

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

**ORTAÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN VAN HİLE GEOMETRİ ANLAMA
SEVİYELERİ İLE İSPAT YAZMA BECERİLERİNİN İLİŞKİSİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Filiz COŞKUN

ŞUBAT 2009
TRABZON

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

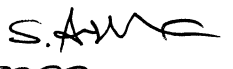
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

**ORTAÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN VAN HİLE GEOMETRİ ANLAMA
SEVİYELERİ İLE İSPAT YAZMA BECERİLERİ ARASINDAKİ İLİŞKİ**

Filiz COŞKUN

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde
“Yüksek Lisans (Matematik Eğitimi)”
Unvanı Verilmesi İçin Teslim Edilen Tezdir.

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 09.01.2009
Tezin Savunma Tarihi : 04.02.2009

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Selahattin ARSLAN 
Jüri Üyesi : Prof. Dr. Adnan BAKİ 
Jüri Üyesi : Yrd. Doç. Dr. Derya ÇELİK 

Enstitü Müdürü : Prof. Dr. Salih TERZİOĞLU

Trabzon 2009

ÖNSÖZ

Geometri hayatımızın vazgeçilmez bir parçası olmuştur. Etrafımızdaki şekiller, binalar ve de görsel olarak gözlemleyebildiğimiz her şey aslında geometrik bir bakış açısının güzelliğidir. Lise öğreniminde de geometri eğitiminin önemi son yıllarda daha fazla fark edilmiştir. Van Hiele geometri anlama seviyelerinin ortaya çıkmasıyla birlikte geometri öğretiminde de öğrencilerin seviyesini anlayabilmek mümkün olmuştur. Hatta bu seviyelerle birlikte öğrencilerin ispat yazma becerilerinin ilişkisi ortaya konabilmektedir. Bu çalışmada 9. ve 10. sınıfta öğrenim gören öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyelerine bakılarak ispat yazma becerilerinin ne durumda olduğunun gösterilmesi amaçlanmıştır.

Yüksek lisans tez danışmanlığımı üstlenerek gerek tez konumun belirlenmesinde, gerekse de çalışmalarımın yürütülmesi sırasında yardımını ve desteğini hiçbir zaman esirgemeyen sayın hocam Yrd. Doç. Dr. Selahattin ARSLAN'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmalarımda görüş ve önerilerinden yararlandığım ve bana yol gösteren sayın hocalarım Prof. Dr. Adnan BAKİ, Yrd. Doç. Dr. Derya ÇELİK, Yrd. Doç. Dr. Bülent GÜVEN ve diğer araştırma görevlisi arkadaşlarıma sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Hazırlanan materyallerin uygulanması aşamasında gönüllü olarak uygulamalara katılan tüm öğrencilere de ayrıca teşekkür ederim.

Son olarak manevi desteğini hiçbir zaman esirgemeyen annem Perihan COŞKUN, babam Tarık COŞKUN ve kardeşim Funda COŞKUN'a minnet ve şükranlarımı sunarım.

Filiz COŞKUN
Trabzon 2009

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ.....	II
İÇİNDEKİLER.....	III
ÖZET.....	V
SUMMARY	VI
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	VII
TABLolar DİZİNİ.....	VIII
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1.1. Giriş.....	1
1.2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi	5
1.3. Araştırmanın Problemi	6
1.4. Araştırmanın Amacı	7
1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları	7
1.6. Araştırmanın Varsayımları.....	7
1.7. İlgili Literatür Taraması	7
1.7.1. Van Hiele Geometri Anlama Seviyeleri.....	8
1.7.2. Van Hiele Geometri Anlama Seviyelerine ve İspat Yazabilme Becerilerine İlişkin Çalışmalar	12
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR	15
2.1. Pilot Uygulama.....	15
2.2. Araştırmanın Yöntemi.....	16
2.3. Araştırmanın Örneklemi.....	16
2.4. Veri Toplama Araçları	17
2.4.1. Van Hiele Geometri Anlama Testi.....	17
2.4.2. Geometri İspat Yazma Testi.....	18
2.5. Verilerin Analizi.....	19
2.6. Geometri İspat Yazma Testi Değerlendirme Rubriği	22

3.	BULGULAR	25
3.1.	Van Hiele Geometri Anlama Testinden Elde Edilen Bulgular	25
3.2.	Geometri İspat Yazma Testine Ait Bulgular	27
3.2.1.	Birinci Soru İçin Elde Edilen Bulgular	28
3.2.2.	İkinci Soru İçin Elde Edilen Bulgular	32
3.2.3.	Üçüncü Soru İçin Elde Edilen Bulgular	36
3.2.4.	Dördüncü Soru İçin Elde Edilen Bulgular	40
3.2.5.	Beşinci Soru İçin Elde Edilen Bulgular	43
3.2.6.	Altıncı Sorudan Elde Edilen Bulgular	46
3.2.7.	Elde Edilen Toplam İspat Puan Sonuçları	50
3.3.	Öğrencilerin Van Hiele Geometri Anlama Seviyeleri ile İspat puanları Arasındaki İlişkiye Yönelik Bulgular	51
4.	TARTIŞMA	54
4.1.	Öğrencilerin Van Hiele Geometri Anlama Seviyelerine İlişkin Tartışma	54
4.2.	Öğrencilerin İspat Yazma Becerilerinin Analizine Yönelik Tartışma	55
4.3.	Öğrencilerin Van Hiele Geometri Anlama Seviyeleri ile İspat Yazma Puanları Arasındaki İlişkinin Analiz Bulgularına Yönelik Tartışma	56
5.	SONUÇLAR	58
5.1.	Ortaöğretimde Öğrenim Gören Öğrencilerin Van Hiele Geometri Anlama Seviyeleri Olması Gerekenden Düşüktür	58
5.2.	Ortaöğretimde Öğrenim Gören Öğrencilerin İspat Yazma Becerileri Genel Olarak Düşük ve Orta Düzeydedir	58
5.3.	Ortaöğretimde Öğrenim Gören Öğrencilerin Van Hiele Geometri Anlama Seviyeleri İle İspat Yazabilme Becerileri Arasında Paralellik Vardır	59
6.	ÖNERİLER	60
6.1.	Öğretmenlere Öneriler	60
6.2.	Araştırmacılara Öneriler	61
7.	KAYNAKLAR	62
8.	EKLER	65
ÖZGEÇMİŞ		

ÖZET

Geometri eğitiminin amacı fiziksel çevreyi ve dünyayı anlamlaştırmamıza yardımcı olmaktır. Okullarımızda ilköğretiminden başlayarak ortaöğretim boyunca geometri dersiyle bu amaca ulaşılmaya çalışılmaktadır. Geometri öğretiminde 1980'lerden sonra Van Hiele çiftinin araştırmalarıyla ortaya çıkan geometri anlama seviyeleri önemli bir yer tutmaktadır. Van Hiele geometri anlama seviyeleri ile ilgili birçok araştırma yapılmış ve yapılmaktadır. Bu araştırmalardan biri olan Senk'e (1983) ait çalışmada Van Hiele geometri anlama seviyeleriyle ispat yazma başarıları arasında bir ilişki olup olmadığı araştırılmıştır. Ülkemizde benzer konularda birçok araştırma yapılmış olmasına karşın ortaöğretim seviyesinde yapılan çalışmalar yeterli düzeyde değildir. Bu nedenle bu çalışmada özel durum çalışması yöntemi kullanılarak ortaöğretim öğrencilerinin Van Hiele geometri anlama seviyeleri ile ispat yazma başarıları arasında ilişki olup olmadığı araştırılarak alana katkıda bulunulmaya çalışılmıştır.

Uygulama Rize Tevfik İleri Anadolu Lisesi, Rize Anadolu Öğretmen Lisesi ve Rize Fen Lisesi'nde 9. ve 10. sınıflarda öğrenim gören toplam 96 öğrenci üzerinde gerçekleştirilmiştir. Öğrencilere önce Van Hiele geometri anlama testi daha sonraki hafta ise geometri ispat yazma testi (Senk, 1983) uygulanarak öğrenci cevap kâğıtları puanlanmıştır. Bu puanlar SPSS programında analiz edilmiş; öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyeleri ile ispat yazma puanları arasında bir ilişki olup olmadığı incelenmiştir.

Elde edilen verilerin incelenmesi sonucunda öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyelerinin beklenenden düşük ve buna bağlı olarak da ispat yazma başarılarının da zayıf olduğu ortaya çıkmıştır. Ayrıca Van Hiele seviyeleri ile ispat yazma becerisi arasında pozitif yönde orta düzeyde bir ilişki olduğu tespit edilmiştir. Elde edilen sonuçlar doğrultusunda eğitimcilere ve araştırmacılara bazı önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Geometri Öğretimi, Van Hiele Geometri Anlama Seviyeleri, İspat Yazma.

SUMMARY

Correlation Between Secondary School Pupils' Van Hiele Levels Of Understanding Of Geometry And Their Proof Writing Skill

The main aim of geometry education is to help make our physical surrounding and our world comprehensible and conceivable. That goal continues to be achieved from the primary school till the secondary education and beyond. Geometry understanding level, which revealed by Van Hiele couple's research after 1980's has a crucial place in geometry education. Many important researches, concerning Van Hiele geometry understanding level, have been conducted and are still under way. One of these researches is that of Senk (1983) where he strives to demonstrate the correlation between secondary school pupils' Van Hiele level of geometry understanding and their proof writing skills. Although there have been lots of researches about the same topic in Turkish educational context, studies conducted at secondary level seem to be not enough. Therefore, our study investigates if there is a correlation between Turkish secondary school pupils' Van Hiele levels of understanding of geometry and their proof writing skills.

This research study was piloted with 96 pupils at 9th and 10th year of their secondary education in Rize Tevfik İleri Anadolu Lisesi, Rize Anadolu Öğretmen Lisesi and Rize Fen Lisesi. These pupils were given Van Hiele understanding test and they were administered the Senk's (1983) geometry writing test the following week. The pupils' answer sheets were evaluated and analyzed with SPSS software in order to reveal if there is a correlation between secondary school pupils' Van Hiele levels of understanding of geometry and their proof writing skills.

The analysis of the data revealed that most pupils had a lower Van Hiele level of understanding of geometry than expected and therefore their proof writing skills were quite low level. Furthermore it has been demonstrated that there was a positive correlation between pupils' Van Hiele levels and their proof writing skills. Following the results, some recommendations have been provided for both educators and researchers.

Key Words: Geometry Education, Geometry Understanding Levels of Van Hiele, Proof Writing.

ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1. Örnek öğrenci cevabı 1	29
Şekil 2. Örnek öğrenci cevabı 2	30
Şekil 3. Örnek öğrenci cevabı 3	31
Şekil 4. Örnek öğrenci cevabı 4	32
Şekil 5. Örnek öğrenci cevabı 5	33
Şekil 6. Örnek öğrenci cevabı 6	34
Şekil 7. Örnek öğrenci cevabı 7	35
Şekil 8. Örnek öğrenci cevabı 8	36
Şekil 9. Örnek öğrenci cevabı 9	38
Şekil 10. Örnek öğrenci cevabı 10	38
Şekil 11. Örnek öğrenci cevabı 11	39
Şekil 12. Örnek öğrenci cevabı 12	40
Şekil 13. Örnek öğrenci cevabı 13	41
Şekil 14. Örnek öğrenci cevabı 14	42
Şekil 15. Örnek öğrenci cevabı 15	42
Şekil 16. Örnek öğrenci cevabı 16	43
Şekil 17. Örnek öğrenci cevabı 17	44
Şekil 18. Örnek öğrenci cevabı 18	45
Şekil 19. Örnek öğrenci cevabı 19	45
Şekil 20. Örnek öğrenci cevabı 20	46
Şekil 21. Örnek öğrenci cevabı 21	47
Şekil 22. Örnek öğrenci cevabı 22	48
Şekil 23. Örnek öğrenci cevabı 23	48
Şekil 24. Örnek öğrenci cevabı 24	49
Şekil 25. Örnek öğrenci cevabı 25	49

TABLOLAR DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 1. Görsel seviyenin göstergeleri	9
Tablo 2. Analiz seviyesinin göstergeleri.....	9
Tablo 3. Mantıksal çıkarım öncesi seviyesinin göstergeleri	10
Tablo 4. Mantıksal çıkarım seviyesinin göstergeleri	11
Tablo 5. En üst seviyenin göstergeleri ve örnek öğrenci cevapları	12
Tablo 6. Uygulama yapılan okullar ve öğrenci sayıları	17
Tablo 7. Van Hiele geometri anlama testinden alınacak puanlar	20
Tablo 8. Öğrencilerin aldıkları Van Hiele puanlarına karşılık gelen Van Hiele geometri anlama seviyeleri	21
Tablo 9. Geometri ispat yazma testi rubriği.....	23
Tablo 10. Öğrencilerin Van Hiele Geometri testine göre almış oldukları puanlar	26
Tablo 11. Öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyelerine ait bulgular	27
Tablo 12. Birinci sorudan elde edilen bulgular	28
Tablo 13. İkinci sorudan elde edilen bulgular	33
Tablo 14. Üçüncü sorudan elde edilen bulgular	37
Tablo 15. Dördüncü sorudan elde edilen bulgular	41
Tablo 16. Beşinci sorudan elde edilen bulgular	44
Tablo 17. Altıncı sorudan elde edilen bulgular	47
Tablo 18. Öğrenci sayılarına göre alınan toplam ispat puanlar	50
Tablo 19. Öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyelerine göre ortalama ispat puanları.....	51
Tablo. 20. Öğrencilerin Usiskin Van Hiele seviyelerine karşılık gelen ispat puanlarının başarı yüzdeleri.....	52
Tablo 21. Öğrencilerin Usiskin Van Hiele geometri anlama seviyeleri ile ispat yazma puanları arasındaki korelasyon analizi	53

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

İnsanları diğer canlılardan ayıran en önemli özellik düşünebilme yetenekleridir. Bu özellik sayesinde insanlar karşılaştırma veya bir diğer adıyla muhakeme yapabilmektedirler. Ayrıca yine düşünebilme ve muhakeme becerisi sayesinde insanlar birçok faktörü birlikte düşünüp akılcı sonuçlara vararak verilen hükümlerin doğruluğunu gösterebilmektedirler. Bu becerilere sahip olabilmek için bireyin yeterli bilgi birikimine sahip olması gerekmektedir.

Düşünmeyi geliştirdiği bilinen en önemli disiplinlerden biri matematiktir (Umay, 2003). “Matematik nedir?” sorusunun cevabı olarak araştırmacılar tarafından birçok fikir beyan etmişlerdir. Bir tanıma göre “Matematik doğruluğu mantıksal yöntemlerle, sezgisel çıkarım ve modellemelerle ispatlanan bir sistemdir.” (Baki, 2006). Başka bir tanıma göre ise “Matematik, tanımları, teoremleri ve mantığıyla sistemli, düzenli bir teoridir” (Nasibov ve Kaçar, 2005).

Matematiğin genel amacı; veriye dayalı akıl yürütme, bilgiyi düzenleme, genellemelere varma, kanıtlama ve problem çözme becerilerini geliştirmektir (Toluk, 2003; Nasibov ve Kaçar, 2005). İlk ve ortaöğretimde verilen matematik eğitiminin amacı ise öğrenciye istenilen düzeyde matematik kültürü vermek ve arzu edilen matematiksel beceriler yanında matematiksel düşünme yeteneğini de geliştirmektir (Baki, 2006). Matematik eğitiminin genel amaçlarına ayrıntılı olarak bakıldığında en önemli amaçlarından birinin öğrencilerin aldıkları matematik eğitimi sonunda mantıksal tümevarım ve tümdengelimle ilgili çıkarımlar yapabilmelerine katkıda bulunmak olduğu fark edilmektedir (MEB, 2005). NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) (2000) standartlarında matematiğin amaçları ile ilgili olarak şu bilgilerden bahsedilmektedir:

- Matematiğin esas bakışı olarak muhakemeyi ve ispatı tanımak
- Matematiksel varsayımlar oluşturmak ve incelemek

- Matematiksel iddialar, ispatlar geliştirmek ve değerlendirmek
- Muhakemenin değişik tiplerini ve ispat metotlarını seçip kullanmak

Yukarıdaki satırlardan da anlaşıldığı üzere; matematik eğitiminin en önemli amaçlarından biri muhakeme yeteneğini geliştirmektir (Öziş ve Altıparmak, 2005; Umay, 2003). Muhakeme, bir başka deyişle usa vurma ya da akıl yürütme, bütün etmenleri dikkate alarak düşünüp akılcı bir sonuca ulaşma sürecidir. Muhakeme düşünmenin ileri basamaklarında ortaya çıkan bir yetenektir (Umay, 2003). Muhakeme sadece matematiksel olmayıp aynı zamanda temel bir yetenektir. Bu yeteneğin gelişimi okullarda izlenen programa bağlıdır (Öziş ve Altıparmak, 2005). Muhakeme becerisinin gelişmesine katkıda bulunan bir diğer alan ise matematiğin bir alt kolu olan geometridir.

Geometri eğitiminin önemli amaçlarından biri de akıl yürütme becerisini geliştirmektir. Akıl yürütme bir bilginin başka bir bilgiyle ortaya çıkma sürecidir (Güven, elik ve Karataş, 2005). Ortaöğretimin de en önemli amaçlarından birinin akıl yürütme kabiliyetini geliştirmek olduğu unutulmamalıdır (Fitzgerald, 1996; Toluk, 2003; Nasibov ve Kaçar, 2005).

Geometri matematiğin; nokta, doğru, düzlem, düzlemsel şekiller, uzay, uzaysal şekiller ve bunlar arasındaki ilişkilerle geometrik şekillerin uzunluk, aı, alan, hacim gibi ölçülerini konu edinen dalıdır (Dursun ve oban, 2006). Geometrinin genel amaçlarını iki ana başlıkta toplayabiliriz :(Baki, 2001)

1. Öğrenciye kendi fiziksel dünyasını, çevresini, evreni açıklama ve anlamlaştırma imkânı sunma,
2. Öğrencinin problem çözme becerilerini geliştirme.

Geometri öğrenimi daha önceden de belirtildiği gibi öğrencilerin çevrelerindeki fiziksel dünyayı anlamlaştırmaları ile başlar ve tümevarımlı veya tümdengelimli bir sistemin içinde gelişen yüksek düzeyde geometriksel düşünmeyle devam eder (Ubuz, 1999; Okur, 2006). Bahsedilen bu sistem geometrik bilgilerin genelleştirilerek teoremlerin oluşmasında ve de bunların ispatlanmasında öğrenciye yardımcı olmaktadır.

Diğer yandan geometri soyut düşünebilme kabiliyetine dayandığından geometri dersinde başarılı olmak yüksek düzeyde düzlemsel ve üç boyutlu düşünmeye bağlıdır (Bilgin, 2003). Okul müfredatları incelendiğinde geometri eğitimi ilköğretimin ilk yıllarından itibaren yapılanmaya başlamaktadır. Bu yıllardan itibaren özellikle öğrencilerin daha çok muhakeme yapabilecekleri etkinliklerin düzenlenmesi gerekmektedir. Bu sayede geometri öğretimi amacına ulaşma fırsatı bulabilecektir. Geometride muhakeme en basit

düzeyde ilk olarak şekli genel olarak tanımlama ile başlar, daha sonraki aşamalarda şeklin özellikleri ve aralarındaki ilişkiler keşfedilir (Güven, Çelik ve Karataş, 2005).

Bilindiği üzere geometri öğretimine lise yıllarında da devam edilmektedir. Genel, Anadolu ve meslek türü liselerin eşit ağırlık ve sayısal bölümlerinde okuyan öğrencilere 10. sınıf düzeyinden başlayarak geometri dersi kapsamında geometri öğretimi yapılmaktadır. Fen liselerinde ise geometri dersi ortak dersler kapsamında 9. sınıftan itibaren okutulmaktadır. Bu derslerde Milli Eğitim Bakanlığı Talim Terbiye Kurulu'nun 29.01.1992 tarih ve 14 sayılı kararı ile kabul edilen geometri dersi müfredat programına göre öncelikle geometrik kavramlar, açılar, üçgenler ve daha sonra da çokgenler, dörtgenler, çember, alan ve hacim, uzay geometrisi konularında eğitim verilmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı, [MEB], 1992).

Geometri eğitiminin önemli amaçlarından birinin de akıl yürütme becerisini geliştirmek olduğu daha önce dile getirilmişti. Akıl yürütme becerisinin gelişmesine hizmet eden unsurlardan biri geometrinin önemli bir ögesi olan ispattır (Moralı, Uğurel, Türnüklü ve Yeşildere, 2006). Çünkü matematik eğitiminde de önemli bir yere sahip olan (Markel, 1994) ispatın gelişimi, bireylerin değişik mantıksal düşünme yollarını kazanmasına bağlıdır. Tanımına göre ispat, matematikte bir önerme ya da teorem ya da bir ifadenin doğruluğuna veya yanlışlığına karar verme süreci (Güven, Çelik ve Karataş, 2005) ya da bir doğrunun veya gerçeğin kanıtlar ışığında kabullenilmesidir (Fitzgerald, 1996).

İspatla ilgili olarak; Knuth (2002) ispatın öğrenmede bir araç olduğunu belirtirken; Ross (1998) matematik öğretiminde ispatın bilimsel doğrularından çok eğitimsel değerleri üzerinde durulması gerektiğini belirtmektedir (Akt. Altıparmak ve Öziş, 2005). Bilimsel açıdan ispatlar geometrik ifadelerin genelleşmesine ve kökleşmesine katkıda bulunurlar. Eğitimsel açıdan ise ispatlar öğrencilerin çeşitli yöntemleri kullanarak muhakeme etme becerilerinin gelişmesine ve yaratıcılıklarının arttırmalarına fırsat verir.

Edwards (1999) çalışmasında William Killpatrick (1922) bir öğrencinin ispatı öğrenirken izleyeceği aşamaları şöyle tarif etmiştir:

- Öğrenci ispata ilişkin gösterim ve sembollerini ezberler.
- Öğrenci kendine ait oluşturduğu ispat yazım fikrini belirler ve bunu değişik kelimelerle yeniden adlandırır.
- Öğrenci kendine özgün bir ispat yapar, bu onun düşüncesi haline gelir ve sonradan bunu yeni durumlar için kullanabilir.
- Öğrenci bir başkası tarafından verilen bir önermeyi kendi başına ispatlayabilir.

- Bir öğrencinin çözdüğü problemi matematiksel ilişkiler içinde gösterebilir.

Moralı ve vd' nin (2006) çalışmasında belirtildiği gibi Euclid'e göre ispat yapma süreci dört aşamadan oluşmaktadır. Bu aşamalar sonucu doğrulama, başkasını ikna etme, bir sonuç bulma ve sonuçları tümdengelsel bir sistem içine yerleştirmedir.

Literatürde ispat kavramıyla ilgili olarak ispat yazma ve ispat yapma ifadelerinin kullanıldığı göze çarpmaktadır. Yakından incelendiğinde bu iki ifadenin araştırmalarda aynı anlamda kullanılmış olduğu görülmektedir (Senk, 1983; Güven, Çelik ve Karataş, 2005).

Bireylerde önemli becerilerin oluşmasına katkıda bulunan geometri öğretimi ve ispatla ilgili araştırmalar incelendiğinde iki önemli çalışma göze çarpmaktadır:

Günümüzdeki geometri eğitimini şekillendiren en önemli etken geometri öğrenen öğrencilerin belli aşamalardan geçtiğini belirten Van Hiele teorisidir. Van Hiele çiftinin Euclid geometrisi için yaptıkları çalışmalar sonucunda, her matematiksel işlem ya da kavramda olduğu gibi geometrik düşüncenin de belli evrelerden geçtiğini belirlemişlerdir. Van Hiele, geometri anlama seviyelerini beş hiyerarşik seviye olarak tanımlamışlardır (Senk, 1983; Van Hiele, 1986; Güven, 2006). Bu seviyeler ilerleyen sayfalarda tanıtılacaktır.

Diğer yandan; Senk (1983) Amerika'daki ortaöğretim öğrencileri üzerinde yapmış olduğu çalışmada öğrencilerin ispat yazma başarılarını ve Van Hiele geometri anlama seviyelerini incelemiş ve bu iki beceri arasında bir ilişki olup olmadığına bakmıştır. Araştırma sonucuna göre Van Hiele geometri anlama seviyeleri ile ispat yazma başarısı arasında bir ilişki vardır. Öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyesi arttıkça ispat yazma başarısının da arttığı gözlemlenmiştir. Bu araştırmanın sonuçlarının ayrıntılarına daha sonra değinilecektir.

Senk'in Amerikan öğrencileriyle çeyrek asrı aşkın bir süre önce gerçekleştirdiği bu çalışmasının günümüz Türk öğrencileri üzerinde nasıl sonuçlanabileceği merak uyandırmıştır. Bu da bu tez çalışmasının tasarlanmasına yol açmıştır.

Araştırmalar ışığında tasarlanan bu çalışmada ortaöğretim 9. ve 10. sınıfta öğrenim gören ve geometri-1 dersi alan öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyeleri ile ispat yazma becerilerinin ne durumda olduğuna ve Van Hiele geometri anlama seviyelerinin ispat yazma başarılarına olan etkisine odaklanılmıştır.

1.2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi

Türkiye'nin 1999 yılında sekizinci sınıflar arasında yapılan ve 38 ülkenin katıldığı 3. Uluslararası Matematik ve Fen Araştırması'nda (TIMMS-1999) geometri de 34. sırada yer aldığı belirlenmiştir (Olkun ve Aydoğdu, 2003). Bu başarı düşüklüğünün nedenleri üzerinde bir takım çalışmalar yapılmıştır (Umay, 2003; Kesici, 2005; Kibar, 2002; Okur, 2006; Morali ve vd., 2006). Geometri başarımızın düşük olmasının nedenlerinden birinin öğrencilerimizin muhakeme yeteneklerinin yeterli seviyede gelişmemiş olmasından kaynaklandığı belirtilmiştir (Bilgin, 2003; Özer, 2002). Diğer yandan geometri başarımızın düşüklüğü ispat yazma başarımızın da olumsuz olabileceğinin sinyalini vermekte ve bu konuyu çalışmaya değer bir hale getirmektedir.

Güven, Çelik ve Karataş (2005) tarafından ortaöğretim öğrencilerinin ispat yazma başarılarını tespit etmek amacıyla bir araştırma gerçekleştirilmiştir. Trabzon'da ortaöğretim 10.sınıf düzeyinde 152 öğrenciye Van Hiele geometri anlama testi ve ayrıca 6 farklı ispat sorusu sorulmuş; bu ispat sorularına verdikleri cevaplar 6 düzeyli bir ölçek yardımıyla analiz edilmiştir. Bu analiz sonuçlarına göre öğrencilerin %46'sı hiçbir mantıksal çıkarımda bulunamamakta ve yalnızca %6'sı ise bir ispatı tam olarak yapabilmektedir. Çalışmada ispat yapamama sebebi olarak öğrencilerin %70'e yakınının ispat seviyelerine göre 0., 1. ve 2. seviyede olması gösterilmektedir. Ayrıca ortaöğretim düzeyindeki araştırmalar sonucunda öğrencilerin ispat yapabilme düzeyleri istenilen düzeyden düşük olduğu görülmüştür (Özer ve Arıkan, 2001; Güven, Çelik ve Karataş, 2005).

Öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyeleri, ispat yazma becerileri ve Van Hiele geometri anlama seviyelerinin ispat yazma becerilerine etkisi konusunda bazı çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışmaların en önemlilerden biri Senk'in (1983) Amerika'da 1520 tane ortaöğretim öğrencisinin ispat yazabilme becerilerini, Van Hiele geometri anlama seviyeleri ve bunların arasındaki ilişkiyi incelediği çalışmasıdır. Araştırmanın sonucuna göre Van Hiele geometri anlama seviyelerine göre 0.ve 1. düzeyde olanlar ispat yapamamakta, 2. düzeyde olanların %50' si, 3. ve daha üzeri seviyede olan öğrencilerin %70' i ispat yapabilmektedir (Senk, 1983). Ayrıca bu çalışma bir öğrencinin lise geometri dersini anlayabilmesi için en azından ikinci seviyede olması gerektiğini ortaya koymaktadır. Diğer yandan Van Hiele geometri anlama seviyeleri yüksek olan öğrencilerin ispat yazabilme oranlarının da yüksek olduğu görülmüştür. Teppo' ya (1991) göre

geometrik ispatların öğrenciler tarafından anlaşılması için lise öncesinde üçüncü düzeye geçilebilecek bir eğitim verilmesi gerektiği belirtilmiştir (Toluk, Oklun ve Durmuş, 2002’de belirtildiği üzere). Bu sonucun Senk’in araştırma sonucunu desteklediği gözlenmiştir.

Araştırmalar ışığında Van Hiele geometri anlama seviyelerinin ispat yazma becerileri üzerine bir etkisinin olduğu anlaşılmaktadır. Benzer şekilde Senk’in araştırmasının ülkemiz öğrencileri üzerinde tekrarlanarak karşılaştırılması okullardaki geometri öğretimimizin değerlendirilmesine ışık tutacaktır. Öğrencilerin Teppo’nun görüşüne göre gerçekten öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyelerinin 0., 1. ve 2. seviyelerde olması ispat yazamamalarında önemli bir gerekçe midir?

İncelenen araştırmalar kapsamında görüldüğü üzere literatürde Van Hiele geometri anlama seviyeleri, ispat yazma becerisi ve bunların birbirleriyle ilişkisi ile ilgili konularda yapılmış çalışmalara pek sık rastlanamamaktadır. Özellikle ülkemizde yapılan çalışmalarda ortaöğretim düzeyindeki öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyeleri ile ispat yazabilme becerileri arasındaki ilişkiyi saptayan bir araştırma bulunmamaktadır. Senk (1983) bu çalışmasını Amerikan öğrencileri üzerinde uygulayarak kendi ülkesinin bir resmini çekmiştir. Bu kapsamda çalışmanın ülkemiz ortaöğretim öğrencileri üzerinde tekrar yapılarak yinelenmesi okullarımızdaki geometri öğretiminin özel bir resmini ortaya koymuş olacaktır. Bu çalışma sayesinde ortaöğretim öğrencilerimizin Van Hiele geometri anlama seviyelerinin ortaöğretimde geometri derslerine başlamadan öğretmenleri tarafından belirlenerek ispat yazma konusunda uygun bir seviyede olup olmadıklarını ayrıntılı olarak inceleme fırsatı bulabilecekleri düşünülmektedir. Ayrıca öğrenciler tarafından ispatların gerekliliğinin anlaşılması, geometri öğretimindeki öneminin fark edilmesinin sağlanabilmesi ve de böylelikle öğrencilerimizin ispat yazma becerilerini de geliştirerek muhakeme yeteneklerinin gelişmesine imkân tanınabilecektir.

1.3. Araştırmanın Problemi

Araştırmanın gerekçelerinden hareketle bu çalışma aşağıdaki problemlere cevap verecektir:

1. Ortaöğretim öğrencilerinin Van Hiele geometri anlama seviyeleri nasıldır?
2. Ortaöğretim öğrencilerinin ispat yazabilme başarıları hangi seviyededir?

3. Ortaöğretim öğrencilerinin Van Hiele geometri anlama seviyeleri ile ispat yazabilme başarıları arasında bir ilişki var mıdır?

1.4. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın temel amacı; ortaöğretim öğrencilerinin Van Hiele geometri anlama seviyeleri ile ispat yazabilme başarılarının ne durumda olduğunu tespit etmek ve Van Hiele geometri anlama seviyeleri ile ispat yazabilme başarıları arasında bir ilişki olup olmadığını belirlemektir.

1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları

Araştırma Rize merkezde yer alan üç lisedeki toplam 96 öğrenci ile sınırlıdır. Uygulama süresinin her okul için yalnızca ikişer ders saati olması öğrencilerin ispat yazma becerilerini ayrıntılı inceleme fırsatı vermemektedir.

1.6. Araştırmanın Varsayımları

Araştırmanın problemlerine uygun olarak hazırlanan materyallerin öğrencilerin ispat yazma becerilerini sergileyebilecekleri niteliktedir. Öğrencilerin yapılan çalışmaya gereken önemi verdikleri göz önünde bulundurulmaktadır. Bu bağlamda öğrencilerin yapılan uygulama testlerine verdikleri cevapların ciddiyetine güvenilmiştir.

1.7. İlgili Literatür Taraması

Bu bölümde öncelikle Van Hiele Geometri anlama seviyelerinden bahsedilmiştir. Bu seviyelerin özellikleri ayrıntılı olarak ele alınacaktır. Daha sonra da Van Hiele geometri anlama seviyeleri ve ispat yazma becerileri ile ilgili çalışmalardan söz edilecektir.

1.7.1. Van Hiele Geometri Anlama Seviyeleri

Van Hiele geometri anlama seviyeleri Dina Van Hiele ve eşi Pierra Van Hiele'nin doktora çalışması sonucu ortaya çıkmıştır. Van Hiele geometri anlama seviyeleri için beş seviyeden bahsedilmektedir. Her seviyenin kendine has özellikleri vardır (Van Hiele, 1986).

- Seviyeler hiyerarşiktir. Bir seviyede olabilmek için bir önceki seviyeyi geçmiş olmak gerekir.
- Bir düzeyden diğerine geçiş yaş ve olgunluktan çok verilen eğitimin niteliğine ve öğretim konusuna bağlıdır. Öğrencileri keşfetmeye, eleştirmeye, tartışmaya bir sonraki düzeydeki konularla etkileşime sevk eden bir eğitim, öğrencilerin bu düzeylerdeki gelişimini ve sonraki düzeylere daha hızlı bir şekilde geçişlerini kolaylaştırır.
- Her düzey, kendi dil yapısına, sembollerine ve ilişkilerine sahiptir.
- Öğrencinin halen bulunduğu düzeye ve geometri konusuna uygun olmayan bir yaklaşım öğrencinin öğrenmesinin gerçekleşmemesine sebep olur (Güven, 2006).

Bu seviyeler aşağıda detaylı bir şekilde tanıtılacaktır:

Seviye 1 (Görsel seviye) : Bu seviyedeki öğrenci sadece görünümlerine bakarak geometrik şekiller hakkında sonuçlar çıkarabilir. Mesela verilen bir şekil için “ Bu bir karedir” veya “ Dikdörtgendir “ diyebilir. Bu seviyedeki bir öğrenci nesneleri olduğu gibi algılar; nesnelerin belli özelliklerini ayırt edemez. Kare ile dikdörtgeni ayırır fakat karşılaştırma yapamaz (Hoffer, 1981).

Güven'in (2006) tezinde belirtildiği üzere, Fuys (1985) düzeyin sahip olduğu özellikleri ayrıntılı olarak aşağıdaki gibi açıklamıştır:

Tablo 1. Görsel seviyenin göstergeleri

Gösterge
1. Aşağıdaki şartlarda verilen bir şekli bütün olarak dış görünüşüne göre tanır; (a) Çok basit çizimler içerisinde (b) farklı duruşlarda (c) karmaşık bir şeklin içerisinde
2. Bir şekli, oluşturur, çizer veya kopyalar.
3. Geometrik şekilleri standart veya standart olmayan isimlerle adlandırabilir.
4. Verilen bir şekli diğer şekillerle görünüşlerine göre diğerlerinin arasından seçebilir.
5. Bir şekli görünüşüne göre sözel olarak tanımlayabilir.
6. Şeklin özelliklerine vurgu yapmayan problemleri çözebilir.
7. Şeklin parçalarını tanır fakat (a) şekli bu parçalara göre analiz edemez. (b) özellikleri bir şekil sınıfının tanımlayıcısı olarak kullanamaz (c) şekiller hakkında genellemeler yapamaz

Seviye 2 (Analiz seviyesi) : Bu seviyedeki öğrenciler deneysel olarak sonuç çıkarırlar. Bir şeklin özelliklerini gözlemleyerek, ölçerek, çizerek ve model yaparak oluşturabilirler. Bu seviyedeki öğrenci şekli sadece görsel bir bütün olarak değil özellikleri ile birlikte tanımlayabilir. Mesela bir öğrenci dört eşit kenarlı şekil olarak eşkenar dörtgeni düşünebilir (Hoffer, 1981).

Güven'in (2006) tezinde belirtildiği üzere; Fuys (1985) bu düzeyin sahip olduğu özellikleri ayrıntılı olarak aşağıdaki gibi açıklamıştır:

Tablo 2. Analiz seviyesinin göstergeleri

Gösterge
1. Şeklin parçaları arasındaki ilişkileri tanır ve test edebilir.
2. İlişkiler ve parçalar için uygun sözcükleri hatırlar ve kullanabilir.
3. (a) İki şekli parçalarının özelliklerine göre karşılaştırır. (b) Şekilleri özelliklerine göre seçebilir.
4. (a) Şekli sahip olduğu özelliklere göre sözel olarak yorumlayıp açıklayabilir, şekli bu özelliklere göre çizebilir. (b) Kuralların görsel ve sözel ifadelerini yorumlayabilir ve bu kuralları uygulayabilir.
5. Şekillerin özelliklerini deneysel olarak belirleyebilir ve bu özellikleri bir şekiller sınıfına genelleyebilir.
6. (a) Bir şekiller sınıfını özellikleri yoluyla belirleyebilir. (b) Verilen bazı özellikleri kullanarak şeklin ne olduğunu belirler.
7. Bazı şekilleri sınıflandırmak için hangi özelliklerinin kullanılması gerektiğini belirleyerek bu özellikleri başka bir sınıfa uygulayabilir. Sınıfları özelliklerine göre karşılaştırabilir.

Tablo 2'nin devamı

8. Farklı iki şekil sınıfının özelliklerini keşfeder.
9. Bir şeklin bilinen özellikleri kullanılarak geometrik problemler çözülebilir.
10. Şekillerin özelliklerini kullanır ve formüle eder ve ilgili dili kullanabilir. Geometrik şekillerin özelliklerini genellerken, “her”, “hiçbir” “bütün” gibi kelimeleri kullanabilir. (a) Bir şeklin özelliklerinin birbiri ile ilişkisini açıklayamaz. (b) Formal tanımlamaları formüle ederek kullanamaz. (c) Bir takım özellikler listesinden bazılarını seçerek alt sınıfları açıklayabilir. (d) deneysel olarak elde ettiği sonuçları genellemek için formal bir ispata ihtiyaç duymaz ya da ilgili dili kullanır. Örneğin çünkü, eğer öyleyse vb. gibi.

Seviye 3 (Mantıksal çıkarım öncesi seviyesi) : Bu seviyede öğrenci özelliklerin birbiri ile ilgili ilişkilerini görmeye başlar. Şekiller arası ve şekillerin özellikleri arası ilişkileri anlayabilir. Tanımlar, aksiyomlar öğrenci için anlamlıdır ancak mantıksal çıkarımlar henüz anlaşılamamıştır. Örneğin, şekilleri ve bunların özelliklerini ilişkilendirirler: ‘Her kare aynı zamanda bir dikdörtgendir’ fakat bu gözlemi ispatlamak için gereken ifade dizinini düzenleyemezler. Öğrenciler şekiller arasındaki ilişkilerin kurulmasında formal olmayan akıl yürütmeye başvurabilirler. Bu seviyedeki öğrenciler bir ispatı izleyebilir fakat kendileri ispat yapamazlar. Bu seviyedeki bir öğrenci için geometrik şekillerin tanımları anlamlıdır (Hoffer, 1981).

Güven’in (2006) tezinde belirtildiği üzere; Fuys (1985) bu düzeyin sahip olduğu özellikleri ayrıntılı olarak aşağıdaki gibi açıklamıştır:

Tablo 3. Mantıksal çıkarım öncesi seviyesinin göstergeleri

Gösterge
1. (a) Bazı geometrik özellikleri bir geometrik şekiller sınıfını tanımlamak için kullanabilir ve bu özelliklerin yeterli olup olmadığını test eder. (b) Bir geometrik şekli tanımlamak için gerekli en az özellikleri belirleyebilir. (c) Bir şekiller sınıfı için tanımlamaları ve formülleri kullanabilir.
2. Formal olmayan önermeler ifade eder. (a) Verilen bilgiden bir sonuç çıkarır, mantıksal ilişkileri kullanarak çıkarımını doğrular. (b) Geometrik şekilleri sıralayabilir. (c) İki özelliği sıralayabilir.
3. (a) Bir ispatı takip edebilir ve adımlar hakkında önerilerde bulunabilir. (b) Bir ispatı kendi cümleleri ile ifade edebilir ve özetleyebilir.
4. Bir şeyi ispatlamak için birden fazla açıklama yapar ve diyagram kullanarak bunu doğrulamaya çalışır.
5. İnfomal olarak bir önerme ile tersi arasındaki farkı anlayabilir.

Tablo 3'ün devamı

6. Problem çözümlerinde stratejiler ve muhakeme kullanabilir.
7. Tümdengelimsel ifadeleri anlayabilir ve problemlere bu düşünme yoluyla yaklaşabilir.
(a) Tümdengelim anlamını aksiyomatik olarak kavrayamaz. (Postulatlarla ve önermelerin gereğini göremez)
(b) Mantıksal olarak bir ifade ile onun tersi arasındaki farkı kavrayamaz. Bir ifadeden kendisi ile tersini ayıramaz.

Seviye 4 (Mantıksal çıkarım düzeyi): Dördüncü düzeydeki bir öğrenci aksiyom, teorem ve tanımlara dayalı olarak yapılan bir ispatın anlam ve önemini kavrayabilir. Bu düzeyde öğrenci ilişkiler arasındaki sıralamayı yapabilir. Geometrik ispatları yaparken teorem, aksiyom ve tanımları kullanabilir. Gerek ve yeter şartları tespit edebilir, ispatta veya sonuç çıkarmada kullanabilir. Daha önce kanıtlanmış teoremlerden ve aksiyomlardan yararlanarak tümdengelimle başka teoremleri ispatlar. Bu düzeydeki bir çocuk için şekillerin özellikleri şekil ve cisimden bağımsız bir obje haline gelir (Hoffer, 1981).

Güven'in (2006) tezinde belirtildiği üzere; Fuys (1985) düzeyin sahip olduğu özellikleri ayrıntılı olarak aşağıdaki gibi açıklamıştır:

Tablo 4. Mantıksal çıkarım seviyesinin göstergeleri

Gösterge
1. Tanımsız terimler, tanımlar ve postulatların gerekliliğini anlar.
2. Bir formal tanımın özelliklerini (gerek ve yeter durumlar gibi) belirleyebilir veya bir tanımın eş değerini ifade edebilir.
3. İkinci düzeyde belirlediği ilişkileri aksiyomatik bir şekilde ispatlayabilir.
4. Bir teoremle tersi arasındaki ilişkiyi belirleyip her ikisini de ispatlayabilir.
5. Bir teoremin farklı ispatlarını karşılaştırabilir, farklılıklarını açıklayabilir.
6. Bir tanım veya postulatı değiştirmenin teoremden meydana getireceği değişimi belirleyebilir.
7. Farklı teoremlerin hangi şartlar altında birleştirilebileceğine karar verebilir.

Seviye 5 (En üst düzey) : Beşinci ve en ileri düşünme seviyesindeki bir kişi değişik aksiyomatik sistemler arasındaki farkları anlar. Bu düzeydeki birey Euclid geometrisinin aksiyomlarını, teoremlerini, tanımlarını Euclid-dışı geometrilere yorumlayabilir ve uygulamalarını yapabilir. Farklı aksiyomatik sistemlerin farklılıklarını ve aralarındaki ilişkileri fark edebilir. Bu sistemleri çalışacak birer alan olarak görebilir (Hoffer, 1981).

Güven'in (2006) tezinde belirtildiği üzere; Fuys (1985) düzeyin sahip olduğu özellikleri ayrıntılı olarak aşağıdaki gibi açıklamıştır:

Tablo 5. En üst seviyenin göstergeleri ve örnek öğrenci cevapları

Gösterge
1. Aksiyomatik sistemleri karşılaştırabilir. (Euclid geometrisi ile Euclid-dışı geometriler gibi)
2. Bir aksiyomun bağımsızlığını, yeterliğini, başka bir aksiyoma eşliğini anlayabilir.
3. Bir matematiksel teoremin ve prensibin uygulanabileceği bir alan arar.
4. Farklı aksiyomatik sistemlerde teoremler üretebilir.

1.7.2. Van Hiele Geometri Anlama Seviyelerine ve İspat Yazabilme Başarılarına İlişkin Çalışmalar

Daha önceden de bahsedildiği gibi geometri üzerine yapılan önemli araştırmalardan biri de Van Hiele çiftinin yapmış olduğu araştırmadır. Bu araştırmanın sonucuna göre geometri anlama seviyeleri oluşturulmuştur. Van Hiele'nin geometri anlama seviyeleri muhakeme becerilerinin gelişimine katkıda bulunmaktadır (Van Hiele, 1986).

Van Hiele geometri anlama seviyeleri kullanılarak ülkemizde çeşitli seviyelerdeki öğrencilere ve öğretmen adaylarına uygun birçok araştırma yapılmıştır. Bu araştırmalardan birinde matematik ve sınıf öğretmenliği bölümlerinin birinci sınıfında okuyan öğretmen adaylarının Van Hiele geometri anlama seviyeleri ile ÖSS matematik ve geometri netleri arasındaki ilişkiye bakılmıştır. Sınıf öğretmen adaylarının birinci ve ikinci seviyede fakat matematik öğretmen adaylarının birinci, ikinci ve üçüncü seviyede olduğu saptanmıştır. Geometri netlerine bakıldığında sınıf öğretmenliği öğrencileri ortalama 4 net fakat matematik öğretmenliği öğrencilerinin netlerinin ise 10 net civarında olduğu görülmüştür (Toluk, Oklun ve Durmuş, 2002). O halde bu araştırma kapsamında fark edilmelidir ki; Van Hiele seviyeleri ile ÖSS sınavında yapılan geometri net sayısı arasında doğrusal bir ilişki vardır. Şu halde Van Hiele geometri anlama seviyeleri yüksek olan öğrencilerin geometri sorularındaki başarısının da daha yüksek olduğunu anlayabilmekteyiz.

Yine aynı araştırmacılar tarafından gerçekleştirilen bir başka çalışmada ise matematik öğretmenliği 1. sınıfında okuyan öğretmen adaylarının geometri alan bilgi düzeylerinin tespiti için Van Hiele geometri anlama testi ön test olarak uygulanmış ve öğretmen adaylarının genellikle 1. , 2. ve 3. düzeyde oldukları ortaya çıkmıştır. Bu seviyeleri

geliştirmeye yönelik uygulanan 14 haftalık bir eğitimden sonra bu seviyelerde bulunan öğrenci sayısında artış olduğu fakat 4. ve 5. seviyeye çıkılamadığı gözlenmiştir. (Toluk, Oklun ve Durmuş, 2002). Ayrıca bu çalışmalar sayesinde fark edilmektedir ki; üniversite eğitimi almaya başlayan öğrencilerin tespit edilmiş Van Hiele geometri anlama seviyelerinin olması gereken seviyeden daha düşük olduğu ortaya çıkmıştır. Bununla ilk ve orta öğretimde verilen geometri öğretiminin amacına uygun olarak tam anlamıyla gerçekleşmemesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu sonuçların ortaya çıkmasına neden olan geometri öğretimindeki eksiklikleri tespit etmek amacıyla da bazı araştırmalar yapılmıştır.

Bu araştırmalardan biri 10. ve 11. sınıf öğrencilerinin temel geometri konularındaki hataları ve kavram yanılgıları tespit amacını gütmektedir. Öğrencilerin yapılan hatalarının çoğunluğuna bakıldığında ve de öğrencilerinin öğrenim düzeylerine göre incelendiğinde öğrenim düzeyine paralel olarak bir artış olduğu ve en çok doğru, paralelkenar, üçgen ve çokgenler gibi temel geometri konularında kavramsal yanılgılara sahip oldukları görülmüştür (Ubuz, 1999).

Diğer yandan öğrencilerin geometrideki eksiklikleriyle ilgili yapılan bir başka araştırmada Kesici (2005) öğrencilerin genel olarak geometrik şekillerin görüntüsüne bakarak özellikleri belirlemeye çalıştıklarını ortaya koymuştur. Eğer öğrencilerin dikkati şekiller ve özellikler arası ilişkilere çekilmezse öğrenciler bu ilişkileri kendi kendilerine oluşturamamaktadırlar. İspat yazmada da şekil üzerinde verilenleri yazma ve şekiller arası özelliklerden yararlanılarak bağlantıları kurma önemlidir. İspat yazımları incelenirken bu tip sıkıntılar da gündeme gelebileceği düşünülebilir.

Geometri dersindeki sıkıntılarla ilgili bir başka araştırmada ise bu dersin öğrenciler tarafından tam olarak anlaşılamamasının bir nedeninin de daha öğrencilerin önbilgi eksikliğinden kaynaklandığı saptanmıştır (Kibar, 2002). Araştırma sonucuna uygun olarak öğrencilerin beraberinde ispat yazma becerilerinde de sıkıntılar olabileceği düşünülmüş ve bu konu üzerinde araştırmalar yapılmıştır. Lise matematik derslerinde öğrencilerin ispat yazabilmelerine yönelik yapılan bir çalışmaya göre öğrencilerin genel olarak tümevarım ve tümdengelim yoluyla ispat yazdıkları ve ifadelerin doğruluğunu göstermek için sayısal değerler verildiği gözlenmiştir (Özer ve Arıkan, 2001). Buradan da anlaşılıyor ki öğrenciler ispat yazma kurallarını bilmemektedirler.

Geometri-1 dersinin haftada iki saat okutulmaktadır (MEB, 1992). Kısıtlı olan ders saati süresince sadece geometrik kavramlar tanıtılarak, aksiyom ve teoremler yazdırılarak

ancak problem çözme yöntemiyle öğrencilere alıştırmalı uygulamalar yaptırılabilir. Teoremlerin ispatlama kısımları süre yetersizliğinden yapılamamaktadır. Ayrıca üniversite eğitimi alabilmek için yapılan öğrenci seçme ve yerleştirme sınavının test türünde ve çoktan seçmeli olmasından, özellikle de bu sebeple öğrencilerin ispatları öğrenmeye ihtiyaç duymamalarından dolayı derslerde ispatlar üzerinde fazla durulamamaktadır (Dursun ve Çoban, 2006). Öğretmenlerin de geometri dersi dışında teorem-ispat aktivitelerine zaman ayırmadığı belirlenmiştir (Güven, 2002). Bu şekilde bir öğretimde öğrencileri öğrenmeden ziyade ezberciliğe yönlendirmektedir. Öğrencilere ispatların gerekliliğinin bilinci verilmelidir. Bu da ispat yazmanın gerekliliğinin vurgulanamadığının kanıtıdır. Ayrıca ispat başarısı üzerine yapılmış olan araştırmalar ışığında da fark edilmektedir ki; öğrencilerin ispat yazmada sıkıntı çektikleri, başarılı olamadıkları, başarılı olamayacaklarına inandıkları, korktukları, genellikle sevilmeyen bir süreç olarak yapıldığı görülmüştür (Moralı vd., 2006; Okur, 2005; Kibar, 2002).

Yapılan çalışmalar ışığında görülmektedir ki; öğrencilerin ispat yazma becerileri saptanırken veya geliştirilirken, onların sahip oldukları Van Hiele geometri anlama seviyeleri çok önemlidir. Bu yüzden öğrencilerin öncelikle Van Hiele geometri anlama seviyelerini tespit etmek gerekmektedir.

Öğrencilerin ispat yazmadaki sıkıntılarından en önemlisinin öncelikle ispata karşı ön yargılarından kaynaklandığını belirtmiştik. Bu da ispat yazmanın önemi ve ispatların gerekliliğinin anlaşılması konusunda tasarlanan çalışma konumuzun uygunluğunun sinyalini vermektedir. Çalışmada bir diğer gerekli olan unsurda ispat yazarken öğrencilerin formal ispat kurallarını bilip bilmediğini açıklayabilmemizdir. Çalışmamızın bu sorunları çözümlenmeye yardımcı olabileceği düşünülmektedir. Bahsetmiş olduğumuz bu sıkıntıların çözümlenme amacı çalışmamızın gizli bir amacıdır. Tasarlanan çalışmamızı daha ayrıntılı bir biçimde ilerleyen bölümlerde ifade edilecektir.

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

Bu bölümde okuyucuya öncelikle araştırmanın örneklem seçiminden bahsedilecek daha sonra pilot uygulaması, araştırmanın yöntemi, verilerin nasıl toplandığı ve çalışmada nasıl kullanılacağı hakkında bilgiler verilecektir.

2.1. Pilot Uygulama

Pilot uygulama 2007 yılının Nisan ayında Rize Anadolu Lisesi'nin 10.sınıflarında öğrenim gören ve rasgele seçilen 7 öğrenci üzerinde yapılmıştır. Bu öğrencilere ilk hafta Van Hiele geometri anlama testi (Bkz. Ek-1) uygulanmış ve 35 dakikalık süre tanınmıştır. Bir hafta sonra da yine aynı öğrencilere ispat yapmayı gerektiren 10 soruluk klasik bir sınav uygulanmıştır (Bkz. Ek-3). Hazırlanan klasik sınav ispat soruları M.E.B. geometri-1 ders kitabındaki temel teoremlerden seçilmiştir.

Pilot çalışmanın sonuçları incelenerek asıl çalışmaya esas olabilecek tespitler yapılmıştır. Bunlardan biri öğrenciler ispat sorularının çoğunluğuna cevap verebilmişlerdir fakat Van Hiele geometri anlama testinde daha fazla zorlandıkları görülmüştür. Öğrencilerin ispat yazmaya yönelik klasik sınav cevap kağıtları incelendiğinde öğrencilerin yazdıkları ispatları araştırmacının puanlamakta zorluk çektiği fark edilmiştir. Burada puanlama yapmaktan ziyade öğrencilerin ispatı tam olarak yazıp yazamadığı incelenebilmiştir ve de buna göre ispat sorularının kaç tanesine doğru cevap verdikleri tespit edilmiştir. Fakat ispatı tam olarak yazamayıp sadece belli bir kısmını yapmış öğrencinin ispatını yazılamamış kabul edilmiştir. Halbuki öğrenci bu durumda aynı ispatı hiç yazamamış ya da tamamen hatalı yazmış öğrenciden farklı olmalıdır. Bu da esas çalışmada ispat yazma testinin genel kuralları olan standart bir puanlama sistemine sahip sorulardan oluşan bir teste ihtiyaç duyulduğu sonucunu doğurmuştur. Bu yüzden çalışmamızda Senk'in (1983) çalışmasında uygulamış olduğu ve de puanlama kriterleri hazır olan geometri ispat yazma testinin kullanılması gerektiği düşünülmüştür (Bkz. Ek-2).

2.2. Araştırmanın Yöntemi

Bu çalışmada, çalışmanın doğasına uygun olduğu düşünülen özel durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Özel durum çalışması yöntemi çerçevesinde planlanan bir çalışmada teori test etme, sayısal veriler toplayıp bunlardan sonuca ulaşma yapılabileceği gibi nitel özellik taşıyan bir araştırma da yürütülebilir. Özel durum çalışması yöntemi, ilgilenilen araştırma konusu hakkında derinlemesine bilgi elde etmeyi ve olayı her yönüyle anlamayı amaçlayan bir araştırma yöntemidir. Çepni'nin (2006) çalışmasında Merriam (1998) bu tür çalışmalarda araştırmacı veri toplamada, analiz etmede ve bu verilerden sonuç çıkarmada birinci derecede kaynak teşkil etmektedir. Özel durum çalışmalarında, daha kısa sürede araştırma tamamlanmakla birlikte, daha küçük gruplar üzerinde derinlemesine inceleme yapıldığı için, ulaşılan sonuçların genellenme düzeyi düşüktür.

Özel durum çalışmaları özellikle bireysel yürütülen çalışmalar için çok uygundur. İnceleme belirlenmiş bir örnek olay etrafında derinlemesine yapılır. Veriler sistematik bir şekilde toplanır ve değişkenler arasındaki ilişki bulunmaya çalışılır. Bu yöntemin kurucularından olan Stake (1976) bu çalışmayı sınırları kesinlikle belirlenmiş olan uygun bir durumu bütünüyle incelemek olarak tanımlamıştır (Çepni, 2006'da belirtildiği üzere)

Yöntem seçilirken temel alınan kaynaklardaki yöntemlerde göz önünde bulundurulmuştur (Senk, 1983; Güven, Çelik ve Karataş, 2005). Özel durum çalışması yönteminin seçilmesinin nedenlerinden biri üzerinde uygulama yapılabilecek öğrencilerin farklı okullarda bulunmaları ve tasarlanan uygulama süresinin kısa olmasından kaynaklanmaktadır. Araştırmacının öğretmen olarak bu okullarda görevinin olmaması nedeniyle öğrenciler üzerinde gizli yapılabilecek bir araştırmaya fırsat vermemektedir. Bu yüzden araştırmacı öğretmen yöntemi yerine özel durum çalışması yöntemi seçilmiştir.

2.3. Araştırmanın Örnekleme

Araştırma konusuna uygun olarak gerekli verilerin toplanması amacıyla örneklem grubunun Rize merkezde bulunan liselerin 9. ve 10. sınıfında öğrenim gören ve geometri-1 dersini alan öğrencilerden seçilmesinin uygun olabileceği düşünülmüştür. Uygulama alanının mevcut liselerden Rize Tevfik İleri Anadolu Lisesi, Rize Anadolu Öğretmen Lisesi ve Rize Fen lisesi olabileceğine karar verilmiştir. Bu okulların düşünülmesinin nedeni geometri dersinde ispata yönelik çalışmanın bu tür okullarda diğer tür okullara göre

daha yüksek veriler elde edilebileceği düşüncesidir. Çünkü bu öğrenciler ilköğretimin bitiminde yapılan ortaöğretim seçme sınavıyla (O.K.S.) elde edilen Türkçe- Matematik veya Fen alan puanlarının üstünlüğüne göre seçilerek bu tür okullara yerleştirilmektedirler. Bu nedenle araştırmacı tarafından bu öğrencilerin diğer tür (Genel lise ve meslek liseleri) okullarda öğrenim görenlere göre Van Hiele geometri anlama seviyelerinin daha yüksek ve de ispat yazmaya daha uygun olabilecekleri düşünülmüştür. Farklı Van Hiele geometri anlama seviyelerinde daha fazla veri elde edilebileceği tasarlanmıştır.

Çalışmanın örneklemini Rize merkez okullarda bulunan 96 öğrenci oluşturmaktadır. Seçilen bu öğrencilerin ortak özellikleri okullarının fen alanında öğrenim görüyor olmalarıdır. Ayrıca öğrencilerin tamamı geometri-1 dersini almaktadırlar. Fen lisesinde geometri-1 dersi ortak dersler kapsamında 9. sınıfta verildiğinden fen lisesinden çalışmaya katılan öğrenciler 9.sınıftadır. Diğer öğrencilerimiz 10.sınıfta öğrenim görmektedir.

Uygulama kapsamındaki okulların isimleri ve bu okullardan uygulamaya katılan öğrenci sayıları şöyledir:

Tablo 6. Uygulama yapılan okullar ve öğrenci sayıları

OKUL ADI	ÖĞRENCİ SAYISI
1.Rize Fen Lisesi	17
2.Rize Tevfik İleri Anadolu Lisesi	20
3.Rize Anadolu Öğretmen Lisesi	59

Tablo 6’da görüldüğü gibi Rize Fen Lisesi’nden 17 öğrenci, Rize Tevfik İleri Anadolu Lisesi’nden 20 öğrenci ve Rize Anadolu Öğretmen Lisesi’nden 59 öğrenci çalışmaya katılmıştır. Rize Fen Lisesi ve Tevfik İleri Anadolu Lisesi’nden birer sınıf ve Rize Anadolu Öğretmen Lisesi’nden iki sınıf alınmıştır.

2.4. Veri Toplama Araçları

2.4.1. Van Hiele Geometri Anlama Testi

Bu test beşer soruluk beş gruptan oluşmaktadır (Bkz. Ek-1). Her beş soru bir seviyeye ait olmaktadır. Her seviyenin kendine has özellikleri vardır. Seviyeler hiyerarşik olup Van Hiele’ye göre bir öğrenci düşük bir seviyeyi atlamadan bir diğer seviyeye geçememektedir.

Bu testin Türkçe'ye uyarlaması 1994 yılında Baki tarafından yapılmıştır. Test kuramdan uygulamaya matematik eğitimi kitabından alınmıştır (Baki,2006). Bu test başka araştırmacılar tarafından da kullanılmış ve sonuçların olumlu olduğu rapor edilmiştir (Usiskin & Senk, 1990). Testin ilk beş sorusu görsel şekillerle ilgili olup öğrencilerin geometrik şekilleri şeklin görüntüsüne bakarak tanıyıp tanıyamadığını belirlemeyi amaçlamaktadır. İkinci grupta beş soru ise şekillerin özellikleri ile ilgilidir. Öğrencilerin bir yandan şekilleri tanıyıp tanımadığını diğer yandan da verilen şekillerin özelliklerini bilip bilmediklerini ortaya çıkarmayı hedeflemektedir. Üçüncü grupta beş soru ise öğrencilerin şekiller arasındaki ilişkileri fark edip etmediklerini tespit eder. Artık bu gruptaki soruları bilen öğrenci tanımlar, aksiyomlar hakkında bilgi sahibi olduğunu ispatlamış olur. Dördüncü grupta beş soru ise muhakeme ve mantıksal çıkarım yapılabilecek sorulardır. Öğrencilerin bu sorulardan bir ispatı anlama ve yazma düzeyinde olup olmadığı tespit edilebilir. Testin son beş sorusu öğrencinin Öklid ve Öklid dışı geometrilerde de muhakeme yapıp yapamadığını tespit edebilecek sorulardan oluşmaktadır. Bu iki sistemi birbiriyle kıyaslayabileceği sorularda bulunmaktadır.

Uygulamanın ilk aşamasında örneklem grubuna Van Hiele geometri anlama testi dağıtılmış ve her bir öğrenciye testle birlikte cevaplarını işaretleyebilecekleri birer cevap kâğıdı verilmiştir. Bu teste başlanmadan önce araştırmacı tarafından öğrencilere testi nasıl cevaplamaları gerektiği konusunda gerekli bilgiler verilmiştir. Öğrencilerden her bir sorunun cevabını testin kendilerine daha önceden dağıtılmış olan cevap kâğıdına işaretlemeleri istenmiştir. Bu testin uygulanması için öğrencilere bir ders saatinin 35 dakikası verilmiştir.

2.4.2. Geometri İspat Yazma Testi

Bu test Senk'in (1983) çalışmasından alınan ve Türkçeye çevrilen altı klasik sorudan oluşmaktadır (Bkz. Ek-2). Testte kullanılan ispat soruları müfredatla bağıntılıdır. Testin sorularındaki ilk soru boşluk doldurma gereken ispat sorusudur. İkinci ve dördüncü sorular şekil, verilenler ve ispat bölümü bulunan birer ispat sorularıdır. Geriye kalan diğer sorularda ise sadece ispat bölümü bulunmaktadır. Öğrencilerin testi cevaplarken boşluk doldurma, şekil çizebilme, verilenleri yazabilme ve ispat yazabilme özelliklerini kullanmaları beklenmektedir. Öğrenciye uygulanan bu test sayesinde öğrencilerin ayrıntılı olarak bu konulardaki becerileri test edilebilecektir.

Uygulama bölümünün ikinci aşamasında daha önceden Van Hiele geometri anlama testi uygulanan aynı sınıf şubelerindeki öğrencilere ilk uygulamamızdan bir hafta sonra geometri ispat yazma testi dağıtılmıştır. Test dağıtıldıktan sonra öğrencilere testi nasıl cevaplandırmaları gerektiği konusunda bilgiler verilmiştir. Sorular tek tek tanıtılarak boşlukların nasıl doldurulması gerektiği açıklanmıştır. Her bir sorunun cevabını soruların alt kısımlarındaki boş bırakılan yerlere yazmaları istenmiştir. Örneğin soruların altında yazan şekil bölümüne sorudaki ifadeye uygun şekli çizmeleri, verilenler bölümüne tespit ettikleri verilenler bilgilerini ve ispat yazan bölüme ise ispatı adım adım yazmaları gerektiği söylenmiştir. Her bir bölümün kendine ait bir puanı olduğu ve puanlamanın bu kriterlere uygun olarak yapılacağından bahsedilmiştir. Bu testi cevaplamaları içinde yine 35 dakika süre verilmiştir. Uygulama sürecinde araştırmacıya öğrencilerin bazıları ispat yazım kuralları ile ilgili soru sormuşlardır fakat bu tür sorulara genel bir ifade ile cevap verilebilmiştir. Sürenin çoğunu kullandıkları ve çalışmamızın sorularını herhangi bir okul sınavı gibi düşünerek önemsedikleri fark edilmiştir. Bunu düşünmemize neden olan bir başka durum ise öğrencilerin uygulamanın sonunda aldıkları ispat puanlarını ne zaman öğrenebilecekleri sorusunu araştırmacıya sormalarıdır. Uygulama bittikten sonra cevap kağıtları araştırmacı tarafından toplanmıştır. Uygulama süresi tamamlandıktan sonra ileride belirteceğimiz kriterlere göre öğrencilerin cevap kağıtları analiz kapsamına alınacaktır. Bir sonraki bölümde bu puanlama sistemimizden ayrıntılı olarak bahsedilecektir.

2.5. Verilerin Analizi

Verilerin analizi yapılmadan önce uygulaması yapılan Van Hiele geometri anlama testinden elde edilmiş olunan cevap kâğıtlarına göre öğrencilerin doğru yanıtları tespit edilmiştir. Bu cevaplara göre her beş sorudan en az üçünü doğru yapan öğrenci birinci seviyeden başlayarak bir üst seviyeye doğru atanmaktadır.

Van Hiele'ye göre öğrenci ilk 5 sorudan en az 3'ünü doğru cevaplamışsa 1, ikinci gruptaki 5 sorudan en az 3'ünü doğru cevaplamışsa 1, üçüncü, dördüncü ve beşinci gruptaki soruların en az 3'ünü doğru cevaplayamamışsa 0 verilir. Bu durumda öğrencinin sonucu 11000 olarak belirlenir ve öğrencinin 2. düzeyde olduğu söylenir. Benzer şekilde bir öğrencinin sonucu 11010 ise öğrencinin geometri anlama düzeylerinden görsel ve analiz düzeylerini geçtiğini mantıksal çıkarım öncesi düzeyinin 5 sorusundan en az 3'ünü

doğru cevaplayamadığını, buna rağmen mantıksal çıkarım düzeyinin 5 sorusundan en az 3'ünü doğru yaptığı söylenebilir (Baki, 2006).

Güven'in (2006) tezinde belirtildiği gibi Mayberry (1981) öğretmen adayları üzerinde yaptığı çalışmada genellikle 10000, 11000, 11100, 11110 ve 11111 gibi durumların ortaya çıktığını, 11010, 10110, 10010 veya 10001 gibi durumların çıkmasının ise istatistiksel bir anlamı olmadığını ifade etmektedir. Buradan da anlaşılacağı üzere daha önceden de belirttiğimiz gibi Van Hiele'nin teorisine göre bu seviyelerde bir hiyerarşi bulunmalıdır yani öğrenci n. seviyeye gelmeden (n+1). seviyeden bahsedilemez. Fakat teorinin bu özeliğine uygun olmayan durumlarda bulunmaktadır. Örneğin bir öğrenci yalnızca beşinci gruba ait sorularda yeterli doğru cevabı bulmuşsa bu öğrenci Van Hiele'nin teorisine göre bir seviyeye atanamamaktadır. Senk'in katkıda bulunmuş olduğu Usiskin'in 1982'de yapmış olduğu çalışmasında bu iki araştırmacı bu teoriye kısmen de olsa karşı çıkmaktadır. Çalışmada bu tipte öğrencilerin olabileceğini ve de bunların istatistiksel olarak bir anlam ifade edebileceğini savunmaktadırlar. Bu hipotezleri için yapmış oldukları araştırmanın sonucuna göre 5. seviyeyle 4. seviyenin arasında fark olmadığını ve bu iki seviyenin birbirine denk olduğunu bulmuşlar, 5.seviyenin test edilebilir olmadığını ve bu seviyenin var olmadığını ortaya çıkarmışlardır. Bu sonuca uygun olarak Usiskin (1982) çalışmasında da belirttiği gibi Van Hiele geometri anlama seviyelerini 5. seviyeyi ortadan kaldırarak seviyeleri 4. seviyeye kadar yeniden düzenlemiştir. Ayrıca buna ek olarak bir puanlama sistemi oluşturmuştur. Bu puanlama sisteminin uygulaması şöyle yapılmaktadır:

Öğrenciler vermiş oldukları cevap kâğıtlarına göre 25 soruluk test beşer soru olarak ayrı ayrı incelenir. Her beş soru grubundaki cevapların hangilerinin en az 3 doğru olarak işaretlendiği tespit edilir. Öğrenci her soru grubundaki doğru olarak cevapladığı beş sorudan üçü sayesinde o gruba ait tabloda belirtilen puanı elde edecektir (Bkz. Tablo 7). Bu puanlar toplanarak öğrencilere ait Van Hiele puanları hesaplanmıştır.

Tablo 7. Van Hiele geometri anlama testinden alınacak puanlar (Van Hiele puanı)

SORU NUMARALARI	KAZANILAN PUAN
1-5	1
6-10	2
11-15	4
16-20	8
21-25	16
TOPLAM	31

Tablodaki 1-5 soru numarası 1. sorudan 5. soruya kadar anlamına gelmektedir. Yani bu gruptaki yeterli doğru sayısının (en az 3) şartını sağlayan öğrenci bu gruptan 1 puan alabilmektedir. Ayrıca 6-10 soru grubundan yeterli şartı sağlayan öğrenci 2 puan, 11-15 soru grubundan 4 puan, 16-20 soru grubundan 8 puan ve de son olarak 21-25 soru grubundan yeterli şartı sağlayan öğrenci bu gruptan 16 puan alabilmektedir. Toplamda maksimum alınabilecek puan 31 puandır. Bu puanlara karşılık gelen seviyeler temel alınarak öğrencilerin Usiskin'e uygun Van Hiele geometri anlama seviyeleri de bulunmuştur. Öğrencilerin kazandıkları puanlar incelenerek aşağıdaki ölçeğe göre Usiskin'e göre düzenlenen Van Hiele geometri anlama seviyelerine atanmıştır. Öğrenciler her başarılı oldukları grubun puanını alıp bu puanların toplamına karşılık gelen seviyeye atanmaktadır (Bkz. Tablo.8).

Tablo 8. Öğrencilerin aldıkları Van Hiele puanlarına karşılık gelen Usiskin'in Van Hiele geometri anlama seviyeleri

VAN HİELE PUANI	USİSKİN VAN HİELE SEVİYESİ
0 veya 16	0
1 veya 17(1+16)	1
3 (1+2) veya 19(1+2+16)	2
7 (1+2+4) veya 23(1+2+4+16)	3
15(1+2+4+8) veya 31(1+2+4+8+16)	4

Tablo 8'de gösterilmiş olan 0. seviyeyi Usiskin (1982) çalışmasında tanımlamıştır. Van Hiele geometri anlama seviyelerinde böyle bir seviye bulunmamaktadır. 0 puan hiç puan alamamış yani 1. gruptaki beş sorudan en az üçünü doğru yapamamış öğrenciyi temsil etmektedir. 16 puan ise yalnız 5. gruptaki sorulardan yeterli soru sayısını yapabilmiş öğrenci demektir. Usiskin'e göre 5. seviye yok sayıldığından yalnız bu seviyeyi gösterebilen öğrenci de yok sayılmaktadır. Bu iki puanı alan öğrenci 0. seviyeye atanır. 1 puan 1. gruptaki sorulardan yeterli soruyu doğru cevaplayabilmiş, 17 puan (1+16) ise hem 1. grup hem de 5. gruptaki soruları yapabilmiş öğrenci demektir. Bu puanlara karşılık gelen seviye 1.seviyedir. Buradaki 1. seviye Van Hiele geometri anlama seviyelerindeki 1. seviyedir. Bu seviyeden sonraki seviyelerin isimleri ve içerikleri Van Hiele geometri anlama seviyelerinin aynısıdır. 3 puan (1+2) hem 1. hem de 2. gruptaki yeterli soru sayısını yapabilmiş, 19 puan (1+2+16) ise 1. , 2. ve 5. gruptaki yeterli soruyu yapabilmiş öğrenci anlamına gelmektedir. Bu puanlarda tablodan anlaşıldığı gibi 2. seviyeye karşılık

gelmektedir. 7 puan ($1+2+4$) alan öğrenci 1. , 2. ve 3. grup sorularını yapabilmiş, 23 puan ($1+2+4+16$) ise 1.,2.,3. ve 5. grup sorularının yeterli soru sayısını yapabilmiş öğrenci anlamına gelmektedir. Bu puanlardaki öğrencilerde ölçeğe göre 3. seviyeye atanmaktadır. 15 puan ($1+2+4+8$) 5. grup hariç bütün gruptan veya 31 puan ($1+2+4+8+16$) bütün gruptan yeterli soru yapılabilmiş anlamına gelmektedir. Bu tip öğrencilerde 4. seviyeye atanmaktadır. Usiskin' in (1982) geliştirdiği ölçek kapsamında bazı öğrencilerin aldıkları Van Hiele puanlarına karşılık gelen Van Hiele geometri anlama seviyelerine rastlanmamıştır. Örneğin bir öğrenci Van Hiele geometri anlama testinden $1+4=5$, $1+8=9$, $1+2+8=11$ puan $1+8+16=25$ veya $1+2+8+16=27$ puanlardan herhangi birini almış olabilir fakat bu puanlara karşılık gelen Usiskin Van Hiele geometri anlama seviyesi yoktur. Bu durumda puan alan öğrencilerin cevap kâğıtları analiz kapsamına alınamayacaktır.

Anlaşıldığı gibi Usiskin'in yapmış olduğu çalışma sayesinde Van Hiele teorisine göre istatistiksel olarak anlamlandıramadığımız bazı öğrencileri bu puanlamayla birlikte bir seviyeye atayabilmekteyiz. Usiskin'in çalışmasının Van Hiele Teorisi'ne göre daha yeni bir çalışma olması nedeniyle öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyelerini belirlemede daha etkin olduğunu görmekteyiz. Ayrıca veri kaybını da önlemek amacıyla öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyelerini belirlemede Usiskin'in (1982) puan ölçeğinin kullanılmasının uygun olacağı düşünülmüştür. Elde edilen veriler bu ölçeğe göre analiz edilecektir.

2.6. Geometri İspat Yazma Testi Değerlendirme Rubriği

Çalışmada öğrencilere uygulanan geometri ispat yazma testine uygun puanlama yapılabilecek bir ölçek kullanılmasının gerektiği düşünülmüştür. Senk (1983) çalışmasında ispat sorularının genel olarak puanlamasını şu şekilde belirtmiştir. Çizilen doğru şekle 1 puan, verilenlere 2 puan ve ispat bölümünü yazmaya 1 puan vermiştir. Çalışmada genel puanlama kriterleri vardır fakat teste uygun bir rubrik yoktur. Bu yüzden çalışmadaki genel puanlama ölçütlerine uygun olacak şekilde bir değerlendirme rubriği hazırlanmasına gerek duyulmuştur.

Bu rubrik sayesinde testi uygulayan kişi ispat yazma testinin cevap kâğıtlarını soru bazında kolaylıkla puanlayabilecektir. Öğrencilerden ispatların formal bir şekilde yazmalarının istenmesinin ispat yazma kurallarına uygun olacağı düşünülmüştür. Bu şekilde öğrencilerin ispat yazarken sözel ifadelerle değil de matematiksel sembollerle ispat

yazıp yazamadığının da incelenmesi fırsatını verecektir. Yalnızca matematiksel semboller kullanılırken yazım hatasından kaynaklanan hatalar göz önünde bulundurulmayacaktır. Örneğin bir öğrenci doğru sembolü ile doğru parçası sembolünü farkında olmadan birbirlerinin yerine yazmış olabilir. Bu tip hatalar ispata puan verirken önemsenmeyecektir. Önemli olan buradaki öğrencilerin ispat yazımında verilenleri, şekli ve bunlar arasındaki ilişkileri ispata yazıp yazamadıklarına bakmak olduğu düşünülmüştür. Araştırmacı altı soruluk klasik ispat yazma sorularına uygun olarak aşağıda gösterilen değerlendirme rubriğini hazırlamıştır (Bkz. Tablo 9). Bu rubrik hazırlanırken Senk'in çalışmasındaki puanlama esasları temel alınmıştır.

Tablo 9. Geometri İspat Yazma Testi Değerlendirme Rubriği

1. SORU	
Öğrenci boş bıraktı. /Öğrenci hatalı ifade yazdı.	0 puan
Öğrenci yalnız bir boşluğu doğru olarak doldurdu.	1 puan
Öğrenci iki boşluğu doğru olarak doldurdu.	2 puan
Öğrenci üç boşluğu doğru olarak doldurdu.	3 puan
Öğrenci boşlukların hepsini doğru olarak doldurdu.	4 puan
2. SORU	
Öğrenci boş bıraktı. /Öğrenci hatalı ifade yazdı.	0 puan
Öğrenci şekli doğru çizdi. /Öğrenci verilenlerin bir ya da bir kaçını yazdı.	1 puan
Öğrenci şekli ve verilenlerin bir veya birkaçını doğru olarak yazdı. /Öğrenci verilenleri tam olarak yazdı.	2 puan
Öğrenci şekli ve verilenleri tam olarak yazdı.	3 puan
Öğrenci şekli, verilenleri ve ispatı tam yazdı.	4 puan
3. SORU	
Öğrenci boş bıraktı. /Öğrenci sadece verilenleri yazdı.	0 puan
Öğrenci yalnız bir doğru çıkarımda bulundu.	1 puan
Öğrenci birden fazla çıkarımda bulundu fakat ispatı tamamlayamadı.	2 puan
İspatı tamamladı fakat sıralama veya atladığı adımlar yönünden hatalar var	3 puan
Öğrenci ispatı en fazla bir hatayla tamamladı.	4 puan
4. SORU	
Öğrenci boş bıraktı. /Öğrenci sadece verilenleri yazdı.	0 puan
Öğrenci yalnız bir doğru çıkarımda bulundu.	1 puan
Öğrenci birden fazla çıkarımda bulundu fakat ispatı tamamlayamadı.	2 puan
İspatı tamamladı fakat sıralama veya atladığı adımlar yönünden hatalar var	3 puan
Öğrenci ispatı en fazla bir hatayla tamamladı.	4 puan
5. SORU	
Öğrenci boş bıraktı. /Öğrenci sadece verilenleri yazdı.	0 puan
Öğrenci yalnız bir doğru çıkarımda bulundu.	1 puan
Öğrenci birden fazla çıkarımda bulundu fakat ispatı tamamlayamadı.	2 puan
İspatı tamamladı fakat sıralama veya atladığı adımlar yönünden hatalar var	3 puan
Öğrenci ispatı en fazla bir hatayla tamamladı.	4 puan

Tablo 9'un devamı

6. SORU	
Öğrenci boş bıraktı. /Öğrenci sadece verilenleri yazdı.	0 puan
Öğrenci yalnız bir doğru çıkarımda bulundu.	1 puan
Öğrenci birden fazla çıkarımda bulundu fakat ispatı tamamlayamadı.	2 puan
İspatı tamamladı fakat sıralama veya atladığı adımlar yönünden hatalar var	3 puan
Öğrenci ispatı en fazla bir hatayla tamamladı.	4 puan

Senk'in (1983) çalışması baz alınarak hazırlanan değerlendirme rubriğinde görülmektedir ki; geometri ispat yazma testindeki her soru için puanlar bulunmaktadır. Bu puanlar en az 1 puanla başlamaktadır. Öğrenci ispatın yazılması gereken bölümlerini boş bırakmışsa buna karşılık o soru için 0 puan almaktadır. Senk (1983) çalışmasında puanlama kriteri olarak şekil çizmeye 1 puan, verilenlere 2 puan ve de ispat bölümünü yazabilmeye 1 puan vererek bir soruya toplamda 4 puan verilmiştir. Her bir sorudan en fazla 4 puan alınabilmektedir. Bütün ispatları doğru olarak yazabilen öğrenci bu testten maksimum 24 puan alabilmektedir.

Senk'in çalışmasında belirtildiği gibi bir öğrencinin toplam ispat puanı olarak 6 puan ya da daha düşük puan alırsa bu öğrenci ispat yazmada başarısız sayılır. İspat puanı 18 puan ve daha üstünde alabilen öğrenciler ispatta çok iyi düzeyde başarılı sayılmaktadır. 6-12 puan arasındakiler ispat yazmada düşük düzeyde başarılı ve 12-18 puan arasındakilere ise ispat yazmada orta düzeyde başarılı olduğunu kabul edebiliriz. Genel bir değerlendirme yapılırken 12 puana kadar olan ispat puanlı öğrenciler başarısız daha üst puanlılar başarılı kabul edilecektir. Değerlendirmeler bu esaslara göre yapılması uygun görülmüştür.

3. BULGULAR

Öğrencilerin cevap kâğıtları veri analizi bölümünde belirtilen ölçeklere göre değerlendirilmiştir. Çalışmanın kapsamında gerçekleştirilen iki uygulama ardışık iki haftada yapıldığından 6 öğrencinin geçerli sebeplerle her iki uygulamaya birden katılamamıştır. Katılamayan bu öğrenciler değerlendirme kapsamına alınamamıştır.

Diğer yandan Usiskin'in (1982) puanlama sistemine göre Van Hiele puanlarından 9, 11, 25 veya 27 puan alan öğrenciler bir seviyeye atanamadığından ve de istatistiksel olarak anlamlandırılmadığından bu şekilde olan 10 öğrenci de değerlendirilmeye katılmamıştır. Bu 10 öğrencinin hangi puanı aldıklarına ait veri bilgileri alınan Van Hiele puan tablosunda belirtilmiştir (Bkz. Tablo.10).

Yukarıda bahsi geçen 16 öğrenci değerlendirmeye alınmadığından veriler toplam 80 öğrenciden elde edilmiştir. Bulgular düzenlenirken öncelikle öğrencilere uygulanmış olan Van Hiele geometri anlama testi cevap kâğıtları analiz edilmiştir. Daha sonra yapılmış olan geometri ispat yazma testinin cevap kâğıtları soru bazında tablo 9'da verilen rubriğe göre incelenmiştir. Bu bulgular hem ayrıntılı olarak soru bazında alınan puanlar ve testten elde edilen toplam ispat puanlar olarak da bilgi olarak sunulmuştur.

3.1. Van Hiele Geometri Anlama Testinden Elde Edilen Bulgular

Öğrencilerin Van Hiele geometri testinden Usiskin'in (1982) kriterlerine göre almış oldukları puanlar hesaplanmıştır. Bu hesaplamalara göre öğrenciler tarafından bazı puanlar hiç alınamamıştır. Örneğin 5 (1+4) puan, 9 (1+8) puan, 25 (1+8+16) veya 15 (1+2+4+8) puanlarını alan öğrencilere rastlanmamıştır. Tabloda öğrenciler tarafından alınan Van Hiele puanlarına ve yüzdeliklerine yer verilmiştir. Buradaki bulgular 90 öğrenciden toplanan veriler SPSS programına aktarılarak analiz edilmiştir. İstatistik olarak anlamlandıramadığımız öğrenci puanlarına da tabloda yer verilmiştir. Bu sayede öğrencilerimizin ne kadarının istatistiksel anlamlandırabildiğimizi görebilme fırsatı bulunacaktır.

Tablo 10. Öğrencilerin Van Hiele geometri testine göre almış oldukları puanlar

Alınan Van Hiele puanı	Öğrenci Sayısı	%
0	1	1,1
1	27	30
3	35	38,9
7	2	2,2
11	8	8,9
17	9	10
19	6	6,7
27	2	2,2
Toplam	90	100

Tablo 10’da görüldüğü gibi 27 öğrenci 1 puan, 35 öğrenci 3 puan, 2 öğrenci 7 puan, 8 öğrenci 11 puan, 9 öğrenci 17 puan, 6 öğrenci 19 puan, 2 öğrenci 27 puan, bir öğrenci de 0 puan alabilmiştir. Tablodaki 0 puan alan öğrenci Van Hiele geometri anlama testindeki ilk beş sorudan yalnızca iki soruyu doğru cevaplayabilmiştir. Yüzdelik dilimlere baktığımızda öğrencilerin çoğunluğunun % 38,9 ‘luk bir kısımla 3 puan alabildiğini görülmektedir. Bu çoğunluğu % 30’luk bir kısımla 1 puan alan öğrencilerin takip ettiği fark edilmektedir. En az alınan puanın 0 (%1,1), istatistiksel olarak anlamlandırılmayan öğrencilerin yüzdeliğinin de toplamda 11,1 (11 puan ve 27 puan) olduğu görülmektedir.

Kazanılan puanlara göre karşılık gelen Van Hiele geometri anlama seviyeleri tabloda belirtilmiştir (Bkz. Tablo.11). İstatistiksel olarak anlamlandıramadığımız 10 öğrenci bu yeni tabloya eklenmemiştir. Usiskin’e uygun Van Hiele geometri anlama seviyelerini gösterdiğimiz tabloda 80 öğrenci bulunmaktadır. Bu seviyelere karşılık gelen yüzdelik dilimlerde tablomuzda verilmiştir.

Tablo 11. Öğrencilerin Usiskin'in Van Hiele geometri anlama seviyelerine ait bulgular

Usiskin Van Hiele Seviyesi	Öğrenci Sayısı	%
0	1	1,2
1	36	45
2	41	51,2
3	2	2,5
Toplam(N)	80	100

Tablodan görüldüğü gibi öğrencilerin 36'sı 1. seviyede, 41'i 2.seviyede, 2'si 3. seviyede ve de 0. seviyede ise yalnız bir öğrenci bulunmaktadır. 4.seviyede hiçbir öğrenci bulunmamaktadır. Yüzdelik dilimlere ait sayısal bulgular incelendiğinde öğrencilerin %45'i 1. seviyede , %51,2'si 2. seviyede, %2,5'luk kısmı da 3. seviyede ve %1,2'si ise 0. seviyede bulunmaktadır. Sonuçlara göre öğrencilerin çoğunluğunun 2. seviyede bulunduğu görülmektedir. Bunu takip eden çoğunluğun 1. seviyede ve en az öğrenci topluluğunun 3. seviyede olduğunu görebilmekteyiz. Usiskin'in çalışmasına göre düzenlenmiş Van Hiele seviyelerine göre en üst seviye kabul edilen 4. seviyeye ait öğrenci bulunmadığı gözlenmiştir. Öğrencilerin aldıkları Van Hiele puanları ve atandıkları Van Hiele geometri anlama seviyeleri ayrıntılı olarak ekte gösterilmiştir (Bkz. Ek. 4).

3.2. Geometri İspat Yazma Testine Ait Bulgular

Geometri ispat yazma testinden alınan puanlar her bir soru kapsamında ayrı ayrı incelenmiştir. Bunun nedeni soru içeriklerinin ve ispat yazmada kullanılan formatın her soruda aynı olmamasıdır. Sırasıyla incelenen sorular sayesinde öğrencilerin her soru için yazabildikleri ispatları ayrıntılı olarak değerlendirme fırsatı tanınacaktır. Öğrencilerin cevap kağıtları soru bazında incelendiğinde öğrencilerin ispat hakkındaki geçmiş bilgileri ve ispat yazım şekilleri gözlemlenmiştir. Bu sayede araştırmacı öğrencilerin ispat yazarken nasıl bir yol izlediklerini diğer araştırmacılarla paylaşma imkânı bulmuştur.

3.2.1. Birinci Soru İçin Elde Edilen Bulgular

Birinci soruda dört adet kolon (boşluk) bulunmaktadır. Bu boşlukları öğrencinin uygun şekilde doldurması gerekmektedir. Ayrıca öğrencinin verilenleri soruda verilen şekil ve bilgilerden yararlanarak, matematiksel semboller yardımıyla yazması beklenmektedir. Bu sayede öğrencinin ispat yazarken ki adımların doğru sıralanışını bilip bilmediği tespit edilebilecektir. Uygulama yapılmadan önce öğrencilere gerekli açıklamalar yapılmış ve buna göre kendileri sorunun gerekli bölümlerini cevaplandırmışlardır.

Öğrencilerin cevap kâğıtları değerlendirme rubriğine uygun olarak araştırmacı tarafından incelenerek gerekli bulgular elde edilmiştir. Öğrencilerin bu soru için kişi sayısı bazında almış oldukları puanlar ve yüzdelikleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.(Bkz. Tablo.12)

Elde edilen bulgulara göre öğrencilerin matematiksel sembol, gösterimlerin yazımı ve kullanımında hatalar yaptıkları görülmüştür. Genelde matematiksel simgeler yerine sözel ifadeler yazıldığı gözlenmiştir. İspattaki gerekli boşluklar doldurulmadan verilenlerin yalnızca şekil üzerinde yerleştirildiği görülmektedir. Ayrıca ispat yazımlarında sıralama hataları olduğu fark edilmiştir.

Tablo 12. Birinci sorudan elde edilen bulgular

ALINAN PUAN	0	1	2	3	4
Öğrenci sayısı	34	29	15	2	0
%	42,5	36,2	18,8	2,5	0

N=80

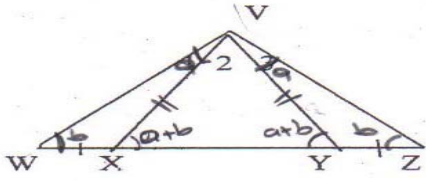
Tablo 12 sonuçlarına göre 1. sorudan 80 öğrenciden 0 puan alan 34, 1 puan alan 29 ve 2 puan alan 15 öğrenci, 3 puan alabilen 2 öğrenci bulunmakta ve 4 puan alabilen öğrenci bulunmamaktadır. Buradan görülmektedir ki; 34 öğrenci bu soruyu boş bırakmış ya da hatalı ifadeler kullanmışlardır. Cevaplayan öğrencilerin çoğunun 1 puan alabildiği saptanmıştır. Yani ispatta yalnızca doğru olarak bir boşluğu yazabilmişlerdir. Bunu takip eden çoğunluğun 2 puan alabildiği tespit edilmiştir. Bu öğrencilerde yalnızca iki boşluğu doğru olarak doldurabilmişlerdir. 3 puan alan iki öğrenci ispattaki üç boşluğu doğru olarak yazabildikleri tespit edilmiştir. Hiç hata yapmayarak ispatı tam yazabilen öğrenci

bulunmamaktadır. Yüzdelik dilimler incelendiğinde alınan ispat puanlarından 0 puanın öğrencilerin %42,5'ünü temsil ettiği görülmektedir. Puanlar yükseldikçe öğrenci sayılarındaki yüzdelik değerlerinin azaldığı görülmektedir.

Aşağıda, 0, 1, 2 ve 3 puan öğrencilere ait cevap kağıtları sunulacak ve yorumlanacaktır:

1. İddia ve neden kolonlarını doldurarak ispatı tamamlayınız.

Verilen: $\hat{W} \cong \hat{Z}$
 $|WX| \cong |YZ|$
İspat: $\hat{1} \cong \hat{3}$



İDDİA	NEDEN
1. $\hat{W} \cong \hat{Z}, WX \cong YZ $	Verilen
2. $ WV \cong ZV $	
3. $ XZ \cong VY $ (1)	
4. $\hat{1} \cong \hat{3}$	

Şekil 1. Örnek öğrenci cevabı 1

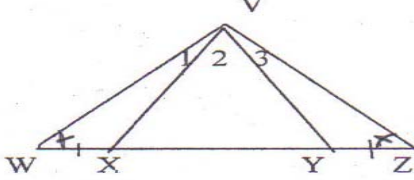
Bu cevap kâğıdı incelendiğinde görülmektedir ki yalnız bir boşluk doğru olarak doldurabildiğinden hazırladığımız değerlendirme rubriğine göre 1 puan verilmiştir. Öğrencinin boşlukları doldurmadan şekil üzerinde verilenleri yerleştirmesi de gözden kaçırılmamalıdır. Fakat şekil üzerindeki bilgileri verilenler bölümündeki boşluklara yerleştirmedeğinden puan alamamıştır.

1. İddia ve neden kolonlarını doldurarak ispatı tamamlayınız.

Verilen: $\hat{W} \cong \hat{Z}$

$|WX| \cong |YZ|$

İspat: $\hat{1} \cong \hat{3}$



İDDİA	NEDEN
1. $\hat{W} \cong \hat{Z}, WX \cong YZ $	Verilen
2. $ WV \cong ZV $	ikizkenar üçgen
3. $ XY \cong VZ $ (1)	ve eş açılar
4. $\hat{1} \cong \hat{3}$	

Şekil 2. Örnek öğrenci cevabı 2

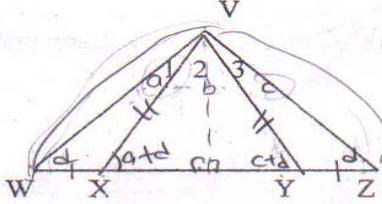
Yukarıdaki öğrencinin cevap kâğıdı incelendiğinde görüldüğü gibi üç boşluk doldurulmuş olmasına rağmen öğrenci verilenleri matematik sembollerini kullanarak yazamadığından bu bölüme puan verilmemiştir. Verilenler yalnızca ikizkenar üçgen ve eş açılar denmektedir. Buradan görülmektedir ki; öğrenci ikizkenar olarak belirttiği bir üçgenin hangi üçgen olduğunu bile yazamamaktadır. Eş açılar olarak kastettiği hangi açılar olduğunu belirtememiştir. Öğrencinin cevabında bulunan bir eksik ise doğru ile doğru parçası sembollerinin karıştırıldığı gözlemlenmiştir. Fakat değerlendirme kapsamında önemsenmemiştir çünkü ispatın adımlarını öğrenci doğru olarak sıralayabilmiştir.

1. İddia ve neden kolonlarını doldurarak ispatı tamamlayınız.

Verilen: $\hat{W} \cong \hat{Z}$

$|WX| \cong |YZ|$

İspat: $\hat{1} \cong \hat{3}$



İDDİA	NEDEN
1. $\hat{W} \cong \hat{Z}, WX \cong YZ $	Verilen
2. $ WV \cong ZV $	$\hat{W} \cong \hat{Z}$
3. $\frac{a+b}{2} = \frac{c+b}{2}$	$ WV \cong ZV $
4. $\hat{1} \cong \hat{3}$	

2

Şekil 3. Örnek öğrenci cevabı 3

Şekil 3'teki cevap kağıdı incelendiğinde öğrencinin iddia bölümünde a ve c diye adlandırdığı açılarının hangi açılar olduğunu yazamaması nedeniyle bu bölümden puan alamamıştır. İspatı yalnızca şekil üzerinde göstermeye çalışmıştır. Verilenler bölümünde ise iki boşluğu hatasız şekilde doldurarak buradan 2 puan alabilmiştir.

1. İddia ve neden kolonlarını doldurarak ispatı tamamlayınız.

Verilen: $\hat{W} \cong \hat{Z}$

$|WX| \cong |YZ|$

İspat: $\hat{1} \cong \hat{3}$

İDDİA	NEDEN
1. $\hat{W} \cong \hat{Z}, WX \cong YZ $	Verilen
2. $ WV \cong ZV $	$\hat{W} \cong \hat{Z}$
3. $ XV \cong VY $	$\hat{W} \cong \hat{Z}$
4. $\hat{1} \cong \hat{3}$	$ WX \cong YZ $

(3)

Şekil 4. Örnek öğrenci cevabı 4

Burada öğrenci dört adet boşluğu doldurmuştur. Doldurulan boşlukların hepsi doğru yazılmıştır fakat verilenler bölümünde aynı ifade iki kez yazıldığından öğrencinin üç boşluk doldurabildiği kabul edilerek bu cevaba 3 puan verilmiştir.

3.2.2. İkinci Soru İçin Elde Edilen Bulgular

İkinci soruda verilen ifadeye göre öğrencilerin önce şekli çizebilmeleri sonra verilenleri yazarak ispat yapıp yapamadıkları gözlenmiştir. Öğrenci cevap kağıtları ayrıntılı olarak incelendiğinde görülmüştür ki; genel olarak ispatta istenen şekil doğru olarak çizilmiştir. Şekli boş bırakanlar ya da hatalı çizen öğrenciler bu bölümden puan alamamışlardır. Verilenler bölümü incelendiğinde ise çoğu öğrenci verilenlerin tamamını yazamadıkları ya da sözel bir anlatımla ifade ettikleri gözlenmiştir. Birkaç öğrenci verilenleri tam ve doğru olarak yazarak bu bölümden 2 puan, verilenlerden bir veya birkaçını yazabilen öğrencilerde birer puan elde etmişlerdir. İspat bölümünde ise öğrencilerin bir kısmı ispatı yalnızca bir sonuç ifadesi olarak yazmış bu da yeterli olmamıştır. Bazı öğrenciler ise ispat bölümünde yeniden şekil çizerek şekil üzerinde ispat yapmaya çalışmış

fakat matematiksel sembolleri kullanmadan ispat yazamadıklarından bu bölümden puan alamamışlardır. Bu bölümlerin tamamını yapabilen az sayıda öğrenci bulunmaktadır. Bu soruya göre öğrencilerin aldıkları puanlar şöyledir:

Tablo 13. İkinci sorudan elde edilen bulgular

ALINAN PUAN	0	1	2	3	4
Öğrenci Sayısı	7	28	21	21	3
%	8,8	35	26,2	26,2	3,8

N=80

Tablo 13'e göre görülüyor ki bu sorudan 0 puanı 7 öğrenci, 1 puanı 28 öğrenci, 2 puanı 22 öğrenci, 3 puanı 21 ve 4 puanı ise yalnızca 3 öğrenci alabilmiştir. Yüzdelik dilimlere bakıldığında ise yaklaşık % 9 'u 0 puan, % 35'u 1 puan, % 26 'sı 2 puan, %26'i 3 puan ve % 4'ü ise 4 puan aldığı saptanmıştır.

2. İddia: Bir ikiz kenar üçgende yükseklik doğrusu tepe açısının açı ortayıdır

Bu iddiayı aşağıda verilen boşlukları doldurarak ispat ediniz. Bunun için önce şekli çiziniz , verilenleri çizdiğiniz şekle göre yazınız ve daha sonra ispatınızı yazınız.

ŞEKİL:

VERİLEN:

$$\begin{aligned} m(\hat{BAC}) &= 180 - 2\alpha \\ m(\hat{HAC}) &= 90 - \alpha \\ m(\hat{HAB}) &= 90 - \alpha \end{aligned}$$

İSPAT:

$\hat{BAC}$ açısı $\hat{HAC}$ ve $\hat{HAB}$ açısının iki katı olduğu için $|AH|$ yani yüksekliğinin açıortayıdır.

Şekil 5. Örnek öğrenci cevabı 5

Şekil 5'e bakarak öğrencimizin cevabını incelediğimizde ispat bölümünde gerekli olan bilgileri verilenler bölümünde yazmış ve ispatın sonucunu da sözel bir yazımla ispat bölümüne yazmıştır. Belirtmiş olduğu açıların ölçülerini nasıl bulduğunu ispat bölümünde yazması gerekliydi fakat öğrenci bu bilgileri yalnızca bir sonuç olarak verilenler bölümüne aktarmıştır. Bu da ispat yazımındaki verilerin hangi bölüme ait olup olmadığını bilmediğinden kaynaklanmaktadır.

Öğrencinin verilenler kısmında ispatı yazmaya çalışmasından dolayı her iki bölümden de puan alamamıştır. Yalnızca çizdiği doğru şekil için değerlendirme kapsamında 1 puan alabilmiştir.

2. İddia: Bir ikiz kenar üçgende yükseklik doğrusu tepe açısının açı ortayıdır

Bu iddiayı aşağıda verilen boşlukları doldurarak ispat ediniz. Bunun için önce şekli çiziniz, verilenleri çizdiğiniz şekle göre yazınız ve daha sonra ispatınızı yazınız.

ŞEKİL:

VERİLEN:

$$|AB| = |AC|$$

$$(\hat{B}) = (\hat{C})$$

İSPAT:

$\triangle ABC$ üçgeninde

$$a + b = 90$$

$$\angle AHB = a + x = 90$$

$$x = b$$

2

Şekil 6. Örnek öğrenci cevabı 6

Burada görüldüğü üzere öğrenci şekli doğru çizebilmiştir. Verilenler bölümündeki yazılan bilgiler doğrudur fakat sadece şekildeki diklik özelliği yazılmadığı için verilenler eksik kalmıştır. İspat bölümünde ise öğrenci şeklindeki b olarak adlandırdığı açılar sayesinde A açısını açıortay kabul ederek ispatı sonuç ifadesinden başlatmaya çalışmıştır. İspatı istenilen şekilde yazamamıştır. Öğrenci yalnızca şekil ve verilenlerin bir kısmını yazabildiğinden bu sorudan değerlendirme rubriğine göre 2 puan alabilmiştir.

2. İddia: Bir ikiz kenar üçgende yükseklik doğrusu tepe açısının açı ortayıdır

Bu iddiayı aşağıda verilen boşlukları doldurarak ispat ediniz. Bunun için önce şekli çiziniz , verilenleri çizdiğiniz şekle göre yazınız ve daha sonra ispatınızı yazınız.

ŞEKİL:

VERİLEN:

$$|AH| \perp |BC|$$

$$m(\angle ACB) = m(\angle ABC)$$

İSPAT:

$$\triangle AHC \rightarrow 90 - x = \alpha$$

$$\triangle ABH \rightarrow 90 - x = \alpha$$

(3)

Şekil 7. Örnek öğrenci cevabı 7

Öğrenci bu cevabında verilen bilgilere göre şekli ve verilenler bölümünü tam olarak yazmış olduğu görülmektedir. Yalnızca şekil bölümünde A açısının açıortayını da belirtmiştir. İspat bölümünde ise bu bilgiyi kullanarak ispat yazmaya çalışmıştır. Burada da bir önceki örnekte görüldüğü gibi öğrencinin sonuç cümlesinden yararlanarak ispat yazmak istediği fakat bu yazımın hatalı olduğu fark edilmiştir. Öğrenci bu sorudan şekli ve verilenleri tam olarak yazabildiği için 3 puan almıştır.

2. İddia: Bir ikiz kenar üçgende yükseklik doğrusu tepe açısının açı ortayıdır

Bu iddiayı aşağıda verilen boşlukları doldurarak ispat ediniz. Bunun için önce şekli çiziniz , verilenleri çizdiğiniz şekle göre yazınız ve daha sonra ispatınızı yazınız.

ŞEKİL:

VEİ

$$\begin{aligned} \hat{B} &= \hat{C} \\ \hat{D} &= 90^\circ \end{aligned}$$

İSPA

$$\begin{aligned} \alpha + 90^\circ + \alpha &= 180^\circ \\ - \alpha + 90^\circ + \alpha &= 180^\circ \\ \hline \beta - 90^\circ &= 0 \\ \beta &= 90^\circ \end{aligned}$$

Şekil 8. Örnek öğrenci cevabı 8

Örnek öğrenci cevap kâğıdı incelendiğinde öğrenci verilen ifadeyi doğru olarak algılamış ispatta gerekli olan bilgileri tam ve eksiksiz olarak yazabilmiştir. Önce şekli doğru çizerek değerlendirme rubriğine göre 1 puan almış, daha sonra şekle göre hem verilenleri hem de ispat bölümünü doğru ve eksiksiz olarak yazarak ispatı tamamlamıştır. Bu sayede öğrencimiz bu sorudan 4 puan elde etmiştir.

3.2.3. Üçüncü Soru İçin Elde Edilen Bulgular

Üçüncü soruda beklenen öğrencilerin verilen ifade ve şekle uygun olarak doğru bir sıralamayla ispat yazıp yazamadıklarını tespit etmektir. Öğrencilerin verdikleri cevap kağıtları bu soru için incelendiğinde ispatların diğer sorularda olduğu gibi şekil üzerinde yapılmaya çalışıldığı gözlenmiştir. Şekil üzerinde çizdikleri ifadeleri matematiksel sembollere dönüştürerek ispat yazan öğrencilerin birçoğu ise kullanmaları gereken benzerlik özelliğinden ve de çeşidinden hiç bahsetmemiştir. Tespit edilen bir diğer eksiklik ise öğrencilerin şekil üzerinde açıların eş olduğunu gösterip matematiksel sembollerle ispat bölümünde belirtmemiş olduklarıdır.

Bu eksiklikler ya da ispatta yapılan sıra atlama yüzünden birçok öğrenci ispattan tam puan alamamışlardır. Bu soru için öğrencilerin cevap kâğıtları incelenerek tespit edilen puanlar şöyledir:

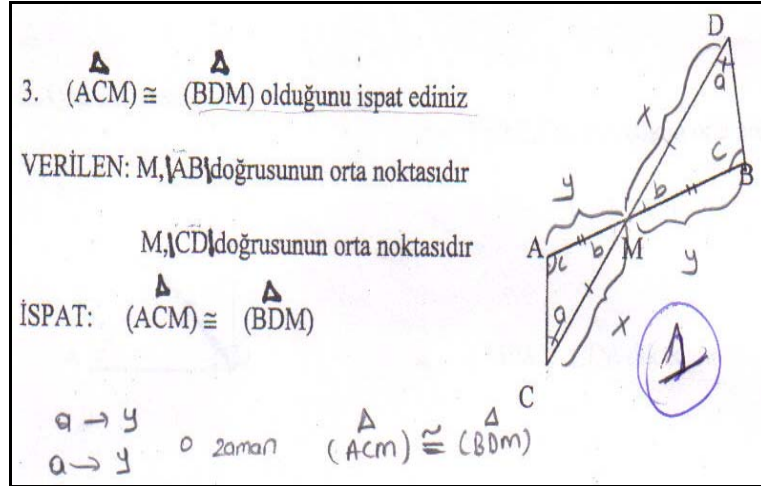
Tablo 14. Üçüncü sorudan elde edilen bulgular

ALINAN PUAN	0	1	2	3	4
Öğrenci sayısı	24	13	22	15	6
%	30	16,2	27,5	18,8	7,5

N=80

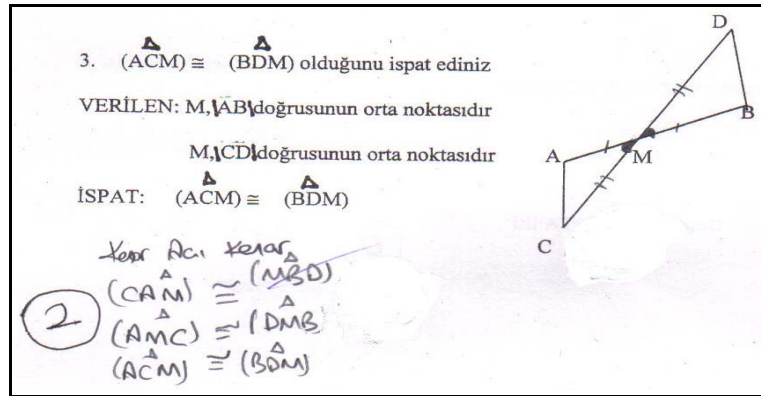
Tablo 14'den görülmektedir ki; bu sorudan 0 puanı alan 24, 1 puanı alan 13, 2 puanı alabilen 22 ve de 3 puanı alabilen 15 öğrenci bulunmaktadır. İspatı eksiksiz yazabilen 6 öğrencinin dörder puanı bulunmaktadır.

Tablodaki yüzdeler dilimlere bakıldığında % 30'u 0 puan, %16,2'si 1 puan, % 27,5'u 2 puan, % 18,8'i 3 puan ve % 7,5'unun ise 4 puan aldığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin ilk iki soruya göre bu sorudan daha başarılı oldukları gözlemlenmiştir.



Şekil 9. Örnek öğrenci cevabı 9

Şekil 9'a baktığımızda öğrencinin verilen bilgileri kullanarak şekil üzerinde ispat yazmaya çalışmış olduğu görülmüştür fakat bu bilgileri ispat bölümüne aktarmamıştır. İspat bölümünde yalnızca bir doğru çıkarım yazıldığı için öğrenci değerlendirme rubriğine göre bu sorudan 1 puan alabilmiştir.



Şekil 10. Örnek öğrenci cevabı 10

Şekil 10'daki öğrenci cevabını incelediğimizde ispat bölümünde yalnızca birkaç doğru çıkarımın yazıldığını görmekteyiz. Öğrenci kenar açı kenar benzerlik özelliğinden yararlanmıştır fakat ispat bölümünde benzerliklerin hangi üçgenler arasında olduğunu yazamamıştır. Burada öğrenci birkaç çıkarımda bulunup ispatı tamamlayamadığından dolayı bu sorudan 2 puan alabilmiştir.

3. $\triangle (ACM) \cong \triangle (BDM)$ olduğunu ispat ediniz

VERİLEN: M, $[AB]$ doğru parçasının orta noktasıdır
M, $[CD]$ doğru parçasının orta noktasıdır

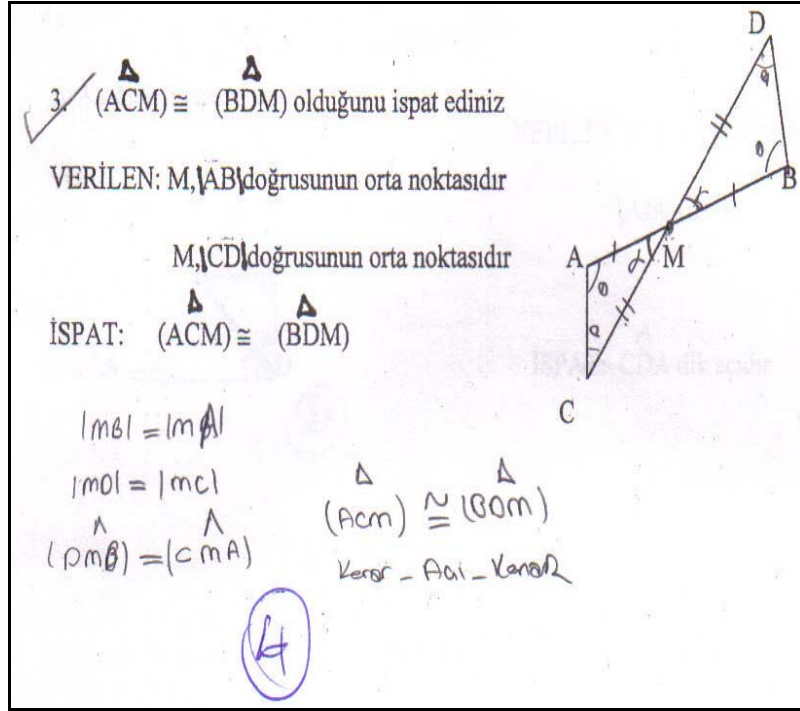
İSPAT: $\triangle (ACM) \cong \triangle (BDM)$

$(\triangle ACM) \cong (\triangle BDM)$
 $\frac{|AC|}{|BD|} = \frac{|CM|}{|DM|} = \frac{|AM|}{|BM|}$
 $\frac{c}{c} = \frac{a}{a} = \frac{b}{b} = 1$

(3)

Şekil 11. Örnek öğrenci cevabı 11

Şekil 11'deki öğrencinin cevabı incelendiğinde ispat yazarken öğrencimiz öncelikle gerekli bilgileri kullanarak bu bilgileri şekil üzerinde yerleştirmiş olduğu görülmektedir. Bu bilgilere dayanarak gerekli çıkarımlarında şekil üzerinde yapılmış olduğu tespit edilmiştir. Bir sonraki adımda tümdengelimsel bir yol izleyerek iki üçgen arasındaki benzerlikten yararlanarak ispatı yazmaya çalışmıştır. Fakat öğrencinin yaptığı bir eksiklik karşılıklı c kenarlarının neden birbirine eşit olduğunu açıklayamamış olmasıdır. Burada şekil üzerinde gösterilen M açısının kullanılarak kenar açı kenar benzerliğinin belirtilmesi gerekirdi. İspatın yazımında eksik olarak tespit edilen sıralamada ve sıra atlama yüzünden öğrenci değerlendirme kapsamında 3 puan alabilmiştir.



Şekil 12. Örnek öğrenci cevabı 12

Şekil 12’de öğrenci ispatı tam olarak yazabilmiştir. Yalnızca eksik olarak fark edilen kenar açı kenar benzerliğinin hangi üçgenler arasında olduğunu yazmamasıdır. Yalnızca bir eksikle ispatı yazabildiğinden ötürü bu soruya değerlendirme rubriğine göre 4 puan verilmiştir.

3.2.4. Dördüncü Soru İçin Elde Edilen Bulgular

Bu soruda öğrencilerden ifadeye ve şekle bakarak verilenler ve ispat bölümünü doldurmaları istenmektedir. Öğrencilerin yazmış oldukları cevap kağıtlarına bakılarak aşağıdaki bulgular elde edilmiştir. Verilenleri öğrencilerin geneli yazabilmiş ve de verilenlerde dikdörtgenin özelliklerini belirtmişlerdir. İspat bölümünde ise genel olarak Pisagor teoremi kullanılarak köşegenlerin uzunluklarının eşit olduğu gösterilmiştir. Bu sorudan öğrencilerin aldıkları puanlar tabloda gösterilmiştir.

Tablo 15. Dördüncü sorudan elde edilen bulgular

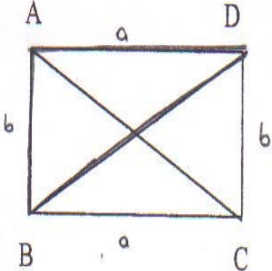
ALINAN PUAN	0	1	2	3	4
Öğrenci Sayısı	24	9	14	21	12
%	30	11,2	17,5	26,2	15

N=80

Yukarıdaki tabloya bakıldığında 0 puan alan 24, 1 puan alan 9, 2 puan alan 14 ve 3 puan alan 21 öğrenci bulunmaktadır. İspatı tam olarak yazarak 4 puan alabilen 12 öğrenci bulunmaktadır. Yüzdelik dilimlere bakıldığında ise %30'unun 0 puan, %11,2'sinin 1 puan, %17,5'inin 2 puan, %26,2'sinin 3 puan ve %15'inin 4 puan alabildiği tespit edilmiştir. Bu soruda öğrencilerin çoğunluğunun sıfır puan aldığı görülmektedir.

4. Teorem: Bir dikdörtgende köşegenler eşittir. Bu teoremi VERİLEN ve İSPAT kısmını doldurarak ispatlayınız.

ŞEKİL:



VERİLEN:

İSPAT

I. Üçgen $\rightarrow |BD|^2 = a^2 + b^2$

II. Üçgen $\rightarrow |BD|^2 = a^2 + b^2$

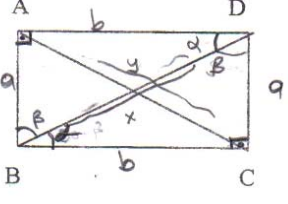
1

Şekil 13. Örnek öğrenci cevabı 13

Şekil 13'teki öğrenci cevabı incelendiğinde ispat bölümünde iki çıkarım yapıldığını fakat ikisinin de aynı anlama gelen ifade olarak görüldüğünden dolayı öğrenciye bu soru için 1 puan verilmiştir.

4. Teorem: Bir dikdörtgende köşegenler eşittir. Bu teoremi VERİLEN ve İSPAT kısmını doldurarak ispatlayınız.

ŞEKİL:



VERİLEN:

İSPAT

$$\frac{a}{a} = \frac{b}{b} = \frac{x}{y} = 1$$

$x = y$ (2)

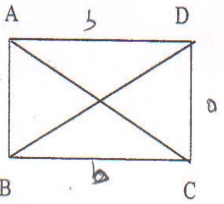
$|BD| = |AC|$

Şekil 14. Örnek öğrenci cevabı 14

Bu cevap kağıdında öğrenci dikdörtgenlere ait özellikleri şekil üzerinde belirtmiştir fakat verilenler bölümünde bunları matematiksel sembollerle yazmamıştır. İspat bölümünde ise üçgenlerde benzerlik teoremlerini kullanarak köşegenlerin eşit olduğunu göstermiştir. Fakat benzerliği ispat yazımında belirtmemiştir. Öğrenci yalnızca ispat bölümünde birkaç çıkarımda bulunduğundan bu sorudan değerlendirme kapsamında 2 puan alabilmiştir.

4. Teorem: Bir dikdörtgende köşegenler eşittir. Bu teoremi VERİLEN ve İSPAT kısmını doldurarak ispatlayınız.

ŞEKİL:



VERİLEN:

Dikdörtgen ve köşegenler verilmiştir

İSPAT

(3) ABC üçgeninde pisagor yazılır.
 $a^2 + b^2 = |AC|^2$
 ADC üçgeninde pisagor yazılır.
 $a^2 + b^2 = |DE|^2$ $(DE) = (AC)$ olduğu görülür.

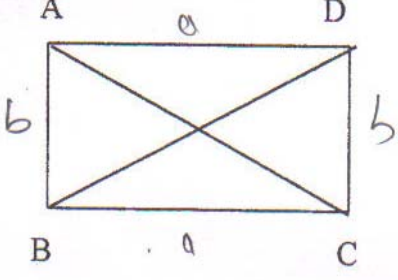
Şekil 15. Örnek öğrenci cevabı 15

Öğrencinin cevabı incelendiğinde verilenleri sözel bir ifadeyle yazıldığı görülmektedir. İspat bölümünde de açıklama olarak bazı yerlerde yine sözel bir ifade yazılmış fakat ispatın hemen hemen eksiksiz yazılmaya çalışıldığı gözlenmiştir. AC ve DE

kenarlarının kareköklerinin ispatta yazılmadan eşitlendiği görülmektedir. Öğrencinin atladığı adımlar fark edildiğinden bu sorudan 3 puan alabilmiştir.

4. Teorem: Bir dikdörtgende köşegenler eşittir. Bu teoremi VERİLEN ve İSPAT kısmını doldurarak ispatlayınız.

ŞEKİL:



VERİLEN:

$$|AD| = |BC|$$

$$|AB| = |DC|$$

$$AD = a, AB = b$$

İSPAT

$$|BD|^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow |BD| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$|AC|^2 = b^2 + a^2 \Rightarrow |AC| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$|BD| = |AC|$$

(4)

Şekil 16. Örnek öğrenci cevabı 16

Şekil 16'da öğrenci verilenleri ve ispatı tam olarak yazabildiğinden dolayı bu sorudan değerlendirme rubriğine göre en fazla puan olan 4 puan almıştır.

3.2.5. Beşinci Soru İçin Elde Edilen Bulgular

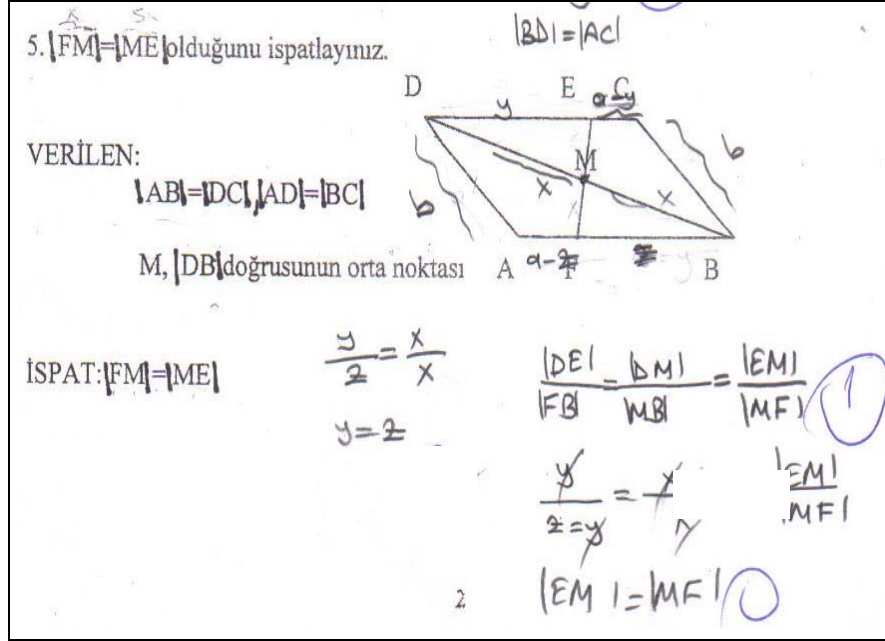
Beşinci soruda öğrenciden beklenen verilen ifadeler ve şekil sayesinde ispatın yapılabilmesidir. Öğrencilerin kâğıtları ayrıntılı incelendiğinde şekilde paralelkenar olduğu gözlemlenip eş açılar yazılamamıştır. Benzerlik ilişkisi kurulamamıştır. Verilenler şekil üzerinde gösterilerek ispat yazılmaya çalışılmış fakat ispat bölümünde benzerlik sembollerle ifade edilememiştir. Bazı kâğıtlarda benzerlik çeşidi yazılamamış sadece kenarlar arasında oranlama yapıldığı görülmüştür. Öğrencilerin bu sorudan aldıkları puanlar tabloda gösterilmiştir (Bkz. Tablo.16).

Tablo 16. Beşinci sorudan elde edilen bulgular

ALINAN PUAN	0	1	2	3	4
Öğrenci Sayısı	43	8	10	18	1
%	53,8	10	12,5	22,5	1,2

N=80

Tablodan görülüyor ki; bu sorudan 0 puan alan 43, 1 puan alan 8, 2 puan alan 10, 3 puan alan 18 öğrenci vardır. İspatı tam olarak yazarak 4 puan alabilen yalnız bir öğrenci bulunmaktadır. Yüzdelik dilimlere bakıldığında % 53,8'inin 0, %10'unun 1 puan, % 12,5'inin 2 puan, % 22,5'inin 3 puan ve de %1,2'sinin 4 puan alabildiği gözlenmiştir. Burada da öğrencilerin çoğunun bu sorudan sıfır puan aldıkları fark edilmiştir.

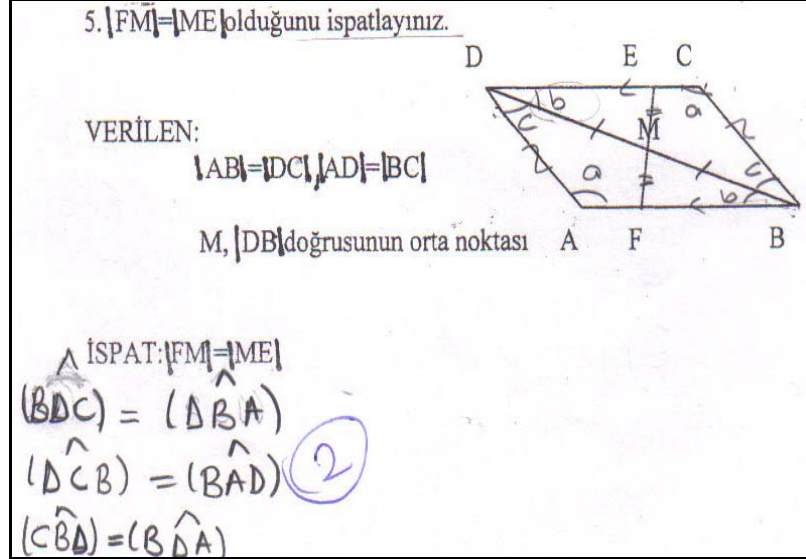


Şekil 17. Örnek öğrenci cevabı 17

Bu cevap kâğıdından görülmektedir ki; öğrenci şeklin paralelkenar olduğunu fark edememiş ve benzerlik olduğunu saptayamamıştır.

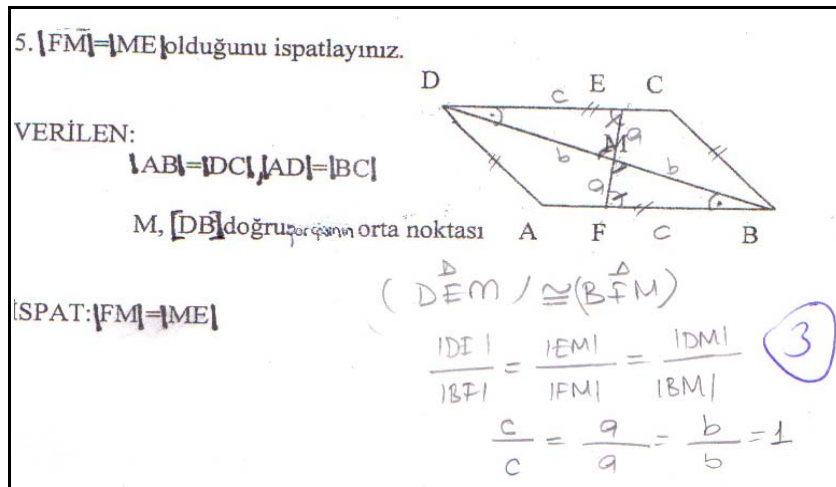
Kenarlar arasında bir oranlama yapmaya çalışmış fakat benzerlik oranını bulmadan y ve z diye adlandırdığı kenarların eşit olduğunu savunmuştur. Eş açılardan hiç

bahsetmemiştir. Benzerlikten yararlanmamıştır. Öğrenci yalnızca bir doğru çıkarımda bulunduğundan değerlendirme kapsamında bu sorudan 1 puan alabilmiştir.



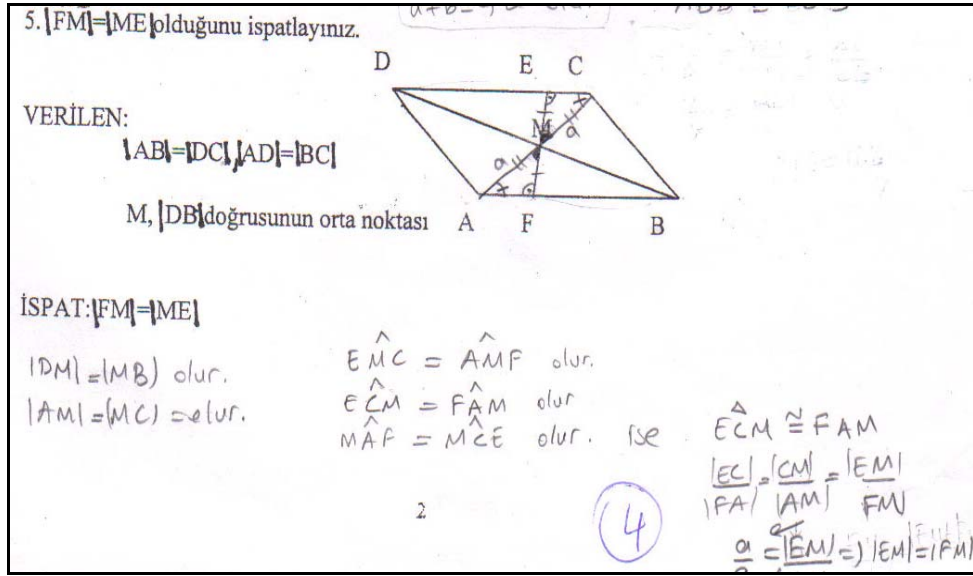
Şekil 18. Örnek öğrenci cevabı 18

Burada öğrenci görüldüğü gibi ispatı şekil üzerinde yazmaya çalışmış fakat ispat bölümünde şekil üzerinde yazmış olduğu bilgilerin yalnızca birkaçını aktarabilmiştir. Birden fazla çıkarımda bulunup ispatı tamamlayamadığından dolayı değerlendirme rubriğine göre öğrenci bu sorudan 2 puan alabilmiştir.



Şekil 19. Örnek öğrenci cevabı 19

Şekil 19'daki öğrenci cevabından görülmektedir ki; öğrenci şekil üzerinde verilen bilgileri yerleştirip burada çıkarımlarda bulunarak bu sorudaki benzerliği keşfetmiş bunu ispat bölümüne yazarak aktarmaya çalışmıştır. Fakat yine daha önceden yapılan eksiklikler gibi burada da öğrenci benzerlik çeşidini ve hangi üçgenler arasında benzerlik bulunduğunu ispat bölümünde belirtmeden kenarlar arasında oranlama yaparak ispatı yazmaya çalışmıştır. İspatın yazımındaki sıra atlama yüzünden benzerlik belirtilmediğinden bu soru için öğrenciye 3 puan verilmiştir.



Şekil 20. Örnek öğrenci cevabı 20

Şekil 20'deki cevabı incelediğimizde öğrenci burada ispatı eksiksiz bir şekilde yazabildiğinden dolayı değerlendirme rubriğine göre 4 puan almıştır.

3.2.6. Altıncı Sorudan Elde Edilen Bulgular

Bu soruda öğrencilerden beklenen ispatı şekil üzerinde gözlemleyerek adımları atlamadan tam olarak yazıp yazamadıklarını incelemektir. Öğrenci cevap kâğıtlarına bakıldığında ispat yazarken sıra atlama yaptıkları ve de sözel ifadeler kullandıkları görülmüştür. İfadenin sonucunu yazarak ispat yapmaya çalıştıkları fark edilmiştir. D açısı direkt olarak 90 derece olarak gösterilmiştir fakat bunun nedeni olan muhteşem üçlü özelliğinden bahsedilmemiştir. İspat şekil üzerinde yapılmaya çalışılmış ayrıca bazı

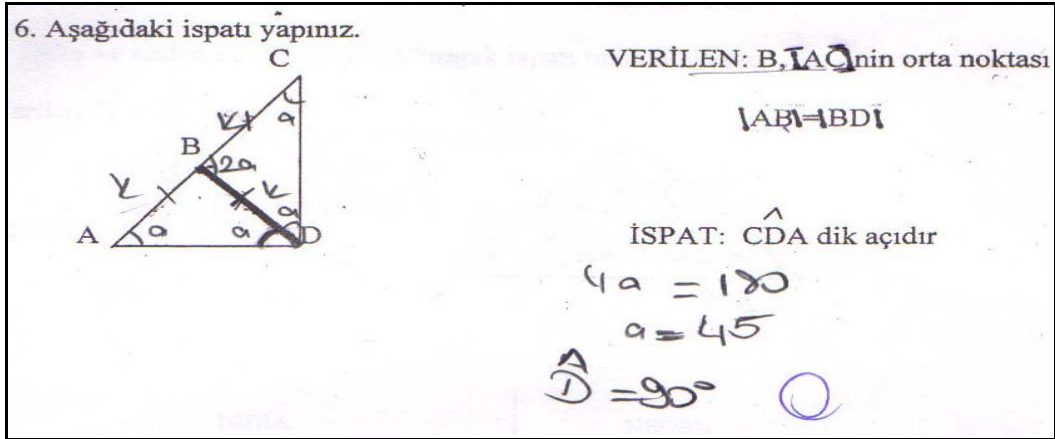
öğrencilerinde bütün açıları 45'er derece olarak belirttikleri gözlemlenmiştir. Bütün öğrencilerin kişi bazında bu sorudan aldıkları puanlar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 17. Altıncı sorudan elde edilen bulgular

ALINAN PUAN	0	1	2	3	4
Öğrenci Sayısı	38	2	3	33	4
Yüzdelik Dilim	47,5	2,5	3,8	41,2	5

N=80

Yukarıdaki tabloya bakıldığında bu sorudan 0 puan alan 38, 1 puan alan 2, 2 puan alan 3, 3 puan alan 33 öğrenci ve de ispatı tamamen doğru bir şekilde yazabilen 4 öğrenci bulunmaktadır. Yüzdelik dilimlere bakıldığında öğrencilerin %47,5'inin 0 puan, %2,5'inin 1 puan, %3,8'inin 2 puan, % 41,2'sinin 3 puan ve de %5'inin 4 puan aldığı saptanmıştır. Bu soruda öğrencilerin çoğunluğunun ispatı en fazla bir hatayla ya da eksikle tamamlayarak üçer puan alabildikleri görülmüştür fakat ne yazık ki yine büyük bir çoğunluğunda 0 puan aldıkları gözden kaçırılmamıştır.



Şekil 21. Örnek öğrenci cevabı 21

Bu ispatta da görülmektedir ki; öğrenci verilenleri şekil üzerinde belirtmiş fakat ispat bölümünde bunları yazamamıştır. Şekil üzerinde yapılan önemli bir hata da A ve C açılarının eşit olduğu varsayılmasıdır. Hâlbuki ADC üçgeni ikizkenar bir üçgen değildir.

6. Aşağıdaki ispatı yapınız.

VERİLEN: B, $\widehat{AC}$ 'nin orta noktası
 $|AB| = |BC|$

İSPAT: $\widehat{CDA}$ dik açıdır

$\alpha + \alpha + \beta = 180$
 $\beta + \beta + 180 - \gamma = 180$

 $2(\alpha + \beta) + 180 = 360$
 $2(\alpha + \beta) = 180$
 $\alpha + \beta = 90^\circ$
 $\widehat{CDA} = 90^\circ$

(3)

Şekil 24. Örnek öğrenci cevabı 24

Bu ispatta cevap kâğıdında öğrenci ispatı tamamlamıştır fakat atladığı adımlar yönünden eksiklik mevcuttur. Öğrenci bazı bilgileri sadece şekil üzerinde belirtmiştir. Üçgenlerin ikizkenar olduklarını sembollerle ispata yazmamıştır. İspat bölümünde ise bu bilgileri sembollerle açıklayamamıştır. Bu yüzden değerlendirme rubriğine göre 3 puan alabilmiştir.

6. Aşağıdaki ispatı yapınız.

VERİLEN: B, $\widehat{AC}$ 'nin orta noktası
 $|AB| = |BC|$

İSPAT: $\widehat{CDA}$ dik açıdır

$|BA| = |BC|$ ise $|BA| = |BD| = |BC|$
 $\widehat{ACD} = a$ olsun $\widehat{BDC} = a$ olur
 $\widehat{CAD} = b$ olsun $\widehat{BDA} = b$ olur $\widehat{CBD} = 2b$
 $a + a + 2b = 180$
 $2a + 2b = 180$
 $2(a + b) = 180$
 $a + b = 90$
 $\widehat{CDA} = a + b$
 $\widehat{CDA} = 90$

(4)

Şekil 25. Örnek öğrenci cevabı 25

Şekil 25'te öğrenci ispatı tam olarak yazabildiği için bu sorudan değerlendirme rubriğine göre 4 puan almıştır.

3.2.7. Elde Edilen Toplam İspat Puan Sonuçları

Uygulama kapsamındaki 80 öğrencinin geometri ispat yazma testinden aldıkları toplam puanlardan elde edilen bulgular tabloda belirtilmiştir. Bulunan bu bulgulara göre toplam ispat puana göre 6 puana eşit ve de daha düşük puan alan öğrenciler ispat yazmada başarısız, 18 puan ve daha fazla alabilen öğrenciler ispat yazmada çok başarılı olduğu belirtilmiştir (Usiskin, 1982). Bu aradaki puanlar araştırmacının buna ek olarak belirttiği puanlama ölçütlerine göre değerlendirilmiştir.

Tablo 18. Öğrenci sayılarına göre alınan toplam ispat puanlar

İspat Puan	Öğrenci Sayısı	%
0	1	1,2
1	1	1,2
2	3	3,8
3	6	7,5
4	1	1,2
5	7	8,8
6	6	7,5
7	6	7,5
8	6	7,5
9	7	8,8
10	4	5,0
11	12	15,0
12	6	7,5
13	4	5,0
14	7	8,8
15	1	1,2
16	2	2,5
Toplam	80	100,0

İspat puan sonuçlarına göre; 0 puan alan 1, 1 puan alan 1, 2 puan alan 3, 3 puan alan 6, 4 puan alan 1, 5 puan alan 7, 6 puan alan 6, 7 puan alan 6, 8 puan alan 6, 9 puan alan 7, 10 puan alan 4, 11 puan alan 12, 12 puan alan 6, 13 puan alan 4, 14 puan alan 7, 15 puan

alan 1, 16 puan alan 2 öğrenci bulunmaktadır. Bu sonuçlara göre ispat yazmada başarısız olanlar yani ispat puanı 6 ya da 6' dan küçük olan öğrenciler 25 kişidir.

Ayrıca 35 öğrenci (6 -12 puan arasında alanlar) ispat yazmada düşük düzeyde başarılı, 20 öğrenci (12- 18 puan arasında alanlar) ise ispat yazmada orta düzeyde başarılı olduğu saptanmıştır. İspat yazmada çok iyi düzeyde yani ispat puanı 18 ya da 18'den yüksek olan öğrenci yoktur. Öğrencilerin ispat puanları ayrıntılı olarak ekte gösterilmiştir (Bkz. Ek. 4).

3.3. Öğrencilerin Van Hiele Geometri Anlama Seviyeleri ile İspat puanları Arasındaki İlişkiye Yönelik Bulgular

Öğrencilerin almış oldukları Van Hiele geometri anlama seviyeleri ve bunlara karşılık gelen ispat puanların verileri üzerinde incelemeler yapılarak bu seviyelerle ispat puanları arasındaki ilişkiye yönelik bulgular elde edilmiştir. Öncelikle Van Hiele seviyelerinin her birine ait öğrenciler tarafından alınan ispat puanların minimum ve maksimum değerlerine bakılmış daha sonra ise ispat puan ortalamaları hesaplanarak bu bilgilere dayalı tablo hazırlanmıştır (Bkz. Tablo.19).

Tablo 19. Öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyelerine göre ortalama ispat puanları

Usiskin Van Hiele Seviyesi	İspat Puan Min-Max	İspat Puan Ortalaması	N	%
0	9	9	1	1,2
1	0 -14	7,08	36	45
2	2 -16	9,92	41	51,2
3	8 -15	11,5	2	2,5
Toplam			80	100

Tablo 19 incelendiğinde görülmektedir ki; Van Hiele geometri anlama seviyelerine göre 0. seviyedeki öğrencinin ispat puanı 9 ve bu seviyede yalnız 1 öğrenci bulunduğundan ispat puan ortalaması da 9 olarak elde edilmiştir. 1. seviyedeki öğrencilerin minimum ispat puanı 0, maksimum ispat puanı 14 ve ispat puan ortalamaları ise 7,08'dir. 2. seviyedeki öğrencilerin ise ispat puanlarına göre en düşük 2 en yüksek puanın 16, ispat puan ortalamalarının ise 9,92 olduğu görülmektedir. 3.seviyedeki öğrencilerin aldıkları en düşük

ispat puan 8, en yüksek ispat puanının 15, ispat puan ortalamalarının ise 11,5 olduğu görülmektedir. Bu seviyede yalnız iki öğrenci bulunmaktadır

Usiskin Van Hiele geometri anlama seviyelerine göre öğrencilerin almış oldukları ispat puanlar incelendiğinde 12 puan ve üzeri olanları başarılı kabul edilerek hangi seviyede kaç öğrencinin ispat yazmada başarılı olduğunu analiz edilmiştir. Bu bilgiler tabloya aktırılmıştır (Bkz. Tablo. 20).

Tablo. 20. Öğrencilerin Usiskin Van Hiele seviyelerine karşılık gelen ispat puanlarının başarı yüzdeleri

Usiskin Van Hiele Seviyesi	İspat puan ≥ 12 Öğrenci Sayısı	%
0	0	0
1	7	19,44
2	12	29,26
3	1	50

Tablo 20’yi incelediğimizde Van Hiele geometri anlama seviyelerine göre 0. seviyede 12 puan ve üzeri öğrenci bulunmadığından yüzdeler oranı 0’dır. 1. seviyede başarılı olan 12 öğrencinin bu seviyedekilere göre yüzdeler oranı 19, 44’dür. 2. seviyede olanların başarı yüzdeleri ise 29, 26’dır. Son olarak 3. seviyedeki başarılı olabilen 1 öğrencinin bu seviyedeki öğrenci sayısının %50’sine tekabül ettiği görülmektedir. Geometri anlama seviyeleri arttıkça yüzdeler değerlerin de arttığı gözlenmektedir.

Van Hiele geometri anlama seviyeleri ile ispat puan arasındaki ilişkiye bakabilmek için uygulama sonuçlarına göre bütün öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyeleri ve de ispat puanları SPSS programına yüklenmiştir. Bu iki puan arasındaki Pearson korelasyon katsayısı incelenmiştir. Bu inceleme sonunda aşağıdaki tablo elde edilmiştir.

Tablo 21. Öğrencilerin Usiskin Van Hiele geometri anlama seviyeleri ile ispat yazma puanları arasındaki korelasyon analizi

KORELASYON			
		İspat Puan	Usiskin Van Hiele Seviye
İspat Puan	Pearson Korelasyon	1	,354
	P		,001
Usiskin Van Hiele Seviye	Pearson Korelasyon	,354	1
	P	,001	

N=80

Tablo 21'in sonuçlarına göre öğrencilerin ispat puanları ile Van Hiele seviyeleri arasındaki anlamlılık katsayısı 0.001 dir. $P < 0.01$ olduğundan bu değerler anlamlıdır. Tabloda ayrıca Pearson korelasyon katsayısının 0.354 olduğu fark edilmektedir. İstatistiksel anlamda bu değerin pozitif bir değer olmasından dolayı incelenen Usiskin Van Hiele geometri anlama seviyeleri ile ispat puanlar arasında pozitif yönde bir ilişki var olduğu tespit edilmiştir. Bu da demektir ki öğrencilerin Van Hiele geometri seviyeleri arttıkça ispat puanlarının da arttığı anlaşılmaktadır. Pearson korelasyon katsayısı olan 0.354 değerinin 0.30 ile 0.70 değerleri arasında olduğundan tespit edilen pozitif yöndeki ilişkinin istatistiksel anlamda orta düzeyde bir ilişki olduğu belirlenmiştir (Büyüköztürk, 2006).

4. TARTIŞMA

Bu bölümde giriş bölümünde belirtilen problemlerin çözümüyle ilgili olarak elde edilen bulguların tartışılmasına yer verilmektedir. Bu kapsamda farklı tür okullarda öğrenim gören öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyelerine, ispat yazmadaki başarılarına ve de Van Hiele seviyeleri ile ispat yazma becerileri arasındaki ilişkinin sonuçları tartışma konusu olarak ele alınacaktır.

4.1. Öğrencilerin Van Hiele Geometri Anlama Seviyelerine İlişkin Tartışma

Öğrencilerin Van Hiele geometri anlama testine verdikleri cevapların Usiskin'in ölçütleri kullanılarak bulunan analizlerinin sonucundaki bulgulara göre öğrencilerin %51'lik kısım olarak tespit edilen çoğunluğunun 2. seviyede olduğu görülmektedir. % 46'lık kısımla çoğunluğa yakın bir değer olarak 2. seviyeyi 0. ve 1. seviyedeki öğrenciler takip etmektedir. 3. seviyedeki öğrencilerin ise yaklaşık %3'lük bir kısım olduğu gözlenmektedir. 4. ve 5. seviyede öğrencimiz yoktur. Öğrencilerimizin 0., 1. ve 2. seviyelerdeki toplam değeri % 97'dir.

Bir öğrencinin lise düzeyinde geometri dersini anlayabilmesi için en az 2. seviye olması gerekmektedir (Senk, 1983). Öğrencilerin % 50'ye yakın bir bölümünün 0. ve 1. seviyede olmaları geometri dersini anlamaya uygun olmadığını göstermiştir. Senk'in (1983) güz yarıyılında yaptığı uygulama sonuçlarına göre 751 öğrenciden 570'i yani öğrencilerin ortalama % 75'inin 0. ve 1. seviyededir. %17'sinin 2. seviyede ve % 6'sının 3. seviyede ve % 1 civarının ise 4. seviyede olduğu ve 5. seviyede ise öğrenci bulunmadığı tespit edilmiştir. 0., 1. ve 2. seviyelerde öğrencilerin toplam yüzdelik değeri % 87'dir. Öğrencilerin geometri dersini anlayabilmesi için gerekli olan ve de en azından 2. seviye olması gereken Van Hiele geometri anlama seviyelerinin yüzdelik dilimlere bakıldığında öğrencilerimizin Senk'in öğrencilerine göre daha yüksek değerde olduğu gözükmektedir. Bu da göstermektedir ki; öğrencilerimizin Van Hiele geometri anlama seviyeleri olması gerekenden fazlasıyla düşüktür. Bu sonuca göre seviyeleri arttırmaya yönelik çalışmalar yapılması gerektiği fark edilmektedir.

Senk'in çalışmasında öğrencilere güz yarıyılında uygulamış olduğu testlerle elde ettiği öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyeleri bizim öğrencilerimizin Senk'in uygulama yaptığı öğrencilere göre Van Hiele geometri anlama seviyelerinin düşük olduğu görülmektedir. Bu da şunu göstermektedir ki; ortaöğretim düzeyindeki bir öğrenci topluluğu için geometri alanında gerekenden az bilgiyle donatılmıştır. Bu kıyaslamayı Senk'in araştırmasının güz sonuçlarına göre yapmamızın nedeni çalışmamızın uygulama kapsamında öğrencilere ispat çalışmalarına yönelik ayrıca bir ders anlatılmamıştır. Senk'in çalışmasında da ilk etaptaki uygulamada öğrencilere ders verilmeden Van Hiele geometri anlama seviyeleri tespit edilmiştir.

4.2. Öğrencilerin İspat Yazma Becerilerinin Analizine Yönelik Tartışma

Öğrencilerin ispat yazma testinden aldıkları puanlar incelenerek elde edilen bulgulara göre öğrencilerin çoğunluğunun verilenleri yazmayı ve verilene uygun şekil çizmeyi tam olarak beceremedikleri görülmüştür.

İspat puanlara göre yapılan analizde 6 puana eşit ya da küçük olan öğrenciler ispatta başarısız, 18 puana eşit ya da daha yüksek puan alabilen öğrenciler ispatta çok başarılı olduğu, bu iki puanın arasında kalan öğrencilerin ise ispat yazmada düşük (6- 12 puan arasında puan alanlar) ve orta düzeyde (11- 18 arasında puan alanlar) olduğu kabul edilmiştir. Bu kriterlere göre ispat yazmada başarısız olan 25 (%32) öğrenci, düşük düzeyde 35 (%43) öğrenci, orta düzeyde olan 20 (%25) öğrenci tespit edilmiş fakat iyi düzeyde olan öğrenci olmadığı görülmektedir.

Senk'in araştırma sonuçlarına göre ispat puanlardan 12 ve daha düşük alan Amerikan öğrencilerin çoğunluğunun % 50, bizim verilerimize göre ise bu puanlara sahip öğrencilerin % 70 civarında olduğu tespit edilmiştir. Bu da göstermektedir ki; bizim öğrencilerimizin ispat yazabilme başarı oranları Amerikan öğrencilerinden düşüktür. İspat yazmada Senk'in çalışmasında çok iyi düzeyde olan %20 civarında öğrenci bulunmasına rağmen bizim öğrencilerimizde böyle bir sınıflamaya girebilecek öğrenci bulunamamıştır. 6 puan ve altı alan öğrencilerin yüzdeliği Senk'in çalışmasında yaklaşık % 24'tür. Bu değer de bizim bulduğumuz değere yakındır. Düşük düzeyde başarılı olarak kabul ettiğimiz öğrenci topluluğunun yüzdeliği Senk'in bulgularına göre %23 civarındadır. Bu değer bizim tespit etmiş olduğumuz değerden düşüktür. Bu da demektir ki; öğrencilerimiz bu seviyede Amerikan öğrencilerine göre daha başarısızdır. Yalnızca bizim ispatta orta düzeyde kabul

ettiğimiz % 25 civarındaki öğrenci topluluğu için Senk'in öğrencilerinin yüzdeliğinin de bu değere yakın olması şaşırtıcıdır.

Teppo'ya (1991) göre öğrencilerin ispatları anlayabilmesi için Van Hiele geometri anlama seviye sonuçlarına göre en az 3. düzeyde olması gerekmektedir (Toluk, Oklun ve Durmuş, 2002). Bu çalışmada uygulama yapılan öğrencilerden yalnızca 2 tanesinin (%2,5'inin) 3. düzeyde olması ve de ispat yazmada hiçbir öğrencinin ispat yazmada ileri düzeyde olmaması bu ana fikri desteklemektedir.

4.3. Öğrencilerin Van Hiele Geometri Anlama Seviyeleri ile İspat Yazma Puanları Arasındaki İlişkinin Analiz Bulgularına Yönelik Tartışma

Van Hiele geometri anlama seviyeleri ile ispat puan ortalamalarına baktıkça görüyoruz ki; 0.seviyede 9, 1. seviyede olan öğrencilerin ispat puan ortalaması 7, 2.seviyede olanların yaklaşık 10, 3. seviyede olanların yaklaşık 12 puandır.

Senk'in (1983) araştırmasına göre ise bu değerler 0. seviyede 6, 1.seviyede yaklaşık 8, 2.seviyede 12, 3.seviyede 15, 4.seviyede 18, 5. seviyede 20 puandır. Bu bilgilerden anlaşıldığı gibi Van Hiele geometri anlama seviyeleri arttıkça ispat puan ortalamalarında da bir artış görülmüştür. Araştırmamızda olduğu gibi 0. seviyede 9 puan ortalamasına sahip ve sıralamayı bozan aykırı durumlardaki öğrenciler Senk'in çalışmasında da rastlanmıştır.

Öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyeleri ile ispat yazma puanlarının analizi sonuçlarına bakıldığında korelasyon katsayısının 0,354 olarak pozitif bir değer olduğu görülmüştür. Buradan anlaşılmaktadır ki bu iki değer arasında pozitif yönde bir ilişki vardır. Bir değer artarken diğeri de artmakta ya da bir değer azalırken diğeri de azalmaktadır. Ayrıca bu değer 0,30 ile 0,70 arasında olduğundan orta düzeyde bir ilişki olduğunu söyleyebiliriz. Bulunan bu sonuç öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyeleri yükseldikçe ispat yazmada da daha başarılı olunacağı sonucunu desteklemektedir. Senk'in (1983) araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin Van Hiele seviyeleri ile ispat yazma arasındaki ilişkinin kuvvetli bir ilişki olduğu saptanmıştır. Bizim araştırmamızda ise orta düzeyde bir ilişki çıkmasının nedenlerinden biri öğrencilerimizin yalnızca 2 tanesinin 3. seviyede olduğundan kaynaklandığı söylenebilir. Ayrıca ispat puan sonuçlarına göre 18 ve üzeri puan alabilen yani daha öncede açıkladığımız gibi ispat yazmada çok iyi düzeyde öğrenci bulunmaması bir diğer neden olara söylenebilir.

Senk'e (1983) göre bir öğrencinin ispatları anlayabilmesi için en azından 3. seviyede olması gerektiğini belirtmiştik. Senk'in (1983) araştırmasında öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyelerine göre 0. ve 1. seviyede olanları ispat yapamamakta, 2. seviyede olanların %50'si, 3.ve üzeri seviyede olanların %70'i ispat yazmada başarılı olduğu tespit edilmiştir (Senk,1985).

Bizim araştırma bulgularımıza göre 0. ve 1. seviyede %19'u, 2.seviyede %27'si ve 3. seviyede ise %50 civarında olduğu görülmektedir. Senk'in sonuçlarındaki değerler görüldüğü gibi bizdeki sonuçlardan yüksektir. Fakat Senk'in araştırmasında güz ve bahar döneminde yapılan Van Hiele geometri anlama seviyeleri ve ispat puanların dağılımında her değerde öğrenci bulunmaktadır. Van Hiele seviyelerinde 3. ve üzeri seviyelerde % 30 civarı bir öğrenci grubunun bulunması nedeniyle bu öğrencilerin ispat yazma yüzdelerini de olumlu yönde etkilediği görülmektedir. Çalışmamızda ve Senk'in araştırmasında uyuşan bir durum ise Van Hiele geometri anlama seviyeleri arttıkça ispat başarı yüzdelerinin de artmış olmasıdır.

5. SONUÇLAR

Bu çalışmada ortaöğretimde öğrenim gören öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyeleri, ispat yazma başarıları ve bu iki değer arasındaki ilişkiyi saptamak amacıyla Van Hiele geometri anlama testi ve de ispat yazma testi uygulanmıştır. Bu bölümde yukarıda belirtilen veri toplama araçları yoluyla elde edilen bulgular yorumlanarak elde edilen sonuçlara yer verilmiştir.

5.1. Ortaöğretimde Öğrenim Gören Öğrencilerin Van Hiele Geometri Anlama Seviyeleri Olması Gerekenden Düşüktür

Öğrencilerin ortaöğretim düzeyinde geometri dersini anlayabilmesi için en azından ikinci seviyede olmaları gerekmektedir (Senk, 1983). Fakat araştırmamızın uygulama kapsamındaki öğrencilerin Van Hiele seviyeleri incelendiğinde 2. ve 3. seviyeye sahip olan kısmın %53'lük bir çoğunluk olduğu görülmüştür. %46'lık bir bölüm 0. ve 1. seviyeye sahip olmakla beraber geometri dersini anlamakta zorluk çekebilmektedir. Bu verilerden de anlaşıyor ki; geometri dersini anlayabilen % 50 civarında bir bölümdür. Bu da daha derse başlamadan kaybedebileceğimiz bir öğrenci grubunun yarısından bahsetmektedir. Van Hiele geometri anlama seviyelerinin tespiti bu nedenle önemlidir.

5.2. Ortaöğretimde Öğrenim Gören Öğrencilerin İspat Yazma Becerileri Genel Olarak Düşük ve Orta Düzeydedir

Öğrencilerin ispat yazma becerileri geometri ispat yazma testine verdikleri cevaplar analiz edilerek analiz edilmiştir. Bu analiz sonucundaki bulgular sonucunda ispat yazmada % 32'si başarısız ve % 39'unun düşük düzeyde başarılı ve % 30'unun orta düzeyde başarılı olduğu görülmüştür. Uygulama kapsamındaki hiç bir öğrencinin ispat yazmada çok iyi düzeyde olmadığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin Van Hiele geometri anlama düzeyleri incelendiğinde ispat yazmada bu sonucun çıkmasının mümkün olduğu gözlenmektedir.

Öğrencilerin çoğunluğunun ispat yazmada düşük ve orta düzeyde çıkmasının nedeni öğrencilerden beklenen Van Hiele geometri anlama seviyelerinin düşük çıkmasından kaynaklandığı söylenebilir.

5.3. Ortaöğretimde Öğrenim Gören Öğrencilerin Van Hiele Geometri Anlama Seviyeleri ile İspat Yazabilme Becerileri Arasında Paralellik Vardır

Yapılan bu çalışmada öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyeleri ile ispat yazma puanları arasındaki analiz sonucu incelendiğinde korelasyon katsayısının pozitif olduğu yani bu iki değer arasında doğru bir orantı olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyeleri arttıkça ortalama ispat puanlarında görülen artış oranları da bu değerler arasında bir paralellik olduğunu göstermektedir. Öğrencinin Van Hiele geometri anlama seviyesi arttıkça ispat yazma başarısı da artmaktadır

6. ÖNERİLER

Bu bölümde çalışmadan elde edilen sonuçlar esas alınarak bu alanda araştırma yapmak isteyen araştırmacılara ve öğretmenlere öneriler sunmak istenmektedir.

6.1. Öğretmenlere Öneriler

Çalışmamızın uygulamalarının sonuçlarına bakıldığında ortaöğretimde öğrenim gören öğrencilerin Van Hiele geometri anlama seviyeleri olması gerekenden düşüktür. Lisede öğrenim gören bir öğrencinin geometri dersini anlayabilmesi için en azından 2. seviyeye ulaşmış olması gerekmektedir. İspatları anlayabilmesi için ise üç ve üzeri seviyede olması gerektiği tespit edilmiştir (Senk, 1983). Öğrencilerin seviyelerini tespit etme çalışmalarına ilköğretim 6. sınıftan itibaren yapılması gerekmektedir. Çünkü öğrencilerimize ilköğretim müfredat kapsamında 6. sınıfta geometrik bilgiler verilmektedir. Bu sınıf düzeyinden başlayarak geometri anlama seviyelerindeki artış takip edilebilir. Böylelikle lise seviyesine gelen bir öğrencinin geometri dersini anlayabilmesi ve ispatları yazabilmesi kolaylaşacaktır.

Bu çalışmalar göstermektedir ki; geometri eğitimi açısından şu eksikliklerin giderilmesi gerekmektedir. Bunlardan ilki eğitimin her kademesinde muhakeme yapabilme, ispat yapabilme becerileriyle ve düzeyleriyle ilgili çalışmalar yapılmalıdır. Öğrencilerin ezbere dayalı verilen eğitim sonucu ispat yazabilme fırsatları kısıtlanmaktadır (Edwards, 1999). Öğrencilere özellikle hareket edebilir objelerle ispat yazma konusunda etkinlikler düzenlenmelidir. Müfredat programının yoğunluğu, bilgi eksikliği vb. gibi sebeplerle ispat yapmaya yönelik fırsatların artırılması için bu konularda çalışma yapılmalıdır. Ö.S.S. sorularına yönelik tekdüze ve ezbere dayalı eğitimden vazgeçilmelidir.

Öğrencilere sadece geometri dersi kapsamında gereken teoremleri bilgi olarak vermek yerine uygulamalı olarak ispat yazabilme çalışmaları sınıf içinde ve de dışında yaptırılmalıdır. Geometri sınavları kapsamında ispat yazma testine uygun boşluk doldurmalı ya da klasik sınav uygulaması yapılması gerekmektedir.

6.2. Araştırmacılara Öneriler

Araştırma konumuz kapsamında literatürde önceden yapılmış olan çalışmalar incelendiğinde ortaöğretim düzeyinde bu konuya yönelik araştırmalara pek sık rastlanmamaktadır. Van Hiele geometri anlama seviyeleri ve ispat yazma becerilerine yönelik bu tarz araştırmalar çoğalır ise ispat yazmanın ve ispatların önemi de gün geçtikçe artacaktır. Ayrıca okullarımızda da öğretmenlerimiz ve eğitim uzmanlarımız tarafından geometri başarısının artması için bu konunun önemi fark edilecektir.

Araştırma konumuz ortaöğretimde daha fazla sayıda öğrenci ve okulu uygulama kapsamına alarak yeniden bir çalışma yapılabilir. Yapılacak olan çalışmada uygulanan ispat yazma testlerinin sayısı artırılarak ve de uygulama süreci uzun bir zamana yayılarak çalışmanın tekrar edilmesi uygun görülmektedir.

7. KAYNAKLAR

- Baki, A. 2001. Bilişim Teknolojisi Işığında Matematik Eğitiminin Değerlendirilmesi, Milli Eğitim Dergisi, 149, 26-31.
- Baki, A. 2006. Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi, Derya Kitabevi, Trabzon.
- Bilgin, T. 2003. ÖSS'ye Dershane Hazırlanan İki Grup Öğrencinin Geometri Başarılarının ve Hatalarının Karşılaştırılması, Pamukkale Eğitim Fakültesi Dergisi, 14, 147-156.
- Büyüköztürk, Ş. 2006. Sosyal Bilimler İçin Veri Analizi El Kitabı, PegemAYayıcılık, Ankara.
- Çepni, S. 2005. Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş, Üçyol Kültür Merkezi, Trabzon.
- Dursun, Ş. ve Çoban, A. 2006. Geometri Dersinin Lise Programları ve ÖSS Soruları Açısından Değerlendirilmesi, C.Ü. Sosyal Bilimler Dergisi, 30, 2, 213-221.
- Edwards, L. 1999. Odds and Evens: Mathematichal Reasoning and Informal Proof among High School Students, California.
- Fitzgerald, J. F. 1996. Proof in Mathematics Education, Journal Of Education, 178, 35-45.
- Güven, B., Çelik D. ve Karataş İ. 2005. Ortaöğretimdeki Çocukların Matematiksel İspat Yapabilme Durumlarının İncelenmesi, Çağdaş Eğitim Dergisi, 316, 35-45.
- Güven, B. 2002. Dinamik Geometri Yazılımı Cabri ile Keşfederek Geometri Öğrenme, Yüksek Lisans Tezi, K.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Güven, B. 2006. Öğretmen Adaylarının Küresel Geometri Anlama Düzeylerinin Karakterize Edilmesi, Doktora Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Güven, Y. 2006. Farklı Geometrik Çizim Yöntemleri Kullanımının Öğrencilerin Başarı, Tutum ve Van Hiele Geometri Anlama Düzeylerine Etkisi, Yüksek Lisans Tezi, K.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Hoffer, A. 1981. Geometry is more than Proof, Mathematics Teacher, 84, 11-18.
- Kesici, A. 2005. Lise Öğrencilerinin Geometri-1 Dersinde Geçen Bazı Kavramları Öğrenme Düzeyleri Üzerine Bir Araştırma, Yüksek Lisans Tezi, Y.Y.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Van.
- Kibar, A. 2002. Ortaöğretimde Geometri Dersinin Öğretiminde Karşılaşılan Sorunlar, Yüksek Lisans Tezi, D.E.Ü. Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

- Markel, W. 1994. The Role of Proof in Mathematics Education, School Science and Mathematics, Indiana.
- Milli Eğitim Bakanlığı, Liselerin haftalık ders çizelgesi, ogm.meb.gov.tr/ders_cizelgeleri.doc, 14.01.2008 tarihinde indirilmiştir.
- Milli Eğitim Bakanlığı. Geometri dersi müfredat programı, <http://ttkb.meb.gov.tr/indir/ttkb/programlar/lise/Geometri2.pdf>, 29.1.2008.
- Milli Eğitim Bakanlığı. 2005. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı, Ankara.
- Moralı, S., Uğurel, I., Türnüklü, E. ve Yeşildere S. 2006. Matematik Öğretmen Adaylarının İspat Yapmaya Yönelik Görüşleri, Kastamonu Eğitim Dergisi, 14,1,147-160.
- NCTM. 2000. Principles and Standards for School Mathematics, Reston, Virginia.
- Nasibov, F. ve Kaçar, A. 2005. Matematik ve Matematik Eğitimi Hakkında, Kastamonu Eğitim Dergisi, 13, 2, 339-346.
- Okur, T. 2006. Geometri Dersindeki Başarısızlıkların Nedenleri ve Çözüm Yolları, Yüksek Lisans Tezi, Sakarya Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Sakarya.
- Olkun, S. ve Aydoğdu, T. 2003. Üçüncü Uluslar arası Matematik ve Fen Araştırması (TIMMS) Nedir? Neyi Sorgular? Örnek Geometri Soruları ve Etkinlikler, İlköğretim Online Dergisi, 1, 28-35.
- Özer, Ö. ve Arıkan, A. 2001. Lise Matematik Derslerinde Öğrencilerin İspat Yapabilme Düzeyleri, bildiri, ufbmek-5 kitabı, ODTU.
- Özer, Ö. 2002. Orta Dereceli Okullarda Öğrencilerin İspat Yapabilme Düzeyinin Matematik Eğitimi Açısından Önemi, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Öziş, T. ve Altıparmak K. 2005. Matematiksel İspat ve Matematiksel Muhakemenin Gelişimi Üzerine Bir İnceleme, Ege Eğitim Dergisi, 6, 1, 25-37.
- Senk, S.L. 1983. Proof Writing Achievement and Van Hiele Levels Among Secondary School Geometry Students, Doktora Tezi, The University of Chicago.
- Senk, S.L. 1985. How Well Do Students Write Geometry Proofs?, Mathematics Teacher, Syracuse University.
- Toluk, Z., Oklun, S. ve Durmuş, S. 2002. Problem Merkezli ve Görsel Modellerle Destekli Geometri Öğretiminin Sınıf Öğretmenliği Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerinin Gelişimine Etkisi, V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Bildiriler Kitabı, Cilt II, 982-987, Ankara.

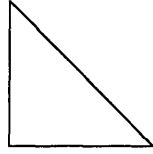
- Toluk. Z., Oklun S. ve Durmuş S.2002. Matematik Öğretmenliği 1. Sınıf Öğrencilerinin Geometri Alan Bilgi Düzeylerinin Tespiti, Düzeylerin Geliştirilmesi İçin Yapılan Araştırma Sonuçları, V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Bildiriler Kitabı, Cilt II, 982-987, Ankara.
- Toluk Z., Oklun S. ve Durmuş, S. 2002. Matematik ve Sınıf Öğretmenliği Birinci Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeyleri, bildiri, ufbmek-5 242, ODTÜ,Ankara.
- Toluk, Z. 2003. Üçüncü Uluslararası Matematik ve Fen Araştırması (TIMMS):Matematik Nedir?, İlköğretim Online Dergisi , 2,1, 36-41.
- Ubuz, B. 1999. 10. Ve 11. Sınıf Öğrencilerinin Temel Geometri Konularındaki Hataları ve Kavram Yanılgıları, H.Ü. Eğitim Fakültesi Dergisi,16-17, 95-104.
- Umay, A. 2003. Matematiksel Muhakeme Yeteneği, H.Ü. Eğitim Fakültesi Dergisi, 24, 234-243.
- Usiskin, Z. 1982. Van Hiele Levels and Achievement Secondary School Geometry, Chicago.
- Usiskin, Z. ve Senk, S.L. 1990. Evulating a test of Van Hiele Levels: A Response to Crowley and Wilson, Journal for Research in Mathematics Education, 21, 3, 242-245.
- Van Hiele, P. 1986. Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education, Academic Pres, Newyork.

8. EKLER

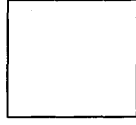
EK 1. Van Hiele Geometri Anlama Testi

VAN HIELE GEOMETRİ TESTİ

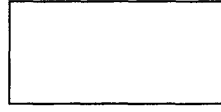
1- Aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri karedir?



K



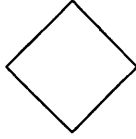
L



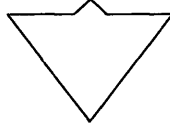
M

- a) Yalnız K
- b) Yalnız L
- c) Yalnız M
- d) L ve M
- e) Hepsi karedir.

2- Aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri üçgendir?



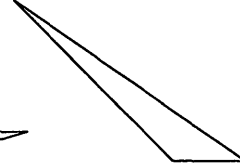
U



V



Y



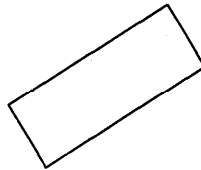
Z

- a) Hiçbiri üçgen değildir.
- b) Yalnız V
- c) Yalnız Y
- d) Y ve Z
- e) V ve Y

3- Aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri dikdörtgendir?



S



T

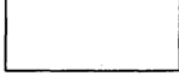


U

- a) Yalnız S
- b) Yalnız T
- c) S ve T
- d) S ve U
- e) Hepsi dikdörtgendir.

Ek 1'in devamı

4- Aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri karedir?



F



G



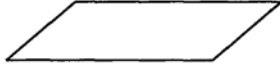
H



I

- a) Hiçbiri kare değildir.
- b) Yalnız G
- c) F ve G
- d) G ve I
- e) Hepsı karedir.

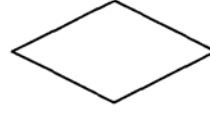
5- Aşağıdakilerin hangisi ya da hangileri paralel kenardır?



K



M



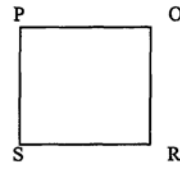
L

- a) Yalnız K
- b) Yalnız L
- c) K ve M
- d) Hiçbiri paralel kenar değildir.
- e) Hepsı paralel kenardır.

6- PORS bir karedir.

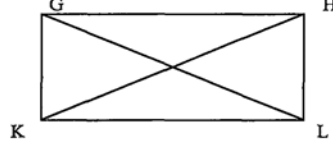
Aşağıdakilerden hangi özellik her kare için doğrudur?

- a) [PR] ve [RS] eşit uzunluktadır.
- b) [OS] ve [PR] diktir.
- c) [PS] ve [OR] diktir.
- d) [PS] ve [OS] eşit uzunluktadır.
- e) O açısı R açısından daha büyüktür.



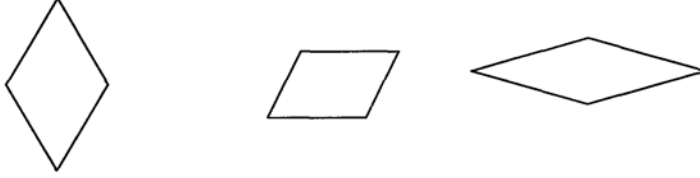
Ek 1'in devamı

7- Bir GHJK dikdörtgeninde, [GL] ve [HK] köşegendir. Buna göre aşağıdakilerden hangisi her dikdörtgen için doğru değildir?



- a) 4 dik açısı vardır.
- b) 4 kenarı vardır.
- c) Köşegenlerinin uzunlukları eşittir.
- d) Karşılıklı kenarların uzunlukları eşittir.
- e) $|GL|$, $|GH|$ den kısadır.

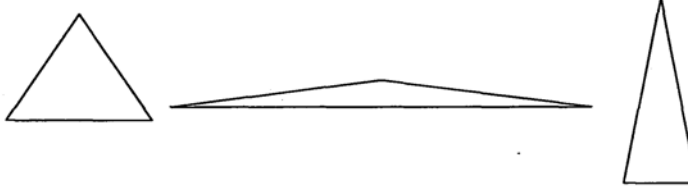
8- Eşkenar dörtgen tüm kenar uzunlukları eşit olan, 4 kenarlı bir şekildir. Aşağıda 3 tane eşkenar dörtgen verilmiştir.



Aşağıdaki seçeneklerinden hangisi her eşkenar için doğru değildir?

- a) İki köşegenin uzunlukları eşittir.
- b) Her köşegen, aynı zamanda açıortaydır.
- c) Köşegenleri birbirine diktir.
- d) Karşılıklı açılarının ölçüsü eşittir.
- e) Seçeneklerin hepsi her eşkenar dörtgen için doğrudur.

9- İkizkenar üçgen, iki kenarı eşit olan üçgendir. Aşağıda üç ikiz kenar üçgen verilmiştir.



Aşağıdaki seçeneklerinden hangisi her ikizkenar üçgen için doğrudur?

- a) Üç kenarı eşit uzunlukta olmalıdır.
- b) Bir kenarının uzunluğu, diğerinin iki katı olmalıdır.
- c) Ölçüsü eşit olan en az iki açısı olmalıdır.
- d) Üç açısının da ölçüsü eşit olmalıdır.
- e) Seçeneklerinden hiçbiri her ikizkenar üçgen için doğru değildir.

Ek 1'in devamı

10. Merkezleri P ve O olan iki çember 4 kenarları PROS şeklini oluşturmak üzere R ve S noktalarında kesişirler. Aşağıda iki örnek verilmiştir.



Aşağıdaki seçeneklerden hangisi her zaman doğru değildir?

- PROS şeklinin iki kenarı eşit uzunlukta olacaktır.
- PROS şeklinin en az iki açısının ölçüsü eşit olacaktır.
- $[PO]$ ve $[RS]$ dik olacaktır.
- P ve O açılarının ölçüleri eşit olacaktır.
- $|PO|$, $|OR|$ den daha uzundur.

11. Önerme S: ABC üçgeninin üç kenarı eşit uzunluktadır.
Önerme T: ABC üçgeninde, B ve C açılarının ölçüleri eşittir.
Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- S ve T önermeleri ikisi de aynı anda doğru olamaz.
- Eğer S doğruysa, T de doğrudur.
- Eğer T doğruysa, S de doğrudur.
- Eğer S yanlışsa, T de yanlıştır.
- Yukarıdaki seçeneklerin hiçbiri doğru değildir.

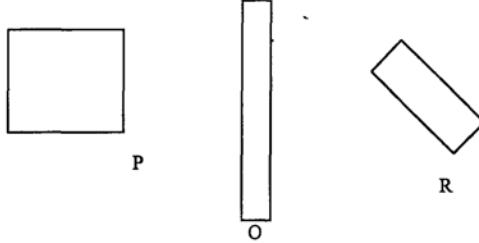
12. Önerme 1: F şekli bir dikdörtgendir.

Önerme 2: F şekli bir üçgendir.

Bu iki önermeye göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- Eğer 1 doğruysa, 2 de doğrudur.
- Eğer 1 yanlışsa, 2 doğrudur.
- 1 ve 2 aynı anda doğru olamaz.
- 1 ve 2 aynı anda yanlış olamaz.
- Yukarı seçeneklerin hiçbiri doğru değildir.

13. Aşağıdaki şekillerden hangisi ya da hangileri dikdörtgen olarak adlandırılabilir?



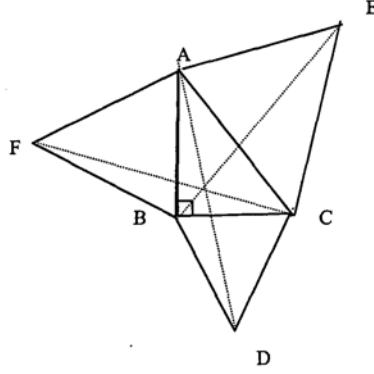
- Hepsi
- Yalnız O
- Yalnız R
- P ve O
- O ve R

Ek 1'in devamı

14. Tüm dikdörtgenlerde olup, bazı paralel kenarlarda olmayan özellik nedir?
- Karşılıklı kenarları eşittir.
 - Köşegenler eşittir.
 - Karşılıklı kenarlar paraleldir.
 - Karşılıklı açıları eşittir.
 - Yukarıdaki seçeneklerin hiçbiri doğru değildir.

- 15- Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- Dikdörtgenlerin tüm özellikleri, tüm kareler için geçerlidir.
 - Karelerin tüm özellikleri, tüm dikdörtgenler için de geçerlidir.
 - Dikdörtgenin tüm özellikleri, tüm paralel kenarlar için geçerlidir.
 - Karelerin tüm özellikleri, tüm paralel kenarlar için geçerlidir.
 - Yukarıdaki seçeneklerin hiçbiri doğru değildir.

- 16- Aşağıda bir ABC dik üçgeni verilmiştir. ABC üçgeninin kenarları üzerinde; ACE, ABF ve BCD eşkenar üçgenleri çizilmiştir.



Bu bilgilerden [AD], [BE] ve [CF] ortak bir noktadan geçtikleri kanıtlanabilir. Bu kanıt size neyi ifade eder?

- Yalnızca bu üçgen için; [AD], [BE] ve [CF] nin ortak bir noktası olduğundan emin olabiliriz.
- Sadece bazı dik üçgenlerde; [AD], [BE] ve [CF] nin ortak bir noktası vardır.
- Herhangi bir dik üçgende, [AD], [BE] ve [CF]nin ortak bir noktası vardır.
- Herhangi bir üçgende, [AD], [BE] ve [CF]nin ortak bir noktası vardır.
- Herhangi bir eşkenar üçgende, [AD], [BE] ve [CF]nin ortak bir noktası vardır.

- 17- Aşağıda iki önerme verilmiştir.

- I- Eğer bir şekil dikdörtgen ise, köşegenleri birbirini ortalamak keser.
 II- Eğer bir şeklin köşegenleri birbirini ortalamak kesiyorsa şekil dikdörtgendir.
 Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

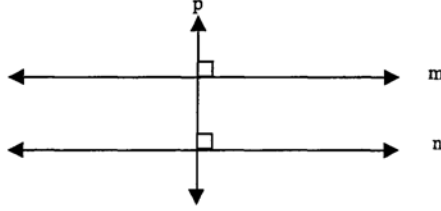
- I'in doğru olduğunu kanıtlamak için, II nin doğru olduğunu kanıtlamak yeterlidir.
- II'nin doğru olduğunu kanıtlamak için, I in doğru olduğunu kanıtlamak yeterlidir.
- II'nin doğru olduğunu kanıtlamak için, köşegenleri birbirini ortalamak kesen bir dikdörtgen bulmak yeterlidir.
- II nin yanlış olduğunu kanıtlamak için, köşegenleri birbirini ortalamak kesen dikdörtgen olmayan bir şekil bulmak yeterlidir.
- Yukarıdaki seçeneklerin hiçbiri doğru değildir.

Ek 1'in devamı

18- Aşağıdaki üç ifadeyi inceleyin.

- {1} Aynı doğruya dik olan iki doğru paraleldir.
- {2} İki paralel doğrudan birine dik olan doğru, diğerine de diktir.
- {3} Eğer iki doğru eş uzaklıktaysa paraleldir.

Aşağıdaki şekilde, m ve p, n ve p doğrularının birbirine dik olduğu verilmiştir. Buna göre yukarıdaki cümlelerden hangisi ya da hangileri m doğrusunun n doğrusuna paralel olmasının nedeni olabilir?



- a) Yalnız {1}
- b) Yalnız {2}
- c) Yalnız {3}
- d) {1} ya da {2}
- e) {2} ya da {3}

19- Aşağıda bir şeklin üç özelliği verilmiştir.

Özellik D: Köşegenleri eşit uzunluktadır.

Özellik S: Bir karedir.

Özellik R: Bir dikdörtgendir.

Bu özellikler dikkate alındığında aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- a) D gerektirir S, o da gerektirir R.
- b) D gerektirir R, o da gerektirir S.
- c) S gerektirir R, o da gerektirir D.
- d) R gerektirir D, o da gerektirir S.
- e) R gerektirir S, o da gerektirir D.

20- Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

Geometride,

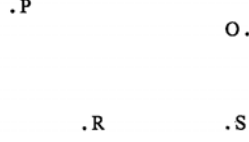
- a) Her terim tanımlanabilir ve her doğru önermenin doğru olduğu kanıtlanabilir.
- b) Her terim tanımlanabilir ama bazı önermelerin doğru olduğunu varsaymak gerekir.
- c) Bazı terimler tanımsız kalmalıdır, ama bütün doğru önermelerin doğruluğu kanıtlanabilir.
- d) Bazı terimler tanımsız kalmalıdır ve doğru olduğu varsayılmış bazı önermelere gerek vardır.
- e) Yukarıdaki seçeneklerinden hiçbirisi doğru değildir.

21- Bir açıyı üçlemek demek onu üç eşit parçaya bölmek demektir. 1847 yılında, P.L. Wantzel bir açının yalnızca pergeli ve işaretlenmemiş cetvel kullanarak üçlenemeyeceğini kanıtlamıştır. Bu kanıttan nasıl bir sonuca varabilirsiniz?

- a) Açılar yalnızca pergeli ve işaretlenmemiş cetvel kullanarak iki eş parçaya ayrılmazlar.
- b) Açılar yalnızca pergeli ve işaretlenmiş cetvel kullanarak üçlenemezler.
- c) Açılar herhangi bir çizim aracı kullanarak üçlenemezler.
- d) Gelecekte, birinin yalnızca pergeli ve işaretlenmiş cetvel kullanarak açıları üçlemesi mümkün olabilir.
- e) Hiç kimse, açıları yalnızca pergeli ve işaretlenmemiş cetvel kullanarak üçleyecek genel bir yöntem bulamayacaktır.

Ek 1'in devamı

22- F geometrisinde, her şey alışık olduğumuzdan farklıdır. Burada sadece dört nokta ve 6 doğru vardır. Her doğru iki nokta içerir. Eğer P, O, R ve S nokta ise, $\{P,O\}$, $\{P,R\}$, $\{P,S\}$, $\{O,R\}$, $\{O, S\}$ ve $\{R, S\}$ doğrulardır.



Kesişme ve paralel terimlerinin F- geometrisindeki kullanımı şöyledir: $\{P, O\}$ ve $\{P,R\}$ doğruları P' de kesişirler çünkü P $\{P, O\}$ ve $\{P,R\}$ ın ortak noktasıdır. $\{P, O\}$ ve $\{R, S\}$ doğruları paraleldir çünkü ortak hiçbir noktaları yoktur.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- $\{P, R\}$ ve $\{O, S\}$ kesişirler.
- $\{P, R\}$ ve $\{O, S\}$ paraleldir.
- $\{O, R\}$ ve $\{R,S\}$ paraleldir.
- $\{P, S\}$ ve $\{O, R\}$ kesişirler.
- Yukarıdaki seçeneklerin hiçbiri doğru değildir.

23- Ali adlı bir matematikçinin kendi tanımladığı geometriye göre, aşağıdaki önerme doğrudur.

Bir üçgenin iç açılarının ölçüsü toplamı 180 dereceden azdır.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- Ali üçgenin açılarını ölçerken hata yapmıştır.
- Ali mantıksal bir hata yapmıştır.
- Ali doğru sözcüğünün anlamını bilmiyordur.
- Ali bilinen geometridekilerden farklı varsayımlarla başlamıştır.
- Yukarıdaki seçeneklerden hiçbiri doğru değildir.

24- İki ayrı geometri kitabı 'dikdörtgen' sözcüğünü iki farklı şekillerde tanımlamıştır. Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- Kitaplardan birinde hata vardır.
- Tanımlardan biri yanlıştır. Dikdörtgen için iki farklı tanım olamaz.
- Bir kitapta tanımlanan dikdörtgenin özellikleri diğer kitaptakinden farklı olmalıdır.
- Bir kitapta tanımlanan dikdörtgenin özellikleri diğer kitaptakiyle aynı olmalıdır.
- Kitaplarda tanımlanan dikdörtgenlerin farklı özellikleri olabilir.

25- Varsayalım aşağıdaki önerme I ve II yi kanıtladınız.

I. Eğer p ise q dir.

II. Eğer s ise q dir.

Buna göre önerme I ve II den aşağıdakilerden hangisi çıkartılabilir?

- Eğer s ise, p değildir.
- Eğer p değil ise q değildir.
- Eğer p veya q ise s dir.
- Eğer p ise s dir.
- Eğer s değil ise p dir.

Ek 1'in devamı

VAN HIELE GEOMETRİ TESTİ CEVAP KAĞIDI

Doğru cevabı işaretleyin.

Adı ve Soyadı: _____
No: _____Doğum tarihi: _____
Gün ay yılTarih: _____
Gün ay yıl

	A	B	C	D	E
1-	()	()	()	()	()
2-	()	()	()	()	()
3-	()	()	()	()	()
4-	()	()	()	()	()
5-	()	()	()	()	()
6-	()	()	()	()	()
7-	()	()	()	()	()
8-	()	()	()	()	()
9-	()	()	()	()	()
10-	()	()	()	()	()
11-	()	()	()	()	()
12-	()	()	()	()	()
13-	()	()	()	()	()
14-	()	()	()	()	()
15-	()	()	()	()	()
16-	()	()	()	()	()
17-	()	()	()	()	()
18-	()	()	()	()	()
19-	()	()	()	()	()
20-	()	()	()	()	()
21-	()	()	()	()	()
22-	()	()	()	()	()
23-	()	()	()	()	()
24-	()	()	()	()	()
25-	()	()	()	()	()

EK 2. Geometri İspat Yazma Testi

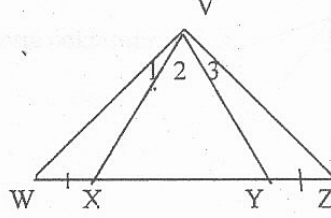
GEOMETRİ İSPAT YAZMA TESTİ

1. İddia ve neden kolonlarını doldurarak ispatı tamamlayınız.

Verilen: $\hat{W} \cong \hat{Z}$

$|WX| \cong |YZ|$

İspat: $\hat{1} \cong \hat{3}$



İDDİA	NEDEN
1. $\hat{W} \cong \hat{Z}, WX \cong YZ $	Verilen
2. $ WV \cong ZV $	
3.	
4. $\hat{1} \cong \hat{3}$	

2.

İddia: Bir ikiz kenar üçgende yükseklik doğrusu tepe açısının açı ortayıdır

Bu iddiayı aşağıda verilen boşlukları doldurarak ispat ediniz. Bunun için önce şekli çizin , verilenleri çizdiğiniz şekle göre yazınız ve daha sonra ispatınızı yazınız.

ŞEKİL:

VERİLEN:

İSPAT:

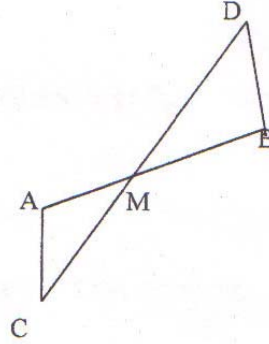
Ek 2'in devamı

3. $\triangle ACM \cong \triangle BDM$ olduğunu ispat ediniz

VERİLEN: M, $\overline{AB}$ doğru parçasının orta noktasıdır

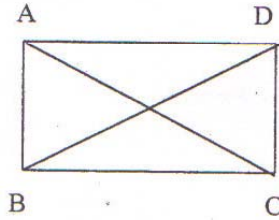
M, $\overline{CD}$ doğru parçasının orta noktasıdır

İSPAT: $\triangle ACM \cong \triangle BDM$



4. Teorem: Bir dikdörtgende köşegenler eşittir. Bu teoremi VERİLEN ve İSPAT kısmını doldurarak ispatlayınız.

ŞEKİL:



VERİLEN:

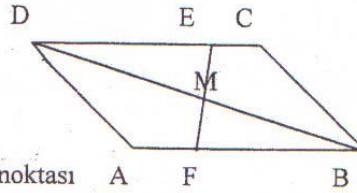
İSPAT

5. $|FM| = |ME|$ olduğunu ispatlayınız.

VERİLEN:

$|AB| = |DC|$, $|AD| = |BC|$

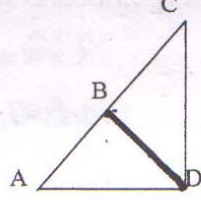
M, $\overline{DB}$ doğru parçasının orta noktası



İSPAT: $|FM| = |ME|$

Ek 2'in devamı

6. Aşağıdaki ispatı yapınız.



VERİLEN: B, $\triangle ACD$ 'nin orta noktası

$$|AB| = |BD|$$

İSPAT: $\angle CDA$ dik açıdır

EK 3. Pilot Uygulama İspat Soruları

- 1) Bir üçgende bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşit olduğunu ispatlayınız.
- 2) Bir açının açıortayı üzerinde alınan her nokta açının kollarına eşit uzaklıkta olduğunu gösteriniz.
- 3) Bir dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu hipotenüs uzunluğunun yarısına eşit olduğunu gösteriniz.
- 4) Bir üçgenin iki açısı eş değilse bunların karşısındaki kenarlarda eş değildir. Ölçüsü daha büyük olan açının karşısındaki kenar daha uzun olduğunu gösteriniz.
- 5) Bir üçgenin herhangi iki kenarının uzunlukları toplamı üçüncü kenar uzunluğundan büyük olduğunu gösteriniz.
- 6) Bir dik üçgende hipotenüse ait yüksekliğin uzunluğu hipotenüsten ayırdığı doğru parçalarının uzunluklarının geometrik ortasıdır ifadesinin doğru olduğunu gösteriniz.
- 7) Bir dik üçgende hipotenüs uzunluğunun karesi dik kenarların kareleri toplamına eşit olduğunu gösteriniz.
- 8) Yükseklikleri eş olan iki üçgenin alanlarının oranı tabanlarının uzunlukları oranına eşittir.
- 9) Bir üçgenin iki kenarı eş değilse bunların karşısındaki açılarda eş değildir ve daha uzun olan kenar karşısındaki açının daha büyük olduğunu gösteriniz.

EK 4. Uygulama Yapılan Öğrencilerin Testlerden Aldıkları Puanlar ve Van Hiele Geometri Anlama Seviyeleri

Öğrencinin Adı Soyadı	Van Hiele Puanı	Van Hiele Seviyesi	İspat Puanı	1.soru	2.soru	3.soru	4.soru	5.soru	6.soru
Zafer Murzoğlu	1	1	0	2	1	1	0	0	2
Miraç Azmanoğlu	17	1	1	0	3	0	0	0	0
Enes Aydın	3	2	2	1	0	0	2	0	0
Elif Köse	1	1	2	0	2	2	2	3	3
Tolga Gedikli	1	1	2	0	0	2	0	0	0
Alperen Gövdeli	3	2	3	2	3	4	1	3	0
Melikcan Şahin	1	1	3	3	3	4	4	0	0
Esmâ Köse	3	2	6	1	2	2	2	3	1
Gamze Keser	1	1	3	0	1	0	3	0	1
İmran Yazıcı	3	2	6	2	3	3	0	0	0
Aykut Kamil	1	1	3	0	0	2	2	1	3
Buket Çolak	3	2	6	1	2	3	3	2	0
Mesut G.Açar	1	1	3	0	4	1	0	0	2
Fatih Sultan Ay	3	2	6	2	2	2	0	1	0
Büşra Uzun	19	2	6	1	2	0	3	3	3
Oğuzhan Öztürk	1	1	3	0	3	2	0	0	0
Betül Telci	17	1	4	0	1	2	0	0	0
İlknur Aktaş	1	1	5	0	2	0	0	0	0
Z.Can Kalkavan	3	2	7	1	3	3	0	0	4
Hasan Kazdal	1	1	5	0	0	1	3	0	3
Merve Mercan	1	1	5	0	2	0	3	0	0
Ahmet Kar	1	1	5	0	2	0	3	0	0
Mehtap Kondak	19	2	7	2	3	4	4	0	3
K.Berkay Gürkan	3	2	7	2	2	2	4	3	3
Selim Atay	3	2	8	0	3	4	3	2	0
Gözde Kaşıkçı	17	1	5	1	2	1	0	0	0
Şeyma Pertek	1	1	5	0	2	2	2	2	4
Gökçe Özkan	3	2	8	0	3	2	4	0	3
Züleyha Papaker	7	3	15	1	1	3	2	4	4
Necla Bakırcı	3	2	8	2	1	2	3	3	3
Abdullah Yanıhoğlu	3	2	9	1	0	2	0	0	3
Ozan Sarı	3	2	9	0	1	0	0	3	3
Eda Şen	3	2	9	1	1	0	3	2	3
Selin Sezgin	17	1	5	0	2	2	1	1	3
Emrah Topal	3	2	9	3	1	2	2	0	3
Havva Çoruh	1	1	6	0	1	0	0	2	0
Merve Makas	1	1	7	1	1	0	2	3	0
Mert Aslan	3	2	10	0	3	4	4	0	0
Selin Azaklı	1	1	7	2	3	2	4	0	0
Sema Yılmaz	3	2	10	0	1	1	1	3	0
N.Sena Diren	1	1	7	2	2	3	1	3	3
Yasemin Yılmaz	1	1	8	0	1	1	1	0	2
Büşra Dalbastı	19	2	10	0	2	2	2	0	0
Cem Karaduman	1	1	8	0	3	0	3	3	0

Ek 4'ün devamı

Öğrencinin Adı Soyadı	Van Hiele Puanı	Van Hiele Seviyesi	İspat Puanı	1.soru	2.soru	3.soru	4.soru	5.soru	6.soru
Hasret Öksüz	17	1	9	0	0	0	0	0	0
Tayfun Doğan	3	2	11	0	1	1	0	0	0
Nurullah Yelkenci	3	2	11	1	3	1	4	3	0
Tuğba Hacıfendioğlu	3	2	11	1	2	3	2	0	3
Sibel Çam	3	2	11	2	3	4	3	1	0
Merve Kırıcı	1	1	9	0	1	1	0	0	3
Merve Yeşilyurt	3	2	11	2	3	2	0	0	3
Okan Öksüz	3	2	11	1	1	1	0	1	3
A.Mesut Şahinoğlu	0	0	9	1	1	1	3	3	0
Ertuğrul Çakır	3	2	11	1	1	0	4	0	0
Kübra Sarı	3	2	11	1	1	0	3	3	3
Serap Parlak	3	2	11	1	3	0	3	1	3
Neşathan M.Oğlu	1	1	10	1	1	0	4	3	4
Abdurrahman Gür	19	2	12	0	2	2	2	0	3
Furkan Tuncer	3	2	12	0	4	0	1	0	3
Emin Yıldız	3	2	12	1	3	3	1	2	0
Yasin Topkara	17	1	11	1	1	1	0	0	0
Güner Yazıcı	1	1	11	2	2	1	2	0	3
Namık Naroğlu	3	2	12	2	1	3	3	2	3
Oğuz Kaan Sırtlı	19	2	13	2	1	3	3	2	3
Hanife Çelik	3	2	13	1	1	0	3	3	3
Semih Sönmez	1	1	11	0	1	0	0	0	0
Berkay Çırak	7	3	8	1	0	3	4	0	0
G. Cennet Yağcı	17	1	12	1	3	3	4	0	0
Ayşegül Güngör	1	1	12	1	1	3	0	3	0
Rıdvan Naroğlu	3	2	14	0	1	3	4	3	3
Ayşe Atabey	17	1	13	1	4	3	2	1	3
Ziya Natiboğlu	1	1	13	0	1	2	0	0	0
Özlem Demirci	17	1	14	1	3	0	1	0	0
Niyazi Akşehir	3	2	14	0	2	2	1	2	0
Meryem Katmer	3	2	14	1	2	2	0	1	3
Yavuz Selim Mutlu	1	1	14	1	2	0	3	2	3
Aysun Karşlı	19	2	14	1	2	0	3	0	3
Hilal Özdemir	1	1	14	2	3	3	2	0	3
Aysun Kadioğlu	3	2	16	0	3	0	3	0	0
Sümeyye Fırat	3	2	16	0	1	2	3	0	3

ÖZGEÇMİŞ

1979 yılında Ankara’da doğdu. İlkokulu Ankara Yenimahalle Fatih İlkokulu’nda, ortaokulu İzmir Aliğa Lisesi’nin orta bölümünde, lise öğrenimini ise Balıkesir Savaştepe Anadolu Öğretmen Lisesi’nde tamamlamıştır. 1997 yılında Hacettepe Üniversitesi Matematik Öğretmenliği (Almanca) programını kazandı. 2002 yılında bu bölümden mezun oldu. 2003 yılında ilk görev yeri olan Rize Lisesi’ne matematik öğretmeni olarak atandı. 2004 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim dalında yüksek lisans programını kazandı. 2007 yılında Anadolu Lisesi öğretmeni unvanını hak kazanarak, Rize Ticaret ve Anadolu Ticaret Meslek Lisesi’nde bir yıl süreyle görev yaptı.

2008 Mayıs ayı itibariyle Tekirdağ Çerkezköy Anadolu Meslek Lisesi’ne atandı ve halen bu okulda görev yapmaktadır. Orta derecede İngilizce ve Almanca bilmektedir.