



**T.C.
KAHRAMANMARAS SÜTÇÜ İMAM ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI**

**MARTENSİTİK FAZ DNMLERİNE İLİŞKİN HABİT
DÜZLEMİNİN ELDE EDİLMESİ İÇİN GELİŞTİRİLEN BİR
MODEL**

Yılmaz HAVVATOĞLU

DOKTORA TEZİ

**KAHRAMANMARAS
Temmuz-2009**

T.C.
KAHRAMANMARAŞ SÜTÇÜ İMAM ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI

**MARTENSİTİK FAZ DÖNÜŞÜMLERİNE İLİŞKİN HABİT DÜZLEMİNİN ELDE
EDİLMESİ İÇİN GELİŞTİRİLEN BİR MODEL**

YILMAZ HAVVATOĞLU

DOKTORA TEZİ

Kod No :

**Bu Tez 10/07/2009 Tarihinde Aşağıdaki Jüri Üyeleri Tarafından
Oy Birliği ile Kabul Edilmiştir.**

Prof. Dr. Ali DOĞAN
DANIŞMAN

Doç.Dr. Musa GÖĞEBAKAN
ÜYE

Doç.Dr. Ümit ALVER
ÜYE

Yrd.Doç.Dr. Hüseyin KÖKSAL
ÜYE

Yrd.Doç.Dr. Abdurrahman ÇETİN
ÜYE

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

Prof.Dr. Süleyman TOLUN
Enstitü Müdürü

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

İÇİNDEKİLER

İÇİNDEKİLER.....	I
ÖZET.....	IV
ABSTRACT.....	V
ÖNSÖZ.....	VI
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	VII
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	IX
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	X
1. GİRİŞ.....	1
1.1.Martensitik Faz Dönüşümlerinin Kristalografisi.....	4
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR.....	10
3. MATERYAL VE METOT.....	12
3.1. FD ve ID Teorileri.....	12
3.1.1. FD Teorisinde İkizlenme Yöntemi ile Martensitik Dönüşümün Kristalografisi.....	12
3.1.1.1. İkizlenme Yöntemi ile Habit Düzlemi Normalinin Belirlenmesi.....	17
3.1.1.2. İkizlenme Oranının Belirlenmesi.....	22
3.1.1.3. Ortalama Kesmenin Doğrultusu ve Büyüklüğünün Hesaplanması..	23
3.1.1.4. İkizlenme Yöntemi ile Yönelim Bağıntılarının Hesaplanması.....	25
3.1.2. FD Teorisinde Kayma Yöntemi ile Martensitik Dönüşümün Kristalografisi.....	26
3.1.2.1. Kayma Yöntemi ile Habit Düzlemi Normalinin Belirlenmesi.....	28
3.1.2.2. Ortalama Kesmenin Doğrultusu ve Büyüklüğünün Hesaplanması..	31
3.1.2.3. Kayma Yöntemi ile Yönelim Bağıntılarının Hesaplanması.....	33
3.1.3. ID Teorisinde İkizlenme Yöntemi ile Martensitik Dönüşümün Kristalografisi.....	34
3.1.4. ID Teorisinde Kayma Yöntemi ile Martensitik Dönüşümün Kristalografisi.....	37
3.2. RID Teorisi.....	40
3.2.1. RID Teorisinde Kayma Yöntemi ile Martensitik Dönüşümün Kristalografisi.....	40
3.2.1.1. $(101)[\bar{1}01]$ Kayma Sistemi İçin RID Teorisi.....	41
3.2.1.2. $(101)[10\bar{1}]$ Kayma Sistemi İçin RID Teorisi.....	46
3.2.1.3. $(011)[0\bar{1}1]$ Kayma Sistemi İçin RID Teorisi.....	46
3.2.1.4. $(011)[01\bar{1}]$ Kayma Sistemi İçin RID Teorisi.....	47
3.2.1.5. $(110)[\bar{1}10]$ Kayma Sistemi İçin RID Teorisi.....	48
3.2.1.6. $(110)[1\bar{1}0]$ Kayma Sistemi İçin RID Teorisi.....	49
3.2.1.7. Tetragonal-Monoklinik Martensitik Faz Dönüşümünde $(101)[\bar{1}01]$ Kayma Sistemi İçin RID Teorisi.....	50
3.2.1.8. Tetragonal-Monoklinik Martensitik Faz Dönüşümünde $(110)[\bar{1}10]$ Kayma Sistemi İçin RID Teorisi.....	50
3.2.2. RID Teorisinde İkizlenme Yöntemi ile Martensitik Dönüşümün Kristalografisi.....	51

3.2.2.1. (101) $\begin{bmatrix} \bar{1} & 0 & 1 \end{bmatrix}$ İkizlenme Kesme Sistemi İçin RID Teorisi.....	52
3.2.2.2. (101) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \bar{1} \end{bmatrix}$ İkizlenme Kesme Sistemi İçin RID Teorisi.....	54
3.2.2.3. (011) $\begin{bmatrix} 0 & \bar{1} & 1 \end{bmatrix}$ İkizlenme Kesme Sistemi İçin RID Teorisi.....	54
3.2.2.4. (011) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & \bar{1} \end{bmatrix}$ İkizlenme Kesme Sistemi İçin RID Teorisi.....	55
3.2.2.5. (110) $\begin{bmatrix} \bar{1} & 1 & 0 \end{bmatrix}$ İkizlenme Kesme Sistemi İçin RID Teorisi.....	56
3.2.2.6. (110) $\begin{bmatrix} 1 & \bar{1} & 0 \end{bmatrix}$ İkizlenme Kesme Sistemi İçin RID Teorisi.....	57
4.BULGULAR VE TARTIŞMA.....	59
4.1. Kübik (veya Tetragonal) Yapıdan Kübik (veya Tetragonal) Yapıya Martensitik Faz Dönüşümlerinin Kristalografik Analizi.....	59
4.1.1. In-Tl Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi.....	59
4.1.2. NiMnGa Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi.....	60
4.1.3. Zirconia Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi.....	62
4.1.4. Fe ₃ Pt Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi.....	64
4.1.5. FeNiC Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi.....	66
4.1.6. FeCr Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi.....	67
4.1.7. NiAl (3R) Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi.....	69
4.1.8. FeNi Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi.....	70
4.2. Kübik Yapıdan Ortorombik (veya Monoklinik) Yapıya Martensitik Faz Dönüşümlerinin Kristalografik Analizi.....	72
4.2.1. Tantalyum Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi.....	72
4.2.2. AuCu Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi.....	73
4.2.3. AuCd Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi.....	75
4.2.4. CuSn Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi.....	76
4.2.5. NiAl (7R) Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi.....	78
4.2.6. CuAlMn Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi.....	79
4.2.7. CuZnGa Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi.....	80
4.2.8. CuZnAl Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi.....	81
4.3. Tetragonal Yapıdan Monoklinik Yapıya Martensitik Faz Dönüşümlerinin Kristalografik Analizi.....	82

4.3.1. Ce-TZP Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi.....	82
4.3.2. Y-TZP Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi.....	83
5.SONUÇ VE ÖNERİLER.....	85
KAYNAKLAR.....	87
EKLER.....	91
ÖZGEÇMİŞ.....	92

**T.C.
KAHRAMANMARAŞ SÜTÇÜ İMAM ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI**

DOKTORA TEZİ

ÖZET

**MARTENSİTİK FAZ DÖNÜŞÜMLERİNE İLİŞKİN HABİT DÜZLEMİNİN
ELDE EDİLMESİ İÇİN GELİŞTİRİLEN BİR MODEL**

YILMAZ HAVVATOĞLU

DANIŞMAN: Prof. Dr. Ali DOĞAN

Yıl: 2009, Sayfa: 92

**Jüri : Prof. Dr. Ali DOĞAN
: Doç. Dr. Musa GÖĞEBAKAN
: Doç. Dr. Ümit ALVER
: Yrd. Doç. Dr. Hüseyin KÖKSAL
: Yrd. Doç. Dr. Abdurrahman ÇETİN**

Bu çalışmada martensitik faz dönüşümlerinin kristalografisine ilişkin teoriler incelendi. Sonsuz küçük deformasyon yaklaşımı, sonlu deformasyon yaklaşımı içinde kullanılarak, yeni bir kristalografik model geliştirildi. Yeni model ile habit düzlemi, kesme miktarı, ikizlenme oranı, yönelim bağıntıları, toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü ve doğrultusuna ilişkin kristalografik sonuçlar elde edildi. Bu çalışmada geliştirilen yeni model martensit yapı özelliği taşıyan farklı alaşımlara uygulandı. Bu çalışmada kristalografik parametreler için elde edilen değerler, FD, ID teorileri ve deneysel sonuçlarla karşılaştırıldı.

Anahtar Kelimeler: Habit düzlemi, martensitik faz dönüşümleri, kristalografik analiz, ikizlenme, kayma.

**UNIVERSITY OF KAHRAMANMARAS SUTCU IMAM
INSTITUTE FOR GRADUATE STUDIES IN SCIENCE AND ENGINEERING
DEPARTMENT OF PHYSICS**

PhD THESIS

ABSTRACT

**A DEVELOPING MODEL FOR OBTAINING HABIT PLANE
CONCERNED WITH MARTENSITIC PHASE TRANSFORMATIONS**

YILMAZ HAVVATOĞLU

SUPERVISOR: Prof. Dr. Ali DOĞAN

Year: 2009, Page: 92

**Jury : Prof. Dr. Ali DOĞAN
: Assoc. Prof. Dr. Musa GÖĞEBAKAN
: Assoc. Prof. Dr. Ümit ALVER
: Assist. Prof. Dr. Hüseyin KÖKSAL
: Assist. Prof. Dr. Abdurahman ÇETİN**

In this study, the theories concerning with the crystallography of martensitic transformations have been investigated. A new crystallographic model has been developed using the infinitesimal deformation approach into the finite deformation approach. The crystallographic results such as the habit plane, amount of shear, twinning ratio, orientation relationships, magnitude and direction of total shape deformation were obtained using the new model. The new model developed in this study has been applied to the different alloys involved martensite structure. The values obtained for the crystallographic parameters in the present study have been compared with theories of FD and ID, and with experimental values.

Key Words: Habit plane, martensitic phase transformations, crystallographic analysis, twinning, slip.

ÖNSÖZ

Bu tez konusunun verilmesinde, yürütülmesinde, çalışmalar süresince fikirleriyle beni araştırmaya yönelten ve tezin planlanmasında elinden gelen bütün fedakârlık ve her türlü yardımlarını esirgemeyen, sürekli ilgi ve desteğini sağlayan, çok değerli hocam sayın Prof.Dr. Ali DOĞAN'a sonsuz teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Ayrıca çalışmalarım süresince akademik yardımlarını esirgemeyen ismini sayamadığım fakültemizin, özellikle bölümümüzün tüm personeline tek tek teşekkürlerimi sunarım.

Temmuz 2009, KAHRAMANMARAŞ**Yılmaz HAVVATOĞLU**

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 1.1.	Martensitik faz dönüşümlerine ait büyük indisli birkaç habit düzlemi.....	5
Çizelge 1.2.	Martensitik faz dönüşümlerine ait bazı dönme bağıntıları.....	5
Çizelge 3.1.	Kübik-ortorombik martensitik faz dönüşümünde ikizlenme yöntemi ile ID analizinden elde edilen kristalografik parmetreler için analitik çözümler.....	37
Çizelge 3.2.	Kübik-ortorombik martensitik faz dönüşümünde kayma yöntemi ile ID analizinden elde edilen kristalografik parmetreler için analitik çözümler.....	40
Çizelge 4.1.	In-Tl alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	59
Çizelge 4.2.	In-Tl alaşımı için WLR teorisi ile ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	60
Çizelge 4.3.	NiMnGa alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	61
Çizelge 4.4.	NiMnGa alaşımı için WLR teorisi ile ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	62
Çizelge 4.5.	Zirconia alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	63
Çizelge 4.6.	Zirconia alaşımı için WLR teorisi ile ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	63
Çizelge 4.7.	Fe ₃ Pt alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	64
Çizelge 4.8.	Fe ₃ Pt alaşımı için WLR teorisi ile ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	65
Çizelge 4.9.	FeNiC alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	66
Çizelge 4.10.	FeNiC alaşımı için BM teorisi, deneysel sonuçlar ve ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	67
Çizelge 4.11.	FeCr alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	68
Çizelge 4.12.	FeCr alaşımı için FD teorisi, deneysel sonuçlar ve ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	68
Çizelge 4.13.	NiAl (3R) alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	69
Çizelge 4.14.	NiAl (3R) alaşımı için BM teorisi ile ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	70
Çizelge 4.15.	FeNi alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	71
Çizelge 4.16.	FeNi alaşımı için WLR teorisi, deneysel sonuçlar ve ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	71
Çizelge 4.17.	Tantalyum alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	72
Çizelge 4.18.	Tantalyum alaşımı için WLR teorisi ile ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	73

Çizelge 4.19.	AuCu alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	74
Çizelge 4.20.	AuCu alaşımı için WLR teorisi ile ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	74
Çizelge 4.21.	AuCd alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	75
Çizelge 4.22.	AuCd alaşımı için WLR teorisi, deneysel sonuçlar ile ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	76
Çizelge 4.23.	CuSn alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	77
Çizelge 4.24.	CuSn alaşımı için BM teorisi, deneysel sonuçlar ile ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	77
Çizelge 4.25.	NiAl (7R) alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	78
Çizelge 4.26.	NiAl (7R) alaşımı için WLR teorisi, deneysel sonuçlar ve ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	79
Çizelge 4.27.	CuAlMn alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	79
Çizelge 4.28.	CuAlMn alaşımı için WLR teorisi ile ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	80
Çizelge 4.29.	CuZnGa alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	81
Çizelge 4.30.	CuZnAl alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	82
Çizelge 4.31.	Ce-TZP alaşımı için RID teorisi, WLR teorisi ve ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	83
Çizelge 4.32.	Y-TZP alaşımı için RID teorisi ile FD teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.....	84

SEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1.	Bain modeline göre martensitik faz dönüşümü	4
Şekil 1.2.	Martensitik faz dönüşümünde düzlem ve doğrultulardaki değişim ve habit düzlemi.....	5
Şekil 1.3.	Martensitik faz dönüşümünde fcc ve bcc kristal yapılar arasındaki Kurdjumov-Sachs ve Nishiyama dönme bağıntıları.	6
Şekil 1.4.	Değişmeyen düzlem zorlanmasının üç örneği.....	7
Şekil 1.5.	Martensitik faz dönüşümlerinde deformasyon türleri.....	8
Şekil 1.6.	Martensitik faz dönüşümlerinde ara yüzey düzleminin değişmediğinin şematik gösterimi.....	8
Şekil 3.1.	Kristal 1'in bağıl miktarı (1-f) ve Kristal 2'nin bağıl miktarı (f) olan bir martensit plakasının bantlı yapısına ait kesiti.....	12
Şekil 3.2.	Martensitik faz dönüşümünden sonra iki kristaldeki Bain bozulmaları.....	14
Şekil 3.3.	Habit düzlemi üzerindeki basit bir kesmenin gösterimi.....	24
Şekil 3.4.	Martensitik faz dönüşümünde (110) düzlemine uygulanan basit kesme ile birim hücrenin bozulması.	27
Şekil 3.5.	Kübik-ortorombik faz dönüşümü.....	41
Şekil 3.6.	x_i' koordinat sistemi ile x_i^n koordinat sistemi arasındaki bağıntı.....	43
Şekil 3.7.	Kübik-ortorombik faz dönüşümü.....	52
Şekil 3.8.	Martensitik faz dönüşümünden sonra iki yapı arasındaki Bain bozulmaları.....	53
Şekil 4.1.	NiMnGa alaşımının kristal yapısı.....	61
Şekil 4.2.	Fe ₃ Pt alaşımının kristal yapısı.....	65
Şekil 4.3.	DO ₃ -18R martensitik faz dönüşümü.....	81

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

A, γ	: Austenit yapı
M, α	: Martensit yapı
A_s	: Austenite başlama sıcaklığı
A_f	: Austenite bitiş sıcaklığı
M_s	: Martensite başlama sıcaklığı
M_f	: Martensite bitiş sıcaklığı
In	: İndiyum
Tl	: Talyum
Ni	: Nikel
Mn	: Mangan
Ga	: Galyum
Fe	: Demir
Pt	: Platin
C	: Karbon
Cr	: Krom
Al	: Alüminyum
Ta	: Tantal
O	: Oksijen
Au	: Altın
Ag	: Gümüş
Cu	: Bakır
Cd	: Kadmiyum
Sn	: Kalay
Zn	: Çinko
Ce	: Seryum
Y	: İtriyum
Zr	: Zirkonyum
bcc	: Cisim merkezli kübik yapı
bct	: Cisim merkezli tetragonal yapı
fcc	: Yüzey merkezli kübik yapı
ftc	: Yüzey merkezli tetragonal yapı
hcp	: Sıkı paketlemiş hekzagonal yapı
at%	: Atomca yüzdelik oranı
wt%	: Ağırlıkça yüzdelik oranı
a₀, c₀	: Austenit yapının örgü parametreleri
a,b,c	: Martensit yapının örgü parametreleri
β	: Monoklinik yapının açısı
FD	: Sonlu deformasyon yaklaşımı
ID	: Sonsuz küçük deformasyon yaklaşımı
RID	: ID yaklaşımının geliştirilmiş hali
WLR	: Weschler-Lieberman-Read
BM	: Bowles-Mackenzie
K-S	: Kurdjumov-Sachs
G-T	: Greninger-Troiano
LIS	: Örgüyü değiştirmeyen kesme
η	: Temel zorlanma bileşeni

ε	: ID teorisi temel zorlanma bileşeni
B	: Bain bozunum matrisi
P	: Örgüyü değiştirmeyen kesme matrisi
F	: Bozulma matrisi
F^*	: F matrisinin transpozese
F_s	: Saf bozulma matrisi
F_d	: Diyagonal bozulma matrisi
T, E	: Toplam şekil deformasyon matrisi
R, Γ, Φ	: Dönme matrisi
Γ^*, Φ^*	: Dönme matrisinin transpozese
I	: Birim matris
n	: Habit düzlemi
f	: İkizlenme oranı
m	: Kesme miktarı
m_T	: Toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü
d_T	: Toplam şekil deformasyonunun doğrultusu
θ, ϕ	: Habit düzlemi açıları
h, k, l	: Habit düzlemi indisleri

1. GİRİŞ

Metaller ve metal alaşımları tarihin ilk dönemlerinden bugüne kadar insanlığın hizmetine girmiş, günlük yaşamımızda, sanayide, ulaşımda, tıpta ve uzay biliminde ihtiyaç duyulan temel malzeme grubunu oluşturmuştur.

Metal alaşımlarda fiziksel şartların değişmesi sonucu, bir fazdan başka bir faza geçiş işlemine faz dönüşümü denir. Faz dönüşümü sıcaklığın değiştirilmesi veya dışarıdan uygulanan mekanik etkiler sonucu meydana gelir. Metallerde görülen faz dönüşümleri, Difüzyonlu (yayılmalı) ve Difüzyonsuz (yayılmaz) faz dönüşümü olmak üzere iki gruba ayrılır. Faz dönüşümü sırasında kristali oluşturan atomların birbirine göre konumları veya komşulukları değişerek meydana gelen dönüşümlere Difüzyonlu; atomların birbirine göre konumları değişmeden meydana gelen faz dönüşümlerine ise Difüzyonsuz faz dönüşümleri denir. Difüzyonsuz faz dönüşümünde kristal yapı bir bütün olarak taşınmaktadır. Martensitik faz dönüşümleri difüzyonsuz faz dönüşümlerine birer örnektir.

Martensitik faz dönüşümleri sıcaklığın hızlıca düşürülmesi ile, dış mekaniksel zorun etkisi ile veya her iki etkinin birlikte uygulanması ile gerçekleşir. Isısal etki ile oluşan martensitik faz dönüşümleri alaşımın kompozisyonuna göre atermal veya izotermal olarak gerçekleşir. Atermal özellik gösteren martensitik faz dönüşümleri çok yüksek hızlarda patlama şeklinde oluşurken, izotermal özellik gösteren martensitik faz dönüşümleri gözle izlenebilecek kadar yavaş bir şekilde gerçekleşir. Mekanik zorlanma ile oluşan martensitik faz dönüşümleri ise, zor veya zorlanma etkili martensitik faz dönüşümleridir (Nishiyama, 1978; Christian, 1975).

Daha çok metal ve alaşımlarda görülen difüzyonsuz faz dönüşümlerinin mekanizması tam olarak anlaşılamamakta ve deneysel tespitinde çeşitli problemlerle karşılaşılmaktadır. Difüzyonsuz faz dönüşümleri en genel şekilde; yüksek sıcaklık fazında belirli bir kristal yapıda bulunan numunenin, sıcaklık, basınç, zor veya bunların farklı kombinasyonlarının etkisiyle, daha küçük serbest enerjili düşük sıcaklık fazındaki farklı bir kristal yapıya tercih etmesi şeklinde bilinir. Martensitik faz dönüşüm olayı demir bazlı alaşımlarına üstün kaliteli malzeme olma özelliği kazandırdığı gibi, diğer alaşımlara da termoelastik, süperelastik ve şekil hatırlama gibi teknolojik ve fiziksel özellik kazandırır (Nishiyama, 1978). Martensitik faz dönüşümünün difüzyonsuz olarak gerçekleşmesi sebebiyle, ana fazdaki düzen ve kusurların ürün faz olan martensit yapıya aynen aktarıldığı anlaşıldıktan sonra birçok alaşımda termoelastik dönüşüm incelenmiştir (Ortin ve Planes, 1989; Salzbrenner ve Cohen, 1979). Öte yandan martensitik faz dönüşümleri üzerinde yapılan çalışmalarda en büyük ilgiyi şekil hatırlama olayı çekmiştir. Şekil hatırlama olayı günümüz endüstri ve teknolojik uygulamalarda yaygın olarak kullanılmaktadır (Miyazaki ve Otsuka, 1989). Genel olarak şekil hatırlama olayı, belirli bir şekle sahip alaşımın düşük sıcaklıklarda deformasyona uğratılmasından sonra, dönüşüm sıcaklığının üzerinde bir sıcaklığa ısıtılarak alaşımın eski şekline dönmesi olarak bilinir.

20. yüzyılın ortalarından itibaren elektron mikroskop yöntemlerinin gelişmesiyle beraber martensitik faz dönüşümü olayında büyük gelişmeler görülmüştür. Martensitik faz dönüşümleri önemli endüstriyel sonuçlar ortaya koymakla birlikte, olayı tam anlamı ile açıklayabilecek kinetik, termodinamik ve kristalografik modeller henüz geliştirilememiş olup, günümüzde bu konu üzerinde çalışmalar devam etmektedir. Martensitik faz

dönüşümlerinde ortaya çıkan fiziksel özellikler yanında, materyalin mekanik özelliklerinde oluşan değişimler, katıhal fiziğinde birçok araştırmaya konu olmuştur. Martensitik faz dönüşümlerinin kısa bir sürede ve difüzyonsuz özellikte ortaya çıkması, bir yandan olayın gözlenmesini zorlaştırmış, diğer taraftan karmaşık kristalografik modellerin geliştirilmesine neden olmuştur. Katıhal fiziğinde önem arz eden martensitik faz dönüşümlerinin kristalografisini ortaya koyan ilk model 1924'te Bain tarafından ileri sürülmüştür (Bain, 1924). Martensitik faz dönüşümlerinde atomların komşulukları değişmemekle beraber, kristal yapıda deformasyon ortaya çıktığından Bain; austenit yapının deformasyonu için $fcc \rightarrow bcc$ (bct) dönüşümü, $bcc \rightarrow fcc$ (fct) dönüşümü ve $bcc \rightarrow$ ortorombik dönüşümü olabileceğini göz önüne almıştır. Burada fcc: yüzey merkezli kübik yapı, bcc: hacim merkezli kübik yapı, bct: hacim merkezli tetragonal yapı ve fct: yüzey merkezli tetragonal yapıya dönüşümü göstermektedir (Yaşar, 2005).

Ancak son yıllarda yapılan kristalografik çalışmalar sonucunda, özellikle şekil hatırlamalı alaşımlarda gözlenen fcc austenit yapının, sıkı paketlenmiş hekzagonal (hcp) martensit yapıya geçişine ilişkin ($fcc \rightarrow hcp$) martensitik faz dönüşümlerinin ortaya çıkabileceği gözlemlenmiştir.

Bain tarafından ortaya atılan bu modelin uzun yıllar martensitik faz dönüşümlerinin kristalografisini açıklamada yeterli olduğu zannedilmiştir. Ancak daha sonraki araştırmacılar, dönüşümün bu kadar basit olmadığını, dönüşüm sırasında ortaya çıkan makroskobik bir şekil değişimi yanında, austenit ve martensit yapı arasında kristalografik bir dönme bağıntısının (orientation relationship) olduğunu ve iki yapı arasında sınır özellik taşıyacak olan dönmemiş bir yerleşme (habit) düzleminin varlığını gösterdiler.

Martensitik faz dönüşümlerinin kristalografisi, Bain modeliyle açıklanamayacağı anlaşıldıktan sonra, 1950'li yıllarda "klasik" ve "tek bozulmalı" şeklinde tanımlanan ilk kristalografik teorilerle aşmaya çalışılmıştır. Wechsler-Lieberman-Read (Wechsler ve ark., 1953) (WLR) ve Bowles-Mackenzie (Bowles ve Mackenzie, 1954) (BM) tarafından geliştirilen bu teoriler, matematiksel yaklaşımları biraz farklı olmakla beraber, 1955'te Christian (Christian, 1955) tarafından bu iki teorinin matematiksel olarak eşlenik olduğu gösterilmiştir. Bu iki teori martensitik faz dönüşümü sırasında kristal örgünün bozulduğunu kabul eder. WLR teorisinde, dönüşüm sırasındaki örgü bozulmasına rağmen habit düzleminin değişmeden kalabilmesinin ancak ikizlenme (twinning) veya kayma (slip) ile mümkün olabileceği kabul edilmektedir. Böylece gözlenen şekil değişiminin örgü bozulması ve ikizlenme ile ortaya çıktığı anlaşılmıştır. BM teorisi ise, habit düzlemindeki atomların makroskobik vektörlerinin dönmediğini, bu düzlemde kalırken konumlarının çok küçük boyutlarda değiştiğini kabul eder. Bu teorilere göre Bain modeline uygun bir şekil değişiminden sonra martensit yapı, kristal örgüyü değiştirmeyen bir şekil bozulmasına ve dönmeye uğrayarak, dönme ve bozulmaya uğramamış bir ara düzleminin oluşmasını sağlayabilir. Klasik teorilerin önerdiği modelde, dönüşüm sırasında Bain modeline uygun bir kristal yapı değişimi, kristal örgüyü değiştirmeyen bir şekil bozulması ve iki kristal yapı arasında bir dönme olduğu kabul edilmektedir.

Martensitik faz dönüşümü sırasında difüzyon olmadığından ve iki kristal faz arasında belirli bir kristalografik dönme olması gerektiği düşünülerek, dönüşümün kristalografik parametrelerinden birisi olan dönme bağıntıları, Kurdjumov-Sachs, Wesserman, Nishiyama ve Greninger-Traiano tarafından, X-ışınları Laue metodu

kullanılarak belirlenmiştir. Dönme bağıntıları, alaşımın cinsine ve alaşımı oluşturan elementlerin oranlarına bağlı olduğu çoğu araştırmacı tarafından açıklanmıştır (Nishiyama, 1978).

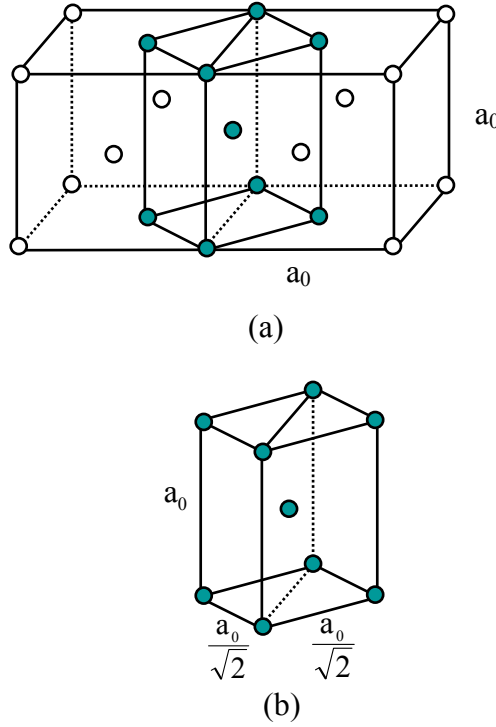
1969 yılında Khachaturyan ve Shatalov (Khachaturyan ve Shatalov, 1969) dönüşüm sırasında habit düzlemi değişmediğinden ara yüzey düzlemi üzerindeki toplam dönüşüm zorlanma bileşenlerinin sıfır olması gerektiği ve bu yüzden dönüşümle ilgili elastik zorlanma enerjisinin de sıfır olması gerektiğini göstermişlerdir. Bunun üzerine Shibata ve Kato (Shibata ve Kato, 1990) tarafından, sonsuz küçük deformasyon yaklaşımı (infinitesimal deformation: ID) kullanılarak yeni bir kristalografik çözümleme metodu geliştirilmiştir. ID teorisinin FD teorisinden en büyük avantajı; bilgisayar programlarına gerek duyulmadan çok basit analitik denklemlerle çözümlerin elde edilmesidir.

2000’li yıllarda Ledbetter ve Dunn (Ledbetter ve Dunn, 2000), FD teorileri ile Eshelby’nin (Eshelby, 1957) teorisinin, habit düzlemi için birbiriyle eşdeğer olduğunu göstermişlerdir. Bununla beraber Ledbetter ve Dunn, kristalografik teorilerde Lagrangean zorlanma formülünün (Murnaghan, 1951) kullanılabileceğini de belirtmektedirler.

Bu çalışmanın amacı fenomenolojik teoriler ile ID teorisinin zayıf taraflarının giderilmesi için Ledbetter ve Dunn’un ileri sürdüğü model ile Eshelby’nin kristalografik teorisi göz önünde bulundurularak; sonsuz küçük deformasyon teorisi, sonlu deformasyon teorisi içinde kullanılıp, Eshelby’nin zorlanma matrisi de dikkate alınarak, Kelly’nin çalışmaları (Kelly, 2003) takip edilerek, yeni bir kristalografik model elde edilecektir. Yeni elde edilecek model, martensit yapı özelliği taşıyan metal ve metal alaşımları üzerinde incelenecektir.

1.1. Martensitik Faz Dönüşümlerinin Kristalografisi

Martensitik faz dönüşümlerinin kristalografisi ile ilgili ilk model 1924 yılında Bain tarafından ileri sürüldü. Bu modele göre yüzey merkezli kübik yapı (fcc), hacim merkezli kübik (bcc) veya hacim merkezli tetragonal (bct) yapıya dönüşür. (Şekil 1.1.)

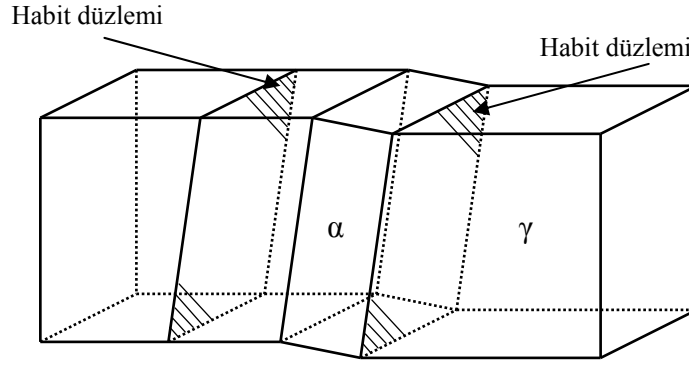


Şekil 1.1. Bain modeline göre martensitik faz dönüşümü. (a) Yüzey merkezli kübik yapı (fcc) içinde, hacim merkezli tetragonal (bct) yapı. (b) Şekil 1.1.(a)'da Bain zorlanması sonucu elde edilen hacim merkezli tetragonal yapı.

Bain tarafından ortaya atılan bu model, uzun yıllar martensitik faz dönüşümünün kristalografisini açıklamakta yeterli olduğu sanıldı. İlerleyen zamanlarda bazı araştırmacılar dönüşümün bu kadar basit açıklanamayacağını ileri sürdüler. Jaswon ve Wheeler (Jaswon ve Wheeler, 1948) çalışmalarında martensitik faz dönüşümlerinin matris matematiğini geliştirdiler.

Ancak daha sonraki araştırmalar austenit ve martensit fazlar arasında bir dönme bağıntısının olduğunu ve bu iki yapı arasında Şekil 1.2.'de gösterildiği gibi sınır özelliği taşıyan, dönmemiş bir yerleşim düzleminin (habit düzlemi) varlığını göstermiştir.

Martensitik faz dönüşümü sırasında, Şekil 1.2.'de gösterildiği gibi austenit yapıdaki doğrultular, martensitik yapıdaki farklı doğrultulara; austenit yapıdaki düzlemler ise martensitik yapıdaki farklı düzlemlere dönüşür. Böylece austenit ve martensit yapıların düzlem ve doğrultuları arasında belirli açılar gözlenir. Habit düzlemi ile sözü edilen düzlem ve doğrultular arasındaki bu açılarla, austenit ve martensit yapıları arasında bulunan yönelim bağıntıları (orientation relationships) ortaya çıkar (Bilby ve Christian, 1961).



Şekil 1.2. Martensitik faz dönüşümünde düzlem ve doğrultulardaki değişim ve habit düzlemi.

Greninger ve Troiano'nun (Greninger ve Troiano, 1940) habit düzleminin austenit yapının basit Miller indisli düzlemlerden birisi olduğu şeklindeki ölçümlerine karşın daha sonraki ölçümler, büyük indisli düzlemlerin de habit düzlemi olabileceğini göstermiştir (Gökdemir, 2006; Johnson ve Wayman, 1963). Büyük indisli habit düzlemi Çizelge 1.1.'de verilmiştir (Bilby ve Christian, 1956).

Çizelge 1.1. Martensitik faz dönüşümlerine ait büyük indisli birkaç habit düzlemi.

Alaşım	Faz Dönüşümü	Habit Düzlemi	Kesme Yönü
Fe-%30Ni	fcc to bcc	(9, 33, 22)	[156]
Fe-%1.35C	fcc to bct	(225)	[112]
Fe-%22Ni-%0.8C	fcc to bct	(3, 10, 15)	[1 3 2] (yaklaşık)
Saf Titanyum	bcc to hcp	(8, 9, 12)	[111] (yaklaşık)
Ti-%11Mo	bcc to hcp	(8, 9, 12) veya (3 44)	[147] (yaklaşık)

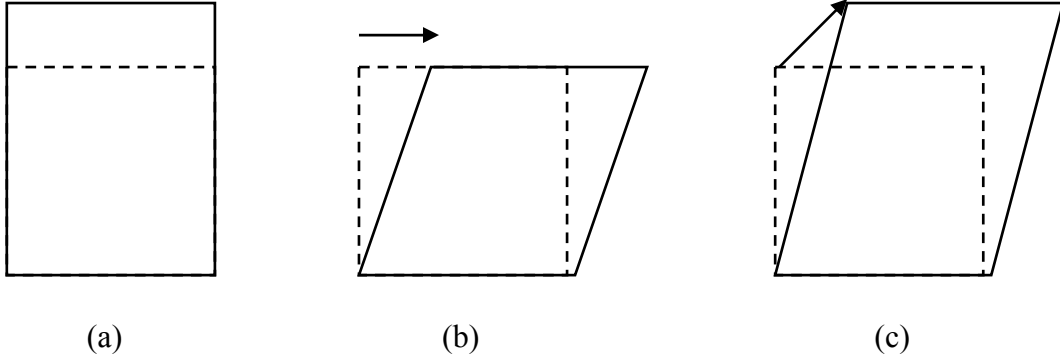
Dönüşüm sırasında difüzyon olmadığından, austenit ve martensit yapılar arasında belirli bir kristalografik dönme olması gerektiği düşünülmüştür. Toplam şekil deformasyonunun kristalografik parametrelerinden birisi olan dönme bağıntıları Kurdjumov-Sachs (K-S) (Kurdjumov ve Sachs, 1930), Nishiyama (N), Wasserman (W) ve Greninger-Troiano (G-T) tarafından X-ışınları Laue metodu kullanılarak belirlenmiştir (Nishiyama, 1978). Bu araştırmacılar tarafından tanımlanan dönme bağıntıları Çizelge 1.2.'de verilmiştir.

Çizelge 1.2. Martensitik faz dönüşümlerine ilişkin bazı dönme bağıntıları (Ocak, 1999).

Bağıntı	K-S	N	G-T
$(011)_\gamma - (111)_\alpha$	0°	0°	1°
$[112]_\gamma - [011]_\alpha$	5°	0°	2°
$[101]_\gamma - [111]_\alpha$	0°	0.54°	2°
$[011]_\gamma - [111]_\alpha$	3.5°	0.5°	6.5°

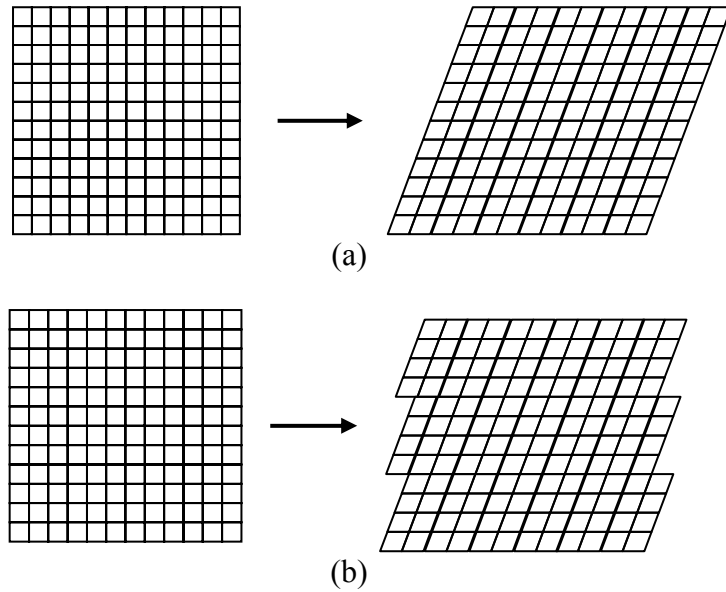
Kurdjumov-Sachs tarafından önerilen kristalografik dönme bağıntısına göre, austenit yapının $(111)_\gamma$ düzleminde $[110]_\gamma$ doğrultusu boyunca bir kesme (ikizlenme veya

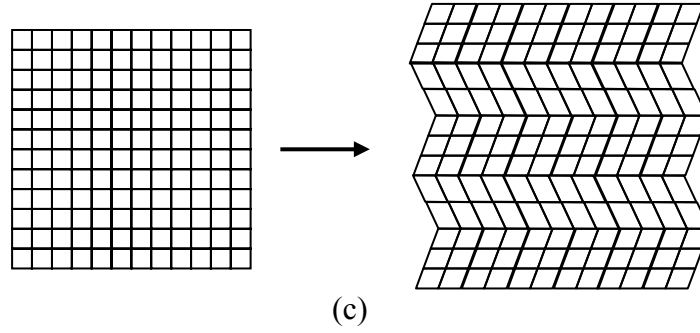
Değişmeyen düzlem zorlanması ile martensitik faz dönüşümlerine ait habit düzlemi, yönelim bağıntıları, şekil değişimi ve diğer dönüşüm karakteristikleri gibi kristalografik özellikler açıklanabilmektedir (Nishiyama, 1978). Değişmeyen düzlem zorlanmalarının üç örneği Şekil 1.4.'te gösterilmiştir (Bhadeshia, 2001).



Şekil 1.4. Değişmeyen düzlem zorlanmasının üç örneği. (a) Basit uzama. (b) Basit kesme. (c) Genel IPS.

Martensitik faz dönüşümlerinde atomların birlikte hareket etmesi, kristalde gözlenen bir şekil deformasyonunun varlığını ispatlar. Bu deformasyonun büyüklüğü dönüşümün kristalografisine göre değişir. Deformasyon sonucu zor ile zorlanma arasında mekanik bir denge kurulur. Böylece dönüşüm tamamlanır. Bu durumda alışımda dislokasyonların hareketi oluşur. Bu dislokasyonların hareketi Şekil 1.5.'te gösterildiği gibi kayma (slip) türü veya ikizlenme (twinning) türü yapı kusurları (martensite) oluşturur (Sarı, 2004). Bu tip kusurlar, örgü zorlanmasıyla oluşan austenit fazın şekil deformasyonunu büyük ölçüde azalttıkları için örgüyü değiştirmeyen zorlanma (lattice invariant shear: LIS) olarak tanımlanırlar (Nishiyama, 1978).

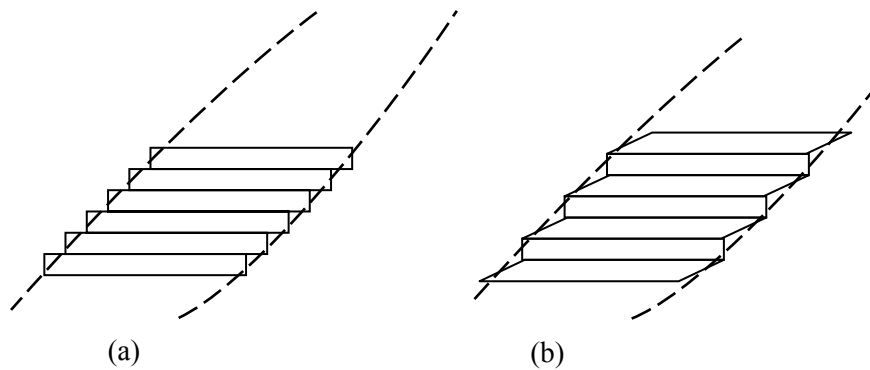




Şekil 1.5. Martensitik faz dönüşümlerinde deformasyon türleri. (a) Austenit fazdaki ana kristalden örgüyü değiştirmeyen kesmeye sahip olmayan örgü bozunumu. (b) Kayma (slip) türü örgü bozunumu. (c) İkizlenme (twinning)) türü örgü bozunumu.

İkizlenme türü örgü bozunumunda, dönüşüm sonucunda hiçbir atomun yeni komşuluğu olmaz veya başka bir ifade ile kayma meydana gelmez. Rastgele dağılıma sahip martensit plakalar arasındaki uyum, farklı küp eksenlerinin büzülmesi ile sağlanır. Birbirine bağlı martensit kristaller, ikiz bağımlı martensit tek kristalleri oluştururlar. İkizlerin kalınlıkları belirli bir değere ulaştığında, austenit yapıda dönüşüm sonucu sıfır distorsiyonlu bir düzlemin var olduğu gösterilebilir. Sıfır distorsiyona sahip bu düzlem habit düzlemidir. Martensit ve austenit kristaller arasında uyumsuzluğa ait zorlanma enerjisinin minimum olması halinde ara yüzey düzlemi habit düzlemi olarak adlandırılır (Durkaya, 1998).

Kayma türü örgü bozunumunda ise, martensite plaka içinde meydana gelen kayma düzgün şekilde yayıldığı kabul edilmektedir. Kayma miktarı uygun bir değere sahip olduğu zaman dönüşüm sonucunda austenit yapı ile martensit yapı arasında habit düzlemi olduğu kabul edilir (Johnson ve Wayman, 1963). Ayrıca oluşan martensit yapının hem kesme hem de ikizlenme türü kesmede, ara yüzey düzleminin biçimini bozmadığı Şekil 1.6.'da gösterilmiştir (Wayman, 1964).



Şekil 1.6. Martensitik faz dönüşümlerinde ara yüzey düzleminin değişmediğinin şematik gösterimi. (a) Kayma (slip) türü örgü bozunumunda. (b) İkizlenme (twinning) türü örgü bozunumunda. Şekildeki kesik çizgiler ara yüzeyi göstermektedir.

Gerçekte deneysel gözlemler, dönüşüm sonrasında kristal yapıda bozulmamış bir ara yüzey düzleminin (interface) varlığını gösterirken, Bain zorlanması böyle bir düzlemin oluşumuna izin vermediği için olayın açıklanmasında tam bir başarı elde edememiştir. Fenomenolojik teoriler, Bain zorlanması ile başka bir zorlanmanın birleşimi sonucu habit düzleminin oluşabileceğini kabul etmiş, ikinci bir zorlanma olarak inhomojen veya tamamlayıcı kesmeyi önermişlerdir. Yani kristalografik teoriler, toplam şekil bozunumunu açıklarken önce homojen bir örgü zorlanmasını, sonra da kristal örgüyü bozmadan oluşan heterojen özellikli bir zorlanmanın varlığını kabul etmişlerdir. WLR ve BM teorilerinin ikisinde de kristal örgüyü bozmayan şekil değişiminin ikizlenme veya kayma ile olabileceği kabul edilmiştir (Nishiyama, 1978).

2.ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Difüzyonsuz faz dönüşümlerinin ilk gözlemleri 1864'te Sorby, 1866'da Tschernoff ve 1878'de Martens tarafından demir bazlı alaşımlarda yapılmıştır. Başlangıçta demir ve demir bazlı alaşımlarda gözlenen martensitik faz dönüşümleri, ilerleyen zamanlarda soy metal bakır bazlı alaşımlarda ve metalik özellik taşımayan bazı maddelerde de gözlenmiştir (Zengin, 2002).

Martensitik faz dönüşümlerinde, atomların komşuluklarını koruyarak, bir kristal yapıdan diğer bir kristal yapıya nasıl geçebileceği konusunda kristalografik teorilerle ilgili ilk çalışma 1924 yılında E.C. Bain (Bain, 1924) tarafından yapılmıştır.

Bain tarafından ortaya atılan bu model, uzun yıllar martensitik faz dönüşümlerinin kristalografisinin açıklanmasında yeterli görüldüğü düşünülmüştür. Ancak daha sonraki araştırmalar austenit-martensit fazlar arasında bir dönme bağıntısının olduğunu ve bu iki yapı arasında sınır özelliği taşıyan, dönmemiş ve bozulmamış bir yerleşim düzleminin (habit düzlemi) varlığını göstermiştir. Dönme bağıntısı ile ilgili ilk deneysel gözlemler Kurdjumov-Sachs (Kurdjumov ve Sachs, 1930) tarafından X-ışınları yöntemi kullanılarak ölçülmüştür.

Martensitik faz dönüşümünün kristalografisinin Bain modeli ile açıklanamayacağı anlaşıldıktan sonra 1953 ve 1954 yıllarında Wechsler-Lieberman-Read (Wechsler ve ark., 1953) (WLR) ve Bowles-Mackenzie (Bowles ve Mackenzie, 1954) (BM) tarafından sonlu deformasyon (finite deformation: FD) teorileri olarak bilinen fenomenolojik teoriler geliştirildi. Bu iki teori, martensitik faz dönüşümü sırasında kristal örgünün bozulduğunu kabul eder. FD teorisinde, dönüşüm sırasındaki örgü bozulmasına rağmen, habit düzleminin değişmeden kalabilmesinin ancak ikizlenme (twinning) veya kayma (slip) ile mümkün olabileceği düşünülmüştür.

WLR ve BM teorilerinde bu şekilde belirlenen dönüşümün **F** toplam şekil değişimine, **B** Bain değişimine, **S** şekil bozulmasına ve **R** de dönmeye karşılık gelmek ve **F**, **B**, **S**, **R** nicelikleri (3x3) matrisleri ile gösterilmek üzere; $F = B.S.R$ olarak ifade edilmiştir.

WLR ve BM teorilerinde, austenit ve martensit yapıdaki kristallerin ilk ve son durumlarını incelemekle beraber, oluşum sırasında neler olduğu tam olarak açıklanamamaktadır. Toplam şekil değişimini ortaya çıkaran üç bileşenin oluşum sırası belirsizdir. Kelly ve Nutting tarafından yapılan gözlemler, pek çok martensit yapıda ikizlenmenin varlığını göstermiştir. Wayman tarafından özellikle demir alaşımında ölçülen şekil değişimi ile bu teorilerin önerdiği şekil değişimi arasında bir uyum olduğu bulunmuştur. Ancak yine bazı demir alaşımlarında Krauklis ve Bowles; BM teorisindeki açılma parametresi ile varsayılan konum değişikliğinin aksine, habit düzleminin atomları arasındaki uzaklığın değişmediğini deneysel olarak ispatlamışlardır (Wayman, 1964). Ayrıca 1967'de Reed'in (Reed, 1967) elektron mikroskop gözlemleri, bazı martensit yapılarda, ikizlenme ve kayma türü şekil bozulmalarının sayısının, teorilerde kabul edilenin aksine birden çok olabileceğini gösterdi. Klasik teorilerde ortaya çıkan bu aksaklıkları açıklayabilmek amacıyla, 1969 ve 1970 yıllarında Ross-Crocker (Ross ve Crocker, 1969; 1970) ve Acton-Bevis (Acton ve Bevis, 1969) aşağı yukarı aynı tarihlerde,

birbirinden bağımsız olarak, “ikili bozulma” teorileri olarak tanımlanan yeni teoriler geliştirdiler. Bu teorilerde, toplam şekil değişimini oluşturan bileşenler, klasik teorilerle aynı olmakla birlikte, kristal örgüyü değiştirmeyen şekil bozulmasının iki tane olabileceği düşünüldü. Böylece, klasik teorilerde **S** ile verilen bir tek şekil bozulması, yeni teorilerde **S₁** ve **S₂** gibi iki bozulmadan (deformasyondan) oluşuyordu. Ross-Crocker ve Acton-Bevis teorilerinin Bain değişimini **B** ve dönmeyi de **R** içerdiği düşünülürse; bu teorilerde toplam şekil değişimi **F**; **F = B.S₁.S₂.R** olarak verilmektedir. İki ikizlenme ve kaymanın veya bir ikizlenme ve bir kaymanın birlikte olabileceğini öne süren bu yeni teori, bazı gözlemlerle uyuşma sağlamakla birlikte; Dunne ve Wayman (Dunne ve Wayman, 1971) tarafından {225} habit düzlemlili martensit yapıların dönme bağlantılarını bulmada başarılı olmadıkları ileri sürüldü (Arıkan, 2006).

1969’da Khachaturyan ve Shatalov (Khachaturyan ve Shatalov, 1969), 1976’da Mura ve arkadaşları (Mura ve ark., 1976), 1977’de Kato ve arkadaşları (Kato ve ark., 1977), 1983’te Khachaturyan (Khachaturyan, 1983) elastik zorlanma enerjisinin sıfır olması durumunda FD teorisi yerine ID teorisinin kullanılabileceğini göstermişlerdir.

1976 yılında bcc → 9R (ortorombik) kristalografik dönüşümleri için Suzuki teorisini temel alarak Kajiwarra (Kajiwarra, 1976) modeli geliştirilmiştir. Kajiwarra tarafından geliştirilen bu model, martensitik faz dönüşümünde örgüyü değişmez bırakan kesme ve en az bir düzlemin bozulmamış ve dönmemiş olarak kalacağı kabulü üzerine kurulmuştur. Kajiwarra modeli daha çok Cu-bazlı alaşımlar için kullanılmış, deneysel çalışmalar ile uyumluluk gösteren sonuçlar elde edilmiştir.

1990’lı yıllarda Shibata ve Kato (Shibata ve Kato, 1990) tarafından, sonsuz küçük deformasyon yaklaşımı kullanılarak yeni bir kristalografik metot geliştirilmiştir. Bu teoride, klasik teoriden farklı olarak, kristalografik analiz için toplam şekil değişimi **F**; **F = B + S + R** şeklinde alınmıştır. Sonsuz küçük deformasyon yaklaşımının klasik teoriye göre en büyük avantajı; bilgisayar programlarına gerek duyulmadan çok basit analitik denklemlerle çözümlerin elde edilmesidir. ID teorisinin bu avantajı kullanılarak 2000’li yıllarda Liang ve arkadaşları (Liang ve ark., 2000) tarafından farklı bir kristalografik analiz Ni-Ti alaşımına uygulanmıştır.

2000’li yıllarda Ledbetter ve Dunn (Ledbetter ve Dunn, 2000), FD teorileri ile Eshelby’nin (Eshelby, 1957) teorisinin, habit düzlemi için birbiriyle eşdeğer olduğunu göstermişlerdir. Bununla beraber Ledbetter ve Dunn, kristalografik teorilerde Lagrangean zorlanma formülünün (Murnaghan, 1951) kullanılabileceğini de belirtmektedirler. Bu teorilerin dışında, verilen birkaç model ise uygulama alanları çok dar olduğu ve genelleştirilemedikleri için konuya açıklık getirememişlerdir.

3.MATERYAL VE METOT

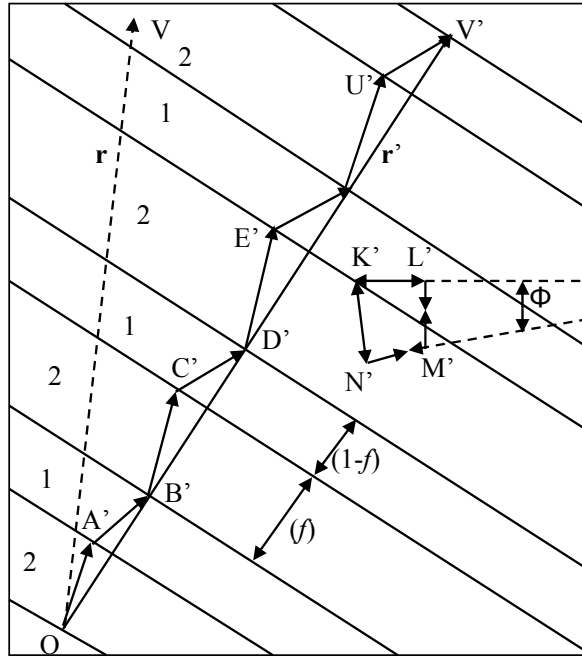
3.1. FD ve ID Teorileri

Martensitik faz dönüşümlerinin kristalografisinde kesme, iki şekilde oluşturulabilir. Bunların birincisi ikizlenme, diğeri ise kaymadır. Bu iki kesme türü önce FD, sonra ID teorisi için ayrı ayrı incelenecektir.

3.1.1. FD Teorisinde İkizlenme Yöntemi ile Martensitik Dönüşümün Kristalografisi

İkizlenme yöntemi ile martensitik faz dönüşümlerinin kristalografisini WLR ve BM teorileri açıklamışlardır. Burada WLR teorisi ile fcc $\rightarrow$ bct dönüşümünde habit düzleminin ve kristalografik parametrelerin elde edilme metodu incelenecektir.

Martensitik faz dönüşümlerinde toplam şekil deformasyonu elde edilmesiyle, kristalografik parametreler (habit düzlemi, yönelim bağıntıları, toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü ve doğrultusu gibi) hesaplanabilir. Bu nedenle WLR teorisi ile austenit ve martensit fazın ara yüzeyi olan habit düzleminde ikizlenmiş martensit yapının yerleştirilmesi temeline dayanan matematiksel analizi yapmak gerekmektedir. Şekil 1.5. (c)'nin bir benzeri olarak, Şekil 3.1.'de austenit yapının ikizlenmiş martensitik bantlı yapısına ait kesiti gösterilmiştir (Wechsler ve ark., 1953).



Şekil 3.1. Kristal 1'in bağıl miktarı $(1-f)$ ve Kristal 2'nin bağıl miktarı (f) olan bir martensit plakasının bantlı yapısına ait kesiti. Austenit yapı $\overrightarrow{OV}$ doğrusu olmak üzere, martensit yapı (ikizlenme durumunda) $OA'B'C'D'....U'V'$ kırık çizgi şeklindedir. Dönüşümden sonra Bain bozulmasının ana eksenleri her kristal için gösterilmiştir. Kâğıt düzlemi her kristal için büzülme eksenini içine alır ve kâğıt düzlemi ikizlenme düzlemine diktir.

WLR teorisi, martensitik faz dönüşümü sırasında habit düzlemi değişmediğinden, austenit ve martensit fazlar arasındaki ara yüzeyin ikizlenme ile ilgili bantlı martensit yapı üzerindeki zorlanma bileşenlerinin sıfır olmasını esas alarak kurulmuştur. Şekil 3.1.'de görüldüğü gibi ikizlenme ile ilgili martensit yapının bağıl miktarı Kristal 1 için $(1-f)$, Kristal 2 için f olarak alınmıştır. Austenit yapıdaki $\mathbf{r} = \overrightarrow{OV}$ doğrusu dönüşüm sonucu $OA'B'C'D'...U'V'$ kırık çizgisine dönüşür. Bu kırık çizgilerin vektörel toplamı $\mathbf{r}' = \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{B'C'} + ... + \overrightarrow{U'V'}$ şeklinde yazılabilir. Martensitik faz dönüşümü sonucunda Kristal 1 ve Kristal 2'ye ait bozulma matrisleri sırasıyla, $\mathbf{M}_1$ ve $\mathbf{M}_2$ olmak üzere $\mathbf{r}'$ vektörü,

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OV'} &= \mathbf{r}' = (1-f)\mathbf{M}_1.\mathbf{r} + f\mathbf{M}_2.\mathbf{r} \\ &= [(1-f)\mathbf{M}_1 + f\mathbf{M}_2].\mathbf{r}\end{aligned}\quad (3.1)$$

şeklindedir. Köşeli parantez içinde verilen

$$\mathbf{E} = (1-f)\mathbf{M}_1 + f\mathbf{M}_2 \quad (3.2)$$

ifadesi toplam bozulma matrisidir. Böylece

$$\mathbf{r}' = \mathbf{E}.\mathbf{r} \quad (3.3)$$

şeklinde yazılabilir. Dönüşümden önce austenit yapıdaki $\mathbf{r}$ vektörü, dönüşümden sonra martensit yapıdaki $\mathbf{r}'$ vektörüne dönüşür. Şekil 1.1.'den yararlanılarak, Kristal 1 ve Kristal 2 için sırasıyla y ve x eksenleri boyunca büzülme olduğu ve büzülme eksenine dik düzlem içinde uzama meydana gelmiş olduğu düşünülebilir. Şekil 3.1.'den her bir kristalin uzama ve büzülmesiyle dönüşümden sonra Bain bozulmalarının ana eksenleri gösterilmiştir. Her kristal için kâğıt düzlemine dik olan uzama aynıdır. Böylece her kristal için Bain bozulmaları şu şekilde yazılabilir:

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \eta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_1 \end{bmatrix} \text{ ve } \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \eta_2 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_1 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Burada η_1 ve η_2 kristalin temel zorlanmalarıdır. Her bir martensitik faz dönüşümü için η_1 ve η_2 farklı değerler alır. Burada fcc $\rightarrow$ bct dönüşümü ele alındığı için, Şekil 1.1. (b)'den görüldüğü gibi temel zorlanmaların değerleri

$$\eta_1 = \frac{\sqrt{2}a}{a_0} \text{ ve } \eta_2 = \frac{c}{a_0} \quad (3.5)$$

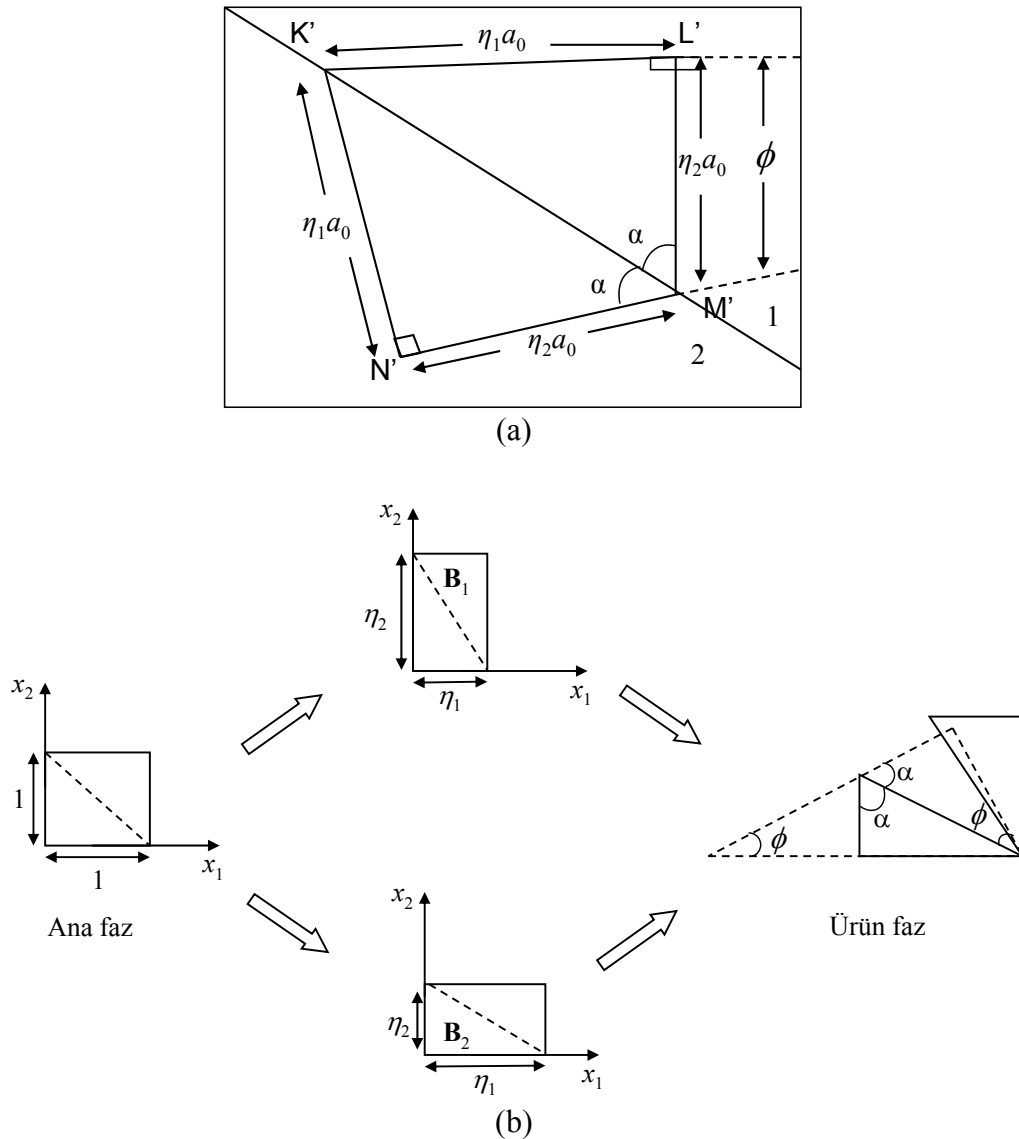
olduğu açıkça görülür. Denklem (3.5)'te verilen a_0 , austenit yapıdaki küpün, a ve c ise martensit yapıdaki tetragonalin örgü parametreleridir. Kristal 1 ve 2'nin ana faza göre dönmelerini belirleyen dönme matrisleri Φ_1 ve Φ_2 ise, her kristale ait saf olmayan bozulmalar aşağıdaki şekilde yazılabilir (Wechsler ve ark., 1953).

$$\mathbf{M}_1 = \Phi_1.\mathbf{B}_1 \text{ ve } \mathbf{M}_2 = \Phi_2.\mathbf{B}_2 \quad (3.6)$$

Böylece Denklem (3.2)'deki toplam bozulma

$$\mathbf{E} = (1-f) \mathbf{\Phi}_1 \cdot \mathbf{B}_1 + f \mathbf{\Phi}_2 \cdot \mathbf{B}_2 \quad (3.7)$$

olarak yeniden yazılabilir. Kristallerin ana faza göre dönmelerini belirleyen $\mathbf{\Phi}_1$ ve $\mathbf{\Phi}_2$ 'yi hesaplamak yerine kristallerin birbirlerine göre katı cisim dönmesini hesaplamak amacımıza ulaşmak için daha uygun olacaktır. Şekil 3.1.'de görüldüğü gibi bir bölgenin diğer bölgeye dönme açısı ϕ , 1 ve 2 bölgelerinin kohorent kristaller olmaları halinde bulunabilir. x-y düzlemi üzerindeki habit düzlemi z eksenini etrafında döndürüldüğünde, Kristal 2'nin Kristal 1'e göre ϕ kadar döndüğü Şekil 3.2.'de gösterilmektedir.



Şekil 3.2. Martensitik faz dönüşümünden sonra iki kristaldeki Bain bozulmaları.

Şekil 3.2.'de görüldüğü gibi 1. bölge için ana bozulmalar $K'L' = \eta_1 a_0$ ve $L'M' = \eta_2 a_0$ 'dır. 2. bölge için ise $K'N' = \eta_1 a_0$ ve $N'M' = \eta_2 a_0$ 'dır. Dönüşümden önce $K'L'$ ve $N'M'$ doğrultuları paralel olduğundan uygun kristallerin oluşması için dönüşüm esnasında meydana gelen katı cisim dönme açısı ϕ 'dir. Şekil 3.2.'den bu dönmeyle ait dönme matrisi

$$\Phi = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

olduğu görülebilir. Şekil 3.2.'den dönme matrisindeki değerler aşağıdaki gibi kolayca bulunabilir:

$$\cos \phi = \sin 2\alpha = \frac{2\eta_1\eta_2}{\eta_1^2 + \eta_2^2} \text{ ve } \sin \phi = \frac{\eta_1^2 - \eta_2^2}{\eta_1^2 + \eta_2^2} \quad (3.9)$$

Ayrıca 1. bölge austenit eksen sistemine göre Φ_1 kadar dönmüş olup, 2. bölge austenit eksen sistemine göre $\Phi_1 \cdot \Phi$ dönmesine uğrar. Böylece $\Phi_2 = \Phi_1 \cdot \Phi$ olur. Bu durumda Denklem (3.7)'deki toplam bozulma matrisi

$$\mathbf{E} = [(1-f) \cdot \mathbf{B}_1 + f \Phi \cdot \mathbf{B}_2] \cdot \Phi_1 \quad (3.10)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (3.10)'da köşeli parantez içindeki terim, kristallerin Bain bozulmalarını ve birbirlerine göre bağıl yönelimlerini göstermektedir. Bu ifadeyi

$$\mathbf{E} = \Phi_1 \cdot \mathbf{F} \quad (3.11)$$

şeklinde ayrı yazabiliriz. Denklem (3.11)'de $\mathbf{F}$ bozulma matrisi şu şekildedir:

$$\mathbf{F} = (1-f) \cdot \mathbf{B}_1 + f \Phi \cdot \mathbf{B}_2 \quad (3.12)$$

Denklem (3.4), (3.8) ve (3.9)'dan $\mathbf{F}$ bozulma matrisi

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \eta_1 \left(1 - \frac{\eta_1^2 - \eta_2^2}{\eta_1^2 + \eta_2^2} f \right) & -\eta_1 \frac{\eta_1^2 - \eta_2^2}{\eta_1^2 + \eta_2^2} f & 0 \\ \eta_2 \frac{\eta_1^2 - \eta_2^2}{\eta_1^2 + \eta_2^2} f & \eta_2 \left(1 + \frac{\eta_1^2 - \eta_2^2}{\eta_1^2 + \eta_2^2} f \right) & 0 \\ 0 & 0 & \eta_1 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

elde edilir. Denklem (3.13)'ten $\mathbf{F}$ matrisinin simetrik olmadığı anlaşılmakta ve bu yüzden austenit yapının martensit yapıya dönüşümü saf olmayan bozulmayla verilebildiği sonucuna varılır. Saf olmayan $\mathbf{F}$ matrisi, dönme matrisi Ψ ve saf bozulma matrisi $\mathbf{F}_s$ 'nin çarpımı şeklinde

$$\mathbf{F} = \mathbf{\Psi} \mathbf{F}_s \quad (3.14)$$

yazılabilir. Ayrıca saf bozulma matrisi $\mathbf{F}_s$, benzerlik dönüşümü kullanılarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\mathbf{F}_s = \mathbf{\Gamma} \mathbf{F}_d \mathbf{\Gamma}^* \quad (3.15)$$

Denklem (3.15)'te $\mathbf{F}_d$, diyagonal formda olup,

$$\mathbf{F}_d = \begin{bmatrix} \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

şeklindedir. Böylece

$$\mathbf{F} = \mathbf{\Psi} \mathbf{\Gamma} \mathbf{F}_d \mathbf{\Gamma}^* \quad (3.17)$$

olur. Toplam bozulma matrisi ise

$$\mathbf{E} = \mathbf{\Phi}_1 \mathbf{F} = \mathbf{\Phi}_1 \mathbf{\Psi} \mathbf{\Gamma} \mathbf{F}_d \mathbf{\Gamma}^* \quad (3.18)$$

olarak elde edilir. Denklem (3.13)'ten, $\mathbf{F}$ matrisinin yapısı bize $\mathbf{\Psi}$ ve $\mathbf{\Gamma}$ dönmelerinin z-ekseni etrafında olduğunu gösterir. Bu durumda z eksen etrafında dönme matrisleri

$$\mathbf{\Psi} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ ve } \mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

olarak yazılır. Burada ψ ve γ her iki duruma ait dönme açılarıdır. Denklem (3.16) ve Denklem (3.19), Denklem (3.17)'de yerine yazılarak $\mathbf{F}$ bozulma matrisi bulunur.

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Denklem (3.13) ve Denklem (3.20)'den $\lambda_1 = \eta_1$ olduğu görülür. Genel olarak herhangi bir bozulma için hacimdeki değişim oranı, bozulma matrisinin determinanı ile verilir. Böylece 1. bölgedeki Kristal 1'e ait hacim değişimi

$$\Delta V_1 = \det \mathbf{M}_1 = \det \mathbf{\Phi}_1 \mathbf{B}_1 = \det \mathbf{\Phi}_1 \det \mathbf{B}_1 \quad (3.21)$$

olur. Yukarıdaki denklemde dönme matrisinin determinanı birdir. Çünkü katı cisim dönmesi hacimde değişme meydana getirmez. Böylece Denklem (3.21)

$$\Delta V_1 = \det \mathbf{B}_1 = \eta_1^2 \eta_2 \quad (3.22)$$

olur. Aynı şekilde 2. bölgedeki Kristal 2 için hacim değişikliği

$$\Delta V_2 = \det \mathbf{M}_2 = \det \mathbf{B}_2 = \eta_1^2 \eta_2 \quad (3.23)$$

eşitliğini sağlar. Aynı hacim değişimi toplam bozulma matrisi için de

$$\Delta V = \det \mathbf{E} = \eta_1^2 \eta_2 \quad (3.24)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (3.24)'te $\Delta V = \det \mathbf{E} = \det \mathbf{\Phi}_1 \det \mathbf{\Psi} \det \mathbf{\Gamma} \det \mathbf{F}_d \det \mathbf{\Gamma}^*$ eşitliğinde, $\det \mathbf{\Phi}_1, \det \mathbf{\Psi}, \det \mathbf{\Gamma}, \det \mathbf{\Gamma}^*$ değerleri 1'e eşit olduğundan,

$$\det \mathbf{F}_d = \eta_1^2 \eta_2 \quad (3.25)$$

olur. Denklem (3.16)'da ki diyagonal matrisin determinantı alınıp, $\lambda_1 = \eta_1$ olduğu hatırlanırsa, $\det \mathbf{F}_d = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \eta_1^2 \eta_2$ eşitliğinden

$$\lambda_2 \lambda_3 = \eta_1 \eta_2 \quad (3.26)$$

olduğu açıkça görülür (Durkaya, 1998). Şimdiye kadar elde edilen denklemler, daha sonra ele alınacak kristalografik parametrelerin belirlenmesinde kullanılacaktır.

3.1.1.1. İkizlenme Yöntemi ile Habit Düzlemi Normalinin Belirlenmesi

Habit düzleminin bulunmasında temel şart, sıfır zorlanmaya sahip düzlemin bulunması ve temel bozulmalardan birinin bir olmasıdır. Yani ana zorlanmalardan biri sıfır ise bu durum sağlanmış olur (Wechsler ve ark., 1953). Öncelikle habit düzlemi üzerine bulunan herhangi bir $\mathbf{r}$ vektörü olduğunu düşünelim. Bu vektör dönüşüm sonunda korunacağından

$$r^2 = r'^2 = |\mathbf{E} \cdot \mathbf{r}|^2 \quad (3.27)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (3.27), Denklem (3.11)'de yazılırsa ve $\mathbf{\Phi}_1^* \mathbf{\Phi}_1 = 1$ olduğu düşünülürse

$$|\mathbf{E} \cdot \mathbf{r}|^2 = |\mathbf{\Phi}_1 \mathbf{F} \cdot \mathbf{r}|^2 = [\mathbf{\Phi}_1 (\mathbf{F} \cdot \mathbf{r})]^2 = \mathbf{r}^* \cdot \mathbf{F}^* \mathbf{\Phi}_1^* \mathbf{\Phi}_1 \mathbf{F} \cdot \mathbf{r} = |\mathbf{F} \cdot \mathbf{r}|^2 = r^2 \quad (3.28)$$

elde edilir. Denklem (3.17)'de $\mathbf{\Gamma}$ dönme matrisi herhangi bir (x_d, y_d, z_d) dik koordinat sistemini z eksen etrafında γ kadar bir dönmeye (x, y, z) eksen sistemine dönüştüren matristir. Burada $\mathbf{\Gamma}$ dönme matrisi (x_d, y_d, z_d) eksen sistemindeki bir $\mathbf{r}_d$ vektörüne $\mathbf{\Gamma}^* \mathbf{\Gamma} = 1$ özelliği kullanılarak $\mathbf{r} = \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{r}_d$ şeklinde uygulanırsa Denklem (3.28)

$$\begin{aligned} [\mathbf{F.r}]^2 &= |\Psi \Gamma \mathbf{F}_d \Gamma^* . \mathbf{r}_d|^2 = [\Psi \Gamma \mathbf{F}_d . \mathbf{r}_d]^2 = \mathbf{r}_d^* \mathbf{F}_d^* \Gamma^* \Psi^* \Psi \Gamma \mathbf{F}_d . \mathbf{r}_d = \mathbf{r}_d^* \mathbf{F}_d^* \mathbf{F}_d . \mathbf{r}_d \\ [\mathbf{F.r}]^2 &= [\mathbf{F}_d . \mathbf{r}_d]^2 = |\mathbf{F}_d . \mathbf{r}_d|^2 = r_d^2 \end{aligned} \quad (3.29)$$

denklemine dönüşür. Denklem (3.29) vektörlerin büyüklükleri koordinat sisteminin seçiminden bağımsız olduğunu gösterir. Denklem (3.16)'da ki diyagonal matris Denklem (3.29)'da bulunan $|\mathbf{F}_d . \mathbf{r}_d|^2 = |r_d|^2$ ifadesinde yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ y_d \\ z_d \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_d \\ y_d \\ z_d \end{bmatrix} \\ \lambda_2^2 x_d^2 + \lambda_3^2 y_d^2 + \lambda_1^2 z_d^2 &= x_d^2 + y_d^2 + z_d^2 \\ (\lambda_2^2 - 1)x_d^2 + (\lambda_3^2 - 1)y_d^2 + (\lambda_1^2 - 1)z_d^2 &= 0 \end{aligned} \quad (3.30)$$

denklemini elde edilir. Denklem (3.30)'da x_d^2 , y_d^2 ve z_d^2 daima pozitif olmalıdır. Bunun için Denklem (3.30)'da eşitliğin sağlanabilmesi için λ 'lardan birinin 1'e eşit olması gereklidir. $\lambda_3 = 1$ olması halinde aşağıdaki düzlem denklemi elde edilir:

$$\frac{\lambda_2^2 - 1}{\lambda_1^2 - 1} = -\frac{z_d^2}{x_d^2} \quad (3.31)$$

Teoremin gerekli şartını sağlamak için, yüzeyin ara kesiti düşünülerek, Denklem (3.30)'da $x_d = 0$, $y_d = 0$ ve $z_d = 0$ düzlemleri dikkate alınır. Bu durum bize her $(\lambda_i^2 - 1)$ 'in diğerlerinden farklı işarete sahip olması gerektiğini gösterir. Bu durumun sağlanabilmesi için $(\lambda_i^2 - 1)$ değerlerinden birinin mutlaka sıfır olması gerektiğini gösterir. $(\lambda_i^2 - 1)$ değerlerinden birinin sıfır olabilmesi için λ_i^2 değerlerinden birinin 1'e eşit olması gereklidir. Daha önce $\lambda_1 = \eta_1$ ve Denklem (3.26)'da $\lambda_2 \lambda_3 = \eta_1 \eta_2$ olduğu bulunmuştu. Burada da $\lambda_3 = 1$ alınırsa $\lambda_1 = \eta_1$ ve $\lambda_2 = \eta_1 \eta_2$ olur. (Eğer $\lambda_3 = 1$ yerine $\lambda_2 = 1$ alınırsa, habit düzlemi için kristalografik eşdeğeri olan sonuç bulunur.) Böylece Denklem (3.16)'daki diyagonal matris

$$\mathbf{F}_d = \begin{bmatrix} \eta_1 \eta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_1 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

olur. Böylece Denklem (3.31)'den (x_d, y_d, z_d) vektörlerinin

$$\frac{z_d}{x_d} = -K \quad (3.33)$$

olduğu açıkça görülür. Burada

$$K = \sqrt{\frac{1 - \eta_1^2 \eta_2^2}{\eta_1^2 - 1}} \quad (3.34)$$

şeklindedir. Denklem (3.33)'te karekök dışına çıkan ifadenin pozitif veya negatif olması fark etmez. Bulunan her iki sonuç habit düzleminin kristalografik eşdeğeridir. Habit düzleminde $(x_1, 0, -Kx_1)$ ve $(x_2, y_2, -Kx_2)$ şeklinde iki vektörün vektörel çarpımı ile habit düzlemi normalinin doğrultusu bulunabilir. Bozulmanın ana eksenleri (x_d, y_d, z_d) eksen sistemi boyunca bir düzendedir. Habit düzlemi normali

$$\mathbf{n}_d = \frac{1}{\sqrt{1 + K^2}} \begin{bmatrix} K \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

şeklinde verilir. Γ dönmesi (x_d, y_d, z_d) koordinat sisteminde verilen habit düzlemini, austenit eksen sistemine aşağıda yazılan denklem şeklinde dönüştürür:

$$\mathbf{n} = \Gamma \cdot \mathbf{n}_d \quad (3.36)$$

Burada $\mathbf{n}$, austenit sistemde habit düzleminin normalidir. Bu nedenle habit düzleminin belirlenebilmesi için Γ dönme matrisinin hesaplanması gerekir. Bu amaçla ikizlenmenin arakesiti üzerindeki doğru için bir ifade türetilerek, habit düzlemi elde edilecektir. Bozulmaların özelliğinden 1. ve 2. bölgelerde dönüşüm sonucu kohorent kristallerin oluşması gerekir. Bu da bize austenit yapıda (110) düzleminde bulunan vektörlerin, dönüşümden sonra ikizlenmiş 1 ve 2 bölgelerinin ara kesiti olan ikizlenme düzleminde kalması gerektiğini gösterir. Yani dönüşüm sonucu habit düzlemi ile ikizlenme düzleminin ara kesitinde bulunan bir vektörü, austenit faza göre ifade edebiliriz. Austenit eksen sistemine göre (110) düzleminde $\mathbf{d}$ vektörü aşağıdaki şekildedir. Normalize edilmiş hali ise 1'e eşittir.

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} b \\ -b \\ a \end{bmatrix} \text{ ve } a^2 + 2b^2 = 1 \quad (3.37)$$

Benzer şekilde austenit fazda eşdeğer habit düzlemi olarak $(\bar{1}\bar{1}0)$ düzlemi seçildiğinde, dönüşüm sonucu ikizlenme düzlemi ve habit düzleminin arakesitindeki yeni $\mathbf{d}$ vektörünün bileşenlerinin (b, b, a) olacağı kolayca görülebilir. Bu çözüm ile elde edilecek habit düzlemi de kristalografik olarak birbirine eşdeğerdir. İkizlenme düzlemi içinde bulunan $\mathbf{d}$ vektörü, Kristal 1'i oluşturan $\mathbf{M}_1$ bozulması ve Kristal 2'yi oluşturan $\mathbf{M}_2$ bozulması sonucunda aynı büyüklükteki $\mathbf{d}'$ vektörüne dönüşür. Denklem (3.6)'da 1. bölgeye uygulanan $\mathbf{M}_1$ bozulması, herhangi bir $\mathbf{d}$ vektörüne uygulandığı zaman, bozulma sonucunda büyüklüğü değişmeden kalarak $\mathbf{d}'$ vektörüne dönüşür. Bu nedenle

$$\begin{aligned}
\mathbf{d}' &= \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{d} = \Phi_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{d} \\
\mathbf{d}'^2 &= (\Phi_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{d})^2 = [\Phi_1 (\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{d})]^2 = (\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{d})^* \Phi_1^* \Phi_1 (\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{d}) \\
\mathbf{d}'^2 &= (\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{d})^2
\end{aligned} \tag{3.38}$$

olur. Denklem (3.4) ve Denklem (3.37)'den

$$\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{d} = \begin{bmatrix} \eta_1 b \\ -\eta_2 b \\ \eta_1 a \end{bmatrix} \tag{3.39}$$

bulunur. Denklem (3.39), Denklem (3.38)'de yerine yazılırsa,

$$\mathbf{d}'^2 = \eta_1^2 b^2 + \eta_2^2 b^2 + \eta_1^2 a^2 \tag{3.40}$$

elde edilir. $\mathbf{d}'$ vektörü aynı zamanda habit düzleminde bulunduğundan büyüklüğünün değişmeden kalması gereklidir. Yani

$$\begin{aligned}
d'^2 &= d^2 \\
\eta_1^2 b^2 + \eta_2^2 b^2 + \eta_1^2 a^2 &= 2b^2 + a^2
\end{aligned} \tag{3.41}$$

olmalıdır. Denklem (3.41) ve $a^2 + 2b^2 = 1$ normalize durumu düşünülürse η_1 ve η_2 cinsinden a ve b değerleri

$$a = \sqrt{\frac{2 - \eta_1^2 - \eta_2^2}{\eta_1^2 - \eta_2^2}} \text{ ve } b = \sqrt{\frac{\eta_1^2 - 1}{\eta_1^2 - \eta_2^2}} \tag{3.42}$$

olur. Denklem (3.42), Denklem (3.37)'de yerine yazılırsa,

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{\eta_1^2 - 1}{\eta_1^2 - \eta_2^2}} \\ -\sqrt{\frac{\eta_1^2 - 1}{\eta_1^2 - \eta_2^2}} \\ \sqrt{\frac{2 - \eta_1^2 - \eta_2^2}{\eta_1^2 - \eta_2^2}} \end{bmatrix} \tag{3.43}$$

şeklinde bulunur. Habit düzlemi üzerindeki $\mathbf{d}$ vektörü, toplam bozulma $\mathbf{E}$ sonucunda $\mathbf{d}'$ vektörüne dönüşecek ve büyüklüğü değişmeden kalacaktır. Yani $\mathbf{d}' = \mathbf{E} \cdot \mathbf{d}$ olmak üzere $d'^2 = d^2$ olur. Denklem (3.18)'de $\mathbf{E} = \Phi_1 \Psi \Gamma \mathbf{F}_d \Gamma^*$ eşitliğinden

$$\begin{aligned}
(\mathbf{E} \cdot \mathbf{d})^2 &= (\Phi_1 \Psi \Gamma \mathbf{F}_d \Gamma^* \cdot \mathbf{d})^2 = \mathbf{d}^* \cdot \Gamma \mathbf{F}_d^* \Gamma^* \Psi^* \Phi_1^* \Phi_1 \Psi \Gamma \mathbf{F}_d \Gamma^* \cdot \mathbf{d} \\
&= \mathbf{d}^* \cdot \Gamma \mathbf{F}_d^2 \Gamma^* \cdot \mathbf{d} = d^2
\end{aligned} \tag{3.44}$$

bulunur. Denklem (3.32), Denklem(3.43) ve Denklem(3.44)’ten

$$\begin{bmatrix} \sqrt{\frac{\eta_1^2 - 1}{\eta_1^2 - \eta_2^2}} \\ -\sqrt{\frac{\eta_1^2 - 1}{\eta_1^2 - \eta_2^2}} \\ \sqrt{\frac{2 - \eta_1^2 - \eta_2^2}{\eta_1^2 - \eta_2^2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1^2 \eta_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{\eta_1^2 - 1}{\eta_1^2 - \eta_2^2}} \\ -\sqrt{\frac{\eta_1^2 - 1}{\eta_1^2 - \eta_2^2}} \\ \sqrt{\frac{2 - \eta_1^2 - \eta_2^2}{\eta_1^2 - \eta_2^2}} \end{bmatrix} = 1 \quad (3.45)$$

elde edilir. Matrislerin çarpımı sonucunda

$$(2 \sin \gamma \cos \gamma) \frac{(\eta_1^2 - 1)(1 - \eta_1^2 \eta_2^2)}{(\eta_1^2 - \eta_2^2)} + \frac{(\eta_1^2 - 1)(1 + \eta_1^2 \eta_2^2)}{(\eta_1^2 - \eta_2^2)} + \frac{\eta_1^2 (2 - \eta_1^2 - \eta_2^2)}{(\eta_1^2 - \eta_2^2)} = 1 \quad (3.46)$$

bulunur.

$A = 2 \sin \gamma \cos \gamma$ olmak üzere $A = \frac{(\eta_1^2 - 1)(1 - \eta_2^2)}{(1 - \eta_1^2 \eta_2^2)}$ şeklinde yazılabilir. Böylece Γ dönme matrisinin elemanları aşağıdaki gibi A ’ya bağlı olarak bulunur.

$$\cos^2 \gamma = \frac{1}{2} (1 + \sqrt{1 - A^2}) \text{ ve } \sin^2 \gamma = \frac{1}{2} (1 - \sqrt{1 - A^2}) \quad (3.47)$$

Böylece Denklem (3.36)’dan habit düzleminin normali

$$\mathbf{n} = \Gamma \cdot \mathbf{n}_d = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1 + K^2}} \begin{bmatrix} K \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 + K^2}} \begin{bmatrix} K \cos \gamma \\ K \sin \gamma \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

olarak verilir. Habit düzlemi normalinin doğrultu kosinüsleri h, k, l sütun matrisi

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} k \\ h \\ l \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

olmak üzere, η_1 ve η_2 değerlerinin yerine yazılmasıyla elde edilir. Burada

$$h = \frac{1}{2\eta_1} \left\{ \sqrt{\frac{\eta_1^2 + \eta_2^2 - 2\eta_1^2\eta_2^2}{1 - \eta_2^2}} - \sqrt{\frac{2 - \eta_1^2 - \eta_2^2}{1 - \eta_2^2}} \right\} \quad (3.50)$$

$$k = \frac{1}{2\eta_1} \left\{ \sqrt{\frac{\eta_1^2 + \eta_2^2 - 2\eta_1^2\eta_2^2}{1 - \eta_2^2}} + \sqrt{\frac{2 - \eta_1^2 - \eta_2^2}{1 - \eta_2^2}} \right\} \quad (3.51)$$

$$l = \frac{1}{\eta_1} \sqrt{\frac{\eta_1^2 - 1}{1 - \eta_2^2}} \quad (3.52)$$

şeklinde dir. Denklem (3.49)-(3.51)'den ikizlenme yöntemi ile martensit yapıdaki sıfır net bozulmalı bir düzlem olarak tanımlanan habit düzlemi, austenit ve martensit yapının örgü parametreleri cinsinden hesaplanmış olur.

3.1.1.2. İkizlenme Oranının Belirlenmesi

İkizlenme oranının belirlenmesi martensitik faz dönüşümünün kristalografik özellikleri ve matrislerin genel özellikleri kullanılarak hesaplanabilir. İkizlenme oranı f nin belirli değerlerinde habit düzlemi sıfır bozulma değerine sahip olur. Denklem (3.13)'te bulunan $\mathbf{F}$ matrisi simetrik değildi. Ψ dönme matrisi ile $\mathbf{F}_s$ matrisinin çarpımı $\mathbf{F}$ matrisine eşittir. Yani $\mathbf{F} = \Psi \mathbf{F}_s$ 'dir. Denklem (3.15), Denklem (3.32) dikkate alınarak yeniden yazılırsa,

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_s = \Gamma \mathbf{F}_d \Gamma^* &= \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \eta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \eta_1 \eta_2 \cos^2 \gamma + \sin^2 \gamma & -\sin \gamma \cos(1 - \eta_1 \eta_2) & 0 \\ -\sin \gamma \cos(1 - \eta_1 \eta_2) & \eta_1 \eta_2 \sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma & 0 \\ 0 & 0 & \eta_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.53)$$

simetrik saf bozulma matrisi $\mathbf{F}_s$ elde edilir. Denklem (3.19)'da Ψ dönme matrisi, Denklem (3.15)'te $\mathbf{F}$ matrisi ve Denklem (3.53)'te $\mathbf{F}_s$, $\mathbf{F} = \Psi \mathbf{F}_s$ denkleminde yerine yazılırsa,

$$\cos \gamma = \frac{\eta_1 + \eta_2}{1 + \eta_1 \eta_2} \left(1 - \frac{(\eta_1 - \eta_2)^2}{\eta_1^2 + \eta_2^2} f \right) \text{ ve } \sin \gamma = \frac{\eta_1 + \eta_2}{1 + \eta_1 \eta_2} \frac{\eta_1^2 - \eta_2^2}{\eta_1^2 + \eta_2^2} f \quad (3.54)$$

sonuçları bulunur. $\cos^2 \gamma + \sin^2 \gamma = 1$ eşitliğinden yararlanarak ikizlenme oranı f bulunur.

$$f = \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2} \frac{(1 - \eta_1^2 \eta_2^2)}{\eta_1^2 - \eta_2^2} \sqrt{1 - A^2} \quad (3.55)$$

Denklem (3.55)'ten ikizlenme oranının iki farklı değeri bulunur. İkizlenme oranının bu iki farklı değerleri hesaplamalarda kullanıldığında elde edilen sonuçlar kristalografik eşdeğer çözümler vermektedir (Durkaya, 1998; Wechsler ve ark., 1953).

3.1.1.3. Ortalama Kesmenin Doğrultusu ve Büyüklüğünün Hesaplanması

Martensitik faz dönüşümü sonucunda değişmeden kalan düzlemin habit düzlemi olduğu önceki kesimlerde vurgulanmıştı. Habit düzlemi üzerindeki vektörlerin dönüşüm boyunca büyüklüklerinin değişmemesi gereklidir. Bu da habit düzlemine dik doğrultudaki uzamanın oluşturduğu hacim artışına ek olarak, habit düzleminde basit bir kesmenin meydana gelmesine neden olur. Bu uzamanın nedeni hareketin doğrultusu bozulmamış düzlem yönünde olmamasıdır. Böylece (x_0, y_0, z_0) koordinat sistemine göre x_0 yönündeki kesmeyi ve z_0 habit düzlemi normalini göstermek üzere toplam bozulma matrisi

$$\mathbf{E}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -S \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 \lambda_2 \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

formunda alınır (Wechsler ve ark., 1953). Denklem (3.56)'daki S , Şekil 3.3'te görüldüğü gibi habit düzlemi üzerinde S'' nün izdüşümüdür. $\lambda_1 \lambda_2$ ise dönüşüm sonucundaki hacim değişimidir. $\mathbf{E}_0$ matrisi, benzer bir dönüşüm ile $\mathbf{E}'$ 'ye dönüşür.

Şekil 3.3.'te görüldüğü gibi martensitik faz dönüşümünden önce habit düzleminin normali $\mathbf{n}_0$ olup $\overrightarrow{AB}$ ile gösterilmiştir. Dönüşümden sonra habit düzleminin normali $\mathbf{n}'_0$ 'ne dönüşür. Dönüşümden sonra B noktası B' noktasına, S'' büyüklüğü kadar yer değiştirecektir. Şekil 3.3.'ten Denklem (3.56)'daki S değeri kolayca bulunur. $\mathbf{n}'_0 = \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{n}_0$ olmak üzere, Şekil 3.3.'ten

$$|\mathbf{n}'_0|^2 = (\lambda_1 \lambda_2)^2 + S^2 \quad (3.57)$$

yazılabilir. Dönüşüm öncesi ve sonrası habit düzleminin birim normal vektörünün değişmemesi göz önünde bulundurulursa,

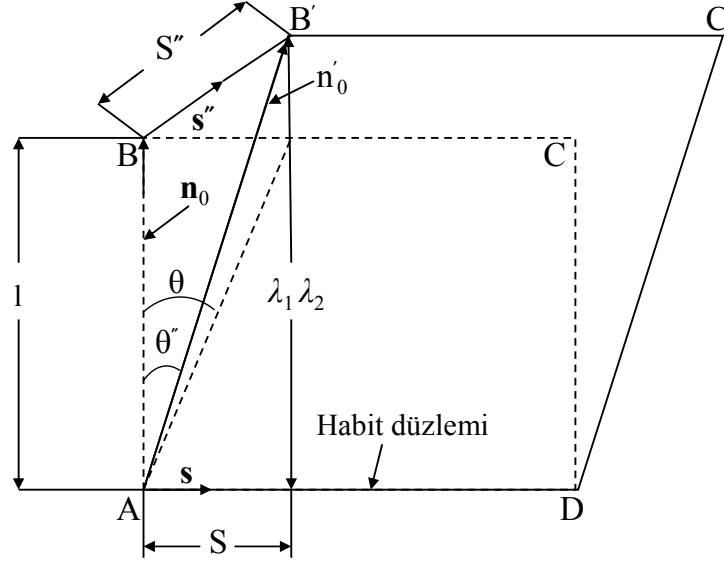
$$|\mathbf{n}'_0|^2 = |\mathbf{n}'|^2 = |\mathbf{E} \cdot \mathbf{n}|^2 \quad (3.58)$$

olur. Denklem (3.18), Denklem (3.58)'de kullanılırsa

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{n} = \Phi_1 \Psi \Gamma \mathbf{F}_d \Gamma^* \cdot \mathbf{n}$$

$$\begin{aligned}
|\mathbf{E} \cdot \mathbf{n}|^2 &= \mathbf{n}^* \cdot \Gamma \mathbf{F}_d^* \Gamma^* \Psi^* \Phi_1^* \Phi_1 \Psi \Gamma \mathbf{F}_d \Gamma^* \cdot \mathbf{n} = \mathbf{n}^* \cdot \Gamma \mathbf{F}_d^* \mathbf{F}_d \Gamma^* \cdot \mathbf{n} \\
&= (\Gamma^* \cdot \mathbf{n})^* \cdot \mathbf{F}_d^* \mathbf{F}_d (\Gamma \cdot \mathbf{n}) = \mathbf{n}_d^* \cdot \mathbf{F}_d^* \mathbf{F}_d \cdot \mathbf{n}_d = (\mathbf{F}_d \cdot \mathbf{n}_d)^2 \\
|\mathbf{n}'_0|^2 &= |\mathbf{F}_d \cdot \mathbf{n}_d|^2
\end{aligned} \tag{3.59}$$

bulunur.



Şekil 3.3. Habit düzlemi üzerindeki basit bir kesmenin gösterimi. ABCD, AB'C'D ye dönüşür.

Denklem (3.32) ve Denklem (3.35)'ten habit düzlemine uygulanan kesme sonucunda bu düzlemin normalinin büyüklüğü elde edilir:

$$|\mathbf{n}'_0|^2 = \frac{1}{1+K^2} (\lambda_1^2 + K^2 \lambda_2^2) \tag{3.60}$$

Denklem (3.60)'ta $K = \sqrt{\frac{1-\lambda_2^2}{\lambda_1^2-1}}$ şeklindedir. Denklem (3.60), Denklem (3.57)'de yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
\frac{1}{1+K^2} (\lambda_1^2 + K^2 \lambda_2^2) &= (\lambda_1 \lambda_2)^2 + S^2 \\
S &= \sqrt{(\lambda_1^2 - 1)(1 - \lambda_2^2)}
\end{aligned} \tag{3.61}$$

elde edilir. Kesme zorunun doğrultusu $\mathbf{s}$, (x_d, y_d, z_d) koordinat sisteminde tanımlanan saf bozulma $\mathbf{F}_d$ ve habit düzlemi normali $\mathbf{n}_d$ kullanılarak hesaplanabilir. $\mathbf{F}_d$ 'nin bileşenlerinden, y_d yönündeki bir doğrunun saf bozulma sonucunda değişmeden kaldığı görülür. Bundan

dolayı y_d eksen, dönüşüm boyunca ortaya çıkan kesme doğrultusuna dik olmalıdır. Böylece (x_d, y_d, z_d) koordinat sisteminde kesme doğrultusu,

$$\mathbf{s}_d = \mathbf{n}_d \times \mathbf{y}_d = \frac{1}{\sqrt{1+K^2}} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ K \end{pmatrix} \quad (3.62)$$

şeklinde yazılır. Austenit eksen sistemine göre $\mathbf{s}$ kesme doğrultusu ise aşağıdaki gibi verilir.

$$\mathbf{s} = \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{s}_d = \frac{1}{\sqrt{1+K^2}} \begin{pmatrix} -\cos \gamma \\ -\sin \gamma \\ K \end{pmatrix} \quad (3.63)$$

Şekil 3.3.'ten görüldüğü gibi kesme açısı $\tan \theta = S$ şeklindedir. Şekil 3.3. ile Denklem (3.61) ve Denklem (3.63)'ten

$$S'' = \sqrt{S^2 + (\lambda_1 \lambda_2 - 1)^2} = \lambda_1 - \lambda_2 \quad (3.64)$$

$$\mathbf{s}'' = \frac{1}{S''} [S\mathbf{s} + (\lambda_1 \lambda_2 - 1)\mathbf{n}] \quad (3.65)$$

bulunur. Denklem (3.65)'te $\mathbf{s}''$ normalize edilirse,

$$\mathbf{s}'' = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} -[S - K(\lambda_1 \lambda_2 - 1)] \cos \gamma \\ -[S - K(\lambda_1 \lambda_2 - 1)] \sin \gamma \\ (\lambda_1 \lambda_2 - 1) + SK \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

elde edilir. Denklem (3.66)'da $N = \sqrt{\frac{(\lambda_1 - \lambda_2)^2 (\lambda_1^2 - \lambda_2^2)}{(\lambda_1^2 - 1)}}$ şeklindedir. Aynı zamanda yer değiştirme açısı ise,

$$\tan \theta'' = \frac{S}{\lambda_1 \lambda_2} = \frac{\sqrt{(\lambda_1^2 - 1)(1 - \lambda_2^2)}}{\lambda_1 \lambda_2} \quad (3.67)$$

şeklinde bulunur (Durkaya, 1998; Wechsler ve ark., 1953).

3.1.1.4. İkizlenme Yöntemi ile Yönelim Bağıntılarının Hesaplanması

İkizlenme ile oluşan martensitik faz dönüşümünde, Kristal 1 ve Kristal 2, ayrı ayrı bozulmaya uğradığından, austenit ve martensit yapının her biri arasında yönelim bağıntıları bulunur. Yani,

$$\mathbf{M}_1 = \Phi_1 \mathbf{B}_1 \quad (3.68)$$

ve

$$\mathbf{M}_2 = \Phi_2 \mathbf{B}_2 = \Phi_1 \Phi \mathbf{B}_2 \quad (3.69)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (3.68) ve Denklem (3.69)'da görüldüğü gibi, Φ_1 dönme matrisi henüz hesaplanmamıştır. Bu dönme matrisini hesaplamak için habit düzlemi üzerinde bir $\mathbf{v}$ vektörü seçelim. Toplam bozulma matrisinin bu vektöre uygulanması ile bu vektörün değişmemesi gereklidir. Yani

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{v} = \Phi_1 \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{v} \text{ veya } \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = \Phi_1^* \cdot \mathbf{v} \quad (3.70)$$

olmalıdır. Kristal 1'in austenit eksen sistemine göre Φ_1 yönelimini bulmak için, habit düzlemi üzerinde bulunan üç vektörün belirlenmesi gereklidir. Bu üç vektör, (x, y, z) austenit eksen sisteminin birim vektörleri ile habit düzlemi normalinin vektörel çarpımı ile elde edilir. Elde edilen üç vektör aşağıdaki gibi bulunur.

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} k \\ h \\ l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -l \\ h \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} k \\ h \\ l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l \\ 0 \\ -k \end{bmatrix} \text{ ve } \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} k \\ h \\ l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h \\ k \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

Denklem (3.71), Denklem (3.70)'te yerine yazılırsa, Φ_1 dönme matrisi için altısı birbirinden bağımsız, dokuz denklem elde edilir. Bu denklemlerle Φ_1 dönme matrisi bulunamaz. Ancak aşağıda yalnız bir örneği yazılan normalizasyon şartları yardımıyla, Φ_1 dönme matrisinin elemanları bulunur.

$$(\Phi_1)_{11}^2 + (\Phi_1)_{12}^2 + (\Phi_1)_{13}^2 = 1 \quad (3.72)$$

Φ_1 dönme matrisi, Denklem (3.68) ve Denklem (3.69)'da yerine yazılarak, Kristal 1 ve Kristal 2'ye ait $\mathbf{M}_1$ ve $\mathbf{M}_2$ bozulma matrisleri bulunur. Her bir kristal için, austenit eksen sisteminde uygun kenar ve yüzey doğrultularına $\mathbf{M}_1$ ve $\mathbf{M}_2$ bozulma matrisleri uygulanarak yönelim bağıntıları hesaplanabilir (Durkaya, 1998; Wechsler ve ark., 1953).

3.1.2. FD Teorisinde Kayma Yöntemi ile Martensitik Dönüşümün Kristalografisi

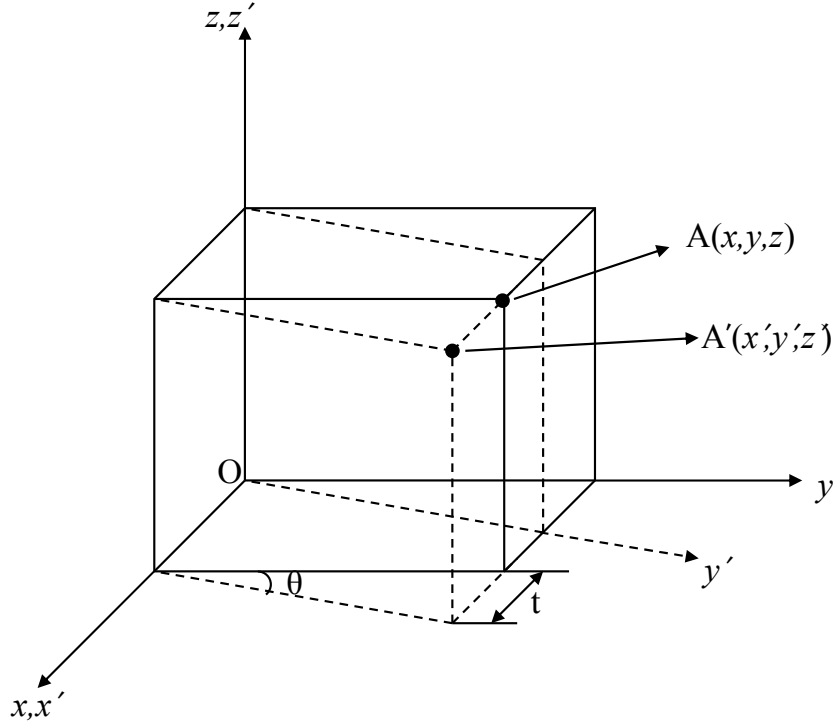
Kayma yöntemi ile martensitik faz dönüşümünün kristalografisi fenomenolojik teorilerden biri olan WLR teorisi ile incelenecektir. Burada kübikten ortorombik yapıya dönüşüm düşünülerek hesaplamalar yapılacaktır. WLR teorisine göre martensitik faz dönüşümüyle ortaya çıkan toplam şekil deformasyonu

$$\mathbf{E} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{P} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{F} \quad (3.73)$$

şeklinde verilir. Burada $\mathbf{R}$ katı cisim dönmesi, $\mathbf{B}$ Bain zorlanması ve $\mathbf{P}$ ise örgüyü değiştirmeyen kesme (LIS) matrisidir. Bu modelde (110) düzlemindeki kesme sistemi ele alınacaktır. Kübik austenit yapıdan ortorombik martensit yapıya dönüşüm için Bain zorlanması

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \eta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_3 \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

şeklindedir. $\mathbf{P}$ matrisini elde etmek için Şekil 3.4.'ten yararlanabiliriz.



Şekil 3.4. Martensitik faz dönüşümünde (110) düzlemine uygulanan basit kesme ile birim hücrenin bozulması. A noktası, basit kesme ile A' noktasına dönüşür.

Kesme miktarı m olmak üzere Şekil 3.4.'ten

$$\tan \theta = m = \frac{t}{y} \Rightarrow t = m \cdot y \quad (3.75)$$

bulunur. Ayrıca (x, y, z) vektörlerinin bileşenleri

$$\begin{aligned} x &= x' + my' \\ y &= y' \\ z &= z' \end{aligned} \quad (3.76)$$

olarak elde edilir. Böylece Denklem (3.76)

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & m & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (3.77), herhangi bir $\mathbf{r}$ vektörünün basit bir kesme ile $\mathbf{r}'$ vektörüne dönüşeceğini ifade eder. Denklem (3.77)'den örgüyü değiştirmeyen kesme

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & m & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

matris formunda yazılır. Böylece Denklem (3.74) ve Denklem (3.78)'den $\mathbf{F}$ matrisi

$$\mathbf{F} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \eta_1 & m\eta_1 & 0 \\ 0 & \eta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_3 \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

elde edilir. Düzlemi dönüştürmeyen dönüşüm şartı; $\mathbf{F}^*$, $\mathbf{F}$ matrisinin transpozesi, $\mathbf{G} = \mathbf{F}^* \mathbf{F}$ ve $\mathbf{I}$ birim matris olmak üzere

$$\det(\mathbf{G} - \mathbf{I}) = 0 \quad (3.80)$$

şeklindedir. Burada

$$\mathbf{G} = \mathbf{F}^* \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \eta_1^2 & \eta_1^2 m^2 & 0 \\ \eta_1^2 m^2 & \eta_1^2 m^2 + \eta_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_3^2 \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

şeklindedir. Denklem (3.81), Denklem (3.80)'de yerine yazılırsa kesme miktarı

$$m = \mp \frac{\sqrt{(\eta_1^2 - 1)(\eta_2^2 - 1)}}{\eta_1} \quad (3.82)$$

olarak bulunur. Denklem (3.82)'den elde edilen m 'nin iki değeri kristalografik olarak eşdeğerdir.

3.1.2.1. Kayma Yöntemi ile Habit Düzlemi Normalinin Belirlenmesi

Denklem (3.14) ve Denklem (3.15), $\mathbf{G} = \mathbf{F}^* \mathbf{F}$ simetrik matris eşitliğinde yazılırsa,

$$\mathbf{G} = \mathbf{F}^* \mathbf{F} = \mathbf{F}_s^* \Psi^* \Psi \mathbf{F}_s = \Gamma \mathbf{F}_d^* \Gamma^* \Psi^* \Psi \Gamma \mathbf{F}_d \Gamma^* = \Gamma \mathbf{F}_d^2 \Gamma^* = \mathbf{F}_s^2 \quad (3.83)$$

elde edilir. Denklem (3.83)'ten görüldüğü gibi $\mathbf{F}_s$ simetrik matrisinin özdeğerleri, $\mathbf{F}^*\mathbf{F}$ çarpım matrisinin özdeğerlerinin kareköküne eşittir. Simetrik $\mathbf{G}$ matrisinin özdeğerleri,

$$\det(\mathbf{G} - \lambda^2 \mathbf{I}) = 0 \quad (3.84)$$

uygun karakteristik denklemin çözümüyle elde edilir. Denklem (3.84)'ten λ^2 özdeğerleri için

$$(\lambda^2)^3 - T(\lambda^2)^2 + Q(\lambda^2) - D = 0 \quad (3.85)$$

bağıntısı yazılabilir. Burada T, Q ve D ise $\mathbf{G}$ matrisinin skaler nicelikleri olmak üzere,

$$\begin{aligned} T &= \text{iz}(\mathbf{G}) = \eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2 + (\eta_1^2 - 1)(\eta_2^2 - 1) = \eta_1^2 \eta_2^2 + \eta_3^2 + 1 \\ Q &= \sum (\mathbf{G}_{ii} \mathbf{G}_{jj} - \mathbf{G}_{ij} \mathbf{G}_{ji}) = \eta_1^2 \eta_2^2 \eta_3^2 + \eta_1^2 \eta_2^2 + \eta_3^2 \\ D &= \det(\mathbf{G}) = \eta_1^2 \eta_2^2 \eta_3^2 \end{aligned} \quad (3.86)$$

şeklinde bulunur (Wayman, 1964). Simetrik $\mathbf{G}$ matrisinin λ^2 özdeğerine karşılık gelen $\mathbf{r}$ vektörü için özdeğer denklemi

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{r} = \lambda^2 \mathbf{r} \quad (3.87)$$

şeklindedir. Denklem (3.85)'in çözümünde λ^2 'nin üç kökünün olması gereklidir. λ^2 özdeğerleri temel zorlanmalardır. Yani, Denklem (3.77)'de sözü edilen $\mathbf{r}$ vektörüne paralel olan bir vektörün boyunun $\mathbf{G}$ matrisine etkisinden sonraki boyuna oranı λ^2 temel zorlanmasıdır. Bozulmamış bir yerleşme düzlemi üzerindeki uzaklıkların değişmediği bir düzlem için λ^2 'nin üç kökünden birinin 1'e eşit olması gereklidir. Denklem (3.85)'te karakteristik denklemin çözümünden biri olan $\lambda^2 = 1$ değeri yerine yazılırsa,

$$(\lambda^2)^2 + (1 - T)(\lambda^2) + D = 0 \quad (3.88)$$

elde edilir (Wayman, 1964). Denklem (3.88)'de

$$\lambda^2 = \frac{1}{2} \left\{ (T - 1) \mp \sqrt{(T - 1)^2 - 4D} \right\} \quad (3.89)$$

bulunur. Denklem (3.89)'da, Denklem (3.86)'daki nicelikler yerine yazılırsa λ^2 özdeğerlerinin çözümleri

$$\begin{aligned} \lambda_1^2 &= 1 \\ \lambda_2^2 &= \eta_3^2 \\ \lambda_3^2 &= \eta_1^2 \eta_2^2 \end{aligned} \quad (3.90)$$

olarak elde edilir. Denklem (3.90)'dan diyagonal matris

$$\mathbf{F}_d = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_3 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_1 \eta_2 \end{bmatrix} \quad (3.91)$$

elde edilir. Şimdi de $\mathbf{\Gamma}$ dönme matrisini

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{bmatrix} \quad (3.92)$$

olduğunu kabul ederek, Denklem (3.90)'daki özdeğerler ile Denklem (3.81), Denklem (3.87)'de kullanılarak $\mathbf{r} = (z, x, y)$ vektörü için bulalım:

$$\begin{aligned} \lambda_1^2 &= 1 \text{ için} \\ y_1 &= 0 \text{ ve } x_1^2 + z_1^2 = 1 \\ \eta_1^2 z_1 + \eta_1 \sqrt{(\eta_1^2 - 1)(\eta_2^2 - 1)} x_1 &= \lambda_1^2 z_1 = z_1 \\ x_1 &= \frac{\sqrt{\eta_1^2 - 1}}{\sqrt{\eta_1^2 \eta_2^2 - 1}}, y_1 = 0 \text{ ve } z_1 = \frac{\eta_1 \sqrt{\eta_2^2 - 1}}{\sqrt{\eta_1^2 \eta_2^2 - 1}} \end{aligned} \quad (3.93)$$

$$\begin{aligned} \lambda_2^2 &= \eta_3^2 \text{ için} \\ x_2 &= 0, y_2 = 1 \text{ ve } z_2 = 0 \end{aligned} \quad (3.94)$$

$$\begin{aligned} \lambda_3^2 &= \eta_1^2 \eta_2^2 \text{ için} \\ y_3 &= 0 \text{ ve } x_3^2 + z_3^2 = 1 \\ \eta_1 \sqrt{(\eta_1^2 - 1)(\eta_2^2 - 1)} z_3 + (\eta_1^2 \eta_2^2 - \eta_1^2 + 1) x_3 &= \lambda_3^2 x_3 = \eta_1^2 \eta_2^2 x_3 \\ x_3 &= \mp \frac{\eta_1 \sqrt{\eta_2^2 - 1}}{\sqrt{\eta_1^2 \eta_2^2 - 1}}, y_3 = 0 \text{ ve } z_3 = \frac{\sqrt{\eta_1^2 - 1}}{\sqrt{\eta_1^2 \eta_2^2 - 1}} \end{aligned} \quad (3.95)$$

Denklem (3.93), Denklem (3.94) ve Denklem (3.95), Denklem (3.92)'de yerine yazılırsa

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{\eta_1^2 - 1}}{\sqrt{\eta_1^2 \eta_2^2 - 1}} & 0 & \frac{\eta_1 \sqrt{\eta_2^2 - 1}}{\sqrt{\eta_1^2 \eta_2^2 - 1}} \\ 0 & 1 & 0 \\ \mp \frac{\eta_1 \sqrt{\eta_2^2 - 1}}{\sqrt{\eta_1^2 \eta_2^2 - 1}} & 0 & \frac{\sqrt{\eta_1^2 - 1}}{\sqrt{\eta_1^2 \eta_2^2 - 1}} \end{bmatrix} \quad (3.96)$$

dönme matrisi elde edilir. İkizlenme yöntemi ile yapılan çözümde, Denklem (3.29)'dan yararlanarak, Denklem (3.91) kullanılırsa,

$$\frac{y_d^2}{z_d^2} = \frac{1 - \lambda_3^2}{\lambda_2^2 - 1} = K^2 \text{ ve } K = \sqrt{\frac{1 - \eta_1^2 \eta_2^2}{\eta_3^2 - 1}} \quad (3.97)$$

elde edilir. Bu K değerini sağlayan (x_d, y_d, z_d) vektörü, sıfır zorlanmalı düzleme (habit düzlemine) karşılık gelir. Habit düzleminde uzanan $(0, -Kx_1, x_1)$ ve $(y_2, -Kx_2, x_2)$ şeklinde iki vektörün vektörel çarpımı ile habit düzlemi normalinin doğrultusu $[0, x_1 y_2, Kx_1 y_2]$ şeklinde bulunabilir. Böylece (x_d, y_d, z_d) eksen sisteminde habit düzlemi normali

$$\mathbf{n}_d = \frac{1}{\sqrt{1 + K^2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ K \end{bmatrix} \quad (3.98)$$

şeklinde verilir. Denklem (3.98) ve Denklem (3.96), Denklem (3.36)'da verilen habit düzlemi denkleminde yerine yazılırsa,

$$\mathbf{n} = \mathbf{\Gamma} \mathbf{n}_d = \frac{1}{\sqrt{\eta_1^2 \eta_2^2 - \eta_3^2}} \begin{bmatrix} \eta_1 \sqrt{\eta_2^2 - 1} \\ \sqrt{1 - \eta_3^2} \\ \sqrt{\eta_1^2 - 1} \end{bmatrix} \quad (3.99)$$

elde edilir.

3.1.2.2. Ortalama Kesmenin Doğrultusu ve Büyüklüğünün Hesaplanması

Kayma yöntemi ile kesme doğrultusu ve büyüklüğü hesaplanırken, ikizlenme yönteminde kullanılan Şekil 3.3. tekrar kullanılabilir. Şekil 3.3.'te hacim değişimi $\lambda_2 \lambda_3$ olmak üzere, Denklem (3.57) yeniden yazılırsa

$$|\mathbf{n}'_0|^2 = (\lambda_2 \lambda_3)^2 + S^2 = (\eta_1 \eta_2 \eta_3)^2 + S^2 \quad (3.100)$$

elde edilir. Dönüşüm öncesi ve sonrası habit düzleminin birim normal vektörü değişmediğinden, Denklem (3.58), Denklem (3.59) ve Denklem (3.100) yardımıyla kesme büyüklüğü

$$\begin{aligned} |\mathbf{n}'_0|^2 &= |\mathbf{n}|^2 = |\mathbf{E} \cdot \mathbf{n}|^2 = |\mathbf{F}_d \cdot \mathbf{n}_d|^2 = \frac{1}{1 + K^2} (\lambda_2^2 + K^2 \lambda_3^2) = (\eta_1 \eta_2 \eta_3)^2 + S^2 \\ |\mathbf{n}'_0|^2 &= \frac{\eta_3^2 - 1}{\eta_3^2 - \eta_1^2 \eta_2^2} \left(\frac{\eta_3^4 - \eta_3^2 + \eta_1^2 \eta_2^2 - \eta_1^4 \eta_2^4}{\eta_3^2 - 1} \right) = \frac{(\eta_3^4 - \eta_1^4 \eta_2^4) - (\eta_3^2 - \eta_1^2 \eta_2^2)}{(\eta_3^2 - \eta_1^2 \eta_2^2)} \\ |\mathbf{n}'_0|^2 &= \eta_1^2 \eta_2^2 + \eta_3^2 - 1 = \eta_1^2 \eta_2^2 \eta_3^2 + S^2 \end{aligned}$$

$$S = \sqrt{(1 - \eta_3^2)(\eta_1^2 \eta_2^2 - 1)} \quad (3.101)$$

elde edilir. $\mathbf{s}$ kesme doğrultusu, temel bozulma eksenleri olan (x_d, y_d, z_d) eksen sisteminde tanımlanan saf bozulma $\mathbf{F}_d$ ve habit düzlemi normalini kullanarak bulunabilir. $\mathbf{F}_d$ saf bozulma matrisi x_d doğrultusundaki bir doğruyu bozulmamış bırakır. Bu yüzden x_d ekseninin dönüşüm boyunca ortaya çıkan kesme doğrultusuna dik olması gerekir. Böylece (x_d, y_d, z_d) eksen sisteminde tanımlanan $\mathbf{s}_d$ kesme doğrultusu

$$\mathbf{s}_d = \mathbf{n}_d \times x_d = \frac{1}{\sqrt{1 + K^2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ K \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 + K^2}} \begin{bmatrix} 0 \\ K \\ -1 \end{bmatrix} \quad (3.102)$$

bulunur. Austenit eksen sistemine göre $\mathbf{s}$ kesme doğrultusu

$$\mathbf{s} = \mathbf{\Gamma} \mathbf{s}_d = \frac{1}{\sqrt{\eta_1^2 \eta_2^2 - 1} \sqrt{\eta_1^2 \eta_2^2 - \eta_3^2}} \begin{bmatrix} -\eta_1 \sqrt{\eta_2^2 - 1} \sqrt{1 - \eta_3^2} \\ \eta_1^2 \eta_2^2 - 1 \\ -\sqrt{\eta_1^2 - 1} \sqrt{1 - \eta_3^2} \end{bmatrix} \quad (3.103)$$

ile verilir. Şekil 3.3.'ten görüldüğü gibi kesme açısı $\tan \theta = S$ şeklindedir. Şekil 3.3.'ten yararlanarak kesme için yapılan hesaplamalar kullanılırsa uygulanan kesme zoru sonucu S'' yer değiştirme büyüklüğünün değeri

$$S'' = \sqrt{S^2 + (\lambda_2 \lambda_3 - 1)^2} = \lambda_3 - \lambda_2 = \eta_1 \eta_2 - \eta_3 \quad (3.104)$$

olarak bulunur. $\mathbf{s}''$ yer değiştirme vektörü normalize edilirse

$$\begin{aligned} \mathbf{s}'' &= \frac{1}{S''} [\mathbf{S} \mathbf{s} + (\lambda_2 \lambda_3 - 1) \mathbf{n}] \\ (\lambda_2 \lambda_3 - 1) \mathbf{n} &= \frac{(\eta_1 \eta_2 \eta_3 - 1)}{\sqrt{\eta_1^2 \eta_2^2 - \eta_3^2}} \begin{bmatrix} \eta_1 \sqrt{\eta_2^2 - 1} \\ \sqrt{1 - \eta_3^2} \\ \sqrt{\eta_1^2 - 1} \end{bmatrix} \\ \mathbf{S} \mathbf{s} &= \frac{\sqrt{1 - \eta_3^2} \sqrt{\eta_1^2 \eta_2^2 - 1}}{\sqrt{\eta_1^2 \eta_2^2 - \eta_3^2} \sqrt{\eta_1^2 \eta_2^2 - 1}} \begin{bmatrix} -\eta_1 \sqrt{\eta_2^2 - 1} \sqrt{1 - \eta_3^2} \\ \eta_1^2 \eta_2^2 - 1 \\ -\sqrt{\eta_1^2 - 1} \sqrt{1 - \eta_3^2} \end{bmatrix} \\ \mathbf{s}'' &= \frac{1}{(\eta_1 \eta_2 - \eta_3) \sqrt{\eta_1^2 \eta_2^2 - \eta_3^2}} \begin{bmatrix} \eta_1 \sqrt{\eta_2^2 - 1} (\eta_3 (\eta_1 \eta_2 + \eta_3) - 2) \\ \sqrt{1 - \eta_3^2} (\eta_1 \eta_2 (\eta_1 \eta_2 + \eta_3) - 2) \\ \sqrt{\eta_1^2 - 1} (\eta_3 (\eta_1 \eta_2 + \eta_3) - 2) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.105)$$

elde edilir. Aynı zamanda yer değiştirme açısı

$$\tan \theta'' = \frac{S}{\lambda_2 \lambda_3} = \frac{\sqrt{(\eta_1^2 \eta_2^2 - 1)(1 - \eta_3^2)}}{\eta_1^2 \eta_2^2 \eta_3^2} \quad (3.106)$$

olarak bulunur.

3.1.2.3. Kayma Yöntemi ile Yönelim Bağlılıklarının Hesaplanması

Denklem (3.73)'te verilen $\mathbf{R}$ katı cisim dönme matrisi bulunarak yönelim bağıntıları hesaplanabilir. Denklem (3.99)'da verilen habit düzlemi $\mathbf{n} = (h, k, l)$ üzerinde aşağıdaki gibi üç vektör tanımlayalım:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_1 &= [100] \times [hkl] = [0, -l, k] \\ \mathbf{v}_2 &= [010] \times [hkl] = [l, 0, -h] \\ \mathbf{v}_3 &= [001] \times [hkl] = [-k, h, 0] \end{aligned} \quad (3.107)$$

Her bir vektör habit düzleminde olduğu için toplam şekil deformasyonu $\mathbf{E} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{P}$ zorlaması sonucunda büyüklükleri değişmeyecektir. Bu yüzden $\mathbf{R}$ katı cisim dönme bağıntısını hesaplamak için

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{v} \text{ veya } \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{R}^* \cdot \mathbf{v} \quad (3.108)$$

denklemleri kullanılacaktır. Burada

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \end{bmatrix} \quad (3.109)$$

şeklinde bir matris olduğunu kabul edelim. Denklem (3.107)'deki üç vektör ile Denklem (3.109), Denklem (3.108)'de kullanılırsa $\mathbf{R}$ 'nin dokuz elemanı bulunur. $\mathbf{R}$ katı cisim dönme matrisinin satır (veya sütun) elemanları arasında diklik bağıntısından dolayı

$$\begin{aligned} \phi_{11}^2 + \phi_{12}^2 + \phi_{13}^2 &= 1 \\ \phi_{21}^2 + \phi_{22}^2 + \phi_{23}^2 &= 1 \\ \phi_{31}^2 + \phi_{32}^2 + \phi_{33}^2 &= 1 \end{aligned} \quad (3.110)$$

eşitlikleri elde edilir. Denklem (3.110) ile Denklem (3.108)'den elde edilen sonuçlarla $\mathbf{R}$ katı cisim dönme matrisi elde edilebilir. Ancak son zamanlarda $\mathbf{R}$ katı cisim dönmesinin çözümü için daha basit bir yöntem olan Euler teoremi kullanılmaktadır. δ_{ij} Kronecker delta fonksiyonu, ε_{ijk} permütasyonu ve Θ dönme açısı olmak üzere $\mathbf{R}$ katı cisim dönmesi

$$\mathbf{R}_{ij} = \delta_{ij} \cos \Theta + \mathbf{r}_i \mathbf{r}_j (1 - \cos \Theta) - \varepsilon_{ijk} \mathbf{r}_k \sin \Theta \quad (3.111)$$

şeklinde yazılabilir (Wayman, 1964). Daha sonra Euler teoremi ile $\mathbf{R}$ katı cisim dönmesinin bulunması tekrar ele alınacağından burada kısaca değinilmiştir.

3.1.3. ID Teorisinde İkizlenme Yöntemi ile Martensitik Dönüşümün Kristalografisi

Bu kısımda kübikten ortorombik yapıya martensitik faz dönüşüm için $(011)[0\bar{1}1]$ ikizlenme kesmeli sonsuz küçük deformasyon (ID) yaklaşımı incelenecektir. ID analizinde ikizlenme yöntemi için Denklem (3.7)'deki martensitik faz dönüşümü sonucu ortaya çıkan toplam şekil deformasyonu

$$\mathbf{E}^\gamma = \mathbf{R} + \mathbf{F}^\gamma = \mathbf{R} + f(\Phi^\gamma + \mathbf{B}_1) + (1-f) \mathbf{B}_2 \quad (3.112)$$

şeklinde verilir. Burada $\mathbf{F}^\gamma$ bozulma matrisi, $\mathbf{R}$ dönme matrisidir. Martensitik faz dönüşümü ikizlenmiş yapılardan meydana geldiğinden dolayı aynı kristal yapıya sahip farklı yönelimli iki kristal ortaya koyar. Kristal 1 için saf örgü bozulması $\mathbf{B}_1$, Kristal 2 için saf örgü bozulması $\mathbf{B}_2$ olarak alınır. Denklem (3.112)'de Kristal 1'in Kristal 2'ye göre yönelimini tanımlayan Φ^γ , $(011)[0\bar{1}1]$ kesmesi için

$$\Phi^\gamma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\varepsilon_2 + \varepsilon_3 \\ 0 & \varepsilon_2 - \varepsilon_3 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.113)$$

olup, Bain zorlanmaları ise

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix} \text{ ve } \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_3 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_2 \end{bmatrix} \quad (3.114)$$

şeklindedir. $\mathbf{R}$ dönme matrisi ise

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & -w_3 & w_2 \\ w_3 & 0 & -w_1 \\ -w_2 & w_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.115)$$

ile verilir. Denklem (3.113) ile Denklem (3.114), Denklem (3.112)'de yerine yazılırsa $\mathbf{F}$ bozulma matrisi

$$\mathbf{F}^\gamma = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_3 + f(\varepsilon_2 - \varepsilon_3) & -f(\varepsilon_2 - \varepsilon_3) \\ 0 & f(\varepsilon_2 - \varepsilon_3) & \varepsilon_2 - f(\varepsilon_2 - \varepsilon_3) \end{bmatrix} \quad (3.116)$$

elde edilir. Austenit (γ) yapıya ait koordinat sisteminin eksenleri $x_1''//[100]$, $x_2''//[010]$ ve $x_3''//[001]$ olmak üzere bu koordinat sistemi (x_1'', x_2'', x_3'') olsun. Şimdi x_1'' eksenini invariant

düzlem normaline paralel; x_2^n ve x_3^n eksenleri de invaryant düzlemde bulunan (x_1^n, x_2^n, x_3^n) koordinat sistemini tanımlıyoruz. Burada (γ) koordinat sisteminden (n) koordinat sistemine geçiş benzerlik dönüşümü ile sağlanır. Bu benzerlik dönüşümünü sağlayan matris

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \phi & -\sin \phi & \sin \theta \cos \phi \\ \cos \theta \sin \phi & \cos \phi & \sin \theta \sin \phi \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.117)$$

şeklinde verilir. Buna göre (γ) koordinat sisteminden (n) koordinat sistemine geçiş

$$\mathbf{F}^n = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{F}^\gamma \mathbf{A} \quad (3.118)$$

veya bileşenleri cinsinden

$$\mathbf{F}_{ij}^n = \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \mathbf{A}_{ki} \mathbf{A}_{lj} \mathbf{F}_{kl}^\gamma \quad (3.119)$$

olarak verilir. Ek-1'de Denklem (3.119)'un açılımı verilmiştir. Buna göre $\mathbf{F}^n$, toplam şekil deformasyonu $\mathbf{F}^\gamma$ 'nın (n) koordinat sisteminde yazılımıdır. ID analizinde dönüşüm sırasında habit düzlemi değişmediğinden ara yüzey düzlemi üzerindeki toplam dönüşüm zorlanma bileşenlerinin sıfır olması gerektiği ve bu yüzden dönüşümle ilgili elastik zorlanma enerjisinin de sıfır olması gerektiği gösterilmiştir (Khachaturyan ve Shatalov, 1969; Mura ve ark., 1976). Yani

$$\mathbf{F}_{11}^n = \mathbf{F}_{12}^n = \mathbf{F}_{22}^n = 0 \quad (3.120)$$

olmalıdır. Denklem (3.116), Denklem (3.117) ve Denklem (3.119), Denklem (3.120)'de yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{11}^n &= \varepsilon_1 \cos^2 \theta \cos^2 \phi + [\varepsilon_3 + f(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)] \cos^2 \theta \sin^2 \phi \\ &\quad + 2f(\varepsilon_2 - \varepsilon_3) \sin \theta \cos \theta \sin \phi + [\varepsilon_2 - f(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)] \sin^2 \theta = 0 \\ \mathbf{F}_{12}^n &= [-\varepsilon_1 + \varepsilon_3 + f(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)] \cos \theta \sin \phi - f(\varepsilon_2 - \varepsilon_3) \sin \theta = 0 \\ \mathbf{F}_{22}^n &= \varepsilon_1 \sin^2 \phi + [\varepsilon_3 + f(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)] \cos^2 \phi = 0 \end{aligned} \quad (3.121)$$

elde edilir. Burada f , θ ve ϕ bilinmeyen parametrelerdir. Bağıl ikizlenme oranı f , Denklem (3.116)'da verilen $\mathbf{F}^\gamma$ matrisi ile bulunur. ID yaklaşımında herhangi bir deformasyon matrisi, simetrik zorlanma matrisi ile antisimetrik dönme matrisinin toplamıyla ifade edilir. Yani,

$$\det(\mathbf{F}_{ij}^\gamma + \mathbf{F}_{ji}^\gamma) = \det \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_3 + f(\varepsilon_2 - \varepsilon_3) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_2 - f(\varepsilon_2 - \varepsilon_3) \end{bmatrix} = 0 \quad (3.122)$$

şeklindedir. Denklem (3.122) kullanılarak, f ikizlenme oranı için iki bağımsız çözüm elde edilir:

$$f_1 = \varepsilon_2 / (\varepsilon_2 - \varepsilon_3) \text{ ve } f_2 = -\varepsilon_3 / (\varepsilon_2 - \varepsilon_3) \quad (3.123)$$

Bu iki çözüm birbirinden bağımsız olmakla beraber krsitalografik olarak eşdeğer sonuçlar verir. Denklem (3.123), Denklem (3.121)'de yerine yazılırsa θ ve ϕ değerleri bulunur. θ ve ϕ değerlerinin bulunması ile habit düzlemi

$$\mathbf{n} = [\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta] \quad (3.124)$$

bulunabilir. Burada sadece $f_1 = \varepsilon_2 / (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)$ için çözümler incelenecektir. f_1 'in çözümü Denklem (3.121)'de yerine yazılırsa

$$\cos \theta = 0, \sin \theta = 1, \cos \phi = \sqrt{\frac{-\varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1}} \text{ ve } \sin \phi = \sqrt{\frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_3}{\varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1}} \quad (3.125)$$

elde edilir. Denklem (3.125), Denklem (3.124)'te yerine yazılırsa habit düzlemi

$$\mathbf{n} = \left[\sqrt{\frac{-\varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1}}, \sqrt{\frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_3}{\varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1}}, 0 \right] \quad (3.126)$$

bulunur. $\mathbf{R}$ dönme matrisini bulmak için habit düzlemi üzerinde $\mathbf{v}^y(\text{I})$ ve $\mathbf{v}^y(\text{II})$ şeklinde seçilen birbirine paralel olmayan iki vektörün dönüşümden önce ve sonra değişmeden kalması gereklidir (Shibata ve Kato, 1990). Yani, Denklem (3.112)'deki $\mathbf{E}$ matrisi

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{v}^y(\text{I}) = 0 \text{ ve } \mathbf{E} \cdot \mathbf{v}^y(\text{II}) = 0 \quad (3.127)$$

olmalıdır. Burada

$$\begin{aligned} \mathbf{v}^y(\text{I}) &= [-\sin \theta \sin \phi, \sin \theta \cos \phi, 0] \\ \mathbf{v}^y(\text{II}) &= [-\cos \theta, 0, \sin \theta \cos \phi] \end{aligned} \quad (3.128)$$

şeklindedir. Yukarıdaki denklemlerden $\mathbf{R}$ dönme matrisinin bileşenleri

$$w_1 = -\varepsilon_2, w_2 = 0 \text{ ve } w_3 = \sqrt{-\varepsilon_1(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)} \quad (3.129)$$

şeklinde bulunur. Austenit ve martensit fazlar arasındaki yönelim bağıntılarının hesaplanması için $\mathbf{B}_1$ ikizlenmesinin olduğu Kristal 1 için $(\mathbf{R} + \mathbf{B}_1 + \Phi) \cdot \mathbf{x} = \mathbf{y}$ (varyant 1) ve $\mathbf{B}_2$ ikizlenmesinin olduğu Kristal 2 için $(\mathbf{R} + \mathbf{B}_2) \cdot \mathbf{x} = \mathbf{y}$ (varyant 2) denklemleri kullanılır. Toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü ise w_1 , w_2 ve w_3 değerleri $\mathbf{E}$ matrisinde yerine yazılıp (n) koordinat sisteminde Denklem (3.119) kullanılarak

$$m_T = \sqrt{(\mathbf{E}_{13}^n)^2 + (\mathbf{E}_{23}^n)^2 + (\mathbf{E}_{33}^n)^2} = |\varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1| \quad (3.130)$$

bulunur. Ayrıca toplam şekil deformasyonunun doğrultusu (n) koordinat sisteminde $d^n = [\mathbf{E}_{13}^n, \mathbf{E}_{23}^n, \mathbf{E}_{33}^n]$ olup, (γ) koordinat sisteminde ise Denklem (3.117) kullanılarak

$$d^\gamma = \mathbf{A}d^n \quad (3.131)$$

bulunur. $f_1 = \varepsilon_2/(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)$ ve $f_2 = -\varepsilon_3/(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)$ için elde edilen tüm sonuçlar Çizelge 3.1.'de verilmiştir.

Çizelge 3.1. Kübik-ortorombik martensitik faz dönüşümünde ikizlenme yöntemi ile ID analizinden elde edilen kristalografik parametreler için analitik çözümler.

Çözüm	1	2
İkizlenme oranı, f	$\varepsilon_2/(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)$	$-\varepsilon_3/(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)$
Habit düzlemi, $\mathbf{n}$	$\left[\sqrt{\frac{-\varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1}}, \sqrt{\frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_3}{\varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1}}, 0 \right]$	$\left[\sqrt{\frac{-\varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1}}, 0, \sqrt{\frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_3}{\varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1}} \right]$
Toplam şekil deformasyonu, $\mathbf{E}^n$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\sqrt{-\varepsilon_1(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)} \\ 0 & 0 & \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2\sqrt{-\varepsilon_1(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \end{bmatrix}$
Toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü, m_T	$ \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1 $	$ \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1 $
Toplam şekil deformasyonunun doğrultusu, d_T	$\begin{bmatrix} -\sqrt{-\varepsilon_1(\varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1)} \\ (3\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)\sqrt{\frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_3}{\varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1}} \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2 + 2\varepsilon_3)\sqrt{\frac{-\varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1}} \\ 0 \\ \sqrt{(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)(\varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1)} \end{bmatrix}$
Kristal 1 için yönelim bağıntıları, $\mathbf{R} + \Phi$	$\begin{bmatrix} 0 & -\sqrt{-\varepsilon_1(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)} & 0 \\ \sqrt{-\varepsilon_1(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)} & 0 & \varepsilon_3 \\ 0 & -\varepsilon_3 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \sqrt{-\varepsilon_1(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)} \\ 0 & 0 & -\varepsilon_2 \\ -\sqrt{-\varepsilon_1(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)} & \varepsilon_2 & 0 \end{bmatrix}$
Kristal 2 için yönelim bağıntıları, $\mathbf{R}$	$\begin{bmatrix} 0 & -\sqrt{-\varepsilon_1(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)} & 0 \\ \sqrt{-\varepsilon_1(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)} & 0 & \varepsilon_2 \\ 0 & -\varepsilon_2 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \sqrt{-\varepsilon_1(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)} \\ 0 & 0 & -\varepsilon_3 \\ -\sqrt{-\varepsilon_1(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)} & \varepsilon_3 & 0 \end{bmatrix}$

3.1.4. ID Teorisinde Kayma Yöntemi ile Martensitik Dönüşümün Kristalografisi

Bu bölümde yine kübik-ortorombik martensitik faz dönüşümü $(101)[10\bar{1}]$ kayma kesme sisteminde ID teorisi incelenecektir. Kayma (slip) yöntemiyle ID yaklaşımında toplam şekil deformasyonu

$$\mathbf{E}^\gamma = \mathbf{R} + \mathbf{B} + \mathbf{P} \quad (3.132)$$

şeklindedir. Burada $\mathbf{B}$ Bain zorlaması ve $\mathbf{R}$ dönme matrisi olmak üzere

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix} \text{ ve } \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & -w_3 & w_2 \\ w_3 & 0 & -w_1 \\ -w_2 & w_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.133)$$

ile verilir. Örgüyü değiştirmeyen kesme (LIS) deformasyonu $\mathbf{P}$ ise, $(101)[10\bar{1}]$ kesmesi için

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} m/2 & 0 & -m/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ m/2 & 0 & -m/2 \end{bmatrix} \quad (3.134)$$

olarak verilir. Burada m , daha önce tanımlamış olduğumuz kesme miktarıdır. Denklem (3.133) ve Denklem (3.134), Denklem (3.132)'de yerine yazılırsa toplam şekil deformasyonu

$$\mathbf{E}^\gamma = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 + m/2 & -w_3 & w_2 - m/2 \\ w_3 & \varepsilon_2 & -w_1 \\ -w_2 + m/2 & w_1 & \varepsilon_3 - m/2 \end{bmatrix} \quad (3.135)$$

elde edilir. γ koordinat sisteminden n koordinat sistemine dönüşüm Denklem (3.119)'da verilmişti. Denklem (3.132) için yeniden

$$\mathbf{E}_{ij}^n = \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \mathbf{A}_{ki} \mathbf{A}_{lj} \mathbf{E}_{kl}^\gamma \quad (3.136)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\mathbf{A}_{ij}$, doğrultu kosinüsleri olarak tanımlanır. Denklem (3.136), $\mathbf{E}^n$ toplam şekil deformasyonu $\mathbf{E}^\gamma$ 'nın (n) bazındaki yazılımıdır. $\mathbf{E}^n$ toplam şekil deformasyonunun invaryant düzlem deformasyonu olabilmesi için ID yaklaşımına göre (Khachaturyan ve Shatalov, 1969; Mura ve ark., 1976)

$$\mathbf{E}^n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{E}_{13}^n \\ 0 & 0 & \mathbf{E}_{23}^n \\ 0 & 0 & \mathbf{E}_{33}^n \end{bmatrix} \quad (3.137)$$

formunda olması gerekir. Bunun fiziksel anlamı x_1^n ve x_2^n doğrultularının bulunduğu düzlem üzerindeki dönüşüm zorlanması bileşenlerinin sıfıra eşit olmasıdır. Denklem (3.135) ve Denklem (3.136)'da m , w_1 , w_2 , w_3 , θ ve ϕ değerleri bilinmeyen parametrelerdir. Denklem (3.137) yardımıyla bu altı parametre bulunabilir. Denklem (3.117), Denklem (3.135) ve Denklem (3.137), Denklem (3.136)'da yerine yazılmasıyla $\mathbf{E}_{ij}^n$ 'nin elemanları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\mathbf{E}_{11}^n = (\varepsilon_1 + m/2)\cos^2 \theta \cos^2 \phi + \varepsilon_2 \cos^2 \theta \sin^2 \phi + (\varepsilon_2 - m/2)\sin^2 \theta = 0$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_{12}^n &= (\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - m/2) \cos \theta \cos \phi \sin \phi - w_1 \sin \theta \cos \phi \\
&\quad + (m/2 - w_2) \sin \theta \sin \phi - w_3 \cos \theta = 0 \\
\mathbf{E}_{21}^n &= (\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - m/2) \cos \theta \cos \phi \sin \phi + w_1 \sin \theta \cos \phi \\
&\quad + (w_2 - m/2) \sin \theta \sin \phi + w_3 \cos \theta = 0 \\
\mathbf{E}_{22}^n &= (\varepsilon_1 + m/2) \sin^2 \phi + \varepsilon_2 \cos^2 \phi = 0 \\
\mathbf{E}_{31}^n &= (\varepsilon_1 + m/2) \cos \theta \sin \theta \cos^2 \phi + \varepsilon_2 \cos \theta \sin \theta \sin^2 \phi + (m/2 - \varepsilon_3) \cos \theta \sin \theta \\
&\quad + w_1 \sin \phi + (m/2 - w_2) \cos \phi = 0 \\
\mathbf{E}_{32}^n &= (\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - m/2) \sin \theta \cos \phi \sin \phi + w_1 \cos \theta \cos \phi \\
&\quad + (w_2 - m/2) \cos \theta \sin \phi - w_3 \sin \theta = 0
\end{aligned} \tag{3.138}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_{13}^n &= \cos \theta \sin \theta (\varepsilon_1 \cos^2 \phi + \varepsilon_2 \sin^2 \phi - \varepsilon_3) - w_1 \sin \phi + w_2 \cos \phi \\
&\quad + (m/2) (\cos \theta \sin \theta + \cos \theta \sin \theta \cos^2 \phi - \cos \phi) \\
\mathbf{E}_{23}^n &= (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \sin \theta \cos \phi \sin \phi - (w_1 \cos \phi + w_2 \sin \phi) w_3 \sin \theta \\
&\quad + (m/2) (\cos \theta - \sin \theta \cos \phi) \sin \phi \\
\mathbf{E}_{33}^n &= (\varepsilon_1 \cos^2 \phi + \varepsilon_2 \sin^2 \phi) \sin^2 \theta + \varepsilon_3 \cos^2 \theta \\
&\quad + (m/2) (\sin^2 \theta \cos^2 \phi - \cos^2 \theta)
\end{aligned} \tag{3.139}$$

Denklem (3.138)'den m kesme miktarının iki ayrı sonucu bulunur: $m_1 = -2\varepsilon_1$ ve $m_2 = 2\varepsilon_3$. Bulunan bu iki çözüm birbirinden farklı olmasına rağmen kristalografik olarak eşdeğer sonuçlar verir. Burada $m_1 = -2\varepsilon_1$ için kristalografik parametrelerin çözümleri incelenecektir. Denklem (3.138)'in $\mathbf{E}_{22}^n$ elemanında ε_2 sıfır olamayacağı için $\cos \phi = 0$ ve $\sin \phi = 1$ olmalıdır. $\mathbf{E}_{11}^n$ 'den $\tan \theta = \sqrt{-\varepsilon_2/(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)}$ bulunur. Bulunan bu değerler Denklem (3.124)'te yazılırsa $m_1 = -2\varepsilon_1$ için habit düzlemi

$$\mathbf{n} = \left[0, \sqrt{\frac{-\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_3 - \varepsilon_2}}, \sqrt{\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{\varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1}} \right] \tag{3.140}$$

elde edilir. Şimdi de $\mathbf{R}$ dönme matrisinin elemanlarını bulalım. Denklem (3.138)'de $\mathbf{E}_{12}^n$, $\mathbf{E}_{31}^n$ ve $\mathbf{E}_{32}^n$ çözümlere

$$w_1 = \sqrt{-\varepsilon_2/(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)}, w_2 = -\varepsilon_1 \text{ ve } w_3 = 0 \tag{3.141}$$

sonuçları bulunur. Denklem (3.130) ve Denklem (3.139)'dan $m_1 = -2\varepsilon_1$ için toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü

$$m_T = \sqrt{(\mathbf{E}_{13}^n)^2 + (\mathbf{E}_{23}^n)^2 + (\mathbf{E}_{33}^n)^2} = |\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3| \tag{3.142}$$

şeklinde bulunur. Toplam şekil deformasyonunun doğrultusu ise Denklem (3.131)'den bulunabilir. $m_1 = -2\varepsilon_1$ ve $m_2 = 2\varepsilon_3$ için elde edilen tüm sonuçlar Çizelge 3.2.'de verilmiştir.

Çizelge 3.2. Kübik-ortorombik martensitik faz dönüşümünde kayma yöntemi ile ID analizinden elde edilen kristalografik parametreler için analitik çözümler.

Çözüm	1	2
Kesme miktarı, m	$-2\varepsilon_1$	$2\varepsilon_3$
Habit düzlemi, $\mathbf{n}$	$\left[0, \sqrt{\frac{-\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_3 - \varepsilon_2}}, \sqrt{\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{\varepsilon_1 + \varepsilon_3 - \varepsilon_2}} \right]$	$\left[\sqrt{\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{\varepsilon_1 + \varepsilon_3 - \varepsilon_2}}, \sqrt{\frac{-\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_3 - \varepsilon_2}}, 0 \right]$
Toplam şekil deformasyonu, $\mathbf{E}''$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -2\sqrt{-\varepsilon_2(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2\sqrt{-\varepsilon_2(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)} \\ 0 & 0 & \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \end{bmatrix}$
Toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü, m_T	$ \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 $	$ \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 $
Toplam şekil deformasyonunun doğrultusu, d_T	$\begin{bmatrix} 0 \\ -\sqrt{-\varepsilon_2(\varepsilon_1 + \varepsilon_3 - \varepsilon_2)} \\ (\varepsilon_1 + 3\varepsilon_2 + \varepsilon_3)\sqrt{\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{\varepsilon_1 + \varepsilon_3 - \varepsilon_2}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (\varepsilon_1 + 3\varepsilon_2 + \varepsilon_3)\sqrt{\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{\varepsilon_1 + \varepsilon_3 - \varepsilon_2}} \\ -\sqrt{-\varepsilon_2(\varepsilon_1 + \varepsilon_3 - \varepsilon_2)} \\ 0 \end{bmatrix}$
Dönme matrisi, $\mathbf{R}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -\varepsilon_1 \\ 0 & 0 & -\sqrt{-\varepsilon_2(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)} \\ \varepsilon_1 & \sqrt{-\varepsilon_2(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)} & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & \sqrt{-\varepsilon_2(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)} & \varepsilon_3 \\ -\sqrt{-\varepsilon_2(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)} & 0 & 0 \\ -\varepsilon_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

3.2. RID Teorisi

Sonsuz küçük deformasyon (ID) yaklaşımı, sonlu deformasyon teorisi içinde kullanılıp, Eshelby'nin zorlanma teorisi (Eshelby, 1957) dikkate alınarak, yeni kristalografik bir model elde edilecektir. Bu yeni modelde ID teorisinin zayıf taraflarının giderilmesi için Ledbetter ve Dunn'un (Ledbetter ve Dunn, 2000) ileri sürdüğü model ile Eshelby'nin kristalografik teorisi göz önünde bulundurulacaktır. Bu çalışmada sunulan model, ID yaklaşımının geliştirilmiş halidir ve RID şeklinde kısaltma yapılarak kullanılacaktır. Daha önce de belirtildiği gibi martensitik faz dönüşümlerinin kristalografisinde kesme, ikizlenme veya kayma olmak üzere iki şekilde olmaktadır. RID teorisi ile bu iki kesme türü ayrı ayrı ele alınarak incelenecektir.

3.2.1. RID Teorisinde Kayma Yöntemi ile Martensitik Dönüşümün Kristalografisi

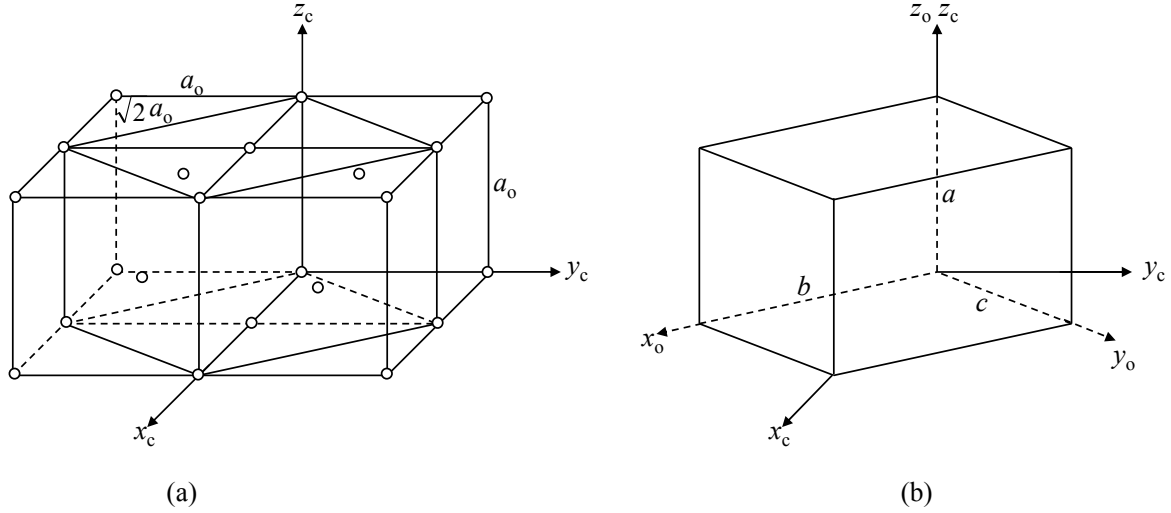
Yeni geliştirilen modelde Eshelby'nin kristalografik teorisinin ele alınacağı belirtilmişti. Bu teoride toplam şekil deformasyonu için Lagrangean zorlanma formülü (Murnaghan, 1951)

$$\mathbf{T}^y = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^* \mathbf{F} - \mathbf{I}) \quad (3.143)$$

olarak alınmıştır. Denklem (3.143)'te **F** bozulma matrisi

$$\mathbf{F} = \mathbf{B}\mathbf{P} \quad (3.144)$$

olarak yazılır. İncelenen bu modelde kübik (bcc) yapıdan ortorombik yapıya dönüşüm ele alınacaktır. Bunun için ilk önce Denklem (3.144)'te **B** Bain bozunum matrisini bulalım.



Şekil 3.5. Kübik-ortorombik faz dönüşümü. (a) Kübik yapı içinde ortorombik yapının dönüşümü. (b) Martensit fazdaki ortorombik yapı.

Şekil 3.5.'ten görüldüğü gibi **B** Bain bozunum matrisi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \eta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_3 \end{bmatrix} \quad (3.145)$$

olmak üzere, temel zorlanma bileşenleri $\eta_1 = \frac{b}{\sqrt{2}a_0}$, $\eta_2 = \frac{c}{\sqrt{2}a_0}$ ve $\eta_3 = \frac{a}{a_0}$ şeklindedir.

Şimdi de **P** örgüyü değiştirmeyen kesmeyi (LIS) bulalım. Ancak kesme sistemine göre farklı sonuçlar elde edildiği için ilk önce $(101)[\bar{1}01]$ kesme sistemi dikkate alınıp yeni modelin sonuçları elde edilecek. Diğer kesme sistemleri içinde sadece farklılık teşkil eden sonuçlar yazılacaktır.

3.2.1.1. $(101)[\bar{1}01]$ Kayma Sistemi İçin RID Teorisi

Örgüyü değiştirmeyen kesme için $(101)[\bar{1}01]$ kayma sistemini dikkate alarak hesaplama yapalım. $\mathbf{P}_\gamma = (d_p, p_p, t)$ şeklinde austenit (γ) faza göre örgüyü değiştirmeyen kesmeyi tanımlayalım. Burada $d_p = \frac{1}{\sqrt{2}}(-101)$, $p_p = \frac{1}{\sqrt{2}}(101)$ ve $t = d_p \times p_p = (010)$ şeklindedir. Böylece

$$\mathbf{P}_\gamma = (d_p, p_p, t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 & v_1 & w_1 \\ u_2 & v_2 & w_2 \\ u_3 & v_3 & w_3 \end{bmatrix} \quad (3.146)$$

olur. Martensit faza (α) göre örgüyü değiştirmeyen kesme ise

$$\mathbf{P}_\alpha = \begin{bmatrix} u_1 v_1 & u_1 v_2 & u_1 v_3 \\ u_2 v_1 & u_2 v_2 & u_2 v_3 \\ u_3 v_1 & u_3 v_2 & u_3 v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (3.147)$$

olarak bulunur. m kesme miktarı olmak üzere $\mathbf{P} = m\mathbf{P}_\alpha + \mathbf{I}$ bağıntısından $(101)[\bar{1}01]$ kesme sistemi için örgüyü değiştirmeyen kesme elde edilir:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{m}{2} & 0 & -\frac{m}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{m}{2} & 0 & 1 + \frac{m}{2} \end{bmatrix} \quad (3.148)$$

Denklem (3.145) ve Denklem (3.148)'den, Denklem (3.143) ve Denklem (3.144)

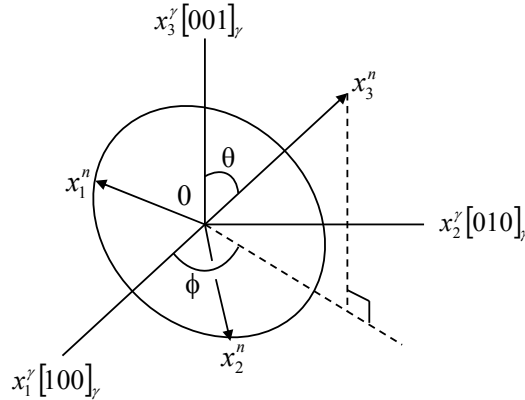
$$\mathbf{F} = \mathbf{B}\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \eta_1 \left(1 - \frac{m}{2}\right) & 0 & -\eta_1 \frac{m}{2} \\ 0 & \eta_2 & 0 \\ \eta_3 \frac{m}{2} & 0 & \eta_3 \left(1 + \frac{m}{2}\right) \end{bmatrix} \quad (3.149)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}^\gamma &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \eta_1^2 \left(1 - \frac{m}{2}\right)^2 + \eta_3^2 \frac{m^2}{4} - 1 & 0 & \eta_3^2 \frac{m}{2} \left(1 + \frac{m}{2}\right) - \eta_1^2 \frac{m}{2} \left(1 - \frac{m}{2}\right) \\ 0 & \eta_2^2 - 1 & 0 \\ \eta_3^2 \frac{m}{2} \left(1 + \frac{m}{2}\right) - \eta_1^2 \frac{m}{2} \left(1 - \frac{m}{2}\right) & 0 & \eta_1^2 \frac{m^2}{4} + \eta_3^2 \left(1 + \frac{m}{2}\right)^2 - 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11}^\gamma & 0 & \mathbf{T}_{13}^\gamma \\ 0 & \mathbf{T}_{22}^\gamma & \\ \mathbf{T}_{31}^\gamma & 0 & \mathbf{T}_{33}^\gamma \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.150)$$

olarak bulunur. Kesme miktarı m , $\det|\mathbf{T}^\gamma| = 0$ 'dan

$$m_{\mp} = \frac{\eta_1^2 - \eta_3^2}{\eta_1^2 + \eta_3^2} \mp \sqrt{\left(\frac{\eta_1^2 - \eta_3^2}{\eta_1^2 + \eta_3^2}\right)^2 + \frac{2(\eta_1^2 - 1)(\eta_3^2 - 1)}{\eta_1^2 + \eta_3^2}} \quad (3.151)$$

elde edilir. Austenit (γ) yapıya ait koordinat sistemi Şekil 3.6.'da gösterildiği gibi $(x_1^{\gamma}, x_2^{\gamma}, x_3^{\gamma})$ olsun. Şimdi x_1^n ve x_2^n eksenleri invaryant düzleminde bulunan, x_3^n eksenini de invaryant düzlem normaline paralel olan (x_1^n, x_2^n, x_3^n) koordinat sistemini tanımlıyalım.



Şekil 3.6. x_i^{γ} koordinat sistemi ile x_i^n koordinat sistemi arasındaki bağıntı.

Burada (γ) koordinat sisteminden (n) koordinat sistemine geçişi sağlayan benzerlik dönüşüm matrisi Denklem (3.117)'de verilmişti. Buna göre (γ) koordinat sisteminden (n) koordinat sistemine geçiş için gerekli dönüşüm denklemi

$$\mathbf{T}_{ij}^n = \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \mathbf{A}_{ki} \mathbf{A}_{lj} \mathbf{T}_{kl}^{\gamma} \quad (3.152)$$

olarak yeniden yazılabilir. Ek-1'de Denklem (3.152)'nin açılımı verilmiştir. Buna göre $\mathbf{T}^n$, toplam şekil deformasyonu $\mathbf{T}^{\gamma}$ 'nin (n) koordinat sisteminde yazılımıdır. Sonsuz küçük deformasyon yaklaşımına göre martensitik faz dönüşümünde austenit ve martensit yapılar arasındaki ara yüzey düzleminin bozulmadan kalması gereklidir. Yani ara yüzey düzlemi üzerindeki toplam dönüşüm zorlanma bileşenlerinin sıfır olması gereklidir. Bunun için martensitik faz dönüşümüyle ilgili elastik zorlanma enerjisinin sıfır olması gerekir (Khachaturyan ve Shatalov, 1969; Mura ve ark., 1976). Yani,

$$\mathbf{T}_{11}^n = \mathbf{T}_{12}^n = \mathbf{T}_{22}^n = 0 \quad (3.153)$$

olmalıdır. Denklem (3.150), Denklem (3.117) ve Denklem (3.152), Denklem (3.153)'de yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{11}^n &= \mathbf{T}_{11}^{\gamma} \cos^2 \theta \cos^2 \phi - 2\mathbf{T}_{13}^{\gamma} \cos \theta \sin \theta \cos \phi + \mathbf{T}_{22}^{\gamma} \cos^2 \theta \sin^2 \phi + \mathbf{T}_{33}^{\gamma} \sin^2 \theta = 0 \\ \mathbf{T}_{12}^n &= (\mathbf{T}_{22}^{\gamma} - \mathbf{T}_{11}^{\gamma}) \cos \theta \cos \phi \sin \phi + \mathbf{T}_{13}^{\gamma} \sin \theta \sin \phi = 0 \\ \mathbf{T}_{22}^n &= \mathbf{T}_{11}^{\gamma} \sin^2 \phi + \mathbf{T}_{22}^{\gamma} \cos^2 \phi = 0 \end{aligned} \quad (3.154)$$

elde edilir. Denklem (3.154)'ten θ ve ϕ bilinmeyen parametreleri

$$\tan \phi = \sqrt{-\frac{\mathbf{T}_{22}^{\gamma}}{\mathbf{T}_{11}^{\gamma}}} \text{ ve } \tan \theta = \left(\frac{\mathbf{T}_{11}^{\gamma} - \mathbf{T}_{22}^{\gamma}}{\mathbf{T}_{13}^{\gamma}} \right) \cos \phi \quad (3.155)$$

şeklinde bulunur. Denklem (3.155)'ten elde edilen sonuçlarla Denklem (3.124)'teki habit düzlemi normalini bulunur.

Habit düzlemi elde edildikten sonra, austenit ve martensit fazlar arasındaki yönelim bağıntıları ile toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü ve doğrultusunu elde edelim. Bunun için Denklem (3.111)'deki Euler teoremi kullanılabilir (Wayman, 1964). Habit düzlemi $\mathbf{n} = (h, k, l)$ üzerinde Denklem (3.149) kullanılarak aşağıdaki gibi $\mathbf{p}_1$ ve $\mathbf{p}_2$ şeklinde iki vektör tanımlayalım:

$$\mathbf{p}_1 = \frac{1}{N} [0, l, -k] \text{ ve } \mathbf{p}_2 = \frac{1}{N} [\mathbf{F} \cdot \mathbf{p}_1] \quad (3.156)$$

$$\mathbf{q}_1 = \frac{1}{N} [-k, h, 0] \text{ ve } \mathbf{q}_2 = \frac{1}{N} [\mathbf{F} \cdot \mathbf{q}_1] \quad (3.157)$$

Denklem (3.156) ve Denklem (3.157)'deki N , vektörlerin normalizasyon edilmiş durumudur. Şimdi de Euler teoremindeki Θ dönme açısını bulalım. Bunun için Euler denklemi kullanılırsa

$$\Theta_1 = 2 \arctan \left\{ \frac{|(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) \times (\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1)|}{(\mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_1) \cdot (\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1)} \right\} \text{ ve } \Theta_2 = 2 \arctan \left\{ \frac{|(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1) \times (\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1)|}{(\mathbf{q}_2 + \mathbf{q}_1) \cdot (\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1)} \right\}$$

$$\Theta = \frac{|\Theta_1| + |\Theta_2|}{2} \quad (3.158)$$

bulunur. Denklem (3.111) yeniden $\mathbf{R}$ dönme matrisi için yazılırsa,

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cos \Theta + \begin{bmatrix} w_1 & 0 & 0 \\ w_2 & 0 & 0 \\ w_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & w_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} (1 - \cos \Theta)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & -w_3 & w_2 \\ w_3 & 0 & -w_1 \\ -w_2 & w_1 & 0 \end{bmatrix} \sin \Theta \quad (3.159)$$

olur. Denklem (3.159)'daki (w_1, w_2, w_3) Euler denklemi yardımıyla

$$(w_1, w_2, w_3) = \frac{1}{N} \left\{ \frac{(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) \mathbf{x} (\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1)}{\|(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) \mathbf{x} (\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1)\|} \right\} \quad (3.160)$$

şeklinde bulunur. Böylece **R** dönme matrisi elde edilir. Toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü (m_T); Denklem (3.124), Denklem (3.149) ve Denklem (3.159) kullanılarak

$$m_T = |\mathbf{R} \cdot \mathbf{B} \mathbf{P} \cdot \mathbf{n} - \mathbf{n}| \quad (3.161)$$

elde edilir. Toplam şekil deformasyonunun doğrultusu (d_T) ise

$$d_T = \frac{\mathbf{R} \cdot \mathbf{B} \mathbf{P} \cdot \mathbf{n} - \mathbf{n}}{|\mathbf{R} \cdot \mathbf{B} \mathbf{P} \cdot \mathbf{n} - \mathbf{n}|} \quad (3.162)$$

olarak bulunur. Ayrıca martensitik faz dönüşümü sonunda hacim değişimi (V_{ch}); Denklem (3.124), Denklem (3.161) ve Denklem (3.162) kullanılarak

$$V_{ch} = ([d_T] \cdot [\mathbf{n}]) \cdot m_T \quad (3.163)$$

bulunur. Yönelim bağıntılarının hesaplanması için en son toplam şekil deformasyonu **E**,

$$\mathbf{E} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{B} \mathbf{P} \quad (3.164)$$

olur. Şimdi de $(abc)_\gamma - (uvw)_\alpha$ düzlemleri arasındaki yönelim bağıntısını bulmaya çalışalım. $\mathbf{E}^{-1}$, **E** matrisinin tersi olmak üzere

$$(abc) \cdot \mathbf{E}^{-1} = \begin{bmatrix} E_1^{-1} \\ E_2^{-1} \\ E_3^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \frac{1}{\sqrt{(E_1^{-1})^2 + (E_2^{-1})^2 + (E_3^{-1})^2}} (abc) \begin{bmatrix} E_1^{-1} \\ E_2^{-1} \\ E_3^{-1} \end{bmatrix} \quad (3.165)$$

bulunur. Denklem (3.165)'te bulunan α açısı iki düzlem arasındaki yönelim açısıdır. $[abc]_\gamma - [uvw]_\alpha$ doğrultuları arasındaki yönelim bağıntısı incelendiğinde,

$$\mathbf{E} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \frac{1}{\sqrt{(E_1)^2 + (E_2)^2 + (E_3)^2}} (abc) \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (3.166)$$

şeklinde iki doğrultu arasındaki α açısı bulunur. Böylece yeni önerilen modelde (RID), kayma yöntemi ile martensitik faz dönüşümü için tüm kristalografik parametreler elde edilmiş olunur.

3.2.1.2. (101)[10 $\bar{1}$] Kayma Sistemi İçin RID Teorisi

(101)[10 $\bar{1}$] kesme sistemi için Denklem (3.149), Denklem (3.150) ve Denklem (3.151) sırasıyla

$$\mathbf{F} = \mathbf{BP} = \begin{bmatrix} \eta_1 \left(1 + \frac{m}{2}\right) & 0 & -\eta_1 \frac{m}{2} \\ 0 & \eta_2 & 0 \\ \eta_3 \frac{m}{2} & 0 & \eta_3 \left(1 - \frac{m}{2}\right) \end{bmatrix} \quad (3.167)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}^\gamma &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \eta_1^2 \left(1 + \frac{m}{2}\right)^2 + \eta_3^2 \frac{m^2}{4} - 1 & 0 & \eta_3^2 \frac{m}{2} \left(1 - \frac{m}{2}\right) - \eta_1^2 \frac{m}{2} \left(1 + \frac{m}{2}\right) \\ 0 & \eta_2^2 - 1 & 0 \\ \eta_3^2 \frac{m}{2} \left(1 - \frac{m}{2}\right) - \eta_1^2 \frac{m}{2} \left(1 + \frac{m}{2}\right) & 0 & \eta_1^2 \frac{m^2}{4} + \eta_3^2 \left(1 - \frac{m}{2}\right)^2 - 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11}^\gamma & 0 & \mathbf{T}_{13}^\gamma \\ 0 & \mathbf{T}_{22}^\gamma & 0 \\ \mathbf{T}_{31}^\gamma & 0 & \mathbf{T}_{33}^\gamma \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.168)$$

$$m_{\mp} = \frac{\eta_3^2 - \eta_1^2}{\eta_1^2 + \eta_3^2} \mp \sqrt{\left(\frac{\eta_3^2 - \eta_1^2}{\eta_1^2 + \eta_3^2}\right)^2 + \frac{2(\eta_1^2 - 1)(\eta_3^2 - 1)}{\eta_1^2 + \eta_3^2}} \quad (3.169)$$

olacaktır.

3.2.1.3. (011)[0 $\bar{1}$ 1] Kayma Sistemi İçin RID Teorisi

(011)[0 $\bar{1}$ 1] kesme sistemi için Denklem (3.149), Denklem (3.150) ve Denklem (3.151) sırasıyla

$$\mathbf{F} = \mathbf{BP} = \begin{bmatrix} \eta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_2 \left(1 - \frac{m}{2}\right) & -\eta_2 \frac{m}{2} \\ 0 & \eta_3 \frac{m}{2} & \eta_3 \left(1 + \frac{m}{2}\right) \end{bmatrix} \quad (3.170)$$

$$\mathbf{T}^\gamma = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \eta_1^2 - 1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_2^2 \left(1 - \frac{m}{2}\right)^2 + \eta_3^2 \frac{m^2}{4} - 1 & \eta_3^2 \frac{m}{2} \left(1 + \frac{m}{2}\right) - \eta_2^2 \frac{m}{2} \left(1 - \frac{m}{2}\right) \\ 0 & \eta_3^2 \frac{m}{2} \left(1 + \frac{m}{2}\right) - \eta_2^2 \frac{m}{2} \left(1 - \frac{m}{2}\right) & \eta_2^2 \frac{m^2}{4} + \eta_3^2 \left(1 + \frac{m}{2}\right)^2 - 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11}^\gamma & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{T}_{22}^\gamma & \mathbf{T}_{23}^\gamma \\ 0 & \mathbf{T}_{32}^\gamma & \mathbf{T}_{33}^\gamma \end{bmatrix} \quad (3.171)$$

$$m_{\mp} = \frac{\eta_2^2 - \eta_3^2}{\eta_2^2 + \eta_3^2} \mp \sqrt{\left(\frac{\eta_2^2 - \eta_3^2}{\eta_2^2 + \eta_3^2}\right)^2 + \frac{2(\eta_2^2 - 1)(\eta_3^2 - 1)}{\eta_2^2 + \eta_3^2}} \quad (3.172)$$

olur. Ayrıca Denklem (3.155)'ten θ ve ϕ açıları için

$$\tan \phi = \sqrt{-\frac{\mathbf{T}_{22}^\gamma}{\mathbf{T}_{11}^\gamma}} \text{ ve } \tan \theta = \left(\frac{\mathbf{T}_{22}^\gamma - \mathbf{T}_{11}^\gamma}{\mathbf{T}_{32}^\gamma}\right) \sin \phi \quad (3.173)$$

bulunur.

3.2.1.4. (011)[01 $\bar{1}$] Kayma Sistemi İçin RID Teorisi

Denklem (3.173), (011)[01 $\bar{1}$] kesme sisteminde aynıdır. Denklem (3.170), Denklem (3.171) ve Denklem (3.172) ise sırasıyla

$$\mathbf{F} = \mathbf{B}\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \eta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_2 \left(1 + \frac{m}{2}\right) & \eta_2 \frac{m}{2} \\ 0 & -\eta_3 \frac{m}{2} & \eta_3 \left(1 - \frac{m}{2}\right) \end{bmatrix} \quad (3.174)$$

$$\mathbf{T}^\gamma = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \eta_1^2 - 1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_2^2 \left(1 + \frac{m}{2}\right)^2 + \eta_3^2 \frac{m^2}{4} - 1 & \eta_2^2 \frac{m}{2} \left(1 + \frac{m}{2}\right) - \eta_3^2 \frac{m}{2} \left(1 - \frac{m}{2}\right) \\ 0 & \eta_2^2 \frac{m}{2} \left(1 + \frac{m}{2}\right) - \eta_3^2 \frac{m}{2} \left(1 - \frac{m}{2}\right) & \eta_2^2 \frac{m^2}{4} + \eta_3^2 \left(1 - \frac{m}{2}\right)^2 - 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11}^\gamma & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{T}_{22}^\gamma & \mathbf{T}_{23}^\gamma \\ 0 & \mathbf{T}_{32}^\gamma & \mathbf{T}_{33}^\gamma \end{bmatrix} \quad (3.175)$$

$$m_{\mp} = \frac{\eta_3^2 - \eta_2^2}{\eta_2^2 + \eta_3^2} \mp \sqrt{\left(\frac{\eta_3^2 - \eta_2^2}{\eta_2^2 + \eta_3^2}\right)^2 + \frac{2(\eta_2^2 - 1)(\eta_3^2 - 1)}{\eta_2^2 + \eta_3^2}} \quad (3.176)$$

olarak bulunur.

3.2.1.5. (110)[$\bar{1}$ 10] Kayma Sistemi İçin RID Teorisi

(110)[$\bar{1}$ 10] kesme sistemi için Denklem (3.149), Denklem (3.150) ve Denklem (3.151) sırasıyla

$$\mathbf{F} = \mathbf{BP} = \begin{bmatrix} \eta_1 \left(1 - \frac{m}{2}\right) & -\eta_1 \frac{m}{2} & 0 \\ \eta_2 \frac{m}{2} & \eta_2 \left(1 + \frac{m}{2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & \eta_3 \end{bmatrix} \quad (3.177)$$

$$\mathbf{T}^\gamma = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \eta_1^2 \left(1 - \frac{m}{2}\right)^2 + \eta_2^2 \frac{m^2}{4} - 1 & \eta_2^2 \frac{m}{2} \left(1 + \frac{m}{2}\right) - \eta_1^2 \frac{m}{2} \left(1 - \frac{m}{2}\right) & 0 \\ \eta_2^2 \frac{m}{2} \left(1 + \frac{m}{2}\right) - \eta_1^2 \frac{m}{2} \left(1 - \frac{m}{2}\right) & \eta_1^2 \frac{m^2}{4} + \eta_2^2 \left(1 + \frac{m}{2}\right)^2 - 1 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_3^2 - 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11}^\gamma & \mathbf{T}_{12}^\gamma & 0 \\ \mathbf{T}_{21}^\gamma & \mathbf{T}_{22}^\gamma & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{T}_{33}^\gamma \end{bmatrix} \quad (3.178)$$

$$m_{\mp} = \frac{\eta_1^2 - \eta_2^2}{\eta_1^2 + \eta_2^2} \mp \sqrt{\left(\frac{\eta_1^2 - \eta_2^2}{\eta_1^2 + \eta_2^2}\right)^2 + \frac{2(\eta_1^2 - 1)(\eta_2^2 - 1)}{\eta_1^2 + \eta_2^2}} \quad (3.179)$$

olur. Ayrıca Denklem (3.155) ise

$$\tan \phi = \frac{\mathbf{T}_{12}^\gamma}{\mathbf{T}_{11}^\gamma} \mp \sqrt{\left(\frac{\mathbf{T}_{12}^\gamma}{\mathbf{T}_{11}^\gamma}\right)^2 - \frac{\mathbf{T}_{22}^\gamma}{\mathbf{T}_{11}^\gamma}} \text{ ve}$$

$$\tan \theta = \sqrt{\left(-\frac{1}{\mathbf{T}_{33}^{\gamma}}\right)\left(\mathbf{T}_{22}^{\gamma} \sin^2 \phi + 2\mathbf{T}_{12}^{\gamma} \cos \phi \sin \phi + \mathbf{T}_{11}^{\gamma} \cos^2 \phi\right)} \quad (3.180)$$

şeklinde elde edilir.

3.2.1.6. (110)[1 $\bar{1}$ 0] Kayma Sistemi İçin RID Teorisi

Denklem (3.180) (110)[1 $\bar{1}$ 0] kesme sisteminde aynıdır. Denklem (3.177), Denklem (3.178) ve Denklem (3.179) ise sırasıyla

$$\mathbf{F} = \mathbf{B}\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \eta_1 \left(1 + \frac{m}{2}\right) & \eta_1 \frac{m}{2} & 0 \\ -\eta_2 \frac{m}{2} & \eta_2 \left(1 - \frac{m}{2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & \eta_3 \end{bmatrix} \quad (3.181)$$

$$\mathbf{T}^{\gamma} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \eta_1^2 \left(1 + \frac{m}{2}\right)^2 + \eta_2^2 \frac{m^2}{4} - 1 & \eta_1^2 \frac{m}{2} \left(1 + \frac{m}{2}\right) - \eta_2^2 \frac{m}{2} \left(1 - \frac{m}{2}\right) & 0 \\ \eta_1^2 \frac{m}{2} \left(1 + \frac{m}{2}\right) - \eta_2^2 \frac{m}{2} \left(1 - \frac{m}{2}\right) & \eta_1^2 \frac{m^2}{4} + \eta_2^2 \left(1 - \frac{m}{2}\right)^2 - 1 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_3^2 - 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11}^{\gamma} & \mathbf{T}_{12}^{\gamma} & 0 \\ \mathbf{T}_{21}^{\gamma} & \mathbf{T}_{22}^{\gamma} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{T}_{33}^{\gamma} \end{bmatrix} \quad (3.182)$$

$$m_{\mp} = \frac{\eta_2^2 - \eta_1^2}{\eta_1^2 + \eta_2^2} \mp \sqrt{\left(\frac{\eta_2^2 - \eta_1^2}{\eta_1^2 + \eta_2^2}\right)^2 + \frac{2(\eta_1^2 - 1)(\eta_2^2 - 1)}{\eta_1^2 + \eta_2^2}} \quad (3.183)$$

şeklinde elde edilir.

Buraya kadar elde edilen denklemler, kübik yapıdan ortorombik yapıya martensitik faz dönüşümü içindi. Elde edilen bu denklemlerin tamamı kübik (veya tetragonal) yapıdan kübik (veya tetragonal) yapıya olan martensitik faz dönüşümleri için de kullanılabilir. Ancak tetragonal yapıdan monoklinik yapıya dönüşümler için kullanılamaz. Çünkü tetragonal yapıdan monoklinik yapıya dönüşüm için kullanılacak Bain deformasyon matrisi farklıdır. Bu çalışmada tetragonal-monoklinik martensitik faz dönüşümünün kristalografisinde sadece iki kesme yöntemi için denklemler elde edilecektir.

3.2.1.7. Tetragonal-Monoklinik Martensitik Faz Dönüşümünde $(101)[\bar{1}01]$ Kayma Sistemi İçin RID Teorisi

$(101)[\bar{1}01]$ kesme sistemi için Denklem (3.149) ve Denklem (3.151) sırasıyla

$$\begin{aligned} \mathbf{F} = \mathbf{B}\mathbf{P} &= \begin{bmatrix} \eta_1 & g & 0 \\ 0 & \eta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 - \frac{m}{2} & 0 & -\frac{m}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{m}{2} & 0 & 1 + \frac{m}{2} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \eta_1 \left(1 - \frac{m}{2}\right) & g & -\eta_1 \frac{m}{2} \\ 0 & \eta_2 & 0 \\ \eta_3 \frac{m}{2} & 0 & \eta_3 \left(1 + \frac{m}{2}\right) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.184)$$

$$\begin{aligned} m_{\mp} &= \frac{(\eta_1^2 - \eta_3^2)(1 - \eta_2^2) + g^2 \eta_3^2}{(\eta_1^2 + \eta_3^2)(1 - \eta_2^2) - \eta_3^2 g^2} \\ \mp &= \sqrt{\left(\frac{(\eta_1^2 - \eta_3^2)(1 - \eta_2^2) + g^2 \eta_3^2}{(\eta_1^2 + \eta_3^2)(1 - \eta_2^2) - \eta_3^2 g^2} \right)^2 + \frac{2(1 - \eta_3^2)(\eta_1^2 - 1)(\eta_2^2 - 1) - g^2}{(\eta_1^2 + \eta_3^2)(1 - \eta_2^2) - \eta_3^2 g^2}} \end{aligned} \quad (3.185)$$

şeklinde yeniden yazılır. Denklem (3.184)'te a_t , c_t tetragonal yapının; a_m , b_m ve c_m monoklinik yapının örgü parametreleri; β ise monoklinik yapıdaki 90° 'den farklı olan açı olmak üzere, temel zorlanma bileşenleri $\eta_1 = \frac{c_m}{a_t}$, $\eta_2 = \frac{a_m}{a_t} \cos(90 - \beta)$, $\eta_3 = \frac{b_m}{c_t}$ ve

$g = \frac{a_m}{a_t} \sin(90 - \beta)$ şeklindedir (Hugo ve Muddle, 1993; Navruz, 2005). Denklem

(3.184)'ten $\mathbf{T}^\gamma$ matrisinin elde edilmesiyle habit düzlemi için gerekli θ ve ϕ açıları

$$\begin{aligned} \tan \phi &= \frac{\mathbf{T}_{12}^\gamma}{\mathbf{T}_{11}^\gamma} \mp \sqrt{\left(\frac{\mathbf{T}_{12}^\gamma}{\mathbf{T}_{11}^\gamma} \right)^2 - \frac{\mathbf{T}_{22}^\gamma}{\mathbf{T}_{11}^\gamma}} \text{ ve} \\ \tan \theta &= \frac{(\mathbf{T}_{22}^\gamma - \mathbf{T}_{11}^\gamma) \cos \phi \sin \phi + \mathbf{T}_{12}^\gamma (1 + 2 \cos^2 \phi)}{\mathbf{T}_{23}^\gamma \cos \phi - \mathbf{T}_{13}^\gamma \sin \phi} \end{aligned} \quad (3.186)$$

olarak elde edilir.

3.2.1.8. Tetragonal-Monoklinik Martensitik Faz Dönüşümünde $(110)[\bar{1}10]$ Kayma Sistemi İçin RID Teorisi

$(110)[\bar{1}10]$ kesme sistemi için Denklem (3.149) ve Denklem (3.151) sırasıyla

$$\mathbf{F} = \mathbf{BP} = \begin{bmatrix} \eta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_2 & g \\ 0 & 0 & \eta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 - \frac{m}{2} & -\frac{m}{2} & 0 \\ \frac{m}{2} & 1 + \frac{m}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \eta_1 \left(1 - \frac{m}{2}\right) & -\eta_1 \frac{m}{2} & 0 \\ \eta_2 \frac{m}{2} & \eta_2 \left(1 + \frac{m}{2}\right) & g \\ 0 & 0 & \eta_3 \end{bmatrix} \quad (3.187)$$

$$m_{\mp} = \frac{(\eta_1^2 - \eta_2^2)(\eta_3^2 - 1) + \eta_1^2 g^2}{(\eta_1^2 + \eta_2^2)(\eta_3^2 - 1) + \eta_1^2 g^2}$$

$$\mp \sqrt{\left(\frac{(\eta_1^2 - \eta_2^2)(\eta_3^2 - 1) + \eta_1^2 g^2}{(\eta_1^2 + \eta_2^2)(\eta_3^2 - 1) + \eta_1^2 g^2} \right)^2 + \frac{2(\eta_1^2 \eta_2^2 - \eta_1^2 - \eta_2^2 + 1)(\eta_3^2 - 1) - 2g^2(\eta_1^2 - 1)}{(\eta_1^2 + \eta_2^2)(\eta_3^2 - 1) + \eta_1^2 g^2}} \quad (3.188)$$

olarak elde edilir. Habit düzlemi için gerekli θ ve ϕ açıları Denklem (3.186)'dan elde edilir. Şimdi de göz önüne alınan modele dayanarak, ikizlenme yöntemi ile martensitik faz dönüşümlerine yönelik kristalografik parametrelere eşlik eden bağıntılar geliştirilecektir.

3.2.2. RID Teorisinde İkizlenme Yöntemi ile Martensitik Dönüşümün Kristalografisi

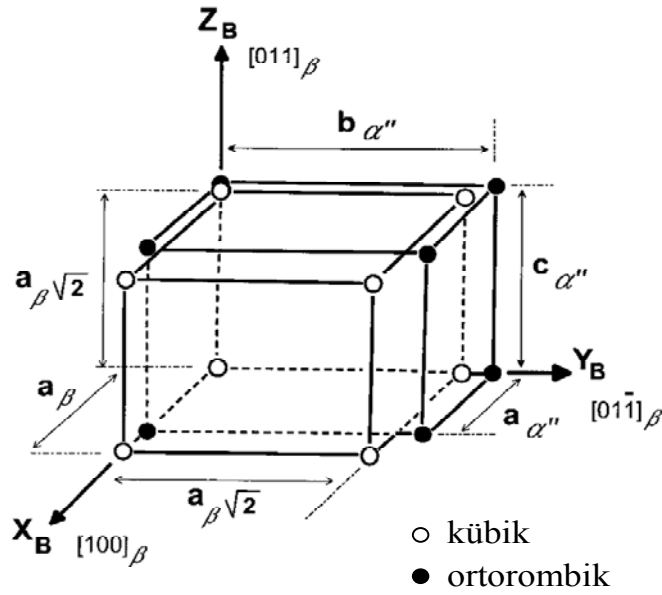
Söz konusu modelde ikizlenme yöntemi ile martensitik faz dönüşümünün kristalografisi kübik-ortorombik faz dönüşümü dikkate alınarak incelenecektir. Daha önce Denklem (3.12)'de $\mathbf{F}$ bozulma matrisi ile Denklem (3.143)'te $\mathbf{T}^y$ toplam şekil deformasyonu kullanılacaktır. İlk önce Denklem (3.12)'de $\mathbf{B}_1$ Bain bozunum matrisini Şekil 3.7.'den bulalım. Şekil 3.7.'de β austenit kübik fazı, α martensit ortorombik fazı göstermektedir (Zimmermann ve Humbert, 2002). Temel zorlanma bileşenleri $\eta_1 = \frac{a_\alpha}{a_\beta}$,

$\eta_2 = \frac{b_\alpha}{a_\beta \sqrt{2}}$ ve $\eta_3 = \frac{c_\alpha}{a_\beta \sqrt{2}}$ olmak üzere Bain bozunum matrisi

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \eta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_3 \end{bmatrix} \quad (3.189)$$

şeklindedir. Şekil 3.7.'nin Şekil 3.5.'ten farkı, yalnızca farklı bir açıdan bakılarak çizilmiş olmasıdır. İkizlenme yöntemi ile RID teorisinde farklı kesmelere göre farklı denklemler

bulunacağından dolayı her bir kesme için RID teorisi ayrı ayrı ele alınarak incelenmesi bu bölümlerin amacı olacaktır.



Şekil 3.7. Kübik-ortorombik faz dönüşümü.

3.2.2.1. $(101)[\bar{1}01]$ İkizlenme Kesme Sistemi İçin RID Teorisi

Örgüyü değiştirmeyen kesme (LIS) için $(101)[\bar{1}01]$ ikizlenme kesme sistemi dikkate alınarak hesaplamalar yapıldığında bu kesme için Denklem (3.12)'deki $\mathbf{B}_2$ Bain bozunum matrisi

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \eta_3 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_1 \end{bmatrix} \quad (3.190)$$

olur. Austenit ve martensit kristallerin birbirlerine göre katı cisim dönmesi Φ aşağıdaki gibi hesaplanabilir. $(101)[\bar{1}01]$ kesmesi için x ve z eksenleri üzerindeki habit düzleminin, y -ekseni etrafında ϕ kadar döndürülmesi sonucunda elde edilen şekil, Şekil 3.8.'de gösterilmektedir. Şekil 3.8.'den dönmeye eşlik eden dönme matrisi

$$\Phi = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2\eta_1\eta_3}{\eta_1^2 + \eta_3^2} & 0 & -\frac{\eta_1^2 - \eta_3^2}{\eta_1^2 + \eta_3^2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{\eta_1^2 - \eta_3^2}{\eta_1^2 + \eta_3^2} & 0 & \frac{2\eta_1\eta_3}{\eta_1^2 + \eta_3^2} \end{bmatrix} \quad (3.191)$$

Denklem (3.152), Denklem (3.153)'te yerine yazılırsa Denklem (3.154) aynı şekilde elde edilir. Böylece $\mathbf{n}$ habit düzlemi için gerekli olan θ ve ϕ açıları

$$\tan \phi = \sqrt{-\frac{\mathbf{T}_{22}^\gamma}{\mathbf{T}_{11}^\gamma}} \text{ ve } \tan \theta = \left(\frac{\mathbf{T}_{11}^\gamma - \mathbf{T}_{22}^\gamma}{\mathbf{T}_{13}^\gamma} \right) \cos \phi \quad (3.195)$$

şeklinde bulunur. Yönelim bağıntılarının hesabı, toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü ve yönü gibi kristalografik parametreler, Denklem (3.156) ile Denklem (3.166) arasındaki bağıntılara benzer işlemler yapılarak elde edilir.

3.2.2.2. $(101)[10\bar{1}]$ İkizlenme Kesme Sistemi İçin RID Teorisi

Bölüm 3.2.2.1.'de elde edilen denklemlerim çoğu benzer olduğu için, burada sadece farklılık teşkil eden denklemler yazılacaktır. $(101)[10\bar{1}]$ kesme sistemi için Denklem (3.191), Denklem (3.192) ve Denklem (3.193) sırasıyla aşağıdaki gibi olur:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2\eta_1\eta_3}{\eta_1^2 + \eta_3^2} & 0 & \frac{\eta_1^2 - \eta_3^2}{\eta_1^2 + \eta_3^2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{\eta_1^2 - \eta_3^2}{\eta_1^2 + \eta_3^2} & 0 & \frac{2\eta_1\eta_3}{\eta_1^2 + \eta_3^2} \end{bmatrix} \quad (3.196)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \eta_1(1 - \xi_1 f) & 0 & \eta_1 \xi_1 f \\ 0 & \eta_2 & 0 \\ -\eta_3 \xi_1 f & 0 & \eta_3(1 + \xi_1 f) \end{bmatrix} \quad (3.197)$$

$$\mathbf{T}^\gamma = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \eta_1^2(1 - \xi_1 f)^2 + \eta_3^2 \xi_1^2 f^2 - 1 & 0 & \xi_1 f(1 - f)(\eta_1^2 - \eta_3^2) \\ 0 & \eta_2^2 - 1 & 0 \\ \xi_1 f(1 - f)(\eta_1^2 - \eta_3^2) & 0 & \eta_1^2 \xi_1^2 f^2 + \eta_3^2(1 + \xi_1 f)^2 - 1 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11}^\gamma & 0 & \mathbf{T}_{13}^\gamma \\ 0 & \mathbf{T}_{22}^\gamma & 0 \\ \mathbf{T}_{31}^\gamma & 0 & \mathbf{T}_{33}^\gamma \end{bmatrix} \quad (3.198)$$

3.2.2.3. $(011)[0\bar{1}1]$ İkizlenme Kesme Sistemi İçin RID Teorisi

$(011)[0\bar{1}1]$ kesme sistemi için Denklem (3.190), Denklem (3.191), Denklem (3.192), Denklem (3.193), Denklem (3.194) ve Denklem (3.195) $\xi_2 = \frac{\eta_2^2 - \eta_3^2}{\eta_2^2 + \eta_3^2}$ olmak üzere sırasıyla

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \eta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_3 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_2 \end{bmatrix} \quad (3.199)$$

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2\eta_2\eta_3}{\eta_2^2 + \eta_3^2} & -\frac{\eta_2^2 - \eta_3^2}{\eta_2^2 + \eta_3^2} \\ 0 & \frac{\eta_2^2 - \eta_3^2}{\eta_2^2 + \eta_3^2} & \frac{2\eta_2\eta_3}{\eta_2^2 + \eta_3^2} \end{bmatrix} \quad (3.200)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \eta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_2(1 - \xi_2 f) & -\eta_2 \xi_2 f \\ 0 & \eta_3 \xi_2 f & \eta_3(1 + \xi_2 f) \end{bmatrix} \quad (3.201)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}^\gamma &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \eta_1^2 - 1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_2^2(1 - \xi_2 f)^2 + \eta_3^2 \xi_2^2 f^2 - 1 & \xi_2 f(f - 1)(\eta_2^2 - \eta_3^2) \\ 0 & \xi_2 f(f - 1)(\eta_2^2 - \eta_3^2) & \eta_2^2 \xi_2^2 f^2 + \eta_3^2(1 + \xi_2 f)^2 - 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11}^\gamma & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{T}_{22}^\gamma & \mathbf{T}_{23}^\gamma \\ 0 & \mathbf{T}_{32}^\gamma & \mathbf{T}_{33}^\gamma \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.202)$$

$$f_{\mp} = \frac{1}{2} \mp \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{(\eta_2^2 + \eta_3^2)(\eta_2^2 - 1)(\eta_3^2 - 1)}{2(\eta_2^2 - \eta_3^2)^2}} \quad (3.203)$$

$$\tan \phi = \sqrt{-\frac{\mathbf{T}_{22}^\gamma}{\mathbf{T}_{11}^\gamma}} \quad \text{ve} \quad \tan \theta = \left(\frac{\mathbf{T}_{22}^\gamma - \mathbf{T}_{11}^\gamma}{\mathbf{T}_{23}^\gamma} \right) \sin \phi \quad (3.204)$$

olarak bulunur.

3.2.2.4. (011)[01 $\bar{1}$] İkizlenme Kesme Sistemi İçin RID Teorisi

Denklem (3.199), Denklem (3.203) ve Denklem (3.204) (011)[01 $\bar{1}$] kesme sisteminde (011)[0 $\bar{1}$ 1] kesme sistemiyle aynıdır. Denklem (3.200), Denklem (3.201) ve Denklem (3.202) ise sırasıyla

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2\eta_2\eta_3}{\eta_2^2 + \eta_3^2} & \frac{\eta_2^2 - \eta_3^2}{\eta_2^2 + \eta_3^2} \\ 0 & -\frac{\eta_2^2 - \eta_3^2}{\eta_2^2 + \eta_3^2} & \frac{2\eta_2\eta_3}{\eta_2^2 + \eta_3^2} \end{bmatrix} \quad (3.205)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \eta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_2(1 - \xi_2 f) & \eta_2 \xi_2 f \\ 0 & -\eta_3 \xi_2 f & \eta_3(1 + \xi_2 f) \end{bmatrix} \quad (3.206)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}^\gamma &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \eta_1^2 - 1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_2^2(1 - \xi_2 f)^2 + \eta_3^2 \xi_2^2 f^2 - 1 & \xi_2 f(1 - f)(\eta_2^2 - \eta_3^2) \\ 0 & \xi_2 f(1 - f)(\eta_2^2 - \eta_3^2) & \eta_2^2 \xi_2^2 f^2 + \eta_3^2(1 + \xi_2 f)^2 - 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11}^\gamma & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{T}_{22}^\gamma & \mathbf{T}_{23}^\gamma \\ 0 & \mathbf{T}_{32}^\gamma & \mathbf{T}_{33}^\gamma \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.207)$$

olur.

3.2.2.5. (110)[$\bar{1}10$] İkizlenme Kesme Sistemi İçin RID Teorisi

(110)[$\bar{1}10$] kesme sistemi için Denklem (3.190), Denklem (3.191), Denklem (3.192), Denklem (3.193), Denklem (3.194) ve Denklem (3.195) $\xi_3 = \frac{\eta_1^2 - \eta_2^2}{\eta_1^2 + \eta_2^2}$ olmak üzere sırasıyla

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \eta_2 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_1 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_3 \end{bmatrix} \quad (3.208)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2\eta_1\eta_2}{\eta_1^2 + \eta_2^2} & \frac{\eta_1^2 - \eta_2^2}{\eta_1^2 + \eta_2^2} & 0 \\ -\frac{\eta_1^2 - \eta_2^2}{\eta_1^2 + \eta_2^2} & \frac{2\eta_1\eta_2}{\eta_1^2 + \eta_2^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.209)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \eta_1(1 - \xi_3 f) & \eta_1 \xi_3 f & 0 \\ -\eta_2 \xi_3 f & \eta_2(1 + \xi_3 f) & 0 \\ 0 & 0 & \eta_3 \end{bmatrix} \quad (3.210)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}^\gamma &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \eta_1^2(1 - \xi_3 f)^2 + \eta_2^2 \xi_3^2 f^2 - 1 & \xi_3 f(1 - f)(\eta_1^2 - \eta_2^2) & 0 \\ \xi_3 f(1 - f)(\eta_1^2 - \eta_2^2) & \eta_1^2 \xi_3^2 f^2 + \eta_2^2(1 + \xi_3 f)^2 - 1 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_3^2 - 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11}^\gamma & \mathbf{T}_{12}^\gamma & 0 \\ \mathbf{T}_{21}^\gamma & \mathbf{T}_{22}^\gamma & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{T}_{33}^\gamma \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.211)$$

$$f_{\mp} = \frac{1}{2} \mp \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{(\eta_1^2 + \eta_2^2)(\eta_1^2 - 1)(\eta_2^2 - 1)}{2(\eta_1^2 - \eta_2^2)^2}} \quad (3.212)$$

$$\begin{aligned} \tan \phi &= \frac{\mathbf{T}_{12}^\gamma}{\mathbf{T}_{11}^\gamma} \mp \sqrt{\left(\frac{\mathbf{T}_{12}^\gamma}{\mathbf{T}_{11}^\gamma}\right)^2 - \frac{\mathbf{T}_{22}^\gamma}{\mathbf{T}_{11}^\gamma}} \text{ ve} \\ \tan \theta &= \sqrt{\left(-\frac{1}{\mathbf{T}_{33}^\gamma}\right)(\mathbf{T}_{22}^\gamma \sin^2 \phi + 2\mathbf{T}_{12}^\gamma \cos \phi \sin \phi + \mathbf{T}_{11}^\gamma \cos^2 \phi)} \end{aligned} \quad (3.213)$$

olarak bulunur.

3.2.2.6. (110)[1 1 0] İkizlenme Kesme Sistemi İçin RID Teorisi

(110)[1 1 0] kesme sisteminde Denklem (3.208), Denklem (3.212) ve Denklem (3.213), (110)[1 1 0] kesme sistemiyle aynıdır. Denklem (3.209), Denklem (3.210) ve Denklem (3.211) ise sırasıyla

$$\Phi = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2\eta_1\eta_2}{\eta_1^2 + \eta_2^2} & -\frac{\eta_1^2 - \eta_2^2}{\eta_1^2 + \eta_2^2} & 0 \\ \frac{\eta_1^2 - \eta_2^2}{\eta_1^2 + \eta_2^2} & \frac{2\eta_1\eta_2}{\eta_1^2 + \eta_2^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.214)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \eta_1(1 - \xi_3 f) & -\eta_1 \xi_3 f & 0 \\ \eta_2 \xi_3 f & \eta_2(1 + \xi_3 f) & 0 \\ 0 & 0 & \eta_3 \end{bmatrix} \quad (3.215)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{T}^\gamma &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \eta_1^2(1 - \xi_3 f)^2 + \eta_2^2 \xi_3^2 f^2 - 1 & \xi_3 f(f-1)(\eta_1^2 - \eta_2^2) & 0 \\ \xi_3 f(f-1)(\eta_1^2 - \eta_2^2) & \eta_1^2 \xi_3^2 f^2 + \eta_2^2(1 + \xi_3 f)^2 - 1 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_3^2 - 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11}^\gamma & \mathbf{T}_{12}^\gamma & 0 \\ \mathbf{T}_{21}^\gamma & \mathbf{T}_{22}^\gamma & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{T}_{33}^\gamma \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.216}$$

olarak elde edilir.

4.BULGULAR VE TARTIŞMA

4.1. Kübik (veya Tetragonal) Yapıdan Kübik (veya Tetragonal) Yapıya Martensitik Faz Dönüşümlerinin Kristalografik Analizi

Ana fazı kübik veya tetragonal yapıya sahip olan alaşımlarda gerçekleşen martensitik faz dönüşümlerinde temel zorlanma bileşenleri benzer özellikleri taşıdığı için aynı başlık altında incelenecektir.

4.1.1. In-Tl Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi

In-20.75at%Tl alaşımında fcc yapıdan fct yapıya martensitik faz dönüşümü gerçekleşmektedir. Dönüşüm $(101)[10\bar{1}]$ kesme sistemi için incelenecektir. Austenit yapının örgü parametresi $a_0 = 0.475$ nm ve $M_s = 53$ °C soğutma sıcaklığında martensit yapının örgü parametreleri ise $a = 0.469$ nm ve $c = 0.485$ nm'dir (Schumann, 1982). Buna göre, Bain bozunum matrisindeki temel zorlanma bileşenleri $\eta_1 = \eta_2 = \frac{a}{a_0} = 0.987368$ ve $\eta_3 = \frac{c}{a_0} = 1.021053$ olur. Temel zorlanma bileşenleri kullanılarak RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler Çizelge 4.1.'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.1. In-Tl alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	$m_+=0.041634$	$m_-=0.025433$	$f_+=0.620779$	$f_-=0.379221$
Habit düzlemi, $\mathbf{n}$	$\begin{bmatrix} 0.628003 \\ 0.777941 \\ 0.020502 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.020961 \\ 0.782799 \\ 0.621922 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.628003 \\ 0.777941 \\ 0.020502 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.020502 \\ 0.777941 \\ 0.628003 \end{bmatrix}$
m_T	0.020782	0.020735	0.020782	0.020798
d_T	$\begin{bmatrix} 0.620067 \\ -0.78431 \\ 0.019189 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.021109 \\ -0.78461 \\ 0.61963 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.620067 \\ -0.78431 \\ 0.019189 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.020486 \\ -0.784219 \\ 0.620146 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları				
$[100]_\gamma - [100]_\alpha$	0.58^0	0.03^0	0.58^0	0.03^0
$[010]_\gamma - [010]_\alpha$	0.58^0	0.58^0	0.58^0	0.58^0
$[001]_\gamma - [001]_\alpha$	0.03^0	0.58^0	0.03^0	0.58^0

Çizelge 4.1. incelendiğinde, hem ikizlenme hem de kayma metodu ile bulunan tüm sonuçların birbiriyle kristalografik eşdeğer olduğu açıkça görülebilir.

Habit düzlemi normalleri arasındaki sapma açısı, kosinüs teoremi olan $\cos \varphi = \frac{\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}}{|\mathbf{A}| |\mathbf{B}|}$ denkleminde $\mathbf{A}$ ve $\mathbf{B}$ habit düzlemi vektörleri; $|\mathbf{A}|$ ve $|\mathbf{B}|$ ise habit düzlemi vektörlerinin büyüklükleridir. Habit düzlemi için elde edilen sonucun $\mathbf{n} = [h, k, l]$ olmak üzere $[\mp h, \mp k, \mp l]$, $[\mp h, \mp l, \mp k]$, $[\mp l, \mp h, \mp k]$,

$[\mp l, \mp k, \mp h]$, $[\mp k, \mp l, \mp h]$ ve $[\mp k, \mp h, \mp l]$ şeklinde toplam 48 varyant çözümü bulunmaktadır. Bu çözümlerin hepsi birbirine kristalografik olarak eşdeğerdir. Ayrıca çizelgelerde elde edilen sonuçların sayısal değerlerinin bir karşılaştırılması yapılırken, virgülden sonra sadece iki rakam alınarak yorumlar yapılacaktır.

In-20.75at%Ti alaşımı için WLR teorisinden (Schumann, 1982) elde edilen sonuçlar ile ID teorisinden (Kato ve Shibata, 1990) elde edilen sonuçlar Çizelge 4.2.'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.2. In-Ti alaşımı için WLR teorisi ile ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	WLR	ID
İkizlenme oranı	$f=0.379221$	$f=0.375$
Habit düzlemi, $\mathbf{n}$	$\begin{bmatrix} -0.020509 \\ 0.777941 \\ 0.628002 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.774597 \\ 0.632456 \end{bmatrix}$
m_T	0.020787	0.021053
d_T	$\begin{bmatrix} -0.020240 \\ -0.784286 \\ 0.620069 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -0.7746 \\ 0.632456 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları		
$[100]_\gamma - [100]_\alpha$	0.02^0	1.18^0
$[010]_\gamma - [010]_\alpha$	0.58^0	0.60^0
$[001]_\gamma - [001]_\alpha$	0.58^0	1.36^0

Çizelge 4.1. ve Çizelge 4.2. karşılaştırıldığında RID teorisinden elde edilen ikizlenme oranı, WLR teorisi ve ID teorisile elde edilen sonuçlarla aynıdır. RID teorisinden elde edilen toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü, WLR teorisi ve ID teorisile elde edilen sonuçlarla aynı olmakla beraber; RID teorisinden elde edilen sonuç, WLR teorisinden elde edilen sonuca, ID teorisinden daha yakındır. RID teorisinden elde edilen habit düzlemi, WLR teorisinden elde edilen habit düzlemiyle arasında fark yoktur. WLR veya RID teorisile elde edilen habit düzlemi sonucu ID teorisile elde edilen sonuç arasında fark 1.22° 'dir. RID teorisinden bulunan yönelim bağıntıları, WLR teorisi sonuçlarına yakın olup, ID teorisi sonuçları WLR teorisi sonuçlarından biraz farklıdır. Sonuçlardan görüldüğü gibi RID teorisi sonuçları; WLR teorisinin sonuçlarına, ID teorisinin sonuçlarından daha yakındır.

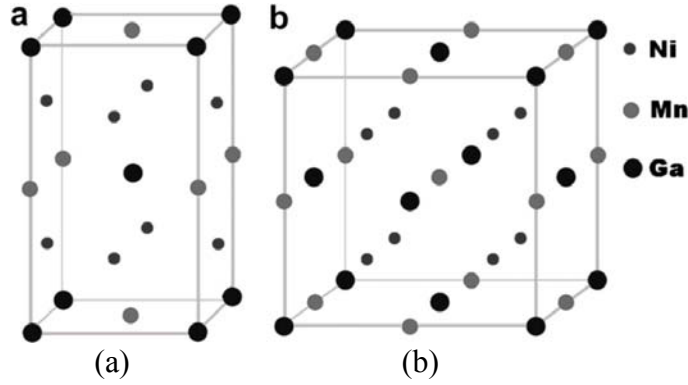
4.1.2. NiMnGa Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi

Ni₅₃Mn₂₅Ga₂₂ (at%) alaşımında fcc yapıdan bct yapıya bir martensitik faz dönüşümü gerçekleşmektedir. Alaşımın DSC ölçümleri sonunda, martensitik dönüşüm başlama (M_s) ve bitiş (M_f) sıcaklıkları, 386 K ve 368 K; austenit dönüşüm başlama (A_s) ve bitiş (A_f) sıcaklıkları ise, 408 K ve 424 K olduğu literatürden bilinmektedir. NiMnGa alaşımında martensitik dönüşüm $(110)[\bar{1}\bar{1}0]$ kesme sisteminde oluşmaktadır. Austenit (kübik-L2₁) yapının örgü parametresi $a_0 = 5.84 \text{ Å}$ ve oda sıcaklığında tetragonal martensit

yapının örgü parametreleri ise $a = 3.865 \text{ Å}$ ve $c = 6.596 \text{ Å}$ 'dır (Cong ve ark., 2007). Bu değerlerin kullanılmasıyla Bain bozunum matrisindeki temel zorlanma bileşenleri

$$\eta_1 = \eta_3 = \frac{\sqrt{2}a}{a_0} = 0.935948 \text{ ve } \eta_2 = \frac{c}{a_0} = 1.129452 \text{ olur. NiMnGa alaşımında martensitik}$$

faz dönüşümünün kristalografik yapısı Şekil 4.1.'de gösterilmektedir.



Şekil 4.1. NiMnGa alaşımının kristal yapısı. (a) Martensit (bct) yapısı. (b) Austenit (fcc) yapısı.

Temel zorlanma bileşenleri kullanılarak RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler Çizelge 4.3.'te gösterilmiştir.

Çizelge 4.3. NiMnGa alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	$m_+ = 0.237983$	$m_- = 0.13351$	$f_+ = 0.640612$	$f_- = 0.359388$
Habit düzlemi, $\mathbf{n}$	$\begin{bmatrix} 0.68996 \\ -0.10221 \\ 0.716595 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.10259 \\ -0.689904 \\ 0.716595 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.689847 \\ 0.102968 \\ 0.716595 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.10259 \\ 0.689904 \\ 0.716595 \end{bmatrix}$
m_T	0.121142	0.121156	0.12118	0.121156
d_T	$\begin{bmatrix} 0.645732 \\ -0.09593 \\ -0.75751 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.096013 \\ -0.645716 \\ -0.757518 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.645692 \\ 0.096135 \\ -0.75752 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.096013 \\ 0.645716 \\ -0.75752 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları				
$[100]_\gamma - [100]_\alpha$	3.46°	0.71°	3.47°	0.71°
$[010]_\gamma - [010]_\alpha$	0.71°	3.47°	0.71°	3.47°
$[001]_\gamma - [001]_\alpha$	3.47°	3.47°	3.47°	3.47°
$[1\bar{1}0]_\gamma - [11\bar{1}]_\alpha$	3.19°	3.19°	2.60°	2.60°
$[1\bar{2}1]_\gamma - [10\bar{1}]_\alpha$	4.54°	5.84°	3.40°	0.94°
$[2\bar{1}\bar{1}]_\gamma - [10\bar{1}]_\alpha$	1.01°	0.38°	0.94°	3.40°

Çizelge 4.3. incelendiğinde, kesme miktarı $m_+ = 0.237983$ ve ikizlenme oranı $f_+ = 0.640612$ için elde edilen sonuçlar ile $m_- = 0.13351$ ve $f_- = 0.359388$ için elde edilen sonuçların aynı olduğu; hem ikizlenme hem de kayma metodu ile bulunan tüm sonuçların

birbiriyle kristalografik eşdeğer olduğu açıkça görülür. Yönelim bağıntıları ise Kurdjumov-Sachs (K-S) yönelim bağıntılarıyla $\left[\bar{1} \bar{1} 0 \right]_{\gamma} - \left[11 \bar{1} \right]_{\alpha}$ uyum içindedir.

$\text{Ni}_{53}\text{Mn}_{25}\text{Ga}_{22}$ (at%) alaşımı için WLR teorisi (Cong ve ark., 2007) sonuçları ile ID teorisi (Kato ve Shibata, 1990) sonuçları Çizelge 4.4.'te gösterilmiştir. Çizelge 4.4.'te ikizlenme oranı $f_+ = 0.640612$ çözümü için kristalografik değerler ele alınmıştır.

Çizelge 4.4. NiMnGa alaşımı için WLR teorisi ile ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	WLR	ID
İkizlenme oranı	$f = 0.640612$	$f = 0.668988$
Habit düzlemi, $\mathbf{n}$	$\begin{bmatrix} 0.689904 \\ -0.10259 \\ 0.716595 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.710778 \\ 0.703416 \end{bmatrix}$
m_T	0.12116	0.129452
d_T	$\begin{bmatrix} 0.645714 \\ -0.09602 \\ -0.75752 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.710778 \\ -0.70342 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları		
$[100]_{\gamma} - [100]_{\alpha}$	3.47^0	3.91^0
$[010]_{\gamma} - [010]_{\alpha}$	0.71^0	4.61^0
$[001]_{\gamma} - [001]_{\alpha}$	3.47^0	5.56^0
$\left[\bar{1} \bar{1} 0 \right]_{\gamma} - \left[11 \bar{1} \right]_{\alpha}$	3.20^0	9.20^0
$\left[\bar{1} \bar{2} 1 \right]_{\gamma} - \left[10 \bar{1} \right]_{\alpha}$	4.54^0	7.61^0
$\left[2 \bar{1} \bar{1} \right]_{\gamma} - \left[10 \bar{1} \right]_{\alpha}$	1.01^0	8.66^0

Çizelge 4.3. ve Çizelge 4.4. karşılaştırıldığında RID teorisinden elde edilen ikizlenme oranı, WLR teorisi ile elde edilen değer ile aynıdır. ID teorisindeki ikizlenme oranı ile WLR ve RID teorisleriyle elde edilen sonuç arasındaki fark 0.03^0 'tür. RID teorisinden elde edilen toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü, WLR teorisi ile aynı olup, ID teorisinde bulunan sonuç ile arasındaki fark yaklaşık 0.01^0 'dir. RID teorisinden elde edilen habit düzlemi normali WLR teorisyle elde edilen habit düzlemi normali arasında açı farkı 0.02^0 olup, ID teorisindeki habit düzlemi ile arasındaki sapma açısı 5.96^0 'dir. Yönelim bağıntıları incelendiğinde ise, RID teorisi sonuçları WLR teorisi sonuçlarına çok yakın olup, ID teorisi sonuçları WLR veya RID teorisi sonuçlarından farklıdır. Özellikle K-S yönelim bağıntısı $\left[\bar{1} \bar{1} 0 \right]_{\gamma} - \left[11 \bar{1} \right]_{\alpha}$ için RID teorisi ile WLR teorisi arasındaki fark 0.6^0 olup, WLR teorisi ile ID teorisi arasındaki fark 6^0 'dir. Bu sonuçlar bize RID teorisinin ID teorisinden daha uygun olduğunu gösteriyor.

4.1.3. Zirconia Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi

Zirconia alaşımında kübik yapıdan tetragonal yapıya martensitik faz dönüşümü gerçekleşmektedir. Dönüşüm $(011)[0 \bar{1} 1]$ kesme sisteminin bir sonucu olmaktadır. Austenit fazın örgü parametresi $a_0 = 0.5127$ nm ve martensit yapının örgü parametreleri ise $a =$

0.5093 nm ve $c = 0.5177$ nm'dir (Kato ve Shibata, 1990). Böylece, Bain bozunum matrisindeki temel zorlanma bileşenleri $\eta_1 = \eta_2 = \frac{a}{a_0} = 0.993368$ ve $\eta_3 = \frac{c}{a_0} = 1.009752$ olarak hesaplanır. Temel zorlanma bileşenleri kullanılarak RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler Çizelge 4.5.'te gösterilmiştir.

Çizelge 4.5. Zirconia alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	$m_+ = -0.013309$	$m_- = -0.01941$	$f_+ = 0.593178$	$f_- = 0.406822$
Habit düzlemi, n	$\begin{bmatrix} -0.826736 \\ -0.011909 \\ 0.562465 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.82674 \\ -0.562465 \\ 0.011909 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.82674 \\ -0.56246 \\ 0.011909 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.82674 \\ -0.01191 \\ 0.562465 \end{bmatrix}$
m_T	0.009716	0.009666	0.009666	0.009716
d_T	$\begin{bmatrix} 0.828621 \\ -0.008536 \\ 0.559745 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.829747 \\ -0.55801 \\ 0.012145 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.829747 \\ -0.55801 \\ 0.012145 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.828621 \\ -0.00854 \\ 0.559745 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları				
$[100]_\gamma - [100]_\alpha$	0.26^0	0.26^0	0.26^0	0.26^0
$[010]_\gamma - [010]_\alpha$	0^0	0.26^0	0.26^0	0^0
$[001]_\gamma - [001]_\alpha$	0.26^0	0	0.01^0	0.26^0

Çizelge 4.5.'e dikkat edilirse RID teorisinden elde edilen sonuçların birbiriyle kristalografik eşdeğer olduğu açıkça görülür. $f_- = 0.406822$ için WLR teorisi ve ID teorisi (Kato ve Shibata, 1990) sonuçları Çizelge 4.6.'da gösterilmiştir.

Çizelge 4.6. Zirconia alaşımı için WLR teorisi ile ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	WLR	ID
İkizlenme oranı	$f = 0.4068$	$f = 0.4048$
Habit düzlemi, n	$\begin{bmatrix} 0.8267 \\ 0.5625 \\ -0.0118 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.8247 \\ 0.5656 \\ 0 \end{bmatrix}$
m_T	0.009688	0.009752
d_T	$\begin{bmatrix} -0.8293 \\ 0.5587 \\ -0.0119 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.8247 \\ 0.5656 \\ 0 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları		
$[100]_\gamma - [100]_\alpha$	0.26^0	0.26^0
$[010]_\gamma - [010]_\alpha$	0.61^0	0.62^0
$[001]_\gamma - [001]_\alpha$	0.56^0	0.56^0

Çizelge 4.5. ve Çizelge 4.6. karşılaştırıldığında RID teorisinden elde edilen ikizlenme oranı, toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü ve yönelim bağıntıları sonuçları, WLR teorisi ve ID teorisinden elde edilen sonuçlarla aynıdır. RID teorisinden elde edilen habit düzlemi normal, WLR sonucu ile arasındaki fark çok küçük olup,

0.01°'dir. WLR veya RID teorisinden elde edilen habit düzlemi normalı ID teorisinden elde edilen habit düzlemi normalı arasındaki açı farkı 0.71°'dir.

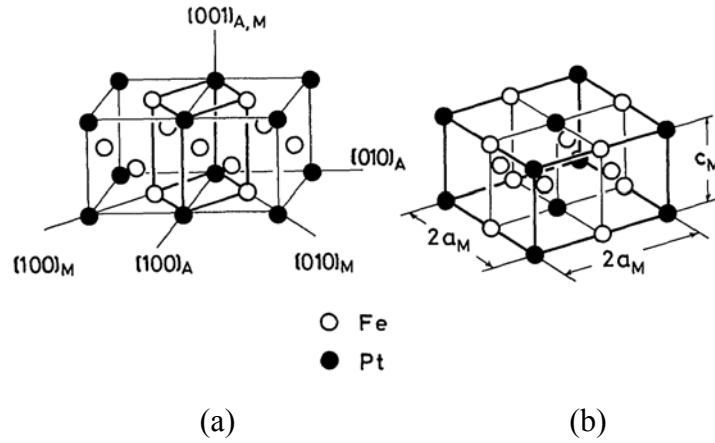
4.1.4. Fe₃Pt Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi

Fe₃Pt alaşımında fcc yapıdan bcc yapıya martensitik faz dönüşümü gerçekleşmektedir. Fe₃Pt alaşımında martensitik dönüşüm (101)[$\bar{1}$ 01] kesme sistemi ile oluşmaktadır. 137 °K sıcaklıkta austenit yapının örgü parametresi $a_0 = 0.3735$ nm ve 77 °K sıcaklıkta martensit yapının örgü parametreleri ise $a = 0.2857$ nm ve $c = 0.3176$ nm'dir (Tadaki, 1977). Bu örgü parametreleri kullanılarak temel zorlanma bileşenleri $\eta_1 = \eta_2 = \frac{\sqrt{2}a}{a_0} = 1.081769$ ve $\eta_3 = \frac{c}{a_0} = 0.850335$ şeklinde elde edilir. Dönüşümün kristalografik yapısı Şekil 4.2.'de gösterilmektedir. Temel zorlanma bileşenleri kullanılarak RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler Çizelge 4.7.'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.7. Fe₃Pt alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	$m_+ = 0.313529$	$m_- = 0.158829$	$f_+ = 0.663753$	$f_- = 0.336247$
Habit düzlemi, n	$\begin{bmatrix} 0.68067 \\ 0.724755 \\ 0.106853 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.106851 \\ 0.72475 \\ 0.680676 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.680671 \\ 0.724755 \\ 0.106853 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.106853 \\ 0.724755 \\ 0.680671 \end{bmatrix}$
m_T	0.161903	0.161908	0.161903	0.161908
d_T	$\begin{bmatrix} -0.73633 \\ 0.666677 \\ -0.11559 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.11559 \\ 0.666674 \\ -0.73633 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.73633 \\ 0.666678 \\ -0.11559 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.11559 \\ 0.666674 \\ -0.73633 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları				
$[100]_\gamma - [100]_\alpha$	4.64°	0.99°	4.64°	0.99°
$[010]_\gamma - [010]_\alpha$	4.64°	4.64°	4.64°	4.64°
$[001]_\gamma - [001]_\alpha$	0.99°	4.64°	0.99°	4.64°
$[\bar{1}01]_\gamma - [\bar{1}\bar{1}1]_\alpha$	3.48°	3.48°	3.48°	3.48°
$[\bar{1}\bar{1}2]_\gamma - [0\bar{1}1]_\alpha$	3.47°	1.16°	3.47°	1.16°
$(111)_\gamma - (011)_\alpha$	0.48°	0.48°	0.48°	0.48°

Çizelge 4.7. incelendiğinde, RID teorisinden elde edilen hem $m_+ = 0.313529$ kayma miktarı sonuçları ile $f_+ = 0.663753$ ikizlenme oranı sonuçları, hem de $m_- = 0.158829$ kayma miktarı sonuçları ile $f_- = 0.336247$ ikizlenme oranı sonuçlarının birbiriyle kristalografik eşdeğer olduğu açıkça görülür. $m_- = 0.158829$ için Tadaki (Tadaki, 1977) tarafından WLR teorisi kullanılarak elde edilen kristalografik çözümler ile ID teorisinden elde edilen sonuçlar Çizelge 4.8.'de gösterilmiştir.



Şekil 4.2. Fe₃Pt alaışımının kristal yapısı. (a) Austenit (fcc) yapısı. (b) Martensit (bcc) yapısı.

Çizelge 4.8. Fe₃Pt alaışımı için WLR teorisi ile ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	WLR	ID
LIS miktarı	$m = 0.1586$	$m = 0.163538$
Habit düzlemi, $\mathbf{n}$	$\begin{bmatrix} 0.10685 \\ 0.72475 \\ 0.68067 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.673537 \\ 0.739153 \end{bmatrix}$
m_T	0.1619	0.149665
d_T	$\begin{bmatrix} -0.11559 \\ 0.66668 \\ -0.73633 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -0.09012 \\ 0.119493 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları		
$[100]_\gamma - [100]_\alpha$	4.61^0	4.32^0
$[010]_\gamma - [010]_\alpha$	4.64^0	3.94^0
$[001]_\gamma - [001]_\alpha$	6.50^0	7.41^0
$[\bar{1}01]_\gamma - [\bar{1}\bar{1}1]_\alpha$	3.48^0	1.41^0
$[\bar{1}\bar{1}2]_\gamma - [0\bar{1}1]_\alpha$	0.38^0	8.44^0
$(111)_\gamma - (011)_\alpha$	0.48^0	7.15^0

Çizelge 4.7. ve Çizelge 4.8. karşılaştırıldığında RID teorisinden elde edilen kesme (LIS) miktarı, WLR teorisi ile ID teorisinden elde edilen değer ile aynıdır. RID teorisinden elde edilen toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü, WLR teorisindeki ile aynı olup, ID teorisinde bulunan sonuç ile arasındaki fark yaklaşık 0.01'dir. RID teorisinden elde edilen habit düzlemi normali WLR teorisiyle elde edilen habit düzlemi normali arasında açı farkı olmayıp, ID teorisindeki habit düzlemi ile arasındaki sapma açısı ise yaklaşık 6.19° 'dir. Yönelim bağıntıları incelendiğinde ise, RID teorisi sonuçları WLR teorisi sonuçlarına çok yakın olmakla beraber $[\bar{1}01]_\gamma - [\bar{1}\bar{1}1]_\alpha$ ve $(111)_\gamma - (011)_\alpha$ için aynı olup, $[\bar{1}\bar{1}2]_\gamma - [0\bar{1}1]_\alpha$ yönelim bağıntısı için ise fark 0.78° 'dir. ID teorisi ile WLR teorisi arasındaki yönelim

bağıntıları farkı $[\bar{1}01]_{\gamma} - [\bar{1}\bar{1}1]_{\alpha}$ için 2.07° , $[\bar{1}\bar{1}2]_{\gamma} - [0\bar{1}1]_{\alpha}$ için 8.06° ve $(111)_{\gamma} - (011)_{\alpha}$ için 6.67° dir.

4.1.5. FeNiC Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi

Fe-22%Ni-0.8%C alaşımında fcc yapıdan bct yapıya martensitik faz dönüşümü gerçekleşmektedir. Fe-22%Ni-0.8%C alaşımında martensitik dönüşüm $(101)[\bar{1}01]$ kesme sistemi için incelenecektir. Austenit yapının örgü parametresi $a_0 = 3.592 \text{ Å}$ ve martensit yapının örgü parametreleri ise $a = 2.845 \text{ Å}$ ve $c = 2.973 \text{ Å}$ 'dır (Nishiyama, 1978). Austenit ve martensit yapının örgü parametreleri kullanılarak, Bain bozunum matrisindeki

temel zorlanma bileşenleri $\eta_1 = \eta_2 = \frac{\sqrt{2}a}{a_0} = 1.120111$ ve $\eta_3 = \frac{c}{a_0} = 0.827673$ şeklinde

elde edilir. Temel zorlanma bileşenleri kullanılarak RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler Çizelge 4.9.'da gösterilmiştir.

Çizelge 4.9. FeNiC alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	$m_+ = 0.35314$	$m_- = 0.234177$	$f_+ = 0.601276$	$f_- = 0.398724$
Habit düzlemi, n	$\begin{bmatrix} 0.569014 \\ 0.802755 \\ 0.178347 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.178355 \\ 0.802763 \\ 0.569000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.569015 \\ 0.802755 \\ 0.178347 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.178347 \\ 0.802755 \\ 0.569015 \end{bmatrix}$
m_T	0.193026	0.193028	0.193027	0.193029
d_T	$\begin{bmatrix} -0.63736 \\ 0.744221 \\ -0.19975 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.19978 \\ 0.744219 \\ -0.63736 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.63736 \\ 0.744221 \\ -0.19975 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.19978 \\ 0.744217 \\ -0.63736 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları				
$[100]_{\gamma} - [100]_{\alpha}$	5.20^0	1.95^0	5.20^0	1.95^0
$[010]_{\gamma} - [010]_{\alpha}$	5.30^0	5.30^0	5.30^0	5.30^0
$[001]_{\gamma} - [001]_{\alpha}$	1.95^0	5.20^0	1.95^0	5.20^0
$[\bar{1}01]_{\gamma} - [\bar{1}\bar{1}1]_{\alpha}$	2.95^0	2.95^0	2.95^0	2.95^0
$[\bar{1}\bar{1}2]_{\gamma} - [0\bar{1}1]_{\alpha}$	4.40^0	0.48^0	4.40^0	0.48^0
$[0\bar{1}1]_{\gamma} - [\bar{1}\bar{1}1]_{\alpha}$	3.44^0	0.38^0	3.44^0	0.38^0
$(111)_{\gamma} - (011)_{\alpha}$	0.25^0	0.25^0	0.25^0	0.25^0

Çizelge 4.9.'dan, hem kayma hem de ikizlenme metoduyla elde edilen çözümlerin birbiriyle kristalografik eşdeğer olduğu görülmektedir. $m_- = 0.234177$ için BM teorisi, deneysel sonuçlar (Nishiyama, 1978) ve ID teorisi (Doğan ve Havvatoğlu, 2003a) sonuçları Çizelge 4.10.'da gösterilmiştir.

Çizelge 4.9. ve Çizelge 4.10. karşılaştırıldığında RID teorisinden elde edilen kesme (LIS) miktarı, toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü, habit düzlemi normalinin yönelimi sonuçları BM teorisinden elde edilen değerlerle aynıdır. RID teorisi veya BM teorisi ile ID teorisi arasında kesme miktarı farkı 0.01, toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü farkı 0.02 ve habit düzlemi arasındaki sapma açısı 10.45° 'dir. RID teorisi

deneysel sonuçlarla karşılaştırıldığı zaman kesme miktarı, toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü için arada fark olmayıp çok iyi uyum göstermektedir. Habit düzlemi için ise, RID teorisinden elde edilen sonucun deneysel (I)'deki habit düzlemi sonucu ile arasındaki fark 1.81° , deneysel (II)'deki habit düzlemi sonucu ile arasındaki fark 1.50° 'dir. ID teorisinden elde edilen habit düzlemi normalı sonucu deneysel sonuçlarla karşılaştırıldığı zaman; deneysel (I) ile açı farkı 10.07° ve deneysel (II) ile açı farkı 9.45° 'dir. Bu deneysel habit düzlemi sonuçlarının karşılaştırılmasından sonra, habit düzlemi için RID teorisinden elde edilen sonuçların, ID teorisinden elde edilen sonuçlara göre daha uygun olduğu açıkça görülmektedir. Yönelim bağıntıları karşılaştırıldığında ise, arada fazla bir fark yoktur. Ancak $[\bar{1}01]_\gamma - [\bar{1}\bar{1}1]_\alpha$ yönelim bağıntısı için deneysel sonuç 2.50° olup, RID, BM ve ID teorisi ile arasındaki fark sırasıyla 0.45° , 0.45° ve 1.13° 'dir. Görüldüğü gibi RID ve BM teorisi deneysel sonuçlarla daha iyi uyum göstermektedir. Diğer deneysel sonuçlarla da RID teorisi karşılaştırıldığı zaman, RID teorisinin deneysel sonuçlarla uyum gösterdiği görülmektedir.

Çizelge 4.10. FeNiC alaşımı için BM teorisi, deneysel sonuçlar ve ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	BM	ID	Deneysel (I)	Deneysel (II)
LIS miktarı	$m = 0.234177$	$m = 0.240221$	$m = 0.23-0.255$	—
Habit düzlemi, $\mathbf{n}$	$\begin{bmatrix} 0.178354 \\ 0.802757 \\ 0.569008 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.83486 \\ 0.550462 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.1642 \\ 0.8208 \\ 0.5472 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.1748 \\ 0.8180 \\ 0.5481 \end{bmatrix}$
m_T	0.193023	0.172327	0.1932	0.1915
Yönelim bağıntıları				
$[100]_\gamma - [100]_\alpha$	6.91^0	6.12^0	—	—
$[010]_\gamma - [010]_\alpha$	5.30^0	4.04^0	—	—
$[001]_\gamma - [001]_\alpha$	8.52^0	9.86^0	—	—
$[\bar{1}01]_\gamma - [\bar{1}\bar{1}1]_\alpha$	2.95^0	3.63^0	2.50^0	2.50^0
$[\bar{1}\bar{1}2]_\gamma - [0\bar{1}1]_\alpha$	1.72^0	9.72^0	2^0	—
$[0\bar{1}1]_\gamma - [\bar{1}\bar{1}1]_\alpha$	6.37^0	13.89^0	6^0	—
$(111)_\gamma - (011)_\alpha$	0.25^0	7.75^0	$<1^0$	—

4.1.6. FeCr Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi

Bir erime potasına Cr_2O_3 tozu enjekte edilerek lazer ile kaplanmış Fe-22wt%Cr çeliğinde fcc yapıdan bct yapıya martensitik faz dönüşümü gerçekleşmektedir. Fe-22wt%Cr alaşımında martensitik dönüşüm $(101)[\bar{1}01]$ kesme sisteminde oluşmaktadır.

Bain bozunum matrisindeki temel zorlanma bileşenleri $\eta_1 = \eta_2 = \frac{\sqrt{2}a}{a_0} = 1.0433$ ve

$\eta_3 = \frac{c}{a_0} = 0.9305$ şeklindedir (Burg ve Hosson, 1993; Hosson, 1995). Temel zorlanma

bileşenleri kullanılarak RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler Çizelge 4.11.'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.11. incelendiğinde FeCr alaşımı için hem kayma yöntemi ile hem de ikizlenme yöntemi ile elde edilen çözümlerin kristalografik eşdeğer olduğu görülür. İkizlenme oranı $f_- = 0.373502$ çözümü için FD teorisi (Burg ve Hosson, 1993), deneysel sonuçlar (Hosson, 1995) ve ID teorisi (Arıkan, 2006) sonuçları Çizelge 4.12.'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.11. FeCr alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	$m_+ = 0.142748$	$m_- = 0.085103$	$f_+ = 0.626498$	$f_- = 0.373502$
Habit düzlemi, $\mathbf{n}$	$\begin{bmatrix} 0.624448 \\ 0.77835 \\ 0.065085 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.065039 \\ 0.778199 \\ 0.624641 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.624451 \\ 0.778347 \\ 0.065084 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.065084 \\ 0.778347 \\ 0.624451 \end{bmatrix}$
m_T	0.072509	0.072506	0.072509	0.07250
d_T	$\begin{bmatrix} -0.65149 \\ 0.755613 \\ -0.06788 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.06788 \\ 0.755619 \\ -0.65149 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.65149 \\ 0.755613 \\ -0.06788 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.06769 \\ 0.755634 \\ -0.65149 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları				
$[100]_\gamma - [100]_\alpha$	2.03^0	0.27^0	2.03^0	0.27^0
$[010]_\gamma - [010]_\alpha$	2.03^0	2.03^0	2.03^0	2.03^0
$[001]_\gamma - [001]_\alpha$	0.27^0	2.03^0	0.27^0	2.03^0
$(004)_\gamma - (004)_\alpha$	0.28^0	2.03^0	0.05^0	0.28^0
$(400)_\gamma - (220)_\alpha$	2.03^0	0.28^0	0.28^0	2.03^0

Çizelge 4.12. FeCr alaşımı için FD teorisi, deneysel sonuçlar ve ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	FD	ID	Deneysel
LIS miktarı ve İkizlenme oranı	$m = 0.0851$ $f = 0.3712$	$m = 0.0866$ $f = 0.3839$	$f = \%(30-35)$
Habit düzlemi, $\mathbf{n}$	$\begin{bmatrix} 0.0651 \\ 0.7786 \\ 0.6242 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.7893 \\ 0.6140 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.73 \\ -0.67 \end{bmatrix}$
m_T	0.0725	0.0695	—
Yönelim bağıntıları			
$[100]_\gamma - [100]_\alpha$	2.45^0	3.37^0	—
$[010]_\gamma - [010]_\alpha$	2.03^0	1.85^0	—
$[001]_\gamma - [001]_\alpha$	3.17^0	2.38^0	2.0^0
$(004)_\gamma - (004)_\alpha$	2.0^0	3.01^0	—
$(400)_\gamma - (220)_\alpha$	1.8^0	2.66^0	—

Çizelge 4.11. ve Çizelge 4.12. karşılaştırıldığında RID teorisinden elde edilen ikizlenme oranı, toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü sonuçları FD teorisinden elde edilen değerlerle aynı olmakla beraber habit düzlemi normalinin yönelimi için aradaki fark 0.02° 'dir. RID teorisi veya FD teorisi ile ID teorisinden elde edilen ikizlenme oranı arasındaki fark 0.01, toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü arasında fark olmayıp, habit düzlemi normali ile arasındaki fark 3.83° 'dir. RID teorisinden elde edilen habit

düzlemi sonucunun deneysel habit düzlemi normali arasındaki sapma açısı farkı 5.33° , FD teorisi ile sapma açısı farkı 5.34° 'dir. $[001]_\gamma - [001]_\alpha$ yönelim bağıntısı için RID teorisinden elde edilen sonuç deneysel sonuçla karşılaştırıldığı zaman arada 0.03° 'lik bir fark olduğu görülür. Aynı doğrultunun yönelim bağıntısı için FD teorisinin deneysel sonuçtan farkı 2.17° , ID teorisinin deneysel sonuçtan farkı 0.38° 'dir. Diğer yönelim bağıntıları karşılaştırıldığı zaman RID teorisinden elde edilen sonuçların FD teorisinden elde edilen sonuçlara yakın olduğu görülmektedir.

4.1.7. NiAl (3R) Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi

NiAl alaşımında bcc yapıdan fct (3R) yapıya martensitik faz dönüşümü gerçekleşmektedir. NiAl alaşımında martensitik dönüşüm $(101)[\bar{1}01]$ kesme sisteminin bir sonucu olmaktadır. Austenit yapının örgü parametresi $a_0 = 0.2853$ nm ve martensit yapının örgü parametreleri ise $a = 0.3789$ nm ve $c = 0.3224$ nm'dir (Sittner ve Novak, 2000). Böylece, Bain bozunum matrisindeki temel zorlanma bileşenleri $\eta_1 = \eta_2 = \frac{a}{\sqrt{2}a_0} = 0.939091$ ve $\eta_3 = \frac{c}{a_0} = 1.130039$ olur. Temel zorlanma bileşenleri kullanılarak RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler Çizelge 4.13.'te gösterilmiştir.

Çizelge 4.13. NiAl (3R) alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	$m_+ = -0.12657$	$m_- = -0.23945$	$f_+ = 0.654204$	$f_- = 0.345796$
Habit düzlemi, n	$\begin{bmatrix} -0.094 \\ -0.69538 \\ 0.712468 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.7125 \\ -0.69535 \\ 0.093982 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.7125 \\ -0.69535 \\ 0.093982 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.09398 \\ -0.69535 \\ 0.712503 \end{bmatrix}$
m_T	0.122121	0.122113	0.122113	0.122124
d_T	$\begin{bmatrix} -0.08831 \\ 0.73791 \\ 0.669097 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.66911 \\ 0.737905 \\ 0.088277 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.66911 \\ 0.737905 \\ 0.088277 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.08833 \\ 0.737911 \\ 0.669093 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları				
$[100]_\gamma - [100]_\alpha$	0.65^0	3.50^0	3.50^0	0.65^0
$[010]_\gamma - [010]_\alpha$	3.50^0	3.50^0	3.50^0	3.50^0
$[001]_\gamma - [001]_\alpha$	3.50^0	0.65^0	0.65^0	3.50^0

Çizelge 4.13.'ten çözümlerin kristalografik eşdeğer olduğu görülmektedir. $m_- = -0.12657$ için BM teorisi (Bowles ve Mackenzie, 1954) ile ID teorisi sonuçları Çizelge 4.14.'te gösterilmiştir.

Çizelge 4.13. ve Çizelge 4.14. karşılaştırıldığında RID teorisinden elde edilen kesme miktarı, toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü, habit düzlemi normali sonuçlarının BM teorisi ile aynı olduğu görülür. Ayrıca Saburi ve Wayman tarafından hesaplanan habit düzlemi normali (1, 7.41, 7.62)'dir (Saburi ve Wayman, 1979). Bu sonuç RID teorisi ile karşılaştırıldığı zaman habit düzlemi normali arasında açı farkı 0.11° 'dir. RID teorisi veya BM teorisinden elde edilen habit düzlemi normali, ID teorisinden elde

edilen habit düzlemi normaliyiyle aralarındaki açı farkı 5.51° 'dir. RID teorisinden elde edilen yönelim bağıntıları sonuçlarının ise BM teorisinden elde edilen sonuçlarla farkı pek azdır. ID teorisinden elde edilen toplam şekil deformasyonunun büyüklüğünün değerinin RID teorisi ve BM teorisinden elde edilen sonuçlarla arasındaki fark 0.01° 'dir. Elde edilen sonuçlardan görüldüğü gibi RID teorisinin sonuçlarının sonlu deformasyon yaklaşımı sonuçlarıyla uygunluk gösterdiği açıkça görülmektedir.

Çizelge 4.14. NiAl (3R) alaşımı için BM teorisi ile ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	BM	ID
LIS miktarı	$m = 0.126572$	$m = -0.12182$
Habit düzlemi, $\mathbf{n}$	$\begin{bmatrix} 0.093963 \\ -0.695332 \\ -0.712519 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.68439 \\ 0.729116 \end{bmatrix}$
m_T	0.122115	0.130039
d_T	$\begin{bmatrix} 0.088261 \\ -0.737878 \\ -0.669123 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.68439 \\ -0.72912 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları		
$[100]_\gamma - [100]_\alpha$	3.66°	3.71°
$[010]_\gamma - [010]_\alpha$	3.50°	3.95°
$[001]_\gamma - [001]_\alpha$	5.04°	4.50°

4.1.8. FeNi Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi

Fe-30.9%Ni alaşımında fcc yapıdan bcc yapıya martensitik faz dönüşümü gerçekleşmektedir. Martensitik dönüşüm $(101)[\bar{1}01]$ kesme sistemi için incelenecektir. Austenit yapının örgü parametresi $a_0 = 3.591 \text{ Å}$ ve martensit yapının örgü parametresi ise $a = c = 2.875 \text{ Å}$ 'dur (Nishiyama, 1978). Bu örgü parametrelerinin kullanılmasıyla Bain bozunum matrisindeki temel zorlanma bileşenleri $\eta_1 = \eta_2 = \frac{\sqrt{2}a}{a_0} = 1.132237$ ve

$\eta_3 = \frac{c}{a_0} = \frac{a}{a_0} = 0.800613$ şeklinde elde edilir. Temel zorlanma bileşenleri kullanılarak

RID teorisinden elde edilen çözümler Çizelge 4.15.'te gösterilmiştir.

Çizelge 4.15. incelenirse LIS miktarının pozitif değeri ile ikizlenme oranının pozitif değeri için elde edilen çözümlerin birbiriyle tamamen uyum içinde olduğu görülür. Ayrıca LIS miktarı ve ikizlenme oranının negatif çözümleri için sayısal değerlerin birbirine çok yakın olduğu görülür. $m_- = 0.257012$ için WLR teorisi, deneysel sonuçlar (Nishiyama, 1978) ve ID teorisi sonuçları Çizelge 4.16.'da gösterilmiştir. Çizelge 4.16.'da verilen ID teorisi sonuçları için, FeNi alaşımı üzerinde hem Navruz ve Durlu (Navruz ve Durlu, 1999) hem de Doğan ve Havvatoğlu (Doğan ve Havvatoğlu, 2003b) çalışmalar yapmıştır. Ayrıca FeNi alaşımı için yaklaşık -8°C 'de on yedi farklı deneysel habit düzlemi Breedis ve Wayman tarafından bulunmuştur (Wayman, 1964). $\delta = 1.00000$ ve $\delta = 1.00137$ değerleri

için elde edilen deneysel sonuçlar yardımıyla Breedis ve Wayman tarafından habit düzlemi indislerinin ortalama olarak (259) şeklinde bulunmuştur (Wayman, 1964). Hem $\delta = 1.00000$ hem de $\delta = 1.00137$ için elde edilen habit düzlemleri sırasıyla (0.184765, 0.594820, 0.782337) ve (0.189454, 0.788051, 0.585733) olup, habit düzlemi normalindeki sapma açısı 0.0048° dir.

Çizelge 4.15. FeNi alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	$m_+ = 0.409655$	$m_- = 0.257012$	$f_+ = 0.614482$	$f_- = 0.385518$
Habit düzlemi, n	$\begin{bmatrix} 0.594241 \\ 0.782706 \\ 0.185064 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.185057 \\ 0.782699 \\ 0.594253 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.594242 \\ 0.782705 \\ 0.185064 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.185064 \\ 0.782705 \\ 0.594242 \end{bmatrix}$
m_T	0.225753	0.225757	0.225753	0.225756
d_T	$\begin{bmatrix} -0.67282 \\ 0.70951 \\ -0.20954 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.20952 \\ 0.709506 \\ -0.67283 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.67282 \\ 0.70951 \\ -0.20954 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.20952 \\ 0.709507 \\ -0.67283 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları				
$[100]_\gamma - [100]_\alpha$	6.22°	2.36°	6.23°	2.36°
$[010]_\gamma - [010]_\alpha$	6.31°	6.31°	6.31°	6.31°
$[001]_\gamma - [001]_\alpha$	2.36°	6.23°	2.36°	6.23°
$[\bar{1}01]_\gamma - [\bar{1}\bar{1}1]_\alpha$	3.61°	3.61°	3.61°	3.61°
$[\bar{1}\bar{1}2]_\gamma - [0\bar{1}1]_\alpha$	5.12°	0.77°	5.12°	0.78°
$(111)_\gamma - (011)_\alpha$	0.53°	0.53°	0.53°	0.53°

Çizelge 4.16. FeNi alaşımı için WLR teorisi, deneysel sonuçlar ve ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	WLR	ID	Deneysel
LIS miktarı	$m = 0.2568$	$m = 0.26448$	–
Habit düzlemi, n	$\begin{bmatrix} 0.1848 \\ 0.7823 \\ 0.5948 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.58033 \\ 0.81438 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.1656 \\ 0.7998 \\ 0.5770 \end{bmatrix}$
m_T	0.2258	0.19939	–
Yönelim bağıntıları			
$[100]_\gamma - [100]_\alpha$	7.61°	6.66°	–
$[010]_\gamma - [010]_\alpha$	6.32°	4.76°	–
$[001]_\gamma - [001]_\alpha$	9.68°	11.47°	–
$[\bar{1}01]_\gamma - [\bar{1}\bar{1}1]_\alpha$	3.62°	4.41°	2.4°
$[\bar{1}\bar{1}2]_\gamma - [0\bar{1}1]_\alpha$	1.67°	11.42°	2.2°
$(111)_\gamma - (011)_\alpha$	0.54°	9.12°	0.3°

Çizelge 4.15. ve Çizelge 4.16. karşılaştırıldığında RID teorisinden elde edilen kesme miktarı ve toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü sonuçlarının WLR teorisinden elde edilen sonuçlarla arasında fark olmadığı, habit düzlemi normaline ile arasındaki farkın 0.04° olduğu görülür. RID teorisinden elde edilen habit düzlemi normalinin deneysel sonuçla arasında açı farkı 1.78° dir. RID teorisi sonuçları ID teorisi sonuçları ile

karşılaştırıldığı zaman; kesme miktarı değerleri arasındaki fark 0.01, toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü arasındaki fark 0.03 ve habit düzlemi normali arasındaki fark 10.80° 'dir. RID teorisinden elde edilen yönelim bağıntıları sonuçları hem WLR teorisi, hem ID teorisi, hem de deneysel sonuçlarla uyum sağlamakta olup, özellikle $(111)_\gamma - (011)_\alpha$ düzlemi için elde edilen sonuç WLR teorisiyle aynı olmakla beraber deneysel sonuçla arasındaki fark 0.24° 'dir.

4.2. Kübik Yapıdan Ortorombik (veya Monoklinik) Yapıya Martensitik Faz Dönüşümlerinin Kristalografik Analizi

Ortorombik veya monoklinik yapıya sahip olan alaşımlarda gerçekleşen martensitik faz dönüşümlerinin kristalografik yapısı incelenirken kullanılan temel zorlanma bileşenleri benzer özellikleri taşıdığı için aynı başlık altında incelenecektir.

4.2.1. Tantalyum Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi

Tantalyum (TaO_y) alaşımında kübik yapıdan ortorombik yapıya martensitik faz dönüşümü gerçekleşmektedir. Dönüşümde $(101)[\bar{1}01]$ kesme sistemi oluşmaktadır. Austenit yapının örgü parametresi $a_0 = 3.322 \text{ Å}$ ve martensit yapının örgü parametreleri ise $a = 3.271 \text{ Å}$, $b = 3.201 \text{ Å}$ ve $c = 3.610 \text{ Å}$ 'dır (Wayman ve Landuyt, 1968; Kofstad, 1961). Böylece, Bain bozunum matrisindeki temel zorlanma bileşenleri $\eta_1 = \frac{a}{a_0} = 0.984648$, $\eta_2 = \frac{b}{a_0} = 0.963576$ ve $\eta_3 = \frac{c}{a_0} = 1.086695$ olur. Temel zorlanma bileşenleri kullanılarak RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler Çizelge 4.17.'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.17. Tantalyum alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	$m_+ = -0.03095$	$m_- = -0.16564$	$f_+ = 0.842568$	$f_- = 0.157432$
Habit düzlemi, n	$\begin{bmatrix} -0.01546 \\ -0.57326 \\ 0.81923 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.81812 \\ -0.57483 \\ 0.015564 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.81812 \\ -0.57483 \\ 0.015564 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.01556 \\ -0.57483 \\ 0.818122 \end{bmatrix}$
m_T	0.106429	0.106436	0.106436	0.106396
d_T	$\begin{bmatrix} -0.0147 \\ 0.615061 \\ 0.788343 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.78832 \\ 0.615078 \\ 0.014966 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.78832 \\ 0.615079 \\ 0.014966 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.01523 \\ 0.614956 \\ 0.788414 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları				
$[100]_\gamma - [100]_\alpha$	0.10^0	2.87^0	2.87^0	0.09^0
$[010]_\gamma - [010]_\alpha$	2.87^0	2.87^0	2.87^0	2.87^0
$[001]_\gamma - [001]_\alpha$	2.87^0	0.10^0	0.09^0	2.87^0

Çizelge 4.17. incelendiğinde, hem ikizlenme hem de kayma metodu ile bulunan tüm sonuçların birbiriyle kristalografik eşdeğer olduğu açıkça görülür. $f_+ = 0.842568$ için WLR teorisi (Kofstad, 1961) ve ID teorisi (Navruz, 2003a) sonuçları Çizelge 4.18.'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.17. ve Çizelge 4.18. karşılaştırıldığında RID teorisinden elde edilen ikizlenme oranı ve toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü, WLR teorisi ile elde edilen sonuçla aynı olup, WLR teorisinden elde edilen habit düzlemi normalinin varyantı için arasındaki sapma açısı 1.54° 'dir. Ayrıca ikizlenme oranının deneysel sonucu 0.84–0.88 arasında olup, RID teorisiyle uygunluk göstermektedir. RID teorisi ile ID teorisi karşılaştırıldığı zaman; RID teorisinden elde edilen ikizlenme oranıyla arasındaki fark 0.01, toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü ile arasında fark olmayıp, habit düzlemi normalinin varyantı için arasındaki açı farkı 1° 'dir. WLR teorisinden elde edilen habit düzlemi normali ile ID teorisinden elde edilen habit düzlemi normali arasındaki sapma açısı 2.12° 'dir. Habit düzlemi için elde edilen sonuçlara bakıldığında zaman RID teorisinin, WLR teorisine ID teorisinden daha yakın olduğu görülür. Yönelim bağıntıları incelendiğinde ise, RID teorisi sonuçlarının hem WLR teorisi sonuçlarıyla hem de ID teorisi sonuçlarıyla uyum içinde olduğu görülmektedir. Özellikle $[010]_\gamma - [010]_\alpha$ doğrultusu için RID teorisinden elde edilen yönelim bağıntısı sonucu WLR teorisi sonucuyla tamamen aynıdır.

Çizelge 4.18. Tantalum alaşımı için WLR teorisi ile ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	WLR	ID
İkizlenme oranı	$f = 0.84 - 0.88$	$f = 0.84956$
Habit düzlemi, $\mathbf{n}$	$\begin{bmatrix} 0.013345 \\ 0.552754 \\ 0.833237 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.58137 \\ -0.81364 \end{bmatrix}$
m_T	0.1064	0.110777
d_T	$\begin{bmatrix} 0.013345 \\ -0.552754 \\ 0.833237 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -0.58137 \\ -0.81364 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları		
$[100]_\gamma - [100]_\alpha$	5.65°	4.56°
$[010]_\gamma - [010]_\alpha$	2.87°	3.03°
$[001]_\gamma - [001]_\alpha$	4.87°	5.83°

4.2.2. AuCu Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi

AuCu alaşımında kübik yapıdan ortorombik yapıya martensitik faz dönüşümü gerçekleşmektedir. Dönüşümde $(101)[\bar{1}01]$ kesme sistemi etkindir. Austenit yapının örgü parametresi $a_0 = 3.872 \text{ Å}$ ve martensit yapının örgü parametreleri ise $a = 3.979 \text{ Å}$, $b = 3.963 \text{ Å}$ ve $c = 3.678 \text{ Å}$ 'dur (Smith ve Bowles, 1960). Kübik ve ortorombik yapıların örgü parametrelerinin kullanılmasıyla, Bain bozunum matrisindeki temel zorlanma bileşenleri $\eta_1 = \frac{a}{a_0} = 1.027634$, $\eta_2 = \frac{b}{a_0} = 1.023502$ ve $\eta_3 = \frac{c}{a_0} = 0.949897$ şeklide elde edilir (Muddle ve ark., 1964; Navruz, 2003b). Temel zorlanma bileşenleri kullanılarak AuCu alaşımı için RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler Çizelge 4.19.'da gösterilmiştir. Çizelge 4.19. incelendiğinde, kesme miktarı $m_+ = 0.102407$ ve ikizlenme

oranı $f_+ = 0.652279$ için elde edilen sonuçlar ile $m_- = 0.054592$ ve $f_- = 0.347721$ için elde edilen sonuçların birbirleriyle kristalografik eşdeğer olduğu açıkça görülür.

Çizelge 4.19. AuCu alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	$m_+ = 0.102407$	$m_- = 0.054592$	$f_+ = 0.652279$	$f_- = 0.347721$
Habit düzlemi, n	$\begin{bmatrix} 0.704346 \\ 0.708669 \\ 0.041037 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.041139 \\ 0.709251 \\ 0.703755 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.704349 \\ 0.708667 \\ 0.041037 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.041037 \\ 0.708667 \\ 0.704349 \end{bmatrix}$
m_T	0.047226	0.047379	0.047227	0.047348
d_T	$\begin{bmatrix} -0.72071 \\ 0.691816 \\ -0.04436 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.04151 \\ 0.691752 \\ -0.72094 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.72071 \\ 0.691816 \\ -0.04437 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.04195 \\ 0.691765 \\ -0.7209 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları				
$[100]_\gamma - [100]_\alpha$	1.35^0	0.11^0	1.35^0	0.11^0
$[010]_\gamma - [010]_\alpha$	1.35^0	1.36^0	1.35^0	1.36^0
$[001]_\gamma - [001]_\alpha$	0.11^0	1.36^0	0.11^0	1.36^0

$m_+ = 0.102407$ için WLR teorisi (Muddle ve ark., 1964) ve ID teorisi (Navruz, 2003b) sonuçları Çizelge 4.20.'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.20. AuCu alaşımı için WLR teorisi ile ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	WLR	ID
LIS miktarı	$m = 0.1024$	$m = 0.1002$
Habit düzlemi, n	$\begin{bmatrix} 0.7044 \\ -0.7087 \\ 0.0410 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.6991 \\ -0.7149 \\ 0 \end{bmatrix}$
m_T	0.0473	0.0460
d_T	$\begin{bmatrix} -0.7209 \\ -0.6918 \\ 0.0420 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.7209 \\ -0.6918 \\ 0.0420 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları		
$[100]_\gamma - [100]_\alpha$	3.23^0	3.16^0
$[010]_\gamma - [010]_\alpha$	1.35^0	1.32^0
$[001]_\gamma - [001]_\alpha$	2.93^0	2.87^0

Çizelge 4.19. ve Çizelge 4.20. karşılaştırıldığında RID teorisinden elde edilen kesme (LIS) miktarı, toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü sonuçları, WLR ve ID teorilerinden elde edilen değerlerle aynı olup, yönelim bağıntıları sonuçlarıyla uyum göstermektedir. RID teorisinden elde edilen habit düzlemi normalı sonucu WLR teorisinden elde edilen habit düzlemi normalı sonucuyla aynı olup, ID teorisi sonucuyla arasındaki fark 2.40° 'dir. Habit düzlemi için bulunan bu sonuç bize RID teorisinin WLR teorisine, ID teorisinden daha uygun olduğunu göstermektedir.

4.2.3. AuCd Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi

Au-47.5at%Cd alaşımında kübik yapıdan ortorombik yapıya martensitik faz dönüşümü gerçekleşmektedir. Dönüşüm $(011)[0\bar{1}1]$ kesme sisteminde incelenecektir. Austenit yapının örgü parametresi $a_0 = 3.3165 \text{ kx}$ ve martensit yapının örgü parametreleri ise $a = 3.1476 \text{ kx}$, $b = 4.7549 \text{ kx}$ ve $c = 4.8546 \text{ kx}$ 'tir. Böylece, Bain bozunum matrisindeki temel zorlanma bileşenleri $\eta_1 = \frac{b}{\sqrt{2}a_0} = 1.013786$, $\eta_2 = \frac{c}{\sqrt{2}a_0} = 1.035043$ ve

$\eta_3 = \frac{a}{a_0} = 0.949073$ olur (Lieberman ve ark., 1955). Temel zorlanma bileşenleri kullanılarak RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler Çizelge 4.21.'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.21. AuCd alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	$m_+ = 0.10389$	$m_- = 0.069102$	$f_+ = 0.600549$	$f_- = 0.399451$
Habit düzlemi, n	$\begin{bmatrix} 0.664955 \\ 0.74302 \\ 0.075866 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.664955 \\ 0.075866 \\ 0.74302 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.664955 \\ 0.74302 \\ 0.075866 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.664955 \\ 0.075866 \\ 0.74302 \end{bmatrix}$
m_T	0.031447	0.031473	0.031447	0.031473
d_T	$\begin{bmatrix} 0.653186 \\ -0.753308 \\ -0.076647 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.653251 \\ -0.07656 \\ -0.75326 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.653186 \\ -0.75331 \\ -0.07665 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.653251 \\ -0.07656 \\ -0.75326 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları				
$[111]_\gamma - [011]_\alpha$	1.54^0	1.54^0	1.54^0	1.54^0
$[11\bar{1}]_\gamma - [01\bar{1}]_\alpha$	1.39^0	0^0	1.39^0	0^0
$[1\bar{1}1]_\gamma - [101]_\alpha$	0^0	1.39^0	0^0	1.39^0
$[1\bar{1}\bar{1}]_\gamma - [10\bar{1}]_\alpha$	0^0	1.39^0	0^0	1.39^0
$[100]_\gamma - [110]_\alpha$	0.89^0	0.90^0	0.89^0	0.90^0
$[0\bar{1}0]_\gamma - [1\bar{1}0]_\alpha$	0.90^0	0.14^0	0.90^0	0.14^0
$(1\bar{1}0)_\gamma - (100)_\alpha$	0.89^0	0.90^0	0.89^0	0.90^0
$(10\bar{1})_\gamma - (010)_\alpha$	0.90^0	0.14^0	0.90^0	0.14^0
$(001)_\gamma - (001)_\alpha$	0.14^0	0.90^0	0.14^0	0.90^0

Çizelge 4.21. kontrol edilirse hem kayma hem de ikizlenme metodu ile elde edilen sonuçların birbiriyle kristalografik eşdeğer olduğu görülür. $f_- = 0.399451$ için WLR teorisi, deneysel sonuçlar (Lieberman ve ark., 1955; Nishiyama, 1978) ve ID teorisi (Doğan ve Havvatoğlu, 2003c) sonuçları Çizelge 4.22.'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.21. ve Çizelge 4.22. karşılaştırıldığında RID teorisinden elde edilen habit düzlemi normalini ile WLR teorisinden elde edilen habit düzlemi normalinin varyantı arasındaki fark 9° 'dir. RID teorisi ile ID teorisi karşılaştırıldığında; ikizlenme oranı arasındaki fark 0.01, toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü ile habit düzlemi

normalinin varyantı için bulunan değer arasındaki fark 4.50° 'dir. RID teorisinden elde edilen habit düzlemi ile deneysel gözlenen habit düzlemi değeri arasındaki fark 8.40° 'dir. Ancak WLR teorisinden elde edilen habit düzlemi normal ID teorisinden elde edilen habit düzlemi normal ile karşılaştırıldığı zaman aradaki farkın 13.27° olduğu görülür. Bu sonuç bize RID teorisinin ID teorisine göre daha uygun olduğunu gösteriyor. Yönelim bağıntıları için karşılaştırma yapıldığı zaman; RID teorisi, WLR teorisi ve ID teorisi sonuçları arasında herhangi bir çelişki olmayıp, sonuçlar birbirleriyle uyum göstermektedir. RID teorisinden $[111]_\gamma - [011]_\alpha$ doğrultu ve $(111)_\gamma - (011)_\alpha$ düzlemi için elde edilen yönelim bağıntıları sonuçlarının deneysel sonuçlarla uygunluk gösterdiği görülür.

Çizelge 4.22. AuCd alaşımı için WLR teorisi, deneysel sonuçlar ile ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	WLR	ID	Deneysel
İkizlenme oranı		$f = 0.407619$	
Habit düzlemi, $\mathbf{n}$	$\begin{bmatrix} 0.6968 \\ -0.6810 \\ 0.2250 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.681851 \\ 0.731678 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.696 \\ -0.686 \\ 0.213 \end{bmatrix}$
m_T		0.02967	
d_T	$\begin{bmatrix} 0.6510 \\ 0.7322 \\ 0.2001 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.681851 \\ -0.73168 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.660 \\ 0.729 \\ 0.183 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları			
$[111]_\gamma - [011]_\alpha$	0.30^0	4.73^0	0^0
$[1\bar{1}\bar{1}]_\gamma - [01\bar{1}]_\alpha$	4.80^0	0.03^0	—
$[1\bar{1}1]_\gamma - [101]_\alpha$	3.40^0	1.39^0	—
$[1\bar{1}\bar{1}]_\gamma - [10\bar{1}]_\alpha$	2.17^0	4.21^0	—
$[100]_\gamma - [110]_\alpha$	1.82^0	0.84^0	—
$[0\bar{1}0]_\gamma - [1\bar{1}0]_\alpha$	2.68^0	2.93^0	—
$(1\bar{1}0)_\gamma - (100)_\alpha$	1.98^0	2.59^0	—
$(10\bar{1})_\gamma - (010)_\alpha$	2.43^0	2.35^0	—
$(001)_\gamma - (001)_\alpha$	2.67^0	2.82^0	0^0

4.2.4. CuSn Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi

Cu-14.95at%Sn alaşımında kübik (bcc) yapıdan ortorombik (9R) yapıya martensitik faz dönüşümü gerçekleşmektedir. Dönüşüm $(110)[1\bar{1}0]$ kesme sistemi ele alınarak incelenecektir. Austenit yapının örgü parametresi $a_0 = 2.981 \text{ Å}$ ve martensit yapının örgü parametreleri ise $a = 2.685 \text{ Å}$, $b = 4.554 \text{ Å}$ ve $c = 4.342 \text{ Å}$ 'dur (Kennon ve Bowles, 1969). Böylece Bain bozunum matrisindeki temel zorlanma bileşenleri $\eta_1 = \frac{a}{a_0} = 0.900704$, $\eta_2 = \frac{b}{\sqrt{2}a_0} = 1.08023$ ve $\eta_3 = \frac{c}{\sqrt{2}a_0} = 1.029942$ olur. Temel zorlanma bileşenleri kullanılarak RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler

Çizelge 4.23.'te gösterilmiştir. Çizelge 4.23. incelendiği zaman elde edilen kristalografik sonuçların birbiriyle eşdeğer olduğu görülür. $m_+ = 0.201534$ için BM teorisi, deneysel sonuçlar (Kennon ve Bowles, 1969; Artunç ve ark, 2000) ve ID teorisi sonuçları Çizelge 4.24.'te gösterilmiştir.

Çizelge 4.23. CuSn alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	$m_+=0.201534$	$m_-=0.158019$	$f_+=0.560512$	$f_-=0.439488$
Habit düzlemi, $\mathbf{n}$	$\begin{bmatrix} 0.21236 \\ 0.649827 \\ 0.729814 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.649689 \\ 0.212781 \\ 0.729814 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.212411 \\ -0.64981 \\ 0.729814 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.649947 \\ -0.21199 \\ 0.729814 \end{bmatrix}$
m_T	0.056971	0.056974	0.056971	0.056965
d_T	$\begin{bmatrix} -0.21874 \\ -0.66927 \\ 0.71009 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.669265 \\ -0.218776 \\ 0.710086 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.21875 \\ 0.669271 \\ 0.710089 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.66928 \\ 0.218697 \\ 0.710097 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları				
$[\bar{1}0\bar{1}]_\gamma - [100]_\alpha$	2.01^0	3.17^0	2.01^0	3.17^0
$[0\bar{1}0]_\gamma - [010]_\alpha$	1.62^0	0.68^0	1.62^0	0.68^0
$[\bar{5}04]_\gamma - [001]_\alpha$	0.74^0	0.04^0	0.74^0	0.04^0
$(101)_\gamma - (001)_\alpha$	0.86^0	0.02^0	0.86^0	0.02^0

Çizelge 4.24. CuSn alaşımı için BM teorisi, deneysel sonuçlar ile ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	BM	ID	Deneysel
Habit düzlemi, $\mathbf{n}$	$\begin{bmatrix} -0.2862 \\ 0.6270 \\ 0.7245 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.623728 \\ 0.781641 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.1786 \\ 0.6657 \\ 0.7246 \end{bmatrix}$
m_T	0.119	0.049	0.109
d_T	$\begin{bmatrix} -0.1781 \\ -0.7668 \\ 0.6166 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -0.62373 \\ 0.781641 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.1093 \\ -0.7897 \\ 0.6037 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları			
$[\bar{1}0\bar{1}]_\gamma - [100]_\alpha$	–	0.93^0	5.8^0
$[0\bar{1}0]_\gamma - [010]_\alpha$	–	1.11^0	4.6^0
$[\bar{5}04]_\gamma - [001]_\alpha$	–	3.18^0	4.0^0
$(101)_\gamma - (001)_\alpha$	0^0	3.24^0	–

Çizelge 4.23. ve Çizelge 4.24. incelendiğinde RID teorisinden elde edilen habit düzlemi ile BM teorisi ve deneysel sonuçtan elde edilen habit düzlemi değeri ile (Kennon ve Bowles, 1969) arasındaki fark sırasıyla 4.44° ve 2.16° 'dir. ID teorisinden elde edilen habit düzlemi normal deneysel sonuç ile karşılaştırılırsa aradaki farkın 11.02° olduğu görülür. RID teorisinden elde edilen toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü ile BM teorisinden elde edilen sonuç ile arasındaki fark 0.06, deneysel sonuç ile arasındaki fark 0.05'tir. RID teorisinden elde edilen yönelim bağıntıları sonuçları deneysel değerlerle

(Artunç ve ark, 2000) karşılaştırıldığında arada pek büyük bir fark olmadığı görülür. Özellikle $(101)_\gamma - (001)_\alpha$ düzlemi için RID teorisinden elde edilen yönelim bağıntısı sonucu, BM teorisinden elde edilen yönelim bağıntısı sonucu ile arasındaki fark 0.86° 'dir.

4.2.5. NiAl (7R) Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi

Ni-37.0at%Al alaşımında kübik (B2) yapıdan monoklinik (7R) yapıya martensitik faz dönüşümü gerçekleşmektedir. Dönüşüm $(110)[\bar{1}\bar{1}0]$ kesme sistemi için incelenecektir. Austenit yapının örgü parametresi $a_0 = 0.286$ nm ve martensit yapının örgü parametreleri ile β açısı ise $a = 0.418$ nm, $b = 0.271$ nm, $c = 1.448$ nm ve $\beta = 94.3^\circ$ 'dir. (Murakami ve ark., 1992) Böylece, Bain bozunum matrisindeki temel zorlanma bileşenleri

$$\eta_1 = \frac{a}{\sqrt{2}a_0} = 1.033464, \quad \eta_2 = \frac{b}{a_0} = 0.947552 \quad \text{ve} \quad \eta_3 = \frac{\sqrt{2}c \sin \beta}{7a_0} = 1.019989 \quad \text{olur. Bu}$$

bileşenler kullanılarak RID teorisine elde edilen çözümler Çizelge 4.25.'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.25. NiAl (7R) alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	$m_+ = -0.06599$	$m_- = -0.10715$	$f_+ = 0.618851$	$f_- = 0.381149$
Habit düzlemi, $\mathbf{n}$	$\begin{bmatrix} 0.060332 \\ 0.707447 \\ 0.704187 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.707447 \\ 0.060332 \\ 0.704187 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.707447 \\ -0.06033 \\ 0.704187 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.060332 \\ -0.70745 \\ 0.704187 \end{bmatrix}$
m_T	0.040735	0.040724	0.040724	0.040735
d_T	$\begin{bmatrix} -0.06143 \\ -0.7216 \\ 0.689581 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.721564 \\ -0.061806 \\ 0.689584 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.72156 \\ 0.061806 \\ 0.689584 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.06143 \\ 0.721598 \\ 0.689581 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları				
$(110)_\gamma - (100)_\alpha$	1.07°	1.07°	0.96°	0.96°
$(001)_\gamma - (010)_\alpha$	1.17°	1.17°	1.17°	1.17°
$(\bar{3}40)_\gamma - (001)_\alpha$	1.06°	0.83°	0.98°	1.13°

Çizelge 4.25. kontrol edildiğinde hem kayma hem de ikizlenme için elde edilen kristalografik sonuçların birbiriyle eşdeğer olduğu görülür. $m_- = -0.10715$ için WLR teorisi, deneysel sonuçlar (Murakami ve ark., 1992) ve ID teorisi sonuçları Çizelge 4.26.'da gösterilmiştir.

Çizelge 4.25. ve Çizelge 4.26. incelendiğinde RID teorisinden elde edilen habit düzlemi normalinin WLR teorisinden elde edilen habit düzlemi normaliyile arasındaki sapma açısı 1.50° , deneysel sonuçtan elde edilen habit düzlemi normali ile arasındaki fark 1.66° 'dir. Habit düzlemi için RID teorisinden elde edilen sonuç, ID teorisinden elde edilen sonucun varyantı ile karşılaştırıldığında aradaki farkın 3.51° olduğu görülür. ID teorisinden elde edilen habit düzlemi normalinin varyantı ile deneysel sonuçtan elde edilen habit düzlemi normali arasındaki açı farkı 3.51° 'dir. Yönelim bağıntıları karşılaştırıldığında, RID teorisi sonuçlarının diğer teoriler ve deneysel sonuçlarla uyum içinde olduğu görülür.

Çizelge 4.26. NiAl (7R) alaşımı için WLR teorisi, deneysel sonuçlar ve ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	WLR	ID	Deneysel
Habit düzlemi, $\mathbf{n}$	$\begin{bmatrix} 0.71729 \\ 0.08141 \\ -0.692 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.697933 \\ 0.716164 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.72653 \\ 0.06583 \\ 0.68319 \end{bmatrix}$
d_T	$\begin{bmatrix} 0.67968 \\ 0.07713 \\ 0.72945 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -0.69793 \\ 0.716164 \end{bmatrix}$	—
Yönelim bağıntıları			
$(110)_\gamma - (100)_\alpha$	6.27^0	1.72^0	6.8^0
$(001)_\gamma - (010)_\alpha$	3.05^0	1.15^0	2.6^0
$(\bar{3}40)_\gamma - (001)_\alpha$	6.80^0	0.97^0	6.5^0

4.2.6. CuAlMn Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi

Cu-15.41at%Al-8.86at%Mn alaşımında kübik yapıdan monoklinik (18R) yapıya martensitik dönüşüm gerçekleşmektedir. Dönüşüm $(110)[\bar{1}\bar{1}0]$ kesme sisteminde incelenecektir. Austenit ve martensit yapıların örgü parametreleri ile β açısı $a_0 = 5.88 \text{ Å}$, $a = 4.46 \text{ Å}$, $b = 5.29 \text{ Å}$, $c = 38.38 \text{ Å}$ ve $\beta = 89.4^\circ$ 'dir. Bain deformasyon matrisinin elemanları $\eta_1 = \frac{\sqrt{2}a}{a_0} = 1.072686$, $\eta_2 = \frac{b}{a_0} = 0.899659$ ve $\eta_3 = \frac{\sqrt{2}c \sin \beta}{9a_0} = 1.025596$ olur (Wang ve ark., 2002). Temel zorlanma bileşenleri kullanılarak RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler Çizelge 4.27.'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.27. CuAlMn alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	$m_+ = -0.14229$	$m_- = -0.205939$	$f_+ = 0.591397$	$f_- = 0.408603$
Habit düzlemi, $\mathbf{n}$	$\begin{bmatrix} 0.161569 \\ 0.737363 \\ 0.65589 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.737363 \\ 0.161569 \\ 0.65589 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.737363 \\ -0.16157 \\ 0.65589 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.161569 \\ -0.73736 \\ 0.65589 \end{bmatrix}$
m_T	0.060535	0.060538	0.060538	0.060535
d_T	$\begin{bmatrix} -0.16572 \\ -0.75624 \\ 0.632956 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.756233 \\ -0.165755 \\ 0.632959 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.75623 \\ 0.165755 \\ 0.632959 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.16572 \\ 0.756243 \\ 0.632956 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları				
$[100]_\gamma - [100]_\alpha$	0.55^0	1.73^0	1.73^0	0.55^0
$[010]_\gamma - [010]_\alpha$	1.73^0	0.55^0	0.55^0	1.73^0
$[001]_\gamma - [001]_\alpha$	1.72^0	1.72^0	1.72^0	1.72^0
$(100)_\gamma - (2020)_\alpha$	0.57^0	1.73^0	1.73^0	0.57^0
$(011)_\gamma - (\bar{1}\bar{2}8)_\alpha$	0.05^0	0.96^0	1.88^0	3.42^0
$(\bar{1}00)_\gamma - (2019)_\alpha$	0.57^0	1.73^0	1.73^0	0.57^0

Çizelge 4.27.'den elde edilen çözümler karşılaştırıldığı zaman elde edilen kristalografik sonuçların birbiriyle eşdeğer olduğu görülür. $f_- = 0.408603$ için WLR teorisi (Wang ve ark., 2002) ile ID teorisi sonuçları Çizelge 4.28.'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.28. CuAlMn alaşımı için WLR teorisi ile ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	WLR	ID
Habit düzlemi, n	$\begin{bmatrix} 0.1607 \\ 0.6895 \\ 0.7062 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.720641 \\ 0.693308 \end{bmatrix}$
d_T	$\begin{bmatrix} 0.1446 \\ -0.7586 \\ 0.6354 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -0.72064 \\ 0.693308 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları		
$[100]_\gamma - [100]_\alpha$	1.82^0	2.37^0
$[010]_\gamma - [010]_\alpha$	5.74^0	1.63^0
$[001]_\gamma - [001]_\alpha$	5.73^0	1.49^0
$(100)_\gamma - (2020)_\alpha$	1.67^0	2.20^0
$(011)_\gamma - (\bar{1}\bar{2}8)_\alpha$	0.16^0	1.53^0
$(\bar{1}00)_\gamma - (2019)_\alpha$	1.67^0	2.20^0

Çizelge 4.27. ve Çizelge 4.28. karşılaştırıldığı zaman RID teorisinden elde edilen habit düzlemi normalı ile WLR teorisinden elde edilen habit düzlemi normalinin varyantı arasında açı farkı 2.63° 'dir. WLR teorisinden elde edilen habit düzlemi sonucu ile ID teorisinden elde edilen sonuç arasındaki sapma açısı 9.42° 'dir. Bu sonuç bize RID teorisinin WLR teorisine, ID teorisinden daha yakın olduğunu göstermektedir. Yönelim bağıntıları karşılaştırıldığı zaman RID teorisinden elde edilen sonuçların WLR teorisinden elde edilen sonuçlarla uyum içinde olduğu görülür.

4.2.7. CuZnGa Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi

Cu-20.4at%Zn-12.5at%Ga alaşımında kübik yapıdan monoklinik (18R) yapıya martensitik faz dönüşümü gerçekleşmektedir. Dönüşüm $(110)[\bar{1}\bar{1}0]$ kesme sisteminde incelenecektir. Austenit yapının örgü parametresi $a_0 = 5.86 \text{ Å}$ ve martensit yapının örgü parametreleri ile β açısı ise $a = 4.40 \text{ Å}$, $b = 5.33 \text{ Å}$, $c = 38.22 \text{ Å}$ ve $\beta = 88.333^\circ$ 'dir.

Böylece Bain bozunum matrisindeki temel zorlanma bileşenleri $\eta_1 = \frac{\sqrt{2}a}{a_0} = 1.061867$,

$\eta_2 = \frac{b}{a_0} = 0.909556$ ve $\eta_3 = \frac{\sqrt{2}c \sin \beta}{9a_0} = 1.024429$ olur (Hall ve ark., 2007; Saburi ve

ark., 1976). Temel zorlanma bileşenleri kullanılarak RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler Çizelge 4.29.'da gösterilmiştir.

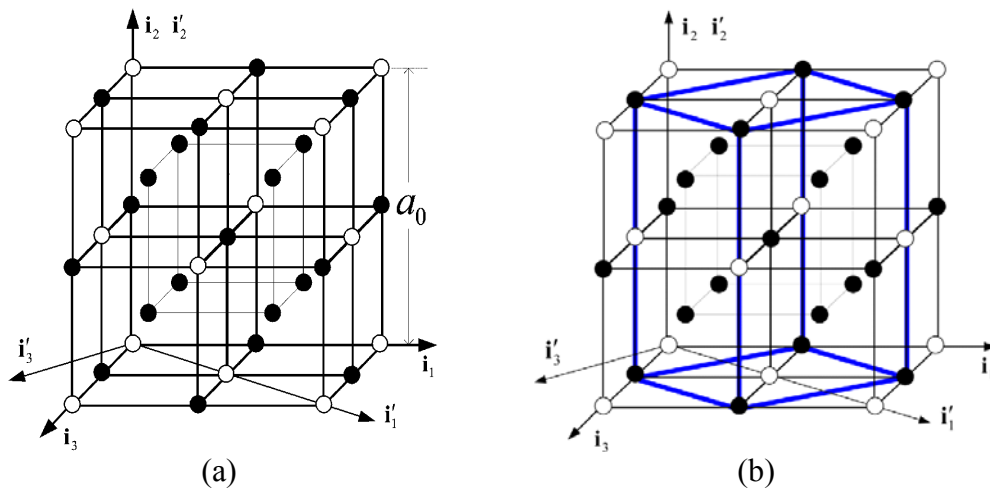
Çizelge 4.29. CuZnGa alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	$m_+ = -0.12114$	$m_- = -0.186065$	$f_+ = 0.605675$	$f_- = 0.394325$
Habit düzlemi, $\mathbf{n}$	$\begin{bmatrix} 0.126203 \\ 0.784364 \\ 0.651171 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.784364 \\ 0.126203 \\ 0.651171 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.748406 \\ -0.12596 \\ 0.651171 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.126203 \\ -0.78436 \\ 0.651171 \end{bmatrix}$
m_T	0.058612	0.058608	0.058604	0.058612
d_T	$\begin{bmatrix} -0.12934 \\ -0.76662 \\ 0.628937 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.766611 \\ -0.129442 \\ 0.62893 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.76665 \\ 0.129215 \\ 0.628923 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.12934 \\ 0.766622 \\ 0.628937 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları				
$[100]_\gamma - [100]_\alpha$	0.42°	1.67°	1.67°	0.42°
$[010]_\gamma - [010]_\alpha$	1.67°	0.42°	0.42°	1.67°
$[001]_\gamma - [001]_\alpha$	1.66°	1.66°	1.66°	1.66°

Çizelge 4.29. kontrol edildiğinde hem kayma hem de ikizlenme için elde edilen kristalografik sonuçların birbiriyle eşdeğer olduğu görülür. $m_+ = -0.12114$ çözümü için elde edilen habit düzlemi normali deneysel (Saburi ve ark., 1976) olarak elde edilen $\{155\}$ habit düzlemi normali ile karşılaştırıldığında, habit düzlemleri arasında sapma açısı farkı 5.34° 'dir. Sonlu deformasyon yaklaşımı dikkate alınarak Kato (Kato, 1998) tarafından (1, 4.900, 4.854) olarak elde edilen habit düzlemi normali, RID teorisinden elde edilen habit düzlemi normali ile karşılaştırıldığı zaman aradaki açı farkının 5.12° olduğu görülür.

4.2.8. CuZnAl Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi

Cu-13.3at%Zn-17.2at%Al alaşımında kübik (DO_3) yapıdan monoklinik (18R) yapıya martensitik faz dönüşümü gerçekleşmektedir. Dönüşümün kristalografisi Şekil 4.3.'te gösterilmiştir.



Şekil 4.3. DO_3 -18R martensitik faz dönüşümü. (a) DO_3 austenit fazın kristal yapısı. (b) DO_3 (austenit) ile 18R (martensit) yapıları arasındaki örgü uyumu.

Dönüşüm $(011)[0\bar{1}1]$ kesme sisteminde incelenecektir. Austenit yapının örgü parametresi $a_0 = 5.996 \text{ Å}$ ve martensit yapının örgü parametreleri ile β açısı ise $a = 4.553 \text{ Å}$, $b = 5.452 \text{ Å}$, $c = 38.977 \text{ Å}$ ve $\beta = 87.5^\circ$ 'dir. Böylece Bain bozunum matrisindeki temel zorlanma bileşenleri $\eta_1 = \frac{\sqrt{2}a}{a_0} = 1.073868$, $\eta_2 = \frac{b}{a_0} = 0.909273$ ve $\eta_3 = \frac{\sqrt{2}c \sin \beta}{9a_0} = 1.020483$ olur (Zhu ve Liew, 2003). Temel zorlanma bileşenleri kullanılarak RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler Çizelge 4.30.'da gösterilmiştir.

Çizelge 4.30. CuZnAl alaşımında RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	$m_+ = -0.040568$	$m_- = -0.18919$	$f_+ = 0.82343$	$f_- = 0.17657$
Habit düzlemi, $\mathbf{n}$	$\begin{bmatrix} 0.724069 \\ 0.689498 \\ 0.017791 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.724069 \\ 0.017791 \\ 0.689498 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.724069 \\ 0.017791 \\ 0.689498 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.724069 \\ 0.689498 \\ 0.017791 \end{bmatrix}$
m_T	0.145956	0.145973	0.145973	0.145956
d_T	$\begin{bmatrix} 0.671871 \\ -0.740426 \\ -0.01895 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.67186 \\ -0.01906 \\ -0.74043 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.67186 \\ -0.01906 \\ -0.74043 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.671871 \\ -0.74043 \\ -0.01895 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları				
$[100]_\gamma - [100]_\alpha$	4.18°	4.18°	4.18°	4.18°
$[010]_\gamma - [010]_\alpha$	4.18°	0.15°	0.15°	4.18°
$[001]_\gamma - [001]_\alpha$	0.15°	4.18°	4.18°	0.15°

Çizelge 4.30.'un incelenmesiyle elde edilen çözümlerin kristalografik olarak birbiriyle eşdeğer olduğu görülür. $m_+ = -0.040568$ çözümü için elde edilen habit düzlemi normali, Saburi ve Wayman tarafından (Saburi ve Wayman, 1979) WLR teorisine (3.53, 3.40, 1) olarak elde edilen habit düzlemi normali ile karşılaştırıldığında, habit düzlemleri arasında sapma açısı farkının 10.52° olduğu görülür. Ayrıca Zhu ve Liew (Zhu ve Liew, 2003) tarafından (0.7050, -0.6804, 0.1999) olarak elde edilen habit düzlemi normali RID teorisine elde edilen habit düzlemi normali ile arasındaki açı farkı 10.52° 'dir.

4.3. Tetragonal Yapıdan Monoklinik Yapıya Martensitik Faz Dönüşümlerinin Kristalografik Analizi

4.3.1. Ce-TZP Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi

Ceria-zirconia (Ce-TZP veya ZrO_2 -12mol%CeO₂) alaşımında tetragonal yapıdan monoklinik yapıya martensitik faz dönüşümü gerçekleşmektedir. Dönüşüm $(101)[\bar{1}01]$ kesme sisteminde incelenecektir. Tetragonal (austenit) yapının örgü parametreleri $a_0 = 5.128 \text{ Å}$, $c_0 = 5.224 \text{ Å}$ ve monoklinik (martensit) yapının örgü parametreleri ile β açısı ise $a = 5.203 \text{ Å}$, $b = 5.217 \text{ Å}$, $c = 5.388 \text{ Å}$ ve $\beta = 81.09^\circ$ 'dir. Böylece Bain bozunum

matrisindeki temel zorlanma bileşenleri $\eta_1 = \frac{c}{a_0} = 1.050702$, $\eta_2 = \frac{a}{a_0} \sin \beta = 1.002382$,

$\eta_3 = \frac{b}{c_0} = 0.99866$ ve $g = \frac{a}{a_0} \cos \beta = 0.157148$ olur (Navruz, 2005; Kelly ve Rose, 2002).

Temel zorlanma bileşenleri kullanılarak RID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler ile WLR ve ID teorilerinden elde edilen çözümler Çizelge 4.31’de gösterilmiştir.

Çizelge 4.31. Ce-TZP alaşımı için RID teorisi, WLR teorisi ve ID teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	WLR	RID	ID
LIS miktarı	$m = 0.0027$	$m = 0.002682$	$m = 0.0027$
Habit düzlemi, $\mathbf{n}$	$\begin{bmatrix} 0.3006 \\ 0.9537 \\ -0.004 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.300609 \\ 0.953747 \\ -0.0038 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.3009 \\ 0.9536 \\ 0 \end{bmatrix}$
m_T	0.1640	0.164004	0.1640
d_T	$\begin{bmatrix} 0.9999 \\ 0.0159 \\ -0.0013 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.999871 \\ 0.015972 \\ -0.00179 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.9958 \\ 0.0914 \\ 0 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları			
$[100]_\gamma - [001]_\alpha$	0.09^0	0.04^0	0.08^0
$[010]_\gamma - [100]_\alpha$	8.87^0	8.87^0	8.87^0
$[001]_\gamma - [010]_\alpha$	0.08^0	0.005^0	0.08^0
$(100)_\gamma - (001)_\alpha$	8.87^0	8.87^0	8.87^0
$(010)_\gamma - (100)_\alpha$	0.04^0	0.04^0	0.04^0
$(001)_\gamma - (010)_\alpha$	0.08^0	0.02^0	0.07^0

Çizelge 4.31. incelendiği zaman RID teorisinden elde edilen kesme miktarı, toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü ve doğrultusu, yönelim bağıntıları sonuçları ile WLR ve ID teorilerinden (Navruz, 2005) elde edilen sonuçlar arasında fark olmadığı görülür. RID teorisinden elde edilen habit düzlemi normali ile WLR teorisinden elde edilen habit düzlemi normali arasındaki açı farkı 0.01° ’dir. ID teorisinden elde edilen habit düzlemi normali WLR teorisine karşılaştırıldığında zaman aradaki açı farkının 0.23° olduğu görülür. Bu habit düzlemleri sonuçlarından RID teorisinin WLR teorisine, ID teorisinden daha yakın olduğu açıkça söylenebilir.

4.3.2. Y-TZP Alaşımında Gözlenen Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografik Analizi

Y-TZP (Yttria-zirconia) alaşımında tetragonal yapıdan monoklinik yapıya martensitik faz dönüşümü gerçekleşmektedir. Tetragonal (austenit) yapının örgü parametreleri $a_0 = 5.126 \text{ Å}$, $c_0 = 5.206 \text{ Å}$ ve monoklinik (martensit) yapının örgü parametreleri ile β açısı ise $a = 5.181 \text{ Å}$, $b = 5.200 \text{ Å}$, $c = 5.365 \text{ Å}$ ve $\beta = 98.06^\circ$ ’dir.

Böylece Bain bozunum matrisindeki temel zorlanma bileşenleri $\eta_1 = \frac{c}{a_0} = 1.046625$,

$\eta_2 = \frac{a}{a_0} \sin \beta = 0.999365$, $\eta_3 = \frac{b}{c_0} = 0.998847$ ve $g = \frac{a}{a_0} \cos \beta = 0.15114$ olur (Kelly ve Rose, 2002). Temel zorlanma bileşenleri kullanılarak RID teorisinden ve FD teorisinden elde edilen kristalografik çözümler Çizelge 4.32.'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.32. Y-TZP alaşımı için RID teorisi ile FD teorisinden elde edilen kristalografik çözümler.

	FD Çözüm 1	FD Çözüm 2	RID Çözüm 1	RID Çözüm 2
LIS miktarı	$m = 0.00231$	$m = 0.00231$	$m = -0.00231$	$m = 0.002306$
Habit düzlemi, n	$\begin{bmatrix} -0.955769 \\ 0.294115 \\ 0.00115 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.061866 \\ 0.998084 \\ -0.000147 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.999991 \\ 0.004198 \\ 0.000386 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.99758 \\ 0.069531 \\ 0.000373 \end{bmatrix}$
m_T	0.15854	0.15854	0.155279	0.115667
d_T	$\begin{bmatrix} 0.012338 \\ 0.999924 \\ -0.000241 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.974952 \\ 0.222410 \\ 0.001191 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.294819 \\ -0.9555 \\ -0.01016 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.37342 \\ 0.927609 \\ -0.00993 \end{bmatrix}$
Yönelim bağıntıları				
$[100]_\gamma - [100]_\alpha$	8.63^0	0.14^0	8.08^0	5.87^0
$[010]_\gamma - [001]_\alpha$	0.03^0	8.48^0	0.14^0	2.74^0
$[001]_\gamma - [010]_\alpha$	0.07^0	0.07^0	0.09^0	0.07^0
$(100)_\gamma - (100)_\alpha$	0.07^0	8.48^0	0.17^0	2.74^0
$(010)_\gamma - (001)_\alpha$	8.63^0	0.12^0	8.07^0	5.87^0

Çizelge 4.32.'de elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığı zaman RID teorisinden elde edilen kesme miktarı çözüm 1 ve çözüm 2 için FD teorisinden elde edilen sonuçlar arasında fark olmadığı görülür. Toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü çözüm 1'de RID teorisi ile FD teorisi arasında fark olmayıp, çözüm 2 için RID teorisi ile FD teorisi arasındaki fark 0.04° 'tür. Habit düzlemi normali yönelimi çözüm 1 için RID teorisi ile FD teorisi arasındaki fark 16.86° olmasına rağmen, çözüm 2 için RID teorisi ile FD teorisi arasındaki fark 0.44° 'dir. Yönelim bağıntılarına dikkat edildiği zaman RID teorisinden ve FD teorisinden elde edilen sonuçların birbiriyle uyum içinde olduğu görülmektedir.

5.SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada sonlu deformasyon yaklaşımı ile sonsuz küçük deformasyon yaklaşımları yeniden incelendi. Sonsuz küçük deformasyon yaklaşımının eksik görülen taraflarının giderilmesi için, sonsuz küçük deformasyon yaklaşımı sonlu deformasyon yaklaşımı içinde kullanıldı. Habit düzlemi, yönelim bağıntıları, toplam şekil deformasyonunun büyüklüğü ve doğrultusu için, hem kayma (slip) hem de ikizlenme (twinning) yöntemi ile yeni denklemler türetildi. Hem kayma hem de ikizlenme yöntemi ile elde edilen sonuçların birbiriyle kristalografik eşdeğer olduğu gösterildi. Yeni elde edilen denklemler farklı martensitik yapı özelliği gösteren alaşımlara uygulandı. Uygulama sonucunda elde edilen kristalografik çözümler FD ve ID teorileriyle karşılaştırıldı.

ID teorisinin en büyük avantajı, FD teorilerine göre bilgisayar programlarına gerek kalmadan analitik denklemlerle çözümlerin elde edilmesidir. ID yaklaşımına göre, martensitik faz dönüşümünde habit düzlemi değişmediğinden ara yüzey düzlemi üzerindeki toplam dönüşüm zorlanma bileşenlerinin sıfır olması gereklidir. Bu yaklaşım, teori sonucunda çözümlerin kolayca elde edilmesini sağlamaktadır. Ancak ID yaklaşımından elde edilen habit düzlemi normallerinin her zaman $\{0,k,l\}$ formunda olduğu görülmektedir. Başka bir deyimle, habit düzlemi bileşenlerinin birisinin mutlaka sıfır olması gereklidir. Bu yüzden ID yaklaşımı sadece habit düzlemi normalinin bileşenlerinden birinin sıfır olduğu alaşımlara uygulanmakta olup, uygulama alanını sınırlı kılmaktadır. Yapılan bu çalışmada habit düzlemi normali için sıfır olan terimin giderilmesi için toplam şekil deformasyonu ID yaklaşımındaki gibi alınmamıştır. Toplam şekil deformasyonu, FD teorisindeki Bain zorlanma matrisi, Lagrangean zorlanma formülünde kullanılarak elde edilmiştir. Elde edilen toplam şekil deformasyonu ID yaklaşımında temel alınan dönüşümün olduğu ara yüzey düzlemi üzerindeki zorlanma bileşenlerinin sıfır olması gerektiği kabulüne dayanılarak yeni kristalografik denklemler türetilmiştir.

Yeni geliştirilen modelde kayma miktarı, ikizlenme oranı, habit düzlemi, yönelim bağıntıları, toplam şekil deformasyonunun doğrultusu ve büyüklüğünün sonuçları, hem FD teorileriyle çok iyi uyum göstermekte hem de deneysel sonuçlarla oldukça iyi uyumaktadır.

Ayrıca, In-Tl alaşımı için RID teorisinden elde edilen habit düzlemi sonucu ile WLR teorisinden elde edilen habit düzlemi sonucunun aynı olduğu görülmüştür. Ancak ID teorisinden elde edilen habit düzlemi sonucunun, WLR veya RID teorisinden elde edilen habit düzlemi sonucu ile aralarında 1.22° 'lik bir açı farkı olduğu açıkça görülmektedir. NiMnGa alaşımı için yeni model ile elde edilen habit düzleminin WLR teorisine elde edilen habit düzlemi arasındaki fark çok küçük olup, 0.02° 'dir. ID teorisine elde edilen habit düzleminin ise hem RID teorisine hem de WLR teorisine aralarındaki fark yaklaşık 5° 'dir. Fe₃Pt alaşımı için RID teorisinden elde edilen habit düzlemi WLR teorisinden elde edilen habit düzlemi ile arasındaki fark yaklaşık 0° olduğu; ancak ID teorisinden elde edilen habit düzlemi normalinin WLR veya RID teorisinden elde edilen habit düzlemi normaline yaklaşık 6° 'lik farkı olduğu görülür. FeNiC alaşımı için yeni model ile elde edilen habit düzlemi BM teorisine elde edilen habit düzlemiyle aralarında açı farkı olmamakla beraber, ID teorisinden elde edilen habit düzlemi sonucunun hem RID teorisinden hem de BM teorisinden elde edilen ile aralarındaki açı farkı yaklaşık 10° 'dir. Yine FeNiC alaşımı için elde edilen deneysel habit düzlemi sonucu RID teorisine uyum

göstermekte olup, ID teorisiyle aralarındaki açı farkı yaklaşık olarak 10° 'dir. NiAl (3R) alaşımı için RID teorisiyle elde edilen habit düzlemi sonucu BM teorisinden elde edilen habit düzlemi sonucu arasındaki fark çok küçük olup 0.11° 'dir. ID teorisinden elde edilen habit düzlemi sonucu ise BM veya RID teorisinden elde edilen habit düzlemi sonucu ile arasındaki farkın 5° - 6° arasında olduğu açıkça görülmektedir. FeNi alaşımı için yeni geliştirilen model vasıtasıyla elde edilen habit düzlemi normali ile WLR teorisiyle elde edilen habit düzlemi normali için aralarındaki açı farkı 0.04° değerinde olup, deneysel habit düzlemi sonucu ile aralarındaki açı farkı 1.78° 'dir. ID teorisinden elde edilen habit düzlemi sonucu ise, hem WLR teorisiyle hem RID teorisiyle hem de deneysel habit düzlemi sonucu ile aralarındaki açı farkı yaklaşık olarak 10° 'dir. Diğer sözü edilmeyen alaşımlar için de habit düzlemi sonuçları incelendiği zaman, yukarıda bahsedilenlere benzer durumlar elde edilmiştir. Bu sonuçlar bize açıkça şunu göstermektedir ki, yeni geliştirilen model ile elde edilen habit düzlemi sonuçları hem FD teorileriyle hem de deneysel sonuçlarla çok iyi uyum göstermektedir. ID teorisi ise, RID teorisi veya FD teorilerinden elde edilen sonuçlardan uzak kalmaktadır.

Bu çalışmada kullanılan alaşımların en önemli özellikleri temel zorlanma bileşenlerinin çok küçük olmasıdır. Özellikle habit düzlemi $\{3,15,10\}$ olan FeNiC alaşımı, $\{2,5,9\}$ olan FeNi alaşımı, $\{0,1,1\}$ olan InTl alaşımı, $\{3,2,0\}$ olan AuCu alaşımı (Wayman, 1964), $\{1,5,5\}$ olan CuZnGa alaşımı (Saburi ve ark., 1976) için yeni model uyum göstermektedir. Temel zorlanma bileşenleri büyüdükçe, yeni geliştirilen modelden elde edilen sonuçlar geçerliliğini azaltmaktadır. Örneğin habit düzlemi $\{2,2,5\}$ olan FeC ve FeCrC alaşımı (Wayman, 1964), $\{1,3,3\}$ olan CuAl alaşımı (Kajiwara, 1976), $\{2,7,8\}$ olan CuZnAl alaşımı (Wu ve ark., 1994), CuAlNi alaşımı ve NiTi gibi alaşımlarda (Wang ve ark., 1997) geçerliliği azalmaktadır. Bunun en önemli nedeni ID yaklaşımı ile göz önünde bulundurulmuş ara yüzey üzerindeki zorlanma bileşenlerinin sıfır alınmasıdır. Bu zorlanma bileşenlerinin sıfır olduğu kabul edilmeyerek yeni teoriler geliştirilebilir. Ancak bu şekilde geliştirilecek yeni bir teorinin de uygulama alanının ne kadar geniş olup olmayacağı tartışılabilir.

KAYNAKLAR

- ACTON, A.F., BEVIS, M. 1969. A Generalised Martensite Crystallography Theory. *Materials Science and Engineering*, 5:19-29.
- ARIKAN T. 2006. Spinele Eşlik Eden Martensite Faz Dönüşümünün Kristalografik Olarak İncelenmesi. K.S.Ü. Yüksek Lisans Tezi, Kahramanmaraş, 28s.
- ARTUNÇ, E., ÇAKMAK, S., ÇAKMAK, S. 2000. Crystallographic Analysis of Martensitic Transformation in CuSn Alloy. *Turkish Journal of Physics*, 24:737-745.
- BAIN, E.C. 1924. Nature of Martensite. *Transactions AIME*, 70:25-37.
- BANSAL, G.K., HEUER, A.H. 1974. On a Martensitic Phase Transformation in Zirconia (ZrO₂)-II. Crystallographic Aspects. *Acta Metallurgica*, 22:409-417.
- BHADESHIA, H.K.D.H. 2001. Worked Examples in the Geometry of Crystals. 2nd Edition, The Institute of Metals, London, 104s.
- BILBY, B.A., CHRISTIAN, J.W. 1956. The Mechanism of Phase Transformation in Metals. The Institute of Metals, London.
- _____. 1961. The Crystallography of Martensitic Transformation. *Journal of the Iron Steel Institute*, 197:122-131.
- BOWLES, J.S., MACKENZIE, J.K. 1954. The Crystallography of Martensite Transformation I, II, III. *Acta Metallurgica*, 2:129-137, 138-147, 224-234.
- BURG, M.V.D., HOSSON, J.T.M.D. 1993. Martensitic Transformations in Laser Processed Coatings. *Acta Metallurgica Materialia*, 41(9):2557-2564.
- CHRISTIAN, J.W. 1955. Application of Phenomenological Theories of Martensite I-II. *Journal of the Institute Metals*, 84:386-394.
- _____. 1975. The Theory of Transformations in Metals and Alloys. Pergamon Press, London, 265s.
- CONG, D.Y., ZHANG, Y.D., WANG, Y.D, HUMBERT, M., ZHAO, X., WATANABE, T., ZUO, L., ESLING, C. 2007. Experiment and Theoretical Prediction of Martensitic Transformation Crystallography in a Ni-Mn-Ga Ferromagnetic Shape Memory Alloy. *Acta Materialia*, 55:4731-4740.
- DOGAN, A., HAVVATOĞLU, Y. 2003a. Crystallographic Analysis of fcc-bct Martensitic Transformation in the Alloy Fe-22%Ni-0.8%C. *Phase Transitions*, 76(7):683-691.
- _____. 2003b. Crystallographic Analysis of fcc-bcc Martensitic Phase Transformation Observed in Fe-31wt%Ni Alloy Using Infinitesimal Deformation Approach. *Indian Journal of Pure and Applied Physics*, 43:668-674.
- _____. 2003c. An Infinitesimal Deformation Approach to the Crystallographic Theory of the Martensite Phase Transformation: Application to Au-Cd, Fe-Ni and In-Tl Alloys. *Phase Transitions*, 76(8):749-761.
- DUNNE, D.P., WAYMAN, C.M. 1971. An Assessment of the Double Shear Theory as Applied to Ferrous Martensitic Transformations. *Acta Metallurgica*, 19:425-438.
- DURKAYA F. 1998. Fe-C Alaşımlarında Martensitik Dönüşümlerinin Hesaplanması. O.M.Ü. Yüksek Lisans Tezi, Samsun, 56s.
- ESHELBY, J.D. 1957. The Determination of the Elastic Field of An Ellipsoidal Inclusion and Related Problems. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 241:376-396.
- GÖKDEMİR, N. 2006. Şekil Hatırlamalı Cu-%14.70Al-%4.72Ni Alaşımında Martensitik Dönüşümün Kristalografik ve Kinetik Özellikleri. G.Ü. Yüksek Lisans Tezi, Ankara, 66s.

- GRENINGER A.B., TROIANO, A.R. 1940. Crystallography of Austenite Decomposition. Transactions AIME, 140:307-336.
- GÜNGÜNEŞ H. 2005. Fe-%24.5Ni-%4.5Si Alaşımında Austenite-Martensite Faz Dönüşümleri Üzerinde Çalışmalar. K.Ü. Doktora Tezi, Kırıkkale, 98s.
- HALL, G.J., GOVINDJEE, S., SITTNER, P., NOVAK, V. 2007. Simulation of Cubic to Monoclinic-II Transformations in a Single Crystal Cu-Al-Ni Tube. International Journal of Plasticity, 23:161-182.
- HOSSON, J.T.M.D. 1995. Twinning Mechanism in Laser Processed Ceramic Coatings. Physica Status Solidi (a), 149:409-428.
- HUGO, G.R., MUDDLE, B.C. 1993. Application of Crystallographic Theory to the Tetragonal to Monoclinic Transformation in Ceria-Zirconia. Proc. ICOMAT-92, 665-670.
- JASWON, M.A., WHEELER, J.A. 1948. Atomic Displacements in the Austenite-Martensite Transformation. Acta Crystallographica, 1:216-226.
- JOHNSON K.A., WAYMAN, C.M. 1963. The Crystallography of the Austenite-Martensite Transformation in an Fe-Cr-C Alloy. Acta Crystallographica, 16(6):480-485.
- KAJIWARA, S. 1976. Theoretical Analysis of the Crystallography of the Martensitic Transformation of BCC to 9R Close-Packed Structure. Transactions Japan Institute of Metals, 17:435-446.
- KATO, H. 1998. Habit Plane Analysis of the Cubic/18R(9R) Martensite Transformation in Copper-Based Shape Memory Alloys. Scripta Materialia, 38(7):1125-1130.
- KATO, M., MIYAZAKI, T., SUNAGA, Y. 1977. Re-examination of the Minimization of Elastic Energy and Phenomenological Crystallographic Theory in a Martensitic Transformation. Scripta Metallurgica, 11:915-919.
- KATO, M., SHIBATA-YANAGISAWA, M. 1990. Infinitesimal Deformation Approach of the Phenomenological Crystallographic Theory of Martensitic Transformations. Journal of Materials Science, 25: 194-202.
- KELLY, P.M. 2003. Martensite Crystallography-the Apparent Controversy Between the Infinitesimal Deformation Approach and the Phenomenological Theory of Martensitic Transformations. Metallurgical and Materials Transactions A, 34:1783-1786.
- KELLY, P.M., ROSE, L.R.F. 2002. The Martensitic Transformation in Ceramics - Its Role in Transformation Toughening. Progress in Materials Science, 47:463-457.
- KENNON, N.F., BOWLES, J.S. 1969. The Crystallography of the bcc to Orthorhombic Martensite Transformation in Copper-tin Alloys. Acta Metallurgica, 17:373-379.
- KHACHATURYAN, A.G. 1983. Theory of Structural Transformation of Solids, Wiley, New York, 574s.
- KHACHATURYAN, A.G., SHATALOV, G.A. 1969. Theory of Macroscopic Periodicity for a Phase Transition in the Solid State. Soviet Physics JETP, 29:557-565.
- KOFSTAD, P. 1961. J.Inst. Metals, 90:253-.
- KURDJUMOV, G.V., SACHS, G. 1930. Über den Mechanismus der Stahlhärtung. Zeitfür Physik, 64:325-343.
- LEDBETTER, H., DUNN, M. 2000. Equivalence of Eshelby Inclusion Theory and Wechsler-Lieberman-Read, Bowles-Mackenzie Martensite-Crystallography Theories. Material Science and Engineering A, 285:180-185.

- LIANG, Y., KATO, H., TAYA, M., MORI, T. 2000. Infinitesimal Approach to the Crystallography of Martensitic Transformation: Application to Ni-Ti. *Scripta Materialia*, 43:535-540.
- LIEBERMAN D., S., WECHSLER, M., S., READ, T., A. 1955. Cubic to Orthorhombic Diffusionless Phase Change-Experimental and Theoretical Studies of AuCd. *Journal of Applied Physics*, 26(4):473-484.
- MIYAZAKI, S., OTSUKA, K. 1989. Development of Shape Memory Alloys. *ISIJ International*, 29:353-377.
- MUDDLE, B.C., NIE, J.F., HUGO, G.R. 1994. Application of the Theory of the Martensite Crystallography to Displacive Phase Transformations in Substitutional Non Ferrous Alloys. *Metallurgical and Material Transactions A*, 25:1841-1856.
- MURA, T., MORI, T., KATO, M. 1976. The Elastic Field Caused by a General Elipsoidal Inclusion and Application to Martensite Formation. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 24(5):305-318.
- MURAKAMI, Y., OTSUKA, K., HANADA, S., WATANABE, S. 1992. Crystallography of Stress-Induced B2-7R Martensitic Transformation in a Ni-37.0at%Al Alloy. *Materials Transactions JIM*, 33(3):282-288.
- MURNAGHAN, F. 1951. *Finite Deformation of an Elastic Solid*. Wiley, New York.
- NAVRUZ, N. 2005. Crystallography of the Tetragonal to Monoclinic Phase Transformation in Ceria-zirconia. *Phase Transitions*, 78(7-8):539-545.
- _____. 2003a. Crystallographic Analysis of Cubic to Orthorhombic Martensitic Transformation for the Formation of the Oxide Plates in Tantalum. *Journal of Materials Science Letters*, 22:17-19.
- _____. 2003b. Crystallography of Cubic to Orthorhombic Martensitic Transformation Based on the Infinitesimal Deformation Approach in the Alloy AuCu. *Phase Transitions*, 76(12):1029-1035.
- NAVRUZ, N., DURLU, T.N. 1999. Application of the Infinitesimal Deformation Approach to the fcc-bcc Martensitic Transformation for a Fe-31Ni Alloy. *Journal of Materials Science Letters*, 18(12):959-961.
- NISHIYAMA, Z. 1978. *Martensitic Transformation*. Academic Press, Inc., New York.
- OCAK, H.Y. 1999. Fe-31.5Ni-10Mn Alaşımında Austenite-Martensite Faz Dönüşümünün Kristalografik, Kinetik ve Manyetik Özellikleri. G.Ü. Doktora Tezi, Ankara, 129s.
- ORTIN, J., PLANES, A. 1989. Thermodynamics of Thermoelastic Martensitic Transformations. *Acta Metallurgica*, 37(5):1433-1441.
- REED, R.P. 1967. The Plate-like Martensite Transformation in Fe-Ni Alloys. *Acta Metallurgica*, 15(8):1287-1296.
- ROSS, N.D.H., CROCKER, A.G. 1969. Type II Twinning in Martensite Crystallography Theories. *Scripta Metallurgica*, 3(1):37-42.
- _____. 1970. A Generalized Theory of Martensite Crystallography and Its Application to Transformations in Steels. *Acta Metallurgica*, 18(4):405-418.
- SABURI, T., NENNO, S., KATO, S., TAKATA, K. 1976. Configurations of Martensite Variants in Cu-Zn-Ga. *Journal of Less Common Metals*, 50:223-236.
- SABURI, T., WAYMAN, C.M. 1979. Crystallographic Similarities in Shape Memory Martensites. *Acta Metallurgica*, 27:979-995.
- SABURI, T., WAYMAN, C.M., TAKATA, K., NENNO, S. 1980. The Shape Memory Mechanism in 18R Martensitic Alloys. *Acta Metallurgica*, 28(1):15-32.

- SALZBRENNER, R.J., COHEN, M. 1979. On the Thermodynamics of Thermoelastic Martensitic Transformations. *Acta Metallurgica*, 27(5):739-748.
- SARI U. 2004. Şekil Hatırlamalı Cu-%11.92Al-%3.78Ni Alaşımında Martensitik Dönüşümler Üzerinde Termal ve Mekanik Etkiler. K.Ü. Doktora Tezi, Kırıkkale, 151s.
- SCHUMANN, H. 1982. Crystallography of the Martensitic Transformation in Indium-Thallium Alloys. *Crystal Research and Technology*, 17(8):1031-1039.
- SHIBATA-YANAGISAWA, M., KATO, M. 1990. Crystallographic Analysis of Cubic (Tetragonal) to Monoclinic Martensitic Transformations Based on the Infinitesimal Deformation Approach. *Materials Transactions JIM*, 31:18-24.
- SITTNER, P., NOVAK, V. 2000. Anisotropy of Martensitic Transformations in Modeling of Shape Memory Alloy Polycrystals. *International Journal of Plasticity*, 16:1243-1268.
- SMITH, R., BOWLES, J.S. 1960. The Crystallography of the Cubic to Orthorhombic Transformation in the Alloy AuCu. *Acta Metallurgica*, 8:405-415.
- TADAKI, T. 1977. Phenomenologic Consideration on the Change from the Non-thermoelastic to the Thermoelastic Type of Martensitic Transformation in Fe₃Pt Alloy. *Transactions JIM*, 18:864-870.
- WANG, R., GUI, J., CHEN, X., TAN, S. 2002. EBSD and TEM Study of Self-Accommodating Martensites in Cu-Al-Mn Shape Memory Alloy. *Acta Materialia*, 50:1835-1847.
- WANG, Y.Q., CAI, W., ZHAO, L.C. 1997. Crystallography of Martensitic Transformations with Type II Twinning as the Lattice Invariant Shear. *Scripta Materialia*, 36(10):1107-1112.
- WAYMAN, C.M., LANDUYT, J.V. 1968. A Study of Oxide Plate Formation in Tantalum-II Crystallographic Analysis. *Acta Metallurgica*, 16:815-822.
- WAYMAN, C.M. 1964. Introduction to the Crystallography of the Martensitic Transformations. Macmillan, New York, 193s.
- WESCHLER, M.S., LIEBERMAN D.S., READ, T.A. 1953. On the Theory of the Formation of Martensite. *Transactions AIME*, 197:1503-1515.
- WU, M.H., HAMADA, Y., WAYMAN, C.M. 1994. Transformation Characteristics of α Plates in Cu-Zn-Al Alloys. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 25:2581-2599.
- YAŞAR, E. 2005. Fe-Ni-Mn Alaşımlarında Atermal ve İzotermal Martensitik Faz Dönüşümlerinin Fiziksel Özelliklerinin İncelenmesi. K.Ü. Doktora Tezi, Kırıkkale, 118s.
- ZENGİN, R. 2002. Bakır Bazlı Alaşımların Basınç ve Radyasyon Etkisi Altında Şekil Hatırlama Davranışlarının İncelenmesi. F.Ü. Doktora Tezi, Elazığ, 115s.
- ZHU, J.J., LIEW, K.M. 2003. Description of Deformation in Shape Memory Alloys from DO₃ Austenite to 18R Martensite by Group Theory. *Acta Materialia*, 51:2443-2456.
- ZIMMERMANN, F., HUMBERT M. 2002. Determination of the Habit Plane Characteristics in the β - α' Phase Transformation Induced by Stress in Ti-5Al-Sn-4Zr-4Mo-2Cr-1Fe. *Acta Materialia*, 50:1735-1740.

EK 1.

Şekil 3.6. yardımıyla (γ) koordinat sisteminden (n) koordinat sistemine geçişi sağlayan benzerlik dönüşüm matrisi Denklem (3.117)'de verilmişti. (γ) koordinat sisteminden (n) koordinat sistemine geçiş için gerekli dönüşüm denklemi ise

$$\mathbf{T}_{ij}^n = \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \mathbf{A}_{ki} \mathbf{A}_{lj} \mathbf{T}_{kl}^\gamma \quad (3.152)$$

olarak verilmişti. Böylece Denklem (3.152)'nin açılımı aşağıda verilen denklemler şeklinde olur:

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{11}^n &= A_{11}A_{11}\mathbf{T}_{11}^\gamma + A_{21}A_{11}\mathbf{T}_{21}^\gamma + A_{31}A_{11}\mathbf{T}_{31}^\gamma + A_{11}A_{21}\mathbf{T}_{12}^\gamma + A_{21}A_{21}\mathbf{T}_{22}^\gamma + A_{31}A_{21}\mathbf{T}_{32}^\gamma \\ &\quad + A_{11}A_{31}\mathbf{T}_{13}^\gamma + A_{21}A_{31}\mathbf{T}_{23}^\gamma + A_{31}A_{31}\mathbf{T}_{33}^\gamma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{12}^n &= A_{11}A_{12}\mathbf{T}_{11}^\gamma + A_{21}A_{12}\mathbf{T}_{21}^\gamma + A_{31}A_{12}\mathbf{T}_{31}^\gamma + A_{11}A_{22}\mathbf{T}_{12}^\gamma + A_{21}A_{22}\mathbf{T}_{22}^\gamma + A_{31}A_{22}\mathbf{T}_{32}^\gamma \\ &\quad + A_{11}A_{32}\mathbf{T}_{13}^\gamma + A_{21}A_{32}\mathbf{T}_{23}^\gamma + A_{31}A_{32}\mathbf{T}_{33}^\gamma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{13}^n &= A_{11}A_{13}\mathbf{T}_{11}^\gamma + A_{21}A_{13}\mathbf{T}_{21}^\gamma + A_{31}A_{13}\mathbf{T}_{31}^\gamma + A_{11}A_{23}\mathbf{T}_{12}^\gamma + A_{21}A_{23}\mathbf{T}_{22}^\gamma + A_{31}A_{23}\mathbf{T}_{32}^\gamma \\ &\quad + A_{11}A_{33}\mathbf{T}_{13}^\gamma + A_{21}A_{33}\mathbf{T}_{23}^\gamma + A_{31}A_{33}\mathbf{T}_{33}^\gamma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{21}^n &= A_{12}A_{11}\mathbf{T}_{11}^\gamma + A_{22}A_{11}\mathbf{T}_{21}^\gamma + A_{32}A_{11}\mathbf{T}_{31}^\gamma + A_{12}A_{21}\mathbf{T}_{12}^\gamma + A_{22}A_{21}\mathbf{T}_{22}^\gamma + A_{32}A_{21}\mathbf{T}_{32}^\gamma \\ &\quad + A_{12}A_{31}\mathbf{T}_{13}^\gamma + A_{22}A_{31}\mathbf{T}_{23}^\gamma + A_{32}A_{31}\mathbf{T}_{33}^\gamma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{22}^n &= A_{12}A_{12}\mathbf{T}_{11}^\gamma + A_{22}A_{12}\mathbf{T}_{21}^\gamma + A_{32}A_{12}\mathbf{T}_{31}^\gamma + A_{12}A_{22}\mathbf{T}_{12}^\gamma + A_{22}A_{22}\mathbf{T}_{22}^\gamma + A_{32}A_{22}\mathbf{T}_{32}^\gamma \\ &\quad + A_{12}A_{32}\mathbf{T}_{13}^\gamma + A_{22}A_{32}\mathbf{T}_{23}^\gamma + A_{32}A_{32}\mathbf{T}_{33}^\gamma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{23}^n &= A_{12}A_{13}\mathbf{T}_{11}^\gamma + A_{22}A_{13}\mathbf{T}_{21}^\gamma + A_{32}A_{13}\mathbf{T}_{31}^\gamma + A_{12}A_{23}\mathbf{T}_{12}^\gamma + A_{22}A_{23}\mathbf{T}_{22}^\gamma + A_{32}A_{23}\mathbf{T}_{32}^\gamma \\ &\quad + A_{12}A_{33}\mathbf{T}_{13}^\gamma + A_{22}A_{33}\mathbf{T}_{23}^\gamma + A_{32}A_{33}\mathbf{T}_{33}^\gamma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{31}^n &= A_{13}A_{11}\mathbf{T}_{11}^\gamma + A_{23}A_{11}\mathbf{T}_{21}^\gamma + A_{33}A_{11}\mathbf{T}_{31}^\gamma + A_{13}A_{21}\mathbf{T}_{12}^\gamma + A_{23}A_{21}\mathbf{T}_{22}^\gamma + A_{33}A_{21}\mathbf{T}_{32}^\gamma \\ &\quad + A_{13}A_{31}\mathbf{T}_{13}^\gamma + A_{23}A_{31}\mathbf{T}_{23}^\gamma + A_{33}A_{31}\mathbf{T}_{33}^\gamma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{32}^n &= A_{13}A_{12}\mathbf{T}_{11}^\gamma + A_{23}A_{12}\mathbf{T}_{21}^\gamma + A_{33}A_{12}\mathbf{T}_{31}^\gamma + A_{13}A_{22}\mathbf{T}_{12}^\gamma + A_{23}A_{22}\mathbf{T}_{22}^\gamma + A_{33}A_{22}\mathbf{T}_{32}^\gamma \\ &\quad + A_{13}A_{32}\mathbf{T}_{13}^\gamma + A_{23}A_{32}\mathbf{T}_{23}^\gamma + A_{33}A_{32}\mathbf{T}_{33}^\gamma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{33}^n &= A_{13}A_{13}\mathbf{T}_{11}^\gamma + A_{23}A_{13}\mathbf{T}_{21}^\gamma + A_{33}A_{13}\mathbf{T}_{31}^\gamma + A_{13}A_{23}\mathbf{T}_{12}^\gamma + A_{23}A_{23}\mathbf{T}_{22}^\gamma + A_{33}A_{23}\mathbf{T}_{32}^\gamma \\ &\quad + A_{13}A_{33}\mathbf{T}_{13}^\gamma + A_{23}A_{33}\mathbf{T}_{23}^\gamma + A_{33}A_{33}\mathbf{T}_{33}^\gamma \end{aligned}$$

ÖZGEÇMİŞ

1977 yılında Hatay'ın Samandağ ilçesinde doğdu. İlk ve orta öğrenimini aynı ilçede tamamladı. 1994 yılında Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü'nü kazandı. 1998 yılında Fizik Bölümü'nden mezun oldu. 1998 yılında aynı üniversitede Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı'nda yüksek lisansa başladı. 2001 yılında yüksek lisansı bitirdi. 2004 yılında Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı'nda doktora öğrenimine başladı.