,

$$H(X \times Y) = H(X) + H(Y) \quad (2.34)$$

ifadesine gelinir. Bir başka deyişle, bağımsız iki olayın toplam entropisi, iki olayın ayrı ayrı marjinal entropilerinin toplamına eşit olmaktadır.

X ve Y olayları arasında stokastik bağımlılık varsa, bu iki olayın birlikte oluşması ile meydana gelecek yeni olayın olasılıkları r_{nk} , X ve Y olaylarının marjinal olasılıklarının çarpımına eşit olmayacaktır. Bu durumda şartlı olasılıklar söz konusu olacağından, şartlı olasılıklar q_{nk} ,

$$q_{nk} = p(Y_k | X_n) \quad \begin{matrix} (n=1, \dots, N) \\ (k=1, \dots, M) \end{matrix} \quad (2.35)$$

biçiminde ve ortak olasılıklar r_{nk} ,

$$r_{nk} = p_n q_{nk} \quad \begin{matrix} (n=1, \dots, N) \\ (k=1, \dots, M) \end{matrix} \quad (2.36)$$

olarak tanımlandığında; X olayının gerçekleşmesi koşuluyla Y olayının *şartlı entropisi*,

$$H(Y|X) = - \sum \sum r_{nk} \log q_{nk} \quad (2.37)$$

biçiminde yazılabilir.

Buna göre, aralarında stokastik bağımlılık bulunan X ve Y olaylarının birlikte oluşması durumunda, *toplam entropi*,

$$H(X \times Y) = - \sum p_n \log p_n - \sum \sum r_{nk} \log q_{nk} \quad (2.38)$$

biçiminde yazılabilir. Denklemin sağ tarafındaki ifadeler sırası ile X olayının marjinal entropisini ve X olayının oluşması koşuluyla Y olayının şartlı entropisini temsil etmektedir :

$$H(X \times Y) = H(X) + H(Y|X) \quad (2.39)$$

O halde, stokastik bağımlı iki olayın toplam entropisi (*ortak entropi*), bir olayın marjinal entropisi ile bu olay bilindiğinde diğer olayda kalan belirsizliğin toplamına eşit olmaktadır (Schultze, 1969; Amorocho ve Espildora, 1973; Uslu ve Tanrıöver, 1979; Harmancıoğlu, 1980 ve 1981).

X ve Y arasında stokastik bağımlılık olduğunda, toplam belirsizlik, iki örnek uzayında aynı olan veya tekrarlanan bilgi olarak tanımlanan *transinformasyon* $T(X,Y)$ kadar azalacaktır:

$$T(X,Y) = H(X) + H(Y) - H(X \times Y) \quad (2.40)$$

Transinformasyon ifadesinde, $H(X \times Y)$ ortak entropi değeri yerine (2.39) ifadesi konduğunda;

$$T(X,Y) = H(X) - H(X|Y) \quad (2.41)$$

ya da bağımlılığın yön değiştirmesi ile,

$$T(X,Y) = H(Y) - H(Y|X) \quad (2.42)$$

ifadeleri elde edilebilir (Schultze, 1969; Amorocho ve Espildora, 1973; Uslu ve Tanrıöver, 1979; Harmancıoğlu, 1980 ve 1981). Simetrik bir özellik taşıyan transinformasyon ifadesi, ortak ve şartlı olasılıklar cinsinden,

$$T(X,Y) = T(Y,X) = \sum \sum r_{nk} \log \{ r_{nk} / [p_n q_k] \} \quad (2.43)$$

şeklinde ifade edilebilir (Schultze, 1969).

Transinformasyon değeri, X ve Y olaylarının karşılıklı bilgi içeriği olarak tanımlanan ve diğer entropi büyüklükleri gibi, alttan sıfırla sınırlı olan, pozitif değerli bir ölçüttür:

$$T(X,Y) \geq 0 \quad (2.44)$$

Transinformasyonun bir diğer niteliği de, $H(X)$ veya $H(Y)$ marjinal entropilerinden hangisi küçükse en fazla bu değere eşit olabileceğidir (Schultze, 1969):

$$T(X,Y) = H(X) - H(X|Y) \leq H(X) \quad (2.45)$$

$$T(X,Y) = H(Y) - H(Y|X) \leq H(Y) \quad (2.46)$$

2.4.2. Hidrolojik Süreçlerde Entropi

Hidrolojik olaylar ve değişkenler, en genel durumda devirsel (periyodik), bağımlı ve rasgele bağımsız unsurlardan oluşan stokastik süreçlerdir. X değişkeni bu nitelikte hidrolojik olayları temsil etmek üzere, önceki bölümlerde tanımlanan temel ilkelere hareketle hidrolojik süreçlerin bilgi içeriğinin ölçülmesi mümkündür.

Hidrolojik süreçlerin bilgi içeriğinin ölçülmesinde entropi kavramının kullanılmasına yönelik çalışmalarda (Amorocho ve Espildora, 1973; Tanrıöver, 1979; Harmancıoğlu, 1980 ve 1981), iki ayrı hidrolojik süreç veya bir hidrolojik süreç ile ona ait matematik modelden üretilen yapay verilerin oluşturduğu, birbirlerine bağımlı X ve Y gibi iki rasgele değişken ele alınmakta; bu değişkenlerin ayrı ayrı marjinal entropileri, aralarındaki bağımlılık nedeniyle söz konusu olan şartlı entropiler ve transinformasyon hesaplanmaktadır.

Bu çalışmalarda incelenen marjinal entropi ifadelerinin, bilgi kuramındaki temel ilkelerden hareketle, hidrolojik süreçler için tanımlanmasında izlenen yol şöyle özetlenebilir: sabit bir zaman aralığında hidrolojik sürecin sonlu ve kesikli değerler alabilen ve bir olasılık uzayında tanımlanmış X rasgele değişkeni ile temsil edildiği ve bu değişkenin $f(x)$ olasılık yoğunluk fonksiyonunun bilindiği düşünölsün. Sürekli X değişkeninin alabileceği değer aralığı, δx genişliğinde N adet kesikli alt aralığa bölündüğünde, değişkenin n .inci alt aralıktaki bir değeri alması olasılığı,

$$p_n = P \{ x_n - \delta x/2 \leq x \leq x_n + \delta x/2 \} = \int_{x_n - \delta x/2}^{x_n + \delta x/2} f(x) dx \quad (2.47)$$

olacaktır. δx aralıklarının yeterince küçük seçilmesi durumunda, p_n olasılıklarını yaklaşık olarak,

$$p_n \approx f(x_n) \delta x \quad (2.48)$$

şeklinde hesaplamak mümkündür, Bu olasılıkları (2.30) bağıntısında yerleştirerek, X değişkeninin seçilen δx aralıklarına göre marjinal entropisi,

$$H(X; \delta x) \approx \sum f(x_n) \delta x \log\{1/f(x_n)\} + \log(1/\delta x) \quad (2.49)$$

ifadesi ile yaklaşık olarak hesaplanabilir (Amorocho ve Espildora, 1973; Tanrıöver, 1979; Uslu ve Tanrıöver, 1979; Harmancıoğlu, 1980 ve 1981). Burada $H(X)$, X sürecinin eğer varsa ardışık bağımlılığı dikkate alınmadan veya bu etkilerden arındırılmadan hesaplanmış toplam entropisini temsil etmektedir.

Öte yandan, marjinal ve şartlı entropilerle transinformasyon hesabındaki hata paylarını düşük tutabilmek amacıyla, δx aralıklarının küçük seçilmesi gerekmekte; bu durum ise entropi değerinin yukarıdaki bağıntı ile bilgisayarda çözümünü gerek işlem ve

gerekse zaman açısından zorlaştırmaktadır. Bu nedenle pratikte, verilen ifadelerdeki kesikli toplamlar yerine integral işlemlerinin yerleştirilmesi yoluna gidilmektedir (Amorocho ve Espildora, 1973). Dolayısıyla *marjinal entropi* sürecin olasılık dağılımına $\{f(x)\}$ bağlı olarak,

$$H(X; \delta x) \approx \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \log \{1/f(x)\} dx + \log (1/\delta x) \quad (2.50)$$

ve X ve Y gibi iki sürecin *ortak entropi* ifadesi, iki sürecin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(x,y)$ tanımlandığında,

$$H(X,Y; \delta x, \delta y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) \log \{1/f(x,y)\} dx dy + \log (1/\delta x \delta y) \quad (2.51)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Benzer şekilde, X sürecinin Y sürecine bağlı *koşullu entropi* ifadesi, koşullu olasılık dağılımı $f(x|y)$ ve ortak olasılık yoğunluk fonksiyonuna $\{f(x,y)\}$ bağlı olarak;

$$H(X|Y; \delta x, \delta y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) \log \{1/f(x|y)\} dx dy + \log (1/\delta x) \quad (2.52)$$

ifadesiyle tanımlanmaktadır. Bu değerlere bağlı olarak *transinformasyon* değerleri, (2.45) ve (2.46) ifadelerinden hareketle marjinal ve koşullu entropilerin farkı olarak hesaplanabilecektir (Harmancıoğlu ve Yevjevich, 1987; Harmancıoğlu, v.d., 1986).

Belirsizliği incelenen sürecin ölçüm ya da gözlem sonrası olasılık yoğunluk fonksiyonu bilindiğinde (2.50) ila (2.52) ifadelerinin integrasyonu yapılabilir. Tek değişken için ölçüm sonrası olasılık dağılımı olarak tanımlanan $f(x)$, normal dağılım kabul edildiğinde:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \{ -(x - \mu_x)^2 / 2\sigma_x^2 \} \quad (2.53)$$

marjinal entropi ifadesi incelenen sürecin örnek standart sapmasına (σ_x) bağlı olarak,

$$H(X; \delta x) = 1/2 + \log \sqrt{2\pi} + \log \sigma_x - \log \delta x \quad (2.54)$$

ifadesi ile hesaplanabilmektedir. Ölçüm sonrası olasılık dağılımı $f(x)$, lognormal dağılım kabul edildiğinde :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} \exp \{ -(x - \mu_y)^2 / 2\sigma_y^2 \} \frac{1}{x} \quad (2.55)$$

marjinal entropi ifadesi,

$$H(X; \delta x) = 1/2 + \log \sqrt{2\pi} + \log \sigma_y + \mu_y - \log \delta x \quad (2.56)$$

olmaktadır. Burada μ_y ve σ_y değerleri,

$$y = \ln x \quad (2.57)$$

dönüşümü ile elde edilmiş olan y dizisinin ortalama ve standart sapma değerleridir. Ölçüm sonrası olasılık dağılımı $f(x)$, iki parametrelili gamma dağılımı kabul edildiğinde ise,

$$f(x) = \frac{1}{B^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/B} \quad x \geq 0 \quad (2.58)$$

olmak üzere, *marjinal entropi* ifadesi,

$$H(X; \delta x) = \log [\beta \Gamma(\alpha)] + \mu_x / \beta - (\alpha - 1) \cdot \Phi(\alpha) - \log \delta x \quad (2.59)$$

şeklinde ifade edilebilmektedir. İfadede yer alan μ_x dizinin ortalaması, α biçim parametresi ve β ölçek parametresi olup, $\Gamma(\alpha)$ gamma fonksiyonunun ve $\Phi(\alpha)$ digamma fonksiyonunun biçim parametresi için değeridir (Chapman, 1986; Harmancıoğlu ve Yevjevich, 1987; Harmancıoğlu, v.d., 1986).



3. SU KAYNAKLARI MÜHENDİSLİĞİNDE ENTROPİ KAVRAMININ KULLANIMI

3.1. Su Kaynakları Mühendisliği Alanında Entropi Kavramının Uygulanmasına Yönelik Çalışmalar

3.1.1. Genel

Entropi kavramının, gerek fiziksel bilim dallarında gerekse su kaynakları mühendisliği alanında uygulamasının ilk örneklerine jeomorfoloji konusunda rastlanmaktadır. Entropi kavramının kullanımı ile bir akarsu hattı boyunca kıvrıntıların oluşumunu inceleyen çalışmaların (Scheidegger, 1967) yanısıra, Leopold ve Langbein (1962) ve Yang (1971) akarsu morfolojisi konusunda araştırma yapmışlardır. Bu çalışmalarda kullanılan entropi kavramı tamamen termodinamik entropi niteliği taşımakta; Shannon'un iletişim kuramı çerçevesinde tanımlamış olduğu bilgi ölçütü anlamındaki entropi kavramı ile ilgisi bulunmamaktadır. Sözü edilen çalışmalarda, (a) termodinamik bir sistemdeki ısı enerjisi ile akarsu sisteminin potansiyel enerjisi; (b) termodinamik bir sistemdeki sıcaklık ile akarsu sisteminin yükseltileri arasında benzeşimlerde bulunulmuştur. Daha sonra Davy ve Davies (1979) bu benzeşimlerin doğruluk derecelerini incelemiş ve termodinamik bir sistem için geçerli olan kesin yasaların bir akarsu sisteminde geçerli kabul edilemeyeceği yargısına varmışlardır. Entropi kavramının akarsu jeomorfolojisi alanında uygulanması halen tartışmalı bir nitelik taşımakta ve bu alanda yeni araştırmalara gerek duyulmaktadır (Harmancıoğlu v.d., 1992).

Su kaynakları mühendisliğinde entropi kavramının diğer bir kullanım biçimi, doğadaki olayların tamamen olasılık kurallarına bağlı olarak istatistiksel hidroloji kapsamında incelenmesine yöneliktir. Bu uygulamalarda, Matematiksel İletişim kuramından hareketle tanımlanmış olan, istatistiksel nitelikte ve *belirsizlik* ya da *bilgi içeriği* anlamındaki entropi (*informational entropy*) kavramı kullanılmaktadır. Bu

çerçevede, gerek Shannon'un geliştirmiş olduğu (Shannon ve Weaver, 1949) ve bilgi kuramında tanımlanan entropi kavramı, gerekse Jaynes'in (1957a ve 1957b) ortaya koyduğu maksimum entropi kuramı (*POME*) yaygın kullanım olanağı bulmuştur.

Bilgi Kuramından hareketle tanımlanan ve matematik temelleri 2. Bölümde verilmiş olan, *belirsizlik* veya *bilgi içeriği* anlamındaki entropi kavramı Shannon tarafından geliştirilmiştir. Bu entropi kavramına dayanan maksimum entropi kuramı (*Principle of Maximum Entropy = POME*) ise kısaca aşağıdaki biçimde açıklanabilir: Shannon'un tanımladığı entropi büyüklüğü, incelenen sürecin olasılık dağılımının seğıimine bağlı olarak değişen değerler aldığından, sürecin dağılımı hakkında ölçüm öncesi kestirimlerde bulunmak zorunlu olmaktadır. Jaynes (1957a ve 1957b), bu özellikten hareketle maksimum entropi kuramı (*POME*) olarak bilinen kuramı geliştirmiştir. *POME* kuramı, koşullu entropi kavramını esas almaktadır. Buna göre, sürece ait sınırlı sayıda veriden yararlanarak, sürecin henüz bilinmeyen olasılık dağılımı için, belirlenen bazı koşullar altında, entropi fonksiyonunu en büyük kılacak olasılık dağılımının biçimini saptamak mümkün olabilir. Aranılan olasılık dağılımı, entropi fonksiyonunun enbüyüklenmesi - dolayısı ile belirsizliğin enküçüklenmesi - ile belirlendiğinden, en uygun olasılık dağılımı, süreci en az taraflı biçimde temsil eden olasılık dağılım fonksiyonu olmaktadır (Templeman, 1989). Jaynes'in geliştirmiş olduğu bu yöntem, su kaynakları mühendisliği alanında yapılan bir çok çalışmada kullanılmış; ancak, genelde incelenen sürece en uygun olasılık dağılımının biçiminin belirlenmesi ve hidrolojik süreçler arasındaki fonksiyonel ilişkilerin belirlenmesi problemlerinin çözümüne yönelmiştir.

Su kaynakları mühendisliği alanında, gerek Shannon'un gerekse Jaynes'in entropi tanımlarının kullanılması ile yapılan çalışmalar, amaçlarına göre sınıflandırılarak, sonraki bölümlerde ele alınmıştır.

3.1.2. Uygun Frekans Dağılımının ve Dağılım Parametrelerinin Tahmininde Entropi Yöntemi

İncelenen sürece uygun frekans dağılımının ve dağılım parametrelerinin tahminine yönelik olarak ilk kez, Jowitt (1979) *maksimum entropi (POME)* yöntemini I. tip ekstrem değer dağılımı parametrelerinin tahmini için kullanmıştır. Daha sonra, Singh ve Jain (1985) ile Arora ve Singh (1986) farklı altı yöntemle parametre tahmininde bulunarak, POME yöntemiyle parametre tahmininin güvenilirliğini araştırmış ve POME yönteminin diğer beş yöntemden daha uygun, maksimum olabilirlik yöntemine ise oldukça yakın sonuçlar verdiğini belirlemişlerdir. Gamma ve Pearson tip III ve üç parametrelili lognormal türü olasılık dağılımlarının seçimi halinde de benzer sonuçlar elde edilmiştir (Singh ve Singh, 1985a ve b; Singh, 1987; Jain ve Singh, 1987; Singh ve Singh, 1987).

Bir başka çalışmada, POME yöntemi, uygun frekans dağılımının kestirimi, farklı frekans dağılımlarının entropi değerleri üzerine etkileri ve dağılım parametrelerinin tahmini amaçları ile kullanılmış (Singh v.d., 1985 ve 1986); Krstanovic ve Singh (1986) ise POME yönteminin çok değişkenli frekans analizi için de kullanılabileceğini göstermişlerdir.

Bu çalışmalarda, maksimum entropi yönteminin (POME), olasılık dağılım fonksiyonu tahmininde en az hata yapma olanağı sağladığı ve böylece süreç hakkında elde edilen bilgiyi maksimum kılmanın mümkün olabileceği ileri sürülmektedir (Singh ve Rajagopal, 1987).

3.1.3. Fonksiyonel İlişkilerin Belirlenmesinde Entropi Yöntemi

Maksimum entropi yöntemi (POME), iki ya da daha fazla sayıda değişken arasındaki fonksiyonel ilişkilerin (yağış-akış; sediment taşınımı-akış; su kalitesi-akış; v.b.)

kestirimi için de kullanılmıştır. Bu konuda yapılmış iki çalışmanın ilkinde havza içinde sediment taşınımının modellenmesi hedeflenmiş (Singh ve Krstanovic, 1987); diğer çalışmada ise yağış-akış ilişkilerinin belirlenmesi üzerinde durulmuştur (Sonuga, 1976). Bu çalışmalarda POME yönteminin bu tür araştırmalar için pratikte kolay uygulanabilir nitelikte olduğu belirtilmektedir.

3.1.4. Belirsizliğin Saptanmasında Entropi Yöntemi

Entropi kavramının su kaynakları mühendisliğinde en önemli ve yaygın kullanımı, belirsizlik ölçütü olarak kullanılabilmesidir. Entropi kavramı (a) hidrolojik değişkenlerin, (b) hidrolojik sistemlerin ve sisteme ait modellerin, (c) olasılık dağılım fonksiyonlarına ait parametrelerin belirsizliğinin saptanması amacı ile kullanılmaktadır. Entropi kavramının kullanımı ile, yukarıda belirtilen belirsizliklerin saptanabilmesinin yanı sıra, bu belirsizlik değerlerinin birimli olarak (*decibel, bit, napier*) ifade edilebilmesi, yöntemin diğer bir güçlü yanını oluşturmaktadır.

3.1.5 Rasgele Değişkenlerin Bilgi İçeriğinin Saptanmasında Entropi Yöntemi

Gerek su kaynakları mühendisleri, gerekse araştırmacılar deney ya da gözlem sonucu elde edilen *bilgi* miktarının tanımlanması amacıyla objektif bir kriter tanımlama gereksinimi duymaktadırlar. *Entropi* kavramı, hidrolojide ölçüm, deney ya da gözlem sonucu kazanılan bilgi miktarının niceliksel olarak tanımlanabilmesi açısından uygun bir kriter oluşturmaktadır. Tanrıöver (1979), hidrolojik süreçlerin bilgi içeriği için biri Fisher'in örnek varyansının tersi tanımına, diğeri ise entropi kavramına dayalı iki yöntem uygulayarak; Fisher'in tanımının ölçüm öncesi (*a priori*) bilgi içeriğinin, entropi kavramının ise ölçüm sonrası (*a posteriori*) bilgi içeriğinin saptanmasında uygun birer kriter oluşturdukları yargısına varmıştır.

Harmancıoğlu (1980, 1981), hidrolojide çok değişkenli hal için entropi kavramının kullanılabilmesi amacıyla gerekli matematiksel ifadeleri belirlemiş ; tek değişken için de içsel bağımlılık söz konusu olduğunda belirsizliğin ve dolayısıyla sürece ait ölçümlerin getireceği bilginin ne şekilde değişeceğini incelemiştir. Bu çalışmalarda, çok değişkenli hal için serisel bağımlılığın yanısıra, kros korelasyon etkileri de incelenmiş ve entropi hesabı için kullanılacak matematiksel ifadeler ortaya konmuştur. Bu ifadelerle hidrolojik ölçümlerde çok değişkenli hal için zaman ve yer (konum) açısından optimum kesikleme aralığı seçimi yapmanın mümkün olabileceği, örnek havzalar üzerindeki uygulamalarla gösterilmiştir (Harmancıoğlu, 1980, 1981 ve 1984).

Söz konusu çalışmaların ilkinde (Harmancıoğlu, 1980), entropi yönteminden, bir zaman serisinin serisel bağımlılık derecesinin saptanması amacı ile de yararlanılabileceği belirtilmiştir. Bir başka çalışmada ise, *maksimum entropi spektral analizi (MESA)* yöntemi ile hidrolojik süreçlerin periyodik ve deterministik unsurlarının tanımlanabileceği gösterilmiştir (Padmanabhan ve Rao, 1988).

3.1.6. Hidrolojik Süreçler Arası Bilgi Aktarımında Entropi Yöntemi

Hidrolojik süreçler arası *aktarılan* ve *aktarılabılır* bilgi miktarının tanımlanmasında, yaygın olarak kullanılan korelasyon katsayısının (r) yanısıra; entropi kavramı yardımı ile de bir ölçüt tanımlamak mümkündür (Harmancıoğlu ve Yevjevich, 1985 ve 1987). Bu amaçla kullanılan entropi ölçütü *transinformasyon (T)* olarak isimlendirilmekte ve iki ya da daha fazla sayıda değişken için :

$$T(X,Y) = H(X) + H(Y) - H(X,Y) \quad (3.1)$$

biçiminde tanımlanmaktadır. İfadede $H(X)$ ve $H(Y)$, X ve Y rasgele değişkenlerin bilgi içeriğini (entropi); $H(X,Y)$ bağımlı iki değişkenin entropisini tanımlamakta ve frekans analizinden yararlanarak hesaplanabilmektedir (Harmancıoğlu v.d., 1986;

Harmancıoğlu ve Yevjevich, 1986 ve 1987). Buna göre $T(X,Y)$, X ve Y değişkenlerinin ortak olarak içerdiği bilgi miktarını göstermektedir. Değişkenler arası *aktarılabılır* bilginin üst sınırı T_0 olarak tanımlandığında; bu değerden yararlanarak, iki değişken arasında *aktarılabılır* bilgi miktarının belirlenmesine yönelik bir ölçüt ortaya koymak mümkündür. *Bilgi içeriği açısından korelasyon katsayısı* (R_0) olarak tanımlanan bu ölçüt,

$$R_0 = \sqrt{1 - e^{-2T_0}} \quad (3.2)$$

ifadesi ile hesaplanabilmektedir. Bu değer, değişkenler arasındaki bağımlılığın üst sınırını temsil etmekte ve,

$$0 \leq R_0 \leq 1 \quad (3.3)$$

aralığında değerler almaktadır (Linfoot, 1957; Harmancıoğlu v.d., 1986; Harmancıoğlu ve Yevjevich, 1986 ve 1987).

(3.2) ifadesi ile belirlenen *aktarılabılır* bilgi değeri T_0 veya korelasyon katsayısı R_0 , değişkenler için öngörülen olasılık dağılımlarına ve seçilen ilişki (*regresyon*) fonksiyonuna bağlı değildir. Klasik korelasyon katsayısı (r) değişkenler arası bilgi aktarımının ölçütü olarak tanımlanırken, doğrusallık ve normallik gibi iki önemli kabule dayanmaktadır. Bu nedenle, *aktarılabılır* bilginin üst sınırı olarak R_0 değeri belirlendiğinde, klasik teknikler ile yukarıda belirtilen kabuller altında yapılan bir regresyon analizi ile gerçekten *aktarılan* bilginin (r) üst sınıra göre kıyaslaması yapılabilecektir. Regresyonla *aktarılan* bilgi, *aktarılabılır* bilginin üst sınırından düşük bulunduğu takdirde, regresyon için yapılan kabuller değiştirilerek bilgi aktarımının iyileştirilmesi yoluna gidilebilir. Benzer kıyaslamalar, belli bir dağılım kabulü ve ilişki fonksiyonu seçimine bağlı olarak hesaplanan transinformasyon (T) değerinin, toplam aktarılabılır bilgi miktarına oranı (%) T/T_0 kullanılarak da yapılabilir.

(Harmancıoğlu v.d., 1986; Harmancıoğlu ve Yevjevich, 1986 ve 1987). Burada T, seçilen regresyon modeli ve kabuller altında *aktarılan* bilgiyi, T_0 ise *aktarılabılır* bilginin *üst sınırını* tanımlamaktadır.

Yukarıda açıklandığı biçimde tanımlanan, *aktarılan* ve *aktarılabılır* bilgi miktarı kavramları, su kalitesi gözlem ağlarında ölçülmesi gereken değişkenlerin belirlenmesinde (Harmancıoğlu v.d., 1986; Harmancıoğlu, v.d., 1987); farklı akış rejimlerine sahip havzaların beslenme sistemlerinin araştırılmasında da (Harmancıoğlu ve Baran, 1989) kullanım olanağı bulmuştur.

3.1.7. Beslenme Sistemlerinin Araştırılmasında Entropi Yöntemi

Aktarılabılır ve *aktarılan bilgi* miktarları, akarsu havzalarında akışı doğuran farklı girdilere göre değişken değerler alırlar. Harmancıoğlu ve Baran (1989), Türkiye’de yer alan ve yağış, yeraltı suyu, pınar akımları veya kar erimesi gibi farklı beslenme sistemlerine sahip havzalarda, akış hakkında maksimum bilgiyi edinmek amacı ile, akış-akış ve yağış-akış süreçleri arasında bilgi aktarımı problemini incelemişler ve beslenme sisteminin aktarılabılır bilgi miktarının değişimi açısından büyük önem taşıdığı sonucuna varmışlardır.

3.1.8. Ölçüm Ağlarının Planlanmasında Entropi Yöntemi

Entropi kavramının, veri ölçüm sistemlerinde (*gözlem ağlarında*) zamana ve yere bağlı kesikleme (*örnek alma*) aralığının saptanması amacı ile kullanılabileceği, ilk olarak, Harmancıoğlu (1980) tarafından ortaya atılmıştır. Yazar diğer bir çalışmada, bir havzadaki NH_4^+ konsantrasyonu ölçümleri için, optimum ölçüm aralığının bu kavrama dayanılarak saptanabileceği göstermiştir (Harmancıoğlu, 1984).

Daha sonra, entropi kavramından hareketle, aktarılabilir ve aktarılan bilgi miktarının tanımı yapılmış ve bu tanımla, akım ölçüm istasyonlarının havza içinde dağılımı için optimum yer seçimine çalışılmıştır (Harmancıoğlu ve Yevjevich, 1985 ve 1987; Yevjevich, 1987; Harmancıoğlu ve Baran, 1989).

Benzer biçimde, aynı kavramdan hareketle su kalitesi gözlemleri için, gözlenen değişkene bağlı olarak optimum örnekleme aralığı seçimine çalışılmıştır (Harmancıoğlu v.d., 1986; Harmancıoğlu ve Yevjevich, 1986; Harmancıoğlu ve Alpaslan, 1992).

Caselon ve Husain (1980) ile Husain (1989), yağış gözlemlerinden hareketle, bir ölçüm ağında gözlenmiş ve gözlenmemiş noktalar için belirsizlik ve bilgi içeriğinin entropi ile belirlenerek, bir havza için en uygun gözlem ağının planlanabileceğini göstermişlerdir.

Bir başka çalışmada, *transinformasyon* kavramından yararlanılarak, yağış ölçüm istasyonları için, ölçüm ağlarının optimum planlanmasına çalışılmıştır. Çalışmada, yer seçimi eş transinformasyon eğrileri yardımıyla gerçekleştirilmiş; bilginin fazla olduğu yerlerde istasyon kapatma, eksik olduğu yerlerde ise yeni istasyon kurma önerileri ortaya konarak en uygun gözlem ağının planlanması hedeflenmiştir (Krstanovic ve Singh, 1992a ve b).

Benzer şekilde, entropi kavramından yararlanılarak, su kalitesi gözlem ağlarının planlanmasına çalışılmış; entropi ölçütü ile, zaman, konum ve hem zaman hem konum açısından optimum planlama kriterlerinin ortaya konulabileceği belirtilmiştir (Alpaslan, v.d.; 1992; Harmancıoğlu ve Alpaslan, 1992).

Yukarıda özetlenen çalışmalar, entropi kavramının ölçüm ağlarının optimum planlanması açısından kullanılabilir bir yöntem olduğunu ortaya koymakla birlikte, pratikte kullanılması açısından henüz ortadan kaldırılamamış bir takım problemler

olduğunu; yeni araştırmalarla bu problemlere çözüm getirilmesi durumunda, yöntemin ölçüm ağlarının optimum planlanması açısından oldukça geçerli bir hale gelebileceğini göstermektedir.

3.1.9. Model Uygunluğunun Sınanmasında Entropi Yöntemi

Entropi kavramının, su kaynakları mühendisliği alanında bir başka kullanım alanı, doğadaki hidrolojik süreçlere uygun olduğu düşünülen çeşitli matematik modeller arasından, süreci en iyi şekilde temsil edecek modelin seçilmesi olmaktadır.

Bu amaçla, daha önceki bölümlerde tanımlanmış olan transinformasyon kavramının kullanılması mümkündür. Denklem (3.1)'de verilen transinformasyon ifadesindeki X ve Y rasgele değişkenlerinin, sırasıyla hidrolojik sürece ait gözlemleri ve model çıktılarını temsil etmeleri halinde, modelin kullanılması ile doğadaki sürecin içerdği bilginin ne kadarının korunabildiğini saptamak mümkün olmaktadır (Amorocho ve Espildora, 1973). Birden fazla modelin söz konusu olması durumunda ise, en yüksek transinformasyon değerine sahip olan modelin *en uygun model* olduğu söylenebilir.

Ancak transinformasyonun, frekans analizinden hareketle belirlenmesinde, kesikleme aralığı (δx) seçiminin oldukça önem taşıdığı vurgulanmaktadır. Kesikleme aralığının seçimine bağlı olarak farklı entropi değerleri hesaplanabildiğinden, uygun model saptanması amacı ile yapılan işlemlerin ve verilecek kararların tutarlılığı da seçilen δx kesikleme aralığına bağlı olarak değişmektedir.

Bu sakıncanın ortadan kaldırılabilmesi amacıyla önerilen bir çözüm yolu, kesikleme aralığının, $\bar{x}$ süreç ortalamasının belli bir katı olarak belirlenmesidir (Chapman, 1986). Chapman çalışmasında, lognormal ve gamma dağılımları için entropi ifadelerini kullanarak, $\delta x / \bar{x} = 0.05$ oranına bağlı olarak δx 'in değişen değerleri ile marjinal entropi ve transinformasyon değerlerini hesaplamış ve elde edilen sonuçları

δx 'in sabit alınması ile bulunan marjinal entropi ve transinformasyon değerleri ile kıyaslamıştır. Chapman bu çalışmanın sonuçlarına dayanarak, δx için ortalamaya bağlı olarak değişen değerlerle hesap yapmanın daha uygun sonuçlar verdiğini belirtmektedir.

Baran ve Harmancıoğlu (1990), karstik pınar akışlarından beslenen bir havzada, alçalma dönemi için belirlenmiş çeşitli modeller arasından (Baran, 1989), en uygun modelin saptanması amacıyla entropi kavramından yararlanmışlardır. Chapman'ın önerdiği biçimde δx 'in değişen değerleri için yapılan hesaplar sonucunda, model uygunluğunun saptanmasında δx değerlerinin değişken alınmasının makul sonuçlar verdiği; ancak, kesikleme aralığı seçimine bağlı olarak karşılaşılan problemleri ortadan kaldırmak için bu önerinin yeterli olmadığı yargısına varmışlardır.

3.1.10. Eniyileme ve Karar Vermede Entropi Yöntemi

Mühendislik sistemlerinde en önemli unsur, karar verme aşamasında en uygun kararı verebilmektir. Bu amaçla entropi kavramının kullanımı ise oldukça yenidir. Templeman (1989), ve Goulter (1992) maksimum entropi kuramından hareketle, içme suyu şebekesi analizlerinin yapılabileceğini göstermişlerdir. Her iki araştırmacı, en ekonomik boru hatlarını belirledikleri çalışmalarında, *POME* yönteminin optimizasyon problemlerine kolaylıkla uygulanabileceğini, özellikle minimizasyon problemlerinin çözümü için uygun bir yöntem olduğunu belirtmektedirler.

3.1.11. Gözlem Sıklığının Belirlenmesinde Entropi Yöntemi

Dyhr-Nielsen (1972), hidrolojik dizilerin kesikli olarak incelenmesi sonucu oluşan bilgi kaybının belirlenmesine yönelik çalışmada: dağılım parametrelerinin, ortalamanın, varyans ve otokovaryans değerlerinin tahmininde; ekstrem değerlerin

olasılıklarının tahmininde ve gidiş analizlerinin yapılmasında bilgi kaybı problemi üzerinde durmuştur.

Çalışmada, hidrolojik dizilerin sürekli ve stokastik nitelikte zaman serileri niteliğinde olmalarına karşın, hidrolojik ölçümlerin genellikle kesikli olarak yapılmaları nedeniyle, gerçek dizinin sürekli gidişinin tam olarak belirlenemediği belirtilmektedir. Bir başka deyişle, ölçüm sırasında yapılan hatalar nedeniyle oluşan bilgi kaybı bir yana, doğada sürekli olan bir süreci kesikli olarak ölçmenin bir bilgi kaybı -ya da ek bir belirsizlik- problemi ortaya çıkardığına dikkat çekilmektedir.

Ortaya çıkan bilgi kaybı probleminin, bilgi içeriği ölçütü olarak geliştirilmiş olan üç yöntemle araştırılabileceğini belirten Dyhr-Nielsen; Fisher'in bilgi içeriği olarak ölçüm varyansının tersi, Shannon'un entropi ve Bayes'in istatistiksel karar kuramı arasında, Bayes kuramının ekonomik parametrelerin de gözönüne alınabilmesi nedeniyle bilgi kaybı probleminin incelenmesine yönelik bir çalışma için daha uygun olacağını öne sürmüştür.

Dyhr-Nielsen, sürece ait herhangi bir parametrenin tahmininde, sürecin gözlem sıklığının (δt) büyük önem taşıdığını belirtmektedir. Gözlem sıklığının optimum büyüklükte seçilmesi halinde, bilgi kaybının minimum olması beklenebilir. Ekonomik parametrelerin de gözönüne alınması ile gözlem sıklığı için optimum bir değer saptamak mümkün olmakla birlikte; δt gözlem sıklığı değeri, incelenen değişkenin özelliklerine ve tahmin edilmesi istenen parametreye göre farklı değerlere sahip olmalıdır (Dyhr-Nielsen, 1972).

Entropi kavramının kullanımı ile gözlem sıklığının belirlenmesine yönelik çalışmalar arasında, su kirliliğinin saptanması amacıyla veri toplanması sırasında optimum ölçüm aralığının belirlenmesi de yer almaktadır (Harmancıoğlu, 1984; Harmancıoğlu, v.d., 1986; Harmancıoğlu ve Alpaslan, 1992; Alpaslan, v.d.,1992).

Benzer şekilde, entropi kavramının veri ölçüm sistemlerinde zaman ve yere bağlı kesikleme aralığının saptanması amacıyla kullanılması da mümkündür (Harmancıoğlu, 1980).

3.2. Entropi Kavramının Su Kaynakları Mühendisliğinde Kullanımına İlişkin Sorunlar

Önceki bölümde ele alınan çalışmalardan görülebileceği gibi, entropi yöntemi su kaynakları mühendisliğinin bir çok alanında uygulanabilir niteliktedir. Entropi yönteminin kullanımı, belirsizliğin mertebesini veya dolaylı olarak elde mevcut bilginin değerini ölçme olanağı sağladığından, belirsizlik altında verilecek kararlarda daha objektif yaklaşımlara temel oluşturmaktadır.

Bununla birlikte, entropi yönteminin su kaynakları mühendisliği alanında *yeni* bir yöntem olması, henüz tartışılabilir nitelikte yönlerinin varolması nedeniyle, yöntemin yaygın olarak kullanıldığından söz etmek mümkün değildir. Bu nedenle, bu bölümde pratikte kullanımında karşılaşılan sorunların ayrıntılı olarak ele alınması ve irdelenmesi gerekli görülmüştür.

Entropi yönteminin pratikte kullanımında karşılaşılan temel güçlük, entropinin kesikli hal için tanımlı olmasından kaynaklanmaktadır. Shannon kesikli hal için entropi değerini,

$$H(n) = - \sum p_n \log p_n \quad (3.4)$$

biçiminde tanımlanmaktadır. Belirsizliği incelenen sürecin sürekli olarak tanımlanması durumunda, entropi ifadesinde yeralan $\sum$ işaretini integral ile değiştirerek, sürecin olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(x)$ bilindiğinde marjinal entropi değerini,

$$H(X) = - \int p(x) \log p(x) dx \quad (3.5)$$

olarak tanımlamaktadır. Ancak, bu tanım kesikli halden sürekli hale geçiş için kullanılabilecek nitelikte bir matematiksel tanım değildir. Bu nedenle, bazı araştırmacılar kesikli halden sürekli hale geçişin sağlanması amacı ile δx gibi bir *kesikleme aralığı* belirleyerek entropi ifadelerini kesikleme aralığına bağlı olarak tanımlamaktadırlar. Bu durumda, rasgele bir X değişkeninin marjinal entropisi, $f(x)$ yoğunluğu için olasılık değerleri,

$$p(x) \approx f(x) \delta x \quad (3.6)$$

olmak üzere, küçük δx aralıkları için,

$$H(X; \delta x) \approx - \int f(x) \log \{ f(x) \delta x \} dx \quad (3.7)$$

ifadesi ile yaklaşık olarak belirlenebilmektedir (Amorocho ve Espildora, 1973; Tanrıöver, 1979; Harmancıoğlu, 1980 ve 1981).

Pratikte, aynı süreç için, aynı olasılık dağılımı ve dağılım parametreleri için; farklı δx değerleri seçildiğinde, farklı entropi değerleri hesaplanabilmektedir. Bir başka deyişle, δx kesikleme aralığı değerinin seçimi, hesaplanan entropi değerini $(-\infty, +\infty)$ aralığında öteleyen bir nitelik taşımaktadır.

İfadede yer alan δx değerinin ne olması gerektiği hususunda, su kaynakları mühendisliğinde entropinin kullanılmasına yönelik çalışmalarda kesin bir sonuca varılamamıştır. Bir kısım araştırmacılar, δx değerinin 1 (birim) alınarak ifadeden düşürülebileceği düşüncesini öne sürerken; söz konusu terimin, belirsizliği incelenen

değişkenin ortalama veya varyans değerinin fonksiyonu olarak ortaya konmasını önerenler de olmuştur (Harmancıoğlu, 1980 ve 1981; Chapman, 1986; Singh, 1987).

Chapman (1986), kesikleme aralığının değişkenin ortalamasına bağlı olarak ve $\delta x = (0.05 \text{ ila } 0.10)\bar{x}$ aralığında belirlenmesi durumunda, entropi hesabının daha uygun sonuçlar verdiğini öne sürmektedir. Böylece, değişkenin ortalama değerine bağlı olarak belirlenen bir δx değeri ile hesap yapmak mümkün olmakta ve birden fazla değişkenin belirsizlik derecelerinin kıyaslanması açısından daha uygun sonuçlar elde edilebilmektedir (Chapman, 1986; Baran ve Harmancıoğlu, 1990). δx değerinin sürecin varyansına bağlı olarak tanımlanması ise, incelenen sürecin standardize edilmesi anlamına gelmekte ve standardize edilmiş değişkenlerin marjinal entropi değerleri birbirine eşit bulunmaktadır (Harmancıoğlu, 1980).

Kesikleme aralığına bağlı olarak, pratikte karşılaşılan bir başka problem ise *entropinin sınırları* ile ilgilidir. İncelenen bir olayın veya sürecin deterministik nitelikte olması durumunda, olayın sonlu sayıda ve kesikli sonuçlardan birini alma olasılığı 1, diğerlerini alma olasılığı sıfır olacaktır. Bu durumda, (3.4) ifadesine göre deterministik bir olayın entropisi sıfır olacaktır. Logaritmanın tabanı ne olursa olsun $p_n = 0$ olması halinde $p_n \cdot \log p_n$ ifadesi de limitte sıfıra eşit olacak ve entropi bu tipte bir olay için sıfır olacaktır (Schultze, 1969).

Öte yandan, N sayıda gözlem ya da olay içeren bir değişkenin marjinal entropisinin üst sınırının $\log N$ olması gerektiği ortadadır (Harmancıoğlu, 1980). Bu durumda entropinin alt ve üst sınırları 0 ve $\log N$ olarak tanımlanabilir ve Shannon'un da belirttiği gibi entropiyi pozitif değerli bir büyüklük olarak tanımlamak gerekir.

Pratikte ise, incelenen sürece uygun olasılık dağılımı seçildiğinde ve dağılım parametreleri hesaplandığında, belli bir dağılım için hesaplanan entropi değerleri negatif sonuçlar verebilmektedir (Harmancıoğlu, 1980 ve 1981). Bu tür sonuçlar,

entropi ifadesinin sürekli hal için tanımlanması aşamasındaki kabullerden kaynaklanmaktadır.

Özellikle, kesikleme aralığı değerinin seçimine bağlı olarak entropi değerinin $(-\infty, +\infty)$ aralığında ötelenebilmesi, alt sınırı sıfır ve üst sınırı N değerinin sonsuza gitmesi halinde sonsuz olan entropinin, negatif değerleri de almasına yol açmaktadır. Burada temel sorunun, entropinin sürekli hal için tanımının eksik ya da yanlış olmasından kaynaklandığını belirtmek gerekir. Bununla birlikte, kesikleme aralığı için optimum bir seçim kriteri ortaya konabilirse negatif değerler ile karşılaşılmayacağı düşüncesi de araştırılmalıdır.

Entropinin sürekli halde tanımında yapılan eksiklik veya yanlışlıklardan kaynaklanan bu problemlerin yanısıra, bir başka problem, entropi ifadesinde yer alan $f(x)$ olasılık yoğunluk fonksiyonunun seçimidir. (2.50) ifadesinin integrasyonu sonucunda değişkenin olasılık yoğunluk fonksiyonu olarak tanımlanan $f(x)$ normal dağılım kabul edildiğinde, marjinal entropi (2.53); lognormal dağılım kabul edildiğinde, (2.54) ve iki parametrelili gamma dağılımı kabul edildiğinde (2.56) ifadeleri ile belirlenebilmektedir.

(2.53), (2.54) ve (2.56) ifadeleri, aynı süreç için farklı olasılık dağılımları kabulü ile farklı entropi değerleri vermektedir. Entropi değeri bu biçimde, sürecin olasılık dağılımına bağlı olarak da değiştiğinden, karar verme aşamasında hangi değerin kullanılması gerektiği bilinmemektedir. Bu nedenle, doğru kararın verilebilmesi için, sürece uygun dağılımın belirlenmesi de büyük önem taşımaktadır.

Bir başka problem, oldukça farklı ortalama ve dolayısı ile farklı büyüklüklere sahip değişkenlerin kıyaslanması sırasında ortaya çıkmaktadır. Örnek olarak, ortalama değeri 100 birim ve 1 birim olan iki farklı değişken için marjinal entropi değerlerinin hesaplanması sırasında, aynı δx kesikleme aralığının kullanılması farklı kıyas noktalarına göre marjinal entropi hesaplanması sonucunu doğurmakta ve incelenen değişkenlerin belirsizliklerinin kıyaslanmasını olanaksız hale getirmektedir.

Birden fazla değişkenin belirsizliklerinin kıyaslanmasında yaşanan bu problemler, son yıllarda oldukça önem kazanmış olan ölçüm ağlarının planlanması konusunda yapılan çalışmalarda da (Caselton ve Husain, 1980; Husain, 1989; Harmancıoğlu ve Singh, 1991; Harmancıoğlu ve Alpaslan, 1992; Harmancıoğlu v.d., 1992) güçlüklerle neden olmakta; önerilen çözümlerin öznel ya da probleme özel kalmasına yol açabilmektedir. Öznellik ise, bu alanda çalışmakta olan araştırmacıların ortadan kaldırmaya çalıştıkları bir durumdur. Amaç, genel bir çözüme ulaşmak ve nesnel bir ölçüt ortaya koymaktır.

Kuşkusuz ki, yukarıda değinilen problemlerin giderilmesi durumunda, entropi kavramı, pratikte elde edilen sonuçların değerlendirilmesi açısından da gerekli nesnel temellere dayandırılabilir ve gerek şimdiye kadar kullanıldığı alanlarda, gerekse karar verme teorisi, bilgi maliyetinin belirlenmesi ve ölçüm ağlarının ekonomik tasarımı gibi alanlarda da daha yaygın kullanılabilir hale gelecektir.

Sunulan çalışma, entropi kavramının sürekli hal için tanımındaki hata ve eksikliklerden kaynaklanan problemlerin giderilmesi ve yöntemin tartışılabilir yönlerinin ortadan kaldırılarak, daha nesnel ve güvenilir hale getirilmesi amacına yönelmiştir. Bu amaçla öncelikle, sürekli hal için kesikleme aralığına bağlı olarak önerilmiş olan tanımın, pratikte kullanımı sırasında ortaya çıkan problemlerin çözümünün mümkün olup olmadığının araştırılması düşünülmüştür. Bu amaçla, ayrıntıları 4. bölümde verilen, optimum bir kesikleme aralığının belirlenmesi düşüncesi araştırılmıştır. Ancak, bu tür bir yaklaşımla kesin bir çözümün mümkün olmadığı, sadece bazı durumlarda kullanılabilir sonuçlara ulaşılabilirdiği görülmüştür. Bu nedenle, sürekli hal için entropinin matematiksel tanımının yapılması hedeflenmiştir. Sürekli hal için *kazanılan bilgi* $\equiv$ *giderilen belirsizlik* olarak tanımlanan entropi değerin yerine, *bilgi içeriğindeki değişim miktarı* (*variation of entropy*) olarak adlandırılan, yeni bir tanıma gidilmesi ve mevcut problemlerin bu yeni tanımla ortadan kaldırılması amaçlanmıştır.

4. Y Ö N T E M

4.1. Hidrolojik Süreçlerin Bilgi İçeriğinin Entropi Kavramı ile Belirlenmesi

4.1.1. Kesikli Halden Sürekli Hale Geçiş Amacıyla Kullanılan δx Kesikleme Aralığı İçin Optimum Değer Seçimi

Entropi kavramının su kaynakları mühendisliği alanına uygulanması sırasında pratikte karşılaşılan problemlerin büyük çoğunluğu, kesikli olarak ölçülen hidrolojik verilerin belirsizliğinin saptanması aşamasında, entropi tanımında kesikli halden sürekli hale geçiş amacı ile kabul edilen δx kesikleme aralığının seçimine bağlı olarak ortaya çıkmaktadır. Kesikleme aralığı seçimi için farklı yaklaşımlar ortaya konmuş olmakla birlikte, optimum kesikleme aralığı seçimi için bir yöntemin geliştirilebilmesi halinde pratikte karşılaşılan problemlerin büyük kısmının çözümlenebileceği görüşü yaygın kabul görmektedir. Bu nedenle, çalışmada öncelikle δx kesikleme aralığı için optimum bir değerin belirlenip belirlenemeyeceği araştırılmıştır.

Hidrolojide bugüne kadar yapılmış çeşitli çalışmalarda, günlük akımlar gibi birbirinden bağımsız kabul edilemeyecek ve çoğu kez çarpık bir dağılıma sahip akım dizilerinin genellikle lognormal veya gamma olasılık yoğunluk fonksiyonları ile iyi temsil edilebileceği belirtilmektedir (Yevjevich, 1972; Öziş, 1976; Bulu, 1974; Bayazıt, 1974). Türkiye akarsularında ise, ancak yıllık ortalama akışların, büyük havzalarda ve özellikle beslenmenin ana unsurunu kar erimesi ve/veya yeraltı suyu katkılarının oluşturduğu durumlarda normal dağılıma uygunluk gösterdiği (Öziş, 1971 ve 1976; Bayazıt, 1972; Güripek ve Öztekin, 1968) belirlenmiştir. Bununla birlikte, bazı durumlarda sağladığı kolaylıklar açısından hidrolojik değişkenler için normal dağılımın da yeterli kabul edilebileceği görülmektedir (Dumas ve Morel-Seytoux, 1969; Bayazıt, 1974; Öziş ve Keloğlu, 1977; Benjamin ve Cornell, 1970).

Bu çalışmada da, uygulamaların günlük akımlar üzerinde yapılmasına rağmen, asıl amaç, hidrolojik süreçlerin karmaşık belirsizlik durumlarının açıklığa kavuşturulabilmesi için entropi kavramının kullanımında ortaya çıkan sorunların çözümüne ulaşmak ve yöntemle işlerlik kazandırmak olduğundan, incelenen hidrolojik değişkenlerin normal dağıldıkları varsayılarak, matematiksel ifadeler bu kabule göre belirlenmiştir. Bu kabul, özellikle marjinal entropi ifadesinin, normal ya da lognormal dağılım dışında olasılık dağılımları seçilmesi halinde, ifadenin belirlenmesinde karşılaşılabilecek güçlükleri en aza indirmek amacı ile yapılmıştır.

Herhangibir hidrolojik süreci temsil ettiği düşünülen X rasgele değişkeninin entropisi, değişkenin olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(x)$ bilindiğinde veya öngörüldüğünde;

$$H(X; \delta x) \approx - \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot \log\{f(x) \cdot \delta x\} \cdot dx \quad (4.1)$$

şeklinde tanımlanabilmektedir. X rasgele değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu normal dağılım olarak kabul edildiğinde,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot \exp \left\{ -\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (4.2)$$

olmak üzere, doğal logaritma tabanı kullanıldığında, (4.1) ifadesinin integrasyon sonucu,

$$H(X; \delta x) = \ln \sqrt{2\pi} + \ln \sigma + 1/2 + \ln (1/\delta x) \quad (\text{napier}) \quad (4.3)$$

şeklinde yazılabilir. Gerekli düzenlemeler yapılarak ifadeyi,

$$H(X; \delta x) = \ln \frac{\sqrt{2\pi e} \cdot \sigma}{\delta x} \quad (\text{napier}) \quad (4.4)$$

şeklinde de yazmak mümkündür. İfadede yer alan σ , rasgele değişkenin standart sapmasını, δx ise seçime bağlı olarak değişken olmakla birlikte hesaplara bir sabit gibi giren kesikleme aralığını göstermektedir.

İfadeden de görülebileceği gibi, marjinal entropi ifadesinde yer alan terimler arasında iki değişken yer almakla birlikte, δx teriminin seçime bağlı bir sabit olduğu hususu gözönüne alındığında, ifadenin sadece, belirsizliği incelenen değişkenin standart sapmasına bağlı olarak tanımlandığı söylenebilir. Bu husus, pratikte ortaya çıkan problemler açısından δx kesikleme aralığı seçiminin ne denli büyük rol oynadığını göstermesi açısından ilginçtir.

Deterministik bir olay için, belirsizliğin ya da entropi değerinin sıfır olması gerekliliğinden hareket edildiğinde, aynı alt sınırı stokastik bir süreç için de gerçekleyecek kesikleme aralığının,

$$\delta x = \sqrt{2\pi e} \cdot \sigma \quad (4.5)$$

olması gerektiği sonucuna varmak mümkündür.

X rasgele dizisinin standardize edildiğini varsaydığımızda; elde edilen dizi birim varyans değerine sahip olacağından,

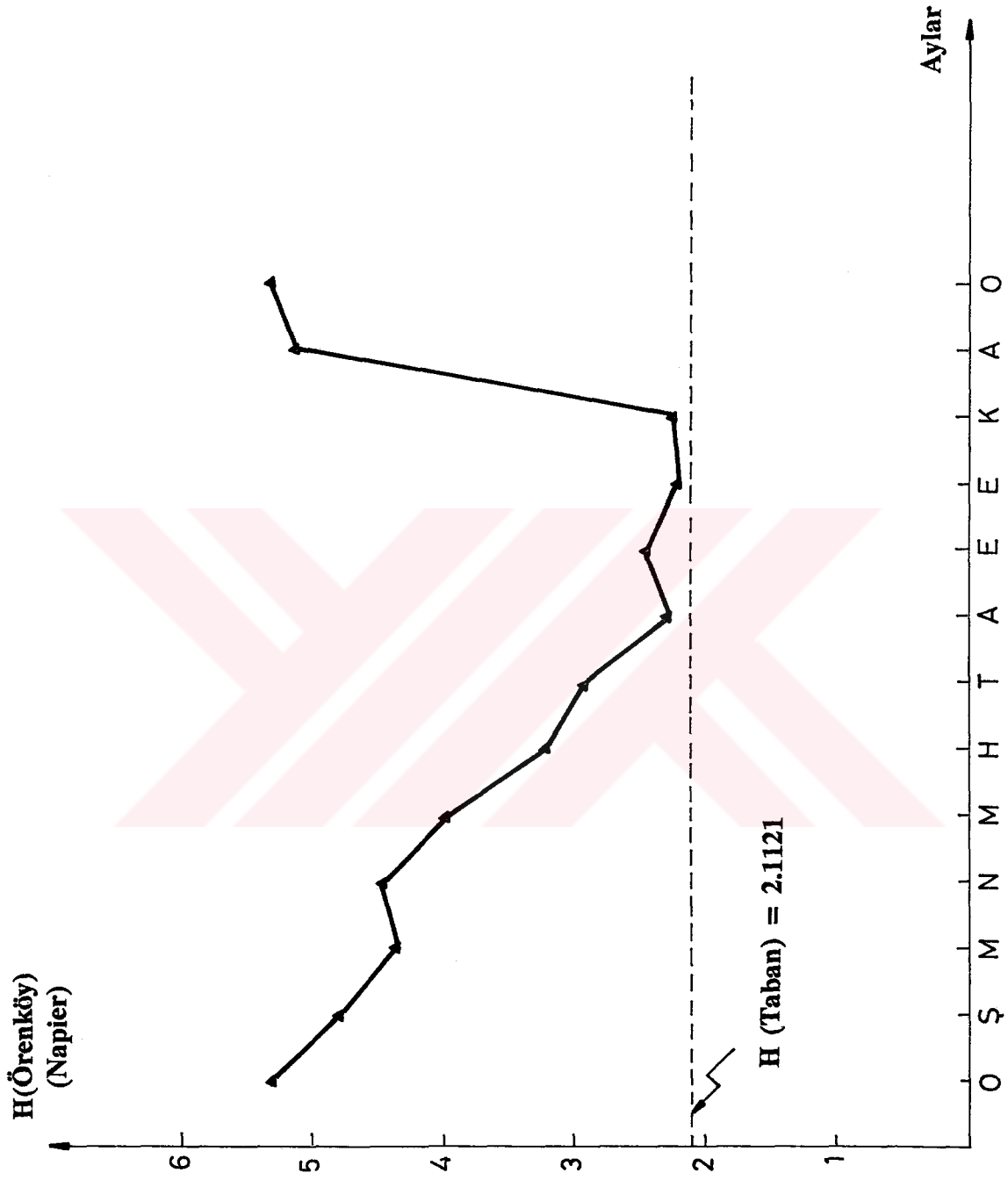
$$\delta x = \sqrt{2\pi e} \quad (4.6)$$

kesikleme değeri kullanıldığında, birim varyansa sahip bir dizi için hesaplanacak entropi değerinin sıfır olması gerektiği görülebilir.

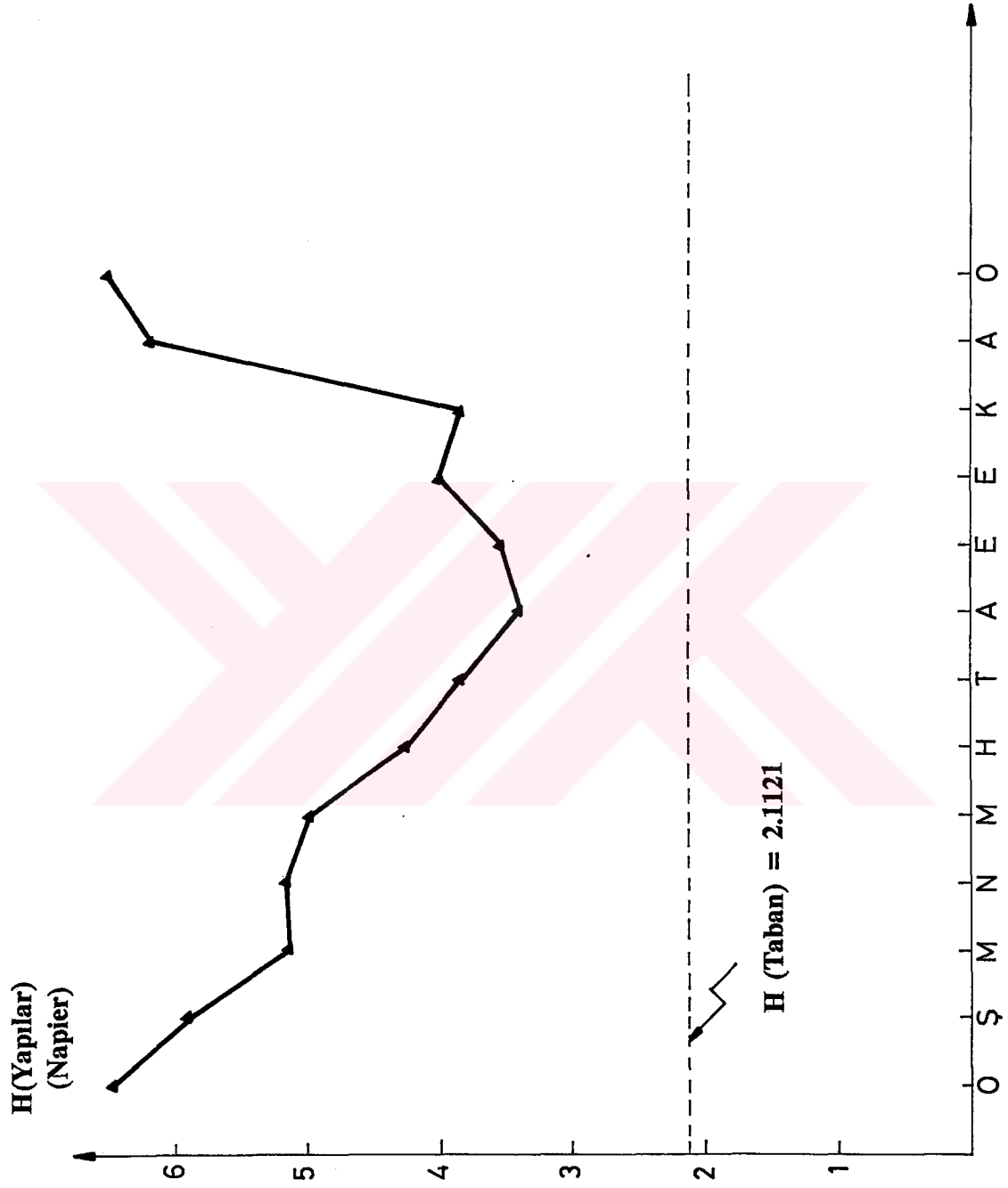
Bu tür bir yaklaşımla, tek bir hidrolojik sürecin mevsimsel, aylık, günlük belirsizliklerinin değişiminin incelenmesi problemine çözüm getirmek mümkündür. Bu amaçla, seçilen bir δx değeri için standardize dizinin alacağı entropi değerini kıyas düzlemi olarak kabul etmek gerekecektir. Aynı δx kesikleme aralığının kullanılması ile hesaplanacak olan sürece ait belirsizlikler (*entropiler*) bu kıyas düzlemine göre değerlendirildiğinde, sürecin belirsizliğinin mevsimsel, aylık veya günlük değişimlerinin incelenmesi mümkün olacaktır. Bunun yanısıra, aynı kıyaslama farklı iki değişkenin entropilerinin değişimlerinin karşılaştırılması için de kullanılabilecektir.

Kesikleme aralığının seçimine bağlı olarak marjinal entropi değerlerinin değişimi ve iki istasyonun entropi değerlerinin değişiminin kıyaslanması amacıyla, Eşençay havzasında yer alan Örenköy ve Yapılar akım gözlem istasyonlarının gözlenmiş günlük ortalama akımlar için, daha önceki bir çalışmada (Harmancıoğlu, 1980) hesaplanmış marjinal entropi değerlerinin δx 'in farklı değerlerine göre değişimi araştırılmıştır. Kesikleme aralığının $\delta x = 0.5$ kabul edilmesi ile elde edilen sonuçlar *Şekil 4-1 ve 4-2*'de verilmektedir. Bu sayısal uygulama ile varılan sonuçlar şöyle özetlenebilir:

Harmancıoğlu (1980), Örenköy ve Yapılar istasyonlarının marjinal entropilerinin kıyaslanması sonucunda Yapılar istasyonunun belirsizliğinin daha fazla olduğunu saptamıştır. Kesikleme aralığının 0.5 alınarak, birim varyansa sahip değişken için belirlenen referans düzeyine göre kıyaslama yapmak da bu sonucu doğrulamaktadır. Bununla birlikte, referans düzeyi gözönüne alındığında, yaz aylarında Örenköy'de belirsizliğin nerede ise ortadan kalktığı gözlenirken, Yapılar için benzer bir durumun varlığından söz etmenin mümkün olmadığı görülebilmektedir. Bu sonuca bağlı olarak yaz aylarında Örenköy istasyonunda ölçüm aralığının arttırılabileceğini söylemek mümkündür. bir başka deyişle, yaz aylarında Yapılar istasyonunda yapılan ölçümle önemli miktarda bilgi artışına neden olurken, Örenköy istasyonunda yapılan ölçümler önemli bir bilgi artışı getirmemektedir.



Şekil 4-1 : Örenköy Akım Gözlem İstasyonu Marjinal Entropilerinin Yıl Boyunca Değişimi



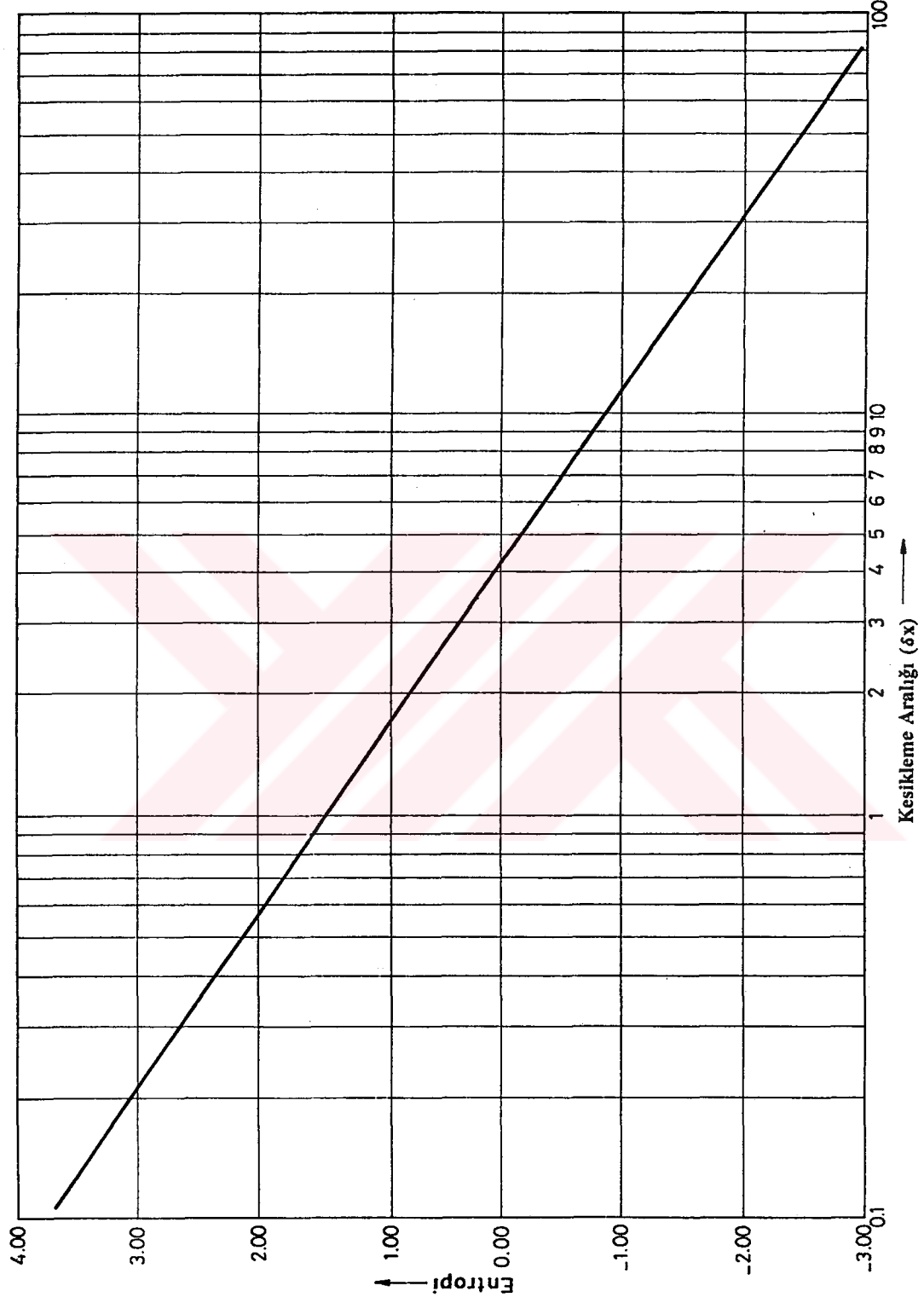
Şekil 4-2 : Yapılar Akım Gözlem İstasyonu Marjinal Entropilerinin Yıl Boyunca Değişimi

Ancak, bu yaklaşım, farklı niceliklere sahip birden fazla değişkenin belirsizliklerinin kıyaslanması için daha nesnel temellere dayanma olanağı sağlamakla birlikte; hesaplanan belirsizlik değerleri için güven sınırlarının ortaya konabilmesi ya da kritik bir değer tanımlanabilmesi; buna bağlı olarak veri toplama işlemlerinin zaman ve/veya alanda kesikleme aralığının belirlenebilmesi sorunlarını çözebilecek nitelikte görülmemiştir.

Shannon'un bilgi içeriği tanımı gereğince entropi kavramı ile, hidrolojik bir sürecin belirsizliğinin saptanmasında, sürecin doğadaki belirsizliğinin yanısıra, kesikli halden sürekli hale geçiş amacı ile tanımlanan δx kesikleme aralığının da süreç hakkında bir bilgi kaybı - dolayısı ile belirsizlik - problemine neden olduğunu da gözönünde tutmak gerekmektedir.

Kesikleme aralığının (δx) farklı değerler alması ile, *Şekil 4-3'*de standardize bir dizi için verilmiş olan gidiş örneğinden de görülebileceği üzere, marjinal entropi değerleri ($+\infty$; $-\infty$) aralığında ötelenmektedir. Bu noktada, kesikleme aralığına bağlı olarak marjinal entropi değerlerinin değişiminin bir olasılık dağılımı biçiminde tanımlanıp tanımlanamayacağı araştırılmıştır. Bu amaçla, standardize bir değişken için farklı δx değerlerinin kullanılması ile hesaplanan entropi değerlerinin değişimi incelenmiş, ancak bu tür bir tanım yapmanın mümkün olmadığı sonucuna varılmıştır.

Chapman'ın önerdiği şekilde, δx kesikleme aralığının ortalamanın belli bir katı olarak alınması durumunda ise, daha önce de belirtildiği gibi birden fazla sürecin belirsizliklerinin kıyaslanması probleminde iyileştirici sonuçlar elde edilmektedir (Chapman, 1986; Baran ve Harmancıoğlu, 1990). Ancak, bu yaklaşım da, gerek sürece ait ortalama değer entropi ifadesi içerisinde matematiksel bir temele dayanmaksızın dahil edilmesi ve söz konusu oranın belirlenmesindeki görelilik, gerekse bu orana bağlı olarak ulaşılan çözümün de, negatif entropi ve eksenele ötelenme problemlerini ortadan kaldıramaması nedenleri ile uygun bir çözüm niteliğinde görülmemiştir.



Şekil 4-3 : Marjinal Entropi Değerlerinin $\{ H(X) \}$, Kesikleme Aralığına $\{ \delta x \}$ Bağlı Olarak Değişimi.

Bu araştırmalar sonucunda;

- δx 'in farklı değerleri için oluşan aksenal öteleme problemini ortadan kaldıracak tek bir δx değerinin bulunamayacağı;
- marjinal entropilerin birim varyansa sahip bir değişken için tanımlanan bir eksene göre kıyaslanması ile kazanılan bilgi hakkında daha doğru bir yaklaşımda bulunmanın mümkün olabileceği;
- bu biçimde tanımlanan bir referans düzeyi sayesinde birden fazla değişkenin belirsizliklerinin kıyaslanabilmesinin daha nesnel temellere dayanacağı,

sonuçlarına varılmıştır. Benzer biçimde, birden fazla değişkenin belirsizliklerinin kıyaslanması problemi için, $\delta x/\bar{x}$ değerinin aynı sabit oran olarak kullanılması ile bir iyileştirme sağlanabileceği de söylenebilir.

4.1.2. Kesikli Halden Sürekli Hale Geçiş Problemine Farklı Yaklaşımlar

Su kaynakları mühendisliği alanında entropi kavramının kullanılmasında karşılaşılan en büyük problem kesikli halden sürekli hale geçiş sırasında ortaya çıkmaktadır. Bu geçişin sağlanabilmesi amacı ile önerilen δx kesikleme aralığının pratikte karşılaşılan problemlerin czm konusunda yetersiz kaldığı ve kesikleme aralığı için optimum bir değer seçiminin mümkün görülmediği çalışmanın önceki aşamalarında ortaya konmuştur.

Sürekli hale geçiş problemi ile ilgilenen Jaynes, kesikli halden sürekli hale geçiş amacı ile kullanılması gereken entropi ifadesinin,

$$H(X) = - \int f(x) \log \{ f(x)/m(x) \} dx \quad (4.7)$$

biçiminde tanımlanması gerektiğini belirtmektedir (Jaynes, 1983). İfadede yer alan

$m(x)$, x değişkeninin ölçüm öncesi olasılıklarına bağlı olarak değişeceği düşünölen bir ölçüm fonksiyonu olarak tanımlanmakta, ancak $m(x)$ fonksiyonunun ne şekilde tanımlanabileceği belirtilmemektedir.

Bir başka çalışmada ise (Guiaşu, 1977), Shannon'un kesikli hal için tanımladığı entropi ifadesinin, Boltzman'ın entropi ifadesine benzerliği nedeniyle, sürekli hal için, toplam işaretinin integral işareti ile değiştirilmesi ile tanımlandığı vurgulanmaktadır.

Guiaşu, herhangi bir $[a,b]$ aralığında sürekli hal için tanımlanan entropi ifadesinin $\{H_s\}$,

$$H_s = - \int f(x) \log f(x) dx \quad (4.8)$$

biçiminde tanımlandığını ve bu aralıkta değişkenin olasılık yoğunluk fonksiyonunun üniform dağılıma uyduğu varsayıldığında,

$$f(x) = 1 / (b-a) \quad , x \in [a,b] \quad (4.9)$$

olmak üzere; aynı aralıkta sürekli hal için entropi ifadesinin,

$$H_s = \log (b-a) \quad (4.10)$$

biçiminde tanımlanacağını belirtmektedir.

$[a,b]$ aralığının, N sayıda eşit alt aralığa bölündüğü düşünöldüğünde ise, kesikli hale gelmiş olan üniform dağılımlı değişkenin entropisi $\{H_n\}$,

$$H_n = \log N \quad (4.11)$$

olarak tanımlanacaktır. Aralık sayısının sonsuz olarak düşünülmesi durumunda, H_n kesikli entropi değeri sonsuza gidecektir. Ancak, H_s sürekli değeri için benzer bir durumdan söz etmek mümkün değildir. Bir başka deyişle, N sonsuza giderken H_s ve H_n aynı anlamda tanımlar olmalarına rağmen H_s entropi değeri H_n entropi değerine yakınsamamaktadır (Guiaşu, 1977).

Bu nedenle Guiaşu, sürekli hal için entropi ifadesini, Jaynes'in tanımına paralel biçimde,

$$H(X|X^*) = \int f(x) \log [f(x) / m(x)] dx \quad (4.12)$$

biçiminde tanımlamakta ve bu entropi değerini *bilginin değişim miktarı* olarak adlandırmaktadır (Guiaşu, 1977). (4.12) ifadesinde, X^* ölçüm öncesi ve X ölçüm sonrası bilgi içeriğini tanımlamaktadır. Dolayısı ile, $H(X|X^*)$ ölçüm öncesi olasılık dağılımı $m(x)$ ve ölçüm sonrası olasılık dağılımı $f(x)$ olan sürecin, bilgi içeriğindeki değişim miktarını göstermektedir.

4.2. Hidrolojik Süreçlerin Bilgi İçeriğinin Belirlenmesi Amacı ile Önerilen Yöntem ve Sürekli Değişkenler İçin Entropi Kavramının Tanımı

4.2.1. Bilgi İçeriğinin Belirlenmesi İçin Yeni Bir Tanım Gerekliği

Hidrolojik süreçlerin bilgi içeriklerinin belirlenmesine yönelik olarak, bu çalışma sonucunda önerilen yöntemin matematiksel tanımına geçmeden önce, gerek sürekli hal için entropi tanımına yönelik önceki çalışmaların incelenmesinden; gerekse δx kesikleme aralığı için optimum bir değer seçimine yönelik araştırmalardan varılan sonucu vurgulamak gereklidir.

Bu araştırmalardan çıkarılan en önemli sonuç; *Matematiksel İletişim Kuramından* hareketle, incelenen rasgele değişken veya süreç için *kazanılan bilgi  giderilen belirsizlik* olarak tanımlanan entropi değerinin bir kıyas düzlemine göre ele alınarak yorumlanması gerekliliğidir. Bu kıyas düzlemi (referans düzeyi), Jaynes'in önerdiği gibi, değişkenin ölçüm öncesi olasılıkları $[m(x)]$ olabileceği gibi; 4.1.1 bölümünde de belirtildiği üzere, seçilen herhangi bir kesikleme aralığı (δx) için hesaplanan birim varyansa sahip dizinin entropi değeri de olabilir.

Ancak, gerekli görülen kıyas düzlemi ne şekilde oluşturulursa oluşturulsun, entropi kavramına ilişkin sorulması gerekli temel soru : " **Hangi duruma / hangi referans düzeyine göre, kazanılan bilgi  giderilen belirsizlik ?** " olmalıdır.

Bu sorunun yanıtlanabilmesi durumunda, önceki çalışmaların ortaya koyduğu kıyas düzleminin ne olması gerektiği ortaya konabilecek; dolayısı ile 3.2. bölümünde ele alınan problemler de ortadan kalkacaktır.

4.2.2. Önerilen Entropi Kavramının Matematiksel Tanımı

4.2.1. bölümünde ele alınan sorunun yanıtının ortaya konabilmesi için, öncelikle, hidrolojik süreçlerin bilgi içeriğinin ölçülmesi amacı ile kullanılması önerilen entropi kavramının yeniden tanımlanması gerekmektedir. Bu amaçla önerilen yeni entropi, *bilgi içeriğindeki değişim miktarı  ölçüm yapılarak giderilen belirsizlik* anlamını taşıyacaktır.

Bu amaçla, (Ω, K) uzayında tanımlı p ve q gibi iki olasılık ölçütü (p ve $q \in K$) tanımlandığını dşnlsn. q olasılık değerlerinin başlangıç olasılıklarını (*lm öncesi, a priori*) ve p olasılık değerlerinin de yeni olasılık değerlerini (*lm sonrası, a posteriori*) temsil ettiği varsayılıں. Bu olasılık uzayında tanımlanan bu sürecin,

aynı uzayın elemanı olan $A \{A \in K\}$ gibi sonlu değer alması durumunda bu olayın getirdiği bilgi,

$$I = - \log [p(A) / q(A)] \quad (4.13)$$

olarak tanımlanabilir.

Ω örnek uzayında tanımlı sürecin, $(A_1, \dots, A_N) \in K$ gibi sonlu sayıda ve kesikli sonuçlardan herhangi birini alabildiği düşünüldüğünde, herhangi bir A_n değeri için entropi ifadesi,

$$H(p|q) = - \log\{ p(A_n) / q(A_n) \} \quad (n = 1, \dots, N) \quad (4.14)$$

şeklinde yazılabilir.

(Ω, K) olasılık uzayının tümünün bilgi içeriği ise, elemanter olayların bilgi içeriklerinin beklenen değeri olarak,

$$H(p|q) = - \sum p(A_n) \log\{ p(A_n) / q(A_n) \} \quad (4.15)$$

biçiminde ifade edilebilir. Benzer biçimde, aynı olasılık uzayında tanımlı x rasgele sürecinin entropisi $H(X|X^*)$ ise Guiaşu'nun tanımına benzer şekilde,

$$H(X|X^*) = - \sum p(x_n) \log\{ p(x_n) / q(x_n) \} \quad (4.16)$$

şeklinde tanımlanacaktır. $H(X|X^*)$ entropi değeri, aynı zamanda bir koşullu entropi tanımlamaktadır. Koşul olarak kabul edilen ölçüm öncesi olasılık dağılımı aynı zamanda bir referans düzlemi olarak da tanımlanabilmekte; böylece, sürecin bilgi içeriğindeki değişim miktarı başlangıç olasılıklarına göre tanımlanmaktadır.

X rasgele değişkeninin ölçüm öncesi olasılıklarının $\{q(x)\}$ ve ölçüm sonrası olasılıklarının $\{p(x)\}$ olasılık yoğunluk fonksiyonları olarak bilindiği düşünölsün. Gerek ölçüm öncesi, gerekse ölçüm sonrası olasılıklar açısından, sürekli x değişkeninin alabileceği değerlerin aralığı, sonsuz küçük δx genişliğinde N adet kesikli aralığa bölündüğünde, sürekli hal için entropi ifadesi,

$$H(X|X^*) = - \int p(x) \log \{p(x) / q(x)\} dx \quad (4.17)$$

biçiminde tanımlanabilmektedir. **Bilgi içeriğindeki değişim miktarı = ölçüm yapılarak giderilen belirsizlik** olarak tanımlanan bu ifade, Jaynes ve Guiaşu'nun sürekli hale geçiş amacı ile önermiş olduğu ifadelerle de çakışmakta; ölçüm öncesi ve ölçüm sonrası olasılık yoğunluk fonksiyonları için aynı sonsuz küçük δx kesikleme aralığının kullanıldığı gözönüne alındığında; sürekli hal için tanımlanan marjinal entropi ifadesindeki δx ölçüm hassasiyeti terimi, yeni ifadeden düşmektedir. Dolayısı ile (4.17) ifadesinin kullanılması durumunda, δx kesikleme aralığına bağılı olarak ortaya çıkan problemlerden kurtulmak mümkün olacaktır.

Bu noktada en önemli sorun, ölçüm öncesi olasılık dağılımının ne olabileceği sorusunun yanıtlanması olmaktadır. Rasgele bir x sürecinin hiç bir ölçüm ya da gözleminin bulunmaması durumunda, süreç hakkında herhangi bir bilgiden söz etmek mümkün değildir. Bu durumda, sürecin alabileceği değerlerin kestirimi için herhangi bir olasılığa sahip değerlerden söz etmek yerine, kesin bir belirsizlikten söz etmek daha doğru olacaktır. Bu belirsizliğin olasılık biçiminde ifadesi ise rasgele x sürecinin alabileceği değerlerin eş olasılıklı olduğunu söylemektir. Bir başka deyişle, rasgele x değişkeni hakkında hiç bir bilgiye sahip olunmadığında, değişkenin alabileceği değerlerin olasılıklarını, belirsizliğin ifadesi olan eş olasılıklara sahip bir dağılımla temsil etmek uygundur. Bu tür bir olasılık dağılımı ise üniform dağılım olacaktır.

İncelenen rasgele sürecin ölçüm öncesi olasılıklarının üniform dağılımla temsil edilmesi durumunda, ölçüm sonrası olasılıkların kestirimi halinde, (4.17) ifadesi ile hesaplanacak entropi, *ölçümün getirdiği bilgi ya da ölçüm yapılarak kazanılan bilgi* anlamını taşıyacaktır. Bir başka deyişle, (4.17) ifadesi ile hesaplanan entropi değeri *bilgi içeriğindeki değişim miktarını* tanımlamaktadır.

İncelenen x rasgele sürecinin ölçüm öncesi olasılıklarının $\{q(x)\}$ üniform ve ölçüm sonrası olasılıklarının $\{p(x)\}$ normal olasılık dağılımlarına uygun olduğu varsayıldığında,

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot \exp \left\{ (x-\mu)^2 / 2\sigma^2 \right\} \quad (4.18)$$

$$q(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ 1/(b-a) & b \leq x \leq a \\ 0 & x > b \end{cases} \quad (4.19)$$

olmak üzere (4.17) ifadesinin integrasyonu ile $H(X|X^*)$ entropi ifadesi,

$$H(X|X^*) = \log \sqrt{2\pi} + \log \sigma + 1/2 - \log (b-a) \quad (4.20)$$

şeklinde yazılabilir. İfadenin pozitif işaretli kısmı marjinal entropi ve negatif işaretli kısmı maksimum entropi ifadeleridir. Böylece, bilgi içeriğindeki değişim miktarı $\{H(X|X^*)\}$,

$$H(X|X^*) = H(X) - H_{\max} \quad (4.21)$$

biçiminde ifade edilebilmektedir.

(4.17) ifadesinin integrasyonu yapılırken, normal dağılımın $(-\infty, +\infty)$ aralığında tanımlı; üniform dağılımın ise $[a,b]$ aralığında tanımlı olması nedeniyle,

integrasyon sınırlarında uyumsuzluk görülmektedir. Ancak, üniform dağılımın tanımlı olduğu $[a,b]$ aralığının x rasgele değişkeninin toplum değerlerinin değişim aralığı olduğu düşünüldüğünde, ölçüm sonrası olasılık dağılım fonksiyonu olarak tanımlanan normal dağılımın da olasılık kuralları gereğince aynı aralıkta tanımlanma gereği ortaya çıkmaktadır. Bu düşünceden hareketle, normal dağılımın da aynı $[a,b]$ aralığında tanımlı olduğu düşünülerek integrasyon yapılmıştır.

Bu biçimde tanımlanan ve (4.21) denklemi ile ifade edilebilen *bilgi içeriğindeki değişim miktarı* olarak entropi, ölçüm sonrası olasılık dağılımı kestirildiğinde, *incelenen değişken hakkında ölçüm yapmak suretiyle giderilen belirsizlik* konusunda bir ölçüt olmaktadır.

$[a,b]$ aralığında tanımlı x rasgele süreci hakkında edinilebilecek en fazla bilginin maksimum entropi ($H_{\max}$) ile tanımlanmış olduğu düşünüldüğünde, (4.21) ifadesinin negatif değere sahip olacağı görülmektedir. Ancak, $H(X|X^*)$ entropi ifadesinin bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak tanımlandığı gözönüne alındığında, ifadenin verdiği nümerik sonuçların mutlak değer ile değerlendirilmesinin mümkün olacağı ortadadır.

Ölçüm sonrası olasılık dağılımı doğru olarak kestirildiğinde, ölçüm sayısı arttıkça değişken hakkında kazanılan bilgi artacak, ölçüm sayısı sonsuza gittiğinde $H(X|X^*)$ entropi değeri sıfıra yaklaşacaktır. Pratikte ise, sonsuz sayıda gözlem (ölçüm) yerine, yeterli gözlem sayısına ulaşmak önem taşımaktadır. $H(X|X^*)$ entropi değerinin kullanılması ile, kestirilen olasılık dağılımına göre, gerçek değişkenin bu dağılıma uygun olup olmadığının ve uygun ise elde belirli sayıda mevcut verinin değişken hakkında yeterli bilgi verip vermediğinin saptanması mümkün olacaktır.

(4.21) ifadesine ulaşmakta kullanılan yaklaşım, (Ω, K) olasılık uzayında x 'e bağlı birer fonksiyon olarak tanımlanabilen, ölçüm öncesi $\{q(x)\}$ ve ölçüm sonrası $\{p(x)\}$ olasılık dağılım fonksiyonlarının uzayda bulundukları noktalar arasındaki mesafenin

ölçülmesi anlamını taşımaktadır. Buna göre, farklı ölçüm veya ölçütlerin kullanılmasıyla da, iki fonksiyon arasındaki mesafenin ölçülebilmesi düşünülebilir. Örneğin, metrik kavramından hareketle, iki fonksiyon arasındaki uzaklığı belirlemek ve uygun bir geçiş noktasının varlığını araştırmak düşünüldüğünde, farklı metrik kavramlarının kullanılması ile bu tür bir araştırmanın yapılmasının mümkün olduğu görülebilir.

Öklid metriğine göre, aynı olasılık uzayında tanımlı $p(x)$ ve $q(x)$ fonksiyonları arasındaki öklidyen uzaklık :

$$I = \int [p(x) - q(x)]^2 dx \quad (4.22)$$

olarak tanımlanabilir (Young ve Gregory, 1972; Myskis, 1975; Johnson ve Riess, 1982).

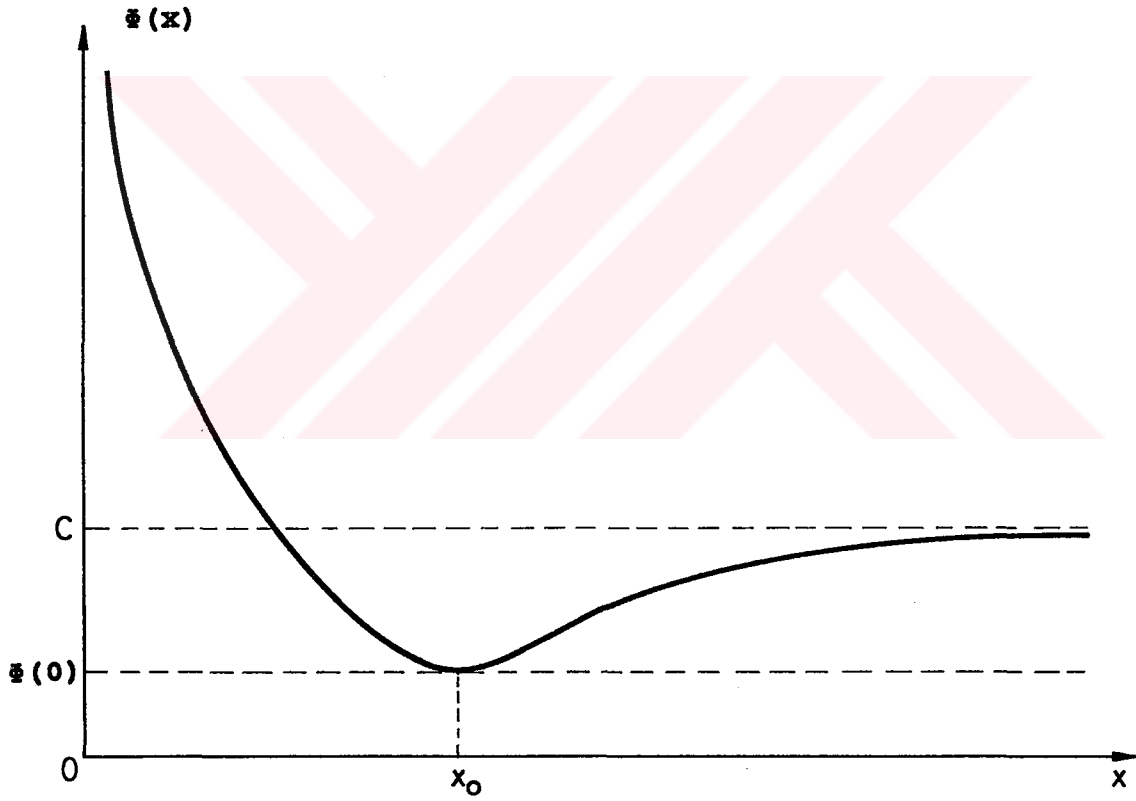
$p(x)$ fonksiyonu standardize normal ve $q(x)$ fonksiyonu standardize üniform dağılım olarak seçildiğinde, (4.22) ifadesinin integrasyonu ile,

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \sqrt{1 + \frac{3\sqrt{\pi}}{x} \left[1 - \frac{4}{3} F(x) \right]} \right\} \quad (4.23)$$

biçiminde bir fark fonksiyonu tanımlanabilmektedir. İfadede yer alan $F(x)$ standardize normal dağılım için eklenik olasılık değerlerini tanımlamaktadır.

$\Phi(x)$ fark fonksiyonunun sıfıra eşit olması durumunda, (Ω, K) örnek uzayında birer nokta olarak tanımlanabilen $p(x)$ ve $q(x)$ fonksiyonları, uzayda aynı noktada çakışacaklardır. Fonksiyonun bir minimuma sahip olması durumunda ise, minimum sayıda gözlem ya da örnekle, fonksiyonların birbirleri cinsinden tanımlanabilecekleri bir geçiş noktasının varlığından söz edilebilecektir.

Fark fonksiyonunun değişimi incelendiğinde (şekil 4-4), böyle bir minimum değerin varolduğunu görmek mümkündür. $\Phi(x)$ fark fonksiyonu $x = x_0$ değerine kadar hızla azalmakta ve bu değerde bir minumumdan geçmektedir. x_0 noktasında, iki fonksiyon, aralarında C gibi bir sabit kalacak kadar yaklaşmakta, bu noktadan sonra, x sonsuza giderken fonksiyon yavaş artan biçimde davranmakta ve iki fonksiyon arasındaki mesafe sonsuzda sıfıra gitmektedir. Fark fonksiyonunun minimumdan geçtiği x_0 noktası, optimum sayıda veri ya da gözlemle iki fonksiyonun birbirleri yerine kullanılabileceği nokta olarak tanımlanabilir. Öklid metriği ile tanımlanan bu değer, (4.23) ifadesinden belirlenerek metrik kavramı ile de bir karar verme kriteri ortaya konabilir.



şekil 4-4 : Öklid Metriğinden hareketle tanımlanan fark fonksiyonunun değişimi.

Max Normu'nun kullanılması ile de iki fonksiyon arasındaki uzaklığın ölçülmesi ve fonksiyonların tanımlı oldukları olasılık uzayında birbirlerine yakınsayıp yakınsamadıkları araştırılabilir. Max Normu'na göre, $p(x)$ ve $q(x)$ gibi iki fonksiyon arasındaki uzaklık;

$$\delta(p, m) = \sup_{-\infty < x < +\infty} | p(x) - m(x) | \quad (4.24)$$

olarak tanımlanmaktadır (Young ve Gregory, 1972; Myskis, 1975; Johnson ve Riess, 1982). $p(x)$ fonksiyonu standardize normal ve $q(x)$ fonksiyonu standardize üniform dağılım olarak seçildiğinde, iki fonksiyon arasındaki fark olarak tanımlanabilecek fark fonksiyonu $\{ h(x) \}$;

$$h(x) = p(x) - m(x) \quad (4.25)$$

olacaktır. Şekil 4-5 gözönüne alındığında, fark fonksiyonunun kritik noktalarının h_0 , h_1 ve h_2 noktaları olduğu görülebilir. Bu durumda iki fonksiyon arasındaki uzaklık $\delta(p, m)$;

$$\delta(p, m) = \max \{ h_0, h_1, h_2 \} \quad (4.26)$$

olacaktır. h_0 , h_1 , h_2 değerleri ise, yarı range (a) değerine bağlı olarak,

$$h_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} - \frac{1}{2a} \quad (4.27)$$

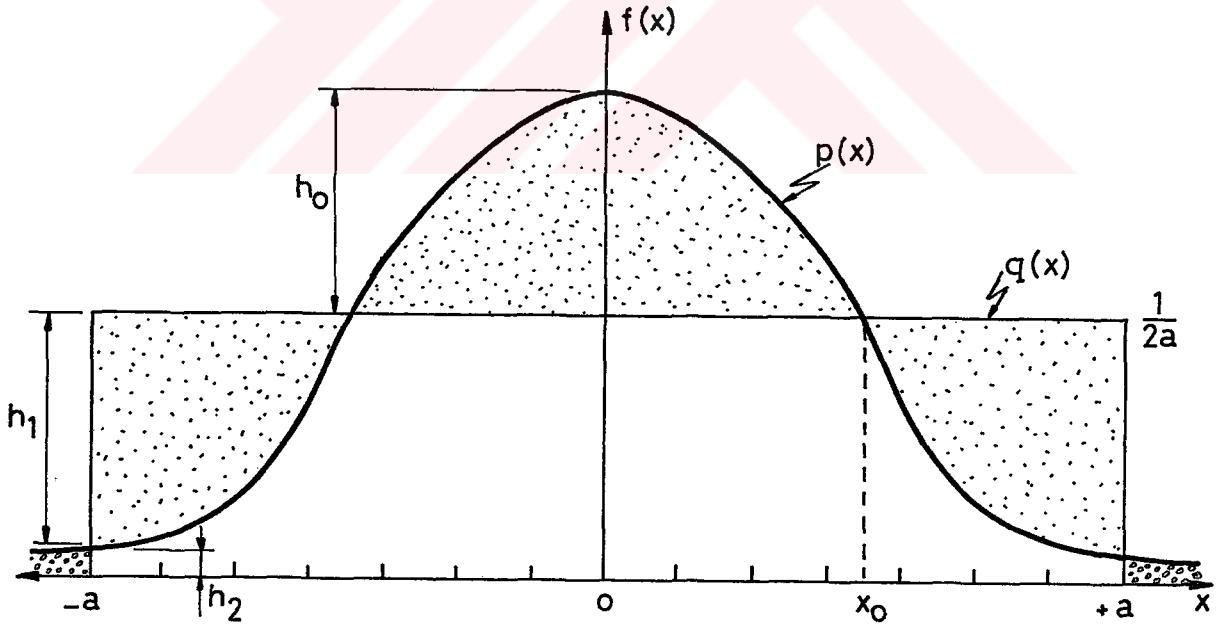
$$h_1 = \frac{1}{2a} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp \{-a^2/2\} \quad (4.28)$$

$$h_2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp \{-a^2/2\} \quad (4.29)$$

olarak tanımlanabilir. Bu durumda problem iki fonksiyon arasındaki uzaklığı, dolayısı ile $\delta(p,m)$ değerini minimize eden yarı range (a) değerinin aranması haline dönüşecektir. Bu supremumu gerçekleyen kritik yarı range değeri;

$$a = \frac{3}{4} \sqrt{2\pi} \quad (4.30)$$

olarak belirlenebilir. Max Normu'ndan hareketle bulunan bu kritik range değerinde, aynı olasılık uzayında tanımlı iki fonksiyon olan standardize normal ve üniform dağılımlar arasında, optimum sayıda veri ile geçiş yapmanın mümkün olduğu söylenebilmektedir.



Şekil 4-5 : Max Normu'nda tanımlanan fark fonksiyonunun kritik değerleri.

Matematiksel olarak iki fonksiyonun uzayda tanımlı olduğu noktaların birbirine yakınlaşması; bilgi içeriği açısından incelenen süreç hakkında *bilgi artışı*, aynı nokta ile tanımlanabilmesi ise *tam bilgi* sahibi olmak anlamına gelmektedir . Benzer biçimde, bir ölçüm olarak tanımlanan $H(X|X^*)$ değerinin mutlak değer olarak sıfıra yakınsaması, $[a,b]$ aralığında incelenen x rasgele süreci hakkında *tam bilgi* edinilmiş olması anlamına gelecektir. Bilgi içeriğindeki değişim miktarının Öklid metriğinde tanımlanabildiği gibi, bir sabite yakınsaması durumunda ise, incelenen süreç hakkında *yeterli bilgiye* ulaşıldığı söylenebilecektir.

4.2.3. *Bilgi İçeriğindeki Değişim Miktarı Olarak Tanımlanan Entropi Kavramının Kullanılabilirliği ve Anlamı*

(4.21) ifadesi ile tanımlanan *bilgi içeriğindeki değişim miktarı* olarak entropi değeri, sürekli hal için entropi değerini kesikleme aralığı gibi bir değere bağlı olmaksızın, en belirsiz hale göre tanımlamaktadır. Böylece hesaplanan entropi değerleri, *ölçüm yaparak giderilen belirsizlik* anlamı taşımaktadır. $H(X|X^*)$ entropi değeri, kesikli değişkenler için tanımlandığı gibi, alt sınırı sıfır ve üst sınırı (veri sayısı N 'e bağlı olarak) $\log N$ olan; negatif değerler almakla birlikte, iki fonksiyon arasında bir ölçüm olarak tanımlandığından mutlak değerlerle çalışılabilen bir kavram niteliğindedir.

Başlangıçta tam belirsiz kabul edilen x rasgele sürecinin ölçülmesi ile hedeflenen, sürecin toplum parametrelerinin doğru tahmin edilerek, elde edilen bilgilerden hareketle optimum planlama yapabilmek ve doğru kararlara varabilmektir. Bu amaçla, rasgele süreç doğal koşullarında gözlenmekte, elde edilen gözlemlerden varılan sonuçlardan yararlanarak planlama yapılması yoluna gidilmektedir. Ancak, her bir ölçüm ya da gözlemin bir maliyet içermesi, gözlemlere ne kadar süreyle devam edilmesinin gerektiği sorusunun yanıtlanmasını gerekli kılmaktadır.

(4.21) ifadesi bu açıdan büyük önem taşımaktadır. İfadenin *ölçüm yapılarak giderilen belirsizlik* $\equiv$ *bilgi içeriğindeki değişim miktarı* anlamını taşıdığı gözönüne alınırsa, bilgi içeriğinde değişimin artık söz konusu olmadığı nokta, değişkenin gözlenmesine son verilebilecek durumu tanımlayan bir nitelik taşımaktadır.

İncelenen rasgele sürecin değişim aralığı olarak tanımlanan $[a,b]$ aralığının, aynı zamanda değişkenin sahip olduğu değişim aralığının (*range*) toplum değeri olduğu düşünüldüğünde,

$$R = b - a \quad a < x < b \quad (4.31)$$

olmak üzere, değişkenin içerdği maksimum bilgi,

$$H_{\max} = \log R \quad (4.32)$$

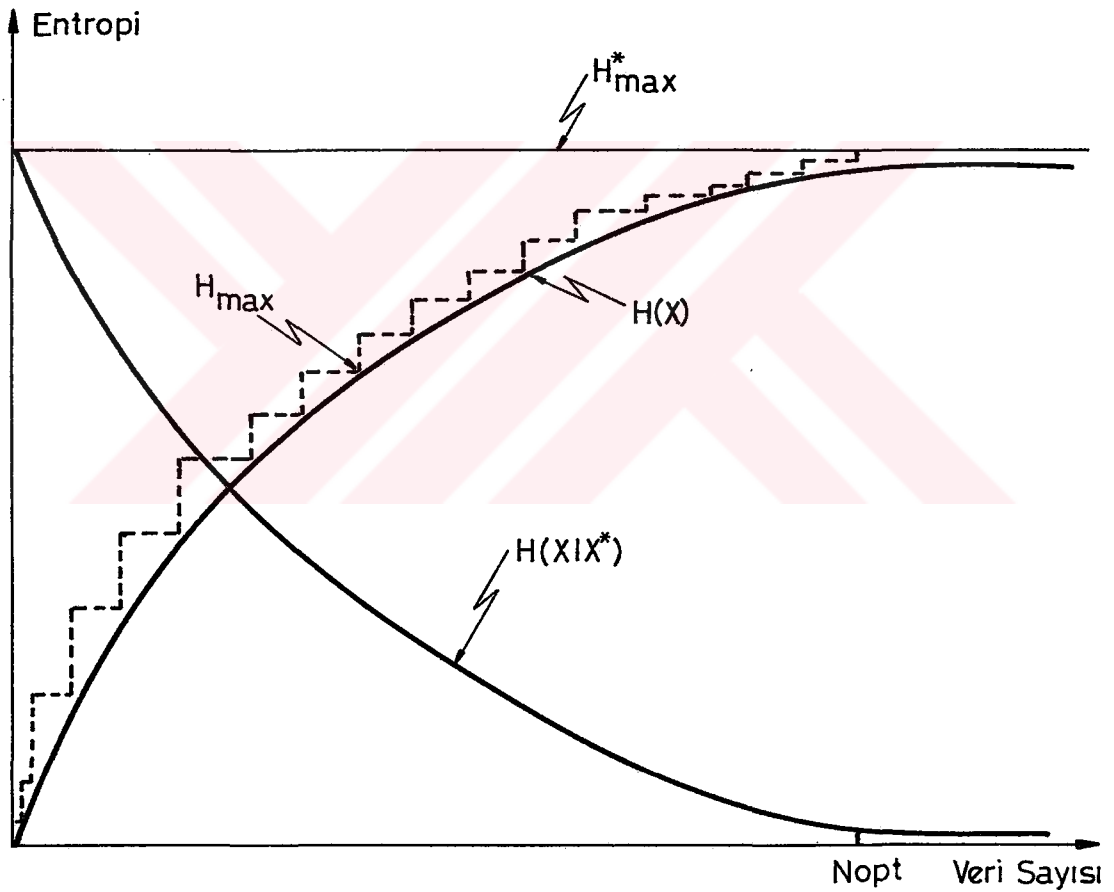
olarak tanımlanabilir. Sürecin ölçüm sonrası olasılık dağılımının normal dağılıma uyduğu kabul edildiğinde marjinal entropi,

$$H(X) = \log \sqrt{2\pi} + \log \sigma + 1/2 \quad (4.33)$$

olarak tanımlanacaktır.

Sürecin gerçekten normal dağılıma uygun olması ve yeterli sayıda gözlem yapılmış olması durumunda, (4.21) ifadesi ile tanımlanan entropi büyüklüğü kabul bölgesi olarak tanımlanabilen değere yakınsayacaktır. Bu ise, değişken hakkında *yeterli bilgi* toplandığının söylenebileceği durumdur. Değişkenin gözlenmesine devam edilmesi halinde ise, $H(X|X^*)$ entropi değeri sıfıra yakınsayacaktır. Bu ise değişken hakkında *tam bilgi* edinilen durum olarak tanımlanabilir.

Değişken hakkında *yeterli bilgi* toplandığında, değişkenin ortalama (μ), varyans (σ^2) ve range (R) değerleri için en uygun tahminleri yapmak mümkün olabilecektir. Bu amaçla, ele alınan değişkenin açık dizi halinde incelenmesi gerekmektedir. Bu tür bir yaklaşımda, ölçüm sayısının artması ile değişken hakkında kazanılan bilgi sürekli olarak artacağından, gerek $H_{\max}$, gerekse $H(X)$ entropi değerleri sürekli artan değerlere sahip olacak; $H(X|X^*)$ entropi değeri ise sürekli azalan bir gidişe sahip olacaktır. Değişkeninin toplum değerlerinin tanımlanabileceği noktada, $H_{\max}$ sabit bir değere yakınsayacak, $H(X)$ ise gözlemlerin artması ile bu değere yaklaşacak ve $H(X|X^*)$ entropi değeri sıfıra gidecektir (Şekil 4-6).



Şekil 4-6 : Gözlem sayısına bağlı olarak; maksimum entropi $\{H_{\max}\}$, marjinal entropi $\{H(X)\}$ ve bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$ değerlerinin değişimi.

Şekil 4-6'nın incelenmesinden de görülebileceği gibi, belirsizliği araştırılan süreç ile ilgili gözlem (veri) sayısı arttıkça, sürecin toplum değerleri daha iyi tahmin edilebilecektir. Gözlem sayısı arttıkça, gözlem aralığı $[a,b]$ değişecek ve $H_{\max}$ basamaklı olarak artan değerler alacak; değişkenin toplum değişim aralığına (R) ulaşıldığında ise, $H_{\max} = \log R$ değerine sahip olacaktır. Bu durumda, marjinal entropi $\{H(X)\}$ değeri, $\log R$ üst sınırına sahip olacaktır. Bilgi içeriğindeki değişim miktarı $\{H(X|X^)\}$, üst sınıra göre değerlendirildiğinde sürekli azalan değerler alacak ve veri sayısı sonsuza gittiğinde, sıfır alt sınır değerine yakınsayacaktır (*tam bilgi*).*

Bununla birlikte, değişken hakkında *yeterli bilgi* edinilen bir noktanın tanımlanması da mümkündür. Dolayısıyla, bu noktada, değişkene ait parametrelerin toplum değerleri yeterli doğrulukla saptanabilecektir. Ölçüm sayısının artmasına rağmen, bilgi içeriğindeki değişimin çok küçük olduğu, buna bağlı olarak bilgi açısından ölçüm maliyetinin yüksek olduğu bu bölge (*yeterli bilgi kabul bölgesi*), değişkenin ölçüm sonrası olasılık dağılımının tipine göre belirlenebilir. 4.2.4. bölümünde normal ve iki parametrelili lognormal dağılımlar için tanımlandığı gibi, değişkenin olasılık dağılımının tipine göre, belirlenen kabul bölgelerinden yararlanarak *bilgi içeriğindeki değişim miktarı* olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$ ifadesinin kullanılması ile;

- (a) değişkenin öngörülen ölçüm sonrası olasılık dağılımına uygun olup olmadığının saptanması,
- (b) seçilen olasılık dağılımı uygun ise, değişken hakkında *yeterli bilgi* toplanıp toplanmadığının belirlenmesi mümkün olacaktır.

4.2.4. Bilgi İçeriğindeki Değişim Miktarı Olarak Entropinin Güven Sınırlarının Belirlenmesi

Entropi kavramının pratikte kullanımında karşılaşılan sorunlardan biri de, belirsizliği incelenen sürecin ölçüm sonrası olasılık dağılımının seçimine bağlı olarak farklı

entropi değerlerinin hesaplanmasıdır. Sürekli hal için tanımlanmış olan ve (4.21) ifadesi ile belirlenen, bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi ifadesi de, marjinal entropi değerine bağlı olarak hesaplandığından, olasılık dağılımı seçiminden benzer şekilde etkilenmektedir. Bu nedenle, değişkenin ölçüm sonrası olasılık dağılımının doğru tahmin edilmesi, verilecek kararların tutarlılığı açısından büyük önem taşımaktadır.

Bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi değeri için, seçilen ölçüm sonrası olasılık dağılımına bağlı olarak, dağılımın değişkene uygun olup olmadığını ve değişken hakkında yeterli bilgiye ulaşıp ulaşılmadığını sınavacak kabul değerlerinin belirlenmesi mümkündür. Hesaplanan entropi değerlerinin, belirlenen kabul değerlerinin altında kalması durumunda; değişkenin kabul edilen dağılıma uygun olduğu ve bu dağılım için yeterli bilgi düzeyine ulaşıldığını - dolayısı ile istasyon kapatma ya da ölçüm sıklığını değiştirme kararlarının verilebileceğini - söylemek mümkün olacaktır.

Kabul bölgesi değerlerini, değişkenin ölçüm sonrası olasılık dağılımı kabulüne göre belirlemek mümkündür. Normal dağılım $\{N(0,1)\}$ kabulü halinde, standardize değişken (z) için maksimum entropi değeri; değişkenin değişim aralığı (R_z);

$$R_z = 2 a \quad (4.34)$$

olmak üzere,

$$H_{\max}(z) = \log R_z \quad (4.35)$$

şeklinde tanımlanacaktır. Burada a değeri değişkenin yarı range değerini tanımlamaktadır. $N(\mu, \sigma)$ dağılımlı rasgele x değişkeninin değerleri ise,

$$x_i = \mu + \sigma z_i \quad (4.36)$$

dönüşümü ile belirlenebilecek ve maksimum entropi değeri;

$$H_{\max}(x) = \log (R_z \sigma) \quad (4.37)$$

olacaktır. Aynı x rasgele değişkeni için, marjinal entropi $\{H(X)\}$ değeri;

$$H(X) = \log \sqrt{2\pi} + 1/2 + \log \sigma \quad (4.38)$$

ve bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$ değeri de,

$$H(X|X^*) = H_{\max}(x) - H(X) \quad (4.39)$$

olarak tanımlanacaktır. Kritik yarı range (a) değeri,

$$a = 4 \sigma \quad (4.40)$$

olarak kabul edildiğinde; normal dağılım eğrisi altında kalan alan yaklaşık olarak 1 kabul edilebilir. Bu yarı range değeri için, (4.21) ifadesinde değerler yerine konarak gerekli sadeleştirmeler yapıldığında; normal dağılım için, bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropinin kabul değerinin, doğal logaritma tabanı kullanılması halinde

$$H(X|X^*)_{kr} = 0.6605 \quad (4.41)$$

olarak belirlenmesi mümkündür. Belirsizliği incelenen sürecin entropisi $\{H(X|X^*)\}$ normal dağılım kabulü için, bu değer altında kaldığında, değişkenin normal dağılımlı kabul edilebileceği ve değişken hakkında *yeterli bilgi* toplandığı söylenebilecektir.

Ölçüm sonrası olasılık dağılımı iki parametrelili lognormal dağılım olarak seçildiğinde, $LN(\mu_y, \sigma_y)$ dağılımlı rasgele x değişkeninin değerleri,

$$x_i = \exp (\mu_y + \sigma_y z_i) \quad (4.42)$$

dönüşümü ile belirlenebilir. Bu durumda, değişkenin değişim aralığı (*range*);

$$R_x = \exp(\mu_y) [\exp(a\sigma_y) - \exp(-a\sigma_y)] \quad (4.43)$$

ve maksimum entropi değeri;

$$H_{\max}(x) = \mu_y + \log [\exp(a\sigma_y) - \exp(-a\sigma_y)] \quad (4.44)$$

ifadeleri ile belirlenebilir. $LN(\mu_y, \sigma_y)$ dağılımlı, rasgele x değişkenine ait marjinal entropi ise,

$$H(X) = \mu_y + \log \sigma_y + \log \sqrt{2\pi} + 1/2 \quad (4.45)$$

ve bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi değeri (4.39) ifadesinden hareketle;

$$H(X|X^*) = \log [\exp(a\sigma_y) - \exp(-a\sigma_y)] - \log \sigma_y - \log \sqrt{2\pi} - 1/2 \quad (4.46)$$

biçiminde belirlenebilecektir. (4.46) ifadesi düzenlenerek,

$$H(X|X^*) = \log [2 \sinh (a\sigma_y)] - \log \sigma_y - 1.4189 \quad (4.47)$$

biçiminde tanımlanabilir. Bununla birlikte, lognormal dağılıma sahip sayılar pozitif değerli olacağından $-a = 0$ kabul edilebilir. Bu durumda, lognormal dağılım için bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropinin kabul değeri,

$$H(X|X^*) = a\sigma_y - \log \sigma_y - 1.4189 \quad (4.48)$$

biçiminde tanımlanacaktır. Bu ifadeden de açıkça görülebileceği gibi, lognormal dağılım için, kabul bölgesi değeri olarak tek bir sabitten söz etmek mümkün değildir. Normal dağılım için yapılan kabule benzer şekilde, kritik yarı range değeri belirlense de, kabul değeri değişkenin sahip olduğu varyansa göre değişecektir. Ancak, değişkenin varyans değeri bilindiğinde, kabul bölgesi değeri hesaplanabilir.

Normal dağılım için öngörülen kabuller altında; birim varyansa sahip, lognormal dağılımlı $\{ LN(\mu,1) \}$ bir değişken için, bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropinin kabul bölgesi değeri;

$$H(X|X^*)_{kr} = 2.5811 \quad (4.49)$$

olarak belirlenebilecektir. Farklı varyans değerleri söz konusu olduğunda, kritik değer (4.48) ifadesinden hesaplanması mümkündür.

Böylece, *bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak*, sürekli hal için tanımlanan *entropi* $\{H(X|X^*)\}$ değerinin ve kabul bölgesi değerlerinin kullanılması ile;

- *yapılan her bir ölçümün değişken hakkında ne ölçüde bir bilgi artışı getirdiğinin belirlenmesi,*
- *her bir ölçümün bilgi açısından maliyetinin saptanması,*
- *sürece en uygun olasılık dağılımının belirlenmesi,*
- *süreci temsil edebilen çeşitli modeller arasından en uygun olanın belirlenmesi,*
- *farklı olasılık yapılarına sahip değişkenlerin belirsizliklerinin kıyaslanması,*

- sürecin ölçülmesine devam etme - son verme kararlarının verilebilmesi

mümkün olacaktır.

Bu nedenlerle, (4.21) ifadesi ile tanımlanan *bilgi içeriğindeki değişim miktarı* olarak entropi, su kaynakları mühendisliği alanında etkin ve yaygın kullanım alanı bulabilecek nitelik taşımaktadır. İfadenin verdiği sonuçlar ve bu sonuçların klasik entropi ifadesinin verdiği sonuçlarla kıyaslanması, normal ve lognormal dağılımlı olarak üretilen sentetik diziler ve Ceyhan havzasında yer alan dört akım gözlem istasyonunun gözlenmiş değerleri için yapılmış; elde edilen sonuçlar 5. bölümde sunulmuştur.

5. UYGULAMA

5.1. Sürekli Hal için Önerilen Entropi Tanımının Sentetik Serilere Uygulanması

5.1.1. Sentetik Serilerin Türetilmesi

Hidrolojide, incelenen sürecin modeli seçilip, parametre tahminleri yapıldıktan ve modelin gözlenmiş seriye uygunluğu kontrol edildikten sonra, bu modeli kullanarak istenen uzunlukta sentetik seriler türetilir. Çeşitli hidrolojik problemlerin incelenmesinde, bu şekilde elde edilen serilerin kullanılmasına *Monte Carlo yöntemi* de denilmektedir.

Normal dağılımlı $\{N(\mu, \sigma)\}$ rasgele sayılar türetmek için;

1. Önce, (0,1) aralığında üniform olarak dağılmış bağımsız rasgele değişkene ait sayılar (n_i) elde edilir.

2. Bu sayılardan yararlanarak, normal dağılımlı ϵ_i sayılarına geçmek için;

(a) Türetilmiş iki n_1 ve n_2 rasgele sayısından hareketle, $N(0,1)$ dağılımlı z sayıları,

$$z_1 = (-2 \ln n_1)^{1/2} \cos (2\pi n_2) \quad (5.1)$$

$$z_2 = (-2 \ln n_1)^{1/2} \sin (2\pi n_2)$$

biçiminde elde edilebilir (Bayazıt,1981).

(b) Merkez limit teoremine göre, yeter derecede büyük sayıda üniform dağılmış değerlerin toplamını alarak, normal dağılmış sayılar elde etmek mümkündür. Genellikle, 12 adet üniform dağılmış sayının toplamı, normal dağılımlı sayılara geçmek için yeterli olmaktadır. Bu şekilde elde edilen sayıların dağılımı $N(6,1)$

olacağından, standard normal sayılara (z_i) geçmek için bu sayılardan 6 çıkarmak gerekecektir:

$$z_i = \sum_{i=1}^{12} n_i - 6 \quad (5.2)$$

Standard normal sayılar (z_i) elde edildikten sonra, dağılımı $N(\mu, \sigma)$ olan sayılara geçmek için, bu sayılar σ ile çarpılıp, μ eklenecektir:

$$x_i = \mu + \sigma z_i \quad (5.3)$$

Böylece, ortalaması μ , standard sapması σ olan normal dağılmış, bağımsız rasgele sayılar elde edilmiş olur.

Lognormal dağılımlı $\{LN(\mu_y, \sigma_y)\}$ rasgele sayılar üretmek için ise,

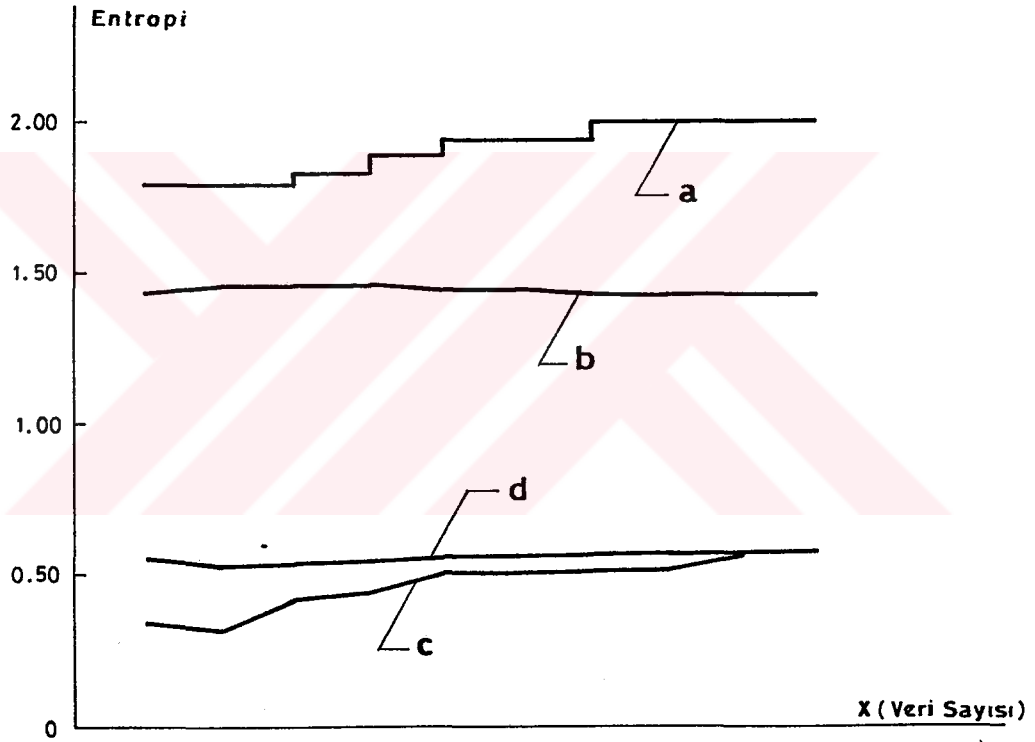
$$x_i = \exp(\mu_y + \sigma_y z_i) \quad (5.4)$$

dönüşümünü kullanmak yeterli olacaktır (Bayazıt, 1981).

5.1.2. Yöntemin Sentetik Serilere Uygulanması

Bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi yönteminin sentetik serilere uygulanmasında öncelikle, 5.1.1. bölümünde tanımlanan ilkelerden hareketle, normal dağılımlı $N(0,1)$ z_i sayıları türetilmiş ve bu sayılardan yararlanarak, $N(\mu, \sigma)$ dağılımlı rasgele x_i sayılarına geçilerek, normal dağılım kabulü için tanımlanan entropi ifadeleri ile $H(X|X^)$ entropi değerleri hesaplanmıştır. Bu hesapların yapılması amacıyla kullanılan bilgisayar programları Ek'te sunulmuştur.*

İlk olarak veri sayısındaki artış ile entropi değerlerinin değişimi incelenmiştir. Bu amaçla, 100 adet sentetik sayıdan başlanmış, daha sonra her adımda 100 sayı eklenmesi ile oluşan yeni dizilerin entropileri hesaplanarak değişimler incelenmiştir. Şekil 5-1'den görüleceği gibi, veri sayısındaki artışla birlikte, incelenen sürecin maksimum entropi değeri artmakta ve değişkenin değişim aralığının (*range*) toplum değeri kabul edilebilecek bir değere ulaşması halinde, (a) şıkında gösterildiği gibi bir sabite yakınsamaktadır.



Şekil 5-1 : Normal dağılımlı sentetik seriler için entropi değerlerinin değişimi. (a) Maksimum entropi $\{H_{\max}\}$, (b) Marjinal entropi $\{H(X)\}$, (c) $H_{\max} - H(X)$, (d) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$.

Shannon tarafından tanımlanmış olan marjinal entropi $\{H(X)\}$ değeri de benzer gidiş göstermekte (*Şekil 5-1 (b) şıkkı*) ve bir süre sonra veri sayısındaki artıştan etkilenmemeye başlamaktadır. İki entropi değeri arasındaki fark olarak tanımlanabilen ve mutlak değerleri incelenebilecek olan, sürekli hal için tanımlı entropi $\{H(X|X^*)\}$ değerlerinin değişimi ise iki biçimde ele alınabilir.

İlk yaklaşım, maksimum entropi değerlerinin değişimini dikkate alarak, bilgi içeriğindeki değişim miktarı anlamındaki entropi değerini, marjinal entropiler ile veri sayısındaki artışla birlikte değişen maksimum entropiler arasındaki fark olarak belirlemektir (*Şekil 5-1 (c) şıkkı*). Bu yaklaşımda, eldeki örnek (gözlem, veri) sayısındaki artışın bilgi içeriğinde bir değişikliğe yol açıp açmadığı görülebilecektir.

Daha uygun bir yaklaşım biçimi, dizinin tümünden hareketle belirlenen maksimum entropi değerine göre kıyaslama yapmaktır (*Şekil 5-1 (d) şıkkı*). Bu tür bir yaklaşımla, örnek sayısındaki artışın bilgi içeriğinin değişimine etkisi, değişken hakkında yeterli bilgiye ulaşıp ulaşılmadığı soruları yanıtlanabilecek; 4.2.4. bölümünde verilen güven sınırı değerleri de gözönüne alındığında, değişken için önerilen olasılık yoğunluk fonksiyonunun uygun olup olmadığı belirlenebilecektir.

Bu amaçla, $N(8,10)$ dağılımlı türetilmiş 3650 adet sentetik sayı, gerçek verilere benzeşim yapılarak, 365 adetlik alt gruba ayrılmıştır. Böylece, 10 yıllık günlük gözlem değeri olarak düşünülebilecek, normal dağılımlı bu dizi için: önce tüm diziden hareketle maksimum entropi değeri $\{H_{\max}\}$ belirlenmiş; daha sonra ölçüm sonrası dağılımın normal olduğu kabulü ile marjinal entropiler $\{H(X)\}$ ve bu iki değerden yararlanarak bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$ değerleri ilk yıl için 365, ikinci yıl için 2×365 ... ve onuncu yıl için 10×365 değerden belirlenmiştir (*Şekil 5-2*). Normal dağılım için 4.2.4. bölümünde verilen

güven sınırı değeri gözönüne alındığında, değişkenin dağılımının normal dağılıma uygun olduğu ve değişken hakkında *yeterli bilgiye* ulaşıldığı söylenebilir.

Bu aşamada, aynı dizinin ölçüm sonrası olasılıklarının lognormal dağılıma uyduğu varsayıldığında, entropi değerlerinin nasıl değişeceğinin incelenmesi düşünülmüştür. Ancak, $N(8,10)$ dağılımlı rasgele sayılar negatif değerleri de içerdiğinden, lognormal dağılım parametrelerinin maksimum olabilirlik (*maksimum likelihood*) yöntemi ile belirlenmesi mümkün değildir. Parametrelerin momentler yöntemi ile belirlenmesi durumunda ise, pozitif tanımlı olmakla birlikte, negatif değerleri de içeren bir dağılım kabulü yapılmış olacaktır. Lognormal dağılım kabulü ile entropi değerlerinin hesabını momentler yönteminden hareketle belirlenen dağılım parametrelerine dayanarak yapmak mümkündür. Ancak, bu durumda güven sınırı değerini 4.2.4 bölümünde, lognormal dağılım için verilmiş olan ifadeleri kullanarak belirlemek mümkün olmayacaktır. $N(8,10)$ dağılımlı olarak türetilen rasgele dizinin minimum ve maksimum değerleri normal dağılım için tanımlanmış olup,

$$x_{\min} = \mu_x - a\sigma_x \quad (5.5)$$

$$x_{\max} = \mu_x + a\sigma_x$$

değerlerine sahiptir. Dolayısı ile maksimum entropi,

$$H_{\max} = \ln 2a + \ln \sigma_x \quad (5.6)$$

ve bu durumda lognormal dağılım için güven sınırı değeri,

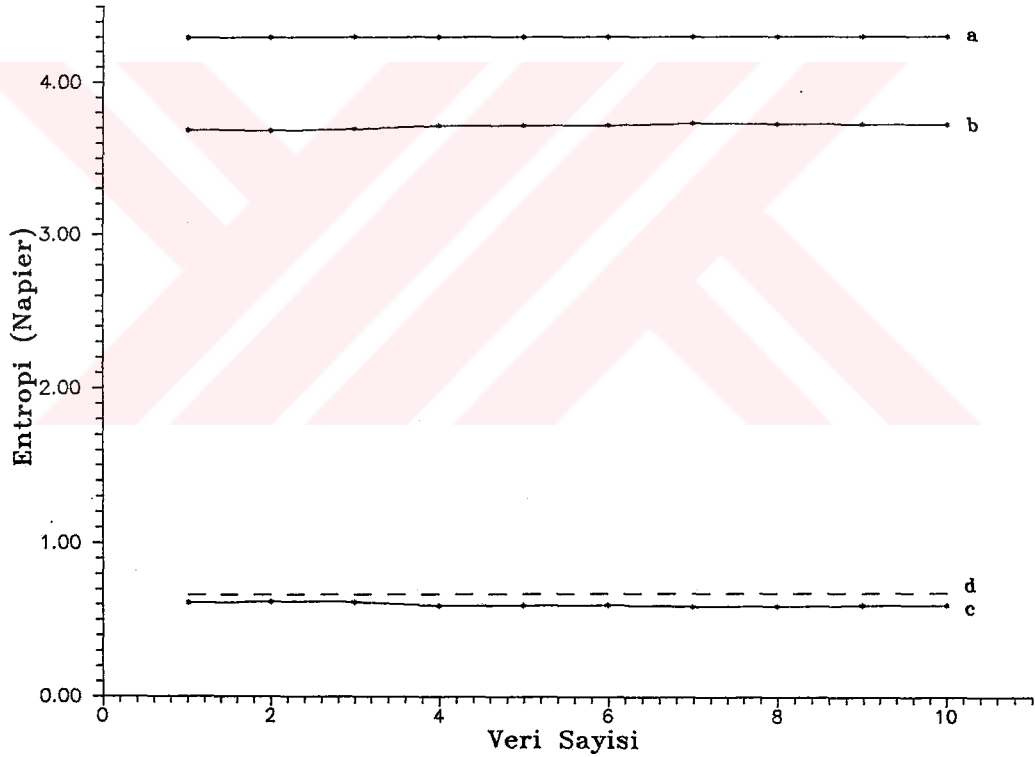
$$H(X|X^*)_{kr} = \ln \sigma_x + 0.6605 - \mu_y - \ln \sigma_y \quad (5.7)$$

olacaktır. İfadede yer alan lognormal dağılım parametrelerinin maksimum olabilirlik

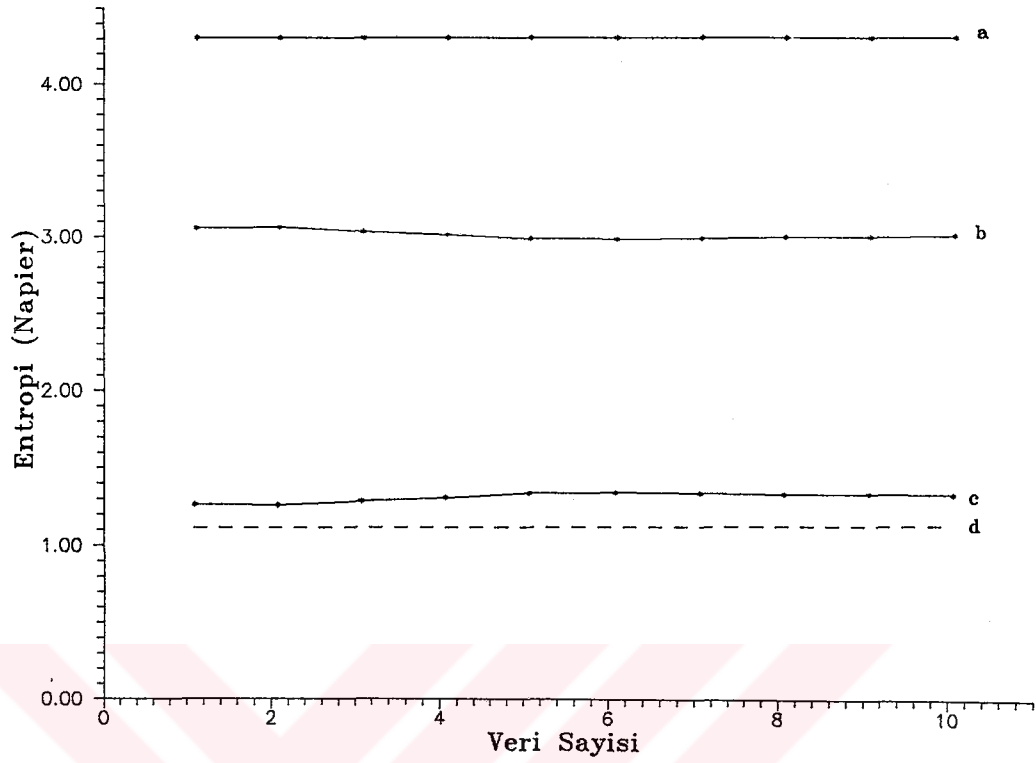
yöntemi ile hesaplanabilmesi amacı ile, türetilmiş dizinin negatif değerli elemanları 0.0001 gibi, pozitif bir değerle değiştirilerek parametreler belirlendiğinde, (5.7) ifadesinden hareketle, bu dizi için güven sınırı değeri,

$$H(X|X^*)_{kr} = 1.1042 \quad (5.8)$$

olarak saptanmıştır (Şekil 5-3). Şekil 5-3'ün incelenmesinden, normal dağılımlı olarak üretilen sentetik sayıların ölçüm sonrası olasılık dağılımının lognormal dağılımlı kabul edilmesi halinde, bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi değerlerinin güven sınırına yakınsamadığı, dolayısı ile bu kabulün yapılamayacağı görülebilir.



Şekil 5-2 : Normal dağılımlı { N(8,10) } sentetik dizi için, ölçüm sonrası olasılıklar normal dağılımlı kabulü ile, (a) maksimum entropi (b) marjinal entropi (c) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi (d) normal dağılım için güven sınırı.

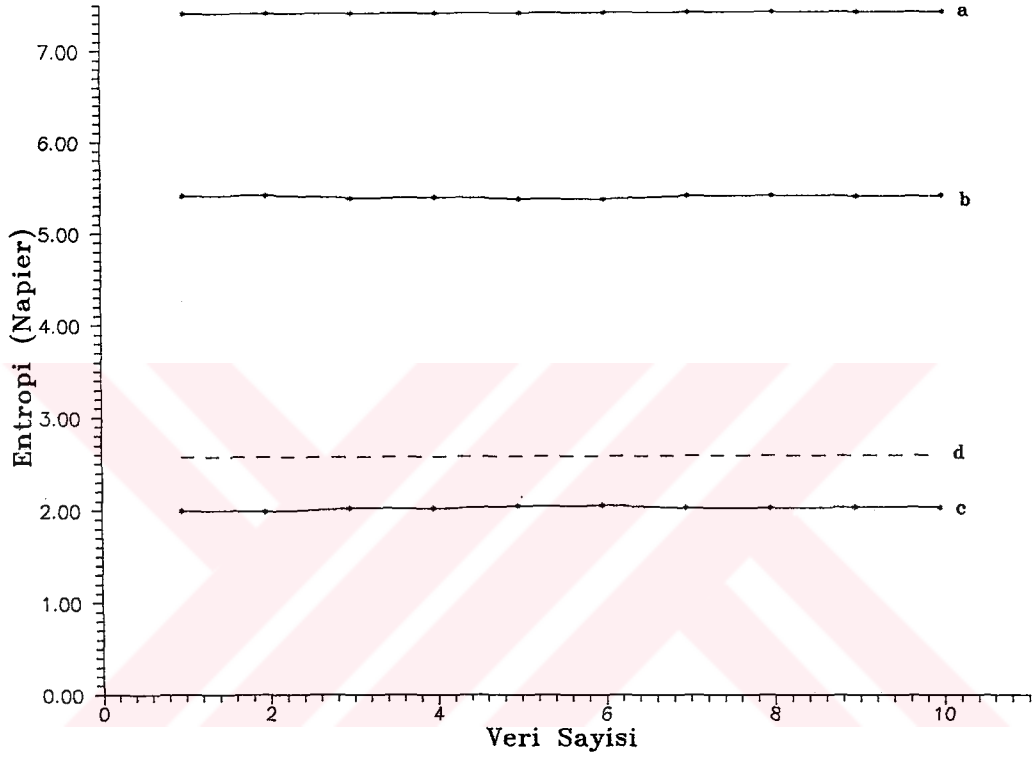


Şekil 5-3 : Normal dağılımlı $\{ N(8,10) \}$ sentetik dizi için, ölçüm sonrası olasılıklar lognormal dağılımlı kabulü ile, (a) maksimum entropi (b) marjinal entropi (d) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi (4) lognormal dağılım için güven sınırı.

Türetilen sentetik dizilerin lognormal dağılımlı olması durumunda, entropi ifadelerinden ve 4.2.4. bölümünde verilmiş olan güven sınırı değerlerinden yararlanarak benzer incelemelerin yapılması mümkündür.

Bu amaçla, normal dağılımlı sayılar için yapılan araştırmaya paralel biçimde, LN(4,1) dağılımlı 3650 adet sentetik sayı üretilmiş ve 365'lik gruplara ayrılmıştır. Hidrolojik gözlemlere benzer şekilde 10 yıllık günlük gözlem olarak değerlendirilen bu sayıların entropileri, normal dağılım için yapılan incelemeye paralel biçimde

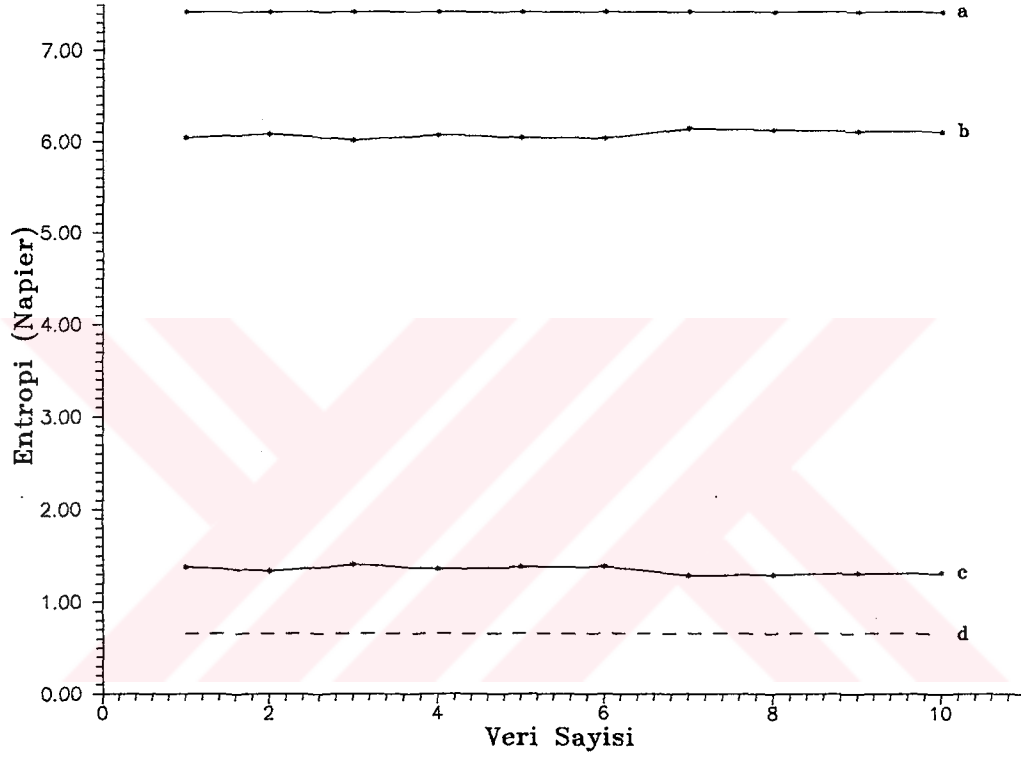
hesaplanmış ve elde edilen sonuçlar Şekil 5-4 ve 5-5’de sunulmuştur. İki şeklin incelenmesinden görülebileceği gibi, ölçüm sonrası olasılıklar normal dağılım kabul edildiğinde bilgi içeriğindeki değişim miktarı değerleri daha küçük değerler almaktadır. Ancak, güven sınırları dikkate alındığında, LN(4,1) dağılımlı bu dizinin normal dağılımlı kabul edilemeyeceği; lognormal dağılıma uyduğu ve değişken hakkında *yeterli bilgiye* ulaşılmış olduğu görülmektedir.



Şekil 5-4 : Lognormal dağılımlı { LN(4,1) } sentetik dizi için, ölçüm sonrası olasılıklar lognormal dağılımlı kabulü ile, (a) maksimum entropi (b) marjinal entropi (c) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi (d) lognormal dağılım için güven sınırı.

Normal ve lognormal dağılımlı sentetik sayılar için yapılan bu araştırmalar, önerilen yöntemin kullanılabilirliğini ortaya koymaktadır. Farklı dağılımlar için de, gerek üretilen sentetik seriler üzerinde yöntemin uygulanması ve gerekse güven sınırlarının

belirlenmesi mümkündür. Ancak, yöntemin pratik problemlerin çözümüne getireceği katkı ve uygulama sonuçları büyük önem taşıdığından, sentetik seriler üzerindeki bu uygulamalar yeterli görülmüş; önerilen yöntemin seçilen örnek havza üzerinde yeralan akım gözlem istasyonlarının günlük verilerine uygulanması üzerinde durulmuştur.



Şekil 5-5 : Lognormal dağılımlı $\{ LN(4,1) \}$ sentetik dizi için, ölçüm sonrası olasılıklar normal dağılımlı kabulü ile, (a) maksimum entropi (b) marjinal entropi (c) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi (d) normal dağılım için güven sınırı.

5.2. Sürekli Hal için Önerilen Entropi Tanımının Seçilen Havza Üzerindeki İstasyonlara Uygulanması

5.2.1 Seçilen Havza ve İstasyonlar

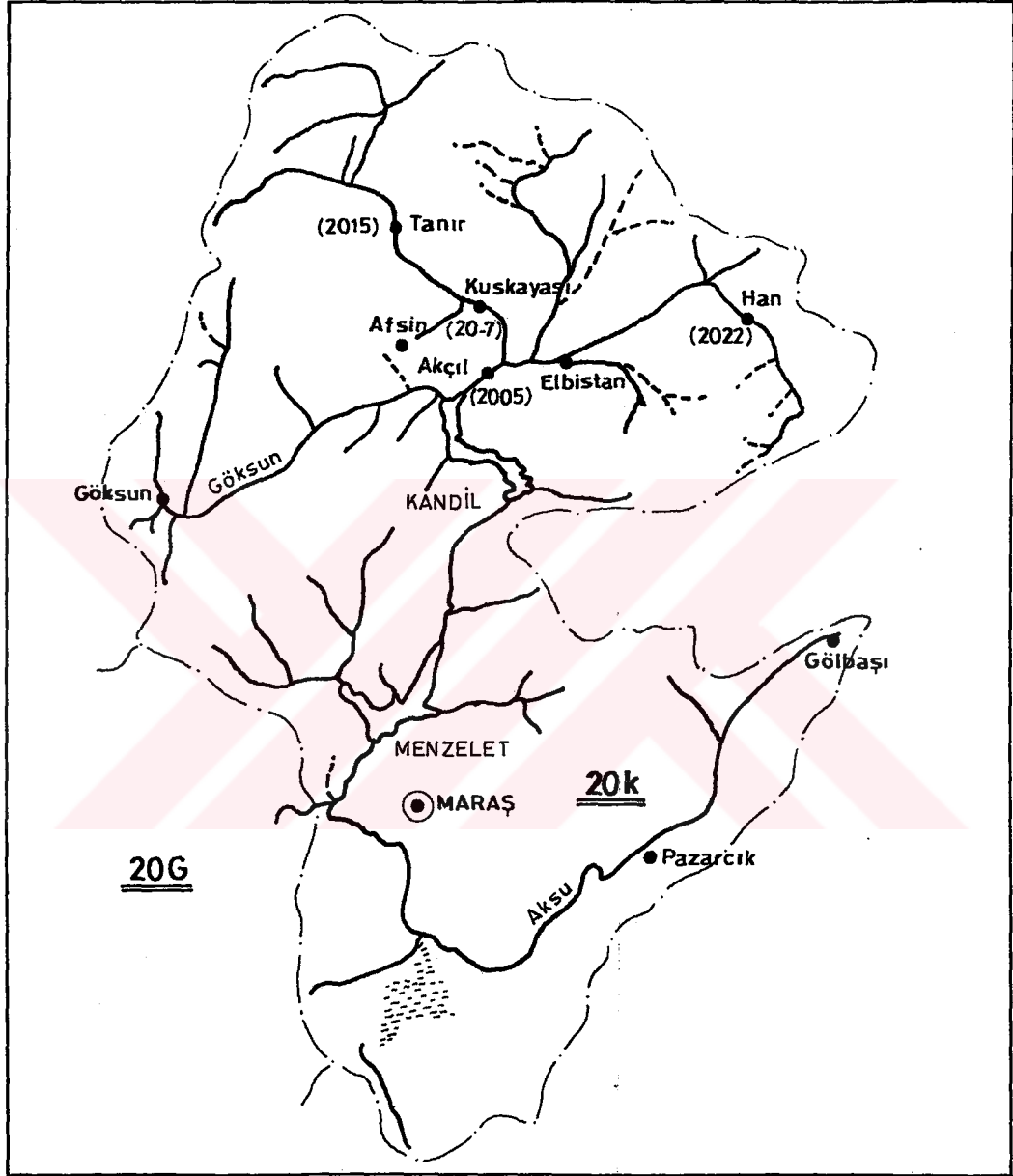
Önerilen yöntemin uygulanması için seçilen havza Türkiye'nin güney kesiminde yeralan Ceyhan havzasıdır. Havzanın toplam drenaj alanı 21000 km²'ye yakın olup, yıllık toplam akım 7.5 milyar m³ mertebesinde (IECO, 1966; Baran, 1987). Toplam yıllık akımların 2 milyar m³ gibi önemli bir kısmı karst pınar katkılarında oluşmaktadır (Baran, 1987; Baran, v.d., 1987). Ceyhan nehri üzerinde 1940'lı yıllardan bu yana gözlem yapılmakla birlikte, havzada inşa edilmiş ve edilmekte olan tesisler nedeni ile bazı istasyonlarda gözlenen akımların doğal akım olduğunu söylemek mümkün değildir. Bu nedenle, yöntemin uygulanabilmesi için istasyonların, doğal akımların ölçülebildiği ve havzanın kuzeyinde yeralan Yukarı Ceyhan havza altbölümünden seçilmesi yoluna gidilmiştir. Yukarı Ceyhan havza altbölümünde, ortak dönemlerde gözlemleri bulunan ve havza beslenme özelliklerini temsil edebilecek nitelikte olan dört istasyon belirlenmiştir. Bu istasyonlar EİE tarafından işletilmekte olan *Akçıl* (2005), *Tanır* (2015) ve *Han* (2022) ile DSİ tarafından işletilmekte olan *Kuşkayası* (20-7) akım gözlem istasyonlarıdır (Şekil 5-6). İstasyonların özellikleri Tablo 5.1'de sunulmuştur.

5.2.2 Verilerin Düzenlenmesi

Ceyhan havzasında yeralan Han, Tanır, Kuşkayası ve Akçıl akım gözlem istasyonlarının belirsizliklerinin saptanması, ölçüm sonrası olasılık dağılımlarının belirlenmesi, istasyonların belirsizliklerinin kıyaslanması ve mevcut gözlemlerle akımlar hakkında yeterli bilgiye ulaşıp ulaşılmadığının belirlenmesi amaçlarına yönelik olarak uygulanan *bilgi içeriğindeki değişim miktarı* olarak entropi ifadesi, istasyonların günlük akımları üzerinde uygulanmıştır. Hesaplar arası paralelliğin

Tablo 5.1 : Ceyhan havzasında yer alan Han, Tanır, Kuşkayası ve Akçıl Akım Gözlem İstasyonlarının Özellikleri.

İSTASYONUN					AKIŞ DEĞERLERİ		
Adı	No	Gözlem Süresi	Yağış Alanı (km ²)	Yükseltisi (m)	İşleten Kuruluş	Ortalama* Uzun Dönem (m ³ /sn)	Pınar Akışı*** (m ³ /sn)
Han	2022	1973 - 89	428.0	1340	EİE	4.02	3.80
Tanır	2015	1957 - 89	915.2	1180	EİE	8.44	8.40
Kuşkayası	20-7	1962 - 80	2084.0	1150	DSİ	11.46	10.40
Akçıl	2005	1954 - 89	4202.0	1114	EİE	24.70	26.80
* EİE, 1975 - 1982; DSİ, 1975 - 1983. ** Baran, 1987. *** Baran v.d., 1987.							



Şekil 5-6 : Ceyhan Havzası, Yukarı Ceyhan Havza Alt bölümü ve seçilen akım gözlem İstasyonlarının konumu

sağlanması amacıyla, istasyonların ortak dönem gözlemlerinin kullanılması gerekeceğinden, ortak gözlem süresi olan 1973-1980 dönemine ait 8 yıllık günlük akım değerleri kullanılmıştır.

İncelenen istasyonların akım süreçlerini oluşturan 12 aylık dizinin, uygulamada kullanılan gözlem süresi içindeki (1973-1980) ortalama değerleri *Tablo 5-2*'de ve standart sapma değerleri *Tablo 5-3*'de sunulmaktadır.

Ceyhan havzasında yer alan dört akım gözlem istasyonu için günlük ortalama akımları kullanarak, her yıl için maksimum entropi $\{H_{\max}\}$, marjinal entropi $\{H(X)\}$ ve bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$ değerlerini, 4. Bölümde verilen ilkelerden ve bağıntılardan yararlanarak hesaplamak mümkündür. Ancak, 4.2.4 Bölümünde bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi kavramının kullanılması ile ulaşılabileceği vurgulanan hedeflere varabilmek için, günlük verileri ait oldukları yıl içinde ayrı ayrı değerlendirmek yerine, *kümülatif (ardışık)* değerlendirmek uygun olacaktır.

Bu amaçla veriler, sentetik diziler için yapılan uygulamaya benzer şekilde düzenlenmiştir. Böylece, ilk yıl için 365 günlük değerden başlanarak, yıllık düzeyde artışların gözönüne alınması ile ikinci yıl 730, üçüncü yıl 1095 ve benzeri artışlarla sekizinci yıl 2920 veri ile çalışılmıştır. İncelenen istasyonların ortalama, standart sapma ve çarpıklık katsayılarının yıllara göre değişimi *Tablo 5 - 4* ile *5 - 7*'de sunulmaktadır.

Verilerin kümülatif olarak değerlendirilmesi durumunda ise, parametre değerlerinin gidişleri ve buna bağlı olarak hesaplanan entropiler oldukça farklı olacaktır. Karşılaştırma olanağı sağlamak amacıyla, kümülatif ve yıllık ortalama ve standart sapma değerlerinin gidişleri *Şekil 5 - 7* ile *5-14*'de sunulmuştur.

Tablo 5-2 : Han, Tanır, Kuşkayası ve Akçıl akım gözlem istasyonları günlük ortalama akımlarının 1973 - 1980 yıllarında, aylara göre ortalamalarının değişimi.

	HAN (2022)	TANIR (2015)	KUŞKAYASI (20-7)	AKÇIL (2005)
AYLAR	ORTALAMA (m ³ /sn)	ORTALAMA (m ³ /sn)	ORTALAMA (m ³ /sn)	ORTALAMA (m ³ /sn)
OCAK	2.14	4.47	6.49	19.87
ŞUBAT	3.48	5.17	7.56	23.42
MART	9.45	10.70	14.90	41.08
NİSAN	15.41	18.87	28.41	67.42
MAYIS	9.37	16.02	23.96	52.01
HAZİRAN	3.25	11.60	12.80	28.27
TEMMUZ	1.02	8.40	7.17	15.36
AĞUSTOS	0.63	7.00	5.16	11.93
EYLÜL	0.68	6.39	5.54	13.36
EKİM	0.74	5.45	5.94	15.68
KASIM	2.11	4.98	6.01	19.01
ARALIK	1.97	4.40	5.89	19.02
GÖZLEM SÜRESİNDE	4.18	8.63	10.82	27.18

Tablo 5-3 : Han, Tanır, Kuşkayası ve Akçıl akım gözlem istasyonları günlük ortalama akımlarının 1973 - 1980 yıllarında, aylara göre standart sapmalarının değişimi.

AYLAR	HAN (2022)	TANIR (2015)	KUŞKAYASI (20-7)	AKÇIL (2005)
	S. SAPMA (m ³ /sn)	S. SAPMA (m ³ /sn)	S. SAPMA (m ³ /sn)	S. SAPMA (m ³ /sn)
OCAK	2.42	2.12	4.74	10.59
ŞUBAT	4.38	2.88	5.00	12.43
MART	14.71	14.70	18.16	24.45
NİSAN	11.22	10.75	16.58	26.38
MAYIS	5.69	8.56	15.47	27.61
HAZİRAN	2.04	4.27	6.79	14.39
TEMMUZ	0.44	2.99	4.00	7.58
AĞUSTOS	0.25	2.44	2.85	3.78
EYLÜL	1.09	2.01	2.80	4.15
EKİM	1.14	1.55	2.05	4.85
KASIM	5.46	1.55	2.34	8.31
ARALIK	2.03	1.68	2.14	5.85
GÖZLEM SÜRESİNDE	7.54	7.71	11.77	22.48

Tablo 5-4 : Han akım gözlem istasyonu günlük ortalama akımlarının ortalama, standart sapma ve çarpıklık katsayısı parametrelerinin yıllara göre değişimi.

Yıllar	Ortalama (m ³ /sn)	S.Sapma (m ³ /sn)	Çarpıklık K.
1973	2.04	2.793	2.443
1974	3.53	9.913	10.179
1975	4.63	9.563	5.886
1976	4.07	6.635	2.241
1977	5.23	6.420	2.868
1978	3.91	4.670	1.471
1979	3.90	4.691	2.852
1980	6.14	10.857	5.112
Ortalama	4.18	7.539	7.048

Tablo 5-5 : Tanır akım gözlem istasyonu günlük ortalama akımlarının ortalama, standart sapma ve çarpıklık katsayısı parametrelerinin yıllara göre değişimi.

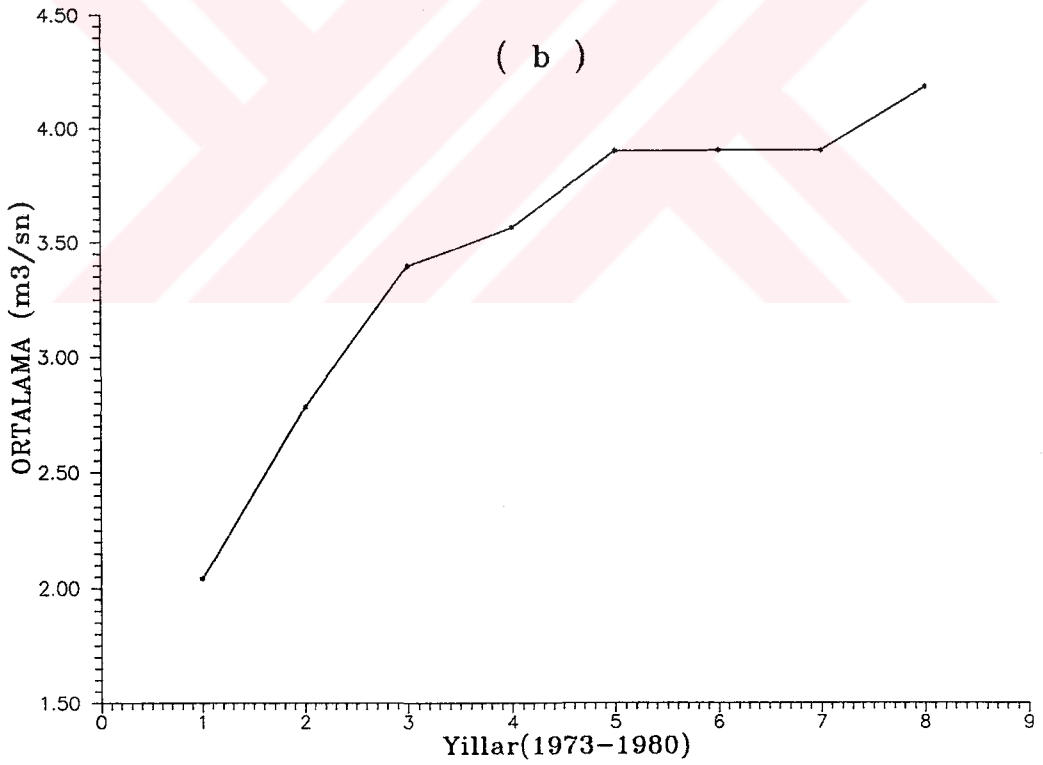
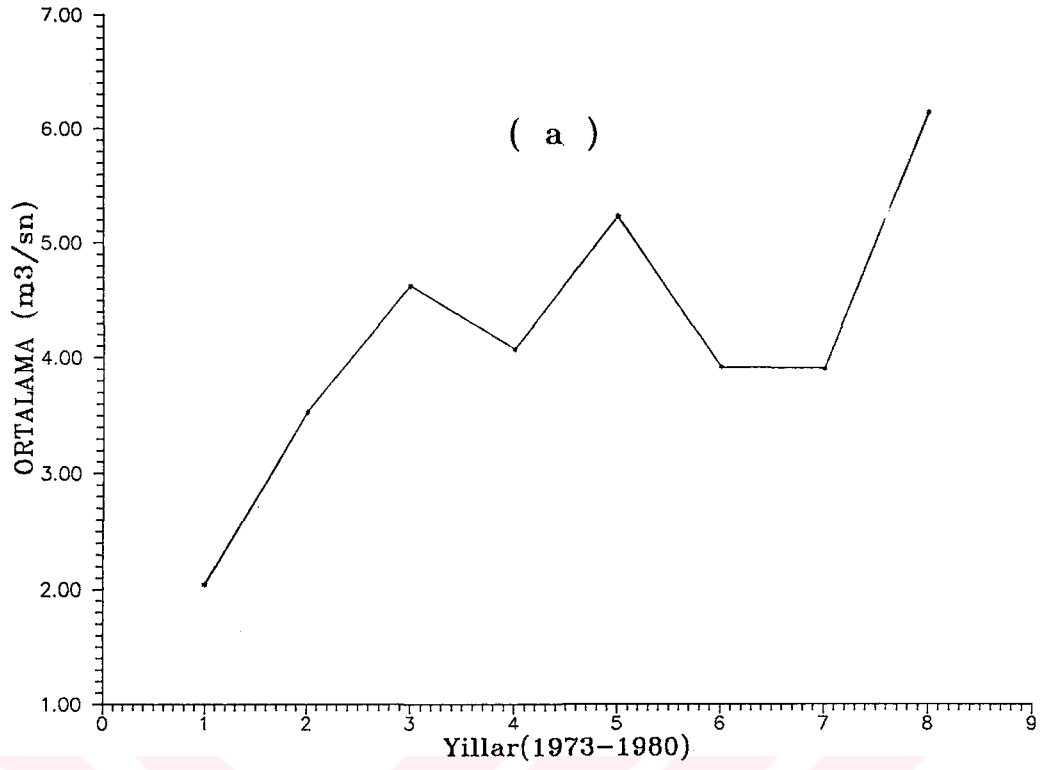
Yıllar	Ortalama (m ³ /sn)	S.Sapma (m ³ /sn)	Çarpıklık K.
1973	4.23	1.072	0.616
1974	4.62	2.733	1.492
1975	8.08	6.926	2.055
1976	8.23	5.350	1.424
1977	10.75	6.880	1.814
1978	9.64	4.914	1.748
1979	9.43	3.783	1.156
1980	14.05	15.277	4.069
Ortalama	8.63	7.712	5.534

Tablo 5-6 : Kuşkayası akım gözlem istasyonu günlük ortalama akımlarının ortalama standart sapma ve çarpıklık katsayısı parametrelerinin yıllara göre değişimi.

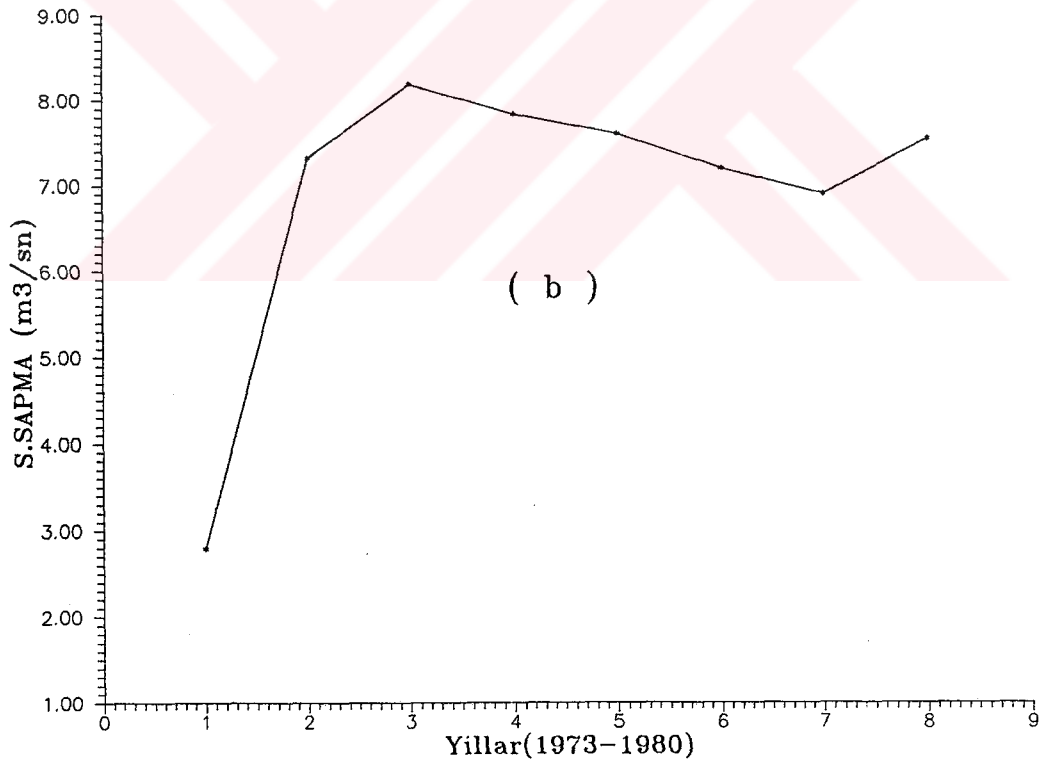
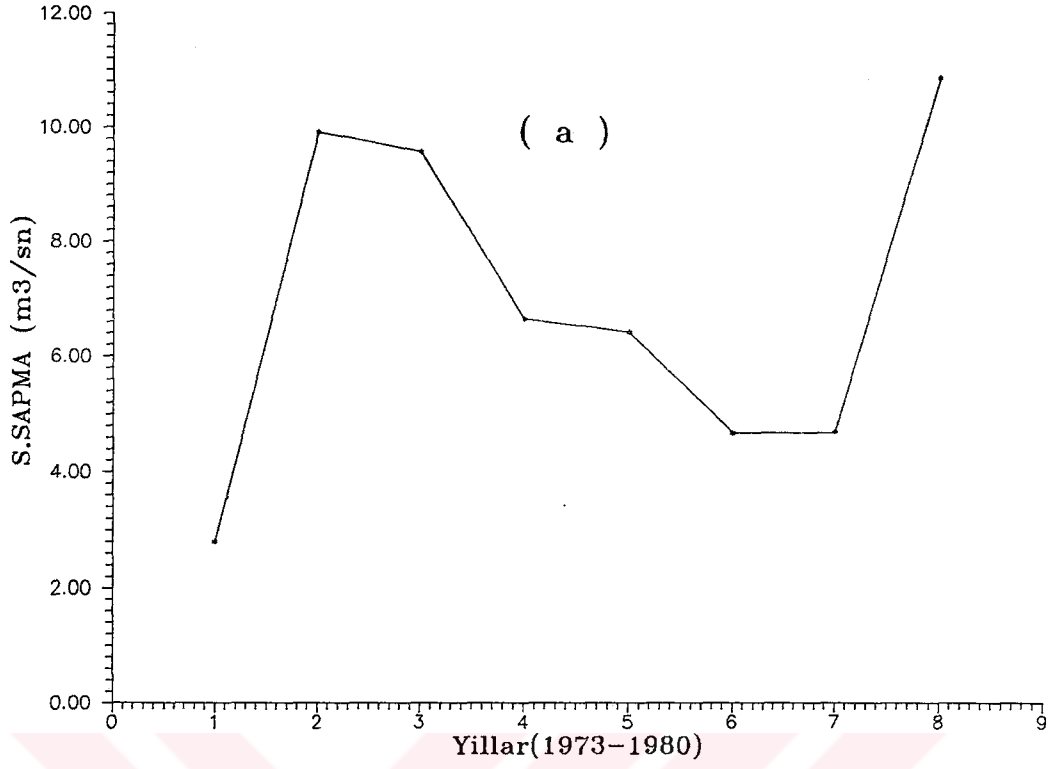
Yıllar	Ortalama (m ³ /sn)	S.Sapma (m ³ /sn)	Çarpıklık K.
1973	4.65	2.439	0.063
1974	4.74	3.944	1.735
1975	9.32	10.085	1.833
1976	9.72	9.469	1.768
1977	14.75	11.258	1.645
1978	11.62	6.751	1.555
1979	11.72	5.826	1.470
1980	20.06	22.536	3.210
Ortalama	10.82	11.767	4.476

Tablo 5-7 : Akçıl akım gözlem istasyonu günlük ortalama akımlarının ortalama, standart sapma ve çarpıklık katsayısı parametrelerinin yıllara göre değişimi.

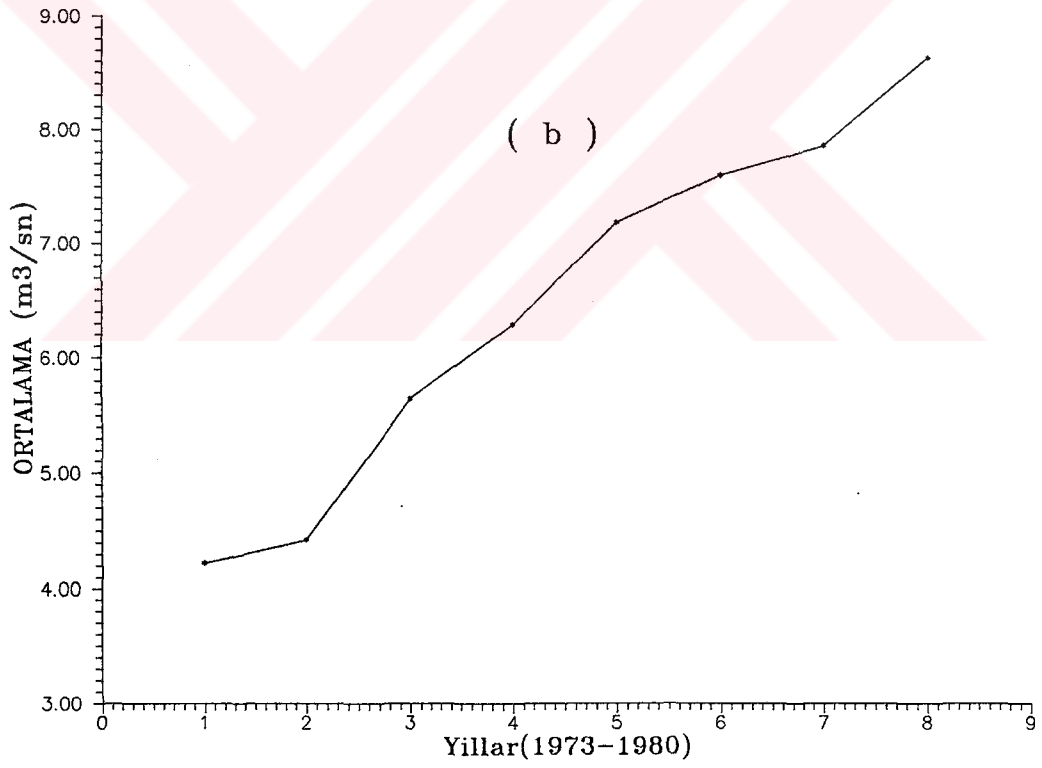
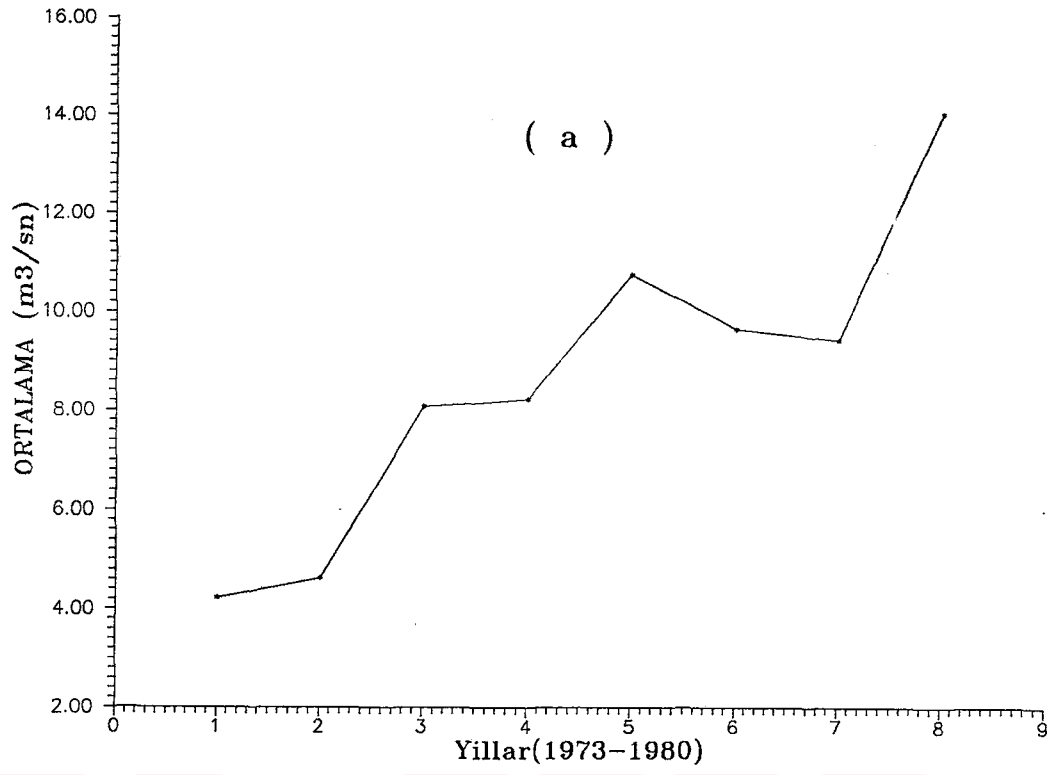
Yıllar	Ortalama (m ³ /sn)	S.Sapma (m ³ /sn)	Çarpıklık K.
1973	15.60	6.818	0.727
1974	14.52	11.564	3.225
1975	23.13	22.018	2.075
1976	26.33	21.433	1.618
1977	33.13	23.141	1.356
1978	30.79	21.310	1.349
1979	31.73	16.861	0.861
1980	42.24	32.221	1.530
Ortalama	27.18	22.483	1.980



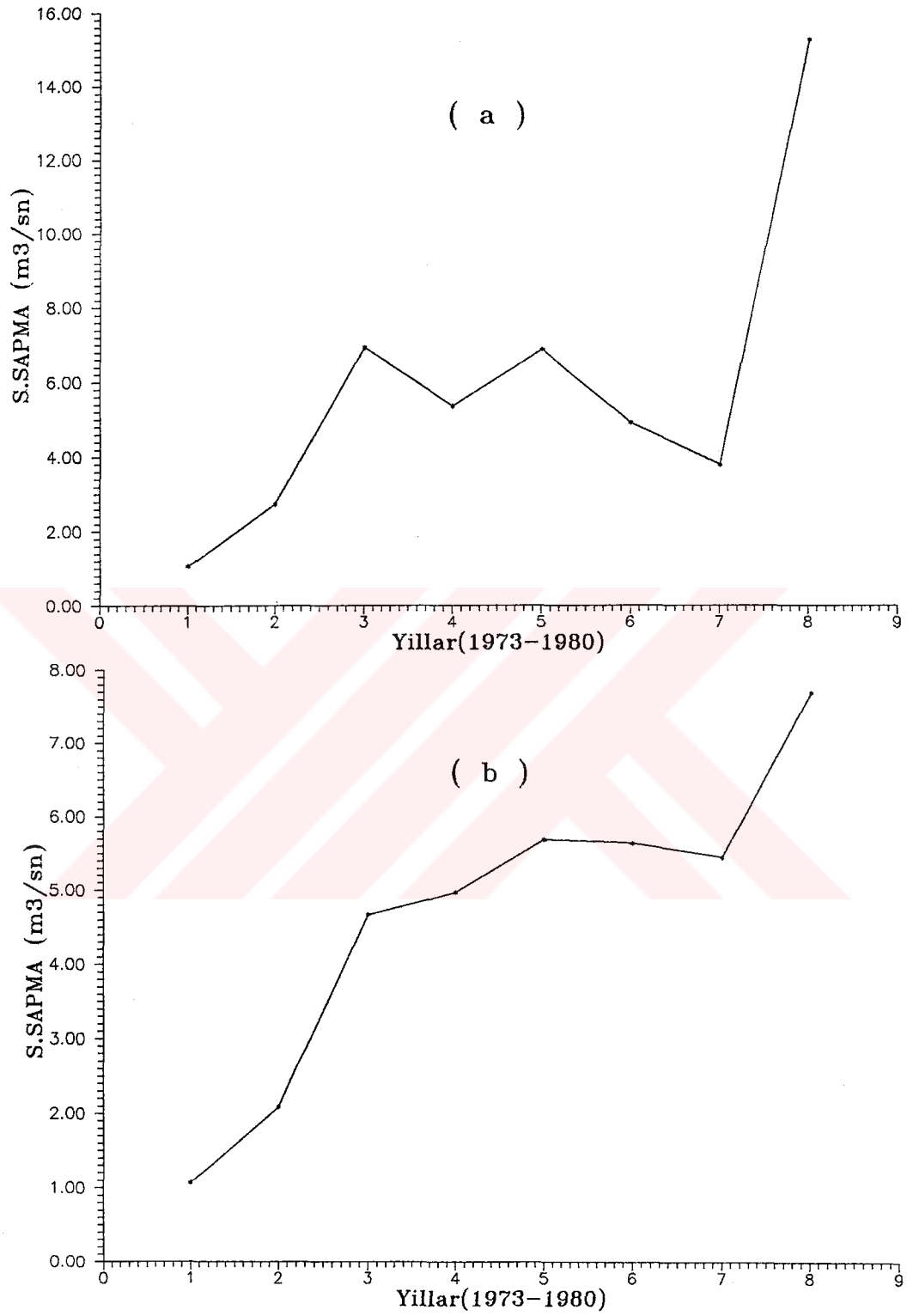
Şekil 5 - 7 : Han AGI ortalama değerlerinin (a) yıllık ve (b) kümülatif yıllık değişimi.



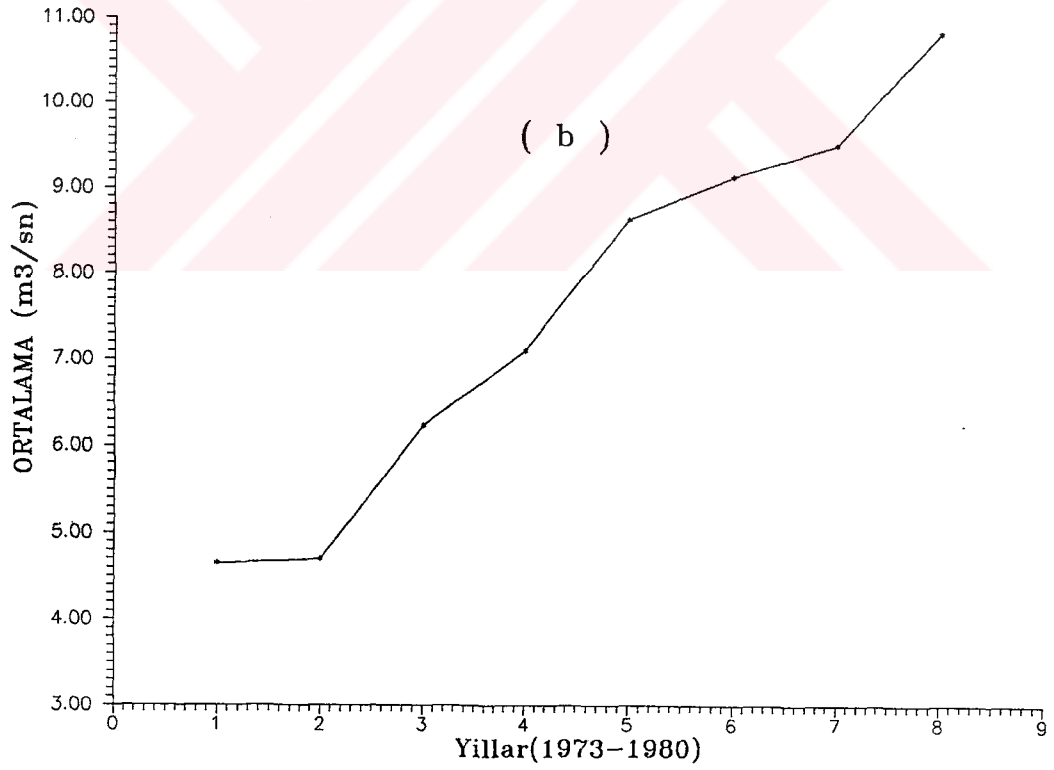
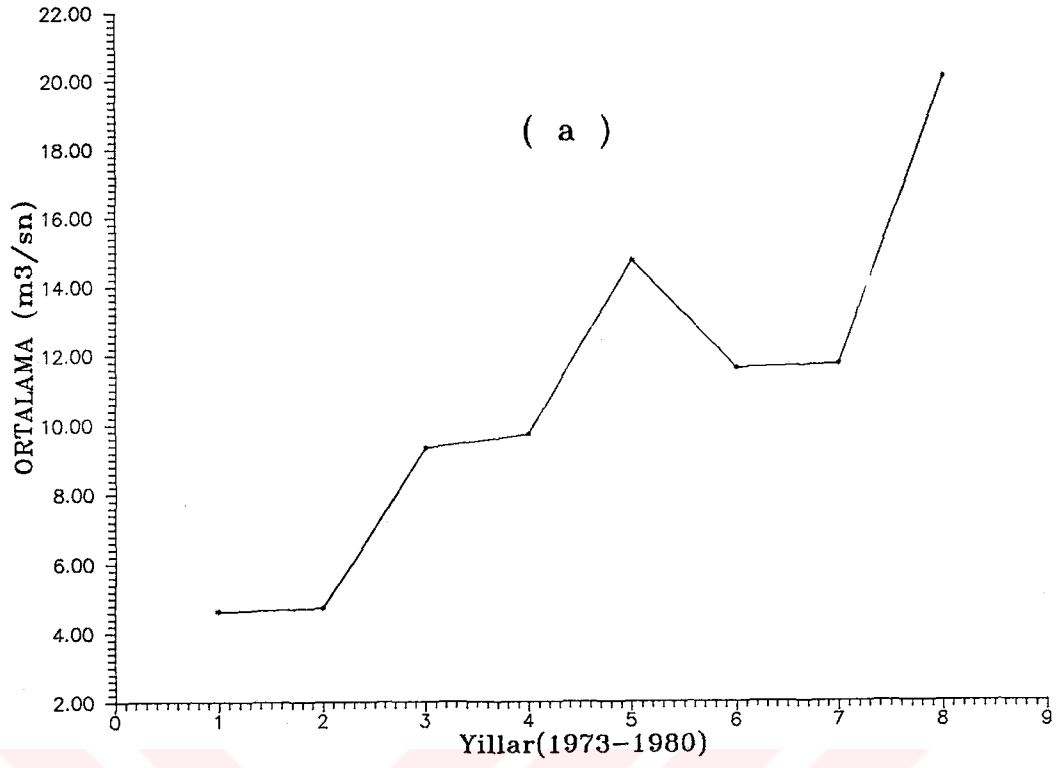
Şekil 5 - 8 : Han AGI standart sapma değerlerinin (a) yıllık ve (b) kümülatif yıllık değişimi.



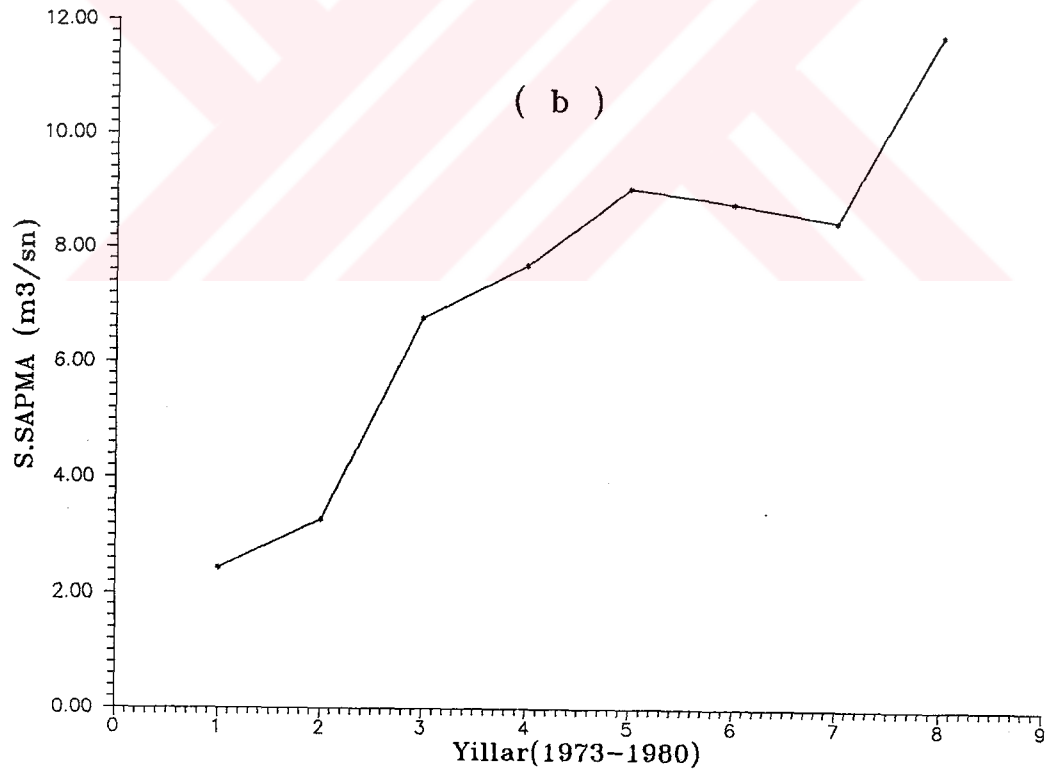
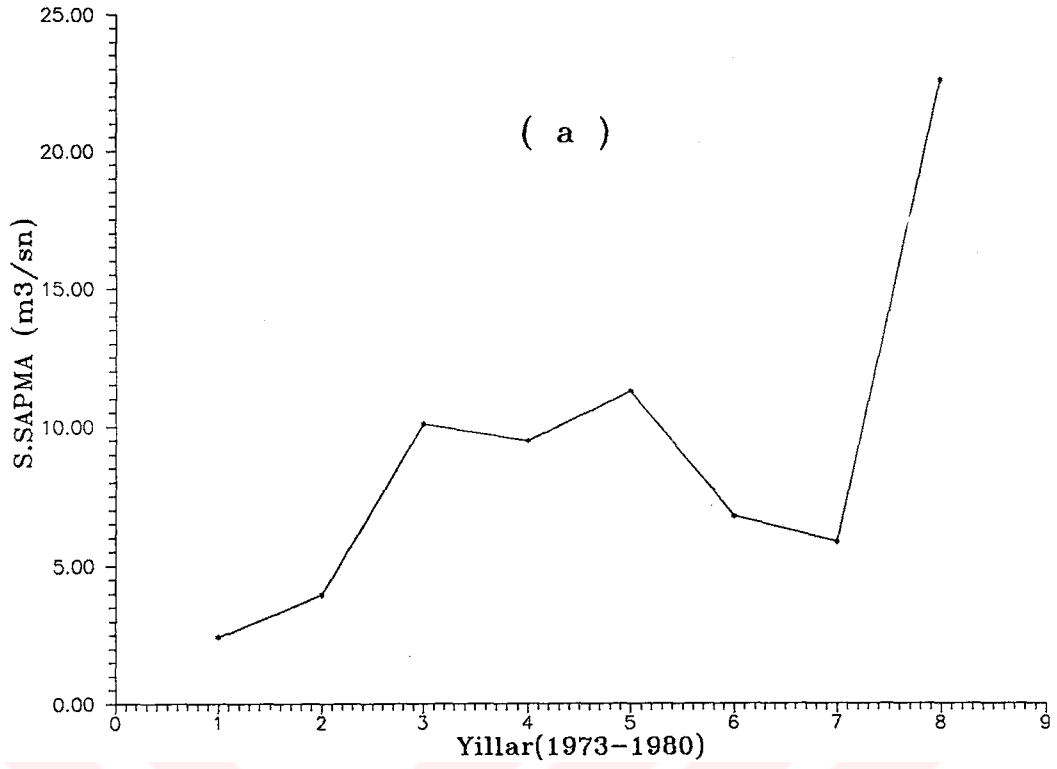
Şekil 5 - 9 : Tanır AGI ortalama değerlerinin (a) yıllık ve (b) kümülatif yıllık değişimi.



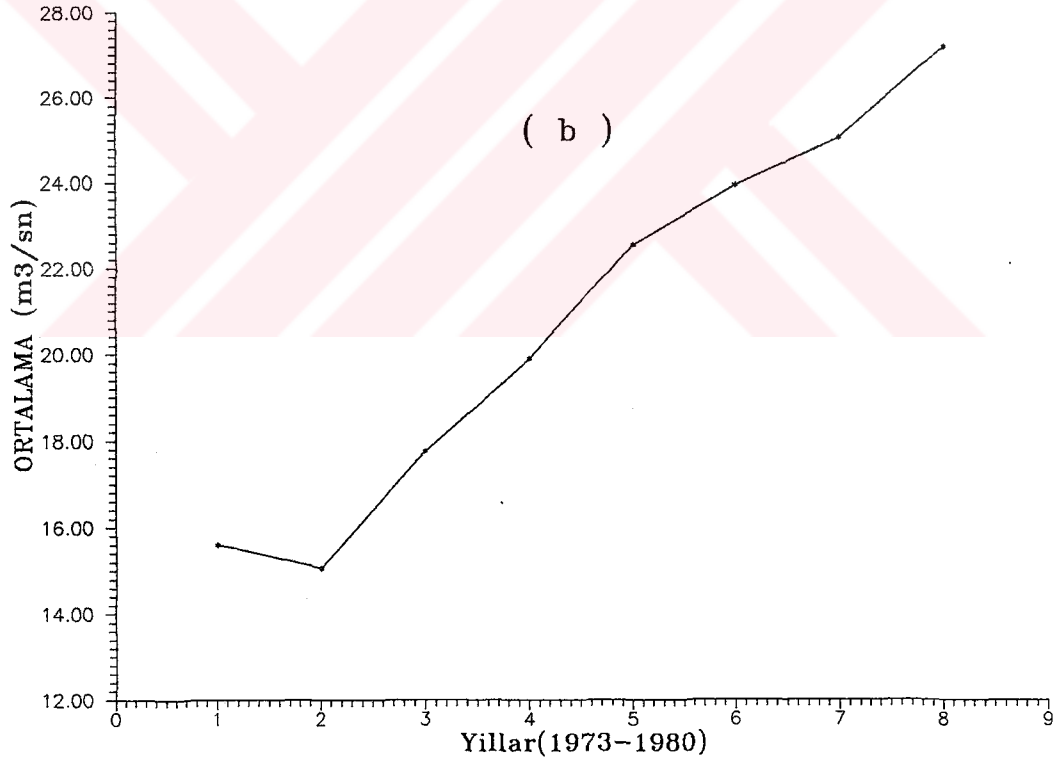
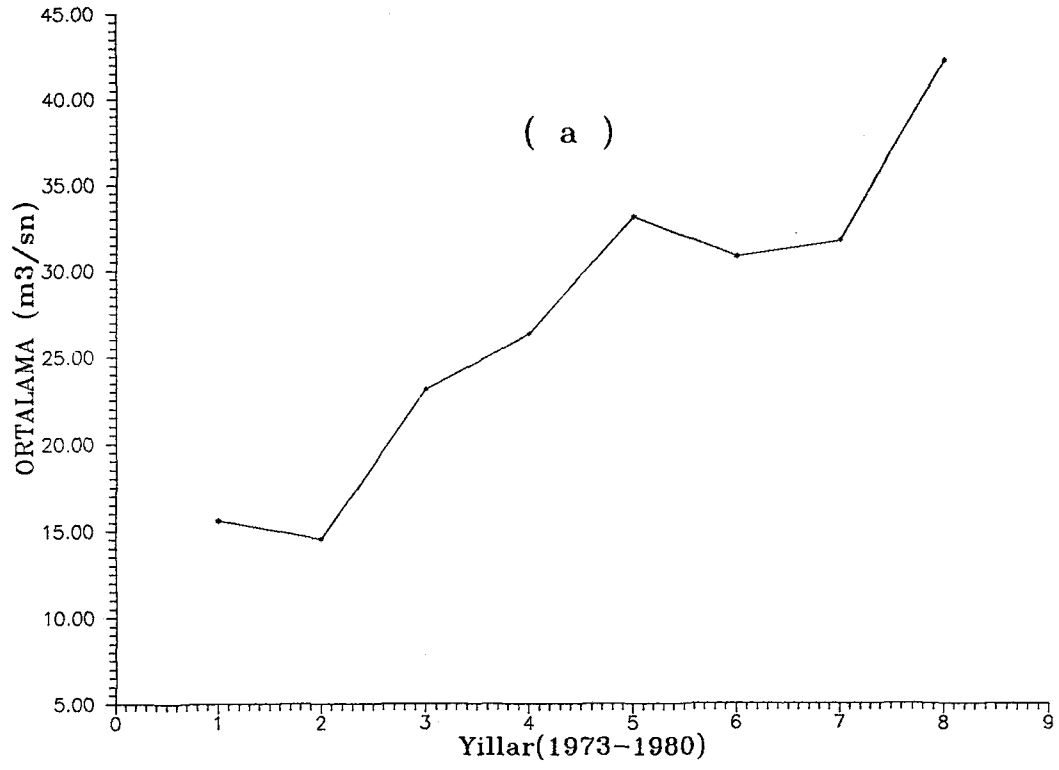
Şekil 5 - 10 : Tanır AGI standart sapma değerlerinin (a) yıllık ve (b) kümülatif yıllık değişimi.



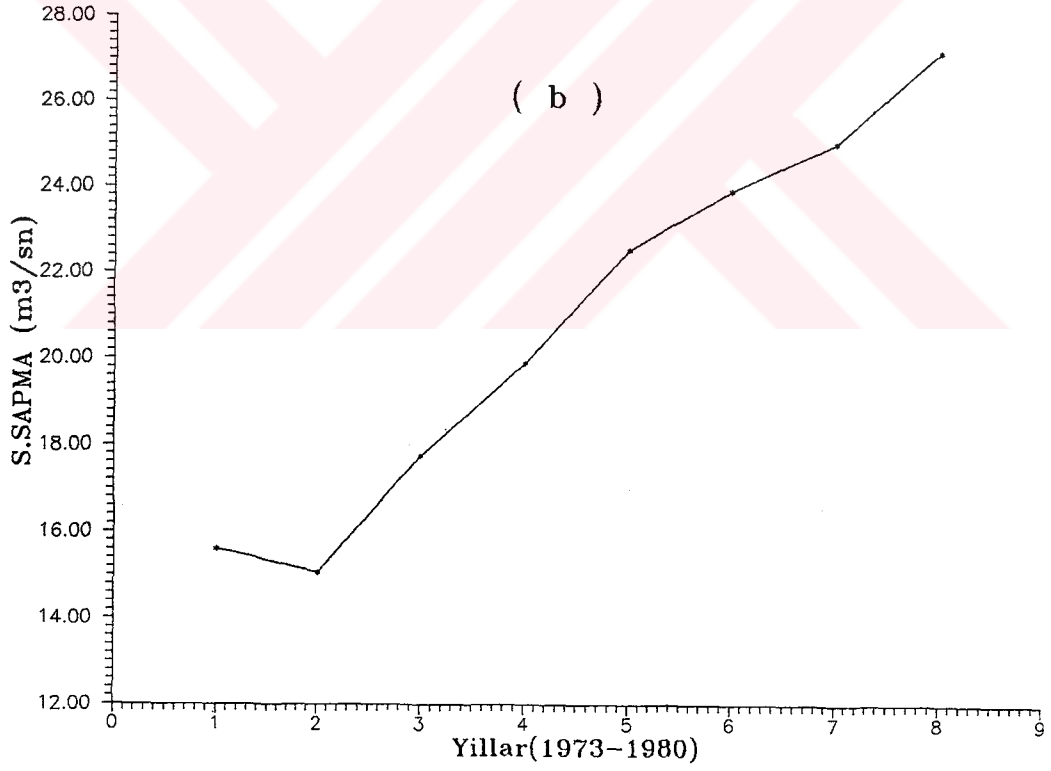
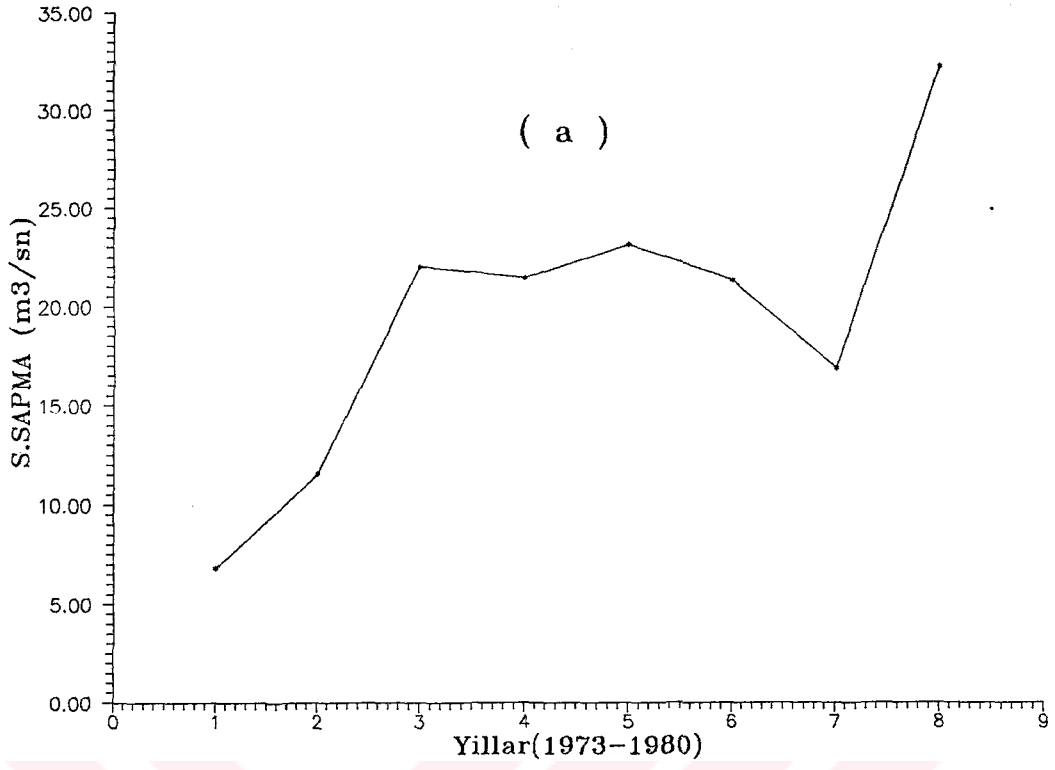
Şekil 5 - 11 : Kuşkayası AGI ortalama değerlerinin (a) yıllık ve (b) kümülatif yıllık değişimi.



Şekil 5 - 12 : Kuşkayası AGI standart sapma değerlerinin (a) yıllık ve (b) kümülatif yıllık değişimi.



Şekil 5 - 13 : Akçıl AGI ortalama değerlerinin (a) yıllık ve (b) kümülatif yıllık değişimi.



Şekil 5 - 14 : Akçıl AGI standart sapma değerlerinin (a) yıllık ve (b) kümülatif yıllık değişimi.

5.3. Sürekli Hal için Önerilen Entropi Tanımının İstasyonların Günlük Ortalama Akımlarına Uygulanması

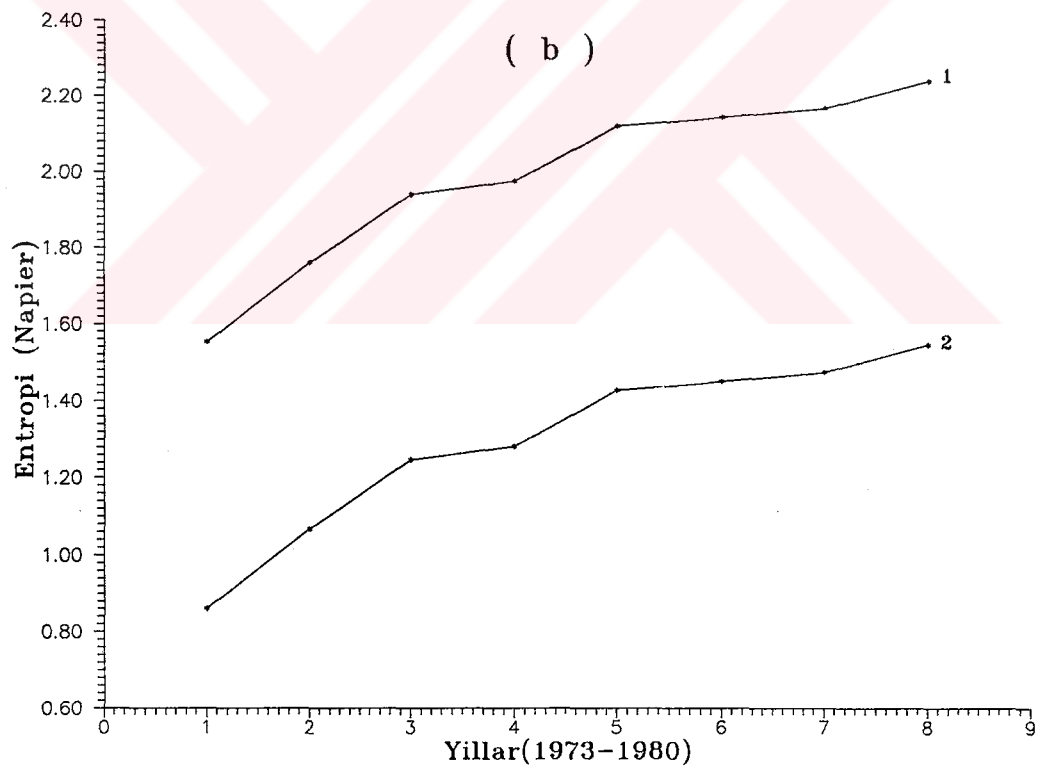
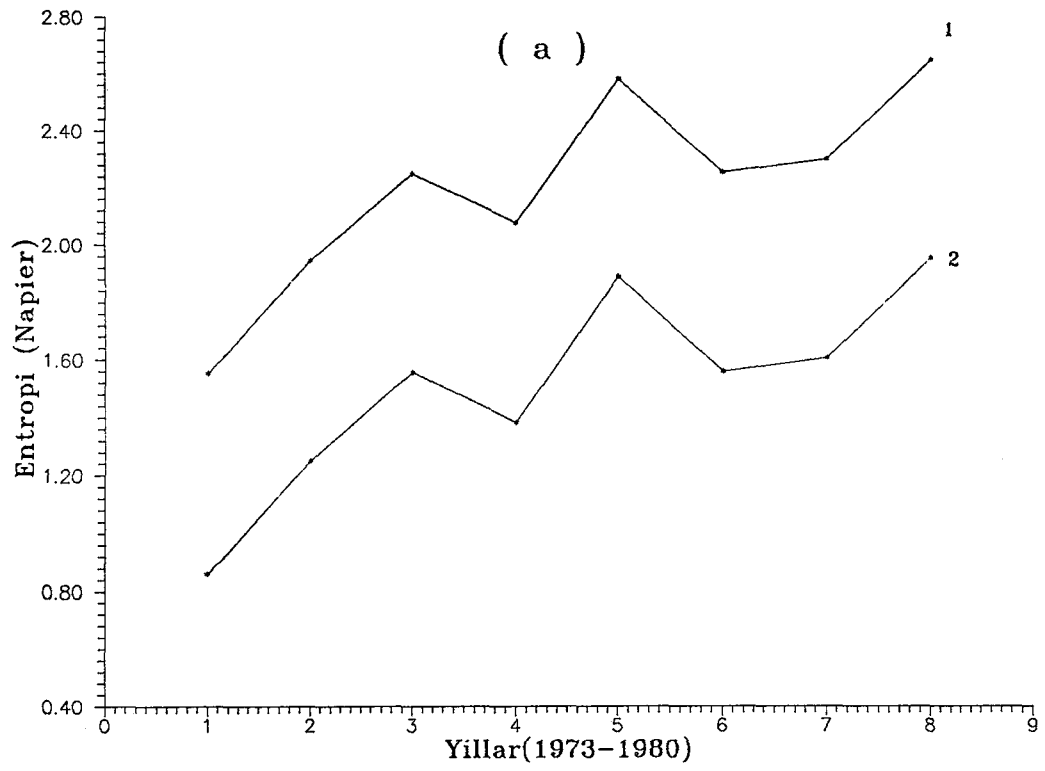
5.3.1. Han, Tanır, Kuşkayası ve Akçıl AGI Marjinal Entropilerinin Kesikleme Aralığına (δx) Bağlı Olarak Hesaplanması

İncelenen istasyonların *bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi* değerlerinin hesaplanmasından önce, halen kullanılmakta olan kesikleme aralığına bağlı tanım gereğince *marjinal entropi* değerlerinin hesaplanması düşünülmüştür. Kesikli hal için verilmiş olan tanımdan hareketle marjinal entropilerin hesabı için, öncelikle süreçlerin ölçüm sonrası olasılık yapılarının belirlenmesi gerekecektir. Bu nedenle, süreçlerin olasılık yapıları incelenmiş ve dört istasyonun da, ölçüm sonrası olasılıklarının lognormal dağılımlı kabul edilebileceği sonucuna varılmıştır. Lognormal dağılımlı süreçler için marjinal entropi $\{H(X)\}$ değerleri (2.56) ifadesi ile belirlenebilecektir. (2.56) ifadesi doğal logaritma tabanı kullanıldığında,

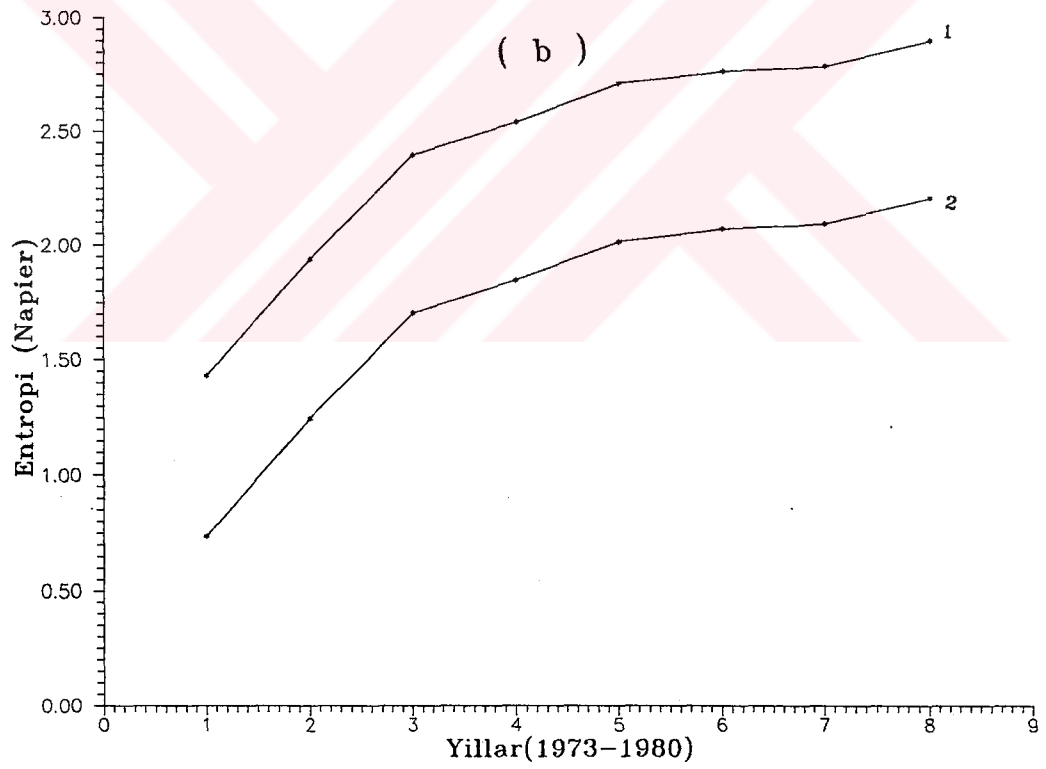
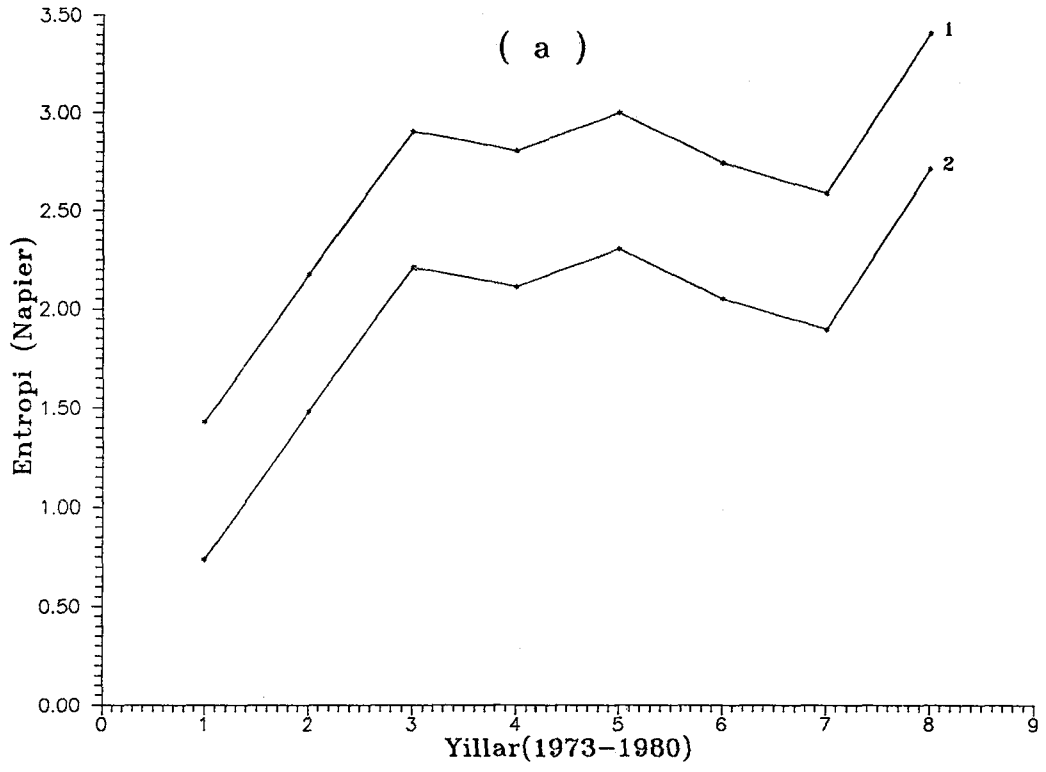
$$H(X; \delta x) = \mu_y + \ln \sigma_y + \ln \sqrt{2\pi e} + \ln (1/\delta) \quad (\text{napier}) \quad (5.9)$$

biçimine gelmektedir. Lognormal dağılım parametreleri olan ortalama (μ_y) ve standart sapma (σ_y) değerleri belirlendiğinde, seçilen kesikleme aralığı değerine bağlı olarak (5.9) ifadesinden marjinal entropi değerleri hesaplanabilecektir.

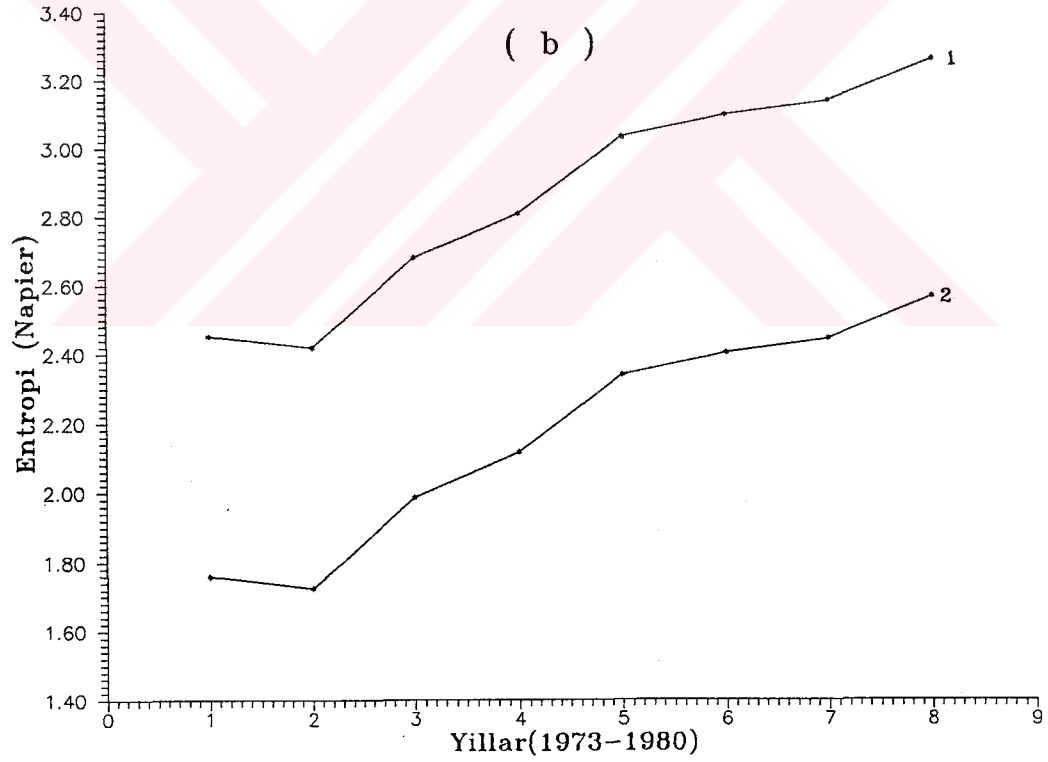
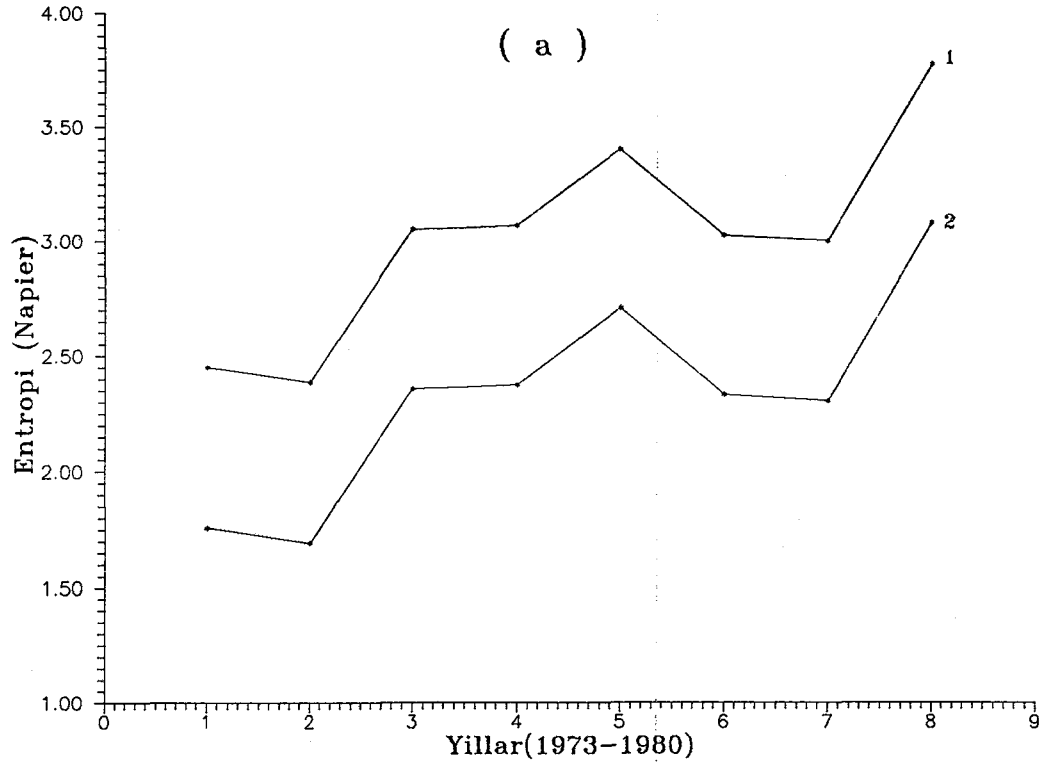
Han, Tanır, Kuşkayası ve Akçıl AGI akım süreçlerinin, $\delta x = 1.00$ ve $\delta x = 2.00$ kabulleri ile yıllık ve kümülatif yıllık dizileri için hesaplanmış marjinal entropi değerlerinin gidişleri Şekil 5-15 ila 5-18'de sunulmuştur.



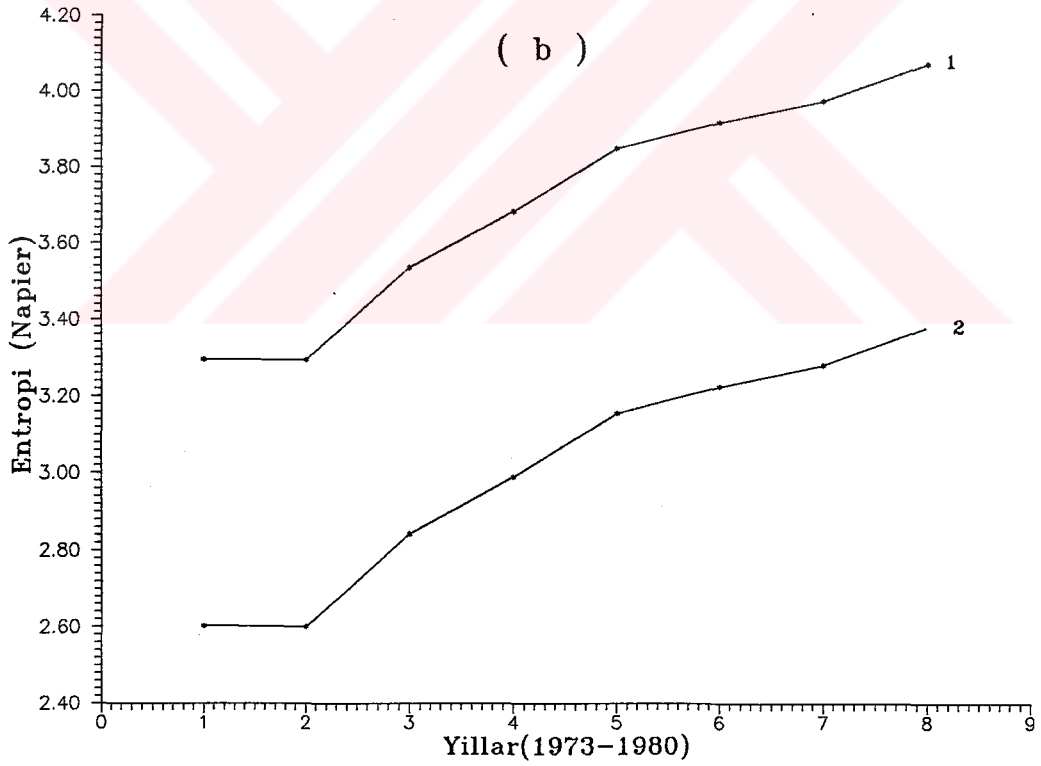
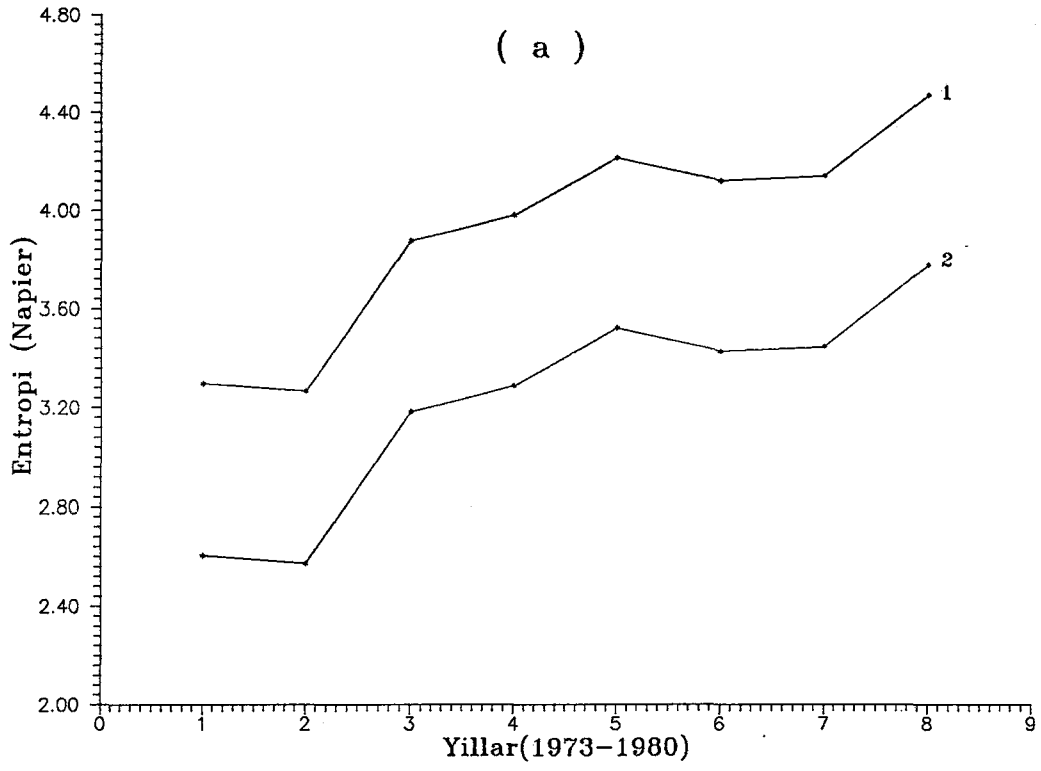
Şekil 5 - 15 : Han AGI marjinal entropi değerlerinin (1) $\delta x = 1.00$ ve (2) $\delta x = 2.00$ kabulü ile (a) yıllık (b) kümülatif yıllık gidişleri.



Şekil 5 - 16 : Tanır AGI marjinal entropi değerlerinin (1) $\delta x = 1.00$ ve (2) $\delta x = 2.00$ kabulü ile (a) yıllık (b) kümülatif yıllık gidişleri.



Şekil 5 - 17 : Kuşkayası AGI marjinal entropi değerlerinin (1) $\delta x = 1.00$ ve (2) $\delta x = 2.00$ kabulü ile (a) yıllık (b) kümülatif yıllık gidişleri.



Şekil 5 - 18 : Akıl AGI marjinal entropi değerlerinin (1) $\delta x = 1.00$ ve (2) $\delta x = 2.00$ kabulü ile (a) yıllık (b) kümülatif yıllık gidişleri.

5.3.2. Han, Tanır, Kuşkayası ve Akçıl AGI Sürekli Hal İçin Tanımlanan Entropi Değerlerinin Hesaplanması

Kesikleme aralığına bağlı olarak entropi değerlerinin değişimi 5.3.1. bölümünde sunulan istasyonların, sürekli haldeki tanımlanmış olan entropi ifadelerinden hareketle entropi değerlerinin hesabında 4.2.2. bölümünde verilmiş olan ifadelerden yararlanılmıştır. Ölçüm sonrası olasılıklarının lognormal dağılıma uyduğu kabul edilen akım süreçlerine ait *bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi* değerlerinin belirlenmesinde; incelenen sürecin (X) maksimum entropi değeri $\{H_{\max}\}$,

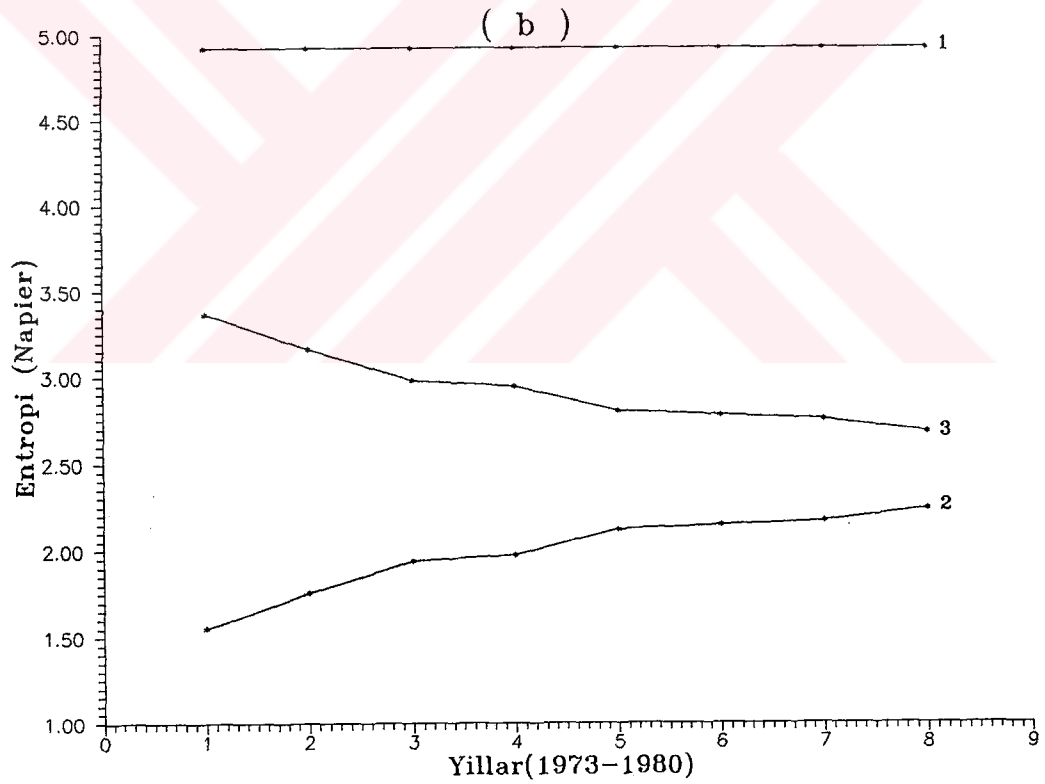
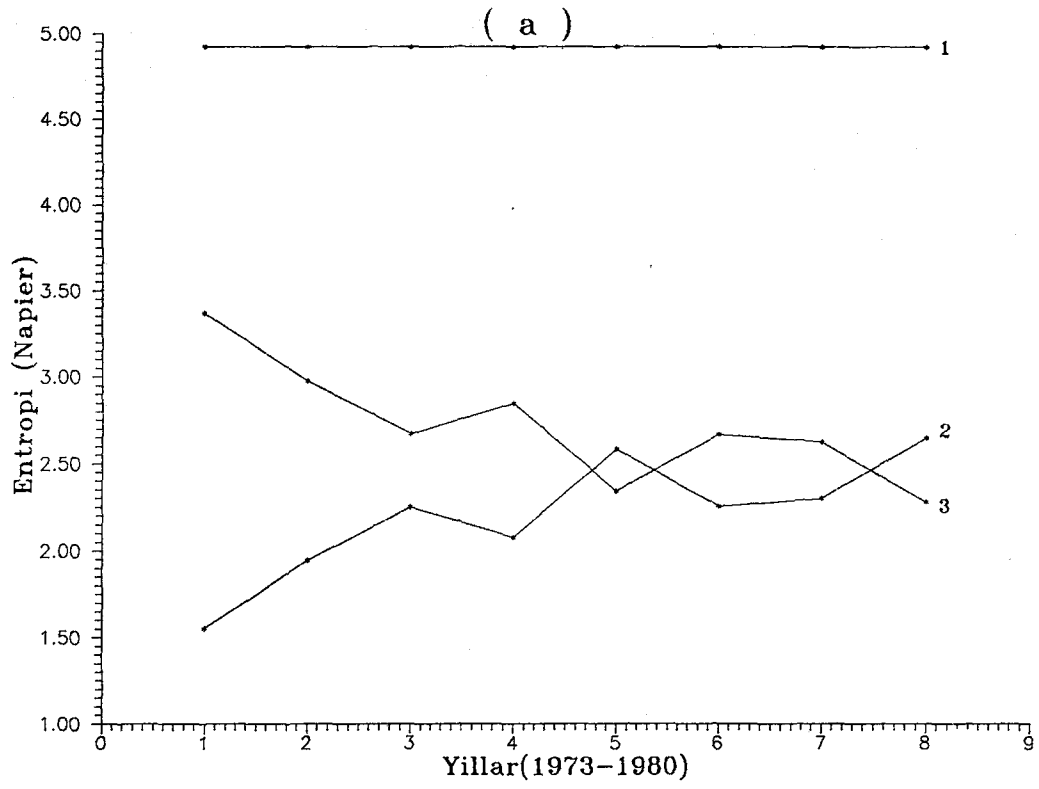
$$H_{\max} = x_{\max} - x_{\min} \quad (5.10)$$

ve marjinal entropi $\{H(X)\}$,

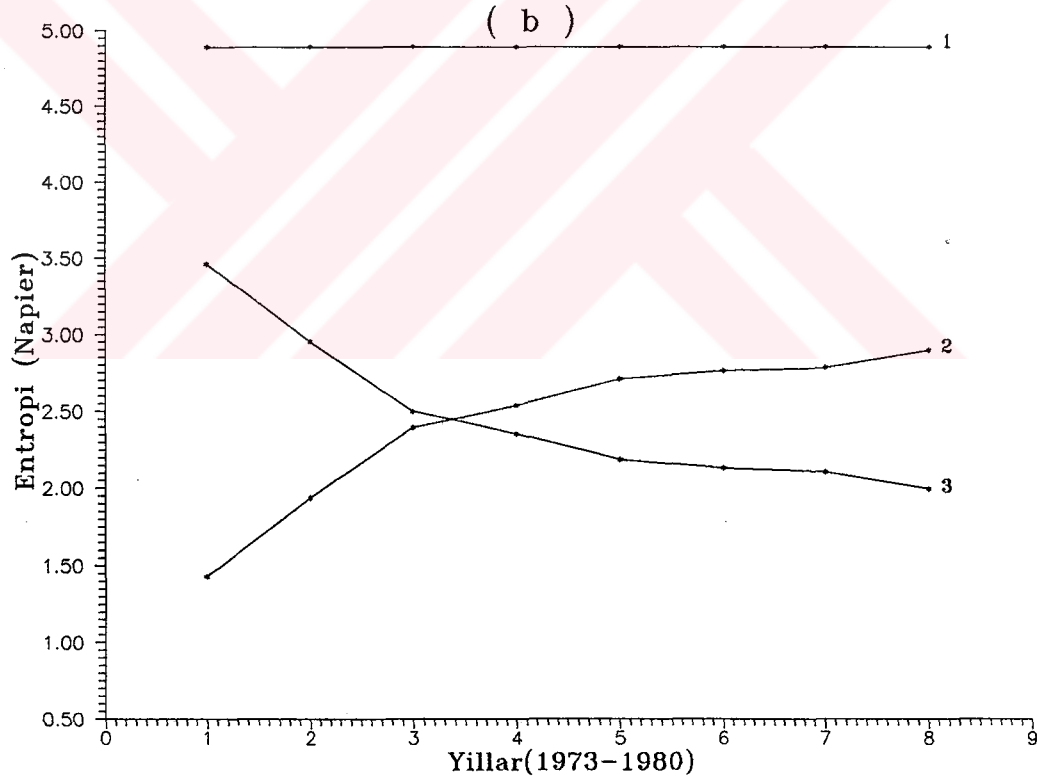
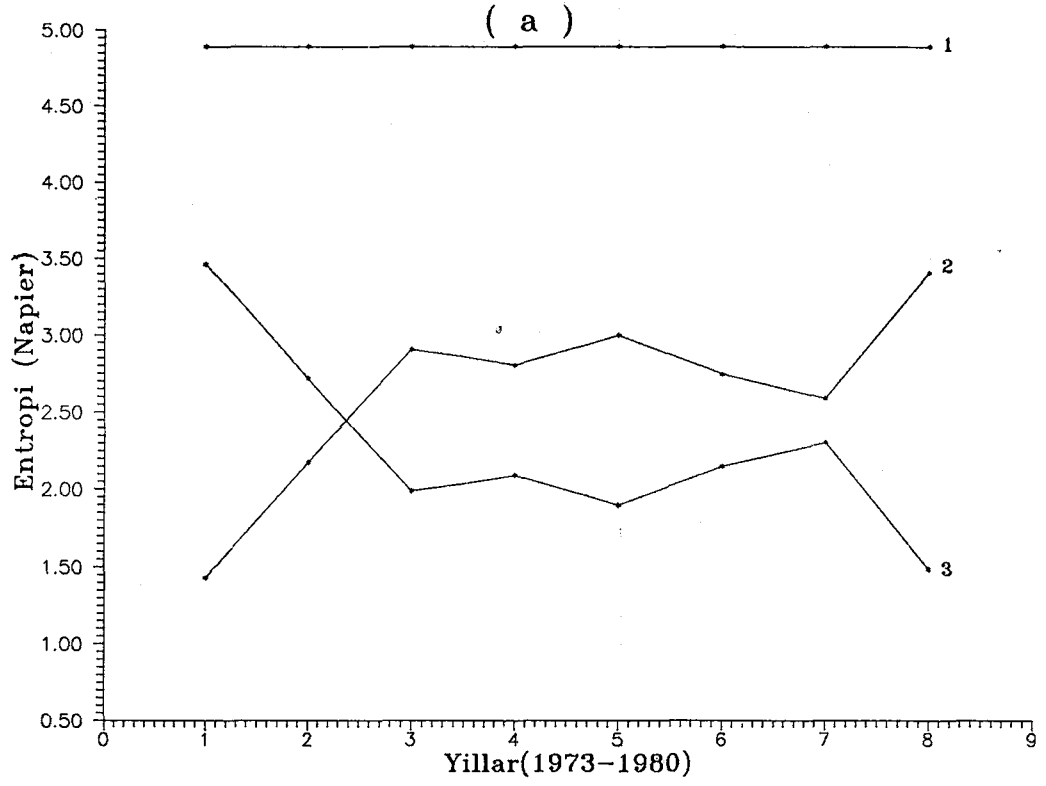
$$H(X; \delta x) = \mu_y + \ln \sigma_y + \ln \sqrt{2\pi e} \quad (\text{napier}) \quad (5.11)$$

olmak üzere (4.21) ifadesinde verilen şekliyle belirlenebilecektir.

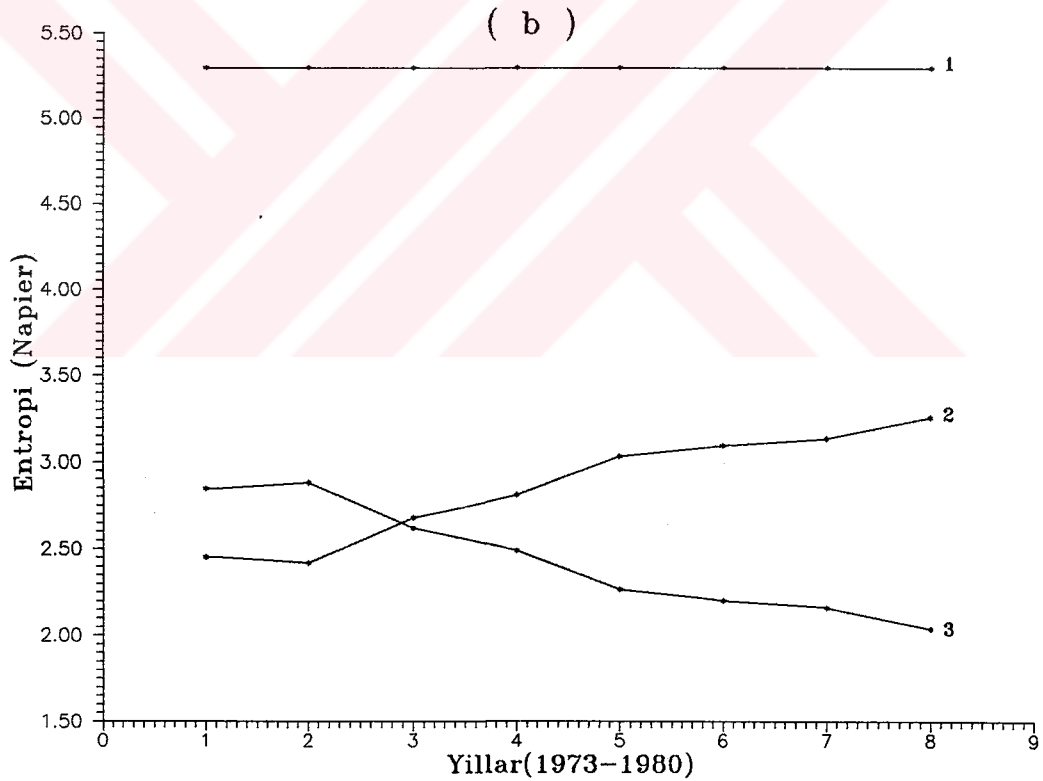
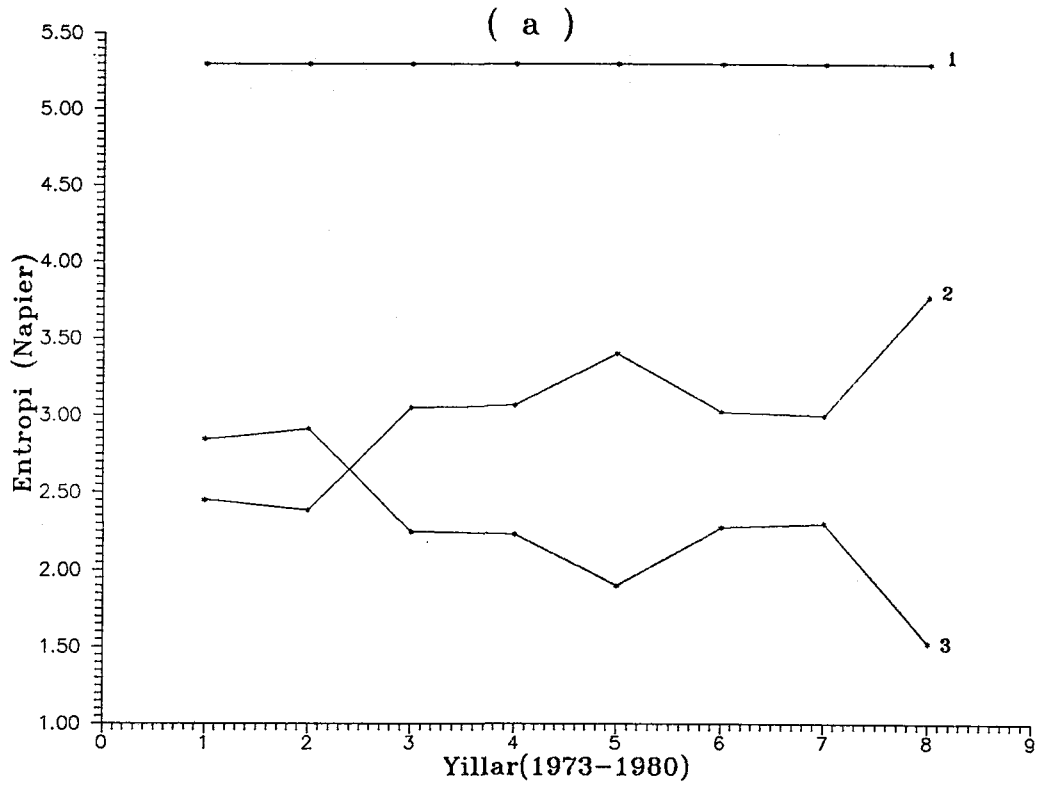
(5.10) ve (5.11) ifadelerine bağlı olarak, incelenen istasyonların akımları için, (4.21) ifadesinden hesaplanan entropi değerlerinin yıllık ve yıllık kümülatif değerlerinin gidişleri Şekil 5-19 ila 5-22'de sunulmuştur.



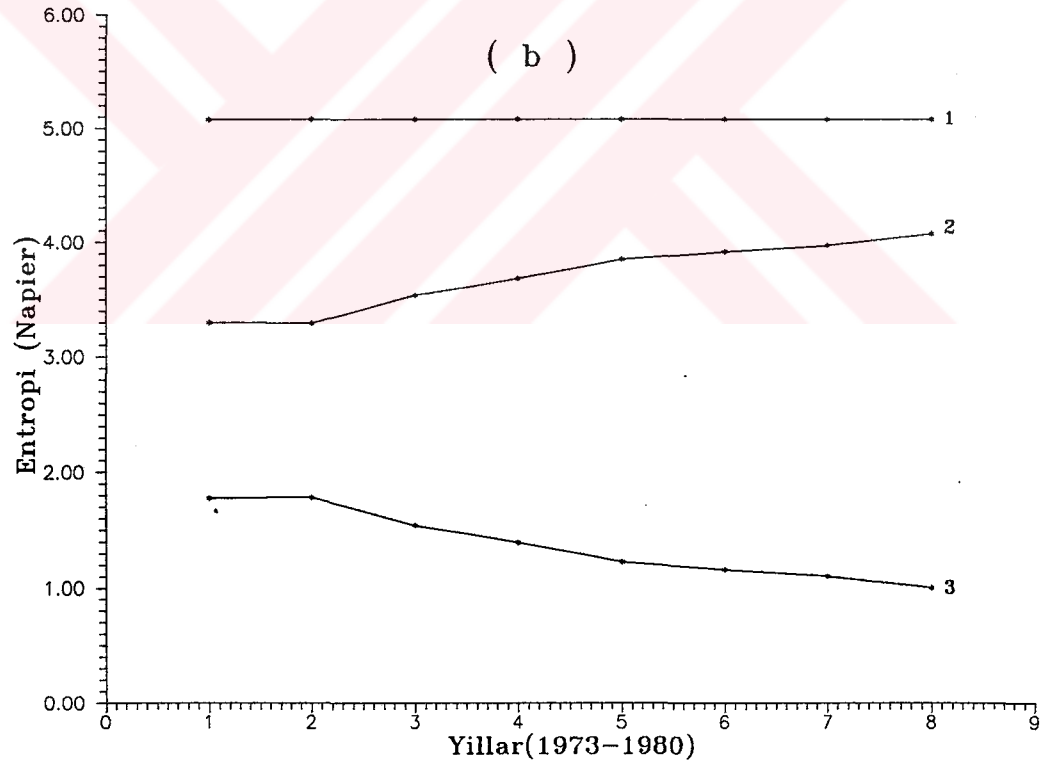
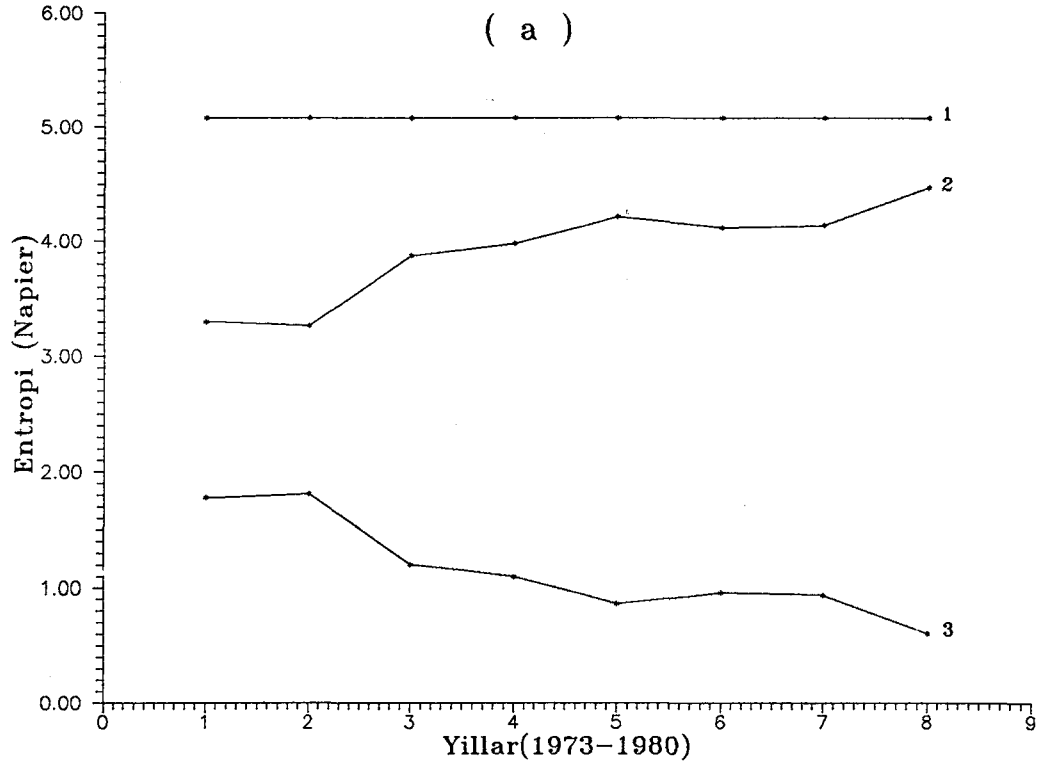
Şekil 5 - 19 : Han AGI günlük ortalama akımlarının sürekli hal için entropi değerlerinin (a) yıllık (b) kümülatif yıllık gidişleri. (1) Maksimum entropi $\{H_{\max}\}$, (2) marjinal entropi $\{H(X)\}$, (3) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$.



Şekil 5 - 20 : Tanır AGI günlük ortalama akımlarının sürekli hal için entropi değerlerinin (a) yıllık (b) kümülatif yıllık gidişleri. (1) Maksimum entropi $\{H_{\max}\}$, (2) marjinal entropi $\{H(X)\}$, (3) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$.



Şekil 5 - 21 : Kuşkayası AGI günlük ortalama akımlarının sürekli hal için entropi değerlerinin (a) yıllık (b) kümülatif yıllık gidişleri. (1) Maksimum entropi $\{H_{\max}\}$, (2) marjinal entropi $\{H(X)\}$, (3) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$.



Şekil 5 - 22 : Akçıl AGI günlük ortalama akımlarının sürekli hal için entropi değerlerinin (a) yıllık (b) kümülatif yıllık gidişleri. (1) Maksimum entropi $\{H_{\max}\}$, (2) marjinal entropi $\{H(X)\}$, (3) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$.

6. SONUÇLARIN İRDELENMESİ

6.1. Yöntemin Sentetik Serilere Uygulanması ile Elde Edilen Sonuçlar

4. Bölümde geliştirilen yeni entropi tanımının sentetik serilere uygulanması amacıyla, normal $\{N(8,10)\}$ ve lognormal $\{LN(4,1)\}$ dağılımlı sentetik sayılar üretilmiş ve bu dizilere ait entropi değerlerinin değişimleri hesaplanarak, elde edilen sonuçlar *Şekil 5-1* ile 5-5'de sunulmuştur. Söz konusu şekillerin incelenmesi ile varılan sonuçlar aşağıda özetlenmiştir.

Sürekli hal için, önerilen *bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi* tanımını kullanarak:

(a) Değişken için kabul edilen olasılık yapısının uygun olup olmadığına karar vermek mümkündür. 4.2.4. bölümünde tanımlanan güven sınırı değerleri gözönüne alındığında, hesaplanan entropi $\{H(X|X^*)\}$ değerlerinin güven sınırı değerinin altında kalması durumunda, başlangıçtaki dağılım kestirimi kabul, aksi halde red edilecektir (*Şekil 5-2* ile 5-5).

(b) Hesaplanan entropi $\{H(X|X^*)\}$ değerlerinin güven sınırı altında kalması ve entropi değişiminin azalması (veri sayısındaki artıştan etkilenmemesi) durumunda incelenen değişken hakkında yeterli bilgiye ulaşıldığı söylenebilecektir. Bu durumda, ölçüm aralığının genişletilmesi ve bunun da ötesinde ölçümlere son verme kararlarının verilmesi mümkün olacaktır (*Şekil 5-2* ve 5-4).

(c) İncelenen sürecin olasılık yapısının hatalı kestirilmesi halinde yukarıda sözü edilen sonuçlara varmak mümkün olmayacaktır (*Şekil 5-3* ve 5-5). Bu nedenle, yöntemin başlangıçtaki hatalı kestirimler nedeni ile hatalı kararlara varılmasını engelleyici bir nitelik taşıdığını söylemek mümkündür.

(d) Farklı değişkenliklere sahip süreçlerin, olasılık yapılarının aynı olması durumunda, doğrudan $H(X|X^*)$ entropi değerlerinin karşılaştırılması ile, entropisi büyük olan sürecin, içediği belirsizliğin daha fazla olduğu belirlenebilmektedir (*Şekil 5-2 ila 5-5*).

(e) İncelenen süreçlerin olasılık yapılarının da farklı olması durumunda ise, güven sınırı değerlerinin de kullanılması ile belirsizliklerin kıyaslanması mümkün olacaktır (*Şekil 5-2 ila 5-5*).

(f) Sürece uygun olduğu düşünölen modellerin entropi değerlerinin değişimi ile sürecin entropi değerlerinin değişiminin kıyaslanması ile sürece en uygun model belirlenebilecektir.

(g) Yapılan ölçümlerin, entropi değerlerini ne ölçüde değiştirdiğinin gözlenmesi ile ölçümlerin bilgi artışı getirip getirmediğii, dolayısı ile ölçümlerin bilgi açısından maliyetinin belirlenmesi mümkün olacaktır (*Şekil 5-2 ila 5-5*).

6.2. Yöntemin Seçilen Havza Üzerindeki İstasyonlara Uygulanması ile Elde Edilen Sonuçlar

6.2.1. Kesikleme Aralığına (δx) Bağlı Olarak Hesaplanan Marjinal Entropi Sonuçlarının Değerlendirilmesi

Ölçüm sonrası olasılıklarının lognormal dağılımlı kabul edilebileceği sonucuna varılan, Han, Tanır, Kuşkayası ve Akçıl AGI istasyonlarının $\delta x = 1.00$ ve $\delta x = 2.00$ kabulleri ile hesaplanan marjinal entropi değerleri *Şekil 5-15* ila *5-18*'de sunulmuştur. *Şekil 5-15* ila *5-18*'in istasyonların ortalama ve standart sapmalarının gidişleri ile (*Şekil 5-7 ila 5-14*) karşılaştırılması durumunda, entropi gidişlerinin, lognormal dağılım

için tanımlanan ifadenin ortalama ve standart sapmanın fonksiyonu olması nedeniyle, ortalama ve standart sapmanın gidişleri ile benzerlik gösterdiği görülebilir.

Kesikleme aralığına bağlı olarak, yıllık olarak hesaplanmış olan marjinal entropi değerleri (*Şekil 5-15 ila 5-18 a şıkka*) istasyonların yıllık giderilen belirsizliklerini tanımlamaktadır. Bununla birlikte, marjinal entropi tanımı kesikleme aralığına bağlı olduğundan, 3.2 bölümünde de belirtildiği gibi, δx 'e göre aksenel ötelenme, ölçüm yaparak sürecin içerdiği belirsizliğin ne kadarının giderildiğinin belirlenememesi gibi sakıncaları içermektedir.

İstasyonların belirsizliğinin incelenmesi açısından daha uygun bir yaklaşım, 5.2.2. bölümünde de belirtildiği gibi eldeki verilerin *kümülatif (ardışık)* olarak değerlendirilmesi olacaktır. Bu durumda marjinal entropilerin değişimi kümülatif yıllık parametrelerin gidişi ile paralellik gösterecek (*Şekil 5-15 ila 5-18 b şıkka*) ve bu şekilde hesaplanan marjinal entropiler, herbir yıllık gözlemin ne ölçüde bir bilgi artışına yol açtığı hakkında bir fikir verecektir. Dolayısıyla, verilerin kümülatif olarak incelenmesi, gerek marjinal entropi, gerekse bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi değerlerinin hesabı açısından daha uygun olacaktır.

Han akım gözlem istasyonu ortalamalarının değişimi incelendiğinde, gözlem süresindeki ilk iki yılın kurak olduğu görülmektedir. *Şekil 5-15 b şıkka* incelendiğinde, entropilerin de bu gidişe uyduğu ancak önemli ölçüde bilgi artışı olduğu görülmektedir. Ortalamaların gidişi incelendiğinde, 1975 ve 1977 yıllarının sulak, 1976-78 ve 79 yıllarının ortalama ve 1980 yılının sulak bir yıl olarak görülmektedir. Yıllık kümülatif entropi değişimlerinde ise sulak bir yıldan sonra gelen ortalama civarındaki, düşük varyanslı yılların önemli bir bilgi artışına yol açmadığı izlenmektedir.

Tanır akım gözlem istasyonu, ilk iki yıl kurak, sonraki iki yıl ortalama ve sonraki dört yıl sulak bir gidiş seyretmektedir. Bununla birlikte standart sapmalar oldukça değişken bir gidiş göstermekte ve son sulak yılda oldukça büyük bir artış göstermektedir. Benzer gidiş yıllık entropi değerlerinde izlenebilmekle birlikte, istasyon hakkında bilgi artışını gösteren kümülatif entropilerin gidişlerinde, son yılın gözlemlerinin beklendiği gibi büyük bir bilgi artışına yol açmadığı görülmektedir.

Kuşkayası istasyonu, aynı kol üzerinde ve Tanır'ın akış aşağısında kaldığından ortalama ve standart sapmalar benzer bir gidiş göstermektedir. Yıllık entropilerin değişimi de, diğer istasyonlarda olduğu gibi ortalama ve standart sapmalardaki değişimi yansıtmaktadır. Yıllık kümülatif entropilerin değişimi incelendiğinde, son yıldaki büyük sulaklık nedeniyle oluşan bilgi artışının Tanır istasyonunda görüldenden daha büyük olmakla birlikte, ortalama ve standart sapmada görülen büyük değişimin sönümlendiği izlenmektedir.

Akçıl AGI ise, her üç istasyonun da akış aşağısında yer almakta ve incelenen gözlem süresinin ilk üç yılı kurak, sonraki bir yılı ortalama ve daha sonraki dört yılı sulak bir gidiş göstermektedir. Yıllık kümülatif entropilerin gidişinde ise, ardarda gelen iki kurak yıl nedeni ile, ikinci yıl yapılan ölçümlerin bir bilgi artışına yol açmadığını, sonraki yılda bilgi artışının hızlanarak arttığını ve ilk sulak yıldan sonra bu artışın azalarak devam ettiğini göstermektedir.

İstasyonların hangisinin daha fazla belirsizlik içerdiği; 8 yıllık gözlem sonucunda hangi istasyonda kazanılan bilginin daha fazla olduğu; gözlem aralığının arttırılması ya da istasyon kapatılmasının mümkün olup olmadığını sorularının, kesikleme aralığına bağlı olarak tanımlanmış olan ve bu nedenle 3.2. bölümünde ayrıntılı olarak verilen sakıncaları içeren marjinal entropi ifadesi kullanılarak yapılmış olan bu hesaplar sonucunda yanıtlanması mümkün değildir.

6.2.2. Sürekli Hal İçin Tanımlanan Bilgi İçeriğindeki Değişim Miktarı Olarak Entropi Sonuçların Değerlendirilmesi

Ceyhan havzasındaki dört akım gözlem istasyonu için hesaplanmış olan, maksimum entropi $\{H_{max}\}$, marjinal entropi $\{H(X)\}$ ve bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi değerlerinin yıllık ve kümülatif yıllık değişimi *Şekil 5-19* ila *5-22*'de sunulmuştur.

Şekil 5-19 ila 5-22 (a) şıkları yıllık entropi değerlerinin gidişini göstermektedir. Böylece, incelenen akım süreci hakkında hiç bir bilgi olmadığında, her bir yıllık gözlemin tek başına getirdiği bilgiyi ya da o yılın gözlenmesi sonucu giderilen belirsizliği izlemek mümkün olmaktadır. Bu şekillerde maksimum entropi, sürecin gözlem süresinin tümünden hareketle belirlenmekte (*1 şıkkı*); marjinal entropiler (*2 şıkkı*) ve bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropiler (*3 şıkkı*) yıllık gözlemlerden hareketle hesaplanmaktadır.

Yıllık değerlerin kümülatif (ardışık) olarak incelenmesi durumunda ise, maksimum entropi değerlerinin, sürecin incelenen gözlem süresinin tümünden hareketle belirlenecektir. Bu biçimde belirlenen bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi değerleri ise, gözlenen her bir yıllık verinin, sürecin bilgi içeriğini nasıl değiştirdiğini ortaya koyan bir ölçüt olacaktır (*Şekil 5-19 ila 5-22 b şıkkı*).

Han istasyonunda, sürekli hal için tanımlı entropilerin gidişlerini gösteren *Şekil 5-19* incelendiğinde: yıllık entropi değişimlerinin gidişinden (*Şekil 5-19 a şıkkı*) süreç hakkında hiçbir bilgi olmaması durumuna göre, en yüksek bilgi artışının sulak yıllarda gerçekleştiği; ortalamanın gözlem ortalaması civarında değiştiği yıllarda düşük ve kurak yıllarda ise oldukça düşük bilgi artışlarının olduğu görülmektedir. Han istasyonunun sulak yıllarda dahi, yaz aylarında oldukça düşük debi değerlerine

sahip olması sulak yıllardaki bilgi içeriğindeki değişim miktarının yüksek olmasına yol açmaktadır.

Kümülatif yıllık entropilerin değişimleri (*Şekil 5-19 b şıkkı*) incelendiğinde ise, incelenen gözlem süresinin en kurak yılı olan 1973 yılından sonra gelen biri kurak, diğeri ortalama civarındaki iki yılın hızlı bir bilgi artışı getirdiği, sonraki yıllarda bilgi artışının azalarak devam etmekle birlikte, henüz bir sabite yakınsayan bir gidiş göstermediği izlenmektedir. Bununla birlikte, bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi değişimleri, son yıla kadar gerçekleşen bilgi artışı nedeniyle, 1980 yılındaki büyük sulaklığın, çok büyük miktarda bilgi artışına yol açmadığını göstermektedir.

Han istasyonunda ölçüm sonrası olasılıkları için, lognormal dağılım kabulünün uygun olup olmadığına karar verebilmek için, kabul bölgesi değerinin belirlenmesi gerekecektir. Lognormal dağılım için kabul bölgesi değeri (4.48) ifadesi uyarınca,

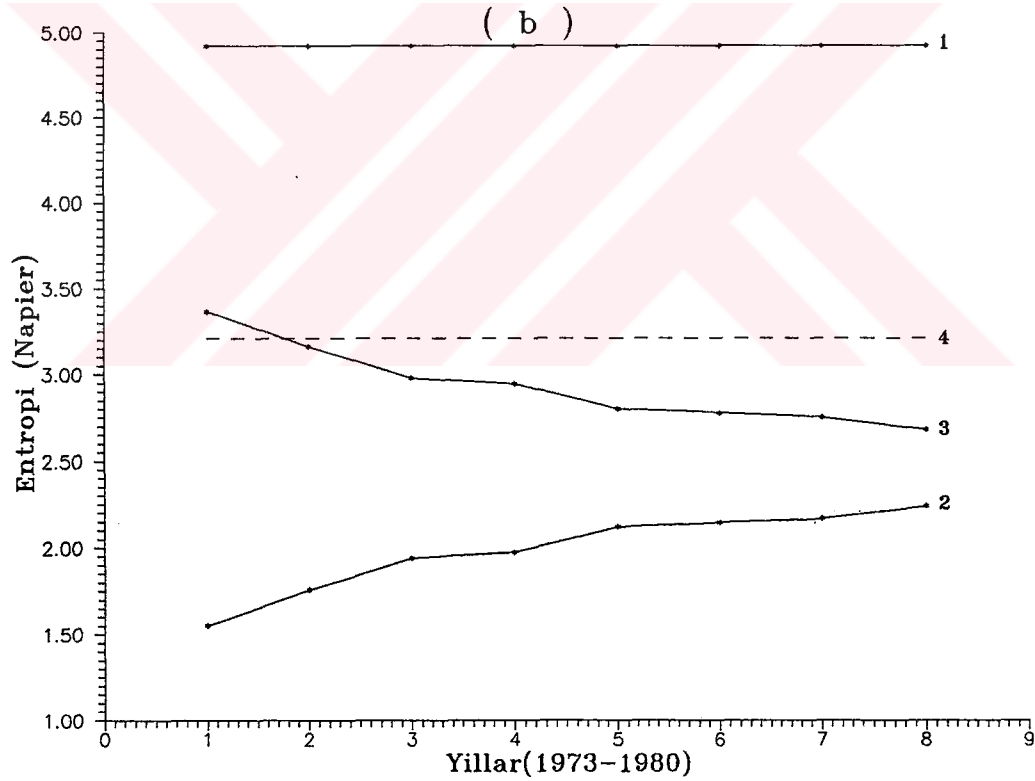
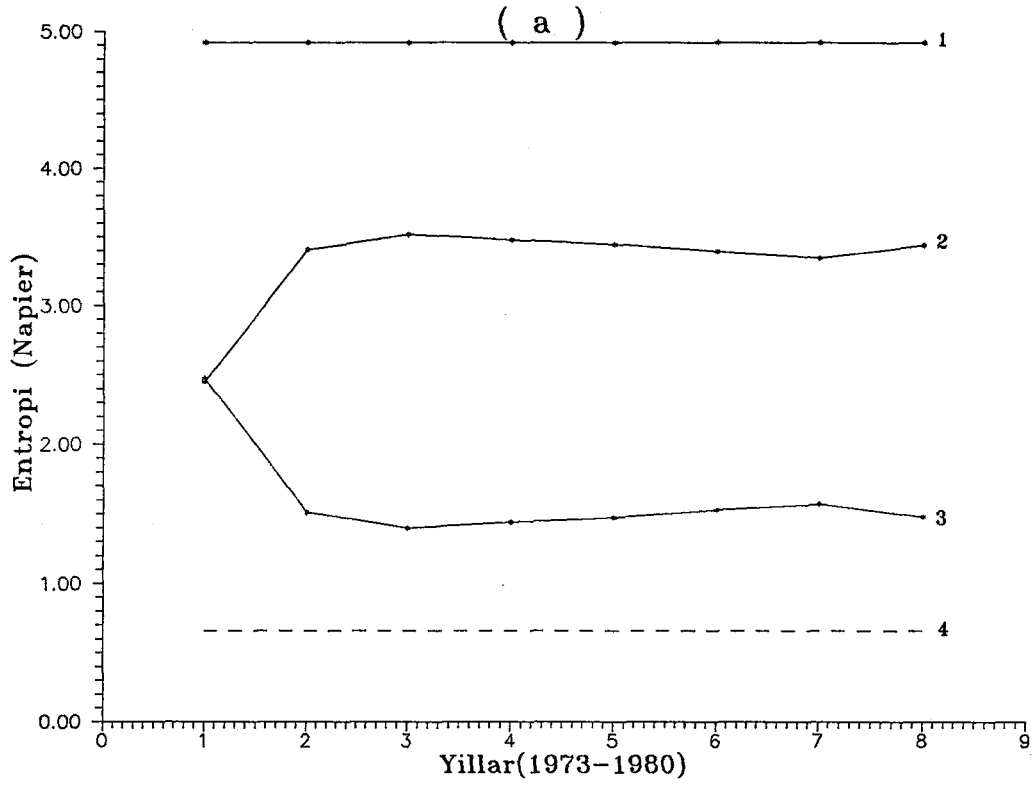
$$H(X|X^*)_{kr} = a\sigma_y - \log\sigma_y - 1,4189$$

şeklinde belirlenebilecektir. Ölçüm sonrası olasılıkların normal dağılım kabul edilmesi halinde ise bu değer, (4.41) ifadesinde tanımlandığı üzere,

$$H(X|X^*)_{kr} = 0,6605$$

olacaktır. Han istasyonu için normal (*Şekil 6.1 a şıkkı*) ve lognormal dağılım (*Şekil 6-1 b şıkkı*) kabulleri ile hesaplanmış olan entropiler ve kabul bölgeleri *Şekil 6-1'*de sunulmuştur.

Şekil 6-1'in incelenmesinden, Han istasyonunun ölçüm sonrası olasılıklarının normal dağılımlı kabul edilemeyeceği, bu kabülün yapılması halinde, oluşturulacak ek belirsizlik nedeni ile ilk yıllarda büyük bilgi artışları izlendiği, ancak, sonraki yıllarda



Şekil 6 - 1 : Han AGI günlük ortalama akımlarının sürekli hal için entropi değerlerinin (a) normal (b) lognormal dağılım kabulü ile değişimi. (1) Maksimum entropi $\{H_{\max}\}$, (2) marjinal entropi $\{H(X)\}$, (3) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$, (4) güven sınırı.

gidişin tersine döndüğü görülmektedir. Entropi değişimi $\{H(X|X^*)\}$ ise, dağılım kabulündeki hata nedeni ile normal dağılım için tanımlanan kabul bölgesine yakınsamamaktadır.

Buna karşılık *Şekil 6-1'in b şıkkı* incelendiğinde, Han istasyonu entropi değerlerinin, lognormal dağılım için tanımlanmış olan kabul bölgesi değerinin altında değişim gösterdiği izlenmektedir. Veriler kümülatif olarak değerlendirildiğinde, ikinci yıl yapılan gözlemlerle, kabul bölgesine girildiği görülmektedir.

Buna göre, Han istasyonu için, lognormal dağılım kabulünün uygun olduğu, bu dağılım parametrelerinin hesabı için *yeterli bilgi* seviyesine ulaşıldığı söylenebilmektedir. Bununla birlikte entropi değişimlerinin halen devam etmekte oluşu nedeni ile istasyonun gözlenmesine son verme kararını vermek mümkün değildir. Ancak, bu çalışma kapsamında ele alınmamış olmakla birlikte, uygun ölçüm aralığının saptanması amacı ile yapılacak ek çalışmalarla ölçüm aralığının azaltılması mümkün görülmektedir.

Tanır istasyonunun sürekli hal için tanımlı entropilerinin değişimi incelendiğinde (*Şekil 5-20*): yıllık entropi değişimlerinin gidişinden (*Şekil 5-20 a şıkkı*), Han istasyonu entropi gidişlerine benzer biçimde, en büyük bilgi artışının sulak yıllarda gerçekleştiği, ancak istasyonun beslenme sisteminde bulunan karst pınar katkılarının etkisi ile kurak ve orta sulak yıllar arasında bilgi içeriği açısından önemli farklılıklar olduğu görülmektedir.

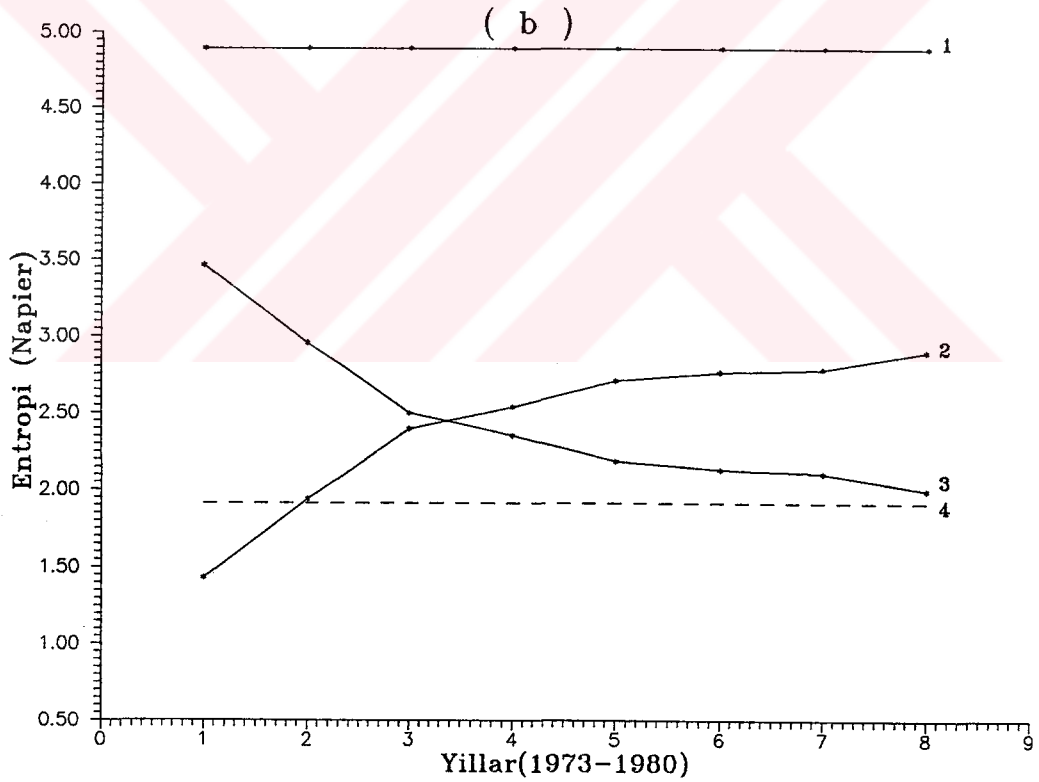
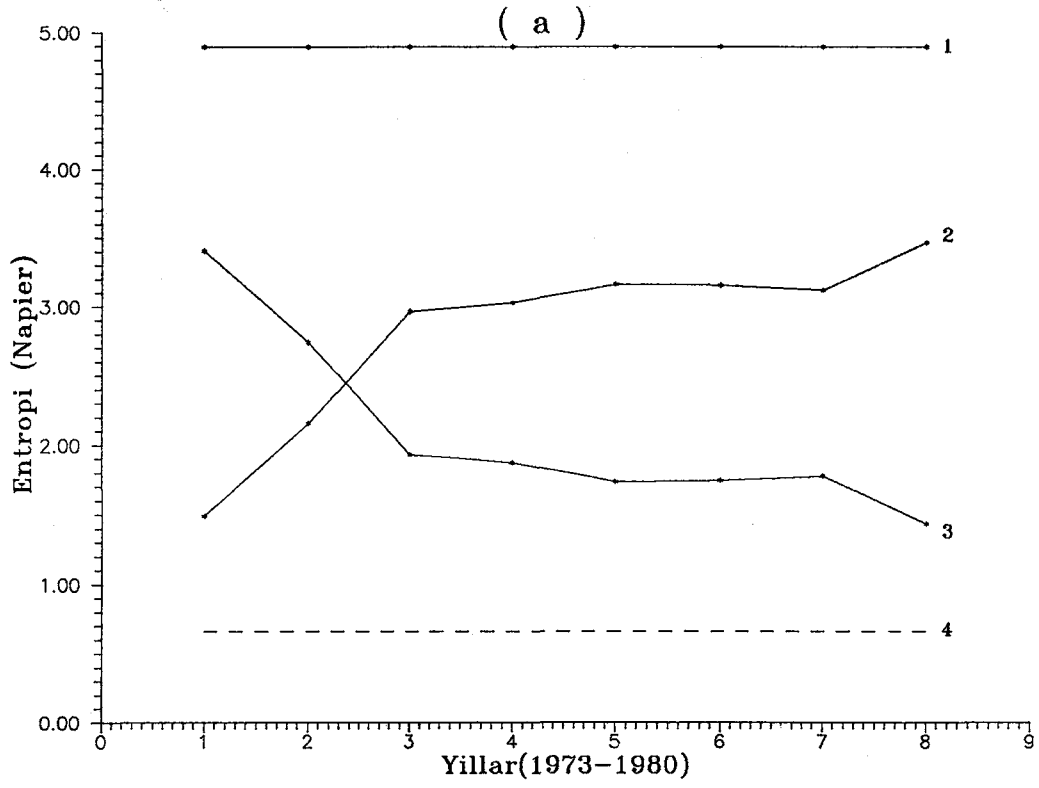
Kümülatif yıllık entropilerin değişiminde ise (*Şekil 5-20 b şıkkı*), ilk iki kurak yıldan sonra gelen, iki ortalama ve bir sulak yılda hızlı bir bilgi artışı gözlenmekte, daha sonraki yıllar değişimi pek fazla etkilememekle birlikte, 1980 yılındaki büyük sulaklık önemli bir bilgi artışı getirmektedir.

Tanır istasyonu için lognormal ve normal dağılım için entropilerin değişimi, kabul bölgeleri ile birlikte *Şekil 6-2*'de sunulmuştur. *Şekil 6-2 a* şikkına göre Tanır istasyonu ölçüm sonrası olasılıkları normal dağılımlı kabul edilememektedir. Han istasyonunda olduğu gibi, normal dağılım kabulü yapıldığı taktirde ilk yıllarda büyük bir bilgi artışı görülmekte, ancak entropi değerleri $\{H(X|X^*)\}$ gözlem süresi sonunda da normal dağılım için tanımlanan kabul bölgesine yakınsamamaktadır.

Şekil 6-2 b şikkına göre, Tanır istasyonu entropi değişimleri, lognormal dağılım için tanımlanan kabul bölgesi değerine ancak son yılda yaklaşmaktadır. Buna rağmen, değerlerin güven sınırı altında kalmaması nedeniyle henüz yeterli bilgi seviyesine ulaşıldığından söz etmek mümkün değildir. Dolayısı ile istasyon kapatma ya da ölçüm aralığının arttırılması gibi düşünceler için yeterli gözlem sayısına ulaşamadığı söylenebilir.

Kuşkayası akım gözlem istasyonunun sürekli hal için tanımlı entropilerinin değişimi incelendiğinde (*Şekil 5-21*): istasyonun Tanır istasyonuna çok yakın ve akış aşağısında yer almasına karşın, entropilerin gidişi $\{H(X|X^*)\}$ Tanır'ın yıllık entropilerinin gidişinden oldukça farklı olduğu görülmektedir. Bunun en önemli nedeni, Tanır'ın akım girdilerinin önemli bir kısmını ($3.5 \text{ m}^3/\text{sn}$) karst pınar katkılarının oluşturmalarına karşın, iki istasyon arasında yer alan pınar katkısının olmayışı nedeniyle, Kuşkayası istasyonunun yüzeysel akıştan etkilenmesidir. Aynı nedenle, kurak ve sulak yıllara ait gözlemlerin, ayrı ayrı getirdiği bilgiler önemli farklılıklar göstermekte; ancak Tanır'dan farklı olarak ilk iki kurak yılda önemli bir bilgi artışı görülmemektedir. Bunun nedeni ise, Tanır ve Kuşkayası istasyonları arasında yer alan arazilerdeki halk sulamalarıdır.

Yaz aylarında $1.5 - 2.0 \text{ m}^3/\text{sn}$ civarına çıkan bu sulamalar nedeni ile Kuşkayası AGI doğal gözlemleri bozulmakta ve bu durum kazanılan bilgiye de yansımaktadır. Ortalama ve sulak yıllarda da sulamaların devam etmesine rağmen, bu yıllarda



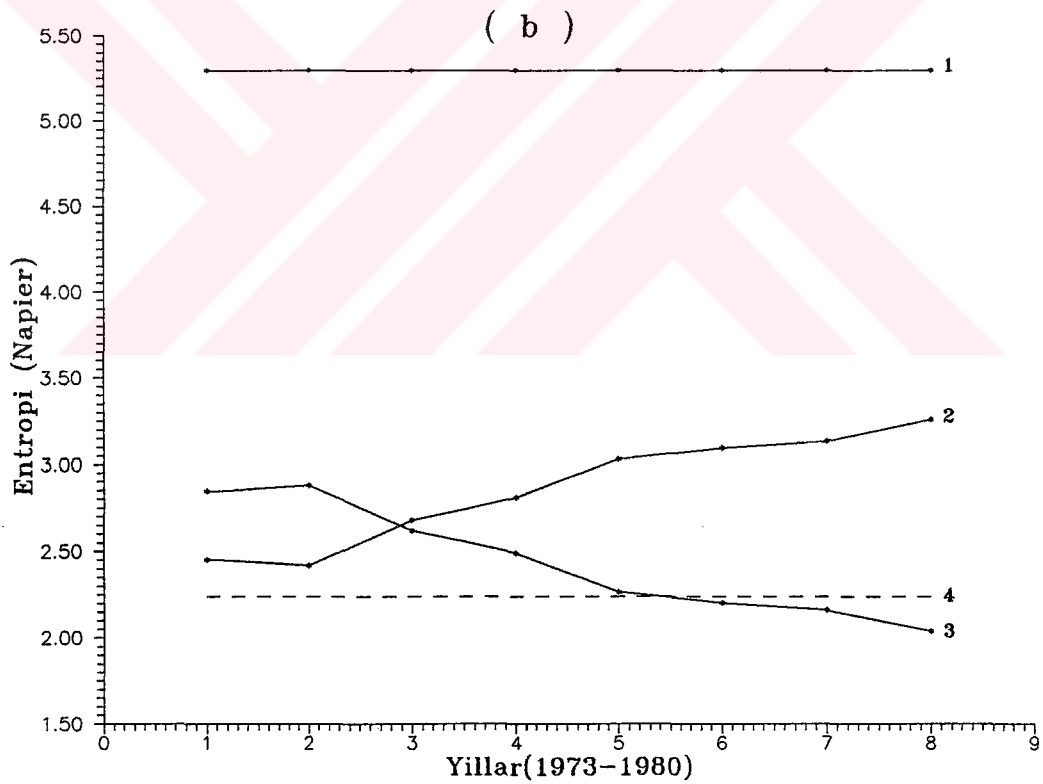
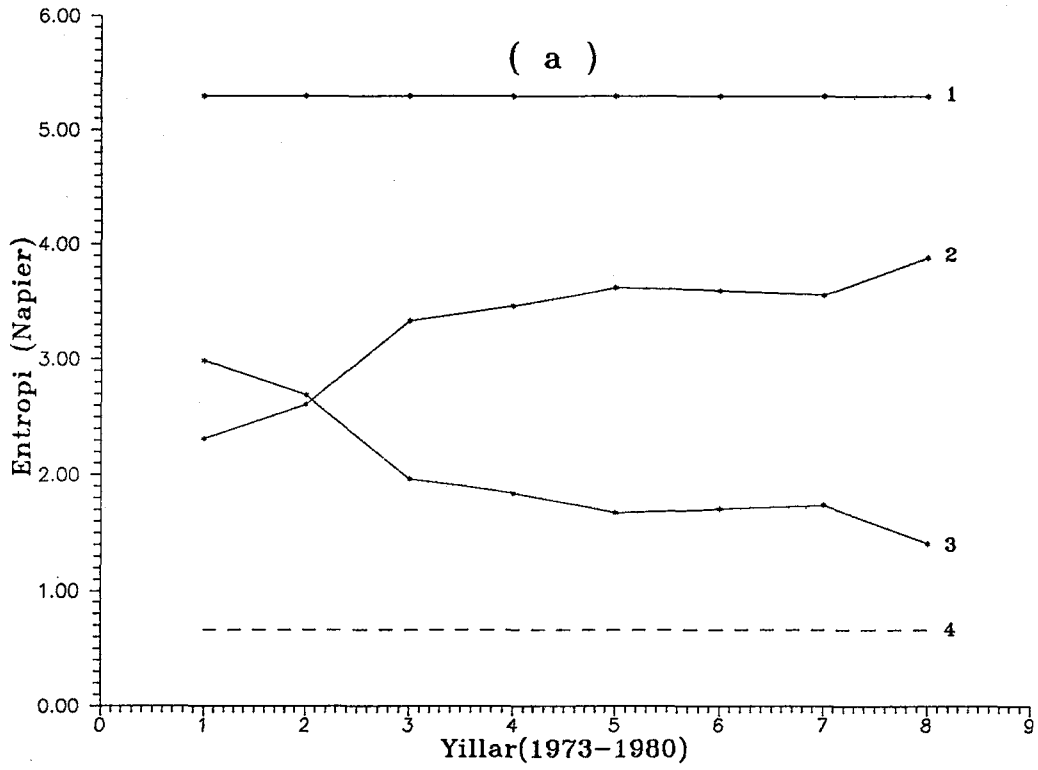
Şekil 6 - 2 : Tanır AGI günlük ortalama akımlarının sürekli hal için entropi değerlerinin (a) normal (b) lognormal dağılım kabulü ile değişimi. (1) Maksimum entropi $\{H_{max}\}$, (2) marjinal entropi $\{H(X)\}$, (3) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$, (4) güven sınırı.

çevrilen debi, yatakta mevcut suya oranla daha küçük kaldığından, entropi değişimlerini daha az etkilemektedir. 1980 yılındaki sulaklığın büyük bir bilgi artışı getirmesi de bunu göstermektedir.

Kümülatif yıllık entropilerin değişimi de (*Şekil 5-21 b şıkkı*), ilk iki kurak yıldaki halk sulamalarının etkisini taşımakta, sonraki ortalama ve sulak yıllarda bilgi artışı hızlanmakta ve yine sulamalar nedeni ile son yıldaki sulaklık ile oluşan bilgi artışı oldukça önemli olmaktadır.

Kuşkayası istasyonunun *Şekil 6-3*'de sunulan, ölçüm sonrası olasılıklar için lognormal ve normal dağılım kabulleri ile, entropi değerlerinin değişimi ve kabul bölgeleri incelendiğinde, varılan sonuçları şöyle özetlenebilir: Kuşkayası AGI ölçüm sonrası olasılıkları da Tanır AGI gibi normal dağılımlı kabul edilememektedir (*Şekil 6-3 a şıkkı*). Normal dağılım kabulü için entropilerin değişiminde Kuşkayası istasyonunun akış yukarısında yapılan çiftçi sulamalarının etkisini de izlemek mümkündür. Kurak yıllardan sulak yıllara geçişte ve 1980 yılındaki büyük sulaklıkta önemli ölçüde bilgi artışları görülmesine rağmen, sulamalar nedeni ile entropi değerleri $H(X|X^*)$ incelenen gözlem süresi sonunda da, normal dağılım için tanımlanan kabul bölgesine yakınsamamaktadır.

Buna karşılık, Kuşkayası istasyonu entropi değerlerinin gidişi, 1978 yılına gelindiğinde (6 ıncı yıl), lognormal dağılım için belirlenen güven sınırı değerinin altında kalmaktadır. Lognormal dağılım kabulü için de, sulamaların etkisi gözlenmekle birlikte, ilk iki kurak yıldan sonra hızlı bir bilgi artışından ve lognormal dağılım kabulü için yeterli bilgi seviyesine ulaşıldığından sözetmek mümkündür. Ancak, entropi değerlerinin değişiminin devam etmesi nedeni ile istasyonun kapatılması için henüz yeterli ölçüm sayısına ulaşılmadığını belirtmek gerekecektir.



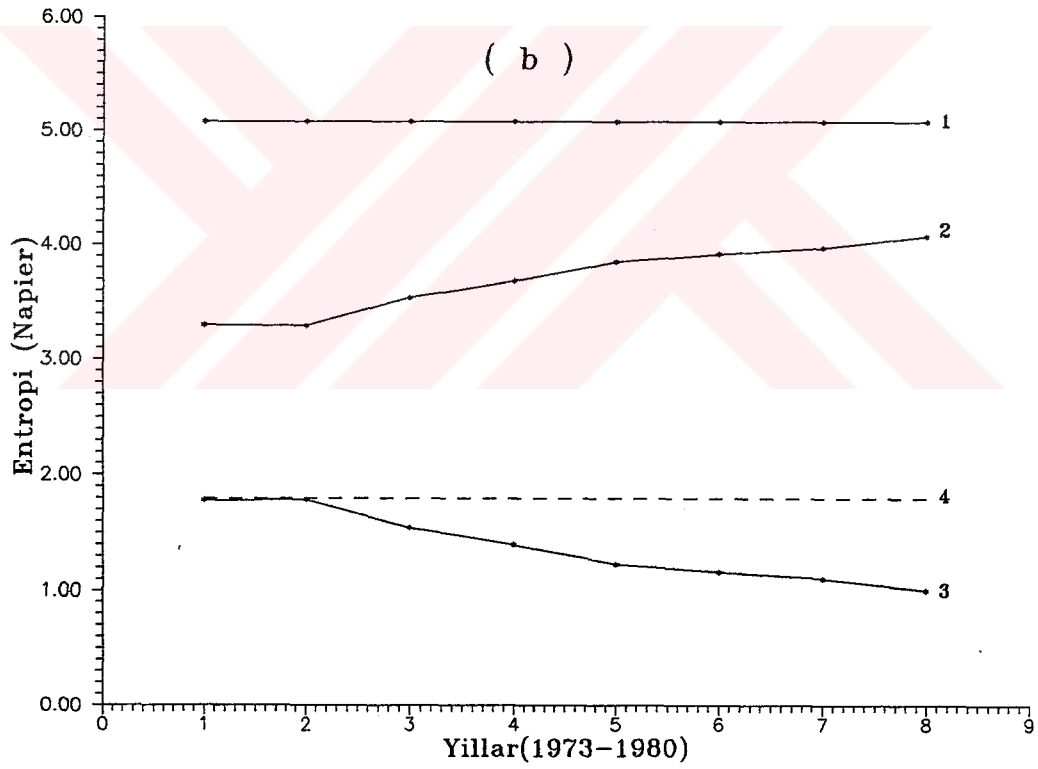
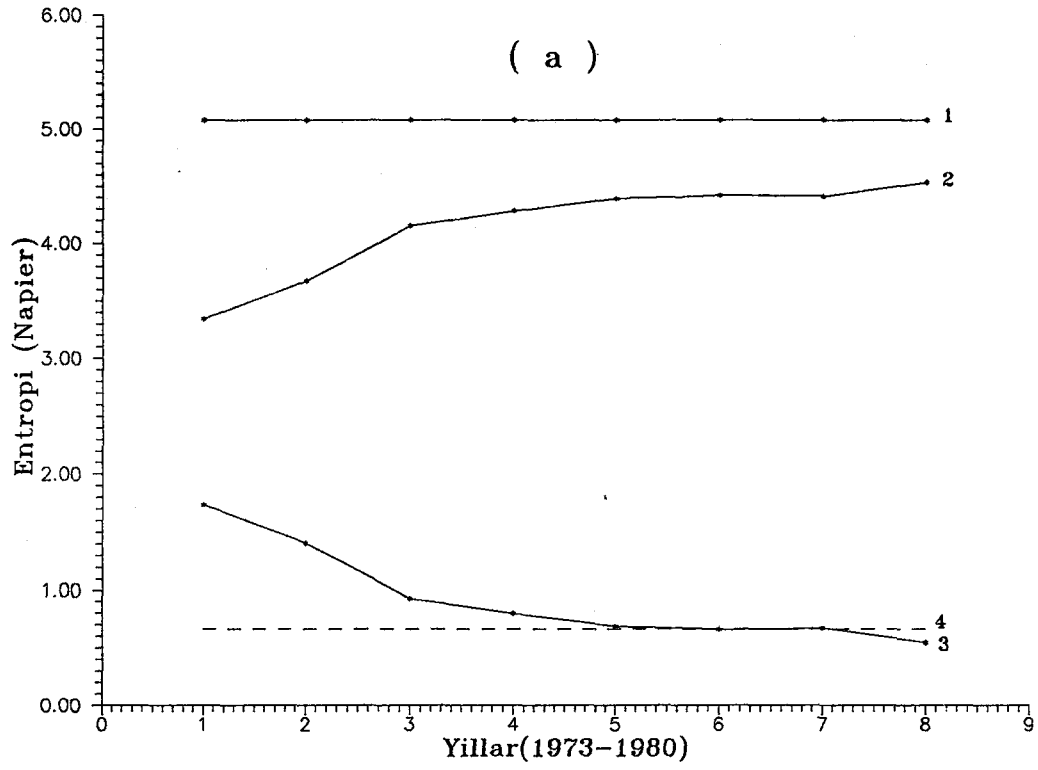
Şekil 6 - 3 : Kuşkayası AGI günlük ortalama akımlarının sürekli hal için entropi değerlerinin (a) normal (b) lognormal dağılım kabulü ile değişimi. (1) Maksimum entropi $\{H_{\max}\}$, (2) marjinal entropi $\{H(X)\}$, (3) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$, (4) güven sınırı.

*Şekil 5-22'*de sunulmuş olan Akçıl AGI sürekli hal için tanımlı entropi değerlerinin değişimi incelendiğinde: her üç istasyonun da akış aşağısında kalan Akçıl AGI yıllık entropi gidişlerinin (*Şekil 5-22 a şıkkı*) kuraklık - sulaklık ayrımını tamamen yansıttığı ve daha önce değişimleri incelenen istasyonlardan oldukça farklı bir entropi gidişine sahip olduğu görülmektedir. Akçıl istasyonunun ortalama $26.0 \text{ m}^3/\text{sn}$ civarındaki akışının $3.5 \text{ m}^3/\text{sn}$ 'lik kısmı Tanır'dan önce olmak üzere toplan $7.0 \text{ m}^3/\text{sn}$ 'lik kısmı karst pınar katkılarında oluşmaktadır. Ortalama akışın yaklaşık % 27'lik kısmını oluşturan bu akış nedeni ile kurak yıllarda önemli minimumlar görülmemekte, ayrıca istasyonun gözlemlerinin farklı beslenme sistemlerine sahip olan alt havzalardan gelen akışlarını bünyesinde birleştirmesi, bir sönümleme etkisi yaratmaktadır.

Benzer durum, kümülatif yıllık entropilerin gidişinde de (*Şekil 5-22 b şıkkı*) görülmektedir. Kümülatif yıllık entropi değerleri, kuraklık-sulaklık farkını yansıtmakla birlikte kararlı bir gidiş göstermekle ve her bir yıllık gözlem bilgi artışı getirmektedir. Yine sönümleme etkisi nedeni ile 1980 yılındaki sulaklık bilgi artışında çok önemli bir farklılık yaratmamaktadır.

Akçıl istasyonunun *Şekil 6-4'*de sunulan ölçüm sonrası olasılıklar lognormal ve normal dağılım kabulleri ile entropi değerlerinin değişimi ve kabul bölgeleri incelendiğinde ise şu sonuçlara varılabilir: Akçıl AGI ölçüm sonrası olasılıkları için, hem normal hem de lognormal dağılım kabullerini yapmak mümkündür (*Şekil 6-4 a ve b şıkları*). *Şekil 6-4 a şıkkına* göre Akçıl istasyonu akışı gözlemleri 6. yıldan (1978 yılı) sonra normal dağılım için tanımlanan kabul bölgesi içinde yer almaktadır. Buna karşılık, aynı şeklin *b şıkkı* gözönüne alındığında, istasyonun ölçüm sonrası olasılıklarının lognormal dağılımlı kabul edilmesinin daha uygun olacağı görülebilir.

Normal dağılım kabulü halinde entropi değerlerinin $H(X|X^*)$ değişimi ilk beş yıl bilgi artışı yönünde hızla artarak gitmekte, daha sonraki ortalama yıllarda ise bilgi



Şekil 6 - 4 : Akçıl AGI günlük ortalama akımlarının sürekli hal için entropi değerlerinin (a) normal (b) lognormal dağılım kabulü ile değişimi. (1) Maksimum entropi $\{H_{\max}\}$, (2) marjinal entropi $\{H(X)\}$, (3) bilgi içeriğindeki değişim miktarı olarak entropi $\{H(X|X^*)\}$, (4) güven sınırı.

artışı azalmakta ve 1980 yılındaki kuraklığın etkisi ile tekrar artış gözlenmektedir (*Şekil 6-4 a şıkkı*).

Lognormal dağılım kabulünde ise, ilk iki yıl kuraklığın etkisi ile bir bilgi artışı olmamakla birlikte entropi değerlerinin $H(X|X^*)$ güven sınırının altında yer aldığı, daha sonraki yıllarda kuraklık-sulaklık ayırımına uymakla birlikte kararlı bir gidişe sahip olduğu gözlenmektedir.

Her iki dağılım kabulü için de, *yeterli bilgi* seviyesine ulaşıldığından, ölçüm aralığının arttırılması, bazı aylarda gözlem yapılmasından vazgeçilmesi, bunun da ötesinde, lognormal dağılım kabulü ile hesaplanan entropi değerlerinin gidişine göre istasyonun kapatılması düşünceleri araştırılabilir.

Ceyhan havzası, Yukarı Ceyhan havza alt bölümünde yeralan dört istasyonun entropi değerlerinin değişiminin (*Şekil 6-1 ila 6-4*) birarada değerlendirilmesi ile aşağıdaki sonuçlara varmak mümkün olacaktır:

(a) İncelenen sekiz yıllık gözlem süresi içinde, gözlem yapılarak belirsizliği en fazla giderilen dolayısı ile en ucuz ölçüm maliyeti içeren istasyon Tanır istasyonudur. Bununla birlikte, Tanır istasyonu için halen yeterli bilgi seviyesine ulaşılmamıştır.

(b) İstasyonların belirsizlik durumuna göre sıralamak gerekirse; en fazla belirsizlik içeren akış süreci Tanır AGI akışları olup, daha sonra sırası ile Han, Kuşkayası ve Akçıl istasyonları gelmektedir. Sekiz yıllık gözlem sonrası kalan belirsizlik açısından sıralama ise Han, Kuşkayası, Tanır ve Akçıl biçimindedir.

(c) Güven bölgeleri gözönüne alındığında, dört istasyonun da lognormal dağılımlı kabul edilmelerinin uygun olduğu; Han ve Akçıl istasyonlarında yapılacak ek araştırmalarla, ölçüm aralığının önemli ölçüde arttırılabileceği ve Akçıl akım gözlem istasyonunun tamamen kapatılmasının da mümkün olabileceği; Kuşkayası AGI için de, ölçüm aralığında artış yapılabileceği; ancak Tanır istasyonunun aynı gözlem aralığı ile bir süre daha gözlemlerine devam edilerek, yeniden değerlendirilmesinin uygun olduğu söylenebilir.



7. SONUÇ

Su kaynaklarının teknik ve ekonomik yönden en verimli şekilde geliştirilmesini sağlamak amacıyla yapılacak çalışmalar, bu kaynakların nicelik ve nitelikleri ile ilgili verilere ve bilgilere dayanmaktadır. Dolayısı ile, planlama çalışmalarının temelinde, ölçüm ve ölçümün getirdiği bilginin bulunduğu, bu bilginin saptanabilmesi için de nesnel bir ölçüte gerek duyulduğu söylenebilir. Bunun da ötesinde, planlamacı sadece gözlemlerin oluşturduğu sayı dizisi ile değil, aynı zamanda ölçüm ağının ve ölçüm aralıklarının en uygun biçimde seçilmiş olması ile de ilgilenir. Çünkü veri toplama, derleme, kontrol etme, düzeltme ve yayınlama gibi işlemlerin yürütülmesi oldukça fazla miktarda emek ve harcama gerektiren işlerdir. Bir başka deyişle, yapılan her ölçümün bir maliyeti vardır. Dolayısı ile, yapılan ölçümlerin yeni bilgiler getirmesi oldukça önemlidir. Bu problemlerin yanısıra, ölçüm yapmak amacı ile kullanılan mali kaynakların da kısıtlı olduğu düşünüldüğünde, hidrolojik ölçümlerin, kullanım amaçlarına en uygun biçimde, optimum yer, zaman ve sıklıkta yapılması, ölçüm şeklinin de yine optimum biçimde seçilmesi gerektiği açıkça görülebilir. Bunun için, öncelikle şu soruların yanıtlanması gerekmektedir: **ne, nerede, ne zaman ve hangi sıklıkta** ölçülmelidir?

Su kaynakları mühendisliği alanında yapılan araştırmalar sonucunda, planlama aşamasında büyük önemi olan veri ve veri toplama işlemlerinin değerlendirilmesine olanak sağlayacak nesnel ölçütün, *Bilgi Kuramında* tanımlanan ve *kazanılan bilgi* $\equiv$ *giderilen belirsizlik* anlamını taşıyan *entropi kavramı* olabileceği öne sürülmektedir. *Entropi*, rasgele karakterdeki hidrolojik süreçlerin içerdiği belirsizliğin ölçütü olmakta ve yapılan gözlemler yoluyla *kazanılan bilgi* $\equiv$ *giderilen belirsizlik* olarak tanımlanmaktadır. Bu niteliği ile entropi kavramı, bilgi içeriğini dolaylı olarak belirleyebilen bir ölçüt olmaktadır.

Entropi kavramı tanımlanan biçimiyle, su kaynakları mühendisliğinde hidrolojik süreçlerin belirsizliğinin saptanması, süreci en az taraflı temsil edecek olasılık dağılımının belirlenmesi, hidrolojik süreçler arası bilgi aktarımı, ölçüm ağlarının planlanması ve en uygun ölçüm aralıklarının seçilmesi, ölçüm dizisinin bilgi içeriğinin saptanması, matematik modellerin doğal süreçlere uygunluk derecelerinin belirlenmesi, süreçler arası ilişkilerin ve beslenme sistemlerinin araştırılması, ölçüm ağlarının işletme performanslarının belirlenmesi, optimizasyon ve karar verme teorisi alanlarında uygulama olanağı bulmuştur. Bununla birlikte, uygulamada ortaya çıkan birtakım matematiksel problemler yöntemin daha yaygın biçimde kullanılmasını engelleyici bir nitelik taşımaktadır. Entropi yönteminin sürekli hal için tanımında yapılan eksiklik ve yanlışlıklardan kaynaklanan bu problemler: pozitif bir büyüklük olarak tanımlanan entropinin pratikte negatif değerler de alması; aynı süreç için farklı olasılık dağılımları kabul edildiğinde, farklı entropi değerlerinin hesaplanması; mevcut tanımda kullanılması gereken kesikleme aralığının seçimine bağlı olarak, entropi değerlerinin $(-\infty; +\infty)$ aralığında ötelenmesi; farklı büyüklüklere ya da farklı olasılık yapılarına sahip değişkenlerin belirsizliklerinin kıyaslanamaması olarak özetlenebilir.

Sunulan çalışma, entropi kavramının sürekli hal için tanımından kaynaklanan problemlerin giderilmesi ve yöntemin tartışılabilir yönlerinin ortadan kaldırılarak, daha nesnel ve güvenilir hale getirilmesi amacına yönelmiştir. Bu çerçevede, öncelikle sürekli hale geçiş amacı ile kabul edilen δx kesikleme aralığı için, optimum bir seçim kriterinin mümkün olup olmadığı araştırılmıştır. 4.1. Bölümünde ayrıntıları verilen bu araştırmalar sonucunda: δx 'in farklı değerleri için oluşan eksenele ötelenme problemini ortadan kaldıracak tek bir δx değerinin bulunamayacağı; bununla birlikte, marjinal entropilerin birim varyansa sahip bir değişken için tanımlanan bir eksene (*referans düzlemine*) göre kıyaslanması ile kazanılan bilgi ve birden fazla değişkenin belirsizliklerinin kıyaslanması açısından daha nesnel temellere dayanılabileceği sonuçlarına varılmıştır.

Ancak, gerekli görülen kıyas düzlemi ne şekilde oluşturulursa oluşturulsun, entropi kavramına ilişkin sorulması gerekli temel soru : " **Hangi duruma / hangi referans düzeyine göre, kazanılan bilgi $\equiv$ giderilen belirsizlik ?** " olmalıdır.

Bu sorunun yanıtlanabilmesi için öncelikle sürekli hal için entropinin matematiksel tanımının yapılması gerekmektedir. Bu amaçla, sürekli hal için, *kazanılan bilgi $\equiv$ giderilen belirsizlik* olarak tanımlanan entropi değerinin yerine, *bilgi içeriğindeki değişim miktarı (variation of entropy)* olarak adlandırılan, yeni bir tanıma gidilmesi gerekmiştir.

Sürekli hal için tanımlanan ve bilgi içeriğindeki değişim miktarı anlamını taşıyan entropi kavramının, matematiksel temelleri ve ölçüm sonrası olasılık dağılımına bağlı olarak belirlenen güven sınırı ifadeleri 4.2. Bölümünde sunulmuştur. Sürekli hal için yapılmış olan, yeni tanımın kullanılması ile entropi yönteminin geçmişteki matematiksel tanımında varolan eksiklik ya da yanlışlıklardan kurtulmak ve tutarlı sonuçlara ulaşmak mümkün olmaktadır. Böylelikle, kavramın matematiksel temelinde karşılaşılan problemler çözüldüğünden, entropi yaklaşımı hidroloji ve su kaynakları mühendisliğinde daha yaygın kullanım alanı bulabilecek ve *entropi*, ölçümlerin getirdiği bilginin değerlendirilmesinde *geçerli bir yöntem* haline gelecektir. Zira, sözü edilen matematiksel problemlerin çözümü ile yöntem daha sağlam bir temele oturtulmuş olmaktadır. Ayrıca, yeni tanımın kullanılması ile, su kaynakları mühendisliğinde entropinin mevcut kullanım alanlarının yanısıra, *yapılan her bir ölçümün değişken hakkında ne ölçüde bilgi artışı getirdiğinin belirlenmesi; her bir ölçümün bilgi açısından maliyetinin saptanması, sürece en uygun olasılık yapısının belirlenmesi, farklı olasılık yapılarına sahip değişkenlerin belirsizliklerinin kıyaslanması, sürecin ölçülmesine devam etme - son verme kararlarının verilebilmesi* gibi yeni kullanım alanlarına da ulaşmak mümkün olmaktadır.

Çalışmada sunulan yöntemin sentetik seriler ve Ceyhan havzasında yer alan dört akım gözlem istasyonunun günlük ortalama akışları üzerinde uygulanması sonucunda,

yöntemin pratik problemlerin çözümünde kullanılmasının mümkün olduğu görülmektedir. Gerçek veriler üzerinde yapılan bu uygulama sonuçlarının, halen kullanılmakta olan yöntemin verdiği sonuçlarla kıyaslanması ile, sürekli hal için tanımlanmış olan entropi kavramını kullanarak, su kaynakları mühendisliği alanındaki problemlere daha uygun çözümler getirilebileceği görülmüştür.

Çalışma kapsamında, ağırlıklı olarak entropi kavramının matematiksel tanımındaki eksikliklerin giderilerek, kavramın su kaynakları mühendisliğinde kullanılabilecek, geçerli sonuçlar veren bir yöntem haline getirilmesi amaçlandığından, tek değişkenli hal için gerekli ifadelerin belirlenmesi yeterli görülmüştür. Aynı nedenle, gerek sentetik seriler ve gerekse seçilen akım gözlem istasyonları için yapılan uygulamalarda tek değişken için hesaplanan entropi değerleri incelenmiştir. Bu uygulamaların sonucunda, süreçlerin ayrı ayrı bilgi içeriği değişimleri incelenmiş; belirsizlik açısından kıyaslamaları yapılmış; süreçlere uygun olasılık yapıları belirlenmiş ve ölçüm aralığını arttırmak ya da istasyonu tümü ile kapatmak düşünceleri irdelenmiştir.

Ancak, entropi kavramının su kaynakları mühendisliği alanında daha yaygın kullanılabilmesi için *çok değişkenli hal için matematiksel ifadelerin belirlenmesi*; normal ve lognormal olasılık dağılımlarının dışında, *hidrolojide sık kullanılan diğer olasılık dağılımları için de güven sınırı değerlerinin saptanması* gerekmektedir. Böylece, çok değişkenli hal için de entropi değerlerinin belirlenerek, süreçler arası bilgi aktarımı; bilginin ölçüldüğü konumlara göre alansal dağılımının irdelenmesi; en uygun ölçüm aralıklarının belirlenmesi ve sonuçta su kaynakları mühendisliğinde giderek önem kazanan ölçüm ağlarının planlanması konularında da geçerli sonuçlara ulaşmak mümkün olacaktır.

İLGİLİ YAYINLAR

Alpaslan, N.; Harmancıoğlu, N.B.; Singh, V.P. (1992): *The Role of the Entropy Concept in Design and Evaluation of Water Quality Monitoring Networks*. Entropy and Energy Dissipation in Water Resources, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, pp. 261-282.

Amorocho, J. and Espildora, B. (1973): Entropy in the Assessment of Uncertainty of Hydrologic Systems and Models. *Water Resources Research*, V.9, no.6, pp.1511-1522.

Arora, K.; Singh, V.P. (1986): An Evaluation of Seven Methods for Estimating Parameters of the EVI Distribution. Paper presented at the *Int. Symp. on Flood Frequency and Risk Analysis*, Louisiana State University, Baton Rouge, LA, USA.

Baran, S. (1989) : *Manavgat Çayı Örneğinde Karst Havzalarında Kurak Dönem Akışlarının Analizi*. İzmir, Dokuz Eylül Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Hidrolik - Hidroloji ve Su Kaynakları Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans Tezi (Yön: E.Benzeden), 90 s.

Baran, T. (1987): *Türkiye'nin Güneyindeki Akarsu Havzalarının Brüt Su Kuvveti Potansiyeli*. İzmir, Dokuz Eylül Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Hidrolik - Hidroloji ve Su Kaynakları Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans Tezi (Yön: Ü.Öziş), 100 s. + Ekler.

Baran, T. ; Harmancıoğlu, N.B.; ÖZİŞ, Ü. (1987): Türkiye'nin Akarsu Havzalarında Karst Pınar Katkıları. Ankara, *Türkiye İnşaat Mühendisliği IX. Teknik Kongresi (Kasım 1987)*. Bildiriler Kitabı C. II: Su Kaynakları Mühendisliği, s. 299 - 311.

Baran, T. ; Harmancıoğlu, N.B. (1990): Assessment of Mathematical Models with Exponential Functions Describing Karstic Spring Discharges. UKAM, IAHS & IAH, *International Symposium and Field Seminar on Hydrogeologic Processes in Karst Terrains, Session X on Modeling*", Antalya, Turkey, (October, 1990), 15p. + figures.

Barnard, G.A. (1951): The Theory of Information . *Journal of the Royal Statistical Society*, (Series B), XIII, no 1.

Bayazıt, M. (1972): Türkiye Akarsularının Yıllık Ortalama Akışlarının İstatistik Analizi. *I.M.O. Teknik Bülteni*, yıl 3, sayı 10, s. 115-125.

Bayazıt, M. (1974): *Hidroloji*. İstanbul, İstanbul Teknik Üniversitesi Matbaası, 156 s.

Bayazıt, M. (1982): *Hidrolojide İstatistik Yöntemler* .İstanbul, İstanbul Teknik Üniversitesi Matbaası, 224 s.

Bedford, N.M.; Onsi, M. (1969): Measuring the Value of Information - an Information Theory Approach. *Readings in Management* (ed.by M.D.Richards and W.A.Nielender), ch. IV, pp. 135-146.

Benjamin, J.R.; Cornell, C.A. (1977): *Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers*. New York, John Wiley and Sons Inc., p.407.

Bulu, A. (1974): Fırat Nehri Günlük Debilerinin Yapısal Analizi. İstanbul, *İnşaat Mühendisleri Odası VI. Teknik Kongresi*", R.2-7,17s.

Caselton, W.F.; Husain, T. (1980): Hydrologic Networks: Information Transmission, *J. Water Resources Planning and Management Division*, ASCE, 106, WR2, (July, 1980), 503-529.

Chapman, T.G. (1986): Entropy As a Measure of Hydrologic Data Uncertainty. *Journal of Hydrology*, no.85, pp.111-126.

Cherry, C. (1957): *On Human Communication: a Review, a Survey, and a Criticism*. Massachusetts, The Technology Press of Massachusetts Institute of Technology, p.333.

Chorley, R.J. (1962): Geomorphology and General Systems Theory. Washington, *Geological Survey Professional Paper*, 500-B, pp. B1-B10.

Davy, B.W.; Davies, T.R.H. (1979): Entropy Concepts in Fluvial Geomorphology: A Reevaluation. *Water Resources Research*, no.15(1), pp.103-106.

DSI (1978 - 1983): *Rasat Yıllıkları (1973 - 1980)*. Ankara, Devlet Su İşleri Etüd - Plan Dairesi.

Dumas, A.J.; Morel-Seytoux, H.J. (1969): Statistical Discrimination of Change in Daily Runoff. Fort Collins, Colorado, *Colorado State University Hydrology Paper*, n. 34, p.30.

Dyhr-Nielsen, M. (1972): Loss of Information by Discreting Hydrologic Series. Fort Collins, Colorado, *Colorado State University Hydrology Paper*, Nr. 54, p.57.

Fisher, R.A. (1966): *Design of Experiments*. Edinburgh, Oliver and Boyd Ltd., 8th ed., p.248.

EİE (1978 - 1982): *Akım Neticeleri (1973 - 1980)*. Ankara, Elektrik İşleri Etüd İdaresi.

Gabor, D. (1946): Theory of Communication. London, *Journal of the Institute of Electrical Engineers*, 93, Part III, p. 429.

Goulter, J.C. (1992): Assessing the Reliability of Water Distribution Networks Using Entropy-based Measures of Network Redundancy. In: *Entropy and Energy Dissipation in Water Resources*, (Ed. V.P. Singh and M. Fiorentino), Kluwer Academic Publishers, Water Science and Technology Library, vol. 9, pp. 217-238.

Guiaşu, S. (1977): *Information Theory with Applications*. Great Britain, Mc Graw - Hill, pp. 16-28.

Gupta, (1973) : Information content of time-variant data. *Journal of the Hydraulics Division*, Proceedings of the ASCE, (March,1973), HY3, pp. 383-394.

Güripek, M.; Öztekin, N. (1968): Türkiye Akarsularında Ortalama Akım Debilerinin Tekerrür Analizi. *İnşaat Mühendisleri Odası IV. Teknik Kongresi*", R.1-14, 8 s.

Harmancioğlu, N. B. (1980): *Hidrolojik Süreçlerde bilgi içeriğinin entropi ile ölçülmesi.* İzmir, Ege Üniversitesi İnşaat Fakültesi, Hidroloji ve Su Yapıları Doktora Tezi N. 4, (Yön. O. Uslu), 154 s.

Harmancioğlu, N. (1981): Measuring the Information Content of Hydrological Processes by the Entropy Concept. İzmir, *Centennial of Atatürk's Birth, Journal of Civil Engineering*, Ege University, Faculty of Engineering, pp. 13-38.

Harmancioğlu, N. (1984): Entropy Concept as Used in Determination of Optimum Sampling Intervals. *Proceedings of Hydrossoft '84, International Conference on Hydraulic Engineering Software*, Portoroz, Yugoslavia, pp. 6-99 and 6-110.

Harmancioğlu, N.B.; Yevjevich, V. (1985): Transfer of Hydrologic Information Along Rivers Partially Fed by Karstified Limestones. *Proc. of Int. Symp. on Karst Water Resources*, Ankara, IAHS Publ. 161, pp.161-131.

Harmancioğlu, N.B.; Yevjevich, V. (1986): *Transfer of Information Among Water Quality Variables of the Potomac River, Phase III: Transferable and Transferred Information.* Report to D.C. Water Resources Research Center of the University of the District of Columbia, Washington, D.C., June 1986, p.81.

Harmancioğlu, N.B.; Yevjevich, V.; Obeysekera, J.T.B. (1986) : Measures of Information Transfer Between Variables. *Proceedings of Fourth International Hydrology Symposium - Multivariate Analysis of Hydrologic Processes*, (Editors:H.W. Shen et al.) . pp. 481-499.

Harmancioğlu, N.B.; Yevjevich, V. (1987): Transfer of Hydrologic Information Among River Points. *Journal of Hydrology*, 91: pp. 103-118.

Harmancioğlu, N.; Özer, A.; Alpaslan, N. (1987): Su Kalitesi Gözlemleri . Ankara, İnşaat Mühendisleri Odası , IX. Teknik Kongre Bildirileri , 16-20 Kasım, 1987, vol.II, pp.113-129.

Harmancioğlu, N.; Baran, T. (1989): Effects of Recharge Systems on Hydrologic Information Transfer Along Rivers. *Proceedings of the Third Scientific Assembly New Directions for Surface Water Modeling*, IAHS Publ., 181, pp.223-233.

Harmancioğlu, N.B.; Singh, V.P. (1991): An Information-Based Approach to Monitoring and Evaluation of Water Quality Data. Athens, *Proceedings of the European Conference ECOWARM. In: Advances in Water Resources Technology (Ed.G.Tsakiris)*, pp. 377-386.

Harmancioğlu, N.; Alpaslan, N. (1992): Water Quality Monitoring Network Design: A Problem of Multi-Objective Decision Making. *Water Resources Bulletin*, v.28, no.1, pp. 179-192.

Harmancioğlu, N.; Singh, V.P.; Alpaslan, N. (1992): *Versatile Uses of the Entropy Concept in Water Resources*. Entropy and Energy Dissipation in Water Resources, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, pp. 91-117.

Harmancioğlu, N.; Alpaslan, N. ;Singh, V.P. (1992): *Application of the Entropy Concept in Design of Water Quality Monitoring Networks*. Entropy and Energy Dissipation in Water Resources, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, pp. 283-302.

Husain, T. (1989): Hydrologic Uncertainty Measure and Network Design. *Water Resources Bulletin*, 25(3): pp.527-534.

IECO (1966): *Ceyhan, Seyhan, Berdan, Develi, Amik Projects*. California, International Engineering Company (Climate & Hydrology).

Jain, D.; Singh, V.P. (1987): Estimating Parameters of EVI Distribution of Flood Frequency Analysis. *Water Resources Bulletin*, v.23, no.1, pp. 59-71.

Jaynes, E.T., (1957a): Information Theory and Statistical Mechanics I. *Phys. Rev.*, no.106, pp. 620 - 630.

Jaynes, E.T. (1957b): Information Theory and Statistical Mechanics II. *Phys. Rev.*, no.108, pp. 171 - 190.

Jaynes, E.T. (1961): *Probability Theory in Science and Engineering*. McGraw-Hill, New York.

Jaynes, E.T., (1982): On the Rationale of Entropy Methods. *Proc. IEEE*, no. 70 (19), pp. 939 - 959.

Jaynes, E.T., (1983): *Papers on Probability, Statistics and Statistical Physics* (ed. by R.D. Rosenkrantz) Dordrecht, D. Reidel, vol.158.

Johnson, L.W.; Riess, R.D. (1982): *Numerical Analysis*. London, Addison - Wesley Publishing Company, 563 p.

Jowitt, P.W. (1979): The Extreme Value Type-1 Distribution and the Principle of Maximum Entropy. *Journal of Hydrology*, no.42, pp.23-38.

Krstanovic, P.F.; Singh, V.P. (1986): A Multivariate Stochastic Flood Analysis Using Entropy. Paper presented at the *Int. Symp. on Flood Frequency and Risk Analysis*, Louisiana State.

Krstanovic, P.F.; Singh, V.P. (1992a): Evaluation of Rainfall Networks Using Entropy: I. Theoretical Development. Kluwer, *Water Resources Management*, no.6, pp. 279 - 293.

Krstanovic, P.F.; Singh, V.P. (1992b): Evaluation of Rainfall Networks Using Entropy: II. Application. Kluwer, *Water Resources Management*, no.6, pp. 295 - 314.

Langbein, W.B., (1979): Overview of Conference on Hydrologic Data Networks. *Water Resources Research*, 15(6): pp. 1867-1871.

Leopold, L.B.; Langbein, W.B. (1962): The Concept of Entropy in Landscape Evaluation. *USGS Prof.Paper 500-A*, pp.A1-A20.

Linfoot, E.H. (1957): An Information Measure of Correlation. *Information and Control*, no.1, pp. 85 - 89.

MacKay, D.M. (1950): Quantal Aspects of Scientific Information. *Phil. Mag.*, no.41, p. 289.

Matalas, N. C.; Langbein, W.B. (1962): The Information Content in the Mean. *Journal of Geophysical Research*, V.67, Nr. 9, pp. 3441 - 3448.

McGarry, K.J. (1975): *Communication, Knowledge and the Librarian*. London, Clive Bingley, pp. 21 - 37.

Myskis, A.D. (1975): *Mathematics for Engineers*. Moscow, Mir Publishers, 794 p.

Öziş, Ü. (1971): *Akışlılık Katsayıları Vasıtasıyla Ortalama ve Düşük Akımların Tayini, Güvenilir Su Kuvveti Potansiyelinin Hesaplanması*". Ankara, TBTA, MAG-206, 235 s.

Öziş, Ü. (1976): Hidrolojik Süreçlerin İstatistik ve Olasılığı. İzmir, *Ege Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Fakültesi Dergisi*, yıl 4, sayı 3, s. 60 - 100.

Öziş, Ü.; Keloğlu, N. (1977): Karst Pınar Akımlarının Matematiksel İncelenmesinde Bazı Özellikler. İzmir, *Ege Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Fakültesi Dergisi*, yıl 5, sayı 4, s. 99 - 113.

Padmanabhan, G.; Rao, A.R. (1988): Maximum Entropy Spectral Analysis of Hydrologic Data. *Water Resources Research*, no. 24 (9), pp. 1519 - 1534.

Pfeiffer, P.E. (1965): *Concepts of Probability Theory*. New York, McGraw - Hill Book Company, 399 p.

Pierce, J.R. (1961): *Symbols, Signals and Noise: the Nature and Process of Communication*. New York, Harper and Row Publishers Inc.

Rubenstein, H. (1973): *Language and Probability. Communication, Language and Meaning* (ed.G.A.Miller). New York, Basic Books, ch.17, pp. 185 - 195.

Scheidegger, A.E. (1967): A Thermodynamic Analogy for Meander Systems. *Water Resources Research*, no.3 (4), pp.1041 - 1046.

Schultze, E. (1969): *Einführung in die mathematischen Grundlagen der Informationstheorie*. Berlin, Springer- Verlag, Lecture Notes in Operations Research and Mathematical Economics, 116 p.

Shannon, C.E. (1948): A Mathematical Theory of Communications, I and II. *Bell System Tech. Journal*, no. 27, pp. 379 - 423.

Shannon, C.E.; Weaver, W. (1949): *The Mathematical Theory of Communication*. The University of Illinois Press, Urbana, Illinois.

Singh, V.P. (1987): On Application of the Weibull Distribution in Hydrology. *Water Resources Management*, no. 1, pp. 33 - 43.

Singh, V.P.; Jain, D. (1985): Comparing Methods of Parameter Estimation for EVI Distribution for Flood Frequency Analysis. Paper presented at the *Vth World Congress on Water Resources*", Brussels, Belgium.

Singh, V.P.; Singh, K. (1985a): Derivation of the Gamma Distribution by Using the Principle of Maximum Entropy. *Water Resources Bulletin*, no.21(6), pp.941-962.

Singh, V.P.; Singh, K. (1985b): Derivation of the Pearson Type (PT) III Distribution by Using the Principle of Maximum Entropy (POME). *Journal of Hydrology*, no. 80, pp. 197-214.

Singh, V.P.; Singh, K.; Rajagopal, A.K. (1985): Application of the Principle of Maximum Entropy (POME) to Hydrologic Frequency Analysis. *Completion Report 06, Louisiana Water Resources Research Institute*", Louisiana State Univ., Baton Rouge, Louisiana.

Singh, V.P.; Rajagopal, A.K.; Singh, K. (1986): Derivation of Some Frequency Distributions Using the Principle of Maximum Entropy (POME). *Advanced Water Resources*, no. 9 (2), pp. 91 - 106.

Singh, V.P.; Rajagopal, A.K. (1987): Some Recent Advances in the Application of the Principle of Maximum Entropy (POME) in Hydrology. *Water for the Future* (ed. by J.C.Rodda and N.C.Matalas), *Proceedings of the Rome Symposium*, April 1987, IAHS Publications, no. 164, pp. 353 - 364.

Singh, V.P.; Krstanovic, P.F. (1987): A Stochastic Model for Sediment Yield Using the Principle of Maximum Entropy. *Water Resources Research*, vol. 23, no. 5, pp. 781 - 793.

Singh, V.P.; Singh, K. (1987): Parameter Estimation for TPLN Distribution for Flood Frequency Analysis. *Water Resources Bulletin*, vol. 23, no. 6, pp. 1185 - 1191.

Sonuga, J.O., (1976): Entropy Principle Applied to Rainfall-Runoff Process. *Journal of Hydrology*, no. 30, pp. 81 - 94.

Tanrıöver, A. (1979): *Hidrolojik Süreçlerde Bilgi İçeriği Ölçütleri*. İzmir, Ege Üniversitesi, İnşaat Fakültesi, Hidroloji ve Su Yapıları Yüksek Lisans Tezi, no. 11, 44 s., (Yön.Ü.Öziş ve O.Uslu).

Templeman, A.B. (1989): Entropy and Civil Engineering Optimization. *NATO-ASI on Optimization and Decision Support Systems in Civil Engineering*, Edinburg, June 1989, p. 17.

Topsoe, F. (1974): *Informationstheorie*. Stuttgart, B.G. Teubner, p.88 .

Uslu, O.; Tanrıöver, A. (1979): Hidrolojik Süreçlerde Bilgi İçeriğinin Ölçülmesi. İstanbul, *I. Ulusal Hidroloji Kongresi Bildirileri*", s. 437-443.

Ward, R.C.; Loftis, J.C.; McBride, G.B. (1986): *The Data-Rich but Information-Poor Syndrome in Water Quality Monitoring*. *Environmental Management*, v.10, pp. 291-297.

Yang, G.T. (1971): Potential Energy and Stream Morphology. *Water Resources Research*, no.7(2), pp.311-322.

Yevjevich, V. (1972): *Probability and Statistics in Hydrology*. Fort Collins, Colorado, Water Resources Publications, 302 p.

Yevjevich, V. (1987): Stochastic Models in Hydrology. *Stochastic Hydrology and Hydraulics*, no.1, pp.17-36.

Young, D.M.; Gregory, R.T. (1972): *A Survey of Numerical Mathematics*. London, Addison - Wesley Publishing Company, 492 p.



EK - BİLGİSAYAR PROGRAMLARI

```
REM *****
REM * LOGNORMAL DAĞILIM KABULU ENTROPY HESABI *
REM *****
CLS
OPEN "20-7.DAT" FOR INPUT AS #1
OPEN "2015.DAT" FOR INPUT AS #2
OPEN "0715YK.DAT" FOR OUTPUT AS #3
PRINT #3, "Y= 20-7 NOLU ISTASYON X=2015 NOLU ISTASYON"
N = 8 * 365
DIM QH(8, 365), QHMOD(8, 365), Q1L(N), Q2L(N), ORTY(365), VARY(365),
    ORTX(365), VARX(365), RYX(365), YIL$(8), HY(365), HX(365), HYX(365),
    TXY(365)
N1 = 8: N2 = 365
INPUT #1, NO, ADI$
PRINT NO, ADI$
K = 0
    FOR I = 1 TO N1
INPUT #1, YIL$(I): PRINT YIL$(I)
        FOR J = 1 TO N2
K = K + 1
INPUT #1, QH(I, J)
Q1L(K) = LOG(QH(I, J)): QH(I, J) = LOG(QH(I, J))
        NEXT J
    NEXT I
K = 0
INPUT #2, NO, ADI$
PRINT NO, ADI$
    FOR I = 1 TO N1
INPUT #2, YIL$(I): PRINT YIL$(I)
        FOR J = 1 TO N2
K = K + 1
INPUT #2, QHMOD(I, J)
Q2L(K) = LOG(QHMOD(I, J)): QHMOD(I, J) = LOG(QHMOD(I, J))
        NEXT J
    NEXT I
REM*****
REM* OKUTMA VE LOGARITMIK DONUSTURME ISLEMLERİ TAMAMLANDI
REM*****
```

- 150 -

```

REM *****
REM * LOGNORMAL DAĞILIM KABULU ENTROPY HESABI *
REM * RANGE'E GORE KUMULATIF HESAP *
REM *****

OPEN "20-7.DAT" FOR INPUT AS #1
OPEN "2015.DAT" FOR INPUT AS #2
OPEN "0715YKR.DAT" FOR OUTPUT AS #3
PRINT #3, "Y= 2007 NOLU ISTASYON X=2015 NOLU ISTASYON"
N = 8 * 365
DIM QH(8, 365), QHMOD(8, 365), Q1L(N), Q2L(N), ORTY(365), VARY(365),
    ORTX(365), VARX(365), RYX(365), YIL$(8), HY(365), HX(365), HYX(365),
    TXY(365), XMIN1(365), XMAX1(365), XMAX2(365), XMIN2(365)
N1 = 8: N2 = 365
INPUT #1, NO, ADI$
PRINT NO, ADI$
K = N1 * N2
    FOR I = 1 TO N1
        INPUT #1, YIL$(I)
        FOR J = 1 TO N2
            K = K - 1
            INPUT #1, QH(I, J)
            Q1L(K) = LOG(QH(I, J))
            QH(I, J) = LOG(QH(I, J))
        NEXT J
    NEXT I
K = N1 * N2
INPUT #2, NO, ADI$
    FOR I = 1 TO N1
        INPUT #2, YIL$(I)
        FOR J = 1 TO N2
            K = K - 1
            INPUT #2, QHMOD(I, J)
            Q2L(K) = LOG(QHMOD(I, J))
            QHMOD(I, J) = LOG(QHMOD(I, J))
        NEXT J
    NEXT I

```

```

REM *****
REM * OKUTMA VE LOGARITMIK DONUSTURME ISLEMLERITAMAMLANDI
REM *****
REM *****
REM *   PARAMETRELERIN HESABI   *
REM **  MIN. MAX. HESABI      *
REM *****
KONT = 0
  FOR I = N1 TO 1 STEP -1
    KONT = KONT + 1
TOP1 = 0: TOP2 = 0: TOP3 = 0: TOP4 = 0: TOPYX = 0
    NN = KONT * N2
XMAX1(I) = 0: XMIN1(I) = 1000
XMAX2(I) = 0: XMIN2(I) = 1000
    FOR J = 1 TO NN
      IF XMAX1(I) < Q1L(J) THEN XMAX1(I) = Q1L(J)
      IF XMAX2(I) < Q2L(J) THEN XMAX2(I) = Q2L(J)
      IF XMIN1(I) > Q1L(J) THEN XMIN1(I) = Q1L(J)
      IF XMIN2(I) > Q2L(J) THEN XMIN2(I) = Q2L(J)
      TOP1 = TOP1 + Q1L(J)
      TOP3 = TOP3 + Q2L(J)
      TOPYX = TOPYX + Q1L(J) * Q2L(J)
    NEXT J
    PRINT XMAX1(I); XMAX2(I); XMIN1(I); XMIN2(I)
    ORTY(I) = TOP1 / NN
    ORTX(I) = TOP3 / NN
    FOR J = 1 TO NN
      TOP2 = TOP2 + (Q1L(J) - ORTY(I)) ^ 2
      TOP4 = TOP4 + (Q2L(J) - ORTX(I)) ^ 2
    VARY(I) = TOP2 / (NN - 1)
    VARX(I) = TOP4 / (NN - 1)
    NEXT J
    RYX(I) = (TOPYX - (NN * ORTY(I) * ORTX(I))) / (NN * SQR(VARY(I) * VARX(I)))
    NEXT I
PRINT #3, " N  ORTOH  ORTQM  VARH  VARM  R"

```

```

FOR I = 1 TO N1
PRINT #3, USING " ###   ###.##   ###.##   #####   #####   #.##";
      I, ORTY(I), ORTX(I), VARY(I), VARX(I), RYX(I)
NEXT I
REM *****
REM *   ENTROPILERIN HESABI   *
REM *****
PI = 3.14159
PRINT #3, " SONUCLAR RANGE'E GORE BULUNMUSTUR"
PRINT #3, " H(Y)      R1   H(X)      R2      H(Y/X)      T(X,Y)      "
      FOR I = N1 TO 1 STEP -1
        R1 = XMAX1(I) - XMIN1(I)
        R2 = XMAX2(I) - XMIN2(I)
        HY(I) = .5 * LOG(2 * PI * VARY(I)) + .5 + LOG(1 / R1)
        HX(I) = .5 * LOG(2 * PI * VARX(I)) + .5 + LOG(1 / R2)
        HYX(I) = .5 * LOG(2 * PI * VARY(I)) + .5 * LOG(1 - RYX(I) ^ 2) + .5 + LOG(1 / R1)
        TXY(I) = -LOG(SQR(1 - RYX(I) ^ 2))
        PRINT #3, USING " ###   ###.#####   ##.#####   ###.#####   ##.#####
              ###.#####   ###.#####   ###.##### "; I, HY(I); R1; HX(I);
              R2; HYX(I); TXY(I)
      NEXT I
END

```

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM
DOKÜMANTASYON MERKEZİ