



VAN YÜZÜNCÜ YIL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Matematik Eğitimi Bilim Dalı

**İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ TERS YÜZ
YÜZ ÖĞRENME BAĞLAMINDA MATEMATİKSEL MODELLEME
SÜRECİNDE YAŞADIĞI ZORLUKLAR: FONKSİYONLAR
ÖRNEĞİ**

Ahmet Ala SARIMURAT

Yüksek Lisans Tezi

Van, 2024

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ TERS YÜZ
ÖĞRENME BAĞLAMINDA MATEMATİKSEL MODELLEME
SÜRECİNDE YAŞADIĞI ZORLUKLAR: FONKSİYONLAR ÖRNEĞİ

Ahmet Ala Sarımurat

2024



VAN YÜZÜNCÜ YIL ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Matematik Eğitimi Bilim Dalı

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ TERS YÜZ
ÖĞRENME BAĞLAMINDA MATEMATİKSEL MODELLEME SÜRECİNDE
YAŞADIĞI ZORLUKLAR: FONKSİYONLAR ÖRNEĞİ

THE DIFFICULTIES EXPERIENCED BY PRE-SERVICE PRIMARY
MATHEMATICS TEACHERS IN THE MATHEMATICAL MODELING
PROCESS WITHIN THE CONTEXT OF FLIPPED LEARNING: THE CASE OF
FUNCTIONS

Ahmet Ala SARIMURAT

Dr. Öğr. Üyesi Mustafa GÖK

Dr. Öğr. Üyesi Mehtap TAŞTEPE

Yüksek Lisans Tezi

Van, 2024

ONAY SAYFASI

Ahmet Ala SARIMURAT tarafından, Dr. Öğr. Üyesi Mustafa GÖK ve Dr. Öğr. Üyesi Mehtap TAŞTEPE danışmanlığında hazırlanan “İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Ters Yüz Öğrenme Bağlamında Matematiksel Modelleme Sürecinde Yaşadığı Zorluklar: Fonksiyonlar Örneği” başlıklı bu çalışma, 28/08/2024 tarihinde Eğitim Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunun 06/09/2024 tarihli ve 2023/2024/42-3 sayılı kararı ile Dr. Öğr. Üyesi Selçuk ALKAN Başkanlığında, Dr. Öğr. Üyesi Mustafa GÖK ve Dr. Öğr. Üyesi Tuğba Yület YILMAZ Jüri Üyeliğinde oluşturulan Tez Savunma Jürisi huzurunda savunularak Jüri tarafından Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin ilgili hükümleri kapsamında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

UYGUNDUR

28/08/2024

Prof. Dr. Fuat TANHAN

Enstitü Müdürü

Öz

Bu araştırmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının ters yüz öğrenme modeliyle yürütülen matematiksel modelleme eğitimi sürecinde karşılaştıkları zorlukları incelemektir. Araştırma, nitel araştırma yöntemlerinden fenomenoloji deseni kullanılarak yürütülmüştür. Çalışma, 2022–2023 bahar döneminde bir devlet üniversitesinde öğrenim gören 51 ilköğretim matematik öğretmeni adayı ile gerçekleştirilmiştir. Katılımcıların 36'sı kadın, 15'i erkektir. Araştırmada, fonksiyon konusuyla ilişkili 4 farklı modelleme problemini öğretmen adaylarının çözüm sürecine ve bu süreçte karşılaştıkları zorluklara odaklanılmıştır. Veri toplama süreci, öğretmen adaylarının Akademik Öğrenme Yönetim Sistemi sistemine yüklediği ödevler, Geogebra kullanarak çözümledikleri modelleme problemleri, WhatsApp platformunda yapılan görüşmeler ve Zoom kayıtları üzerinden yürütülmüştür. Ayrıca, öğretmen adaylarının süreç hakkındaki düşüncelerini yansıtan görüşme formları da veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Verilerin analizi; öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerini çözüm süreçleri matematiksel modelleme yeterlikleri doğrultusunda betimsel analiz yoluyla yapılmıştır. Diğer veriler ise öğretmen adaylarının yaşadığı zorlukları odağında ulaşılan bulguların nedenlerine ilişkin analizlerden oluşmaktadır. Araştırmada elde edilen bulgular; öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinin tamamında zorluk yaşadıklarını ortaya çıkarmıştır. Bu zorluklar matematiksel modelleme problemlerinin doğası gereği ortaya çıkan zorluklar, öğretmen adaylarının alan bilgilerinden kaynaklı zorluklar ve öğretmen adaylarının teknoloji kullanımına ilişkin zorluklar şeklinde ortaya çıkmıştır. Bu sonuçlar öğretmen adaylarının matematiksel modelleme eğitiminde yaşadıkları güçlükler noktasında önemli desteğe ihtiyaç duyduklarını göstermektedir. Öğretmen adaylarının yaşadıkları güçlükler odağında yenilikçi öğrenme ortamları tasarlanarak, daha fazla araştırma yapılması gerektiği düşünülmektedir.

Anahtar sözcükler: matematiksel modelleme, ters yüz öğrenme, öğretmen adayları, fonksiyon konusu.

Abstract

The purpose of this study is to examine the challenges pre-service mathematics teachers face during a mathematical modeling education process conducted through a flipped learning model. The research was carried out using the phenomenological design, one of the qualitative research methods. The study was conducted with 51 pre-service mathematics teachers enrolled at a public university during the 2022-2023 spring semester. Of the participants, 36 were female and 15 were male. The study focused on the problem-solving processes of the pre-service teachers related to four different modeling problems associated with the topic of functions, as well as the challenges they encountered during these processes. Data collection involved the assignments uploaded by the pre-service teachers to the ALMS system, the modeling problems they solved using Geogebra, conversations on the WhatsApp platform, and Zoom recordings. Additionally, interview forms reflecting the pre-service teachers' thoughts on the process were used as a data collection tool. The data analysis was conducted using descriptive analysis in line with mathematical modeling competencies, focusing on the problem-solving processes of pre-service mathematics teachers in mathematical modeling problems. The other data comprises analyses focused on the challenges encountered by the pre-service teachers, explicitly examining the underlying reasons behind the findings. The study's findings revealed that pre-service teachers experienced difficulties throughout the mathematical modeling process. These challenges emerged due to the inherent nature of mathematical modeling problems, the pre-service teachers' content knowledge, and difficulties related to technology use. These results indicate that pre-service teachers require significant support in overcoming the challenges they face in mathematical modeling education. It is suggested that more research should be conducted, and innovative learning environments should be designed to address the difficulties pre-service teachers encounter.

Keywords: mathematical modeling, flipped learning, prospective teachers, function

Teşekkür

Tez çalışmam boyunca ve yüksek lisans sürecimin başından itibaren, karşılaştığım her zorlukta bana destek olan, yardımını ve değerli zamanını benden esirgemeyen saygıdeğer danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Mustafa Gök'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Savunma sürecinde kıymetli görüşleriyle çalışmama katkı sağlayan saygıdeğer jüri üyeleri Dr. Öğr. Üyesi Selçuk Alkan, Dr. Öğr. Üyesi Tuğba Yület Yılmaz hocalarıma ve tez sürecinin sağlıklı bir şekilde tamamlanmasında büyük rol oynayan Dr. Öğr. Üyesi Mehtap Taştepe hocama içten teşekkürlerimi iletmek isterim.

Bu süreçte yaşadığım zorlukları ve sıkıntıları paylaştığım, her zaman beni dinleyen ve değerli görüşleriyle yanımda olan saygıdeğer hocam Esin Mühirci'ye de en derin şükranlarımı sunarım.

İçindekiler

Öz.....	i
Abstract.....	ii
Teşekkür.....	iii
Tablolar Dizini.....	vi
Şekiller Dizini.....	vii
Simgeler ve Kısaltmalar Dizini	ix
Bölüm 1 Giriş	1
Problem Durumu.....	2
Araştırmanın Amacı ve Önemi	3
Araştırma Problemi	3
Sayıtlılar.....	4
Sınırlılıklar	4
Tanımlar.....	4
Bölüm 2 Araştırmanın Kuramsal Temeli ve İlgili Araştırmalar.....	5
Ters Yüz Öğrenme ve Matematik Eğitiminde Kullanımı	5
Matematiksel Modelleme	8
Matematiksel Modelleme Eğitiminde Karşılaşılan Zorluklar	13
Matematiksel Modellemede Ters Yüz Öğrenmenin Rolü	14
İlgili Literatür	15
Bölüm 3 Yöntem	17
Araştırmanın Modeli	17
Araştırmanın Evreni ve Örneklemi.....	17
Veri Toplama Süreci.....	17
Veri Toplama Araçları	20
Verilerin Analizi	22

Bölüm 4 Bulgular ve Yorum	26
Ters Yüz Öğrenmenin Ders Öncesi Sınıf Dışı Uygulamalarına İlişkin Sonuçlar	26
Ters Yüz Öğrenmenin Sınıf İçi Uygulamaları	28
Bölüm 5 Sonuç, Tartışma ve Öneriler	94
Kaynaklar.....	99
EK-A: Etik Komisyonu Onay Bildirimi (Varsa).....	109
EK-B: Etik Beyanı.....	110
EK-C: Yüksek Lisans/Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu.....	111
EK-D: Ters Yüz Öğrenme Bağlamında Matematiksel Modelleme ile İlgili Görevler.....	112
EK-D.1. Bir Görev ile ilgili Öğretmen Adayının Yanıt Örneği.....	113
EK-D.2. Geogebra Çözümlerinden Bir Kesit.....	116
EK-E: Örnek Bir Matematiksel Modelleme Problemi	114
EK-E.1. Modelleme Problemi Cevap Kağıdı Örneği.....	117
EK-E.2. Geogebra Çözümlerinden Bir Kesit	116
EK-E.3. Modelleme Problemi Cevap Kağıdı Örneği.....	117
EK-F: Modelleme Problemlerine İlişkin Mail Yazışmaları.....	119

Tablolar Dizini

Tablo 1. Dereceli Puanlama Anahtarına Dair Bilgiler (Hıdıroğlu vd., 2014)	23
Tablo 2. Öğretmen Adaylarının Ders Videolarını İzleme ve Ödevleri Yapma Durumu	27
Tablo 3. Katılımcıların Mantar Problemindeki Yeterlikleri	29
Tablo 4. Katılımcıların Mantar Probleminde Kullandıkları Ana Modeller	31
Tablo 5. Katılımcıların Dönme Dolap Problemindeki Yeterlikleri	51
Tablo 6. Katılımcıların Dergi Problemindeki Yeterlikleri	59
Tablo 7. Katılımcıların D1 ve Alt Bileşenlerine Yönelik Yetkinlikleri	69
Tablo 8. Öğretmen Adaylarının Modelleme Sürecine İlişkin Sonuçlar	87
Tablo 9. Modelleme Sürecinin Yapısı	91

Şekiller Dizini

Şekil 1. Harmanlanmış Öğrenme Modelinde Ters Yüz Öğrenmenin Yeri (Hayırsever & Orhan, 2018).....	6
Şekil 2. Ters Yüz Öğrenme Modelinin Temel Bileşenleri	7
Şekil 3. Matematiksel modelleme döngüsü (Berry ve Houston, 1995).....	10
Şekil 4. Matematiksel Modelleme Döngüsü (Borromeo Ferri, 2007).	11
Şekil 5. Matematiksel Modelleme Eğitimi İle İlgili Süreçler.....	18
Şekil 6. Matematiksel Modelleme Sürecine İlişkin A5 Kodlu Öğretmen Adayının Yanıtı	26
Şekil 7. A18 ve A7 Kodlu Katılımcının Y1 ve Y2 Yeterliliğindeki Açıklamaları	30
Şekil 8. A8 Kodlu Katılımcının Y3 Yeterliliğindeki Açıklamaları	32
Şekil 9. A19 Kodlu Katılımcının Y3 Yeterliliğindeki Açıklamaları	33
Şekil 10. A41 Kodlu Katılımcının Y3 Yeterliliğindeki Açıklamaları	34
Şekil 11. A41 Kodlu Katılımcının Y3 Yeterliliğindeki Modeli Doğrulama Girişimi	35
Şekil 12. A1 (Üstte), A12 (Ortada) Ve A14 (Aşağıda) Kodlu Katılımcıların Y5 Yeterliliğindeki Açıklamaları	36
Şekil 13. A41 Kodlu Katılımcının Y5 Yeterliliğindeki Açıklamaları	37
Şekil 14. A7 Kodlu Katılımcının Y5 Yeterliliğindeki Açıklamaları	38
Şekil 15. Katılımcıların Y6 Yeterliliğindeki Açıklamaları.....	39
Şekil 16. A1'in Orantıyı Kullanımı	45
Şekil 17. Yeni Birim Üretme Yanılgısı	46
Şekil 18. Öğretmen Adaylarının Fonksiyon Kavramı İle İlgili Hataları	47
Şekil 19. A5'in Mantar Problemini Parabolik Çözümü	48
Şekil 20. A28'in İlk İki Yeterlilikteki Açıklamaları.....	52
Şekil 21. A48 Kodlu Katılımcının Matematikleştirmedeki Eylemleri	53
Şekil 22. A7 Kodlu Katılımcının Dönme Dolap Problemindeki Modeli	53
Şekil 23. A44 Kodlu Katılımcının GeoGebra'da Dönme Dolap Problemindeki Modeli....	54
Şekil 24. A18'in Kurduğu Model Üzerinde Gerçekleştirdiği Matematiksel İşlemler.....	54
Şekil 25. A28'in Çözümleri Yorumlama Yeterliliğindeki Açıklamaları.....	55
Şekil 26. A18'in Modeli Doğrulama Girişimleri.....	55
Şekil 27. A22 Kodlu Öğretmen Adayının Modeli.....	56
Şekil 28. A22'nin Matematiksel Prosedürleri Model Bağlamında Uygulaması	57
Şekil 29. A23'ün Dergi Probleminde Problemi Anlama Yeterliliğindeki Açıklamaları.....	60
Şekil 30. A7'nin Dergi Problemini Matematikleştirme Ve Çözme Süreci	61

Şekil 31. A32'nin Elde Ettiği Verileri Yorumlama Yeterliğinde Yaptığı Açıklamalar	62
Şekil 32. A19'un Dergi Probleminde Parabol Tepe Noktası Çözümünü Deneme-Yanılma İle Doğrulama Süreci	62
Şekil 33. A7'nin Dergi Probleminde Alternatif Çözümü	63
Şekil 34. A1'in Orantı Kavramını Kullanımı	63
Şekil 35. A10 Ve A35'in Dergi Probleminde Sundukları Grafikler	64
Şekil 36. A14 Ve A48'in Dergi Problemi İçin Sundukları Çözüm	65
Şekil 37. 34'ün Dergi Problemini Çözümü	66
Şekil 38. A25 Kodlu Katılımcının İlk İki Yeterlikteki Açıklamaları	70
Şekil 39. A3 Kodlu Katılımcının Problemi Anlamadaki Açıklamalar	71
Şekil 40. A48 Kodlu Katılımcının Matematikleştirme Yeterliğindeki Açıklamalar	71
Şekil 41. A7'nin Ambardaki Fareler Probleminde Matematikleştirmedeki Açıklamaları ..	72
Şekil 42. A13'ün Matematikleştirmede Yaptığı Açıklamalar	73
Şekil 43. A28'in Matematiksel İşlemleri Gerçekleştirmedeki Açıklamaları	73
Şekil 44. A28'in Modeli Kullanarak Matematiksel Sonuçlara Ulaşma Süreci	74
Şekil 45. A37'nin Son İki Yeterliğe İlişkin Açıklamaları	75
Şekil 46. A41'in Modelin Günlük Yaşamla İlişkilendirmesine İlişkin Açıklamalar	75
Şekil 47. A41'in Alternatif Çözümü	76
Şekil 48. A4'ün Türevle Matematiksel Sonuçlara Ulaşma Süreci	77
Şekil 49. A12'nin İntegral Kullanarak Matematiksel Sonuçlara Ulaşma Girişimi	78
Şekil 50. A9'un Ambardaki Fareler Probleminde Kullandığı Model	79
Şekil 51. A37'nin Aritmetik Dizi Modeli İle Çözüm Arayışı	79
Şekil 52. A27'nin Ambardaki Fareler Probleminde Kullandığı Model	80

Simgeler ve Kısaltmalar Dizini

ALMS: Advancity Learning Management System- Hibrit Öğretim Yönetim Sistemi

YÖK: Yüksek Öğretim Kurulu

FLN: Flipped Learning Network



Bölüm 1

Giriş

Günümüzde, matematik eğitiminin anlamlı öğrenimini desteklemek amacıyla, derslerin günlük yaşamla ilişkilendirilmesi önem kazanmaktadır. Matematik derslerinin gerçek hayatla bağlantılandırılması, öğrencilerin matematiksel kavramları ve işlemleri daha iyi anlamalarını ve kalıcı bir şekilde öğrenmelerini sağlamaktadır (Boaler, 1998). Bu yaklaşımın, öğrencilerin öğrendikleri bilgiyi uzun süreli olarak kullanabilmelerini desteklediği bilinmektedir (Hiebert & Carpenter, 1992). Dolayısıyla, sınıf içi derslerin bu perspektif göz önünde bulundurularak planlanması, matematikte anlamlı öğrenmenin kapısını aralayacaktır.

Matematiksel kavramların ve işlemlerin günlük yaşam bağlamında öğretilmesi, öğrencilerin bu süreçteki anlamlandırma becerilerini geliştiren etkili bir yöntem olarak kabul edilmektedir (Lesh & Doerr, 2003). Matematiksel modelleme, bu anlamda kullanılan temel yaklaşımlardan biridir. Modellemenin amacı, gerçek yaşam bağlamında karşılaşılan problemlerin matematiksel olarak ifade edilmesi ve öğrencinin bu problemlere kendi çözüm yollarını geliştirmesini sağlamaktır (Blum & Leiß, 2007). Bu yaklaşımın etkinliği, elde edilen sonuçların günlük yaşamla karşılaştırılarak tutarlılığının değerlendirilmesiyle ölçülmektedir.

Ancak, matematiksel modellemenin sınıf içi uygulamalarında karşılaşılan sorunların belirlenmesi, bu sorunların çözümü için zorunlu bir adımdır. Literatürdeki çalışmaların büyük bir kısmı, bu sorunların yalnızca modelleme sürecindeki aşamalardan kaynaklandığını öne sürmektedir (English, 2006). Ne var ki, az sayıda çalışma, problemlerin öğrencilerin konuya ilişkin akademik yeterliliklerinden de kaynaklanabileceğine dikkat çekmiştir. Bu bağlamda literatürde bir eksiklik mevcuttur ve bu durum, ilgili araştırmanın gerekliliğini ortaya koymaktadır.

Bu çalışmada, seçilecek problemlerin tek bir konuya odaklanmasının nedeni, problem çözmede karşılaşılan zorlukların öğrencilerin akademik bilgi düzeyiyle ne ölçüde ilişkili olduğunu açıkça ortaya koymaktır. Çalışma, matematiğin en temel konularından biri olan ve birçok matematiksel kavramla bağlantılı olan fonksiyonlar konusu ile sınırlıdır (Tall, 1996). Fonksiyon kavramının hem günlük yaşamla ilişkilendirilebilirliği hem de disiplinler arası bir niteliğe sahip olması, onun matematiksel modellemede etkili olarak kullanılmasını mümkün kılmaktadır.

Öğretmenler, matematiksel modelleme etkinliklerini sınıf içinde uygulamanın zaman alıcı olabileceğini düşünmektedirler. Bu durum, ters yüz öğrenme modeli kullanılarak çözülebilir. Ters yüz öğrenme modeli, dersin teorik kısmının internet üzerinden verilmesi ve konuyla ilgili üst düzey becerilerin öğretmen eşliğinde sınıfta işlenmesi esasına dayanmaktadır (Bergmann & Sams, 2012). Bu çalışmada, matematiksel modelleme ile ilgili teorik bilgilerin öğrencilere ders öncesinde sunulması, sınıf içinde ise öğrenci merkezli bir ortamda matematiksel modelleme etkinliklerinin incelenmesini sağlamayı amaçlamaktadır. Bu sayede, zaman yönetimi sorununun ortadan kalkacağı öngörülmektedir.

Bu çalışmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının ters yüz öğrenme modeli bağlamında matematiksel modelleme sürecinde karşılaştıkları zorlukları, fonksiyon konusu özelinde incelemektir. Çalışmada, fonksiyonlarla modellenebilecek otantik problemler kullanılmış ve bu sayede matematiksel modelleme süreçleri ile öğrencilerin bu süreçlerde ortaya koydukları bilgi ve beceriler analiz edilmiştir. Derinlemesine analizlerin yapılabilmesi için, problemler öğretmen adaylarının aşına oldukları yakın çevrelerden seçilmiştir. Bu yaklaşım, öğretmen adaylarının probleme daha hızlı adapte olmalarını ve matematiksel kavramların günlük yaşamdaki karşılıklarını daha iyi anlamlandırmalarını sağladığı belirtilebilir.

Problem Durumu

Matematiksel modellemenin sınıf ortamında etkili bir şekilde uygulanabilmesi için, öncelikle bu uygulamayı engelleyen sorunların ortadan kaldırılması gerekmektedir. Bu sorunların çözümü, karşılaşılabilecek zorlukların belirlenmesiyle mümkündür. Literatürde, öğretmenler ve öğretmen adaylarıyla yapılan matematiksel modelleme çalışmaları incelendiğinde, genellikle katılımcıların tutum ve görüşlerine odaklanıldığı görülmektedir. Ancak, katılımcıların matematiksel modelleme yeterliliklerini ve süreçte karşılaşılabilecekleri zorlukları belirlemeye yönelik çalışmalar sınırlıdır. Bu araştırma, öğretmen adaylarının karşılaştacağı zorlukları belirli bir konu çerçevesinde ele alarak bu alandaki boşluğu doldurmayı amaçlamaktadır. Tek bir konuya odaklanılarak daha derinlemesine incelemeler yapmak ve bu yolla kesin ve etkili sonuçlar elde etmek bu çalışmanın özgünlüğünü ve önemini ortaya koymaktadır. Çalışmada, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının ters yüz öğrenme modeli bağlamında matematiksel modelleme sürecinde karşılaştıkları zorluklar, özellikle fonksiyon konusu özelinde ele alınmıştır.

Araştırmanın Amacı ve Önemi

Bu çalışmanın temel amacı, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının ters yüz öğrenme modeli bağlamında matematiksel modelleme sürecinde yaşadığı zorlukları fonksiyon konusu özelinde araştırmaktır. Bu zorlukların tanımlanması ve analiz edilmesi, matematiksel modelleme eğitiminin etkinliğini artırabilecek içgörüler sunarak öğretmen yetiştirme programlarını desteklemeyi hedeflemektedir.

Bu araştırma, matematik eğitimi alanında büyük bir öneme sahiptir. Gelecekteki eğitimcilerin karşılaşacakları zorlukları anlamak, bu alanda hedefe yönelik öğretim stratejileri ve mesleki gelişim programlarının geliştirilmesine katkı sağlayabilir. Ayrıca, ters yüz öğrenmenin bu bağlamdaki rolünün incelenmesi, yenilikçi öğretim yöntemlerine dair geniş kapsamlı bir tartışmaya zemin hazırlayarak, eğitimciler ve politika yapıcılar için kanıta dayalı öneriler sunabilir.

Sonuç olarak, bu çalışma, matematiksel modellemenin öğretimi ve öğrenimini geliştirmeyi amaçlamaktadır. Böylece, gelecekteki öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel anlayışlarını ve problem çözme becerilerini geliştirebilmeleri için iyi bir şekilde hazırlanmış olmaları sağlanacaktır. Belirlenen zorluklara çözüm önerileri getirilerek, bu araştırma, sınıflarında ters yüz öğrenme ve matematiksel modellemeyi etkili bir şekilde kullanabilen yetkin ve kendine güvenen matematik eğitimcilerinin gelişimini desteklemeyi amaçlamaktadır.

Araştırma Problemi

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının ters yüz öğrenme bağlamında matematiksel modelleme sürecinde yaşadıkları zorluklar nelerdir ve bu zorluklar, ele alınan konunun içeriğiyle nasıl ilişkilidir?

Alt problemler. İlköğretim matematik öğretmen adaylarının ters yüz öğrenme bağlamında matematiksel modelleme sürecinde karşılaştıkları zorluklar nelerdir?

Ters yüz öğrenme bağlamında matematiksel modelleme uygulamalarını deneyimleyen ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının fonksiyon konusu açısından karşılaştıkları zorluklar nelerdir?

Sayıtlar

Bu çalışmada, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının kendilerine sunulan problemleri çözerken sahip oldukları bilgi ve becerileri tam olarak yansıttıkları varsayılmaktadır. Ayrıca, katılımcıların araştırma sürecinde verdikleri yanıtların doğru ve samimi olduğu kabul edilmektedir.

Sınırlılıklar

Bu araştırma, matematiksel modelleme uygulamalarını tek bir konu, yani fonksiyonlar, özelinde ele alarak, bu yaklaşımla karşılaşılan zorlukların daha derinlemesine incelenmesini amaçlamaktadır. Çalışma, yalnızca ilköğretim matematik öğretmen adayları ile sınırlıdır ve bu nedenle bulgular bu grup dışındaki öğretmen veya öğrenciler için genellenemez. Araştırmada, öğretmen adaylarına matematiksel modelleme etkinlikleri sunulacak olup, bu etkinliklerden önce ters yüz öğrenme modeli kullanılarak matematiksel modelleme ile ilgili teorik bilgiler sağlanacaktır. Bu şekilde, sınıf içinde matematiksel modelleme uygulamalarına daha fazla zaman ayrılabilceği öngörülmektedir. Ancak, bu yöntem ve konu seçimi, araştırmanın sonuçlarının diğer matematiksel konulara veya farklı öğretim yaklaşımlarına uygulanabilirliği konusunda sınırlamalar yaratabilir.

Tanımlar

Matematiksel modelleme: Matematiksel modelleme, öğrencilerin gerçek dünya problemlerini anlamalarına ve çözmelerine yardımcı olan bir süreçtir. Matematiksel modelleme süreci, matematiksel kavramların ve ilişkilerin keşfi ve matematiksel modellerin oluşturulmasını içerir (Blum, 2013). Blum (2013), matematiksel modellemeyi öğrencilerin gerçek yaşam durumlarını matematiksel terimlerle ifade etmeleri ve bu terimler aracılığıyla problem çözmelerini sağlayan bir süreç olarak tanımlar.

Ters Yüz Öğrenme Modeli: Ters yüz öğrenme modeli, geleneksel öğretim yöntemlerinin aksine öğrencilerin temel kavramları sınıf dışında öğrenmelerini, sınıf içi zamanı ise bu kavramların uygulanması ve pekiştirilmesi için kullanmalarını öngören pedagojik bir yaklaşımdır (Persky & McLaughlin, 2017). Persky ve McLaughlin (2017), ters yüz öğrenme modelini, sınıf dışındaki temel kavramların öğrenilmesini kolaylaştırarak sınıf içi etkinliklerde öğrencilerin aktif katılımını ve derin öğrenmeyi destekleyen bir yöntem olarak tanımlar.

Bölüm 2

Araştırmanın Kuramsal Temeli ve İlgili Araştırmalar

Bu bölümde; matematiksel modelleme, ters yüz öğrenme modeli ve ters yüz öğrenme ile matematiksel modellemenin entegrasyonu incelenmiştir.

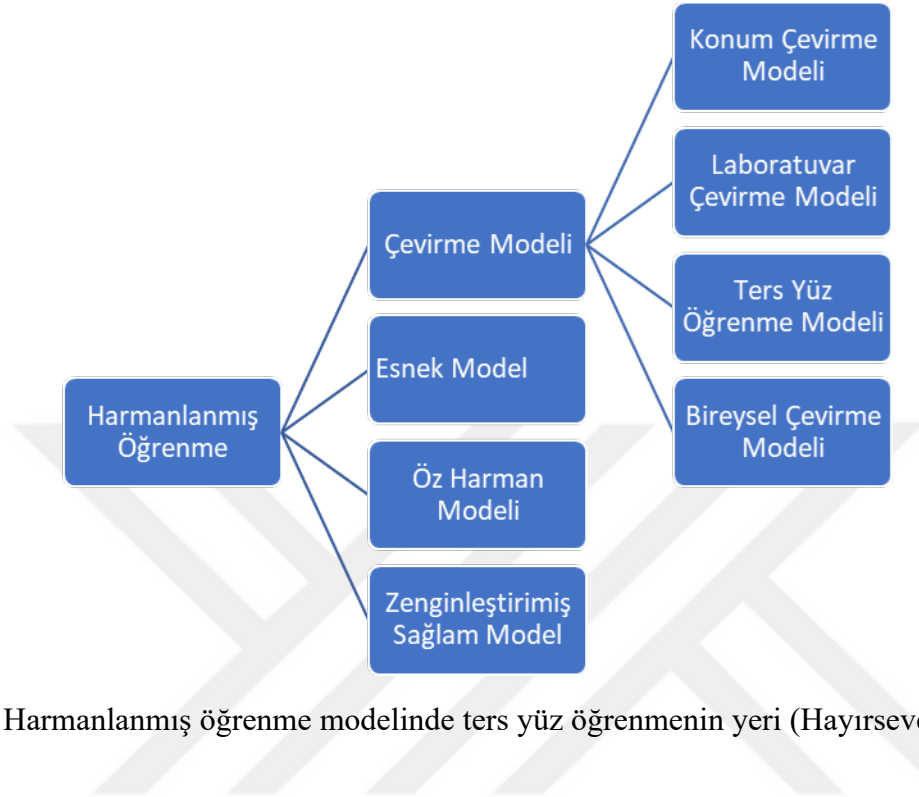
Ters Yüz Öğrenme ve Matematik Eğitiminde Kullanımı

Tersine öğrenme olarak da bilinen Flipped learning, geleneksel öğrenme ortamlarının tersine çevrildiği bir öğretim stratejisidir. Okulda yeni içerikleri sunmak yerine, öğrenciler, videolar, okumalar veya diğer çevrim içi materyaller aracılığıyla önce onlara evde maruz kalır. Sınıf zamanı daha sonra öğrencilerin öğretmen rehberliğinde öğrendikleri kavramları uygulayabileceği egzersizler, projeler veya tartışmalar için kullanılır. Bu öğretim modeli, dikkati pasif dinlemeden aktif öğrenmeye kaydırarak öğrenci anlayışını ve katılımını artırmayı amaçlamaktadır (Bergmann & Sams, 2012).

Matematik eğitimi bağlamında, tersine öğrenme önemli potansiyel göstermiştir. Matematik genellikle kavramların derin bir anlayışını ve problemleri çözme yeteneğini gerektirir ki bu geleneksel bir konferans formatında zor olabilir. Sınıfın tersine çevrilmesiyle öğrenciler, teorik kavramları evde kendi hızlarında öğrenebilir. Ders esnasında ise problem çözme faaliyetlerine katılarak, işbirlikçi öğrenmeye ve öğretmenden anında geri bildirim alma odaklayabilir. Bu yaklaşım, karmaşık matematiksel kavramların anlaşılmasına yardımcı olmanın yanı sıra eleştirel düşünme ve uygulama becerilerini geliştirmeye de yardımcı olur (Lage, Platt, & Treglia, 2000).

Ters yüz öğrenme modeli, öğrencilerin matematiksel kavramları daha etkin bir kavrayışla anlamalarına ve problem çözme yetkinliklerinin ilerlemesine, (Bergmann & Sams, 2012; Bishop & Verleger, 2013) matematik dersine karşı pozitif bakış açısı geliştirip sınıf katılımının artmasına ve ders motivasyonunun yükselmesine olanak sağlamaktadır (Merrill, 2002; Love vd., 2014; Miller, 2012; Muir, 2017; Adams & Dove, 2018).

İçinde bulunduğumuz ve teknoloji çağı olarak nitelendirilen 21. Yüzyıl ve bu yüzyıldaki değişimler günümüz toplumunu birçok alanda etkilediği gibi bu toplumların eğitim anlayışını da çeşitli şekilde etkilemeye devam etmektedir. Bu yüzyılda araştırma ve inceleme yoluyla bilgiye erişme önemli olduğu gibi bundan daha önemlisi elde edilen bilgiyi işlevsel bir şekilde kullanmak, o bilgiden yeni bilgiler üretmektir. Bu tür süreçleri etkin kılmak için yenilikçi öğrenme yaklaşımlarından yararlanılabilir. Bu bağlamda kullanılabilecek yenilikçi yaklaşımlardan biri ters yüz öğrenmedir.

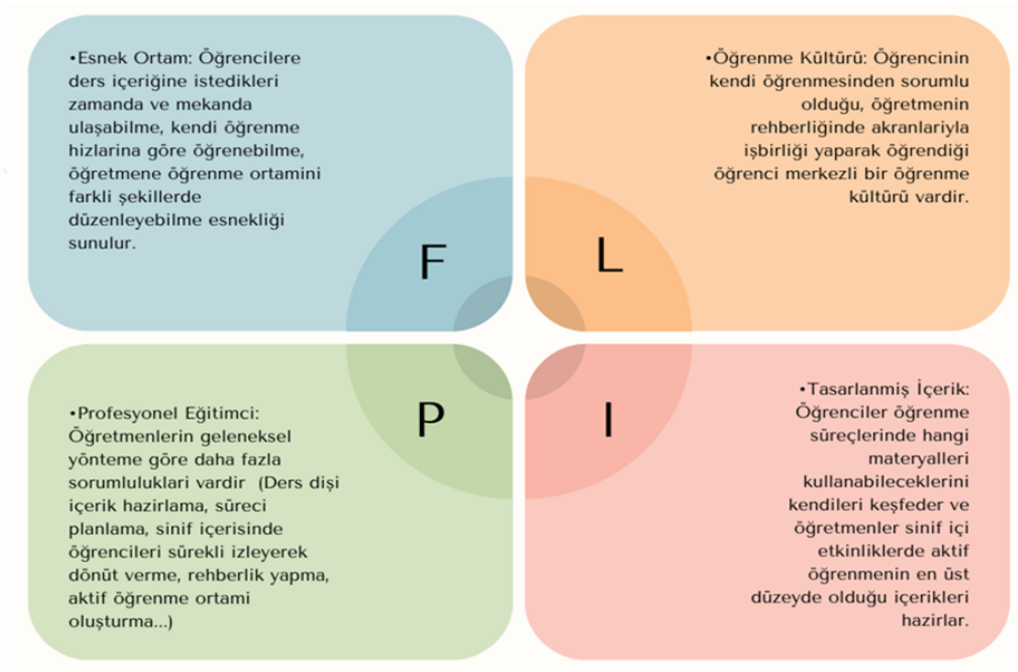


Şekil 1. Harmanlanmış öğrenme modelinde ters yüz öğrenmenin yeri (Hayırsever & Orhan, 2018).

Teknolojik gelişmeler sonucunda elde edilen araçların eğitime entegrasyonunun doğal bir sonucu olarak farklı öğrenme yaklaşımları kullanılmaya başlanmıştır. (Aydın, 2016; Johnson & Renner, 2012). Bu yaklaşımlardan biri harmanlanmış öğrenme olup son yıllarda araştırmacıların ilgisi çekmiştir.

Staker ve Horn (2012) harmanlanmış öğrenmeyi bireyin sınıf dışında teknolojik birçok araçtan yararlanarak esnek ortamda ve istediği herhangi bir zamanda kendi ihtiyaçları doğrultusunda öğrenme faaliyetini gerçekleştirdiği ve bunu sınıf içindeki yüz yüze öğrenme durumlarıyla birleştirdiği bir yaklaşım olarak açıklamıştır. Bu çalışmada harmanlanmış öğrenmenin bir türü olan ters yüz öğrenme anlayışı kullanılacaktır. Ters yüz öğrenme geleneksel yaklaşım anlayışına (bir konuyla ilgili temel becerilerin derste üst düzey becerilerin ev ödevleriyle öğretilmesini içeren yaklaşım) karşıt olarak öğrencilerin derse ait temel bilgileri çevrimiçi araçlarla sınıf dışında öğrenmeleri, sınıf ortamında ise dersle alakalı analiz sentez değerlendirme gibi öğrencilerin üretkenliğini ortaya çıkaracak becerileri kullanılmasını teşvik etmek fikri ile ortaya çıkmıştır. (Bergman & Sams, 2012). Ters yüz öğrenme verilen eğitimin her öğrenciye ulaştırılmasında,

öğrencilerin kendi hızlarında öğrenmelerinin desteklenmesinde ve yenilikçi bir öğrenme kültürü oluşturmaktadır. (Bergman & Sams, 2012). Bu bağlamda ters yüz öğrenmede ders dışı yapılan faaliyetlerin sınıf içi öğrenmeleri desteklemesi (McLaughlin vd., 2016), ders esnasındaki içerik yükünün azaltılması, (Love vd., 2015) sınıf içinde konuların daha derinlemesine keşfedilmesi ve problem çözme ve grup çalışması gibi öğrenci merkezli ortamların tasarlanmasına olanak sağlamaktadır. (Flipped Learning Network [FLN], 2014). Ters yüz öğrenmenin temel argümanları Şekil 2’de verilmiştir.



Şekil 2. Ters Yüz Öğrenme Modelinin Temel Bileşenleri

Esnek Öğrenme Ortamında (Flexible Enviroment) öğrenmelerini pekiştirecek sınıf içindeki etkinliklerine katılması (Bergmann & Sams, 2012), Öğrenci Merkezli Öğrenme Kültüründe (Learning Culture) aktif katılım yoluyla derinlemesine anlayış göstermesi (Strayer, 2012), Tasarlanmış İçerikte (Intentional Content) ders içeriğinin dikkatlice seçilip önceden plana uygun şekilde uygulanması (Bishop & Verleger, 2013) ve Profesyonel Eğitimci (Professional Educator) ilkesinde ise öğretmenin gerektiğinde müdahalede bulunarak özgür bir sınıf ortamına oluşmasına rehberlik etmesi (Herreid & Schiller, 2013) ters yüz öğrenme ilkelerinin getirdiği avantajlardır.

Ters yüz öğrenme modelinin yukarıda belirtilen temel özellikleri sayesinde, zor öğrenen öğrencilerin kendi hızlarında öğrenme olanağı sağlamanın yanında öğrenme becerisi yüksek öğrencilerin de sıkılıp dersle ilgili olumsuz tutum geliştirmesini engelleyerek geleneksel öğretim

modelinin sağlamadığı eğitimin bireyselleştirilmesi anlayışını da destekler (Bergman & Sams, 2012). Bu anlayış sınıf ortamını teknoloji ile entegre etmenin yanında hem öğrencileri modern teknolojiyi kullanma yönünde hem de eğiticiyi derste kullanacağı materyalleri çeşitlendirmesi yönünde güdüler. Eğiticinin farklı alternatifler sunarak öğrencilere çevrimiçi görevler vermesi, öğrencilerden beklediklerini açık olarak söylemesi ve biçimlendirici değerlendirme yaparak anında geri dönüt verebiliyor olması eğitimin niteliğini arttırıcı yönler olarak ters yüz öğrenme yaklaşımında sunulabilir (Voss & Kostka, 2019).

Ters yüz öğrenme yenilikçi öğrenme yaklaşımları ile birlikte kullanıldığında etkili bir öğrenme ortamı sunduğu görülmektedir (Miller, 2012). Ayrıca modelin başarısında sınıf içi uygulamaların önemli bir parametre olduğu belirtilmektedir (Eisenhut & Taylor, 2015). Bu yüzden bu çalışmada ters yüz öğrenme matematiksel modelleme ile birlikte entegre edilerek kullanılmıştır. Bu sayede öğrencilerin hem ders dışında hem de ders sürecinde aktif olacakları bir ortam sağlanmıştır.

Matematiksel Modelleme

Matematiksel modelleme, gerçek dünya durumlarını matematiksel terimlerle temsil etme, problemleri tahmin etme, analiz etme ve çözme sürecidir. Bir sistemi veya olayı temsil etmek için matematiksel formüller veya denklemler oluşturmayı içerir. Eğitimde, matematiksel modelleme, öğrencilerin eleştirel düşünme yeteneğini geliştirmelerine ve matematiksel kavramları gerçek dünya senaryolarına uygulamalarına yardımcı olduğu için önemlidir (Blum & Niss, 1991). Matematiksel kavramların öğretiminde matematiksel modellemeden yararlanılabilir (Özaltun Çelik & Bukova Güzel, 2018). Soyut fikirleri daha somut ve anlaşılır hale getirdiği gibi öğrencilerin bilgiyi daha iyi tutmalarına ve matematiğin gerçek dünya senaryolarındaki kullanımını anlamalarına yardımcı olur (English & Watters, 2005). Matematiksel modelleme süreci gerçek hayat durumlarını modeller yoluyla temsil ve test süreci olduğu için bu durum öğrencilerin analitik düşüncelerini sağlar (Stillman, 2012) ve problem çözme becerilerini geliştirmenin yanı sıra öğrenmeyi daha anlamlı ve günlük yaşamlarıyla daha ilgili hale getirir (Blum & Niss, 1991). Ayrıca öğrenciler, öğrendiklerinin gerçek hayat problemlerini çözmede doğrudan uygulamasını gördüklerinde daha motive olurlar (Lesh & Doerr, 2003).

Matematiksel modellemenin eğitimdeki önemi yadsınamaz. Soyut matematik teorileri ile pratik uygulamalar arasındaki boşluğu kapatır, matematik kavramlarının neden temel olduğu bağlamını sağlar. Modelleme, öğrencilerin matematiğin günlük yaşamdaki önemini anlamalarını

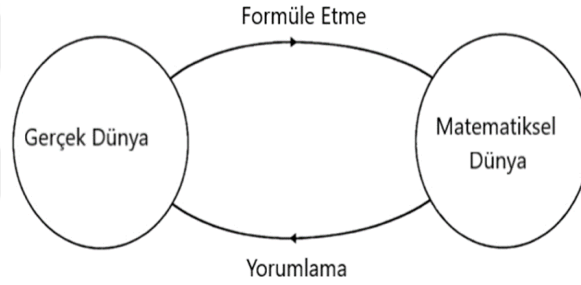
teşvik eder, problem çözme ve analitik becerilerini geliştirir. Doğrusal, ikinci dereceden, üstel ve logaritmik fonksiyonlar gibi çeşitli fonksiyon modelleri, matematik modellemede farklı bağlamlardaki ilişkileri ve değişiklikleri açıklamak için yaygın olarak kullanılır. Bu fonksiyon modellerini anlamak, öğrencilerin matematiği çeşitli durumlara nasıl uygulayabileceğini kavramaları için önemlidir (Lesh & Harel, 2003).

Matematiksel modelleme kavramına geçmeden önce kısaca model ve modelleme kavramlarını açıklamak yararlı olacaktır. Lesh ve Doerr'e (2003) göre model karmaşık sitemleri ve yapıları anlamak için zihinde var olan kavramsal nesneler ve bunların dış görüntülerinin birleşimidir. Modelleme bir problem durumuna yönelik model oluşturmak için kullanılan süreçleri ifade etmekte kullanılır. Daha özel bir ifade ile modelleme kavramı matematik eğitiminde temel olarak basit veya karmaşık gerçek dünya durumlarının veya sistemlerin matematiksel olarak yeniden oluşturulabildiği, betimlendiği ve tahmin amaçlı olarak kullanılabileceği genel bir çerçeve olarak tanımlanmıştır (Lesh & Harel, 2004). Bu doğrultuda matematiksel modelleme kavramının ortaya çıkışı ve matematiksel modelleme süreçleri ilerleyen paragraflarda açıklanmıştır.

Matematiksel modelleme kavramı ilk olarak 3. Uluslararası Matematik Eğitimi Kongresi'nde (III. International Congress on Mathematical Education) Pollak (2007) tarafından matematik ve matematik haricindeki dünyanın karşılıklı etkileşimi olarak belirtilmiştir. Bu tanımlamadan sonra birçok araştırmacının ilgisini çekmiş (Blum, 1996; Blum & Leiß, 2007; Borromeo Ferri, 2007) ve bu bağlamda pek çok araştırma yapılmıştır. Son yıllarda özellikle matematik eğitiminde matematiksel modelleme çalışmalarında artış olduğu belirtilebilir (English & Sriraman, 2010). Bunun nedeni geleneksel problem çözme durumlarının öğrencilerin problem çözme becerisini yeterince desteklememesi olarak gösterilebilir (Lesh & Zawojewski, 2007; Schoenfeld, 1992). Öğrencilere günlük yaşamla ilişkilendirilmiş problemler sorulduğunda öğrencilerin problem çözmeye yönelik motivasyonlarının artacağı ve problem çözme yeterliliklerinin gelişeceği belirtilmektedir (English & Sriraman, 2010). Matematiksel modelleme bu bağlamda kullanılacak yaklaşımlardan biridir.

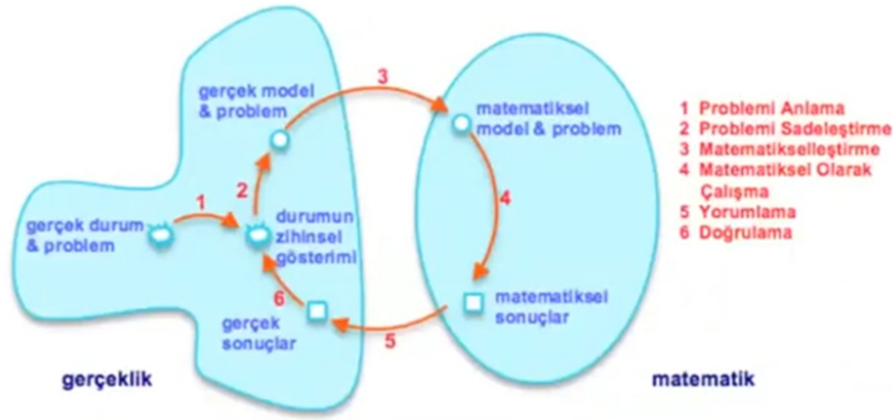
Matematiksel modellemenin tanımı noktasında araştırmacılar fikir birliği içerisinde değildir. Pollak (2007), matematiksel modellemenin matematik dışındaki bir problemin matematik diliyle ifade edilmesi için özel çaba göstermekle başladığını ve bu sürecin sonunda matematik ile gerçek yaşam durumu arasındaki tutarlı bağlantıları ortaya çıkarılmasının amaçladığını belirtmiştir. Diğer bir tanımda Amerika Birleşik Devletleri'ndeki Ortak Ana Eyalet Standartları (Common Core State Standards Initiative, 2014) matematiksel modellemeyi, gerçek yaşamdaki bir durumun matematik

yoluyla betimlenmesi ve matematiksel çalışmayla ve analiz yoluyla durum hakkında çıkarımlar elde edilmesi olarak açıklamıştır (Reys, 2014). Matematiksel modelleme, gerçek yaşam problemlerinin matematiksel bir probleme dönüştürülmesi, problemin çözülebilmesi için gerekli matematiksel modellerin oluşturulması, sonuçların elde edilmesi, test edilmesi ve sonuçların yorumlanması şeklinde döngüsel bir süreci yansıtmaktadır (Berry & Nyman, 1998; Haines & Crouch, 2007). Lesh & Doerr (2003) matematiksel modellemeyi gerçek bir yaşam durumunun fiziksel, sembolik ya da soyut modelini oluşturma süreci olarak tanımlamıştır. Lingefjärd (2006) ise matematiksel modellemenin gerçek yaşam durumunu açıklayan model oluşturmaktan öte bir süreç olduğunu belirtmiştir. Bu çalışmalardan matematiksel modellemenin gerçek ya da gerçekleşebilme ihtimali olan bir duruma yönelik anlamayı, daha sonrasında bu duruma yönelik bir model geliştirmeyi, bu modeli matematiksel çalışma yoluyla test edilmesini ve elde edilen sonuçların gerçek dünya durumları bağlamında yorumlanmasını içerdiği belirtilebilir. Bu durum araştırmacıları matematiksel modelleme süreçlerine yönlendirmiştir. Bu bağlamda pek çok araştırmacı kendi matematiksel modelleme yaklaşımlarını ortaya koymuştur.



Şekil 3. Matematiksel modelleme döngüsü (Berry & Houston, 1995).

Berry ve Houston (1995)'ın yukarıda belirtilen matematiksel modelleme döngüsüne göre günlük hayat durumunu içeren bir problem matematik diliyle formülize edilip modellenerek matematik dünyasına aktarılmaktadır. Daha sonra problem için yapılan çözümler yorumlanıp bu yorumun gerçek hayattaki problemin çözümüne neler katabileceği düşünülmektedir.



Şekil 4. Matematiksel Modelleme Döngüsü (Borromeo Ferri, 2007).

Borromeo Ferri (2007) geliştirdiği matematiksel modelleme döngüsünü problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama halinde başlıklandırmıştır (Şekil 4). Buna göre problemi anlama aşaması günlük yaşam durumunu içeren soruyu öğrencinin zihinsel olarak kavramasını içerir. Sadeleştirme kısmında problemde verilen ve çözüm için işe yarayacak olan bilgileri belirlemesi ve gerekli olan durumda çözümde yararlanacağı ifadeleri kendi yaşantısından elde ettiği tecrübelerinden gidermesi beklenir. Matematikselleştirme aşaması problem durumunun çözümü için tasarlanan ifadelerin matematik diline matematiksel semboller veya formüllerle aktarıldığı yerdir. Bir diğer aşamada olan matematiksel çalışmada ise oluşturulan matematiksel modelden yararlanarak bir çözüm bulmaları gerekir. Yorumlama aşamasında problemin çözümünün günlük yaşam durumlarıyla ne kadar bağlantılı olduğunun bakıldığı aşamadır. Günlük yaşam durumuna geçerli bir çözüm bulmak için doğrulama aşaması bu durumun kontrol edildiği son aşamadır. Öğrencilerin döngüde verilen sırayı sistematik bir şekilde takip etmeleri gerekmez ancak bu döngüdeki tüm aşamaları bitirmeleri istenmektedir.

Bu döngünün verilmesindeki amaç öğrencilerin matematiksel modelleme problemi çözmesi durumunda belli bir sistematik yolu takip etmesini sağlamaktır. Bu sayede aşamalı bir şekilde ilerleyip problem çözüm sürecini sağlıklı bir şekilde yönetmeleri ve bu durumun modelleme becerilerine katkı sağladığı düşünülmektedir (Çoksöyler & Bozkurt, 2021).

Matematiksel modellemenin öğrencilerin matematik ile gerçek yaşamı ilişkilendirmelerine yardımcı olduğu ve bu doğrultuda anlamlı matematik yapmalarını desteklediği belirtilmektedir (Doğan, Özaltunçelik ve Bukova Güzel, 2021). Diğer taraftan birçok çalışma da matematiksel modelleme sürecinde zorluklar yaşandığı da belirtilmektedir. Matematiksel modelleme sürecinde karşılaşılan zorlukların, öğrenci ve öğretmenlerin karşılaştığı zorluklar, modelleme problemlerinin seçiminde karşılaşılan zorluklar gibi çeşitlendirilebilir (Hacıömeroğlu & Hacıömeroğlu, 2021).

İlk olarak sınıf öğretmenleri açısından bakacak olursak sınıf öğretmenlerinin matematiksel modelleme hakkında gerekli düzeyde bilgilerinin olmaması, model oluşturma etkinlikleri ve modelleme problemleriyle daha önce öğretim yapmamış olmaları örnek gösterilebilir (Yanbıyık, 2016). Yapılan çalışmalarda (Akgün vd., 2013; Tekin vd., 2011) ortaokul öğretmenlerinin matematiksel model ile matematiksel modellemeyi karıştırmaları bu süreçte zorluk olarak görülen durumlardandır. Ayrıca öğretmenlerin matematiksel modellemeyi derslerinde kullanmanın derse ayrılan zamanın yetersizliğinden dolayı mümkün olmadığını ve öğretilmesi gereken kazanımların fazla olması öğretmenlerin yakındığı konulardan bir başkasıdır. Bu sorunların ortadan kalkması için yapılması gerekenler öğretmen adaylarının eğitim gördüğü fakültelerde matematiksel modelleme derslerinin yer alması, öğretmenlerin mesleki anlamda kendilerini geliştirmek için bu konudaki seminer ve çalıştaylara katılmaları ve matematiksel modelleme etkinliklerine derslerinde yer vermeleri gereklidir. Öğrenciler açısından zorluklara değinirsek matematiksel modelleme sorularını anlamlandırma süreci onlar için sorunlu durumlardan bir tanesidir (Şahin, 2014). Öğrencilerin matematiksel modelleme problemleri çözerken grup çalışmalarına ayak uyduramamaları (Altuntaş, Ay & Çetin, 2024), okullarda öğretilen matematiğin belli kalıplar dahilinde öğretilmesi sonucu öğrencilerin modelleme problemleri çözerken kendine has çözüm yolları bulmalarına engel olması karşılaşılan zorluklardandır (Schukajlow vd., 2023). Yapılan çalışmalarda öğrencilerin modelleme sorularını çözme aşamalarının tamamında yani soruyu anlamadan doğrulama aşamasına kadar güçlük çektikleri belirlenmiştir (Hacıömeroğlu & Hacıömeroğlu, 2021). Öğrenci zorluklarının önüne geçmek için onlara direkt olarak modelleme problemleri ile karşı karşıya getirmek yerine bu sürece ayak uydurmaları için rutin olmayan ve açık uçlu olan sorularla öğretim yapılmaya başlanması uygun görülen bir noktadır (Yanbıyık, 2016). Ayrıca grup çalışmalarına önem verilmesinin yanında öğrencilerle model oluşturma etkinliklerinin yapılması onların bu süreçte motive olmasına ve modellemeyle yapılan öğretim durumlarına istekli olmasını sağlamaktadır (Dedebaş, 2017). Modelleme etkinliklerinin tek bir konu bağlamında verildiği durumda öğrencilerin bu etkinliklere bakış açısının olumlu anlamda değiştiği, derse ilgisiz olan öğrencilerin dahi sürece katkı sağlamaya çalıştıkları gözlenmiştir (Sandalcı, 2013). Öğrencinin dikkatini çekecek onu bu sürece odaklanmasını sağlayacak modelleme sorularının seçilmesi problem seçimiyle alakalı durumlarda dikkat edilmesi gereken noktadır (Antonius vd., 2007). Buna ek olarak modelleme sürecine gündelik hayatla iç içe olarak sunulmuş problemlerin kullanılması öğrencilerde matematiksel modelleme anlayışının önemini kavratacak ve sürecin onları motive edecek şekilde ilerlemesini sağlayacaktır (English & Sriraman, 2010).

Öğretmenlerde matematiksel modelleme yeterliliğini artırması dolayısıyla modelleme anlayışının öğretim kademelerinde yer edinmesi ve öğrencilerin de bu anlayışla öğretim görmesi için yukarıda bahsedilen zorluklar dikkate alınarak çözüm önerilerine uyulması gereklidir.

Matematiksel Modelleme Eğitiminde Karşılaşılan Zorluklar

Faydalarına rağmen, matematik modelleme öğrenme ve öğretme süreci birkaç zorlukla karşılaşmaktadır. Genel bir zorluk, matematik kavramlarının soyutlama düzeyidir, matematiksel modelleme, soyut kavramların anlaşılmasını ve uygulanmasını gerektirir, bu da öğrenciler için genellikle güçtür ve öğrencilerin anlamasını zorlaştırabilir (Blum & Niss, 1991). Gerçek dünya problemlerini matematik modellerine çevirmenin anlaşılması, sadece matematikte uzmanlığı değil aynı zamanda yaratıcılığı ve eleştirel düşünme becerisini gerektirir ve bu durum birçok öğrenci için korkutucu olabilir (Hiebert & Grouws, 2007). Modellemede, güçlü matematiksel becerilerin olması şarttır. Cebir, geometri, trigonometri gibi temel matematik konularındaki eksiklikler, modellemeyi anlamayı ve uygulamayı zorlaştırdığı belirtilebilir. Öğrenme sürecini olumsuz etkileyen diğer durumlar arasında modelleme etkinliklerini sürdürmeden kaynaklanabilecek düşük motivasyon (Stillman, 2012) ve modelleme yazılım ve araçlarını kullanmak için ileride düzeyde teknik bilgi gerekmesi (Lesh & Doerr, 2003) konuları gelmektedir.

İlkokul matematik öğretmen adayları genellikle bu alanda kendi benzersiz zorluklarla karşılaşır. Çoğu hâlâ matematik kavramlarını anlamalarını geliştirmektedir. Bu da kavramları etkili bir şekilde öğretme konusunda güven eksikliği yaşatabilir. Özellikle matematiksel modellemenin kavramsal doğasını ve pedagojik yöntemlerini tam olarak anlamakta zorluk çekmeleri öğretmen adaylarının öğrencilerle modelleme süreçlerini etkili bir şekilde paylaşmalarını zorlaştıran etmenler arasındadır (Blomhøj & Jensen, 2003). Öğrencilerin yanlış anlamalarını önceden tahmin etmek veya matematik modellemesinin uygun örneklerini ve uygulamalarını belirlemekte zorluk çekebilirler ya da öğrencilerin modelleme etkinliklerine olan ilgisini sürdürmek kaynaklı düşük motivasyon ve katılım eksikliği ile karşı karşıya kalabilirler (Frejd, 2011). Bu konunun paralelinde modelleme görevlerini sınıfta uygulama konusunda yeterli deneyimlerinin olmaması da modelleme etkinliklerinin planlanması ve uygulanmasında zorluklar yaratacaktır (Frejd, 2012). Matematiksel modelleme birçok ülkenin müfredatında zorunlu hale gelmiştir, ancak öğretmen adaylarına bu zorluğun üstesinden gelmeleri için gerekli eğitim ve destek sağlanmamaktadır (Guerrero-Ortiz & Borromeo Ferri, 2022). Ayrıca, müfredat gereksinimlerini

yenilikçi öğretim yöntemleriyle dengeleme ihtiyacı ek baskı yaratabilir (Ball, Thames, & Phelps, 2008).

Tersine öğrenme bu zorlukları hem hafifletebilir hem de artırabilir. Bir yandan, başlangıç öğrenme aşamasını daha esnek bir ev tabanlı ortama kaydırarak, öğrenciler, uygulamada kullanmadan önce karmaşık teorileri anlamaları için ihtiyaç duydukları zamanı alabilirler. Bu, kaygıyı azaltabilir ve anlayışı artırabilir. Öte yandan, tersine öğrenmenin başarısı, özellikle daha genç veya olgunlaşmamış öğrencilerde eksik olabilecek, öğrencilerin kendi kendine motivasyon ve disipline büyük ölçüde bağlıdır. Ayrıca, öğretmenler, yüksek kaliteli eğitim materyallerini oluşturma veya düzenleme konusunda usta olmalı ve dinamik, etkileşimli sınıf etkinliklerini kolaylaştırmak için hazır olmalıdırlar (Bishop & Verleger, 2013).

Matematiksel Modellemede Ters Yüz Öğrenmenin Rolü

Tersine öğrenme, matematik modelleme eğitimi ile ilişkilendirilen pedagojik zorlukları ele almada önemli bir potansiyele sahiptir. Yeni içerikle ilk teması ev tabanlı bir ortama devretmek suretiyle, öğrenciler materyalle kendi hızlarında etkileşimde bulunma, ihtiyaç duyulduğunda tekrar etme ve sınıf zamanı boyunca daha etkileşimli ve derin öğrenme aktivitelerine katılmak için hazırlıklı olma fırsatı bulurlar. Bu yaklaşım, öğrencilerin karmaşık matematik kavramlarını anlama becerilerini artırma ve uygulama becerilerini güçlendirme potansiyeline sahiptir (Abeysekera & Dawson, 2015).

Gelecekteki ilkökul matematik öğretmenleri için, ters yüz öğrenme geleneksel pedagojik yaklaşımları yeniden icat etme fırsatı sunar. Matematik modellerinin doğrudan uygulanması, işbirlikçi öğrenme ve elle tutulur etkinliklere ayrılan artan sınıf zamanı eğitimcilerin içerik iletim rolünden kolaylaştırıcı bir role geçiş yapmalarına izin verir. Bu değişim, öğretimle ilgili kaygıları hafifletebilir ve hem öğretmenin hem de öğrencinin özgüvenini artırabilir.

Ancak, tersine öğrenmenin etkinliği birkaç faktöre bağlıdır. Öğretim materyalinin kalitesi kritiktir; öğrenciler, bağımsız çalışma sürelerinden en iyi şekilde faydalanmak için net, kapsamlı ve ilgi çekici kaynaklara erişim sağlamalıdır. Ayrıca öğretmenler, evde ele alınan konuları pekiştiren ve genişleten etkileşimli sınıf etkinlikleri tasarlama ve yönlendirme konusunda yetenekli olmalıdır. Dikkatli planlama ve uygulama olmadan, tersine öğrenmenin potansiyel faydaları tam anlamıyla gerçekleştirilemeyebilir (Chen vd., 2014).

İlgili Literatür

Hıdıroğlu vd. (2018), ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme süreçlerindeki deneyimlerini araştırmıştır. Çalışmaya katılan 21 öğretmen adayı, Geogebra yazılımını kullanarak matematiksel modelleme üzerine ders almıştır. Sonuçlar, modelleme sürecinin ileri aşamalarında, özellikle yorumlama ve değerlendirme basamaklarında, katılımcıların uygun yaklaşım sergilemekte zorlandığını göstermektedir.

Dede, Akçakın ve Kaya (2018) tarafından yürütülen başka bir çalışmada, 207 ilköğretim matematik öğretmeni adayının matematiksel modelleme yeterlilikleri değerlendirilmiştir. Sonuçlar, katılımcıların değişkenleri belirleme, yorumlama ve doğrulama yeterliliklerinde yetersiz olduklarını göstermektedir.

Ural (2014), ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme yeterliliklerini ve modelleme sürecinde yaşadıkları zorlukları incelemiştir. Araştırma, 38 öğretmen adayıyla gerçekleştirilmiş ve veri toplama aracı olarak iki matematiksel modelleme problemi kullanılmıştır. Verilerin analizi, Berry ve Houston'ın (1995) geliştirdiği matematiksel modelleme sürecine dayanmaktadır. Sonuçlar, katılımcıların büyük çoğunluğunun model oluşturma ve yorumlama süreçlerinde zorluk yaşadığını ortaya koymaktadır.

Bilgili vd. (2020), matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme etkinlikleri oluşturma ve çözme süreçlerini incelemiştir. Araştırmada, daha önce modelleme eğitimi almamış 17 matematik öğretmenine beş hafta boyunca eğitim verilmiş ve modelleme problemleri çözülmüştür. Analizler, öğretmenlerin model oluşturma, çözme ve doğrulama basamaklarında zorluk yaşadığını göstermiştir.

Çakmak-Gürel ve Işık (2018), 67 matematik öğretmeni adayının matematiksel modelleme yeterliliklerini incelemiştir. Katılımcılara 12 hafta boyunca eğitim verilmiş ve modelleme problemlerinin yer aldığı çoktan seçmeli bir test uygulanmıştır. Araştırma sonucunda, katılımcıların yorumlama yeterliliğinde zorluk yaşadığı görülmüştür.

Hıdıroğlu vd. (2014) ise ortaöğretim öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerindeki yeterliliklerini değerlendirmiştir. 10 öğrenciye sorulan "Kuyruklu Yıldız Problemi" ile yapılan analizlerde, katılımcıların model oluşturma, yorumlama ve doğrulama basamaklarında yetersiz oldukları saptanmıştır.

Son olarak, Kertil (2008), matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme süreci yoluyla problem çözme becerilerini incelediği çalışmasında, katılımcıların model oluşturma ve

doğrulama basamaklarında zorluk yaşadıklarını tespit etmiştir. Ayrıca, grup çalışmasının bireysel çalışmaya göre daha etkili olduğu gözlenmiştir.

Bu çalışmalar, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinde, özellikle model oluşturma ve yorumlama aşamalarında ciddi zorluklar yaşadığını ve bu süreçlerin etkinliğinin artırılması gerektiğini ortaya koymaktadır.



Bölüm 3

Yöntem

Araştırmanın Modeli

Bu araştırma, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının ters yüz öğrenme yaklaşımıyla matematiksel modelleme süreçlerinde karşılaştıkları zorlukları incelemek amacıyla tasarlandığından nitel araştırma yöntemlerinden yararlanılmıştır. Nitel araştırma, bireylerin deneyimlerini, algılarını ve görüşlerini derinlemesine anlamayı hedefleyen bir yaklaşımdır (Merriam & Tisdell, 2016). Bu çalışmada, özellikle ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının belirli bir ortamda deneyimlerini ortaya çıkarmak hedeflendiğinden fenomenoloji yöntemi tercih edilmiştir (Van Manen, 1990). Fenomenoloji, bireylerin belirli bir olgu hakkındaki deneyimlerinin özünü ortaya çıkarmayı amaçlayan bir araştırma desendir (Creswell, 2020).

İlköğretim matematik öğretmeni adayları, genellikle geleneksel öğretim yöntemleriyle eğitim aldıkları belirtilebilir. Bu araştırma, öğretmen adaylarının günlük yaşam durumlarını içeren otantik problemlere matematiksel modelleme yaklaşımları kullanarak çözüm üretmelerine olanak tanıyan bir deneyim kazandırmayı hedeflemiştir. Bu bağlamda, öğretmen adayları ilk kez matematiksel modelleme sürecini deneyimlemiştir. Adaylardan, sunulan problemlere matematiksel modelleme döngüsü çerçevesinde çözümler geliştirmeleri beklenmiştir. Bu döngüsel süreç, çeşitli veri toplama araçları ile kayıt altına alınarak derinlemesine incelenmiştir.

Araştırmanın Evreni ve Örneklemi

Çalışma, 2022-2023 bahar döneminde bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören dördüncü sınıf öğrencileriyle yürütülmüştür. Katılımcılar, 36'sı kadın ve 15'i erkek olmak üzere toplam 51 öğretmen adayından oluşmaktadır. Araştırmanın örnekleme, amaçlı örnekleme yöntemi (Christensen vd., 2015) kullanılarak belirlenmiştir. Bu doğrultuda, “Matematik Öğretiminde Modelleme” dersini alan gönüllü öğretmen adayları araştırmaya dahil edilmiştir. Bulgular sunulurken, katılımcıların kimlikleri gizli tutulmuş ve her birine K1, K2, ..., K51 şeklinde kod isimler verilmiştir.

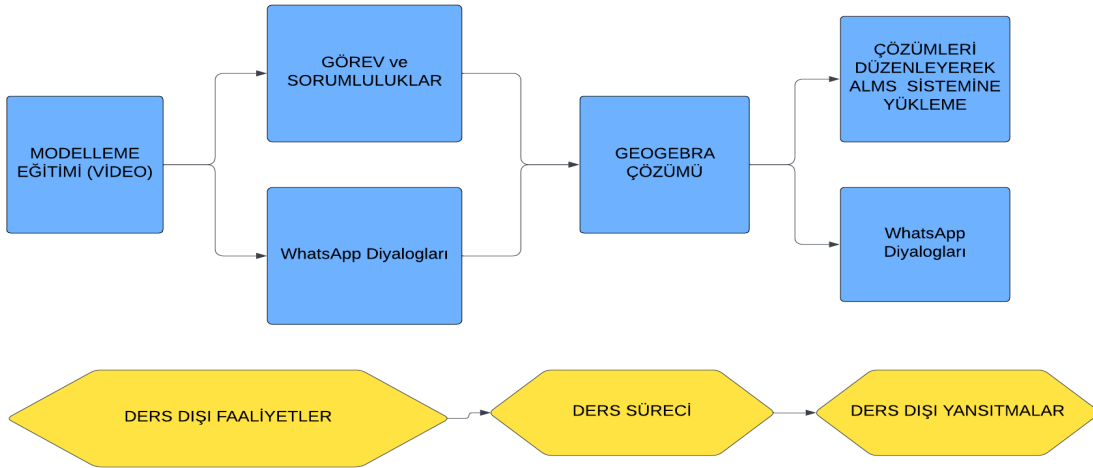
Veri Toplama Süreci

Matematiksel modelleme eğitimi. İlköğretim matematik öğretmeni adaylarına 12 hafta süren bir eğitim programı planlanmıştır. Çalışmada bu eğitimin 5 haftalık bölümünden elde edilen verileri

kapsamaktadır. Bu eğitim süreci, başlangıçta yüz yüze yapılmak üzere tasarlanmışsa da, sonrasında online olarak devam etmiştir. İlk hafta, öğrenme süreci ve organizasyonu hakkında bilgilendirme yapılmış ve öğretmen adaylarının süreçteki görev ve sorumlulukları açıklanmıştır. Sonraki 4 hafta boyunca her hafta tekrarlanan bir döngü izlenmiştir: video dersler, ders görevleri, Geogebra uygulamaları ve Hibrit Öğrenme Yönetim Sistemi (Advancity Learning Management System [ALMS]) üzerinden yapılan çalışmalar bu sürecin ana bileşenlerini oluşturmuştur.

Bu döngü, matematiksel modelleme eğitimi ile başlamış, ardından bu eğitimle ilgili görevlerin yapılması ve modelleme problemlerinin Geogebra yazılımı ile çözülmesiyle devam etmiştir. Çözüm süreci, akademisyen gözetiminde gerçekleşmiş ve bu süreçle ilgili konuşmalar Zoom platformu üzerinden kaydedilmiştir. Sonraki adımda, ders dışında verilen proje görevleri organize edilip ALMS sistemine yüklenmiştir. Sürecin son aşamasında, öğretmen adayları arasında WhatsApp platformu üzerinden yapılan görüşmeler, deneyimlerin yansıtılması ve problemlerin daha derinlemesine ele alınmasını sağlamıştır.

Ters yüz öğrenme modeli açısından incelendiğinde, matematiksel modelleme eğitimi ve buna ilişkin görevler ders öncesinde; Geogebra uygulamaları ise ders sırasında gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adaylarının edindikleri deneyimlere ilişkin yansıtma süreci ise ders sonrasında WhatsApp üzerinden yapılan görüşmelerle desteklenmiştir.



Şekil 5. Matematiksel Modelleme Eğitimi ile İlgili Süreçler

Ters yüz öğrenme bağlamında ders dışı matematiksel modelleme eğitimi. Öğretmen adaylarına, ters yüz öğrenme modeli çerçevesinde matematiksel modelleme eğitimi verilmiştir. Bu eğitim, teorik bilgilerle birlikte bilinen örnek uygulamaları da içermektedir. Çalışmanın ders öncesi

kısımının içeriğinin oluşturulmasında, Yüksek Öğretim Kurulu (YÖK)'nun 2018 yılında yayınladığı ilköğretim matematik öğretmenliği programında yer verilen Matematik Öğretiminde Modelleme dersinin içeriği kullanılmıştır. Bu bağlamda, matematiksel modelleme ve problem çözme konularına odaklanılmış, matematik öğretiminde modeller ve modelleme süreci detaylı olarak ele alınmıştır. Ayrıca, modelleme döngüsü, model geliştirme basamakları ve model geliştirme prensipleri gibi konular da öğretmen adaylarına aktarılmıştır. YÖK tarafından belirlenen bu teorik içerikler, video dersler aracılığıyla öğretmen adaylarına sunulmuş ve sınıf dışında erişilebilir hale getirilmiştir. Araştırmacılar, ders öncesinde içeriklerin çevrimiçi olarak hazırlanmasını sağlamış ve ALMS üzerinden kolay erişim imkânı sunmuşlardır. Videolar, öğretmen adaylarının temel kavramları anlamalarına odaklanarak kısa süreli (15-20 dakika) içerikler halinde hazırlanmıştır. Bunun yanı sıra, öğrencilere gerekli dokümanlar, belgeler ve e-kitaplar sağlanmış, konu anlama düzeylerini ölçmek amacıyla mini sınavlar yapılmıştır.

Eğitimle ilgili görevlerin yapılması. Öğretmen adayları, ALMS sistemi üzerinden ders videolarını izledikten sonra, bir gün içinde üç görevden oluşan bir ödevi tamamlayarak sisteme yüklemekle sorumlu tutulmuştur. Bu görevler, adayların öğrendikleri teorik bilgileri içselleştirmeleri ve pekiştirmeleri amacıyla tasarlanmıştır.

Modelleme problemlerinin Geogebra'da çözümü (akademisyen gözetiminde). Eğitimle ilgili görevler tamamlandıktan sonra, öğretmen adayları her hafta düzenli ders saatinde, iki saat boyunca akademisyen gözetiminde GeoGebra yazılımını kullanarak modelleme problemlerini çözmüşlerdir. Bu süreçte, akademisyen, Zoom üzerinden düzenlediği toplantılarla öğretmen adaylarının çözüme yönelik olmayan sorularını yanıtlamış ve Geogebra kayıtlarını incelemiştir. Ayrıca, sistemden kaynaklanan sorunları çözmek ve Geogebra kullanımında zorluk yaşayan öğretmen adaylarının bu yazılımı etkili kullanmalarını sağlamak amacıyla gerekli destek sağlanmıştır. Geogebra'da yapılan otantik problemler, matematiksel modelleme sürecini yansıtan belirli görevler şeklinde yapılandırılmıştır. Bu süreçte, öğretmen adayları öğrendikleri matematiksel modelleme süreçlerini uygulamalı olarak deneyimlemişlerdir.

Çözümlerin ALMS sistemine yüklenmesi. GeoGebra'da çözülen modelleme problemleri, daha düzenli bir şekilde organize edilerek ALMS sistemine yüklenmiştir. Öğretmen adayları, bu süreçte yaklaşık 36 saatlik bir süreye sahip olmuşlardır. Bu süre zarfında, problemleri yeniden değerlendirme, topladıkları verileri gözden geçirme ve modelleme döngüsünü tekrar işletme şansları olmuştur. Kendi çözümlerini eleştirel bir bakış açısıyla sorgulayıp geliştirebilir ve çözümün

doğruluğundan şüphe duydukları durumlarda değişiklik yapma olanağına sahip olmuşlardır. Bu sayede, öğrencilerin çözümleri ve süreçleri sistematik bir şekilde kayıt altına alınmıştır.

WhatsApp platformunda görüşmeler. Öğretmen adayları, çözüm süreci ve karşılaştıkları zorluklar hakkında WhatsApp platformunda görüşlerini paylaşmışlardır. Bu platformdaki diyaloglarda, matematiksel modelleme deneyimi olmayan öğretmen adayları, bu konudaki fikirlerini ve algılarını diğer öğretmen adaylarıyla paylaşmışlardır. Bu paylaşımlar, hem matematiksel modelleme ve süreçlerinin öğrenilmesine katkı sağlamakta hem de o hafta kullanılan probleme ilişkin daha derin bir anlayış geliştirmektedir. Ayrıca, bu platformda yapılan tartışmalar, öğretmen adaylarına süreç hakkında geri bildirimde bulunma ve deneyimlerini paylaşma fırsatı sunmuştur.

Veri Toplama Araçları

Araştırmada veriler, öğretmen adaylarının ALMS'ye yüklediği ödevler, modelleme problemlerine ilişkin GeoGebra kayıtları, bunların düzenlenmiş halleri, WhatsApp diyalogları, Zoom kayıtları ve sürece yönelik öğretmen adaylarının görüşlerini yansıtan görüşme formları aracılığıyla toplanmıştır.

Ters yüz öğrenme bağlamında ders dışı gerçekleştirilen matematiksel modelleme eğitimi sonrasında, öğretmen adaylarına her haftanın konusu ile ilgili görevler verilmiştir. Bu süreçte öğretmen adayları, toplamda 245 kayıt oluşturmuştur. Bu görevlerin bazı örnekleri Ek D.1'de, öğretmen adaylarının bu görevlere ilişkin yanıtları ise Ek D.2'de sunulmuştur. Bunun bir örneği ise izleyen paragrafta görülebilir.

Hafta 1: Değerlendirme soruları. i) Model ve modelleme kavramları nedir? Açıklayınız. ii) Matematiksel modelleme nedir? Açıklayınız. iii) Matematiksel modelleme hangi süreçlerden oluşmaktadır? Açıklayınız.

Matematik Öğretiminde Modelleme dersinin online rutin işleyişinde öğretmen adaylarına sunulan problemler Geogebra'da oluşturulan ders kapsamında incelenmiştir. Bu bağlamda mantar problemi (Baki, 2018), Dönme Dolap problemi, Dergi problemi (Erbaş vd., 2016) ve Ambardaki Fareler (Maaß vd., 2020) problemleri kullanılmıştır (Bkz. Ek F). Problemlerin kullanımına ilişkin izinler mail yoluyla alınmıştır. Aşağıda bu problemlerden biri sunulmuştur:

Mantar Problemi

Bir kültür mantar üreticisi ilk gün mantarların çaplarını ortalama 4 mm ve dördüncü gün ortalama 20 mm olarak ölçüyor. Bu üretici mantarların çapları ortalama 60 mm olduğunda toplamaları gerektiğine göre, üretici kaçınıcı günde mantarlarını toplamaları gerekir?

Bu problem modelleme süreçlerine uygun bir şekilde yapılandırılarak araştırmada kullanılmıştır. Buna ilişkin bir örnek için Ek E.1 incelenebilir. Bu süreçte öğretmen adaylarının süreçte anlamadığı ve Geogebra araçlarını kullanmada yardım etmek maksadıyla öğretim üyesi Zoom'dan mentörlük yapmaya çalışmıştır. Bu kapsamda verilen dönütler çözüme ilişkin dönütlerden oluşmamaktadır. Buna ilişkin bir örnek Ek E.2'de sunulmuştur. Bu süreçte 51 öğretmen adayı olmasına rağmen Geogebra'da ilk uygulamada 96 kayıt gerçekleşmiştir. Bu öğretmen adaylarının bazılarının sadece cep telefonu ile bağlantı gerçekleştirmesi nedeniyle Zoom ve Geogebra'yı eş zamanlı kullanmalarının doğurduğu bir durumdan kaynaklı olarak birden fazla Geogebra'nın kayıt oluşturmasıdır. Bu bağlamda 4 problem durumunda sırayla 96, 67, 65 ve 87 kayıt oluşturulmuştur.

Üçüncü olarak öğretmen adayları sunulan problemlere ilişkin çözümlerini daha iyi organize ederek, ALMS'ye yüklemişlerdir. Bu bağlamda 4 problem durumunda sırayla 51, 50, 49 ve 48 kayıt oluşturulmuştur. Bu problemlerin öğrencilere sunulmasına ilişkin örnek Ek E.1'de ve öğretmen adaylarının bu bağlamda yanıtına ilişkin örnek Ek E.3'de verilmiştir.

Araştırmada, yarı yapılandırılmış görüşmeler ve WhatsApp konuşmalarından elde edilen veriler kullanılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmeler, katılımcıların belirli konulardaki görüşlerini ve deneyimlerini derinlemesine anlamak için kullanılmıştır (Patton, 2015). Görüşmeler için oluşturulan sorular, literatürde belirtilen ana temalar ve öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde yaşadıkları zorluklar doğrultusunda şekillendirilmiştir.

WhatsApp konuşmaları ise, katılımcıların doğal ortamlarında gerçekleştirdikleri yazışmalardan oluşmakta ve süreç içindeki deneyimlerine daha özgün bir bakış sunmaktadır. Bu veri toplama yöntemi, katılımcıların kendilerini daha rahat ifade etmelerini sağlamak amacıyla seçilmiştir (Mann & Stewart, 2000).

Veri toplama araçları bağlamında son olarak öğretmen adaylarına matematiksel modelleme eğitim süreçlerini bütünüyle yansıtan bir görüşme formu uygulanmıştır. Bu kapsamda öğretmen adaylarının yaşadıkları deneyim sonrasında matematiksel modelleme süreçlerinde yaşadıkları zorluklar her bir basamak özelinde sorgulanmıştır. Bununla birlikte bu süreçlerde teknolojik

araçların kullanımı ve modelleme sorularını matematiksel kavramlarla ilişkilendirme güçlüklerine ilişkin incelemeler de yapılmıştır.

Verilerin Analizi

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme süreçleri, betimsel analiz yöntemiyle incelenmiştir. Bu süreçte, adayların GeoGebra kayıtları ve sonrasında ALMS'ye yükledikleri problemlerin çözümleri değerlendirilmiştir. Analiz, Hıdıroğlu, Tekin Dede Kula ve Bukova Güzel (2014) tarafından geliştirilmiş ve Borromeo Ferri (2006) ile Berry ve Houston'un (1995) çalışmalarına dayandırılarak oluşturulmuş bir dereceli puanlama anahtarı kullanılarak yapılmıştır.

Bu çalışmada, modelleme süreci altı temel yeterlilik basamağına dayandırılmıştır: “problemi anlama,” “değişkenleri seçme ve varsayımları kurma,” “matematikselleştirme,” “matematiksel çözümü gerçekleştirme,” “çözümleri yorumlama” ve “modeli doğrulama.” Her bir basamak, adayların modelleme sürecinde gösterdikleri davranışları değerlendirirken kullanılacak üç boyutlu bir ölçekle incelenmiştir: “hiç yaklaşım sergilememe,” “bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme” ve “uygun yaklaşım sergileme.”

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarından elde edilen bu veriler, belirlenen yeterlilikler ve kategoriler doğrultusunda titizlikle analiz edilmiştir. Değerlendirme sürecinde, her bir boyutun varlığı araştırmacılar tarafından sorgulanmış ve farklı görüşlere sahip olunan çözüm kâğıtları üzerinde görüş birliğine varılana kadar tartışılmıştır. Bu süreç, değerlendirmelerin nesnelliğini artırmayı ve analiz sonuçlarının güvenilirliğini sağlamayı hedeflemiştir. Dereceli puanlama anahtarıyla ilgili detaylı bilgiler Tablo 1’de sunulmuştur.

Tablo 1.

Dereceli Puanlama Anahtarına Dair Bilgiler (Hıdıroğlu vd., 2014)

Basamaklar	Hiç Yaklaşım Sergilememe (Hiç)	Bir Ölçüde Yaklaşım (Kısmen)	Uygun Sergileme	Uygun Yaklaşım Sergileme (Uygun)
Y1: Problemi Anlama	Problemi Anlamama	Kısmen anlama, ancak anlamlandırmada bazı hataları barındırma	Problemi tam olarak anlamlandırma, verilen ve istenenleri belirleme	
Y2: Değişkenleri Seçme ve Varsayımları Kurma	Gerekli olan ve olmayan değişkenleri belirlememe, varsayımlarda bulunmama	Model için gerekli olan ve olmayan değişkenleri kısmen belirleme, yeterli varsayımlarda bulunmama	Model için gerekli olan ve olmayan değişkenleri kısmen belirleme, yeterli varsayımlarda bulunmama	
Y3: Matematikleştirme	Problemi matematiksel olarak açıklamama ya da yanlış açıklama	Gerekli matematiksel kavramları ve sembolleri belirleme, nasıl kullanılacaklarını kısmen açıklama	Gerekli olan matematiksel kavramları ve sembolleri belirleme, nasıl kullanılacaklarını tam olarak açıklama	
Y4: Matematiksel Çözümü Gerçekleştirme	Modeli yanlış çözme ya da herhangi bir yaklaşım sergilememe	Modeli kısmen çözme, bazı hatalar içermeye ya da sonuca ulaşamama	Modeli tam olarak çözme, matematiksel hatalar içermeme	
Y5: Çözümleri Yorumlama	Çözümünden matematiksel sonuçlar çıkarmama ya da yanlış sonuçlar çıkarma	Çözümünden matematiksel sonuçlar çıkarma ancak yeterli şekilde yorumlayamama	Çözümünden matematiksel sonuçlar çıkarma, bunları yorumlama ve gerçek yaşama uyarlama	
Y6: Modeli Doğrulama	Model/leri doğrulamama ya da yanlış doğrulama	Model/leri doğrulama	kısmen Model/lerin doğruluğunu test etme ve farklı durumlar için uygunluğunu gösterme	

Bu araştırmanın geçerlik ve güvenilirliğini sağlamak için izlenen stratejiler, inandırıcılık, aktarılabilirlik, tutarlılık ve teyit edilebilirlik başlıkları altında ele alınmıştır (Lincoln & Guba, 1985). Araştırmanın inandırıcılığını artırmak amacıyla, araştırmanın yürütüldüğü ortam, katılımcı profilleri ve ortaya çıkan temalar detaylı bir şekilde betimlenerek okuyucuya sunulmuştur. Böylece, araştırmanın sonuçlarının gerçek durumu ne kadar doğru yansıttığı konusunda güvence sağlanmıştır (Shenton, 2004).

Aktarılabilirlik, yani araştırma bulgularının başka durumlara veya katılımcılara uygulanabilirliği, öğretmen adaylarının yazılı çözüm süreci kâğıtlarından alınan görsellerin doğrudan sunulmasıyla desteklenmiştir. Bu görseller, öğretmen adaylarının gösterdikleri yeterliklerin somut örneklerini içerir. Ayrıca, bazı öğretmen adaylarının çözümlerinin daha iyi anlaşılabilmesi için bu çözümlerin belirli bölümlerinin Word programına aktarılması istenmiş ve bu sayede açıklamalar daha net hale getirilmiştir (Miles & Huberman, 1994).

Tutarlılık, araştırmada elde edilen bulguların doğrudan ve yorumsuz bir şekilde sunulmasıyla sağlanmıştır. Bu strateji, araştırma bulgularının sadece olduğu gibi aktarılmasını, herhangi bir yorum veya genelleme yapılmamasını içerir. Bu sayede, okuyucu kendi yorumunu geliştirme fırsatına sahip olur (Patton, 2002).

Son olarak, teyit edilebilirlik sağlanması amacıyla, araştırma sürecinde elde edilen ham veriler ve yapılan kodlamalar araştırmacılar tarafından muhafaza edilmektedir. Böylece, ilgili kişiler bu verileri inceleyerek araştırmanın doğruluğunu kontrol edebilirler. Bu, araştırmanın şeffaflığını ve güvenilirliğini artıran önemli bir adımdır (Yin, 2018).

Diğer verilerin analizinde ise (görüşme formu) içerik analizinden yararlanılmıştır (Mayring, 2014). İçerik analizi, metinlerin sistematik olarak incelenmesi ve kodlanması sürecini ifade eder (Miles, Huberman & Saldana, 2014). Bu yöntem, metnin içeriğine dair dikkate değer verileri tarafsız ve düzenli bir şekilde sunmayı amaçlayan bir araştırma aracıdır. Bu kapsamda, aşağıdaki adımlar takip edilmiştir:

1. **Kodlama:** Görüşme ve konuşma verileri kodlanarak temel temalar belirlenmiştir.
2. **Kategori Oluşturma:** Kodlamadan elde edilen temalar kategorilere ayrılmıştır.
3. **Tematik Analiz:** Kategoriler arasında ilişkiler incelenerek ana temalar ortaya çıkarılmıştır ve anlamlı bir bütün oluşturulmuştur.

Bu çalışmada, içerik analizi yöntemi ile veriler kodlanmış ve tümevarımsal bir yaklaşımla temalar belirlenmiştir. Toplanan verilerin kapsamlı bir analizi sonucunda, araştırma sorularının her

birine verilen yanıtlar benzerliklerine göre gruplandırılmış ve ortak kodlar oluşturulmuştur. Daha sonra, ilişkili kodlar arasındaki bağlar incelenerek, bu kodları açıklayacak ve kapsayacak temalar geliştirilmiştir (Saldaña, 2011). İki araştırmacı tarafından bağımsız olarak gerçekleştirilen kodlama süreci, sonrasında karşılaştırılarak görüş birliği ve ayrılığı tespit edilmiştir; uzlaşmazlıklara tartışma yoluyla çözümler bulunmuştur. Değerlendiriciler arasındaki güvenilirlik katsayısı, (görüş birliği/görüş birliği + görüş ayrılığı) %86 olarak hesaplanmıştır (Miles & Huberman, 1994). Kodlar ve temalar bulgular bölümünde tablolar aracılığıyla görsel olarak sunulmuş, yorumlanmış ve öğretmen adaylarının ifadelerine yer verilmiştir.



Bölüm 4

Bulgular ve Yorum

Bu kısımda ilk olarak ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının ters yüz öğrenme modelinin ders dışı faaliyeti bağlamında araştırmacılar tarafından hazırlanan videoları izlemeleri sonrası hazırladıkları ALMS sistemine yükledikleri ödevler incelenmiştir. Bu sayede öğretmen adaylarının matematiksel modellemenin kuramsal kısmı ile ilgili durumları ortaya çıkarılmıştır.

Ardından, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının beş farklı problem durumunda gerçekleştirdikleri eylemler analiz edilmiştir. Bu analiz, adayların bu problemleri çözerken karşılaştıkları zorlukları belirlemeye odaklanmıştır. Zorluklar, GeoGebra yazılımı ile yapılan kayıtlar, ALMS sistemine yüklenen problem çözümleri ve öğretmen adaylarının Whatsapp üzerinden yaptıkları diyaloglar gibi çeşitli veri kaynakları üzerinden değerlendirilmiştir.

Son olarak tüm uygulamalar sonrasında araştırma bağlamında verilen eğitim ile ilgili ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının deneyimlerine yönelik görüşlerinin analiz sonuçları sunulacaktır.

Ters Yüz Öğrenmenin Ders Öncesi Sınıf Dışı Uygulamalarına İlişkin Sonuçlar

Bu bölümde ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının ALMS sistemindeki videoları izleme ve sisteme yüklenen ödevleri yapma durumları incelenmiştir. Tablo 2’de bu konudaki analiz sonuçları yer almaktadır.

Tablo 2. Öğretmen Adaylarının Ders Videolarını İzleme ve Ödevleri Yapma Durumu

Materyal	Frekans	Yüzde (%)
Video 1	51	100
Ödev 1	51	100
Video 2	50	98
Ödev 2	50	98
Video 3	50	98
Ödev 3	48	94
Video 4	51	100
Ödev 4	51	100
Video 5	45	88
Ödev 5	45	88

Tablo 2’den ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının ters yüz öğrenme modelinin ders öncesi sınıf dışı faaliyetlerini yapma gayretinde oldukları görülmektedir. Bu bağlamda matematiksel modellemenin teorik kısmına ilişkin temel kavramları büyük ölçüde anladıkları belirtilebilir. Aşağıda A5 kodlu öğretmen adayının ilk haftadaki görevlerden üçüncüsüne ilişkin yanıtı verilmiştir.

3-Matematiksel Modelleme Hangi Süreçlerden Oluşmaktadır?
 Matematiksel modelleme gerçek yaşam probleminin belirlenip, model kullanılarak matematiksel bir probleme dönüştürülmesi ardından matematiksel bilgiler kullanarak buna yönelik sonuçların yorumlanıp değerlendirildiği buna ek olarak çözümün test edildiği sıralı süreçten oluşur.
 Basamak halinde yazarak olursak;
 • Problemi anlama
 • Problemi sadeleştirme
 • Matematikselleştirme
 • Matematiksel olarak çalışma
 • Yorumlama
 • Doğrulama

Şekil 6. Matematiksel Modelleme Sürecine İlişkin A5 Kodlu Öğretmen Adayının Yanıtı

Öğretmen adayının yanıtından matematiksel modelleme sürecine ilişkin öğretmen adayının büyük ölçüde uygun bir anlayış geliştirdiği belirtilebilir. Diğer görevlerde de öğretmen adaylarının çoğunlukla uygun kavrayışlar geliştirdiği görülmüştür.

Ters Yüz Öğrenmenin Sınıf İçi Uygulamaları

Bu bölümde, beş hafta boyunca her hafta bir problem GeoGebra yazılımı kullanılarak çözülmüştür. Çözüm sürecinde, öğrencilere verilen dönütler Zoom platformu üzerinden anlık olarak gerçekleştirilmiştir. Haftalık problem çözme oturumları, Zoom üzerinden tanıtılarak başlatılmış ve bu süreçte, öğretmen adaylarına görevlerin detayları ve problemle ilgili soruların nasıl ele alınacağı açıklanmıştır. Bu açıklamalar, öğretmen adaylarının problem çözme prosedürlerini daha iyi anlamalarını sağlamayı amaçlamıştır.

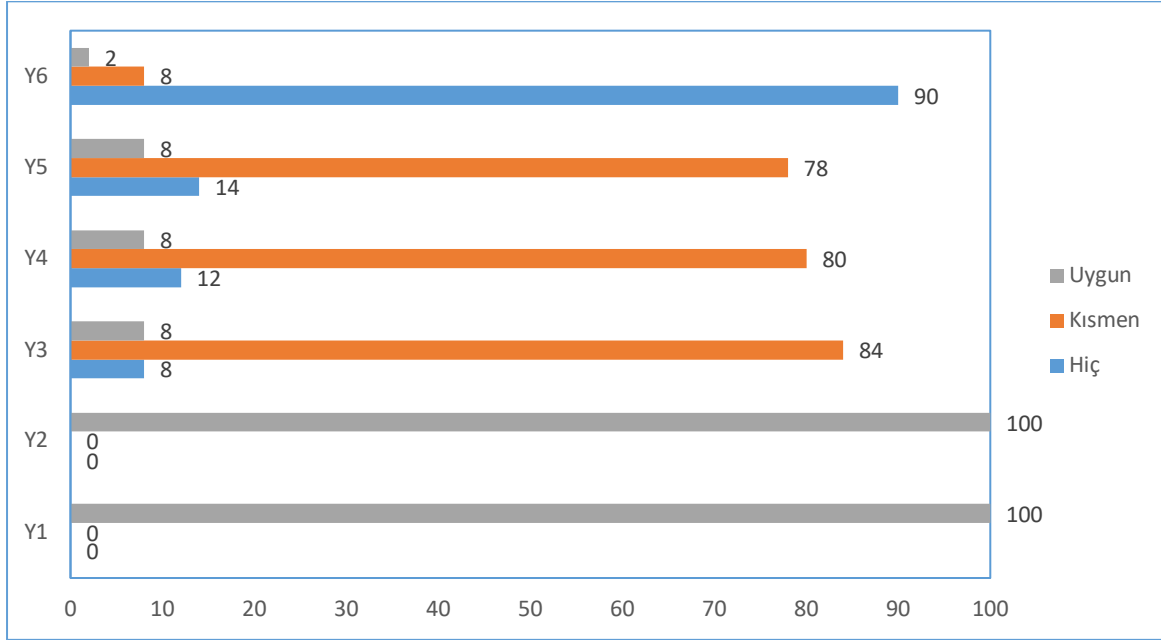
Daha sonra, ilköğretim matematik öğretmeni adayları, GeoGebra uygulamasına kendi isimleriyle giriş yaparak belirlenen problemi çözmüşlerdir. Bu çözümler, 36 saat içinde tekrar gözden geçirilerek, Ek 3.1’de belirtilen formata uygun bir şekilde düzenlenmiş ve ALMS platformuna yüklenmiştir. Ayrıca, problemin çözümü üzerine yapılan yansıtıcı değerlendirmeler, Whatsapp platformu üzerinden gerçekleşen konuşmalarla desteklenmiştir. Bu yaklaşım, problem çözme sürecinin derinlemesine anlaşılmasına katkıda bulunmayı hedeflemiştir.

Ancak, ilerleyen haftalarda, Whatsapp üzerinden yapılan bu yansıtıcı konuşmalar kesilmiştir. Bunun nedeni, öğretmen adaylarının önceki konuşmalarda karşılaştıkları zorlukları dile getirmiş olmaları ve ilerleyen problemlerde bu zorlukların benzerlik göstermesidir. Adaylar, tekrar eden sorunları paylaşmanın gereksiz olduğunu düşündüklerinden, bu diyaloglar sonlandırılmıştır. Bu durum, ters yüz öğrenme modelinin uygulanmasında ortaya çıkan etkileşim dinamiklerinin nasıl evrildiğini göstermektedir.

Öğretmen Adaylarının Mantar Probleminde Matematiksel Modelleme Yeterlikleri

Katılımcıların matematiksel modelleme yeterliklerinden ilki olan gerçek problemi anlama ve gerçeğe dayalı model oluşturma ile ilgili analizler Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. Katılımcıların Mantar Problemindeki Yeterlikleri



Tablo 3'te de görüldüğü gibi, katılımcıların problem anlama (Y1) ve değişkenleri seçme ve varsayımda bulunma (Y2) yeterliklerinde genellikle uygun bir yaklaşım sergiledikleri tespit edilmiştir. Ancak, matematikleştirme (Y3), matematiksel çözümü gerçekleştirme (Y4) ve çözümleri yorumlama (Y5) yeterliklerinde genellikle kısmen uygun yaklaşımlar göstermişlerdir. Özellikle modeli doğrulama (Y6) yeterliğinde ise katılımcılar, uygun olmayan bir yaklaşım sergilemiştir.

Özellikle mantar problemi üzerinde yapılan analizde, öğretmen adaylarının yeterliklerinde Y1'den Y6'ya doğru ilerledikçe belirgin bir performans düşüşü yaşadıkları gözlenmiştir. Bu düşüş, özellikle matematikleştirme (Y3) aşamasında belirgin hale gelmiştir. Bu durum, verilerin belirli bir modelle ilişkilendirilmesi ve mantarların büyümesiyle ilgili gerçek hayat bağlamında var olan matematiksel modelin sunulmasının zorluk yaratmasından kaynaklanıyor olabilir. Öğretmen adaylarının bu süreçteki performanslarını daha iyi anlamak için GeoGebra alıntıları ve ALMS raporlarından kesitler, takip eden paragraflarda detaylı olarak sunulacaktır.

Diğer bir önemli zorluk, çözümleri yorumlama (Y5) yeterliğinden modeli doğrulama (Y6) yeterliğine geçişte yaşanmıştır. Bu geçişte yaşanan zorluklar, sunulan kesitlerde tartışılacak ve bu konuda ipuçları verilecektir. Bu bağlamda, ilk olarak öğretmen adaylarının genel algılarına yönelik

modelleme yeterliklerindeki zorluklar ve sonrasında araştırmada karşılaşılan dikkat çekici ve farklı zorluklar ele alınacaktır.

Öğretmen adayları, ilk iki yeterlikte (Y1 ve Y2) genellikle uygun yaklaşımlar sergilemiştir. Özellikle, A18 ve A7 kodlu katılımcıların mevcut modelleme problemi için geliştirdikleri yanıtlar, Şekil 7'de sunulmuştur. Bu görseller, öğretmen adaylarının süreçteki performanslarının daha iyi anlaşılmasına yardımcı olacaktır.

Aa π	Verilenler: 24 C sıcaklıkta nem oranının %85 arttığı . 25 Şubat 2023 4mm , 1 mart 2023 24 mm mantar çapının ölçülmesi İstenenler: mantar çapı 60 mm olduğunda mantarlar hangi tarihte toplanması gerekir.
Aa π	gereksiz: mantar üreticisinin 24 C sıcaklıkta ve nem oranının %85 olduğu ortamda mantar yetiştiği Gerekli: tarihler ve bu tarihlerde verilen mantar çapları.

Uygun: A18'in GeoGebra Yanıtı (Yukarıda)

Uygun: A7'in ALMS Raporu (Aşağıda)

Problemde Verilenler

- 24 C Sıcaklık
- %85 Nem Oranı
- 25.02.2023 tarihinde, Saat 08.00'de mantar çapının Ortalama 4mm olması
- 01.03.2023 tarihinde, Sabah 08.00'de mantar çapının Ortalama 24 mm olması

Problemde İstenenler

- Mantar çapı ortalama 60 mm'ye ulaştığında hangi gün toplanmalı

Gerekli Veriler

- Mantar Çapları (4mm ve 24mm)
- Mantar Çaplarının Ölçüldüğü Tarihler

Gereksiz Veriler

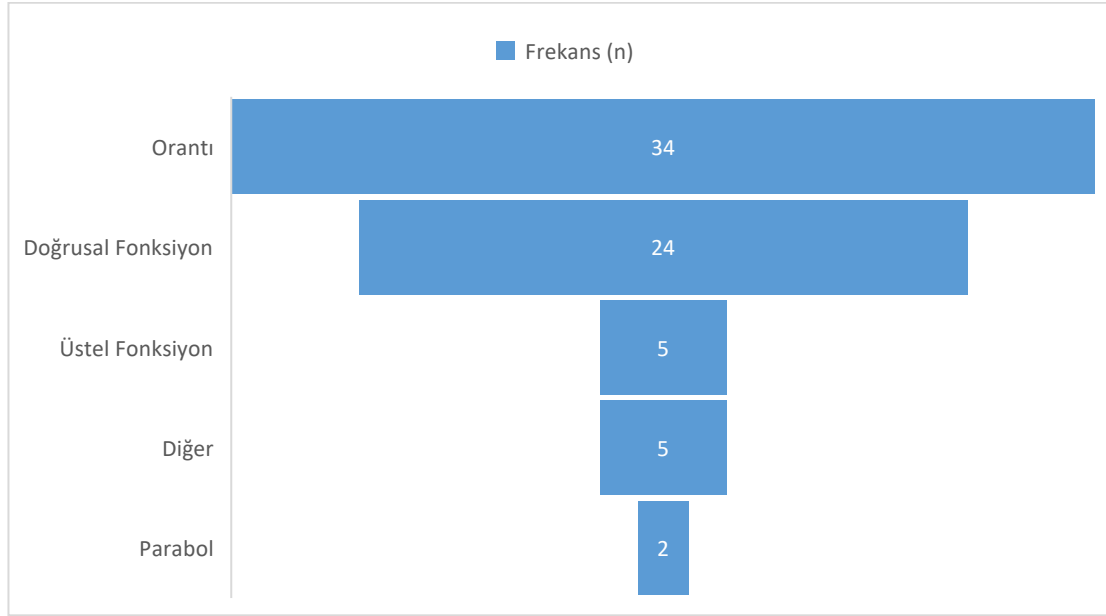
- Sıcaklık (24 C)
 - Nem Oranı (%85)
- Aslında bu veriler uygun ortam koşullarında mantarı ürettiğini belirtiyor. Yani bu uygun koşul sağlanmazsa mantar büyümmez. Lakin bu bilgiler problemin çözümünde kullanılmadığı için gereksizdir.

Şekil 7. A18 ve A7 Kodlu Katılımcının Y1 ve Y2 Yeterliliğindeki Açıklamaları

Şekil 7'de görüldüğü üzere, katılımcılar problemde verilen değişkenleri sadeleştirerek yazmışlardır. Bu durum, katılımcıların varsayımlar yaparak problemi basitleştirdiğini ve problem çözümünde kullanışlı olacak verileri seçip gereksiz olanları ayırt ettiklerini göstermektedir. Ayrıca, belirli koşulların geçerliliğini koruduğuna dair açıklamalar, bu yeterlikte öğretmen adaylarının uygun yaklaşımlar sergilediğini göstermektedir.

Bu çalışmada, katılımcıların matematikleştirme yeterliğine geçişte belirgin bir zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Bu bağlamda her bir katılımcı problem çözümünde birçok model kullanmakla birlikte, araştırmanın odağı problemin çözümünde kristalleşen modeli ortaya çıkarmaktadır. Bu perspektifle yapılan incelemeler aşağıda Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4. Katılımcıların Mantar Probleminde Kullandıkları Ana Modeller



İlköğretim matematik öğretmeni adayları mantar probleminin çözümünde orantı, fonksiyon, tablo, örüntü, dizi, diferansiyel denklem modellerini kullanmışlardır. Bu modellerden en çok kullanılanı olan orantı, eğim, benzerlik oranı, orantı sabiti gibi birçok farklı bağlamda kullanılmıştır. Fonksiyon modeli içerisinde en çok doğrusal fonksiyon kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının çok az bir kısmı mantarların büyümesini üstel fonksiyonlarla ilişkilendirmiştir.

Bu aşamada, bazı katılımcılar yeterli bir açıklama geliştiremezken, bazıları kısmen uygun, diğerleri ise tamamen uygun yaklaşımlar sergilemiştir. Bu farklı yaklaşımlar aşağıda örneklerle açıklanmıştır. İlk olarak, matematikleştirme yeterliğinde uygun bir yaklaşım sergileyemeyen bir örnek Şekil 8'de sunulmuştur.

Model ve Tabloyla çözebiliriz. Günlük daha kolaylık sağla

25.02.2023	4
26.02.2023	8
27.02.2023	12
28.02.2023	16
01.03.2023	20
02.03.2023	24
03.03.2023	28
04.03.2023	32
05.03.2023	36
06.03.2023	40
07.03.2023	44
08.03.2023	48
09.03.2023	52
10.03.2023	56
11.03.2023	60

4 20
56
56.10 = 4.8

Hiç: A8'in ALMS Raporu (Yanda)

Şekil 8. A8 Kodlu Katılımcının Y3 Yeterliğindeki Açıklamaları

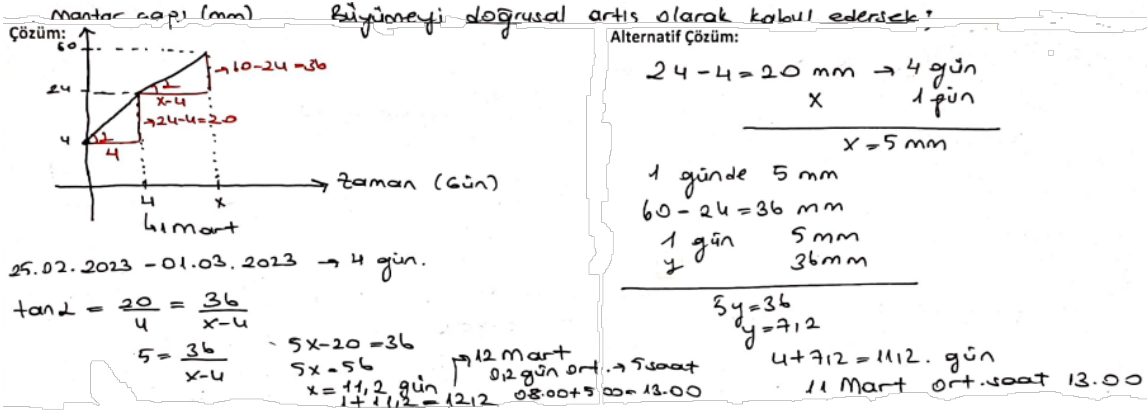
Şekil 8'de görüldüğü gibi, A8 kodlu katılımcı, her ardışık gün için mantar çaplarının 4 mm artacağını varsayan bir tablo modeli kullanmıştır. Ancak, bu 4 mm artışın kaynağı açıklanmamış ve rastgele bir yaklaşım benimsenmiştir. Tablonun sağında, orantı kurma çabası görülse de bu orantının mantıklı bir temele dayanmadığı anlaşılmaktadır. Öğretmen adayının 25.02.2023 tarihinde problemdeki verilen mantarların ortalama çaplarının 4 mm olduğunu ifade ettiği belirlenmiştir. Sonrasında tabloda tarihler solda, mantarların ortalama yarıçapları sağda olacak şekilde bir tablo oluşturmuştur. Bu tabloda sağdaki sütunda mantarların ortalama yarıçapları 4 mm arttırılarak, düzenlenmiştir. Bu süreç, 11.03.2023 tarihinde ve mantarların ortalama yarıçapları 60 mm olduğunda sonuçlandırılmıştır.

Matematikleştirme yeterliğinde en sık gözlemlenen durum, katılımcıların bu yeterliği kısmen uygun bir şekilde gerçekleştirmeleridir. Öğretmen adaylarının çoğu, bu aşamada orantı, doğrusal fonksiyon ya da her ikisini birlikte kullanarak bir model oluşturmuşlardır. Bu duruma kısmen uygun bir örnek, Şekil 9'da gösterilmiştir.

Problemi çözmek için en uygun model doğru grafiğidir. Ancak bunu mantarın gelişiminin doğrusal bir artış şeklinde olduğunu kabul edersek kullanabiliriz. Böyle kabul etmezsek soru çözülemez. Çözülebilmesi için başka bilgilerin de verilmesi gerekir.

Ayrıca problemi çözmek için yine doğrusal bir artış olduğunu kabul edersek setel olarak oran, orantı yolunu da kullanabiliriz.

Kısmen: A19'in ALMS
Raporu (Yanda ve Aşağıda)



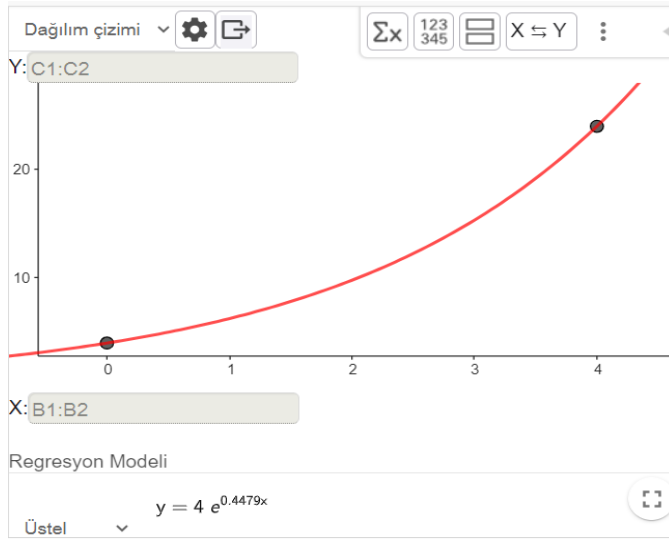
Şekil 9. A19 Kodlu Katılımcının Y3 Yeterliğindeki Açıklamaları

Mantar problemi üzerinde çalışan öğretmen adaylarının çoğu, A19 kodlu öğretmenin yaklaşımına benzer şekilde orantı ve doğrusal fonksiyon modellerini kullanmıştır. Bu öğretmen adayları, mantarların büyüme sürecinde çaplarının doğrusal bir fonksiyon şeklinde arttığını varsaymışlardır. Ancak, bilimsel olarak mantarların çaplarının büyümesi üstel bir fonksiyonla ifade edilmelidir; dolayısıyla grafikleri bir doğru yerine bir eğri şeklinde olmalıdır. Katılımcıların çoğu bu problemde doğrusal fonksiyon grafiği kullanmış, ancak bunun üstel bir büyüme modeliyle daha uyumlu olması gerektiği gözden kaçırılmıştır.

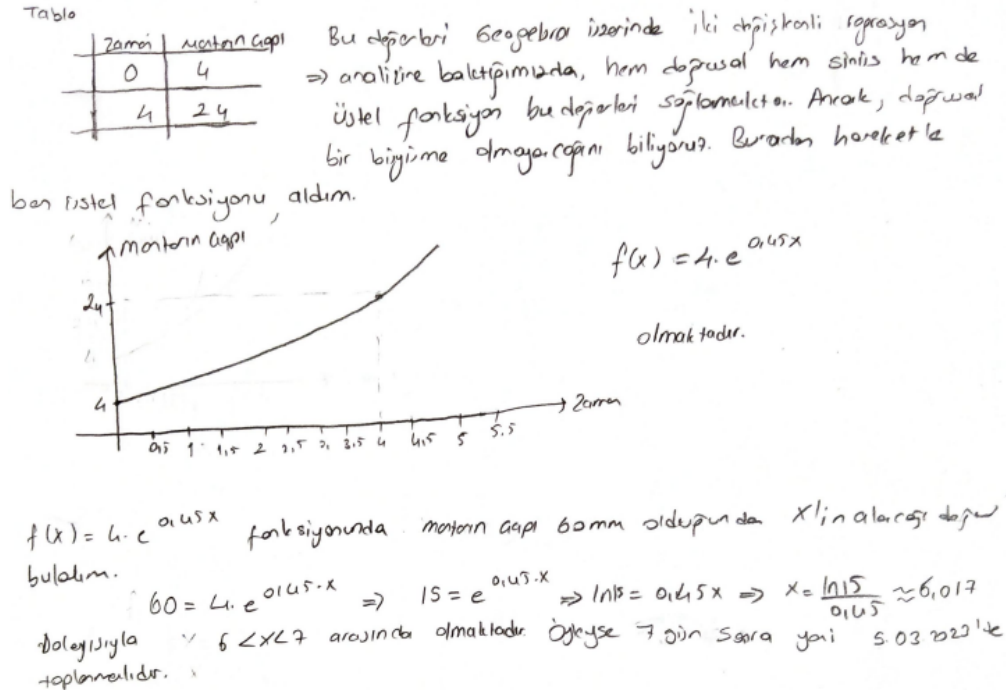
Bir diğer önemli bulgu, katılımcıların orantısal bir yaklaşımla problemi çözme eğilimidir. Örneğin, bir öğretmen adayı, mantarların dört günde toplamda 20 mm büyüdüğünü ve buna dayanarak, bir günde 5 mm büyüme olduğunu belirtmiştir. Bu verilerle, 60 mm'lik büyümenin kaçınıcı güne denk geldiği hesaplanmıştır. Bu yaklaşım, doğrusal fonksiyonun eğimiyle ilişkilendirilebilir; dolayısıyla katılımcının veriler arasında orantısal bir ilişki kurarak doğrusal fonksiyon modeline geçtiği söylenebilir.

Bu yeterlik çerçevesinde, sadece dört öğretmen adayı (A7, A18, A37 ve A41) uygun bir yaklaşım sergileyebilmiştir. Bu uygun yaklaşıma bir örnek, Şekil 10'da sunulmuştur. Bu adaylar,

problemdaki matematiksel ilişkileri doğru bir şekilde modelleyebilmiş ve mantıklı sonuçlara ulaşabilmişlerdir.



Uygun: A41'in GeoGebra ve ALMS Raporu (Yanda ve Aşağıda)



Şekil 10. A41 Kodlu Katılımcının Y3 Yeterliğindeki Açıklamaları

Şekil 10'da, A41 kodlu katılımcının mantarın büyümesini temsil eden fonksiyonun üstel olması gerektiği düşüncesinden hareketle GeoGebra yazılımını kullanarak veriler üzerinde iki değişkenli regresyon analizi gerçekleştirdiği görülmektedir. Bu analiz sonucunda katılımcı, üstel fonksiyonun cebirsel ifadesini $y = 4 \cdot e^{0.4479x}$ olarak elde etmiş ve bu ifadeyi belirli ölçüde yuvarlayarak $y = 4 \cdot e^{0.45x}$ şeklinde yeniden ifade etmiştir. Bu yaklaşım, katılımcının fonksiyonun

doğrusal olmadığını ve mantarın büyüme sürecinin üstel bir modelle temsil edilmesi gerektiğini doğru bir şekilde kavradığını göstermektedir. A41 kodlu katılımcı, bu üstel fonksiyon modelini elde etmenin yanı sıra, mantarın büyümesini sözel, grafiksel ve sembolik olarak ifade etmiştir; bu da katılımcının modelleme yeterliğini uygun bir şekilde sergilediğini kanıtlamaktadır.

Alternatif Çözüm

$$\frac{dx}{dt} = mx \Rightarrow \frac{dx}{x} = m \cdot dt \Rightarrow \int \frac{dx}{x} = \int m dt \Rightarrow \ln x = mt + c$$

$$\ln x = mt + c \Rightarrow e^{\ln x} = e^{mt+c} \Rightarrow x = e^{mt+c}$$

Verilenleri yerine yazarak m ve c 'yi bulalım.

$$t=0 \text{ iken } 4\text{mm değer } 4 = e^{0+c} \Rightarrow e^c = 4$$

$$t=4 \text{ iken } 24\text{mm değer } 24 = e^c \cdot e^{4m} \Rightarrow e^{4m} = 6 \Rightarrow m = \frac{\ln 6}{4}$$

Öyleyse

$$x = 60\text{mm için } t = ?$$

$$x = 4 \cdot e^{\frac{\ln 6}{4}t} \Rightarrow 60 = 4 \cdot e^{\frac{\ln 6}{4}t} \Rightarrow \ln 15 = \frac{\ln 6}{4}t \Rightarrow t \approx 6,1065$$

$6 < t < 7$ arasında bulundu. Öyleyse 7 gün sonra yani 5.03. 2023'te toplanabilir.

Şekil 11. A41 Kodlu Katılımcının Y3 Yeterliğindeki Modeli Doğrulama Girişimi

Önemli bir diğer nokta ise, bu öğretmen adayının mantar problemine alternatif bir çözüm sunarak bir diferansiyel denklem kurmuş olmasıdır. Şekil 11'de görüldüğü gibi, A41 kodlu katılımcı bu diferansiyel denklem ile aynı sonuca ulaşmış, bu da öğretmen adayının hem modelin doğruluğunu teyit ettiğini hem de günlük yaşamda mantarın büyüme süreci ve arkasında yatan matematiği doğru bir şekilde anladığını göstermektedir.

Genel olarak, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel çözümü gerçekleştirme yeterliğinde çoğunlukla kısmen uygun yaklaşımlar sergilendiği tespit edilmiştir. Bu yeterlik açısından en büyük handikap, öğretmen adaylarının önceki aşamada modelin doğru olup olmadığını yeterince sorgulamadan, hatalı bir model üzerinden matematiksel işlemler yapmalarıdır. Bu durum, öğretmen adaylarının gerçek yaşamla uyuşmayan sonuçlar elde etmelerine neden olmuştur. Çoğu öğretmen adayı, çözümlerinin doğru olduğunu varsayarak ya da başka bir çözüm yöntemi akıllarına gelmediği için araştırma sürecine girmemiştir. Dolayısıyla matematiksel modelleme sürecinin tamamını etkin bir şekilde işletememişlerdir. Bu konuya ilişkin kanıtlar ilerleyen paragraflarda sunulacaktır. Bu yeterlikte uygun bir yaklaşımı temsil eden A41 kodlu katılımcının önceki aşamalardaki örnekleri, daha önce ele alındığından yeniden incelenmemiştir.

Benzer şekilde, kısmen uygun ve uygun olmayan yaklaşımlar sırasıyla A19 ve A8 kodlu katılımcıların çözümlerinde görüldüğünden, bu örnekler de tekrar değerlendirilmemiştir.

Öğretmen adaylarının bir diğer yeterlik olan çözümleri yorumlama yeterliğinde, matematikleştirme ve matematiksel çözümü gerçekleştirme yeterlikleriyle paralellik gösteren ancak belirli ölçüde azalma kaydeden performansları tespit edilmiştir. Bu bağlamda, öğretmen adaylarının elde ettikleri matematiksel sonuçları genellikle günlük yaşamla sınırlı bir bakış açısıyla ilişkilendirerek yorumladıkları belirlenmiştir. Bu yeterlikte kısmen başarılı olan A1, A12 ve A14 kodlu katılımcıların GeoGebra ve ALMS raporlarında yer alan cevapları, aşağıda ayrıntılı bir şekilde sunulmuştur.

Cevap: Mantarların büyümesi doğrusal bir artış sergilemektedir.
Bu matematikteki doğrusal bir fonksiyona benzetilebilir.

Mantarın büyümesinde bazı değişkenleri sabit tutarak mantarın boyu ve uzunluğu arasında doğru orantı ilişkisi kurarak matematikleştirdik. Geçerliliği düşüktür. Çünkü günlük hayatta mantarların her birinin birbirinden farklı büyüme hızlarına sahip olma ihtimali yüksektir. Buda yaptığımız işlemlerde kabul ettiğimiz doğru orantıda büyük varsayımını yapıyor eder.

CEVAP: Mantarların büyümesi orantısal bir şekilde olmaktadır. Bu durum ise matematikte doğru orantı dediğimiz konuyla alakalıdır. Yani orantısal bir ilişki vardır. Doğru orantı genellikle günlük hayatımızın birçok kısmında karşımıza çıkmaktadır. Orantı konusu genelde bitki yetiştiriciliği, hayvan besiciliği gibi durumlarda karşımıza çıkar. Örneğin; Besideki bir hayvana gereğinden fazla yem verilirse hayvan zehirlenebiliyorken, gereğinden az verilirse büyüme yavaş olur. İhtiyacı olduğuna kadar verilirse olması gerektiği kadar büyür.

Şekil 12. A1 (Üstte), A12 (Ortada) Ve A14 (Aşağıda) Kodlu Katılımcıların Y5 Yeterliğindeki Açıklamaları

Şekil 12'de görüldüğü üzere, öğretmen adaylarından kısmen uygun yaklaşım sergileyenlerin çoğunlukla orantı veya doğrusal fonksiyon modelini tercih ettikleri tespit edilmiştir. Bu durum, öğretmen adaylarının mantarın büyümesini, günlük yaşamda orantılı olarak ya da zaman ve büyüme arasında doğrusal bir ilişki olduğunu düşünceleriyle ilişkilidir. Ancak bazı öğretmen adaylarının elde ettikleri sonuçların gerçek hayatta tam karşılığının olmadığını fark ettikleri, fakat bu modelin doğru olup olmadığını sorgulamadan veya geliştirmeye yönelik bir girişimde bulunmadan ilerdikleri gözlemlenmiştir. Bu bağlamda, öğretmen adaylarının farklı çözüm yolları olabileceğini düşündükleri ancak bu alternatifleri denemedikleri belirlenmiştir. Dolayısıyla, matematiksel

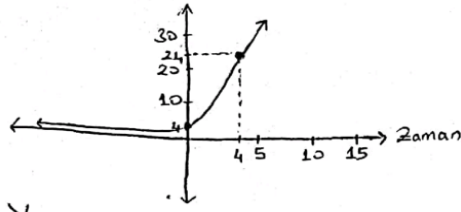
modelleme sürecinin döngüsünü tam anlamıyla kullanmamış ve tek bir çözüm üzerinde odaklanmışlardır.

Mantarların büyümesi doğrusal olarak alırsak 10. günde toplamamız gerektiğini bulurduk. Ancak çeşitli matematiksel modeller kullanarak yani matematiğin diğer gösterim ve grafiklerinden yararlanarak daha az bir sürede toplayacağımızı bulduk. Buradan hareketle üretici gerçek hayatta kendisi için önem kazanacak olan bu hesaplamayı matematiksel modelleme sayesinde elde etmiş oldu. Grafiki incelediğimizde mantarlar çok daha erken büyümekte, bunu gerçek yaşamı tasarlarken mantarların belli bir noktaya orisman için çok daha fazla sürelerin gerektiğini görürdük. Ancak problemde zaten mantarların ilk başta belli bir noktada olduğunu söylemektedir. Dolayısıyla böyle bir sonucun alınması beklenen bir sonuç olmamalıdır.

Şekil 13. A41 Kodlu Katılımcının Y5 Yeterliğindeki Açıklamaları

Şekil 13'te, A41 kodlu katılımcının yaptığı açıklamalar, matematiksel modelleme sürecini nasıl ele aldığını ve bu süreçten nasıl faydalandığını göstermektedir. A41, "Mantarların büyümesini doğrusal olarak alırsaydık 10. günde toplamamız gerektiğini bulurduk. Ancak çeşitli matematiksel modeller kullanarak, yani matematiğin diğer gösterim ve grafiklerinden yararlanarak, daha az bir sürede toplayacağımızı bulduk. Buradan hareketle, üretici gerçek hayatta kendisi için önem kazanacak olan bu hesaplamayı matematiksel modelleme sayesinde elde etmiş oldu" şeklinde bir yorum yapmıştır. Bu açıklama, katılımcının matematiksel sonuçları, matematik dışı bağlamlarda yorumlayarak çözümler hakkında çıkarımlarda bulunduğunu göstermektedir. Ayrıca, bu katılımcının problemi iki farklı yaklaşımla çözerek hem cebirsel hem de üstel modelleri karşılaştırdığı daha önce belirtilmiştir.

Katılımcılardan uygun yaklaşım sergileyen A7 kodlu öğretmen adayı mantarın büyümesine ilişkin fonksiyonun doğrusal olamayacağı ve üstel olması gerektiği Şekil 14'te görülmektedir.



Geogebra'dan bu grafiğe ait fonksiyonu $y = 4 \cdot e^{0.45x}$ olarak buldum.
 $\Rightarrow$ Çap 60mm'iken hangi gün olduğunu sorduğundan dolayı $60 = 4 \cdot e^{0.45x}$ şeklinde denklemini kurdum ve sonucu $x = 6.018$ olarak buldum

Yani problemi matematiksel bir hale dönüştürüp çözdüğümüzde sonuç virsallü gelmektedir. Biz bunu gerçek yaşama, 6. gün sonra yani 7. günde mantarları toplamalıdır. Şeklinde yorumlayarak problemi çözeriz. (03.03.2023 tarihinde)

Alternatif Çözüm: Gerçek hayatta çok zor bir ihtimalle büyüme veya küçülme doğrusal olabilmektedir. Bu yüzden alternatif olarak büyüme doğrusal kabul edilip şu şekilde çözüme gidilebilir:

$$4 \text{ günde } 20 \text{ mm artış oluyorsa } \Rightarrow ? = \frac{4 \cdot 56}{20} = 11,2 \quad \left. \begin{array}{l} 12. \text{ Günde Mantarları} \\ \text{toplamalıdır.} \end{array} \right\}$$

Görev 7: Mantarların büyümesi ile matematik arasında sıkı bir ilişki vardır çünkü büyüme dediğimiz şey fonksiyoneldir. Sayısal değerlerle ifade edilir. Her ne kadar bulduğumuz matematiksel sonuç günlük hayatta bir karşılığı olmasa da yorum yaparak günlük yaşamla ilişkisinin geçerliliği yüksek sonuçlar elde ederiz. Mesela sonucu 6.018 bulduk. 6.018. gün diye bir şey yoktur ama yorum yaparak 6. gün deriz sonucu. Çoğu zaman da bu yorumların geçerliliği yüksek çıkar.

Şekil 14. A7 Kodlu Katılımcının Y5 Yeterliğindeki Açıklamaları

A7 kodlu öğretmen adayının yaklaşımı ise Şekil 14'te detaylandırılmıştır. A7, mantarın büyümesine ilişkin fonksiyonun doğrusal olamayacağı ve üstel bir fonksiyon olması gerektiğini savunmuştur. Şekil 14'te görüldüğü gibi, A7 kodlu katılımcı, üstel fonksiyonla elde edilen sonuçların mantıksal bir çerçevede yuvarlanabileceğini ve bu sonuçların gerçek yaşamla karşılaştırıldığında tatmin edici derecede doğru olacağını ifade etmiştir. Ancak, öğretmen adaylarının büyük bir kısmının mantarların büyümesini üstel bir fonksiyonla ilişkilendirmekte zorlandıkları ve bu bağlamda günlük yaşamda üstel fonksiyonların kullanımına yönelik yeterli bir anlayışa sahip olmadıkları düşünülmektedir.

Son olarak mantar problemi bağlamında modeli doğrulama yeterliğinde öğretmen adaylarının genellikle uygun olmayan değerlendirmeler sundukları dikkat çekicidir. Bu konuda bazı katılımcıların görüşleri takip eden paragraflarda verilmiştir:

A1: "En iyi ilişkinin doğrusal bir fonksiyonla ilişki kurulabileceğine inanıyorum."

A2: "Elimizdeki kısıtlı bir veriyle bu ilişkinin günlük yaşamdaki geçerliliğini tespit edemeyiz"

A3: "Büyüme hem enine hem de boyuna olan bir eylemdir. Problemin çözümüne giderken boyuna uzamayı ihmal ederek, sadece enine uzamayı baz aldım. Her iki büyümeyi göz önüne alıp çözüm yaparsak, büyüme doğrusal değil de bu kez parabolik olabilirdi."

A4: "Oran-orantı dışında doğrusal fonksiyon grafiği çizilerek bu problem çözülebilir."

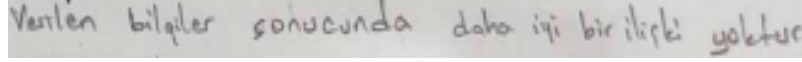
A5: "Tabi ki olabilir, örneğin kök sayısının çap uzunluğuna bağlı olduğunu gösteren ilişki de kurulabilir. Hatta ben yapmaya çalıştım ama yapamadım."

A6: "Verilen bilgiler sonucunda daha iyi bir ilişki yoktur."

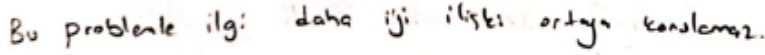
A8: "Hayır, çıkmaz. [Daha iyi bir ilişki bulunamayacağı kastediliyor]".

A9: "En iyisini bulduğumu düşünüyorum. Daha iyi bir ilişki kurulamaz."

Aşağıda ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının görüşlerini yansıtan ALMS raporlarından kesitler sunulmuştur.



Hiç: A6 ALMS Raporu

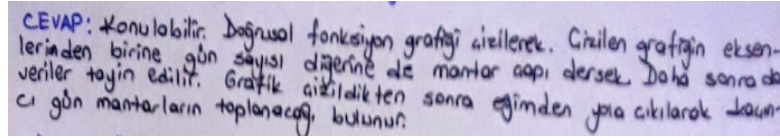


Hiç: A11 ALMS Raporu

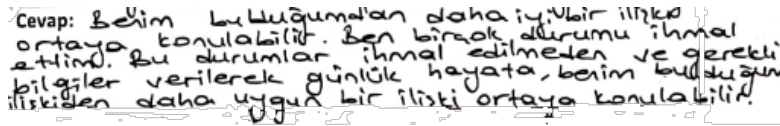
Evet.

Bu mentorların daha önce ne etildiği ve 60 mm'ye ne kadar sürede geldiklerinin bulunduğu bir kase istatistik toplayarak bunların istatistiksel ortalamasını alıp ne kadar sürede istenilen büyüklüğe geldiğini bu veriler üzerinden doğru orantı kurarak hesaplayabiliriz.

Hiç: A12 ALMS Raporu



Hiç: A14 ALMS Raporu



Hiç: A19 ALMS Raporu

Şekil 15. Katılımcıların Y6 Yeterliğindeki Açıklamaları

Mantar problemi bağlamında, öğretmen adaylarının modeli doğrulama yeterliğinde genellikle uygun olmayan değerlendirmeler sundukları dikkat çekmektedir. Bu yeterlik, bir modelin doğruluğunu veya uygunluğunu belirlemek amacıyla yapılan değerlendirmeleri içerir. Ancak, katılımcıların bu yeterlikte sergiledikleri yaklaşımlar, genellikle eleştirel bir bakış açısının eksik olduğunu ve çoğunlukla kendi çözümlerine sorgulamadan güvenme eğiliminde olduklarını göstermektedir.

Örneğin, A1 kodlu katılımcı, "En iyi ilişkinin doğrusal bir fonksiyonla kurulabileceğine inanıyorum" ifadesiyle, doğrusal bir modelin problemin en iyi çözümü olduğunu savunmaktadır. Bu görüş, katılımcının doğrusal modelin uygunluğunu sorgulamadan kabul ettiğini ve alternatif modelleme seçeneklerini göz ardı ettiğini göstermektedir.

A2 kodlu katılımcı ise, "Elimizdeki kısıtlı veriyle bu ilişkinin günlük yaşamdaki geçerliğini tespit edemeyiz" diyerek, mevcut verilerin yetersizliğinden dolayı daha ileri bir değerlendirme yapamayacağını belirtmektedir. Bu ifade, katılımcının verilerin sınırlılığını fark ettiğini, ancak bu

sınırlılığı aşmak için bir çaba göstermediğini ve problemi daha derinlemesine inceleme girişiminde bulunmadığını ortaya koymaktadır.

A3 kodlu katılımcı, "Büyüme hem enine hem de boyuna olan bir eylemdir. Problemin çözümüne giderken boyuna uzamayı ihmal ederek, sadece enine uzamayı baz aldım. Her iki büyümeyi göz önüne alıp çözüm yaparsak, büyüme doğrusal değil de bu kez parabolik olabilirdi" şeklinde bir açıklama yaparak, problemi çözme sürecinde yalnızca bir boyutu dikkate aldığını ve bu durumun modelin doğruluğunu etkileyebileceğini belirtmiştir. Ancak, bu katılımcı da modelin doğruluğunu sorgulamak yerine, çözümünün yeterli olduğunu varsaymış ve alternatif bir modelleme yapma girişiminde bulunmamıştır.

A4 kodlu katılımcı, "Oran-orantı dışında doğrusal fonksiyon grafiği çizilerek bu problem çözülebilir" diyerek, doğrusal fonksiyon modeline olan inancını pekiştirmekte ve başka bir çözüm yolu arayışına girmemektedir.

A5 kodlu katılımcı ise, "Tabi ki olabilir, örneğin kök sayısının çap uzunluğuna bağlı olduğunu gösteren ilişki de kurulabilir. Hatta ben yapmaya çalıştım ama yapamadım" ifadesiyle, alternatif bir modelleme çabasında bulunmuş ancak bu girişimi sonuçsuz kalmıştır. Bu açıklama, katılımcının modelleme sürecinde karşılaştığı zorlukları ortaya koyarken, bu zorlukları aşmak için yeterli bir çözüm bulamadığını da göstermektedir.

Diğer katılımcılar (A6, A8, A9), kendi çözümlerine olan güvenlerini ifade ederken, herhangi bir gerekçe sunmadan çözümlerinin doğru olduğuna inandıklarını belirtmişlerdir. Örneğin, A9 kodlu katılımcı, "En iyisini bulduğumu düşünüyorum. Daha iyi bir ilişki kurulamaz" diyerek, mevcut çözümünü sorgulamadan kabul ettiğini ifade etmektedir.

Bu açıklamalar, öğretmen adaylarının modeli doğrulama yeterliğinde eleştirel bir yaklaşım benimsemediklerini, çözümlerinin doğruluğuna inandıklarını ve daha ileri bir değerlendirme veya araştırma yapma girişiminde bulunmadıklarını ortaya koymaktadır. Bu durumun, öğretmen adaylarının geleneksel problem çözme yaklaşımına dayanan kökleşmiş ve değişime dirençli bir problem çözme kültüründen kaynaklandığı düşünülmektedir. Matematiksel modelleme eğitimi verilmesine rağmen, bu eğitimin problem çözme kültürü olarak içselleştirilmediği ve dolayısıyla model doğrulama süreçlerinde eleştirel ve yaratıcı yaklaşımların yeterince gelişmediği anlaşılmaktadır.

Öğretmen adaylarının bu tutumu, matematiksel modellemenin yalnızca teknik bir beceri olarak algılandığını, ancak bu sürecin arkasında yatan eleştirel düşünme ve değerlendirme yeteneklerinin yeterince geliştirilemediğini göstermektedir. Sonuç olarak, modeli doğrulama yeterliği, yalnızca doğru bir matematiksel modelin seçilmesi değil, aynı zamanda bu modelin

geçerliliğinin ve uygunluğunun eleştirel bir şekilde değerlendirilmesi sürecini de içermelidir. Öğretmen adaylarının bu yeterliği kazanması, daha derinlemesine ve eleştirel bir problem çözme kültürü geliştirmelerine bağlıdır.

Bu analizler, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinde karşılaştıkları zorlukları ve bu süreçte geliştirdikleri yaklaşımları derinlemesine incelemektedir. Özellikle A41 ve A7 kodlu katılımcılar, matematiksel modellemenin doğru uygulanması durumunda modelin gerçek yaşamla uyumlu ve anlamlı sonuçlar üretebileceğini etkili bir şekilde göstermiştir. A41 kodlu katılımcı, mantarın büyümesi problemini ele alırken üstel fonksiyon modelini başarılı bir şekilde uygulamış, modeli grafiksel, sembolik ve sözel olarak ifade etmiş ve hatta farklı bir yaklaşım olan diferansiyel denklem kurarak aynı sonuca ulaşmıştır. Bu katılımcının yaklaşımı, matematiksel modelleme sürecinin ne kadar derinlemesine anlaşılması gerektiğini ve bu sürecin çok boyutlu bir problem çözme sürecini içerdiğini açıkça ortaya koymaktadır.

Bununla birlikte, A7 kodlu katılımcı da benzer bir şekilde üstel fonksiyonun mantarın büyüme sürecini doğru bir şekilde modelleyebileceğini fark etmiş ve sonuçlarını gerçek yaşam bağlamında değerlendirmiştir. Bu katılımcının modeli doğru bir şekilde uygulaması, günlük yaşamda üstel fonksiyonların önemini ve bu fonksiyonların doğru anlaşılmasının ne kadar kritik olduğunu vurgulamaktadır.

Ancak genel olarak, öğretmen adaylarının büyük bir kısmının, özellikle üstel fonksiyonların kullanımına ilişkin yeterli anlayışa sahip olmadıkları ve bu nedenle matematiksel modelleme sürecinde sıkıntılar yaşadıkları görülmektedir. A1, A2 ve A3 kodlu katılımcıların açıklamaları, matematiksel modelleme sürecinde doğrusal fonksiyonlara olan eğilimlerinin güçlü olduğunu, ancak bu eğilimin onları yanıltıcı sonuçlara götürdüğünü göstermektedir. A1 kodlu katılımcı, doğrusal bir fonksiyonun problemi en iyi şekilde modelleyeceğine inandığını belirtirken, A3 kodlu katılımcı yalnızca bir boyutta büyümeyi ele almış ve bu nedenle daha karmaşık ve doğru bir modeli göz ardı etmiştir.

Bu katılımcıların açıklamaları, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde eleştirel düşünme ve alternatif çözümler geliştirme konularında yeterince güçlü olmadığını ortaya koymaktadır. A2 kodlu katılımcının, sınırlı veriyle daha ileri bir analiz yapamayacağını belirtmesi, öğretmen adaylarının mevcut verilere dayalı olarak daha derinlemesine analiz yapma ve alternatif çözümler arama konusunda yetersiz kaldığını göstermektedir.

Ayrıca, A5 kodlu katılımcının alternatif bir modelleme girişiminde bulunmuş olmasına rağmen başarılı olamaması, matematiksel modelleme eğitiminin bu tür zorlukları aşma konusunda öğretmen adaylarını yeterince desteklemediğini düşündürmektedir. A8 ve A9 kodlu katılımcıların

kendi çözümlerine olan güvenleri, eleştirel bir yaklaşım eksikliğini ve bu eksikliğin matematiksel modellemenin döngüsel doğasını anlamada nasıl bir engel teşkil ettiğini ortaya koymaktadır.

Sonuç olarak, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerindeki bu zorluklar, yalnızca teknik bilgi eksikliğinden değil, aynı zamanda eleştirel düşünme, alternatif çözümler geliştirme ve bu süreçleri gerçek yaşam bağlamında değerlendirme becerilerindeki yetersizliklerden de kaynaklanmaktadır. Matematiksel modelleme eğitiminin, bu tür becerileri geliştirmek için daha derinlemesine ve bütüncül bir yaklaşımla ele alınması gerektiği anlaşılmaktadır. Bu bağlamda, öğretmen adaylarının üstel fonksiyonlar gibi karmaşık matematiksel modelleri daha iyi anlamaları ve bu modellerin günlük yaşamla nasıl ilişkilendirileceğini öğrenmeleri, onların matematiksel modelleme süreçlerinde daha başarılı olmalarına katkı sağlayacaktır.

Mantar Problemine İlişkin Öğretmen Adaylarından Yansımalar

Bu problemde öğretmen adaylarının matematiksel modellemenin hangi aşamalarında zorluk yaşadıklarına ilişkin görüşleri alınarak, onların görüşlerinden yansıtımlar yapılmak istenmiştir. Bu konudaki bazı katılımcıların görüşleri aşağıda verilmiştir:

A1: *“Görev 7’de zorlandım. Soyut olan matematiksel kavramları somut olan gündelik hayatla ilişkilendirmede zorlandım.”*

A4: *“En çok GeoGebra’da tablo çizme [grafik çizme] kısmında zorlandım. Çünkü genel veriyi biliyorum ancak uygulayamamıştım. Zorlandığım bir diğer süreç başka hangi model kullanarak çözülebileceği. Çünkü aklıma ilk başta tek çözüm geldi. Dersten sonra ancak başka çözümler geldi.”*

A6: *“5.görevde zorlandım. Bunun nedeni verilen bilgilere en uygun modeli seçeceğimi bilememem oldu. Şekil veya grafik, tablo oluşturma modelleri arasında kaldım. Sonra en uygun olanın tablo oluşturma olduğuna karar verdim. Grafik çizimi problemi daha anlaşılır kolay bir şekilde çözmeme yardımcı olacağı ve grafik üzerinde daha iyi anlatabileceğimi düşündüm. Ve problemi çözebildim.”*

A7: *“En çok görev 6’da zorlandım. Çünkü problemi matematiksel olarak ifade edemiyordum. Bunun nedeni sürekli olarak büyümeyi doğrusal olarak düşünmemden kaynaklıydı. Ancak günlük yaşamda büyümelerin birçoğu doğrusallıktan çok uzaktı. Burdan hareketle matematiksel problemi, gerçek yaşama yakın bir sonuç bulacak şekilde kurmaya çalıştım. Sadece bunu düşünmek 2 saatimi aldı. Zaten matematiksel cümleyi kurduktan sonra geri kalan görevleri kolayca hallettim.”*

A9: “Görev 6’yı yaparken zorlandım. Biraz Geogebra’yı pek iyi kullanamadığım için. Çizimler ve şekiller güzel ve yerinde olmadı. Geri kalan görevlerde zorlanmadım. Problem zaten basitti.”

A13: “7. ve 8. Görevlerde zorlandım diyebilirim. Çünkü bu iki görev daha çok zamanımı aldı. Bu ilişkinin günlük yaşamdaki geçerliği deyince aklıma bir şey gelmedi.”

A16: “İlişki kurmada zorlandım. Sonra biraz düşününce üstesinden geldim.”

A17: “Görev 8’de zorlandım. Görev 7’de belirttiğimden başka bir ilişki aklıma gelmedi. Sebebi, aynı anda birden çok çözüm yolunun pek aklıma gelmemesinden kaynaklıdır.”

A19: “Matematiksel olarak problemi çözmede zorlandım. Çünkü ilk 4 günde nasıl bir artış olduğu bilinmiyor. Ben doğrusal bir artış kabul ettim. Ancak bu parabolik veya başka şekillerde de olabilir. Büyümeyi doğrusal kabul ettim. Yani aynı sürede aynı miktarda büyüme olmuş kabul ettim. Çünkü bu şekilde kabul edilmezse problemin çözümü yapılamaz.”

A21: “Görev 5’te zorluk yaşadım. Artışın parabolik mi doğrusal mı olacağına karar vermek zorladı. Artışın parabolik artış olabileceğine dair herhangi bir ipucu olmaması doğrusal olacağı kanısına varmamı sağladı.”

A25: “Görev 5 ve görev 7’de zorlandım. Çünkü problemi çözerken nasıl bir model oluşturacağım diye düşünmeden en pratik yolla problemi çözer ve geçerdim. Burada direkt hangi modeli seçtiniz diye sorulunca biraz düşündüm. Problemi çözerken günlük yaşamla az ilişki kurarım. Formül ya da akıl yürütmeyeyle problemi çözer, günlük yaşamla ilişkilendirmezdim.”

A26: “Alternatif çözüm bulmakta zorlandım. Sebebi ise oran-orantı veya doğrusal grafik modellerinden çözümün yanlış çıkmasıydı. Ama iki veriye göre bu modeller de uygundu. Dolayısıyla üçüncü bir veriyle “büyüme” modelini ele aldım. Bunun da GeoGebra uygulamasıyla üstesinden geldim.”

Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterlilikleriyle ilgili yaşadıkları zorluklar, onların modelleme sürecinde karşılaştıkları kavramsal ve teknik güçlükleri ortaya koymaktadır. Bu süreçte adaylar, hem soyut matematiksel kavramları somut gündelik yaşamla ilişkilendirmede hem de matematiksel modelleri doğru bir şekilde oluşturup uygulamada çeşitli zorluklar yaşamışlardır.

Öğretmen adaylarının bir kısmı, soyut matematiksel kavramları günlük yaşamla ilişkilendirmekte zorlandıklarını belirtmiştir. Örneğin, A1 ve A13, gündelik hayatla bağlantı kurma noktasında zorluk yaşadıklarını ifade etmişlerdir. A7’de benzer şekilde, büyüme süreçlerini doğrusal olmayan bir şekilde düşünmenin ve bunu matematiksel olarak ifade etmenin kendisi için zorlayıcı olduğunu belirtmiştir. Bu durum, adayların modelleme sürecinde günlük yaşamdaki

karmaşıklıkları anlamada ve bu karmaşıklıkları matematiksel bir çerçeveye oturtmada yeterince başarılı olamadığını göstermektedir.

Bazı öğretmen adayları ise, görevlerde hangi modeli kullanacaklarına karar vermekte zorlandıklarını dile getirmiştir. A19, artışı doğrusal kabul etmek zorunda kaldığını çünkü aksi takdirde problemin çözülemeyeceğini belirtmiştir. A21 ve A26 ise, doğrusal ve parabolik modeller arasında kararsız kaldıklarını ifade etmişlerdir. Bu durum, adayların farklı modelleme seçenekleri arasında seçim yaparken zorlandığını ve bu durumun problem çözme sürecinde belirsizlikler yarattığını göstermektedir.

Teknik zorluklar da öğretmen adaylarının modelleme süreçlerinde önemli bir engel olarak ortaya çıkmaktadır. Örneğin, A4, A6 ve A9 gibi katılımcılar, GeoGebra gibi teknolojik araçları kullanma konusunda zorlandıklarını belirtmişlerdir. Bu tür teknolojik araçların kullanımında yaşanan zorluklar, adayların modelleme süreçlerini doğru bir şekilde uygulamalarını engellemiş ve problem çözme sürecinde teknik yetersizliklerin rol oynadığını göstermiştir.

Bazı adaylar ise, alternatif çözüm yolları bulmada zorluk çektiklerini dile getirmişlerdir. A16, A17 ve A25 gibi katılımcılar, alternatif modelleme yaklaşımlarını geliştirmekte zorlandıklarını ve bunun nedeni olarak mevcut problem çözme alışkanlıklarına bağlı kaldıklarını ifade etmişlerdir. Bu durum, öğretmen adaylarının geleneksel problem çözme yaklaşımlarından çıkmakta zorlandığını ve farklı çözüm yolları geliştirmede yeterli esnekliği gösteremediklerini ortaya koymaktadır.

Sonuç olarak, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinde karşılaştıkları zorluklar, hem kavramsal hem de teknik boyutlarda ciddi eksiklikler olduğunu göstermektedir. Bu zorluklar, adayların soyut matematiksel kavramları günlük yaşamla ilişkilendirmede, uygun modelleri seçip uygulamada ve teknolojik araçları kullanmada yetersiz kaldıklarını ortaya koymaktadır. Bu bağlamda, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliliklerini geliştirmek için hem kavramsal anlayışlarını derinleştirecek hem de teknik becerilerini güçlendirecek eğitim ve uygulamalara ihtiyaç duydukları söylenebilir.

Mantar Probleminde Öğretmen Adaylarının Yaptığı İstisnai Hatalar: Modelleme Sürecindeki Kavramsal ve Teknik Yanılgılar

Mantar probleminde öğretmen adaylarından bazıları, diğerlerinden farklılaşan modeller geliştirerek ya da istisnai hatalar yaparak dikkat çekmiştir. Bu hatalar temelde orantı kavramı ve fonksiyon kavramı ile ilgili olarak ortaya çıkmıştır. Bu bölümde, söz konusu farklılık ve hatalar üzerinde durulacaktır.

İlk olarak, mantar probleminin çözümünde orantı kavramı ile ilgili hatalara yer verilmiştir. Bunun gözlenen tek örneği A1'in mantar probleminde gerçekleştirdiği Şekil 16'da verilmiştir.

Şubat ayını 28 gün kabul ediyoruz.
4 günde 20 mm uzamıştır.
1 günde ? uzayacaktır.

$$\begin{array}{l} 4 = 20 \\ 1 = ? \end{array} \quad ? = 5 \text{ mm uzayacaktır}$$

Başlangıçta 4 mm boyunda 56 mm daha uzama
sı 5,11 + 1 = 56 yani 12. günde 60 mm
ye ulaşacaktır. 09.03.2023 tarihinde.

Şekil 16. A1'in Orantıyı Kullanımı

Özellikle A1 kodlu öğretmen adayı, mantar problemine yönelik çözümünü orantı yöntemiyle gerçekleştireceğini belirttikten sonra, model üzerindeki matematiksel işlemleri Şekil 16'da gösterildiği gibi uygulamıştır. Ancak, şekil 16 incelendiğinde, öğretmen adayının doğru orantı kavramını temsil ederken matematiksel terminoloji açısından hatalı bir yaklaşım sergilediği görülmektedir. A1, problemi $4=20$, $1=?$ şeklinde sembolize etmiştir ki bu ifade matematiksel açıdan doğru bir orantı modelini yansıtmamaktadır.

Bu yaklaşım, öğretim sürecinde yanlış anlamalara yol açma potansiyeline sahiptir, çünkü iki farklı değişkenin (zaman ve mantarın yarıçapı) birimleri arasındaki ilişkiyi göz ardı etmektedir. Bu problemde ele alınan değişkenlerden biri zaman (gün), diğeri ise mantarın yarıçapıdır. Örneğin, 25 Şubat 2023 tarihinde yapılan ölçümde mantarın yarıçapı 4 mm olarak kaydedilmişken, 1 Mart 2023 tarihinde bu ölçüm 24 mm olarak belirlenmiştir. A1, bu iki tarih arasındaki ilişkiyi göz ardı ederek, "4 günlük zaman diliminde 20 mm uzama gerçekleşiyorsa, 1 günlük zaman diliminde ne kadar uzama olur?" şeklinde sözel bir ifade kullanmış, ancak bu ifadeyi sembolik olarak orantı modeline uygun olmayan bir biçimde temsil etmiştir.

Bu durum, öğretmen adayının orantı kavramına ilişkin sembolik gösterimleri yanlış kavramsallaştırdığını ve bu kavramı doğru bir şekilde matematiksel ifadeye dökmede yetersizlik yaşadığını göstermektedir. Bu tür yanlış kavramsallaştırmalar, öğretim sürecinde doğru kavramların kazandırılmasında önemli zorluklara yol açabilir ve dolayısıyla üzerinde dikkatle durulması gereken bir konudur.

Orantı kavramı ile ilgili olarak dikkat çeken bir diğer istisnai hata, A16 kodlu öğretmen adayı tarafından gerçekleştirilmiştir. A16, mantar problemine benzer bir prosedürle yaklaşmış ve çözümünde, 25 Şubat 2023 tarihinde 4 mm olarak ölçülen mantarların çaplarının 1 Mart 2023

tarihinde her gün 5 mm artarak 24 mm'ye ulaştığını ifade etmiştir. Ancak, burada dikkat çeken bir husus, A16'nın 1 günlük zaman diliminde mantarın ne kadar büyüdüğünü milimetre cinsinden temel almak yerine, mantarın kaç kat büyüdüğüne ilişkin bir sayı bağıntısı üzerine çözümünü dayandırmasıdır. Öğretmen adayının mantar probleminde sergilediği çözüm Şekil 17'de verilmiştir.

Çözüm:

25.02.23	→ 4mm	8.00
01.03.23	→ 24mm	8.00

Toplamda 4 günde ortalama çap 6 katına çıkmış yani her gün 5mm çapı artmış

4 gün $\times$ 6 katına çıkmış 60 olabilmesi için 15 katı olması gerekiyor

$$\frac{4 \text{ gün}}{1 \times} = \frac{6 \text{ katına}}{15}$$

$$4 \cdot 15 = 6 \cdot x \quad x = 10 \text{ gün sonra 25 katına çıkar}$$

yani 07.03.23 tarihinde 60mm çap'a ulaşır.

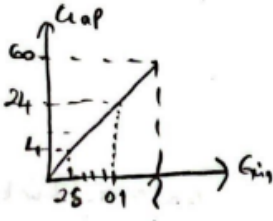
Şekil 17. Yeni Birim Üretme Yanılgısı

Şekil 17'de anlaşılabacağı üzere, A16'nın yaptığı hata, orantı kavramının değişkenlerinin verilen birimler bağlamındaki değişimlerini göz önünde bulundurmamak yerine, bu değişkenlerden biri ile ilgili olarak yeni bir birim üreterek farklı bir ilişki ortaya çıkarmış olmasıdır. Bu durum, öğretmen adayının orantıyı kullanma becerisine sahip olmasına rağmen, orantı kavramının kavramsal anlamını tam olarak içselleştirmemiş olabileceğini göstermektedir.

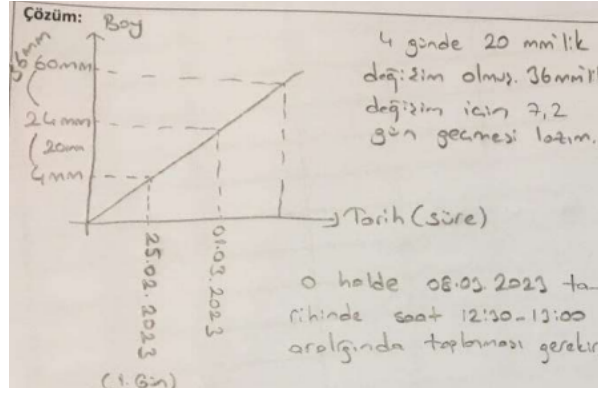
Buradan hareketle, matematiksel bir kavramın nasıl kullanılacağını bilmenin, o kavramın kavramsal düzeyde anlaşılmasıyla eşdeğer olmadığı sonucuna varılabilir. Bir matematiksel kavramın kavramsal anlamını bilmek, o kavramın nasıl kullanılacağını bilmenin ötesinde, derinlemesine bir bilgi ve anlayış gerektirir. Kavramın nasıl kullanıldığını öğrenmek nispeten kısa bir sürede gerçekleştirilebilirken, kavramın derin kavramsal anlamını tam olarak anlamak uzun yıllar sürebilir ve belki de bu anlamın tam olarak anlaşılması her zaman mümkün olmayabilir.

Bu durum, öğretim sürecinde, öğretmen adaylarının matematiksel kavramları yalnızca prosedürel olarak değil, aynı zamanda kavramsal olarak da anlamalarının ne kadar önemli olduğunu vurgulamaktadır. Öğretmen adaylarının matematiksel kavramları derinlemesine anlamaları, bu kavramları öğrencilere doğru bir şekilde aktarmaları için kritik öneme sahiptir.

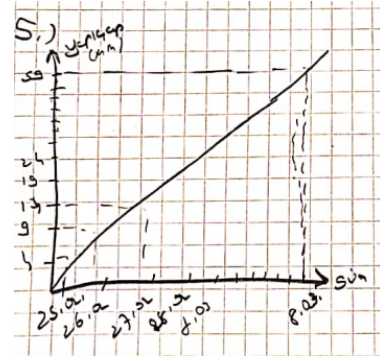
İkinci olarak, öğretmen adayları mantar probleminde fonksiyon kavramını kullanmada hatalar yapmışlardır. Bu bağlamda A4, A10 ve A21 farklı bağlamlarda benzer bir hata ortaya koymuştur. Şekil 18'de bunlar verilmiştir.



A4 Çözümü



A21 Çözümü



A10 Çözümü

Şekil 18. Öğretmen Adaylarının Fonksiyon Kavramı İle İlgili Hataları

Bu grafikler görünüşte uygun olarak çizilmiş izlenimi verse de grafikler verilen problem bağlamında değerlendirildiğinde hatalar barındırmaktadır. Bunun için problem bağlamını hatırlatmak yararlı olabilir. Mantar probleminde 25.02.2023 tarihinde mantarların ortalama yarıçapları 4 mm, 01.03.2023 tarihinde ise 24 mm olduğu bilgisi verilmiş ve hangi tarihte mantarların çaplarının ortalama 60 mm olacağı aranmaktadır. Mantarın büyümesini doğrusal fonksiyon olarak varsayan öğretmen adayları, doğrusal fonksiyonun kullanımını hatalı bir şekilde gerçekleştirmişlerdir. Buradaki hata bu grafiklerin orijinden geçip geçmeyeceklerinin incelenmemesidir. Öğretmen adayları grafikleri orijinden geçecek şekilde çizmelerine rağmen, grafikler aslında orijinden geçmemektedir. Bu bağlamda mantarın belirli bir tarihte (25.02.2023 ya da 1.gün) 4 mm olduğu ve sonra başka bir tarihte (01.03.2023) 24 mm olduğu betimlenmiştir. Ancak mantarın ilk verilen tarihten önce nasıl büyüdüğüne ilişkin bilgi verilmemiştir. Öğretmen adayları bu süreçte de mantarın doğrusal büyüdüğünü varsayarak grafiklerini oluşturmuş, ancak grafiklerin birimsiz oluşu, doğrusal fonksiyonun grafik temsilinin yanlış kavramsallaştırılması ve iki noktası bilinen doğrusal fonksiyonun teknoloji ile geçebileceği yerlerin doğrulanmasına ilişkin girişimlerin yapılmaması neticesinde hatalı bir grafik oluşturulmuştur. Örneğin A21 ilk tarihi 1.gn olarak belirtmiştir. Ayrıca 4 günlük zaman diliminde 20 mm büyüme işaret edilmiştir. Bu bilgiler temel alındığında 1 günlük değişimin 5 mm olacağı aşıkardır. Buradan ilk günden 1 gün geriye gidildiğinde grafiğin orijinden geçmeyeceği (y eksenine ya da boy ekseninde -1 noktası) doğrulanabilirdi.

Son olarak, A5 kodlu öğretmen adayı mantar problemi ile ilgili aşağıdaki çözümü gerçekleştirmiştir.

Cevap 6 - GeoGebra

$$f(x) = \frac{5}{4}x^2 + 4$$

$$f(0) = 4$$

$$f(1) = 5,25$$

$$f(2) = 9$$

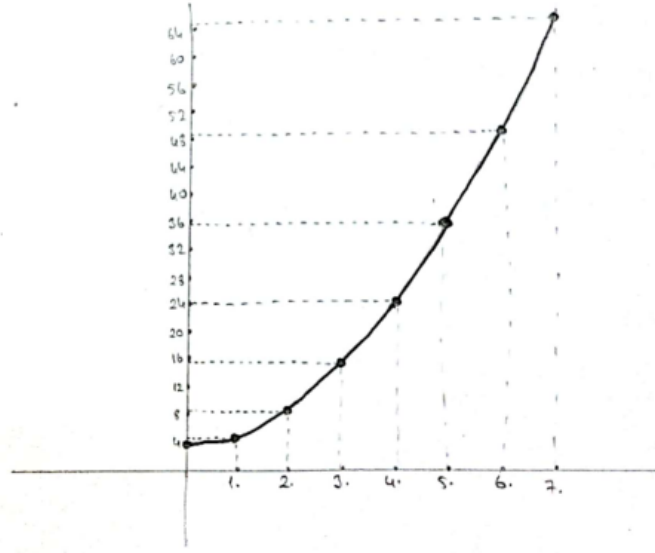
$$f(3) = 15,25$$

$$f(4) = 24$$

$$f(5) = 35,25$$

$$f(6) = 49$$

$$f(7) = 65,25$$



Şekil 19. A5'in Mantar Problemini Parabolik Çözümü

Öğretmen adayı mantarların ortalama yarıçaplarının büyümesini parabol ile gösterilebileceğini savunmuştur. Bu bağlamda GeoGebra'dan 25.02.2023 tarihi 0.gün olarak seçilmiştir. Bu bağlamda parabolün eksenleri gün ve uzama miktarı (mm) olarak ifade edilmiştir. Belirli olan noktalar (0,4) ve (4, 24) hareketle $f(x) = \frac{5}{4}x^2 + 4$ şeklinde parabol elde edilmiştir. Buradaki yanlış mantarların ortalama yarı çaplarının büyüme olarak birçok modelde üstel fonksiyon olarak düşünülmesi gerektiğidir.

Bu çalışmada, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinde özellikle orantı ve fonksiyon kavramlarını kullanırken yaptıkları hatalar ve bu hataların kavramsal anlamlandırmadaki eksikliklerden kaynaklandığı tespit edilmiştir. Adaylar, orantı kavramını sembolik olarak doğru ifade edemedikleri ve yeni birimler üreterek hatalı sonuçlar elde ettikleri gibi, fonksiyonları doğru bir şekilde temsil etmekte de zorlanmışlardır. Bu bulgular, öğretmen adaylarının matematiksel kavramları sadece prosedürel olarak değil, kavramsal düzeyde de anlamalarının önemini vurgulamaktadır. Eğitim sürecinde, bu tür kavramsal hataların üstesinden gelmek, adayların öğrencilere bu kavramları doğru bir şekilde aktarmalarını sağlamak açısından kritik öneme sahiptir.

Mantar Problemi Sonrası Öğretmen Adaylarının WhatsApp Konuşmalarının Analizi: Modelleme Deneyimi ve Yaşadıkları Zorluklar

İlköğretim matematik öğretmeni adayları ilk iki problem sonrasında ve dördüncü problem sonrası deneyimlerini WhatsApp platformundan paylaşmışlardır. Burada ilk iki problem sonrası gerçekleştirilen diyaloglar öğretmen adaylarının zorlukları ve yaşadıkları deneyimler bağlamında sunulmuştur.

Modelleme Deneyimi

Öğretmen adayları, matematiksel modelleme ile ilgili çeşitli düzeylerde katılım ve anlayış sergilemekte, bu durum da kavram hakkındaki deneyimlerini ve yorumlarını yansıtmaktadır. Tartışmalar, adayların "matematiksel modelleme" ile "matematikte modelleme" arasında ayırım yapmaya çalıştıklarını, ancak bu konuda bazı karışıklıklar yaşadıklarını ortaya koymaktadır.

Örneğin, bir aday, matematiksel modelleme ile matematikte modellemeyi kesin olarak ayırmanın doğru olup olmadığını sorgulayarak bu belirsizliği dile getirmektedir:

A37: *"İbrahim hoca videosunda bunu kesin olarak ayırmış... ama ben bir de sizin görüşlerinizi merak ettim."*

Bir başka aday, A18, matematiksel modellemeyi gerçek yaşam problemleriyle ilişkilendirerek bu farkı açıklamaya çalışır:

A18: *"Bir durumun matematiksel modelleme olarak tanımlanabilmesi için mutlaka gerçek yaşamda var olan bir problem olması gerekiyor."*

Katılımcılar ayrıca önceki problem çözme deneyimlerinden de bahsetmektedir. Örneğin A26, matematiksel modellemenin gerçek yaşam senaryolarına uygulanmasının kendisi için yeni bir unsur olduğunu belirtir:

A26: *"Fakat burada gerçek hayata aktarma süreciyle ilk defa karşılaştım... yorumlama dediğimiz, gerçek yaşam için anlamlı mı?"*

Bu diyaloglar, öğretmen adaylarının problem çözme konusunda önceden deneyimlerinin olduğunu, ancak modelleme yoluyla gerçek hayat uygulamalarını entegre etmenin nispeten yeni olduğunu ve bu bağlamda mevcut becerilerini daha geniş bir çerçevede uyarlamaları gerektiğini göstermektedir.

Yaşadıkları Zorluklar

Konuşmalar ayrıca adayların yaşadığı çeşitli zorlukları da ortaya koymaktadır, bunlar arasında kafa karışıklığı, belirsizlik ve teorik kavramları pratik uygulamalarla uyumlu hale getirme mücadelesi yer almaktadır. Diyalogların önemli bir kısmı, özellikle farklı modelleme türleri arasında ayırım yaparken yaşanan bu kafa karışıklığını yansıtmaktadır:

A37: *"Materyal ya da modeli kullanmak matematiksel modelleme oluyor mu olmuyor mu? Eğer olmuyorsa matematiksel modelleme ne demek?"*

Bu kafa karışıklığı, A26 tarafından da dile getirilmiştir ve arkadaşlarının tartışmalarının bu belirsizliği daha da artırdığını aşağıdaki diyalogda itiraf etmektedir:

A26: *"Zaten karıştıktı zihnim hocam:) arkadaşlar da yazınca iyice karıştı, netlik kazandırırsanız sevinirim."*

Ek olarak, A36, farklı varsayımların farklı sonuçlara yol açmasının matematiksel modellemeyi daha karmaşık hale getirdiğine dikkat çekmektedir:

A36: *"Burada varsayımlar üzerine çözümler yapınca sonuçlar da değişir... herkesin kendi doğrusu oluyor."*

Adaylar ayrıca bu teorik ayrımların pratikteki yansımaları konusunda da endişelerini dile getirmektedir ve bu tür ince ayrımların öğretimde gerekli ya da faydalı olup olmadığını aşağıda verildiği şekliyle sorgulamışlardır:

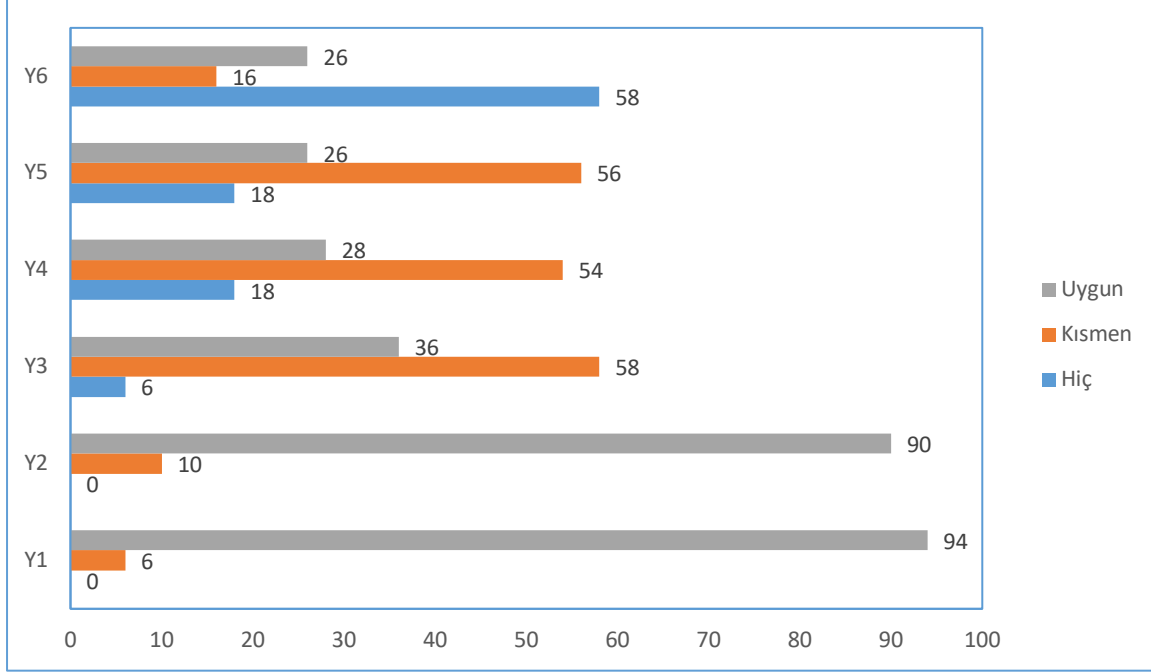
A37: *"Bence kavramların bu kadar teorik olarak adlandırılması çokta anlamlı değil..."*

Sonuç olarak, bu konuşmalar öğretmen adaylarının matematiksel modelleme kavramı ile aktif olarak ilgilendiklerini ancak teorik ayrımları pratikte anlamakta ve uygulamakta önemli zorluklar yaşadıklarını ortaya koymaktadır. Bu zorlukların aşılması süreci, öğretmen adaylarının matematiksel modellemeyi öğretim uygulamalarına etkili bir şekilde entegre edebilecekleri beceriler geliştirmeleri için çok önemlidir.

Dönme Dolap Problemi

Katılımcıların Dönme Dolap probleminde matematiksel modelleme yeterlikleri ile ilgili analizler Tablo 5’te verilmiştir.

Tablo 5. Katılımcıların Dönme Dolap Problemindeki Yeterlikleri



Tablo 5’te katılımcıların tamamına yakınının problem için varsayımda bulunup durumu basitleştirdiği, problem durumunu etkileyen nicelikleri tanıyıp anahtar değişkenleri belirlediği, değişkenler arasında ilişkiler kurup ilgili olan ve olmayan bilgiler arasında ayırım yaptığı görülmüştür. Bu bağlamda ilk iki yeterlikte (problemi anlama ve değişkenleri seçme ve varsayımları kurma yeterliklerinde) katılımcıların uygun yaklaşım gerçekleştirdikleri söylenebilir. Diğer taraftan az da olsa bu yeterlikte kısmen yeterlik gösteren katılımcılar da olmuştur.

Dönme dolap probleminde matematikleştirme yeterliğiyle birlikte öğretmen adaylarının yeterliğinde manidar bir düşüş olduğu görülmektedir. Bu yeterlikte verilerin uygun bir model bağlamında ilişkilendirilmesinin bunda etkili olabileceği düşünülmektedir. Bu durum birçok değişkeni birlikte değerlendirmeyi gerektirmektedir. Bu yüzden bu yeterlilikte öğretmen adaylarının zorlanacağı belirtilebilir. Bu yeterlik bağlamında öğretmen adaylarından uygun yaklaşım ortaya koyanların trigonometrik fonksiyonları işlevsel bir şekilde kullanması gerekmektedir. Sonraki iki yeterliğinde de (matematiksel çözümü gerçekleştirme ve çözümü yorumlama) benzer oranlarda

seyrettiği görülmektedir. Bu durum matematikleştirmenin bu anlamda kritik bir rol oynadığı şeklinde yorumlanabilir. Modeli doğrulama yeterliği ise en zorlanılan yeterlik olmuştur.

Katılımcılardan A20 kodlu katılımcının mevcut modelleme problemi için oluşturduğu, problemi anlama ve gerçek modeli oluşturma yeterliliğini gösteren cevabı aşağıdaki şekilde verilmiştir.

Verilenler

- * Çapı 140m dması planlanan dönme dolap
- * yerden yüksekliği 4m bir platform üzerine kurulacak dması
- * eşit aralıklarla 25 kişi kapasiteli 36 kapsül dması
- * dönme dolabın bir tam turunu tamamlama süresi 30dk

İstenenler

- * kapsüllerin yerden yüksekliği, kapsüle bindikleri noktaya uzaklık
- * kapsüllerin anlık hızını hesaplamaya yardımcı olmak, formüller üretmek.

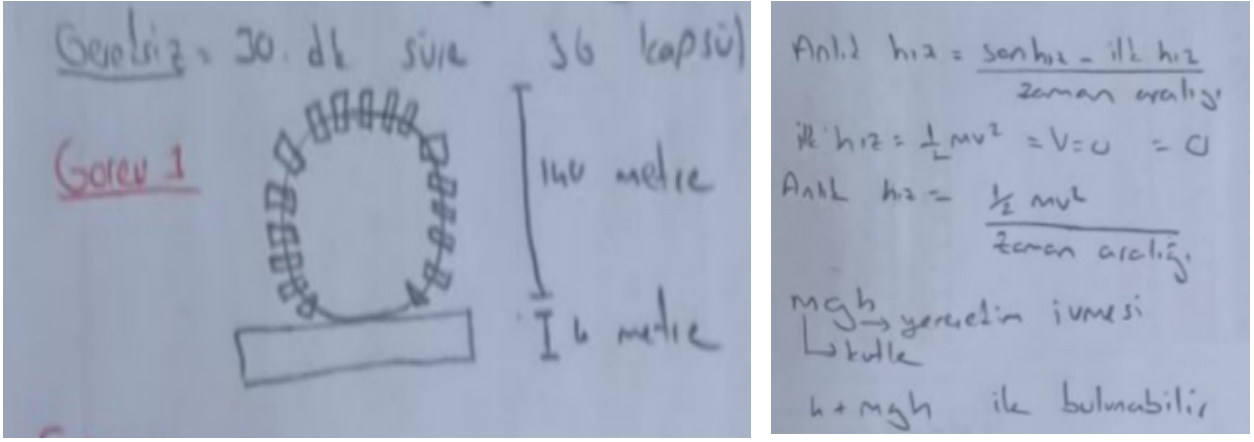
Cevap 2

<u>Gerekli veriler</u>	<u>Gereksiz veriler</u>
* yerden yükseklik (4m)	* dönme dolabın nereye yapışacak olması
* Çap (140m)	* kapsülün kapasitesi
* kapsül sayısı (36)	
* kapsül kapasitesi (25)	
* Bir tam turunu tamamlama süresi (30dk)	

Şekil 20. A28'in İlk İki Yeterlikteki Açıklamaları

Şekil 20'den katılımcının verilenleri ve istenenleri yazarak durumu basitleştirdiği ve anahtar değişkenleri belirlediği, gerekli ve gereksiz verileri yazarak değişkenler arasında ilişki kurup ilgili olan ve olmayan veriler arasında ayırım yaptığı anlaşılmaktadır. İlk iki yeterliğin sorunsuz işletildiği düşünülmektedir.

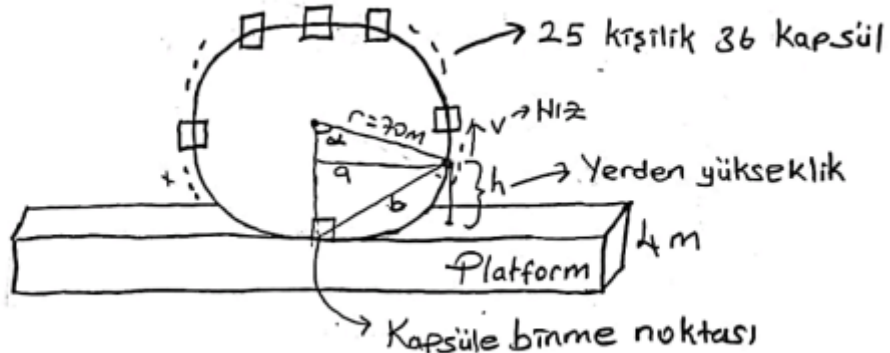
Aşağıda A48 kodlu katılımcının matematikleştirme yeterliğindeki oluşturduğu matematiksel modelden bir kesit Şekil 21'de verilmiştir.



Şekil 21. A48 Kodlu Katılımcının Matematikleştirmedeki Eylemleri

Şekil 21'den A48'in verileri matematiksel olarak yazıp bunları basitleştirmeye çalıştığı ancak uygun matematiksel gösterim seçemediği anlaşılmaktadır. Nitekim dolabın herhangi bir andaki hızını yazarken kinetik enerji formülünü yazması bunun göstergesidir. Bu yeterlikte uygun yeterlilik sergileyen A7'nin modeli Şekil 22'de gösterilmiştir.

Görev 3:



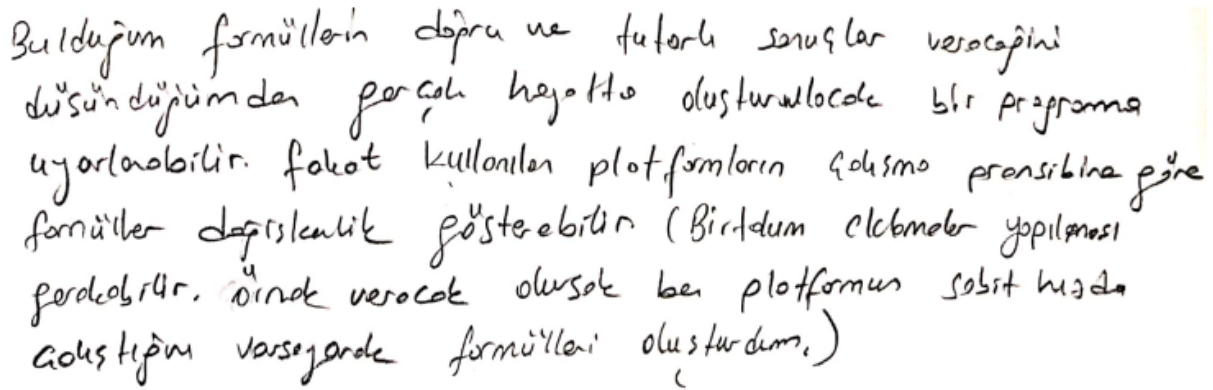
b : Kapsüle bindikleri noktaya olan uzaklık

Şekil 22. A7 Kodlu Katılımcının Dönme Dolap Problemindeki Modeli

Şekil 22'den A7'nin problemdeki verileri uygun bir şekilde organize edebildiği görülmektedir. Bu bağlamda yarıçapı, merkez açıyı ve problemin değişkenlerini şekli yerleştirmesi bunun kanıtı olarak belirtilebilir. Bu model daha sonraki yeterlilik için zemin hazırlamaktadır. Dönme Dolap probleminde bir katılımcının kısmen yeterli olduğu model Şekil 23'te verilmiştir.

A18'in matematikleştirme yeterliğinde kurduğu model üzerinden problemde istenilen bilgileri trigonometrik fonksiyonlar türünden elde ettiği görülmektedir. Örneğin kapsülün yerden yükseklik formülünü $h = 74 - 70 \cdot \cos \alpha$ ile göstermiştir. Bu argümanlar öğretmen adayının bu yeterlikte uygun yaklaşım sergilediği şeklinde yorumlanabilir.

Öğretmen adaylarının bulduğu sonuçları günlük yaşama yorumlamada kısmen başarılı oldukları anlaşılmaktadır. Bu konuda A28'in açıklamaları Şekil 25'te verilmiştir.

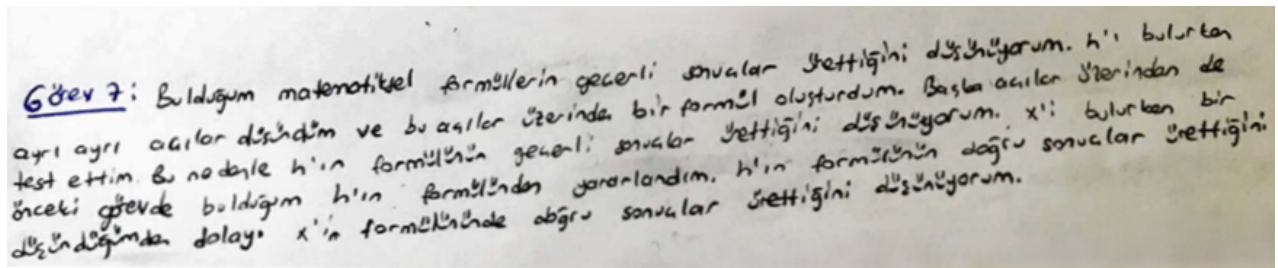


Bulduğum formüllerin doğru ve tutarlı sonuçlar vereceğini düşündüğümde parçaları heyaletle oluşturulacak bir programa uyarlanabilir. Fakat kullanılan platformların çalışma prensibine göre formüller doğruluk gösterir (Birdum elemler yapılmış görülmüştür. örnekte verilecek olacak bir platformun sabit hızda çalıştığını varsayarak formülleri oluşturdum.)

Şekil 25. A28'in Çözümleri Yorumlama Yeterliğindeki Açıklamaları

Öğretmen adayının varsayımlar doğrultusunda kurulan modelle ilişkili olarak sonuçlar ortaya çıkacağının farkında olduğu görülmektedir. Bu sonuçları sadece genel anlamda yorumladığını göstermektedir. Elde edilen sonuçların günlük yaşamda ya da farklı disiplinlerde nasıl kullanılabileceğine ilişkin herhangi bir açıklama sunmamıştır.

Son olarak modeli doğrulama yeterliğinde çoğu katılımcının herhangi bir girişimde bulunmadığı ve çok az öğretmen adayının bu konuda aksiyon aldığı anlaşılmaktadır. Bu konuda uygun bir örnek aşağıda verilmiştir.



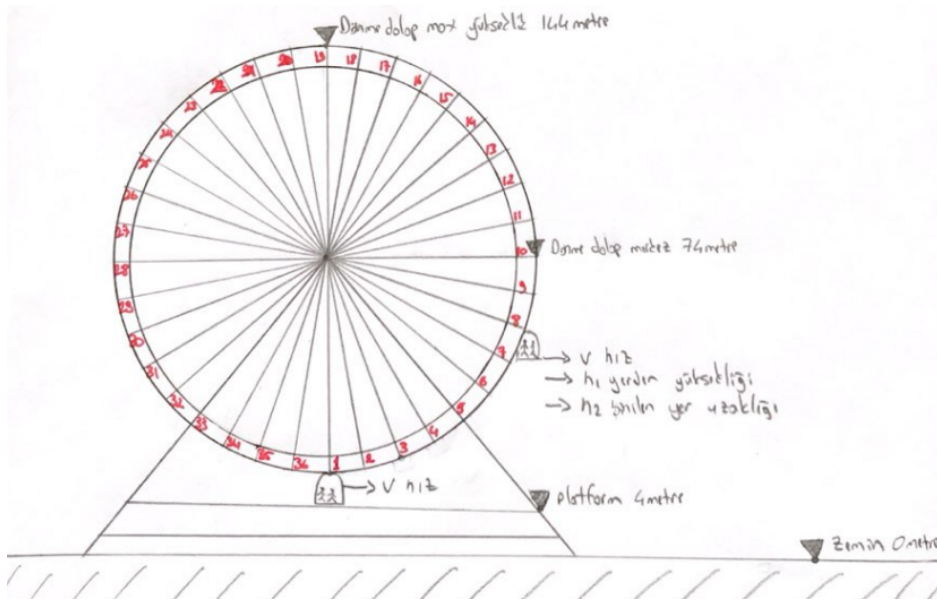
Görev 7: Bulduğum matematiksel formüllerin geçerli sonuçlar ürettiğini düşünüyorum. h'ı bulurken ayrı ayrı açıları düşündüm ve bu açıları üzerinde bir formül oluşturdum. Başka açıları üzerinden de test ettim. Bu nedenle h'nin formülünün geçerli sonuçlar ürettiğini düşünüyorum. x'i bulurken bir önceki görevde bulduğum h'nin formülünden yararlandım. h'nin formülünün doğru sonuçlar ürettiğini düşündüğümde dolayı x'in formülünde doğru sonuçlar ürettiğini düşünüyorum.

Şekil 26. A18'in Modeli Doğrulama Girişimleri

Şekil 26'da “*h*’yi bulurken ayrı ayrı açılar düşündüm ve bu açılar üzerinde bir formül oluşturdum. Başka açılar üzerinden de test ettim. Bu nedenle *h*’nin geçerli sonuçlar ürettiğini düşünüyorum.” açıklamalarından farklı denemeler yaparak geliştirilen formüllerin test edilmesi öğretmen adayının büyük ölçüde bu yeterlilik üzerine çalıştığını ve elde ettiği modeli doğrulamaya çalıştığını göstermektedir.

Dönme Dolap Probleminde Öğretmen Adaylarının Yaptığı İstisnai Hatalar: Modelleme Sürecindeki Kavramsal ve Teknik Yanılgılar

Bu problemde A22 diğer öğretmen adaylarından ayrılan farklı bir çözüm yolu ortaya koymuştur. Şekil 27’de A22’nin çözümü verilmiştir.



Şekil 27. A22 Kodlu Öğretmen Adayının Modeli

A22 kodlu öğretmen adayının daireyi eş parçalara ayırarak, kabinleri yerleştirdiği görülmektedir. Bu bağlamda problemde yer verilen verileri modele yerleştirdiği görülmektedir. Ancak açı ile ilgili herhangi bir değişken belirlenmemiştir. Bu durum trigonometri kullanılmayacağını işaret etmektedir. Öğretmen adayının modeli probleme uygulayış biçimi aşağıda Şekil 628da verilmiştir.

Dönme dolap 15. dakikada max yüksekliğe ulaşarak ondan sonra 30. dakikada tavana başladığı yerden itibaren bu durumda 0. dakikadan 15. dakikaya arasını ayrı 15. dakikadan 30. dakikaya arasını ayrı hesaplamalıyız. Eğer aynı süre (0-15) arası ise I. formülü eğer süre (15-30) arası ise II. formülü kullanmalıyız.

I. durum	0. dakika	4 metre
	15. dakika	144 metre

Bu durumda 1 dakikada 9,3 metre yerden yükselir.

(0-15) dakika için $h_1 = 4 + 9,3(t)$

II. durum	15. dakika	144 metre
	30. dakika	4 metre

Bu durumda 1 dakikada 9,3 metre aşağı iner.

(15-30) dakika için $h_1 = 144 - 9,3(t-15)$

Eğer süre $t \in [0,15]$ dakika ise formül $\Rightarrow h_1 = 4 + 9,3(t)$

Eğer süre $t \in [15,30]$ dakika ise formül $\Rightarrow h_1 = 144 - 9,3(t-15)$

$h_1 = \begin{cases} h_1 = 4 + 9,3t & t \in [0,15] \text{ ise} \\ h_1 = 144 - 9,3(t-15) & t \in [15,30] \text{ ise} \end{cases}$ Parçalı fonksiyon şeklinde yazılır.

Şekil 28. A22'nin Matematiksel Prosedürleri Model Bağlamında Uygulaması

Öğretmen adayı daireyi merkezden geçecek şekilde yukarıdan aşağı bir doğruyla ikiye bölerek, her bir yarım dairede farklı bir fonksiyon ortaya koymuştur. Bu bağlamda problemin çözümünde herhangi bir anda kabinin yerden yüksekliğini parçalı fonksiyon ile açıklamaya çalışmıştır. Bu parçalı fonksiyon:

$$h = \begin{cases} 4 + 9,3 \cdot t; & t \in [0,15] \text{ ise} \\ 144 - 9,3 \cdot (t - 15); & t \in [15,30] \text{ ise} \end{cases}$$

şeklinde ifade edilmiştir. A22, bu sonuçla ilgili "Bulduğum formüller yuvarlamalardan ötürü çok az hata payı barındırmak dışında doğru sonuç oluşturacağını düşünüyorum. Bu matematiksel sonuçlara alternatif olacak matematiksel formüller GeoGebra üzerinden oluşturulabilir..." biçiminde elde ettiği matematiksel sonuçların doğruluğunu savunmuştur. Bununla birlikte bu çözüm tam doğru sonuçlar üretmemektedir. Şöyle ki, zamanı parçalı olarak 1 dk dilimler şeklinde düşünersek, [0,1], [1,2], ..., [14,15] bu aralıklarda kabin daire üzerinde eş açı taramasına rağmen kabinin dikey hareketi farklılık arz etmektedir. Bu durum parçalı fonksiyon modelinin kesmen eksik olduğunu kanıtlamaktadır.

Dönme Dolap Problemi Üzerine Öğretmen Adaylarının Yeterlik Analizi

ALMS raporlarında dönme dolap problemine ilişkin öğretmen görüşlerini yansıtan değerlendirmelere analizine dayanarak, öğretmen adaylarının "Dönme Dolap Problemi" ile ilgili matematiksel modelleme sürecinde çeşitli zorluklarla karşılaştıkları görülmektedir. Karşılaştıkları zorluklar, açısal hız ve periyodik fonksiyonlar gibi temel matematiksel kavramları anlamaktan bu

kavramları modelleme görevlerinde uygulamaya kadar uzanmaktadır. Aşağıda bu zorlukları vurgulayan temel gözlemler ve doğrudan alıntılar yer almaktadır:

Matematiksel Kavramlarda Yetersizlik:

- *Açısal Hız ve Hareket:* A2, açısal hız ve hareket kavramlarını anlamadığı için 4., 5. ve 6. görevlerde zorlandığını belirtmiştir: "Görev 4, 5, 6'da açısal hız ve hareket kavramlarına hakim olmadığım için zorlandım."
- *Trigonometri ve Formül Uygulaması:* A5, özellikle 5. görevde zorlandığını ve bu konuyu iletilebilmek için trigonometriyi yeniden gözden geçirmesi gerektiğini ifade etmiştir: "Trigonometri beni zorladı bunun içinde trigonometri konusuna üstten bir göz atma gereksinimi duydum."

Model Formülasyonunda Zorluklar:

- *Formüllerle Mücadele:* Birkaç katılımcı, ele alınan problem için matematiksel formüller türetmekte veya uygulamakta zorluk çekmiştir. Örneğin, A9, 5. ve 6. görevlerde farklı senaryolara tutarlı bir şekilde uygulanabilecek denklemler formüle etmekte zorlandığını ifade etmiştir: "Görev 5 ve görev 6'da zorlandım. Nedeni ise bulduğum formülü her noktada sağlayamadım."
- *Fiziksel Kavramları Entegre Etme:* A12, açısal momentum gibi fiziksel kavramları modele uygulamakta zorluk yaşamış ve bu zorluğu aşmak için lise düzeyinde fizik bilgilerini gözden geçirmesi gerektiğini belirtmiştir: "Bu bilgiye göre benim açısal frekans, frekans, periyot ve açısal ivmelenme bilgilerini araştırmam gerekti."

Bilişsel Yük ve Problem Anlama:

- *Soyut Düşünce ile Zorlanma:* A20, problemin soyut doğası nedeniyle önceki görevlere kıyasla daha yüksek düzeyde bilişsel çaba gerektirdiği için bu problemi özellikle zorlayıcı bulmuştur: "Soyut düşünmemi çok zorladı problem... daha çok soyut düşünme gerekli ve açıklaması daha zor."
- *Problemi Görselleştirmede Zorluk:* A4 gibi bazı adaylar, problemi başlangıçta anlamakta zorlanmış ve bu da görevleri başlatma veya tamamlama yeteneklerini etkilemiştir: "Bu problemin genelinde zorlandım. İlk okuduğumda anlayamadım birkaç kere tekrarladım."

Problem Çözümünde Harici Kaynakların Kullanımı:

- *Çevrimiçi Araştırmalara Güvenme:* Birçok katılımcı, A13 ve A31 gibi, gerek matematiksel formüller gerekse fiziksel kavramlar konusundaki bilgi boşluklarını doldurmak için

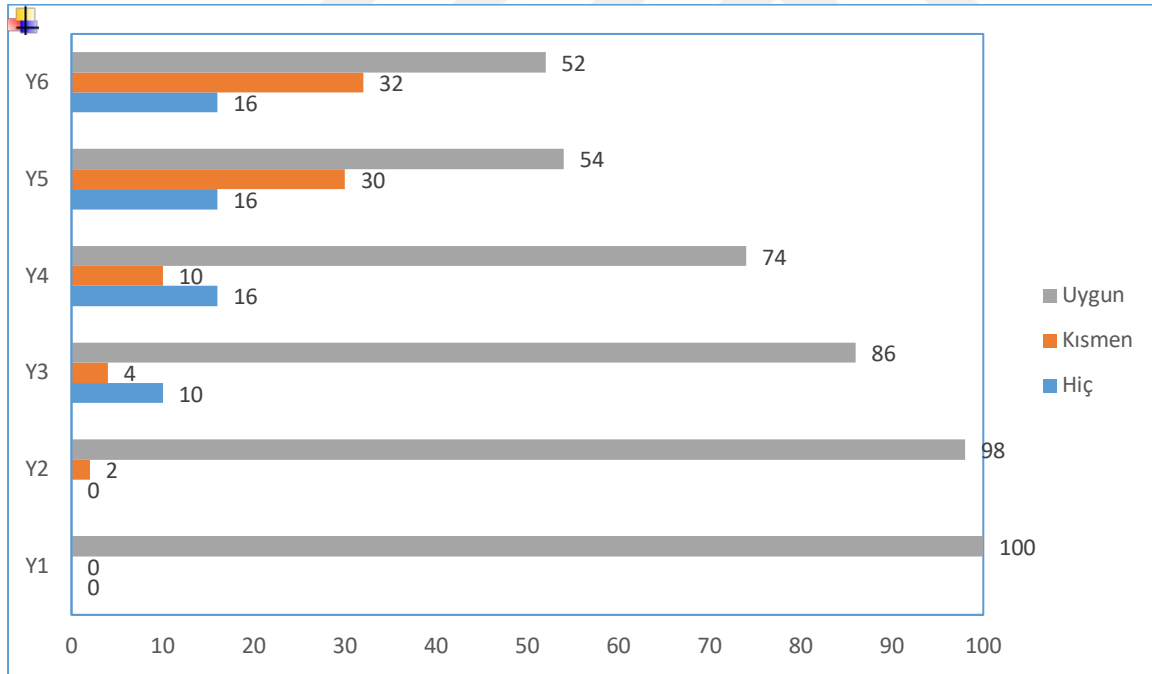
çevrimiçi kaynaklara başvurmuştur. Örneğin, A31, ortalama hız hesaplamalarını anlamak için çevrimiçi videolar izlemiştir: "Fizikten ortalama hızı nasıl bulunacağım videolarını izledim."

Bu bulgular, karmaşık modelleme görevlerine katılırken hem matematiksel hem de fiziksel kavramlarda sağlam bir temelin önemini vurgulamaktadır. Ayrıca, öğrencilerin teorik bilgileri pratik problem çözme ile daha iyi entegre edebilmeleri için hedeflenen destek ihtiyacını da ortaya koymaktadır.

DERGİ PROBLEMİ

Katılımcıların Dergi probleminde matematiksel modelleme yeterlikleri ile ilgili analizler Tablo 6’da verilmiştir.

Tablo 6. Katılımcıların Dergi Problemindeki Yeterlikleri



Öğretmen adaylarının dergi problemindeki yeterliklerde daha başarılı oldukları görülmektedir. Bu öğretmen adaylarının ikinci dereceden fonksiyonlarla deneyimlerinin daha fazla olmasıyla açıklanabilir. Diğer taraftan bazı öğretmen adaylarının ikinci dereceden problemlerde

sıkıntı yaşadıkları belirlenmiştir. Katılımcıların dergi probleminde ilk iki yeterlikte uygun eylemlerde bulunduğu görülmektedir. Matematikleştirme yeterliğinde de büyük ölçüde bu problem bağlamında genellikle başarılı oldukları belirlenmiştir. Modelin kullanılarak matematiksel sonuçların elde edildiği yeterlikte kısmen zorluk yaşansa da öğretmen adaylarının yaklaşık dörtte üçünün bu yeterlikte de zorlanmadığı belirtilebilir. Yorumlama ve modeli doğrulama yeterliği dergi probleminde benzer şekilde adayların yaklaşık yarısı uygun yaklaşım gerçekleştirmiştir.

Katılımcılardan A23 kodlu katılımcının mevcut modelleme probleminde problemi anlama ve gerçeğe dayalı modeli oluşturma yeterliliğini gösteren cevabı aşağıdaki şekilde verilmiştir.

Cevap= Verilenler: Derginin satış fiyatı, derginin her sayısının 25000 satılması, fiyatla yapılacak her 50 kuruşluk artışın ± 250 kuruşun dergiyi almaktan vazgeçireceği bilgileri verilmiştir.

İstenenler: Derginin fiyatında yapılacak her 50 kuruşluk zammın ± 250 kuruşun dergiyi almaktan vazgeçmesine sebep olacağı öngörüldüğü Bizden istenen yönelimin yerinde olsaydı yeni satış fiyatını kaç TL olarak belirlememiştir.

→ Görev 2: Gerekli ve gereksiz verileri yazınız.

Cevap= Gerekli veriler: Derginin satış fiyatının 5,5 TL olması, derginin her sayısının 25000 satılması, fiyatla yapılacak her 50 kuruşluk artışın ± 250 kuruşun dergiyi almaktan vazgeçireceği bilgileri gerekli verilerdir.

Gereksiz veriler: Derginin 34 ayda bir yayınlanması, derginin tonajının yapılması, Dergi kağıdı ithal edilen bir ürün olduğundan dolayı döviz kurundaki artış kağıdın birim fiyatında artışa neden olmaktadır. Bu maliyet, kağıt baya ve kalıp hesaba katıldığında ton cinsinden ± 200 - ± 300 dolar arasında değişmektedir.

Şekil 29. A23'ün Dergi Probleminde Problemi Anlama Yeterliğindeki Açıklamaları

Şekil 29'dan katılımcının verilenleri ve istenenleri yazarak durumu basitleştirdiği ve anahtar değişkenleri belirlediği, gerekli ve gereksiz verileri yazarak değişkenler arasında ilişki kurup ilgili olan ve olmayan veriler arasında ayrım yaptığı anlaşılmaktadır. Bu anlamda uygun bir yaklaşım ortaya koyduğu belirtilebilir.

Aşağıda A7 kodlu katılımcının matematiksel model oluşturma yetkinliğine verdiği cevaptan bir kesit Şekil 30'da verilmiştir.

Görev3: Derginin yöneticisi olsaydım, maksimum düzeyde kâr elde edecek şekilde satış fiyatını belirlerdim. Dergi sayısı $\times$ Derginin satış fiyatı bize dergiden elde edilecek geliri vereceğinden; $\rightarrow$ Karar
 a : Dergiye yapılan her 50 kuruşluk zam sayısı olsun.

Her 50 kuruşluk zanda 1250 kişi dergiyi almaktan vazgeçtiğinden Dergiyi satın alan yaklaşık kişi sayısı $= 25000 - 1250 \cdot a$ olur ve yeni satış fiyatı da $5,5 + 0,5 \cdot a$ olur. Bu durumda; dergiden elde edilen gelir $f(a)$ ile gösterirsek $f(a) = (25000 - 1250a)(5,5 + 0,5a)$ olur ve yeni satış fiyatını belirlemeye yönelik oluşturduğumuz model (fonksiyon) ifade ederiz.

Görev4: $f(a) = (25000 - 1250a)(5,5 + 0,5a) = -625a^2 + 5625a + 137500$
Fonksiyonun türevini alarak, fonksiyonun maksimum değeri alacağı noktayı bulalım. $f'(a) = -1250a + 5625 = 0$ (0 'a eşitleme nedenim maksimum noktayı bulmak.) $-1250a = -5625 \Rightarrow a = 4,5$ olur. Bu durumda $4,5 \times 0,5 = 2,25$ TL artış yaparsak elde ettiğimiz gelir maksimum düzeyde olur. Yani yeni satış fiyatı $5,5 + 2,25 = 7,75$ TL olur.

Şekil 30. A7'nin Dergi Problemini Matematikleştirme Ve Çözme Süreci

Şekil 30'dan katılımcının dergi ücreti ve satış miktarını aynı değişken bağlamında belirledikten sonra bun iki veriye bağlı olarak elde edilecek geliri ikinci dereceden bir fonksiyon olarak ifade ettiği görülmektedir. Sonrasında elde edilen gelirin türevi alınarak, maksimum değerine karşılık gelen dergi fiyat artış adedi elde edilmiştir. Buradan hareketle de dergi fiyatı 7,75 TL olarak elde edilmiştir. Öğretmen adaylarının çoğu bu problemi benzer şekilde bu yaklaşımla çözmüşlerdir. Ayrıca alternatif olarak parabol grafiğinden yararlananlar da olmuştur. Bu çözümde parabolün tepe noktasının koordinatlarından yararlanarak elde edilen gelirim maksimum olduğu noktada dergi fiyat artış sayısını belirlemişlerdir. Bazı öğretmen adaylarının da deneme yanılma yoluyla dergi fiyatını kaç kez arttırmaları gerektiği ile ilgili bir yol araştırdıkları görülmektedir. Bu süreçte öğretmen adayları dergi ücretinde farklı artış stratejileri (1 TL, 0,5 TL, 0,1 TL gibi) izlemişlerdir. Sonuç olarak katılımcının gerçek modelden matematiksel model oluşturma yetkinliğini başarılı bir şekilde yerine getirdiği anlaşılmaktadır. Çözümlerde bu modeller üzerinden uygulanarak matematiksel sonuçlara ulaşıldığından matematiksel çözümü gerçekleştirmenin de büyük ölçüde gerçekleştirildiği görülmektedir.

Diğer bir yeterlik olan çözümü yorumlama ile ilgili A32'nin yorumları Şekil 31'de verilmiştir.

Görev b i Gerçek hayatta bir marketin veya lokantanın elde edebileceği kâr miktarını yaklaşık olarak hesaplayabiliriz ama tam olarak hesaplayamayız. Çünkü dergi sayısının satış sayısı her zaman sabit değil değişkendir. Ben problemi gördüğümde parabol olarak türev okuma geldi bu yüzden denklem yazıp yazdığım bu fonksiyonun maksimum noktasını buldum.

Şekil 31. A32'nin Elde Ettiği Verileri Yorumlama Yeterliğinde Yaptığı Açıklamalar

Şekil 31'den katılımcının matematiksel sonuçları matematik dışı bağlamlarda yorumlayabilme ve uygun matematiksel dili kullanarak çözümler hakkında iletişim kurmak yeterliliklerini sağladığını görüyoruz.

Son olarak modeli doğrulama yeterliğinde, genellikle deneme-yanılma yaklaşımıyla dergi probleminin çözümünde kullandıkları modeli doğru işlediğini göstermeye çalışmışlardır. Bunun yanında ikinci dereceden fonksiyon modeli kurulduktan sonra türev ve parabol çözümleri birbirini doğrulamak için alternatif olarak kullanılmıştır.

$-625x^2 + 5625x + 0$
Bu parabolde tepe noktasını sağlayan değer eski toplam kazanılan para miktarının üzerine eklenebilerek en yüksek miktarı verir.
Buradan $x = \frac{9}{2}$
 $\frac{9}{2} \cdot (0,5) = 2,25$ tl zam yapılması gerekir.
Yeni satış fiyatı = $5,5 + 2,25 = 7,75$ tl

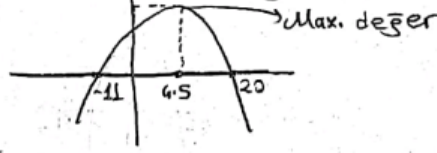
50 kuruşluk zama,
25.000 kili 5,5 tl 137.500 tl
23.750 kili 6,0 tl 142.500 tl
22.500 kili 6,5 tl 146.250 tl
21.250 kili 7,0 tl 148.750 tl
20.000 kili 7,5 tl 150.000 tl
18.750 kili 8 tl 150.000 tl
17.500 kili 8,5 tl 148.750 tl
En yüksek değeri aldık ve 10 kuruş
Zam yaptık
20000 kili 7,5 tl 150.000 tl
19750 kili 7,6 tl 150.100 tl
19500 kili 7,7 tl 150.150 tl
19250 kili 7,8 tl 150.150 tl
19000 kili 7,9 tl 150.000 tl
Sabitler fiyatlar arasında tekrar 5 kuruş
luk zam yaptık.
19.500 kili 7,7 tl 150.150 tl
19.375 kili 7,75 tl 150.156,25 tl
19.250 kili 7,8 tl 150.150 tl
19.125 kili 7,85 tl 150.131,25 tl
Tekrar 1 kuruş zam yaptığımızda
19.400 kili 7,74 tl 150.156 tl
19.375 kili 7,75 tl 150.156,25 tl
19.350 kili 7,76 tl 150.156 tl
Bu hesaplamalara göre en uygun fiyat 7,75 tl'dir.
Yapılan kâr ise 12.650,125 tl'dir.

Şekil 32. A19'un Dergi Probleminde Parabol Tepe Noktası Çözümünü Deneme-Yanılma İle Doğrulama Süreci

Benzer şekilde A7 kodlu öğretmen adayı türev ile çözdüğü dergi problemine Şekil 33'te parabol ile alternatif çözüm önermiştir.

Görev 5 : Alternatif olarak sunabileceğim bir diğer çözüm yolu şu şekildedir:

Fonksiyon grafiği çizilir. =>



$$f(r) = \frac{-b}{2a} = \frac{5625}{2 \cdot (625)} = 4.5 \rightarrow \text{Tepe Noktası}$$

Fonksiyon tepe noktasında maximum değeri alacağından yine yeni satış fiyatında $4.5 \times 0.5 = 2.25$ TL fiyat artışı yapması satıcı açısından kârlı olacaktır.

Şekil 33. A7'nin Dergi Probleminde Alternatif Çözümü

Şekil 33'ten A7 kodlu katılımcının parabol çözümü ile alternatif çözümler üzerinde düşünebilme ve ulaştığı çözümü eleştirel olarak kontrol etme yetkinliklerini sağladığı görülmektedir. Dergi probleminde öğretmen adaylarının bir yöntemle gerçekleştirdikleri çözümü (örneğin parabol), diğer yollarla kontrol etme girişimleri (türev ya da deneme-yanılma gibi) bu yeterlikte uygun yaklaşımlar sergilediklerini kanıtlamaktadır.

3.1. Dergi Probleminde Öğretmen Adaylarının Yaptığı İstisnai Hatalar: Modelleme Sürecindeki Kavramsal ve Teknik Yanılgılar

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarından bazıları dergi probleminde diğerlerinden farklı hatalar sergilemiştir. İlk olarak A1, orantı kavramını Şekil 34'te verildiği biçimde uygulamıştır.

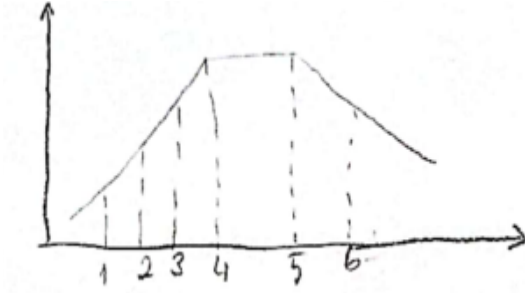
Yeni gelirin yani y'nin en yüksek değerini bulmalıyız
 $0.5 = 1250$ $? = 2500$ her 1 TL zamanda 2500
 $1 = ?$ kişi dergi almaktan vazgeçer.

Şekil 34. A1'in Orantı Kavramını Kullanımı

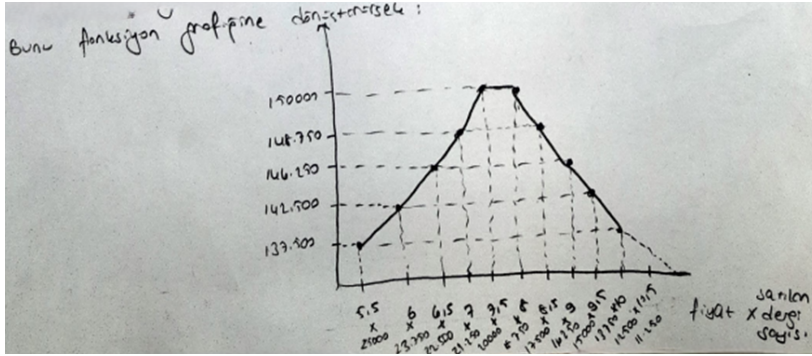
A1, orantı kavramının temsilini hatalı bir şekilde uygulamıştır. Daha önce benzer bir kullanım yine A1 tarafından mantar probleminde de uygulanmıştı. Bu durum A1'in orantı kavramının temsilini yanlış bir şekilde kavramsallaştığını göstermektedir. İleride öğretmen olacak eğitimcilerin matematiksel kavramların doğru temsillerini kullanması gerekmektedir. Aksi takdirde bunlar matematik öğretim sürecinde daha farklı yanlış algılamalara yol açabilir.

Öğretmen adaylarından A10 ve A35 dergi probleminde benzer grafikleri çizmişlerdir. Şekil 35'te A10 türevle çözdüğü probleme alternatif çözümü grafikte deneme-yanılma ile verirken, A35

yine deneme yanılma bağlamında asıl çözüm olarak bu grafiği üretmiştir. A35 alternatif çözüm bulamadığını açıklamıştır.



A10'un Çözümü



A35'in Çözümü

Şekil 35. A10 ve A35'in Dergi Probleminde Sundukları Grafikler

Şekil 35'te öğretmen adaylarının bu grafikleri nasıl oluşturdukları önem kazanmaktadır. Bu yüzden yaptıkları açıklamaların burada verilmesi yararlı olabilir. Bu konuda A10, “Çizgi grafiğini kullanarak sayıları denedim, 4 ve 5 sayı değerlerinde maksimum değerini alabileceğini görürüz. Diğer aralıklarda hep bir azalma olduğunu görürüz.” şeklinde grafiği çizgi grafiği ile oluşturduğunu belirtmiştir. Ancak grafiğin denkleminin ikinci dereceden olduğu gerçeğini bu grafikte dikkate almadığı belirlenmiştir. Ayrıca grafikte [4,5] aralığını sabit fonksiyon olarak çizmiş ve parabolün bu iki değerlerin ortalamasında maksimum değeri alabileceği pozisyonunu göz ardı etmiştir. Benzer bir yaklaşımla, A35’de, “Buradan bulduğum denklem, Kazanç Miktarı= $(25000 - 1250 \cdot x) \cdot (5,5 + 0,5 \cdot x)$ [bu denklemi dergi fiyatını 0,5 TL arttırdığı 5 bağıntı sonrası genelledi]. Bu denklemden sonra fark ettim ki, 150000 TL’lik kazançtan sonra bir daha 150000 TL’lik kazanç sağlanıp, daha sonra aynı oranda azalmıştır. Bunu fonksiyon grafiğine dönüştürürsek, [Grafiği çizdi]” şeklinde grafiği ortaya çıkarmıştır. Bu öğretmen adayının da doğrusal bir fonksiyonun özelliklerinden yararlanmak istediği anlaşılmaktadır. Çünkü “...aynı oranda azalmıştır.” Şeklindeki açıklamalar bu argümanı desteklemektedir. Çünkü parabolün farklı noktalarında aynı eğim söz konusu olmayıp, aynı oranda azalma mümkün değildir.

Diğer bir hata A14 ve A48 kodlu öğretmen adaylarının çözüm süreçlerinde ortaya çıkmıştır.

Şekil 36'da bu öğretmen adaylarının çözümlerinden kesitler sunulmuştur.

CEVAP3: Dergi fiyatı $\bar{n}, \bar{n}$ tl olduğunda satış sayısı 25000 ve $\bar{n}$ 0 kurusluk fiyat artışıyla 1250 kişilik kayıp engelleniyor. Fakat bu engellenen bir kesinlik içermiyor. O yüzden tamamen doğru diye kabul edemiyoruz. Ama bu olasılık kapsamında fiyat arttıkça kaybedilen müşteri sayısının da azaldığı görülür. Yani fiyat artışı ve satış kaybı arasında doğru orantı görülür. Ayrıca dergi fiyatı böyle bir miktarda olmalı ki satışlardaki kayba rağmen üretici kâr etmeli.

$x \rightarrow$ fiyattaki artış miktarı
 $y \rightarrow$ düşen satış miktarı

$\bar{n}, \bar{n} \cdot 25000 < (\bar{n}, \bar{n} + x) \cdot (25000 - y)$ diyebiliriz.

CEVAP4: $\bar{n}, \bar{n} \cdot 25000 < (\bar{n}, \bar{n} + x) \cdot (25000 - y)$

$x = 0,1$ için	$\bar{n}, \bar{n} \cdot 25000 < (\bar{n}, \bar{n} + 0,1) \cdot (25000 - y)$	$137500 < \bar{n}, \bar{n} \cdot (25000 - y)$	$y < 446,43$
$x = 0,2$ için	$\bar{n}, \bar{n} \cdot 25000 < \bar{n}, \bar{n} \cdot (25000 - y)$	$y < 877,2$	
$x = 0,3$ için	$\bar{n}, \bar{n} \cdot 25000 < \bar{n}, \bar{n} \cdot (25000 - y)$	$y < 1293,11$	
$x = 0,4$ için	$\bar{n}, \bar{n} \cdot 25000 < \bar{n}, \bar{n} \cdot (25000 - y)$	$y < 1694,92$	
$x = 0,5$ için	$\bar{n}, \bar{n} \cdot 25000 < 6,0 \cdot (25000 - y)$	$y < 2083,33$	
$x = 0,6$ için	$\bar{n}, \bar{n} \cdot 25000 < 6,1 \cdot (25000 - y)$	$y < 2459,02$	

A14'ün Çözümü

Normal gelir = $25.000 \times 5,5 = 137.500$

50 kış zım yapılırsa $(25000 - 1250) \times 6 = 142.500$

1 tl zım yapılırsa $(25000 - 2500) \times 6,5 = 146,25$

1,5 kış zım yapılırsa $(25000 - 3750) \times 7 = 152.236$

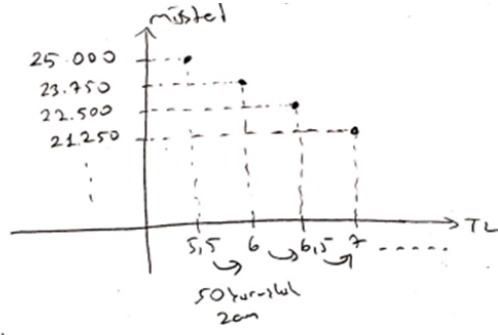
A48'in Çözümü

Gözümde 1250 kişi azaltarak gittim ve her azaltışında 50 kış zım yaptım fiyata ama bulduğum sonuç minimum zarar edeceği düzeyde olması gerekirken git gide kâr etmeye başladı ve ben de zım yapıp eksiltmeyi bıraktım. yani yeni satış fiyatını bulamadım

Şekil 36. A14 ve A48'in Dergi Problemi İçin Sundukları Çözüm

Bu iki öğretmen adayı parabol denklemini fark etmeyerek ($a < 0$ aşağı yönlü parabol), dergi fiyatı ve abone sayısı çarpımına denk olan kazanç değerinin sürekli artacağını ifade etmişlerdir. A14 bu artışın doğru orantı ile ifade edilebileceğini iddia ederken, A48 bu konuda bir sınır olmadığını düşünmektedir. Bu noktada a14 dergi fiyatı ve abone sayısını bir değişkenle ifade etmek yerine iki farklı değişken ile bunları temsil etmesi bu güçlüğü doğurmuş olabilir. Diğer taraftan A48 ise sadece 3 kez arttırma yapmıştır. Bunu devam ettirseydi belki de düşüş gözleyebilecekti.

Son olarak, dergi probleminde A34'ün çözümü Şekil 37'de verilmiştir.



Görev 4:

$$\left(5.5 + \frac{1}{2}x\right) \cdot (25.000 - 1250 \cdot x) \Rightarrow \text{Derginin satışından elde edilen toplam gelir.}$$

(50 kurus = 0.5 TL) $(x=1,2,3,\dots,18)$
 $x \in [1,20]$

$\Rightarrow$ Satış fiyatı burada x 'in yerine gelecek sayı ile yukarıdaki grafik ile görüldüğü üzere belirtenebilecektir. (kâr ve zarar hesaplama durumlarına göre)

Şekil 37. 34'ün Dergi Problemini Çözümü

Şekil 37'de görüldüğü üzere, doğrusal bir noktalar kümesinin A34 tarafından betimlenmeye çalışıldığı anlaşılmaktadır. Bu öğretmen adayı dergi geliri denklemini doğru kurmasına rağmen en çok gelir elde edilmesi açısından gereken artış miktarının ne olması gerektiğini ortaya koyamamıştır. Bunun yerine gelirdeki her bir çarpanı bir eksene yerleştirmiştir. Diğer taraftan öğretmenin fonksiyonun üstel fonksiyonun noktasal değerleri olabileceğine yönelik bir çıkarımı olduğu fark edilmektedir. Abone ekseninde “üstel” yazısı bunu da işaret ediyor olabilir. Sonuç olarak öğretmen adayının ikinci dereceden fonksiyonlarla ilgili ciddi bir sorun yaşadığı görülmektedir.

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının dergi problemi üzerinde yaptıkları çözümlemeler, bazı adayların temel matematiksel kavramları yanlış kavramsallaştırdığını ortaya koymaktadır. A1, orantı kavramını yanlış temsil ederek daha önceki problemlerinde de benzer hatalar yapmış, bu da kavramsal anlayışında bir eksiklik olduğunu göstermiştir. A10 ve A35 ise grafik kullanarak çözüm üretmeye çalışmış, ancak bu süreçte parabol eğrisini parçalı doğrusal fonksiyonlar gibi çizmişlerdir. Parabolün temel özelliklerini uygun bir şekilde uygulayamamışlardır. A14 ve A48, parabol denklemini fark edememiş ve parabolü sürekli artan bir fonksiyon olarak betimlemişlerdir. Son olarak, A34 parabolün denklemini kurmasına rağmen en çok geliri elde etmek için gerekli artışı belirleyememiş, koordinat ekseninde paraboldeki bağımlı ve bağımsız değişkeni atamak yerine parabolü oluşturan çarpanları koordinat eksenlerine atamıştır. Bu

hatalar, öğretmen adaylarının matematiksel kavramlar ve fonksiyonlar konusunda daha derinlemesine bir kavrayışa ihtiyaç duyduğunu ortaya koymaktadır.

Dergi Problemi Üzerine Öğretmen Adaylarının Yeterlik Analizi

Öğrenci görüşlerinden yola çıkarak "Dergi Problemi" ile ilgili olarak çeşitli değerlendirmeler yapabiliriz. Öğrencilerin bu problemle karşılaştıklarında zorlandıkları noktalar, matematiksel modelleme becerileri ve türev kavramı ile ilişkilendirilmiştir. Aşağıda, belirli zorluklar ve bu zorluklarla öğretmen adaylarının nasıl başa çıktıkları özetlenmiştir.

1. Problemi Anlama ve Modelleme:

- A1 ve A3, problemi anlamada ve uygun matematiksel modeli oluşturmakta zorluk çektiklerini belirtmişlerdir. Bu durum, öğrencilerin daha önce bu tür problemlere maruz kalmamış olmalarından kaynaklanabilir. A1'in önerisi, bu tür problemlerin daha sık çözülmesi gerektiğidir.
- A4 ve A18, problemi modelleme aşamasında zorluk yaşadıklarını ve doğru modelleme stratejisini bulmanın önemini vurgulamışlardır.

2. Alternatif Çözüm Yolları Bulma:

- A2 ve A34 gibi bazı öğrenciler, problemi çözdükten sonra alternatif çözüm yolları üretme konusunda zorlandıklarını ifade etmişlerdir. Alternatif yollar bulmak, problem çözme sürecinde daha derin bir kavrayış gerektirir.
- A13 ve A33, mevcut çözüm yollarına ek alternatifler bulmanın zor olduğunu belirtmiştir. Bu durum, problemin tek bir çözüm yolu sunma eğilimi göstermesinden kaynaklanabilir.

3. Türev ve Fonksiyon Kullanımı:

- A7 ve A21 gibi öğrenciler, problemi türev ile çözme sürecinde zorluk yaşamışlardır. Türev, özellikle maksimum ve minimum değerlerin belirlenmesinde önemli bir rol oynar, ancak bu öğrencilerin belirttiği gibi, bu adımı anlamak ve uygulamak bazen zaman alabilir.
- A20 ve A10, fonksiyon oluşturma ve bu fonksiyonu türev yardımıyla analiz etme aşamalarında zorluk yaşamışlardır. Öğrenciler, türev almanın önemini anlamış ve bu beceriyi geliştirerek problemi çözebilmişlerdir.

4. Problemin Gerçek Hayatla İlişkilendirilmesi:

- A8 ve A12, problemin gerçek hayattaki durumlarla nasıl ilişkili olduğunu anlamakta zorlandıklarını ifade etmişlerdir. Bu durum, öğrencilere matematiksel kavramların günlük hayatta nasıl uygulandığını öğrenmenin önemini göstermektedir.
- A32 ise büyük sayıların türevini alma ve bu sayılarla işlem yapma konusunda zorluk yaşamıştır.

Sonuç olarak, öğrenciler "Dergi Problemi" ile ilgili olarak farklı aşamalarda zorluklar yaşamışlardır. Bu zorluklar, problemi anlamadan model oluşturmaya, türev uygulamalarından alternatif çözüm yolları üretmeye kadar geniş bir yelpazede yer almaktadır. Öğrencilerin bu zorluklarla başa çıkma stratejileri, matematiksel modelleme ve problem çözme becerilerini geliştirmek için önemli ipuçları sunmaktadır. Aşağıda doğrudan alıntılar bu sonuçları desteklemektedir.

Matematiksel modelleme sürecinde, öğretmen adayları çeşitli aşamalarda zorluklar yaşadıklarını dile getirmiştir. Örneğin, A1, problemin çözümü için doğru yöntemi belirlemenin zorluğundan bahsetmiş ve "Bu tür problemlerle daha önce fazla karşılaşmamıştım. Problemi anlamada zorluk yaşadım" şeklinde bir yorum yapmıştır. Bu ifade, öğretmen adaylarının benzer problemlerle yeterince karşılaşmamış olmasının, modelleme sürecinde zorlanmalarına yol açabileceğini göstermektedir.

Benzer şekilde, A3, problemi anlamının ve uygun bir matematiksel model oluşturma zaman aldığını belirtmiştir. Kendisi, "Problemi anlayarak birkaç defa okudum. Görev 3'te çözüme yönelik oluşturacağım modeli oluşturmam ve matematiksel olarak sembolleştirmem biraz zaman aldı" diyerek, modelleme sürecindeki karmaşıklıkların problem çözme sürecini zorlaştırdığını vurgulamıştır. Bu durum, karmaşık problem durumlarında adayların daha fazla desteğe ihtiyaç duyabileceğini ortaya koymaktadır.

A4 ise problemi matematiksel modelleme ile ifade etmekte zorlandığını dile getirmiştir. Bahar, "Problemi hangi matematiksel modelleme ile ifade edeceğimi bilemedim. Sonrasında problemi okudum ve türev modeli ile çözüm yapacağımı anladım" diyerek, öğretim desteğinin önemini vurgulamıştır. Bu alıntı, öğretmen adaylarının yönlendirme ve rehberliğe ihtiyaç duyduğunu göstermektedir.

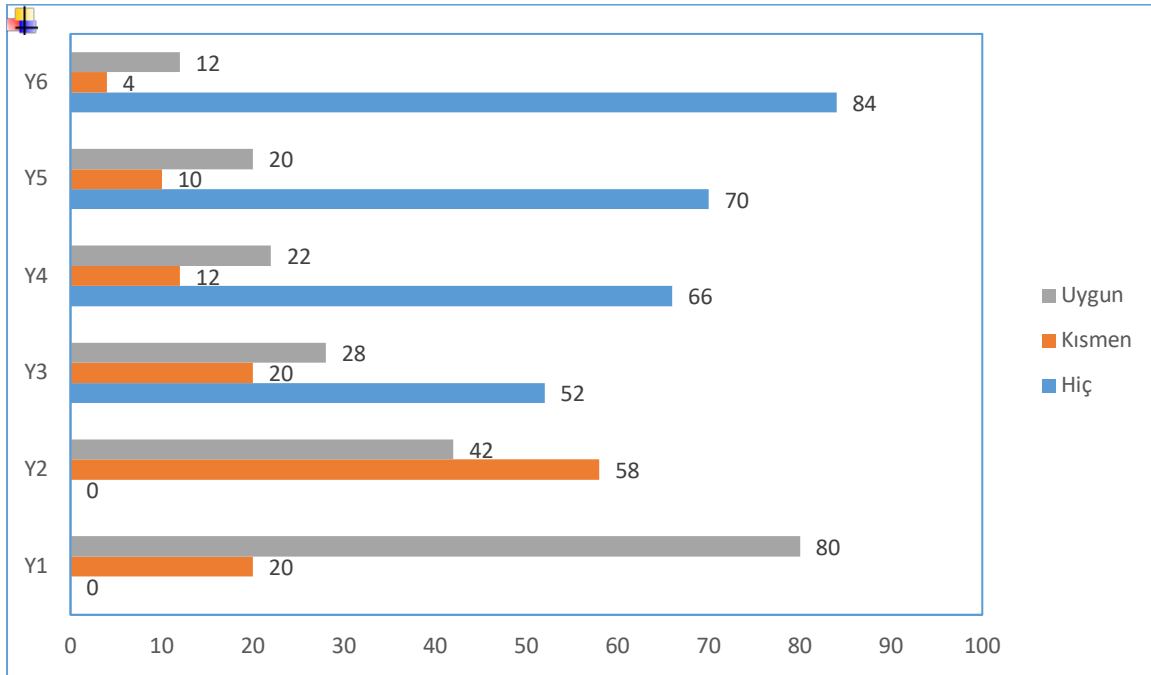
Alternatif çözüm yolları bulma konusunda da zorluk yaşayan öğretmen adayları olmuştur. Örneğin, A7, "Alternatif çözüm yolu bulmakta tek tek hesaplamaktan başka bir çözüm yolu bulamadım" demiştir. Bu ifade, öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde alışık oldukları yöntemlerin dışına çıkmakta zorlandıklarını göstermektedir.

Sonuç olarak, öğretmen adaylarının modelleme sürecindeki zorlukları, matematiksel problem çözme becerilerinin geliştirilmesi için daha fazla desteklenmeleri gerektiğini göstermektedir. Bu zorlukların üstesinden gelebilmeleri için daha fazla pratik yapmaları ve çeşitli problem türleriyle karşılaşmaları önemlidir.

AMBARDAKİ FARELER PROBLEMİ

Ambardaki fareler probleminde ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme yeterlikleri Tablo 7’de verilmiştir.

Tablo 7. Öğretmen Adaylarının Ambardaki Fareler Problemindeki Yeterlikleri



Tablo 7’den öğretmen adaylarının %80’inin problem çözümünde doğru anlamlandırma yapabildiği gözlenmiştir. Bu durum, problemlerin doğru anlaşılması konusunda yüksek bir yeterlilik seviyesinin mevcut olduğunu göstermektedir. Ancak, adayların %20’sinin kısmen problem çözümünde hata yaptığı görülmektedir. Bu, bazı adayların problem anlama sürecinde belirli zorluklar yaşadığını ortaya koymaktadır.

Değişkenleri Seçme ve Varsayımları Kurma yeterliğinde, öğretmen adaylarının %42’si değişkenleri seçme ve varsayımlar kurmada başarılı olurken, %58’i bu süreci kısmen

gerçekleştirebilmiştir. Bu durum, öğretmen adaylarının bu yeterlikte ortalama bir performans sergilediğini ve bu alanda daha fazla desteğe ihtiyaç duyabileceğini göstermektedir.

Öğretmen adaylarının %52'si problemi matematiksel olarak açıklamada zorlanmış, %20'si kısmen bu süreci gerçekleştirmiştir. Sadece %28'i matematiksel kavramları ve sembolleri belirleyebilmiş ve tam anlamıyla açıklayabilmiştir. Bu bulgu, matematiksel modellemenin en zorlu alanlarından birinin matematiksel kavramların doğru şekilde kullanılması olduğunu ortaya koymaktadır.

Matematiksel çözüm sürecinde, öğretmen adaylarının %66'sı hatalı çözümler sunmuş veya çözüm sürecini tamamlayamamıştır. %22'si ise matematiksel hatalar içermeyen tam çözümler sunabilmiştir. Bu oran, çözüm sürecinde önemli zorluklar yaşandığını ve bu yeterlikteki eksikliklerin giderilmesi gerektiğini göstermektedir.

Çözüm sürecinde elde edilen sonuçların yorumlanmasında, adayların %70'i yeterli performans sergileyememiştir. %20'si kısmen başarılı olurken, sadece %10'u bu süreci tam olarak gerçekleştirebilmiştir. Bu sonuç, adayların çözüm yorumlama ve sonuçları gerçek yaşama uyarlama süreçlerinde ciddi zorluklarla karşılaştıklarını göstermektedir.

Son olarak, model doğrulama sürecinde öğretmen adaylarının %84'ü başarılı olamamış, sadece %12'si modeli doğru bir şekilde test edebilmiştir. Bu, model doğrulama yeterliğinin en düşük performans gösterilen alan olduğunu ortaya koymaktadır.

Genel olarak, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde bazı temel yeterliklerde yüksek performans sergiledikleri, ancak özellikle matematiksel çözüm, çözüm yorumlama ve model doğrulama gibi kritik alanlarda eksikliklerinin bulunduğu görülmektedir. Bu bulgular, matematiksel modelleme eğitiminin, adayların bu alanlarda gelişimini desteklemek amacıyla güçlendirilmesi gerektiğini göstermektedir.

Katılımcılardan A25 kodlu katılımcının, problemi anlama ve değişkenleri seçme yeterliğindeki cevabı aşağıdaki şekilde verilmiştir.

GÖREV 1: Verilenler: Fare zehrinin ortalama 50 fare öldürdüğü, yeterli koşullarda fare sayısının her ay %10 artması, aşırı nüfusta kriz kritik durumunun yaşanması, fare sayılarının kriz durumundan hemen önceki nüfusun %95'ine düşüşünde normal davranış sergilemeleri, farelerin tahillara zarar vermesi.

İSTENENLER: Çiftanın nasıl bir yolla farelerden kurtulacak olması.

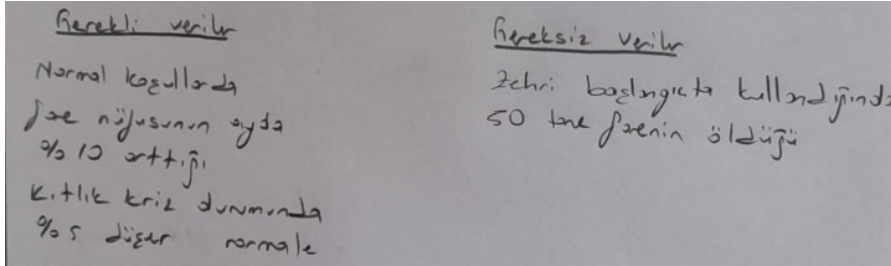
GÖREV 2: Gerektiği Veriler: Fare zehrinin ortalama 50 fare öldürdüğü, yeterli koşullarda fare sayısının her ay %10 artması, aşırı nüfusta kriz kritik durumunun yaşanması, fare sayılarının kriz durumundan hemen önceki nüfusun %95'ine düşüşünde normal davranış sergilemesi.

Gereksiz Veriler: Farelerin tahillara zarar vermesi, çiftanın biyoloji öğrenmesi, kriz koruması son sorması, çiftanın karşılaştığı durumlar.

Şekil 38. A25 Kodlu Katılımcının İlk İki Yeterlikteki Açıklamaları

Şekil 38'den katılımcının verilenleri ve istenenleri yazarak durumu basitleştirdiği ve anahtar değişkenleri belirlediği, gerekli ve gereksiz verileri yazarak değişkenler arasında ilişki kurup ilgili olan ve olmayan veriler arasında ayırım yaptığı anlaşılmaktadır.

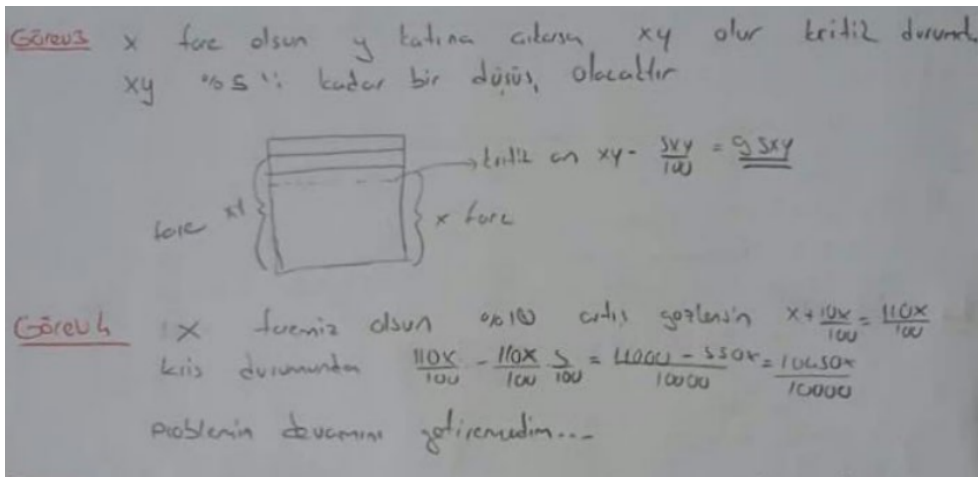
Bir başka katılımcı olan A25 kodlu katılımcının problemi anlama ve gerçeğe dayalı modeli oluşturma yeterliliğini gösteren cevabı aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 39. A3 Kodlu Katılımcının Problemi Anlamadaki Açıklamalar

Şekil 39'dan A3 kodlu katılımcının verilen ve isteneni yazarak problem durumunu basitleştirdiği görülmektedir. Ancak gereksiz veriler kısmında zehrin 50 fareyi öldürdüğü bilgisini koyması, kıtlık krizinden sonra nüfusun %5 düşmesi şeklinde bir ifade yazması A3'ün anahtar değişkenleri seçip belirleme ve ilgili olan ve olmayan bilgiler arasında ayırım yapma yetkinliklerinde sorun olduğunu göstermektedir. Katılımcının genel anlamda problemi anlama ve gerçeğe dayalı model oluşturma yetkinliğini tam olarak yerine getirmediği anlaşılmaktadır.

Aşağıda A48 kodlu katılımcının matematiksel model oluşturma yeterliğinde verdiği cevaptan bir kesit Şekil 40'ta verilmiştir.

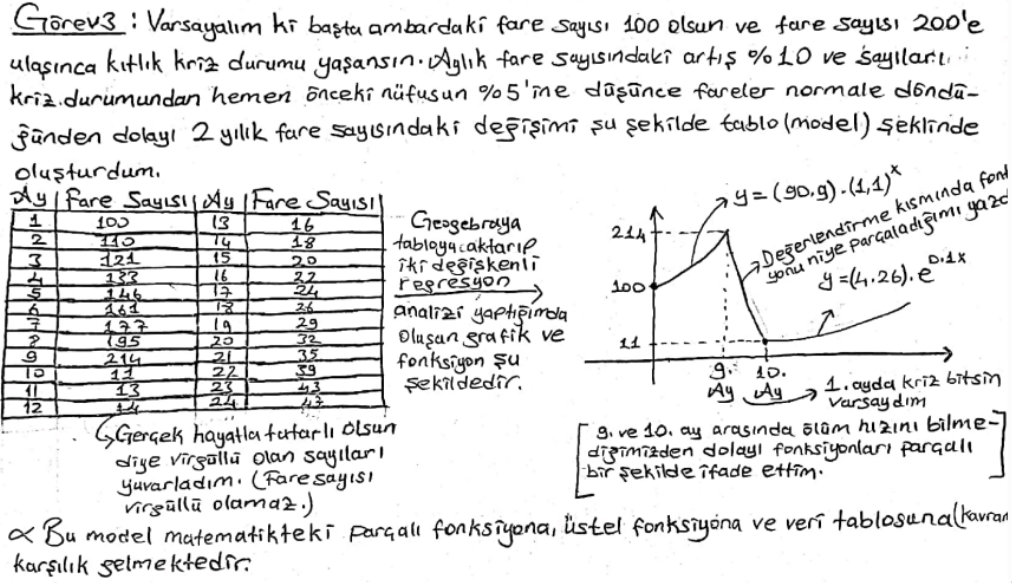


Şekil 40. A48 Kodlu Katılımcının Matematikleştirme Yeterliğindeki Açıklamalar

A48'in problemi anlama yeterliğinde kısmen yeterli olduğu ve hatta problemde geçen kriz sonrası fare sayısının bir hemen önceki aydaki sayının %5'ine düşeceğini öğretmen adayının sadece

%5 azalacağı şeklinde algıladığı anlaşılmaktadır. Bu durum öğretmen adayının modeli oluştururken hatalı bir model ortaya çıkarmasına neden olmuştur. Öğretmen adaylarından bazılarının (A18, A20, A22, A23, A30, A36, A44, A45) benzer şekilde problemdeki bu ifadeyi yanlış algılamışlardır.

Bir başka katılımcı olan A7 kodlu katılımcının matematikleştirme yeterliğindeki yanıtı aşağıdaki şekilde sunulmuştur.



Şekil 41. A7'nin Ambardaki Fareler Probleminde Matematikleştirmedeki Açıklamaları

A7 kodlu katılımcının verileri tablo ile göstererek organize ettiği, geogebra yaptığı regresyon analizi ile oluşturduğu grafikten ve yaptığı açıklamadan dolayı durumun niceliklerini ve bunların ilişkilerini matematiksel olarak ifade etme, uygun matematiksel gösterimleri seçme ve durumları açıklama yetkinliklerinde başarılı olduğu görülmektedir.

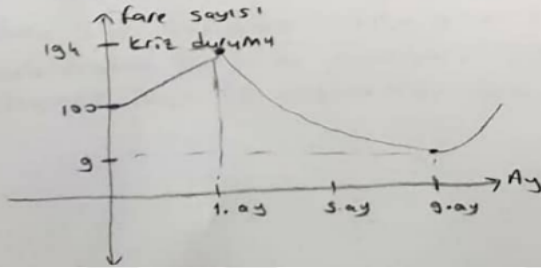
Cevap! Toplam fare sayısının 500 olduğunu düşünelim.

Fare sayısının y katı kritik durumudur. Bu da toplam ambardaki fare sayısıdır. Bu da x olur.

$$500 \cdot y = x \Rightarrow \frac{x}{y} \text{ Başlangıçtaki fare sayısıdır. } x \text{ ve } y \text{ arasında ters orantı var.}$$

Görev 4! Oluşturduğunuz modele göre çözümü yapınız? Sizce çiftçi ne zaman (örneğin kaçinci ayda) elindeki zehri kullanmalıdır?
Cevap!

Farelerin kritik durumuna düşmeden önce zehri vermeli.



9. ayda zehri vermeli.

Şekil 42. A13'ün Matematikleştirmede Yaptığı Açıklamalar

Şekil 42'den A13 kodlu katılımcının, ters orantı modeli ile problemi çözme girişiminde bulunduğu görülmektedir. Bu bağlamda çizdiği grafiği de ters orantı grafiğine uydurma çabasına giriştiği görülmektedir. Ancak öğretmen adayının değişkenler, değişkenlere atadığı değerler gibi birçok unsunu karıştırdığı ve bu bağlamda ters orantıya ulaştığı dikkat çekicidir. Diğer taraftan grafiğin ters orantı grafiğini yansıtmadığı aşikardır.

Diğer bir yeterlik olan matematiksel çözümü gerçekleştirme A28'in eylemleri verilmiştir.

Söy. 3 ! Ambarda x tane fare var. her ay y tane orantısına göre

0. ay $\rightarrow x$ fare

1. ay $\rightarrow x + x \cdot (a)$ fare

2. ay $\rightarrow [(x + x \cdot (a))] + (x + x \cdot (a)) \cdot (a)$ fare

3. ay $\rightarrow$

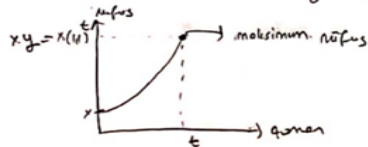
$\vdots$

t ay $\rightarrow$

Bu durumda perakeli. Sıralamalar yapılırsa t ay sonundaki fare sayısı $x \cdot (1,1)^t$ dir. Diyelimki t ay sonunda maksimum nüfusa ulaşırsa

Buna göre y katına ulaşıldığında kritik katkı oluşuyorsa bu demek oluyor ki

$$x \cdot (1,1)^t = x \cdot y \text{ dir. } \Rightarrow (1,1)^t = y \Rightarrow t = \log_{1,1} y$$



Şekil 43. A28'in Matematiksel İşlemleri Gerçekleştirmedeki Açıklamaları

Şekil 43'ten A28 kodlu katılımcının problemi çözülebilir alt problemlere ayırmak için sezgisel stratejiler kullanabildiği görülmektedir. Bu bağlamda değer vererek fare sayısına ilişkin örnek durumlar elde ettiği ve bunları genelleyerek, bir formüle ulaşmaya çalıştığı görülmektedir. Bu bağlamda öğretmen adayının problemdeki verileri belli bir yönde organize edebildiği, eldeki verileri veya nicelikleri değiştirip düzenleyebildiği belirtilebilir. Bu model üzerinden çözümü öğretmen adayı şöyle gerçekleştirmiştir.

Görev 4 Baş göre çiftçi farelerin büyük çoğunluğundan kurtulabilmesi için zehirli kütük krizinde hem sara kullandı hem de nüfus %5'e düşüyor ve o zaman zehirli kullandı başta 70'ten 50 fare olacak. Belki de %5'e düştüğünde 50 fare kalmış olacak o zaman tüm farelerden kurtulmuş olur.

Burada hareketle!

Başlangıçta ambardaki fare sayısını 100 düşünersek kütük krizi durumunda nüfus = $x \cdot y = 100y$ krizden sonra %5'e düştüğüne göre $100y \cdot \frac{5}{100} = 5y$ olur.

5y fare kaldığında zehirli kullandı başta 70'ten 50 fareyi öldürdüğüne göre. Varsayalım ki $5y = 50$ olsun burada $y = 10$ bulunur. Yani bu demek oluyor ki fareler 10 katına çıktığında maksimum nüfusa ulaşılıyor. Burada hareketle

Bulduğumuz denkleminde yerine yatarsak

$$t = \log_{1,1} y \Rightarrow t = \log_{1,1} 10 \quad t \text{ yaklaşık } 24,15 \text{ bulunur.}$$

Yani 24. ayın sonunda nüfus 10 katına çıkarak maksimum nüfusa ulaşılıyor. Bu durumda kütük krizi yaşanıyor ve bunda sara nüfus %5'e düşüyor 50'ye ulaşılıyor. Zaten zehirli kullandığında 50 fare ölüyor o zaman da kullandırsa tüm farelerden kurtulmuş olur. Yani 24. ayda.

Şekil 44. A28'in Modeli Kullanarak Matematiksel Sonuçlara Ulaşma Süreci

Öğretmen adayının belirli varsayımlar altında çözümü yaptığı görülmektedir. Örneğin A28, “Belki de %5'e düştüğünde 50 fare kalmış olacak” ve “Başlangıçta ambardaki fare sayısını 100 düşünersek,” şeklindeki açıklamalarda bu varsayımlar kullanılmıştır. Bu varsayımlar altında Şekil 7'den A20 kodlu katılımcının problemi çözmek için matematiksel bilgiyi kullanabilme alt yetkinliğini göstermiştir.

Modeli doğrulama ve yorumlama yeterliklerinde A37'nin açıklamaları Şekil 45'te verilmiştir.

Nukarıda oluşturduğunuz çözümün başka nasıl bir çözüm ortaya konulabilir?

Aklıma herhangi bir çözüm gelmiyor. Problem durumunda serki etmek bilgiler var çözüm için yeterli bilgi yok gibime geldi çünkü sadece x ve y bilgileri ve artış oranını vermesi yeterli değil.

Oluşturduğunuz çözümün gerçek hayatta tutarlılığı var mı değerlendirebilirsiniz? Gerekte yaşamda başka hangi durumlarda seçtiğiniz model kullanılabilir?

Herhangi bir model oluşturmadım. Bu yüzden herhangi bir çözüme ulaşmadım. Orta da bir çözüm olmadığı için gerçek hayat tutarlılığını değerlendiremiyorum.

Şekil 45. A37'nin Son İki Yeterliğe İlişkin Açıklamaları

Şekil 8'den A38 kodlu katılımcının modeli doğrulamaya yönelik bir girişimi olmadığı anlaşılmaktadır. Yine model geliştirmekte zorlandığı bu yüzden bu problemdeki durumun günlük yaşamdaki karşılığını bilemediği anlaşılmaktadır. Bu konuda uygun bir örnek Şekil 46'da verilmiştir.

Cevap: Alacağımız başlangıçtaki fare sayısı ve kriz durumundaki fare sayısına göre farklı çözümler ve sonuçlar elde edebiliriz. Örneğin;

Başlangıçtaki fare sayısı, $x=600$ ve kitle kriz durumundaki fare sayısı 2000 olursa;

13. ayda fare sayısı $\left(\frac{11}{10}\right)^{13} \cdot 600 = 2071,362 \dots \approx 2071$ olur. Kitle kriz durumundaki fare sayısını

geçer. Bu durumda modelimizi kullanırsak; ($x=600$ demistik.) $f(n) = \left(\frac{11}{10}\right)^n \cdot \frac{600}{20} = \left(\frac{11}{10}\right)^n \cdot 30$ ve

$n=13$ için $f(13) = \left(\frac{11}{10}\right)^{13} \cdot 30 = 103,568 \approx 104$ fare kalır. Aylık artış oranı %10 olduğuna göre

$104 \cdot \%10 = 10,4 \approx 10$ fare artış göstereceği için 13. aydan itibaren fare zehri verilebilir.

(Not: fare zehrinin verilmesi ayda bir olarak kabul edilmiştir.)

Görev 6: Oluşturduğunuz çözümün gerçek hayatta tutarlılığı var mı değerlendiriniz? Günlük yaşamda başka hangi durumlarda seçtiğiniz model kullanılabilir?

Cevap: Yaptığım modelin gerçek hayata uygulanabileceğini düşünüyorum. Çünkü başlangıçtaki fare sayısı ile kitle kriz durumundaki fare sayısını ne alırsak alalım, hangi ayda fare zehri vereceğimizi, oluşturduğum bu matematiksel model ile her zaman bulabiliriz. Bu model belli bir oranda artış gösteren diğer problemlerde de kullanılabilir.

Şekil 46. A41'in Modelin Günlük Yaşamla İlişkilendirmesine İlişkin Açıklamalar

Şekil 46'dan A41 kodlu katılımcının özel bir durum için geliştirilen çözümleri genelleştirme, uygun matematiksel dili kullanarak çözümler hakkında iletişim kurmak ve matematiksel sonuçları matematik dışı bağlamlarda yorumlayabilme yeterliliklerini sağladığı görülmektedir. Aynı katılımcının alternatif çözümü GeoGebra'dan yararlanarak aşağıda verildiği şekliyle ortaya koyduğu anlaşılmaktadır.

Geogebra yardımıyla iki değişkenli regresyon analizi yapılabilir.

Gelen süre (ay)	Fare sayısı
1	110
2	121
3	133,1
4	146,41
5	161,051

Başlangıçta 100 lene fare alabiliriz.

Bu şekilde hesap yaparsak yandaki değerleri elde ederiz. Bu değeri analiz ettiğimizde ise;

$$y = 100 \cdot e^{0,1 \cdot x} \quad (x, \text{gelen süre (ay)})$$

$y \rightarrow x$ ayda ulaşılan fare sayısını gösterir bize.

Öyleyse;

$$100 \cdot e^{0,1 \cdot x} \cdot \frac{5}{100} = 50 \Rightarrow x \approx 24,6$$

Bu durumda 24. ayda bunu yapabilir.

O halde 24. ayda bu işlem yapılmalıdır.

Şekil 47. A41'in Alternatif Çözümü

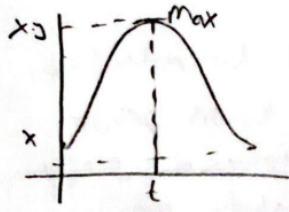
Şekil 47'den, A20 kodlu katılımcının, Geogebra yardımıyla yaptığı iki değişkenli regresyon analizi ile benzer sonuca götüren başka çözüm yolu ortaya koyduğu görülmektedir. Bu bağlamda üstel bir fonksiyon ile durumun açıklanabileceği işaret edilmiştir. Bunun döngüsel olduğu ifade edilmese de benzer şekilde bu sürecin devam ettiği belirtilebilir.

4.1. Ambardaki Fareler Probleminde Öğretmen Adaylarının Yaptığı İstisnai Hatalar: Modelleme Sürecindeki Kavramsal ve Teknik Yanılgılar

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarından bazıları ambardaki fareler probleminde diğerlerinden farklı hatalar sergilemiştir. Ambardaki fareler probleminde kullanılabilecek uygun modeller üstel fonksiyon, periyodik fonksiyon, diferansiyel denklemler gibi modellerdir. Öğretmen adaylarından bazıları bu problemde türevin gereksiz kullanımı, integral, ters orantı, parabol, doğrusal fonksiyon, aritmetik dizi yanlış modeller kullanmışlardır. Bu bağlamda ters orantı modeli önceki alt başlıkta verilmiştir. Diğerlerine bu alt başlıkta yer verilecektir.

İlk olarak A4, Şekil 48'de geliştirdiği model bağlamında matematiksel sonuçları türevle elde etmeye çalışmıştır.

GÖREÜ 3 Bu problemi grafik çizerek daha iyi çözeliriz.



→ 5 katına ulaşması için "t" ne olmalı?
 → Her ay nüfus %10 artıyor.

$$x + t \cdot \frac{10}{100} \cdot x = x \cdot 5 \Rightarrow \frac{t+10}{10} = 5$$

$$t = 10 \cdot 5 - 10$$

→ t neyse max sağlanır. "t+1" ne sonra da 5'in düşmesi.

$$\frac{x \cdot 5 \cdot 10}{100} = (t+1)x \Rightarrow \frac{x \cdot (t+10)}{10} = (t+1)x \quad (\text{her iki taraf da } x \text{ ile çarpılır})$$

$$= \text{türev alıp } 0 \text{ a eşitleriz}$$

$$t=4 \text{ civarı 5. ayda sonra}$$

$$\text{fare zhr. verilmelidir.}$$

t=5 aşkın itibaren
 zhr. verilmelidir.

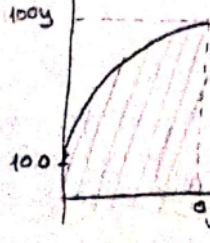
Şekil 48. A4'ün Türevle Matematiksel Sonuçlara Ulaşma Süreci

Öğretmen adayının grafiğin bir maksimum değeri olduğunu ve bu noktanın da türevle belirlenebileceğini düşündüğü anlaşılmaktadır. Ancak ambardaki fareler problemindeki model periyodik üstel fonksiyon olduğundan bu yaklaşım uygun olmamaktadır.

Öğretmen adaylarından A12 ambardaki fareler problemindeki modeli, "üstel ve logaritmik fonksiyon kavramlarına karşılık gelir" şeklinde açıklamıştır. Sonrasında bu model üzerinden matematiksel işlemleri Şekil 49'daki gibi uygulamıştır.

Görev 4

(Fare Sayısı)



100 fare olduğunu varsayalım

3 ton yem olsun

1 fare günlük 5gr yem tüketiyor, 1 ayda 150gr tüketir

$$(ay) 150 \left(\int_0^a 100 \left(\frac{11}{10} \right)^x \right) = 300000 \text{ gr}$$

$$\int 100 \left(\frac{11}{10} \right)^x = 100 \left(\frac{11}{10} \right)^x \cdot \frac{1}{\ln \left(\frac{11}{10} \right)} \Big|_0^a$$

$$\left(\left(\frac{11}{10} \right)^a \cdot \frac{1}{\ln \left(\frac{11}{10} \right)} - \frac{1}{\ln \left(\frac{11}{10} \right)} \right) = 20 \text{ gr}$$

$$\left(\frac{11}{10} \right)^a = 20 \ln \left(\frac{11}{10} \right) + 1 \Rightarrow a = \left(\frac{11}{10} \right)^{20 \ln \left(\frac{11}{10} \right) + 1}$$

$$a = 1.3185 \approx 1.3 \text{ ay}$$

$$f(1.3) = 100 \cdot \left(\frac{11}{10} \right)^{1.3} = 113.15$$

113 → en az sayıda

%5'ile düşersen sonra fare zehrinin vermesi gerektiğini düşünürüm. Çünkü farelerin çok olduğu zamanda %5'ile ölüm oranı daha fazla farelerin ölmesini sağlar

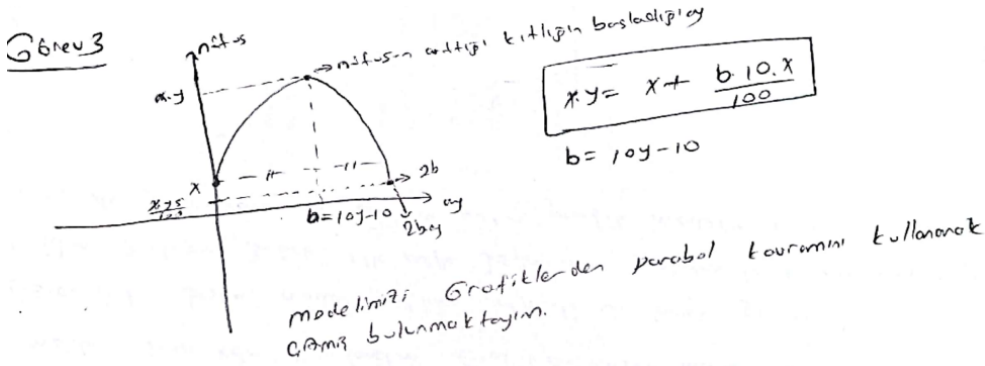
$$113 \cdot \frac{5}{100} = 5.65 \approx 6 \text{ fare} \rightarrow \text{hepsi fare zehrine düşerse fare biter}$$

Varsayılan koşullarda 1 ay 10 gün sonra fare zehri kullanılmalıdır.

Şekil 49. A12'nin İntegral Kullanarak Matematiksel Sonuçlara Ulaşma Girişimi

Bu çözüm incelendiğinde 1 ay 10 gün sonra çiftçinin ilaçlama yapması gerektiğine ulaşılmıştı. Öğretmen adayının çözüme başlarken belirli varsayımlarda bulunduğu (100 fare olsun, 1 fare günlük 5 g yem tüketiyor, Ambarda 3 ton yem olsun gibi) ve zaten bu varsayımlar yapıldığında basit aritmetikle sonuca ulaşılabileceği görülmektedir. Diğer bir ifadeyle, matematiksel sonuçlara ulaşmak için belirlenen varsayımlar altında integrale ihtiyaç bulunmamaktadır.

Öğretmen adaylarından A9 bu problemdeki modelin parabol olduğunu ileri sürmüştür. Bu konudaki öğretmen adayının açıklamaları Şekil 50'de verilmiştir.



Şekil 50. A9'un Ambardaki Fareler Probleminde Kullandığı Model

Öğretmen adayı bu problemde kullandığı modeli, “modelimizi grafiklerden parabol kavramını kullanarak çizmiş bulunmaktayım” şeklinde belirtmiştir. Burada üstel olması gereken ve belirli şekilde tekrarlanması gereken grafiğin hatalı düşünülmesi sonucu böyle bir çıkarımın ortaya çıktığı düşünülmektedir. Diğer taraftan öğretmen adayının cebirsel olarak yazdığı modelde $x \cdot y = x + \frac{10 \cdot b \cdot x}{100}$ ifadesi parabol modelini karşılamamaktadır. Dolayısıyla öğretmen adayının parabol modelini kavramsal olarak bilmediği görülmektedir.

Öğretmen adaylarından A37 ise aritmetik dizi modeli ile çözüm geliştirmek istemiştir.

fare sayısı her ay eşit miktarda arttığı için aritmetik dizi oluşturabilir. $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ dersek $a_1 = x$ ve $d = 10$

alabiliriz 2.

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$a_n = x + (n-1) \cdot \frac{10}{100}$$

$$1. ay \rightarrow a_1 = x + 0 \cdot \frac{10}{100}$$

$$2. ay \rightarrow a_2 = x + 1 \cdot \frac{10}{100}$$

$$3. ay \rightarrow a_3 = x + 2 \cdot \frac{10}{100}$$

$$\vdots$$

$$4. ay \rightarrow a_4 = x + 3 \cdot \frac{10}{100}$$

$$\vdots$$

$$(y-1). ay \rightarrow a_{y-1} = x + (y-1) \cdot \frac{10}{100}$$

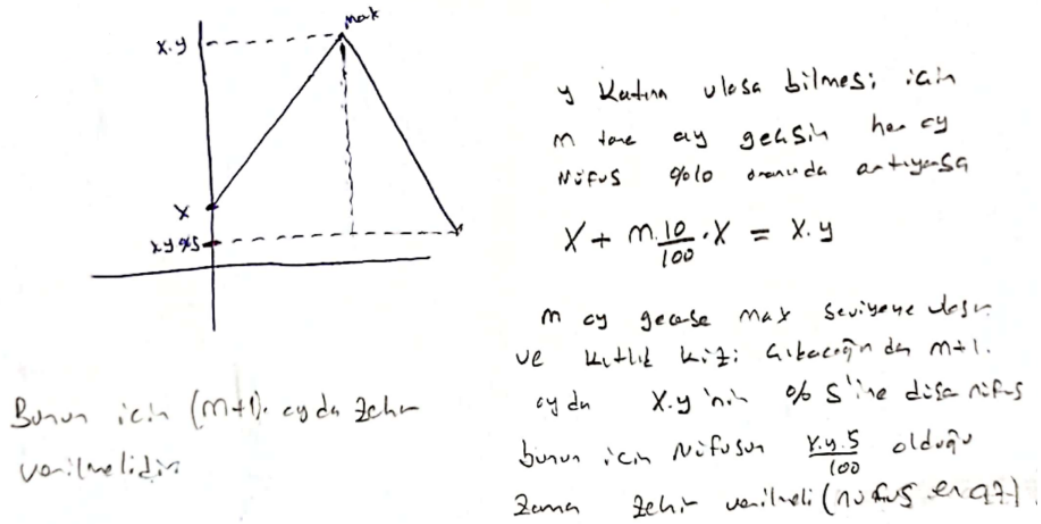
$$y. ay \rightarrow a_y = x + (y-1) \cdot \frac{10}{100} \text{ (kıtık krizi durumu)}$$

Aklıma herhangi bir çözüm gelmiyor. Problem durumunda serisi etmek bilgiler var çözüm için yeterli bilgi yok gibime geldi çünkü sadece x ve y bilgileri ve artış oranının verilmesi yeterli değil

Şekil 51. A37'nin Aritmetik Dizi Modeli ile Çözüm Arayışı

Öğretmen adayının üstel olan artışı sabit olarak hatalı algılaması neticesinde ortaya attığı aritmetik dizi modelinin matematiksel sonuçlarda yetersiz olduğu anlaşılmaktadır. Dahası bunu öğretmen adayı da, “problem durumunda sanki eksik bilgiler var...” şeklindeki sözlerle ifade etmiştir.

Son olarak A27, bu problemin çözümünde doğrusal fonksiyon yaklaşımını Şekil 52’de verildiği biçimde kullanmıştır.



Şekil 52. A27’nin Ambardaki Fareler Probleminde Kullandığı Model

Şekil 5’te öğretmen adayının fare sayısını, iki farklı şekilde belirttiği görülmektedir. Birincisi, başlangıçta x adet fare kriz anında y katına ulaşmış: $x \cdot y$ ve ikincisi, başlangıçta x adet fare her defasından %10 olacak şekilde m kez artarsa: $x + \frac{m \cdot 10 \cdot x}{199}$ olacaktır. Bu iki değer birbirine eşit olmaktadır. Buradaki ikinci ifadenin üstel fonksiyon olması gerekirken yanlış bir şekilde doğrusal fonksiyon benzeri (fare sayısının sadece x değişkenine bağlı değiştiği) yapılandırılması bu hataya sebep olmuş olabilir.

Ambardaki fareler problemine ilişkin yapılan analiz, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinde önemli hatalar yaptığını ortaya koymaktadır. Problemin çözümünde uygun olmayan matematiksel modellerin seçilmesi, bu hataların temel kaynağı olarak görülmektedir. Adayların, problemin doğasına uygun üstel fonksiyon ve periyodik fonksiyon gibi modeller yerine, türev, integral, ters orantı, parabol, doğrusal fonksiyon ve aritmetik dizi gibi yanlış modelleri kullanmaları, problem çözüm süreçlerinde ciddi kavramsal eksikliklerin olduğunu göstermektedir.

Özellikle, adayların türev ve integral kullanarak çözüm geliştirme girişimleri, problemin çözümüne katkı sağlamamış, aksine matematiksel süreçleri karmaşık hale getirmiştir. Ayrıca, parabol ve aritmetik dizi modelleri gibi yanlış matematiksel yaklaşımlar, adayların modelleme

süreçlerinde kavramsal olarak ne denli yetersiz olduklarını ortaya koymaktadır. Bunun yanı sıra, doğrusal fonksiyon kullanarak yapılan modelleme girişimleri, problemin özünü anlamada yaşanan zorlukları ve yanlış model seçiminin sonuçlara nasıl olumsuz yansıdığını göstermektedir.

Bu sonuçlar, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliliklerinin geliştirilmesi gerektiğini açıkça ortaya koymaktadır. Eğitim süreçlerinde, modelleme ve fonksiyonel düşünme becerilerinin geliştirilmesi, adayların doğru matematiksel modelleri seçme ve uygulama kapasitelerini artıracaktır. Özellikle, matematiksel modellemenin kavramsal temellerinin öğretmen adaylarına etkili bir şekilde öğretilmesi, bu tür yanlış modelleme yaklaşımlarının önüne geçilmesinde önemli bir rol oynayacaktır.

4.2. Ambardaki Fareler Problemi Üzerine Öğretmen Adaylarının Yeterlik Analizi

Aşağıda bu problemle ilgili bazı öğretmen adaylarının görüşleri ve bu görüşlerin analizlerine yer verilmiştir.

A1: "Görev 3'te ve görev 4'te zorlandım. Çünkü uygun bir çözüm yolu bulmada başka zorluklar yaşadım. Fare miktarının farklı zamanlarda farklılık göstermesi işi zorlaştırdı. Kutlıktan önceki fare sayılarını gerçeğe yakın bilebilirsek ktlık dönemlerine ne kadar kalır bunu bulabiliriz. Şayet fare çok fazlaysa biraz daha fazla yaşanan ktlık dönemleriyle bu sayıyı 50'nin altına düşürebilir ve ondan sonra zehir kullanabiliriz."

A2: "Görev 4'te zorlandım çünkü elimdeki verilerle sonuca gidemeyeceğimi düşündüm. Verilenler bana sonuca ulaşmak için çok yetersiz geldi. Elimdeki bilinmeyenleri uygun değerler atadım."

A3: "Öncelikle problemi anlamam zaman aldı, birkaç defa okuyarak bana verilenleri ve benden istenenleri not aldım. Görev 3'te model oluşturma kısmında zorlandım zihninde oluşturduğum modeli basit, anlaşılır bir şekilde matematiksel olarak ifade edemedim. Diğer görevler arasında yer değiştirerek model oluşturmama yardımcı olacak ipuçları aradım. Gerçek yaşam durumu içerisindeki gerekli değişkenleri belirledikten sonra değişkenlerden yararlanarak modeller oluşturma kısmında biyoloji dersinin bakterilerle olan örnek problemlerine baktım. İlgili nicelikleri bunlar arasındaki ilişkiyi basit ve anlaşılır olması için uygun matematiksel gösterimler seçerek modelimi oluşturdum. Oluşturduğum matematiksel modeli uygulama aşamasına benzer problemlerle ilişki kurarak (bakteri problemi) problemi çözdüm. Bulduğum çözümü yorumlama kısmında modelin gerçek yaşamdaki anlamı, çözümün kabul edilmesi beklenmedik sonuçlarla gerçek durumu uzlaştırdım. Sonuçlardan elde edilen çıkarımları doğrulamada çözümleri eleştirel

olarak kontrol etme, çözümleri durumunu sağlamıyorsa modelin bazı kısımlarında gözden geçirerek başka yollar düşünerek genel anlamda oluşturduğu modeli sorguladım. Bulduğum matematiksel sonucu gerçek yaşamdaki karşılıklarıyla bir çözüm yolu bulamadım. Bunun nedeni aklıma ilk biyolojinin bakteri problemleri gelip ona yoğunlaştım. Ne kadar düşünsem de görev 5'i yapamadım."

A4: "Görev 3'te zorlandım. Çünkü nasıl bir matematiksel model oluşturacağımı bilemedim. Problemler çok karışık geliyor bana. Geogebra kısmında zorlandım çünkü telefondan giriyorum. Bu da beni çok zorluyor. Aslında problemi anladım ama hangi matematiksel modelin uygun olacağını bilemedim. Zorlandığımda soruyu tekrar okudum ve anlamaya çalıştım. Kağıt kalemle işlemler yaptığımda problemde bir şeyler yaptığımı fark ettim. Aslında geogebra'yı kullansam daha iyi sonuçlar alacağım. Çünkü orada uygun grafik var."

A5: "3. adım beni çok zorladı. Çünkü fonksiyon oluşturmam gerektiğini düşünüyordum fakat fonksiyonu oluşturamadım. Sonrasında hangi varsayımlarda bulunacağım beni zorladı. Sanki çok fazla eksik vardı. Her şeyi varsaymam gerekiyor gibi geldi. Hatta beni en çok zorlayan problem di şimdiye kadarki. 3. adımda tablo yaptıktan sonra diğer adımlar çok zorlamadı. Sadece günlük hayatta tam uyarlama yapamadığını düşünüyorum. Birçok şekilde deneme yanılma yaptım. En son sadece 1-2 varsayımda bulunursam daha kolay çözüm yoluna gidebileceğimi zannettim. Ne kadar veri varsa o kadar kafamı karıştırdığını fark ettim. Bu şekil sırayla üşenmeden yalnızca yavaş yavaş beni sonuca götürdüğünü görüp modeli ve işlemi yaptım."

A18: "Matematikleştirme sürecinde oldukça zorlandım. Başta kendim hesaplamalar yaparak bu zorluğun üstesinden gelmeye çalıştım. Yaptığım hesaplamalar sonucu bir üstel fonksiyon elde ettim. Ancak bunun doğruluğundan emin değildim. Bulduğum fonksiyonun doğruluğunu test etmek için geogebra uygulamasını kullandım ve fonksiyona doğru bulduğumu gördüm. Böylece zorluğun üstesinden geldim. Diğer bir zorlandığım aşama çözümleme aşamasıydı. Bu zorluğun üstesinden farelerin üremesi ve tahılların hasat zamanı ile ilgili araştırmalar yaparak gelmeye çalıştım. Yaşadığım Güneydoğu Anadolu Bölgesi'nde yetişen tahıllar ve bunların hasat zamanlarını düşünerek varsayımlarda bulundum. Bu varsayımlar üzerinden bir sonuca ulaşabildim. Böylece bu zorluğun üstesinden de gelebildim."

Ambardaki Fareler probleminde öğretmen adaylarının görüşlerinden matematiksel modelleme süreçlerinde birçok zorluk yaşadıkları anlaşılmaktadır. Bu problem, fare popülasyonunun hızlı üremesi ve ambarın sınırlı alanı nedeniyle bir süre sonra farelerin sayısının çok hızlı bir şekilde azalacağı gibi dinamik bir süreci modellemeyi gerektirir. Öğretmen adayları, bu probleme yaklaşımlarında, problemi anlamada, uygun matematiksel modelleri oluşturmada ve

bu modelleri gerçek yaşam durumlarına uyarlamada çeşitli güçlükler yaşamışlardır. A1, fare popülasyonunu farklı zaman dilimlerinde analiz etmenin zorluklarına dikkat çekmiş ve "Bu problemi çözerken fare popülasyonunun farklı dönemlerdeki artışını hesaplamak beni zorladı, özellikle bu artışı modellemek oldukça karmaşık bir süreçti," diyerek yaşadığı zorlukları vurgulamıştır. A2 ise, "Verilerin yetersiz olduğunu düşündüğüm için sonuca ulaşmakta zorlandım," ifadesiyle, problemdeki eksik veri sorununu öne çıkarmıştır. A3, problemi anlamanın zaman aldığını belirterek, "Problemi kavrayabilmek için önce biyoloji derslerinden hatırladığım üreme örneklerini düşündüm ve bunları modellemeye çalıştım," diyerek biyoloji dersinden yararlandığını belirtmiştir.

Öğretmen adayları, karşılaştıkları zorlukları aşmak için çeşitli stratejiler geliştirmişlerdir. Örneğin, A4, "Kağıt-kalem kullanarak adım adım hesaplamalar yaptım ve bu şekilde problemi ilerletebildim," diyerek, geleneksel yöntemlerle çözüm bulduğunu ifade etmiştir. A5 ise, deneme-yanılma yöntemiyle çözüme ulaşmayı tercih ettiğini ve "Problemi çözerken birkaç kez yanlış yaptım ama her seferinde hatalarımı düzelterek doğru sonuca ulaştım," diyerek süreci açıklamıştır. Dijital araçları kullanan öğretmen adayları da bulunmaktadır; A18, "Üstel fonksiyon oluştururken zorlandım, fakat Geogebra ile modelimi test ederek doğruya yaklaştım," ifadesiyle Geogebra gibi araçlardan yararlanarak problemi çözdüğünü belirtmiştir.

Ambardaki Fareler Problemi Sonrası Öğretmen Adaylarının WhatsApp Konuşmalarının Analizi: Modelleme Deneyimi ve Yaşadıkları Zorluklar

İlköğretim matematik öğretmeni adayları ilk iki problem sonrasında ve dördüncü problem sonrası deneyimlerini WhatsApp platformundan paylaşmışlardır. Burada dördüncü problem sonrası gerçekleştirilen diyaloglar öğretmen adaylarının zorlukları ve yaşadıkları deneyimler bağlamında sunulmuştur. Bu bağlamda 3 farklı zorluk ortaya çıkmıştır.

1. Problemi Anlama ve Matematiksel Model Oluşturma Süreçleri

Öğretmen adaylarının birçoğu, problemi anlama aşamasında zorlandıklarını ve bu nedenle diğer aşamalara geçiş yaparken zaman zaman geri dönüşler yaptıklarını ifade etmiştir. Örneğin, A50, "Her problemde problemi anlama aşamasında sorun yaşadığım için diğer aşamalara geçmem zaman aldı. Geri dönüşlerim de oldu çünkü matematiksel model bulabilmek için bir fonksiyona ihtiyaç duyuyordum ve bu fonksiyon için her seferinde verilen bilgiler arasındaki bağlantıyı çözebilmek için tekrar ilk aşamaya geliyordum" demiştir. Bu ifade, problemi anlama aşamasının önemini ve bu aşamada yaşanan zorlukların tüm süreci etkileyebileceğini göstermektedir.

Bazı öğretmen adayları, matematiksel model oluşturma aşamasında zorlandıklarını belirtmişlerdir. A11, bu durumu şu şekilde dile getirmiştir: "*Problemi matematikleştirme aşamasında doğru matematiksel modeli bulamayınca geri dönüyordum düzelttikten sonra doğrusal olarak ilerliyorum.*" Bu ifade, doğru modeli bulmanın sürecin diğer aşamalarında da etkili olduğunu göstermektedir.

2. Geri Dönüşlerin Sıklığı ve Nedenleri

Birçok öğretmen adayı, problem çözme süreçlerinde önceki aşamalara dönüş yaptığını belirtmiştir. A23, "*Önceki aşamalara dönüşler oldu. Özellikle doğrulama aşamasında problemi doğru yapmak için teker teker önceki aşamalar gözden geçirildi*" diyerek, geri dönüşlerin genellikle doğrulama aşamasında gerçekleştiğini ifade etmiştir. Benzer şekilde, A28, "*Genel itibarıyla doğrusal olarak ilerledi. Fakat bazen geriye dönmem gerektiği zamanlarda oldu*" şeklinde geri dönüşlerin değerlendirme ve çözüm aşamalarında daha sık olduğunu belirtmiştir.

Bazı öğretmen adayları, geri dönüşlerin, problemin farklı boyutlarını yeniden değerlendirme ihtiyacından kaynaklandığını ifade etmişlerdir. Örneğin, A37, "*Bazı modelleme sorularında varsayımlar yapmış ona göre çözümler bulmuştum ama bulduğum çözüm bazen sonucu vermiyordu bu yüzden tekrar tekrar problemi anlama ve ardından modelleme süreçlerine dönüş yapıp tahmin ve varsayımları gözden geçirmeye çalıştım*" demiştir.

3. Süreçteki Zorluklar ve Çözümler

Öğretmen adaylarının büyük bir kısmı, modelleme sürecinde çeşitli zorluklar yaşadıklarını ve bu zorlukları aşmak için farklı stratejiler geliştirdiklerini ifade etmiştir. A6, "*Dergi satışı probleminde model oluşturmada biraz zorlandım... Bu bakımdan dergi probleminde biraz fazla zaman harcadım*" diyerek, model oluşturma aşamasının zaman alıcı olabileceğini belirtmiştir.

Bununla birlikte, bazı öğretmen adayları, problem çözme sürecinde ilerledikçe geri dönüşlere daha az ihtiyaç duyduklarını ifade etmişlerdir. A33, "*Dergi Probleminde; problemi anlama ve sadeleştirme (basitleştirme) süreçlerinde pek zorluk yaşamadım. Matematiksel model oluşturma sürecinde de pek zorlanmadığım için diğer süreçlerde rahat bir şekilde ilerledim. Geri dönüşlerim de sadece yorumlama ve doğrulama süreçlerinde gerçekleşti*" diyerek, deneyimin sürece olan etkisini vurgulamıştır.

Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinde yaşadıkları deneyimler, bireysel farklılıklar ve problem çözme stratejilerinin çeşitliliği üzerine kuruludur. Genellikle problemi anlama ve matematiksel model oluşturma aşamalarında zorluklar yaşanmakta ve bu aşamalara geri dönüşler yapılmaktadır. Bu durum, öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerinde doğrusal bir ilerleme yerine döngüsel bir yaklaşım benimsediklerini göstermektedir.

Geri dönüşlerin sıklığı ve nedenleri, modelleme süreçlerinin karmaşıklığına ve öğretmen adaylarının deneyim seviyelerine bağlı olarak değişiklik göstermektedir. Bu bulgular, matematiksel modelleme eğitiminin, adayların problem çözme süreçlerini daha verimli hale getirecek stratejiler geliştirmelerine yardımcı olacak şekilde tasarlanması gerektiğini ortaya koymaktadır.

Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Problemlerini Çözmeleri Sürecinde Zorluklar

Araştırmaya katılan öğretmen adaylarından %22 akademik not ortalaması 3,50-4,00 arasında, %70 akademik not ortalaması 3,00-3,50 arasında, %8 not ortalaması 2,50-3,00 arasındadır. Ankete katılan öğretmen adaylarının çoğunluğunun akademik olarak iyi olduğu görülmektedir. Öğretmen adaylarının %64'ü Anadolu lisesinden, %22'si Fen Lisesinden, %6'sı Anadolu İmam Hatip Lisesinden, %6'sı Düz Liseden ve %2'si Anadolu Öğretmen Lisesinden mezun olmuştur. Ankete katılan öğretmen adaylarının çoğunluğu Anadolu Lisesi Mezunu olduğu tespit edilmiştir. Fen lisesinden mezun öğretmen adaylarının da önemli bir çoğunlukta olduğu belirtilebilir. Matematiksel modelleme dersinde öğretmen adayının %54'ü cep telefonu, %38'i bilgisayar, %8'i tablet kullanmıştır. En fazla kullanılan derse katılım aracının telefon olduğu belirlenirken, diğer en çok kullanılan derse katılım aracı bilgisayar olmuştur. En az kullanılan derse katılım aracı ise tablettir. Bazı öğretmen adayları birden fazla araç kullanarak derse katılım göstermiştir.

Öğretmen adaylarına matematiksel modelleme problemleri sonrası anket aracılığıyla alınan görüşlerinden süreçte birçok farklı zorluk yaşadıkları ortaya çıkmıştır. Bu bağlamda alan bilgisi, matematiksel modelleme süreci ve teknoloji ile ilgili zorluklar ortaya çıkmıştır. Aşağıda bu zorluklar ve doğrudan alıntılarla bunlarla ilişkili öğretmen adaylarının görüşlerine yer verilmiştir.

Alan Bilgisi ile İlişkili Zorluklar

1. Matematiksel Kavramlar Arasında Bağlantı Kurmada Zorluk

Öğretmen adayları, matematiksel modelleme problemleri sırasında matematiksel kavramlar arasında bağlantı kurmakta güçlük çekmektedirler. Bu durum, problemin anlaşılması sürecinden kaynaklanabileceği gibi, matematiksel kavramların birbirleriyle olan ilişkisini yeterince derinlemesine kavrayamamaktan da kaynaklanabilir.

- A19: "*Daha üst düzey matematik bilgisi gerektiren problemlerde zorlandım. Günlük hayata uyarlanmış halinde zorluk yaşadım.*"
- A49: "*Problemi anlamama ve problem çözümüne ilişkin hangi matematiksel bilgilere ihtiyacım olduğunu bilip bu matematiksel alan bilgisine sahip olmama rağmen kavramlar arasında ilişki kurmakta oldukça zorlandığım oluyordu.*"

- A50: "Matematiksel kavramlar arasında bağlantı kurma aşamasında zorlandım. Bunun sebebini ise problemi anlama sürecinde zorlanmama bağlıyorum."

2. Matematiksel Bilgilerin Unutulması ve Yeniden Hatırlanması

Öğretmen adayları, matematiksel bilgilerin unutulması ve bu bilgilerin yeniden hatırlanması konusunda sorunlar yaşamaktadır. Özellikle uzun süre kullanılmayan veya tekrar edilmeyen matematiksel kavramların unutulması, problem çözme süreçlerinde zorluklara yol açmaktadır.

- A15: "Bazen bazı konuları unutmuş olmamdan kaynaklı küçük problemler oldu. Mesela bir problemde maksimum minimum problemi ile çözülebileceğini biliyordum. Fakat türev almaya tekrar bakmam gerekiyordu."
- A18: "Matematikleştirme aşamasında bazı problemlerde, problemin hangi matematik kavramına denk geldiği konusunda zorluk yaşadım."
- A27: "Problem için matematiksel bir model oluştururken zorlandım ve bilgilerin düzenlenmesi noktasında zorlandım."

3. Matematiksel Kavramların Gerçek Hayatla İlişkilendirilmesi

Matematiksel kavramların gerçek hayatla ilişkilendirilmesi, öğretmen adayları için önemli bir zorluk teşkil etmektedir. Bu süreçte, adaylar soyut matematiksel kavramları somut gerçek hayat problemleriyle ilişkilendirmekte zorlanmaktadır.

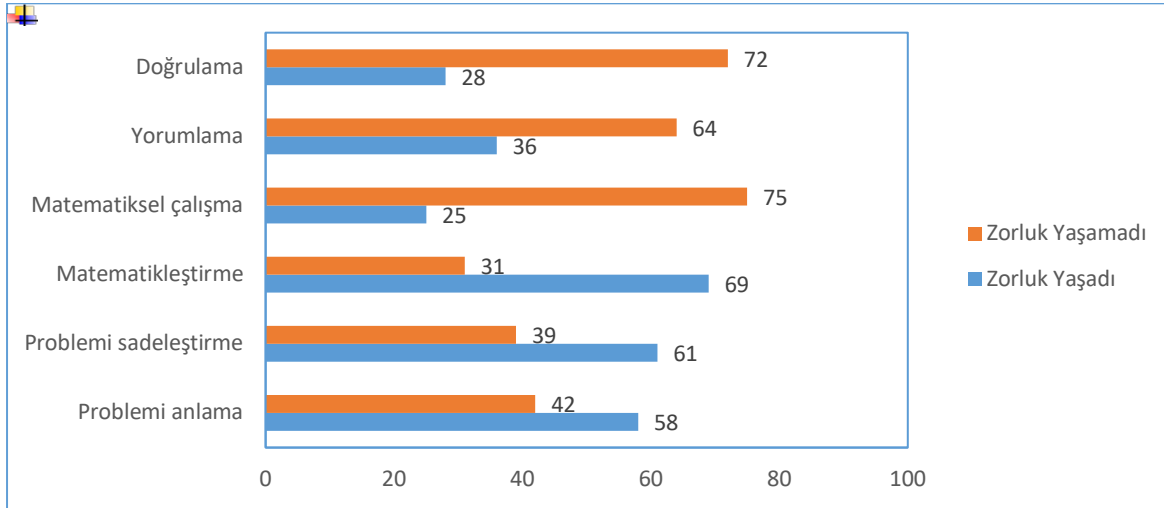
- A12: "Günlük hayatta karşılaşılan olayların matematiğe nasıl dönüştürüleceğini bilmiyordum. Gerçekten matematiksel kavramı bilmeme rağmen aradaki bağı kurmak için yeterli bilgiye sahip değildim."
- A14: "Problemin gerçek yaşam durumundan seçildiği için matematikleştirme yapsam da varsayımlar yaparak bunu gerçekleştirdiğim için hep bir şeyler eksik kalıyor gibi hissediyorum."
- A37: "Problemi anlayamayınca aklınıza bir matematiksel kavram gelmiyor. Kavramlar gelmeyince bir model bir formül oluşturamıyorsunuz."

Öğretmen adayları, matematiksel modelleme süreçlerinde alan bilgisi ile ilgili çeşitli zorluklar yaşamaktadırlar. Bu zorluklar, genellikle kavramlar arasında ilişki kurma, model oluşturma, unutulmuş bilgilerin yeniden hatırlanması ve matematiksel kavramların gerçek hayatla ilişkilendirilmesi gibi alanlarda yoğunlaşmaktadır. Bu zorlukların üstesinden gelmek için, öğretmen adaylarının matematiksel kavramları daha derinlemesine kavramalarını sağlayacak eğitim süreçlerine ihtiyaç duyulmaktadır.

Matematiksel Modelleme Süreci ile İlişkili Zorluklar

Öğretmen adaylarının modelleme basamaklarına göre yaşadıkları zorlukların analizi, problemlerin çözümünde karşılaşılan güçlüklerin anlaşılmasına yardımcı olacak ve bu zorlukların eğitim süreçlerine nasıl entegre edilebileceği konusunda fikirler sunacaktır.

Tablo 8. Öğretmen Adaylarının Modelleme Sürecine İlişkin Sonuçlar



Öğretmen adaylarının görüşlerinden matematiksel modelleme süreçlerindeki farklı süreçlerde değişik oranlarda zorluk yaşadıkları ortaya çıkmıştır. Öğretmen adaylarının %58'i problemi anlama aşamasında zorluk yaşadığını belirtirken, %42'lik kesim ise zorluk yaşamadığını belirtmiştir.

Problemi sadeleştirme aşamasında zorluk yaşayan adayların oranı %61 ile yüksek bir seviyededir. Bu durum, problemdeki gereksiz verilerin ayırt edilmesini ve bazı varsayımlarda bulunma gibi durumların öğretmen adayları için zorlayıcı olduğunu gösterir.

Matematikleştirmede, öğretmen adaylarının %69'u zorluk yaşadığını ifade etmiştir. Bu, model oluşturma ve problemi matematiksel temsillerle ifade etmeyi içerdiğinden adayların büyük bir kısmının bu aşamada zorlandığı anlaşılmaktadır.

Matematiksel çalışma aşamasında zorluk yaşayan adayların oranı %25'te kalmıştır. Bu basamakta zorlanmayanların oranı ise %75 ile en yüksek seviyededir. Bu durum, öğretmen adaylarının matematiksel işlemleri yürütmede diğer basamaklara göre daha az zorluk yaşadığını göstermektedir.

Yorumlama aşamasında zorluk yaşadığını belirten adayların oranı %36'dır. Çoğu aday bu aşamada zorluk yaşamamış olsa da, yaklaşık üçte biri sonuçların gerçek hayatla ilişkilendirilmesi konusunda güçlük çekmiştir.

Öğretmen adaylarının %28'i doğrulama aşamasında zorluk yaşadığını ifade etmiştir. Bu aşamada zorlanmayan adayların oranı ise %72 ile ikinci en yüksek seviyededir. Bu sonuçlar, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde özellikle "Matematikleştirme" ve

"Problemi Sadeleştirme" basamaklarında zorluk yaşadıklarını göstermektedir. Buna karşılık, "Matematiksel Çalışma" ve "Doğrulama" basamaklarında daha az zorlanmışlardır. Bu durum, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerini daha iyi kavramaları için modelleme basamaklarına yönelik ek destek ve eğitimin gerekli olduğunu göstermektedir. Özellikle matematikleştirme süreci, öğretmen adaylarının karşılaştığı en büyük zorluk olarak öne çıkmaktadır ve bu basamağın daha fazla üzerinde durulması gerektiği anlaşılmaktadır.

Aşağıda sırayla matematiksel modelleme süreçlerinde bu aşamalarda öğretmen adaylarının yaşadığı zorlukların nedenleri görüşleri doğrultusunda ortaya çıkarılmıştır.

1. Problemi Anlama

Problemi anlama aşamasında yaşanan zorlukların başlıca nedenleri şunlardır:

- A7: *“Problem ile ilgili detayları defalarca okudum ve konuyla alakalı araştırmalar yaptım.”*
- A13: *“Özellikle dönme dolap probleminde zorlandım. Tam olarak nasıl bir yorum istendiğini kavrayamadım. Ambardaki fareler probleminde de ne istendiğini başta anlamamıştım. Ancak hocamızın yönlendirmesiyle ne istendiğini anlayıp buna göre hareket ettim.”*
- A23: *“Zorluk yaşamamın sebebi bence daha önce bu tarz problemlerle karşılaşmamış olmam yani probleme yabancı kalmam.”*
- A26: *“Genel olarak birçok problemde bu basamakta zorlandım. Problemi anlayamayınca bazen verilenler-istenenler, gerekli gereksiz veri ayırımında bulunmak, problemi sadeleştirmek zor oldu diyebilirim.”*

Problemi anlama aşamasında zorlanmanın nedenleri, problemin uzunluğu, aşinalık eksikliği ve gereksiz verilerle ilgili zorluklar olarak belirtilebilir.

2. Problemi Sadeleştirme

Bu aşamada zorluk yaşayan adayların görüşleri şu şekildedir:

- A13: *“Özellikle problemi anlama aşamasında sorun yaşadığım sorularda bu aşamada daha çok zorlandım. Problemi çözebilmek için asıl önemli olan aşama bu aşama olduğu için bu aşama en zaman harcadığım aşamaydı.”*
- A15: *“Verilenlerin arasından gerekli verileri gereksiz verilerden ayırmak. [zorlayıcı]”*
- A17: *“Problem yaşadım. Çünkü bazı verilerin gerekli mi gereksiz mi olduğuna karar veremedim. Bazı problemlerde gerekli olan verileri görmezden geldiğimi daha sonradan fark ettim.”*
- A36: *“Bu süreçte sadeleştirme, karmaşıklığı azaltma ve uygun matematiksel gösterimlerle grafikleştirme işlemlerinde çok zorlandım.”*

Problemi sadeleştirme ve varsayımda bulunma aşamasında yaşanan zorlukların başlıca nedenleri, gerekli ve gereksiz verilerin ayrıştırılması ve problemi sadeleştirme sürecindeki zorluklar olarak belirlenmiştir.

3. Matematikleştirme

Matematikleştirme aşamasında karşılaşılan zorluklar ile ilgili görüşler aşağıda verilmiştir:

- Ö14: *“Modeli bulmak en zor kısımdı diyebilirim problemi anlamının yanında çözüme götürecek araç veya metot lazımdı ve bunu bulmak düşünmek için çok yaratıcı düşünmek ve iyi bir muhakeme gerekiyordu. Bu yüzden zorlandım.”*
- Ö17: *“Zorluk yaşadım. Özellikle kafamda çözümünü yaptığım problemleri matematiksel dile dökemedim. Ne yapmam gerektiğini az çok biliyorum ama formüle dökmede zorluk yaşadım.”*
- A21: *“Belki de en çok zorluk yaşadığım aşamaydı diyebilirim. Çünkü bazen aklıma model gelmedi, bazen de bulduğum model işe yarayacak mı diye endişelendim. Kısacası o geçişi yapmakta zorlandım.”*
- A24: *“Genel olarak nasıl bir model oluşturacağım konusunda karar verememek yaşadığım en önemli zorluktu. Ya da oluşturduğum şeyin bir matematiksel model olup olmadığına emin olamıyordum.”*
- A26: *“Problemi anlama ve sadeleştirme kısmında eğer problem yaşamadıysam veya sorunu giderebildiysem, bu basamakta belli tahmin ve varsayımlara dayanarak matematiksel model oluşturma süreci zor oldu. Çünkü dediğim gibi belli kural, formül burada yok. Kendin probleminden ‘Böyle olursa, şöyle olursa, türev, parabol, fonksiyon kullanabilirim.’ Diye tahminde bulunmak gerçekten zor.”*
- A26: *“Modelimi oluşturma aşamasında zorlandığım zaman matematiksel kavramları gözden geçiriyordum. Bazen ele almam gereken kavramlar anında aklıma gelmiyordu.”*
- A29: *“Model oluşturmaya çalışırken kavramlar üzerinde ilişki kurmakta ve bazı matematiksel kavramları anlamada zorluk yaşadım.”*
- A41: *“Sadece problem durumunu anlamadığım noktalarda hangi matematiksel modellemeyi kullanacağıma karar vermediğim durumlar oldu.”*

Öğretmen adayları, matematiksel modelleme süreçlerinde, özellikle model oluşturma ve problemi matematiksel bir temsille ifade etme aşamalarında zorlanmaktadır. Bu zorluklar genellikle matematiksel kavramların tam olarak hatırlanamaması veya kavramlar arasındaki ilişkinin kurulmasındaki yetersizlikten kaynaklanmaktadır.

4. Matematiksel Çalışma

Öğretmen adaylarının matematiksel çalışma aşamasında yaşadığı zorluklar şunlardır:

- A17: “Zorluk yaşadım. Problem için başka alternatif yollar bulmada zorlandım. Benzer problemleri aynı yollarla çözdüğüm için problemlere farklı açıdan bakamadım.”
- A26: “Bir matematiksel model seçtikten sonra bu modeli kullanıp doğru cevabı bulmaya çalışmak genelde zor oldu. Çünkü önceden bir tahminde, varsayımda bulunup, ona göre bir model oluşturup cevabı bulmaya, sonuca ulaşmaya çalışıyorsun ama tahmin ve varsayım yanlış olursa, sonuca çoğu kez ulaşamıyorsun.”
- A27: “Yaptığım çözümlerde işlem hatası olmasından tedirginlik yaşıyordum ayrıyeten modelim sağlam değilse bu kısım aşırı zorluyordu.”
- A31: “Eksik matematik ve alt yapıdan dolayı zorlandım.”

Öğretmen adaylarının matematiksel çalışma aşamasında yaşadığı zorluklar, buldukları modelleri kullanma, doğru sonuçlara ulaşma ve alternatif yollar bulma zorlukları olarak ifade edilebilir.

5. Yorumlama

Öğretmenlerin görüşlerinden yorumlama aşamasında yaşanan zorluklar şunlardır:

- A17: “Zorluk yaşadım. Bazı problemlerde çözümün gerçek dünyada ne kadar geçerli olduğunu yorumlayamadım.”
- A26: “Bulduğum sonuçların günlük hayatla tutarlılığını incelemek, gerçek sonuçlara geçiş, aşamaların en zoruydu. Çünkü çoğu kez bulduğum sonuçlar eksik veya yanlış olduğundan yorumlama kısmı çok zor oldu.”
- A31: “Varsayımlarımdan emin olmadığım için yorumlamada zorlandım.”
- A36: “Bu süreçte çözümleri genelleme, probleme farklı çözümler sunma aşamaları ise yaptıklarımın çok ötesinde birkaç yönüyle düşünebilmeyi ve alternatif çözümler üretmeyi gerektirdiği için çok zorlandım.”

Yorumlama aşamasında yaşanan zorluklar, çözümlerin gerçek dünya ile ilişkilendirilmesi ve sonuçların tutarlılığı ile ilgili belirsizlikler olarak ifade edilmiştir.

6. Doğrulama

Doğrulama aşamasında yaşanan zorluklar şunlardır:

- A16: “Doğrulama aşaması beni şu yönden zorladı; biraz zaman alıyordu ve aşamaları tekrar gözden geçirmek de zor oluyordu. Çünkü her kontrol edişimde sanki hata yapmışım gibi bir hissiyat oluyordu bende.”

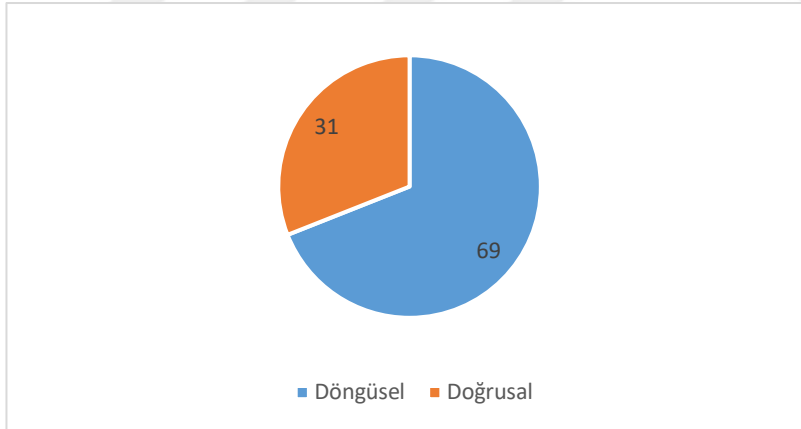
- A21: “Sonuçların doğrulamasından pek emin olamayışım. Nitekim yeri geldiğinde varsayımlardan hareket ettim. Bu anlamda kime göre doğru, neye göre doğru? Biraz zihinsel karışıklık yaşadım diyebilirim.”
- A27: “Diğer adımlarda hata yaptıysam ya da diğer adımları tam oturtmadığımda burada zorluk yaşadım ki buradan geri dönüşlerim çok oldu.”

Doğrulama aşamasında yaşanan zorlukların nedenleri, sürecin zaman alması, adımları tekrar gözden geçirme zorluğu ve sonuçların doğruluğuna dair belirsizlikler olarak belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinde yaşadıkları zorluklar, problemi anlama, sadeleştirme, matematikleştirme, matematiksel çalışma, yorumlama ve doğrulama aşamalarına göre çeşitlilik göstermektedir. Bu bulgular, eğitim programlarının ve destekleyici materyallerin öğretmen adaylarının bu aşamalarda karşılaştıkları güçlükleri minimize etmek amacıyla yeniden gözden geçirilmesi gerektiğini göstermektedir. Eğitim süreçlerinde bu zorlukların ele alınması, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme becerilerini geliştirmeye yönelik stratejilerin oluşturulmasına katkıda bulunacaktır.

Matematiksel modelleme bağlamında bir diğer önemli nokta, öğretmen adaylarının uygulama sonrası modelleme sürecini döngüsel ya da doğrusal algılama durumudur. Tablo 9’da bu konuda öğretmen adaylarından alınan sonuçlar sunulmuştur.

Tablo 9. Modelleme Sürecinin Yapısı



Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerini çözme süreçlerinde izledikleri yollar ele alındığında %69’u döngüsel bir yol izlediklerini belirtirken, %31’i doğrusal modeli kullandığını belirtmiştir. Bu sonuç modellemede izlenen yol açısından belli ölçüde yol katedilse de doğrusal yolun bir sonucu olarak tek çözüm yaklaşımının etkisi olarak düşünülmektedir.

Teknoloji Kullanımı ile İlişkili Zorluklar

Matematiksel modelleme problemleri, öğretmen adaylarının teknoloji kullanımını gerektiren karmaşık süreçler içermektedir. Öğretmen adaylarının bu süreçlerde karşılaştıkları teknolojik

zorluklar; öğretmen adaylarının teknolojiyle ilgili yeterliliklerinin eksikliği, donanım sorunları ve yazılım kullanımı gibi çeşitli faktörler olup, modelleme süreçlerinin verimliliğini olumsuz etkilemiştir.

1. Donanım Yetersizliği

Bazı öğretmen adayları, teknolojik donanım eksikliklerinden dolayı zorluklar yaşamıştır. Bu eksiklikler, problemlerin çözümü sırasında teknolojinin etkin kullanımını sınırlamış ve modelleme süreçlerinde verimliliği düşürmüştür.

- A11: "Teknolojiyi kullanma açısından yaşadığım sorun teknolojik aracın donanım eksikliğinden kaynaklanıyor."
- A34: "Problemleri çözerken yaşadığım sıkıntı teknolojik ekipmanımın yetersiz olması ile ilgiliydi."
- A20: "Yeterli teknolojik donanıma sahip değilim. Geogebra'yı yeterli şartları sağlayamadığımdan öğrenemedim."

2. Yazılım Kullanımında Zorluklar

Bir diğer önemli zorluk, yazılımların, özellikle Geogebra'nın, kullanımında yaşanan yetersizliklerdir. Birçok aday, bu yazılımı etkili bir şekilde kullanamadığını belirtmiş, bu durum modelleme sürecini olumsuz yönde etkilemiştir.

- A5: "Tek sorun GeoGebra'yı çok aktif kullanamadım. Sistem üzerinde modelleme yapamadım."
- A25: "GeoGebra uygulamasını kullanmakta zorluk yaşadım. GeoGebra'yı tam olarak kullanmayı bilmediğim için bu konuda zorlandım."
- A27: "Telefondan GeoGebra uygulamasını kullanmak benim için çok zorlayıcı oldu."

3. Yazılım ve Donanım Uyumsuzlukları

Bazı adaylar, özellikle mobil cihazlar üzerinden yazılım kullanmaya çalışırken çeşitli uyumsuzluk sorunlarıyla karşılaşmışlardır. Bu sorunlar, modelleme süreçlerinin tamamlanmasını zorlaştırmıştır.

- A15: "Tek cihaz olan telefondan girdiğim için GeoGebra'yı açıp derse dönünce yazılanlar gidiyordu."
- A23: "GeoGebra uygulamasına telefon üzerinden girdiğim için bayağı bir zorluk yaşadım."
- A50: "Telefondan GeoGebra'yı kullanamadığım için ikinci bir teknolojik alete ihtiyaç duydum."

4. Teknolojik Yetersizlik ve Unutkanlık

Bazı adaylar, teknolojiyi etkin kullanma becerilerinin eksikliğinden ve önceki eğitimlerinde öğrendikleri bilgileri unutmaktan kaynaklanan zorluklarla karşılaşmıştır.

- A37: "GeoGebra eğitimini online süreçte almıştık ve o zaman bilgisayarım olmadığı için uygulamalar yapıp pekiştiremedim."
- A7: "GeoGebra kullanımını eskiye nazaran akıcı kullanamadığımı hatta unuttuğum yerler olduğunu fark ettim."

Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerini çözme süreçlerinde teknoloji ile ilgili çeşitli zorluklar yaşadıkları açıkça görülmektedir. Donanım yetersizliği, yazılım kullanımı konusunda yaşanan zorluklar ve mobil cihazlarla uyumsuzluklar, bu süreçlerin etkili bir şekilde tamamlanmasını engellemiştir. Bu zorlukların giderilmesi, gelecekteki eğitim süreçlerinde teknolojinin daha verimli kullanılabilmesi için kritik önem taşımaktadır. Öğretmen adaylarına yönelik teknoloji eğitimlerinin güçlendirilmesi, yazılım kullanım becerilerinin artırılması ve donanım erişiminin sağlanması, bu problemlerin çözülmesine katkı sağlayacaktır.

Bölüm 5 Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu çalışma, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının ters yüz öğrenme bağlamında tasarlanan bir ortamda matematiksel modelleme problemlerini çözme süreçlerinde karşılaştıkları zorlukları derinlemesine incelemiştir. Araştırma bulguları, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinin tamamında ciddi zorluklar yaşadıklarını göstermektedir. Bu zorluklar, modelleme, alan bilgisi ve teknoloji kullanımı ile ilgili sorunlar olarak sınıflandırılmış ve öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerini çözerken zorlandıkları alanlar belirlenmiştir. Çalışmada, öğretmen adaylarının özellikle matematikleştirme aşamasında büyük güçlüklerle karşılaştıkları saptanmıştır. Bu aşama, matematiksel modelleme sürecinin en karmaşık ve soyut kısmını oluşturmakta olup, adayların matematiksel düşünme ve problem çözme yeterliklerini en fazla zorlayan kısım olarak öne çıkmaktadır.

Araştırmanın bulguları, mevcut literatürdeki diğer çalışmalarla da uyum göstermektedir. Örneğin, Şahin ve arkadaşları (2023), Ortiz ve Ferri (2022) ve Anhalt, Cortez ve Aguirre (2021) gibi araştırmacılar, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinde özellikle matematikleştirme aşamasında benzer zorluklarla karşılaştıklarını rapor etmiştir. Bu zorluklar, modelin kurulması, matematiksel işlemlerin doğru bir şekilde uygulanması, çözümlerin yorumlanması ve modelin doğrulanması aşamalarında daha da belirginleşmektedir. Birçok araştırmada katılımcıları bu aşamalarda güçlük çektikleri belirtilmiştir (Dede, Akçakın ve Kaya, 2018; Hıdıroğlu vd., 2014; Kertil, 2008). Asempapa ve Sturgill (2019), matematiksel modelleme etkinlikleri ve ilişkili pedagojiler konusunda öğretmen adaylarının deneyim eksikliği çektiklerini belirtmiştir. Bu zorlukların üstesinden gelme adına Anhalt ve arkadaşları (2021), öğretmen adaylarının matematiksel modelleme düşüncesi geliştirmeleri gerektiğini ve bu düşünme yollarının öğretmen adaylarının matematiksel modelleme görevlerinde karşılaştıkları zorlukları hafifletebileceğini vurgulamıştır. Bu sonuç, mevcut çalışmada elde edilen sonuçlarla paralellik göstermekte ve öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinde daha derinlemesine bir düşünme ve problem çözme becerisine ihtiyaç duyduklarını ortaya koymaktadır.

Bu çalışmada öğretmen adaylarının görüşleri ve matematiksel modelleme problemlerinin analizleri, adayların matematikleştirme aşamasında belirgin zorluklar yaşadıklarını ortaya çıkarmıştır. Örneğin, Viseu, Martins ve Leite (2020), matematiksel

modelleme sürecinde öğretmen adaylarının problem durumunu en iyi şekilde yansıtan orantı sabitini belirlemede, modelin ürettiği değerlerin makullüğünü tartışmada ve deneysel verilere en uygun modeli sağlayan grafiği tasarlamada güçlük yaşadıklarını belirtmiştir. Bu çalışmada da benzer şekilde öğretmen adaylarının, doğru fonksiyonları belirleyip temsil edemedikleri, üstel fonksiyon yerine doğrusal fonksiyon veya trigonometrik fonksiyon yerine parabol çizme gibi hatalar yaptıkları tespit edilmiştir. Bu durum, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde uygun matematiksel temsil ve model oluşturma konusunda yeterli bilgi ve beceriye sahip olmadıklarını göstermektedir.

Araştırmada diğer önemli sonuç, öğretmen adaylarının teknoloji kullanımıyla ilgili yaşadıkları zorluklardan kaynaklanmaktadır. Bu bağlamda öğretmen adaylarının donanım yetersizliği, yazılım kullanmada zorluklar (örneğin GeoGebra), teknolojik yetersizlikler ve unutkanlık gibi nedenlerden kaynaklı olarak matematiksel modellemede zorluklar yaşayabileceği belirlenmiştir. Bu sonuçları destekleyecek şekilde teknolojinin matematiksel modelleme sürecinde bir yandan avantaj sağlarken, diğer yandan katılımcılar ilgili teknolojiye yabancı ise bunun birçok zorluk ortaya çıkarabileceğini işaret edilmiştir (Hıdıroğlu vd., 2018; Altuntaş, Ay ve Çetin, 2024). Diğer taraftan öğretmen adayları GeoGebra gibi yazılımlarla çok sınırlı veriyle bile birçok fonksiyon modelini çok hızlı bir şekilde inceleyerek, hangisinin matematiksel modellemede geçen gerçek yaşam bağlamına uygun olduğuna karar verebilir. Bu nedenle, modelleme için matematiksel yazılım (örneğin, MATLAB ve GeoGebra) kullanmak, modelleme yeteneklerini geliştirmek için etkili bir strateji olarak kullanılabilir. Bu noktada bu teknolojilerin katılımcıların hangi yeteneklerini, nasıl iyileştirmek için ne şekilde kullanılabileceği konusunu önem kazandığı belirtilebilir (Cevikbas, Kaiser & Schukajlow, 2022).

Son olarak matematiksel modelleme sürecinde öğretmen adaylarının alan bilgilerinden kaynaklı sorunlar da ortaya çıkmıştır. Bu bağlamda öğretmen adayları matematiksel kavramlar arası bağlantı kurmada, matematiksel kavramların içselleştirilmemesinden kaynaklı gerektiğinde hatırlanamaması, matematiksel kavramların gerçek hayatla ilişkilendirilememesi durumlarında güçlük yaşamışlardır. Öğrenciler genellikle matematiksel modelleme için gereken kavramsal anlayışla mücadele ederler. Bu, gerçek dünyadaki problemleri matematiksel kavramlara bağlamadaki zorlukları içerir ve bunun tersi de geçerlidir. Örneğin, öğrenciler gerçek

dünya senaryosundan matematiksel bir modele geçmeyi ve sonuçları gerçek dünya bağlamına geri yorumlamayı zor bulabilir (Aryanti, 2017). Bu boşluk genellikle doğru modeller oluşturmak için çok önemli olan temel matematiğin derinlemesine anlaşılmamasından kaynaklanmaktadır (Zulkarnaen, 2018).

Öğrencilere modelleme konusunda rehberlik etmesi beklenen öğretmen adayları, kavramsal anlayış eksikliği ve süreçten ziyade yalnızca sonuçlara odaklanma eğilimi gibi bireysel faktörlerden dolayı da zorluklarla karşı karşıyadır. Modelleme görevlerinde yetersiz deneyim ve zaman kısıtlamaları gibi bağlamsal faktörler, bu zorlukları daha da şiddetlendirir (Sen Zeytun, Cetinkaya & Erbas, 2023). Bu konular, hem temel matematik hem de modelleme tekniklerinde kapsamlı eğitim ve deneyim ihtiyacını vurgulamaktadır.

Öğrenciler gerçek dünyadaki durumları matematikleştirmeye çalışırken sıklıkla zihinsel süreçlerde hatalar yaparlar. Bu hatalar, ilgili matematiksel kavramların temel bir yanlış anlaşılmasını gösteren alakasız prosedürlerin kullanılmasını veya eksik şemalara sahip olmayı içerir (Zulkarnaen, 2018). Bu tür hatalar genellikle modellerin oluşturulması ve yorumlanması için gerekli olan yetersiz cebir, geometri ve trigonometri bilgisine dayanır. Birçok araştırmada bu zorluklar vurgulanmakta ve öğretmen adaylarının bu bağlamda anlayış geliştirmesi gerektiği işaret edilmektedir (Sen Zeytun, Cetinkaya & Erbas, 2023).

Matematik öğretmen adaylarının karşılaştığı zorluklar önemli olsa da, hedeflenen eğitim müdahaleleriyle onların ilerleme ve gelişme potansiyelini tanımak önemlidir. Mesleki gelişim programları ve atölyeler, teorik bilgi ile pratik uygulama arasındaki boşluğu kapatabilir ve öğretmenlerin bu zorlukları aşmalarına ve modelleme yeteneklerini artırmalarına yardımcı olabilir (Şahin vd., 2023). Bunun yanı sıra, bireysel bilişsel stilleri anlamak ve teknolojiyi etkili bir şekilde kullanmak, öğretmen adaylarına sağlam problem çözme becerileri geliştirmelerinde daha fazla destek sağlayabilir (Gonzales & Arnal-Bailera, 2020).

Araştırmanın sonuçları, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemleri karşısında yaşadıkları zorlukların üstesinden gelme konusunda desteklenmeleri gerektiğini ortaya koymaktadır. Bu bağlamda, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirmeye yönelik stratejilerin ve yaklaşımların daha kapsamlı bir şekilde ele alınması gerekmektedir. Özellikle, öğretmen adaylarının matematiksel düşünme becerilerini geliştirecek, onların matematiksel kavramları gerçek

dünya senaryolarında daha etkin bir şekilde kullanmalarını sağlayacak eğitim programlarının geliştirilmesi büyük önem arz etmektedir. Bu tür programlar, öğretmen adaylarının sadece matematiksel modelleme süreçlerini anlamalarını sağlamakla kalmayacak, aynı zamanda onların matematiksel düşünme ve problem çözme yeterliklerini de güçlendirecektir.

Sonuç olarak, bu çalışma, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinde yaşadıkları zorlukları belirleyip bu zorlukların üstesinden gelmelerine yardımcı olabilecek stratejilerin geliştirilmesi gerektiğini ortaya koymaktadır. Bu stratejiler, öğretmen adaylarının sadece matematiksel modelleme süreçlerini anlamalarını sağlamakla kalmayacak, aynı zamanda onların matematiksel düşünme ve problem çözme yeterliklerini de güçlendirecektir. Bu çalışma, bu alanda yapılacak gelecekteki araştırmalar için önemli bir zemin oluşturmakta ve öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinde daha etkili olabilmeleri için gereken desteklerin neler olabileceğine dair önemli ipuçları sunmaktadır.

Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerindeki zorluklarını aşmalarına yardımcı olacak özel eğitim programları geliştirilmelidir. Bu programlar, adayların matematikleştirme, model doğrulama ve yorumlama gibi kritik becerilerini geliştirecek şekilde tasarlanmalıdır. Özellikle uygulamalı derslerle bu süreçlerin pratiğe dökülmesi sağlanabilir.

Matematiksel modelleme süreçlerinde teknoloji kullanımıyla ilgili yaşanan zorlukları azaltmak amacıyla, öğretmen adaylarına yönelik kapsamlı teknoloji eğitimleri verilmelidir. GeoGebra gibi yazılımlar hakkında detaylı eğitimler sunulmalı ve bu yazılımların matematiksel modelleme süreçlerindeki uygulamaları üzerine odaklanılmalıdır.

Öğretmen adaylarının bireysel bilişsel stilleri ve bağlamsal faktörler göz önünde bulundurularak kişiselleştirilmiş eğitim stratejileri geliştirilmelidir. Bu, öğretmen adaylarının zorluklarla başa çıkma kapasitelerini artırabilir ve onların matematiksel modelleme süreçlerine daha etkin katılımlarını sağlayabilir.

Matematiksel modelleme ve ilgili pedagojiler konusunda öğretmen adaylarına yönelik atölye çalışmaları düzenlenmelidir. Bu atölyeler, adayların teorik bilgi ve pratik uygulama arasında bağlantı kurmalarına yardımcı olarak, modelleme süreçlerindeki becerilerini artırmalarını sağlayacaktır.

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının yanı sıra, ortaöğretim ve lise düzeyindeki öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinde yaşadıkları zorlukların karşılaştırmalı bir analizi yapılabilir. Bu, farklı eğitim düzeylerinde modelleme süreçlerinin nasıl geliştiğini ve öğretmen adaylarının bu süreçlerde hangi aşamalarda zorlandıklarını anlamaya yönelik değerli bilgiler sunabilir.

Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerinin zaman içindeki gelişimini inceleyen uzun vadeli bir çalışma yapılabilir. Bu çalışma, belirli bir süre boyunca adayların modelleme becerilerini izleyerek, hangi eğitim stratejilerinin uzun vadede en etkili olduğunu belirlemeye yardımcı olabilir.



Kaynaklar

- Abeysekera, L., & Dawson, P. (2015). Motivation and cognitive load in the flipped classroom: definition, rationale and a call for research. *Higher Education Research & Development*, 34(1), 1-14.
- Adams, C. & Dove, A. (2018). Calculus students flipped out: The impact of flipped learning on calculus students' achievement and perceptions of learning. *PRIMUS*, 28(6), 600-615.
- Akgün, L., Çiltaş, A., Deniz, D., Çiftçi, Z., & Ahmet, I. Ş. I. K. (2013). İlköğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme ile ilgili farkındalıkları. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 12, 1-34.
- Altuntaş, M., Ay, Z. S., & Çetin, I. (2024). Mathematical modeling in online learning environments: Student challenges. *Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(2), 1049-1075.
- Anhalt, C. O., Cortez, R., & Aguirre, J. M. (2021). Mathematical Modeling Thinking: A Construct for Developing Mathematical Modeling Proficiency. *Exploring Mathematical Modeling with Young Learners*, 45-66.
- Antonius, S., Haines, C., Jensen, T. H., Niss, M., & Burkhardt, H. (2007). Classroom activities and the teacher. In *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 295-308). Springer, Boston, MA.
- Aryanti. (2017). Improving the ability of mathematical modeling at the elementary school students through Problem-Based Learning-Based Scaffolding. *Advances in Social Science, Education and Humanities Research*, 174, 311-315.
- Asempapa, R. S. & Sturgill, D. J. (2019). Mathematical Modeling: Issues and Challenges in Mathematics Education and Teaching. *Journal of Mathematics Research*, 11(5), 71-78. <https://doi.org/10.5539/jmr.v11n5p71>
- Aydın, B. (2016). *Ters yüz sınıf modelinin akademik başarı, ödev/görev stres düzeyi ve öğrenme transferi üzerindeki etkisi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Süleyman Demirel Üniversitesi, Isparta.
- Baki, A. (2018). *Matematiği öğretme bilgisi*. Pegem.

- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Bergmann, J. & Sams, A. (2012). *Flip your classroom: Reach every student in every class every day*. Washington: International Society for Technology in Education.
- Berry, J., & Houston, K. (1995). *Mathematical modelling*. Gulf Professional Publishing.
- Berry, J., & Nyman, M. A. (1998). Introducing mathematical modelling skills to students and the use of posters in assessment. *Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies*, 8(2), 103-115.
- Love, B., Hodge, A., Corritore, C., & Ernst, D. C. (2015). Inquiry-based learning and the flipped classroom model. *Primus*, 25(8), 745-762.
- Bilgili, S., Öndeş, R. N., & Çiltaş, A. (2020). Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Modelleme Etkinliklerini Oluşturma ve Çözme Süreçlerinin İncelenmesi. *The Journal of Limitless Education and Research*, 5(1), 90-108. <https://doi.org/10.29250/sead.680493>
- Bishop, J., & Verleger, M. A. (2013, June). The flipped classroom: A survey of the research. In *2013 ASEE annual conference & exposition* (pp. 23-1200).
- Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications*, 22(3), 123-139.
- Blum, W. (2013). Mathematical modeling: How can students learn to model? *Journal of Mathematics Education at Teachers College, Proceedings: Conference on Mathematical Modeling*, 54–61.
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling- education, engineering and economics* (pp. 222–231). Chichester: Horwood.
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? The example “Sugarloaf”. In *Modeling and applications in mathematics education* (pp. 222-225). Springer, Boston, MA.

- Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modeling, applications, and links to other subjects: State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68.
- Boaler, J. (1998). Open and closed mathematics: Student experiences and understandings. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 41-62.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM*, 38(2), 86-95.
- Borromeo Ferri, R. (2007). Modelling problems from a cognitive perspective. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Ed.), *Mathematical modelling (ICTMA-12): Education, engineering and economics* (pp. 260-270). Chichester: Horwood Publishing.
- Cevikbas, M., Kaiser, G. & Schukajlow, S. (2022). A systematic literature review of the current discussion on mathematical modelling competencies: state-of-the-art developments in conceptualizing, measuring, and fostering. *Educ Stud Math* 109, 205–236. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10104-6>
- Chen, Y., Wang, Y., Kinshuk, & Chen, N. S. (2014). Is FLIP enough? or should we use the FLIPPED model instead? *Computers & Education*, 79, 16-27.
- Christensen, L. B., Johnson, R. B., & Turner, L. A. (2015). *Research methods: design and analysis* (Translation Editor: Ahmet Aypay). Anı Publishing
- Common Core State Standard Initiative. (2014). Implementing the common core state standards. Retrieved from www.corestandards.org/assets/CoreFAQ.pdf
- Creswell, J. W. (2020). *Nitel araştırma yöntemleri: Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni*. Ankara: Siyasal Kitabevi.
- Çakmak-Gürel, Z., & Işık, A. (2018). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modellemeye İlişkin Yeterliklerinin İncelenmesi. *E-Uluslararası Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 9(3), 85-103. <https://doi.org/10.19160/ijer.477651>
- Çoksöyler, A., & Bozkurt, G. (2021). Bilişsel Perspektif Bağlamında Matematiksel Modelleme Süreci: Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Deneyimleri. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, (52), 480-502.

- Dede, Y., Akçakın, V., & Kaya, G. (2018). Ortaokul Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Yeterliklerinin Cinsiyete Göre İncelenmesi: Çok Boyutlu Madde Tepki Kuramı. *Adıyaman University Journal of Educational Sciences*, 8(2), 150-169. <https://doi.org/10.17984/adyuebd.456626>
- Dedebaş, E. (2017). *An investigation of fifth grade students' behaviors and difficulties through multiple implementation of model eliciting activities* (Master's thesis, Middle East Technical University).
- Doğan, M. F., Özaltun Çelik, A. & Bukova Güzel, E. (2021). Matematik eğitimi açısından matematiksel modelleme nedir ve ne değildir? E. Bukova Güzel, M. F. Doğan, A. Özaltun Çelik (Eds). *Matematiksel modelleme teoriden uygulamaya bütünsel bakış* içinde (s. 3-18). Pegem.
- Eisenhut, L. A., & Taylor, C. E. (2015). In-Class Purposes of Flipped Mathematics Educators. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, 6(2). <https://doi.org/10.7916/jmetc.v6i2.615>
- English, L. D. (2006). Mathematical modeling in the primary school. In *Mathematical modeling* (pp. 3-18). Springer, Boston, MA.
- English, L. D., & Watters, J. J. (2005). Mathematical modelling in the early school years. *Mathematics education research journal*, 16(3), 58-79.
- English, L., & Sriraman, B. (2010). Problem solving for the 21 st century. In *Theories of mathematics education* (pp. 263-290). Springer, Berlin, Heidelberg.
- Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Alacacı, C., Çakıroğlu, E., Aydoğan Yenmez, A., Şen Zeytun, A., Korkmaz, H., Kertil, M., Didiş, M. G., Baş, S., & Şahin, Z. (2016). *Lise matematik konuları için günlük hayattan modelleme soruları*. Türkiye Bilimler Akademisi.
- Ferri, R. B. (2007). Modelling problems from a cognitive perspective. In *Mathematical Modelling* (pp. 260-270). Woodhead Publishing.
- Flipped Learning Network [FLN] (2014). *The four pillars of f-l-i-p*. Erişim adresi: <http://flippedlearning.org>
- Frejd, P. (2011). *Mathematical modelling in upper secondary education in Sweden: An exploratory study*. Linköping University Electronic Press.

- Frejd, P. (2012). Teachers' conceptions of mathematical modelling at Swedish Upper Secondary school. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(5), 17-40.
- Gonzales, A., & Arnal-Bailera, A. (2020). Prospective Teachers Difficulties in Integrating Technology Into Problem Solving and Teaching on Rational Numbers. *Acta Scientiae*, 50-63.
- Guerrero-Ortiz, C., & Borromeo-Ferri, R. (2022). Pre-service teachers' challenges in implementing mathematical modelling: insights into reality. PNA. *Revista de Investigación En Didáctica de La Matemática*, 16(4), 309–341.
- Hacıömeroğlu, G. & Hacıömeroğlu, E. S. (2021). Ortaokul Düzeyinde Matematiksel Modellemeye Yönelik Zorluklar ve Çözüm Önerileri. E. Bukova Güzel, M. F. Doğan, A. Özaltun Çelik (Eds). *Matematiksel modelleme teoriden uygulamaya bütünsel bakış* içinde (s. 145-158). Pegem.
- Haines, C., & Crouch, R. (2007). Mathematical modelling and applications: Ability and competence frameworks. In *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 417-424). Springer, Boston, MA.
- Hayırsever, F. ve Orhan, A. (2018). Ters yüz edilmiş öğrenme modelinin kuramsal analizi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(2): 572-596. DOI: 10.17860/mersinefd.431745.
- Herreid, C. F., & Schiller, N. A. (2013). Case studies and the flipped classroom. *Journal of college science teaching*, 42(5), 62-66.
- Hıdıroğlu, Ç. N., & Bukova Güzel, E. (2016). Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme sürecindeki bilişsel ve üst bilişsel eylemler arasındaki geçişler. *Necatibey eğitim fakültesi elektronik fen ve matematik eğitimi dergisi*, 10(1). <https://doi.org/10.17522/nefefmed.15854>
- Hıdıroğlu, Ç. N., Özaltun Çelik, A., Kula Ünver, S., Bukova Güzel, E. (2018). Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Süreci Çerçevesinde Uzaklık Problemi'ne İlişkin Çözümleri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(3), 782-809. <https://doi.org/10.17556/erziefd.441732>

- Hıdıroğlu, Ç. N., Tekin Dede, A., Kula, S., & Bukova Güzel, E. (2014). Öğrencilerin kuyruklu yıldız problemi'ne ilişkin çözüm yaklaşımlarının matematiksel modelleme süreci çerçevesinde incelenmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 1-17
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65–97). New York: Macmillan
- Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester Jr (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371-404). IAP.
- Johnson, L. W., & Renner, J. D. (2012). *Effect of the flipped classroom model on a secondary computer applications course: Student and teacher perceptions, questions and student achievement*. (Doctoral dissertation). Louisville, KY: University of Louisville.
- Kertil, M. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi* (Master's thesis, Marmara Üniversitesi (Turkey)).
- Lage, M. J., Platt, G. J., & Treglia, M. (2000). Inverting the Classroom: A Gateway to Creating an Inclusive Learning Environment. *The Journal of Economic Education*, 31(1), 30-43.
- Lesh, R. A., & Doerr, H. M. (2003). *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Routledge.
- Lesh, R., & Harel, G. (2003). Problem solving, modeling, and local conceptual development. *Mathematical thinking and learning*, 5(2-3), 157-189.
- Lesh, R., and Zawojewski, J. S. (2007). Problem solving and modeling. In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 763–804). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Sage Publications.
- Lingefjård, T. (2006). Faces of mathematical modeling. *ZDM*, 38(2), 96-112.

- Love, B., Hodge, A., Grandgenett, N. ve Swift, A. W. (2014). Student learning and perceptions in a flipped linear algebra course. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 45(3), 317-324
- Maaß, J., O'Meara, N., Johnson, P., O'Donoghue, J. (2020). *Öğretmenler için matematiksel modelleme uygulamalı matematik eğitimi için pratik bir rehber* (1.Baskı). (A. Yıldız, Çev.). Vizetek (2018, 1.Baskı)
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 113-142. <https://doi.org/10.1007/BF02655885>
- Mann, C., & Stewart, F. (2000). *Internet communication and qualitative research: A handbook for researching online*. Sage Publications.
- Mayring, P. (2014). *Qualitative content analysis theoretical foundation, basic procedures and software solution*. Beltz.
- McLaughlin, J. E., White, P. J., Khanova, J., & Yuriev, E. (2016). Flipped classroom implementation: A case report of two higher education institutions in the United States and Australia. *Computers in the Schools*, 33(1), 24-37.
- Merriam, S. B., & Tisdell, E. J. (2016). *Qualitative research: A guide to design and implementation* (4th ed.). Jossey-Bass.
- Merrill, M. D. (2002). First principles of instruction. *Educational Technology Research and Development*, 50(3), 43–59
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed.). Sage Publications.
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldana, J. (2014). *Qualitative data analysis: A methods sourcebook* (3rd ed.). Sage Publications.
- Miller, G. A. (2012,). *Five best practices for the flipped classroom*. Erişim adresi: <http://www.edutopia.org/blog/flipped-classroom-best-practices-andrew-miller>
- Muir, T. (2017). Flipping the mathematics classroom: affordances and motivating factors. *The Mathematics Educator*, 17(1&2), 105-130

- Ortiz, C. G., & Ferri, R. B. (2022). Pre-service teachers' challenges in implementing mathematical modelling: Insights into reality. PNA. *Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 16(4), 309–341.
- Özaltun Çelik, A., & Bukova Güzel, E. (2018). Doğrusal Fonksiyonun Öğrenilmesine Yönelik Tasarlanan Modelleme Etkinliği Üzerine Çalışan Öğrencilerin Nicel Muhakemeleri. *Adıyaman University Journal of Educational Sciences*, 8(2), 53-85.
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research and evaluation methods* (3rd ed.). Sage Publications.
- Patton, M. Q. (2015). *Qualitative research & evaluation methods* (4th ed.). Sage Publications.
- Persky, A. M., & McLaughlin, J. E. (2017). The Flipped Classroom – From Theory to Practice in Health Professional Education. *American Journal of Pharmaceutical Education*, 81(6), 118. <https://doi.org/10.5688/ajpe816118>
- Pollak, H. (2007). Mathematical modelling—A conversation with Henry Pollak. In *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 109-120). Springer, Boston, MA.
- Reys, B. J. (2014). Mathematics curriculum policies and practices in the US: The Common Core State Standards initiative. In *Mathematics curriculum in school education* (pp. 35-48). Springer, Dordrecht.
- Saldaña, J. (2011). *Fundamentals of qualitative research*. Oxford University Press.
- Sandalcı, Y. (2013). *Matematiksel modelleme ile cebir öğretiminin öğrencilerin akademik başarılarına ve matematiği günlük yaşamla ilişkilendirmelerine etkisi* (Master's thesis, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi/Sosyal Bilimler Enstitüsü/Sınıf Öğretmenliği Anabilim Dalı).
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334–370). New York: McMillan.

- Schukajlow, S., Krawitz, J., Kanefke, J., Blum, W., & Rakoczy, K. (2023). Open modelling problems: Cognitive barriers and instructional prompts. *Educational Studies in Mathematics*, 114(3), 417-438.
- Sen Zeytun, A., Cetinkaya, B., & Erbas, A. K. (2023). Why do prospective teachers have difficulties in mathematical modelling? Insights from their perspectives. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1–24. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2023.2171922>
- Shenton, A. K. (2004). Strategies for ensuring trustworthiness in qualitative research projects. *Education for Information*, 22(2), 63-75.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Staker, H. ve Horn, M. B. (2012). *Classifying K-12 blended learning*. Erişim adresi: <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED535180.pdf>
- Stillman, G. (2012). Ortaokul Sınıflarında Uygulamalar ve Modelleme Araştırmaları: Neler Öğrendik? *Educational Studies in Mathematics*, 79(1), 65-108.
- Strayer, J. F. (2012). How learning in an inverted classroom influences cooperation, innovation and task orientation. *Learning Environments Research*, 15(2), 171-193.
- şahin, N. (2014). *İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin model oluşturma etkinlikleri üzerindeki düşünme süreçleri* (Master's thesis, Eğitim Bilimleri Enstitüsü).
- şahin., S., Gürbüz., R. & Dogan, M. F. (2023). Investigating Mathematical Modeling Problem Designing Process of Inservice Mathematics Teachers. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi dergisi*, 52(1), 33-70.
- Tall, D. (1996). Functions and calculus. *International handbook of mathematics education*, 1, 289-325.
- Tekin, A., Kula, S., Hidiroğlu, C. N., Bukova-Güzel, E., & Uğurel, I. (2011). Determining the views of mathematics student teachers related to mathematical modelling. In *Paper presented at the 35th conference of the international group for the psychology of mathematics education, Middle East Technical University, Ankara, Turkey*.

- Ural, A. (2014). Matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 109-140.
- Van Manen, M. (1990). *Researching lived experience: Human science for an action sensitive pedagogy*. The University of Western Ontario.
- Viseu, F., Martins, P.M., & Leite, L. (2020). Prospective Primary School Teachers' Activities when Dealing with Mathematics Modelling Tasks. *Journal on Mathematics Education*, 11(2), 301-318. <http://doi.org/10.22342/jme.11.2.7946.301-318>.
- Voss, E., & Kostka, I. (2019). *Flipping academic English language learning: Experiences from an American university*. Springer Nature.
- Yanbıyık, S. (2016). *Sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerileri: Fermi problemleri uygulamaları* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Tokat.
- Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications: Design and methods* (6th ed.). Sage Publications.
- Zulkarnaen, R. (2018, October). Why is mathematical modeling so difficult for students?. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 2021, No. 1). AIP Publishing.

EK-A: Etik Komisyonu Onay Bildirimi

	T.C. VAN YÜZÜNCÜ YIL ÜNİVERSİTESİ SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLERİ YAYIN ETİK KURUL BAŞKANLIĞI ETİK KURUL KARARLARI
TOPLANTI TARİHİ: 23.02.2023 OTURUM SAYISI: 2023/04 TOPLANTIDA ALINAN KARAR SAYISI: 26	
Sayfa: 13/26	

Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimleri Yayın Etik Kurulu’nun 23.02.2023 tarihinde saat 14.00’ da zoom üzerinden Prof. Dr. Orhan DENİZ başkanlığında online yapmış olduğu toplantıda aşağıdaki ek kararı almıştır:

KARAR NO 2023/04-13.Danışmanlığını Eğitim Bilimleri Enstitüsü , Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, öğretim üyesi Dr. Öğr. Üyesi Mustafa GÖK’ün yapmış olduğu, yüksek lisans öğrencisi Ahmet Ala SARIMURAT’a ait “İlköğretim Matematik öğretmen Adaylarının Ters Yüz Öğrenme Bağlamında Matematiksel Modelleme Sürecinde Yaşadığı Zorluklar: Fonksiyonlar Örneği” adlı tez çalışmasında kullanılacak olan anket ve ölçekler incelenmiş olup, söz konusu araçların ilgili kişilere uygulanmasında Sosyal ve Beşeri Etik Kuralları ve İlkeleri çerçevesinde herhangi bir sakınca olmadığına toplantıya katılan üyelerin oy birliğiyle karar verilmiştir.

	BAŞKAN Prof. Dr. Orhan DENİZ Edebiyat Fakültesi	
ÜYE Prof. Dr. Mehmet Şirin ÇINAR İlahiyat Fakültesi	ÜYE Prof. Dr. Gülsen BAŞ Edebiyat Fakültesi	ÜYE Prof. Dr. Zafer KANBEROĞLU İktisadi ve İd. Bil. Fakültesi
ÜYE Prof. Dr. Zihni MEREY Eğitim Fakültesi	ÜYE Prof. Dr. Murat ÜNAL Eğitim Fakültesi	ÜYE Prof. Dr. Muhammet Cevat YILDIRIM Eğitim Fakültesi

EK-B: Etik Beyanı

Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada,

- Tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Görsel, işitsel ve yazılı bütün bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- Atıfta bulunduğum eserlerin bütününi kaynak olarak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- Bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

28/08/2024

Ahmet Ala SARIMURAT

EK-C: Yüksek Lisans Tez Çalışması Orijinallik Raporu



VAN YÜZÜNCÜ YIL ÜNİVERSİTESİ
Eğitim Bilimler Enstitüsü

LİSANSÜSTÜ TEZ ORJİNALLİK RAPORU

VAN YÜZÜNCÜ YIL ÜNİVERSİTESİ
Eğitim Bilimler Enstitüsü

29/08/2024

Tez Başlığı / Konusu

İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Ters Yüz Öğrenme Bağlamında Matematiksel Modelleme Sürecinde Yaşadığı Zorluklar: Fonksiyonlar Örneği

Yukarıda başlığı/konusu belirlenen tez çalışmamın Kapak sayfası, Giriş, Ana bölümler ve Sonuç bölümlerinden oluşan toplam 108 sayfalık kısmına ilişkin, 29/08/2024 tarihinde şahsım/tez danışmanım tarafından Turnitın intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtreleme uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı % 5 (Yüzde beş) tir.

Uygulanan Filtreler Aşağıda Verilmiştir:

- Kabul ve onay sayfası hariç,
- Teşekkür hariç,
- İçindekiler hariç,
- Simge ve kısaltmalar hariç,
- Gereç ve yöntemler hariç,
- Kaynakça hariç,
- Alıntılar hariç,
- Tezden çıkan yayınlar hariç,
- 7 kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç (Limit match size to 7 words)

Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Lisansüstü Tez Orijinallik Raporu Alınması ve Kullanılmasına İlişkin Yönergeyi İnceledim ve bu yönergede belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içemediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini bilgilerinize arz ederim.

29/08/2024

Ahmet Ala Sarımurat

Adı Soyadı	: Ahmet Ala Sarımurat
Anabilim Dalı	: Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı
Bilim Dalı	: Matematik Eğitimi Bilim Dalı
Statüsü	☒ Y. Lisans ☐ Doktora

DANIŞMAN	ENSTİTÜ ONAYI
Dr. Öğr. Üyesi Mustafa GÖK Dr. Öğr. Üyesi Mehtap Taştepe	UYGUNDUR
29/08/2024	29/08/2024
	Refik GÜRBÜZKOL Enstitü Sekreteri

EK-D.1: Ters Yüz Öğrenme Bağlamında Matematiksel Modelleme ile İlgili Görevler

Hafta 1. Değerlendirme Soruları

1. Model ve modelleme kavramları nedir? Açıklayınız.
2. Matematiksel modelleme nedir? Açıklayınız.
3. Matematiksel modelleme hangi süreçlerden oluşmaktadır? Açıklayınız.

Hafta 2. Değerlendirme Soruları

1. Ters yüz sınıf uygulaması nedir? Eğitimde bu uygulamadan nasıl yararlanılabilir? Açıklayınız.
2. Matematik eğitiminde ters yüz sınıf uygulamaları nasıl kullanılabilir? Açıklayınız.
3. Matematik eğitimi açısından ters yüz sınıf uygulamalarının faydaları ve sınırlılıkları nelerdir? Açıklayınız.

Hafta 3. Değerlendirme Soruları

1. Matematiksel modelleme etkinliklerinin bileşenleri nelerdir? Kısaca açıklayınız.
2. Matematiksel modelleme uygulamaları tasarlanırken, öğretmenler hangi aşamalara dikkat etmelidir? Bu aşamalar nasıl tasarlanmalıdır?

Hafta 4. Değerlendirme Soruları

1. Matematiksel modelleme amaç ve araç olarak ne demektir? Açıklayınız.
2. Matematiksel modelleme yeterlikleri nelerdir? Doğrulama aşamasını açıklayınız.

Hafta 5. Değerlendirme Soruları

1. Matematiksel modelleme sürecinde öğretmen rolleri nedir? Açıklayınız.
2. Matematiksel modelleme sürecinde öğrenci rolleri nelerdir?

EK-D.2. Bir Görev ile ilgili Öğretmen Adayının Yanıt Örneği

Matematik Öğretiminde Modellene Değerlendirme Soruları
1. Hafta

1. Model ve modellenme kavramları nedir? Açıklayınız.

Model: Karmaşık bir sistemin anlaşılabilirliği ve yorumlanabilirliği için bu karmaşık sistemin daha basit hale getirilerek anlaşılmasına ya sistemin modeli denir. Yani model belli karmaşık yapıları daha basit hale getirmenin yoludur denilebilir. Örneğin dünyayı anlamamız, oldukça zor ve anlaşılmatır. Dünyanın bu karmaşık sistemini daha iyi anlayabilmemiz, yorumlayabilmemiz ve belli hesapları yapabilmemiz için harita modelleri oluşturulmuştur. Ya da den dersinin daha anlaşılır olması için ders esnasında DNA zincirleri ve kelimeler kullanılır. Ne bunlar birer modeldir. Ya da matematikteki sayılar, denklemler, grafikler, fonksiyonlar, tablolar birer modeldir.

Modellenme: Modellenme bir süreçtir. Modellenme var olan modeller kullanılarak bilinmeyen bir durumu açıklar. Örneğin elektrik akımının, buradan akan su modeline benzetilerek açıklanması ve ifade edilmesi bir modellenmedir. Thomson atom yapısını anlatmak için "üzüm" kek modelini açıklaması da bir modellenmedir.

2. Matematiksel modellenme nedir? Açıklayınız.

Matematiksel Modellenme: Matematikteki değişkenler, sayılar, semboller, vb. kullanılarak gerçek yaşamla karşılaştığımız problemi ifade etmektir. Yani günlük hayatta karşılaştığımız bir gerçek yaşam problemini matematiksel olarak ifade edip, çözümün matematiksel olarak araştırılması sürecidir.

3. Matematiksel modellenme hangi süreçlerden oluşmaktadır? Açıklayınız.

Matematiksel modellenme sürecinin birinde farklı tanımlanmaları vardır.

Matematiksel modellenme;

- 1- Bir gerçek yaşam problemi belirlene,
- 2- Gerçek yaşam problemini anlama,
- 3- Gerçek yaşam problemini gereksiz bilgilerden arındırarak sadeleştirme,
- 4- Belirlenen problem üzerinde çalışılabilirliği için gerçek yaşam problemini matematiksel bir probleme dönüştürme,
- 5- Matematiksel problemi matematiksel olarak çözme,
- 6- Matematiksel problemi çözülürken de gerçek yaşam problemini değil matematiksel problemi çözümler olacağından matematiksel olarak elde ettiğimiz çözümü yorumlayarak gerçek yaşama uygulama,
- 7- Problemdaki hatalar ile ilgili geri dönüşlerle tekrar düzeltmeler sağlama, doğrulama, süreçlerinden oluşmaktadır.

```
graph TD; A((Gerçek yaşam problemi)) -- dönüştürme --> B((matematiksel bir problem)); B -- çözüm --> C((Matematiksel olarak çözülme)); C -- yorumlama --> D((çözümü gerçek yaşama uygulama));
```

Matematiksel modellenme süreci

EK-E.1: Örnek Bir Matematiksel Modelleme Problemi

Adı Soyadı:

MANTAR PROBLEMİ

Tanıtıcı Makale	İnsanlık tarihi açısından büyük öneme sahip olan mantarlar, orman ekosistemlerinde karbondioksit salınımı yaparlar. Mantar yetiştiriciliği 15. yüzyılda Çin'de gözlenirken, Avrupa'da 1650'li yıllarda Fransa'da başlanmıştır. Ülkemizde ise ilk olarak Korkuteli'de 1960'lı yıllarda yapılmıştır. Kültür mantarı üretimi için gübre, nem ve sıcaklık doğru oranda olmalı ve özel bir toprak karışımı hazırlanmalıdır. Hazırlanan bu özel toprağa kültür mantarı kompostu denilir. Mantar tohumu (misel) esasında mantarın sporlarını taşıyan adeta hububatın içine (arpa, buğday darı vs.) mantarın sporlarının geçmesidir. Bu tohumlar kültür mantarı toprağı üzerine ekildikten kısa bir süre sonra mantar kökü haline gelir ve bir iki hafta içinde mantarlar büyür. Mantar miselinin kompostta yayılım devresinde 20-25 C ısı olması öneriliyor. 25 C ısıının üzerinde miselin gelişiminin yavaşladığını unutmayınız. 30 C'de misel ölür ve tüm emekleriniz boşa gider. Üretim ortamındaki nem ise %70 ile %90 arasında olmalıdır. Mantarların nemli ortamda büyüdüğünü hatırlatmak iyi olacaktır.	Görev 1: Türkiye'de ilk kültür mantar yetiştiriciliği nerede ve hangi tarihte yapılmıştır? Cevap: Görev 2: 25 ile 30 C arasında mantar miselinin gelişimi nasıldır? Cevap (Aşağıdakilerden birini işaretleyiniz) Hızlı [....] Yavaş [....] Ölür [.....]
Problem	Bir kültür mantar üreticisi sıcaklığın 24 C ve nem oranının %85 olduğu bir ortamda mantarları büyütmektedir. 25.02.2023 sabah saat 08:00 de mantarların çaplarını ortalama 4 mm ve 01.03.2023 sabah saat 08:00 ortalama 24 mm olarak ölçüyor. Bu üretici mantarları çapları ortalama 60 mm olduğunda toplaması gerektiğine göre, üretici hangi tarihte mantarlarının toplaması gerekir?	Görev 3: Problemde verilenler ve istenenler nelerdir? <u>Verilenler</u> <u>İstenenler</u> Görev 4: Gerekli ve gereksiz verileri yazınız. <u>Gerekli Veriler</u> <u>Gereksiz Veriler</u>
Görev 5	Problemi çözmek için nasıl bir model oluşturursunuz? Farklı temsillerle (sözel, sembolik, tablo, grafik gibi) açıklayınız. Cevap: (Sağdaki kısım da cevap için kullanılabilir)	

Görev 6: Problemi Matematiksel Olarak Çözüünüz. (GeoGebra, Desmos gibi programların çıktıları verilebilir.)	Çözüm:	Alternatif Çözüm:
Görev 7	Mantarların büyümesi ve matematik arasında nasıl bir ilişki gözlemlediniz. Bu ilişkinin günlük yaşamdaki geçerliliğini tartışınız.	Cevap:
Görev 8	Sizin bulduğunuzdan daha iyi bir ilişki ortaya konulabilir mi? Eğer konulabilirse nasıl yapılacağını açıklayınız.	Cevap:
Görev 9	Üreticiye mantarları hangi tarihte ya da kaç gün sonra toplaması gerektiği ile ilgili bir rapor sununuz.	Cevap:
Değerlendirme	Hangi Görevlerde Zorlandınız? Sizce Zorlukların Sebebi nedir? Açıklayınız.	Zorlukların nasıl üstesinden geldiniz? Açıklayınız.

EK-E.2. Geogebra Çözümlerinden Bir Kesit

31.05.2024 11:19

GeoGebra - Dynamic Mathematics

≡

GeoGebra

Ders

?

QTAH RMPD

⋮

Ders Genel Görünüm

Mantar problemi'in kopyası

Dersi durdurdunuz. Öğrencilerinizin çalışmaya devam etmelerini sağlamak için DEVAM ET seçin.

Mantar problemi'in kopyası

Derse www.geogebra.org/classroom/qtahrmpd adresinden veya kodu www.geogebra.org/classroom adresine girerek katılın

QTAH RMPD

Derste 96 öğrenci

▶ DEVAM ET

EK-E.3. Modelleme Problemi Cevap Kağıdı Örneği

EK-E.1. Sayfa 1

Ad-Soyad:
Ass:

27.02.2023

MATEMATİK ÖĞRETİMİNDE MODELLEME

MANTIKAL PROBLEMİ
Tarihçi Nakale

İnsanlık tarihi açısından büyük öneme sahip olan montörler, orman ekosistem-
lerinde karbondioksit salınımını yaparlar. Montör yetiştiriciliği 15. yüzyılda Çin'de
gözlenirken, Avrupa'da 1650'li yıllarda Fransa'da başlamıştır. Ülkemizde ise
ilk olarak Korkuteli'de 1960'lı yıllarda yapılmıştır. Kültür montörleri üretimi için
gübre, nem ve sıcaklık doğru oranda olmalı ve özel bir toprak karışımı hazır-
lanmalıdır. Hazırlanan bu özel toprakta kültür montörleri kompostu denir. Montör
tohumu (müel) esasında montörün sporlarını taşıyan adeta kutubattan ilüme topa,
büyüdüğü gibi us) montörün sporlarının jeameresidir. Bu tohumları kültür montörleri top-
rağı üzerine ekildikten kısa bir süre sonra montör kökleri haline gelir. ve bir ilüi
hafta içinde montörler büyür. Montör müelinin kompostta yayılımı devresinde 20-25
C ısı olması öneriliyor. 25 C üzerinde müelinin gelişiminin yavaşladığını unutma-
yınız. 30 C'de müel ölür ve tüm emekleriniz boşa gider. Üretim ortamında
ki nem ise %70 ile %80 arasında olmalıdır. Montörlerin nemli ortamda
büyüdüğünü hatırlamak iyi olacaktır.

Görev 1: Türkiye'de ilk kültür montör yetiştiriciliği nerede ve hangi tarihte yapı-
lmıştır?

Cevap: Türkiye'de ilk kültür montör yetiştiriciliği 1960'lı yıllarda Korkuteli'de
yapılmıştır.

Görev 2: 25 ile 30 C arasında montör müelinin gelişimi nasıl olur?

Cevap: (Aşağıdakilerden birini seçtiğiniz için.)

Hızlı [...]
Yavaş [✓]
Ölür [...]

Problem

Bir kültür montör üreticisi sıcaklığın 24 C ve nem oranının %85 olduğu bir
ortamda montörleri büyütmektedir. 25.02.2023 sabah saat 08:00'de montör-
lerin saplarını ortalama 4 mm ve 01.03.2023 sabah saat 08:00'de orta-
lama 24 mm olarak ölçüyor. Bu üretici montörleri sapları ortalama 60 mm
olduğunda toplamını gacetiğine göre, üretici hangi tarihte montörleri toplamayı planlar?

EK-E.3. Sayfa 2

Görev 3: Problemdaki Verilenler ve İstenilenler nelerdir?

Verilenler: Sıcaklık: 24°C , nem: 90.85% 'dir. Montörlerin çapları ilk ölçüldüğünde 4 mm 'dir. 4 gün sonra 24 mm olmaktadır.

İstenilenler: Montörlerin çapları ne zaman 60 mm olmaktadır?

Görev 4: Gerekli ve gereksiz verileri yazınız.

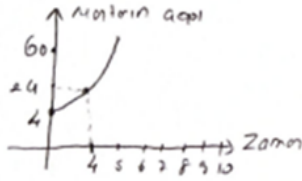
Gerekli Veriler: İlk ölçüm yapıldığında montörlerin çapları 4 mm 'dir. 4 gün sonra ortalama 24 mm olmaktadır.

Gereksiz Veriler: Sıcaklık 24°C ve nemin 90.85% olması.

Görev 5: Problemi çözmek için nasıl bir model kullanırsınız- oluşturursunuz?

Farklı temsillerle (sözel, sembolik, tablo, grafik gibi) açıklayınız.

Cevap: Eğer montörlerin çaplarının zamana göre nasıl olarak büyüdüğünü düşünürsek 10 gün sonra yani 07.03.2023 saat 08:00'de tespit edebiliriz. Ancak montörlerin büyümesi doğrusal değildir. Daha hızlı bir büyüme olmaktadır. Burada hareketle bu büyüme parabolik olabilir.



Bu gösterimin yanı sıra Montör çapının zamana bağlı büyümesindeki değişime bağlı olarak bir fonksiyon elde edebiliriz. Yani;

$t \rightarrow$ Zaman olsun.

$x \rightarrow$ Montörün çapı olsun.

Bu durumda; $\frac{dx}{dt} = m \cdot x$ şeklinde gösterebiliriz. ($m = \text{sabit sayı}$).

Bu m sabit sayısını bulursak, değerleri yerine yazarak sonucu ulaştırabiliriz.

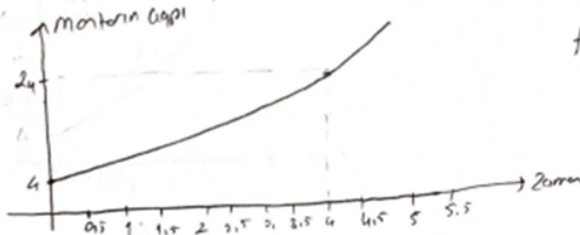
Örnek 6: Problemi Matematiksel olarak Gözlemleyin. (Geogebra, Desmos gibi programların çıktıları kullanılabilir.)

Tablo

Zaman	Motorun Gıptı
0	4
4	24

Bu verileri Geogebra üzerinde 'iki dâişikseli' regresyon $\Rightarrow$ analize baletiprimizde, hem doğrusal hem sinüs hem de üstel fonksiyon bu verileri sâğılamaktadır. Ancak, doğrusal bir büyüme olmaya câğını biliyoruz. Buradan hareketle

ben üstel fonksiyonu aldım.



$$f(x) = 4 \cdot e^{0.45x}$$

olmaktadır.

$f(x) = 4 \cdot e^{0.45x}$ fonksiyonunda motorun gıptı 60mm olduğunda x 'in alacağı değeri bulalım.

$$60 = 4 \cdot e^{0.45 \cdot x} \Rightarrow 15 = e^{0.45 \cdot x} \Rightarrow \ln 15 = 0.45x \Rightarrow x = \frac{\ln 15}{0.45} \approx 6.017$$

Böylelikle $6 < x < 7$ arasında olmaktadır. Öyleyse 7 gün sonra yani 5.03.2023'te toplanmalıdır.

Alternatif Çözüm

$$\frac{dx}{dt} = mx \Rightarrow \frac{dx}{x} = m \cdot dt \Rightarrow \int \frac{dx}{x} = \int m \cdot dt \Rightarrow \ln x = mt + c$$

$$\ln x = mt + c \Rightarrow e^{\ln x} = e^{mt+c} \Rightarrow x = e^{mt+c}$$

Verilenleri yerine yazarak m ve c 'yi bulalım.

$$t=0 \text{ iken } 4\text{mm değer } 4 = e^{0+c} \Rightarrow e^c = 4$$

$$t=4 \text{ iken } 24\text{mm değer } 24 = e^c \cdot e^{4m} \Rightarrow e^{4m} = 6 \Rightarrow m = \frac{\ln 6}{4}$$

Öyleyse

$$x=60\text{mm için } t=?$$

$$x = 4 \cdot e^{\frac{\ln 6}{4} \cdot t} \Rightarrow 60 = 4 \cdot e^{\frac{\ln 6}{4} \cdot t} \Rightarrow \ln 15 = \frac{\ln 6}{4} \cdot t \Rightarrow t \approx 6.045$$

$6 < t < 7$ arasında bulundu. Öyleyse 7 gün sonra yani 5.03.2023'te toplanmalıdır.

EK-E.3. Sayfa 4

Görev 7: Montaların büyümesi ve matematik arasında nasıl bir ilişki gözlemlediniz? Bu ilişkinin günlük yaşamdaki geçerliliğini tartışınız.

Montaların büyümesi dâğırsal olarak algıyık toğünde toplanmaya gacıktığını bulurduk. Ancak asıetli matematiksel modeller kullanarak gacı matematikçi diğer gösterim ve grafiğilerinde gacılanarak daha az bir sürede toplanma- cıgını bulduk. Burada hareketle üretici gacıle hayatta kendisi için yaşam krizine- cıle olan bu hesaplamayı matematiksel modellere gacıinde elde etmiş oldu. Grafiği incelediğimizde montalar cıle daha erken büyümekte, bunu gacıel yaşamı tosidipimizde montaların belli bir olgunluğa erismesi için cıle daha fazla sürelerin gacıktığını gacırdık. Ancak problemde zaten montaların ilk başta belli bir olgunlukta olduğunu söylemekteyiz. Dolayısıyla böyle bir sonucu cı- ması beklenen bir sonuç olmalıdır.

Görev 8: Sizin bulduğunuzdan daha iyi bir ilişki ortaya konulabilir mi? Eğer konulabilirse nasıl yapacağınızı açıklayınız.

Cevap! Evet, ortaya konulabilir. Çok daha fazla veri verilirse elde edeceğimiz farklılıklar çok daha fazla gacıle cıgırı bulmamıza yardımcı olur.

Görev 9: Üreticiye montaları hangi şekilde ya da kaç gün sonra toplamaya gacı- tiği ile ilgili bir rapor sununuz.

Cevap! Sıcaklığın 24°C ve nem oranının 90% olduğu bir ortamda montaları to- büyüttürsünüz. Montaların gacıdan büyüklüğü ile ilgili 1 mm ve 4 gün sonra 24 mm olduğu gözlemlenmiştir. Montaların gacıdan 60 mm olduğunda toplamaya için montaları yetiştirmeye başladığınız gıcinden en az 7 gün sonra toplayabilirsiniz.

Görev 10 (Değerlendirme): Hangi gıcerekte zorlandınız? Sizce zorluluğun sebebi nedir? Açıklayınız.

Görev 6'da zorlandım. Bu gıcere halihazırda, problemin gacıülmesi için en önemli ku- minin oluşturmaktaydı. Problemin matematiğe cıleli olduğu kısımdı. Hacı modelleri kullanacak, jima karar vermede zorlandım. dâğırsal bir büyüme mi vardı, emin olamadım. Yeteli bilgi o an için elimde yoktu.

Zorluluğun nasıl etkisini nasıl gacıdınız? Açıklayınız.

İnternette biraz araştırma yaptım. Montaların büyüme sızreleri hakkında bilgi edin- meye çalıştım. Oradaki bilgiler gacıellilikle büyüme sızreli ilgili bir materyal kompaktı sızre- cıyle başladığımız sızre, cıle daha uzun sızrelerdi. Oradan biraz hesaplamalar yaparak dâğırsal olmayıp daha hızlı büyümesi gacıktığını düşündüm. Grafiği de cıitine dâğırsal olduğunu düşündüm.

EK-F: Modelleme Problemlerine İlişkin Mail Yazışmaları

Fwd: İzin

Gelen Kutusu x

ahmet sarımurat <@>

13 Haz 2024 09:39

Alınan: ben

Forwarded message

Gönderen: erbas

Date: 17 May 2024 Cum, 09:54

Subject: Re: İzin

To: ahmet sarımurat

Cc:

Ahmet Hocam merhaba,

Proje raporuna ve şu kitaba atıfta bulunarak kullanabilirsiniz.

Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Alacacı, C., Çakıroğlu, E., Aydoğan Yenmez, A., Şen Zeytun, A., Korkmaz, H., Kertil, M., Didiş, M. G., Baş, S., & Şahin, Z. (2016). *Lise matematik konuları için günlük hayattan modelleme soruları*. Türkiye Bilimler Akademisi.

Çalışmanız bitince sonuçları bizimle de paylaşırsanız memmnun oluruz.

İyi çalışmalar,

A. Kürşat Erbaş