



T.C.  
EGE ÜNİVERSİTESİ  
Fen Bilimleri Enstitüsü



# DAYANIKLI ZAMAN SERİLERİ METOTLARININ KARŞILAŞTIRILMASI

Yüksek Lisans Tezi

İşıl DİKER

İstatistik Anabilim Dalı

İzmir  
2023

T.C.  
EGE ÜNİVERSİTESİ  
Fen Bilimleri Enstitüsü

**DAYANIKLI ZAMAN SERİLERİ METOTLARININ  
KARŞILAŞTIRILMASI**

Işıl DİKER

Danışman : Doç. Dr. Hakan Savaş SAZAK

İstatistik Anabilim Dalı  
İstatistik Yüksek Lisans Programı

İzmir  
2023



# EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

## ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI

EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin ilgili hükümleri uyarınca Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Dayanıklı Zaman Serileri Metotlarının Karşılaştırılması” başlıklı bu tezin kendi çalışmam olduğunu, sunduğum tüm sonuç, doküman, bilgi ve belgeleri bizzat ve bu tez çalışması kapsamında elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara atıf yaptığımı ve bunları kaynaklar listesinde usulüne uygun olarak verdiğimi, tez çalışması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını, bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya diğer bir üniversitede başka bir tez çalışması içinde sunmadığımı, bu tezin planlanmasından yazımına kadar bütün safhalarda bilimsel etik kurallarına uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul edeceğimi beyan ederim.

07 / 09 / 2023

Işıl DİKER



**ÖZET****DAYANIKLI ZAMAN SERİLERİ METOTLARININ KARŞILAŞTIRILMASI**

DİKER, Işıl

Yüksek Lisans Tezi, İstatistik Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Hakan Savaş SAZAK

Eylül 2023, 37 sayfa

Pür otoregresif (AR) sürecinde parametreler genellikle en küçük kareler (Least squares, LS) yöntemiyle tahmin edilir. LS yönteminin kullanılabilmesi için bazı varsayımların sağlanması gerekir. Varsayımlar sağlanmadığında veya veri setinde aykırı değerler olduğunda, LS tahmin edicilerinin etkinliğinde büyük kayıplar olabilir. Bu nedenle LS yöntemine alternatif yöntemler tercih edilmelidir. Bu çalışmada, veri setinde aykırı değerler olduğunda LS tahmin edicilerinin etkinlikleri, simülasyon yoluyla dayanıklı alternatifler ile karşılaştırılmıştır. Çalışmada ayrıca dayanıklı yöntemler arasındaki karşılaştırma sonuçları ayrıntılı olarak yer almaktadır. Hata teriminin standart normal dağılıma sahip olduğu aykırı değer içermediği ve Dixon'ın aykırı modeli olmak üzere iki durum için AR(1) modeli parametre tahmininde Monte Carlo tekniği kullanılarak LS, Huber M, Tukey M, S ve MM tahmin edicilerini içeren simülasyon çalışması R programlama dili ile gerçekleştirilmiştir. Simülasyonlarda, otoregresif parametrenin ve örneklem büyüklüğünün değişen değerleri için söz konusu olan tahmin edicilerin etkinliği incelenmiştir. Dixon'ın aykırı değer modeli için simülasyon sonuçları, LS tahmin edicilerinin, en iyi oldukları hata teriminin varyansı dışında her zaman en kötü olduğunu göstermektedir. Otoregresif parametre için, Huber M tahmin edicileri en iyi performansı göstermiştir fakat kesme parametresi için performans değerlendirmesi, örneklem büyüklüğü ve otoregresif parametrenin değeri gibi çeşitli faktörlere bağlıdır. Ayrıca çalışmanın sonunda, bir gerçek hayat verisi uygulaması gerçekleştirilmiştir. Bu çalışma, LS yönteminin çeşitli koşullar altında sahip olduğu zayıflıkları göstermekle birlikte, bu durumlarda hangi dayanıklı yöntemin seçileceğine dair de katkıda bulunmaktadır.

**Anahtar sözcükler:** Otokorelasyon, otoregresif model, en küçük kareler yöntemi, aykırı değer



**ABSTRACT****THE COMPARISON OF THE ROBUST TIME SERIES METHODS**

DİKER, Işıl

MSc in Statistics

Supervisor: Doç. Dr. Hakan Savaş SAZAK

September 2023, 37 pages

Parameters are usually estimated by the least squares (LS) method in the pure autoregressive (AR) process. The LS method can be used when some assumptions are fulfilled. When some assumptions are not fulfilled or outliers exist in the data set, there may be big losses in the efficiency of the LS estimators. Robust alternatives were suggested for this reason. In this study, in order to investigate the amount of efficiency loss in the LS estimators when there are outliers in the data set, the efficiencies of the LS estimators are compared with the robust alternatives through simulation. The study also includes the comparison results among the robust methods in detail. The simulation study including LS, Huber M, Tukey M, S and MM estimators was carried out with the R programming language by using Monte Carlo technique in AR(1) model parameter estimation, for two cases, when the error term is standard normally distributed without outliers and for the Dixon's outlier model. In the simulations, the efficiency of the aforementioned estimators for the varying values of the autoregressive parameter and sample size examined. Under the Dixon's outlier model, the simulation results show that the LS estimators are always the worst except for the variance of the error term for which they are the best. For autoregressive parameter, it depends on various factors like the sample size and the value of the autoregressive parameter. Additionally, at the end of the study, a real life data application is performed. This study shows the weaknesses the LS method has under several conditions but also makes contribution on which robust method to choose under these situations as well.

**Keywords:** Autocorrelation, autoregressive model, least squares method, outlier



## ÖNSÖZ

Zaman serileri analizinde model parametrelerinin tahmini, veri setini en iyi temsil edecek şekilde yapılmalıdır ki kurulan model ile gelecek değerlere mümkün olduğunca yakın tahminler yapılabilsin. Ancak aykırı değerler parametre tahmininde yanlılığa sebep olabilmektedir. Böyle bir durum için parametre tahmininde aykırı değerlerden etkilenmeyen yöntemlere ihtiyaç vardır. Bu çalışmada, beş tahmin yönteminin etkinlikleri çeşitli durumlar için karşılaştırılmıştır.

Çalışma boyunca ilgisini eksik etmeyen, değerli zamanını, birikimlerini, tecrübelerini aktaran, olanca desteğini sunan ve yardımını esirgemeyen saygıdeğer danışmanım Doç. Dr. Hakan Savaş SAZAK'a teşekkürlerimi sunarım.

İZMİR

07 / 09 / 2023

Işıl Diker



**İÇİNDEKİLER**

	<u>Sayfa</u>
İÇ KAPAK.....	ii
KABUL ONAY SAYFASI.....	iii
ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI.....	v
ÖZET.....	vii
ABSTRACT.....	ix
ÖNSÖZ.....	xi
İÇİNDEKİLER.....	xiii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xvi
TABLolar DİZİNİ.....	xviii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xx
1. GİRİŞ.....	1
2. ZAMAN SERİLERİ MODELİ VE TAHMİN YÖNTEMLERİ.....	3
2.1 AR(p) Modeli.....	3
2.2 En Küçük Kareler (LS) Yöntemi.....	3
2.3 Ağırlıklı En Küçük Kareler (WLS) Yöntemi.....	5
2.4 M Tahmin Edicileri.....	6
2.5 S Tahmin Edicileri.....	8

2.6 MM Tahmin Edicileri.....	9
3. SİMÜLASYON SONUÇLARI.....	10
4. GERÇEK HAYAT VERİSİ UYGULAMASI.....	29
5. SONUÇ VE TARTIŞMA.....	32
KAYNAKLAR.....	34
TEŞEKKÜR.....	36
ÖZGEÇMİŞ.....	37



**ŞEKİLLER DİZİNİ**

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
Şekil 4.1 Elektrik direnci verisi zaman yolu grafiği.....	29
Şekil 4.2 Elektrik direnci verisi korelogramı.....	30





## TABLOLAR DİZİNİ

Tablo	Sayfa
Tablo 3.1 AR(1) için $\phi_1 = 0.3$ $n = 50$ iken model 1 için simülasyon sonuçları.....	11
Tablo 3.2 AR(1) için $\phi_1 = 0.3$ $n = 300$ iken model 1 için simülasyon sonuçları.....	13
Tablo 3.3 AR(1) için $\phi_1 = 0.7$ $n = 50$ iken model 1 için simülasyon sonuçları.....	15
Tablo 3.4 AR(1) için $\phi_1 = 0.7$ $n = 300$ iken model 1 için simülasyon sonuçları.....	17
Tablo 3.5 AR(1) için $\phi_1 = 0.3$ $n = 50$ iken model 2 için simülasyon sonuçları.....	19
Tablo 3.6 AR(1) için $\phi_1 = 0.3$ $n = 300$ iken model 2 için simülasyon sonuçları.....	21
Tablo 3.7 AR(1) için $\phi_1 = 0.7$ $n = 50$ iken model 2 için simülasyon sonuçları.....	23
Tablo 3.8 AR(1) için $\phi_1 = 0.7$ $n = 300$ iken model 2 için simülasyon sonuçları.....	25
Tablo 3.9 Gözlemlerin normal dağıldığı durum için özet simülasyon sonuçları.....	27
Tablo 3.10 Aykırı değerlerin olduğu durum için özet simülasyon sonuçları.....	28
Tablo 4.1 Elektrik direnci verisi için birim kök testi sonuçları.....	31
Tablo 4.2 Elektrik direnci verisi için karşılaştırılan metotların hesaplanmış değerleri.....	31
Tablo 4.3 Elektrik direnci verisi için AR(1) model katsayılarının standart hataları.....	31



## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
$Y$	Bağımlı değişken vektörü
$X$	Bağımsız değişkenlerin matrisi
$\phi$	Otoregresif parametre vektörü
$\mu$	Kesme terimi
$\varepsilon$	Hata terimi vektörü
$n$	Örneklem hacmi
$p$	Eğim parametresi sayısı
$t$	Zaman periyodu
$\sigma^2$	Varyans
$W$	Ağırlık matrisi
$\bar{Y}$	Gözlemlerin ortalaması
$F$	Test istatistiği
$u_i$	Artıkların standardize değeri
$\rho(\varepsilon)$	Amaç fonksiyonu
$R^2$	Determinasyon katsayısı
<u>Kısaltmalar</u>	
LS	En küçük kareler
WLS	Ağırlıklı en küçük kareler
MSE	Ortalama kare hata
SSE	Hata kareler toplamı
SST	Toplam kareler toplamı
AR	Otoregresif
BDP	Kırılma noktası
REff	Görelî etkinlik
PACF	Kısmî otokorelasyon fonksiyonu



## 1. GİRİŞ

Zaman serisi analizinde amaç gelecek değerlerin en iyi şekilde tahmin edilmesidir. Bunun ön koşullarından biri de model belirlendikten sonra veri setinin yapısını en iyi şekilde yansıtan, güvenilirliği yüksek bir tahmin yöntemi belirlemektir. Tek bir aykırı değer bile sonuçlar üzerinde yanıltıcı bir etkiye sahip olabilir ve veri setinin genel yapısından çıkarılabilecek bilgileri engelleyebilir. Bu nedenle aykırı değerlerin varlığından etkilenmeyen dayanıklı bir tahmin yönteminin kullanılması sonuçların güvenilirliğini artıracaktır.

Parametre tahmininde en küçük kareler (least squares, LS) tahmin yönteminin kullanılabilmesi için hataların ortalamasının sıfır, varyansının sabit olması, normal dağılıma sahip olması gerekmektedir. Bu varsayımlar sağlandığında LS tahmin edicisi en iyi lineer yansız tahmin edicidir. Ancak aykırı değerler bu varsayımların sağlanmamasına sebep olurlar, bu sebeple LS tahmin edicisi veri setinde aykırı değer bulunduğunda etkinliğini yitirir. LS tahmin edicisi dayanıklı bir tahmin edici değildir.

Hampel (1971) tarafından tanımlanan kırılma noktası (breakdown point, BDP), tahmin edicilerin dayanıklılığını değerlendirmek için kullanılan ölçütlerden biridir. BDP, tahmin ediciyi sonsuz (veya eksi sonsuz) yapmadan sonsuza (veya eksi sonsuza) gidebilen veri kümesinin maksimum oranıdır. BDP büyüdükçe, tahmin edici daha dayanıklı hale gelir. Örneğin, örneklem ortalamasının BDP'si sıfırdır, çünkü veri setinin herhangi bir oranı sonsuza (veya eksi sonsuza) gittikçe sonsuza (veya eksi sonsuza) gider. Buradan hareketle, aynı zamanda LS tahmin edicisi olan örneklem ortalamasının uç gözlemlere toleransı sıfır olduğu için dayanıklı bir tahmin edici olmadığı sonucuna ulaşılır.

Literatürde aykırı gözlem içeren veri setleri için parametre tahmininde kullanılacak çeşitli dayanıklı tahmin ediciler önerilmiştir. Bu çalışmada, bunlardan Huber M, Tukey M, S ve MM tahmin edicileri incelenecektir.

Alma (2011) çalışmasında LS, M, MM, S tahmin yöntemlerinin aykırı değer oranının değiştiği durumlar için performanslarını kıyaslamıştır, LS yönteminin en az etkin olduğu, Huber M tahmin edicisinin iyi tahminler ürettiği, S tahmin edicisinin yüksek kırılma noktasına sahip olduğunu göstermiştir.

Tırınk ve Önder (2022)'in çalışmasında aykırı değerlerin bulunduğu veri seti ile Saanen oğlaklarının 6. ay ağırlıkları tahmin edilmek amaçlanmıştır, çalışma sonucunda daha güvenilir sonuçlar vermesinden ötürü Huber M tahmin edicisinin kullanılması önerilmiştir.

Çetin ve Orsoy (2001)'un çalışmasında aykırı değer içeren veri setiyle çeşitli dayanıklı tahmin yöntemi ile LS tahmin yöntemi karşılaştırıldığında LS tahmin edicisinin tek bir aykırı değere dahi duyarlı olduğu görülmüştür.

Türkay (2004)'in çalışmasında uç gözlemin yer aldığı veri için parametre tahmininde M ve S tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre determinasyon katsayılarının yüksek olduğu ve dayanıklı tahmin edicilerin standart hatalarının LS tahmin edicisine göre küçük olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Büyükkör ve Şehirlioğlu (2020)'nin çalışmasında veri seti normal dağılıyorsa LS tahmin edicisinin en kullanışlı olduğu fakat veri setinde aykırı gözlem olduğunda LS tahmin edicisinin etkin olmadığı gösterilerek, bu durumda Huber M ve Tukey M tahmin edicilerinin daha iyi sonuçlar verdiği ifade edilmiştir.

Mutlu ve Sazak (2019), parametre tahmininde birçok tahmin ediciyi karşılaştırdıkları çalışmada, MM tahmin edicilerinin en etkin olduğunu, dayanıklı tahmin ediciler arasında S tahmin edicilerinin en az etkin olduğunu, normallik altında LS tahmin edicilerinin en etkin olup model varsayımlarından sapmalardan etkilendiğini, hata teriminin varyansı için dayanıklı tahmin edicilerin yanlış tahminler ürettiğini LS tahmin edicilerinin yansız olduğunu göstermiştir.

Rousseeuw ve Yohai (1984) tarafından önerilen S tahmin edicilerinin, %50 yüksek BDP'leri nedeniyle dayanıklı tahminciler olsalar da etkin tahmin ediciler olmadıkları Rousseeuw ve Yohai (1984) tarafından yapılan çalışmada gösterilmiştir. Yohai (1987) çalışmasında  $c=1.547$  olarak S tahmin edicilerinin BDP'sini %50 olarak korumuştur. Huber (1964) tarafından dayanıklı bir tahmin edici olan M tahmin edicileri önerilmiştir. Huber'in amaç fonksiyonunda  $c=1.345$  kullanılarak normal dağılımda %95 etkinlik sağlanır. Tukey'in iki ağırlıklı fonksiyonu ile aykırı değerlerin etkisini ortadan kaldırmak için aykırı değerlere sıfır ağırlık verilir. Yohai (1987), hem yüksek etkinliği hem de dayanıklılığı sağlamak için MM tahmin edicilerini önermiştir.

Önerilen bu dayanıklı tahmin ediciler konusunda yapılan çalışmalar zaman serileri bağlamında sınırlıdır. Denby ve Martin (1979)'nin çalışmasında, LS tahmin yönteminin bazı durumlarda yanlış tahmin üretmesinden dolayı M tahmin edicisinin daha etkin olduğu gösterilmiştir. Martin (1982) yaptığı çalışmada, Huber M tahmincileri tarafından tahmin edilen kesme parametresi ve otoregresif parametrelerin etkinliklerinin, veriler bağımsız ve bağımlı olduğunda aynı olduğunu göstermiştir.

Bu çalışma, zaman serilerinde parametre tahmini için en küçük kareler (LS), Huber M, Tukey M, S ve MM tahmin edicilerinin çeşitli koşullar altında etkinliklerinin araştırıldığı ve çoklu karşılaştırmanın amaçlandığı bir çalışma olarak özgündür. Literatürde, dayanıklı tahmin yöntemlerinin karşılaştırıldığı benzer bir çalışma bulunmamaktadır.

Çalışmanın temel amacı, otoregresif parametrelerin ve örneklem büyüklüğünün farklı değerleri için LS, Huber M, Tukey M, S ve MM tahmin edicilerinin etkinliklerini bir simülasyon çalışmasıyla değerlendirmektir. Ayrıca, gerçek dünya verileri üzerinde uygulamalar yapılmıştır. AR (1) modeli için gerçekleştirilen simülasyon çalışması, dayanıklı tahmin yöntemlerinin kapsamlı bir şekilde değerlendirilmesini sağlayarak araştırmacılara, aykırı değerler içeren veri setleriyle çalışırken hangi tahmin ediciyi kullanacaklarını belirleme konusunda referans sağlayacaktır.

Çalışmanın birinci bölümünde giriş, ikinci bölümünde zaman serileri modeli ve tahmin yöntemleri, üçüncü bölümünde simülasyon sonuçları, dördüncü bölümünde gerçek hayat verisi uygulaması ve beşinci bölümünde sonuç ve tartışma yer almaktadır.

## 2. ZAMAN SERİLERİ MODELİ VE TAHMİN YÖNTEMLERİ

Tez çalışması, otoregresif süreçler için parametre tahmini yöntemlerinin etkinliklerini değerlendirmeyi hedeflemektedir. Elde edilen bulgular, AR(p) modelinin daha yüksek dereceli otoregresif süreçler için genişletilmesi konusunda öncü bir rol oynayacaktır. Bu çalışma, gelecekteki araştırmacılara otoregresif süreçlerin çeşitli dereceleri için en uygun tahmin yöntemlerini seçme konusunda rehberlik edebilir ve bu alanda yeni yöntemlerin geliştirilmesine katkı sağlayabilir. Bu amaç doğrultusunda AR (1) modeline odaklanılmıştır. Bu bölümde AR(1) modelinin temel özellikleri ve karşılaştırma yapılacak beş farklı tahmin yöntemi LS, Huber M, Tukey M, S ve MM yöntemleri kısaca tanıtılacaktır.

### 2.1 AR(p) Modeli

Otoregresif (AR) modeli en popüler modellerden biridir ve finasta önemli bir rol oynamaktadır (Van Zyl, 2013). AR(p) modeli aşağıdaki şekilde yazılır.

$$Y_t = \mu + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t, t = (p + 1), \dots, n \quad (2.1.1)$$

Burada  $Y_t$ , t dönemindeki serinin gözlemlerini göstermektedir.  $\mu$ , modelin kesme terimidir.  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  'ler otoregresif parametrelerdir. Denklem (2.1.1)'e ilişkin varsayımlar aşağıdaki gibidir.

1.  $E(\varepsilon_t) = 0$
2.  $Var(\varepsilon_t) = \sigma^2$
3.  $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+k}) = 0, k \neq 0$

Matris notasyonu ile AR(p) modelinin bileşenleri aşağıdaki gibi verilir.

$$Y_{(n-p) \times 1} = X_{(n-p) \times (p+1)} \Phi_{(p+1) \times 1} + \varepsilon_{(n-p) \times 1} \quad (2.1.2)$$

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{p+1} \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & Y_p & \dots & Y_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & Y_{n-1} & \dots & Y_{n-p} \end{bmatrix}, \quad \phi = \begin{bmatrix} \mu \\ \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_p \end{bmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{p+1} \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (2.1.3)$$

### 2.2 En Küçük Kareler (LS) Yöntemi

LS yöntemi, kullanım kolaylığından dolayı bilinmeyen parametrelerin tahmininde sıklıkla tercih edilen bir yöntemdir. Bilinmeyen parametreler, aşağıdaki gibi hata kareler toplamı minimize edilerek tahmin edilir.

$$\min \sum_{i=p+1}^n \varepsilon_i^2 \quad (2.2.1)$$

Matris formatı ile aşağıdaki şekilde verilir.

$$\min \varepsilon' \varepsilon \quad (2.2.2)$$

Hata kareler toplamının  $\phi$ 'ye göre türevi alınarak,  $\phi$ 'nin LS tahmin edicisi olan  $\hat{\phi}$  aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\hat{\phi} = (X'X)^{-1}X'Y \quad (2.2.3)$$

Hata teriminin standart sapmasının LS tahmin edicisi aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{(Y - X\hat{\phi})'(Y - X\hat{\phi})}{n - (p + 1)}} = \sqrt{\frac{e'e}{n - (p + 1)}} \quad (2.2.4)$$

Modelin ortalama hata karesi (mean square error, MSE), parametre tahmini ile parametre arasındaki fark hata olmak üzere, bu hata karelerinin beklenen değerini bulmak anlamına gelir. MSE, Denklem (2.2.4)'ün karesi alınarak bulunur. Yöntemlerin performansı MSE kriteri ile karşılaştırılabilir. MSE küçüldükçe tahmin yöntemi daha iyi hale gelir.  $R^2$ , modelleri (veya yöntemleri) karşılaştırmak için kullanılan diğer bir kriterdir.  $R^2$  arttıkça model performansı artmaktadır.  $R^2$  aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} = 1 - \frac{e'e}{Y'Y - n\bar{Y}^2} \quad (2.2.5)$$

Burada  $\bar{Y}$ , Y değerlerinin aritmetik ortalamasıdır. Yöntemlerin karşılaştırılmasında tahmin edicilerin standart hataları da kullanılmaktadır. Standart hata küçüldükçe tahmin yöntemi daha iyi hale gelir. Zaman serisi model katsayılarının tahmin edicilerinin standart hataları, aşağıda verilen ifadenin köşegenlerinin kareköküdür.

$$MSE(X'X)^{-1} \quad (2.2.6)$$

AR(p) modelinin özel bir durumu olarak, 1. dereceden otoregresif model AR(1) aşağıdaki gibi verilir.

$$Y_t = \mu + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad t = 2, \dots, n \quad (2.2.7)$$

AR(1) modeli için LS tahmin edicileri aşağıdaki gibidir.

$$\hat{\phi}_1 = \frac{\sum_{t=2}^n (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-1} - \bar{Y})}{\sum_{t=2}^n (Y_{t-1} - \bar{Y})^2}, \quad \hat{\mu} = (1 - \hat{\phi}_1)\bar{Y}, \quad \hat{\sigma}_\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum_{t=2}^n (e_t)^2}{n - 2}} \quad (2.2.8)$$

### 2.3 Ağırlıklı En Küçük Kareler (WLS) Yöntemi

LS tahmin edicisi aykırı değerlere karşı duyarlıdır (de Luna and Genton, 2001). Aykırı gözlem içeren serilerin parametre tahminleri için dayanıklı tahmin yöntemlerine ihtiyaç vardır (Stockinger and Dutter, 1987). Ağırlıklı en küçük kareler (weighted least squares, WLS) yöntemi dayanıklı metotların aykırı değerlerin ağırlıklandırılması için kullandığı bir metottur. WLS yönteminin tanımı aşağıdaki gibidir.

$$\min \sum_{i=p+1}^n w_i \varepsilon_i^2 \quad (2.3.1)$$

Matris formatı ile aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\min \varepsilon' W \varepsilon \quad (2.3.2)$$

$$W_{(n-p) \times (n-p)} = \text{diag}(w_i; i = 1, \dots, (n-p))$$

$\phi$ 'nin WLS tahmin edicisi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\hat{\phi}_w = (X'WX)^{-1}X'WY \quad (2.3.3)$$

Ağırlıklı MSE aşağıdaki gibi elde edilir.

$$MSE_W = \frac{(Y-X\hat{\phi}_w)'W(Y-X\hat{\phi}_w)}{n-(p+1)} = \frac{e'We}{n-(p+1)} \quad (2.3.4)$$

Hata terimlerinin varyanslarının sabit olduğu varsayımı ihlal edildiğinde, i. durum için  $\sigma_i^2$  olan hata terimlerinin eşit olmayan varyansları problemini çözmek için WLS yöntemi kullanılır. Bu durumda görece ağırlıklar ( $w_i$ ) Denklem (2.3.5)'teki gibi verilen bilinmeyen gerçek ağırlıkların ( $\frac{1}{\sigma_i^2}$ ) sabit bir katı olacaktır.

$$w_i = k \left( \frac{1}{\sigma_i^2} \right); i = 1, \dots, (n-p) \quad (2.3.5)$$

Burada k orantı sabitidir. Bu durumda, zaman serisi model katsayılarının tahmin edicilerinin standart hataları, aşağıda verilen (2.3.6)'nın köşegenlerinin kareköküdür.

$$MSE_W (X'WX)^{-1} \quad (2.3.6)$$

Ek olarak,  $R^2$  aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$R^2 = 1 - \frac{SSE_W}{SST_W} = 1 - \frac{e'We}{Y'WY - m\bar{Y}_W^2} \quad (2.3.7)$$

$$\bar{Y}_W = \sum_{i=1}^{n-p} w_i Y_i / m, \quad m = \sum_{i=1}^{n-p} w_i.$$

## 2.4M Tahmin Edicileri

LS tahmin yönteminin model varsayımlarından sapmalara karşı hassas olmasından dolayı regresyon analizi için dayanıklı bir alternatif olarak Huber (1973) tarafından M tahmin edicileri önerilmiştir. M tahmin edicileri, hataların karelerinin toplamını minimize etmek yerine seçilen bir hataların  $\rho$  fonksiyonunun toplamını minimize etmektedir. Tanımı aşağıda verilmiştir.

$$\min \sum_{i=1}^n \rho(\varepsilon_i) \quad (2.4.1)$$

$\rho$  fonksiyonu aşağıdaki özelliklere sahip olmalıdır.

$$\rho(u) \geq 0$$

$$\rho(0) = 0$$

$$\rho(u) = -u$$

$$|u_i| > |u'_i| \text{ için } \rho(u_i) \geq \rho(u'_i)$$

$u_i$  hataların standartlaştırılmasıyla aşağıdaki gibi elde edilir.

$$u_i = \frac{e_i}{\hat{\sigma}} \quad (2.4.2)$$

Denklem (2.4.2)'de kullanılan hata teriminin standart sapma tahmin edicisi olan  $\hat{\sigma}$ , normallik altında  $\sigma$  'nın yansız tahmin edicisidir, aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\hat{\sigma} = \frac{MAD}{0,6745} = \frac{\text{median}|e_i - \text{median}(e_i)|}{0,6745} \quad (2.4.3)$$

M tahmin edicilerinde kullanılacak çeşitli amaç fonksiyonları ( $\rho(\varepsilon)$ ) mevcuttur. Bu çalışmada Huber M ve Tukey M tahmin edicileri yer almaktadır. Bu tahmin ediciler ile ağırlık fonksiyonu elde edilir ve elde edilen ağırlıklar, ağırlıklı en küçük kareler yönteminde parametre tahmininde kullanılır. Ağırlık fonksiyonunun nasıl elde edildiği sırasıyla verilecektir. Amaç fonksiyonunun artıklara göre türevi alınarak etki fonksiyonu elde edilir.

$$\psi(u) = \frac{\partial \rho(u)}{\partial u} \quad (2.4.4)$$

Ağırlık fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir.

$$w(u) = \frac{\psi(u)}{u} \quad (2.4.5)$$

Huber M tahmin edicisi için amaç fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

$$\rho(u) = \begin{cases} \frac{u^2}{2}, & |u| \leq 1.345 \\ 1.345|u| - \frac{1.345^2}{2}, & |u| > 1.345 \end{cases} \quad (2.4.6)$$

Huber M tahmin edicisi için etki fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

$$\psi(u) = \begin{cases} u, & |u| \leq 1.345 \\ 1.345|u|, & |u| > 1.345 \end{cases} \quad (2.4.7)$$

Huber'in fonksiyonu kullanıldığında ağırlık fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$w_i = \begin{cases} 1, & |u_i| \leq 1.345 \\ \frac{1.345}{|u_i|}, & |u_i| > 1.345 \end{cases} \quad (2.4.8)$$

$|u_i|$  1.345'ten büyükse, gözlemlere 1'den küçük bir ağırlık verildiği açıkça ifade edilebilir.

Tukey M tahmin edicisi için amaç fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

$$\rho(u) = \begin{cases} \frac{4.685^2}{2} \left[ 1 - \left[ 1 - \left( \frac{u}{4.685} \right)^2 \right]^3 \right], & |u| \leq 4.685 \\ \frac{4.685^2}{6}, & |u| > 4.685 \end{cases} \quad (2.4.9)$$

Tukey M tahmin edicisinin amaç fonksiyonunun türevi alınarak elde edilen etki fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

$$\psi(u) = \begin{cases} u \left[ 1 - \left( \frac{u}{4.685} \right)^2 \right]^2, & |u| \leq 4.685 \\ 0, & |u| > 4.685 \end{cases} \quad (2.4.10)$$

Tukey'in iki ağırlıklı fonksiyonu aşağıda verilmiştir

$$w_i = \begin{cases} \left( 1 - \left( \frac{u_i}{4.685} \right)^2 \right)^2, & |u_i| \leq 4.685 \\ 0, & |u_i| > 4.685 \end{cases} \quad (2.4.11)$$

Tukey'in iki ağırlıklı fonksiyonunda  $|u_i|$  4.685'ten büyük veya eşitse, gözlemlere 0 ağırlık verilir; 4.685'ten küçük ise, 4.685'e yaklaştıkça verilen ağırlık azalacaktır.

Tukey'in veya Huber'in ağırlık fonksiyonu ile ağırlıklar elde edildikten sonra Denklem (2.3.3)'te verilen WLS yöntemi ile  $\hat{\phi}$  hesaplanır.

## 2.5S Tahmin Edicileri

S dayanıklı tahmin yöntemi Rousseeuw ve Yohai (1984) tarafından bulunmuştur. S tahmin yöntemi, oranlanan hataların  $\rho$  fonksiyonunun toplamını en aza indirir. Aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\min \sum_{i=1}^n \rho \left( \frac{\varepsilon_i}{\sigma_s} \right) \quad (2.5.1)$$

Rousseeuw ve Yohai (1984)'ye göre belirli bir örnek için S tahmin edicilerini elde etmek için aşağıdaki Eşitlik (2.5.2) çözülür.

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \rho \left( \frac{e_i}{\hat{\sigma}_s} \right) = K \quad (2.5.2)$$

Burada K, standart normal dağılım altında  $\rho$ 'nun beklenen değeridir,  $\hat{\sigma}_s$ , hata terimi için ölçeğin S tahmin edicisidir (Rousseeuw and Leroy, 1987). Susanti vd. (2014) tarafından verilen algoritmaya göre S tahmin edicileri aşağıdaki şekilde elde edilir.

Adım 1:  $\hat{\phi}$  LS yöntemiyle elde edilir.

Adım 2: Artıklar  $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$ , LS yöntemiyle elde edilen  $\hat{\phi}$  ile hesaplanır.

Adım 3: Artıklar kullanılarak, hatanın standart sapmasının tahmini aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\hat{\sigma}_i = \begin{cases} \frac{\text{median}|e_i - \text{median}(e_i)|}{0,6745}, & \text{iterasyon} = 1 \\ \sqrt{\frac{1}{nK} \sum_{i=1}^n w_i e_i^2}, & \text{iterasyon} > 1 \end{cases} \quad (2.5.3)$$

$K=0.199$  ve  $w_i = \frac{\rho(u_i)}{u_i^2}$ .

Adım 4: Artıklar  $u_i = \frac{e_i}{\hat{\sigma}_i}$  olarak standardize edilir.

Adım 5:  $w_i$  ağırlıkları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$w_i = \begin{cases} \left[ 1 - \left( \frac{u_i}{1,547} \right)^2 \right]^2, & |u_i| \leq 1,547, \text{ iterasyon} = 1 \\ 0, & |u_i| > 1,547 \\ \frac{\rho(u_i)}{u_i^2}, & \text{iterasyon} > 1 \end{cases} \quad (2.5.4)$$

Adım 6: Elde edilen  $w_i$  kullanılarak, Denklem (2.3.3)'te verilen WLS yöntemi ile  $\hat{\phi}_S$  hesaplanır.

Adım 7: Yakınsama sağlanıncaya kadar adımlar tekrarlanır.

## 2.6 MM Tahmin Edicileri

Yohai (1987) tarafından, MM tahmin edicilerinin normallik altında yüksek etkinliği ve yüksek BDP ile dayanıklılığı aynı anda sağladığı bulunmuştur. Susanti vd. (2014) tarafından verilen algoritmaya göre MM tahmin edicileri aşağıdaki gibi elde edilir.

Adım 1:  $\hat{\phi}$  S yöntemiyle elde edilir.

Adım 2: Artıklar  $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$ , S yöntemiyle elde edilen  $\hat{\phi}$  ile hesaplanır.

Adım 3: Artıklar kullanılarak, S tahmin yöntemiyle  $c=4.685$  alınarak hatanın standart sapma tahmini olan  $\hat{\sigma}_i$  elde edilir.

Adım 4: Artıklar  $u_i = \frac{e_i}{\hat{\sigma}_i}$  olarak standardize edilir.

Adım 5:  $w_i$  ağırlıkları,  $c=4.685$  ayarlama sabiti ile Tukey'in iki ağırlıklı fonksiyonu kullanılarak elde edilir.

Adım 6: Elde edilen  $w_i$  kullanılarak, Denklem (2.3.3)'te verilen WLS yöntemi ile  $\hat{\phi}_{MM}$  hesaplanır.

Adım 7: Yakınsama sağlanıncaya kadar adımlar tekrarlanır.

### 3. SİMÜLASYON SONUÇLARI

R programında gerçekleştirilen simülasyon ile LS, Huber M, Tukey M, S ve MM parametre tahmin yöntemlerinin performanslarının zaman serileri bağlamında karşılaştırılması amaçlanmaktadır. AR(p)'nin özel hali olarak kolay yorumlanabilmesi için Denklem (2.2.7)'de verilen AR(1) modeli için bahsedilen amaca uygun bir program yazılmıştır.  $\phi_1$ 'in 0, 0.3, 0.5, 0.7 olduğu ve n'in 50, 100, 300 olduğu durumlar simülasyon ile incelenmiş olup inceleme sonucunda bu çalışmada yer verilen değerlerin süreçteki değişimi en iyi temsil eden değerler olduğu görülmüştür.  $\mu = 0$ ,  $\sigma^2 = 1$  ve  $\phi_1 = 0.3, 0.7$  ve  $n = 50, 300$ ,  $nn = [300000/n]$  olarak Monte Carlo simülasyonu uygulanmıştır. Aşağıdaki modeller (dağılımlar) için simülasyon gerçekleştirilmiştir.

Model 1: Hata terimi Normal dağıldığında;

$$\varepsilon \sim N(0,1)$$

Model 2: Dixon'ın aykırı değer modeli;

$$\varepsilon \sim rN(0, k^2) + (n - r)N(0,1), k = 3, r = [0.5 + 0.1 * n]$$

LS, Huber M, Tukey M, S ve MM parametre tahmin yöntemleri ile  $\mu$ ,  $\phi_1$ ,  $\sigma^2$  için tahmin edicilerin ortalamaları, yanlılıkları, ortalama hata kareleri (mse) elde edilmiştir ve tahmin edicilerin LS tahmin edicilerine göre göreceli etkinlikleri (Reff) hesaplanmıştır.  $\hat{\theta}_2$ 'ye göre  $\hat{\theta}_1$ 'in göreceli etkinliği aşağıdaki gibidir.

$$Reff(\hat{\theta}_1|\hat{\theta}_2) = 100 * mse(\hat{\theta}_2)/mse(\hat{\theta}_1)$$

Artıkların standart normal dağılımdan geldiği Model 1 için simüle edilmiş değerler Tablo 3.1- Tablo 3.4'te verilmiştir. Bu çalışmada 5 tahmin edicinin normallik altındaki performansı incelenmiştir.

Tablo 3.1 AR(1) için  $\phi_1 = 0.3$   $n = 50$  iken model 1 için simülasyon sonuçları

		$\mu$	$\phi_1$	$\sigma^2$
	LS	-0.000371	-0.038948	-0.019195
	Huber M	-0.000355	-0.038873	-0.017540
<b>bias</b>	Tukey M	-0.000236	-0.038945	-0.022304
	S	-0.000372	-0.039405	-0.008398
	MM	-0.000323	-0.039098	-0.008398
	LS	0.023087	0.018489	0.041225
	Huber M	0.024269	0.019375	0.114232
<b>var</b>	Tukey M	0.024638	0.019734	0.113731
	S	0.024817	0.020010	0.077558
	MM	0.024516	0.019591	0.077558
	LS	0.023087	0.020006	0.041594
	Huber M	0.024269	0.020886	0.114539
<b>mse</b>	Tukey M	0.024639	0.021250	0.114228
	S	0.024818	0.021563	0.077628
	MM	0.024516	0.021120	0.077628
	LS	100.000000	100.000000	100.000000
	Huber M	95.132190	95.784087	36.313832
<b>REff</b>	Tukey M	93.704170	94.142588	36.412696
	S	93.028410	92.779412	53.580516
	MM	94.173530	94.724649	53.580516

AR(1) modeli için  $\phi_1 = 0.3$ ,  $n=50$ ,  $mn=6000$  iken hataların normal dağıldığı model 1 için simülasyon sonuçları incelendiğinde  $\mu$ ,  $\phi_1$ ,  $\sigma^2$  için LS tahmin edicilerinin en etkin tahmin ediciler olduğu görülmektedir.  $\mu$  için beş tahmin edici de yansızdır, varyansı en küçük olan LS tahmin edicileri olduğundan LS tahmin edicileri en etkindir, ikinci en etkin Huber M tahmin edicileridir, S tahmin edicilerinin diğer tahmin edicilere göre varyansı büyük olduğundan en az etkinliğe sahip tahmin edicilerdir.  $\phi_1$  için yanlılığı en küçük olan Huber M tahmin edicileri olmasına rağmen LS tahmin edicilerinin varyansı en küçüktür ve en küçük MSE'ye sahiptir bu sebeple en etkin tahmin edicilerdir, Huber M tahmin edicileri ikinci en etkin tahmin edicilerdir, en büyük yanlılığa ve en büyük varyansa sahip olması sebebiyle en büyük MSE'ye sahip olan S tahmin edicileri en az etkindir.  $\sigma^2$  için LS tahmin edicileri diğer tahmin edicilere göre oldukça küçük varyansa sahip oldukları için en küçük MSE'ye sahiptirler bu sebeple en etkin tahmin edicilerdir, S ve MM tahmin edicileri ikinci en etkin tahmin edicilerdir, en büyük MSE'ye sahip olan Huber M tahmin edicileri en az etkin tahmin edicilerdir.



Tablo 3.2 AR(1) için  $\phi_1 = 0.3$   $n = 300$  iken model 1 için simülasyon sonuçları

		$\mu$	$\phi_1$	$\sigma^2$
	LS	-0.000458	-0.007087	-0.001891
	Huber M	-0.000347	-0.006934	-0.004508
<b>bias</b>	Tukey M	-0.000309	-0.007041	-0.005466
	S	-0.000233	-0.007211	-0.002130
	MM	-0.000294	-0.007037	-0.002130
	LS	0.003446	0.003012	0.006357
	Huber M	0.003652	0.003071	0.018588
<b>var</b>	Tukey M	0.003687	0.003091	0.018605
	S	0.003734	0.003130	0.012614
	MM	0.003677	0.003090	0.012614
	LS	0.003446	0.003062	0.006361
	Huber M	0.003652	0.003119	0.018608
<b>mse</b>	Tukey M	0.003687	0.003141	0.018635
	S	0.003734	0.003182	0.012618
	MM	0.003677	0.003140	0.012618
	LS	100.000000	100.000000	100.000000
	Huber M	94.354670	98.175586	34.184086
<b>REff</b>	Tukey M	93.475530	97.493543	34.134688
	S	92.301090	96.232315	50.410774
	MM	93.720600	97.524181	50.411036

AR(1) modeli için  $\phi_1 = 0.3$ ,  $n=300$ ,  $nn=1000$  iken hataların normal dağıldığı model 1 için simülasyon sonuçları incelendiğinde  $\mu$ ,  $\phi_1$ ,  $\sigma^2$  için LS tahmin edicilerinin en etkin tahmin ediciler olduğu görülmektedir.  $\mu$  için beş tahmin edici de yansızdır, varyansı en küçük olan LS tahmin edicileri olduğundan LS tahmin edicileri en etkindir, ikinci en etkin Huber M tahmin edicileridir, S tahmin edicilerinin diğer tahmin edicilere göre varyansı büyük olduğundan en az etkinliğe sahip tahmin edicilerdir.  $\phi_1$  için yanlılığı en küçük olan Huber M tahmin edicileri olmasına rağmen LS tahmin edicilerinin varyansı en küçüktür ve en küçük MSE'ye sahiptir bu sebeple en etkin tahmin edicilerdir, Huber M tahmin edicileri ikinci en etkin tahmin edicilerdir, en büyük yanlılığa ve en büyük varyansa sahip olması sebebiyle en büyük MSE'ye sahip olan S tahmin edicileri en az etkindir.  $\sigma^2$  için LS tahmin edicileri diğer tahmin edicilere göre oldukça küçük varyansa ve yanlılığa sahip oldukları için en küçük MSE'ye sahiptirler bu sebeple en etkin tahmin edicilerdir, MM tahmin edicileri ikinci en etkin tahmin edicilerdir, en büyük MSE'ye sahip olan Tukey M tahmin edicileri en az etkin tahmin edicilerdir.



Tablo 3.3 AR(1) için  $\phi_1 = 0.7$   $n = 50$  iken model 1 için simülasyon sonuçları

		$\mu$	$\phi_1$	$\sigma^2$
	LS	-0.000018	-0.067178	-0.022097
	Huber M	-0.000095	-0.067243	-0.022796
<b>bias</b>	Tukey M	-0.000181	-0.067182	-0.026297
	S	-0.000488	-0.067366	-0.012241
	MM	-0.000247	-0.067142	-0.012241
	LS	0.032244	0.013400	0.041325
	Huber M	0.033525	0.014049	0.113066
<b>var</b>	Tukey M	0.033909	0.014204	0.112888
	S	0.034230	0.014429	0.077241
	MM	0.033741	0.014130	0.077241
	LS	0.032244	0.017913	0.041814
	Huber M	0.033525	0.018571	0.113586
<b>mse</b>	Tukey M	0.033910	0.018718	0.113580
	S	0.034230	0.018967	0.077390
	MM	0.033741	0.018638	0.077390
	LS	100.000000	100.000000	100.000000
	Huber M	96.178270	96.458379	36.812275
<b>REff</b>	Tukey M	95.089010	95.699701	36.814394
	S	94.198350	94.444003	54.029473
	MM	95.562700	96.107726	54.029473

AR(1) modeli için  $\phi_1 = 0.7$ ,  $n=50$ ,  $nn=6000$  iken hataların normal dağıldığı model 1 için simülasyon sonuçları incelendiğinde  $\mu$ ,  $\phi_1$ ,  $\sigma^2$  için LS tahmin edicilerinin en etkin tahmin ediciler olduğu görülmektedir.  $\mu$  için beş tahmin edici de yansızdır, varyansı en küçük olan LS tahmin edicileri olduğundan LS tahmin edicileri en etkindir, ikinci en etkin Huber M tahmin edicileridir, S tahmin edicilerinin diğer tahmin edicilere göre varyansı büyük olduğundan en az etkinliğe sahip tahmin edicilerdir.  $\phi_1$  için yanlılığı en küçük olan MM tahmin edicileri olmasına rağmen LS tahmin edicilerinin varyansı en küçüktür ve en küçük MSE'ye sahiptir bu sebeple en etkin tahmin edicilerdir, Huber M tahmin edicileri ikinci en etkin tahmin edicilerdir, en büyük yanlılığa ve en büyük varyansa sahip olması sebebiyle en büyük MSE'ye sahip olan S tahmin edicileri en az etkindir.  $\sigma^2$  için LS tahmin edicileri diğer tahmin edicilere göre oldukça küçük varyansa sahip oldukları için en küçük MSE'ye sahiptirler bu sebeple en etkin tahmin edicilerdir, S ve MM tahmin edicileri ikinci en etkin tahmin edicilerdir, en büyük MSE'ye sahip olan Huber M tahmin edicileri en az etkin tahmin edicilerdir.



Tablo 3.4 AR(1) için  $\phi_1 = 0.7$   $n = 300$  iken model 1 için simülasyon sonuçları

		$\mu$	$\phi_1$	$\sigma^2$
	LS	-0.000546	-0.012028	-0.002127
	Huber M	-0.000428	-0.011939	-0.004510
<b>bias</b>	Tukey M	-0.000393	-0.012033	-0.005154
	S	-0.000288	-0.012108	-0.002931
	MM	-0.000367	-0.012046	-0.002932
	LS	0.003710	0.001839	0.006353
	Huber M	0.003930	0.001894	0.018963
<b>var</b>	Tukey M	0.003966	0.001905	0.018766
	S	0.004013	0.001933	0.012662
	MM	0.003956	0.001905	0.012662
	LS	0.003710	0.001984	0.006358
	Huber M	0.003930	0.002037	0.018983
<b>mse</b>	Tukey M	0.003966	0.002049	0.018792
	S	0.004013	0.002079	0.012671
	MM	0.003956	0.002051	0.012671
	LS	100.000000	100.000000	100.000000
	Huber M	94.403990	97.420078	33.491145
<b>REff</b>	Tukey M	93.551730	96.809099	33.831313
	S	92.454230	95.419250	50.177359
	MM	93.786430	96.751511	50.176895

AR(1) modeli için  $\phi_1 = 0.7$ ,  $n=300$ ,  $nn=1000$  iken hataların normal dağıldığı model 1 için simülasyon sonuçları incelendiğinde  $\mu$ ,  $\phi_1$ ,  $\sigma^2$  için LS tahmin edicilerinin en etkin tahmin ediciler olduğu görülmektedir.  $\mu$  için beş tahmin edici de yansızdır, varyansı en küçük olan LS tahmin edicileri olduğundan LS tahmin edicileri en etkindir, ikinci en etkin Huber M tahmin edicileridir, S tahmin edicilerinin diğer tahmin edicilere göre varyansı büyük olduğundan en az etkinliğe sahip tahmin edicilerdir.  $\phi_1$  için yanlılığı en küçük olan Huber M tahmin edicileri olmasına rağmen LS tahmin edicilerinin varyansı en küçüktür ve en küçük MSE'ye sahiptir bu sebeple en etkin tahmin edicilerdir, Huber M tahmin edicileri ikinci en etkin tahmin edicilerdir, en büyük yanlılığa ve en büyük varyansa sahip olması sebebiyle en büyük MSE'ye sahip olan S tahmin edicileri en az etkindir.  $\sigma^2$  için LS tahmin edicileri diğer tahmin edicilere göre oldukça küçük varyansa ve yanlılığa sahip oldukları için en küçük MSE'ye sahiptirler bu sebeple en etkin tahmin edicilerdir, S tahmin edicileri ikinci en etkin tahmin edicilerdir, en büyük MSE'ye sahip olan Huber M tahmin edicileri en az etkin tahmin edicilerdir.

Artıkların %90'ının standart normal dağılımdan geldiği %10'unun ortalaması 0, varyansı 9 olan normal dağılımdan geldiği Model 2 (Dixon'ın aykırı değer modeli) için simüle edilmiş değerler Tablo 3.5- Tablo 3.8'de verilmiştir.

Tablo 3.5 AR(1) için  $\phi_1 = 0.3$   $n = 50$  iken model 2 için simülasyon sonuçları

		$\mu$	$\phi_1$	$\sigma^2$
	LS	0.000784	-0.044970	-0.118811
	Huber M	0.000342	-0.038905	-0.373310
<b>bias</b>	Tukey M	-0.000166	-0.036219	-0.378180
	S	-0.000135	-0.038903	-0.369775
	MM	0.000003	-0.037371	-0.369775
	LS	0.019868	0.031637	0.084453
	Huber M	0.015839	0.024458	0.046727
<b>var</b>	Tukey M	0.015788	0.026040	0.046403
	S	0.015792	0.025020	0.031103
	MM	0.015739	0.025768	0.031103
	LS	0.019868	0.033659	0.098569
	Huber M	0.015839	0.025971	0.186088
<b>mse</b>	Tukey M	0.015788	0.027352	0.189423
	S	0.015792	0.026534	0.167836
	MM	0.015739	0.027164	0.167836
	LS	100.000000	100.000000	100.000000
	Huber M	125.441600	129.602364	52.969178
<b>REff</b>	Tukey M	125.842400	123.059576	52.036392
	S	125.815500	126.854783	58.729317
	MM	126.234200	123.910582	58.729317

AR(1) modeli için  $\phi_1 = 0.3$ ,  $n=50$ ,  $nn=6000$  iken Dixon'ın aykırı değer modeli olan model 2 için simülasyon sonuçları incelendiğinde  $\mu$  için beş tahmin edici de yansızdır, varyansı en küçük olan MM tahmin edicileri olduğundan MM tahmin edicileri en etkindir, ikinci en etkin Tukey M tahmin edicileridir, en büyük varyansa sahip olan LS tahmin edicileri en az etkin tahmin edicilerdir.  $\phi_1$  için yanlılığı en küçük olan Tukey M tahmin edicileri olmasına rağmen Huber M tahmin edicilerinin varyansı en küçüktür ve en küçük MSE'ye sahiptir bu sebeple en etkin tahmin edicilerdir, S tahmin edicileri ikinci en etkin tahmin edicilerdir, en büyük yanlılığa ve en büyük varyansa sahip olması sebebiyle en büyük MSE'ye sahip olan LS tahmin edicileri en az etkindir.  $\sigma^2$  için LS tahmin edicileri en büyük varyansa sahip olmalarına rağmen oldukça küçük yanlılığa sahip olmalarından dolayı en küçük MSE'ye sahiptirler bu sebeple en etkin tahmin edicilerdir, S ve MM tahmin edicileri ikinci en etkin tahmin edicilerdir, en büyük MSE'ye sahip olan Tukey M tahmin edicileri en az etkin tahmin edicilerdir.



Tablo 3.6 AR(1) için  $\phi_1 = 0.3$   $n = 300$  iken model 2 için simülasyon sonuçları

		$\mu$	$\phi_1$	$\sigma^2$
	LS	0.000075	-0.007348	-0.022751
	Huber M	0.000064	-0.006497	-0.352243
<b>bias</b>	Tukey M	0.000207	-0.007136	-0.353459
	S	0.000193	-0.007998	-0.347244
	MM	0.000200	-0.007191	-0.347236
	LS	0.003228	0.007114	0.017242
	Huber M	0.002470	0.004649	0.007572
<b>var</b>	Tukey M	0.002487	0.005133	0.007691
	S	0.002505	0.005066	0.005298
	MM	0.002478	0.005116	0.005299
	LS	0.003228	0.007168	0.017759
	Huber M	0.002470	0.004692	0.131647
<b>mse</b>	Tukey M	0.002487	0.005184	0.132624
	S	0.002505	0.005130	0.125876
	MM	0.002478	0.005167	0.125872
	LS	100.000000	100.000000	100.000000
	Huber M	130.656900	152.790220	13.490102
<b>REff</b>	Tukey M	129.778700	138.274813	13.390730
	S	128.854400	139.746064	14.108547
	MM	130.268700	138.727211	14.109096

AR(1) modeli için  $\phi_1 = 0.3$ ,  $n=300$ ,  $nn=1000$  iken Dixon'ın aykırı değer modeli olan model 2 için simülasyon sonuçları incelendiğinde  $\mu$  için beş tahmin edici de yansızdır, varyansı en küçük olan Huber M tahmin edicileri olduğundan en etkindirler, ikinci en etkin MM tahmin edicileridir, LS tahmin edicilerinin diğer tahmin edicilere göre varyansı büyük olduğundan en az etkinliğe sahip tahmin edicilerdir.  $\phi_1$  için yanlılığı ve varyansı en küçük olan Huber M tahmin edicileri olduğundan en etkin tahmin edicilerdir, S tahmin edicileri ikinci en etkin tahmin edicilerdir, varyansı diğer tahmin edicilere göre oldukça büyük olduğundan en büyük MSE'ye sahip LS tahmin edicileri en az etkin tahmin edicilerdir.  $\sigma^2$  için LS tahmin edicileri en büyük varyansa sahip olmalarına rağmen oldukça küçük yanlılığa sahip olmalarından dolayı en küçük MSE'ye sahiptirler bu sebeple en etkin tahmin edicilerdir, MM tahmin edicileri ikinci en etkin tahmin edicilerdir, en büyük MSE'ye sahip olan Tukey M tahmin edicileri en az etkin tahmin edicilerdir.



Tablo 3.7 AR(1) için  $\phi_1 = 0.7$   $n = 50$  iken model 2 için simülasyon sonuçları

		$\mu$	$\phi_1$	$\sigma^2$
	LS	0.001021	-0.079000	-0.117298
	Huber M	0.000584	-0.068577	-0.377620
<b>bias</b>	Tukey M	0.000213	-0.063638	-0.381977
	S	0.000151	-0.065097	-0.370258
	MM	0.000285	-0.064658	-0.370258
	LS	0.028448	0.020576	0.086002
	Huber M	0.022569	0.015849	0.045996
<b>var</b>	Tukey M	0.022045	0.016567	0.045831
	S	0.022058	0.016324	0.031349
	MM	0.022085	0.016590	0.031349
	LS	0.028449	0.026817	0.099761
	Huber M	0.022569	0.020552	0.188592
<b>mse</b>	Tukey M	0.022045	0.020617	0.191738
	S	0.022058	0.020561	0.168440
	MM	0.022086	0.020770	0.168440
	LS	100.000000	100.000000	100.000000
	Huber M	126.054100	130.484766	52.897676
<b>REff</b>	Tukey M	129.049800	130.073843	52.029961
	S	128.972200	130.427221	59.226489
	MM	128.813400	129.113267	59.226489

AR(1) modeli için  $\phi_1 = 0.7$ ,  $n=50$ ,  $nn=6000$  iken Dixon'ın aykırı değer modeli olan model 2 için simülasyon sonuçları incelendiğinde  $\mu$  için beş tahmin edici de yansızdır, varyansı en küçük olan Tukey M tahmin edicileri olduğundan en etkin tahmin edicilerdir, ikinci en etkin S tahmin edicileridir, en büyük yanlılığa ve varyansa sahip olan LS tahmin edicileri en az etkin tahmin edicilerdir.  $\phi_1$  için yanlılığı en küçük olan Tukey M tahmin edicileri olmasına rağmen Huber M tahmin edicilerinin varyansı en küçüktür ve en küçük MSE'ye sahiptir bu sebeple en etkin tahmin edicilerdir, S tahmin edicileri ikinci en etkin tahmin edicilerdir, en büyük yanlılığa ve en büyük varyansa sahip olmaları sebebiyle en büyük MSE'ye sahip olan LS tahmin edicileri en az etkindir.  $\sigma^2$  için LS tahmin edicileri en büyük varyansa sahip olmalarına rağmen oldukça küçük yanlılığa sahip olmalarından dolayı en küçük MSE'ye sahiptirler bu sebeple en etkin tahmin edicilerdir, S ve MM tahmin edicileri ikinci en etkin tahmin edicilerdir, en büyük MSE'ye sahip olan Tukey M tahmin edicileri en az etkin tahmin edicilerdir.



Tablo 3.8 AR(1) için  $\phi_1 = 0.7$   $n = 300$  iken model 2 için simülasyon sonuçları

		$\mu$	$\phi_1$	$\sigma^2$
	LS	-0.000163	-0.016044	-0.022728
	Huber M	-0.000040	-0.012194	-0.353531
<b>bias</b>	Tukey M	0.000264	-0.011737	-0.354014
	S	0.000220	-0.012594	-0.347737
	MM	0.000269	-0.011701	-0.347734
	LS	0.003466	0.004030	0.017216
	Huber M	0.002670	0.002701	0.007516
<b>var</b>	Tukey M	0.002678	0.002921	0.007671
	S	0.002700	0.002900	0.005300
	MM	0.002668	0.002916	0.005300
	LS	0.003466	0.004288	0.017732
	Huber M	0.002670	0.002850	0.132500
<b>mse</b>	Tukey M	0.002678	0.003059	0.132997
	S	0.002700	0.003058	0.126221
	MM	0.002668	0.003052	0.126219
	LS	100.000000	100.000000	100.000000
	Huber M	129.807900	150.465518	13.382778
<b>REff</b>	Tukey M	129.403300	140.161280	13.332726
	S	128.361500	140.207482	14.048453
	MM	129.873600	140.468490	14.048666

AR(1) modeli için  $\phi_1 = 0.7$ ,  $n=300$ ,  $nn=1000$  iken Dixon'ın aykırı değer modeli olan model 2 için simülasyon sonuçları incelendiğinde  $\mu$  için beş tahmin edici de yansızdır, varyansı en küçük olan MM tahmin edicileri olduğundan en etkin tahmin edicilerdir, ikinci en etkin Huber M tahmin edicileridir, en büyük varyansa sahip olmaları sebebiyle en büyük MSE'ye sahip olan LS tahmin edicileri en az etkindir.  $\phi_1$  için yanlılığı en küçük olan MM tahmin edicileri olmasına rağmen Huber M tahmin edicilerinin varyansı en küçüktür ve en küçük MSE'ye sahiptir bu sebeple en etkin tahmin edicilerdir, MM tahmin edicileri ikinci en etkin tahmin edicilerdir, en büyük yanlılığa ve en büyük varyansa sahip olmaları sebebiyle en büyük MSE'ye sahip olan LS tahmin edicileri en az etkindir.  $\sigma^2$  için LS tahmin edicileri en büyük varyansa sahip olmalarına rağmen oldukça küçük yanlılığa sahip olmalarından dolayı en küçük MSE'ye sahiptirler bu sebeple en etkin tahmin edicilerdir, MM tahmin edicileri ikinci en etkin tahmin edicilerdir, en büyük MSE'ye sahip olan Tukey M tahmin edicileri en az etkin tahmin edicilerdir.



Tablo 3.9 Gözlemlerin normal dağıldığı durum için özet simülasyon sonuçları

	mu		phi		sigma2	
	phi=0.3	phi=0.7	phi=0.3	phi=0.7	phi=0.3	phi=0.7
	LS	LS	LS	LS	LS	LS
<b>n=50,</b>	Huber M	Huber M	Huber M	Huber M	S ve MM	S ve MM
<b>nn=6000</b>	S	S	S	S	Huber M	Huber M
	LS	LS	LS	LS	LS	LS
<b>n=300,</b>	Huber M	Huber M	Huber M	Huber M	MM	S
<b>nn=1000</b>	S	S	S	S	Tukey M	Huber M

LS, beklenildiği gibi Model 1 için tüm parametre tahminleri için en etkin tahmin edicidir.  $\mu$  ve  $\phi_1$  için, Huber M tahmin edicileri ikinci en etkin tahmin edicilerdir ve S tahmin edicileri normallik altında en az etkin tahmin edicilerdir.  $\phi_1 = 0.3$  için tahmin edicilerin  $\mu$  için etkinliği incelendiğinde, örneklem büyüklüğündeki artışın tahmin edicilerin etkinliğinde fazla bir fark yaratmadığı görülmektedir.  $\phi_1 = 0.3$  olduğunda,  $\mu$  için, dayanıklı tahmin edicilerin LS'e göre görece etkinlikleri %95'e yakın olmakla beraber %95'in altında kalmaktadır.  $\phi_1 = 0.7$  olduğunda, Huber M tahmin edicileri  $\mu$  için ikinci en etkin tahmin edicidir ve dayanıklı tahmin ediciler arasında en etkin olmaya devam etse de örneklem büyüklüğü arttıkça etkinlikleri azalmaktadır.  $\phi_1$  için, dayanıklı tahmin edicilerin etkinliklerinin birbirine çok yakın olmasının yanı sıra, örneklem büyüklüğü arttıkça etkinlikleri LS'e yaklaşmaktadır.  $\mu$  ve  $\phi_1$  için en az etkin olan S tahmin edicileri, LS tahmin edicilerine göre sırasıyla %92.3 ve %95.4'lük asimptotik etkinliğe sahiptir. Bu durumda, genel olarak,  $\mu$  ve  $\phi_1$  için dayanıklı tahmin edicilerin normal dağılım altında iyi performans gösterdiği söylenebilir.  $\sigma^2$  için, Huber M genellikle en kötü performansı göstermiştir.  $\sigma^2$  için simülasyon sonuçları incelendiğinde, dayanıklı tahmin edicilerin görece etkinliklerinin çok düşük olduğu ve örneklem büyüklüğü arttıkça etkinliklerinin daha da kötüye gittiği görülmektedir.

Tablo 3.10 Aykırı değerlerin olduğu durum için özet simülasyon sonuçları

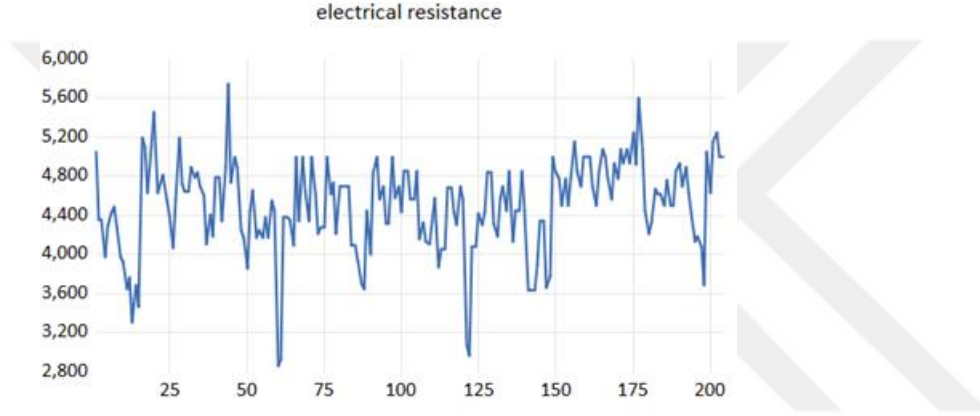
	mu		phi		sigma2	
	phi=0.3	phi=0.7	phi=0.3	phi=0.7	phi=0.3	phi=0.7
	MM	Tukey M	Huber M	Huber M	LS	LS
<b>n=50,</b> <b>nn=6000</b>	Tukey M	S	S	S	S ve MM	S ve MM
	LS	LS	LS	LS	Tukey M	Tukey M
<b>n=300,</b> <b>nn=1000</b>	Huber M	MM	Huber M	Huber M	LS	LS
	MM	Huber M	S	MM	MM	MM
	LS	LS	LS	LS	Tukey M	Tukey M

Model 2 için  $\mu$  ve  $\phi_1$  için, LS tahmin edicileri, aykırı değerlere olan duyarlılıklarından dolayı en az etkin tahmin edicilerdir.  $\mu$  parametre tahmini için simülasyon sonuçları incelendiğinde, daha önce belirtilen tüm tahmin edicilerin yansız olduğu görülmektedir.  $\mu$  için,  $\phi_1 = 0.3$  olduğunda  $n=50$  için MM tahmin edicileri en etkin iken  $n=300$  için Huber M en etkin tahmin edicilerdir;  $\phi_1 = 0.7$  olduğunda  $n=50$  için Tukey M tahmin edicileri en etkin iken  $n=300$  için MM tahmin edicileri en etkin tahmin edicilerdir.  $\mu$  için,  $\phi_1$  değeri küçükken örneklem büyüklüğü arttıkça MM tahmin edicisinin performansı düşerken, yüksek  $\phi_1$  değeri için performansını olumlu yönde etkilemektedir.  $\phi_1$  tahmininde, model 2 için Huber M en etkin tahmin edicidir ve Huber M'in LS'e göre asimptotik etkinliği %150 civarındadır.  $\phi_1$  için, örneklem hacmi küçük olduğunda dayanıklı tahmin edicilerin etkinlikleri birbirine yakındır.  $\phi_1$  parametre tahmini için, tüm durumlarda Huber M diğer tahmin edicilere göre küçük varyansa sahiptir. Tüm tahmin ediciler karşılaştırıldığında, örneklem hacmi arttıkça Huber M tahmin edicilerinin varyansının diğer tahmin edicilere göre çok daha küçük olduğu görülmektedir.  $\sigma^2$  için LS tahmin edicisinin varyansı diğer tahmin edicilere göre yüksek olmasına rağmen, MSE'si oldukça düşüktür çünkü dayanıklı tahmin edicilere göre yanlılığı asimptotik olarak çok düşüktür, bu nedenle LS tahmin edicileri  $\sigma^2$  için en etkin tahmin edicilerdir. Örneklem hacmi arttıkça, LS tahmin edicilerinin asimptotik olarak yansız olması diğer tahmin edicilerin yanlı olması nedeniyle  $\sigma^2$ 'yi tahmin etmede LS tahmin edicilerinin çok daha başarılı hale geldiği açıkça gözlemlenmektedir.

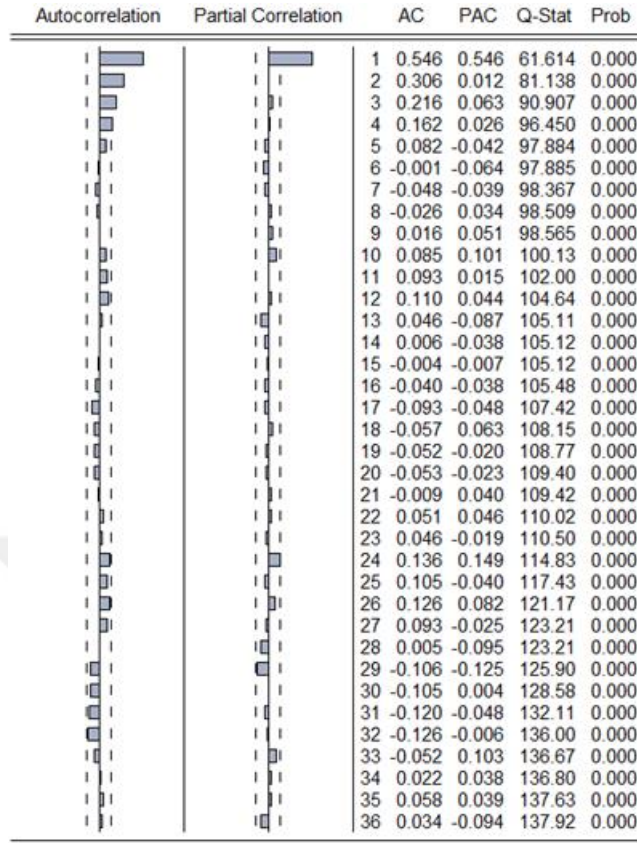
#### 4. GERÇEK HAYAT VERİSİ UYGULAMASI

Shewhart'ta (1931, s. 20) yer alan elektrik direnci veri seti, belirli bir yalıtım malzemesinin elektrik direncine ilişkin 204 gözlemden oluşmaktadır. Aytaçoğlu ve Sazak (2015) tarafından yapılan çalışmada kısmi otokorelasyon fonksiyonu (PACF) incelenerek veri setinin AR(1) modeline uyduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu çalışmada, bu veri seti için zaman yolu grafiği, korelogram ve birim kök testi sonuçları elde edilmiştir. Zaman yolu grafiğine bakıldığında elektrik direnci serisinin gözlemlerinin veri setinin ortalamasını sık sık kesmesi nedeniyle serinin durağan olduğu görülmektedir (bkz. Şekil 4.1). Şekil 4.2'deki verilerin korelogramına bakıldığında kısmi otokorelasyon fonksiyonunun birinci gecikmeden sonra kesildiği görülmektedir, buradan hareketle veri seti AR(1) modeline uymaktadır.

Şekil 4.1 Elektrik direnci verisi zaman yolu grafiği



Şekil 4.2 Elektrik direnci verisi korelogramı



Zaman serisi ile ilgili herhangi bir çıkarımda bulunmadan önce serinin durağan olup olmadığını belirlemesi gerekir. Bir zaman serisinin durağan olmasının anlamı, ele alınan analiz süresince, serinin ortalamasının ve varyansının sabit olması ve gecikmeli iki zaman periyodundaki değişkenlerin kovaryansının zamana değil değişkenler arasındaki gecikmeye bağlı olmasıdır (Gujarati, 1995). Seri durağan değilse sahte regresyon gibi sorunlar ortaya çıkabilir ve bu durumda yapılacak çıkarımlar yanıltıcı olacaktır. Durağanlığı test etmek için hipotez şu şekilde kurulur.

$$H_0: \phi_1 = 1$$

$$H_A: \phi_1 < 1$$

Tablo 4.1'deki elektrik direnci verileri için elde edilen birim kök testi sonuçları incelendiğinde, test istatistiği %1, %5 ve %10 anlamlılık düzeyindeki kritik değerlerle karşılaştırıldığında  $H_0$  hipotezi reddedilir ve serinin durağan olduğu sonucuna ulaşılır. AR(1) modeli için bu zaman serisi veri setine ait beş yöntemin tüm tahminleri ve standart hataları sırasıyla Tablo 4.2 ve Tablo 4.3'te verilmiştir. Bu veri seti için, en düşük  $R^2$ 'ye ve en yüksek standart hatalara sahip oldukları için LS tahmin edicilerinin performansı en kötüdür. S tahmin edicileri en yüksek  $R^2$ 'ye sahiptir ancak standart hatalar açısından Tukey M tahmin edicilerinin en iyi olduğu şeklinde yorumlanır.

Tablo 4.1 Elektrik direnci verisi için birim kök testi sonuçları

		t-statistic	Prob
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>		-7.659503	0.0000
<b>Test critical values</b>	1% level	-3.462574	
	5% level	-2.875608	
	10% level	-2.574346	

Tablo 4.2 Elektrik direnci verisi için karşılaştırılan metotların hesaplanmış değerleri

	LS	Huber M	Tukey M	S	MM
$\mu$	2.028818	1.928866	1.813633	1.727671	1.840852
$\phi_1$	0.548672	0.570208	0.595885	0.614195	0.590230
$\sigma^2$	0.151678	0.106492	0.104504	0.116737	0.116738
$R^2$	0.306120	0.374058	0.423138	0.434082	0.412630
adj $R^2$	0.302685	0.370959	0.420282	0.431281	0.409722
F	89.116724	120.713655	148.170318	154.942277	141.905739
sig.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Tablo 4.3 Elektrik direnci verisi için AR(1) model katsayılarının standart hataları

	LS	Huber M	Tukey M	S	MM
$\mu$	2.028818	1.928866	1.813633	1.727671	1.840852
$\phi_1$	0.548672	0.570208	0.595885	0.614195	0.590230

## 5. SONUÇ VE TARTIŞMA

Tez çalışmasında öncelikle AR(p) modeli ile ilgili bazı kavramlar ve çalışmada yer alan yöntemlerin genel tanımları verildi. Literatürde dayanıklı zaman serileri yöntemlerinin karşılaştırılması için sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Bu anlamda, çalışma farklı durumlar için bir yöntem seçmek isteyen uygulayıcılar için yararlı olabilir.

Simülasyonlarda, normal dağılım için, beklenildiği üzere LS yöntemi en iyisidir fakat LS yöntemi ile diğer dayanıklı yöntemler arasındaki farklar  $\mu$  ve  $\phi_1$  tahmininde çok marjinaldir, fakat  $\sigma^2$  için, dayanıklı tahmin edicilerin özellikle Huber M ve Tukey M tahmin edicilerinin performansları çok düşüktür ve örneklem büyüklüğü arttıkça performansları çok daha kötüye gitmektedir. Genel olarak  $\sigma^2$  için simülasyon sonuçları incelendiğinde, dayanıklı tahmin edicilerin görece etkinliklerinin çok düşük olduğu ve örneklem büyüklüğü arttıkça daha da kötüye gittiği görülmektedir.

Dixon'ın aykırı değer modeli için durum daha karmaşıktır.  $\mu$  ve  $\phi_1$  için, aykırı değerlere karşı hassasiyetleri nedeniyle LS tahmin edicileri en az etkinliğe sahip tahmin edicilerdir. Dayanıklı tahmin yöntemleri kendi aralarında karşılaştırıldığında sonuçlar oldukça ilginçtir.  $\phi_1$  için Huber M tahmin edicileri her zaman en iyisidir fakat örneklem boyutu arttıkça çok daha iyi hale gelmektedir. Diğerleri arasında çok büyük farklar bulunmamaktadır.  $\mu$  için, dayanıklı tahmin ediciler arasında, özellikle düşük otokorelasyon seviyesi için marjinal farklar vardır; daha yüksek olduğunda, Huber M tahmin edicisi küçük örneklem hacminde diğerlerine göre düşük bir etkinliğe sahiptir fakat büyük örneklem hacmi için daha rekabetçi hale gelmektedir.

Genel olarak,  $\mu$  ve  $\phi_1$  için, örneklem boyutu arttıkça her iki dayanıklı tahmin edici de LS tahmin edicilerinden çok daha iyi olmaktadır.  $\sigma^2$  tahmininde, tüm dayanıklı tahmin ediciler oldukça yanlıdır ve örneklem büyüklüğü arttıkça daha da kötüleşirler. Bu doğal bir sonuçtur, çünkü diğer tahmin ediciler yanlı tahminler üretirken  $\sigma^2$ 'nin LS tahmin edicisi, örneklem büyüklüğü arttıkça yansız hale gelir.

Genel olarak simülasyon sonuçları, dayanıklı tahmin edicilerin  $\mu$  ve  $\phi_1$  tahmininde rahatlıkla kullanılabileceğini ancak  $\sigma^2$  tahmininde kullanılmaması gerektiğini göstermektedir. Gerçek hayat veri setinin sonuçları da modelin katsayılarının tahmininde LS yöntemi yerine dayanıklı yöntemlerin kullanılabilmesini göstermektedir.

Elektrik direnci verisinin, zaman yolu grafiğinde ortalamayı sıklıkla kesmesi sebebiyle ve birim kök testi sonucu incelendiğinde durağan olduğu görülmektedir. Veri için tahmin edicilerin performansı değerlendirildiğinde S tahmin edicisinin en yüksek  $R^2$ 'ye sahip olması sebebiyle diğer tahmin edicilere göre performansı daha iyidir, Tukey M tahmin edicisi standart hatalara göre diğer tahmin edicilere göre daha iyidir. Tahmin ediciler arasında en düşük  $R^2$ 'ye ve en yüksek standart hataya sahip olması sebebiyle LS tahmin edicisi en kötü performansa sahiptir.

Gelecekte de değişik zaman serisi modelleri üzerinde çalışılması düşünülmektedir.

Bu tez çalışması, otoregresif süreçlerin parametre tahmini için kullanılan çeşitli tahmin yöntemlerinin etkinliklerini incelemiş ve literatürde sınırlı sayıda bulunan dayanıklı zaman serileri tahmin yöntemlerinin karşılaştırılmasına odaklanmıştır. İlk olarak, AR(p) modeli ve çalışmada kullanılan tahmin yöntemlerinin temel tanımları sunulmuştur. Bu çalışma, farklı uygulama senaryolarına yönelik tercih yapmak isteyen araştırmacılar için bilgi sağlaması açısından önemli bir katkı sunmaktadır.

Simülasyon sonuçları, normal dağılım altında LS yönteminin genellikle en iyi sonuçları verdiğini göstermektedir. Ancak,  $\mu$  ve  $\phi_1$  tahminlerinde LS yöntemi ile dayanıklı tahmin yöntemleri arasındaki farkların çok marjinal olduğu gözlemlenmiştir. Öte yandan,  $\sigma^2$  tahmini için dayanıklı tahmin edicilerin, özellikle Huber M ve Tukey M tahmin edicilerinin performanslarının düşük olduğu ve örneklem büyüklüğü arttıkça bu farkın daha da belirgin hale geldiği göz önüne alındığında, bu tahmin edicilerin bu bağlamda etkili olmadığı görülmüştür.

Dixon'ın aykırı değer modeli altında,  $\mu$  ve  $\phi_1$  tahminleri için LS tahmin edicilerinin aykırı değerlere karşı hassasiyetleri sebebiyle etkinliklerinin en düşük olduğu tespit edilmiştir. Dayanıklı tahmin yöntemleri arasındaki karşılaştırma ise ilginç sonuçlar sunmuştur.  $\phi_1$  tahmini için Huber M tahmin edicilerinin genellikle en iyisini sunduğu, özellikle örneklem büyüklüğü arttıkça daha da iyi performans sergilediği gözlenmiştir.  $\mu$  tahmini için ise dayanıklı tahmin ediciler arasında marjinal farklar bulunmuştur; yüksek otokorelasyon seviyelerinde Huber M tahmin edicisinin küçük örneklem hacminde diğerlerine göre daha düşük bir etkinliğe sahip olduğu, ancak büyük örneklem hacmi için daha rekabetçi hale geldiği gözlenmiştir.

Genel olarak,  $\mu$  ve  $\phi_1$  tahminleri için örneklem büyüklüğü arttıkça dayanıklı tahmin edicilerin LS yöntemine göre daha iyi performans sergilediği görülmektedir. Ancak,  $\sigma^2$  tahmini için tüm dayanıklı tahmin edicilerin yanlış tahminler ürettiği ve örneklem büyüklüğü arttıkça bu yanlış tahminlerin arttığı gözlenmiştir. Bu durum, diğer tahmin edicilerin yanlış tahminler üretirken LS tahmin edicisinin örneklem büyüklüğü arttıkça daha yansız hale geldiği doğal bir sonuçtur.

Gerçek hayat veri seti analizi, model katsayılarının tahmininde dayanıklı yöntemlerin LS yöntemi yerine tercih edilebileceğini göstermektedir. Elektrik direnci verisinin, zaman yolu grafiğinde ortalama değeri sık sık kestiği ve birim kök testi sonuçlarına göre durağan olduğu görülmektedir. Elektrik direnci verisi için dayanıklı tahmin edicilerin performansı LS tahmin edicisine göre daha iyidir. S tahmin edicisi,  $R^2$  değerleri açısından diğer tahmin edicilere göre en iyi performansa sahiptir, Tukey M tahmin edicisi ise standart hatalar açısından diğer tahmin edicilere göre daha iyidir. LS tahmin edicisi ise  $R^2$  değerleri açısından en düşük sonuçları vermesi ve standart hatalar açısından en yüksek sonuçları vermesi nedeniyle en düşük performansa sahiptir.

Gelecekte, farklı zaman serisi modelleri üzerinde benzer analizlerin yapılması ve bu alandaki araştırmaların genişletilmesi düşünülmektedir. Bu çalışma, bu alanda yapılacak gelecekteki araştırmalara temel teşkil edebilir.

## KAYNAKLAR

- Alma, Ö. G.**, 2011, Comparison of Robust Regression Methods in Linear Regression, *Int. J. Contemp. Math. Sciences*, 6(9):409-421pp.
- Aytaçoğlu, B. and Sazak, H. S.**, 2015, A robust control chart for monitoring the mean of an autocorrelated process, *Communication in Statistics – Simulation and Computation*, 44(7):1787-1800pp.
- Banas, M. and Ligas, M.**, 2014, Empirical tests of performance of some M-estimators, *Geodesy and Cartography*, 63(2):127-146pp.
- Büyükkör, Y. ve Şehirlioğlu, A. K.**, 2020, Dayanıklı (Robust) Regresyon: Karşılaştırmalı Simülasyon Çalışması, *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 18:188-195ss.
- Çetin, M. C. ve Orsoy, A.**, 2001, Doğrusal Regresyonda Sağlam Tahmin Ediciler ve Bir Uygulama, *Anadolu Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 2(2):265-270ss.
- De Luna, X. and Genton, M. G.**, 2001, Robust simulation-based estimation of ARMA models, *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 10(2):370-387pp.
- Denby, L. and Martin, R. D.**, 1979, Robust estimation of the first-order autoregressive parameter, *Journal of the American Statistical Association*, 74:140-146pp.
- Gujarati, D. N.**, 1995, *Basic Econometrics*, McGraw Hill Inc., Third Edition, USA, 712-713pp.
- Güneri, Ö. İ., İncekırık, A. ve Durmuş, B.**, 2021, Aykırı Değer Durumunda Bazı Sağlam Regresyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, *New Era International Journal of Interdisciplinary Social Researches*
- Hampel, F. R.**, 1971, A general qualitative definition of robustness, *The Annals of Mathematical Statistics*, 42(6):1887-1896pp.
- Hampel, F. R., Ronchetti, E. M. and Rousseeuw P. J.**, 1986, *Robust Statistics* (Wiley, New York).
- Huber, P. J.**, 1964, Robust estimation of a location parameter, *The Annals of Mathematical Statistics*, 35(1):73-101pp.
- Huber, P. J.**, 1973, Robust regression: asymptotics, conjectures and Monte Carlo, *Annals of Mathematical Statistics*, 1:799-821pp.
- Khan, D. M., Ali, M., Ahmad, Z. Manzoor, S. and Hussain, S.**, 2021, A New Efficient Redescending M-Estimator for Robust Fitting of Linear Regression Models in the Presence of Outliers, *Hindawi*.

- Martin, R. D.**, 1982, The Cramer-Rao bound and robust M-estimates for autoregressions, *Biometrika*, 69:437-442pp.
- Mutlu, N. ve Sazak, H. S.**, 2019, The Comparison of the Estimators for the Parameters of the General Linear Regression Model via Simulation and Two Real Life Data Examples, *Süleyman Demirel University Journal of Natural and Applied Sciences*, 23(Special Issue):119-130pp.
- Rousseeuw, P. and Leroy, M.**, 1987, *Robust Regression and Outlier Detection* (John Wiley & Sons, New Jersey).
- Rousseeuw, P. J. and Yohai, V.**, 1984, Robust regression by means of S-estimators in robust and nonlinear time series analysis, ed. J. Franke, W. Hardle and D. Martin, *Lecture Notes in Statistics*, 26:256-272pp.
- Shewhart, W. A.**, 1931, *Economic Control of Quality of Manufactured Product*, D. Van Nostrand Company Inc, Toronto.
- Stockinger, N. and Dutter, R.**, 1987, Robust time series analysis: A survey, *Kybernetika*, 23(1):3-88pp.
- Susanti, Y., Pratiwi, H., Sulistijowati, S. and Liana T.**, 2014, M estimation, S estimation and MM estimation in robust regression, *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 91(3):349-360pp.
- Tırnk, C. and Önder, H.**, 2022, Comparison of M, MM and LTS estimators in linear regression in the presence of outlier, *Turkish Journal of Veterinary & Animal Sciences*, 46(3)420-428pp.
- Türkay, H.**, 2004, Doğrusal Regresyon Modellerinin Robust (Dayanıklı) Yöntemlerle Tahmini ve Karşılaştırmalı Uygulamaları
- Van Zyl, J. M.**, 2013, A weighted least squares procedure to approximate least absolute deviation estimation in time series with specific reference to infinite variance unit root problems, *South African Statistical Journal*, 47(1):61-70pp.
- Yohai, V. J.**, 1987, High breakdown point and high efficiency robust estimates for regression, *Annals of Statistics*, 15(2):642-656pp.

**TEŞEKKÜR**

Bizlere sunduğu eğitimde eşit haklar ve fırsat eşitliği için ulu önder Gazi Mustafa Kemal ATATÜRK'e teşekkürü borç bilirim. Tez çalışmam süresince değerli bilgileri ve desteğini esirgemeyen sayın Doç. Dr. Hakan Savaş SAZAK'a katkılarından dolayı teşekkür ederim.



## ÖZGEÇMİŞ

Işıl Diker ilköğrenimini General İzzettin Çalışlar İlköğretim Okulu'nda tamamladı. 2010-2014 yılları arasında Mustafa Kemal Anadolu Lisesi'nde okudu. 2015-2020 yılları arasında Ege Üniversitesi İstatistik bölümünde lisans eğitimi aldı. 2020 yılında Ege Üniversitesi İstatistik bölümünde tezli yüksek lisans eğitimine başladı. 2023 yılının Mayıs ayından itibaren Ceva Lojistik'te Lojistik Uzmanı pozisyonunda görev almaktadır.

