



TC.
EGE ÜNİVERSİTESİ
Fen Bilimleri Enstitüsü



FREKANS TABANLI OPERASYONEL MODAL ANALİZDE BELİRSİZLİK DEĞERLENDİRMESİ

Yüksek Lisans Tezi

Berna KAYA GÜL

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

İzmir
2024

TC.
EGE ÜNİVERSİTESİ
Fen Bilimleri Enstitüsü

**FREKANS TABANLI OPERASYONEL MODAL
ANALİZDE BELİRSİZLİK DEĞERLENDİRMESİ**

Berna KAYA GÜL

Danışman: Doç. Dr. Çağlayan HIZAL

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı
İnşaat Mühendisliği Yüksek Lisans Programı

İzmir
2024

KABUL VE ONAY SAYFASI

Berna KAYA GÜL tarafından Yüksek Lisans. tezi olarak sunulan “Frekans Tabanlı Operasyonel Modal Analizde Belirsizlik Değerlendirmesi” başlıklı bu çalışma EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği ile EÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Eğitim ve Öğretim Yönergesinin ilgili hükümleri uyarınca tarafımızdan değerlendirilerek savunmaya değer bulunmuş ve 03.06.2024 tarihinde yapılan tez savunma sınavında aday oybirliği/oyçokluğu ile başarılı bulunmuştur.

Jüri Üyeleri:

İmza

Jüri Başkanı	: Prof. Dr. Engin AKTAŞ	
Raportör Üye	: Doç. Dr. Çağlayan HIZAL	
Üye	: Doç. Dr. Emre Ercan	

EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI

EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin ilgili hükümleri uyarınca Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Frekans Tabanlı Operasyonel Modal Analizde Belirsizlik Değerlendirmesi” başlıklı bu tezin kendi çalışmam olduğunu, sunduğum tüm sonuç, doküman, bilgi ve belgeleri bizzat ve bu tez çalışması kapsamında elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara atıf yaptığımı ve bunları kaynaklar listesinde usulüne uygun olarak verdiğimi, tez çalışması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını, bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya diğer bir üniversitede başka bir tez çalışması içinde sunmadığımı, bu tezin planlanmasından yazımına kadar bütün safhalarda bilimsel etik kurallarına uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul edeceğimi beyan ederim.

03 / 06 / 2024

Berna KAYA GÜL

ÖZET**FREKANS TABANLI OPERASYONEL MODAL ANALİZDE
BELİRSİZLİK DEĞERLENDİRMESİ**

KAYA GÜL, Berna

Yüksek Lisans Tezi, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Çağlayan HIZAL

03/06/2024, 77 sayfa

Bu çalışmada, Frekans Tabanlı Ayırıştırma tekniği ile elde edilen modal parametrelerde model hataları ve sensör gürültüsünden kaynaklanan belirsizliklerin belirlenmesi amaçlanmaktadır. Mod şekillerine ait kovaryans matrisi pertürbasyon teorisi ile elde edilmiştir. Modal frekanslar ve doğal sönüm oranlarına ait belirsizlikler için, Frekans Tabanlı Uzaysal Ayırıştırma Tekniğinde kullanılan tahmin fonksiyonunun olasılık dağılımı üzerinden kovaryans matrisi hesaplanmıştır.

Beş katlı bir yapı üzerinde gerçekleştirilen sayısal analizlerde, ilk aşamada modal frekanslar, sönüm oranları ve modal deplasman şekilleri elde edilmiştir. Bant genişliği ve sensör gürültü yoğunluğunun tanımlanan modal parametrelere ait belirsizlere olan etkisi incelenmektedir. Gerçek veri uygulamasında ise yedi katlı betonarme bir yapının (Brodie Tower) modal özellikleri üzerindeki belirsizlikler değerlendirilmektedir. Çoklu ölçüm gruplarından elde edilen modal parametre belirsizlerinin, bu parametrelerin birleştirilmesi sonucu elde edilen belirsizliğe olan etkisi ortaya konulmaktadır. Daha sonra literatürde sıklıkla kullanılan Z24 Köprüsü'nün çevresel titreşim verileri kullanılmıştır. Her bir ölçüm grubundan elde edilen modal parametre tahminlerinin belirsizliklerinin, global modal parametrelere etkisi incelenmiştir.

Çalışmada elde edilen sonuçların, Frekans Tabanlı Ayırıştırma tekniği ile gerçekleştirilen OMA uygulamalarında modal parametreler üzerindeki belirsizlikler sınırlarını anlamak açısından önemli bir katkı sunacağı değerlendirilmektedir.

Anahtar kelimeler: Modal Analiz, Belirsizlik Tayini, FSDD Teknikleri, Operasyonel Modal Analiz



ABSTRACT**UNCERTAINTY ASSESSMENT IN FREQUENCY-BASED
OPERATIONAL MODAL ANALYSIS**

KAYA GUL, Berna

MSc in Civil Eng.

Supervisor: Assoc. Prof. Çağlayan HIZAL

03/06/2024, 77 pages

In this study, it is aim at obtaining the uncertainties arising from model errors and sensor noise in the modal parameters obtained through the Frequency Domain Decomposition technique. In this context, the covariance matrix of mode shapes is obtained with the help of perturbation theory. Uncertainties in modal frequencies and natural damping ratios are determined using the prediction function employed in the Frequency Domain Spatial Decomposition Technique, and the covariance matrix is obtained through the probability distribution of this prediction function.

In the numerical analysis performed on a five-story building, modal frequencies, damping ratios and modal displacement shapes were obtained in the first stage. The effects of bandwidth and sensor noise density on the uncertainties of the identified modal parameters are examined. In the real data application, uncertainties on the modal properties of a seven-story reinforced concrete building (Brodie Tower) are evaluated. The effect of modal parameter uncertainties obtained from multiple measurement groups on the uncertainty obtained as a result of combining these parameters is revealed. Then, environmental vibration data of the Z24 Bridge, which is frequently used in the literature, was used. The effects of the uncertainties of the modal parameter estimates obtained from each measurement group on the global modal parameters were investigated.

It is evaluated that the results obtained in the study will make an important contribution to understanding the limits of uncertainties on modal parameters in OMA applications carried out with the Frequency Based Decomposition technique.

Keywords: Modal Analysis, Uncertainty Quantification, FSDD Techniques, Operational Modal Analysis

ÖNSÖZ

Bu çalışma, Frekans Tabanlı Ayırıştırma tekniği kullanılarak elde edilen modal parametrelerde model hataları ve sensör gürültüsünden kaynaklanan belirsizliklerin belirlenmesi amacıyla gerçekleştirilmiştir. Mod şekillerine ait kovaryans matrisi, pertürbasyon teorisi kullanılarak elde edilmiştir. Modal frekanslar ve doğal sönüm oranlarına ait belirsizlikler için, Frekans Tabanlı Uzaysal Ayırıştırma Tekniğinde kullanılan tahmin fonksiyonunun olasılık dağılımı üzerinden kovaryans matrisi hesaplanmıştır. Bu çalışma, modal analizlerde belirsizliklerin sınırlarını anlamaya yönelik önemli bir katkı sunmayı hedeflemektedir.

İZMİR

03 / 06 / 2024

Berna KAYA GÜL



İÇİNDEKİLER

Sayfa

İÇ KAPAK -----	ii
KABUL ONAY SAYFASI -----	iii
ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI -----	v
ÖZET -----	viii
ABSTRACT -----	ix
ÖNSÖZ -----	xii
İÇİNDEKİLER -----	xv
ŞEKİLLER DİZİNİ -----	xviii
TABLolar DİZİNİ -----	xx
1. GİRİŞ -----	1
1.1. Literatür Özeti -----	2
2. OPERASYONEL MODAL ANALİZ YÖNTEMLERİ -----	7
2.1. Titreşim Sinyallerinin Rastgele Değişkenliği ve Belirsizlikler -----	10
2.1.1. Rastgele Değişkenlerin Olasılıksal Temsili -----	11
2.2. Zaman Tabanlı Tanılama -----	13
2.2.1. AR Modelleri ve Poly Referansı (PR) -----	14

İÇİNDEKİLER (devam)

	<u>Sayfa</u>
2.2.2. ARMA Modelleri -----	16
2.2.3. Ibrahim Time Domain (ITD) -----	18
2.2.4. NExT-ERA Modal Tanılama Yöntemi -----	20
2.2.5. Stokastik Alt Uzay Tanımlama (SSI) -----	24
2.3. Frekans Tabanlı Tanılama -----	26
2.3.1. Peak-Picking ve Klasik Frekans Tabanlı Analiz -----	27
2.3.2. Frekans Tabanlı Ayırıştırma (FDD) Yöntemi -----	29
2.3.3. Genişletilmiş Frekans Tabanlı Ayırıştırma (EFDD) Yöntemi -----	32
3. FREKANS VE UZAYSAL ALAN AYRIŞTIRMA YÖNTEMİ (FSDD) YÖNTEMİ -----	36
3.1. Modal Ayırışımı Sonucu Güç Spektral Yoğunluğu -----	36
3.2. Frekans Ayırışımı Kullanarak Sınırlı Frekans Aralığındaki Modal Tanımlama -----	39
4. FREKANS TABANLI AYRIŞTIRMA TEKNİKLERİNDE MODAL PARAMETRE BELİRSİZLİKLERİNİN DEĞERLENDİRMESİ -----	44
4.1. Belirsizlik Sınırlarının Tahmini -----	44
4.2. Modal Şekil Vektörü İçin Belirsizlik Tahmini -----	46

İÇİNDEKİLER (devam)

Sayfa

4.3. Modal Frekans ve Sönüm Oranı İçin Belirsizlik Tahmini -----	48
5. FSDD YÖNTEMİ İLE ÇERÇEVE SİSTEM BİR YAPININ MODAL PARAMETRE TAHMİNLERİ: DENEYSEL VE SAYISAL ÖRNEKLER---	52
5.1. Sayısal Örnek: 5 Katlı Kayma Çerçevesi -----	52
5.1.1. Bant Genişliğinin Etkisi -----	55
5.1.2. Sinyal-Gürültü Oranının Etkisi -----	57
5.2. Gerçek Yapı Örneği -----	58
5.3. Z24 Köprüsü Örneği -----	64
6. SONUÇ -----	70
KAYNAKLAR DİZİNİ-----	71
TEŞEKKÜRLER -----	77
ÖZGEÇMİŞ -----	77

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
Şekil 2. 1. Operasyonel Modal Analiz Prosedürü (Brincker and Ventura, 2015) ..	8
Şekil 2. 2. (a) İlgili rasgele değişken X için olasılık yoğunluk fonksiyonu (PDF) (b) İlgili sinyal x(t). (Brincker and Ventura, 2015).....	11
Şekil 2. 3. (a) Rasgele değişken X için yoğunluk fonksiyonu (b) Rasgele değişken X için dağılım fonksiyonu (Brincker and Ventura, 2015).....	12
Şekil 2. 4. Örnek tekil değer grafikleri (Rainieri ve Fabbrocino, 2014)	31
Şekil 5. 1. 5 Katlı model için elde edilen tekil değer (SV) spektrumu	53
Şekil 5. 2. Tanımlanan mod şekilleri	55
Şekil 5. 3. Bant genişlik oranına göre modal frekansların c.o.v. üzerindeki değişimleri	56
Şekil 5. 4. Bant genişlik oranına göre modal sönüm oranının c.o.v. üzerindeki değişimleri	56
Şekil 5. 5. Bant genişlik oranına göre mod şekli c.o.v.'indeki değişimleri.....	56
Şekil 5. 6. Sinyal- gürültü oranına göre modal frekansların c.o.v. üzerindeki değişimleri	57
Şekil 5. 7. Sinyal- gürültü oranına göre modal sönüm oranının c.o.v. üzerindeki değişimler	58
Şekil 5. 8. Bant genişlik oranına göre modal sönüm oranının c.o.v. üzerindeki değişimleri	58

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
Şekil 5. 9. Brodie Tower'ın Görünümü ve Kat Seviyelerindeki Sensör Yerleşimi (kaynak: Zhu et al.).....	59
Şekil 5. 10. Ölçüm düzeneklerinden elde edilen maksimum SV spektrumları.....	59
Şekil 5. 11. Global mod şekilleri ile birlikte ortalama modal frekanslar ve sönüm oranları (c.o.v. değerleri parantez içinde verilmiştir, $\delta\Phi$ global mod şeklinin c.o.v. değeri).	62
Şekil 5.12. Z24 köprüsünün ön görünümü (üst) ve üstten görünümü (alt) (Reynders ve De Roeck, 2009)	64
Şekil 5.13. Z24 köprüsünün Root Singular Value Spectrumu	66
Şekil 5.14. Temsili istatistiklerle belirlenen frekanslar ($\pm$ standart sapmalar).....	66
Şekil 5.15. Temsili istatistiklerle belirlenen sönüm oranları ($\pm$ standart sapmalar).....	67
Şekil 5.16. Önerilen algoritma tarafından oluşturulan mod şekilleri.....	68
Şekil 5.17. Mod Numarasına Göre Frekans Kovaryans Değişimi.....	69
Şekil 5.18. Mod Numarasına Göre Sönüm Oranı Kovaryans Değişimi.....	69

TABLolar DİZİNİTabloSayfa

Tablo 2. 1. Yapısal Sistemin Genel Tepki Özellikleri (ANSI S2.47-1990).....7

Tablo 5. 1. Tamamlanmamış veri durumları için sensör konfigürasyonları 54

Tablo 5. 2. Tahmini modal frekanslar ve c.o.v. değerleri. 60

Tablo 5. 3. Tahmini modal sönüm oranları ve c.o.v. değerleri. 60

Tablo 5. 4. Tahmini yerel mod şekilleri için c.o.v. değerleri (%). 61

1. GİRİŞ

Yapısal sağlık izleme, mühendislik alanında yapıların performansını değerlendirmek ve potansiyel problemleri belirlemek amacıyla kullanılan önemli bir disiplindir. Mühendislik yapılarının performansının sürekli olarak izlenmesi ve değerlendirilmesi, olası hasarları tespit etmek ve yapısal güvenliği artırmak amacıyla kullanılan bir dizi teknik ve yöntemi içermektedir. Bu bağlamda, Operasyonel Modal Analiz (OMA) teknikleri, yapıların dinamik özelliklerini belirlemede etkili bir araç olarak öne çıkar. OMA, gerçek zamanlı veri kullanarak yapıların modal parametrelerini elde etme avantajına sahiptir. Bu amaçla, OMA yöntemleri arasında Frekans Tabanlı Ayırıştırma (FDD) tekniği, yapıların dinamik özelliklerini belirleme konusunda etkili bir araç olarak öne çıkmaktadır.

Belirsizlik kavramı, yapısal sağlık izleme çalışmalarında önemli bir parametredir. Bu belirsizlikler genellikle model hataları ve sensör gürültüsü kaynaklıdır. Bu bağlamda, bu tez çalışması Frekans Tabanlı Uzaysal Ayırıştırma (FSDD) Tekniği kullanılarak modal frekanslar ve doğal sönüm oranlarındaki belirsizlikleri değerlendirmeyi amaçlamaktadır. Belirsizliklerin tayini için önerilen yöntemin etkinliği simülasyon verileri ve gerçek yapısal titreşim verileri üzerinden incelenmektedir. Ayrıca bu tekniğin yapıların dinamik davranışlarını analiz etmede sunduğu avantajlar vurgulanacak ve bu tekniğin genel çerçevesi açıklanacaktır.

Bu amaçla, mod şekillerine ait kovaryans matrisi pertürbasyon teorisi kullanılarak elde edilmiş ve modal frekanslar ile doğal sönüm oranlarındaki belirsizlikler için tahmin fonksiyonu temel alınarak kovaryans matrisi oluşturulmuştur. Bu aşamada, çalışmanın vurguladığı belirsizlik türleri ve bu belirsizliklerin yapısal sağlık izleme uygulamalarındaki kritik önemi üzerinde durulacaktır.

Sonuç olarak, bu tez çalışmasında yapısal sağlık izleme, Frekans Tabanlı Ayırıştırma tekniği ve belirsizlik kavramına odaklanılarak, tezin temel amaçları ve yöntemleri özetlenmiştir. Çalışmanın teorik katkıları arasında, FDD tekniği ile elde edilen OMA sonuçlarında modal parametre belirsizliklerinin sınırlarını anlamak ve bu belirsizlikleri etkin bir şekilde ele almak için yeni bir yöntem önerisinde

bulunmaktadır. Ayrıca, mühendislik uygulamalarındaki potansiyeli vurgulanarak, yapılan analizlerin yapısal sağlık izleme alanında önemli bir yer tutacağına dikkat çekilmiştir.

1.1. Literatür Özeti

Son yıllarda, Operasyonel Model Analiz (OMA) teorisi ve uygulamaları hakkında birçok çalışma gerçekleştirilmiştir. Bu amaçla, OMA konusunda yapılmış bazı temel çalışmalar bu bölümde özetlenmiştir.

Tse, E. and Weinert, H. (1975), çok değişkenli stokastik doğrusal sistemlerin boyutlarını, sistem matrislerini ve rastgele değişkenlerinin bilinmediği karmaşık bir senaryoyu ele almışlardır. Bu senaryoda, bu tür bir sistemin çıkış verilerini kullanarak, sistem parametrelerini belirlemek için bir model geliştirmişlerdir. Bu modelde, uygun parametre tahminleri elde etmek için çıkış verilerinin özel bir temsilini, yani "değişim izleme" metodunu kullanmışlar ve bu şekilde sistem matrislerini seçmişlerdir. Ayrıca, değişim izlemede sistem parametrelerini ve sistem yapısını tahmin etmek için kullanılabilecek sistematik bir yöntem tanıtlamışlardır. Böylece, karmaşık stokastik sistemlerin belirsiz parametrelerle bile etkili bir şekilde analiz edilebileceğini göstermektedir.

James et al. (1993), tarafından önerilen yeni bir operasyonel modal analiz yöntemi, geçen otuz yıl içinde birçok araştırmacı tarafından geniş bir şekilde kabul gören bir konu olmuştur. Bu önerilen metod, çıkışa odaklanan bir strateji benimsemekte ve modal parametre tahminini çevresel koşullarda gerçekleştirmektedir. Söz konusu Doğal Uyarım Tekniği (NExT) ile elde edilen sonuçlar, yapının statik ve dinamik yükler altında elde edilen davranışlarıyla karşılaştırılarak, geleneksel operasyonel modal analiz yöntemlerine göre değerlendirilmiştir. Bu karşılaştırma sonucunda, modal parametrelerin dönme hızına bağlı olarak belirlendiği gözlemlenmiştir. Ayrıca, NExT ile elde edilen sonuçlar, analitik aeroelastik teoriyle de detaylı bir şekilde karşılaştırılmıştır.

Brincker et al. (2001a), tarafından yürütülen çalışmada, yalnızca çıktı verisine dayalı sistemlerin modal tanımlaması için yeni bir frekans tabanlı yaklaşımı olan

FDD tanıtılmıştır. Bu metodoloji, spektral yoğunluk fonksiyon matrisini parçalayarak tepki spektrumlarını farklı serbestlik derecelerine sahip sistemlere bölmeyi içerir. FDD tekniği, büyük miktarda gürültü etkileri altında bile yakın modları hassas bir şekilde ayırt etme ve tepki sinyalleri içindeki harmonik bileşenleri ayırt etme yeteneği sunar. Bu araştırma her ne kadar modal tanımlama alanında daha kesin ve güvenilir bir yöntem sunarak OMA yaklaşımları arasında oldukça önemli bir ilerlemeyi temsil etse de özellikle modal sönüm oranı tayini konusunda bir çözüm sunmamaktadır. Bu Brincker et al. (2001b), tarafından, gerçekleştirilen bu çalışma, 2 Serbestlik Derecesi (2DOF) sistemi için bir vektör ARMA modeli kullanarak yapılan simülasyonlarla ilgilidir. Bu simülasyonunu kullanarak farklı tahrik frekanslarında bulunan, hatta birbirine dik olmayan modların tanınmasını açıklamışlardır. Ayrıca, bu tekniği bir köprü yapısının modlarını tanımlamak için kullanmışlardır. Araştırmalarının sonuçları, FDD'nin bir modal tahmin yöntemi olarak güvenilirliğini, sönüm tahmininin belirli eşik değerleri aracılığıyla kontrol edilebilirliğini ve basit grafiksel analizlerle doğrulanabilirliğini vurgulamışlardır. Araştırmacılar bu tekniğin yapısal ve mekanik mühendislik alanlarında farklı uygulamalarda başarıyla kullanılabilme esnekliğini de özellikle vurgulamışlardır.

Pintelon et al. (2007), yapısal analizdeki belirsizlikleri anlamayı amaçladıkları çalışmalarında ölçüm verileri ve tahmin edilen modal parametrelerdeki belirsizlikleri hesaplamak için frekans alanında kullanılan modal modellere birinci mertebe Taylor serisi açılımı ile bir pertürbasyon yaklaşımı geliştirmişlerdir. Sonuç olarak elde edilen kovaryans matrislerini kullanarak, modal parametre tahminlerinin içerdiği model hatalarından kaynaklanan belirsizlikleri ortaya koyan bir hesap çerçevesini ortaya koymuşlardır.

He et al., (2009), San Francisco'da bulunan uzun açıklıklı Alfred Zampa Memorial Köprüsü üzerinde dinamik saha testleri gerçekleştirmişlerdir. Bu çalışma, dinamik testlerin köprünün trafiğe açılmasından hemen önce gerçekleştirildiği bir tanımlama çalışmasıdır. Bu amaçla, MNEXT-ERA, SSI ve EFDD gibi üç modal tanımlama tekniği ile işlenen titreşim ve ambiyans test verilerini incelemişlerdir. Araç kaynaklı etkiler ve kontrollü trafik koşulları ile gerçekleştirdikleri titreşim testlerinde, test türü için tanımlanan titreşim frekansları

ve mod şekilleri her bir test türü için iyi bir uyum göstermiş; ancak titreşim test verilerinden elde edilen sönüm oranları, ortam titreşim test verilerinden elde edilenlerden daha yüksek olduğunu gözlemlemişlerdir. Bu doğrultuda, söz konusu çalışmada sönüm oranlarının tahminindeki belirsizliğin doğal titreşim frekanslarının belirsizliğinden daha yüksek olduğu belirtilmektedir.

Zhang et al. (2010), operasyonel modal analiz (OMA) alanında yeni bir teknik olan Frekans ve Uzaysal Alan Ayrıştırma Yöntemi (Frequency-Spatial Domain Decomposition-FSDD) yöntemini geliştirmişlerdir. Bu teknik, karmaşık yapıların dinamik özelliklerini daha iyi anlamayı, hasar tespiti ve yapısal sağlık izleme gibi uygulamaları desteklemeyi amaçlamışlardır. Araştırmacılar, FSDD'nin teorik temelini açıklayarak, bu yöntemi çeşitli mühendislik uygulamalarında göstermek için örnekler sunmuşlardır. Bu çalışmaların sonuçlarına göre, FSDD'nin karmaşık yapıların dinamik analizi ve tanımlaması için başarılı bir yöntem olduğu ve yapısal modları net bir şekilde temsil edebildiği görülmüştür. Bu araştırmanın bulguları, karmaşık yapıların dinamik analizi alanında önemli bir katkı sağlamaktadır.

Caicedo, J. M. (2011), iyi bilinen bir modal tanımlama yöntemi kombinasyonu olan NExT/ERA kullanımının etkili bir şekilde nasıl uygulanabileceğini araştırmıştır. Analiz adımları; veri kaydı seçimi, çapraz-korelasyon fonksiyonlarının hesaplanması, sistem matrislerinin tanımlanması ve modal parametrelerin hesaplanmasını içermektedir. Metodolojinin kullanımını göstermek için IASC-ASCE deneysel yapı sağlığı izleme kıyaslama problemindeki hızlanma kayıtları kullanılmıştır. Sonuç olarak, iki yakın aralıklı modu içeren altı doğal frekans başarıyla tespit edilmiştir.

Mahmood et al. (2014), bir çerçeve sistem yapının hasarının tanımlanması, konumlandırılması ve boyutunun belirlenmesi amacıyla NExT-ERA yöntemi ile modal tanımlama ve en küçük kareler çözüm prosedürünün bir kombinasyonunu kullanmıştır. Çalışmada, araştırmacılar öncelikle yalnızca tek bir referans kanalını ve belirli bir sistem sırasını kullanarak hasar tespitini gerçekleştirmişlerdir. Bu yaklaşım, hasarın tanımlanması ve boyutunun belirlenmesi için bazı kısıtlamaları beraberinde getirmiştir. Bu sınırlamaları aşmak için yeni bir yaklaşım olan "multi-reference-based mode selection" geliştirmişlerdir. Bu yaklaşım ile, tüm mevcut

serbestlik dereceleri referans kanal olarak kullanılmış ve hasarın doğru bir şekilde tanımlanması için temsilci modlar belirlenmiştir. Sonuçlar, hasar konumlandırma doğruluğunun yüksek olduğunu ve hasarın şiddetinin yaklaşık olarak doğru bir şekilde belirlendiğini göstermektedir.

Franco et al. (2016), yeni bir yapısal modal tanılama yöntemi geliştirmeyi amaçladıkları. Cali, Kolombiya'daki Universidad del Valle'deki 350 Binası'nı kullanarak, modal parametreleri tahmini için Hızlı Mod Tanımlama (FMI) tekniğini kullanmışlardır. Bu teknik, önceden belirlenen doğal frekans ve sönüm oranlarına ait korelasyon fonksiyonlarını hesaplamak suretiyle çalışmaktadır. Araştırmanın sonuçları, yapısal izleme sistemlerinde hızlı ve enerji verimli modal tanımlama imkânı sunan FMI tekniği ile geleneksel yöntemlere (SSI ve NExT-ERA) oldukça yakın sonuçlar elde edilebildiğini ortaya koymaktadır.

Pioldi et al. (2017), yapıların modal özelliklerini, orta büyüklükteki depremlerden elde edilen tepki verileri kullanarak belirlemek için modifiye bir FDD yöntemi olan rFDD (Rafine Frekans Tabanlı Ayırıştırma)'yi geliştirmişlerdir. İvme tepkilerine modifiye Welch periyodogramı ve Weiner-Kinchin yaklaşımı gibi sinyal işleme yöntemlerinin uygulanarak, özellikle yüksek sönüm etkisi altında, gürültü etkisinden arındırılmış spektral güç yoğunluk fonksiyonlarının elde edildiği bu çalışmada, FDD yaklaşımının etkinliği hem sentetik hem de gerçek verilerle gösterilmektedir.

Ni and Zhang (2019), deprem verilerini kullanarak yakın ve iyi ayrılmış yapısal modları tanımlamak için hızlı bir yöntem geliştirmişlerdir. Bu yöntem, ölçülen verilerin özellikleri ve Bayes Teoremini kullanarak modal parametreleri hesaplamışlardır. Hesaplama zorluklarıyla başa çıkmak için hızlı bir algoritma kullanmışlardır.

Hızal et al. (2019), büyük ölçekli yapıların modal parametrelerindeki değişiklikleri izlemek için farklı bir modal şekil birleştirme algoritması geliştirmeyi amaçladılar. Bu amaçla, iki aşamalı Bayesyen Hızlı Fourier Dönüşümü (BFFTA) temelli yeni bir algoritma sunmuşlardır. Bu algorithmada, global modal şekil vektörünün doğrudan tahmin edilmesi için Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT) verilerini

kullanarak belirlenen lokal mod şekilleri Gauss yaklaşımını kullanılarak birleştirilmektedir.

Amador et al. (2019), bu çalışmada modal parametre tahmininde daha doğru sonuçlar elde etmeyi amaçlamışlardır. Bu amaçla, bir modal model içinde formüle edilen yeni bir maksimum olasılık tahmini (ML) tabanlı tahminci geliştirmişlerdir. Çalışmada, başarılı sonuçlar elde etmek için iyi bir başlangıç tahmininin gerekliliği özellikle vurgulanmaktadır. En Küçük Kareler Karmaşık Frekans (LSCF) tahmin algoritması ile birleştirilerek çalışan söz konusu yaklaşımda- LSCF algoritmasının hızlı tahminlerini ve yeni ML tabanlı algoritmanın sayısal kararlılığını birleştirerek modal parametre tahminlerinin kalitesinin artırılabilirdiği gösterilmektedir.

Hızal, Ç. (2020), titreşim esaslı Yapısal Sağlık İzleme (SHM) alanında yeni bir yöntem olan, maksimum olasılık esaslı Modifiye Frekans Tabanlı Ayırıştırma (MFSDD) tekniğini tanıtmıştır. Bu teknik, geleneksel Frekans Tabanlı Ayırıştırma (FDD) yöntemlerinden farklı olarak ölçüm verilerinde oluşabilecek modelleme hatalarını ve gürültü etkisini bir olasılık yoğunluk fonksiyonu tanımlayarak modal parametreleri tahmin etmektedir. MFSDD, özellikle yüksek ölçüm gürültüsünün mevcut olduğu durumlarla karşılaşıldığında modal şekil tahmininde geleneksel FDD yöntemlerine kıyasla daha iyi bir performans göstermektedir. Elde edilen veriler, MFSDD'nin gerçek ortam koşullarında oldukça güvenilir sonuçlar verdiğini ortaya koymaktadır.

Hızal, Ç. (2023), tarafından geliştirilen FDD tabanlı bir yaklaşımda, doğal frekanslar, sönüm oranları ve mod şekil vektörleri gibi modal parametreleri tahmin etmek amacıyla modifiye edilmiş bir spektral yoğunluk matrisi ve buna bağlı bir model tahmincisi sunulmuştur. Sunulan bu yöntem özellikle çoklu ölçüm gruplarının varlığında da oldukça makul sonuçlar ortaya koymaktadır.

2. OPERASYONEL MODAL ANALİZ YÖNTEMLERİ

Operasyonel Modal Analiz (OMA), esas olarak sistemlerin normal çalışma koşullarında veya çevresel titreşimler altında modal özelliklerini incelemeyi amaçlamaktadır. Bu amaçla, deneysel ölçümlerle elde edilen verileri matematiksel modellerin dinamik özellikleriyle ilişkilendirmeyi hedeflemektedir. Bu süreci tam olarak anlamak için, klasik yapı mekaniği, matris çözümlemesi, rasgele titreşim kavramı, uygulamaya özgü basitleştirmeler, titreşim ölçümü, veri toplama ve sinyal işleme konularını anlamak önemlidir.

OMA uygulamalarında, düşük genlikli titreşim seviyelerinde anlamlı seviyede bilgi toplayabilecek hassasiyete sahip ivme sensörlerine ihtiyaç duyulmaktadır. İşlem sırasında, toplanan veriler çevresel etkilerin stokastik yapısı nedeniyle sistemi istenilen seviyede uyarılamayabilir; bu nedenle daha sağlıklı sonuçlar için deney sürelerinin uzatılması gerekebilir. Bununla birlikte, uzun veri toplama süreleri, daha karmaşık ve zaman alıcı analiz süreçlerine ve veri depolama sorunlarına yol açabilir (Rainieri and Fabbrocino, 2014).

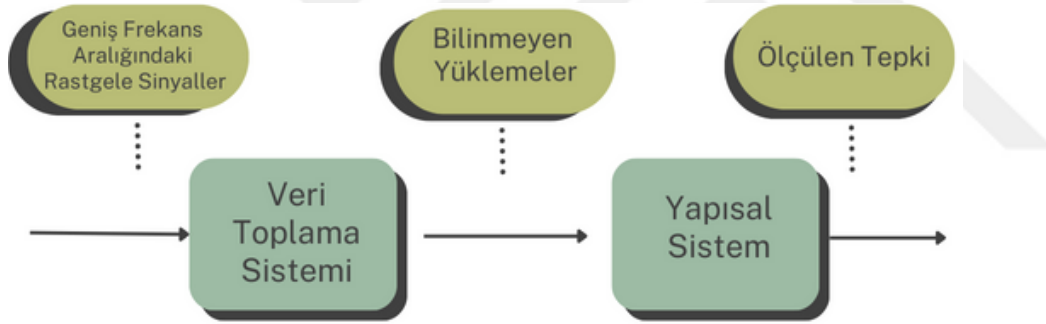
OMA teknikleri, düşük maliyet, hızlı uygulanabilirlik ve kayıt ekipmanlarının ve hesaplama yöntemlerindeki ilerlemeler nedeniyle giderek daha yaygın bir etki alanına sahiptir. Bu doğrultuda, OMA uygulamalarının klasik Deneysel Modal Analiz (EMA) ile olan temel farklılıkları Tablo 2.1'de sunulmaktadır.

Tablo 2. 1. Yapısal Sistemin Genel Tepki Özellikleri (ANSI S2.47-1990)

Makine Mühendisliği	İnşaat Mühendisliği
Yapay Uyarım	Yapay Uyarım
Darbe Çekici	Ana Olarak Hidrolik Sarsıcılar
Sarsıcılar (Hidrolik,	Geri Çekme Testleri
EMA Elektromekanik, Vb.)	Eksantrik Sarsıcılar ve Uyarıcılar
Kontrollü Patlamalar	İyi Tanımlanmış, Ölçülmüş veya
Veri Girişi	Ölçülmeyen Veri Girişleri
	Kontrollü Patlamalar

	Yapay Uyarım	Doğal Uyarım
	Sıyırma Cihazı	Rüzgâr
	Hava Akışı	Dalgalar
	Akustik Emisyonlar	Trafik
OMA	Zaman ve Uzay Boyunca	Zaman ve Uzayda Rasgele
	Rasgele Olan Bilinmeyen	Uzaysal İlişkilere Sahip
	Sinyal	Bilinmeyen Sinyal

OMA test tekniklerinin temel prensibi, incelenen yapının yaklaşık olarak rastgele değişen, olabildiğince geniş bir frekans içeriğine sahip spektral yoğunluğu sabit bir tür titreşim kaynağı tarafından uyarılması fikrine dayanır. Bununla birlikte, uyarım fonksiyonu mükemmel rastgele spektrumlu gürültü özelliklerine sahip olmasa bile ilgi duyulan tüm titreşim modlarının ölçümlerde yeterince uyarılması OMA yönteminin başarısını artırabilmektedir.



Şekil 2. 1. Operasyonel Modal Analiz Prosedürü (Brincker and Ventura, 2015)

Şekil 2.1’de geniş frekans aralığındaki titreşim etkileri OMA yöntemlerinin uygulanması için gerekli olan ölçüm prosedürünün kavramsal çerçevesi sunulmaktadır. Bu kavramsal çerçeve, OMA’nın sadece bir yapısal sistemi değil, aynı zamanda yüklemenin filtreleme özelliklerini içeren bir modal modeli tahmin ettiğine de işaret etmektedir. Elde edilen modal sonuçlar yorumlanırken, hangi modların sistem koşullarından kaynaklandığını hangilerinin ise yapısal sistemin kendisinden geldiğini anlamak önemlidir.

Yapı mühendisliği uygulamalarında yaygın olarak kullanılan OMA yöntemleri zaman tabanlı ve frekans tabanlı olmak üzere iki ana kategoriye

ayrılabilir (Brincker et al., 2001b; Brincker and Ventura, 2015; Caicedo et al., 2004; James III et al., 1993; Juang and Pappa, 1985; Rainieri and Fabbrocino, 2014; Reynders, 2012; Van Overschee and De Moor, 1996). Bu yöntemler genel olarak şu kabulleri yapmaktadır;

- Sistem doğrusal elastik davranış göstermektedir.
- Sistemin dinamik özellikleri zaman içinde değişkenlik göstermez.
- Herhangi bir sensör konfigürasyonun kapsama alanı içerisindeki modlarını doğru bir şekilde ölçebilmelidir.
- Uyarım kaynağının sistem tepkisi ile istatistiksel olarak korelasyonu yoktur.

Bir diğer yaklaşıma göre, uzun süre gerektiren ölçümler, bir yapının hizmet ömrü boyunca dış etkenlerin etkisiyle şekillenen modal özelliklerini (frekansı, titreşim düzeyleri ve sönümlleme oranı gb.) tanımlamak için kullanılabilir. Özellikle rüzgar türbinleri gibi, rüzgar, deprem veya diğer doğal etkenlerin neden olduğu güçlerin kesin ölçülememesi durumunda, deneysel modal analiz yöntemleri (giriş-çıkış yöntemleri) veya girişin ölçülmesini gerektiren yöntemler uygulanmaz. Ayrıca, bilinmeyen bir dış uyarıcı mevcutsa, bu uyarıcıyı yapının titreşimi olarak ele alırlar. Bu nedenle, bu tip yapılarda modal parametrelerini belirleme konusunda Operasyonel Modal Analiz yöntemlerinin kullanılması daha etkili sonuçlar sunar (Wang, Zhang and Tamura, 2005).

Yapıların analitik modellerini oluşturmak ve bu modelleri kullanarak çeşitli analizler yapmak, mühendislik alanında sıkça kullanılan bir uygulamadır. Ancak, çoğu gerçek yapı, hassasiyetle analitik olarak modellemek için çok karmaşıktır. Modelleme varsayımları ve yapı dışı elemanların varlığı nedeniyle deneysel veriler ışığında sertlik, kütle ve sönüm gibi parametrelerin güncellenmesi gerekmektedir (Worden and Tomlinson, 2019)

Dinamik özelliklerin tanımlanması, mühendislik disiplininde büyük bir öneme sahiptir ve bu alanda birçok araştırma bulunmaktadır. OMA, bu dinamik özellikleri tahmin eden algoritmaları kullanarak yapıların davranışlarını incelemekte kullanılır. OMA'da, dinamik karakteristiklerin tahmini iki farklı yaklaşım olan zaman ve frekans alanlarında incelenebilir.

Zaman tabanlı yöntemlerinde genellikle serbest titreşimlerle ilgili korelasyon fonksiyonlarını kullanarak bu karakteristikler belirlenmeye çalışılırken, frekans tabanlı yöntemlerinde ise yapıların farklı frekans bantlarındaki modal davranışları analiz edilerek bu bilgilere ulaşmak hedeflenir. Bu iki yaklaşım, farklı bakış açıları sunar ve mühendislerin yapıların dinamik davranışlarını daha iyi anlamalarına yardımcı olur.

2.1. Titreşim Sinyallerinin Rastgele Değişkenliği ve Belirsizlikler

İnşaat yapılarında gerçekleştirilen titreşim testleri, mekanik sistemlerin testlerinden biraz farklı bir karaktere sahiptir. İnşaat yapılarının sayısal modelleri genellikle tasarıma dayalı uygulama çizimleri ve malzeme özellikleri temel alınarak oluşturulur. Bu tür modellerde, mekanik sistemlerde yaygın olarak kullanılan matematiksel yaklaşımlar kısmen uygulanabilir; ancak özellikle büyük ölçekli yapılar söz konusu olduğunda, modelleme kaynaklı belirsizlikler daha belirgin hale gelebilir.

Ayrıca, yapıdaki titreşimi etkileyen uyarım etkilerinin rastgeleliği ve ölçüm sisteminde meydana gelen sistem gürültüsü, belirsizlik düzeyini artırabilir. Bu nedenle, yapıların servis yükleri altında ortaya çıkan ortam titreşimlerine bağlı olarak kaydedilen tepki sinyallerinin analizi, gerçek işleyiş sırasında kaydedilen verilerin analizi olan OMA uygulamalarında önemli bir yer tutar.

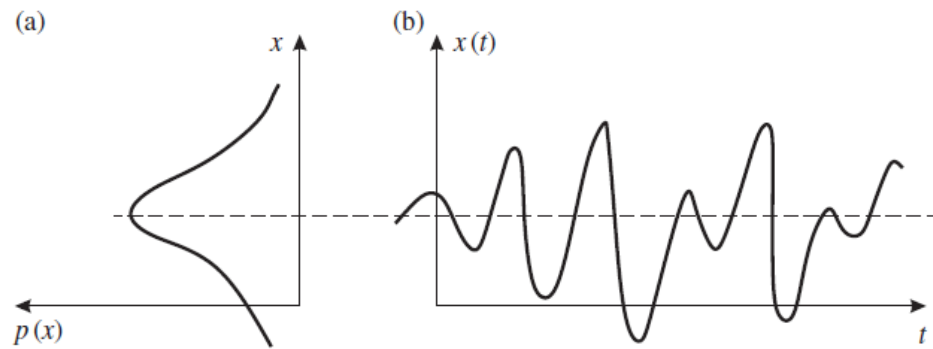
Kontrollü zorlanmış titreşim testleri, uyarımdan kaynaklanan belirsizliklerin azaltılmasında etkili olsa da maliyeti artırdığından özellikle büyük ölçekli yapıların analizinde çok fazla tercih edilmemektedir. Bu amaçla, OMA yöntemleri, yalnızca ölçülen tepki sinyallerini analiz ederek yapıların doğal frekansları, sönüm oranları ve mod şekilleri gibi dinamik parametreleri hakkında önemli bilgiler sağlayabildiğinden daha çok tercih edilen bir seçenek olarak karşımıza çıkmaktadır. Ancak, zorlanmış titreşim testleriyle karşılaştırıldığında ölçüm ve modellemeden kaynaklanan tahmin hataları ve belirsizliklerin kayda değer ölçüde artabileceği unutulmamalıdır.

2.1.1. Rastgele Değişkenlerin Olasılıksal Temsili

OMA, sistemlerin modal parametrelerini belirlemek için kullanılan bir yöntemdir. Bu yöntem, titreşim verilerini zaman alanındaki ilişkilere veya frekans alanındaki spektral yoğunluk fonksiyonlarına dayalı olarak analiz etmektedir. Zaman ve frekans alanındaki bilgiler aynı sonuca ulaşmak için kullanılabildiğinden, tercihe bağlı olarak her iki yöntemin de uygulanabilir olduğu bilinmelidir.

OMA yöntemi, sinyallerin işlenmesi için çeşitli sinyal işleme tekniklerini kullanarak sistemlerin daha net bir resmini elde etmemizi sağlar. Temel ön işleme adımları, sinyallerin filtrelenmesini içerir ve ardından korelasyon tahminini içeren ardışık adımlar uygulanmaktadır.

Zaman içinde rastgele değişen parametrelerin gözlemlerine dayalı sinyaller üzerinde çalışırken, sinyalleri olasılıksal bir modelle ilişkilendirmek, çözüm prosedürünü kolaylaştırabilir. Örneğin, bir X değişkeni, zamanın bir fonksiyonu olarak ifade edilen $x(t)$ ölçüm sinyali ile ilişkilendirilerek, bu değişkenin olasılıksal beklenen değeri ve belirsizlikleri, Şekil 2.2'de gösterilen bir olasılık yoğunluk fonksiyonu (PDF) kullanılarak elde edilebilir. Bu yaklaşım, sistemdeki modal parametrelerin belirlenmesini daha kesin ve güvenilir bir şekilde gerçekleştirmemize olanak tanır.

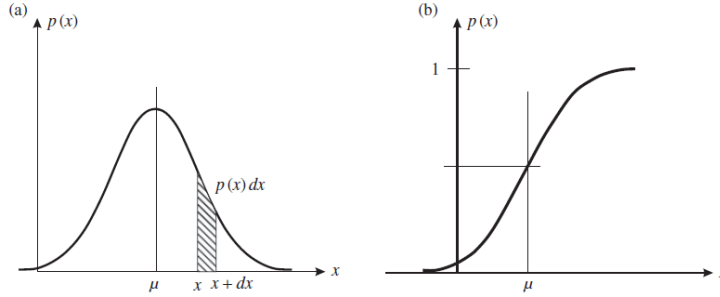


Şekil 2. 2. (a) İlgili rasgele değişken X için olasılık yoğunluk fonksiyonu (PDF)
(b) İlgili sinyal $x(t)$. (Brincker and Ventura, 2015)

PDF, olasılık dağılımını temsil eden bir fonksiyondur ve bu dağılımı kullanarak rasgele değişkenin beklenen değeri hesaplanabilir. Rasgele değişkenin

olasılık dağılımının matematiksel gösterimi şu şekildedir:

$$\Pr[X \in [x; x + dx]] = p(x)dx \quad (2.1)$$



Şekil 2. 3. (a) Rasgele değişken X için yoğunluk fonksiyonu
(b) Rasgele değişken X için dağılım fonksiyonu (Brincker and Ventura, 2015)

Rastgele değişken X ' in olasılık yoğunluk fonksiyonu (PDF), $p(x)$ ile gösterilir (Şekil 2.3). Bu rastgele değişkenin beklenen değeri;

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = \mu \quad (2.2)$$

olarak gösterilir. Birçok durumda, olasılık yoğunluk fonksiyonu $p(x)$, analitik olarak belirlenemeyebilir. Ancak, rasgele bir değişkenin gözlemsel verilerini içeren $x(t)$ sinyalinin istatistiksel özelliklerini incelemek amacıyla, rastgele değişkenin analitik değerini hesaplamak mümkündür. Bu amaçla, sinyalin özelliklerini hesaplamak için doğrudan yoğunluk fonksiyonunu kullanmak yerine, sinyalin yeterince uzun bir zaman aralığında yaklaşık olarak tahmin edilebileceği varsayımıyla sinyalin beklenen değeri tüm olası sinyal değerlerinin ağırlıklı ortalaması ile hesaplanabilir. İlk olarak, her sinyal değerinin olasılık yoğunluğunu $p(x_n)$ ile çarpılır. Sonuç olarak, sinyalin ortalama değeri:

$$E[x(t)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} np(x_n)\Delta X_n = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n \frac{\sum_k \Delta t_{n,k}}{T} \quad (2.3)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır.

Benzer bir yaklaşımla, $x(t)$ sinyalinin varyansı, herhangi bir fonksiyon $f(x)$ için;

$$E[f(x(t))] = \frac{1}{T} \int_0^T f(x(t)) dt \quad (2.4)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır. Bu şekilde sürekli bir fonksiyon olarak ele alınan rastgele değişkenler, ayrık olarak ifade edilerek istatistiksel parametreler hesaplanabilir. Bu istatistiksel parametrelerin (beklenen değer ve varyans) analitik değerleri ise aşağıdaki eşitlik ile elde edilebilir:

$$E[(x(t) - \mu_x)^2] = \frac{1}{T} \int_0^T (x(t) - \mu_x)^2 dt \quad (2.5)$$

2.2. Zaman Tabanlı Tanılama

Zaman Tabanlı Tanılama (Time Domain Identification-TD), esas olarak yapının serbest titreşimlere zaman alanında nasıl tepki verdiğini inceler. Bu tepkiler, genellikle modal katılım analizi ve stabilizasyon diyagramları gibi matematiksel araçlar aracılığıyla incelenen iki farklı sinyalin veya veri dizisinin benzerliklerini ve ilişkilerini ifade etmek için kullanılır. Bu yöntem, karmaşık modları ve sönüm oranlarını belirleme sürecinde önemli bir rol oynar ve bu sayede yapı veya sistem içindeki dinamik özellikleri açıklamada büyük bir etkiye sahiptir.

Modal katılım analizi ve stabilizasyon diyagramları, bir yapının dinamik davranışını incelemek ve anlamak için kullanılan iki farklı, ancak birbirini tamamlayan yöntemlerdir. Bu yöntemler, bir yapının dinamik davranışını incelemek ve iyileştirmek için bir arada kullanılabilecek önemli araçlardır. Modal analiz, yapının titreşim modlarına ve bu modların yapısal dinamik davranışına olan katkısını belirlerken, stabilizasyon diyagramları ise yapısal kararlılığı ve istenmeyen titreşimleri değerlendirmeye yardımcı olur. Bu iki analiz yöntemi bir araya geldiğinde, bir yapının dinamik davranışını daha iyi anlamak, istenmeyen titreşimleri minimize etmek ve yapısal tasarımı iyileştirmek için kapsamlı bir yaklaşım sunar. Bu şekilde, yapıların güvenli ve istikrarlı bir şekilde çalışmasına

katkı sağlarlar.

Korelasyon fonksiyonları, belirli veri setleriyle ilişkilendirilerek bir yapı veya sistemin dinamik davranışını daha iyi açıklamak için kullanılır ve modal parametrelerin tahmin edilmesine yardımcı olurlar. Modal katılım, her bir modun yapısal dinamik davranışına olan katkısını gösterir. Bu nedenle, modal katılım analizi sürecinde, verilerin matematiksel analizi kullanarak modal katılım vektörlerini hesaplamak amacıyla korelasyon fonksiyonlarını kullanılır. Korelasyon fonksiyonlarını belirli bir zaman aralığındaki ($\tau = k\Delta t$) veri toplama süreciyle ilişkilendirildiğinde, korelasyon fonksiyonu matrisi (CF matrisi) aşağıdaki gibi ifade edilir (Brincker and Ventura, 2015):

$$R_y(k) = 2\pi \sum_{n=1}^{2N} \gamma_n a_n^T e_n^{-\lambda_n k \Delta t} \quad (2.6)$$

Zaman Tabanlı OMA Yöntemleri, kontrol teorisi temellerinden geliştirilmiştir ve bu yaklaşım, frekansı ve fiziksel olarak ilişkili olan modları birbirinden ayırmak için stabilizasyon diyagramlarını kullanma fırsatı sunar. Bu metod, model gerekliliklerini en aza indirgeyerek en uygun model sırasını seçmeyi içerir. Fiziksel modlar, başka faktörlerden etkilenebilir ve model sıra numarası, bu etkileri mümkün olduğunca azaltacak şekilde belirlenir. Ayrıca, stabilizasyon diyagramları, frekans bandındaki mod sayısını anlama ve tahminlerin doğruluğunu kontrol etme fırsatı sunar.

2.2.1. AR Modelleri ve Poly Referansı (PR)

AR modelleri, zaman içerisindeki verileri analiz etmek ve tahmin etmek için kullanılan istatistiksel modellerdir. Buradaki ana düşünce, önceki veri değerlerinin gelecekteki değerleri tahmin etmede kullanılabilirliğidir. Bu süreç 'AR/PR Tanımlama' olarak adlandırılır. AR modelleri, zaman serilerinin yapısını ve ilişkilerini analiz etmek için önemli bir araçtır ve serbest sönümlenme analizi için de kullanılabilirler. OMA'nın başarılı bir şekilde uygulanabilmesi için bu yöntemler, yapının modal parametrelerini tahmin etmek için kullanılır. Bu parametreler, yapının doğal frekanslarını, mod şekillerini ve sönüm oranlarını içerir ve yapının

titreşimlerini analiz eder.

Tanımlama prosedürünün ilk aşaması, verilen homojen denklemin serbest sönümlenme yüzdeleri $y(n)$; $n = 1, 2, \dots$ için örnek sayısı n_p işlevi olarak kullanılarak AR matrislerini bulmaktır. Daha sonra, veri kaydı ölçümlerinden hesaplanan korelasyon fonksiyonları (CF) ile oluşturulan n_a blok satırlı Hankel matrisleri (H_1) ve tek bir satırı olan bir blok matris (H_2) oluşturulur (Brincker and Ventura, 2015).

$$y(n) = A_1 y(n-1) - A_2 y(n-2) - \dots - A_{na} y(n-na) = 0 \quad (2.7)$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} y(1) & y(2) & \dots & y(np-na) \\ y(2) & y(3) & \dots & y(np-(na-1)) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(na) & y(na+1) & \dots & y(np-1) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$H_2 = [y(na+1) \ y(na+2) \ \dots \ y(np)] \quad (2.9)$$

Denklem (2.7), H_1 , H_2 ve AR matrislerin terimleri olarak kullanılırsa;

$$AH_1 = H_2 \rightarrow [A_{na}, A_{na-1}, \dots, A_1]H_1 = H_2 \quad (2.10)$$

AR matrislerini tahmin etmek için, Denklem (2.10), transpoze edilip, SVD veya en küçük kareler yöntemi ile çözülmesi durumunda aşağıdaki gibi olur;

$$\hat{A} = (H_1^T H_2^T) = H_2 H_1^+ \quad (2.11)$$

Son olarak sistem kutupları, modal frekanslar ve sönüm değerleri, Denklem (2.12) kullanılarak elde edilir.

$$\lambda_i = \frac{\ln(\mu_n)}{\Delta t}; \quad \omega_n = |\lambda_n|; \quad f = \frac{\omega_n}{2\pi}; \quad \xi_i = \frac{\text{Re}(\lambda_n)}{|\lambda_n|} \quad (2.12)$$

Burada; modal frekans (λ_i), sönüm oranı (μ_n), ve ölçüm zaman aralığı (Δt) arasındaki ilişkiyi ifade eden ilk denklem, bir sistemin doğal titreşim özelliklerini

belirlemede önemli bir rol oynar.

Modal frekans (λ_n) ve doğal açısal frekans (ω_n) arasındaki bağlantıyı gösteren ikinci denklem, sistemin doğal titreşim frekansının hesaplanmasında kullanılır. Bu frekanslar genellikle kompleks sayılar olarak ifade edilir ve bu denklem, gerçek frekansın pozitif değerini elde etmek için mutlak değeri kullanır.

Doğal açısal frekans (ω_n) ve doğal frekans (f) arasındaki ilişkiyi gösteren üçüncü denklem, frekansın farklı birimler arasında dönüştürülmesini sağlar.

Son olarak, i 'inci modun sönüm oranını (ξ_i) belirlemek için kullanılan dördüncü denklem, kompleks bir sayının gerçek kısmı ile mutlak değeri arasındaki oranı ifade eder. Bu sönüm oranı, sistemin titreşimlerinin enerji kaybını gösterir ve yapısal dinamik analizde önemli bir parametredir.

AR modelleri ve Poly Referansı gibi teknikler, bu titreşim verilerini işlemek ve farklı modları ayırmak için kullanılır. AR modelleri, sistem davranışını matematiksel olarak ifade etmek için kullanılır. Bu, titreşim verilerini matematiksel bir modele dönüştürerek, yapıdaki modların tahminini sağlar ve sonuçları gerçek verilere karşı doğrular. Titreşim verileri genellikle karmaşıktır. AR modelleri ve Poly Referansı gibi yöntemler, istenmeyen sinyalleri azaltarak daha kesin modal parametre tahminleri elde etmeye yardımcı olur. Bu gibi yöntemlerin, sahadaki titreşim verilerini hızla analiz etmek ve dinamik özellikleri belirlemek için kullanışlı olduğu bilinmektedir.

2.2.2. ARMA Modelleri

ARMA (Auto-Regressive Moving Average) modelleri, Yapısal Titreşim Analizi'nde önemli bir teknik olarak kullanılmaktadır. Bu modeller, serbest titreşimlerin sönümünü geleneksel bir yaklaşım olan serbest titreşimlerin sönümünü tahmin etme yoluna başvurmadan, ölçülen sinyali kullanarak doğrudan model parametrelerini tanımlamayı amaçlarlar. Bu yaklaşım, modal analiz temel varsayımlarına dayanmaktadır ve bu varsayımlar, tüm fiziksel bilgilerin korelasyon fonksiyonları içinde kodlandığını ve bu bilgilerin bu fonksiyonlardan

çıkarılabileceğini öngörür. ARMA modelini temsil eden denklem aşağıdaki gibidir (Brincker and Ventura, 2015):

$$y(n) = \sum_{k=1}^N A_k y(n-k) + \sum_{k=0}^n B_k x(n-k) \Leftrightarrow \quad (2.13)$$

$$y(n) - A_1 y(n-1) - \dots - A_N y(n-N) = B_0 x(n) + \dots + B_M x(n-M)$$

Bu denklem, serbest titreşimlerin sönümle olan ilişkisini açıklar. ARMA modelleri, fiziksel sistemlerin dinamik özelliklerini anlamak ve çıkarmak için bir araçtır. Temel olarak sistemlerin hareketini analiz etmek için kullanılan denklem ise aşağıdaki gibidir:

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = x(t) \quad (2.14)$$

Kütleyi (m), sönümleme katsayısını (c) ve rijitliği (k) temsil eden bu denklem, dış kuvvetin etkisi altında kütlenin hareketini açıklar. Bu denklem, dinamik sistemlerin ve mühendislik tasarımlarının analizinde temel bir referans noktasıdır ve sistemlerin hareketini çözmek veya optimize etmek için kullanılır.

Bu denklemleri zamana bağlı hale getirmek için zaman adımlı formu ise aşağıdaki gibidir (Brincker and Ventura, 2015):

$$\begin{aligned} & y(k) - y(k-1) - (y(k-1) - y(k-2)) \\ &= -\Delta t \frac{c}{m} (y(k) - y(k-1)) - \Delta t \frac{k}{m} y(k) + \Delta t \frac{1}{m} x(k) \\ &\Leftrightarrow \left(1 + \Delta t \frac{c}{m} + \Delta t \frac{k}{m}\right) y(k) + \left(-2 - \Delta t \frac{c}{m}\right) y(k-1) - y(k-2) \\ &= \Delta t \frac{1}{m} x(k) \end{aligned} \quad (2.15)$$

Bu denklemler, sürekli zaman denklemini belirli zaman aralıklarında örnekleme yaparak zaman adımlı bir forma dönüştürmek için kullanılır. Burada $u_1(k) = y(k)$ ve zaman adımları belirli anları temsil eder. Bu denklemler genellikle

bilgisayar simülasyonlarında ve kontrol sistemlerinde yaygın olarak kullanılır.

Son olarak, tahmin hatası $\varepsilon(k)$ tanımlanır ve bu, tahmin edilen tepki ile gerçek tepki arasındaki farkı temsil eder.

$$\varepsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k|k-1; \theta) \quad (2.16)$$

2.2.3. İbrahim Time Domain (ITD)

İbrahim Zaman Tabanlı (ITD) tekniği, çoklu çıkış sistemlerinin analizi için geliştirilmiş bir yöntem olarak kabul edilir. Temel amacı, sistemlerin rastgele titreşimlere nasıl tepki verdiğini incelemek ve bu tepkinin sistem modlarının şekillerine nasıl katkı sağladığını anlamaktır. Bu sayede, OMA bilgisi elde etmek amaçlanır. Bu teknik, herhangi bir serbest tepkinin veya korelasyon fonksiyonlarının Denklem (2.17) ile gösterilen üstel azalmaların bir kombinasyonu olarak ifade edilebilir (İbrahim, 1999).

$$y(t) = y(k\Delta t) = c_1 a_1 e^{\lambda_1 k \Delta t} + c_2 a_2 e^{\lambda_2 k \Delta t} + \dots = c_1 a_1 \mu_1^k + c_2 a_2 \mu_2^k \quad (2.17)$$

Bu amaçla, $a_1 a_2, \dots$ mod şekillerini ifade ederken $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ sürekli zaman kutuplarını ve $\mu_1, \mu_2, \dots$ kesirli zaman kutuplarını temsil etmektedir. Aynı zamanda $c_1, c_2, \dots$ ise zaman sıfır noktasındaki serbest azalma faktörlerini tanımlamaktadır. Tahmin prosedürü, öncelikle dört blok satırlı bir Hankel matrisi oluşturularak başlar. Daha sonra bu matris ortasından ikiye bölünür.

$$y(t=0) = c_1 a_1 + c_2 a_2 + \dots \quad (2.18)$$

$$H = \begin{bmatrix} y(1) & y(2) & \dots & y(np-3) \\ y(2) & y(3) & \dots & y(np-2) \\ y(3) & y(4) & \dots & y(np-1) \\ y(4) & y(5) & \dots & y(np) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Bu iki daha küçük blok Hankel matris içinde, üst matris H_1 iki üst blok satır içerirken, alt matris H_2 iki alt blok satır içerir. Serbest sönümlenme sayısı np 'dir. Serbest sönümlenmeleri ifade etmek için Denklem (2.4.1)'deki ifadeyi kullanarak,

H_1 ve H_2 'yi aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$H_1 = \Psi \Lambda \quad (2.20)$$

$$H_2 = \Psi[\mu_n]^2 \Lambda \quad (2.21)$$

Sistem matrisi A , (2.19) numaralı denklemin sonraki adımları kullanılarak tahmin edilebilir.

$$\begin{aligned} \Psi^{-1}H_1 &= [\mu_n]^{-2}\Psi^{-1}H_2 \quad \rightarrow \quad \Psi[\mu_n]^2\Psi^{-1}H_1 = H_2 \\ &\rightarrow \quad A = \Psi[\mu_n]^2\Psi^{-1} \quad \rightarrow \quad AH_1 = H_2 \end{aligned} \quad (2.22)$$

Bu denklemin transpozunu almak, sistemin fazla sayıda denklem içeren bir sistem olduğunu gösterir. Bu fazla sayıdaki sorunu ele almak için iki farklı tahmin yöntemi karşımıza çıkmaktadır. İlk yöntem, A matrisinin H_1 ile çarpılacağını tahmin etmek için bir regresyon yaklaşımı kullanır. İkinci alternatif tahmin yöntemi ise A matrisinin H_2 ile çarpılacağını tahmin etmek için bir regresyon yaklaşımı kullanır. Her iki tahminin de sınırlı sapmalara sahip olduğu bilinir. Genellikle, bu tahminlerin ortalaması, sapmasız (veya çift en küçük kareler) tahmin olarak adlandırılan bir tahmin olarak kullanılır (Brincker and Ventura, 2015).

$$\begin{aligned} \hat{A}_1 &= H_2 H_1^T (H_1 H_1^T)^{-1} \\ \hat{A}_2 &= H_2 H_2^T (H_1 H_2^T)^{-1} \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\hat{A} = (\hat{A}_1 + \hat{A}_2)/2$$

Başlangıçta, bu sürecin tek bir giriş için tasarlandığı gözükse de denklemlerde yer alan matrislerin blok Toeplitz matrisleri olduğu ve bu sayede çoklu girişli, çoklu çıkışlı (MIMO- Multiple-Input, Multiple-Output) bir versiyonunun oluşturulduğu görülmüştür.

$$\begin{aligned}
T_{11} &= \sum_{r=1}^{nr} H_{1,r} H_{1,r}^T; & T_{12} &= \sum_{r=1}^{nr} H_{1,r} H_{2,r}^T \\
T_{21} &= \sum_{r=1}^{nr} H_{2,r} H_{1,r}^T; & T_{22} &= \sum_{r=1}^{nr} H_{2,r} H_{2,r}^T
\end{aligned}
\tag{2.24}$$

Son olarak sistem matrisi tahminleri şu şekilde elde edilebilir:

$$\begin{aligned}
\hat{A} &= T_{12} T_{11}^{-1} \\
\hat{A} &= T_{22} T_{21}^{-1}
\end{aligned}
\tag{2.25}$$

ITD tekniğinin MIMO (Çoklu Giriş, Çoklu Çıkış) formülasyonu, tepki matrisini yan yana düzenleyerek ve bu matrisi kullanarak Hankel matrisi oluşturarak elde edilir. Bu yöntem, her bağımsız giriş kaynağı için bir Toeplitz matrisi eklemek suretiyle aynı sonuca ulaşır.

2.2.4. NExT-ERA Modal Tanılama Yöntemi

NExT-ERA yöntemi, NExT ve ERA'nın bir kombinasyonunu ifade eder. İlk olarak, NExT aşaması, uyarıcı verilerin işlendiği bir aşamadır. Bu aşamada, serbest titreşim verilerinin özelliklerini içeren bir sinyal elde edilir. ERA ise, NExT tarafından elde edilen serbest titreşim verilerine dayalı olarak sistemin nümerik bir modelini durağan bir durumda geliştirmek için kullanılır.

Sistem parametre matrislerinin sabit olduğu varsayımı altında, 2.14 numaralı eşitlikte verilen hareket denklemi, her iki tarafına aynı bir çarpan ekleyerek veya bölerek işlenebilir. Sonrasında bu işlemin sonucunda her iki tarafın beklenen değerleri hesaplanabilir (Brincker and Ventura, 2015).

$$ME[\ddot{X}(t)X_i(s)] + CE[\dot{X}(t)X_i(s)] + KE[X(t)X_i(s)] = E[F(t)X_i(s)] \tag{2.26}$$

Burada $E[.]$ ifadesi, beklenen değeri temsil eder. Burada 2.27 numaralı eşitlik aşağıdaki gibi de ifade edilebilir (Brincker and Ventura, 2015).

$$MR_{\ddot{x}x_i}(t, s) + CR_{\dot{x}x_i}(t, s) + KR_{xx_i}(t, s) = R_{Fx_i}(t, s) \quad (2. 27)$$

Burada $R(\cdot)$, korelasyon fonksiyonu vektörünü gösterir ve bu denklem $A(t)$ ve $B(t)$ sabit süreçler ise geçerlidir (Bendat and Piersol, 2000).

Tepkilerin uyarı ile uyumlu olmadığı durumu ele alındığında (yani, $\tau > 0$ için), aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir (Brincker and Ventura, 2015):

$$MR_{\ddot{x}x_i}(\tau) + CR_{\dot{x}x_i}(\tau) + KR_{xx_i}(\tau) = 0 \quad (2. 28)$$

NExT uygulamasında, bir yanıt (örneğin bir sensör kanalı) bir referans olarak seçilir ve korelasyon fonksiyonları bu referans kanalına göre hesaplanır. Bu nedenle, tüm modları verilerde gözlemleyebilmek için yüksek bir sinyal-gürültü oranına (SNR) sahip ve herhangi bir modun düğümünden uzak bir referans kanalı seçmek önemlidir. Genel olarak, ERA, dışsal kuvvetleri göz ardı ederek bir sistemin tepki verme özelliğini incelemek veya serbest titreşim verilerini kullanmak amacıyla kullanılır. Bir Lineer Zamanla Değişmeyen (LTI) sistemin temsil eden denklemi ise şu şekildedir (Brincker and Ventura, 2015):

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) \end{aligned} \quad (2. 29)$$

Burada, $u(k)$, $x(k)$ ve $y(k)$ terimleri sırasıyla, bir sisteme uygulanan giriş kuvvetlerini, sistemin içinde bulunduğu durumu temsil eden bir vektörü (durumları), ve sistemin ürettiği çıkışları (örneğin, ivme ölçümleri gibi) ifade eder. A , B , C ve D katsayıları da bu sistemin özelliklerini belirlemek için kullanılır. Bu katsayılar, bir sistemin durum-uzay modelini tanımlayan matrislerdir. Özellikle, A matrisi sistemin dinamik davranışını temsil ederken, B matrisi girişlerin sisteme nasıl etkilediğini gösterir. C matrisi ise sistemin çıkışını (örneğin, ölçüm verilerini) nasıl ürettiğini gösterir. D matrisi ise doğrudan sistemin girişinden çıkışına olan ilişkiyi belirtir. Empirik Ortogonal Fonksiyonlar Analizi (ERA), bir sistemin matrislerini hesaplamak için kullanılan bir yöntemdir ve temel olarak gerçekleştirme prensiplerine dayanır. Gerçekleme, sistemin matrislerini (A , B , C ve D) yanıtlara

dayalı olarak tahmin etme sürecini ifade eder. Ancak genellikle giriş sistemi tam olarak bilinmez veya ölçülemez, bu nedenle B ve D matrisleri doğrudan belirlenemez.

ERA'nın ilk adımı, Hankel matrisini oluşturmaktır; bu matris sistemin davranışını yansıtan önemli bilgiler içerir ve analizin temelini oluşturur (Brincker and Ventura, 2015).

$$H(k) = \begin{bmatrix} Y(k+1) & Y(k+2) & \dots & Y(k+m) \\ Y(k+2) & Y(k+3) & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y(k+s) & \dots & \dots & Y(k+m+s) \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Burada $Y(k)$, $N \times 1$ boyutundaki bir etki-tepki vektörünü ifade eder ve bu serbest titreşim verilerini içerir. Ayrıca N , kullanılan sensör sayısını temsil ederken, s ve m parametreleri Hankel matrisinin sırasıyla satır ve sütun sayılarını belirtmektedir. Daha makul sonuçlar elde edebilmek için, Hankel matrisinin sütun sayısı genellikle belirlenmek istenen mod sayısının yaklaşık 10 katı olarak seçilmektedir. Ayrıca, satır sayısının da sütun sayısının yaklaşık 2-3 katı kadar bir değerle seçilmesi gerektiği literatürde vurgulanmaktadır (Juang and Pappa, 1985).

ERA'nın ikinci aşamasında, $H(0)$ matrisinin tekil değer ayrıştırılması (SVD) işlemi gerçekleştirilir ve bu işlem aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Brincker and Ventura, 2015).

$$H(0) = R \Sigma S^T \quad (2.31)$$

Bu amaçla, $H(0)$ matrisi $k=0$ anındaki Hankel matrisini temsil eder. R ve S , sırasıyla $H(0)$ matrisinin sol ve sağ özvektörlerini sembolize ederken, Σ ise tekil değerlerin yer aldığı diyagonal bir matrisi ifade eder. İdeal koşullarda, Σ matrisi aşağıdaki gibi ifade edilir (Brincker and Ventura, 2015):

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_g & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Σ_g matrisi, sistemin sırasını temsil eden g boyutlu bir matristir. Ancak, sürekli

bir sinyali belirli aralıklarla örnekleyerek veya keserek, yani sayısal kesme işlemiyle, sürekli veriyi dijital (sayısal) veriye dönüştürdüğümüz için Σ_g matrisi, gerçekte diyagonal boyunca sıfırdan farklı veya göreceli olarak küçük terimler içerebilir. Doğru sistem sırasını belirlemek için, stabilizasyon diyagramları etkili araçlar olarak kullanılır. Bu diyagramlar, farklı model sıralarıyla tekrarlanan tanımlama işlemleri sonucunda çizilir. Bu sayede, kararlı (yani fiziksel) modlar birçok tanımlama işlemi sırasında sabit ve tanımlanabilir hale gelir.

A ve C matrisleri aşağıdaki denklemlerle hesaplanabilir (Brincker and Ventura, 2015):

$$\begin{aligned} A &= \Sigma^{-\frac{1}{2}} R^T H(1) S \Sigma^{-\frac{1}{2}} \\ C &= E^T R \Sigma^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (2.33)$$

Bu durumda, Σ matrisinin önemli tekil değerleri dışındaki elemanlarla oluşturulan E matrisi, $[I \ 0]$ şeklinde tanımlanmıştır. Matris A'nın özdeğer ayrıştırması, kutupları (özdeğerleri) tespit etmek için kullanılır; yani $\Lambda = \text{diag}(\lambda_i)$ biçiminde temsil edilir. Bu özdeğerlerin karmaşık eşlenikleri vardır. Bu eşleniklerin sanal bileşenleri, sönümlü titreşim frekanslarını gösterir.

Sonuç olarak, sistem titreşim frekansları (ω_i) ve sönüm oranları (ξ_i), aşağıdaki denklemler kullanarak hesaplanır:

$$\begin{aligned} \mu_i \frac{\ln(\lambda_i)}{\Delta t} \quad \mu_i \mu_i^* &= -\omega_i \xi_i \pm j \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} \\ \omega_i \sqrt{\mu_i \mu_i^*} \quad \xi_i &= -\frac{\text{Real}(\mu_i)}{\omega_i} \end{aligned} \quad (2.34)$$

Bu amaçla, i terimi 1'den N_s (mod sayısı) kadar değişir, Δt veri toplama periyodunu temsil eder ve Γ matrisi A'nın özvektörlerini sembolize eder. Mod şekillerini (ϕ_i) belirlemek için aşağıdaki denklem kullanılır:

$$\varphi_i = C\Gamma \quad (2.35)$$

Bu denklemde, 'i' sistemdeki modların sayısını ifade ederken, Γ matrisi matris A'nın özvektörlerini temsil eder. Mod şekilleri, her bir modun sistem içindeki titreşim özelliklerini gösterir.

ERA analizi, bu yöntem aracılığıyla sistemin sönümlü titreşim modları, frekansları ve sönüm oranları hakkında bilgi elde etmemizi sağlar. Bu bilgiler, sistem tasarımı, güçlendirme veya diğer mühendislik uygulamaları için son derece önemlidir. Sistemin dinamik davranışını anlamamıza ve en etkili şekilde optimize etmemize yardımcı olur.

2.2.5. Stokastik Alt Uzay Tanımlama (SSI)

SSI formülasyonlarının iki temel türü vardır: korelasyona dayalı SSI ve veri odaklı SSI. Veri odaklı SSI yaklaşımı, korelasyon fonksiyonlarının tahminini tanımlama algoritmasına entegre eder. Veri odaklı SSI tekniklerinde ilk adım, doğrudan ölçülen ölçümler $y(k)$ kullanılarak np veri noktası ve $2s$ blok satırlı Hankel matrisini oluşturmaktır. Matris şu şekildedir (Brincker and Ventura, 2015):

$$H = \begin{bmatrix} y(1) & y(2) & \dots & y(np - 2s + 1) \\ y(2) & y(3) & \dots & y(np - 2s + 2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(s) & y(s+1) & \dots & y(np - s) \\ y(s+1) & y(s+2) & \dots & y(np - s + 1) \\ y(s+2) & y(s+3) & \dots & y(np - s + 2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(2s) & y(2s+1) & \dots & y(np) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Bu denklemde, matris H_1 ve H_2 olarak iki blok Hankel matrisine ayrılır. Her biri s blok satır içerir. H_1 matrisi genellikle "geçmiş" olarak adlandırılır ve matrisin üst kısmını temsil ederken, H_2 matrisi genellikle "gelecek" olarak adlandırılır ve matrisin alt kısmını temsil eder. Bu ayrım, SSI (Durum-Uzay Tanımlama) teorisinde kullanılır. Belirli blok Hankel matrislerini tanımlarken, yatay matris aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$O = E[H_2|H_1]$$

$$O = T_{21}T_{11}^+H_1 \quad (2.37)$$

Burada, T_{21} ve T_{11} olarak adlandırılan blok Toeplitz matrisleri şu şekilde tanımlanır:

$$T_{21} = H_2H_1^T$$

$$T_{11} = H_1H_1^T \quad (2.38)$$

Genellikle Toeplitz matrislerin hesaplanması büyük bir hesaplama gücü gerektirir. Bu nedenle, matris genellikle transpoze Blok Hankel matrisinin QR çözümü kullanılarak hesaplanır. Denklem 2.36'de, Γ veri matrisi olarak adlandırılırken, X ise sistem durumlarını içeren bir matristir. Yatay matrisin QR çözümü ve SVD kullanılması aşağıdaki sonucu verir:

$$O = \Gamma X \quad (2.39)$$

Veri matrisi Γ tarafından temsil edilir ve X , yatay matristeki serbest sönümlemenin başlangıç koşullarını içeren bir matris içerir. ERA'da kullanılan çözüm yaklaşımıyla paralel olarak, veri izleme matrisinin Tekil Değer Ayrışımı (SVD) işlemi aşağıdaki şekilde gerçekleştirilir:

$$O = USV^T \quad (2.40)$$

Bu işlem, matrisin özelliklerinin analiz edilmesine olanak tanır. Çapraz matris S , ilk n tekil değer tarafından sınırlanır ve bu, matrislerin U ve V ilgili tekil vektörlere indirilmesini sağlar. Bu şekilde, U_n , S_n , ve V_n , olarak adlandırılan sınırlı SVD matrisleri oluşturulur. Daha sonra, bu matris, aşağıdaki gibi yaklaşık olarak ifade edilir.

$$\hat{\Gamma} = U_n \sqrt{s_n} \quad (2.41)$$

$$\hat{x} = \sqrt{s_n} V_n^T$$

Sonuç olarak, bir en küçük kareler problemi çözülerek nihai olarak bir sürekli zaman sistem matrisi D bulunur.

$$\hat{D} = \Sigma_n^{-\frac{1}{2}} R_n^T(1) S_n \Sigma_n^{-\frac{1}{2}} = [\varphi'] [\mu_n] [\varphi']^{-1} \quad (2.42)$$

2.3. Frekans Tabanlı Tanılama

Frekans tabanlı tanılama, yapıların dinamik davranışlarını anlamak için önemli bir metodolojidir. Bu yaklaşım, bir yapının veya sistemin titreşimlerini incelemek amacıyla kullanılır ve titreşimlerin farklı frekans aralıklarında nasıl dağıldığını araştırır. Bu metod, farklı titreşim modlarının belirli frekans bölgelerinde etkili olduğunu vurgular, yani her bir titreşim modu belirli bir frekans aralığında belirgin hale gelir. Modal tanımlama tahminleri, bir sistemin spektral yoğunluk fonksiyonunun (PSD) belirli bir frekans aralığı boyunca incelenmesine dayanır. Bu analiz, her bir modun belirli bir frekans aralığında hakim olduğunu gösteren grafikler kullanır. Bu yaklaşım, sistemin özelliklerini anlamak ve farklı frekans bölgelerini tek bir grafikte incelemek için etkili bir araç sunar.

Frekans tabanlı yöntemlerinin temel sınırlılığı, PSD tahminlerinin zaman tabanlı yöntemlere göre belirli bir eğilime sahip olmasıdır. Titreşimlerin fiziksel modlarını ayırmak genellikle zor olabilir. PSD matrisinin frekans spektrumu, $\omega = k\Delta t$ 'de belirli bir frekansta örnekleme yapılabilir ve bu, modal katılım vektörünü temsil eden bir denkleme dönüşebilir (Brincker and Ventura, 2015).

$$G_y(k) = \Gamma [i k \Delta \omega - \lambda_n]^{-1} A^T \quad (2.43)$$

Modal bilgileri ve SD matrisi, $k = k_1, k_1 + 1, \dots, k_2$ frekans aralıkları için tek bir blok satır Hankel matrisine düzenlenebilir.

$$H = [G_y(k_1), G_y(k_1 + 1), \dots, G_y(k_2)] \quad (2.44)$$

$$M = [[i k_1 \Delta\omega - \lambda_n]^{-1} A^T, [i (k_1 + 1) \Delta\omega - \lambda_n]^{-1} A^T, \dots, [i k_2 \Delta\omega - \lambda_n]^{-1} A^T] \quad (2.45)$$

Modal katılım matrisi ve modal katılım vektörleri aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$H = \Gamma M \quad \hat{\Gamma} = H M^+ \quad (2.46)$$

Genel olarak, frekans tabanlı tanılama, bir yapının veya sistemin titreşimlerini incelemek için önemli bir metodolojidir. Bu yaklaşım, farklı titreşim modlarının belirli frekans aralıklarında etkili olduğunu kabul eder ve "doğal modal ayrışma" prensibini temel alır. Sonuçları daha güvenilir hale getirmek için zaman tabanlı yöntemleriyle karşılaştırmak yaygın bir uygulamadır.

2.3.1. Peak-Picking ve Klasik Frekans Tabanlı Analiz

Peak-Picking Yöntemi, veri veya sinyal işleme alanında sıkça kullanılan bir analiz tekniğidir. Temel amacı, belirli bir frekans aralığındaki verileri inceleyerek en yüksek değere sahip frekansta meydana gelen olayları belirlemektir.

Öte yandan, "Klasik Frekans Tabanlı Yaklaşım," sinyal veya veri analizi için daha genel bir terimdir. Bu yaklaşım, çeşitli teknikleri içerebilir, örneğin Fourier dönüşümü gibi ve sinyalin frekans bileşenlerini ve bu bileşenlerin özelliklerini belirlemek için kullanılabilir. Bu nedenle, "Basic Frequency Domain (Peak-Picking) Method," belirli bir veri işleme yaklaşımını ifade ederken, "Klasik Frekans Tabanlı Yaklaşım," daha geniş bir frekans alanı analizi yöntemlerini içeren daha genel bir terimdir.

BFD yöntemi, modal parametrelerin belirlenmesi için kullanılan bir tekniktir. Bu yaklaşım, otomatik ve çapraz-spektrum hesaplamalarına dayanır ve aşağıdaki denklemleri kullanarak bu parametreleri hesaplar.

Modal Otokorelasyon Fonksiyonu:

$$R_{p_r p_r}(\tau) = E[p_r(t + \tau)p_r(t)] \quad (2. 47)$$

Spektral Yoğunluk Matrisi:

$$[G_{YY}(\omega)] = G_{p_r p_r}(\omega)\{\phi_r\}\{\phi_r\}^H \quad (2. 48)$$

Burada, $R_{p_r p_r}(\tau)$, modal otokorelasyon fonksiyonunu temsil ederken, $G_{YY}(\omega)$ ise spektral yoğunluk matrisini ifade eder. Burada $P_r(t)$, modal koordinatı; $\phi_r(\omega)$, modal şekli ve ω ise açısal frekanstır. Bu denklemler, genellikle yapıların doğal frekanslarını ve modal şekillerini tahmin etmek amacıyla kullanılır. Bununla birlikte, BFD yöntemi, yakın frekansta bulunan modlar için doğruluk açısından bazı sınırlamalara sahip olabilir ve sönümlenme tahminleri için uygun olmayabilir.

Klasik frekans domain yaklaşımı, yapıların modal tanımlanmasında yaygın olarak kullanılan bir yöntemdir. Bu yöntemin temel fikri, hafifçe sönümlenen yapısal modların sadece doğal frekansları etrafındaki dar bir frekans aralığında etkili olduğunu öne sürer. Buna göre, bir modun etkilediği frekans bandında yapısal tepki, o modun mod şekli ('a') ile modal koordinatın ('q(t)') çarpımından meydana gelir. Yani, yapısal tepkiyi ifade eden denklem şu şekildedir:

$$y(t) = aq(t) \quad (2. 49)$$

Bu yaklaşımın avantajı, basitliği ve doğruluğudur; ancak gerçekte genellikle birden fazla modun etkileşim halinde olduğu durumlarla karşılaşılır ve bu durumda bu yaklaşım yetersiz kalabilir. Ayrıca, rastgele dış etkenlerden kaynaklanan dalgalanmalar veya beklenmedik dış müdahalelere bağlı dalgalanmaları tespit etmekte zorluklar yaşanabilir. Bununla birlikte, çok sayıda sensör kullanıldığında incelenmesi gereken spektral yoğunluk fonksiyonlarının sayısı da artar, bu da uygulanabilirliği sınırlar.

2.3.2. Frekans Tabanlı Ayırıştırma (FDD) Yöntemi

Frekans Tabanlı Ayırıştırma (FDD) yöntemi, temelde SD matrisinin SVD işlemine dayanan bir analiz tekniğidir. Bu işlem, bir matrisin temel bileşenlerini veya yapısal özelliklerini çıkarmak amacıyla kullanılır. SD matrisi, yapısal dinamik sistemlerin frekansta nasıl davrandığını yansıtan verileri içerir. SVD işlemi, bu verileri tekil değerlere ayırıştırarak, sistemdeki temel davranışların ve modların tanımlanmasına olanak tanır.

FDD yaklaşımı, özellikle yapısal dinamik sistemlerin frekansta nasıl davrandığını anlamak için kullanılır. Bu yöntem, spektral yoğunluk matrisinin tekil değerlerinin grafiği olarak sunulan tek bir grafik üzerinde tüm bilgiyi toplar. Bu grafik, yakın frekansta bulunan modların sayısını ve davranışlarını gösterir. Dolayısıyla, FDD, yakın frekansta yer alan modları tanımlamayı ve analiz etmeyi kolaylaştıran bir tekniktir.

FDD yönteminin teorik temeli, bir yapısal sistemin tepkisini matematiksel olarak modların lineer bir kombinasyonu olarak ifade eder (Rainieri and Fabbrocino, 2014).

Sistem Tepki (Fonksiyonu) = Modal Matris (Φ) x Modal Koordinatlar Vektörü $\{p(t)\}$

$$\{y(t)\} = [\Phi]\{p(t)\} \quad (2. 50)$$

Bu denklemde Φ , modal matrisini simgeler ve $\{p(t)\}$ modal koordinatların bir vektörünü ifade eder. Bu denklemden yola çıkarak, tepkilerin korelasyonu aşağıdaki şekilde hesaplanır (Rainieri and Fabbrocino, 2014):

$$[R_{yy}(\tau)] = E[\{y(t + \tau)\}\{y(t)\}^T] = [\Phi][R_{pp}(\tau)][\Phi]^T \quad (2. 51)$$

PSD matrisini elde etmek için bu korelasyon matrisi Fourier dönüşümü ile işlenir (Rainieri and Fabbrocino, 2014):

$$[G_{YY}(\omega)] = [\Phi][G_{PP}(\omega)][\Phi]^H \quad (2. 52)$$

Bu matris, sistem tarafından üretilen titreşimlerin özelliklerini içerir ve bu özellikleri çıkarmak için "Tekil Değer Ayrıştırması (Singular Value Decomposition SVD)" olarak adlandırılan bir matematiksel işlem kullanılır. SVD işlemi, bu matrisi üç ayrı matrisin çarpımına ayırır: U, Σ ve V. Bu matrisler, sistemdeki modal özellikleri, yani titreşim modlarını ve bunların frekanslarını temsil eder. Bu işlemin sonucunda, her bir modal özellik, ilgili bir tekil vektörle ilişkilendirilir ve bu özelliklerin yoğunluğunu gösteren tekil değerler elde edilir. Bu değerler, sistemin tepkilerini ve titreşim modlarını anlamaya yardımcı olur. Ayrıca, bu yöntemle sistemdeki yakın frekansta bulunan veya çakışan titreşim modlarını belirlemek de mümkündür. Bu, tekil değerlerin sayısını inceleyerek yapılır. Örneğin, bir frekansta yalnızca bir modun baskın olduğunu ve bu frekansın o modun rezonans frekansı olduğunu varsayılırsa, burada sadece bir tekil değer bulunur. PSD matrisinin SVD'sinin hesaplanması işlemi şu şekilde gerçekleşir:

$$[G_{YY}(\omega)] = [U][\Sigma][V]^H \quad (2. 53)$$

[U]: Sol tekil vektörlerin bulunduğu matris

[Σ]: Tekil değerlerin bulunduğu matris (azalan sırayla sıralanmış)

[V]: Sağ tekil vektörlerin bulunduğu matris

Bir Hermitian ve pozitif belirli bir matris olduğu için [U] ve [V] matrisleri eşittir: [U] = [V] Bu nedenle, denklemi aşağıdaki gibi yeniden yazılır:

$$[G_{YY}(\omega)] = [\Phi][\Sigma][U]^H \quad (2. 54)$$

Bu işlem, tekil vektörleri (modal şekilleri) ve tekil değerleri (modal tepkileri) elde etmemizi sağlar. Bu tekil değerler, eşdeğer tek serbestlik dereceli sistemlerinin spektrumlarını tanımlamak için kullanılabilir. Yakın frekanstaki tekil değerler ve ilgili tekil vektörler arasındaki korelasyon, eşdeğer SDOF sistemlerinin otomatik PSD fonksiyonunu tanımlamak için kullanılabilir. Bu korelasyon, MAC olarak adlandırılır. MAC, iki modal vektörün (modal şekil ve tahmini modal şekil)

korelasyonunu ölçer ve aşağıdaki gibi ifade edilir (Allemang and Brown, 1987) :

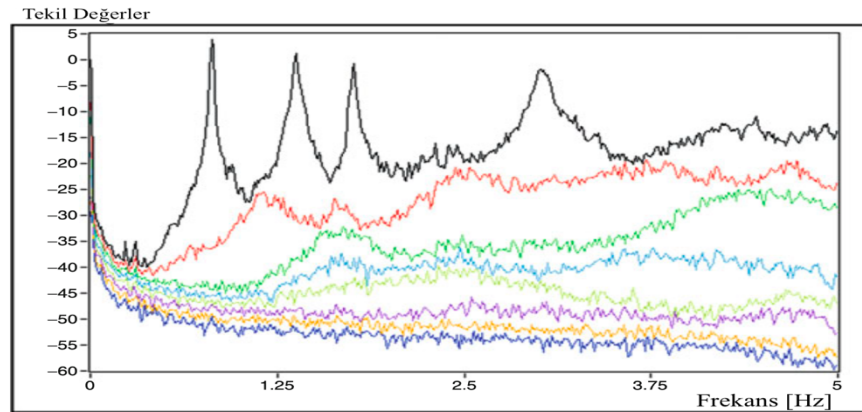
$$\text{MAC}(\{u_j\}, \{\hat{\Phi}_k\}) = \frac{\left| \{u_j\}^H \{\hat{\Phi}_k\} \right|^2}{\left(\{u_j\}^H \{u_j\} \right) \left(\{\hat{\Phi}_k\}^H \{\hat{\Phi}_k\} \right)} \quad (2.55)$$

Sonuç olarak, FDD, yapısal dinamik sistemlerin analizi için güçlü bir araçtır ve modal özelliklerin yanı sıra modal sönüm oranı ve doğal frekans gibi önemli bilgilerin elde edilmesine yardımcı olur. Aşağıdaki denklem, FDD işleminde kullanılan modal sönüm oranını hesaplamak için kullanılan yöntemi özetler:

$$f_{d,k} = f_k \sqrt{1 - \xi_k^2} \quad (2.56)$$

Bu denklem, modal sönüm oranının ($f_{d,k}$), modal frekansın tahminine (f_k) ve modal sönüm oranının karesinden 1'in çıkarılmasına $\left(\sqrt{1 - \xi_k^2} \right)$ dayalı bir tahmin yöntemini temsil eder. Bu denklem, FDD yöntemi tarafından kullanılan bir yaklaşımı özetler; bu yöntem, yapısal dinamik sistemlerin sönüm oranlarını tahmin etmek için bu hesaplamayı kullanır.

FDD, bu denklemin yanı sıra matris çarpımı ve tekil değer ayrıştırma gibi matematiksel işlemleri içerir. Bu işlemler, sistemin titreşim verilerini modal özelliklere (mod şekilleri ve modal tepkiler) dönüştürmek ve analiz etmek için kullanılır.



Şekil 2. 4. Örnek tekil değer grafikleri (Rainieri and Fabbrocino, 2014)

2.3.3. Genişletilmiş Frekans Tabanlı Ayırıştırma (EFDD) Yöntemi

Genişletilmiş Frekans Tabanlı Ayırıştırma (Enhanced Frequency Domain Decomposition - EFDD) yöntemi, bir sistemin davranışını anlamak ve modal parametrelerini belirlemek için kullanılan bir analiz tekniğidir. Bu yaklaşım, sistemin tepki verilerini inceleyerek çalışır ve bu tepkileri daha anlaşılır ve kullanışlı bilgilere dönüştürmek amacıyla spektral yoğunluk matrisi analizi kullanır. EFDD, klasik frekans tabanlı yöntemlerden biri olarak kabul edilir ve klasik tepe noktası tespiti işleminin geliştirilmiş bir versiyonu olarak tanımlanır. Ancak, bu yöntemin yakın frekansta bulunan modları yakalama konusunda etkili sonuçlar vermediğ i ve sönüm oranı tahminlerinde net olmayan sonuçlar üretebildiğ i olumsuz bir yönü bulunmaktadır (Brincker et al., 2001).

FDD algoritması, güç spektral yoğunluk matrisinin Hermitian yapısını kullanarak modal parametre tanımlamada önemli bir rol oynamaktadır. Ancak, ilk versiyonu bazı sınırlamalara sahiptir. Bu nedenle, geçen on yılda yapılan modifikasyonlar arasında EFDD tekniğ i öne çıkmaktadır. Bu teknik, modal sönüm tahmin sorununu çözmek için filtrelenmiş tek bir mod tepkisinin kullanılmasını önerir.

EFDD, ölçüm gürültüsünün spektral yoğunluk tahminlerine dahil edilmesi ve ağır modal sönümün varlığ ı gibi zorlukları ele almak için tasarlanmıştır. Bu modifikasyon, daha karmaşık algoritmaların kullanılmasını gerektirebilecek ölçüm gürültüsü ve ağır sönüm etkisi durumunda daha doğ ru modal parametre tahminleri elde etmeyi hedefler.

Spektral yoğunluk matrisi, benzer dinamik özelliklere sahip olan aynı türdeki sistemler arasında benzerlik olduğ unu varsayar. Yani, bir sistem belirli bir serbestlik derecesine sahipse ve bu yöntemle inceleniyorsa, aynı serbestlik derecesine sahip diğ er sistemlerin de belirli spektral yoğunluk fonksiyonlarının mevcut olduğ u kabul edilir. Bu, sistemler arasındaki benzerlikleri kullanarak bir sistemin davranışını anlamak için temel bir prensiptir. Bu amaçla, Astroza and et al. (2016a); Brincker et al. (2001a, 2001b); Brincker and Ventura (2015); Gentile and Gallino (2008) ve Magalhães et al. (2010) tarafından yapılan çalışmalar dikkate

alınmıştır.

Bu yöntemle, bir sistemin tepkisi, modal matris A ve modal koordinatlar $q(t)$ kullanılarak ifade edilir. Modal matris A, sistemin dinamik özelliklerini içeren bir matristir. Modal koordinatlar $q(t)$, sistemin belirli bir zaman anındaki serbestlik derecesi değerlerini temsil eder. Sistem tepkisi, bu modal matrisin içerdği modal koordinatların doğru bir şekilde birleştirilmesiyle oluşturulur (Brincker, 2001).

$$y(t) = a_1 q_1(t) + a_2 q_2(t) \dots = Aq(t) \quad (2.57)$$

Modal matris A, sistemin farklı modlarının katkılarını temsil eden bir matristir ve $q(t)$ ise bu modların zaman içindeki değişen değerlerini ifade eder. Ayrıca, sistemin tepkisi ayrıca modal matris A ve modal koordinatların zaman içindeki ilişkisini gösteren korelasyon fonksiyon matrisi $R_q(\tau)$ ile de ifade edilebilir. Bu korelasyon fonksiyon matrisi, modal koordinatların zaman içindeki ilişkisini gösterir (Brincker, 2001).

$$R_q(\tau) = E[y(t)y^T(t + \tau)] = AE[q(t)q^T(t + \tau)]A^T = AR_q(\tau)A^T \quad (2.58)$$

2.59 numaralı ifade, bir süre zarfında gözlemlenen verilerin zaman içindeki ilişkilerini gösteren ve zaman aralığı τ ile ilişkilendirilen korelasyon matrisi $R_y(\tau)$ tarafından tanımlanan bir matematiksel ifadedir. Bu matris, verilerin istatistiksel özelliklerini ifade eder ve özel bir matematiksel dönüşümle hesaplanır. $E[.]$ ifadesi, beklenen değeri veya matematiksel ortalama değeri temsil eder. $R_y(\tau)$, gözlemlenen veri serisi $y(t)$ 'nin zaman içindeki ilişkisini gösteren bir korelasyon fonksiyonu matrisidir. İlgili spektral yoğunluk matrisi, her iki tarafının Fourier dönüşümünün alınması yoluyla hesaplanır ve aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$G_y(f) = AG_q(f)A^T \quad (2.59)$$

Bu amaçla, $G_y(f)$ ve $G_q(f)$ terimleri, sırasıyla sistemin tepki verdiği sinyali $y(t)$ ve sistemdeki modal koordinatları $q(t)$ temsil eden spektral yoğunluk matrislerini ifade etmektedirler. $G_y(f)$ içinde yer alan değerler, sinyalin farklı frekansta nasıl

davrandığını gösteren oto spektral yoğunlukları oluşturur ve genellikle matrisin ana köşegenini oluşturan bileşenlerdir. Ayrıca, $G_y(f)$ içindeki çapraz elemanlar, farklı bileşenler arasındaki ilişkileri belirten çapraz-spektral yoğunlukları ifade ederler.

Eğer sistem, geniş bantlı bir sinyal ile, örneğin spektral olarak düzgün dağılmış dalgalar gibi bir sinyal ile uyarılıyorsa, o zaman spektral matris, aşağıda belirtildiği şekilde ayrıştırılabilir hale gelir. Bu, farklı frekansta bileşenlerin daha ayrıntılı bir şekilde izlenmesine ve analiz edilmesine olanak tanır.

$$G_y(\omega) = \sum_{n=1}^N \left(\frac{a_n \gamma_n^T}{-i\omega - \lambda_n} \right) + \left(\frac{a_n^* \gamma_n^H}{-i\omega - \lambda_n^*} \right) \left(\frac{a_n^T \gamma_n}{i\omega - \lambda_n} \right) \left(\frac{a_n^H \gamma_n^*}{i\omega - \lambda_n^*} \right) \quad (2. 60)$$

Burada, a_n , γ_n ve λ_n terimleri sırasıyla sistemdeki mod şekilleri, modal katılım vektörleri ve sistem karakteristiklerini temsil etmektedir. " * " sembolü, bağıntılı formu temsil ederken, üst simge "H", Hermitian (karmaşık konjugate transpoz) işlemini ifade eder. Modal katılım vektörleri, sistemin belirli titreşim modlarının ağırlıklandırılmış temsilleridir. Burada, "c" pozitif bir sabit olarak kullanılır ve bu, modal katılımın bir ölçüsüdür. Ayrıca, hafif sönümlü sistemlerde yukarıda bulunan denklemdeki ikinci ve üçüncü terimler, diğer terimlere göre daha büyük katkı yaparlar. Bu nedenle, yukarıdaki denklemi daha basit bir şekilde ifade etmek mümkündür.

$$G_y(\omega) = \sum_{n=1}^N \left(\frac{c_n^2 a_n^* a_n^H}{-i\omega - \lambda_n^*} + \frac{c_n^2 a_n a_n^T}{i\omega - \lambda_n} \right) \cong \sum_{n=1}^N 2c_n^2 \text{Re} \left(\frac{a_n a_n^T}{i\omega - \lambda_n} \right) \quad (2. 61)$$

FDD' de, her farklı frekans değeri için tahmin edilen spektral yoğunluk matrisinin ayrıştırılması, tekil değer ayrıştırma (SVD) yöntemiyle gerçekleştirilir. Bu ayrıştırma işlemi sonucunda elde edilen tekil değerler, z_n^2 olarak ifade edilen diyagonal bir matris olan Z 'yi oluşturur. Bu matris, modal koordinatların spektral yoğunluğunu temsil eder; mod şekil bilgileri ise her farklı frekans değeri için matris U 'dan çıkarılabilir.

SVD işlemi, fiziksel olanları gürültü modlarından ayırma yeteneği sunar. İlk lineerleşen tekil değer, modal tepkiye göre lineer bir dalga seviyesini gösterir. Bu

nedenle, bu değerden daha düşük tekil değerler, modal parametre tanımlama sürecinde atılabilir veya ihmal edilebilir. Bu avantaj, yakın yerleşik modların doğru bir şekilde tanımlanmasına yardımcı olabilir.

$$G_y(f) = UZU^H = U[z_n^2]U^H \quad (2. 62)$$

$$[Z] = \text{diag}(z_1^2, z_2^2, \dots, z_n^2) = \begin{bmatrix} z_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & z_2^2 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & z_n^2 \end{bmatrix} \quad (2. 63)$$

$$[U] = [\{U_1\}, \{U_2\}, \dots, \{U_n\}] \quad (2. 64)$$

FDD yöntemi, bir titreşen sistemin farklı frekanslardaki tepki biçimini analiz etmek amacıyla kullanılan bir yöntemdir. Bu yöntem, titreşimlerin farklı frekanslarda nasıl değiştiğini açıkça gösteren bir grafik oluşturur ve bu grafik baskın titreşim modunun frekansını görsel olarak yansıtır. Ancak titreşim frekanslarının daha hassas bir şekilde tahmin edilmesi gereken durumlarda, EFDD yöntemi gibi daha gelişmiş bir versiyonu tercih edilebilir.

EFDD yönteminde, titreşim frekanslarını tahmin etmek için tepe noktasının etrafındaki tekil değerler kullanılır. Tekil değerlerin seçimi, bu noktanın yakınında bulunan tekil vektör tahminlerinin benzerliğine dayalı olarak yapılır. MAC adlı belirleme kriteri, bu benzerliği değerlendirmek için kullanılabilir. Yani, bir tekil değer ne kadar benzerse, o tekil değer aynı moda aittir ve bu sayede tepe noktasının etrafındaki tekil değerler belirlenir.

Tepe noktası etrafındaki tekil değer bilgisi, zaman alanında analiz edilmek üzere dönüştürülür. Bu sayede, bir serbestlik derecesine sahip bir sistemin frekans ve sönüm tahminleri, zaman aralıkları arasındaki sıfır geçişlerin ve sönümün hızla azalması analizi ile kolayca bulunabilir. Her iki yöntemde de ilk tekil değer genellikle o modun en iyi tahminini sunar ve bu şekilde modlar arasındaki benzerlik değerlendirilir.

3. FREKANS VE UZAYSAL ALAN AYRIŞTIRMA YÖNTEMİ (FSDD) YÖNTEMİ

Geleneksel EMA, laboratuvar koşullarında yapay uyarılar kullanarak elde edilen frekans tepki fonksiyonları (FRF) ve darbe tepki fonksiyonları (IRF) üzerinden modal parametreleri belirleme üzerine odaklanır. Ancak, saha testlerinde özellikle büyük yapılar gibi uygulamalarda FRF ve IRF ölçümleri zorlu olabilir. Bu kısıtlamaları aşmak amacıyla, OMA, ortam veya doğal uyarılar altında elde edilen korelasyon fonksiyonları kullanarak operasyonel koşullar altında modal parametreleri çıkarmayı hedefler.

Bu amaçla, FDD yöntemi, geleneksel frekans tabanlı tekniklerinin avantajlarını korurken, aynı zamanda karmaşık yapılar ve gürültülü ölçümlerde başarısı ile öne çıkar. Geliştirilen FDD, modal frekansları, mod şekillerini ve sönüm oranlarını tahmin etme konusunda etkili bir araç olarak karşımıza çıkar. Bu yöntem, operasyonel modal tanımlama sürecinde yapısal modları, gürültü modlarından ayırmak için özgün bir yaklaşım sunmaktadır.

3.1. Modal Ayrışımı Sonucu Güç Spektral Yoğunluğu

FDD'nin bir türü olan Frekans ve Uzaysal Alan Ayırıştırma (FSDD) Yöntemi, tipik inşaat mühendisliği yapıları üzerindeki OMA uygulamalarında kullanılmaktadır.

FDD tekniği, stokastik giriş (Power Spectral Density-PSD) formülüne dayanmaktadır.

$$G_{yy}(i\omega) = H(i\omega)G_{xx}(i\omega)H(i\omega)^H \quad (3.1)$$

Burada; $G_{xx}(i\omega)$ ve $G_{yy}(i\omega)$ sırasıyla $N \times N$ giriş ve çıkış PSD matrisleri, N ölçüm sayısı, $H(i\omega)$ ise FRF matrisidir. FRF matrisi şu şekilde ifade edilebilir:

$$H(i\omega) = \sum_{m=1}^M \left(\frac{R_r}{i\omega - \lambda_m} + \frac{R_r}{i\omega - \lambda_m^*} \right) \quad (3.2)$$

Burada; $\lambda_m = -\sigma_m + i\omega_{dm}$ titreşimleri ve σ_m , ω_{dm} sırasıyla damping faktörü ve sönümlenmiş modal frekansıdır. Modal frekans veya sönümsüz doğal frekans ω_m ve damping oranı ζ_m şu şekilde elde edilebilir:

$$\omega_m = \sqrt{\sigma_m^2 + \omega_{dm}^2}; \quad \zeta_m = \frac{\sigma_m}{\sqrt{\sigma_m^2 + \omega_{dm}^2}} \quad (3.3)$$

R_m , karşılık gelen kalıntı matrisidir ve m mod sayısını temsil eder:

$$R_m = \varphi_m \gamma_m^T \quad (3.4)$$

Eğer uyarım spektrumu her frekans aralığında eşit şiddette veya homojen bir frekans şeklinde davranıyorsa, $G_{xx}(i\omega) = G_{xx}(i\omega)$ olur ve bu durumu şu şekilde ifade edebiliriz:

$$G_{yy}(i\omega) = \sum_{m=1}^M \sum_{s=1}^M \left[\frac{R_m}{i\omega - \lambda_m} + \frac{R_m^*}{i\omega - \lambda_m^*} \right] G_{xx}(i\omega) = \left[\frac{R_s}{i\omega - \lambda_s} + \frac{R_s^*}{i\omega - \lambda_s^*} \right] \quad (3.5)$$

Bu ifadeyi sadeleştirmek ve 'Heaviside kısmi kesir teoremini kullanmak için, iki parçalı faktörü çarparak ve bazı matematiksel işlemler uygulayarak çıktı güç spektral yoğunluk yapısını (PSD) aşağıdaki kutup/kalıntı formuna dönüştürebiliriz:

$$G_{yy}(i\omega) = \sum_{m=1}^M \left(\frac{A_m}{i\omega - \lambda_m} + \frac{A_m^H}{-i\omega - \lambda_m^*} + \frac{A_m^*}{i\omega - \lambda_m^*} + \frac{A_m^T}{-i\omega - \lambda_m} \right) \quad (3.6)$$

Burada $\lambda_m = -\sigma_m + i\omega_{dm}$ m. titreşim ve A_m karşılık gelen kalıntı matrisidir. Sonuç PSD'si kendisi gibi, kalıntı matrisi A_m , tüm ölçümleri referans olarak alındığından dolayı N x N Hermitian matristir ve şu şekilde türetilir:

$$A_m = R_m G_{xx} \left(\sum_{s=1}^M \frac{R_s^H}{-\lambda_m - \lambda_s^*} + \frac{R_s^T}{-\lambda_m - \lambda_s} \right) \quad (3.7)$$

Eşitlik, Sonuç PSD 'nin sistem içindeki farklı modlara ayrıştırılması için bir matematiksel ifadeyi temsil eder. Bu ayrıştırma işlemi şu şekilde

gerçekleştirilebilir:

$$G_{yy}(i\omega) = \sum_{m=1}^M \left(\frac{\varphi_m X_m^T}{i\omega - \lambda_m} + \frac{\varphi_m^* X_m^H}{i\omega - \lambda_m^*} + \frac{X_m \varphi_m^T}{-i\omega - \lambda_m} + \frac{X_m^* \varphi_m^H}{-i\omega - \lambda_m^*} \right) \quad (3.8)$$

Burada φ_m ve X_m sırasıyla m. mod şekli ve operasyonel referans vektörünü ifade eder. Operasyonel referans vektörü, modal parametreler ve bilinmeyen rastgele giriş kuvvetlerinin PSD ile bağlantılı bir değerdir. OMA analizinden elde edilen modal katılım faktörleri ve modal ölçek faktörleri belirlenemez. Bu faktörlerin belirlenebilmesi için modal parametrelerin eksiksiz bir şekilde ölçülmesi gereklidir ve bu da bilinen referans modal şekillerinin kullanılmasını gerektirebilir. Ancak, OMA genellikle doğal operasyonel koşullar altında gerçekleşir ve bu koşullarda bilinen referans modal şekilleri elde etmek zor olabilir. Bu nedenle, OMA analizi modal parametrelerin tam olarak belirlenememesi ve dolayısıyla modal katılım faktörleri ile modal ölçek faktörlerinin eksik kalmasıyla sonuçlanabilir. Bu durum, OMA modal modelinin içerdiği pozitif (λ_m, λ_m^*) ve negatif ($-\lambda_m, -\lambda_m^*$) değerlerini ifade eder. Bu durum, $m=1, 2, \dots, m$ için geçerlidir. Bu simetrik özelliklere sahip olan Güç Spektral Yoğunluğuna tam PSD denir.

Yarı Güç Spektral Yoğunluğun Modal Ayırımı, PSD matrisinin zamanla değişen bileşenlerine ayrılması işlemidir. Bu ayrışımın sonucunda elde edilen değerler, zaman içindeki korelasyon fonksiyonu matrisini temsil eder.

$$C_{yy}(\tau) = \sum_{m=1}^M (A_m e^{\lambda_m \tau} + A_m^* e^{\lambda_m^* \tau} - A_m^T e^{-\lambda_m |\tau|} - A_m^H e^{-\lambda_m^* |\tau|}) \quad (3.9)$$

Pozitif kutuplar, zaman gecikmelerinde pozitif değerlere karşılık gelir (ilk iki terim); negatif kutuplar ise negatif zaman gecikmelerine işaret eder (son iki terim). Genellikle, tam güç spektral yoğunluğu (Full-PSD), periodogram yaklaşımı kullanılarak tahmin edilir. Ancak, FRF tahminleri genellikle OMA verileriyle elde edildiğinde, yüksek seviyede gürültü sinyal içerebilir. Bu nedenle, ek sinyal azaltma yöntemleri tercih edilebilir.

$$C_{yy}(\tau) = \sum_{m=1}^M (A_m e^{-\lambda_m \tau} + A_m^* e^{-\lambda_m^* \tau}) \quad (3.10)$$

Frekans alanındaki karşılığı şu şekilde yazılabilir:

$$G_{yy}(i\omega) = \sum_{m=1}^M \left(\frac{\varphi_m X_m^T}{i\omega - \lambda_m} + \frac{\varphi_m^* X_m^H}{i\omega - \lambda_m^*} \right) \quad (3.11)$$

Yukarıdaki denklem, aynı zamanda matris formunda şu şekilde ifade edilebilir:

$$G_{yy}(i\omega) = \Phi[i\omega I - \Lambda]X^T + \Phi^*[i\omega I - \Lambda]X^H = \Phi_{2M}[i\omega I - \Lambda_{2M}]X_{2M}^T \quad (3.12)$$

Burada, Φ ve X , sırasıyla, $N \times M$ modal matrisi ve işlemsel referans faktör matrisidir ve Φ_{2M} ve X_{2M} , sırasıyla, $N \times 2M$ genişletilmiş modal matrisi ve işlemsel referans faktör matrisini ifade eder. Önemli bir nokta, sadece pozitif kutuplara sahip çıktı PSD pozitif PSD veya yarı-PSD olarak adlandırılmasıdır. Bu, modal olarak ayrıştırılmış FRF'ye benzer bir formata sahiptir.

3.2. Frekans Ayrışımı Kullanarak Sınırlı Frekans Aralığındaki Modal Tanımlama

Tam PSD analizi; kutuplar, sinyal kalıntıları, modal frekans, sönüm oranı ve mod şekli olmak üzere dört temel terimi içerir. Özellikle, modal frekansların yakınındaki sınırlı frekans aralığındaki spektrum çizgilerinde, denklemi basitleştirerek bu durumu daha iyi anlayabiliriz. Bu amaçla, sadece ilk iki terim önem kazanır. Bu belirgin modlar " $\text{Sub}(\omega_m)$ " olarak adlandırılır ve denklem şu şekilde basitleştirilebilir (Brincker and Ventura, 2015):

$$G_{yy}(i\omega)_{\omega \rightarrow \text{Sub}(\omega_m)} = \sum_{m=1}^M \left(\frac{A_m}{i\omega - \lambda_m} + \frac{A_m^H}{-i\omega - \lambda_m^*} \right) \quad (3.13)$$

Bu ifade, sınırlı frekans aralığındaki modal analizi için sadeleştirilmiş PSD'yi temsil eder. Burada, A_m modal genlikleri, λ_m modal genlikleri ile ilgili modları, A_m^H

ise kutupları simgeler.

Sistem sönüm oranı düşük olduğunda, yani sönüm oranı modal frekansa göre küçük olduğunda, sistemdeki salınımların zaman içindeki enerji kaybı daha az olur. Bu durum, modal frekansa yakın frekansta, enerji kaybının bir sonucu olarak sistemde geriye kalan artıkları veya salınan enerjinin bir kısmını ortaya çıkarır. 'Kalıntı' terimi, bu amaçla; sönüm oranı düşük sistemlerdeki salınımların modal frekansa yakın frekansta geriye kalan, belirgin özelliklerini ifade eder. Kalıntılar, sistemdeki salınımların zaman içindeki değişimini ve sistemdeki enerjinin birikme şeklini gösterir. Özellikle, düşük sönüm oranına sahip sistemlerde, modal frekansa yakın frekansta bulunan kalıntıların nasıl hesaplandığı incelendiğinde; yani sönüm oranı modal frekansa göre küçük olduğunda, kalıntılar şu şekilde ifade edilebilir:

$$A_m \approx \frac{R_m G_{xx} R_m^H}{2\sigma_m} = c_m \varphi_m \varphi_m^H \quad (3.14)$$

Bu denklemde, $c_m = \frac{\gamma_m^T G_{xx} \gamma_m}{2\sigma_m}$ gerçel bir skalerdir. Bu denklemleri birbirinin içinde yerine koyarsak:

$$G_{yy}^T(i\omega) \approx \sum_{m=1}^M \left(\frac{c_m \varphi_m \varphi_m^H}{i\omega - \lambda_m} + \frac{c_m \varphi_m \varphi_m^H}{-i\omega - \lambda_m^*} \right) = \Phi \left[\text{diag} \left(2\Re \left(\frac{c_r}{i\omega - \lambda_r} \right) \right) \right] \Phi^H \quad (3.15)$$

Belirli bir modal frekansı (ω_m) için ifade edilen denklem, bu amaçla daha basitleştirilebilir.

$$G_{yy}^T(i\omega) \approx \varphi_m \left[\text{diag} \left(2\Re \left(\frac{c_m}{i\omega - \lambda_m} \right) \right) \right] \varphi_m^H = a_m \varphi_m \varphi_m^H \quad (3.16)$$

Yukarıdaki denklem, tüm ölçümlerin bir referans noktasına dayandığı duruma bağlıdır ve bu nedenle elde edilen PSD ve kalıntı sinyaller kare matrislerdir. Sınırlı bir referans alındığında, yani N_{ref} durumunda, frekans alanındaki sonuç verisi PSD ayrıştırması şu şekilde ifade edilebilir:

$$G_{yy}^T(i\omega) \approx \varphi_m \left[\text{diag} \left(2\Re \left(\frac{c_m}{i\omega - \lambda_m} \right) \right) \right] \gamma_m^H = \alpha_m \varphi_m \gamma_m^H \quad (3.17)$$

FSDD yönteminin temel prensibi, belirli bir frekansta $\omega = \omega_k$ olarak tahmin edilen sonuç verisi olan Güç Spektral Yoğunluğu 'nu, spektral ayrıştırma yöntemleriyle elde etmektir. Spektrum ayrıştırması, tüm ölçümlerin referans olarak alındığı durumlarda genellikle tekil değer ayrıştırması (Singular Value Decomposition-SVD) veya özdeğer ayrıştırması (Eigenvalue Decomposition-EVD) kullanılarak gerçekleştirilir. SVD uygulandığında, $S(\omega_k)$ adlı matris, büyükten küçüğe sıralanmış tekil değerleri içeren bir diyagonal matris oluşturur. EVD uygulandığında ise, $U_k = V_k$ bir özvektör matrisine dönüşür ve $S(\omega_k)$, genellikle artan sırayla sıralanmış özdeğerleri içeren bir diyagonal matris haline gelir. Bu ayrıştırma işlemi aynı zamanda temel ayrıştırma analizi olarak da adlandırılır.

$$\hat{G}_{yy}(i\omega_k) = s_1(\omega_m) u_1(\omega_m) u_1(\omega_m)^H \quad (3.18)$$

Tekil değerlerin ilk değeri maksimuma ulaştığı durumda, yani $S(\omega_k)$ 'en büyük değere ulaştığında, bu değere karşılık gelen singular vektör $u_1(\omega_m)$, m. mod şeklinin bir tahmini olarak kabul edilir ve birim normlu haliyle $\hat{\varphi}_m = u_1(\omega_m)$ olarak adlandırılır. Modal frekansları, SV grafiklerinin tepe noktalarından belirlenebilir. Mod şekilleri ise ilgili singular vektörlerden elde edilebilir.

SVD, sinyal alanını frekans alanından başarıyla ayırabildiği için modlar, frekans ölçümlerle elde edilen SV grafiklerinden belirlenebilir. Yakın frekansta modlar veya hatta tekrarlanan modal frekanslara sahip modlar kolayca tespit edilebilir. FSDD yönteminde, mod şekil vektörü, tekil veya eigen-vektörün birim matris olduğu varsayılarak ortogonal kabul edilir.

İlk nesil FDD yöntemi, yalnızca modal frekansları ve mod şekillerini tahmin edebilirken; ikinci nesil geliştirilmiş FDD veya EFDD, sadece bunlarla sınırlı kalmayıp aynı zamanda sönüm oranlarını da tahmin etmek üzere geliştirilmiştir. Ancak, EFDD Yöntemi, sönüm tahmininde tahmin hatasına neden olabilir ve yakın frekanstaki modlarla uğraşırken ses dalgalarının etkileşimine dayanan bir olay olan

frekans çarpışması ortaya çıkabilir. Bu durum sönüm oranının yanlış tahmin edilmesine yol açabilir. Bu eksiklikleri gidermek için geliştirilen üçüncü nesil FDD yöntemi olan FSDD, birim matris özelliğini kullanarak artırılmış bir sonuç verisi olan PSD elde eder. Yani, m. sönümlü modal frekansa karşılık gelen bir singular vektörü önceden ve sonradan çarparak modlu filtreleme işlemi gerçekleştirir.

$$e\hat{G}_{yy}(i\omega)_{\omega \rightarrow \omega_{dm}} = u_1^H(\omega_m)\hat{G}_{yy}(i\omega)u_1(\omega_m) \approx 2\Re\left(\frac{2c_m}{i\omega - \lambda_m}\right) \quad (3.19)$$

Belirli bir frekans aralığında (sınırlı frekans aralığı) artırılmış PSD, yaklaşık olarak tek serbestlik dereceli (S-DOF) bir sistem olarak kabul edilebilir. Bu nedenle, modal frekansı ve sönüm oranını tahmin etmek için, modal frekansa yakın spektrum çizgilerini kullanan bir S-DOF modelinin benimsenmesi mümkündür.

$$e\hat{G}(i\omega)_{\omega \rightarrow \omega_{dm}} = 2\Re\left(\frac{c_m}{\sigma_m + i(\omega - \omega_{dm})}\right) = \frac{2c_r\sigma_r}{\sigma_r^2 + (\omega - \omega_{dm})^2} \quad (3.20)$$

Modal frekansı ω_m civarındaki spektrum çizgilerinin elde edilen PSD verilerini kullanarak, kutup $\lambda_m = -\sigma_m + i\omega_{dm}$ 'nin gerçek ve sanal kısımları En Küçük Kareler Tahminleme (Least Squares Estimation-LSE) yöntemiyle elde edilebilir. Bu sayede, m. modal frekansı ile sönüm oranı kolayca hesaplanabilir. Pozitif veya yarı PSD (h-PSD), doğru tahmin edilmiş pozitif zaman gecikmeleri kullanılarak korelasyon fonksiyonlarının hesaplanmasıyla elde edilir ve artırılmış PSD aşağıdaki gibi olur:

$$G_{yy}(i\omega) = \sum_{m=1}^M \left(\frac{\varphi_m X_m^T}{i\omega - \lambda_m} + \frac{\varphi_m^* \chi_m^H}{i\omega - \lambda_m^*} \right) = \Phi_{2M}[i\omega I - \Lambda_{2M}]X_{2M}^T \quad (3.21)$$

$$\hat{G}_{\omega \rightarrow \omega_m}(i\omega) = u_1^H(\omega_m)\hat{G}_{yy}(i\omega)u_1(\omega_m) \approx \left(\frac{2c_m}{j\omega - \lambda_m}\right) \quad (3.22)$$

FSDD yöntemi için temel formülasyonun elde edilmesi, düz bir uyarı spektrumu veya homojen bir gürültü uyarısı varsayımına dayanır. Ancak, FSDD yöntemi sınırlı frekans aralığında çalıştığı için ve modal frekansın yakınındaki spektrum çizgilerini içerdiği için, tek gereken geniş bir frekans aralığına sahip bir

uyarıdır. Yani, uyarı spektrumu modal frekansın yakınında düz bir profilde olmalıdır.



4. FREKANS TABANLI AYRIŞTIRMA TEKNİKLERİNDE MODAL PARAMETRE BELİRSİZLİKLERİNİN DEĞERLENDİRMESİ

FDD temel teorisi, sabit bir giriş altında elde edilen çıkış tepkisinin teorik beklentisine dayanır. Belirli bir frekansta çıkışın spektral yoğunluk matrisi, FRF ve girişin spektral yoğunluk matrisi ile belirlenir. Modal şekil vektörleri, bu matrisin tekil değer ayrıştırması kullanılarak elde edilir ve modal frekanslar genellikle pik alma yöntemiyle bulunabilir. Ancak, modal sönüm oranları doğrudan tahmin edilemez. Geliştirilmiş FDD tekniği, modal sönüm oranlarını elde etmek için ters FFT işlemi uygular. Ayrıca, modal frekans ve sönüm oranlarını daha doğru tahmin etmek amacıyla FSDD yöntemini kullanılır ve belirsizlik sınırları pertürbasyon yaklaşımı ile değerlendirilmeye çalışılır.

Son yıllarda, FDD tekniğinde modal frekanslar ve sönüm oranları elde etmek için çeşitli algoritmalar geliştirilmiştir. Ancak, her FDD algoritması, modal parametrelerin belirsizliğiyle sınırlıdır ve bu nedenle belirsizlikleri değerlendirmek için ayrı ayrı incelenmelidir. Bu tez çalışmasında; FSDD metodolojisinin belirsizlik sınırları, pertürbasyon yaklaşımı kullanılarak ve doğrusal olmayan regresyon için kovaryans tahminiyle değerlendirilmeye çalışılmıştır.

4.1. Belirsizlik Sınırlarının Tahmini

Genel anlamda, FDD teorisi, çıkışın PSD matrisinin Hermityen yapısına dayanmaktadır. PSD' nin Hermityen yapısı kullanılarak modal şekil vektörleri, modal frekanslar ve sönüm oranları kolayca elde edilebilir. Ancak, teorik türetilme aşamasındaki modelleme varsayımlarından kaynaklanan hatalar ve düşünülmeyen gürültü etkileri, tahmin edilen modal parametrelerde belirli belirsizliklere neden olabilir. Bu nedenle, bu hataların, tahmin edilen modal parametreler üzerinde bir belirsizlik yaratabileceği göz önüne alınmalıdır. Bu amaçla, modal parametrelerdeki belirsizlikler, FDD teorisinde kullanılan bir hesaplama modeli ile ilişkilendirilebilir. Bunun için, çıkış PSD matrisinin aşağıdaki özdeğer denklemini sağladığı gösterilebilir.

$$G_{\ddot{y}\ddot{y},avg} \bar{\varphi}_n = \bar{\beta}_n \bar{\varphi}_n \quad (4.1)$$

Bu amaçla, ivme sonuç ölçümleri kullanılarak elde edilen bir ortalama sonuç, PSD matrisidir. Bu matris, rezonans frekans bandındaki farklı zaman dilimlerindeki ayırık PSD matrisinin ortalaması olarak elde edilir. Bu işlem, Welch yöntemi kullanılarak aynı frekansta yapılan ölçümlerden elde edilen değerlerin ortalamasını bulmayı amaçlar.

$$G_{\ddot{y}\ddot{y},avg} = \frac{1}{N} \sum_k G_{\ddot{y}\ddot{y}}(j\omega_k) \quad (4.2)$$

N_k , seçilen dar frekans bandındaki FFT noktalarının sayısını temsil eder. Ayrıca, ivme tepkisi için çıkış PSD matrisinin teorik değeri aşağıda belirtilmiştir.

$$G_{\ddot{y}\ddot{y}}(j\omega_k) = (j\omega_k)^4 G_{yy}(j\omega_k) = \sum_{n=1}^{N_m} c_n a_n(j\omega_k) \bar{\varphi}_n \varphi_n^T \quad (4.3)$$

Burada;

$$C_n = \Gamma_n G_{xx} \Gamma_n^T \quad (4.4)$$

$$a_n(j\omega_k) = \omega_k^4 [\omega_k^2 + \omega_n^2 - 2\omega_k \omega_n (1 - \xi_n^2)^{1/2}]^{-1} \quad (4.5)$$

(4.1) numaralı denklemin özdeğer denklemi şu şekilde ifade edilebilir;

$$\sum_k G_{\ddot{y}\ddot{y}}(j\omega_k) \bar{\varphi}_n = \beta_n(C_n, \omega_n, \xi_n) \bar{\varphi}_n \quad (4.6)$$

Burada; $\beta_n(C_n, \omega_n, \xi_n) = \sum_k C_n a(j\omega_k)$ eşitliği söylenebilir. $G_{\ddot{y}\ddot{y}}(j\omega_k)$ ifadesi, ölçülen PSD' yi temsil etmektedir. Elde edilen analitik ifade, ölçülen değerle tam bir uyum içinde olduğu varsayılmaktadır. Modal şekil vektörleri, modal frekanslar ve sönüm oranları için Denklem (4.6) ile uyumlu olması beklenir. Gözlemlenen PSD matrisindeki küçük sapmaların, modal frekanslardaki benzer küçük sapmalara bağlı olabileceği önemlidir. Denklem (4.6) üzerindeki modelleme

hataları, ayrıca modal şekil vektörleri ile ilişkilendirilebilir. Ancak modal frekans ve sönüm oranı için, bu parametreleri PSD matrisi üzerinden ifade etmek zor olabilir. Bu noktada, tahmin hata denklemi, modal frekanslar ve sönüm oranlarının kovaryansını tahmin etmek amacıyla bir doğrusal olmayan regresyon modeli olarak düşünülebilir.

4.2. Modal Şekil Vektörü İçin Belirsizlik Tahmini

Modal şekil kovaryans matrisini hesaplamak için, Denklem (4.1) genişletilmiş bir formda yeniden düzenlenebilir. Bu düzenleme, modal şeklin gerçek ve karmaşık bileşenlerini ayrı ayrı ifade etmeyi sağlar. Bu formülasyonu kullanarak modal şekil kovaryans matrisini elde edebiliriz.

$$Q_n X_n = \lambda_n X_n \quad (4.7)$$

Burada;

$$Q_n = \begin{bmatrix} \text{Re}(G_{\ddot{y}\ddot{y},\text{avg}}) & -\text{Im}(G_{\ddot{y}\ddot{y},\text{avg}}) \\ \text{Im}(G_{\ddot{y}\ddot{y},\text{avg}})^T & \text{Re}(G_{\ddot{y}\ddot{y},\text{avg}}) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2N \times 2N} \quad (4.8)$$

$$x_n = \begin{Bmatrix} \text{Re}(\varphi_n) \\ \text{Im}(\varphi_n) \end{Bmatrix} \in \mathbb{R}^{2N \times 1} \quad (4.9)$$

Şeklinde ifade edilebilir. Modal şekil vektörü birim norma sahip olduğundan, genişletilmiş vektör de birim norma uygun olmalıdır. Bu özellikten faydalanarak, aşağıdaki formülde bir vektör değerli hata fonksiyonu oluşturulabilir.

$$g(z_n) = (\theta_n - \lambda_n I_{2N}) Z_n \quad (4.10)$$

Burada; $Z_n = \frac{x_n}{\|x_n\|}$ olarak tanımlandığında, genişletilmiş modal şekil vektörü aşağıdaki gibi bir fonksiyon olarak ifade edilebilir.

$$Z_n = (Q_n - \lambda_n I_{2N})^\dagger g(Z_n) \quad (4.11)$$

Burada $(.)^\dagger$ bir matrisin genelleştirilmiş tersini ifade eden Moore-Penrose sahte tersini temsil eder. Birinci dereceden pertürbasyon yaklaşımına dayanarak, genişletilmiş modal şekil vektörü şu şekilde tanımlanabilir:

$$Z_n = \hat{Z}_n + \frac{\partial Z_n}{\partial g} \Big|_{Z_n = \hat{Z}_n} (g(Z_n) - g(\hat{Z}_n)) \quad (4.12)$$

Formül (4.12) kullanılarak, genişletilmiş modal şekil vektörü, başlangıç tahmini değeri Z_n 'e bir pertürbasyon eklenerek ifade edilebilir. Bu pertürbasyon, Z_n 'in geliştirilmiş tahmini ile gerçek modal şekil $g(Z_n)$ arasındaki farktan kaynaklanmaktadır. Daha sonra, Z_n 'in çevresinde meydana gelen değişimi açıklayan formül şu şekilde yazılabilir:

$$\Delta Z_n = (Q_n - \lambda_n I_{2N})^\dagger \nabla g(z_n) \quad (4.13)$$

Benzer şekilde, ΔZ_n , X_n 'e bağlı olarak aşağıda belirtildiği gibi yazılabilir.

$$\Delta Z_n = \frac{\partial Z_n}{\partial X_n} \Delta X_n \quad (4.14)$$

Bu amaçla, Z_n 'nin X_n üzerindeki değişikliklere karşı gösterdiği tepkiyi veya X_n 'deki değişimin hızını ifade eden birinci dereceden türev, aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\partial Z_n}{\partial X_n} = \|X_n\|^{-1} \left(I_{2N} - \frac{X_n X_n^T}{\|X_n\|^2} \right) \Delta X_n \quad (4.15)$$

Burada, I_{2N} $2N \times 2N$ boyutundaki birim matrisi temsil eder. Denklem (4.14)'ü (4.15)'e yerine koyduktan ve bazı düzenlemelerden sonra, aşağıdaki ifade elde edilebilir:

$$\Delta X_n = \|X_n\| \left(I_{2N} - \frac{X_n X_n^T}{\|X_n\|^2} \right)^\dagger (Q_n - \lambda_n)^\dagger \nabla g \quad (4.16)$$

Ayrıca, $g(z_n)$ 'nin genişletilmiş PSD matrisi ile lineer bir ilişkisi olduğu gözlemlenebilir. Bu nedenle, aynı zamanda aşağıdaki gibi bir Q_n fonksiyonu olarak

ifade edilebilir.

$$g(Z_n) = \lambda_n Z_n - (Z_n^T \otimes I_{2N}) q_n \quad (4.17)$$

Burada, " $\otimes$ " Kronecker çarpımını ve $q_n = \text{vec}(Q_n) \in \mathbb{R}^{4N^4 \times 1}$ simgeler. Burada, $g(z_n)$ 'nin pertürbasyonu şu şekilde elde edilebilir:

$$\Delta g = -(Z_n^T \otimes I_{2N}) \Delta q_n \quad (4.18)$$

Denklem (4.18)'i Denklem (4.16)'ya yerine koyduğumuzda, kovaryans şu şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned} \Delta X_n \Delta X_n^T &= \|X_n\| \left(I_{2N} - \frac{X_n X_n^T}{\|X_n\|^2} \right)^\dagger (Q_n - \lambda_n I_{2N})^\dagger \\ &\left(\frac{X_n^T}{\|X_n\|} \otimes I_{2N} \right) \times \Delta q_n \Delta q_n^T \times \left(\frac{X_n^T}{\|X_n\|} \otimes I_{2N} \right)^\dagger (Q_n - \lambda_n I_{2N})^\dagger \\ &\left(I_{2N} - \frac{X_n X_n^T}{\|X_n\|^2} \right)^\dagger \|X_n\| \end{aligned} \quad (4.19)$$

Burada, $\Delta q_n \Delta q_n^T$ şu şekilde hesaplanabilir.

$$\begin{aligned} \Delta q_n \Delta q_n^T &= \frac{1}{N_k(N_k - 1)} \sum_k (q_{nk} - \hat{q}_{nk})^2 \\ \hat{q}_{nk} &= \frac{1}{N_k} \sum_k q_{nk} ; q_{nk} = \text{vec}(Q_{nk}) \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$(Q_{nk}) = \begin{bmatrix} \text{Re}(G_{\ddot{y}\ddot{y},k}) & -\text{Im}(G_{\ddot{y}\ddot{y},k}) \\ \text{Im}(G_{\ddot{y}\ddot{y},k})^T & \text{Re}(G_{\ddot{y}\ddot{y},k}) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2N \times 2N}$$

4.3. Modal Frekans ve Sönüm Oranı İçin Belirsizlik Tahmini

SSI veya Polymax algoritmalarından farklı olarak, modal frekansları ve

sönüm oranlarını gözlemlenebilir değişkenlerle açıklamak analitik olarak zor olabilir. Bu nedenle, belirsizlik tahmini için pertürbasyon yaklaşımını kullanmak oldukça zorlu bir konu olarak ortaya çıkabilir. Bunun yerine, FDD tekniğinde modal frekanslar ve sönüm oranları üzerindeki belirsizlik sınırları, tahmin hata denklemini kullanarak tahmin edilebilir. Bu amaçla, tahmin hatası, belirli bir frekans noktasındaki fark olarak tanımlanabilir ve şu şekilde tanımlanabilir:

$$\varepsilon_k(\theta) = p_k - c_n a(j\omega_k) \quad (4.21)$$

Burada; $\theta = \{c_n \omega_n \xi_n\}^T$ ve $p_k = \widehat{\Phi}_n^T G_{yy}(j\omega_k) \widehat{\Phi}_n$ eşitlikleri söylenebilir. $E_k(\theta)$ 'nin farklı kesik frekansta bağımsız rasgele değişkenler olduğunu varsayarsak, $\varepsilon = [\varepsilon_1(\theta) \dots \varepsilon_{N_k}(\theta)]^T$ hata vektörü, sıfır ortalamalı bir Gauss dağılımını ve σ^2 varyansını takip eder. Bu durumda, ε 'nin olasılık dağılımı şu şekilde ifade edilebilir:

$$p(\varepsilon|\theta) = \frac{1}{2\pi\sigma} \exp\left(-\frac{\sum_k \varepsilon_k(\theta)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4.22)$$

Burada, $\sigma^2 = \sum_k \varepsilon_k(\theta)^2$, tahmin sapmasının varyansını ifade eder. Bu durumda, denklem (4.22)'nin negatif logaritması aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$L(\theta) = \ln 2\pi + N_k \ln \sigma + \sigma^{-2} \sum_k \varepsilon_k(\theta)^2 \quad (4.23)$$

Cramer-Rao sınıraşım teoremine dayanarak, kovaryans matrisi Fisher bilgi matrisine göre en düşük sınıraşım olarak tahmin edilebilir.

$$\Delta\theta\Delta\theta^T \geq I(\theta)^{-1} \quad (4.24)$$

Burada $I(\theta)$, Fisher bilgi matrisini ifade eder. Bu amaçla, $I(\theta)$, Denklem (4.24)'ün beklenen Hessian'ı olarak aşağıda gösterildiği şekilde elde edilebilir.

$$I_{r,r}(\theta) = E\left[\frac{\partial^2 L}{\partial\theta_r \partial\theta_s}\right] \quad (4.25)$$

Burada $I_{r,s}(\theta)$, $I(\theta)$ 'nin (r, s) elemanlarını ifade eder. Bu amaçla, $L(\theta)$ 'nin türevleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \theta_r \partial \theta_s} = 2\sigma^{-2} \sum_k \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_k}{\partial \theta_r \partial \theta_s} \varepsilon_k + \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \theta_r} \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \theta_s} \right) \quad (4.26)$$

ε_k 'nin θ_r ve θ_s 'ye göre türevleri:

$$\frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \omega_n} = 2c_n \omega_k^{-4} \left(\omega_n - \omega_k (1 - \xi_n^2)^{1/2} \right) a_n(j\omega_k)^2$$

$$\frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \xi_n} = -2c_n \omega_k^{-3} \omega_n \xi_n (1 - \xi_n^2)^{-1/2} a_n(j\omega_k)^2$$

$$\frac{\partial \varepsilon_k}{\partial c_n} = -2a_n(j\omega_k)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_k}{\partial \omega_n^2} = 2c_n \omega_k^{-4} a_n(j\omega_k)^2 + 4\omega_k^{-4} \left(\omega_n - \omega_k (1 - \xi_n^2)^{1/2} \right) a_n(j\omega_k) \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \omega_n}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varepsilon_k}{\partial \xi_n^2} &= -2c_n \omega_k^{-3} \omega_n [1 + \xi_n (1 - \xi_n^2)^{-2}] (1 - \xi_n^2)^{-1/2} a_n(j\omega_k)^2 \\ &\quad - 4\omega_k^{-3} \omega_n \xi_n (1 - \xi_n^2)^{-1/2} a_n(j\omega_k) \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \xi_n} \end{aligned} \quad (4.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varepsilon_k}{\partial \omega_n \partial \xi_n} &= \frac{\partial^2 \varepsilon_k}{\partial \xi_n \partial \omega_n} = 2c_n \omega_k^{-3} \xi_n (1 - \xi_n^2)^{-1/2} a_n(j\omega_k)^2 \\ &\quad - 4\omega_k^{-3} \omega_n \xi_n (1 - \xi_n^2)^{-1/2} a_n(j\omega_k) \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \omega_n} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_k}{\partial c_n^2} = \frac{\partial^2 \varepsilon_k}{\partial \omega_n \partial c_n} = \frac{\partial^2 \varepsilon_k}{\partial \xi_n \partial \omega_n} = \frac{\partial^2 \varepsilon_k}{\partial c_n \partial \omega_n} = \frac{\partial^2 \varepsilon_k}{\partial c_n \partial \xi_n} = 0$$

Son olarak, θ için kovaryans matrisi, aşağıda verildiği gibi beklenen Hessian matrisinin tersi olarak tahmin edilebilir.

$$\Delta\theta\Delta\theta^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial \hat{\omega}_n^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \hat{\omega}_n} & \frac{\partial^2 L}{\partial \hat{\omega}_n \partial \hat{c}_n} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \hat{\xi}_n \partial \hat{\omega}_n} & \frac{\partial^2 L}{\partial \hat{\xi}_n^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial \hat{\xi}_n \partial \hat{c}_n} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \hat{c}_n \partial \hat{\omega}_n} & \frac{\partial^2 L}{\partial \hat{c}_n \partial \hat{\xi}_n} & \frac{\partial^2 L}{\partial \hat{c}_n^2} \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.28)$$

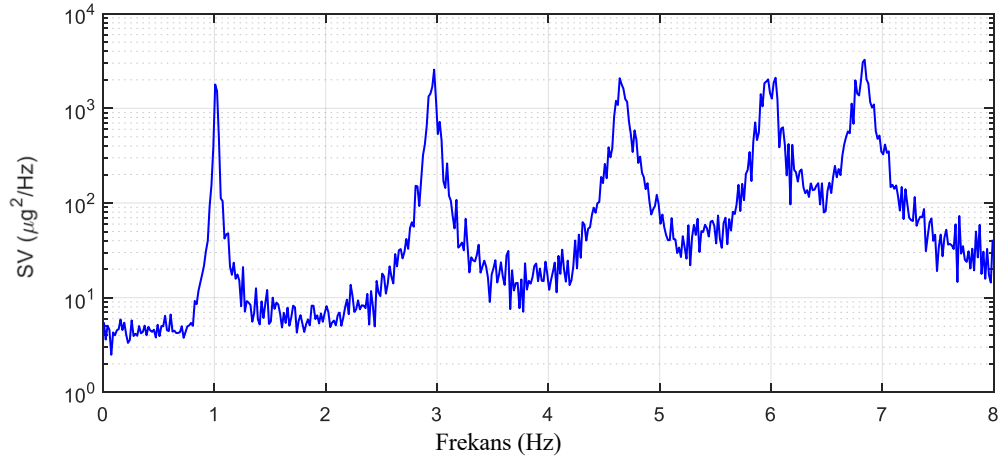
5. FSDD YÖNTEMİ İLE ÇERÇEVE SİSTEM BİR YAPININ MODAL PARAMETRE TAHMİNLERİ: DENEYSEL VE SAYISAL ÖRNEKLER

Bu bölümde, önerilen belirsizlik tahmin yönteminin etkinliğinin incelenmesi amacıyla bir adet sayısal bir adet de gerçek yapı örneği incelenmektedir. Sayısal örnekte, 5 katlı bir kayma çerçevesinden, ortamsal titreşim etkileri altında edilen modal tepkiler, FSDD tekniği ile incelenerek modal parametrelere ait belirsizliklerin bant genişliği ve sensör gürültü yoğunluğundaki artışa bağlı olarak değişimi irdelenmektedir. İkinci aşamada, bir gerçek yapı örneğine ait titreşim verileri, çoklu ölçüm gruplarının etkisi de dikkate alınarak, önerilen yöntemle incelenmektedir.

5.1. Sayısal Örnek: 5 Katlı Kayma Çerçevesi

Bu bölümde, katlar arasında eşit rijitlik ve kütleyle sahip 5 katlı bir kayma çerçevesi sayısal olarak modellenmektedir. Katlar arasındaki rijitlik katsayısı $k = 5000 \text{ N/m}$, kat kütleleri $m = 1000 \text{ kg}$ olarak hesaplanmıştır. Modal analiz sonuçlarına göre, sayısal modelin çeşitli titreşim modları için modal frekansları sırasıyla 1.01 Hz, 2.96 Hz, 4.66 Hz, 5.99 Hz ve 6.83 Hz olarak belirlenmiştir. Ayrıca, tüm titreşim modları için modal sönüm oranı %1 olarak kabul edilmiştir.

Ortam titreşim etkilerini simüle etmek amacıyla, yapı kat seviyelerinde tek taraflı spektral yoğunluğu $1 \mu\text{g}^2/\text{Hz}$ a sahip, birbirinden bağımsız ve benzer dağılıma sahip kuvvetlere maruz bırakılmıştır. Örnekleme frekansı, bir analog sinyalin dijital bir forma dönüştürülmesi sürecinde, sinyalin belirli aralıklarla örneklenerek dijital bir temsilinin oluşturulmasında önemlidir. Bu frekans, saniyedeki örnek sayısını belirtir ve Hertz (Hz) birimiyle ölçülür. Daha sonra, simüle edilen yapının dinamik tepkisi, kat seviyelerinde 250 Hz örnekleme frekansı kullanılarak elde edilmiştir. Elde edilen tepkiler daha sonra tek taraflı spektral yoğunluğu $2.5 \mu\text{g}^2/\text{Hz}$ olan birbirinden bağımsız ve benzer dağılıma sahip bir Gaussian beyaz gürültüsü ile kirlenmiştir.



Şekil 5. 1. 5 Katlı model için elde edilen tekil değer (SV) spektrumu

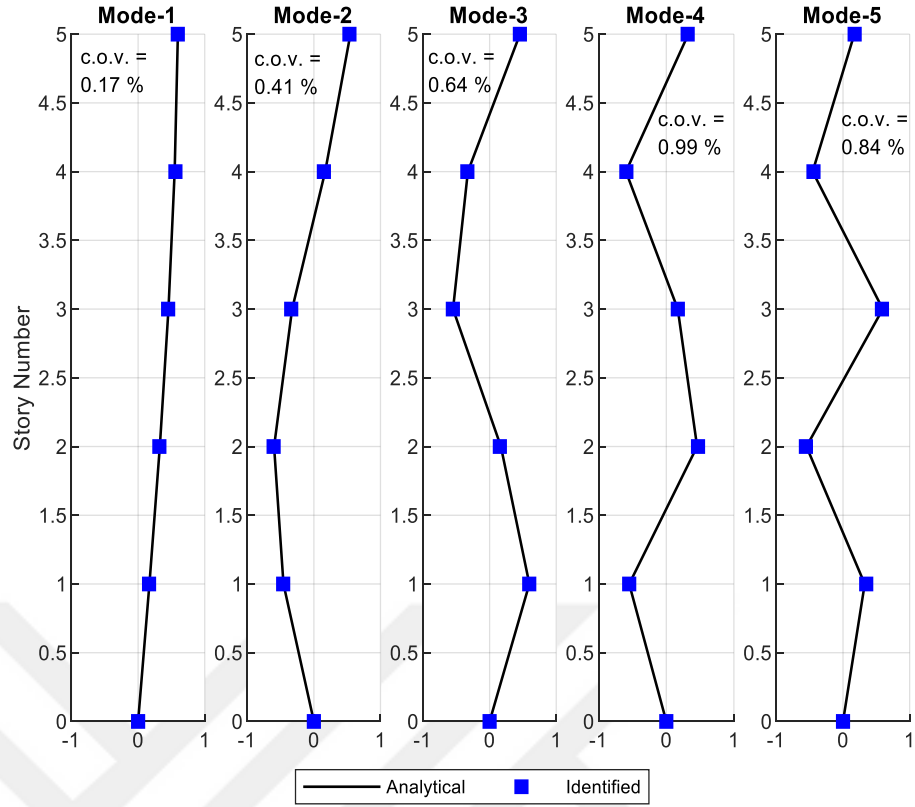
Simüle edilen yanıtın SV spektrumları ve seçilen bant genişlikleri Şekil 5.1' de gösterilmektedir. İlk incelemede, bu spektrumun iyi ayrılmış ve kolayca algılanabilir titreşim modlarını ortaya koyduğu gözlemlenmiştir. Özellikle, SV'lerdeki değişikliklerin dış bantlardaki gürültü seviyelerini göstermesi beklenmektedir. Bu durumda, 2.5 Hz frekansa kadar olan alanda gürültü seviyesi, simüle edilen sensör gürültüsünde hesaplanan değere yaklaşık olarak eşit olduğu gözlemlenebilir. Ancak, daha yüksek frekansta, dış bant bölgelerindeki gürültü seviyesi $100 \mu\text{g}^2/\text{Hz}$ arttığı görülmektedir. Bu artışın, özellikle daha yüksek modlarda (örneğin, 4. ve 5. modlar) spektral çan eğrilerinin birbirine artan yakınlığından kaynaklandığı düşünülebilir.

FSDD tekniklerinin uygulanmasında, bant genişlikleri, tepe noktası seçim yöntemiyle belirlenen modal frekanslar için yapılan ilk tahminin %10'u olacak şekilde düzenlenir. Yani, modal frekansları belirlemek için kullanılan bu yöntemde elde edilen başlangıç tahmininin %10'u, bant genişliklerinin ayarlanmasında kullanılacaktır. FSDD kullanılarak elde edilen modal frekanslar ve bunların sönüm oranları için elde edilen sonuçlar, Tablo 5.1' de gösterilmektedir. Ayrıca, belirlenen mod şekilleri Şekil 5.2' de gösterilmiştir. Elde edilen modal frekanslar ve mod şekilleriyle ilgili sonuçların, gerçek değerlerle uyum içinde olduğu gözlemlenmektedir. Ancak, modal sönüm oranlarındaki değerlerin gerçek değerlerden bir sapma gösterdiği görülmektedir. Özellikle, en büyük sapmanın üçüncü ve dördüncü modlarda sırasıyla %19 ve %28 olduğu görülmüştür.

Diğer bir perspektiften bakıldığında, belirlenen modal parametrelerin tahmini varyasyon katsayısı (c.o.v.) değerleri de sunulmuştur. Varyasyon katsayısı, bir ortalamaya göre standart sapmanın yüzdesi olarak hesaplanır ve veri setinin ne kadar değişkenlik gösterdiğini ölçmeye yönelik kullanılan bir orandır. Burada, modal frekanslar ve sönüm oranları için hesaplanan c.o.v. değerleri, yüksek modlarda azalma eğilimindedir. Aynı zamanda modal şekillerin c.o.v. değerlerinin yüksek modlarda arttığı gözlemlenmektedir. Elde edilen sonuçlar belirli koşullar altında mevcut belirsizlik sınırlarını yansıtmaktadır. Bu belirsizlik, kullanılan bant genişliği ve mevcut sensör gürültü seviyesine bağlı olarak değişebilir. Yani, ölçüm ve analiz şartlarındaki değişiklikler, elde edilen sonuçlardaki belirsizlik seviyelerini etkileyebilir. Dolayısıyla bu bölümde bant genişliği ve sinyal-gürültü oranının (snr) belirsizlik dağılımına etkisi de değerlendirilmektedir.

Tablo 5. 1. FSDD ile elde edilen modal frekanslar ve sönüm oranları

Mod No	f (Hz)			ξ (%)		
	Analitik	Tanılanan	c.o.v. (%)	Analitik	Tanılanan	c.o.v. (%)
1	1.01	1.02	0.70	1.00	1.05	12.84
2	2.96	2.96	0.57		1.04	12.62
3	4.66	4.66	0.41		1.19	8.58
4	5.99	5.98	0.52		1.28	8.07
5	6.83	6.83	0.24		0.90	7.02



Şekil 5. 2. Tanımlanan mod şekilleri

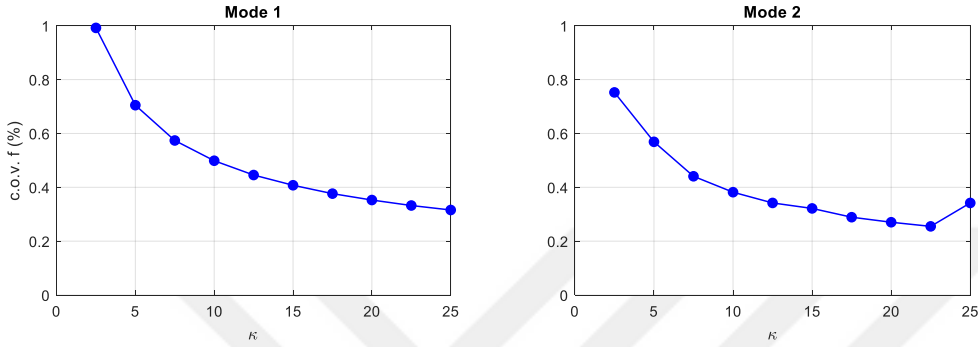
5.1.1. Bant Genişliğinin Etkisi

Modal frekanslar ve sönüm oranları, bir tahmin hata denklemi aracılığıyla hesaplandığından dolayı, seçilen bant genişliğinin, belirsizlik yayılmasını önemli ölçüde etkileyebildiği söylenebilir. Belirli bir frekans aralığındaki veri toplama sürecinde kullanılan bant genişliği, modal frekans ve sönüm oranları üzerindeki belirsizlik düzeyini belirleyebilir. Aynı zamanda, Welch yöntemiyle uygulanan spektral analizde kullanılan bant genişliği de modal şekil belirsizliğini etkileyebilir. Bu kapsamda, potansiyel bir mod için bant genişliği aşağıdaki gibi tanımlanabilir. (Xie, et al., 2017).

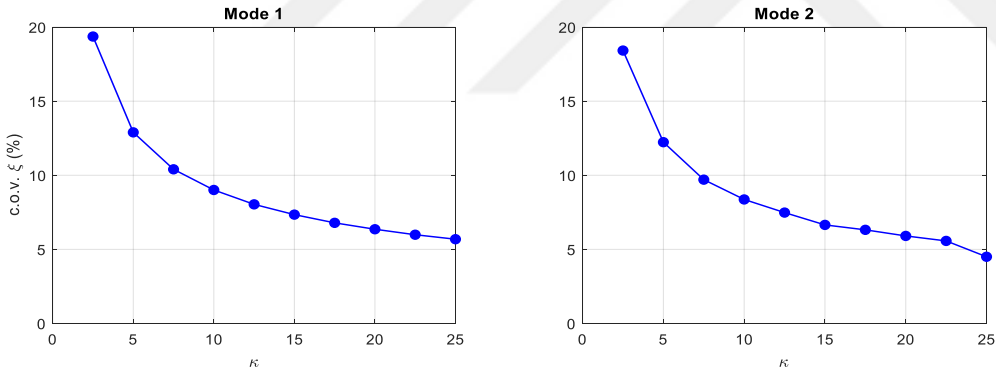
$$f_p = (1 \pm 0.01\kappa) \quad (5.1)$$

Burada κ , bant genişliği oranını temsil etmektedir. Tahmini c.o.v. değerleri, ilk iki mod için sırasıyla Şekil 5.3, Şekil 5.4 ve Şekil 5.5'te gösterilmiştir. İlk incelemede, modal frekanslar ve sönüm oranlarına ait belirsizlik sınırlarının, mod

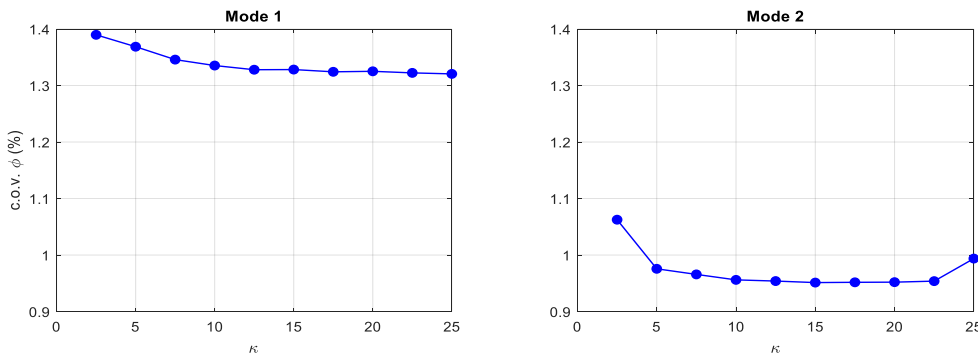
şekline göre bant genişliği oranına daha hassas bir şekilde tepki verdiği gözlemlenebilir. Burada, bant genişlik oranı arttıkça, belirsizlik sınırlarındaki azalmanın yaklaşık üç kat olduğu gözlemlenebilir. Benzer şekilde, c.o.v. değerleri, daha geniş bant genişlikleri için sönümlleme oranında %20'den %4'e düşmektedir. Mod şekli belirsizliği azalma eğilimi gösterse de gözlenen bağıl fark %20'yi aşmamaktadır.



Şekil 5. 3. Bant genişlik oranına göre modal frekansların c.o.v. üzerindeki değişimleri



Şekil 5. 4. Bant genişlik oranına göre modal sönüm oranının c.o.v. üzerindeki değişimleri

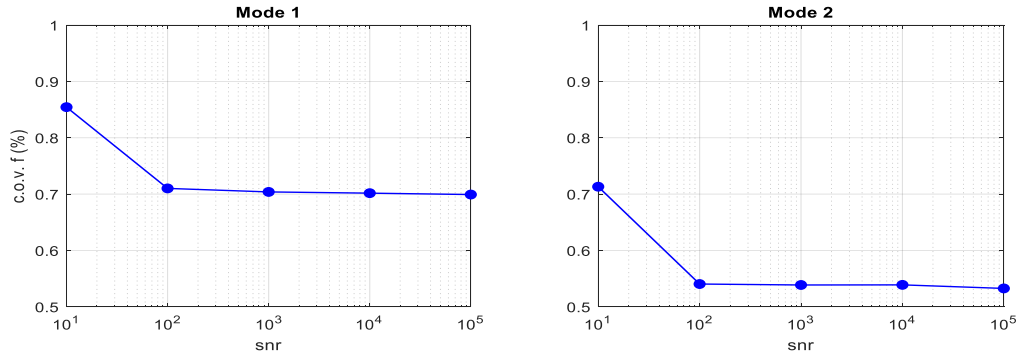


Şekil 5. 5. Bant genişlik oranına göre mod şekli c.o.v.'indeki değişimleri

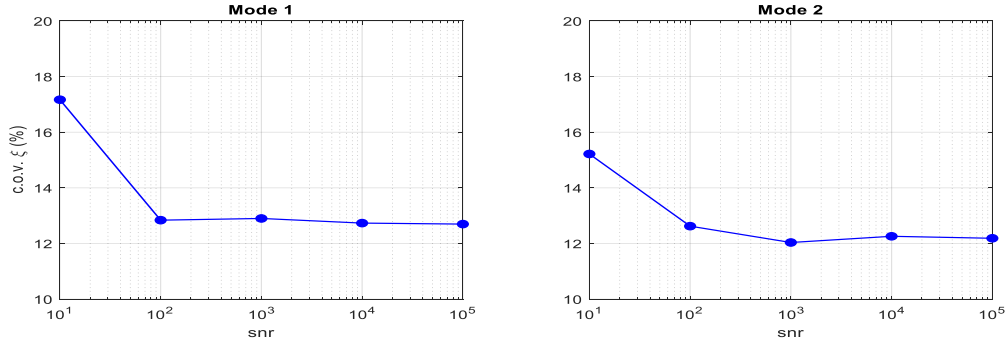
5.1.2. Sinyal-Gürültü Oranının Etkisi

Geleneksel FSDD tekniğinde, ölçülen sinyalin rezonans frekansına yakın bir yerde büyüdüğü varsayılır. Bu nedenle, analitik yöntemler veya hesaplamalar aşamasında gürültü varlığı göz ardı edilir. Ancak, ölçülen tepki üzerindeki artan gürültü seviyelerinin, tanımlama kalitesini ve belirsizliği etkileyebileceği düşünülmektedir. Bu kapsamda, sinyal-gürültü oranındaki (snr) artışlara bağlı olarak tahmini c.o.v. değerlerindeki değişimler, Şekil 5.6, Şekil 5.7 ve Şekil 5.8'de gösterilmiştir.

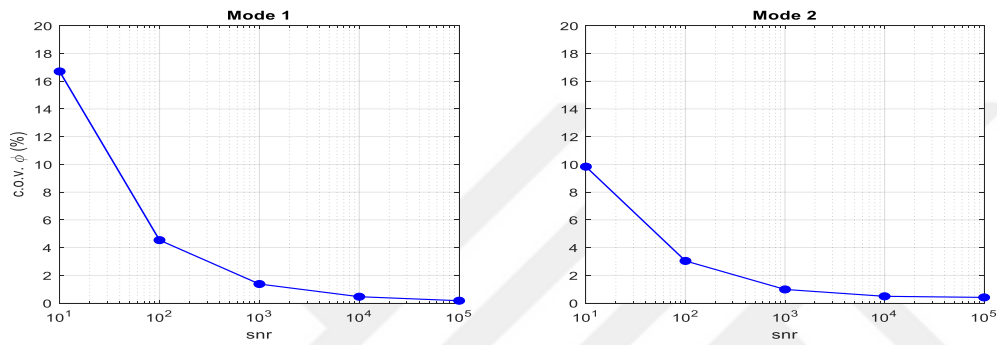
Modal frekanslar ve sönüm oranları için, $\text{snr} = 100$ 'e kadar olan bölümde belirgin bir azalma gözlemlenebilmektedir. Ancak, daha yüksek snr değerlerinde anlamlı bir değişiklik elde edilememiştir. Bu gözlem, model hataları nedeniyle belirgin bir şekilde düşük sensör gürültü seviyelerinin varlığında, belirsizlik seviyesinin bir tür eğilime maruz kalmaya devam etmesine neden olabilir. Öte yandan, mod şekilleri için elde edilen sonuçlar, belirsizlik sınırlarının gürültü düzeyine göre çok daha duyarlı olduğunu göstermektedir. Burada, gözlemlenen mod şekli c.o.v. değerleri, $\text{snr} > 100$ olduğunda 40 kat azalmaktadır.



Şekil 5. 6. Sinyal- gürültü oranına göre modal frekansların c.o.v. üzerindeki değişimleri



Şekil 5. 7. Sinyal- gürültü oranına göre modal sönüm oranının c.o.v. üzerindeki değişimleri



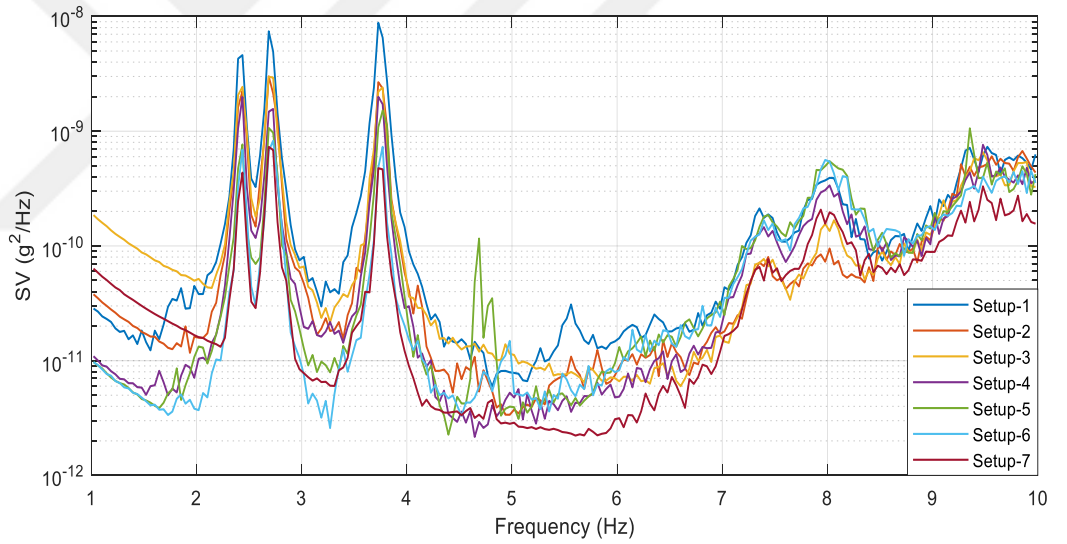
Şekil 5. 8. Bant genişlik oranına göre modal sönüm oranının c.o.v. üzerindeki değişimleri

5.2. Gerçek Yapı Örneği

Tez çalışmasının bu bölümünde, mevcut yedi katlı Brodie Tower binasının modal özellikleri üzerindeki belirsizlik dağılımları ile ilgili bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Zhu et al. tarafından gerçekleştirilen çalışmada, Brodie Tower'ın modal özelliklerini değerlendirmek amacıyla senkron ve asenkron ortam titreşim ölçümleri kullanılarak izleme sistemleri kurulmuştur. Bu değerlendirmeler ekte verilen ölçüm verileri ile yapılmıştır. Brodie Tower'ın ortam tepki verileri, 50 Hz ölçüm alma frekansına sahip dört adet üç eksenli ivmeölçer kullanılarak elde edilmiştir. Bu süreçte bir ivmeölçer referans olarak tutulurken, diğerleri gezici bir sensör olarak konumlandırılmıştır. Brodie Tower'ın görünümü ve kat seviyelerindeki sensör yerleşiminin şematik gösterimi Şekil 5.9' da sunulmaktadır. Sonuç olarak senkron ve asenkron durumlar için yedi ölçüm grubu mevcuttur. Bu çalışmada senkron ölçümlerden elde edilen ortam tepki verileri incelenmiştir.



Şekil 5. 9. Brodie Tower'ın Görünümü ve Kat Seviyelerindeki Sensör Yerleşimi (Zhu et al.,2018)



Şekil 5. 10. Ölçüm düzeneklerinden elde edilen maksimum SV spektrumları

Ölçüm gruplarından elde edilen SV spektrumları, Şekil 5.10'da sunulmuştur. Grafikteki spektrumlar, sırasıyla 2.42, 2.70 ve 3.75 Hz'de ilk üç modun açıkça görüldüğünü göstermektedir. Geri kalan üç mod ise daha küçük genliklerde ve sırasıyla 7.40, 8.00 ve 9.40 Hz'de ortaya çıkmaktadır.

Modal parametre ve belirsizlik sınırı tahmini için bant genişlikleri, pik seçimiyle elde edilen modal frekansların başlangıç tahmininin %10'u olarak belirlenmiştir. Bu amaçla, tahmini optimal modal frekanslar, sönüm oranları ve

c.o.v. değerleri sırasıyla Tablo 5.2 ve Tablo 5.3'te verilmiştir. Ayrıca, tablolarda ölçüm grupları üzerinden elde edilen ortalama değerler de gösterilmiştir. Modal frekanslar için ortalama c.o.v. değerleri burada %1'in altında kalırken modal sönüm oranları için tahmini c.o.v. değerlerinin ortalaması %5,77 ile 11,38 arasında değişmektedir.

Tablo 5. 2. Tahmini modal frekanslar ve c.o.v. değerleri

Grup Numarası	Mod 1		Mod 2		Mod 3		Mod 4		Mod 5		Mod 6	
	$\hat{f}$ (Hz)	c.o.v. (%)	$\hat{f}$ (Hz)	c.o.v. (%)	$\hat{f}$ (Hz)	c.o.v. (%)	$\hat{f}$ (Hz)	c.o.v. (%)	$\hat{f}$ (Hz)	c.o.v. (%)	$\hat{f}$ (Hz)	c.o.v. (%)
1	2.42	0.47	2.70	0.28	3.74	0.27	7.39	0.73	7.98	0.65	9.42	0.89
2	2.42	0.78	2.70	0.38	3.75	0.22	7.40	0.70	7.94	1.09	9.42	0.86
3	2.42	0.69	2.71	0.44	3.75	0.26	7.40	0.99	8.02	0.55	9.43	0.52
4	2.42	0.10	2.71	0.27	3.75	0.24	7.40	0.81	8.00	0.71	9.48	0.75
5	2.42	0.28	2.71	0.33	3.77	0.34	7.43	0.85	8.03	0.64	9.37	0.26
6	2.43	0.43	2.72	0.54	3.76	0.20	7.42	0.90	8.00	0.61	9.44	1.44
7	2.43	0.44	2.70	0.47	3.75	0.18	7.41	1.13	7.99	0.65	9.47	1.74
Ortalama:	2.42	0.46	2.71	0.39	3.75	0.24	7.41	0.87	7.99	0.70	9.43	0.92

Tablo 5. 3. Tahmini modal sönüm oranları ve c.o.v. değerleri

Grup Numarası	Mod 1		Mod 2		Mod 3		Mod 4		Mod 5		Mod 6	
	$\hat{\xi}$ (Hz)	c.o.v. (%)	$\hat{\xi}$ (Hz)	c.o.v. (%)	$\hat{\xi}$ (Hz)	c.o.v. (%)	$\hat{\xi}$ (Hz)	c.o.v. (%)	$\hat{\xi}$ (Hz)	c.o.v. (%)	$\hat{\xi}$ (Hz)	c.o.v. (%)
1	0.95	12.84	0.65	9.81	0.95	5.74	2.26	9.52	2.48	7.93	2.68	9.45
2	1.40	10.56	1.23	8.41	0.82	6.27	2.35	9.74	3.58	10.71	2.55	9.88
3	1.35	9.37	1.11	9.47	0.89	5.68	3.08	12.10	2.11	7.62	1.87	8.13
4	0.36	9.68	0.80	7.98	0.81	5.81	2.66	10.77	2.45	9.33	2.21	12.40
5	0.76	8.71	1.02	8.27	1.18	4.82	2.75	11.81	2.61	7.65	0.99	9.95
6	1.15	7.76	1.46	8.89	0.74	5.51	2.86	12.35	2.48	8.09	3.62	14.79
7	0.98	9.73	1.20	7.11	0.64	6.55	3.31	13.58	2.58	7.84	3.51	15.10
Ortalama:	0.99	9.81	1.07	8.56	0.86	5.77	2.75	11.41	2.61	8.45	2.49	11.38

Modal frekans ve sönüm oranından farklı olarak, ölçüm noktaları her grupta farklı noktalarda yer aldığından mod şekilleri için ortalama bir değer hesaplamak mümkün değildir. Bu nedenle, her bir düzenek, yapıdaki ilgili bölümde sınırlı olan yerel mod şekilleri hakkında bilgi sağlar. Lokal ölçüm noktalarını temsil eden bir global mod şekli elde etmek için bir mod şekli birleştirme tekniği uygulanabilir. Bunun için, bu çalışmada bir Mod Şekli Birleştirme Tekniği olarak MAC tabanlı Bayesian Mod Shape Assembly (BMSA) tekniği gerçekleştirilmiştir. Burada, en

muhtemel global mod şekilleri ve bunların arka belirsizlikleri aşağıdaki olasılık yoğunluk fonksiyonu kullanılarak tahmin edilebilir.

$$p(\Phi|\Psi) \propto \prod_{i=1}^{N_s} p(\rho_i|\Phi) \quad (5.1)$$

Burada, Φ , global mod şeklini, ρ_i , global ile lokal mod şekilleri arasındaki MAC değerini temsil eder. Ayrıca, $\Psi = [\varphi_1, \dots, \varphi_{N_s}]$, tanımlanan yerel mod şekillerinin kümesini temsil etmektedir. Denklem (5.1)'de, $p(\rho_i|\Phi)$, iki serbestlik derecesine sahip bir Chi-square dağılımını göstermektedir ve aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

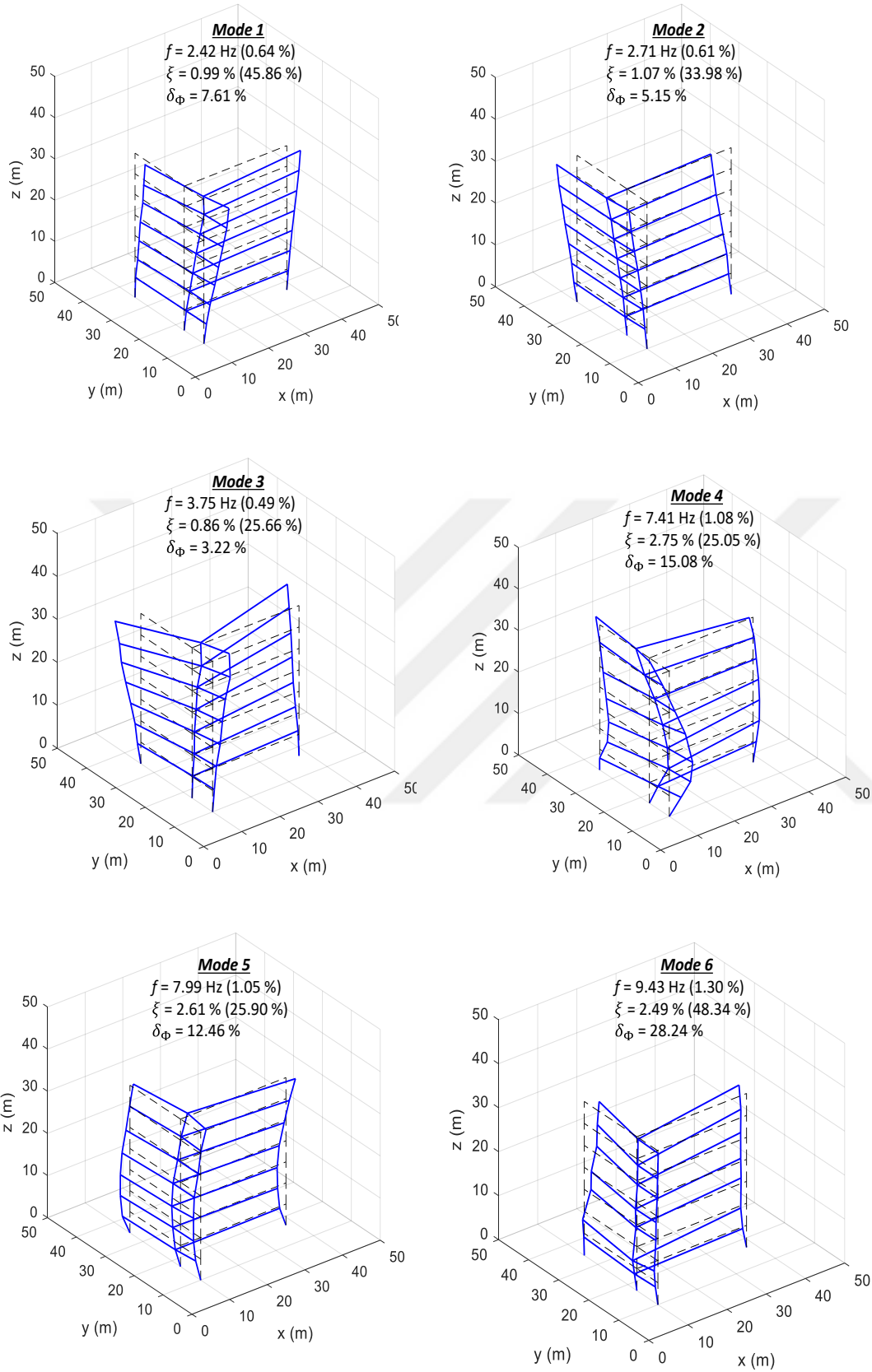
$$p(\rho_i|\Phi) = \frac{1}{S_{\rho_i}} \exp\left(-\frac{\rho_i - 1}{S_{\rho_i}}\right) \quad (5.2)$$

MAC tabanlı BMSA tekniğinde, yerel mod şekillerinin belirsizlik düzeyi, global mod şeklinin kalitesini büyük ölçüde etkileyebilir. Bu durum, global mod şeklinin en muhtemel değerini belirlemede ve bu değer belirsizliğini değerlendirmede etkili olabilir.

Bu amaçla, önerilen yöntemle tahmin edilen yerel mod şekillerine ait c.o.v. değerleri Tablo 5.3'te verilmiştir. Buradan, daha büyük c.o.v. değerlerinin son üç modda (4., 5. ve 6. modlar) elde edildiği gözlemlenebilir. Bu gözlem, ilgili global mod şekilleri için daha büyük bir muhtemel belirsizliğin beklenebileceğini göstermektedir.

Tablo 5. 4. Tahmini yerel mod şekilleri için c.o.v. değerleri (%)

Mod No	Grup -1	Grup -2	Grup -3	Grup -4	Grup -5	Grup 6	Grup -7
1	1.60	1.59	1.90	1.52	1.80	1.47	2.40
2	1.15	1.18	1.28	1.12	0.91	1.22	1.28
3	0.50	0.63	0.75	0.53	0.49	1.04	1.14
4	3.74	4.07	3.50	3.42	3.36	3.83	3.67
5	2.69	7.19	3.74	2.52	1.85	2.07	1.91
6	4.94	3.54	9.46	8.04	5.74	5.89	5.21

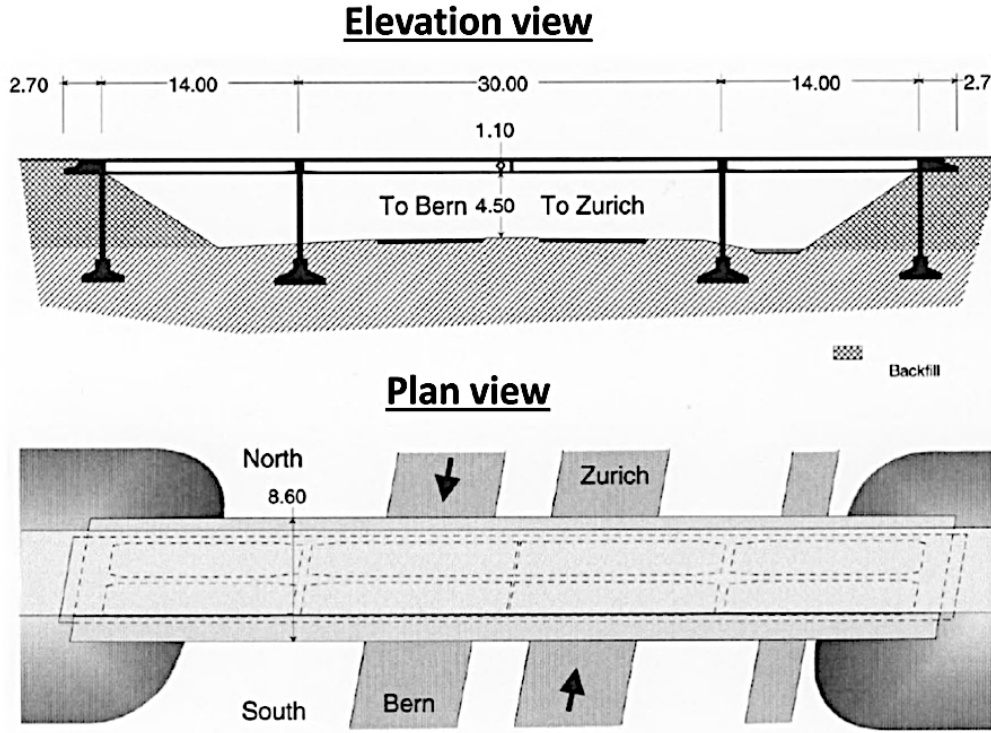


Şekil 5. 11. Global mod şekilleri ile birlikte ortalama modal frekanslar ve sönüm oranları (c.o.v. değerleri parantez içinde verilmiştir, δ_{ϕ} global mod şeklinin c.o.v. değeri)

Şekil 5.11, Brodie Kulesi için global mod şekillerinin yanı sıra ortalama mod frekanslarını ve sönüm oranlarını da göstermektedir. Genel belirsizlikler de sunulan şekilde gösterilmiştir. Tablo 5.2 ve Tablo 5.3' te gösterilen c.o.v. değerleri, model hataları ve sensör gürültü etkisi nedeniyle bireysel gruplardaki tanımlama belirsizliklerini temsil etmektedir. Ancak genel belirsizliği elde etmek için, tanımlanan değerlerin gruplar arası değişkenliği de dikkate alınmalıdır. Bunu gerçekleştirmek için, modal frekanslar ve sönüm oranlarındaki genel belirsizlik, ortalama tanımlama belirsizliği ile gruplar arası değişkenliğin toplamı olarak, toplam olasılık teoremi kullanılarak hesaplanabilir. Literatürde, tanımlama belirsizliği hesaplanmıyorsa yalnızca gruplar arası değişkenlik göz önüne alınır (Hızal, 2023). Bu perspektiften, genel belirsizlik sınırlarının, tanımlama belirsizliğinin dahil edilmesiyle önemli ölçüde artabileceği sonucuna varılabilir.

Bu örnekte, modal frekanslar için tanımlama belirsizliğinin genel belirsizliğe katkısı %50 ile %81 arasında değişirken, modal sönüm oranları için bu katkı %21 ile %45 arasında değişmektedir. Ek olarak, global mod şekilleri için tahmini c.o.v. değerleri, son üç mod şeklinin, ilk üç mod şekline kıyasla önemli ölçüde büyük bir muhtemel belirsizlik içerdiğini göstermektedir. Bu sonuçlar, yerel mod şekli c.o.v. değerlerinin dağılımından kaynaklanan beklentiyle de uyumludur.

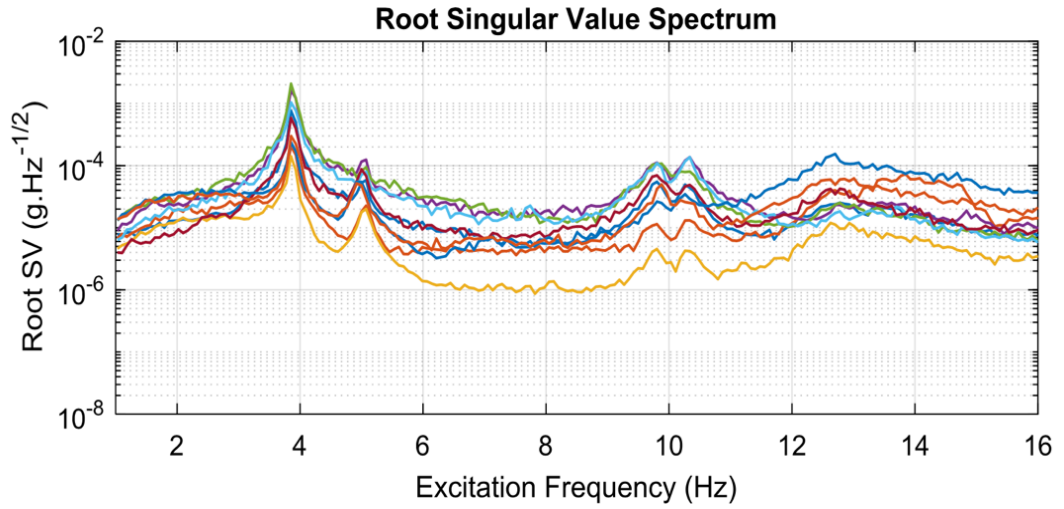
5.3. Z24 Köprüsü Örneği



Şekil 5.12. Z24 köprüsünün ön görünümü (üst) ve üstten görünümü (alt) (Reynders and De Roeck, 2009)

Z24 Köprüsü, İsviçre'de, geçmişte Bern-Zürich otoyolunun üzerinden geçerek iki kasabayı birbirine bağlayan ve şu an kullanımda olmayan bir yapıdır. Köprü, 14, 30 ve 14 metre uzunluğundaki üç açıklıktan oluşmaktadır. 1998 ile 2000 yılları arasında, COST-F Avrupa Ağı projesi kapsamında, modal tanılama, model güncelleme ve hasar tespiti gibi Yapısal Sağlık İzleme konularında çeşitli uygulamalar gerçekleştirilmek üzere Z24 Köprüsü üzerinde kapsamlı bir ölçüm çalışması gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada, köprü çevresel ve zorlanmış titreşim koşulları altında incelenmiş ve toplamda 152 noktada ölçüm alınmıştır (Reynders and De Roeck, 2009; Hızal vd. 2019). Köprü'nün tamamını kapsayan veri toplama işlemi, üç referans noktası kullanılarak dokuz farklı ölçüm konfigürasyonu ile gerçekleştirilmiştir. Bu referans çalışması, köprü yapılarının dinamik davranışlarının analizi ve operasyonel modal analiz tekniklerinin geliştirilmesi açısından önemli bir referans kaynağı olmuştur. Elde edilen veriler, birçok araştırmacı tarafından kullanılmış ve farklı modal tanılama yöntemlerinin

performansları bu veri seti üzerinde test edilmiştir (Reynders and De Roeck, 2009, Hızal vd. 2019).

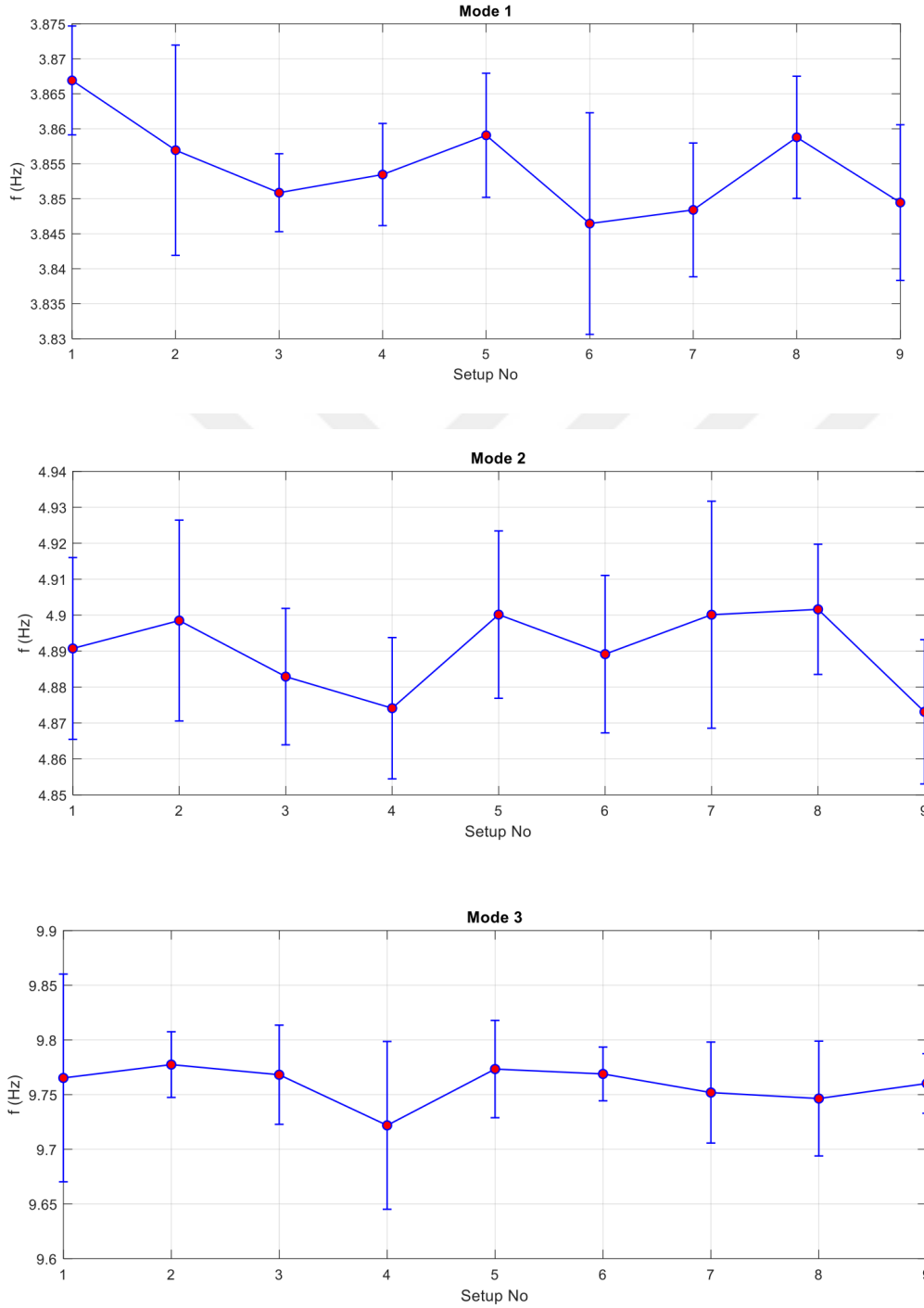


Şekil 5.13. Z24 Köprüsünden Elde Edilen İvme Ölçümlerinin Tekil Değer Spektrumu (Hızal vd., 2019)

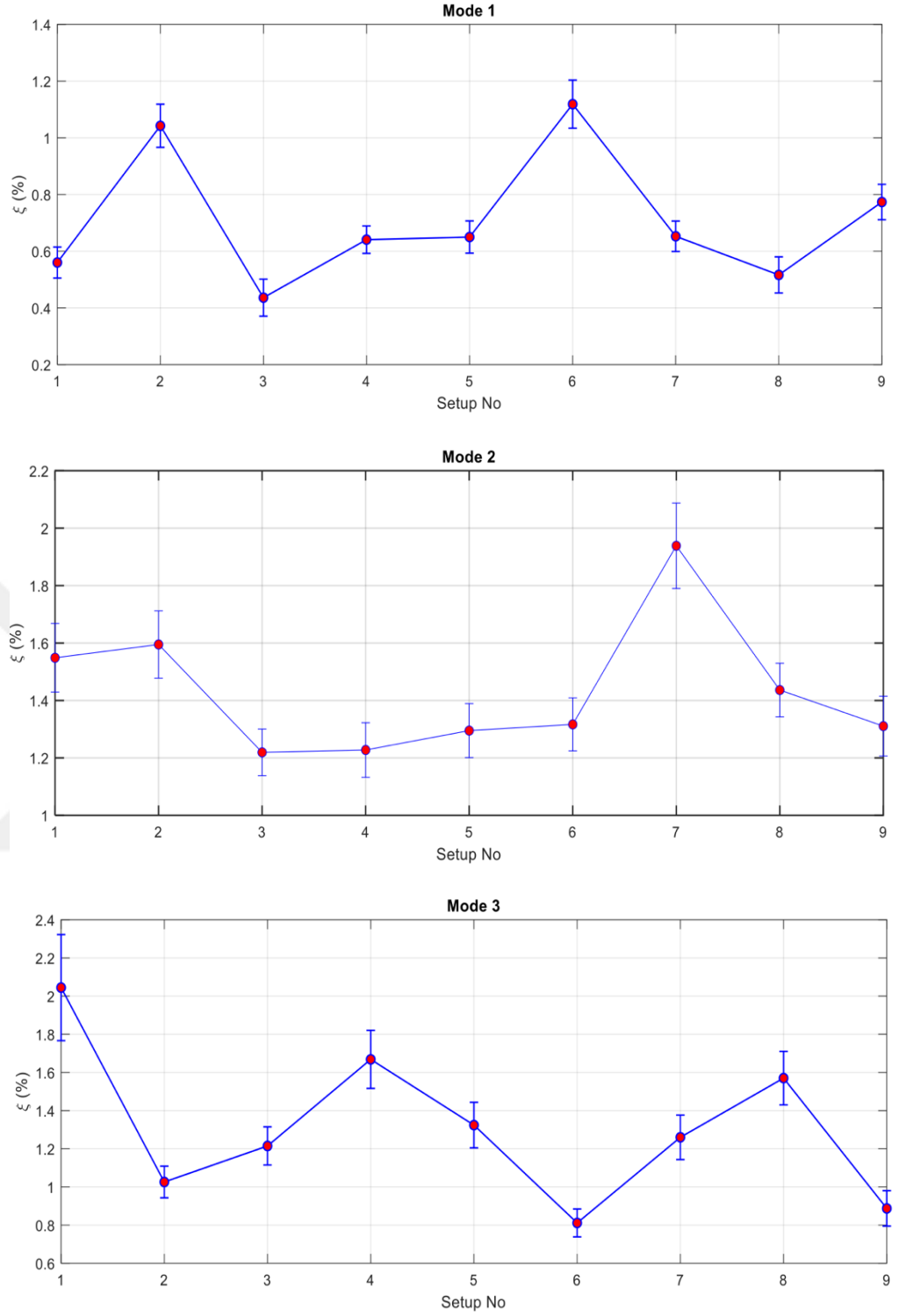
Şekil 5.13’de, Z24 köprüsünün hasarsız durumuna ait ortamsal titreşim etkileri altındaki ölçüm verilerinden elde edilen tekil değer spektrumu sunulmaktadır. Burada, her bir ölçüm grubundan elde edilen ivme tepkilerinin maksimum tekil değerleri gösterilmektedir. Tekil değer spektrumu üzerinde yapılan ilk değerlendirmede, ilk 3 titreşim modunun, sırasıyla, 3.85, 9.75, 10.30 Hz frekanslarında ortaya çıktığı görülmektedir. Bu bağlamda, modal tanılama için frekans bant genişliği faktörü, tespit edilen bu değerler merkeze alınarak, 0.10 olarak belirlenmiştir. Bu kapsamda, ilk 3 titreşim modu için elde edilen modal frekanslar ve sönüm oranları ile bunlara ait standart sapma değerleri Şekil 5.14 ve 5.15’de verilmektedir.

Elde edilen sonuçlara göre, modal frekansların, farklı ölçüm grupları arasında çok küçük küçük değişimler gösterdiği, hesaplanan standart sapmaların, 1. Mod için 4 ve 6. grupta, 2. Mod için 1, 2 ve 7. grupta, 3. Mod için ise 1. ve 4. grupta, diğer ölçüm gruplarına nazaran daha yüksek değerlere ulaştığı görülmektedir. Modal sönüm oranlarının ise ölçüm grupları arasında belirgin değişim gösterdiği gözlemlenmektedir. Şekil 5.15’de gösterilen hata çubukları, her bir ölçüm grubu için belirlenen modal sönüm oranlarına ait standart sapmaları göstermekte olup

esasen tanılama hatasına karşılık gelmektedir. Bununla birlikte, modal sönüm oranlarının farklı ölçüm grupları arasında gösterdiği değişimin tanılama hatalarına eklenerek toplam belirsizlikte bir artışa neden olacağı düşünülebilir.



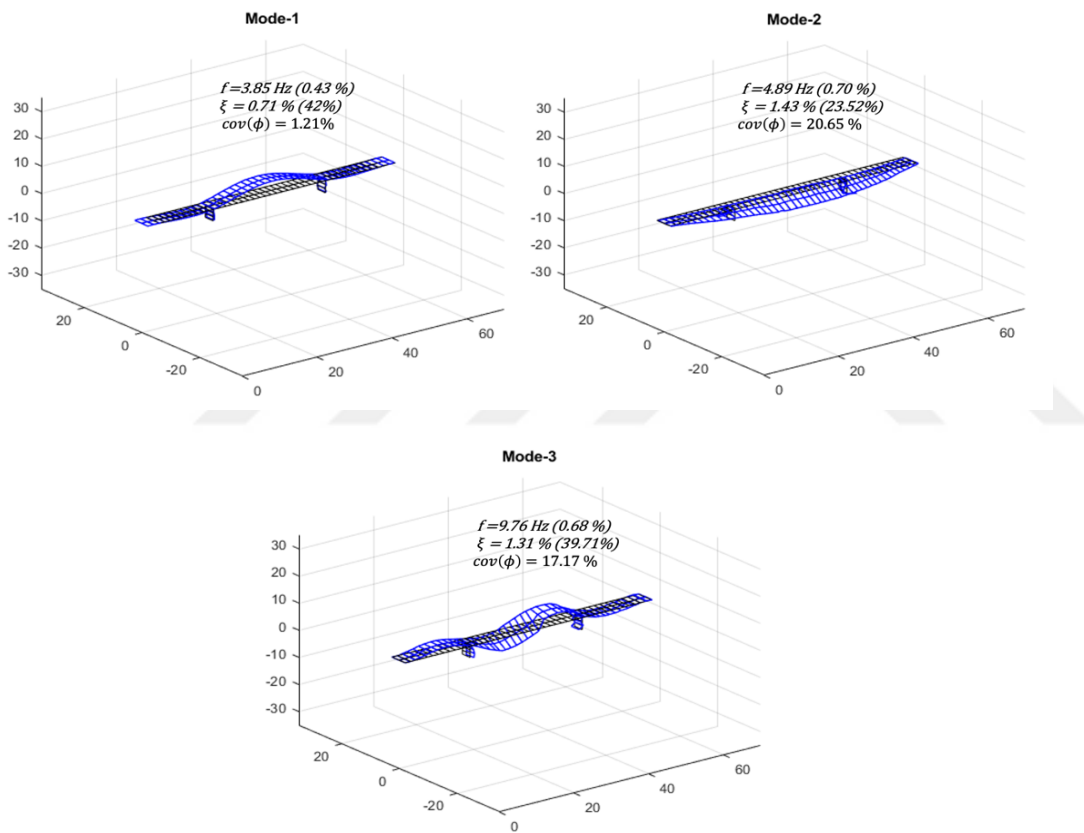
Şekil 5.14. Belirlenen modal frekanslar ve $\pm$ standart sapma değerleri



Şekil 5.15. Belirlenen modal sönüm oranları ve $\pm$ standart sapma değerleri

Şekil 15.16'da, Z24 köprüsünün ilk 3 moduna ait global mod şekilleri ile modal frekans ve sönüm oranlarına ait gruplar arasın ortalama değerler ve temsili istatistiklerle elde edilen c.o.v. değerleri gösterilmektedir. Burada, modal frekanslar

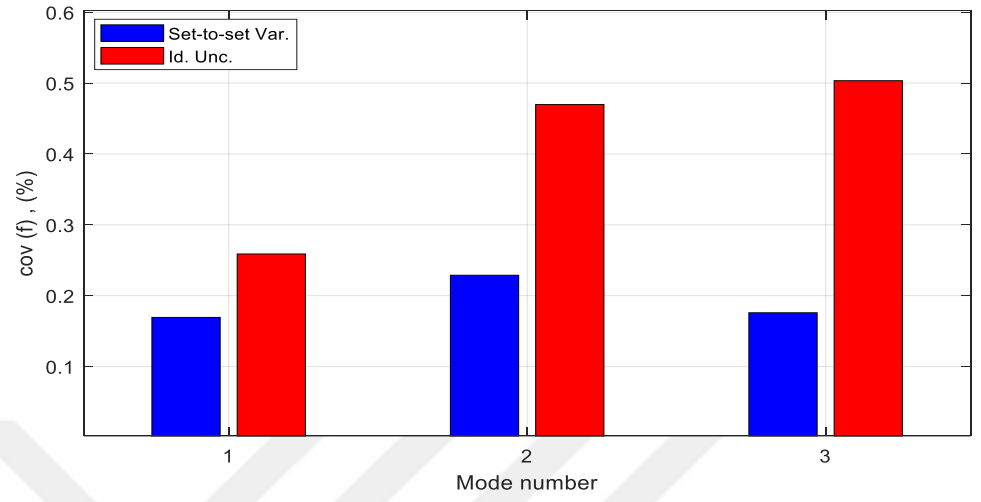
için elde edilen c.o.v. değerlerinin %1'den daha küçük olduğu görülmektedir. Bu değer, Şekil 5.14 üzerinde varılan, modal frekansların farklı ölçüm grupları arasında oldukça küçük değişimler gösterdiği sonucuyla uyumlu olduğu görülmektedir. Bununla birlikte, modal sönüm oranlarına ait c.o.v. değerlerinin 1. ve 3. Titreşim modunda %40 mertebesine ulaştığı görülmektedir. Ayrıca, mod şekillerine ait c.o.v. değerleri 1. Mod için %1.21, 2. ve 3. Mod için ise, sırasıyla %20.65 ve %17.17 olduğu görülmektedir. Bu bağlamda, mod şekilleri için, 2. ve 3. Titreşim modunda gözlemlenen yüksek c.o.v. değerlerinin gruplar arasındaki değişimden kaynaklandığı düşünülebilir.



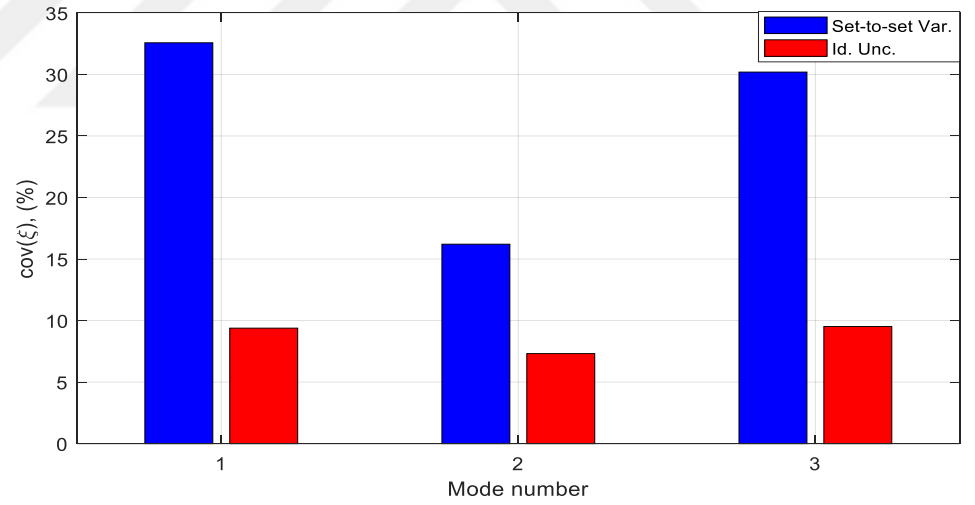
Şekil 5.16. Önerilen algoritma tarafından oluşturulan mod şekilleri.

Ölçüm grupları arasındaki belirsizlik değişiminin toplam belirsizliğe olan etkisi Şekil 15.17 ve 15.18'de sunulmaktadır. Burada, modal frekans değerlerine odaklanıldığında, gruplar arası değişiminin tanılama belirsizliğine nazaran daha küçük mertebede olduğu gözlemlenmektedir. Modal sönüm oranları için ise tam tersi bir durum gözlemlenmekte olup gruplar arası değişimin, tanılama

belirsizliğine nazaran daha yüksek mertebede olduğu ve bu durumun toplam belirsizliği kayda değer ölçüde artırdığı söylenebilir.



Şekil 5.17. Mod Numarasına Göre Frekans Değişkenlik Katsayısı (c.o.v.) Değişimi



Şekil 5.18. Mod Numarasına Göre Sönüm Oranı Değişkenlik Katsayısı (c.o.v.) Değişimi

6. SONUÇ

Bu çalışmada, modal parametre tahmininde literatürde oldukça yaygın olarak kullanılan FSDD tekniği için belirsizlik sınırları incelenmiştir. Bu bağlamda, modal frekans ve sönüm oranları ile mod şekillerine ait ölçüm belirsizlikleri iki farklı yaklaşım kullanılarak tayin edilmiştir. Kullanılan her iki yaklaşım da ölçüm belirsizliklerinin analitik olarak elde edilmesini amaçlamaktadır. Burada, ilk olarak mod şekil vektörü, vektör değerli bir hata denklemi cinsinden ifade edilebildiği için mod şekil bileşenlerinin reel ve kompleks kısımları için kovaryans matrisi pertürbasyon yaklaşımı ile elde edilmiştir. Modal frekanslar ve sönüm oranları üzerindeki belirsizlik sınırları ise doğrusal olmayan bir regresyon problemi üzerinden Cramer-Rao sınır aşım teorisi kullanılarak tahmin edilmiştir. Bu şekilde, modal parametreler için kovaryans matrisi gözlemlenen verilere dayanarak analitik olarak değerlendirilmiştir. Modal tahminlerde belirsizlik yayılımını değerlendirmek için sayısal ve deneysel çalışmalar yapılmıştır.

Sayısal sonuçlar, modal frekanslar ve sönüm oranı üzerindeki tanılama belirsizliklerinin, mod şekil belirsizliğine kıyasla bant genişliği oranına daha duyarlı olduğunu göstermektedir. Bu durum, sistemin dinamik davranışını anlamada, tanılamada kullanılacak olan bant genişliğinin modal frekans ve sönüm oranları için daha kritik olabileceğini ortaya koymaktadır. Bunun bilirlkte, kanal gürültüsünün etkisi, mod şekil belirsizliğinde daha dramatik değişikliklere neden olabileceği gözlemlenmektedir. Sinyal-gürültü oranının 100'den büyük olması durumunda, modal frekanslar ve sönüm oranları için elde edilen tanılama belirsizliklerinde kayda değer bir değişim gözlemlenmemektedir.

Sunulan yöntem, çoklu ölçüm gruplarının bulunması durumunda da belirsizlik tayini için kullanılabilir. Ancak bu durumda, tanılama belirsizliğinin yanı sıra yerel ölçümler için elde edilen modal parametrelerin gruplar arası değişimini de toplam belirsizliğe olan etkisi dikkate alınmalıdır. Bu bağlamda, gerçek veri örneklerinden elde edilen sonuçlar modal frekanslar için tanılama belirsizliklerinin, modal sönüm oranları ve mod şekilleri için ise gruplar arası modal parametre değişimlerinin toplam ölçüm belirsizleri içerisinde daha baskın olduklarını ortaya koymaktadır.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- ANSI/ASA S2.47.**,1990, American national standard vibration of building-guidelines for the measurement of vibrations and evaluation of their effects on building. Acoustical Society of America.
- Amador, S., El-Kafafy, M., Cunha, Á., & Brincker, R.**, 2019, A new maximum likelihood estimator formulated in pole-residue modal model. *Applied Sciences*, 9(15), 3120.
- Allemang, R., & Brown, D. L.**, 1987, Experimental modal analysis and dynamic component synthesis. volume 3. modal parameter estimation. Cincinnati University Ohio, Department of Mechanical and Industrial Engineering, Tech. Rep.
- Astroza, R., Nguyen, L. T., & Nestorović, T.**, 2016, Finite element model updating using simulated annealing hybridized with unscented Kalman filter. *Computers & Structures*, 177, 176-191.
- Brincker, R., Ventura, C. E., and Andersen, P.**, 2001, Damping estimation by frequency domain decomposition. In *Proceedings of IMAC 19: A conference on structural dynamics: Februar 5-8, 2001, Hyatt Orlando, Kissimmee, Florida, 2001* (pp. 698-703). Society for Experimental Mechanics.
- Brincker, R., Zhang, L., and Andersen, P.**, 2001, Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition. *Smart materials and structures*, 10(3), 441.
- Brincker, R., and Andersen, P.**, 2006, Understanding stochastic subspace identification. *Proceedings of the 24th IMAC*, St. Louis, 126.
- Brincker, R., and Zhang, L.**, 2009, Frequency domain decomposition revisited. In *Proc. 3rd International Operational Modal Analysis Conference (IOMAC'09)*, 615-626.
- Brincker, R.**, 2014, Some elements of operational modal analysis. *Shock and Vibration*, 2014, 11.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Bendat, J. S., & Piersol, A. G.,** 2000, BOOK REVIEW: Random data analysis and measurement procedures. Measurement Science and Technology, 11(12), 1825-1826.
- Brincker, R., and Ventura, C.,** 2015, Introduction to operational modal analysis. Chichester, United Kingdom: John Wiley and Sons.
- Caicedo, J. M.,** 2011, Practical guidelines for the natural excitation technique (NExT) and the eigensystem realization algorithm (ERA) for modal identification using ambient vibration. Experimental Techniques, 35, 52-58.
- Franco, J. M., Marulanda, J., & Caicedo, J. M.,** 2016. Modal identification of a full-scale building under seismic excitation using the fast mode identification technique. Experimental Techniques, 40, 1275-1284.
- Grießmann, T., Penner, N., Schmoch, A., and Rolfes, R.,** 2014, Non-Destructive Determination of Serviceability and Load Bearing Capacity of Floor Slabs Using Dynamic Methods. In EWSHM-7th European Workshop on Structural Health Monitoring.
- He, X., Moaveni, B., Conte, J. P., Elgamal, A., and Masri, S. F.,** 2009, System identification of Alfred Zampa Memorial Bridge using dynamic field test data. Journal of Structural Engineering, 135(1), 54-66.
- Hızal, Ç., Turan, G., Aktaş, E., and Ceylan, H.,** 2019, A mode shape assembly algorithm by using two stage Bayesian Fast Fourier Transform Approach. Mechanical Systems and Signal Processing, 134, 106328.
- Hızal, Ç.,** 2020, Modified frequency and spatial domain decomposition method based on maximum likelihood estimation. Engineering Structures, 224, 111007.
- Hızal, Ç.,** 2023, FDD based modal identification of structures using least squares approach, Structures. 55 1071–1083.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Hızal, Ç.,** 2023, A Bayesian approach to global mode shape identification using modal assurance criterion-based discrepancy model, *J Sound Vib.* 558 117774.
- Ibrahim, S. R.,** 1999, Fundamentals of time domain identification, in: Silva, J. M. M., Maia, N. M. M. (eds.), *Modal Analysis and Testing*, NATO Science Series, Series E: Applied Sciences – Vol 363, Kluwer Academic Publishers.
- Jacobsen, N. J., Andersen, P., and Brincker, R.,** 2008, Applications of frequency domain curve-fitting in the EFDD technique. In *Proceedings IMAC XXVI Conference*.
- James III, G. H., Carne, T. G., and Lauffer, J. P.,** 1993, The natural excitation technique (NExT) for modal parameter extraction from operating wind turbines (No. SAND-92-1666). Sandia National Labs., Albuquerque, NM (United States).
- Juang, J. N., and Pappa, R. S.,** 1985, An eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and model reduction. *Journal of guidance, control, and dynamics*, 8(5), 620-627.
- Mahmood, S. F., Haritos, N., Gad, E., and Zhang, L.,** 2014, A multi-reference-based mode selection approach for the implementation of NExT-ERA in modal-based damage detection. *Structural Control and Health Monitoring*, 21(8), 1137-1153.
- Ni, Y. C., and Zhang, F. L.,** 2019, Fast Bayesian frequency domain modal identification from seismic response data. *Computers and Structures*, 212, 225-235.
- Pintelon, R., Guillaume, P., and Schoukens, J.,** 2007, Uncertainty calculation in (operational) modal analysis. *Mechanical systems and signal processing*, 21(6), 2359-2373.
- Pioldi, F., Ferrari, R., and Rizzi, E.,** 2017, Seismic FDD modal identification and monitoring of building properties from real strong-motion structural response signals. *Structural Control and Health Monitoring*, 24(11), e1982.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Reynders, E. and De Roeck, G.,** 2008, Reference-based combined deterministic–stochastic subspace identification for experimental and operational modal analysis, *Mech. Syst. Signal Process.* 22 (2008) 617–638.
- Reynders, E., & Roeck, G. D.,** 2009, Continuous vibration monitoring and progressive damage testing on the z 24 bridge. *Encyclopedia of structural health monitoring.*
- Rainieri, C., & Fabbrocino, G.,** 2014, Operational modal analysis of civil engineering structures. Springer, New York, 142, 143.
- Reynders, E.,** 2012, System identification methods for (operational) modal analysis: review and comparison. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 19, 51-124.
- Tse, E., and Weinert, H.,** 1975, Structure determination and parameter identification for multivariable stochastic linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 20(5), 603-613.
- Van Overschee, P., & De Moor, B.,** 1996, Continuous-time frequency domain subspace system identification. *Signal Processing*, 52(2), 179-194.
- Wang, T., Zhang, L., & Tamura, Y.,** 2005, An operational modal analysis method in frequency and spatial domain. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 4(2), 295-300.
- Wang, T., Celik, O., Catbas, F. N., and Zhang, L. M.,** 2016, A frequency and spatial domain decomposition method for operational strain modal analysis and its application. *Engineering Structures*, 114, 104-112.
- Worden, K., and Tomlinson, G. R.,** 2019, Nonlinearity in structural dynamics: detection, identification and modelling. CRC Press.
- Yang, Y. B., and Chen, Y. J.,** 2009, A new direct method for updating structural models based on measured modal data. *Engineering Structures* 31 (1), 32-42.
- Y.C. Zhu,** 2018, Bayesian Modal Identification using Asynchronous Ambient Data, Doctoral Thesis.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Y.C. Zhu, Y.L. Xie, S.K. Au**, 2018, Operational modal analysis of an eight-storey building with asynchronous data incorporating multiple setups, *Eng Struct.* 165 50–62.
- Yu, D. J., and Ren, W. X.**, 2005, EMD-based stochastic subspace identification of structures from operational vibration measurements. *Engineering Structures*, 27(12), 1741-1751.
- Y. Zhu, Y. Xie, S.-K. Au**, 2020, Brodie Tower ambient vibration with multiple setups, asynchronous and synchronous data, *Harvard Dataverse*, V1.
- Zhang, L., Wang, T., and Tamura, Y.**, 2010, A frequency–spatial domain decomposition (FSDD) method for operational modal analysis. *Mechanical systems and signal processing*, 24(5), 1227-1239.

TEŞEKKÜRLER

Bu çalışmanın gerçekleştirilmesinde emeği geçen herkese içtenlikle teşekkür ederim. Frekans Tabanlı Ayırıştırma tekniği ve modal analiz konusunda sağladığı değerli bilgiler ve yönlendirmeler için danışman hocam Doç. Dr. Çağlayan HIZAL'a özel olarak teşekkür ederim.

Eşim ve ailemin de süreç boyunca gösterdikleri sabır ve anlayış için minnettarım.

Bu çalışmanın, OMA uygulamalarında modal parametrelerin belirsizliklerini anlamak için faydalı bir kaynak olmasını umuyorum.

03 / 06 / 2024

Berna KAYA GÜL

ÖZGEÇMİŞ

Berna KAYA GÜL, 2004-2008 yılları arasında Milas Anadolu Lisesi'nde eğitimi tamamladıktan sonra 2013 yılında Pamukkale Üniversitesi İnşaat Mühendisliği lisans programından mezun oldu. 2013-2023 yılları arasında İzmir ilinde özel ve kamu sektörlerinde üst yapı projelerinin hesap ve tasarımı, ihale dosyası hazırlama ve hakkeş/metraj/kesin hesap hazırlama görevlerinde çalışmıştır.