

T.C.
SİİRT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BİLİM VE SANAT MERKEZİNDE (BİLSEM) MATRİS ÖĞRETİMİNE
YÖNELİK BİR UYGULAMA

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Zeynep BAKIRTAŞ
(213121003)

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
(Matematik Eğitimi Programı)

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi İlyas KARADENİZ

Ağustos-2024
SİİRT

TEZ KABUL VE ONAYI

Zeynep BAKIRTAŞ tarafından hazırlanan “Bilim ve Sanat Merkezinde (BİLSEM) Matris Öğretimine Yönelik Bir Uygulama” adlı tez çalışması 19/08/2024 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliği ile Siirt Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Programında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

İmza

Başkan

Prof. Dr. Hülya GÜR

.....

Danışman

Dr. Öğr. Üyesi İlyas KARADENİZ

.....

Üye

Dr. Öğr. Üyesi Mustafa OBAY

.....

Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Doç. Dr. Harun BEKTAŞ
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ÖN SÖZ

Yüksek lisansa başladığım günden bu yana hem ders sürecine hem de tez yazım sürecine büyük katkıları olan, beni destekleyen, tecrübeleri ile bana yol gösteren değerli hocam ve tez danışmanım Dr. Öğretim Üyesi İlyas KARADENİZ'e teşekkürlerimi ve saygılarımı sunarım. Ayrıca çalışmamın her aşamasında bana yardımcı olan değerli hocalarım Dr. Öğretim Üyesi Mustafa OBAY'a ve Dr. Öğretim Üyesi Furkan Özdemir'e tüm samimiyetimle teşekkür ederim. Tez savunması için jüri üyesi olarak davetimizi kabul eden Prof. Dr. Hülya GÜR'e katkılarından dolayı teşekkür ederim.

Çalışmam boyunca desteğini esirgemeyen her zaman yanımda hissettiğim annem Gülsen BAKIRTAŞ'a ve babam Nedim BAKIRTAŞ'a, çalışma sürecimde bana elinden gelen her türlü yardımı yapan ablam Merve BAKIRTAŞ'a, her zorlukta beni motive eden değerli arkadaşlarım Çiğdem Rojbin ÖZAYDINLI'ya, Zelal GÜR'e, Seher GELDİ'ye ve Rabia SEYİTHANOĞLU'na teşekkürlerimi sunarım.

Zeynep BAKIRTAŞ
SİİRT-2024

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖN SÖZ.....	iii
İÇİNDEKİLER.....	iv
TABLolar LİSTESİ	vi
KISALTMALAR LİSTESİ	vii
ÖZET	ix
ABSTRACT	x
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Araştırmanın Amacı	9
1.2. Araştırmanın Alt Problemleri	9
1.3. Araştırmanın Önemi	10
1.4. Varsayımlar	11
1.5. Tanımlar	11
2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI.....	14
2.1. Lineer Cebir ve Matrisler	14
2.1.1. İlgili araştırmalar	15
2.2. Problem Çözme	25
2.2.1. İlgili araştırmalar	27
2.3. Bilim ve Sanat Merkezi	42
3. MATERYAL VE METOT	46
3.1. Araştırma Deseni	46
3.2. Çalışma Grubu.....	47
3.3. Veri Toplama Araçları.....	47
3.3.1. Yarı yapılandırılmış görüşme	47
3.4. Veri Toplama Süreci.....	48
3.5. Verilerin Analizi.....	50
3.6. Araştırmanın Geçerliği Güvenirliği.....	50
4. BULGULAR	52
4.1. Araştırmanın Birinci Alt Problemine İlişkin Bulgular	52
4.2. Araştırmanın İkinci Alt Problemine İlişkin Bulgular	54
4.3. Araştırmanın Üçüncü Alt Problemine İlişkin Bulgular	57
4.4. Araştırmanın Dördüncü Alt Problemine İlişkin Bulgular	66
5. TARTIŞMA VE SONUÇ	82
6. ÖNERİLER.....	86

7. KAYNAKLAR.....	87
EKLER.....	102
EK-1: Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu.....	102
EK-2: Değerlendirme Rubrikleri.....	103
EK-3: Uygulama.....	105
EK-4 Alıştırmalar	114
EK-5: Bilgi Testi	117
EK-6: Ders İçi Öğrenci Görselleri.....	119
ÖZGEÇMİŞ.....	122



TABLÖLAR LİSTESİ

Sayfa

Tablo 2.1. Polya'nın problem çözme basamakları göz önünde bulundurularak sorulacak sorular	41
Tablo 4.1. Öğrenci değerlendirme testi birinci soruya ilişkin öğrenci cevapları.....	55
Tablo 4.2. Öğrenci değerlendirme testi birinci soruya ilişkin öğrenci cevaplarının gösterimi	56
Tablo 4.3. Öğrenci değerlendirme testi ikinci sorunun a seçeneğine ilişkin öğrenci cevapları.....	58
Tablo 4.4. Öğrenci değerlendirme testi ikinci sorunun b seçeneğine ilişkin öğrenci cevapları.....	60
Tablo 4.5. Öğrenci değerlendirme testi ikinci sorunun c seçeneğine ilişkin öğrenci cevapları.....	62
Tablo 4.6. Öğrenci değerlendirme testi ikinci sorunun d seçeneğine ilişkin öğrenci cevapları.....	64
Tablo 4.7. Öğrenci değerlendirme testi ikinci soruya ilişkin öğrenci cevaplarının gösterimi	65
Tablo 4.8. Öğrenci değerlendirme testi üçüncü sorusunun “problemde neler verilmiştir?” sorusuna ilişkin öğrenci cevapları	67
Tablo 4.9. Öğrenci değerlendirme testi üçüncü sorusunun “problemde neler istenilmiştir?” sorusuna ilişkin öğrenci cevapları	68
Tablo 4.10. Öğrenci değerlendirme testi üçüncü sorusunun “Problemi şekil, tablo, grafik vb. kullanarak açıklayınız.” ifadesine ilişkin öğrenci cevapları.....	69
Tablo 4.11. Öğrenci değerlendirme testi üçüncü sorusunun “Problemin başka problemler ile benzerlikleri nelerdir?” sorusuna ilişkin öğrenci cevapları .	70
Tablo 4.12. Öğrenci değerlendirme testi üçüncü sorusunun “Problemin çözümü için kullanabileceğiniz çözüm yolları nelerdir?” sorusuna ilişkin öğrenci cevapları.....	71
Tablo 4.13. Öğrenci değerlendirme testi üçüncü sorusunun “Problemin sonucu için tahminlerde bulununuz. Tahminlerinizi açıklayınız.” ifadesine ilişkin öğrenci cevapları.....	72
Tablo 4.14. Öğrenci değerlendirme testi üçüncü sorusunun “Problemin çözümünü yapınız.” ifadesine ilişkin öğrenci cevapları	74
Tablo 4.15. Öğrenci değerlendirme testi üçüncü sorusunun “Çözümünüzü açıklayınız.” ifadesine ilişkin öğrenci cevapları	75
Tablo 4.16. Öğrenci değerlendirme testi üçüncü sorusunun “Çözümünüzü kontrol ediniz.(Matematiksel işlemleri kullanarak sağlama yapıp açıklamaları yazınız.)” ifadesine ilişkin öğrenci cevapları.....	76
Tablo 4.17. Öğrenci değerlendirme testi üçüncü sorusunun “Hata yaptığınızı düşündüğünüz işlem basamağı varsa belirleyip açıklayınız.” ifadesine ilişkin öğrenci cevapları.....	77
Tablo 4.18. Öğrenci değerlendirme testi üçüncü sorusunun “Farklı bir çözüm yolu ile problemin çözümünü yapınız.” ifadesine ilişkin öğrenci cevapları.....	78
Tablo 4.19. Öğrenci değerlendirme testi ikinci soruya ilişkin öğrenci cevaplarının gösterimi	79

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1. Bir durumu matris ile gösterme	20
---	----



KISALTMALAR LİSTESİ

<u>Kısaltma</u>	<u>Acıklama</u>
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
BİLSEM	: Bilim ve Sanat Merkezi
NTCM	: National Council of Teachers of Mathematics (Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi)
PISA	: Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)
TIMSS	: Trends in International Mathematics and Science Study (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması)



ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

BİLİM VE SANAT MERKEZİNDE (BİLSEM) MATRİS ÖĞRETİMİNE YÖNELİK BİR UYGULAMA

Zeynep BAKIRTAŞ

**Siirt Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
(Matematik Eğitimi Programı)**

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi İlyas KARADENİZ

2024, 122+X Sayfa

Bu araştırma, Bilim ve Sanat Merkezlerinde (BİLSEM) öğrenim gören yedi ortaokul öğrencisinin matrisler aracılığıyla günlük hayat problemlerini çözme becerilerini değerlendirmeyi amaçlamaktadır. Veriler toplanırken öncelikle öğrencilere dersin anlatım içeriğini kapsayan bir ders anlatım materyali dağıtılmıştır. Daha sonra konu öğretimi ve örnek çözümleri yapılmıştır. Öğrencilere bu kapsamda hazırlanan bilgi testi ile bir değerlendirme yapılmıştır. Bilgi testi, içerisinde yer alan verilen bir durumu matrisler ile ifade etme becerileri, matrislerde işlem yapma becerileri ve matrisler konusunda Polya'nın problem çözme basamaklarını kullanabilme becerileri hazırlanan rubrikler ile durum çalışması yöntemi kullanılarak incelenmiştir. Araştırmada, öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmek için Polya'nın problem çözme basamaklarının etkinliği incelenmiştir.

Araştırma kapsamında, BİLSEM'de eğitim gören ortaokul öğrencilerine matrislerle ilgili çeşitli problemler verilmiş ve bu problemlerin çözümü sırasında izledikleri adımlar değerlendirilmiştir. Öğrencilerin problem çözme süreçleri, Polya'nın problem çözme basamakları olan "problemi anlama", "çözüm için plan yapma", "planı uygulama" ve "çözümü değerlendirme" aşamaları doğrultusunda analiz edilmiştir.

Araştırmanın bulguları, öğrencilerin matris kullanarak problem çözme süreçlerinde önemli gelişmeler kaydettiğini göstermektedir. Ancak, özellikle matris çarpma ve çıkarma işlemlerinde zorluklar yaşandığı belirlenmiştir.

Bu çalışmanın sonuçlarına dayanarak, eğitim süreçlerinde matrislerin daha etkin kullanılması, öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmek için önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: BİLSEM, matrisler, problem çözme, polya'nın problem çözme basamakları

ABSTRACT

MS THESIS

AN APPLICATION FOR TEACHING MATRIX AT SCIENCE AND ART CENTERS (BİLSEM)

Zeynep BAKIRTAŞ

**The Graduate School of Natural and Applied Science Siirt University
The Degree of Master of Science
In Department of Mathematics and Science Education
(Mathematics Education Program)**

Supervisor: Assist. Prof. Dr. İlyas KARADENİZ

2024, 122+X Pages

This research aims to evaluate the skills of seven secondary school students studying at Science and Art Centers to solve daily life problems through matrices. While collecting the data, a lecture material covering the lecture content of the course was distributed to the students first. Later, subject teaching and sample solutions were made. An evaluation was made to the students with the knowledge test prepared in this context. Knowledge test, skills of expressing a given situation contained in it with matrices, skills of doing operations in matrices, and Polya's ability to use problem-solving steps in matrices were examined using the rubrics prepared and the case study method. In the research, the effectiveness of Polya's problem solving steps to improve students' problem solving skills was examined. Within the scope of the research, various problems related to matrices were given to secondary school students studying at BİLSEM and the steps they followed during the solution of these problems were evaluated. The problem solving processes of the students were analyzed in accordance with the stages of "understanding the problem", "making a plan for the solution", "implementing the plan" and "evaluating the solution", which are Polya's problem solving steps. The findings of the research show that students have made significant improvements in problem solving processes using matrices. However, it has been determined that there are difficulties, especially in matrix multiplication and subtraction operations. Based on the results of this study, it is recommended to use matrices more effectively in educational processes to improve students' problem-solving skills.

Keywords: BİLSEM, matrices, problem solving, polya's problem-solving steps

1. GİRİŞ

Matematik hayatımızın her alanında yer almakta, yaşamımızı önemli ölçüde etkilemektedir. Problem çözme günlük yaşamda en çok kullanılan aktivitelerdendir ve bireyler genellikle karşılaşılan günlük yaşam olaylarını kendileri çözmek isterler. Bu sebeple eğitim sisteminde problem çözmenin öneminin altı çizilmiştir (Anonim, 2018). Yapılan çalışmalar günlük yaşamda karşılaşılabilecek durumlar için matematiksel bilgi ve becerilere ihtiyaç duyulduğunu göstermektedir. Bu nedenle matematik öğretimi önem kazanmaktadır (Saleh, 1990). Bireyler kendilerinin çözmeleri gerektiği durum veya olaylarla karşı karşıya kaldıklarında problem çözmenin öneminin farkına varırlar, erken yaşlarda öneminin farkına varılması ile bireyler günlük hayatlarında karşılaşılabilecek problemlerin çözme durumlarını erken yaşta öğrenmeleri ile yaşamlarını kolaylaştıracaklardır (Karataş ve Güven, 2003). Tüm dünyada ve Türkiye’de problem çözme önem kazanmıştır ve müfredatlarda yerini almıştır (Yıldız, 2008). Problem çözmenin öneminin vurgulanmasıyla 2013 yılında Türkiye’de de yeni bir müfredat tasarlanmıştır. MEB matematik öğretimi temel amaçları arasına öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesini eklemiştir (Anonim, 2013). Sosyal bilimler, fen bilimleri, Türkçe öğretimi ve matematik öğretimi alanlarında sosyal ve bireysel farkındalığı artırmak için problem çözmenin özellikle üzerinde durularak birçok yeni reformlar ve akademik düzenlemeler yapılmıştır (Koç ve ark., 2007). Geçilen sistemde öğretmen yönlendirmeli eğitim yerine öğrenci merkezli eğitim sistemine geçilerek, öğrenci yaşantısını merkeze alma düşüncesi benimsenmiştir (Babadoğan ve Olkun, 2006). Bu yenilikler göz önünde bulundurularak bu çalışmada problem çözmeye yer verilmiştir. Problem çözmenin öğretiminin matematik derslerinde kalmadığı diğer alanlarla birlikte günlük hayatta da karşılaşılabileceği ile kapsayıcılığı açıklanmıştır. Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi’ne göre problem çözme benimsenen yeni ilkelerin bir parçası olmuştur. Öğrencilerin problem çözme becerilerinin matematik öğretimi amaçları içerisinde en önemli konu olarak görülmektedir (Anonymous, 2000). Önemi bu şekilde uluslararası çalışmalar ile kabul görmüştür. Daha önceki çalışmalarında problem çözmenin öneminden bahsedilmiştir. Yaptıkları başka bir çalışmada ise matematik derslerinde problem çözmeye yer verilerek ders planları yapılmalıdır diyerek hazırlanacak öğretim programlarına yön vermiştir. Diğer alanlara kıyasla matematik

alanına yönelik akıl yürütme, bağıntı kurma, ispat ve temsiller kullanma beklentisi daha fazladır ve bunları karşılamada öğrencilerin yaşadıkları, etkileşimde bulundukları çevreye uyum sağlamaları üzerine vurgu yapıldığı alan matematiktir (Bulut, 2007). Bu kıyasların yapılması matematik öğretim programının birçok kademesinde problem çözmeye yer verilmesine sebep olmuştur. Okulda öğrenilen matematik günlük yaşam ve deneyimler ile ilişkilidir (Anonymous, 2000). Matematiğin günlük yaşamla ilişkisinin olduğu problem çözme çalışmalarıyla açıkça görülmektedir. Bu anlamda problem çözme dünya çapında matematik öğretiminin ayrılmaz bir parçasıdır (Yılmaz, 2011). Ele alınan problemin konusu dikkatle seçilmelidir.

Posamentier ve Krulik (2009)'e göre problem çözme, matematik öğretiminin her düzeyinde en kritik başlıktır. Matematik derslerinde kapsadığı alan ve süre bu sebeple kayda değer olmalıdır. NTCM (2000)'e göre matematiğin temel amacı öğrencilerin matematik alanında dikkatlerini artıracak, yeteneklerini geliştirecek problemlere çözüm aramalarıdır. Temel amaçlar içerisinde belirtilen şeyler problem çözme ile doğrudan ilişkilidir.

Problem çözmenin matematik başarısı üzerine etkisi üzerine de birçok çalışma yapılmıştır ve problem çözmenin konular bazında kapsayıcılığı görülmektedir. Problem çözme birçok konu ile ele alınabilmekte, örneklerde kullanılabilir. Problem çözmenin yerinin bu kadar kapsayıcı olması çözüm sürecinin de ele alınması çalışmalarını doğurmuştur. Problem çözme sürecinde kullanılan basamaklar detaylı bir şekilde bu çalışmada gösterilmiştir. Çalışmalar ve uygulanan basamaklar farklılık göstermektedir. Problem çözenin matematik başarısı üzerine etkilerinin incelendiği çalışmalar yapılmıştır. Problem çözmenin başarısı üzerinde yapılan çalışmalarda Polya'nın basamaklarının üzerinde çokça durulduğu görülmektedir. Polya (1957) problem çözmenin daha anlaşılır ve anlamlı olmasını ve problem çözmeyi kolaylaştırmayı amaçlayarak problem çözme aşamalarından bahsetmiştir. Aşamalara ayırarak problemin çözümünün gerçekleştiği bu basamaklar çalışmaların başarı ile sonuçlanmalarına katkıda bulunmuştur. Polya (1957)'ya göre problem çözme 4 aşamadan oluşur. Bunlar problemin anlaşılması, problemin çözümü için plan yapılması, planın uygulanması, çözümün değerlendirilmesidir. Bu aşamaların gerçekleştiğini görmek için bu çalışmada her basamağa uygun sorulara yer verilmiştir. Polya'nın problem çözme basamaklarının uygulanması problem çözme başarısı üzerinde olumlu sonuçlar doğurmuştur (Yıldız,

2008). Karaoğlu (2009) yapmış olduğu deneysel çalışmasında, problem çözmenin öğrencilerin matematik dersi başarısını olumlu etkilediğini göstermiştir. Bu çalışmada matrisler konusu ele alınarak, problem çözmenin gerçekleştirilmesi üzerinedir. Daha önce bir öğretmen rehberliğinde örgün eğitim olarak bu konunun çalışılmadığı örneklemin matrislerin biçimsel olarak tanıtılması ile başlanarak işlem özelliklerinin tanıtılmasıyla işlem becerilerini geliştirip günlük hayat problemlerinde matrisleri Poya'nın basamaklarını dikkate alarak çözüme gitmeleri beklenilmektedir. Matematiği değerli kılan şey günlük yaşamda karşılaşılan problemlerin farkına vararak bu problemlere pratik çözümler bulmaktır (Doorman ve ark., 2007). Doğada karmaşık gibi görünen, teknoloji ve uzay sistemlerinde matrislerin kullanımı bu çalışmanın uygulama aşamasında öğrencilere fark ettirilerek problemlerin çözümünde kullanıldığı birkaç örnek ile gösterilip, örneklerin çoğaltılabileceği ve bu sistem kullanılarak çözüme gidebilecekleri sezdirilmektedir. NTCM (2000)'ye göre problem çözme karışık bir süreçtir. Bu sebeple basamaklara ayırarak aşamalı çözüm başarı getirmiştir. Poya (1957)'nin problem çözmeyle ilgili belirttiğimiz gibi 4 aşamada açıklar, Jonassen (2000), Gugerty (2006) yaptığı çalışmasında Newell ve Simon'a göre problemi çözmek için iki önemli aşaması olduğunu belirtmiştir. Bunlar problemi anlama ve plan yapmadır. Problemi çözerken anlama basamağının gerçekleşmediği durumlarda sadece sayılar ile işlemler yaparak bilinçsiz bir şekilde bazı sonuçların elde edileceğini söylemişlerdir. Yapılan çalışmalar dikkate alınarak bu çalışmada Poya'nın önemli olduğu belirtilen problem çözme basamaklarının gerçekleştiğini görmek için basamakların uygulanmasının değerlendirilmesini sağlayacak alt sorular öğrencilere yöneltilmiştir.

Literatürde problem ile ilgili farklı tanımlar bulunmaktadır. Posamentier ve Krulik (2009)'e göre düzenli bir şekilde bilinmeyen bir durumla karşılaşmaktır. Kurbal (2015) matematiksel bir durumun problem olabilmesi için farklı problem tanımlarına rağmen literatürde fikir birliğinin problem çözümünün bir zorlukla karşılaşması ve bu durumu çözmesi olarak kabul edildiğini söylemiştir.

İlkokullarda keşfedilmeye başlanarak ilkök, ortaokul ve lise yıllarına kadar süren, özel yetenek ve özel zekaya sahip oldukları belirlenen öğrencilerin, günlük yaşamla beraber ilerleyen örgün okulun devam etmediği zamanlarda, öğrencilerin yeteneklerini daha da ileriye taşımak için kurulan Bilim ve Sanat Merkezleri (BİLSEM) ülkemizde eğitim vermektedir (Tonbul ve Çiğdem, 2020). Üstün yetenekli çocuklarla

çalışmak için özel çalışmalar gerekmektedir. Üstün yetenekli olarak adlandırılan öğrencilerin günlük hayatta önemli bir yere sahip oldukları, bunu da toplumda kalkınma ve gelişmede büyük etkileri olmalarına bağlayarak öneminin altı çizilmiştir (Toptaş ve Yumuş, 2012). Üstün yetenekli öğrencilerin çalışma alanları dikkatle belirlenmeli, özel öğrenciler olarak nitelendirilen öğrenciler ile ilgili çalışmalar dikkate alınarak gelişim kaydedilmeye çalışılmalıdır. Toplumda sayıca az bulunan ileri öğrenme düzeyine sahip öğrenciler vardır ve bunlar üstün zekâlı veya üstün yetenekli çocuklar olarak adlandırılır (Ataman, 1982). Üstün başarı gösterdikleri veya ilgi duydukları alanlarda bu özel çocuklara eğitimler verilmelidir. Toplumların güvenliğini, yaşam standartlarını yaratıcı düşünceleri, icat ve keşifleri, eserleri ile sağlayan dahası tarih öncesinde hayvanların evcilleştirilmesi, tekerleğin bulunması, yazının bulunması gibi önemli ilklerde üstün yetenek ve zekaya sahip bireylerin katkısı yadsınamaz (Enç ve ark., 1981). Bu öğrencilerin topluma sağlayacakları faydalar oldukça fazladır. Bireylerdeki üstün yetenek ve zeka bir program ve sistem dahilinde geliştirilmelidir (Toptaş ve Yumuş, 2012). Gelişimin sağlanabilmesi için öğrencilerin en yakın zamanda üstün yetenek gösterdikleri alanlar ile beraber belirlenip BİLSEM merkezlerinde eğitimlerine başlanılmalıdır. Üstün yetenekli çocuklar potansiyellerini ortaya çıkarabilecek, üretimlerine katkı sağlayacak ve zekâ düzeylerine uygun eğitim almak isterler (Toptaş ve Yumuş, 2012). Bu talepleri yapılan çalışmalar ile bir sisteme dökülüp uygun programlar hazırlanmalıdır. Bilim ve Sanat Merkezleri Öğrenci Tanılama ve Yerleştirme Kılavuzu (2019)'nda detaylı bir şekilde BİLSEM'lerde öğrencilerin ilgi, yetenek ve becerilerine göre tanılanması ve alacakları eğitim alanlarının belirlenmesi açıklanmıştır.

Üstün yetenekli öğrencilerin ihtiyacı olan eğitimin sağlanabilmesi için birçok araştırma yapılmış ve yetenekleri de belirtildiği çalışmalar hazırlanmıştır.

Üstün yetenekli öğrencilerin bir takım ortak özelliklerinin olduğu şöyle açıklanmıştır:

- Verilen materyalleri akranlarından daha hızlı bir şekilde anlayabilmesi
- Duygusal olarak çok erken yaşlarda aşırı duyarlı ve hassasiyetli olması
- Aşırı meraklı olması
- Sık karşılaşılmayan alanlara ilgili olması
- Yaşıtlarına görece daha olgun ve farklı mizah anlayışına sahip olması
- Problemleri yaratıcı olarak çözüp ifade etmesi

- Verilen bilgileri gereği kadar tekrar edilmesi durumunda ortalamaya göre daha hızlı öğrenebilmesi
- Özbenliğinin, sosyal ilişkilerinin ve çevrenin sorunlarının farkında olması
- Üstün yetenekliler arasından daha da üstün yetenekli olarak belirtilen bireyler entelektüel bir kişiliğe sahip olmaları yanı sıra IQ ve başarı ölçme sınavlarında %99,9'luk dilimde olması,

Webb ve ark. (2007) yılında yapmış oldukları çalışmalarında özel yetenekli bireyler olarak tanımlar yapmış ve özelliklerini de şu şekilde açıklamıştır:

- Bebeklik dönemlerinde dahi var olan beklenmedik durumlara karşı tetikte olması
- Öğrenmenin çabuk gerçekleşmesi ve bilgiler arasında hızlı bir şekilde ilişki kurması
- Hafızanın çok güçlü olması
- Akranlarına göre daha fazla kelime bilgisine sahip olup, daha uzun ve karışık cümle kurabilmesi
- Sözcük nüanslarının, metaforların ve soyut fikirlerin ileri düzeyde anlaşılması
- Sayılar ve sözcükleri içeren bulmaca şeklinde problemlerin çözümünden keyif alınması
- Okul çağına gelmeden kendi kendilerine okuma ve yazma becerisini kazanmış olması
- Duyguların derin ve yoğun yaşanması
- Hassasiyetin fazla olması
- Soyut düşünebilmesi, karmaşık şeyleri çözümleyebilmesi, mantık yürütebilmesi, iç görülü düşünebilmesi
- Erken yaşta ideal sahibi olması
- Sosyal çevre ve uygulanan politikalarda yaşanan olumsuz durumlara karşı endişelenmesi
- Uzun süreli konsantrasyon sağlayarak odaklanabilmesi
- Kendi düşünceleriyle uzun süre kalabilmesi, hayal kurabilmesi
- Temel becerileri daha az tekrarla hızlı bir şekilde öğrenebilmesi
- Keşfetme ve araştırmaya yönelik sorular sorması
- Birden fazla ilgi alanlarının olması veya bir alana aşırı derecede odaklanması

- Merak duygusunun aşırı derecede ilerlemiş olması
- Karşılaşılması ve uygulanması sık görülmeyen şeylere karşı istek duyulması ve yapılması
- Düşünceleri veya durumları örneğine sık rastlanılmayacak şekilde bir araya getirmesi
- Keskin ve farklı mizah yapması
- Oyunları veya karışık durumları kullanarak durumları planlayarak insanları organize etmek istemesi
- Okul öncesi çağda hayali arkadaşlarının olması hayal gücünün çok geniş olması ve bu durumun devam etmesi

Akarsu (2001) yapmış olduğu çalışmasında ise üstün yetenekli öğrencilerin özellikleri şu şekilde açıklamıştır:

- Bir veya birden fazla alanda akranlarına göre daha başarılı ve ilgili olması
- Sözcük ve cümleleri daha etkin bir şekilde kullanması
- Merak duygusunun gelişmiş olması, bazı şeylere karşı yoğun merak duyması
- Hızlı öğrenmesi
- Öğrenilen şeylerin unutulmaması
- Aşırı duyarlı olması
- Kendine özgü düşüncelerini ifade etme şekillerinin olması
- İlk defa karşılaşılan ve daha zorlu görünen şeylere karşı tercihlerde bulunulması
- Akranlarından ziyade yaşça kendisinden daha büyük kişilerle arkadaş olması
- İlk defa karşılaşılan durumlara hızlı adapte olması
- Okuma yapma ve araştırma yapmaya karşı hevesli olması

Cutts ve Moseley (2004) yapmış oldukları çalışmalarında üstün yetenekli öğrencilerin özelliklerini şu şekilde açıklamıştır:

- Geniş bir sözcük hazinesine sahip olması ve etkili şekilde kullanması
- Durum ve olaylara karşı genelleme yapabilmesi
- Soyut düşünmenin olamayacağı düşünülen yaş aralıklarında soyut düşünebilmesi
- Problemlerle karşılaştıklarında tahmin ve öngörülerde bulunabilmesi
- Neden sonuç ilişkileri kurarak doğru çıkarımlarda bulunabilmesi
- Problem çözebilme yeteneklerinin oldukça gelişmiş olması

- Öğrenme sürelerinin akranlarına göre oldukça kısa olması
- Yetenek ve ilgileri dahilinde olan bir konu veya somut materyali kullanmada zorlanmaları ile sürecin uzaması halinde sonuca ulaşmadan bir işi bırakmaması
- Öğrenilen bir konuyu hatırlamada veya kullanması için verilen bir materyali kullanmada zorlanmaması
- Mizah yapabilmesi
- Gözlem ve araştırma yapması
- Hizmet etmesi
- Eleştirel bir gözle bakarak muhakeme yapabilmesi
- Bir olay veya durum karşısında neler yağabileceğini hızlıca düşünebilmesi

Üstün yetenekli çocuklar problemlerle karşılaştıklarında yetişkinlere göre daha pratik ve çeşitli çözüm yolları bulabilirler (Cutts ve Moseley, 2004). Araştırmalar da göstermiştir ki problem çözme, yeni yollar öğrenme üstün yetenekli çocuklar için yapılabilecek çalışmalar arasında gösterilebilir. Yapılan çalışmalara bakıldığında ortak özellik olarak belirlemede aynı noktalar üzerinde sıkça durulmuştur. Bu çalışmada yeri olan üstün yetenekli öğrenciler ile problem çözmeye de yapılan çalışmalarda yer verilmiştir. Daha önce karşılaşmadıkları problemleri çözebilmeleri, farklı bakış açılarına sahip olmaları, yaratıcı çözüm yolları üretebilmeleri, birden fazla çözüm yolu üretebilmeleri, çok boyutlu ve soyut düşünebilmeleri, karşılaştıkları durumlar karşısında hızlı bir şekilde düşünebilmeleri, neden sonuç ilişkisi kurabilmeleri, sayı ve sözcük içeren bulmacaları çözmekten keyif almaları bu çalışmadaki örneklemin belirlenmesinde etkili olmuştur. Ayrıca öğrencilerin daha önce karşılaşmadıkları matrislerin öğretimi üstün yetenekli öğrencilerin ortak özellikleri olarak belirlenmesinde yeni durumlara karşı meraklı olmaları, akranların göre öğrenme düzeylerinin daha hızlı olmaları, yeni şeylere karşı meraklı olmaları, daha zorlu görünen şeyleri tercih etmeleri, karşılaşılması ve uygulanması sık görülmeyen şeylere karşı ilgilerinin olması özellikleri etkili olmuştur. Üstün yetenekli öğrencilere yaratıcılıklarını geliştirmelerine, materyal kullanma ve üretme konusunda onlara yol gösterecek öğretmenlere ihtiyaç duyarlar (Toptaş ve Yumuş, 2012). Üstün yetenekli öğrencilerin ihtiyaçlarını karşılayabilmek için yapacakları çalışmalar ile beraber öğretmenlerde bulunması gereken bazı özelliklerin bulunması gerektiğini söyleyen Torrance ve Goff (2010) şu şekilde bir açıklama yapmışlardır:

- Öğrencilerin yaratıcılıklarının sonucu ortaya çıkardıkları ürünlerden memnun

olabilmelerini sağlayabilmelidirler.

- Öğrencilerin gerçek dışı sayılabilecek örnek ve sorularını sabır göstererek dinleyip, cevap vermelidirler.
- Karşılaşılan problem karşısında aile ile işbirliği içerisinde olarak çözüm önerileri ve fikirlerini dikkate almalıdırlar.
- Düşüncelerini ifade etmeleri için uygun ortamlar hazırlamalıdırlar.
- Problemlerle karşılaştıklarında kendi çözüm yolları üretmelerini ve kendi kendilerine öğrenmelerini sağlamaları için fırsatlar sunmalıdırlar.
- Yeni bir durumla karşılaştıklarında keşfetme isteklerine destek olmalıdırlar.
- Akran etkileşimi ile beraber yaratıcılıklarını beraber sergilemelerine imkan sağlamalıdırlar.

Öğretmenler üstün yetenekli öğrencilerin eğitiminde gelişim ve ilerleme kaydetmeleri için önemli bir rehberdir. Öğretmenlerin süreçte öğrencilerin yeniliklerle karşılaşmaları durumunun çok fazla olması gereği, dikkat etmesi gereken hususların da bu yönde olduğu belirtilmiştir. Genel olarak öğrencilerinde farklı durumlarla karşılaşma halinde ürettikleri alışlagelmişin dışındaki çözüm yolları, merak ve keşfetme istekleri ile yeni problem durumlarıyla karşılaşıp alternatif çözümler üretmeleri bu tezdeki örneklem seçiminde önemli bir etken olmuştur.

Üstün yetenekli öğrencilerin kendi yetenekleri doğrultusunda eğitim alma ihtiyaçları bireysel eğitimler ile beraber özel olarak geliştirilmiş eğitim modelleri sunulmasıyla yetenekleri geliştirilmeli, ihtiyaçları giderilmeli ve fırsatlar yaratılmalıdır (Koçal, 2009). Bilim ve Sanat Merkezleri, tüm yaşlılarıyla beraber okulda aldıkları ortak ve temel eğitim dersleri dışında okul dışında kendileri gibi üstün yetenekli öğrenciler beraber eğitim aldıkları yerlerdir. Toptaş ve Yumuş (2012)'a göre üstün yetenekli çocukların bilimi esas alarak çalışmalar yürüten, çağın ihtiyaçları gereği icat ve keşifler yapan bu amaçla da eğitim öğretimi devam ettiren kurumlar ülkemizde Bilim ve Sanat Merkezleridir. BİLSEM'ler kurulurken MEB'e bağlı Özel Eğitim ve Rehberlik Genel Müdürlüğü usul ve esasları kapsayan maddeler belirlemişlerdir. Bilim ve Sanat Merkezi Yönergesi 2007 yılında yayımlanmıştır. Yönergenin incelendiğinde BİLSEM'lerde eğitim öğretim alacak öğrencilerin vakit kaybetmeden belirlenip ihtiyaçlarının giderilmesi ve becerilerinin geliştirilmesi gerektiği anlaşılmaktadır. Üstün yetenekli öğrencilerin gelişimi onlara rehberlik edecek öğretmenlerle sağlanabilmektedir (Pfeiffer,

2015).

Üstün yetenekli oldukları tespit edilerek BİLSEM’lerde eğitim alan öğrencilere birçok alanda ders verilmektedir ve bunlardan bir tanesi de matematik dersidir (Şahin, 2016). Clark (2008) yapmış olduğu çalışmada üstün yetenekli öğrencilerin özelliklerini yukarıda belirttiğimiz çalışmalardaki benzer özelliklerin mevcut olduğunu açıklamıştır. Kendisi gibi çalışma yapanların benzer özellikler olarak tanımladığı özelliklerin yanı sıra hiçbir üstün yetenekli öğrencinin bütün verilen özelliklerin tamamının bir kişi de olamayacağını söylemiştir.

1.1. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, Bilim ve Sanat Merkezlerinde (BİLSEM) öğrenim gören yedi ortaokul öğrencisinin matrisler aracılığıyla günlük hayat problemlerini çözme becerilerini değerlendirmeyi amaçlamaktadır. Bilim ve Sanat Merkezlerinde eğitim öğretim gören ortaokul öğrencilerinin yönergelerinde belirtilen, kapasitelerini geliştirip üst düzeyde kullanmalarına katkı sağlamaya yönelik katkıda bulunma amacı göz önünde bulundurularak günlük hayat problemlerinin matrisler ile çözümleri araştırılarak farklılaştırılmış, zenginleştirilmiş bir bakış açısı kazandırmak hedeflenmektedir.

Bu araştırmanın problem cümlesi “Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin matrisleri kullanabilme becerileri nasıldır?” olarak belirlenmiştir.

1.2. Araştırmanın Alt Problemleri

2. Bilim ve Sanat Merkezinde çalışma yapılan öğrenci grubunun matematik öğretmenlerinin matrisler konusunun öğretimi ve öğrenimine yönelik görüşleri nelerdir?
3. Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin verilen bir durumu matris ile ifade etme becerileri nasıldır?
4. Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin matrislerde işlem yapma becerileri nasıldır?
5. Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin matrisler konusunda Polya’nın problem çözme basamaklarını kullanabilme becerileri nasıldır?

1.3. Araştırmanın Önemi

Lineer cebir ve matrisler, günlük hayatta birçok farklı alanda kullanılmaktadır ayrıca yurt dışındaki okullarda da öğrencilerin bilişsel eğitiminde önemli bir rol oynamaktadır (Capraro ve Slough, 2009). Lineer cebir ve matrisleri ülkemizde yapılan çalışmalarda yine günlük hayatta birçok alanda kullanılmaktadır ve yurt dışındaki okullarda öğrencilerin bilişsel eğitiminde önemli bir rol oynamaktadır ifadeleri yer almaktadır (Yılmaz, 2016). Matrislerin öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini geliştirmek için kullanılabileceği ve günlük hayatta matris kavramı, özellikle formal öğrenim boyunca bilinçli olarak ya da bilinçsiz olarak kullanıldığı, öğrencilerin matrisleri kullanarak yaratıcı düşünme becerilerini geliştirdikleri görülmüştür (Yuniarti, 2011). Matris kavramının tanıtılması bir denklem sisteminin çözümü için önemli bir adımdır. Günümüzde ise matrisler matematiğin en önemli uygulamalı araçlarından biridir. Matrislerin matematik, mühendislik ve ekonominin çeşitli alanlarında yaygın olarak kullanıldığı ifade edilmiştir. Örnek olarak matematikte cebirsel ve diferansiyel denklemlerin çözümünde, fiziksel büyüklükleri tahmin etmede ve havacılıkta modern uçakların yapımında kullanıldığı verilmiştir ve bu sebeplerden dolayı da öğrencilere matrisler hakkında ayrıntılı bilgiler verilmesi gereklidir (Norboevna ve Husenovich, 2020). Birçok ülkede, lineer cebirin öğrenilmesi ve öğretilmesi ile ilgili problemler yakın zamanda matematik camiasında büyük ilgi görmüştür (Dorier ve Sierpinska, 2002).

Günlük hayatta karşılaşılan problemlerin çözüm bulma aşamasında matematik problemlerinin çözümünün etkisi olduğu, problem çözmenin de bu yüzden oldukça önem arz ettiği ifade edilmektedir (Özsoy, 2005). Matematik problemlerinin çözümünün aşamalarının hepsinde yönlendirebilme ve düşündürebilme becerileri yer almaktadır (Soylu ve Soylu, 2006). Matematikte problem çözme becerisi, üstün yetenekli öğrencileri problemleri belirlemeye ve çözmeye teşvik etmiştir (Tan, 2015). Üstün yetenekli öğrenciler olarak adlandırılan grup ile yapılan bir çalışmada öğrencilerin, yaratıcılık ve bilişsel esneklik özelliklerinin standartlaştırılmış problem çözme yöntemlerinden ziyade farklı çözüm yolları kullandıkları görülmüştür (Gingsburg, 1981).

Matematiksel problemlerin çözümünde birden fazla çözüm yolu kullanmak, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olabilir. Farklı çözüm yolları kullanmak, öğrencilerin matematiksel düşünce ve fikirleri daha iyi anlamalarına ve daha geniş bir perspektif kazanmalarına yardımcı olabileceği gibi

öğrencilerin yaratıcılıklarını ve matematiksel yeteneklerini de geliştirebilir (Walle, 2013).

BİLSEM yetenek ve yaratıcılıkları erken yaşta fark edilen öğrencilerin var olan kapasitelerini geliştirmeyi amaçlayan kurumlardır. Aralarındaki bu ilişkiyi kurarak BİLSEM öğrencilerine problem çözme becerilerini sorgulayıp geliştirmek amaçlanmaktadır. Hızlı bir şekilde gelişen dünyada matematik, yaratıcılığı geliştirmede ve daha farklı yöntem ile öğrencilerin geliştirilip yetiştirilmesinde önemli bir rol oynamakta ve dolayısıyla da bunu gerçekleştirmek için farklı yöntem ve teknikler kullanarak matris teorisi ve öğelerini öğretmek önemlidir (Boboeva ve Rosulou, 2020). Bu yüzden literatürde yeterince yer almadığı düşünülen matrislerin problem çözümünde kullanılması konusu araştırmada çalışılmaktadır. Matematik öğretim programında yer almayan bu araştırma konusu için zenginleştirilmiş, farklılaştırılmış eğitim programı uygulanması sebebiyle BİLSEM merkezleri uygun görülmüştür. Daha önce BİLSEM’de bu konu ile ilgili bir çalışmanın da bulunmaması çalışmanın önemini artıracığı düşünülmüştür.

1.4. Varsayımlar

Araştırmada aşağıdaki durumlar varsayım olarak kabul edilecektir;

1. Öğretmen ve öğrencilerin uygulamalarda samimi yaklaşımlar içinde cevaplar verdikleri varsayılmaktadır.
2. Uygulanan etkinlikler esnasında öğrenciler performanslarını en iyi şekilde göstermiştir.
3. Araştırma kapsamında ulaşılan katılımcıların sayısının araştırmanın yöntemi doğrultusunda yeterli olduğu varsayılmaktadır.

1.5. Tanımlar

Matris: Matris en genel anlamda değişkenlerin veya sayıların dikdörtgen veya kare biçimindeki bir tablo şeklinde sıralanmasıdır. Bu sayılar bir problemde ele alınan parametreler de olabilir. Bir matris satır ve sütun sayısı ile temsil edilir. Matrisin matematiksel tanımı şu şekilde yapılır: $m, n, i, j > 0$ olmak üzere tüm a_{ij} reel sayılarından oluşan

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n}$$

diziliş $m \times n$ boyutunda bir A matrisi denir. Bu matris kısaca $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ şeklinde de gösterilebilir. Bu gösterimde a_{ij} , A matrisinin $i - nci$ satır ve $j - nci$ sütunundaki elemanıdır. Matristeki yatay sıralara matrisin satırı, düşey sıralara da matrisin sütunu denir. $m \neq n$ ise matrise dikdörtgen matris, $m = n$ ise matrise kare matris denir. Matris, matematiksel bir nesne olarak, belirli bir boyutta sıralı sayıların veya sembollerin bir tablosudur. Matrisler, matematik, mühendislik, fizik ve bilgisayar bilimleri gibi birçok farklı disiplinde kullanılan önemli bir araçtır. Matrisler, özellikle lineer cebir ve lineer denklemler gibi konularda çok yaygın olarak kullanılır (Mutuk, 2018).

Lineer Cebir: Matematikte kullanılan matris, vektörler bunların da vektörler üzerindeki lineer dönüşümlerini inceleyen bir alanıdır ve lineer cebir, matematiksel işlemler ve denklemler kullanarak nesnelerin (genellikle sayılar) birbiriyle nasıl ilişkilendirildiğini inceleyen bir matematik dalıdır. Matrisler, lineer cebirin temel öğelerinden biridir (Spence ve ark., 2000).

Problem: Daha önceden çözümü bilinmeyen ve çözümü kesin olarak yapılabilen sorular problem olarak tanımlanır. Problemi çözen bireylerin merakını zorlar ve çözüme ulaşmak için ele alınan konudan bağımsız olarak düşünmelerine olanak sağlar (Polya, 1957; Orton ve Wain, 1994; Anonim, 2013).

BİLSEM: Bilim ve Sanat Eğitim Merkezlerinin kısaltılmış ismidir. İlkokullarda sınavla tespit edilen özel yetenekli öğrencilerin örgün eğitim kurumlarındaki eğitimlerini aksatmayacak şekilde bireysel yeteneklerinin farkında olmalarını sağlamak ve sahip oldukları kapasitelerini geliştirerek üst düzeyde kullanmalarını sağlamak amacıyla devlete bağlı olarak açılmış olan özel eğitim kurumlarıdır. Türkiye genelinde her ilde bir bilsem olmakla birlikte nüfus yoğunluğuna göre büyük şehirlerde birden fazla bilsem

olabilmektedir.

Atatürk ilke ve inkılaplarına uygun olarak, Milli Eğitim Bakanlığı bağlı olarak öğrencilerin ilgi, istek ve yetenekleri doğrultusunda, kapasitelerinin bilincine vararak kullanmalarını sağlamaya çalışmaktadır (Boran ve Aslaner, 2008).

Özel Yetenekli Birey: Bilim ve Sanat Merkezleri Öğrenci Tanılama ve Yerleştirme Kılavuzu (2019)’nda özel yetenekli birey şu şekilde tanımlanmaktadır:

“yaşlıtlarına göre daha hızlı öğrenen; yaratıcılık, sanat, liderliğe ilişkin kapasitede önde olan, özel akademik yeteneğe sahip, soyut fikirleri anlayabilen, ilgi alanlarında bağımsız hareket etmeyi seven ve yüksek düzeyde performans gösteren birey”.

2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Bu araştırma ile BİLSEM'deki öğrencilerin matematik derslerinde anlatılan günlük hayat problemlerinin çözümünde matrisleri kullanabilme başarıları incelenmek istenilmektedir. Alt başlıklara ayrılarak yapılmış daha önceki çalışmalar ele alınmıştır. Bu kapsamda çalışmalarda yer alan konu ve başlıklar bu bölümde incelenmiştir. Genel olarak ulusal ve uluslararası yapılan çalışmalar bu bölümde incelenmiştir. Bu çalışma yaş aralığında uluslararası çalışmalar mevcuttur. Ulusal düzeyde çok az sayıda çalışma mevcutken uluslararası çalışmalar ile beraber incelenip ilişkilendirmelere yer verilmiştir.

2.1. Lineer Cebir ve Matrisler

Lineer cebir, modern cebirin bir alt dalı ve lineer denklem sistemlerinin çözümleriyle var olmuştur (Konyalıoğlu ve ark., 2003). Lineer cebir, matematiksel işlemler ve denklemler kullanarak nesnelerin (genellikle sayılar) birbiriyle nasıl ilişkilendirildiğini inceleyen bir matematik dalıdır (Smith, 2018). Lineer cebir, matematiksel nesnelerin (vektörler, matrisler, doğrusal denklemler vb.) incelenmesi ve ilişkilendirilmesi ile ilgili bir matematik dalıdır. Lineer cebir ve matrisler, günlük hayatta birçok farklı alanda kullanılmaktadır ayrıca yurt dışındaki okullarda da öğrencilerin bilişsel eğitiminde önemli bir rol oynamaktadır (Capraro ve Slough, 2009). Yurt dışındaki okullarda, lineer cebir ve matrisler genellikle 13 yaş civarı öğrencilere öğretilir ve bu kapsamda öğrencilerin matematik, bilgisayar bilimi ve mühendislik gibi birçok alanda temel bir beceri sağlar ve lineer cebir ve matrisler, öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirir, matematiksel düşünme yeteneklerini artırır (Kılıç, 2017). Öğrenciler, lineer cebir ve matrisler hakkında temel bilgileri öğrendikten sonra, birçok farklı uygulama örneği ile karşılaşır. Örneğin, öğrenciler matrislerle yapılabilecek birçok farklı işlemi öğrenebilirler. Öğrenciler, matrisleri toplayabilir, çıkarabilir ve çarpabilirler. Matrisler ayrıca determinant, ters matris ve birim matris kavramlarıyla da öğretilir (Selden ve Selden, 2003). Sonuç olarak, lineer cebir ve matrisler, günlük hayatta birçok alanda kullanılmaktadır ve yurt dışındaki okullarda öğrencilerin bilişsel eğitiminde önemli bir rol oynamaktadır (Yılmaz, 2016). Matrislerin de öğretimi kapsayan lineer cebir öğretimi ve öğrenimi üzerine yapılan matematik eğitimi çalışmaları

15-20 yıldan beraber artış göstermektedir (Aydın, 2007). Lineer cebir öğretiminde yaşanan zorluklar ile ilgili tarihsel olarak analizler yapılmış, öğrenmede öğrenciler tarafından zorluklar yaşanıldığı ve nedenleri üzerine araştırmalar yapılmış, yeni teknikler üretilmeye çalışılmıştır (Dorier, 1995; Dorier, 2000). Birçok ülkede, lineer cebirin öğrenilmesi ve öğretilmesi ile ilgili problemler yakın zamanda matematik camiasında büyük ilgi görmüştür (Dorier ve Sierpinska, 2002).

2.1.1. İlgili araştırmalar

Lineer cebir öğretiminde yaşanan zorluklar ile ilgili tarihsel olarak analizler yapılmış, öğrenmede öğrenciler tarafından zorluklar yaşanıldığının ve bunların nedenleri üzerine araştırmalar yapılmış, yeni teknikler üretilmeye çalışılmıştır (Dorier, 1995; Dorier, 2000).

Dorier ve ark. (2000)'nın çalışmasında lineer cebir öğretiminde kabaca iki ana başlık altında toplanabildiği ve bunlardan birinin formal vektör uzaylarının incelenmesine odaklanırken diğerinin R ve matris hesabının incelenmesine dayanan iki yaklaşım olduğunu savunmuşlardır. Bu iki öğretim arasından, kullanışlılığın, öğretim sıklığı ve zamanının öğretilmeye göre değişebildiğini söylemiştir. Öğrencilerin genel olarak zor bir konu olarak görmelerinin sebebini, farklı boyutlarda incelemeler yapılmasına bağlamaktadırlar. Lineer cebirin ortaya çıkışı hakkında bilgi verirken, teorilerin ve kavramların problemler ile çözülmesiyle açıklamışlardır. Basit olarak adlandırılan problemlerin yanı sıra sayılabilir olmayan, sonsuz boyutta çözüm barındıran problemlerin evrensel çözümlerini kapsadığını belirtmişlerdir. Problemlerin çözümlerinin yapılmasında bu konunun kullanılmasıyla elde edilen başarıyı genelleme ve birleştirme gücünden aldığını söylemişlerdir. Kavramların birleştirilmesi ve genelleştirilmesinde karşılaşılan en belirgin zorluklardan birinin, önceden var olan, ilgili bilgi unsurları veya daha düşük düzeydeki yeterliliklerle ilişkilendirip aslında bunların bir soyutlama süreci içerisinde bütünleştirilmesi gerektiğini bu da öğrencilere eleştirel bir gözle bakılmaya, ortak özelliklerinin belirlenmesi ve ardından genelleştirilip birleştirilmesi gerektiği anlamına geldiğini belirtmişlerdir.

Bir ankette Dorier ve ark. (1994) öğrencilerin lineer cebir hakkında yaptığı ana eleştirilerin, yeni tanımların ezici miktarda matematiksel gerçekliğin evrenselliğini yadsıyan, matematiğin bazı mantık kuralları çerçevesinde bir entelektüel uğraş olduğunu

söylediğini göstermiştir. Lineer cebir birleştirici, genelleştirici ve biçimsel bir teoridir bu yüzden problem çözmeye yeni başlayanlar için çözümü basitleştirir, genellemeler ile yeni teorileri öğrenmede yaşanan güçlükleri azaltır sonucuna ulaşmışlardır.

Dorier ve ark. (2000) lineer cebir öğrenilmesi ve öğretilmesi üzerine yapmış oldukları çalışmalarında ilk olarak klasik anlatımın gerçekleştirilmesiyle öğrenciler ile yapılan röportaj ve testler sonucunda çelişkilerin ve yanlış anlamaların çok fazla olduğu görülmüştür. Daha sonra konuyla ilgili epistemolojik analiz yoluyla araştırmalar yapılmış ve hipotez olarak adlandırılan ilk sonuçlar elde edilmiştir. Bir araç olarak kullanılan epistemolojik analizin, öğrencilerin hatalarını daha iyi anlamalarını, tarihsel olarak elde edilen farklı tanımlar ile tek başına yeterli olmasa da ilham kaynağı olduğunu söylemişlerdir. Bir konu üzerinde değişiklik yapmak için uzun vadede aynı örneklem ile çalışılması gerektiğini düşünen araştırmacılar, daha önceden toplanan bilgilerin ikinci basamakta öğrenciler tarafından kullanılmasını beklemektedirler. Bu çalışma 200 öğrenci ile birlikte 6 yıl süren bir çalışmadır. Burada yöntemlerin kullanılması, sorgulanması ve yorumlanması beklenilmektedir. Öğrencilerin matematiksel etkinlikleriyle ilgili yansıtıcı bir tutum sergilemeleri ve öğrencilerin dikkatle hazırlanmış bir matematik işlevini yerine getirirken yansıtıcı tutuma girmelerine yardımcı olmak için doğru zamanda doğru yerde kullanılması gereken bir şey olarak ifade etmişlerdir. Bakış açıların değiştirilmesi ile sonuçlar elde etmek, çalışmanın temelini inşa edilmesini sağlamıştır. Öğretimin genel organizasyonu olarak bahsettikleri aşamada öğrencilere muhakeme yapmalarını sağlamak için bazı etkinlikler gösterilmiştir. Öğrenciyi düşünmeye sevk edecek bazı temel sorular sorulmuştur. Sunumlar yapılarak soyut kavramların ispatları gösterilmiştir. Farklı alanlarla olan ilişkileri gösterilmiştir. Çok sayıda ve çeşitlilikte örnekler verilerek genellemelere gidilmiştir. Bu basamağın son adımında farklı problemlere yer verilmiştir. Değerlendirme ve zorluklar basamağına gelindiğinde öğrencilerden veriler elde edilmek istenilmiştir. Öğrencilerin tutarlılıkları inceleyebilmeleri, bakış açılarında değişiklik olup olmadığı incelenmiştir. Araştırmacılar, çalışmalarında öğretim tasarımlarının “öğrencilerin konuyu anlamalarını sağlar” kadar basit bir sonuçtan ziyade bilişsel süreçler ve değerlendirme tasarımlarının daha kıymetli olduğunu söylemişlerdir ve sonuçlar basamağına geçilmiştir. Sonuçlarda deneyin uygulanabilir olduğunun açık olduğu, son sınavlarında başarı elde edildiği belirtilmiştir. Bununla birlikte çoğu öğrenciyi derse dahil etmenin mümkün olduğu gösterilmiştir. Lineer cebirin kullanıldığı durumlarda öğrenme

üzerindeki etkisinin teknik olarak olumlu olduğu görülse bile değerlendirmenin zor olduğuna değinilmiştir. Sonuçlarda lineer cebir derslerinde problemin modellenmesi öğrencilerin sadece küçük bir kısmından beklenildiği belirtilmiştir. Bu çalışmadan yola çıkarak bu çalışmada BİLSEM merkezlerinde çalışma yapmaya karar verilmiştir.

Yuniarti ve ark. (2021)'nın yapmış oldukları çalışmalarında matrislerin kullanılmasını matematiksel yaratıcı düşünme kapsamında incelemişlerdir. Öncelikle yaratıcı düşünme becerisini sunulan bilgilere dayanarak olası fikirleri ve mantıksal yanıtları ortaya koyabilme yeteneği olarak tanımlamışlardır. Nitel bir çalışma yapmışlardır. İnsan yaşamından hiçbir zaman ayrılmayan etkinliğin öğrenme olduğunu söylemişlerdir. Öğrenmeyi ise zekâ geliştirme veya bilgi kazanmak olarak açıklamışlardır. Matematik öğrenmenin mantıksal, analitik, sistematik, eleştirel, yaratıcı düşünme ve birlikte çalışma becerisine sahip olması beklenildiği söylenilmiştir. Yaratıcı düşünme, sezgiye dayalı fakat yine de farkındalık halinde olan farklı ve mantıksal düşünmenin bir birleşimidir demişlerdir. Öğrencilerin yaratıcı düşünme becerileri yeterli değilse, öğrencilerin matematik problemlerini hızlı, doğru ve doğru bir şekilde çözememeleri muhtemeldir tespitini yapmışlardır. Matrislerin öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini geliştirmek için kullanılabileceğini belirtmişlerdir. Günlük hayatta matris kavramı, özellikle yükseköğretime devam edenler için bilinçli olarak ya da bilinçsiz olarak kullanıldığını söylemişlerdir. Çalışmalarında öğrencilerin matrisleri kullanarak yaratıcı düşünme becerilerini belirlemişlerdir.

Norboevna (2020) problemlerin matris teorisinin öğrencilere öğretilmesinde kullanılmasıyla ilgili yaptığı çalışmasında matrisleri genel olarak anlatmıştır. Günümüzde hızlı gelişen dünyada matematik, zeki, yaratıcı düşünüp bağımsız karar verebilen öğrencilerin yetiştirilmesin önemli bir rol oynadığı belirtilmiştir. Öğrencilerin matematik eğitiminin diğer doğa bilimleri, genel ve uzmanlık gerektiren disiplinlerin çalışmaları için teorik bir temel sağlaması gerektiği bilindiğini söylemiştir. Bunu gerçekleştirebilmek için öğrencilere matrisleri çeşitli etkileşimli yöntemler kullanılarak öğretilmesinin önemli olduğu ifade edilmiştir. Lineer cebirin ilk probleminin lineer denklem problemi olduğu bilindiği belirtilmiştir. Doğrusal denklem sistemlerinin incelenmesi sonucunda matris kavramının ortaya çıktığı belirtilmiştir. Matris kavramının tanıtılması bir denklem sisteminin çözümü için önemli bir adım olduğu belirtilmiştir. Matris kavramı başlangıçta geometrik nesnelerin değiştirilmesi ve denklemlerin çözümü ile bağlantılı olarak

açıklandığı söylenilmiştir. Günümüzde ise matrislerin matematiğin en önemli uygulamalı araçlarından biri olduğu belirtilmiştir. Matrislerin matematik, mühendislik ve ekonominin çeşitli alanlarında yaygın olarak kullanıldığı ifade edilmiştir. Örnek olarak matematikte cebirsel ve diferansiyel denklemlerin çözümünde, fiziksel büyüklükleri tahmin etmede ve havacılıkta modern uçakların yapımında kullanıldığı bu sebeplerden dolayı da öğrencilere matrisler hakkında ayrıntılı bilgiler verilmesi gerektiği ifade edilmiştir. Öğrencilere matrisleri öğretmek için çeşitli yöntemlerin olduğunu araştırmacıların çalışmalarında matrislerin öğretiminde probleme dayalı öğrenmenin sağlayacağı avantajların incelendiği belirtilmiştir.

Probleme dayalı öğrenme, problem durumlarını çözmeye dayalı bir öğrenme olduğu söylenilmiştir. Çalışmada problem çözme süreci öğrenciler için önceki yöntem ile çözülemeyen ancak yeni çözüm yöntemleri gerektiren yeni matematiksel kavramlar, gerçekler ve kurallar içeriyorsa çözüm o zaman böyle bir problem veya içerik açısından problemidir veya tam tersi problem veya örnekler öğretmen tarafından öğrencilere çözülmesi için verilebilir. Bu tür problem veya örnekler öğrenciler için problem teşkil etmez çünkü bağımsız çalışmadan ve sorunu çözenin yeni yollarını aramadan bilgi elde ediyorlar, yalnızca öğretmenlerden öğrenirler ve örnekler yalnızca katsayılarda öncekilerden farklılık gösterir demişlerdir. Bu şekilde kullanım kapsamı geniş olan matrislerin problem çözmedeki önemi açıklanmış olmuştur (Norbaevna ve ark., 2020).

Nandang ve ark. (2023) yapmış oldukları çalışmalarında öğrencilerin matrisleri kullanarak günlük hayat problemlerini çözmede karşılaştıkları zorlukları ve buna sebep olan faktörleri belirlemek amaçlanılmıştır. Matematiğin diğer diğer bilimler için de önemli olması sebebiyle ilkokuldan lisans programlarına kadar mutlaka görülmesi gereken bir ders olarak belirtilmiştir. Matematiğin bir bilim olmanın yanı sıra bir araç ve düşünme biçimi işlevi görmesi sebebiyle önemli olduğu belirtilmiştir. Matematiğin öğrencilerin diğer konu alanlarını yardımcı olabilmesi için öğrencilerin düşünme yeteneklerini geliştiren temel bir bilim olarak kabul edildiği söylenilmiştir. Günlük hayat problemlerinin matematik öğretiminde sıklıkla kullanıldığı belirtilmiştir. Günlük hayat problemlerini çözebilmek için iyi bir düzeyde matematik becerisine sahip olunması gerektiği söylenilmiştir. Öğrencilerin matematik öğrenirken sahip olmaları gereken beş beceriyi problem çözme, akıl yürütme, iletişim, bağlantı kurma ve temsil etme olarak açıklamışlardır. Problem çözmeyi öğrencilerin karşılaştıkları zorlukların üstesinden

gelme olarak açıklanmıştır. Öğrencilerin problem çözme becerilerine sahip olmaları günlük hayatta karşılaştıkları problemleri de kısa sürede çözmelerine yardımcı olacağını belirtilmiştir. Matrislerin günlük hayat problemlerinin çözümünde kullanıldığını belirtilmiştir. Matrisleri parantezlerle sınırlandırılmış satırlar ve sütunlar halinde düzenlenmiş sayılar, değişkenler veya parametrelerden oluşan dikdörtgen bir düzenler olarak tanımlanmıştır. Bu tanımlamadan yola çıkarak öğrencilerin matrisleri kullanarak günlük hayat problemlerinin çözümünde karşılaştıkları zorlukları araştırılmıştır. 3 kız öğrenci ile nitel bir çalışma yapılmıştır. Çalışmalarında gözlem, röportaj, resim ve video şeklinde belgeleme ve alan notları kullanılmıştır. Bu araştırmanın sonuçlarında öğrencilerin matrisleri kullanarak günlük hayat problemlerini çözmeye yaşadıkları zorlukları öğrencilerin Polya'nın problem çözme basamaklarını kullanmaya alışık olmamaları, Polya'nın dört basamağını bilmede sıkıntı yaşadıkları, ikinci basamak olan problem çözme planlaması yaparken açıklamaları yazamıyor olmaları, sonuçların tekrar kontrol edilmesi veya değerlendirme basamağı olarak belirtilen dördüncü basamağı açıklayamıyor olmaları, öğrencilerin matrislerin konu kısmına hakim olmadıkları için problem çözmeye de kullanamıyor olmaları, hesaplama hataları, Covid-19 salgını matrislerin günlük hayat problemlerinde kullanılması üzerine çalışma süresinin kısıtlı olmasına sebep olması olarak açıklanmıştır.

Rahmawati ve Purnomo (2020) Uluslararası Bilim, Teknoloji, Mühendislik ve Matematik Eğitimi Konferansı için yapılan çalışmadaki makalelerinde matrislerin hem günlük hayat uygulamalarında hem de ileri düzey matematiğin öğrenilmesinde temel olarak önemli bir matematik içeriği olduğu söylenilmiştir. 36 kişiyle nitel bir çalışma yapılmıştır. Matematiğin günlük hayatta doğrudan ve dolaylı olarak kullanıldığı belirtilmiştir. Matematiğin günlük hayattaki kullanımlarına kar ve zararın hesaplanması, üretim maliyetinin hesaplanması, bir aracın hızının kontrol edilmesi, takvimin oluşturulması, bir uçurumun yüksekliğinin ve derinliğinin belirlenmesi, nüfus sayımı örnekleri verilmiştir. Matematik becerilerinin öğrencilerin mantıksal, analitik, sistematik, eleştirel ve yaratıcı düşüncelerine yardımcı olabileceğini ve öğrencileri başkalarıyla işbirliği yapma konusunda eğitmelerine gerek bile olmadan birçok konuda gelişim sağlayabilecekleri söylenilmiştir. Matematik öğrenmede kullanılan bir materyal olarak matrisler belirtilmiştir. Öğrencilerin doğrusal denklem sistemleri, vektör ve geometri dönüşümü de dâhil olmak üzere ileri düzey matematiği anlamaları için çok önemli olduğu

belirtilmiştir. Ayrıca matrislerin fizik ve ekonomi gibi diğer bilimleri incelemek için çok faydalı olduğu ve aynı zamanda uçuş programları, getiri tabloları oluşturma ve spor etkinliklerinde puan tabloları gibi günlük yaşamda da sıklıkla uygulamalarda kullanıldığı belirtilmiştir. Öğrencilere matrislerin günlük hayat problemlerini çözmede kullanılmasının öğretilmesi gerektiğini düşündüklerini belirtmişlerdir. Öğrenciler matematiksel kavramları anarlarsa ve onu hem sözlü hem de sözsüz yollarla daha somut durumlara yorumlayabilirlerse matematiksel temsiller kullanabileceklerini söylemişlerdir. Problemler öğrenciler tarafından hayal edilebiliyor, günlük yaşamda açıkça görülüyor ve öğrencilerin kendileri tarafından bulunmuşsa daha anlamlı olacağını belirtilmiştir. Bu sebeple bağlam temelli öğrenme, öğrencilerin kavramsal bilgilerini matriste oluşturmak için gerekli hale gelir diye belirtilmiştir. Sonuç olarak bağlam temelli olarak adlandırdıkları ilişkisel verilerin olduğu günlük hayat problemlerinin çözümünde matrislerin kullanılabileceğini gösterilmiştir.

Kanada’da University Of Waterloo Kanada’da 6 yaşında okula başladıkları bilinen 7. ve 8. öğrencileri ile 2016 yılında matrislerin öğretimi ile ilgili bir çalışmaya başlamışlardır. Yapılan çalışma bu çalışmaya da önemli referanslar sağlamıştır. Matrislerin öğretimine matris sisteminin bir tablo olduğunu açıklayıp verilen az terimli örneklerle bir başlangıç yapılmıştır. Örnek olarak kendisi ve arkadaşının kutusunda olan nesneler için kendisinde 5 kırmızı 4 mavi, arkadaşında 3 kırmızı 6 mavi olması durumu:

Şekil 2.1. Bir durumu matris ile gösterme

	Kırmızı	Mavi
Sen	5	4
Arkadaşın	3	6



$$\begin{bmatrix} 4 & 12 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$$

şeklinde açıklanmıştır.

Daha sonra basitliğini korunarak öğrencilere bu defa kendilerinin matrislerle ifade etmelerini istedikleri bir metin verilmiştir. Matrislerin verilen bilgiler ile nasıl tablolaştırıldığı öğretilen bu adamlardan sonra matrisleri isimlendirmede kullanılan boyutlarını öğretmek için satır ve sütun kavramları örnekler ile açıklanmıştır.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 6 \\ 2 & 5 & 3 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \quad \left. \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \text{ satır} \\ \\ 3 \text{ sütun} \end{array}$$

Yukarıdaki örnek verilmiştir.

Daha sonra aşağıdaki örnekler verilerek matrislerin boyutlarının bulunması istenilmiştir.

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 2 & 8 & 6 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 7 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Sonrasında da genellemeye gidilerek satır ve sütunlar üzerindeki sayıların matris sisteminin bir elemanı olduğu söylenilmiştir. Öğrenciler için matris konusunun dikkat çekici bir hal almasını sağlayacak Matrislerle Yaşam başlığı altında kullanım alanları hakkında bilgilerinin olup olmadığı sorulmuştur. Şifreleme adı altında gizli olarak iletilmek istenilen mesajları, gönderenin kodlama matrisi kullanarak mesajı matrisler yardımıyla şifreli mesaja dönüştürülmesi gösterilmiştir. Ekonomide işletmelerin daha büyük bir kazanç elde etmek, borsa favorilerini incelemek için hasılatın maliyetin çıkarılmasıyla elde edilen karda matris sistemlerinin kullanılması gösterilmiştir. Google'ın ne zaman ne aradığımızı her zaman nasıl bildiğini veya hangi sistemlere yönlendireceklerini nasıl belirlediklerini öğrencilerin merak edip etmedikleri sorulmuştur. Bu sistemde de matrislerin kullanıldığı söylenerek öğrencilerin bu konuyla ilgili araştırma yapmaları istenilmiştir. Matris işlemlerinin öğretilmesine geçilmesiyle, sayılar sisteminde kullanılan kuralların burada geçerli olmadığı matrislerde işlemler yapmak için kendi yollarının olduğu belirtilmiştir. Öncelikle matrislerde toplama işlemi için her matrisin aynı konumdaki elemanlarının toplanmasıyla sonucun tekrar yeni bir matriste aynı konuma yazılmasıyla yapıldığı gösterilmiştir. Örnekle işlemin yapılabilmesi için her matrisin aynı boyutta olması gerektiği açıklanmıştır. Öğrencilere işlemi yapmaları için aşağıdaki örnek soru sorulmuştur.

$$\begin{bmatrix} 11 & 3 & 5 \\ -1 & 8 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 2 & 9 \\ 5 & 3 & 1 \end{bmatrix} =$$

Daha sonra günlük hayat problemi olarak adlandırılan bir paragraf sorusu verilerek çözümün matrislerle yapılması istenilmiştir.

Matrislerde çıkarma işlemine geçerken toplama işlemi ile aynı şekilde kurallarının olduğu belirtilmiştir. Matrislerde çıkarma işlemi yapılırken her matrisin aynı konumundaki elemanlarıyla çıkarma işleminin yapıldığı söylenilmiştir. Bu şekilde çıkarma işleminin yapılabilmesi için de işlem yapılacak matrislerin aynı boyutta olması gerektiği çıkarımına varılmıştır. Öğrencilere işlemi yapmaları için aşağıdaki örnek soru sorulmuştur.

$$\begin{bmatrix} 11 & 8 & 7 \\ 5 & 24 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 4 & 9 \\ 0 & 15 & 1 \end{bmatrix} =$$

Daha sonra günlük hayat problemlerine geçilerek verilen paragraftaki bilgileri kullanarak sonuca matrislerle işlemler yaparak varılması gerektiği istenilmiştir.

Skalerle çarpma işlemi anlatılırken, skalerin matrisin dışındaki herhangi bir sayı olduğu belirtilmiştir. Skalerle çarpma yapmak için matris içerisindeki her elemanı skaler ile çarpılarak tekrar aynı konumunda yazıldığı belirtilmiştir. Öğrencilere işlemi yapmaları için aşağıdaki örnek soru sorulmuştur.

$$5 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 8 \end{bmatrix} =$$

İşlemin yapıldığı örnek verildikten sonra günlük hayat problemlerini kapsayan paragrafta verilen sorunu çözümü için matrislerin kullanılması istenilmiştir.

Son olarak matrislerde çarpma işlemi açıklanırken ilk matristeki satırlarında bulunan her elemanın diğer matriste sütunlarda verilen elemanlara karşılık gelecek şekilde çarpımların yapıp sonuçlarında toplandığı söylenilmiştir. Diğer işlemlere göre biraz daha karmaşık olan sözel olarak açıklanmasıyla işlem becerisinin kolaylıkla kazanılamayacağı çarpma işlemi için diğer işlemlere verilen örnek sayısından daha fazla örneğe yer verilmiştir. Aşağıda örnekler verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 12 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 2 & 5 \\ 10 & 4 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 7 & 9 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} =$$

Çarpma işlemi yapılırken dikkat edilmesi gereken noktalar olduğu belirtilerek bunları:

A bir $m \times n$ matrisi ve B bir $n \times p$ matrisi iken yani A'nın sütun sayısı B'nin satır sayısına eşit olduğu durumda çarpım yapılabilir.

Bu iki matrisin yani A ve B'nin çarpımı bir $m \times p$ matrisi olacaktır (Yani AB bir $m \times p$ matrisi olacaktır) şeklinde açıklamışlardır.

Daha sonra problem seti olarak bir başlık açılarak verilen sorular sorulmuştur. 1. soruda iki tane paragraf vererek matrisler ile ifade etmeleri istenilmiştir. 2. soruda matrislerde toplama ve çıkarma işlemleri yapmaları istenilmiştir. 3. soruda matrislerde çarpma işlemi yapılması istenilmiştir. 4. soruda skalerle çarpmanın kullanılması gereken işlemlerin yapılması istenilmiştir. 5. soruda matrislerde çarpma işleminin yapılması verilen matrislerin yerlerinin değiştirilmesiyle istenilerek öğrencilere değişme özelliğinin olmadığı keşfedilerek gösterilmek istenilmiştir. 6, 7 ve 8. sorularda matrislerde işlemlerin kullanıldığı eşitlikler verilerek bilinmeyenlerin bulunması istenilmiştir. 9. soruda boyutları hakkında bilgi verilen iki matrisin çarpma işlemi yapılmasıyla işlemi sonucunda oluşan matrisin boyutunun ne olacağı sorulmuştur. 10. soruda matrislerin günlük hayat uygulamalarının neler olabileceği sorulmuştur ve araştırma yapmaları istenilmiştir. 11,12 ve 13. sorularda günlük hayat problemlerine yer verilerek, matrislerde işlemler kullanarak sonuca ulaşmaları istenilmiştir. Problemlerde sınıflandırmalar tekrar alt sınıflandırmalara ayrılarak öğrencilerin matrisleri kullanma ihtiyacı duyacakları şekilde seçilmiştir. 14. soruda şifreleme yöntemi kullanılarak öncelikle alfabenin numaralandırılması istenilmiş bir kelimeyi örnek vererek matris şeklinde şifrelerin nasıl gösterileceği açıklanmıştır. İkinci adımında mesajı şifrelemek için anahtar matrisiyle çarpılması gerektiği söylenilmiştir. Son adımda ise şifreli mesajı çözmek için başka bir anahtar matrise ihtiyaçlarının olduğu söylenilmiştir. Asıl mesajı belirlemek için bu anahtar matrisi şifreli mesaj matrisi ile çarpılması gerektiği söylenilmiştir. ("The Matrix", 2016)

Hazırlanan bu ders içeriği bu çalışmada belirlenen örneklemin yaş aralığına uygun olması sebebiyle önemlidir.

Aynı proje 2021 tarihinde yukarıda bahsedilen çalışmanın devamı niteliğinde bir çalışma yapılmıştır. Bu çalışmanın başlığını "Matrisleri Kullanarak Denklem Sistemlerini Çözme" olarak belirlemişlerdir. Daha sonra denklem sistemlerini değişkeni bir denklemde bilinmeyen bir sayısal değer için yer tutucudur ve genellikle x gibi bir harfle

temsil edilir olarak açıklamışlardır. Katsayıyı bir değişkeni çoğaltan sayısal veya sabit bir miktardır olarak açıklamışlardır. İki bilinmeyenli iki denklem verilerek denklem sisteminin aynı değişkenleri paylaşan iki denklem olduğu söylenilmiştir. Denklem sistemlerinin faydasını birden çok değişkenin değerlerinin bulunması olarak açıklanmıştır. Bir tek denklem ile bunun imkânsız olacağı söylenilmiştir. Daha sonra bir örnek ile iki bilinmeyenli bir denklemde bilinmeyenlerin değerlerinin sonsuz sayıda olacağı gösterilmiştir. Denklem sistemi türeleri için değişke sayısından daha az denklem varsa bu denklem sistemi türlerinin sonsuz sayıda çözümü olduğu belirtilmiştir. Değişkenlerden sayıca daha fazla denklem varsa bu denklem sistemlerinin sonsuz sayıda çözümü olabileceği, bir tek çözümü olabileceği veya hiçbir çözümü olamayacağı belirtilmiştir. Eşit sayıda denklem ve değişken varsa sistem dengelidir ve sonsuz sayıda çözümü olabileceği, bir tek çözümü olabileceği veya hiçbir çözümü olamayacağı belirtilmiştir. Denklem sistemlerini çözmek için bazı basamaklar verilmiştir. Bunlar:

1. Değişkenlerden biri bir denklem sisteminde yalnız bırakılır.
2. 1. basamaktaki değişken için elde dilen ifade diğer denklemlerde yerine yazılır.
3. Bir değişken kalana kadar 1. basamak ve 2. basamak tekrarlanır.
4. Değişkenlerin geri kalanlarını bulmak için 3. basamağın sonucu kullanılır.

İfadeleridir. Daha sonra örnekler verilerek denklem sistemlerinin çözüm kümeleri bulunmuştur.

Yalnızca denklemler verilip çözüm kümelerinin bulunması ile birlikte günlük hayat problemlerini kapsayan metinler verilerek denklem sistemleri kurulup çözüm kümelerinin bu şekilde bulunması istenilen örneklere de yer verilmiştir. Çalışmanın devamında “Matrisler” olarak bir başlık açılmış, matrislerin satırlar ve sütunlar halinde düzenlenmiş, dikdörtgen şeklinde sayı, sembol veya ifade dizisidir denilerek tanımlama yapılmıştır. Matrislerin ileri düzey matematik çok faydalı olan uygulamaları olduğu söylenilmiştir. Yapılan çalışmada matrisleri lineer denklem sistemleri üzerinde durulduğu söylenilmiştir.

Temel satır işlemleri, satır değiştirme, skalerle çarpma, satırları toplama olarak açıklanmıştır. Bu işlemlerin gerçekleştirilmesi halinde orijinal haldeki ilk matrise eş değer matrisler elde dileceği belirtilmiştir. Bu bilgiler verildikten sonra çalışmanın devamındaki ders içeriklerinde verilen günlük hayat problemlerini öncelikle denklem sistemleri haline getirerek daha sonra matris formuna getirip satır işlemleri yaparak

çözümlere ulaşıldığı birçok örnek verilmiştir (“Solving Systems of Equations Using Matrices”, 2021).

2.2. Problem Çözme

Problem çözme, düşünme, dâhil olma, keşfetme, örüntü bulma ve matematiksel düşünmedir (Wilson ve ark., 1993). Martinez ve Wolanski (2008) problem çözmeyi bir sonuca ulaşma süreci olarak tanımlamaktadır. Schoenfeld (1985) problem çözmeyi, herhangi bir çözümü olmayan problemlerle ilgilenmek olarak tanımlamaktadır. Problem çözme her düzeyde matematik öğretiminin önemli bir bölümünü oluşturur (Posamentier ve ark., 2009). Dewey problem çözme ile ilgili oldukça fazla çalışmıştır ve problemi, insan zihninde var olan bilgileri birleştiren, harmanlayan, karıştıran var olan bilgilere meydan okuyan ve inanılan şeyleri belirsizleştiren olarak tanımlamaktadır (Baykul, 1987).

İlkokul matematik derslerinde genellikle öğrencilerin günlük hayattaki problemleriyle ilgili konular ele alınır. Sebebi ise öğrencilerin karşılaştıkları günlük problemleri çözme becerilerini geliştirmektir (Hayyulbathin ve ark., 2018). Matematik derslerinde yer alan soru türlerinden biri de matematiksel ifadeler içeren metinlerdir (Hayyulbathin ve ark., 2018). Wiarni (2023)’e göre matematiksel metin içeren problemler, metin halindeki kelime veya cümlelerle verilen ve günlük hayatla ilişkilendirilen matematik problemleridir. Matematiksel günlük hayat problemleri çözerken öğrencilerden sadece nihai cevabı bulmaları değil, aynı zamanda günlük hayat problemlerindeki sorunun cevabını bulmak için kullanılan adımları bilmeleri ve anlayabilmeleri gerekmektedir. Genellikle cümle şeklinde olan günlük hayat problemleri öğrencilerin çözümünde zorlanırlar ve öğrencilerin günlük hayat problemlerini çözerken zorluk yaşamaları öğrencilerinin çoğunluğunun günlük hayat problemlerinin çözümü için uygulanacak adımları nasıl gerçekleştireceklerini anlayamamalarından kaynaklanmaktadır (Hayyulbathin ve ark., 2018). Jupri ve Drijvers (2016) yapmış olduğu çalışmada öğrencilerin günlük hayat problemleri çözmede yaşadıkları zorlukların matematiksel düzen oluşturmak için kullanılması gereken adımlardan kaynaklandığı ortaya çıkmıştır. Kahar ve Layn (2017)’in çalışması günlük hayat problemlerini çözmedeki hatanın anlama ve hesaplama yapma hatasından kaynaklandığını göstermektedir. Fatahillah ve ark. (2017) tarafından yapılan çalışmanın sonuçları ise

günlük hayat problemlerini çözerken yapılan hatanın problemi anlama hatasından kaynaklandığı; anlama hatasının hesaplama işlemi seçimi hatası, hesaplama hatası ve sonuç çıkarma hatasından daha yüksek oranda olduğunu göstermiştir.

Bireylerde çözüm bulmaları gereken durumlar ortaya çıktığında farklı yöntem ve çözümler kullanarak oluşan problemi halledilmeleri beklenilmektedir. Bahsedilen problem kelimesi ulaşılmak istenilen amaca karşı var olabilecek direnç ve zorluklardır (Morgan, 1995). Swing ve Peterson (1988)'a göre verilen bilgiler ile bu bilgilerin matematiksel dil ile ifade edilmesi, anlaşılması problem çözme süreci ile meydana gelmektedir. Bu bağlamda problem çözmenin matematik becerisi kapsamında kazanılması gereken önemli bir nitelik olduğu ve son yıllarda yapılan çalışmalar ile eğitim sisteminde yer aldığı görülmektedir (Koca ve Gürbüz, 2023). Öztürk ve Ayvaz (2018) yaptıkları çalışmaları ile problem çözmenin matematik dersi başarısı üzerine önemli bir etkisi olduğu belirtmişlerdir. Problem çözme sürecini bilişsel, duyuşsal ve psikomotor becerileri kapsayan ve değerlendirme aşamasında dikkat, çaba ve genellikle uzun süren meşakkatli bir süreçtir (Çınar ve ark., 2009). Bunun sebebinin Koca ve Gürbüz (2023) çalışmalarında problem çözme sürecinin bilişsel becerilerle doğrudan ilişkili olması ve bilişsel becerilerin de bireylerde farklılık göstermesi olarak ifade etmişlerdir. Çok fazla problem çeşidinin olması aynı zamanda her problem için de farklı çözüm yollarının olması bu araştırma konusunun zorlaşıp, karmaşıklaşmasına sebep olacağını düşünmüşlerdir.

Problem çözme becerisi etkisinin, matematik öğreniminde hem beceri olarak hem de bilgi üzerinde etkisi büyüktür (Toptaş ve Kılıçkaya, 2017). İnsanlar karşılaştıkları problemlere çözüm bulmak için farklı bilgi kaynaklarından faydalanırlar ve genellikle adetler, gelenekler, otorite figürleri, bireysel yaşantı ve deneyimler, akademik çalışmalar bu kaynaklar arasında yer alır (Karasar, 1984). Bilimsel olarak yapılan çalışmaların yöntemlerinin süreci, problemin tanımlanması, hipotezlerin düzenlenmesi, hipotezlerin test edilmesi ve sonuçların çıkarılması aşamalarından oluşur (Mandell, 1980). Wicklegren ise problemlerin çözümünü dört aşamada belirtmiştir ve çalışmalarda verilenlerin tanımlanması, yapılacak ve gerekli işlemlerin tanımlanması, sonuçların çıkarılması ve hedeflerin tanımlanması olarak belirtilmiştir (Mandell, 1980). Frederiksen (1984) ise problemlerin çözümünde meslek, bulunulan çevre ve belirtilen problem uzayı kavramlarının çalışmalarda önem arz ettiği belirtilmiştir. Problemlerin meslek ve

bulunulan çevrenin etkileşimi ile ortaya çıktığını ifade etmiştir. Problem uzayını probleme çözüm bulan kişi için meslek ile bulunulan çevrenin zihinde ilişkilendirilmesi olarak görülmüştür. Problem uzayının yanlış veya tamamlanmamış bir şekilde canlandırılmasının problemi zorlaştıracığı belirtilmiştir. Matematik öğretimi konusu içerisinde yer alan problem çözme ile problem oluşturabilme becerileri önemli bir hedef olarak gösterilmiştir (Koç ve ark., 2015). Matematik günlük yaşam durumlarında uygulayabilecek bilgi ve becerilerdir dolayısıyla matematiğin kullanışlılığı problem çözme ve çözme kısmında ortaya çıkar. (Saleh, 1990). Problem çözme, karşılaşılabilecek sorunlarda kendi başına çözüme gidebilmeyi gerektirir dolayısıyla öğretimine küçük yaşlarda başlanılmalıdır (Karataş ve Güven, 2003). Ayrıca matematik öğretim programında (Anonim, 2013) problem çözme, kazanılması gereken temel beceri olarak belirtilmiştir. NCTM'nin ulusal bir şekilde kabul gördüğü matematiğin geliştirilmesindeki temel becerileri olarak problem çözme gösterilmiştir (Anonymous, 2001).

2.2.1. İlgili araştırmalar

Problem çözme ile ilgili birçok tanımlama yapılmış ve üzerine çalışılmıştır. Çözüme giderken kullanılacak yolun bilinmediği fakat bireyin araştırmaları sonucu elde ettiği tecrübe ve bilgiler ile çözüme gideceği durumlar “problem” olarak açıklanmıştır (Olkun ve Toluk, 2002). Problem ilk karşılaşıldığında çözüme gidilemeyen, kafa karışıklığı yaratan bir durumdur (Altun, 2013). Polya (1957), ulaşmak istenilen sonuca varılmada sorunlar yaşanan belirsizlik ve bilinmezliklerin olduğu durumlar olarak açıklamıştır. Erdoğan (2019), bu durumu bireye çözüme varma yolunda zihinsel karışıklar yaşanan süreçlerin problem olabileceğini söyleyerek açıklamıştır.

Gür (2016), yapmış olduğu çalışmasında problem çözmenin gerçekleşebilmesi için kişinin hazırbulunuşluğu öneminden bahsetmiştir. Bazı kişilerce problem olarak adlandırılan durumların herkes için problem durumu olmadığını belirtmiştir. Çözüm için de aynı şekilde herkesin çözüme gidemeyeceğini söylemiştir. Bu çalışmayı da göz önüne alırsak daha önce matrislerle problem çözme konusuyla karşılaşmayan öğrencilerin, özel yetenekli olarak belirtilenler arasından seçilmesi çalışmayı anlamlandıracağı düşünülmüştür.

Cooper ve Sweller (1987), yapmış oldukları çalışmalarında problem çözmenin

önemini vurgulamışlardır. Problem çözme becerisini geliştirmek ve başarıyı artırmak üzere çalışmalar yapmışlardır. Bunun için öğrencilere benzer şemalar ile sayıca fazla örnekler vererek ve her seferinde farklı şemalar olacak şekilde örnekler vererek başarı durumlarını incelemişlerdir. Problem çözme becerisini incelemek isteyen araştırmacılar şekiller, tablolar ve şemalar üzerinden problemler oluşturmuşlardır. Benzer şemalarla örneklerin çoğaltıldığı grupta başarının daha yüksek olduğunu gözlemlemişlerdir. Problem çözmede örneklerin artırılması ile genellemelere gitmeleri olarak açıklamışlardır.

Problem çözme ile ilgili detaylı çalışan Bottger ve Yetton (1987), problem çözmenin grup başarısı ile ilişkisini incelemişlerdir. Problem çözme ile daha önce karşılaşan ve çalışma yapan öğrencilerin başarılarının daha yüksek olduğunu görmüşlerdir. Yapmış oldukları çalışmada bir grupta problem çözme ile ilgili farklı zaman uzunluklarında ve daha önceden karşılaşma durumlarına göre bir karşılaştırma yapılmış hem bireysel olarak daha başarılı oldukları hem de bu öğrencilerin grup başarısını da olumlu olarak etkiledikleri bu çalışma gösterilmiştir.

Swanson (1990) yapmış olduğu çalışmada problem çözmenin bireyin kendi beceri ve yeteneklerinin farkına varması ve zihinsel becerileri yönetme süreci ile etkisi üzerinde durmuştur. Problem çözmenin önemli bir beceri olduğu, bu konuda başarı sağlayan öğrencilerin zihinsel süreçlerin farkında olan öğrenciler olduğunu saptamıştır. Problem çözmedeki asıl etkinin bu olduğu üzerinde durulan ve savunulan bir araştırma yapmıştır.

Coşkun ve Soylu (2021) yapmış oldukları çalışmada problemler ile ilgili yapılan çalışmaların değerlendirmesini yapmışlardır. Bu konu ile ilgili yapılan çalışmalarda artış olduğunu söylemişlerdir. Bu artışa 2005-2006 yılı ile yapılandırmacı eğitim yaklaşımına geçilmesini sebep göstermişlerdir. Bu yaklaşımda “problem çözme becerileri gelişmiş vatandaşlar yetiştirmek” ibaresi yer almaktadır (Anonim, 2005a). Yapılan uluslararası çalışmalarda problem çözme becerisi yetkinliğinin düşük olması bu konu üzerinde daha fazla durulması gerektiği sonucunu doğurduğunu söylemişlerdir. Yapılan çalışmaların büyük çoğunluğunun ortaokul öğrencileri üzerinde olmasının sebebinin ise PISA, TIMSS gibi sınavların yapıldığı çalışmalarda ortaokul öğrencileri yaşlarındaki öğrencilerle çalışılması olduğunu söylemişlerdir. Ulusal ve uluslararası önemli bir yetkilik olarak görülen problem çözme becerisi üzerine yaptıkları çalışmayı bu şekilde yorumlamışlardır.

Uzun (2010) yapmış olduğu çalışmada yaşadığımız dönemde problem çözme becerisinin önemi üstünde durmuştur. Problem çözme becerisinin kazanılması ile okuduğunu anlama becerisi arasında doğrusal bir ilişki olduğunu belirtmiştir. Matematik dersinin çok fazla kişi için sorun olarak sayıldığını, bu sorunu aşmak için okuduğunu anlama becerisi dolayısıyla da problem çözme becerisinin geliştirilmesinin gerektiğini söylemiştir. Problem çözme becerisi temelindeki sosyal faktörleri incelemiştir.

Özsoy (2005) matematiğin temel faktörü olarak problem çözmeyi ele almıştır. Akıl yürütme, eleştirel düşünme gibi bireyi daha sonraki öğrenme alanlarına ve hayata hazırlayan bilişsel süreçlerde matematiğin, matematik içinde de problem çözenin önemini açıklamıştır. Yöntem olarak bilimsel bir süreç kullanılmadığı sürece bilginin üretiminin olmadığını sadece kaydetmenin olduğunu belirtmiştir. Yöntem olarak bilimin kullanılmasıyla, beceri ve tutum ölçülebileceğini, bunların da problem çözme durumuyla gerçekleşebileceğini söylemiştir. Aktif olarak zihinsel işlemler yapılarak problemlerin çözülebileceğini belirterek, problemlerin çözümünde farklı çözüm yollarının kullanılabileceğini söylemiştir. Çalışmasında problem çözme becerisi ile matematik üzerine genel bakış ilişkilendirilerek açıklanmıştır.

Aydemir ve Kubanç (2014) , 21. yy'da matematikte günlük hayat problemlerine verilen önemin oldukça arttığını belirtmişlerdir. Problem çözmede yöntem ve öğrenme çeşitliliği bulunduğunu söylemişlerdir. Öğrencilerin ezber olarak adlandırılan, sürekli aynı soru formatı ile karşılaşp ve sürekli aynı çözüm yöntemleri kullanmaları durumunun bulunduğunu söyleyerek eleştirmişlerdir. Farklı problemlerle karşılaşan öğrencilerin çözümlerinde, rastlantısal olarak doğru cevabı bulma, problemi anlayamama, gereksiz görülen ayrıntılara takılma veya bilişsel becerileri gelişmiş öğrencilerin farklı yöntem bilişsel süreçleri uygulayarak çözüme gitmeleri incelemişlerdir. Üstbiliş olarak adlandırdıkları beceriyi kullanan öğrencilerin başarılarını ele almışlardır.

Balcı (2007) çalışmasında hayatın her yerinde problem çözme becerisi ile karşılaşıldığını, matematiğin önemli alanlarından biri olduğunu söylemiştir. Matematikteki başarıyı da problem çözmeye ilişkilendirmiştir. Problem çözme becerisi ile aynı anda birçok yetkinliğin de kullanıldığını söylemiştir. Bunları kısaca veriler arası ilişki kurma, bilgileri anlama, eleştirel düşünme olarak söyleyebiliriz. Bu kavramalardan bahsederek problem çözenin matematikte önem arz eden başlıca konulardan olduğu belirtilmiştir. Bilişsel farkındalığı, problem çözenin ne olduğunu anlama, verilen

problemi anlama, çözüme giderken yapılacak işlemleri belirleme, izlenecek sırayı takip etme ve sonuçları değerlendirme gibi kavramlarla açıklamıştır. Bahsedilenleri göz önünde bulundurarak, bilişsel farkındalığın problem çözme arasındaki ilişki inceleyip pozitif bir ilişki bulmuştur.

Demirtaş ve Dönmez (2008), günümüzde problem çözmenin okullarda verilen eğitim ile bir zaman dilimi içerisinde gerçekleştirilebileceğini söylemişlerdir. İnsanların var olduğundan beri problemlerle karşılaştıkları ve bunların çözümü için uğraştıklarını belirtmişlerdir. İnsanların karşılaştıkları problemleri çözmek için yeteneklerinin olduğunu söyleyerek, geliştirilmesinin gerektiğini düşündüklerinin söylemişlerdir. Çevrede karşılaşılabilecek sorunların gözlemlenebilmesi, farklı çözüm yollarına zihinsel süreçleri kullanarak gidilebilmesi gerektiğini söylemişlerdir. Ezbere dayalı eğitim sisteminin değiştiği öğretim programlarında, problem çözmenin uygulanabilir olabildiği düşünüldükçe öneminin üzerinde durulmuştur.

Özdemir ve Öztuncay (2005) yapmış oldukları çalışmalarında yapılandırmacı eğitim sistemiyle öğrenciyi aktif kılmanın hedeflendiğini ve bu kapsamda problem çözme durumunu incelemişlerdir. Bilgiyi öğrenen, daha önceki bilgileriyle ilişkilendiren, kavrayan bireyler yetiştirmede problem çözmenin yerinin oldukça büyük olduğunu belirtmişlerdir.

Ergin (2015) yapmış olduğu çalışmada (Anonim, 2013) matematik öğretiminde yer alan, temel beceri olarak belirtilen problem çözme yetisini artırmak üzerine çalışmalar yapmıştır. Başarıyı artırmak için farklı çözüm yollarına gidilmesi gerektiğini bu şekilde düşünme becerilerinde gelişme sağlanabileceğini söylemiştir. Öğretmen öğrenci etkileşiminin de artacağını söyleyerek problem çözme uygulamalarındaki başarıya etkisine değinmiştir.

Problem çözme becerisi ile yapılan araştırmaların çoğunda, problem çözme basamakları ele alınmıştır. Problem çözme basamaklarını yaptıkları çalışmalara göre araştırmacılar aşağıda verildiği gibi açıklamışlardır.

Kohler (1927)

- Problemi tanımlama
- Kuluçka dönemi
- İçgörü
- İçgörü hafızası

- Çözümün genelleştirilmesi

Polya (1945)

- Problemi anlamlandırma ve verileri sınıflandırma
- Plan yapma
- Planı gerçekleştirme ve her adımda ilerlemeyi kontrol etme
- Çözümü kontrol etme ve değerlendirme

Bingham (1958)

- Problemin farkına varma
- Problemin niteliğini, alanını, ilişkili durumları ve ikincil problemleri açıklama
- Problemle ilgili bilgi toplama
- Verileri seçme ve düzenleme
- Çözüm yolları belirleme
- Çözüm yollarını değerlendirme ve uygun olanı uygulama

D’Zurilla ve GoldFried (1971)

- Genel yaklaşım
- Problemin tanımlanması
- Seçeneklerin yaratılması
- Karar verme Değerlendirme

Haney ve Sarenson (1977)

- Problemi hissetme ve tanımlama
- Olası çözümleri oluşturma Çözümlerin sonucunu tahmin etme ve en uygun olanı seçme
- Çözümü test etmek için strateji oluşturma Stratejiden elde edilen verileri toplama, yorumlama ve değerlendirme
- Sonucu değerlendirme

Greeno (1978)

- Problemi oluşturma ve yapılandırma
- Çözüm için araştırma yapma
- Uygulama
- Çözümü denetleme ve takip etme

Kagan ve Cynita (1978)

- Durumun analiz edilmesi
- Gerekli bilgilerin toplanması
- Çözüme ilişkin bilgilerin seçilmesi
- Bilgilerin düzenlenerek çözümün uygulanması

Mayer (1985)

- Problemi çevirme
- Problemi bütünleştirme
- Planlama
- Planı uygulama

Gick (1986)

- Problemin temsilini oluşturma
- Problemin çözümünü arama
- Çözümü uygulama Takip etme

Isaksen ve Treffinger (1986)

- Karışıklığı belirleme
- Verileri değerlendirme
- Problemi tanımlama
- Fikir belirleme
- Çözüm belirleme
- Karar belirleme

Heppner ve Krauskopf (1987)

- Genel yaklaşım
- Problemi tanımlama
- Seçeneklerin oluşturulması
- Karar verme
- Değerlendirme

Krullik ve Rudnick (1987)

- Oku
- Açıkla
- Strateji seç

- Çöz
- Gözden geçir-genişlet

Hayes (1989)

- Problemi belirleme
- Problem durumunu tanımlama
- Çözümleri planlama Planı uygulama
- Çözüm sonucunu değerlendirme

Souviney (1989)

- Problemi anlama
- Çözüme yönelik stratejileri ve adımlarını belirleme
- Uygun stratejiye karar verme
- Seçilen stratejiyi uygulama
- Sonucu değerlendirme

Sinnott (1989)

- Problemin alanını oluşturma
- Çözüm yolları oluşturma ve seçme
- Çözümü izleme
- Bilişsel olmayan özellikleri yönlendirme

Moyles (1989)

- Problemi belirleme ve tanımlama
- Problem üzerine beyin fırtınası yapma
- Çözümleri oluşturma
- Çözümleri uygulama ve değerlendirme
- Sonucu değerlendirme

Ross ve Kennedy (1990)

- Problemi anlama Problemi analiz etme
- Benzer problemlerle karşılaştırma
- Çözümde kullanılacak işlemleri belirleme
- Uygulama Kontrol etme

West ve Idol (1990)

- Amaç ve konuyu belirleme

- Problemi farklı açılardan tanımlama
- Beyin fırtınası yapma
- Uygun stratejiyi belirleme
- Stratejiyi uygulama
- Problem durumunun gelecekteki durumuna yönelik tahminde bulunma
- Performansını değerlendirme
- Düzeltme

Heller ve ark. (1992)

- Problemi görselleştirme
- Veri tanımlama
- Çözüm planlama
- Planı uygulama
- Kontrol ve değerlendirme

Artzt ve Thomas (1992)

- Okuma Anlama
- Anlama
- Problem durumunu analiz etme
- Araştırma
- Planlama
- Planı uygulama
- Sağlama

Bransford ve Stein(1993)

- Problemi tanımlama
- Problemi temsil etme
- Uygun çözüm stratejilerini araştırma
- Stratejileri Uygulama
- Geriye bakma
- Değerlendirme

Hicks (1994)

- Problemi tanımlama Verileri toplama

- Problemi tekrar tanımlama
- Uygun çözüm yolları geliştirme
- En iyi çözüm yoluna karar verme
- Çözümü uygulama

Bart ve ark. (1994)

- Problemi tanımlama
- Çözüm stratejisi geliştirme
- Araştırma ve kanıt gösterme
- Genelleme

Sorenson (1964)

- Problemi keşfetme
- Problemi tanımlama
- İleri görüş Çözümler üretme
- En uygun çözümü belirleme
- Araştırma
- Planlamalar yapma
- En uygun planı belirleme ve uygulama
- Değerlendirme
- Sonuçları yargılama
- Onaylama ya da süreçleri tekrar etme

Brits ve ark. (2002)

- Problemi tanımlama
- Uygun çözüm yolları üretme
- Seçilen çözümü deneme
- Sonuçları değerlendirme

Kennedy ve ark. (1997)

- Problemi anlama Analiz etme
- Daha önce çözülmüş problemlerle karşılaştırma
- İşlem yollarını belirleme
- Uygulama
- Kontrol etme

Rose, George ve Schunk (1997)

- Problemi tanımlama
- Hipotez oluşturma
- Tanımlanan kaynaklardan bilgi toplama
- Toplanan bilgileri planlama
- Hipotezi analiz etme
- Hipotezi kabul ya da reddetme
- Bir genellemeye varma
- Kullanılan yöntemi diğer problemlerin çözümüne aktarma

Stevens (1998)

- Problemin anlaşılması
- Gerekli bilgilerin toplanması
- Problemin köküne inilmesi
- Çözüm yollarının ortaya konulması
- En iyi çözüm yolunun seçilmesi
- Problemin çözülmesi.

Kneeland (1998)

- Problemi anlama
- İlişkili bilgileri toplama
- Çözüm yolları üretme
- Çözüm yoluna karar verme
- Çözümü uygulama

Witt (1999)

- Problemi açıklayan bir iki cümle yazma
- İstenen sonucu olabildiğince net bir şekilde ortaya koyma
- O anda makul gelen ya da gelmeyen her türlü çözüm yolunu yazma
- Listelenen olasılıkları kâğıt üzerinde test etme
- Problemin çözümüne giden adımlar tatmin edici değilse, listedeki diğer seçenekleri ve yolları deneme

Serway ve Beichner (2000)

- Bilgi toplama

- Organize etme
- Problemin analizi
- Sonuçların kontrol edilmesi

Arenofsky (2001)

- Problemi tanımlama
- Durumları ve sınırlılıkları belirleme
- Uygun bir çözüm yolu geliştirme
- Verileri toplama
- Her adımda ve sonuçta değerlendirme yapma

Stenberg ve Davidson (2003)

- Problemin farkına varma ve tanımlama
- Problemle ilgili bilgileri ve durumları analiz etme
- Çözüm yolları geliştirme
- Planlama yapma
- Çözüm için bilişsel ve fiziksel kaynakları belirleme
- Çözümü ve yanıtı giden süreci takip etme
- Elde edilen sonuca göre çözümün etkililiğini değerlendirme

OECD (2004 - PISA)

- Problemi tanımlanma
- İlişkili bilgi ve sınırlılıkları belirleme
- Olası çözüm yollarını sunma
- Çözüm stratejisini belirleme
- Problemi çözme
- Çözümü kontrol etme
- Sonuçları raporlama

Akdeniz (2005)

- Problemi tanıma
- Geçici hipotezler oluşturma
- Probleme çözüm yolu oluşturma
- Veri toplama Sonuç çıkarma
- Sonuçları test etme

Altun (2013)

- Problemin anlaşılması
- Çözüm için plan yapma
- Planı uygulama
- Çözümün değerlendirilmesi

Marzano (2014)

- Problemin varlığına ve çözülmeye değer olduğuna karar verme
- Problemin çözümü için yeteneklerine olumlu açıdan bakma
- Problemdeki engel durumları ve olası çözüm yollarını belirleme
- Çözüm için gerekli kaynakları ve çözümün etkililiğini belirleme
- En etkili sonuca ulaştıracak olan çözüm yolunu deneme
- Seçilen çözüm yolu sonuca ulaşmazsa diğer yollardan birini deneme
- Denenen çözümler sonuca ulaşmazsa alternatif hedef belirleme

Körükçü (2015)

- Problemi anlama
- Plan yapma
- Planı uygulama
- Çözümü değerlendirme

Küçüközer (2017)

- Problemi anlama/analiz etme
- Fiziksel/kavramsal betimleme
- Çözüm için bir plan geliştirme/strateji geliştirme
- Planı/stratejiyi uygulama
- Yanıtın/tüm problem çözme performansının değerlendirilmesi

Problem çözme basamakları üzerinde çalışmalar yapan ve çoğunlukla kabul gören kişi Polya'dır (Altun, 2013). Polya (1973), "heuristics" başlığı ile ele aldığı dört aşamalı bir problem çözme sürecinden bahsetmiştir. Polya'nın tanımladığı süreç ulusal ve uluslararası çalışmada referans kabul edilmiştir (Altun, 2013). Polya'nın adımlarının günlük hayat problemlerinin çözümünde kullanılabileceği gösterilmiştir. Çeşitli çalışmalar ile bu durum açıklanmıştır. Apriyanti ve ark. (2018) çalışmalarında Polya'nın problem çözme basamakları kullanıldıktan sonra günlük hayat problemlerini çözmedeki

başarı bu duruma bir örnektir. Olaniyan ve ark. (2015)'nin yapmış oldukları çalışmaları sonucunda Polya'nın problem çözme basamaklarını kullanarak öğretimin yapıldığı öğrenciler düz anlatım yöntemiyle ders verilen öğrencilere göre daha iyi becerilere sahip oldukları ortaya çıkmıştır. Ayrıca Loğoğlu (2017) tarafından yapılan çalışma Polya'nın problem çözme basamakları uygulanarak çözüme gidilmesi halinde öğrencilerin problem çözme başarısında artış olduğunu göstermektedir. Lee (2017) yapmış olduğu çalışması Polya'nın problem çözme basamaklarının önemli ölçüde kullanıldığı derslerde, matematik derslerinin etkililiğini artırdığını göstermiştir.

Polya'nın problem çözme basamakları, sistematik ve yapılandırılmış yaklaşımıyla bilimsel ve eğitimsel alanda geniş kabul görmüştür. Bu yöntemin üstünlüklerini daha detaylı açıklamak için, çeşitli açılardan ele almak gerekmektedir. Polya'nın dört basamağı, problem çözme sürecinin her aşamasını açık ve net bir şekilde tanımlar. Bu, özellikle öğrenciler ve yeni başlayan araştırmacılar için büyük bir avantajdır. Bu basamaklar, kullanıcıların problem çözme sürecini daha yapılandırılmış ve yönetilebilir hale getirmelerini sağlar. Her aşamanın belirgin olması, sürecin izlenebilirliğini artırır. Plan yapma aşaması, kullanıcıların problemi çözmek için detaylı bir strateji geliştirmelerini sağlar. Bu, problemin daha sistematik ve mantıklı bir şekilde ele alınmasına yardımcı olur (Schoenfeld, 1985). Polya'nın basamakları, bireylerin kendi düşünce süreçlerini düzenlemelerine olanak tanır. Çözümü gözden geçirme ve değerlendirme aşaması, bireylerin kendi öğrenme süreçlerini değerlendirmelerine yardımcı olur (Garofalo ve Lester, 1985). Polya'nın basamakları, matematik, mühendislik, fizik, kimya ve biyoloji gibi çeşitli bilim dallarında kullanılabilir (Lesh ve Zawojewski, 2007). Bu yöntem, sadece akademik problemler için değil, günlük hayatta karşılaşılan problemleri çözmek için de uygulanabilir. Bu, yöntemin pratik değerini ve genelleştirilebilirliğini artırır. Polya'nın basamakları, öğrencilerin bağımsız olarak problem çözme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olur. Bu, öğrenci merkezli öğrenmeyi teşvik eder (Stanic ve Kilpatrick, 1989). Basamakların açık ve net olması, öğretmenlerin bu yöntemi sınıflarında kolayca kullanmalarını sağlar. Öğrenciler, Polya'nın yöntemi sayesinde problem çözme sürecini daha iyi anlayabilir ve uygulayabilirler.

Polya'nın problem çözme basamaklarının etkinliği, çeşitli bilimsel araştırmalarla desteklenmiştir.

Araştırma Örnekleri:

- **Apriyanti ve ark. (2018):** Polya'nın problem çözme basamaklarını kullanan öğrencilerin günlük hayat problemlerini çözmede daha başarılı olduklarını göstermiştir.
- **Olanıyan ve ark. (2015):** Polya'nın yöntemini kullanarak öğretim yapılan öğrencilerin, düz anlatım yöntemiyle ders verilen öğrencilere göre daha iyi problem çözme becerilerine sahip olduklarını ortaya koymuştur.
- **Loğoğlu (2017):** Polya'nın problem çözme basamaklarının uygulanması halinde öğrencilerin problem çözme başarısında artış olduğunu göstermiştir.
- **Lee (2017):** Polya'nın problem çözme basamaklarının önemli ölçüde kullanıldığı derslerde, matematik derslerinin etkililiğini artırdığını göstermiştir.

Polya'nın problem çözme basamakları, problemi çözmek için kullanılan ve matematikçi George Polya tarafından oluşturulan basamaklardır. Lee (2017)'ye göre Polya'nın problem çözme basamakları, amacı öğrencilerin derslerle ilgili problem çözme fikirlerini açıklamalarını desteklemek olan öğretmene odaklanmıştır. Polya'nın basit ve net bir şekilde açıklanan problem çözme basamakları problem çözmede kullanıma sıklığını artırmıştır (Hayyulbathin ve ark., 2018).

Polya'nın problem çözme basamakları, sistematik ve yapılandırılmış yapısı, stratejik düşünme ve planlama becerilerini geliştirmesi, geniş uygulama alanı, eğitimde etkililiği, bilimsel araştırmalarla desteklenmiş olması ve teorik dayanakları nedeniyle diğer yaklaşımlar üzerinde üstünlük sağlar. Bu nedenlerden dolayı, Polya'nın yöntemi bilimsel ve eğitimsel alanlarda geniş kabul görmüş ve yaygın olarak kullanılmıştır.

Polya'nın problem çözme basamakları aşağıda verilmiştir:

- Problemi Anlama
- Plan Yapma
- Planı Uygulama
- Çözümü Değerlendirme

Bu basamaklar Erdoğan (2019) tarafından aşağıdaki gibi açıklanmıştır.

1) Problemi Anlama Basamağı

Verilen problem durumu ve istenilenler açıklanır.

Daha önceden böyle bir durumla karşılaşma durumu incelenir.

Problem kendi cümleleriyle, şema, tablo, grafik vb. yardımıyla açıklanır.

2) Plan Yapma

Verilen problemin diğer problemler ile benzerlikleri ifade edilir.

Çözümde kullanılabilecek alternatif yollar bulunulmaya çalışılır.

Çözümün test edilme planı hazırlanır.

3) Planı Uygulama

Çözüme gitmek için hazırlanan plan adımları incelenir.

Çözümünde kullanılan bilişsel süreçlerin mantılı olup olmadığı incelenir.

4) Çözümü Değerlendirme

Sonuçların doğruluğu kontrol edilir.

Polya, problem çözme süreci için çalışma yaparken, kullanılacak soruları basamaklar kapsamında belirtmiştir. Bu sorular aşağıdaki gibidir.

Tablo 2.1. Polya'nın problem çözme basamakları göz önünde bulundurularak sorulacak sorular

Problemin Anlaşılması	Problemde neler verilmiştir?
	Problemde neler istenilmiştir?
	Problemi şekil, tablo, grafik vb. kullanarak açıklayınız.
Problemin Çözümü İçin Plan Yapılması	Problemin başka problemlerle benzerlikleri nelerdir?
	Problemi çözmek için kullanabileceğiniz çözüm yolları nelerdir?
	Problemin sonucu için tahminlerde bulununuz. Tahminlerinizi açıklayınız.
Planın Uygulanması	Problemin çözümünü yapınız.
	Çözümünüzü açıklayınız.
	Çözümü kontrol ediniz. (Matematiksel işlemleri kullanarak sağlama yapıp açıklamalarınızı yazınız.)
Çözümün Değerlendirilmesi	Hata yaptığınızı düşündüğünüz işlem basamağı varsa belirleyip açıklayınız.
	Farklı bir çözüm yolu ile problemin çözümünü yapınız.

2.3. Bilim ve Sanat Merkezi

İlk zekâ testinin geliştiricilerinden biri olan Binnet, zekânın anlama, karar verme, akıl yürütme gibi eylemlerde kendini gösterdiğini; çoklu zekâ kuramının temsilcisi Gardner ise sözel, matematiksel, müzikal, görsel, fiziksel, sosyal, kişisel ve doğal zeka olmak üzere sekiz tür zeka olduğunu belirtmiştir. Bireylerin her zekâ türüyle özdeşleştirilebileceğini ve kişilerin zekâ düzeylerinin farklılık gösterdiğini belirtmiştir (Dolu ve Ürek, 2017). Galton, 1869'da insan zekâsının kalıtımla ilişkisini sorgulayan bir çalışma yaptı. Bu çalışmanın sonuçlarına göre Galton, zekânın doğumdan ölüme kadar değişmediğini ve aynı kaldığını savunmuştur (Clark, 2008). Tannenbaum (1997) üstün zekâ ve yetenek kavramlarını eşanlamlı olarak ele alırken, Gagne (1985) üstün zekâ ve yetenek kavramlarını ayrı ayrı kabul etmektedir. Üstün yeteneklilik ve yetenek modellerinin sanatsal yetenek anlayışına katkılarından bahsedilmektedir. Feldhusen, yeteneğin üstün zekâlılığın bir unsuru olduğuna inanıyor. Yeteneklerin sınıflandırılmasında yaratıcı-sanatsal yeteneği, müfredat alanlarındaki ilişkileriyle tanımlar (Feldhusen, 1998). Tannenbaum (1997), üstün zekâlı ve yetenekli insanları, hayatın ahlaki, fiziksel, duygusal, sosyal, entelektüel veya estetik yönleriyle topluma yaptıkları katkılara göre dört gruba ayırıyor. Buluşlarıyla hayatı kolaylaştıran, basit ve sağlıklı kılan kıt yetenekler olarak sınıflandırılırlar; sanatçı ve müzisyen olan fazla yetenekler; öğretmen, siyasetçi, mühendis gibi kişilerin sosyal ihtiyaçlarını karşılayan kota yetenekleri ve insanları eğlendiren anormal yetenekler (Anghel, 2016). Gagne, gelişiminde rol oynayan faktörleri açıklayarak, çeşitli yetenekler listesine sanatsal yeteneği de dâhil eder (Gagne, 1985). Ziegler ve Heller (2000) kendi uzmanlık alanlarında yapılan yeni bir araştırmanın ışığında yetenek gelişimi ile ilgili açıklamalarda bulunmaktadır. Renzulli 1970'lerde zekâyı yeniden tanımlamaya çalıştı. Üstün zekâlılık tanımlarını analiz etmiş, üstün zekâlı bireylerin özellikleri üzerine yapılan çalışmaları gözden geçirmiş ve yeni bir zeka tanımı sunmuştur. Renzulli, IQ testlerinin her zaman sorgulanabileceğini belirterek; zekâ özelliklerinin kültürel ve durumsal faktörler bağlamında değerlendirilmesi gerektiğini belirtmektedir (Renzulli, 1978). Nitekim son yıllarda yapılan bazı çalışmalarda “zekâ kavramının sadece zekânın doğası gereği değil, aynı zamanda kavramların doğası gereği de net bir şekilde tanımlanamayacağı” sonucuna varılmıştır (Renzulli, 1982). Zekâ ile ilgili farklı araştırmacı ve bilim insanları farklı tanımlar ve görüşler ortaya koymuşlardır.

1991 yılında Özel Eğitim Kurulu kararıyla bu özel bireyler üstün yetenekli olarak tanımlanmıştır (Baykoç, 2014). Daha sonra özel yetenekli kavramı kullanılmaya başlandı. 2015 yılında yayınlanan BİLSEM'de Milli Bakanlığın Eğitim (MEB), “zekâ, yaratıcılık, sanat, liderlik kapasitesi veya özel akademik alanlarda akranlarından daha yüksek performans gösteren öğrenciyi” özel yetenekli öğrenci olarak tanımlamaktadır (Anonim, 2015). Tespit edilen üstün zekâlı ve yetenekli kişilerin, pek çok gelişim alanında akranlarından farklı olmaları nedeniyle bu becerileri geliştirmek için farklılaştırılmış programlara ihtiyaçları vardır; dolayısıyla eğitim ihtiyaçları da farklılık göstermektedir. Türkiye, üstün zekâlı ve yetenekli öğrencileri tespit edecek ve onlara eğitim fırsatları sunacak en uygun modeli araştırmış ve üstün zekâlıların eğitiminin diğer ülkelerdeki uygulamaları incelenmiştir. Türkiye'nin kendine özgü koşullarına en uygun ve uygulanabilir modeli belirlemek amacıyla Bilim ve Sanat Merkezi Projesi adı verilen “Ek Ders Uygulama Okulu” başlatılmıştır (Dönmez, 2004). Milli Eğitim Bakanlığı Özel Eğitim Rehberlik ve Danışmanlık Hizmetleri Genel Müdürlüğü, 1996 yılında “İlkokul Öğrencilerinin Özel Yeteneklerinin Geliştirilmesi” projesini başlatmıştır. BİLSEM'ler, Milli Eğitim Bakanlığı Özel Eğitim ve Öğretim Genel Müdürlüğü'ne bağlı özel eğitim kurumlarıdır. Eğitim ve rehberlik hizmetleri. . BİLSEM'ler yeterli donanımına sahip oldukları takdirde geleceğin liderlerini ve bilim insanlarını yetiştirme konusunda daha yetkin olacaklardır (Keskin ve ark., 2013). Üstün zekâlı ve yetenekli öğrencilerin eğitiminde Bilim ve Sanat Merkezleri önemli bir role sahiptir (Sıcak, 2014). Bilim ve Sanat Merkezlerinde görev yapan öğretmenler lisans derslerinin üstün yetenekli öğrencilerin özellikleri ve eğitimine ilişkin bilgi ve eğitim içermediğini belirtmişlerdir (Gökdere ve Çepni, 2005). Ayrıca BİLSEM'de görev yapan öğretmenlerin proje tabanlı öğretim, özel eğitim, üstün zekâlı öğrencilerin değerlendirilmesi gibi alanlarda eğitime/desteğe ihtiyaç duyduklarını gösteren çalışmalar da bulunmaktadır (Gökdere ve Küçük, 2003). Bu araştırmalar üstün zekâlıların eğitimi alanında görev yapan öğretmenlere bu alanda gerekli eğitimlerin verilmediğini ve mesleki gelişim ihtiyaçlarının karşılanmadığını ortaya koymaktadır. BİLSEM öğretim yönergesi incelendiğinde;

Madde 4'te yer alan, “öğretim konusu olan veya olabilecek bilgilerin bütünü, yaşlılarına göre daha hızlı öğrenen, özel akademik yeteneğe sahip, soyut fikirleri anlayabilen, ilgi alanlarında bağımsız hareket etmeyi seven ve yüksek düzeyde

performans gösteren bireyi, öğrencilerin ilgi istek ve yetenekleri doğrultusunda bir alanda/konuda inceleme, araştırma ve yorum yapmak, görüş geliştirmek, yeni bilgilere ulaşmak, özgün düşünce üretmek ve çıkarımlarda bulunmak amacıyla danışman öğretmen rehberliğinde grupla ya da bireysel olarak yapacakları çalışmaları, bilim ve sanat merkezlerinin temel alanları dışında öğrencilerin keşfetme, bağımsız düşünme, fikirlerini ifade etme imkanı sağlayan ve ürün odaklı yürüttükleri tüm eğitim ve öğretim çalışmalarını ifade eder”,

Madde 5’te yer alan, “BİLSEM’ler okul öncesi eğitim, ilkokul, ortaokul ve lise çağındaki özel yetenekli öğrencilerin bireysel yeteneklerinin farkında olmaları ve kapasitelerini geliştirerek en üst düzeyde kullanmalarını sağlamak amacıyla açılır”,

Madde 6’da yer alan, “bilimsel düşünce ve davranışlarla estetik değerleri birleştiren, üretken, sorun çözen, kendini gerçekleştirmiş bireyler olarak yetişmeleri, yetenekleri ve yaratıcılıklarını erken yaşta fark ederek en üst düzeyde kullanmaları, öğrencilerin yaratıcı düşünce, keşif, icat, sosyal ilişkilerde başarı kazanmalarını gerçekleştirmeleri amaçlanır”,

Madde 7’de yer alan, “eğitim ve öğretim etkinliklerinde öğrencilerin üst düzey düşünme becerileri kazanmalarını sağlayacak uygulamalara yer verilir”,

Madde 15’de yer alan, “BİLSEM’de özgün ürün, proje ve üretimlerin gerçekleşmesi için öğrencilerin yeteneklerine uygun proje tabanlı, disiplinler arası, zenginleştirilmiş, farklılaştırılmış eğitim programı uygulanır ve eğitim etkinlikleri düzenlenir”,

Madde 16’da yer alan, “programlar, ilgili sınıf/branş öğretmenlerinin rehberliğinde, öğrenci merkezli ve disiplinler arası yapıda, bireysel öğrenmeye uygun, öğrencilerin etkin problem çözme, karar verme ve yaratıcılık gibi yetişkinlik dönemlerinde ihtiyaç duyacakları zihinsel akademik becerileri kazanmalarını sağlayacak şekilde ilgi, yetenek ve potansiyellerine göre farklılaştırılarak ve zenginleştirilerek hazırlanır. Planlama, gerçek yaşam problemlerine çözüm üreten, yaratıcı düşünebile, çevresi ile iletişim kurabilen, üst düzey düşünme becerilerinin geliştirilmesini sağlayan etkinliklerin planlanmasına ve uygulanmasına dikkat edilir. Eğitim programlarının uygulanmasında üniversite, kurum, kurum ve kuruluşlarla iş birliği yapılır”,

İfadeleri bizi şu an örneklem olarak belirlediğimiz yaş grubunda çalışabileceğimiz şartları sağlayan öğrencilerin varlığını hissettirmiştir. Yaşıtlarına göre daha hızlı öğrenen

öğrencilerin varlığı yönerge de açıkça belirtilmiştir. Belirlediğimiz konunun, çalıştığımız yaş grubunu kapsayan öğretim programında yer almamasına karşın, BİLSEM merkezlerinde üst düzey düşünme becerilerini kapsayan uygulamaların varlığından yönergeyi referans alarak çalıştığımızı söyleyebiliriz. (Uygulamaya başlamadan önce çalıştığımız merkezde görev yapan öğretmen ile yapmış olduğumuz ön görüşmeye de yer vererek seçtiğimiz örneklemin uygunluğu ile ilgili görüşlerine çalışmada yer verilmiştir.)



3. MATERYAL VE METOT

3.1. Araştırma Deseni

Bu çalışmada, ortaokul BİLSEM öğrencilerinin matrisleri tanıyıp, verilen bilgileri matris formuna getirebilme, matrislerde işlem yapabilme, günlük hayat problemlerinin çözümünde kullanabilme becerileri incelenmiş ve BİLSEM’de görev yapan öğretmen görüşleri alınmıştır. İncelemeler yapılırken nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Durum çalışması literatürde örnek olay incelemesi veya vaka çalışması gibi adlandırmalar ile de mevcuttur (Subaşı ve Okumuş, 2017). Durum çalışması nitel araştırmalarda derinlemesine bir anlayış geliştirmek amacıyla kullanılan bir yöntemdir. Bu yöntemin seçilmesinin başlıca sebeplerini şu şekilde açıklayabiliriz:

Durum çalışması, belirli bir olgu, olay, kişi, grup veya sistem üzerinde ayrıntılı bir inceleme yapma imkânı sunar. Bu yöntemde araştırmacı, belirli bir durumu tüm yönleriyle anlamaya çalışır, bu da karmaşık olguların anlaşılmasına olanak tanır (Yin, 2018).

Durum çalışması, incelenen olgunun bağlamını anlamaya ve açıklamaya odaklanır. Nitel araştırmalarda, bağlamın olgu üzerinde büyük bir etkisi olduğu varsayılır. Dolayısıyla, durum çalışması, bağlamın derinlemesine incelenmesini sağlar ve bu bağlamın olguyu nasıl şekillendirdiğini ortaya koyar (Creswell ve Poth, 2018).

Durum çalışması genellikle benzersiz, sıradışı veya daha önce çok az araştırılmış durumlar için kullanılır. Bu tür durumlar, daha genel bir anlayışa katkıda bulunabilecek önemli içgörüler sağlayabilir (Stake, 1995).

Durum çalışması, bir olguyu farklı açılardan incelemek için çeşitli veri toplama yöntemlerini (görüşmeler, gözlemler, belgeler, vb.) kullanma esnekliği sunar. Bu çeşitlilik, elde edilen verilerin geçerliliğini ve güvenilirliğini artırır (Merriam, 1998).

Bu nedenlerden dolayı, nitel bir çalışmada durum çalışması yöntemi, belirli bir olgunun karmaşıklığını ve bağlamını derinlemesine anlamak için ideal bir yöntem olarak tercih edilir. Bu yöntemi kullanarak, incelediğiniz durumu kapsamlı bir şekilde analiz edebilir ve araştırmanızın hedeflerine ulaşmada sağlam bir temel oluşturur.

3.2. Çalışma Grubu

Bitlis ili Tatvan ilçesi Bilim ve Sanat Merkezi'nde (BİLSEM) öğrenim gören yedi öğrenci, çalışma grubu olarak belirlenmiştir. Çalışmanın başında öğrencilere ders anlatım içeriğini kapsayan bir ders notu dağıtılmış ve uygulama adı altında etkin katılım sağlanarak konu öğrenimi gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın verilerini desteklemek amacıyla, çalışmaya başlamadan önce bu merkezde görev yapan iki matematik öğretmeni ile görüşülmüş ve konuyla ilgili görüşleri alınmıştır. Görüşme yapılan öğretmenlerin öğrencilerin çalışma yapılan BİLSEM'de öğrencilerin daha önceden matematik derslerine giren öğretmenler olması öğrencilerin beceri ve süreçlerini biliyor olmaları sebebiyle tercih edilmiştir.

Öğrencilerin ders içeriğini anlamalarını pekiştirmek amacıyla, hem öğretmenlerden hem de öğrencilerden geri bildirim alınarak daha katılımcı bir öğrenme süreci yaratmayı amaçlamaktadır. Ayrıca, öğretmen görüşleri, uygulamanın etkinliğini değerlendirme ve ilerleyen süreçlerde yapılacak iyileştirmeler için önemli bir veri kaynağı olarak kullanılacaktır.

3.3. Veri Toplama Araçları

Araştırma, Bitlis ili Tatvan ilçesindeki Bilim ve Sanat Merkezi'nde (BİLSEM) yedi öğrenci ile yürütülmüştür. Nitel araştırma türlerinden biri olan durum çalışması olarak yapılandırılan bu çalışmada, öğrencilerin matrisleri tanıma, verileri matrisler ile ifade etme, matrislerde işlem yapma ve Polya'nın basamaklarını kullanarak problem çözme becerileri incelenmiştir. Matrislerde işlem yapabilme ve matrisleri problem çözümede kullanma becerilerine ilişkin veriler analiz edilmiştir. Nitel çalışmalarda genellikle tercih edilen veri toplama yöntemleri arasında gözlem, yapılandırılmış veya yarı yapılandırılmış görüşme, odak grup görüşmesi, söylev ve metin analizi bulunmaktadır (Baltacı, 2019). Bu çalışmada, veriler yarı yapılandırılmış görüşmeler ve bilgi testi ile toplanmıştır.

3.3.1. Yarı yapılandırılmış görüşme

Eğitimbilim alanındaki araştırmalarda çoğu zaman yapılandırılmamış görüşme, yapılandırılmış görüşme ve yarı yapılandırılmış görüşme olarak adlandırılan üç çeşit görüşme tekniği kullanılmaktadır (Türnüklü, 2000). Yapılan çalışmada görüşme, veri

toplama örneklemini içeren çalışmadaki katılımcıların, çalışma alanı ile ilgili, duygu ve fikirlerini ifade ettiği, veri toplama tekniği olarak isimlendirilir (Baltacı, 2019). Büyüköztürk (2018) yarı yapılandırılmış görüşmeler için durum çalışmalarında daha kapsamlı verileri elde etmeyi hedefleyen iki veya sayıca daha fazla olan kişiler ile sıradan gerçekleşen diyaloglar ile farklılık göstererek kapsamlı bilgi elde etmek için yöneltilen sorulara verile yanıtlar ile kullanıldığını ifade etmiştir.

Yarı yapılandırılmış görüşme tekniğinde, araştırmacı önceden sormayı planladığı soruları içeren görüşme formunu hazırlar (Türnüklü, 2000). Buna karşın araştırmacı, önceden hazırladığı görüşme formuna bağlı kalarak, ek sorular sorma esnekliği ile hareket edebilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Yapılandırılmış görüşme tekniğine göre daha esnektir. Yarı yapılandırılmış görüşme tekniği, daha sistematik ve karşılaştırılabilir bilgi sunması, sahip olduğu belirli düzeyde standartlık ve aynı zamanda esneklik nedeniyle araştırmacıya kolaylık sağlamaktadır (Türnüklü, 2000). Bu sebeplerden bu çalışmada yarı yapılandırılmış görüşme tekniğinin kullanılması uygun bulunmuştur.

3.4. Veri Toplama Süreci

Bu çalışma, 2023-2024 eğitim öğretim yılı Bitlis ili Tatvan ilçesindeki Bilim ve Sanat Merkezi'nde (BİLSEM) öğrenim gören yedi öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Ayrıca, BİLSEM'de görev yapan iki matematik öğretmeni ile de görüşmeler yapılmıştır. Çalışmanın yürütüleceği BİLSEM için Bitlis İl Milli Eğitim Müdürlüğünden gerekli izinler alınmıştır.

Araştırmanın verileri, yarı yapılandırılmış görüşmeler ve bilgi testleri ile toplanmıştır. Öğretmenlerle yapılan yüz yüze görüşmeler kayıt altına alınmıştır. Görüşmelere başlamadan önce katılımcılardan izin alınmış ve görüşmelerin yalnızca araştırma amacıyla kullanılacağı konusunda güvence verilmiştir. Veriler, katılımcıların kendilerini rahat ifade edebilecekleri ve ses kaydı yapılabilecek ortamlarda, katılımcıların uygun gördüğü zaman dilimlerinde toplanmıştır. Görüşme soruları her bir katılımcıya aynı sözcüklerle ve aynı anlamı çağrıştıracak tonlamalarla yöneltilmiştir. Görüşmeler tek oturumda yapılmış ve ara verilmemiştir. Öğretmenlerle yapılan birebir görüşmelerde, görüşme süresi her bir öğretmen için yaklaşık 20 dakika sürmüştür. Bu görüşmelerde ses kaydı ve not alma teknikleri birlikte kullanılmıştır.

Çalışmaya başlamadan önce BİLSEM öğrencisi olan bir öğrenci ile pilot çalışma yapılmıştır. Pilot çalışmada, öğrenciyle uygulama olarak belirtilen ders içeriği çalışma dosyasıyla konu öğretimi gerçekleştirilmiştir. Uygulama sonucunda ders içeriğinin konu anlatım kısmında genişletme yapılmış, verilen işlem becerisi içeren örneklerin arkasına günlük hayat problemlerini içeren örnekler eklenmiştir. Örneklerde verilen sayıların niceliklerinde değişiklikler yapılmıştır. Öğrenci değerlendirme testi sırasında, işlemsel becerilerin ölçülmesine yer verilmediği eksikliği tespit edilerek, değerlendirme testine matrislerde işlemler başlıkları için sorular eklenmiştir. Pilot çalışmada öğrenciye verilen 2 ders saati içerisinde Polya'nın problem çözme basamaklarını dikkate alarak matrisleri kullanıp günlük hayat problemlerinin çözümünün istenildiği durumda süreyi yetiştiremediği gözlemlenmiştir. Bu durumu dikkate alarak, öğretici olduklarına karar verilen örnek problemler ders anlatım içeriğine eklenmiş, bazılarında ise değişiklik yapılmamıştır. Polya'nın problem çözme basamaklarına göre hazırlanan problem çözme basamakları sorularında, öğrencinin açıklayıcı cevaplar vermediği tespit edilmiştir. Bu nedenle, literatür araştırması genişletilmiş ve problem çözme basamakları sorularında değişiklikler yapılmıştır. Pilot çalışmada, problem çözme basamaklarında yukarıda verilen sorular sorularak günlük hayat probleminin çözümü istenmiştir. Öğrencinin "evet" veya "hayır" gibi kısa cevaplar vermesine uygun olan bu sorular, yapılan çalışmalar sonucunda değiştirilmiştir.

Pilot çalışmadan çıkarılan sonuçlar ile gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Daha sonra geçilen veri toplama sürecinde öğrencilere uygulama adı altında dağıtılan ders materyalinde verilen bir durumu matrisler ile ifade etme becerisi, matrislerde işlem yapma becerisi, günlük hayatta karşılaşılan matris durumları, kullanım alanları ve Polya'nın problem çözme basamaklarının kullanılmasıyla matrisler ile günlük hayat problemlerinin çözülmesine ilişkin konu dersleri yapılmıştır. Öğrencilerin aktif kılınmasıyla daha önceki derslerde yapılan öğrenimin pekişmesiyle amacıyla öğrenciler ile beraber verilen bir durumu matrisler ile ifade etme, matrislerde işlemler yapabilme ve Polya'nın problem çözme basamaklarının kullanılmasıyla günlük hayat problemlerinin matrisler ile çözümü kapsamında çalışılmıştır. Bu süreçler öğretmen ve öğrenci iletişim halinde olduğu, öğrenci merkezli, öğretmen dönütlü olacak şekilde tamamlanmıştır. Bu çalışmanın son basamağı olan bilgi testinde öğrencilere aynı kapsam dahilinde bir

doküman dağıtılmıştır. Öğretmenin geri dönütlerinin olmadığı bu süreçte öğrencilerin yanıtlar vermeleri istenilmiştir.

3.5. Verilerin Analizi

Görüşme tekniğiyle elde edilen nitel veriler, sözel niteliktedir. Bu nedenle, analizler, nicel araştırmalarda elde edilen rakamlar yerine sözcükler, cümleler ve paragraflar aracılığıyla gerçekleştirilir. Bu çalışmada, Bitlis ili Tatvan ilçesindeki BİLSEM'lerde matris öğretimi ve Polya'nın problem çözme basamaklarının kullanılarak problem çözmede matrislerin nasıl kullanıldığını incelemek amacıyla toplanan verilerin analizi için içerik analizi yöntemi uygulanmıştır.

İçerik analizi, verilerin daha ayrıntılı incelenmesini ve bu verileri açıklayan kavram, kategori ve temalara ulaşılmasını sağlar (Baltacı, 2019). Bu çalışmada, veriler, belirlenen araştırma sorularına uygun olarak hazırlanan yarı yapılandırılmış görüşme sorularına öğretmenlerin verdikleri yanıtların analiz edilmesiyle elde edilmiştir. Görüşmelerden elde edilen veriler, analiz için hazırlanmış ve düzenlenmiştir. Ses kayıtları transkript edilerek ham veriler oluşturulmuştur. Verilerin tamamını okuma ve inceleme süreci, genel bilgi ve anlamın ne olduğunu derinlemesine düşünme imkânı sunar (Creswell, 2017).

Öğrencilerin bilgi testine verdikleri yanıtlar da içerik analizi yöntemi kullanılarak incelenmiştir. Öğrencilerin yanıtları, hazırlanan rubriklerde belirtilen özelliklere göre puanlanmıştır. Nitel bir araştırma olan bu çalışmada, rubriklerde belirtilen puanlar bir nicelik özelliği taşımaktan ziyade, öğrencilerin verdikleri yanıtların doğruluk derecesini, eksikliklerini veya tam yanlış olduğunu ifade eden temsillerdir. Alınan puanlara göre, öğrencilerin matrisleri ifade etme becerisi, matrislerle işlem yapabilme yeteneği ve problem çözmede matrisleri kullanarak Polya'nın problem çözme basamaklarını nasıl uyguladıkları incelenmiştir.

3.6. Araştırmanın Geçerliği Güvenirliği

Geçerlik ve güvenirlilik, bilimsel araştırmaların en temel ve kritik ölçütleri arasında yer almaktadır. Geçerlik, araştırmacının ele aldığı konuyu tarafsız ve nesnel bir şekilde değerlendirme kapasitesini ifade eder. Araştırmanın geçerliğini artıran başlıca faktörler arasında tarafsızlık, öznellikten kaçınma ve metodolojik titizlik yer alır. Geçerliği artıran ek unsurlar arasında, araştırmacının olguyu objektif bir şekilde ele alması, araştırma

süreci boyunca uzman desteği alması, çeşitli veri toplama araçlarını kullanması ve katılımcılardan doğrudan alıntılar yapması bulunmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bu çalışmanın geçerliğini yüksek tutmak amacıyla, çalışmanın tüm aşamalarında uzman desteği alınmıştır. Özellikle veri toplama aracının oluşturulması, uygulanması ve değerlendirilmesi aşamalarında, iki uzmanın fikir birliği sağlanmasına özen gösterilmiştir. Öğrencilerin cevaplarından yapılan doğrudan alıntılar, araştırmanın geçerliğini artıran önemli bileşenler olarak kullanılmıştır.

Araştırmanın güvenilirliğini sağlamak için veri toplama ölçeğinin oluşturulması ve verilerin değerlendirilmesi süreçleri üç uzmanın desteği ile yürütülmüştür. Nitel araştırmacılar, araştırmanın geçerliğinden bahsederken genellikle araştırmanın mantıklı, inandırıcı, güvenilir ve dolayısıyla savunulabilir olduğunu ifade ederler (Johnson ve Christensen, 2004).

Araştırmanın geçerliğini ve güvenilirliğini sağlamak amacıyla kullanılan bu yöntemler, elde edilen bulguların daha güvenilir ve bilimsel olarak savunulabilir olmasını temin etmektedir. Bu nedenle, veri toplama ve analiz süreçlerinde titizlikle çalışılmış ve uzman görüşleri doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Katılımcılardan elde edilen doğrudan alıntılar ile araştırmanın bilimsel değerini ve güvenilirliğini önemli ölçüde artırmıştır.

4. BULGULAR

Araştırmanın bu bölümünde belirlenen alt problemler için elde edilen veriler incelenerek değerlendirmeler yapılmış ve hazırlanan değerlendirme şemasına uygun olacak şekilde puanlamalar yapılmıştır. Veriler üzerinde hiçbir değişiklik yapılmadan öğrenci değerlendirme testine vermiş olduğu cevaplar incelenmiştir. Elde edilen bu bulgular içerisinde öğretmen cevaplarından yapılan bazı alıntılar bilgisayar ortamında taranarak hiçbir değişiklik yapılmadan sunulmuştur.

Öğretmen görüşlerini içeren alt problem için, öğretmenlerin görüşme sorularına vermiş oldukları cevapları değerlendirilmiştir. Literatürde daha önceden BİLSEM’lerde bu konu kapsayan bir çalışma olduğuna dair verilerin olmaması öğretmen görüşlerinin çalışmaya başlanılmadan önce alınmasında önemli olacağı düşünülmüştür. BİLSEM’lerde çalışan öğretmenler ve BİLSEM’ler hakkında genel sorular sorularak devamında konu kapsamı için daha detaylı sorular yöneltilmiştir (Ek-1). Bir nitel çalışma olarak incelemelerin yapıldığı bu araştırmada öğrencilerin bilgi testi testinde yer alan (Ek-5) sorular için alt problemlerin değerlendirilmesi amacıyla rubrikler (Ek-2) hazırlanarak değerlendirmeler yapılmıştır. Yedi öğrenci için Ö1, Ö2, Ö3... gibi kısaltmalara yer verilmiştir. Öğretmen görüşlerinin analizi yapılırken, öğretmenler B1 ve B2 olarak adlandırılmışlardır.

4.1. Araştırmanın Birinci Alt Problemine İlişkin Bulgular

Bu çalışmanın birinci alt problemine ilişkin bulgular kısmında, Bilim ve Sanat Merkezlerinde (BİLSEM) görev yapan öğretmenlerin eğitim deneyimlerini ve uyguladıkları öğretim metotlarının öğrencilerin öğrenme tepkilerini ve başarılarını analiz etmek amacıyla içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. EK-1’de yer alan yarı yapılandırılmış görüşme formunda yer alan sorular B1 ve B2 olarak adlandırılan öğretmenlere yönlendirilmiştir. Öğretmenlerin verdiği yanıtlar izinleri dahilinde ses kaydına alınmıştır.

Öğretmenlerin öğretim deneyimleri, BİLSEM’de kazandıkları tecrübelerle birlikte ele alınmıştır. Öğretmenler, BİLSEM’deki eğitim programlarının esnekliği sayesinde öğrencilere daha etkin bir öğrenme ortamı sunabildiklerini ifade etmişlerdir. Örneğin, B1 öğretmeni, 14 yıllık öğretmenlik deneyimi ile BİLSEM’de geçirdiği 2 yıllık sürede

edindiği deneyimleri paylaşarak, BİLSEM'in diğer eğitim kurumlarından nasıl farklılaştığını vurgulamıştır. B2 öğretmeni ise, BİLSEM'deki ilk yılında bu esnek ve öğrenci merkezli eğitim yaklaşımının öğrenciler üzerindeki olumlu etkilerini gözlemlemiştir.

BİLSEM'deki öğretim programlarının esnekliği, öğretmenlerin çeşitli öğretim metotlarını uygulayabilmelerine olanak tanımaktadır. B1 öğretmeni, Rus Köylü Metodu ve Napier'in Kemikleri gibi alternatif çarpma yöntemlerini kullanarak öğrencilerin ilgisini çektiğini ve onların bu yöntemleri öğrenirken büyük bir şaşkınlık ve merak duyduklarını belirtmiştir. B2 öğretmeni ise, matematikçilerin hayatlarını ve buluşlarını öğretim sürecine entegre ederek öğrencilerin matematik dersine olan ilgisini artırdığını ifade etmiştir. Öğretim programlarının esnekliği, öğretmenlerin dersleri daha ilgi çekici ve öğrencilerin katılımını artırıcı hale getirmelerini sağlamıştır.

Öğretmenler, BİLSEM'deki öğrencilerin yeni konulara karşı açık bir tutum sergilediklerini ve öğrenmeye karşı büyük bir ilgi gösterdiklerini belirtmişlerdir. B1 öğretmeni, öğrencilerin BİLSEM'de daha önce karşılaşmadıkları konulara ilgi duyduklarını ve bu konuları anlamaya çalıştıklarını gözlemlemiştir. B2 öğretmeni ise, öğrencilerin ilk başta bilinmeyen konulara karşı önyargılı olsalar da zamanla bu konuları öğrendikçe daha olumlu bir tutum geliştirdiklerini ifade etmiştir. Bu, öğretim programlarının esnekliği ve öğretmenlerin uyguladığı yenilikçi yöntemlerin öğrencilerin öğrenme süreçlerini nasıl desteklediğini göstermektedir.

Öğretmenlerin matematik öğretiminde alternatif çözüm yollarını teşvik etmeleri, öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmiştir. B1 öğretmeni, öğrencilerin alternatif çözüm yolları bulma konusunda yetenekli olduklarını ve bu durumun onların düşünme becerilerini geliştirdiğini belirtmiştir. B2 öğretmeni ise, matematikte farklı çözüm yollarının öğretilmesinin öğrencilerin düşünme yapısını zenginleştirdiğini ve onların farklı düşünme becerileri geliştirmelerine olanak tanıdığını açıklamıştır. Her iki öğretmen de matrislerin öğretilmesinin öğrencilerin çok bilinmeyenli denklem sistemlerini anlamalarında önemli bir yer tuttuğunu ifade etmiştir.

Öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeyleri ve bireysel öğrenme farklılıkları, öğretmenlerin ders planlamalarında önemli bir faktör olmuştur. B2 öğretmeni, BİLSEM'deki öğrencilerin genel olarak yüksek bir hazırbulunuşluk düzeyine sahip olduklarını ve matematik konularına ilgi gösterdiklerini belirtmiştir. Öğretmenler,

öğrencilerin bireysel farklılıklarını dikkate alarak esnek öğretim programları oluşturmuş ve her öğrencinin kendi hızında öğrenmesine olanak tanımıştır.

Öğretmenlerin matematik eğitimi konusundaki görüşleri, özellikle matrislerin öğretiminde yoğunlaşmıştır. B1 ve B2 öğretmenleri, matrislerin öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirdiğini ve çok bilinmeyenli denklem sistemlerini anlamalarına yardımcı olduğunu vurgulamışlardır. B1 öğretmeni, matrislerin alternatif çözüm yöntemleri sunarak öğrencilere geniş bir bakış açısı kazandırdığını ifade etmiştir. B2 öğretmeni ise, matrislerin öğretiminin öğrencilerin problem çözme becerilerini önemli ölçüde geliştirdiğini belirtmiştir. Bu, öğrencilerin sadece teorik bilgi değil, aynı zamanda pratik problem çözme becerileri kazanmalarını da sağlamaktadır.

Analiz sonuçları, BİLSEM'deki eğitim stratejilerinin, öğretim programlarının esnekliği ve öğretmenlerin uyguladığı yenilikçi yöntemler sayesinde öğrencilerin öğrenme süreçlerini olumlu yönde etkilediğini göstermektedir. Öğrencilerin yeni konulara olan ilgisi, alternatif çözüm yolları geliştirme becerileri ve matematikteki başarıları, öğretmenlerin eğitim deneyimlerinin ve esnek öğretim programlarının etkili olduğunu ortaya koymaktadır. BİLSEM'deki eğitim stratejilerinin, öğrencilerin bireysel öğrenme ihtiyaçlarını karşılamada ve akademik başarılarını artırmada önemli bir rol oynadığı sonucuna varılmaktadır. Bu bulgular, öğretmenlerin eğitim yaklaşımlarının ve BİLSEM'in esnek ve etkinlik temelli programlarının, öğrencilerin öğrenme süreçlerini nasıl desteklediğini ve onların akademik başarılarını artırmada nasıl kritik bir rol oynadığını açıkça ortaya koymaktadır.

4.2. Araştırmanın İkinci Alt Problemine İlişkin Bulgular

Araştırmanın ikinci alt problemine ilişkin analizler yapılmıştır.

Veri analizi yapılırken (Ek-2) verilen rubrik kullanılmıştır. Öğrencilerin, öğrenci bilgi testinde (Ek-5) yer alan ilk soru için değerlendirmeler yapılmıştır.

Aşağıdaki bilgileri matris ile gösteriniz.

Bir okuldaki 5. sınıf ve 6. sınıf öğrencilerine kitap okumak ve film seyretmek olarak sunulan iki seçenektan birini seçmeleri istenilmiştir. 5. sınıf öğrencilerinden 13 kişi kitap okumayı, 19 kişi film izlemeyi seçmiştir. 6. Sınıf öğrencilerinden ise 8 kişi kitap okumayı ve 11 kişi film seyretmeyi seçmiştir.

Tablo 4.1. Öğrenci değerlendirme testi birinci soruya ilişkin öğrenci cevapları

Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin verilen bir durumu matris ile ifade etme becerileri nasıldır? (Bir durumu matrisleri kullanarak ifade etme)	Ö1	$\begin{matrix} \text{5. Sınıf} \\ \text{6. Sınıf} \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \text{Film} \\ \text{Kitap} \end{matrix} \right\} = \begin{bmatrix} 19 & 13 \\ 11 & 8 \end{bmatrix}$
	Ö2	$\begin{matrix} \text{5.} \\ \text{6.} \end{matrix} \begin{matrix} \text{K} & \text{F} \\ 13 & 19 \\ 8 & 11 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 13 & 19 \\ 8 & 11 \end{bmatrix}$
	Ö3	$\begin{matrix} \text{5. s.} \\ \text{6. s.} \end{matrix} \begin{bmatrix} \text{Kitap} & \text{Film} \\ 13 & 19 \\ 8 & 11 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$
	Ö4	$A = \begin{bmatrix} 13 & 8 \\ 19 & 11 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$
	Ö5	$\begin{matrix} \text{5. s.} \\ \text{6. s.} \end{matrix} \begin{bmatrix} \text{Kitap} & \text{Film} \\ 13 & 19 \\ 8 & 11 \end{bmatrix}$
	Ö6	$\begin{matrix} \text{5.} \\ \text{6.} \end{matrix} \begin{matrix} \text{Kitap} & \text{Film} \\ 13 & 19 \\ 8 & 11 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 13 & 19 \\ 8 & 11 \end{bmatrix}$
	Ö7	$\begin{matrix} \text{5} \\ \text{6} \end{matrix} \begin{bmatrix} \text{Kitap} & \text{Film} \\ 13 & 19 \\ 8 & 11 \end{bmatrix}$

Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7 verilen bir ifadeyi matrisleri kullanarak ifade etme kapsamında verilenlerin tamamını doğru şekilde ifade etmiştir. Rubrikte 2 puana tekabül eden değerlendirme puanı almışlardır.

Ö1, Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö7 Öğrenci değerlendirme testinin ilk sorusu olan verilen

bir durumu matrislerle ifade etmek için verilenleri, rakam ve harfleri kullanarak belirtmişlerdir. Oluşturulan matrislerde farklılıkların oluşması matrislerin kullanımında çeşitliliğin olabilme durumunu göstermiştir. Öğrencilerin tamamı verilen durumu ifade etmede elemanları satır ve sütunlara doğru olarak yerleştirmişler. Ö4 oluşturduğu matrisi isimlendirmiştir. Ö3 ve Ö4 oluşturdukları matrislerin boyutlarını da doğru ifade etmişlerdir.

Bütün öğrencilerin matris parantezi kullanması matris özelliklerini kullanabilme becerilerini ifade etmektedir.

Öğrencilerin verdikleri cevaplardan, verilen bir durumu matrisleri kullanarak ifade etme becerileri geliştirdikleri görülmektedir. Ek olarak Ö4'ün matrisi isimlendirmesi ve Ö3 ve Ö4'ün matrislerin boyutunu belirtilmesi matris özelliklerini bildiklerini yansıtmaktadır.

Tablo 4.2. Öğrenci değerlendirme testi birinci soruya ilişkin öğrenci cevaplarının gösterimi

	Doğru (2 puan) (Verilenlerin tamamının doğru şekilde ifade edilmesi)	Kısmen Doğru (1 puan) (Verilenleri ifade ederken hem doğru hem yanlış yerlerin olması)	Yanlış (0 puan) (Verilenleri ifade ederken tamamının yanlış olması)	Boş (0 puan) (Boş bırakılması)
Bir durumu matrisleri kullanarak ifade etme	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7			

Bilim ve Sanat Merkezi'nde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin verilen bir durumu matris kullanarak ifade etme becerilerini incelemiştir. Matrisler, verilerin görselleştirilmesi ve tablollaştırılması süreçlerinde önemli bir rol oynar. Bu süreçler, karmaşık bilgilerin sistematik ve anlaşılır bir şekilde organize edilmesini sağlar. Araştırmada kullanılan rubrik, öğrencilerin matris elemanlarını doğru yerleştirme, matris özelliklerini tanımlama, isimlendirme ve boyutları belirtme becerileri değerlendirmiştir.

Öğrenciler, verilen durumları matrisler kullanarak ifade ederken hata yapmamışlardır. Matrislerin görselleştirilmesi, öğrencilerin kavramsal bilgilerini somut

hale getirmelerine yardımcı olurken, tablolaştırma ise bilgilerin düzenli bir şekilde sunulmasını sağlamıştır.

4.3. Araştırmanın Üçüncü Alt Problemine İlişkin Bulgular

Veri analizi yapılırken (Ek-2) verilen rubrik kullanılmıştır. Öğrencilerin, bilgi testinde (Ek-5) yer alan ikinci soru için değerlendirmeler yapılmıştır.

Aşağıda verilen matrislerde işlemleri yapınız.

$$a) \begin{bmatrix} 10 & 54 & 69 \\ 101 & 22 & 5 \\ 9 & 74 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 63 & 2 & 5 \\ 90 & 3 & 9 \\ 365 & 742 & 36 \end{bmatrix}$$

Tablo 4.3. Öğrenci değerlendirme testi ikinci sorunun a seçeneğine ilişkin öğrenci cevapları

Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin matrislerde işlem yapma becerileri nasıldır? (Matrislerde toplama işlemi)	Ö1	a) $\begin{bmatrix} 10 & 54 & 69 \\ 101 & 22 & 5 \\ 9 & 74 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 63 & 2 & 5 \\ 90 & 3 & 9 \\ 365 & 742 & 36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 73 & 56 & 74 \\ 191 & 25 & 14 \\ 374 & 816 & 41 \end{bmatrix}$
	Ö2	a) $\begin{bmatrix} 10 & 54 & 69 \\ 101 & 22 & 5 \\ 9 & 74 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 63 & 2 & 5 \\ 90 & 3 & 9 \\ 365 & 742 & 36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10+63 & 54+2 & 69+5 \\ 101+90 & 22+3 & 5+9 \\ 9+365 & 74+742 & 5+36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 73 & 56 & 74 \\ 191 & 25 & 14 \\ 374 & 816 & 41 \end{bmatrix}$
	Ö3	a) $\begin{bmatrix} 10 & 54 & 69 \\ 101 & 22 & 5 \\ 9 & 74 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 63 & 2 & 5 \\ 90 & 3 & 9 \\ 365 & 742 & 36 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 73 & 56 & 74 \\ 191 & 25 & 14 \\ 374 & 816 & 41 \end{bmatrix} 3 \times 3$
	Ö4	a) $\begin{bmatrix} 10 & 54 & 69 \\ 101 & 22 & 5 \\ 9 & 74 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 63 & 2 & 5 \\ 90 & 3 & 9 \\ 365 & 742 & 36 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 73 & 56 & 74 \\ 191 & 25 & 14 \\ 374 & 816 & 41 \end{bmatrix} 3 \times 3$
	Ö5	a) $\begin{bmatrix} 10 & 54 & 69 \\ 101 & 22 & 5 \\ 9 & 74 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 63 & 2 & 5 \\ 90 & 3 & 9 \\ 365 & 742 & 36 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 10+63 & 54+2 & 69+5 \\ 101+90 & 22+3 & 5+9 \\ 9+365 & 74+742 & 5+36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 73 & 56 & 74 \\ 191 & 25 & 14 \\ 374 & 816 & 41 \end{bmatrix}$
	Ö6	a) $\begin{bmatrix} 10 & 54 & 69 \\ 101 & 22 & 5 \\ 9 & 74 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 63 & 2 & 5 \\ 90 & 3 & 9 \\ 365 & 742 & 36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 73 & 56 & 74 \\ 191 & 25 & 14 \\ 374 & 816 & 41 \end{bmatrix}$
	Ö7	a) $\begin{bmatrix} 10 & 54 & 69 \\ 101 & 22 & 5 \\ 9 & 74 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 63 & 2 & 5 \\ 90 & 3 & 9 \\ 365 & 742 & 36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 73 & 56 & 74 \\ 191 & 25 & 14 \\ 374 & 816 & 41 \end{bmatrix}$

Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6 ve Ö7'nin tamamı matrislerde toplama işlemi yapma becerisinin incelendiği seçenekte doğru yanıtlar vererek rubrikte 2 puana tekabül eden değerlendirme puanı almışlardır. Bazı öğrencilerin zihinden işlemler yaptığı bazı öğrencilerin ise işlemleri yazarak yaptıkları görülmüştür.

Bu soruda, öğrencilerin matrislerde toplama işlemi yapma becerileri değerlendirilmiştir.

- Öğrencilerin tamamı, matrislerde toplama işlemini doğru bir şekilde yapabilmıştır.
- İşlemleri yazarak yapan öğrenciler de doğru sonuçlara ulaşmışlardır, bu da onların işlemsel doğruluklarını pekiştirdiği düşünülmektedir.

Bu bulgular, matrislerde toplama işlemi yapma becerisinde olumlu sonuçlar göstermektedir. Rubrik (EK-2) kullanılıp Tablo 4.2.5.'de matrislerde toplama işlemi kısmında gösterilmiştir.

Aşağıda verilen matrislerde işlemleri yapınız.

$$b) \begin{bmatrix} 32 & 42 \\ -5 & -50 \\ 536 & 654 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 63 & 20 \\ -98 & 30 \\ 34 & 13 \end{bmatrix}$$

Tablo 4.4. Öğrenci değerlendirme testi ikinci sorunun b seçeneğine ilişkin öğrenci cevapları

Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin matrislerde işlem yapma becerileri nasıldır? (Matrislerde çıkarma işlemi)	Ö1	b) $\begin{bmatrix} 32 & 42 \\ -5 & -50 \\ 536 & 654 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 63 & 20 \\ -98 & 30 \\ 34 & 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -31 & 22 \\ 103 & 80 \\ 502 & 641 \end{bmatrix}$
	Ö2	b) $\begin{bmatrix} 32 & 42 \\ -5 & -50 \\ 536 & 654 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 63 & 20 \\ -98 & 30 \\ 34 & 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32-63 & 42-20 \\ -5-98 & -50-30 \\ 536-34 & 654-13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -31 & 22 \\ -103 & -80 \\ 502 & 641 \end{bmatrix}$
	Ö3	b) $\begin{bmatrix} 32 & 42 \\ -5 & -50 \\ 536 & 654 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 63 & 20 \\ -98 & 30 \\ 34 & 13 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -31 & 22 \\ 93 & -80 \\ 502 & 641 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$ $(-5) + (+98) = +93$ $(+50) - (30) = +20$ $\begin{array}{r} 536 \\ -34 \\ \hline 502 \end{array}$ $\begin{array}{r} 654 \\ -13 \\ \hline 641 \end{array}$
	Ö4	b) $\begin{bmatrix} 32 & 42 \\ -5 & -50 \\ 536 & 654 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 63 & 20 \\ -98 & 30 \\ 34 & 13 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 95 & 62 \\ 93 & -90 \\ 502 & 641 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$
	Ö5	b) $\begin{bmatrix} 32 & 42 \\ -5 & -50 \\ 536 & 654 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 63 & 20 \\ -98 & 30 \\ 34 & 13 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 32-63 & 42-20 \\ -5-98 & -50-30 \\ 536-34 & 654-13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -31 & 22 \\ -93 & -80 \\ 502 & 641 \end{bmatrix}$
	Ö6	b) $\begin{bmatrix} 32 & 42 \\ -5 & -50 \\ 536 & 654 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 63 & 20 \\ -98 & 30 \\ 34 & 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -31 & 22 \\ -93 & -80 \\ 502 & 641 \end{bmatrix}$
	Ö7	b) $\begin{bmatrix} 32 & 42 \\ -5 & -50 \\ 536 & 654 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 63 & 20 \\ +98 & 30 \\ 34 & 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -31 & 22 \\ 93 & -80 \\ 502 & 641 \end{bmatrix}$ $\begin{array}{r} 32+63 \\ 42+20 \\ -5+98 \\ -50+30 \\ 536+34 \\ 654+13 \end{array}$

Ö1 matrisin ikinci satırının ilk sütunuyla kesişimine denk gelen elemanın 103 değil 93 olması gerektiği ve ikinci sütunuyla ikinci satırın kesişimi olan elemanın 80 değil -80 olması gerektiği için rubrikte işlemde hem doğru hem yanlış yerlerin olması

durumunu içermesiyle kısmen doğru olarak kabul edilmiş ve 1 puan almıştır.

Ö2 matrisin ikinci satırının ilk sütunuyla kesişimine denk gelen elemanın -103 değil 93 olması gerektiği ve ikinci sütunuyla ikinci satırın kesişimi olan elemanın -20 değil -80 olması gerektiği için rubrikte işlemde hem doğru hem yanlış yerlerin olması durumunu içermesiyle kısmen doğru olarak kabul edilmiş ve 1 puan almıştır.

Ö4 matrisin ilk satırının ilk sütunuyla kesişimine denk gelen elemanın 93 değil -31 ilk satırı ile ikinci sütunun kesişimi olan elemanın 62 değil 22 olması gerektiği için rubrikte işlemde hem doğru hem yanlış yerlerin olması durumunu içermesiyle kısmen doğru olarak kabul edilmiş ve 1 puan almıştır.

Ö6 matrisin ilk satırının ikinci sütunuyla kesişimine denk gelen elemanın -93 değil 93 olması gerektiği için rubrikte işlemde hem doğru hem yanlış yerlerin olması durumunu içermesiyle kısmen doğru olarak kabul edilmiş ve 1 puan almıştır.

Ö3, Ö5. Ö7 işlemin tamamını doğru yaptığı için 2 puan almıştır.

Ö3, Ö5 ve Ö7'nin işlemleri yazarak yapması, onların işlemsel doğruluk detayları göz önünde bulundurduklarını göstermektedir. Yazılı işlemler, öğrencilerin adım adım düşünme ve her adımı doğru bir şekilde gerçekleştirme becerilerini yansıtmaktadır.

Ö1, Ö2, Ö4 ve Ö6'nın çıkarma işlemi yaparken yaptığı hatalar, bu becerilerin geliştirilmesi gerektiğini göstermektedir.

Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin matrislerde çıkarma işlemi yapma becerilerinin genel olarak iyi olduğunu, ancak bazı hatalar yaptıklarını ortaya koymaktadır. Yanlış veya boş bırakılan cevaplar bulunmamaktadır. Bu durum, öğrencilerin genel olarak matris işlemlerine aşina olduklarını, ancak bazı detaylarda hata yapabildiklerini göstermektedir.

Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin matrislerde çıkarma işlemi yapma becerileri incelenmiştir. Öğrencilerin öğrenci değerlendirme testinde yer alan ikinci soruya verdikleri cevaplar analiz edilmiştir. Bu soruda, öğrencilerin matrislerde çıkarma işlemi yapma becerileri değerlendirilmiştir. Rubrik (EK-2) kullanılıp Tablo 4.2.5'de matrislerde çıkarma işlemi kısmında gösterilmiştir.

Aşağıda verilen matrislerde işlemleri yapınız.

$$c) 8 \begin{bmatrix} 206 & 102 & 65 \\ -26 & 2 & 428 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

Tablo 4.5. Öğrenci değerlendirme testi ikinci sorunun c seçeneğine ilişkin öğrenci cevapları

Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin matrislerde işlem yapma becerileri nasıldır? (Matrislerde skalerle çarpma işlemi)	Ö1	$c) 8 \begin{bmatrix} 206 & 102 & 65 \\ -26 & 2 & 428 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1648 & 816 & 520 \\ -208 & 16 & 3424 \\ 0 & 0 & 64 \end{bmatrix}$
	Ö2	$c) 8 \begin{bmatrix} 206 & 102 & 65 \\ -26 & 2 & 428 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \cdot 206 & 8 \cdot 102 & 8 \cdot 65 \\ 8 \cdot (-26) & 8 \cdot 2 & 8 \cdot 428 \\ 8 \cdot 0 & 8 \cdot 0 & 8 \cdot 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1648 & 816 & 520 \\ -208 & 16 & 3424 \\ 0 & 0 & 64 \end{bmatrix}$ $\begin{array}{r} 102 \\ \times 8 \\ \hline 816 \end{array}$ $\begin{array}{r} 206 \\ \times 8 \\ \hline 1648 \end{array}$ $\begin{array}{r} 65 \\ \times 8 \\ \hline 520 \end{array}$ $\begin{array}{r} 428 \\ \times 8 \\ \hline 3424 \end{array}$
	Ö3	$c) 8 \begin{bmatrix} 206 & 102 & 65 \\ -26 & 2 & 428 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1648 & 816 & 520 \\ -208 & 16 & 3424 \\ 0 & 0 & 64 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$
	Ö4	$c) 8 \begin{bmatrix} 206 & 102 & 65 \\ -26 & 2 & 428 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$ $8 \cdot 206 = 1648$ $8 \cdot 102 = 816$ $8 \cdot 65 = 520$ $8 \cdot (-26) = -208$ $8 \cdot 2 = 16$ $8 \cdot 428 = 3424$ $8 \cdot 0 = 0$ $8 \cdot 0 = 0$ $8 \cdot 8 = 64$ $D = \begin{bmatrix} 1648 & 816 & 520 \\ -208 & 16 & 3424 \\ 0 & 0 & 64 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$
	Ö5	$c) 8 \begin{bmatrix} 206 & 102 & 65 \\ -26 & 2 & 428 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 8 \cdot 206 & 8 \cdot 102 & 8 \cdot 65 \\ 8 \cdot (-26) & 8 \cdot 2 & 8 \cdot 428 \\ 8 \cdot 0 & 8 \cdot 0 & 8 \cdot 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1648 & 816 & 520 \\ -208 & 16 & 3424 \\ 0 & 0 & 64 \end{bmatrix}$
	Ö6	$c) 8 \begin{bmatrix} 206 & 102 & 65 \\ -26 & 2 & 428 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1648 & 816 & 520 \\ -208 & 16 & 3424 \\ 0 & 0 & 64 \end{bmatrix}$ $\begin{array}{r} 206 \\ \times 8 \\ \hline 1648 \end{array}$ $\begin{array}{r} 65 \\ \times 8 \\ \hline 520 \end{array}$ $\begin{array}{r} 26 \\ \times 8 \\ \hline 208 \end{array}$ $\begin{array}{r} 428 \\ \times 8 \\ \hline 3424 \end{array}$
	Ö7	$c) 8 \begin{bmatrix} 206 & 102 & 65 \\ -26 & 2 & 428 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 206 \cdot 8 & 102 \cdot 8 & 65 \cdot 8 \\ -26 \cdot 8 & 2 \cdot 8 & 428 \cdot 8 \\ 8 \cdot 0 & 8 \cdot 0 & 8 \cdot 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1648 & 816 & 520 \\ -208 & 16 & 3424 \\ 0 & 0 & 64 \end{bmatrix}$ $\begin{array}{r} 206 \\ \times 8 \\ \hline 1648 \end{array}$ $\begin{array}{r} 102 \\ \times 8 \\ \hline 816 \end{array}$ $\begin{array}{r} 65 \\ \times 8 \\ \hline 520 \end{array}$ $\begin{array}{r} 26 \\ \times 8 \\ \hline 208 \end{array}$ $\begin{array}{r} 428 \\ \times 8 \\ \hline 3424 \end{array}$ $\begin{array}{r} 8 \\ \times 8 \\ \hline 64 \end{array}$

Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6 ve Ö7'nin tamamı matrislerde skalerle çarpma işlemi yapma becerisinin incelendiği seçenekte doğru yanıtlar vererek rubrikte 2 puana tekabül eden değerlendirme puanı almışlardır. Bazı öğrencilerin zihinden işlemler yaptığı bazı öğrencilerin ise işlemleri yazarak yaptıkları görülmüştür.

Tüm öğrenciler, matrislerde skalerle çarpma işlemini doğru bir şekilde yapmış ve tüm elemanları doğru bir şekilde ifade etmişlerdir. Bu, öğrencilerin matrislerde skalerle çarpma işlemi yapma becerilerinin gelişmiş olduğunu göstermektedir.

Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6 ve Ö7'nin işlemleri yazarak yapması, onların işlemsel süreçleri göz önünde bulundurdıklarını göstermektedir.

Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin matrislerde skalerle çarpma işlemi yapma becerilerinin yüksek olduğunu ortaya koymaktadır. Rubrik (EK-2) kullanılıp Tablo 4.2.5.'de matrislerde skalerle çarpma işlemi kısmında gösterilmiştir.

Aşağıda verilen matrislerde işlemleri yapınız.

$$d) \begin{bmatrix} 12 & 30 & 4 \\ 5 & 0 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 & 125 \\ 0 & 36 \\ 6 & 18 \end{bmatrix}$$

Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö6 ve Ö7'nin tamamı matrislerde çarpma işlemi yapma becerisinin incelendiği seçenekte doğru yanıtlar vererek rubrikte 2 puana tekabül eden değerlendirme puanı almışlardır. Bazı öğrencilerin zihinden işlemler yaptığı bazı öğrencilerin ise işlemleri yazarak yaptıkları görülmüştür.

Ö5 ise matrislerde çarpma işlemi kuralını yanlış uygulamıştır. Bulduğu sonucun tamamı yanlıştır. Verilen birinci matris ile ikinci sütunun elemanlarını doğru eşleştirerek çarpmıştır fakat sonuç matrisinde bunları toplayarak elemanın denk geleceği konuma yazmamıştır.

Bazı öğrencilerin zihinden işlemler yaptığı, bazılarının ise işlemleri yazarak yaptığı gözlemlenmiştir.

Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin matrislerde çarpma işlemi yapma becerilerinin genel olarak iyi olduğunu, ancak bazı öğrencilerin (Ö5) belirli hatalar yaptığını ortaya koymaktadır.

Tablo 4.6. Öğrenci değerlendirme testi ikinci sorunun d seçeneğine ilişkin öğrenci cevapları

	Ö1	$d) \begin{bmatrix} 12 & 30 & 4 \\ 5 & 0 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 & 125 \\ 0 & 36 \\ 6 & 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3624 & 2652 \\ 1592 & 841 \end{bmatrix}$
	Ö2	$d) \begin{bmatrix} 12 & 30 & 4 \\ 5 & 0 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 & 125 \\ 0 & 36 \\ 6 & 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \cdot 300 + 30 \cdot 0 + 4 \cdot 6 & 12 \cdot 125 + 30 \cdot 36 + 4 \cdot 18 \\ 5 \cdot 300 + 0 \cdot 0 + 12 \cdot 6 & 5 \cdot 125 + 0 \cdot 36 + 12 \cdot 18 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 3600 + 0 + 24 & 1500 + 1080 + 72 \\ 1500 + 0 + 72 & 625 + 0 + 216 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3624 & 2652 \\ 1592 & 841 \end{bmatrix}$
Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin	Ö3	$d) \begin{bmatrix} 12 & 30 & 4 \\ 5 & 0 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 & 125 \\ 0 & 36 \\ 6 & 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \cdot 300 + 30 \cdot 0 + 4 \cdot 6 & 12 \cdot 125 + 30 \cdot 36 + 4 \cdot 18 \\ 5 \cdot 300 + 0 \cdot 0 + 12 \cdot 6 & 5 \cdot 125 + 0 \cdot 36 + 12 \cdot 18 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 3624 & 2652 \\ 1592 & 841 \end{bmatrix}$
matrislerde işlem yapma becerileri nasıldır?	Ö4	$d) \begin{bmatrix} 12 & 30 & 4 \\ 5 & 0 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 & 125 \\ 0 & 36 \\ 6 & 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3624 & 2652 \\ 1592 & 841 \end{bmatrix}$
(Matrislerde çarpma işlemi)	Ö5	$d) \begin{bmatrix} 12 & 30 & 4 \\ 5 & 0 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 & 125 \\ 0 & 36 \\ 6 & 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \cdot 300 & 5 \cdot 125 \\ 30 \cdot 0 & 0 \cdot 36 \\ 4 \cdot 6 & 12 \cdot 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3600 & 625 \\ 0 & 0 \\ 24 & 216 \end{bmatrix}$
	Ö6	$d) \begin{bmatrix} 12 & 30 & 4 \\ 5 & 0 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 & 125 \\ 0 & 36 \\ 6 & 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3624 & 2652 \\ 1592 & 841 \end{bmatrix}$
	Ö7	$d) \begin{bmatrix} 12 & 30 & 4 \\ 5 & 0 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 & 125 \\ 0 & 36 \\ 6 & 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3624 & 2652 \\ 1592 & 841 \end{bmatrix}$

Rubrik (EK-2) kullanılıp Tablo 4.2.5’de matrislerde çarpma işlemi kısmında gösterilmiştir.

Tablo 4.7. Öğrenci değerlendirme testi ikinci soruya ilişkin öğrenci cevaplarının gösterimi

	Doğru (2 puan) (İşlemin tamamının doğru olması)	Kısmen Doğru (1 puan) (İşleminde hem doğru hem yanlış yerlerin olması)	Yanlış (0 puan) (İşlemin tamamının yanlış olması)	Boş (0 puan) (Boş bırakılması)
Matrislerde toplama işlemi	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7			
Matrislerde çıkarma işlemi	Ö3, Ö5, Ö7	Ö1, Ö2, Ö4, Ö6		
Matrislerde skalerle çarpma işlemi	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7			
Matrislerde çarpma işlemi	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö6, Ö7		Ö5	

Ö3 ve Ö7’nin bütün işlemler için yüksek başarı göstermişlerdir.

Matrislerde çıkarma işlemi yaparken hata yapma oranı yüksektir.

Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin matrislerde işlem yapma becerileri incelenmiştir.

Tüm öğrenciler matrislerde toplama işlemini doğru bir şekilde gerçekleştirmişlerdir

Öğrencilerin çoğunluğu matrislerde çıkarma işlemi yaparken bazı hatalar yapmışlardır. Ö3, Ö5 ve Ö7 öğrencileri doğru sonuçlar elde ederken, Ö1, Ö2, Ö4 ve Ö6 öğrencileri kısmen doğru sonuçlar elde etmiştir. Bu durum, öğrencilerin matrislerde çıkarma işlemi yaparken bazı kavramsal veya işlemsel zorluklar yaşadığını göstermektedir. Özellikle negatif sayılarla yapılan işlemlerde zorluklar yaşanmıştır.

Tüm öğrenciler matrislerde skalerle çarpma işlemini doğru bir şekilde gerçekleştirmişlerdir. Skaler çarpma işlemi, öğrenciler tarafından doğru bir şekilde

uygulanabilmiştir.

Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö6 ve Ö7 öğrencileri matrislerde çarpma işlemini doğru bir şekilde yaparken, Ö5 öğrencisi yanlış sonuçlar elde etmiştir. Ö5'in hatası, matris çarpma işlemi kurallarını yanlış uygulamış olması ve elemanların doğru bir şekilde toplanmamasından kaynaklanmaktadır. Ayrıca, Ö5'in sonuç matrisinin boyutunu yanlış hesaplaması, kavramsal bir eksiklik olduğunu göstermektedir.

4.4. Araştırmanın Dördüncü Alt Problemine İlişkin Bulgular

Bu bölümde bilgi testinde (EK-5) yer alan 3. soru için belirtilen rubrik (EK-2) kullanılmıştır. Öğrencilerin problemin anlaşılmasını basamağı için verilen üç soruya, problemin çözümü için plan yapılması basamağı için üç soruya, planın uygulanması için iki soruya, çözümün değerlendirmesi için üç soruya cevap vermesi istenilmiştir. Öğrencilerin yanıtları yazılı olarak ifade edilmiş, çözüm ve görsel içerikli cevapları ise fotoğraf ile gösterilmiştir.

Aşağıda verilen problemleri matrisleri kullanarak çözünüz.

Bir pastanenin 3 ürünü vardır. Bunlar kurabiye, çörek ve kektir. Bu üç çeşit ürünün her bir tepsisi için farklı miktarlarda un, şeker ve yumurta kullanılmaktadır. Kurabiye için 5 su bardağı un, 3 su bardağı şeker, 4 adet yumurta kullanılmaktadır. Çörek için 11 su bardağı un, 2 su bardağı şeker, 9 adet yumurta kullanılmaktadır. Kek için 6 su bardağı un, 4 su bardağı şeker, 3 adet yumurta kullanılmaktadır. Bir su bardağı unun fiyatı 15 TL, bir su bardağı şeker 16 TL ve bir adet yumurta 7 TL olduğuna göre ürünlerin maliyetlerini matrisleri kullanarak bulunuz.

Tablo 4.8. Öğrenci değerlendirme testi üçüncü sorusunun “problemde neler verilmiştir?” sorusuna ilişkin öğrenci cevapları

Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin matrisler konusunda Polya’nın problem çözme basamaklarını kullanabilme becerileri nasıldır? (Problemde neler verilmiştir?)	Ö1	“Un, şeker ve yumurtanın fiyatı ile ne kadar kullanıldığı verilmiştir.”
	Ö2	“Kurabiye için 5 su bardağı un, 3 su bardağı şeker ve 4 adet yumurta kullanıldığı, çörek için 11 su bardağı un, 2 su bardağı şeker ve 9 adet yumurta kullanıldığı, kek için 6 su bardağı un, 4 su bardağı şeker, 3 adet yumurta kullanıldığı, bir su bardağının fiyatının 15 TL bir su bardağı şekerin 16 TL ve bir adet yumurta fiyatının 7 TL olduğu verilmiştir.”
	Ö3	“Ürün çeşitleri, ürün çeşitlerinden alınan malzemeler ve miktarları, malzemelerin fiyatları”
	Ö4	“3 ürün olduğu ve onların kurabiye, çörek ve kek olduğu. Kurabiyede un, şeker ve yumurtanın sırasıyla 5, 3, 4 kullanıldığı, çörekte 11, 2, 9 ve kekte 6, 4, 3 kullanıldığı ve maliyetleri verilmiştir. ”
	Ö5	“Pastanedeki ürünleri ve her ürün için ne kadar miktarda un, şeker ve yumurta kullanılacağı ve bir su bardağı veya 1 tanesinin fiyatının ne kadar olduğu verilmiştir. (Un, şeker ve yumurta)”
	Ö6	“Kurabiye, çörek ve kek verilmiştir. Bu ürünlerin kaç su bardağı un, su bardağı şeker ve kaç adet yumurta istenildiğini ve ürünlerin maliyetini istemiştir ”
	Ö7	“3 ürün verilmiştir. Bunlar kurabiye, çörek ve kektir. Bir tepsisi için farklı miktarlarda un, şeker ve yumurta kullanılmaktadır. ”

Öğrencilerin tamamının problemde neler verildiğini doğru yazdıkları görülmektedir. Fakat Ö1’in verdiği yanıtta malzemelerin fiyatlarına ilişkin eksiklik bulunmaktadır. Ö7 malzeme fiyatları ve oluşan maliyet hakkında bilgi vermemiştir. Ö1 ve Ö7 rubrikte 1 puana tekabül eden değerlendirme puanı almışlardır. Ö2, Ö3, Ö4, Ö5 ve Ö6 cümlelerinde düşüklükler olsa da verilenleri tam ve doğru olarak ifade etmişlerdir.

Rubrikte 2 puana tekabül eden değerlendirme puanı almışlardır.

Tablo 4. 9. Öğrenci değerlendirme testi üçüncü sorusunun “problemde neler istenilmiştir?” sorusuna ilişkin öğrenci cevapları

Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin matrisler konusunda Polya’nın problem çözme basamaklarını kullanabilme becerileri nasıldır? (Problemde neler istenilmiştir?)	Ö1	“Kurabiye, kek ve çöreklerin maliyeti istenilmiştir.”
	Ö2	“ Kurabiye, çörek ve kek tepsisinin fiyatı.”
	Ö3	“Kurabiye, çörek ve kek için kullanılan ürünlerin toplam maliyeti.”
	Ö4	“Bizden toplam maliyeti.”
	Ö5	“Problemde her ürün için kullanılacak olan un, şeker ve yumurta için ödenecek olan toplam maliyeti matrisleri kullanarak bulmamızı istemiştir.”
	Ö6	“Kurabiye, çörek ve kek verilmiştir. Bu ürünlerin kaç su bardağı un, su bardağı şeker ve kaç adet yumurta istenildiğini ve ürünlerin maliyetini istemiştir ”
	Ö7	“3 ürün verilmiştir. Bunlar kurabiye, çörek ve kektir. Bir tepsisi için farklı miktarlarda un, şeker ve yumurta kullanılmaktadır. ”

Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6 ve Ö7 “Problemde neler istenilmiştir?” sorusuna farklı cümleler ile istenileni tam ve doğru olarak ifade etmişlerdir. Rubrikte 2 puana tekabül eden değerlendirme puanı almışlardır.

Tablo 4.10. Öğrenci değerlendirme testi üçüncü sorusunun “Problemi şekil, tablo, grafik vb. kullanarak açıklayınız.” ifadesine ilişkin öğrenci cevapları

Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin matrisler konusunda Polya'nın problem çözme basamaklarını kullanabilme becerileri nasıldır? (Problemi şekil, tablo, grafik vb. kullanarak açıklayınız.)	Ö1																					
	Ö2	Problemi şekil, grafik, tablo vb. kullanarak açıklayınız. <table><tr><th></th><th>şeker</th><th>un</th><th>yumurta</th><th>toplam f.</th></tr><tr><td>kurabiye</td><td>3</td><td>5</td><td>4</td><td>...</td></tr><tr><td>şeker</td><td>2</td><td>11</td><td>9</td><td>...</td></tr><tr><td>kek</td><td>4</td><td>6</td><td>3</td><td>...</td></tr></table>		şeker	un	yumurta	toplam f.	kurabiye	3	5	4	...	şeker	2	11	9	...	kek	4	6	3	...
		şeker	un	yumurta	toplam f.																	
	kurabiye	3	5	4	...																	
	şeker	2	11	9	...																	
	kek	4	6	3	...																	
	Ö3	<table><tr><th></th><th>un (50L)</th><th>şeker (5L)</th><th>yumurta (10)</th></tr><tr><td>kek</td><td>6 su bardağı</td><td>4 su bardağı</td><td>3</td></tr><tr><td>kurabiye</td><td>5 su bardağı</td><td>3 su bardağı</td><td>4</td></tr><tr><td>şeker</td><td>11 su bardağı</td><td>2 su bardağı</td><td>3</td></tr><tr><td>Fiyat</td><td>15 TL</td><td>16 TL</td><td>7 TL</td></tr></table>		un (50L)	şeker (5L)	yumurta (10)	kek	6 su bardağı	4 su bardağı	3	kurabiye	5 su bardağı	3 su bardağı	4	şeker	11 su bardağı	2 su bardağı	3	Fiyat	15 TL	16 TL	7 TL
	un (50L)	şeker (5L)	yumurta (10)																			
kek	6 su bardağı	4 su bardağı	3																			
kurabiye	5 su bardağı	3 su bardağı	4																			
şeker	11 su bardağı	2 su bardağı	3																			
Fiyat	15 TL	16 TL	7 TL																			
Ö4	<table><tr><th></th><th>kurabiye</th><th>un</th><th>kek</th></tr><tr><td>un</td><td>5</td><td>11</td><td>6</td></tr><tr><td>şeker</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>yumurta</td><td>4</td><td>9</td><td>3</td></tr></table> Un = 15 TL Şeker = 16 TL Yumurta = 7 TL		kurabiye	un	kek	un	5	11	6	şeker	2	3	4	yumurta	4	9	3					
	kurabiye	un	kek																			
un	5	11	6																			
şeker	2	3	4																			
yumurta	4	9	3																			
Ö5	Kurabiye → $\Delta \Delta \Delta \Delta \Delta$, $\square \square \square$, $\bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc$ Şeker → $\Delta \Delta \Delta \Delta \Delta \Delta \Delta \Delta \Delta \Delta$, $\square \square$, $\bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc$ Kek → $\Delta \Delta \Delta \Delta \Delta \Delta$, $\square \square \square$, $\bigcirc \bigcirc \bigcirc$ Un = $\Delta = 15 + 1$ Şeker = $\square = 16 + 1$ Yumurta = $\bigcirc = 7 + 1$																					
Ö6	Kurabiye Un 3 tane Malıgex? Şeker Un 2 tane Malıgex? Kek Un 4 tane Malıgex? $\square < 50$ bardağı, un Fiyat: 25 TL $\bigcirc < 10$ yumurta Fiyat: 7 TL $\square < 5$ su bardağı şeker Fiyat: 16 TL																					
Ö7	<table><tr><th></th><th>un</th><th>şeker</th><th>yumurta</th></tr><tr><td>kurabiye</td><td>5 x 25 su bardağı TL</td><td>3 x 16 su bardağı TL</td><td>4 adet x 7 TL</td></tr><tr><td>şeker</td><td>11 x 15 su bardağı TL</td><td>2 x 16 su bardağı TL</td><td>9 adet x 7 TL</td></tr><tr><td>kek</td><td>6 x 15 su bardağı TL</td><td>4 x 16 su bardağı TL</td><td>3 adet x 7 TL</td></tr></table>		un	şeker	yumurta	kurabiye	5 x 25 su bardağı TL	3 x 16 su bardağı TL	4 adet x 7 TL	şeker	11 x 15 su bardağı TL	2 x 16 su bardağı TL	9 adet x 7 TL	kek	6 x 15 su bardağı TL	4 x 16 su bardağı TL	3 adet x 7 TL					
	un	şeker	yumurta																			
kurabiye	5 x 25 su bardağı TL	3 x 16 su bardağı TL	4 adet x 7 TL																			
şeker	11 x 15 su bardağı TL	2 x 16 su bardağı TL	9 adet x 7 TL																			
kek	6 x 15 su bardağı TL	4 x 16 su bardağı TL	3 adet x 7 TL																			

Ö1 verilenleri şekil temsilleri ve sütun grafiği kullanarak tam ve doğru bir şekilde ifade etmiştir. Verilen problemi matematiksel nicelikler ve şekil temsilleri kullanarak anlaşılır kılmıştır. Ö2, Ö7 temsilleri, tablo ve sayıları kullanarak problemi açıklamıştır. Ö3 ve Ö4 tablo kullanarak açıklamışlardır. Ö5, Ö6 şekil temsiller kullanarak açıklamışlardır. Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7 “Problemi şekil, tablo, grafik vb. kullanarak açıklayınız.” ifadesi kapsamında verilenlerin tamamını doğru şekilde ifade etmiştir. Rubrikte 2 puana tekabül eden değerlendirme puanı almışlardır.

Tablo 4.11. Öğrenci değerlendirme testi üçüncü sorusunun “Problemin başka problemler ile benzerlikleri nelerdir? “ sorusuna ilişkin öğrenci cevapları

Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin matrisler konusunda Polya’nın problem çözme basamaklarını kullanabilme becerileri nasıldır? (Problemin başka problemlerle benzerlikleri nelerdir?)	Ö1	“A fabrikasının ürettiği malzemeler Kar-zarar grafiği 1 koltuk üretiminde kaç hammadde kullanılıyor grafiği.”
	Ö2	“Toplama istemesi Çarpma ile yapılabilmesi Matris yönteminin kullanılabilmesi”
	Ö3	“Gruplandırma problemi ile benzerlik gösterir.”
	Ö4	“Maliyet hesaplama.”
	Ö5	“Burada fiyatlarını kullanarak her ürün için ne kadar maliyet tutacağını istediği için, çarpma ve toplama işlemlerinden yararlanılması diğer problemlerle benzerlik gösterir.”
	Ö6	“İçerisinde ürün barındırması, ürün fiyatı barındırması ve sonuçta maliyet istenmesi.”
	Ö7	“Çarpma işlemi, dağılma özelliği, toplama işlemi, sayısal verilerden yararlanma.”

Ö1 ders anlatımı yapılırken kullanılan örneklere değinmiş, veri işleme alt öğrenme alanı kapsamına giren grafik problemleri ile örnekler vermiştir. Ö2 farklı problemlerin çözümünde de kullanılabilecek işlemler olduğunu ve matrisler ile problem çözme yöntemiyle benzerlikleri olduğunu ifade etmiştir. Ö3 problem çözme tekniği ile benzerlik

oluşturduğunu söylemiştir. Ö4 problemin içerdiği konu benzerlik kurmuştur. Ö5 kullanılacak işlemlerin farklı problemlerin çözümünde de kullanılabileceğini söylemiştir. Ö6 konu kapsamında problemlerde benzerlikler olduğunu belirtmiştir. Ö7 problemin çözümünde kullanılabilecek matematiksel işlemleri, işlemlerin özellikleri ve sayısal niceliklerin varlığı benzerlikler olarak ifade edilmiştir. Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6 ve Ö7 “Problemin başka problemlerle benzerlikleri nelerdir?” sorusuna farklı cümleler ile istenileni tam ve doğru olarak ifade etmişlerdir. Rubrikte 2 puana tekabül eden değerlendirme puanı almışlardır.

Tablo 4.12. Öğrenci değerlendirme testi üçüncü sorusunun “Problemin çözümü için kullanabileceğiniz çözüm yolları nelerdir?” sorusuna ilişkin öğrenci cevapları

Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin matrisler konusunda Polya’nın problem çözme basamaklarını kullanabilme becerileri nasıldır? (Problemin çözümü için kullanabileceğiniz çözüm yolları nelerdir?)	Ö1	“Matrisler ile çarpma Toplama ile çarpma”
	Ö2	“1. Hepsinde kullanılan un, şeker, yumurta sayılarını fiyatlarıyla çarpıp cevabı bulabiliriz. 2. Kullanılan un, şeker, yumurta fiyatlarını toplayıp fiyatlarıyla çarpabiliriz. Ör: Çörek, kek, kurabiyede kullanılan şeker miktarını toplayıp fiyatla çarpabiliriz. Bu şekilde yumurta ve unu da bulur hepsini toplar cevabı buluruz.”
	Ö3	“Matrislerde skalerle çarpma, matrislerde çarpma, matrislerde toplama çıkarma işlemlerini kullanabiliriz.”
	Ö4	“Matrislerde skalerle çarpma, matrislerde çarpma, matrislerde toplama”
	Ö5	“1) matrisleri kullanarak, bu üç ürün kullanılacak olan un, şeker ve yumurta miktarını satır ve sütun düzeninde olacak şekilde her bir su bardağı un ve şeker ile bir adet yumurtanın fiyatlarını çarparak toplam geliri bulabiliriz. (Toplayarak) 2) Direkt hiç matris kullanmadan ürünler için kullanılacak un, şeker, yumurta miktarlarını fiyatlarını çarptıktan sonra toplayabiliriz.”
	Ö6	“Matrislerde çarpma işlemi yapılabilir. Normal şekilde toplama ve çarpma kullanılarak yapılabilir.”
	Ö7	“Çarpma işlemi, dağılım özelliği, skaler çarpma, matrislerde toplama işlemi”

Ö1, Ö3, Ö4, Ö6 ve Ö7 problemi çözerken kullanılabilecek matematiksel işlemleri

ifade etmişlerdir. Konu kapsamında matrislere de yer vererek açıklamalar yapmışlardır. Ö2 ve Ö5 ise problemi çözmek için uygulanacak işlemsel süreçleri detaylı olarak açıklamışlardır. Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6 ve Ö7 “Problemin çözümü için kullanabileceğiniz çözüm yolları nelerdir?” sorusuna farklı cümleler ile istenileni tam ve doğru olarak ifade etmişlerdir. Rubrikte 2 puana tekabül eden değerlendirme puanı almışlardır.

Tablo 4.13. Öğrenci değerlendirme testi üçüncü sorusunun “Problemin sonucu için tahminlerde bulununuz. Tahminlerinizi açıklayınız.” ifadesine ilişkin öğrenci cevapları

Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin matrisler konusunda Polya'nın problem çözme basamaklarını kullanabilme becerileri nasıldır? (Problemin sonucu için tahminlerde bulununuz. Tahminlerinizi açıklayınız.)	Ö1	Bence $320 + 1$ un 10471 şeker + 112+1 ve yumurta fiyatı 58671 tahmini cevapta bence 58671																			
	Ö2	Tahminim: 582 Çünkü herşeyin toplamı şeker, yumurta, kurumta şekerini, yumurtaları, kurumta şekerini ayrı ayrı toplayıp kendi fiyatlarıyla çarpıp toplayarak sonucu elde ettim																			
	Ö3	1822 tahmini buldum. Çünkü kafamdan verileri çarpıp en son topladığımda yaklaşık olarak bu tahmini buldum.																			
	Ö4	5'ın ve 6'nın toplamını 20'ye yuvarlayıp 15 ile çarpım = 300 3,2 ve 4'ün toplamını 10'a yuvarlayıp 15 ile çarpım = 150 4,9 ve 3'ün toplamını 15'e yuvarlayıp 10 ile çarpım = 150																			
	Ö5	$\begin{array}{r} 100 \\ 350 \\ + 230 \\ \hline 880 \end{array}$ Kısm için kullanmak için fiyatlarının yuvarlanması ve miktarları: $15 \rightarrow 20$, $16 \rightarrow 20$ şeker $7 \rightarrow 10$ yumurta Kek için $11 \cdot 20 + 2 \cdot 20 + 9 \cdot 10 = 350$ TL Kek için $6 \cdot 20 + 4 \cdot 20 + 3 \cdot 10 = 230 + 1$ Yani, $15 \rightarrow 20$, $16 \rightarrow 20$ şeker " 15 $\rightarrow 20$, 16 $\rightarrow 20$, 7 $\rightarrow 10$																			
	Ö6	Tan un, şeker ve yumurtaları tahmini olarak topladım. Un 20, şeker 15 ve yumurta 15 girdi. Sonra tüm bulduğum verileri kendi albantında çarpım. Un 300, şeker 250, yumurtayı da 100 buldum. Ve bulduğum sonuçları doğru oranlarla bölüp çıkardım.																			
	Ö7	5 su bardağı ile fiyatı 15 TL'ye yuvarlayıp 20 TL yaptım $20 \times 5 = 100$ mal bütçe diğerlerini de buş e kıldediz. Şu kadarın <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>Un</th> <th>Şeker</th> <th>Yumurta</th> <th>Toplam</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>100</td> <td>60</td> <td>60</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1120</td> <td>40</td> <td>90</td> <td>120</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>120</td> <td>80</td> <td>30</td> <td>110</td> </tr> </tbody> </table> 340 TL Modiyet		Un	Şeker	Yumurta	Toplam	1	100	60	60	100	2	1120	40	90	120	3	120	80	30
	Un	Şeker	Yumurta	Toplam																	
1	100	60	60	100																	
2	1120	40	90	120																	
3	120	80	30	110																	

Ö1 sonuçta gerekli olanları bulmak için öncelikle zihinden işlemler yapmıştır.

Parçalara ayırarak tahminlerde bulunmuştur. Tahminde bulunduğu sayıya nasıl ulaştığını göstermek için kullandığı işlemi yazılı olarak ifade etmiştir. Ö2, Ö4, Ö5, Ö6 ve Ö7 tahminde bulunmadan önce zihinden yapacağı işlemleri kolaylaştırmak için yuvarlama yapmışlardır. Ö3 Zihinden işlem yaptığını belirtmiştir. Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6 ve Ö7 “Problemin sonucu için tahminlerde bulununuz. Tahminlerinizi açıklayınız.” ifadesine farklı cümleler ile istenileni tam ve doğru olarak ifade etmişlerdir. Rubrikte 2 puana tekabül eden değerlendirme puanı almışlardır.

Ö1 problemin çözümünü yaparken ayrı ayrı toplama işlemi yapmak yerine matrislerde toplama işlemini kullanarak, problemde verilen birçok veriyi aynı işlem tablosu içerisinde göstererek sonuçlandırmıştır. Çarpma işlemi ile matrislerde toplama işlemini beraber kullanarak problemin çözümünü doğru olarak yapmıştır. Ö2 problemde verilenleri matris formatına getirip, tablolaştırarak göstermiştir. Ö3 ve Ö4 ile ortak çözüm olan matrislerde skalerle işlemler ve matrislerde toplama işlemi yaparak problemin çözümünü doğru olarak bulmuştur. Ö5, Ö6 ve Ö7 ise matrislerde çarpma işlemini kullanarak doğru sonuçlar elde etmişlerdir. Öğrencilerin tamamı rubrikte 2 puana tekabül eden değerlendirme puanı almışlardır.

Tablo 4.14. Öğrenci değerlendirme testi üçüncü sorusunun “Problemin çözümünü yapınız.” ifadesine ilişkin öğrenci cevapları

Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin matrisler konusunda Polya'nın problem çözme basamaklarını kullanabilme becerileri nasıldır? (Problemin çözümünü yapınız.)	Ö1	Problemin çözümünü yapınız. Kurabiye [75 48 28] Çörek [165 32 63] Kek [90 64 21] Toplam [330 144 112] Seher [15 16 7] Çörek [15 16 7] Kek [15 16 7] Toplam [330] + Toplam [144] + Toplam [112] = 586
	Ö2	Problemin çözümünü yapınız. Seher [15 16 7] Çörek [15 16 7] Kek [15 16 7] Toplam [330] + Toplam [144] + Toplam [112] = 586
	Ö3	Problemin çözümünü yapınız. Seher [15 16 7] Çörek [15 16 7] Kek [15 16 7] Toplam [330] + Toplam [144] + Toplam [112] = 586
	Ö4	Problemin çözümünü yapınız. Seher [15 16 7] Çörek [15 16 7] Kek [15 16 7] Toplam [330] + Toplam [144] + Toplam [112] = 586
	Ö5	Problemin çözümünü yapınız. Seher [15 16 7] Çörek [15 16 7] Kek [15 16 7] Toplam [330] + Toplam [144] + Toplam [112] = 586
	Ö6	Problemin çözümünü yapınız. Seher [15 16 7] Çörek [15 16 7] Kek [15 16 7] Toplam [330] + Toplam [144] + Toplam [112] = 586
	Ö7	Problemin çözümünü yapınız. Seher [15 16 7] Çörek [15 16 7] Kek [15 16 7] Toplam [330] + Toplam [144] + Toplam [112] = 586

Tablo 4.15. Öğrenci değerlendirme testi üçüncü sorusunun “Çözümünüzü açıklayınız.” ifadesine ilişkin öğrenci cevapları

Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin matrisler konusunda Polya'nın problem çözme basamaklarını kullanabilme becerileri nasıldır? (Çözümünüzü açıklayınız.)	Ö1	“İlk başta kurabiye, kek ve çöreğin giderlerini buldum. Sonrasında bunları topladım ve un, şeker ve yumurtanın toplam maliyetlerini buldum. Ardından un, yumurta ve şekerin toplam maliyetini toplayarak sonucu buldum.”
	Ö2	“İlk önce 3. Sayfada yer alan tabloya çizdim ki oradan yardım alayım. Sonra matrise çevirdim. Sonra da kek, kurabiye ve çörekte kullanılan yumurta, şeker, un miktarını ayrı ayrı matrislere yazarak matrislerde skalerle çarpma ile yumurta, şeker, un matrislerinin fiyatlarını oluşturduğum matrislerle çarptım. Daha sonra da matrisleri yani un, şeker, yumurta matrislerini topladım ve kek, çörek ve kurabiye'nin toplam fiyatını buldum.”
	Ö3	“Matrislerde skalerle çarpma ile unun fiyatını skaler olarak yazarak kurabiye, kek ve çöreklerde ne kadar un kullanıldığını başka bir matrisle ifade ederek matrislerde skalerle çarpma işlemi yaptım. Aynı işlemi şeker ve yumurtada kullandım. En son sonuçları toplayıp problemin sonucunu buldum.”
	Ö4	“İlk olarak ürünlerin hangi yiyecekte ne kadar kullanıldığını gösterip ismini “P” koydum. Ardından P matrisini ürünler olarak 3'e ayırdım ve skalerle çarptım ve matrislerde toplamayı kullanarak cevabı buldum.”
	Ö5	“Öncelikle kurabiye için ödenecek maliyeti bulmak için bu formülle: $Un\ miktarı \times tutar + şeker\ miktarı \times tutar + yumurta\ adedi \times tutar = kurabiye\ için\ ödenecek\ maliyeti\ buldum.$ Sonra çörek için ödenecek maliyeti bulmak için bu formülü yaparak: $Un\ miktarı \times tutar + şeker\ miktarı \times tutar + yumurta\ adedi \times tutar = çörek\ için\ ödenecek\ maliyeti\ buldum.$ Ve son kek için ödenecek maliyeti bulmak için bu formülle: $Un\ miktarı \times tutar + şeker\ miktarı \times tutar + yumurta\ adedi \times tutar = kek\ için\ ödenecek\ maliyeti\ buldum.$ ”
	Ö6	“Öncelikle hangi pastane ürünü için ne kadar malzeme gerektiği hakkında bir matris yazdım. Ardından hangi ürünün ne kadar maliyetli olduğu hakkında bir matris yazdım.”
	Ö7	“1. ürünün un, şeker ve yumurtanın ne kadar kullandıysa fiyatlarıyla çarptım. Çarptıktan sonra un, şeker ve yumurtanın fiyatlarını toplayıp 1. ürünün maliyetini buldum. 2. ve 3. ürünleri de bu şekilde bulduktan sonra 1,2,3 ürünlerin maliyetlerini topladım.”

Ö2, Ö3, Ö4, Ö5 yaptığı çözümü detaylı ve adım adım anlatmıştır. Cümle düşüklüğü olan ifadeler olmasıyla birlikte Ö1 ve Ö7 yaptığı çözümü sırasıyla genel hatlarıyla doğru ifade etmiştir. Öğrencilerin tamamı rubrikte 2 puana tekabül eden değerlendirme puanı almıştır.

Tablo 4.16. Öğrenci değerlendirme testi üçüncü sorusunun “Çözümünüzü kontrol ediniz.(Matematiksel işlemleri kullanarak sağlama yapıp açıklamaları yazınız.)” ifadesine ilişkin öğrenci cevapları

Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin matrisler konusunda Polya'nın problem çözme basamaklarını kullanabilme becerileri nasıldır? (Çözümünüzü kontrol ediniz.(Matematiksel işlemleri kullanarak sağlama yapıp açıklamaları yazınız.)	Ö1	Kurabiye, kek ve çöleğin malzemelerini mal- yetleri ile birleştirip matrise geçirdim. Ardından Bu toplamları toplayarak tüm malzemelerin malyetlerini bulmuş oldum. Ardından malzemelerin toplam maliyetini toplayarak sonucu bulmuş oldum.
	Ö2	Kontrol ettim yanlışım yok
	Ö3	$\begin{array}{r} 15 \\ \times 22 \\ \hline 30 \\ + 300 \\ \hline 330 \end{array}$ $16.9=144$ $16.7=112$ $330+144+112=586$ İşlemlerimi tekrar gözden geçirdim. Hatan yok
	Ö4	$12 \times 5 = 60$ $3 \times 2 = 6$ $4 \times 3 = 12$ $60 + 6 + 12 = 78$ $78 \times 15 = 1170$ $9 \times 16 = 144$ $16 \times 7 = 112$
	Ö5	$\begin{array}{l} 15 \cdot 5 = 75 \\ 16 \cdot 3 = 48 \\ 7 \cdot 4 = 28 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 15 \cdot 11 = 165 \\ 16 \cdot 2 = 32 \\ 7 \cdot 9 = 63 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 15 \cdot 6 = 90 \\ 16 \cdot 4 = 64 \\ 7 \cdot 3 = 21 \end{array}$ $\begin{array}{r} 75 \\ + 48 \\ + 28 \\ \hline 151 \end{array}$ $\begin{array}{r} 165 \\ + 32 \\ + 63 \\ \hline 260 \end{array}$ $\begin{array}{r} 90 \\ + 64 \\ + 21 \\ \hline 175 \end{array}$ $151 + 260 + 175 = 586$
	Ö6	$\begin{array}{r} 15 \\ \times 5 \\ \hline 75 \end{array}$ $\begin{array}{r} 16 \\ \times 3 \\ \hline 48 \end{array}$ $\begin{array}{r} 7 \\ \times 4 \\ \hline 28 \end{array}$ $\begin{array}{r} 15 \\ \times 11 \\ \hline 165 \end{array}$ $\begin{array}{r} 16 \\ \times 2 \\ \hline 32 \end{array}$ $\begin{array}{r} 7 \\ \times 9 \\ \hline 63 \end{array}$ $\begin{array}{r} 15 \\ \times 6 \\ \hline 90 \end{array}$ $\begin{array}{r} 16 \\ \times 4 \\ \hline 64 \end{array}$ $\begin{array}{r} 7 \\ \times 3 \\ \hline 21 \end{array}$ $\begin{array}{r} 75 \\ + 48 \\ + 28 \\ \hline 151 \end{array}$ $\begin{array}{r} 165 \\ + 32 \\ + 63 \\ \hline 260 \end{array}$ $\begin{array}{r} 90 \\ + 64 \\ + 21 \\ \hline 175 \end{array}$
	Ö7	Çözümümü kontrol ettim sağlama yapıp yaparak da kontrol ettim hatayap- madığımı düşünüyorum.

Ö1 açıklamalar yaparak işlem kontrol sürecinin basamaklarının kontrolünü sağlamıştır. Fakat sayısal veriler ile ilgili işlemsel bir kontrol veya sonuca dair değerlendirmeler bulunmamaktadır. Doğru cevaplar ile eksikler de vardır. Ö2'nin hatası yok fakat yeterli açıklama ve sağlamaya yer vermemiştir. Ö3 sözel olarak açıklanmış ve matematiksel işlemler yapılarak doğruluğu gösterilmiştir. Ö4 işlemler yaparak bulduğu sonuçların doğruluğunu göstermiştir. Ö5 işlemler yaparak bulduğu sonuçların doğruluğunu göstermiştir. İşlemler sonucunda elde ettiklerini kelimeleri kullanarak ifade etmiştir. Ö6 dört işlem yaparak çözümün doğruluğunu göstermeye çalışmıştır. İşlem hatası mevcuttur. Ö7 açıklamalar yaparak çözümü kontrol ettiğini belirtmiştir. Fakat sayısal veriler ile ilgili işlemsel bir kontrol veya sonuca dair değerlendirmeler bulunmamaktadır. Doğru cevaplar ile eksikler de vardır.

Ö1, Ö2, Ö6, Ö7 rubrikte 1 puana tekabül eden değerlendirme puanı almışlardır. Ö3, Ö4, Ö5 rubrikte 2 puana tekabül eden değerlendirme puanı almışlardır.

Tablo 4.17. Öğrenci değerlendirme testi üçüncü sorusunun “Hata yaptığınızı düşündüğünüz işlem basamağı varsa belirleyip açıklayınız.” ifadesine ilişkin öğrenci cevapları

Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin matrisler konusunda Polya'nın problem çözme basamaklarını kullanabilme becerileri nasıldır? (Hata yaptığınızı düşündüğünüz işlem basamağı varsa belirleyip açıklayınız.)	Ö1	“ Hatamı kontrol ettim ve bir yanlışım olduğunu düşünmüyorum.”
	Ö2	“ Hata yaptığımı düşündüğüm basamak yok.”
	Ö3	“Hata yaptığım yer yok.”
	Ö4	“Sonucu yanlış buldum ve düzelttim. Matrislerde toplama işlemi yaparken yerleri karıştırdığım için sonucu yanlış buldum.”
	Ö5	“Hayır yok.”
	Ö6	“15 ile 11'i çarpıp 180 bulmuşum. 165 olacaktı. Bu basamak çöremde kullanılan unun maliyeti. Çöremde kullanılan ürünlerin maliyetlerini 275 bulmuşum ama asıl cevap 260 olmalıydı.”
	Ö7	“ Hata yaptığım işlem basamağının olmadığını düşünüyorum.”

Ö1'in yanlışının olmadığını belirtmesi doğrudur. Ö2'nin hata yaptığı basamağının olmadığını düşünmesi doğrudur. Ö3 çözümde herhangi bir hata yapmamıştır ve bunu da belirtmiştir. Ö4 hatasını fark etmiş, yanlış yaptığını belirtmiştir. Ö5'in hata yaptığı basamak yoktur. Ö6 hatasını fark etmiş ve açıklamıştır. Ö7'nin yanlışının olmadığını belirtmesi doğrudur. Öğrencilerin tamamı rubrikte 2 puana tekabül eden değerlendirme puanı almışlardır.

Tablo 4.18. Öğrenci değerlendirme testi üçüncü sorusunun “Farklı bir çözüm yolu ile problemin çözümünü yapınız.” ifadesine ilişkin öğrenci cevapları

Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin matrisler konusunda Polya'nın problem çözme basamaklarını kullanabilme becerileri nasıldır? (Farklı bir çözüm yolu ile problemin çözümünü yapınız.)	Ö1	$\begin{array}{r} 11 \\ 6 \\ \hline 22 \end{array} = \text{Toplam kurabiyelerin un}$ $\begin{array}{r} 4 \\ 2 \\ \hline 9 \end{array} = \text{Toplam keklerin un}$ $\begin{array}{r} 0 \\ 4 \\ 3 \\ \hline 7 \end{array} = \text{Toplam yumurtaların un}$ $\begin{bmatrix} 22 & 9 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 \\ 16 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 330 & 144 & 112 \end{bmatrix} = \text{Toplam}$ $\begin{bmatrix} 330 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 144 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 112 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 586 \end{bmatrix}$ Cevap
	Ö2	top. seker miktarı: $2+4+3=9 \cdot 16=144$ top. un miktarı: $11+5+6=22 \cdot 15=330$ top. yum. miktarı: $9+3+4=16 \cdot 7=112$ Yumurta fiyatı, $\frac{112}{16}=7$ $330+144+112=586 \rightarrow$ Toplam un, seker
	Ö3	$\begin{array}{r} 15 \\ \times 22 \\ \hline 30 \\ 300 \\ \hline 330 \end{array}$ 15 $\times$ 22 = 330 $\begin{array}{r} 16 \\ \times 9 \\ \hline 144 \\ 1440 \\ \hline 1440 \end{array}$ 16 $\times$ 9 = 144 $\begin{array}{r} 16 \\ \times 7 \\ \hline 112 \\ 1120 \\ \hline 1120 \end{array}$ 16 $\times$ 7 = 112 330 + 144 + 112 = 586 $\rightarrow$ Cevap
	Ö4	$\begin{pmatrix} 5 & 11 & 6 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 9 & 3 \end{pmatrix} = P$ 3x3 $15 \begin{bmatrix} 5 & 11 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 75 & 165 & 90 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 330 \end{bmatrix}$ $16 \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 48 & 32 & 64 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 144 \end{bmatrix}$ $7 \begin{bmatrix} 4 & 9 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 28 & 63 & 21 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 112 \end{bmatrix}$
	Ö5	$\begin{array}{r} 15 \cdot 5 = 75 \\ 16 \cdot 3 = 48 \\ 7 \cdot 4 = 28 \\ \hline 15 \cdot 11 = 165 \\ 16 \cdot 2 = 32 \\ 7 \cdot 9 = 63 \\ \hline 15 \cdot 6 = 90 \\ 16 \cdot 4 = 64 \\ 7 \cdot 3 = 21 \\ \hline 330 \\ 144 \\ 112 \\ \hline 586 \end{array}$
	Ö6	un: 25 TL seker: 9 TL yumurta: 26 TL Kurabiye: $5 \cdot 15 = 75$ Görek: $11 \cdot 16 = 176$ Kek: $6 \cdot 15 = 90$ $75 + 176 + 90 = 361$ $361 - 25 - 9 - 26 = 301$ $301 - 301 = 0$
	Ö7	$\begin{array}{r} 5 \times 15 = 75 \text{ un TL} \\ 3 \times 16 = 48 \text{ seker TL} \\ 4 \times 9 = 36 \text{ yumurtalı TL} \\ 75 + 48 + 36 = 159 \text{ kurabiye TL} \\ 11 \times 15 = 165 \text{ un TL} \\ 3 \times 16 = 48 \text{ seker TL} \\ 9 \times 7 = 63 \text{ yumurtalı TL} \\ 165 + 48 + 63 = 276 \text{ görek TL} \\ 159 + 276 = 435 \text{ TL} \\ 435 - 435 = 0 \end{array}$

Ö1 matrislerde çarpma işlemini kullanarak problemin çözümünü doğru bir şekilde yapmıştır. Ö2 dört işlemi kullanarak doğru çözüme ulaşmıştır. Ö3, Ö4, Ö5, Ö7 standart dört işlemi kullanarak problemi doğru çözmüştür. Ö6 çarpma işlemi kullanarak çözümü yapmıştır. En sonda da sonuçları matris ile göstermiştir. Öğrencilerin tamamı rubrikte 2 puana tekabül eden değerlendirme puanı almıştır.

Tablo 4.19. Öğrenci değerlendirme testi ikinci soruya ilişkin öğrenci cevaplarının gösterimi

		Doğru (2 puan) (Verilen cevapların doğru ve tam olması)	Kısmen Doğru (1 puan) (Verilen cevaplarda doğrularla beraber yanlış veya eksiklerin de olması)	Yanlış (0 puan) (Verilen cevapların tamamının yanlış olması)	Boş (0 puan) (Sorunun boş bırakılması)
Problemin Anlaşılması	Problemde neler verilmiştir?	Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6	Ö1, Ö7		
	Problemde neler istenilmiştir?	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7			
	Problemi şekil, tablo, grafik vb. kullanarak açıklayınız.	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7			
Problemin Çözümü İçin Plan Yapılması	Problemin başka problemlerle benzerlikleri nelerdir?	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7			
	Problemi çözmek için kullanabileceğiniz çözüm yolları nelerdir?	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7			
	Problemin sonucu için tahminlerde bulununuz. Tahminlerinizi açıklayınız.	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7			
Planın Uygulanması	Problemin çözümünü yapınız.	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7			
	Çözümünüzü açıklayınız.	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7			
Çözümün Değerlendirilmesi	Çözümü kontrol ediniz.(Matematiksel işlemleri kullanarak sağlama yapıp açıklamalarınızı yazınız.)	Ö3, Ö4, Ö5	Ö1,Ö2,Ö6,Ö7		
	Hata yaptığınızı düşündüğünüz işlem basamağı varsa belirleyip açıklayınız.	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7			
	Farklı bir çözüm yolu ile problemin çözümünü yapınız.	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7			

Bu çalışmada, Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin Polya'nın problem çözme basamaklarını kullanarak matrisler konusundaki becerileri incelenmiştir. Polya'nın problem çözme basamaklarından "problemin anlaşılması," "çözüm için plan yapılması," "planın uygulanması" ve "çözümün değerlendirilmesi" aşamaları, içerik analizi yöntemleriyle detaylı olarak değerlendirilmiştir. Ö3, Ö4, Ö5 problem çözme basamaklarının tamamında doğru yanıtlar vererek başarı göstermişlerdir. Ö1 ve Ö7'nin problemde verilenlerin neler olduğunu ifade etmede ve yaptıkları çözümün kontrol aşamalarında eksiklikleri bulunmaktadır. Ö2 ve Ö6'nın ise sadece çözümün kontrolünü yaparken eksiklikleri bulunmaktadır.

Problemin Anlaşılması Basamağı: Öğrencilerin problemde verilen bilgileri anlama, benzer problemlerle kıyaslama, çözüm yolları belirleme ve çözüm sonuçlarını tahmin etme yetenekleri incelenmiştir. Öğrencilerin tamamı problemde verilen bilgileri genel olarak doğru ifade etmiştir, ancak bazı öğrenciler malzeme fiyatlarına dair eksiklikler göstermiştir. Örneğin, Ö1 ve Ö7 malzeme fiyatlarını eksik ifade ederken, diğer öğrenciler verilen bilgileri tam ve doğru olarak ifade etmişlerdir. Problemde neler verildiğinin yazılması istenildiğinde öğrencilerin tamamı doğru açıklamalar yapmışlardır. Problemi şekil, tablo, grafik vb. kullanarak açıklamaları istenildiğinde her öğrenci farklı ve doğru bir şekilde ifade etmişlerdir.

Çözüm İçin Plan Yapılması Basamağı: Öğrencilerin tamamı, problemde verilen bilgileri genel olarak doğru bir şekilde anlamış ve ifade etmiştir. Ancak bazı öğrenciler malzeme fiyatlarına dair eksiklikler göstermiştir. Problemin başka problemlerle benzerlikleri sorulduğunda, öğrenciler farklı perspektiflerden benzerlikler kurmuşlardır. Ö1 ders anlatımı sırasında kullanılan örneklere değinirken, Ö2 işlemler ve matris yönteminin kullanılabilirliğini vurgulamıştır. Ö3 ve Ö4, problem çözme teknikleri ve konu benzerliklerine odaklanmış, Ö5 ve Ö6 ise problemin yapısal özelliklerine dikkat çekmiştir. Tüm öğrenciler, bu soruya istenileni tam ve doğru olarak yanıtlayarak benzerlikleri ifade etmişlerdir. Problemin çözümü için kullanabilecekleri çözüm yollarını belirlerken, öğrenciler çeşitli matematiksel işlemler ve stratejiler önermişlerdir. Ö1, Ö3, Ö4, Ö6 ve Ö7, matematiksel işlemleri ve matrislerin kullanımını ifade etmiş, Ö2 ve Ö5 ise daha detaylı işlemsel süreçleri açıklamışlardır. Tüm öğrenciler, çözüm yollarını belirlerken doğru ve kapsamlı ifadeler kullanmışlardır. Problemin sonucuna ilişkin

tahminlerde bulunurken, öğrenciler genellikle zihinden işlem yapma ve yuvarlama stratejilerini kullanmışlardır. Ö1, zihinden işlemler yaparak ve parçalara ayırarak tahminlerde bulunmuş, Ö2, Ö4, Ö5, Ö6 ve Ö7 ise yuvarlama yaparak tahminlerini açıklamışlardır. Ö3, yuvarlama yapmadan zihinden işlemler yaparak tahminde bulunmuştur. Tüm öğrenciler, tahminlerini doğru bir şekilde ifade ederek rubrikte yüksek puanlar almışlardır. Genel olarak, öğrencilerin problem çözme becerileri Polya'nın problem çözme basamaklarından "çözüm için plan yapılması" aşamasında oldukça gelişmiş görünmektedir. Bu basamakta, öğrenciler matrisler aracılığıyla verileri organize etme ve işlemleri sistematik bir şekilde planlama becerilerini geliştirmişlerdir. Matrislerin kullanımı, öğrencilerin problem çözme sürecini daha yapılandırılmış ve anlaşılır hale getirmiştir.

Planın Uygulanması Basamağı: Öğrenciler problemleri doğru bir şekilde çözmüş ve genellikle detaylı ve adım adım açıklamalar yapmışlardır. Ö1, matrislerde toplama ve çarpma işlemlerini kullanarak problemi çözerken, Ö2, Ö3 ve Ö4 matrislerde skalerle işlemler ve toplama işlemleri yaparak doğru sonuçlar elde etmiştir. Ö5, Ö6 ve Ö7 ise matrislerde çarpma işlemlerini kullanarak problemi doğru bir şekilde çözmüşlerdir. Bu bulgular, öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirdiklerini göstermektedir. Matrislerin etkin kullanımı, öğrencilerin karmaşık problemlere sistematik bir şekilde yaklaşmalarını ve çözüm sürecinde hata yapma olasılıklarını azaltmalarını sağlamıştır.

Çözümün Değerlendirilmesi Basamağı: Öğrencilerin tamamı problemin çözümünü genel olarak doğru bir şekilde gerçekleştirmiştir. Ö1, Ö2 ve Ö7 çözümlerini kontrol ederken yeterli açıklama yapmamış, ancak hatalarının olmadığını belirtmişlerdir. Ö4 ve Ö6, hatalarını fark edip düzelterek çözüm süreçlerini başarılı bir şekilde değerlendirmişlerdir. Bu bulgular, öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirdiklerini, ancak çözüm süreçlerini detaylandırma ve açıklama konusunda daha fazla çalışmaları gerektiğini göstermektedir. Ayrıca, öğrencilerin hatalarını fark edebilme ve düzeltebilme becerileri de önemli bir gelişim göstermektedir. Matrislerin kullanımı, öğrencilerin çözüm süreçlerini değerlendirmelerinde de önemli bir rol oynamıştır.

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmanın temel amacı, Bilim ve Sanat Merkezlerinde (BİLSEM) öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin matrisler aracılığıyla günlük hayat problemlerini çözme becerilerini değerlendirmektir. Öğrencilerin problem çözme süreçlerinde Polya'nın problem çözme basamaklarını (problemi anlama, plan yapma, planı uygulama ve çözümü değerlendirme) etkili bir şekilde uygulayabildikleri gözlemlenmiştir (Polya, 1957; Yıldız, 2008). Bu çalışmanın örnekleminin bilgi testinin problem çözme basamaklarını içeren bölümlere verdiği yanıtlara bakıldığında, Polya'nın basamaklarını kullandıkları için daha anlamlı sonuçlar elde edilmiştir.

Matrislerin eğitim süreçlerinde kullanılması, öğrencilerin verileri organize etme, işlem yapma, sonuçları değerlendirme ve olası hataları tespit etme becerilerini geliştirmektedir (Dorier, 1995; Dorier, 2000). Dorier'in bu açıklamasını destekleyen bir durum olarak öğrencilerin tamamının verilen bir durumu matrislerle ifade etme alt problemi için anlamlı yanıtlar verdiği belirlenmiştir.

Matrislerde çarpma ve çıkarma işlemlerinde bazı kavramsal ve işlemsel zorluklar yaşandığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin negatif sayılarla yapılan işlemler ve elemanların doğru konumlandırılması konularında ek eğitime ihtiyaç duyduğu belirlenmiştir (Dorier & Sierpinska, 2001; Nandang ve ark. 2023). Yapılan bu çalışmada öğrencilerin bu konuda bir işlem yanlışlığı ya da elemanların matrislerde gösterimi ile ilgili eksiklik veya hatadan kaynaklanan problem çözme sürecinde de paralellik gösterecek şekilde bir zorluk yaşandığına dair bir durum yoktur. Yapılan diğer çalışmalar le farklı sonuçlar elde edilmiştir.

Öğrencilerin matrislerle ilgili temel işlemleri (toplama, çıkarma, skaler çarpma, matris çarpma) büyük ölçüde doğru bir şekilde gerçekleştirdikleri, ancak özellikle çıkarma ve çarpma işlemlerinde bazı kavramsal ve işlemsel zorluklar yaşadıkları tespit edilmiştir. Negatif sayılarla yapılan işlemler ve elemanların doğru konumlandırılması konularında öğrencilerin ek eğitimlere ihtiyaç duyduğu anlaşılmıştır (Dorier, 1995; Dorier, 2000a; Yuniarti ve ark., 2021). Çalışmayı destekleyen nitelikte bu araştırmada da matrislerde çarpma işlemi yaparken (Ö5) bir öğrencinin, matrislerde çıkarma işlemi yaparken (Ö1, Ö2, Ö4, Ö6) dört öğrencinin hatalarının olduğu tespit edilmiştir. Yapılan diğer çalışmalar ile benzerlik göstermektedir.

Bu çalışma, literatürde yer alan diğer çalışmalarla tutarlı sonuçlar ortaya koymaktadır. Özellikle, Polya (1957)'nin problem çözme basamaklarının eğitim süreçlerinde kullanımı ve bu basamakların öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmedeki etkisi literatürde geniş bir şekilde ele alınmıştır (Polya, 1957; Yıldız, 2008; Karaoğlu, 2009). Ayrıca, matrislerin öğretiminde yaşanan zorluklar ve bu zorlukların aşılması için önerilen yöntemler de literatürde detaylı bir şekilde incelenmiştir (Dorier, 1995; Dorier, 2000a; Yuniarti, 2021). Bu çalışmada da özellikle öğrencilerin problem çözme sürecinde Polya'nın problem çözme basamakları tek tek incelendiğinde diğer çalışmalar ile doğru orantılı olacak şekilde bir durum ortaya çıkmıştır. Ö3, Ö4, Ö5 problem çözme basamaklarının tamamında doğru yanıtlar vererek yüksek başarı göstermişlerdir. Ö1 ve Ö7'nin problemde verilenlerin neler olduğunu ifade etmede ve yaptıkları çözümün kontrol aşamalarında eksiklikleri bulunmaktadır. Ö2 ve Ö6'nın ise sadece çözümün kontrolünü yaparken eksiklikleri bulunmaktadır.

Nandang ve ark. (2023) tarafından yapılan araştırmada, öğrencilerin matrisleri kullanarak günlük hayat problemlerini çözmeye karşılaştıkları zorluklar ve buna sebep olan faktörler belirlenmiştir. Bu araştırmada da öğrencilerin Polya'nın problem çözme basamaklarını kullanmaya alışık olmamaları, Polya'nın dört basamağını bilmede sıkıntı yaşadıkları, özellikle plan yapma ve çözüm değerlendirme basamaklarında zorlandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca, öğrencilerin matrislerin konu kısmına hakim olmadıkları ve hesaplama hataları yaptıkları belirlenmiştir. Bu bulgular, çalışmamızda elde edilen sonuçlarla tutarlıdır ve öğrencilerin matrislerle ilgili kavramsal ve işlemsel zorluklar yaşadığını göstermektedir.

Clark (2008), Yumuş ve Toptaş (2012) tarafından yapılan çalışmalar, üstün yetenekli öğrencilerin eğitiminde kullanılan yenilikçi yöntemlerin ve esnek öğretim programlarının, bu öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini geliştirmede etkili olduğunu göstermektedir. Bu bulgular, çalışmamızın sonuçlarıyla tutarlıdır ve BİLSEM'deki eğitim stratejilerinin öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmede etkili olduğunu göstermektedir.

Webb ve ark. (2007) tarafından yapılan çalışmada, üstün yetenekli öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesinde yenilikçi eğitim yöntemlerinin ve öğretmen rehberliğinin önemi vurgulanmıştır. Bu çalışmada da birinci alt problemin değerlendirilmesinde öğretmenler ile yapılan görüşmelerin yanıtları doğrultusunda üstün

yetenekli öğrencilerin yaratıcıbecerilerini geliştirmek için öğretmenlerin yenilikçi yöntemler kullanması gerektiği belirtilmiştir. Bu bulgular, çalışmamızda elde edilen sonuçlarla tutarlıdır ve öğretmenlerin yenilikçi yöntemlerle öğrencilere rehberlik etmesinin önemini vurgulamaktadır.

Rahmawati ve Purnomo (2020) tarafından yapılan çalışmada, matrislerin günlük hayat uygulamalarında ve ileri düzey matematiğin öğrenilmesinde temel bir matematik içeriği olduğu belirtilmiştir. Bu çalışma, öğrencilerin matrisleri kullanarak günlük hayat problemlerini çözme becerilerini geliştirdiğini göstermiştir. Benzer şekilde, çalışmamızda da öğrencilerin matrisleri kullanarak problem çözme süreçlerinde önemli gelişmeler kaydettiği gözlemlenmiştir.

Bu araştırmanın sonuçları, matrislerin eğitim süreçlerine dahil edilmesinin öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmede etkili olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin problemlere yaklaşım biçimleri ve çözüm stratejileri daha sistematik ve yapılandırılmış bir hale gelmiştir. Bu durum, onların problem çözme süreçlerini daha etkili ve verimli kılmaktadır (Rahmawati ve Purnomo, 2020; Nandang ve ark., 2023). Bu çalışmada da öğrencilerin bilgi testinde yer alan Polya'nın problem çözme basamaklarını kullanarak yaptıkları çözümlerde, planın uygulanması basamağında yer alan problemin çözümünü yapınız ve çözümün değerlendirilmesi basamağında yer alan farklı bir çözüm yolu ile problemin çözümünü yapınız sorularının ikisine de matrisleri kullanarak yanıtlar vermeleri belirtilen çalışmaları destekleyen sonuçlar ortaya çıkarmıştır.

Ayrıca, Kanada'da University of Waterloo'da yapılan bir çalışmada, matrislerin öğretimine matris sisteminin bir tablo olduğunu açıklayarak başlanmış ve öğrencilerin matrislerle yapılan işlemleri anlama ve uygulama becerileri geliştirilmiştir. Bu çalışma, öğrencilerin matrisleri kullanarak günlük hayat problemlerini çözme becerilerini artırmada etkili olduğunu göstermiştir (University of Waterloo, 2016). Benzer şekilde, çalışmamızda da öğrencilerin matrisleri kullanarak problem çözme süreçlerinde önemli gelişmeler kaydettiği gözlemlenmiştir.

Kanada'da yapılan çalışma, öğrencilerin matrisleri kullanarak problem çözme becerilerini geliştirmede etkili olduğunu göstermektedir.

Bu çalışmanın bulguları, öğrencilerin matris kullanarak problem çözme süreçlerinde önemli gelişmeler kaydettiğini göstermektedir. Ancak, öğrencilerin özellikle

matris çarpma ve çıkarma işlemlerinde yaşadığı zorluklar, bu konularda ek eğitim ve pratik uygulamaların gerekliliğini ortaya koymaktadır.

Ayrıca, öğrencilerin problem çözme süreçlerinde Polya'nın problem çözme basamaklarını daha etkili bir şekilde kullanmalarını sağlamak için eğitim programlarının bu basamakları içerecek şekilde yapılandırılması gerekmekte olduğu anlaşılmıştır.

Sonuç olarak, BİLSEM'deki eğitim stratejilerinin ve öğretim programlarının esnekliği ile öğretmenlerin yenilikçi yöntemlerinin, öğrencilerin matematiksel düşünme ve problem çözme becerilerini olumlu yönde etkilediği görülmüştür. Bu bulgular, öğretim süreçlerinin matrislerin etkin kullanımına odaklanarak yeniden yapılandırılmasının, öğrencilerin gelişmesine katkı sağlayacağını göstermektedir.

Matrisler, öğrencilerin çözümlerini sistematik bir şekilde kontrol etmelerini ve olası hataları kolayca tespit etmelerini sağlamıştır.

Bu analizler, öğrencilerin problem çözme becerileri konusundaki güçlü ve zayıf yönlerini ortaya koymakta ve eğitim süreçlerinin iyileştirilmesine yönelik önemli ipuçları sunmaktadır. Matrislerin problem çözme süreçlerindeki etkisi göz önünde bulundurularak, eğitim süreçlerinin bu bulgular ışığında düzenlenmesi, yeteneklerinin daha da geliştirilmesine katkı sağlayacaktır. Matrislerin etkin kullanımı, öğrencilerin karmaşık problemlere yaklaşımını ve çözüm stratejilerini daha sistematik ve yapılandırılmış bir hale getirmekte, bu da onların problem çözme becerilerini önemli ölçüde güçlendirmektedir. Matrislerin, öğrencilerin verileri organize etme, işlem yapma, sonuçları değerlendirme ve olası hataları tespit etme süreçlerindeki katkısı gelişimini desteklemektedir. Eğitim süreçlerinin, bu bulgular ışığında matrislerin etkin kullanımına odaklanarak yeniden yapılandırılması, öğrencilerin problem çözme yeteneklerini daha da geliştirecektir.

6. ÖNERİLER

Bu araştırmanın sonuçlarına dayanarak şu şekilde öneriler şu şekilde ifade edilebilir:

Bu çalışmada, Bitlis/Tatvan BİLSEM'de öğrenim gören öğrenciler ile çalışılmıştır. Bu çalışmanın olumlu sonuçlarına bakılarak kapsamını daha da genişletmek amacıyla gelecek araştırmalar, öğrencilerin matris kullanarak problem çözme becerilerini daha geniş örneklem grupları üzerinde inceleyebilir, diğer BİLSEM merkezlerinde de matris öğretimi ve günlük hayat problemlerinin çözümünde kullanılması amacıyla çalışmalar yapılabilir.

Öğretmenlere; matrislerin öğretiminde ve problem çözme becerilerinin geliştirilmesinde daha etkili olmaları için seminerler, konferanslar, hizmet içi eğitim kursları düzenlenebilir.

Öğretmenlerin problem çözme süreçlerinde matrislerin birden fazla çözümlerinin olduğu hakkında teşvik etme amacıyla yönlendirmeleri olabilir.

Matris öğretimin yapılan bu çalışmada olumlu sonuçlar ortaya çıkardığı göz önünde bulundurularak uygun düzenlemeler yapılarak farklı sınıf düzeylerinde de devamı niteliği taşıyan çalışmalar yapılabilir.

Öğrencilerin matrislerle ilgili temel kavramları (toplama, çıkarma, çarpma, skaler çarpma) daha iyi anlamalarını sağlamak için ek materyaller dersler kullanılabilir.

Polya'nın problem çözme basamaklarının (problemi anlama, plan yapma, planı uygulama, çözümü değerlendirme) öğrenciler tarafından daha etkin kullanılabilmesi için öğretim programlarına bu basamakları içeren pratik çalışmalar eklenilebilir.

Matrislerin günlük hayat uygulamaları ile ilişkilendirilmesi, öğrencilerin bu kavramları daha iyi anlamalarını sağlamak amacıyla çeşitli sektörlerde (finans, mühendislik, bilim) matrislerin nasıl kullanıldığına dair projeler ve örnekler sunulabilir. Bu tür projeler, öğrencilerin matrislerin gerçek dünyadaki uygulamalarını görmelerine ve bu kavramları günlük hayat problemlerini çözmede kullanmalarına yardımcı olabilir.

Eğitim programlarının esnekliğinin artırılması ve matrislerin etkin kullanımına odaklanarak yeniden yapılandırılabilir.

7. KAYNAKLAR

- Akarsu, F., 2001. Üstün yetenekli çocuklar: Aileleri ve sorunları, *Eduser*, İstanbul.
- Akdeniz, A. R., 2005. Problem çözme, bilimsel süreç ve proje yönteminin fen eğitiminde kullanımı, kuramdan uygulamaya fen ve teknoloji öğretimi, *Pegem Yayıncılık*, Ankara.
- Al, J. and P. Drijvers., 2016. Student difficulties in mathematizing word problems in algebra, in *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 12 (9), 2481-2502.
- Alan, C., 2009. İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Derslerinde Problem Çözme Sürecine Yönelik Görüşleri: Nitel Bir Çalışma, Yüksek lisans tezi, *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi*, Eskişehir.
- Altun, M., 2013. Ortaokullarda matematik öğretimi, *Alfa Aktüel Yayıncılık*, Bursa.
- Anghel, I. O., 2016. Valorizations of theoretical models of giftedness and talent in defining of artistic talent, *Review of Artistic Education*, 12(2), 231-239.
- Anonim, 2007. Milli eğitim bakanlığı bilim ve sanat merkezleri yönergesi, *Tebliğler Dergisi* 3(3), 26-28.
- Anonim, 2010. Üstün Zekalıların/Yeteneklilerin Eğitim Çalıştayı, MEB Özel Eğitim Rehberlik ve Danışma Hizmetleri Genel Müdürlüğü, Ankara.
- Anonim, 2013. Özel Eğitim ve Rehberlik Hizmetleri Genel Müdürlüğü, Üstün Yetenekli Bireyler Strateji Ve Uygulama Planı 2013 – 2017, Ankara.
- Anonim, 2015, Milli eğitim bakanlığı bilim ve sanat merkezleri yönergesi, *Tebliğler Dergisi*, 2(3), 26-28.
- Anonim, 2005. İlköğretim matematik programı, *MEB Yayınları*, Ankara.
- Anonim, 2013. Matematik dersi öğretim programı (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı, *Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi*, Ankara.
- Anonim, 2015. Bilim ve sanat merkezleri yönergesi, *Özel Eğitim ve Rehberlik Hizmetleri Genel Müdürlüğü*.
- Anonim, 2015b. Bilim ve sanat merkezleri yönergesi ile bilim ve sanat merkezlerine öğretmen seçme ve atama kılavuzu, *Millî Eğitim Bakanlığı Tebliğler Dergisi*, 78(2698), 1273-1297.
- Anonim, 2017. Milli eğitim bakanlığı talim ve terbiye kurulu başkanlığı ortaokul matematik dersi (5.6.7.ve 8. sınıflar) öğretim programı, *MEB yayınları*.
- Anonim, 2017. Özel öğretim hizmetleri genel müdürlüğü, <http://orgm.meb.gov.tr/www/bilim-vesanat-merkezleri-yonergesi-yayimlandi/icerik/582>.

- Anonim, 2018. İlköğretim matematik dersi 1-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu, *MEB Yayınları*, Ankara.
- Anonim, 2018. Matematik dersi öğretim programı, <http://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329> (Erişim tarihi: 06.05.2023) adresinden elde edilmiştir.
- Anonim, 2018. PISA 2018 türkiye ön raporu, <https://pisa.meb.gov.tr/>.
- Anonim, 2019. Bilim ve sanat merkezleri yönergesi, http://orgm.meb.gov.tr/www/icerik_goruntule.php?KNO=608 sayfasından, erişilmiştir.
- Anonim, 2019. BİLSEM öğrenci tanılama ve yerleştirme kılavuzu 2019-2020, <https://orgm.meb.gov.tr/>, sayfasından erişilmiştir.
- Anonim, 2019. TIMSS (Trends in international mathematics and science study) 2015 tanıtım kitapçığı, <http://timss.meb.gov.tr/www/timss-nedir/icerik/4> , [Ziyaret Tarihi: 3 Ekim 2021].
- Anonymous, 1980. An agenda for action: Recommendations for school mathematics in the 1980s., *Reston, VA: The Author*.
- Anonymous, 2000. Principles and standards for school mathematics, Reston, VA: NCTM Publications.
- Apriyanti, R. M., Winarni, E. W., Murwaningsih, T., 2018. The effect of Polya problem-solving learning model on students' problem-solving ability, *Journal of Physics: Conference Series*, 983(1), 012023.
- Apryanti, H., Ismail, F., Fitrianti, Y., 2015. Penerapan teknik pemecahan masalah model polya terhadap kemampuan menyelesaikan soal cerita matematika pada siswa kelas viii smp negeri 46 Palembang, *Journal Pendidikan Matematika RAFA*, 1(2), 224-243.
- Arenofsky, J., 2001. Developing your problem solving skills, *Career World*, 29(4), 18-21.
- Artzt, A. and Thomas, E., 1992. Development of a cognitive – metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem solving in small groups, *Cognition and Instruction*, 9, 137-175.
- Ataman, A., 1982. Üstün zekâlı çocuklara ana-babaları ve öğretmenleri nasıl yardımcı olabilir, *Ankara University Journal of Faculty of Educational Sciences (JFES)*, 15(1), 335-344.
- Aydemir, H. ve Kubanç, Y., 2014. Problem çözme sürecinde üstbilişsel davranışların incelenmesi, *Electronic Turkish Studies*, 9(2).

- Aydın, S., 2007. Bazı özel öğretim yöntemlerinin lineer cebir öğretimine etkileri, *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 6(19), 214-223.
- Aydın, S., 2018. Lineer cebir öğretimi üzerine, *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, Malatya.
- Babadoğan, C. and Olkun, S., 2006. Program development models and reform in Turkish primary school mathematics curriculum, *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 1(1), 1-6.
- Balcı, G., 2007. İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Sözel Matematik Problemlerini Çözme Düzeylerine Göre Bilişsel Farkındalık Becerilerinin İncelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, *Çukurova Üniversitesi*, Adana.
- Baltacı, A., 2019. Nitel araştırma süreci: Nitel bir araştırma nasıl yapılır?, *Ahi Evran Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 5(2), 368-388.
- Bart, E. Arbabi, M., Fischthal, S. M., Cheng, V. C., 1994. Algorithms for Arabic name transliteration, *IBM Journal of Research and Development*, 38(2), 183-194.
- Baykoç, N., 2014. Üstün akıl, zekâ, deha, yetenek, dâhiler, savantlar gelişimleri ve eğitimleri, *Vize Yayıncılık*, Ankara.
- Baykul, Y., 1987. Problem ve problem çözme matematik öğretimi, *Anadolu Üniversitesi Yayınları* No: 193, *Açıköğretim Fakültesi Yayınları*, No: 94.
- Bingham, W. V. D., 1958. How to solve problems creatively, *Psychological Monographs*, 73(3), 1-13.
- Boran, A. İ. ve Aslaner, R., 2008. Bilim ve sanat merkezlerinde matematik öğretiminde probleme dayalı öğrenme, *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9 (15) , 15-32.
- Bottger, P.G. and Yetton, P.W., 1987. Improving group performance by training in individual problem solving, *Journal of Applied Psychology*, 651-657.
- Bransford, J. D. and Stein, B. S., 1993. The ideal problem solver, *Freeman*, New York.
- Brits, R., Engelbrecht, A. P., Van den Bergh, F., 2002. Solving systems of unconstrained equations using particle swarm optimization, *In IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*.
- Bulut, M., 2007. Curriculum reform in Turkey: A case of primary school mathematics curriculum. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 3(3), 203-212.
- Bulut, S., 2007. Predictors for student success in an online course, *Journal of Educational Technology & Society*, 10(2), 71-83.

- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., Demirel, F., 2018, Bilimsel araştırma yöntemleri, *Pegem Akademi Yayınları*, 24. Baskı, Ankara.
- Capraro, R. M., and Slough, S. W., 2009. Using matrices to solve real-world problems, *Mathematics Teacher*, 103(1), 34-38.
- Clark, B., 2008. Growing up gifted, 7th Ed., *Prentice Hall*.
- Cooper, G., ve Sweller J., 1987. Effect of Schema Acquisition and Rule Automation on Mathematical Problem - Solving Transfer, *Journal of Educationar Psychology*, 347-362.
- Coşkun, A. ve Soylu, Y., 2021. Türkiye’de matematik eğitimi alanında problem çözmeye yönelik yapılan çalışmaların bir içerik analizi, *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 8 (3), 230-251.
- Creswell, J. W. and Poth, C. N., 2018. Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches (4th ed.), *Sage Publications*.
- Creswell, J. W., 2017. Araştırma deseni nitel, nicel ve karma yöntem yaklaşımları (3. Baskı), Çeviri Editörü: Selçuk Beşir Demir, *Eğiten Kitap Yayınları*, Ankara.
- Cutts, F. N. ve Moseley, N., 2004. Üstün zekâlı ve yetenekli çocukların eğitimi, Çev: Ersevim, İ., *Özgür Yayınları*, İstanbul.
- Çınar, O., Hatunoğlu, A., Hatunoğlu, Y., 2009. Öğretmenlerin problem çözme becerileri, *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(2), 215-226.
- D’Zurilla, T. J. and GoldFried, M. R., 1971. Problem solving and behavior modification. *Journal of Abnormal Psychology*, 78(1), 107-126.
- Demirtaş, H. ve Dönmez, B., 2008. Ortaöğretimde görev yapan öğretmenlerin problem çözme becerilerine ilişkin algıları, *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(16), 177-198.
- Denzin, N. K., and Lincoln, Y. S., 2011. The SAGE handbook of qualitative research, *Sage Publications*.
- Dolu, G., ve Ürek, H., 2017. Variables differentiating multiple intelligence areas of gifted /talented students and a model proposal, *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6(1), 32-71.
- Doorman, M., Drijvers, P., Dekker, T., Heuvel-Panhuizen, M., Lange, J., Wijers, M., 2007. Problem solving as a challenge for mathematics education in the Netherlands: Dreams and reality, *ZDM Mathematics Education*, 39, 405-418.
- Dorier, J. L. and Sierpinska, A., 2001. Research into the teaching and learning of linear algebra, *In The teaching and learning of mathematics at university level*, 255-273, Dordrecht, Springer Netherlands.

- Dorier, J. L. and Sierpinska, A., 2002. The teaching and learning of mathematics at university level, *New ICMI Study Series*, 7(3), 255-273.
- Dorier, J. L., 1995. A general outline of the genesis of vector space theory, *Historia mathematica*, 22(3), 227-261.
- Dorier, J. L., 2000. On the teaching of linear algebra, *Springer Science and Business Media*.
- Dorier, J. L., 2003. Teaching linear algebra at university, *arXiv preprint math/0305018*.
- Dorier, J. L., Robert, A., Robinet, J., Rogalski, M., 2000. The obstacle of formalism in linear algebra. In J. L. Dorier (Ed.), *On the teaching of linear algebra*, Dordrecht, *Kluwer Academic*, 85-124.
- Dorier, J.L., 1995. Meta level in the teaching of unifying and generalizing concepts in mathematics, *Educational Studies in Mathematics*, 29(2), 175-197.
- Dorier, J.-L., Robert, A., Robinet, J., Rogalski, M., 1994. The teaching of linear algebra in firstyear of French science university, *Proceedings of the 18 th Conference of TheInternational Group for The Psychology of Mathematics Education*, Lisbonne.
- Dorier, J.L., Robert, A., Robinet, J., Rogalski, M., 2000a. The Obstacle of Formalism in Linear Algebra. In J.L.Dorier (Ed.), *On the teaching of linear algebra*, *Dordrecht: Kluwer Academic Publishers*, 85- 94.
- Dönmez, N. B., 2004. Bilim ve Sanat Merkezleri'nin kuruluşu ve işleyişinde yapılması gereken düzenlemeler, Üstün zekâlıların eğitimi projesi [Arrangements for establishment and operation of Science and Art Centers. Education project for gifted people], *I. Türkiye Üstün Yetenekli Çocuklar Kongresi Bildiriler Kitabı*, Çocuk Vakfı.
- Eisenhardt, K. M., 1989. Building theories from case study research, *Academy of Management Review*, 14(4), 532-550.
- Enç, M., Çağlar, D., Özsoy, Y., 1981. Özel eğitime giriş, *Sevinç Matbaası*, Ankara
- Endang, S. W. and Sri, H., 2011. Matematika untuk PGSD, *PT Remaja Rosdakarya*, Bandung.
- Erdoğan, N., 2019. Ortaokul 5. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Ve Kurma Bağlamında Matematiksel Zihin Alışkanlıklarının Gelişiminin İncelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, *Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, İstanbul.
- Fatahillah, A., Wati, Y. F., Susanto, S., 2017. Analisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal cerita matematika berdasarkan tahapan newman beserta bentuk scaffolding yang diberikan, *Kadikma*, 8(1), 40-51.

- Feldhusen, J.F., 1998. Learning and cognition of talented youth, J. VanTassel- Baska, Comprehensive curriculum for gifted learners içinde, *Allyn and Bacon Press*, Boston.
- Frederiksen, N., 1984. İmplications of cognitive theory for instruction in problem solving it, *Review of Educational Research*, 363- 407.
- Frobisher, L., 1994. Problems, investigations and an investigative approach, *Issues in Teaching Mathematics*, 150-173.
- Gagne, F., 1985. Gifted and talent: Reexamining a reexamination of the definitions, *Gifted Child Quarterly*, 29, 103-112.
- Garofalo, J. and Lester, F. K., 1985. Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance, *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(3), 163-176.
- Gick, M.L., 1986. Problem solving strategies, *Educational Psychologist*, 21(1), 99-120.
- Gingsburg, H. P., 1981. The clinical interview in psychological research on mathematical thinking: aims, rationales, techniques, *For the Learning of Mathematics*, 1(3), 4-11.
- Ginsburg, H., Jacobs, S., Lopez, L., 1993. Assessing mathematical thinking and learning potential in primary grade children, Investigations into assessment in mathematics education, *Kluwer Academic*, 157-167, Norwell.
- Gökdere, M. and Çepni, S., 2005. Reflections of an in-service training prepared for science teachers of gifted students on the learning environment, *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 4(4), 204-217.
- Gökdere, M. and Küçük, M., 2003. Science education of gifted students at intellectual area: a case for science art centers, *Educational Sciences: Theory & Practice*, 3(1), 118-124.
- Gömlüksiz, M. N. ve Bozpolat, E., 2012. İlköğretim 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerine ilişkin görüşlerinin değerlendirilmesi, *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, Bolu.
- Greeno, J. G., 1978. A study of problem solving, *Educational Psychologist*, 12(1), 14-29.
- Gugerty, L., 2006. Newell and Simon's logic theorist: Historical background and impact on cognitive modeling, In *Proceedings of the human factors and ergonomics society annual meeting* (Vol. 50, No. 9, pp. 880-884), Sage CA: Los Angeles, CA: SAGE Publications.
- Güçyeter, Ş., 2021. Problem matrisinin revize edilmesi ve psikometrik özelliklerinin incelenmesi, *Talent*, 1(1), 104-131.
- Gürbüz, H. ve Koca, B., 2023. Türkiye’de neoliberal konut politikaları: gaziantep

- örneği, *Kent Akademisi*, 16(1), 122-137.
- Güzel, İ., Karataş, İ., Çetinkaya, B., 2010. Ortaöğretim matematik öğretim programlarının karşılaştırılması: Türkiye, Almanya ve Kanada, *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 1(3) , 309-325 .
- Haney, W. and Sarenson, A., 1977. Problem solving in school, *Journal of Educational Psychology*, 69(3), 253-259.
- Hayes, J.R., 1989. The complete problem solver, *Lawrence Erlbaum Associates*, Hillsdale.
- Hayyulbathin, I., Winarni, R., Murwaningsih, T., 2018. Modification of Polya's step to solve math story problem.
- Heller, P., Keith, R., Anderson, S., 1992. Teaching problem solving through cooperative grouping, *American Journal of Physics*, 60(7), 627-636.
- Heppner, P. and Krauskopf, C. J., 1987. An information processing approach to personal problem solving, *The Counseling Psychologist*, 15(3), 371- 447.
- Hicks, M. J., 1994. Problem Solving In Business And Management: Hard, Soft And Creative Approaches, Springer.
- Johnson, B. and Christensen, L., 2004. Educational research: Quantitative, qualitative, and mixed approaches, *Needham Heights*.
- Jonassen, D. H., 2000. Toward a design theory of problem solving, *Educational Technology Research and Development*, 48(4), 63-85.
- Jupri, A., and Drijvers, P., 2016. Student difficulties in mathematizing word problems in algebra, *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 12(9), 2481-2502.
- Kagan, J. ve Cyntia, L., 1978. Psychology and education, *Harcourt Brace Javanovich Inc*, New York.
- Kahar, M. S. and Layn, M. R., 2017. Analisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal cerita matematika, *Jurnal Math Educator Nusantara, Wahana Publikasi Karya Tulis Ilmiah Di Bidang Pendidikan Matematika*, 3(2), 95-102.
- Karadag, Z. and Karadag, A., 2017. A study on the use of matrices in mathematics education, *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 5(1), 32-41.
- Karaoğlu, D., 2009. The Relationship Between 6th Grade Students' Problem Solving Achievement and Mathematics Achievement Scores After Aompleting Instruction On Problem Solving Steps, Master's Thesis, *Middle East Technical University*, Ankara.

- Karasar. N., 1984. Bilimsel araştırma yöntemi, *Hacettepe Taş Kitapçılık Ltd.*, Ankara.
- Karataş, İ., ve Güven, B., 2003. Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: Klinik mülakatın potansiyeli, *İlköğretim Online*, 2(2).
- Karlıgil Ergin, G., 2015. Öğrencilerin Problem Çözme ve Kurma Süreçlerindeki Matematiksel Düşüncelerinin İncelenmesi, *Gaziantep Üniversitesi*, Gaziantep.
- Kaya, N., 2013. Üstün yetenekli öğrencilerin eğitimi ve BİLSEM'ler, *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15(1), 115-122.
- Kennedy, L. M., Johnson, A., Tipps, S., 1997. Guiding childrens learning of mathematics, *Wadsworth Publishing*, California.
- Keskin, M. Ö., Samancı N. K., Aydın S., 2013. Science and art centers: Current status, problems, and solution proposals, *Üstün Yetenekli Eğitimi Araştırmaları Dergisi*, 1(2), 78-96.
- Kılıç, A. Ç., 2017. A study on the use of matrices in real life, *Bartın University Journal of Faculty of Education*, 6(1), 171-185.
- Kneeland, S., 1998. Effective problem solving: how to understand the process and practise it successfully, *How To Books*.
- Koç Koca, A. ve Gürbüz, R., 2023. Özel yetenekli öğrencilerin problem çözme süreçlerinin ve süreçte kullandıkları stratejilerin DPA'lar yardımıyla değerlendirilmesi, *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18 (37), 177-197.
- Koç, B., Kılıç, Y., Gül, A., 2015. Üniversite öğrencilerinin iletişim becerileri ile kişilerarası problem çözme becerileri arasındaki ilişki, *Uluslararası Türkçe Edebiyat Kültür Eğitim (TEKE) Dergisi*, 4(1), 369-390.
- Koç, Y., 1998. The Effects Of Different Teaching Methods On Mathematical Problem Solving Performance, Master's Thesis, *Middle East Technical University*, Ankara.
- Koçal, Z. D., 2009. Matematikte üstün yetenek özelliklerinin rutin olmayan açık uçlu problem durumlarına irdelenmesi, *Üstün Yetenekli Çocuklar 2. Ulusal Kongresi Özet Kitabı*, *Anadolu Üniversitesi Kongre Merkezi*, Eskişehir.
- Kohler, W., 1927. Animal intelligence, New York, Harcourt, Brace.
- Kohler, W., 2018. The mentality of apes, *Routledge*.
- Konyalıoğlu, A. C., İpek, A. S., Işık, A., 2003. On the teaching linear algebra at the university level: the role of visualization in the teaching vector spaces, *Journal of the Korea Society of Mathematical Education Series*, 7(1), 59-67.
- Körükcü, E., 2015. Zenginleştirilmiş Öğrenme Ortamında Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Zihin Alışkanlıklarının Gelişiminin İncelenmesi, *Doktora Tezi*,

Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

- Krulik, S. and Rudnick, J. A., 1987. Problem solving: A handbook for teachers, Boston: Allyn and Bacon.
- Kurbal, M. S., 2015. An Investigation Of Sixth Grade Students' Problem Solving Strategies And Underlying Reasoning In The Context Of A Course On General Puzzles And Games, Master's Thesis, *Orta Doğu Teknik Üniversitesi*, Ankara.
- Küçüközer, H., 2017. Fizik öğretiminde problem tabanlı öğrenme ve problem çözme stratejisi, A. İ. Şen ve A. R. Akdeniz (Ed.), *Fizik Öğretimi* (s. 251 -281), *Pegem Akademi*, Ankara.
- Lee, Chien I., 2017. An appropriate prompts system based on the polya method for mathematical problem solving, *Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education*, 13(3), 893-910.
- Lee, Chun-Yi., 2015. effects of polya questioning instruction for geometry reasoning in junior high school, *Eurasia Journal of Matheamtics, Science & Technology Education*, 11(6), 1547-1561.
- Lesh, R. and Zawojewski, J. S., 2007. Problem solving and modeling, *Second handbook of research on Mathematics Teaching And Learning*, 763-804.
- Loğoğlu, B., 2017. Matematik derslerinde Polya'nın problem çözme basamaklarının kullanımı ve öğrencilerin problem çözme becerileri üzerine etkisi, *Eğitim ve Bilim*, 42(190), 117-130.
- Loğoğlu, P. K. ve Üredi, L., 2017. The effect of mathematics teaching through polya's problem solving steps upon 4th grade students'success of solving mathematic problems, *European Journal of Education Studies*, 3(9), 195-205.
- Mandell, A., 1980. Problem-Solving Stratcgies of Sixth-Grade Student Who Are Suprior Problem Solvers, *Science Education*, 64(2), 203-211.
- Marshall, A. R., 2004. High School Mathematics Habits Of Mind Instruction: Student Growth And Development, Master of science in education, *action research Project*, *Southwest Minnesota State University*, Marshall Minnesota.
- Martinez, S. and Wolanski, N., 2008. A minimum problem with free boundary in Orlicz spaces, *Advances in Mathematics*, 218(6), 1914-1971.
- Marzano, R. J., 2014. Art and science of teaching problem: solving in seven steps, *Educational Leadership*, 71(8), 84-85.
- Mayer, R.E., 1985. Mathematical ability, In R.J. Sternberg, (Ed.), *Human abilities: an information processing approach*, Freeman, New York.
- Merriam, S. B., 1998. Qualitative Research and Case Study Applications in Education,

- Revised and Expanded from Case Study Research in Education*, San Francisco.
- Morgan, K., 1995. The creative milieu: a regional perspective on innovation, *Chapters*, Edward Elgar Publishing.
- Moyles, J., 1989. Just playing: the role and status of play in early childhood education, *Milton Keynes, Open University Press*, pp. 53-67.
- Mutuk, H., 2018. Mathematica ile matris cebiri, *Karadeniz Fen Bilimleri Dergisi*, 8(1), 115-130.
- Nandang, N., Taufan, M., Noviana, N., 2023. Student challenges completing the matrix material story question, *Polyhedron International Journal in Mathematics Education*, 1(1), 35-52.
- Norbaevna, S. F., Yuldashevna, K. G., Adambaevna, K. I., Davronbekovna, A. S., Sabirovna, M. N., 2020. Learning different contexts in teaching second language, *Journal of Critical Reviews*, 7(3), 266-267.
- Norboevna, B. M. and Husenovich, R. T., 2020. The method of using problematic education in teaching theory of matrix to students, *Academy*, (4(55), 68-71.
- OECD, 2004. Problem solving for tomorrow's world: First measures of cross-curricular competencies from PISA 2003.
- Olaniyan, A. O., Omosewo, E. O., Nwankwo, L. I., 2015. Effect of Polya Problem-Solving Model on Senior Secondary School Students' Performance in Current Electricity, *European Journal of Science and Mathematics Education*, 3(1), 97-104.
- Olaniyan, F. M., Adesina, A. D. O., Adedoyin, O., 2015. Effects of Polya problem-solving model on senior secondary school students' performance in current electricity, *Journal of Education and Practice*, 6(18), 114-119.
- Olkun, S. and Toluk, Z., 2002. Textbooks, word problems, and student success on addition and subtraction, *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 11(18), 162-170.
- Olkun, S. ve Uçar, Z. T., 2004. İlköğretim etkinlik temelli matematik öğretimi, *Anı*, Ankara.
- Özdemir, A.Ş. ve Öztuncay, S.F., 2005. 6. Sınıflarda problem çözmede standartların uygulanmasının öğrencilerin matematik başarısına etkisi, II. Lisansüstü eğitim sempozyumu, *Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, İstanbul.
- Özsoy, G. ve Kuruyer, H. G., 2012. Bilmenin illüzyonu: Matematiksel problem çözme ve test kalibrasyonu, *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 32 (2), 229-237.

- Özsoy, G., 2005. Problem çözme becerisi ile matematik başarısı arasındaki ilişki, *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3), 179-190.
- Öztürk, E. ve Ayvaz, A., 2010. İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerine yönelik algı düzeyleri ile türkçe, matematik, sosyal bilgiler, fen ve teknoloji, derslerindeki başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi, *9. Ulusal Sınıf Öğretmenliği Eğitimi Sempozyumu*, Elazığ.
- Öztürk, N. ve Ayvaz, S., 2018. Sentiment analysis on Twitter: A text mining approach to the Syrian refugee crisis, *Telematics and Informatics*, 35(1), 136-147.
- Pfeiffer, S. I., 2015. Essentials of gifted assessment, *John Wiley and Sons*.
- Polya, G., 1945. How to solve it: A new aspect of mathematical method, *Princeton University Press*.
- Polya, G., 1957. How to solve it: A new aspect of mathematical method, *Garden City, NY: Doubleday Anchor Books*.
- Polya, G., 1973. How to solve it: A new aspect of mathematical Method. N. J: Princeton University Press.
- Polya, G., 1997. Nasıl çözmeli? (çev.) Feryal Halatçı, *Sistem Yayıncılık*, 168-169, İstanbul.
- Posamentier, A. S. and Jaye, D., 2005. What successful math teachers do, grades research-based strategies for the standards-based classroom, p.6-12, California.
- Posamentier, A. S. and Krulik, S., 2009. Problem solving in mathematics, grades 3-6: powerful strategies to deepen understanding, *Thousand Oaks*, Corwin Press.
- Rahmawati, N. and Purnomo, Y. W., 2020. Analysis of student learning barriers in solving context problems related to the matrix. theme: stem education for the industrial revolution 4.0 the topics ice-stem 2020 included to the following topics, *1. Mathematical Sciences 2. Mathematics Education 3. Physical Sciences*, 56.
- Renzulli, J. S., 1970. A curriculum development model for academically superior students, *Exceptional Children*, 36(8), 611-615.
- Renzulli, J. S., 1978. What makes giftedness? Reexamining a definition, *Phi Delta Kappan*, 60, 180-184.
- Renzulli, J. S., 1982. What makes a problem real: Stalking the illusive meaning of qualitative differences in gifted education, *Gifted Child Quarterly*, 26(4), 148-156.
- Renzulli, J., 1985. Are teacher of gifted specialist? A land mark decision on employment practices in special education for gifted, *Gifted Child Quarterly*, 29, 24-29.
- Rose, T. D., George M., Schunke., 1997. Problem solving: The link between social studies and mathematics, *Clearing House*, 70, p. 137.

- Ross, B. H. and Kennedy, P. T., 1990. Generalizing from the use of earlier examples in problem solving, *Journal of Experimental Psychology, Learning, Memory, and Cognition*, 16(1), 42.
- Rosyadi W. and Lestari, W.D., 2016. Aljabar Matriks, *Penerbit K-Media*, Yogyakarta.
- Saleh, W. E., 1990. The effects of instruction with manipulative materials on mathematics achievement.
- Schoenfeld, A. H., 1985. Mathematical problem solving, *Academic Press*.
- Selden, J., and Selden, A., 2003. Using matrices to teach mathematics: Theory, practice, and the potential for educational reform, *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2-3), 131-156.
- Serway, R. A. and Beichner, R. J., 2000. Physics for scientists and engineers with modern physics, *Saunders College Publishing*, USA.
- Sıcak, A., 2014. Investigation of predictive power of gifted students' teacher observation scores TKT 7-11 and WISC-R scores in the nomination process, *Journal of Gifted Education and Creativity*, 1(1), 7-12.
- Sıdar, R. , 2011. Bilim Sanat Merkezlerinde Okuyan Öğrencilerin Yaratıcılıklarının Problem Çözme Becerilerine Etkisi, Yüksek Lisans Tezi, *Niğde Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, Niğde.
- Sinnott, J. D., 1989. A model for solution of ill-structured problems: Implications for everyday and abstract problem solving, *Everyday problem solving: Theory and applications*, pp. 72-99, New York.
- Smith, A., 2018. Linear Algebra Explained, *Academic Press*.
- Solving Systems of Equations Using Matrices, 2021. *Centre for Education in Mathematics and Computing, Faculty of Mathematics Waterloo*, University of Waterloo.
- Sorenson, J. B., 1964. Problems and Prospects, *Probs. Communism*, 13, 25.
- Souviney, R. J., 1989. Learning to teach mathematics, Merrill Pub. Co. : A Bell and Howell Information Co.
- Soylu, Y. ve Soylu, C., 2006. Matematik derslerinde başarıya giden yolda problem çözmenin rolü. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(11), 97-111.
- Spence, E. L., Insel, A. J., Friedberg, S. H., 2000. Elementary linear algebra, New Jersey, *Prentice Hall*.
- Stake, R. E., 1995. The art of case study research, *SAGE Publications*.

- Stanic, G. M. A. and Kilpatrick, J., 1989. Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum, in R. I. Charles and E. A. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving*.
- Stenberg, R. J. and Davidson, J. E., 2003. *The psychology of problem solving*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Stevens, M., 1998. Sorun çözümleme, *Timaş Yayınları*, İstanbul.
- Subaşı, M., ve Okumuş, K., 2017. Bir araştırma yöntemi olarak durum çalışması. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 21(2), 419-426.
- Swanson, H.L., 1990. Influence of metacognitive knowledge and Aptitude on Problem Solving, *Journal of Educational Psychology*, 306-314.
- Swing, S. and Peterson, P., 1988. Elaborative and integrative thought processes in mathematics learning, *Journal of Educational Psychology*, 80(1), 54-66.
- Şahin H. B., 2016. Eğitsel Bilgisayar Oyunlarıyla Destekli Matematik Öğretiminin Öğrencilerin Akademik Başarılarına ve Duyuşsal Özelliklerine Etkisi, Yüksek Lisans Tezi, *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, Eskişehir, 130 s.
- Tan, S., 2015. Assessing Creative Problem Solving Ability in Mathematics: Revising the Scoring System of the Discover Mathematics Assessment, *The University of Arizona*, Arizona.
- Tannenbaum, A. J., 1997. The meaning and making of giftedness. In: Colangelo, N., & Davis, G. A. (Eds.), *Handbook of gifted education*, 27-42.
- The Matrix, 2016. Centre for Education in Mathematics and Computing, *Faculty of Mathematics Waterloo*, University of Waterloo.
- Tonbul, Y. ve Çiğdem, F. A., 2020. BİLSEM denetim rehberinin yasal belgeler ve alanyazın temelinde incelenmesi, *E-Uluslararası Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 11 (3), 36-62.
- Toptaş, V. ve Kılıçkaya, M., 2017. Problem Çözme: Literatür İncelemesi, *International Journal of Education Technology and Scientific Researches*, 2(2), 20-31 .
- Toptaş, V. ve Yumuş, A., 2012. Bilim ve sanat merkezlerinin amacına uygun işleyişinin değerlendirilmesi, *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(2), 80-88.
- Türnüklü, A., 2000. Eğitim bilim araştırmalarında etkin olarak kullanılabilecek nitel bir araştırma tekniği: görüşme, *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi Dergisi*, 24.
- Ulu, M., Tertemiz, N., Peker, M., 2016. Okuduğunu anlama ve problem çözme stratejileri eğitiminin ilköğretim 5. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problem çözme başarısına etkisi, *Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 18(2), 303-

- Usiskin, Z. and Bell, A., 1983. Exploring matrices and their applications, *Mathematics Teacher*, 76(3), 176-182.
- Uzun, C., 2010. İlköğretim öğrencilerinin matematik dersi problem çözme başarılarının bazı demografik değişkenler ve okuduğunu anlama becerisi açısından incelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, *Uşak Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü*, Uşak.
- Van de Walle, J. A., 2013. Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally, *Pearson Education*.
- Webb, J., Gore, J., Amend, E., DeVries, A., 2007. A parent's guide to gifted children, *Great Potential*, Tuscon.
- West, J. F. and Idol, L., 1990. Collaborative consultation in the education of mildly handicapped and at-risk students, *Remedial and Special Education*, 11(1), 22-31.
- Wiarni, T., 2023. Asuhan Keperawatan Pada Ny. U Dan Ny. A Post Sectio Caesarea Dengan Tindakan Perawatan Payudara Untuk Meningkatkan Produksi ASI Di RSUD Arjawinangun, Doctoral dissertation, Prodi D. Iii Keperawatan Cirebon.
- Wilson, J. W., Fernandez, M. L., Hadaway, N. by Research on Problem Solving.
- Witt, S., 1999. Beyin gücünü %100 kullanma tekniği, *Gün Yayıncılık*, İstanbul.
- Yıldırım, A. ve Şimsek, H., 1999. Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri, (11 baskı: 1999-2018).
- Yıldız, A. R., 2008. Hybrid Taguchi-harmony search algorithm for solving engineering optimization problems, *International Journal of Industrial Engineering*, 15(3), 286-293.
- Yıldız, V., 2008. Investigation Of The Change In Sixth Grade Students' Problem Solving Abilities, Attitude Towards Problem Solving And Attitude Toward Mathematics After Mathematics Instruction Based On Polya's Problem Solving Steps, Master's Thesis, *Middle East Technical University*, Ankara.
- Yılmaz, A., 2011. 2001-2011 yılları arasında gerçekleştirilen OKS ve SBS ile PISA uygulamasının karşılaştırılması, *Bilim ve Aklın Aydınlığında Eğitim*, 134, 80-86.
- Yılmaz, M., 2011. Sınıf öğretmeni adaylarının öğretmenlik uygulaması dersini yürüten öğretim elemanlarına ilişkin görüşleri, *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 10(4), 1377 -1387.
- Yılmaz, R., 2016. The use of matrices in real life and in mathematics education, *Journal of Education and Training Studies*, 4(2), 67-74.

Yin, R. K., 2018. Case study research and applications: Design and methods (6th ed.). *SAGE Publication*.

Yuniarti, A. P., Pramudya, I., Slamet, I., 2021. Analysis of mathematic creative thinking skill with the material of matrix. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1796, No. 1, p. 012041), IOP Publishing.

Ziegler, A. and Heller, K. A., 2000. Conceptions of giftedness from a meta-theoretical perspective, In Heller, K. A., Monk, F. J., Sternberg, R. J., Subotnik, R. F., International handbook of giftedness and talent, *Elsevier Science Ltd*.



EKLER

EK-1: Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu

1. Meslekte görev süreniz kaç yıldır?
2. Kaç yıldır Bilim ve Sanat Merkezlerinde görev yapıyorsunuz?
3. Bilim ve Sanat merkezlerinin çalışma alanlarında sağlanan esneklik ile ilgili neler düşünüyorsunuz?
4. Bize öğretim programında yer almayan uygulamış olduğunuz herhangi bir kazanımda öğrencilerde gözlemlediğiniz tutum ve başarı ile ilgili bilgi verir misiniz? (Dersin konusu, kurduğunuz cümleler, öğrencilerle olan diyaloglar, öğrencilerin konuya ilişkin yaklaşımları, size ifade ettikleri, öğrencilerin beden dilinden gözlem sonucu ulaştığınız çıkarımlar vb.)
5. Sizce öğrencilerin daha önce karşılaşmadıkları konulara karşı tutumları nasıldır?
6. Matematiksel problemlerin çözümünde öğrenciler sistematik bir çözüm yapabiliyorlar mı?
7. Sonuca giderken farklı çözüm yolları kullanma davranışı gözlemliyor musunuz?
8. Yaşıtlarına göre daha hızlı öğrenen, özel akademik yeteneğe sahip, soyut fikirleri anlayabilen, ilgi alanlarında bağımsız hareket etmeyi seven ve yüksek düzeyde performans gösteren öğrencilerden oluşan Bilim ve Sanat Merkezlerinde öğrencilerin matrislerin kullanılması ile işlem becerilerinde başarı sağlayabileceğini düşünüyor musunuz?
9. Daha önce öğretim programında yer alan ve sonradan kaldırılan matrisler konusunun, matematikte önemli bir yeri olan problem çözme ile ilişkisi hakkında neler düşünüyorsunuz?
10. Matrislerde yapılan toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinin öğrencilerinin hazırbulunuşluklarına uygun buluyor musunuz?
11. Öğrencilerin problemleri matrisler ile ilişkilendirip, gösterimler yapabilmede başarı sağlayacaklarını düşünüyor musunuz?

EK-2: Değerlendirme Rubrikleri

Değerlendirme Testi 1. Soru Rubriği

Bir durumu matrisleri kullanarak ifade etme				
--	--	--	--	--

Değerlendirme Testi 2. Soru Rubriği

	Doğru (2 puan) (İşlemin tamamının doğru olması)	Kısmen Doğru (1 puan) (İşleminde hem doğru hem yanlış yerlerin olması)	Yanlış (0 puan) (İşlemin tamamının yanlış olması)	Boş (0 puan) (Boş bırakılması)
Matrislerde toplama işlemi				
Matrislerde çıkarma işlemi				
Matrislerde skalerle çarpma işlemi				
Matrislerde çarpma işlemi				

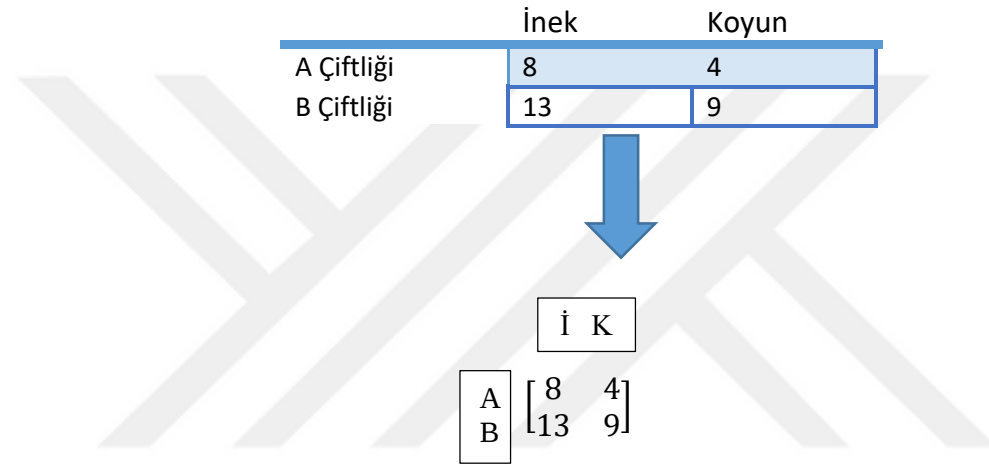
Değerlendirme Testi 3. Soru Rubriği

		Doğru (2 puan) (Verilen cevapların doğru ve tam olması)	Kısmen Doğru (1 puan) (Verilen cevaplarda doğrularla beraber yanlış veya eksiklerin de olması)	Yanlış (0 puan) (Verilen cevapların tamamının yanlış olması)	Boş (0 puan) (Sorunun boş bırakılması)
Problemin Anlaşılması	Problemde neler verilmiştir?				
	Problemde neler istenilmiştir?				
	Problemi şekil, tablo, grafik vb. kullanarak açıklayınız.				
Problemin Çözümü İçin Plan Yapılması	Problemin başka problemlerle benzerlikleri nelerdir?				
	Problemi çözmek için kullanabileceğiniz çözüm yolları nelerdir?				
	Problemin sonucu için tahminlerde bulununuz. Tahminlerinizi açıklayınız.				
Planın Uygulanması	Problemin çözümünü yapınız.				
	Çözümünüzü açıklayınız.				
Çözümün Değerlendirilmesi	Çözümü kontrol ediniz.(Matematiksel işlemleri kullanarak sağlama yapıp açıklamalarınızı yazınız.)				
	Hata yaptığınızı düşündüğünüz işlem basamağı varsa belirleyip açıklayınız.				
	Farklı bir çözüm yolu ile problemin çözümünü yapınız.				

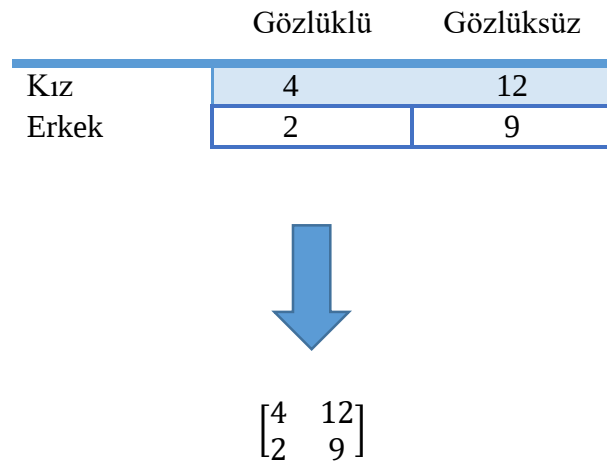
EK-3: Uygulama

Matris sayıların dikdörtgen şeklinde düzenlenmesidir. Söyleyebileceğimiz diğer bir tanımlama ise, matris sayıların dikdörtgensel sıralanmasıdır. Matrisler genellikle bağımsız bilgileri temsil etmek için kullanılır.

Örneğin A çiftliğinde 8 inek ve 4 koyun, B çiftliğinde 13 inek ve 9 koyun vardır. Bu bilgiyi gruplandırarak gösterip, matrisler ile ifade edebiliriz.



Örneğin bir sınıftaki gözlüklü ve gözlüksüz öğrencileri kız ve erkek öğrencileri matrislerle ifade olmak üzere, matrisler ile ifade edebiliriz.



Artık bilgileri matrise nasıl çevireceğimizi biliyoruz. Bunun üzerine biraz daha konuşalım. Yukarıdaki örnekler 2×2 şeklindeki matrislerdi. Büyüklüğü tanımlarken kullanılan ilk sayı satır sayısını, ikinci sayı ise sütun sayısını göstermektedir. Genel olarak bir $m \times n$ matrisi m tane satırdan ve n tane sütundan oluşur. Aşağıdaki örnekte A matrisi 2 satır ve 3 sütunlu olduğundan 2×3 tipinde bir matristir.

Bir matrisin büyüklüğü, onun satır ve sütun sayısı ile ifade edilir.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 56 \\ 9 & 8 & 5 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

3 sütun

2 satır

Bir matrisin m satırı ve n sütunu varsa bu bir $m \times n$ matrisidir. Satır sayısının sütun sayısına eşit olduğu matrislere kare matrisi denir. Aşağıda 3×3 boyutunda bir kare matris örneği görmekteyiz.

$$\begin{bmatrix} 5 & 34 & 12 \\ 56 & 48 & 7 \\ 1 & 90 & 3 \end{bmatrix}$$

Aşağıdaki matrislerin boyutları nelerdir?

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 21 & 8 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 7 & 54 \\ 8 & 60 \\ 4 & 61 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 34 \\ 0 & 21 & 4 \\ 1 & 7 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 36 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Bir matrisin içinde yer alan reel sayılara matrisin elemanları denir. Genelleme yapmak gerekirse, matrislerimizdeki değişkenleri kullanarak her bir elemanı ifade edebiliriz.

Aşağıdaki örneklerde matrislerin elemanları değişkenler ile gösterilmiştir.

$$\begin{array}{ccccc} 1 \times 2 & 2 \times 1 & 2 \times 2 & 2 \times 3 & 3 \times 3 \\ \begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \end{array}$$

Aşağıdaki örneği inceleyelim.

Bir okulda 6, 7 ve 8. sınıflardaki öğrenciler karıştırılarak A, B ve C şubeli üç ayrı sınıflarda deneme sınavı yapılacaktır. A şubesinde 6. sınıf öğrencilerinden 5 kişi, 7. sınıf öğrencilerinden 6 kişi ve 8. Sınıf öğrencilerinden 9 kişi sınava girecektir. B şubesinde 6. sınıf öğrencilerinden 6 kişi, 7. sınıf öğrencilerinden 9 kişi ve 8. Sınıf öğrencilerinden 5 kişi sınava girecektir. C şubesinde 6. sınıf öğrencilerinden 9 kişi, 7. sınıf öğrencilerinden 5 kişi ve 8. Sınıf öğrencilerinden 6 kişi sınava girecektir. Verilen bilgileri matrislerle ifade edelim.

Aşağıdaki örneği inceleyelim.

Bir telefon operatörünün paketleri ve fiyatları şu şekildedir;

Fırsat paketler;

Kaçmaz fırsat 1: 2 GB internet, 150 DK, 250 SMS 110 TL

Kaçmaz fırsat 2: 1 GB internet, 1200 DK, 250 SMS 142 TL

Kaçmaz fırsat 3: 3 GB internet, 900 DK, 250 SMS 180 TL.

Kaçmaz fırsat 4: 20 GB internet, 1200 DK, 1000 SMS 320 TL

Öğrenci dostu paketler;

Öğrenci dostu paket 1: 6 GB internet, 900 DK, 250 SMS 160 TL

Öğrenci dostu paket 2: 25 GB internet, 1500 DK, 250 SMS 200 TL

Öğrenci dostu paket 3: 40 GB internet, 1200 DK, 300 SMS 285 TL

Öğrenci dostu paket 4: 75 GB internet, 2000 DK, 1000 SMS 370 TL

Gençler için paketler:

Gençler için paket 1: 30 GB internet, 2000 DK, 1000 SMS 400 TL

Gençler için paket 2: 45 GB internet, 2500 DK, 1100 SMS 430 TL

Gençler için paket 3: 80 GB internet, 2750 DK, 1000 SMS 545 TL

Gençler için paket 4: 90 GB internet, 3000 DK, 1000 SMS 600 TL

Verilen bu üç paketi matris formuna getirelim.

Matrislerde İşlemler

Matrislerde işlemler oldukça ilginçtir. Sayılarla aynı kurallara uymazlar ve olağan işlemlerimizi gerçekleştirmek için kendi yolları vardır.

Matrislerde Toplama İşlemi

Matrislerde toplama oldukça basittir. Matrislerde toplama işlemini gerçekleştirmek için her matrisin aynı konumunda olan elemanları toplanır. Dolayısıyla toplama işlemi yapacağımız matrislerin aynı boyutta olması gerekmektedir.

2×2 matrisini varsayalım:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}$$

Matrislerde toplama işlemi yaparken aynı boyutlara sahip olmaları gerektiğini unutmayalım.

Biz her iki matrisin de aynı boyutta (2×2 boyutunda) olduğunu bildiğimiz için toplama işlemi yapabildik.

Aşağıdaki işlemleri yapalım.

$$\begin{bmatrix} 41 & 5 \\ -2 & 26 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 21 & 13 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 651 & 34 \\ 80 & 6 \\ 4 & 36 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 12 & 2 \\ 5 & 43 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 14 & 8 \\ 1000 & 10 & 4 \\ 6 & 45 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 23 & 5 & 106 \\ 56 & 82 & 68 \\ 403 & 53 & 13 \end{bmatrix}$$

Aşağıdaki örneği inceleyelim.

Bir basketbol maçı dört çeyrekten oluşmaktadır. İlk iki çeyrekten sonra devre arasına gidilmektedir.

Bir basketbol maçında ilk çeyrekte Ahmet 1 blok, 2 asist, 11 sayı kaydetti. Yasin, 0 blok, 1 asist ve 13 sayı kaydetti. Mustafa 3 blok, 0 asist ve 9 sayı kaydetti. İkinci çeyrekte Ahmet, 0 blok, 3 asist, ve 15 sayı kaydetti. Yasin, 0 blok, 2 asist ve 11 sayı kaydetti. Mustafa, 2 blok, 1 asist ve 14 sayı kaydetti.

Her oyuncunun devre arasına kadar kaç blok, asist ve sayı kaydettiklerini matrisleri kullanarak bulalım.

Matrislerde Çıkarma İşlemi

Matrislerde çıkarma, toplama ile aynı şekilde yapılır. Matrislerde çıkarma işlemini gerçekleştirmek için ilk matristeki elemanlardan ikinci matristeki aynı konumda olan elemanlar çıkarılır.

Toplama ile benzer şekilde, matrisler ile çıkarma işlemini gerçekleştirmek için matrislerin aynı boyutlara sahip olması gerekir.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-e & b-f \\ c-g & d-h \end{bmatrix}$$

Aşağıdaki işlemleri yapalım.

$$\begin{bmatrix} 41 & 5 \\ -2 & 26 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 21 & 13 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 651 & 34 \\ 80 & 6 \\ 4 & 36 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 12 & 2 \\ 5 & 43 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 37 & 14 & 108 \\ 1000 & 300 & 4 \\ 69 & 45 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 23 & 5 & 106 \\ 56 & 82 & 68 \\ 403 & 53 & 13 \end{bmatrix}$$

Aşağıdaki örneği inceleyelim.

Emre ile Nisa pazar günü aldıkları üç günlük harçlıkları olan 50 TL'den kalan paralarını çarşamba günü akşamı kumbaralarına atacaktırlar. Pazartesi günü Emre ve Nisa hiç para harcamıyorlar.

- Salı günü Emre 7 TL'sini kırtasiyede harcıyor.
- Çarşamba günü Emre 24 TL'sini markette, Nisa ise 16 TL'sini kantinde harcıyor.

Matrislerle işlemleri kullanarak Emre ile Nisa'nın çarşamba günü akşamı kumbaralarına attıkları para miktarlarını bulalım.

Matrislerde Skalerle Çarpma İşlemi

Skaler, matrisin dışındaki herhangi bir sayıdır. İşlemi yapmak için her elemanı skaler ile çarpılır. Aşağıda gösterilmiştir.

$$k \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb & kc \\ kd & ke & kf \\ kg & kh & ki \end{bmatrix}$$

Aşağıdaki işlemleri yapalım.

$$5 \begin{bmatrix} 21 & 13 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$$

$$10 \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 12 & 2 \\ 5 & 43 \end{bmatrix}$$

$$-2 \begin{bmatrix} 41 & 5 \\ -2 & 26 \end{bmatrix}$$

Aşağıdaki örneği inceleyelim.

Dün Van Devlet Tiyatrosuna 32 çocuk, 65 genç, 27 yetişkin gitmişti. Bugün ise aynı oyunun iki defa sergilenmesi ile her gruptan gelen insan sayısı da iki katına çıkmıştır. Buna göre bugün gelen kişileri çocuk, genç ve yetişkin olarak sınıflandırarak sayılarını matrislerde işlemleri kullanarak bulalım.

Matrislerde Çarpma İşlemi

Bu işlemde bir matrisi başka bir matris ile çarpıyoruz. A ve B sırası ile $m \times n$ ve $n \times p$ boyutunda iki matris olsun. Bu durumda $AB = C$ olacak şekilde A matrisinin satırı ile B matrisinde karşılık gelen sütunu seçilip sırası ile çarpılıp toplanır.

Aşağıda matrislerde çarpma işlemi gösterilmiştir.

$$AB = C;$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a.e + b.g & a.f + b.h \\ c.e + d.g & c.f + d.h \end{bmatrix}$$

Matrislerde çarpma işlemi yaparken dikkat etmemiz gereken birkaç önemli nokta bulunmaktadır:

A bir $m \times n$ matrisi ve B bir $n \times p$ matrisi iken yani A'nın sütun sayısı B'nin satır sayısına eşit olduğu durumda çarpım yapılabilir.

Bu iki matrisin yani A ve B'nin çarpımı bir $m \times p$ matrisi olacaktır (Yani AB bir $m \times p$ matrisi olacaktır).

Aşağıda verilen matrislerde çarpma işlemlerini inceleyelim. Matrislerde çarpma işlemi uygulanabilecek olanlar için sonuçları bulalım.

a) $\begin{bmatrix} 11 & 2 \\ 20 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 55 \\ 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 12 \\ 0 & 4 & 6 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 3 & 111 & 2 \\ 8 & 350 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 70 & 21 & 32 \\ 8 & 6 & 84 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 10 & 60 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 52 & 25 & 6 \\ 0 & 64 & 21 \\ 1 & 45 & 100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

f) $\begin{bmatrix} 56 & 47 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 9 & 3 \\ 0 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$

g) $\begin{bmatrix} 1 & 22 & 33 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{bmatrix}$

MATRİSLERLE YAŞAM

Matrisler dünyada tam olarak nasıl kullanılıyor? Matrislerin birçok gerçek hayat uygulaması vardır. Bunlara birkaç örnek verelim:

Google: Google'ın ne aradığınızı her zaman nasıl bildiğini hiç merak ettiniz mi? Veya sizi hangi sitelere yönlendireceğini nasıl belirlediğini merak ediyor musunuz? Google, matrisleri kullanan bir sayfa sıralama yöntemi kullanır.

Şifreleme: Gizli mesajları şifrelemek ve şifresini çözmek için matrislerde çarpma kullanılabilir. Gönderici bir kodlama matrisi kullanarak mesajı şifreler ve alıcı bir kod çözme matrisi kullanarak mesajın şifresini çözer.

$$\begin{array}{lcl} \text{Gönderen} & \longrightarrow & \begin{array}{ccc} \text{kodlama matrisi} & \text{mesaj} & \text{şifreleme matrisi} \\ \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} & = \begin{bmatrix} 21 & 8 \\ 42 & 13 \end{bmatrix} \end{array} \\ \\ \text{Alıcı} & \longrightarrow & \begin{array}{ccc} \text{kod çözme matrisi} & \text{şifreli mesaj} & \text{mesaj} \\ \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 21 & 8 \\ 42 & 13 \end{bmatrix} & = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \end{array} \end{array}$$

Ekonomi: İşletmeler daha büyük bir kazanç elde etmek ve borsa trendlerini incelemek için matrisleri kullanır. Kar ve zararlarını bu şekilde incelerler.

Eylül ayı karı hesaplama;

$$\begin{array}{ccc} \text{hasılat} & \text{maliyet} & \text{kar} \\ \begin{bmatrix} 78 & 89 & 60 \\ 55 & 67 & 100 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 98 & 76 & 40 \\ 30 & 32 & 54 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} -20 & 13 & 20 \\ 25 & 35 & 46 \end{bmatrix} \end{array}$$

Günlük yaşamda karşılaşılabileceğimiz matris çözümlü örneği inceleyelim.

Aşağıda verilen tablo Yıldız Şirketinin ocak ayı üretimini gösteriyor.

	K ürünü	L ürünü	M ürünü	N ürünü
1. Fabrika	7000	5000	0	1000
2. Fabrika	0	4000	3000	7000
3. Fabrika	3000	2000	0	2000

Matris formuna getirilmiş durumu ise A matrisi ile gösteriliyor.

$$A = \begin{bmatrix} 7000 & 5000 & 0 & 1000 \\ 0 & 4000 & 3000 & 7000 \\ 3000 & 2000 & 0 & 2000 \end{bmatrix}$$

Yıldız Şirketinin şubat ayı üretimi B matrisi ile gösteriliyor.

$$B = \begin{bmatrix} 9000 & 4000 & 1000 & 0 \\ 0 & 5000 & 1000 & 0 \\ 4000 & 1000 & 1000 & 0 \end{bmatrix}$$

Yılın ilk iki ayındaki toplam üretim nedir? (Bu durumu iki matrisin toplamı olan $A + B$ biçiminde gösterebiliriz.)

$$\begin{aligned} A + B &= \begin{bmatrix} 7000 & 5000 & 0 & 1000 \\ 0 & 4000 & 3000 & 7000 \\ 3000 & 2000 & 0 & 2000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9000 & 4000 & 1000 & 0 \\ 0 & 5000 & 1000 & 0 \\ 4000 & 1000 & 1000 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 16000 & 9000 & 1000 & 1000 \\ 0 & 9000 & 4000 & 15000 \\ 7000 & 3000 & 1000 & 2000 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Yıldız Şirketi K ürününden 3000, L ürününden 9000, M ürününden 8000 ve N ürününden 2000 TL kar elde etmektedir.

Birinci fabrikanın ocak ayında K, L, M, N ürünleri için üretimi sırasıyla 7000, 5000, 0, 1000 olarak verilmişti. Buna göre birinci fabrikanın bu üretimi için toplam karı;

$7 \cdot 3000 + 5 \cdot 9000 + 0 \cdot 8000 + 1 \cdot 2000 = 68000$ şeklinde bulunur. Bu işlemi ortak paranteze alma yöntemi ile $1000(7.3+5.9+0.8+1.2)=68000$ şeklinde yapabiliriz. Ya da bu işlemi yaparken elde edilen karlardaki ortak olan 1000 TL'yi işlem sonunda elde ettiğimiz sayı ile çarparak sonuca daha kolay ulaşabiliriz. $7.3+5.9+0.8+1.2=68$, $68.1000=68000$ olarak hesaplayabiliriz. Ancak tek bir fabrikayla uğraşmak yerine fabrikaların ocak ayı karlarını gösteren F matrisini şu şekilde hesaplayabiliriz.

Burada ortak olan 1000 TL'yi işlem sonunda elde ettiğimiz matris ile skalerle çarpma işlemi kullanarak uygulayabiliriz.

$$\begin{bmatrix} 7 & 5 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 3 & 7 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 9 \\ 8 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \cdot 3 + 5 \cdot 9 + 0 \cdot 8 + 1 \cdot 2 \\ 0 \cdot 3 + 4 \cdot 9 + 3 \cdot 8 + 7 \cdot 2 \\ 3 \cdot 3 + 2 \cdot 9 + 0 \cdot 8 + 2 \cdot 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 68 \\ 74 \\ 31 \end{bmatrix}$$

$$F = 1000 \begin{bmatrix} 68 \\ 74 \\ 31 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 68000 \\ 74000 \\ 31000 \end{bmatrix}$$

Birinci fabrikanın karı 68000 TL,

İkinci fabrikanın karı 74000 TL,

Üçüncü fabrikanın karı 31000 TL olur.

Ocak ayı toplam karı ise:

$$68000 + 74000 + 31000 = 173000$$

Fabrikaların şubat ayı karlarını gösteren G matrisini bulalım. Daha sonra ocak ve şubat aylarında elde edilen toplam karı bulalım.

EK-4 Alıştırmalar

1) Aşağıda verilen bilgileri matris ile ifade edelim.

Meyve suyu, sıcak çikolata ve kahve satılan bir işletmede cuma günü 17 tane meyve suyu, 38 tane sıcak çikolata ve 45 tane kahve satılıyor. Cumartesi günü işletmeyi okullarında etkinlik düzenleyen bir grup rezerve ediyor ve 95 tane meyve suyu, 62 tane sıcak çikolata ve 15 tane kahve satın alıyorlar. Pazar günü ise 73 tane meyve suyu, 105 tane sıcak çikolata ve 122 tane kahve satılıyor.

2) Aşağıdaki matrislerde işlemleri yapalım.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 15 \\ 15 & 23 & 7 \\ 12 & 4 & 20 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 13 & 24 & 35 \\ 11 & 6 & 17 \\ 26 & 31 & 9 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 10 & 29 & 4 \\ 18 & 7 & 15 \\ 25 & 13 & 14 \end{bmatrix}$$

- a) $A + B$
- b) $A + B - C$
- c) $B - C$
- d) $B + C - A$

3) Aşağıdaki matrislerde işlemleri yapalım.

$$D = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 7 & 12 & 4 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 9 & 4 \\ 2 & 10 \\ 16 & 5 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 14 & 7 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$$

- a) DE
- b) FD
- c) EF

4) $D - 2E = F$ ise aşağıda verilen matrislerdeki x, y, z elemanlarını bulalım.

$$D = \begin{bmatrix} 13 & x & 6 \\ 2 & 5 & 9 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 3 \\ y & 10 & 2 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 7 & -3 & 2 \\ -2 & -13 & z \end{bmatrix}$$

5) Aşağıdaki tabloda, ABD ile dünya genelinde nesli tükenmekte olan ve nesli tükenme tehdidi altında olan canlı grupları gösterilmektedir. Dünya genelinde nesli tükenmekte olan ve nesli tükenen gruplar ABD'ninkinden ne kadar fazladır?

	ABD		Dünya	
	Nesli tükenen	Tehlikede olan	Nesli tükenen	Tehlikede olan
Memeli	8	61	24	309
Sürüngen	22	14	36	79
Kuş	15	74	21	252
Balık	42	69	80	82
Kurbağalar	8	9	9	17

6) Bir mağazada 1000, 1500, 1550 ve 1600 TL perakende satış fiyatı olan 4 radyo bulunuyor. İlk gün fiyatları verilen radyolardan sırasıyla 8, 3, 7 ve 6 tane satılıyor. İkinci gün ise yine sırasıyla 5, 9, 1 ve 4 tane satılıyor. Buna göre bu iki günde her radyo için toplam ne kadar gelir elde edildiğini gösteren matrisi bulalım.

Problemde neler verilmiştir?
Problemde neler istenilmiştir?
Problemi şekil, grafik, tablo vb. kullanarak açıklayınız.
Problemin başka problemlerle benzerlikleri nelerdir?
Problemi çözmek için kullanabileceğiniz çözüm yolları nelerdir?
Problemin sonucu için tahminlerde bulununuz. Tahminlerinizi açıklayınız.

Problemin çözümünü yapınız.
Çözümünüzü açıklayınız.
Çözümü kontrol ediniz. (Matematiksel işlemleri kullanarak sağlama yapıp açıklamalarınızı yazınız.)
Hata yaptığınızı düşündüğünüz işlem basamağı varsa belirleyip açıklayınız.
Farklı bir çözüm yolu ile problemin çözümünü yapınız.

- 7) Bir okulda düzenlenecek müsamere için kostümlere ihtiyaç vardır. Erkek öğrenci kostümleri için 8 m kumaş, 5 m kurdele ve 4 paket payet, kız öğrenci kostümleri için 6 m kumaş, 9 m kurdele ve 5 paket payet gerekmektedir. 1 m kumaş 35 TL, 1 m kurdele 22 TL ve payetlerin bir paketi 5 TL olduğuna göre kostümlerin maliyetleri ne kadar olur?

Problemde neler verilmiştir?
Problemde neler istenilmiştir?
Problemi şekil, grafik, tablo vb. kullanarak açıklayınız.
Problemin başka problemlerle benzerlikleri nelerdir?
Problemi çözmek için kullanabileceğiniz çözüm yolları nelerdir?
Problemin sonucu için tahminlerde bulununuz. Tahminlerinizi açıklayınız.
Problemin çözümünü yapınız.
Çözümünüzü açıklayınız.
Çözümü kontrol ediniz. (Matematiksel işlemleri kullanarak sağlama yapıp açıklamalarınızı yazınız.)
Hata yaptığınızı düşündüğünüz işlem basamağı varsa belirleyip açıklayınız.
Farklı bir çözüm yolu ile problemin çözümünü yapınız.

- 8) A'dan Z'ye kadar harfleri 1'den 29 sayısına kadar numaralandırarak eşleme kullanılacaktır. 0 rakamı boşluğa denk gelmektedir. E matrisi ilk çarpan olarak

verilmiştir. Buna göre GÜZEL OKULUM sözcük grubunu matrislerle işlemler yaparak kodunu bulalım.

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 5 & 6 & 0 \\ 3 & 8 & 7 \end{bmatrix} \quad E \text{ matrisi yandaki gibi verilmiştir.}$$

0 - Boşluk	1 - A	2 - B	3 - C	4 - Ç	5 - D
6 - E	7 - F	8 - G	9 - Ğ	10 - H	11 - I
12 - İ	13 - J	14 - K	15 - L	16 - M	17 - N
18 - O	19 - Ö	20 - P	21 - R	22 - S	23 - Ş
24 - T	25 - U	26 - Ü	27 - V	28 - Y	29 - Z

EK-5: Bilgi Testi

1) Aşağıdaki bilgileri matris ile gösteriniz.

Bir okuldaki 5. sınıf ve 6. sınıf öğrencilerine kitap okumak ve film seyretmek olarak sunulan iki seçenekten birini seçmeleri istenilmiştir. 5. sınıf öğrencilerinden 13 kişi kitap okumayı, 19 kişi film izlemeyi seçmiştir. 6. Sınıf öğrencilerinden ise 8 kişi kitap okumayı ve 11 kişi film seymeyi seçmiştir.

2) Aşağıda verilen matrislerde işlemleri yapınız.

$$a) \begin{bmatrix} 10 & 54 & 69 \\ 101 & 22 & 5 \\ 9 & 74 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 63 & 2 & 5 \\ 90 & 3 & 9 \\ 365 & 742 & 36 \end{bmatrix}$$

$$a) \begin{bmatrix} 32 & 42 \\ -5 & -50 \\ 536 & 654 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 63 & 20 \\ -98 & 30 \\ 34 & 13 \end{bmatrix}$$

$$b) 8 \begin{bmatrix} 206 & 102 & 65 \\ -26 & 2 & 428 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

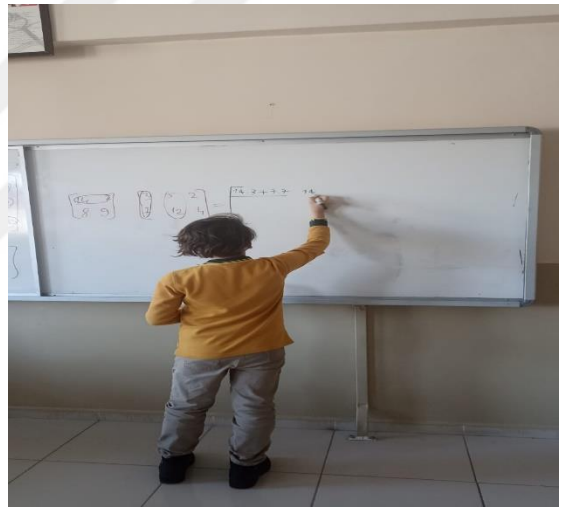
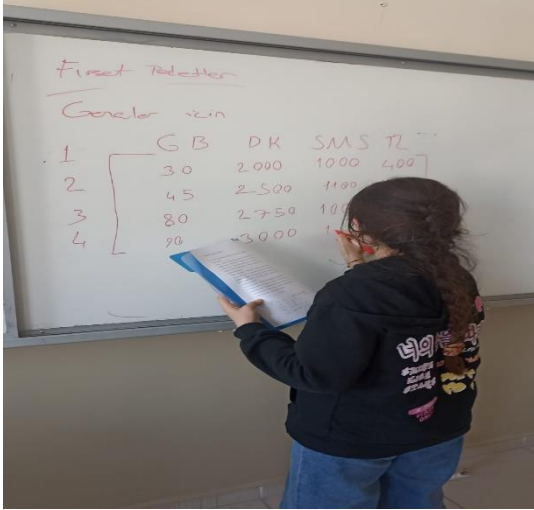
$$c) \begin{bmatrix} 12 & 30 & 4 \\ 5 & 0 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 & 125 \\ 0 & 36 \\ 6 & 18 \end{bmatrix}$$

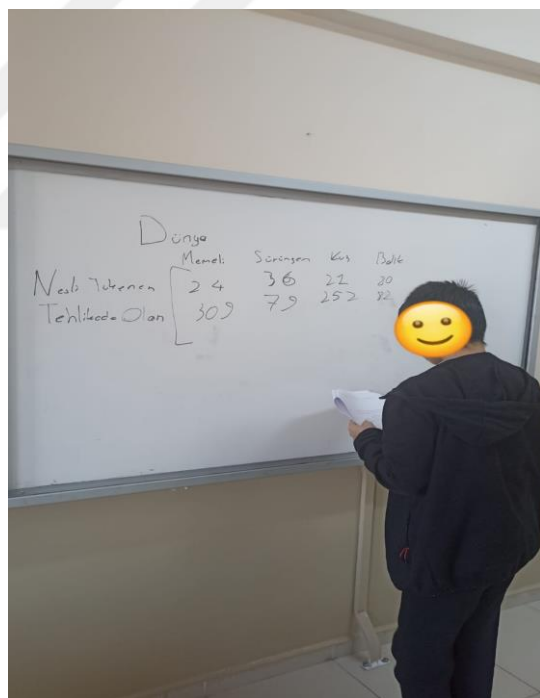
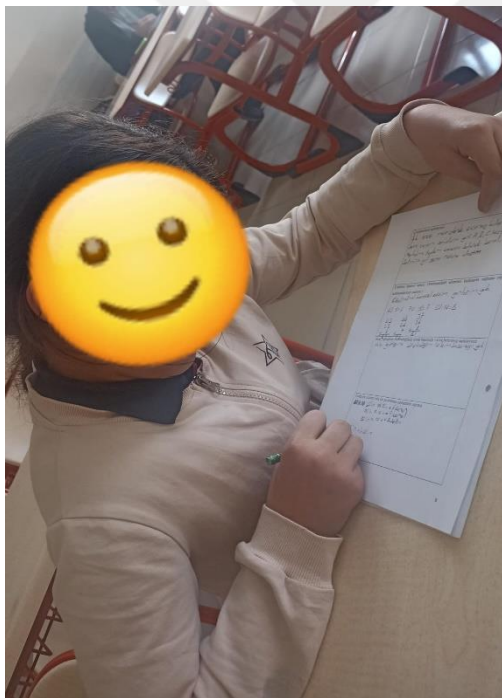
3) Aşağıda verilen problemleri matrisleri kullanarak çözünüz.

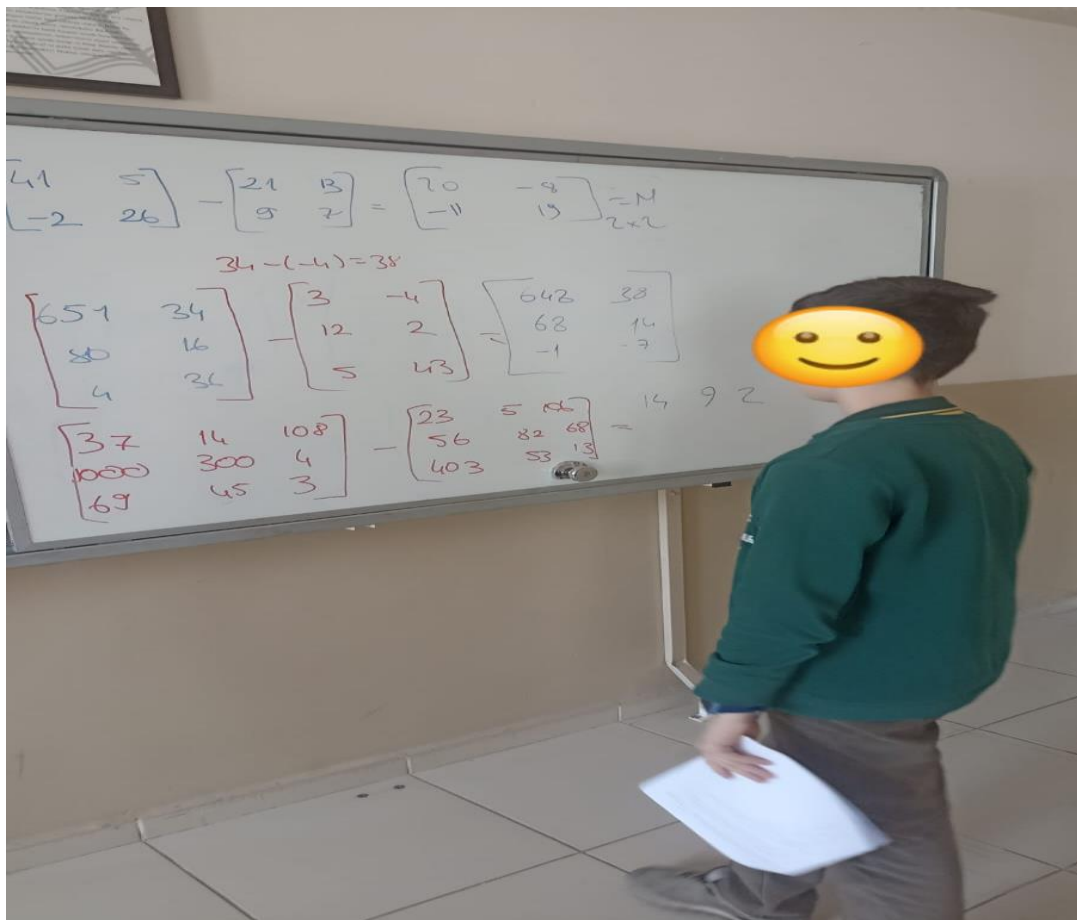
Bir pastanenin 3 ürünü vardır. Bunlar kurabiye, çörek ve kektir. Bu üç çeşit ürünün her bir tepsisi için farklı miktarlarda un, şeker ve yumurta kullanılmaktadır. Kurabiye için 5 su bardağı un, 3 su bardağı şeker, 4 adet yumurta kullanılmaktadır. Çörek için 11 su bardağı un, 2 su bardağı şeker, 9 adet yumurta kullanılmaktadır. Kek için 6 su bardağı un, 4 su bardağı şeker, 3 adet yumurta kullanılmaktadır. Bir su bardağı unun fiyatı 15 TL, bir su bardağı şeker 16 TL ve bir adet yumurta 7 TL olduğuna göre ürünlerin maliyetlerini matrisleri kullanarak bulunuz.

Problemde neler verilmiştir?
Problemde neler istenilmiştir?
Problemi şekil, grafik, tablo vb. kullanarak açıklayınız.
Problemın başka problemlerle benzerlikleri nelerdir?
Problemi çözmek için kullanabileceğiniz çözüm yolları nelerdir?
Problemın sonucu için tahminlerde bulununuz. Tahminlerinizi açıklayınız.
Problemın çözümünü yapınız.
Çözümünüzü açıklayınız.
Çözümü kontrol ediniz. (Matematiksel işlemleri kullanarak sağlama yapıp açıklamalarınızı yazınız.)
Hata yaptığınızı düşündüğünüz işlem basamağı varsa belirleyip açıklayınız.
Farklı bir çözüm yolu ile problemın çözümünü yapınız.

EK-6: Ders İçi Öğrenci Görselleri







ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Zeynep
BAKIRTAŞ

EĞİTİM

Derece	Adı, İlçe, İl	Bitirme Yılı
Üniversite	: İstanbul Üniversitesi	2021
Yüksek Lisans	: Siirt Üniversitesi	2024
Doktora	:	

YABANCI DİLLER: İngilizce