



**Matematikte Özel Yetenekli ve Özel Yetenekli
Olmayan Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin
Matematiksel İletişim Yeterlikleri**

Nermin BAL

Yüksek Lisans Tezi

Eskişehir, 2024

ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

**MATEMATİKTE ÖZEL YETENEKLİ VE ÖZEL YETENEKLİ
OLMAYAN SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN
MATEMATİKSEL İLETİŞİM YETERLİKLERİ**

Nermin BAL

Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Ayla Ata BARAN

Eskişehir, 2024

ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Nermin BAL tarafından hazırlanan **Matematikte Özel Yetenekli ve Özel Yetenekli Olmayan Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel İletişim Yeterlikleri** başlıklı bu tez, 01/07/2024 tarihinde *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği*'nin ilgili maddeleri uyarınca yapılan **Tez Savunma Sınavı** sonucunda **başarılı** bulunarak, jürimiz tarafından oy birliği ile Yüksek Lisans Tezi/Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

<u>Görevi</u>	<u>Unvanı Adı SOYADI</u>	<u>İmza</u>
Jüri Başkanı :	Prof. Dr. Pınar ANAPA SABAN	
Danışman :	Dr. Öğr. Üyesi Ayla ATA BARAN	
Üye :	Dr. Öğr. Üyesi Başak BARAK	

Prof. Dr. M. Zafer BALBAĞ
Enstitü Müdürü

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Matematikte Özel Yetenekli ve Özel Yetenekli Olmayan Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel İletişim Yeterlikleri başlıklı tezin bizzat tarafımda hazırlanan, özgün bir çalışma olduğunu; bu çalışmanın tüm aşamalarında (hazırlık, veri toplama, analiz, bilgilerin sunumu ve raporlaştırma vb.) bilimsel etik ilke ve kurallara uygun olarak hareket ettiğimi; bu çalışma kapsamında elde edilmeyen tüm veri, bilgi vb. için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara çalışmanın kaynakçasında yer verdiğimi; bu çalışmanın Eskişehir Osmangazi Üniversitesi tarafından kullanılan “Bilimsel İntihal Tespit Programı”yla tarandığını ve hiçbir “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, herhangi bir biçimde bu çalışmamla ilgili yukarıdaki beyanıma aykırı bir durumun saptanması halinde, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçların sorumluluğunu kabul ettiğimi bildiririm.

.. / .. / 2024
Nermin BAL

Teşekkür

Lisansüstü eğitimim ve tez çalışmam sürecinde bilgi ve tecrübelerini paylaşarak rehberlik eden ve her ihtiyaç duyduğumda destek sağlayan değerli danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Ayla ATA BARAN'a çok teşekkür ederim.

Lisansüstü eğitimim boyuncaengin bilgi ve tecrübeleriyle akademik alanda ilerlememi sağlayan kıymetli hocalarıma teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmama destek sağlayan öğretmen arkadaşlarıma ve katılımcı olarak katkı sunan öğrencilere teşekkür ederim.

Her zaman destekleriyle yanımda olan canım aileme çok teşekkür ederim.

Nermin BAL



İçindekiler

Teşekkür	i
İçindekiler	ii
Tablolar Listesi.....	iv
Şekiller Listesi.....	v
Özet	1
Abstract	3
BİRİNCİ BÖLÜM	5
1. Giriş.....	5
1.1.Problem Durumu	7
1.2. Araştırmanın Amacı	9
1.3. Araştırmanın Önemi	9
1.4. Varsayımlar	10
1.5. Sınırlılıklar.....	10
1.6. Tanımlar	10
1.7. Kısaltmalar	11
İKİNCİ BÖLÜM.....	12
2. Kavramsal Çerçeve	12
2.1. Matematiksel İletişim	12
2.2. Matematiksel iletişim yeterliği	13
2.2.1.PISA matematik okuryazarlık çerçevesi ve matematiksel iletişim yeterliği	15
2.3. Özel yetenekli öğrenciler.....	18
2.3.1. Matematikte özel yetenekli olma	18
2.4. İlgili Araştırmalar	19
2.4.1. Matematiksel iletişim yeterliği ile ilgili çalışmalar	19
2.4.2. Matematikte özel yetenekli öğrenciler ile ilgili çalışmalar.....	23
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM	30
3. Yöntem.....	30
3.1. Araştırma Deseni	30
3.2. Katılımcılar.....	30
3.3. Veri Toplama Araçları.....	32
3.4. Verilerin Toplanması.....	37
3.5. Verilerin Çözümlemesi.....	37

3.6. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği	38
3.6.1. Soruların yeterlik düzeylerinin belirlenmesi sürecine ilişkin geçerlik çalışması.....	39
3.6.2. Yarı-yapılandırılmış görüşme soruları ile pilot uygulama ve revizeler	39
3.7. Araştırma süreci.....	40
DÖRDÜNCÜ BÖLÜM	41
4. Bulgular.....	41
4.1. Matematikte özel yetenekli olmayan öğrencilerin matematiksel iletişim yeterliklerine ilişkin bulgular	41
4.1.1. Özel yetenekli olmayan ağırlıklı-2 düzeyi öğrencilerinin matematiksel iletişim yeterliklerine ilişkin bulgular.....	41
4.1.2. Özel yetenekli olmayan ağırlıklı-3 düzeyi öğrencilerinin matematiksel iletişim yeterliklerine ilişkin bulgular.....	57
4.2. Matematikte özel yetenekli olan öğrencilerin matematiksel iletişim yeterliklerine ilişkin bulgular	71
4.2.1. Özel yetenekli ağırlıklı-2 düzeyi öğrencilerinin matematiksel iletişim yeterliklerine ilişkin bulgular.....	71
4.1.2. Özel yetenekli ağırlıklı-3 düzeyi öğrencilerinin matematiksel iletişim yeterliklerine ilişkin bulgular.....	96
4.2.3. Matematikte özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin matematiksel iletişim yeterliklerine ilişkin bulguların karşılaştırmalı incelenmesi	113
BEŞİNCİ BÖLÜM	124
5. Sonuç, Tartışma ve Öneriler	124
5.1. Özel yetenekli olmayan öğrencilerin matematiksel iletişim yeterliklerine ilişkin sonuçlar.....	124
5.2. Özel yetenekli öğrencilerin matematiksel iletişim yeterliklerine ilişkin sonuçlar	125
5.3. Özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin matematiksel iletişim yeterliklerine ilişkin karşılaştırmalı sonuçlar ve tartışma.....	126
5.4. Öneriler.....	129
KAYNAKÇA.....	130
EKLER.....	137
ÖZGEÇMİŞ	147

Tablolar Listesi

Tablo Numarası	Başlık	Sayfa Numarası
3.1	Katılımcı Öğrenciler	31
3.2	Matematiksel İletişim Yeterliği Ölçme Aracı	32
3.3	Matematiksel İletişim Yeterlik Düzeyleri (Turner vd., 2015)	33
4.1	Ağırlıklı-2 Düzeyi Öğrencilerinin Fuji Dağı Tırmanışı Birinci Soru Maddesine İlişkin Çözümleri	114
4.2	Ağırlıklı-2 Düzeyi Öğrencilerinin Arızalı Oynatıcılar Problemi İkinci Soru Maddesine İlişkin Çözümleri	116
4.3	Ağırlıklı-3 Düzeyi Öğrencilerinin Fuji Dağı Tırmanışı Problemi Birinci Soru Maddesine İlişkin Çözümleri	118
4.4	Ağırlıklı-3 Düzeyi Öğrencilerinin Döner Kapı ile İlgili Üçüncü Soru Maddesine İlişkin Çözümleri	119
4.5	Ağırlıklı-3 Düzeyi Öğrencilerinin Döner Kapı ile İlgili İkinci Soru Maddesine İlişkin Çözümleri	120
4.6	Ağırlıklı-3 Düzeyi Öğrencilerinin Pizzalar Sorusuna İlişkin Çözümleri	122

Şekiller Listesi

Şekil Numarası	Başlık	Sayfa Numarası
2.1	Matematiksel İletişim Yeterliği Bileşenleri	16
2.2	Fuji Dağı Tırmanışı-Soru 1	17
3.1	Araştırma Sürecinin Aşamaları	40
4.1	Miray'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	42
4.2	Miray'ın Arızalı Oynatıcılar ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	43
4.3	Miray'ın Döner Kapı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	45
4.4	Akın'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	46
4.5	Akın'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili İkinci Soru Maddesine İlişkin Çözümü	48
4.6	Akın'ın Arızalı Oynatıcılar ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	49
4.7	Azra'nın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	51
4.8	Azra'nın Arızalı Oynatıcılar ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	52
4.9	Azra'nın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	53
4.10	Azra'nın Arızalı Oynatıcılar ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	54
4.11	Azra'nın Pizzalar Sorusuna Yönelik Çözümü	55
4.12	Eylül'ün Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	58
4.13	Eylül'ün Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Üçüncü Soru Maddesine Yönelik Çözümü	59

4.14	Eylül'ün Arızalı Oynatıcılar ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	60
4.15	Eylül'ün Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	61
4.16	Eylül'ün Arızalı Oynatıcılar ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	62
4.17	Eylül'ün Pizzalar Sorusuna Yönelik Çözümü	63
4.18	Eylül'ün Döner Kapı ile İlgili Üçüncü Soru Maddesine Yönelik Çözümü	64
4.19	Leyla'nın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Üçüncü Soru Maddesine Yönelik Çözümü	65
4.20	Leyla'nın Döner Kapı ile İlgili Üçüncü Soru Maddesine Yönelik Çözümü	66
4.21	Leyla'nın Arızalı Oynatıcılar ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	67
4.22	Leyla'nın Pizzalar Sorusuna Yönelik Çözümü	68
4.23	Leyla'nın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	69
4.24	Leyla'nın Döner Kapı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	70
4.25	Nihat'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	72
4.26	Nihat'ın Döner Kapı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	73
4.27	Nihat'ın Arızalı Oynatıcılar ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	74
4.28	Nihat'ın Döner Kapı ile İlgili Üçüncü Soru Maddesine Yönelik Çözümü	75
4.29	Nihat'ın Arızalı Oynatıcılar ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	76
4.30	Nihat'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Üçüncü Soru Maddesine Yönelik Çözümü	77

4.31	Nihat'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	78
4.32	Nihat'ın Pizzalar Sorusuna Yönelik Çözümü	80
4.33	Fidan'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	81
4.34	Fidan'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Üçüncü Soruya Yönelik Çözümü	82
4.35	Fidan'ın Arızalı Oynatıcılar ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	82
4.36	Fidan'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	83
4.37	Fidan'ın Arızalı Oynatıcılar ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	84
4.38	Fidan'ın Pizzalar Sorusuna Yönelik Çözümü	86
4.39	Fidan'ın Döner Kapı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	87
4.40	Alper'in Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	88
4.41	Alper'in Döner Kapı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	89
4.42	Alper'in Arızalı Oynatıcılar ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	90
4.43	Alper'in Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	91
4.44	Alper'in Döner Kapı ile İlgili Üçüncü Soru Maddesine Yönelik Çözümü	92
4.45	Alper'in Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Üçüncü Soru Maddesine Yönelik Çözümü	93
4.46	Alper'in Pizzalar Sorusuna Yönelik Çözümü	94
4.47	Alper'in Döner Kapı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	95
4.48	Seda'nın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	97

4.49	Seda'nın Arızalı Oynatıcılar ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	98
4.50	Seda'nın Döner Kapı ile İlgili Üçüncü Soru Maddesine Yönelik Çözümü	99
4.51	Seda'nın Arızalı Oynatıcılar ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	100
4.52	Seda'nın Döner Kapı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	101
4.53	Seda'nın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	102
4.54	Seda'nın Pizzalar Sorusuna Yönelik Çözümü	103
4.55	Mert'in Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	104
4.56.	Mert'in Döner Kapı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	105
4.57	Mert'in Arızalı Oynatıcılar ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	106
4.58	Mert'in Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	107
4.59	Mert'in Döner Kapı ile İlgili Üçüncü Soru Maddesine Yönelik Çözümü	108
4.60	Mert'in Pizzalar Sorusuna Yönelik Çözümü	109
4.61	Mert'in Döner Kapı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	110
4.62	Mert'in Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Üçüncü Soru Maddesine Yönelik Çözümü	111
4.63	Mert'in Arızalı Oynatıcılar ile ilgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü	112

Özet

Matematikte Özel Yetenekli ve Özel Yetenekli Olmayan Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel İletişim Yeterlikleri

Nermin BAL

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Ayla ATA BARAN

2024

Amaç: Günümüz matematik eğitiminin nihai amacının günlük yaşamda karşılaşılan problem durumlarına çözüm geliştirebilen, matematik okuryazarı bireylerin yetiştirilmesi olduğu bilinmektedir. Matematik okuryazarı bireylerin en belirgin özelliklerinden biri ise matematiksel iletişim yeterliği gelişmiş bireyler olmalarıdır. Bu bağlamda bu araştırmada matematikte özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim yeterliklerinin karşılaştırmalı olarak incelenmesi amaçlanmıştır.

Yöntem: Katılımcı seçim sürecinde ilk olarak Eskişehir il merkezindeki bir ortaokul ile Bilim ve Sanat Merkezinde sekizinci sınıf düzeyinde öğrenim görmekte olan öğrencilerin matematiksel iletişim yeterliği düzeyleri belirlenmiştir. Bu kapsamda, matematiksel iletişim yeterliği düzeyi bakımından farklılaşan ve PISA matematik okuryazarlık problemleri arasından seçilerek hazırlanmış Matematiksel İletişim Yeterliği Ölçme Aracı kullanılmıştır. Elde edilen verilerin nicel olarak analiz edilmesinin ardından her bir iletişim düzeyinden olacak şekilde gönüllü katılımcılar belirlenmiştir. Böylece, matematikte özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan beşer öğrenci olmak üzere toplam 10 öğrenci araştırmaya katılım sağlamıştır. Araştırma verilerinin toplanması sürecinde matematikte özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan katılımcı öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu kapsamda öğrencilere matematik okuryazarlık problemlerini çözme sürecinde matematiksel iletişim yeterliğinin alıcı ve anlatımcı bileşenleri bağlamındaki eylemlerini ortaya çıkarmaya yönelik açık uçlu sorular yönlendirilmiştir. Yarı yapılandırılmış görüşmeler sonucunda elde edilen veriler içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir.

Bulgular: Özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin benzer olarak sözlü açıklamalarında hatalı dil kullandıkları ve güçlük düzeyi artan sorularda

matematiksel iletişim becerilerini kullanmada zorlandıkları görülmüştür. Özel yetenekli öğrencilerin mantıksal muhkeme becerilerini etkin kullanmalarını matematiksel iletişim becerilerine de yansıttıkları, problem durumunu ifade etmede ve çözüme ilişkin gerekçe sunmada daha kavramsal ve formal bir dil kullandıkları, yazılı çözümlerini aşamalı ve kapsamlı sunmada öne çıktıkları belirlenmiştir.

Sonuç ve Öneriler: Araştırma sonucunda özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin matematiksel dili hatalı kullanımı, problemi ifade etme ve çözüme ilişkin gerekçe sunmayı içeren matematiksel iletişim süreçlerinde güçlük yaşamaları dikkate alındığında matematiksel iletişim becerilerini işe koşabilecekleri matematik eğitim ortamlarının sağlanması önerilmektedir.

Anahtar kelimeler: Matematiksel İletişim, Özel Yetenekli, Matematik Okuryazarlığı

Abstract

Mathematical Communication Competencies of Mathematically Gifted and Non-Gifted Eighth Graders

Nermin BAL

Eskisehir Osmangazi University Institute of Educational Sciences

Department of Mathematics and Science Education

Advisor: Asst. Prof. Dr. Ayla ATA BARAN

2024

Purpose: It is known that the ultimate goal of today's mathematics education is to raise mathematically literate individuals who can develop solutions to problem situations encountered in daily life. One of the most prominent characteristics of mathematically literate individuals is that they have developed mathematical communication competency. In this context, this study aimed to investigate the mathematical communication competencies of mathematically gifted and non-gifted eighth grade students in a comparative manner.

Method: In the participant selection process, firstly, the mathematical communication competency levels of eighth grade students studying at a middle school and a Science and Art Center in Eskişehir were determined. In this context, the Mathematical Communication Competency Measurement Tool was used. This tool was developed by selecting mathematical literacy problems from PISA, which varied in terms of mathematical communication competency levels. After the quantitative analysis of the data obtained, voluntary participants from each communication competency level were determined. Thus, a total of 10 students, five gifted and five non-gifted students, participated in the study. In the process of collecting data, semi-structured interviews were conducted with the participating students. In this context, students were asked open-ended questions to reveal their actions in the context of receptive and expressive components of mathematical communication competency in the process of solving mathematical literacy problems. The data obtained from the semi-structured interviews were analysed by content analysis method.

Results: It has been observed that gifted and non-gifted students similarly used incorrect language in their verbal explanations and had difficulty in using mathematical communication skills in questions with increasing difficulty levels. It has been

determined that gifted students reflected their effective use of logical reasoning skills to their mathematical communication skills, used a more conceptual and formal language in expressing the problem situation and providing justification for the solution, and presented their written solutions more gradually and comprehensively.

Conclusion and Suggestions: As a result of research, considering the fact that gifted and non-gifted students have difficulties in mathematical communication processes including misuse of mathematical language, expressing the problem and providing justification for the solution, it is recommended to provide mathematics education environments where they can use their mathematical communication skills.

Keywords: Mathematical Communication, Mathematically Gifted Students, Mathematical literacy

BİRİNCİ BÖLÜM

1. Giriş

Geçmişten günümüze her çağda öne çıkan gelişmeler, bu gelişmelere uygun nitelikte bireylerin yetişmesini gerekli kılmıştır. 21. yüzyılda bilim ve teknolojiye hızlı gelişmeler; eğitim, iş ve yaşam alanlarında bu gelişmelere uygun niteliklere sahip bireylerin yetişmesini gerektirmektedir. Bu anlamda 21. yüzyıl becerileri olarak tanımlanan problem çözme, eleştirel düşünme, yaratıcı düşünme, iletişim ve iş birliği gibi becerilerin geliştirilmesine ihtiyaç duyulmaktadır (Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2023). Üst düzey politika belirleyiciler, eğitim sistemlerinin söz konusu becerileri kazandırabilecek nitelikte düzenlenmesini hedeflemektedirler. Bu doğrultuda, matematik eğitimi anlayışında da değişiklikler ve yeni yaklaşımlar söz konusu olmaktadır. Trafton ve Claus (1994), matematik öğrenmenin amacını problem çözme, problem durumuna yönelik fikirleri ifade edebilme ve yeni durumları anlamlandırma olarak belirtmişlerdir. Benzer şekilde, Romberg vd. (1999) tarafından matematik öğretiminin matematiksel iletişim ve akıl yürütme becerilerini geliştirmeyi sağlayacak şekilde yapılandırılması gerektiği ifade edilmiştir. Ülkemizde ortaokul düzeyinde uygulanmakta olan 2018 Matematik Dersi Öğretim Programının genel amaçları arasında öğrencilerin matematik okuryazarlık kapasitelerini geliştirebilmek, başka bir deyişle matematiksel bilgi ve becerilerini günlük yaşamlarında kullanabilmelerini desteklemek yer almaktadır.

Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Programme for International Student Assessment [PISA]) 2022 raporuna göre matematik okuryazarlığı, bir bireyin günlük yaşamında karşılaşacağı çeşitli problemleri çözmek amacıyla matematiksel olarak akıl yürütme ve matematiği formülleştirme, kullanabilme ve yorumlama kapasitesidir (MEB, 2023). PISA 2022 araştırması ülkelerin öğrencilerini yapıcı, katılımcı ve detaylı düşünebilen 21. yüzyılın gerektirdiği becerilere uygun olarak kişisel, sivil ve mesleki hayatlarının her alanında matematiksel becerilerini işe koşturma ne kadar yeterli olduklarını ölçmeyi amaçlamaktadır. Bu bağlamda PISA 2022 matematik okuryazarlığı değerlendirme çerçevesinde birtakım yenilikler yapılmıştır. Yapılan bu yeniliklerle PISA 2022 matematik testinde yer alan maddeler *matematiksel akıl yürütme, durumları matematiksel olarak formülleştirme, matematiksel kavram, olgu*

ve süreçleri kullanma ve matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirme süreçlerine odaklanmaktadır. PISA 2022 çerçevesi öğrencileri toplumun yaratıcı ve katılımcı bireyleri olarak kendileri ve toplum için teknolojinin hızla gelişim gösterdiği günümüz şartlarında karşılaştıkları problem durumlarını matematiksel değerlendirmeler ile çözümlemesini amaçlamaktadır. Bu amaca uygun olarak PISA 2022 kapsamında öğrencilerin matematiksel akıl yürütme becerilerini öne çıkaracakları problem durumları sunulmaktadır. PISA 2022 çerçevesinde *çokluk, belirsizlik ve veri, değişim ve ilişkiler, uzay ve şekil* konu alanlarını ihtiva eden matematik test maddeleri bireysel, mesleki, toplumsal ve bilimsel olarak adlandırılan bağlamlar ile ilişkilendirilmiştir. Gerçek yaşam bağlamında verilen problemlerin çözümünde öğrencilerin deneyimledikleri matematiksel süreçleri ölçen bu test maddeleri aynı zamanda öğrencilerin eleştirel düşünme, yaratıcılık, araştırma ve sorgulama, öz yönetim, inisiyatif ve süreklilik, bilgi kullanımı, sistem düşüncesi, iletişim, derinlemesine düşünme gibi 21. yüzyıl becerilerini işe koşmalarını amaçlamaktadır.

PISA matematik okuryazarlığı çerçevesi için temel oluşturan söz konusu yeterliklerden birinin de matematiksel iletişim olduğu ve PISA 2000 uygulamasından bu yana matematiksel iletişimin temel bir yeterlik olarak ele alındığı görülmektedir. PISA değerlendirmesinde temel bir yeterlik olarak ele alınan matematiksel iletişim birçok ülkenin matematik dersi öğretim programına bir süreç becerisi olarak dâhil edilmiştir. Isoda (2007), Japonya matematik öğretim programlarında yer alan problem çözme süreci ve problem çözme becerisinin gelişiminde matematiksel iletişimin önemini belirtmiştir. Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Birliği (National Council of Teachers of Mathematics- [NCTM] (2000), tarafından matematiksel iletişim kapsamında öğrencilerin iletişim yoluyla düşüncelerini ifade edebilmeleri, öğretmenleri ve arkadaşları ile paylaşabilmeleri, birbirlerinin düşüncelerini analiz edebilmeleri ve matematiksel fikirlerini açık bir şekilde ifade ederek matematik dilini kullanmaları okul matematiğine dâhil edilmiştir.

Uluslararası sınavlarda temel bir yeterlik olarak ele alınan matematiksel iletişime verilen önem ulusal düzeyde de giderek artmaktadır. Matematiksel iletişim, ortaokul matematik dersi öğretim programında her öğrenciye kazandırılması gereken temel bir beceri olarak ifade edilmiştir (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013b). MEB (2018) tarafından eğitim programlarının temel hedeflerinden birinin matematiksel düşünme ve matematiksel iletişimi günlük yaşam ve matematik ile ilgili problem durumlarında

kullanma becerisine sahip matematiksel yetkinlik kazanmış bireyler yetiştirmek olduğu vurgulanmaktadır.

Matematiksel iletişim, temel bir matematik okuryazarlık becerisi olması ve matematik başarısı ile matematik okuryazarlık performansına etkisi nedeniyle son yıllarda giderek önem kazanan bir konu olmuştur. Bu bağlamda, bu araştırmanın odağını matematiksel iletişim yeterliği oluşturmaktadır.

1.1.Problem Durumu

Günümüz matematik eğitiminin nihai amacının günlük yaşamda karşılaşılan problemlere mevcut bilgi ve becerilerini kullanarak çözüm geliştirebilen başka bir deyişle, matematik okuryazarı bireyler yetiştirilmesi olduğu bilinmektedir. Matematik okuryazarlık kapasitesi gelişmiş bireylerin en belirgin özelliklerinden biri ise üst düzey matematiksel iletişim yeterliğine sahip olmalarıdır. Matematiksel iletişim en genel anlamda matematik öğrenme sürecinde öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ifade edebilmeleri, arkadaşlarının görüşlerini dinleyip değerlendirmeleri ve birbirlerinin düşünceleri üzerine yorumlama yapabilmeleridir (Pape vd., 2003).

Bir gerçek yaşam bağlamına sahip ve matematiksel süreç becerileri odaklı problemler ilkokuldan liseye kadar her öğrenim düzeyinde giderek önem kazanmakta ve öğretmenlerin matematik öğretim süreçlerini belirtilen nitelikte problemlere dayalı olarak inşa edebilmeleri gerekmektedir. Böylece öğrencilerin matematiksel düşünme ve problem çözme becerilerinin gelişimi mümkün olabilecektir. Bu kapsamda beceri temelli, gerçek yaşam ya da matematiksel modelleme problemi gibi farklı türde matematik problemlerinin ortak bir özelliği öğrencileri düşünmeye ve matematiksel düşüncelerini açık ve anlaşılır bir biçimde ifade etmeye teşvik etmesi olarak ifade edilebilir. Başka bir deyişle, gerçek dünya ile matematik dünyası arasında matematikleştirme yapabilmeyi destekleyecek nitelikteki bir problem çözme sürecinde matematiksel iletişim yeterliği ağırlıklı olarak ön plana çıkmaktadır.

PISA 2022 değerlendirmesine katılım sağlayan 81 ülkenin matematik alanındaki ortalama puanı 336-575 puan aralığında değişmektedir. Katılımcı ülkelerin matematik alanındaki ortalama puanı ise 438'dir (MEB, 2024). Türkiye matematik alanında 453 puan ile ortalamanın üzerinde bir puan elde etmiştir. PISA 2022'de matematik okuryazarlık değerlendirmesi sekiz (1a,1b,1c, 2, 3, 4, 5, 6) yeterlik düzeyi üzerinden yapılmıştır. Bu düzeylerden '2. düzey' temel yeterlik düzeyi olarak belirlenmiştir. Bu düzeyde öğrencilerden basit gerçek yaşam durumları ile ilgili problemlerde matematik

bilgilerini işe koşmaları ve elde ettikleri sonuçları yorumlama becerisine sahip olmaları beklenmektedir. Türkiye’de matematikte temel yeterlik düzeyine ulaşan öğrenciler, katılımcı öğrencilerin %61’ini oluşturmaktadır. PISA 2022’de matematik alanında 5. ve 6. düzeyler ise üst düzey performans sergilenen düzeyler olarak belirlenmiştir. Bu düzeyler karmaşık zihinsel süreçleri ve yeterliklerin sergilendiği düzey olarak tanımlanmaktadır. Türkiye’de üst performans düzeyine katılımcı öğrencilerin %5,4’ü ulaşmıştır. PISA 2022’ye katılan OECD ülkelerinin önceki yıllara göre matematik alanında temel düzey ve üst düzey performans sergileyen öğrenci oranlarında geçmiş yıllara göre düşüş görülmektedir. Türkiye’de bu oranlar geçmiş yıllardaki performansına göre yükselmiş görölse de OECD ülkeleri ile benzer ortalamalara sahip olduğu belirlenmiştir (OECD, 2023). Görüldüğü gibi, söz konusu araştırma sonuçları matematiksel iletişimin, matematiksel muhakeme becerileri ve matematik okuryazarlık performansı açısından önemini yansıtırken; öğrenenlerin problem çözme sürecindeki iletişimsel eylemlerinin detaylı olarak incelenmesi gerekliliğini de ortaya koymaktadır.

Diğer yandan, toplumların çağın gelişmelerine uygun nitelikte bireyler yetiştirmeye verdiği önem doğrultusunda özel yetenekli olarak nitelendirilen bireyler ön plana çıkmaktadır. Özel yetenekli bireylerin bir toplumun gelişmesinde en önemli insan kaynağını sağladıkları ifade edilmiştir (MEB, 2022). Toplumların kendi bünyesinde var olan ‘dahi’ niteliklerini taşıyan bireyleri tespit etmeleri, onlara yönelik ilerletici, geliştirici eğitim fırsatı sunmaları o toplumların bilim ve teknolojiye lider ülkeler arasında yer alabilmesinde önemli olmaktadır (Aydın, 1994). Bu anlamda özel yetenekli öğrencilerin geleceğin problem çözücüleri olma potansiyeline sahip oldukları (Brody & Stanley, 2005) göz önünde bulundurulduğunda, bu öğrencilerin matematiksel problem çözme sürecindeki zihinsel faaliyetlerinin ve özel olarak da iletişimsel eylemlerinin detaylı olarak incelenmesi önemli görülmektedir. Yine, bu yeterliğin desteklenmesine yönelik olarak amaçlı bir şekilde farklılaşan adımlar atabilmede matematikte özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin matematiksel iletişim yeterliklerinin karşılaştırmalı olarak incelenmesine ihtiyaç duyulmaktadır. Nitekim Sipahi (2021) matematikte özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerle yapılan çalışmaların sayıca azlığına dikkat çekmiş ve matematikte özel yetenekli öğrencilerin özel yetenekli olmayan akranlarına göre problem çözme süreçlerine yönelik tatmin edici açıklamalarda bulunmadıklarını belirtmiştir. Bu doğrultuda matematikte özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin matematiksel problem çözme sürecinde ağırlıklı olarak

iş koşılması gereken matematiksel iletişim yeterliklerinin derinlemesine incelenmesi önemli bir gereklilik olarak ortaya çıkmaktadır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın temel amacı matematikte özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim yeterliklerinin karşılaştırmalı olarak incelenmesidir. Bu amaç doğrultusunda araştırmanın alt problemleri aşağıdaki gibi belirlenmiştir.

1. Matematikte özel yetenekli ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim yeterlikleri nasıldır?
2. Matematikte özel yetenekli olmayan ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim yeterlikleri nasıldır?
3. Matematikte özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim yeterlikleri arasında farklılık varsa nasıldır?

1.3. Araştırmanın Önemi

Bu araştırma, matematikte özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerine yönelik olması ve katılımcıların matematiksel iletişim yeterliklerinin karşılaştırmalı olarak incelenecek olması yönüyle geniş bir içeriğe sahip olacak şekilde yapılandırılmıştır. Matematiksel iletişim konusundaki araştırmalar incelendiğinde matematikte özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerle yürütülen herhangi bir araştırmaya rastlanmamaktadır. Bu anlamda özel olarak matematikte özel yetenekli öğrencilerle çalışılmasının araştırmanın özgün değerini artırdığı düşünülmektedir. Ayrıca, araştırma kapsamında ortaya konulan sonuçlar öğrencilerin matematik okuryazarlık problemi çözme sürecindeki iletişimsel eylemlerinin neler olduğunu detaylı bir şekilde yansıtmaktadır. Bu kapsamda, araştırma sonuçlarının matematikte özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan ortaokul öğrencilerinin matematiksel iletişim yeterliklerinin desteklenmesi üzerine öğretim tasarımlarının geliştirilmesi çalışmalarının yürütülmesinde destekleyici rol oynayacağı düşünülmektedir.

1.4. Varsayımlar

1. Katılımcı öğrencilerin Matematiksel İletişim Yeterliği Ölçme Aracı'nda yer alan matematik okuryazarlık problemlerinin çözüm sürecinde aktif olarak yer aldıkları varsayılmaktadır.

2. Yarı yapılandırılmış görüşme sorularının açık, anlaşılır ve araştırmanın amacına ulaşmada yeterli olduğu varsayılmaktadır.

3. Katılımcı öğrencilerin yarı yapılandırılmış görüşme sürecindeki sorulara samimi bir şekilde yanıt verdikleri varsayılmaktadır.

1.5. Sınırlılıklar

1. Bu araştırma 2023-2024 öğretim yılında Eskişehir il merkezinde bulunan bir ortaokul ile Bilim ve Sanat Eğitimi Merkezi'nde öğrenim görmekte olan toplam 10 ortaokul sekizinci sınıf öğrencisi ile sınırlıdır.

2. Araştırma verileri kullanılan veri toplama araçları ile sınırlıdır.

1.6. Tanımlar

Matematik okuryazarlığı: Bireyin matematiksel olarak akıl yürütme ve farklı yaşam bağlamlarında problemleri çözmek için matematiği kullanma, formüle etme ve yorumlama kapasitesidir (MEB, 2024).

Matematiksel iletişim: Öğrencilerin problem durumunu anlamlandırabilmeleri, çözüme ilişkin matematiksel fikirlerini ve gerekçelerini matematiksel dilde ortaya koyabilmeleri sürecidir (OECD, 2013).

Özel yetenek: Genel zihinsel yetenek, özel akademik yetenek, matematik, fen bilimleri, sosyal bilimler, dil, liderlik, yaratıcı düşünme, görsel, işitsel ve psiko-motor beceri alanlarında üstün performans sağlayan doğal yetenektir (MEB, 2013a).

Özel yetenekli öğrenci: Akranlarına kıyasla hızlı öğrenme yeteneği olan; sanat, eğitim ve yaratıcılık bakımından öne çıkan; genel akademik beceri ve özel sanatsal beceriye sahip; soyut fikirleri kavrayabilen, ilgi gösterdiği konu ve alanlarda bireysel çalışmaya istekli ve yüksek seviyede performans gösteren bireydir (MEB, 2019).

Yeterlik: Bireyin bir görevi tamamlarken en üst düzeyde performans göstermesini sağlayan bilgi, beceri ve yeteneklerdir (Chouhan & Srivastava, 2014).

1.7. Kısaltmalar

BİLSEM: Bilim ve Sanat Eğitimi Merkezi

MEB: Mili Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics (Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenler Birliği)

OECD: Organization for Economic Cooperation and Development (Ekonomik Kalkınma ve İşbirliği Örgütü)

PISA: Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)



İKİNCİ BÖLÜM

2. Kavramsal Çerçeve

Bu bölümde, araştırma kapsamında odaklanılan ve temel bir matematiksel süreç becerisi olarak matematiksel iletişime, bu becerinin PISA matematik okuryazarlık çerçevesinde nasıl ele alındığına ve matematikte özel yetenekli olma kavramına değinilmektedir. Buna ek olarak, araştırma konusu ile ilgili çalışmalara yer verilmiştir.

2.1. Matematiksel İletişim

İletişim, bireylerin diğerleri tarafından anlaşılma ve diğerlerini anlayabilmedeki en temel ve vazgeçilmez bir unsur olmaktadır. Bu anlamda matematik öğrenme ortamındaki öğrenenlerin matematiksel fikirlerini ifade etmeleri ve paylaşılan fikirleri anlamlandırabilmeleri matematiksel iletişim ile mümkündür. Nitekim Schoenfeld (1994) matematik yapmanın, öğrenenlerin fikirlerini paylaştığı ve etkileşim içinde bulundukları bir öğrenme ortamında mümkün olduğunu belirtmiştir. Matematiksel iletişim, matematiksel düşüncelerin yazılı ve sözlü olarak farklı matematiksel temsil biçimleriyle aktarılması olarak ifade edilmektedir (NCTM, 2000). Matematiksel cümleler kurabilmek, matematiksel modeller oluşturmak, matematiksel durumlara uygun yorumlar yapabilmek ve matematiksel sembolleri kullanabilmek matematiksel iletişimi oluşturan önemli unsurlardır (Sür ve Delice, 2016). Matematiksel iletişim, matematik eğitiminde öğrencilerin birbirleri ile ya da öğretmenleri ile sözlü ve yazılı olarak iletişim kurmalarını içermektedir. Matematiksel iletişim becerileri matematiksel okuma, yazma, dinleme öğelerini kapsamaktadır (Thompson & Chappell, 2007). Matematiksel yazma; sözlü veya görsel matematiksel ifadelerin akıl yürütme yoluyla yazıya aktarılmasıdır (NCTM, 2000). Matematiksel okuma matematiksel ifadeleri açıklama, sembollerle ilişkilendirme, şekil veya grafiklerin yorumlanmasını kapsayan etkinliklerdir (Adams & Lowery, 2007). Matematiksel iletişim, matematiksel dinleme, matematiksel konuşma, matematiksel okuma ve matematiksel yazma becerilerinden oluşmaktadır. Burada matematiksel okuma ve yazma yazılı türde iletişimi, matematiksel dinleme ve konuşma ise sözlü türde iletişimi ifade etmektedir.

Matematik öğrenme ortamlarında öğrenmenin anlamlı bir şekilde gerçekleşmesi için matematiksel iletişim becerisi oldukça önem kazanmaktadır. Matematik derslerinde

öğrencilerin sözlü ve yazılı iletişim kurmaya teşvik edilmesinin kavramsal anlayışlarının derinleşmesine yardımcı olduğu bilinmektedir (Lomibao vd., 2016). Yine, derin matematiksel anlayışın gelişmesi için öğrencilerin sınıf arkadaşlarıyla matematiksel durumları analiz etmeleri ve matematiksel düşüncelerini eleştirel bir şekilde incelemeleri ve matematiksel akıl yürütmelerini gerekçelendirmeleri gerekmektedir (Pape vd., 2003). Haylock ve Thangata (2007) öğretmenlerin öğrencilerin anlama düzeylerini belirleme, düşünme süreçleri ve kavram yanlışlarına yönelik fikir sahibi olabilmeleri için öğrencilerin kendilerini ifade etmelerinin sağlamlasının önemine vurgu yapmıştır.

2.2. Matematiksel iletişim yeterliği

Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Birliği (National Council of Teachers of Mathematics- [NCTM]) (2000) tarafından içerik ve süreç standartlarını kapsayacak şekilde birtakım ilke ve standartlar tanıtılmıştır. Bu kapsamda matematiksel iletişimin problem çözme, akıl yürütme ve ispat, iletişim, ilişkilendirme ve temsil şeklindeki süreç standartları kapsamında ele alındığı görülmektedir. NCTM'ye (2000, s. 60) göre öğrenciler i) iletişim yoluyla matematiksel düşüncelerini geliştirebilmeli, ii) matematiksel düşüncelerini birbirlerine ve öğretmenlerine açıkça ifade edebilmeli, iii) kendisi dışında diğerlerinin matematiksel düşüncelerini analiz edebilmeli ve iv) matematiksel fikirlerini açık bir şekilde ifade edebilmek için matematik dilini kullanabilmelidir. Görüldüğü gibi söz konusu göstergelerin odağını matematiksel iletişimin katılımcısı olan bireylerin matematiksel fikirlerini açık ve net bir şekilde ortaya koyabilme ve aynı zamanda diğer bireylerin matematiksel ifadelerindeki kasıtları doğru bir şekilde anlayabilme durumları oluşturmaktadır.

Matematiksel iletişimin, matematik başarısını uluslararası düzeyde ortaya koymuş pek çok ülkenin matematik dersi öğretim programlarında bir süreç becerisi olarak yer edindiği görülmektedir. Örneğin, PISA 2022 uygulamasında matematik başarısı bağlamında ilk sırada (81 katılımcı ülke arasından birinci sırada) yer alan Singapur'un matematik dersi öğretim programında matematiksel süreç becerileri muhakeme, iletişim, ilişkilendirme, modelleme ve düşünme becerileri şeklinde ele alınmaktadır. Bu kapsamda matematiksel iletişimin matematiksel fikirleri açık ve net bir şekilde ifade etmek için matematiksel dili kullanma becerisi olarak ifade edildiği görülmektedir (Ministry of Education of Singapore, 2005, s. 8). Diğer yandan,

matematiksel iletişimin 'anlama (to understand)' ve 'anlaşılma (to be understood)' şeklinde iki yönü olduğu vurgulanmaktadır. Örneğin, matematiksel bir problem durumunu okuma ve anlamlandırma becerisi iletişimin anlama yönüne; problem çözme sürecindeki matematiksel düşünceleri yazılı ya da sözlü olarak sunabilme becerisi ise iletişimin anlaşılma yönüne ilişkindir (Har, 2007).

Ülkemiz ortaokul matematik dersi öğretim programlarına bakıldığında, 2006-2013 yılları arasında uygulanan ilköğretim matematik dersi (6-8.sınıflar) öğretim programı kapsamında problem çözme, iletişim kurma, akıl yürütme ve ilişkilendirme şeklindeki temel matematik becerilerine yer verildiği görülmektedir. İletişim kurma becerisinin belirtilen öğretim programında ele alınışı aşağıda sunulmaktadır.

İletişim: Matematik aralarında anlamlı ilişkiler bulunan, kendine özgü sembolleri ve terminolojisi olan evrensel bir dildir. Matematik dilinin doğru ve etkili bir şekilde kullanılabilmesi için öğrenciler için anlamlı olması ve öğrencilerin bu dili kullanma ihtiyacı hissetmeleri gerekmektedir. Matematikle uğraşma sürecinde ve sonrasında sözlü anlatımdan, yazılı ifadeden, resimden, grafikten ve somut modellerden yararlanmak büyük önem taşımaktadır. Matematik hakkında konuşma, yazma ve dinleme, iletişim becerilerini geliştirirken aynı zamanda öğrencilerin matematiksel kavramları daha iyi anlamalarına da yardımcı olur. Öğretmen, öğrencilerin düşüncelerini açıklayabileceği, tartışabileceği ve yazı ile anlatabileceği sınıf ortamları oluşturmali ve öğrencilerin daha iyi iletişim kurabilmesi için uygun sorgulamalarda bulunmalıdır (MEB, 2009, s. 16).

İlköğretim matematik dersi (6-8.sınıflar) öğretim programında iletişim becerisi gelişimine ilişkin olarak öğrencilere kazandırılması hedeflenen beceriler aşağıda sunulmaktadır.

- Matematiğin sembol ve terimlerini etkili ve doğru kullanır.
- Matematiğin aralarında anlamlı ilişkiler bulunan, kendine özgü sembolleri ve terminolojisi olan bir dil olduğunu fark eder.
- Matematiksel dili matematiğin kendi içinde, farklı disiplinlerde ve yaşantısında uygun ve etkili bir biçimde kullanır.
- Matematiksel kavramları, işlemleri ve durumları farklı temsil biçimlerini kullanarak ifade eder.

- Matematikle ilgili konuşmaları dinler ve anlar.
- Duygu ve düşüncelerini açıklarken farklı temsil biçimlerinden yararlanır.
- Matematik dilini kullanmada özgüven duyar.
- Matematik dilinin kullanımı ile ilgili olumlu duygu ve düşüncelere sahip olur.

2013-2014 eğitim öğretim yılından itibaren uygulamaya konulan ortaokul (5-8.sınıflar) matematik dersi öğretim programına bakıldığında ise iletişim, akıl yürütme ve ilişkilendirme şeklindeki temel matematiksel süreç becerilerine yer verildiği görülmektedir. Bu kapsamda, güncelleme öncesinde uygulanmakta olan öğretim programında ele alınışına benzer şekilde, matematiğin evrensel bir dil olmasına işaret edilerek matematiksel iletişimin matematik hakkında yazma, okuma, konuşma ve dinleme becerilerinden oluştuğu belirtilmektedir (MEB, 2013b). Bununla birlikte, matematiksel iletişim becerisi gelişimi göstergelerinde birtakım değişiklikler yapıldığı dikkat çekmektedir. Ortaokul (5-8.sınıflar) matematik dersi öğretim programındaki matematiksel iletişim becerisi göstergeleri aşağıda sunulmaktadır.

- Matematiğin kendine özgü sembolleri ve terminolojisi olan bir dil olduğunu fark etme
- Matematiğin sembol ve terimlerini etkili ve doğru kullanma
- Matematiksel dili matematiğin kendi içinde, farklı disiplinlerde ve yaşantısında uygun ve etkili bir biçimde kullanma
- Somut model, şekil, grafik vb. temsil biçimleriyle matematiksel düşünceleri ifade etme
- Matematiksel düşünceleri sözlü ve yazılı ifade etme
- Günlük dil ile matematiksel dili ilişkilendirme
- Matematiksel düşüncelerin doğruluğunu ve anlamını yorumlama

2.2.1.PISA matematik okuryazarlık çerçevesi ve matematiksel iletişim yeterliği

Matematik eğitiminde temel bir süreç becerisi olarak yer edinen matematiksel iletişim, çeşitli bağlamlarda temel bir matematik okuryazarlık becerisi/yeterliği olarak da nitelendirilmektedir. Örneğin, günümüz bilgi toplumu öğrenenlerinin bugün ve gelecekte sahip olmaları beklenen bilgi ve becerilerin uluslararası düzeyde değerlendirilmesi amacıyla faaliyetlerini yürüten Ekonomik Kalkınma ve İşbirliği

Örgütü (Organization for Economic Co-operation and Development-[OECD]) tarafından yürütülen PISA uygulamasında matematiksel iletişim, temel bir matematik okuryazarlığı becerisi/yeterliği olarak ele alınmaktadır. Bu kapsamda, PISA 2018 matematik okuryazarlığı çerçevesine göre matematiksel iletişim yeterliği; bireyin problem durumunu anlaması, açıklaması, formüle etmeden önce zihinsel bir model oluşturması, çözüm sürecindeki ara sonuçlarını ve problemin sonucunu gerekçelendirerek sunması olarak tanımlanmaktadır (OECD, 2019). Bununla birlikte, PISA matematik okuryazarlık çerçevesinde matematiksel iletişimin alıcı ve anlatımcı olmak üzere iki bileşeninden bahsedilmektedir (OECD, 2017).

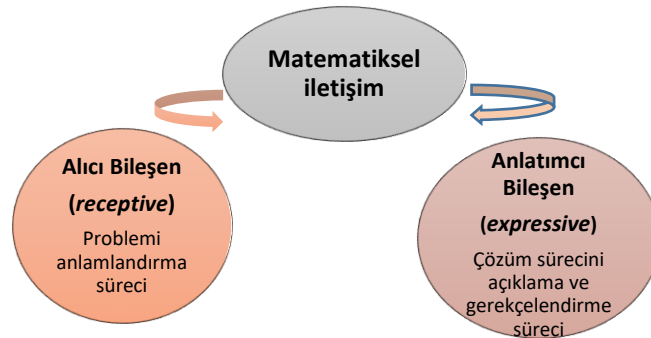
PISA 2018 matematik okuryazarlığı çerçevesine göre matematiksel iletişim yeterliğinin tanımı aşağıdaki gibidir.

“Matematiksel iletişim yeterliği, öğrencilerin matematiksel problem durumlarını anlamlandırma ve çözüm sürecine ilişkin açıklama ve gerekçelendirmelerini açık bir şekilde ifade edilebilmeleri sürecini kapsamaktadır.” (OECD, 2019)

PISA matematik okuryazarlığı çerçevesi kapsamında matematiksel iletişim yeterliğinin iki bileşeninden söz edilmektedir. Bu bileşenler i) problem durumunu anlamlandırma süreci ve ii) çözüm sürecine ilişkin açıklama ve gerekçelendirmelerin açık bir şekilde ifade edilmesi süreci şeklinde olup ‘alıcı (receptive)’ ve ‘anlatımcı (expressive)’ şeklinde adlandırılmaktadır (Şekil 2.1).

Şekil 2.1

Matematiksel İletişim Yeterliği Bileşenleri



Alicı bileşen, problem durumlarını anlamlandırma ve yorumlama süreci olarak ifade edilmektedir. Alicı bileşen, problem metninin uzunluğu ve anlaşılır olması, öğrencinin problem durumuna aşinalığı, problemde sunulan bilginin sırası, sunulan bilginin yorumlanmasında ihtiyaç duyulan düşünme süreçleri ile uyumlu olması ve problemde verilen bilgilerin birbirleriyle ilişkili olması öğelerinden oluşmaktadır. Anlatımcı bileşen ise matematiksel problemin çözümüne yönelik anlaşılır bir şekilde açıklama yapılması, çözüme yönelik matematiksel işlemlerin yapılması ve çözümün doğrulanması süreci olarak ifade edilmektedir. Anlatımcı bileşen, ulaşılan problem sonucunun ya da çözüm sürecinin açıklanması, çözüm aşamasında kullanılan bilişsel becerilerin ve çözüme yönelik gerekçelerin ifade edilmesi öğelerini içermektedir (OECD, 2013).

PISA matematik okuryazarlık problemlerinden Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesi matematiksel iletişimin alıcı ve anlatımcı bileşenleri bağlamında incelenmesi amacıyla Şekil 2.2’de sunulmuştur.

Şekil 2.2

Fuji Dağı Tırmanışı-Soru 1

FUJİ DAĞI TIRMANIŞI

Fuji Dağı Japonya’da bulunan sönmüş bir yanardağdır.



Soru 1: FUJİ DAĞI TIRMANIŞI

Fuji Dağı, her yıl sadece 1 Temmuz’dan 27 Ağustos’a kadar tırmanma için halka açıktır. Bu süre içerisinde yaklaşık 200 000 kişi Fuji Dağı’na tırmanmaktadır.

Buna göre, Fuji Dağı’na bir günde ortalama kaç kişi tırmanmaktadır?

A 340
B 710
C 3400
D 7100
E 7400

Matematiksel iletişimin alıcı ve anlatımcı bileşenleri, Fuji Dağı Tırmanışı probleminin birinci sorusu (Şekil 2.2’de sunulmaktadır) üzerinden incelenecek olursa;

alıcı bileşen bağlamında soru kökünün açık ve net bir şekilde ifade edildiği görülmektedir. Çözüm sürecinde ise dağın tırmanma için halka açık olduğu süre (Temmuz ayının 31 gün olduğu bilgisine duyulan ihtiyaç) ve bu süredeki ziyaretçi sayısı ile ilgili bilginin kullanılarak ortalama hesabı yapılması gerekmektedir. Yani ilişkilendirilmesi gereken iki bileşen söz konusudur ve aralarındaki ilişki karmaşık değil, basittir. Anlatımcı bileşen bakımından ise çözüm sürecine ve bulunan sonuca yönelik olarak herhangi bir açıklama yapılması istenmemektedir (Ata-Baran, 2019).

2.3. Özel yetenekli öğrenciler

Ülkemizde 15 Ocak 2013 tarihinde Bilim ve Teknoloji Yüksek Kurulu'nun yayınladığı Strateji ve Uygulama Planı'nda üstün yetenekli kavramını karşılayan ve daha az sınıflandırıcı kabul edilen “özel yetenek” kavramı kullanılmaya başlanmıştır. Özel yetenekli birey, akranlarına kıyasla zekâ, yaratıcılık, liderlik ya da akademik alanlarda üst düzey performans gösteren birey olarak tanımlanmaktadır (MEB, 2013b). Üstün yetenekli çocuk kavramı ilk olarak 1971 yılında, liderlik, yaratıcılık ve entelektüellik gibi bir veya birçok alanda yüksek düzeyde başarı gösteren birey olarak çocuklara ve gençlere atıfta bulunularak tanımlanmıştır. 1972 yılına gelindiğinde Marland Raporu bu tanımları Amerikan Eğitim Konseyi'ne eğitimde üstün yetenekli ve üstün zekâlı öğrencilerin net bir şekilde tanımlanması için sunmuştur. Renzulli (1988) üstün yetenekliliği, ortalama üstü yeteneklilik, sosyal sorumluluk ve yaratıcılık yeteneklerinin bireyde etkileşimli olarak bir arada bulunması şeklinde tanımlamıştır. Gagne (1991) üstün yetenekliliği, akıcı zekâ, güçlü hafıza, yaratıcı düşünme, sosyal ve zihinsel algı, psiko-motor beceriler gibi eğitim alınmadan kendiliğinden ortaya koyulan doğal yeteneklilik ve bunların kullanılması olarak tanımlamaktadır.

2.3.1. Matematikte özel yetenekli olma

Krutetskii (1976) matematikte özel yetenekli bireyin matematiksel faaliyetlerde üstün performans sergilemesi ihtimalini ortaya çıkaran eşsiz matematiksel beceriler bütünü olarak tanımlamaktadır. Krutetskii (1976) matematikte özel yetenekli bireylerin dünyayı matematiksel bir açıdan görme eğilimini tanımlarken “matematiksel zihin yapısı” kavramını ortaya koymuştur. Bu kavram matematikte özel yetenekli bireylerin diğer bireylere göre matematiksel işlemleri ve ilişkileri hızlı bir şekilde çözümleme ve genelleme yapabilme yeteneğine ve zihinsel süreçlerde esnekliğe sahip olması şeklinde

açıklanmaktadır. Polya (2017) matematikte özel yetenekli olmayı problem çözümünde bireyin akıl yürütme süreci, yaratıcılık süreçlerini işe koşabilmesi ve benzeşim kurabilmesi olarak ifade etmektedir.

Sriraman (2005) literatürde yer alan matematikte özel yeteneklilik ve matematiksel düşünme özellikleri üzerine yapılan çalışmaları detaylı bir şekilde inceleyerek yaptığı incelemeler üzerine matematikte özel yetenekli öğrencilerin özelliklerini şu şekilde özetlemiştir:

- Matematiksel yapıları soyutlama, genelleme ve ayırt etme yeteneği,
- Verileri yönetme yeteneği,
- Mantıksal düşünme ve çıkarımlarda bulunma,
- Benzeşim ve sezgisel düşünme ile problem çözme becerisi,
- Matematiksel işlemler ve fikirlerde esneklik ve tersine çevirebilme becerisi,
- Matematiksel ispata yönelik sezgisel farkındalık,
- Matematiksel prensipleri bağımsız keşfetme,
- Problem çözme durumlarında karar verme yeteneği,
- Problemleri veya ilişkileri görselleştirebilme yeteneği,
- Bir yapının doğruluğunu ya da yanlışlığını ölçen davranışları ortaya koyabilme,
- Ampirik ve teorik prensipler arası farklılıkları ayırt etme becerisi,
- Yinelemeli düşünme becerisi.

2.4. İlgili Araştırmalar

Bu başlık altında matematiksel iletişim yeterliğini konu alan araştırmalar ile matematikte özel yetenekli öğrenciler ve problem çözme üzerine gerçekleştirilen araştırmalar hakkında bilgi sunulmaktadır.

2.4.1. Matematiksel iletişim yeterliği ile ilgili çalışmalar

Matematik eğitiminde iletişim yeterliğinin öneminin artmasıyla birlikte bu alanda yürütülen çalışmaların geniş bir yelpazede çeşitlendiği görülmektedir. Matematik eğitimi ulusal alanyazını incelendiğinde, matematiksel iletişim yeterliği ile ilgili olarak gerçekleştirilen çalışmaların ağırlıklı olarak matematiksel alan dilini kullanma becerisinin incelenmesi veya matematik öğretiminde kullanılan dile ilişkin görüşlerin belirlenmesi ile sınırlı kaldığı görülmektedir (örn. Koloğlu, 2023; Sür, 2015; Yeşildere, 2007). Bununla birlikte, bu becerinin desteklenmesi yönündeki çalışmalara doğru bir

yönelimin olduğu dikkat çekmektedir (örn. Ata-Baran ve Kabael, 2023; Ata-Baran ve Kabael, 2021; Çiloğlu, 2023; Kesmezoğlu 2023; Yabaş, 2018). Uluslararası düzeyde gerçekleştirilen pek çok araştırma ise ağırlıklı olarak öğrenci ve öğretmenlerin matematiksel iletişim becerilerinin incelenmesi ve geliştirilmesi amacına yönelik çalışmalar şeklindedir (örn. Kusumah, 2020; Maulyda vd., 2020; Rohid vd., 2019; Sari vd., 2017; Yang vd., 2016; Cai, vd., 1996).

Bu başlık altında, bu araştırma ile yakın ilişkili olması nedeniyle farklı sınıf düzeylerinde öğrenim görmekte olan öğrencilerin matematiksel iletişim yeterliklerinin nicel ve nitel olarak incelendiği çalışmalar hakkında bilgi sunulmaktadır.

Ata-Baran ve Kabael (2023), matematiksel modelleme yaklaşımına dayalı olarak tasarladıkları öğretim deneyinde sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim yeterliklerini ve matematik okuryazarlık performanslarını incelemiştir. Üç ortaokul sekizinci sınıf öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirilen bu çalışmada veriler, Matematiksel İletişim Yeterliği Ölçme araçları, öğretim bölümlerinin video kayıtları, öğrenci ürünleri, öğretim öncesi ve sonrası klinik görüşmeler yoluyla toplanmıştır. Verilerin analizi sonucunda matematiksel modellemeye dayalı öğretim deneyinin tüm katılımcı öğrencilerin matematiksel iletişim yeterliğini geliştirmeye yardımcı olduğu belirlenmiştir. Aynı zamanda matematiksel iletişim yeterliklerindeki gelişim paralelinde katılımcı öğrencilerin matematik okuryazarlık performanslarında da artış gözlemlenmiştir.

Çiloğlu (2023), gerçekçi matematik eğitimi uygulamaları bağlamında altıncı sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim düzeylerini belirlemek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmiştir. Yapılan bu çalışma sonucunda bireysel uygulamalarda öğrencilerin matematiksel iletişim düzeyleri sıfırın altında, yetersiz ve kısmen yeterli olarak belirlenirken; grup çalışması uygulamalarında öğrencilerin matematiksel iletişim düzeyleri kısmen yeterli, yeterli ve yapıcı düzey olarak belirlenmiştir.

Kesmezoğlu, (2023), yaptığı çalışmada yedinci sınıf öğrencilerine yönelik cebir konusu öğretiminde gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımı ilkelerine uygun işlenen derslerin öğrenci başarısına ve matematiksel iletişim becerisine etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Bu çalışmada öğrencilerin matematiksel iletişim düzeylerini belirlemek amacıyla öğrencilere PISA matematik okuryazarlık problemlerinden oluşan bir ölçme aracı uygulanmıştır. Çalışma sonucunda gerçekçi matematik eğitimi ilkelerine göre işlenen derslerin öğrencilerin matematiksel iletişim düzeylerini artırmada etkili olduğu belirlenmiştir.

Koloğlu (2023), matematikte özel yetenekli öğrencilerin matematiksel yaratıcılık ve matematiksel iletişim düzeylerini belirlemek ve bu kavramlarla ilgili karşılaştıkları sorunları ortaya çıkarmak amacıyla bir çalışma yürütmüştür. Bu çalışma 5., 6., 7. ve 8. sınıf düzeyinde öğrenim görmekte olan BİLSEM'e kayıtlı ortaokul öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. Çalışma sonucunda öğrencilerin matematiksel yaratıcılıkta özgün problem kuramadıkları, matematiksel iletişim becerileri bağlamında bazı kavramları eksik ya da hatalı açıkladıkları, matematiksel kavramları sözel olarak ifade etmekte zorlandıkları tespit edilmiştir.

Ata-Baran ve Kabael (2021) tarafından sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim yeterliklerinin, matematiğe ilişkin birtakım duyuşsal özelliklerinin ve iletişim yeterlik düzeylerine göre duyuşsal özelliklerdeki farklılaşmanın incelenmesi amacıyla yönelik bir çalışma yürütülmüştür. Elde edilen sonuçlara göre, iletişim yeterlik düzeyi düzey-0 ve altında olan öğrencilerin matematik okuryazarlık problemlerini anlamlandırmada ve problemle ilgili düşüncelerini açıklamada güçlük yaşadıkları; iletişim yeterlik düzeyi düzey-1 olan öğrencilerin elde ettikleri matematiksel sonuçları açıklamada ve çözümlerine yönelik sözlü ya da yazılı gerekçe sunma konusunda güçlük yaşadıkları belirlenmiştir. Ayrıca iletişim yeterliği düzeyi düzey-0 ve altında olan öğrencilerin öz yeterlik, kaygı ve problem çözmeye açıklık duyuşsal özelliklerinin diğer öğrencilere göre negatif anlamda anlamlı bir farklılık gösterdiği sonucu ortaya konmuştur.

Kusumah vd. (2020), üç boyutlu geometri öğreniminde Geogebra'nın öğrencilerin matematiksel iletişim becerileri üzerindeki etkisini bir bütün olarak ve öğrencilerin önceki matematiksel becerilerine dayalı olarak analiz ettikleri bir çalışma yürütmüştür. Bu çalışmaya matematiksel yeteneklerine göre yüksek, orta ve düşük olarak gruplandırılan 12. sınıf öğrencileri katılım sağlamıştır. Çalışma sonucunda yüksek ve orta matematiksel ön yeteneğe sahip öğrencilerden Geogebra destekli öğrenim gören öğrenciler ile geleneksel yöntem ile öğrenim gören öğrencilerin matematiksel iletişim becerileri arasında anlamlı farklılık olduğu görülürken; düşük matematiksel ön yeteneğe sahip öğrencilerin matematiksel iletişim becerileri arasında anlamlı bir farklılık olmadığı görülmüştür.

Maullyda vd. (2020), sözel problem çözmede öğrencilerin sözlü ve yazılı matematiksel iletişim hatalarını analiz ettikleri bir çalışma gerçekleştirmiştir. Bu çalışmaya ortaokul son sınıf düzeyinde öğrenim gören üç öğrenci katılım sağlamıştır. Çalışma sonucunda sözlü iletişim hatası olarak öğrencilerin matematiksel fikirlerini

belirtmede zorlandıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin yazılı iletişim hataları problem cümlelerini matematiksel modellere dönüştürmede ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin problem çözümlerini düzenli ya da tutarlı yazmadıkları belirlenmiştir. Ayrıca çalışma sonucunda öğrencilerin matematikte sözlü iletişim becerilerinin yazılı iletişim becerisinden daha gelişmiş olduğu tespit edilmiştir.

Rohid vd. (2019), matematik problemlerini çözme sürecinde öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerini analiz etmek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Bu çalışmanın katılımcılarını Endonezya’da ortaokul sekizinci sınıf düzeyinde öğrenim gören üç öğrenci oluşturmaktadır. Elde edilen sonuçlara göre katılımcı öğrencilerden yalnızca birinin matematiksel fikirlerini ifade edebildiği ve matematiksel fikirlerini sunmak için terim ve sembolleri kullanabildiği görülmüştür. Diğer iki katılımcının ise matematiksel fikirlerini sunmak için terimleri, notasyonları ve sembolleri kullanma konusunda ortalama beceriye sahip olduğu ve yazılı dil bakımından da orta düzeyde matematiksel dil ve iletişim becerisine sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu çalışma ile öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerinin geliştirilmesi gerekliliğine önemle vurgu yapılmıştır. Ayrıca matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerini işe koşabilecekleri ders etkinliklerini kullanmalarına yönelik teşvik edilmelerinin gerektiği belirtilmiştir.

Sari vd. (2017), bir ortaokuldaki öğrencilerin “üç boyutlu uzay” konusunda matematiksel iletişim becerilerinde karşılaştıkları zorlukları analiz etmek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmiştir. Bu çalışmanın evreni bir ortaokulun tüm öğrencileri, örnekleme ise bu evrenden seçilen otuz öğrencidir. Bu çalışma sonucunda katılımcı öğrencilerin matematiksel iletişim başarı yüzdeleri; matematiksel bir durumu grafikler veya cebirsel ifadelerle ifade etme %35, günlük deneyimleri matematiksel dille veya modellerle ifade etme %35, şekilleri veya diyagramları matematiksel fikirlerle ilişkilendirme %53,3 olarak tespit edilmiştir. Başarı yüzdelerine bakılarak öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerinin yeterli düzeyde olmadığı sonucuna varılmıştır. Matematiksel iletişim başarı düzeylerinin düşük olması öğrencilerin matematiksel fikirlerini sistematik olarak aktarmaya veya yazmaya alışık olmamalarından kaynaklandığı düşünülmüştür ve öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerinin geliştirilmesi gerektiği vurgulanmıştır.

Yang vd. (2016), bilgisayar destekli akran öğretiminin öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerini nasıl geliştirebileceğini incelemek amacıyla bir çalışma yürütmüştür. Öğrenciler, matematiksel eylemler (matematiksel gösterimler, çözüm ve

çözümlerin açıklanması) üretmeye teşvik edilmiş ve matematiksel iletişimi artırmak için sınıf arkadaşlarına ders verme fırsatı verilmiştir. Bu çalışma kapsamında bir matematiksel iletişim sistemi tasarlanmıştır ve katılımcı olarak yer alan ilkokul ikinci sınıf düzeyinde öğrenim gören 51 öğrencinin matematiksel iletişim becerileri değerlendirilmiştir. Deney grubu, bilgisayar destekli karşılıklı akran öğretimi yaparken kontrol grubu kendi kendine öğrenen matematik materyalleriyle çalışmıştır. Sonuçlar, deney grubunun kontrol grubuna göre daha iyi performans gösterdiğini göstermiştir. Ayrıca, matematiksel eylemler analiz edilerek öğrencilerin matematiksel temsiller ve çözüm açıklamalarının daha net hale geldiği belirlenmiştir.

Cai vd. (1996), açık uçlu görevler ve puanlama prosedürleri kullanılarak öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerinin değerlendirildiği bir çalışma yapmıştır. Yapılan bu çalışmada öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerini değerlendirmek amacıyla QUASAR (Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning, Niceliksel Anlama: Öğrenci Başarısını ve Muhakemesini Güçlendirme) Bilişsel Değerlendirme Aracında yer alan örneklerden faydalanmışlardır. QUASAR ekonomik açıdan dezavantajlı topluluklarda ortaokullara devam eden öğrencilere yönelik matematik öğretimini geliştirmek amacıyla tasarlanmış ulusal bir projedir. Araştırmacılar, bu çalışmada öğrencilere verilen açık uçlu sorularda öğrencilerin cevabı nasıl buldukları, çözüm süreçleri, cevaba yönelik gerekçelerini sunmaları istenilerek elde edilen verileri ve öğrencilerin çeşitli matematiksel iletişim düzeylerini ele alarak değerlendirme yapmışlardır. Araştırma sonucunda matematik öğretiminde öğrencilerin akıl yürütme ve matematiksel iletişim becerilerini geliştirmek amacıyla sorulan soruların cevapları istenirken açık uçlu görevler vermenin önemli olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

2.4.2. Matematikte özel yetenekli öğrenciler ile ilgili çalışmalar

Eğitim sistemimizde yer alan özel yetenekli öğrencilerin varlığı dikkate alındığında özel yetenekli öğrencilerin matematik eğitimi ile ilgili birtakım çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmalarda özel yetenekli öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerine göre problem çözme stratejilerini kullanma durumlarının incelendiği (Yıldız vd., 2012); problem çözme stratejilerinin özel yetenekli olmayan akranlarıyla karşılaştırılarak incelendiği (Tertemiz vd., 2017); matematik problemini çözme tutumuna ve süreçlerine yönelik algılarının incelendiği (Çetin ve Doğan, 2018); problem çözme sürecinde gösterdikleri üst bilişsel becerilerin incelendiği (Öztürk vd.,

2018); problem kurma süreçlerinin incelendiği (Yılmaz, 2019); rutin olmayan problem çözme süreçlerinin incelendiği (Öztelli-Ünal, 2019); matematiksel ispat yapma süreçlerinin incelendiği (Dinamit, 2020); özel yetenekli olmayan öğrencilerle birlikte problem çözme süreçlerinin incelendiği (Sipahi, 2021) ve matematiksel muhakeme becerilerinin incelendiği (Çınargil, 2022); uzamsal yetenekleri, problem çözme ve matematiksel muhakeme becerileri arasındaki ilişkinin incelendiği (Kurnaz vd., 2023) çalışmaların yer aldığı görülmektedir. Ancak matematikte özel yetenekli öğrencilerin matematiksel iletişim yeterliğinin incelendiği herhangi bir araştırmaya rastlanmamaktadır.

Kurnaz vd. (2023), özel yetenekli öğrencilerin uzamsal yetenekleri, problem çözme ve matematiksel muhakeme becerileri arasındaki ilişkinin incelenmesi amacıyla bir çalışma yapmıştır. Bu çalışma farklı illerin Bilim ve Sanat Merkezi'ne kayıtlı üstün zekâlı olarak tanımlanan sekizinci sınıf öğrencilerinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın katılımcılarına problem çözme testi, matematiksel muhakeme testi, zihinsel çevirme ve kâğıt katlama testleri uygulanmıştır. Elde edilen verilere göre özel yetenekli öğrencilerde uzamsal yetenek, problem çözme ve matematiksel muhakeme becerileri arasında orta düzeyde, pozitif yönlü ilişkinin bulunduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Vatandaş (2023), özel yetenekli sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel ispat yapma süreçlerini incelediği bir çalışma gerçekleştirmiştir. Bilim ve Sanat Merkezine kayıtlı üstün yetenekli olarak tanımlanan sekizinci sınıf öğrencileriyle yapılan bu çalışmada özel yetenekli öğrencilerin ispat için gerekçe üretebildikleri ve strateji geliştirebildikleri sonucuna ulaşılmıştır. Aynı zamanda öğrenciler matematik derslerinde ispatın gerekli olduğuna yönelik olumlu görüş bildirmişlerdir. Özel yetenekli öğrencilerin ispat becerisi bakımından hazırbulunuşluk seviyelerinin yeterli olduğu ancak ispat kavramını tam anlayamadıkları tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin matematiksel dil ve notasyon konusunda eksik oldukları sonucuna ulaşılmıştır.

Çınargil (2022) tarafından matematikte özel yetenekli öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerinin incelendiği bir çalışma yapılmıştır. Araştırma sonucunda özel yetenekli öğrencilerin bireysel olarak çözdükleri rutin olmayan problemlerin çoğunda yaratıcı muhakemeler kullandıkları belirlenmiştir. Öğrencilerden bazılarının matematiksel işlem becerilerinin yüksek olmasına rağmen rutin olmayan problem çözümlerinde zorlandıkları ve algoritmik muhakemeye başvurdıkları görülmüştür.

Sipahi (2021), matematikte özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin problem çözme süreçlerini incelemek amacıyla bir çalışma

gerçekleştirmiştir. Araştırma sonucunda, katılımcı öğrencilerin problem çözme aşamaları ve stratejilerinin kullanımı ve kullanım biçimi açısından farklılık gösterdiği belirlenmiştir. Matematikte özel yetenekli öğrencilerin problem çözme aşamaları açısından diğer gruplara göre daha ön planda oldukları belirlenmiştir. Aynı şekilde matematikte özel yetenekli öğrencilerin problem çözme stratejilerini en verimli şekilde kullandıkları belirlenmiştir. Farklı bir bakış açısını benimseme stratejisi, canlandırma ve simülasyon stratejisinin en çok matematikte özel yetenekli öğrenciler tarafından, akıl yürütme stratejisinin en çok başarılı ve ortalama öğrenciler tarafından kullanıldığı görülmüştür. Matematikte özel yetenekli öğrencileri problem çözme stratejisini kullanırken genelleme yapma ve problemdeki durumlara dikkat ederek stratejiyi kullanmada en başarılı grup olarak belirlenmiştir.

Dinamit (2020), matematik alanında özel yetenekli lise öğrencilerinin matematiksel ispat yapma süreçlerinin incelenmesine yönelik bir çalışma yapmıştır. Bu çalışma ile matematikte özel yetenekli lise öğrencilerinin ispat yapmaya yönelik görüşlerini, ispat yapma sürecindeki bilgilerini ortaya çıkarmayı ve katılımcı öğrencilerin akıl yürütme, ilişkilendirme, bilgiyi yeniden yapılandırmalarını sağlayarak sonuçları elde etmesini amaçlamıştır. Bilim ve Sanat Merkezi'ne kayıtlı 11. sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilen bu çalışmada elde edilen veriler sonucunda öğrencilerin benzer cevaplar verdikleri sonuçlarına ulaşılmıştır. Bu benzerlik öğrencilerin üstün yeteneklilik kuramına göre matematik alanında aynı özelliklere sahip olmaları ile ilişkilendirilmiştir. Öğrencilerin cevaplarında görülen farklılıklar ise aynı BİLSEM'de eğitim görmelerine rağmen farklı örgün eğitim kurumlarında eğitim almaları ve farklı eğitim geçmişlerine sahip olmaları ile ilişkilendirilmiştir.

Aygün (2019), üstün yetenekli tanısı konulmuş ve üstün yetenekli tanısı konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerindeki farklılıkların karşılaştırılarak belirlenmesinin amaçlandığı bir çalışma yapmıştır. Bu çalışmada üstün yetenekli tanısı konulan Bilim ve Sanat Merkezi'ne kayıtlı üç öğrenci ve üstün yetenekli tanısı konulmamış olan üç öğrenci olmak üzere toplamda altı tane yedinci sınıf öğrencisinden matematik alanında etkinliklerin cevaplandırılması ve klinik mülakatlar yapılması yoluyla veriler toplanmıştır. Elde edilen verilere göre matematiksel düşünme süreçlerinden özelleştirme, genelleme ve varsayımda bulunma basamaklarında üstün yetenekli tanısı konulmuş öğrencilerin lehine farklılıkların olduğu belirlenmiştir. Ancak matematiksel düşünme süreçlerinden ikna etme ve ispat basamağında elde edilen

bulgulara göre üstün yetenekli tanısı konulmuş ve konulmamış öğrencilerin benzerlik gösterdiği görülmüştür.

Yılmaz (2019) tarafından özel yetenekli öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerine göre problem kurma süreçlerinin nasıl olduğuna yönelik bir çalışma yapılmıştır. Araştırma sonucunda matematikte özel yetenekli öğrencilerin üst düzey düşünme eğilimine yönelik algılarının, matematiksel düşünme becerilerine yönelik algılarının, akıl yürütmeye yönelik algılarının ve problem çözmeye yönelik algılarının yüksek olduğu belirlenmiştir. Ayrıca, öğrencilerin sınıf düzeyine, verilen problem durumunun öğretim programında yer aldığı kazanıma ve açıklamalara uygun nitelikli problemler kurduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Öztelli-Ünal (2019), matematikte özel yetenekli öğrencilerin rutin olmayan problem çözme süreçlerini incelemek amacıyla bir durum çalışması gerçekleştirmiştir. Çalışmada katılımcılar, MEB tarafından düzenlenen Matematik Olimpiyatları grubu üyesi olan ve TÜBİTAK tarafından düzenlenen Ulusal Matematik Olimpiyatı'nda ilk onda yer alan matematiksel olarak özel yetenekli olan beş öğrenciden oluşmaktadır. Araştırma sonucunda, matematikte özel yetenekli öğrencilerin Polya'nın dört aşamalı problem çözme süreçlerini tamamladıkları görülmüştür. Matematikte özel yetenekli öğrencilerin rutin olmayan problem çözümlerinde nicel akıl yürütme yaptıkları belirlenmiştir.

Çetin ve Doğan (2018), yaptıkları çalışmada özel yetenekli öğrencilerin matematik problemi çözme tutumuna ve süreçlerine yönelik algılarını incelemeyi amaçlamışlardır. Bu çalışma ortaokul 5., 6., 7., ve 8., sınıf düzeyinde eğitim gören ve Bilim ve Sanat Merkezi'ne kayıtlı öğrenciler ile gerçekleştirilmiştir. Çalışma sonucunda özel yetenekli katılımcı öğrencilerin matematik problemi çözme tutumlarının olumlu olduğu ve problem çözdüklerinde mutlu olma gibi tepkiler verdikleri belirlenmiştir. Özel yetenekli öğrencilerin zor soruları çözmek için çaba gösterdikleri, problemde verilen bilgileri anlamaya çalıştıkları, işlem sırasına önem verdikleri, problemleri farklı yollardan çözmeye çalıştıkları ve işlem hatası yapmamaya dikkat ettikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Öztürk vd. (2018), 6., 7., ve 8., sınıf düzeyindeki özel yetenekli öğrencilerin problem çözme sürecinde gösterdikleri üst bilişsel becerileri inceleme ve karşılaştırma amacıyla bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Bu çalışma; 6., 7., ve 8., sınıf düzeyinde öğrenim gören zeka testi ile üstün yetenekli olduğu tespit edilmiş öğrencilerin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Çalışmada elde edilen sonuçlara göre özel yetenekli

öğrencilerin öğrenim seviyesi arttıkça öğrencilerin problem çözme sürecinde gösterdikleri üst bilişsel becerilerin genel olarak arttığı, en fazla üst bilişsel becerilerin sekizinci sınıf öğrencileri tarafından gösterildiği tespit edilmiştir. Problem çözme basamaklarının tümünde öğrencilerin kendilerine güvendikleri, problem çözüme yönelik hedeflerini tekrardan gözden geçirdikleri her basamakta öz değerlendirme yaptıkları, yaptıkları işlemleri kontrol ettikleri belirlenmiştir. Ayrıca bu çalışmada farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin problem çözme basamaklarında en fazla gösterdikleri üst bilişsel beceriler; problemi çözmede kendine güven, problemin çözümünü planlama, yaptığı çözümü kontrol etme ve problem çözüm yöntemini farklı problemlere genelleme olarak tespit edilmiştir. En az gösterdikleri üst bilişsel becerilerin ise problemi kendi cümleleri ile ifade etme ve yazma, yazılı çözüm yapmadan önce zihinden çözüm yapma, yanlış fark edip yeni bir strateji belirleme ve farklı çözüm yöntemleri düşünme olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Tertemiz vd. (2017), dördüncü sınıf özel yetenekli öğrenciler ile özel yetenekli tanısı olmayan başarılı akranlarının rutin olmayan problemleri çözme stratejilerini kullanılan strateji sayısı ve çözümlerinin hatalı olup olmadığı şeklinde karşılaştırılarak incelendiği bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada özel yetenekli öğrencilerin rutin olmayan problem çözümlerinde daha az hata yaptıkları, her bir problemde en az iki strateji kullandıkları ve her bir problemi farklı stratejilerle çözdükleri bulgularına ulaşılmıştır. Özel yetenekli öğrencilerin problem çözmede şekil çizme, muhakeme yapma, basitleştirme, işlem yapma, tahmin-kontrol stratejilerini kullanmaları akranları ile benzerlik gösterdiği tespit edilmiştir. Ancak özel yetenekli öğrencilerin akranlarından farklı olarak örüntü arama, tablo oluşturma, değişken kullanma ve sistematik liste yapma stratejilerini kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Yıldız vd. (2012), özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan sekizinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanma durumlarını incelemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Bu çalışmada özel yetenekli olarak tanımlanan Bilim ve Sanat Merkezine kayıtlı altı tane sekizinci sınıf öğrencisinden ve özel yetenekli olmayan olarak tanımlanan altı tane sekizinci sınıf öğrencisinden birden çok çözüm stratejisi kullanılarak çözülebilen problemler sorularak ve klinik mülakatlar yapılarak veriler toplanmıştır. Elde edilen sonuçlara göre özel yetenekli öğrencilerin özel yetenekli olmayan öğrencilere göre daha fazla strateji kullanarak problem çözümü yaptıkları ve problem çözmede daha esnek oldukları sonucuna ulaşılmıştır.

Uluslararası alanyazın incelendiğinde ise matematikte özel yetenekli öğrencilere yönelik problem çözme süreçlerinin incelendiği araştırmalara rastlanmıştır. Örneğin, Pativisian (2006), Taylandlı özel yetenekli öğrencilerin rutin olmayan problemleri çözme sürecini incelemek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmiştir. Bu çalışmada, Taylandlı özel yetenekli öğrencilerin rutin olmayan matematiksel problemleri çözerken kullandıkları problem çözme süreçleri ve problem çözümlerinde kullandıkları üst bilişsel becerilerin neler olduğu sorularına cevap aranmıştır. Çalışma sonucunda öğrencilerin problem çözme sürecindeki davranışlarından anlama, planlama, yürütme ve doğrulama şeklinde oluşan dört aşamalı problem çözme süreci modeli oluşturulmuştur. Sonuçlara göre öğrencilerin her aşamada matematiksel bilgi ve stratejilerini ne zaman ve nasıl kullanacaklarını anladıkları anlaşılmıştır. Öğrencilerin problem çözücü olarak çözümlerini incelemiş, değerlendirmiş ve öz değerlendirme ifadeleri kullandıkları belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin problem çözme süreçleriyle ilgili ileri matematik bilgisi, çoklu alternatif çözüm yöntemlerini düşünmeye istekli olma, hatırlama ve önceki bilgi ve deneyimleri düşünmeye istekli olma, etkiye güvenme, öğretmen ve ebeveyn desteği olarak beş kanıt kategorisi belirlenmiştir.

Heinze (2005) matematikte özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin problem çözme stratejilerindeki farklılıkları sunduğu bir çalışma gerçekleştirmiştir. Elde edilen bulgulara göre ilköğretim çağında matematikte özel yetenekli öğrencilerin rutin olmayan problem çözümlerinde özel yetenekli olmayan öğrencilere göre matematiksel problemi anlamlandırma, sözel olarak ifade edebilme ve çözümlerini açıklama yeteneklerine göre öne çıktıkları sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca matematikte özel yetenekli öğrenciler ile özel yetenekli olmayan öğrenciler problem çözme nitelikleri bakımından karşılaştırıldığında anlamlı bir farklılık olduğu tespit edilmiştir.

Montague (1991), sekizinci sınıf düzeyinde öğrenim gören özel yetenekli üç öğrenci ve öğrenme güçlüğü olan özel yetenekli üç öğrencinin problem çözmede kullandıkları stratejileri incelediği bir çalışma gerçekleştirmiştir. Elde edilen sonuçlara göre özel yetenekli öğrencilerin problemin tamamını okudukları, problemleri çözerken parça parça tekrar okudukları, problemleri kendi cümleleriyle ifade edebildikleri, çözümlerde kullandıkları stratejilerin farkında oldukları, çözüm aşamasında hızlı, sorgulama yaparak sonuçlarını kontrol edebildikleri ve kendilerinden emin bir şekilde cevaplamaları yaptıkları belirlenmiştir. Öğrenme güçlüğü çeken özel yetenekli öğrencilerin ise problemleri kendi cümleleriyle ifade ettiklerine dair bir kanıt

ulaşılamamıştır. Çalışmaya katılan altı öğrencinin de problemi çözerken problemi temsil eden görseller, tablolar ve diyagramlardan yararlandıkları belirlenmiştir.



ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. Yöntem

Bu bölümde araştırmanın deseni, katılımcılar, veri toplama araçları ve süreci ile verilerin çözümlenmesi alt başlıklarına yer verilmiştir.

3.1. Araştırma Deseni

Bu araştırma, matematikte özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim yeterliklerinin karşılaştırmalı olarak incelenmesi amacı doğrultusunda nitel araştırma türünde desenlenmiştir. Bu kapsamda kullanılacak araştırma yöntemi ise durum çalışması olarak belirlenmiştir. Durum çalışması, mevcut ortamda neler olduğunu görme, sistematik bir şekilde veri toplama, analiz etme ve sonuçların ortaya çıkarılmasıdır (Gökçek ve Davey, 2009). Durum çalışmasında genelleme yapmak yerine durumla ilgili en iyi biçimde ne anlaşılması gerektiği daha ön plandadır (Denzin ve Lincoln, 2011). Creswell (2007) durum çalışmasını araştırmacının belirli bir zaman aralığında gözlemler ve görüşmeler yoluyla elde ettiği bir veya birkaç durumu detaylı analiz ettiği ve buna bağlı olarak temalar belirlediği nitel yaklaşım olarak ifade etmektedir. Bununla birlikte, araştırma kapsamında özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrenci gruplarının varlığına bağlı olarak birden fazla durum inceleneceğinden bütüncül çoklu durum çalışması yöntemi benimsenmiştir. Bütüncül durum çalışması, birden fazla durum içeren ve her durumun kendi içinde bütüncül olarak ele alınıp ve sonrasında birbirleriyle karşılaştırıldığı desendir (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

3.2. Katılımcılar

Bu araştırmanın katılımcıları Eskişehir il merkezindeki bir devlet ortaokulu ile Bilim ve Sanat Eğitimi Merkezi'nde (BİLSEM) öğrenim görmekte olan toplam 10 sekizinci sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. BİLSEM'e kayıtlı öğrenciler il merkezindeki ortaokuldan farklı bir ortaokulda öğrenim görmektedirler. Katılımcı seçim sürecinde ilk olarak kolay ulaşılabilirlik gözetilerek Eskişehir il merkezindeki bir ortaokulun ve BİLSEM'in bir sekizinci sınıf şubesi belirlenmiştir. Belirlenen bu şubelerde araştırmacı tarafından geliştirilen Matematiksel İletişim Yeterliği Ölçme

Aracı (Ek-4) kullanılarak öğrencilerin matematiksel iletişim yeterliği düzeyleri belirlenmiştir. Ardından, ölçüt örnekleme yöntemi ile araştırmanın esas katılımcıları belirlenmiştir. Ölçüt örneklemede, seçim yapılırken önemli olduğu düşünülen kıstaslar tespit edilerek yapılan seçimin evreni tüm özellikleriyle temsil yeterliliğine sahip olduğu düşünülmektedir (Tavşancıl ve Aslan, 2001). Araştırma kapsamında benimsenen ölçüt, mevcut iletişim düzeylerinin her birinin temsil edilmesi şeklinde olmuş ve ayrıca gönüllülük esas alınmıştır. Bu kapsamda öğrenci velilerinden Veli Onam Formu (Ek-3) kullanılarak izin alınmıştır. Böylece özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan beşer sekizinci sınıf öğrencisi ile çalışılmıştır. Katılımcıların iletişim yeterliği düzeylerinin belirlenmesine ilişkin “Verilerin Çözümlemesi” başlığı altında ayrıntılı olarak açıklamaları verilmiştir. Katılımcı öğrencilerin takma isimleri, cinsiyet ve matematiksel iletişim yeterliği düzeylerine ilişkin detaylı bilgiler Tablo 3.1’de sunulmuştur.

Tablo 3.1

Katılımcı Öğrenciler

	Takma Ad	Cinsiyet	İletişim Yeterliği Düzeyi
Özel Yetenekli Olmayan Öğrenciler	Miray	Kız	Ağırlıklı-2 Düzeyi
	Akın	Erkek	Ağırlıklı-2 Düzeyi
	Azra	Kız	Ağırlıklı-2 Düzeyi
	Eylül	Kız	Ağırlıklı-3 Düzeyi
	Leyla	Kız	Ağırlıklı-3 Düzeyi
Özel Yetenekli Olan Öğrenciler	Nihat	Erkek	Ağırlıklı-2 Düzeyi
	Fidan	Kız	Ağırlıklı-2 Düzeyi
	Alper	Erkek	Ağırlıklı-2 Düzeyi
	Mert	Erkek	Ağırlıklı-3 Düzeyi
	Seda	Kız	Ağırlıklı-3 Düzeyi

Tablo 3.1 incelendiğinde nicel analiz sonucunda özel yetenekli olmayan katılımcı öğrencilerden Miray, Akın ve Azra takma isimli öğrencilerin matematiksel iletişim yeterlik düzeylerinin Ağırlıklı-2 düzeyi; Eylül ve Leyla takma isimli öğrencilerin yeterlik düzeylerinin ise Ağırlıklı-3 düzeyi olarak belirlendiği görülmektedir. Özel yetenekli katılımcı öğrencilerden Nihat, Fidan ve Alper takma

isimli öğrencilerin matematiksel iletişim yeterlik düzeyleri Ağırlıklı-2 düzeyi; Mert ve Seda takma isimli öğrencilerin matematiksel iletişim yeterlik düzeylerinin ise Ağırlıklı-3 düzeyi olarak tespit edildiği görülmektedir.

3.3. Veri Toplama Araçları

Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından PISA matematik okuryazarlık problemleri arasından matematiksel iletişim yeterliği düzeylerine göre seçilerek oluşturulan Matematiksel İletişim Yeterliği Ölçme Aracı kullanılmıştır (Tablo 3.2).

Tablo 3.2

Matematiksel İletişim Yeterliği Ölçme Aracı

Soru No	Problem	Problemin Amacı	İçerik	İletişim Düzeyi
1-a	Fuji Dağı Tırmanışı	Belirli bir zaman dilimi ve toplam sayıyı dikkate alarak ortalama gün sayısını belirleme	Nicelik	1
1-b		Toplam mesafe ve bitiş süresi verilen bir yolculuğun iki farklı hız dikkate alınarak başlangıç zamanının belirlenmesi	Değişim ve İlişkiler	2
1-c		Km biriminde verilen bir uzunluğu belirli bir sayıya bölme ve bölümü cm biriminde ifade etme	Nicelik	1
2	Pizzalar	Farklı çap uzunluklarına sahip dairesel bölgelerin karşılık geldiği sayılara göre kıyaslanması	Uzay ve Şekil	3
3-a	Döner Kapı	Bir daire diliminin merkez açısının hesaplanması	Uzay ve Şekil	1
3-b		Bir yayın uzunluğunu hesaplamak için gerçek hayattaki bir durumun geometrik modelini yorumlama	Uzay ve Şekil	3
3-c		Problemi çözmek için bilgiyi tanımlama ve nicel bir model oluşturma	Nicelik	2
4-a	Arızalı	Belirsizlik içeren istatistiksel bilgileri yorumlama	Belirsizlik ve Veri	1
4-b	Oynatıcılar	Belirsizlik içeren istatistiksel bilgileri yorumlama	Belirsizlik ve Veri	2

Matematiksel iletişim yeterliği düzeylerini belirlemek amacıyla geliştirilen Matematiksel İletişim Yeterliği Ölçme Aracı, MEB tarafından Türkçe olarak yayınlanmış PISA matematik okuryazarlık soruları arasından seçilmiş olup toplamda dokuz sorudan oluşmaktadır. Bu ölçme aracında PISA matematik okuryazarlığı kapsamında *nicelik, değişim ve ilişkiler, uzay ve şekil, belirsizlik ve veri* matematiksel içerik alanlarını karşılayan sorulara yer verilmiştir. Belirtilen içerik alanlarına ait sorular seçilirken öğrencilerin düzeyine uygun olması ve anlaşılır olmasına dikkat edilmiştir. Aynı zamanda ölçme aracında yer alan PISA sorularının matematiksel iletişim yeterlik düzeylerinin belirlenmesi amacıyla Turner vd. (2015) tarafından tanımlanan matematiksel iletişim yeterlik düzeylerinden yararlanılmıştır.

Turner vd. (2015) tarafından tanımlanan matematiksel iletişim yeterliği düzeylerine ilişkin göstergeler detaylı bir şekilde Tablo 3.3'te sunulmaktadır.

Tablo 3.3

Matematiksel İletişim Yeterlik Düzeyleri (Turner vd., 2015)

Düzyey-0: Tüm bilgilerin görevle doğrudan ilişkili olduğu ve bilgilerin sırası ile görevde istenilenleri anlamak için gerekli düşünme adımlarının eşleştiği, bağlama doğrudan erişim veren iyi bilinen kavramlarla ilişkili bir cümleyi ya da söz öbeğini anlama. Yapısal iletişim sadece tek bir kelimenin ya da sayısal sonucun sunumunu kapsar.

Düzyey-1: Sunulan materyal kısa cümlelerden ya da söz öbeklerinden daha karmaşık ve geniş olduğunda ya da bazı dışsal bilgiler sunulabildiğinde, metindeki ve ilişkili diğer temsillerdeki ilgili bilgi parçalarını tanıma ve aralarında bağlantı kurma. Gerekli olan yapısal iletişim basittir. Örneğin kısa bir açıklama / hesap yapmayı ya da bir aralığı/ bir dizi değerleri açıklamayı kapsayabilir.

Düzyey-2: Görevi anlamak için sunulan materyalde tekrarlı döngüler gerekli olduğunda bağlantı kurulacak öğeleri tanıma ve seçme ya da bağlamın/görevin ya da bunlar arasındaki bağlantıların birden çok ögesini anlama. Herhangi bir yapısal iletişim kısa ve öz bir betimleme/açıklama sağlamayı ya da bir dizi hesaplama adımlarının sunumunu içerir.

Düzyey-3: Mantıksal olarak karmaşık ilişkiler (şartlı ya da iç içe geçmiş açıklamalar gibi) içeren birden çok bağlam ya da görev öğelerini ve bunlar arasındaki bağlantıları tanıma, seçme ve anlama. Herhangi bir yapısal iletişim, problemin ya da çözümün birden çok ögesi arasında bağlantının kurulduğu argümantasyonun sunumunu içerecektir.

Tablo 3.3'te sunulan düzeylere ilişkin olarak Kızıltoprak (2016) tarafından geçerlik ve güvenilirlik çalışması yürütülmüş olup, söz konusu ölçeğin geçerli ve güvenilir bir düzey belirleme aracı olduğu açıkça ortaya konmuştur. Başka bir deyişle, bu ölçeğin matematiksel iletişimin *“açıklamaları, soruları, yönergeleri, görevleri, şekilleri, nesneleri okuma ve yorumlama; sunulan durumu hayalinde canlandırma ve anlama, bahsedilen matematiksel terimleri içeren bilgileri anlamlandırma; bir kişinin matematiksel çalışmasını ya da muhakemesini sunma ve açıklama* (Turner vd., 2015)” şeklindeki tanımına göre iletişim düzeylerinin belirlenebileceği geçerlik ve güvenilirliği yüksek olduğu bilinmektedir.

Yayınlanmış PISA sorularının derlenmesiyle oluşturulan Matematiksel İletişim Yeterliği Ölçme Aracında Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili üç soruya yer verilmiştir. Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili sorulardan birinci soru Tablo 3'te verilen matematiksel iletişim yeterliği düzeylerinden düzey-1'i, ikinci soru düzey-2'yi, üçüncü soru düzey-1'i temsil etmektedir. Pizzalar problemi düzey-3'ü temsil etmektedir. Yine, Matematiksel İletişim Yeterliği Ölçme Aracı'nda Döner Kapı problemi ile ilgili üç soruya yer verilmiştir. Bu sorulardan birinci soru düzey-1'i, ikinci soru düzey-3'ü ve üçüncü soru düzey-2'yi temsil etmektedir. Son olarak, söz konusu ölçme aracında Arızalı Oynatıcılar ile ilgili iki soruya yer verilmiştir. Birinci soru düzey-1'i, ikinci soru ise düzey-2'yi temsil etmektedir.

Matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan sorular:

Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesi matematiksel iletişimin alıcı bileşeni bakımından ele alındığında, sorunun açık ve anlaşılır bir şekilde ifade edildiği anlaşılmaktadır. Çözüm sürecinde bir günde dağa tırmanan ortalama kişi sayısının hesaplanması için soruda verilen kişi sayısı bilgisinin kullanılması ve tırmanılan gün sayısının tespit edilmesi için öğrencinin Temmuz ayının 31 gün olduğu dışsal bilgisine sahip olması gerekmektedir. Çözüm için soruda verilen iki bilginin ilişkilendirilip sonuca ulaşılması beklenmektedir. Yapılacak ilişkilendirme nispeten basit düzeydedir. Çözüm sürecine ilişkin herhangi bir yazılı açıklama sunulması istenilmemektedir. Dolayısıyla bu sorunun matematiksel iletişim düzeyi düzey-1'i temsil etmektedir.

Matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olarak belirlenen Fuji Dağı Tırmanışı probleminin üçüncü soru maddesi alıcı bileşen bakımından ele alındığında, sorunun anlaşılır bir biçimde ifade edildiği görülmektedir. Çözüm aşamasında, ortalama adım mesafesi ifadesinin soruda verilen toplam yürüme mesafesi ve toplam adım sayısı

bilgileri ile ilişkilendirilerek matematiksel anlamda yorumlanması ve hesaplanması beklenmektedir. Diğer yandan sorunun cevabı santimetre uzunluk birimi cinsinden istendiği için uzunluk birimleri arası dönüşüm hakkında bilgiye sahip olunması gerekmektedir.

Matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olarak belirlenen Döner Kapı problemi birinci soru maddesi alıcı bileşen bakımından değerlendirildiğinde, soru ifadesinin açık ve net olduğu anlaşılmaktadır. Görsel olarak sunulan bu sorunun çözüm aşamasında iki kapı kanadı arasındaki açının hesaplanması için görselde verilen üç eşit merkez açıdan oluşan daire şeklindeki yapı, merkez açı ölçülerinin toplamının 360° olduğu bilgisi ile ilişkilendirilerek hesaplanması gerekmektedir. Aynı zamanda soruda sunulan çap uzunluğunun 2 metre olduğu bilgisine çözüm aşamasında ihtiyaç duyulmadığından fazla bilgi olarak yer almaktadır.

Matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olarak belirlenen bir diğer soru Arızalı Oynatıcılar probleminin birinci soru maddesidir. Bu soru alıcı bileşen bakımından tablo ile sunulan, soru ifadesi ve tablo kolaylıkla ilişkilendirilebilen açık ve anlaşılır bir sorudur. Çözüm sürecinde soruda verilen ses ve görüntü oynatıcılarından arızalı olan oynatıcıların ortalamalarının kıyaslanması ile ilgili iddianın doğruluğunun matematiksel bir kanıt sunularak ifade edilmesi beklenmektedir. Bir şirkette günlük üretilen ortalama ses ve görüntü oynatıcılarının sayısı bilgisi ve bu oynatıcıların her birinin günlük arızalı olan oynatıcıların ortalaması yüzde olarak verilmiştir. Bir çokluğun yüzdesini hesaplama bilgisine sahip olunarak verilen bilgilerin yüzde hesaplaması için kullanılması beklenmektedir. Hesaplama sonucunda soruda öne sürülen iddianın doğruluğu ya da yanlışlığı sonucuna kolaylıkla ulaşılmaktadır.

Matematiksel iletişim düzeyi düzey-2 olan sorular:

Fuji Dağı Tırmanışı probleminin ikinci soru maddesi alıcı bileşen bakımından incelendiğinde, aralarında ilişki kurulması gereken birden fazla bilgi yer almaktadır. Soruda verilen tırmanma ve iniş mesafeleri, tırmanma ve iniş hızları, belirlenmiş dönüş vakti bilgileri ile buna uygun bir başlama saatinin belirlenmesine yönelik ilişkilendirme yapılması gerekmektedir. Diğer yandan, soruda verilen ‘en geç’ ifadesinin ve belirtilen hızlarda yemek molaları ve dinlenmelerin dâhil olduğu bilgisinin doğru yorumlanması gerekmektedir. Çözüm aşamasında bu yorumlamalar ışığında en geç akşam 8’de dönmek şartına uygun başlama saati sonucuna ulaşılmaktadır. Tüm bu aşamalar dikkate alındığında matematiksel iletişim düzey-2 olarak belirlenmiştir.

Matematiksel iletişim düzeyi düzey-2 olan Döner Kapı probleminin üçüncü soru maddesi alıcı bileşene göre değerlendirildiğinde, aralarında ilişki kurulması gereken bilgiler verilen çoktan seçmeli türünde bir soru olduğu görülmektedir. Bu soruda üç bölümden oluşan döner kapının bir dakikada attığı tur sayısı, bir turda kapının bölümlerine en fazla kaç insan sığabileceği bilgilerine yer verilmiştir. Verilen bilgiler doğrultusunda otuz dakikada kapıdan binaya giriş yapacak insan sayısının en fazla kaç olacağının hesaplanması beklenmektedir. Bu soru için bir dakikadaki tur sayısı belirtilen süre içinde kaç tur olacağı ve bir turda giriş yapabilecek kişi sayısının belirtilen süre içinde kaç olacağı ilişkilendirilerek işleme dökülmelidir. Çözüm aşamasında toplam tur sayısı hesaplanarak en fazla giriş yapabilecek kişi sayısına ulaşılmalı ve ulaşılan sayısal sonuç seçenekler arasından işaretlenmelidir.

Matematiksel iletişim düzeyi düzey-2 olan Arızalı Oynatıcılar probleminin ikinci soru maddesi alıcı bileşen bağlamında ele alındığında, iki şirkete ait görüntü ve ses oynatıcılarının günlük üretilen ortalama sayıları ve üretilen oynatıcılar içerisinde arızalı oynatıcıların yüzdesinin tablo halinde sunulduğu görülmektedir. Verilen tabloya göre her iki şirketin ses ve görüntü oynatıcılarının arızalı oynatıcı sayısı bir çokluğun yüzdesinin hesaplanması bilgisi kullanılarak bulunması gerekmektedir. Elde edilen sonuçlar kullanılarak günlük ortalama üretilen oynatıcı sayısına oranlanarak iki şirketin oranı kıyaslanmalıdır. Dolayısıyla aralarında ilişki kurulması gereken birden fazla değişken bulunmaktadır. Çözüm aşamasında ise arızalı oynatıcı oranı daha az olan şirket gerekli hesaplamalar yapılarak yorumlanmalıdır.

Matematiksel iletişim düzeyi düzey-3 olan sorular:

Pizzalar sorusu matematiksel iletişim düzeyi olarak düzey-3'ü temsil etmektedir. Bu soru alıcı bileşen bağlamında incelendiğinde, kalınlıkları aynı, boyutları farklı olan iki pizzanın çap uzunlukları ve fiyat bilgileri verilerek maliyeti uygun olan pizzanın belirlenmesi beklenmektedir. Soruda verilen çap uzunluğu bilgisinden yola çıkılarak pizzanın alan ölçüsünün hesaplanarak fiyat bilgisi ile ilişkilendirilmesi gerekmektedir. Çözüm aşamasında her iki pizzanın alan ölçüsü hesaplamaları elde edilmeli ve soruda verilen fiyat bilgisi kullanılarak pizzaların birim fiyatları hesaplanmalı ve sonuç elde edilen sayısal gerekçelere bağlı olarak ifade edilmelidir.

Matematiksel iletişim düzeyi düzey-3 olan Döner Kapı probleminin ikinci soru maddesidir. Bu soru alıcı bileşen bakımından incelendiğinde, problem durumunda verilen giriş ve çıkış sırasında hava akımının oluşmaması durumu görselden

faydalanılarak gerçek yaşam ile ilişkilendirilip yorumlanması gerekmektedir. Bu noktada, bahsedilen durumun gerçekleşmesi için yay uzunluğunun evre uzunluğunun $1/6$ 'i uzunlukta olması gerektiği şeklinde yorumlanmalıdır. özüm sürecinde bu ilişkilendirmeler yapıldıktan sonra evre uzunluğunun $1/6$ 'i hesaplanarak sayısal bir sonuç elde edilmelidir.

Diğer yandan, matematikte özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan ortaokul sekizinci sınıf ğrencilerinin matematik okuryazarlık problemleri çözme sürecinde matematiksel iletişim yeterliğini nasıl işe koştuklarının derinlemesine incelenmesi amacıyla yarı yapılandırılmış görüşme yöntemi kullanılmıştır. Bu kapsamda kullanılan veri toplama aracı ise “Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu” (Ek-5) olmuştur. Form içeriğinde katılımcı ğrencilerin Matematiksel İletişim Yeterliği Ölçme Aracı'ndaki matematik okuryazarlık problemlerini çözerken iletişimin alıcı ve anlatımcı bileşenleri bağlamındaki eylemlerini ortaya çıkarmaya yönelik açık uçlu sorulara yer verilmiştir.

3.4. Verilerin Toplanması

Araştırma verilerinin toplanması süreci etik kurul ve araştırma izinlerinin ilgili kurumlardan temin edilmesinin ardından başlatılmıştır. Katılımcı ğrencilerin matematiksel iletişim yeterlik düzeylerini belirlemek amacıyla öğrencilerin ders saatleri dışında, alışık oldukları sessiz sınıf ortamında Matematiksel İletişim Yeterliği Ölçme Aracı'nda yer alan matematik okuryazarlık problemlerini çözmeleri istenmiştir. Matematiksel iletişim yeterlik düzeylerine göre araştırma için asıl katılımcı öğrencilerle ses kaydı alınarak yüz yüze görüşmeler yapılmıştır. Yapılan görüşmelerde öğrencilerin matematiksel iletişim yeterliklerini daha iyi ortaya koymalarına yönelik yönlendirilen sorular dışında müdahalede bulunulmamıştır. Görüşme esnasında öğrencilerin birbirlerinin yanıtlarından etkilenmemesi için görüşmeler öğrencilerle birebir olarak ve yüz yüze gerçekleştirilmiştir.

3.5. Verilerin özümlemesi

Matematiksel İletişim Yeterliği Ölçme Aracı kullanılarak elde edilen veriler nicel olarak analiz edilmiştir. Bu kapsamda öğrencilerin matematiksel iletişim yeterlik düzeyleri ağırlıklı düzey-2 ve ağırlıklı düzey-3 olarak kategorize edilmiştir. Ağırlıklı düzey yaklaşımı Matematiksel İletişim Yeterliği Ölçme aracında yer alan sorulardan matematiksel iletişim yeterliği bakımından düzey-1, düzey-2 ve düzey-3'ü temsil eden

soruların öğrenciler tarafından hangi düzeylerin ağırlıklı çözüldüğü dikkate alınarak benimsenmiştir. Nicel veriler sonucunda matematiksel iletişim yeterliği ağırlıklı-2 düzeyi öğrencilerinin matematiksel iletişim bakımından düzey-1 olan soruların tamamını, matematiksel iletişim düzeyi açısından düzey-2 olan sorulardan en az birini doğru yanıtlaması beklenmektedir. Ağırlıklı-3 düzeyi kategorisinde yer alan öğrencilerden ise matematiksel iletişim açısından düzey-1 ve düzey-2 olan soruların tamamını, düzey-3 olan sorulardan en az bir tanesini doğru cevaplandırmış olması beklenmektedir.

Diğer yandan, yarı-yapılandırılmış görüşmeler sonucunda elde edilen veriler ise içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. Schreier (2012), içerik analizini elde edilen verilerin ne anlama geldiğinin sistematik bir şekilde tanımlanması olarak ifade etmektedir. İçerik analizi, araştırma sonucunda elde edilen bilgilerin paylaşılması ve gelecek araştırmalara yön vermede önem taşıyan bir araştırma sentezidir (Suri ve Clarke, 2009). Hsieh ve Shanon (2005), içerik analizini tanımlarken içeriğin tarafsız olarak yorumlanması için elde edilen verilerin kodlanması ve temaların belirlenerek sistematik bir şekilde sınıflandırılması şeklinde ifade etmişlerdir. İçerik analizi, farklı alanlarda birden fazla araştırma sorusuna cevap arayan temel bir araştırma yöntemidir. İçerik analizinde temel amaç elde edilen verilerin kategorize edilmesi ve ilişkilendirilmesidir (Selçuk vd., 2014). Yarı yapılandırılmış görüşmelerin içerik analizinde aşağıda verilen aşamalar takip edilmiştir:

- i) Dökümlerin detaylı bir şekilde incelenerek kodların belirlenmesi,
- ii) Kodların kategorize edilerek temaların belirlenmesi,
- iii) Kodların ve temaların uygun bir şekilde düzenlenmesi,
- iv) Bulguların tanımlanması ve yorumlanması.

3.6. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Bu araştırma nitel araştırma yöntemleri kullanılarak yürütülmüştür. Nitel araştırmalarda geçerlik, araştırmacının bir olguyu araştırırken objektif bir şekilde gözlem yapmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Güvenirlik ise araştırma sonucunun tekrarlanabilir ve tutarlı olmasıdır. Elde edilen verilerin betimsel yaklaşım benimsenerek doğrudan aktarılması ve verilerin analizinde başka araştırmacı yardımıyla sonuçların teyit edilmesi iç güvenirliliği sağlamakta etkilidir (Karataş, 2015). Bu araştırmanın geçerlik ve güvenirliliğinin artırılması amacıyla veri toplama aracının hazırlanmasında ve elde edilen verilerin analizinde uzman görüşü alınmıştır.

Araştırmanın geçerliğinin sağlanması amacıyla görüşmelerde katılımcıların sözlü açıklamalarından ulaşılan veriler doğrudan alıntı yapılarak bulgular bölümünde sunulmuştur.

3.6.1. Soruların yeterlik düzeylerinin belirlenmesi sürecine ilişkin geçerlik çalışması

Araştırma kapsamında katılımcı öğrencilerin matematiksel iletişim yeterlik düzeylerinin belirlenmesine yönelik olarak MEB tarafından Türkçe olarak yayınlanmış PISA sorularından oluşan Matematiksel İletişim Yeterliği Ölçme Aracı hazırlanmıştır. Ölçme aracı hazırlanırken Turner vd. (2015) tarafından tanımlanan matematiksel iletişim yeterlik düzeylerini temsil eden okuryazarlık problemlerine yer verilmiştir. Araştırmacı ve tez danışmanı birbirinden bağımsız olarak düzey-1, düzey-2 ve düzey-3 matematiksel iletişim yeterlik düzeyini temsil eden soruları içeren soru havuzu oluşturmuşlardır. Soru havuzu oluşturulurken öğrencilerin matematiksel iletişim yeterliklerini ölçme noktasında matematiksel iletişim düzeyi düzey-0 olan soruların ayırt edici olmayacağı kararlaştırılarak soru havuzunda ve ölçme aracında yer verilmemiştir. Soru havuzu oluşturulduktan sonra araştırmacı ve tez danışmanı bir araya gelerek bu soru havuzu içinden matematiksel iletişim düzeyi bakımından görüş ayrılığı yaşadıkları soruları değerlendirip görüş birliği sağladıklarında ölçme aracında yer alan soruları belirlemişlerdir. Ölçme aracında yer alan sorular belirlenirken her bir matematiksel iletişim yeterliği düzeyinin temsil edilmesi ve öğrenci düzeyine uygun olması hususlarına dikkat edilmiştir.

3.6.2. Yarı-yapılandırılmış görüşme soruları ile pilot uygulama ve revizeler

Görüşme soruları araştırmacı ve tez danışmanı tarafından katılımcıların matematiksel iletişim yeterliklerinin ortaya çıkarılmasını sağlamaya yönelik olarak ve matematiksel iletişim yeterliği ölçme aracında yer alan her bir soruya uygun olarak ayrıntılı bir şekilde hazırlanmıştır. Bu haliyle yarı yapılandırılmış görüşme formu esas katılımcılar arasında olmayan bir sekizinci sınıf öğrencisine uygulanarak pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışma sonucunda görüşme formunda yer alan soru ifadelerinin anlaşılabilirliğinin artırılmasına ve katılımcıların matematiksel iletişim yeterliklerini nasıl işe koştuklarının tespit edilmesinde yetersiz kaldığı belirlenen

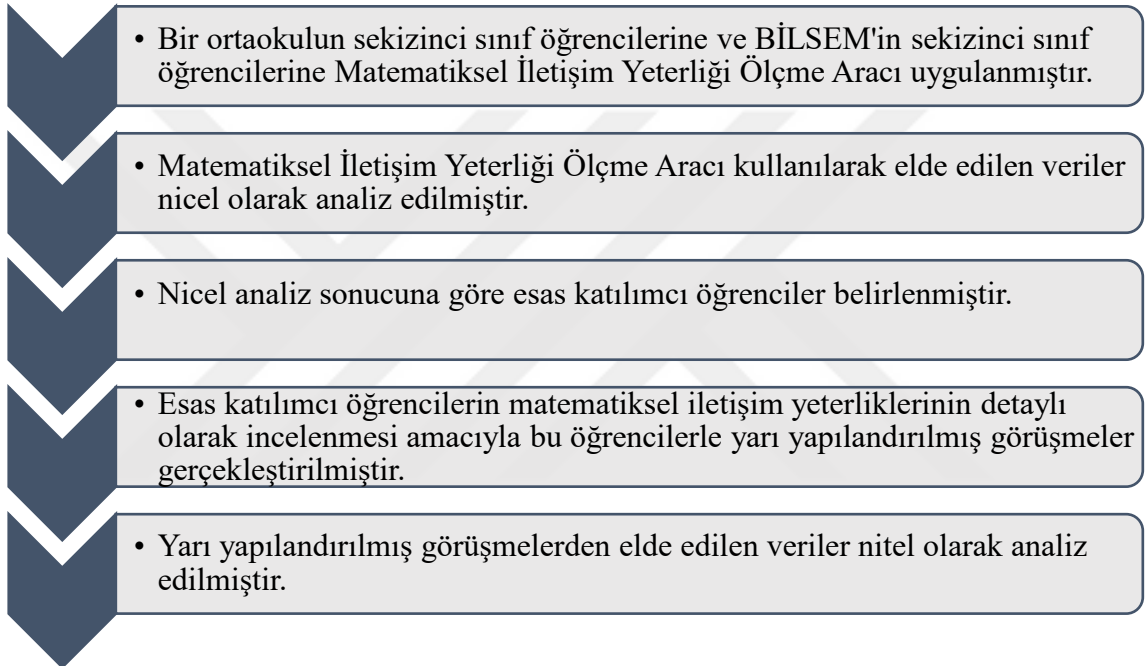
sorulara yönelik gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Düzenlemeler sonrasında son hali verilerek görüşme formu hazır hale getirilmiştir.

3.7. Araştırma süreci

Araştırma sürecine ilişkin aşamalar Şekil 3.1’de sunulmuştur.

Şekil 3.1

Araştırma Sürecinin Aşamaları



DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. Bulgular

Bu bölümde Matematiksel İletişim Yeterliği Ölçme aracında yer alan araştırma problemlerinin yanıtlanması doğrultusunda elde edilen bulgulara ve yapılan öğrenci görüşmelerine ait bulgulara yer verilmiştir.

4.1. Matematikte özel yetenekli olmayan öğrencilerin matematiksel iletişim yeterliklerine ilişkin bulgular

Matematikte özel yetenekli olmayan Ağırlıklı-2 düzeyi öğrencilerinin ve Ağırlıklı-3 düzeyi öğrencilerinin matematiksel iletişim yeterliklerine yönelik bulgular ayrı başlıklar altında sunulmuştur.

4.1.1. Özel yetenekli olmayan ağırlıklı-2 düzeyi öğrencilerinin matematiksel iletişim yeterliklerine ilişkin bulgular

Miray takma isimli öğrencinin matematiksel iletişim yeterlik düzeyi ağırlıklı düzey 2 olarak belirlenmiştir. Bu öğrenci matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan soruların tamamını, düzey-2 olan sorulardan bir tanesini doğru yanıtlarken, öğrencinin düzey-3 olan sorulara ilişkin doğru yanıtı bulunmamaktadır. Bu öğrencinin matematiksel iletişim yeterlik düzeyi, matematik okuryazarlık problemlerinde verilen öğeleri tanıyabildiğini, bağlama uygun olarak birçok öge arasında bağlantı kurabildiğini ancak mantıksal olarak karmaşık ilişki içeren matematiksel durumlarda öğeleri tanıma ve bağlantı kurmakta zorluk yaşadığını göstermiştir.

Miray'ın matematiksel iletişim yeterliği ölçme aracında yer alan matematiksel iletişim düzeyi düzey 1 olarak belirlenen Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesini doğru yanıtladığı belirlenmiştir. Görüşme sürecinde problemten ne anladığı sorusu yöneltildiğinde, problemin amacını doğru bir şekilde sözlü olarak ifade edebilmiştir. Öğrencinin çözüme ilişkin yazılı açıklamasına bakıldığında ise elde ettiği sonucu *yaklaşık* ve *ortalama* ifadeleri ile ilişkilendirerek açıklayabildiği dikkat çekmiştir. Miray'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.1'de sunulmuştur.

Şekil 4.1

Miray'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

FUJİ DAĞI TIRMANIŞI
Fuji Dağı Japonya'da bulunan sönmüş bir yanardağdır.

Soru 1:
Fuji Dağı, her yıl sadece tırmanma için halka açıktır. 1 Temmuz'dan 27 Ağustos'a kadar Bu süre içerisinde yaklaşık 200 000 kişi Fuji Dağı'na tırmanmaktadır. Buna göre, Fuji Dağı'na bir günde ortalama kaç kişi tırmanmaktadır?

A. 340
B. 710
C. 3400
D. 7100
E. 7400

Soru 2:

31 + 27 = 58
200000 / 58 = 3448
=> Kesin bir sayı olmadığı için en yakın işaretledim. Zaten yaklaşık ve ortalama vardı.

Miray'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.1'de sunulan çözümü incelendiğinde çözüm sürecindeki matematiksel hesaplamalarını ayrıntılı bir şekilde sunabildiği görülmüştür. Katılımcının çözüm sürecinde problem metninde verilen *yaklaşık* ve *ortalama* ifadelerinin altını çizmiş olması bu ifadelerin farkında olduğunu göstermiştir. Nitekim bu katılımcı, bir günde ortalama kaç kişinin Fuji Dağı'na tırmandığını bulmak için, yaklaşık kişi sayısını gün sayısına bölme yoluna gitmiştir. Bu kapsamda Temmuz ayının 31 gün sürdüğü dışsal bilgisini kullanarak toplam gün sayısını 58 olarak hesaplamıştır. Çözüm sürecinde bölme işleminin kalanlı olmasını soruda verilen *ortalama kaç kişi* ifadesi ile ilişkilendirerek şıklardan elde ettiği sonuca en yakın şıkkı işaretlemiştir. Katılımcıya soruyu nasıl çözdüğü sorulduğunda “Burada 200000 kişi dediği için bir güne kaç kişinin düşeceğini hesaplamak için kişi sayısını güne böldüm ama tam çıkmadı. Soruda hem yaklaşık hem de ortalama dediği için kişi sayısına en yakın olan şıkkı işaretledim” şeklinde açıklamıştır. Miray'ın açıklamasına bakıldığında matematik dilini kullanımını bakımından ifadesinde nicelik vurgusu yapmadığı dikkat çekmektedir. Açıklamasında belirttiği “bir güne kaç kişinin düşmesi” ifadesinin matematiksel olarak anlamlılık taşımadığı görülmektedir. Miray'ın yazılı çözümü ve sözlü açıklamaları dikkate alındığında problem durumunda sunulan ifadelerin matematiksel anlamlarını ortaya çıkarabildiği, sunulan bilgiler arasında ilişkilendirme yapabildiği ve elde ettiği sonuca ilişkin gerekçe sunabildiği belirlenmiştir.

Miray matematiksel iletişim yeterliği düzey-2 olan Arızalı Oynatıcılar ile ilgili ikinci soru maddesini doğru cevaplandırmıştır. Problem durumuna ilişkin tabloda yer

alan “günlük üretilen ortalama ses/görüntü oynatıcısı” ifadesinden ne anladığı sorgulandığında “Mesela günden güne değişiyormuş. Bunların ortalama oranı buymuş. Yani mesela bir gün 2100 tane üretirsin diğer gün 1900 tane bunların ortalaması 2000 olur” ifadesiyle açıklamıştır. Problemden sunulan tabloyu nasıl yorumladığı sorgulandığında “Buradaki tabloda normal üretilen oynatıcıların sayısı ve arızalı olanların yüzdesi verilmiş” ifadesiyle açıklamıştır. Katılımcının bu açıklamasına bakıldığında tabloda günlük üretilen oynatıcıların sayı değeri, arızalı oynatıcıların ise oran değeri şeklinde sunulduğunun farkında olduğu anlaşılmaktadır. Ancak Miray’ın çözüme ilişkin sözlü açıklamasında matematiksel dilde hatalı ifadeler kullandığı görülmektedir. Miray’ın Arızalı Oynatıcılar ile ilgili ikinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.2’de sunulmuştur.

Şekil 4.2

Miray’ın Arızalı Oynatıcılar ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Bakgör ve Takgör şirketlerinin hangisindeki toplam arızalı oynatıcı oranı daha azdır? Yukarıdaki tablolarda verilenleri kullanarak hesaplamalarınızı gösteriniz.

$$\frac{2000}{8000} \cdot \frac{5}{100} = 100 \quad \frac{6000}{10000} \cdot \frac{3}{100} = 180 \quad 100 + 180 = 280$$

$$\frac{2000}{8000} \cdot \frac{4}{100} = 280 \quad \frac{10000}{10000} \cdot \frac{2}{100} = 20 \quad 280 + 20 = 300$$

Bakgör = 8000’de 280 arızalı
 Takgör = 10000’de 300 arızalı

(Bakgörde daha az)
 10000 8000 05

Miray’ın Arızalı Oynatıcılar ile ilgili ikinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.2’de sunulan çözümü incelendiğinde, bir çokluğun yüzdesini bulma bilgisini formüle ederek işleme döktüğü görülmektedir. Katılımcının problemi nasıl çözdüğü sorgulandığında “Önce arızalı oynatıcı sayılarını buldum. Bakgör’de yüzdeleri buldum sonra topladım, toplam 280 çıktı. Takgör için de aynısını yaptım. Onda da toplam 300 çıktı. Bakgör’de 8000’de 300 arızalı Takgör’de de 8000’de 280 arızalı çıkıyordu. Takgör’de arızalı sayısı daha azdı. Hangisinin oranı daha azdır diye soruyordu zaten Takgör’ün oranını daha az buldum” ifadesiyle açıklamıştır. Miray’ın çözümüne ilişkin sözlü açıklaması

incelendiğinde problem durumunda istenen “*Hangi şirkete ait toplam arızalı oynatıcı oranı daha azdır*” ifadesini dikkate aldığı ve elde ettiği sonucu matematiksel sembol kullanmadan “*8000’de 280 arızalı*” şeklinde yazıya aktardığı görülmüştür. Miray’ın yazılı çözümü ve sözlü açıklamalarına bakıldığında problem metninde sunulan ifadelerin matematiksel anlamlarını ortaya koyabildiği ve elde ettiği sonucun anlamlılığına ilişkin gerekçe sunabildiği belirlenmiştir.

Miray matematiksel iletişimi düzey-3 olarak belirlenen Pizzalar sorusunu doğru cevaplayamamıştır. Bu soruda, çap uzunluğu bilgisi kullanılarak pizzaların alanları hesaplanıp yine soruda verilen fiyat bilgisi ile alanların ilişkilendirilmesi ve maliyeti uygun olan pizzanın belirlenmesi gerekmektedir. Miray ise pizzanın alanı ile ilişkilendirme yapmak yerine pizzaların çevresi ile ilişkilendirme yapmıştır. Çevre hesaplamasında elde ettiği sonuçları fiyat ile oranlama yaptığına ise iki pizzanın da maliyetinin eşit olduğu sonucuna varmıştır. Miray’ın problem durumunda sunulan matematiksel anlamları ortaya çıkarmakta zorluk yaşadığı tespit edilmiştir. Araştırmacı ile Miray arasında geçen diyalogda Miray’ın “*soruyu ilk okuduğumda eşit olduklarını düşündüm. Sonra çevrelerini hesaplayıp 1 zed’in kaç cm’ye denk geldiğini hesaplırsam cevabı bulurum diye düşündüm*” ifadesi soruyu anlamakta zorluk yaşadığından kaynaklı çözüm sürecinde formüle etme ve çözüme yönelik gerekçe sunma açısından da sıkıntı yaşadığını göstermektedir.

Matematiksel iletişim düzeyi düzey-3 olan Döner Kapı ile ilgili ikinci soru maddesinin Miray tarafından doğru yanıtlanamadığı görülmektedir. Görselle sunulan bu soruda Miray’ın görsel ile problem metni arasında doğru ilişkilendirme yapamadığı belirlenmiştir. Problem durumuna göre “*hava akımının oluşmaması için gerekli şartlar nelerdir?*” diye sorulduğunda “*Burada hava akımı noktalı yerlerden giriyor. Kapalı kısmı uzatırsak hava akımı girmez*” diye ifade etmiştir. Miray’ın bu açıklamasına bakıldığında hava akımının oluşmaması için gerekli şartları açıklarken zorlandığı belirlenmiştir. Bu durum katılımcının problem metnindeki sözel ifadeler ile görsel arasında ilişkilendirme yapma güçlüğü yaşadığını ve çözüm için ihtiyaç duyulan bilgileri ortaya koyamadığını göstermiştir. Miray’ın Döner Kapı ile ilgili ikinci soru maddesine ilişkin çözümü Şekil 4.3’te sunulmuştur.

Şekil 4.3

Miray'ın Döner Kapı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Soru 2:
İki kapı arasındaki açıklıklar (yandaki şekilde noktalı yay ile gösterilen şekiller) aynı boyuttadır. Eğer bu açıklıklar çok geniş olursa, döner kanatlar yeteri kadar kapanmaz ve bu durumda giriş ve çıkış arasında hava akımı oluşabilir, bu da istenmeyen ısı kaybı veya ısı girişine neden olabilir. Bu durum, yandaki şekilde gösterilmektedir.

Giriş ve çıkış arasında hava akımının oluşmaması için her bir kapı açıklığının sahip olabileceği en fazla yay uzunluğu kaç santimetre'dir (cm)?
En fazla yay uzunluğu: 200..... cm

Bu konumdaki olası hava akımı.

Handwritten calculations:
 $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 120 = 200$
 $360 \cdot \frac{1}{3} = 120$
 $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 120 = 200$

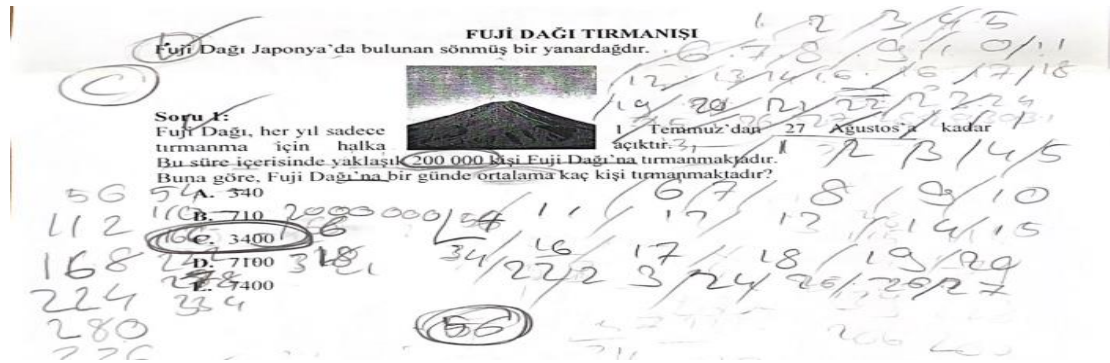
Miray'ın Döner Kapı ile ilgili ikinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.3'te sunulan çözümü incelendiğinde yay uzunluğunu hesaplama formülünü uyguladığı görülmektedir. Çözüm aşamasında Döner Kapı ile ilgili ilk soruda verilen çap uzunluğu bilgisinden faydalanarak yarıçap uzunluğunu formülde yerine koymuştur. Katılımcıya çözümü nasıl yaptığı sorulduğunda “Yay uzunluğu ile ilgili bu konuyu görmüştüm ben. Açığı veriyorlardı soruda. Oradan yay uzunluğunu buluyorduk. Öyle bir şey aklıma geldi ben de yaptım. Yarıçapı 100 bulmuştum, açığı da 120 bulmuştum. O ikisini kullandım. Yarıçap 100, çevresini buldum ve açısı 120, 360'a bölünce 200 çıktı” şeklinde açıklamıştır. Akın'ın sözlü açıklamasında birim belirten ifadeler kullanmaması matematiksel dilin kullanımı açısından dikkat çekmektedir. Katılımcının yazılı çözümü ve sözlü açıklamaları dikkate alındığında problem metninde geçen ifadelerin matematiksel anlamlarını ortaya koymakta ve yaptığı çözüme ilişkin matematiksel gerekçe sunmakta zorluk yaşadığı belirlenmiştir.

Akın takma isimli öğrencinin matematiksel iletişim yeterliği ağırlıklı-2 düzeyi olarak belirlenmiştir. Bu öğrenci matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan soruların tamamını, düzey-2 olan toplam üç sorudan bir tanesini doğru, düzey -3 olan iki sorudan hiç birini doğru cevaplandıramamıştır. Bu öğrencinin matematiksel iletişim yeterlik düzeyi incelendiğinde basit problem durumlarını anlayabilme, çözüm aşamasında formüle etme ve sonucu doğrulama gibi becerilerde yeterlik gösterebilmektedir. Ancak birden fazla öge içeren problem durumlarında ögeler arası ilişkileri anlama ve

yorumlamada, benzer olarak akıl yürütmeyi gerektiren mantıksal açıdan karmaşık ilişkiler içeren problem durumlarını anlama hususunda zorluk yaşadığı belirlenmiştir. Akın matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesini doğru yanıtlamış görünse de yapılan görüşmelerde soruya yönelik matematiksel anlamları doğru yorumlayamadığı belirlenmiştir. Görüşme esnasında problemi nasıl çözdüğüne yönelik açıklama istenildiğinde “*Temmuzun 31 çekmesinden dolayı arada kalan günlere baktım. Aslında ilk başta kararsız kaldım o yüzden bütün günleri yazıp arada kalan günleri saydım ve 56 gün buldum.*” ifadesi Fuji Dağı’na tırmanma için halka açık olan gün sayısını belirleme konusunda kararsızlık yaşaması problem metnindeki ifadelerle yeterince dikkat etmemesini göstermiştir. Yazılı çözümü incelendiğinde matematiksel hesaplamalarını aşamalı ve kapsamlı bir şekilde sunmadığı dikkat çekmiştir. Çözüm aşamasında ortalama kaç kişi tırmandığını hesaplamak için soruda verilen “*yaklaşık 200000 kişi*” bilgisini ve elde ettiği gün sayısını kullanarak cevabına ulaşmıştır. Elde ettiği sonucun şıklarda yer almamasını soruda verilen “*ortalama kaç kişi*” ifadesi ile ilişkilendirerek “*soruda ortalama dediği için işlem sonucunu yuvarladım ve en yakın şıkkı işaretledim*” şeklinde gerekçelendirmiştir. Akın’ın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.4’te sunulmuştur.

Şekil 4.4

Akın’ın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü



Akın’ın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.4’te sunulan çözümü incelendiğinde doğru cevabı işaretleyebilmiştir fakat soruda verilen “*1 Temmuz’dan 27 Ağustos’a kadar*” ifadesinin kaç günü kapsadığını doğru

hesaplayamamıştır. Temmuz ayının 31 gün sürdüğüne dair dışsal bilgiye sahip olmasına rağmen toplam gün sayısını hesaplamada zorluk yaşadığı görülmektedir. Gün hesaplaması için her bir günü tek tek yazmış olması da matematiksel ifade konusunda sıkıntı yaşadığını göstermektedir. Ayrıca çözüme yönelik bölme işlemini de tamamlayamamış fakat 56 sayısını katlarını ayrı bir kısımda yazarak çözüme yakın sayısal değerler bulmaya çalıştığı görülmektedir.

Akın'ın matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan Döner Kapı ile ilgili birinci soruyu doğru yanıtladığı belirlenmiştir. Görselde ve problem metninde verilen döner kapıların daire şeklindeki alan içerisinde yer almasını çemberin merkez açılarının toplamının 360° olduğu dışsal bilgisi ile ilişkilendirmiştir. Problem metninde verilen kapı kanatlarının bulundukları alanı üç eşit parçaya böldüğü bilgisini doğru yorumlayarak çözüm aşamasında 360° 'yi 3'e bölerek doğru sonuca ulaşmıştır. Problem metninde fazladan bilgi olarak sunulan kapıların bulunduğu dairesel alanın çap bilgisini kullanmayacağını farkında olduğu tespit edilmiştir. Katılımcıya problemi nasıl çözdüğü sorulduğunda “Çember 360° olduğu için ve üç tane de eşit parça olduğu için böldüm ve 120 çıktı” şeklinde açıklamıştır. Akın'ın sözlü açıklamasında “üç eşit parça olduğu için” ifadesini kullanması problem metninde geçen ifadelerin matematiksel anlamını ortaya koyabildiğini ve çözümüne ilişkin gerekçe sunabildiğini göstermiştir. Diğer yandan, katılımcının sözlü açıklamalarına bakıldığında matematiksel dili hatalı kullandığı dikkat çekmiştir.

Akın matematiksel iletişim düzeyi düzey-2 olan Fuji Dağı tırmanışı ile ilgili ikinci soru maddesini doğru cevaplandırmıştır. Problem metnini doğru bir şekilde anlamlandırarak cevaba ulaşmıştır. Problem metninde geçen “hızını ikiye katlamak” ifadesini saatte 1,5 km hızla giderken 3 km hızla gitmesi şeklinde yorumlamıştır. Dağa tırmanışın saatte 1,5 km hızla toplam 6 saatte, dağdan inişin saatte 3 km hızla toplam 3 saatte gerçekleştirileceğini matematiksel işlem yapmadan zihinden işlem yaparak yazıya aktarmıştır. Toplamda 9 saat süren yürüyüşün akşam 20.00'da dönülecek şekilde tamamlanması için çıkış saatinin en geç kaç olacağını yine zihinden hesaplama yaparak 11.00 olacağı şeklinde belirtmiştir. Akın'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili ikinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.5'te sunulmuştur.

Akın'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili İkinci Soru Maddesine İlişkin Çözümü

Götemba şehri ile Fuji Dağı arasındaki yürüyüş yolu uzunluğu yaklaşık 9 kilometre (km)'dir. Yürüyüşçülerin, 18 km'lik yürüyüşten akşam saat 8'de dönmüş olmaları gerekmektedir. Tolga, dağa tırmanırken ortalama saatte 1,5 km yol alacağını inerken de bu hızını ikiye

Akın'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili ikinci soru maddesine il-
sunulan çözümü incelendiğinde sayısal ifadeleri daire içine aldığı dik-
Çözüm esnasında zihinsel hesaplamalar yaptığı matematiksel işlemler-
vermediği ve elde ettiği sonuçları doğrudan yazıya aktardığı görülmekte-
Akın'ın matematiksel iletişim düzeyi düzey-2 olan so-

Akın'ın matematiksel iletişim düzeyi düzey-2 olan sorulardan Arızalı Oynatıcılar ile ilgili birinci soru maddesini doğru cevaplandığı belirlenmiştir. Bu soruda verilen tabloyu problem metni ile doğru bir şekilde ilişkilendirebildiği görülmüştür. Problem metninde ortaya atılan iddianın doğru ya da yanlışlığını matematiksel bir kanıt ile göstermek için tabloda verilen bilgileri kullanarak ses ve görüntü oynatıcılarının günlük ortalama arızalı oynatıcı sayılarının hesaplamasını yapmıştır. Bu hesaplamada verilen çokluğun yüzdesi kadarını bulma hesaplamasını doğru orantı kurarak yaptığı belirlenmiştir. Görüşme esnasında problemi nasıl çözdüğü sorulan Akın “soruda bir iddia verilmişti... Ortalama olarak günlük onarıma gönderilen görüntü oynatıcısı sayısı günlük onarıma gönderilen ses oynatıcısı sayısından daha fazladır demiş. Zaten ben tabloyu ilk gördüğümde %5'liklerle bir şey yapacağımızı tahmin ettiğim için hesapladım. Burada iddiayı matematiksel olarak çevirdiğimizde $100 > 180$ demek istiyor ama bu bilgi doğru olmayacağı için ses oynatıcılarının daha fazla olduğunu buldum. Böylece iddia yanlış.” şeklinde bir açıklama yapmıştır. Akın'ın Arızalı Oynatıcılar ile ilgili birinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.6'da sunulmuştur.

Akın'ın Arızalı Oynatıcılar ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Soru 1:
Oy satıcıları kontrol edenlerden birisi aşağıdaki (iddia) bulunmaktadır. Ortalama olarak, günlük onarına gönderilen görüntü oy satıcısı sayısı günlük onarına gönderilen ses oy satıcısı

$$\frac{100}{2000} = \frac{100}{2000} \times \frac{100}{100}$$

sayısına kıyasla daha fazladır." Kontrol eden kişinin iddiasının doğru olup olmadığına karar veriniz. Yanıtınızı destekleyen matematiksel bir kanıt gösteriniz.

Bu iddia yanlıştır. Çünkü 2000'den fazla ses oy satıcısı, 100'den fazla görüntü oy satıcısı gönderilir. Yani ses oy satıcısı, görüntü oy satıcısından daha fazladır.

Matematiksel iletişim düzeyi düzey-3 olan Döner Kapı ile ilgili ikinci soru maddesi Akın tarafından yanlış cevaplandırılmıştır. Akın'ın çözümü incelendiğinde problem metni ve görsel arasında doğru bir ilişkilendirme yapamadığı anlaşılmaktadır.

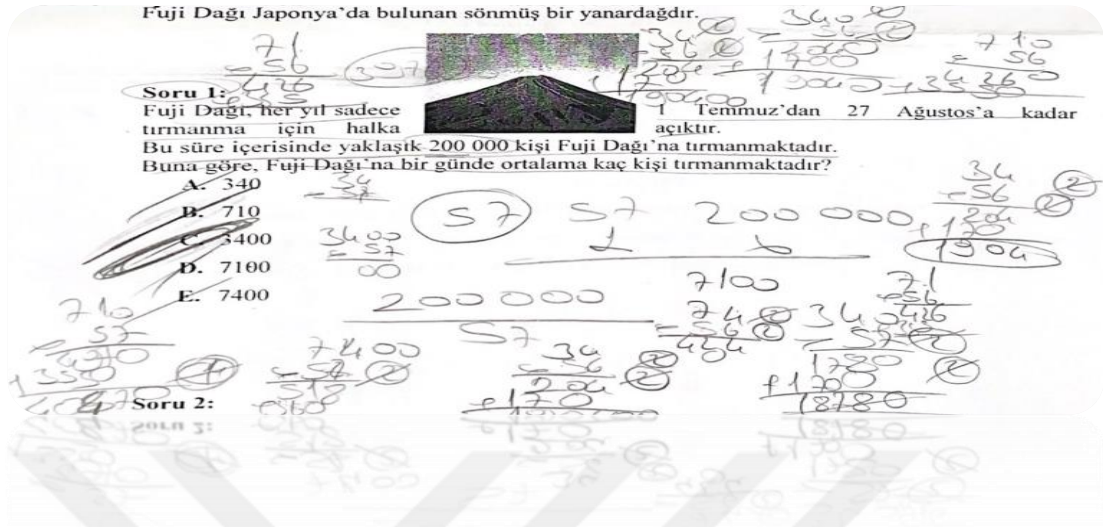
Dolayısıyla problem metnini ve problem durumunu da anlayamadığı belirlenmiştir. Görüşmede çözümüne yönelik açıklama istendiğinde “*çapı 200 cm olduğu için bir kanadı 100 cm olarak düşündüm ama siz yay uzunluğu demişsiniz ben soruyu yanlış anlamışım*” ifadesi ile açıklama yapması problem durumunu anlamadığını açıkça göstermektedir. Problem durumunu anlamamış olması probleme yönelik yanlış ilişkilendirmeler yapmasına sebep olmuştur. Akın’ın soruyu çözüm ile ilgisi olmayan ifadelerle cevaplandırması bunu net bir şekilde göstermektedir.

Azra takma isimli öğrencinin matematiksel iletişim yeterlik düzeyi ağırlıklı-2 düzeyi olarak belirlenmiştir. Bu öğrenci matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan dört sorudan bir tanesini, düzey-2 olan üç sorudan bir tanesini, düzey-3 olan soruların tamamını yanlış cevaplandırmıştır. Bu öğrencinin iletişimsel eylemleri incelendiğinde sunulan sorularda verilen öğeleri tanıyabildiği, bağlama uygun olarak birçok öğe arasında bağlantı kurabildiği fakat mantıksal olarak karmaşık ilişki içeren matematiksel durumlarda öğeleri tanıma ve bağlantı kurmakta sıkıntı yaşadığı görülmektedir.

Azra matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan Fuji Dağı Tırmanışı problemi birinci soru maddesini doğru cevaplandırmıştır. Problem metninde sunulan durumu doğru bir şekilde yorumlayabilmiştir. Ancak soruda verilen “*1 Temmuz’dan 27 Ağustos’a kadar*” ifadesi ile belirtilen gün sayısını 57 gün olarak hesaplamıştır. Burada temmuz ayının 31 gün sürdüğü dışsal bilgisine sahip olduğu anlaşılmıştır. Soru çözümünde bir günde ortalama kaç kişinin tırmandığı bilgisine ulaşmak için soruda yaklaşık değer olarak verilen tırmanan kişi sayısını gün sayısına bölmesi beklenirken şıklarda verilen değerleri tek tek gün sayısı ile çarparak 200000 kişi sayısına ulaşmaya çalışmıştır. Bu yaklaşımı öğrencinin okuryazarlık/modelleme döngüsüne dâhil olmadığını göstermiştir. Katılımcı çarpma işlemi yaparak elde ettiği sonuçlarda 200000 sayısını elde etmemesini *yaklaşık 200000 kişi* ifadesinin tam değere yakın bir sayı olmasının yeterli olacağı şeklinde yorumlamıştır. Araştırmacı tarafından “*yaklaşık 200000 kişi*” ifadesinden ne anladığı sorusu yöneltildiğinde “*200000 kadar ama ondan daha az, tam değil*” şeklinde ifade etmesi yaklaşık kavramını nasıl yorumladığını göstermektedir. Azra’nın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.7’de sunulmuştur.

Şekil 4.7

Azra'nın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

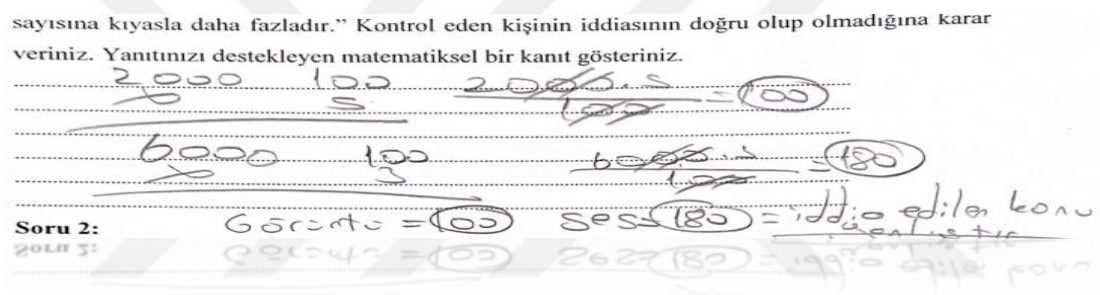


Azra'nın Fuji Dağı Tırmanışı problemi birinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.7'de sunulan çözümü incelendiğinde çözümünü matematiksel dilde ortaya koyma ve problem metninde verilen matematiksel anlamları ortaya çıkarma noktasında sıkıntı yaşadığı görülmektedir. Soruda gün sayısını hesaplarken net olarak gün sayısını hesaplayamadığı ve şıklardan yardım alarak çözüme ulaşmaya çalıştığı belirlenmiştir. Çözüm sürecine ilişkin matematiksel fikirlerini ortaya koyma noktasında yeterli olmadığı belirlenmiştir.

Azra, matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan Döner Kapı problemi birinci soru maddesini doğru yanıtlamıştır. Problemde sorulan iki kapı kanadı arasındaki mesafenin kaç derece olduğunu 360° 'yi 3'e bölerek hesaplama yapmıştır. Bu hesaplamayı yaparken dairesel şeklin merkezinin 360° olduğu dışsal bilgisine sahip olduğu anlaşılmaktadır. Problem çözümünde ihtiyaç olmamasına rağmen problem metninde verilen daire şeklindeki alanın iç çap uzunluğu bilgisi Azra tarafından başlangıçta doğru bir şekilde yorumlanamamıştır. Araştırmacı ile arasında geçen diyalogda "çapı 200 verilmiş o yüzden yarıçapını 100 buldum ama bu saçma geldi. Sonradan 360 'ı 3 'e böldüm" ifadesi bunu destekleyen niteliktedir. Ayrıca araştırmacı tarafından neden 360 'ı 3 'e böldüğü sorusu yöneltildiğinde "üç açı var o yüzden 3 'e böldüm" şeklinde açıklama yapması problem metninde yer alan "üç eşit bölüm" ifadesini dikkate almadığını göstermektedir. Bu ifadeleri Azra'nın problem metninde

yer alan matematiksel ifadelere odaklanmadığını göstermiştir. Problem çözümünde çözümünü matematiksel dilde doğru bir şekilde ortaya koyabilmiştir. Çözümüne ilişkin matematiksel fikirlerini açıklayabilmiştir ancak çözümünü gerekçelendirirken metinde sunulan matematiksel ifadelerin anlamlarını göz ardı ettiğini gösteren açıklamalar sunabilmiştir.

Şekil 4.8

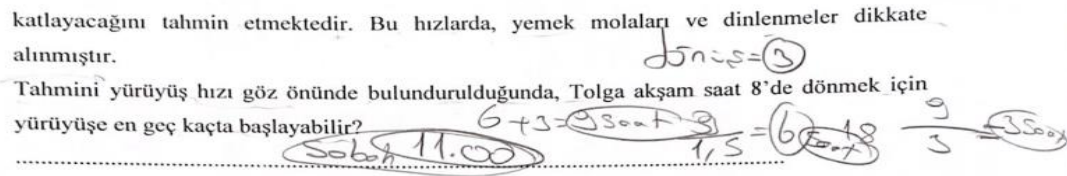


Azra'nın matematiksel iletişim düzeyi düzey-2 olan Fuji Dağı Tırmanışı problemi ikinci soru maddesini doğru yanıtladığı belirlenmiştir. Problem metninde verilen

ifadelerin matematiksel anlamlarını ortaya çıkarabilmiş ve aralarında ilişki olan kavramları ifade edebilmiştir. Problem metninde verilen “*Tolga’nın inerken hızını ikiye katlayacağı*” ifadesini doğru bir şekilde yorumlayarak çözüm aşamasında süreyi hesaplamak için hızı başlangıçtaki hızın iki katı olarak kullanmıştır. Problem metninde verilen “*molalar ve dinlenmeler dikkate alınmayacak*” ifadesini doğru yorumlamış ve çözüm sürecine dâhil etmemiştir. Azra’nın Fuji Dağı Tırmanışı problemi ile ilgili ikinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.9’da sunulmuştur.

Şekil 4.9

Azra’nın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü



Azra’nın Fuji Dağı Tırmanışı problemi ikinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.9’da sunulan çözümü incelendiğinde, çözümünü matematiksel dilde ortaya koyduğu görülmektedir. Dağa tırmanış ve iniş sürelerini yürüyüş mesafelerini yürüyüş hızına bölerek doğru bir şekilde hesaplama yapmıştır. Araştırmacı ile arasında geçen diyalogda araştırmacı tarafından yöneltilen “*hızını ikiye katlamak*” ifadesinden ne anladığı sorusunu “*Bir buçuğu iki ile çarptım*” ifadesi ile açıklaması matematiksel ilişkilendirmeleri doğru yaptığını göstermektedir. Çözüm sürecindeki hesaplamalar incelendiğinde yürüyüşe en geç saat kaçta başlanacağını bulmak için yazılı bir işlem yapmak yerine zihinden hesaplama yaptığı ve elde ettiği sonucu doğrudan çözüme aktardığı belirlenmiştir. Katılımcıya çözümü nasıl yaptığı sorulduğunda “*9 km gidiş-dönüş 18 km oluyormuş. 1,5 km gidişe dönüş 3 km’dir dedim. Sonra 9’u bir buçuğa böldüm 6 saat etti. 9’u da 3’e böldüm 3 saat etti. 6 ile 3 saati topladım 9 saat etti. 8’den de 9’u çıkardım saat sabah 11 çıktı*” ifadesiyle açıklamıştır. Azra’nın sözlü açıklamasına bakıldığında problem durumunda belirtilen “*bu hızlarda yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır*” ve “*en geç kaçta başlayabilir*” ifadelerine ilişkin yorumlama yapmadığı dikkate çekmiştir. Katılımcının yazılı çözümüne ve sözlü açıklamasına genel bakıldığında problem metninde sunulan bazı ifadelerin matematiksel

anlamlarına odaklanmadığı ancak problem durumuna uygun çözüm süreci geliştirebildiği ve çözümünü gerekçelendirebildiği belirlenmiştir.

Azra, matematiksel iletişim düzeyi düzey-2 olan Arızalı Oynatıcılar problemi ikinci soru maddesini doğru bir şekilde çözdüğü belirlenmiştir. Problemde sunulan tabloyu problem metni ile doğru bir şekilde ilişkilendirerek problemde verilen ifadelerin matematiksel anlamlarını doğru bir şekilde ortaya koyabilmiştir. Arızalı Oynatıcılar ile ilgili birinci soruda yapılan hesaplamalardan elde ettiği sonuçları ikinci soruda da kullanacağı ilişkilendirmesini doğru bir şekilde yaparak ikinci soruda kullandığı görülmüştür. İki şirkete ait verilen günlük üretilen ses/görüntü oynatıcılarının arızalı olanlarının sayısını orantı kullanarak doğru bir şekilde hesaplayabilmiştir ve çözümünü matematiksel dilde ortaya koyabildiği belirlenmiştir. Ancak çözüm aşamasında soru cümlesinde ifade edilen şirketlerin hangisinde toplam arızalı oynatıcı oranı daha az olduğuna yönelik matematiksel bir hesaplama sunmadığı dikkat çekmektedir. Azra'nın Arızalı Oynatıcılar ile ilgili ikinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.10'da sunulmuştur.

Şekil 4.10

Azra'nın Arızalı Oynatıcılar ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Şirket	Günlük üretilen ortalama görüntü oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Bakgör Şirketi	2000	%5
Takgör Şirketi	7000	%4

Şirket	Günlük üretilen ortalama ses oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Bakgör Şirketi	6000	%3
Takgör Şirketi	1000	%2

Bakgör ve Takgör şirketlerinin hangisindeki toplam arızalı oynatıcı oranı daha azdır? Yukarıdaki tablolarda verilenleri kullanarak hesaplamalarınızı gösteriniz.

Handwritten calculations:

For Bakgör: $2000 \times 0.05 = 100$

For Takgör: $7000 \times 0.04 = 280$

Comparison: $100 < 280$, so Bakgör has a lower ratio.

For Bakgör: $6000 \times 0.03 = 180$

For Takgör: $1000 \times 0.02 = 20$

Comparison: $180 > 20$, so Takgör has a lower ratio.

Azra'nın Arızalı Oynatıcılar problemi ikinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.10'da sunulan çözümü incelendiğinde şirketlere ait toplam arızalı oynatıcı sayılarını hesaplama kısmında zihinden işlem yaptığı görülmektedir. Sorunun cevabı oran olarak kıyaslanması şeklinde sorulmasına rağmen oranlama yapmadan çözümü gerçekleştirdiği

belirlenmiştir. Sonucu oran olarak belirtmeden yorumlaması yazılı açıklama sunmada güçlük yaşadığını göstermekle birlikte, öğrencinin çözüm sürecine yönelik sözlü açıklamaları bu ifadenin farkında olduğunu göstermiştir.

Azra matematiksel iletişim düzeyi düzey-2 olan soruyu doğru olarak cevaplandıramamıştır. Problem metninde verilen ifadelerin matematiksel anlamlarını dikkate almadan sorunun çözümünü gerçekleştirdiği anlaşılmaktadır. Yapılan görüşmede problemi nasıl yorumladığı sorgulandığında “Ben bunu yanlış yapmışım. Kapının üç bölümünün her birinden iki kişi geçiyor. Üç ile de çarpmam gerekiyordu ama yapmadım şu an anladım.” ifadesi soruyu okurken problem metninde verilen matematiksel ifadeleri doğru bir şekilde yorumlayamadığını ortaya koymaktadır. Görüşme esnasında problem metnini tam olarak anladıktan sonra çözüm sürecine yönelik matematiksel fikirlerini doğru bir şekilde ortaya koyabildiği görülmüştür.

Azra, matematiksel iletişim düzeyi düzey-3 olan Pizzalar sorusunu doğru yanıtlayamamıştır. Problem metninde sorulan “maliyetine göre daha uygun” ifadesinden ne anladığı sorgulandığında “Yani 30 cm çapında bir pizza var bunun 30 zed fiyatı, bir de 40 cm çapında pizza var, o da 40 zed. Birisi maliyetine göre birisi daha fazla yani birisi daha pahalı birisi daha uygun ekonomik olarak” şeklinde açıklamıştır. Azra’nın bu açıklamasına göre pizzaların miktarı ve fiyatları arasında ilişkilendirme yaparak ifade etmekte güçlük yaşadığı belirlenmiştir. Azra’nın Pizzalar sorusuna yönelik çözümü Şekil 4.11’de sunulmuştur.

Şekil 4.11

Azra’nın Pizzalar Sorusuna Yönelik Çözümü

PIZZALAR

Bir pizzacı aynı kalınlıkta ve farklı boyutta iki yuvarlak pizza sunmaktadır. Pizzaların küçüğü 30 cm çapındadır ve maliyeti 30 zeddir. Büyüğü 40 cm çapındadır ve maliyeti 40 zeddir.

Hangi pizza maliyetine göre daha uygundur? Gerekçenizi belirtiniz.

Daha uygun... pahalıdır... İkisi de... Fiyatları...
Boyutlarının... oranına... eşittir...
20 çare... 120 çare... eşittir...
30 30 120
40 40 120
30 30 120
40 40 120

Azra'nın Pizzalar sorusuna ilişkin Şekil 4.11'de sunulan çözümü incelendiğinde, çevre hesaplaması yaparak problemde verilen ifadeleri yanlış yorumladığı ve hatalı bir ilişkilendirme yaptığı anlaşılmaktadır. Görüşme esnasında problem durumunu açıklarken neden çevre hesaplaması yaptığına yönelik yeterli bir gerekçe sunamadığı belirlenmiştir. Araştırmacı ile arasında geçen diyalogda *“Pizzayı nasıl tüketiyoruz?”* sorusu yöneltildiğinde *“Dilim olarak yiyoruz”*. Araştırmacı tarafından *“Peki, sadece çevresini mi yoksa tamamını mı yiyoruz”* diye sorulduğunda *“Ha! Evet, alanına göre hesaplayacaktık. O zaman birisi daha fazla birisi daha az çıkardı”* şeklinde açıklama yapması problem durumunu tam olarak anlayamadığını net bir şekilde göstermiştir.

Azra matematiksel iletişim düzeyi düzey-3 olan Döner Kapı problemi ikinci soru maddesini doğru yanıtlayamamıştır. Problem metni ve problemde verilen görsel arasında doğru ilişkilendirme yapamadığı belirlenmiştir. Problem çözümünde hava akımının oluşmaması için en fazla yay uzunluğunun hesaplanması beklenirken Azra, çevre uzunluğunun 1/6'ini hesaplaması gerektiğine yönelik doğru bir ilişkilendirme yapamamıştır. Bunun temel sebebi problem metninde verilen ifadelerin matematiksel anlamlarını ortaya çıkarmada ve verilen bilgiler arasında ilişkilendirme yapmada sorun yaşadığı şeklinde anlaşılmaktadır. Görüşme esnasında problem durumundan ne anladığı sorulduğunda *“Aslında ne kastettiğini tam anlayamadım”* şeklinde açıklamada bulunması bunu açıkça ortaya koymaktadır.

Özetle, matematiksel iletişim yeterliği Ağırlıklı-2 düzeyi olarak belirlenen Miray, Akın ve Azra takma isimli öğrencilerin iletişim düzeyi düzey-2 ve düzey-3 olarak belirlenen matematik okuryazarlık problemlerini çözerken problem durumunu okuma ve metinde sunulan yazılı ifadeler ve görsellerin matematiksel anlamlarını ortaya koymakta güçlük yaşadıkları görülmüştür. Benzer şekilde bu öğrencilerin genelde matematiksel çözüm sürecine ilişkin yazılı ve sözlü açıklama sunmakta güçlük yaşadıkları belirlenmiştir. Ayrıca bu öğrencilerin mantıksal olarak karmaşık ilişki içeren öğeleri tanıma ve bunlar arasındaki bağlantıları anlamayı içeren düzey-3 sorularında problemi anlamlandırma sürecinde sergilemeleri beklenen matematiksel iletişim eylemlerini işe koymakta zorlandıkları görülmüştür.

4.1.2. Özel yetenekli olmayan ağırlıklı-3 düzeyi öğrencilerinin matematiksel iletişim yeterliklerine ilişkin bulgular

İletişim yeterliği Ağırlıklı-3 düzeyi olarak belirlenen katılımcılara gelindiğinde, bu katılımcılardan Eylül takma isimli öğrencinin matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan soruların tamamını, matematiksel iletişim düzeyi düzey-2 olan üç sorudan iki tanesini, matematiksel iletişim düzeyi düzey-3 olan iki sorudan bir tanesini doğru cevaplandırmıştır. Eylül, matematiksel iletişim düzeyi düzey-2 olan bir soruyu yanlış cevaplandırırken iletişim düzeyi düzey-3 olan bir soruyu boş bırakmıştır. Eylül iletişim düzeyi düzey-1 ve düzey-2 olan soruların problem metninde verilen bilgileri tanıyabilmekte, bilgiler arasında bağlantı kurulacak öğeleri anlayabilmekte ve gerektiğinde dışsal bilgilerini kullanabilmektedir. Mantıksal olarak karmaşık ilişki içeren problem durumlarında verilen öğeleri tanıma ve aralarında ilişki bulunan öğeleri seçme ve anlama noktasında problemi anlamlandırma sürecine ilişkin matematiksel iletişim becerisini eyleme dökebilmiştir. Diğer yandan birden çok öge arasında ilişki kurulan ve bu ilişkilerin açıklanmasında gerekçe sunulmasını gerektiren problem durumlarında matematiksel iletişim eylemlerini sergilemekte güçlük yaşadığı belirlenmiştir.

Eylül matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soruyu doğru cevaplandırmıştır. Probleme sunulan “*1 Temmuz’dan 27 Ağustos’a kadar*” ifadesi ile belirtilen gün sayısını 55 olarak hesaplamıştır. Görüşme esnasında buna yönelik “*Temmuz 31 gün ama ağustosta 27’yi alacak mıydık tam hesaba katamadım. 56 civarıydı ben 55 yazdım buraya.*” şeklinde açıklama yapmıştır. Katılımcının Temmuz ayının 31 gün sürdüğü dışsal bilgisine olduğu ancak gün sayısını belirlemede kararsızlık yaşaması problem metnindeki ifadelere yeterince dikkat etmediğini göstermiştir. Eylül’ün Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.12’de sunulmuştur.

Şekil 4.12

Eylül'ün Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

FUJİ DAĞI TIRMANIŞI
Fuji Dağı Japonya'da bulunan sönmüş bir yanardağdır.

Soru 1:
Fuji Dağı, her yıl sadece tırmanma için halka açıktır. Bu süre içerisinde yaklaşık 200 000 kişi Fuji Dağı'na tırmanmaktadır. Buna göre, Fuji Dağı'na bir günde ortalama kaç kişi tırmanmaktadır?

A. 340
B. 710
C. 3400
D. 7100
E. 7400

Temmuz'dan 27 Ağustos'a kadar

$30 + 27 = 57 - 2 = 55$

$200000 \div 55 = 3636.36$

3400

Eylül'ün Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.12'de sunulan çözümü incelendiğinde, çözümünün aşamalı ve kapsamlı bir şekilde gerçekleştirmediği görülmektedir. Katılımcı çözümünde problem metninde verilen yaklaşık kişi sayısını gün sayısına bölmesi gerekirken şıklarda verilen sayıları gün sayısı ile çarparak kişi sayısına ulaşmaya çalıştığı belirlenmiştir. Şıklarda verilen sayılardan yararlanarak deneme yanılma yöntemi ile doğru cevaba ulaşmıştır. Görüşme esnasında ortalama kaç kişi tırmanacağını çözümünün nasıl olduğu sorulduğunda “Kişi sayısı gün sayısına bölünecek ama ben şıklardan giderek çarpma yaptım” şeklinde açıklama yapmıştır. Neden bu cevabı seçtiği sorulduğunda “200000’e en yakın olan buydu” açıklaması “yaklaşık” ifadesini dikkate aldığını göstermektedir. Görüşme esnasında “yaklaşık 200000 kişi ifadesinden ne anladın?” sorusu yöneltildiğinde “Tam olarak 200000 değil ama 200000’e yakın olduğunu anladım” ifadesi bu durumu destekler niteliktedir.

Eylül matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili üçüncü soru maddesini doğru yanıtlamıştır. Katılımcıya problem durumunda sunulan “ortalama adım mesafesi” ifadesinden ne anladığı sorulduğunda “Yani nasıl açıklasam... Yürüyüşün adım sayısına bölünmesini anladım” şekline açıklamıştır. Katılımcının bu açıklamasına bakıldığında problem metnindeki ifadelerin matematiksel anlamlarını ortaya koymakta güçlük yaşadığı ve çözüm sonucunu elde etmeye odaklandığı anlaşılmaktadır. Eylül'ün Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili üçüncü soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.13'te sunulmuştur.

Şekil 4.13

Eylül'ün Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Üçüncü Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Adım ölçer, Tolga'nın bu tırmanışı esnasında 22 500 adım attığını göstermiştir. ~~Verilen~~ yolundaki 9 km'lik bu yürüyüşü için Tolga'nın ortalama adım mesafesini tahmin ediniz.

Yanıtınızı santimetre (cm) cinsinden veriniz.

Yanıt: 40 cm

$9 \text{ km} = 9.000 \text{ m}$
 90000 cm

$$\begin{array}{r} 900.000 \overline{) 22500} \\ \underline{90000} \\ 35000 \\ \underline{36000} \\ 10000 \\ \underline{9000} \\ 10000 \\ \underline{9000} \\ 10000 \end{array}$$

Eylül'ün Fuji Dağı tırmanışı ile ilgili üçüncü soru maddesine ilişkin Şekil 4.13'te sunulan çözümü incelendiğinde, problem metninde verilen matematiksel ifadeler üzerinde işaretleme yaptığı ve soruyu okurken bu ifadelerin matematiksel anlamlarının farkında olduğu anlaşılmaktadır. Katılımcının aşamalı ve kapsamlı bir şekilde çözümü yaptığı belirlenmiştir. Problem metninde kilometre uzunluk birimi cinsinden verilen yürüyüş mesafesini soruda istenildiği gibi santimetre uzunluk birimine dönüştürdüğü görülmektedir. Problem durumunda istenen ortalama adım mesafesine ulaşmak için verilen bilgilerden yürüyüş mesafesi ve toplam adım sayısı arasında doğru ilişkilendirme yaparak yürüme mesafesini adım sayısına bölerek hesaplama yaptığı belirlenmiştir. Katılımcıya problemi nasıl çözdüğü sorulduğunda “Burada 9 km yürüyüş demiş ve cm cinsinden deyince ben direkt santime çevirdim bunu. Sonra da bunu adım sayısına böldüm. Önce sadeleştirdim sonra bölünce de 40 buldum” şeklinde açıklamıştır. Eylül'ün yazılı çözümü ve sözlü açıklamasına bakıldığında problemde sunulan ifadelerin matematiksel anlamlarının farkında olduğu ve elde ettiği sonucun anlamına ilişkin açıklama yapabildiği tespit edilmiştir.

Eylül'ün matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan Arızalı Oynatıcılar ile ilgili birinci soruyu doğru yanıtladığı belirlenmiştir. Problem metninde sunulan tabloyu nasıl yorumladığı sorgulandığında “Burada günlük üretilen ortama oynatıcılar ve arızalı oynatıcıların günlük oranı verilmiş. Yani günlük 2000 tane üretilmişse %5'i arızalı çıkıyor. 2000'de de 100 tanesi arızalıdır diye düşündüm” ifadesiyle açıklamıştır. Eylül'ün açıklamasına göre problemdeki tabloda günlük üretilen oynatıcıların sayı değeri olarak arızalı oynatıcıların ise oran değeri olarak sunulduğunun farkında olduğu belirlenmiştir. Eylül'ün Arızalı Oynatıcılar ile ilgili birinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.14'te sunulmuştur.

Şekil 4.14

Eylül'ün Arızalı Oynatıcılar ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Oynatıcı çeşidi	Günlük üretilen ortalama oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Görüntü oynatıcıları	$\frac{2000}{20}$	%5 $100+ne$
Ses oynatıcıları	$\frac{6000}{60} \left(\frac{100}{6.00} \frac{3}{180} \right)$	%3 $180+ne$

veriniz. Yanıtınızı destekleyen matematiksel bir kanıt gösteriniz.

$$\begin{aligned} G.O.S &\rightarrow 100+ne & \text{iddiası yanlış} \\ S.O.S &\rightarrow 180+ne & \text{Ses oynatıcı S.} > \text{Görüntü O.S.} \\ & & 180 > 100 \end{aligned}$$

Eylül'ün Arızalı Oynatıcılar ile ilgili birinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.14'te sunulan çözümü incelendiğinde, tabloda verilen bilgileri kullanarak arızalı oynatıcıların sayısını belirlemek için yaptığı hesaplamalar görülmektedir. Arızalı görüntü oynatıcılarının yüzde hesaplamasını yaparken %5 olarak verilen oranı çokluğun 1/20'sine karşılık geldiği şeklinde bir matematiksel ilişkilendirme yaptığı görülmektedir. Arızalı ses oynatıcılarının sayısını belirlemek için orantı kurarak işlem yaptığı belirlenmiştir. Elde ettiği sonuçları doğru bir şekilde yorumlayarak problemde verilen iddianın yanlış olduğunu matematiksel olarak kanıtlayabilmiştir. Hesaplamaları sonucunda elde ettiği arızalı oynatıcılar arasındaki karşılaştırmasını sembol kullanarak matematiksel bir dille cevaba aktarabilmiştir. Görüşmede problemde sorulana doğru bir şekilde ortaya koyabilmiştir ve elde ettiği sonucun anlamlılığına ilişkin sözlü olarak gerekçe sunabilmiştir.

Eylül matematiksel iletişim düzeyi düzey-2 olan Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili ikinci soru maddesini doğru cevaplandırmıştır. Problem metninde sunulan ifadelerin matematiksel anlamlarını ve aralarındaki ilişkileri doğru bir şekilde yorumlayabilmiştir. Eylül'ün Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili ikinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.15'te sunulmuştur.

Şekil 4.15

Eylül'ün Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Tahmini yürüyüş hızı göz önünde bulundurulduğunda, Tolga akşam saat 8'de dönmek için yürüyüşe en geç kaçta başlayabilir?

$$\begin{array}{r} 9 \text{ km} \\ 1,5 \cdot (6 \text{ sa}) \\ 3 \cdot (3 \text{ sa}) \\ + 9 \text{ sa} \\ \hline 20.00 \\ - 9 \\ \hline 11.00 \text{ 'de} \end{array}$$

Eylül'ün Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili ikinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.15'te sunulan çözümü incelendiğinde dağa tırmanış süresini hesaplamak için problem metninde verilen bir saatte gidilen yol bilgisini kullanarak gidilen yolu hıza böldüğü anlaşılmaktadır. Yazılı cevabına bakıldığında zihinden işlem yaptığı anlaşılmaktadır. Görüşme esnasında çözümüne ilişkin soru yöneltildiğinde “burada 9 km’yi saatte 1,5 km giderse 6 saat olarak hesapladım” şeklinde açıklamıştır. Problem metninde verilen “hızını ikiye katlamak” ifadesini doğru bir şekilde yorumlayarak hızını saatte 3 km olarak hesapladığı görülmektedir. Çözüm sürecini matematiksel dilde ortaya koyabildiği görülmektedir. Görüşmede, problem metninde verilen bilgi doğrultusunda “burada yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır deyince onları tekrar hesaba katmadım” yorumlamasını yapması çözümüne ilişkin matematiksel fikirlerini açıklayabildiğini göstermektedir. Elde ettiği sonucun anlamlılığına ilişkin yeterli bir şekilde sözlü gerekçe sunabildiği belirlenmiştir.

Eylül matematiksel iletişim düzeyi düzey-2 olan Arızalı oynatıcılar ile ilgili ikinci soruyu doğru cevaplandırmıştır. Problemde sunulan tablo ve problem metni arasında doğru ilişkilendirme yapabilmiştir. Tabloda verilen bilgileri kullanarak gerekli hesaplamalar yaparak çözümünü gerçekleştirmiştir. Eylül'ün Arızalı Oynatıcılar ile ilgili ikinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.16'da sunulmuştur.

Şekil 4.16

Eylül'ün Arızalı Oynatıcılar ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Şirket	Günlük üretilen ortalama görüntü oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Bakgör Şirketi	2000	%5
Takgör Şirketi	7000	%4

Şirket	Günlük üretilen ortalama ses oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Bakgör Şirketi	6000	%3
Takgör Şirketi	1000	%2

Bakgör ve Takgör şirketlerinin hangisindeki toplam arızalı oynatıcı oranı daha azdır?
Yukarıdaki tablolarda verilenleri kullanarak hesaplamalarınızı gösteriniz.

Bakgör 280 tane
Takgör 300 tane
Bakgör daha az.

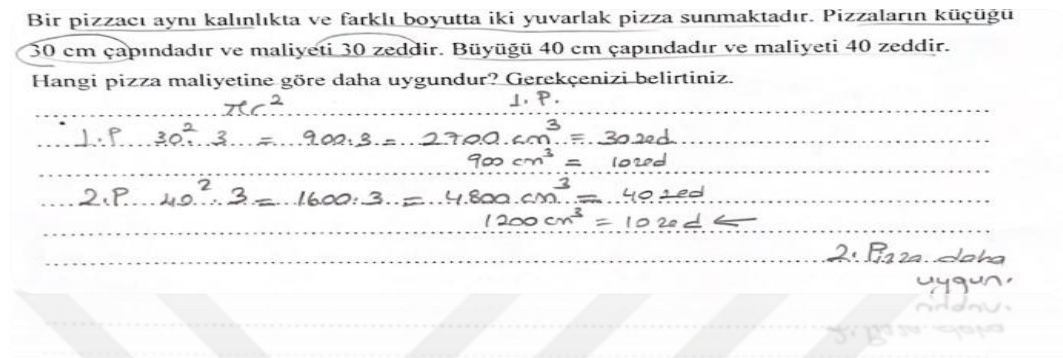
Eylül'ün Arızalı Oynatıcılar ile ilgili ikinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.16'da sunulan çözümü incelendiğinde ilgili sorunun birinci sorusu ile bağlantı kurabildiği anlaşılmaktadır. İlk soruda hesaplamalar yaparak elde ettiği sonuçları ikinci soruda da istenildiği için doğrudan tabloya yerleştirmiştir. Çözüme yönelik bulması gereken yüzde hesaplamalarını orantı kullanarak işleme dökmüştür. Problemi nasıl çözdüğü sorgulandığında “Burada arızalı oynatıcıların sayısını buldum yine 2000’de 100 tane diğerinde 7000’de 280. Aşağıdakileri de buldum. 6000’de 180. 1000’de 20. Sonra buradaki şirketleri buldum. Yani Bakgör şirketinin hem görüntü oynatıcısı hem ses oynatıcısını topladım, 280 buldum. Takgör şirketinin de 280 görüntü, ses oynatıcısı 20, 300 buldum toplam. Bakgör Takgör’den küçük olduğu için daha azdır dedim” şeklinde açıklamıştır. Eylül’ün yazılı çözümü ve sözlü açıklaması dikkate alındığında çözümünü matematiksel dilde ortaya koyabildiği görülmektedir. Ancak soruda istenen “hangi şirketin toplam arızalı oynatıcı oranı daha azdır” ifadesinde yer alan oran bilgisini dikkate almadığı belirlenmiştir. Çözüm aşamasında toplam arızalı oynatıcı sayısı elde edildikten sonra toplam oynatıcı sayısı ile oranlanması beklenirken Eylül’ün elde ettiği toplam arızalı oynatıcıların sayısını kıyaslayarak sonucu yorumladığı tespit edilmiştir.

Eylül matematiksel iletişim düzeyi düzey-3 olan Pizzalar sorusunu doğru bir şekilde cevaplandırmıştır. Problem metninde sunulan ifadelerin matematiksel anlamlarını ortaya koyabilmiştir ve aralarında ilişki bulunan bağlantıları çözebilmiştir. Problem metninde “maliyetine göre daha uygun” ifadesinden ne anladığı sorulduğunda

“Alana göre fiyatlarını hesapladım. Yani fiyatına göre hangisi fazlaysa o uygun” diye açıklamıştır. Eylül’ün Pizzalar sorusuna yönelik çözümü Şekil 4.17’de sunulmuştur.

Şekil 4.17

Eylül’ün Pizzalar Sorusuna Yönelik Çözümü



Eylül’ün Pizzalar sorusuna ilişkin Şekil 4.17’de sunulan çözümü incelendiğinde iki pizzaya ait alan hesaplamasını yaptığı görülmektedir. Çözümde pizzanın alan formülünü yazarak işlemlerini yaptığı dikkat çekmektedir. Alan formülünde yazıya aktardığı gibi yarıçap kullanması gerekirken işlem esnasında çap bilgisini kullandığı görülmektedir. Problem metninde pi sayısına ait değer verilmediği halde pi sayısının değerini 3 olarak alması matematiksel soru çözümlerinden aşına olduğu bilgiyi uyguladığını göstermektedir. Pizzaların alan hesaplamasında elde ettiği sonuçların birimlerini **cm³** olarak belirtmesi alan birimine yönelik hatalı yorumlama yaptığını göstermektedir. Katılımcıya problemi nasıl çözdüğü sorulduğunda “ Önce alanlarına buldum ve ona göre fiyatlarını hesapladım. Burada 30 cm çapında deyinde 2700 **cm³** dedim. Bu **cm³** olması doğru mu bu emin değilim. 2700, 30 zed diğerinde de 4800 40 zed. Bunları 10 zedde hesapladım ilki 900 diğeri 1200 çıkınca ikinci pizza daha uygun” diye açıklamıştır. Problem durumunda istenen maliyetine göre daha uygun olan pizzayı bulmak için fiyat ve pizzaların alanları arasında doğru ilişkilendirme yapması ve bunu sözlü bir şekilde gerekçe sunarak ifade etmesine rağmen alan hesaplamasını işleme döktüğünde hatalar yaptığı dikkat çekmektedir. Hatalı işlemler yaptığı halde problemde katılımcının sözlü açıklamasına bakıldığında problem durumunda verilen ifadelerin

matematiksel anlamlarını ve ilişkilendirmelerini doğru yorumlayabildiği için elde ettiği sonuca ilişkin yeterli bir şekilde açıklayabildiği görülmüştür.

Eylül matematiksel iletişim düzeyi düzey-2 olan Döner Kapı ile ilgili üçüncü soruyu yanlış cevaplandırmıştır. Bu soruda problem metninde verilen ifadelerin matematiksel anlamalarını ortaya koyarken hatalı yorumlama yaptığı anlaşılmaktadır. Bu hatalı yorumlama neticesinde çözüm sürecini de hatalı bir şekilde tamamlamıştır. Eylül’ün Döner Kapı ile ilgili üçüncü soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.18’de sunulmuştur.

Şekil 4.18

Eylül’ün Döner Kapı ile İlgili Üçüncü Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Soru 3:
Kapı bir dakikada 4 tam tur atmaktadır. Kapının üç bölümünün her birinde en fazla iki insanın sığacağı kadar yer vardır.
30 dakikada bu kapıdan binaya giriş yapabilecek insan sayısı en fazla kaçtır?

A. 60
B. 180
C. 240
D. 720
E. 360

3 tur = 6 kişi
120 tur = 240
30 dk = 120 tur

Eylül’ün Döner Kapı ile ilgili üçüncü soru maddesine ilişkin Şekil 4.18’de sunulan çözümü incelendiğinde dakikada 4 tur atıldığı bilgisini kullanarak 30 dakikada 120 tur atılacağı şeklinde hesaplamıştır. Ancak problem metninde verilen “*üç bölümün her birinden en fazla iki insan sığacağı kadar yer var*” ifadesini her turda en fazla iki insan olacak şeklinde hatalı yorumlayarak 3 turda 6 kişi giriş yapabilecek olarak hatalı hesaplama yapmıştır. Görüşme esnasında bu hatalı yorumlamasını “*Ben yanlış anladım. Bir turda hepsini alıyor ben tek seferde 2 kişi alıyor sandım*” şeklinde açıklayarak belirtmiştir.

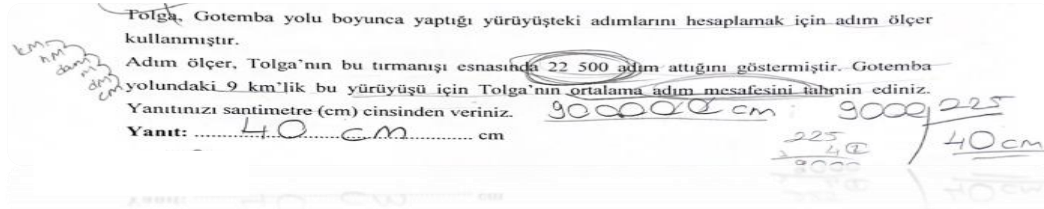
Leyla takma isimli öğrencinin matematiksel iletişim yeterlik düzeyi ağırlıklı düzey-3 olarak belirlenmiştir. Bu öğrenci matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan dört sorudan üç tanesini, düzey-2 olan üç sorunun tamamını, düzey-3 olan iki sorunun bir tanesini doğru cevaplandırmıştır. Matematiksel iletişim düzey-1 olan sorulardan bir tane, düzey-3 olan sorulardan bir yanlış cevabı mevcuttur. Eylül matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 ve düzey-2 olan soruların problem metinlerinde kolaylıkla öğeleri tanıyabilmekte ve öğeler arasında olan mevcut ilişkileri anlayabilmekte, diğer öğeler

arasında bağlantı kurabilmektedir. Problem durumlarına uygun çözüm geliştirmekte ve matematiksel dilde sözlü ve yazılı olarak ifade edebilmektedir. Matematiksel iletişim düzeyi düzey-3 olan mantıksal olarak karmaşık ilişki içeren problem durumlarında öğeleri anlama ve bağlantıları yorumlama noktasında güçlük yaşadığı görülmüştür. Çözüme yönelik birden fazla öge arasında kurulan bağlantılar açıklamakta zorlandığı belirlenmiştir.

Leyla matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili üçüncü soru maddesini doğru cevaplandırmıştır. Katılımcıya problem metninde sunulan “ortalama adım mesafesi” ifadesinden ne anladığı sorgulandığında “Yani açıklaması biraz zor bir şey... Sağ adımını attığında mesela bir sonrakinde sol adımı nereye kadar giderse sağ ayağından. Yani iki ayak arasındaki mesafe diye düşündüm” şeklinde açıklamıştır. Katılımcının açıklamasına bakıldığında “ortalama” ifadesinin anlamını ortaya koymadığı sadece “adım mesafesi” ifadesine odaklanarak açıklama yaptığı dikkat çekmiştir. Leyla’nın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili üçüncü soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.19’da sunulmuştur.

Şekil 4.19

Leyla’nın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Üçüncü Soru Maddesine Yönelik Çözümü



Leyla’nın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili üçüncü soru maddesine ilişkin Şekil 4.19’da sunulan çözümü incelendiğinde kilometre uzunluk birimi olarak verilen yürüyüş yolu uzunluğunu problemde santimetre uzunluk birimi olarak istendiği için dönüşüm yaptığı görülmektedir. Uzunluk birimleri arasında dönüşüm yapmak için uzunluk birimlerini çözüm kısmına yazdığı dikkat çekmektedir. Çözüm aşamasında ortalama adım mesafesinin hesaplanmasına uygun olarak yürüyüş yolu uzunluğunu adım sayısına bölmüştür. Bölme işlemi yaparken 22500 olan sayının 0’larını silerek 225 şeklinde işleme dâhil etmesi işlem yaparken kısa yoldan çözüm yapmayı tercih ettiğini

göstermektedir. Çözümde bölme işlemini tamamlamadan 225 ile 40 sayısını çarparak sağlama işlemini yaptığı belirlenmiştir. Katılımcıya çözümü nasıl yaptığı sorulduğunda “9 km’yi ilk önce santim cinsine çevirdim çünkü en son cümlede yanıtınızı cm cinsinden veriniz diyordu. Bu yüzden cm’ye çevirdim ve 900000 çıktı. Ortalama dediği için ben 900000’i 22500’e böldüm ve 40 cm çıktı” şeklinde açıklamıştır. Leyla’nın yazılı çözümü ve sözlü açıklaması dikkate alındığında çözümüne ilişkin matematiksel fikirlerini açıklayabildiği, metinde sunulan bilgiler arasında ilişkilendirme yapabildiği ve elde ettiği sonucun anlamlılığına ilişkin gerekçe sunabildiği belirlenmiştir.

Leyla matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan Döner Kapı ile ilgili birinci soru maddesini doğru yanıtlamıştır. Problem metninde verilen ifadelerin matematiksel anlamlarını ortaya koyabildiği belirlenmiştir. Görüşmede görselden ne anladığı sorusu yöneltildiğinde “Açıkçası pek bir şey anlamadım. Bana biraz karışık geldi. Buna benzer bir soru çözmüştüm ona göre yaptım” ifadesini kullanması görsel ve problem metni arasında ilişki kurmakta zorlandığını göstermektedir. Problem çözümünde iki kapı kanadı arasındaki açıyı bulmak için gerekli olan dairesel bölgenin merkez açıları toplamının 360° olduğu dışsal bilgisine sahip olduğu belirlenmiştir. Çözümü incelendiğinde $360'ı 3'e$ bölerek hesaplama yaptığı görülmüştür. Görüşmede neden 3’e böldüğü sorulduğunda “Burada üç tane boşluk var o yüzden 3’e böldüm” şeklinde açıklama yapması problem metninde geçen “üç kapı kanadı, bu alanı üç eşit bölüme ayırmaktadır” ifadesini dikkate almadığını göstermektedir. Çözümü matematiksel dilde ortaya koymuştur ancak çözüme ilişkin matematiksel fikirlerini açıklamakta yeterli performans gösteremediği belirlenmiştir.

Leyla matematiksel iletişim düzeyi düzey-2 olan Döner Kapı ile ilgili üçüncü soru maddesini doğru yanıtlamıştır. Problem metninde verilen ifadelerin matematiksel anlamalarını ortaya koyabilmiştir ve aralarındaki ilişkileri ifade edebilmiştir. Çözümünü matematiksel dilde işlem sırasına uygun bir şekilde yazıya aktarabilmiştir. Leyla’nın Döner Kapı ile ilgili üçüncü soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.20’de sunulmuştur.

Şekil 4.20

Leyla’nın Döner Kapı ile İlgili Üçüncü Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Soru 3: 30.4 = 120 tur atacak
Kapı bir dakikada 4 tam tur atmaktadır. Kapının üç bölümünün her birinde en fazla iki insanın sığacağı kadar yer vardır.
30 dakikada bu kapıdan binaya giriş yapabilecek insan sayısı en fazla kaçtır? Her tur 6 kişi

A. 60
B. 180
C. 240
D. 720

120.6 = 720

Leyla'nın Döner Kapı ilgili üçüncü soru maddesine ilişkin Şekil 4.20'de sunulan çözümü incelendiğinde kapının bir dakikada dört tur attığı bilgisini kullanarak 30 dakikada kaç tur atıldığını hesaplayabilmiştir. Problem metninde yer alan “*kapının üç bölümünün her birinde en fazla iki insanın sığacağı kadar yer vardır*” ifadesini dikkate alarak problem durumuna uygun olarak binaya giriş yapabilecek en fazla insan sayısına ulaşmıştır. Görüşmede problemi nasıl çözdüğüne yönelik “*Dakikada 4 tur atıyormuş. 30 dakikayı sorduğu için 4 ile çarptım 120 buldum. Kapının üç bölümünün her birinde en fazla iki insan diyor en fazla iki insan dediği için bir turda 6 kişi oluyor. 120'yi 6 ile çarptım 720 elde ettim*” ifadesi ile elde ettiği sonucun anlamlılığına ilişkin sözlü açıklama sunabilmiştir.

Leyla matematiksel iletişim düzeyi düzey-2 olan Arızalı Oynatıcılar ile ilgili birinci soruyu doğru olarak yanıtlamıştır. Problemde sunulan tablo ve problem metni arasında ilişkilendirme yaparak problemde yer alan ifadelerin matematiksel anlamlarını ortaya çıkarabilmiştir. Problem durumunu doğru bir şekilde anlayarak buna yönelik çözümünü matematiksel dilde ifade edebilmiştir. Leyla'nın Arızalı Oynatıcılar ile ilgili ikinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.21'de sunulmuştur.

Şekil 4.21

Leyla'nın Arızalı Oynatıcılar ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Şirket	Günlük üretilen ortalama ses oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Bakgör Şirketi	6000	%3 120
Takgör Şirketi	1000	%2 20

Bakgör ve Takgör şirketlerinin hangisindeki toplam arızalı oynatıcı oranı daha azdır?

Yukarıdaki tablolarda verilenleri kullanarak hesaplamalarınızı gösteriniz.

Bakgör	Toplam Arızalı	Arızalı %
8000	280	%3,50
Takgör	3000	%3,75

Bakgör Şirketi

Leyla'nın Arızalı Oynatıcılar ile ilgili ikinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.21'de sunulan çözümü incelendiğinde yüzde hesaplamalarını doğru bir şekilde yaparak tablo üstünde yazarak göstermiştir. Arızalı Oynatıcılar problemi birinci soruda elde ettiği

sonuçları ikinci soruda istenenlerle ilişkilendirip tabloda ilgili kısımlara yazmıştır. İki şirkete ait toplam arızalı oynatıcı sayılarını elde ettikten sonra problemde istenildiği gibi hangi şirketin toplam arızalı oynatıcı oranının daha az olduğunu belirlemek için orantı kullanarak bu oranı yüzde şeklinde ifade etmeyi tercih etmiştir. Çözümünde farklı matematiksel ifadeler arasında kolay bir şekilde bağlantı kurabildiği anlaşılmaktadır. Görüşmede elde ettiği sonucun anlamlılığına ilişkin sözlü açıklamalarında yeterli düzeyde performans göstermiştir.

Leyla matematiksel iletişim düzeyi düzey-3 olan Pizzalar sorusunu doğru bir şekilde cevaplandırmıştır. Problem metnini doğru bir şekilde anlayıp verilen ifadelerin matematiksel anlamlarını ortaya çıkarmıştır. Maliyetine göre daha uygun pizzayı belirlemek için pizzaların alanları ve fiyatları arasında doğru şekilde bir ilişkilendirme yapmıştır. Probleme yönelik çözümünü matematiksel dilde yazılı olarak ifade edebilmiştir. Leyla'nın Pizzalar sorusuna yönelik çözümü Şekil 4.22'de sunulmuştur.

Şekil 4.22

Leyla'nın Pizzalar Sorusuna Yönelik Çözümü

Bir pizzacı aynı kalınlıkta ve farklı boyutta iki yuvarlak pizza sunmaktadır. Pizzaların küçüğü 30 cm çapındadır ve maliyeti 30 zeddir. Büyüğü 40 cm çapındadır ve maliyeti 40 zeddir. Hangi pizza maliyetine göre daha uygundur? Gerekçenizi belirtiniz.

Alan...sınısından...hesapladım...küçük p...= 15...15...= 225...3...= 675...
 büyük p...= 20...20...= 400...3...= 1200...
 Küçük p.'da 12 zed...22,5...alandı...pizza...
 Büyük p.'da 1 zed...30,5...alandı...pizza...
 Bu yüzden {büyük boy} pizza...

Leyla'nın Pizzalar sorusuna ilişkin Şekil 4.22'de sunulan çözümü incelendiğinde problem metninde verilen çap bilgisini kullanarak yarıçapları elde ettiği ve pizzaların alan hesaplamalarını yaptığı görülmüştür. 1 zed karşılığında ne kadar pizza yenebileceğini hesaplamalarına bağlı olarak pizzalardan hangisinin maliyetine göre daha uygun olduğunu belirlemiştir. Alan hesaplamalarını yaparken pi sayısının değeri verilmediği halde pi sayısının değerini 3 olarak kullanmıştır. Pi sayısının değerini neden üç olarak aldığı sorulduğunda “öğretmenimiz pi sayısı verilmediğinde 3 alın dedi” şeklinde açıklamıştır. Bu açıklaması matematik sorularından aşına olduğu bilgileri yeni sorulara doğrudan aktardığını göstermektedir. Görüşmede problem durumuna uygun olarak elde ettiği sonucun anlamlılığına ilişkin gerekçelerini sözlü bir şekilde yeterli düzeyde ifade edebilmiştir.

Leyla matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan Fuji Dağı tırmanışı ile ilgili birinci soruyu yanlış cevaplandırmıştır. Katılımcıya problem durumundan ne anladığı sorulduğunda “Fuji Dağı’nın 1 Temmuz’dan 31 Ağustos’a kadar açık olduğunu vermiş. Tüm bu süre içinde 200000 kişi için tırmanışa açılmış. Bana ortalama kaç kişinin tırmandığını soruyor burada” şeklinde açıklamıştır. Leyla’nın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.23’te sunulmuştur

Şekil 4.23

Leyla’nın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Soru 1:
Fuji Dağı, her yıl sadece tırmanma için halka Bu süre içerisinde yaklaşık 200 000 kişi Fuji Dağı'na tırmanmaktadır. Buna göre Fuji Dağı'na bir günde ortalama kaç kişi tırmanmaktadır?

A. 340
B. 710
C. 3400
D. 7100
E. 7400

Çözüm:
1 Temmuz'dan 27 Ağustos'a kadar
1 2 3 4 5 6 7
8 9 10 11 12 13 14
15 16 17 18 19 20
21 22 23 24 25 26
27 28 29 30 31
1 2 3 4 5 6 7 8
9 10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21
22 23 24 25 26

200.000 / 58 = 3448.27

3448

Leyla’nın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.23’te sunulan çözümü incelendiğinde, gün sayısını hesaplamak için günleri 1 Temmuzdan başlayarak 26 Ağustos gününe kadar tek tek yazdığı görülmektedir. Problem metninde geçen “1 Temmuz’dan 27 Ağustos’a kadar” ifadesine uygun olarak 27. günü dâhil etmediği görülmektedir. Ancak hesaplama esnasında bölme işlemini yaparken 57 yerine 58 gün bilgisini kullanması dikkat çekmektedir. Görüşmede bu durumu Leyla “27 Ağustos’a kadar dediği için son günü 26 olarak aldım. Temmuz 31 çektiği için 1’den 31’e kadar yazdım. Çünkü tarih konularında iyi değilim. Burada toplam 57 gün var ikilemde kaldım o yüzden 58 aldım” şeklinde açıklamıştır. Leyla’nın bu açıklamasına göre Temmuz ayının 31 gün sürdüğü dışsal bilgisine sahip olduğu ancak gün sayısını hesaplamada kararsız kalması problem metnindeki ifadelerle yeterince dikkat etmediğini göstermiştir. Ayrıca çözümde katılımcının bölme işlemi yaparken işlemini tamamlamadığı ve altı basamaklı bir sayıyı iki basamaklı bir sayıya böldüğünde sonucun kaç basamaklı olacağına dair bilgisini kullanmadığını göstermiştir. Bu durumda katılımcının muhakeme yapma bağlamında yeterli olmadığı belirlenmiştir.

Leyla matematiksel iletişim düzeyi düzey-3 olan Döner Kapı ile ilgili ikinci soruyu yanlış cevaplandırmıştır. Katılımcıya problemi nasıl yorumladığı sorulduğunda *“Hava akımı oluşmaması için en fazla olabilecek yay uzunluğunu soruyor”* diye açıklamıştır. Katılımcıya problem durumunda belirtilen *“Hava akımının oluşmaması için gerekli şart nedir”* diye sorulduğunda *“Yay uzunluğunun açığı tam oturması. Yani asıl desem 120° demiştim ya onun yay uzunluğuna eşit bir şekilde oturması. Fazla olursa başka yerden hava akımı oluşur görselde de göstermiş ya onun gibi”* şeklinde ifade etmiştir. Leyla’nın sözlü açıklamaları dikkate alındığında problemde sunulan görsel ve problem durumu arasında doğru bir ilişkilendirme yapamadığı anlaşılmaktadır. Problem metninde geçen ifadelerin matematiksel anlamlarını ortaya koymakta sıkıntı yaşadığı görülmüştür. Problemde sorulan durumu doğru bir şekilde yorumlayamadığı ve çözümü metinde geçen bazı ifadeleri dikkate almadan gerçekleştirdiği belirlenmiştir. Leyla’nın Döner Kapı ile ilgili ikinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.24’te sunulmuştur.

Leyla'nın Döner Kapı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Bu konumdaki olası hava akımı.

360°

timetre'dir (cm)?

$200 \cdot 3 = 600 \rightarrow \text{çevre}$

$360 \div 3 = 120^\circ$

$600 \div 3 = 200 \text{ cm}$

Leyla'nın Döner Kapı ile ilgili ikinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.24'te sunulan çözümü incelendiğinde en fazla yay uzunluğu ifadesinden yola çıkarak dairesel şeklin çevresini hesaplamıştır. Elde ettiği çevre uzunluğunu üçe bölerek işlemlerini tamamlamıştır. Katılımcıya problemi nasıl çözdüğü sorulduğunda “Çapı 200 santim verilmiş bunu 3’le çarptım. Pi verilmemiş 3 aldım ve 600 oldu çevre. Üç eşit alan olduğu için 3’e böldüm ve yay uzunluğunu 200 buldum” şeklinde açıklamıştır. Katılımcının bu açıklaması problem metninde geçen “hava akımının oluşmaması” ifadesini dikkate almadığını ve metinde hava akımı ile ilgili verilen bilgileri görselle ilişkilendiremediğini açıkça göstermektedir. Çözümüne ilişkin matematiksel fikirlerini açıklamakta ve sonucunun anlamlılığına ilişkin gerekçe sunmakta zorlandığı belirlenmiştir.

Matematiksel iletişim yeterlik düzeyi Ağırlıklı-3 düzeyi olarak belirlenen Eylül ve Leyla takma isimli öğrencilerin bulguları genel olarak değerlendirildiğinde bu öğrencilerin problem durumunu anlama, metinde sunulan ifadeler arasında bağlantı kurma, dışsal bilgileri kullanma gibi yeterliklere sahip oldukları belirlenmiştir. Mantıksal olarak karmaşık ilişki içeren öğeleri tanıma, bunlar arasındaki bağlantıları anlama ve çözüme ilişkin birden çok öge arasında kurulan bağlantıları gerekçelendirme hususunda güçlük yaşadıkları tespit edilmiştir.

4.2. Matematikte özel yetenekli olan öğrencilerin matematiksel iletişim yeterliklerine ilişkin bulgular

Matematikte özel yetenekli Ağırlıklı-2 düzeyi öğrencilerinin ve Ağırlıklı-3 düzeyi öğrencilerinin matematiksel iletişim yeterliklerine yönelik bulgular ayrı başlıklar altında sunulmuştur.

4.2.1. Özel yetenekli ağırlıklı-2 düzeyi öğrencilerinin matematiksel iletişim yeterliklerine ilişkin bulgular

Nihat takma isimli öğrencinin matematiksel iletişim yeterlik düzeyi ağırlıklı-2 düzeyi olarak belirlenmiştir. Bu öğrenci matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan dört sorudan üç tanesi, düzey-2 olan üç sorudan iki tanesini doğru cevaplandırmıştır. Matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan sorulardan bir soruyu, düzey-2 olan sorulardan bir soruyu ve düzey-3 olan iki sorudan bir tanesini yanlış cevaplandırırken düzey-3 olan diğer soruyu boş bırakmıştır. Bu öğrencinin problem metninde sunulan

bilgileri tanıma, dışsal bilgiyi kullanma, metinde birden fazla sunulan ögeler arasındaki bağlantıları anlama konusunda yeterlik gösterirken mantıksal olarak karmaşık ilişki içeren ögeleri tanıma ve seçmede güçlük yaşadığı belirlenmiştir.

Nihat, ölçme aracında yer alan Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soruyu doğru cevaplandırmıştır. Problem durumunu nasıl yorumladığı sorguladığında “İlk önce günü hesapladım. 1 Temmuz’u dâhil etmeden oradan 30, ağustos 27 gün aldım. Toplamda 57 gün oldu. Şıklardan giderek yaklaşık 200000 kişi sayısına ulaşmaya çalıştım” şeklinde açıklamıştır. Bu ifadesi problemin anlamından ziyade problemdeki sayısal verilere odaklandığını göstermektedir. Sayısal verilere odaklanması problem durumunu ifade etmek yerine çözümü anlatmasına neden olmuştur. Problem metninde geçen “ortalama kaç kişi” ifadesinden ne anladığı sorgulandığında “yani bir günde toplam kaç kişinin gittiği, giden sayısına yakın” şeklinde açıklamıştır. “yaklaşık 200000 kişi” ifadesinden ne anladığı sorulduğunda “tam 200000 değil ama 200000’e yakın olduğunu anladım” şeklinde ifade etmiştir. Nihat’ın verdiği cevaplar problem metninde geçen “ortalama” ve “yaklaşık” ifadelerinin matematiksel anlamlarının farkında olduğunu göstermektedir. Nihat’ın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soruya ilişkin çözümü Şekil 4.25’te sunulmuştur.

Şekil 4.25

Nihat’ın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Soru 1:
Fuji Dağı, her yıl sadece 1 Temmuz'dan 27 Ağustos'a kadar tırmanma için halka açıktır.
Bu süre içerisinde yaklaşık 200 000 kişi Fuji Dağı'na tırmanmaktadır.
Buna göre, Fuji Dağı'na bir günde ortalama kaç kişi tırmanmaktadır?

A. 340
B. 710
C. 3400
D. 7100
E. 7400

Handwritten calculations:
57 günde = 200000
57 x 3400 = 193800
200000

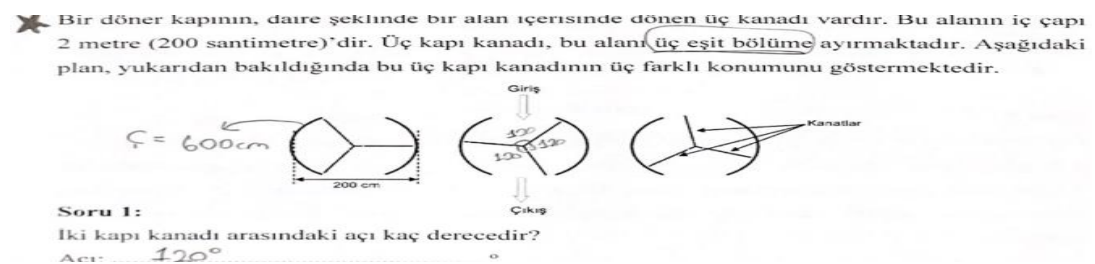
Nihat’ın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.25’te sunulan çözümü incelendiğinde, problem metninde geçen “1 Temmuz’dan 27 Ağustos’a kadar” ifadesini 57 gün olarak hesapladığı görülmektedir. Problem metni üzerinde “57

gün=200000” şeklinde matematiksel bir bağıntı ifadesi yazdığı görülmektedir. Bu ifadesini belirtilen günde kaç toplamda kaç kişinin gittiği ile ilişkilendirdiğini göstermek amacıyla yazdığını belirtmiştir. Katılımcının oluşturduğu eşitlik bağıntısının matematik dili kullanımı bakımından hatalı olduğu belirlenmiştir. Bu ilişkilendirmeyi yapmasının üzerine problem çözümünde yaklaşık 200000 olarak verilen kişi sayısını gün sayısına bölerek ortalama kaç kişi tırmandığını hesaplaması beklenirken şıklarda verilen sayıları kullanarak hesaplamalar yaptığı görülmektedir. Bu durumu “Ben şıklardan gittim. 340 ile çarptığımda çok düşük kaldı. 710 da çok düşük kaldı. İlk 7100’ü denedim, 404 binli çıktı ve 3400’ü denediğimde daha yakın çıktı ve onu işaretledim” şeklinde sözlü olarak ifade etmiştir. Şıklarda verilen sayıları kullanmadan hesaplamayı nasıl yapabileceği sorulduğunda “200000’i 57’ye bölerek bulabilirdim” şeklinde yanıtlamıştır. Nihat’ın sözlü açıklamalarına bakıldığında problem metninde verilen ifadelerin matematiksel ilişkilerini doğru bir şekilde ortaya koyabildiği ancak çözümünü matematiksel dilde yeterli bir şekilde ortaya koyamadığını göstermektedir.

Nihat matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan Döner Kapı ile ilgili birinci soru maddesini doğru cevaplandırmıştır. Problem metnini doğru bir şekilde anladığı ve metinde geçen matematiksel ifadelerin anlamlarını ortaya koyabildiği belirlenmiştir. Problem durumundan ne anladığı sorulduğunda “Üç kapı kanadı bu alanı üç eşit bölüme ayırmakta demiş, üç eşit bölüm dediği zaman her biri eşit hiçbir farkı olmadığı anlamında. İki kapı kanadının kaç derece olduğunu sormuş” şeklinde açıklamıştır. Bu açıklamasına göre problemde istenilene odaklandığı, problem metninde verilen çap uzunluğu bilgisi üzerinde durmadığı ve kapı kanadının üç eşit bölüme ayrıldığı bilgisi üzerinde özellikle durduğu anlaşılmaktadır. Nihat’ın Döner Kapı ile ilgili birinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.26’da sunulmuştur.

Şekil 4.26

Nihat’ın Döner Kapı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü



Nihat'ın Döner Kapı ile ilgili birinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.26'da sunulan çözümü incelendiğinde, problem metninde verilen çap uzunluğu bilgisini kullanarak dairesel bölgenin çevre uzunluğunu hesapladığı dikkat çekmektedir. Problem metninde verilen çap uzunluğu bilgisi birinci soruda istenilen durumla ilgisi olmayan fazladan bilgidir. Bu hesaplama Nihat'ın problem metninde verilen sayısal değerlere odaklandığını göstermektedir. Ayrıca problem metninde geçen “*üç eşit bölüme*” ifadesini işaretlemiştir. Bu ifade üzerinde işaretleme yapması verilen ifadenin matematiksel anlamının farkında olduğunu göstermektedir. Nihat'ın sorunun çözümüne yönelik hesaplamasını matematiksel dilde ortaya koymak yerine zihinsel hesaplama yapmayı tercih ettiği cevabını çözüm kısmına yazdığı görülmektedir. Nihat'ın bu tercihi problemi çözerken sonuca odaklandığını göstermektedir. Nihat soruyu nasıl çözdüğü sorulduğunda “*dairesel bölgenin merkezi 360 derece yani tam açı. Üç eşit bölüme ayrılmış diyor o yüzden üçe böldüm ve 120 derece buldum*” şeklinde ifade etmiştir. Bu ifadesine bakılarak Nihat'ın elde ettiği sonucun anlamlılığına yönelik sözlü gerekçe sunabildiği anlaşılmaktadır.

Nihat matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan Arızalı Oynatıcılar ile ilgili birinci soruyu doğru cevaplandırmıştır. Tabloyu nasıl yorumladığı sorgulandığında “*günlük 2000 görüntülü oynatıcı üretiliyormuş bunlardan %5'i arızalı çıkıyormuş 2000'in %5'ini buldum 100 arızalı çıkıyormuş. Ses oynatıcılarında 6000'in %3'ünü buldum buradan 180 arızalı oynatıcı çıkıyormuş*” şeklinde ifade etmiştir. Nihat'ın bu ifadesine bakılarak tabloda günlük üretilen ortalama görüntü/ses oynatıcılarının sayı olarak sunulduğunun arızalı oynatıcıların ise oran olarak sunulduğunun farkında olduğu anlaşılmaktadır. Nihat'ın Arızalı Oynatıcılar ile ilgili birinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.27'de sunulmuştur.

Şekil 4.27

Nihat'ın Arızalı Oynatıcılar ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Oynatıcı çeşidi	Günlük üretilen ortalama oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Görüntü oynatıcıları	2000 100 arızalı	%5
Ses oynatıcıları	6000 180 arızalı	%3

sayısına kıyasla daha fazladır.” Kontrol eden kişinin iddiasının doğru olup olmasına karar veriniz. Yanıtınızı destekleyen matematiksel bir kanıt gösteriniz.

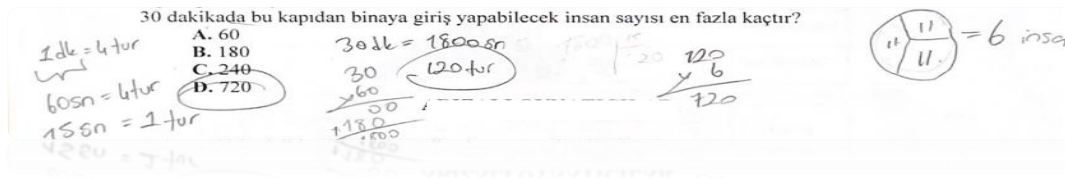
Kişinin iddiası doğru değildir çünkü 2000'in 0,05'i 100 arızalı eder
6000'in 0,03'ü 180 arızalı eder
Yani Ses oynatıcıları daha fazla arızalı gösterilir.

Nihat'ın sunulan Arızalı oynatıcılar ile ilgili birinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.27'de sunulan çözümü incelendiğinde, zihinsel hesaplama yaparak arızalı oynatıcıların sayısına ulaştığı anlaşılmaktadır. Soruda verilen iddianın yanlış olduğuna dair cevabını çözüm kısmına cümle halinde yazarak ifade ettiği görülmektedir. Çözüme yönelik zihinsel hesaplamalarından elde ettiği sonuçları sözel cümle şeklinde yazıya aktardığı görülmektedir. Nihat elde ettiği çözümün anlamlılığına ilişkin “*kişinin iddiası doğru değil. Çünkü 2000'in %5'ini buldum demiştim, 100 oynatıcı oluyor. 6000'in de %3'ü 180 arızalı oynatıcı ediyor. Yani ses oynatıcısı daha fazla onarıma gönderilmiş*” şeklinde sözlü açıklama yapabilmıştır.

Nihat matematiksel iletişim düzeyi düzey-2 olarak belirlenen Döner Kapı ile ilgili ikinci soru maddesini doğru cevaplandırmıştır. Problem metninde verilen ifadelerin matematiksel anlamlarını doğru bir şekilde ortaya koyabilmiştir. Problem durumundan ne anladığı sorgulandığında “*kapı dakikada 4 tam tur atıyormuş. 30 dakikada binaya giriş yapabilecek insan sayısının en fazla kaç olduğu soruluyor. Öncesinde kapının üç bölümünün her birinde en fazla iki insan sığacağı yer vardır diyor yani bir turda en fazla 6 insan taşıyormuş*” şeklinde açıklama yapmıştır. Bu açıklaması “*binaya giriş yapabilecek en fazla insan sayısı*” ve “*kapının üç bölümünün her birinden en fazla iki insan sığacağı*” ifadeleri arasındaki matematiksel ilişkinin farkında olduğunu göstermektedir. Nihat'ın Döner Kapı ile ilgili üçüncü soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.28'de sunulmuştur.

Şekil 4.28

Nihat'ın Döner Kapı ile İlgili Üçüncü Soru Maddesine Yönelik Çözümü



Nihat'ın Döner Kapı ile ilgili üçüncü soru maddesine ilişkin Şekil 4.28'de sunulan çözümü incelendiğinde, problem metninde verilen sözel ifadeye yönelik “*1 dk=4 tur*” şeklinde bir matematiksel ilişkilendirme kurduğu görülmektedir. Soruda 30 dakikada geçen en fazla insan sayısı istenildiği için doğrudan dakika kullanarak soru

çözümünü yapması beklenirken bir turun kaç saniyede gerçekleştiğine yönelik bir ilişkilendirme yaparak daha uzun bir yol tercih ettiği görülmektedir. Nihat “*kapının her bölümünün her birinde iki insanın sığacağı yer var yani bir turda en fazla 6 insan. 30 dakika 1800 saniye ediyor. 1 tur 15 saniye. 1800’ü 15’e böldüm. 120 tur atıyor. En fazla 6 insan giriş yapabildiği için 120 ile 6 ile çarptım, 720 buldum*” şeklinde açıklama yaparak elde ettiği sonucunun anlamlılığına ilişkin sözlü olarak matematiksel fikirlerini açıklayabilmiştir.

Nihat matematiksel iletişim düzeyi düzey-2 olan Arızalı Oynatıcılar ile ilgili ikinci soruyu doğru bir şekilde cevaplandırmıştır. Nihat’ın problem durumunu yorumlaması istenildiğinde “*Tablolarda iki şirkete ait üretilen görüntü ve ses oynatıcıları sayısını vermiş, arızalı oynatıcıları da vermiş. Bakgör ve Takgör şirketlerinin arızalı oynatıcılarının sayısını buldum. Bakgör şirketinin görüntü oynatıcı sayısı 2000’miş. 2000’in %5’ini buldum önceki soruda olduğu gibi*” şeklinde açıklama yapması problem metni ve tablo arasında ilişkilendirme yapabildiğini, tabloda iki şirkete ait ses/görüntü oynatıcılarının sayısal veri olarak arızalı oynatıcıların oran olarak verildiğinin farkında olduğunu göstermektedir. Ayrıca Nihat’ın Arızalı Oynatıcılar ile ilgili birinci sorunun çözümünde hesaplamalarından elde ettiği sonuçları ikinci soru ile ilişkilendirdiği anlaşılmaktadır. Nihat’ın Arızalı Oynatıcılar ile ilgili ikinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.29’da sunulmuştur.

Şekil 4.29

Nihat’ın Arızalı Oynatıcılar ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Şirket	Günlük üretilen ortalama görüntü oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Bakgör Şirketi	2000	100 arızalı %5
Takgör Şirketi	7000	280 arızalı %4

Şirket	Günlük üretilen ortalama ses oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Bakgör Şirketi	6000	180 arızalı %3
Takgör Şirketi	1000	20 arızalı %2

Takgör = 300 arızalı

Bakgör = 280 arızalı

Bakgörün oynatıcıları daha az arızalıdır.

Nihat’ın Arızalı Oynatıcılar ile ilgili ikinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.29’da sunulan çözümü incelendiğinde, arızalı oynatıcıların sayılarını elde etmek için birinci

soru maddesinde olduğu gibi zihinden hesaplamalar yaptığı anlaşılmaktadır. Nihat çözümüne ilişkin “*Bakgör ve Takgör şirketindeki arızalı oynatıcı sayılarının oranının hangisinde daha az olduğu sorulmuş. Takgör şirketinde toplam 300 arızalı, Bakgör şirketinde toplam 280 arızalı oynatıcısı var. Buna göre Bakgör’ün arızalı oynatıcı sayısı daha azdır diye buldum*” şeklinde açıklama yapabilmektedir. Problem durumunda hangi şirkete ait arızalı oynatıcıların oranının daha az olduğu sorulmasına rağmen Nihat’ın yazılı ve sözlü açıklamaları problem durumunda istenen oran ifadesini dikkate almadığını göstermektedir. Problem metninde geçen arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı ifadesinden ne anladığı sorgulandığında “*Günlük üretilen ortalama oynatıcıların yüzde olarak verilen arızalıların sayısına oranı şeklinde anladım. Yani günlük üretilen oynatıcıların ortalamasının arızalı oynatıcıların ortalamasına oranlanmasıdır*” şeklinde açıklama yapabilmektedir. Nihat’ın problem metninde geçen ifadelerin matematiksel anlamlarının farkında olmasına rağmen çözüm sürecinde bu ifadelerin anlamlarına odaklanmadığı anlaşılmaktadır.

Nihat matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soruyu yanlış cevaplandırmıştır. Nihat’ın problem metninde verilen matematiksel ifadelerin anlamını ortaya koymakta güçlük yaşadığı belirlenmiştir. Problem durumunda verilen “*ortalama adım mesafesi*” ifadesinden ne anladığı sorgulandığında “*ortalama yani tam bilinmese de ona yakın bir şey*” şeklinde açıklamıştır. Nihat’ın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili üçüncü soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.30’da sunulmuştur.

Şekil 4.30

Nihat’ın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Üçüncü Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Adım ölçer, Tolga’nın bu tırmanışı esnasında 22 500 adım attığını göstermiştir. Gotemba yolundaki 9 km’lik bu yürüyüşü için Tolga’nın ortalama adım mesafesini tahmin ediniz.

Yanıtınızı santimetre (cm) cinsinden veriniz.

Yanıt: 250.000 cm

1 küçüğü
km = 2500 adım
2500 | 1000
2500 | 2,500,000
3000
1 küçüğü
km
lir. cm
1000

Nihat’ın Fuji Dağı tırmanışı üçüncü soru maddesine ilişkin Şekil 4.30’da sunulan çözümü incelendiğinde, çözüm sürecinde problem durumunda verilen

matematiksel ifadeler arasında yanlış ilişkilendirme yaptığı anlaşılmaktadır. Nihat soruyu nasıl çözdüğü sorgulandığında “*Tolga, tırmanışta 22500 adım atmıştır. Yol 9 km uzunlukta ve ortalama adım mesafesi soruluyor. İlk olarak 22500’ü 9’a böldüm. 1 kilometrede 2500 adım attığına ulaştım. Bulduğum sonucu santimetreye çevirdim*” şeklinde açıklama yapmıştır. Nihat’ın bu açıklaması problem durumunu yanlış yorumladığını açıkça göstermektedir. Problem çözümünde yürüyüş mesafesini toplam adım sayısına bölerek ortalama adım mesafesini bulması beklenirken toplam adım sayısını mesafeye bölerek sonucu elde etmeye çalışmıştır. Ayrıca problem durumunda sonucun cm uzunluk birimi cinsinden istendiğinin farkındadır. Hatalı ilişkilendirme yaparak elde ettiği sonucu cm uzunluk birimine çevirmeye çalıştığı anlaşılmaktadır.

Nihat matematiksel iletişim düzeyi düzey-2 olan Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili ikinci soru maddesini yanlış cevaplandırmıştır. Problem durumunu nasıl yorumladığı sorulduğunda “*Tırmanırken saatte 1,5 km hızla gidiyormuş. 9 kilometrelik yolu 1,5 kilometrelik hızla 6 saatte gider. İnerken iki kat hızla iniyor, yani saatte 3km hızla iniyor. Böylece 3 saatte geri döner. Toplamda 9 saat gidiş dönüş süresi oldu*” şeklinde açıklama yaparak problem metninde verilen bilgiler arasında ilişkilendirmeler yapabildiği anlaşılmaktadır. Ancak Nihat’ın “*Soruda yemek ve dinlenme molaları dikkate alınmıştır dediği için gidiş dönüş süresine 1 saat daha ekledim ve 10 saat olarak buldum, toplamda 10 saat oldu*” şeklinde yaptığı açıklama problem metninde sunulan “*bu hızlarda, yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır*” ifadesini yanlış yorumladığını göstermektedir. Nihat’ın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili ikinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.31’de sunulmuştur.

Şekil 4.31

Nihat’ın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Gotemba şehri ile Fuji Dağı arasındaki yürüyüş yolu uzunluğu yaklaşık 9 kilometre (km)’dir. Yürüyüşçülerin, 18 km’lik yürüyüşten akşam saat 8’de dönmüş olmaları gerekmektedir. Tolga, dağa tırmanırken ortalama saatte 1,5 km yol alacağını inerken de bu hızını ikiye katlayacağını tahmin etmektedir. Bu hızlarda, yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır.

20.00
10.00
9 saat

Tahmini yürüyüş hızı göz önünde bulundurulduğunda, Tolga akşam saat 8’de dönmek için yürüyüşe en geç kaçta başlayabilir?

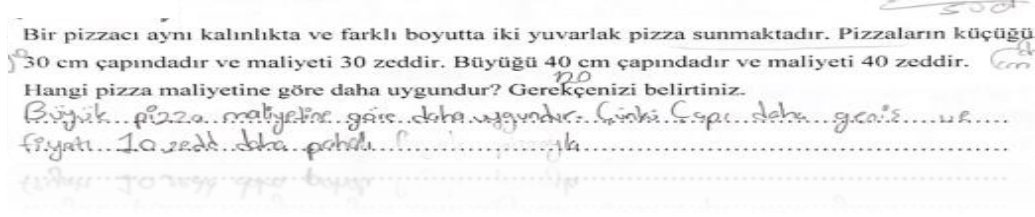
10.00
20.00

Nihat'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili ikinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.31'de sunulan çözümü incelendiğinde, problem metninde verilen bilgilere göre dağa tırmanma ve iniş sürelerini hesaplamak için tırmanma ve iniş hızlarını tek tek yazdığı görülmektedir. Problem metninde verilen “*inerken hızını ikiye katlamakta*” ifadesini doğru bir şekilde yorumlayarak tırmanış süresini 6 saat olarak hesaplarken iniş süresini 3 saat olarak hesaplamıştır. Görüşmede “*hızını ikiye katlamak*” ifadesinden ne anladığı sorgulandığında “*Saatte 1,5 km ile gidiyormuş saatte iki katı 3 km hız oluyor*” şeklinde yaptığı açıklama verilen ifadeyi doğru yorumladığını desteklemektedir. Nihat'ın problem metninde verilen yemek molaları ve dinlenmelerin hızlara dâhil edildiği bilgisini yanlış yorumlaması soruyu yanlış cevaplmasına neden olmuştur. Görüşmede çözümünde elde ettiği sonucun anlamlılığına ilişkin “*Soruda yemek ve dinlenme molaları dikkate alınmıştır dediği için gidiş dönüş süresine 1 saat daha ekledim ve 10 saat olarak buldum, toplamda 10 saat oldu. Akşam 20.00'den 9 çıkarınca saat 11.00 oluyor ama ben molaları dâhil ettiğim için bir saat daha çıkardım ve sabah 10.00 olarak buldum*” şeklinde sözlü gerekçe sunmuştur. Katılımcının yazılı çözümü ve sözlü açıklamaları dikkate alındığında, problem çözümüne yönelik akıl yürütme ve strateji seçiminde doğru bir yol izlediği halde soruyu hatalı okumasından kaynaklı hatalı çözüm yaptığı belirlenmiştir.

Nihat matematiksel iletişim düzeyi düzey-3 olan Pizzalar sorusunu doğru cevaplandırmıştır. Nihat'ın problem durumundan ne anladığı sorgulandığında “*Bir pizzacıda iki adet pizza satışa sunulmuş. Bir pizza 30 cm çapında ve maliyeti 30 zed, diğer pizza 40 cm çapında ve maliyeti 40 zed. Buna göre hangi pizza maliyetine göre daha uygundur diye sorulmuş*” şeklinde yaptığı açıklamadan problem metnindeki ifadelerin matematiksel anlamlarını yorumlamak yerine doğrudan soruyu okumaya odaklandığı belirlenmiştir. Problem metninde geçen “*maliyetine göre daha uygun*” ifadesinden ne anladığı sorgulandığında “*büyük pizza daha uygun çünkü çapı daha geniş fiyatı çok pahalı değil*” şeklinde açıklama yapmıştır. Bu açıklamasına göre pizza fiyatı ve pizzanın boyutu arasında ilişkilendirme yapabildiği anlaşılmaktadır. Nihat'ın Pizzalar sorusuna yönelik yanıtı Şekil 4.32'de sunulmuştur.

Şekil 4.32

Nihat'ın Pizzalar Sorusuna Yönelik Çözümü



Nihat'ın Pizzalar sorusuna ilişkin Şekil 4.32'de sunulan cevabı incelendiğinde, matematiksel bir işlem ortaya koyamadığı görülmektedir. Problem metninde verilen çap uzunluk bilgilerinin üstüne 90 ve 120 sayılarını yazmasına bakılarak çevre hesaplaması yaptığı anlaşılmaktadır. Nihat'ın cevabına yönelik açıklama istendiğinde “Ben büyük pizzanın daha uygun olacağını düşündüm çapı daha uzun ve fiyatı pahalı gelmedi. Aslında pek anlayamadım soruyu cevabımdan emin değilim” şeklinde açıklama yapması problem metninde verilen bilgileri kullanarak akıl yürütme yoluna gittiği ancak bazı ifadelerin matematiksel anlamlarının farkında olmadığını ve bu bilgiler arasında doğru bir şekilde bağlantı kuramadığını göstermiştir.

Fidan takma isimli öğrencinin matematiksel iletişim düzeyi ağırlıklı-2 düzeyi olarak belirlenmiştir. Bu öğrenci iletişim düzeyi düzey-1 olan dört sorunun tamamını, düzey-2 olan üç sorunun tamamını doğru cevaplandırırken düzey-3 olan iki soruyu da yanlış olarak cevaplandırmıştır. Bu durum öğrencinin problem metninde verilen bilgileri tanıma, aralarında bağlantı kurma, dışsal bilgileri kullanma, bağlantı kurulacak öğeleri seçme ve anlama alanında yeterli olduğu ancak mantıksal olarak karmaşık ilişki içeren öğeleri tanıma ve bunlar arasındaki ilişkileri anlama noktasında güçlük yaşadığını göstermiştir.

Fidan matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olarak belirlenen Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soruyu doğru cevaplandırmıştır. Problem metninde geçen ifadelerin matematiksel anlamlarını ortaya koyabildiği belirlenmiştir. Problem durumunda istenen “ortalama kaç kişi” ifadesinden ne anladığı sorgulandığında “bir güne düşen kişi sayısı yani toplam kişi sayısını gün sayısına bölerek buldum” şeklinde açıklamıştır. Problem metninde geçen “yaklaşık 200000 kişi” ifadesinden ne anladığı sorgulandığında ise “yani 500 azı ya da fazlası. 200000'e yakın sayı” diye cevaplayarak açıklamada bulunmuştur. Katılımcının sözlü açıklamalarında nicelik belirten ifadeleri

vurgulaması matematiksel dili kullanımı açısından önem taşımaktadır. Fidan'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.33'te sunulmuştur.

Şekil 4.33

Fidan'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Soru 1:
Fuji Dağı, her yıl sadece 1 Temmuz'dan 27 Ağustos'a kadar tırmanma için halka açıktır.
Bu süre içerisinde yaklaşık 200 000 kişi Fuji Dağı'na tırmanmaktadır.
Buna göre, Fuji Dağı'na bir günde ortalama kaç kişi tırmanmaktadır?

A. 340
B. 710
C. 3400
D. 7100
E. 7400

Handwritten calculation:
$$\begin{array}{r} 3400 \\ \times 57 \\ \hline 23800 \\ + 17000 \\ \hline 193800 \end{array}$$

26
+ 31
57

Fidan'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.33'te sunulan çözümü incelendiğinde, gün sayısını hesaplarken Temmuz ayına ait gün sayısını 31 gün olarak hesapladığı görülmektedir. Bu hesaplaması Temmuz ayının kaç gün sürdüğüne yönelik dışsal bilgiye sahip olduğunu göstermektedir. Fidan'ın problemi nasıl çözdüğü sorgulandığında “ilk önce 200000'e bölmeyi denedim. Bölümde çıkan sayılar 3 ve 4'tü, devamını yapmadım, şıklardan devam etmedim. Bölmek zor çünkü çarpma daha kolay oluyor. Şıklardan 3 ve 4 olan 3400'ü 57 ile çarptım. 200000'e yakın olunca da onu seçtim” şeklinde açıklama yapmıştır. Fidan bu açıklaması ile elde ettiği sonucun 200000'e yakın olmasını dikkate alarak “yaklaşık” ifadesinin anlamının farkında olduğunu ve çözümünü sözlü olarak gerekçelendirebildiğini göstermiştir. Diğer yandan, Fidan'ın problem çözümünde kullandığı strateji, şıkları tek tek çarparak sonucu elde etme yoluna giden katılımcılardan farklılaştığını göstermektedir.

Fidan matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili üçüncü soruyu doğru cevaplandırmıştır. Katılımcıya problem durumundan ne anladığı sorulduğunda “Ortalama adım mesafesini soruyor. İlk önce 9 kilometreyi santimetreye dönüştürdüm, 900000 buldum” şeklinde ifade etmiştir. Bu ifadesinden problemde cevabın cm cinsinden istenildiğinin farkında olduğu anlaşılmaktadır. Fidan'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili üçüncü soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.34'te sunulmuştur.

Şekil 4.34

Fidan'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Üçüncü Soruya Yönelik Çözümü

Tolga, Gotemba yolu boyunca yaptığı yürüyüşteki adımlarını hesaplamak için adım ölçer kullanmıştır.

Adım ölçer, Tolga'nın bu tırmanışı esnasında 22 500 adım attığını göstermiştir. Gotemba yolundaki 9 km'lik bu yürüyüşü için Tolga'nın ortalama adım mesafesini tahmin ediniz.

Yanıtınızı santimetre (cm) cinsinden veriniz.

Yanıt: 40 cm

1 km = 1000 m $\cdot 100 = 100.000$

$900.000 / 22.500 = 40$

$200.000 / 5.000 = 40$

Fidan'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili üçüncü soru maddesine ilişkin Şekil 4.34'te sunulan çözümü incelendiğinde, problem metninde verilen sayısal bilgiler üzerinde ve yanıtta istenilen birim üzerinde işaretlemeler yaptığı dikkat çekmektedir. Problemden istenilen birime uygun olarak uzunluk birimleri arasında dönüşüm yapmak için 1km'nin cm uzunluk birimi cinsinden karşılığını ifade eden matematiksel eşitlik oluşturduğu görülmektedir. Çözümüne ilişkin sözlü açıklama istendiğinde “9 km'yi santimetreye dönüştürdüm, 900000 buldum. Daha sonra bunu adım sayısına yani 22500'e böldüm. Cevap olarak 40 buldum” şeklinde sözlü olarak açıklamıştır.

Fidan matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan Arızalı Oynatıcılar ile ilgili birinci soruyu doğru cevaplandırmıştır. Problemden verilen tabloyu nasıl yorumladığı sorgulandığında “Tabloda görüntü oynatıcılarından 2000 tane var. Bunların %5'i hatalı, ses oynatıcılarından da 6000 tane var. Bunların %3'ü hatalı” şeklinde sözlü açıklama yaparak tablonun birinci sütununda günlük ortalama üretilen görüntü/ses oynatıcılarının sayı değerlerinin ve ikinci sütununda üretilen oynatıcıların arızalı olanlarının oranının verildiğinin farkında olduğu anlaşılmaktadır. Fidan'ın Arızalı Oynatıcılar ile ilgili birinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.35'te sunulmuştur.

Şekil 4.35

Fidan'ın Arızalı Oynatıcılar ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Oynatıcıları kontrol edenlerden birisi aşağıdaki iddiada bulunmaktadır: “Ortalama olarak, günlük onarıma gönderilen görüntü oynatıcısı sayısı, günlük onarıma gönderilen ses oynatıcısı sayısına kıyasla daha fazladır.” Kontrol eden kişinin iddiasının doğru olup olmadığına karar veriniz. Yanıtınızı destekleyen matematiksel bir kanıt gösteriniz.

2000 %5 $\rightarrow$ 100

6000 %3 $\rightarrow$ 180

Yanlış, çünkü gönderilen ses oynatıcısı sayısı daha fazladır.

Fidan'ın Arızalı Oynatıcılar ile ilgili birinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.35'te sunulan çözümü incelendiğinde, günlük üretilen ses/görüntü oynatıcılarının arızalı olanların sayısına zihinden hesaplama yaparak ulaştığı anlaşılmaktadır. Problemi nasıl çözdüğü sorgulandığında “Öncelikle 2000'in %5'ini buldum. 2000'i zihnimden 100'e bölüp 5 ile çarptım. 6000'in %3'ünü 180 buldum” şeklinde açıklamıştır. Çözümüne yönelik gerekçesini “ bu durumda hatalı ses oynatıcıları daha fazla olduğu için ifade yanlıştır” şeklinde sözlü olarak ifade etmiştir.

Fidan matematiksel iletişim düzeyi düzey-2 olan Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili ikinci soruyu doğru yanıtlamıştır. Problem metninde verilen “hızını ikiye katlamak” ifadesinden ne anladığı sorgulandığında “hızını 2 ile çarptım 3 olarak hesapladım” şeklinde hız birimini vurgulamaksınız açıklamıştır. Katılımcının bu ifadesinden problem metninde sunulan ifadelerin matematiksel anlamlarını ortaya koyabildiği anlaşılmaktadır. Fidan'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili ikinci soruya yönelik çözümü Şekil 4.36'da sunulmuştur.

Şekil 4.36

Fidan'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Gotemba şehri ile Fuji Dağı arasındaki yürüyüş yolu uzunluğu yaklaşık 9 kilometre (km)'dir. Yürüyüşçülerin, 18 km'lik yürüyüşten akşam saat 8'de dönmüş olmaları gerekmektedir. Tolga, dağa tırmanırken ortalama saatte 1,5 km yol alacağını inerken de bu hızını ikiye katlayacağını tahmin etmektedir. Bu hızlarda, yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır.

$$\begin{array}{l} 9 / 1,5 = 6 \\ 9 / 3 = 3 = 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} 6 + 3 = 9 \\ 29 \\ \hline 11 \end{array}$$

yürüyüşe en geç kaçta başlayabilir?
Sabah saat 11

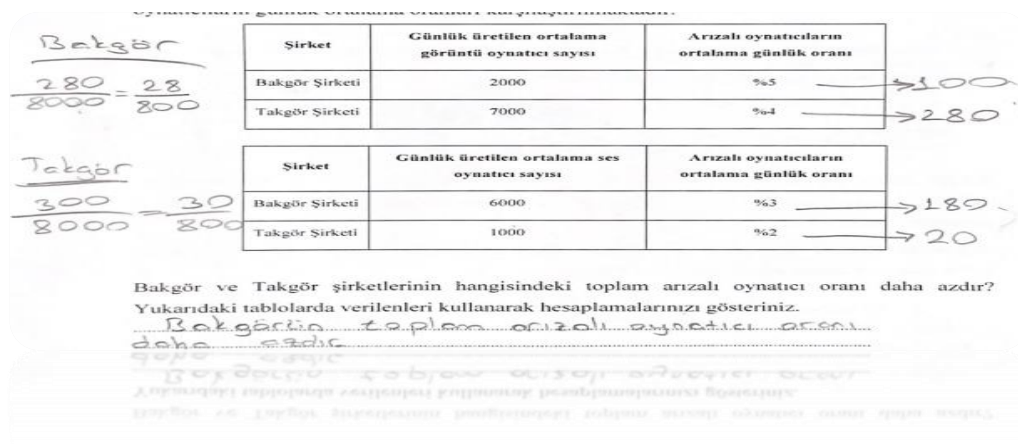
Fidan'ın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili ikinci soru maddesine yönelik Şekil 4.36'da sunulan çözümü incelendiğinde, problem metninde verilen sayısal bilgiler üzerinde işaretlemeler yaptığı dikkat çekmektedir. Probleme yönelik çözümünü belirli bir işlem sırasına uygun olarak matematiksel dilde yazıya aktardığı anlaşılmaktadır. Problemi nasıl çözdüğü sorgulandığında “18 km'lik yürüyüş yapıyorlar. 9 km çıkış, 9 km iniş. Çıkışı 1,5'a böldüm 6 saat çıkıyor. İniş bunun iki katı yani, bir buçuğun iki katı üç. 9'u 3'e böldüm 3 saat buldum. Yani toplam süreyi 9 saat buldum. Akşam 8'de

vardığına göre 20'den 9 çıkardım. Saat sabah 11 buldum” şeklinde açıklamıştır. Katılımcının açıklamasına göre problem metninde verilen farklı iki hızın farkında olduğu ve sunulan matematiksel bilgiler arasında ilişki kurabildiği anlaşılmaktadır. Ayrıca Fidan’ın yapmış olduğu açıklamaya göre problem metninde geçen “en geç” ifadesini gerekçe göstererek bir açıklama yapmaması bu ifadenin tam olarak anlamını ortaya koyamadığını göstermektedir.

Fidan matematiksel iletişim düzeyi düzey-2 olan Arızalı Oynatıcılar ile ilgili ikinci soruyu doğru cevaplandırmıştır. Problemde sunulan iki tabloyu nasıl yorumladığı sorulduğunda “birinde iki şirkete ait görüntü oynatıcı sayısını, diğerinde ses oynatıcı sayısını karşılaştırmış” diye açıklamada bulunmuştur. Problem metninde verilen “günlük üretilen ortalama görüntü/ses oynatıcısı” ifadesinden ne anladığı sorgulandığında sessiz kalmıştır. Araştırmacı tarafından ortalama ifadesinden ne anladığı sorulduğunda “genelde bir sayı verilir. Onun biraz üstü ya da biraz altı yani az değişkenli bir sayı onun tam ortası” şeklinde ifade etmiştir. Katılımcının bu açıklamasından problem metninde verilen ifadelerin matematiksel anlamlarının farkında olduğu ancak bu ifadeleri sözlü olarak açıklarken güçlük yaşadığı anlaşılmaktadır. Fidan’ın Arızalı Oynatıcılar ile ilgili ikinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.37’de sunulmuştur.

Şekil 4.37

Fidan’ın Arızalı Oynatıcılar ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü



Fidan'ın Arızalı Oynatıcılar ile ilgili ikinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.37'de sunulan çözümü incelendiğinde, tabloda verilen bilgileri kullanarak her iki şirkete ait günlük ortalama üretilen görüntü ve ses oynatıcılarının arızalı olan oynatıcı sayılarını hesapladığı anlaşılmaktadır. Çözümünde problem durumunda istenildiği gibi hangi şirkete ait arızalı oynatıcı sayısının oranının daha az olduğunu oran sembolü kullanarak ifade etmiştir. Katılımcının çözümünü bu şekilde ifade etmesi problem metninde geçen matematiksel ifadelerin anlamlarını doğru bir şekilde ortaya koyduğunu göstermektedir. Problemi nasıl çözdüğü sorgulandığında *“2000'in %5 i olduğu için 2000'i 100'e bölüp 5 ile çarptım, 100 buldum. Diğerlerinde de aynı yöntemi kullandım. Önceki soruda verilen bilgileri direkt yazdım verilmeyenleri zihnimden hesapladım sadece”* şeklinde açıklamıştır. Katılımcının bu ifadesinden Arızalı Oynatıcılar ile ilgili birinci soru ile ikinci soruda sunulan bilgiler arasında ilişki kurabildiği ve tabloda sayı ve oran halinde sunulan bilgilerin farkında olduğu anlaşılmaktadır. Fidan elde ettiği sonucun anlamlılığına ilişkin *“Bakgör'e göre arızalı sayısı 8000'de 280, Takgör'e göre 8000'de 300. Bu yüzden Bakgör'ün hatalı oynatıcı oranı Takgör'den daha az”* şeklinde sözlü gerekçe sunabilmiştir.

Fidan matematiksel iletişim düzeyi düzey-3 olan Pizzalar sorusunu yanlış cevaplandırmıştır. Problem metninde verilen ifadelerin matematiksel anlamlarını ortaya koymakta güçlük yaşadığı belirlenmiştir. Problem durumundan ne anladığı sorulduğunda *“küçük pizza 30 cm çapında diyor ben yanlışlıkla çevre bulmuştum. Başta alan buluyordum sonra çevreye dönmüşüm”* şeklinde yaptığı açıklama problem metninde sunulan bilgiler arasında ilişki kuramadığını göstermiştir. Katılımcının *“maliyetine göre daha uygun”* ifadesinden ne anladığı sorgulandığında *“fiyat, performans olarak daha iyi olan”* şeklinde problem metniyle ilişkilendirmeden yanıt verdiği belirlenmiştir. Fidan'ın Pizzalar sorusuna yönelik çözümü Şekil 4.38'de sunulmuştur.

Şekil 4.38

Fidan'ın Pizzalar Sorusuna Yönelik Çözümü

Bir pizzacı aynı kalınlıkta ve farklı boyutta iki yuvarlak pizza sunmaktadır. Pizzaların küçüğü 30 cm çapındadır ve maliyeti 30 zeddir. Büyüğü 40 cm çapındadır ve maliyeti 40 zeddir. Hangi pizza maliyetine göre daha uygundur? Gerekçenizi belirtiniz.

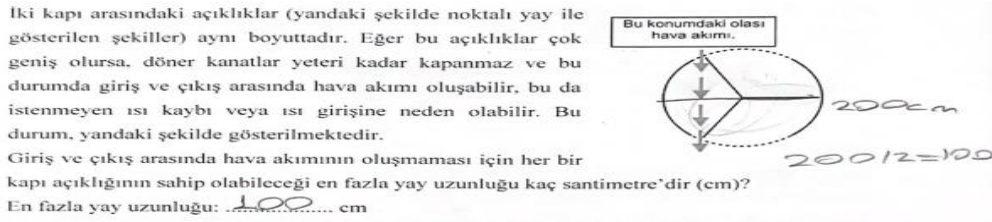
$30 : 3 = 90 / 30 = 3$ ikisi de eşittir
 $40 : 3 = 120 / 40 = 3$

Fidan'ın Pizzalar sorusuna ilişkin Şekil 4.38'de sunulan çözümü incelendiğinde, problem metninde geçen sayısal ifadeler ve “*aynı kalınlıkta ve farklı boyutta*” ifadeleri üzerinde işaretleme yaptığı görülmektedir. Ancak görüşmede işaretleme yaptığı bu ifadelere yönelik herhangi bir açıklama sunamamıştır. Fidan'ın çözümünde pizzalara ait çevre hesaplamalarını yapmış olduğu ve elde ettiği sonuçları verilen fiyat bilgilerine böldüğü görülmektedir. Fidan'ın yazılı çözümünden problem metninde verilen ifadeler arasında matematiksel ilişkilendirme yapma konusunda zorluk yaşadığı anlaşılmaktadır. Katılımcı çözüm sürecine ilişkin “*Çevreleri buldum, çevreyi fiyata böldüm. İkisi de eşit çıktı*” şeklinde açıklama yapmıştır. Fidan'ın bu soruyu yanlış cevaplandığı görülse de maliyetine göre daha uygun pizzayı belirlemek için çevre ve fiyat ilişkilendirmesi yoluna gitmesi çözüme ilişkin doğru bir şekilde muhakeme etme becerisi kullandığını göstermiştir. Ancak katılımcının problemi anlamlandırma sürecinde, problem metninde sunulan ifadelerin matematiksel anlamlarını ortaya çıkarmakta güçlük yaşaması gibi matematiksel iletişim becerisini kullanmadaki eksiklikler yanlış sonuca ulaşmasına neden olmuştur.

Fidan matematiksel iletişim düzeyi düzey-3 olan Döner Kapı ile ilgili ikinci soruyu yanlış cevaplandırmıştır. Problemden verilen görseli nasıl yorumladığı sorgulandığında “*İki tane açıklık olduğu için cereyan yapması, rüzgâr gibi bir şey anladım*” şeklinde açıklama yapmıştır. Problem metninde geçen hava akımı oluşmaması durumunun nasıl gerçekleşeceğini açıklaması istendiğinde “*kanat boyutları çaptan kısa bu yüzden hava akımı oluşuyor, öyle anladım görseli*” şeklinde ifade etmesi problem metni ve görsel arasında doğru bir ilişkilendirme yapamadığını göstermiştir. Fidan'ın Döner Kapı ile ilgili ikinci soruya yönelik çözümü Şekil 4.39'da sunulmuştur.

Şekil 4.39

Fidan'ın Döner Kapı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü



Fidan'ın Döner Kapı ile ilgili ikinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.39'da sunulan çözümü incelendiğinde, problem durumunda istenilen en fazla yay uzunluğunu dikkate almadığı anlaşılmaktadır. Katılımcıdan çözümüne ilişkin açıklama istendiğinde “En fazla yay uzunluğunu soruyor. Bu yüzden çapı 200 santimetreydi, çapı yarıya böldüm 100 buldum. En fazla 100 olur. 100'den aşağı olursa da hava akımı olur diye buldum” şeklinde yaptığı açıklama problem metninde geçen ifadeleri doğru yorumlayamadığını, problemde sunulan bilgiler arasında hatalı ilişkilendirmeler yaptığını ve çözüm için problem durumuna göre matematiksel anlamı olmayan rastlantısal işlemler yaptığını açıkça göstermiştir.

Alper takma isimli öğrencinin matematiksel iletişim yeterlik düzeyi ağırlıklı-2 düzeyi olarak belirlenmiştir. Bu öğrenci matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan dört sorudan üç tanesini, düzey-2 olan üç sorunun tamamını doğru cevaplandırmıştır. Matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan sorulardan bir soruyu, düzey-3 sorulardan iki soruyu yanlış cevapladığı belirlenmiştir. Bu öğrencinin problem metninde sunulan bilgileri tanıma, aralarındaki ilişkiyi anlama, dışsal bilgiyi kullanma, kısa açıklama yapabilme, problem metninde sunulan bilgilerden ilişkilendirme yapılacak öğeleri tanıyabildiği ve seçebildiği görülürken mantıksal olarak karmaşık ilişki içeren öğeleri tanıma ve bunlar arasındaki bağlantıları anlama noktasında zorluk yaşadığı belirlenmiştir.

Alper matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesini doğru yanıtlamıştır. Katılımcının problemi nasıl yorumladığı sorgulandığında “Fuji Dağı'na her yıl Temmuz'dan 27 Ağustos'a kadar tırmanma halka açılmış. Bu sürede 200000 kişi Fuji Dağı'na tırmanmış. Buna göre ortalama kaç kişi tırmandığını bulacağız” şeklinde ifade etmiştir. Problem metninde geçen “ortalama

kaç kişi” ifadesinden ne anladığı sorulduğunda “Yani o kişinin üzerinde de çıkmış olabilir altında da çıkmış olabilir” şeklinde açıklamıştır. “Yaklaşık 200000 kişi” ifadesinden ne anladığı sorulduğunda ise “200000 kişinin altı veya üstü. 200050 kişi çıkmış olabilir 200001 de olabilir. Yani 200000’den az da olabilir fazla da olabilir” şeklinde bir açıklama sunmuştur. Alper’in bu açıklamalarına göre problem durumunu açıklarken problem metninde sunulan bilgileri doğrudan okuyarak ifade ettiği görülmüştür. Ayrıca problem metninde sunulan ifadelerin matematiksel anlamlarının farkında olduğu anlaşılmıştır. Alper’in Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.40’ta sunulmuştur.

Şekil 4.40

Alper’in Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Soru 1:
Fuji Dağı, her yıl sadece 1 Temmuz'dan 27 Ağustos'a kadar tırmanma için halka açıktır. Bu süre içerisinde yaklaşık 200 000 kişi Fuji Dağı'na tırmanmaktadır. Buna göre, Fuji Dağı'na bir günde ortalama kaç kişi tırmanmaktadır?

A. 340
B. 710
C. 3400
D. 7100
E. 7400

Soru 2:
2018 31

Çözüm:

$$\begin{array}{r} 200000 \\ \div 58 \\ \hline 3448 \end{array}$$

Yani 3400 kişi ortalama tırmanmaktadır.

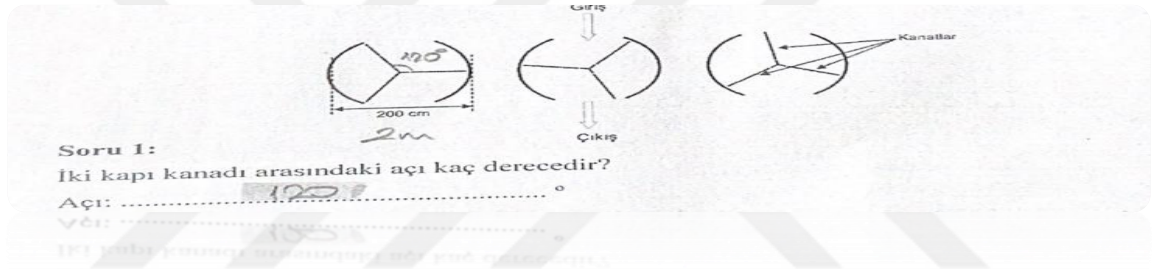
Alper’in Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.40’ta sunulan çözümü incelendiğinde, aşamalı bir şekilde problem çözümünü yaptığı görülmektedir. Problemi nasıl çözdüğü sorgulandığında “Gün sayısı 1 Temmuz’dan 31 Temmuz’a kadar 31 gün var. Sonra 31 ile 27’yi toplayınca 58 gün çıkıyor. Kişi sayısını 58’e böldüğümüz zaman tam olarak 3448 çıkıyor yaklaşık olarak dediği için 3400’ü işaretledim” şeklinde açıklamıştır. Alper’in yazılı çözümüne ve sözlü açıklamalarına bakıldığında Temmuz ayının 31 gün sürdüğü dışsal bilgisine sahip olduğu anlaşılmaktadır. Katılımcı, problem çözümüne yönelik kişi sayısı ve gün sayısı arasındaki ilişkilendirmeyi doğru bir şekilde yaparak çözümünü gerçekleştirmiştir. Alper’in sözlü açıklamaları problem durumunda belirtilen “yaklaşık” ve “ortalama”

ifadelerinin matematiksel anlamlarının farkında olduğunu ve elde ettiği sonucun anlamlılığına ilişkin gerekçe sunabildiğini göstermiştir.

Alper Döner Kapı ile ilgili birinci soru maddesini doğru cevaplandırmıştır. Katılımcının problem durumundan ne anladığı sorgulandığında “Birinci soruyla 200 santim bilgisinin hiçbir alakası yok, onu geçiyoruz. Zaten üç eşit bölüme ayrılmış görselde. 360 üçe bölünerek bulunacak” şeklinde açıklamıştır. Alper’in bu ifadesine bakıldığında problem metnini doğrudan okumak yerine görselle ilişkilendirerek ve yorumlayarak problem durumunu açıkladığı belirlenmiştir. Alper’in Döner Kapı ile ilgili birinci soru maddesine ilişkin çözümü Şekil 4.41’de sunulmuştur.

Şekil 4.41

Alper’in Döner Kapı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü



Alper’in Döner Kapı ile ilgili birinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.41’de sunulan çözümü incelendiğinde, hesaplamalarını yazılı olarak sunmadan doğrudan sonucu yazdığı görülmüştür. Katılımcıya çözümü nasıl yaptığı sorulduğunda “Bir dairenin tam açısı 360° oluyor. Görsel tam üç eşit parçaya bölünmüş. 360’ı 3’e böleceğiz. 120 çıkıyor zaten” şeklinde açıklamıştır. Alper’in sözlü açıklamasına bakıldığında problem metninde sunulan “üç eşit bölüme ayırmaktadır” ifadesinin farkında olduğu ve sonucunun anlamlılığına yönelik gerekçe sunabildiği anlaşılmıştır.

Alper iletişim düzeyi düzey-1 olan Arızalı Oynatıcılar ile ilgili birinci soruyu doğru cevaplandırmıştır. Katılımcıya problem metninde sunulan tabloyu nasıl yorumladığı sorulduğunda “Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranını vermiş bir de üretilen oynatıcı sayılarını vermiş” şeklinde açıklamıştır. Alper’in bu açıklaması tabloda günlük üretilen oynatıcıların sayı değeri olarak arızalı oynatıcıların ise oran

değeri olarak sunulduğunun farkında olduğunu göstermiştir. Alper'in Arızalı Oynatıcılar ile ilgili birinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.42'de sunulmuştur.

Şekil 4.42

Alper'in Arızalı Oynatıcılar ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Oynatıcı çeşidi	Günlük üretilen ortalama oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Görüntü oynatıcıları	2000	%5
Ses oynatıcıları	6000	%3

ru 1:

$2000 \div 100 = 20$
 $20 \times 5 = 100$
 $100 = \%5$

$6000 \div 100 = 60$
 $60 \times 3 = 180$
 $180 = \%3$

Oynatıcıları kontrol edenlerden birisi aşağıdaki iddiada bulunmaktadır: "Ortalama olarak, günlük onarıma gönderilen görüntü oynatıcısı sayısı, günlük onarıma gönderilen ses oynatıcısı sayısına kıyasla daha fazladır." Kontrol eden kişinin iddiasının doğru olup olmadığına karar veriniz. Yanıtınızı destekleyen matematiksel bir kanıt gösteriniz.

Yanlış bir ifade kullanmış. Çünkü
 $180 = ses$ $100 = görüntü$
 $180 > 100$ *daha fazla*

Alper'in Arızalı Oynatıcılar ile ilgili birinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.42'de sunulan çözümü incelendiğinde, aşamalı bir şekilde çözümü yaptığı görülmüştür. Katılımcının problemde sunulan çoklukların yüzde hesaplamalarını yaparken, verilen çokluğun 100'e bölünmesinin %1'lik kısmına karşılık geldiği anlamının farkında olduğu belirlenmiştir. Alper'e problemi nasıl çözdüğü sorulduğunda "Ben burada yüzdeleri buldum. %3'ü 180 yapıyor ses oynatıcılarının. Görüntü oynatıcılarının %5'i 100 yapıyor. 2000'i 100'e böldüm ki %1'ini buldum. Onu da beş ile çarptım 100 çıktı. Diğerini de aynı şekilde yaptım. Burada arızalı olanlar onarıma gönderiliyormuş. Gönderilen görüntü oynatıcısı fazla diyor. Hayır, tabii ki de fazla değil görüntü oynatıcısı 100 tane gönderilirken ses oynatıcısı 180 tane gönderiliyor. Yani ses daha fazla, iddia yanlış" şeklinde ayrıntılı bir açıklama sunmuştur. Alper'in yazılı çözümü ve sözlü açıklamalarına bakıldığında problem metninde sunulan ifadelerin matematiksel anlamlarının farkında olduğu, bilgiler arasında ilişkilendirme yapabildiği ve elde ettiği sonucun anlamlılığına ilişkin gerekçe sunabildiği belirlenmiştir.

Alper iletişim düzeyi düzey-2 olan Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili ikinci soru maddesini doğru yanıtlamıştır. Problem durumunu nasıl yorumladığı sorgulandığında

“Burada yol yaklaşık 9 kilometreymiş. 18 km’lik yürüyüşten akşam 8’de dönmeleri gerekiyormuş. Tolga bu yolu tırmanıyormuş. Saatte 1,5 km yol alıyormuş inerken de 2 katına çıkacakmış bu. Yani saatte 3 km gidecekmiş. En geç kaçta yola çıkabilir diye soruyor” şeklinde açıklamıştır. Alper’in bu açıklamasına bakıldığında problem durumunu doğrudan okumak yerine kendi cümleleriyle özetlediği ve problem metninde sunulan “hızını ikiye katlamak” ifadesinin matematiksel anlamının farkında olduğunu ortaya koyduğu görülmüştür. Alper’in Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili ikinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.43’te sunulmuştur.

Şekil 4.43

Alper’in Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Gotemba şehri ile Fuji Dağı arasındaki yürüyüş yolu uzunluğu yaklaşık 9 kilometre (km)’dir. Yürüyüşçülerin, 18 km’lik yürüyüşten akşam saat 8’de dönmüş olmaları gerekmektedir. Tolga, dağa tırmanırken ortalama saatte 1,5 km yol alacağını inerken de bu hızını ikiye katlayacağını tahmin etmektedir. Bu hızlarda, yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır.

↑ 6 saat ↓ $\times 2 = \frac{20}{9} = 2 \frac{2}{9}$ saat = 3 km = 3 saat

Tahmini yürüyüş hızı göz önünde bulundurulduğunda, Tolga akşam saat 8’de dönmek için yürüyüşe en geç kaçta başlayabilir?

11’de yola çıkarsa en geç 10’da

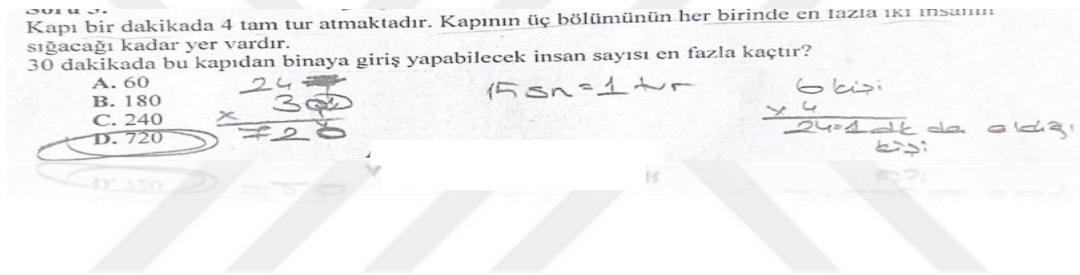
Soru 3: 10’da 8’de aşağıda olur

Alper’in Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili ikinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.43’te sunulan çözümü incelendiğinde, çözümünü aşamalı bir şekilde yaptığı görülmektedir. Katılımcıya çözümü nasıl yaptığı sorulduğunda “18 km olduğuna göre 9, 9 ayrılıyor. 1,5 km’den 6 saat yapıyor. 3 km’de 3 saat yapıyor. Toplamda 9 saat. Akşam saat 8, 20.00 oluyor. 20’den 9 saat çıkarınca en geç sabah saat 11’de çıkar” ifadesiyle açıklamıştır. Alper’in yazılı çözümü ve sözlü açıklamaları dikkate alındığında problem metninde sunulan “hızını ikiye katlamak” ifadesinin matematiksel anlamını ortaya koyabildiği, problem durumunda belirtilen “en geç kaçta başlayabilir” ifadesinin farkında olduğu ve bunu gerekçe olarak sunabildiği anlaşılmıştır. Ancak Alper’in sözlü açıklamasında problem metninde geçen “bu hızlarda yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır” ifadesine ilişkin herhangi bir yorum yapmaması dikkat çekmiştir.

Alper iletişim düzeyi düzey-2 olan Döner Kapı ile ilgili üçüncü soru maddesini doğru cevaplandırmıştır. Problem durumundan ne anladığı sorgulandığında “*Bu da kapılı sorunun devamı. Kapı dört tam tur atıyormuş. Bölümün her birine en fazla iki insan girebiliyormuş. 30 dakikada binaya giriş yapabilecek en fazla insan sayısını soruyor*” şeklinde açıklamıştır. Katılımcının, problem durumunu yorumlama yapmadan soru kökü üzerinden açıklamaya çalıştığı ve bu soru maddesini Döner Kapı ile ilgili önceki sorularla ilişkilendirdiği görülmüştür. Alper’in Döner Kapı ile ilgili üçüncü soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.44’te sunulmuştur.

Şekil 4.44

Alper’in Döner Kapı ile İlgili Üçüncü Soru Maddesine Yönelik Çözümü



Alper’in Döner Kapı ile ilgili üçüncü soru maddesine ilişkin Şekil 4.44’te sunulan çözümü incelendiğinde, aşamalı bir şekilde gerçekleştirdiği çözüm sürecini yazılı olarak da sunduğu görülmüştür. Katılımcıya çözüm sürecini nasıl yürüttüğü sorulduğunda ise “*Dakikada 4 tam tur atıyormuş yani 15 saniyede 1 tur atıyor. Bir turdan 6 kişi girebiliyor. 6’yı 4 ile çarptım. Bir dakikada 24 kişi alabiliyor. 30 dakikayı sorduğu için 24 ile 30’u çarptım 720 oluyor*” şeklinde açıklamıştır. Araştırmacı tarafından “*Neden bir turda 6 kişi girebiliyor?*” diye sorulduğunda “*Çünkü her kapıya 2 kişi girebiliyor ve üç tane bölüm var. Bu 3 tane bölümden 3 çarpı 2 yani 6 kişi giriyor*” şeklinde açıklamıştır. Alper’in sözlü açıklamasına bakıldığında problem metninde geçen “*en fazla iki insan*” ifadesinin farkında olmadığı ve problem çözümünü yaparken sadece iki sayısını dikkate alarak işlemini yaptığı anlaşılmıştır. Alper’in bu soru maddesine yönelik sözlü açıklama sunarken problem metninde geçen nicelik belirten ifadeleri kullandığı ve bu ifadeleri matematiksel birimlerle açıkladığı görülmüştür. Problem metninde geçen bazı ifadelerin matematiksel anlamlarına

odaklanmadığı görülse de çözümüne ilişkin kavramsal bir dil kullanarak açıklama yapabildiği belirlenmiştir.

Alper iletişim düzeyi düzey-1 olan Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili üçüncü soru maddesini yanlış cevaplandırmıştır. Problem durumunu nasıl yorumladığı sorgulandığında “Adım ölçer kullanarak yürüyüş yapıyormuş Tolga. Bu tırmanışta adım ölçer 22500 adım attığını göstermiş. 9 kilometrelik yürüyüşte ortalama adım mesafesini tahmin ediniz diyor” şeklinde ifade ederek Alper’in problem metnini doğrudan okuduğu ve herhangi bir yorumlama yapmadığı görülmüştür. Alper’in Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili üçüncü soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.45’te sunulmuştur.

Şekil 4.45

Alper’in Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Üçüncü Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Adım ölçer, Tolga'nın bu tırmanışı esnasında 22 500 adım attığını göstermiştir. Gotemba yolundaki 9 km'lik bu yürüyüşü için Tolga'nın ortalama adım mesafesini tahmin ediniz. Yanıtınızı santimetre (cm) cinsinden veriniz.

Yanıt: 400 cm

9.000 m
9.000.000 cm
22500
90000
30000

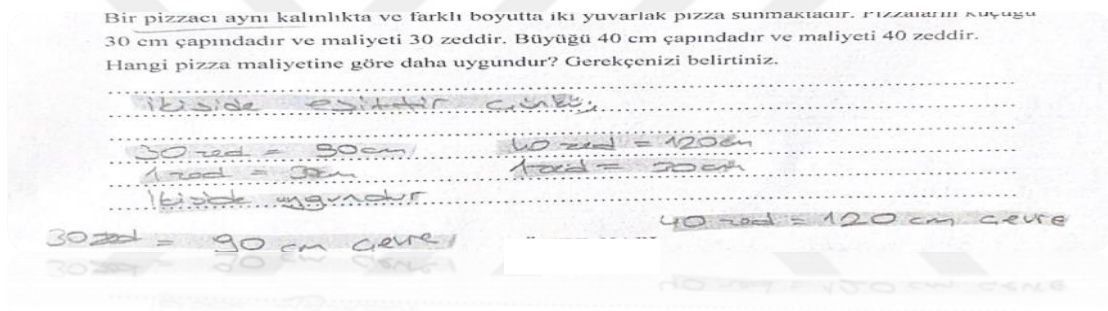
225
x 4
900

Alper’in Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili üçüncü soru maddesine ilişkin Şekil 4.45’te sunulan çözümü incelendiğinde, problem metninde sunulan uzunluk birimini istenen uzunluk birimine hatalı dönüşüm yaptığı ve çözümde yürüyüş mesafesini adım sayısına bölmesi gerekirken çarpma işlemi yaparak yürüyüş mesafesini elde etmeye çalıştığı görülmüştür. Katılımcıya problemi nasıl çözdüğü sorulduğunda “Burada 9 kilometrelik yolu 22500’e bölmeyi denedim. İki sıfır sildim. Ondan önce çeviriyi yaptım aslında. Çeviriden de iki sıfırı sildim. Yani bölmek yerine 225’i kaçla çarparsam 900 yapar diye bulmaya çalıştım” şeklinde ifade etmiştir. Alper’in bu yazılı çözümü ve sözlü açıklaması dikkate alındığında uzunluk birimleri arasında dönüşüm yaparken güçlük yaşadığı ve problemde sunulan bilgiler arasında doğru ilişkilendirme yaptığı halde yaşadığı güçlükten dolayı yanlış sonuca ulaştığı görülmüştür. Ayrıca ortalama adım mesafesini 400 cm olarak elde ettiği sonucun gerçek hayatla ilişkilendirilemeyecek bir uzunluk olmasına ilişkin muhakeme yapamadığı anlaşılmaktadır.

Alper iletişim düzeyi düzey-3 olan Pizzalar sorusunu yanlış cevaplandırmıştır. Katılımcıya problem durumundan ne anladığı sorulduğunda “İki farklı boyutta pizza satılıyormuş. Pizzaların küçüğü 30 cm çapındaymış, maliyeti 30 zed. 40 cm de 40 zed’miş. Maliyeti daha uygundur belirleyin diyor” şeklinde açıklamıştır. Katılımcının sözlü açıklaması incelendiğinde problem metnini doğrudan okuyarak ifade ettiği görülmüştür. Ayrıca problem metninde geçen “aynı kalınlıkta ve farklı boyutta” ifadesinin anlamının farkında olmadığı anlaşılmıştır. Alper’in Pizzalar sorusuna yönelik çözümü Şekil 4.46’da sunulmuştur.

Şekil 4.46

Alper’in Pizzalar Sorusuna Yönelik Çözümü



Alper’in Pizzalar soru maddesine ilişkin Şekil 4.46’da sunulan çözümü incelendiğinde, iki pizzaya ait çevre uzunluğu hesaplaması yaptığı anlaşılmaktadır. Katılımcıya çözümü nasıl yaptığı sorulduğunda “Ben buradan alanı bulacaktım yanlışlıkla çevreyi bulmuşum” şeklinde açıklamıştır. Neden alan hesaplaması yapmayı düşündüğü sorgulandığında “Çünkü alanı bulup zede bölecektim. Yani 1 cm^2 ’ye düşen ödeme miktarını bulacaktım” diye ifade etmiştir. Alper’in sözlü açıklamasına bakıldığında daha önceden yapmış olduğu çözümü hatalı bulduğu ancak buna yönelik gerekçe sunmakta güçlük yaşadığı görülmüştür. Problem metninde geçen “maliyetine göre daha uygun” ifadesinden ne anladığı sorulduğunda ise “Yani diyor ki hangisinde cm^2 ’ye düşen para miktarı en uygun” açıklamasını yapabilmektedir. Alper’in yazılı çözümü ve sözlü açıklamaları incelendiğinde, problemin çözümünü doğru bir şekilde yazılı olarak sunamadığı ancak görüşme esnasında çözüme yönelik doğru bir şekilde

sözlü açıklama yapabildiği görülmüştür. Alper'in diğer katılımcılardan farklı olarak problemin çözümüne ilişkin doğru bir şekilde gerekçelendirme yapabildiği dikkat çekmiştir.

Alper iletişim düzeyi düzey-3 olan Döner Kapı ile ilgili ikinci soru maddesini yanlış cevaplandırmıştır. Problemden sunulan görseli nasıl yorumladığı sorulduğunda “Üç tane yay ve en fazla yay uzunluğunu soruyor” diye açıklamıştır. Problem metninde sunulan “iki kapı kanadı arasındaki açıklıkların aynı boyutta olması” ifadesinin anlamı sorulduğunda “Oraya hiç bakmadım (görselde noktalı yay olarak sunulan kısmı kast ediyor). Onu sormuyor çünkü şaşırtmacalı sormuş” şeklindeki açıklamasıyla görselin gereksiz olduğu düşüncesini yansıtmıştır. Alper'in sözlü açıklamasına bakıldığında problem metni ve görsel arasında ilişkilendirme yapamadığı ve problem metninin uzun olmasından kaynaklı problem metnindeki ifadelerin matematiksel anlamlarının farkında olmadığı ve sunulan bilgileri ilişkilendirmekte güçlük yaşadığı anlaşılmıştır. Alper'in Döner Kapı ile ilgili ikinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.47’de sunulmuştur.

Şekil 4.47

Alper'in Döner Kapı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

iki kapı arasındaki açıklıklar (yandaki şekilde noktalı yay ile gösterilen şekiller) aynı boyuttadır. Eğer bu açıklıklar çok geniş olursa, döner kanatlar yeteri kadar kapanmaz ve bu durumda giriş ve çıkış arasında hava akımı oluşabilir, bu da istenmeyen ısı kaybı veya ısı girişine neden olabilir. Bu durum, yandaki şekilde gösterilmektedir.

Giriş ve çıkış arasında hava akımının oluşmaması için her bir kapı açıklığının sahip olabileceği en fazla yay uzunluğu kaç santimetre’dir (cm)?

En fazla yay uzunluğu: ... 200 ... cm

Bu konumdaki olası hava akımı.

$23,100 = 600 \text{ çevre}$
 200
 $57,100 = 700 \text{ çevre}$
 200

Alper'in Döner Kapı ile ilgili ikinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.47’de sunulan çözümü incelendiğinde, görselde noktalı yayı kısmını birleştirdiği ve böylece bir bölüme denk gelen yay uzunluğunu hesapladığı görülmektedir. Katılımcıya problemi nasıl çözdüğü sorulduğunda “En fazla yay uzunluğunu sormuş hava akımının

oluşmaması için. Onu buldum. Yani 7.sınıfta öğretilen şeyi yaptım. Çevreyi aldım $2\pi r$. π 'yi 3 aldım. Çevre 600 çıkıyor. Burada üç tane yay var. 3'e bölünce 200 çıkıyor bir yay" ifadesiyle açıklamıştır. Alper'in yazılı çözümü ve sözlü açıklaması dikkate alındığında, problem metninde sunulan "noktalı yaylar aynı boyuttadır" bilgisine odaklanmadığı anlaşılmaktadır. Katılımcı problem çözümüne yönelik akıl yürütme becerisini kullanabildiği ancak matematiksel iletişim becerisini işe koşamamasından kaynaklı çözümünü doğru bir şekilde ortaya koyamadığı görülmüştür.

Özetle, matematiksel iletişim yeterlik düzeyi Ağırlıklı-2 düzeyi olarak belirlenen Nihat, Fidan ve Alper takma isimli öğrencilerin problem metninde sunulan bilgileri tanıma, aralarında bağlantı kurma, dışsal bilgiyi kullanma, kısa açıklama yapabilme, metinde verilen ifadelerden aralarında bağlantı kurulacak olanları tanıma ve seçme gibi alanlarda öne çıktıkları belirlenmiştir. Ancak, bu öğrencilerin mantıksal olarak karmaşık ilişki içeren öğeleri tanıma, aralarındaki bağlantıları anlama gibi alanlarda ise güçlük yaşadıkları görülmüştür.

4.1.2. Özel yetenekli ağırlıklı-3 düzeyi öğrencilerinin matematiksel iletişim yeterliklerine ilişkin bulgular

Matematiksel iletişim yeterliği Ağırlıklı-3 düzeyi olarak belirlenen katılımcılara gelindiğinde, Seda takma isimli öğrenci matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan dört sorunun üç tanesini, düzey-2 olan üç sorunun iki tanesini, düzey-3 olan iki sorunun bir tanesini doğru yanıtlamıştır. Matematiksel iletişim düzeyi düzey-2 ve düzey-3 olan sorulardan birer tane yanlış cevabı, düzey-1 olan sorulardan bir tane boş cevabı bulunmaktadır. Bu öğrencinin problem metninde verilen bilgileri tanıma, aralarındaki ilişkileri anlama, dışsal bilgileri kullanma, kısa açıklama yapabilme, metindeki bilgiler arasında bağlantı kurulacak öğeleri tanıma ve seçme noktasında başarı gösterdiği belirlenmiştir. Seda'nın mantıksal olarak karmaşık ilişki içeren öğeleri tanıma, aralarındaki bağlantıları anlama ve problemin çözümüne yönelik birçok öge arasında kurulan bağlantıyı gerekçelendirme anlamında güçlük yaşadığı belirlenmiştir.

Seda matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soruyu doğru cevaplandırmıştır. Problem metninde geçen "*ortalama kaç kişi*" ifadesinden ne anladığı sorgulandığında "*tam olarak o sayı değil ama o sayıya yakın bir sayı*" şeklinde cevaplamıştır. Problem metninde yer alan "*yaklaşık 200000 kişi* ifadesinden" ne anladığı sorulduğunda "*O da aynı şekilde tam 200000 değil ama*

200000'e yakın bir değer" diye açıklama yapmıştır. Seda'nın açıklamalarına bakıldığında problem metninde yer alan ifadelerin matematiksel anlamlarının farkında olduğu ancak sözlü olarak ifade ederken güçlük yaşadığı belirlenmiştir. Seda'nın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soruya yönelik çözümü Şekil 4.48'de sunulmuştur.

Şekil 4.48

Seda'nın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Soru 1:
Fuji Dağı, her yıl sadece 1 Temmuz'dan 27 Ağustos'a kadar tırmanma için halka açıktır. Bu süre içerisinde yaklaşık 200 000 kişi Fuji Dağı'na tırmanmaktadır. Buna göre, Fuji Dağı'na bir günde ortalama kaç kişi tırmanmaktadır?

A. 340
B. 710
C. 3400 ✓
D. 7100
E. 7400

Handwritten calculations:
 $31 + 27 = 58$
 $200000 \div 58 = 3448.27$
 $3448.27 \approx 3400$

Seda'nın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.48'de sunulan çözümü incelendiğinde, "1 Temmuz'dan 27 Ağustos'a kadar" ifadesinde sunulan gün sayısını 31 ve 27 sayılarını toplayarak elde ettiği görülmüştür. Bu durumda Seda'nın Temmuz ayının 31 gün sürdüğü dışsal bilgisine sahip olduğu anlaşılmaktadır. Çözüm aşamasında ortalama kaç kişi tırmandığını hesaplamak için şıklarda verilen sayıları kullanarak sonucu elde etmeye çalıştığı görülmüştür. Problemi nasıl çözdüğü sorulduğunda "1 Temmuz'dan 26 Ağustos'a kadar olan günleri topladım ama yanlış toplamışım biraz. Sonra 200000 kişinin tırmanışı diyor burada. Bu şıklardakilerle 56'yı çarptım yani gün sayısını çarptım. Hangisi daha yakın çıkıyorsa o kişi sayısını o şekilde buldum" şeklinde açıklamada bulunmuştur. Seda'nın çözümüne ilişkin sözlü ve yazılı ifadeleri dikkate alındığında problem metninde sunulan ifadelerin matematiksel anlamlarının farkında olduğu, sonucu elde etmeye yönelik çözüm geliştirebildiği ancak çözümüne ilişkin sözlü gerekçe sunmakta güçlük yaşadığı anlaşılmaktadır.

Seda matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olarak belirlenen Arızalı Oynatıcılar ile ilgili birinci soruyu doğru cevaplandırmıştır. Problemde sunulan tablodan ne anladığı sorgulandığında "Tabloyu günlük üretilen ortalama oynatıcı sayısı ile arızalı oynatıcıların ortalama oranını çarptım yani yüzdelerini hesapladım" şeklinde

açıklamıştır. Seda'nın bu ifadelerinden tabloyu yorumlarken esasında doğrudan çözümünü açıklamaya çalıştığı dikkat çekmiştir. Açıklamasına baktığımızda tabloda günlük üretilen ortalama oynaticıların sayı değeri, arızalı oynaticıların ise ortalama oran değeri olarak sunulduğunun farkında olduğu anlaşılmaktadır. Seda'nın Arızalı Oynaticılar ile ilgili birinci soruya yönelik çözümü Şekil 4.49'da sunulmuştur.

Şekil 4.49

Seda'nın Arızalı Oynaticılar ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

sayısına kıyasla daha fazladır.” Kontrol eden kişinin iddiasının doğru olup olmadığına karar veriniz. Yanıtınızı destekleyen matematiksel bir kanıt gösteriniz.

$$2000 \cdot \frac{5}{100} = 100 \text{ adet görüntü oynaticısı}$$
$$6000 \cdot \frac{3}{100} = 180 \text{ adet ses oynaticısı}$$

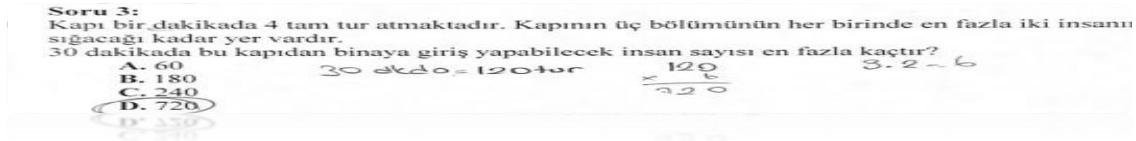
$100 < 180$ bu yüzden bu ifade yanlıştır.

Seda'nın Arızalı Oynaticılar ile ilgili birinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.49'da sunulan çözümü incelendiğinde, her iki şirkete ait arızalı oynaticıların sayısını yüzde hesaplaması yaparak elde ettiği görülmektedir. Elde ettiği sonucu kıyaslarken matematiksel sembolle gösterimini yaparak problemde sunulan iddianın yanlış olduğunu belirtmiştir. Görüşmede çözümüne ilişkin “2000'in %5'ini buldum. O şekilde arızalı oynaticıları buldum. 2000'in %5'i 100 olur. Yani 100 adet görüntü oynaticısı arızalı. 6000'de 180 arızalı oynaticı buldum. 100 küçüktür 180. O yüzden bu ifade yanlıştır” şeklinde sözlü gerekçe sunmuştur.

Seda matematiksel iletişim yeterlik düzeyi düzey-2 olan Döner Kapı ile ilgili üçüncü soruyu doğru cevaplandırmıştır. Problem durumundan ne anladığı sorguladığında “1 dakikada 4 tam tur atıyorsa 30 dakikada 120 tam tur atar. Üç bölme var. En fazla her bölmeden 2 kişi geçiyorsa 6 olur bir seferde. 30 dakikayı soruyor” şeklinde açıklama yapmıştır. Burada, Seda'nın problem durumunu kendi cümleleriyle ifade etmek yerine problem metnini okumaya çalışması dikkat çekmiştir. Ayrıca problem metninde verilen sayı değerlerine odaklanarak açıklama yaptığı belirlenmiştir. Seda'nın Döner Kapı ile ilgili üçüncü soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.50'de sunulmuştur.

Şekil 4.50

Seda'nın Döner Kapı ile İlgili Üçüncü Soru Maddesine Yönelik Çözümü



Seda'nın Döner Kapı ile ilgili üçüncü soruya ilişkin Şekil 4.50'de verilen çözümü incelendiğinde, problem metninde verilen ifadelerin anlamlarını ortaya koyabildiğini gösteren işlemler yaptığı belirlenmiştir. Problemde geçen “kapının üç bölümünün her birine en fazla iki insan sığabileceği” ifadesini dikkate aldığı ve her turda toplamda altı insanın giriş yapabileceğini belirlediği anlaşılmaktadır. Görüşmede buna yönelik “Üç bölme var. En fazla her bölmeden 2 kişi geçiyorsa 6 olur bir seferde” ifadesini kullanmıştır. Katılımcı, çözüm sürecine ilişkin olarak “120 tur bulmuştum. Bir seferde 6 kişi vardı. 120 ile 6'yı çarptım. 120 tur ve 6 kişi olduğu için. 720 buldum” şeklinde açıklama yapmıştır. Seda'nın sözlü açıklamasını nicelik belirterek ifade etmesi matematiksel dilin kullanması bakımından önem taşımaktadır.

Seda iletişim düzeyi düzey-2 olan Arızalı Oynatıcılar ile ilgili ikinci soruyu doğru cevaplandırmıştır. Seda'nın soruda sunulan tabloyu nasıl yorumladığı sorgulandığında “Bu soruda yine günlük üretilen ortalama oynatıcı sayısından verilen oranda arızalı oynatıcı sayısını buldum” şeklinde ifade etmiştir. Seda'nın bu ifadesinden Arızalı Oynatıcılar ile ilgili iki soru arasında bağlantı kurabildiği, tabloda günlük üretilen ortalama oynatıcı sayısının sayı olarak arızalı oynatıcıların ise oran olarak değerinin verildiğinin farkında olduğu anlaşılmıştır. Seda'nın Arızalı Oynatıcılar ile ilgili ikinci soruya yönelik çözümü Şekil 4.51'de sunulmuştur.

Şekil 4.51

Seda'nın Arızalı Oynatıcılar İle İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Şirket	Günlük üretilen ortalama görüntü oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Bakgör Şirketi	2000	%5 100
Takgör Şirketi	7000	%4 280

Şirket	Günlük üretilen ortalama ses oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Bakgör Şirketi	6000	%3 180
Takgör Şirketi	1000	%2 20

Bakgör ve Takgör şirketlerinin hangisindeki toplam arızalı oynatıcı oranı daha azdır?
Yukarıdaki tablolarda verilenleri kullanarak hesaplamalarınızı gösteriniz.
Bakgör şirketi toplam 280, Takgör şirketi toplam 300.
Bu durumda Bakgör şirketinde arızalı oynatıcı oranı daha azdır.

Seda'nın Arızalı Oynatıcılar ile ilgili ikinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.51'de sunulan çözümü incelendiğinde, arızalı oynatıcıların sayısına ulaşmak için zihinden işlem yaptığı anlaşılmaktadır. Seda'nın yaptığı çözümü yorumlaması istenildiğinde “Bakgör şirketinde arızalı görüntü oynatıcısı 100, arızalı ses oynatıcısı 180 o yüzden 280 toplam arızalı oynatıcı vardır. Takgör şirketinde de toplam 300 arızalı oynatıcı vardır. Bu yüzden Bakgör şirketinde arızalı oynatıcı oranı daha azdır” şeklinde açıklama yapmıştır. Seda'nın bu açıklamasına göre problem durumunda belirtilen “toplam oynatıcı oranı” ifadesini dikkate almadığı anlaşılmıştır. Ayrıca, Seda'nın toplam arızalı oynatıcı oranına yönelik yazılı bir ifade ya da sözlü bir açıklama sunmadığı görülmüştür.

Seda iletişim düzeyi düzey-3 olan Döner Kapı ile ilgili üçüncü soruyu doğru cevaplandırmıştır. Probleme sunulan görseli nasıl yorumladığı sorgulandığında “Burayı toplam 6 parçaya bölünmüş gibi düşündüm. İki parçası kapı giriş ve çıkışı diye ayarladım” şeklinde açıklamıştır. Hava akımının oluşmaması için gerekli şartların neler olduğunu açıklaması istenildiğinde “hava akımı için aslında orayı tam anlayamadım” şeklinde yaşadığı güçlüğü dile getirmiştir. Problem metninde geçen “iki kapı kanadı arasındaki açıklıkların aynı boyutta olması” ifadesinden ne anladığı sorulduğunda “her birinin eşit uzunlukta olması diye yorumladım” açıklamasını yapmıştır. Seda'nın Döner Kapı ile ilgili ikinci soruya yönelik çözümü Şekil 4.52'de sunulmuştur.

Şekil 4.52

Seda'nın Döner Kapı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

İki kapı arasındaki açıklıklar (yandaki şekilde nokta yay ile gösterilen şekiller) aynı boyuttadır. Eğer bu açıklıklar çok geniş olursa, döner kanatlar yeteri kadar kapanmaz ve bu durumda giriş ve çıkış arasında hava akımı oluşabilir, bu da istenmeyen ısı kaybı veya ısı girişine neden olabilir. Bu durum, yandaki şekilde gösterilmektedir.

Giriş ve çıkış arasında hava akımının oluşmaması için her bir kapı açıklığının sahip olabileceği en fazla yay uzunluğu kaç santimetre'dir (cm)?

En fazla yay uzunluğu: ...100... cm

$200.3 = 600$ çevre $600:6 = 100$

$200.3 = 600$ çevre $600:6 = 100$

Bu konumdaki olası hava akımı.

Seda'nın Döner Kapı ile ilgili ikinci soruya ilişkin Şekil 4.52'de sunulan çözümü incelendiğinde, görsel üzerinde çizim yaptığı belirlenmiştir. Sözlü açıklamasında da belirttiği gibi dairesel bölge şeklinde verilen görseli altı parçaya ayırmıştır. Çözüm aşamasında dairesel bölgenin çevre hesaplamasını yapmıştır ve elde ettiği sonucu altıya bölmüştür. Problemi nasıl çözdüğünü açıklaması istenildiğinde “Çevresini 200 ile pi’yi çarpıp yani 3’ü çarpıp 600 buldum. 600’ü de 6 parçaya böldüğüm için burayı 100 yaptım. Bir parçanın yay uzunluğu 100 oldu” şeklinde açıklamıştır. Seda’nın yazılı çözümü ve sözlü açıklamalarına bakıldığında, çözüme ilişkin doğru bir şekilde akıl yürütme becerisini ortaya koyabildiği ve gerekçe sunabildiği görülmüştür.

Seda matematiksel iletişim düzeyi düzey-2 olan Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili ikinci soruyu yanlış cevaplandırmıştır. Problem metninde geçen “hızını ikiye katlamak” ifadesinden ne anladığı sorgulandığında “bir gidiş bir de geliş olarak yani şey...” şeklinde açıklamıştır. Araştırmacı tarafından problem metninde geçen “dağa tırmanırken ortalama saatte 1,5 km yol alacağı inerken de bu hızının ikiye katlanacağı” ifadesinden tam olarak ne anladığı tekrardan sorulduğunda “İki kere gidip geldiği için o sayıyı 2 ile çarptığımız gibisinden düşündüm” şeklinde açıklama yapmıştır. Seda’nın bu açıklaması problemde sunulan “hızını ikiye katlamak” ifadesinin matematiksel anlamını ortaya koyamadığını ve problem metninde sunulan bilgilerle ilişkilendiremediğini göstermektedir. Seda’nın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili ikinci soruya yönelik çözümü Şekil 4.53’te sunulmuştur.

Şekil 4.53

Seda'nın Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Tolga, dağa tırmanırken ortalama saatte 1,5 km yol alacağını inerken de bu hızını ikiye katlayacağını tahmin etmektedir. Bu hızlarda, yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır.

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 15} \\ 6 \end{array}$$

Tahmini yürüyüş hızı göz önünde bulundurulduğunda, Tolga akşam saat 8'de dönmek için yürüyüşe en geç kaçta başlayabilir?

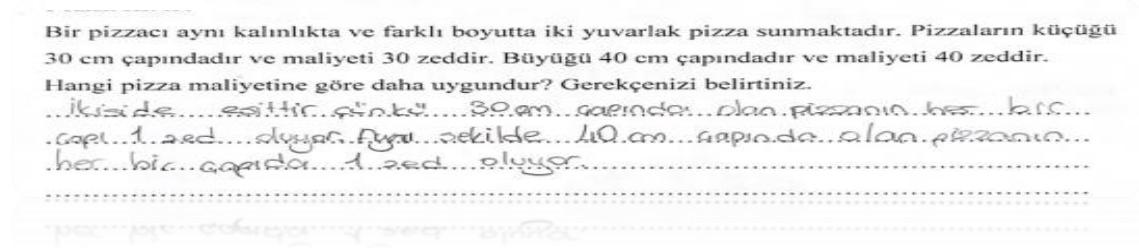
12 saat 20.00 8.00 sabah
Soru 3: 0.00

Seda'nın Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili ikinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.53'te sunulan çözümü incelendiğinde, çözümünü aşamalı ve kapsamlı bir şekilde matematiksel dilde ortaya koyamadığı görülmüştür. Çözümünü yorumlaması istenildiğinde “9’u 1,5’e böldüm 6 çıktı. Sonra bir iniş bir çıkış olduğu için toplam 12 saat. Akşam 8’i 20.00 olarak aldım. Ondan da 12 saat çıkardım. Sabah 8’de başlarsa olur” şeklinde açıklamıştır. Seda'nın problem durumuna yönelik sözlü açıklaması ve yazılı çözümü göz önünde bulundurulduğunda, problem durumunu doğru yorumlayamadığı anlaşılmaktadır. Tırmanış ve iniş hızı ile toplam süre arasında yanlış ilişkilendirme yapmıştır. Problem metninde geçen ifadelerin matematiksel anlamlarını doğru bir şekilde ortaya koyamadığı görülmüştür.

Seda matematiksel iletişim düzeyi düzey-3 olan Pizzalar sorusunu yanlış yanıtlamıştır. Katılımcının problem durumunu nasıl yorumladığı sorgulandığında “ikisi de eşittir diye düşündüm ben. Yani her bir çapı 1 zed olur” şeklinde çözümüne yönelik açıklama yapmıştır. Problem metninde geçen “maliyetine göre daha uygun” ifadesinden ne anladığı sorulduğunda “hangisini alırsak yani daha mantıklı ödeme yapmış oluruz yani uygun fiyatlı” şeklinde açıklamıştır. Seda'nın Pizzalar sorusuna yönelik çözümü Şekil 4.54'te sunulmuştur.

Şekil 4.54

Seda'nın Pizzalar Sorusuna Yönelik Çözümü



Seda'nın Pizzalar sorusuna ilişkin Şekil 4.54'te sunulan çözümü incelendiğinde, çözümünü matematiksel dilde ortaya koymak yerine sözel ifadelerle yazıya döktüğü görülmüştür. Seda'nın çözümüne yönelik açıklama yapması istenildiğinde “Her bir çapı kaç zed olur diye düşündüm. 30 cm çapında oluyorsa 30 zed oluyor yani her bir çapı 1 zed oluyor. Aynı şekilde 40 cm çapında olan pizza 40 zed’se her bir çapı 1 zed olur. O yüzden eşit olur diye düşündüm” şeklinde açıklamıştır. Seda'nın çözümü ve sözlü açıklamaları dikkate alındığında, problem durumunu doğru yorumlayamadığı ve verilen ifadeler arasında matematiksel ilişkilendirmeler yapamadığı belirlenmiştir. Problemi okurken sadece sayısal değerlere odaklandığı ve bu değerler üzerinden çözüme ilişkin yorumlama yaptığı anlaşılmaktadır.

Mert takma isimli öğrencinin matematiksel iletişim yeterlik düzeyi ağırlıklı-3 düzeyi olarak belirlenmiştir. Bu öğrenci iletişim düzeyi düzey-1 olan dört sorudan üç tanesini, düzey-2 olan üç sorudan iki tanesini ve düzey-3 olan iki sorunun tamamını doğru cevaplandırmıştır. İletişim düzeyi düzey-1 olan sorulardan bir yanlış, iletişim düzeyi düzey-2 olan sorulardan da bir yanlış bulunmaktadır. Bu öğrencinin problem metninde verilen bilgileri tanıma, aralarında bağlantı kurma, dışsal bilgileri kullanma, kısa açıklama yapabilme, metindeki bilgiler arasında ilişki kurulacak öğeleri tanıma ve açıklama, mantıksal olarak karmaşık ilişki içeren öğeleri tanıma ve bunlar arasındaki bağlantıları anlama, çözüme yönelik birden fazla öge arasındaki bağlantıyı gerekçelendirmede başarılı olduğu belirlenmiştir.

Mert iletişim düzeyi düzey-1 olan Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesini doğru cevaplandırmıştır. Problem durumundan ne anladığı sorgulandığında “Öncelikle ortalama kaç kişi ifadesinin anlamını şey diye hesapladım. Şimdi burada 200000 kişi olduğu yazıyor. Gün olarak da 58 gün var. Yani 200000 kişiyi 58’e bölüyoruz ve ortalaması günlük ortalama kaç kişinin geldiği oluyor. Bu da bize

ortalama sonucu veriyor” şeklinde açıklamıştır. Mert’in toplam gün sayısını 58 gün olarak belirlemesi Temmuz ayının 31 gün sürdüğü dışsal bilgisine sahip olduğunu göstermektedir. Mert’in Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soruya yönelik çözümü Şekil 4.55’te sunulmuştur.

Şekil 4.55

Mert’in Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Soru 1:
Fuji Dağı, her yıl sadece 1 Temmuz’dan 27 Ağustos’a kadar tırmanma için halka açıktır. Bu süre içerisinde yaklaşık 200 000 kişi Fuji Dağı’na tırmanmaktadır. Buna göre, Fuji Dağı’na bir günde ortalama kaç kişi tırmanmaktadır?

A. 340
B. 710
C. 3400
D. 7100
E. 7400

Soru 2:

Handwritten calculations:
$$\begin{array}{r} 200000 \\ - 194 \\ \hline 0260 \\ - 232 \\ \hline 280 \\ - 232 \\ \hline 0480 \\ - 464 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 158 \\ 3448 \\ \hline \end{array}$$

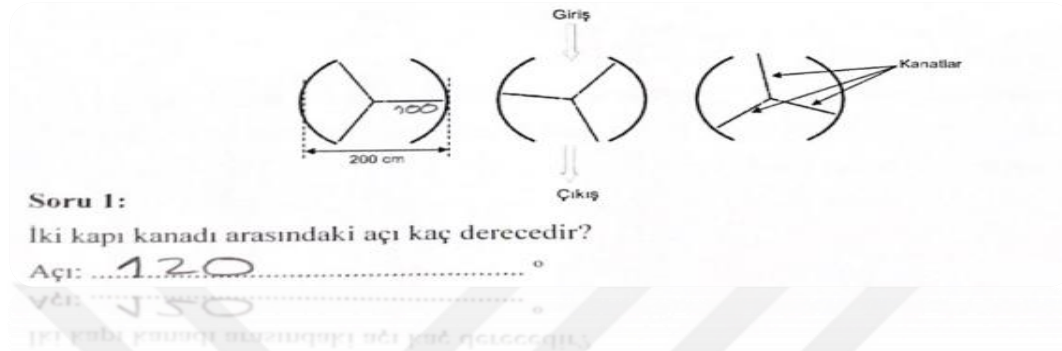
Mert’in Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soruya ilişkin Şekil 4.55’te sunulan çözümü incelendiğinde, toplam gün hesaplamasına yönelik zihinden işlem yaptığı ve yalnızca bölme işlemini yazılı olarak ifade ettiği görülmektedir. Mert’in yaptığı çözümünden problem metninde geçen “ortalama” ve “yaklaşık” ifadelerinin anlamının farkında olduğu anlaşılmaktadır. Araştırmacı tarafından “yaklaşık 200000 kişi” ifadesinden ne anladığı sorulduğunda “yani 200000’den biraz fazla ya da biraz az olabilir yani yaklaşık 200000” ifadesi ile açıklamıştır. Katılımcının problemi neden 3400 olarak cevapladığı sorgulandığında “ortalama dediği için yani 3448 çıkıyor cevap ama en yaklaşık 3400 olduğu için cevap olarak 3400’ü işaretledim” şeklinde ifade etmiştir. Mert’in yazılı çözümü ve sözlü açıklamaları dikkate alındığında, problem metninde geçen ifadelerin matematiksel anlamlarını ortaya koyabildiği, verilen bilgiler arasında matematiksel ilişkilendirmeler yapabildiği ve sonucun anlamlılığını gerekçelendirebildiği belirlenmiştir.

Mert matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan Döner Kapı ile ilgili birinci soruyu doğru cevaplandırmıştır. Problemde sunulan görseli nasıl yorumladığı sorulduğunda “görselde üç tane kanat olduğunu ve her bir kanatın eşit alan kapsadığını

gördüm” şeklinde açıklama yapmıştır. Mert’in Döner Kapı ile ilgili birinci soruya yönelik çözümü Şekil 4.56’da sunulmuştur.

Şekil 4.56

Mert’in Döner Kapı ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü



Mert’in Döner Kapı ile ilgili birinci soruya ilişkin Şekil 4.56’da sunulan çözümü incelendiğinde, hesaplamasını zihinden yaptığı ve sonucu doğrudan cevap kısmına yazdığı belirlenmiştir. Metin’in çözümü nasıl yaptığı sorgulandığında “*bir dairenin açısı 360° olduğu için üç kapı kanadı için 3’e bölüyoruz. 120° olarak buldum*” şeklinde açıklama yapmıştır. Mert’in sözlü açıklaması dikkate alındığında görseli yorumlarken her bir kanat aralığının eşit bölümleri oluşturduğunu belirtmesi katılımcının problem metninde sunulan ifadelerin matematiksel anlamını ortaya koyabildiğini ve problemin amacına uygun bilgilere odaklanabildiğini göstermiştir.

Mert matematiksel iletişim düzeyi düzey-1 olan Arızalı Oynatıcılar ile ilgili birinci soruyu doğru cevaplandırmıştır. Problem metninde sunulan tablo temsilini nasıl yorumladığı sorulduğunda “*Tabloda günlük üretilen ortalama oynatıcı sayısı verilmiş. Mesela bunu aya göre hesaplamıştır. Gün sayısına bölünce günlük ortalama bulmuştur. Burada ortalama arızalı oynatıcıların yüzdesini de vermiş. 2000’de %5, 6000’de %3 olarak vermiş*” şeklinde açıklamıştır. Mert’in bu yorumu dikkate alındığında, tabloda günlük ortalama arızalı oynatıcıların sayı değeri olarak arızalı oynatıcıların oran değeri olarak sunulduğunun farkında olduğu anlaşılmaktadır. Ayrıca Mert tabloda birinci sütunun başlığı olarak sunulan “*günlük üretilen ortalama oynatıcı*

sayısı” ifadesinin matematiksel anlamını ortaya koyabildiğini göstermiştir. Mert’in Arızalı Oynatıcılar ile ilgili birinci soruya yönelik çözümü Şekil 4.57’de sunulmuştur.

Şekil 4.57

Mert’in Arızalı Oynatıcılar ile İlgili Birinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Oynatıcı çeşidi	Günlük üretilen ortalama oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Görüntü oynatıcıları	2000	%5 100
Ses oynatıcıları	6000	%3 180

sayısına kıyasla daha fazladır.” Kontrol eden kişinin iddiasının doğru olup olmadığına karar veriniz. Yanıtınızı destekleyen matematiksel bir kanıt gösteriniz.

Yanıt: Çünkü
 $2000 \cdot \frac{5}{100} = 100 \rightarrow$ Onarıma gönderilen görüntü oynatıcısı
 $6000 \cdot \frac{3}{100} = 180 \rightarrow$ Onarıma gönderilen ses oynatıcısı
Ses oynatıcısı daha fazla.

Mert’in Arızalı Oynatıcılar ile ilgili birinci soruya ilişkin Şekil 4.57’de sunulan çözümü incelendiğinde, aşamalı bir şekilde tabloda sunulan bilgileri kullanarak yüzde hesaplamalarını yaptığı ve problem metninde verilen ifadeyi yorumladığı görülmüştür. Problem metninde verilen ifadenin yanlış olduğunu desteklemek amacıyla matematiksel hesaplamalarını kanıt olarak gösterdiği anlaşılmaktadır. Mert’in çözümünü nasıl yaptığı sorulduğunda “2000’in %5’i 100. 100 tane onarıma gönderilen görüntü oynatıcısı var. 6000’in %3’ü 180. 180 tane onarıma gönderilen ses oynatıcısı var. Bu durumda ifade yanlış ses oynatıcısı sayısı daha fazla” ifadesi ile sözlü olarak açıklayabilmiştir.

Mert iletişim düzeyi düzey-2 olan Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili ikinci soruyu doğru cevaplandırmıştır. Katılımcıya problem durumundan ne anladığı sorulduğunda “Burada Gotemba şehri ile Fuji Dağı arasındaki yürüyüş yolunun 9 km olduğunu söylüyor. Yani gidiş geliş 18 km. Tırmanırken saatte 1,5 km hızla dönüşte de ikiye katlıyor hızını. Burada da saat sekizde dönmüş olmaları gerekiyor yürüyüşçülerin. Buna göre en geç kaçta yola çıkarlar diye soruyor” diye ifade etmiştir. Problem metninde geçen “hızını ikiye katlamak” ifadesinden ne anladığı sorgulandığında “hızını ikiye katlamaktan bahsederken mesela örnek vereyim 10 km hızla yürürken bir buçuk saatte gidiyorsa 20 km hızla yürürken daha da kısalır. 45 dakikaya iner mesela. Burada da ondan bahsediyor” diye açıklamıştır. Mert’in bu açıklamasına bakıldığında problem

metninde verilen ifadeyi başka bir örnekle ilişkilendirerek matematiksel anlamını ortaya koyabildiği görülmüştür. Mert'in Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili ikinci soruya yönelik çözümü Şekil 4.58'de sunulmuştur.

Şekil 4.58

Mert'in Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Tahmini yürüyüş hızı göz önünde bulundurduğunda, Tolga akşam saat 8'de dönmek için yürüyüşe en geç kaçta başlayabilir?

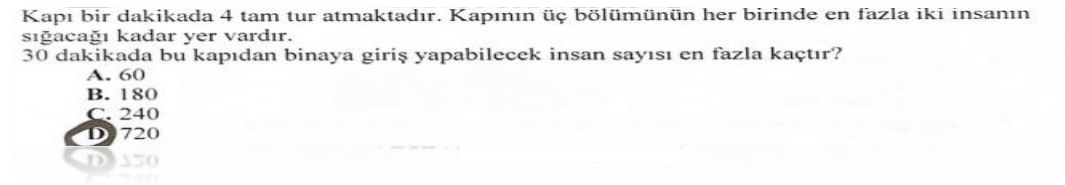
Sabah saat 11

Mert'in Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili ikinci soruya yönelik Şekil 4.58'de sunulan çözümü incelendiğinde, matematiksel hesaplamalarını zihinden yaptığı anlaşılmaktadır. Mert'in çözümü nasıl yaptığı sorgulandığında “Tolga tırmanırken yani 1,5 km gitmiş saatte. Bu da 9 km'de 6 saat yapıyor. Dönüşte 2 katına çıktığı için saatte 3 km hızla gidiyor. Burada 9'u 3'e böldüğümüzde 3 ediyor. Toplamı 9 saat ediyor. Yani 8.00'de geri dönmesi gerekiyorsa en geç saat sabah 11.00'de yola çıkmalı ki 9 saatte gidip gelebilsin” şeklinde açıklamıştır. Mert'in sözlü açıklamalarına bakıldığında problem metninde geçen “bu hızlarda yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmayacaktır” ifadesinin anlamına ilişkin bir yorum yapmadığı görülmüştür. Ancak katılımcının hesaplamalarını bu bilgiyi varsayarak yaptığı anlaşılmaktadır. Mert'in çözümünü ilişkin sözlü açıklamaları dikkate alındığında çözümü matematiksel dilde yazıya aktarmasa da sözlü olarak gerekçe sunabildiği belirlenmiştir.

Mert iletişim düzeyi düzey-2 olan Döner Kapı ile ilgili üçüncü soruyu doğru cevaplandırmıştır. Katılımcının problem durumunu nasıl yorumladığı sorulduğunda “Kapıda bir dakikada 4 tam tur attığından bahsetmiş. Yani her bir bölme 4 kere bir dakikada geçiyor. Her bölmede en fazla iki insan varmış. 30 dakikada en fazla kaç insan geçer diyor” şeklinde ifade etmiştir. Mert'in Döner Kapı ile ilgili üçüncü soruya yönelik çözümü Şekil 4.59'da sunulmuştur.

Şekil 4.59

Mert'in Döner Kapı ile ilgili Üçüncü Soru Maddesine Yönelik Çözümü

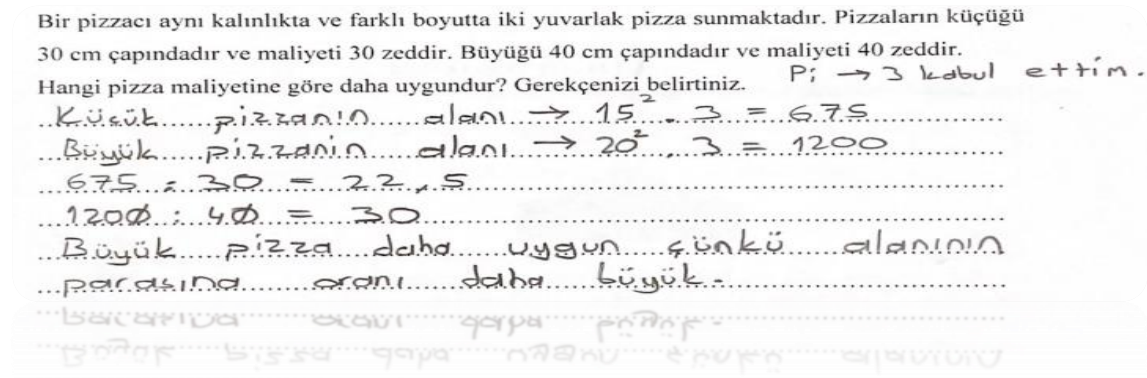


Mert'in Döner Kapı ile ilgili üçüncü soru maddesine ilişkin Şekil 4.59'da sunulan çözümü incelendiğinde, doğrudan şıklardan birini işaretlediği ve yazılı olarak herhangi bir matematiksel işlem yapmadığı görülmüştür. Mert'in problem çözme süreci sorgulandığında *"Her bölme dakikada 4 kere geçiyor. Kapının her bir bölümünde en fazla iki insan var ve üç bölüm var. Yani bir dakikada toplam 12 bölüm var gibi düşünüyoruz. Her bölümde iki insan olduğu için yani 1 dakikada toplam 24 insan taşıyabiliyor. 30 dakika demiş. 24 ile de 30'u çarptım 720 buldum"* şeklinde açıklamıştır. Mert'in sunulan problemi matematiksel dilde yazıya aktarmadan zihinden işlemler yaparak çözdüğü belirlenmiştir. Katılımcının sözlü açıklamaları dikkate alındığında, problem metninde sunulan ifadelerin matematiksel anlamlarını ortaya koyabildiği, bilgiler arasında ilişkilendirme yapabildiği ve elde ettiği sonucu destekleyen gerekçeler sunabildiği görülmüştür.

Mert matematiksel iletişim düzeyi düzey-3 olan Pizzalar sorusunu doğru cevaplandırmıştır. Problem durumundan ne anladığı sorgulandığında *"İki pizzanın çapını ve maliyetini vermiş. Maliyetine göre uygun olan pizzayı soruyor"* şeklinde açıklamıştır. Araştırmacı tarafından *"maliyetine göre daha uygun"* ifadesinden ne anladığı sorulduğunda ise *"Maliyetine göre daha uygundan kastı şey yani mesela daha çok yiyorsun ama daha az ödüyorsun ya da aynı yiyorsun ama daha az ödüyorsun"* şeklinde ifade etmiştir. Mert'in açıklamalarına bakıldığında, problem metninde sunulan ifadelerin matematiksel anlamlarını ortaya çıkarabildiği ve aralarındaki ilişkiyi ifade edebildiği anlaşılmıştır. Mert'in Pizzalar sorusuna ilişkin çözümü Şekil 4.60'ta sunulmuştur.

Şekil 4.60

Mert'in Pizzalar Sorusuna Yönelik Çözümü



Mert'in Pizzalar sorusuna ilişkin Şekil 4.60'ta sunulan çözümü incelendiğinde, matematiksel hesaplamalarını aşamalı bir şekilde yazıya aktardığı görülmüştür. Çözümünde maliyetine göre daha uygun olan pizzayı belirlemek için problem metninde sunulan çap uzunluğu bilgisini kullanarak pizzaların alanları ve maliyetleri arasında ilişkilendirme yapabilmıştır. Mert'in çözümünü nasıl yaptığı sorgulandığında “Alanını hesapladım önce. Alanı maliyete böldüğümde alan başı kaç maliyet olur gibi düşündüm. O yüzden önce küçük pizzanın alanını hesapladım 675 santimetrekare. Büyük pizzanın da alanı 1200 santimetrekare. Küçüğün 30 zed maliyeti büyüğün de 40 zed. Bunları böldüğümde küçüğün 1 zed başına 22,5 santimetrekare büyüğün de 1 zed başına 30 santimetrekare. O yüzden büyük pizzanın daha kârlı olduğunu düşündüm” şeklinde açıklamıştır. Mert'in sözlü açıklamasına bakıldığında, çözüm sürecine ilişkin fikirlerini açıklayabildiği ve elde ettiği sonucun anlamlılığına ilişkin gerekçe sunabildiği belirlenmiştir. . Ancak problem metninde geçen “aynı kalınlıkta farklı boyutta iki pizza” ifadesinin anlamına yönelik herhangi bir yorum yapmadığı görülmüştür. Diğer yandan, Mert'in diğer problemlerde yazılı çözüm sunmadan zihinden işlemler yapma eğilimi gösterdiği halde Pizzalar probleminde yazılı çözüm sunabildiği dikkat çekmiştir. Bu durum katılımcının soru güçlük düzeyi arttıkça zihinden işlemler yerine yazılı olarak da işlemler sunabildiğini göstermiştir.

Mert iletişim düzeyi düzey-3 olan Döner Kapı ile ilgili ikinci soru maddesini doğru cevaplandırmıştır. Problem durumundan ne anladığı sorgulandığında “Hava akımının olmaması için gerekli en fazla yay uzunluğu ne kadar olur diye sorulmuş”

şeklinde açıklamıştır. Katılımcıya giriş ve çıkışlarda hava akımının oluşmaması için gerekli şartların neler olduğu sorulduğunda “Yani kapı dönerken açık olan kısımda (noktalı yerler) boşluk kalmaması gerekiyor” diye ifade etmiştir. Mert’in problem metninin uzun olmasından dolayı problem metninde detaylı olarak açıklanan hava akımının oluşması durumunun detaylarından bahsetmeden problemi kısaca özetlediği anlaşılmaktadır. Mert’in Döner Kapı ile ilgili ikinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.61’de sunulmuştur.

Şekil 4.61

Mert’in Döner Kapı ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü

Soru 2:
İki kapı arasındaki açıklıklar (yandaki şekilde noktalı yay ile gösterilen şekiller) aynı boyuttadır. Eğer bu açıklıklar çok geniş olursa, döner kanatlar yeteri kadar kapanmaz ve bu durumda giriş ve çıkış arasında hava akımı oluşabilir, bu da istenmeyen ısı kaybı veya ısı girişine neden olabilir. Bu durum, yandaki şekilde gösterilmektedir.
Giriş ve çıkış arasında hava akımının oluşmaması için her bir kapı açıklığının sahip olabileceği en fazla yay uzunluğu kaç santimetre’dir (cm)?
En fazla yay uzunluğu:1.0.0.... cm

Pi = 3 kabul ettin.
Bu konumdaki olası hava akımı.

120° 120° 60° 60°

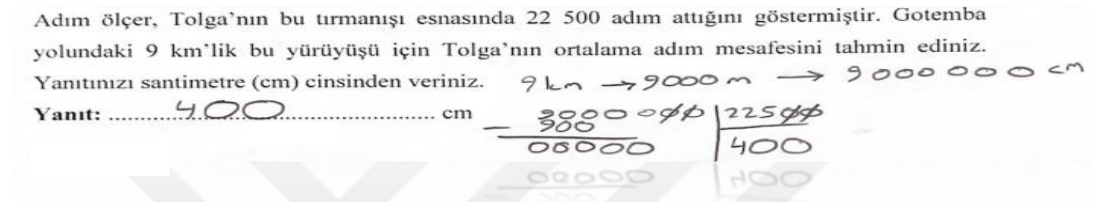
$\frac{100}{600} \times 600 = 100$
Çevre
 $\frac{100}{600} \times 600 = 100$
cm

Mert’in Döner Kapı ile ilgili ikinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.61’de sunulan çözümü incelendiğinde, aşamalı bir şekilde çözüm yaptığı görülmektedir. Katılımcıya problemi nasıl çözdüğü sorulduğunda “Burada kapılardaki derecelere baktım. Kapı dönerken açık olan kısımda boşluk kalmaması için kapalı yerler 120° açık yerleri 60° buldum. 60° 360’ta 1/6 değere sahip. O yüzden oranın uzunluğunu bulmak için dairenin çevresini bulmam gerekiyordu. Bir önceki soruda verdiği gibi çapı 200 santim yarıçapı 100 santim. Pi’yi 3 kabul edersek çevresi 600 santim. 60 derece 1/6 olduğu için 100 santim olarak buldum” ifadesiyle açıklamıştır. Mert’in yazılı çözümü ve sözlü açıklamaları dikkate alındığında problemde sunulan görsel ile problem metni arasında ilişkilendirme yapabildiği, bu ilişkilendirmeyi dikkate alarak çözümü formüle ettiği ve aşamalı bir şekilde yazıya aktardığı görülmüştür.

Mert iletişim düzeyi düzey-1 olan Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili üçüncü soruyu yanlış cevaplandırmıştır. Problem metninde geçen “ortalama adım mesafesi” ifadesinden ne anladığı sorgulandığında “Bir adımı 120 cm bir adımı 110 cm’dir ama bunların ortalaması 115’tir onun gibi düşünüyorum” diye açıklamıştır. Mert’in Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili üçüncü soruya yönelik çözümü Şekil 4.62’de sunulmuştur.

Şekil 4.62

Mert’in Fuji Dağı Tırmanışı ile İlgili Üçüncü Soru Maddesine Yönelik Çözümü



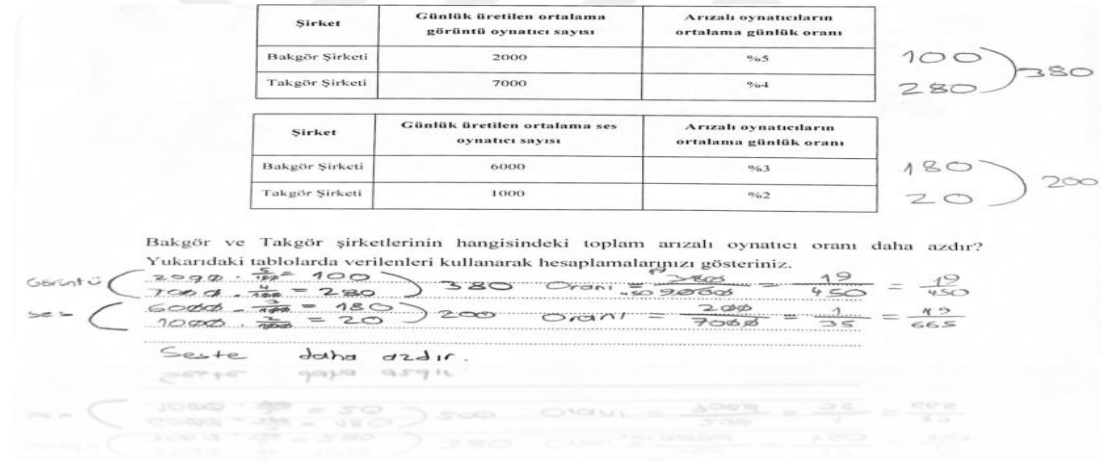
Mert'in Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili üçüncü soru maddesine ilişkin Şekil 4.62’de verilen çözümü incelendiğinde, çözümünü aşamalı bir şekilde ortaya koyduğu görülmüştür. Problemi nasıl çözdüğü sorulduğunda “Burada 9 kilometrelik yol demiş. Cevabı santim cinsinden istemiş. Aaa! (bu esnada uzunluk birimleri arası dönüşümü hatalı yaptığını fark ediyor, yaptığı çözüme göre açıklamaya devam ediyor) 9 kilometre 900000 santimetre. Onu da adım sayısına böldüğümüzde ortalama adım uzunluğunu buluyoruz” şeklinde ifade etmiştir. Mert’in elde ettiği 400 cm sonucu gerçek hayat ile ilişkilendirildiğinde bir insanın adım mesafesine uygun değildir. Buna göre katılımcının çözümünde elde ettiği sonuca yönelik muhakeme etme becerisini eyleme dökemediği anlaşılmıştır. Mert’in yazılı çözümü ve sözlü açıklamaları dikkate alındığında, problem durumunu doğru yorumladığı, problem metnindeki ifadelerin matematiksel anlamalarını ortaya çıkardığı, elde ettiği sonucu gerekçelendirebildiği halde uzunluk birimleri arası dönüşümde hata yapması ve elde ettiği sonucu değerlendirmemesinin problemi yanlış çözmesine neden olduğu anlaşılmaktadır.

Mert Arızalı Oynatıcılar ile ilgili ikinci soru maddesini yanlış cevaplandırmıştır. Katılımcıya problemde sunulan tabloyu nasıl yorumladığı sorulduğunda “Burada Bakgör şirketi ve Takgör şirketinin günlük üretilen ortalama görüntü ve ses oynatıcısını

ve arızalı oranlarını yazmış. Hangi oynatıcı türünde arızalı oranı daha azdır diyor” şeklinde açıklamıştır. Bu açıklamaya bakıldığında, Mert’in tabloda her iki şirkete ait günlük üretilen ortalama görüntü/ses oynatıcılarının sayı değeri olarak arızalı olan oynatıcıların ise oran değeri olarak sunulduğunun farkında olduğu görülmüştür. Ancak Mert’in problem durumunu yanlış yorumladığı anlaşılmıştır. Problem durumunda hangi şirkete ait arızalı oynatıcı oranının daha az olduğu istenildiği halde Mert, problem durumunu hangi oynatıcı türünde arızalı oynatıcı oranı daha az olduğu şeklinde yorumladığı belirlenmiştir. Mert’in Arızalı Oynatıcılar ile ilgili ikinci soru maddesine yönelik çözümü Şekil 4.63’te sunulmuştur.

Şekil 4.63

Mert’in Arızalı Oynatıcılar ile İlgili İkinci Soru Maddesine Yönelik Çözümü



Mert’in Arızalı Oynatıcılar ile ilgili ikinci soru maddesine ilişkin Şekil 4.63’te sunulan çözümü incelendiğinde, hesaplamalarını aşamalı bir şekilde yaptığı görülmüştür. Katılımcının çözümü nasıl yaptığı sorgulandığında “Burada arızalı olanları hesapladım. Görüntüde 380 tane arızalı çıkıyor günlük, seste ise 200 tane. Bunun toplama oranladığımızda görüntüde 19/450, seste ise 19/665. 19/665 19/450’de daha küçük bir sayı olduğu için oran daha az oluyor o yüzden sesteki oran daha az” diye ifade etmiştir. Mert’in bu açıklamasına bakıldığında problem durumunda istenilen “arızalı oynatıcı oranı” ifadesini dikkate aldığı ancak oran bağıntısını çözümde

istenenden farklı bilgiler arasında kurduğu anlaşılmaktadır. Bu yorumlama katılımcının soruyu yanlış çözmesine neden olmuştur.

Matematiksel iletişim düzeyi Ağırlıklı-3 düzeyi olan Seda ve Mert takma isimli öğrenciler genel olarak değerlendirildiğinde, bu öğrencilerin problem metninde verilen bilgileri tanıma, aralarındaki bağlantıları anlama, dışsal bilgileri kullanma, kısa açıklama yapabilme, metindeki bilgiler arasında ilişkilendirme yapılacak öğeleri tanıma ve seçme gibi alanlarda daha başarılı oldukları belirlenmiştir. Ayrıca mantıksal olarak karmaşık ilişki içeren öğeleri tanıma, bunlar arasındaki bağlantıyı anlama ve çözüme yönelik birden fazla öge arasındaki kurulan bağlantıyı gerekçelendirme noktasında genelde öne çıktıkları görülmüştür.

4.2.3. Matematikte özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin matematiksel iletişim yeterliklerine ilişkin bulguların karşılaştırmalı incelenmesi

Özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin matematiksel iletişim yeterliklerine ilişkin bulgular karşılaştırmalı olarak incelendiğinde, Ağırlıklı-2 düzeyindeki öğrencilerin, iletişim yeterliği düzey-1 olan problem durumlarında genel olarak problemde verilen bilgileri anlayabildikleri ve sunulan bilgiler arasında bağlantı kurabildikleri belirlenmiştir. Bu öğrenciler düzey-1 olan problem durumlarını çözerken, problem metninde açıkça ifade edilmeyen ancak çözüm sürecinde başvurulması gereken birtakım dışsal bilgileri kullanabilmiş ve çözümlerine ilişkin kısa açıklamalar sunabilmişlerdir. Ağırlıklı-2 düzeyi öğrencilerinin yazılı çözümleri ele alındığında, özel yetenekli öğrencilerin özel yetenekli olmayan öğrencilere göre çoğunlukla daha kapsamlı ve çözüm aşamalarını ayrıntılarıyla içeren çözümler sundukları görülmüştür.

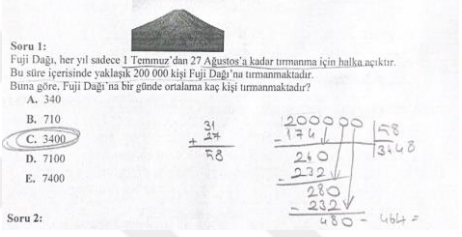
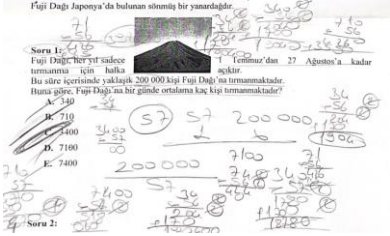
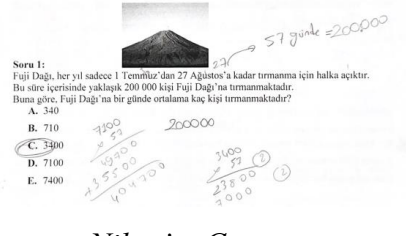
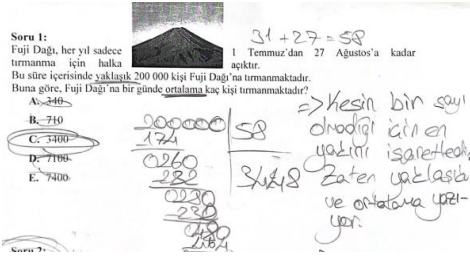
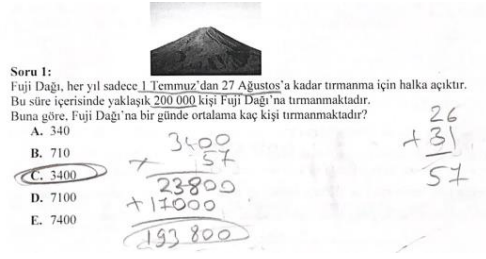
Diğer yandan Ağırlıklı-2 düzeyindeki özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin iletişim yeterliği düzey-2 olarak belirlenen problem durumlarına yönelik çözümleri incelendiğinde, genelde problem metnindeki bilgiler arasında ilişkilendirme yapacakları öğeleri tanıyabildikleri ve seçebildikleri tespit edilmiştir. Aynı zamanda, bu öğrencilerin yazılı çözümlerine ve elde ettikleri sonucun anlamlılığına ilişkin sözlü olarak gerekçelendirme yapabildikleri görülmüştür. Ağırlıklı-2 düzeyi öğrencilerinin düzey-3 olarak belirlenen problem durumlarında ise genel olarak mantıksal bağlamda karmaşık ilişki içeren öğeleri ve bu öğeler arasındaki bağlantıları tanımada güçlük yaşadıkları belirlenmiştir. Katılımcıların problem durumuna yönelik çözümlerinde

mevcut bilgilerini kullanmaya eğilim gösterdikleri ve rastlantısal işlemler yaptıkları dikkat çekmiştir.

İletişim yeterliği Ağırlıklı-2 düzeyi olarak belirlenen özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin düzey-1 sorularından Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesine ilişkin çözümleri Tablo 4.1’de birlikte sunulmuştur.

Tablo 4.1

Ağırlıklı-2 Düzeyi Öğrencilerinin Fuji Dağı Tırmanışı Birinci Soru Maddesine İlişkin Çözümleri

Özel Yetenekli Olmayan Öğrenciler	Özel Yetenekli Öğrenciler
 <i>Akın'ın Çözümü</i>	 <i>Alper'in Çözümü</i>
 <i>Azra'nın çözümü</i>	 <i>Nihat'ın Çözümü</i>
 <i>Miray'ın Çözümü</i>	 <i>Fidan'ın Çözümü</i>

Özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan Ağırlıklı-2 düzeyi öğrencilerinin Tablo 4.1’de sunulan çözümleri karşılaştırmalı olarak incelendiğinde, özel yetenekli öğrencilerin daha aşamalı ve kapsamlı çözümler sundukları; özel yetenekli olmayan öğrencilerin ise daha karışık hesaplamalar içeren çözümler sundukları dikkat çekmiştir. Ağırlıklı-2 düzeyi özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin tamamının toplam gün sayısını hesaplamak için gerekli dışsal bilgiye sahip oldukları anlaşılmıştır. Bununla birlikte, özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan birer öğrencinin (Alper ve Miray) çözüm stratejisinin aynı olduğu (200000:58) görülmüştür. Bu öğrenciler dışındaki öğrencilerin ise problem durumuna yönelik sonucu elde etmek için benzer bir şekilde şıklardan yardım aldıkları belirlenmiştir. Şıklar yardımıyla sonucu bulmaya çalışan öğrencilerden özel yetenekli olmayan öğrencilerin daha karmaşık ve daha fazla deneme yaptıkları; özel yetenekli öğrencilerin ise daha az işlemle deneme yaparak sonucu elde ettikleri belirlenmiştir. Bu durum, özel yetenekli öğrencilerin akıl yürütme becerisini daha etkin kullanmalarının matematiksel iletişim eylemlerine olumlu yönde yansıttıklarını göstermiştir. Özel yetenekli olmayan öğrencilerden birinin problem durumunda sunulan gün sayısını hesaplamak için günleri tek tek yazma yoluna gitmesi bu öğrencinin problem metnindeki ifadelerle yeterince dikkat etmediğini göstermiştir. Özel yetenekli öğrencilerin çözümlerinde buna benzer bir çözüm yaklaşımına rastlanmamıştır. Fuji Dağı Tırmanışı birinci soru maddesine ilişkin özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin benzer olarak problem metnindeki ifadelerin matematiksel anlamlarını ortaya koyabildikleri ve elde ettikleri sonuca ilişkin gerekçe sunabildikleri belirlenmiştir.

Ağırlıklı-2 düzeyi öğrencilerinin iletişim yeterliği düzey-2 olarak belirlenen Arızalı Oynatıcılar ile ilgili ikinci soru maddesine ilişkin çözümleri Tablo 4.2’de sunulmuştur.

Tablo 4.2

Ağırlıklı-2 Düzeyi Öğrencilerinin Arızalı Oynatıcılar Problemi İkinci Soru Maddesine İlişkin Çözümleri

Özel Yetenekli Olmayan Öğrenciler

Özel Yetenekli Öğrenciler

Çözüm

Şirket	Günlük iletilem ortalama görüntü oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Bakır Şirketi	2000	%3
Takır Şirketi	7000	%4

Şirket	Günlük iletilem ortalama ses oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Bakır Şirketi	6000	%3
Takır Şirketi	1000	%2

Bakır ve Takır şirketlerinin hangisindeki toplam arızalı oynatıcı oranı daha azdır?
Yukarıdaki tablolarda verileri kullanarak hesaplamalarınızı gösteriniz.

$2000 \cdot \frac{3}{100} = 60$ $7000 \cdot \frac{4}{100} = 280$ $60 + 280 = 340$
 $6000 \cdot \frac{3}{100} = 180$ $1000 \cdot \frac{2}{100} = 20$ $180 + 20 = 200$
Bakır = 340'de 300 arızalı
Takır = 200'de 200 arızalı
Takır'da daha az

Miray'ın Çözümü

Şirket	Günlük iletilem ortalama görüntü oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Bakır Şirketi	2000	%3
Takır Şirketi	7000	%4

Şirket	Günlük iletilem ortalama ses oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Bakır Şirketi	6000	%3
Takır Şirketi	1000	%2

Bakır ve Takır şirketlerinin hangisindeki toplam arızalı oynatıcı oranı daha azdır?
Yukarıdaki tablolarda verileri kullanarak hesaplamalarınızı gösteriniz.

$2000 \cdot \frac{3}{100} = 60$ $7000 \cdot \frac{4}{100} = 280$ $60 + 280 = 340$
 $6000 \cdot \frac{3}{100} = 180$ $1000 \cdot \frac{2}{100} = 20$ $180 + 20 = 200$
Bakır = 340'de 300 arızalı
Takır = 200'de 200 arızalı
Takır'da daha az

Akın'ın Çözümü

Şirket	Günlük iletilem ortalama görüntü oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Bakır Şirketi	2000	%3
Takır Şirketi	7000	%4

Şirket	Günlük iletilem ortalama ses oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Bakır Şirketi	6000	%3
Takır Şirketi	1000	%2

Bakır ve Takır şirketlerinin hangisindeki toplam arızalı oynatıcı oranı daha azdır?
Yukarıdaki tablolarda verileri kullanarak hesaplamalarınızı gösteriniz.

$2000 \cdot \frac{3}{100} = 60$ $7000 \cdot \frac{4}{100} = 280$ $60 + 280 = 340$
 $6000 \cdot \frac{3}{100} = 180$ $1000 \cdot \frac{2}{100} = 20$ $180 + 20 = 200$
Bakır = 340'de 300 arızalı
Takır = 200'de 200 arızalı
Takır'da daha az

Azra'nın Çözümü

Şirket	Günlük iletilem ortalama görüntü oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Bakır Şirketi	2000	%3
Takır Şirketi	7000	%4

Şirket	Günlük iletilem ortalama ses oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Bakır Şirketi	6000	%3
Takır Şirketi	1000	%2

Bakır ve Takır şirketlerinin hangisindeki toplam arızalı oynatıcı oranı daha azdır?
Yukarıdaki tablolarda verileri kullanarak hesaplamalarınızı gösteriniz.

$2000 \cdot \frac{3}{100} = 60$ $7000 \cdot \frac{4}{100} = 280$ $60 + 280 = 340$
 $6000 \cdot \frac{3}{100} = 180$ $1000 \cdot \frac{2}{100} = 20$ $180 + 20 = 200$
Bakır = 340'de 300 arızalı
Takır = 200'de 200 arızalı
Takır'da daha az

Nihat'ın Çözümü

Bakır

Şirket	Günlük iletilem ortalama görüntü oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Bakır Şirketi	2000	%3
Takır Şirketi	7000	%4

$2000 \cdot \frac{3}{100} = 60$ $7000 \cdot \frac{4}{100} = 280$ $60 + 280 = 340$

Takır

Şirket	Günlük iletilem ortalama ses oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Bakır Şirketi	6000	%3
Takır Şirketi	1000	%2

$6000 \cdot \frac{3}{100} = 180$ $1000 \cdot \frac{2}{100} = 20$ $180 + 20 = 200$

Bakır ve Takır şirketlerinin hangisindeki toplam arızalı oynatıcı oranı daha azdır?
Yukarıdaki tablolarda verileri kullanarak hesaplamalarınızı gösteriniz.

Bakır'da toplam arızalı oynatıcı oranı daha azdır.

Fidan'ın Çözümü

Şirket	Günlük iletilem ortalama görüntü oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Bakır Şirketi	2000	%3
Takır Şirketi	7000	%4

Şirket	Günlük iletilem ortalama ses oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Bakır Şirketi	6000	%3
Takır Şirketi	1000	%2

Bakır ve Takır şirketlerinin hangisindeki toplam arızalı oynatıcı oranı daha azdır?
Yukarıdaki tablolarda verileri kullanarak hesaplamalarınızı gösteriniz.

Bakır'da toplam arızalı oynatıcı oranı daha azdır.

Alper'in Çözümü

Ağırlıklı-2 düzeyi özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin düzey-2 sorularından Arızalı Oynatıcılar ile ilgili ikinci soru maddesine ilişkin Tablo 4.2'de sunulan yazılı çözümleri incelendiğinde, tüm öğrencilerin yüzde hesaplamalarını doğru bir şekilde yapabildiği görülmüştür. Öğrencilerin çözüm sürecine ilişkin bu işlem basamağını gerçekleştirmeleri benzer olarak tabloda sunulan bilgilerin sayı değeri ve oran değeri olarak verildiklerinin farkında olduklarını göstermiştir. Özel yetenekli

olmayan öğrencilerin çözüm aşamasında yüzde hesaplamalarını işleme dökerek gerçekleştirdiği; özel yetenekli öğrencilerin ise zihinden hesaplamalar yapma eğiliminde oldukları dikkat çekmiştir. Problem durumunda sonucun oranların kıyaslanması şeklinde istenmesine rağmen Fidan takma isimli özel yetenekli öğrenci ve Miray takma isimli özel yetenekli olmayan öğrenci dışında Ağırlıklı-2 düzeyi öğrencilerinin bu ifadeye odaklanarak problemin amacını doğru bir şekilde ortaya koyamadıkları anlaşılmaktadır. Problem durumunda sonucun nasıl istendiğine dikkat eden özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan söz konusu iki öğrenci karşılaştırıldığında, Fidan'ın sonucunu matematiksel sembol kullanarak ifade etmesi iletişimsel anlamda çözümünü matematiksel dilde ortaya koymakta daha başarılı olduğunu göstermiştir. Diğer yandan, sonucu problem durumuna uygun gösteren özel yetenekli olmayan öğrencinin çözüm aşamasında bilgiler arasında hatalı bağlantı kurduğu için yanlış sonuç sunduğu dikkat çekmiştir. Ağırlıklı-2 düzeyi öğrencilerinin görüşme süreçlerindeki sözlü açıklamaları dikkate alındığında, özel yetenekli öğrencilerin elde ettikleri sonucun anlamlılığına ilişkin gerekçe sunmakta daha başarılı oldukları belirlenmiştir.

Son olarak Ağırlıklı-2 düzeyi öğrencilerinin, düzey-3 sorularından Döner Kapı problemi ikinci soru maddesine ve Pizzalar sorusunda, problem metnindeki ifadelerin matematiksel anlamlarını ortaya çıkarmakta ve sunulan ifadeler arasında bağlantı kurmakta benzer güçlükleri yaşadıkları belirlenmiştir. Yine, bu öğrencilerin benzer olarak mevcut bilgilerini kullandığı rastlantısal işlemler yaparak problemi çözme eğiliminde oldukları görülmüştür.

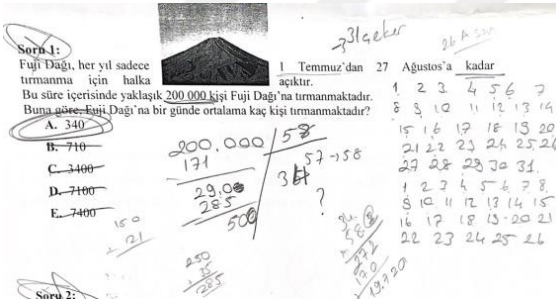
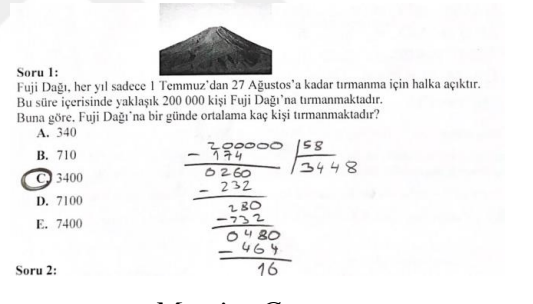
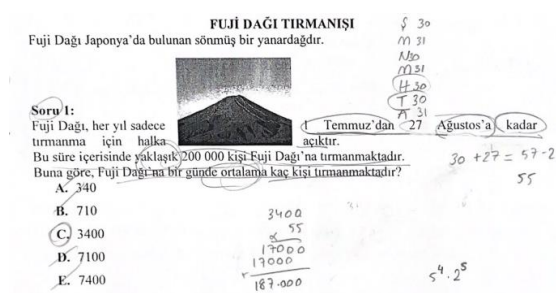
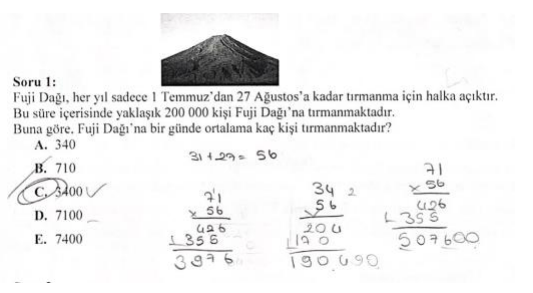
Özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan Ağırlıklı-3 düzeyi öğrencilerinin matematiksel iletişim yeterliklerine ilişkin bulgular karşılaştırmalı olarak ele alındığında, düzey-1 problem durumlarında çoğunlukla metinde sunulan bilgileri tanıyabildikleri ve sunulan bilgiler arasında bağlantı kurabildikleri belirlenmiştir. Bu öğrencilerin genelde problem metninde açıkça ifade edilmeyen ancak çözüm sürecinde başvurulması gereken birtakım dışsal bilgileri kullanabildiği ve çözüm süreçlerine ilişkin sözlü açıklamalar yapabildiği görülmüştür. Düzey-2 olarak belirlenen problem durumlarına gelindiğinde, bu öğrencilerin metindeki bilgiler arasında bağlantı kurulacak öğeleri tanıyabildikleri ve seçebildikleri tespit edilmiştir. Katılımcıların düzey-2 problem durumlarına ilişkin çözümlerinde genel anlamda matematiksel fikirlerini ortaya koyabildikleri ve çözümlerine ilişkin gerekçe sunabildikleri belirlenmiştir. Düzey-3 olarak belirlenen problem durumlarına ilişkin bulgular ele alındığında ise katılımcıların

mantıksal olarak karmaşık ilişki içeren ögeleri tanımakta ve ögeler arası bağlantıları anlamakta birtakım güçlükler yaşadıkları görülmüştür. Bu noktada, özel yetenekli öğrencilerin ögeler arası kurulan bağlantıları gerekçelendirmede özel yetenekli olmayan öğrencilere kıyasla daha başarılı oldukları tespit edilmiştir. Ağırlıklı-3 düzeyi öğrencilerinin yazılı çözümleri genel olarak ele alındığında ise özel yetenekli öğrencilerin zihinden işlem yapmaya daha meyilli oldukları görülmüştür.

Ağırlıklı-3 düzeyi özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin düzey-1 sorularından Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesine ilişkin çözümleri Tablo 4.3'te sunulmuştur.

Tablo 4.3

Ağırlıklı-3 Düzeyi Öğrencilerinin Fuji Dağı Tırmanışı Problemi Birinci Soru Maddesine İlişkin Çözümleri

Özel Yetenekli Olmayan Öğrenciler	Özel Yetenekli Öğrenciler
 Soru 1: Fuji Dağı, her yıl sadece 1 Temmuz'dan 27 Ağustos'a kadar tırmanma için halka açıktır. Bu süre içerisinde yaklaşık 200 000 kişi Fuji Dağı'na tırmanmaktadır. Buna göre, Fuji Dağı'na bir günde ortalama kaç kişi tırmanmaktadır? A. 340 B. 710 C. 3400 D. 7100 E. 7400 Soru 2: <i>Eylül'ün Çözümü</i>	 Soru 1: Fuji Dağı, her yıl sadece 1 Temmuz'dan 27 Ağustos'a kadar tırmanma için halka açıktır. Bu süre içerisinde yaklaşık 200 000 kişi Fuji Dağı'na tırmanmaktadır. Buna göre, Fuji Dağı'na bir günde ortalama kaç kişi tırmanmaktadır? A. 340 B. 710 C. 3400 D. 7100 E. 7400 Soru 2: <i>Mert'in Çözümü</i>
 FUJİ DAĞI TIRMANIŞI Fuji Dağı Japonya'da bulunan sönmüş bir yanardağdır. Soru 1: Fuji Dağı, her yıl sadece 1 Temmuz'dan 27 Ağustos'a kadar tırmanma için halka açıktır. Bu süre içerisinde yaklaşık 200 000 kişi Fuji Dağı'na tırmanmaktadır. Buna göre, Fuji Dağı'na bir günde ortalama kaç kişi tırmanmaktadır? A. 340 B. 710 C. 3400 D. 7100 E. 7400 <i>Leyla'nın Çözümü</i>	 Soru 1: Fuji Dağı, her yıl sadece 1 Temmuz'dan 27 Ağustos'a kadar tırmanma için halka açıktır. Bu süre içerisinde yaklaşık 200 000 kişi Fuji Dağı'na tırmanmaktadır. Buna göre, Fuji Dağı'na bir günde ortalama kaç kişi tırmanmaktadır? A. 340 B. 710 C. 3400 D. 7100 E. 7400 <i>Seda'nın Çözümü</i>

Ağırlıklı-3 düzeyi öğrencilerinin Fuji Dağı Tırmanışı ile ilgili birinci soru maddesine ilişkin Tablo 4.3'te sunulan yazılı çözümleri incelendiğinde, özel yetenekli öğrencilerin daha kapsamlı ve aşamalı çözüm sunduğu, özel yetenekli olmayan öğrencilerin ise daha karışık işlemler içeren çözüm sunduğu belirlenmiştir. Özel yetenekli olmayan öğrencilerden Eylül takma isimli öğrencinin gün sayısını hesaplamak için tek tek günleri yazma yoluna gitmesi problem metnindeki ifadeyi doğru bir şekilde anlamlandıramadığını göstermiştir. Özel yetenekli öğrencilerin tamamının ve özel yetenekli olmayan öğrencilerden Eylül'ün problem çözümü için gerekli olan dışsal bilgiye sahip olduğu ancak Leyla takma isimli özel yetenekli olmayan öğrencinin bu dışsal bilgiye sahip olmadığı görülmüştür. Leyla'nın bölme işlemini yaparken altı basamaklı bir sayıyı iki basamaklı bir sayıya böldüğünde elde ettiği sonuca ilişkin yanlış muhakeme yaptığı ve dolayısıyla hatalı sonuca ulaştığı belirlenmiştir. Ağırlıklı-3 düzeyi öğrencilerinin problem durumuna ilişkin sözlü açıklamaları incelendiğinde problem metnindeki “ortalama” ve “yaklaşık” ifadelerinin anlamının farkında oldukları ve bilgiler arasında ilişki kurabildikleri belirlenmiştir.

Ağırlıklı-3 düzeyi özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin düzey-2 sorularından Döner Kapı ile ilgili üçüncü soru maddesine ilişkin çözümleri Tablo 4.4'te sunulmuştur.

Tablo 4.4

Ağırlıklı-3 Düzeyi Öğrencilerinin Döner Kapı ile İlgili Üçüncü Soru Maddesine İlişkin Çözümleri

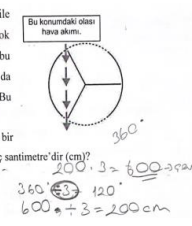
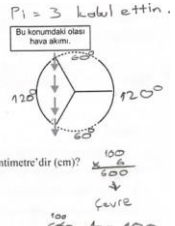
Özel yetenekli Olmayan Öğrenciler	Özel Yetenekli Öğrenciler
Soru 3: 30.4 = 120 tur olacak Kapı bir dakikada 4 tam tur atmaktadır. Kapının üç bölümünün her birinde en fazla iki insanın sığacağı kadar yer vardır. 30 dakikada bu kapıdan binaya giriş yapabilecek insan sayısı en fazla kaçtır? Her tur 6 kişi A. 60 B. 180 C. 240 D. 720 120.6 = 720 <i>Leyla'nın Çözümü</i>	Soru 3: Kapı bir dakikada 4 tam tur atmaktadır. Kapının üç bölümünün her birinde en fazla iki insanın sığacağı kadar yer vardır. 30 dakikada bu kapıdan binaya giriş yapabilecek insan sayısı en fazla kaçtır? A. 60 B. 180 C. 240 D. 720 30 dk = 120 tur 120 x 6 = 720 3.2 = 6 <i>Seda'nın Çözümü</i>
Soru 3: Kapı bir dakikada 4 tam tur atmaktadır. Kapının üç bölümünün her birinde en fazla iki insanın sığacağı kadar yer vardır. 30 dakikada bu kapıdan binaya giriş yapabilecek insan sayısı en fazla kaçtır? A. 60 B. 180 C. 240 D. 720 3 tur = 6 kişi 120 tur = 720 <i>Eylül'ün Çözümü</i>	Soru 3: Kapı bir dakikada 4 tam tur atmaktadır. Kapının üç bölümünün her birinde en fazla iki insanın sığacağı kadar yer vardır. 30 dakikada bu kapıdan binaya giriş yapabilecek insan sayısı en fazla kaçtır? A. 60 B. 180 C. 240 D. 720 <i>Mert'in Çözümü</i>

Ağırlıklı-3 düzeyi özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin Tablo 4.4'te sunulan Döner Kapı ile ilgili üçüncü soru maddesine ilişkin yazılı çözümleri incelendiğinde, tamamının benzer şekilde ve aşamalı çözümler sundukları belirlenmiştir. Ancak özel yetenekli öğrencilerden Mert takma isimli öğrencinin yazılı çözüm sunmadığı ve hesaplamalarını zihinden hesaplama yoluna gitmesi dikkat çekmiştir. Özel yetenekli olmayan öğrencilerden Eylül takma isimli öğrencinin problem metnindeki ifadelerin altını çizdiği fakat çözümünde bu ifadelerin anlamlarını ortaya çıkaramadığı belirlenmiştir. Problem metnindeki “*en fazla iki insan*” ifadesine odaklanmadığı ve çözümde “*3 tur=6 kişi*” şeklinde hatalı bir ilişkilendirme yaptığı görülmüştür. Ağırlıklı-3 düzeyi öğrencilerinden Eylül dışındaki öğrencilerin problem durumunu doğru yorumladığı ve elde ettikleri sonucun anlamlılığına ilişkin gerekçe sunabildikleri belirlenmiştir.

Ağırlıklı-3 düzeyi özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin düzey-3 sorularından Döner Kapı ile ilgili ikinci soru maddesine ilişkin çözümleri Tablo 4.5'te sunulmuştur.

Tablo 4.5

Ağırlıklı-3 Düzeyi Öğrencilerinin Döner Kapı ile İlgili İkinci Soru Maddesine İlişkin Çözümleri

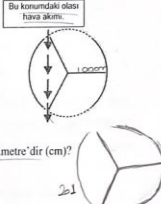
Özel Yetenekli Olmayan Öğrenciler	Özel Yetenekli Öğrenciler
İki kapı arasındaki açıklıklar (yandaki şekilde noktali yay ile gösterilen şekiller) aynı boyuttadır. Eğer bu açıklıklar çok geniş olursa, döner kanatlar yeteri kadar kapanmaz ve bu durumda giriş ve çıkış arasında hava akımı oluşabilir, bu da istenmeyen ısı kaybı veya ısı girişine neden olabilir. Bu durum, yandaki şekilde gösterilmektedir. Giriş ve çıkış arasında hava akımının oluşmaması için her bir kapı açıklığının sahip olabileceği en fazla yay uzunluğu kaç santimetre'dir (cm)? En fazla yay uzunluğu: <u>200</u> cm  <i>Leyla'nın Çözümü</i>	Soru 2: İki kapı arasındaki açıklıklar (yandaki şekilde noktali yay ile gösterilen şekiller) aynı boyuttadır. Eğer bu açıklıklar çok geniş olursa, döner kanatlar yeteri kadar kapanmaz ve bu durumda giriş ve çıkış arasında hava akımı oluşabilir, bu da istenmeyen ısı kaybı veya ısı girişine neden olabilir. Bu durum, yandaki şekilde gösterilmektedir. Giriş ve çıkış arasında hava akımının oluşmaması için her bir kapı açıklığının sahip olabileceği en fazla yay uzunluğu kaç santimetre'dir (cm)? En fazla yay uzunluğu: <u>100</u> cm  <i>Mert'in Çözümü</i>

İki kapı arasındaki açıklıklar (yandaki şekilde noktali yay ile gösterilen şekiller) aynı boyuttadır. Eğer bu açıklıklar çok geniş olursa, döner kanatlar yeteri kadar kapanmaz ve bu durumda giriş ve çıkış arasında hava akımı oluşabilir, bu da istenmeyen ısı kaybı veya ısı girişine neden olabilir. Bu durum, yandaki şekilde gösterilmektedir.

Giriş ve çıkış arasında hava akımının oluşmaması için her bir kapı açıklığının sahip olabileceği en fazla yay uzunluğu kaç santimetre'dir (cm)?

En fazla yay uzunluğu: cm

201
202
402



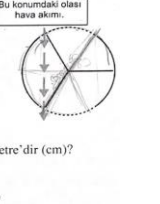
Eylül'ün Çözümü

İki kapı arasındaki açıklıklar (yandaki şekilde noktali yay ile gösterilen şekiller) aynı boyuttadır. Eğer bu açıklıklar çok geniş olursa, döner kanatlar yeteri kadar kapanmaz ve bu durumda giriş ve çıkış arasında hava akımı oluşabilir, bu da istenmeyen ısı kaybı veya ısı girişine neden olabilir. Bu durum, yandaki şekilde gösterilmektedir.

Giriş ve çıkış arasında hava akımının oluşmaması için her bir kapı açıklığının sahip olabileceği en fazla yay uzunluğu kaç santimetre'dir (cm)?

En fazla yay uzunluğu: cm

200,3 = 600 çevre 600 : 6 = 100



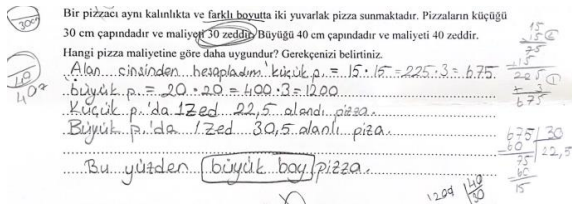
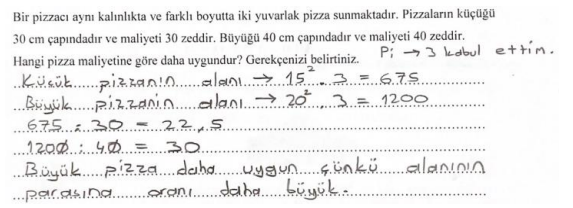
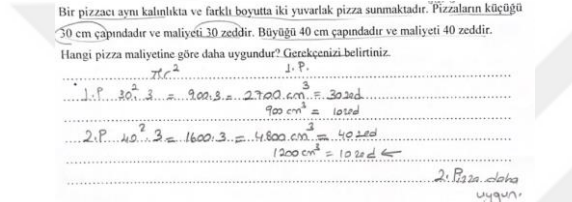
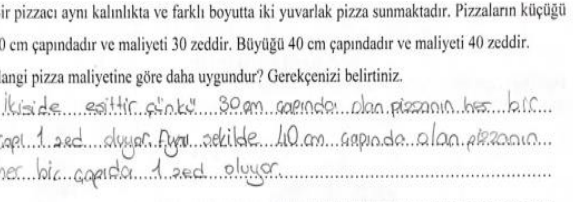
Seda'nın Çözümü

Ağırlıklı-3 düzeyi özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin Tablo 4.5'te sunulan Döner Kapı ile ilgili ikinci soru maddesine ilişkin yazılı çözümleri incelendiğinde, özel yetenekli öğrencilerin kapsamlı ve aşamalı bir şekilde çözümlerini sunduğu görülmüştür. Eylül takma isimli özel yetenekli olmayan öğrencinin herhangi bir çözüm sunmaksızın soruyu yanıtsız bıraktığı ancak problem metni üzerinde bazı işaretlemeler (ifadelerin altını çizme) yaptığı belirlenmiştir. Bu öğrenci sözlü açıklamalarında soruyu anlayamadığını açıkça belirtmiştir. Leyla takma isimli özel yetenekli olmayan öğrenci ise mevcut bilgilerini kullanma eğiliminde olduğu bir çözüm sunmuştur. Bu öğrencinin sözlü açıklamalarında elde ettiği sonucun anlamlılığına ilişkin gerekçe sunmakta zorluk yaşadığı belirlenmiştir. Özel yetenekli öğrencilerden Mert ve Seda takma isimli öğrenciler ise yazılı çözümlerini matematiksel dilde başarılı bir şekilde ortaya koyabilmişlerdir. Bu öğrencilerin sözlü açıklamaları incelendiğinde, Seda isimli öğrencinin çözümünü açıklamakta güçlük yaşadığı ve Mert isimli öğrencinin ise sözlü açıklama sunabildiği görülmüştür.

Ağırlıklı-3 düzeyi özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin düzey-3 sorularından Pizzalar sorusuna yönelik çözümleri Tablo 4.6'da sunulmuştur.

Tablo 4.6

Ağırlıklı-3 Düzeyi Öğrencilerinin Pizzalar Sorusuna İlişkin Çözümleri

Özel Yetenekli Olmayan Öğrenciler	Özel Yetenekli Öğrenciler
 <i>Leyla'nın Çözümü</i>	 <i>Mert'in Çözümü</i>
 <i>Eylül'ün Çözümü</i>	 <i>Seda'nın Çözümü</i>

Ağırlıklı-3 düzeyi özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin Pizzalar sorusuna ilişkin Tablo 4.6'da sunulan çözümleri incelendiğinde, Seda takma isimli özel yetenekli öğrenci dışındaki Ağırlıklı-3 düzeyi öğrencilerinin çözümlerini matematiksel dilde yazıya aktardıkları görülmüştür. Öğrencilerin yazılı çözümleri incelendiğinde, özel yetenekli öğrencilerden Seda takma isimli öğrencinin problem metnindeki ifadeleri yanlış yorumladığı ve işlemsiz bir yazılı çözüm sunduğu görülmüştür. Özel yetenekli olmayan öğrencilerden Leyla takma isimli öğrencinin ise sözlü açıklamasında problem durumuna uygun ilişkilendirmeyi yapabildiği ancak çözümde alan hesaplama formülünü uygulamada ve alan birimleri ile ilgili güçlük yaşadığı belirlenmiştir. Pizzalar sorusuna ilişkin yazılı çözümü doğru bir şekilde sunan Leyla takma isimli özel yetenekli olmayan ve Mert takma isimli özel yetenekli öğrencinin çözümleri karşılaştırıldığında, Mert'in çözümünü daha kapsamlı ve aşamalı bir şekilde sunduğu görülmüştür. Sözlü açıklamaları ele alındığında her iki öğrencinin de problem durumunda sunulan “*aynı kalınlıkta ve farklı boyutta*” ifadesini dikkate almadıkları belirlenmiştir. Ancak bu öğrencilerin problem durumundaki “*maliyetine göre daha*

uygun” ifadesini açıklayabildiği ve elde ettikleri sonucun anlamlılığına ilişkin gerekçelendirme yapabildikleri belirlenmiştir.



BEŞİNCİ BÖLÜM

5. Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu bölümde özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim yeterliklerinin incelenmesine yönelik elde edilen bulgulardan ulaşılan sonuçlara ve sonuçlardan yola çıkılarak sunulan önerilere yer verilmiştir.

5.1. Özel yetenekli olmayan öğrencilerin matematiksel iletişim yeterliklerine ilişkin sonuçlar

Araştırma kapsamında özel yetenekli olmayan ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerine Matematiksel İletişim Yeterliği Ölçme Aracı uygulanmasıyla öğrencilerin matematiksel iletişim yeterlik düzeyleri belirlenmiştir. Araştırma amacına uygun olarak iletişim düzeyleri Ağırlıklı-2 ve Ağırlıklı-3 düzeyi olarak belirlenen özel yetenekli olmayan öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmelerde katılımcıların matematiksel iletişim yeterliklerini işe koşma biçimlerine ilişkin sonuçlara ulaşılmıştır.

İletişim yeterliği düzeyi Ağırlıklı-2 olarak belirlenen özel yetenekli olmayan öğrencilerin, düzey-1 problemlerinde problem metninde verilen bilgileri tanıma, bilgiler arasında bağlantı kurma noktasında başarı gösterdikleri sonucuna ulaşılmıştır. Bu öğrenciler çoğunlukla düzey-1 problem durumlarını sözlü olarak ifade edebilmekte, çözüm için gerekli dışsal bilgiyi kullanabilmekte ve çözüme ilişkin gerekçe sunabilmektedirler. Özel yetenekli olmayan Ağırlıklı-2 düzeyi öğrencileri iletişim düzeyi-2 olarak belirlenen sorularda ise genelde metindeki bilgiler arasında bağlantı kuracakları öğeleri tanıyabilmekte, bağlantı kurulan birden fazla öğeyi anlamakta ve çözümlerine ilişkin kısa açıklamalar sunabilmektedirler. Bununla birlikte, özel yetenekli olmayan Ağırlıklı-2 düzeyi öğrencilerinin düzey-3 problem durumlarında, mantıksal olarak karmaşık ilişki içeren öğeleri tanımada, bağlantıları anlamlandırmada ve problem durumunu açıklamakta güçlük yaşadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bu öğrencilerin düzey-3 sorularını çözmek için mevcut bilgilerini kullanma yoluna giderek rastlantısal hesaplamalar yaptıkları görülmüştür.

İletişim yeterliği düzeyi Ağırlıklı-3 olarak belirlenen özel yetenekli olmayan öğrencilerin düzey-1 problemlerinde sunulan bilgileri kolaylıkla tanıyabildikleri ve

bilgiler arasında ilişki kurabildikleri sonucuna ulaşılmıştır. Katılımcıların problem durumuna uygun dışsal bilgiye sahip oldukları, kısa hesaplamalar yapabildikleri ve basit açıklamalar sunabildikleri görülmüştür. Bu öğrenciler düzey-2 problemlerinde problem metnindeki bilgiler arasında ilişki kurulacak öğeleri tanıyabilmekte ve seçebilmekte ve birden fazla ögeyi anlayabilmektedir. Problem durumuna ilişkin çözümlerini matematiksel dilde ortaya koyabilmekte ve çözüm sürecine ilişkin matematiksel fikirlerini açıklayabilmektedirler. Özel yetenekli olmayan Ağırlıklı-3 düzeyi öğrencilerinin iletişim yeterliği düzey-3 olan problemlerde ise mantıksal olarak karmaşık ilişki içeren öğeleri tanıyabildikleri ancak aralarındaki bağlantıları anlamakta ve bazı ifadelerin matematiksel anlamlarına odaklanmakta güçlük yaşadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bu öğrencilerin problem çözümüne ilişkin birden çok öge arasında kurulan ilişkilerin farkında oldukları ancak açıklamakta zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir.

5.2. Özel yetenekli öğrencilerin matematiksel iletişim yeterliklerine ilişkin sonuçlar

Özel yetenekli Ağırlıklı-2 düzeyi öğrencilerinin iletişim yeterliği düzey-1 olan problemlerde, problem metninde verilen bilgileri tanıyabildiği ve bilgiler arasında bağlantı kurabildiği sonucuna ulaşılmıştır. Bu öğrencilerin çözüm için gerekli dışsal bilgiye sahip olduğu, aşamalı ve kapsamlı bir şekilde hesaplamalar sunabildikleri görülmüştür. Bu öğrenciler aynı zamanda düzey-1 problemlerine ilişkin çözümlerini kısaca açıklayabilmişlerdir. Özel yetenekli ağırlıklı-2 düzeyi öğrencilerinin düzey-2 problemlerinde problem metnindeki bilgiler arasında bağlantı kurulacak öğeleri tanıyabildikleri, aralarında bağlantı kurulan birden fazla ögeyi anlayabildikleri sonucuna ulaşılmıştır. Bu öğrencilerin düzey-2 problemlerinde soruları doğru bir şekilde ifade edebildiği, çözümlerini matematiksel dilde ortaya koyabildiği görülmüştür. Katılımcıların düzey-3 problemlerine ilişkin performansları incelendiğinde ise problemlerde mantıksal olarak karmaşık ilişki içeren öğeleri tanımakta ve aralarındaki bağlantıları anlamakta güçlük yaşadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bu öğrencilerin çözüm için mevcut bilgilerini kullanma eğilimi gösterdikleri ve çözüme ilişkin açıklamalarında öğeler arası bağlantı kurmakta zorluk yaşadıkları belirlenmiştir.

Özel yetenekli Ağırlıklı-3 düzeyi öğrencilerinin iletişim yeterliği düzey-1 olan problemlerde problem metninde sunulan bilgileri tanıyabildiği ve bilgiler arasında ilişkilendirme yapabildikleri sonucuna ulaşılmıştır. Bu öğrencilerin çözüm için gerekli dışsal bilgiye sahip oldukları, kısa ve anlaşılır hesaplamalar yaparak çözüm yaptıkları görülmüştür. Aynı zamanda bu öğrenciler düzey-1 problemlerine ilişkin elde ettikleri

sonucun anlamlılığına uygun gerekçelendirme yapabilmışlardır. Ağırlıklı-3 düzeyi öğrencilerinin düzey-2 problemlerinde problem metninde sunulan bilgiler arasında bağlantı kurulacak ögeleri kolay bir şekilde tanıyabildiği ve aralarında bağlantı içeren birden fazla ögeyi anlayabildiği görülmüştür. Bu öğrencilerin düzey-2 problemlerinde soruları doğru bir şekilde ortaya koyabildiği, çözümü matematiksel dilde sunabildiği ve sonuca ilişkin sözlü açıklamalar yapabildiği görülmüştür. Özel yetenekli Ağırlıklı-3 düzeyi öğrencilerinin düzey-3 olan problemlerde mantıksal bağlamda karmaşık ilişki içeren ögeleri çoğunlukla tanıyabildiği ve bu ögeler arasındaki bağlantıları anlayabildiği sonucuna ulaşılmıştır. Bu öğrenciler düzey-3 problemlerinin çözümüne ilişkin birden çok öge arasında kurdukları ilişkileri çoğunlukla gerekçelendirebilmişlerdir.

5.3. Özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin matematiksel iletişim yeterliklerine ilişkin karşılaştırmalı sonuçlar ve tartışma

Matematikte özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin matematiksel iletişim yeterlikleri karşılaştırmalı olarak incelendiğinde, katılımcı öğrencilerin matematiksel iletişim eylemlerinde birtakım benzerlikler ve farklılıklar olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin matematiksel iletişim eylemleri alıcı bileşen bağlamında incelendiğinde, düzey-1 ve düzey-2 problemlerinde katılımcılar problem metnini okuma, anlama ve metinde sunulan bilgilere odaklanma noktasında benzer eylemler göstermişlerdir. Özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin problem metnini okurken benzer olarak problem metninde sunulan sözel veya sayısal ifadeler üzerinde işaretlemeler yaptıkları belirlenmiştir. Bu işaretlemeler öğrencilerin metinde sunulan ifadelere odaklandığını gösterse de öğrencilerden problem durumunun açıklanması istendiğinde özel yetenekli olmayan öğrencilerin bazı ifadelerin matematiksel anlamlarını ortaya koymakta zorlandığı görülmüştür. Özel yetenekli öğrencilerin ise problem durumunu açıklarken nicelik belirten ifadelerin vurgusunu yaptıkları, ifadelerin matematiksel anlamlarını ortaya koyarken daha kavramsal ve anlamlı bir şekilde formal dilde ifade ettikleri belirlenmiştir. Özel yetenekli öğrencilerin problem durumundaki ifadelere dikkat etmeleri ve problemi anlamlandırma sürecinde öne çıkmaları Heinze (2005) ve Sipahi'nin (2021) araştırmalarından elde ettikleri sonuçlarda görülen bir durumdur.

Özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin, matematik okuryazarlık problemlerini anlamlandırma ve problemin amacını ortaya koyma sürecinde iletişim yeterliği düzey-1 olan problemlerde problem durumundan ne anladığı veya problem durumunda sunulan bir ifadeden ne anladığı sorgulandığında, katılımcıların benzer şekilde çözümlerine ilişkin açıklama yapma eğilimi göstermeleri dikkat çekmiştir. Öğrencilerin problem durumuna yönelik bir matematiksel fikir oluşturdudan sonra problem durumunu tekrarlama ihtiyacı duymamaları davranışı göstermeleri Açıköz'ün (2022) çalışmasında ortaya koyduğu sonucu destekler niteliktedir.

Matematiksel iletişimin anlatımcı bileşeni bağlamında, özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin iletişimsel eylemlerinde farklılaştıkları görülmüştür. İletişim düzeyi düzey-1, düzey-2 ve düzey-3 problemlerinin çözümünde özel yetenekli olmayan öğrencilerin daha karışık işlemler yaparak çözümler sundukları görülmüştür. Özel yetenekli öğrencilerin ise problem çözümünde farklı yollar benimsedikleri, daha kapsamlı ve aşamalı bir şekilde özgün çözümler sundukları belirlenmiştir. Bu duruma benzer olarak Çetin ve Doğan (2018), yaptıkları çalışmada özel yetenekli öğrencilerin çözümlerinde işlem sırasına önem verdiklerini ve problemleri farklı yollardan çözdüklerini ortaya koymuştur. Tertemiz vd. (2017) tarafından yapılan çalışmada da özel yetenekli öğrencilerin problemleri farklı yollardan çözme yoluna gitmeleri ulaşılan sonuçlar arasındadır. Özel yetenekli öğrencilerin problemi çözme yöntemiyle farklılaştıkları sorulardan biri Fuji Dağı Tırmanışı problemi birinci soru maddesidir. İletişim düzeyi düzey-1 olan bu problemin çözümünde bir günde ortalama kaç kişinin tırmandığının hesaplanmasında özel yetenekli olmayan öğrencilerin problemde sunulan şıklardan yardım alarak tüm şıkları tek tek deneyerek karışık işlemler yaparak sonucu elde etmeye çalıştıkları görülmüştür. Özel yetenekli öğrencilerin ise tek tek şıkları denemek yerine muhakeme becerilerini kullanarak en yakın şık üzerinden tahmin ederek sonucu elde ettikleri belirlenmiştir. Özel yetenekli öğrencilerin problem çözümünde esneklik gösterebilmesi Yıldız'ın (2012) çalışması ile benzerlik gösterirken problem çözümünde akıl yürütme becerilerini etkin kullanmaları Öztelli-Ünal (2019) ve Yılmaz'ın (2019) çalışmalarından elde ettikleri sonuçlarla örtüşmektedir. Özel yetenekli öğrencilerin iletişim düzeyi düzey-1 ve düzey-2 problemlerinin çözümünde zihinden işlem yapma eğiliminde oldukları dikkat çekmiştir. Özel yetenekli öğrenciler madde güçlük düzeyi artan iletişim düzeyi düzey-3 olan problemlere gelindiğinde ise zihinden işlem yapmadıkları ve çözümlerini yazılı bir şekilde sıralı işlemler yaparak gerçekleştirdikleri görülmüştür. Özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin

yanlış çözümler sundukları problemlerde de muhakeme etme ve akıl yürütme becerilerini işe koşma yönüyle farklılaştıkları belirlenmiştir. Özel yetenekli öğrencilerin düzey-3 problemlerinde doğru bilgiler arasında ilişkilendirme yaparak anlamlı işlemler sunması muhakeme etme becerilerini etkin kullanmalarının yansıması olarak anlaşılmaktadır.

Özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin matematiksel iletişimin anlatımcı bileşeni kapsamında sonuca ilişkin yazılı ve/veya sözel bir açıklama sunabilmelerine ilişkin olarak bazı farklılıklar görülmüştür. Düzey-1 ve düzey-2 problemlerinde özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrenciler yazılı olarak doğru çözümler sundukları görülse de elde ettikleri sonuca ilişkin sözlü açıklamalarında farklılaşmışlardır. Özel yetenekli öğrencilerin sözlü açıklamalarında daha detaylı, kapsamlı ve doğru bir şekilde sonuca ilişkin gerekçelendirme yaptıkları görülmüştür. Bu sonuç Heinze (2005) tarafından yapılan çalışmada üstün yetenekli öğrencilerin çözümlerini sözlü ifade etme ve açıklama becerilerinin yüksek olduğu bulgusunu desteklemektedir.

Turkut (2021) yaptığı çalışmada özel yetenekliliğin uzamsal ve muhakeme etme becerisi ile ilişkili olduğunu ortaya koymuştur. Bu durum görsel ve problem metninin ilişkilendirilerek çözümünün beklendiği iletişim düzeyi düzey-1 ve düzey-3'e karşılık gelen Döner Kapı ile ilgili problemlerde özel yetenekli öğrencilerin muhakeme etme becerilerini kullanarak doğru çözüm yapma ve çözümlerine ilişkin gerekçe sunmada daha başarılı oldukları bulgusuyla örtüşmektedir.

Özel yetenekli olmayan öğrenciler düzey-3 sorularının çözümünde mevcut bilgilerini kullanarak rastlantısal işlemler yaparak sonucu elde etmeye çalışmaları yönüyle özel yetenekli öğrencilerden farklılaşmışlardır. Bu durum Bayazıt ve Koçyiğit'in (2017) normal zekâlı ve üstün zekâlı öğrencilerin rutin olmayan problemleri çözme başarılarını karşılaştırmalı inceledikleri çalışmada normal zekâlı olarak tanımlanan öğrencilerin okul matematiği kapsamında öğrendikleri problem çözmede sık kullanılan yöntemi tercih etmelerini öğrencilerin bilişsel yeterlikleri ile ilişkilendirmiştir. Bu bağlamda özel yetenekli olmayan öğrencilerin rastlantısal işlemler yaparak sonucu elde etmeye çalışması bu sonucu desteklemektedir.

Özel yetenekli öğrencilerin matematiksel dili kullanmada özel yetenekli olmayan öğrencilere göre daha başarılı oldukları elde edilen sonuçlar arasındadır. Ancak madde güçlük düzeyi artan problemlerde özel yetenekli öğrencilerin de matematiksel dili hatalı kullandıkları görülmüştür. Elde edilen bu bulgu Vatandaş'ın

(2022) alışmasında ulaştığı özel yetenekli öğrencilerin matematiksel dili kullanmada eksikliklerinin olduğu sonucu ve Koloğlu'nun (2023) özel yetenekli öğrencilerin matematiksel dilde açıklama yaparken eksik veya hatalı ifadeler kullandıkları bulgusu ile ilişkilendirilebilir. Diğer yandan, özel yetenekli öğrencilerin madde güçlük düzeyi artan sorularda matematiksel dil kullanımında hatalar yapmaları MEB'in (2024) yayınladığı PISA 2022 raporunda üst bilişsel becerileri kullanmayı gerektiren madde güçlük düzeyi artan sorularda başarı düzeyinin düşük olması sonucuyla benzerlik göstermektedir.

5.4. Öneriler

Matematikte özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan öğrencilerin matematiksel iletişim yeterliklerinin incelenmesi amacıyla gerçekleştirilen bu çalışma Eskişehir ilinde sekizinci sınıf düzeyinde öğrenim görmekte olan özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan beşer öğrencinin katılımı ile sınırlı kalmıştır. Bu çalışmadan yola çıkılarak araştırma grubu genişletilerek veya farklı sınıf düzeyinde öğrenim görmekte olan katılımcılarla araştırma geliştirilebilir.

Araştırma sonuçları genel olarak değerlendirildiğinde, öğrencilerin iletişimsel eylemlerini ortaya koyma noktasında birtakım güçlükler yaşadıkları belirlenmiştir. Bu bağlamda katılımcı öğrencilerin problemdeki ifadelerin matematiksel anlamlarını ortaya koyabilme, problemde soruları anlayabilme ve sözlü olarak açıklayabilme, probleme yönelik matematiksel fikirlerini ifade edebilme, çözümü matematiksel dilde ortaya koyabilme ve elde edilen sonuca ilişkin gerekçe sunabilme noktasında güçlükler yaşadıkları tespit edilmiştir. Elde edilen sonuçlar dikkate alındığında matematik eğitiminde öğrencilere iletişimsel eylemlerini işe koşabilecekleri eğitim ortamları sağlanabilir.

KAYNAKÇA

- Adams, T. L. & Lowery, R. M. (2007) An analysis of children's strategies for reading mathematics. *Reading & Writing Quarterly*, 23(2), 161-177.
<https://doi.org/10.1080/10573560601158479>
- Ata Baran, A. (2019). *Matematiksel modellemeye dayalı bir öğretim deneyinde sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim becerilerinin, matematik okuryazarlıklarının ve duyuşsal alan özelliklerinin incelenmesi* (Tez No. 544416) [Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Ata Baran, A., & Kabael, T. (2021). An investigation of eighth grade students' mathematical communication competency and affective characteristics. *The Journal of Educational Research*, 114(4), 367-380.
<https://doi.org/10.1080/00220671.2021.1948382>
- Ata Baran, A., & Kabael, T. (2023). An investigation of eight graders' mathematical communication competency and mathematical literacy performance. *The Journal of Educational Research*, 116(4), 216-229.
<https://doi.org/10.1080/00220671.2023.2250752>
- Aydın, S. (1994). *Eğitime Farklı Bir Bakış*. Nil Yayınları.
- Aydın, A., Sarier, Y. ve Uysal, Ş. (2012). Sosyoekonomik ve sosyokültürel değişkenler açısından PISA matematik sonuçlarının karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim*, 37(164), 20-30.
- Aygün, Y. İ. (2019). *Üstün yetenekli tanısı konulmuş ve konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinin karşılaştırılması* (Tez No. 626456) [Yüksek Lisans Tezi, Amasya Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Brody, L., & Stanley, J. (2005). Youths who reason exceptionally well mathematically and or verbally. *Conceptions of Giftedness*, 2, 20-37.
<https://doi.org/10.1017/CBO9780511610455.003>
- Cai, J., Jakabscin, M. S., & Lane, S. (1996). Assessing students' mathematical communication. *School Science and Mathematics*, 96(5), 238-246.
<https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.1996.tb10235.x>
- Chouhan, V. S., & Srivastava, S. (2014). Understanding competencies and competency modelling - A literature survey. *IOSR Journal of Business and Management*, 16(1), 14-22. <https://doi.org/10.9790/487x-16111422>

- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (2nd ed.). Sage Publications.
- Çetin, A. ve Doğan, A. (2018). Üstün yetenekli öğrencilerin matematik problemi çözme tutumuna ve süreçlerine yönelik algılarının incelenmesi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 7(4), 510-533.
<https://doi.org/10.30703/cije.459434>
- Çınargil, T. (2022). *Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerinin incelenmesi* (Tez No. 749287) [Yüksek Lisans Tezi, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Çiloğlu, R. (2023). *Gerçekçi matematik eğitimi uygulamaları bağlamında 6.sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim düzeylerinin belirlenmesi* (Tez No. 828876) [Yüksek Lisans Tezi, Ordu Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (2011). *The handbook of qualitative research*. Sage Publications.
- Dinamit, D. (2020). *Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel ispat yapma süreçlerinin incelenmesi* (Tez No. 636332) [Yüksek Lisans Tezi, Aydın Adnan Menderes Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Gagne, F. (1991). *Toward a differentiated model of giftedness and talent*. In N. Colangelo & G. A. Davis (Eds.), *Handbook of gifted education* (pp. 65–80). Allyn & Bacon.
- Gökçek, T., & Davey, L. (2009). Durum çalışması değerlendirmelerinin uygulaması. *İlköğretim Online*, 8(2), 1-3.
- Haylock, D., & Thangata, F. (2007). *Key Concepts in Teaching Primary Mathematics*. Sage Publications.
- Heinze, A. (2005). Differences in problem solving strategies of mathematically gifted and non-gifted elementary students. *International Education Journal*, 6(2), 175-183.
- Hsieh, H. F., & Shannon, S. E. (2005). Three approaches to qualitative content analysis. *Qualitative Health Research*, 15(9), 1277-1288.
<http://dx.doi.org/10.1177/1049732305276687>
- Isoda, M. (2007). *How can we develop classroom communication? With an example of classroom dialectic* [Conference presentation]. APEC-TSUKUBA International Conference III, December 9–14, 2007. Tokyo, Kanazawa and Kyoto, Japan.

- Karataş, Z. (2015). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. *Manevi Temelli Sosyal Hizmet Araştırmaları Dergisi*, 1(1), 62-80.
- Kesmezeoğlu, H. (2023). *Gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının yedinci sınıf cebir konusunun öğretiminde öğrenci başarısına ve matematiksel iletişim becerisine etkisinin incelenmesi* (Tez No.820479) [Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Kızıltoprak, F. (2016). *PISA matematik okuryazarlığı maddelerine ilişkin yeterlilik şemasıyla elde edilen ölçümlerin güvenilirliğinin genellenebilirlik ve klasik test kuramına dayalı olarak karşılaştırılması* (Tez No. 450143) [Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Koloğlu, D. (2023). *Matematiksel üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının ve matematiksel iletişim becerilerinin incelenmesi* (Tez No. 839626) [Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Kurnaz, A., Yurt, E., ve Koçlar, N. (2023). Üstün yetenekli öğrencilerin uzamsal yeteneklerinin problem çözme ile ilişkisi: Matematiksel muhakemenin aracı rolü. *Millî Eğitim Dergisi*, 52(239), 2241-2260. <http://doi.org/10.37669/milliegitim.1123580>
- Kusumah, Y. S., Kustiawati, D., & Herman, T. (2020). The effect of GeoGebra in three-dimensional geometry learning on students' mathematical communication ability. *International Journal of Instruction*, 13(2), 895-908. <http://dx.doi.org/10.29333/iji.2020.13260a>
- Lomibao L., Luna, C. A., & Namoco, R. A. (2016). The influence of mathematical communication on students' mathematics performance and anxiety. *American Journal of Educational Research*, 4(5), 378-382. <https://doi.org/10.12691/EDUCATION-4-5-3>
- Maulyda, M. A., Annizar, A. M., Hidayati, V. R., & Mukhlis, M. (2020). Analysis of students' verbal and written mathematical communication error in solving word problem. *Journal of Physics: Conference Series*, 1538(1), 012083.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013a). *Üstün yetenekli bireyler strateji ve uygulama planı: 2013–2017*. Ankara.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013b). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıf) öğretim programı*. Ankara.

- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], (2018). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı*. Ankara.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], (2019). *Millî Eğitim Bakanlığı, Bilim ve Sanat Merkezleri Yönergesi*.
https://orgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2016_10/07031350_BİLSEM_yonergesi.pdf
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], (2022). *I. ulusal özel yetenekli öğrencilerin eğitiminde rehberlik ve psikolojik danışma hizmetleri kongresi özet raporu*. Ankara.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], (2024). *PISA uluslararası öğrenci değerlendirme programı*, Ankara.
- Montague, M. (1991). Gifted and learning disabled gifted students' knowledge and use of mathematical problem-solving strategies. *Journal for the Education of the Gifted*, 14, 393-411. <https://doi.org/10.1177/016235329101400405>
- NCTM, (2000). *Principles and Standards for School Mathematics: An Overview*. NCTM.
- Organization for Economic Co-operation and Development [OECD], (2013). *PISA 2012 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*, PISA, OECD Publishing.
<https://doi.org/10.1787/19963777>
- Organization for Economic Co-operation and Development [OECD], (2017). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematics, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving*, PISA, OECD Publishing, Paris. <https://doi.org/10.1787/9789264281820-en>
- Organization for Economic Co-operation and Development [OECD], (2019). *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework*, PISA, OECD Publishing, Paris. <https://doi.org/10.1787/b25efab8-en>
- Öztelli, Ü. (2019). *Non-routine problem solving processes of Turkish mathematically gifted students* (Tez No. 603294). [Yüksek Lisans Tezi, Boğaziçi Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Öztürk, M., Akkan, Y. ve Kaplan, A. (2018). 6-8. sınıf üstün yetenekli öğrencilerin problem çözerken sergiledikleri üst bilişsel beceriler: Gümüşhane örneği. *Ege Eğitim Dergisi*, 19(2), 446-469. <https://doi.org/10.12984/eggeefd.316662>

- Pape, S. J., Bell, C. V., & Yetkin, İ. E. (2003). Developing mathematical thinking and self-regulated learning: A teaching experiment in a seventh-grade mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 53(3), 179-202. <http://dx.doi.org/10.1023/A:1026062121857>
- Pativisan, S. (2006). *Mathematical problem solving processes of Thai gifted students*. Oregon State University.
- Polya, G. (2017). *Nasıl Çözmeli: Matematiksel yönteme yeni bir bakış*. (Burak Selçuk Soyer Çev.). TÜBİTAK Yayınları.
- Renzulli, J. S. (1988). The multiple menu model for developing differentiated curriculum for the gifted and talented. *Gifted Child Quarterly*, 32, 298- 309.
- Rohid, N., Suryaman, Rusmawati, R. D. (2019). Students' mathematical communication skills in solving mathematics problems: A case in Indonesian context. *Anatolian Journal of Education*, 4(2), 19-30. <http://dx.doi.org/10.29333/aje.2019.423a>
- Romberg, T. A., & Kaput, J. J. (1999). Mathematics worth teaching, mathematics worth understanding. In E. Fennema, & T. A. Romberg, (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 3-17). Lawrence Erlbaum Associates.
- Sari, D. S., Kusnandi, K., & Suhendra, S. (2017). A cognitive analysis of students' mathematical communication ability on geometry. *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 895, No. 1, p. 012083). IOP Publishing.
- Selçuk, Z., Palancı, M., Kandemir, M. & DüNDAR, H. (2014). Eğitim bilim dergisinde yayınlanan araştırmaların eğilimleri: İçerik analizi. *Eğitim ve Bilim*, 39(173), 430-453. <http://dx.doi.org/10.15390/eb.v39i173.3278>
- Schoenfeld, A. H. (1994). Reflections on doing and teaching mathematics. In A. Schoenfeld (Ed.). *mathematical thinking and problem solving* (pp. 53-70). Lawrence Erlbaum Associates.
- Schreier, M. (2012). *Qualitative content analysis in practice*. Sage Publications. <https://doi.org/10.4135/9781529682571>
- Sipahi, Y. (2021). *Problem-solving processes of mathematically gifted and non-gifted students* (Tez No. 686746) [Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.

- Sür, B. (2015). *Matematiksel öğelerin yazılı ve sözlü matematiksel iletişime yansımalarının 9. sınıf üçgenler konusu bağlamında incelenmesi* (Tez No. 414391) [Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Sür, B., & Delice, A. (2016). The examination of teacher student communication process in the classroom- mathematical communication process model. *SHS Web of Conferences*, 26, 01059. <https://doi.org/10.1051/shsconf/20162601059>
- Sriraman, B. (2005). Are giftedness and creativity synonyms in mathematics?. *Journal of Secondary Gifted Education*, 17(1), 20-36. <https://doi.org/10.4219/jsge-2005-389>
- Suri, H., & Clarke, D. (2009). Advancements in research synthesis methods: From a methodologically inclusive perspective. *Review of Educational Research*, 79(1), 395-430. <https://psycnet.apa.org/doi/10.3102/0034654308326349>
- Tavşancıl, E. ve Aslan, E. (2001). *İçerik analizi ve uygulama örnekleri*. Epsilon Yayıncılık.
- Tertemiz, N., Doğan, A. ve Karakaş, H. (2017). 4.sınıf üstün yetenekli öğrenciler ile başarılı akranlarının problem çözme stratejilerinin karşılaştırılması. *Uluslararası Eğitim Programları ve Öğretim Çalışmaları Dergisi*, 7(13), 161-188.
- Thompson, D. R., & Chappell, M. F. (2007). Communication and representation as elements in mathematical literacy. *Reading & Writing Quarterly*, 23(2), 179–196. <https://doi.org/10.1080/10573560601158495>
- Trafton, P. R., & Alison, S. C. (1994). A changing curriculum for a changing age. In C. A. Thornton, & N. S. Bley (Eds.), *Windows of opportunity mathematics for students with special needs* (pp. 19-39). National Council of Teachers of Mathematics.
- Turkut, S. (2021). *Matematikte özel yetenekli çocukların problem becerilerinin incelenmesi* (Tez No.695131) [Yüksek Lisans Tezi, Akdeniz Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Turner, R., Blum, W., & Niss, M. (2015). Using competencies to explain mathematical item demand: A work in progress. In K. Stacey and R. Turner (Eds.), *Assessing mathematical literacy: The PISA experience* (pp. 85-115). Springer.

- Vatandaş, B. (2022). *Üstün yetenekli 8.sınıf öğrencilerinin matematiksel ispat yapma süreçlerinin incelenmesi* (Tez No. 713630) [Yüksek Lisans Tezi, Aydın Adnan Menderes Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Yabaş, D. (2018). *İlkokul matematik dersinde yüksek bilişsel talebin sağlanmasında matematiksel iletişimin rolü: Örnek olay çalışması* (Tez No. 502261) [Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Yang, E. F. Y., Chang, B., Cheng, H. N. H., & Chan, T. W. (2016). Improving pupils' mathematical communication abilities through computer-supported reciprocal peer tutoring. *Educational Technology & Society*, 19(3), 157–169.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Seçkin Yayınevi.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2011). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (8. Baskı). Seçkin Yayınevi.
- Yıldız, A., Baltacı, S., Kurak, Y. ve Güven, B. (2012). Üstün yetenekli ve üstün yetenekli olmayan 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanma durumlarının incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(1), 123-143.
- Yılmaz, K. (2019). *Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerine göre problem kurma süreçlerinin incelenmesi* (Tez No. 569372) [Yüksek Lisans Tezi, Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.

EKLER

Ek Numarası	Başlık	Sayfa Numarası
EK 1	Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler İnsan Araştırmaları Etik Kurulu Karar Belgesi	138
EK 2	Eskişehir İl Millî Eğitim Müdürlüğü'nden Alınan İzin Belgesi	139
EK 3	Veli Onam Formu	140
EK 4	Matematiksel İletişim Yeterliği Ölçme Aracı	141
EK 5	Yarı-yapılandırılmış Görüşme Formu	145

EK-1

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler İnsan Araştırmaları Etik Kurulu Karar Belgesi

T.C.
ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER
İNSAN ARAŞTIRMALARI ETİK KURULU
ESKİŞEHİR

Toplantı Tarihi : 03.05.2023

Toplantı No : 2023-07

GÜNDEM :

13. Başvuru Sahibi : Dr.Öğretim Üyesi Ayla ATA BARAN (Nermin BAL ile birlikte).

Konu : “Matematikte Üstün Yetenekli ve Üstün Yetenekli Olmayan Öğrencilerin Matematiksel İletişim Yeterliklerinin İncelenmesi (An Investigation of Mathematical Communication Competence of Mathematically Gifted and Non-Gifted Students)” isimli araştırmasının görüşülmesi.

KARAR :

13. Dr.Öğretim Üyesi Ayla ATA BARAN’ın (Nermin BAL ile birlikte) “Matematikte Üstün Yetenekli ve Üstün Yetenekli Olmayan Öğrencilerin Matematiksel İletişim Yeterliklerinin İncelenmesi (An Investigation of Mathematical Communication Competence of Mathematically Gifted and Non-Gifted Students isimli araştırmalarının ve başvuru evrağının ekinde örneği bulunan araştırmalarında kullanacakları ölçme aracının/araçlarının; fikri, hukuki ve telif hakları bakımından metot ve ölçeğine ilişkin sorumluluk başvuru sahibine/sahiplerine ait olmak üzere veri toplama araçlarını uygulamak için gerekli yerlerden yasal izinleri almak şartıyla Üniversitemiz insan araştırmaları etik kurulu yönergesine uygunluğuna oybirliği ile karar verildi.

(İmza)
Prof.Dr.Hüseyin ANILAN
Başkan

(İmza)
Prof.Dr.Saadet Pınar TEMİZKAN
Başkan Yardımcısı

(İmza)
Prof.Dr.Pınar GİRMEN
Üye

(İmza)
Prof.Dr.Soner AKPINAR
Üye (Raportör)

(İmza)
Prof.Dr.Şerife YÜCESOY ÖZKAN
Üye

(Katılmadı)
Prof.Dr. Mustafa KOÇ
Üye

(İmza)
Prof.Dr.Bilge Kağan ŞAKACI
Üye

EK-2

Eskişehir İl Millî Eğitim Müdürlüğü'nden Alınan İzin Belgesi



T.C.
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü



Sayı : E-88074293-605.01-88373012
Konu : Nermin BAL'ın Araştırma İzni

30.10.2023

ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürüğü)

İlgi : a) Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21.01.2020 tarihli ve 1563890 (2020/2) sayılı "Araştırma Uygulama İzinleri" Genelgesi.
b) 20.10.2023 tarihli ve 2300208841 sayılı yazınız.
c) Valilik Makamının 27.10.2023 tarihli ve 88238415 sayılı oluru.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencisi Nermin BAL'ın "Matematikte Üstün Yetenekli ve Üstün Yetenekli Olmayan Öğrencilerin Matematiksel İletişim Yeterliliklerinin İncelenmesi" başlıklı tez çalışmasına ilişkin ilgi (b) yazınız ve ekleri ile istenilen araştırma izni talebi incelenmiş, uygun görülmüş ve Valilik Makamından alınan ilgi (c) olur ekte gönderilmiş olup Bakanlığımızın ilgi (a) genelgesinin 25 inci maddesi gereği çalışmada ekteki imzalı ve mühürlü ölçme araçlarının kullanılması hususunda;

Bilgilerinizi ve gereğini arz ederim.

Sinan AYDIN
İl Millî Eğitim Müdürü

Ek:
1-İlgi (c) Valilik Oluru (1 Sayfa)
2-Araştırma ve Değerlendirme Formu (2 Sayfa)
3-Ölçme Araçları (6 Sayfa)

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Büyükdere Mah. Atatürk Bulvarı No:247 Odunpazarı/ESKİŞEHİR

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meh-ehys>

Telefon No : 0 (222) 280 27 07

E-Posta : strateji26@meh.gov.tr

Kep Adresi : meh@hso1.kep.tr

Bilgi için: Cem Murat ERSOY

Unvan : Bilgisayar İşletmeni

İnternet Adresi : eskisehir@meh.gov.tr

Faks: 2222802728

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://www.turkiye.gov.tr/meh-ehys> adresinden **29d9-8151-3af9-h593-p9d7** kodu ile teyit edilebilir.



EK-3

Veli Onam Formu

Sayın Veli;

Çocuğunuzun katılacağı bu çalışma, “Matematikte Özel Yetenekli ve Özel Yetenekli Olmayan Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel İletişim Yeterlikleri” adıyla, Kasım 2023 tarihinde yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: Matematikte özel yetenekli ve özel yetenekli olmayan sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim yeterliklerinin incelenmesidir.

Araştırma Uygulaması: Görüşme şeklindedir.

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı’nın ve okul yönetiminin de izni ile gerçekleştirilmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğunuz çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun katılımı **tamamen sizin isteğinize bağlıdır**, reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında ayrılabilirsiniz. Araştırmaya katılmamama veya araştırmadan ayrılma durumunda öğrencilerin akademik başarıları, okul ve öğretmenleriyle olan ilişkileri etkilemeyecektir.

Çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir.

Uygulamalar, genel olarak kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden çocuğunuz kendisini rahatsız hissederse cevaplama işini yarıda bırakıp çıkmakta özgürdür. Bu durumda rahatsızlığın giderilmesi için gereken yardım sağlanacaktır. Çocuğunuz çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır. Anket çalışmasına katılmamak ya da katıldıktan sonra vazgeçmek çocuğunuza hiçbir sorumluluk getirmeyecektir.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı :

İletişim bilgileri :

*Velisi bulunduğum sınıfı numaralı öğrencisi
.....’in yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin veriyorum.
(Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğunuzla okula geri gönderiniz*).*

.../.../.....

İsim-Soyisim İmza:

Veli Adı-Soyadı :

Telefon Numarası :

EK-4

Matematiksel İletişim Yeterliği Ölçme Aracı

MATEMATİKSEL İLETİŞİM YETERLİĞİ ÖLÇME ARACI

Bu testte matematiksel iletişim yeterliği düzeyinizin belirlenmesi amacıyla yönelik olarak hazırlanmış toplam sekiz adet soru bulunmaktadır.

*Lütfen testte yer alan her bir soruyu dikkatli bir şekilde okuyunuz ve çözümlerinizi **detaylı bir şekilde** yazınız.*

Katılım sağladığınız için teşekkür ederim.

Başarılar dilerim.

Matematik Öğretmeni Nermin BAL

FUJİ DAĞI TIRMANIŞI

Fuji Dağı Japonya’da bulunan sönmüş bir yanardağdır.



Soru 1:

Fuji Dağı, her yıl sadece 1 Temmuz’dan 27 Ağustos’a kadar tırmanma için halka açıktır.

Bu süre içerisinde yaklaşık 200 000 kişi Fuji Dağı’na tırmanmaktadır.

Buna göre, Fuji Dağı’na bir günde ortalama kaç kişi tırmanmaktadır?

- A. 340
- B. 710
- C. 3400
- D. 7100
- E. 7400

Soru 2:

Gotemba şehri ile Fuji Dağı arasındaki yürüyüş yolu uzunluğu yaklaşık 9 kilometre (km)’dir.

Yürüyüşçülerin, 18 km’lik yürüyüşten akşam saat 8’de dönmüş olmaları gerekmektedir.

Tolga, dağa tırmanırken ortalama saatte 1,5 km yol alacağını inerken de bu hızını ikiye katlayacağını tahmin etmektedir. Bu hızlarda, yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır.

Tahmini yürüyüş hızı göz önünde bulundurulduğunda, Tolga akşam saat 8’de dönmek için yürüyüşe en geç kaçta başlayabilir?

Soru 3:

Tolga, Gotemba yolu boyunca yaptığı yürüyüşteki adımlarını hesaplamak için adım ölçer kullanmıştır.

Adım ölçer, Tolga’nın bu tırmanışı esnasında 22 500 adım attığını göstermiştir. Gotemba yolundaki 9 km’lik bu yürüyüşü için Tolga’nın ortalama adım mesafesini tahmin ediniz. Yanıtınızı santimetre (cm) cinsinden veriniz.

Yanıt: cm

PİZZALAR

Bir pizzacı aynı kalınlıkta ve farklı boyutta iki yuvarlak pizza sunmaktadır. Pizzaların küçüğü 30 cm çapındadır ve maliyeti 30 zeddir. Büyüğü 40 cm çapındadır ve maliyeti 40 zeddir. Hangi pizza maliyetine göre daha uygundur? Gerekçenizi belirtiniz.

.....

.....

.....

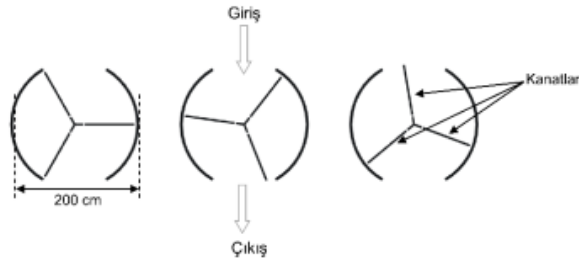
.....

.....

.....

DÖNER KAPI

Bir döner kapının, daire şeklinde bir alan içerisinde dönen üç kanadı vardır. Bu alanın iç çapı 2 metre (200 santimetre)’dir. Üç kapı kanadı, bu alanı üç eşit bölüme ayırmaktadır. Aşağıdaki plan, yukarıdan bakıldığında bu üç kapı kanadının üç farklı konumunu göstermektedir.



Soru 1:

İki kapı kanadı arasındaki açı kaç derecedir?

Açı: °

Soru 2:

İki kapı arasındaki açıklıklar (yandaki şekilde noktalı yay ile gösterilen şekiller) aynı boyuttadır. Eğer bu açıklıklar çok geniş olursa, döner kanatlar yeteri kadar kapanmaz ve bu durumda giriş ve çıkış arasında hava akımı oluşabilir, bu da istenmeyen ısı kaybı veya ısı girişine neden olabilir. Bu durum, yandaki şekilde gösterilmektedir.



Giriş ve çıkış arasında hava akımının oluşmaması için her bir kapı açıklığının sahip olabileceği en fazla yay uzunluğu kaç santimetre'dir (cm)?

En fazla yay uzunluğu: cm

Soru 3:

Kapı bir dakikada 4 tam tur atmaktadır. Kapının üç bölümünün her birinde en fazla iki insanın sığacağı kadar yer vardır.

30 dakikada bu kapıdan binaya giriş yapabilecek insan sayısı en fazla kaçtır?

- A. 60
- B. 180
- C. 240
- D. 720

ARIZALI OYNATICILAR

Bakgör Şirketi iki çeşit elektronik alet üretmektedir: bunlar görüntü ve ses oynatıcılarıdır. Günlük üretimin sonunda, bu oynatıcılar kontrol edilmekte ve arızalı olanlar çıkarılıp onarıma gönderilmektedir.

Aşağıdaki tabloda her çeşide ait günlük üretilen ortalama oynatıcı sayısı ve arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı verilmiştir.

Oynatıcı çeşidi	Günlük üretilen ortalama oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Görüntü oynatıcıları	2000	%5
Ses oynatıcıları	6000	%3

Soru 1:

Oynatıcıları kontrol edenlerden birisi aşağıdaki iddiada bulunmaktadır: “Ortalama olarak, günlük onarıma gönderilen görüntü oynatıcısı sayısı, günlük onarıma gönderilen ses oynatıcısı sayısına kıyasla daha fazladır.” Kontrol eden kişinin iddiasının doğru olup olmadığına karar veriniz. Yanıtınızı destekleyen matematiksel bir kanıt gösteriniz.

.....

.....

.....

.....

.....

Soru 2:

Takgör Şirketi de görüntü ve ses oynatıcıları yapmaktadır. Günlük üretim sonunda, Takgör Şirketi’nin oynatıcıları test edilip, arızalı olanlar çıkarılarak onarıma gönderilmektedir. Aşağıdaki tablolarda iki şirket için her bir çeşide ait üretilen günlük oynatıcı sayıları ve arızalı oynatıcıların günlük ortalama oranları karşılaştırılmaktadır.

Şirket	Günlük üretilen ortalama görüntü oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Bakgör Şirketi	2000	%5
Takgör Şirketi	7000	%4

Şirket	Günlük üretilen ortalama ses oynatıcı sayısı	Arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı
Bakgör Şirketi	6000	%3
Takgör Şirketi	1000	%2

Bakgör ve Takgör şirketlerinin hangisindeki toplam arızalı oynatıcı oranı daha azdır? Yukarıdaki tablolarda verilenleri kullanarak hesaplamalarınızı gösteriniz.

.....

.....

.....

.....

.....

EK-5

Yarı-yapılandırılmış Görüşme Formu

GÖRÜŞME SORULARI

Matematiksel İletişim Yeterliği Ölçme Aracı		Görüşme Soruları
Fuji Dağı Problemi	Soru-1	1. Problem durumunu nasıl yorumladın? a) “<i>Ortalama kaç kişi</i>” ifadesinin anlamını açıklar mısın? b) “<i>Yaklaşık 200000 kişi</i>” ifadesinden ne anladın? 2. Problemi nasıl çözdüğünü açıklar mısın? a) Neden öyle düşündün?
	Soru-2	3. Problem durumunu nasıl yorumladın? 4. “<i>Hızını ikiye katlamak</i>” ifadesinden ne anladın? 5. Problemi nasıl çözdüğünü açıklar mısın?
	Soru-3	6. “<i>ortalama adım mesafesi</i>” ifadesinden ne anladın? 7. Problemi nasıl çözdüğünü açıklar mısın?
Pizzalar Problemi	Soru-1	8. Problem durumundan ne anladığını açıklar mısın? 9. “<i>maliyetine göre daha uygun</i>” ifadesi ile kastedilen nedir? 10. Pizzalardan hangisinin maliyetine göre daha uygun olduğunu belirlemek için hangi bilgilere ihtiyacın olduğunu düşündün? 11. Problemi nasıl çözdüğünü açıklar mısın? 12. Bulduğun sonuç için nasıl bir gerekçe sundun?
Döner Kapı Problemi	Soru-1	13. Problemdeki görseli nasıl yorumladın? 14. “<i>İki kapı kanadı arasındaki açıklıkların aynı boyutta olması</i>” ne demektir? 15. Giriş ve çıkış arasında hava akımının oluşmaması için gerekli şartlar nelerdir? 16. En fazla yay uzunluğunun kaç cm olduğunu nasıl buldun?

	Soru-2	17. Problem durumunu nasıl yorumladın? 18. Problemi nasıl çözdüğünü açıklar mısın?
Arızalı Oynatıcılar Problemi	Soru-1	19. Problem durumundan ne anladığını açıklar mısın? 20. Problemi nasıl çözdüğünü açıklar mısın?
	Soru-2	21. Problemdeki tabloyu nasıl yorumladın? 22. “günlük üretilen ortalama görüntü/ses oynatıcısı” ifadesinden ne anladın? 23. “arızalı oynatıcıların ortalama günlük oranı” ifadesinden ne anladın? 24. Problemi nasıl çözdüğünü açıklar mısın? 25. Bulduğun sonucu nasıl yorumladın?

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı SOYADI : Nermin Bal
Orcid Numarası :

Eğitim Durumu

Lise	Alanya Türkler İMKB Anadolu Öğretmen Lisesi	2012
Lisans	Afyon Kocatepe Üniversitesi	2016

Yabancı Dil

İngilizce: Okuma (İyi), Yazma (Orta), Konuşma (Orta)

Mesleki Geçmiş

Görev	Kurum	Çalışma Tarihleri
Matematik Öğretmeni	Kumlupınar Kocabey Ortaokulu	2016-2021
Matematik Öğretmeni	Milli Birlik Ortaokulu	2021- Halen

Akademik Çalışmalar

Bal, N. ve Kapucu, M.S. (2022). The Effect of Realistic Mathematics Education Activities Applied in 7th Grade Mathematics Education on the Development of Life Skills. 2nd. International Conference on Social Science Studies (IConSos). İstanbul.

Bal, N. ve Ev Çimen E. (2022). Destek Eğitim Odası Eğitimi Alan Bir Öğrencinin Kavram Karikatürlerini Kullanarak Problem Kurma Deneyimi ve Uygulamaya İlişkin Görüşü. International Education Congress, Antalya.

Bal, N. ve Ata-Baran A. (2023). Exploring Mathematical Communication Competencies of Mathematically Gifted and Non-gifted Students. 15th International Istanbul Scientific Research Congress on Humanities and Social Sciences, İstanbul.