



T.C.

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

**9. SINIF ÖĞRENCİLERİNDE EŞİTSİZLİK İÇEREN
MATEMATİK OKURYAZARLIK SORULARINA İLİŞKİN
BAĞLAMSAK ÖĞRENME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Şefika Merve DAŞDEMİR

0009-0000-5652-3335

BURSA-2023



T.C.

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

**9. SINIF ÖĞRENCİLERİNDE EŞİTSİZLİK İÇEREN
MATEMATİK OKURYAZARLIK SORULARINA İLİŞKİN
BAĞLAMSAL ÖĞRENME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Şefika Merve DAŞDEMİR

0009-0000-5652-3335

Danışman

Prof. Dr. M. Emin ÖZDEMİR

BURSA – 2023

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Bu çalışmadaki tüm bilgilerin akademik ve etik kurallara uygun bir şekilde elde edildiğini beyan ederim.

Şefika Merve DAŞDEMİR

Tarih: 10/08/2023

TEZ YAZIM KILAVUZU'NA UYGUNLUK ONAYI

“9. Sınıf Öğrencilerinde Eşitsizlik İçeren Matematik Okuryazarlık Sorularına İlişkin Bağlamsal Öğrenme Süreçlerinin İncelenmesi” adlı Yüksek Lisans tezi, Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanmıştır.

Tezi Hazırlayan

Şefika Merve DAŞDEMİR

Danışman

Prof. Dr. M. Emin ÖZDEMİR

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Başkanı

Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ



EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS BENZERLİK YAZILIM RAPORU

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞI'NA

Tarih:10/08/2023

Tez Başlığı / Konusu:

9. Sınıf Öğrencilerinde Eşitsizlik İçeren Matematik Okuryazarlık Sorularına İlişkin Bağlamsal Öğrenme Süreçlerinin İncelenmesi

Yukarıda başlığı gösterilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç, Tartışma ve Öneriler kısımlarından oluşan toplam 123 sayfalık kısmına ilişkin, 10/08/2023 tarihinde şahsım tarafından Turnitin, adlı benzerlik tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan özgünlük raporuna göre, tezimin benzerlik oranı %7' dir.

Uygulanan filtrelemeler:

- 1- Kaynakça hariç
- 2- Alıntılar hariç/dahil
- 3- 5 kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Özgünlük Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve bu Uygulama Esasları'nda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir benzerlik içermediğini, aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Tarih:10/08/2023

Adı Soyadı: Şefika Merve DAŞDEMİR

Öğrenci No: 801952003

Anabilim Dalı: Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi

Programı: Matematik Eğitimi

Statüsü: ☒ Y.Lisans ☐ Doktora

Danışman

Prof. Dr. M. Emin ÖZDEMİR

Tarih:10/08/2023

T.C.
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı'nda 801952003 numara ile kayıtlı Şefika Merve DAŞDEMİR'in hazırladığı "9. Sınıf Öğrencilerinde Eşitsizlik İçeren Matematik Okuryazarlık Sorularına İlişkin Bağlamsal Öğrenme Süreçlerinin İncelenmesi" konulu yüksek lisans çalışması ile ilgili tez savunma sınavı, 28/ 08 /2023 günü 14:00-15:00 saatleri arasında yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin **başarılı** olduğuna **oybirliği** ile karar verilmiştir.

Üye

(Tez Danışmanı ve Sınav Komisyonu Başkanı)

Prof. Dr. M. Emin ÖZDEMİR

Bursa Uludağ Üniversitesi

Üye

Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ

Bursa Uludağ Üniversitesi

Üye

Dr. Öğr. Üyesi Mustafa Çağrı GÜRBÜZ

İstanbul Aydın Üniversitesi

ÖN SÖZ

Yüksek lisans yapma hayalimi gerçekleştirmeme yardımcı olan, ilk günden son güne kadar engin bilgi ve tecrübeleriyle beni yönlendiren, bana olan güvenini hissettiren saygıdeğer hocam Prof. Dr. M. Emin ÖZDEMİR’e en derin şükranlarımı sunarım.

Tezimi yazarken öneri ve görüşlerine başvurduğum, desteğini esirgemeyen sayın Dr. Öğr. Üyesi Mustafa Çağrı GÜRBÜZ’e teşekkürü borç bilirim.

Hayatımın her anında gölgesini üzerimde hissettiğim, çalışkanlığı ile bana örnek olan canım babam Muhammet Sefa OKTAY’a; ömrünü çocuklarına adanmış, fedakarlığın ne demek olduğunu O’dan öğrendiğim canım annem Zehra OKTAY’a ; beraber gülüp beraber ağladığım, her zaman her konuda yanımda olan, desteklerini hiç esirgemeyen canım kardeşlerim Büşra OKTAY, Kübra YILDIRIM, Zeynep Betül OKTAY ve İrem OKTAY’a en içten duygularıyla teşekkürlerimi sunarım.

“İyi günde kötü günde” her daim desteğini hissettiğim, el ele her türlü zorluğun üstesinden geldiğimiz; bilgisine, fikirlerine sonsuz güvendiğim sevgili eşim Metehan’a sabrı, sevgisi ve varlığı için teşekkür ederim.

Hayatıma anlam katan, neşe kaynağım canım oğlum Muhammed Yiğit. Bu süreçte seni ihmal etmiş olma fikri beni rahatsız etse de tüm gayretim sana örnek bir anne olabilmek için. Yolun hep açık olsun. Bana çalışma imkanı verdiğin için teşekkür ediyor, boncuk gözlerinden öpüyorum.

Son olarak yüksek lisans ders aşamasını benim için bir zevke dönüştüren, dersime giren tüm hocalarıma teşekkür ediyorum.

Şefika Merve DAŞDEMİR

ÖZET

Yazarın Adı ve Soyadı	Şefika Merve DAŞDEMİR
Üniversite	Bursa Uludağ Üniversitesi
Enstitü	Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Anabilim Dalı	Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi
Bilim Dalı	Matematik Eğitimi
Tezin Niteliği	Yüksek Lisans
Sayfa Sayısı	XV+153
Mezuniyet Tarihi	.../.../2023
Tez Danışmanı	Prof. Dr. M. Emin ÖZDEMİR

9. SINIF ÖĞRENCİLERİNDE EŞİTSİZLİK İÇEREN MATEMATİK OKURYAZARLIK SORULARINA İLİŞKİN BAĞLAMSAK ÖĞRENME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

Bu araştırma, matematiksel başarı düzeyleri birbirinden farklı 9. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik içeren matematik okuryazarlık sorularına ilişkin bağlamsal öğrenme, bilgi oluşturma ve soyutlama süreçlerinin RBC+C soyutlama modeli referans alınarak incelenmesi amacıyla gerçekleştirilmiştir. Bu amaca ulaşmak için bağlam temelli sorular kullanılmış ve öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeyleri de ortaya konulmaya çalışılmıştır.

Bu çalışmada amaç bir durumu ayrıntılı bir şekilde incelemek olduğundan nitel araştırma yöntemlerinden örnek olay yöntemi kullanılmıştır. Araştırma 2022-2023 Eğitim-Öğretim yılında Bursa İli, Osmangazi İlçesinde bulunan bir devlet okulunda 9. Sınıfta öğrenim gören farklı matematik başarı düzeylerine sahip 6 öğrencinin katılımı ile gerçekleştirilmiştir.

Bu araştırma sırasında kullanılan veriler, çalışma grubunda yer alan katılımcılara yöneltilen uygulama sorularına verilen yazılı cevaplar, uygulama sırasında alınan sesli ve görüntülü video kayıtları ile araştırmacının gözlemleri ile uygulama sırasında yaptığı mülakatlardan elde edilmiştir. Araştırmada doküman inceleme, görüşme, video kayıtları ve araştırmacı gözlemleri olmak üzere farklı veri toplama teknikleri kullanılmıştır.

Verilerin analizi sırasında betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Uygulama sonrasında elde edilen kayıtlar, uygulamaya katılan öğrencilerin uygulama sorularına verdikleri cevapların yer aldığı kâğıtlar ile birlikte betimsel analiz için oluşturulan çerçeve kapsamında incelenmiştir.

Çalışmanın sonuç bölümünde uygulama aşamasında elde edilen bulgular, RBC+C soyutlama modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme basamakları bakımından her soru ve her grup için ayrı ayrı değerlendirilmiştir. Çalışma kapsamında öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplar doğrultusunda RBC+C soyutlama modeline göre bilgiyi nasıl oluşturdukları ve pekiştirdikleri, hangi aşamalarda sorun yaşadıkları, benzerlik ve farklılıklarının neler olduğu derinlemesine incelenmiştir.

Elde edilen veriler ışığında matematik ders başarısı yüksek olan öğrencilerin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme basamaklarında daha başarılı olduğu görülmüştür. Sorulara cevap verme süresinin öğrencilerin başarı düzeyiyle ters orantılı olduğu tespit edilmiştir. Uygulama aşamasının gruplar halinde gerçekleştirilmesi, öğrencilerin birbiriyle etkileşimini artırarak ön bilgilerin hatırlanmasını kolaylaştırmıştır. Uygulama sorularının bağlamsal sorulardan oluşması tüm gruptaki öğrencilerin günlük hayat durumları ile matematik bilgilerini ilişkilendirmelerini kolaylaştırmıştır. Ayrıca bağlamsal sorularda RBC+C soyutlama modelinin tüm basamaklarının daha gözlenebilir olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Bağlam öğrenme, eşitsizlik, matematik okuryazarlığı, RBC+C soyutlama modeli.

ABSTRACT

Name and Surname	Şefika Merve DAŞDEMİR
University	Bursa Uludağ University
Institution	Institute of Educational Sciences
Field	Mathematics and Science Education
Branch	Mathematics Education
Degree Awarded	Master
Page Number	XV+153
Degree Date	.../.../2023
Supervisor	Prof. Dr. M. Emin ÖZDEMİR

EXAMINING THE CONTEXTUAL LEARNING PROCESSES RELATED TO MATHEMATICAL LITERACY QUESTIONS INVOLVING INEQUALITY IN 9TH GRADE STUDENTS IN SECONDARY EDUCATION

This research was carried out in order to examine the contextual learning processes related to mathematical literacy questions involving inequality in 9th grade students with different mathematical success levels, and to examine the knowledge creation and abstraction processes with reference to the RBC+C abstraction model. In order to achieve this aim, context-based questions were used and students' mathematical literacy levels were also tried to be revealed.

Since the aim of this study is to examine a situation in detail, the case study method, one of the qualitative research methods, was used. The research was carried out with the participation of 6 high school 9th grade students studying in a public school in Bursa Province, Osmangazi District in the 2022-2023 academic year.

The data used during this research were obtained from the written answers to the application questions directed to the participants in the study group, the audio and video recordings taken during the application, the observations of the researcher and the interviews

she made during the application. In the research, different data collection techniques were used, including document review, interview, video recordings and observations of the researcher.

Descriptive analysis method was used during the analysis of the data. The records obtained after the application were examined within the framework created for descriptive analysis, together with the papers containing the answers given by the students participating in the application.

In the conclusion of the study, the findings obtained during the application were discussed separately for each question and each group regarding the Recognizing - Building with- Construction and Consolidation stages of the RBC+C abstraction model. Based on the answers given by the students to the questions, how they formed and consolidated the knowledge according to the RBC+C abstraction model, at which stages they had problems, what were the similarities and differences were examined in depth.

In the light of the data obtained, it has been seen that students with high mathematics success are more successful in Recognizing - Building with- Construction and Consolidation stages. It has been noticed that the time to answer the questions is inversely proportional to the success level of the students. The fact that the application was carried out in groups increased the interaction of the students with each other and made it easier to remember the preliminary information. Since the application questions consisted of contextual questions, it made it easier for students in all groups to associate their daily life situations with their mathematical knowledge. In addition, it was observed that all stages of the RBC+C abstraction model were more observable in contextual questions.

Keywords: Contextual learning, inequality, mathematical literacy, RBC+C abstraction model.

İÇİNDEKİLER

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK	i
TEZ YAZIM KILAVUZU'NA UYGUNLUK ONAYI	ii
YÜKSEK LİSANS BENZERLİK YAZILIM RAPORU	iii
ÖN SÖZ.....	v
ÖZET.....	vi
ABSTRACT	viii
Tablolar Listesi	xiii
Şekiller Listesi	xiv
Kısaltmalar Listesi.....	xv
BİRİNCİ BÖLÜM.....	1
GİRİŞ.....	1
1.1. Araştırma Problemi	5
1.2. Araştırmanın Amacı.....	5
1.3. Araştırmanın Önemi.....	6
1.4. Varsayımlar	7
1.5. Sınırlılıklar	7
1.6. Tanımlar	7
İKİNCİ BÖLÜM	9
KURAMSAL ÇERÇEVE	9
2.1. Eşitsizlikler	9
2.1.1. Eşitsizlik Kavramı	9
2.1.2. Eşitsizlikler Konusunun 9. Sınıf Matematik Dersi Müfredatındaki Yeri.....	12
2.2. Matematik Okuryazarlığı	16
2.2.1. Matematik Kavramı, Tarihsel Gelişimi ve Matematik Eğitimi.....	16
2.2.2. Okuryazarlık Kavramı ve Matematik Okuryazarlığı	20
2.2.3. Matematik Okuryazarlığı ile Öğrencilere Kazandırılmak İstenilen Nitelikler....	21
2.2.4. Ülkemiz Ortaöğretim Matematik Eğitiminde Matematik Okuryazarlığın Yeri..	23
2.2.5. Matematik Okuryazarlığına İlişkin Modellemeler	24
2.2.6. PISA Araştırmalarında Matematik Okuryazarlığı.....	27
2.3. Matematiksel Soyutlama.....	30
2.3.1. Soyutlama Kavramı	30
2.3.2. RBC ve RBC+C Soyutlama Modelleri	34

2.4. Bağlamsallık ve Bağlam Temelli Öğrenmenin Matematik Eğitimindeki Önemi.....	39
2.5. İlgili Araştırmalar.....	42
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM	46
YÖNTEM.....	46
3.1. Araştırma Modeli	46
3.2. Çalışma Grubu	48
3.3. Verilerin Toplama ve Analiz Süreci	49
3.3.1. Veri Toplama Teknikleri	49
3.3.2. Veri Toplama Araçları	49
3.3.3. Verilerin Toplanması.....	49
3.4. Verilerin Analizi	51
3.5. Verilerin Geçerlik ve Güvenirliği	53
DÖRDÜNCÜ BÖLÜM	55
BULGULAR ve YORUM.....	55
4.1. Birinci Soruya Ait Bulgu ve Yorumlar	55
4.1.1. Berna ve Ceren İsimli Öğrencilere Ait Bulgular.....	55
4.1.2. Duygu ve Ebru İsimli Öğrencilere Ait Bulgular	58
4.1.3. Fatma ve Gamze İsimli Öğrencilere Ait Bulgular.....	62
4.2. İkinci Soruya Ait Bulgu ve Yorumlar.....	63
4.2.1. Berna ve Ceren İsimli Öğrencilere Ait Bulgular.....	64
4.2.2. Duygu ve Ebru İsimli Öğrencilere Ait Bulgular	71
4.2.3. Fatma ve Gamze İsimli Öğrencilere Ait Bulgular.....	77
4.3. Üçüncü Soruya Ait Bulgu ve Yorumlar.....	83
4.3.1. Berna ve Ceren İsimli Öğrencilere Ait Bulgular.....	84
4.3.2. Duygu ve Ebru İsimli Öğrencilere Ait Bulgular	88
4.3.3. Fatma ve Gamze İsimli Öğrencilere Ait Bulgular.....	95
4.4. Dördüncü Soruya Ait Bulgu ve Yorumlar	99
4.4.1. Berna ve Ceren İsimli Öğrencilere Ait Bulgular.....	99
4.4.2. Duygu ve Ebru İsimli Öğrencilere Ait Bulgular	103
4.4.3. Fatma ve Gamze İsimli Öğrencilere Ait Bulgular.....	109
BEŞİNCİ BÖLÜM	114
TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER	114
5.1. Sonuç.....	114

5.2. Tartışma	120
5.3. Öneriler	122
Kaynakça.....	124
Ekler	146
Ek 1: Araştırma İzinleri	146
Ek 2: Uygulama Soruları	150
Ek 3: Veli Onam Formu Örneği.....	152
ÖZ GEÇMİŞ	153



TABLÖLER LİSTESİ

Tablo

Sayfa

1. 9. Sınıf Matematik Öğretim Programında Eşitsizlikler (MEB 2018 Öğretim Programı).....	13
2. Çalışma Grubunda Yer alan Öğrencilerin Başarı Düzeyleri	48
3. Betimsel Analiz İçin Çerçeve.....	52
4. RBC+C Soyutlama Modeli Tanıma (Recognizing) Basamağı.....	116
5. RBC+C Soyutlama Modeli Kullanma (Building with) Basamağı	117
6. RBC+C Soyutlama Modeli Oluşturma (Construction) Basamağı.....	119
7. RBC+C Soyutlama Modeli Pekiştirme (Consolidation) Basamağı.....	120



ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil

Sayfa

1. Türkiye Yeterlilikler Çerçevesi Seviyeleri	23
2. Matematik Okuryazarlık Problemlerinin Çözüm Süreci	25
3. De Lange'a (2003) Göre Matematik Okuryazarlığının Bileşenleri	26
4. Matematik Okuryazarlığı Modeli (Pugalee, 1999).....	27
5. PISA 2018 Matematik Okuryazarlığı Modeli (PISA 2018 Ön Raporu).....	29
6. Soyutlamanın Oluşumu (Özmantar, 2005).....	32
7. Tanıma Basamağı (Şimşekler, 2017, Freepik, 2023a)	35
8. Kullanma Basamağı (Şimşekler, 2017, Freepik, 2023b).....	36
9. Oluşturma Basamağı (Şimşekler, 2017, Freepik, 2023c).....	37
10. Pekiştirme Basamağı (Şimşekler, 2017, Freepik, 2023d)	37
11. Berna ve Ceren'in 1. Soruda Denklem Kurmadan Yaptıkları Hesaplama	56
12. Berna ve Ceren'in 1. Soruda Oluşturdıkları Eşitsizlik Denklemleri	57
13. Duygu'nun Sözel İfadesi İçin Kullandığı Matematiksel Gösterim	58
14. Duygu ve Ebru'nun 1. Soru İçin Oluşturduğu Eşitsizlik Denklemi	59
15. Duygu ve Ebru'nun 1. Soruda Oluşturdıkları Eşitsizlik Denklemine İlişkin Çözümleri.....	61
16. Fatma ve Gamze'nin 1. Soruya İlişkin Çözümü	62
17. Berna ve Ceren'in 2. Soruda Tablo Üzerinde Yaptığı Hesaplamalar Ve Aldıkları Notlar.....	65
18. Berna ve Ceren'in 2. Soruda Puan Aralığını Sembollerle İfade Etmesi.....	67
19. Berna ve Ceren'in 2. Sorudaki Hatalı Eşitsizlik Denklemi	67
20. Berna ve Ceren'in 2. Sorudaki Diğer Hatalı Eşitsizlik Denklemleri.....	68
21. Berna ve Ceren'in 2. Soruda Son Kurdukları Eşitsizlik Denklemi	68
22. Berna ve Ceren'in 2. Sorudaki Puan Hesaplamaları-1.....	69
23. Berna ve Ceren'in 2. Sorudaki Puan Hesaplamaları-2.....	70
24. Duygu ve Ebru'nun 2. Soruda Yaptığı Puan Hesaplamaları	73
25. Duygu ve Ebru'nun 2. Soruda Hatalı Oluşturdıkları Eşitsizlik Denklemi.....	74
26. Ebru'ya Göre Eşitsizlik Aralığının Matematiksel Gösterimi	74
27. Duygu ve Ebru'nun 2. Soruda Oluşturdıkları Nihai Eşitsizlik Denklemi	75
28. Duygu ve Ebru'nun 2. Soruya İlişkin Nihai Hesaplamaları.....	77
29. Fatma ve Gamze'nin 2. Soruda Tablo Üzerinde Yaptığı Hesaplamalar.....	78
30. Gamze'nin 2. Soruda Maç Sayısına İlişkin Oluşturmaya Çalıştığı Eşitsizlik Denklemi	79
31. Fatma ve Gamze'nin 2. Soruda Oluşturduğu Eşitsizlik Denklemi	80
32. Fatma ve Gamze'nin 2. Soruda Yukarıda Diyalogda Geçen Hesaplaması	81
33. Fatma ve Gamze'nin 2. Soruda Belirledikleri Aralıktaki Sayılar Kümesi	81
34. Fatma ve Gamze'nin 2. Soruda Galibiyet Sayısına İlişkin Muhtemel Hesapları	82
35. Berna ve Ceren'in Kart Ücretini Dikkate Alması	85
36. Berna ve Ceren'in 3. Soruda Oluşturduğu Eşitsizlik Denklemi	86
37. Berna ve Ceren'in 3. Sorudaki Durum Hesaplamaları	87
38. Duygu ve Ebru'nun 3. Sorunun Başlangıcındaki Hesaplamaları ve Yazdıkları Eşitsizlik İfadesi	88
39. Duygu ve Ebru'nun 3. Sorudaki Küçük Eşittir Sembol Kullanım	92
40. Duygu ve Ebru'nun 3. Soruda Durumları Hesaplariken Yaptığı Hesaplamalar.....	94
41. Fatma ve Gamze'nin 3. Sorudaki Değişken Atamaları	95
42. Gamze'nin 3. Soruda İlk Oluşturduğu Eşitsizlik Denklemi	96
43. Gamze'nin 3. Soruda Düzelttiği Eşitsizlik Denklemi	96
44. Fatma ve Gamze'nin 3. Sorunun a Şıkkı İçin Durum Hesaplamaları	98
45. Berna ve Ceren'in 4. Soru İçin Durum Hesaplamaları.....	100
46. Berna ve Ceren'in 4. Soru İçin Yazdığı Eşitsizlik Denklemleri.....	102
47. Berna ve Ceren'in 4. Soruda Çizdiği Grafik	103
48. Duygu ve Ebru'nun 4. Sorudaki Değişken Atamaları	104
49. Duygu ve Ebru'nun 4. Soruda Oluşturdıkları Eşitsizlik Denklemi	104
50. Duygu ve Ebru'nun 4. Soru İçin Çizdiği Grafik	108
51. Fatma ve Gamze'nin 4. Sorudaki Değişken Atamaları	109
52. Fatma ve Gamze'nin 4. Soruda Oluşturdıkları Eşitsizlik Denklemi	109
53. Fatma ve Gamze'nin 4. Soruda Grafik Oluşturma Sırasında Kullandıkları Tablo.....	110
54. Fatma ve Gamze'nin 4. Soru İçin Çizdikleri Grafik	113

KISALTMALAR LİSTESİ

MEB	: Millî Eğitim Bakanlığı
NCTM	: Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi
OECD	: Ekonomik Kalkınma ve İş birliği Örgütü
PISA	: Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı
TIMSS	: Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması
PIRLS	: Uluslararası Okuma Becerilerinde Gelişim Projesi
ILSS	: International Life Skills Survey

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

Matematiği öğrenmek “temel kavram ve becerilerin kazanılmasının yanı sıra matematik ile ilgili düşünmeyi, problem çözme stratejilerini kavramayı ve matematiğin gerçek yaşamda önemli bir araç olduğunu fark etmeyi gerektirir” (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). 21. yüzyıl becerileri bakımından matematik eğitimi, bireylere hesaplama becerileri kazandırmanın ötesinde matematiksel olarak düşünceler geliştirmeyi, geliştirilen düşünceler arasında bağlantı kurma, akıl yürütme, tahmin yapma, problem çözme gibi becerilerin kazandırılmasını sağlamalıdır (Umay, 2003). Bu durum günlük yaşamdan ve çeşitli konulardaki bağlamlardan soruların öğretim sürecinde kullanılmasını gerektirir, bu öğretim, öğrencilerin ilgisini çeker ve araştırılan konulara ilgi ve merak uyandırır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Matematik eğitiminde, matematiğin önemli bir temeli olarak görülen problem çözme ve bireylerin matematiğin gerçek yaşamdaki rolünü fark etmelerini sağlayan (Gürbüz ve Altun, 2019) matematik okuryazarlığı olmak üzere iki temel kavram değerlendirilmeye değerdir. Yaşamda ve bilim dünyasında birçok olgunun ve davranışın soyut matematik modellere indirgenebilmesi ve bu modellerle açıklanabilmesi matematiğin öneminin bir göstergesidir (Stacey, 2015). Gerçek yaşam ile okul matematiği arasındaki ilişkisizlik durumu birçok eserde ele alınmıştır (Ellerton, 2013; Kaiser ve Willander, 2005; Stacey, 2015) ve okul matematiği ile yaşam arasındaki ilişkinin, öğretimle koordine edilmesi gerekliliği ifade edilmiştir. Bu gereklilik matematiğin gerçek yaşamdaki rolünü anlama ve karşılaşılan sorunların çözümünde matematiği kullanabilme (McCrone ve Dossey, 2007) anlamına gelen matematik okuryazarlığı kavramının doğmasına yol açmıştır (Jablonka ve Niss, 2014). (Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD) tarafından organize edilen PISA (Programme International Student Assessment) çalışmaları kapsamında matematik okuryazarı bir bireyin problem çözme, matematiksel modelleme, muhakeme etme ve argüman üretme, iletişim, temsille gösterme, sembolik dil ve işlemleri kullanma ve matematiksel araçları kullanma yeterliklerine sahip olması beklenmektedir.

Matematik düşüncenin aracıdır (D.S. Mitronovic, J. E. Pecaric ve A. M. Fink, 1993). Sayısal bilgileri (veya matematik okuryazarlığı) olan bir kişiden beklenen, matematiksel bilgileri tanımlamayı, bulmayı veya erişmeyi içeren yanıt türlerini belirtip; bu bilgilere göre hareket etmek veya bu bilgileri kullanmak ve sayısal bilgilerin yorumlanması, değerlendirilmesi ve iletilmesidir. Bireylerden sayısal durumları yorumlamanın yanı sıra

bunlara göre hareket etmeleri talep edilir. Politika düzeyinde belirli eylemlere neden karar verildiğini anlamaları, bu kararlara uymaları veya onları eleştirmeleri beklenebilir. Yetmişli yıllara kadar uzanan bir geçmişi olan matematik okuryazarlığı eski dönem adıyla nicel okuryazarlık, International Life Skills Survey (ILSS)'de (2000) insanların yaşamında ve iş hayatında ortaya çıkan nicel durumlara etkin bir şekilde dâhil olmaları için ihtiyaç duydukları beceriler, bilgiler, inançlar, eğilimler, zihin alışkanlıkları, iletişim yetenekleri ve problem çözme becerilerinin toplamı şeklinde ifade edilmektedir. De Lange (2006), matematik okuryazarlığının 'gerçek' problemlerle uğraşmakla ilgili olduğunu, öğrencilerin okul ve yaşam deneyimleri yoluyla kazandıkları beceri ve yeterlilikleri kullanmayı gerektiren gerçek bir dünya problemini 'çözmek' zorunda olduğunu belirtmektedir. Bu bakımdan matematik gerçek problemleri çözmek ve problemlere gerçek çözümler üretmek için eşsiz bir araçtır. Yani matematik evrenin işleyişini anlamamız için iyi bir araçtır.

Matematik evrensel bir dildir. Bu evrenselliği sağlayan en büyük etken cebir konusudur. Cebirin yapıtaşları sayılabilecek ve problem çözümlerinde en büyük yardımcımız ise "Denklem ve Eşitsizlikler" konusudur. Bu konu sayesinde günlük yaşam problemlerini matematiksel sembollere çevirerek çözüme ulaşabiliriz (Demirtaş, 2021). Türkiye'de matematik eğitimindeki ortak anlayış, öğrencilerin kendilerine sunulan matematiksel bilgiyi zihinlerinde yapılandırmak yerine ezberleyerek öğrenmeye çalışmalarıdır (Pesen, 2006). Tall ve Razali (1993), matematik öğrenmenin prosedürel uyarlayıcılarının karşılaştığı zorlukların, kavramsal uyarlayıcıların karşılaştığı zorluklardan daha fazla olduğunu ortaya koydu. İşlemsel öğretim çalışmalarının yanı sıra, cebir öğretiminde matematiği kavramsal öğretim için yapma sürecini vurgulayan çalışmalar giderek daha fazla yer almaktadır (Bennett, Burton ve Nelson, 2010; Brizuela vd., 2015; Nathan ve Koellner, 2007; Pedersen, 1993). Yetkin (2003), matematikte kavramsal öğrenmenin önemli olmasının yanı sıra zor bir olgu olduğunu ve matematikte öğrenme güçlüklerinin ve kaynaklarının belirlenmesi ile bu güçlüklerin üstesinden gelebilmek için öğretim yöntemlerinin belirlenmesini içeren eylemlerin önemli adımlardan biri olduğunu belirtmiştir. Ayrıca denklemler ve eşitsizlikler öğrencilerin en çok hata yaptıkları konulardan biri olarak bilinmektedir (Ersoy ve Erbaş, 2005; Şandır, 2007; Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2016). Eşitsizlikler konusu matematikte ve günlük hayatta önemli bir yer kaplamaktadır (Bazzini ve Tsamir, 2004).

Eşitsizlikler teorisinin matematiksel temelleri 18. ve 19. yüzyılda matematikçiler tarafından atılmıştır. Teorinin temellerinin oluşturulması K. F. Gauss (1777-1855), A.L. Cauchy (1789-1857) ve P. L. Chebysev (1821-94) gibi matematikçiler ile başlamış, sonraki

yıllarda H. Poincare (1854-1912), A. M. Lyapunov (1857-1918), O. Hölder (1859-1937) ve J. Hadamard (1865-1963) ile devam etmiştir.

Elementer seviyede bir niceliğin büyüklüğü-küçüklüğü yine başka bir nicelikle sınırlanır. Bu noktada klasik eşitsizlikler önemli rol oynar. Reel sayıların 3 temel özelliğinden biri olan sıralama bağıntısı Matematiksel analiz açısından önem taşımaktadır. Reel sayılar kümesinde bir a sayısı, yine reel sayılar kümesinde yer alan bir b sayısının ya sağında ($a > b$) ya solunda ($a < b$) ya da b ye eşittir ($a = b$). Bu durumlar literatür gereği matematiksel gösterimle $a \geq b$ veya $a \leq b$ şeklinde yazılır.

Eşitsizlik konusuna 8. Sınıf- 9. Sınıf düzeyinde yer verilmiş olsa da konunun temeli 6. ve 7. sınıfta atılır. Ancak daha temelde eşitsizlik kavramının öğretimi ilkökul düzeyinde uzunluk- kısalık, küçüklük- büyüklük, azlık –çokluk, en az, en çok, en fazla gibi kelimelerle başlatılır. Eşitsizlikler, uygulamalarda -optimization teoride– matematiksel algoritma kurmada vazgeçilmez bağıntılardır. Çünkü eşitsizliklerin kendisi birer modellemedir.

Birçok ülkede ve matematik öğretimi ile ilgili birçok yayında, matematiğin gerçekçi veya somut yönüne sıklıkla vurgu yapılmaktadır (Lingefjärd ve Hatami, 2020). Öğrencilerin öğrendikleri matematiğin gerçek hayattaki faydasını görmeleri gerektiğine dair genel bir iddia vardır. Soyut veya saf matematik genellikle çok karmaşık kabul edilir. Özellikle karmaşık bir matematik problemiyle uğraşırken sadece lise veya üniversitedeki öğrenciler için bir sorun değil, aynı zamanda zorunlu okuldaki öğretmenlerin de birçok öğrencinin soyut matematikle karşılaştıklarında eksiklikleri üzerinde durdukları iyi bilinen bir gerçektir.

Matematiğin birçok alanının, temel kuralları ve kavramları tanımlanmadan çok önce gerçek dünya problemlerinin incelenmesinden ortaya çıkması büyüleyicidir. Kurallar ve kavramlar daha sonra soyut yapılar olarak tanımlanmıştır. Harflerin ve sembollerin formüllerde ve denklemlerde sayıları ve nicelikleri temsil etmek için kullanıldığı cebir, aritmetik problemlerini çözmekten doğmuştur. Geometri, insanların gerçek dünyada mesafeler ve alanlarla ilgili problemleri çözmeye çalışmasıyla ortaya çıkmıştır.

Bir evin çatısını işaret edip işaret parmağıyla havada bir üçgen çizerek annesine “Anne bak yukarıda büyük bir üçgen görüyorum” diyen küçük çocuğu düşünün. Bize göre çocuk hem soyutlama hem de genelleme göstermiştir. Somut durumdan soyut senaryoya geçtiğimiz süreç, soyutlama ve genelleme olarak bilinir. Soyutlama süreci aracılığıyla, matematiksel bir kavramın altında yatan öz çıkarılabilir. Genelleme yoluyla, belirli bir örnekteki kavram ve işlemleri başka durumlarda kullanabiliriz. Tamsayılar, kesirler, karmaşık sayılar, vektörler ve matrisler; bunlar düşünüldüğünde örnek açıklanmaktadır. Farklı durumlarda kavram aynı olsa da uygulamalar farklıdır. Kendimizi özel durumdan kurtarabilmeyi ve bazı matematiksel

ilişkilerin yalnızca balıklar, taşlar veya insanlar için geçerli olduğunu fark edebilmeyi matematiğin elzem olduğunu fark ettiğimizde soyutlama başlamaktadır. Pisagor teoremi muhtemelen insanlar yok olduğunda da geçerlidir. Ayrıca matematik yaparken mutlak soyutlama alanında olduğumuzu iddia ederiz. Bazı koşullar sağlanıyorsa, diğer bazı soyut koşullar da sağlanır. Genelleme sürecini tüm armağanların en büyüğü olarak görebiliriz. Birleştirici ve açık gerçeklerin bir sonucu olarak belirli ve görünüşte farklı fenomenleri görebilmek, nihai olarak önemli olan ve bazen yeterince doğrulanmayan bir şeydir. Bazen çok özel kavramları keşfetme eğilimi vardır, ancak yalnızca bu kavramların birleştirilmesi, eldeki konuya yeni bir ışık tutar ve önemli ölçüde yeni ufuklar açar. Pisagor kardeşliğinin temeli ve ritüelleri ve etkileri hakkındaki mistik söylentiler, Pisagor'un bilimin oluşumunda matematiğin olası önemini sezdiğine dair bazı kanıtlar sunar. Matematikte soyutlamanın büyümesi, kimya, fizik, astronomi, jeoloji ve meteoroloji gibi disiplinlere doğada meydana gelen çok çeşitli karmaşık fiziksel olayları açıklama yeteneği sağladı. Matematikte soyutlama sürecini kavrayan herkes, kimya veya fizik gibi diğer konularda meydana gelen soyutlamayı da anlamaya hazır olacaktır. Matematiğin güzelliğine gelince, daha çok matematiğin soyut kısmıyla ilgili olduğu bir gerçektir.

Matematik, özellikle küçük yaşlarda öğretimine somut deneyim ve işlemler ile başlansa da “zihinsel bir sistem” olarak soyut düşünmeye yöneliktir (Umay, 1996). Bahsedilen kavramsal anlama ise ileri cebir öğretimi için önemlidir. Bu sebeple öğrencilerin cebir kavramlarını soyutlama yapmak suretiyle öğrenmeleri gerekir.

Cebir yapmak soyutlama yapabilme gücü gerektirir. Bu bakımdan, matematiğin bir soyutlama yapma bilimi oluşu cebirsel ifadelerde tam anlamını bulur (Altun, 2018). Matematiksel gelişim üzerine yapılan güncel araştırmalar, ortaokul öğrencilerinin matematiksel fikirleri soyutlama ve genelleme yapma gücüne sahip olduğu görüşünü benimsemiştir (Papic, Mulligan ve Mitchelmore, 2011).

Yapılandırmacı teoriler çoğu zaman soyutlama düzeylerini yansıtır (Gürbüz, 2021). Hiebert ve Lefevre (1986)'e göre soyutlama, matematiksel bilgi parçaları arasında ilişkilerin kurulabilmesi ile başlar. Burada kurulan ilişki soyut değildir. Bilgiler arasındaki ilişki ile temsiller oluşturulabilir. Bazı ilişkiler ise bağlandıkları bilgi parçalarından daha yüksek ve daha soyut bir düzeyde kurulur. Buna yansıtıcı seviye denilebilir (Mitchelmore ve White, 2004). Bu seviyedeki ilişkiler belirli bağlamlara daha az bağlıdır. Bu durumları öğretimde açıklamak meşakkatlidir. Bilginin öğrenci zihninde nasıl oluştuğu ve hangi içsel süreçlerden geçtiği bilinirse, öğretmenler için öğrenme sürecinde etkili müdahalelerde bulunmak kolaylaşabilir (Gürbüz, 2021). Soyutlama sürecini inceleyebilmek için çeşitli teoriler ortaya konulmuştur.

Bunlardan birisi de öğrencilerin bağlamsal problemleri çözme sürecinde geçirdikleri epistemik eylemleri inceleyen RBC+C soyutlama teorisidir. Teori içinde soyutlama, önceden oluşturulan matematiksel bilginin dikey olarak yeniden düzenlenmesiyle yeni matematiksel yapının oluşturulma süreci olarak tanımlanır (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Matematiğin birikimli yapısı, öğrencilerin bir matematiksel düşüncenin daha önceki düşünce ile benzer veya farklı olduğunu anlamasını gerektirir. Soyutlama sürecinin bu epistemik eylemlerle takip edilebilir olması; öğrencinin zihinsel gelişimini izleme ve yaşadığı güçlükleri fark edebilme imkânı sağlamaktadır (Yeşildere İmre ve Türnüklü, 2016).

Bu çalışma, matematiğin soyut bir dili olan cebir öğretiminin sadece işlemsel öğretimden ibaret olmadığını, kavramsal öğretim sürecinin de ön plana çıkarılması gerektiğini vurgulamaktadır.

1.1. Araştırma Problemi

Araştırmanın ana problemi, “9. sınıf öğrencilerinin Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı’na göre ortaöğretimde hemen hemen her yıl işlenen eşitsizlikler konusunu içeren matematik okuryazarlık sorularına ilişkin bağlamsal öğrenme süreçleri nasıldır?” sorusudur. Bu ana problem çerçevesinde aşağıda yer alan alt problemlere cevap aranmaktadır.

1. 9. sınıf öğrencilerinin bağlamsallığa uygun öğrenme ortamında eşitsizlik kavramına ilişkin bilgiyi oluşturma süreçleri nasıldır?
2. 9. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik konusuna ilişkin RBC+C soyutlama modeline göre pekiştirme süreçleri nasıldır?
3. Matematik dersi başarı düzeyleri farklı öğrencilerin RBC+C modeline göre soyutlama süreçlerinde ne gibi farklılıklar gözlemlenmektedir?

1.2. Araştırmanın Amacı

Eşitsizlik konusu öğrencilerin genellikle zorlandıkları bir konu olmuştur (Gürbüz ve Ağsu, 2017). Matematik öğretimi sürecinde ortaöğretim programına göre öğrenciler denklem ve eşitsizlik konularını hemen hemen her yıl işlemektedir. Denklem ve eşitsizlikler konusu süreklilik arz eden bir konu olmasına rağmen kavram yanlışlarının ve hataların en yoğun olduğu konuların başında gelmektedir (Şandır, Ubuz ve Argün, 2007). Yapılan çalışmalar göstermektedir ki öğrenciler eşitsizlik içeren problemleri yorumlama, anlamlandırma ve çözüme ulaşma süreçlerinde sıkıntı yaşamaktadır (Halmaghi, 2011).

Öğretmenlik hayatım boyunca öğrencilerim ile işlediğim dersler, yaptığım uygulamalar ve diğer matematik öğretmeni arkadaşlar ile yaptığımız görüşmeler neticesinde öğrencilerin

özellikle bağlamsal problem türlerinde sorunlar yaşadığı tespit edilmiştir. Yaşanan bu sorunların nedenlerini ve en çok hangi noktalarda tıkanıklık yaşandığını ortaya çıkarmak amacıyla bu çalışmaya başlanmıştır.

Bağlamsal problemler, matematik eğitiminde, matematiksel kavramların önemini anlama, matematiğe ilişkin bilgiyi gerçek hayat durumlarında kullanma konusunda pratiklik sağlama, yaratıcı ve eleştirel düşünebilme ve problem çözme becerilerini geliştirme gibi birçok konuda öğrencilere katkı sağlamaktadır (Chapman, 2006). Dolayısıyla bağlamsal öğrenme süreçlerinde yaşanan zorlukların ortaya çıkarılması ve bu sonuçlar ışığında gerekli tedbirlerin alınması, öğretim sürecinin anlam ve yararlılığını arttıracaktır.

Eşitsizlik kavramı hem bilim dünyasında hem de günlük hayatımızda en çok kullanılan modellemelerden biridir (Argün, Arıkan, Bulut, Halıcıoğlu, 2014). Ayrıca öğrencilerin öğrenim hayatı boyunca sıkça karşılaştıkları bir konudur. Bu sebeple bağlamsal öğrenme süreçlerinin “Eşitsizlik” konusu üzerinden incelenmesi ve elde edilen sonuçlar hem öğrencilere hem öğretmenlere hem de literatüre katkı sağlayacaktır.

Bu araştırma ile matematiksel başarı düzeyleri birbirinden farklı 9. sınıf öğrencilerinde eşitsizlik içeren matematik okuryazarlık sorularına ilişkin bağlamsal öğrenme süreçlerinin incelenmesi ve bilgi oluşturma ve soyutlama süreçlerinin RBC+C soyutlama modeli referans alınarak incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu amaca ulaşmak için bağlam temelli sorular kullanılmış ve öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeyleri de ortaya konulmaya çalışılmıştır.

1.3. Araştırmanın Önemi

Gelinen noktada matematik öğretiminin, öğrencilere matematiğin gündelik yaşamın her alanında olduğunu fark edebilmelerini ve matematiği uğraşmaya değer bulmalarını sağlaması gerektiği savunulmaktadır (Yenieli, 2019). Matematiğin gerçek hayatla iç içe olma durumu, onun üst düzey düşünme, akıl yürütme ve problem çözme becerilerine sahip bireylerin yetişmesi bakımından ne kadar büyük öneme sahip olduğunu ortaya koymaktadır (Ercoşkun Çelik, 2022). Öğrenciler, bilgiyi kendileri anlamlandırdığında kalıcı öğrenme mümkün olabilmektedir. Bu nedenle matematik öğreniminde yaparak yaşayarak öğrenme ön plana çıkarılmalıdır (Yenieli, 2019).

Bu çalışma ile 9.sınıf öğrencilerinin soyutlama süreçleri RBC+C soyutlama teorisi aşamaları doğrultusunda incelenmiştir. RBC+C soyutlama modeli, soyutlama süreçlerinin analizini kolaylaştırmaktadır.

Günümüz dünyasında matematik okuryazarlığı kavramı ile birlikte öğrencilerin müfredatta kendilerine sunulan teorik bilgileri ezberlemesinden daha ziyade, bu bilgileri gerçek

hayat durumlarında kullanmalarının ön plana çıkması, müfredatta yer alan konuların soyutlama süreçlerinin de anlaşılması ve incelenmesini gerekli kılmıştır. Bu çalışma ile bağlam temelli öğrenme ile birlikte eşitsizlik konusu temelinde ortaöğretime devam eden öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeylerinin ve soyutlama süreçlerinin analiz edilmesine katkıda bulunulacaktır.

1.4. Varsayımlar

Bu araştırmada;

1. Araştırmada kullanılan uygulama soruları için uzman görüşlerinin yeterli ve uygun olduğu kabul edilmiştir.
2. Araştırma için hazırlanan uygulama sorularının öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini doğru bir şekilde ortaya çıkardığı varsayılmıştır.
3. Araştırmacı ve çalışma grubundan kaynaklı olası farklılıkların çalışma sonuçları üzerindeki etkilerini en aza indirmeye yönelik tedbirlerin alındığı kabul edilmiştir.
4. Araştırmacının uygulama sonuçlarını analiz sürecinde tarafsız davrandığı kabul edilmiştir.
5. Her çalışma grubu için eşit ve uygun uygulama ortam ve şartlarının sunulduğu kabul edilmiştir.
6. Çalışma grubunun kendilerini rahat ifade ettikleri ve düşünme süreçlerini doğru bir şekilde yansıttıkları kabul edilmiştir.

1.5. Sınırlılıklar

1. Bu araştırma Bursa İli Osmangazi İlçesine bağlı bir devlet okulu ile sınırlıdır.
2. Çalışma grubu 2022-2023 Eğitim-Öğretim yılında 9. sınıfta okuyan amaçlı olarak matematik başarı düzeylerine göre seçilen 6 öğrenci ile sınırlıdır.
3. Araştırmanın verileri Ortaöğretim Matematik Öğretim Programı'nın "Eşitsizlikler" konusu ile sınırlıdır.

1.6. Tanımlar

Eşitsizlik: Genel olarak “küçük, küçük ya da eşit, büyük, büyük ya da eşit bağıntılarını içeren açık önermelerdir.” şeklinde tanımlanmaktadır (Argün vd., 2014).

Matematik Okuryazarlığı: Gerçek hayatta karşılaşılan zorluklar karşısında üretilen çözümlerde matematiksel bilgiyi kullanma kapasitesi olarak tanımlanabilir (Steen, Turner and Burkhardt, 2007).

Bağlam ve Bağlamsallık: Bağlam, günlük yaşam içerisindeki problemin varlığıdır (Borasi, 1986). Bağlamsal problemler ise öğrencilerin gündelik hayat deneyimlerinde ortaya çıkan problem durumları olarak da ifade edilebilir (Gravemeijer ve Doorman, 1999).

Soyutlama: Önceden var olan matematiksel bilgilerin dikey olarak düzenlenerek yeni matematiksel bilgilere ulaşılması etkinliğidir (Hershkowitz vd., 2001).

RBC+C Soyutlama Modeli: Matematiksel soyutlama süreçlerinin analiz edilebilmesi amacıyla geliştirilen RBC Soyutlama Modeli gözlemlenmesi mümkün olmayan zihinsel yapılandırma süreçlerinin gözlemlenebilir basamaklar (Recognizing - Building with-Construction) yoluyla irdelenmesi esasına dayanmaktadır (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus 2001). 2007 yılında Dreyfus tarafından soyutlama sürecine pekiştirme (consolidation) bilişsel eyleminin de eklenmesiyle RBC+C Soyutlama Modeli şeklinde son halini almıştır.

PISA: 2000 yılından itibaren 3'er yıllık dönemler halinde OECD tarafından örgün eğitime devam eden 15 yaş grubu öğrencilere uygulanan PISA (Programme for International Student Assessment) öğrencilerin sahip oldukları bilgi ve becerilerini ölçmeyi hedefleyen bir tarama çalışmasıdır.

İKİNCİ BÖLÜM

KURAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde eşitsizlik kavramı, eşitsizlikler konusunun 9. Sınıf Matematik Dersi Müfredatındaki yeri, matematiğin tarihsel gelişimi ve matematik eğitimi, okuryazarlık kavramı ve matematik okuryazarlığı, matematik okuryazarlığı ile öğrencilere kazandırılmak istenilen nitelikler, ülkemiz ortaöğretim matematik eğitiminde matematik okuryazarlığın yeri, matematik okuryazarlığına ilişkin modellemeler, PISA araştırmalarında matematik okuryazarlığı, matematiksel soyutlama, RBC ve RBC+C soyutlama modelleri, bağlamsallık ve bağlam temelli öğrenmenin matematik eğitimindeki önemi konularında kuramsal çerçeveye yer verilmiştir.

Bu bölüm altında tezin kuramsal çerçevesini oluşturan kavramlar ve bu kavramların birbirleri ile olan ilişkileri anlatılmış, tezin teorik temellerini oluşturan hususlar ortaya konulmuştur. Bu doğrultuda ilk olarak eşitsizlik kavramı üzerinde durulmuştur.

2.1. Eşitsizlikler

2.1.1. Eşitsizlik Kavramı

Matematiğin en önemli alanlarından biri olan cebiri Euler (1984) “bilinenler aracılığıyla bilinmeyen miktarların nasıl belirleneceğini öğreten bilim” olarak tanımlamıştır. Cebir, sayıları en kapsamlı şekilde ele alan, tüm ilişkileri gösteren, bilinmeyenleri, formülleri içeren bir dildir (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2012). Değişken kullanımı bizlere cebirin kapısını aralamaktadır. Cebirin tarihsel gelişimine bakıldığında ilk kez “cebir” kelimesinin Harezmi tarafından 9. yy’da kullanıldığı görülmektedir. Harezmi bilinmeyen niceliğe “şey” derken, İspanyolcada “şey” kelimesinin “ xay ” olarak yazılması günümüzde bilinmeyeni yaygın olarak “ x ” olarak göstermemize sebebiyet vermiştir. Aritmetik, sayılar ve sayıların birbirleriyle olan matematiksel ilişkilerini incelerken; aritmetik sonrası dönem olan cebirde matematiksel olguların soyutlanması söz konusudur (Kaçar, 2020).

Öğretim programlarında cebir öğretiminin amacı; öğrencilere denklem ve eşitsizliklerin çözümünü bulabilme, matematiksel sembolleri ve grafikleri okuyabilme, gerektiğinde semboller ile ilişkileri ortaya koyabilme, problem çözümlerinde değişken kavramının farkında olabilme konularında gerekli altyapıyı sağlamak olarak özetlenebilir (Baki, 2008).

Eşitsizlik kavramı ise “verilen niceliklerin karşılaştırılmasında eşit olmaması veya miktarlarının denk olmaması” durumudur. Genel olarak “küçük, küçük ya da eşit, büyük, büyük

ya da eşit sıralama bağıntılarını içeren önermelere eşitsizlik denir” şeklinde tanımlanmaktadır (Argün vd., 2014, s.176). Eşitsizlik, niceliklerin miktarları birbiriyle karşılaştırılırken $>$, $<$, $\geq$, ve $\leq$ sembolleri kullanılarak oluşturulan sayısal ifade olarak da tanımlanabilir (Gürbüz ve Ağsu, 2017).

Matematik evrensel bir dildir. Bu evrenselliği sağlayan en büyük etken cebir konusudur. Cebirin yapıtaşı sayılabilecek ve problem çözümlerinde en büyük yardımcımız ise “Denklem ve Eşitsizlikler” konusudur. Bu konu sayesinde günlük yaşam problemlerini matematiksel sembolere çevirerek çözüme ulaşabiliriz (Demirtaş, 2021).

Denklem ve Eşitsizlikler konusunun tarihini incelersek; eşitsizlik konusunun denklemler konusuna göre daha yeni bir konu olduğu görülmektedir. Eşitsizlikler, eşitliklerin özel halidir. Eşitsizlik sembolleri ilk kez İngiltere’de 1631 yılında Thomas Harriot tarafından “ $<$ ” sembolünü “küçüktür” anlamında kullanması ile karşımıza çıkmaktadır (Schroeder, 1997). Eşitsizlik kullanılan ilk örnek ise Newton (1642-1726) ‘un ispatlarında karşımıza çıkarken, daha sonra Cauchy (1789-1857) tarafından da bazı ispatlarda kullanılmıştır (Elçi, Güzel, Cantürk Günhan ve Ev Çimen, 2016). Eşitsizlik sembolleri, sembollerin altına çizgi konularak (büyük eşittir, küçük eşittir) günümüzde kullandığımız şekline Pierre Bouguer tarafından 18. yy. da getirilmiştir (Seehorn, 2017).

Cebir öğretiminde, denge ve değişim olmak üzere bireyin zihninde oluşturulmuş iki temel cebirsel aksiyom vardır. Değişken, eşitsizlik öğretiminde olduğu gibi kalırken, denge önyargıyla bozulur. Kişiden beklenen, bozulmuş olan bu dengenin matematiksel ilişkilerinin açıklanmasıdır. Diğer aksiyom olan değişken, cebir öğretiminde olduğu gibi eşitsizliklerde de parametrelerini korur. Cebirdeki eşitsizlik aynı zamanda sayıların tanım aralığını ifade eder. Örneğin $x < 3$, x ’in 3’ten küçük sayılar olduğu anlamına gelir. Ayrıca, eşitsizliğin tanımlandığı sayı kümesi önemlidir. x bir doğal sayı ise 0, 1 ve 2 olabilir. x bir tamsayı ise $\dots -2, -1, 0, 1$ ve 2 olabilir. x bir gerçekte sayı ise, $(-\infty, 3)$ ile ifade edilebilir. Bu nedenle öğrencilerin sayı kümelerine hâkim olmaları gerekmektedir (Gürbüz ve Ağsu, 2017).

Denklemleri tam olarak öğrenebilen öğrenciler, eşitsizlikler konusunu da öğrenmede daha başarılı olurlar. Eşitsizlik sorularının çözülebilmesi o ifadenin denkleme dönüştürülmüş formunun çözülebilmesine bağlıdır (Altun, 2018). Eşitliği sadece işlem olarak yapabilen ama anlamlandıramayıp bağlamsal olarak ilişki kuramayan bir öğrenci eşitsizliği öğrenmede zorluk yaşayacaktır (Çoban, 2018). Eşitsizlik sorularının çözülebilmesinin ilk basamağı eşitliklerin doğru şekilde kavranmasıyla mümkün olacaktır.

Milli Eğitim Bakanlığı tarafından hazırlanan Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı’na göre öğrenciler “Denklem ve Eşitsizlikler” konusunu hemen hemen her yıl

işlemektedir. ‘Denklem ve Eşitsizlikler’ konusu süreklilik arz eden bir konu olmasına rağmen kavram yanlışlarının ve hataların en yoğun olduğu konuların başında gelmektedir (Şandır vd., 2007). Yapılan çalışmalar göstermektedir ki öğrenciler eşitsizlik içeren problemleri yorumlama, anlamlandırma ve çözüme ulaşma süreçlerinde sıkıntı yaşamaktadır (Halmaghi, 2011).

Alan yazında bulunan çalışmalar cebirin içeriğinin öğrenciler tarafından kolay anlaşılmadığını göstermektedir (Çekmez, 2020). Gürbüz ve Ağsu (2017), birçok akademik çalışmada farklı okul ve sınıf düzeyindeki öğrencilerin temel cebirsel kavramları (eşitsizlik kavramı, denklem, cebirsel ifadeler, problem çözme, değişken vb.) anlama konusunda güçlükler ve kavram yanlışları yaşadıklarını, ayrıca yaygın hatalar yaptıklarını ifade etmiştir.

Kavram yanılığı, öğrencilerin sistematik bir şekilde hata yapmalarına neden olan anlayış olarak ifade edilebilir (Smith, diSessa ve Roschelle, 1994). Diğer bir deyişle kavram yanılığı, kavramların bilimsel tanımlarından uzaklaşılarak farklı şekilde algılanmasıdır (Yıldız, Demirci, Akdeniz, Galiç, Güneş, Kavuncu, Mayan, Ozansak, 2021).

Çoban (2018) çalışmasında, araştırmalar sonucunda elde edilen bilgilere göre öğrencilerin eşitsizlikler ile ilgili en sık yaptığı hataları şu şekilde özetlemiştir:

- Öğrenciler sözel ifadeleri cebirsel olarak ifade etmede güçlük yaşamaktadır. Öğrenciler eşitsizlik çözüm kümelerinin iki sayı arasında olduğunu düşünürler.
- Öğrenciler eşitsizlikleri okurken sembollerin yönünü karıştırmaktadır.
- Öğrenciler çoğunlukla ‘küçük’ ve ‘büyük’ sembollerinin anlamını bilememekte ve çözüm yaparken eşit sembolü gibi düşünmektedirler.
- Öğrenciler eşitlik durumu ile eşitsizlik durumunu karıştırmaktadır.
- Öğrenciler 0 (sıfır) ile ilgili kavram yanılığı yaşamaktadır.
- Eşitsizlikte tarafların değişmesinin sorun teşkil etmeyeceğini düşünmektedirler. Örneğin; $x > 3$ ile $3 > x$ gösterimlerinin anlamını aynı zannetmektedirler.
- Negatif sayı ile çarpma ve bölme yapıldığında eşitsizliğin yön değiştireceğini unutmaktadırlar.
- Eşitliklerde olduğu gibi sonucun tek bir sayı olacağı yanılığına düşmektedirler.

Tüm maddeler göz önüne alındığında öğrencilerin eşitsizliğin manasını kavramaları noktasında sıkıntı yaşadığı görülmektedir.

Eşitsizlik çözümü, eşitsizliğin eşitlik gibi varsayılması sonucu ortaya çıkan denklemin çözülmesiyle yapıldığı için denklemler konusunun iyi kavranması eşitsizlikler konusunun daha kolay öğrenilmesini sağlayacaktır (Altun, 2018).

Gürbüz ve Ağsu (2017) ise literatürde eşitsizlik konusunda öğrencilerin sıklıkla yaptıkları hataları şu şekilde özetlemiştir:

1. Öğrenci hatalarını beceri hataları, ayırıklaştırma hataları, tipografik hatalar ve arızı/rasgele hatalar olmak üzere dört grupta incelemek mümkündür (Sleeman, 1984).
2. Öğrencilerin bir sayıyı eşitliğin diğer tarafına aktarırken işaretini değiştirmede ve eşitsizliği negatif bir sayıyla çarpıp bölerken eşitsizliğin yönünü değiştirmede hata yaptıkları görülmektedir (Cortes ve Ptaff, 2000).
3. Öğrencilerin cebir bilgilerini eşitsizliklere aktarırken hata yaptıkları ve işlem yapma yeteneklerinin zayıf olduğu saptanmıştır (Dede, Yalın, Argün, 2002).
4. Verikios ve Farmaki (2006) öğrencilerin eşitsizliklerde karşılaştıkları sorunları üç kategoriye ayırmıştır: (i) eşitsizlik negatif bir sayıyla bölüldüğünde veya çarpıldığında eşitsizlik işaretinin yönünün değiştirilmesi veya yorumlanmadan değiştirilmesi, (ii) eşitsizliğin bir eşitlik olarak algılanması ve çözüm aralığını bulmak yerine tek bir değer atfedilmesi ve (iii) öğrencilerin 0 (*sıfır*) hakkındaki kavram yanlışları.

2.1.2. Eşitsizlikler Konusunun 9. Sınıf Matematik Dersi Müfredatındaki Yeri

Milli Eğitim Bakanlığı tarafından hazırlanan Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'na göre ortaöğretimde 'Eşitsizlikler' konusunu hemen hemen her yıl işlenmektedir. Bununla birlikte bu çalışmanın kapsamı 9. Sınıf öğrencilerinde eşitsizlik içeren matematik okuryazarlık sorularına ilişkin bağlamsal öğrenme süreçleri ile sınırlandırılmıştır. Aşağıda yer alan tabloda Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda 9. Sınıf alt öğrenme alanında yer verilen eşitsizlik konusuna ilişkin kazanımlar belirtilmiştir.

Tablo 1*9. Sınıf Matematik Öğretim Programında Eşitsizlikler (MEB 2018 Öğretim Programı)*

Öğrenme Alanı	Alt Öğrenme Alanı	Konu	Kazanım
Sayılar ve Cebir	9.3. Denklemler ve Eşitsizlikler	9.3.3. Birinci Dereceden Denklemler ve Eşitsizlikler	9.3.3.1. Gerçek sayılar kümesinde aralık kavramını açıklar. a) Açık, kapalı ve yarı açık aralık kavramları ile bunların gösterimleri üzerinde durulur. b) Aralıkların kartezyen çarpımlarına yer verilmez.
			9.3.3.2. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümelerini bulur. a) Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin çözümü hatırlatılır. b) Harezmi'nin denklemler konusundaki çalışmalarına yer verilir.
			9.3.3.3. Mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümelerini bulur. a) Bir gerçekte sayının mutlak değeri hatırlatılarak mutlak değer özellikleri verilir. ($xx, yy \in \mathbb{R}, nn \in \mathbb{Z}$ ve $aa, bb \in \mathbb{R}^+$) $\begin{aligned} x &= x \text{ veya } -x \\ x &= -x \text{ ise } x \leq 0 \\ x &= x \text{ ise } x \geq 0 \end{aligned}$ $\begin{aligned} x &= y \text{ ise } x = y \text{ veya } x = -y \\ x &= y \text{ ise } x^2 = y^2 \end{aligned}$ $\begin{aligned} x &= y \text{ ise } x^2 = y^2 \\ x &= y \text{ ise } x^2 = y^2 \end{aligned}$ b) İki den fazla mutlak değeri içeren denklem ve eşitsizliklere girilmez.

Öğrenme Alanı	Alt Öğrenme Alanı	Konu	Kazanım
			9.3.3.4. Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümelerini bulur. a) Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümeleri bulunurken yerine koyma, yok etme veya grafikte çözüm yöntemlerinden faydalanılır. b) Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik sistemlerinin çözümü, analitik düzlemde gösterilir.
		9.3.5. Denklemler ve Eşitsizliklerle İlgili Uygulamalar	9.3.5.1. Oran ve orantı kavramlarını kullanarak problemler çözer. a) Oran, orantı, doğru orantı, ters orantı kavramları ile oran ve orantıya ait özellikler hatırlatılır. b) Altın oran tanıtılarak gerçek hayattan örnekler verilir ancak hesaplama yöntemlerine yer verilmez.

Öğrenme Alanı	Alt Öğrenme Alanı	Konu	Kazanım
			9.3.5.2. Denklemler ve eşitsizlikler ile ilgili problemler çözer. a) Gerçek hayat durumlarını temsil eden sözel ifadelerdeki ilişkilerin cebirsel, grafiksel ve sayısal temsilleri ile ilgili uygulamalar yapılır. b) Farklı problem çözme stratejilerinin uygulanmasını gerektiren oran, orantı kavramlarının kullanıldığı problemlere (örneğin elektrik, su vb. fatura ve ödemeler; sayı, kesir, yaş, işçi, alım-satım, kâr-zarar, yüzde ve karışım problemleri; hız ve hareket (hız kavramı, sabit hız, ortalama hız, birimler arası dönüşüm (km/sa., m/sn.)) yer verilir; faiz, havuz, saat problemlerine girilmez. c) Rutin olmayan problem türlerine de yer verilerek farklı problem çözme stratejilerinin uygulanmasına imkân verilir.

Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı incelendiğinde “Denklem ve Eşitsizlikler” konusunun sarmal bir şekilde 9, 11 ve 12. Sınıf düzeylerinde eğitim-öğretime dahil edildiği görülmektedir.

Ortaöğretim Matematik Programı’na göre eşitsizlikler konusunun diğer sınıf düzeylerindeki kazanımları ise kısaca aşağıda özetlenmiştir;

- **11. Sınıf Temel Düzey Alt Öğrenme Alanı** → Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler ile ilgili problemler çözer.
- **11. Sınıf İleri Düzey Alt Öğrenme Alanı** → İkinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulur.
İkinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümesini bulur.
- **12. Sınıf İleri Düzey Alt Öğrenme Alanı** → Üstel, logaritmik denklemlerin ve eşitsizliklerin çözüm kümelerini bulur.

2.2. Matematik Okuryazarlığı

2.2.1. Matematik Kavramı, Tarihsel Gelişimi ve Matematik Eğitimi

Matematik kavramı günümüzde; bir takım soyut kavramlar dışında, problem çözme ve anlamlandırma sürecinde oluşan bilgi ve becerilerin tamamını kapsayan, gerçeğin modellenmesi temelli daha geniş bir muhtevaya sahiptir (Altun, 2014). Matematiğin çok farklı tanımları bulunmaktadır. Her bir tanım aslında matematiğin bir özelliğini göstermektedir. Bu yüzden matematiği tanımlamak yerine açıklamak daha mantıklı olacaktır. Matematik; sayılar, semboller ve bunların ilişkilerinden oluşan bir bilimdir. Modellemedir; sembollerin dilidir; mantıklı düşünme sistemidir; bilgi ve becerileri arttıran, hayatı anlamlandırmamıza yarayan bir yardımcıdır (Baykul, 2021).

Altun tarafından matematik, “yaşamın soyutlanmış biçimi” olarak tanımlanmıştır (Altun, 2016). “Matematik; biçim, sayı ve çoklukların yapılarını, özelliklerini ve aralarındaki ilişkilerini bilim yoluyla inceleyen ve sayı bilgisi, cebir, uzay bilim gibi dallara ayrılan bilimdir” (Kay, 2007, s. 67). Freudenthal, matematiği bir insan aktivitesi olarak ifade eder, ona göre matematik keşfedilmez, icat edilir (Altun, 2018). Matematik evrenseldir ve tüm bilimlerin ortak dilidir. Matematik insan ürünü olması yönüyle diğer bilimlerden ayrılmaktadır. İnsan olmasaydı da fizik, kimya, biyoloji ve diğer bilim dalları kendini gösterirdi ancak matematik bu yönüyle insandan ayrı düşünülemez bir bilim dalıdır (Kart, 1996). Farkında olsak da olmasak da günlük hayat problemlerini çözerken matematiği kullanmaktayız. Matematik ile hayat iç içe geçmiştir. Dolayısıyla güç sahibi olan matematiği bilendir (Işık, Çiltaş ve Bekdemir 2008).

Matematiğin ortaya çıkmasında iki yaklaşım söz konusudur. İlki, matematiğin insan icadı olduğudur. Diğeri ise, matematiğin zaten hayatımızın içinde var olduğu, bizim zamanla farkına vardığımız görüşüne dayanmaktadır. Doğadaki her şeyin belirli bir düzen içinde olması da ikinci yaklaşımın ispatı niteliğindedir. Örneğin; arı peteklerinin düzgün altıgen olması optimum bal depolama alanı sağlamaktadır (Altun, 2000).

Matematik eski çağlardan beri insanların ihtiyaçlarını karşılamak için kullanılmıştır. Diğer tüm bilimler gibi matematiğin de temel amacı gerçek dünyayı anlamaktır (King, 1999). Matematiğin tarihteki gelişim serüveni incelendiğinde, toplumların günlük hayatta karşılaştıkları problemleri çözme isteğinin bir sonucu olarak ortaya çıktığı görülecektir (Olkun ve Uçar, 2006). Örneğin insanlar ilk önce objeleri sayabilmek için sayılara ihtiyaç duymuş, değiş tokuş ve alışverişin başlamasıyla negatif kavramlar ortaya çıkmıştır (Ercoskun Çelik, 2022). İçinde bulunduğumuz dünyayı anlamlandırmak ve gücün bizim elimize geçmesinde matematik önemli bir etkiye sahiptir (Ayvaci, 2011).

Matematiksel kavramların soyutlama sonucu elde edildiği düşünüldüğünde matematiğin bir soyutlama bilimi olduğu ifade edilebilir (Altun, 2018). Öte yandan Matematik, soyut kavram ve kurallar yığınının ibaret değildir. Matematik, gerçeğin modellenmesi temelinde problem çözme ve buna ilişkin kazanılan becerileri de kapsayacak şekilde daha geniş bir bakış açısıyla yorumlanabilir (De Corte, 2004). Matematiksel kavramların varsayımlara dayalı olması ve matematiğin kendine özgü dünyasında yaşaması, bu kavramların gerçek dünyada karşılıkları olmadığı anlamına gelmez (Umay, 2002). Matematiğin değeri ancak bilim, sanat ve hayatın içindeki varlığının farkına varılmasıyla anlaşılır (Ural, 2019).

Eğitim süreçlerinde bireylerin bilgiye ulaşmasını sağlamak önemli olmakla birlikte, asıl önemli olan bu bilgiyi nasıl kullanacağını bilen, yani bilgiyi beceriyle bütünleştirebilen bireyler yetiştirmektir (Altun, 2020). Matematik öğretimi, bireylere gündelik hayatın gerektirdiği matematiğe ilişkin bilgi ve becerilerin yanı sıra, olayları problem çözme yaklaşımı ile ele alabilen bir düşünce biçimini kazandırmayı da amaçlamaktadır (Altun, 2018).

Ülkelerin çağa ayak uydurabilmesi ve küreselleşen dünyada önemli bir yere sahip olması eğitime verdikleri önem ölçüsünde mümkün olmaktadır 21. Yüzyılda ülkelerin gelişmişlik düzeyleri; ekonomik yapılarının yanında, eğitim olanakları, ülke vatandaşlarının sahip olduğu nitelikler, bilgiyi üretme ve kullanma hızları gibi birçok etmenle ölçülmektedir (Akın, 2016). Bilim ve teknolojinin ilerlemesinde, sosyo-ekonomik kalkınmanın sağlanmasında, kaliteli ürün ve hizmetlerin oluşumunda matematik en önemli etkiye sahip bilim dalıdır (Ersoy, 2003). Matematik eğitimi olmadan gelişmelerin gerisinde kalmak kaçınılmaz olacaktır.

Teknolojik gelişmelerin gerisinde kalmamak için matematiği etkili bir şekilde kullanabilen bireylere ihtiyaç duyulmaktadır. Öğretim programlarının sürekli yenilenmesinin amacı da budur. Öğrencilere matematik okuryazarlık becerisi kazandırarak, hayatın içindeki matematiği anlayabilmeleri ve kullanabilmeleri sağlanmaya çalışılmaktadır. Matematiği anlayan öğrenci akıl yürüterek her türlü probleme farklı bir bakış açısı getirebilir ve böylece öğrenme sürecini bilinçli bir şekilde gerçekleştirebilir. Bilim ve teknolojiye yaşanan hızlı değişimin bir sonucu olarak öğretim süreci; eleştirel düşünebilen, analiz yapabilen, problem çözebilen, iletişim becerilerine sahip, girişimci vb. özelliklere sahip, toplumun değişen ve dönüşen ihtiyaçlarına hitap edecek şekilde bilgiyi üreten, ürettiği bu bilgiyi gerçek hayatta işlevsel olarak kullanabilen, topluma katkı yapan nitelikli bireyler yetiştirmeyi hedefler hale gelmiştir (MEB 2018).

Bilim ve teknoloji alanındaki araştırma ve geliştirme faaliyetleri bakımından; matematiksel akıl yürütme ve matematik yöntemlerini, hatta matematik dilini kullanma kaçınılmazdır (Ersoy, 2003).

Eğitim ile ilgili yapılan güncel çalışmalarda, bilginin yapılandırılması gerektiği açık olarak ortaya konulmuştur. Çünkü bilgi, bireyin kendi gözlem, tecrübe ve yorumları ile oluşmaktadır. Dolayısıyla bilginin oluşumunu bireyden bağımsız düşünemeyiz (Kar, 2010). Bu çerçevede zorunlu eğitim sonunda mezun olan öğrencilerin, modern toplumda yer edinebilmelerini sağlayacak bilgi ve becerilere ne düzeyde sahip olduğu önem kazanmaktadır.

Gelinen noktada matematik öğretiminin, öğrencilere matematiğin gündelik yaşamın her alanında olduğunu fark edebilmelerini ve matematiği uğraşmaya değer bulmalarını sağlaması gerektiği bilinmektedir. Öğrenciler, bilgiyi kendileri anlamlandırırdığında kalıcı öğrenme mümkün olabilmektedir. Bu nedenle matematik öğreniminde yaşayarak öğrenme ön plana çıkarılmalıdır (Yenieli, 2019). Matematiğin gerçek hayatla iç içe olma durumu, onun üst düzey düşünme, akıl yürütme ve problem çözme becerilerine sahip bireylerin yetişmesi bakımından ne kadar büyük öneme sahip olduğunu ortaya koymaktadır (Ercoşkun Çelik, 2022). Eğitim sistemlerinin etkinliği ve dünya çapındaki yerini ölçmek için uluslararası birçok sınav düzenlenmekte, Türkiye de bu sınavlara katılmaktadır.

ABD Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics –NCTM), matematiğin sadece seçilmiş kişiler için olduğu görüşünü reddederek, tüm öğrencilere matematiği anlama ve içselleştirme konusunda gerekli fırsat ve desteğin verilmesi gerektiğini savunmaktadır. 21. yüzyıl bireylerinden derinlemesine düşünebilmeleri, girişimci ruha ve etik değerlere sahip olmaları beklenmektedir (National Research Council [NRC], 2014).

Matematik tarih boyunca hem insan hayatının her alanında önemli bir yer kaplamış hem de bilimsel gelişmelere çok büyük katkılar vermiştir. Bu sebeple çağdaş eğitim sistemlerinde de anaokulundan itibaren eğitim süreçlerinde matematiğe geniş bir yer ayrılmaktadır (Altun, 2018). Ancak öğrenciler matematik dersine karşı genelde ön yargılıdır. Sürekli başaramama korkusu yaşamakta ve bu da anlamlı öğrenmeyi olumsuz etkilemektedir. Bu süreçte öğretmenler de konunun daha iyi anlaşılabilmesi için sürekli tekrar yapmakta ve mümkün olduğunca fazla soru çözerek konuyu pekiştirmeye çalışmaktadır. Bu da çoğu zaman müfredatın gerisinde kalmaya sebep olmaktadır. Aslında öğrenciler matematiğin hayatın ta kendisi olduğunun, matematikle sürekli temas halinde olduğumuzun farkına varsalar korkuları da endişeleri de azalacak hatta son bulacaktır.

Yapılan araştırmalar, öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarının, matematikle ilgili yaşantıları arttıkça olumlu yönde değiştiğini ve bu konudaki kaygı ve korkularının azaldığını göstermiştir (Altun, 2018).

Öğrenciler kendilerine doğrudan gösterilen bilgilerden ve formüllerden hoşlanmazlar, bunun yerine matematiğe ilişkin bilgileri kendilerinin aktif olarak katıldıkları süreçler sonunda elde etmekten daha fazla keyif alırlar (Altun, 2018). Öğrencinin öğrenme sırasında aktif olması zihindeki kavramların yapılandırılmasını sağlayacaktır. Aksi takdirde kavramın kazanılması zorlaşır. Matematik kavramlarını bütün öğrencilerin kazanabilmesi ancak risk almaları, aktif olmaları, kendilerine güvenmeleri, “Gölünç duruma düşer miyim?” düşüncesinden uzaklaşmaları ile mümkün olacaktır (Baykul, 2021). Matematiği keşfederek öğrenen öğrenciler, akıl yürütmeye dayalı, anlamlı öğrenme süreci sayesinde kendi yaratıcılık ve yeteneklerinin de farkına varırlar (Umay ve Kaf, 2005). Öğrenme sürecinde öğrencinin aktif olması öğrenmeyi hızlandıran en önemli unsurdur. Bu doğrultuda “davranışçı” temelli yaklaşım yerine “yapılandırmacı” temelli yaklaşıma geçilmiştir (Bulut, 2007).

Yenilenen matematik öğretim programı, benimsenen yapılandırmacı yaklaşımla öğrencilerin aktif, öğretmenlerin ise rehber durumunda olacağı şekilde revize edilmiştir. Baykul (2021) yapılandırmacılığı “öğrencilerin öğrenmeyi kendi kendilerine gerçekleştirdikleri yaklaşımdır.” olarak tanımlar. Yapılandırmacılık kuramı, eğitim alanında uzun bir dönem boyunca etkili olan pozitivist geleneği reddederek, bilginin varlığının yanı sıra bilginin nasıl oluştuğu ile de ilgilenmektedir (Gürbüz, 2014). Piaget ve Bruner’in kuramlarını temel alan yapılandırmacı yaklaşımda esas olan, bir olgunun kazanılmasında öğretmen veya diğer kişilerin açıklama yapması değil, öğrencinin yaparak, yaşayarak, tartışarak kazanımları edinebilmesidir (Baykul, 2021). Yapılandırmacı kurama göre öğrenciler boş birer kutu değildir. Günlük yaşantılarından ve çevrelerinden tecrübeler edinerek derse gelen ve belli düşünce yapılarına sahip bireylerdir (Zembat, 2013). Yapılandırmacı yaklaşımın başlangıç aşaması temel kavramların zihinde oluşmasını sağlarken biraz zaman alır. Bu durumu vakit kaybı olarak görmemek gerekir. Çünkü yapılandırmacı yaklaşım ile edinilen bilgiler zihinde daha kolay kalıcı hale geldiği için sonraki çalışmalarda işimizi kolaylaştıracaktır (Baykul, 2021).

Öğretimin öğrenciler tarafından benimsenmesi ve maksimum verim alınabilmesi için öğretilen bilgilerin hayatın içinden olması sağlanmalıdır (Sarıhan Musan, 2012). Öğrenciler, bağlam temelli sorularla öğrendiklerinde bilgiyi gerçek hayata daha kolay aktarmaktadır. Bu durumda aktarılan bilginin gerçek hayata daha güçlü bir şekilde yansıdığı görölmektedir (Altun, 2018).

2.2.2. Okuryazarlık Kavramı ve Matematik Okuryazarlığı

Okuryazarlık denilince ilk akla gelen bireyin okuma yazma becerisine sahip olmasıdır. Ancak son yıllarda gerçekleştirilen uluslararası sınavlarda bahsi geçen okuryazarlık kavramı, kişinin geleceğe hazır olması için gerekli eğitime sahip olup olmaması durumu olarak görülmektedir (Altun ve Gürbüz, 2019). Okuryazarlık kavramı; *“öğrencinin bilgi ve potansiyelini geliştirip topluma daha etkili bir şekilde katılmasını ve katkıda bulunmasını sağlamak için yazılı kaynakları bulma, kullanma, kabul etme ve değerlendirmesi”* şeklinde tanımlanabilir (Küçük ve Demir, 2009, s.100). Okuryazarlık kavramı, günümüzdeki tüm eğitim sistemlerinin öğretim programlarında, amaç ve hedefler arasında doğrudan veya dolaylı olarak kendisine yer bulmaktadır (Dinçer, Akarsu, Yılmaz, 2016). Her geçen gün popülaritesi daha da artmaktadır. Okuryazarlık, kişinin öğretim programına ne denli hâkim olduğundan ziyade hayatın içinde karşılaştığı problemler ile ne şekilde başa çıktığı ile ilgilenmektedir (Altun ve Gürbüz, 2019). Okuryazarlık kavramı zaman içerisinde kendi içerisinde özelleşmiş ve bu özelleşmenin sonuçlarından birisi de matematik okuryazarlığı kavramının ortaya çıkması olmuştur (Sönmez, Kaleli Yılmaz ve Altun, 2021).

Alan yazında karşılaşılan bazı matematik okuryazarlığı tanımları şöyledir:

Matematik okuryazarlığı, gerçek hayatta karşılaşılan zorluklar karşısında üretilen çözümlerde matematiksel bilgiyi kullanma kapasitesi olarak tanımlanabilir (Steen vd., 2007). Matematik okuryazarlığı matematiğin gündelik hayatla ilgili uygulamalarıdır. (Yaftian ve Shayan, 2019). Matematik okuryazarlığı, matematiksel bilginin okul dışında gerçek yaşam durumlarında kullanılması ve uygulanmasına ilişkin bir beceridir. Bu doğrultuda matematik okuryazarlığı, okulda öğrenilen bilgilerin ne zaman ve nasıl hayata geçirileceğine ilişkin düşünsel becerileri de kapsamaktadır (Sumirattana vd., 2017). Öğrencileri dört temel işlem kabiliyetinin yanı sıra araştırma, sorgulama, akıl yürütme, matematiksel düşünme, problem çözme gibi beceriler konusunda da yetkin hale getirme ile ilgilidir (Ersoy, 1997). Martin’e (2007) göre matematiksel okuryazarlık tanımı; gerçek hayattaki problemleri düşünme, analiz etme, formülleştirip açık ve kesin biçimde ifade etme ve çözme süreçlerini kapsamaktadır. Matematiksel bilgi birikiminin günlük hayatta kullanılması matematik okuryazarlığı ile ilişkilidir (Kabael, 2019). Matematik okuryazarlığı, hayatın içindeki zorluklar karşısında matematiği yorumlayarak ve uygulayarak matematik temelli karar verme becerisine sahip olmayı da ifade etmektedir (Karakaş ve Ezentaş, 2021). Öğrencilerden sıklıkla duyduğumuz “Bu konu gerçek hayatta ne işimize yarayacak?” sorusunun cevabını matematik okuryazarlığı vermektedir. Matematiğin aslında hayatın kendisi olduğunu göstermektedir. Ezbere dayanan,

sıkıcı, monoton, sıradan bir matematik eğitimi bireyin matematiğe karşı tutumunu olumsuz etkileyecektir.

Oysaki zaman üst düzey bilişsel becerilere sahip, hızlı düşünen, yaratıcı, pratik zihinler yetiştirme zamanıdır. Matematik okuryazarlığına gereken önem verilmedikçe kalkınmış, üretken bir toplum üyesi olmak mümkün görünmemektedir (Işık ve Bekdemir, 1998).

Bugüne kadar matematik okuryazarlığı ile ilgili literatürde birçok tanımlama yapılmış olmakla beraber, tüm bu tanımların ortak noktası olarak; bireylerin derslerde öğrendiği matematiksel bilgileri gerçek hayatta karşılaştıkları güncel olaylarda kullanabilmesi yani edindikleri bilgileri gerçek hayata aktarabilmesi vurgusu ön plana çıkmaktadır (Akın, 2016). Bireyler, matematik okuryazarlığı sayesinde modern dünyada matematiğin rolünün farkına varmakta, günlük yaşamla ilgili uygulamalar yapabilmekte, problem çözme becerisi kazanmakta ve gerçek yaşama ilişkin eleştirel analizler yapabilme yeteneklerine sahip olmaktadır (Bindak ve Özgen, 2008).

1739 sayılı Millî Eğitim Temel Kanunu'nda belirlenmiş olan Genel Amaçlar ve Temel İlkeler doğrultusunda matematiksel okuryazarlık becerilerin geliştirilerek etkin bir şekilde kullanılması ülkemizde matematik eğitimin genel amaçları arasında yer almıştır (MEB, 2018).

Matematik okuryazarlığı kavramı, okulda öğrenilen matematiksel kavramlar ve işlemleri yeniden üretme yeteneğinden daha fazlasını ihtiva etmektedir.

2.2.3. Matematik Okuryazarlığı ile Öğrencilere Kazandırılmak İstenilen Nitelikler

Bilim ve teknoloji alanlarında yaşanan hızlı gelişmeler “bilgi toplumu” kavramının ortaya atılmasına neden olmuştur. Bilgi toplumunun en temel unsurları olan bireylerin bu hızlı dönüşüm sürecine ayak uydurabilmesi için öncelikle; fen bilimleri, matematik ve teknoloji okuryazarı olması gerekmektedir. Günümüzde geline nokta; bilim ve teknolojinin insan hayatındaki yerinin doğru algılanması, yaratıcı ve özgür düşüncenin öneminin anlaşılması bundan faydalanılması ve bireylerin matematikle güçlenmesi bir gereklilik haline gelmiştir (Ersoy 1997).

Çağımızda bireylerin sahip olması gereken yeterlilik bilgiye sahip olmanın ötesinde onu kullanabilme yetisi olarak kabul edilmektedir (Yıldız ve Ezentaş, 2020). Günümüzde matematik, sayılarla işlem yapma faaliyeti olarak görülmekten çıkmıştır. Bu doğrultuda günlük hayata ilişkin modelleme yapma, uygulama yapma ve problem çözme gibi yeterlilikleri ön plana çıkaran matematik okuryazarlığı kavramı ön plana çıkmıştır. Kimi yazarlar tarafından 21. yüzyılda bireylere kazandırılması hedeflenen beceriler, temel beceriler ve okuryazarlık

becerileri olarak iki genel başlıkta değerlendirilmektedir. Temel beceriler; analiz yapabilme, problem çözebilme, eleştirel düşünebilme, etkili iletişim kurabilme, yeni fikirler ortaya koyabilme gibi beceriler olarak örneklendirilebilir. Okuryazarlık becerilerine ise teknoloji okuryazarlığı, fen okuryazarlığı, matematik okuryazarlığı örnek gösterilebilir (Cansoy, 2018).

Matematik okuryazarlığının öğrencilere kazandırdığı beceriler olarak; matematik dilini kullanabilme, matematiksel düşünme ve akıl yürütme, problem çözebilme, güncel veya bilimsel olaylardaki matematiksel ilişkileri fark edebilme, matematiksel ifadeler oluşturabilme ifade edilebilir (B. Tekin, ve S. Tekin, 2004).

Matematik okuryazarlığı ile öğrencilerin matematik bilgi ve becerilerini gerçek hayatta kullanmaya hazır bulunma düzeyleri ölçülmeye çalışılmaktadır (Altun, 2018). 21. yüzyılda matematik alanında ortaya çıkan yenilikler doğrultusunda okuryazar bir bireyin, temel becerilerin yanı sıra üst düzey bilişsel yeteneklere de sahip olması ve tüm bu yetenekleri gündelik yaşamında etkin olarak kullanması beklenmektedir. Matematik okuryazarlığı, okul derslerinde öğrenilen matematiksel bilgilerin gerçek yaşama yansımaları üzerine odaklanmaktadır. Gündelik yaşama yansıtılması beklenen bu becerilere; karar verme, akıl yürütme, iletişim ve problem çözme becerileri örnek olarak verilebilir (Özgen ve Bindak, 2011). Bu nedenle de matematik okuryazarlığının en önemli yönü karşılaşılan çeşitli durumlarda matematiğin fark edilmesi, yapılması ve kullanılmasıdır denebilir (De Lange, 2003). Matematiksel süreçlerde, öğrencilerin niceliksel muhakeme, geometrik muhakeme gibi muhakeme becerilerini kullanarak durumlar ve nicelikler arasında ilişki kurması, problem çözmesi ve modelleme yapabilmesi beklenmektedir (Akın, 2016).

Matematik okuryazarı olma yolundaki ilk adım şüphesiz ki okulda atılacaktır. Öğrencileri bu konuda geliştirmenin yolu sınıf içi ilişkileri ve öğretim sürecini matematik okuryazarlığı çerçevesinde düzenlemek ve öğrencilere kendi fikirlerini beyan edecek, tartışmalara girecek fırsatın oluşturulmasıdır (Kozaklı Ülger, 2021). Matematik okuryazarlığı konusunda öğretmen adaylarına ve öğretmenlere eğitim verilmesinin matematik eğitime önemli katkısı olacağı söylenebilir (Saka, 2023).

ABD Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics –NCTM), matematik okuryazarlığı kavramı ile birlikte problem çözme becerisinin önemine de vurgu yapmakta, problem çözmenin tüm matematik öğreniminin ayrılmaz bir parçası olduğunu ifade etmektedir (NCTM, 2000). Problem çözme, sadece matematikte kullanılabilecek bir beceri olmanın çok daha ötesinde kişinin günlük yaşamında karşılaştığı problemler karşısında da kullanabileceği ve böylece daha iyi ve daha kaliteli bir yaşam sürmesine olanak sağlayacak bir kazanımdır (Posamentier ve Krulik, 2020).

Akın (2016), matematiksel okuryazarlığa ilişkin yukarıda açıklanan hususlar göz önünde bulundurulduğunda matematik okuryazarı bir bireyin sahip olduğu özellikleri şu şekilde özetlemiştir:

- Temel matematiksel bilgi ve becerilere sahip olmalıdır.
- Matematiksel anlayışa ve matematiksel düşünme becerisine sahip olmalıdır.
- Matematik dilini konuşabilmelidir.
- Edindiği teorik bilgileri gündelik yaşamda karşılaştığı durumlarda kullanabilmelidir.
- Matematiğin gelişimi ve ilerleyişi ile ilgili bilgilere sahip olmalıdır. Matematiğin kendiliğinden ortaya çıkmadığını, insanların gündelik yaşamdaki ihtiyaçlarını karşılamak amacıyla ortaya çıkan bir bilim olduğunu fark edebilmelidir.
- Güncel olayların matematikle ilişkilerini kurabilmeli, analiz yapabilmelidir.

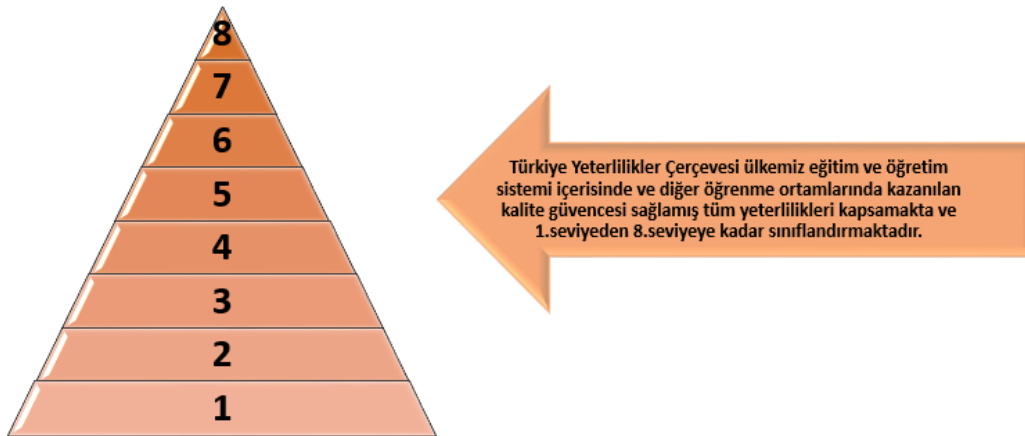
2.2.4. Ülkemiz Ortaöğretim Matematik Eğitiminde Matematik Okuryazarlığın

Yeri

Çizilen bu genel çerçeveye paralel olarak ülkemizde de Türkiye Yeterlilikler Çerçevesi'nde öğrencilerin hem ulusal hem de uluslararası düzeyde; kişisel, sosyal, akademik ve iş hayatlarında ihtiyaç duyacakları beceri yelpazeleri olan yetkinlikler olarak sekiz anahtar yetkinlik belirlenmiştir (Mesleki Yeterlilik Kurumu, 2015). Matematik öğretimi kapsamında bunlar içerisinde “öğrenmeyi öğrenme” ve “matematiksel yetkinlik” ön plana çıkmaktadır.

Şekil 1

Türkiye Yeterlilikler Çerçevesi Seviyeleri (Mesleki Yeterlilik Kurumu, 2015)



Öğrenmeyi öğrenme: Bireyin var olan imkânları tanıyarak öğrenme ihtiyaç ve süreçlerinin farkında olmasını ve öğrenme sürecindeki zorluklarla başa çıkma yeteneğini kapsamaktadır. Öğrenmeyi öğrenme, öğrencileri eğitim ortamında elde edilen bilgi ve

becerilerin gerçek hayatta çeşitli bağlamlarda kullanılması ve uygulanması amacıyla geçmiş öğrenme ve hayat tecrübelerinden yola çıkma yönünde harekete geçirir (MEB, 2018).

Matematiksel yetkinlik: Günlük hayatta karşılaşılan problemlerin çözümünde matematiksel düşünme tarzının geliştirilmesi ve uygulanmasıdır. Matematiksel yetkinlik, düşünme (mantıksal ve uzamsal düşünme) ve sunmanın (formüller, modeller, kurgular, grafikler ve tablolar) matematiksel modlarını kullanma becerisini de kapsamaktadır (MEB, 2018).

1739 sayılı Millî Eğitim Temel Kanunu'nun 2. maddesinde yer alan Türk Millî Eğitiminin Genel Amaçları ile Türk Millî Eğitiminin Temel İlkeleri esas alınarak hazırlanan Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nın Matematik Öğretim Programının Temel Felsefesi ve Genel Amaçları başlığı altında öğrencilerin aşağıdaki özelliklere sahip olmaları genel amaçlar olarak belirlenmiştir (MEB, 2018);

- 1) Problemlere farklı açılardan bakarak problem çözme becerilerini geliştirmeleri
- 2) Matematiksel düşünme ve uygulama becerileri kazanmaları
- 3) Matematiği doğru, etkili ve faydalı bir şekilde kullanmaları
- 4) Matematiğe ve matematik öğrenimine değer vermeleri
- 5) Matematiğin tarihsel gelişim sürecini, matematiğin gelişimine katkı sağlayan bilim insanlarını ve onların çalışmalarını tanımaları
- 6) Hayatta karşılaştıkları bir sorunun onlar için problem olup olmadığına dair bakış açısı geliştirip belli bir bilgi düzeyine ulaşmaları

Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda belirlenen genel amaçların matematik okuryazarlık kavramı çerçevesinde öğrencilere kazandırılması amaçlanan yetkinlikler ile paralel olduğu görülecektir.

Matematik okuryazarlığı eğitimi verilen öğrencilerle yapılan bir araştırmaya göre; öğrencilerin matematik dersine karşı içsel ve dışsal motivasyonlarının arttığı, öğrenmede kalıcılığın sağlandığı ve derse karşı olumlu tutum sergiledikleri görülmüştür (Taşkın, Ezentaş, Altun, 2018).

Ülkemizde de matematik okuryazarlığının desteklendiği, liselere giriş sınavlarında matematik sorularının PISA uygulamaları ile benzerlik göstermeye başlaması ve ortaöğretim programında yapılan değişikliklerden anlaşılmaktadır (Keleş, 2023).

2.2.5. Matematik Okuryazarlığına İlişkin Modellemeler

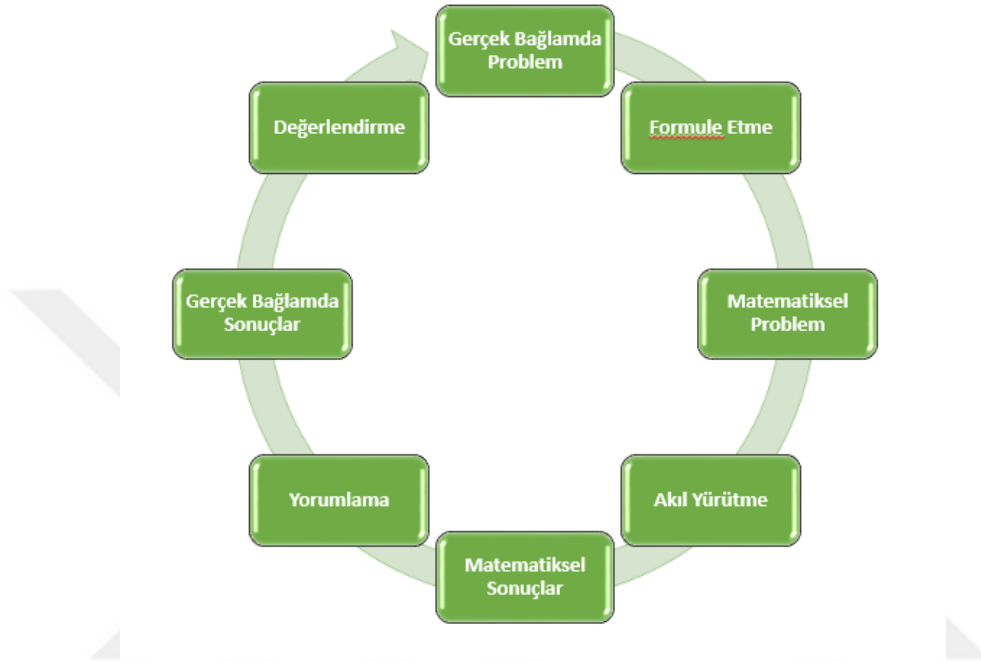
Bugüne kadar matematik okuryazarlığı ile ilgili birçok tanım geliştirilmiş ve modelleme yapılmıştır. Tüm bu tanım ve modellemelerin ortak noktası, matematik okuryazarlığının bireyin

matematiği gerçek hayatında kullanabilmesine ilişkin beceriler topluluğu olduğu değerlendirilmesidir (Höfer ve Beckmann, 2009).

Matematik okuryazarlık problemlerinin çözüm süreci OECD (2017)'de aşağıdaki şekilde bir döngü halinde ifade edilerek açıklanmıştır;

Şekil 2

Matematik Okuryazarlık Problemlerinin Çözüm Süreci



Formüle etme; gerçek bağlamdaki durum ve problemlerin sembollerle ifade edilerek matematiksel modelinin çıkarılmasıdır. Böylece matematiksel problem elde edilmiş olur.

Akıl yürütme; matematiksel gerçek, kavram, yöntem ve araçların kullanılması suretiyle matematiksel sonuçlara ulaşılmasına ilişkin faaliyetlerdir.

Yorumlama ve değerlendirme; elde edilen matematiksel sonuçların ve ulaşılan çözümlerin gerçek dünyaya uygunluğunun yorumlanması ve sonuçların gerçek bağlamda değerlendirilmesine ilişkin değerlendirmeleri kapsamaktadır (Altun, 2016).

De Lange (2003), matematik okuryazarlığı kavramının daha iyi anlaşılması amacıyla kavramın bileşenlerini Şekil 3'deki gibi şematize etmiştir.

Şekil 3

De Lange 'a (2003) Göre Matematik Okuryazarlığının Bileşenleri

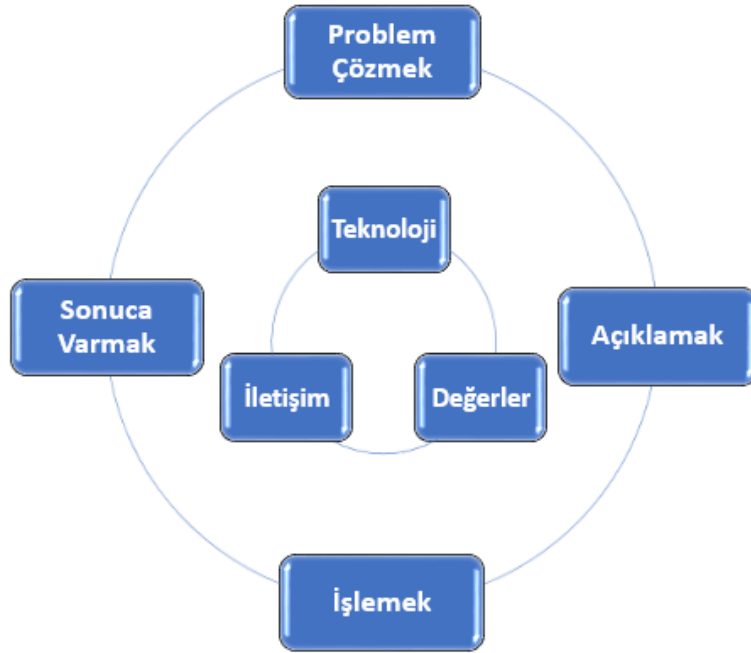


De Lange; özetle matematik okuryazarlığını 3 bileşene ayırmıştır. Bu bileşenleri; uzamsal okuryazarlık, aritmetik okuryazarlık ve sayısal okuryazarlık olarak belirlemiştir. Miktar, değişim, şekiller, uzay gibi belirsizliklerden oluşan matematiksel kavram grupları bu 3 bileşenden biri veya birkaçı ile ilişkili olabilir.

Pugalee tarafından matematik okuryazarlığının daha iyi anlaşılabilmesi amacıyla 1999 yılında geliştirilen Şekil 4'deki modelde, matematiksel okuryazarlık iki eş merkezli çember ile açıklanmıştır. Buna göre dış çemberde açıklamak, işlemek, sonuca varmak ve problem çözmek bulunur. İç çemberde ise teknoloji, değerler ve iletişim yer almaktadır. Dış çember matematiksel okuryazarlığın sürecini temsil ederken, iç çemberde bu süreci etkileyen faktörler yer almaktadır. Bu iki çemberin etkileşimi matematiksel okuryazarlığın gelişimini sağlamaktadır (Baypınar ve Tarım, 2019).

Şekil 4

Matematik Okuryazarlığı Modeli (Pugalee, 1999)



Matematik okuryazarlığı var olan matematiksel bilgiyi günlük hayatta kullanmanın yaşam kalitesini arttırmakla birlikte bunun bir ihtiyaç olduğunu da hissettirmelidir. Bu da ancak matematik derslerine matematik okuryazarlığının entegrasyonu ile mümkündür. Tüm bu şartların sağlanması için “çift odaklı öğretim modeli” adıyla yeni bir öğretim modeli tasarlanmıştır. Bu modelle matematik okuryazarlığının gelişmesi ve öğretimin kolaylaştırılmasıyla matematik yeterliklerinin gün yüzüne çıkması amaçlanmıştır (Altun vd. 2022).

2.2.6. PISA Araştırmalarında Matematik Okuryazarlığı

Matematik okuryazarlığı kavramı ilk olarak 1944 yılında kullanılmış ve Ekonomik Kalkınma İş birliği Örgütü (OECD) tarafından; “Bireyin, matematiğin dünyada oynadığı rolü fark etmesi ve anlaması, sağlam temellere dayanan yargıda bulunması ve yapıcı, ilgili ve yansıtıcı vatandaş olarak kendi ihtiyaçlarını karşılayacak şekilde matematiği kullanma kapasitesidir” şeklinde tanımlanmıştır (OECD, 2003, s. 24).

PISA kapsamında ise “*Matematik okuryazarlığı bireyin matematiksel olarak akıl yürütmek ve çeşitli gerçek dünya bağlamlarındaki problemleri çözmek için matematiği formüle etme, kullanma ve yorumlama kapasitesidir. Matematik okuryazarlığı; olayları tanımlamak, açıklamak ve önceden tahmin etmek için kavramlar, prosedürler, olgular ve araçlar içermektedir. Bireylerin, matematiğin dünyada oynadığı rolü bilmelerine ve yapıcı, katılımcı*

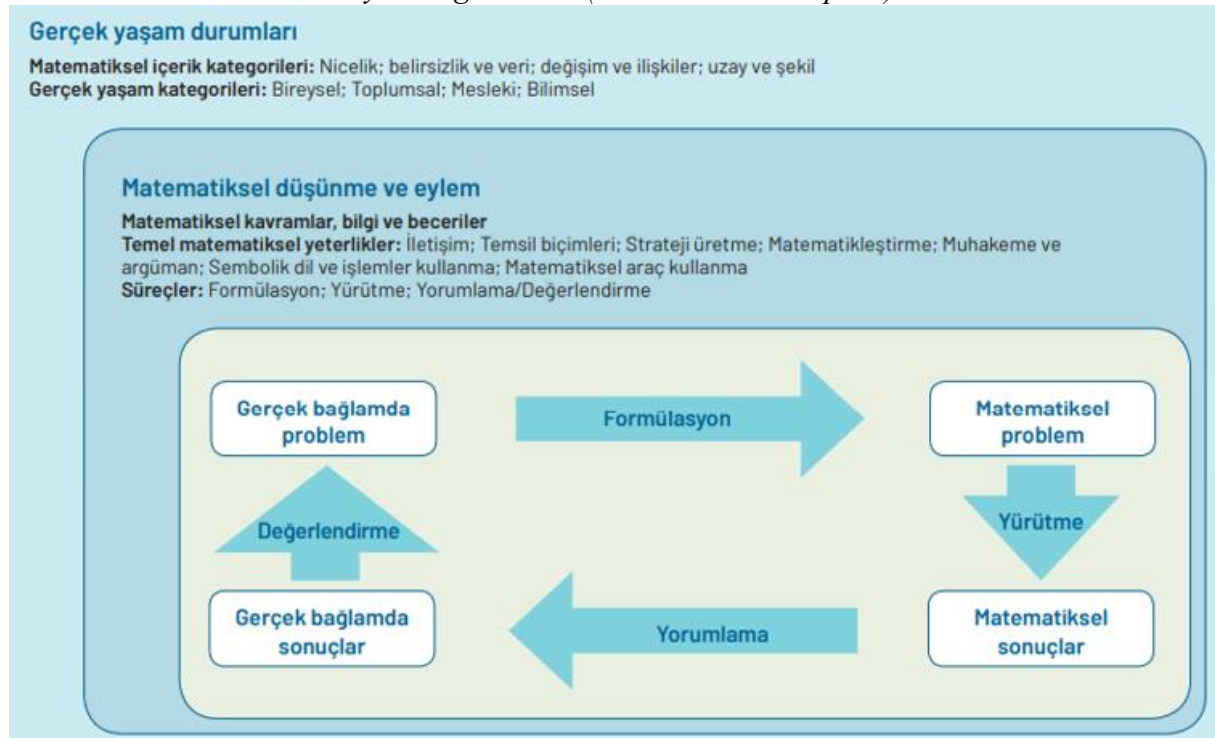
ve yansıtıcı 21. yüzyıl vatandaşlarının ihtiyaç duyduğu sağlam temelli hükümleri ve kararları vermelerine yardımcı olur.” şeklinde tanımlanmaktadır (MEB, 2022b). Matematik okuryazarlığının alan yazında ortak kabul gören tanımı PISA’ da kullanılan tanımdır (Kabael, 2019).

PISA, TIMSS ve PIRLS gibi uluslararası sınavlar ülkelerin eğitim durumlarını belirlemekte ve bunun yanında ülkelerin eğitim performansları arasında karşılaştırma yapma imkânı sağlamaktadır. PISA bu açıdan ülkemizin eğitim performansını dünya ile karşılaştırma olanağı sunan önemli bir veri kaynağı konumundadır (Gürbüz, 2014). PISA öğrencilerin sadece bilgi ve becerilerini ölçmekle kalmayıp aynı zamanda uyguladığı çeşitli anketler ile (okul anketi, öğrenci anketi, eğitim kariyer anketi gibi.) ilgi, tutum, tecrübe ve becerilerini araştırmakta ve böylece karşılaştırmalı veriler sunmaktadır (Altun ve Gürbüz, 2019).

2000 yılından itibaren 3’er yıllık dönemler halinde OECD tarafından uygulanan PISA’ya (Programme for International Student Assessment - PISA) Türkiye ilk kez 2003 yılında katılmıştır. Örgün eğitime devam eden 15 yaş grubu öğrencilere uygulanan PISA’nın ölçmeyi hedeflediği becerilerden birisi de matematik okuryazarlığı becerisidir (MEB, 2020) PISA, matematik testlerini oluştururken gerçek yaşamda matematik becerilerinin kullanıldığı durumlara odaklanmaktadır (OECD, 2019b). Amaç öğrencilerin okulda edindikleri bilgi ve becerileri günlük yaşamda karşılaştıkları farklı kişisel, sosyal ve kültürel problemlerini çözmede kullanabilme düzeylerini ölçmektir. PISA uygulamalarında öğrenciler tarafından günlük bağlamlarda matematiğin kullanılması ihtiyacı vurgulanmaktadır (MEB,2019).

Şekil 5

PISA 2018 Matematik Okuryazarlığı Modeli (PISA 2018 Ön Raporu)



PISA’ dan elde edilen veriler ulusal bir rapor haline getirilmektedir. PISA ortaya koyduğu uluslararası kıyaslamalar yapmaya imkân veren sonuçlar ile ülkelerin eğitim politikalarını gözden geçirebilmeleri, eğitim-öğretim programları geliştirilirken eksikliklerin giderilebilmesi ve yapılacak araştırmalara kaynak olması açısından oldukça önemlidir. 2003 ile 2018 yılları arasında yapılan uygulamalarda Türkiye’nin OECD ülkeleri arasındaki sıralaması ve aldığı puanlar zaman zaman iniş çıkışlar gösterse de matematik okuryazarlığı temel alanında yeterlilik düzeyi ve aldığı puanlar hep ortalamanın altında kalmıştır.

Türkiye PISA 2015 uygulamasında matematik okuryazarlığı alanında 50. sırada yer alırken, 2018 yılındaki uygulamada 42. sıraya yükselmiştir (MEB, 2019a) PISA 2018’de Türkiye’nin matematik alanında temel düzey (2.düzye) ve üzerinde bulunan öğrenci oranının 2015 araştırmasına kıyasla %14,7 oranında artması, ülkemizin matematik alanındaki performansında olumlu yönde gelişme olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin elde ettikleri puana göre başarının daha net bir şekilde açığa çıkması için bir ölçek geliştirilmiştir. Bu ölçeğe göre yeterlik düzeyleri, yeterlik düzeylerinin alt puanları ve yeterlik düzeylerine göre öğrencinin yeterlilikleri belirlenmiştir. Matematik okuryazarlığı 6 yeterlik düzeyine ayrılmıştır (OECD, 2019b). Genel olarak PISA uygulamalarında Türk öğrencilerin bir ve ikinci düzeyde yer alan sadece işlem becerisi ile çözülebilen soruları kolayca çözdükleri, yüksek düzeyde yaratıcı düşünce gerektiren beş ve altıncı düzey sorularda ise oldukça zorlandıkları görülmüştür.

Beş ve altıncı düzey sorularda Türk öğrenciler, OECD ortalamasının oldukça altında kalmıştır (MEB, 2019b).

PISA, öğrencilerin müfredatta yer alan bilgilerin ne kadarını hatırladıklarından ziyade bu bilgileri gündelik yaşamlarında ne ölçüde kullanabildiklerini ölçmeye çalışmaktadır. PISA uygulamaları, bu yönüyle diğer uluslararası uygulamalardan farklılık göstermektedir. PISA uygulamalarını bir sınav olarak görmek yerine bir durum belirleme çalışması olarak görmek daha doğru olacaktır (Altun ve Gürbüz, 2019).

Matematik okuryazarlığı değerlendirilirken matematiksel süreçler ön plana çıkmaktadır. Bu süreçler şu şekildedir (OECD, 2019a):

- a) Problem durumlarını/bağlamlarını matematiksel olarak formüle etme,
- b) Matematiksel kavramları, gerçekleri, prosedürleri kullanma
- c) Muhakeme etme ile matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirme

Bu beceriler ile gerçek yaşamdaki problemlerle alakalı niceliksel anlam bakımından zihinsel model oluşturulmaktadır.

PISA araştırmalarında matematik okuryazarlığı alanında yer alan matematiksel bağlamlar, kişisel, mesleki, toplumsal ve bilimsel olmak üzere dört farklı sınıfta toplanmış olan, bu alandaki problemlerde yer alan bağlam durumlarıdır (Altun, 2018).

- Kişisel bağlam, öğrencilerin kendisi, ailesi ve yaşıtları ile ilgilidir. Bu bağlamda yer alan problemler genelde; alışveriş, seyahat, kişisel sağlık, zaman yönetimi ve kişisel bütçe ile ilgilidir.
- Mesleki bağlam, iş hayatı ile ilgilidir. Bu alandaki problemler genelde; işle alakalı kararlar alma, tasarım, mimari, muhasebe, kalite kontrol, maliyet gibi alanlara ilişkindir.
- Toplumsal bağlam, bireyin yaşadığı çevre, toplumla ilgilidir. Bu bağlamda, seçimler, toplu taşıma, nüfus, ulusal istatistik ve ekonomi gibi alanlardaki problemler yer almaktadır.
- Bilimsel bağlam, bilim ve teknoloji ile ilgili bağlamdır. Bu bağlamda, iklim, tıp, uzay bilimleri, genetik, çevrebilim, matematiğin kendi dünyası gibi alanlardaki problemler yer almaktadır.

2.3. Matematiksel Soyutlama

2.3.1. Soyutlama Kavramı

Son yıllarda yapılan araştırmalarda önemli olan öğrenmenin hangi düzeyde gerçekleştiğinden ziyade, nasıl ve ne şekilde gerçekleştiğidir. Bilginin insan zihninde nasıl

yapılandırıldığının ortaya koyulması için de öğrenme, öğretim, bilgi oluşturma, soyutlama ve soyutlama süreci gibi kavramlar çok önemli araştırma konuları olarak ortaya çıkmaktadır (Sezgin Memnun ve Altun, 2012).

Yapılan çalışmanın dayandığı temel kavramlardan biri olan soyutlama en basit şekliyle ‘somuttan soyuta geçiş’ olarak tanımlanabilir. Aristoteles, soyutlama kavramını ‘alıp götürmek’ olarak tanımlamıştır. Türk Dil Kurumu (TDK) (2016) soyutlamayı, *"Bir nesnenin özelliklerinden veya özellikleri arasındaki ilişkilerden herhangi birini tek başına ele alan zihinsel işlem, gerçeklikte ayrılamaz olanı düşüncede ayırma"* olarak tanımlamıştır. Soyutlama yapısal bir süreçtir; Bağlamdaki zihinsel yapıları matematiksel yapılara dönüştürme veya zihinsel yapılardan matematiksel yapılar inşa etme sürecidir (Gürbüz, Özdemir, Erkek, 2023).

Beth, Mays ve Piaget (1966) “yapıların ortak özelliklerini ortaya çıkarmak ve genellemek”, Skemp (1986), “deneyimlerle benzerlikleri fark ettiğimiz aktivite”, Sierpinski (1994) “bir kavramdan belli özelliklerin farkını anlama” olarak tanımlamış, Hershkowitz (2001) ise “önceden yapılandırılmış matematiksel bilgi içine yeni bir matematik bilgiyi dikeysel olarak yeniden düzenleyen bir etkinlik” olarak ifade etmiştir. Bazı çalışmalarda öğrencilerden beklenen bilgi ve beceri düzeyinden bağımsız olarak, matematik eğitimi sürecinin en önemli öğesinin soyutlama kavramı olması gerektiği ileri sürülmüştür (Dubinsky, 2000).

Soyutlama süreci sırasında somut ve soyut birbirinden ayrı değil aksine birbiriyle entegredirler (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Ezberlenecek bilgilerin azaltılması ya da anlamlı öğrenme ifadesi matematikte soyutlama ile eş tutulabilir. Matematiksel bilgiden bahsedildiğinde bilgi oluşturma ile soyutlama benzer anlam taşımaktadır (Ayanoğlu, 2012).

Akademik çalışmalarda soyutlama ile ilgili iki temel görüş ön plana çıkmıştır. Bunlar bilişsel soyutlama ve sosyokültürel soyutlama olarak tanımlanmıştır. Piaget ve diğer bilişsel yaklaşım kuramcıları soyutlamanın bir dizi matematiksel süreçten oluştuğunu, öğrencilerin zihnindeki nesnelerin ortak ve farklı özelliklerine göre ilişkilendirilerek yeni bir matematiksel nesneye ulaştıklarını savunmuşlardır (Köse Tunalı, 2010). Zihinde yeni kavramların oluşturulabilmesi için, önceden öğrenilmiş kavramların tam olarak yapılandırılması ve bu kavramlarla yeni oluşturulacak kavramlar arasındaki ilişkinin doğru şekilde kurulması gerekir (Dreyfus, 2012). Matematik eğitimi sırasında öğrenme faaliyeti, kavramların ve bu kavramlar arasındaki ilişkilerin anlaşılması ile mümkün olabilmektedir (Tuluk, 2015).

Piaget, bilişsel soyutlamanın, deneysel soyutlama, sözde-deneysel soyutlama ve yansıtıcı soyutlama olmak üzere üç farklı şekilde oluştuğunu öne sürmüştür. Deneysel soyutlama; nesnelerin ortak özellikleri kullanılarak yapılmaktadır. Sözde deneysel soyutlamada ise nesnelerin kendi özelliklerine de bakılmaktadır (Tall, 2004). Birey, öğrendiği konular

üzerinde düşünüp buna ilişkin çıkarımlar yaptığında ise yansıtıcı soyutlamadan bahsedilmektedir (Zembar, 2007). İleri düzey matematiksel düşünmenin gelişebilmesinin yolu bireyin yansıtıcı soyutlama yapabilmesinden geçmektedir (Gürbüz, 2021). Bilişsel soyutlama kuramcılarına göre, soyutlama bir matematiksel süreçtir. Öğrenciler zihinlerinde var olan bilgileri ortak özelliklerine göre ilişkilendirerek daha üst boyutta bir matematiksel nesneye ulaşırlar. Bu süreç sıralı ve ardışık eylemlerin bir araya gelmesiyle oluşur (Dinç, 2018).

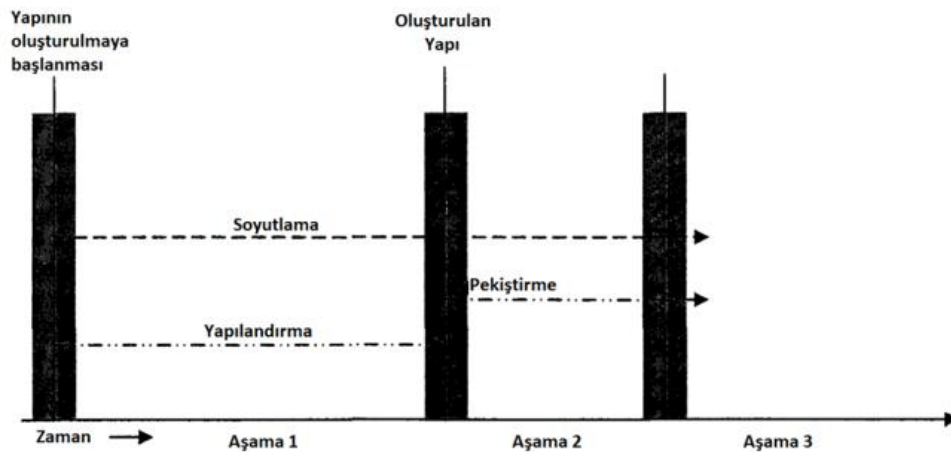
Soyutlama ile ilgili bir diğer yaklaşım ise sosyo-kültürel yaklaşımdır. Sosyo-kültürel yaklaşıma göre soyutlama; öğrencinin zihninde var olan matematiksel yapıyı, yeni bir matematiksel yapıya dikey olarak yeniden oluşturma sürecidir. Bu süreç; öğrencilerin geçmiş tecrübelerine, zihinlerinde önceden var olan matematiksel yapılara ve soyutlamanın gerçekleştiği bağlama bağlıdır (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001). Sosyokültürel soyutlama, soyutlamanın bağlamdan ayrı olarak gerçekleşmesinin mümkün olmadığı tezine dayanmaktadır (Van Oers, 2001).

Bilişsel yaklaşım ve sosyo-kültürel yaklaşım arasındaki en belirgin farklılık insan davranışıyla ilgilenmesidir. Sosyo-kültürel yaklaşımı benimseyen araştırmacılar, öğrenmenin çevreden, sosyal etkileşimden ve ortamdaki değişkenlerden etkilenen bir süreç olduğunu belirtmişlerdir (Yeşildere ve Türnüklü, 2008).

Özmantar, soyutlamanın oluşumunu aşağıdaki şekilde grafiklemiştir.

Şekil 6

Soyutlamanın Oluşumu (Özmantar, 2005)



Davydov (1990), kavramanın deneysel düşünme seviyesi ve kuramsal düşünme seviyesi olarak iki şekli olduğunu belirtmiştir. Bu görüşe göre deneysel düşünme ile günlük kavramlar kazanılır ancak soyut bilimsel kavramlar kazanılamaz. Soyut bilimsel bilginin kazanılabilmesi için diyalektik mantık kullanılmalıdır. Diyalektik mantık, “düşüncenin, durmayan bir devinim ve değişim içinde bulunması ve düşüncedeki evrimin iç çelişmelerinin yaşanması sonucunda

ortaya çıkması” anlamına gelmektedir (Hershkowitz vd, 2001). Öğrenciler yeni matematiksel bilgi ile önceki bilgiler arasında bir bağlantı kurmaya ihtiyaç duyarlar. Davydov (1990) yaklaşımı, bilişsel yaklaşıma karşı çıkmaz aksine onu da kapsayarak soyutlama süreci için daha geniş bir yelpaze oluşturmaktadır (Altun ve Yılmaz, 2008). Soyutlama için diyalektik yaklaşımı benimseyen Hershkowitz vd. (2001), kendi tecrübelerini Davydov’un kuramı ile harmanlayarak soyutlamayı “Önceden edinilmiş matematiksel bilgilerin yeni bir matematiksel yapı oluşturmak üzere dikey olarak yeniden örgütlenmesi etkinliği” şeklinde tanımlamışlardır.

Gerçekçi Matematik Eğitimi (Realistic Mathematics Education- RME) Hollandalı Matematikçi Hans Freudenthal tarafından geliştirildikten sonra dünyanın birçok ülkesinde benimsenen bir yaklaşım olmuştur. Freudenthal’ın yaklaşımı matematiğin bir insan aktivitesi olduğunu vurgular ve gerçeklikle mutlaka ilişkilendirilmesi gerektiğini savunur. Gerçekçi Matematik Eğitimi, öğrencilerin gerçek dünyasından yola çıkmayı amaçlamaktadır (Özdemir ve Üzel, 2012).

Freudenthal, gerçek modelden yola çıkarak matematiksel kavramlara ulaşmaya giden süreci matematikleştirme olarak tanımlamıştır. Matematikleştirme kavramı ile soyutlama kavramı birbirine eş tutulabilecek kavramlardır. Freudenthal, önce formal bilginin öğrencilere verilip sonrasında buna ilişkin uygulamalara geçme şeklindeki geleneksel öğretim metodunu anti didaktik olarak kabul etmektedir (Altun, 2018).

Treffers (2012), çalışmalarında matematikleştirme kavramını “yatay matematikleştirme” ve “dikey matematikleştirme” olarak iki aşamada değerlendirmiştir. Bu aşamalar birbirinin devamı olarak kabul edilebilir. Yatay matematikleştirme aşamasında öğrenci, gerçek hayattaki problemi çözmek için gerekli matematiksel araçlara ulaşırken, dikey matematikleştirme aşamasında matematiksel sistem içerisinde kavram ve stratejiler arasında kısayol ve bağlantıları keşfederek bu keşifleri uygulayabilmektedir. Özetle yatay matematikleştirme aşamasında gerçek hayattan semboller dünyasına geçilmekte, dikey matematikleştirme aşamasında semboller dünyasında ilerlenmekte, yüksek düzeyli matematiksel kavram ve formüllere ulaşılmaktadır (Çilingir Altınar ve Artut, 2017).

Dikey matematikleştirme, tipik olarak önceki matematiksel yapıların matematik içinde ve matematiksel yollarla yeniden düzenlenmesinden oluşan bir sürece işaret eder. Yeni bir soyut yapı oluşturur. Burada önceki bilgiler inşa sürecinde yapı taşlarını oluşturur. Bu yapı taşları sadece yeniden düzenlemekle kalmaz, aynı zamanda bütünleştirir ve iç içe geçirir. Böylece öğrencinin bilgisine bir derinlik verir (Dreyfus, 2012).

Bu modelde öğrenciler, gerçek hayattaki matematiksel olayların farkına varmaya ve gerçek hayat temelli problemleri anlamaya teşvik edilirler. Böylece öğrencilerin problemleri çözmede kendi yaklaşım ve stratejilerini oluşturmaları ve kendi matematiksel kavramlarının inşasına aktif olarak katılmaları beklenmektedir. Öğretmenin rolü ise öğrencilerin bu informal stratejilerinden yola çıkarak ileri düzey formalleştirme yaklaşımına doğru ilerlemelerine yardımcı olarak kendi kavramlarını inşa sürecine katkı sunmaktır (Özdemir ve Üzel, 2012).

2.3.2. RBC ve RBC+C Soyutlama Modelleri

Matematiksel soyutlama sürecinin analiz edilebilmesi için uygulamalara ve modellere ihtiyaç duyulmuştur. Bu ihtiyaca binaen Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus tarafından 2001 yılında RBC (Recognizing - Building with- Construction) modeli ortaya atılmıştır. Model ismini tanıma, kullanma ve oluşturma basamaklarının İngilizce karşılıklarının baş harflerinden almaktadır. Soyutlama yoluyla zihinde oluşturulan yapılar kırılıgandır ve soyutlanmış sayılabilmeleri için zihinde kalıcılıklarının sağlanmış olması gerekmektedir. Kalıcılığın sağlanmasının yolunun da pekiştirmeden geçtiği kabul edilmektedir. Bu nedenle RBC soyutlama modeline sonradan pekiştirme (consolidation) basamağı da eklenmiştir (Dreyfus, 2007). Böylece RBC+C soyutlama modeli şeklinde son halini almıştır. RBC+C modeli, birçok araştırmacı tarafından kabul görmüş ve soyutlama sürecinin aşamalarını açıklamada (Hershkowitz vd., 2001; Hershkowitz, 2004; Özmantar ve Monaghan, 2007; Özmantar ve Roper, 2004) kullanılmıştır (Aramış, 2021).

Soyutlamayı nasıl ele alırsak alalım, zihinsel bir aktivite olduğu ve dolaylı olarak gözlenebileceği bilinmektedir (Schwarz, Dreyfus ve Hershkowitz, 2001). Bilgi oluşum süreci bir takım zihinsel aktivitelere dayandığı için gözlemlenmesi mümkün değildir. Matematiksel soyutlama süreçlerinin analiz edilebilmesi amacıyla geliştirilen RBC soyutlama modeli gözlemlenmesi mümkün olmayan zihinsel yapılandırma süreçlerinin gözlemlenebilir basamaklar yoluyla irdelenmesi esasına dayanmaktadır (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus 2001). Öğrencilerin başarı düzeyinin diğer derslere göre matematik dersinde daha düşük kalması nedeniyle son zamanlarda bu ders ile ilgili bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesine ilişkin çalışmalar artmıştır. Bilgi oluşum süreçlerinin analizinde kullanılan RBC soyutlama modeli, bilgi oluşum süreçlerini epistemik eylemlere ayırmaktadır. RBC soyutlama modelinde, bir kişi zihninde bir kavram oluşturduğunda, epistemik eylemlerin sırasız bir şekilde sıralandığı gözlemlenmiştir (Dreyfus, 2007). Eylemlerin iç içe geçebilen ve birbirini barındırabilen bir yapıya sahip olduğu vurgulanmaktadır (Özmantar, 2005).

RBC+C soyutlama modelinin basamakları aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

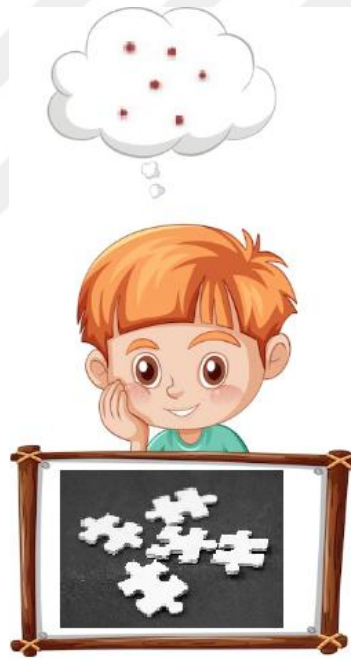
Tanıma (Recognizing): Öğrencilerin daha önce edinmiş olduğu bilgiyi ve matematiksel kavramları yeni bir problem durumunda fark etmesidir (Hershkowitz vd., 2001). Dreyfus, tanıma basamağının iki şekilde oluşabileceğini öne sürmüştür (Dreyfus, 2007).

Daha önceden oluşmuş yapıların benzeri ile karşılaştırılması durumunda benzeşim yoluyla, daha önceden oluşmuş yapıların aynısı ile karşılaştırılması durumunda ise özelleştirme yoluyla tanıma basamağı gerçekleştirilmektedir (Öztürk Başeğmez, 2023).

RBC+C modelinde “tanıma”, bireyin dağarcığında bulunan formal ya da informal bilgileri kullanarak öğrenme ortamındaki matematiksel yapılara anlam yüklemesidir (Hershkowitz vd., 2001). Bu anlam yükleme, çalışılan matematiksel yapı hakkında bireylerin aşina olduğu yapıları tanımayı da kapsamaktadır (Bikner-Ahsbahr, 2004). Zihinde var olan matematiksel yapıların gerektiğinde kullanılması olarak da özetlenebilir (Dreyfus, 2007).

Şekil 7

Tanıma Basamağı



Not: www.freepik.com sitesindeki görselden faydalanılarak Şimşekler 2017'den uyarlanmıştır.

Kullanma (Building With): Öğrencilerin önceden oluşturulan matematiksel bilgilerin kullanılması sonucu bir problemi anlaması, açıklaması veya bir süreci yansıtmasıdır (Hershkowitz vd., 2001). Geçmiş yaşantılardan elde edilmiş veya oluşturulmuş yapıların yeni problem durumunda ortaya çıkarılmasıdır (Tsamir ve Dreyfus, 2002). Matematiksel duruma uygun cebirsel ifadenin yazılabilmesi, örüntü kuralının bulunmasıdır (Gürbüz, 2021).

RBC+C modelindeki "kullanma" sürecinde, yeni bilgi üretmek için tanıdık yapılara ihtiyaç duyan bireyler, mevcut yapısal bilgilerini kullanarak soruna uygulanabilir bir çözüm

 retirler. Kullanma eyleminin epistemik tanıma eylemiyle i  içe geçtiği bu süreç, bilinen ile yeni olan içeriği ili kilendirmeyi gerektirir (Bikner-Ahsbahs, 2004).

Şekil 8

Kullanma Basamağı



Not: www.freepik.com sitesindeki görselden faydalanılarak  im ekler 2017'den uyarlanmıştır.

Oluşturma (Constructing): Var olan matematiksel bilgilerin düzenlenerek dikey matematikle tirmenin sağlanmasıyla yeni bir yapının oluşturulması eylemidir (Dreyfus vd., 2006). RBC+C modelinde “oluşturma” basamağı, bilinen yapıları kısmen değiştirerek yeniden yapılandırma ve bu eyleme dayalı olarak yeni yapılar/anlamlar oluşturma sürecidir (Bikner-Ahsbahs, 2004). Bunun nedeni, bireyin bilgi ve deneyimlerini kullanarak diğer bilişsel eylemleri ger ekle tirmeden yeni bir yapı inşa edememesidir (Gürbüz vd., 2023). Oluşturma eylemi, tanıma ve kullanma eylemlerine bağlıdır. Ancak oluşturma basamağı yapı ta ları olan kullanma ve tanıma eylemlerinin toplamından daha fazlasıdır ( elebioğlu ve Yazgan, 2015).

Kullanma ve oluşturma eylemleri arasındaki fark ortaya yeni bir yapının çıkmasıdır. Oluşturma eyleminde öğrenciler daha önce edinilmiş bilgilerle yeni yapılar inşa ederken, kullanma eylemi eski bilgiler üzerinden gerçekleşir (Ayanoğlu, 2012).

Şekil 9

Oluşturma Basamağı



Not: www.freepik.com sitesindeki görselden faydalanılarak Şimşekler 2017'den uyarlanmıştır.

Pekiştirme (Consolidation): Daha önce oluşturulmuş matematiksel yapının öğrenciye tanıdık gelerek yeni yapının bilinçli olarak oluşturulmasıdır (Dreyfus ve Tsamir, 2002).

Şekil 10

Pekiştirme Basamağı



Not: www.freepik.com sitesindeki görselden faydalanılarak Şimşekler 2017'den uyarlanmıştır.

Pekiştirme, önceden yapılandırılmış kavramlarla ilgili ek etkinliklerin yanı sıra yeni kavramların oluşturulması sürecinde önceden oluşturulmuş kavramların kullanılmasını da kapsamaktadır (Güler ve Arslan, 2018). Pekiştirme, birey zihinsel yapıları birbiriyle ilişkilendirdiğinde, bu yapıları yeni bir yapı oluşturmak için kullandığında ve bu yapılar üzerine düşündüğünde gerçekleşebilir (Gürbüz vd., 2023). Pekiştirme gerçekleşmediğinde tam manasıyla anlamlı bir öğrenmeden bahsedilemez (Süzen, 2019).

Matematiğe ilişkin kavramların bazı yapısal özellikleri ve bu özelliklere bağlı olarak farklılıkları vardır (Stafylidou ve Vosniadou, 2004). Örneğin bölme işlemi doğal sayılar ile yapılırken bölüm, bölünen sayıdan büyük çıkamaz, ancak aynı bölme işlemi kesirlerle yapıldığında sonuç bölünenden daha büyük çıkabilir. Matematiksel kavramlara ilişkin bu yapısal farklılıklar öğrencilerin yeni karşılaştıkları problem durumlarında hata yapmalarına neden olabilmektedir. Bu çerçevede, öğrenciden beklenen yeni problem durumları için zihninde daha önceden var olan kavramları düzenlemesi veya yeni kavram yapıları oluşturmasıdır (Glaserfeld ve Steffe, 1991).

RBC+C Soyutlama Modelinin basamakları iç içe geçmiş durumdadır. Bu epistemik basamakların birbirinden ince bir çizgi ile net olarak ayrıldığı söylenemez (Dreyfus, 2007). Her bir eylem paralel olarak devam edebilir ve birbirleri ile etkileşime girebilir (Celebioğlu ve Yazgan, 2015). Bu eylemler bazen sıralı eylemler halinde olabilecekleri gibi, bazen biri diğerinin tamamlayıcısı olabilmektedir (Sezgin Memnun, 2011).

Aynı problem bir öğrencinin bilgi oluşturma eylemini gerçekleştirmesini sağlarken, başka bir öğrenci bu işlemi tanıma eylemi için gerçekleştirebilir (Gürbüz, 2021). Başka bir deyişle, bu eylemlerin oluşumu net ve kesin çizgilerle birbirinden ayrılmamıştır. Bu, öğrencinin geçmiş deneyimlerine, kişisel becerilerine ve uyarıların öğrencinin bilgisini tetikleyip tetiklememesine bağlıdır (Dreyfus vd., 2001).

Bu model, öğrencilerin eylemlerinden yola çıkarak, onların zihinsel süreçlerini analiz etmeyi hedeflemektedir (Dreyfus, vd. 2001). RBC+C soyutlama modeline göre hazırlanan etkinliklerle gerçekleştirilen öğretimin, öğrencilerin kavramsal öğrenmelerine ve soyutlamanın gerçekleşmesine katkı sağladığı söylenebilir (Altaylı Özgül ve Kaplan, 2022). Öğrencilerin seviyesi, geçmiş matematiksel deneyimleri gibi etmenler nedeniyle karşılaşılan problemler her öğrencide farklı bir basamağı ifade edebilir.

Bireyin zihnindeki bağlamdan matematiksel soyutlama sürecini ortaya çıkarmak için geliştirilen ve kullanılan RBC+C soyutlama modeli, eski yapıları yeniden düzenleyerek yeni bir yapıya ulaşır ve yapılar arasında bağlantılar kurar ve tek bir düşünce sürecinde bütünleşmeyi gerektirir (Gürbüz, Özdemir ve Erkek, 2023).

2.4. Bağlamsallık ve Bağlam Temelli Öğrenmenin Matematik Eğitimindeki Önemi

Günümüz dünyasında, sahip olunan bilginin günlük hayatta kullanılabilecek şekilde dönüştürülerek işe yarar hale getirilmesi beklenmektedir. Matematiğe ilişkin bilginin etkin bir şekilde kullanılarak pratiğe dökülmesi ve böylece günlük hayatta karşılaşılan sorunlara çözüm bulmada kullanılması, 21. yüzyılda bireyin sahip olması gereken yeterliliklerden birisidir. Bu doğrultuda da matematik eğitiminde öğrencilerin matematiksel işlem becerisi kazanmasının yanı sıra hayatta karşılaştığı problemleri anlayıp analiz eden ve buna uygun çözümler üreten bireyler olarak yetiştirilmesi hedeflenmektedir (Dündar, 2020). Matematik eğitimin amacı, yaratıcı, analitik ve eleştirel düşünebilen, problem çözme becerisine sahip, gözlem ve tahmin yapabilen, muhakeme gücü yüksek, etkili kararlar alabilen, bilgiye nasıl ulaşacağını bilen, donanmış bireyler yetiştirmektir (Demircioğlu ve Erol, 2021).

Bilimin ortaya çıkış amacı doğayı anlamak olmakla birlikte kullanılan dil ve semboller nedeniyle zamanla kendisi anlaşılmaya muhtaç hale gelmiştir. Okullar da hayatı anlamaya odaklanmak yerine çeşitli disiplinlerin anlaşılmasına odaklanmıştır (Bülbül, 2013). Akademik çalışmalar okuldaki matematik derslerinde başarılı olan bazı öğrencilerin, günlük hayatta karşılaştıkları problemleri çözme konusunda aynı düzeyde başarılı olamadığını ortaya koymuştur (Umay ve Kaf, 2005).

Klasik eğitim sistemlerinde okulda uygulanan müfredatlar ile gerçek hayat arasında kopukluklar oluşmuştur. Bu nedenle öğrenciler okulda edindikleri matematiğe ilişkin bilginin günlük hayatta ne için, ne zaman ve nasıl kullanılacağını bilmeden matematik öğrenmektedir (Boaler, 1993b).

Gelinen noktada öğrencilerin okulda edindikleri bilgiyi gerçek hayat durumlarına göre dönüştürerek, karşılaştıkları gündelik problemlerle baş edebilmesi beklenmektedir. Bu çerçevede PISA, öğrencilerin okulda kendilerine sunulan bilgileri ne kadar hatırladıklarını değil, karşılaştıkları sorunları çözebilme, muhakeme yapabilme, tahminde bulunabilme, yeni durumları anlayıp kavrayabilme konusunda okulda edindikleri bilgi ve becerileri hangi düzeyde kullanabildiklerini ölçmeye çalışmaktadır (OECD, 2006). PISA çalışmalarında vurgulanan gerçek hayat durumları, Borasi tarafından “bağlam” olarak tanımlanmıştır. Borasi (1986) bağlamı “problemin gömülü olduğu durum” olarak tanımlamıştır.

Bağlamsal problemler ise öğrencilerin gündelik hayat deneyimlerinde ortaya çıkan problem durumları olarak da ifade edilebilir. Bu minvalde bağlamsal problemler, edinilen bilginin kullanışlılığının artırılması ve matematiğe olan ilgi ve motivasyonu yükseltmede önemli bir rol üstlenmektedir (Gravemeijer ve Doorman, 1999). Bağlamsal problemler,

matematik eğitiminde, matematiksel kavramların önemini anlama, matematiğe ilişkin bilgiyi gerçek hayat durumlarında kullanma konusunda pratiklik sağlama, yaratıcı ve eleştirel düşünebilme ve problem çözme becerilerini geliştirme gibi birçok konuda öğrencilere katkı sağlamaktadır (Chapman, 2006). Bağlamsal öğrenme temelde bireylerin gündelik hayatlarında karşılaştıkları durumların okuldaki ders içeriklerine aktarılmasıdır (Baltacı ve Baki, 2018).

Altun (2018)'e göre bağlamsallığın üç ölçütü vardır;

- Soru metninin içeriği birey veya toplum hayatına ilişkin sorunlara ilişkin olmalıdır.
- Soru metni matematiğin tek bir konusu ile sınırlı olmamalı, diğer matematik konuları ve hatta diğer bilim dalları ile ilgili farklı kavramları da içermelidir. Örneğin sorunun çözümü doğal olaylar, ekonomi, alışveriş, fizik, elektronik gibi diğer alanlardaki bir takım bilgi ve becerilerin kullanılmasını da gerektirmelidir.
- Bağlamsal sorular sadece bir formül veya kuralın kullanımı ile değil, düşünsel bir organizasyon ile bulunabilir. Bu nedenle de rutin değil rutin olmayan problemlerdir.

PISA eğitimin çekirdeğini gerçek dünya bağlamlarını içeren problem çözme süreçlerinin oluşturması gerektiğini savunmaktadır (OECD, 2003). Bağlamlar bir nevi matematik ile gerçek dünya arasında köprü işlevi görmekte ve gerçek hayattan örnekler sunarak öğrencilerin ilgisini çekip, onlara heyecan veren motivasyon kaynakları olmaktadır (Boaler, 1993a). Matematikteki soyut kavramların bağlamsal öğrenme yoluyla günlük yaşam durumları ile ilişkilendirilmesi, sadece öğrencilerin matematiğe olan ilgi ve motivasyonlarını artırmakla kalmamakta aynı zamanda matematik başarılarını da artırmaktadır (Özkan ve Selçuk, 2017).

Bağlamsal öğrenme sayesinde öğrencilerin günlük hayat durumları ile matematik bilgilerini ilişkilendirme konusundaki farkındalık düzeyleri yükselmektedir (Gürbüz vd., 2023). Bu da karşılaştıkları problemleri çözme konusunda geliştirebilecekleri yöntem ve yaklaşımların çeşitlenmesini ve akademik başarı düzeylerinin yükselmesini sağlar. Bağlamsal öğrenme, daha etkin, zengin ve eğlenceli bir öğrenme ortamı sağlamaktadır (Obay ve Çelik, 2019). Okulda öğrenilen bilgilerin öğretmeye değer olup olmadığı, bu bilgilerin öğrencilerin ileriki yaşamlarında faydalı olup olmadığına bakılarak değerlendirilebilir (Göçmençelebi, 2007). Bu nedenle matematik eğitiminde bağlamlar, sadece bir konunun anlaşılmasına katkı sağlamakla kalmaz, aynı zamanda öğrencilerin matematiğe olan ilgilerinin artırılmasına da katkıda bulunur. Zor öğrenildiği bilinen konuların öğrenilmesini kolaylaştırmaktadır (Gürbüz, Ağsu ve Özdemir, 2018).

Matematiğe ilişkin teorik bilginin günlük hayatta uygulanması konusunda bağlamların kullanılmasına verilen önem giderek artmaktadır (Vidic, 2015). Bağlamsal problemler

aracılığıyla matematiğin gündelik yaşam bilgileri ile bütünleştirilmesi sayesinde, okul matematiği günlük hayatta daha fazla işlevsel hale gelecektir (Dündar ve Ezentaş, 2020).

Ülkemizde de matematik öğretim programlarında yenilikçi öğrenme ve öğretme stratejilerine her geçen gün daha fazla yer verilmektedir. Bu yenilikçi stratejiler sadece öğrencilerin öğrenme düzeylerini artırmakla kalmamakta, aynı zamanda onların hayatları boyunca faydalanacakları bir takım öğrenme alışkanlıkları edinmesine de öncülük etmektedir. Yine bu stratejiler öğrencilerin öğrenme süreçlerine aktif olarak katılmalarını da sağlamaktadır. Bağlamsal öğrenme de ülkemizde gittikçe daha yaygın olarak kullanılmaya başlanan bu yenilikçi öğretim stratejileri arasında yer almaktadır (Shiu-Sing, 2005).

Bağlamsal öğrenme, sınıftaki eğitim ortamının gerçek dünya ile bağlantısını kurmayı amaçlar. Bağlamsal öğrenme ile ilgili yapılan birçok çalışma, uygun bir bağlam ile öğrencilerin kendilerine sunulan bilgileri daha kolay anlamlandırdıklarını ortaya koymaktadır. Öte yandan bağlam oluşturmada birtakım güçlükler de yaşanmaktadır (Kuhn ve Müller, 2014). Bağlamsal öğrenme ile ilgili yapılan çalışmalar, matematik öğretiminin gerçek hayat durumları ile bağlantılı olarak yürütülmesi gerektiğini ortaya koymuştur (Yang ve Wu, 2010).

Yine bağlamsal öğrenmeye ilişkin akademik çalışmalar, öğrencilerin bağlamsal problemlere, bağlamsal olmayan problemlere nazaran daha fazla ilgi duyduğu sonucuna varmıştır (Wernet 2015). Bağlam temelli öğrenme kapsamında günlük yaşam durumları ile bağlantı kurulması, öğrencilerin daha iyi akademik performans göstermesine katkı sunmaktadır (Hoogland, Koning, Bakker, Pepin ve Gravemeijer, 2018). Öğrencilerin aktif katılım sağladığı bağlam temelli öğrenmenin, öğrencilerin okulda edindikleri bilgiler ile gerçek dünya arasındaki ilişkiyi fark etmede en etkili yol olduğu ifade edilmiştir (Secretary's Commission on Achieving Necessary Skills [SCANS], 2000). Okulda sunulan bilginin gündelik hayatla ilişkilendirilmesi, öğretim programındaki derslerin gerçek hayatta ne işe yaradığının öğrenciler tarafından anlaşılmasını kolaylaştırmakta ve öğrencilerin ilgi ve motivasyonunu arttırmaktadır (Coştu, 2009).

Gündelik yaşamlarında matematiği başarılı bir şekilde kullanabilen insanların bir kısmının da fikirlerini matematiksel olarak ifade etmede sorun yaşadıkları görülmüştür (Sternberg, 1999). Bunun en önemli nedeninin okullarda verilen matematik öğretiminin gündelik hayatla bağlantısının yeterince kurulamaması olduğu söylenebilir (Coştu, 2009). Okullarda öğretilen bilgilerin günlük hayat durumlarında karşılaşılan problemlerin çözümlerinde kullanılabilmesi ancak, öğretim sürecinde bu bilgilerle gerçek hayat durumları arasında bağlantı kurulup, uygulanmasına önem verilmesi ile mümkün olabilecektir (Erden ve Akman 2003).

Bağlam temelli öğretim sürecinin, motivasyonu artırdığı, aktivite yapmaya teşvik ettiği, yaratıcılığı geliştirdiği değerlendirilmektedir (Hadi, 2002). Bağlamsal öğrenme matematik öğretiminin çıktılarını iyileştirmektedir (Becher ve Selter, 1996). Öğrencilerin uygun bir bağlam içerisinde kendilerine sunulan bilgileri daha kolay anlamlandırabildikleri görülmüştür. Bilgi çağı kavramının ortaya çıkması ve bilgi üretim hızının artması ile birlikte, bilginin işlevsellik ve faydalılık süzgeçlerinden geçirilmesi gerekliliği ortaya çıkmıştır. Öğretim sürecinde sunulan bilginin günlük yaşamda kullanışlı olması öğrencilerin bu bilgiye olan ilgi düzeylerini arttırmaktadır (Kılıç, 2015).

2.5. İlgili Araştırmalar

Bu bölümde eşitsizlik konusu ve RBC+C soyutlama modeli referans alınarak gerçekleştirilen çalışmalar içinden, araştırmaya katkı sağlayacağı düşünülenler ile ilgili literatür taraması yapılmıştır.

Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001), 9. Sınıf öğrencisi olan bir öğrenci ile yaptıkları çalışmada dört adet soruya aldıkları cevaplar neticesinde soyutlama sürecinin tanıma, kullanma ve oluşturma şeklinde üç basamaktan oluştuğunu ortaya koymuştur.

Tsamir ve Dreyfus (2002), üstün yetenekli 8 yaşındaki bir öğrenci ile sonsuz kümeler üzerine çalışmalarını gerçekleştirmiştir. Çalışma sonunda oluşan bilginin pekiştirilmesi gerektiği sonucuna varılmıştır.

Mitchelmore ve White (2004), matematiksel soyutlama ile matematik öğrenimi esnasındaki soyutlama arasındaki farklılıklar ile matematiksel düşünme süreçlerini ön plana çıkarmıştır.

Bikner-Ahsbahs (2004), yaptıkları çalışmalar sonucunda yeni bir model ortaya koymuştur. Bu model öğrencilerin matematik dersinde anlamlı öğrenme gerçekleştirmelerini sağlayan ya da anlamlı öğrenmeye engel olan durumları tanımlamıştır. Sosyal öğrenme ile ilgilenmektedir.

Özmantar ve Roper (2004), iki lise öğrencisine $|f(|x|)|$ mutlak değer fonksiyonun grafiğinin çizimine yönelik sorular sormuştur. Öğrencilere ihtiyaçları kadar destek verilmesi sonucu bilgi oluşturma sürecini başarıyla tamamladıkları görülmüştür.

Özmantar ve Monaghan (2007)'nin, mutlak değer fonksiyonunun konu olarak seçildiği çalışmasında, öğrencilerin birbiriyle iletişim kurabildiği ve öğretmenlerinden yardım alabildiği bir ortamda soyutlama sürecini incelemişlerdir. Çalışma sonucunda soyutlama süreci ile ilgili

şu bileşenler ön plana çıkmıştır; 1. Önceki çalışmalardan elde edilenlerin kullanımı, 2. Öğretmen müdahaleleri, 3. Öğrenciler için uygun diyalektik ortam, 4. Soyutlanacak bir kavramın var olması.

Şandır, Ubuz ve Argün (2007) dokuzuncu sınıf öğrencilerin sayıların sıralanması, denklem ve eşitsizlik çözümleri konularında yaptıkları hataları inceledikleri çalışmalarında öğrencilerin kendilerine soruda iki ayrı eşitsizlik birleştirilerek tek bir eşitsizlik olarak verildiğinde çözüme gitmede zorlandıklarını tespit etmişlerdir.

Yeşildere ve Tüknüklü (2008) sekizinci sınıf öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini matematiksel güçlerine göre analiz ettikleri çalışmalarında örnek olay çalışması ile öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini RBC teorisinde yer alan epistemik eylemler bağlamında ele almıştır. Çalışma sonucunda matematiksel gücü yüksek öğrencilerin bilgi oluşturma eylemleri arasındaki geliş gidişleri daha hızlı gerçekleştirdiği ve bu eylemlerin hızlı gerçekleşmesinin bilgi oluşturma sürecinin hızlı gelişmesine katkı sağladığı gözlemlenmiştir.

Altun ve Yılmaz (2008), lise öğrencilerinin tam değer fonksiyonu bilgisini oluşturma sürecini 9. Sınıftan iki öğrenci ile incelemiştir. Çalışmada gerçek ve rutin olmayan problemler tercih edilmiştir. Çalışma RBC+C soyutlama modelinin özellikle oluşturma aşamasına önemli katkı sağlamıştır.

Memnun (2011) farklı matematik başarı düzeylerindeki ikişer kişilik öğrenci grupları ile gerçekleştirdiği altıncı sınıf öğrencilerinin analitik geometrinin koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarını oluşturma süreçlerini incelediği çalışmasında bilgi oluşturma sürecinin analizinde RBC+C soyutlama modelini referans almıştır. Araştırmasında Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne göre hazırlanmış örnek olay çalışması ile koordinat sistemi kavramı, yapılandırmacı öğrenmeye uygun olarak hazırlanmış etkinliklerle doğru denkleminin oluşturulması sürecini incelemiştir.

Sezgin Memnun ve Altun (2012), iki altıncı sınıf öğrencisinin doğru denklemini oluşturma sürecini ele aldıkları çalışmalarında; öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini bilişsel eylemler üzerinden RBC+C soyutlama modeli aracılığı ile analiz etmiştir. Araştırma neticesinde öğrencilerin doğru denklemini oluşturmak için gerekli ön bilgileri tanıdıkları, kullanabildikleri ve denklemi oluşturabildikleri görülmüştür.

Ayanoğlu (2012) biri pilot olmak üzere 3 okuldan üçer öğrenci, toplam 9 öğrenci ile gerçekleştirdiği çalışmasında yedinci sınıf öğrencilerinin birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik grafiği bilgisini oluşturma süreçlerini RBC teorisini referans alarak

incelemiştir. Çalışma sonucunda gözlemlenebilen eylemlerin birbiriyle iç içe olduğu ve kişiden kişiye değiştiği, bilgi oluşturma sürecinin çok yönlü olduğu sonuçlarına ulaşmıştır.

Çelebioğlu ve Yazgan (2015), 4. sınıf öğrencilerinin kesirli çarpma işlemini oluşturma sürecinin RBC+C modelinin basamaklarına uygun olarak tasarlanmış bir etkinliği yüksek matematik ders başarısına sahip iki öğrenciye uygulayarak incelemiş ve çalışmanın sonunda öğrencilerin RBC+C soyutlama modelinde yer alan tüm aşamaları başarı ile gerçekleştirdiklerini gözlemlemiştir.

Güler ve Arslan (2018), düzlemde dönme dönüşümü formüllerini oluşturma sürecini, 57 ortaokul matematik öğretmeni adayı ile incelemiştir. Öğretmen adaylarının beklenen dönüşüm formülünü oluşturma konusunda ön bilgilerini tam anlamıyla yapılandıramamış olmalarından dolayı başarılı olamadıkları görülmüştür.

Dinç (2018), sekizinci sınıf öğrencilerinin kareköklü sayılar konusunda bilgiyi oluşturma süreçlerini incelediği çalışmada dokuz sekizinci sınıf öğrencisiyle çalışmış, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini analiz ederken RBC+C soyutlama modelinden faydalanmıştır. Çalışma sonunda öğrencilerin soyutlayacağı kavramlar üzerinde yoğun düşünme eylemi gerçekleştirdiğinde ve soyutlama sürecinde neden sonuç ilişkisi kurduğunda matematiksel kavramları soyutlamada daha başarılı oldukları değerlendirilmiştir.

Çoban (2018), 8.sınıf öğrencilerinin eşitsizlikler konusunda karşılaştıkları güçlükleri ele aldığı çalışmada 3 farklı okulda eğitim gören toplam 160 sekizinci sınıf öğrencisi ile çalışmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin eşitsizlik konusuna ilişkin kavramların anlamlarını tam olarak bilmeden sadece işlemleri yapabildikleri ve sembollerin anlamlarını bilmelerine rağmen sembolleri yorumlamada zorlandıkları gibi gözlemler ortaya konmuştur.

Gürbüz, Ağsu ve Özdemir (2018) çalışmalarında matematik öğretmen adaylarının zihinlerinde limit kavramını nasıl oluşturduklarını analiz etmiştir. 62 ilköğretim matematik öğretmeni adayı öğrenci ile gerçekleştirilen çalışmada öğretmen adaylarının işlemsel öğrenmeyi başarabilmelerine rağmen cebirsel temsilleri belirleyemedikleri ve bu temsiller üzerinde akıl yürütemedikleri için kavramsal öğrenmeyi tam olarak gerçekleştiremedikleri görülmüştür.

Süzen (2019), eşitsizlik kavramına ilişkin bilgi oluşturma sürecini incelediği çalışmada matematik başarı seviyeleri farklı 5 ortaokul öğrencisine düşünsel süreçlerini ortaya koyacak 4 soru yöneltmiş, verdikleri cevapları RBC+C soyutlama modelinin basamaklarını göz önünde bulundurarak analiz etmiştir. Çalışma sonunda orta ve yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerin bilgiyi başarılı bir şekilde oluşturdukları, düşük başarı düzeyine sahip öğrencilerin soyutlamayı gerçekleştiremediklerini gözlemlemiştir.

Gürbüz (2021), ortaokul öğrencilerinin cebirsel kavramları soyutlama süreçlerine ilişkin çalışmasında; ortaokul öğrencilerinin cebirsel kavramları soyutlama becerilerini ve problem çözme becerilerini RBC+C soyutlama modelinde yer alan epistemik eylemleri dikkate alarak incelemiştir. Neticede öğrencilerin başlangıçta kısır bir düşünce yapısına sahip iken süreç içerisinde farklı cebirsel düşünme yollarını ortaya koyabildikleri ve matematiksel durumları cebirsel olarak açıklayabildikleri görülmüştür.

Aramış (2021) çalışmasında farklı matematik başarı seviyelerinden seçilmiş 6 gönüllü 7. sınıf öğrencisi ile 7. sınıf öğrencilerinin RBC+C modeli bağlamında oran ve orantı konusundaki bilgi oluşturma süreçlerini incelemiştir.

Öztürk Başeğmez (2023) çalışmasında matematik öğretmenliği ve ilköğretim matematik öğretmenliği programında analitik geometri dersini almış 97 öğretmen adayına yönelik uyguladığı test ile RBC soyutlama modeline göre düzlemde öteleme ve dönme kavramını farklı düşünme yapılarına sahip öğretmen adayları üzerinde incelemiştir.

Gürbüz, Özdemir ve Erkek (2023) bağlam temelli limit bilgisinin soyutlanma sürecini incelemiştir. Durum çalışmasının kullanıldığı araştırma 52 ilköğretim matematik öğretmeni adayının katılımıyla gerçekleşmiştir. Katılımcıların, bağlam içinde sunulan limit bilgilerinin yeni durumlara aktarılması, matematiksel olarak açıklanması ve kanıtlanması konusunda yardıma ihtiyaçları olduğu görülmüştür.

RBC+C soyutlama modelini referans alan çalışmalar, matematiksel kavramların daha anlamlı ve sağlam bir şekilde öğrenilmesine katkı sağlayabilir (Aydoğdu, 2022). Matematiksel soyutlama sürecinin incelenmesi üzerine yapılan çalışmalara bakıldığında genellikle belirli bir kavramın yapılandırılmasına yönelik yoğunlaştığı görülmüştür. Aynı zamanda çalışma grubunun genellikle ilköğretim düzeyindeki öğrencilerden seçilmiş olduğu göze çarpmaktadır. Bu yönüyle bizim çalışma grubumuzun farklı matematiksel seviyelere sahip lise öğrencileri arasından seçilmiş olması literatüre katkı sağlayacaktır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli, araştırmanın yürütüldüğü çalışma grubu, veri toplama süreci ve bu süreçte kullanılan araçlar, verilerin analizinde kullanılan yöntem ve teknikler ile ilgili detaylı bilgilere yer verilmiştir.

3.1. Araştırma Modeli

Bu çalışmada farklı matematiksel başarı düzeylerine sahip dokuzuncu sınıf öğrencilerinin ‘Eşitsizlik’ konusuna ait bilgi oluşturma süreçlerinin RBC+C soyutlama modeli kapsamında incelenmesi amaçlanmıştır.

Bu çalışmada amaç bir durumu ayrıntılı bir şekilde incelemek olduğundan nitel araştırma yöntemlerinden örnek olay yöntemi kullanılmıştır.

Nitel araştırma; görüşme, doküman analizi, ses-görüntü kayıtları, gözlem gibi veri toplama araçları vasıtasıyla doğal ortamda gerçekleşen olayların ortaya konulduğu bir araştırma yöntemidir (Yıldırım ve Şimşek, 2021).

Örnek olay çalışmaları, daha çok nitel araştırma yaklaşımlarının özelliklerini taşımaktadır. Bu çalışmalar önceleri daha çok sosyoloji ve antropoloji gibi alanlarda yapılmaktayken 1980’lerden itibaren eğitimle ilgili çalışmalarda da kullanılmaya başlamıştır (Çepni, 2018). Durum çalışması diğer adıyla örnek olay çalışmasının en önemli özelliği çalışmada ele alınan durum, olay, kişi veya kişilerin kendilerine özgü belirli özellikler sebebiyle seçilmiş olması ve kendi bağlamı içinde incelenmesidir (Özden ve Durdu, 2016). Durum çalışmalarının amacı genellemelere varmak değildir. Genellenebilirlik nicel araştırmaların bir özelliğidir. Amaç, çalışma grubunun bir durum karşısındaki davranış ve tutumunu inceleyerek elde edilen bulguları sistematik bir şekilde açıklayabilmek, anlayabilmek ve dışarıdan bakınca görülmeyeni görmektir (Bogdan ve Biklen, 1998).

Örnek olay çalışması, araştırma ve veri toplama sırasında kullanılan; gözlem, mülakat, anket vb. metotların tümünü kapsayan bir şemsiye olarak ifade edilebilir. Bu yöntem ile genel teorilerin aydınlatılması amacıyla “Ne?, Nasıl? ve Niçin?” sorularına cevap aranarak, inceleme konusu örnek olayların detaylı tanıtımı yapılır. Faktörlerin ve delillerin birbirleri ile olan ilişkileri incelenir, sebep-sonuç ilişkisi üzerinde durulur. Örnek olay çalışması, bireysel yürütülen çalışmalar için oldukça uygundur. Kısa süre içerisinde araştırmaya konu problemin bir yönünün derinlemesine incelenmesine imkân tanır. Bu yöntemde araştırmacı özel bir durum üzerine yoğunlaşır. İncelenen örnek, bir olay, bir kişi veya bir grup olabilir. Bu yöntem,

araştırmacıya çok özel bir durum veya konu üzerine derinlemesine yoğunlaşma olanağı sağlar. Böylece araştırmacı, çok ince ayrıntıları analiz edebilme ve sebep-sonuç ve değişken ilişkilerini açıklayabilme imkânına sahip olur (Çepni, 2018).

Nitel araştırmalarda, araştırmacılar insanlarla belirli bir zaman içerisinde yüz yüze etkileşim kurmak suretiyle, kendi doğal ortamlarında davranışları yakından gözlemleyerek ve doğrudan konuşarak bilgi toplarlar. Nitel araştırmacılar, davranışları gözlemleme, katılımcılarla görüşme, dokümanları inceleme gibi yöntemlerle verileri bizzat toplarlar. Genellikle tek bir veri kaynağından ziyade, mülakat, gözlem ve dokümanlar gibi birçok veri kaynağından aynı anda veri toplamayı tercih ederler (Creswell, 2020).

Nitel araştırmalarda en sık kullanılan veri toplama yöntemleri gözlem ve mülakattır. Bu nedenle de büyük bir çalışma grubu ile çalışmak zaman ve maliyet açısından mümkün değildir. Çalışma grubunun büyük olması elde edilecek geniş çaplı verilerin analizini de güçleştirecektir. Bu nedenle nitel araştırmalarda genelleme kaygısı güdülmez. Amaç evrendeki farklılık, zenginlik, çeşitlik ve aykırılıkların mümkün olduğu ölçüde temsil edildiği bir resim elde etmektir (Karataş, 2015). Araştırma, sürecin açıklanmasını derinlemesine incelemek amacıyla örnek olay çalışması yani durum çalışması olarak yürütülmüştür.

Durum çalışması araştırması, araştırmacının gerçek yaşam, güncel sınırlı bir sistem (bir durum) veya belirli bir zaman içerisinde sınırlandırılmış çoklu sistemler (durumlar) hakkında çoklu bilgi kaynakları (dokümanlar, görsel ve işitsel materyaller, raporlar, gözlem ve mülakatlar vb.) aracılığıyla detaylı ve derinlemesine bilgi topladığı bir durum betimlemesi veya durum temaları ortaya koyduğu nitel bir yaklaşım olarak ifade edilebilir (Creswell, 2020).

Birkaç durumun karşılaştırılmasına ilişkin derinlemesine bir anlayış oluşturma ihtiyacı olduğunda durum çalışması faydalı bir yaklaşım olarak ön plana çıkmaktadır. Hangi durumun çalışılacağına ilişkin seçim yapılırken amaçlı örnekleme ilişkin bir dizi ihtimalden söz edilebilir. Ortaya konulmak istenilen problem, süreç ve olayla ilgili farklı bakış açılarını yansıtan durumlar seçilebilir. Durum çalışması tercih edilen araştırmalarda veri toplama genellikle kapsamlı şekilde yapılmaktadır. Görsel ve işitsel materyaller, dokümanlar, gözlem ve mülakat gibi birçok veri toplama yöntemi bu tür araştırmalarda birlikte kullanılabilmektedir (Creswell, 2020).

Örnek olay çalışmalarının en belirgin özelliği güncel bir olay, durum, kişi veya kişiler üzerine odaklanması olup ayrıntılı analiz fırsatı tanınmasıdır (Bulut, 2018). Örnek olay araştırmaları çalışılacak özel durumun belirlenmesi ile başlar. Burada dikkat edilecek husus, seçilecek durumun zaman ve yer gibi parametreler ile sınırlandırılabilir ve tanımlanabilir olmasıdır. Örnek olayda araştırmacılar, doğru bilgiye zaman kaybetmeden ulaşabilmek için

sürmekte olan güncel, gerçek yaşam durumları üzerinde çalışırlar. Örnek olay yürütülmesinin amacı benzersiz bir durumun ortaya konulması olabileceği gibi belirli bir problem veya meseleyi en iyi şekilde anlamak için uygun durumların seçilmesi de olabilir. Duruma ilişkin derinlemesine bir anlayışın sunulması iyi bir nitel durum çalışmasının ayırt edici özelliklerindendir. Bu nedenle tek bir veri kaynağına dayanmaktan ziyade çoklu veri kaynaklarının kullanılması daha faydalı olacaktır (Creswell, 2020).

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubu 2022-2023 Eğitim-Öğretim yılında Bursa İli, Osmangazi İlçesinde bulunan bir devlet okuldan seçilmiştir. Çalışmaya 9. Sınıfta okuyan 6 öğrenci katılmıştır. Öğrenciler gönüllülük esası göz önünde tutularak belirlenmiştir. Araştırma için gerekli izinler alınmıştır (Ek-1). Araştırmamızdaki amaç farklı başarı düzeylerine sahip öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini incelemek olduğu için çalışma grubunun seçiminde amaçlı örneklem maksimum çeşitlilik metodu kullanılmıştır.

Nitel araştırmalarda amaçlı örneklem yöntemi çok sık kullanılmaktadır. Çünkü nitel araştırmalarda oluşturulan çalışma grubunun, evreni temsil etmesinden ziyade araştırma konusuyla ne kadar ilgili olduğu önemlidir. Bu yüzden amaçlı örnekleme derinlemesine ve etkili bilgiye ulaşmada işlevseldir (Yıldırım ve Şimşek, 2021). Bu bağlamda öğrenciler ilköğretim not ortalamaları, ortaöğretimde 1. ortak matematik sınav puanları ve ders öğretmenlerinin görüşleri doğrultusunda seçilmiştir. Başarı seviyeleri düşük, orta ve yüksek olarak belirlenmiştir. Bilimsel araştırma etiği gereği öğrencilerin gerçek isimleri gizli tutularak mahlas isimler kullanılmıştır. Öğrenciler aşağıdaki tabloda belirtildiği şekilde isimlendirilmiştir.

Tablo 2

Çalışma Grubunda Yer alan Öğrencilerin Başarı Düzeyleri

Gruplar	Öğrenci Adı	Başarı Düzeyi
1. Grup	Berna	Düşük
	Ceren	Düşük
2. Grup	Duygu	Orta
	Ebru	Orta
3. Grup	Fatma	Yüksek
	Gamze	Yüksek

Gruplarda her başarı seviyesinden iki öğrenci bulundurularak öğrencilerin kendini daha rahat hissetmesi ve sosyal etkileşimin artması ile daha aktif olmaları sağlanmak istenmiştir.

3.3. Verilerin Toplama ve Analiz Süreci

3.3.1. Veri Toplama Teknikleri

Bu araştırma sırasında kullanılan veriler, çalışma grubunda yer alan katılımcılara yöneltilen uygulama sorularına verilen yazılı cevaplar, uygulama sırasında alınan sesli ve görüntülü video kayıtları ile araştırmacının gözlemleri ile uygulama sırasında yaptığı mülakatlardan elde edilmiştir. Bu çerçevede nitel araştırma yönteminin veri toplama teknikleri olan mülakat, gözlem, doküman ve görsel-işitsel materyallerden faydalandığı söylenebilir. Böylece tek bir veri kaynağına dayanmaktan daha ziyade çoklu veri kaynaklarından faydalanılarak derinlemesine bir anlayış sunulmaya çalışılmıştır.

3.3.2. Veri Toplama Araçları

9. sınıf öğrencilerinde eşitsizlik içeren matematik okuryazarlık sorularına ilişkin bağlamsal öğrenme süreçlerinin incelenmesi amacıyla eşitsizlik konusu ile ilgili yerli ve yabancı kaynak taraması yapılmış (Stacey, 2015; Altun, 2018; Hoogland vd., 2018; Altun ve Gürbüz 2019; Yaftian ve Shayan, 2019; Altun, 2020; MEB, 2022a; Saka, 2023) ve bu kaynaklarda yer alan sorular incelenerek, uzman görüşleri doğrultusunda farklı zorluk seviyelerinde ve eşitsizlik konusunun tüm yönlerini ele almayı hedefleyen dört adet uygulama sorusu belirlenmiştir. Uygulama sırasında kullanılan sorular Ek-2’de sunulmuştur.

Uygulama sorularının seçiminde Milli Eğitim Bakanlığı Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı’nda 9. sınıf alt öğrenme alanında yer verilen eşitsizlik konusuna ilişkin kazanımlar dikkate alınmıştır. Yine soruların belirlenmesinde öğrencilerin matematiksel düşünme ve soyutlama süreçlerini ortaya koyabilecekleri soruların seçilmesi amaçlanmıştır.

Uygulama sorularının belirlenmesinde RBC+C soyutlama modelinin aşamalarının gözlemlenmesine olanak sağlayacak sorular tercih edilmiştir.

3.3.3. Verilerin Toplanması

Araştırmanın uygulama aşaması 2022-2023 Eğitim-Öğretim yılında Bursa İli, Osmangazi İlçesinde bulunan bir devlet okulunda gerekli yasal izinler alınarak gerçekleştirilmiştir. Araştırmada doküman inceleme, görüşme, video kayıtları ve katılımcı gözlem olmak üzere farklı veri toplama teknikleri kullanılmıştır. Görüşme yöntemi nitel araştırmalarda sıklıkla karşımıza çıkmaktadır. Görüşme doğal ortamda, fikirlerin özgürce

belirtilebileceği şekilde gerçekleşmelidir. Önceden belirlenmiş amaç ve planlar çerçevesinde veriler ortaya çıkmaktadır.

Katılımcı gözlemlerde araştırmacı çalışma grubu ile bir arada olduğu için daha derin ve daha anlamlı bilgiye ulaşabilmektedir. Davranış ve hareketlerini birebir de gözlemleyerek katılımcıları doğru analiz etme şansını yükseltmektedir. Araştırmacı katılımcılara yönelttiği sorular ile hedefe yönlendirme yapabilir ve cevapların daha anlamlı olması sağlanabilir (Türnüklü, 2000). Video kayıtları sayesinde veri kaybı ihtimali ortadan kalkmaktadır. Video kaydı öncesinde öğrenci velilerinden veli onam formları alınmış olup formun bir örneği Ek-3 'de sunulmuştur. Öğrenciler de uygulama öncesinde bilgilendirilmiştir.

Uygulamaya katılan öğrencilere, uygulamanın amacının doğru cevaba ulaşmaktan daha ziyade öğrencilerin cevaba ulaşma süreçlerinin incelenmesi olduğu anlatılmıştır. Öğrencilere, bunun bir sınav olmadığı başarılı ya da başarısız olmayacakları söylenerek kaygılarının azaltılmasına yönelik açıklamalar yapılmıştır.

Uygulama aşamasına geçilmeden önce hazırlanan uygulama soruları ile başarı düzeyleri ana uygulamadakine uygun olarak düşük, orta ve yüksek olarak belirlenmiş birer öğrenciye pilot uygulama gerçekleştirilmiştir. Bu pilot uygulama ile hazırlanan soruların hem dil yönünden anlaşılabilir olup olmadığının görülmesi hem de bu soruların çalışma grubunda yer alan öğrencilerin RBC+C soyutlama modelinin aşamalarını gözlemlemeye uygun olup olmadığının test edilmesi amaçlanmıştır. Ayrıca ana uygulama öncesi yapılan pilot uygulama ile araştırmacı deneyim kazanmıştır.

Çalışma gruplarına yönelik yapılan uygulamalar sırasında öğrencilerin düşüncelerini sesli olarak ifade etmesi istenmiş, ayrıca araştırmacı tarafından kâğıt üzerinde yaptıkları işlemler ve ulaştıkları sonuçlara yönelik sözel açıklamalar yapmaları da istenmiştir. Böylece katılımcı öğrencilerin düşünsel süreçlerini ifade etmeleri amaçlanmıştır. Uygulama aşamasının sesli ve görüntülü olarak kayda alınması öğrencilerin uygulama sırasındaki diyaloglarının yanı sıra kendi aralarında ve araştırmacı ile olan sözsüz iletişimlerinin, düşünsel süreçlerine ilişkin hareket ve davranışlarına yansıyan hususların da incelenmesine imkân tanımıştır. Üç farklı çalışma grubuna yapılan uygulamalar toplamda bir haftalık süreç içerisinde tamamlanmıştır. Uygulama okul yönetimi tarafından tahsis edilen bir sınıfta, başarı düzeylerine göre gruplanmış ikişer öğrenciye aynı anda gerçekleştirilmiştir. Uygulama süresi her üç gruba da yeterli olacak uzunlukta belirlenmiş, böylece öğrencilerin süre kaygısı yaşamalarının önüne geçilmesi amaçlanmıştır.

3.4. Verilerin Analizi

9. sınıf öğrencilerinde eşitsizlik içeren matematik okuryazarlık sorularına ilişkin bağlamsal öğrenme süreçlerini incelemeyi hedefleyen bu çalışma sırasında toplanan veriler bu amaca uygun olarak analiz edilmeye çalışılmıştır.

Nitel verilerin analizi ile ilgili öne çıkan yaklaşımlar, genel olarak içerik analizi ve betimsel analiz olarak iki ana gruba ayrılmıştır. Bu çalışmada betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır.

İçerik analizine göre daha yüzeysel olan betimsel analizde amaç elde edilen bulguları düzenlenmiş ve yorumlanmış olarak okuyucuya sunmaktır. Araştırmada elde edilen veriler, sistematik ve açık şekilde betimlendikten sonra, yapılan bu betimlemeler yorumlanarak sebep-sonuç ilişkileri ortaya konulur. Böylece birtakım sonuçlara ulaşılır. Elde edilen temaların anlamlandırılması, ilişkilendirilmesi ve ileriye dönük tahminlerde bulunulması açısından araştırmacının yapacağı yorumlar önem taşır (Çepni, 2018).

Betimsel analiz 4 aşamadan meydana gelir;

- 1) **Betimsel Analiz İçin Bir Çerçeve Oluşturma:** Veri analizinin çerçevesi, araştırmanın kavramsal çerçevesinden, sorularından veya mülakat, anket, gözlem vb. boyutlarından yola çıkılarak oluşturulur. Bu çerçeveye göre verilerin hangi temalar altında organize edileceği ve sunulacağı şekillendirilir.
- 2) **Tematik Çerçeveye Göre Verilerin İşlenmesi:** Bu aşamada oluşturulan betimsel analiz çerçevesine göre ulaşılan veriler okunur düzenlenir.
- 3) **Bulguların Tanımlanması:** Bir önceki aşamada organize edilen veriler tanımlanır. Bu tanımlar doğrudan alıntılar yapılarak desteklenir.
- 4) **Bulguların Yorumlanması:** Bu aşamada tanımlanan bulgular açıklanır. Ayrıca eldeki bulguların ilişkilendirilmesi ve anlamlandırılması da bu aşamada yapılır (Çepni, 2018).

Araştırma kapsamında çalışma grubunda yer alan öğrencilerin katılımıyla yapılan uygulama aşaması gerekli izinler alınarak sesli ve görüntülü olarak kaydedilmiştir. Uygulama sonrasında elde edilen bu kayıtlar, uygulamaya katılan öğrencilerin uygulama sorularına verdikleri cevapların yer aldığı kâğıtlar ile birlikte betimsel analiz için oluşturulan çerçevede incelenmiştir. Çalışmada uygulama sırasında öğrenciler arasında geçen diyalogların yazılı hale getirildiği transkriptlere de yer verilmiştir.

Uygulama aşamasında elde edilen veriler, betimsel analizin yukarıda ayrıntılı olarak verilen dört aşaması doğrultusunda sistematik olarak incelenmiş ve betimlemeler ayrıntısıyla açıklanmıştır. Neden-sonuç ilişkileri ortaya konularak ulaşılan sonuçlar analiz edilmiştir.

Tablo 3 *Betimsel Analiz İçin Çerçeve*

Soru	Tanıma Eylemi	Kullanma Eylemi	Oluşturma Eylemi	Pekiştirme Eylemi
1	İkinci sınav notuna bir değişken ataması ‘‘Büyük eşittir’’ eşitsizlik sembolünü fark etmesi	Değişkenlerle gerekli dört işlemi yapabilmesi	Eşitsizlik sembolünü doğru şekilde kullanarak matematiksel ifadeyi yazabilmesi	
2	Bilinmeyen galibiyet, beraberlik ve mağlubiyet sayılarına farklı değişkenler atanması Eşitsizlik aralığını fark etmesi	Değişkenlerle gerekli dört işlemi yapabilmesi	Soruya uygun eşitsizlik durumunu sembolle ifade edebilmesi	
3-a	Oyun alanı ve oyuncakları kullanma sayıları için farklı değişkenler kullanması ‘‘Küçük eşittir’’ eşitsizlik sembolünü fark etmesi	Değişkenler yardımıyla doğru çarpma ve toplama işlemlerini yapabilmesi	Uygun eşitsizlik sembolü kullanarak doğru matematiksel ifadeyi yazabilmesi	
3-b	Denklem ve eşitsizlik kavramlarını hatırlaması	Değişkenler yardımıyla doğru çarpma ve toplama işlemlerini yapabilmesi	Uygun eşitsizlik sembolü kullanarak doğru matematiksel ifadeyi yazabilmesi	
4	Tek sayılık ve üç sayılık atışları temsil eden iki değişken kullanması (x, y gibi) Koordinat sistemi kavramını hatırlaması	Değişkenlerle gerekli aritmetik işlemleri yapabilmesi İki bilinmeyenli denklem grafiğini çizebilmesi	Sorunun çözümüne uygun cebirsel ifadeyi yazabilmesi Denklem grafiği üzerinde eşitsizliğe uygun gösterimi yapabilmesi	Oluşan eşitsizlik bilgisini kullanarak grafiği çizebilmesi

Soru	Tanıma Eylemi	Kullanma Eylemi	Oluşturma Eylemi	Pekiştirme Eylemi
	‘‘Büyük eşittir’’ eşitsizlik sembolünü fark etmesi			

Verilerin analizi sürecinde öğrencilerin uygulama esnasındaki hareket ve davranışları, sorulara verdikleri cevaplarla birlikte bilgi oluşturma süreci bakımından analiz edilmiştir. Bilgi oluşturma sürecinin analizi RBC+C soyutlama modeli referans alınarak gerçekleştirilmiştir.

Uygulama sonucunda elde edilen yazılı ve görsel-işitsel materyaller, uygulama sırasında araştırmacı tarafından yapılan gözlemler ile birlikte sistematik bir şekilde düzenlenmiş ve analiz edilmiştir. Uygulamaya ait yazılı, görsel-işitsel ve gözleme dayalı veriler, RBC+C soyutlama modelinin tanıma (recognizing), kullanma (building with), oluşturma (constructing) ve pekiştirme (consolidation) basamaklarına göre ayrı ayrı ele alınarak değerlendirilmiştir.

Uygulama aşamasında elde edilen bulgular, uzman görüşü eşliğinde farklı açılardan değerlendirmelere tabi tutularak sonuçlara ulaşılmaya çalışılmıştır.

3.5. Verilerin Geçerlik ve Güvenirliği

Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirlilik kavramları nicel araştırmaya göre farklılık göstermektedir. Guba ve Lincoln (1989) nitel araştırmada ‘‘inandırıcılık’’ ile ‘‘iç geçerliği’’, ‘‘aktarılabirlik’’ ile ‘‘dış geçerliği’’, ‘‘güvenirlilik’’ ile ‘‘güvenirliği’’, ‘‘teyit edilebilirlik’’ ile ‘‘tarafsızlığı’’ ifade etmektedir.

Yukarıda çizilen çerçevede alternatifli olarak belirlenen sorular alanında uzman bilim insanları tarafından ayrı ayrı ön değerlendirmeden geçirilmiştir. Uzmanlar tarafından ön değerlendirmede fikir birliğine varılan dört soru seçilmiş ve görüşleri doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Soruların hazırlık sürecinde uzman görüşleri dikkate alınarak araştırmanın geçerlik ve güvenirliliği sağlanmaya çalışılmıştır. Uzmanlar tarafından yapılan ön değerlendirme sırasında özellikle soruların anlaşılabilir olması, bağlamsal olması, RBC+C soyutlama modelinin aşamalarını ortaya çıkarmaya uygun olması kriterleri dikkate alınmıştır.

Uygulama sırasında öğrenciler başarı düzeylerine göre farklı gruplardan seçilmiş, ayrıca çoklu veri toplama araçları kullanılarak araştırmanın derinliği sağlanmaya çalışılmıştır.

Uygulama esnasında elde edilen veriler nitel araştırma yöntemine uygun olarak analiz edilmiştir. Uygulama incelenmiş, geçerlik ve güvenirlilik kriterlerine uygun olarak analiz edilmiştir. Uygulama

sırasında alınan sesli ve görüntülü kayıtlar ve soruların çözümü sırasında öğrenciler tarafından kullanılan dokümanlar alan uzmanları tarafından incelenmiştir.

Nitel araştırmalarda verilerin geçerliğinin sağlanması için birden çok veri toplama tekniği kullanılmıştır. Böylece bir veri toplama aracında eksik kalan kısım diğerleri ile tamamlanmaya çalışılmıştır. Birden fazla veri toplama aracının bir arada kullanılmasına ‘veri çeşitlemesi’ denir. Veri çeşitlemesi ile araştırmanın geçerlik ve güvenirliği artırılır. Çalışmada ne kadar çok teknik kullanılmışsa araştırma o derece mükemmel olur (Yin, 1994).



DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

BULGULAR ve YORUM

Bu bölümde uygulama sırasında araştırmacı ile çalışma grubunda yer alan öğrenciler arasında geçen diyaloglar ile uygulamaya ilişkin bulgu ve değerlendirmelere yer verilmiştir. Uygulama aşaması için arşivden öğrencilerin ilköğretim not ortalamaları, ortaöğretimde 1. ortak matematik sınav puanları ve ders öğretmenlerinin görüşleri gibi kriterlere göre düşük, orta ve yüksek başarı düzeyine sahip olmak üzere üç gruba ayrılmıştır. Uygulama okul yönetimi tarafından tahsis edilen bir sınıfta, başarı düzeylerine göre gruplanmış ikişer öğrenciye aynı anda gerçekleştirilmiştir. Uygulama süresi her üç gruba da yeterli olacak uzunlukta belirlenmiş, böylece öğrencilerin süre kaygısı yaşamalarının önüne geçilmesi amaçlanmıştır. Uygulama sırasında geçen diyaloglarda Araştırmacı “A” ile öğrenciler ise, kendileri için belirlenen isimlerin baş harfleri ile kodlanmıştır. Gamze isimli öğrencinin ilköğretimini yurt dışında tamamlamış olması ve Türkçe ifadeleri anlamada sorun yaşaması ihtimaline istinaden zaman zaman araştırmacı tarafından soru metnine ilişkin açıklamalar yapılmıştır.

4.1. Birinci Soruya Ait Bulgu ve Yorumlar

SORU-1: Nisa’nın Matematik dersinin ders notu dönem içerisinde girdiği 2 sınava göre belirlenmektedir. Dersi geçebilmesi için sınavların ortalamasının 50 veya daha fazla olması gerekmektedir.

Nisa ilk sınavından 37 aldığına göre dersi geçebilmesi için 2. sınavından en az kaç alması gerekir?



Not: Görsel www.freepik.com sitesinden alınmıştır.

4.1.1. Berna ve Ceren İsimli Öğrencilere Ait Bulgular

Berna ve Ceren matematik ders başarısı düşük olan öğrenciler olup aşağıdaki diyaloglarda Araştırmacı “A”, Berna “B” ve Ceren “C” harfi ile kodlanmıştır.

Ceren adlı öğrenci soruyu sesli okumuştur. Hızlı bir şekilde soru hakkında fikirlerini söylemeye başlamışlardır.

1. C: İki sınav için 100’e tamamlamamız lazım ikisini.

2. B: Tamam o zaman 100'den 37'yi çıkarmamız gerekmiyor mu?
3. C: Evet.
4. B: Tamam yapalım.
5. C: 63.

Şekil 11

Berna ve Ceren'in 1. Soruda Denklem Kurmadan Yaptıkları Hesaplama

$$\begin{array}{r} 100 \\ -37 \\ \hline 63 \end{array}$$

B ve C'nin 1. Soruda Denklem Kurmadan Yaptıkları Hesaplama

6. A: Cevabınız doğru. Peki, sizden şunu istesem, nasıl bir denklem kurardınız bu soru için?
7. C: İlk önce ikinci sınav notu bilmediğimiz için x derdik... Artı 37 derdim ben... Bölü 2...
8. A: Ne olması lazım bunun?
9. C: 100 olması lazım.
10. A: Neden 100?
11. B: Geçmesi için.
12. A: Sınavı geçmesi için ne olması lazım?
13. B: 50 olması lazım.
14. A: En az 50'yi nasıl söyleriz?
15. B: Küçüktür mü?
16. C: 50'den büyük olması için büyüktür işareti.
17. A: Büyüktür 50 mi olması lazım? Peki, eşit olabilir mi 50'ye?
18. B: Olur.
19. A: Onu nasıl gösterebiliriz?
20. C: Nasıldı?

Bu aşamada öğrencilerin bir müddet duraksadıkları ve düşündükleri büyük eşit/küçük eşit sembollerini hatırlamakta güçlük çektikleri bir süre sonra hatırladıkları görülmüştür.

21. A: Hangi semboller vardı? Altında çizgi olan neydi?
22. C: Haa. Eşit ya da büyük olacak.
23. A: Siz neden 100 yazdınız? (Öğrencilerin kâğıda büyük eşit 100 şeklinde not aldıklarının görülmesi üzerine.)

24. B: Çünkü 50 veya 50'nin üstünde olması gerekiyor geçmemiz için. En az kaç alması gerekir diyor.
25. C: En az dediğine göre 50'den fazla...
26. B: En az dediği için toplamaları 100 olmalı...

Şekil 12

Berna ve Ceren'in 1. Soruda Oluşturdukları Eşitsizlik Denklemleri

$$x + 37 \div 2 \geq 50$$

$$37 \div 2 = 18.5$$

$$18.5 > 50$$

Matematik dersindeki başarı düzeyleri düşük öğrenciler arasından seçilen Berna ve Ceren'in bu soruda; soru ile gerçek hayatlarındaki ders geçme durumları arasında bağlantı kurmakta zorlanmadıkları, sorunun kolayca ilgilerini çektiği ve soruya odaklanabildikleri görülmüştür. Yine bunun üzerinden ilk sınav notu 37 olan öğrencinin geçmesi için gereken en düşük sınav notunun 63 olduğunu da kolayca hesapladıkları görülmüştür.

Ancak yapmış oldukları bu hesaplamayı matematiksel olarak ifade etme konusunda zorlandıkları gözlemlenmiştir. Sorunun çözümü için gerekli eşitsizlik kavramına ilişkin matematiksel bilgiyi ve matematiksel kavramları tanıdıkları, 7.C'de görüldüğü üzere bilinmeyen sınav notuna "x" değişkenini atadıkları, ancak nasıl kullanacaklarını fark etmekte zorlandıkları, eşitsizlik denklemini oluşturmada eksiklikleri olduğu görülmüştür.

Yine öğrencilerin konuşmalarından küçüktür ve büyüktür sembollerini bildikleri ve kolayca hatırladıkları, ancak büyük eşit ve küçük eşit sembollerini bilmelerine rağmen hatırlamakta güçlük çektikleri anlaşılmaktadır.

Gözlemlenebilir davranışlarından hareketle RBC+C soyutlama modelinin tanıma (recognizing) aşamasının bir müddet gecikme ile gerçekleştiği söylenebilir.

RBC+C soyutlama modelinde önceden oluşturulan matematiksel bilgilerin kullanılması sonucu bir problemi anlaması, açıklaması olarak ifade edilen kullanma (building with) basamağının biraz uğraş sonucunda gerçekleştiği görülmüştür.

Değişkenleri kullanarak denklemi yazma hususunda kendilerinden emin hareket edemedikleri, mantığını zihinlerinde oluşturmalarına rağmen kâğıda dökerken zorlandıkları gözlemlenmiştir.

Öğrencilerin RBC+C soyutlama modelinin tanıma ve kullanma basamaklarındaki eksiklikleri nedeniyle oluşturma (constructing) basamağının gerçekleşmediği anlaşılmıştır. Pekiştirme (consolidation) basamağının bu soru bakımından gözlemlenmesinin mümkün olmadığı değerlendirilmiştir.

4.1.2. Duygu ve Ebru İsimli Öğrencilere Ait Bulgular

Duygu ve Ebru matematik ders başarısı orta düzeyde olan öğrenciler olup aşağıdaki diyaloglarda Araştırmacı “A”, Duygu “D” ve Ebru “E” harfi ile kodlanmıştır.

Öğrencilerden soruyu okumaları istenmiş, soru okunduktan sonra aşağıdaki diyaloglar gerçekleşmiştir.

1. D: Bak 50 alması için ya 50 ya da 50’nin daha üstü alacak.
2. E: 50’nin altı olmaz.
3. D: Küçük eşittir olacak. (Burada düşündüğünü kâğıda not alır)
4. D: Büyük eşittir, yok hayır küçük eşittir. İlk sınavdan 37 almış. Bak 37 ya 50’ye eşit olacak ya da 50’den büyük olacak. O yüzden 37 büyük eşit olacak. Öyle yazalım, sileyim. (İlk başta aldığı notları siler.)
5. E: Şey... Deneme yanılma ile bulsak...
6. D: Bak 37, dersi geçebilmesi için 50 olması için ya aynı olacak ya da fazla. Ya eşit ya da büyük yani.

Şekil 13

Duygu’nun Sözel İfadesi İçin Kullandığı Matematiksel Gösterim

$$37 \geq 50$$

7. E: 100 alsa, 137, 50...
8. D: Büyük eşittir 50 (Sildiği denklem yerine yeniden denklem kurar.) Kaç alması gerekir? (Bir müddet düşünür.)
9. E: Dersin ortalamasının 50 ve üzeri olması gerekiyor.
10. D: Aynen.
11. E: 50’nin altı olmaz. (Düşündüklerini kâğıda not alır.) Bence biz bunu deneme yanılma ile bulalım. (Gülüşürler.)
12. D: Tamam.

Öğrencilerin soru ile gerçek hayat durumu arasında bağlantı kurmakta güçlük çekmedikleri görülür. Kendi günlük hayatlarında sıkça karşılaştıkları sınavına girilen dersi

geçmek için gereken notu hesaplama durumu her iki öğrencinin de derste öğrendikleri matematiğe ilişkin bilgiyi kullanma konusundaki motivasyonunu artırmış, soruya olan ilgilerini artırarak odaklanmalarını kolaylaştırmıştır.

13. E: 50 alsa, 87 olur, o da o zaman 44.5 gibi bir şey yapar. Demek 50'den fazla alması gerekiyor.
14. D: İkisini... Ortalamasını bulmak için ikisini toplayıp ikiye geri mi bölecez. (Araştırmacıya sorar.)
15. A: Aynen. Siz normalde nasıl kendi notlarınızı hesaplıyorsanız aynı mantıkla. 50 geçme notu, iki notunun toplamı 50'nin üstünde olacak.
16. D: Yani $37 + x$ (Not alır). İkinci sınavı bilinmiyor yani x verecez. $37 + x$ büyük eşit olmalı 50'ye.
17. A: İkisini toplamamız yeterli mi sadece. Yoksa...
18. D: Hayır. Bölü 2...
19. E: 50'den de büyük alması gerek.
20. D: Peki... Büyük eşit 50. Şimdi bunu kurduk.

Şekil 14

Duygu ve Ebru'nun 1. Soru İçin Oluşturduğu Eşitsizlik Denklemi

$$\frac{37 + x}{2} \geq \frac{50}{1}$$

21. E: 60 alsa, 97... 47.5 yapıyor 60 alsa.
22. D: Tekrar okuyalım. (Burada her iki öğrenci de soruyu tekrar okurlar. Bir müddet düşünürler.)
23. E: Bence 63 alsa çıkarız biz bu işin içinden. (Gülüşürler.) Zaten 63 alsa... 37, 100 yapar, tam 50 düşer. 63 alması gerekiyor. Deneme yanılmayla bulduk işte.
24. D: Bak... Denklem gibi düşünelim.
25. E: Bak... 63 alsa, $60 + 30 = 90$, 97, 100. Tam 50 düşüyor, dersin...
26. D: Ama 63 en küçük. Sen onu kendi kafana göre buldun yani...
27. E: Tamam burada da geçebilmesi için ikinci sınavdan en az kaç alması gerekir? Dersi geçebilmesi için 50'nin üzeri olması gerekiyor. İkinci sınavdan en az kaç alırsa dersi geçebilir? 63 alsa...
28. D: Tamam buraya yazdık. Bu ya 50'ye eşit olacak ya da 50'den büyük olacak, dersi geçebilmesi için.
29. E: Tamam. 63 oluyor işte.

30. D: Ama öyle bulamayız. Çözümünü yapmamız gerekir.
31. E: Ama bulduk işte.
32. D: 37'yi karşıya atsak eksi olarak. 13 kalıyor...
33. A: Şimdi bence gösterimde bir hatan olduğu için yanlış işlemde başlıyorsun.
34. E: Ama 63 demi cevap?
35. A: Böyle göstermek yerine altına bölü 2, kesir olarak yazarsan, daha doğru işlem yapabilirsin.
36. D: Ha... Ama her iki tarafı nasıl bölecez öyle?
37. A: İçler dışlar gibi düşün.
38. D: Ha.. 1 verecez... Tamam, o zaman öyle yapalım. Bunu söyleyim...
39. E: Ben ortaokulda matematik öğretmenimle çok tartıştım.
40. A: Denediğin için mi?
41. E: O şey yap diyordu, denklem kur diyordu, ben kafadan yapıyordum. Ama her türlü soruyu da yapabiliyordum kafadan.
42. A: Sen şu an toplamlarının 100 olması gerektiğini buldun... Ortalamanın 50 olması için toplam iki sınavın 100 olması lazım değil mi?
43. E: Dersten geçmesi için en az 50 olması gerekiyor. 63 alsa... 50-50. Tam ucu ucuna geçiyor. (Bu sırada D kâğıt üzerinde işlem yapmaya devam eder.)
- Bu aşamaya kadar, 4.D'den de anlaşılacağı üzere öğrencilerin eşitsizlik kavramını temel olarak tanıdıkları, denklemi doğru şekilde kurabildikleri gözlemlenmiştir. Ancak denklemin çözümü noktasında tıkanmışlardır. Denklemi çözme konusunda yaşadıkları zorluğun ilerlemelerini yavaşlattığı fark edilmektedir. Buna rağmen daha önce edinmiş olduğu eşitsizlik kavramına ilişkin matematiksel bilgiyi ve matematiksel kavramları karşılaştıkları bu yeni problem durumunda fark ettikleri, dolayısıyla RBC+C soyutlama modelinin tanıma (recognizing) aşamasının temelde gerçekleştiği söylenebilir.
44. A: Tamam aslında burada yaptığınız şey, o bölü 2'yi karşıya atıp, 50 idi, oranın 100 olması. Yani o iki notu topladığınız zaman 100 etmesi lazım ki 2'ye böldüğümüzde 50 etsin.
45. D: Him... Ama çözümünü yazmamız gerekiyor.
46. A: Şart değil. Sen nasıl yapabiliyorsan. Yani de ki ben 37 ile neyi toplarsam 100 olur.
47. E: 63 işte.
48. D: Ama bulduk ama çözümünü yapmamız gerekiyor.
49. A: Yapmadın değil. Bu yoldan çözdün...

Bu aşamaya kadar RBC+C soyutlama modelinde önceden oluşturulan matematiksel bilgilerin kullanılması sonucu bir problemi anlaması, açıklaması olarak ifade edilen kullanma (building with) basamağının öğrenciler tarafından temelde gerçekleştirildiği ifade edilebilir.

50. D: Bitti mi yani?

51. A: Şey yapabilirsin. $37 + x = 100$ etmeli. Değil mi?

52. D: Evet.

53. A: Buradan hadi işte çözümü getir.

54. D: Ha mesela bu bunla çarpınca mesela... $50 \cdot 2 = 100$ yapıyor ya... Tamam, bunu karşıya atarız. $x = 63$ buluruz.

55. E: 37 ile toplamamız gerekiyor.

56. D: Tamam ilk soruyu bulduk.

Şekil 15

Duygu ve Ebru'nun 1. Soruda Oluşturdukları Eşitsizlik Denklemine İlişkin Çözümleri

$$\begin{array}{l} \frac{37+x}{2} = 50 \\ \frac{37+x}{2} > 50 \\ 50 \times 2 = 100 \\ \underline{- 37} \\ 63 \end{array}$$

Öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliğin çözümünü hatırladıkları ancak çözüm kümesini yazmada sorun yaşadıkları gözlemlenmiştir. Ayrıca denklem kurmaya ilişkin sahip oldukları bilgiyi uygulamaya dökme konusunda zorlandıkları görülmüştür.

Öğrencilerin bu soruda eşitsizlik sembolünü doğru şekilde kullanarak matematiksel ifadeyi yazabildikleri görüldüğü (Şekil 14) için RBC+C soyutlama modelinin oluşturma (constructing) aşamasının gerçekleştiği söylenebilir.

Duygu adlı öğrenci problemi denklem kurma yoluyla çözmeye çalışırken, Ebru adlı öğrencinin derste öğrendikleri teorik bilgiyi kullanmak yerine deneme-yanılma yolunu tercih ettiği görülmüştür. Eşitsizlik denklemini kurarken “büyük eşit” sembolünü kullanmaları gerektiğini hızlı bir şekilde fark etmişlerdir. Ayrıca bilinmeyen nota “x” diyerek denklem yazmaya ilk adımı attılar. Öğrencilerin eşitsizliklere ilişkin temel kavramları hatırlamakla beraber, bu kavramların zihinlerinde pekişmemiş olduğu değerlendirilmiştir. Zira soyutlama

yoluyla zihinde oluşturulan yapılar kırılmalıdır ve soyutlanmış sayılabilmeleri için zihinde kalıcılıklarının sağlanmış olması gerekmektedir. Her iki öğrencinin de müfredat kapsamında eşitsizlik kavramına ilişkin matematiksel bilgiyi soyutlama yoluyla zihinlerinde oluşturdukları ancak bu bilginin kalıcı hale gelmediği yorumu yapılmıştır. Kalıcılığın sağlanmasının yolunun da pekiştirmeden geçtiği kabul edilmektedir.

4.1.3. Fatma ve Gamze İsimli Öğrencilere Ait Bulgular

Fatma ve Gamze matematik ders başarısı yüksek olan öğrenciler olup aşağıdaki diyaloglarda Araştırmacı “A”, Fatma “F” ve Gamze “G” harfi ile kodlanmıştır.

1. A: Okuyun soruyu arkadaşlar. (Öğrenciler soruyu sessizce okumayı tercih etmiştir.)
2. F: Yani buna eşit ya da büyük olmalı.
3. G: Şey... Böyle... Çarpı 2... Bunu geçmek için. Eşittir 50 çarpı 2...
4. G: $37 + x = 100$.
5. G: $x = 100 - 37$.
6. G: $x = 63$. O zaman en az 63.
7. F: 63 ile 37'yi toplayıp 2'ye bölünce 50 oluyor.
8. A: Tamam

Şekil 16

Fatma ve Gamze'nin 1. Soruya İlişkin Çözümü

$$\begin{aligned} \frac{37+x}{2} &\geq 50 \\ \frac{37+x}{2} &= 50 \quad | \cdot 2 \\ 37+x &= 50 \cdot 2 \\ 37+x &= 100 \\ x &= 100 - 37 \\ x &= 63 // \end{aligned}$$

Okuldaki başarılı öğrenciler arasından seçilen Fatma ve Gamze'nin bu soruda zorlanmadıkları, soruda verilen gerçek hayat durumunu kolayca kavradıkları, gündelik hayatlarından aşına oldukları bu duruma ilişkin problem ile karşılaştıklarında eşitsizlik kavramına ilişkin matematiksel bilgiyi ve matematiksel kavramları nasıl kullanacaklarını hemen fark ettikleri, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin çözümünü hatırladıkları

2.F'deki ifadeden anlaşılmaktadır. Dolayısıyla RBC+C soyutlama modelinin tanıma (recognizing) aşamasının sorunsuz şekilde gerçekleştiği söylenebilir.

Yine denklem kurmaya ilişkin sahip oldukları teorik matematiksel bilgiyi bu soruda uygulamaya dökme konusunda zorlanmadıkları görülmüştür.

RBC+C soyutlama modelinde önceden oluşturulan matematiksel bilgilerin kullanılması sonucu bir problemi anlaması, açıklaması olarak ifade edilen kullanma (building with) basamağının öğrenciler tarafından sorunsuz şekilde gerçekleştirildiğinin gözlemlendiği söylenebilir.

RBC+C soyutlama modelinin, oluşturma (constructing) aşamasının da eşitsizliğe ilişkin temel kavramlara hâkim olduklarının (Şekil 16) gözlemlenmesi nedeniyle sorunsuz olarak gerçekleşmiştir.

Soruyu kısa sürede anlamaları, sorunun eşitsizlik denklemi ile çözülebileceğini hemen hatırlamaları, eşitsizlik denklemini kısa sürede ve doğru şekilde kurmaları ve kurdukları denklem üzerinden işlemleri yapabilmeleri nedeniyle eşitsizlik denklemlerine ilişkin zihinsel soyutlama sürecinin tanıma, kullanma ve oluşturma aşamalarının yapılan uygulama sırasında gözlemlenebildiği söylenebilir.

4.2. İkinci Soruya Ait Bulgu ve Yorumlar

SORU-2: Bir ilçede liseler arası hentbol turnuvası organize edilmektedir. Turnuva kapsamında galibiyete 3, beraberliğe 2 ve mağlubiyete 1 puan verilmektedir. Lig sonunda ilk 5 sırada yer alan okulların galibiyet, beraberlik ve mağlubiyet sayıları aşağıdaki tabloda verilmiştir. Ligde yer alan her takımın en az 1'er tane mağlubiyet ve beraberlikleri olduğu bilindiğine göre sıralamanın aşağıdaki şekilde olabilmesi için Yeşilyayla MTAL'in aldığı galibiyet sayısı en fazla kaç olabilir?

Sıra	Okul	Galibiyet	Beraberlik	Mağlubiyet
1	Atatürk Anadolu Lisesi	16	2	2
2	Yunus Emre Fen Lisesi	14	4	2
3	Yeşilyayla MTAL			
4	Nasrettin Hoca Sosyal Bilimler Lisesi	10	4	6
5	Alparslan Fen Lisesi	8	4	8



Not: Görsel www.freepik.com sitesinden alınmıştır.

4.2.1. Berna ve Ceren İsimli Öğrencilere Ait Bulgular

Berna ve Ceren matematik ders başarısı düşük olan öğrenciler olup aşağıdaki diyaloglarda Araştırmacı “A”, Berna “B” ve Ceren “C” harfi ile kodlanmıştır.

Öğrencilerden soruyu okumaları istenmiş, soru okunduktan sonra aşağıdaki diyaloglar gerçekleşmiştir.

1. B: Şimdi şuna dikkat edelim, ligde yer alan her takımın en az birer mağlubiyeti varmış, hepsi bir tane mağlubiyet almış. Yani mağlubiyeti 1 olmak zorunda...
2. C: En fazla kaç olabilir diyor.
3. B: Şey şunları toptasak bir en başta, hepsi aynı çıkıyor çünkü.
4. C: 20 burası...
5. B: Burası da 20...
6. C: Demek ki hepsi 20
7. A: Neden hepsi 20?
8. B: Çünkü bir tur oynadıkları için, hepsi eşit sayıda.

Bu aşamada öğrencilerin konuşmalarından turnuvaya katılan tüm takımların eşit sayıda maç yapmaları gerektiğine ilişkin detayı kendiliğinden sorunun en başında fark edebildikleri görülmüştür.

Soruya ilişkin matematiksel ifadeleri kâğıda yazdıkları, mağlubiyet ve beraberlik sayılarını “birden büyük eşit” şeklinde, doğru şekilde matematiksel ifade haline getirebildikleri gözlemlenmiştir.

9. B: Şimdi bu 1 ise diğerini 19 bulmamız lazım.
10. C: Neden?
11. B: Çünkü en az bir mağlubiyeti var.
12. A: Peki sadece mağlubiyet mi diyor?

Bu aşamada öğrencilerin sorunun içinde yer alan her takımın en az bir mağlubiyet ve en az bir beraberliği olma detayından, en az bir beraberliği olma kısmını gözden kaçırdıkları fark edilmiştir.

13. B: Hayır beraberliği de var.
 14. C: Her takımın...
 15. B: Bizi Yeşilyayla ilgilendiriyor ama...
 16. A: En az 1 ne demek?
 17. B: 1 tane veya 1 taneden fazla.
 18. C: En az diyor, 1 tane.
 19. B: Hayır. 1 veya 1'den fazla. En az 1 ise 1'den fazla da olabilir.
 20. C: Haa, doğru. Ben de daha farklı anladım.

Bu aşamada öğrencilerin bir müddet duraksadıkları ve tabloyu inceledikleri gözlemlenmiştir.

21. C: Burası da 18 oluyor o zaman.
 22. B: 18 mi diyelim?

Öğrencilerin bu aşamada tereddütte kaldıkları, soruyu yeniden okudukları ve bir müddet düşündükleri gözlemlenmiştir.

23. C: En az diyor ama...

Öğrencilerin kafalarının karıştığı gözlemlenmiş, yeniden tabloyu inceledikleri görülmüştür.

Şekil 17

Berna ve Ceren'in 2. Soruda Tablo Üzerinde Yaptığı Hesaplamalar Ve Aldıkları Notlar

Sıra	Okul	Galibiyet	Beraberlik	Mağlubiyet	
56 52 59	1 Atatürk Anadolu Lisesi	16	2	2	20
	2 Yunus Emre Fen Lisesi	14	4	2	20
	3 Yeşilyayla MTAL	15	4	4	20
44	4 Nasrettin Hoca Sosyal Bilimler Lisesi	10	4	6	20
60	5 Alparslan Fen Lisesi	8	4	8	20

24. A: 18 diyelim dedin ya neden vazgeçtin?
 25. C: Çünkü hocam en az diyor.
 26. B: En az dediği için. Bu 1 olamayabilir, 1'den fazla da olabilir.
 27. C: Evet.
 28. B: Veya beraberlik 1'den fazla da olabilir.
 29. A: Galibiyet sayısı da en çok kaç olabilir diyor...

30. C: 18 diyelim o zaman.

31. A: Bitti mi?

32. B: Evet. Evet evet. 18 olmuyor mu? İkisine de en az, 1 versek 18 oluyor.

33. A: Hata yaptığınız bir şey var. Takımlar neye göre sıralanıyor? Birinci olan takım neden birinci oluyor?

34. B: Galibiyeti fazla olduğu için.

35. A: Sadece galibiyete mi bakıyoruz?

36. C: En yüksek puanı alan oluyor.

37. A: Hiç puan hesaplamadınız.

38. B: Ama hesapladık ya burada 20...

34.B'deki ifadeden öğrencilerin turnuva sırasında takım sıralamasının puana göre yapıldığı detayını gözden kaçırdıkları, herhangi bir puan hesaplaması yapmadan galibiyet sayısı üzerinden sonuca ulaşmaya çalıştıkları fark edilmiştir.

39. C: Dur dur... Galibiyet 3...

40. B: Galibiyete 3 puan veriliyormuş, beraberliğe 2 puan, mağlubiyete 1 veriliyormuş.

41. C: Ne kadar varsa...

42. B: Şöyle yapacağız. 18 galibiyet var. 18 çarpı 3?

43. C: 54.

44. B: Beraberliğe de 2 puan veriliyor, 1 beraberliğimiz var, 2, $54 + 2 = 56$ eder.

Mağlubiyete de 1 puan veriliyormuş, 57 oldu. Bunları hesaplayalım bir de...

Öğrencilerin burada turnuvaya katılan takımların puanlarını hesaplamaya çalıştıkları ve tabloya not ettikleri görülmüştür. Yaptıkları hesaplamaların ardından;

45. B: Şimdi en yüksek Yeşilyayla. 57 puanı var.

46. A: Orada bize sıralamayı vermiş ama. Turnuva bitmiş, sıralama bu şekilde. Ama sen Yeşilyayla'yı birinci yaptın.

47. C: Aaa. Yanlış mı hesapladık

48. A: Nesi yanlış sizce?

Öğrenciler bu aşamada duraksar ve yeniden önlerindeki tabloyu incelemeye başlarlar. Öğrencilerin bu sorunun çözümünde henüz eşitsizlik denkleminin hangi aralıkta olması gerektiğini fark edemedikleri, soruyla eşitsizlik konusuna ilişkin matematiksel bilgileri arasındaki bağlantıyı kuramadıkları görülmüştür. Bu nedenle RBC+C soyutlama modelinin tanıma (recognizing) aşamasının başlangıçta gerçekleşmediği fark edilmiştir.

49. A: Birinci ve ikinci okulun puanı belli, Yeşilyayla da üçüncü olduğuna göre puanı kaç olabilir?

50. C: Aa, bunun 57 olması imkânsız.
51. A: Kaç olabilir? En çok?
52. C: En fazla 51 olabilir. En az da 45 olabilir.
53. A: Bunu nasıl gösterirsiniz matematiksel olarak?
54. B: 52'den küçük olacak ve 44'den büyük olacak.

Şekil 18

Berna ve Ceren'in 2. Soruda Puan Aralığını Sembollerle İfade Etmesi

52 <
44 >

55. A: Bu ikisini nasıl birleştirebiliriz?
56. B: Diğerinde göstermiştik ya...

Bu aşamada 52.C ifadesinden öğrencilerin hesaplamaya çalıştıkları sayının bir aralıkta olması gerektiğini fark ettikleri ve tanıma eyleminin gerçekleştiği söylenebilir. Ancak eşitsizlik denklemini oluşturmada sorun yaşadıkları, sözel olarak ifade edebildikleri bilgileri matematiksel olarak ifade etmede zorlandıkları görülmüştür. Ayrıca davranışlarından tereddütlü oldukları ve kafalarının karıştığı anlaşılmıştır.

57. A: Şimdi bir şeyin iki sayı arasında olduğunu göstermek için ortaya yazarsız, bir tarafa bir sayıyı, öbür tarafa öteki sayıyı yazarsın. Aralarına uygun sembolleri de koyarsanız...

Öğrencilerin bu sırada kendi aralarında eşitsizlik denkleminde kullanacakları sembolün hangisi olacağına dair konuştukları görülmüştür.

58. A: Sembolünüz de bir hata olabilir mi?
59. B: (Bir müddet düşündükten sonra.) 52 büyüktür x 'ten, x 'te büyüktür 44'ten...

Şekil 19

Berna ve Ceren'in 2. Sorudaki Hatalı Eşitsizlik Denklemi

52 > x < 44

60. A: x arasına yazılır, yani sağa sola yazılmaz.

Bu sırada B hatalı olarak her iki tarafa da x yazdığı ifadenin doğrusunu kâğıda yazar. Her iki öğrencinin de eşitsizlik konusuna ilişkin geçmiş teorik bilgilerinin bulunduğu, ancak buna ilişkin sembollerin tanınması ve doğru şekilde kullanılması bakımından da eksiklerinin olduğu fark edilmiştir.

Şekil 20

Berna ve Ceren'in 2. Sorudaki Diğer Hatalı Eşitsizlik Denklemleri

52 ROKU
52 < 44
 $x < 52 > 44$
52 x 44

61. A: x 'in puanı 44'ten küçük mü alacak?
 62. B: Evet... Hayır, 44'ten büyük olacak. (Düzeltilir.)
 63. A: Okuyun bakalım yazdığınız şey mantıklı mı?
 64. B: 52 büyüktür x 'ten, x büyüktür 44'ten.
 65. A: Peki altlarında eşittir var mı yok mu sizce?
 66. C: Yok.
 67. B: Yok. 52 olsa berabere olacak...

Şekil 21

Berna ve Ceren'in 2. Soruda Son Kurdukları Eşitsizlik Denklemi

52 > x > 44

68. A: O zaman bu aralıkta bir değer elde etmemiz lazım. Galibiyet sayısına en fazla kaç verebilirsiniz?
 69. B: Hepsini yapmamıza gerek yokmuş aslında, şunla şunu yapsaydık yeterdi... (2. ve 4. sıradaki okulları göstererek.)
 70. A: Evet olabilir.
 Bu sırada Berna belirledikleri aralıkta yer alan puanları not alır.
 71. B: 51 hocam. Galibiyetin en fazla olması için 51 verebiliriz.
 72. A: Puanı en fazla 51 olabilir
 73. C: Galibiyet diyor ama... (Bu sırada Ceren ihtimalleri kafasından hesaplamaya çalışır.)

Bu aşamaya kadar RBC+C soyutlama modelinde önceden oluşturulan matematiksel bilgilerin kullanılması sonucu bir problemi anlaması, açıklaması olarak ifade edilen kullanma (building with) basamağının öğrenciler tarafından başarılı bir şekilde gerçekleştirildiğini

söylemek güçtür. Eşitsizlik denkleminin oluşturulması sırasındaki gözlemlenebilir davranışlarından öğrencilerin soru çözümü sırasında doğru matematiksel ifadeleri kullanmada sıkıntılar yaşadığı görülmüştür. Yeni bilginin üretilmesinde yapılması beklenen ilişkilendirme noktasında öğrencilerin tıkanıldığı, araştırmacının ipuçları ile harekete geçtikleri ve kullanma aşamasını gerçekleştirdikleri söylenebilir.

74. C: 16.

75. B: Hayır 16 olamaz, bak...

76. C: Neden 16 olamaz?

77. B: Çünkü 52 olamaz...

78. C: Galibiyeti diyor puan demiyor.

79. B: Ha... Tamam hesaplayalım.

80. A: İsterseniz denediklerinizi şuraya yazın, 18-1-1 dediniz... Başka?

81. C: Bu olmadı, 57 geldi. 16 olabilir.

82. B: Ama birincinin galibiyeti 16, ikincinin 14...

83. C: Ama beraberlik de de düşmüyor ki...

84. B: 16-1-1 verelim.

85. C: Ama toplam 20 olmuyor. 18 oldu.

86. B: 16-2-2 bölüştürsek tamam.

87. A: Puanı kontrol edin.

88. C: Toplam 54 etti, yani diğerini geçti.

Şekil 22

Berna ve Ceren'in 2. Sorudaki Puan Hesaplamaları-1

$$\begin{array}{r} 16 \\ 10 \\ 10 \\ \hline 36 \\ + 18 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 10 \\ 10 \\ \hline 30 \\ + 24 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 10 \\ 10 \\ \hline 30 \\ + 24 \\ \hline 54 \end{array}$$

Öğrenciler ayrı ayrı olarak durumları hesaplamaya çalışır. Öğrencilerin muhtemel puan hesaplamaları sırasında sistemli ve analitik olarak ilerlemedikleri, dikkatlerini bu konuya odaklamadıkları değerlendirilmiştir.

89. A: Galibiyet sayısını birdenbire düşürmeyin bence. Aradaki değerleri atlamış olabilirsiniz.
90. B: 15-2-2 olsa 49. 15 oluyor. Aaa toplam sayı tutmadı ki.
91. C: 15-1-4 verdim. Maç sayısı 20 oldu. Puan da 51 oldu.
92. A: Tamam bir sıkıntı var mı?
93. C: Hayır.

Şekil 23

Berna ve Ceren'in 2. Sorudaki Puan Hesaplamaları-2

Handwritten calculations for the problem:

$$18 + 1 + 1 = 20 \Rightarrow 57$$

$$3 \times 16 = 48 + 2 + 1 = 51$$

$$48 + 4 + 2 = 54$$

$$16 \times 3 = 48 + 2 + 1 = 51$$

$$48 + 2 + 4 = 54$$

$$15 \times 3 = 45 + 2 + 4 = 51$$

$$15 + 2 + 3 = 20$$

$$45 + 2 + 4 = 51$$

$$16 \times 3 = 48 + 2 + 1 = 51$$

$$48 + 4 + 2 = 54$$

$$15 + 2 + 3 = 20$$

$$45 + 2 + 4 = 51$$

Bu soruda öğrencilerin RBC+C soyutlama modelinin tanıma ve kullanma basamaklarında problem yaşadığı ancak sonucunda iki basamağı da gerçekleştirdiği; bu aşamalarındaki eksiklikler sebebiyle oluşturma (constructing) aşamasını sağlıklı bir şekilde gerçekleştiremediği görülmüştür.

Her iki öğrencinin de müfredat kapsamında eşitsizlik kavramına ilişkin matematiksel bilgiyi bu soruda kullanmaları gerektiğini ve ne şekilde kullanacaklarını hatırlamada ve ayrıca eşitsizlik denklemini oluşturmada güçlük çektikleri görülmüştür.

4.2.2. Duygu ve Ebru İsimli Öğrencilere Ait Bulgular

Duygu ve Ebru matematik ders başarısı orta düzeyde olan öğrenciler olup aşağıdaki diyaloglarda Araştırmacı “A”, Duygu “D” ve Ebru “E” harfi ile kodlanmıştır.

1. D: Sesli mi okuyalım soruyu?
2. A: Fark etmez. Nasıl daha güzel kavırıyorsanız. (Duygu adlı öğrenci soruyu sesli okumuştur.)
3. E: Turnuva kapsamında galibiyet... beraberlik... Dur şunları bir not alayım. Kalem yazmıyor...
4. D: Sen yazma ben okuyamıyorum.
5. E: Ya okunuyor işte ya. Galibiyet 3.
6. D: +3 yaz.
7. E: Beraberlik 2.
8. D: *G, B* falan yazabiliriz.
9. E: Mağlubiyet 1.
10. D: Galibiyet, beraberlik ve mağlubiyet sayıları aşağıdaki tabloda verilmiştir. (Soruyu okumaya devam eder. E de soruyu okumaktadır.)
11. E: Ligde yer alan her takımın en az birer tane mağlubiyet ve beraberliklerinin olduğu biliniyor. (Bu kısmı sesli olarak vurgular.)
12. D: Bak Yeşilyayla illa +1 bunlardan alacak. (+1'leri kâğıda not alır.)
13. E: Evet. Çünkü en az birer tane mağlubiyet ve beraberlik almış dedi. Beraberlik 2 puan. Beraberlik aldıysa en az birer tane... Ama en az birer tane. Daha fazla da olabilir.
14. D: Ha. Bak mağlubiyeti de...
15. E: Mağlubiyet de en az birer tane... 1... Ama bunlardan fazla da olabilir.
16. D: Ama hayır bak...
17. E: En az birer tane diyor.
18. D: Bir tane mağlubiyetse 2 puan alıyor. 1 değil. Yani bir kere yapmış olabilir ama 2 puan alıyor.
19. E: Yani daha fazlaysa daha fazla puan alıyor. 2 yaz... Ama kaç tane olduğunu nerden bilecez?
20. D: Hayır bir tane mağlubiyetin değeri kaç? 2 puan. Hayır, mağlubiyet 1 puan. Ha pardon.
21. E: Berberlik 2. Ama en az birer tane diyor. Bunlar birden fazla da mağlubiyet, beraberlik almış olabilirler.

Bu aşamaya kadar öğrencilerin soruda kendilerine aktarılan bilgileri anlamlandırmaya çalıştıkları, soruda verilen bilgileri inceledikleri, bu süreci sesli tekrarlama, kâğıda not etme gibi davranışlar ile dışa vurdukları gözlemlenmiştir. Öğrencilerin daha önce edinmiş olduğu bilgiyi ve matematiksel kavramları yeni bir problem durumunda fark etmesi olarak ifade edilen tanıma (recognizing) basamağı konusunda bu soru için güçlük çektikleri görülmüştür.

22. A: Şimdi önce tabloyu anlayabildiniz mi? Mesela birinci olan okul Atatürk Anadolu Lisesi, 16 tane galibiyet almış. Yani orda yazarlar puanları mı yoksa aldıkları galibiyet, mağlubiyet sayıları mı?
23. D: Galibiyet, mağlubiyet...
24. A: Tamam. Buradan yola çıkarak siz hesaplama yapabilir misiniz? (Her iki öğrenci de bir müddet düşünür.)
25. A: Yani Atatürk'ün puanı kaçmış da birinci olmuş?
26. E: Bir şey diyim mi, ikişer ikişer artıyor, kesin 10'dur bu... bence...
27. D: Bu 20 yapıyor bak. Bu 20 puanla kazanmış birinciliği... Değil mi? Hocam 2, 4, 16...
28. E: Galibiyet 3'müş. (Burada iki öğrencinin de kafasının karıştığı gözlemlenmiştir.)
29. D: Hocam burada yarıştıkları mı yazıyor, kaç kere? Haa... Tamam. Ben puanları sandım...
30. E: 16, 32, 48. Şurası 48 yapıyor. Sonra beraberlik 2... 2 kere almış, 2, 2, 4... 44 kalıyor. Mağlubiyet 2 tane almış. 1, 2... 44... 42 yapıyor. 42'ye falan düşüyor puanları...
31. D: Tamam o zaman.
32. A: Niye düşürdün?
33. E: Ya şimdi...
34. D: Ama şöyle... Maç gibi düşün. Maçta berabere kalınca 1 puan...
35. A: Onların hepsi kazandığı puanlar.
36. D: Ha. Topluyoruz o zaman bak. 48... Şuraya yazalım... Atatürk, A ile gösterelim... Hocam zamanımız?
37. A: Yok zaman sıkıntısı yok, devam edin.
38. D: 2 kere beraber... 2 kere 2 4... Bu zaten 2 kere oynadıysa...
39. E: Ben şimdi şöyle düşündüm. Beraberlik ve mağlubiyetin galibiyetten çıkartılması gerekiyor. Olmaz mı?
40. D: Hayır ama öyle değil. Bak sen mağlubiyet, kaybetse de...
41. E: Beraberlik mesela... Galibiyetten puan alır, beraberliğin puanını da kendi takımına alabilir ama yenildiği bir şeyin puanını kendi takımına alması...
42. A: Böyle bir kural koymuşlar...

43. D: (E'ye doğru dönerek) Yani biz berabere kalınca alıyoruz ya puan... Onun gibi düşün.
44. A: Mağlup olsan 1 puan alırsın, beraberlikte 2 puan alırsın. Galip gelersen 3 puan alırsın.
45. D: Atatürk 54 ile kazanmış. Yunus Emre 14 kere oynamış... 3, 6...
46. E: 42.
47. D: 42 yapıyor. 42, 4, 8... 50... Tamam 52 bunun.
48. E: Tamam bunu bilmiyoruz. Bunu geç. Bu 10 kere almış zaten galibiyet. 30 yapıyor.
49. D: 30, 8, 38. 6, 38, 44 yapıyor.
50. E: Şimdi Alparslan Fen Lisesi 8 kere galibiyet almış.
51. D: 24 yapıyor.
52. E: Beraberlik 2 puan.
53. D: 8, 32... 40 yapıyor. Bunda bir orantı yok.
54. A: Yok.

Şekil 24

Duygu ve Ebru'nun 2. Soruda Yaptığı Puan Hesaplamaları

Sıra	Okul	Galibiyet	Beraberlik	Mağlubiyet
1	Atatürk Anadolu Lisesi	16	2	2
2	Yunus Emre Fen Lisesi	14	4	2
3	Yeşilyayla MTAL	16	4	1
4	Nasrettin Hoca Sosyal Bilimler Lisesi	10	4	6
5	Alparslan Fen Lisesi	8	4	8

Galipt → 3
B → 2
M → 1
V

$$A = 48 + 4 + 2 = 54$$

$$\textcircled{Y} = 52$$

$$N = 44$$

$$A = 40$$

55. E: Yani ilk başta ikişer ikişer artmış, uyanıklık yapıp direkt 12 yazayım dedim ama...
56. D: Yanlış çıkar bence sonuç. Dur şurada bir önemli detay var onu okumamız lazım.
57. E: Şimdi biz bu puanları niye bulduk?
58. D: Evet onu neden bulduk mesela?
59. A: Yeşilyayla 3. olmuş ya. Buna göre mesela 60 puan olabilir mi?
60. D: Haa. Bir dakika.
61. E: Şimdi o zaman 50...
62. D: Ya şöyle yazabiliriz... 40 küçüktür 44 küçüktür x ...

Şekil 25

Duygu ve Ebru'nun 2. Soruda Hatalı Oluşturdukları Eşitsizlik Denklemi

$$40 < 44 < x$$

63. E: 52'den büyük, 44'ten küçük olsun.

Şekil 26

Ebru'ya Göre Eşitsizlik Aralığının Matematiksel Gösterimi

$$52 > x < 44$$

64. D: Evet öyle yapabiliriz... Ya da biz Yeşilyayla'ya $Y = x$ verelim. x ne olmalı? 48'den küçük, 44'ten de büyük olmalı.

Bu aşamada öğrenciler 65.D ifadesinden de anlaşılacağı üzere Yeşilyayla MTAL'nin puanına x değişkenini yazması gerektiğini belirtmiştir. Ayrıca bu puanın bir aralık içinde sınırlandırılması gerektiğini fark etmiştir. RBC+C soyutlama modelinin tanıma (recognizing) basamağı gerçekleşmiştir.

65. A: Neden 48 dedin?

66. D: 48 bunun toplam... Ha 54'müş pardon...

67. A: 53 olabilir mi yani Yeşilyayla?

68. D: Olabilir. Hayır olamaz.

69. E: Ama şöyle bir durum var... İkinci de olamamışlar. Yani 52'den aşağı olacak, 44'ten yukarı olacak.

70. D: Bak bunların arasında yapmamız gerekiyor. Çünkü 53 olamaz. İkinci olmamış.

71. E: Burası 52, burası 44. 52'den küçük, 44'ten büyük olacak.

72. D: Yunus Emre ve Nasrettin Hoca arasında yapmamız gerekiyor. Atatürk ile yaparsak o zaman ikinci de olabilir.

73. E: Şimdi 52'den küçük 44'ten büyük olacak.

74. D: 52 o zaman.

75. E: 52'den küçük 44'ten büyük.

Şekil 27

Duygu ve Ebru'nun 2. Soruda Oluşturdıkları Nihai Eşitsizlik Denklemi

$$44 < x < 52$$

76. D: En fazla dediği için 51.

77. A: Dediniz ki Yeşilyayla'nın puanı 44'ten büyük olmalı, 52'den küçük olmalı. Şimdi buna göre...

78. D: Biz burada onların puanlarını topladık ve ondan bir üstünü ve bir küçük olanla karşılaştırdık ve en yüksek 51 olabilirmiş.

79. E: En azından kaçla kaç arasında olacağını bulduk.

Bu aşamaya kadar RBC+C soyutlama modelinde önceden oluşturulan matematiksel bilgilerin kullanılması sonucu bir problemi anlaması, açıklaması olarak ifade edilen kullanma (building with) basamağının öğrenciler tarafından gerçekleştirildiği, eşitsizlik denklemini sözlü olarak ifade edebildikleri (75.E), aralığı doğru olarak belirleyebildikleri görülmüştür (Şekil 27).

80. A: Bir eşitsizlik oluşturdunuz. Şimdi tamam bu eşitsizliğe uygun olarak, galibiyet, beraberlik ve mağlubiyet sayılarını bulmaya çalışın.

81. E: Benim 12'yi de deneyelim mi burada.

82. D: Tamam deneyelim. 12 bak 3 kere 12, 36 yapıyor. 36 burada düşün. 51'den 36 çıkar. 15 puan kalıyor.

83. E: Ama şimdi şöyle bir durum var. Burada birden fazla sonuç çıkabilir.

84. A: Evet. Ama zaten sana hangisini soruyor bu sonuçlar arasında galibiyeti en fazla kaç verebiliyorsun...

85. D: Yani biz 51'e göre yapacağız. Yani buradakilerin önemi yok değil mi, sonuçta toplamı 51 olması gerekiyor.

86. A: Galibiyet sayısını mümkün olduğunca yüksek tut, diğerlerini...

87. E: Bir sürü seçenek olabilir ama en yüksekini seçeceğiz.

88. D: 48 yapamayız, hayır yapabiliriz. Şey... Hayır... 48, 3'e bölünüyor mu? 16 yapıyor evet. O zaman 16 kere kazanabilir.

89. E: Şimdi buraya 14 verebiliriz. Ama o zaman beraberlik ve mağlubiyete az yer...

90. D: Ama 14 verirsek... Galibiyeti en fazla yapmaya çalışıyoruz ya. 48 olursa burası bir kere kazanır, burası da bir kere kazanır, 3 ile toplarız 51 buluruz. 51 olabiliyor ya en fazla. (Burada söylediklerini onaylatmak için A'ya bakar.)

91. A: Sen söylediğin sayıları yazar mısın?

92. D: Orası 16 olsun. Beraberlik 1 olacak.

93. E: Buraya 14 verip buraya 1, 1 verdiğimizde de yine aynı şey oluyor.

94. D: Ama diyor ki zaten bir kere berabere olmuş en az diyor. Ama olabiliyor yani.

95. E: Tamam en fazla 51 olabiliyor.

96. D: Şimdi toplayalım 16 kere... 48 yapıyor. 1 kere 2 yapıyor, 1 kere de 1. Tamam 51 yapıyor. En fazla 51...

Bu aşamada öğrencilerin kurdukları eşitsizlik denklemine göre soruyu çözmeye çalışırken her takımın toplamda eşit sayıda maç yapması gerektiğine ilişkin gerçek hayatta sahip oldukları bilgiyi sorunun çözümünde dikkate almadıkları fark edilmiştir.

97. A: Gözden kaçırdığınız bir nokta var. Futbol maçı üzerinden şey yapalım. 18 takım var, kendilerini çıkarırsan 17 takımla maç yapması lazım değil mi?

98. D: Hı hı.

99. A: Tamam. Senin de 17 kere maç yapman lazım. Senin de 17 kere maç yapman lazım. (Burada A, öğrencileri işaret eder.) O zaman burada yaptıkları maç sayılarının eşit olması lazım. Fark ettiyseniz 16, 2, 2. 20 maç yapmış. 8, 4, 8. 20 maç yapmış. 10, 4, 6. 20 maç yapmış.

100.E: Yani biz 16, 1, 1 verirse toplamda 18 olur.

101.D: Ha. O yüzden olmuyor. O yüzden senin gibi 14 verirse. 14 verirse 32 yapıyor. 51'den çıkar. 19 kalıyor... Bir dakika bir de 14'ü deneyelim. (Burada kâğıda yazmaya başlar.) 14 oraya versek... 18 mi kalıyordu?

102.E: 42 yapıyor burası.

103.D: şimdi 16'dan bir düşüğünü versek, 15 versek. 45 yapar orası.

104.E: Şimdi buraya kaç kaç vermemiz gerekiyor?

105.D: 6 puan kalıyor.

106.E: Buraya 4 versek buraya da 1 versek.

107.5 puan yapıyor, 8 puan yapıyor. 45'le 8'i topla 53 yapar. Olmaz. Buraya mümkün olduğunca çok verelim.

108.E: Buraya 4 verelim, buraya 1 verelim. Mağlubiye çok versek 4 olur. 49 yaptı. Buraya da beraberlik 2.

109.D: 51 yapar. Evet.

110.A: Maç sayısı tuttu mu?

111.D: Tuttu. Evet.

112.E: Tuttu. 20. Zaten buraya 15 verdik. Buraya da 1'e 4 verdik geriye 5 kalınca. Burası 20 oldu. Maç ta 51 oldu. Bence mantıklı.

113.D: Bak şimdi. 45 buraya verdik. Buraya 1 verdik değil mi?

114.E: Oraya 1 verince 2 oldu orası, oranın puan değeri. Buraya da 4 verince zaten 1 puandı. 4 oldu.

115.D: Şimdi maçları toplayınca 20 yapıyor. Maç sayısı eşit.

116.E: Puan da 51 yapıyor.

117.D: Doğru mu?

118.A: Doğru.

Şekil 28

Duygu ve Ebru'nun 2. Soruya İlişkin Nihai Hesaplamaları

$$\begin{aligned} \text{Puan toplamı} &= 45 + 2 \times 4 = 57 \\ \text{Maç Sayısı} &= 15 + 1 + 4 = 20 \end{aligned}$$

Öğrencilerin eşitsizlik kavramını hatırladıkları, ayrıca denklem kurarken aralık olarak ifade etmeleri gerektiği detayına da dikkat ettikleri görülmüş, teorik olarak sahip oldukları eşitsizlik bilgisini bu soruda kullanarak Yeşilyayla Mtal'nin toplam puanının 52'den küçük olması gerektiğini (116.E) fark etmişlerdir. RBC+C soyutlama modelinin, oluşturma (constructing) aşamasının bu minvalde eşitsizlik kavramı üzerinden denklemin aralık olarak ifade edilmesi ile gözlemlendiği söylenebilir.

Her iki öğrencinin de müfredat kapsamında eşitsizlik kavramına ilişkin matematiksel bilgiyi soyutlama yoluyla zihinlerinde oluşturdıkları ve bu bilgi üzerinden soruya ilişkin eşitsizlik denklemini oluşturabildikleri görülmüştür.

4.2.3. Fatma ve Gamze İsimli Öğrencilere Ait Bulgular

Fatma ve Gamze matematik ders başarıları yüksek olan öğrenciler olup aşağıdaki diyaloglarda Araştırmacı "A", Fatma "F" ve Gamze "G" harfi ile kodlanmıştır.

F'nin soruyu okurken belirli yerlerin altını çizdiği gözlenmiştir.

1. A: Nereyi çizdin? (Fatma'ya hitaben)
2. F: En az 1...
3. G: En az 1 mağlubiyet ve en az bir beraberlik...
4. F: Hı hı.
5. A: Mağlubiyet; kaybetmesi, galibiyet; kazanması...
6. F: Büyük eşit 1...

Burada öğrencilerin konuşmadan soruya ilişkin matematiksel ifadeleri kâğıda yazdıkları, mağlubiyet ve beraberlik sayılarını birden büyük eşit şeklinde doğru şekilde sözlü olarak ifade edebildikleri gözlemlenmiştir.

7. A: Nerden başlamayı düşünüyorsunuz soruya?
8. F: Bu ikisinin arasında bir şey...
9. G: Galibiyet, mağlubiyet ve beraberlik beraber kaç puan olduğu...
10. F: Şey olabilir 10 büyük... 10 küçük eşit...
11. A: Mesela Atatürk Anadolu Lisesi kaç puanla birinci olmuş?
12. F: 16.
13. A: Onlar puanlar değil. 16 kez kazanmış.
14. F: Ha, şey. Bunlar çarpılacak.
15. G: Yani onlar...
16. F: (G'ye dönerek.) Puanlarını hesaplayalım mı?
17. G: Evet $16+2+2$.
18. F: Ama hepsinin aynı... Mesela bunun puanı 3, bunun 2, bunun 1.
19. G: Ama şey.
20. F: Bunların hepsini şey yapıp sonra toplayacağız.
21. A: (Gamze'ye hitaben) Sen toplam kaç maç yaptıklarını hesaplamaya çalışıyorsun?
22. G: Evet.
23. A: Çok güzel bir noktaya değindin...
24. G: Hep aynı. 20.
25. F: Şimdi de puanlarını hesaplayalım.

Bu aşamada öğrencilerin puan hesaplamalarını sessizce, kâğıt üzerine zorlanmadan yaptıkları gözlemlenmiştir.

Şekil 29

Fatma ve Gamze'nin 2. Soruda Tablo Üzerinde Yaptığı Hesaplamalar

Sıra	Okul	Galibiyet	Beraberlik	Mağlubiyet	Kayıbetmek
54	1 Atatürk Anadolu Lisesi	16 $\times$ 3 = 48	2 $\times$ 2 = 4	2 $\times$ 1 = 2	= 20
52	2 Yunus Emre Fen Lisesi	14 $\times$ 3 = 42	4 $\times$ 2 = 8	2 $\times$ 1 = 2	= 20
X	3 Yeşilyayla MTAL	15 $\times$ 3 = 45	2 $\times$ 1 = 2	2 $\times$ 1 = 2	= 20
44	4 Nasrettin Hoca Sosyal Bilimler Lisesi	10 $\times$ 3 = 30	4 $\times$ 2 = 8	6 $\times$ 1 = 6	= 20
40	5 Alparslan Fen Lisesi	8 $\times$ 3 = 24	4 $\times$ 2 = 8	8 $\times$ 1 = 8	= 20

26. A: Şu an ne yapıyorsunuz?
27. F: Okulların puanlarını hesaplıyoruz.

28. A: Yaptıklarını söyleyebilir misin?
 29. F: Atatürk Anadolu Lisesi 54, Yunus Emre Fen Lisesi 52...
 30. G: Yeşilyayla'yı geçiyoruz, bilmiyoruz...
 31. F: Nasrettin Hoca Sosyal Bilimler Lisesi 44. Alparslan Fen Lisesi de 40.
 32. F: Bunun puanı kaçla kaç arası...

Bu aşamada RBC+C soyutlama modelinin tanıma (recognizing) basamağının öğrencilerin davranışlarına yansıdığı, sorunun çözümünde daha önceden zihinlerinde var olan eşitsizlik kavramını kullanmaları gerektiğini fark ettikleri görülmüştür. Ayrıca eşitsizliği bir aralık olarak ifade etme konusunda da farkındalıklarının olması tanıma aşamasının gerçekleştiğini gösterir.

33. G: Kaç galibiyet var...
 34. A: Galibiyet sayısına x mi dediniz?
 35. G: Evet.
 36. F: Bunlar da x olabilir... Yani beraberlik ya da şey...
 37. G: Ama bize en çok kaç galibiyet olduğunu soruyor. O yüzden biz burada 1 olarak alıyoruz. Çünkü en az 1 beraberlik ve 1 mağlubiyet... İkisine de $1 \dots x + 1 + 1$ eşit şuna...

Şekil 30

Gamze'nin 2. Soruda Maç Sayısına İlişkin Oluşturmaya Çalıştığı Eşitsizlik Denklemi

$$x + 1 + 1 = 20$$

38. F: 18. Bence tutmuyor çünkü bunları daha çok çıkıyor.
 39. A: Ha. Eğer diyorsun galibiyet 18 olursa puanı daha çok çıkıyor.
 40. F: Ben şey olarak düşünüyorum... Şey... (Kâğıt üzerinden çözüme devam eder.)
 41. G: Anladım. Evet.
 42. A: Galibiyet sayısının 14 ile 10 arasında olması şart mı?

Bu aşamada öğrencilerin bir müddet kafalarının karıştığı ve düşündükleri gözlemlenir.

43. F: Toplam puana göre mesela bir sayı bulup onu yazabiliriz buraya. 54'ten küçük olması lazım.
 44. A: 53 olabilir mi Yeşilyayla'nın puanı?
 45. F: Olabilir. Aaa... Şey... 51.
 Bir müddet konuşmadan düşündükleri gözlemlenir.
 46. F: En düşük de 45 olması lazım.

47. A: Nasıl gösterirsiniz bunu?

48. F: 51 ile 45 arasında.

49. G: Eşit olabilir mi?

50. F: Zaten 51 yazarsak...

Burada öğrencilerin eşitsizlik denklemini oluşturmaya çalıştıkları görülmüştür. Araştırmacı öğrencilerin yazdığı eşitsizlik denklemine bakarak;

51. A: 45'ten daha büyük, 51 veya daha küçük altına eşittirlerini de koydunuz.

52. F: Evet.

Şekil 31

Fatma ve Gamze'nin 2. Soruda Oluşturduğu Eşitsizlik Denklemi

$$45 \leq x \leq 51$$

Bu aşamaya kadar RBC+C soyutlama modeline göre öğrencilerin aşına olduğu yapıların problemin çözümünde kullanılması sonucu problemi anladıkları ve gerekli ilişkiyi kurarak, kullanma (building with) basamağını gerçekleştirdikleri, eşitsizlik denklemini sözlü olarak ifade edebildikleri, aralığı doğru olarak belirleyebildikleri görülmüştür.

Öğrencilerin bir müddet daha tabloyu inceledikleri görülmüştür.

53. G: En çok, üst 51...

54. F: En az da 45.

55. G: Ama bize sorduğu, en fazla kaç olabilir...

56. F: Hı hı.

57. G: Sonra onu çıkarırız... 1 puan, 2 puan... 3 puan... 3 puan çıkıyoruz, 51'den

58. F: 48.

59. G: Yani biz 1 mağlubiyet 1 puan aldık, sonra 1 beraberlik. Çünkü en az 1 olması lazım, 2 puan edecek. Toplam 3. 48 oluyor.

60. F: Evet.

61. G: Burada 3 puan kazanıyormuş, bu demek ki 48 bölü 3...

62. F: (Kâğıt üzerinde hesaplar.)

63. G: En fazla 16.

Şekil 32

Fatma ve Gamze'nin 2. Soruda Yukarıda Diyalogda Geçen Hesaplaması

$$\begin{array}{r} 51 - 3 = 48 \\ \underline{-3} \\ 48 \\ \underline{-3} \\ 16 \end{array}$$

Burada öğrencilerin başlangıçta fark ettikleri toplam maç sayısının 20 olması gerektiğine ilişkin detayı, kurdukları eşitsizlik denklemi üzerinden galibiyet sayısını bulmaya çalışırken göz önünde bulundurmamayı unuttukları görülmüştür.

64. A: Şimdi diyorsunuz ki galibiyet sayısı 16 olsun. Toplam 20 maç etti mi?

65. F: Hayır. Mesela bu 3, bu da 1 olabilir.

66. G: Ama hayır, puanlar değişiyor.

67. A: 1-1'i arttırmamız gerektiğini fark ettik.

68. G: Evet.

69. F: Beraberlik daha fazla puanımızı yükseltir.

70. A: Biz galibiyete daha çok puan kalmasını istiyoruz.

Öğrencilerin bu aşamada kâğıt üzerinde yeniden tahmin-kontrol stratejisi ile hesaplamaları yaptığı görülmüştür.

71. F: Evet bunu 3 yapabiliriz bence.

72. G: Şu kaç olmalı...

73. A: Ne yazdın? (Gamze'ye hitaben)

74. F: Küme. 45'le 51 arasındaki sayılar.

Şekil 33

Fatma ve Gamze'nin 2. Soruda Belirledikleri Aralıktaki Sayılar Kümesi

$$\{45, 46, 47, 48, 49, 50, 51\}$$

75. F: Burada mesela x 'e 3 puan veriyorsa... Buna $3 - 1$ yazarsak bunu düşürebilir belki.

76. A: Doğru şeyler söylüyorsunuz aslında.

77. F: Ama yazamıyoruz.

78. A: İşleme dökün bakalım.

Öğrencilerin bu aşamada kafalarının karıştığı, bir müddet duraksadıkları, kâğıt üzerinde tabloda yazdıkları sayıları değiştirdikleri görülmüştür.

79. G: Sen burada 3 mü diyorsun?

80. F: Yok 51'e şey yapacağız ya. Az puan almamız gerekiyor çünkü. Buraya 3 versek bile bunu şey yapmadan kazanıyor. İkinci sıraya yerleşiyor.
81. G: Burada 2 mağlubiyet ya da 3 mağlubiyet olabilir.
82. F: Evet. Şuradan kaç kaldı? Bence işlem yapmamız gerekiyor.
83. G: Biz sadece çözünce bunu bulabiliriz.
84. A: Deneme yanılma mı demek istiyorsun?
85. G: Evet bunu diyorum.
86. A: Onu silmeyin. Denemelerinizi aşağıya yazın.
87. F: Başka ne olabilir mesela... (Burada düşünür.) 15-3-2 olabilir.
88. G: Galibiyet 14'ten az, 10'dan fazla olmalı.
89. A: Şart mı?
90. G: Evet.
91. A: Şimdi diyelim Galatasaray şampiyon oldu, ikinci sırada da Fenerbahçe var. Kesinlikle galibiyet sayısı daha mı fazladır? Belki beraberliği daha fazladır.
92. F: Evet bence de. Çünkü mesela burada beraberliği daha az olup kazandıkları daha fazla olabilir. (Tabloda bir satırı işaret eder.)
93. A: Bence vazgeçmeyin. Devam... Galibiyeti aradığınız için galibiyet üzerinden gidebilirsiniz. Galibiyet 16 olunca oradaki puan her türlü sizin sınırlarınızı geçiyor. Düşünün... Aradığınız şey üzerinden gidin.
- Öğrencilerin kâğıdın alt kısmında hesaplamaya devam ettikleri görülür. Aralarında buna ilişkin sayıları konuşarak not alırlar.

Şekil 34

Fatma ve Gamze'nin 2. Soruda Galibiyet Sayısına İlişkin Muhtemel Hesapları

$$\begin{array}{r}
 16/1/1 \text{ —} \\
 15/2/3 \text{ —} \\
 15/1/4
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 45+4+3=52 \\
 45+2+4=51
 \end{array}$$

94. A: Yani hangi durumda oldu.
95. F: 15-1-4.
96. A: Yani galibiyet en fazla kaç olabiliyormuş?
97. G: 15.
98. A: Yani 14'ten küçük olmak zorunda değilmiş.
99. G: Evet.

100. A: Bu soruyu tamamlamış olduk.

Öğrencilerin eşitsizlik kavramını hatırladıkları, ayrıca denklem kurarken aralık olarak ifade etmeleri gerektiği detayına da dikkat ettikleri görülmüş, teorik olarak sahip oldukları matematiksel bilgiyi bu soruda kullanabildikleri görülmüştür.

RBC+C soyutlama modelinin oluşturma (constructing) aşamasının, Şekil 31’de de görüldüğü üzere eşitsizlik kavramı üzerinden denklemin aralık olarak ifade edilmesi ile gözlemlendiği söylenebilir.

Her iki öğrencinin de müfredat kapsamında eşitsizlik kavramına ilişkin matematiksel bilgiyi soyutlama yoluyla zihinlerinde oluşturdıkları ve bu bilgi üzerinden soruya ilişkin eşitsizlik içeren cebirsel ifadeyi oluşturabildikleri görülmüştür. Ancak bu aşamadan sonra öğrencilerin başlangıçta fark ettikleri toplam maç sayısının 20 olması gerektiği detayını unuttukları, belirledikleri aralığa uygun olacak şekilde galibiyet sayısının en çok kaç olması gerektiğini hesaplamaya çalışırken zorlandıkları gözlemlenmiştir.

4.3. Üçüncü Soruya Ait Bulgu ve Yorumlar

SORU-3: 0-3 yaş grubu çocuklara hizmet veren bir oyun parkında; kart ücreti 5 TL, oyun alanlarını kullanmak 18 TL, oyuncakları kullanmak ise 8 TL’dir. Kart içerisinde kalan para iade edilmemektedir. Yiğit hem en az bir oyun alanına girmek hem de en az bir oyuncak ile oynamak istemektedir. Oyun parkında minimum 100 TL ile işlem yapılabilmektedir;

- Yiğit bu oyun parkında karta minimum ücret yüklenmesi durumunda hangi seçenekleri kaçar kez kullanabilir? Tüm durumları yazınız.
- Yiğit’in annesi oyun parkından çıkarken kartta mümkün olan en az paranın kalmasını istemektedir. Bunun için Yiğit hangi seçenekleri kaç kez kullanabilir?



Not: Görsel www.freepik.com sitesinden alınmıştır.

4.3.1. Berna ve Ceren İsimli Öğrencilere Ait Bulgular

Berna ve Ceren matematik ders başarısı düşük olan öğrenciler olup aşağıdaki diyaloglarda Araştırmacı “A”, Berna “B” ve Ceren “C” harfi ile kodlanmıştır.

1. C: Kart ücreti 5 TL garanti var. 18 TL’de var oyun alanını kullanmak istiyor.
2. B: 8 TL’de var.
3. C: Ama oyuncakları kullanırsa...
4. B: Tamam.
5. C: 23 lira şu anda cepten gitti. $100 - 23 = 77$ yapar.
6. B: Şimdi oyun parkında en az 100 TL ile işlem yapılabilirdi. Yiğit en az bir oyun alanına girmek istiyor, hem de en az bir oyuncak ile oynamak istiyordu.
7. C: Oyun alanı başka, oyuncaklar başka. Oyun alanına girmek; yani kumda falan oynamak. 18 yazıyoruz en az, 8 de yazıyoruz.
8. A: Sanırım tahminden yola çıkacaksınız. Peki, bunun denklemini nasıl yazarsınız, yani matematiksel hali nedir bunun? Oyun alanını kaç kere kullandığını biliyor muyuz?
9. C: Hayır.
10. A: Yani ne dersiniz?
11. B: x
12. C: x çarpı 18.
13. B: Artı x çarpı 8.
14. C: Ama aynı şey değil ki.
15. B: y mi diyelim?
16. A: Aynı harfi vermen farklı olma ihtimallerini ortadan kaldırır.
17. B: Bir de kart ücreti de var.

18. C: Tamam işte 95 lira.
 19. B: Şimdi 100 liralık yaptı, kartı alırken de 5 lira verdi, burası 105 lira.
 20. C: Hayır çıkarman lazım, 95 lira.
 21. B: Niye?
 22. C: Çünkü 100 liradan 5 lira gidiyor.
 23. B: Kartın içine 100 TL yüklemiyor mu?
 24. A: 100 TL ile gidiyor...
 25. B: Haa. Anladım. 95 TL'miz var.
 26. C: Şimdi 95'e gidene kadar çarpacağız işte.

Şekil 35

Berna ve Ceren'in Kart Ücretini Dikkate Alması

$$\begin{array}{r} 100 \\ - 5 \\ \hline 95 \end{array}$$

Berna isimli öğrenci hem oyun alanı kullanım sayısına hem de oyuncak kullanım sayısına “x” diyerek yanlış değişken ataması yapmıştır. Bu da değişken kavramının tanıma aşamasında sıkıntılar olduğunu göstermektedir.

27. A: Oraya nasıl yazarsınız?
 28. B: Eşittir 95 deriz.
 29. C: Hayır.
 30. A: Kartımda para kalamaz mı?
 31. C: Kalabilir.
 32. A: Bunu nasıl gösterirsiniz? Kullanılan oyuncaklar 95'i geçebilir mi?
 33. B: Hayır. 95'ten daha az olması lazım.
 34. A: Aradaki işaret ne?
 35. C: Küçüktür.
 36. A: 95 olabilir mi?
 37. B: Olabilir. (işareti küçük eşittir işaretine çevirir.)

Öğrencilerin ilk aşamada eşitsizlik denklemi kullanmaları gerektiğini fark etme konusunda zorlandıkları, soruyla eşitsizlik konusuna ilişkin matematiksel bilgileri arasındaki bağlantıyı kuramadıkları görülmüştür. Sonradan öğrencilerin 35.C ve 37.B'deki ifadelerinden bu sorunun çözümünde “küçük eşittir” sembolü kullanılması gerektiğini fark ettikleri anlaşılmıştır. Bu nedenle RBC+C soyutlama modelinin tanıma (recognizing) aşamasının belli bir süreç sonrasında gerçekleştiği görülmüştür.

Şekil 36

Berna ve Ceren'in 3. Soruda Oluşturduğu Eşitsizlik Denklemi

$$x + 4.8 \leq 95$$

Oyun alanını kullanma sayısına x , oyuncak kullanma sayısına y diyerek, gerekli aritmetik işlemleri yapmaya başlamaları, cebirsel ifade bilgisini kullandıklarını gösterir. Ancak yine de sözel olarak anlattıkları tespitleri matematiksel olarak ifade etmekte zorlanarak yazdıkları gözlemlenmiştir.

38. A: Tamam şimdi buna uygun seçenekleri yazmanızı istiyorum.

Öğrenciler önlerine aldıkları kâğıtlar üzerinde ihtimalleri hesaplamaya başlar.

39. A: Neden 4'ten başladınız.

40. B: 3'ten başlasak diğerini çok fazla kullanması gerekir.

41. A: Bu şekilde çok ihtimal olduğunda nereden başlamamız gerekir.

42. C: Birer kez.

43. B: 95'in içinde hepsini kullanabilir.

Önlerindeki kâğıtlara ihtimalleri not almaya devam ederler.

44. C: Ben tek tek gidiyorum. 1 kere kullanabilir, 2 kere kullanabilir, 3 kere kullanabilir, 4 kere kullanabilir...

45. A: 5 kere kullanabilir mi?

46. C: Hayır, olmuyor.

Öğrenciler ihtimalleri ve bu ihtimallerin karşılığında ne kadar para kullanılmış olacağını hesaplamaya devam ederler. Zaman zaman duraksadıkları, oluşabilecek durumları sistemli bir şekilde, sırasıyla hesaplamakta zorlandıkları görülmüştür.

47. A: Böyle yaparsanız atlama ihtimaliniz var. Sırayla gidin.

48. C: Şuradan hep 8 artış, her defasında bir oyuncak ekledik.

49. B: Bir kere oyun alanını kullandığında 1'den 9'a kadar da oyuncakları kullanabilir. Şimdi de bunları yapalım, 2 kere...

50. C: 2'den git işte yine aynı...

Bu aşamadan önce ve sonraki gözlemlenebilir davranışlarından öğrencilerin, her iki seçeneği en az birer kez kullanabilme şartını fark ettikleri ve soruya ilişkin çözümde buna dikkat ettikleri gözlemlenmiştir. Durumları hesaplamayı bitirdikten sonra;

51. A: Kaç durum oldu? Tek tek sayarsanız...

52. C: 22 tane durum var.

53. A: Şurada bir hata var galiba $18.4 = 80$ değil...

54. C: Evet... (Hesaplamalarını düzeltirler.)

55. A: (Oyun alanı için) 5'e geçme ihtimali var mı?

56. C: Yok. $18.5 = 90$ ediyor. 95 lirası var elinde.

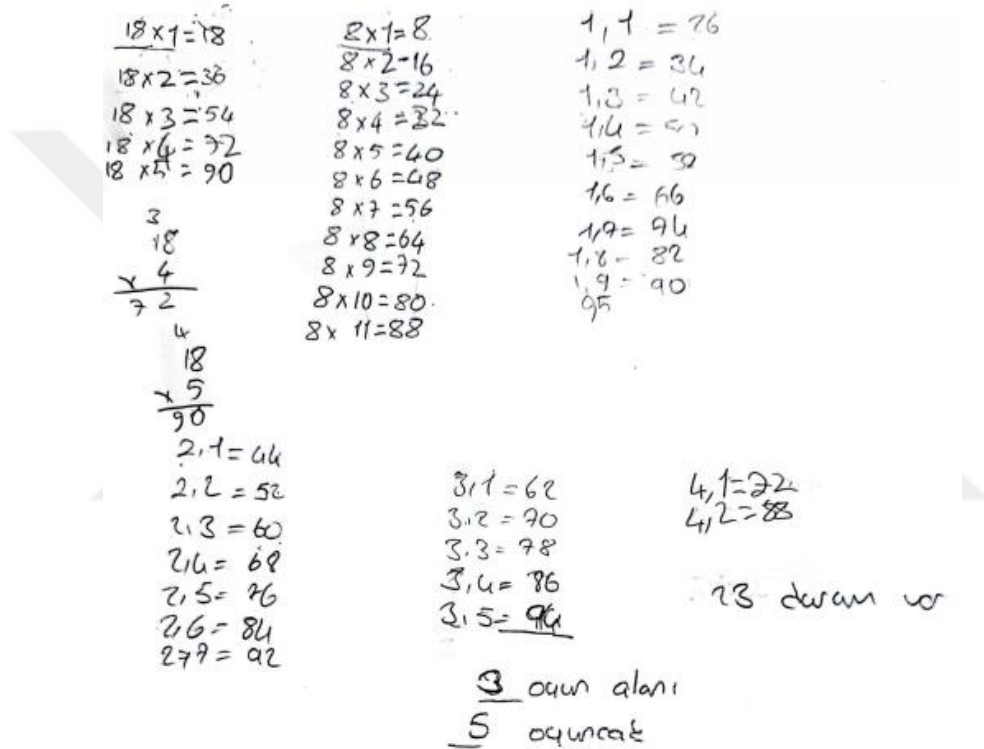
Bu aşamada öğrencinin küçük eşit kavramının farkında olduğu (56.C), yaptığı harcamanın 95 lirayı geçmemesi gerektiğine ilişkin yorumu yapabildiği görülmüştür.

57. A: (Öğrenciler hesaplamaları tamamladıktan sonra) Şimdi kaç durum var?

58. B: 23.

Şekil 37

Berna ve Ceren'in 3. Sorudaki Durum Hesaplamaları



59. A: Şimdi b şikkına cevap verin.

60. B: En az parasının kalmasını istiyor. Yani çok fazla kalmayacak.

61. C: Çok fazla kalmayacak mı? Tamam.

62. B: Hocam onu buradan hesaplasak olmaz mı? (Kâğıt üzerine daha önceden not aldıkları hesaplamaları göstererek.) Burada 92 var, 92'den sonra ne var?

63. C: 94 var.

64. B: Yani kartta en az parasının kalması için 3 tane oyun parkına girmesi, 5 tane de oyuncak kullanması gerekiyor.

65. C: Aynen.

66. A: Tekrar hesaplamaya gerek var mı?

67. B: Yok.

68. A: Siz şu anda tüm seçenekleri yazdığınız için bakacağınız bu seçeneklerden hangisinde daha az para kalır.

b şıkkı için de a şıkkında hesapladıkları durumlar üzerinden yola çıkarak sonuca gittikleri, ve vardıkları bu sonucu net olarak ifade edebildikleri gözlemlenmiştir.

Bu soruda öğrencilerin RBC+C soyutlama modelinin tanıma ve kullanma basamaklarında duraksamalar yaşadığı ancak birbirleriyle olan etkileşimleri ve araştırmacının ipuçları ile bu basamakların gerçekleştiği söylenebilir. Şekil 36'da bu sorunun çözümü için gerekli olan cebirsel yapıyı kurmalarına rağmen ilerleyen süreçte çözüme ulaşmada bu yapıyı kullanırken sorun yaşadıkları ve aslında kurdukları yapının anlamına ulaşamadıkları görülmüştür. Bu sebeple oluşturma (constructing) aşamasının sağlıklı bir şekilde gerçekleştiği söylenemeyebilir.

4.3.2. Duygu ve Ebru İsimli Öğrencilere Ait Bulgular

Duygu ve Ebru matematik ders başarıları orta düzeyde olan öğrenciler olup aşağıdaki diyaloglarda Araştırmacı "A", Duygu "D" ve Ebru "E" harfi ile kodlanmıştır.

Her iki öğrenci de soruyu okur.

1. D: O zaman oyuncaklar için 8'in katları olması gerekiyor ki parası iade edilmesin, yani kalmasın...
2. D: Şimdi... 100'den büyük olamaz. O yüzden 100 küçük eşit olacak... 100'e eşit ya da küçük olacak. Minimum o kadar yükleyebiliyoruz çünkü.
3. E: Şey yaparak da bulabiliriz. Komple, toplam mesela kart ücreti 5 TL, oyun alanını kullanmak 18 TL...
4. D: Bak Yiğit'in annesi çıkarken kartta mümkün olan en az paranın kalmasını istiyormuş.
5. E: Oyuncaklarını kullanmak da 8 TL. Bunların toplam fiyatını, kullanıp 100'e eşitleyip kaç kere kullanabileceğini...

Şekil 38

Duygu ve Ebru'nun 3. Sorunun Başlangıcındaki Hesaplamaları ve Yazdıkları Eşitsizlik İfadesi

$$\begin{array}{r} 18 \\ 8 \\ + 5 \text{ (2)} \\ \hline 31 \end{array}$$

$$\geq 100$$

6. D: Hayır mesela biz Kültürpark'a gittik diyelim, oraya giriş ücreti mi 18 TL?

7. A: Oyun alanı gördün mü hiç çocuklar için? Mesela kum koyuyorlar, kepçe koyuyorlar, bu oyun alanı. Buraya girmek 18 TL imiş. Ama arabanın üstüne biniyor 3 dakika sallanıyor vs. Bu 8 TL imiş.
8. D: Şimdi bir kere girer zaten oyun alanına. Orda da oyuncakları kullanır.
9. A: Oyun alanı oranın tamamı değil. Büyük bir yer düşün, oyun alanları ayrı ayrı yerler.
10. D: Bir yerde top havuzu var, bir yerde kum havuzu var.
11. E: Oyuncakları kullanmak. Sanırım tüm oyuncakları kast ediyor. Toplamda 8 TL.

Bu soruda öğrencilerin soruda ifade edilmeye çalışılan gerçek hayat durumuna ilişkin geçmiş yaşamlarında doğrudan bir tecrübeye sahip olmayabilecekleri, bu nedenle sorudaki verilen bilgileri anlamlandırmada güçlük yaşadıkları fark edilmiştir.

12. A: Bütün oyuncaklar değil. Tek tek.
13. D: Diyor ki; Yiğit en az bir oyun alanına girmek istiyor. 18 en az küçük eşit olacak... Oynadığı x... Farklı farklı yapacağız burada. (Burada kafasının karıştığı gözlemlenir.)
14. E: Ama bir kere girdi diye düşünmemek lazım. Şimdi 100 lira var ya, 100 liraya bu oyuncaklara kaç kere binmiş olabilir?
15. D: Ama 100 lira olmaya da bilir. Bak en fazla 100 lira diyor.
16. E: Minimum diyor, en az 100 TL ile işlem yapılıyor.
17. D: En az mı 100 lira?
18. E: Minimum en az olur. En az 100 TL. Yani 100, 100'ün üstü de olabilir.

Bu aşamada öğrencilerin soru metninden yola çıkarak, 15.D, 16.E, 17.D ve 18.E ifadelerinde de yer aldığı üzere, soruda yer alan bilginin eşitsizlik olarak ifade edilmesi gerektiğini fark ettiği ancak hangi kavramı (büyüktür, küçüktür vs.) kullanacaklarına emin olmadıkları görülmüştür.

19. A: Cümleyi baştan sona tekrar okuyun.
20. D: (Soruyu sesli olarak tekrar okur.)
21. E: İyi de tek oyuncak kullanacak...
22. D: Hayır en az bir tane oyuncakla oynamak istiyor. (Burada her iki öğrencinin de kafasının karıştığı bir süre durakladıkları görülür.)
23. E: Şimdi kart ücretini zaten vermek zorunda.
24. D: Ben bunu yanlış yaptım. En az 100 vermesi gerekiyor. Ya 100 ya da 100'den fazla. Küçük eşit olacak...
25. D: Yani kaç kere oyun alanına girebilir, kaç kere oyuncakları kullanabilir?
26. E: Burada ihtimaller doğrultusunda gidecez.

27. A: Silmeyin, size yeni kâğıt vereyim. O dursun elinizde. (Burada araştırmacı öğrencilere yeni bir kâğıt daha verir.)
28. D: Onları yanlış yazdık ama olsun. Şimdi biz vereceği paraya x diyebilir miyiz?
29. E: x olsun vereceği para. Kart ücreti 5 TL, onu kesin verecek.
30. D: Onla bir işimiz yok ki. Kaç lira yatıracağı... Kartın içinde ne kadar kalacağını soruyor bize. En az 100 lirayla işlem yapıyoruz. Vereceği para miktarını bilmiyoruz. En fazlayı da bilmiyoruz... (Burada öğrencilerin tekrar duraksadığı ve kafalarının karıştığı gözlemlenir.)
- Bu aşamada D'nin kart ücretine ilişkin detayı fark etmediği görülmüştür.
31. A: a şıkkına odaklanın... Minimum yükleme ile...
32. D: 100 lira ile bizim işimiz var. Evet. Şimdi 18, 36... Ama kaç tane oyun alanı...
33. E: Hangi oyuncağı kaçar kez kullanacak ve hangi oyun alanlarına girecek?
34. D: Bak mesela üç tane oyun alanı var diyelim. Her biri 18 lira ya. 54 yapıyor. 54 lira vermesi gerekiyor.
35. A: Mesela bir tablo oluşturabilirsiniz. Oyun alanını bir kere kullansa oyuncağı kaç kere kullanabilir kalan parayla?
36. E: Şimdi tek bir oyun alanında üç oyuncağı binebilir mi?
37. A: Binebilir.
38. D: Ama en az bir tane gireceği için, öyle düşünelim. Şurası oyun alanları olsun. 5 tane olursa...
39. A: Neden 5 ile sınırlandırdın? Daha fazla olamaz mı?
40. D: Daha fazla da olabilir. Yavaş yavaş gidiyoruz. Burada da binebileceği oyuncak sayısı... Burada da vereceği para. Şimdi bir tane, bir tane...
41. A: a şıkkını bir daha oku.
42. D: Evet. Yiğit bu oyun parkında 100 lira kullanacak. Minimum ücret istiyor. Ve en az bir oyun alanına girecek, en az bir oyuncakla oynayacak. Bir kere, bir kere girse 23 lira yapıyor. Daha çok parası kalıyor. 73 lira kalıyor. Kalan para da şurada kalsa.
43. A: bir, bir de bir seçenek doğru...
44. D: Burada harcadığı para yazıyor, burada kalan para yazıyor.
45. E: 52 yapıyor bu. Kalan para 48 lira...
46. A: Yalnız şu an hiç kart ücretini hesaba katmadınız. Sizin 100 liranız var ama 5'ini karta veriyorsunuz.
47. D: Sadece 1 kere veriyoruz değil mi?

48. A: Paranızı kaç k kadar kullanabilirsiniz? Kartın içine en fazla ne kadar yüklemiş olursunuz?

49. D: 100 lira.

50. A: 100 lira ile işlem yapılıyor ama kart ücreti 5 lira...

51. D: 105 lira...

52. A: Gittin verdin 100 lirayı...

53. D: 95 lira... (Arkadaşına dönerek) Biz bunu 95'ten çıkaracağız, 100'den değil. Onlar öyle olmayacak. (Yazdığı kısımları siler.) Bak annesi 100 lirayla gidiyor ya oraya. 100 lira harcama yapacak. 5 lirası karta gittiği için biz 95 üzerinden değerlendireceğiz. 95'ten 23'ü çıkaracağız...

54. E: Direkt kalan parayı bulup 5 te eksiltebiliriz.

Burada öğrencilerin oluşabilecek durumları ve bu durumlara göre kalan para miktarlarını hesaplamaya çalıştığı, ancak sadece hepsini eşit sayıda kullandığı durumları göz önüne aldıkları gözlemlenir. (Oyuncak ve oyun alanlarının birer, ikişer, üçer, dörder kez kullanılması gibi.) Bu yöndeki şartlanmanın her iki öğrencinin de soruda ifade edilen gerçek hayat durumuna aşina olmamasından kaynaklanıyor olabileceği değerlendirilmiştir.

55. A: Neden hepsini eşit sayıda kullanmaları gerektiğini düşündünüz?

56. D: Çünkü paramızı en aza düşürmek istiyoruz. O zaman şöyle yapabiliriz. 3 tane oyun alanına girse, 5 tane oyuncağa binse, mesela bir oyun alanında 1 kere diğerlerinde 2'şer kere... (Öğrencilerin oluşabilecek durumları hesaplamaya devam ettikleri gözlemlenir.)

57. D: O zaman biz sadece bunun sayısını değiştireceğiz. Başka tablo yapabilir miyiz?

58. A: Evet

59. E: O zaman burada 4'ten itibaren olmuyordu. 3 ihtimal buradan çıktı. Önce bunu bir yazalım.

60. A: 4'ten itibaren neden olmuyor?

61. E: 4'ten itibaren çünkü 100 lirayı geçiyor, kart ücreti ile birlikte. Yani 4'e 4 olduğunda. Şu an bizim yaptığımız tabloda 3 ihtimal çıkarabiliyoruz. Onun için yeni bir tablo yapıp başka ihtimalleri... Yine 5'li mi?

62. D: Birer birer... (Bu sırada okul ziline çalması üzerine öğrencilerin dikkatinin bir müddet dağıldığı gözlemlenir.)

63. A: Yeni bir kâğıt ister misiniz?

64. D: Olabilir hocam. (Araştırmacı yeni bir kâğıt verir.) Neyse daha okunaklı olsun düzgün olsun. Bak şimdi buraya yazalım düzgünce. (Duygu tabloyu yeniden oluşturur.)

65. E: O zaman bindiği oyuncak sayısını da her oyun alanında artıralım. Mesela 1-1, 1-2, 1-3...
66. D: Ama diyor ki bak burada hem en az bir oyun alanına girmek hem de en az bir oyuncak ile oynamak. Yani ben 5 oyun alanına girip sadece bir oyuncakla da oynayabilirim. Yani illa 5 oyun alanına girdim diye 5 oyuncakla oynamam gerekmiyor. Öyle değil mi? (D'nin bu sırada A'dan onay beklediği, ona doğru baktığı gözlemlenir.)
67. E: Bir oyun alanı ya, bir oyun alanını, bindiği oyuncak sayısı olarak da, 1-2-3-4-5 olarak da artırabiliriz. (Ebru'nun de burada tereddütlü olduğu, araştırmacıdan onay beklediği gözlemlenir.)
68. D: Oyun alanı sayısı ile oynadığı oyuncak sayısının eşit olması gerekiyor mu? Hayır gerekmiyor. Tamam, o zaman... 18, 95 eksi 18... 73 kalıyor.
- Bu aşamadan sonra öğrencilerin soruda sunulan her iki seçeneği de en az bir kere kullanma şartını anlamlandırdıkları (65.E ve 66.D), soruda ifade edilen bilgileri doğru şekilde anladıkları fark edilmiştir.
69. E: Kart ücretini...
70. D: Hayır kart ücretini çıkarttık zaten.
71. E: Çıkarttık mı?
72. D: Evet. (Hesapladıktan sonra) 73 tam yapıyor hocam. Mesela 1 oyun alanına girip 9 tane oyuncağa binse tam 95 lira yapıyor.
73. E: 1 lira artması gerekiyor.
74. D: Artması gerekiyor mu?
75. A: Hayır. 95 lirayı istediğiniz gibi kullanın.
76. D: Biz buraya yanlarına yazalım. Mesela bir tane oyun alanına girse kaç liraya mal oluyor? 3 taneye girse 54 lira yapar...

Şekil 39

Duygu ve Ebru'nun 3. Sorudaki Küçük Eşittir Sembol Kullanım

$$\text{Minimum } 100 \text{ TL}$$

$$95$$

$$\leq 95$$

Burada öğrencilerin bir müddet duraksadıkları gözlemlenir. Ardından durumları hesaplayarak not almaya devam ederler.

77. D: Biz 5'e kadar gidebiliriz. Çünkü 90 yapar. Burada olması gereken fiyat 95 lirayı geçmeyecek...
78. E: Birinci ihtimalde 9 kere binebiliyor. Değil mi?
79. D: Evet ve sadece cebinde 5 lira düşük kalıyor.
80. E: İkinci ihtimalde kaç kere binebiliyor?
81. D: 95'i geçmeyecek. 36, çıkart 95'ten 61 kalıyor... 61 olmalı. Burada kaç oyuncağa binebilir? 8-16-24...64 olmaz. 7 tane oyuncağa binebilir.
82. E: 56 olur.
83. D: Bu da 90 oluyor. 5 lira kalır. 92 oluyor pardon. Bak gittikçe daha az parası kalıyor.
84. E: Tamam kaç ihtimal oluyor?
85. D: Ne yapıyorsun?
86. E: Son ihtimalleri saymak için tablo yapıyorum.
87. D: 3 tane...54...41 lira kalıyor. 5 tane oyuncağa binse 40... Geriye 1 lirası kalıyor. 94 yapıyor böyle. 3. İhtimal daha iyi oluyor. Ha. Sonra bunları toplayacağız. Bunları bu kadar kullanabilir, bunları bu kadar kullanabilir... Şimdi 4'ü deneyelim... 72... 23 kalıyor... 23 liraya kadar harcayabilir... 8-16... 24 olmaz. 16... Kaç kalıyor 23... (Burada işlem hatası nedeniyle duraksadığı gözlemlenir.)
88. D: 23 liram var. Oyuncaklara binecem. 2 tane oyuncağa binebilirim. 23'ten de 7 kalıyor.
89. E: Yani bu da oluyor mu?
90. D: Bu da oluyor da... Bunda 88 lira yapıyor. 7 lira kalıyor.
91. E: Kart ücretinin çıkmış hali. Tamam, o zaman bu da oluyor.
92. D: Bu 90 yapıyor. Benim kaç liram kalıyor? 5... Hiç oyuncağa binemem. Bu olmaz. İlla bir oyuncağa binmem gerekiyor ya. Tüm ihtimalleri yazdık. Burada diyor ki hangi seçenekleri kaçar kez kullanabilir.
- Bu aşamada öğrencinin küçük eşit kavramının farkında olduğu, yaptığı harcamanın 95 lirayı geçmemesi gerektiğine ilişkin yorumu (87.D) yapabildiği görülmüştür. Yine soruda verilen her seçeneği en az bir kere kullanma detayının da farkında olduğu konuşmasından çıkartılmıştır.
93. E: Tabloda 3 durum oluyor. Buradan da kaç ihtimal çıkardık?
94. D: 4.
95. E: Toplamda 7 durum falan çıkarttık şimdi.
96. D: Dur bak. Oyun alanına kaç kere girebilir? 3-4... 10 kere girebilir... Her ihtimali düşünürsek.
97. E: Bundan başka ihtimal var mı?

98. A: Sizce var mı?

99. D: Yok.

Şekil 40

Duygu ve Ebru'nun 3. Soruda Durumları Hesaplarken Yaptığı Hesaplamalar

Girdiği Oyun Alanı Sayısı					
1	18	9 = 72	= 80	+ 5	
2	36	7 = 56	= 92	+ 3	
3	54	5 = 40	= 94	+ 1	
4	72	3 = 16	= 88	+ 7	
5	90				
6	108				

100. A: b'ye geçebilirsiniz o zaman.

101. E: En az paranın kalması için... Girebileceği ihtimallerde fiyatı hesapladık...

102. D: 1 lira kalıyor. Yani biz 3. ihtimali kullanıyoruz. Oyun alanına 3 kere giriyoruz.

Oyuncağa 5 kere biniyoruz. 94 lira para veriyoruz. 1 lira da para kalıyor.

103. E: 1 lira da kartın içinde kalıyor. 100'den çıkartmıştık zaten 95 lira kalmıştı kartta... Bu da 94 olunca 1 lira da kartta kalıyor.

Öğrencilerin bu soru özelinde daha önceki sorularda daha kolay bir şekilde kullanabildikleri eşitsizlik denklemlerine ilişkin bilgiyi, soruda verilen bilgiler ışığında doğru şekilde fark etmekte zorlandıkları, bu çerçevede de tanıma (recognizing) aşamasının belirli bir süre sonunda gerçekleşebildiği görülmüştür. Buna ilişkin gecikmenin soruda verilen gerçek hayat durumuna kendi gündelik yaşamlarında çok sık rastlamamış olmalarından da kaynaklanmış olabileceği değerlendirilmiştir.

Tanıma aşamasında yaşanan bu gecikmenin RBC+C soyutlama modelinin kullanma (building with) basamağının da başarılı şekilde gerçekleşmesini engellediği değerlendirilmiştir. Araştırmacı tarafından yapılan küçük müdahalelerin öğrencilerin tanıma ve kullanma aşamalarında yaşadığı bu güçlüğü aşmalarına yardımcı olduğu görülmüştür. Öğrenciler değişken atamaları yaparak eşitsizlik yapısını cebirsel olarak kuramamıştır. Dolayısıyla RBC+C soyutlama modelinin oluşturma aşaması gerçekleşmemiştir. a şıkkında sorulan tüm durumları göz önünde bulunduramamaları da eşitsizlik kavramına ilişkin temel bilgiye sahip oldukları ve bu bilgiyi kullanabildikleri görülmüştür. 102.D ifadesine göre b şıkkının sonucuna, a şıkkında hesapladıkları durumlar üzerinden yola çıkarak gittikleri gözlemlenmiştir.

4.3.3. Fatma ve Gamze İsimli Öğrencilere Ait Bulgular

Fatma ve Gamze matematik ders başarısı yüksek olan öğrenciler olup aşağıdaki diyaloglarda Araştırmacı “A”, Fatma “F” ve Gamze “G” harfi ile kodlanmıştır.

Öğrencilerden soruyu okumaları istenir. Fatma isimli öğrencinin soruyu okurken altını çizdiği yerler olduğu görülür.

1. A: Neyin altını çizdin?
2. F: 100 TL ile işlem yapılabildiğinin. Minimum 100 TL kullanabiliyorsun yani.
3. F: 100 TL’den büyük...
4. G: Farklı harf vermeliyiz. Yani bu x , bu y ...
5. A: Yani?
6. G: Oyun alanını kullanmak x , oyuncacı kullanmak da y .

Şekil 41

Fatma ve Gamze’nin 3. Sorudaki Değişken Atamaları

oyun alanlarını için $\rightarrow x.18$
oyuncakları kullanmak için $\rightarrow y.8$

7. A: Peki ödediğimiz para ile ilgili?

Burada öğrencilerin bir müddet konuşmadan kâğıt üzerinden eşitsizlik denklemini oluşturdukları gözlemlenmiştir.

8. F: En az 100 TL olması gerekir.
9. G: Ama işte şey var... Kart.

Öğrencilerin sorunun çözümünde eşitsizlik kullanmaları gerektiğini fark edip, 6.G ifadesinde, oyun alanını kullanma sayısı bilinmediği için x ile oyuncak kullanım sayısı bilinmediği için y ile gösterilmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Böylece RBC+C soyutlama modelinin tanıma (recognizing) basamağının öğrencilerin gözlemlenebilir davranışlarına yansıdığı görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin kart ücretinin kullanılacak para miktarından düşülmesi gerektiği detayını hemen fark ettikleri görülmüştür.

10. A: Çok güzel. Minimum 100 nasıl yazılır?
11. F: Küçük mü?
12. G: Yok. (Eliyle büyüktür işareti yapar.)
13. F: (Büyük eşittir işaretini kullanır.)... 5’i karşıya atalım.

Şekil 42

Gamze'nin 3. Soruda İlk Oluşturduğu Eşitsizlik Denklemi

$$18x + 8y + 5 \geq 100$$

14. F: Hocam küçük olması gerekmiyor mu?
15. A: Soruyu okuyun tekrar, a şikkını.
16. F: (a şikkını okuduktan sonra) Bence şuradaki eşit de gidecek. Çünkü 5 lirayı şeye verdik. Oyuncakları kullanmamız için...
17. G: 95 kaldı.
18. A: Büyüktür mü, küçüktür mü?
19. G: Küçüktür.

Şekil 43

Gamze'nin 3. Soruda Düzelttiği Eşitsizlik Denklemi

$$18x + 8y \leq 95$$

Bu aşamaya kadarki süreçte öğrencilerin var olan bilgilerini yeni içerikle birleştirdiği, doğru aritmetik işlemler yaptığı ve cebirsel ifade bilgisini kullandığı görülmüştür. RBC+C soyutlama modelinin kullanma (building with) basamağının öğrenciler tarafından gerçekleştirildiği söylenebilir.

F: Şimdi deneme yanılma yapalım.

Burada öğrencilerin bir müddet duraksayıp soruyu tekrar okudukları gözlemlenmiştir. Bu aşamadan önce ve sonraki gözlemlenebilir davranışlarından öğrencilerin, her iki seçeneği en az birer kez kullanabilme şartını kolayca fark ettikleri ve soruya ilişkin çözümde buna dikkat ettikleri gözlemlenmiştir.

20. F: Birer kez kullanabilir.
21. A: Başka ne olabilir.
22. F: 1-2.
23. G: Evet.
24. F: 2-2'de.
25. G: Evet. Burada kaç para olacak. $18 + 8...$ (ihtimallerin ne kadar tuttuğunu hesaplar.)
Sen yaz ben hesaplayayım.
26. F: 2-3. Ben buraya yazayım bence sen hesapla.
27. G: Evet.
28. F: 4-4.

Burada öğrencilerin bir müddet sessizce oluşabilecek durumları toplamda elde edebilecekleri üst sınıra dikkat ederek kâğıda not alıp, tutacağı para miktarını hesaplamaya devam ettikleri gözlemlenmiştir.

29. F: Başka kullanamıyor. Bunu en fazla 2 kere kullanabiliyor.

30. G: Ama şöyle. Burada da...

31. F: Hı hı onları da... Şimdi bu tarafı artıralım.

32. G: 3-2.

33. A: 3-1 olamaz mıydı mesela?

34. F: Ha evet.

35. A: Bu 3 oyun alanı değil mi?

36. G: Evet.

37. F: Bence burada daha kısa bir yol var ama biz şu anda bulamıyoruz.

Her iki öğrenci de sessiz bir şekilde durumları hesaplamaktadır.

38. F: Aslında bu soruyu yaparken bunun cevabını da bulduk. (*b* şikkını işaret eder)

39. A: Hım. *b*'yi mi bulduk diyorsun. Güzel... 2-5'ten sonra 3-6 olur mu?

40. G: Hayır.

41. A: 4-3 olmadı diyorsun.

42. G: Evet.

43. F: Bu?

44. G: Hiç yazma olmadı.

45. F: Emin misin?

46. G: Evet eminim. Bu 98 oluyor.

47. A: Bitti mi?

48. F: Bu kısım şey olmuş olabilir ama *b*'yi... Burada bence 94, çünkü en az para kalmasını istiyor.

49. A: Bunu söyleyebilmek için tüm seçenekleri yazmış olmalısınız, var mı başka?

50. F: Aaa. 1'lerin devamı

1-1 şeklindeki seçeneği 1-2, 1-3 şeklinde artırmaya devam eder. Soruya ilişkin oluşabilecek durumların hesaplanması sırasında öğrencilerin ihtimalleri belirli bir sistem ve sıra ile not etme konusunda sıkıntılar yaşadıkları, bu nedenle zaman zaman bazı durumları göz ardı ettikleri görülmüştür. Öğrencilerin sorunun çözümünü analitik olarak ele almasında eksiklikler olduğu değerlendirilmiştir.

51. G: A şikkı kaç durum çıktı? (Saydıktan sonra) 23.

Şekil 44

Fatma ve Gamze'nin 3. Sorunun a Şıkkı İçin Durum Hesaplamaları

$1/1 = 26$	$1/2 = 34$
$2/1 = 44$	$1/3 = 42$
$2/2 = 52$	$1/4 = 50$
$2/3 = 60$	$1/5 = 58$
$2/4 = 68$	$1/6 = 66$
$2/5 = 76$	$1/7 = 74$
$2/6 = 84$	$1/8 = 82$
$2/7 = 92$	$1/9 = 90$
$3/1 = 62$	
$3/2 = 70$	
$3/3 = 78$	
$3/4 = 86$	
$3/5 = 94$	
$4/1 = 80$	
$4/2 = 88$	

52. A: b 'yi de yapalım o zaman.

53. F: Şu hocam. (Cevabı gösterir.)

54. A: Aslında bunu yapınca otomatik olarak b 'de çıktı.

55. F: Evet. 3 kere oyun alanını, 5 kere de oyuncakları kullanabilir. 94... 1 lira kalır.

56. A: Tamamdır.

Bu aşamada öğrencinin küçük eşit kavramının farkında olduğu, yaptığı harcamanın 95 lirayı geçmemesi gerektiğine ilişkin yorumu yapabildiği görülmüştür.

Oluşturdukları eşitsizlik ifadesi üzerinden tüm durumları hesaplayabildikleri, eşitsizlik kavramına ilişkin temel bilgiye sahip oldukları ve bu bilgiyi kullanabildikleri görülmüştür. Şekil 43'de görüldüğü üzere öğrencilerin tanıdıkları yapıları yeniden düzenleyerek sorunun çözümüne uygun cebirsel yapıyı oluşturabilmesi sonucu RBC+C soyutlama modelinin oluşturma (construction) basamağı gerçekleşmiştir. b şıkkı için de a şıkkında hesapladıkları durumlar üzerinden yola çıkarak sonuca gittikleri, ve vardıkları bu sonucu net olarak ifade edebildikleri gözlemlenmiştir.

4.4. Dördüncü Soruya Ait Bulgu ve Yorumlar

SORU-4: Sefa basketbol maçında tek sayılık ve üç sayılık atışlar yapıyor. Sefa'nın en az 18 puanlık atış yapmış olması için olabilecek tüm sonuçları içeren grafiği çizerek çözümü bulunuz.



Not: Görsel www.freepik.com sitesinden alınmıştır.

4.4.1. Berna ve Ceren İsimli Öğrencilere Ait Bulgular

Berna ve Ceren matematik ders başarısı düşük olan öğrenciler olup aşağıdaki diyaloglarda Araştırmacı "A", Berna "B" ve Ceren "C" harfi ile kodlanmıştır.

Öğrencilerden Ceren soruyu sesli okumuştur.

1. B: Sonucu 18 puan çıkan ihtimallerin hepsini yazacağız buraya.
2. C: Tek tek sırayla... 3×1 , 3×2 gibi.
3. B: Evet.
4. A: Ne yapmaya çalışıyorsunuz, sorudan ne anladınız?
5. B: Olabilecek tüm ihtimalleri yazıyoruz, şu an üçlük atışları hesaplıyoruz. Mesela üçlük atışlardan 18'e tamamlaması için 18'e tamamlaması gerekiyor. Tek sayılardan da 18.
6. C: Ama atışlar yapıyor, tek bundan yapmıyor ki, bundan da yapmış olabilir.
7. A: Tek sayılık da yapması şart mı?
8. C: Şart.
9. A: Az önceki sorudaki gibi en az bir olması gerekir gibi bir şart sunmamış.
10. B: Evet.

Şekil 45

Berna ve Ceren'in 4. Soru İçin Durum Hesaplamaları

Berna's Calculations:

$$\begin{aligned} 3 \times 1 &= 3 \\ 3 \times 2 &= 6 \\ 3 \times 3 &= 9 \\ 3 \times 4 &= 12 \\ 3 \times 5 &= 15 \\ 3 \times 6 &= 18 \end{aligned}$$

Ceren's Calculations:

$$\begin{aligned} 1 \times 1 &= 1 \\ 1 \times 2 &= 2 \\ 1 \times 3 &= 3 \\ 1 \times 4 &= 4 \\ 1 \times 5 &= 5 \\ 1 \times 6 &= 6 \\ 1 \times 7 &= 7 \\ 1 \times 8 &= 8 \\ 1 \times 9 &= 9 \\ 1 \times 10 &= 10 \\ 1 \times 11 &= 11 \\ 1 \times 12 &= 12 \\ 1 \times 13 &= 13 \end{aligned}$$

Combined List:

$$\begin{aligned} 1, 15 &\leftarrow 3, 15 = 18 \\ 2, 12 &\leftarrow 6, 12 = 18 \\ 3, 9 &\leftarrow 9, 9 = 18 \\ 4, 6 &\leftarrow 12, 6 = 18 \\ 5, 3 &\leftarrow 15, 3 = 18 \\ 6, 0 &\leftarrow 18, 0 = 18 \\ 0, 18 &\leftarrow 0, 18 = 18 \end{aligned}$$

Bu aşamada öğrenciler önlerinde bulunan kâğıda toplamı 18 yapan durumları not almaya başlarlar.

Bu soruda öğrencilerin kendilerine verilen gerçek hayat durumunu kavramakta güçlük çekmedikleri verilen bağlam kapsamında sorunun ilgilerini çektiğini ve soruya kolayca odaklandıkları görülmüştür.

Ancak her iki öğrencinin de bu sorudan önce çözdükleri soruya odaklandıkları, diğer soruda yer alan, tüm durumları hesaplama, seçeneklerin en az birer kez gerçekleşmesi gibi hususlara şartlandıkları fark edilmiştir. Bunun üzerine dikkatlerini yeniden toplamalarını sağlamak amacıyla araştırmacı tarafından kendilerine gündelik yaşamları ile ilgili birkaç soru yöneltilmiştir.

11. A: İlk yazdıklarınız üçlüklerin sayısı, ikinci yazdıklarınız birliklerin sayısı değil mi?
12. B: Evet.
13. A: Şimdi toplam puanı 18 yapacak olan tüm durumları mı buldunuz?
14. C: Evet.
15. A: Şimdi ne yapmayı düşünüyorsunuz?
16. Her iki öğrencinin de duraksadığı, bir müddet düşündükleri gözlemlenmiştir.

Öğrencilerin bu sorunun çözümünde eşitsizlik kullanmaları gerektiğini henüz doğrudan fark etmedikleri, dolayısıyla RBC+C soyutlama modelinin tanıma (recognizing) aşamasının gerçekleşmediği söylenebilir.

17. A: Bu bulduğunuz puanların kaçar atışa denk geldiğini yazdınız mı?

18. B: Yok. Evet yazalım.

19. A: Tamam. Peki, soruda sizden ne istiyor?

20. B: Bunları grafik çizerek göstermemizi istiyor.

21. A: Grafik deyince ne anlıyorsunuz?

22. B: Benim aklıma tablo geliyor.

23. A: Koordinat sistemini duydunuz mu?

24. C: Duydum.

25. B: Duydum da ne olduğunu bilmiyorum.

Bu aşamada her iki öğrencinin de sıralı ikilileri grafik ile ifade etmenin ötesinde, koordinat sistemine ilişkin temel bilgileri de hatırlamakta zorlandıkları gözlemlenmiştir. Eşitsizlik denklemlerinin grafikte gösterimi konusu bakımından tanıma (recognizing) basamağı gerçekleşmemiştir.

26. A: Koordinat sisteminde sayıların birbirlerine göre konumları var, aslında biz de burada onu yapmadık mı? Şimdi biz koordinat sisteminde iki eksen çizmeliyiz, biri x 'leri gösterirken, diğeri y 'yi göstermeli.

27. C: Evet. Haa. Şimdi anladım. Şu değil mi? (Kâğıt üzerine çizerek gösterir.)

28. B: Ama bu grafik değil mi?

29. A: Zaten soruda sizden grafik çizmenizi istiyor.

30. B: (Soruya baktıktan sonra.) Evet doğru.

31. A: Sayılar azalarak mı gidiyor? (y eksenindeki sayıları yukarıya doğru azalacak şekilde işaretlediklerini fark etmesi üzerine.) (0 noktasını işaret ederek.) Burası ne noktası.

32. C: Sıfır. Evet, sıfırdan başlıyoruz. (Düzeltir.)

33. A: Biraz daha eşit aralıklarla işaretlemeye çalış...

34. C: (İşaretlemeleri yaptıktan sonra) Şimdi bunları eşleştirmemiz lazım.

35. B: Nasıl eşleştireceğiz ki?

36. C: İşte birleştireceğiz.

37. A: Eşleştikleri noktaları biraz daha karalayın isterseniz.

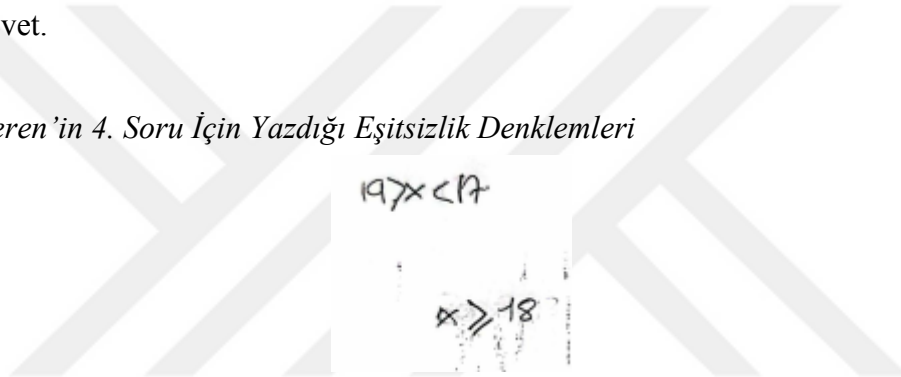
38. A: (Öğrenciler belirledikleri noktaları işaretlemeyi tamamladıktan sonra) Siz hep sadece 18'e göre ilerlediniz. Ama en a 18 puan diyor.

39. B: 18'den küçük olacak.

40. C: Hayır 18'den büyük olacak. En az diyor.
41. A: Bu ne demek.
42. B: 18'den sonsuza kadar gidebilir.
43. C: Sonsuz büyüktür 18 büyüktür 18... (söylediği eşitsizlik denklemini kâğıda not eder.)
44. A: (Yazdığı eşitsizlik ifadesini göstererek.) Bu 18 *x'ten küçük* demek.
45. C: büyüktür yapacağız.
46. B: x büyüktür 18 yazmayacak mıyız?
47. C: Sonsuz da var ya.
48. A: İlla şart değil onu yazmanız.
49. B: ya 18 olacak ya da 18'in üstü olacak.
50. A: x dediğiniz toplam puanı mı?
51. C: Evet.

Şekil 46

Berna ve Ceren'in 4. Soru İçin Yazdığı Eşitsizlik Denklemleri

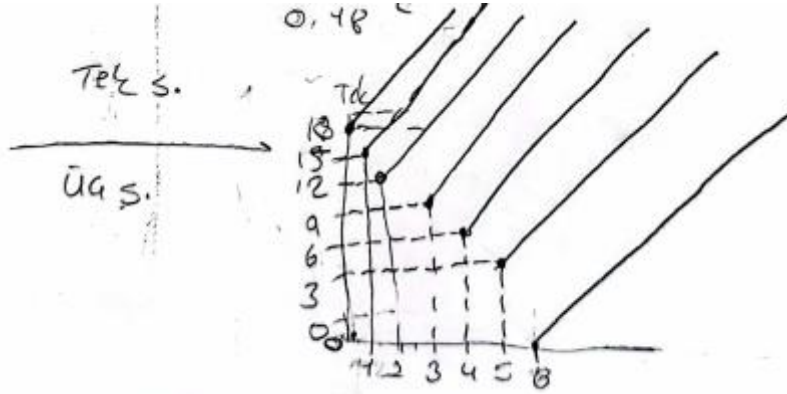


Bu aşamaya kadar olan gözlemlenebilir davranışlarından Berna ve Ceren'in eşitsizlik konusuna ilişkin büyüktür, küçüktür, büyük eşit ve küçük eşit sembolleri olmak üzere temel kavramlar da dâhil olmak üzere eksikliklerinin bulunduğu gözlemlenmiştir.

52. A: Peki o zaman bunu grafikte nasıl göstermemiz lazım? Sizin bu çizdikleriniz sadece 18'i gösteriyor. 18'den büyük olanlar grafiğin neresinde.
53. C: Geri kalan sayıları. (Kafasının karıştığı gözlemlenir.)
54. A: Yani alt taraftaki sayılar mı, üst taraftaki sayılar mı?
55. B: Üst taraftaki sayılar.
56. A: Nasıl gösteririz?
57. A: Her iki öğrencinin de susup cevap vermemesi üzerine) Taramak mı lazım?
58. C: Evet. (Tarama yapar.)
59. A: Tamamdır.

Şekil 47

Berna ve Ceren'in 4. Soruda Çizdiği Grafik



Bu soru özelinde öğrencilerin, eşitsizlik denklemleri ve eşitsizliklerin grafikte gösterimi konularında tanıma (recognizing) basamağında eksiklikleri bulunması nedeniyle RBC+C soyutlama modelinde önceden oluşturulan matematiksel bilgilerin kullanılması sonucu bir problemi anlaması, açıklaması olarak ifade edilen kullanma (building with) basamağının tam olarak gerçekleşmediği değerlendirilmiştir.

Ayrıca öğrencilerin RBC+C soyutlama modelinin tanıma ve kullanma basamaklarında problem yaşadığı, bu aşamalarındaki eksikliklerin oluşturma (constructing) ve pekiştirme (consolidation) aşamalarının sağlıklı bir şekilde değerlendirilecek verilerin bulunmadığı görülmüştür.

Eşitsizlik denklemlerini oluşturma ve grafik çizme aşamasında yaşadıkları tereddütler sebebiyle buna ilişkin geçmiş teorik bilgilerinin zihinlerinde pekişmediği değerlendirilmiştir.

4.4.2. Duygu ve Ebru İsimli Öğrencilere Ait Bulgular

Duygu ve Ebru matematik ders başarısı orta düzeyde olan öğrenciler olup aşağıdaki diyaloglarda Araştırmacı "A", Duygu "D" ve Ebru "E" harfi ile kodlanmıştır.

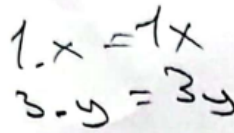
1. D: Hocam ben bilmiyorum. Ne demek oluyor 3 sayı?
2. A: Kurallar var, yakından atarsan tek sayı oluyor, bir çizginin gerisinden atarsan 3 sayı.
3. E: Uzaktan attığında 3, yakından attığında tek sayı.
4. D: Sefa basketbol maçında tek sayılık ve 3 sayılık atışlar yapıyormuş... Yani bir puanlık ve 3 puanlık.
5. E: Şimdi uzaktan olduğunda 3 puanlık, yakından olduğunda tek puanlık...

Bu soruda öğrencilerin kendilerine verilen gerçek hayat durumunu kavramakta güçlük çekmedikleri, verilen bağlam kapsamında sorunun ilgilerini çektiği ve soruya kolayca odaklandıkları görülmüştür.

6. D: (Soruyu sesli olarak tekrar ettikten sonra) Biz bunu tablo yöntemiyle yine bulalım.
7. E: Deneme yanılma.
8. D: Şimdi tek sayılık 1 puan. Atışlar yapıyor ama kaç atış yaptığını bilmiyoruz. Kaç atış yaptığını bilmediğimiz için birim değerleri çarpacağız. Yani 1 ile x 'i çarpsak zaten x olacak... Farklı bir bilinmeyen versek... 3 puanlığı da y ile çarpınca $3y$ yapıyor. Tamam, biz bunlara böyle diyoruz.

Şekil 48

Duygu ve Ebru'nun 4. Sorudaki Değişken Atamaları



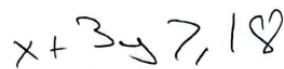
$$\begin{aligned} 1.x &= 1x \\ 3.y &= 3y \end{aligned}$$

Duygu adlı öğrencinin 8.D ifadesinde soruda verilen bilgilerden yola çıkarak soruya ilişkin cebirsel ifadeleri doğru kullandığı görülmüştür. Bilinmeyen değer atamalarını yapabilmektedir.

9. E: $x + 3y$.
10. D: $x + 3y$ küçük eşit olmalı 18'e. Yok hayır büyük...
11. E: En az...
12. D: Tamam doğru yazmışım.
13. E: En az 18 puanlık. 18'den büyük de olabilir.
14. D: Evet büyük eşit. Denklemi kurduk.

Şekil 49

Duygu ve Ebru'nun 4. Soruda Oluşturdukları Eşitsizlik Denklemi



$$x + 3y \geq 18$$

Öğrencilerin soruda eşitsizlik kavramını kullanmaları gerektiğini fark ettikleri görülmüştür. Öte yandan daha önce edinmiş oldukları eşitsizlik kavramına ilişkin matematiksel bilgiyi ve matematiksel kavramları fark etmeleri dolayısıyla RBC+C soyutlama modelinin tanıma (recognizing) aşamasının temelde gerçekleştiği söylenebilir. Yine tanıma aşamasında fark ettikleri geçmiş teorik matematiksel yapıları yeni problemde kullanabilmeleri sonucu RBC+C soyutlama modelinin kullanma aşamasının gerçekleştiği söylenebilir.

15. A: Burada x ve y 'yi bulma şansınız var mı bu şekilde?
16. D: Bilinmeyenler aynı olmadığı için toplayamayız, bölemeyiz... Her iki tarafı 18'e bölssek...
17. E: Ama en azından ihtimal verebiliriz. Mesela 1 puanlık 3 atış yapmıştır. Toplamda şu kadar puan...
18. D: Ama onu bizim tablo halinde vermemiz gerekiyor.
19. E: Ama zaten hepsini tek tek bulduktan sonra denklem yapmanın anlamı ne? Ben mesela tabloyu buraya kurarım mesela...

Bu aşamada öğrencilerin kurdukları eşitsizlik içeren cebirsel yapı (Şekil 49) ile sonuca ulaşamadıkları, elde ettikleri denklemi nasıl kullanacakları konusunda tereddüde düştükleri gözlemlenmiştir. Burada RBC+C soyutlama modelinin kullanma ve oluşturma basamakları iç içe geçmiş durumdadır. Bu basamakların birbirlerinden kesin çizgilerle ayrılmasından söz edilemez. Bu soru özelinde de bu iç içe geçmişlik durumu ön plana çıkmaktadır. Buradan yola çıkarak kullanma ve oluşturma basamaklarının yönlendirmeler ile gerçekleşebildiği söylenebilir.

20. A: Tabloyu yapmaya başla bakalım ne çıkacak...
21. D: Maksat denklem kurmayı öğrenmek...
22. E: (Kâğıda tablo çizmeye başlar)
23. D: Şimdi buraya 1'likleri yazalım. Birlik kaç tane kullanabiliriz...
24. E: 1'den başlayıp hepsini tek tek yazalım.
25. D: Evet. 1-2-3-4-5...
26. E: Dur şöyle yapalım...
27. D: Şimdi biz önceki soruda eşitlemeye çalışıyorduk. Şimdi de fazla çıkarmaya çalışıyoruz.
28. E: Şurayı silelim...
29. D: Burayı silme, çünkü daha fazla değer vereceğiz.
30. E: Bence burası 1'lik tablo olsun, altı da 3'lük olsun...
31. D: Olabilir evet.
32. E: Çünkü çizdiğim 1'lik 10 tane bile atmış olabilir.
33. D: Evet. Tek tek yazmaktansa mantıklı... Peki, hocam biz bunu 100'e, 10.000'e, 100.000'e kadar çıkartabiliriz ama bir yer de durmamız gerekiyor...
34. E: Birlik mesela 10 tane atış yapsa... Gelse mesela 3'lük...
35. D: 18'e eşitlesek. Büyük olanı bilmediğimiz için. Tüm sonuçları soruyor bize ama kaç kadar? 1'lik atış 100 tane de yapmış olabilir. Sınır vermemiş.

36. E: 1'lik 11 tane yapsa, 3'lük de 2 tane yapsa oluyor.

37. D: 17 yapıyor, dur. 5 kere 3'lük atsa, 15 yapıyor, 3 kere de 1'lik atar, 18 yapıyor en az... Mesela bir sonuç bulduk.

38. D: (Ebru'ya dönerek.) Bize tüm sonuçları bulun diyor. En az 18. Diğer soruda en çok diye sormuştu. Bir sınırimız vardı. Ama şu an yok... 80 tane 1'lik atar 100 tane 3'lük atar. Biz sonuna varamayız. Ne yapmamız gerekiyor? Anladın mı?

39. E: Anladım da...

Öğrencilerin eşitsizlik konusuna ilişkin, büyüktür, küçüktür, büyük-eşit, küçük-eşit gibi kavramları hatırlamakla beraber eşitsizlikleri grafik ile gösterme konusuna ilişkin ön bilgilerini bu soruda kullanmaları gerektiğini fark etmedikleri, bu bakımdan tanıma basamağının eksik gerçekleştiği gözlemlenmiştir. Bu aşamada araştırmacı tarafından öğrencilere küçük hatırlatmalar yapılmıştır.

40. A: Demek ki tablo işinizi görmüyor. Çünkü en az 18 demek Duygu'nun dediği gibi üst sınır yok demek. Yani benim bu tabloyu bitirme ihtimalim yok. O yüzden zaten ne yapmanızı istiyor? Grafik çizmenizi... Grafik biliyor musunuz?

41. D: Evet.

42. E: (Kâğıda çizerek grafik denince aklına gelen şeyi gösterir.) Şöyle...

43. A: Ama x 'ler, y 'ler var. Koordinat sistemi duydunuz mu hiç?

44. D: Evet.

45. E: (Çizerek gösterir.) $x, y...$

46. D: Ben görmedim. Gördüm de hatırlamıyorum herhalde...

47. E: Koordinat sistemi biliyorum, çiziyorum ben ya... (Bunları söylerken tereddütlü olduğu gözlemlenir.) Ben geçen sene çiziyordum da şu an hatırlayamıyorum. (Duygu'ya dönerek) Biz işledik mi koordinat sistemi?

48. D: Bu sene de duyduk ya...

49. E: Denklemlerden sonra işlemedik. Ben hatırlamıyorum.

50. D: Kaldık hocam...

51. A: Koordinat... x eksen, y eksen...

52. D: Ha onu diyorsunuz...

53. E: (Kâğıda koordinat sistemi çizer.) İşte şu.

54. A: Bunu biliyorsunuz değil mi?

55. D: Bu x , bu $y...$

56. A: Tam tersi...

57. D: Ha. Onu unutmuşuz hocam...

Her iki öğrencinin de eşitsizlikleri grafik ile ifade etmenin ötesinde, koordinat sistemine ilişkin temel bilgileri de hatırlamakta zorlandıkları gözlemlenmiştir.

58. A: Tepeye de eşitsizliği yazın... $x + 3y$ 'yi burada nasıl çizersiniz.

59. D: (Kâğıt üzerine çizerek.) Şöyle yapmaz mıyız?

60. E: Böyle olması gerekiyor.

61. A: (Burada öğrencilerin duraksadıkları, kafalarının karıştığı gözlemlenir.) x ve y 'nin durumlarını grafikte gösterin... Grafik çizerken eksenleri kestiği noktalar bulunur...

62. D: Ben kafadan yapmayı deniyorum şu an...

63. (Her iki öğrenci de bir müddet daha düşünmeye devam eder.)

64. A: x 'e 0 verdin...

65. D: Haa... 18... y , 6 ...

66. E: y 'ye 0 versek...

67. A: Yani siz x eksenine 18, y ekseninde 6'yı işaretler, bunları birleştirirseniz toplamaları 18 olan sonuçları bulmuş olursunuz...

68. D: Ha, grafik üstünde gösteririz...

69. D: (Bir müddet grafik üzerinde uğraştıktan sonra.) Yani biz y 'ye her ihtimalde 1'den 6'ya kadar verebiliriz, ya da pardon 0'dan 6'ya kadar, x 'e de her ihtimalde 0'dan 18'e kadar...

70. A: Bizim grafiğimiz 18'e göreyse büyük olsun dediğimiz zaman aşağıdaki sayıları mı?

71. E: Yukardaki.

72. D: Yukardaki sayıları...

73. A: Bunu nasıl gösterirsiniz.

74. D: Uzatarak mı?

75. A: Tarayarak.

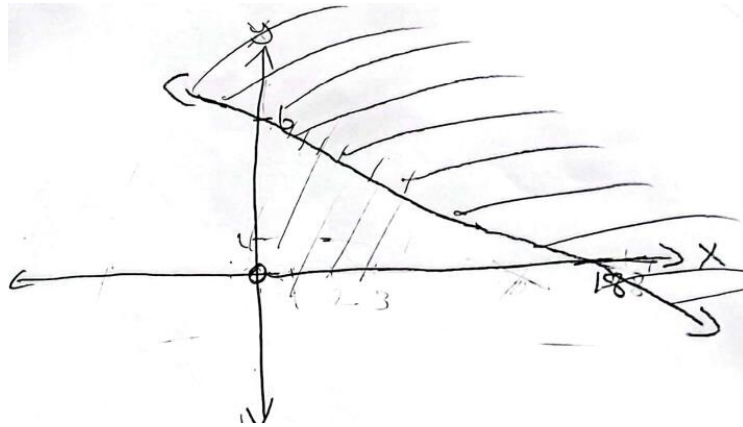
76. E: Şöyle gibi mi? (Kâğıt üzerine tarama yaparak.)

77. D: (Grafik üzerinde tarama yaparak.) Şöyle.

78. E: Yüksekse üstü, küçükse altı tarayacaktık... 18 değerini istemiyorsa da kesikli yapacaktık...

Şekil 50

Duygu ve Ebru'nun 4. Soru İçin Çizdiği Grafik



79. A: Bana özetleyebilir misiniz, ne yaptık...
80. D: Ne yaptık, biz tablo yoluyla bulamadık. Çünkü çok fazla sonuç olabilirdi.
81. E: Bulmaya yaklaşmadık. Çünkü yanlış tabloyu yapmışız.
82. D: Koordinat sistemini kullanmamız gerekiyormuş, yanlış grafikleri seçtik... x 'i kapatıp y 'yi bulduk, y 'yi kapatıp x 'i bulduk, sonra grafiği, işte koordinat sistemini çizdik, taradık. Sonucu da böyle göstermiş olduk.
83. E: Ben ilk başta tabloyla göstereceksek denkleme ne gerek var diye düşünüyordum. Bu tabloyla onu elde edemeyeceğimizi fark ettim. Demek ki hem denklemi kurup hem de grafiği yapmamız gerekiyor.
84. A: Yani bu grafiğin çizilebilmesi için bize bir denklem lazım.
85. E: Denklemi kurup, grafiği de o denkleme göre yapacağız.
86. D: O denkleme bağlı oluyor aslında, mesela x 'i kapatıp y 'ye 18 verirsek...
87. E: Çünkü zaten bunlara... Denklem kurup da kaç kaç vereceğimizi bilmesek burayı tarayamayız.
88. D: Evet.
89. A: Tamamdır.

Bu soru özelinde öğrencilerin, koordinat sistemi ve eşitsizlikleri grafikte ifade etme hususlarındaki müfredatta yer alan bilgileri hatırlamakta zorlanmaları ve çok tereddütlü ilerlemeleri nedeniyle; neticede Şekil 50'ye ulaşılar bile oluşturma (construction) ve pekiştirme (consolidation) basamaklarının gerçekleştiğinin öğrencilerin davranışları üzerinden tam ve doğru şekilde gözlemlenebildiğinin söylenmesi mümkün olmamıştır.

Öte yandan sayılan bu eksiklere rağmen; öğrencilerin yaptıkları çözümleri sözel olarak ifade edebiliyor olmaları, oluşturma ve pekiştirme aşamalarının kısmen gerçekleştiğini göstermektedir denebilir.

4.4.3. Fatma ve Gamze İsimli Öğrencilere Ait Bulgular

Fatma ve Gamze matematik ders başarıları yüksek olan öğrenciler olup aşağıdaki diyaloglarda Araştırmacı “A”, Fatma “F” ve Gamze “G” harfi ile kodlanmıştır.

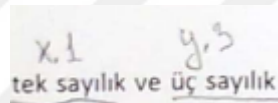
1. F: 1 puan, 3 puan...
2. G: En az 18...
3. F: Evet.

Bu soruda öğrencilerin kendilerine verilen gerçek hayat durumunu kavramakta güçlük çekmedikleri, verilen bağlam kapsamında sorunun ilgilerini çektiği ve soruya kolayca odaklandıkları görülmüştür.

4. G: Burada tek sayılıklar x olsun, bu da y ...

Şekil 51

Fatma ve Gamze'nin 4. Sorudaki Değişken Atamaları



5. G: $x + 3y$...
6. A: Bir sembol kullanıyorsun. Ne o sembol?
7. G: Büyük eşit.
8. A: Neden büyük eşit kullandınız?
9. G: Çünkü en az 18...
10. F: Büyüktür...
11. G: 18 ve daha fazla...

Şekil 52

Fatma ve Gamze'nin 4. Soruda Oluşturdukları Eşitsizlik Denklemi

Öğrencilerden Gamze, soruyu okur okumaz aşına olduğu eşitsizlik bilgisini 11.G ifadesinde doğru olarak belirtmiştir. 4.G'deki ifadesinde Gamze'nin tek sayılık atış sayısına x , üç sayılık atış sayısına y yazması değişken ve cebirsel ifade bilgisini tanıdığını göstermektedir. Ayrıca sorunun çözümü için eşitsizlik denklemi oluşturmaları gerektiğinin farkında oldukları

anlaşılmaktadır. Daha önce edinmiş olduğu eşitsizlik kavramına ilişkin matematiksel bilgiyi ve matematiksel kavramları karşılaştıkları bu yeni problem durumunda fark ettikleri dolayısıyla RBC+C soyutlama modelinin tanıma (recognizing) aşamasının gerçekleştiği söylenebilir. Yine tanıma aşamasında fark ettikleri geçmiş teorik matematiksel bilgileri kullanarak RBC+C soyutlama modelinde önceden oluşturulan matematiksel bilgilerin kullanılması sonucu bir problemi anlaması, açıklaması olarak ifade edilen kullanma (building with) aşamasını gerçekleştirdikleri de davranışlarından gözlemlenmiştir. Şekil 52’de öğrencilerin soruda verilen bilgilerden yola çıkarak çözüme ilişkin cebirsel yapıyı kolayca oluşturabildiği görülmüştür.

12. A: Grafikten ne anlıyorsunuz?

13. F: Tablo.

14. G: Benim için koordinat sistemi.

15. G: (Bir müddet düşündükten sonra) Ben anladım... Kaç kere x , sonra kaç kere y .
Bunları nokta olarak...

Gamze kalemlüğinden cetvel çıkararak koordinat sistemini çizmeye başlar. Gamze’nin grafik çizimi sırasında birimlendirmeleri eşit aralıklı olarak çizdiği fark edilmiştir. Eşitsizliğe ilişkin grafik çizme konusunda Fatma’nın ise daha önceden var olan bilgilerini hatırlayamadığı, eşitsizliklerin grafik ile gösterimi konusunda tanıma aşamasında eksikliklerinin bulunduğu, Gamze için tanıma aşamasının sorunsuz gerçekleştiği, onun uyarısı ile Fatma’nın da daha önceden edindiği bilgilerini hatırladığı görülmüştür.

16. A: x eksenini bizim sorumuzda neyi gösteriyor?

17. G: Tek sayıları, y ’de 3 sayıları.

18. G: Ve tablo, grafik için...

G Grafik altına tablo çizer.

Şekil 53

Fatma ve Gamze’nin 4. Soruda Grafik Oluşturma Sırasında Kullandıkları Tablo

x	0	3	6	9	12	15
y	6	5	4	3	2	1

19. G: Nasıl devam edeceğiz?

20. F: 18’den büyük olacak. Yani 18’e eşit ya da büyük olacak.

21. A: Nerden yola çıkmanız lazım, grafiği çizmeniz için.

Bu aşamada öğrencilerin koordinat sistemi çizdikten sonra grafiği oluştururken zorlandıkları gözlemlenmiştir.

22. F: Burada 18 ve büyük olanları... Bir de şurada 1'den şey olan sayıları değil de...
23. G: Grafik böyle olacak, yani devamlı gidecek...
24. A: Doğrusal bir grafik olacak diyorsun.
25. F: x olarak kaçtan...
26. A: Deneyin bakalım...
27. F: 8 ve 18 desek...
28. G: Bu grafik çizmek için 2 durum bulmak zorundayız. Çünkü en az iki nokta lazım doğru grafiği için. Ama istediğimiz en az 18 olması.
29. Bu grafik bu ortamda başlayacak, çünkü en az 18 ve sadece 1 yöne doğru...
30. G: Kaç olabilir?
31. F: Orası 9, oraya da 3.
32. A: x 'e en küçük kaç verebilirsiniz?
33. G: 1.
34. F: Yani 1.
35. A: Belki hiç atmamıştır.
36. F: Sıfır.
37. G: $x = 0$, y noktası 6...
38. A: Sonra...

Bir müddet sessizce kâğıt üzerinde durumları hesaplamaya devam ederler.

39. F: Bu 1 olsun bu da 15.
40. G: Ama grafiği istiyor...
41. A: Grafik çizeceksiniz ya 2 nokta bulmanız... Bu noktaları koordinat sisteminde gösterebilir misiniz?
42. G: Bu 0, bu 6...

$x = 0, y = 6$ noktasını işaretler, ardından $x = 3, y = 5$ noktasını işaretlemeye çalışır, bunu yaparken $x = -3$ 'te yanlış olarak işaretler.

43. A: $y = 0$ olsa?
44. G: $x = 18$ olur.

G adlı öğrenci, $x = 18, y = 0$ noktalarını koordinat sistemi üzerinde işaretler ve noktaları birleştirir.

45. A: Negatif taraflara geçebilir miyiz?
46. F: Olabilir aslında...

47. G: Ama olmuyor, çünkü -1 defa nasıl atacak...
48. F: Belki kaybetmiştir. Haa doğru...
49. A: Bu $x + 3y = 18$ 'in grafiği, bunun fazlası da olabilir mi?
50. F: Evet.
51. A: Bunu grafikte nasıl gösterirsiniz, daha fazla olan kısmı?
52. F: Çizginin sonu olmasa?
53. G: Böyle yaparsak (eliyle tarama işareti yapar).
54. A: Neresini?
55. F: Grafiğin üstünü.
56. A: Bu grafik üzerindeki her nokta olabilir mi?
57. F: Anlamadım.
58. G: Yok böyle.

Grafik üzerinde nokta koyarak işaretleme yapar.

59. G: Çünkü tam sayılar.

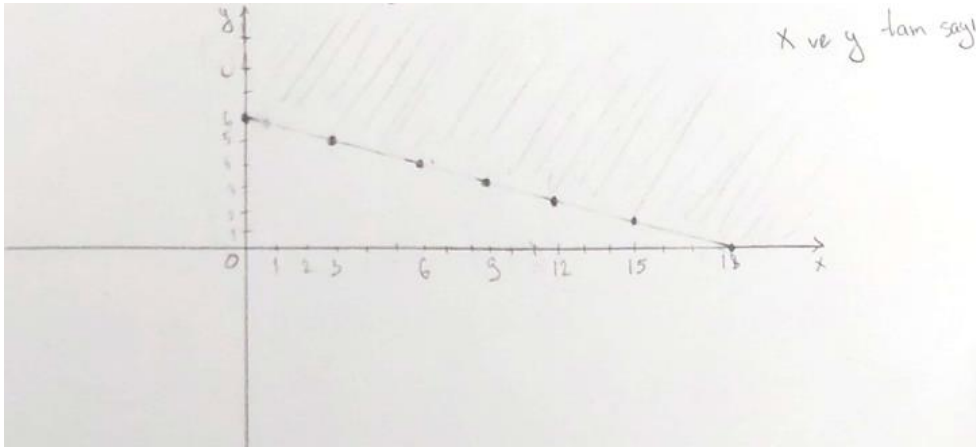
Bu aşamada yeniden tabloya dönerek toplamı 18 olan durumları hesaplamaya devam ederler.

60. G: Sırayla geçiyoruz... Nasıl söylerim Türkçe...
61. A: Diyorsun ki yani y'den gitmek daha mantıklı. Hesaplanmış halini mi yazıyorsunuz.
62. F: Evet.
63. G: 1-2-3-4-5-6.
64. A: 7 olur mu?
65. G: Hayır y 7 olursa burada (Grafik üzerinde taradıkları alanı gösterir.)
66. F: Evet, doğru.
67. A: Bu noktaları grafik üzerinde gösterebilir misiniz?

G noktaları grafik üzerinde işaretledikten sonra geri kalan çizgileri siler.

Şekil 54

Fatma ve Gamze'nin 4. Soru İçin Çizdikleri Grafik



68. A: Bu grafiği çizerken dikkat etmemiz gereken şey neydi?

69. F: x ve y 'nin tam sayı olması.

Her ne kadar çizdikleri grafik anlamlı olsa da x ve y nin tamsayı değil de doğal sayı olması gerektiğini fark edememişlerdir.

Gamze'nin G.28'deki ifadesinden iki bilinmeyenli doğru grafiğinin çizimi için gerekli bilgiyi kullanarak grafiğin çizim aşamasını gerçekleştirdiği görülmektedir. Dolayısıyla oluşturma basamağı gerçekleştirilmiştir. Bu soruda Fatma ve Gamze'nin koordinat sistemi ve eşitsizlikleri grafikte ifade etme hususundaki müfredatta yer alan bilgileri hatırladıkları ancak hatırladıkları teorik bilgileri mevcut sorunun çözümünde pratiğe dökerken tikanıklıklar yaşadıkları gözlemlenmiştir.

Daha önce oluşturulmuş matematiksel yapının öğrenciye tanıdık gelerek yeni yapının bilinçli olarak oluşturulması olarak tanımlanan pekiştirme aşamasıyla ilgili olarak; öğrencilerin müfredatta öğrendikleri bilgileri hatırlayarak kullandıkları ve grafik çizimiyle ilgili doğru aktarımlarda bulundukları görülmüştür. Diğer yandan Şekil 54'de görüldüğü üzere öğrenciler yaşadıkları duraksamalara rağmen eşitsizlik ve koordinat sistemine ait ön bilgileri kullanarak grafiği çizmiş ve eşitsizliğin ne anlama geldiğini doğru bir şekilde yorumlayıp grafikte gerekli bölgeyi tarayarak grafik çizimini tamamlamıştır. Böylece sadece matematik başarısı yüksek olan gruptaki öğrenciler için pekiştirme basamağı gerçekleşmiştir.

BEŞİNCİ BÖLÜM

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu araştırma da farklı matematiksel başarı düzeylerine sahip 9. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik içeren matematik okuryazarlık sorularına ilişkin bağlamsal öğrenme süreçlerinin RBC+C soyutlama modeline göre incelenmesi amaçlanmıştır. Bu kapsamda matematik ders başarı düzeyleri düşük, orta ve yüksek olmak üzere üç grup belirlenmiştir. RBC+C soyutlama modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik süreçlerini inceleme fırsatı sunan dört adet bağlam temelli soru ile çalışma gerçekleştirilmiştir. Bu bölümde öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplar doğrultusunda RBC+C soyutlama modeline göre bilgiyi nasıl oluşturdukları ve pekiştirdikleri, hangi aşamalarda sorun yaşadıkları, benzerlik ve farklılıklarının neler olduğu derinlemesine incelenmiştir.

5.1. Sonuç

Çalışmanın bu aşamasında uygulama aşamasında elde edilen bulgular, RBC+C soyutlama modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme basamakları bakımından her soru ve her grup için ayrı ayrı değerlendirilmiştir.

Tanım (Recognizing) Aşaması İle İlgili Sonuçlar:

Birinci soruda; sorunun konusu itibariyle günlük hayatın içinden olması ve öğrencilerin okul derslerinde ders geçmek için gerekli not hesaplamalarına alışık olmaları nedeniyle her üç gruptaki öğrencilerin soruyla gerçek hayat durumları arasında kolayca ilişki kurabildikleri ve soruya olan ilgi ve motivasyonlarının yüksek olduğu görülmüştür. Tüm gruplar ikinci sınav notuna bilinmediği için “ x ” gösteriminde bulunmuştur. Matematik ders başarısı düşük olan grup çözüm sırasında kullanılması beklenen “büyük eşittir ($\geq$)” sembolünü sezmiş, ancak gösterim aşamasında kafa karışıklığı yaşadıkları görülmüştür. Öğrenciler bir müddet tereddüt yaşamalarına rağmen sonunda doğru sembole ulaşarak tanım aşamasını gerçekleştirmiştir. Orta ve yüksek başarıya sahip gruplar ise daha kolay bir şekilde “büyük eşittir” sembolünü tanım aşamasını gerçekleştirmiştir.

İkinci soruda; tanım aşamasında öğrencilerden fark etmeleri beklenen Yeşilyayla MTAL’in toplam puanı yerine “ x ” değişkenini üç grup da yazmıştır. Matematik ders başarısı düşük olan grup ve orta düzeydeki grup bu değişkenin hangi aralıkta olması gerektiğiyle ilgili ilk aşamada sorun yaşamıştır. Bu durum Kabaal ve Akın (2016) tarafından yapılan çalışmada nicelikler arasında ilişki kurmada öğrencilerin sorun yaşadıkları sonucuyla benzeşmektedir.

Bu iki grupta yer alan öğrenciler, gerekli hatırlatmalar sonucunda eşitsizliğin farkına varmıştır. Matematik ders başarısı yüksek olan grup ise değişken atamalarını, puan hesabı yapılması gerektiğini ve toplam maç sayısının 20 olması gerektiğini rahat bir şekilde fark etmiştir. Tüm öğrenciler mağlubiyet ve beraberlik sayılarının en az 1 olması gerektiği bilgisini eşitsizlik olarak zihinlerinde canlandırabilmiştir. Bu çerçevede tanıma aşamasının her üç grup için de başarılı bir şekilde gerçekleştiği söylenebilir.

Üçüncü soruda; *a* şıkında gerekli olan oyun alanı ve oyuncak kullanım sayılarına değişken atanmasında matematik ders başarısı düşük olan grupta yer alan Berna her ikisine de “*x*” değişkenini belirlemiş, Ceren’in uyarısı ile birine “*x*” diğerine “*y*” değişkenini ataması gerektiğini fark etmiştir. Öğrenciler kart ücreti düşüldükten sonra kullanılabilecek toplam bakiyenin en fazla 95 TL olduğunu fark ederek “küçük eşittir” sembolünün kullanılması gerektiğini söylemiştir. Böylece tanıma aşaması gerçekleşmiştir. Matematik ders başarısı orta olan grupta yer alan öğrenciler değişken ataması yapmak yerine direk aritmetik işlemler ile hesaplamaya geçmiştir. Bu öğrenciler de soruda “küçük eşittir” sembolü kullanılması gerektiğini fark etmiştir. Matematik ders başarısı yüksek olan grupta yer alan öğrenciler ise hem “*x*” ve “*y*” değişken atamalarını hızlıca yapmış hem de “küçük eşittir” sembolünün kullanılması gerektiğini anlamlandırmış, böylece tanıma aşaması gerçekleşmiştir. Üç gruptaki öğrenciler de sorunun *b* şıkında oyun parkında yapılacak maksimum harcamayı hesaplarken yine “95’ten küçük eşit” olması gerektiğinin farkında olarak hareket etmiştir.

Dördüncü soruda; soru metninin kısa olması öğrencilerin soruyu kavramalarını kolaylaştırmıştır. İkinci ve üçüncü soruların nispeten daha uzun olması öğrencilerde çözememe kaygısını arttırmıştır. Farklı çalışmalarda da öğrencilerin bağlam içeren problemleri, uzun, zor, yanıltıcı ve ayrıntı içeren problemler olarak gördükleri belirtilmiştir (Önal, 2015).

Matematik ders başarısı düşük olan grupta yer alan öğrencilerin sıralı ikililer ve koordinat sistemi kavramını hatırlaması çok güç olmuştur. Dolayısıyla tanıma aşamasının gerçekleştiğini söyleyemeyiz. Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) bilgiyi soyutlamanın öğrencilerin ön bilgilerinden, sınıf ortamlarından, kullanılan materyal gibi pek çok unsurdan etkilendiğini belirtmiştir. Dolayısıyla matematik ders başarısı düşük olan grubun dördüncü sorudaki ön bilgi eksiklerinden dolayı bilgiyi oluşturma süreci gerçekleşmemiştir.

Matematik ders başarı düzeyi orta olan grupta yer alan öğrenciler koordinat sistemini hatırlamakta güçlük çekse de zaman verince gerekli bilgiler zihinlerinde canlanmış, böylece tanıma aşaması gerçekleşmiştir. Matematik ders başarısı yüksek olan grupta yer alan öğrencilerden özellikle Gamze’nin grafik çizimine dair ön bilgilere sahip olduğu, sıralı ikili ve

koordinat sistemi kavramlarına aşına olduğu görülmüştür. Gamze arkadaşı Fatma'nın da hatırlamasına yardımcı olmuştur. Tanıma aşaması bu grup için de gerçekleşmiştir.

Tanıma basamağına ilişkin uygulama sonuçları Tablo 4'de özetlenmiştir.

Tablo 4

RBC+C Soyutlama Modeli Tanıma (Recognizing) Basamağı

Uygulama Grubu	Birinci Soru	İkinci Soru	Üçüncü Soru a şıkkı	Üçüncü Soru b şıkkı	Dördüncü Soru
Düşük	+	+	+	+	-
Orta	+	+	+	+	+
Yüksek	+	+	+	+	+

Kullanma (Building with) Aşaması İle İlgili Sonuçlar:

Birinci soruda; ortalama hesabında yapılması beklenen dört işlem, tüm gruplar tarafından doğru şekilde gerçekleşmiştir. Kullanma basamağı her üç başarı düzeyindeki öğrenciler için de başarıyla sonuçlanmıştır.

İkinci soruda; tüm öğrenciler gerekli hesaplamaları yaparak kullanma aşamasını gerçekleştirmiştir. Matematik ders başarısı yüksek olan grupta yer alan öğrenciler puan hesabı yapmaları gerektiğini kendileri fark ederken, düşük ve orta grupta araştırmacının ipucu vermesi sonucu işlemler doğru bir şekilde yapılmıştır.

Üçüncü sorunun *a* şıkkında; tüm gruplarda doğru aritmetik işlemlerin gerçekleştirilmesi sonucunda kullanma aşamasının gerçekleştiği söylenebilir. Matematik ders başarısı düşük olan grup, orta olan gruba göre daha sistemli olarak hesap yapmayı başararak *a* şıkkındaki tüm sonuçlara ulaşırlarken, orta grupta bulunan öğrenciler olası tüm durumları yazamamıştır. Matematik ders başarı düzeyi yüksek olan gruptaki öğrenciler ise sorunun mantığını doğru kavrayarak gerekli işlemleri hızlı ve sistemli bir şekilde gerçekleştirerek tüm durumlara ulaşmışlardır. Bu durum Yeşildere ve Türnüklü (2008)'nin çalışmalarında elde ettiği matematiksel gücü yüksek öğrencilerin bilgi oluşturma eylemleri arasındaki geliş gidişleri daha hızlı gerçekleştirdiği ve bu eylemlerin hızlı gerçekleşmesinin bilgi oluşturma sürecinin hızlı gelişmesine katkı sağladığı sonucuyla örtüşmektedir.

Üçüncü sorunun *b* şıkkında gerekli olan aritmetik işlemler tüm gruplarda doğru olarak kullanılmıştır.

Dördüncü soruda; öğrencilerden önce gerekli denklem grafiğini çizmeleri, ardından bu grafikten hareketle eşitsizlik grafiğine varmaları beklenmektedir. Ancak matematik ders başarısı düşük olan gruptaki öğrenciler, denklem grafiği ile ilgili ön bilgilere sahip olmadıkları için bazı hesaplamalar gerçekleştirmiş olmalarına rağmen kullanma basamağında yeterli başarıyı gösterememiş, kullanma basamağı gerçekleşmemiştir. Kaplan ve Açıl (2015) bilgiyi oluşturma için kullanma aşamasının gerçekleşmiş olması gerektiğini belirtmiştir.

Matematik ders başarısı orta olan grup, doğru eşitsizlik sembolü ile doğru matematiksel ifadeyi yazabilmiştir. Denklem grafiğini çizme noktasında bazı eksikleri olmasına rağmen araştırmacı tarafından yapılan hatırlatmalar ile kullanma basamağını gerçekleştirmişlerdir. Matematik ders başarısı yüksek olan gruptaki öğrenciler zorlanmadan gerekli değişkenler ve “büyük eşittir” sembolünü kullanarak cebirsel ifadeyi oluşturmuştur. Bu grupta yer alan Fatma cetvel kullanarak koordinat sistemi çizip denklem grafiğinden hareketle sonuca ulaşmayı hedeflemiştir. Bu grup için RBC+C soyutlama modelinin kullanma basamağı başarıyla gerçekleşmiştir.

Kullanma basamağına ilişkin uygulama sonuçları Tablo 5’de özetlenmiştir.

Tablo 5

RBC+C Soyutlama Modeli Kullanma (Building with) Basamağı

Uygulama Grubu	Birinci Soru	İkinci Soru	Üçüncü Soru	Üçüncü Soru	Dördüncü Soru
			a şıkkı	b şıkkı	
Düşük	+	+	+	+	-
Orta	+	+	+	+	+
Yüksek	+	+	+	+	+

Oluşturma (Construction) Aşaması İle İlgili Sonuçlar:

Birinci soruda; çözüm için gerekli olan matematiksel ifade orta ve yüksek matematik başarısına sahip öğrenciler tarafından doğru olarak oluşturulurken; düşük matematik ders başarısına sahip gruptaki öğrenciler doğru düşünceye sahip olmalarına rağmen yanlış gösterimde bulunarak oluşturma basamağını gerçekleştirememiştir. Dreyfus (2007)’un da belirttiği gibi bilginin oluşması için bir yapının sıklıkla tanınması ve kullanılması gerekir. Matematik ders başarısı düşük olan grup tanıma ve kullanma basamaklarında da başarılı olamadığı için eşitsizlik grafiğine ait bilgiyi oluşturamamıştır.

İkinci soruda; öğrencilerden beklenen Yeşilyayla MTAL'in puan aralığının doğru belirlenerek ilgili matematiksel ifadenin oluşturulması aşaması üç grup tarafından da gerçekleştirilmiştir. Matematik ders başarısı düşük olan gruptaki öğrenciler eşitsizlik sembollerinin ve bilinmeyen yerinin doğru tayin edilmesi hususunda zorlanmıştır. Matematik ders başarısı yüksek olan gruptaki öğrenciler var olan bilgilerini kullanarak cebirsel ifadeyi zaman kaybetmeden yazabilmiştir. Düşük ve orta grupta araştırmacı yönlendirmeler yapmak zorunda kalmıştır. Sonuç olarak oluşturma basamağı tüm öğrenciler tarafından gerçekleştirilmiştir. Özmantar ve Roper (2004) ın çalışmalarında da öğrencilere ihtiyaçları kadar destek verilmesi sonucunda bilgi oluşturma sürecini başarıyla tamamladıkları görülmüştür.

Üçüncü sorunun *a* şıkında; çözüm için istenilen matematiksel ifadeyi matematik ders başarısı yüksek olan grup ile düşük olan grup yazabilmişken, matematik ders başarısı orta olan grup matematiksel ifadeyi oluşturmada direk işlemleri yapmaya başlamıştır. Matematik ders başarısı orta düzeyde olan öğrencilerden Ebru, cebirsel ifade kullanmayı gereksiz gördüğünü ifade ederek doğrudan aritmetik işlemlerle soruları çözme eğiliminde olmuştur. Gürbüz (2021) çalışmasında vasat düzeydeki öğrencilerin aritmetiği kullanarak daha kolay ilerlediğini, iyi düzeydeki öğrencilerin ise cebirsel ifade kullanmada daha başarılı olduğunu belirtmiştir. Bizim çalışmamızda matematik başarısı düşük grup 3. Soruda cebirsel ifadeyi doğru yazabilmişken, matematik başarısı orta olan grup cebirsel gösterimde bulunamamıştır. Çalışmamız bu yönüyle kısmi olarak Gürbüz (2021)'in çalışmasıyla ayrılmaktadır. Bir diğer ifade ile çalışmamızın özgün boyutu ön plana çıkmaktadır.

b şikkının çözümünde de *a* şikkındakiyle aynı cebirsel ifade kullanıldığı için oluşturma aşaması matematik ders başarısı düşük ve yüksek olan grup için sağlanmışken, matematik ders başarısı orta olan grup için sağlanamamıştır.

Dördüncü soruda; matematik ders başarısı düşük olan grup gerekli cebirsel ifadeyi doğru yazamamıştır. Grafiği oluştururken temel kavramlarda sorun yaşadıkları görülmüştür. Çoban (2018)'da çalışmasında verilen sözel ifadeye uygun cebirsel ifadeyi yazma noktasında birçok öğrencinin zorlandığı sonucuna ulaşmıştır. Bu durum Linchevsky, Vinner ve Karsenty (1992)'nin, öğrencilerin matematiksel ifadeleri doğru olarak kullanamamasındaki problemin, kavramları doğru şekilde öğrenememesinden kaynaklanabileceği bulgusuyla örtüşmektedir.

Matematik ders başarısı orta olan gruptaki öğrenciler eşitsizlik sembolünü ve gerekli değişkenleri kullanarak doğru cebirsel ifadeyi yazmalarına rağmen grafiği oluşturmada sorun yaşamıştır.

Matematik ders başarısı yüksek olan grup yazdıkları eşitsizlik denkleminde yola çıkarak grafiğin nasıl oluşturulması gerektiğiyle ilgili aşamaları doğru bir şekilde gerçekleştirmiştir. Bu çerçevede bu soruda oluşturma basamağının sadece matematik ders başarısı yüksek olan gruptaki öğrenciler için gerçekleşmiş olduğu söylenebilir. Soyutlamanın epistemik eylemleri tanıma, kullanma ve oluşturma birbiri içine geçmiş yapısı bu çalışmada da ortaya çıkmıştır (Dreyfus vd., 2001).

Oluşturma basamağına ilişkin uygulama sonuçları Tablo 6’da özetlenmiştir.

Tablo 6

RBC+C Soyutlama Modeli Oluşturma (Construction) Basamağı

Uygulama Grubu	Birinci Soru	İkinci Soru	Üçüncü Soru a şıkkı	Üçüncü Soru b şıkkı	Dördüncü Soru
Düşük	-	+	+	+	-
Orta	+	+	-	-	-
Yüksek	+	+	+	+	+

Yeşildere ve Tünel (2008)’nin yapmış olduğu çalışmada bilgiyi oluşturma süreçleri incelenmiş ve matematik başarı seviyesi düşük olan öğrencilerin hiçbirinin kullanma ve oluşturma aşamalarını gerçekleştiremedikleri gözlemlenmiştir. Bizim çalışmamızda farklı olarak matematik başarısı düşük olan grupta kullanma ve oluşturma basamaklarının kısmen gerçekleştiği görülmektedir.

Pekiştirme (Consolidation) Aşaması İle İlgili Sonuçlar:

Bu çalışmada RBC+C soyutlama modelinin pekiştirme basamağını içeren soru sadece 4. sorudur.

Dördüncü soruda; matematik ders başarısı düşük ve orta olan gruptaki öğrencilerin grafik çizimine dair ön bilgi eksikliklerin çok fazla olduğu görülmüştür. Sıralı ikili, koordinat sistemi gibi kavramlar zihinlerinde hemen canlanamamıştır. Dolayısıyla pekiştirme basamağı gerçekleşmemiştir.

Matematik ders başarısı yüksek olan gruptaki öğrenciler eşitsizlik ve koordinat sistemine ait ön bilgileri kullanarak grafiği çizmiş ve eşitsizliğin ne anlama geldiğini doğru bir şekilde yorumlayıp grafikte gerekli bölgeyi tarayarak grafik çizimini tamamlamıştır. Böylece sadece matematik başarısı yüksek olan gruptaki öğrenciler için pekiştirme basamağı

gerçekleşmiştir. Bu durumda Süzen (2018) ile aynı sonuca varılarak, matematik ders başarısı düşük ve orta olan öğrencilerde eşitsizlik kavramının pekişmediği söylenebilir.

Pekiştirme basamağına ilişkin uygulama sonuçları Tablo 7’de özetlenmiştir.

Tablo 7

RBC+C Soyutlama Modeli Pekiştirme (Consolidation) Basamağı

Uygulama Grubu	Birinci Soru	İkinci Soru	Üçüncü Soru a şıkkı	Üçüncü Soru b şıkkı	Dördüncü Soru
Düşük	Beklenmiyor	Beklenmiyor	Beklenmiyor	Beklenmiyor	-
Orta	Beklenmiyor	Beklenmiyor	Beklenmiyor	Beklenmiyor	-
Yüksek	Beklenmiyor	Beklenmiyor	Beklenmiyor	Beklenmiyor	+

5.2. Tartışma

Elde edilen veriler ışığında matematik ders başarısı yüksek olan öğrencilerin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme basamaklarında daha başarılı olduğu görülmüştür. Eroğlu (2021)’nin çalışmasıyla benzer şekilde matematik ders başarısı yüksek olan grup tüm aşamaları gerçekleştirirken, matematik ders başarısı düşük ve orta olan gruplarda bazı aşamaların gerçekleşemediği görülmüştür. Özellikle matematik başarı düzeyi düşük olan Berna ve Ceren’in zaman zaman dikkatlerinin dağıldığı fark edilmiştir.

Genel olarak dört soruda da görülen öğrencilerin başarı düzeyi arttıkça cebirsel ifadeleri kullanarak denklem yazabilme kapasiteleri de artmıştır. Matematik başarı düzeyi düşük olan grup ile orta olan gruptan özellikle Ebru cebirsel ifadeler kullanmak yerine deneme-yanılma yöntemi ile sorulara cevap verme eğilimi göstermiştir. Oysaki cebirsel düşünme, matematiğin etkileyici dünyasına girmede çok önemli bir basamaktır. Cebirin mükemmel sistematiği matematiğin gizemli dünyasında derinleşmeye olanak sağlamaktadır (Kaçar, 2020). Günlük hayat problemleri çözülürken eşitlik ve eşitsizliklerden sıklıkla faydalanılır. “ $=$, $\neq$, $\leq$, $\geq$, x , y ” gibi sembollere başvurularda oluşturulan ifadelere matematiksel cümle denir. Ülkemizde genellikle problem çözümlerinde matematik cümlesi yazmak yerine, çözümde kullanılacak işlem söylenmektedir. Halbuki matematik cümlesi yazıldığında verilenler ve istenenler arasındaki ilişki daha kolay fark edilebilir ve akıl yürütme süreci daha kolay ilerler (Baykul, 2021).

Sorulara cevap verme süresinin öğrencilerin başarı düzeyiyle ters orantılı olduğu tespit edilmiştir. Matematik ders başarısı yüksek olan öğrenciler soruları daha hızlı kavrayıp daha kısa sürede bilgi yapılarını oluştururken, matematik ders başarısı düşük olan öğrencilerin soruları birkaç kez okuma ihtiyacı hissederek daha uzun sürede süreci sonlandırdıkları görülmüştür. Bu durum Ayanoğlu (2012), Yenilmez ve Ulaş (2017) ve Süzen (2018)'in çalışma bulgularıyla benzerlik göstermektedir.

Ön bilgilerinde eksiklikler olması özellikle matematik ders başarısı düşük olan grubun tanıma aşamasında dahi zorlanmasına neden olmuştur. Matematiksel soyutlama, öğrencilerin hazır bulunuşluğu, kullanılan materyal, içinde bulunulan bağlam gibi faktörlerden etkilenmektedir (HersHKowitz vd., 2001).

Grup çalışmaları öğrencilerin akademik başarısının artmasını, birlikte düşünmelerini, fikir alışverişleri sayesinde etkili ve kalıcı öğrenmelerin gerçekleşmesini sağlamaktadır (Yasul ve Samancı, 2015). Bu çalışmanın da gruplar halinde yapılması öğrencilerin birbiriyle etkileşimini artırarak ön bilgilerin hatırlanmasını kolaylaştırmıştır. Örneğin; üçüncü sorunun *a* şıkKında gerekli olan oyun alanı ve oyuncak kullanım sayılarına değişken atanmasında matematik başarısı düşük olan grupta yer alan Berna her ikisine de "*x*" değişkenini belirlemiş, Ceren'in uyarısı ile birine "*x*" diğerine "*y*" değişkenini ataması gerektiğini fark etmiştir. Öğrenciler kendilerini daha rahat hissettikleri için süreç de daha sağlıklı ilerlemiştir.

Bu çalışmanın dikkat çeken verilerinden biri matematik ders başarısı düşük olan öğrenci grubunun, matematik ders başarısı yüksek olan öğrenci grubuna göre daha özgüvenli davranması olmuştur. Ayanoğlu (2012) çalışmasında matematik başarısı düşük olan öğrencilerin yine başarısız olma kaygısıyla sessiz kaldıklarını belirtmiştir. Bizim çalışmamız bu yönüyle farklı bir tablo ortaya koymaktadır.

Matematik eğitime büyük etkisi olan biliş kuramcı Jean Piaget'in zihinsel gelişim kuramını temele alan yapılandırmacı öğrenme kuramı, insanın bilgiye nasıl ulaştığı ile ilgilenen bir kuramdır (Altun, 2018). Piaget'in bilişsel gelişim evrelerinden soyut işlemler evresi 12 yaş ve sonrası çocuklarda soyut ve analitik düşünmenin başladığı dönemdir. Soyut kavramlar arasında mantıksal ilişkilerin kurulduğu bu dönemde zihinsel yetenekler ileri seviyededir (Aydın, 2016). Bilgi oluşturmada bireyin aktif olması gerektiği, öğrenmenin öznel olması, sosyal etkileşimin öğrenmeyi etkilemesi gibi unsurlar hem Piaget'in hem de RBC+C soyutlama modelinin savunduğu durumlardır. Dolayısıyla bu çalışmada RBC+C soyutlama modelinin uygulanması ve çalışma grubunun 14-15 yaş lise öğrencilerinden oluşması, yapılan çalışmanın Piaget'in soyut işlemler dönemi özellikleri ile uyumlu olduğunu göstermektedir.

Baykul (2021), Piaget'in bilişsel gelişim kuramının matematik eğitimi üzerine etkilerinden bahsederken; bilişsel gelişimin öğrencinin yaşantısından direk etkilendiğini, dolayısıyla öğrenme ortamındaki örnek ve problemlerin öğrencinin kendi yaşantısı esas alınarak, yakın çevresindeki olaylardan esinlenilerek belirlenmesi gerektiğini belirtmiştir. Bağlamsal problemler edinilen bilginin kullanışlılığının arttırılmasında ve matematiğe olan ilgi ve motivasyonu yükseltmede önemli bir rol üstlenmektedir (Gravemeijer ve Doorman, 1999). Bu sebeple bizim çalışmamızda da bağlamsal problemlerin kullanılması tüm gruptaki öğrencilerin günlük hayat durumları ile matematik bilgilerini ilişkilendirmelerini kolaylaştırıp soruları daha kolay kavramalarını sağlamıştır. Aynı zamanda bağlamsal sorularda RBC+C soyutlama modelinin tüm basamaklarının daha gözlenebilir olduğu görülmektedir. Çalışmada kullanılan problemlerin bağlam temelli olması bu doğrultuda literatüre katkı sağlayacaktır.

Ayrıca öğrenciler, Covid-19 salgını sebebiyle yaşanan pandemi döneminde yapılan uzaktan eğitim sürecinde zaman zaman derslere katılım sağlayamamaları sebebiyle ön bilgilerinde eksiklikler oluştuğunu beyan etmiştir. Bu sebeple özellikle matematik başarıları düşük ve orta olan grupların RBC+C soyutlama modelinin “tanıma” ve “kullanma” aşamalarında bazı duraksamalar yaşadığı görülmüştür.

5.3. Öneriler

Araştırmacılar için öneriler;

Bu çalışma dokuzuncu sınıfta okuyan matematik başarı düzeyleri farklı altı öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Yeni çalışmalar farklı sayıda öğrenci ile farklı sınıf düzeylerinde gerçekleştirilebilir.

Çalışmamızda başarı düzeyi birbirine yakın grupların oluşturulması öğrenciler arasındaki etkileşimi arttırmıştır. Soyutlama süreçlerinin incelenmesinde grup çalışması yapılması ile bireysel çalışmalar yapılmasının ortaya koyacağı benzer ve farklı durumların neler olacağı ile grup çalışmalarında başarı düzeylerinin homojen veya heterojen olması durumlarının soyutlama sürecine etkisinin nasıl olacağı araştırma konusu olabilir.

Bu çalışma dokuzuncu sınıf düzeyinde cebir öğrenme alanında yer alan eşitsizlik alt öğrenme alanı ile sınırlıdır. RBC+C soyutlama modeli referans alınarak farklı öğrenme ve alt öğrenme alanları ile ilgili benzer çalışmalar yapılabilir.

Öğretimde matematiksel soyutlama sürecini etkileyen unsurların ortaya çıkarılması bir başka araştırma konusu olabilir. Örneğin; öğretmenin soyutlama süreçlerindeki rolü, öğrencinin matematik geçmişi, öğretimde kullanılan problemlerin, matematiksel etkinliklerin ve teknolojinin sürece etkisinin nasıl olduğu gibi unsurlar üzerine çalışmalar yapılabilir.

Öğrencilerin başarı düzeyleri ile soyutlama süreçleri arasında nasıl bir ilişki olduğunun ortaya konulabilmesi için öğrencilerin matematiğe karşı bakış açıları, motivasyonları, aile yapıları, cinsiyet faktörü gibi unsurların incelendiği kapsamlı bir çalışma yapılabilir.

Öğretmenler ve öğretmen adayları için öneriler;

Öğretmenler tarafından matematik eğitimi sürecinde bağlamsal problemlere daha çok yer verilmesi, öğretim programında öğrencilere sunulan teorik matematiksel bilgilerin gerçek hayat durumları ile ilişkisinin kurulmasını kolaylaştıracaktır. Böylece okulda edinilen bilgilerin içselleştirilmesi ve gerçek hayatta karşılaşılan problemlerin çözümünde kullanılması kolaylaşacaktır.

Öğretmenler tarafından öğrencilerin ortaokul ve lise matematik eğitimleri sırasında yaşadıkları problemlerin RBC+C soyutlama modeli ışığında neler olduğu doğru tespit edilmelidir. Öğrencilerin bilgiyi nasıl oluşturdukları, bilgiyi oluştururken hangi adımlarda zorlandıkları, yaşadıkları problemlerin altında yatan sebeplerin neler olduğu ve öğrenmenin nasıl gerçekleştiği doğru tespit edildiğinde konunun öğretimi daha etkin şekilde gerçekleştirilebilir. Böylece öğretim ortamları ona göre düzenlenebilir. Bu durum matematik konularının daha anlamlı bir şekilde öğrenilmesine katkıda bulunacaktır. Bu modelin “Eşitsizlik” öğretimi özelinde de etkili olduğu görülecektir.

Öğretmenler, soyutlama sürecinin önemini anlatan ve bu süreçleri açığa çıkaracak modellerin öğretimde nasıl uygulanabileceğini gösteren eğitimlere katılabilirler.

Matematik öğretmen adaylarının üniversite eğitim müfredatlarında soyutlama süreci ile ilgili derslere yer verilmesi, matematik eğitim sürecinin bizzat uygulayıcısı olacak öğretmenlerin bu konudaki farkındalık düzeylerini yükseltecektir. Böylece okulda öğrencilere verilen matematiksel bilgilerin gerçek hayat durumları ile bağlantılı olarak sunulması ile bu bilgilerin kalıcılığı artacak, gerçek hayat durumları karşısında pratiğe dökülmesine katkı sunacaktır.

Kaynakça

- Akın, A. (2016). *Ortaokul öğrencilerinin matematik okuryazarlıklarının niceliksel muhakemelerinin güçlendirilerek desteklenmesinin incelenmesi*. [Yayımlanmamış doktora tezi]. Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Akkan, Y., Baki, A. ve Çakıroğlu, Ü. (2012). 5-8. sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin problem çözme bağlamında incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 43, 01-13. <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/87300> adresinden alınmıştır.
- Altaylı Özgül, D. ve Kaplan, A. (2022). 7. Sınıf öğrencilerinin dörtgenlerin alan formüllerini oluşturma süreçleri: RBC+C modeli. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 11(2), 420-437. <https://doi.org/10.30703/cije.1052000>
- Altun, M. (2000). *Matematik öğretimi: Eğitim fakülteleri ve ilköğretim öğretmenleri için* (8.Baskı). Alfa Yayınevi.
- Altun, M. (2014). *Liselerde matematik öğretimi* (6.Baskı). Aktüel Yayıncılık.
- Altun, M. (2018). *Ortaokullarda matematik öğretim* (13.Baskı). Aktüel Yayıncılık.
- Altun, M. ve Gürbüz, M. Ç. (2019). Matematik okuryazarlığı [Mathematical Literacy]. S. Çepni (Editör), *PISA ve TIMSS mantığını ve sorularını anlama* (2.Baskı) içinde, ss. 180-230 Pegem Akademi.
- Altun, M. (2020). *Matematik Okuryazarlığı El Kitabı. Yeni nesil soru yazma ve öğretim düzenleme teknikleri* (1.Baskı). Aktüel Yayıncılık.
- Altun, M., Ülger, T. K., Bozkurt, I., Akkaya, R., Arslan, Ç., Demir, F., Karaduman, B. ve Özaydın, Z. (2022). Matematik okuryazarlığının okul matematiği ile entegrasyonu. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(1), 126-149. <https://doi.org/10.19171/uefad.103538>
- Aramış, Z. (2021). *7. sınıf öğrencilerinin RBC+C modeli bağlamında oran ve orantı konusundaki bilgi oluşturma süreçleri*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

- Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S. ve Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel matematik kavramlarının künyesi* (Genişletilmiş 2. Baskı). Palme Yayınevi.
- Ayanoğlu, P. (2012). *7. sınıf öğrencilerinin birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik grafiği bilgisi oluşturma süreçleri*. [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Kastamonu Üniversitesi. Kastamonu.
- Aydın, A. (2016). *Eğitim Psikolojisi Gelişim-Öğrenme-Öğretim*. (Gözden geçirilmiş 14. Baskı) Pegem Akademi.
- Aydoğdu, M. (2022). Ortaokul öğrencilerinin bilişsel süreç basamaklarının incelenmesi: RBC+C modeli. *Eğitim Ve İnsani Bilimler Dergisi: Teori Ve Uygulama*, 13(25), 73-92. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/eibd/issue/70603/1092825> adresinden alınmıştır.
- Ayvacı, A. (2011). *Probleme dayalı öğrenme yaklaşımının denklem kavramının öğretiminde etkisi*. [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Kastamonu Üniversitesi, Kastamonu.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Harf Eğitim Yayıncılık.
- Baltacı, S. ve Baki, A. (2018). The role of dynamic mathematics software in the development of contextual learning environment during teaching of the parabola concept. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31(1), 1-28. <https://doi.org/10.19171/uefad.450022>
- Baykul, Y. (2021). *Ortaokullarda Matematik Öğretimi (5-8. Sınıflar)* (5. Baskı). Pegem Akademi Yayıncılık.
- Baypınar, K. ve Tarım, K. (2019). Ortaokul matematik okuryazarlık öz yeterlik ölçeği geliştirilmesi: Geçerlik ve güvenirlik çalışması. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 48(1), 878-909. <https://www.acarindex.com/pdfs/12490> adresinden alınmıştır.
- Becher, J. P. & Selter, C. (1996). Elementary school practice. In A. J. Bishop, Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. & LAborde, C.(Eds.), *International handbook of mathematics education*, pp.511-564. Kluwer.
- Bekdemir, M., Işık, A., Çıltaş, A. (2008). Matematik Eğitiminin Gerekliliği ve Önemi. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, (17), 174-184.

- Bikner-Ahsbabs, A. (2004). Towards the emergence of constructing mathematical meanings. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 119-126. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED489695.pdf> adresinden alınmıştır.
- Boaler, J. (1993a). Encouraging transfer of ‘school’ mathematics to the ‘real world’ through the integration of process and content, context and culture. *Educational Studies in Mathematics*, 25(4), 341-373.
- Boaler, J. (1993b). The role of contexts in the mathematics classroom: Do they make mathematics more real? *For the Learning of Mathematics*, 13(2), 12–17. <https://flm-journal.org/Articles/5456B6E86646C379524F75BCA9D7EE.pdf> adresinden alınmıştır.
- Bogdan, R. C. & Biklen, S. K. (1998). Qualitative Research for Education: An Introduction to Theory and Methods. *Needham Heights*. Allyn and Bacon, Inc.
- Borasi, R. (1986). On the nature of problems. *Educational Studies in Mathematics*, 17, 125- 41.
- Bulut, M. (2007). Curriculum reform in Turkey: A case of primary school mathematics curriculum. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 3(3), 203-212. <https://doi.org/10.12973/ejmste/75399>
- Bulut, S. (2018). *Ortaokul 6.sınıf öğrencilerinin üçgende alan bilgisini oluşturma sürecinin RBC+C modeline göre incelenmesi*. [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.
- Bülbül, M. Ş. (2013). Bireysel öğrenme materyallerinden tam kaynaştırmalı öğrenme ortamlarına: Evrensel tasarım, bağlam temelli yaklaşım ve bilgelik çağı. *Middle Eastern & African Journal of Educational Research*, 3(1), 43-58. [https://www.academia.edu/5192632/Bireysel %C3%B6%C4%9Frenme materyallerinden tam kayna%C5%9Ft%C4%B1rmal%C4%B1_%C3%B6%C4%9Frenme ortamlar%C4%B1na evrensel tasar%C4%B1m ba%C4%9Flam temelli yakla%C5%9F%C4%B1m ve bilgelik %C3%A7a%C4%9F%C4%B1](https://www.academia.edu/5192632/Bireysel_%C3%B6%C4%9Frenme_materyallerinden_tam_kayna%C5%9Ft%C4%B1rmal%C4%B1_%C3%B6%C4%9Frenme_ortamlar%C4%B1na_evrensel_tasar%C4%B1m_ba%C4%9Flam_temelli_yakla%C5%9F%C4%B1m_ve_bilgelik_%C3%A7a%C4%9F%C4%B1) adresinden alınmıştır.
- Cansoy, R. (2018). Uluslararası çerçevelere göre 21. yüzyıl becerileri ve eğitim sisteminde kazandırılması. *İnsan ve Toplum Bilimleri Araştırmaları Dergisi*, 7(4), 3112-3134. <https://doi.org/10.15869/itobiad.494286>

- Celebioglu, B. ve Yazgan, Y. (2015). The investigation of fourth graders' construction process of fractional multiplication using RBC+ C model. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 197, 316-319. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.07.143>
- Chapman, O. (2006). Classroom practices for context of mathematics word problems. *Educational Studies in Mathematics*, 62, 211-230. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-006-7834-1> adresinden alınmıştır.
- Cortes, A., & Pfaff, N. (2000). Solving equations and inequations: operational invariants and methods constructed by students. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 247-254. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED489717.pdf> adresinden alınmıştır.
- Coştu, S. (2009). *Matematik öğretiminde bağlamsal öğrenme ve öğretme yaklaşımına göre tasarlanan öğrenme ortamlarında öğretmen deneyimleri*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Creswell, J. W. (2020). *Nitel araştırma yöntemleri: Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni*. (Çev. M. BÜTÜN ve S. B. DEMİR) (3. Baskıdan çeviri). Siyasal Kitapevi.
- Çepni, S. (2018). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş*. (8. Baskı). Celepler Matbaacılık Yayın ve Dağıtım.
- Çekmez, E. (2020). Matematik öğretmeni adaylarının iki değişkenli eşitsizliklerin farklı gösterimlerini oluşturabilme yeterliliklerinin incelenmesi. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 9(2), 349-366. <http://dx.doi.org/10.30703/cije.587455>
- Çilingir Altınır, E. Artut P, D. (2017). İlkokulda gerçekçi matematik eğitimi ile gerçekleştirilen öğretimin öğrencilerin başarısına, görsel matematik okuryazarlığına ve problem çözme tutumlarına etkisi. *Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 46, 1-19. <https://doi.org/10.15285/maruaeabd.279963>
- Çoban, K. (2018). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin eşitsizlikler konusunda karşılaştıkları güçlüklerin incelenmesi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.

- D.S. Mitronovic, J. E. Pecaric & A. M. Fink (1993). *Classical and New Inequalities in Analysis*. Kluwer Academic Publishers.
- Davydov, V.V. (1990), Soviet studies in mathematics education: Vol. 2. Types of generalization in instruction: Logical and psychological problems in the 90 structuring of school curricula, J. Kilpatrick (ed.) and J. Teller (Trans.). National Council of Teachers of Mathematics.
- De Corte, E. (2004). Mainstreams and perspectives in research on learning (mathematics) from instruction. *Applied Psychology*, 53(2), 279-310.
- De Lange, J. (2003). Mathematics for literacy. In B.L. Madison & L.A. Steen (Eds.), *Quantitative literacy: Why numeracy matters for schools and colleges*, 80, (pp.75-89). The National Council on Education and the Disciplines. https://www.researchgate.net/profile/Jan-DeLange/publication/46627231_Mathematics_for_literacy/links/54d8aeb00cf24647581b13a6/Mathematics-for-literacy.pdf adresinden alınmıştır.
- De Lange, J. (2006). Mathematical literacy for living from OECD-PISA perspective. Special Issue on The APEC-TSUKUBA International Conference: Innovative teaching mathematics through lesson study. Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics, 25, 13-35. Tokyo, Japan: University of Tsukuba. https://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/apec2006/Tsukuba_Journal_25.pdf adresinden alınmıştır.
- Dede, Y., Yalın, H. İ., ve Argün, Z. (2002). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanılgıları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 16-18.
- Demircioğlu, H. ve Erol, G. (2021). Problem çözme sürecindeki tümevarımsal muhakeme becerilerinin bağlamsal incelenmesi. *Eğitim Bilim ve Araştırma Dergisi*. 2(1), 44-62. <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/1603010> adresinden alınmıştır.
- Demirtaş, A. (2021). *Açık Öğretim Lisesi ve Anadolu Lisesi matematik ders kitaplarının denklemler ve eşitsizlikler konusu bağlamında prakseolojik yaklaşımla incelenmesi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

- Dinç, Y. (2018). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin kareköklü sayılar konusunda bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.
- Dinçer, B., Akarsu, E. ve Yılmaz, S. (2016). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematik okuryazarlığı özyeterlik algıları ile matematik öğretimi yeterlik inanç düzeylerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 7(1), 207-228 <http://doi.org/10.16949/turcomat.99884>
- Doolittle, P. E. (1999) Constructivism and Online Education. In *Online Conference on Teaching Online in Higher Education*. Virginia Polytechnic Institute & State University.
- Dreyfus, T. (2007). *Processes of abstraction in context the nested epistemic actions model*. <https://pdfs.semanticscholar.org/d190/0be9d6a043ac815c81344caa8c2713dcc329.pdf> adresinden alınmıştır.
- Dreyfus, T., Hadas, N., Hershkowitz, R., Schwarz, B. (2006). Mechanisms for consolidating knowledge constructs. *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 465-472. <https://citeserx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=7de29aa64449beae931daa715e7b0c190230f938#page=473> adresinden alınmıştır.
- Dubinsky, E. (2000). Mathematical literacy and abstraction in the 21st century. *School Science and Mathematics*, 100(6), 289-97.
- Dündar T. (2020). *Bağlamsal problemlerin çözümünde öğrenci hatalarının incelenmesi ve çözüm önerileri*. [Yayımlanmamış doktora tezi]. Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Dündar, T. ve Ezentaş, R. (2020). Ortaokul Öğrencilerinin Günlük Hayat Tecrübelerinin Bağlamsal Problem Çözümüne Yansımaları. *Fen Matematik Girişimcilik ve Teknoloji Eğitimi Dergisi*, 3(1), 10-24. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/fmgtd/issue/54249/664682> adresinden alınmıştır.
- Elçi, A.N., Güzel, E.B., Cantürk Günhan, B. ve Ev Çimen, E. (2016). Temel Matematiksel Kavramlar ve Uygulamaları: öğrenenler ve öğretmenler için. Pegem Akademi.

- Ellerton, N. F. (2013). Engaging pre-service middle-school teacher-education students in mathematical problem posing: Development of an active learning framework. *Educational Studies in Mathematics*, 83, 87-101. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-012-9449-z> adresinden ulaşılmıştır.
- Ercoşkun Çelik, N. (2022). *15 yaş grubu mesleki ve teknik lise öğrencilerinin matematik okuryazarlıklarının gerçekçi matematik eğitimi ile geliştirilmesi*. [Yayımlanmamış doktora tezi] Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Ercoşkun Çelik, N. (2022). *15 yaş grubu mesleki ve teknik lise öğrencilerinin matematik okuryazarlıklarının gerçekçi matematik eğitimi ile geliştirilmesi*. [Yayımlanmamış doktora tezi]. Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Erden, M. ve Akman, Y. (2003). *Gelişim ve Öğrenme*. (12.Baskı). Arkadaş Yayınevi.
- Eroğlu, E. (2021). *Yedinci sınıf öğrencilerinin merkezi eğilim ölçüleri konusuna ilişkin bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Ersoy, Y. (1997). Okullarda matematik eğitimi: Matematikte okur-yazarlık. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13, 115-120. <http://efdergi.hacettepe.edu.tr/yonetim/icerik/makaleler/1189-published.pdf> adresinden alınmıştır.
- Ersoy, Y. (2003a). *Matematik öğretiminde eğitsel araçlar I: Genel bir bakış ve bazı düşünceler*. <http://www.matder.org.tr/matematik-ogretiminde-egitsel-araclar-1/> adresinden alınmıştır.
- Ersoy, Y. (2003b). *Matematik okuryazarlığı-II: Hedefler, geliştirilecek yetiler ve beceriler*. <http://www.matder.org.tr/matematik-okur-yazarligi-iihedefler-gelistirilecek-yetiler-ve-beceriler/> adresinden erişilmiştir.
- Ersoy, Y. ve Erbaş, A. K. (2005). Kassel projesi cebir testinde bir grup Türk öğrencinin genel başarıları ve öğrenme güçlükleri. *İlköğretim Online*, 4 (1), 18-39. https://dergipark.org.tr/tr/pub/ilkonline/issue/8609/107238#article_cite adresinden alınmıştır.

- Euler, L. (1984). *Elements of Algebra*. Translated by John Hewlett (Reprinted from the 1840 edition), Springer-Verlag. <http://gidropraktikum.narod.ru/Euler-Algebra-Eng.pdf> adresinden alınmıştır.
- Glasersfeld, E., & Steffe, L. P. (1991). Conceptual models in educational research and practice. *The Journal of Educational Thought (JET)*, 25(2), 91-103.
- Göçmençelesi, Ş. İ. (2007). *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin fen bilgisi dersinde verilen biyoloji bilgilerini kullanma ve günlük yaşamla ilişkilendirme düzeyleri*. [Yayımlanmamış doktora tezi]. Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Gravemeijer, K.P.E. & Doorman, L.M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational Studies in Mathematics*, 39(1-3), pp. 111-129. <http://dx.doi.org/10.1023/A:1003749919816>
- Güler, H. K. ve Arslan, Ç. (2018). Matematik öğretmeni adaylarının düzlemde dönme dönüşümü formüllerini oluşturma sürecinin incelenmesi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 38 (2), 615-636. <https://doi.org/10.17152/gefad.406282>
- Gülbüz, M. Ç. & Ağsu, M. (2017). Dialogic teaching model for ninth class students to conceptualize inequalities. *Journal Education Practice*, 8(28), 171-187. <https://eric.ed.gov/?id=ED582086> adresinden alınmıştır.
- Gülbüz, M. Ç. (2014). *PISA matematik okuryazarlık öğretiminin PISA sorusu yazma ve matematik okuryazarlık düzeyleri üzerine etkisi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Gülbüz, M. Ç. (2021). *Ortaokul öğrencilerinin cebirsel kavramları soyutlama süreçlerinin incelenmesi*. [Yayımlanmamış doktora tezi]. Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Gülbüz, M. Ç. , Özdemir, M. E. & Erkek, K. (2023). The process of abstraction of contextual the limit knowledge. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 31 (1), 70-86. <https://dergipark.org.tr/en/pub/kefdergi/issue/75629/1246426> adresinden alınmıştır.
- Gülbüz, M. Ç. ve Altun, M. (2019). PISA uygulamalarının tanıtımı [Introduction of PISA applications]. S. Çepni (Ed.), *PISA ve TIMSS mantığını ve sorularını anlama* (2. Baskı) içinde (ss.1-16). Pegem Akademi.

- Gürbüz, M. Ç., Ağsu, M., & Özdemir, M. E. (2018). An analysis of how preservice math teachers construct the concept of limit in their minds. *European Journal of Education Studies*, 5(6), 103–126. <https://doi.org/10.5281/zenodo.1490240>
- Hadi, S. (2002). *Effective teacher professional development for the implementation of realistic mathematics education in Indonesia*. [Doctoral dissertation]. University of Twente, Enschede, the Netherlands.
- Halmaghi, E. F. (2011). *Undergraduate students' conceptions of inequalities*. [Doctoral dissertation]. Simon Fraser University. Burnaby, Canada.
- Hershkowitz, R., Schwarz, B. B., & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in context: Epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 195-222. <http://dx.doi.org/10.2307/749673>
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics*, 2, 1-27. <http://dx.doi.org/10.4324/9780203063538>
- Hoogland, K., Koning, J., Bakker, A., Pepin, B. E. U., & Gravemeijer, K. (2018). Changing representation in contextual mathematical problems from descriptive to depictive: The effect on students' performance. *Studies in Educational Evaluation*, 58, 122–131. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2018.06.004>
- Höfer, T. and Beckmann, A. (2009). Supporting mathematical literacy: examples from a cross-curricular project. *ZDM Mathematics Education*, 41(1-2), 223-230. <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0117-9>
- Işık, A., ve Bekdemir, M. (1998). Matematiğin doğası ve eğitimdeki yeri. *Çağdaş Eğitim Dergisi*, 245(9), 19-22.
- Jablonka, E. & Niss, M. (2014). Mathematical literacy. In S. Lerman, B. Sriraman, E. Jablonka, Y. Shimizu, M. Artigue, R. Even, R. Jorgensen, & M. Graven (eds.), *Encyclopedia of Mathematics Education*, 391-396. Springer (Reference). Springer Science+Business Media. https://www.researchgate.net/publication/324954083_Mathematical_literacy adresinden alınmıştır.
- Kabael, T. (2019). *Matematik okuryazarlığı ve PISA* (2. Baskı). Anı Yayıncılık.

- Kabael, T., Akın, A. (2016) Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemlerini çözerken kullandıkları stratejiler ve niceliksel muhakeme becerileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 24(2), 875-894. <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/209708> adresinden alınmıştır.
- Kaçar, A. (2020). *Matematiğin Temelleri* (2. Baskı). Pegem Akademi.
- Kaiser, G. & Willander, T. (2005). Development of mathematical literacy: Results of an empirical study. *Teaching Mathematics and Its Applications: An International Journal of the IMA*, 24(2-3), 48-60. <https://doi.org/10.1093/teamat/hri016>
- Kaplan, A. ve Açıl, E. (2015). Ortaokul 4. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik konusundaki bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10 (1), 130-153. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/befdergi/issue/15928/167509> adresinden alınmıştır.
- Kar, T. (2010). *Lineer cebirde probleme dayalı öğrenme yönteminin öğrencilerin akademik başarıları, problem çözme becerileri ve yaratıcılıkları üzerine etkisi*. [Yayınlanmış yüksek lisans tezi]. Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Karakaş, A. ve Ezentaş, R. (2021). Yedinci sınıf öğrencilerine verilen matematik okuryazarlığı eğitiminin planlanması, uygulanması ve değerlendirilmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 50(232), 225-245. <https://doi.org/10.37669/milliegitim.743329>
- Karataş, Z. (2015). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. *Manevi Temelli Sosyal Hizmet Araştırmaları Dergisi*. 1(1), 62-80. https://avys.omu.edu.tr/storage/app/public/ozgubulut/129744/Sosyal_Hizmet_E_Dergi_SOSYAL_BILIMLERDE.pdf adresinden alınmıştır.
- Kart, C. (1996). Matematik ve ülke kalkınmasındaki rolü, *Çağdaş Eğitim Dergisi*, 3, 3-8.
- Keleş, T. (2023). Lise öğrencilerinin matematik okuryazarlığı öz yeterlikleri ile problem çözme beceri algıları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Fen Matematik Girişimcilik ve Teknoloji Eğitimi Dergisi*, 6(2), 133-144. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/fmgtded/issue/77818/1232271> adresinden alınmıştır.
- Kılıç, M. A. (2015). *Bağlamsal öğrenme ve öğretme yaklaşımının ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematik başarılarına, matematiğe yönelik tutumlarına ve matematiği*

günlük hayat problemlerine transfer etmelerine etkisi. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Erzincan Üniversitesi, Erzincan.

Kidron, I. & Dreyfus, T. (2008). Abstraction in context, combining constructions, justification and enlightenment. *Educational Studies in Mathematics*, 75-93. https://www.researchgate.net/publication/242085724_Abstraction_in_Context_Combining_Constructions_Justification_and_Enlightenment#fullTextFileContent adresinden alınmıştır.

Kozaklı Ülger, T. (2021). *Matematik okuryazarlık yeterliklerinin gelişimine dayalı bir modüler programın tasarlanması, uygulanması ve değerlendirilmesi.* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Köse Tunalı, Ö. (2010). *Açı kavramının gerçekçi matematik öğretimi ve yapılandırmacı kurama göre öğretiminin karşılaştırılması.* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Kuhn, J. & Müller, A. (2014). Context-based science education by newspaper story problems: A study on motivation and learning effects. *Progress in Science Education*, 2, 5-21. <https://doi.org/10.1016/j.pisc.2014.06.001>

Küçük, A. ve Demir, B. (2009). İlköğretim 6-8. sınıflarda matematik öğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanılgıları üzerine bir çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13, 97-112. <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/787116> adresinden alınmıştır.

Linchevsky, L., Vinner, S., & Karsenty, R. (1992). To be or not to be minimal? Student teachers views about definitions in geometry. In W. Geeslin & K. Graham (Eds.), *Proceedings of the 16th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, 48-55.

Lingefjärd, T. & Hatami, R. (2020). The beauty of abstraction in mathematics. *Policy Futures in Education*, 18(4), 467-482. <https://doi.org/10.1177/1478210319895104>

Martin, H. (2007). Mathematical Literacy. *Academic Research Library*, 7(5), 28-31.

McCrone, S. S. & Dossey, J. A. (2007). Mathematical Literacy--It's Become Fundamental. *Principal Leadership*, 7(5), 32-37.

- Memnun, D. S. (2011). *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin Analitik Geometri'nin koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarını oluşturma süreçlerinin araştırılması*. [Yayınlanmamış doktora tezi]. Uludağ Üniversitesi. Bursa.
- Mesleki Yeterlilik Kurumu. (2015). Türkiye Yeterlilikler Çerçevesi. <https://www.tyc.gov.tr/sayfa/seviyeler-i0bbefa14-b754-4bc1-9dd6-e6467fc0321e.html> adresinden alınmıştır.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı (9, 10, 11 ve 12. sınıflar)*. <http://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/201821102727101-OGM%20MATEMAT%C4%B0K%20PRG%2020.01.2018.pdf> adresinden erişilmiştir.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2019a). *PISA 2018 sonuçlarına göre Türkiye, her 3 alanda performansını artıran tek ülke*. <https://www.meb.gov.tr/pisa-2018-sonuclarina-gore-turkiye-her-3-alanda-performansini-artiran-tek-ulke/haber/19842/tr> adresinden alınmıştır.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2019b). *PISA 2018 ulusal ön raporu*. http://pisa.meb.gov.tr/eski%20dosyalar/wp-content/uploads/2020/01/PISA_2018_Turkiye_On_Raporu.pdf adresinden alınmıştır.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2020). *PISA Nedir?* <https://pisa.meb.gov.tr/www/pisa-nedir/icerik/4> adresinden alınmıştır.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2022a). *PISA örnek matematik soruları*. https://pisa.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2022_01/24130047_15170203_pisa-ornek-sorular-matematik_son.pdf adresinden alınmıştır.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2022b). *PISA 2022 Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı*. http://pisa.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2022_01/26105818_PISA_2022_TanYtYm_KitapcYYY.pdf adresinden alınmıştır.
- Mitchelmore, M., & White, P. (2004). Abstraction in mathematics and mathematics learning. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 329–336. https://www.emis.de/proceedings/PME28/RR/RR031_Mitchelmore.pdf adresinden alınmıştır.

- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
- National Research Council (2014). *Exploring the intersection of science education and 21st century skills: A workshop summary*. The National Academies Press. M Hilton, Rapporteur. Board on Science Education, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. <https://nap.nationalacademies.org/read/12771/chapter/1> adresinden alınmıştır.
- Obay, M. & Çelik, H.C. (2019). İlköğretim matematik öğretmen adayları bağlam temelli öğrenme hakkında ne düşünüyor? Nitel bir araştırma. *Journal of Computer and Education Research*, 7 (14), 284-313. <https://doi.org/10.18009/jcer.574528>
- Olkun, S. ve Toluk-Uçar, Z. (2006). *İlköğretimde matematik öğretimine çağdaş yaklaşımlar: Yeni ilköğretim programları ve öğretmen yeterlilikleri ışığında*. Ekinoks Yayınları.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*. OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en>
- Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2013). *PISA 2012 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*. OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en>
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (OECD). (2017). *PISA 2015 assessment and analytical framework: science, reading, mathematics, financial literacy and collaborative problem solving, revised edition*. OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264281820-en>
- Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2019a). *PISA 2018 assessment and analytical framework*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/b25efab8-en>
- Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2019b). *PISA 2018 results volume I: What students know and can do*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/19963777>

- Önal, F. (2015). *Bağlamsal problemlerin çözümünde strateji öğretiminin öğrencilerin başarı ve tutumuna etkisi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Adnan Menderes Üniversitesi, Aydın.
- Özdemir, E. ve Üzel, D. (2012). Gerçekçi matematik eğitime dayalı geometri öğretiminin öğrenci başarısına etkisi ve öğretimin değerlendirilmesi: temel ilkeler açısından. *e-Journal of New World Sciences Academy NWSA-Education Sciences*, 8(1), 115-132. <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/185413> adresinden alınmıştır.
- Özden, Y. (2010). *Eğitimde yeni değerler* (8.Baskı). Pegem Yayınları.
- Özden, M., Y. ve Durdu, L. (2016). Eğitimde Üretim tabanlı çalışmalar için nitel araştırma yöntemleri (1.Baskı). Anı Yayıncılık.
- Özgen, K. ve Bindak, R. (2008). Matematik okuryazarlığı öz-yeterlik ölçeğinin geliştirilmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 16(2), 517-528. https://dergipark.org.tr/tr/pub/kefdergi/issue/49100/626538#article_cite adresinden alınmıştır.
- Özgen, K. ve Bindak, R. (2011). Lise Öğrencilerinin Matematik Okuryazarlığına Yönelik Öz-Yeterlik İnançlarının Belirlenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 11, 1073-1089. <https://silo.tips/download/lise-rencilerinin-matematik-okuryazarlna-ynelik-z-yeterlik-nanlarnn-belirlenmesi> adresinden alınmıştır.
- Özkan, G. ve Selçuk, G. S. (2017). Yaşam temelli öğrenme (1.Baskı). B. Akçay (Ed.), *Fen bilimleri eğitimi alanındaki öğretme ve öğrenme yaklaşımları* içinde (ss.255-264). Pegem Akademi.
- Özmantar, M. F., & Roper, T. (2004). Mathematical abstraction through scaffolding. In M. J. Hoines and A.B. Fuglestad (Ed.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 481-488. https://www.emis.de/proceedings/PME28/RR/RR085_Ozmantar.pdf adresinden alınmıştır.
- Özmantar, M. F. (2005). *An investigation of the formation of mathematical abstractions through scaffolding*. [Doctoral dissertation]. University of Leeds, Leeds, United Kingdom. <http://etheses.whiterose.ac.uk/11271/> adresinden alınmıştır.

- Özmantar, M. F., & Monaghan, J. (2007). A dialectical approach to the formation of mathematical abstractions. *Mathematics Education Research Journal*, 19(2), 89-112. <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F03217457.pdf> adresinden alınmıştır.
- Öztürk Başeğmez, K. (2023). *RBC soyutlama modeline göre düzlemde öteleme ve dönme kavramının farklı düşünme yapılarına sahip öğretmen adayları üzerinde incelenmesi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.
- Papic, M. M., Mulligan, J. T., & Mitchelmore, M. C. (2011). Assessing the development of preschoolers' mathematical patterning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(3), 237-269. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.42.3.0237>
- Pesen, C. (2006). Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımına Göre Matematik Öğretimi. Pegem A Yayıncılık.
- Piaget, J., Mays, W., & Beth, E. W. (1966). *Mathematical epistemology and psychology*. D. Reidel Publishing Company.
- Posamentier, A. S. ve Krulik S. (2020). *Etkili ve yaratıcı çözümler için problem çözme stratejileri (6-12. sınıflar)*. (2. Baskıdan çeviri) (Çev. L. Akgün). Pegem Akademi Yayıncılık.
- Pugalee, D. K. (1999). Constructing a model of mathematical literacy. *The Clearing House: A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas*, 73(1), 19-22. <https://doi.org/10.1080/00098659909599632>
- Saka, E. (2023). An analysis of the questions on mathematical literacy designed by mathematics teachers with a postgraduate degree. *Journal of Theoretical Educational Science*, 16(3), 617-640. <https://doi.org/10.30831/akukeg.1238865>
- Sarıhan Musan, M. (2012). *Dinamik matematik yazılımı destekli ortamda 8. sınıf öğrencilerinin denklem ve eşitsizlikleri anlama seviyelerinin solo taksonomisine göre incelenmesi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Pamukkale Üniversitesi, Denizli.
- Schroeder, M. (1997). A brief history of the Notion of Boole's algebra. *Nordic Journal of Philosophical Logic*, 2 (1), 41-62.

<https://citeseerx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=a471b1391b6921ea47505ba1018698e65d8edc90> adresinden alınmıştır.

Secretary's Commission on Achieving Necessary Skills.(SCANS). (2000). Skills and Tasks for Jobs. A SCANS Report for America 2000, U.S. Department of Labor. <https://eric.ed.gov/?id=ED350414>. adresinden alınmıştır.

Seehorn, A., (2017). *The History of Equality Symbols in Math*. <https://sciencing.com/history-equality-symbols-math-8143072.html> adresinden alınmıştır.

Sezgin Memnun, D. (2011). *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin analitik geometrinin koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarını oluşturma süreçlerinin araştırılması*. [Yayınlanmamış doktora tezi]. Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Sezgin Memnun, D. ve Altun, M. (2012). İki altıncı sınıf öğrencisinin doğru denklemini oluşturma sürecinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, 6(1), 171-200. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/balikesirnef/issue/3374/46571> adresinden alınmıştır.

Sezgin Memnun, D., Aydın, B., Erdoğan, G. ve Özbilen, Ö. (2017). The abstraction process of limit knowledge. *Kuram Ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 17(2), 345-371. <https://doi.org/10.12738/estp.2017.2.0404>

Shiu-Sing, T. (2005). Some reflections on the design of contextual learning and teaching materials. http://www.phy.cuhk.edu.hk/contextual/approach/tem/reflect_e.html adresinden alınmıştır.

Sierpinska, A. (1994). *Understanding in Mathematics*. Routledge.

Skemp, R. E. (1986). *The Psychology of Learning Mathematics*. Penguin Books.

Sleeman, D. (1984). An attempt to understand students' understanding of basic algebra. *Cognitive Science*, 8(4), 387-412. https://doi.org/10.1207/s15516709cog0804_4

Smith, J. P., diSessa, A. & Roschelle, J. (1994). Misconceptions reconceived: a constructivist analysis of knowledge in transition. *The Journal of the Learning Sciences*, 3(2), 115-163. [https://faculty.weber.edu/eamsel/Classes/Practicum/TA%20Practicum/papers/Smith,%20DiSessa,%20&%20Roschelle%20\(1993-4\).pdf](https://faculty.weber.edu/eamsel/Classes/Practicum/TA%20Practicum/papers/Smith,%20DiSessa,%20&%20Roschelle%20(1993-4).pdf) adresinden alınmıştır.

- Sönmez, D., Kaleli Yılmaz, G. & Altun, M. (2022). Matematik okuryazarlığı üzerine yapılmış ve ulusal tez merkezinde yayınlanmış tezlerin doküman analizi. *Temel Eğitim*, (13), 13-31. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/temelegitim/issue/68121/1018217> adresinden alınmıştır.
- Stacey, K. (2015). The international assessment of mathematical literacy: PISA 2012 framework and items. In *Selected regular lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 771-790). Springer International Publishing. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6_43
- Stafylidou, S., & Vosniadou, S. (2004). The development of students' understanding of the numerical value of fractions. *Learning and Instruction*, 14(5), 503-518. <https://opencuny.org/citycollegespring2015/files/2015/02/the-development-of-students-understanding-of-the-numerical-value-of-fractions.pdf> adresinden alınmıştır.
- Steen, A. L, Turner, R. & Burkhardt, H. (2007). Developing mathematical literacy. In W. Blum, P. Galbraith, H. W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14. ICMI Study* (pp. 285- 294). Springer. http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_30
- Sternberg, R. J., (1999). The Nature of Mathematical Reasoning, Developing mathematical reasoning in grades K-12. L. V. Stiff (Ed.), *1999 Yearbook*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Sumirattana, S., Mekanong, A., & Thipkong, S. (2017). Using realistic mathematics education and the DAPIC problem-solving process to enhance secondary school students' mathematical literacy. *Kasetsart Journal of Social Sciences*, 38(3), 307-315. <https://doi.org/10.1016/j.kjss.2016.06.001>
- Süzen, C. (2019). *Eşitsizlik kavramına ilişkin bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Şandır, H., Ubuz, B. ve Argün, Z. (2007). 9. sınıf öğrencilerinin aritmetik işlemler, sıralama, denklem ve eşitsizlik çözümlerindeki hataları, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32, 274-281. <http://www.efdergi.hacettepe.edu.tr/yonetim/icerik/makaleler/598-published.pdf> adresinden alınmıştır.

- Şimşekler, Z. (2017). *Özel yetenekli çocuklarda matematiksel soyutlama*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Tall, D. (2004). Building theories: introducing three worlds of mathematics. *For The Learning Of Mathematics*, 24(1), 29-33. <https://flm-journal.org/Articles/290E78D100175EC838BC51AB9D0E42.pdf> adresinden alınmıştır.
- Taşkın, E., Ezentaş, R. ve Altun, M. (2018). Altıncı sınıf öğrencilerine verilen matematik okuryazarlığı eğitiminin öğrencilerin matematik okuryazarlığı başarısına etkisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 26 (6), 2069-2079. DOI: 10.24106/kefdergi.2418
- Tekin, B. ve Tekin, S. (2004). *Matematik öğretmen adaylarının matematiksel okuryazarlık düzeyleri üzerine bir araştırma*. <http://www.matder.org.tr/matematik-ogretmen-adaylarinin-matematiksel-okuryazarlik-duzeyleri-uzerine-bir-arastirma/> adresinden alınmıştır.
- Treffers, A. (2012). *Three dimensions: A model of goal and theory description in mathematics instruction- The Wiskobas Project*. D. Riedel Publishing Company. https://books.google.com.tr/books?id=PLt9CAAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=tr&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false adresinden alınmıştır.
- Tsamir, P., & Dreyfus, T. (2002). Comparing infinite sets—a process of abstraction: The case of Ben. *The Journal of Mathematical Behavior*, 21(1), 1-23.
- Tutak, T., Gün, Z. ve Emül, N. (2010). Matematik eğitiminde ilköğretim düzeyinde kavram yanılgısıyla ilgili yapılan çalışmaların bir değerlendirilmesi. *Education Sciences*, 5(3), 940- 953. https://dergipark.org.tr/tr/pub/nwsaedu/issue/19823/212301#article_cite adresinden alınmıştır.
- Ulaş, T. ve Yenilmez, K. (2017). Analyzing the Eighth Grade Students' Formation Process of the Identity Concept. *International e-Journal of Educational Studies*, 1(2), 103-117. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/iejes/issue/33337/372130> adresinden alınmıştır.
- Umay, A. (1996). Matematik öğretimi ve ölçülmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12, 145-149. <http://www.efdergi.hacettepe.edu.tr/yonetim/icerik/makaleler/1277-published.pdf> adresinden alınmıştır.

- Umay, A. (2002). Öteki matematik. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 275-281. <http://www.efdergi.hacettepe.edu.tr/yonetim/icerik/makaleler/973-published.pdf> adresinden alınmıştır.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243. <http://www.efdergi.hacettepe.edu.tr/yonetim/icerik/makaleler/898-published.pdf> adresinden alınmıştır.
- Umay, A. ve Kaf, Y. (2005). A study on flawed reasoning in mathematics. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 188-195. <http://www.efdergi.hacettepe.edu.tr/yonetim/icerik/makaleler/890-published.pdf> adresinden alınmıştır.
- Ural, A. (2019). *Matematik ve yaşam* (1. Baskı). Nobel Yayınları.
- Van Oers, B. (2001). Contextualisation for abstraction. *Cognitive Science Quarterly*, 1(3), 279-305. https://www.researchgate.net/profile/Bert-Van-Oers/publication/321832549_Contextualisation_for_abstraction_Cognitive_Science_Quarterly_2000_1_279_-_305/links/5a33dc59a6fdcc769fd20862/Contextualisation-for-abstraction-Cognitive-Science-Quarterly-2000-1-279-305.pdf adresinden alınmıştır.
- Verikios, P., & Farmaki, V. (2006). Introducing algebraic thinking to 13 year-old students: The case of the inequality. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 321-328. <https://www.igpme.org/publications/current-proceedings/> adresinden alınmıştır.
- Vidic, A. D. (2015). First-year students' beliefs about context problems in mathematics in university science programmes. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(5), 1161-1187. <http://dx.doi.org/10.1007/s10763-014-9533-1>
- Wernet, J. L.W. (2015). What's the story with story problems? Exploring the relationship between contextual mathematics tasks, student engagement, and motivation to learn mathematics in middle school [Doctoral dissertation]. Michigan State University, United States of America. <https://doi.org/doi:10.25335/M5R154>

- Yaftian, N. and Shayan, M. (2019). Mathematic literacy of students in 9th grade: Research based on the PISA study test. *Technology of Education Journal (TEJ)*, 13(4), 851-867. <https://doi.org/10.22061/jte.2019.5138.2177>
- Yang, D. C., & Wu, W. R. (2010). The study of number sense realistic activities integrated into third-grade math classes in Taiwan. *The Journal of Educational Research*, 103(6), 379-392. <http://dx.doi.org/10.1080/00220670903383010>
- Yasul, A. F. ve Samancı, O. (2015). Sınıf öğretmenlerinin ‘grup çalışmaları’na ilişkin görüşlerinin incelenmesi. *Iğdır Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 7, 131-156. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/igdirsosbilder/issue/66812/1044877> adresinden alınmıştır.
- Yenieli, A. (2019). *Seçmeli matematik uygulamaları dersinin öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeylerine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi ve öğretmen görüşlerinin incelenmesi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.
- Yeşildere İmre, S. ve Türnüklü, E., (2016). RBC soyutlama teorisi. Bingölbalı E., Arslan S. ve Zembat İ.Ö (Edtörler). *Matematik Eğitiminde Teoriler* (1.Baskı) içinde, ss.459-479. Pegem Akademi.
- Yeşildere, S. ve Türnüklü, E.B., (2008). İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma süreçlerinin matematiksel güçlerine göre incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(1), 485-510. https://dergipark.org.tr/tr/pub/uefad/issue/16688/173428#article_cite adresinden alınmıştır.
- Yeşildere, S., (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi*. [Yayımlanmamış doktora tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2021). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. (Güncellenmiş 12.baskı). Seçkin Yayıncılık.
- Yıldız, H. ve Ezentaş, R. (2020). Yedinci sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığı sorularının çözümünde karşılaştıkları zorlukların incelenmesi. *Fen Matematik*

Girişimcilik ve Teknoloji Eğitimi Dergisi, 3(2), 98-112.
<https://dergipark.org.tr/tr/pub/fmgtd/issue/56406/743429> adresinden alınmıştır.

Yıldız, B. , Demirci, G., Akdeniz, K. , Galiç, S. , Güneş, S. , Kavuncu, T. , Mayan Yıldız, T. ve Ozansak Topcu, Y. (2021). Ortaokul ve lise öğrencilerinin matematiksel kavram yanlışlarına yönelik Türkiye’de yapılan çalışmaların sistematik derlemesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakóltesi Dergisi*, 17(3), 535-556.
<https://doi.org/10.17860/mersinefd.933804>

Yin, R. (1994). *Case study research: Design and methods*. Sage Publications.

Zembat, İ. Ö. (2007). Yansıma dönüşümü, doğrudan öğretim ve yapılandırmacılığın temel bileşenleri. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakóltesi Dergisi*, 27(1), 195-213.
<https://dergipark.org.tr/tr/pub/gefad/issue/6751/90779> adresinden alınmıştır.

Zembat, İ. Ö. (2013) Kavram yanlışısı nedir?. Özmantar, M. F., Bingölbalı, E. ve Akkoç, H. (Editörler) *Matematiksel kavram yanlışıları ve çözüm önerileri* (3. Baskı) içinde, ss.1-8. Pegem Akademi.

Brgfx. *A male basketball player kid*. [Dijital Görsel]. https://www.freepik.com/free-vector/male-basketball-player-kid_4307685.htm#page=2&query=BASKETBOL&position=37&from_view=search&track=sph adresinden alınmıştır.

Brgfx. *Board template with boy thinking*. [Dijital Görsel]. https://www.freepik.com/free-vector/board-template-with-boy-thinking_24780594.htm#query=thinking%20child&position=18&from_view=search&track=ais adresinden alınmıştır

Freepik. *Arrow made of puzzle pieces pointing to other pieces*. [Dijital Görsel]. https://www.freepik.com/free-photo/arrow-made-puzzle-pieces-pointing-other-pieces_7411874.htm#query=puzzle%20background&position=39&from_view=keyword&track=ais adresinden alınmıştır.

Freepik. *Female handball player*. [Dijital Görsel]. https://www.freepik.com/free-vector/female-handball-player_2773380.htm#page=3&query=handball&position=0&from_view=search&track=sph adresinden alınmıştır.

Freepik. *Happy hand drawn students jumping*. [Dijital Görsel]. https://www.freepik.com/free-vector/happy-hand-drawn-students-jumping_2899470.htm#query=student%20passing%20exam&position=30&from_view=search&track=ais adresinden alınmıştır.

Freepik. *White puzzle grid with missing puzzle piece on brown paper textured*. [Dijital Görsel]. https://www.freepik.com/free-photo/white-puzzle-grid-with-missing-puzzle-piece-brown-paper-textured_5004144.htm#page=3&query=puzzle%20background&position=7&from_view=keyword&track=ais adresinden alınmıştır.

Studiogstock. *Little boy playing on the park*. [Dijital Görsel]. https://www.freepik.com/free-vector/little-boy-playing-park_5714257.htm#page=3&query=%C3%A7ocuk%20oyun%20alan%C4%B1&position=1&from_view=search&track=ais adresinden alınmıştır.

Ekler

Ek 1: Araştırma İzinleri



T.C.
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü

Sayı: E-20585590-302.14.02-11261

15.05.2023

Konu: Şefika Merve DAŞDEMİR'in araştırma izni.

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞINA

İlgi : 17.03.2023 tarihli ve 41401206-301.11-10527 sayılı yazınız.

Ana Bilim Dalınız yüksek lisans öğrencisi Şefika Merve DAŞDEMİR'in araştırma izni çalışması kapsamında Bursa Valiliği İl Millî Eğitim Müdürlüğünden alınan yazı örneği ekte gönderilmiştir.

Bilgilerinizi ve öğrenci ile danışmanı Prof. Dr. Muhamed Emin ÖZDEMİR'e bildirilmesi konusunda gereğini rica ederim.

Prof. Dr. Kazım YOLDAŞ
Müdür

Ek:
1-Yazı Örneği
2-Eki

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu:DVm7Yx6is02VqsZx-EDV-Q

Belge Doğrulama Adresi: <https://udox.uludag.edu.tr/Teyit>

BUÜ Eğitim Bilimleri Enst. Üniversite 1 Cd. No: 221 Görükle Kampüsü 16059 Nilüfer BURSA

Telefon No: 0224 29 42 884

Faks No: 0224 29 40 975

e-Posta: egitbil@uludag.edu.tr

İnternet Adresi: uludag.edu.tr/egitimbilimleri

Kep Adresi: uludag.rektorluk@hs03.kep.tr

Bilgi için: Halil AYDOĞAN
Bilgisayar İşletmeni

Telefon No: 0224 29 40 978



Bu belge UDOS ile hazırlanmıştır.



T.C.
BURSA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-86896125-605.01-76080709
Konu : Şefika Merve DAŞDEMİR'in Araştırma
İzni

11.05.2023

DAĞITIM YERLERİNE

İlgi : Bursa Uludağ Üniversitesi Rektörlüğü, Öğrenci İşleri Daire Başkanlığının 11.04.2023 tarih ve 105713 sayılı yazısı.

Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı yüksek lisans programı öğrencisi Şefika Merve DAŞDEMİR'in "9. Sınıf Öğrencilerinde Eşitsizlik Konusuna İlişkin Bağlamsal Öğrenme Süreçlerinin İncelenmesi" konulu tez çalışmasını, Osmangazi ilçesine bağlı Zübeydehanım Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesinde uygulama yapma isteği, 11.05.2023 tarih ve 76071849 sayılı Makam Onayı ile uygun görülmektedir.

Gereğini bilgilerinize rica ederim.

Mahmut KARAKAYA
Müdür a.
İl Millî Eğitim Şube Müdürü

Ek:

- 1-Makam Onayı (1 sayfa)
- 2-Veri Toplama Aracı (1 sayfa)

Dağıtım:

Gereği:

Osmangazi İlçe Millî Eğitim Müdürlüğüne

Bilgi:

Bursa Uludağ Üniversitesi Rektörlüğü
Öğrenci İşleri Daire Başkanlığına

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Hocahasan Mh. İlkbahar Cad. No:38
(Yeni Hükümet Konağı A Blok) 16050/Osmangazi/BURSA
Telefon No : 0 (224)225 25 78
E-Posta: arge16@meh.gov.tr
Kep Adresi : meh@hs01.kep.tr

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meh-bys>

Bilgi için: Engin SEYMEN

Unvan : Veri Hazırlama ve Kontrol İşletmeni

İnternet Adresi: <http://bursa.meh.gov.tr> Faks: 445 18 10

Bu evrak güvenli elektronik imza ile onaylanmıştır. <https://evraksorgu.meh.gov.tr> adresinden 1123-0491-33ce-97a6-8e0c kodu ile teyit edilebilir.



T.C.
BURSA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü



Sayı : E-86896125-605.01-76071849
Konu : Şefika Merve DAŞDEMİR'in Araştırma
İzni

11.05.2023

MÜDÜRLÜK MAKAMINA

- İlgi : a) Millî Eğitim Bakanlığı'nın Araştırma Uygulama İzinleri konulu 21/01/2020 tarih ve 1563890 (2020/2) sayılı Genelgesi.
b) Bursa Uludağ Üniversitesi Rektörlüğü, Öğrenci İşleri Daire Başkanlığının 11.04.2023 tarih ve 105713 sayılı yazısı.

Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı yüksek lisans programı öğrencisi Şefika Merve DAŞDEMİR'in "9. Sınıf Öğrencilerinde Eşitsizlik Konusuna İlişkin Bağlamsal Öğrenme Süreçlerinin İncelenmesi" konulu araştırması ilgi (b) sayılı yazı ile bildirilmektedir.

Şefika Merve DAŞDEMİR'in yukarıda belirtilen araştırmasını Osmangazi ilçesine bağlı Zübeydehanım Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesinde uygulama yapma isteği Müdürlüğümüzde oluşturulan "Araştırma Değerlendirme Komisyonu" tarafından incelenerek değerlendirilmiştir. Araştırma ile ilgili çalışmanın okul/kurumlardaki eğitim öğretim faaliyetleri aksatılmadan, araştırma formlarının aslı okul müdürlüklerince görülerek ve gönüllülük esası ile okul müdürlüklerinin gözetim ve sorumluluğunda ilgi Genelge çerçevesinde uygulanması ayrıca araştırma sonuçlarının Müdürlüğümüz ile paylaşılması komisyonumuzca uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Mahmut KARAKAYA
İl Millî Eğitim Şube Müdürü

OLUR

Seyit Ali BÜYÜK
Vali a.
İl Millî Eğitim Müdürü

Ek : Ölçekler (1 Sayfa)

Adres : Hocaahsan Mh. İlkbahar Cad. No:38
(Yeni Hükümet Konakları A Blok) 16050/Osmangazi/BURSA
Telefon No : 0 (224)225 25 78
E-Posta: arge16@meh.gov.tr
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ehys>

Bilgi için: Engin SEYMEN

Unvan : Veri Hazırlama ve Kontrol İşletmeni

İnternet Adresi: <http://bursa.meb.gov.tr>

Faks: 445 18 10

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evrak.meb.gov.tr> adresinden 9c92-1ed0-3515-924e-2078 koda ile teyit edilebilir.



T.C.
OSMANGAZİ KAYMAKAMLIĞI
İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-41909377-605.01-76106302
Konu : Araştırma İzni

12.05.2023

ZÜBEYDE HANIM MESLEK VE TEKNİK ANADOLU LİSESİ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : Bursa Uludağ Üniversitesi Rektörlüğü, Öğrenci İşleri Daire Başkanlığının 11.04.2023 tarihli ve 105713 sayılı yazısı.

Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı yüksek lisans programı öğrencisi Şefika Merve DAŞDEMİR'in "9. Sınıf Öğrencilerinde Eşitsizlik Konusuna İlişkin Bağlamsal Öğrenme Süreçlerinin İncelenmesi" konulu tez çalışmasını okulunuzda uygulama isteği, 11.05.2023 tarihli ve 76071849 sayılı Makam Onayı ile uygun görülmektedir.

Bilgilerini rica ederim.

Yücel İZCİ
Müdür a.
Şube Müdürü

Ek:

- 1-Makam Onayı (1 sayfa)
- 2-Veri Toplama Aracı (1 sayfa)

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Doğanbey Mah. Haşimioğlu Cad. no:3 kat:8 Osmangazi BURSA

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>

Telefon No : 0 (224) 445 20 05

Bilgi için: Esra ÇALIŞKAN

E-Posta: osmangazi16_strateji@meb.gov.tr

Unvan : Şef

Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

İnternet Adresi: osmangazi.meb.gov.tr

Faks: 2244452000

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evrakosgu.meb.gov.tr> adresinden c7dd-f8bb-3177-b252-9c7a kodu ile teyit edilebilir.

Ek 2: Uygulama Soruları

SORU-1: Nisa'nın Matematik dersinin ders notu dönem içerisinde girdiği 2 sınava göre belirlenmektedir. Dersi geçebilmesi için sınavların ortalamasının 50 veya daha fazla olması gerekmektedir.

Nisa ilk sınavından 37 aldığına göre dersi geçebilmesi için 2. sınavından en az kaç alması gerekir?



Not: Görsel www.freepik.com sitesinden alınmıştır

SORU-2: Bir ilçede liseler arası hentbol turnuvası organize edilmektedir. Turnuva kapsamında galibiyete 3, beraberliğe 2 ve mağlubiyete 1 puan verilmektedir. Lig sonunda ilk 5 sırada yer alan okulların galibiyet, beraberlik ve mağlubiyet sayıları aşağıdaki tabloda verilmiştir. Ligde yer alan her takımın en az 1'er tane mağlubiyet ve beraberlikleri olduğu bilindiğine göre sıralamanın aşağıdaki şekilde olabilmesi için Yeşilyayla MTAL'in aldığı galibiyet sayısı en fazla kaç olabilir?

Sıra	Okul	Galibiyet	Beraberlik	Mağlubiyet
1	Atatürk Anadolu Lisesi	16	2	2
2	Yunus Emre Fen Lisesi	14	4	2
3	Yeşilyayla MTAL			
4	Nasrettin Hoca Sosyal Bilimler Lisesi	10	4	6
5	Alparslan Fen Lisesi	8	4	8



Not: Görsel www.freepik.com sitesinden alınmıştır

SORU-3: 0-3 yaş grubu çocuklara hizmet veren bir oyun parkında; kart ücreti 5 TL, oyun alanlarını kullanmak 18 TL, oyuncakları kullanmak ise 8 TL'dir. Kart içerisinde kalan para iade edilmemektedir. Yiğit hem en az bir oyun alanına girmek hem de en az bir oyuncak ile oynamak istemektedir. Oyun parkında minimum 100 TL ile işlem yapılabilir;

- Yiğit bu oyun parkında karta minimum ücret yüklenmesi durumunda hangi seçenekleri kaçar kez kullanabilir? Tüm durumları yazınız.
- Yiğit'in annesi oyun parkından çıkarken kartta mümkün olan en az paranın kalmasını istemektedir. Bunun için Yiğit hangi seçenekleri kaç kez kullanabilir?



Not: Görsel www.freepik.com sitesinden alınmıştır

SORU-4: Sefa basketbol maçında tek sayılık ve üç sayılık atışlar yapıyor. Sefa'nın en az 18 puanlık atış yapmış olması için olabilecek tüm sonuçları içeren grafiği çizerek çözümü bulunuz.



Not: Görsel www.freepik.com sitesinden alınmıştır

Ek 3: Veli Onam Formu Örneği

Sayın Veli;

Çocuğunuzun katılacağı bu çalışma, “-----çalışma adı yazılabilir-----” adıyla, 2019-2020 eğitim öğretim yılı süresince yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Bu araştırma erken çocukluk döneminde çevre korumayı bir değer olarak benimsemiş duyarlı bireyler yetiştirmeyi hedeflemektedir.

Araştırma Uygulaması: x/ x/ x/ x şeklindedir.

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı’nın ve okul yönetiminin de izni ile gerçekleştirilmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğunuz çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun katılımı **tamamen sizin isteğinize bağlıdır**, reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında ayrılabilirsiniz. Araştırmaya katılmamama veya araştırmadan ayrılma durumunda öğrencilerin akademik başarıları, okul ve öğretmenleriyle olan ilişkileri etkilemeyecektir.

Çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir.

Uygulamalar, genel olarak kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden çocuğunuz kendisini rahatsız hissederse cevaplama işini yarıda bırakıp çıkmakta özgürdür. Bu durumda rahatsızlığın giderilmesi için gereken yardım sağlanacaktır. Çocuğunuz çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır. Anket çalışmasına katılmamak ya da katıldıktan sonra vazgeçmek çocuğunuza hiçbir sorumluluk getirmeyecektir.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı :

İletişim bilgileri :

*Velisi bulunduğum sınıfı numaralı öğrencisi
.....’in yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin veriyorum.
(Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğunuzla okula geri gönderiniz*).*

.../.../.....

İsim-Soyisim İmza:

Veli Adı-Soyadı :

Telefon Numarası :

ÖZ GEÇMİŞ			
Adı-Soyadı	Şefika Merve DAŞDEMİR		
Bildiği Yabancı Diller	İngilizce/Almanca		
Eğitim Durumu	Başlama - Bitirme		Kurum Adı
Lise	2003	2007	Gazi Anadolu Lisesi/ Bursa
Lisans	2007	2011	Anadolu Üniversitesi Fen Fakültesi/Matematik Bölümü Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi/Pedagojik Formasyon Sertifika Programı (2011)
Yüksek Lisans	2020	2023	Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü/Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi/Matematik Eğitimi (YL-Tezli)
Çalıştığı Kurum	Başlama - Ayrılma		Çalışılan Kurumun Adı
1.	2015	2018	Gümüşhane Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesi
2.	2018	2020	Yeşilyayla Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesi
3.	2020	2021	Necatibey Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesi
4.	2021	---	Zübeyde Hanım Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesi
Katıldığı Proje ve Toplantılar	2015: Tübitak 4006 “Eğlenceli Matematik” 2016: Tübitak 4006 “Kümelerde İşlemler” 2019: Tübitak 4006 “Hesaplaşma”		
		Tarih İmza Adı-Soyadı	10/08/2023 Şefika Merve DAŞDEMİR