7. SINIF MATEMATİK DERSİ RASYONEL SAYILAR KONUSUNUN PROBLEM ÇÖZÜMLERİNİN APOS TEORİSİ İLE İNCELENMESİ

Şura KANTARCIOĞLU

2024

VAN YÜZÜNCÜ YIL ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Matematik ve Fen Bilimleri Ana Bilim Dalı

Matematik Eğitimi Bilim Dalı

7. SINIF MATEMATİK DERSİ RASYONEL SAYILAR KONUSUNUN PROBLEM ÇÖZÜMLERİNİN APOS TEORİSİ İLE İNCELENMESİ

Şura KANTARCIOĞLU

Yüksek Lisans Tezi

Van, 2024

VAN YÜZÜNCÜ YIL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi Bilim Dalı

7. SINIF MATEMATİK DERSİ RASYONEL SAYILAR KONUSUNUN PROBLEM ÇÖZÜMLERİNİN APOS TEORİSİ İLE İNCELENMESİ

EXAMINATION OF THE PROBLEM SOLUTIONS OF THE SUBJECT OF RATIONAL NUMBERS IN 7TH GRADE MATHEMATICS BY APOS THEORY

Şura KANTARCIOĞLU

Dr. Öğr. Üyesi Kâmil AKBAYIR

Yüksek Lisans Tezi

Van, 2024

ONAY SAYFASI

Şura KANTARCIOĞLU tarafından, Dr. Öğr. Üyesi Kamil AKBAYIR danışmanlığında hazırlanan "7. Sınıf Matematik Dersi Rasyonel Sayılar Konusunun Problem Çözümlerinin Apos Teorisi İle İncelenmesi" başlıklı bu çalışma, 10/06/2024 tarihinde Eğitim Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunun 17/05/2024 tarihli ve 2024/22-8 sayılı kararı ile Prof. Dr. Kamil ARI Başkanlığında, Doç. Dr. Elif ERTEM AKBAŞ ve Dr. Öğr. Üyesi Kamil AKBAYIR Jüri Üyeliğinde oluşturulan Tez Savunma Jürisi huzurunda savunularak Jüri tarafından Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin ilgili hükümleri kapsamında **Yüksek Lisans** tezi olarak kabul edilmiştir.

UYGUNDUR

......./….../2024

Prof. Dr. Fuat TANHAN

Enstitü Müdürü

Öz

Bu çalışmanın amacı 7. sınıf rasyonel sayılar konusunun problem çözümlerinin APOS teorisi ile incelenmesidir. Konu ile alakalı yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin rasyonel sayı konusunun öğreniminde genel olarak zorlandıkları görülmüştür. Araştırmanın örneklemini 2023-2024 eğitim-öğretim yılında Muş ilinin merkeze bağlı Kırköy beldesinde bulunan Kırköy Şehit Zekeriya Yatı İmam Hatip Ortaokulu 7.sınıf öğrencilerinden bir şubede bulunan 15 öğrenci oluşturmaktadır. Çalışma için öğrencilere açık uçlu altı tane rasyonel sayılarla işlem gerektiren problem hazırlanmış ve uygulanmıştır. Çalışma, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni kullanarak yapılandırılmıştır. Çalışmanın sonunda elde edilen veriler içerik analizi tekniği ile incelenmiştir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin bir önceki Matematik ders başarısı ile APOS teorisi genetik çözümlemenin sonucunda elde edilen öğrenci verileri ile uyumlu olduğu görülmüştür.

Anahtar sözcükler: problem, problem çözme, rasyonel sayı, APOS teorisi.

Abstract

The aim of this study is to examine the problem solutions of the 7th grade rational numbers subject with APOS theory. When the studies on the subject were examined, it was seen that students generally had difficulty in learning the subject of rational numbers. The sample of the research consists of 15 7th grade students in a branch of Kırköy Şehit Zekeriya Yatı İmam Hatip Secondary School, located in the central town of Kırköy in the province of Muş, in the 2023-2024 academic year. For the study, six open-ended problems requiring operations with rational numbers were prepared and applied to the students. The study was structured using the case study design, one of the qualitative research methods. The data obtained at the end of the study was examined using the content analysis technique. As a result of the study, it was seen that the student's success in the previous Mathematics course was compatible with the student data obtained as a result of genetic analysis of APOS theory.

Keywords: problem, problem solving, rational number, APOS theory.

Teşekkür

Yüksek lisans süreci boyunca tecrübelerinden yararlandığım, sabır ve özveri ile desteğini eksik etmeyen danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Kâmil AKBAYIR’ a teşekkürü borç bilirim.

Çalışmada yer alan öğrencilerime, tez süresince yanımda olan arkadaşlarıma ve beni; tezimi başarı ile yazabileceğime inandıran herkese çok teşekkür ederim.

Hayatım boyunca maddi manevi desteğini esirgemeyen, her zaman yanımda olan, bir başarıma daha ortak olan canım babam Reşit KANTARCIOĞLU ve canım annem İnci KANTARCIOĞLU başta olmak üzere çok sevdiğim ablalarıma ve tüm aileme sonsuz teşekkürlerimle...

İçindekiler

Tablolar Dizini

Şekiller Dizini

Simgeler ve Kısaltmalar Dizini

APOS: Action (Eylem), Process (Süreç), Object (Nesne), Schema (Şema)

MEB: Millî Eğitim Bakanlığı

MÖP: Matematik Öğretim Programı

Bölüm 1

Giriş

Problem Durumu

Matematik ile günlük yaşamda birçok alanda çok sık karşılaşılabilmektedir. Bu yüzden Matematik sıradan bir disiplin değildir ve büyük öneme sahiptir. Geçmişte hiçbir zaman önemini yitirmemiş olup günümüzde ve gelecekte de önemini yitirmesi öngörülmemiş olan Matematik disiplini birçok birey tarafından sevilmemekte, önyargı ile yaklaşılmakta ve zor olarak görülmektedir. Matematik, basit bilgileri sayma, organize etme gibi günlük yaşam becerilerinden bilimsel araştırma ve teknoloji geliştirme gibi çok önemli etkinliklere kadar temel olarak hizmet eden ve insan yaşamındaki önemi göz ardı edilemez en zorlu yapıya sahip disiplinlerden biridir (Calderon-Tena, 2016). Matematik alanı çok önceki yıllardan beri insanlar için anlaşılması karmaşık ve güç olmuştur. Matematik geniş kapsamlı bir disiplindir ve bu disiplinin her bölümü önemlidir ancak en önemli bölümlerinden biri problem çözme olmuştur çünkü dünyada ve ülkemizde anlayan, düşünen ve problem çözebilen bireyler yetiştirmek son derece önemsenmiştir. Değişen ve gelişen çağa ayak uydurmak için sorumluluk sahibi, eleştirel düşünebilen, problemleri çözmeye odaklanan ve kendi kararlarını kendi veren nesil yetiştirmek, her zaman amaç olmuştur. Ülkemizde de tüm dünyada olduğu gibi Matematikte birçok konuda işlemler öğretildikten sonra konuyla alakalı problem çözümleri yaptırılmak istenmiştir.

Matematik öğretim programında kesirler ve rasyonel sayılar konusu önemli bir yer almaktadır. Aslında 7. Sınıf öğrencileri rasyonel sayılar konusuna çok yabancı değillerdir. Daha önceki yıllarda görmüş oldukları kesirler konusu rasyonel sayılar konusunun temelini oluşturmaktadır. 5 ve 6. Sınıftaki kesirler konusu yerini 7. Sınıfta rasyonel sayılar konusuna bırakmıştır. 7. Sınıftan sonra rasyonel sayılar konusu ortaöğretim konularının arasında da yer almaktadır. Yapılan çalışmalarda öğrencilerin, kesirler ve rasyonel sayılar konusunun anlaşılmasında zorluk yaşadıkları görülmektedir. (Toluk, 2002; Haser ve Ubuz, 2000; Ardahan ve Ersoy, 2003).

Matematiksel bilgi ve kavram oluşum süreçlerinin açıklanabilmesi için temel alınan kuramlardan biri de Piaget (2001)'in soyutlama çeşitleridir. Dubinsky ve arkadaşları, Piaget'in yansıtıcı soyutlama anlayışı üzerinde çalışıp çalışmayı genişletip yeniden planlayarak APOS (Action, (Eylem) Process (Süreç), Object (Nesne), Schema (şema)) teorik çerçevesini geliştirmişlerdir (Arnon vd., 2014; Asiala vd., 1997; Dubinsky, 2002). Bu teorinin amacı matematiğe ait kavramların öğrenilmesi için gerekli zihinsel yapıları ve zihinsel mekanizmaları ortaya koymaktır. Genetik çözümleme ile modellenen bu yapı, öğrenme ortamına ışık tutan bir araçtır ve öğretim ortamlarının tasarlanmasına katkı sağlar (Arnon vd., 2014). Matematiksel kavramların anlaşılmasında nasıl bir yol izlenebileceğini ifade eden bu modelden yola çıkarak öğretim etkinlikleri tasarlanıp ve bununla birlikte öğrenme sürecinin değerlendirilmesinde kullanılabilir (Oktaç ve Çetin, 2016).

Araştırmanın Amacı ve Önemi

Bu çalışmada, Dubinsky'e ait olan APOS teorisinin bahsedilen zihinsel aşamalar ele alınarak ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar ile ilgili problemlerinin çözümü konusunda öğrencilerin hangi aşamada olduğunu araştırıp görmek hedeflenmiştir.

Matematik çok önceki yıllardan beri insanlar için anlaşılması güç ve karmaşık bir alan olmuştur. Öğrencilerin birçoğu Matematik dersinde özellikle problem çözme kısmında sıkıntı yaşamaktadırlar. Problem, temelde kişinin bir amaca varmada engelleme (frusration) ile karşılaşılan bir çatışma (conflict) durumudur (Morgan, 1995). Bireylerin gelecekte karşılaşacağı problemlerin üstesinden gelebilecek şekilde yetiştirilmesi eğitimin her zaman öncelikli hedeflerinden olmuştur. Okulda öğretimi yapılan matematiğin en önemli hedeflerinin arasında; öğrencilerin günlük hayatta karşılaşabilecekleri olası problemlere karşı hazır olmalarına yardımcı olmak, matematiği bir iletişim aracı olarak kullanabilen öğrenciler yetiştirmek ve öğrencilerin karşılaştığı her durumda problem çözebilen birer birey olarak yetiştirmek yer alır (MEB, 2009; MEB, 2013; Baki, 2018). Çocukların birçoğunun problem çözerken zorluk yaşadıkları kısımlar; bilgileri örgütleme, sistemleştirme ve kullanmadır. Bir problemin çözülmesi için bireyin, problem cümlesini anlaması, çözüm için uygun olan verileri seçmesi, çözüm için gerekli olan planın seçilmesi, problemi çözmesi ve yaptığı çözümün tutarlı olup olmadığına karar vermesi, problemi genişletmesi, alternatif önermesi gibi bir bilişsel süreçten geçmesi gerekmektedir (Karataş ve Güven 2003).

Bireylerin günlük hayatta karşılaşmış oldukları problemleri çözerken doğal sayılar ve tam sayılar, bu problemleri çözümünde bazı zamanlarda yetersiz kalmıştır (Şiap ve Duru, 2004). Öğrenciler, rasyonel sayılar konusunda, doğal sayılar ve tam sayılar konularının öğrenilmesine kıyasla daha çok zorlanabilmektedirler. Öğrenciler rasyonel sayılar konusuna her ne kadar kesirler konusundan yabancı olmasalar da rasyonel sayılar konusunun anlaşılmasında zorluk çekebilmektedir. Aynı zamanda günlük yaşantımızın bir parçası olan rasyonel sayılar konusunu öğrenciler günlük yaşamla ilişkilendirmede ve bu bağlamda karşılaşabilecekleri problemlerin çözümüne uyarlamada güçlük yaşamaktadırlar.

APOS teorisi, matematiksel bir kavramın öğrenilmesinde birey tarafından oluşturulan zihinsel yapıları analiz eder ve kavramın öğrenilmesine yönelik bileşenler ortaya koyar. APOS teorisi bir kavramı anlayabilmek için gerekli olan bileşenleri açığa çıkarabileceği gibi öğrencilerin kavrama yönelik kavramsal anlamalarının ne seviyede olduğunu da analiz edebilir (Arnon vd., 2014). Aynı zamanda APOS teorisi matematiksel terimlerin öğrenme biçimini tanımlamayı hedefleyen ve bireylerin herhangi bir terimi öğrenirken zihinlerinde oluşturdukları şekilleri anlamalarını sağlayan bir düzenek olarak görülmektedir (Bingölbali vd., 2016). APOS teorisi matematik eğitimi için oldukça faydalı olan bir düzenektir. (Bayraktar vd., 2019).

APOS teorisi öğrencilerin problem çözümlerindeki hataların nerede olduğunu ve neden yapıldığını gösterebilir. Bu bağlamda çalışmanın literatüre katkı sağlayacağı ve birçok çalışmaya yön vereceği düşünülmektedir.

Araştırma Problemi

Bu araştırmanın problemi 7. sınıf öğrencilerinin Matematik dersi rasyonel sayılar konusunun problem çözümlerinin APOS teorik çerçevede değerlendirilmesi, şeklindedir.

Sayıltılar

Bu araştırma için hazırlanmış olan çalışma kağıdının kapsam geçerliliğini ve hedeflenen özellikleri belirlediği varsayılmıştır. Aynı zamanda öğrencilerin çalışma kağıdında bulunan sorulara özenli, samimi ve dürüst bir şekilde cevap verdikleri varsayılmıştır.

Sınırlılıklar

1) Bu araştırma eğitimde var olan teorilerden yalnızca APOS teorisi ile çalışılmıştır.

2) Bu araştırma Matematik Öğretim Programına ait kazanımlardan yalnızca rasyonel sayılar konusunun problemleri ile çalışılmıştır.

3) Bu araştırma Türkiye'de bulunan illerden birinin bir devlet okulunda öğrenim gören 7. sınıf öğrencileri ile sınırlı kalmıştır.

Tanımlar

Problem. Problem, ortadan kaldırılmak istenen zor bir durum olarak tanımlanabilir (Van de Walle, 2007).

Problem Çözme. Süreç boyunca karşılaşılan sorunu veya problemi ortadan kaldırmak problem çözme olarak tanımlanmaktadır (Türnüklü ve Yeşildere, 2005).

APOS Teorisi. Matematiksel kavramların öğretilmesi süresi boyunca bireyin oluşturduğu zihinsel yapıları eylem (action), süreç (process), nesne (object) ve şema (schema) olarak isimlendiren bir teoridir. APOS teorisine göre eylem aşamasında olan bir birey bu eylemi içselleştirip süreç aşamasına geçerek süreç aşamasında öğrenenin yaptığı değişimler işlem olmaktan çıkıp kapsüllenirse nesne haline gelir. Şema ise bireyin bir kavram ile ilgili zihninde var olan eylem, süreç, nesne ve farklı şemaların birleşimidir (Öksüz, 2018).

Bölüm 2

Araştırmanın Kuramsal Temeli ve İlgili Araştırmalar

Bu bölümde, problem çözme, APOS teorisi ve rasyonel sayı kavramı kuramsal çerçevede incelenmiş olup alanında ilgili araştırmalara değinilmiştir.

Problem

Dewey (1910) problemi, insanın zihnini bulanıklaştıran ve inancı belirsiz yapan her şey olarak tanımlamaktadır. Karasar (2014) problemi, "bireyi, bedensel ya da fikirsel açıdan rahatsız eden, kararsızlık ve birçok çözüm yolu ihtimali olan her durum bir problemdir" olarak tanımlamıştır. Başka bir tanıma göre problem, bir hedefe ulaşabilmek için hazır halde görünen, standart veya rutin bir yolun bulunmadığı durumdur (Smith ve Kosslyn, 2014). Problem, net olarak bir amacın olduğu, bu durum hakkında açık olarak tanımlanmış matematiksel çözüm yolları içeren ve bu çözüm sürecindeki çabayı ifade etmek için kullanılabilir (Haylock ve Cockburn, 2014).

Olkun ve Toluk (2004) problemi, bireyde çözüm isteği uyandıran ve hazır olarak çözüm aşamaları olmayan fakat bireyin bilgi ve tecrübelerinden yola çıkarak çözüme kavuşturabileceği durumlar olarak ifade etmişlerdir. Deveci Topal ve Alkan'a (2010) göre problem, insan zihninde karışıklıkların nedeni olan belirsizlik olarak tanımlanabilir ve bu açıdan birçok eğitimci problem çözmek için harcanan çabaları, öğrenme ve düşünme açısından önemli görmektedir.

Problem ile alakalı tanımlar göz önünde bulundurulduğunda problemin ortak özellikleri; karmaşık, güç, çözüme kavuşturulma isteği uyandıran ve genelde daha önceden karşılaşılmamış olmasıdır. Problem insan hayatını olumsuz yöne etkileyecek bir durumdur. Kişi doğası gereği karşılaştığı bir problemde öncelikle gerilip stres olur, daha sonra yaşadığı bu gerginliği ortadan kaldırmak ister. Dolayısıyla birey var olan problemi çözüme kavuşturmak ister ve bunun yollarını arar. İnsanlık tarihi boyunca problem her zaman var olmuştur ancak tarih boyunca bir problem sürekli devam etmemiştir. İnsan doğası gereği ile bir problemle sürekli yaşayamaz. Bu nedenle problem denilen durumun çözüme kavuşması gerekir. Doğa içinde insanı diğer canlı varlıklardan ayıran en mühim özelliklerin başında, onun karşılaştığı problemleri akıl, bilgi ve deneyimlerinden yararlanarak çözebilmesi gelir (Ceylan, 2008).

Problem Çözme

Problem çözme ile alakalı literatürde çalışılmış yerli ve yabancı birçok çalışma vardır. Çalışmalara göre problem çözme genel olarak aşağıda bahsettiğimiz gibi tanımlanmaktadır.

Yeşilova (2013), problem çözmeyi bireyin daha öncesinde bilgisi dahilinde olduğu bireysel bilgi ve becerileri kullanma, belirsiz bir durum karşısında istenenleri bulma gayreti olarak açıklamıştır. Problem çözme, bir amaca ulaşmaya çalışırken aşılması gereken engellere karşın uyguladığımız bilişsel işlemler kümesini içerir (Smith ve Kosslyn, 2014). Zehir (2013), problem çözmeyi kişilerin karşılarına çıkan zorlukları aşma süreci olarak ifade etmiştir. Bu süreç problemi tümüyle anlamayla başlar ve tatmin edici bir çözüm bulunduğunda biter (Yeşilova, 2013).

Sade bir tanımla problem çözme "yaratıcı düşünmeyi, eleştirel düşünmeyi gerektiren, yani üst düzey düşünebilmeyi barındıran bir beceri şekli" biçiminde tanımlanmaktadır (Erdem ve Genç, 2015). Problem çözme, çözüm bulmanın yanı sıra bir yol bulma, bir güçlükten kurtulma, bir amaca en uygun yoldan ulaşmak için yapılabilecek hamlelerin bilinçli olarak araştırılmasıdır (Polya, 1997).

Problem çözme aşamalar içeren birçok süreci kapsamaktadır. Problem çözme, bilişsel karmaşa oluşturabilen açıklama, değerlendirme ve hipotezleri deneme gibi zorlu bilişsel süreçleri içermektedir (Ekici ve Balım, 2013). Problem çözebilme akılcı yaklaşımlı olmayı ve muhakeme becerisini gerektirebilir. Bir problemi günlük hayatta karşılaştığımız basit yöntemlerle de bilimsel yöntemlerle de çözebiliriz. Bilimsel açıdan problem çözme; bilimsel yöntem, eleştirel düşünce, yansıtıcı düşünce, karar verme, sorgulama gibi kavram ve terimleri içinde bulunduran rasyonel düşünce işlemini oluşturur (Aksoy, 2003).

John Dewey (1910) problem çözmeyi, doğal olarak arka arkaya sıralanan basamaklar tarafından yönlendirilen bilerek ve isteyerek yapılan bir süreç olarak görür. Dewey'in modeli öğretilebilecek şekilde değerlendirmeye alınan altı temel basamağı içerir.

1. Problemi fark etme,
2. Problemi tanımlama ve sınırlama,
3. Problemin çözümünde kullanılacak verileri toplama,
4. Denenceler kurma,
5. Denenceleri sınama,
6. Çözüme ulaşma (Heddens ve Speer, 2005).

Birinci aşamada, problemin aktarılması, öğrenciler ya da öğretmenler problemin var olduğunu bilirler. İkinci aşamada, problemin açıklanması, problemin varoluşunu tanımlar ve çözümünde oluşabilecek sınırlılıklarını belirler. Üçüncü aşamada hipotez türetilir, bir ya da birden fazla olası çözümler önerilir. Dördüncü aşamada, hipotezlerden en iyi olanlar seçilir. Beşinci aşamada ise, seçilen hipotezlerin her birinin güçlü ve zayıf yönleri belirlenerek en iyi olan hipoteze karar verilir. Bütün aşamaları uyguladıktan sonra altıncı aşamada çözüme ulaşılır. Eğer bir çözüme ulaşılmazsa gerekli görülen aşamaya tekrar dönülür, tekrar edilir, hâlâ çözüme ulaşılmamışsa problemin o çözüm yolundan vazgeçilir.

John Dewey'in problem çözme aşamalarına benzer problem çözme basamakları da Yaratıcı düşünme problem çözme basamaklarıdır. Yaratıcı düşünme problem çözme adımları yedi tanedir;

1. Problemin tanımlanması,
2. Problemin analiz edilmesi,
3. Birçok alternatifin oluşturulması,
4. Alternatiflerin analiz edilerek asgariye indirgenmesi,
5. Alternatiflerden birinin seçilmesi,
6. Seçilenin uygulamaya aktarılması,

7. Sonuçların kontrol edilmesi (Sadık, 2006).

Ünlü matematikçi olan George Polya problem çözme üzerine birçok çalışma yapmış ve kitaplarında problem çözmeyi detaylı olarak incelemiştir. Polya’nın klasikleşmiş kitabında (How to solve- Nasıl çözülmeli, 1945) problem çözme aşamaları dört tane olup aşağıdaki gibidir:

1. Problemi anlama
2. Çözüm için plan hazırlama
3. Hazırlanan planı uygulama
4. Çözümü değerlendirme

Birinci adımda öğrenciye sunulan problemi öğrencinin düşünmesi ve anlamlandırması gerekir. Bu aşamada öğrencilere ipuçları ile destek olunabilir. “Problemde bize verilen bilgiler nelerdir? Problemde eksik olan ya da gerekli olandan fazla bilgi var mıdır? Problemde özel olan herhangi bir sözcük var mıdır? Problemin çözümüne dair ipuçları var mı?” gibi sorular öğrencilere sorulmalıdır (Davis, 2011; Akt. Yeşilova 2013). İkinci aşamada çözümün nasıl yapacağına dair planlar yapılır. İlk önce problemde istenileni belirleyip daha sonra nasıl çözüleceği planlanır. Üçüncü aşamada problemin çözümü için hazırlanılan plan devreye girer ve bir çözüme ulaşılmaya çalışılır. Dördüncü aşamada problemin çözümü için hazırlanılan planın ve çözümün doğru olup olmadığına yönelik değerlendirilme yapılır. Çözüm doğruysa plan doğru kabul edilir yanlış ise gerekli yerlere geri dönülür.

Problem çözebilmenin günlük hayatta ve bütün alanlarda önemi büyük olduğu gibi matematikte de yeri çok önemlidir. Problem çözebilme eğitim ve öğretimin tüm disiplinlerinde olan ve kullanılan ancak daha çok matematik alanında ön plana çıktığı ve vurgulandığı bir beceridir (Krulik ve Rudnick, 1988). Matematik eğitiminin temel hedefleri arasında yer alan hedeflerden biri de öğrencilerin problem çözmeye yönelik becerilerini arttırmaktır (MEB, 2013). Uzun yıllar düşünülüp araştırılan ve detaylı inceleme sonucunda 2015 yılında yürürlüğe giren hemen ardından yeni eğitim-öğretim yılında uygulamaya başlanılan ilköğretim matematik dersi eğitim programının ilk amacı problem çözme olmuştur. Altı önemle çizilen problem çözme becerisi öğrencilere kazandırılması gereken 21. yüzyıl becerileri içerisinde bulunan üst düzey düşünme becerilerini de içeren belki de en önemli ve en karışık üst düzey düşünme süreci olarak karşımıza çıkmaktadır (Akman ve Erden, 1998; Jonassen, 2000; Korkut, 2002; Türnüklü ve Yeşildere, 2005; Altun, 2011).

Problem çözmeye dayalı öğretim Matematik dersi müfredatının merkezindedir. Bu nedenle matematik eğitimcileri, öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesi ve eğitimin birincil amacı olması konusunda düşünce birliğindedirler (Karataş ve Güven 2004). Öğrencilerde problem çözme becerisini geliştirmek matematik eğitiminin önemli hedeflerinden birisidir (Reusser & Stebler 1997). Bu anlamda matematik dersinin öğretiminde ve öğrenilmesinde problem çözmeye dayalı sürecin nasıl işlenildiği çokça önemlidir. Matematik dersinde başarılı olmak, problem çözmeye dayalı sürecin iyi değerlendirilmesiyle doğrudan ilgilidir.

Problem çözmeye yönelik sorularda öğrenciler sürece aktif katılım sağlarlar. Aktif katılım sağlayan öğrenciler olumlu yönde birçok gelişim gösterirler. Buna örnek olarak; akıl yürütme, problem çözme, ilişkilendirme ve benzeri mantıksal özelliklerin gelişimi gibi becerileri gösterebiliriz. Öğrenciler aktif olarak matematik alanında problem çözmeyi, çözümlerini ve düşüncelerini paylaşmayı, açıklamayı ve savunmayı, matematiği hem kendi içinde hem de farklı disiplinlerle ilişkilendirmeyi ve çeşitli matematiksel kavramları da öğrenirler (MEB, 2009).

APOS Teorisi

Piaget'in yansıtıcı soyutlama ilkesine dayanan ve yapılandırmacı yaklaşımlı bir teori olan APOS teorisinin temel ilkesi, kişinin matematiksel bir terim hakkındaki anlayışının, problemleri ve çözümlerini sosyallik bağlamında yansıtarak ve belirli zihinsel yapıları oluşturarak veya tekrardan yapılandırarak ve bunları bu problem durumlarının üstesinden gelmede kullanılacak şemalar halinde düzenleyerek gelişmesidir (Çetin & Dubinsky, 2017). Bu teorinin kurucusu Ed Dubinsky'dir. Dubinsky'e göre bu zihinsel yapılar, APOS teorisinin baş harflerinden oluşan dört zihinsel yapıdan oluşmaktadır. Bu zihinsel yapılar; Action (Eylem), Process (Süreç), Object (Nesne) ve Shema (Şema) olarak isimlendirilirler.

Bazı araştırmalar yaparken Piaget'in yansıtıcı soyutlama ve bunların matematiksel olarak düşünceleri hakkındaki fikirleri Dubinsky'nin dikkatini çekmiştir. Daha sonra Dubinsky APOS teorisini geliştirmiş olup bu konu üzerine çalışmıştır. Dubinsky, APOS teorisi olarak bilinen çerçeveyi geliştirebilmek için birçok işbirlikçi ile çalışmalarını sürdürmüştür (Arnon vd., 2014).

APOS, Piaget'nin yansıtıcı soyutlama (reflective abstraction) ile ilgili düşüncelerini anlama ve bu düşünceleri ileri seviyedeki matematik anlamında yeniden inşa etme amacıyla geliştirilen, bir terimin öğrenilme süresince bilişsel yapıları açığa çıkaran teorik bir çerçevedir (Asiala vd., 1996; Dubinsky, 1991). Piaget, kişinin bilişsel inşaları, hayatındaki bilişsel öğrenmelerle etkileşimi nedeniyle yapılandırdığını ve daha sonra karşılaştığı bilişsel öğrenmelerle tekrardan etkileşime girerek gelişimsel olarak bu bilişsel inşaların yeniden oluşturulduğu tezini ortaya atmış ve bu süreci yansıtıcı soyutlama olarak isimlendirmiştir (Dubinsky & Lewin, 1986).

Zihinsel Mekanizmalar

APOS teorisi zihinsel yapıları Eylem (Action), Süreç (Process), Nesne (Object) ve Şema (Schema) olarak isimlendiriliyor. Bu zihinsel yapılar oluşturulurken yansıtıcı soyutlama mekanizması içerir (Bingölbali vd., 2016). Yani öğrenciler matematiksel terimlerin öğrenilmesi sürecinde yansıtıcı soyutlamalar ile zihinsel yapıları oluştururlar. Dubinsky (1991)'ye göre yansıtıcı soyutlama, zihinsel nesnelerin ve zihinsel nesneler üzerindeki fiillerin inşa edilmesidir (Akt., Çekmez, 2013). Dubinsky yansıtıcı soyutlama mekanizmalarından dört tanesi üzerinde durmuştur. Bunlar genelleme (generalization), içselleştirme (interiorization), kapsülleme (encapsulation) ve koordinasyon (coordination) dur. Ancak daha sonraki çalışmalarında Piaget'in fikirlerinin üzerinde çalışarak bu dört mekanizmaya bir tane daha ilave ederek tersine çevirme (reversal)'yi geliştirmiştir.

Tablo 1

Zihinsel Yapılar ve Zihinsel Mekanizmalar

Zihinsel Yapılar	Zihinsel Mekanizmalar
Eylem Süreç Nesne Şema	Genelleme İçselleştirme Kapsülleme Koordinasyon Tersine çevirme

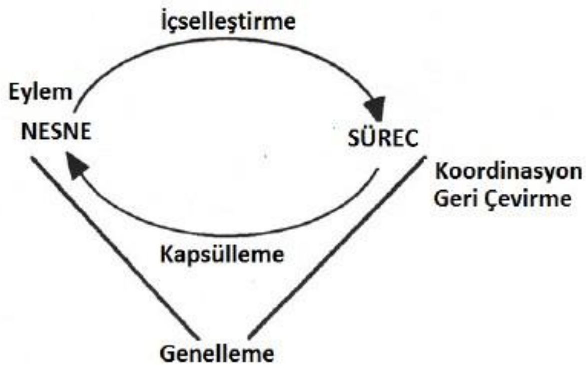
Genelleme: Kişinin karşısına yeni bir bilişsel gıda çıktığında var olan bilişsel dengesi bozulur (disequilibrating) ve uyumsama yapmaya (accommodation) çalışır. Bu durumda zihnindeki yapıları tanımak önemlidir çünkü yeni besinde, ne kadar sıra dışı görünürse görünsün, mutlak özellikler vardır ve bu özelliklerden hareketle zihindeki tanınan yapı ona da uygulanır (Dubinsky & Lewin, 1986).

İçselleştirme: Kişinin algılarında bulunan bir olguyu anlamlandırma amacıyla içsel süreçler oluşturması anlamına gelen içselleştirme, maddi hareketlerin içsel durumlara dönüştürülmesi olarak da söylenebilir (Dubinsky, 1991).

Koordinasyon: Koordinasyon kişinin yeni bir yapının oluşturulması için, birden fazla yapıyı koordine etmesi veya birleştirmesi şeklinde ileri sürülen yansıtıcı soyutlama çeşitlerinden biridir. Örneğin, sınıflama ve sıralamanın birleştirilmesi ile sayı teriminin oluşturulması gibi (Dubinsky & Lewin, 1986).

Kapsülleme: Kapsülleme aktif olan süreçlerin sabit nesnelere dönüştürülmesidir. Kişinin zihninde kalıcı nesne, beraber süreç uygulanması, farklı bir deyişle fiziksel veya algısal eylemler uygulanması ile elde edilir (Tall, 1999).

Tersine Çevirme: İçselleştirilen bir sürecin tersine çevrilmesiyle yeniden bir süreç elde edilmesidir, kendine özgü süreci kapsayan değişimler çözülerek, bireyin onu yeni bir süreç kurulduğunu düşünebilmesine imkân verir (Dubinsky, 1991; Meel, 2003).



*Şekil 1.*Şemalar ve Şemaların Oluşumu (Dubinsky, 1991)

Yukarıdaki şekilde nesne ve süreç oluşumunu zihinsel mekanizmalarla oluştuğu görülmektedir. APOS teorisini oluşturan zihinsel yapıların ve mekanizmaların gösterildiği şekle göre eylemlerin nesneler üzerinde içselleştirildikleri halinde sürece dönüşürler. Eylemler süreç üzerinde kapsülledikleri halinde yeniden nesneye dönüşürler.

Zihinsel Yapılar

APOS teorisi bir bireyin matematiksel bir terimi anlamayı sağlayacak kişide zihinsel yapının olması gerektiğini vurgulamaktadır. Zihinsel yapılar, terimi öğrenebilmek için gerekli olan eylemler, süreçler, nesneler ve şemaya işaret eder. Dubinsky'nin geliştirmiş olduğu APOS teorisinin baş harflerinden oluşan eylem (action), süreç (process), nesne (object) ve şema (shema) Dubinsky (1991)'e göre şu şekilde ifade edilmektedir:

Action (Eylem). Önceden inşa edilmiş zihinsel nesnelerin dışsal ipuçları ile dönüştürülmesidir. Yani kişi, nesnelere eylemler uygulamak için dıştan gelen ipuçlarına ihtiyaç duyar. Değişimler bu aşamada dışsal olarak algılanır. Kişi dışa bağımlı olduğundan eylemlerin evrelerini hayal edemez (Çetin & Dubinsky, 2017). Dubinsky ve McDonald (2001)' a göre eylem aşamasında, nesnelerin dönüştürülmesi dış etken olarak düşünülür ve bu aşamadaki birey sadece verilen bir uygulamayı yaparken açık olarak ya da ezber yöntemi ile nasıl bir işlem yapacağını bilir.

Eylem aşamasında bulunan kavramlar durgun haldedir ve bu aşamadaki kavramlar üzerine daha farklı oluşumlar hareket ettirilemez. Bu düzey durgun kavramsallaştırma olarak görülür ve bu düzeyde kişi işlem esnasında sadece bir adım hakkında fikir edinebilir (Reed, 2007). Örneğin bir kişi kesir kavramı ele aldığında kesri düşünüp ve bir nesneyi (genellikle pasta) dört eşit parçaya bölüp bu parçalardan üçünü almaktan fazlasını yapamıyorsa “Eylem” aşamasında olduğu düşünülebilir. Buradaki pasta eylemin uygulandığı nesnedir (Bingölbali vd., 2016).

Soyutlama sürecinin en alt basamağı eylem kavramsallaştırması olarak görülmektedir ancak oluşturulacak kavram hedeflerin anlaşılması için başlangıçtır. Çünkü kavram oluşması süreci eylemlerle başlayıp ve bu eylemlerin içselleştirilmesiyle devam etmektedir. Birey, eylemi yansıttığında ve içsel olarak bir faaliyet oluşturduğunda, eylemi süreç ile içselleştirmiş olur (Kabael, 2011). İçselleştirme, eylemin tekrar edilmesi ile olur ve içselleştirilen eylem sonrasında dış etkenlerle ilerletilmez ki bu nedenle bir üst aşamada olan süreç olarak adlandırılan içsel bir yapı oluşur (Meel, 2003).

Process (Süreç). Süreç, eylem tekrar edildikçe ve üzerinde çalışıldıkça içselleştirilerek dışsal uyaranlara ihtiyaç duyulmadan dönüştürülmesidir. Bu aşamada dışsal ipuçlarına ihtiyaç yoktur (Tziritas, 2011). Öğrenciler süreç aşamasında dönüşümlerini yapabilir, bütün adımları açık bir şekilde gerçekleştirmesine ihtiyaç duymadan ve belirli adımları geçerek göz önünde canlandırabilir. Süreç aşamasında olan bireyler, süreci ortaya koymayarak, uygulama yapıyormuş gibi düşünebilir. Süreç oluşumunu tamamlamış olan birey süreç aşamasında yansıtma ve tanımlama yapabilir (Deniz, 2014).

Süreç aşamasında olan bir birey dışarıdan gelen desteğe ihtiyaç duymaksızın dönüşümün tüm basamaklarını geri çevirebilir (Asiala ve diğerleri, 1996). Süreç aşamasına ulaşmanın tek yolu eylemleri içselleştirme değildir. İki sürecin koordinasyonun sağlanması ile veya bir sürecin geri çevrilmesi ile de yeni bir süreç elde edilebilir (Bingölbali vd., 2016). Matematikte çeşitli oluşumların elde edilebilmesi için kavramın en düşük süreç aşamasında oluşturulması gerekmektedir (Akt. Deniz, 2014).

Object (Nesne). Süreç, dönüştürme-değiştirme işleminden ayrılıp bir bütün olarak algılanması ve üzerinde farklı eylem veya süreçler uygulanacak şekilde kapsüllenmesi ile nesne durumuna gelir. Kapsülleme süreci, kişinin matematiksel terim üzerinde değişimler oluşturana kadar belirli bir dizi süreç üzerinde düşünmesini içerir (Tziritas, 2011). Eğer birey sürecin tamamıyla farkında olursa, bu bütünlüğün üzerine dönüşümler yapabiliyorsa ve gerçekten bu tarz dönüşümleri yapılandırabiliyorsa o zaman süreci bilişsel nesne içerisine kapsüllemiştir (Breidenbach vd., 1992; Dubinsky vd., 2005; Asiala vd., 1996). Eylem içselleştirilerek "Süreç" haline dönüşür. Süreç, öğrenen kişinin yapabileceği bir dönüştürmedir. Bu dönüştürme öğrenen kişinin yaptığı bir işlem olmaktan ibaret sayılmayıp bir bütün olarak düşünülürse ve üzerine başka eylem ve süreçlerin uygulanabileceği bilincine varılırsa süreç, "Nesne" olarak kapsüllenebilir. Matematiksel terimlerin dönüşümlerinin yapılabilmesi için süreçlerin bir sıra yansıma ile kapsüllenmesi gerekir. Bunun sonucunda kişi "Nesne" aşamasına geçmiş olur (Tziritas, 2011).

Matematiksel olan birçok durumda bireyin, var olan matematiksel terimin süreç ve nesne oluşumları arasında ileri geri hareket edebilmesi gereklidir (Dubinsky & Harel, 1992; Dubinsky, 2001). Matematiksel bir terimin APOS teorisinin nesne düzeyinde olabilmesi için onun üzerine farklı bir eylem ya da sürecin uygulanabilmesi gerekir. Asiala ve diğerleri (2004)'e göre öğrenen kişinin, süreci kapsülleyip nesne oluşturması, muhtemelen dinamik bir sürece bir eylem uygulama ihtiyacı hissettiği bir zamanda onu yansıttığında olur ki bu oluşum belirli bir düzenle oluşup oluşmadığı belli olmamakla birlikte aşağıdaki gibi sıralanabilir:

1. Bir sürece bir eylem uygulamak için nesne yaratma ihtiyacı
2. Nesne olarak sürecin kapsüllenmesi
3. Eylemin bu nesneye uygulanması.

Öğrenen kişilerin hangi aşamada olduğunu bulmak her zaman kolay olmayacaktır. Bireyler bazen eylem aşamasında tepki gösterirken bazen süreç aşamasında veya nesne aşamasındayken süreç aşamasında tepkiler gösterebilirler. Bu zihinsel yapılar hiyerarşik bir sistem içerisinde oldukları için seviye olarak anılırlar. Öğrenen kişi eylem aşamasından sonra süreç aşamasından geçer veya süreç aşamasından sonra nesne aşamasından geçer.

Ancak bu durum süreç ile eylem aşamaları arasında veya nesne ile süreç aşamaları arasında gelgitler yaşanmayacağı anlamına gelmez (Bingölbali vd., 2016).

Shema (Şema). Bir kişinin zihninde matematiksel terimle ilgili problem çözümü bölümlerinde kullanılan, o terimle ilişkili bir çerçeve oluşturmak üzere birbirine genel bazı kural veya şekillerle bağlanmış olan Eylem, Süreç, Nesne ve Şemalar topluluğudur. McDonald (2001)' a göre bir matematiksel terim için elde edilen net şema, bireyin eylemlerinin, süreçlerinin, nesnelerinin ve birbirine bazı genel kurallara bağlı diğer şemalarının bir araya gelerek oluşturduğu bir yapıdır. Şema düzeyindeki bir öğrenci eylem, süreç, nesne ve şema basamakları arasında gidiş geliş yapabilir (Weyer, 2010). APOS teorisinin son aşaması olan şema, yeni bir matematiksel problem çözümünde kullanılmak üzere çağırışım yapan eylemler, süreçler, nesneler ve diğer şemaların uyumlu bir birleşimidir (Clark vd., 1997). Bir bireyde var olan bir matematiksel kavram ile ilgili bilgisinin bütünü o kavramla ilgili şemasıdır. Şema, bireyin zihninde bulunan o kavramla alakalı problem çözümleri için kullanılan, o kavramla ilgili çerçeve oluşturulması için birbiri ile genel bazı kural ya da bağlarla bağlanmış olan eylem, süreç, nesne ve diğer şemalar topluluğudur. Bireyin zihninde oluşan bu çerçeve kendi içinde tutarlı olmalıdır (Bingölbali, 2016). Bir şemanın tutarlılığı, kişinin belli bir matematiksel olayda kullanılıp kullanılamayacağına karar vermesini sağlayan durumdur (Tziritas, 2011).

Dubinsky şemanın dinamik bir obje olduğunu söylemiştir. Şemada var olduğu hareketliliğinden, sürekli olarak gelişim ve değişim içinde olduğunu vurgulamaktadır (Meel, 2003). Dubinsky (2001)'e göre var olan şema, bir matematik problemini çözebilmek için var olan süreç ve nesnelerden yararlanarak kullanılabilir ve üzerine daha alt seviyedeki bilişsel oluşumlar uygulanan bir nesne gibi hareket edebilir.

Genetik Çözümleme

APOS teorisi ile yapılan çalışmalarda genetik çözümleme, öğretim yaklaşımının ayrılmaz bir parçası olarak görülür ve önemli bir rol oynar. Genetik çözümleme araştırmacıların matematiksel terimi öğrenme ve öğretme tecrübelerini, kavramın öğrenme ve öğretme süreçlerinde karşılaşılan zorluklara odaklanan çalışmaları ve kavramın tarihsel gelişimini temel alır (Arnon vd., 2014).

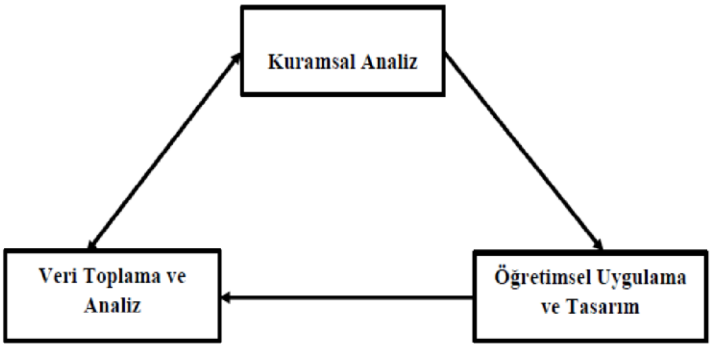
Genetik çözümlemenin iki farklı yolu olabilir:

1. Derse katılım sağlayan öğrencileri niteliksel olarak sorgulayarak,
2. İlk önce genetik çözümleme üzerine öğretim planlayıp daha sonra bu öğrencileri niteliksel olarak sorgulayarak.

Her iki yolda da nitel veriler toplanır ve APOS' a göre analiz edilir (Açıl, 2015). İlk yapılan genetik çözümleme, kavramın öğrencilerin zihninde nasıl anlaşıldığını görebilmek için yapılır. Kavramın öğretimi yapılırken öğrencilere verilen etkinliklerden gelen cevaplara ve gözlemlere dayanarak öğrencilerin zihinlerinde oluşturdukları zihinsel yapılar görülebilir. Daha sonra ilk genetik çözümleme ile öğrencilerin oluşturdukları zihinsel yapılar kıyaslanabilir. Genetik çözümleme öğrencilerin bir kavramı geliştirip geliştiremediklerini, geliştirebiliyorlarsa nasıl geliştirdiklerini, geliştiremiyorlarsa nedenini açıklayabilir. Bunlarla birlikte öğrencilerin gelişimleri, bireysel farklılıkları ve performanslarda çeşitlilik de ortaya çıkabilir. Eğer öğrencide olan bu farklılıklar ilk genetik çözümleme ile ifade edilemiyorsa düzenlenmeye gidilip ve tekrar uygulanabilir. Bütün bunlar dikkate alınarak genetik çözümleme için öğrencilerin bir kavramı nasıl öğrendiklerini ve öğrenirken öğrencilerin karşılaşacakları zorlukları açıklayabilen bir öğretim aracı diyebiliriz.

APOS teorisinin öğretimsel uygulaması

APOS teorisi üzerinde temel oluşturulan matematik eğitimi araştırması üç gruptan oluşmaktadır (Açıl, 2015; Bingölbali vd. 2016). Bunlar teorik analiz, öğretimin desenlenmesi ve uygulanması, veri toplama ve analizdir.



Şekil 2. APOS Teorisine Dayalı Araştırma Tasarımı

APOS Teorisinin Bileşenleri

a) Teorik Analiz

Bu kısımda matematiksel bir terim üzerinde teorik analiz yapılır. Teorik çerçevenin ilk aşaması olarak kabul edilen teorik analiz aşamasında ilk olarak araştırılan terimin epistemolojisi, bu terim ile ilgili yapılan araştırmaların sonuçları, literatür taraması ve araştırmayı yapan kişinin matematiksel bilgi ve tecrübeleri ortaya konulur (Kabael, 2011).

Teorik analizin amacı; öğrenen kişilerin kavramları inşa ederken hangi aşamalardan geçebileceğini ve bunu yaparken hangi zihinsel mekanizmaları kullanabileceğini belirlemektir. Asiala ve diğerleri (2004)'e göre teorik analizin amacı kişinin bir kavramı anlaması ya da geliştirmesi için oluşturabileceği bilişsel inşaların belirlenmesini içeren, genetik ayrışma veya farklı bir ifadeyle bir biliş deseninin ortaya çıkarılmasıdır. Genetik ayrışma kişinin herhangi bir terimin öğrenilme sürecinde oluşturduğu özel bilişsel yapılar şeklindedir (Dubinsky, 2001). Bu genetik ayrıştırma öğretimin modellenmesi ve uygulanması için zemin oluşturur çünkü kişiden oluşturması beklenen bilişsel yapılara yönelik bir süreç ile kavramı oluşturacağı fikri APOS teorisine ilişkin çalışmaların ayırt edici özelliği konumundadır (Akt. Deniz, 2014).

b) Öğretimin Desenlenmesi ve Uygulanması

Öğrenen bireylerin matematiksel bir konuyu yapılandırırken kullandıkları zihinsel mekanizmalar ve oluşturdukları zihinsel yapılar anlaşılıyorsa eğitimcilerin bunları kullanarak oluşturabileceği öğrenme ortamının nasıl olması gerektiğini belirlemeleri gerekir. Öğretimin modellenebilmesi için matematiksel terimlerin genetik ayrışması olması gereken bir altyapıdır (Asiala vd., 1997). Öğretim sürecinde genetik ayrışmanın merkeze alınmasının nedeni ise kişilerin ilk genetik ayrışmada bahsi geçen bilişsel inşaları ortaya koymaları ve kavramı, matematik özelinde veya diğer disiplinlerde kullanabilme olanağı sunan bu zihinsel yapıları oluşturabilmelerini sağlamaktır (Dubinsky, 2001). Bu gibi düşünceler esas alınarak ACE (Activities, Classroom Discussions, Exercises) adı verilen öğretim döngüsü oluşturulmuştur. ACE öğretim döngüsü, etkinlikler (Activities), sınıf görevleri (Class tasks) ve alıştırmalar (Exercises) olacak şekilde üç unsurun İngilizce karşılıklarının baş harflerinin birleşimiyle oluşup adlandırılmaktadır. Bu yaklaşım klasik yaklaşımlardan farklı olmak istemiştir. Klasik yaklaşımda olduğu gibi sadece ders üzerine değil okul dışında da çeşitli etkinliklerle öğretim yapmayı hedeflemiştir. Bu yaklaşıma göre klasik öğretim şekli olan ders, soru çözme ve ev ödevi esnasında etkinlikler, sınıf tartışmaları ve ev ödevleri olacak biçimde değiştirilmiştir (Çetin ve Top, 2014). Öğrencinin anlamlı öğrenmesini sağlaması ile sınıfta bulunan herkese o kavrama yönelik problem çözme ve bol bol standart alıştırma yapma olanağı verilir (Dubinsky & McDonald, 2001). Tasarlanan bu öğrenme süreci ile araştırmacılara kuramsal açıdan toplayıp analiz edebileceği veriler sunması açısından önem arz etmektedir (Akt. Deniz, 2014).

c) Veri Toplama ve Analiz

Öğretim sürecinde elde edilen verileri toplayıp analiz etme ve bir değerlendirme sürecidir. Öğrencilerin açık uçlu sorulara verdiği cevaplar ile öğrencilerle yapılan görüşmeler ve bu süreçte yapılan gözlemler veri toplama aracı olarak kullanılabilir.

APOS teorik çerçevesinde öğrenciler açık uçlu sorular sorulup öğrencilerin yanıtları incelenir buna ek olarak öğrencilerle görüşme de yapılabilir. Öğrencilerin açık uçlu sorulara verdikleri cevapları açıklamalarına ve cevaplarını tekrar düşünmelerine yol açarak, öğrencilerin bilişsel süreçlerini tanımaya imkân veren detaylı görüşmeler, sorulara verilen tüm çeşitli cevapların detaylı bir şekilde araştırılması için katılımcıların sadece küçük bir kısmıyla yapılmaktadır (Asiala vd., 2004). Tüm bu veriler doğrultusunda, öğrencilerin açığa çıkardıkları bilişsel oluşumların, teorik analiz kuramlarıyla uygunluk olup olmamasına göre analiz edilip değerlendirilmesiyle ilk genetik ayrışmanın yeniden oluşturulup oluşturulmayacağına karar verilir (Akt. Deniz, 2014).

Rasyonel Sayı Kavramı

Rasyonel sayılar kavramı Matematik Öğretim Programına (MÖP)'e göre tam sayılarla işlemler öğrenme alanının alt öğrenme alanı olarak ilk defa ortaokul 7.sınıf müfredatında görülmektedir. Eş parçalara ayrılmış bir bütünün parçalarından biri veya birkaçı olarak tanımlanan kesir kavramı ilkokul birinci sınıftan ortaokul altıncı sınıfa kadar her sınıf düzeyinde işlenirken "rasyonel sayılar" kavramı olarak ilk kez yedinci sınıfta işlenmektedir. Rasyonel sayı kavramı matematik öğretim programlarında, ilk kez yedinci sınıfta bulunur. Rasyonel sayılar genellikle a, b tam sayı, b≠0 ve a, b aralarında asal olmak üzere a/b şeklinde yazılabilen sayılardır, a/b ifadesindeki a pay, b ise paydadır. Rasyonel sayılar kümesi "Q" sembolü ile gösterilir. Her tam sayının paydasında gizli 1 olduğundan dolayı tam sayılar da rasyonel sayı olduğu kabul edilir. Rasyonel sayılarda toplama ve çıkarma işlemleri yapabilmek için sayıların paydaların aynı olması gerekirken rasyonel sayılarda çarpma ve bölme işlemleri yaparken paydalarının aynı olmasına gerek yoktur (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2019).

Doğal sayı ve tam sayılar günlük yaşamdaki problemleri karşılamakta yetersiz kalabilmektedir. Bundan ötürü yeni sayı sistemlerine ihtiyaç doğmuştur. Günlük yaşamda yeri ve önemi gittikçe büyük olan rasyonel sayılar; doğal sayılar ve tam sayılara oranla daha zor ve karmaşık olarak düşünülmektedir. Rasyonel sayıların farklı olması ve karmaşık özelliklere sahip olması rasyonel sayıların öğretiminde bazı zorlukları beraberinde getirmiştir (Özkan, 2019). Rasyonel sayıların çeşitli anlamları mevcuttur. Bunlar; parça-bütün, bölüm, oran, ölçme ve işlemci (operatör)'dir. Rasyonel sayılarda anlam çeşitliliğinin varlığı konunun öğrenilmesin de zorluk yaşatmaktadır. "a/b" şeklinde ifade edilen rasyonel sayı, problem durumuna göre parça-bütün ilişkisi, ölçme anlamı, sadece bölme işlemi veya bir çeşit karşılaştırma (oran) gibi farklı anlamlarıyla kullanılabilmektedir (Sinicrope, Mick, & Kolb, 2002).

Matematik öğretim programına göre sayılar ve işlemler öğrenme alanına ait rasyonel sayılar ve rasyonel sayılarla işlemler alt öğrenme alanındaki kazanımlar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 2

Matematik Öğretim Programında Rasyonel Sayılar

Sınıf Düzeyi	Kazanımlar
7	**M.7.1.2.1.** Rasyonel sayıları tanır ve sayı doğrusunda gösterir.
	M.7.1.2.2. Rasyonel sayıları ondalık gösterimle ifade eder.
	M.7.1.2.3. Devirli olan ve olmayan ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak ifade eder.
	M.7.1.2.4. Rasyonel sayıları sıralar ve karşılaştırır.

Tablo 3

Matematik Öğretim Programında Rasyonel Sayılarla İşlemler

Sınıf Düzeyi	Kazanımlar
7	**M.7.1.3.1.** Rasyonel sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerini yapar.
	M.7.1.3.2. Rasyonel sayılarla çarpma ve bölme işlemlerini yapar.
	M.7.1.3.3. Rasyonel sayılarla çok adımlı işlemleri yapar.
	M.7.1.3.4. Rasyonel sayıların kare ve küplerini hesaplar.
	M.7.1.3.5. Rasyonel sayılarla işlem yapmayı gerektiren problemleri çözer.

İlgili Araştırmalar

Bu bölümde problem çözme, APOS teorisi ve rasyonel sayılar ile ilgili araştırmalara yer verilmiştir.

Problem çözme ile ilgili araştırmalar

Kanar (2022) çalışmasında, problem çözme öğretiminin 5. sınıf öğrencilerinin matematiksel problem çözme performansları üzerindeki etkilerini üç zaman diliminde araştırmıştır. Araştırma, 2020-2021 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde Niğde ilinde bir özel okulda öğrenim gören 31 tane 5.sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Öğrencilere görüşme formu uygulanmıştır. Araştırma yöntemlerinden nicel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Ön test, son test ve kalıcılık testi uygulanmıştır sonuçlar detaylı incelenmiştir. Yapılan testler sonucunda pozitif korelasyon olduğu görülmüştür. Sonuç olarak problem çözme öğretimi görüş formunun uygulanmasından elde edilen sonuçlar, problem çözme öğretimin 5. sınıf öğrencileri üzerinde olumlu etkiler bıraktığı açığa çıkmıştır.

Karaoğlan (2009) çalışmasında 6. sınıf öğrencilerinin EBOB-EKOK, kümeler ve doğal sayılar konusu ile ilgili problem çözmeye dayalı etkinlikler sonrası problem çözme başarıları ile matematik başarıları arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Bu çalışma için olarak öğrencilerin problem çözme başarı puanları ile Seviye Belirleme Sınavındaki (SBS) matematik netleri arasındaki ilişki de irdelenmiştir. Bu çalışmanın örneklemini İstanbul'da özel bir okulda öğrenim gören 170 tane 6. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmanın yöntemi nicel araştırma yöntemidir. Sonuç olarak 6. sınıf öğrencilerinin EBOB-EKOK, kümeler ve doğal sayılar konularında problem çözmeye dayalı etkinlikler sonrası aldıkları problem çözme başarı puanları ile ortalama matematik başarı puanları arasında ve öğrencilerin SBS'deki matematik netleri ile problem çözmeye dayalı etkinlikler sonrası aldıkları problem çözme başarı puanları arasında anlamlı pozitif bir korelasyon olduğu görülmüştür.

Zorbozan (2021) çalışmasında ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel üstbiliş farkındalıkları, problem çözmeye dair tutumları ve problem çözme becerilerini irdelemeyi ve aralarındaki ilişkiyi ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Araştırmanın örneklemini, 2019-2020 eğitim-öğretim yılında Muğla ilinin Menteşe, Dalaman ve Fethiye ilçelerinde ortaokul 7. sınıfta öğrenim gören 269 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmada nicel araştırma desenlerinden ilişkisel tarama modeli kullanılmıştır. Araştırmada Matematiksel Üstbiliş Farkındalığı Ölçeği, Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği ve Dereceli Puanlama Anahtarı kullanılmıştır. Sonuç olarak 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel üstbilişsel farkındalıklarının yüksek, problem çözmeye yönelik tutumlarının olumlu, problem çözebilme becerilerinin ise orta düzeyden biraz üst seviyede olduğu açığa çıkmıştır.

Yeşilova (2013) çalışmasında ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin matematik başarısı ortalamanın altında ve ortalamanın üstünde olan öğrencilerin problem çözerken kullandıkları problem çözme planlarının çeşitliliğinin ve kritik hareketlerinin neler olduğu, değişkenlik gösterip göstermediği, yapılan problem çözme ve problem çözme planlarını eğitiminin öğrencilerin problem çözme başarılarını ve kullandıkları planların çeşitliliğini nasıl etkilediğini araştırmıştır. Araştırmanın örneklemini 2011-2012 eğitim-öğretim yılında İstanbul ilindeki bir devlet okulunun 7.sınıf öğrencilerinden 60 öğrenci oluşturmaktadır. Öğrencilere açık uçlu problem çözme testi ve görüşme yöntemi uygulanmıştır. Sonuç olarak matematik başarısı ortalamanın üzerinde olan öğrencilerin problem çözebilme becerilerinin daha yüksek olduğu, kullandıkları planların çeşitliliğinin daha fazla olduğu, çözümlerini daha detaylı bir şekilde yaptıkları, planları daha etkili kullandıkları ve farklı planları karşılaştırmaya istekli oldukları açığa çıkmıştır.

Özcan (2005) çalışmasında İlköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejileri ve matematiksel modellemenin problem çözmedeki yeri ve önemini incelemiştir. Bu çalışma betimsel ve deneysel bir çalışmadır. Araştırman nitel araştırma yöntemlerinden amaçlı örnekleme yöntemine göre yapılmıştır. Ortaokul 6, 7 ve 8.sınıf öğrencilerine araştırmacı tarafından matematiksel modellemeye uygun problem hazırlanıp uygulanmıştır. Sonuç olarak her kademede kullanılan problem çözme stratejilerinin farklı olduğu açığa çıkmıştır. Ortaokul öğrencilerin problemleri çözerken kullandıkları problem çözme stratejileri yüzdelik oranla olarak düşük çıkmıştır ve bunlardan en az kullanılanı matematiksel modelleme stratejisi bulunmuştur.

Kurbal (2015) çalışmasında 6. sınıf öğrencilerinin Zekâ Oyunları dersinin problem çözme ve akıl yürütme becerilerine olan etkisini incelemiştir. Bu çalışmanın örneklemini 2014-2015 öğretim yılında Ankara ilinin Gölbaşı semtinde bulunan özel bir ortaokulda öğrenim gören ve Zekâ Oyunları dersi alan 40 tane 6.sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmacı tarafından hazırlanan 8 tane açık uçlu problem hazırlanıp ön test son test olarak uygulanmıştır. Katılımcılara ek olarak yarı-yapılandırılmış görüşmeler ve değerlendirme formları yapılmıştır. Sonuç olarak katılımcıların Zekâ Oyunları dersinde oynadıkları akıl yürütme ve işlem oyunlarını, strateji oyunlarına ve çözdükleri zekâ problemlerine bağlı olduğu ve katılımcıların bu oyun hakkında olumlu düşüncelere sahip oldukları görülmüştür.

Durna (2022) çalışmasında ortaokul öğrencilerinin matematik dersinde problem kurma özyeterlikleri, matematik problemi çözme tutumları ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin inceleyip, aralarında anlamlı bir ilişki olup olmadığını belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmada model olarak ilişkisel tarama modeli kullanılmıştır. Araştırmanın örneklemini, 2021-2022 eğitim-öğretim yılında Van ilinin Muradiye İlçesi'ndeki MEB'e bağlı ortaokullarda öğrenim görmekte olan 5, 6, 7 ve 8.sınıf öğrencilerinden 579 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmada veri toplama araçları olarak "Problem Kurma Öz Yeterlik Ölçeği", "Matematik Problemi Çözme Tutumları Ölçeği (MPÇTÖ)", "Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerisi Ölçeği" ve "Kişisel Bilgi Formu" kullanılmıştır. Araştırmada elde edilen veriler SPSS 22 paket programı ile analiz edilmiştir. Sonuç olarak öğrencilerin problem kurma özyeterlikleri, problem çözme tutumları ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme beceriler cinsiyete ve sınıf düzeylerine göre fark göstermektedir ve öğrencilerin problem kurma özyeterliği, problem çözme tutumunun ve problem kurmaya dair yansıtıcı düşünme becerilerinin arasında anlamlı ilişki olduğu belirlenmiştir.

Aydın (2015) çalışmasında ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin başarı güdüsü düzeylerini ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi düzeylerini incelemiştir. Araştırmanın örneklemini İstanbul il sınırları içerisinde yer alan 2 özel 2 devlet ortaokulunda öğrenim gören 461 öğrenci oluşturmaktadır. Bu araştırmanın verileri "Başarı Güdüsü Ölçeği" ve "Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerisi Ölçeği" kullanılarak toplanmıştır. Bu araştırmada nicel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Sonuç olarak öğrencilerin başarı güdüsü ölçeğin ortalaması, başarı güdüsü ölçeğinin orta noktasından küçük bulunmuştur. Öğrencilerin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi ölçek ortalaması, problem çözmeye yönelik ölçek orta noktasından düşük çıkmıştır. 8.sınıf öğrencilerinin problem çözmeye dayalı yansıtıcı düşünme becerileri ile matematik dersine dair başarı güdülerinin arasında anlamlı ve olumlu bir ilişki açığa çıkmıştır.

Yılmaz (2003) çalışmasında 7.sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerinde bilişüstü eğitimin etkilerini incelemiştir. Bu araştırmanın örneklemini 72 yedinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Bu çalışma için öğrenciler üç farklı durumda yüzde konusuyla alakalı problemleri çözmüştür. Eşleşen gruplara problem çözümü esnasında bilişsel ve bilişüstü becerilerini test etmesi için bazı problemler verilmiş, eşler sırayla bu problemleri çözümlenmiştir. Bireysel grup da aynı problemleri çözümlemişler. Diğer grup ise normal eğitim aldı, bu gruba bilişüstü problemler verilmemiştir. Araştırmanın yöntemi nicel araştırma yöntemidir. Sonuç olarak bu üç grup nicel araştırma yönteminde bulunan testler ile incelenmiş olup bilişüstü eğitimin öğrencilerin problemleri daha iyi anladıklarını ve çözüme ulaşamasalar da problemi ifade edebildikleri açığa çıkmıştır.

APOS Teorisi ile ilgili çalışmalar

Açıl (2015) çalışmasında soyutlama süreçlerinin irdelenmesine uygun olduğu düşünülen alt öğrenme alanlarından denklemler konusu üzerinde çalışmıştır. Bu alt öğrenme alanı kapsamında öğrencilerin değişken, cebirsel ifade, örüntü, eşitlik ve denklem gibi kavramları yapılandırma süreçleri APOS teorisi aşamaları çerçevesinde incelenmiştir. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Sonuç olarak soyutlama süreçlerinin temel olarak alınmasına yönelik öğretim sürecinin kaliteli bir öğrenme için lazım olabileceği söylenebilir olduğunu gözlemlemiştir.

Gürbüz (2018) çalışmasında 7. sınıf öğrencilerinin oran ve orantı terimlerini yapılandırma aşamalarını incelemiştir. Öğrenim-öğretim aşamasında matematiksel terimlerin gerçek yaşam durumları göz önünde bulundurularak, sınıf alanında bir derin anlayışla geliştirilmesini hedefleyen otantik öğrenme yaklaşımı içeren etkinlikler ile planlanmış, çalışma kağıtları hazırlanmış ve uygulanmıştır. Daha sonra tematik ve içerik analizi ile oran ve orantı terimlerinin yapılandırılma aşamasını APOS teorik çerçevesi ile incelenmiştir. Sonuç olarak, öğrencilerin öğrenme durumları irdelendiğinde oran ve orantı terimlerinin ne anlama geldiğini ifade edebilme ve günlük hayatta etkin olarak kullanabilme yönünde olumlu izler oluşturduğu gözlemlenmiştir.

Öksüz (2018) çalışmasında 5. sınıf öğrencilerinin kesir kavramının oluşturma süreçlerini APOS teorik çerçevesinde incelemiştir. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden eylem araştırması yöntemi kullanılmıştır. Öğrencilere probleme dayalı öğretim etkinlikleri içeren çalışma kâğıdı verilmiş olup dönütler içerik analizi yöntemiyle irdelenmiştir. Sonuç olarak probleme dayalı öğrenme yaklaşımının öğrencilerin Matematik dersine karşı tutumlarını olumlu yönde etkilediği; problem çözebilme yeteneğini ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirdiği gözlenmiştir.

Bayraktar (2020) çalışmasında 5. sınıf öğrencilerinin yüzdeler konusu ile ilgili öğrenme süreçlerinin probleme dayalı öğretim yaklaşımıyla APOS teorik çerçevesinde incelemiştir. Çalışmada öğrencilerin probleme verdikleri cevapların APOS teorisi aşamalarından hangisinde olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilere problemlerden oluşan öğrenci kâğıtları verilmiş olup dönütler içerik analizi yöntemiyle incelenmiştir. Sonuç olarak öğrencilerin derste eğlendikleri, problem sorularına karşı olumlu tutum geliştirdikleri ve problem becerilerini geliştirdikleri gözlemlenmiştir.

Ağaçdiken (2021) çalışmasında 5. sınıf öğrencilerinin dinamik matematik yazılım destekli öğretimi ortamında dikdörtgenin alanı kavramını yapılandırma süreçlerini incelemiştir. Öğrencilerin kavram oluştururken hangi aşamada zorlandıkları tespit edilmeye çalışılmıştır. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Öğrencilere hazırbulunuşluk testi uygulanmış olup testin sonuçları ve uygulayıcı gözlemleri sonucu elde edilen veriler APOS teorik çerçevesi ile içerik analizi yöntemi kullanılarak derinlemesine incelemiştir. Sonuç olarak bazı öğrencilerin, alanı hiç boşluk kalmadan kaplayan birim karelerin sayısı olarak nesne düzeyinde kavramsallaştıramadığı, bazı öğrencilerin ise dikdörtgenin alan formülünü nesne düzeyinde kavramsallaştıramadığını görmüştür. Öğrencilerin büyük kısmının alan ve alan formülü kavramlarını kapsüllerken zorlandıklarını tespit etmiştir.

Rasyonel sayılarla ilgili çalışmalar

Özçifçi (2007) çalışmasında 7. sınıfta okutulan rasyonel sayılar konusunda öğrencilerin hataları ve yanılgıları araştırmıştır. Araştırmanın evrenini Konya ve Aksaray illerinin 7.sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Öğrenciler sosyoekonomik durumlarına göre gruplandırılarak seçilmiş olup toplamda 943 öğrenci çalışmaya katılmıştır. Araştırma için 7. sınıf öğrencilerine araştırmacı tarafından geliştirilen teşhis testi uygulanmıştır. Hazırlanan test 20 sorudan oluşup 30 dakikalık süre verilerek tamamlanmıştır. Bu araştırmanın sonucunda rasyonel sayılar konusunun öğretiminde eksik öğrenmelerden kaynaklanan önemli yanılgıların ve hataların olduğu tespit edilmiştir.

Göktürk (2013) çalışmasında ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusunu günlük hayat problemlerinin çözümüne olan transfer düzeylerini araştırmıştır. Çalışmada araştırma yöntemlerinden eylem araştırması yöntemi kullanılmıştır. Çalışmanın örneklemini 2012-2013 eğitim-öğretim yılında Elâzığ merkez Koç Ortaokulu ve merkez Tevfik Yaramanoğlu Ortaokulunda okuyan 7.sınıf öğrencilerinden 202 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmada veri toplama araçlarından MEB'in yapmış olduğu seviye belirleme testi (SBT) ve araştırmacı tarafından geliştirilmiş olan Rasyonel Sayılar Transfer Testi (RSTT) uygulanmıştır. Araştırmanın analizi için istatiksel işlemler uygulanmıştır. Veriler SPSS-16 ile incelenmiştir. Sonuç olarak tüm veriler incelendiğinde ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki bilgilerini günlük hayat problemlerine orta düzeyde transfer ettikleri sonucu ortaya çıkmıştır.

Üstündağ (2021) çalışmasında 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusunda illüstrasyonlara yönelik problem kurma etkinlikleri ile problem kurma ve çözme becerileri gelişimini araştırmıştır. Bu çalışmada öğretim deneyi yöntemi kullanılmıştır. Çalışma grubunu Doğu Karadeniz Bölgesinde bulunan bir devlet okulunun 7. sınıf düzeyindeki 31 öğrenci oluşturmaktadır. Çalışma grubuna ön test-son test olarak problem çözme becerisi ölçeği uygulanmıştır. Uygulama sürecinde çalışma yaprakları, uygulama sonrası öğrencilere yarı yapılandırılmış görüşme formu uygulanmıştır. Verilerin analizi nitel ve nicel veri analizi yöntemleri ile irdelenmiştir. Çalışmanın sonucunda illüstrasyonlar ile problem kurma çalışmalarının, 7. sınıf öğrencilerinin problem kurma becerileri arasında olumlu ilişki olduğu sonucu ortaya çıkmıştır.

Gürtaş (2021) çalışmasında ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki matematiksel düşünme ve problem çözme beceri düzeylerini araştırmıştır. Bu çalışmada araştırma yöntemlerinden hem nicel hem de nitel araştırmayı içeren betimsel bir araştırma yapılmıştır. Nicel verilerin analizi SPSS 25 paket programı ile incelenmiş, nitel verilerin analizi öğrencilerin yaptığı işlemleri inceleyerek elde edilmiştir. Bu araştırmaya 2020-2021 eğitim-öğretim yılında Bingöl ilinde bulunan 7 farklı devlet okulundaki 241 tane 7.sınıf düzeyindeki öğrenciler katılmıştır. Araştırma sonucunda elde edilen verilerde ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki matematiksel düşünme ve problem çözme becerilerinin beklenen düzeyde olmadığı görülmüştür.

Koç (2022) çalışmasında 7. sınıf rasyonel sayılar ve rasyonel sayılarla işlemler ünitesinin öğretiminde animasyon ve karikatür kullanılmasının öğrencinin akademik başarısına ve kalıcılığına etkisini araştırmıştır. Araştırmaya 2021-2022 eğitim-öğretim yılı güz döneminde Kayseri ili Melikgazi ilçesinde bulunan Millî Eğitim Bakanlığına bağlı bir devlet okulunda öğrenim gören 53 öğrenci katılmıştır. Araştırmanın yöntemi ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel desendir. Kullanılan veri toplama aracı araştırmacı tarafından geliştirilen Rasyonel Sayılar ve Rasyonel Sayılarla İşlemler Başarı Testidir. Verilerin analizi SPSS programı ile yapılmıştır. Çalışmanın sonucunda araştırmacı tarafından hazırlanan karikatürler ve animasyonlarla desteklenen yapılandırmacı öğretim ile ders işlemenin 7.sınıf öğrencilerinin matematik başarısını artırdığı ve bilgilerin daha kalıcı olduğu açığa çıkmıştır.

Özkan (2023) çalışmasında rasyonel sayılar ve rasyonel sayılarla işlemler konusunda etkinlik temelli öğretim yönteminin kullanılmasının 7. sınıf öğrencilerinin akademik başarısını, bilgilerinin kalıcılığını ve matematik dersine olan tutumlarını araştırmıştır. Araştırmaya 2021-2022 eğitim-öğretim yılında Bartın ilinde bulunan bir devlet okulunda 7.sınıf düzeyinde deney grubunda 20, kontrol grubunda 17 öğrenci olmak üzere toplam 37 öğrenci katılım sağlamıştır. Bu çalışmada deneysel desenlerden ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel model kullanılmıştır. Araştırmada öncelikle öğrencilere başarı ve tutum testi uygulanmış olup sonrasında kalıcılık testi uygulanmıştır. Verilerin analizi SPSS paket programı yardımıyla yapılmıştır. Çalışmanın sonucunda etkinlik temelli yöntemin kullanılması öğrencilerde olumlu tutum oluşturup bilgilerinin daha kalıcı olduğuna ulaşılmıştır.

Bölüm 3

Yöntem

Bu bölümde araştırmanın desenine, araştırmaya katılan kişilere, kişi sayısına, veri toplama tekniklerine, ölçme araçlarına, verilerin analizine ve uygulama sürecine yer verilmiştir. Çalışmanın bu bölümünde araştırma deseni, araştırma evren ve örneklemi, veri toplama araçları, verilerin toplanma süreci ve verilerin analizi alt başlıkları ele alınmıştır.

Araştırmanın Evreni ve Örneklemi

Araştırmanın evrenini Muş ilinde 2023-2024 eğitim-öğretim yılında öğrenim gören 7.sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Araştırmanın örneklemini ise 2023-2024 eğitim-öğretim yılında Muş ilinin merkeze bağlı Kırköy beldesinde bulunan Kırköy Şehit Zekeriya Yatı İmam Hatip Ortaokulu 7.sınıf öğrencilerinden bir şubede bulunan 15 öğrenci oluşturmaktadır.

Araştırmanın Deseni

Bu çalışma, 7. sınıf rasyonel sayılar konusunun problem çözümlerinin APOS teorisi ile incelenmesini amaçlamıştır. Bu çalışmada, mevcut durumların detaylı bir şekilde incelenmesinin, saptanmasının ve yorumlanmasının uygun görüldüğü nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Nitel araştırmanın; görüşme, gözlem ve doküman araştırması gibi nitel olan bilgi toplama yöntemlerinin kullanıldığı, olayların ve algıların doğal ortamda gerçekçi bir tavır içerisinde ortaya konulduğu araştırma yöntemi olarak tanımını yapmak mümkündür (Yıldırım ve Şimşek, 2005).

Çalışma, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni kullanarak yapılandırılmıştır. Durum çalışmaları, ortamda olanı bulma, verileri toplama, analiz etme biçiminde ele alınır (Davey, 2009, Akt. Aytaçlı, 2012). McMillan (2000) durum çalışmalarını, bir veya birden fazla olayın, sosyal kitlenin, ortamın ve diğer birbiriyle ilişkili durumların detaylı olarak incelendiği bir yöntem olarak ifade etmiştir.

Katılımcılar

Araştırmanın katılımcıları, Muş ilinin merkeze bağlı Kırköy beldesinde bulunan Şehit Zekeriya Yatı İmam Hatip Ortaokulu 7.sınıf öğrencilerinden bir şubede bulunan 15 öğrenciden oluşmaktadır. Araştırmaya katılan öğrenciler "Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15" şeklinde, araştırmacı ise "A" şeklinde kodlanarak çalışmada isimlerine yer verilmemiştir.

Öğrencilerin, geçen seneki Matematik dersi karne ortalamaları, süreç içerisinde yapılan deneme sınavları ve Matematik dersinde yapılan 1. Yazılı yoklama sonuçlarına göre öğrenciler "düşük seviyeli", "orta seviyeli" ve "yüksek seviyeli" olarak gruplandırılmıştır. Araştırmaya katılan öğrencilerin dört tanesi yüksek seviyeli, beş tanesi orta seviyeli ve altı tanesi de düşük seviyeli olduğu saptanmıştır.

Tablo 4

Öğrenciler ve Başarı Düzeyleri

Başarı Düzeyi	**Öğrenciler**
Yüksek seviyeli	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4
Orta seviyeli	Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9
Düşük seviyeli	Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15

Veri Toplama Süreci

Uygulamanın yapılacağı 7.sınıf öğrencilerine yaklaşık beş hafta kadar rasyonel sayılar konusu anlatılıp altıncı haftada rasyonel sayı içeren problemler alt öğrenme alanı anlatılmıştır. Rasyonel sayı konusuyla alakalı çok fazla problem çözülmüştür.

Veri Toplama Araçları

Araştırmada veri toplama aracı olarak 7. sınıf Matematik dersi rasyonel sayı konularını kapsayan 6 tane problem içeren bir çalışma kâğıdı hazırlanmıştır. Çalışma kâğıdındaki problemler belirlenirken çözüm yöntemlerinin tek düze çözüm yöntemi olmayacağı tarzda, birbirinden farklı olacak şekilde 6 farklı problem seçilmeye özen gösterilmiştir. Uygulama yapılırken çalışma kâğıtlarının çıktıları alınıp öğrencilere dağıtılmıştır. Öğrencilere yeterli ve gerekli zaman verilerek problemlerin çözülmesi için ortam hazırlanmıştır. Daha sonra çalışma kâğıtları toplanarak belge niteliğinde saklanmıştır. Buna ek olarak uygulama esnasında her öğrencinin problemlerin çözümünde kullandığı yöntemi öğrenebilmek için kısa görüşmeler yapılıp anında not alınmıştır. Öğrencilerin probleme verdiği çözümlerin bulunduğu çalışma kâğıtları ve problem çözümlerinde kullanılan yöntemi öğrenebilmek için not alınan görüşmeler niteliğindeki belge doküman olarak kullanılmıştır. Dokümanlar; resmi yayınlar, kayıtlar, videolar, fotoğraflar gibi yazılı ve çizili materyalleri barındırır. Doküman analizi; gözlem ve görüşme yapmaksızın verilerin toplanmasına imkân sağlar. Tek başına veri toplama yöntemi olarak kullanılabileceği gibi çeşitli yöntemlerle beraber kullanılırsa veri çeşitliliğini çoğalttığından araştırmanın geçerliliğine olumlu yönde fayda sağlayabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2016).

Verilerin Analizi

Çalışma için uygulama esnasında öğrencilerin problemlere olan yaklaşımı ve tavrı gözlemlenmiştir. Ayrıca problem için kullanacakları çözüm yöntemleri düşünceleri görüşme yoluyla dinlenmiş olup bunlar not edilmiştir. Öğrencilerin problemlere olan çözümleri incelenirken bunlar dikkate alınmıştır.

Veri analizi, verilerin anlamını dışarıya aktarma sürecidir (Merriam, 2013). Verilerin analizi için çalışmanın uygulamasında yapılan çalışma kâğıtlarında bulunan problemlerin çözümleri içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. İçerik analizi, insan davranışlarını ve doğasını bulma üzerinde doğrudan olmayan yöntemlerle çalışmayı sağlayan bir tekniktir (Büyüköztürk, vd., 2014). İçerik analizinde genel hedef, elde edilen verileri ifade edebilecek kavramlara ve bağlantılara ulaşabilmektir. İçerik analizinde yapılan ana işlem, birbirine benzeyen verileri belirli temalar çerçevesinde bir araya getirerek düzenlemek ve yorumlamaktır (Öksüz, 2018). Bu çalışmada bulunan veriler içerik analizi ile APOS teorik çerçevesi dikkate alınarak analiz edilmiştir.

Uygulama Süreci

Uygulamalara başlamadan önce rasyonel sayı kavramına dair ilk genetik çözümleme yapılmıştır. Rasyonel sayı kavramının şema aşamasının tam anlamıyla oluşturulabilmesi için üst sınıf kademelerindeki ilişkili kavramların öğrenilmesi ile gerçekleşeceğinden burada rasyonel sayı kavramının oluşturulma süreci sadece eylem, süreç ve nesne aşamalarında ele alınıp incelenmiştir. Genetik çözümleme yapıldıktan sonra sonuç olarak APOS teorisine göre uygulama yapılacak olan öğrencilerde olması beklenen davranışlar aşağıdaki gibi belirlenmiştir.

Eylem. Bu aşamadaki bir öğrenci rasyonel sayıları tanır ve sayı doğrusunda gösterebilir. Rasyonel sayıları ondalık gösterimle ifade edebilir. Rasyonel sayıları sıralar ve karşılaştırabilir. Bu aşamada verilen rasyonel sayılarla toplama ve çıkarma işlemi yaparken paydaların eşitlenmesi gerektiğini bilir ancak işlemleri devam ettirebilmek için gerekli olan adımları yapamayabilirler.

Süreç. Bu aşamadaki bir öğrenci rasyonel sayıları tanır, sayı doğrusunda gösterir, ondalık gösterimle ifade eder, sıralar ve karşılaştırır. Aynı zamanda öğrenci rasyonel sayılarla toplama ve çıkarma işlemi yaparken paydaların eşitlenmesi gerektiğini bilir ve devamında gerekli olan adımları yapabilir. Rasyonel sayılarla çarpma ve bölme işlemlerini de yapabilir.

Nesne. Bu aşamadaki bir öğrenci artık rasyonel sayılarla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinde yapılması gerekenleri bilir ve yapar. Bahsi geçen işlemleri gerektiren ilgili tüm problemleri çözer.

Bölüm 4

Bulgular ve Yorum

Bu bölümde çalışma süreci boyunca öğrencilere uygulanan çalışma kağıdında bulunan problemlerin çözümlerinden ve araştırmacının gözlemlerinden elde edilen verilerin analizi ile açığa çıkan bulgulara yer verilmiştir. Bu çalışma için rasyonel sayılar konusunun kazanımlarına uygun bir şekilde hazırlanan açık uçlu sorulara öğrencilerin verdiği cevaplara göre elde edilen bulgular aşağıdaki gibidir:

Problem 1 ve Bulguları

Problem 1. Bir pastanın $\frac{3}{8}$ 'ünü Ali, $\frac{5}{12}$'ini Ömer yemiştir. Geriye pastanın kaçta kaçı kaldığını bulunuz.

Bu problemde öğrencilerden genel olarak rasyonel sayılarla işlemler konusunda toplama ve çıkarma işlemlerinin yapılması istenilmiştir. Ancak bununla birlikte öğrencilerin bir bütünle işlem yapılması da istenilmiştir.

Problem 1'de öğrencilerle araştırmacı arasında şu şekilde diyalog geçmiştir:

A: Bu problem hakkında ne düşünüyorsunuz?

Ö3: Ali ve Ömer'in yediği kısımları toplayıp bütünden çıkarabiliriz.

A: Peki rasyonel sayılarla toplama işlemi yaparken ne yapmalıydık?

Ö1: Paydalarını eşitlemeliyiz.

A: Farklı düşüncesi olan var mı?

Ö2: Pastayı 24 dilim varsayarsak Ali 9 dilim, Ömer 10 dilim yemiştir. Toplamda 19 dilim pasta yenilmiş olur. 24 dilim pastanın 5 dilimi kalır.

Bu problemin çözümü, APOS teorisi aşamalarına göre yapılan genetik çözümleme inceleyecek olursak şu şekildedir:

Eylem. Öğrenci bu aşamada verilen rasyonel sayılarla toplama ve çıkarma işlemi yaparken paydaların eşitlenmesi gerektiğini bilir ancak problemin çözümünü devam ettirebilmek için gerekli olan işlemi tanımlayamayabilirler.

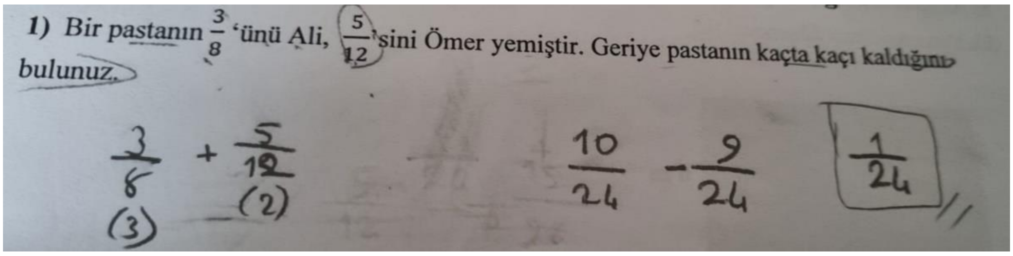
Süreç. Bu aşamadaki bir öğrenci rasyonel sayılarla toplama işlemi yaparken paydaların eşitleneceğini bilir. Bununla birlikte kesirler konusunda öğrendiği bütünü düşünemeyip topladığı rasyonel sayıyı bütünden çıkaramayabilir.

Nesne. Bu aşamadaki öğrenci bütünün istenen miktarını ayrı olacak şekilde bulur, iki kişinin toplam yediği dilim sayısını bununla birlikte bütünle ilişkilendirerek pastanın kalan dilim sayısını bulur, kalanı ve bütünü oransal olarak yazabilir.

Öğrencilere bu problemin çözümü için gerekli ve yeterli zaman tanınmış ve çözümlerinin yapılması istenilmiştir. Bu sürede araştırmacı öğrencileri gözlemlemiştir.

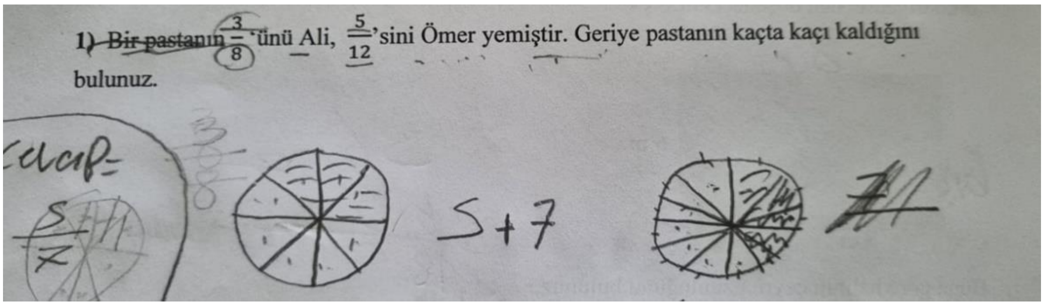
Problem 1'e öğrencilerin büyük çoğunluğu öncelikle Ali ve Ömer'in pastadaki kesirleri toplayıp bütünden çıkararak kalanı bularak doğru cevap vermiştir.

Ö3 kodlu öğrenci problemin çözümü hakkındaki düşüncelerini ifade ederken iki rasyonel sayıyı toplayarak bütünden çıkarmalıyız diye ifade etmiştir. Bununla birlikte diğer öğrenciler de önce toplama işlemi yapılıp sonra bütünden çıkarılacağı üzerine aynı fikre sahip olmuşlardır.



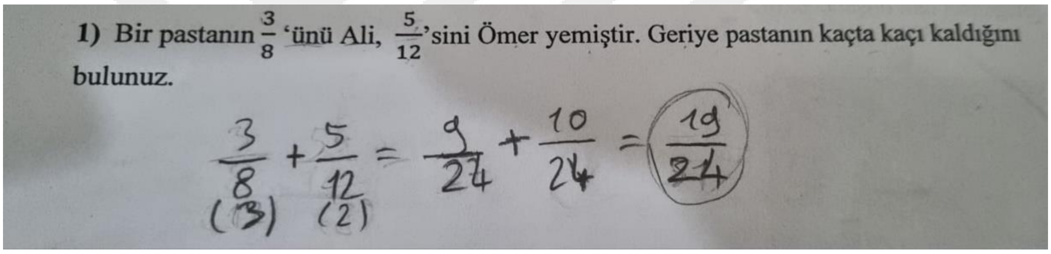
Şekil 3. Ö11 Kodlu Öğrencinin Problem 1 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 3'te Ö11 kodlu öğrenci rasyonel sayılarla toplama işlemi yaparken paydaların eşitleneceğini ve hangi sayıda eşitlemesi gerektiğini biliyor ancak soruyu tam anlayamadığından toplama işlemi yaparken çıkarma işlemine yönelmiştir. O halde Ö11 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından "eylem" aşamasında olduğu söylenebilir.



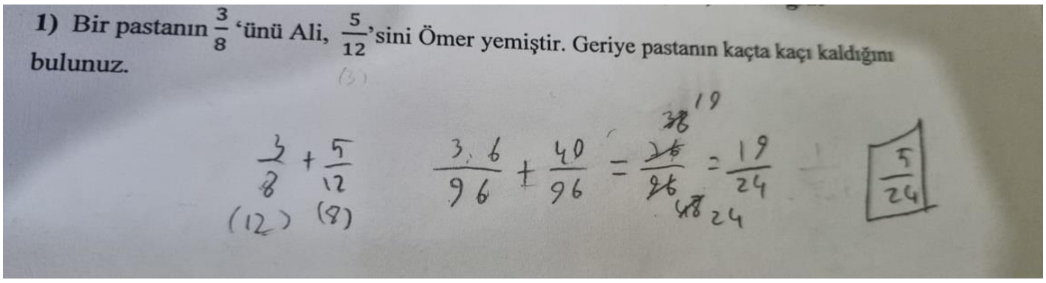
Şekil 4. Ö10 Kodlu Öğrencinin Problem 1 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 4'te Ö10 kodlu öğrenci rasyonel sayıları kesir olarak şekil üzerinde gösterebilmiştir ancak problem çözebilmek için rasyonel sayılarda işlemlerle alakalı bilgiye sahip değildir. Konuyu kavrayamamış olabilir. O halde Ö10 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından "eylem" aşamasında olduğu söylenebilir.



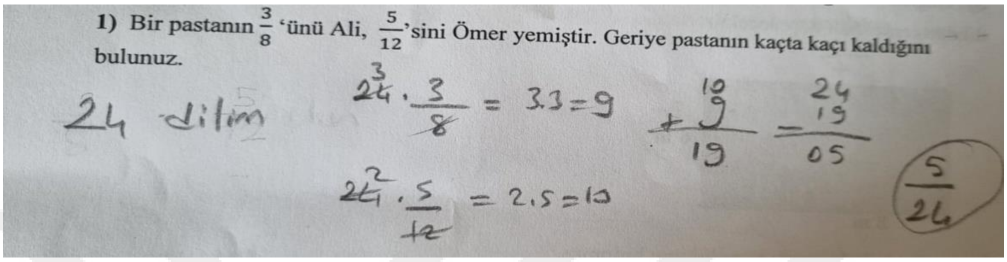
Şekil 5. Ö5 Kodlu Öğrencinin Problem 1 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 5'te Ö5 kodlu öğrenci rasyonel sayılarla toplama işlemi yaparken paydaların eşitleneceğini bilmektedir ve işlemleri yapmıştır ancak bu öğrenci bütün kavramını hatırlayamamış olup kalan kısmı bulamamıştır. O halde Ö5 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından "süreç" aşamasında olduğu söylenebilir.



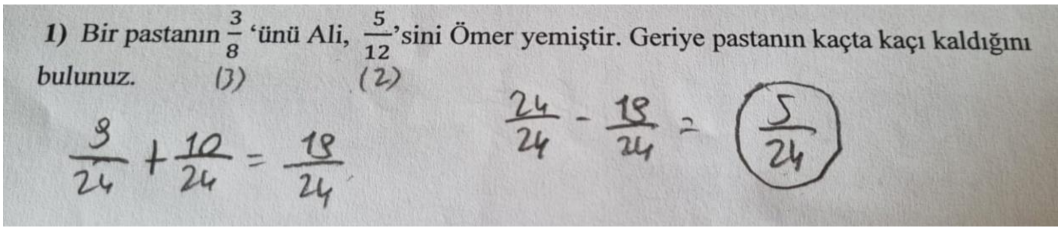
Şekil 6. Ö6 Kodlu Öğrencinin Problem 1 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 6'da Ö6 kodlu öğrenci rasyonel sayılarla işlem yaparken paydaları eşitlemesi gerektiğini biliyor, paydaları eşitlerken en küçük katta eşitlemeyip birbiri ile çarpıp öyle eşitlemiştir. İşlemlerin devamında sadeleştirme yapmıştır ve kalanı bulmak için işlemi zihninden yapıp direkt olarak sonucu yazmıştır. O halde gözlemlere de dayanarak Ö6 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından "süreç" aşamasında olduğu söylenebilir.



Şekil 7. Ö2 Kodlu Öğrencinin Problem 1 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 7'de Ö2 kodlu öğrenci diğer öğrencilerden biraz farklı yöntemle problemi çözmüştür. Pastayı 8 ve 12'nin katı olan 24 dilim varsaymıştır. Bütünün istenilen kesrini bulmayı ve burada bölme yaparken sadeleştirme yapıp işlemine devam ederek kaçar dilim yediklerini bulmuştur. Daha sonra onları toplayı tüm dilim sayısından çıkarmıştır. Son olarak kalanla tüm dilimi oranlamıştır. O halde Ö2 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından "nesne" aşamasında olduğu söylenebilir.



Şekil 8. Ö3 Kodlu Öğrencinin Problem 1 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 8'de Ö3 kodlu öğrenci problemdeki Ali ve Ömer kişilerinin pastanın kaçta kaçını yediğinin toplamını bulmuş ve bütünden çıkarıp pastanın kaçta kaçının kaldığını bulmuştur. Bu öğrenci rasyonel sayılarda toplama ve çıkarma işlemi yaparken paydaların eşitleneceğini ve bütünün pay ve paydanın eşit olduğunu bilmektedir. O halde Ö3 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından "nesne" aşamasında olduğu söylenebilir.

Rasyonel sayılarla işlemler yapmayı gerektiren problemlerden birinci problemin çözümleri incelenmiştir. Buna göre Problem 1 için öğrencilerin APOS teorisi aşamalarından hangisinden olduğu aşağıdaki tabloda gösterilmiştir:

Tablo 5

Problem 1'e Göre Öğrencilerin APOS Teorisi Seviyeleri

APOS Seviyeleri	**Öğrenciler**
Eylem	Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15
Süreç	Ö5, Ö6
Nesne	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö7, Ö8, Ö9

Tablo 5 incelendiğinde 6 öğrencinin "eylem", 2 öğrencinin "süreç", 7 öğrencinin "nesne" aşamasında olduğu görülmektedir. Nesne aşamasındaki Ö1, Ö3, Ö4, Ö7, Ö8, Ö9 kodlu öğrencilerin çözümlerinin benzer olduğu, süreç aşamasındaki Ö5 ve Ö6 kodlu öğrencilerin çözümlerinin çok benzer olduğu ve eylem aşamasındaki öğrencilerin çözümlerinin yanlış olduğu yönde benzerdir. Problem 1'de Ö2 kodlu öğrencinin diğer öğrencilerden farklı yöntemle çözüm yaptığı dikkat çekmiştir.

Problem 1'de orta ve yüksek seviyeli öğrencilerin genel olarak zorlanmadıkları, düşük seviyeli öğrencilerin işlemleri devam ettirmekte biraz da olsa zorlandıkları görülmektedir.

Problem 2 ve Bulguları

Problem 2. 2400 ₺ maaş alan bir işçi, maaşının $\frac{3}{5}$'ünü kiraya, kalanının $\frac{1}{4}$'ini mutfak masraflarına ayırdığına göre bu işçinin geriye ne kadar parası kaldığını bulunuz.

Bu problemde öğrencilerden genel olarak rasyonel sayılarla işlemler konusunda bir bütünün istenilen oranının bulunmasını, çarpma ve bölme işlemlerinin yapılmasını, bununla birlikte kalanla ilişki kurulması istenilmiştir.

Problem 2’de öğrencilerle araştırmacı arasında şu şekilde diyalog geçmiştir:

A: Bu problem için nasıl bir çözüm yolu izlersiniz?

Ö2: 2400’ün kiraya gidecek kısmını çıkarıp kalan paranın mutfak masrafını bulup çıkartırız.

A: Peki maaşın kira ve mutfak masraflarını nasıl buluruz?

Ö4: Paydadaki sayıya bölüp pay ile çarparak.

A: Herkes aynı fikirde mi?

Ö7: Evet.

Bu probleme ilişkin öğrencilerden beklenen davranışlar APOS teorisinin basamaklarına göre aşağıdaki gibidir.

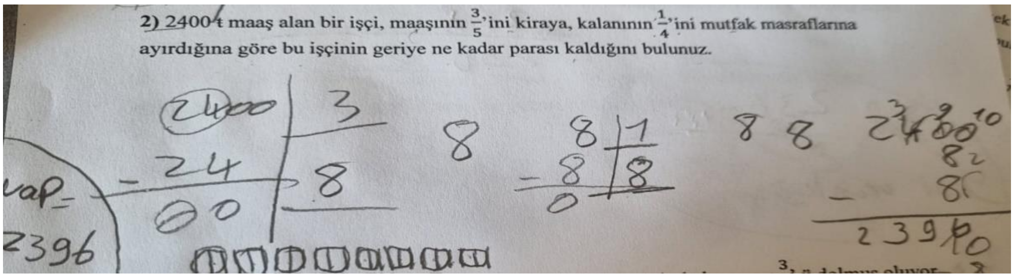
Eylem. Bu aşamadaki öğrenciler kesri ve rasyonel sayıyı tanır. Ancak bütünün istenilen kısmını bulamayabilir ve gerekli işlemleri devam ettiremeyebilir.

Süreç. Bu aşamadaki öğrenciler bütünün istenilen kısmını bulmak için bütünün paydaya bölünüp payla çarpılacağını bilir.

Nesne. Bu aşamadaki öğrenci bütünün istenilen kısmını, kalan kısmını ve kalanın da istenilen kısmını bulup bütünden çıkararak problemin çözümünü doğru yapar.

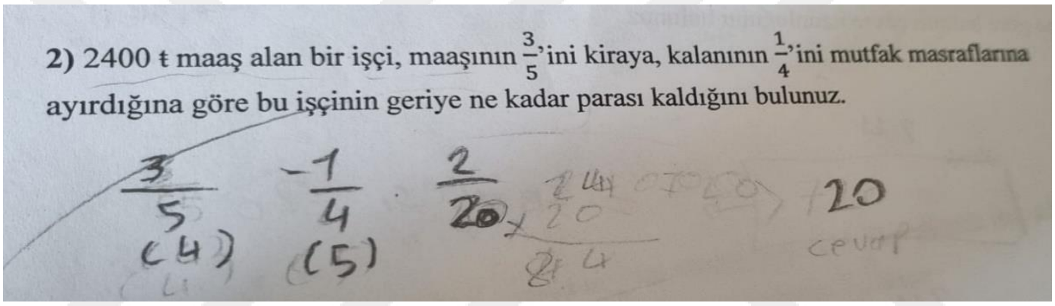
Öğrencilere bu problemin çözümü için gerekli ve yeterli zaman tanınmış ve çözümlerinin yapılması istenilmiştir. Bu sürede araştırmacı öğrencileri gözlemlemiştir.

Problem 2’ye öğrencilerin büyük çoğunluğu maaşı paydaya bölüp pay ile çarpıp kirayı bulmuş ve maaştan çıkarıp kalanı bularak kalanın istenilen kısmını da bulup mutfak masraflarını bulmuştur. En sonunda giderleri çıkarıp kalan parayı bulmuşlardır.



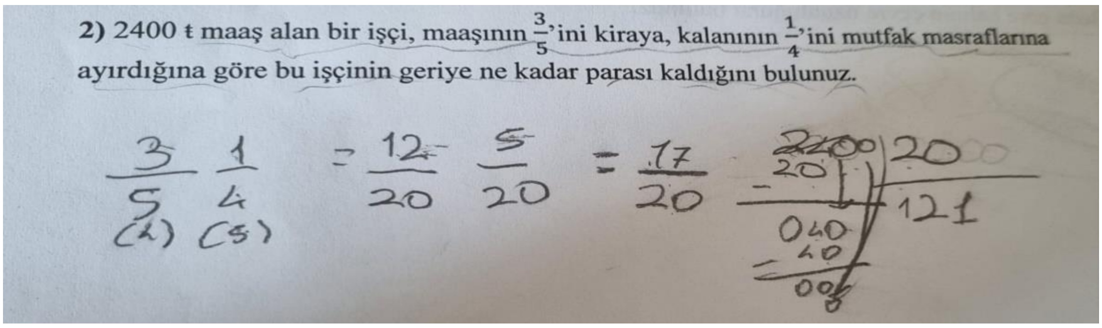
Şekil 9. Ö10 Kodlu Öğrencinin Problem 2 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 9'da Ö10 kodlu öğrenci rasyonel sayılarla işlem yaparken bölme işlemi yapacağını biliyor ancak bölme işleminde bütünü payda yerine paya bölmüştür. Konuyu yanlış kavramış olabilir. O halde Ö10 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından "eylem" aşamasında olduğu söylenebilir.



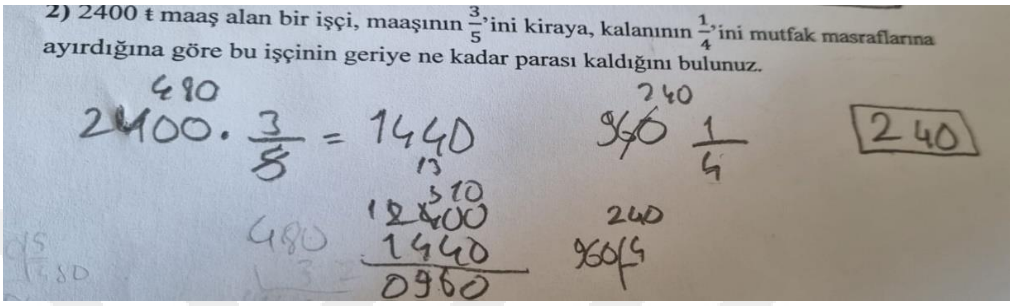
Şekil 10. Ö13 Kodlu Öğrencinin Problem 2 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 10'da Ö13 kodlu öğrenci rasyonel sayılarla işlemler yaparken bütünle bölme ve çarpma işlemi yapması gerekirken çıkarma işlemi yapmaya çalışmıştır. Konuyu kavrayamamış olabilir. O halde Ö13 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından "eylem" aşamasında olduğu söylenebilir.



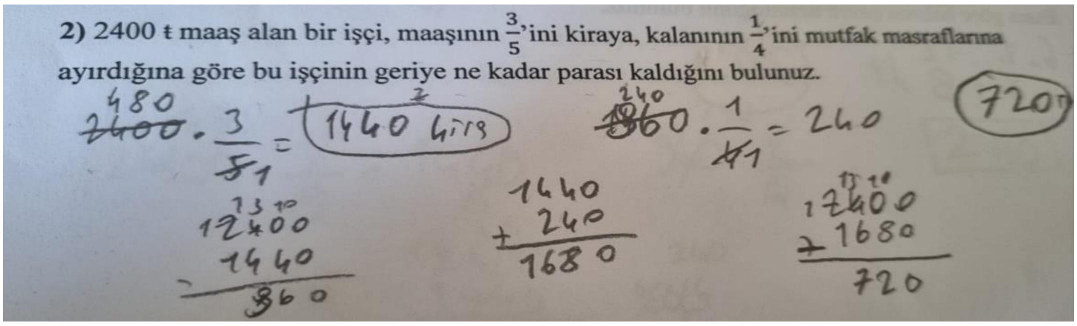
Şekil 11. Ö15 Kodlu Öğrencinin Problem 2 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 11’de Ö15 kodlu öğrenci kalanı düşünmeyerek kira ve mutfak masrafları kısmını toplayıp bütünle işlem yapmaya çalışmıştır. Öğrenci rasyonel sayılarla toplama işlemi yapmayı bilmektedir ancak bölme işlemi yaparken hata yapmıştır ve işlemi yarıda bırakmıştır. Konuda eksik kalmış olabilir. O halde Ö15 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından “eylem” aşamasında olduğu söylenebilir.



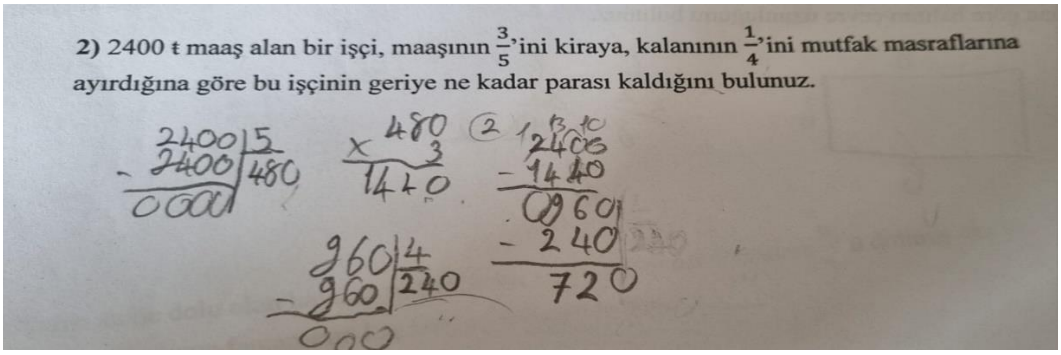
Şekil 12. Ö7 Kodlu Öğrencinin Problem 2 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 12’de Ö7 kodlu öğrencinin bütünün istenilen kısmını bulduğu, kalanı ve kalanın istenilen kısmını bulduğu görülmektedir. Ancak bu öğrenci geriye ne kadar parası kaldığını bulmamış. Problemin son olarak ne istediğine dikkat etmemiş olabilir. O halde Ö7 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından “süreç” aşamasında olduğu söylenebilir.



Şekil 13. Ö3 Kodlu Öğrencinin Problem 2 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 13’te Ö3 kodlu öğrencinin bütünle işlem yaparken paydaya bölüp payla çarptığı, daha sonra sonucu bütünden çıkardığını ve kalanın da istenilen kısmını bulduğu görülmektedir. Bu öğrenci masrafları toplayıp tüm maaştan çıkartarak kalan parayı bulmuştur. O halde Ö3 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından “nesne” aşamasında olduğu söylenebilir.



Şekil 14. Ö4 Kodlu Öğrencinin Problem 2 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 14'te Ö4 kodlu öğrencinin de Ö3 kodlu öğrenci gibi bütünle işlem yaparken paydaya bölüp payla çarptığı, daha sonra sonucu bütünden çıkardığını ve kalanın da istenilen kısmını bulduğu görülmektedir. Bu öğrenci Ö3 kodlu öğrenciden farklı olarak masrafları toplayarak değil kalandan mutfak masrafını çıkarmıştır. O halde Ö4 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından "nesne" aşamasında olduğu söylenebilir.

Rasyonel sayılarla işlemler yapmayı gerektiren problemlerden ikinci problemin çözümleri incelenmiştir. Buna göre Problem 2 için öğrencilerin APOS teorisi aşamalarından hangisinden olduğu aşağıdaki tabloda gösterilmiştir:

Tablo 6

Problem 2'ye Göre Öğrencilerin APOS Teorisi Seviyeleri

APOS Seviyeleri	**Öğrenciler**
Eylem	Ö10, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15
Süreç	Ö7
Nesne	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö11

Tablo 6 incelendiğinde 5 öğrencinin "eylem", 1 öğrencinin "süreç", 9 öğrencinin "nesne" aşamasında olduğu görülmektedir. Nesne aşamasındaki Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö11 kodlu öğrencilerin çözümlerinin benzer olduğu ve eylem aşamasındaki Ö10, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15 kodlu öğrencilerin çözümlerinin yanlış veya çok eksik olduğu yönde benzerdir.

Problem 2' de orta ve yüksek seviyeli öğrencilerin genel olarak zorlanmadıkları, düşük seviyeli öğrencilerin doğru işlemleri bulmada ve devam ettirmekte biraz da olsa zorlandıkları görülmektedir.

Problem 3 ve Bulguları

Problem 3. Yarısı su ile dolu olan havuza 10 litre daha su eklendiğinde havuzun $\frac{3}{4}$' ü dolmuş oluyor. Buna göre havuzun tamamının kaç litre su aldığını bulunuz.

Bu problemde öğrencilerden genel olarak rasyonel sayılarda yarımın ne olduğunu ifade edip rasyonel sayılarla toplama çıkarma işlemleri yapılması ve sonucu verilenin kesirlerin bütünü bulunurken önce paya bölüp sonra paydayla çarpılarak bütünün bulunması istenilmiştir.

Problem 3' de öğrencilerle araştırmacı arasında şu şekilde diyalog geçmiştir:

A: Bu problemin çözümü için aklınızdaki düşünceler nelerdir?

Ö3: Havuzun yarısı $\frac{2}{4}$'tür. 10 lt daha eklenince $\frac{3}{4}$'ü doluyor. O zaman $\frac{1}{4}$'ü 10'dur.

A: Peki havuzun tamamını nasıl buluruz?

Ö5: Paydaki sayıya bölüp payda ile çarparak buluruz.

A: Farklı çözüm yöntemi olan var mı?

Ö1: Havuzu bilmediğimiz için tamamına x diyelim. Denklem kurup $\frac{3}{4}$'ünden yarısını çıkarırsak sonucumuz 10 olur. Sonra denklemde x'i buluruz.

Bu probleme ilişkin öğrencilerden beklenen davranışlar APOS teorisinin basamaklarına göre aşağıdaki gibidir.

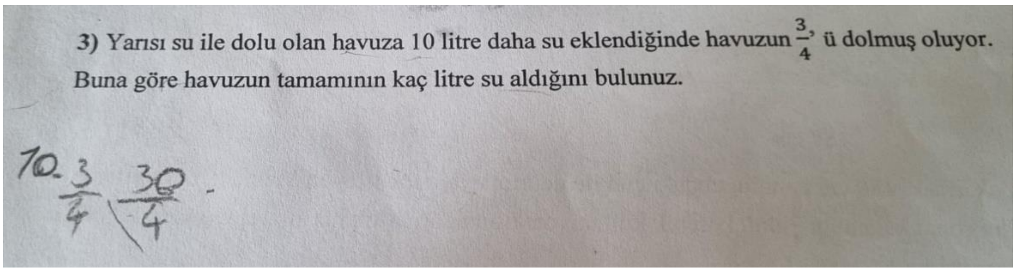
Eylem. Bu aşamadaki öğrenciler kesri ve rasyonel sayıyı tanır. Ancak bütünü verilmeyip sonucu verilen sayıyı rasyonel sayıyı kullanarak bütünü bulamayabilir.

Süreç. Bu aşamadaki öğrenciler bilinmeyene yani havuza "x" deyip havuzun yarısını ve $\frac{3}{4}$'ünü bulabilir denklem çözme yöntemi ile çözmeye çalışabilir.

Nesne. Bu aşamadaki öğrenci denklem çözme yöntemi ile bilinmeyene "x" deyip yarısını ve $\frac{3}{4}$'ünü bularak çözebilir. Bununla birlikte bu aşamadaki öğrenciler havuzun yarısının $\frac{1}{2}$ olduğunu bilir bunu kullanarak kesirlerle çıkarma işlemi yaparak yani; $\frac{3}{4}$'ten $\frac{1}{2}$ 'i çıkarıp eklenecek kısmına eşitlenmesi gerektiğini ve eşitlediğinde sonucu verilen rasyonel sayının bütününü bulmak için paydayla çarpıp paya bölünmesi gerektiğini bilir.

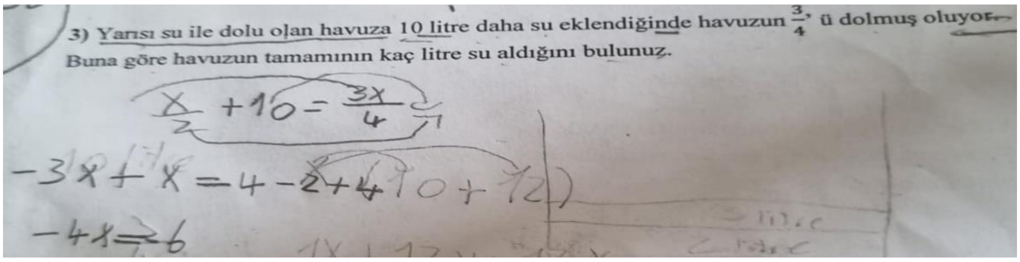
Öğrencilere bu problemin çözümü için gerekli ve yeterli zaman tanınmış ve çözümlerinin yapılması istenilmiştir. Bu sürede araştırmacı öğrencileri gözlemlemiştir.

Problem 3'te öğrencilerin büyük çoğunluğu $\frac{3}{4}$'ünden yarısını direkt çıkararak kalan kesrin 10'a eşit olduğunu bilerek önce paya bölüp sonra da payda ile çarpıp havuzun tamamının kaç litre olduğunu bulmuşlardır. Bundan farklı olarak birkaç öğrenci öncelikle havuzun tamamına "x" deyip $\frac{3}{4}$'ünden yarısını çıkarıp 10'a eşitlemişlerdir ve denklemi çözerek havuzun tamamının kaç litre su aldığını bulmuştur.



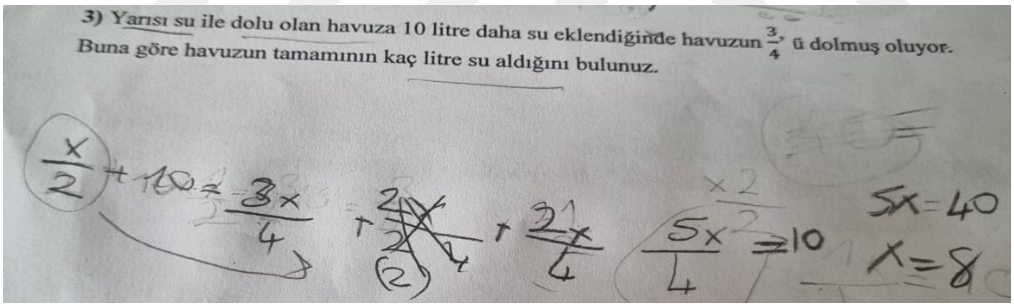
Şekil 15. Ö14 Kodlu Öğrencinin Problem 3 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 15'te Ö14 kodlu öğrenci havuza eklenen 10 litrenin $\frac{3}{4}$'ünü bulmaya çalışmıştır. Bu öğrenci rasyonel sayılarla çarpma işlemi yapmayı biliyor ancak bu problemin çözümündeki gerekli olmayan bu işlemi yapmıştır. Bu konuda eksikleri olabilir. O halde Ö14 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından “eylem” aşamasında olduğu söylenebilir.



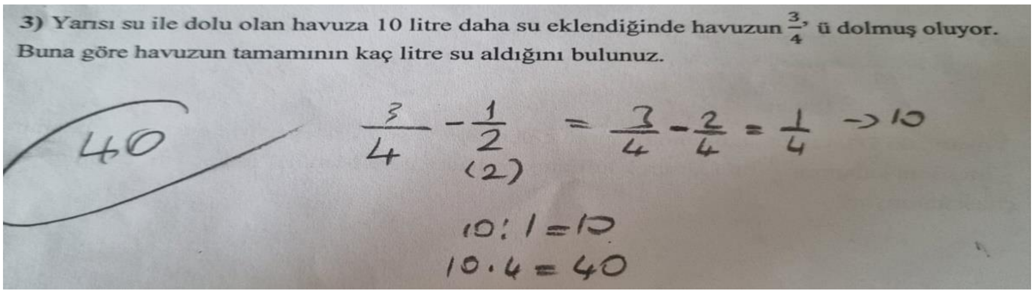
Şekil 16. Ö12 Kodlu Öğrencinin Problem 3 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 16’da Ö12 kodlu öğrenci Ö1 kodlu öğrencinin bahsettiği denklem çözme yöntemini kullanmak istemiştir ancak verilen rasyonel sayıları eşitliğin karşı tarafına gönderirken pay ve paydalarını ayırarak göndermiş. Bu anlamda yanlış bir bilgiye sahip olduğu görülmektedir. O halde Ö12 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından “eylem” aşamasında olduğu söylenebilir.



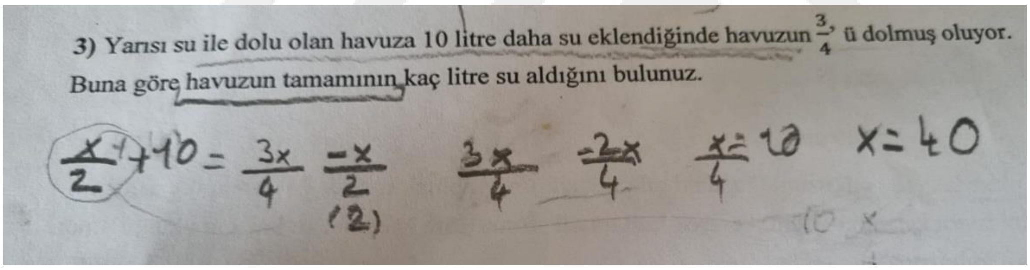
Şekil 17. Ö8 Kodlu Öğrencinin Problem 3 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 17’de Ö8 kodlu öğrenci de denklem çözme yöntemi ile rasyonel sayılar problemini çözmek istemiştir ancak denklem çözerken terimi, eşitliğin karşı tarafına geçirdiğinde işaretini değiştirmeyi unutmuştur. Bu yüzden çözümün devamı yanlış olmuştur ve yanlış sonuç elde edilmiştir. Ama çözümde görüldüğü gibi bu öğrenci rasyonel sayılarla toplama ve çıkarma yaparken paydaların eşitleneceğini ve kesirlerde bütünü nasıl bulması gerektiğini bilmektedir. Aslında bu öğrenci işaret değiştirmeyerek hata yapmasaydı problemi doğru çözebilirdi. O halde Ö8 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından “süreç” aşamasında olduğu söylenebilir.



Şekil 18. Ö3 Kodlu Öğrencinin Problem 3 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 18'de Ö3 kodlu öğrenci $\frac{3}{4}$'ünden yarısını direkt çıkararak kalan kesri 10'a eşitlemiştir. Öğrenci burada rasyonel sayılarla çıkarma işlemi yaparken paydaları eşitlemiştir. Daha sonra kesrin $\frac{1}{4}$'ini 10'a eşit olduğunu görünce 10'u önce paya bölüp sonra da payda ile çarpıp havuzun tamamının kaç litre olduğunu bulmuşlardır. O halde Ö3 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından "nesne" aşamasında olduğu söylenebilir.



Şekil 19. Ö1 Kodlu Öğrencinin Problem 3 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 19'da Ö1 kodlu öğrenci rasyonel sayılarla işlemleri denklem çözme yöntemi ile birleştirerek yapmıştır. Havuzun kaç litre olduğunu bilmediği için havuza "x" demiştir. Havuzun yarısına 10 litre eklenince $\frac{3}{4}$'ü dolduğu için denklemi yazmıştır. Denklemde bilinenler bir tarafa bilinmeyenler diğer tarafa özelliğini kullanarak rasyonel sayılarda çıkarma işlemi yaparken paydaları eşitlemiştir. Daha sonra havuzun tamamının kaç litre olduğunu bulmuştur. O halde Ö1 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından "nesne" aşamasında olduğu söylenebilir.

Rasyonel sayılarla işlemler yapmayı gerektiren problemlerden üçüncü problemin çözümleri incelenmiştir. Buna göre Problem 3 için öğrencilerin APOS teorisi aşamalarından hangisinden olduğu aşağıdaki tabloda gösterilmiştir:

Tablo 7

Problem 3'e Göre Öğrencilerin APOS Teorisi Seviyeleri

APOS Seviyeleri	Öğrenciler
Eylem	Ö9, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15
Süreç	Ö8
Nesne	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö10,

Tablo 7 incelendiğinde 6 öğrencinin "eylem", 1 öğrencinin "süreç", 8 öğrencinin "nesne" aşamasında olduğu görülmektedir. Nesne aşamasındaki Ö1, Ö2, Ö4 kodlu öğrenciler denklem çözme yöntemi olarak benzer çözümler, Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö10 kodlu öğrencilerin de çözümlerinin benzer olduğu ve eylem aşamasındaki Ö9, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15 kodlu öğrencilerin çözümlerinin yanlış veya çok eksik olduğu yönde benzerdir.

Problem 3' te de orta ve yüksek seviyeli öğrencilerin genel olarak zorlanmadıkları, düşük seviyeli öğrencilerin doğru işlemleri bulmada ve devam ettirmekte biraz da olsa zorlandıkları görülmektedir.

Problem 4 ve Bulguları

*Problem 4.*Bir köy okulunda 80 öğrencinin $\frac{3}{5}$'ü erkek, erkek öğrencilerinde $\frac{7}{12}$'si gözlüklü olduğuna göre bu okuldaki gözlüklü erkek öğrenci sayısını bulunuz.

Bu problemde öğrencilerden genel olarak rasyonel sayılarda çarpma ve bölme işlemlerini kullanarak öğrencilerin kaçının erkek olduğunu ve erkek öğrencilerinin kaçının gözlüklü olduğunu bulmaları istenilmiştir.

Problem 4' de öğrencilerle araştırmacı arasında şu şekilde diyalog geçmiştir:

A: Bu problemin çözümü için ne düşünüyorsunuz?

Ö4: Önce 80'in $\frac{3}{5}$'ünü buluruz daha sonra bulduğumuz sonucun $\frac{7}{12}$' sini buluruz.

A: Peki arkadaşınızın dediğini nasıl buluruz?

Ö7: Paydadaki sayıya bölüp pay ile çarparak buluruz.

A: Farklı düşünen var mı?

Ö9: Hayır.

Bu probleme ilişkin öğrencilerden beklenen davranışlar APOS teorisinin basamaklarına göre aşağıdaki gibidir.

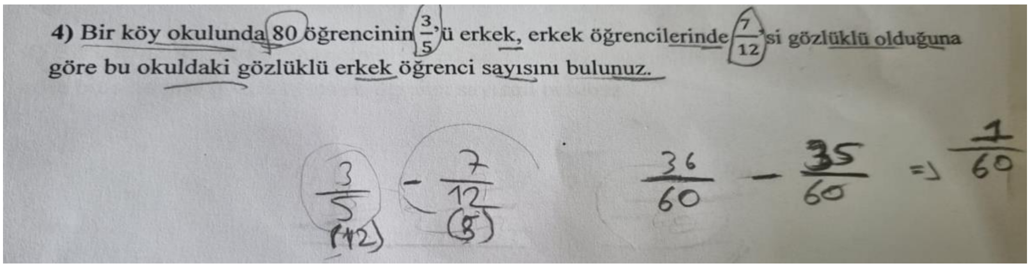
Eylem. Bu aşamadaki öğrenciler kesri ve rasyonel sayıyı tanır. Ancak rasyonel sayılarla gerekli olan işlemleri bulamayabilir ve işlemleri devam ettiremeyebilir.

Süreç. Bu aşamadaki öğrenciler bütünün istenilen kısmını bulmak için bütünü paydaya bölünüp payla çarpılacağını bilir.

Nesne. Bu aşamadaki öğrenciler rasyonel sayılarla çarpma ve bölme işlemi yapmayı bilir. Verilen bütünün istenilen kısmını bulmak için bütünü paydaya bölüp payla çarpılması gerektiğini bilir. Gerekli bütün işlemleri doğru yapar ve doğru sonuca ulaşır.

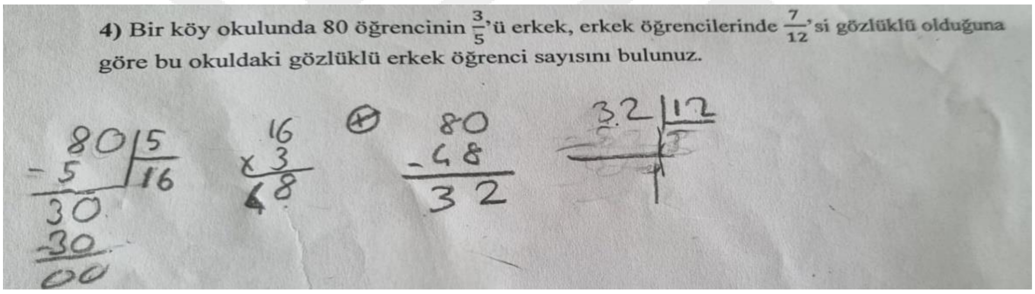
Öğrencilere bu problemin çözümü için gerekli ve yeterli zaman tanınmış ve çözümlerinin yapılması istenilmiştir. Bu sürede araştırmacı öğrencileri gözlemlemiştir.

Problem 4'te öğrencilerin büyük çoğunluğu önce 80'in $\frac{3}{5}$' ünü bularak erkek öğrenci sayısını bulmuştur daha sonra buldukları erkek öğrenci sayısının $\frac{7}{12}$' sini bulup gözlüklü öğrenci sayısını bulmuşlardır.



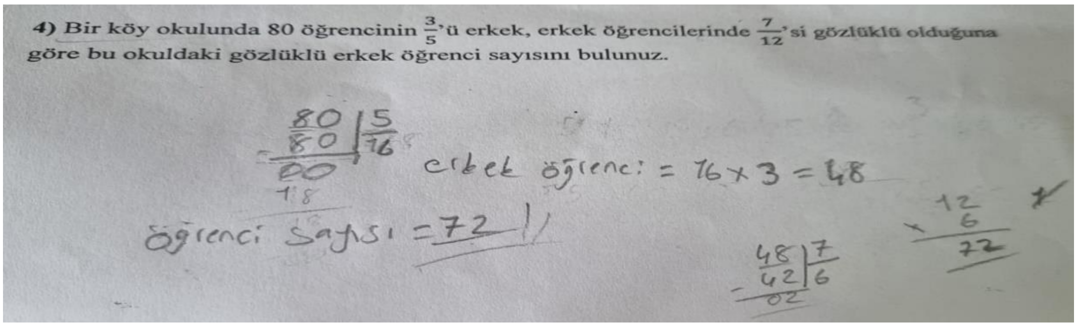
Şekil 20. Ö13 Kodlu Öğrencinin Problem 4 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 20'de Ö13 kodlu öğrenci rasyonel sayılarla çarpma ve bölme işlemi yapması gereken yerde çıkarma işlemi yapmaya çalışmıştır. Rasyonel sayılarda toplama ve çıkarma işlemi yaparken paydalarının eşitleneceğini bilmektedir ancak bu problemde rasyonel sayılarla çarpma ve bölme işlemi yapması gerekmektedir. Yanlış işlem kullanmıştır. O halde Ö13 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından "eylem" aşamasında olduğu söylenebilir.



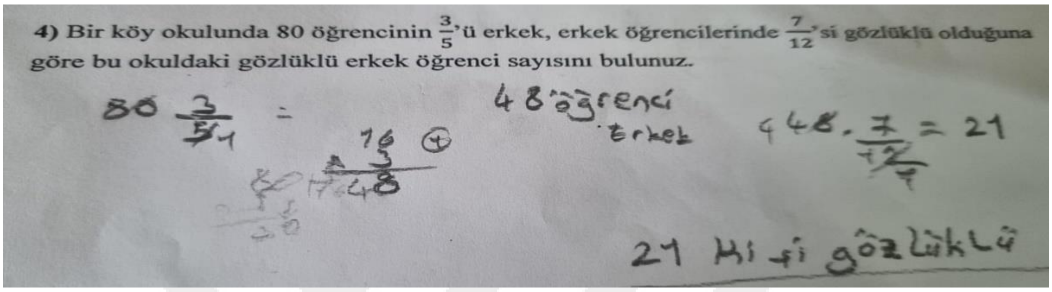
Şekil 21. Ö14 Kodlu Öğrencinin Problem 4 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 21'de Ö14 kodlu öğrenci 80'i 5'e bölüp sonucu 3 ile çarparak erkek öğrenci sayısını doğru bulmuştur. Ancak bulduğu sonucu tüm öğrencilerden çıkartmıştır ve sonucu 12'ye bölmeye çalışmıştır. Burada hata yapmıştır. O halde Ö14 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından "eylem" aşamasında olduğu söylenebilir.



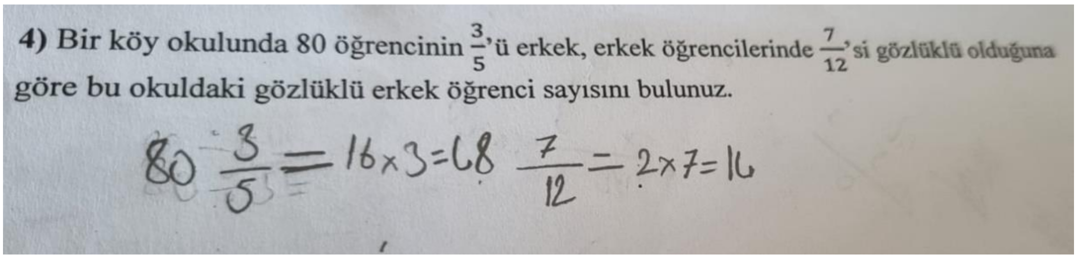
Şekil 22. Ö9 Kodlu Öğrencinin Problem 4 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 22'de Ö9 kodlu öğrenci 80'i 5 ile bölüp sonucu 3 ile çarparak erkek öğrenci sayısını doğru bulmuştur ancak erkek öğrencilerin kaçının gözlüklü olduğunu bulmaya çalışırken paydaya bölüp pay ile çarpması gerektiği yerde paya bölüp paydayla çarpmaya çalışmıştır. Çözümde hata yapmıştır. O halde Ö9 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından "eylem" aşamasında olduğu söylenebilir.



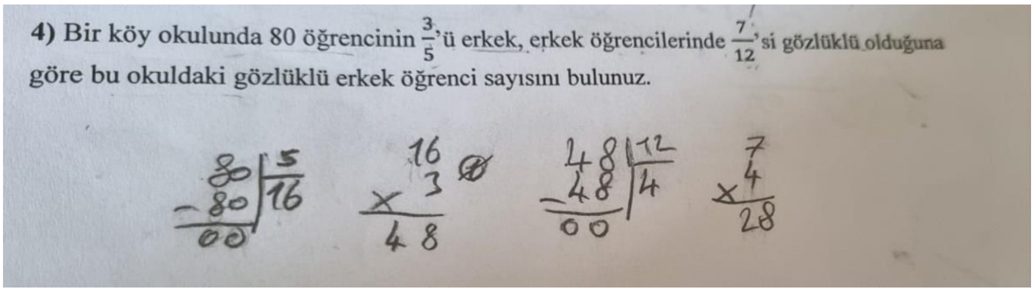
Şekil 23. Ö5 Kodlu Öğrencinin Problem 4 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 23'te Ö5 kodlu öğrenci 80'i 5 ile bölüp sonucu 3 ile çarparak erkek öğrenci sayısını doğru bulmuştur ve erkek öğrencilerin kaçının gözlüklü olduğunu bulmak için de sonucu 12'ye bölüp 7 il çarparak doğru adımlarla ilerlemiştir ancak 7 ile 4'ü çarparak 21 elde etmiştir. İşlem hatası yapmıştır. O halde Ö5 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından "süreç" aşamasında olduğu söylenebilir.



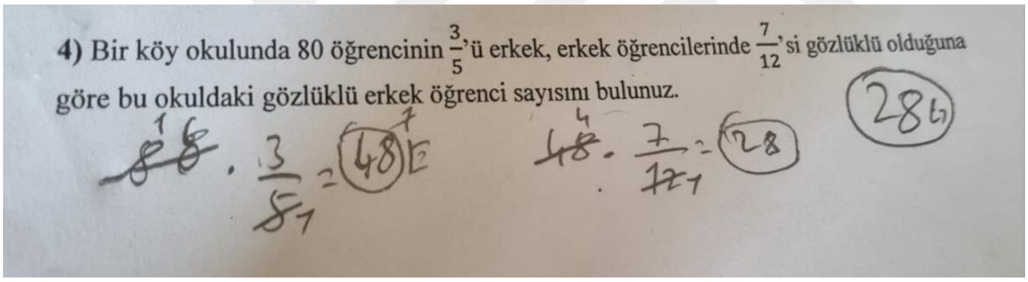
Şekil 24. Ö7 Kodlu Öğrencinin Problem 4 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 24'te Ö7 kodlu öğrenci de Ö5 kodlu öğrenci gibi 80'i 5 ile bölüp sonucu 3 ile çarparak erkek öğrenci sayısını doğru bulmuştur ve erkek öğrencilerin kaçının gözlüklü olduğunu bulmak için de sonucu 12'ye bölüp 7 ile çarparak doğru adımlarla ilerlemiştir ancak 48'i 12'ye bölerek 2 bulmuştur. İşlem hatası yapmıştır. O halde Ö7 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından “süreç” aşamasında olduğu söylenebilir.



Şekil 25. Ö6 Kodlu Öğrencinin Problem 4 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 25’te Ö6 kodlu öğrenci 80’i 5 ile bölüp sonucu 3 ile çarparak erkek öğrenci sayısını bulup bulduğu sonucu 12’ye bölüp 7 ile çarparak doğru işlemler yapıp doğru sonuca ulaşmıştır. O halde Ö6 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından “nesne” aşamasında olduğu söylenebilir.



Şekil 26. Ö1 Kodlu Öğrencinin Problem 4 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 26’da Ö1 kodlu öğrenci birçok öğrenci gibi 80’i 5 ile bölüp sonucu 3 ile çarparak erkek öğrenci sayısını bulup bulduğu sonucu 12’ye bölüp 7 ile çarparak doğru işlemler yapıp doğru sonuca ulaşmıştır. O halde Ö1 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından “nesne” aşamasında olduğu söylenebilir.

Rasyonel sayılarla işlemler yapmayı gerektiren problemlerden dördüncü problemin çözümleri incelenmiştir. Buna göre Problem 4 için öğrencilerin APOS teorisi aşamalarından hangisinden olduğu aşağıdaki tabloda gösterilmiştir:

Tablo 8

Problem 4’e Göre Öğrencilerin APOS Teorisi Seviyeleri

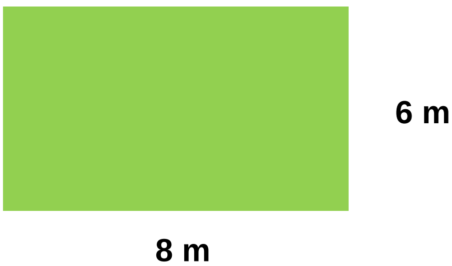
APOS Seviyeleri	Öğrenciler
Eylem	Ö9, Ö13, Ö14
Süreç	Ö5, Ö7, Ö15
Nesne	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö6, Ö8, Ö10, Ö11, Ö12

Tablo 8 incelendiğinde 3 öğrencinin “eylem”, 3 öğrencinin “süreç”, 9 öğrencinin “nesne” aşamasında olduğu görülmektedir. Nesne aşamasındaki tüm öğrencilerin benzer çözümler yaptığı, süreç aşamasındaki Ö5, Ö7 ve Ö15 kodlu öğrenciler çözümde benzer işlem hatası yaptığı, eylem aşamasındaki Ö9, Ö13 ve Ö14 kodlu öğrencilerin çözümlerinin yanlış veya çok eksik olduğu yönde benzer olduğu görülmektedir.

Problem 4’ te düşük, orta ve yüksek seviyeli öğrencilerin genel olarak zorlanmadıkları, düşük seviyeli birkaç öğrencinin doğru işlemleri bulmada ve devam ettirmekte biraz da olsa zorlandıkları görülmektedir.

Problem 5 ve Bulguları

*Problem 5.*Aşağıda verilen dikdörtgensel zeminde kısa kenarın $\frac{2}{3}$’si ve uzun kenarın $\frac{3}{4}$’üne eşit olan dikdörtgensel halı döşenecektir.



Buna göre halının çevre uzunluğunu bulunuz.

Bu problemde öğrencilerden genel olarak rasyonel sayılarda çarpma ve bölme işlemlerini kullanarak zeminin kısa ve uzun kenarının istenilen kısmını bulup dikdörtgensel zeminin çevresinin bulunması istenilmiştir.

Problem 5’te öğrencilerle araştırmacı arasında şu şekilde diyalog geçmiştir:

A: Bu problemin çözümü için bir fikriniz var mı?

Ö3: Önce 6 m'nin $\frac{2}{3}$'sini ve 8 m'nin $\frac{3}{4}$'ünü buluruz. Daha sonra bulduğumuz sonuçları 2 ile çarparak toplarız.

A: Peki bunu nasıl buluruz?

Ö9: Kısa ve uzun kenar uzunluklarını paydadaki sayıya bölüp pay ile çarparak buluruz.

A: Farklı düşünen var mı?

Ö2: Hayır.

Bu probleme ilişkin öğrencilerden beklenen davranışlar APOS teorisinin basamaklarına göre aşağıdaki gibidir.

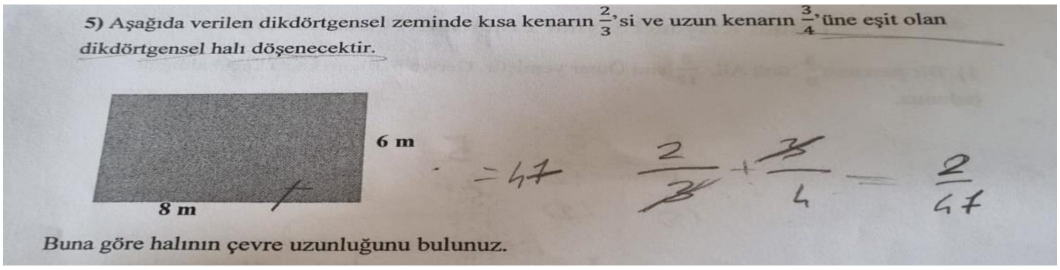
Eylem. Bu aşamadaki öğrenciler kesri ve rasyonel sayıyı tanır. Ancak bütünün istenilen kısmını bulamayabilir ve gerekli işlemleri devam ettiremeyebilir.

Süreç. Bu aşamadaki öğrenciler verilen uzunlukların istenilen kısmını bulmak için bütünü paydaya bölünüp payla çarpılacağını bilir ve bulabilir.

Nesne. Bu aşamadaki öğrenci dikdörtgenin uzunluklarının istenilen kısmını bulmak için paydaya bölüp pay ile çarpılacağını bilir ve gerekli işlemleri yaparak sonuca ulaşır. Problemin devamında istenilen uzunlukları bulduktan sonra çevreyi doğru bulur ve problemi doğru çözmüş olur.

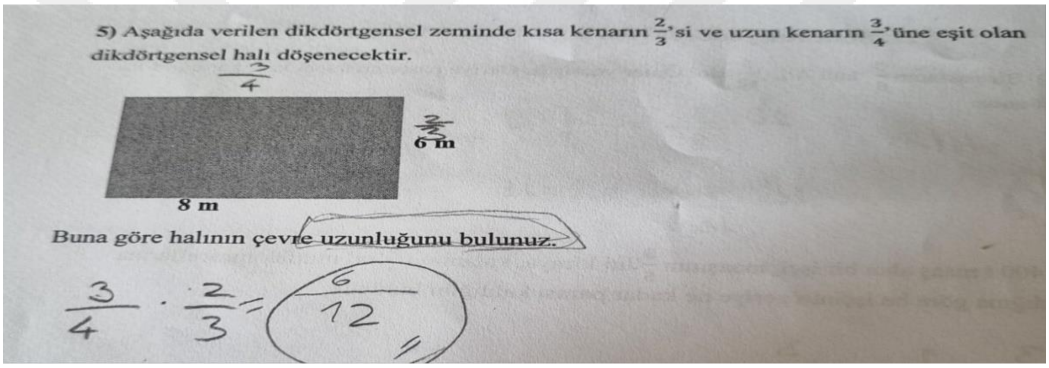
Öğrencilere bu problemin çözümü için gerekli ve yeterli zaman tanınmış ve çözümlerinin yapılması istenilmiştir. Bu sürede araştırmacı öğrencileri gözlemlemiştir.

Problem 5'te öğrencilerin büyük çoğunluğu önce 6'nın $\frac{2}{3}$'sini ve 8'in $\frac{3}{4}$'ünü bularak döşenecek olan dikdörtgen şeklindeki halının kenar uzunluklarını bulmuştur daha sonra bu uzunlukları 2 ile çarparak toplayıp halının çevre uzunluğunu bulmuşlardır.



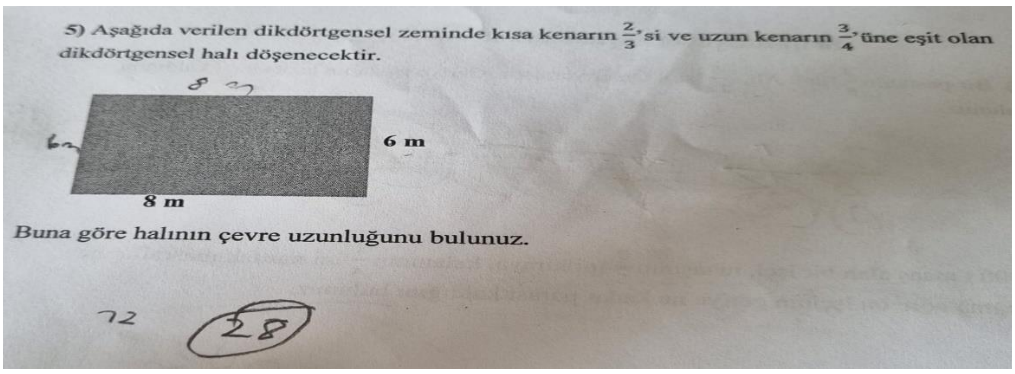
Şekil 27. Ö15 Kodlu Öğrencinin Problem 5 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 27'de Ö15 kodlu öğrenci verilen kenarların istenilen kısmını bulmak yerine verilen rasyonel sayılarla toplama işlemi yapmaya çalışmıştır. Gerekli işlemleri yapmamıştır. O halde Ö15 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından "eylem" aşamasında olduğu söylenebilir.



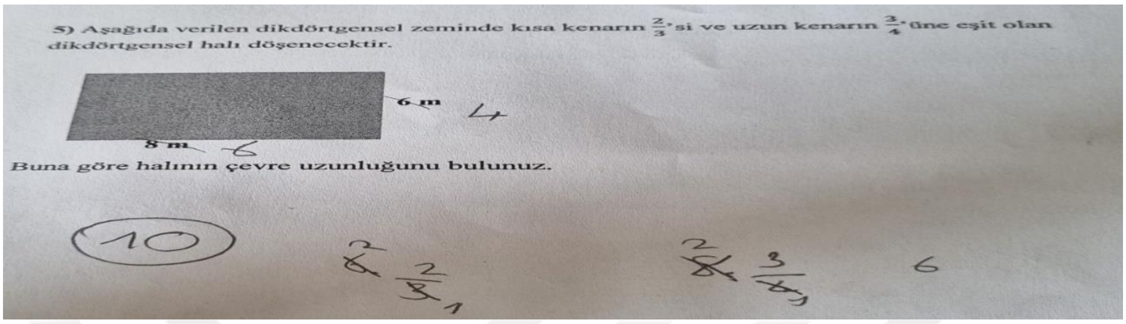
Şekil 28. Ö11 Kodlu Öğrencinin Problem 5 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 28'de Ö11 kodlu öğrenci kenarların istenilen kısmını kenar uzunlukları zannederek verilen rasyonel sayıları çarpmıştır. Gerekli işlemleri yapmamıştır. Konuyla alakalı eksiklikleri olabilir. O halde Ö11 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından "eylem" aşamasında olduğu söylenebilir.



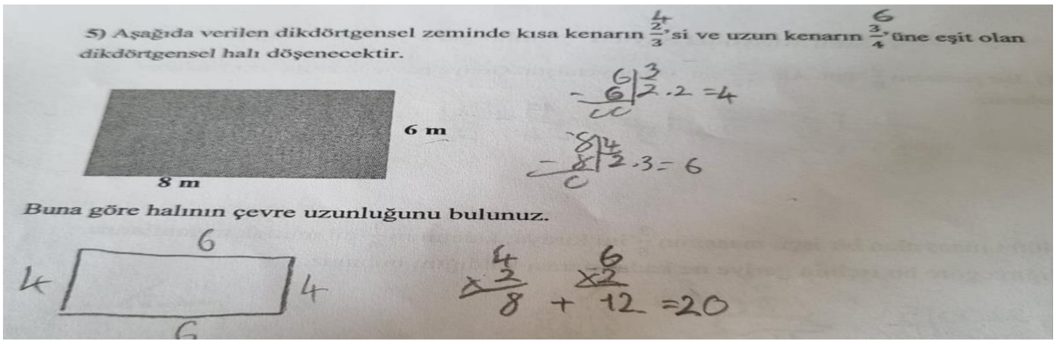
Şekil 29. Ö13 Kodlu Öğrencinin Problem 5 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 29'da Ö13 kodlu öğrenci kenarların istenilen kısmını bulup döşenecek halının uzunluklarını değil de asıl dikdörtgenin çevre uzunluğunu bulmuştur. İstenilen işlemi yapmamıştır. O halde Ö13 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından "eylem" aşamasında olduğu söylenebilir.



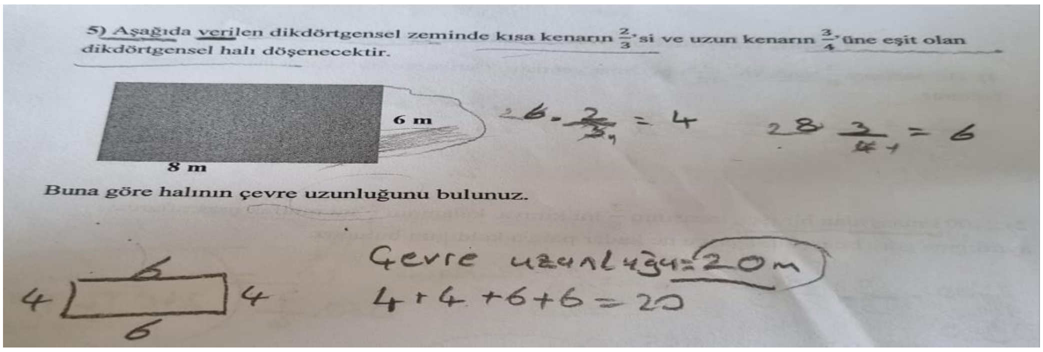
Şekil 30. Ö9 Kodlu Öğrencinin Problem 5 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 30'da Ö9 kodlu öğrenci döşenecek olan halının kenar uzunluklarını rasyonel sayılarda çarpma ve bölme işlemlerini doğru kullanarak doğru bulmuştur. Ancak halının çevresini bulurken tüm kenarlarını toplaması gereken yerde sadece iki kenarını toplamıştır. Bu kısma dikkat etmemiş olabilir. O halde Ö9 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından "süreç" aşamasında olduğu söylenebilir.



Şekil 31. Ö5 Kodlu Öğrencinin Problem 5 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 31'de Ö5 kodlu öğrenci dikdörtgen zeminin kenar uzunluklarının istenilen kısmını rasyonel sayılarla çarpma ve bölme işlemi yaparak doğru bulmuştur. Elde ettiği döşenecek halının uzun ve kısa kenarlarını 2 ile çarparak toplama işlemi yapmıştır. Öğrencinin işlemi doğrudur. O halde Ö5 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından “nesne” aşamasında olduğu söylenebilir.



Şekil 32. Ö2 Kodlu Öğrencinin Problem 5 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 32’de Ö2 kodlu öğrenci dikdörtgen zeminin kenar uzunluklarının istenilen kısmını rasyonel sayılarla çarpma ve bölme işlemi yaparak doğru bulmuştur. Döşenecek halının kısa ve uzun kenarlarını bulup tüm kenarları toplayarak işlemi doğru yapmıştır. Öğrencinin yaptığı işlem doğrudur. O halde Ö2 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından “nesne” aşamasında olduğu söylenebilir.

Rasyonel sayılarla işlemler yapmayı gerektiren problemlerden beşinci problemin çözümleri incelenmiştir. Buna göre Problem 5 için öğrencilerin APOS teorisi aşamalarından hangisinden olduğu aşağıdaki tabloda gösterilmiştir:

Tablo 9

Problem 5’e Göre Öğrencilerin APOS Teorisi Seviyeleri

APOS Seviyeleri	**Öğrenciler**
Eylem	Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15
Süreç	Ö9,
Nesne	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö10,

Tablo 9 incelendiğinde 5 öğrencinin “eylem”, 1 öğrencinin “süreç”, 9 öğrencinin “nesne” aşamasında olduğu görülmektedir. Nesne aşamasındaki tüm öğrencilerin benzer çözümler yaptığı, eylem aşamasındaki öğrencilerin çözümlerinin yanlış veya çok eksik olduğu yönde benzer olduğu görülmektedir.

Problem 5'te orta ve yüksek seviyeli öğrencilerin genel olarak zorlanmadıkları, düşük seviyeli bazı öğrencilerin doğru işlemleri bulmada ve devam ettirmekte biraz da olsa zorlandıkları görülmektedir.

Problem 6 ve Bulguları

180 cm

*Problem 6.*Yukarıdaki 180 cm uzunluğundaki çıta ile uçurtma yapmak isteyen Mehmet, önce çıtanın $\frac{3}{5}$'ünü sonra kalanının $\frac{1}{4}$'ini keserek kullanıyor. Buna göre Mehmet'in kaç cm uzunluğunda çıtası kalmıştır?

Bu problemde öğrencilerden genel olarak rasyonel sayılarda çarpma ve bölme işlemlerini kullanarak önce 180'in $\frac{3}{5}$'ünü bulup sonra kalanın $\frac{1}{4}$'ini bulmak için yeniden rasyonel sayılarda çarpma ve bölme işlemi yapılması ve son olarak kullandıkları çıtaları çıtanın uzunluğundan çıkarıp kalanın bulunması istenilmiştir.

Problem 6'da öğrencilerle araştırmacı arasında şu şekilde diyalog geçmiştir:

A: Bu problemin çözümü için ne düşünürsünüz?

Ö4: Önce 180 cm'nin $\frac{3}{5}$'ünü buluruz. Daha sonra bulduğumuz sonucu 180'den çıkarıp kalanı buluruz. Kalanın $\frac{1}{4}$'ini de buluruz ve kalandan çıkartırız.

A: Peki bunu nasıl yaparsınız?

Ö8: Daha önce yaptığımız gibi payda ile bölüp pay ile çarparak.

A: Farklı düşünen var mı?

Ö1: Hayır.

Bu probleme ilişkin öğrencilerden beklenen davranışlar APOS teorisinin basamaklarına göre aşağıdaki gibidir:

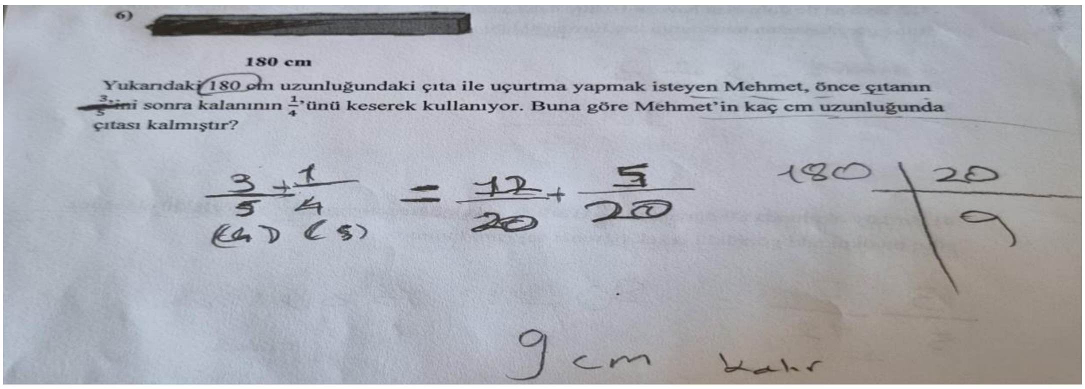
Eylem. Bu aşamadaki öğrenciler kesri ve rasyonel sayıyı tanır. Ancak bütünün istenilen kısmını bulamayabilir ve gerekli işlemleri devam ettiremeyebilir.

Süreç. Bu aşamadaki öğrenciler bütünün istenilen kısmını bulmak için bütünü paydaya bölünüp payla çarpılacağını bilir. Ancak kalan ifadesine düşünemeyebilir.

Nesne. Bu aşamadaki öğrenci rasyonel sayılarda çarpma ve bölme işlemleri gerektiren problemlerde verilenin istenilen kısmını bulmak için paydaya bölüp payla çarpılması gerektiğini bilir. Kalan ifadesini içeren problemlerde kalanı ihmal etmez. Kalanı bulup işlemlerine devam eder. Problemin çözümünü doğru yapar.

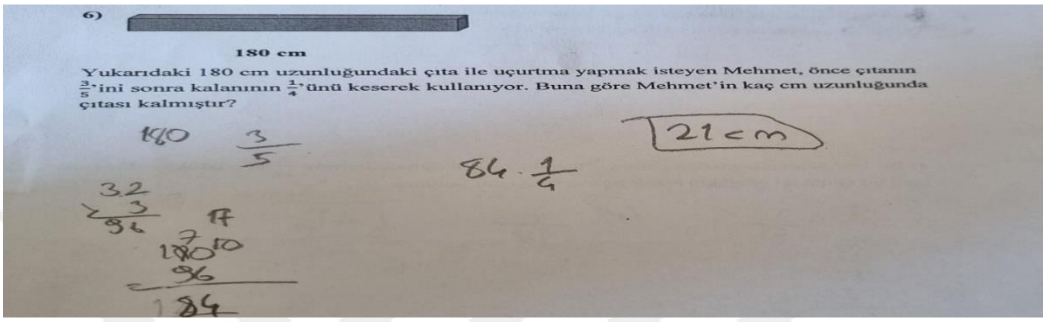
Öğrencilere bu problemin çözümü için gerekli ve yeterli zaman tanınmış ve çözümlerinin yapılması istenilmiştir. Bu sürede araştırmacı öğrencileri gözlemlemiştir.

Problem 6'da öğrencilerin çoğunluğu önce 180'nin $\frac{3}{5}$'ünü bulup 180'den çıkartıp kalanı bulmuştur daha sonra kalanın $\frac{1}{4}$'ini bulmuştur ve bulduğu sonucu da kalandan çıkartarak en son kalan çıtanın uzunluğunu bulmuştur.



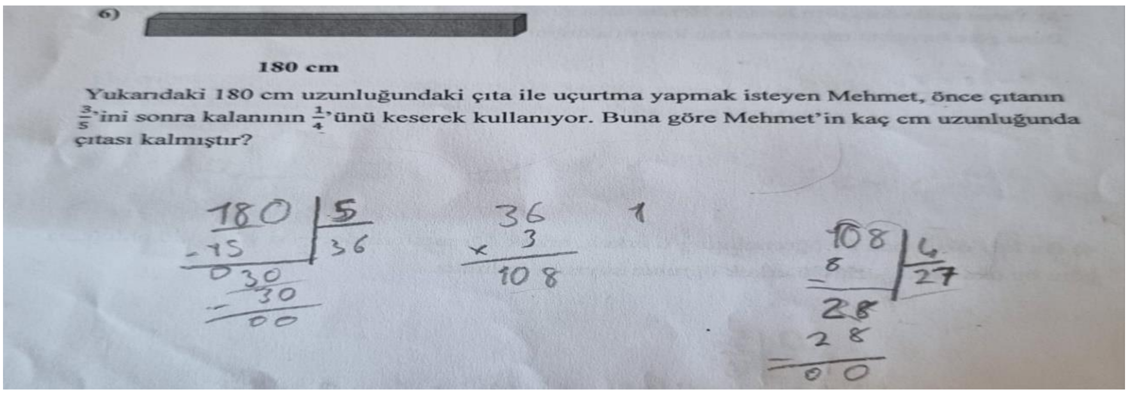
Şekil 33. Ö14 Kodlu Öğrencinin Problem 6 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 33’te Ö14 kodlu öğrenci kalanı ihmal ederek öğrenci verilen rasyonel sayıları toplamıştır ve kenarların istenilen kısmını bulmak yerine verilen rasyonel sayılarla toplama işlemi yapmaya çalışmıştır. Daha sonra bulduğu sonucu sadece paya bölmüştür. İstenilen işlemleri yapmamıştır. O halde Ö14 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından “eylem” aşamasında olduğu söylenebilir.



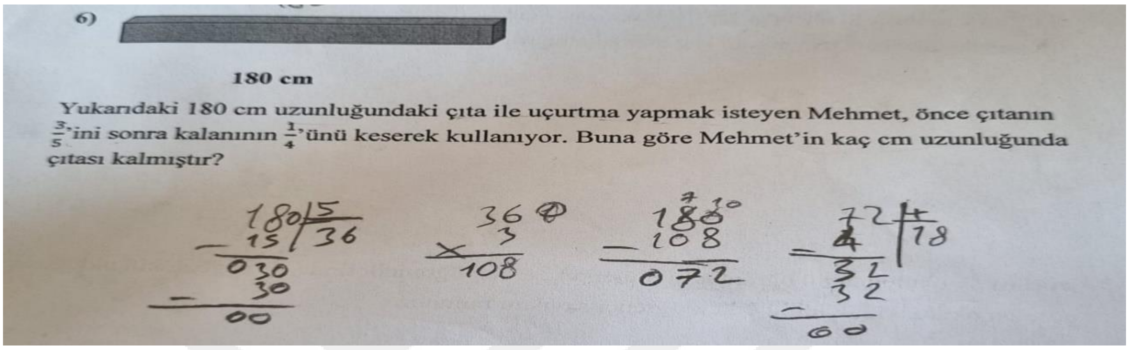
Şekil 34. Ö11 Kodlu Öğrencinin Problem 6 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 34’te Ö11 kodlu öğrencinin yaptığı bazı işlemler pek anlaşılmamıştır. 32 sayısını payda ile çarpmıştır ve sonucu 180’den çıkarmıştır. Daha sonra bulduğu sonucunun $\frac{1}{4}$’ini 21 bulmuştur ve sonuç olarak yazmıştır. İşlem hatası yapmıştır ve tam olarak problemin ne istediğini anlamamıştır. İstenilen işlemleri yapmamıştır. O halde Ö11 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından “eylem” aşamasında olduğu söylenebilir.



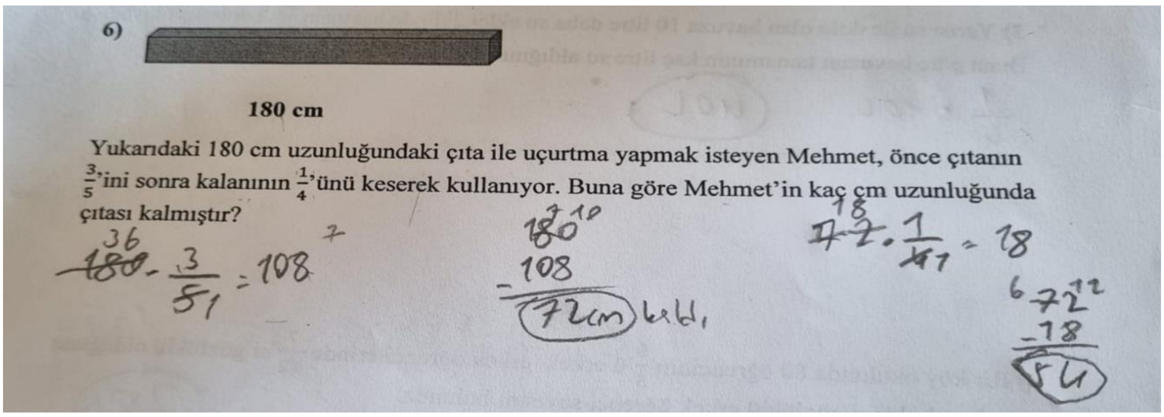
Şekil 35. Ö7 Kodlu Öğrencinin Problem 6 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 35'te Ö7 kodlu öğrenci 180'nin $\frac{3}{5}$'ünü paydaya bölüp pay ile çarparak doğru bulmuştur ancak kalanı ihmal ederek sonucun $\frac{1}{4}$ 'ini bulmuştur. Öğrenci kalanı düşünememiş ya da anlamamış olabilir. O halde Ö7 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından "süreç" aşamasında olduğu söylenebilir.



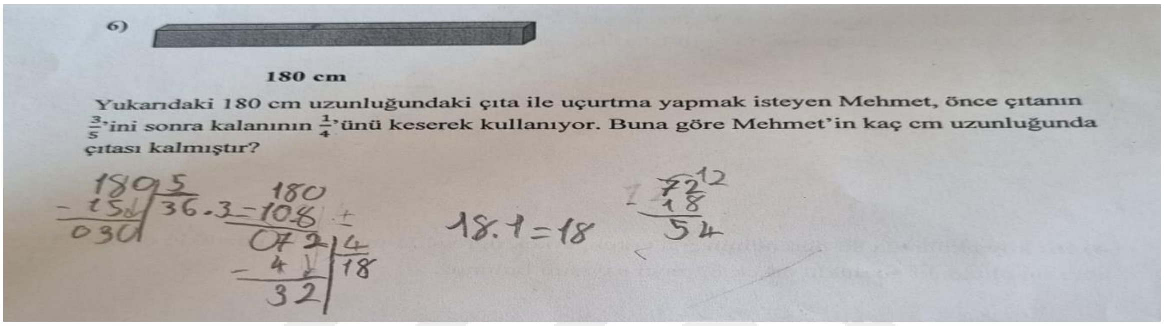
Şekil 36. Ö8 Kodlu Öğrencinin Problem 6 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 36'da Ö8 kodlu öğrenci 180'in $\frac{3}{5}$'ünü önce paydaya bölüp sonra pay ile çarparak doğru sonuca ulaşmıştır. Aynı zamanda bulduğu sonucu 180'de çıkarıp kalanı da bulmuştur. Kalanın $\frac{1}{4}$'ini de paydaya bölerek doğru bulmuştur. Ancak bulduğu sonucu çıkarmayıp en son kalanı bulmamıştır. Unutmuş olabilir. O halde Ö8 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından "süreç" aşamasında olduğu söylenebilir.



Şekil 37. Ö4 Kodlu Öğrencinin Problem 6 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 37'de Ö4 kodlu öğrenci 180'in $\frac{3}{5}$'ünü bulmak için payda ile sadeleştirme yöntemi ile bölme işlemi yapıp pay ile çarpmıştır. Bulduğu sonucu 180'den çıkarmış ve kalanı bulmuştur. Daha sonra kalanın $\frac{1}{4}$'ini bulmak için payda ile sadeleştirme yöntemi ile bölme işlemi yapıp sonucu bulmuştur. Son olarak bulduğu sonucu en son kalandan çıkarıp doğru sonuca ulaşmıştır. O halde Ö4 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından "nesne" aşamasında olduğu söylenebilir.



Şekil 38. Ö1 Kodlu Öğrencinin Problem 6 İçin Yaptığı Çözüm

Şekil 38'de Ö1 kodlu öğrenci 180'in $\frac{3}{5}$''ünü bulmak için paydaya bölüp pay ile çarpmış ve sonucu bulmuştur. Daha sonra sonucu 180'den çıkarıp kalanı bulmuş ve $\frac{1}{4}$'ini bulmak için 4'e bölüp 1 ile çarpmıştır. Son olarak bulduğu sonucu önceki kalandan çıkararak doğru sonucu bulmuştur. O halde Ö1 kodlu öğrencinin APOS teorisi aşamalarından "nesne" aşamasında olduğu söylenebilir.

Rasyonel sayılarla işlemler yapmayı gerektiren problemlerden altıncı problemin çözümleri incelenmiştir. Buna göre Problem 6 için öğrencilerin APOS teorisi aşamalarından hangisinden olduğu aşağıdaki tabloda gösterilmiştir:

Tablo 10

Problem 6'ya Göre Öğrencilerin APOS Teorisi Seviyeleri

APOS Seviyeleri	**Öğrenciler**

Eylem	Ö12, Ö13, Ö14, Ö15
Süreç	Ö7, Ö8, Ö9
Nesne	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö10, Ö11

Tablo 10 incelendiğinde 4 öğrencinin “eylem”, 3 öğrencinin “süreç”, 8 öğrencinin “nesne” aşamasında olduğu görülmektedir. Nesne aşamasındaki tüm öğrencilerin benzer çözümler yaptığı, eylem aşamasındaki öğrencilerin çözümlerinin yanlış veya çok eksik olduğu yönde benzer olduğu görülmektedir.

Problem 6’da orta ve yüksek seviyeli öğrencilerin genel olarak zorlanmadıkları, düşük seviyeli bazı öğrencilerin doğru işlemleri bulmada ve devam ettirmekte biraz da olsa zorlandıkları görülmektedir.

Bölüm 5
Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu bölümde araştırmanın, problem çözme ile alakalı rasyonel sayılar kavramına yönelik hazırlanılan problemleri ile yapılan uygulama sürecinde, öğrencilerin rasyonel sayılar kavramına yönelik öğrenme ve ilişkilendirme düzeyleri APOS teorik çerçevede incelenmiştir ve inceleme sonucunda elde edilen sonuçlar ile bu doğrultuda tartışma ve elde edilen sonuçlardan hareketle ilerde yapılacak olan uygulamaya ve araştırmacılara yönelik önerilere yer verilmiştir.

Sonuç ve Tartışma

Problem çözebilmek birçok etkene bağlıdır. Öğrencilerin matematiğe karşı önyargısı yoksa, matematiğe karşı tutumu olumlu ve matematik başarısı iyiyse öğrenciler genel olarak problem çözebilirler. Problem çözme becerisi ile alakalı alan yazında yapılan çalışmalara bakıldığında (Korkut, 2002; Mason, 2003; Türnüklü ve Yeşildere, 2005; Soylu ve Soylu, 2006; Akın ve Cancan, 2007; Kayan ve Çakıroğlu, 2008; Karakoca, 2011) öğrencilerin problem çözme becerilerinin yine öğrencilerin matematik başarısına, cinsiyetine, anne-baba eğitim durumuna, okul türü-seviyesine ilişkisel olarak değiştiği görülmektedir. Bu çalışmada öğrencilerin bir önceki sene karne ortalamaları ve ders başarılarına göre problem çözebilme becerilerinin de tutarlı olduğu görülmektedir.

Murray (2002) APOS teorisi ile şekillendirilen öğretimin öğrencilerin fonksiyon kavramı anlayışına etkisini inceleyen karma bir çalışmanın sonuçlarına göre, cebirsel terimlerin öğreniminde bu tarz öğretimin olumlu yönde etki ettiği ve bunun sonucu olarak öğrenci başarısını arttırdığı kanısına varmıştır. Asiala vd., (1997), APOS teorisine dayalı olarak planlanan öğretimin, öğrencilerin, türevin geometriksel yorumu üzerinde etkili bir öğretim olduğu sonucuna varmışlardır. Bu çalışma ve bunun gibi çalışmaların APOS teorik çerçevesinde öğrencilerin zihinsel süreçlerinin incelenmesiyle planlanan öğretimin daha iyi öğrenmeler sağlayabileceği söylenebilir.

Matematik öğretim programında “sayılar ve işlemler” öğrenme alanı ve “rasyonel sayılarla işlemler” alt öğrenme alanına ait kazanımlardan “rasyonel sayılarla işlem yapmayı gerektiren problemleri çözer" kazanımı dikkate alınarak oluşturulan çalışma kâğıdı ile öğrencilere uygulama yapılmıştır ve öğrencilerin çalışma kağıdında problemlere yönelik çözümleri eksik olduğu kısımlar tespit edilmiştir.

Bu araştırmada öğrencilerin rasyonel sayılar problemlerinin çözümleri APOS teorik çerçevesinde incelenmiştir. Uygulama öncesinde rasyonel sayı kavramına yönelik genetik çözümleme hazırlanmış ve daha sonra uygulama yapılmıştır. Uygulama sürecinde ise öğrencilerin çözümleri incelenerek rasyonel sayı kavramına yönelik son genetik çözümleme hazırlanmıştır.

Son olarak yapılan genetik çözümlemeye göre APOS teorisi aşamalarında öğrencilerde gözlemlenen davranışlar şu şekildedir:

Eylem. Rasyonel sayı kavramı öğrenme düzeyi eylem aşamasında olan öğrenciler öncelikli olarak rasyonel sayıları bilmekte ve tanımaktadır. Rasyonel sayılarda toplama ve çıkarma işlemleri yaparken paydaların eşitlenmesi gerektiğini de bilir ancak payda eşitlenmesi için genişletme veya sadeleştirme yaparken hata yaptıkları ve bu nedenle problemleri çözüme ulaştıramadıkları tespit edilmiştir. Bununla birlikte bütünü verilen sayının rasyonel olarak istenilen bir kısmını bulmak için bütünü paydaya bölüp payla çarpılması gerektiğini ve rasyonel kısmını sonuç olarak verilen ifadenin bütününü bulmak için payda ile çarpılıp pay ile bölünmesi gerektiğini bilmemektedirler. Bu nedenle rasyonel sayılarda çarpma ve bölme işlemi yapılması gereken problemlerde verilen bütünün istenilen kısmını bulmada ve rasyonel kısmının istenilen sonuç kısmı verilip bütünün istenildiği problemlerde bütünü bulmada zorluk yaşadıkları görülmüştür.

Süreç. Rasyonel sayı kavramı öğrenme düzeyi süreç aşamasında olan öğrenciler rasyonel sayıları tanımaktadır ve rasyonel sayılarla toplama ve çıkarma işlemi yaparken paydaların eşitlenmesi gerektiğini bilmektedir ancak işlemlerini devam ettirirken hata yapabildikleri tespit edilmiştir. Bu aşamadaki öğrenciler kesirler konusunda öğrendiği bütünü düşünememiş ve topladığı rasyonel sayıyı bütünden çıkaramamıştır. Aynı zamanda bu öğrenciler bütünün istenilen kısmını bulmak için bütünün paydaya bölünüp payla çarpılacağını bilmektedir. Bu aşamadaki öğrenciler bilinmeyene yani havuza “x” deyip denklem çözme yöntemi ile çözüme ulaşmaya çalıştığı görülmüştür. Süreç aşamasındaki öğrencilerin sık olarak işlem hatası yaptıkları ve bazen problemin son kısmında tam olarak istediğini bulamadıkları tespit edilmiştir.

Nesne. Rasyonel sayı kavramı öğrenme düzeyi nesne aşamasında olan öğrenciler rasyonel sayıları tanımaktadır. Rasyonel sayılarla toplama ve çıkarma işlemleri yaparken paydaların eşitlenmesi gerektiğini bilmektedir. Aynı zamanda kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerini de çok rahatlıkla yaptığı görülmüştür. Sözel olarak verilen yarımın rasyonel sayı olarak $\frac{1}{2}$'i ifade ettiğini de çok iyi bilmektedirler. Bu aşamadaki öğrenciler bir çokluğun belli bir rasyonel kısmı istendiğinde payda ile bölüp pay ile çarpması gerektiğini ve çokluğu verilmeyip rasyonel bir kısmı alınıp sonucu verildiğinde de payda ile çarpıp pay ile bölmesi gerektiğini de çok iyi bildiği görülmüştür. Bununla birlikte bu aşamadaki öğrenciler daha önceden öğrendikleri denklem çözme konusunu yeni öğrendiği rasyonel sayılar konusuna aktarma yaparak doğru çözümlere kolay bir şekilde ulaşabildiği tespit edilmiştir.

Sonuç olarak öğrencilerin çoğunun rasyonel sayılar konusunun problemleri ile ilgili çözümlere yönelik süreci boyunca yapılan gözlemler ve hazırlanan açık uçlu problemlerde yaptıkları çözümler doğrultusunda hedef davranışları büyük oranda kazandıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin problem çözerken APOS teorisi aşamalarında hangisinde olduğu matematikteki bir önceki sene gösterdikleri başarı ile hemen hemen anlamlı ilişki olduğu açığa çıkmıştır. Ayrıca öğrencilerde var olması istenilen kazanımların sonunda problem çözebilme becerisi gerektiren kazanım olması öğrenciye merak oluşturdukları, severek ve eğlenerek öğrendikleri, problem çözme ve matematiksel düşünme becerilerinin geliştiği, bununla birlikte matematiğe karşı olumlu tutum geliştirdikleri ve özgüvenlerinin arttığı da gözlemlenmiştir.

Öneriler

Günlük hayatta ve Matematik öğretiminde sıkça karşılaşılan “kesirler” konusunun devamı niteliğinde olan “rasyonel sayılar” konusunun öğretimine daha fazla önem verilmelidir. Günlük hayatta karşılaşılan bir konu olduğundan daha çok günlük problemlerden yararlanmalıdır ve bununla birlikte problemler öğrencilerin yaşadığı şehre, iklime ve doğaya uygun olmalıdır. Yani eğitimde var olan yakından uzağa ilkesi dikkate alınmalıdır.

Rasyonel sayılar konusunun günlük hayat problemleri ile APOS teorik çerçevesinde tasarlanmasının ve öğrencilerin öğrenme sürecinin tamamına aktif olarak katılmasının kalıcı ve etkin öğrenmelere katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Öğrencilerin esasicilik anlayışı ile ezberci eğitim sunan sistemden farklı olarak yapılandırmacı anlayış ile anlamlı öğrenmeyi sağlayan öğretim yöntem ve teknikleri ile daha kalıcı öğrenme davranışları gerçekleştirebilecekleri düşünülmektedir.

APOS teorik çerçevesinde problem çözme becerisi ile desteklenmiş eğitim ve öğretim ortamlarında öğrencilerin problem çözme becerilerinin ve matematiksel düşünme becerilerinin gelişimine olumlu katkı sağladığı ve matematiğe karşı olumlu tutum geliştirdikleri görülmüştür. Bundan dolayı matematik öğrenme süreçleri planlanırken bu yaklaşımın esas alınması süreci olumlu etkileyeceğinden dikkate alınabilir.

Öğrencilerin rasyonel sayılarla işlem yapmada sadeleştirme ve genişletme işlemlerinde hataya düştükleri tespit edilmiştir. Bu öğrencilerin ilerleyen sınıflarda da bu konuda zorluk çekecekleri düşünülecek olursa bu araştırma bünyesinde bu konu ve benzer konuya sahip her kademede problem çözme becerisi APOS teorik çerçevesinde incelenebilir.

Bu çalışma imkânların kısıtlı olduğu kırsal bölgedeki bir örneklemle gerçekleştirilmiştir. Daha geniş çaplı veriler elde edebilmek için imkânların daha fazla olduğu bölgelerde daha fazla katılımcılarla yeni araştırmalar yapılabilir.

Ülkemizin eğitim sistemi problem çözebilen nesil yetiştirmeyi çokça önemsemiştir. Ülkemizin Matematik Öğretim Programında problemler, işlem gerektiren birçok konunun ardından öğrenilmesi ve öğretilmesi gereken bir alandır. Bu nedenle problemlerin APOS teorik çerçevede incelenmesi rasyonel sayılar konusu ile sınırlı kalmamalıdır. Problem çözmeyi gerektiren her konu için çalışılması önerilmektedir.

Kaynaklar

Açıl, E. (2015). *Ortaokul 3. sınıf öğrencilerin denklem kavramına yönelik soyutlama süreçlerinin incelenmesi: APOS teorisi.* Atatürk Üniversitesi: Doktora tezi.

Ağaçdiken, F. (2021). *5. Sınıf Öğrencilerinin Alan Kavramını Dinamik Matematik Yazılımı Destekli Öğretim Ortamında Oluşturma Süreçleri: Dikdörtgen Durumu.* On Dokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun: Yüksek Lisans Tezi.

Akın, Y. ve Cancan, M. (2007). Matematik öğretiminde problem çözümüne yönelik öğrenci görüşleri analizi. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi, 0* (16), 374-390.

Akman, Y., ve Erden, M. (1998). *Gelişim öğrenme öğretme.* Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Aksoy, B. (2003). Problem Çözme Yönteminin Çevre Eğitiminde Uygulanması. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 14*(14), 83-98.

Alakoç, Z. (2003). Matematik öğretiminde teknolojik modern öğretim yaklaşımları. *The Turkish Online Journal of Educational Technology, 2*(1), 43-49.

Ardahan, H. ve Ersoy, Y. (2003), *"İlköğretim Okullarında Kesirlerin Öğretimi II: Tanıya Yönelik Etkinlikler Düzenleme",* http://www.matder.org.tr/bilim/ioko2tyed.asp?ID=49

Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Fuentes, S. R., Trigueros, M. & Weller K. (2014). *APOS Theory: A Framework for Research and Curriculum Development in Mathematics Education.* New York: Springer.

Asiala, M., Brown, A., DeVries, D. J., Dubinsky, E., Mathews, D., & Thomas, K. (1996). A framework for research and curriculum development in undergraduate mathematics education. *Research in Collegiate Mathematics Education, 2*, 1-32.

Asiala M., Cottrill J., Dubinsky E. & Schwingendorf K.E. (1997). *The development of students' graphical understanding of the derivative.*

Journal Of Mathematical Behavior, 16(4), 399-431, https://doi.org/10.1016/S0732-3123(97)90015-8

Asiala, M., Dubinsky, E., Mathews, D. M., Morics, S., & Oktac, A. (1997). Development of Students' Understanding of Cosets, Normality, and Quotient Groups. *The Journal of Mathematical Behavior, 16*(3), 241-309. https://doi.org/10.1016/S07323123(97)90029-8.

Aydın, B. (2015). *8. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Başarı Güdüsü ile Problem Çözmeye Dayalı Yansıtıcı Düşünme Becerileri Arasındaki İlişki.* Yeditepe Üniversitesi, İstanbul: Yüksek Lisans Tezi.

Aytaçlı, B. (2012). Durum çalışmasına ayrıntılı bir bakış. *Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, *3*(1), 1-9.

Baki, A. (2018). *Matematiği öğretme bilgisi* (1. Baskı). Ankara: Özyurt Matbaacılık.

Bayraktar, F., Tutak, T., ve İlhan, A. (2019). An Analysıs of the Studıes on the APOS Theory. *Electronıc Journal of Educatıon Scıences, 8*(16), 242-250.

Bayraktar, F. (2020). *5. sınıf yüzdeler konusunun probleme dayalı öğretiminin APOS Teorisi ile incelenmesi.* Fırat Üniversitesi, Elâzığ: Yüksek Lisans Tezi.

Bingölbali, E., Arslan, S. ve Zembat, İ. Ö. (2016). *Matematik Eğitiminde Teoriler.* (1. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Breidenbach, D., Hawks, J., Nichols, D., & Dubinsky, E. (1992). Development of the process conception of function. *Educational Studies in Mathematics*, *23*, 247-285.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2014). *Bilimsel araştırma yöntemleri.* Ankara: Pegem Akademi.

Calderón-Tena, C. O. (2016). Mathematical development: The role of broad cognitive processes. *Educational psychology in practice*, *32*(2), 107-121.

Ceylan, F. (2008). *İlköğretim 6. Sınıf Öğrencilerinin Günlük Hayat Problemlerini Çözme Envanteri Puanları ile Matematik Problemlerini Çözme Başarıları*

Arasındaki İlişki. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü: Yüksek Lisans Tezi.

Clark, B. (1997). Social ideologies and gifted education in today's schools. *Peabody Journal of Education, 72* (3&4), 81-100.

Çekmez, E. (2013). *Dinamik matematik yazılımı kullanımının öğrencilerin türev kavramının geometrik boyutuna ilişkin anlamalarına etkisi* Karadeniz Teknik Üniversitesi: Doktora tezi.

Çetin, İ. ve Dubinsky, E. (2017). Reflective abstraction in computational thinking. *Journal of Mathematical Behavior 47*(1), 70-80.

Çetin, İ ve Top, E. (2014). Programlama eğitiminde görselleştirme ile ACE döngüsü. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 5*(3), 274-303.

Davey, Lynn. (2009). The application of case study evaluations. (Çev: Tuba Gökçek). *Elementary Educatıon Online, 8*(2), 1-3.

Davis, M. (2011). Reviewing Mathematics. *New York; Amsco School Publications.*

Deniz, Ö. (2014). *8. Sınıf Öğrencilerinin Eğim Kavramını Oluşturma Süreçlerinin APOS Teorik Çerçevesinde İncelenmesi.* Anadolu Üniversitesi: Yüksek Lisans Tezi.

Deveci Topal A., Alkan, A. (2010). Mayer'in Bilimsel ve Matematiksel Mesaj Tasarım İlkelerine Göre Tasarlanmış Öğrenme Ortamının Öğrenci Başarısı Üzerine Etkisi, *Kocaeli Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *20*(2), 93-106.

Dewey J., *How We Think*, Dover, New York, 1910.

Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking, In Tall, *Advanced Mathematical Thinking*, Dordrecht: Kluwer.

Dubinsky, E., & Harel, G. (1992). The nature of the process conception of function, In G. Harel & E. Dubinsky (Eds.), *The concept of function:*

Aspects of epistemology and pedagogy, MAA notes 25 (pp. 85-106). Washington: Mathematical association of America.

Dubinsky, E. & Lewin, P. (1986). Reflective Abstraction and Mathematics Education: The Genetic Decomposition of Induction and Compactness. *The Journal of Mathematical Behavior, 5*(1), 55–92.

Dubinsky, E., & McDonald, M. A. (2001). *APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. The teaching and learning of mathematics at university level*. Twelfth International Conference on Mathematics'de sunulan bildiri, Seoul, Korea. Özet http://www.math.kent.edu/~edd/ICMIPaper.pdf adresinden edinilmiştir.

Dubinsky, E. (2002). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In D. Tall (Eds.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 95-126). Dordrecht: Springer.

Dubinsky, E., Weller, K., McDonald, M. A. & Brown, A. (2005). Some Hıstorıcal Issues and Paradoxes Regardıng the Concept of Infınıty: An APOS-Based Analysıs: Part 1. *Educ Stud Math, 58*(3), 335-359.

Durna, B. (2022). *Ortaokul Öğrencilerinin Problem Kurma Özyeterlikleri, Problem Çözme Tutumları ve Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerilerinin İncelenmesi.* Sıtkı Koçman Üniversitesi, Muğla: Yüksek Lisans Tezi.

Ekici, D.İ. ve Balım, A.G. (2013). "Ortaokul öğrencileri için problem çözme becerisine yönelik algı ölçeği", *Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 10*(1), ss.67-86.

Erdem, A. R., & Genç, G. (2015). Lise Öğrencilerinin Eleştirel Düşünme Becerilerinin Bazı Değişkenler Açısından İncelenmesi. *Uluslararası Eğitim Bilimleri Dergisi* (5), 58-69.

Göktürk, F. (2013). *Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin Rasyonel Sayılar Konusunu Günlük Hayat Problemlerinin Çözümüne Olan Transfer Düzeylerinin İncelenmesi.* Fırat Üniversitesi, Elâzığ: Yüksek Lisans Tezi.

Gürbüz, M. (2018). *Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Etkinlik Temelli Öğrenme Yaklaşımı Altında Oran-Orantı Kavramlarını Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi: APOS Teorisi.* Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir: Yüksek Lisans Tezi.

Gürtaş, K. (2021). *Ortaokul 7.sınıf Öğrencilerinin Rasyonel Sayılar Konusundaki Matematiksel Düşünme ve Problem Çözme Beceri Düzeylerinin İncelenmesi.* Erciyes Üniversitesi, Kayseri: Yüksek Lisans Tezi.

Haser, Ç., ve Ubuz, B., (2000), "İlköğretim 5.Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusunda Kavramsal Anlama ve İşlem Yapma Performansı", *IV Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi,* Ankara

Haylock, D., & Cockburn, A. (2014). *Küçük Çocuklar İçin Matematiği Anlama*. Ankara: Nobel Yayınları.

Heddens, J. W., & Speer, W. R. (2005). *Today's Mathematics, Concepts and Classroom Methods, and Instructional Activities*: Wiley.

Kabael, T. (2011). Tek Değişkenli Fonksiyonların İki Değişkenli Fonksiyonlara Genellenmesi, Fonksiyon Makinesi ve APOS. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 11*(1), 465-499.

Kanar, Ö. (2022). *Problem Çözme Öğretiminin Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Problem Çözme Performansına Etkilerinin İncelenmesi.* Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara: Yüksek Lisans Tezi.

Karakoca, A. (2011). *Altıncı sınıf öğrencilerinin problem çözmede matematiksel düşünmeyi kullanma durumları.* Osmangazi Üniversitesi*:* Yüksek lisans tezi.

Karaoğlan, D. (2009). *6. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözmeye Dayalı Etkinlikler Sonrası Problem Çözme Başarıları ile Matematik Başarıları Arasındaki İlişki. Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara: Yüksek Lisans Tezi.*

Karasar, N. (2014). *Bilimsel Araştırma Yöntemi (26. Basım).* Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Karataş, İ. ve Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler. *Klinik mülakatın potansiyeli. İlköğretim-Online, 2*(2).

Karataş, İ. ve Güven, B. (2004). 8. Sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerinin belirlenmesi: Bir özel durum çalışması. *Milli Eğitim Dergisi*, Sayı 163.

Kayan, Ç. ve Çakıroğlu, E. (2008). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmeye yönelik inançları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* (35), 218-226.

Koç, H. (2022). *7.sınıf 'Rasyonel Sayılar ve Rasyonel Sayılarla İşlemler' Ünitesinin Öğretiminde Animasyon ve Karikatür Kullanılmasının Öğrencinin Akademik Başarısına ve Kalıcılığına Etkisi.* Gazi Üniversitesi, Ankara: Yüksek Lisans Tezi.

Korkut, F. (2002). Lise öğrencilerinin problem çözme becerileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* (22), 177-184.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1988). Problem solving: a handbook for elementary school teachers**.** *Massachhusetts: Allyn and Bacon***.**

Kurbal, M. (2015). *6. Sınıf Zekâ Oyunları Dersi Öğrencilerinin Problem Çözme Stratejilerinin ve Akıl Yürütme Becerilerinin İncelenmesi.* Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara: Yüksek Lisans Tezi.

Mason, L. (2003). High school students' beliefs about maths, mathematical problem solving, and their achievement in maths: a cross-sectional study. *An International Journal of Experimental Educational Psychology, 23*(1), 73-85.

McDonald AS (2001) The prevalence and effects of test anxiety in school children*. Educ Psychol, 21*: 89-101.

McMillan, J. H. (2000). Educational research: *Fundamentals for the consumer (3. Edition).* New York: Longman.

MEB (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı*. MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

MEB (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) sınıflar öğretim programı ve kılavuzu.* Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2019*). PISA 2018 Türkiye ön raporu.* Eğitim Analiz ve Değerlendirme Raporları Serisi (Rapor No. 10). Ankara, http://pisa.meb.gov.tr/wpcontent/uploads/2020/01/PISA_2018_Turkiye_On_Raporu.pdf

Meel, E., D. (2003). Models of theories of mathematical understanding: comparing Pirie and Kieren's model of the growth mathematical understanding and APOS theory. *CBMS Issues in Mathematics Education*, 12.

Merriam, S. B. (2013). *Nitel Araştırma: Desen ve Uygulama için Bir Rehber* (Çev. S. Turan). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık (Orijinal yayın tarihi, 2009).

Morgan, C. T. (1995). *Psikolojiye giriş*. *(10. Baskı).* Ankara Hacettepe Üniversitesi: Psikoloji Bölümü Yayınları.

Murray, M. A. (2002). *Fırst-Tıme Calculus Students Dıscoverıng the Product Rule: Functıon, Notatıon and APOS Theory*. Albany Üniversitesi, New York: Yayınlanmamış Doktora Tezi.

Oktaç, A. ve Çetin, İ. (2016). APOS Teorisi ve matematiksel kavramların öğrenimi. E.

Olkun, S. ve Toluk, Z. (2004). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi.* Ankara: Anı Yayıncılık, Ertem Matbaacılık.

Öksüz, R. (2018). *5. Sınıf Öğrencilerinin Kesir Kavramını Oluşturma Süreçlerinin APOS Teorik Çerçevesinde İncelenmesi*. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir: Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi.

Özcan, F. (2005). *İlköğretim 2. Kademede 6-7-8. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Stratejileri ve Matematiksel Modellemenin Problem Çözmedeki Yeri ve Önemi.* Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir: Yüksek Lisans Tezi.

Özçifçi, R. (2007). *Rasyonel Sayıların Öğretimindeki Hatalar ve Alınması Gereken Tedbirler.* Selçuk Üniversitesi, Konya: Yüksek Lisans Tezi.

Özkan, B. (2023). *Rasyonel Sayılar ve Rasyonel Sayılarda İşlemler Konusunda Etkinlik Temelli Öğretim Yönteminin 7.sınıf Öğrencilerinin Akademik Başarısına ve Tutumuna Etkisi.* Gazi Üniversitesi, Ankara: Yüksek Lisans Tezi.

Özkan, C. (2019). *7.Sınıf "Rasyonel sayılar" konusunun 5E öğrenme modeli ile öğretiminin öğrenci başarısına ve eleştirel düşünme becerisine etkisi.* Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Samsun: Yüksek Lisans Tezi.

Piaget, J. (2001). *Studies in reflecting abstraction.* R. L. Campbell (Ed.). Psychology Press.

Polya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method.* Princeton, USA: Princeton University Press.

Polya G., *Nasıl Çözmeli?* (F. Halatçı, Çev.). İstanbul: Sistem Yayıncılık, 1997.

Reed, W. (2007), *"Shifting from 'Sustainability' to Regene-ration", Building Research & Information, 35*(6): 674-680

Reusser, K. & Stebler, R. (1997). Every word problem has a solution: The social rationality of mathematical modeling in schools. *Learning and Instruction*, *7*(4), 309-327.

Sadık, R. (2006). *İlköğretim 4. ve 5. Sınıf Satranç Bilen Öğrenciler İle Satranç Bilmeyen Öğrencilerin Doğal Sayılara İlişkin Dört İşlem ve Problem Çözme Başarılarının Karşılaştırılması.* Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu: Yayınlanmamış yüksek Lisans Tezi.

Sinicrope, R., Mick, H., & Kolb, J. (2002). Fraction division ınterpretations. In Making Sense of Fractions, Rations, and Proportions. *NCTM, Yearbook*, 153-161.

Smith, E. E., ve Kosslyn, S. M. (2014). *Bilişsel Psikoloji Zihin ve Beyin* (Vol. 10): (Çev. Muzaffer Sahin). Ankara: Nobel Yayınları.

Soylu, Y. ve Soylu, C. (2006). Matematik derslerinde başarıya giden yolda problem çözmenin rolü. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 7(11), 97-111.

Şiap, İ. ve Duru, A. (2004). Kesirlerde Geometriksel Modelleri Kullanabilme Becerisi*. Kastamonu Eğitim Dergisi, 12*(1), 89-96.

Tall, D. O. (1999). Reflections on APOS Theory in Elementary and Advanced Mathematical Thinking. O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Haifa, Israel, 1*, 111-118.

Toluk, Z., (2002), "İlkokul Öğrencilerinin Bölme İşlemi ve Rasyonel Sayıları İlişkilendirme Süreçleri" *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, Cilt 19*(2) 2002.

Topal, A. D. & Alkan, A. (2010). Mayer'in bilimsel ve matematiksel mesaj tasarım ilkelerine göre tasarlanmış öğrenme ortamının öğrenci başarısı üzerine etkisi. *Kocaeli Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 20* (2), 93-106.

Tziritas, W. (2011). *İlgili oran problemlerinin kavramsal aşamalarını incelemek için bir çerçeve olarak APOS teorisi.* Concordia Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kanada: Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi.

Türnüklü, E. ve Yeşildere, S. (2005). Problem, problem çözme ve eleştirel düşünme*. Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 25*(3)*,* 107-123.

Üstündağ, R. (2021). *Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Rasyonel Sayılar Konusunda İllüstrasyonlara Yönelik Problem Kurma Etkinlikleri ile Problem Kurma ve*

Çözme Becerileri Gelişiminin İncelenmesi. Giresun Üniversitesi: Yüksek Lisans Tezi.

Van De Walle, J. A. (2007). Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. Boston: Pearson Education, Inc*.

Yeşilova, Ö. (2013). *İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Sürecindeki Davranışları ve Problem Çözme Başarı Düzeyleri.* Marmara Üniversitesi, İstanbul: Yüksek Lisans Tezi.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri.* Ankara: Seçkin Yayıncılık

Yılmaz, B. (2003). *Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Becerilerinde Bilişüstü Eğitimin Etkileri.* Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul: Yüksek Lisans Tezi.

Zehir K., (2013). *İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Kesir İşlemlerine Yönelik Problem Kurma Becerilerinin İncelenmesi.* Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum: Doktora Tezi.

Zorbozan, İ. (2021). *7. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Üstbiliş Farkındalıkları, Problem Çözmeye Yönelik Tutumları ve Problem Çözme Becerileri Arasındaki İlişkinin İncelenmesi.* Sıtkı Koçman Üniversitesi, Muğla: Yüksek Lisans Tezi.

EK-A: 7. Rasyonel Sayılar Problemleri Çalışma Kâğıdı

7. Sınıf Rasyonel Sayılar Problemleri Çalışma Kâğıdı

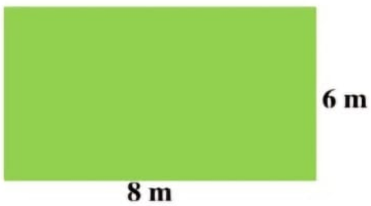
1) Bir pastanın $\frac{3}{8}$ 'ünü Ali, $\frac{5}{12}$'sini Ömer yemiştir. Geriye pastanın kaçta kaçı kaldığını bulunuz.

2) 2400 ₺ maaş alan bir işçi, maaşının $\frac{3}{5}$'ini kiraya, kalanının $\frac{1}{4}$'ini mutfak masraflarına ayırdığına göre bu işçinin geriye ne kadar parası kaldığını bulunuz.

3) Yarısı su ile dolu olan havuza 10 litre daha su eklendiğinde havuzun $\frac{3}{4}$' ü dolmuş oluyor. Buna göre havuzun tamamının kaç litre su aldığını bulunuz.

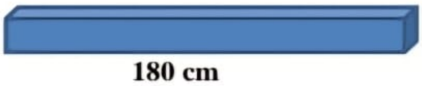
4) Bir köy okulunda 80 öğrencinin $\frac{3}{5}$'ü erkek, erkek öğrencilerinde $\frac{7}{12}$'si gözlüklü olduğuna göre bu okuldaki gözlüklü erkek öğrenci sayısını bulunuz.

5) Aşağıda verilen dikdörtgensel zeminde kısa kenarın $\frac{2}{3}$'si ve uzun kenarın $\frac{3}{4}$'üne eşit olan dikdörtgensel halı döşenecektir.



Buna göre halının çevre uzunluğunu bulunuz.

6)



Yukarıdaki 180 cm uzunluğundaki çıta ile uçurtma yapmak isteyen Mehmet, önce çıtanın $\frac{3}{5}$'ini Sonra kalanının $\frac{1}{4}$'ünü keserek kullanıyor. Buna göre Mehmet'in kaç cm uzunluğunda çıtası kalmıştır?

EK-B: Etik Komisyon Onay Bildirimi

	T.C. VAN YÜZÜNCÜ YIL ÜNİVERSİTESİ SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLERİ YAYIN ETİK KURUL BAŞKANLIĞI **ETİK KURUL KARARLARI**

TOPLANTI TARİHİ: 26.09.2023
OTURUM SAYISI: 2023/24 **Sayfa: 08/13**
TOPLANTIDA ALINAN KARAR SAYISI: 13

Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimleri Yayın Etik Kurulu'nun 26.09.2023 tarihinde saat 14.00'da, Prof. Dr. Orhan DENİZ başkanlığında online yapmış olduğu toplantıda aşağıdaki karar/kararları almıştır:

KARAR NO 2023/24-08. Danışmanlığını Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı öğretim üyesi, Dr. Öğr. Üyesi Kamil AKBAYIR'ın yapmış olduğu, yüksek lisans öğrencisi Şura KANTARCIOĞLU'na ait, "7. Sınıf Matematik Dersi Rasyonel Sayılar Konusunun Problem Çözümlerinin APOS Teorisi ile İncelenmesi" adlı tez çalışmasında kullanılacak olan anket ve ölçekler incelenmiş olup, söz konusu araçların ilgili kişilere uygulanmasında Sosyal ve Beşeri Etik Kuralları ve İlkeleri çerçevesinde herhangi bir sakınca olmadığına toplantıya katılan üyelerin oy birliğiyle karar verilmiştir.

	BAŞKAN Prof. Dr. Orhan DENİZ Edebiyat Fakültesi	
ÜYE Prof. Dr. Mehmet Şirin ÇINAR İlahiyat Fakültesi	**ÜYE** Prof. Dr. Gülsen BAŞ Edebiyat Fakültesi	**ÜYE** Prof. Dr. Zafer KANBEROĞLU İktisadi ve İd. Bil. Fakültesi
ÜYE Prof. Dr. Zihni MEREY Eğitim Fakültesi	**ÜYE** Prof. Dr. Murat ÜNAL Eğitim Fakültesi	**ÜYE** Prof. Dr. Mehmet Akif ARVAS İktisadi ve İd. Bil. Fakültesi

EK-C: Araştırma İzni

T.C.
MUŞ VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

28.12.2023

Sayı : E-73383103-20-93198799
Konu : Araştırma İzni
(Şura KANTARCIOĞLU)

VAN YÜZÜNCÜ YIL ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü)

İlgi : 15.11.2023 tarihli ve 446281 sayılı yazınız.

İlgi yazı gereği; Var Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı tezli Yüksek Lisans öğrencisi Şura KANTARCIOĞLU nun 7. Sınıf Matematik dersi Rasyonel sayılar konusunun problem çözümlerinin APOS teorisiyle inceelenmesi konulu Yüksek Lisans Tez çalışmasını Şehit Zekeriya Yatı İmam Hatip Ortaokulunda okuyan öğrencilere uygulaması ile ilgili komisyonca uygun görüldüğüne dair Form yazımız ekinde sunulmuş olup; adı belirtilen çalışmanın yapılması ile ilgili Müdürlük Makam Onayı ekte gönderilmiştir.

Gereğini arz ederim.

Enver KIVANÇ
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü

Ek :Müdürlük Makam Onayı

Dağıtım:
Müdürlüğümüz Strateji Geliştirme Şubesine
Şehit Zekeriya Yatı İHO Müdürlüğüne

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Milli Eğitim Müdürlüğü Din Öğretimi Şubesi
Belge Doğrulama Adresi : https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys
Bilgi için: H.ÖZDEN VHKI
Telefon No : 0 (436) 212 35 83
Unvan : Veri Hazırlama ve Kontrol İşletmeni
E-Posta: dinogretimi49@meb.gov.tr
İnternet Adresi: mus.meb.gov.tr Faks:4362121988
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden ee98-d558-32a8-9d2b-6cc7 kodu ile teyit edilebilir.

EK-D: Veli Onam Formu

Sayın Veli;

Çocuğunuzun katılacağı bu çalışma, "7. SINIF MATEMATİK DERSİ RASYONEL SAYILAR KONUSUNUN PROBLEM ÇÖZÜMLERİNİN APOS TEORİSİ İLE İNCELENMESİ" adıyla,………………………..tarihleri arasında yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: 7. Sınıf öğrencilerinin rasyonel sayı problemleri çözümlerinin APOS teorisi aşamalarından hangisinde olduğunu görmek hedeflenmiştir.

Araştırma Uygulaması: Anket / Görüşme / Gözlem şeklindedir.

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı'nın ve okul yönetiminin de izni ile gerçekleşmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğunuz çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun katılımı **tamamen sizin isteğinize bağlıdır**, reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında ayrılabilirsiniz. Araştırmaya katılmamama veya araştırmadan ayrılma durumunda öğrencilerin akademik başarıları, okul ve öğretmenleriyle olan ilişkileri etkilemeyecektir.

Çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir.

Uygulamalar, genel olarak kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden çocuğunuz kendisini rahatsız hissederse cevaplama işini yarıda bırakıp çıkmakta özgürdür. Bu durumda rahatsızlığın giderilmesi için gereken yardım sağlanacaktır. Çocuğunuz çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır. Anket çalışmasına katılmamak ya da katıldıktan sonra vazgeçmek çocuğunuza hiçbir sorumluluk getirmeyecektir.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı : Şura KANTARCIOĞLU

İletişim bilgileri : [redacted]

Velisi bulunduğum .... sınıfı .... numaralı öğrencisi .... ……………………………..'in yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin veriyorum.
(Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğunuzla okula geri gönderiniz*).

…./…../…........

İsim-Soyisim İmza:

Veli Adı-Soyadı :

Telefon Numarası :

EK-E: Etik Beyanı

Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında,

- Tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Görsel, işitsel ve yazılı bütün bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- Atıfta bulunduğum eserlerin bütününü kaynak olarak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- Bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

10/07/2024

Şura KANTARCIOĞLU

EK-F: Yüksek Lisans Tez Çalışması Orijinallik Raporu

VAN YÜZÜNCÜ YIL ÜNİVERSİTESİ
Eğitim Bilimler Enstitüsü

LİSANSÜSTÜ TEZ ORİJİNALLİK RAPORU

VAN YÜZÜNCÜ YIL ÜNİVERSİTESİ
Eğitim Bilimler Enstitüsü

10/07/2024

Tez Başlığı / Konusu

7. Sınıf Matematik Dersi Rasyonel Sayılar Konusunun Problem Çözümlerinin Apos Teorisi İle İncelenmesi

Yukarıda başlığı/konusu belirlenen tez çalışmamın Kapak sayfası, Giriş, Ana bölümler ve Sonuç bölümlerinden oluşan toplam 95 sayfalık kısmına ilişkin, 10/07/2024 tarihinde şahsım/tez danışmanım tarafından Turnitin intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtreleme uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı % 8 (sekiz) dir.

Uygulanan Filtreler Aşağıda Verilmiştir:
- Kabul ve onay sayfası hariç,
- Teşekkür hariç,
- İçindekiler hariç,
- Simge ve kısaltmalar hariç,
- Gereç ve yöntemler hariç,
- Kaynakça hariç,
- Alıntılar hariç,
- Tezden çıkan yayınlar hariç,
- 7 kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç (Limit match size to 7 words)

Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Lisansüstü Tez Orijinallik Raporu Alınması ve Kullanılmasına İlişkin Yönergeyi İnceledim ve bu yönergede belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal İçemediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini bilgilerinize arz ederim.

10/07/2024

Şura KANTARCIOĞLU

Adı Soyadı : **Şura KANTARCIOĞLU**
Anabilim Dalı : **Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı**
Bilim Dalı : **Matematik Eğitimi Bilim Dalı**
Statüsü : Y. Lisans ☒ Doktora ☐

DANIŞMAN

Dr. Öğr. Üyesi Kâmil AKBAYIR

10/07/2024

ENSTİTÜ ONAYI
U Y G U N D U R
……/……./20….

Refik GÜRBÜZKOL
Enstitü Sekreteri