

T. C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI
EKONOMETRİ BİLİM DALI

ESTAR MODELLERİNDE ALTERNATİF İKİ YENİ EŞBÜTÜNLEŞME TESTİ ÖNERİSİ

Doktora Tezi

HOŞENG BÜLBÜL

İstanbul, 2023

T. C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI
EKONOMETRİ BİLİM DALI

ESTAR MODELLERİNDE ALTERNATİF İKİ YENİ EŞBÜTÜNLEŞME TESTİ ÖNERİSİ

Doktora Tezi

HOŞENG BÜLBÜL

Danışman: PROF. DR. EBRU ÇAĞLAYAN AKAY

İstanbul, 2023

ÖZET

ESTAR MODELLERİNDE ALTERNATİF İKİ YENİ EŞBÜTÜNLEŞME TESTİ ÖNERİSİ

Ekonomik değişkenler arasında uzun dönemli ilişkilerin anlaşılmasına önemli ölçüde katkıda bulunan eşbütünleşme analizi, son çeyrek yüzyılda zaman serisi ekonometrisindeki en önemli gelişmelerden biri olarak kabul edilmektedir. Bu değişkenler arasındaki uzun dönemli denge dinamikleri, doğrusal olmayan davranışlar sergileyebilir. Ayrıca ekonomik ya da politika değişikliklerinin varlığında, değişkenler arasında yapısal kırılmalar ve rejim değişimleri de meydana gelebilir. Bu durumda, geleneksel eşbütünleşme testlerinin kullanılması, değişkenler arasındaki ilişkilerin varlığı ve doğası hakkında hatalı yorumların yapılmasına neden olmaktadır. Ekonometri literatüründe, eşbütünleşme analizlerinin güvenilirliğini artırmak için mevcut geleneksel eşbütünleşme testlerini iyileştirmeye ve yeni teknikler geliştirmeye yönelik girişimler devam etmektedir. Bu çalışmada, eşbütünleşme testlerinde doğrusal olmama ve yapısal kırılma olmak üzere iki temel dinamik davranışı modellemek amacıyla alternatif iki yeni eşbütünleşme testi önerilmektedir. Bu testler; Üstel Yumuşak Geçişli Otoregresif (ESTAR) sürecine sahip doğrusal olmayan eşbütünleşme testi ve yapısal kırılmaların Fourier terimleriyle ve doğrusal olmayan dinamiklerin ayrı olarak ESTAR süreciyle modellendiği kesirli frekansa sahip Fourier terimli doğrusal olmayan eşbütünleşme testidir. Her iki testte de Hu ve Chen (2016) birim kök testi kullanılarak eşbütünleşme ilişkisi test edilmektedir. Test istatistiklerinin küçük örnek özellikleri, Monte Carlo simülasyonları ile incelenmiştir. Testlerin boyut analizinde; I. tip hata olasılığı, nominal değer olan 0.05 anlamlılık düzeyine oldukça yakın bulunmuştur. Testlerin güç analizinde ise, doğrusal olmayan eşbütünleşme testinin gücü, aynı örneklem büyüklükleri için çoğu durumda KSS (2006) eşbütünleşme testinden daha yüksek güce sahiptir. Ayrıca önerilen kesirli frekansa sahip Fourier terimli eşbütünleşme testinin gücünün, önerilen doğrusal olmayan eşbütünleşme ve KSS (2006) eşbütünleşme testlerinden daha yüksek olduğu bulunmuştur. Boyut ve güç özelliklerini sağlaması nedeniyle, önerilen doğrusal olmayan eşbütünleşme testi, KSS (2006) eşbütünleşme testine güçlü bir alternatif olabilir. Yapısal kırılma veya doğrusal olmayan dinamikler gibi karmaşık ilişki yapılarıyla karşılaşıldığında ise önerilen kesirli frekansa sahip Fourier terimli eşbütünleşme testi güçlü bir alternatif sunmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Eşbütünleşme, Doğrusal Olmama, Yapısal Kırılma, ESTAR, Monte Carlo Simülasyonu

ABSTRACT

PROPOSAL OF TWO NEW ALTERNATIVE COINTEGRATION TESTS IN ESTAR MODELS

Cointegration analysis significantly contributes to understanding long-term relationships between economic variables and is considered one of the most important developments in time series econometrics in the last quarter-century. The long-term equilibrium dynamics between these variables may exhibit nonlinear behavior. Additionally, in the presence of economic or policy changes, structural breaks and regime shifts may occur among variables. In this case, the use of traditional cointegration tests can lead to erroneous interpretations of the existence and nature of relationships between variables. In the econometrics literature, efforts are ongoing to improve existing traditional cointegration tests and develop new techniques to increase the reliability of cointegration analyses. This study proposes two new alternative cointegration tests to model two basic dynamic behaviors in cointegration tests: nonlinearity and structural break. These tests are a nonlinear cointegration test using the Exponential Smooth Transition Autoregressive (ESTAR) process and a nonlinear cointegration test incorporating fractional frequency Fourier terms, where structural breaks are modeled using Fourier terms and nonlinear dynamics are separately modeled with the ESTAR process. Both tests assess the cointegration relationship using Hu and Chen's (2016) unit root test. The small sample properties of the test statistics were examined with Monte Carlo simulations. In the size analysis of the tests, the probability of a Type I error is very close to the nominal value of the 0.05 significance level. In the power analysis, the power of the suggested tests approaches 1 as the sample size increases. The power of the nonlinear cointegration test is higher than that of the KSS (2006) cointegration test in most cases for the same sample sizes. Additionally, the power of the proposed fractional frequency Fourier term cointegration test was found to be higher than both the proposed nonlinear cointegration test and the KSS (2006) cointegration test. The proposed nonlinear cointegration test can be a strong alternative to the KSS (2006) cointegration test because it provides comparable size and power properties. When complex relationship structures such as structural breaks or nonlinear dynamics are encountered, the proposed fractional frequency Fourier term cointegration test offers a powerful alternative.

Keywords: Cointegration, Nonlinearity, Structural Breaks, ESTAR, Monte Carlo Simulation

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
İÇİNDEKİLER	iii
KISALTMALAR	iv
TABLolar LİSTESİ	vi
ŞEKİLLER LİSTESİ	vii
1. GİRİŞ	1
2. BİRİM KÖK TESTLERİ	4
2.1. Geleneksel Birim Kök Testleri	6
2.2. Yapısal Kırılmalı Doğrusal Birim Kök Testleri	11
2.3. Doğrusal Olmayan Birim Kök Testleri	17
2.3.1. MTAR Modeline Dayanan Birim Kök Testi	17
2.3.2. SETAR Modeline Dayanan Birim Kök Testi	19
2.3.3. ESTAR Modeline Dayanan Birim Kök Testleri	21
2.3.4. LSTAR Modeline Dayanan Birim Kök Testleri	29
2.4. Fourier Birim Kök Testleri	33
2.4.1. Doğrusal Olmayan Fourier Birim Kök Testleri	44
2.4.2. Kesirli Frekanslı Fourier Birim Kök Testleri	49
3. EŞBÜTÜNLEŞME TESTLERİ	54
3.1. Geleneksel Eşbütünleşme Testleri	56
3.2. Yapısal Kırılmalı Doğrusal Eşbütünleşme Testleri	62
3.3. Doğrusal Olmayan Eşbütünleşme Testleri	65
3.4. Fourier Eşbütünleşme Testleri	73
4. EŞBÜTÜNLEŞME TESTİ ÖNERİLERİ VE MONTE CARLO SİMÜLASYON SONUÇLARI	77
4.1. Eşbütünleşme Testi Önerisi 1: Doğrusal Olmayan Eşbütünleşme Testi	79
4.2. Eşbütünleşme Testi Önerisi 2: Kesirli Frekansa Sahip Fourier Terimli Doğrusal Olmayan Eşbütünleşme Testi	82
4.3. Monte Carlo Simülasyonları	85
4.3.1. Kritik Değer Üretimi	86
4.3.2. Boyut ve Güç Özellikleri	89
5. SONUÇ	108
KAYNAKLAR	110

KISALTMALAR

ADF	: Genişletilmiş Dickey ve Fuller
AIC	: Akaike Bilgi Kriteri
AR	: Otoregresif Süreç
ADL	: Otoregresif Gecikmesi Dağıtılmış
ARDL	: Gecikmesi Dağıtılmış Otoregresif
BIC	: Bayesyen Bilgi Kriteri
CHLL	: Chong, Hinich, Liew ve Lim
COMFAC	: Ortak Faktör Kısıtlaması
CS	: Carrion-i-Silvestre
DF	: Dickey ve Fuller
D-LSTAR	: Double (Çift) Lojistik STAR
ECM	: Hata Düzeltme Modeli
EG	: Enders ve Granger
EKK	: En Küçük Kareler
ERS	: Elliott, Rothenberg ve Stock
ESTAR	: Üstel STAR
EQ-TAR	: Equilibrium-TAR (Denge TAR)
FADF	: Fourier ADF
FADF-SB	: Yapısal Kırılmalı FADF
FKSS	: Fourier KSS
FKruse	: Fourier Kruse
FSollis	: Fourier Sollis
GLS	: Genelleştirilmiş En Küçük Kareler
IOM	: Kademeli Sapmalı Model
KPSS	: Kwiatkowski, Phillips, Schmidt ve Shin

KSS	: Kapetanious, Shin ve Snell
LM	: Lagrange arpanı
LNv	: Leybourne, Newbold ve Vougas
LP	: Lumsdaine ve Papell
LSTAR	: Lojistik STAR
MA	: Hareketli Ortalama
MTAR	: Momentum Eşik Otoregresif
MIC	: Düzeltilmiş Bilgi Kriteri
MLE	: En Çok Olabilirlik Yöntemi
MTAR	: Momentum TAR
NEC	: Doğrusal Olmayan Hata Düzeltme Modeli
NVEC	: Doğrusal Olmayan Vektör Hata Düzeltme Modeli
PP	: Phillips ve Perron
SETAR	: Kendinden Uyarımlı Eşikli Otoregresif
ST	: Yumuşak Geçiş
STAR	: Yumuşak Geçişli Otoregresif
ST-MTAR	: Yumuşak Geçişli Momentum TAR
ST-TAR	: Yumuşak Geçişli TAR
SSR	: Artık Kareler Toplamı
TVECM	: Eşikli Vektör Hata Düzeltme Modeli
TAR	: Eşikli Otoregresif
VAR	: Vektör Otoregresif Süreç
VECM	: Vektör Hata Düzeltme Modeli
ZA	: Zivot ve Andrews

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 2.1: Geleneksel Birim Kök Testleri	10
Tablo 2.2: Yapısal Kırılmalı Doğrusal Birim Kök Testleri	15
Tablo 2.2: Yapısal Kırılmalı Doğrusal Birim Kök Testleri (Devam)	16
Tablo 2.3: Doğrusal Olmayan Birim Kök Testleri	27
Tablo 2.3: Doğrusal Olmayan Birim Kök Testleri (Devam)	28
Tablo 2.4: LSTAR Modeline Dayanan Birim Kök Testleri	31
Tablo 2.5: Fourier Birim Kök Testleri	42
Tablo 2.6: Doğrusal Olmayan Fourier Birim Kök Testleri	48
Tablo 2.7: Kesirli Frekanslı Fourier Birim Kök Testleri	53
Tablo 3.1: Geleneksel Eşbütünleşme Testleri	61
Tablo 3.2: Yapısal Kırılmalı Doğrusal Eşbütünleşme Testleri	64
Tablo 3.3: Doğrusal Olmayan Eşbütünleşme Testleri	71
Tablo 3.4: Fourier Eşbütünleşme Testleri	76
Tablo 4.1: t_{NEG} Test İstatistiğine ait Kritik Değerler	87
Tablo 4.2: t_{NEG}^F Test İstatistiğine ait Kritik Değerler (T=50)	87
Tablo 4.3: t_{NEG}^F Test İstatistiğine ait Kritik Değerler (T=100 ve T=250)	88
Tablo 4.4: t_{NEG}^F Test İstatistiğine ait Kritik Değerler (T=500 ve T=1000)	89
Tablo 4.5: t_{NEG} Test İstatistiğine ait Boyut Analizi ve Karşılaştırması	93
Tablo 4.6: t_{NEG}^F Test İstatistiğine ait Boyut Analizi	93
Tablo 4.7: t_{NEG}^F , t_{NEG} ve $t_{KSS,NEG}$ Test İstatistiklerine ait Boyut Analizlerinin Karşılaştırması	93
Tablo 4.8: t_{NEG} Test İstatistiğine ait Güç Analizi ve Karşılaştırması (T=50)	95
Tablo 4.9: t_{NEG} Test İstatistiğine ait Güç Analizi ve Karşılaştırması (T=100)	96
Tablo 4.10: t_{NEG} Test İstatistiğine ait Güç Analizi ve Karşılaştırması (T=250)	97
Tablo 4.11: $t_{NEG,\mu}^F$ Test İstatistiğine ait Güç Analizi (Sabit Terimli, T=50)	98
Tablo 4.12: $t_{NEG,\mu}^F$ Test İstatistiğine ait Güç Analizi (Sabit Terimli, T=100)	99
Tablo 4.13: $t_{NEG,\mu}^F$ Test İstatistiğine ait Güç Analizi (Sabit Terimli, T=250)	100
Tablo 4.14: $t_{NEG,\tau}^F$ Test İstatistiğine ait Güç Analizi (Sabit Terim ve Trendli, T=50)	101
Tablo 4.15: $t_{NEG,\tau}^F$ Test İstatistiğine ait Güç Analizi (Sabit Terim ve Trendli, T=100)	102
Tablo 4.16: $t_{NEG,\tau}^F$ Test İstatistiğine ait Güç Analizi (Sabit Terim ve Trendli, T=250)	103
Tablo 4.17: t_{NEG}^F , t_{NEG} ve $t_{KSS,NEG}$ Test İstatistiklerine ait Güç Analizi Karşılaştırması (T=50)	105
Tablo 4.18: t_{NEG}^F , t_{NEG} ve $t_{KSS,NEG}$ Test İstatistiklerine ait Güç Analizi Karşılaştırması (T=100) ..	106
Tablo 4.19: t_{NEG}^F , t_{NEG} ve $t_{KSS,NEG}$ Test İstatistiklerine ait Güç Analizi Karşılaştırması (T=250) ..	107

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 3.1: Eşbütünleşik İki Serinin ve Artıklarının Grafiği	55
---	----



1. GİRİŞ

Ekonomik teori, birçok zaman serisi değişkeninin birlikte hareket ettiğini ve bu değişkenler arasında uzun dönemli bir denge ilişkisinin olduğunu ileri sürmektedir. Ancak, bu ilişkinin sahte mi yoksa gerçek mi olduğunu belirlemek oldukça önemlidir. Çünkü durağan olmayan değişkenler arasında kurulan bir regresyon denkleminde, ilişkisiz değişkenler ilişkiliymiş gibi görünebilir. Son dönemde makroekonominin temel uygulama alanı haline gelen eşbütünleşme analizi, bu sahte regresyon sorunundan kaçınmak için kullanılmaktadır. Özellikle makroekonomi ve finans uygulamalarında veri yaratma süreçlerine uygun eşbütünleşme testlerinin kullanımı, doğru kararların alınabilmesi için kritik bir öneme sahiptir. Son çeyrek yüzyılda ekonomik zaman serilerinin ve modellerinin doğasına göre tasarlanmış teorik ve uygulamalı analizler hızla gelişme göstermektedir. Ancak, literatürde değişkenler arasındaki uzun dönemli ilişkiyi incelemek amacıyla kullanılan eşbütünleşme testleri, benzersiz bir üstünlüğe sahip değildir.

Çok değişkenli zaman serisi analizlerinde, veri yaratma süreçlerindeki doğrusal olmama ve yapısal kırılma gibi dinamik davranışların doğru bir şekilde modellenmesi, elde edilen sonuçların güvenilirliği bakımından son derece önemlidir. Geleneksel testlerin yanıltıcı sonuçlar verebileceği bu durumlar için, çalışmada ampirik bulguların güvenilirliğini arttırmak ve ekonomik dinamiklerin daha iyi anlaşılmasını sağlamak amacıyla iki yeni alternatif eşbütünleşme testi geliştirilmiştir. Daha güçlü alternatif testlerin kullanılması, ekonomik değişkenler arasında daha önce fark edilmeyen veya yanlış yorumlanan uzun dönemli ilişkilerin ortaya çıkarılmasına yardımcı olabilir.

Bu doğrultuda çalışmanın temel amacı; eşbütünleşme testlerinde doğrusal olmama ve yapısal kırılma olmak üzere iki temel dinamik davranışı modelleyen alternatif iki eşbütünleşme testi önermektir. Birincil amacımız; doğrusal olmayan dinamikleri modellemek amacıyla ESTAR sürecine sahip doğrusal olmayan eşbütünleşme testinin önerilmesidir. Hansen ve Seo (2002) doğrusal olmayan eşbütünleşme testinde, temel hipotez altında doğrusal eşbütünleşmenin varlığını incelemekte ve doğrusal olmama yalnızca eşbütünleşmenin belirlenmesinden sonra analize dahil edilmektedir. KSS (2006) çalışmalarında, bu tür testlerde temel hipotezin doğrusal olmayan alternatif hipoteze karşı güce sahip olacağını belirtmişler, bu nedenle doğrusal olmayan alternatifin güçlü olması için güçlü bir test önermişlerdir. Çalışmalarında hata düzeltme modeline dayalı üç farklı test istatistiği ve Engle ve Granger (1987) doğrusal eşbütünleşme testinin doğrusal olmayan karşılığı olan bir test istatistiği önermişlerdir. Ortak faktör kısıtlaması geçerli olduğunda (COMFAC) iki değişkenli bir hata düzeltme modeli, tek değişkenli bir modele karşı daha karmaşık olabilir ve testin gücü azalabilir. Bu nedenle

önerilen testler KSS (2006) eşbütünleşme testinin doğrusal olmayan versiyonu olan test istatistiğine dayanmaktadır. KSS (2006) eşbütünleşme testi, iki aşamalı bir testtir. Eşbütünleşme ilişkisinin test edilmesi aşamasında KSS (2003) birim kök testi kullanılmaktadır. KSS (2003) birim kök testinde ϕ yerel parametresinin 0 olduğu kabul edilmektedir. Dolayısıyla süreç genel bir birim köke sahiptir. Ancak veri yaratma süreci yerel patlayıcı (explosion) ESTAR sürecine sahip ise KSS birim kök testinde ikinci tip hata yapma olasılığı artar. Çünkü yerel birim kök parametresi ile yerel patlayıcı terimi arasındaki fark y_{t-1}^3 katsayısını etkileyerek KSS (2003) test istatistiğini etkileyecektir. Hu ve Chen (2016) birim kök testinde ise sadece θ yumuşaklık parametresi değil, aynı zamanda ϕ yerel (local) parametre de dikkate almaktadır. KSS (2006) eşbütünleşme testinde görülen bu eksiklikten yola çıkarak eşbütünleşme ilişkisinin test edilmesi aşamasında, KSS (2003) testi yerine Hu ve Chen (2016) birim kök test metodolojisine dayanan yeni bir doğrusal olmayan eşbütünleşme testi önerilmiştir. Çalışmada önerilen testte, eşbütünleşme yok temel hipotezine karşı yerel olarak eşbütünleşme sürecine sahip olmayan ancak genel olarak doğrusal olmayan ESTAR sürecine sahip eşbütünleşme ilişkisi test edilmektedir.

İkincil amacımız; yapısal kırılmaların Fourier terimleriyle ve doğrusal olmayan dinamiklerin ayrı olarak ESTAR süreciyle modellendiği alternatif bir eşbütünleşme testi önermektir. Testin ilk aşamasında, Tsong vd. (2016) ve Banerjee vd. (2017) çalışmaları takip edilerek, eşbütünleşme denkleminde Fourier terimleri eklenmekte, ikinci aşamada ise Hu ve Chen (2016) birim kök testi kullanılarak eşbütünleşme ilişkisi test edilmektedir. Üçüncül amacımız ise, bu testte tam sayılı ve kesirli frekanslı Fourier formu kullanarak kalıcı ve geçici kırılmalar arasında eş zamanlı ayırım yapılmasına olanak tanımaktır.

Çalışma beş bölümden oluşmaktadır. Uzun dönemli bir ilişkiden bahsedebilmek için, durağan olmayan değişkenler arasındaki farkın durağan olması gerekmektedir. Bu nedenle, eşbütünleşme analizinin ilk aşamasında, serilerin durağanlık özellikleri birim kök testleriyle incelenmektedir. Çalışmanın giriş bölümünden sonra ikinci bölümü, “Birim Kök Testleri” başlığı altında Geleneksel Birim Kök Testleri, Yapısal Kırılmalı Doğrusal Birim Kök Testleri, Doğrusal Olmayan Birim Kök Testleri ve Fourier Birim Kök Testleri olarak sınıflandırılan birim kök testlerinden oluşmaktadır. Bu bölümde, ilk olarak kırılmaların göz ardı edildiği geleneksel birim kök testleri anlatılmıştır. Bu testler yalnızca tek bir rejime ve doğrusallık varsayımına dayanmaktadır. Ancak yapısal kırılmaların hesaba katılmaması temel hipotezin yanlış bir şekilde reddedilememesine neden olmaktadır. Bu doğrultuda keskin kırılmaları yakalamak amacıyla kullanılan yapısal kırılmalı doğrusal birim kök testlerine yer verilmiştir. Bu testlerde kırılmaların ani (sert) olarak gerçekleştiği varsayılmaktadır. Ancak ekonomik birimler, bir şok karşısında çoğu zaman daha yavaş (yumuşak) tepki verirler. Birim kök testlerinde, doğrusal olmayan dinamiklerin göz ardı edilmesi, yapısal kırılmaların göz ardı edilmesiyle aynı sonucu vermektedir. Yapısal kırılma içeren bir seri, doğrusal olmayan sürecin özel bir hali olması nedeniyle yapısal kırılma ve doğrusal olmayan yapı arasında ayırım yapmak kolay değildir (Becker vd. 2006: 407). Bu doğrultuda,

sert ve yumuşak yapısal dönüşümleri yakalamakta başarılı olan doğrusal olmayan birim kök testleri anlatılmıştır. Ayrıca, kırılma sayısının, kırılma tarihinin ve kırılma yapısının yanlış belirlenmesi, kırılmaların göz ardı edilmesi durumunda karşılaşılan benzer sorunlara neden olmaktadır. Son olarak, bu sorunların üstesinden gelmek amacıyla geliştirilen ve esnek bir yaklaşım sunan Fourier birim kök testlerine yer verilmiştir. Bu bölümde, kalıcı ve geçici kırılmalar arasında eş zamanlı ayırım yapılmasını sağlayan kesirli frekanslı Fourier birim kök testleri de anlatılmıştır.

Eşbütünleşme ilişkisini incelemek amacıyla çeşitli testler geliştirilmiştir. Üçüncü bölümde, “Eşbütünleşme Testleri” başlığı altında Geleneksel Eşbütünleşme Testleri, Yapısal Kırılmalı Doğrusal Eşbütünleşme Testleri, Doğrusal Olmayan Eşbütünleşme Testleri ve Fourier Eşbütünleşme Testleri olarak gruplandırılan eşbütünleşme testlerinin teorik yapısı incelenmiştir. İlk olarak, birim kök testlerinde olduğu gibi doğrusal olmayan dinamikleri ve yapısal kırılmaları hesaba katmayan geleneksel eşbütünleşme testleri anlatılmıştır. Durağan olmayan değişkenlerin doğrusal bir kombinasyonu olan eşbütünleşme vektöründe, analiz edilen dönemin uzun olması durumunda, doğal afetler, ekonomik krizler, rejim değişiklikleri gibi nedenlerle yapısal kırılmalar meydana gelebilir. Bu durumda, geleneksel testlerin kullanılması temel hipotezin yanlış bir şekilde reddedilmesine neden olmakta ve testlerin performansını önemli ölçüde etkilemektedir. Bu çerçevede, ikinci olarak yapısal kırılmaları modellemek amacıyla geliştirilen yapısal kırılmalı doğrusal eşbütünleşme testlerine yer verilmiştir. Öte yandan ekonomik değişkenler arasındaki uzun dönemli dengeye doğru hareket etme eğilimi, tüm zaman diliminde gerçekleşmeyebilir ve dengeye doğru hareket (ayarlama hızındaki değişim) ani veya yumuşak bir geçişe sahip olabilir. Bu doğrultuda, değişkenler arasındaki doğrusal olmayan denge ilişkisini modellemek amacıyla doğrusal olmayan eşbütünleşme testleri geliştirilmiş ve bu bölümde bu testlere yer verilmiştir. Son aşamada; doğrusal olmayan trendin veya çoklu kırılmaların bilinmeyen formunu modele dahil eden Fourier eşbütünleşme testlerine yer verilmiştir.

Çalışmanın dördüncü bölümünde “Eşbütünleşme Testi Önerileri ve Monte Carlo Simülasyon Sonuçları” başlığı altında, önerilen eşbütünleşme testlerine yer verilmiştir. İlk olarak doğrusal olmayan yapının ESTAR süreci ile modellendiği doğrusal olmayan eşbütünleşme testinin aşamaları, ikinci olarak ise bilinmeyen sayıda ve formdaki çoklu kırılmaları Fourier terimleriyle ve doğrusal olmayan yapıyı ise ESTAR süreci ile ayrı olarak modelleyen eşbütünleşme testinin aşamaları anlatılmıştır. Ayrıca, bu bölümde Monte Carlo simülasyonları ile önerilen testlerin kritik değerleri ve küçük örnek özellikleri elde edilmiştir. Farklı veri yaratma süreçlerine göre, önerilen testlerin küçük örnek özellikleri birbirleriyle ve Kapetanious, Shin ve Snell (2006) eşbütünleşme testiyle karşılaştırılarak ortaya konmuştur. Son bölümde, önerilen alternatif eşbütünleşme testleri çerçevesinde sonuçlar değerlendirilmiştir.

2. BİRİM KÖK TESTLERİ

Ekonomi ve finans teorisi genellikle durağan olmayan değişkenler arasında uzun dönemli bir denge ilişkisinin olduğunu ileri sürmektedir. Bu uzun dönemli ilişkileri modellemek için eşbütünleşme analizi kullanılmaktadır. Bu analizin ilk adımı, serilerin durağan olup olmadığının birim kök testleriyle araştırılmasıdır (Zivot, Wang 2006: 111). Bu nedenle, bu bölümde birim kök testlerinin teorik yapısına ayrıntılı olarak yer verilmiştir.

Birim kök testlerinin temelini stokastik (rassal) süreçler oluşturmaktadır. Gerçek dünyadaki fiziksel süreçlerin çoğu, yapılarında rassal bir öge içermesi nedeniyle stokastik bir süreç ile ifade edilmektedir. Stokastik bir sürece sahip y_t rassal değişkeni, $t = (\pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots)$ olmak üzere rassal değişkenlerin bir dizisidir.

Stokastik sürecin özel bir türü olan zaman serisi, olasılık teorisine göre zaman içinde gelişen istatistiksel bir durum olarak tanımlanmaktadır. Zaman serilerinde t zamanında gözlemlenen tek bir rassal değişken vardır. Gözlemlenen zaman serileri, aslında gözlemlenmiş olabilecek sonsuz zaman serilerinin sadece bir örneğidir. Bu sonsuz zaman serisi kümesi, topluluk (ensemble) olarak tanımlanmaktadır. Buna göre topluluğun içinde yer alan her bir zaman serisi kümesi, stokastik sürecin olası bir gerçekleşmesidir (realization). Zaman serisi analizi ise gözlemlenecek tek bir gerçekleşme olmasına rağmen (tek bir zaman kümesi) gözlemlenen bu zaman serisinin altında yatan olasılık modelinin değerlendirilmesi ile ilgilidir (Chatfield, Xing 2019: 42-43; Woodward vd. 2017: 3).

İstatistiksel çıkarım, bilinenden bilinmeyen bir şeyi öğrenmekle ilgilidir. Zaman serisi analizi de istatistiksel yöntemlerden farklı değildir. Brooks (2014) zaman serisi analizini; karakteristik özellikleri bilinen bir veri setini açıklayacak uygun bir modeli belirleme çabası olarak tanımlamıştır. Bunu başarmak için, olasılık teorisinin bazı özelliklerinin belirli bir süre boyunca sürdürüldüğünü varsaymak gerekir. Bu ifade durağanlık kavramını ortaya çıkarmaktadır (Fan, Yao 2003: 29).

Durağanlık kavramı, zaman serilerinin önemli bir özelliğidir. Bir serinin durağan olup olmaması serinin davranışını ve özelliklerini güçlü bir şekilde etkilemektedir. Bir zaman serisi durağan ise t zamanında meydana gelen herhangi bir şok (bir değişkendeki beklenmeyen bir değişiklik veya belirli bir zaman dilimindeki hata teriminin değeri) zamanla azalan bir etkiye sahip olacaktır ve $s \rightarrow \infty$ olmak üzere $t + s$ zamanında şokun etkisi ortadan kalkacaktır. Başka bir ifade ile şoklar geçici olacak ve seriler zamanla uzun dönem ortalama değerine dönecektir. Bu özellik, ortalamaya geri dönüş olarak tanımlanmaktadır.

Serinin durağan olup olmadığını belirlemek için y_t rassal değişkeninin dağılım özellikleri (momentler) kullanılarak istatistiksel çıkarım yapılmaktadır. y_t değişkeni istatistiksel denge durumundaysa ortalama,

varyans ve kovaryans zaman içinde sabit kalmaktadır. Bu süreç kovaryans durağan (zayıf durağan) olarak adlandırılmakta ve aşağıdaki gibi gösterilmektedir;

$$E(y_t) = \mu_t = \mu \quad (2.1)$$

$$V(y_t) = E[(y_t - \mu_t)^2] = \sigma^2 \quad (2.2)$$

$$Cov(y_t, y_{t+s}) = \gamma_s \quad (s \neq 0) \quad (2.3)$$

Güçlü durağanlıkta ise; bu üç özelliğe ek olarak, herhangi bir k gözlem kümesinin $(y_t, y_{t+1}, \dots, y_{t+k-1})$ ortak olasılık dağılımı, t başlangıç noktasından bağımsız olarak sabit kalmaktadır.

Durağan olmayan bir zaman serisinde ise bir şokun etkisi kalıcı olacaktır ve serinin ortalaması ve/veya varyansı zamana bağlı olacaktır. Durağan olmama, serinin içindeki patlamanın (explosion) kaynağı olarak kabul edilmektedir. Burada patlama ifadesi serideki anormal değişiklikler, beklenmedik olaylar ve sıra dışı artışlar olarak ifade edilmektedir (Asteriou, Hall 2021: 363; Brooks 2014: 252; Koçendave, Černý 2015:17).

Bir regresyon modelinde, serilerin durağan olması iki nedenden dolayı önemlidir. Birincisi; durağan olmayan serilerin kullanılması sahte regresyon problemine yol açmaktadır. Bu durumda t istatistikleri anlamlı ve R^2 (Belirlilik Katsayısı) yüksek çıkarken, gerçekte ilişkisiz olan değişkenler arasında bir ilişki varmış gibi görünür. İkincisi ise; serilerin durağan olmaması durumunda, asimptotik analiz için standart varsayımlar geçerli olmamakta ve F istatistiği F dağılımını ve t istatistiği t dağılımını takip etmemektedir. Bu durumda katsayıların istatistiksel anlamlılığının test edileceği bir hipotez testi de geçerli olmamaktadır (Brooks 2014: 353-355). Bu nedenle değişkenler için ekonometrik bir model kurmadan önce durağanlık analizinin yapılması oldukça önemlidir.

Durağanlık analizi karakteristik denklemin köklerine bakılarak yapılmaktadır. y_t serisi $AR(p)$ sürecine sahip olsun;

$$y_t = \delta_1 y_{t-1} + \delta_2 y_{t-2} + \dots + \delta_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.4)$$

L gecikme operatörü olmak üzere, gecikmeli polinomiye gösterimde karakteristik polinom;

$$(\delta_1 L + \delta_2 L^2 + \dots + \delta_p L^p) y_t = \varepsilon_t \quad (2.5)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bu denklemin sıfıra eşitlenmesiyle karakteristik denklem elde edilir;

$$1 - \delta_1 z - \delta_2 z^2 - \dots - \delta_p z^p = 0 \quad (2.6)$$

Karakteristik denklemi çözen z değerleri karakteristik köklerdir. Bazıları eşit olsa da p tane karakteristik kök vardır. Karakteristik köklerin tümü “birim çemberin dışında” ise y_t serisi durağandır.

$$|z| > 1 \quad (2.7)$$

Gerçek köklerin ise hepsinin mutlak değerleri birden küçükse y_t serisinin durağan olduğu söylenebilir.

$$|\delta| < 1 \quad (2.8)$$

Kök bire veya eksi bire eşitse buna birim kök denir. En az bir birim kök varsa seri durağan değildir (Magee 2008: 1).

Zaman serilerinde birim kökün varlığı durağan olmayan bir sürecin olduğunu göstermektedir (Patterson 2011: 1). Nelson ve Plosser'in (1982) birçok zaman serisinin durağan olmayan bir yapıya sahip olduğunun savunulduğu makalesinin yayınlanması ile birlikte birim kök testlerine ilişkin ekonometri literatürü büyük bir gelişme göstermiştir (Maddala, Kim 1998: 3).

Bu doğrultuda, çalışmanın bu bölümünde birim kök testleri Geleneksel Birim Kök Testleri, Yapısal Kırılmalı Doğrusal Birim Kök Testleri, Doğrusal Olmayan Birim Kök Testleri, Fourier Birim Kök Testleri olarak farklı gruplar içinde kategorize edilmiş ve bu grupta yer alan testlerin temelini oluşturan birim kök testleri anlatılmıştır. Özellikle öneride bulunduğumuz eşbütünleşme testlerinin yapısını ve özelliklerini daha net ortaya koyabilmek için, önerilen testlerin alt yapısını oluşturan belirli birim kök testlerine teorik olarak kapsamlı bir şekilde yer verilmiştir.

2.1. Geleneksel Birim Kök Testleri

Geleneksel birim kök testlerinde veri yaratma sürecinde ortaya çıkabilecek yapısal kırılmalar göz ardı edilmektedir. Dickey ve Fuller (DF, 1979) testi, zaman serilerinin durağanlığını analiz etmek amacıyla geliştirilen ilk ve öncü çalışmadır ve daha sonra geliştirilen birim kök testlerinin temelini oluşturmaktadır (Harvey, Mills 2002: 675). Bu bölümde Dickey-Fuller (1979) ve Genişletilmiş Dickey-Fuller birim kök testlerine ayrıntılı olarak yer verilmiştir.

Birinci dereceden otoregresif süreç;

$$y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, \quad \varepsilon_t \sim IIN(0, \sigma^2) \quad (2.9)$$

olarak tanımlanmaktadır. Bu testin temel amacı, (2.9) denkleminde yer alan ρ parametresinin 1'e eşit olup olmadığı incelemektir. Dolayısıyla temel hipotez "seri birim köke sahiptir" şeklinde kurulur (Dickey, Fuller 1979: 427). Uygulamada, hesaplama ve yorumlama kolaylığı için (2.9) denklemi yerine aşağıdaki denklem kullanılmaktadır.

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.10)$$

(2.9) Denkleminin her iki tarafından y_{t-1} 'in çıkartılmasıyla (2.10) denklemi elde edilmektedir. Burada $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ ve $\rho = 1$ 'in testi $\delta = 0$ 'ın testine eşittir, çünkü $\rho - 1 = \delta$ 'dır (Brooks 2014: 361). Bu testte sabit terimin ve/veya trendin bulunmasına göre üç farklı model tanımlanmıştır:

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.11)$$

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.12)$$

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \beta t + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.13)$$

Bu üç model deterministik öğelerin varlığına göre farklılaşmaktadır. Birinci model rassal yürüyüş modeli, ikincisi sabit terimli, üçüncüsü ise hem sabit terimli hem de doğrusal trend içeren modeldir (Enders 2015: 206). Birim kök testi için hipotezler;

$$H_0: \delta = 0 \quad (2.14)$$

$$H_1: \delta < 0 \quad (2.15)$$

olarak tanımlanmaktadır. Temel hipotez birim kökün varlığını, alternatif hipotez ise serinin durağan olduğunu ifade etmektedir. Test istatistiği;

$$\tau = \frac{\hat{\delta}}{s_{\hat{\delta}}} \quad (2.16)$$

olarak tanımlanmaktadır. DF testi aynı zamanda τ -testleri olarak da adlandırılmaktadır. Her bir model için elde edilen test istatistik değerleri sırasıyla τ , τ_μ , τ_t 'dir. Temel hipotezin durağan olmamayı içermesi nedeniyle, test istatistiği standart t dağılımına uymamaktadır (Brooks 2014: 362). Bu nedenle Dickey ve Fuller standart olmayan bir dağılım geliştirmiş ve Monte Carlo çalışmalarında $\delta = 0$ için model tipine ve örneklem büyüklüğüne bağlı olarak değişen τ kritik değerlerini elde etmişlerdir (Enders 2015: 206-207). DF kritik değerleri MacKinnon (1991) tarafından yeniden düzenlenmiştir. Test istatistiği, DF ya da MacKinnon tablo kritik değerinden küçükse temel hipotez reddedilmektedir.

DF (1979) birim kök testi hata teriminin otokorelasyonsuz olduğu varsayımı altında geçerlidir. Klasik DF modeli, (2.10) denkleminde yer alan birinci dereceden otoregresif model $AR(1)$ ile ifade edilmektedir. Ancak y_t serisinin dinamik yapısı gerçekte p . dereceden otoregresif bir süreci $AR(p)$ takip etmesi durumunda tanımlama hatası ortaya çıkar ve hata terimi otokorelasyonlu olur. Bu durumda ε_t hata teriminin beyaz gürültü (white noise) sürecine sahip olduğu varsayımı sağlanamaz ve Dickey-Fuller dağılımı geçersiz olur. y_t serisinin p . dereceden otoregresif $AR(p)$ süreci;

$$y_t = \rho_1 y_{t-1} + \rho_2 y_{t-2} + \rho_3 y_{t-3} + \dots + \rho_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.17)$$

ya da

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \delta_1 \Delta y_{t-1} + \delta_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \delta_p \Delta y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.18)$$

olarak ifade edilmektedir. Otokorelasyon problemini gidermek amacıyla modele bağımlı değişkenin gecikmeli değerleri eklenerek DF denklemi genişletilmiş olur (Harris, Sollis 2003: 48). Genişletilmiş

Dickey-Fuller (ADF) denklemleri sabit terimin ve/veya trendin bulunmasına göre üç farklı model olarak tanımlanmıştır:

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.19)$$

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.20)$$

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \beta t + \delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.21)$$

Her bir model için elde edilen test istatistik değerleri sırasıyla τ , τ_μ , τ_t 'dir. Test süreci DF test denklemiyle aynıdır (Enders 2015: 207).

Otokorelasyonu ortadan kaldırmak için uygun gecikme uzunluğunun belirlenmesi önemlidir. Gecikme uzunluğunun olması gerekenden küçük seçilmesi doğru hipotezin reddedilmesine (I. tip hata), olması gerekenden büyük seçilmesi ise serbestlik derecesini azaltarak testin gücünün azalmasına neden olmaktadır (Harris, Sollis 2003: 49). ADF modellerinde p gecikme uzunluğu Akaike Bilgi Kriteri (AIC), Schwarz Bilgi Kriteri (SIC) gibi kriterler kullanılarak belirlenebilir. Hangi yöntem kullanılırsa kullanılsın, artıkların beyaz gürültü sürecine sahip olması gerekmektedir (Enders 2015: 217).

Dickey ve Fuller (1981) katsayıları ortak bir hipotezde test etmek amacıyla ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 olarak adlandırılan üç farklı F istatistiği geliştirmiştir. Temel hipotez $\alpha_0 = \delta = 0$ için ϕ_1 istatistiği, $\alpha_0 = \beta = \delta = 0$ için ϕ_2 istatistiği ve $\beta = \delta = 0$ için ϕ_3 istatistiği kullanılmaktadır. ϕ_i istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$\phi_i = \frac{(SSR_{kısıtlı\ model} - SSR_{kısıtsız\ model})/q}{SSR_{kısıtsız\ model}/(T-\kappa)} \quad (2.22)$$

Artık Kareler Toplamı SSR, q kısıt sayısı, gözlem sayısı T , kısıtsız modeldeki parametre sayısı κ ile gösterilmektedir. Burada $T - \kappa$ ise kısıtsız modelin serbestlik derecesidir. Hesaplanan ϕ_i istatistik değeri Dickey ve Fuller (1981) tablo kritik değerinden büyükse temel hipotez reddedilir ve kısıtsız model kabul edilir (Enders 2015: 207-208).

Phillips-Perron (1988), KPSS (1992), DF-GLS (1996) ve Ng-Perron (2001) birim kök testleri yapısal kırılmaları hesaba katmamaları nedeniyle geleneksel birim kök testleri grubunda yer almaktadır. Bu testler hakkındaki genel bilgiler Tablo 2.1'de özetlenmiştir.

Phillips ve Perron (PP, 1988) çalışmalarında, DF (1979) birim kök testinin hata teriminin dağılımıyla ilgili varsayımlarını esneterek otokorelasyonlu artıklara izin veren parametrik olmayan bir test geliştirmişlerdir. Bu test, ADF testinden farklı olarak, modele bağımlı değişkenin gecikmeli değerlerini eklemek yerine, Newey-West hata düzeltme yöntemini kullanılarak parametrelerin t istatistiğini düzeltme işlemine dayanmaktadır. Sonuç olarak DF test prosedürüne otomatik bir düzeltme

eklenmektedir. Böylece test istatistiğinin asimtotik dağılımı otokorelasyondan etkilenmemektedir (Brooks 2014: 364; Phillips, Perron 1988: 340).

Kwiatkowski, Phillips, Schmidt ve Shin (KPSS, 1992) ekonomik zaman serilerinin çoğunun birim kök içerdiğini ve standart birim kök testlerinin temel hipoteze karşı güçlü bir kanıt olmadıkça birim kök hipotezini reddetmekte başarısız olduğunu belirtmişlerdir. Bu nedenle çalışmalarında serinin deterministik trend etrafında durağan olduğunu ifade eden temel hipotezi test etmek amacıyla bir test geliştirmişlerdir. Temel testlerden farklı olarak bu testin temel hipotezi durağanlığı ifade etmektedir.

Elliott, Rothenberg ve Stock (ERS, 1996), DF testinden daha güçlü olan ve bu testin düzenlenmiş hali olan DF-GLS birim kök testini önermişlerdir. ADF (1979, 1981) regresyon denklemi, serideki deterministik öğeleri dikkate almak için sabit terimli ya da sabit terim ve trend değişkeni içermektedir. ADF birim kök testinden farklı olarak, bu testte birim kök testi uygulanmadan önce seri deterministik öğelerden arındırılır ve daha sonra birim kök testi uygulanır.

Standart birim kök testlerinde genellikle iki sorun ile karşılaşılmaktadır. Birincisi, otoregresif polinomun kökünün 1'den az, ancak 1'e çok yakın olması, ikincisi ise ilk fark serisinin hareketli ortalama polinomunun büyük bir negatif köke sahip olmasıdır. Bu durum testlerde ciddi boyut çarpıklığına neden olmakta ve birim kök temel hipotezinin aşırı reddedilmesiyle sonuçlanmaktadır. Özellikle PP testinde negatif hareketli ortalama (MA) sürecinin olması boyut çarpıklığına neden olmaktadır. Bu nedenle, **Ng ve Perron (2001)** bozulmaları boyutlandırmak için daha güçlü bir birim kök testi önermişlerdir. Ayrıca hatalar -1 'e yakın MA köküne sahip olduklarında, birim kök testlerinin iyi bir boyuta sahip olması için sıralı otoregresyon gecikmesinin yüksek olması gerekir. Ancak, AIC ve SIC kriterleri en düşük gecikme uzunluğunu seçme eğilimindedir. Bu nedenle Ng ve Perron (2001) çalışmalarında, bir ceza faktörüne sahip Düzeltilmiş Bilgi Kriterini (MIC) de önermişlerdir.

Tablo 2.1: Geleneksel Birim Kök Testleri

Test	Denklemler	Hipotez	Test İstatistiği	Tablo	Temel Hipotez
Dickey- Fuller (1979)	$\Delta y_t = \alpha_0 + \beta t + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta = 0$ $H_1: \delta < 0$	$\tau = \frac{\hat{\delta}}{s_{\hat{\delta}}}$	Dickey-Fuller (1979) ve MacKinnon (1991)	Birim kök vardır.
ADF (1981)	$\Delta y_t = \alpha_0 + \beta t + \delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta = 0$ $H_1: \delta < 0$	$\tau = \frac{\hat{\delta}}{s_{\hat{\delta}}}$	Dickey-Fuller (1979) ve MacKinnon (1991)	Birim kök vardır.
Phillips-Perron (1988)	$y_t = \hat{\alpha}_0 + \hat{\delta} y_{t-1} + \varepsilon_t$ $y_t = \tilde{\alpha}_0 + \tilde{\delta} y_{t-1} + \tilde{\beta} \left(t - \frac{1}{2}T\right) + \varepsilon_t$	$H_0: \delta = 0$ $H_1: \delta < 0$	$t_{\hat{\alpha}_0} = (\hat{\alpha}_0 - \alpha_0) \{ \sum (y_{t-1} - \bar{y}_{t-1})^2 \}^{\frac{1}{2}} / \hat{S}$ $t_{\hat{\delta}} = (\hat{\delta} - \delta) \{ \sum (y_{t-1} - \bar{y}_{t-1})^2 \}^{\frac{1}{2}} / \hat{S}$ $t_{\tilde{\alpha}_0} = (\tilde{\alpha}_0 - \alpha_0) / (\tilde{S}^2 c_1)^{\frac{1}{2}}$ $t_{\tilde{\beta}} = (\tilde{\beta} - \beta) / (\tilde{S}^2 c_2)^{\frac{1}{2}}$ $t_{\tilde{\delta}} = (\tilde{\delta} - \delta) / (\tilde{S}^2 c_3)^{\frac{1}{2}}$	Fuller (1976) ve Dickey ve Fuller (1981)	Birim kök vardır.
KPSS (1992)	$y_t = \xi t + r_t + \varepsilon_t$ $r_t = r_{t-1} + u_t \quad u_t \sim IID(0, \sigma_u^2)$	$H_0: \sigma_u^2 = 0$ $H_1: \sigma_u^2 > 0$	$\hat{\eta}_\mu = T^{-2} \sum \frac{s_t^2}{s^2(l)}$	Kwiatkowski, Phillips, Schmidt ve Shin (1992)	Seri durağandır.
DF-GLS (1996)	$\Delta \hat{e}_t^{c_i} = \delta \hat{e}_{t-1}^{c_i} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i}^{c_i} + u_t$	$H_0: \delta = 0$ $H_1: \delta < 0$	$t_{GLS} = \frac{\hat{\delta}}{s_{\hat{\delta}}}$	Elliott, Rothenberg ve Stock (1996)	Birim kök vardır.
Ng-Perron (2001)	$\Delta y_t = \alpha_0 + \delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta = 0$ $H_1: \delta < 0$	Beş test istatistiği önerilmiştir.	Ng-Perron (2001)	MZ_α ve MZ_t için “birim kök yoktur”, MSB ve MPT için ise “birim kök vardır” şeklinde kurulur.

Phillips-Perron (1988): $(\hat{\alpha}_0, \hat{\delta})$ ve $(\tilde{\alpha}_0, \tilde{\delta}, \tilde{\beta})$ regresyon denklemlerine ait katsayılarıdır. $\hat{S}$ ve $\tilde{S}$ test denklemlerinin standart hatalarıdır. $c_i, (X'X)^{-1}$ matrisinin i. köşegen elemanı ve $\bar{y}_{t-1} = T^{-1} \sum y_{t-1}$ 'dir. Her bir katsayı için t istatistikleri elde edildikten sonra dönüşüm yapılarak Z olarak ifade edilen test istatistik değerleri elde edilmektedir.

KPSS (1992): $LM = \sum_{i=1}^T S_t^2 / \hat{\sigma}_e^2$ Burada S_t artıkların kısmi toplamı olarak tanımlanmaktadır. $S_t = \sum_{i=1}^t \hat{e}_i \quad t = 1, 2, \dots, T$. $\hat{e}_i, y_t$ serisinin sabit terim ve trend ile regresyonundan elde edilen artıklardır. $\hat{\sigma}_e^2$ ise bu regresyondan elde edilen hata varyansıdır. Uzun dönem varyansı; $\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} T^{-1} E(S_t^2)$ olarak tanımlanmaktadır. σ^2 'nin tutarlı tahmincisi, e_t artıklarından elde edilen $s^2(l)$ olarak ifade edilmektedir. Burada l gecikmeyi göstermektedir. Bu tahminci, $s^2(l) = T^{-1} \sum_{i=1}^T e_t^2 + 2T^{-1} \sum_{s=1}^l w(s, l) \sum_{t=s+1}^T e_t e_{t-s}$ şeklinde elde edilmektedir. $w(s, l) = 1 - s/(l+1)$ olmak üzere ağırlıklandırma fonksiyonudur. $\hat{e}_t, y_t$ serisinin sabit terim ve trend ile regresyonundan elde edilen artıklardır.

DF-GLS (1996): İlk olarak y_e serisi elde edilir: $y_e = (y_1, y_2 - (1 + \frac{e}{T})y_1, \dots, y_T - (1 + \frac{e}{T})y_{T-1})'$. Burada $(1 + \frac{e}{T})$ çarpanı kullanılarak y_2 'den y_{T-1} 'e kadar serinin her bir gözlem değeri dönüştürülür. Böylece yeni bir seri elde edilir. v_t 'nin ise 1'den T ye kadar olan gözlemlerden oluşan bir seri olduğu varsayılmaktadır: $V_e = (v_1, v_2 - (1 + \frac{e}{T})v_1, \dots, v_T - (1 + \frac{e}{T})v_{T-1})'$. y_e 'nin V_e üzerine regresyon denklemi tahmin edilir. Buradan $\hat{\beta}_{GLS}$ tahmin edilir. ERS birim kök testinde $\bar{c}_\mu = -7$ ve $\bar{c}_\tau = -13,5$ değerleri önerilmektedir. İkinci olarak ise trendden arındırılmış GLS serisi elde edilir: $\hat{e}_t^{c_i} = y_t - v_t' \hat{\beta}_{GLS}$

Ng- Perron (2001): Test denkleminde yola çıkarak $\hat{\theta}(1) = \sum_{i=1}^p \hat{\theta}_i, \hat{\sigma}_p^2 = (T-p)^{-1} \sum_{i=p+1}^T \hat{e}_{tp}^2$ olarak elde edilir. Bu durumda; $s_{AR}^2 = \hat{\sigma}_p^2 / (1 - \hat{\theta}(1))^2$ olarak elde edilmektedir. Test istatistikleri; $MZ_\alpha = (T^{-1} y_T^2 - s_{AR}^2)(2T^{-2} \sum_{t=1}^T y_{t-1}^2)^{-1}$, $MSB = (T^{-2} \sum_{t=1}^T y_{t-1}^2 / s_{AR}^2)^{1/2}$, $MZ_t = MZ_\alpha \times MSB$, Seride sadece sabit terimin olması durumunda; $MPT = [\bar{c} T^{-2} \sum_{t=1}^T \hat{y}_{t-1}^2 - \bar{c} T^{-1} \hat{y}_T^2] / s_{AR}^2$ olarak elde edilir. Burada $\bar{c} = 7$ 'dir. Seride sabit terim ve trendin olması durumunda ise; $MPT = [\bar{c} T^{-2} \sum_{t=1}^T \hat{y}_{t-1}^2 + (1 - \bar{c}) T^{-1} \hat{y}_T^2] / s_{AR}^2$ olarak elde edilir. Burada $\bar{c} = 13,5$ 'dir.

Kaynak: Yazar tarafından oluşturulmuştur.

2.2. Yapısal Kırılmalı Doğrusal Birim Kök Testleri

Yapısal kırılma, zaman serilerinde önemli bir sorun olarak karşımıza çıkmaktadır ve dikkate alınmaması tüm çıkarımsal sonuçları etkilemektedir. Geleneksel birim kök testlerinde, deterministik trendin doğru bir şekilde belirlendiği varsayılmaktadır. Ancak Perron (1989) çalışmasında, deterministik trendde yapısal bir kırılmanın olması durumunda, geleneksel birim kök testlerinin yanıltıcı sonuçlar vereceğini ve testin gücünün asimtotik olarak sıfıra yaklaşacağını ileri sürmüştür. Bu yaklaşım birim kök literatüründe başka bir alanın gelişmesini sağlamıştır. Bilinen ve bilinmeyen yapısal kırılma tarihi, kırılma sayısı, kırılmanın gerçek yapısını yakalayan modelin belirlenmesine göre sınıflandırılan çeşitli yapısal kırılmalı birim kök testleri geliştirilmiştir (Patterson 2011: 1; Kirchgässner vd. 2012: 389; Maddala, Kim 1998: 178). Bu bölümde yapısal kırılmalı doğrusal birim kök testlerine yer verilmiş ve bu testlerin temelini oluşturan Perron (1989) testi detaylı bir biçimde ele alınmıştır.

Perron (1989) çalışmasında, makroekonomik zaman serilerinin çoğunun birim kökün varlığı ile karakterize edilmediği ve geleneksel birim kök testlerinin aksine şokların geçici olduğunu ileri sürmüştür. Sadece 1929 Büyük Buhranı ve 1973 petrol fiyat şokları çeşitli makroekonomik değişkenler üzerinde kalıcı bir etkiye sahip olmuştur. Bu anlamda bu şoklar dışsal olarak değerlendirilmiştir. Bu doğrultuda Perron (1989) sadece tek bir yapısal kırılmayı dikkate alan, kırılma tarihinin bilindiğini ve dışsal olduğunu varsayan bir birim kök testi geliştirmiştir.

Perron (1989) temel hipotez altında üç farklı model önermiştir. Model A, serinin düzeyinde kırılmaya izin veren “Çöküş Modeli” (Crash Model)’dir. Modeli B, serinin eğiminde (büyüme oranında) kırılmaya izin veren “Değişen Büyüme Modeli” (Changing Growth Model)’dir. Model C ise serinin düzeyinde ve eğiminde kırılmaya izin veren modeldir.

Üç model için temel ve alternatif hipotezler aşağıdaki gibidir;

Model A için;

$$H_0: y_t = \alpha_0 + y_{t-1} + \mu_1 D(TB)_t + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2) \quad (2.23)$$

$$H_1: y_t = \alpha_0 + \beta t + \mu_2 DU_t + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2) \quad (2.24)$$

Model B için;

$$H_0: y_t = \alpha_0 + y_{t-1} + \mu_2 DU_t + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2) \quad (2.25)$$

$$H_1: y_t = \alpha_0 + \beta t + \mu_3 DT_t^* + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2) \quad (2.26)$$

Model C için;

$$H_0: y_t = \alpha_0 + y_{t-1} + \mu_1 D(TB)_t + \mu_2 DU_t + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2) \quad (2.27)$$

$$H_1: y_t = \alpha_0 + \beta t + \mu_2 DU_t + \mu_4 DT_t + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2) \quad (2.28)$$

olarak ifade edilmektedir. Modellerde kullanılan kukla değişkenler aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$D(TB)_t = \begin{cases} 1 & t = T_B + 1 \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (2.29)$$

$$DU_t = \begin{cases} 1 & t > T_B \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (2.30)$$

$$DT_t^* = \begin{cases} t - T_B & t > T_B \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (2.31)$$

$$DT_t = \begin{cases} t & t > T_B \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (2.32)$$

Burada T_B ($1 < T_B < T$) kırılma tarihini ifade etmektedir. Ayrıca, ADF testinde olduğu gibi bu testte de otokorelasyon olması durumunda bağımlı değişkenin gecikmeleri modele eklenmektedir.

Perron (1989) yapısal kırılmalı birim kök testinin aşamaları;

- (i) Serinin grafiği incelenerek model seçimi yapılır.
 - (ii) H_1^i En Küçük Kareler (EKK) yöntemi ile tahmin edilir. (i=A, B, C) Model tahmininden elde edilen artıklar $\tilde{Y}_t^i$ olarak ifade edilir.
 - (iii) Test denklemi;
- $$\tilde{Y}_t^i = \rho \tilde{Y}_{t-1}^i + \sum_{j=1}^p \theta_j \Delta \tilde{Y}_{t-j}^i + \varepsilon_t \quad (2.33)$$
- (iv) Birim kök testi için hipotezler;

$$H_0^i: \rho = 1 \quad (2.34)$$

$$H_1^i: \rho < 1 \quad (2.35)$$

olarak tanımlanmaktadır. Temel hipotez veri yaratma sürecinin birim köke sahip olduğunu, alternatif hipotez ise serinin trend durağan sürece sahip olduğunu ifade etmektedir.

- (v) Test istatistiği;

$$\tau = \frac{\hat{\rho} - 1}{s_{\hat{\rho}}} \quad (2.36)$$

olarak tanımlanmaktadır. Test istatistik değeri, Perron (1989) tablo kritik değerlerinden küçükse temel hipotez reddedilmektedir. Tabloda, gözlemler içinde kırılmanın payını gösteren $\lambda = \frac{T_B}{T}$ kırılma noktası kullanılmaktadır (Perron 1989: 1364-1378; Enders 2015: 229-232).

Literatürde Zivot ve Andrews (1992), Perron (1997), Lumsdaine-Papell (1997), Lee-Strazicich (2003, 2004), Bai-Perron (1998, 2003), Carrion-i Silvestre vd. (2009) ve Narayan ve Popp (2010) yapısal

kırılmalı doğrusal birim kök testleri yaygın olarak kullanılmaktadır. Söz konusu bu testler hakkındaki genel bilgiler Tablo 2.2’de özetlenmiştir.

Zivot ve Andrews (ZA, 1992), Perron (1989) testinde yapısal kırılmanın dışsal olması varsayımını eleştirmiş, bu durumda test sonuçlarının birim kök temel hipotezinin reddedilmemesi yönünde sonuçlandığını ifade etmiştir. Bu doğrultuda Zivot ve Andrews (1992) sadece tek bir yapısal kırılmayı ele alan ve kırılma tarihinin içsel olduğunu varsayan birim kök testi geliştirmiştir. Yapısal kırılma tarihi veri yaratma sürecinde belirlenmektedir.

Perron (1997) çalışmasında tek kırılmalı ve yapısal kırılmayı içsel olarak ele alan bir test önermiştir. Perron (1997) birim kök testi, Banerjee vd. (1992) ve Zivot ve Andrews (1992) çalışmalarının benzer ve genişletilmiş prosedürüne dayanmaktadır. Perron (1997) çalışmasında, olası kırılma noktaları için birim kök testlerinin minimum değerine dayalı olarak ardışık testlerin asimptotik dağılımını ele almaktadır. Ayrıca, çalışmada ZA (1992) sonuçlarının, uç noktalarda herhangi bir kırılma olmaksızın geçerli olduğu da gösterilmiştir.

Uzun dönemli makroekonomik serilerin tek bir kırılmaya sahip olduğunu varsaymak serilerin özelliklerini yansıtmayabilir. Bu nedenle **Lumsdaine ve Papell (LP, 1997)** içsel kırılma çerçevesinde ZA testinden farklı olarak iki kırılmaya izin veren birim kök testi geliştirmişlerdir. İki kırılmaya sahip veri yaratma süreci için tek kırılmanın ele alınması, yapısal kırılmaların yanlış tanımlanmasına ve birim kök temel hipotezinin reddedilememesi yönünde hatalı sonuçların elde edilmesine neden olmaktadır.

ZA ve LP birim kök testlerinin temel hipotezi kırılma olmaksızın birim kök olduğu şeklinde ifade edilmektedir ve kritik değerler buna göre türetilmiştir. Bu çerçevede ele alındığında temel hipotezin reddedilmesi, birim kökün reddedilmesi anlamına gelmez, ancak yapısal kırılma olmaksızın birim kökün reddedilmesi anlamına gelir. Ancak bu durum veri yaratma sürecinde kırılma olması durumunda temel hipotezin önemli ölçüde reddedilmesine ve gerçekte fark durağan olan sürecin trend durağanmış gibi görünmesine neden olmaktadır. Ayrıca temel hipotezde yapısal kırılmanın göz ardı edilmesi ve kırılmaların dışsal kabul edilmesi temel hipotez altında kırılma boyutunu arttırarak birim kök test istatistiğinin değişmesine ve temel hipotezin önemli ölçüde reddedilmesine neden olmaktadır. Bu doğrultuda **Lee ve Strazicich (2003)** çalışmalarında Perron (1989) testini takip ederek temel hipotez altında yapısal kırılmaya izin veren ve kırılmaları içsel olarak ele alan iki kırılmalı minimum Lagrange Çarpımı (LM) birim kök testini geliştirmişlerdir (Lee, Strazicich 2003: 1082-1083). Lee ve Strazicich (2004), iki kırılmalı LM birim kök testine benzer şekilde tek kırılmalı LM birim kök testini önermişlerdir. Bu çalışmada tek kırılmalı LM birim kök testi ile Lee ve Strazicich (2003) 'deki iki kırılmalı LM testini birleştirerek birim kök testlerinde yapısal kırılma sayısının daha doğru bir şekilde belirlenebileceği ifade edilmiştir (Lee, Strazicich 2004: 1-10).

Bai ve Perron (BP, 1998) çalışmasında en küçük kareler yöntemi ile tahmin edilen doğrusal regresyon denkleminde çoklu yapısal kırılmaları ele almıştır (Bai, Perron 2003a: 1). BP birim kök testinin en önemli özelliği, kırılma tarihlerinin bilinmediği durumda çoklu kırılmaların test edilmesine izin vermesidir. Serideki yapısal kırılma sayısının tutarlı bir biçimde tahmin edilmesinde özelden genele modelleme stratejisi kullanılmaktadır (Bai, Perron 2003b: 72).

Carrion-i Silvestre vd. (2009) temel ve alternatif hipotezde birden çok kırılmaya izin veren ve kırılma tarihinin içsel olarak belirlendiği çoklu yapısal kırılmalı birim kök testi geliştirmişlerdir. ZA ve LS (2004) testleri bir, LP ve LS (2003) testleri iki, Carrion-i-Silvestre (CS, 2009) çoklu yapısal kırılma testinde ise beş yapısal kırılmaya izin verilmektedir. Bu testte, Elliott, Rothenberg ve Stock (1996) tarafından DF-GLS testinde uygulanan Yarı Genelleştirilmiş En Küçük Kareler yaklaşımı kullanılmaktadır. Bu yaklaşımda birim kök testi uygulanmadan önce seri deterministik öğelerden arındırılır ve daha sonra birim kök testi uygulanır. Ayrıca kırılma tarihlerini belirlemek için Bai ve Perron (2003) tarafından önerilen dinamik programlama yaklaşımı kullanılmaktadır.

Perron (1997) temel hipotez altında bir kırılma olduğunda, Lee-Strazicich (2001) ise kırılma tarihinin yanlış seçilmesi durumunda sahte reddetmelere neden olacağını ifade etmişlerdir. Popp (2008) sahte redlerin ADF tipi birim kök testlerinin genel bir özelliği olmadığına sorununun kökünün, test regresyonunun parametrelerinin temel ve alternatif hipotezler altında farklı yorumlara sahip olmasıyla açıklamıştır. Bu doğrultuda yapısal kırılma tarihinin seçimi çok önemli olduğu ve veri yaratma sürecini gözlemlenmemiş bir bileşen modeli olarak formüle edilmesi gerektiği vurgulanmıştır. Bu çerçevede **Narayan ve Popp (NP, 2010)** Kademeli Sapmalı Model (Innovational Outlier Model, IOM) ve ADF modelini birleştirerek iki kırılmayı dikkate alan birim kök testi geliştirmişlerdir (Narayan, Popp 2010: 1426). Narayan ve Popp (2013) çalışmalarında NP testi ile LP ve LS (2003) testlerini karşılaştırmış, NP testinin daha iyi boyuta ve yüksek güce sahip olduğunu ve yapısal kırılmaları doğru bir şekilde tanımladığını göstermişlerdir. LP ve LS testlerinin aksine, NP testi, kırılmaları ifade eden kukla değişkenlerin katsayısının anlamlılığını maksimize ederek kırılma tarihini seçmektedir (Narayan, Popp 2013: 721).

Tablo 2.2: Yapısal Kırılmalı Doğrusal Birim Kök Testleri

Test	Denklemler	Hipotez	Test İstatistiği	Tablo	Temel Hipotez
Perron (1989)	$\tilde{Y}_t^i = \rho \tilde{Y}_{t-1}^i + \sum_{j=1}^p \theta_j \Delta \tilde{Y}_{t-j}^i + \varepsilon_t$	$H_0^i: \rho = 1$ $H_1^i: \rho < 1$	$\tau = \frac{\hat{\rho}-1}{s_{\hat{\rho}}}$	Perron (1989)	Birim kök vardır.
Zivot ve Andrews (1992)	Model A: $H_1: y_t = \alpha_0 + \beta t + \delta y_{t-1} + \mu_1 DU_t + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$ Model B: $H_1: y_t = \alpha_0 + \beta t + \delta y_{t-1} + \mu_2 DT_t^* + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$ Model C: $H_1: y_t = \alpha_0 + \beta t + \delta y_{t-1} + \mu_1 DU_t + \mu_2 DT_t^* + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta = 1$ $H_1: \delta < 1$	$\tau = \frac{\hat{\delta}-1}{s_{\hat{\delta}}}$	Zivot ve Andrews (1992)	Yapısal kırılma olmaksızın birim kök vardır.
Perron(1997)	Model 1: $H_1: y_t = \alpha_0 + \beta t + \delta y_{t-1} + \mu_1 DU_t + \mu_2 D(TB)_t + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$ Model 2: $H_1: y_t = \alpha_0 + \beta t + \delta y_{t-1} + \mu_1 DU_t + \mu_2 D(TB)_t + \mu_3 DT_t + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$ Model 3: $H_1: y_t = \alpha_0 + \beta t + \mu_3 DT_t^* + \varepsilon_t$ $\tilde{Y}_t = \rho \tilde{Y}_{t-1} + \sum_{j=1}^p \theta_j \Delta \tilde{Y}_{t-j} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta = 1$ $H_1: \delta < 1$	$\tau = \frac{\hat{\delta}-1}{s_{\hat{\delta}}}$	Perron(1997)	Birim kök vardır.
		$H_0^{m3}: \rho = 1$ $H_1^{m3}: \rho < 1$	$\tau = \frac{\hat{\rho}-1}{s_{\hat{\rho}}}$		
Kukla Değişkenler					
$D(TB)_t = \begin{cases} 1 & t = T_B + 1 \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$ $DU_t = \begin{cases} 1 & t > T_B \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$ $DT_t^* = \begin{cases} t - T_B & t > T_B \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$ $DT_t = \begin{cases} t & t > T_B \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$					
Lumsdaine ve Papell (1997)	Model AA: $H_1: \Delta y_t = \alpha_0 + \beta t + \delta y_{t-1} + \mu_1 DU1_t + \mu_2 DU2_t + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$ Model CC: $H_1: \Delta y_t = \alpha_0 + \beta t + \delta y_{t-1} + \mu_1 DU1_t + \mu_2 DU2_t + \mu_3 DT1_t + \mu_4 DT2_t + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$ Model CA: $H_1: \Delta y_t = \alpha_0 + \beta t + \delta y_{t-1} + \mu_1 DU1_t + \mu_2 DU2_t + \mu_3 DT1_t + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta = 0$ $H_1: \delta < 0$	$\tau = \frac{\hat{\delta}}{s_{\hat{\delta}}}$	Lumsdaine ve Papell (1997)	Yapısal kırılma olmaksızın birim kök vardır.
Kukla Değişkenler					
$DU1_t = \begin{cases} 1 & t > T_{B1} \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$ $DU2_t = \begin{cases} 1 & t > T_{B2} \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$ $DT1_t = \begin{cases} t - T_{B1} & t > T_{B1} \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$ $DT2_t = \begin{cases} t - T_{B2} & t > T_{B2} \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$					

Tablo 2.2: Yapısal Kırılmalı Doğrusal Birim Kök Testleri (Devam)

Test	Denklemler	Hipotez	Test İstatistiği	Tablo	Temel Hipotez
Lee ve Strazicich (2003)	$\Delta y_t = \delta' \Delta Z_t + \phi \tilde{S}_{t-1} + u_t$	$H_0: \phi = 0$ $H_1: \phi < 0$	$\tau = \frac{\hat{\phi}}{s_{\hat{\phi}}}$	Lee ve Strazicich (2003)	Birim kök vardır.
Kukla Değişkenler					
$D_{jt} = \begin{cases} 1 & t \geq T_{B_j} + 1 \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}, \quad DT_{jt} = \begin{cases} t - T_{B_j} & t \geq T_{B_j} + 1 \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}, \quad D(TB)_{jt} = \begin{cases} 1 & t = T_{B_j} + 1 \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad j = 1, 2$					
Narayan ve Popp (2010)	Model 1: $y_t^{M1} = \alpha_1 + \beta^* t + \rho y_{t-1} + \theta_1 (DT'_{B1})_{1,t} + \theta_2 (DT'_{B2})_{2,t} + \delta_1 DU'_{1,t} + \delta_2 DU'_{2,t} + \sum_{j=1}^k \beta_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$ Model 2: $y_t^{M2} = \alpha^* + \beta^* t + \rho y_{t-1} + \kappa_1 (DT'_{B1})_{1,t} + \kappa_2 (DT'_{B2})_{2,t} + \delta_1^* DU'_{1,t} + \delta_2^* DU'_{2,t} + \gamma_1^* DT'_{1,t} + \gamma_2^* DT'_{2,t} + \sum_{j=1}^k \beta_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$	$H_0: \rho = 1$ $H_1: \rho < 1$	$\tau = \frac{\hat{\rho}-1}{s_{\hat{\rho}}}$	Narayan ve Popp (2010)	Birim kök vardır.
Kukla Değişkenler					
$DU'_{i,t} = 1 \quad (t > T'_{B,i}) \quad DT'_{i,t} = 1 \quad (t > T'_{B,i})(t - T'_{B,i}) \quad i = 1, 2$					
Perron (1989): Model A için; $H_0: y_t = \alpha_0 + y_{t-1} + \mu_1 D(TB)_t + \varepsilon_t$, $H_1: y_t = \alpha_0 + \beta t + \mu_2 DU_t + \varepsilon_t$. Model B için; $H_0: y_t = \alpha_0 + y_{t-1} + \mu_2 DU_t + \varepsilon_t$, $H_1: y_t = \alpha_0 + \beta t + \mu_3 DT_t + \varepsilon_t$. Model C için; $H_0: y_t = \alpha_0 + y_{t-1} + \mu_1 D(TB)_t + \mu_2 DU_t + \varepsilon_t$, $H_1: y_t = \alpha_0 + \beta t + \mu_2 DU_t + \mu_4 DT_t + \varepsilon_t$. Burada $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$'dir. H_1^i EKK yöntemi ile tahmin edilir. ($i=A, B, C$) Model tahmininden elde edilen artıklar $\tilde{Y}_t^i$ olarak ifade edilir. Zivot ve Andrews (1992): Üç model için temel hipotez $H_0: y_t = \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t$'dir. ZA testinde her bir nokta, potansiyel kırılma tarihi olarak görülmekte ve her olası kırılma tarihi için regresyon denklemi tahmin edilmektedir. Kırılma tarihini belirlemek için öncelikle $\delta = 1$ temel hipotezi altında λ'nın her bir değeri için regresyon denklemi tahmin edilir. Alternatif hipotezde yer alan model tahminin sonucunda $\hat{\delta}$ için en küçük t istatistik değerini veren kırılma noktası, yapısal kırılma tarihi olarak belirlenmektedir. Model seçiminde öncelikle C modeli tahmin edilmekte ve kukla değişkenlerin anlamlılığına göre modeller arasından seçim yapılmaktadır Burada T_B ($1 < T_B < T$) kırılma tarihini ifade etmektedir. Perron (1997): İlk model, düzeyde kırılmaya, ikinci model serinin düzeyinde ve eğiminde kırılmaya üçüncü model ise eğimde kırılmaya izin vermektedir. Üçüncü modelin tahmininden sonra elde edilen artıklar $\tilde{Y}_t$ olarak ifade edilir, $\rho = 1$ temel hipotezi için test yapılmaktadır. Lumsdaine ve Papell (1997): Model AA, serinin düzeyinde iki kırılmaya izin veren, Model CC ise serinin hem düzeyinde hem eğiminde iki kırılmaya izin veren, Model CA ise düzeyde iki kırılmaya, eğimde bir kırılmaya izin veren model olarak tanımlanmaktadır. Burada T_{B1} ve T_{B2} sırasıyla birinci ve ikinci kırılma tarihini göstermektedir. Gözlemlerin kırılma içindeki payı sırasıyla $\lambda_1 = \frac{T_{B1}}{T}$ ve $\lambda_2 = \frac{T_{B2}}{T}$ olarak ifade edilmektedir. Kırılmaların uç gözlemlerde olmasını engellemek amacıyla $0 < \lambda_0 \leq \lambda_1$ ve $\lambda_2 \leq (1 - \lambda_0) < 1$ kısıtı tanımlanmıştır. Başlangıç değeri $\lambda_0 = 0.01$ ile başlamaktadır Lee ve Strazicich (2003): Veri yaratma süreci; $y_t = \delta' Z_t + e_t$, $e_t = \beta e_{t-1} + \varepsilon_t$, $\sim IID(0, \sigma^2)$ şeklinde tanımlanmaktadır. Burada Z_t dışsal değişkenler vektörüdür. Model A için; $Z_t = [1, t, D_{1t}, D_{2t}]'$ ve Model C için dışsal değişken vektörü; $Z_t = [1, t, D_{1t}, D_{2t}, DT_{1t}, DT_{2t}]'$ olarak ifade edilmektedir. Test denklemindeki $\tilde{S}_t$, $t=2,3,\dots,T$ olmak üzere $\tilde{S}_t = y_t - \tilde{\psi}_x - Z\tilde{\delta}$ şeklinde elde edilmektedir. Model A için; $H_0: y_t = \alpha_0 + y_{t-1} + \mu_1 D(TB)_{1t} + \mu_2 D(TB)_{2t} + \varepsilon_t$, $H_1: y_t = \alpha_0 + \beta t + \mu_1 D_{1t} + \mu_2 D_{2t} + \varepsilon_t$. Model C için; $H_0: y_t = \alpha_0 + y_{t-1} + \mu_1 D(TB)_{1t} + \mu_2 D(TB)_{2t} + \mu_3 D_{1t} + \mu_4 D_{2t} + \varepsilon_t$, $H_1: y_t = \alpha_0 + \beta t + \mu_1 D_{1t} + \mu_2 D_{2t} + \mu_3 DT_{1t} + \mu_4 DT_{2t} + \varepsilon_t$. İçsel olarak kırılma zamanları $LM_\rho = \inf_{\lambda} \tilde{\rho}(\lambda)$, $LM_\tau = \inf_{\lambda} \tilde{\tau}(\lambda)$ eşitliklerine göre belirlenmektedir. Narayan ve Popp (2010): Model 1 için; $\alpha_1 = \psi^*(1)^{-1}[(1 - \rho)\alpha + \rho\beta] + \psi'^*(1)^{-1}(1 - \rho)\beta'$'dir. $\psi'^*(1)^{-1}$ ortalama gecikmedir. $\beta^* = \psi^*(1)^{-1}(1 - \rho)\beta'$'dir. $\phi = \rho - 1$ olmak üzere $\delta_i = -\phi\theta_i'$'dir. $(DT'_{B1})_{i,t} = 1$ ($t = T'_{B1,i} + 1$) $i = 1, 2$ 'dir. Model 2 için; $\kappa_i = \theta_i + \gamma_i$ ve $\delta_i^* = (\gamma_i - \phi\theta_i)$ ve $\gamma_i^* = -\phi\gamma_i$ ve $i = 1, 2$'dir.					

Kaynak: Yazar tarafından oluşturulmuştur.

2.3. Doğrusal Olmayan Birim Kök Testleri

Ekonomik ve finansal verilerin karmaşık olan ve standart olmayan özellikleri, doğrusal zaman serisi modelleri ile yeterince modellenememektedir. Çünkü bu özelliklerin modellenmesi doğrusal zaman serisi modellerinin kapsamında değildir. Buna göre doğrusal alanın ötesinde, keşfedilecek sonsuz sayıda doğrusal olmayan form vardır. Birbirine bağlı dinamik bir sistemde yer alan doğrusal olmayan bir değişken, diğer sistem değişkenleriyle olan etkileşimlerinin geçmişini içinde barındırmaktadır. Bu etkileşimi John Muir (1911)'in "Bir şeyi kendi kendine kavramaya çalıştığımızda, onun evrendeki diğer her şeye bağlı olduğunu görürüz." ifadesi ile açıklayabiliriz.

Doğrusal bir stokastik zaman serisi modeliyle tam olarak neyin kastedildiği konusunda net bir fikir birliği olmaması nedeniyle doğrusallık ile doğrusal olmama arasında bulanık bir sınır vardır. Genel olarak doğrusal olmayan özellikleri asimetrik döngüler, doğrusal olmayan ilişki, normal olmama, başlangıç koşullarına duyarlılık gibi standart olmayan özellikler ile tanımlayabiliriz (Chatfield, Xing 2019: 270; Fan, Yao 2003: 14; Huffaker vd. 2017: 3; Palma 2016: 210).

Bir zaman serisi doğrusal olmayan özelliklere sahip ise, veriye daha iyi uyum sağlayacak tahminler yapmak ve bağımlılıkları göz ardı etmeden veriyi yeterince açıklayabilmek için doğrusal olmayan modellerin kullanılması daha doğru tahminler yapılmasına yardımcı olacaktır (Diks 1999: 1-2).

Birim kök testlerinde doğrusal olmayan yapının göz ardı edilmesi, yapısal kırılmanın göz ardı edilmesiyle aynı sonucu vermektedir. Perron (1989), Zivot ve Andrews (1992) gibi yapısal kırılmalı birim kök testleri yapısal değişimin anlık (ani) olarak gerçekleştiğini varsaymaktadır. Ancak bu varsayım ekonomik zaman serileri için çoğu zaman uygun değildir. Ekonomik birimlerin bazıları yaşanan bir şok karşısında hızlı tepki verirken, bazıları daha yavaş tepki verebilir. Bu nedenle, bir rejimden diğer rejime geçişin sert veya yumuşak olduğu çeşitli doğrusal olmayan birim kök testleri geliştirilmiştir. Bu bölümde Momentum TAR (MTAR), Kendinden Uyarımlı Eşikli Otoregresif Model (SETAR), Üstel Yumuşak Geçişli Otoregresif (ESTAR) ve Lojistik Yumuşak Geçişli Otoregresif (LSTAR) model tipine dayanan birim kök testlerine ayrıntılı olarak yer verilmiştir.

2.3.1. MTAR Modeline Dayanan Birim Kök Testi

Ekonomik ve finansal değişkenler asimetrik bir uyum gösterebilir. Bu durumda, doğrusal ve simetrik DF birim kök testi yanlış tanımlanır ve birim kök temel hipotezinin reddedilememesine neden olur. Bu nedenle DF testinin bir genellemesi olarak MTAR modeli asimetrik uyum sürecini ölçmek amacıyla **Enders ve Granger (EG, 1998)** tarafından ortaya atılmıştır. MTAR modeli bir serideki asimetrik olarak olası keskin hareketleri yakalamaktadır. Aşağıdaki model TAR modeli olarak ifade edilmektedir;

$$\Delta y_t = \begin{cases} \rho_1 y_{t-1} + \varepsilon_t & y_{t-1} \geq 0 \\ \rho_2 y_{t-1} + \varepsilon_t & y_{t-1} < 0 \end{cases} \quad (2.37)$$

Sistem yakınsaksa TAR modellerinde eşik değer, uzun dönem dengesi olarak tanımlanmaktadır. Burada, y_t serisinin uzun dönem dengesi sıfırdır. y_{t-1} eşik değişken ve eşik değer 0'dır. Eşik değişken eşik değere eşit ya da büyükse ($y_{t-1} \geq 0$) y_t serisi $(\rho_1 - 1)y_{t-1}$ kadar (ρ_1 oranında), eşik değişken eşik değerden küçükse ($y_{t-1} < 0$) y_t serisi $(\rho_2 - 1)y_{t-1}$ kadar (ρ_2 oranında) uzun dönemde değişime uğrayacaktır. Bu şekilde asimetrik düzeltme gerçekleşmektedir.

Enders ve Granger (1998) MTAR modelinde ise rejim değişimi bir önceki dönemin fark değerine göre gerçekleşmektedir. MTAR modeli;

$$\Delta y_t = \begin{cases} \rho_1 y_{t-1} + \varepsilon_t & \Delta y_{t-1} \geq 0 \\ \rho_2 y_{t-1} + \varepsilon_t & \Delta y_{t-1} < 0 \end{cases} \quad (2.38)$$

şeklinde gösterilmektedir. MTAR modeli aşağıdaki gibi de ifade edilebilir;

$$\Delta y_t = I_t \rho_1 y_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.39)$$

Burada I_t gösterge fonksiyonudur ve aşağıdaki gibi gösterilir;

$$I_t = \begin{cases} 1 & \Delta y_{t-1} \geq 0 \\ 0 & \Delta y_{t-1} < 0 \end{cases} \quad (2.40)$$

Serinin tek yönde daha fazla momentum sergilemesi durumunda (artış ya da azalış) asimetrik ayarlamayı sağlayan MTAR modelinin kullanılması daha faydalıdır. Bu modelde eşik değişken için gecikme parametresi 1'den farklı bir değer almamaktadır. Otokorelasyonun olması durumunda, DF testinde olduğu gibi modele bağımlı değişkenin gecikmeli değerleri eklenmektedir. Birim kök testi yapılmadan önce y_t serinin deterministik öğelerden arındırılması gerekmektedir. Birim kök testi için hipotezler;

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 = 0 \quad (2.41)$$

$$H_1: \rho_1 \neq \rho_2 \neq 0 \quad (2.42)$$

şeklinde oluşturulmaktadır. Temel hipotez serinin birim kök içerdiğini, alternatif hipotez ise serinin durağan olduğunu ifade etmektedir. Test istatistiği;

$$\phi_i = \frac{(SSR_{kısıtlı\ model} - SSR_{kısıtsız\ model})/q}{SSR_{kısıtsız\ model}/(T - \kappa)} \quad (2.43)$$

olarak gösterilmektedir. Artık Kareler Toplamı SSR, q kısıt sayısı, gözlem sayısı T , kısıtsız modeldeki parametre sayısı κ ile gösterilmektedir. Burada $T - \kappa$ ise kısıtsız modelin serbestlik derecesidir. Test istatistik değeri, Enders ve Granger (1998) ve Enders ve Siklos (2001) çalışmalarında yer alan tablo kritik değerinden büyükse temel hipotez reddedilmektedir. Temel hipotezin reddedilmesi durumunda sürecin simetrik mi yoksa asimetrik mi olduğu test edilebilir. Hipotezler;

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 \quad (2.44)$$

$$H_1: \rho_1 \neq \rho_2 \quad (2.45)$$

şeklinde oluşturulmaktadır. Temel hipotez sürecin simetrik, alternatif hipotez ise asimetrik olduğunu ifade etmektedir. Bu durum birim kök sınavasında olduğu gibi F testi ile test edilmektedir (Enders, Granger 1998: 304-306).

2.3.2. SETAR Modeline Dayanan Birim Kök Testi

SETAR modeli rejim değişimlerinin ani olduğunu varsayan Eşikli Otoregresif (TAR) modelin özel bir halidir ve bu modellerde rejim değişimi bağımlı değişkene bağlıdır. **Caner ve Hansen (2001)** birim kök testinde doğrusal olmayan yapı SETAR modeli ile ele alınmaktadır. Çoğu çalışmada doğrusal olmayan zaman serilerinin birim köklü olmadığı ve durağan olduğu varsayımı kabul edilmiştir. Bu durum, durağan olmamayı doğrusal dışılıktan ayırt etmeyi imkansız hale getirmiştir. Bu bağlamda, Caner ve Hansen (2001) durağan olmayan ve/veya doğrusal olmayan zaman serilerinin analiz edilmesi için yeni bir birim kök testi önermişlerdir. Çalışmada, veri yaratma süreci doğrusal olmadığında, Caner ve Hansen (2001) birim kök testinin ADF birim kök testinden daha iyi güce sahip olduğu ortaya konmuştur. Doğrusal olmayan zaman serilerinde birim kökün incelenmesi için iki rejime sahip SETAR modeli ele alınmıştır. Bu testte, birim kök ve doğrusal olmama durumu eşzamanlı olarak test edilmektedir. Doğrusal dışılık sınamaları için Wald test istatistiği ve birim kök analizi için ise Wald ve t test istatistiği önerilmiştir. İki rejimin parametrelerinin birbirine eşit olmaması, eşik etkisi olarak da adlandırılan doğrusal olmamayı ifade etmektedir. Bu çerçevede, doğrusal dışılık sınavası yapılması nedeniyle test Eşik etkisi testi olarak da adlandırılmaktadır. Eşik değerli otoregresif model;

$$\Delta y_t = \theta_1' x_{t-1} I_{\{Z_{t-1} < \lambda\}} + \theta_2' x_{t-1} I_{\{Z_{t-1} \geq \lambda\}} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2) \quad (2.46)$$

olarak ifade edilebilir. Bu modelde tüm eğim katsayılarının rejimler arası değiştiği kabul edilmektedir. Burada $I_{\{\cdot\}}$ gösterge fonksiyonunu, $x_{t-1} = (y_{t-1} \ r_t' \ \Delta y_{t-1} \ \dots \ \Delta y_{t-1})'$, $m \geq 1$ için $Z_t = y_t - y_{t-m}$ ve r_t sabit ve olası doğrusal trendi içeren deterministik öğeler vektörünü ifade etmektedir. λ eşik değeri bilinmemektedir. Eşik değeri λ , $\lambda \in \Lambda$ aralığında ve $P(Z_t \leq \lambda_1) = \pi_1 > 0$ ve $P(Z_t \leq \lambda_2) = \pi_2 < 1$ olasılıkları ile değerler almaktadır. Uygulamada, Andrews (1993) tarafından önerilen $\pi_1 = 0,15$ ve $\pi_2 = 0,85$ değerleri seçilmektedir. $\pi_2 = 1 - \pi_1$ 'dir ve aralarındaki ilişki simetriktir. Böylece bir rejimde π_1 'den daha az gözlem olmamaktadır. Çünkü her rejimin regresyon parametrelerinin tahmini için yeterli gözleme sahip olması gerekir.

y_{t-1} 'in eğim katsayıları α_1 ve α_2 , β_1 ve β_2 deterministik öğelerin eğim parametresi, δ_1 ve δ_2 ise $\Delta y_{t-1}, \dots, \Delta y_{t-1}$ 'in eğim katsayıları olmak üzere denklemde yer alan θ_1 ve θ_2 vektörleri;

$$\theta_1 = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \delta_1 \end{pmatrix} \quad \theta_2 = \begin{pmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \\ \delta_2 \end{pmatrix} \quad (2.47)$$

olarak ifade edilebilir. Model EKK yöntemiyle tahmin edildikten sonra;

$$\Delta y_t = \theta_1(\lambda)' x_{t-1} I_{\{Z_{t-1} < \lambda\}} + \theta_2(\lambda)' x_{t-1} I_{\{Z_{t-1} \geq \lambda\}} + \hat{\varepsilon}_t(\lambda) \quad (2.48)$$

şeklinde gösterilmektedir. Buradan eşik değeri parametresine göre $\hat{\sigma}^2$ 'nin tahmini;

$$\hat{\sigma}^2(\lambda) = T^{-1} \sum_1^T \hat{\varepsilon}_t(\lambda)^2 \quad (2.49)$$

olarak elde edilir. $\sigma^2(\lambda)$ 'nin değeri minimize edilerek $\hat{\lambda}$ eşik değeri;

$$\hat{\lambda} = \underset{\lambda \in \Lambda}{\operatorname{argmin}} \hat{\sigma}^2(\lambda) \quad (2.50)$$

olarak tahmin edilir. Doğrusal dışılığı yani eşik etkisinin olup olmadığını test etmek amacıyla veri yaratma sürecinin doğrusal olduğunu ifade eden temel hipotez;

$$H_0: \theta_1 = \theta_2 \quad (2.51)$$

olarak tanımlanmaktadır. Test istatistiği ise;

$$\sup_{\lambda \in \Lambda} W_T(\lambda) = T \left(\frac{\hat{\sigma}_0^2}{\hat{\sigma}^2(\lambda)} - 1 \right) \quad (2.52)$$

şeklinde gösterilmektedir. Burada $\hat{\sigma}_0^2$ doğrusal modelin hata terimi varyansını, $\hat{\sigma}^2$ ise eşik değerli modelin hata terimi varyansını ifade etmektedir. Birim kök testi için hipotezler;

$$H_0: \delta_1 = \delta_2 = 0 \quad (2.53)$$

$$H_1: \delta_1 < 0, \delta_2 < 0 \quad (2.54)$$

olarak tanımlanmaktadır. Temel hipotez birim kökün varlığını, alternatif hipotez ise eşik değerli otoregresif sürecin durağan olduğunu ifade etmektedir. Burada alternatif hipotez serinin her iki rejimde de durağan olduğunu ifade etmektedir. H_0 temel hipotezi için kısıtlanmamış alternatif hipotez $H_1: \delta_1 \neq 0$ ya da $\delta_2 \neq 0$ 'dır. Bu durumda Wald test istatistiği ise;

$$R_{2T} = t_1^2 + t_2^2 \quad (2.55)$$

şeklinde gösterilmektedir. Burada $\hat{t}_1$ ve $\hat{t}_2$, EKK denkleminde elde edilen $\hat{\delta}_1$ ve $\hat{\delta}_2$ 'nin t istatistik değerleridir. H_1 alternatif hipotezinden farklı olarak seri bir rejimde durağan iken, diğer rejimde durağan olmayabilir. Bu durumda durağan olmama durumunun hangi rejimden kaynaklandığı H_2 alternatif hipotez ile ifade edilmektedir. Parçalı birim kök testi için H_2 alternatif hipotezi;

$$H_2: \begin{cases} \delta_1 < 0, \delta_2 = 0 \\ \delta_1 = 0, \delta_2 < 0 \end{cases} \quad (2.56)$$

şeklinde ifade edilmektedir. R_{2T} çift taraflı Wald test istatistiğidir. Ancak H_1 ve H_2 alternatif hipotezler tek taraflıdır. Tek taraflı alternatif hipotezi test eden tek taraflı Wald istatistiği;

$$R_{1T} = t_1^2 I_{(\hat{\delta}_1 < 0)} + t_2^2 I_{(\hat{\delta}_2 < 0)} \quad (2.57)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Caner ve Hansen (2001), iki taraflı Wald istatistiğinin, tek taraflı Wald istatistiğinden daha az güce sahip olabileceğini iddia etmişler, bu nedenle tek taraflı Wald istatistiğini önermişlerdir. R_{1T} test istatistik değerinin anlamlı olması durumunda birim kökün olduğunu ifade eden temel hipotez H_0 reddedilir. Ancak hangi rejimde birim kökün olup olmadığını belirlemek için t_1 ve t_2 istatistiklerinin kullanılmasına ihtiyaç vardır. Bu sayede iki farklı rejim için de birim kök testi yapılmaktadır. t_1 veya t_2 'nin anlamlı olması, ilgili rejimde birim kökün olmadığını ifade etmektedir. Tablo kritik değerleri eşik değerin bilindiği ve bilinmediği durum için bootstrap simülasyon tekniği kullanılarak belirlenmektedir (Caner, Hansen 2001: 1555-1568).

2.3.3. ESTAR Modeline Dayanan Birim Kök Testleri

Yumuşak Geçişli Otoregresif (STAR) modeller TAR modellerinin aksine bir rejimden diğer rejime geçişin yumuşak olduğu ve eşik değeri yerine geçiş fonksiyonlarının kullanıldığı modellerdir. STAR modelleri Üstel STAR (ESTAR) modelleri ve Lojistik STAR modelleri olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. ESTAR modelinde geçiş fonksiyonu üsteldir. Literatürde yaygın olarak kullanılan ve ESTAR sürecini dikkate alan doğrusal olmayan birim kök testleri; Kapetanious, Shin ve Snell (2003), Chong, Hinich, Liew ve Lim (2008), Sollis (2009), Kruse (2011), Cuestas ve Garratt (2011), Kılıç (2011), Cuestas ve Ordonez (2014), Hu ve Chen (2016) ve Park ve Shintani (2016) olarak sıralanabilir. Bu çalışmada, önerilen eşbütünleşme testlerinin doğrusal olmayan yapısı ESTAR süreci ile modellenmektedir. Önerilen testlerin temelini oluşturması nedeniyle, Kapetanious, Shin ve Snell (2003), Kruse (2011) ve Hu ve Chen (2016) doğrusal olmayan birim kök testlerine ayrıntılı olarak yer verilmiştir.

Kapetanious, Shin ve Snell (2003); Doğrusal olmayan Üstel STAR (ESTAR) sürecinin alternatifine karşı birim kökün varlığını genel durağan olmamayı (globally nonstationary) test etmek amacıyla Kapetanious, Shin ve Snell (KSS, 2003) yeni bir test prosedürü geliştirmişlerdir. Birim kök testlerinde ESTAR model tipinin kullanıldığı ilk çalışma olması açısından KSS birim kök testi önem kazanmaktadır.

STAR modeli süreci;

$$y_t = \beta y_{t-1} + \gamma y_{t-1} G(\theta; y_{t-1}) + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2) \quad (2.58)$$

olarak ifade edilmektedir. Burada $G(\theta; y_{t-1})$ geçiş fonksiyonudur. ESTAR modellerinde geçiş fonksiyonu üsteldir. Bu durumda ESTAR modeli aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$\Delta y_t = \phi y_{t-1} + \gamma y_{t-1} \{1 - \exp(-\theta(y_{t-1} - c)^2)\} + \varepsilon_t \quad (2.59)$$

KSS birim kök testinde $c = 0$ varsayımı yapılmıştır. Bu durumda ESTAR modeli;

$$\Delta y_t = \phi y_{t-1} + \gamma y_{t-1} \{1 - \exp(-\theta(y_{t-1})^2)\} + \varepsilon_t \quad (2.60)$$

şeklinde gösterilmektedir. Burada $\phi = \beta - 1$ 'dir. c eşik değeri, θ ise yumuşaklık (smoothness) parametresidir. Bu modelde geçiş değişkeni y_{t-1} olarak alınmaktadır. $\phi = 0$ kısıtı altında $\theta = 0$ birim kök temel hipotezine karşı, doğrusal olmayan ancak durağan olan $\theta > 0$ alternatif hipotezi test edilir. θ pozitif ise ortalamaya geri dönüşüm hızını belirlemektedir. $\phi = 0$ ve geçiş değişkeni y_{t-1} için ESTAR modeli yeniden yazıldığında;

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} \{1 - \exp(-\theta(y_{t-1})^2)\} + \varepsilon_t \quad (2.61)$$

şeklinde ifade edilir. Veri yaratma süreci durağan ancak doğrusal olmadığında, durağan standart doğrusal ADF testinin çok güçlü olmayacağını bekleyebiliriz. Bu nedenle, bu test doğrudan $\theta = 0$ temel hipotezine dayanmaktadır. Birim kök testi için hipotezler;

$$H_0: \theta = 0 \quad (2.62)$$

$$H_1: \theta > 0 \quad (2.63)$$

olarak ifade edilmektedir. Ancak γ temel hipotez altında tanımlanmadığı için, temel hipotez test edilemez. Davies (1987) problemi olarak da adlandırılan nuisance (sıkıntı) parametre probleminin üstesinden gelmek için temel hipotez altında ESTAR modelin birinci dereceden Taylor açılımı yapılarak test denklemi elde edilmektedir. Buna göre test denklemi;

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1}^3 + \varepsilon_t \quad (2.64)$$

ya da

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.65)$$

olarak ifade edilmektedir. Hata terimlerinin otokorelasyonlu olması durumunda modele bağımlı değişkenin gecikmeleri eklenerek genel model kullanılır. Yukarıda gösterildiği gibi, KSS birim kök testi ADF birim kök testinin düzenlenmiş halidir. Ayrıca birim kök testi yapılmadan önce y_t serinin deterministik öğelerden arındırılması gerekmektedir. Birim kök testi için hipotezler;

$$H_0: \delta = 0 \quad (2.66)$$

$$H_1: \delta < 0 \quad (2.67)$$

olarak tanımlanmaktadır. Temel hipotez birim kökü, alternatif hipotez ise doğrusal olmayan (ESTAR) durağan süreci ifade etmektedir. Test istatistiği;

$$t_{NL} = \frac{\hat{\delta}}{s_{\hat{\delta}}} \quad (2.68)$$

şeklinde gösterilmektedir. t_{NL} test istatistiğinin asimtotik dağılımı standart normal değildir. Test istatistik değeri, KSS (2003) tablo kritik değerinden daha büyükse temel hipotez reddedilemez (Kapetanious vd. 2003: 360-364).

Kruse (2011), ESTAR model tipini kullandığı çalışmasında, KSS (2003) birim kök testini geliştirerek yeni bir test önermiştir. ESTAR modeli aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$\Delta y_t = \phi y_{t-1} + \gamma y_{t-1} \{1 - \exp(-\theta(y_{t-1} - c)^2)\} + \varepsilon_t \quad (2.69)$$

KSS birim kök testinde $c = 0$ ve $\phi = 0$ olmak üzere iki varsayım yapılmıştır. Bu durumda ESTAR modeli;

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} \{1 - \exp(-\theta(y_{t-1})^2)\} + \varepsilon_t \quad (2.70)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada c eşik değeri, θ ise yumuşaklık parametresidir. Kruse (2011) $c = 0$ varsayımını esneterek $c \neq 0$ varsayımı altında yeni bir test önermiştir. $c \neq 0$ varsayımı altında model;

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} \{1 - \exp(-\theta(y_{t-1} - c)^2)\} + \varepsilon_t \quad (2.71)$$

olarak ifade edilmektedir. KSS (2003) test sürecini takiben, $\gamma = 0$ etrafında $G(y_{t-1}; \theta, c) = \{1 - \exp(-\theta(y_{t-1} - c)^2)\}$ olmakta ve ESTAR modelin birinci dereceden Taylor açılımı yapılarak test denklemi elde edilmektedir. Test denklemi;

$$\Delta y_t = \delta_1 y_{t-1}^3 + \delta_2 y_{t-1}^2 + \delta_3 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.72)$$

şeklinde elde edilmektedir. KSS (2003) testinde olduğu gibi, testin gücünü attırmak için $\delta_3 = 0$ olarak alınmaktadır. Test denklemi;

$$\Delta y_t = \delta_1 y_{t-1}^3 + \delta_2 y_{t-1}^2 + \varepsilon_t \quad (2.73)$$

ya da

$$\Delta y_t = \delta_1 y_{t-1}^3 + \delta_2 y_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.74)$$

olarak ifade edilmektedir. Hata terimlerinin otokorelasyonlu olması durumunda modele bağımlı değişkenin gecikmeleri eklenerek genel model kullanılır. Ayrıca birim kök testi yapılmadan önce y_t serinin deterministik öğelerden arındırılması gerekmektedir. Birim kök testi için hipotezler;

$$H_0: \delta_1 = \delta_2 = 0 \quad (2.75)$$

$$H_1: \delta_1 < 0, \delta_2 \neq 0 \quad (2.76)$$

olarak ifade edilmektedir. Temel hipotez birim kökü, alternatif hipotez ise genel olarak durağan ESTAR sürecini ifade etmektedir.

Kruse (2011) tarafından τ testi olarak adlandırılan ve alternatif hipotez altında bir parametrenin tek taraflı, diğer parametrenin çift taraflı olduğu ortak bir hipotezi test etmek için Abadir and Distaso (2007) tarafından önerilen Düzeltilmiş Wald testi kullanılmaktadır. Hessian matrisine dayanan test istatistiği;

$$\tau = t_{\delta_1=0}^2 + 1(\hat{\delta}_1 < 0)t_{\delta_1=0}^2 \quad (2.77)$$

olarak ifade edilmektedir. Burada $t_{\delta_1=0}$ ve $t_{\delta_1=0}$ aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$t_{\delta_1=0} = \frac{\sum_{t=1}^T y_{t-1}^2 \Delta y_t (\sum_{t=1}^T y_{t-1}^4)^{3/2} \sum_{t=1}^T y_{t-1}^6 - (\sum_{t=1}^T y_{t-1}^4)^{1/2} (\sum_{t=1}^T y_{t-1}^5)^2}{\hat{\sigma}((\sum_{t=1}^T y_{t-1}^4)^2 \sum_{t=1}^T y_{t-1}^6 - \sum_{t=1}^T y_{t-1}^4 (\sum_{t=1}^T y_{t-1}^5)^2)} \quad (2.78)$$

$$t_{\delta_1=0} = \frac{\sum_{t=1}^T y_{t-1}^4 \sum_{t=1}^T y_{t-1}^3 \Delta y_t - \sum_{t=1}^T y_{t-1}^2 \Delta y_t \sum_{t=1}^T y_{t-1}^5}{\sqrt{\hat{\sigma}^2((\sum_{t=1}^T y_{t-1}^4)^2 \sum_{t=1}^T y_{t-1}^6 - \sum_{t=1}^T y_{t-1}^4 (\sum_{t=1}^T y_{t-1}^5)^2)}} \quad (2.79)$$

Test istatistik değeri, Kruse (2011) çalışmasında yer alan tablo kritik değerinden daha büyük ise temel hipotez reddedilmektedir (Kruse 2011: 73-83).

Hu ve Chen (2016); KSS (2003) birim kök testinde ϕ yerel parametrenin 0 olduğu kabul edilmektedir. Hu ve Chen (2016) ise ϕ yerel parametreyi dikkate alan yeni bir birim kök testi geliştirmişlerdir. ESTAR modeli;

$$\Delta y_t = \phi y_{t-1} + \gamma y_{t-1} \{1 - \exp(-\theta(y_{t-1} - c)^2)\} + \varepsilon_t \quad (2.80)$$

olarak ifade edilmektedir. KSS (2003) birim kök testinde $c = 0$ ve $\phi = 0$ olmak üzere iki varsayım yapılmıştır. Ancak Hu ve Chen (2016) birim kök testinde c , ϕ , γ ve θ parametreleri bilinmeyen parametrelerdir. $H_0: \theta = 0$ temel hipotez altında sıkıntı parametre probleminin üstesinden gelmek için $\theta = 0$ temel hipotez etrafında $G(y_{t-1}; \theta, c) = 1 - \exp(-\theta(y_{t-1} - c)^2)$ yumuşak geçiş fonksiyonunun birinci dereceden Taylor açılımı yapılarak test denklemi aşağıdaki gibi elde edilir;

$$\Delta y_t = \delta_1 y_{t-1} + \delta_2 y_{t-1}^2 + \delta_3 y_{t-1}^3 + \varepsilon_t \quad (2.81)$$

Bu testte, birim kök temel hipotezine karşı yerel birim kök sürecine sahip ancak genel olarak durağan ESTAR süreci test edilmektedir. (Yerel birim kök belirli bir zaman diliminde durağan olmamayı, genel birim kök ise tüm zaman dilimlerinde durağan olmamayı ifade etmektedir). KSS birim kök testinde, $|1 + \alpha + \gamma| < 1$ ise veri yaratma süreci genel olarak durağandır. Hu ve Chen (2016) birim kök testinde ise $(\alpha > 0)$ yerel patlayıcı ya da $(\alpha = 0)$ yerel birim kök ve $(\gamma < 0)$ genel olarak durağan veri yaratma sürecine sahiptir. Test denklemindeki $\delta_3 < 0$ iken, δ_1 ve δ_2 birinci dereceden Taylor yaklaşımı ile c eşik değer parametresine bağlı olarak negatif veya pozitif değerler alabilir.

Birim kök testi için hipotezler;

$$H_0: \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0 \quad (2.82)$$

$$H_1: \delta_1 \neq 0, \delta_2 \neq 0, \delta_3 < 0 \quad (2.83)$$

olarak tanımlanmaktadır. Temel hipotez birim kökü, alternatif hipotez ise doğrusal olmayan durağan süreci ifade etmektedir. Birim kök testi yapılmadan önce y_t serinin deterministik öğelerden arındırılması gerekmektedir.

Hipotezlerde bir parametre tek taraflı iken, diğerleri iki taraflıdır. Bu durumda standart Wald testi uygun değildir. Çalışmada, Abadir ve Distaso (2007) metodu kullanılarak Düzeltilmiş Wald testi elde edilmiştir. Test istatistiği;

$$\tau = \left(\hat{\delta}_1 - \frac{\hat{\delta}_3 \hat{v}_{13}}{\hat{v}_{33}} \quad \hat{\delta}_2 - \frac{\hat{\delta}_3 \hat{v}_{13}}{\hat{v}_{33}} \right) x \begin{pmatrix} \hat{v}_{11} - \frac{\hat{v}_{13}^2}{\hat{v}_{33}} & \hat{v}_{12} - \frac{\hat{v}_{13} \hat{v}_{23}}{\hat{v}_{33}} \\ \hat{v}_{12} - \frac{\hat{v}_{13} \hat{v}_{23}}{\hat{v}_{33}} & \hat{v}_{22} - \frac{\hat{v}_{23}^2}{\hat{v}_{33}} \end{pmatrix}^{-1} \quad (2.84)$$

$$x \begin{pmatrix} \hat{\delta}_1 - \frac{\hat{\delta}_3 \hat{v}_{13}}{\hat{v}_{33}} & \hat{\delta}_2 - \frac{\hat{\delta}_3 \hat{v}_{13}}{\hat{v}_{33}} \end{pmatrix}' + 1_{\hat{\delta}_3 < 0} \frac{\hat{\delta}_3^2}{\hat{v}_{33}}$$

olarak ifade edilmektedir. Daha basit bir formda aşağıdaki gibi gösterilebilir;

$$\tau = \tau_I^2 + 1_{\tau_3 < 0} \tau_3^2 \quad (-\hat{\mathcal{H}})^{-1} \frac{\partial h(\delta)'}{\partial \delta} \quad (2.85)$$

Burada τ_3^2 , $\delta_3 = 0$ hipotezini test etmek için kullanılan t test istatistiğinin karesidir. τ_I^2 ise $(\delta_1 \delta_2) = (0 \ 0)$ hipotezleri için t test istatistiğinin karesidir. Test istatistik değeri, Hu ve Chen (2016) çalışmasında yer alan tablo kritik değerinden daha büyükse temel hipotez reddedilmektedir (Hu, Chen 2016: 89-90).

KSS (2003), Kruse (2011) ve Hu ve Chen (2016) testlerinin yanında Cuestas ve Garratt (2011), Kılıç (2011), Cuestas ve Ordonez (2014), Park ve Shintani (2016) doğrusal olmayan birim kök testleri de ESTAR model yapısına sahiptir. MTAR, SETAR ve ESTAR model yapısına sahip birim kök testleri ile ilgili genel bilgilere Tablo 2.3'te yer verilmiştir.

Doğrusal olmama, büyüme sürecinin önemli bir özelliğidir ve yakınsama hipotezinin test edilmesinde veri yaratma sürecinde doğrusal olmayan yapıyı hesaba katan birim kök testlerinin uygulanması gerekmektedir. **Chong, Hinich, Liew ve Lim (CHLL, 2008)** çalışmalarında, yakınsama ve yakalama (catching-up) kavramlarını test etmek için özel bir test geliştirmişlerdir. ADF birim kök testinin düzenlenmiş hali olan KSS birim kök testinde, ESTAR model tipi kullanılarak doğrusal olmama süreci modele dahil edilmiştir. CHLL (2008), KSS birim kök testinin test denklemine trend değişkenini ekleyerek testi genişletmişlerdir.

Sollis (2009), ESTAR modelini kullanan birim kök testlerini genişleterek, üstel ve lojistik fonksiyonun kullanıldığı Asimetrik ESTAR (AESTAR) modelini geliştirmiştir. KSS (2003) birim kök testinde pozitif ve negatif şokların aynı etkiye sahip olduğu başka bir deyişle ortalamaya geri dönüşün simetrik olduğu varsayılmaktadır. Sollis (2009) testi ise şokların boyutuna ve işaretine bağlı olarak ortalamaya geri dönüş hızını ele almakta ve böylece asimetriyi modele dahil etmektedir.

Birim kök testlerinde deterministik öğelerin yanlış tanımlanması testlerin gücünü etkilemektedir. Bu yanlış tanımlama doğrusal olmayan trendin özel bir hali olan kırıklı zaman trendinin başka bir deyişle yapısal kırılmanın hesaba katılma ihtiyacı ile ilgilidir. **Cuestas ve Garratt (2011)**, doğrusal olmayan trend ve ortalamaya dönmeye asimetrik ayarlamayı ele almak için Beechy ve Österholm (2008) yaklaşımını takip ederek KSS (2003) ve Kruse (2011) testinde yeni bir yaklaşım önermişlerdir. Bu yaklaşımla, verilerin tanımlayıcı özelliklerini ortaya çıkarmak için doğrusal olmayan trend, kübik bir fonksiyonla yaklaşık olarak belirlenmektedir. Cuestas ve Garratt (2011) birim kök testinde, KSS (2003) ve Kruse (2011) birim kök testleri yapılmadan önce y_t seri deterministik öğelerden arındırılırken kübik ve kuadratik trendin de dikkate alınması gerekmektedir (Cuestas, Garratt 2011: 557-560).

KSS (2003) testinde, θ temel hipotez altında tanımlanmadığı için sıkıntı parametre problemine neden olmaktadır. **Kılıç (2011)**, bu problemin üstesinden gelmek için $\gamma = 0$ üzerinde t istatistiklerini minimum yapan t istatistiğinin kullanımını önermiştir (Kılıç 2011: 276-283).

KSS birim kök testi ortalamaya geri dönüşün asimetrik hızını ele alırken, deterministik öğelerdeki doğrusal olmayan yapıyı dikkate almaz. Her iki yapıyı da hesaba katmak amacıyla Christopoulos ve Leon-Ledesma (2010) Fourier fonksiyon aracılığıyla sabitte yapısal kırılmayı ve ortalamaya geri dönüşün asimetrik hızını dikkate alan birim kök testi geliştirmişlerdir. **Cuestas ve Ordóñez (2014)** çalışmalarında, Christopoulos ve Leon-Ledesma (2010) çalışmasını takip ederek doğrusal olmama durumlarının her iki yapısını da lojistik yumuşak geçiş fonksiyonu aracılığıyla hem sabitte hem de eğimde ele alan ve ortalamaya geri dönüşün asimetrik düzenlemesini de ele alan yeni bir birim kök testi önermişlerdir. Bu test, dengeye doğru asimetrik düzenleme ve deterministik öğelerdeki yumuşak geçişler olmak üzere doğrusal olmayan iki yapıyı ele almaktadır (Cuestas, Ordóñez 2014: 969-971).

Park ve Shintani (2016) tarafından geliştirilen birim kök testinde ESTAR, LSTAR ve Denge TAR (Equilibrium-TAR, EQ-TAR) olmak üzere farklı spesifikasyonlar kullanılmaktadır. Bu testte, sıkıntı parametre sorunu için Taylor açılımı yerine ekstremum tipi test istatistiğinin kullanılması önerilmiştir (Park, Shintani 2016: 635-639).

Tablo 2.3: Doğrusal Olmayan Birim Kök Testleri

Test	Denklemler	Hipotez	Test İstatistiği	Tablo	Temel Hipotez
MTAR Modeline Dayanan Birim Kök Testi					
Enders ve Granger (1998)	$\Delta y_t = I_t \rho_1 y_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 y_{t-1} + \varepsilon_t$	$H_0: \rho_1 = \rho_2 = 0$ $H_1: \rho_1 \neq \rho_2 \neq 0$	$\phi_i = \frac{(SSR_{kısıtli} - SSR_{kısıtsiz})/q}{SSR_{kısıtsiz} / (T - k)}$	Enders ve Granger (1998) ve Enders ve Siklos (2001)	Birim kök vardır.
SETAR Modeline Dayanan Birim Kök Testi					
Caner ve Hansen (2001)	$\Delta y_t = \theta'_1 x_{t-1} I_{\{z_{t-1} < \lambda\}} + \theta'_2 x_{t-1} I_{\{z_{t-1} \geq \lambda\}} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta_1 = \delta_2 = 0$ $H_1: \delta_1 < 0, \delta_2 < 0$ $H_2: \begin{cases} \delta_1 < 0, \delta_2 = 0 \\ \delta_1 = 0, \delta_2 < 0 \end{cases}$	$R_{1T} = t_1^2 I_{(\hat{\delta}_1 < 0)} + t_2^2 I_{(\hat{\delta}_2 < 0)}$	Caner ve Hansen (2001)	Birim kök vardır.
ESTAR Modeline Dayanan Birim Kök Testleri					
Kapetanious, Shin ve Snell (2003)	$\Delta y_t = \delta y_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta = 0$ $H_1: \delta < 0$	$t_{NL} = \frac{\hat{\delta}}{s_{\hat{\delta}}}$	Kapetanious, Shin ve Snell (2003)	Birim kök vardır.
Kruse (2011)	$\Delta y_t = \delta_1 y_{t-1}^3 + \delta_2 y_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta_1 = \delta_2 = 0$ $H_1: \delta_1 < 0, \delta_2 \neq 0$	$\tau = t_{\frac{\delta_1}{2}=0}^2 + 1(\hat{\delta}_1 < 0) t_{\delta_1=0}^2$	Kruse (2011)	Birim kök vardır.
Hu ve Chen (2016)	$\Delta y_t = \delta_1 y_{t-1} + \delta_2 y_{t-1}^2 + \delta_3 y_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} \varepsilon_t$	$H_0: \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0$ $H_1: \delta_1 \neq 0, \delta_2 \neq 0, \delta_3 < 0$	$\tau = \tau_l^2 + 1_{\tau_3 < 0} \tau_3^2$	Hu ve Chen (2016)	Birim kök vardır.
Chong, Hinich, Liew ve Lim (2008)	$\Delta y_t = \alpha_0 + \beta t + \delta y_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$ $\Delta y_t = \alpha_0 + \beta t^2 + \delta y_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta = 0$ $H_1: \delta < 0$	$t_{NL} = \frac{\hat{\delta}}{s_{\hat{\delta}}}$	Chong, Hinich, Liew ve Lim (2008)	Birim kök vardır.
Sollis (2009)	$\Delta y_t = \delta_1 y_{t-1}^3 + \delta_2 y_{t-1}^4 + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta_1 = \delta_2 = 0$ $H_1: \delta_1 \neq \delta_2 \neq 0$	$F = (R\hat{\beta} - r)' [\hat{\sigma}^2 R \{ \sum_t x_t x_t' \}^{-1}]^{-1} (R\hat{\beta} - r) / m$	Sollis (2009)	Birim kök vardır.
Kılıç (2011)	$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} \{1 - \exp(-\theta(\Delta y_{t-1})^2)\} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \gamma = 0$ $H_1: \gamma > 0$	$t_{ESTAR} = \inf_{\theta \in I_T} \hat{\ell}_{\gamma=0}(\theta) = \inf_{\theta \in I_T} \frac{\hat{\gamma}(\theta)}{se(\hat{\gamma}(\theta))}$ $\Gamma_T = [\underline{\theta}_T, \bar{\theta}_T] = [\frac{1}{100 se_{\Delta y_{t-1} T}}, \frac{100}{se_{\Delta y_{t-1} T}}] \in \mathbb{R}$	Kılıç (2011)	Birim kök vardır.
Cuestas ve Ordonez (2014)	$\Delta \hat{\varepsilon}_t = \delta \hat{\varepsilon}_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{\varepsilon}_{t-i} + \eta_t$	$H_0: \delta = 0$ $H_1: \delta < 0$	$t_{SNL} = \frac{\hat{\delta}}{s_{\hat{\delta}}}$	Cuestas ve Ordonez (2014)	Birim kök vardır.
Park ve Shintani (2016)	$\Delta y_t = \delta w_t(\theta) + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta = 0$ $H_1: \delta < 0$	$T_n = \inf_{\theta \in \Theta_n} T_n(\theta) = \inf_{\theta \in \Theta_n} \frac{\hat{\delta}_n(\theta)}{s(\hat{\delta}_n(\theta))}$	Park ve Shintani (2016)	Birim kök vardır.

Tablo 2.3: Doğrusal Olmayan Birim Kök Testleri (Devam)

Notlar:

(i) Tüm test denklemleri için hata terimleri $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$ 'dir.

Enders ve Granger (1998): Temel hipotezin reddedilmesi durumunda sürecin simetrik mi yoksa asimetrik mi olup olmadığı test edilebilir. Artık Kareler Toplamı SSR, q kısıt sayısı, gözlem sayısı T , kısıtsız modeldeki parametre sayısı k ile gösterilmektedir. Burada T- k ise kısıtsız modelin serbestlik derecesidir.

Caner ve Hansen (2001): Test denkleminde yer alan $I_{\{t\}}$ gösterge fonksiyonunu, $x_{t-1} = (y_{t-1} \ r'_t \ \Delta y_{t-1} \ \dots \ \Delta y_{t-1})'$, $m \geq 1$ için $Z_t = y_t - y_{t-m}$ ve r_t sabit ve olası doğrusal trendi içeren deterministik ögeler vektörünü ifade etmektedir. H_1 ve H_2 alternatif hipotezleri tek taraflı olması nedeniyle tek taraflı Wald istatistiği kullanılmaktadır. R_{1T} test istatistik değerinin anlamlı olması durumunda birim kökün olduğunu ifade eden temel hipotez H_0 reddedilir.

Kruse (2011) ve Hu ve Chen (2016): Birim kök testlerinde alternatif hipotez altında bir parametrenin tek taraflı, diğer parametrenin çift taraflı olduğu ortak bir hipotezi test etmek için Abadir ve Distaso (2007) tarafından önerilen Düzeltilmiş Wald testi kullanılmaktadır.

Sollis (2009): Test istatistiğinde yer alan $x_t = [y_{t-1}^3, y_{t-1}^4]'$ 'dir. $m = 2$ ve $r = [0, 0]'$ R 2×2 'lik birim matristir. $\hat{\beta} = [\hat{\delta}_1, \hat{\delta}_2]'$ 'dir ve δ_1 ve δ_2 'nin en küçük kareler tahmincisidir Birim kök temel hipotezi reddedildikten sonra asimetrik etki F testi kullanılarak test edilebilir. Asimetrinin varlığı için hipotezler; $H_0: \delta_2 = 0, H_1: \delta_2 \neq 0$ olarak ifade edilmektedir. Temel hipotez simetrik ESTAR modelini, alternatif hipotez ise asimetrik ESTAR modelini ifade etmektedir. $\delta_1 < 0$ olması durumunda standart F kritik değerleri kullanılabilir.

Kılıç (2011): Kılıç (2011), KSS (2003) birim kök testinde sıkıntı parametre problemine yeni bir yaklaşım önererek yeni bir test önermiştir. Bu problemin üstesinden gelmek için $\gamma = 0$ üzerinde t istatistiklerini minimum yapan t istatistiğinin kullanımı önerilmiştir. Bu testte KSS (2003) testinden farklı olarak geçiş değişkeni y_{t-1} yerine Δy_{t-1} olarak alınmaktadır. Test istatistiğinde $se_{\Delta y_{t-1}T}$, Δy_{t-1} 'in örnek standart sapması, $\hat{\gamma}(\theta)$ ve $\widehat{se}(\hat{\gamma}(\theta))$ test denkleminde elde edilen EKK tahmincileridir. ESTAR modelindeki ölçek parametresi θ , geçiş değişkeni Δy_{t-1} 'in örnek standart sapması ile normalize edilen sabit aralık (grid size) üzerinden aranır.

Cuestas ve Ordonez (2014): Test iki aşamadan oluşmaktadır. Birinci aşamada, doğrusal olmayan en küçük kareler yöntemiyle model tahmin edilir ve artıklar elde edilir. $y_t = g(t) + \varepsilon_t$ ve $\hat{\varepsilon}_t = y_t - g(t)$ Denklemden yer alan $g(t)$ fonksiyonu, zamanın sabit olmayan bir fonksiyonudur ve lojistik dağılımlı yumuşak geçişli regresyonu ifade etmektedir. $g(t) = g_1 + g_2 t + g_3 L_t(\theta) + g_4 t L_t(\theta)$. Burada $L_t(\theta)$ lojistik yumuşak geçiş fonksiyonudur ve $L_t(\gamma) = \frac{1}{1+e^{-\theta t}}$ şeklinde elde edilmektedir.

Park ve Shintani (2016): Test denkleminde yer alan $w_t(\theta) = y_{t-1} \pi(y_{t-d}, \theta)$ 'dir. Test istatistiğinde yer alan θ , θ 'nın parametre alanı ve $s(\hat{\delta}_n(\theta))$ ise $\hat{\delta}_n(\theta)$ 'nın standart hatasıdır. $\inf t$ istatistiğinin sınırlı dağılımı sıkıntı parametresinden etkilenmez, sadece θ parametre alanı ve $\pi(y_{t-d}, \theta)$ geçiş fonksiyonunun seçimine bağlıdır. $\theta_n; \theta_n = [10^{-2} P_n, 10^2 P_n]$ aralığında değerler almaktadır. P_n ise; $P_n = (\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2 / n)^{-1/2}$ şeklinde ifade edilmektedir. θ_n 'nın aralığındaki değerler için t istatistiğini minimum yapan T_n değeri hesaplanmaktadır.

Kaynak: Yazar tarafından oluşturulmuştur.

2.3.4. LSTAR Modeline Dayanan Birim Kök Testleri

Lojistik STAR (LSTAR) modeli, bir rejimden diğer rejime geçişin yumuşak olduğu ve eşik değeri yerine geçiş fonksiyonlarının kullanıldığı STAR modellerinin özel bir halidir. Bu modelde geçiş fonksiyonu lojistikdir. LSTAR sürecini hesaba katan testler Leybourne, Newbold ve Vougas (1998), Harvey ve Mills (2002), Sollis (2004), Vougas (2006), Pascalau (2007) ve Cook ve Vougas (2009) olarak sıralanabilir. Çalışmanın bu bölümünde, doğrusal olmayan yapının LSTAR süreci ile modellendiği birim kök testlerine yer verilmiştir.

Leybourne, Newbold ve Vougas (LNV, 1998) tarafından yapısal değişimin kademeli olarak gerçekleştiği yeni bir birim kök testi önerilmiştir. Bu test, LSTAR model yapısının ilk kez kullanıldığı birim kök testi olması nedeniyle önem kazanmaktadır. Testte, üç farklı model kullanılmaktadır;

$$\text{Model A: } y_t = \alpha_0 + \alpha_1 S_t(\theta, \tau) + e_t \quad (2.86)$$

$$\text{Model B: } y_t = \alpha_0 + \beta_1 t + \alpha_1 S_t(\theta, \tau) + e_t \quad (2.87)$$

$$\text{Model C: } y_t = \alpha_0 + \beta_1 t + \alpha_1 S_t(\theta, \tau) + \beta_2 t S_t(\theta, \tau) + e_t \quad (2.88)$$

Modellerde yer alan $S_t(\theta, \tau)$ lojistik geçiş fonksiyonu aşağıdaki gibi gösterilmektedir:

$$S_t(\theta, \tau) = [1 + \exp\{-\theta(t - \tau T)\}]^{-1} \quad \theta > 0 \quad (2.89)$$

T örnek büyüklüğünü göstermektedir. $\theta > 0$ için, τ parametresi geçiş fonksiyonunun orta noktasını ifade etmektedir. Geçiş hızı, bir başka deyişle yumuşaklık parametresi θ 'dır. Geçiş hızı ve orta nokta içsel olarak belirlenmektedir. Birim kök testi için hipotezler;

$$H_0: y_t = \mu_t, \mu_t = \mu_{t-1} + v_t, \mu_0 = \psi \quad (2.90)$$

$$H_1: \text{Model A, Model B, Model C} \quad (2.91)$$

veya

$$H_0: y_t = \mu_t, \mu_t = \kappa + \mu_{t-1} + v_t, \mu_0 = \psi \quad (2.92)$$

$$H_1: \text{Model B veya Model C} \quad (2.93)$$

olarak ifade edilmektedir. e_t ve v_t sıfır ortalamaya sahip durağan bir süreçtir. Test istatistiği iki aşamada hesaplanmaktadır:

i) Model A, Model B, Model C doğrusal olmayan EKK yöntemiyle tahmin edilir.

$$\text{Model A: } \hat{e}_t = y_t - \alpha_0 - \alpha_1 S_t(\theta, \tau) \quad (2.94)$$

$$\text{Model B: } \hat{e}_t = y_t - \alpha_0 - \beta_1 t - \alpha_1 S_t(\theta, \tau) \quad (2.95)$$

$$\text{Model C: } \hat{e}_t = y_t - \alpha_0 - \beta_1 t - \alpha_1 S_t(\theta, \tau) - \beta_2 t S_t(\theta, \tau) \quad (2.96)$$

ii) Elde edilen artıklar için ADF birim kök testi uygulanır.

$$\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.97)$$

Burada birim kök testi için hipotezler;

$$H_0: \delta = 0 \quad (2.98)$$

$$H_1: \delta < 0 \quad (2.99)$$

olarak ifade edilmektedir. Temel hipotez birim kökü, alternatif hipotez ise doğrusal olmayan durağan süreci ifade etmektedir. Birim kök test istatistiği, δ parametresinin t istatistiği olarak hesaplanmaktadır. Test istatistik değeri, LNV (1998) çalışmasında yer alan tablo kritik değerinden daha büyükse temel hipotez reddedilemez (Leybourne vd. 1998: 83-86).

LSTAR model yapısına dayanan Harvey ve Mills (2002), Sollis (2004), Vougas (2006), Pascalau (2007) ve Cook ve Vougas (2009) birim kök testleri hakkındaki genel bilgilere Tablo 2.4'te yer verilmiştir.

Harvey ve Mills (2002), Leybourne, Newbold ve Vougas (1998) tarafından geliştirilen birim kök testini takip ederek iki geçiş fonksiyonuna sahip yeni bir birim kök testi geliştirmişlerdir. Zaman serilerinde incelenen dönem boyunca birden fazla yapısal kırılma meydana gelebilir. Bu nedenle doğrusal trende iki yumuşak geçiş etrafında durağan olan alternatif hipoteze karşı birim kök temel hipotezi ele alınmaktadır. Rejimler arası geçiş yumuşaktır ve deterministik trendde iki yapısal kırılma dikkate alınmaktadır (Harvey, Mills 2002: 675-677).

Sollis (2004), Enders ve Granger (1998) ve Leybourne, Newbold ve Vougas (1998) birim kök testlerinin yöntemlerini birleştirerek yeni bir birim kök testi önermiştir. Bu test iki aşamadan oluşmaktadır. Testin ilk aşaması LNV (1998) test yapısına, ikinci aşaması EG (1998) test yapısına benzemektedir. Sollis (2004) testi yumuşak geçişle (ST) ve TAR yapısının birleştirmesi nedeniyle ST-TAR modeli olarak da ifade edilmektedir. Bu test lojistik yumuşak geçiş fonksiyonu ile doğrusal olmayan trendin asimetrik ayarlamasını içermektedir (Sollis 2004: 409-412).

LNV (1998) birim kök testinde, geçiş fonksiyonu lojistik olan Lojistik STAR (LSTAR) model yapısı ve genel deterministik trend kullanılmaktadır. **Vougas (2006)** çalışmasında; LNV (1998) birim kök testine, doğrusal olmayan trendi hesaba katan iki farklı model yapısı daha eklemiştir (Vougas 2006: 797-799).

Veri yaratma sürecinin doğrusal olmayan bir yapıya sahip olması durumunda, doğrusal birim kök testlerinin gücü azalmaktadır. Literatürde, çeşitli birim kök testleri geliştirilerek testlerin gücü arttırılmıştır. Ancak LNV (1998) ve Sollis vd. (2002) tarafından geliştirilen birim kök testleri asimtotik dağılıma kadar gidememektedir. Bu doğrultuda **Pascalau (2007)** geçiş fonksiyonunu lojistik olan Lojistik STAR (LSTAR) model yapısına dayanan birim kök testi geliştirmiştir (Pascalau 2007: 2-7).

Tablo 2.4: LSTAR Modeline Dayanan Birim Kök Testleri

	Modeller ve Test Denklemleri	Hipotez	Test İstatistiği	Tablo
Leybourne, Newbold ve Vougas (1998)	Model A: $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 S_t(\theta, \tau) + e_t$ Model B: $y_t = \alpha_0 + \beta_1 t + \alpha_1 S_t(\theta, \tau) + e_t$ Model C: $y_t = \alpha_0 + \beta_1 t + \alpha_1 S_t(\theta, \tau) + \beta_2 t S_t(\theta, \tau) + e_t$ $\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta = 0$ $H_1: \delta < 0$	$t_{NL} = \frac{\hat{\delta}}{s_{\hat{\delta}}}$	Leybourne, Newbold ve Vougas (1998)
Harvey ve Mills (2002)	Model A: $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 S_{1t}(\theta_1, \tau_1) + \alpha_2 S_{2t}(\theta_2, \tau_2) + e_t$ Model B: $y_t = \alpha_0 + \beta_1 t + \alpha_1 S_{1t}(\theta_1, \tau_1) + \alpha_2 S_{2t}(\theta_2, \tau_2) + e_t$ Model C: $y_t = \alpha_0 + \beta_1 t + \alpha_1 S_{1t}(\theta_1, \tau_1) + \beta_2 t S_{1t}(\theta_1, \tau_1) + \alpha_2 S_{2t}(\theta_2, \tau_2) + \beta_3 t S_{2t}(\theta_2, \tau_2) + e_t$ $\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta = 0$ $H_1: \delta < 0$	$t_{NL} = \frac{\hat{\delta}}{s_{\hat{\delta}}}$	Harvey ve Mills (2002)
Sollis (2004)	Model A: $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 S_t(\theta, \tau) + e_t$ Model B: $y_t = \alpha_0 + \beta_1 t + \alpha_1 S_t(\theta, \tau) + e_t$ Model C: $y_t = \alpha_0 + \beta_1 t + \alpha_1 S_t(\theta, \tau) + \beta_2 t S_t(\theta, \tau) + e_t$ $\Delta \hat{e}_t = I_t \rho_1 \hat{e}_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 \hat{e}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \rho_1 = \rho_2 = 0$ $H_1: \rho_1 < 0, \rho_2 < 0$	$\phi_i = \frac{(SSR_{kısıtlı} - SSR_{kısıtsız})/q}{SSR_{kısıtsız}/(T-k)}$	Sollis (2004)
Vougas (2006)	Model A: $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 S_t(\theta, \tau) + e_t$ Model B: $y_t = \alpha_0 + \beta_1 t + \alpha_1 S_t(\theta, \tau) + e_t$ Model C: $y_t = \alpha_0 + \beta_1 t + \alpha_1 S_t(\theta, \tau) + \beta_2 t S_t(\theta, \tau) + e_t$ Model D: $y_t = \alpha_0 + \beta_1 t S_t(\theta, \tau) + e_t$ Model E: $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 S_t(\theta, \tau) + \beta_1 t S_t(\theta, \tau) + e_t$ $\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta = 0$ $H_1: \delta < 0$	$t_{NL} = \frac{\hat{\delta}}{s_{\hat{\delta}}}$	Vougas (2006)
Pascalau (2007)	$\Delta y_t = \delta_1 y_{t-1}^2 + \delta_2 y_{t-1}^3 + \delta_3 y_{t-1}^4 + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + e_t$	$H_0: \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0$ $H_1: \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 < 0$	$F_{NL} = \frac{(SSR_{kısıtlı} - SSR_{kısıtsız})/q}{SSR_{kısıtsız}/(T-k)}$	Pascalau (2007)
Cook ve Vougas (2009)	Model A: $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 S_t(\theta, \tau) + e_t$ Model B: $y_t = \alpha_0 + \beta_1 t + \alpha_1 S_t(\theta, \tau) + e_t$ Model C: $y_t = \alpha_0 + \beta_1 t + \alpha_1 S_t(\theta, \tau) + \beta_2 t S_t(\theta, \tau) + e_t$ Model D: $y_t = \alpha_0 + \beta_1 t S_t(\theta, \tau) + e_t$ $\Delta \hat{e}_t = I_t \rho_1 \hat{e}_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 \hat{e}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \rho_1 = \rho_2 = 0$ $H_1: \rho_1 \neq \rho_2 \neq 0$	$F_t = \frac{(SSR_{kısıtlı} - SSR_{kısıtsız})/q}{SSR_{kısıtsız}/(T-k)}$	Cook ve Vougas (2009)

Tablo 2.4: LSTAR Modeline Dayanan Birim Kök Testleri (Devam)

Notlar:

(i) Tüm test denklemleri için hata terimleri $e_t \sim IID(0, \sigma^2)$ 'dir.

(ii) Tüm testler için temel hipotez "birim kök vardır" şeklindedir.

(iii) F testlerinde Artık Kareler Toplamı SSR, kısıt sayısı q , gözlem sayısı T , kısıtsız modeldeki parametre sayısı k ile gösterilmektedir. Burada T-k ise kısıtsız modelin serbestlik derecesidir.

Leybourne, Newbold ve Vougas (1998): Burada $S_t(\theta, \tau)$ lojistik geçiş fonksiyonunu göstermektedir ve $S_t(\theta, \tau) = [1 + \exp\{-\theta(t - \tau T)\}]^{-1}$ ve $\theta > 0$ 'dır. Model A, Model B, Model C doğrusal olmayan EKK yöntemiyle tahmin edilir. Elde edilen artıklar için ADF birim kök testi uygulanır.

Harvey ve Mills (2002): Geçiş fonksiyonu $S_{it}(\theta_i, \tau_i)$ aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır; $S_{it}(\theta_i, \tau_i) = [1 + \exp\{-\theta_i(t - \tau_i T)\}]^{-1}$ ve $i=1,2$ 'dir. Burada T örnek büyüklüğünü göstermektedir. İki geçiş arasındaki orta noktalar sırasıyla $\tau_1 T$ ve $\tau_2 T$ 'dir. Geçiş hızının yani yumuşaklık parametresinin her rejim için farklı olmasına izin verilmektedir ve bunlar θ_1 ve θ_2 'dir. Leybourne, Newbold ve Vougas (1998) testinde olduğu gibi Model A, Model B, Model C doğrusal olmayan EKK yöntemiyle tahmin edilir. Elde edilen artıklar için ADF birim kök testi uygulanır.

Sollis (2004): Bu test Enders ve Granger (1998) ve Leybourne, Newbold ve Vougas (1998) testlerinin birleşiminden oluşmaktadır. İlk aşamada üç farklı model kurulur, ikinci aşamada artıklara Enders ve Granger (1998) birim kök testi uygulanır.

Vougas (2006): Burada $S_t(\theta, \tau)$ lojistik geçiş fonksiyonunu göstermektedir ve $S_t(\theta, \tau) = [1 + \exp\{-\theta(t - \tau T)\}]^{-1}$ ve $\theta > 0$ 'dır. Model doğrusal olmayan EKK yöntemiyle tahmin edilir. Elde edilen artıklar için ADF birim kök testi uygulanır.

Pascalau (2007): Pascalau (2007) daha önceki birim kök testlerinde olduğu gibi eşik parametresi $c = 0$ varsayımını takip ederek ikinci bir test istatistiği daha önermiştir. Test denklemi; $\Delta y_t = \delta_1 y_{t-1}^2 + \delta_2 y_{t-1}^4 + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + e_t$ olarak ifade edilmektedir. $H_0: \delta_1 = \delta_2 = 0$ temel hipotezini test etmek için klasik F sınaması şeklinde hesaplanan $\bar{F}_{NL}$ test istatistiği önerilmiştir.

Cook ve Vougas (2009): Test denklemlerinde yer alan $S_t(\theta, \tau)$ lojistik geçiş fonksiyonunu göstermektedir ve $S_t(\theta, \tau) = [1 + \exp\{-\theta(t - \tau T)\}]^{-1}$ şeklinde ifade edilmektedir. T örnek büyüklüğünü, τ parametresi geçiş fonksiyonunun noktasını göstermektedir. $i=A, B, C$ ve D 'dir.. Leybourne, Newbold ve Vougas (1998) testinde olduğu gibi model doğrusal olmayan EKK yöntemiyle tahmin edilir. Elde edilen artıklar için MTAR birim kök testi uygulanır. I_t gösterge fonksiyonudur ve $I_t = \begin{cases} 1 & \Delta \hat{e}_{t-1} \geq 0 \\ 0 & \Delta \hat{e}_{t-1} < 0 \end{cases}$ şeklinde gösterilmektedir.

Kaynak: Yazar tarafından oluşturulmuştur.

Cook ve Vougas (2009) çalışmalarında Sollis (2004) birim kök testini iki açıdan genişletmişlerdir. İlk olarak, asimetrik ayarlamayı yakalamak için Sollis (2004) testindeki TAR yapısı yerine Yumuşak Geçişli Momentum TAR (ST-MTAR) yapısı kullanılmaktadır. MTAR yapısına sahip birim kök testi Sollis (2004) testine göre daha yüksek güce sahiptir. İkinci olarak ise ST-TAR yapısına sahip Sollis (2004) birim kök testinden farklı olarak Vougas (2005) tarafından önerilen bir model daha eklenmiştir (Cook, Vougas 2009: 1397-1399).

2.4. Fourier Birim Kök Testleri

Makroekonomik değişkenler kırılma tarihi, kırılma sayısı ve kırılma yapısı bilinmeyen pek çok yapısal kırılma içermektedir. Ancak yapısal kırılmaların gerçek doğası genellikle bilinmemektedir. Potansiyel kırılmaların doğru bir biçimde modellenmemesi, yapısal kırılmanın yapısı ve/veya kırılmaların sayısı için yanlış bir spesifikasyon kullanmak, kırılmaların göz ardı edilmesi durumunda karşılaşılan benzer sorunlara neden olmaktadır. Bu sorunların üstesinden gelmek amacıyla, birim kök testlerine Fourier fonksiyonu eklenerek çoklu yapısal kırılmalar yakalanmakta ve bu fonksiyon ile kırılmalar aşamalı (kademeli) olarak ele alınmaktadır (Becker vd. 2006: 381; Enders, Lee 2004: 1). Ayrıca doğrusal olmayan yapı da Fourier fonksiyonu ile tahmin edilmektedir (Furuoka 2017: 1256).

Önerilen eşbütünleşme testinde, yapısal kırılmaları modellemek amacıyla Fourier terimleri kullanılmıştır. Bu bölümde, teorik alt yapının daha iyi anlaşılması amacıyla Enders ve Lee (2004), Fourier KPSS (2006), Fourier LM (2012), Fourier ADF (2010), Fourier KSS (2010), Fourier Sollis (2018), Fourier Kruse (2019), Christopoulos ve Leon-Ledesma (2011) ve Omay (2015) Fourier birim kök testlerine yer verilmiştir.

Birim kök literatüründe düzeyde ve/veya eğimde bir ya da iki kırılmaya izin veren birim kök testleri yer almaktadır. Ancak birim kök testlerinin performansı bilinmeyen kırılma tarihine ve kırılma sayısına bağlıdır. Ayrıca kırılma sayısı ikiden fazla olduğunda asimtotik dağılımları ve kritik değerleri elde etmek kolay değildir. Perron (1989), Zivot ve Andrews (1992) gibi geleneksel birim kök testleri deterministik yapısal değişimin anlık (ani) olarak gerçekleştiğini varsaymaktadır. Ancak bu varsayım ekonomik zaman serileri için çoğu zaman uygun değildir. Bu doğrultuda, yapısal değişimin kademeli olarak gerçekleştiği Leybourne, Newbold ve Vougas (LNV, 1998), KSS (2003) gibi yeni birim kök testleri önerilmiştir. Ancak bu testler bir kırılmanın olmasına ve kırılmanın yapısının bilinmesine ihtiyaç duyar. Ayrıca mevcut literatürde yer alan birim kök testleri de bir ya da iki kırılmaya izin vermektedir. Daha fazla kırılmaya izin verilebilir, ancak bu durumda birçok parametrenin tahmin edilmesi gerektiğinden testin gücü azalır. Bu çerçevede **Enders ve Lee (2004)**, bilinmeyen fonksiyonel forma sahip bir seride, Fourier yaklaşımı ile tek bir frekans bileşeni kullanarak, çoklu yapısal kırılmaları yakalayan ve kırılmaları aşamalı (kademeli) olarak ele alan yeni bir birim kök testi önermişlerdir. Bu

testte kırılma tarihi, kırılma sayısı ve kırılma yapısının bilinmesine gerek yoktur. Tahmin denklemine frekans bileşeni eklenerek, tanımlama (spesifikasyon) problemi dönüştürülür.

Bir Fourier serisinin doğrusal olmayan trend yaklaşımı, Dickey ve Fuller (DF) birim kök testinin modifikasyonuna dayanmaktadır. Burada $\alpha(t)$ teriminin zamana bağlı bir fonksiyon olmasına izin verilmektedir.

Veri yaratma süreci;

$$y_t = \alpha(t) + \beta t + \delta y_{t-1} + e_t \quad (2.100)$$

olarak ifade edilmektedir. Burada, hata terimi $e_t \sim IID(0, \sigma^2)$ dağılımına sahiptir. $\alpha(t)$, t 'nin (zamanın) deterministik bir fonksiyonudur. Bu denklemin temel özelliği $\alpha(t)$ 'nin formudur. Genel olarak $\alpha(t)$ 'nin işlevsel formu bilinmediğinden bu denklemi doğrudan tahmin etmek mümkün değildir. $\alpha(t)$ 'nin gerçek formu olmasa da $\alpha(t)$ 'nin formu aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n \alpha_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \sum_{k=1}^n \beta_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (2.101)$$

Burada n frekans sayısı ve T gözlem sayısı olmak üzere $n < T/2$ 'dir. k belirli bir frekansı, t trend değişkenini ve $\pi = 3,1416$ sayısını göstermektedir. Birçok frekans bileşeninin kullanılması, aşırı uyum sorununa neden olabilir. Bu nedenle tek bir frekans bileşenine sahip Fourier yaklaşımı ele alınmıştır.

$$\alpha(t) \cong \alpha_0 + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (2.102)$$

k seçilen belirli bir frekansı temsil etmektedir. Tek frekanslı bileşen kullanan Fourier yaklaşımları bilinmeyen fonksiyonel formun davranışını başarılı bir biçimde yakalamaktadır. $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ olması, doğrusal olmayan trendin olmadığını göstermektedir. Ancak bir kırılma ya da doğrusal olmayan trend varsa en az birinin anlamlı olması gerekmektedir. Buradaki temel sorun uygun frekansın seçilmesidir.

Enders ve Lee (2004) çalışmalarında, birim kök testinde tek bir frekansın genel olarak ekonomik serilerde görülen kırılma türlerini taklit edip etmediğini incelemişlerdir. Tek bir frekans bileşeni çeşitli kırılmaları taklit edebilmektedir. Buna göre veri yaratma süreci;

$$y_t = \alpha_0 + \beta t + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + e_t \quad (2.103)$$

$$e_t = \rho e_{t-1} + u_t \quad (2.104)$$

olarak tanımlanmaktadır. Birim kök testi için hipotezler;

$$H_0: \rho = 1 \quad (2.105)$$

$$H_1: \rho < 1 \quad (2.106)$$

şeklinde oluşturulmaktadır. $H_0: \rho = 1$ temel hipotezin asimtotik dağılımı $\alpha_0, \beta, \alpha_1, \alpha_2$ değerlerine göre değişmez. Birim kök testi için, Lagrange Çarpanı (LM) ve Dickey-Fuller (DF) olmak üzere iki test prosedürü önerilmiştir:

LM test prosedürü aşağıdaki gibidir;

- i) İlk farklar regresyon denklemi tahmin edilir. İlk farklar denkleminde trend düşmektedir.

$$\Delta y_t = \theta_0 + \theta_1 \Delta \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \theta_2 \Delta \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \varepsilon_t \quad (2.107)$$

- ii) Bu modelden tahmin edilen $\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1$ ve $\hat{\theta}_2$ katsayıları kullanılarak trendden arındırılmış bir seri elde edilir.

$$\hat{S}_t = y_t - \hat{\psi} - \hat{\theta}_0 t - \hat{\theta}_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) - \hat{\theta}_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right), \quad t = 2, \dots, T \quad (2.108)$$

Burada $\hat{\psi} = y_1 - \hat{\theta}_0 - \hat{\theta}_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) - \hat{\theta}_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right)$ 'dir. Ayrıca y_1, y_t serisinin ilk gözlemidir.

Başlangıç değerlerinin etkisini görmek için $\hat{\psi}$ 'den y_t çıkarılır. Böylece $\hat{S}_1 = 0$ elde edilir.

- iii) Elde edilen $\hat{S}_t$ serisiyle yeni bir denklem elde edilir.

$$\Delta y_t = \phi \hat{S}_{t-1} + \delta_0 + \delta_1 \Delta \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \delta_2 \Delta \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \varepsilon_t \quad (2.109)$$

Burada birim kök testi için hipotezler;

$$H_0: \phi = 0 \quad (2.110)$$

$$H_1: \phi < 0 \quad (2.111)$$

olarak ifade edilmektedir. Temel hipotez birim kök sürecini ifade etmektedir. Birim kök test istatistiği, ϕ parametresinin t istatistiği olarak hesaplanmaktadır.

Enders ve Lee (2004) test prosedürü ise aşağıdaki gibidir;

- i) Test denklemi;

$$\Delta y_t = \lambda_0 + \lambda_1 t + \rho y_{t-1} + \lambda_2 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \lambda_3 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \varepsilon_t \quad (2.112)$$

olarak ifade edilmektedir. $\Delta \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) = \left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right)$ ve $\Delta \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) = -\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right)$ olduğundan çoklu doğrusallık problemini önlemek için test denkleminde eklenmemektedir.

- ii) Test istatistiği k frekans sayısına ve T gözlem sayısına bağlıdır. $1 \leq k \leq 5$ tüm k tam sayı değerleri için test denklemi tahmin edilir. En Küçük Artık Kareler Toplamına (SSR) sahip regresyon denklemi için $\hat{k}$ frekans değeri tahmin edilir. Otokorelasyon olması durumunda bağımlı değişkenin gecikmeli değerleri modele eklenir.
- iii) Doğrusal olmayan trendin varlığı F testi ile sınanmaktadır. $H_0: \lambda_2 = \lambda_3 = 0$ temel hipotezi için F testi uygulanır. F istatistiğinin dağılımı standart dağılıma uymamaktadır. Temel hipotez

trendin doğrusal olduğunu ifade etmektedir. F test istatistik değeri, Enders ve Lee (2004) çalışmasında yer alan tablo kritik değerinden daha küçük ise temel hipotez reddedilemez. Bu durumda, klasik doğrusal ADF testi uygulanabilir. F test istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır;

$$F = \frac{(SSR_{kısıtlı model} - SSR_{kısıtsız model})/q}{SSR_{kısıtsız model}/(T-k)} \quad (2.113)$$

Artık Kareler Toplamı SSR, q kısıt sayısı, gözlem sayısı T , kısıtsız modeldeki parametre sayısı k ile gösterilmektedir. Burada $T-k$ ise kısıtsız modelin serbestlik derecesidir.

iv) Birim kök testi için hipotezler;

$$H_0: \rho = 0 \quad (2.114)$$

$$H_1: \rho < 0 \quad (2.115)$$

şeklinde gösterilmektedir. Temel hipotez birim kök sürecini ifade etmektedir. Birim kök test istatistiği ρ parametresinin t istatistiği olarak hesaplanmaktadır. Kritik değerler, k frekans değerlerinin her biri için Enders ve Lee (2004) tarafından tablolaştırılmıştır (Enders, Lee 2004: 1-16).

Becker, Enders ve Lee (2006) tarafından bilinmeyen sayıda ve bilinmeyen yapıya sahip kırılmaları modellemek için Fourier fonksiyonunun kullanıldığı yeni bir test önerilmiştir. Önerilen bu test, çoklu kırılmalara izin vermektedir. Serinin kendisi periyodik olmasa bile, Fourier yaklaşımı ile serinin bilinmeyen davranışları yakalanabilmektedir. Bierens (1997) ve Enders ve Lee (2004) birim kök testlerine paralel olarak, bu testte bilinmeyen doğrusal olmayan dinamikler için trigonometrik terimler kullanılmaktadır. Geliştirilen test, KPSS tipi bir durağanlık testidir, bu nedenle Fourier KPSS (2006) durağanlık testi olarak adlandırılmaktadır. Becker vd. (2006) çalışmalarında temel hipotezin birim kökü ifade etmesi durumunda testin birim kök testi, temel hipotezin durağanlığı ifade etmesi durumunda ise testin durağanlık testi olarak ifade edilebileceğini belirtmiştir. Bu nedenle, bu test durağanlık testi olarak adlandırılmaktadır.

Veri yaratma süreci;

$$y_t = X'_t \beta + Z'_t \gamma + r_t + \varepsilon_t \quad (2.116)$$

$$r_t = r_{t-1} + u_t \quad (2.117)$$

olarak ifade edilmektedir. Burada ε_t durağan hatalardır. $u_t \sim IID(0, \sigma^2)$ dağılımına sahiptir. y_t serisi için $X_t = [1]$ düzeyde durağan süreci, $X_t = [1, t]'$ trend durağan süreci ifade etmektedir. $Z_t = \left[\sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right), \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \right]'$ deterministik terimde kırılmayı yakalamak için kullanılır. Burada k belirli bir frekansı ve T ise gözlem sayısını göstermektedir. Bir Fourier açılımı, integrali alınabilen fonksiyonları

istenen herhangi bir doğruluk derecesine yaklaştırabilir. Bilinmeyen yapısal forma ve bilinmeyen sayıda kırılmaya sahip olan $\alpha(t)$ fonksiyonun Fourier modeli aşağıdaki gibidir;

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n \alpha_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \sum_{k=1}^n \beta_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (2.118)$$

$n < T/2$ 'dir. n frekans sayısını, k belirli bir frekansı, t trend değişkenini, $\pi = 3,1416$ ve T ise gözlem sayısını göstermektedir. Tek bir frekans bileşenine sahip Fourier modeli;

$$\alpha(t) \cong \alpha_0 + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (2.119)$$

olarak ifade edilmektedir. Buna göre test denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$y_t = \alpha_0 + \beta t + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + e_t \quad (2.120)$$

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + e_t \quad (2.121)$$

Durağanlık testi için hipotezler;

$$H_0: \sigma_u^2 = 0 \quad (2.122)$$

$$H_1: \sigma_u^2 > 0 \quad (2.123)$$

olarak tanımlanmaktadır. Durağanlık testi için temel hipotez durağanlığı, alternatif hipotez ise serinin durağan olmadığını ifade etmektedir. Test istatistiği;

$$\tau_t \text{ ya da } \tau_\mu = \frac{1}{T^2} \frac{\sum_{t=1}^T \hat{S}_t(k)^2}{\hat{\sigma}^2} \quad (2.124)$$

olarak ifade edilmektedir. $\hat{S}_t(k) = \sum_{j=1}^t \hat{e}_j$ 'dir. $\hat{e}_j$ test denkleminde elde edilen EKK artıklarıdır. $\hat{\sigma}^2$, KPSS testinde olduğu gibi, uzun dönem varyansının parametrik olmayan bir tahminidir ve aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$\hat{\sigma}^2 = \hat{y}_0 + 2 \sum w_j \hat{y}_j \quad (2.125)$$

Burada $\hat{y}_j, \hat{e}_t$ artıklarının j 'inci örnek otokovaryansıdır. $j = 1, \dots, l$ ve l kırpma parametresi olmak üzere w_j ağırlıkları göstermektedir.

Hesaplanan test istatistik değeri, Becker vd. (2006) çalışmasında yer alan tablo kritik değerinden büyükse durağanlığı ifade eden temel hipotez reddedilir. Optimal k frekans sayısı, Enders ve Lee (2004) çalışmasında olduğu gibi tüm k tam sayı değerleri ($1 \leq k \leq 5$) için En Küçük Artık Kareler Toplamına (SSR) sahip regresyon denklemi için $\hat{k}$ frekans değeri tahmin edilir.

Doğrusal olmayan trendin varlığı, Enders ve Lee (2004) çalışmasında olduğu gibi F testi ile test edilmektedir. F testi sadece durağanlık temel hipotezi reddedilmediğinde kullanılabilir. Çünkü serinin

durağan olmaması durumunda F testi aşırı güç göstermektedir. F testinde doğrusallığı ifade eden temel hipotezin reddedilmesi durumunda standart KPSS testi kullanılarak testin gücü arttırılabilir (Becker vd. 2006: 381-391).

Enders ve Lee (2012a) kırılmaların bilinmeyen yapısını modellemek amacıyla, Gallant (1981) tarafından önerilen Fourier yaklaşımı kullanılmıştır. Enders ve Lee (2012a) Fourier LM birim kök testinde, Becker vd. (2006) tarafından önerilen Fourier KPSS durağanlık testi takip edilerek, Fourier yaklaşımının düşük frekanslı bileşenleri kullanılarak az sayıda kırılma içeren serinin temel özellikleri yakalanabilmektedir. Testin temel özelliği kırılma tarihi, kırılma sayısı ve kırılma yapısının bilinmesine gerek duyulmaması ve aşamalı (kademeli) kırılma yapılarını hesaba katmasıdır. Ayrıca ani kırılmalar durumunda da testin gücü yüksektir.

Bir Fourier serisinin doğrusal olmayan trend yaklaşımı Dickey ve Fuller (DF) birim kök testinin modifikasyonuna dayanmaktadır. Burada sabit terimin zamana bağlı bir fonksiyon olmasına izin verilmektedir.

Veri yaratma süreci;

$$y_t = \alpha(t) + \beta t + \delta y_{t-1} + e_t \quad (2.126)$$

olarak ifade edilmektedir. Burada $\alpha(t)$, t 'nin deterministik bir fonksiyonudur. Becker vd. (2006) çalışmasında olduğu gibi, $\alpha(t)$ 'nin gerçek formu olmasa da $\alpha(t)$ 'nin formu aşağıdaki gibi yazılmaktadır;

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n \alpha_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \sum_{k=1}^n \beta_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (2.127)$$

Tek bir frekans bileşenine ($n = 1$) sahip Fourier yaklaşımı kullanılarak çoklu yapısal kırılmalara izin verilir.

$$\alpha(t) \cong \alpha_0 + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (2.128)$$

$\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ olması, doğrusal olmayan trendin olmadığını göstermektedir. Ancak bir kırılma ya da doğrusal olmayan trend varsa en az birinin anlamlı olması gerekmektedir. Buradaki temel sorun, uygun frekansın seçilmesidir. n 'nin değerinin küçük olmasını sağlamak için $\alpha(t)$ 'nin modellenmesinde Gallant (1981)'in Fourier formu kullanılmaktadır. Küçük frekanslı bileşen kullanan Fourier yaklaşımları bilinmeyen fonksiyonel formun davranışını başarılı bir biçimde yakaladığı Gallant (1981), Davies (1987), Gallant ve Souza (1991), ve Bierens (1997) çalışmalarında gösterilmiştir. Ayrıca n 'nin küçük olması doğrusal olmayan trendin aşamalı (kademeli) olması için gereklidir.

Testle ilgili temel noktalar aşağıdaki gibidir;

- i) Kırılmaların ani ve/veya birden fazla olması durumunda $n = 2$ ile ikinci frekansın eklenmesi önerilmektedir.
- ii) Yapısal kırılmalar spektral yoğunluk fonksiyonunu sıfır frekansına kaydırıldığından, yapısal kırılmayı taklit etmek için k için düşük frekansın seçilmesi mantıklı görünmektedir. Özellikle $k = 1$ spesifik frekansının kullanılması, genellikle yapısal kırılmaya sahip bir modelin tahmininde iyi bir yaklaşımdır.
- iii) Ancak kısa süreli ani yapısal kırılmaların olması durumunda düşük frekans bileşeni yeterli bir yaklaşım olmamaktadır.
- iv) Uygulamalarda doğrusal testin, LSTAR tipi testin ya da ESTAR tipi testin kullanılıp kullanılmayacağına nasıl karar verileceği açık değildir. Fourier birim kök testinin en önemli özelliği LSTAR ya da ESTAR tipi kırılmalar gibi davranabilmesidir.

Bir veya iki frekans bileşeninin kullanımının, bir serisinin deterministik öğelerinde her türlü doğrusal olmayan yapıyı kontrol edebileceği anlamına gelmemektedir. Ancak Monte Carlo deneyleriyle bu yaklaşımın, genellikle ekonomik analizde kullanılan diğer kırılma türleri için makul ölçüde iyi sonuç verdiği gösterilmiştir. Bu testte amaç, kırılmalar için tam olarak bir model formüle etmek değildir. Bunun yerine amaç, bilinmeyen yapısal kırılma yapısı için yumuşak kırılma olasılığını kontrol eden bir birim kök testi geliştirmektir.

Tek bir frekans bileşeni çeşitli kırılmaları taklit edebilmektedir. Buna göre veri yaratma süreci;

$$y_t = \alpha_0 + \beta t + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + e_t \quad (2.129)$$

$$e_t = \rho e_{t-1} + u_t \quad (2.130)$$

olarak tanımlanmaktadır. Burada $k \leq T/2$ 'dir. Birim kök testi için hipotezler;

$$H_0: \rho = 1 \quad (2.131)$$

$$H_1: \rho < 1 \quad (2.132)$$

şeklinde oluşturulmaktadır. $H_0: \rho = 1$ temel hipotezin asimtotik dağılımı $\alpha_0, \beta, \alpha_1, \alpha_2$ değerlerine göre değişmez. Birim kök testi için Lagrange Çarpmanı (LM) prosedürü önerilmiştir.

LM test prosedürü aşağıdaki gibidir;

- i) İlk farklar regresyon denklemi tahmin edilir. İlk farklar denkleminde trend düşmektedir.

$$\Delta y_t = \theta_0 + \theta_1 \Delta \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \theta_2 \Delta \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \varepsilon_t \quad (2.133)$$

- ii) Bu modelden tahmin edilen $\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1$ ve $\hat{\theta}_2$ katsayıları kullanılarak trendden arındırılmış bir seri elde edilir.

$$\hat{S}_t = y_t - \hat{\psi} - \hat{\theta}_0 t - \hat{\theta}_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) - \hat{\theta}_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right), \quad t = 2, \dots, T \quad (2.134)$$

Burada $\hat{\psi} = y_1 - \hat{\theta}_0 - \hat{\theta}_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) - \hat{\theta}_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right)$ 'dir. Ayrıca y_1, y_t serisinin ilk gözlemidir.

Başlangıç değerlerinin etkisini görmek için $\hat{\psi}$ 'den y_t çıkarılır. Böylece $\hat{S}_1 = 0$ elde edilir.

iii) Elde edilen $\hat{S}_t$ serisiyle yeni bir denklem elde edilir.

$$\Delta y_t = \phi \hat{S}_{t-1} + \delta_0 + \delta_1 \Delta \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \delta_2 \Delta \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \varepsilon_t \quad (2.135)$$

Burada birim kök testi için hipotezler;

$$H_0: \phi = 0 \quad (2.136)$$

$$H_1: \phi < 0 \quad (2.137)$$

olarak ifade edilmektedir. Temel hipotez birim kök sürecini ifade etmektedir. Birim kök test istatistiği ϕ parametresinin t istatistiği olarak hesaplanmaktadır.

iv) Optimal k frekans değeri $1 \leq k \leq 5$ tüm k tam sayı değerleri için aşağıdaki test denklemini tahmin edilir. En Küçük Artık Kareler Toplamına (SSR) sahip regresyon denklemi için $\hat{k}$ frekans değeri tahmin edilir.

$$y_t = \alpha_0 + \beta t + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + e_t \quad (2.138)$$

v) Doğrusal olmayan trendin varlığı yine Enders ve Lee (2004) çalışmasında olduğu gibi F testi ile test edilmektedir. F test istatistik değeri, Enders ve Lee (2012a) çalışmasında yer alan tablo kritik değerinden daha küçük ise temel hipotez reddedilemez. Doğrusal olmayan trendin olmadığı durumda klasik birim kök testleri Fourier LM (2012) birim kök testinden daha yüksek güce sahiptir. Doğrusal trend temel hipotezi reddedildiği durumda ise Fourier LM (2012) birim kök testi uygulanır. Kritik değerler k frekans değerlerinin her biri için Enders ve Lee (2012a) tarafından tablolştırılmıştır.

Bunlara ek olarak, $k = 1$ kullanımı bilinmeyen bir işlevsel formu makul bir şekilde temsil edebiliyorsa, $k = 1$ ve $k = 2$ ($n = 2$ ile) kullanımının daha da iyi olacağı sonucu çıkar. Bu nedenle, LM testinde tek bir frekans bileşeni kullanmak yerine, bir araştırmacı tahmin denkleminde birden çok frekansı dahil etmek isteyebilir. Ayrıca, tek tek frekans bileşenleri birbirine ortogonal olduğundan, uygun kritik değerlerin yalnızca tahmin denkleminde yer alan belirli frekanslara bağlı olacağı kolayca gösterilebilir. Araştırmacının, $\alpha(t)$ 'nin bilinmeyen işlevsel formunu taklit etmek için kullanacağı uygun frekansları seçmenin önsel bir yolu olmadığından, kümülatif frekanslar uygun formu tahmin etmek için kullanılabilir. Bu nedenle, tek bir frekans bileşeni yerine 1'den n 'ye kadar olan frekanslar dahil etmek istendiğinde test istatistiğinin asimptotik dağılımı, çoklu frekanslara izin verecek şekilde uygun şekilde değiştirilebilir. Bu doğrultuda Enders ve Lee (2012a) çalışmasında $n = 1, 2$ ve 3 için LM test kritik değerleri verilmiştir (Enders, Lee 2012a: 574-582). Bu testler dışında Fourier DF-GLS (2012), Fourier

DF (2012), Furuoka (2017) Fourier birim kök testleri de literatürde yer almaktadır. Söz konusu testler hakkındaki genel bilgiler Tablo 2.5'te özetlenmiştir.

Rodrigues ve Taylor (2012) tarafından geliştirilen **Fourier DF-GLS** birim kök testi, Elliott, Rothenberg ve Stock (ERS, 1996) tarafından önerilen DF-GLS birim kök testine dayanmaktadır. DF-GLS testinde, ADF birim kök testinden farklı olarak, birim kök testi uygulanmadan önce seri deterministik öğelerden arındırılır ve daha sonra birim kök testi uygulanır. Bu doğrultuda Fourier DF-GLS birim kök testinde DF-GLS testinde olduğu gibi trendden arındırma işleminden sonra birim kök testi uygulanmaktadır (Rodrigues, Taylor 2012: 1-5).

Fourier DF (2012): Standart birim kök testlerinde çok sayıda yapısal kırılma olması durumunda, fazla sayıda kukla değişkenin kullanılması güç problemine neden olmaktadır. Prodan (2008) kırılmaların farklı işarete olması durumunda, çoklu kırılmaların sayısını ve büyüklüğünü tahmin etmenin oldukça zor olduğunu göstermiştir. Enders ve Lee (2012a) Fourier LM ve Rodrigues ve Taylor (2012) Fourier DF-GLS geliştirdikleri birim kök testleri ile Gallant (1981) tarafından önerilen Fourier yapısını kullanarak bu sorunun üstesinden gelmişlerdir. Bu iki birim kök testi trendden arındırma yöntemine dayanmaktadır. Ancak bu trendden arındırma yöntemleri başlangıç değeri büyük olduğunda gücünü önemli ölçüde kaybetmektedir. DF birim kök testinde başlangıç değeri problemi yoktur. Bu doğrultuda, Enders ve Lee (2012b), Enders ve Lee (2012a) Fourier LM ve Rodrigues ve Taylor (2012) Fourier DF-GLS birim kök testlerini genişleterek DF tipi yeni bir Fourier birim kök testi önermişlerdir. Bir Fourier serisinin doğrusal olmayan trend yaklaşımı Dickey ve Fuller (DF) birim kök testinin modifikasyonuna dayanmaktadır (Enders, Lee 2012b: 196-199).

Furuoka (2017) çalışmasında Fourier DF testi (Enders, Lee 2012b) ve Zivot ve Andrews (1992) ve Perron ve Vogelsang (1992) yapısal kırılma testlerini birleştirerek yapısal kırılmaları ve doğrusal olmayan yapıyı birlikte ele alan yapısal kırılmalı Fourier ADF (FADF-SB) birim kök testini geliştirmiştir. Fourier DF (2012b) testinde doğrusal olmayan yapı ve Zivot ve Andrews (1992) ve Perron ve Vogelsang (1992) birim kök testleri ile yapısal kırılmaların olduğu belirlendiğinde FADF-SB birim kök testinin kullanılması gerekmektedir. FADF-SB birim kök testi, doğrusal olmayan ve trend fonksiyonunda yapısal kırılmaya izin veren alternatif hipotezin tahmin edilmesine dayanmaktadır (Furuoka 2017: 1254-1260).

Tablo 2.5: Fourier Birim Kök Testleri

Test	Denklemler	Hipotez	Test İstatistiği	Tablo	Temel Hipotez
Enders ve Lee (2004)	$\Delta y_t = \lambda_0 + \lambda_1 t + \rho y_{t-1} + \lambda_2 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \lambda_3 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \varepsilon_t$	$H_0: \rho = 0$ $H_1: \rho < 0$	$\tau = \frac{\hat{\rho}}{s_{\hat{\rho}}}$	Enders ve Lee (2004)	Birim kök vardır.
Fourier KPSS (2006)	$y_t = \alpha_0 + \beta t + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + e_t$	$H_0: \sigma_u^2 = 0$ $H_1: \sigma_u^2 > 0$	$\tau = \frac{1}{T^2} \frac{\sum_{t=1}^T \hat{s}_t(k)^2}{\hat{\sigma}^2}$	Becker vd. (2006)	Seri durağandır.
Fourier LM (2012)	$\Delta y_t = \phi \hat{S}_{t-1} + \delta_0 + \delta_1 \Delta \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \delta_2 \Delta \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \varepsilon_t$	$H_0: \phi = 0$ $H_1: \phi < 0$	$\tau = \frac{\hat{\phi}}{s_{\hat{\phi}}}$	Enders ve Lee (2012a)	Birim kök vardır.
Fourier DF-GLS (2012)	$\Delta \hat{e}_t^{c_{k,\zeta}} = \phi \hat{e}_{t-1}^{c_{k,\zeta}} + \sum_{i=1}^p \gamma_i \Delta \hat{e}_{t-i}^{c_{k,\zeta}} + u_t$	$H_0: \phi = 0$ $H_1: \phi < 0$	$\tau_{F-DFGLS} = \frac{\hat{\phi}}{s_{\hat{\phi}}}$	Rodrigues ve Taylor (2012)	Birim kök vardır.
Fourier DF (2012)	$\Delta y_t = \lambda_0 + \lambda_1 t + \rho y_{t-1} + \lambda_2 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \lambda_3 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \varepsilon_t$	$H_0: \rho = 0$ $H_1: \rho < 0$	$\tau = \frac{\hat{\rho}}{s_{\hat{\rho}}}$	Enders ve Lee (2012b)	Birim kök vardır.
Furuoka (2017)	Model A: $\Delta y_t = \lambda_0 + \lambda_1 t + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$ Model B: $\Delta y_t = \lambda_0 + \lambda_1 t + \rho y_{t-1} + \lambda_2 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \lambda_3 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \varepsilon_t$ Model C: $\Delta y_t = \lambda_0 + \lambda_1 t + \rho y_{t-1} + \lambda_4 DU_t + \lambda_5 D(TB)_t^* + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$ Model D: $\Delta y_t = \lambda_0 + \lambda_1 t + \rho y_{t-1} + \lambda_2 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \lambda_3 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \lambda_4 DU_t + \lambda_5 D(TB)_t^* + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \rho = 0$ $H_1: \rho < 0$	$\tau = \frac{\hat{\rho}}{s_{\hat{\rho}}}$	Furuoka (2017)	Birim kök vardır.
Kukla Değişkenler					
$DU_t = \begin{cases} 1 & t > T_B \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad D(TB)_t^* = \begin{cases} 1 & t = T_B \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$					
Notlar: (i) Fourier birim kök test istatistiği k frekans sayısına ve T gözlem sayısına bağlıdır. $1 \leq k \leq 5$ tüm k tam sayı değerleri için test denklemi tahmin edilir. En Küçük Artık Kareler Toplamına (SSR) sahip regresyon denklemi için $\hat{k}$ frekans değeri tahmin edilir. Otokorelasyon olması durumunda bağımlı değişkenin gecikmeli değerleri modele eklenir. (ii) Tüm Fourier birim kök testlerinde doğrusal olmayan trendin varlığı F testi ile sınanmaktadır. Fourier terimlerinin katsayılarını sıfıra eşitleyen temel hipotez için F testi uygulanır. F istatistiğinin dağılımı standart dağılıma uymamaktadır. Temel hipotez trendin doğrusal olduğunu ifade etmektedir. F test istatistiği; $F = \frac{(SSR_{kısıtlı \text{ model}} - SSR_{kısıtsız \text{ model}})/q}{SSR_{kısıtsız \text{ model}}/(T-k)}$ olarak hesaplanmaktadır. Artık Kareler Toplamı SSR, q kısıt sayısı, gözlem sayısı T, kısıtsız modeldeki parametre sayısı k ile gösterilmektedir. Burada $T-k$ ise kısıtsız modelin serbestlik derecesidir.					

Tablo 2.5: Fourier Birim Kök Testleri (Devam)

Fourier KPSS (2006): Test istatistiğinde $\hat{S}_t(k) = \sum_{j=1}^t \hat{e}_j$ 'dir. $\hat{e}_j$ test denkleminde elde edilen EKK artıklarıdır. $\hat{\sigma}^2$, KPSS testinde olduğu gibi, uzun dönem varyansının parametrik olmayan bir tahminidir ve $\hat{\sigma}^2 = \hat{y}_0 + 2 \sum w_j \hat{y}_j$ şeklinde elde edilmektedir. Burada $\hat{y}_j, \hat{e}_t$ artıklarının j'inci örnek otokovaryansıdır. $j = 1, \dots, l$ ve l kırpma parametresi olmak üzere w_j ağırlıkları göstermektedir. Fourier LM (2012): LM test prosedürünü önermiştir. İlk farklar regresyon denklemi $\Delta y_t = \theta_0 + \theta_1 \Delta \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \theta_2 \Delta \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \varepsilon_t$'dir. Bu modelden tahmin edilen $\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1$ ve $\hat{\theta}_2$ katsayıları kullanılarak trendden arındırılmış $\hat{S}_t = y_t - \hat{\psi} - \hat{\theta}_0 t - \hat{\theta}_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) - \hat{\theta}_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right)$, $t = 2, \dots, T$ serisi elde edilmektedir. Burada $\hat{\psi} = y_1 - \hat{\theta}_0 - \hat{\theta}_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) - \hat{\theta}_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right)$'dir. Ayrıca y_1, y_t serisinin ilk gözlemidir. Başlangıç değerlerinin etkisini görmek için $\hat{\psi}$'den y_t çıkarılır. Böylece $\hat{S}_1 = 0$ elde edilir. Daha sonra $\hat{S}_t$ serisiyle test denklemi elde edilmektedir. Fourier DF-GLS (2012): Fourier DF-GLS test prosedüründe ilk olarak $y_{\bar{c}_k, \zeta} = \left(y_1, y_2 - \left(1 + \frac{\bar{c}_k \zeta}{T}\right) y_1, \dots, y_T - \left(1 + \frac{\bar{c}_k \zeta}{T}\right) y_{T-1}\right)'$ serisi elde edilir. Burada $\left(1 + \frac{\bar{c}_k \zeta}{T}\right)$ çarpanı kullanılarak y_2'den y_{T-1}'e kadar serinin her bir gözlem değeri dönüştürülür. Böylece yeni bir seri elde edilir. v_t'nin ise 1'den T ye kadar olan gözlemlerden oluşan bir seri olduğu varsayılmaktadır. $V_{\bar{c}_k, \zeta} = \left(v_1, v_2 - \left(1 + \frac{\bar{c}_k \zeta}{T}\right) v_1, \dots, v_T - \left(1 + \frac{\bar{c}_k \zeta}{T}\right) v_{T-1}\right)'$. $y_{\bar{c}_k, \zeta}$ 'nin $V_{\bar{c}_k, \zeta}$ üzerine regresyon denklemi tahmin edilir. Buradan parametre tahminleri elde edilir. $v_t = (z_t', f_t(k)')$ parametre vektörü $\omega = (\delta', \theta')$ 'yi elde etmek için tahmin edilir. Burada $\hat{\omega}_{\bar{c}_k, \zeta} = (\hat{\delta}_{\bar{c}_k, \zeta}', \hat{\theta}_{\bar{c}_k, \zeta}')'$ 'dir. Trendden arındırılmış yerel GLS parametresi $\bar{c}_k, \zeta$ deterministik öğelerin yapısına bağlıdır. Burada $\zeta = \mu, \tau$ olarak gösterilir. μ sabit terimi, τ ise doğrusal trendi ifade etmektedir. ERS birim kök testi için $k = 0$ olduğu durum için $\bar{c}_0, \mu = -7$ ve $\bar{c}_0, \tau = -13,5$ değerleri önerilmektedir. Fourier DF-GLS birim kök testi için ise her bir k Fourier frekans değeri için $\left(1 + \frac{\bar{c}_k \zeta}{T}\right)$ çarpanı için kullanılacak olan $\bar{c}_k, \mu$ ve $\bar{c}_k, \tau$ değerleri Rodrigues ve Taylor (2012) çalışmasında tablolastırılmıştır. İkinci olarak ise trendden arındırılmış yerel GLS serisi $\hat{e}_t^{\bar{c}_k, \zeta} = y_t - z_t' \hat{\delta}_{\bar{c}_k, \zeta} - f_t(k)' \hat{\theta}_{\bar{c}_k, \zeta}$, $t = 1, 2, 3, \dots, T$ şeklinde elde edilmektedir. Trendden arındırılmış yerel GLS serisi için birim kök testi uygulanmaktadır. Furuoka (2017): T_B kırılma tarihini, T ise gözlem sayısını göstermektedir. Gözlemler içinde kırılmanın payını gösteren $\lambda = \frac{T_B}{T}$ kırılma noktasıdır. Model tahminin sonucunda $\hat{\rho}$ için en küçük t istatistik değerini veren kırılma noktası, yapısal kırılma tarihi olarak belirlenmektedir.

Kaynak: Yazar tarafından oluşturulmuştur.

2.4.1. Doğrusal Olmayan Fourier Birim Kök Testleri

Yumuşak kırılmalar ve doğrusal olmayan yapı Fourier fonksiyonuyla modele dahil edilmektedir. Doğrusal olmayan yapıyı Fourier fonksiyonu dışında modelleyen testler de literatürde yer almaktadır. Bu bölümde, Fourier ADF (2010), Fourier KSS (2010), Fourier Sollis (2018) ve Fourier Kruse (2019) birim kök testlerine yer verilmiştir. Bu testlere ilişkin genel bilgiler Tablo 2.6’da özetlenmiştir.

Christopoulos ve Leon-Ledesma (2010) çalışmasında yapısal kırılmalara ve doğrusal olmayan yapıya birlikte izin veren **Fourier ADF (FADF, 2010)** ve **Fourier KSS (FKSS, 2010)** birim kök testlerini geliştirmişlerdir. FKSS testinde, yapısal kırılmalar Fourier fonksiyonuyla yakalanmaya çalışılırken, doğrusal olmayan yapı KSS birim kök test yapısında olduğu gibi ESTAR model tipi kullanılarak elde edilmeye çalışılmaktadır. Fourier terimleri kullanılarak modellenen yapısal kırılmalar, yumuşak olarak ele alınmaktadır. Yapısal kırılmaların ve doğrusal olmayan yapının ayrı ayrı ele alınması birim kök testlerinin düşük güce sahip olmasına neden olmakta ve birim kök temel hipotezinin yanlış bir şekilde reddedilmemesiyle sonuçlanmaktadır. Bu nedenle veri yaratma sürecinin bu iki temel özelliğini ele alan birim kök testi geliştirilmiştir.

Model aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + e_t \quad (2.139)$$

Temel hipotez;

$$H_0: e_t = \mu_t, \mu_t = \mu_{t-1} + w_t \quad (2.140)$$

olarak ifade edilmektedir.

Fourier ADF (2010) ve Fourier KSS (2010) test prosedürleri aşağıdaki gibidir;

- i) $1 \leq k \leq 5$ tüm k tam sayı değerleri için regresyon denklemleri tahmin edilir. En Küçük Artık Kareler Toplamına (SSR) sahip regresyon denklemi için $\hat{k}$ frekans değeri seçilir.
- ii) Regresyon denkleminde artıklar elde edilir.
- iii) Artıklara birim kök testi uygulamak için doğrusal ya da doğrusal olmama durumuna göre ADF test denklemi ya da KSS test denklemi kullanılır.

Fourier ADF için test denklemi;

$$\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.142)$$

ya da

$$\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.143)$$

olarak ifade edilmektedir. Fourier KSS için test denklemi;

$$\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1}^3 + \varepsilon_t \quad (2.144)$$

ya da

$$\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.145)$$

olarak ifade edilmektedir. Hata terimlerinin otokorelasyonlu olması durumunda modele bağımlı değişkenin gecikmeleri eklenerek genel model kullanılır.

Birim kök testi için hipotezler;

$$H_0: \delta = 0 \quad (2.146)$$

$$H_1: \delta < 0 \quad (2.147)$$

olarak tanımlanmaktadır. Temel hipotez birim kökü, alternatif hipotez ise yapısal kırılmalı doğrusal olmayan durağan süreci ifade etmektedir.

Test istatistiği;

$$t = \frac{\hat{\delta}}{s_{\hat{\delta}}} \quad (2.148)$$

olarak tanımlanmaktadır. Test istatistik değerinin, Christopoulos ve Leon-Ledesma (2010) çalışmasında yer alan tablo kritik değerlerinden küçük olması durumunda temel hipotez reddedilmektedir.

- iv) Enders ve Lee (2004) çalışmasında olduğu gibi, birim kök temel hipotezinin reddedilmesi durumunda Fourier terimlerinin anlamlılığı $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = 0$ temel hipotezi için F testi ile test edilmektedir. F test istatistik değeri, Becker vd. (2006) çalışmasında yer alan tablo kritik değerinden daha büyük ise temel hipotez reddedilir. Temel hipotezin reddedilmesi durumunda seri kırılmalı deterministik bir fonksiyon etrafında durağandır (Christopoulos, Leon-Ledesma 2010: 1077-1082).

Ranjbar vd. (2018) tarafından geliştirilen **Fourier Sollis (FSollis, 2018)** birim kök testi Christopoulos ve Leon-Ledesma (2010) tarafından geliştirilen FKSS (2010) testinin genişletilmiş halidir. FKSS testinde olduğu gibi FSollis testinde de bilinmeyen sayıdaki ve yapıdaki yapısal kırılmalar Fourier fonksiyonuyla yakalanmaya çalışılırken, doğrusal olmayan yapı Sollis (2009) birim kök test yapısında olduğu gibi AESTAR model tipi kullanılarak elde edilmeye çalışılmaktadır.

Veri yaratma süreci Christopoulos ve Leon-Ledesma (2010) çalışmasıyla benzerdir. Model aşağıdaki gibi ifade edilmektedir;

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + e_t \quad (2.149)$$

ya da

$$y_t = \alpha_0 + \beta t + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + e_t \quad (2.150)$$

Fourier Sollis (2018) test prosedürü aşağıdaki gibidir;

- i) $1 \leq k \leq 5$ tüm k tam sayı değerleri için regresyon denklemleri tahmin edilir. En Küçük Artık Kareler Toplamına (SSR) sahip regresyon denklemi için $\hat{k}$ frekans değeri seçilir.
- ii) Regresyon denkleminden artıklar elde edilir.

$$\hat{e}_t = y_t - \hat{\alpha}_0 - \hat{\alpha}_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) - \hat{\alpha}_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (2.151)$$

- iii) Artıklara birim kök testi uygulamak için Sollis (2009) test denklemi kullanılır.

Fourier Sollis (2018) testi için test denklemi;

$$\Delta \hat{e}_t = \delta_1 \hat{e}_{t-1}^3 + \delta_2 \hat{e}_{t-1}^4 + \varepsilon_t \quad (2.152)$$

ya da

$$\Delta \hat{e}_t = \delta_1 \hat{e}_{t-1}^3 + \delta_2 \hat{e}_{t-1}^4 + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.153)$$

olarak ifade edilmektedir. Hata terimlerinin otokorelasyonlu olması durumunda modele bağımlı değişkenin gecikmeleri eklenerek genel model kullanılır.

Birim kök testi için hipotezler;

$$H_0: \delta_1 = \delta_2 = 0 \quad (2.154)$$

$$H_1: \delta_1 \neq \delta_2 \neq 0 \quad (2.155)$$

olarak ifade edilmektedir. Temel hipotez birim kökü, alternatif hipotez ise yapısal kırılmalı (simetrik ya da asimetrik) doğrusal olmayan durağan sürecini ifade etmektedir. Test istatistiği Sollis (2009) birim kök testine dayanmaktadır. Test istatistik değerlerinin Ranjbar vd. (2018) çalışmasında yer alan tablo kritik değerlerinden büyük olması durumunda temel hipotez reddedilmektedir.

- iv) Birim kök temel hipotezinin reddedilmesi durumunda Fourier terimleri $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = 0$ temel hipotezi için F testi uygulanır. F test istatistiği Enders ve Lee (2004) çalışmasındaki gibi hesaplanmaktadır. F test istatistik değeri, Becker vd. (2006) çalışmasında yer alan tablo kritik değerinden daha büyük ise temel hipotez reddedilir. Temel hipotezin reddedilmesi durumunda seri kırılmalı deterministik bir fonksiyon etrafında durağandır (Ranjbar vd. 2018: 51-56).

Güriş (2019) tarafından önerilen **Fourier Kruse (FKruse, 2019)** birim kök testi de Christopoulos ve Leon-Ledesma (2010) tarafından geliştirilen FKSS (2010) testinin genişletilmiş halidir. Bu testin farkı, testin ikinci aşamasında Kruse (2011) testinin kullanılmasıdır. FKSS testinde olduğu gibi FKruse testinde de bilinmeyen sayıdaki ve yapıdaki yapısal kırılmalar Fourier fonksiyonuyla yakalanmaya çalışılırken, doğrusal olmayan yapı Kruse (2011) birim kök test yapısında olduğu gibi ESTAR model tipi kullanılarak elde edilmeye çalışılmaktadır.

Veri yaratma süreci Christopoulos ve Leon-Ledesma (2010) çalışmasıyla benzerdir. Model aşağıdaki gibi ifade edilmektedir;

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + e_t \quad (2.156)$$

ya da

$$y_t = \alpha_0 + \beta t + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + e_t \quad (2.157)$$

Fourier Kruse (2019) test prosedürü aşağıdaki gibidir;

- i) $1 \leq k \leq 5$ tüm k tam sayı değerleri için regresyon denklemleri tahmin edilir. En Küçük Artık Kareler Toplamına (SSR) sahip regresyon denklemi için $\hat{k}$ frekans değeri seçilir.

- ii) Regresyon denkleminde artıklar elde edilir.

$$\hat{e}_t = y_t - \hat{\alpha}_0 - \hat{\alpha}_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) - \hat{\alpha}_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (2.158)$$

- iii) Artıklara birim kök testi uygulamak için Kruse (2011) test denklemi kullanılır.

Fourier Kruse (2019) testi için test denklemi;

$$\Delta \hat{e}_t = \delta_1 \hat{e}_{t-1}^3 + \delta_2 \hat{e}_{t-1}^2 + \varepsilon_t \quad (2.159)$$

ya da

$$\Delta \hat{e}_t = \delta_1 \hat{e}_{t-1}^3 + \delta_2 \hat{e}_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.160)$$

olarak ifade edilmektedir. Hata terimlerinin otokorelasyonlu olması durumunda modele bağımlı değişkenin gecikmeleri eklenerek genel model kullanılır.

Birim kök testi için hipotezler;

$$H_0: \delta_1 = \delta_2 = 0 \quad (2.161)$$

$$H_1: \delta_1 < 0, \delta_2 \neq 0 \quad (2.162)$$

olarak ifade edilmektedir. Temel hipotez birim kökü, alternatif hipotez ise yapısal kırılmalı doğrusal olmayan durağan sürecini ifade etmektedir. Test istatistik değerinin, Güriş (2019) çalışmasında yer alan tablo kritik değerlerinden büyük olması durumunda temel hipotez reddedilmektedir.

- iv) Birim kök temel hipotezinin reddedilmesi durumunda Fourier terimleri $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = 0$ temel hipotezi için F testi uygulanır. F test istatistik değeri, Becker vd. (2006) çalışmasında yer alan tablo kritik değerinden daha büyük ise temel hipotez reddedilir. Temel hipotezin reddedilmesi durumunda seri kırılmalı deterministik bir fonksiyon etrafında durağandır (Güriş 2019: 1-3).

Tablo 2.6: Doğrusal Olmayan Fourier Birim Kök Testleri

Test	Test Denklemleri	Hipotez	Test İstatistiği	Tablo	Temel Hipotez
Fourier ADF (2010)	$\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta = 0$ $H_1: \delta < 0$	$t = \frac{\hat{\delta}}{s_{\hat{\delta}}}$	Christopoulos ve Leon-Ledesma (2010)	Birim kök vardır.
Fourier KSS (2010)	$\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta = 0$ $H_1: \delta < 0$	$t = \frac{\hat{\delta}}{s_{\hat{\delta}}}$	Christopoulos ve Leon-Ledesma (2010)	Birim kök vardır.
Fourier Sollis (2018)	$\Delta \hat{e}_t = \delta_1 \hat{e}_{t-1}^3 + \delta_2 \hat{e}_{t-1}^4 + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta_1 = \delta_2 = 0$ $H_1: \delta_1 \neq \delta_2 \neq 0$	$F = (R\hat{\beta} - r)' [\hat{\sigma}^2 R \{ \sum_t x_t x_t' \}^{-1}]^{-1} (R\hat{\beta} - r) / m$	Ranjbar vd. (2018)	Birim kök vardır.
Fourier Kruse (2019)	$\Delta \hat{e}_t = \delta_1 \hat{e}_{t-1}^3 + \delta_2 \hat{e}_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta_1 = \delta_2 = 0$ $H_1: \delta_1 < 0, \delta_2 \neq 0$	$\tau = t_{\frac{\delta_1}{2}=0}^2 + 1(\hat{\delta}_1 < 0)t_{\frac{\delta_1}{2}=0}^2$	Güriş (2019)	Birim kök vardır.

Notlar:

(i) Fourier birim kök test istatistiği k frekans sayısına ve T gözlem sayısına bağlıdır. $1 \leq k \leq 5$ tüm k tam sayı değerleri için test denklemleri tahmin edilir. En Küçük Artık Kareler Toplamına (SSR) sahip regresyon denklemleri için $\hat{k}$ frekans değeri tahmin edilir. Otokorelasyon olması durumunda bağımlı değişkenin gecikmeli değerleri modele eklenir.

(ii) Tüm birim kök testleri için $y_t = \alpha_0 + \beta t + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + e_t$ regresyon denklemlerinden artıklar $\hat{e}_t = y_t - \hat{\alpha}_0 - \hat{\alpha}_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) - \hat{\alpha}_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right)$ elde edilir. Artıklara birim kök testi uygulanır.

(iii) Tüm Fourier birim kök testlerinde doğrusal olmayan trendin varlığı F testi ile sınanmaktadır. Fourier terimlerinin katsayılarını sıfıra eşitleyen (Örneğin; $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = 0$) temel hipotezi için F testi uygulanır. F istatistiğinin dağılımı standart dağılıma uymamaktadır. Temel hipotez trendin doğrusal olduğunu ifade etmektedir. F test istatistiği; $F = \frac{(SSR_{kısıtlı\ model} - SSR_{kısıtsız\ model})/q}{SSR_{kısıtsız\ model}/(T-k)}$ olarak hesaplanmaktadır. Artık Kareler Toplamı SSR, q kısıt sayısı, gözlem sayısı T , kısıtsız modeldeki parametre sayısı k ile gösterilmektedir. Burada $T-k$ ise kısıtsız modelin serbestlik derecesidir.

Fourier ADF (2010) ve Fourier KSS (2010): Artıklara birim kök testi uygulamak için doğrusal ya da doğrusal olmama durumuna göre ADF test denklemleri ya da KSS test denklemleri kullanılır. F test istatistik değeri için Becker vd. (2006) çalışmasında yer alan tablo kritik değeri kullanılmaktadır.

Fourier Sollis (2018): Artıklara Sollis (2009) birim kök testi uygulanır. Test istatistiğinde yer alan $x_t = [y_{t-1}^3, y_{t-1}^4]'$ 'dir. $m = 2$ ve $r = [0, 0]'$ R 2x2'lik birim matristir. $\hat{\beta} = [\hat{\delta}_1, \hat{\delta}_2]'$ 'dir ve δ_1 ve δ_2 'nin en küçük kareler tahminicisidir.

Fourier Kruse (2019): Artıklara Kruse (2011) birim kök testi uygulanmaktadır.

Kaynak: Yazar tarafından oluşturulmuştur.

2.4.2. Kesirli Frekanslı Fourier Birim Kök Testleri

Kesirli frekanslı Fourier formu ilk kez Becker vd. (2004) tarafından Trig-Test olarak adlandırdıkları yapısal kırılma testinde kullanılmıştır. Fourier fonksiyonu kalıcı ve geçici kırılmalar arasında eş zamanlı olarak ayırım yapmamıza izin vermektedir. Fourier dönüşümünde k frekans değerinin tam sayı olarak seçilmesi kırılmaların geçici olduğunu, k frekans değerinin kesirli olarak seçilmesi ise tam bir dalgalanmanın tamamlanamayacağı için kalıcı kırılmalar olduğunu göstermektedir. Başka bir deyişle k 'nın tam sayı olmayan değerleri için kalıcı kırılmalar, k 'nın tam sayı değerleri için ise geçici kırılmalar mevcuttur. Kalıcı kırılmaların pozitif veya negatif olup olmadığı Fourier terimlerinin katsayıları olan α_1 ve α_2 parametrelerine bağlı olmaktadır (Christopoulos, Leon-Ledesma 2011: 10).

Bu bölümde Christopoulos ve Leon-Ledesma (2011) ve Omay (2015) tarafından geliştirilen kesirli frekans yapısının kullanıldığı Fourier birim kök testlerine yer verilmiştir. Bu testlere ilişkin özet bilgiler ise Tablo 2.7'de yer almaktadır.

Christopoulos ve Leon-Ledesma (2011) çalışmasında kesirli frekans yapısını dikkate alan Fourier birim kök testini geliştirmişlerdir. Bu testte, yapısal kırılmalar Fourier fonksiyonuyla yakalanmaya çalışılırken, doğrusal olmayan yapı Christopoulos ve Leon-Ledesma (2010, FKSS) birim kök testinden farklı olarak LSTAR model tipi kullanılarak elde edilmeye çalışılmaktadır.

Model aşağıdaki gibidir;

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right) + e_t \quad (2.163)$$

Temel hipotez;

$$H_0: e_t = \mu_t, \mu_t = \mu_{t-1} + w_t \quad (2.164)$$

olarak ifade edilmektedir. w_t sıfır ortalamalı durağan bir sürece sahiptir. Christopoulos ve Leon-Ledesma (2011) kesirli frekansa sahip Fourier birim kök testi prosedürü aşağıdaki gibidir;

i) 0.1, 0.2, 0.3, ... 4.8, 4.9, 5 değerlerini almak üzere tüm k^{fr} kesirli ve tam sayı değerleri için regresyon denklemleri tahmin edilir. En küçük Bayesyen Bilgi Kriterine (BIC) sahip regresyon denklemi için $\hat{k}^{fr}$ frekans değeri seçilir.

ii) Regresyon denkleminde artıklar elde edilir.

$$\hat{e}_t = y_t - \hat{\alpha}_0 - \hat{\alpha}_1 \sin\left(\frac{2\pi \hat{k}^{fr} t}{T}\right) - \hat{\alpha}_2 \cos\left(\frac{2\pi \hat{k}^{fr} t}{T}\right) \quad (2.165)$$

iii) Artıklara birim kök testi uygulamak için doğrusal ya da doğrusal olmama durumuna göre uygun test denklemi kullanılır.

Kesirli Fourier ADF(2011) test denklemi;

$$\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.166)$$

ya da

$$\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.167)$$

olarak ifade edilmektedir. Hata terimlerinin otokorelasyonlu olması durumunda modele bağımlı değişkenin gecikmeleri eklenerek genel model kullanılır.

Kesirli frekansa sahip Fourier ADF(2011) birim kök testi için hipotezler;

$$H_0: \delta = 0 \quad (2.168)$$

$$H_1: \delta \neq 0 \quad (2.169)$$

olarak tanımlanmaktadır. Temel hipotez birim kökü, alternatif hipotez ise yapısal kırılmalı durağan süreci ifade etmektedir.

Test istatistiği;

$$t = \frac{\hat{\delta}}{s_{\hat{\delta}}} \quad (2.170)$$

olarak tanımlanmaktadır.

Kesirli frekansa sahip Fourier LSTAR (2011) test denklemi;

$$\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1} \{1 + \exp(\theta \hat{e}_{t-i})\}^{-1} + \varepsilon_t \quad (2.171)$$

olarak ifade edilmektedir. $\theta > 0$ ve ε_t beyaz gürültülü hata terimidir. Bu denklemde θ yumuşaklık parametresidir ve iki rejim arasında geçiş hızını ifade etmektedir. Geçiş hızı bu denklemde asimetriktir ve LSTAR sürecine sahiptir. Bu model Park ve Shintani (2016) tarafından geliştirilen birim kök testine karşılık gelmektedir.

Kesirli frekansa sahip Fourier LSTAR (2011) birim kök testi için hipotezler;

$$H_0: \delta = 0 \quad (2.172)$$

$$H_1: \delta < 0 \quad (2.173)$$

olarak ifade edilmektedir. Temel hipotez birim kökü, alternatif hipotez ise yapısal kırılmalı doğrusal olmayan durağan süreci ifade etmektedir. Temel hipotez altında θ parametresi tanımlanmamaktadır. Bu testte sıkıntı parametre sorunu için Park ve Shintani (2016) olduğu gibi Taylor açılımı yerine ekstremum tipi test istatistiğinin kullanılması önerilmiştir. Test istatistiği θ parametresinin her bir olası değeri için $\hat{\delta}_n(\theta)$ 'nın en küçük kareler tahmin edicisinin t istatistiğinin alt değeri hesaplanarak oluşturulur. Otokorelasyon olması durumunda bağımlı değişkenin gecikmeleri modele eklenmektedir. Test istatistiği;

$$T_n = \inf_{\theta \in \Theta_n} T_n(\theta) = \inf_{\theta \in \Theta_n} \frac{\hat{\delta}_n(\theta)}{s(\hat{\delta}_n(\theta))} \quad (2.174)$$

olarak ifade edilmektedir. Burada θ , θ 'nın parametre alanı ve $s(\hat{\delta}_n(\theta))$ ise $\hat{\delta}_n(\theta)$ 'nın standart hatasıdır. $\inf t$ istatistiğinin sınırlı dağılımı sıkıntı parametresinden etkilenmez, sadece θ parametre alanı ve $\pi(y_{t-d}, \theta)$ geçiş fonksiyonunun seçimine bağlıdır. θ_n ;

$$\theta_n = [\underline{\theta}, \bar{\theta}] \text{ ve } 0 < \underline{\theta} < \theta < \bar{\theta} \quad (2.175)$$

aralığında değerler almaktadır. θ_n 'nin aralığındaki değerler için t istatistiğini minimum yapan $\hat{\theta} = \arg \min_{\theta \in \theta_n} T_n(\theta)$, T_n değeri hesaplanmaktadır. θ_n ;

$$\theta_n = [10^{-1}P_n, 10^3P_n] \quad (2.176)$$

aralığında değerler almaktadır. P_n ise;

$$P_n = (\sum_{t=1}^n (e_t)^2 / n)^{-1/2} \quad (2.177)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Test istatistik değerlerinin Christopoulos ve Leon-Ledesma (2011) çalışmasında yer alan tablo kritik değerlerinden küçük olması durumunda temel hipotez reddedilmektedir.

- iv) Birim kök temel hipotezinin reddedilmesi durumunda Fourier terimlerinin anlamlılığı Enders ve Lee (2004) çalışmasındaki gibi $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = 0$ temel hipotezi için F testi ile test edilmektedir. F test istatistik değeri, Becker vd. (2006) çalışmasında yer alan tablo kritik değerinden daha büyük ise temel hipotez reddedilir. Temel hipotezin reddedilmesi durumunda seri yapısal kırılmalı doğrusal olmayan durağan sürece sahiptir (Christopoulos, Leon-Ledesma 2011: 8-13).

Omay (2015) çalışmasında, Becker vd. (2004) ve Enders ve Lee (2012b) birim kök yöntemlerini birleştirerek kesirli frekansa sahip yeni bir Fourier birim kök testi geliştirmiştir. Bu testte tamsayılar yerine kesirli frekans kullanılmaktadır. Böylece birim kök test prosedürüne uygun olarak doğrusal olmayan bir eğilim belirlenmesi sağlanır.

Tek bir frekans bileşeni olduğu varsayıldığında test prosedürü aşağıdaki gibidir;

- i) Test denklemi;

$$\Delta y_t = \lambda_0 + \lambda_1 t + \rho y_{t-1} + \lambda_2 \sin\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right) + \lambda_3 \cos\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right) + \varepsilon_t \quad (2.178)$$

olarak ifade edilmektedir.

- ii) $0.1 \leq k^{fr} \leq 2$ tüm k^{fr} kesirli değerleri için test denklemi tahmin edilir. Bu test için k^{fr} frekans değerinin maksimum değeri 2'dir. Seçilen frekansların artışları 0.1 olarak seçilmiştir. En Küçük Artık Kareler Toplamına (SSR) sahip regresyon denklemi için $\hat{k}^{fr}$ frekans değeri

tahmin edilir. Otokorelasyon olması durumunda bağımlı değişkenin gecikmeli değerleri modele eklenir.

- iii) Doğrusal olmayan trendin varlığı Enders ve Lee (2004) çalışmasında benzer şekilde $H_0: \lambda_2 = \lambda_3 = 0$ temel hipotezi için F testi ile test edilmektedir. Temel hipotez trendin doğrusal olduğunu ifade etmektedir. F test istatistik değeri, Omay (2015) çalışmasında yer alan tablo kritik değerinden daha küçük ise temel hipotez reddedilemez. Bu durumda klasik doğrusal DF testi uygulanabilir.

Temel hipotezin reddedilmesi durumunda Fourier terimleri anlamlıdır ve Omay (2015) testi uygulanabilir.

- iv) Birim kök testi için hipotezler;

$$H_0: \rho = 0 \quad (2.179)$$

$$H_1: \rho < 0 \quad (2.180)$$

olarak ifade edilmektedir. Temel hipotez birim kök sürecini ifade etmektedir. Birim kök test istatistiği ρ parametresinin t istatistiği olarak hesaplanmaktadır. Kritik değerler $1.1 \leq k^{fr} \leq 1.9$ kesirli değerleri için k frekans değerleri Omay (2015) çalışmasında, k tam sayı değerleri için ise Enders ve Lee (20012b) çalışmasında yer almaktadır (Omay 2015: 123-124).

Bozoklu vd. (2020) çalışmalarında, Omay (2015) birim kök testini takip ederek kesirli frekansa sahip Fourier birim kök testinde frekans aralığının genişletilmesini önermişlerdir. k frekans değerinin maksimum değerinin 2 yerine 5 olması önerilmiştir. Çalışmada sabit terimli ve sabit terim ve trendli modeller için ve $0.1 \leq k^{fr} \leq 5$ tüm k değerleri için tablo kritik değerleri hesaplanmıştır (Bozoklu vd. 2020: 5).

Tablo 2.7: Kesirli Frekanslı Fourier Birim Kök Testleri

Test	Test Denklemi	Hipotez	Test İstatistiği	Tablo	Temel Hipotez
Kesirli Fourier ADF	$\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta = 0$ $H_1: \delta < 0$	$t = \frac{\hat{\delta}}{s_{\hat{\delta}}}$	Christopoulos ve Leon-Ledesma (2011)	Birim kök vardır.
Christopoulos ve Leon-Ledesma (2011)	$\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1} \{1 + \exp(\theta \hat{e}_{t-1})\}^{-1} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta = 0$ $H_1: \delta < 0$	$T_n = \inf_{\theta \in \Theta_n} T_n(\theta) = \inf_{\theta \in \Theta_n} \frac{\hat{\delta}_n(\theta)}{s(\hat{\delta}_n(\theta))}$	Christopoulos ve Leon-Ledesma (2011)	Birim kök vardır.
Omay (2015)	$\Delta y_t = \lambda_0 + \lambda_1 t + \rho y_{t-1} + \lambda_2 \sin\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right) + \lambda_3 \cos\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right) + \varepsilon_t$	$H_0: \rho = 0$ $H_1: \rho < 0$	$\tau = \frac{\hat{\rho}}{s_{\hat{\rho}}}$	Omay(2015)	Birim kök vardır.

Notlar:

(i) Kesirli Fourier ADF ve Kesirli Fourier LSTAR birim kök testleri için $y_t = \alpha_0 + \beta t + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right) + e_t$ regresyon denkleminde artıklar $\hat{e}_t = y_t - \hat{\alpha}_0 - \hat{\alpha}_1 \sin\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right) - \hat{\alpha}_2 \cos\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right)$ elde edilir. Elde edilen artıklara birim kök testi uygulanır.

(ii) Tüm Fourier birim kök testlerinde doğrusal olmayan trendin varlığı F testi ile sınanmaktadır. Fourier terimlerinin katsayılarını sıfıra eşitleyen (Örneğin; $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = 0$) temel hipotezi için F testi uygulanır. F istatistiğinin dağılımı standart dağılıma uymamaktadır. Temel hipotez trendin doğrusal olduğunu ifade etmektedir. F test istatistiği; $F = \frac{(SSR_{kısıtlı \text{ model}} - SSR_{kısıtsız \text{ model}})/q}{SSR_{kısıtsız \text{ model}}/(T-k)}$ olarak hesaplanmaktadır. Artık Kareler Toplamı SSR, q kısıt sayısı, gözlem sayısı T , kısıtsız modeldeki parametre sayısı k ile gösterilmektedir. Burada $T-k$ ise kısıtsız modelin serbestlik derecesidir. F test istatistik değeri kesirli Fourier ADF ve kesirli Fourier LSTAR birim kök testleri için Becker vd. (2006) tarafından geliştirilen ve Omay(2015) birim kök testi için ise Omay (2015) tarafından geliştirilen tablo ile karşılaştırılmaktadır.

Christopoulos ve Leon-Ledesma (2011): 0.1, 0.2, 0.3, ... 4.8, 4.9, 5 değerlerini almak üzere tüm k^{fr} kesirli ve tam sayı değerleri için regresyon denklemleri tahmin edilir. En küçük BIC sahip regresyon denklemi için $\hat{k}^{fr}$ frekans değeri seçilir. Burada uygulanan test Park ve Shintani (2016) tarafından geliştirilen birim kök testine karşılık gelmektedir. Test istatistiğinde yer alan θ , θ 'nın parametre alanı ve $s(\hat{\delta}_n(\theta))$ ise $\hat{\delta}_n(\theta)$ 'nın standart hatasıdır. $\inf_{\theta} t$ istatistiğinin sınırlı dağılımı sıkıntı parametresinden etkilenmez, sadece θ parametre alanı ve $\pi(y_{t-d}, \theta)$ geçiş fonksiyonunun seçimine bağlıdır. $\Theta_n; \Theta_n = [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$ ve $0 < \underline{\theta} < \theta < \bar{\theta}$ aralığında değerler almaktadır. Θ_n 'nın aralığındaki değerler için t istatistiğini minimum yapan $\hat{\theta} = \arg \min_{\theta \in \Theta_n} T_n(\theta)$, T_n değeri hesaplanmaktadır. $\Theta_n; \Theta_n = [10^{-1}P_n, 10^3P_n]$ aralığında değerler almaktadır. P_n ise; $P_n = (\sum_{t=1}^n (e_t)^2/n)^{-1/2}$ dır.

Omay (2015): $0.1 \leq k^{fr} \leq 2$ tüm k kesirli değerleri için test denklemi tahmin edilir. Bu test için k frekans değerinin maksimum değeri 2'dir. Seçilen frekansların artışları 0.1 olarak seçilmiştir.

Kaynak: Yazar tarafından oluşturulmuştur.

3. EŞBÜTÜNLEŞME TESTLERİ

Ekonomik değişkenler arasındaki ilişkinin sahte mi yoksa gerçek mi olduğunu tespit etmek oldukça önemlidir. İlk kez Yule (1926) tarafından ortaya atılan sahte regresyon kavramı, rassal yürüyüş sürecine sahip değişkenler ile kurulan regresyon denklemlerinde, hata terimlerinin yüksek derecede otokorelasyonlu olması nedeniyle ilişkisiz değişkenlerin ilişkiliymiş gibi görünmesi olarak tanımlanmaktadır (Granger, Newbold 1974: 111). Phillips (1998), sahte regresyonun kaynağını serilerin ortak bir trend mekanizmasına sahip olmasıyla ilişkilendirmiştir. Sahte regresyon denklemlerinden elde edilen anlamlı t istatistik değerleri, yüksek R^2 veya $\bar{R}^2$ ile birlikte düşük Durbin-Watson (d) istatistik değerleri gerçek bir ilişkinin göstergesi değildir (Granger, Newbold 1974: 111).

Sahte regresyon sorunu, serilerin farkı alınarak ortadan kaldırılabilir, ancak bu durumda serilerdeki uzun dönemli bilgi kaybedilir. Granger (1986), zaman serilerinde sahte regresyon sorunundan kaçınmak ve uzun dönemli bilgiyi korumak için eşbütünleşme yaklaşımının kullanılabileceğini ifade etmiştir.

Eşbütünleşme, son çeyrek yüzyılda zaman serileri ekonometrisindeki en önemli gelişmelerden biri olarak görülmekte ve makroekonomik analizlerde yaygın olarak kullanılmaktadır (Ruxanda, Botezatu 2008: 51). Bu yöntemin temel avantajı, iktisadi teoriyi test etmek veya yanlışlamak için doğrudan kullanılabilmesidir (Rao 1997: 3).

Durağan olmayan iki seri arasındaki fark, durağan ise bu özellik eşbütünleşme olarak adlandırılmaktadır. Ayrıca bu özellik, iki serinin aynı gizli ortak çarpanla eşbütünleşik olduğunu göstermektedir (Granger 2004: 421). İki seri arasındaki farkın durağan olması, aralarındaki mesafenin sabit ve iki serinin dengede olduğu anlamına gelmektedir. Denge kavramı, durağan olmayan değişkenler arasındaki uzun dönemli ilişkiyi ifade etmektedir. Başka bir ifade ile değişkenler arasındaki denge ilişkisi, değişkenler birbirinden ne zaman uzaklaşırsa ekonomiyi tekrar dengeye doğru itme eğiliminde olan durağan bir nokta ile karakterize edilmektedir. Böylece, herhangi bir denge çerçevesinde, dengeden sapmalar geçici olmaktadır (Engle, Granger 1987: 251; Enders 2015: 353). Buna göre eşbütünleşme ilişkisi, uzun dönem veya denge olgusu olarak ifade edilebilir (Brooks 2014: 373).

Tümü $I(1)$ sürecine sahip y_t ve x_t değişkenlerini içeren aşağıdaki regresyon denklemini inceleyelim;

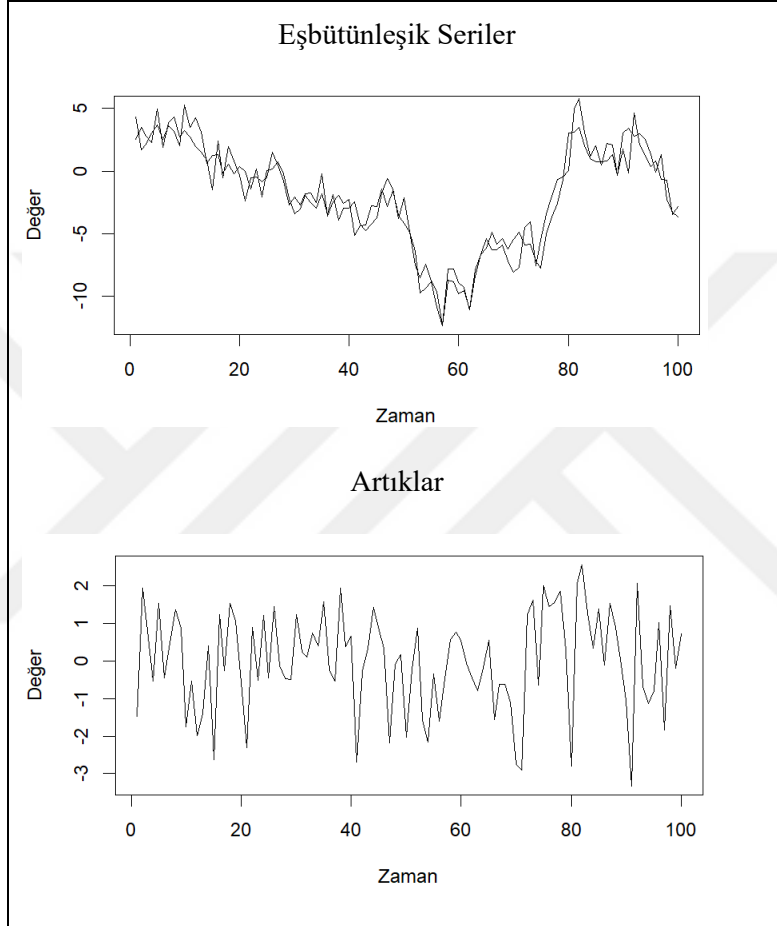
$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + e_t \quad (3.1)$$

Tahmin edilen denklem için artıklar aşağıdaki gibi elde edilmektedir;

$$\hat{e}_t = \hat{y}_t - \hat{\alpha}_0 - \hat{\alpha}_1 \hat{x}_t \quad (3.2)$$

Denklem (3.2) incelendiğinde, artıkların durağan olmayan (ancak aynı dereceden durağan olan) değişkenlerin doğrusal bir kombinasyonu olduğu görülmektedir. Değişkenler eşbütünleşik ise $I(1)$ değişkenlerinin lineer bir kombinasyonu olan artıkların $I(0)$, yani durağan olması gerekmektedir (Brooks 2014: 373). Durağan olmayan iki seri arasındaki eşbütünleşme ilişkisini görmek için eşbütünleşik iki seri yaratılmış ve Şekil 3.1’de yer verilmiştir.

Şekil 3.1: Eşbütünleşik İki Serinin ve Artıklarının Grafiği



Kaynak: Yazar tarafından oluşturulmuştur.

Eşbütünleşme denkleminde elde edilen artıkların grafiği Şekil 3.1’de yer almaktadır. Yukarıda belirtildiği gibi, seriler eşbütünleşik ise artıkların durağan olması beklenmektedir. Grafikte artıkların sıfır ortalama etrafında rastgele olarak salındığı ve durağan olduğu görülmektedir. Serilerin durağan veya durağan olmaması durumunda dikkat edilmesi gereken durumlar, Enders (2015) tarafından aşağıdaki gibi özetlenmiştir.

Durum 1: (3.1) denkleminde yer alan y_t ve x_t serilerinin her ikisi de durağan ise klasik regresyon modeli kullanılabilir.

Durum 2: y_t ve x_t serileri durağan değil ve farklı derecelerden durağan ise bu değişkenlerle kurulacak regresyon modeli anlamsızdır.

Durum 3: y_t ve x_t serileri durağan olmayan ancak aynı dereceden durağan olduğu durumda kurulacak regresyon modelinde, artıklar stokastik trende sahipse, bu durumda sahte regresyon söz konusudur.

Durum 4: y_t ve x_t serileri durağan değil ve aynı dereceden durağan olduğu durumda kurulacak regresyon modelinde, artıklar durağan ise bu durumda y_t ve x_t serileri eşbütünleşiktir (Enders 2015: 198-199).

Birim kök literatüründe olduğu gibi eşbütünleşme testi literatürü de kırılmaların göz ardı edildiği geleneksel, yapısal kırılmalı, doğrusal olmayan ve Fourier eşbütünleşme testleri olarak ayrılmaktadır. Bu bağlamda, çalışmada eşbütünleşme testleri Geleneksel Eşbütünleşme Testleri, Yapısal Kırılmalı Doğrusal Eşbütünleşme Testleri, Doğrusal Olmayan Eşbütünleşme Testleri ve Fourier Eşbütünleşme Testleri olarak dört farklı grup altında incelenmiş ve temel testlere teorik olarak kapsamlı bir şekilde yer verilmiştir.

3.1. Geleneksel Eşbütünleşme Testleri

Eşbütünleşme ilişkisinin incelenmesi amacıyla çeşitli yönlerden farklılaşan eşbütünleşme testleri geliştirilmiştir. Bu bölümde yapısal kırılmaları ve doğrusal olmayan dinamikleri göz ardı eden ve geleneksel eşbütünleşme testleri olarak adlandırılan eşbütünleşme testleri incelenmiştir. İlk kez Engle ve Granger (1987) tarafından eşbütünleşme testinin istatistiksel süreçleri ortaya konarak eşbütünleşme testi geliştirilmiştir. Engle ve Granger (1987) literatüre yapmış oldukları bu katkıyla 2003 yılında Nobel Ekonomi ödülünü kazanmışlardır. Bu test durağan olmayan ancak aynı dereceden durağan olan seriler için uygulanmaktadır. Test iki aşamalı bir testtir. y_t ve x_t $I(1)$ birim kök sürecine sahip değişkenler için;

- i) Birinci aşamada uzun dönem (denge) regresyon denklemi kurulur ve artıklar çekilir. Burada artıklar $\hat{e}_t$ uzun dönemli ilişkiden sapmaların tahmini değerlerini ifade etmektedir.

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + e_t \quad (3.3)$$

$$\hat{e}_t = \hat{y}_t - \hat{\alpha}_0 - \hat{\alpha}_1 \hat{x}_t \quad (3.4)$$

- ii) İkinci aşamada (3.4) denkleminde yer alan artıklara, DF veya ADF birim kök testi uygulanarak artıkların durağan olup olmadığı incelenir. Bu sapmaların durağan olduğunun belirlenmesi durumunda y_t ve x_t $I(1)$ mertebesinde eşbütünleşiktir. Test denklemi;

$$\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.5)$$

veya

$$\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.6)$$

olarak ifade edilmektedir. Hata terimlerinin otokorelasyonlu olması durumunda modele bağımlı değişkenin gecikmeleri eklenerek genel model kullanılır. Eşbütünleşme testi için hipotezler;

$$H_0: \delta = 0 \quad (3.7)$$

$$H_1: \delta < 0 \quad (3.8)$$

olarak tanımlanmaktadır. Temel hipotez değişkenler arasında eşbütünleşme ilişkisinin olmadığını, alternatif hipotez ise eşbütünleşme ilişkisinin olduğunu ifade etmektedir. Test istatistiği;

$$\tau = \frac{\hat{\delta}}{s_{\hat{\delta}}} \quad (3.9)$$

olarak tanımlanmaktadır. Test istatistik değeri, MacKinnon (1991) tablo kritik değerinden daha küçükse temel hipotez reddedilmektedir ve değişkenler arasında eşbütünleşik bir ilişkinin olduğu sonucuna varılır. Buna göre; seriler geçici dalgalanmalar dışında birbirinden uzaklaşmazlar. Bu sonuç uzun dönemli ekonomik bir ilişkide istatistiksel bir dengeyi tanımlamaktadır.

Engle ve Granger (1987) tarafından, her bir eşbütünleşme ilişkisi için, bir hata düzeltme temsilinin olduğunu ifade eden “Granger Temsil Teoremi” önerilmiştir. Eşbütünleşme analizi, durağan olmayan değişkenlerin uzun vadede birlikte hareket etme eğiliminde olabileceği fikrinden ortaya çıkmıştır. Bu analizin en önemli faydası kısa ve uzun dönem dinamiklerin bir arada modellenmesine izin vermesidir. Değişkenler arasında eşbütünleşme ilişkisi olması durumunda, bir hata düzeltme modeli ile herhangi bir şok meydana geldiğinde değişkenlerin dengeden sapmalara nasıl tepki verdiği elde edilebilmektedir. Başka bir ifade ile hata düzeltme modeli, uzun dönemli bir ilişkide meydana gelecek herhangi bir sapmanın (dengesizliğin) bir kısmının bir sonraki dönemde düzeleceği fikrine dayanmaktadır. Buna göre iki değişkenli bir eşbütünleşme ilişkisinin indirgenmiş formu;

$$\Delta y_t = \lambda(y_{t-1} - \alpha_0 - \alpha_1 x_{t-1}) + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^p \delta_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.10)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bu model *Hata Düzeltme Modeli* (Error Correction Model, ECM) ya da *Denge Düzeltme Modeli* olarak adlandırılmaktadır. Hata düzeltme terimi $\varepsilon_{t-1} = y_{t-1} - \alpha_0 - \alpha_1 x_{t-1}$ olduğundan ECM modeli;

$$\Delta y_t = \lambda \hat{e}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^p \delta_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.11)$$

şeklinde de yazılabilir. ECM’de yer alan λ , ayarlama katsayısı (uyarlama hızı) olarak adlandırılmaktadır. ECM mekanizmasının çalışması için, bu katsayının istatistiksel olarak anlamlı, 0 ve 1 arasında ve

negatif olması gerekmektedir (Balke, Fomby 1997: 627; Engle, Granger 1987:252- 255; Enders 2015:360-363; Kirchgässner vd. 2012:212).

Üç veya daha fazla değişkenin kullanıldığı testlerde birden fazla eşbütünleşme ilişkisi ortaya çıkabilir. Engle ve Granger (1987) eşbütünleşme testi, tek bir eşbütünleşme vektörünü ele alması nedeniyle çoklu eşbütünleşme vektörlerinin olması durumunda daha düşük güce sahiptir. Buna ek olarak, bu testte iki değişkenli bir sistemde, bir regresyon denkleminde eşbütünleşme ilişkisinin olduğunu, diğer regresyon denkleminde ise eşbütünleşme ilişkisinin olmadığını bulmak mümkündür. Ancak test prosedürünün seçilen değişkene göre değişmez olması gerekmektedir. Ayrıca, bu test iki aşamalı bir testtir ve birinci aşamada yapılacak herhangi bir hata ikinci aşamaya da taşınacaktır (Enders 2015:373-374). Bu problemlerden kaçınmak amacıyla çeşitli testler geliştirilmiştir. Literatürde yaygın olarak kullanılan Johansen (1988, 1991) eşbütünleşme ve Sınır (2001) eşbütünleşme testleri geleneksel eşbütünleşme testleri grubunda yer almaktadırlar. Temel testlerden biri olması nedeniyle Johansen (1988, 1991) eşbütünleşme testine de ayrıntılı olarak yer verilmiştir. Bu testlere ait genel bilgiler Tablo 3.1’de yer almaktadır.

Johansen (1988, 1991) eşbütünleşme testi, ikiden fazla değişken olması durumunda tüm eşbütünleşme vektörlerinin maksimum olabilirlik tahmin prosedürüne göre elde edilmesini mümkün kılmaktadır. Tümü birim köke sahip n değişken için en fazla $n - 1$ eşbütünleşme vektörü elde edilebilir. Bu test, bir matrisin rankı ile karakteristik kökleri arasındaki ilişkiye dayanmaktadır. Johansen (1988, 1991), z_t değişkenler vektörünü dağıtılmış gecikme modeli $VAR(p)$ olarak aşağıdaki gibi tanımlamaktadır;

$$z_t = \Phi d_t + \pi_1 z_{t-1} + \pi_2 z_{t-2} + \dots + \pi_p z_{t-p} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2) \quad (3.12)$$

Burada p gecikme uzunluğunu göstermektedir. z_t , n sayıdaki durağan değişken vektörüdür. d_t sabit terim, trend, mevsimsel ve yapısal kırılmaları tanımlayan kuklaları gösteren deterministik terimlerden oluşmaktadır. z_t ’deki değişkenlerin durağan olmaması durumunda, model birinci dereceden fark formunda yazılır, vektör hata düzeltme modeli olarak adlandırılan $VECM(p-1)$ aşağıdaki gibi ifade edilmektedir;

$$\Delta z_t = \Pi z_{t-1} + \Gamma_1 \Delta z_{t-1} + \Gamma_2 \Delta z_{t-2} + \dots + \Gamma_{p-1} \Delta z_{t-p+1} + \varepsilon_t \quad (3.13)$$

Burada $i = 1, 2, 3, \dots, p$ olmak üzere $\Gamma_i = -I + \pi_1 + \pi_2 + \dots + \pi_i$ ve $\Pi = -(I - \pi_1 - \pi_2 - \dots - \pi_p)$ ‘dır. Π , veri vektöründeki değişkenler arasındaki uzun dönemli etkiyi gösteren $n \times n$ ’lik bir matristir. Γ kısa dönemli etkiyi gösteren katsayı matrisidir. Π matrisi, α ayarlama parametre vektörü/matrisi ile β eşbütünleşme vektörü/matrisinin çarpımıyla iki bileşen olarak aşağıdaki gibi gösterilebilir;

$$\Pi = \alpha \beta' \quad (3.14)$$

Π matrisinin rankı eşbütünleşme vektörlerinin sayısını vermekte ve r ile gösterilmektedir. Değişkenler arasında eşbütünleşme varsa $rank(\Pi) \neq 0$ 'dır.

$$rank(\Pi) = \text{eşbütünleşme vektör sayısı} \quad (3.15)$$

Bir matrisin rankı, sıfırdan farklı olan karakteristik köklerinin sayısına eşittir. Π matrisinin m karakteristik kökü $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots \lambda_m$ olacak şekilde sıralanabilir. Eğer z_t vektöründeki değişkenler eşbütünleşik değil ise bu durumda $rank(\Pi) = 0$ 'dır ve karakteristik köklerin tümü 0'a eşittir.

Eşbütünleşik vektör sayısını belirlemek amacıyla olabilirlik oranına (likelihood-ratio) dayanan iz (trace) ve maksimum öz değer (eigenvalue) olmak üzere iki test istatistiği kullanılmaktadır.

$$\lambda_{trace}(r) = -T \sum_{i=r+1}^m \ln(1 - \hat{\lambda}_i) \quad (3.16)$$

$$\lambda_{max}(r, r+1) = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1}) \quad (3.17)$$

Burada $\hat{\lambda}_i$, Π matrisinden elde edilen karakteristik köklerin tahmini değerini, T ise kullanılabilir gözlem sayısını göstermektedir. İz istatistiğine ait hipotezler;

$$H_0: r = 0 \quad H_1: r \geq 1 \quad (3.18)$$

$$H_0: r \leq 1 \quad H_1: r \geq 2 \quad (3.19)$$

$$\vdots \quad \vdots$$

$$H_0: r \leq m-1 \quad H_1: r \geq m \quad (3.20)$$

şeklinde gösterilmektedir. (3.18)'de temel hipotez eşbütünleşme olmadığını, alternatif hipotez ise 1'den fazla eşbütünleşme ilişkisinin olduğunu göstermektedir. Temel hipotez reddedilmeyene kadar eşbütünleşme sınaması ardışık olarak yapılır. Maksimum öz değer istatistiğine ait hipotezler ise;

$$H_0: r = 0 \quad H_1: r = 1 \quad (3.21)$$

$$H_0: r \leq 1 \quad H_1: r = 2 \quad (3.22)$$

$$\vdots \quad \vdots$$

$$H_0: r \leq m-1 \quad H_1: r = m \quad (3.23)$$

olarak ifade edilmektedir. İz istatistiğinde olduğu gibi eşbütünleşme sınaması ardışık olarak yapılmaktadır. Johansen (1988, 1991) eşbütünleşme testinin uygulanabilmesi için Engle ve Granger (1987) eşbütünleşme testinde olduğu gibi, serilerin aynı dereceden durağan olması gerekmektedir (Coe, Moghadam 1993:542-546; Dwyer 2015:1-4; Johansen 1988:232; Johansen 1991:1551). Johansen testinin tablo kritik değeri temel hipotez altında durağan olmayan bileşenlerin sayısına ve eşbütünleşme denkleminde yer alan deterministik terimlere bağlı olarak değişmektedir. Bu nedenle test istatistik değeri

Monte Carlo simülasyonu ile elde edilmektedir. Test istatistik değeri, tablo kritik değerinden daha büyükse temel hipotez reddedilir, ardışık olarak eşbütünleşme sınamasına devam edilir (Enders 2015:379).

Engle ve Granger (1987) ve Johansen (1988, 1991) eşbütünleşme testleri değişkenlerin tümünün durağan olmayan ancak aynı dereceden durağan olmasına odaklanmaktadır. Pesaran vd. (2001) değişkenler arasındaki eşbütünleşme ilişkisinin varlığını test etmek için **Sınır Testi (2001)** olarak adlandırılan yeni bir test önermiştir. Bu testin Engle ve Granger (1987) ve Johansen (1988, 1991) eşbütünleşme testlerine göre iki temel avantajı vardır. Birincisi; sınır testinin değişkenlerin tümünün birinci dereceden durağan (I), tümünün düzeyde durağan $I(0)$ veya karşılıklı eşbütünleşik olmasına bakılmaksızın uygulanabilmesidir. Ancak bu testte değişkenlerin hiçbirinin $I(2)$ olmaması ve bağımlı değişkenin $I(1)$ olması gerekmektedir. İkincisi ise, testin küçük örneklerde uygulanabiliyor olmasıdır. Seriler arasında eşbütünleşme ilişkisi belirlendikten sonra kısa ve uzun dönemli ilişkileri incelemek için Gecikmesi Dağıtılmış Otoregresif (ARDL) modeline dayanan ECM modeli kullanılmaktadır (Pesaran vd. 2001: 290; Narayan, Narayan 2005: 439).

Tablo 3.1: Geleneksel Eşbütünleşme Testleri

Test	Denklemler	Hipotez	Test İstatistiği	Tablo	Temel Hipotez
Engle ve Granger (1987)	$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + e_t$ $\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta = 0$ $H_1: \delta < 0$	$\tau = \frac{\hat{\delta}}{S_{\hat{\delta}}}$	MacKinnon (1991)	Eşbütünleşme yoktur.
	Hata Düzeltme Modeli $\Delta y_t = \lambda \hat{e}_{t-1} + \sum_{i=1}^n \theta_{1i} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^n \theta_{2i} \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$				
Johansen (1988, 1991)	$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + e_t$	İz istatistiği; $H_0: r = 0$ $H_1: r \geq 1$ $H_0: r \leq 1$ $H_1: r \geq 2$ $\vdots$ $H_0: r \leq m - 1$ $H_1: r \geq m$ Maksimum öz değer istatistiği; $H_0: r = 0$ $H_1: r = 1$ $H_0: r \leq 1$ $H_1: r = 2$ $\vdots$ $H_0: r \leq m - 1$ $H_1: r = m$	$\lambda_{trace}(r) = -T \sum_{i=r+1}^m \ln(1 - \hat{\lambda}_i)$ $\lambda_{max}(r, r + 1) = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1})$	Monte Carlo simülasyonları ile elde edilmektedir.	Eşbütünleşme yoktur.
	Hata Düzeltme Modeli $\Delta z_t = \Pi z_{t-1} + \Gamma_1 \Delta z_{t-1} + \Gamma_2 \Delta z_{t-2} + \dots + \Gamma_{p-1} \Delta z_{t-p+1} + \varepsilon_t$				
Sınır Testi (2001)	$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + e_t$	$H_0: \delta_1 = \delta_2 = 0$ $H_1: \delta_1 \neq \delta_2 \neq 0$	$F = \frac{(SSR_{kısıtlı} - SSR_{kısıtsız})/q}{SSR_{kısıtsız} / (T - k)}$	Pesaran vd. (2001), Narayan (2005)	Eşbütünleşme yoktur.
	Kısıtsız Hata Düzeltme Modeli : $\Delta y_t = \alpha_0 + \beta t + \sum_{i=1}^n \theta_{1i} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^n \theta_{2i} \Delta x_{t-i} + \delta_1 y_{t-1} + \delta_2 x_{t-1} + \varepsilon_t$ Uzun dönem ARDL Modeli: $\Delta y_t = \alpha_0 + \beta t + \sum_{i=1}^n \theta_{1i} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^n \theta_{2i} \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$ Kısa Dönem ARDL Modeli: $\Delta y_t = \alpha_0 + \beta t + \sum_{i=1}^n \theta_{1i} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^n \theta_{2i} \Delta x_{t-i} + \lambda \hat{e}_{t-1} + \varepsilon_t$				
Johansen (1988, 1991): z değişkenler vektörünü ifade etmektedir. Her bir test istatistiği için ilk hipotez eşbütünleşme yoktur şeklindedir. Ardışık hipotezlere geçildiğinde temel hipotezler değişmektedir. Hata terimi $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$ 'dir.					
Sınır Testi (2001): Δy_t ve Δx_t değerleri ve gecikmeli değerleri kısa dönem dinamiklerini δ_1 ve δ_2 uzun dönem dinamiklerini ifade etmektedir. Test üç aşamadan oluşmaktadır. Birinci aşamada; Kısıtsız hata düzeltme modeli tahmin edilir ve eşbütünleşme ilişkisinin olup olmadığı belirlenir. İkinci aşamada uzun dönem dinamikleri ve son aşamada kısa dönem dinamikleri tahmin edilir. Artık Kareler Toplamı SSR, q kısıt sayısı, gözlem sayısı T, kısıtsız modeldeki parametre sayısı k ile gösterilmektedir. Burada T-k ise kısıtsız modelin serbestlik derecesidir. F istatistik değeri üst sınır değerinden büyükse temel hipotez reddedilir, eşbütünleşme ilişkisi vardır. Alt sınır değerinden küçük ise temel hipotez reddedilemez, eşbütünleşme ilişkisi yoktur. F istatistik değerinin alt ve üst sınırlarının arasına düşmesi durumu kararsızlık bölgesidir. Asimtotik kritik değerler tüm değişkenlerin I(0) ve tüm değişkenlerin I(1) olduğu varsayımına göre elde edilmiştir. Hata terimi $e_t \sim IID(0, \sigma^2)$ 'dir. Pesaran vd. (2001) tablo kritik değerleri büyük örnekler için üretildiğinden, küçük örnekler için Narayan (2005) çalışmasında üretilen değerlerin kullanılması önerilmektedir.					

Kaynak: Yazar tarafından oluşturulmuştur.

3.2. Yapısal Kırılmalı Doğrusal Eşbütünleşme Testleri

Durağan olmayan değişkenlerin doğrusal bir kombinasyonunda (eşbütünleşme vektöründe) bilinmeyen bir tarihte, ekonomik krizler, teknolojik şoklar, politika ve rejim değişiklikleri gibi nedenlerle yapısal kırılmalar meydana gelebilir. İncelenen dönemin uzun olması durumunda eşbütünleşme vektöründe bu yapısal kırılmaların olma olasılığı yüksektir. Birim kök testlerinde olduğu gibi geleneksel eşbütünleşme testlerinde de yapısal kırılmaların göz ardı edilmesi temel hipotezin reddedilememesi yönünde eğilim göstermesine neden olmaktadır (Harris, Sollis 2003:84; Hatemi-J 2008:498). Bu nedenle Gregory ve Hansen (1996), Hatemi-J (2008) ve Maki (2012) olmak üzere çeşitli yapısal kırılmalı eşbütünleşme testleri geliştirilmiştir. Bu bağlamda, bu bölümde yapısal kırılmalı doğrusal eşbütünleşme testlerine yer verilmiştir. Bu testlerin temelini oluşturan Gregory ve Hansen (1996) eşbütünleşme testine aşağıda yer verilmiştir.

Gregory ve Hansen (1996), Engle ve Granger (1987) eşbütünleşme testini tek bir kırılmaya izin verecek şekilde genişletmişlerdir. Temel hipotez geleneksel testlerle aynıdır, alternatif hipotez ise bilinmeyen bir yapısal kırılmalı eşbütünleşme ilişkisi vardır şeklinde oluşturulmaktadır. Yapısal değişimin formu farklı şekillerde ortaya çıkabilir. Bu nedenle, testte üç farklı model önerilmiştir. Birinci model düzeyde kırılmayı, ikinci model eğimde kırılmayı, üçüncü model ise rejim değişimini ya da hem düzeyde ve hem de eğimde kırılmayı temsil etmektedir.

y_t ve x_t $I(1)$ birim kök sürecine sahip değişkenler için, alternatif hipotez altındaki üç model aşağıdaki gibidir;

Model 1 için;

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \alpha_2 DU_t + e_t \quad e_t \sim IID(0, \sigma^2) \quad (3.24)$$

Model 2 için;

$$y_t = \alpha_0 + \beta t + \alpha_1 x_t + \alpha_2 DU_t + e_t \quad e_t \sim IID(0, \sigma^2) \quad (3.25)$$

Model 3 için;

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \alpha_2 DU_t + \alpha_3 x_t DU_t + e_t \quad e_t \sim IID(0, \sigma^2) \quad (3.26)$$

olarak ifade edilmektedir. $t = 1, 2, 3, \dots, T$ olmak üzere modellerde kullanılan kukla değişken aşağıdaki gibi oluşturulmaktadır;

$$DU_t = \begin{cases} 1 & t > T\tau \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (3.27)$$

Burada $T\tau$ kırılma tarihini T ise gözlem sayısını ifade etmektedir. Kırılma tarihi bilinmemekte ve içsel olarak tahmin edilmektedir. Kırılma tarihi, tüm olası kırılma tarihleri arasında test istatistiğinin mutlak değerini maksimum yapan değerde seçilmektedir. Bu modellerden elde edilen artıklara, ADF ve Phillips (1987) testleri uygulanarak eşbütünleşme yoktur temel hipotezi test edilir (Gregory, Hansen 1996:99-106). Burada $\tau \in (0, 1)$ değişim noktasının bağıl zamanlamasını gösteren bilinmeyen parametrelerdir (Lucey, Voronkova 2008:1310). Üç model $\tau \in T = (0,15,0,85)$ kırılma aralığı boyunca kırılma noktası değiştirilerek sıralı olarak tahmin edilir. Gregory ve Hansen (1996) eşbütünleşme testi üç test istatistiğine dayanmaktadır. Test istatistiklerine aşağıda yer verilmiştir;

$$ADF^* = \inf_{\tau \in T} ADF(T\tau) \quad (3.28)$$

$$Z_\alpha^* = \inf_{\tau \in T} Z_\alpha(T\tau) \quad (3.29)$$

$$Z_t^* = \inf_{\tau \in T} Z_t(T\tau) \quad (3.30)$$

Bu istatistikler ADF test istatistiği ve Phillips (1987)'in Z_α ve Z_t test istatistiklerinin genişletilmiş halidir (Narayan 2005:1982). Z_α^* ve Z_t^* test istatistikleri, sapması düzeltilmiş (bias-corrected) birinci dereceden seri korelasyon katsayısının tahminine dayanmaktadır. Test istatistik değeri, Gregory ve Hansen (1996) tablo kritik değerinden daha küçükse temel hipotez reddedilmektedir (Gregory, Hansen 1996:106).

Hatemi-J (2008) ve Maki (2012) eşbütünleşme testleri, literatürde yaygın olarak kullanılan yapısal kırılmalı doğrusal eşbütünleşme testleridir. Bu testler ile ilgili temel bilgilere Tablo 3.2'de yer verilmiştir. **Hatemi-J (2008)**; Gregory ve Hansen (1996)'in tek bir içsel kırılmayı ele alan eşbütünleşme testini, iki içsel kırılmaya izin verecek şekilde genişletmiştir (Hatemi-J 2008:498). Ancak ekonomik zaman serilerinde yapısal kırılmalar öngörülemeyen şekillerde ve sıklıkta meydana gelebilir ve kırılmaların sayısı hakkında ön bilgi yoktur. İki kırılma olması durumunda Gregory ve Hansen (1996) eşbütünleşme testinin uygulanması ve benzer şekilde tek kırılma olması durumunda Hatemi-J (2008) testinin uygulanması testin gücünü azaltmaktadır. Ayrıca ikiden fazla eşbütünleşme olması durumunda da her iki test iyi bir performans göstermemektedir. Bu nedenle **Maki (2012)** beş yapısal kırılmaya izin veren eşbütünleşme testi önermiştir. Kalıntılara dayanan bu test, kırılma sayısının önceden belirlenen maksimum kırılma sayısından küçük veya ona eşit olduğunu varsaymaktadır. Bu testin uygulanabilmesi için tüm değişkenlerin $I(1)$ olması gerekmektedir. Maki (2012) çoklu kırılmalı eşbütünleşmeyi test etmek için dört farklı model önermektedir. Birincisi, trendsiz ve düzeyde birden fazla kırılma olduğunu; ikincisi, trendsiz ve hem düzeyde hem de eğim katsayılarında birden fazla kırılma olduğunu; üçüncü model, trendli ve hem düzeyde hem de eğim katsayılarında birden fazla kırılma olduğunu ve dördüncüsü, düzeyde, eğim katsayılarında ve trendde birden fazla kırılma olduğunu varsaymaktadır (Maki 2012:2011-2012).

Tablo 3.2: Yapısal Kırılmalı Doğrusal Eşbütünleşme Testleri

Test	Denklemler	Hipotez	Test İstatistiği	Tablo	Temel Hipotez
Gregory ve Hansen (1996)	Model 1: $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \alpha_2 DU_t + e_t$ Model 2: $y_t = \alpha_0 + \beta t + \alpha_1 x_t + \alpha_2 DU_t + e_t$ Model 3: $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \alpha_2 DU_t + \alpha_3 x_t DU_t + e_t$	$H_0: \delta = 0$ $H_1: \delta < 0$	$ADF^* = \inf_{\tau \in T} ADF(T\tau)$ $Z_\alpha^* = \inf_{\tau \in T} Z_\alpha(T\tau)$ $Z_t^* = \inf_{\tau \in T} Z_t(T\tau)$	Gregory ve Hansen (1996)	Eşbütünleşme yoktur.
	Kukla Değişkenler $DU_t = \begin{cases} 1 & t > T\tau \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$				
Hatemi-J (2008)	$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \alpha_2 DU1_t + \alpha_3 DU2_t + \alpha_4 x_t DU1_t + \alpha_5 x_t DU2_t + e_t$	$H_0: \delta = 0$ $H_1: \delta < 0$	$ADF^* = \inf_{(\tau_1, \tau_2) \in T} ADF(T\tau_1, T\tau_2)$ $Z_\alpha^* = \inf_{(\tau_1, \tau_2) \in T} Z_\alpha(T\tau_1, T\tau_2)$ $Z_t^* = \inf_{(\tau_1, \tau_2) \in T} Z_t(T\tau_1, T\tau_2)$	Hatemi-J (2008)	Eşbütünleşme yoktur.
	Kukla Değişkenler $DU1_t = \begin{cases} 1 & t > T\tau_1 \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad DU2_t = \begin{cases} 1 & t > T\tau_2 \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$				
Maki (2012)	Model 1: $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \sum_{i=1}^k \alpha_{2i} DU_{i,t} + e_t$ Model 2: $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \sum_{i=1}^k \alpha_{2i} DU_{i,t} + \sum_{i=1}^k \alpha_{3i} x_t DU_{i,t} + e_t$ Model 3: $y_t = \alpha_0 + \beta t + \alpha_1 x_t + \sum_{i=1}^k \alpha_{2i} DU_{i,t} + \sum_{i=1}^k \alpha_{3i} x_t DU_{i,t} + e_t$ Model 4: $y_t = \alpha_0 + \beta t + \alpha_1 x_t + \sum_{i=1}^k \alpha_{2i} DU_{i,t} + \sum_{i=1}^k \alpha_{3i} x_t DU_{i,t} + \sum_{i=1}^k \alpha_{4i} t DU_{i,t} + e_t$	$H_0: \delta = 0$ $H_1: \delta < 0$	$\tau = \frac{\hat{\delta}}{s_{\hat{\delta}}}$	Maki (2012)	Eşbütünleşme yoktur.
	Kukla Değişkenler $DU_{i,t} = \begin{cases} 1 & t > T\tau_i \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$				
Notlar: (i) Test denklemlerinde $e_t \sim IID(0, \sigma^2)$ 'dır ve $t = 1, 2, 3, \dots, T$ olarak ifade edilmektedir. Modeller için ADF test denklemi $\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t$ şeklindedir. Hatemi-J (2008): Üç model $\tau_1 \in T_1 = (0, 15, 0, 70)$ ve $\tau_2 \in T_2 = (0, 15 + \tau_1, 0, 85)$ kırılma aralğı boyunca kırılma noktası değiştirilerek sıralı olarak tahmin edilir. Maki (2012): k maksimum kırılma sayısı olmak üzere $i = 1, 2, 3, \dots, k$ 'dır. İlk kırılma tarihi test denklemindeki artk kareler toplamını minimum yapan tarih olarak belirlenmektedir. İlk kırılma tarihi modele eklenip olası ikinci kırılma tarihleri belirlenir. Aynı işlemler k kırılma için yapılmaktadır. Olası tüm kırılmalar içinde en küçük t istatistik değeri, test istatistiğı olarak belirlenmektedir.					

Kaynak: Yazar tarafından oluşturulmuştur.

3.3. Doğrusal Olmayan Eşbütünleşme Testleri

Ekonomik değişkenler arasındaki denge ilişkisi, işlem maliyetlerinin varlığı nedeniyle tüm zaman dilimlerinde gerçekleşmeyebilir. Geleneksel testler, doğrusal olmayan bir sürecin varlığında temel hipotezin reddedilememesi yönünde yanlış sonuçların elde edilmesine neden olmaktadır. Bu durumda, denge ilişkisi doğrusal olmayan ayarlamalarla karakterize edilmekte ve bu tür ayarlamalar TAR ve STAR tipi süreçler ile modellenmektedir. Balke ve Fomby (1997), Enders ve Siklos (2001), Hansen ve Seo (2002) ve Seo (2006) çalışmalarında eşbütünleşme ilişkisinin eşik değere göre ani ayarlama mekanizmasıyla gerçekleştiğini varsayan eşbütünleşme testleri geliştirmişlerdir. Kapetanios, Shin ve Snell (KSS, 2006); Maki (2010), Hepsağ (2021) ise ayarlama mekanizmasının yumuşak olduğu doğrusal olmayan ayarlamayı ele alan testler geliştirmişlerdir. Çalışmanın bu bölümünde, doğrusal olmayan eşbütünleşme testlerine yer verilmiş ve Balke ve Fomby (1997), KSS (2006) eşbütünleşme testleri ayrıntılı olarak anlatılmıştır.

Balke ve Fomby (1997) çalışmalarında, doğrusal olmama ve eşbütünleşmeyi birleştirerek eşik değerli eşbütünleşme kavramını literatüre kazandırmışlardır. Değişkenlerin eşbütünleşik olduğu bir sistemde, değişkenlerin dengeden sapmalara nasıl tepki vereceği ECM modeli ile açıklanabilir. Geleneksel yaklaşımda, uzun dönemli dengeye doğru hareket etme eğiliminin tüm zaman diliminde gerçekleştiği varsayılmaktadır. Ancak, gerçekte dengeye doğru hareket etme eğilimi, ekonomik aktörler tarafından bazı ayarlama maliyetlerinin varlığı nedeniyle tüm zaman diliminde gerçekleşmeyebilir. Ayrıca, dengeden sapma kritik bir değeri aştığında, sapmanın düzeltilmesinin faydaları maliyetlerden daha yüksek olur ve ekonomik aktörler sistemi tekrar dengeye getirir. Buna göre eşbütünleşme ilişkisi eşik değere göre değişmekte ve sistem belirli bir aralıktayken eşbütünleşme ilişkisi geçerli değilken, sistemin belirli bir eşik değeri aşması durumunda eşbütünleşme ilişkisi geçerli olmaktadır. Eşik eşbütünleşme bu ayrık ayarlamayı karakterize etmektedir (Balke, Fomby 1997: 627-628). Bu test iki aşamalı bir testtir. Birinci aşamada Engle-Granger (1987) yaklaşımı ile eşbütünleşme ilişkisinin olup olmadığı belirlenirken, ikinci aşama ise eşik davranışın olup olmadığı incelenmektedir.

İki değişkenli bir sistem için y_t ve x_t arasındaki eşbütünleşme denklemi;

$$y_t = \alpha x_t + e_t \quad e_t = \rho^{(i)} e_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.31)$$

$$y_t = \beta x_t + u_t \quad u_t = \gamma u_{t-1} + w_t \quad (3.32)$$

olarak gösterilmektedir. e_t dengeden sapmaları, $(1, \alpha)$ eşbütünleşme vektörünü, (3.32) denkleminde ise iki değişken arasındaki ortak stokastik trendi temsil etmektedir. Burada $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$ ve $w_t \sim IID(0, \sigma^2)$ 'dir.

Engle ve Granger (1987) eşbütünleşme testinde e_t ile gösterilen dengeden sapmalar, doğrusal bir denklem ile gösterilirken, burada eşik otoregresyon olarak ifade edilmektedir.

$$|e_{t-1}| \leq \gamma \text{ ise } \rho^{(i)} = 1 \quad (3.33)$$

$$|e_{t-1}| > \gamma \text{ ise } = \rho, |\rho| < 1 \quad (3.34)$$

Burada γ kritik eşik değeri göstermektedir. $|e_{t-1}| \leq \gamma$ olması durumunda e_t birim köke sahiptir. Sistem dengeye doğru hareket etme eğiliminde değildir ve seriler arasında eşbütünleşme ilişkisi yoktur. $|e_{t-1}| > \gamma$ ise e_t durağan bir seri haline gelir. y_t ve x_t dengeye dönme eğilimindedir ve eşbütünleşme ilişkisi vardır. $|e_{t-1}| \leq \gamma$ olduğunda, e_t yerel olarak birim köke sahipken, genel olarak durağandır. Eşbütünleşme zaman serisinin genel bir özelliğidir, eşik rejimleri ise yerel özelliklerdir. Genel ve yerel özelliklerin birleşimi, aşağıda yer verilen hipotezler ile ortaya konmakta ve üçüncü alternatif hipoteze odaklanılmaktadır.

$$H_0: \text{Doğrusal ilişki vardır, Eşbütünleşme ilişkisi yoktur.} \quad (3.35)$$

$$H_1: \text{Doğrusal ilişki vardır, Eşbütünleşme ilişkisi vardır.} \quad (3.36)$$

$$H_2: \text{Doğrusal olmayan ilişki vardır, Eşbütünleşme ilişkisi yoktur.} \quad (3.37)$$

$$H_3: \text{Doğrusal olmayan ilişki vardır, Eşbütünleşme ilişkisi vardır.} \quad (3.38)$$

İki değişkenli sistem için ECM modeli;

$$\Delta y_t = \lambda_1^{(i)} e_{t-1} + v_{1t} \quad (3.39)$$

$$\Delta x_t = \lambda_2^{(i)} e_{t-1} + v_{2t} \quad (3.40)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada $\lambda_1^{(i)} = -(1 - \rho^{(i)})\beta/(\beta - \alpha)$, $\lambda_2^{(i)} = -(1 - \rho^{(i)})/(\beta - \alpha)$, $v_{1t} = [\beta/(\beta - \alpha)]\varepsilon_t - [\alpha/(\beta - \alpha)]w_t$, $v_{2t} = \left[\frac{1}{\beta - \alpha}\right](w_t - \varepsilon_t)$ ve $e_{t-1} = y_{t-1} + \alpha x_{t-1}$ 'dir. Hata düzeltme terimi e_{t-1} , denge hatasını ya da sapmasını, $\lambda_1^{(i)}$ ve $\lambda_2^{(i)}$ ise y_t ve x_t 'nin denge ilişkisinden sapmaya nasıl tepki verdiğini göstermektedir. Denge koşulundan sapmalar eşik değerden yüksek değilse bu durumda $\lambda_1^{(i)}$ ve $\lambda_2^{(i)}$ sıfırdır ve y_t ve x_t değişkenleri sapmalara herhangi bir yanıt vermez. Sapmaların eşik değeri aşması durumunda ise $\lambda_1^{(i)}$ ve $\lambda_2^{(i)}$ sıfırdan farklıdır ve y_t ve x_t değişkenleri sapmalara yanıt verir (Balke, Fomby 1997: 629-633).

Literatürde TAR, Momentum TAR ve STAR sürecine sahip doğrusal olmayan ayarlamaya izin veren çeşitli eşbütünleşme testleri geliştirilmiştir. Tablo 3.3, bu testler hakkındaki genel bilgileri içermektedir.

Enders ve Siklos (2001) ve Enders ve Granger (1988), asimetrik ayarlamaya izin veren, TAR ve MTAR olmak üzere iki farklı doğrusal olmayan eşbütünleşme modeli geliştirmişlerdir. Engle-Granger (1987)

eşbütünleşme testi, hata düzeltme teriminin ayarlanması asimetrik olduğunda yanlış belirleme hatalarına yol açabilir. Bu nedenle, Enders ve Siklos (2001), bu hatayı Engle-Granger iki adımlı eşbütünleşme testini asimetrik bir hata düzeltme terimini içerecek şekilde genişleterek çözmüşlerdir (Enders, Siklos 2001:166-167; Shen vd. 2007:1436).

Hansen ve Seo (2002); Eşik eşbütünleşme testine yönelik ilk yaklaşım olan Balke ve Fomby (1997) eşik eşbütünleşme testi, eşbütünleşme vektörünün bilindiği ve tek değişkenli bir testtir. Bu testte, eşbütünleşme vektörünün tahmin edilmesi durumu için bir teori sunulmamıştır. Hansen ve Seo (2002) çok değişkenli ve eşbütünleşme vektörünün bilinmediği (tahmin edildiği) durumu inceleyerek yeni bir test geliştirmişlerdir. Bu test, vektör hata düzeltme modeline (VECM) dayanmakta ve eşik model En Çok Olabilirlik Yöntemi (MLE) ile tahmin edilmektedir. Ayrıca yazarlar eşik etkisinin varlığının test edilmesi amacıyla LM testi önermişlerdir (Hansen, Seo 2002: 293-297).

Önceden belirlenmiş bir eşbütünleşme vektörünün kullanılması eşbütünleşme testinin gücünü önemli ölçüde arttırmaktadır. Bu nedenle **Seo (2006)** çalışmasında önceden bilinen bir eşbütünleşme vektörüne sahip Eşikli VECM (TVECM)'e dayalı yeni bir eşbütünleşme testi geliştirmiştir. Hansen ve Seo (2002) eşbütünleşme testinde temel hipotez altında doğrusal eşbütünleşmenin olduğu durum incelenirken, Seo (2006) testinde ise doğrusal eşbütünleşmenin olmadığı durum ele alınmaktadır. Ayrıca eşik parametresi temel hipotez altında tanımlanmadığı için sıkıntı parametre probleminin üstesinden gelmek amacıyla Davies (1987) çalışması takip edilerek SupWald tipi test istatistiği kullanılmaktadır (Seo 2006:129-131).

Kapetanios, Shin ve Snell (KSS, 2006); çalışmalarında ESTAR dinamik sürecine sahip yeni bir eşbütünleşme testi geliştirmişlerdir. Çalışmada eşbütünleşme artıklarının sıfıra yakın olduğunda hata düzeltme ayarının daha yavaş olduğu ve bu ayarlama sürecinin hızındaki değişimin ani (keskin) yerine yumuşak varsayıldığı bir denge süreci modellenmiştir. Buna göre hata düzeltme teriminin ESTAR sürecine sahip genel olarak durağan olduğu sürece odaklanılarak, Engle ve Granger (1987) eşbütünleşme testine benzer iki aşamalı bir prosedür izlenmiştir. Genel bir doğrusal olmayan hata düzeltme modeli (NEC) çerçevesinde F_{NEC} , F_{NEC}^* ve t_{NEC} test istatistikleri ve Engle-Granger (1987) eşbütünleşme testinin doğrusal olmayan karşılığı olan t_{NEG} test istatistiği geliştirilmiştir.

z_t , $I(1)$ birim kök sürecine sahip zaman serilerinden oluşan $px1$ boyutlu vektör olmak üzere, doğrusal olmayan vektör hata düzeltme modeli (NVEC) aşağıdaki gibi gösterilmektedir;

$$\Delta z_t = \alpha \beta' z_{t-1} + G(\beta' z_{t-1}) + \sum_{i=1}^n \Gamma_i' \Delta z_{t-i} + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, 3, \dots, T \quad (3.41)$$

Burada α (pxr), β' (pxr) ve Γ_i' (pxp) ise α ve β' 'nin tam sütun rankına sahip parametre matrisidir. Hata düzeltme modeline doğrusal olmayan yapı, $G(\beta' z_{t-1})$ doğrusal olmayan fonksiyon ile dahil edilmektedir. Burada farklı fonksiyonel biçimler kullanılabilir, ancak KSS (2006) çalışmasında ESTAR

modeline odaklanılmıştır. $z_t = (y_t, x_t')'$ ve hata terimi $\varepsilon_t = (\varepsilon_{yt}, \varepsilon_{xt})$ olarak ayrıştırılabilir. $e_t = y_t - \beta'x_t$ olmak üzere model;

$$\Delta z_t = \alpha e_{t-1} + G(e_{t-1}) + \sum_{i=1}^n \Gamma_i' \Delta z_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.42)$$

şeklinde yeniden ifade edilebilir. Burada β' eşbütünleşme parametrelerinin $k \times 1$ boyutlu vektörü ve α ise ayarlama parametrelerinin $p \times 1$ boyutlu vektörüdür. c eşik değerdir ve yumuşaklık parametresi $\theta \geq 0$ olduğu varsayılmaktadır. Doğrusal olmayan fonksiyon $G(e_{t-1}) = -\phi e_{t-1} \{\exp(-\theta(e_{t-1} - c)^2)\}$ yerine konulduğunda Δy_t 'nin koşullu ESTAR hata düzeltme modeli;

$$\Delta y_t = \phi e_{t-1} + \gamma e_{t-1} \{1 - \exp(-\theta(e_{t-1} - c)^2)\} + \sum_{i=1}^n \theta_{1i} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^n \theta_{2i} \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.43)$$

şeklinde elde edilmektedir. Δx_t için marjinal VAR modeli;

$$\Delta x_t = \sum_{i=1}^n \Gamma_i' \Delta z_{t-i} + \varepsilon_{xt} \quad (3.44)$$

olarak ifade edilmektedir. $\phi \geq 0$ olabilir, ancak sürecin genel olarak durağan olması için $\gamma < 0$ ve $\phi + \gamma < 0$ olması gerekir. Çalışmada KSS (2003) birim kök testi takip edilerek $\phi = 0$ varsayımı yapılmaktadır. Bu, orta rejimde e_t 'nin birim kök sürecine sahip olduğunu ifade etmektedir. KSS (2006) çalışmasında $\phi = 0$ ve $\phi \neq 0$ her iki durum birlikte önerilmiştir. Bu durumda eşbütünleşmenin olmadığı temel hipoteze karşı, θ parametresine dayalı genel olarak durağan eşbütünleşme ilişkisini temsil eden alternatif hipotez test edilmektedir. Eşbütünleşme testi için hipotezler;

$$H_0: \theta = 0 \quad (3.45)$$

$$H_1: \theta > 0 \quad (3.46)$$

şeklinde. Temel hipotez eşbütünleşme olmadığını, alternatif hipotez ise ESTAR sürecine sahip doğrusal olmayan eşbütünleşme olduğunu ifade etmektedir. KSS (2006) tarafından, ESTAR ECM modeli altında Engle ve Granger (1987) testi takip edilerek artıklara dayalı iki aşamalı 4 farklı yaklaşım önerilmiştir.

y_t ve x_t $I(1)$ birim kök sürecine sahip, durağan olmayan değişkenler olmak üzere eşbütünleşme denklemleri;

$$y_t = \alpha_0 + \beta x_t + e_t \quad (3.47)$$

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 T + \beta x_t + e_t \quad (3.48)$$

olarak ifade edilmektedir. Birinci aşamada artıklar eşbütünleşme denklemlerinden $\hat{e}_t = \hat{y}_t - \alpha_0 - \beta x_t$, $\hat{e}_t = y_t - \hat{\alpha}_0 - \hat{\alpha}_1 T - \hat{\beta} x_t$ elde edilmektedir. İkinci aşamada; γ temel hipotez altında tanımlanmadığı için, temel hipotez test edilemez. Temel hipotez altında sıkıntı parametre probleminin üstesinden gelmek

için $\theta = 0$ temel hipotez etrafında $G(e_{t-1}) = 1 - \exp(-\theta(e_{t-1} - c)^2)$ yumuşak geçiş fonksiyonunun birinci dereceden Taylor açılımı yapılarak test denklemi elde edilir.

F_{NEC} olarak adlandırılan ilk test denklemi $\phi \neq 0$ ve $c \neq 0$ varsayımı altında elde edilmektedir. NEC aşağıdaki gibi gösterilmektedir;

$$\Delta y_t = \delta_1 \Delta \hat{e}_{t-1} + \delta_2 \hat{e}_{t-1}^2 + \delta_3 \hat{e}_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^n \theta_{1i} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^n \theta_{2i} \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.49)$$

Eşbütünleşme testi için hipotezler;

$$H_0: \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0 \quad (3.50)$$

$$H_1: \delta_1 \neq \delta_2 \neq \delta_3 \neq 0 \quad (3.51)$$

olarak tanımlanmaktadır. F_{NEC}^* olarak gösterilen ikinci test denkleminde $c = 0$ kısıtlaması için alternatif bir NEC önerilmiştir;

$$\Delta y_t = \delta_1 \Delta \hat{e}_{t-1} + \delta_2 \hat{e}_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^n \theta_{1i} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^n \theta_{2i} \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.52)$$

Eşbütünleşme testi için hipotezler;

$$H_0: \delta_1 = \delta_2 = 0 \quad (3.53)$$

$$H_1: \delta_1 \neq \delta_2 \neq 0 \quad (3.54)$$

olarak elde edilmektedir. Her iki test için test istatistiği;

$$F_{NEC}, F_{NEC}^* = \frac{(SSR_{kısıtlı\ model} - SSR_{kısıtsız\ model})/q}{SSR_{kısıtsız\ model}/(T-\kappa)} \quad (3.55)$$

şeklindedir. Test istatistik değeri, KSS (2006) tablo kritik değerinden daha büyükse temel hipotez reddedilir. Burada, Artık Kareler Toplamı SSR, q kısıt sayısı, gözlem sayısı T , kısıtsız modeldeki parametre sayısı κ ile gösterilmektedir. Ayrıca $T-\kappa$ ise kısıtsız modelin serbestlik derecesidir.

Üçüncü bir alternatif olarak; KSS (2003) birim kök testi takip edilerek $\phi = 0$ ve $c = 0$ kısıtı altında önerilen t_{NEC} istatistiğine ait NEC modeli;

$$\Delta y_t = \delta \hat{e}_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^n \theta_{1i} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^n \theta_{2i} \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.56)$$

olarak elde edilmektedir. Eşbütünleşme testi için hipotezler;

$$H_0: \delta = 0 \quad (3.57)$$

$$H_1: \delta \neq 0 \quad (3.58)$$

şeklindedir. Çalışmada son olarak Engle ve Granger (1987) doğrusal eşbütünleşme testinin doğrusal olmayan alternatifi için de t_{NEG} olarak gösterilen bir test istatistiği önerilmiştir. Eşbütünleşme denklemi;

$$\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.59)$$

şeklindedir. Eşbütünleşme testi için hipotezler;

$$H_0: \delta = 0 \quad (3.60)$$

$$H_1: \delta \neq 0 \quad (3.61)$$

olarak tanımlanmaktadır. Her iki test için test istatistiği;

$$t_{NEC}, t_{NEG} = \frac{\hat{\delta}}{S_{\hat{\delta}}} \quad (3.62)$$

şeklinde elde edilmektedir. Test istatistik değeri, KSS (2006) tablo kritik değerinden daha büyükse temel hipotez reddedilemez. Bu testte, alternatif olarak her bir serinin ortalamadan ve ortalama ve trendden arındırılmış değişkenler için eşbütünleşme ilişkisinin incelenmesi önerilmiştir (Kapetanios vd. 2006: 279-288).

Maki (2010); doğrusal olmayan eşbütünleşme ilişkisini ESTAR ve çift (double) LSTAR (D-LSTAR) modelleri ile incelemiştir. Bu testte, KSS (2006) eşbütünleşme testinden farklı olarak sıkıntı parametresi sorununun üstesinden gelmek amacıyla Taylor açılımı yerine grid araştırması kullanılmaktadır. Temel hipotez eşbütünleşme yoktur, alternatif hipotez STAR tipi eşbütünleşme vardır şeklindedir. Bu yöntemin temel avantajı, geçiş fonksiyonlarının biçimine bakılmaksızın tek taraflı t testlerinin kullanılabilmesidir (Maki 2010:999-1001).

KSS (2006) ve Maki (2010), STAR-ECM modellerinde doğrusal olmayan ayarlamayı ele alan testler geliştirmişlerdir. Bu modellerde, doğrusal olmayan ayarlamamanın simetrik olduğu ve pozitif ve negatif dengeden sapmaların aynı orantıda olduğu varsayılmaktadır. **Hepsağ (2021)** çalışmasında, Sollis (2009) çalışmasını takip ederek, eşbütünleşme yoktur temel hipotezine karşı, alternatif hipotez altında simetrik ve asimetrik ESTAR sürecine sahip eşbütünleşme ilişkisine izin veren yeni bir test geliştirmiştir (Hepsağ 2021:1-4).

Tablo 3.3: Doğrusal Olmayan Eşbütünleşme Testleri

Test	Denklemler	Hipotez	Test İstatistiği	Tablo	Temel Hipotez
Balke ve Fomby (1997)	$y_t = \alpha x_t + e_t \quad e_t = \rho^{(i)} e_{t-1} + \varepsilon_t$ $y_t = \beta x_t + u_t \quad u_t = \gamma u_{t-1} + w_t$ $\Delta y_t = \lambda_1^{(i)} e_{t-1} + v_{1t}$ $\Delta x_t = \lambda_2^{(i)} e_{t-1} + v_{2t}$	$H_0: \lambda_1^{(i)} = 0$ $H_0: \lambda_2^{(i)} = 0$	$\lambda_1^{(i)} = -(1 - \rho^{(i)})\beta/(\beta - \alpha)$ $\lambda_2^{(i)} = -(1 - \rho^{(i)})/(\beta - \alpha)$	Balke ve Fomby (1997)	Doğrusal ilişki vardır, Eşbütünleşme ilişkisi yoktur.
	Hata Düzeltme Modeli $\Delta y_t = \lambda_1^{(i)} e_{t-1} + v_{1t}$ $\Delta x_t = \lambda_2^{(i)} e_{t-1} + v_{2t}$				
Enders ve Siklos (2001)	$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + e_t$ $\Delta \hat{e}_t = I_t \delta_1 \hat{e}_{t-1} + (1 - I_t) \delta_2 \hat{e}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t$ $\Delta \hat{e}_t = M_t \delta_1 \hat{e}_{t-1} + (1 - M_t) \delta_2 \hat{e}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0^{(1)}: \delta_1 = \delta_2 = 0$ $H_0^{(2)}: \delta_1 = \delta_2$	$F = \frac{(SSR_{kısıtlı} - SSR_{kısıtsız})/q}{SSR_{kısıtsız}/(T - \kappa)}$	Enders ve Siklos (2001)	Eşbütünleşme yoktur.
	Hata Düzeltme Modeli $\Delta y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \theta_{1i} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^n \theta_{2i} \Delta x_{t-i} + M_t \delta_1 y_{t-1} + (1 - M_t) \delta_2 x_{t-1} + \varepsilon_t$ $I_t = \begin{cases} 1 & \hat{e}_{t-1} \geq \tau \\ 0 & \hat{e}_{t-1} < \tau \end{cases} \quad M_t = \begin{cases} 1 & \Delta \hat{e}_{t-1} \geq \tau \\ 0 & \Delta \hat{e}_{t-1} < \tau \end{cases}$				
Hansen ve Seo (2002)	$\Delta z_t = \begin{cases} A_1' Z_{t-1}(\beta) + \varepsilon_t & w_{t-1}(\beta) \leq \tau \\ A_2' Z_{t-1}(\beta) + \varepsilon_t & w_{t-1}(\beta) > \tau \end{cases}$	$H_0: A_1 = A_2$ $H_1: A_1 \neq A_2$	$SupLM^0 = Sup_{\tau_L \leq \tau \leq \tau_U} LM(\hat{\beta}, \tau)$ $SupLM = Sup_{\tau_L \leq \tau \leq \tau_U} LM(\beta_0, \tau)$	Hansen ve Seo (2002) Artık Bootstrap Yaklaşımı	Doğrusal eşbütünleşme vardır.
Seo (2006)	$\Phi(L)\Delta z_t = \alpha_0 + A_1 w_{t-1} I\{w_{t-1} \leq \tau_1\} + A_2 w_{t-1} I\{w_{t-1} > \tau_2\} + \varepsilon_t$	$H_0: A_1 = A_2$ $H_1: A_1 \neq A_2$	$SupW = Sup_{\tau \in \Gamma} W_n(\tau)$	Seo (2006) Artık Bootstrap Yaklaşımı	Eşbütünleşme yoktur.
Kapetanious, Shin ve Snell (2006)	Model 1: $\Delta y_t = \delta_1 \Delta \hat{e}_{t-1} + \delta_2 \hat{e}_{t-1}^2 + \delta_3 \hat{e}_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^n \theta_{1i} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^n \theta_{2i} \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$ Model 2: $\Delta y_t = \delta_1 \Delta \hat{e}_{t-1} + \delta_2 \hat{e}_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^n \theta_{1i} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^n \theta_{2i} \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$ Model 3: $\Delta y_t = \delta \hat{e}_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^n \theta_{1i} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^n \theta_{2i} \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$ Model 4: $\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0$ $H_0: \delta_1 = \delta_2 = 0$ $H_0: \delta = 0$ $H_0: \delta = 0$	$F_{NEC}, F_{NEC}^* = \frac{(SSR_{kısıtlı} - SSR_{kısıtsız})/q}{SSR_{kısıtsız}/(T - \kappa)}$ $t_{NEC}, t_{NEG} = \frac{\hat{\delta}}{s_{\hat{\delta}}}$	KSS (2006)	Eşbütünleşme yoktur.

Tablo 3.3: Doğrusal Olmayan Eşbütünleşme Testleri (Devam)

Maki (2010)	$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + e_t$ $\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1} F(\cdot) + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta = 0$ $H_1: \delta < 0$	$\inf_{\theta \in \Gamma} t(\theta) = \frac{\hat{\delta}}{S_{\hat{\delta}}}$ $\inf_{(\theta, c) \in \Gamma \times C} t(\theta, c) = \frac{\hat{\delta}}{S_{\hat{\delta}}}$ $\inf_{(\theta, c, c_1, c_2) \in \Gamma \times C_1 \times C_2} t(\theta, c_1, c_2) = \frac{\hat{\delta}}{S_{\hat{\delta}}}$	Maki (2010)	Eşbütünleşme yoktur.
Hepsağ (2021)	$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + e_t$ $\Delta y_t = \delta_1 \hat{e}_{t-1}^3 + \delta_2 \hat{e}_{t-1}^4 + \sum_{i=1}^n \theta_{1i} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^n \theta_{2i} \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta_1 = \delta_2$ $H_1: \delta_1 \neq \delta_2$	$F_{ANEC} = \frac{(SSR_{kısıtlı} - SSR_{kısıtsız})/q}{SSR_{kısıtsız} / (T - K)}$	Hepsağ (2021)	Eşbütünleşme yoktur.

Notlar:

(i) F test istatistiğinde; Artık Kareler Toplamı SSR, q kısıt sayısı, gözlem sayısı T , kısıtsız modeldeki parametre sayısı K ile gösterilmektedir. Burada $T-K$ ise kısıtsız modelin serbestlik derecesidir.

Balke ve Fomby (1997): $|e_{t-1}| \leq \gamma$ ise $\rho^{(i)} = 1$ ve $|e_{t-1}| > \gamma$ ise $\rho = \rho$, $|\rho| < 1$ 'dır. Sapmaların eşik değeri aşması durumunda ise $\lambda_1^{(i)}$ ve $\lambda_2^{(i)}$ sıfırdan farklıdır ve y_t ve x_t değişkenleri sapmalara yanıt verir.

Enders ve Siklos (2001): e_t 'nin durağanlık koşulu τ 'nın herhangi bir değeri için $\delta_1 < 0, \delta_2 < 0$ ve $(1 + \delta_1)(1 + \delta_2) < 1$ 'dir. I_t ve M_t gösterge fonksiyonudur. τ eşik değerdir ve eşik değerin sıfır kabul edildiği ve Chan (1993) yaklaşımıyla eşik değerin belirlendiği iki yaklaşım önerilmektedir. $H_0^{(1)}$ hipotezi eşbütünleşme ilişkisinin olup olmadığının belirlenmesinde, $H_0^{(2)}$ ise asimetrik etkinin belirlenmesinde kullanılmaktadır. Eşbütünleşme ilişkisi olması durumunda asimetrik etki incelenebilir.

Hansen ve Seo (2002): Genel denklem $\Delta z_t = A'Z_{t-1}(\beta) + \varepsilon_t$ şeklinde gösterilmektedir. Burada z_t , p boyutlu ve $I(1)$ sürecine sahip zaman serilerini ve β ise $px1$ boyutlu eşbütünleşme vektörünü ifade etmektedir. $w_t(\beta) = \beta'z_t$ $I(0)$ sürecine sahip hata düzeltme terimidir. $Z_t' = [1 \ z_{t-1} \ \Delta z_{t-1} \ \dots \ \Delta z_{t-l}]$, katsayılar matrisi $A' = [\alpha_0 \ \alpha\beta' \ \alpha_1 \ \dots \ \alpha_l]$, ε_t hata terimi ve τ eşik değerdir. A_1 ve A_2 her bir rejime ait dinamikleri ifade etmektedir. Hata terimi ε_t , Martingale fark dizisidir. $SupLM^0$ test istatistiği, gerçek eşbütünleşme vektörü önceden bilindiğinde $SupLM$ test istatistiği ise eşbütünleşme vektörü bilinmediğinde kullanılabilir. Kırpma parametresi $\pi_0 > 0$ olmak üzere eşik değeri etkisi $\pi_0 \leq P(w_{t-1} \leq \tau) \leq 1 - \pi_0$ aralığında tanımlanmaktadır. Bu aralığın dışında olması halinde model doğrusal eşbütünleşmeyi ifade etmektedir. Test istatistiğinde τ_L , hata düzeltme terimi $\hat{w}_{t-1}$ 'in $\% \pi_0$ 'ı ve τ_U ($1 - \% \pi_0$) olacak şekilde hesaplanmaktadır.

Seo (2006): q . gecikmeye sahip gecikme operatörü $\Phi(L) = 1 - \Phi_1 L^1 - \dots - \Phi_q L^q$ şeklinde ifade edilmektedir. β eşbütünleşme vektörü için $w_t = z_t' \beta$ hata düzeltme terimidir. Eşik parametre $\tau = (\tau_1, \tau_2), \tau_1 \leq \tau_2$ koşulunu sağlayan Γ kümesindeki değerleri almaktadır. $SupW$ test istatistiği, normallik altında LR istatistiğine asimptotik olarak eşdeğerdir.

KSS (2006): İlk test denklemi $\phi \neq 0$ ve $c \neq 0$, ikinci test denklemi $c = 0$, üçüncü test denklemi $\phi = 0$ ve $c = 0$ varsayımları altında geliştirilmiştir. F_{NEC}, F_{NEC}^* test istatistikleri için ilk iki hipotez, t_{NEC}, t_{NEG} istatistikleri için son iki hipotez kullanılmaktadır.

Maki (2010): Çalışmada üç farklı geçiş fonksiyonu kullanılmaktadır. $F_1(e_{t-1}; \theta) = \{1 - \exp(-\theta e_{t-1}^2)\}$, $F_2(e_{t-1}; \theta, c) = \{1 - \exp(-\theta(e_{t-1} - c)^2)\}$, $F_3(e_{t-1}; \theta, c_1, c_2) = \{1 + \exp(-\theta(e_{t-1} - c_1)(e_{t-1} - c_2))\}^{-1}$. Geçiş değişkeni e_{t-1} 'dir. c, c_1, c_2 eşik değerler, θ ise yumuşaklık parametresidir. $\theta > 0$ ve $c_1 < c_2$ ve $c_1 \leq e_{t-1} \leq c_2$ olduğu varsayılmaktadır.

Hepsağ (2021): Çalışmada alternatif olarak, Engle ve Granger (1987) prosedürüne benzeyen bir F testi daha önerilmiştir. Test denklemi; $\Delta \hat{e}_t = \delta_1 \hat{e}_{t-1}^3 + \delta_2 \hat{e}_{t-1}^4 + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t$ şeklindedir.

Kaynak: Yazar tarafından oluşturulmuştur.

3.4. Fourier Eşbütünleşme Testleri

Ekonomik verilerin genellikle yapısal kırılmalardan etkilenmesi nedeniyle, birim kök ve eşbütünleşme analizlerinde yapısal kırılmaları ele alan çeşitli testler geliştirilmiştir. Eşbütünleşme testlerinde, yapısal kırılmaların ihmal edilmesi temel hipotezin reddedilmemesine neden olmaktadır. Fourier birim kök testlerinde ifade edildiği gibi, eşbütünleşme analizlerinde Fourier fonksiyonu kullanılarak çoklu yapısal kırılmalar yakalanabilmekte ve bu fonksiyon ile kırılmalar aşamalı (kademeli) olarak ele alınabilmektedir (Becker vd. 2006: 381; Enders, Lee 2004: 1). Bu çerçevede doğrusal olmayan trendin veya kırılmaların bilinmeyen formunu modele dahil etmek amacıyla çeşitli Fourier eşbütünleşme testleri geliştirilmiştir. Çalışmanın bu bölümünde, Tsong vd. (2016) ve Banerjee vd. (2017) eşbütünleşme testlerine yer verilmiştir. Tablo 3.4, testler hakkındaki genel bilgileri içermektedir.

Tsong, Lee, Tsai ve Hu (2016) çalışmalarında, bilinmeyen sayıdaki ve formdaki yapısal kırılmaları, ilk kez Fourier terimleri ile modelleyen yeni bir eşbütünleşme testi önermişlerdir. Önerilen bu test, deterministik trendde yapısal kırılmalara izin veren Shin (1994) testinin genelleştirilmiş halidir. Shin (1994) testi, KPSS (1992) birim kök testinin bir uzantısı iken, Tsong vd. (2016) eşbütünleşme testi, KPSS (1992) testine dayalı Becker vd. (2006) durağanlık testinin çok değişkenli bir uzantısıdır.

y_t ve x_t $I(1)$ birim kök sürecine sahip, durağan olmayan değişkenler olmak üzere eşbütünleşme denklemi;

$$y_t = d_t + \beta x_t + v_t \quad t = 1, 2, 3, \dots, T \quad (3.63)$$

şeklinde gösterilmektedir. Burada $v_t = \varepsilon_t + e_{1t}$, $\varepsilon_0 = 0$ olmak üzere $\varepsilon_t = \varepsilon_{t-1} + u_t$ ve $x_t = x_{t-1} + e_{2t}$ ve $u_t \sim iid(0, \sigma^2)$ 'dir. Skaler e_{1t} ve p-vektör e_{2t} durağandır. Bu nedenle ε_t sıfır ortalamalı, rassal yürüyüş sürecine sahiptir. Burada $\sigma_u^2 = 0$ ise $v_t = e_{1t}$ durağan sürece sahiptir, bu durumda y_t ve x_t eşbütünleşiktir. Deterministik bileşen d_t aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır;

$$d_t = \alpha_0 + \beta_1 t + a(t) \quad (3.64)$$

Deterministik terimdeki olası kırılmaları yakalamak amacıyla Fourier terimleri modele dahil edilmektedir. $a(t)$ 'nin kırılmaların bilinmeyen bir formuna sahip bir fonksiyonu temsil ettiği varsayılmakta ve $a(t)$ 'nin formu aşağıdaki gibi gösterilmektedir;

$$a(t) = \sum_{k=1}^n \alpha_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \sum_{k=1}^n \beta_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (3.65)$$

$n < T/2$ 'dir. n frekans sayısını, k belirli bir frekansı, t trend değişkenini, $\pi = 3,1416$ ve T ise gözlem sayısını göstermektedir. Becker vd. (2006) ve Enders ve Lee (2012b) çalışmaları takip edilerek tek bir frekans bileşenine sahip Fourier yaklaşımı ele alınmıştır;

$$a(t) \cong \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (3.66)$$

y_t ve x_t $I(1)$ birim kök sürecine sahip değişkenler için test denklemi;

$$y_t = \alpha_0 + \beta_1 t + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \beta x_t + e_{1t} \quad (3.67)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Eşbütünleşme testi için hipotezler;

$$H_0: \sigma_u^2 = 0 \quad (3.68)$$

$$H_1: \sigma_u^2 > 0 \quad (3.69)$$

olarak elde edilmektedir. Yapısal kırılmalı eşbütünleşme vardır temel hipotezine karşı, alternatif hipotez eşbütünleşme yoktur şeklinde kurulmaktadır. $m = 1$ sabit terim ve trendli, $m = 0$ sabit terimli modeli ifade etmek üzere test istatistiği;

$$CI_f^m = T^{-2} \hat{\omega}_I^{-2} \sum_{t=1}^T S_t^2 \quad (3.70)$$

olarak elde edilmektedir. Burada artıkların kısmi toplamı $S_t = \sum_{i=1}^T \hat{e}_{1t}$ olarak tanımlanmaktadır. $\hat{\omega}_I^2$ ise e_{1t} 'nin uzun dönem varyansının tutarlı tahmincisidir. Hesaplanan test istatistik değeri, Tsong vd. (2016) tablo kritik değerinden büyükse yapısal kırılmalı eşbütünleşmeyi ifade eden temel hipotez reddedilmektedir.

Eşbütünleşme testinde, eşbütünleşme ilişkisinin çıkması durumunda, doğrusal olmayan trendin ya da yapısal kırılmaların anlamlılığının test edilmesi gerekmektedir. $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = 0$ temel hipotezi için F testi uygulanır. Minimum SSR değerini veren k değeri F istatistiğini maksimuma çıkarmaktadır. $F(\hat{k}) = \text{Max}F(k)$, burada $\hat{k} = \text{argmax} F(k)$ 'dir. F test istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır;

$$F(k) = \frac{(SSR_{\text{kısıtlı model}} - SSR_{\text{kısıtsız model}})/q}{SSR_{\text{kısıtsız model}}/(T-k)} \quad (3.71)$$

Artık Kareler Toplamı SSR, q kısıt sayısı, gözlem sayısı T , kısıtsız modeldeki parametre sayısı k ile gösterilmektedir. Burada $T-k$ ise kısıtsız modelin serbestlik derecesidir. Fourier terimlerinin anlamsız olması durumunda Shin (1994) eşbütünleşme testinin kullanılması önerilmektedir (Tsong vd. 2016:1086-1090).

Banerjee, Arčabić ve Lee (2017) çalışmalarında, Otoregresif Gecikmesi Dağıtılmış (ADL) modelini temel alan ve Fourier terimlerinin modele dahil edilmesiyle doğrusal olmayan kırılmaların bilinmeyen sayıdaki ve yapıdaki formunu modelleyen yeni bir eşbütünleşme testi geliştirmişlerdir. Fourier yaklaşımında kırılma tarihlerinin bilinmesine gerek yoktur. Bu nedenle esnek bir yaklaşım sunmaktadır. Çalışmada, Enders ve Lee'nin (2012a) çalışması genişletilerek tek denklemlili bir ADL eşbütünleşme modeli ile eşbütünleşme ilişkisi incelenmektedir.

Fourier terimlerini modele dahil etmek amacıyla $a(t)$ 'nin kırılmaların bilinmeyen bir formuna sahip bir fonksiyonu temsil ettiği varsayılmakta ve $a(t)$ 'nin formu;

$$a(t) = \alpha_0 + \beta t + \sum_{k=1}^n \alpha_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \sum_{k=1}^n \beta_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (3.72)$$

olarak ifade edilmektedir. y_t ve x_t $I(1)$ birim kök sürecine sahip değişkenler için test denklemi;

$$\Delta y_t = a(t) + \delta_1 y_{t-1} + \delta_2 x_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_{1i} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^p \theta_{2i} \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.73)$$

şeklindedir. Eşbütünleşme testi için hipotezler;

$$H_0: \delta_1 = 0 \quad (3.74)$$

$$H_1: \delta_1 < 0 \quad (3.75)$$

olarak gösterilmektedir. Temel hipotez eşbütünleşme yok, alternatif hipotez ise eşbütünleşme vardır şeklinde kurulmaktadır. Test istatistiği;

$$t_{ADL}^F = \frac{\hat{\delta}_1}{s_{\hat{\delta}_1}} \quad (3.76)$$

olarak tanımlanmaktadır. Test istatistik değeri, Banerjee vd. (2017) tablo kritik değerinden daha küçükse temel hipotez reddedilir. Fourier terimlerinin anlamlılığını test etmek amacıyla Tsong vd. (2016) testinde olduğu gibi $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = 0$ temel hipotezi için F testi uygulanmaktadır. Fourier terimlerinin anlamlı olmaması durumunda klasik ADL modeli kullanılabilir (Banerjee vd. 2017:114-116).

Tablo 3.4: Fourier Eşbütünleşme Testleri

Test	Denklemler	Hipotez	Test İstatistiği	Tablo	Temel Hipotez
Tsong vd. (2016)	$y_t = \alpha_0 + \beta_1 t + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \beta x_t + e_{1t}$	$H_0: \sigma_u^2 = 0$ $H_1: \sigma_u^2 > 0$	$CI_f^m = T^{-2} \hat{\omega}_l^{-2} \sum_{t=1}^T S_t^2$	Tsong vd. (2016)	Yapısal kırılmalı eşbütünleşme vardır.
Banerjee vd. (2017)	$\Delta y_t = a(t) + \delta_1 y_{t-1} + \delta_2 x_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_{1i} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^p \theta_{2i} \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$	$H_0: \delta_1 = 0$ $H_1: \delta_1 < 0$	$t_{ADL}^F = \frac{\hat{\delta}_1}{S_{\delta_1}}$	Banerjee vd. (2017)	Eşbütünleşme yoktur.

Notlar:

(i) k frekans değeri 1,2,3 değerlerini almaktadır.

(ii) Fourier eşbütünleşme testlerinde doğrusal olmayan trendin veya yapısal kırılmaların varlığı F testi ile sınanmaktadır. Fourier terimlerinin katsayılarını sıfıra eşitleyen $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = 0$ temel hipotezi için F test istatistiği; $F(k) = \frac{(SSR_{kısıtlı model} - SSR_{kısıtsız model})/q}{SSR_{kısıtsız model}/(T-k)}$ olarak hesaplanmaktadır. Artık Kareler Toplamı SSR, q kısıt sayısı, gözlem sayısı T , kısıtsız modeldeki parametre sayısı k ile gösterilmektedir. Burada $T-k$ ise kısıtsız modelin serbestlik derecesidir.

Tsong vd.(2016): Test istatistiğinde $m = 1$ sabit terim ve trendli, $m = 0$ sabit terimli modeli ifade etmektedir $S_t = \sum_{i=1}^T \hat{e}_{1t}$ artıkların kısmi toplamıdır. e_{1t} 'nin uzun dönem varyansının tutarlı tahmincisi $\hat{\omega}_l^2$ 'dir.

Banerjee vd. (2017): $a(t)$ 'nin formu; $a(t) = \alpha_0 + \beta t + \sum_{k=1}^n \alpha_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \sum_{k=1}^n \beta_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right)$ şeklinde ifade edilmektedir. $n < T/2$ 'dir. n frekans sayısını, k belirli bir frekansı, t trend değişkenini, $\pi = 3,1416$ ve T ise gözlem sayısını göstermektedir.

Kaynak: Yazar tarafından oluşturulmuştur.

4. EŞBÜTÜNLEŞME TESTİ ÖNERİLERİ VE MONTE CARLO SİMÜLASYON SONUÇLARI

Tek değişkenli zaman serileri analizinde olduğu gibi, çok değişkenli zaman serileri analizlerinde de yapısal kırılmaların ve doğrusal olmayan davranışların modellenmesi sonuçların güvenilirliği bakımında oldukça önemlidir. Bu iki faktörün eşbütünleşme analizlerinde kullanılmaya başlanması iki yeni alanın doğmasını yol açmıştır.

İlki, doğrusal olmayan eşbütünleşme testleridir. Ekonomik değişkenler arasındaki uzun dönemli ilişki karmaşık ve doğrusal olmayan bir yapıda olabilir. Ancak, bu değişkenler arasındaki dinamik ilişkilerin doğrusal modellerle tahmini eşbütünleşme yok temel hipotezinin reddedilememesi ile sonuçlanacaktır. Bu doğrultuda, Balke ve Fomby (1997), Enders ve Siklos (2001), Hansen ve Seo (2002), Seo (2006), KSS(2006), Maki (2010) ve Hepsağ (2021) doğrusal olmayan eşbütünleşme testleri geliştirilmiştir. Hansen ve Seo (2002) doğrusal olmayan eşbütünleşme testinde, eşbütünleşmenin varlığını doğrusal eşbütünleşme testi ile incelenmekte ve eşbütünleşme sağlandıktan sonra doğrusal olmama yalnızca tahmin aşamasında analize dahil edilmektedir. KSS (2006) çalışmalarında, bu doğrusal testlerin doğrusal olmayan alternatiflere karşı güce sahip olacağını ancak doğrusal olmayan alternatife (doğrusal olmayan dinamik ayarlamaya) karşı bir test kullanmanın daha mantıklı olacağını vurgulamışlardır. KSS (2006) eşbütünleşme testinde, ilk olarak hata düzeltme modelinin temel alındığı üç farklı modele ve ikinci olarak ise Engle-Granger (1987) testinde olduğu gibi artıklara dayalı iki aşamalı testler önerilmiştir. Engle-Granger (1987) doğrusal eşbütünleşme testinin doğrusal olmayan eşbütünleşme karşılığı, KSS (2006) eşbütünleşme testinde t_{NEG} istatistiğine dayanan testtir. Bu test, değişkenler arasında doğrusal olmayan dinamik ilişkilerin olması durumunda Engle-Granger testinden daha yüksek güce sahiptir. KSS (2006) çalışmasında Monte Carlo simülasyonları sonucunda Hata Düzeltme Modeli'ne (ECM) dayalı doğrusal olmayan modelin test istatistiği (t_{NEC}), t_{NEG} istatistiğine göre daha fazla güce sahiptir. Ancak ampirik uygulamada temel hipotezi reddetmede t_{NEG} istatistiğinin daha başarılı olduğu bulgularına ulaşılmıştır. Bunun olası bir nedeni, ortak faktör kısıtlamasının (COMFAC) geçerli olması durumunda, iki değişkenli bir hata düzelme modeli, tek değişkenli modele göre daha karmaşık olacağından t_{NEC} 'in daha düşük güce sahip olmasıdır. Bu nedenle çalışmamızda t_{NEG} istatistiğine dayanan eşbütünleşme testi temel alınmıştır.

İkincisi ise, yapısal kırılmalı eşbütünleşme testleridir. Uzun dönemli ilişkilerin incelendiği eşbütünleşme testlerinde, yapısal kırılmalar olabilir. Yapısal kırılmaların göz ardı edilmesi, temel hipotezin reddedilememesine ve değişkenlerin eşbütünleşik olmadığına dair yanlış bir sonuca varılmasına neden olmaktadır. Bu bağlamda Gregory ve Hansen (1996), Hatemi-J (2008) ve Maki (2012) eşbütünleşme

testleri ile yapısal kırılmalar kukla değişkenler kullanılarak modele dahil edilmiştir. Ancak, bu testlerin gücü kırılma tarihi, kırılma sayısı ve kırılmanın doğru modellenmesine bağlıdır. Tsong vd. (2016) ve Banerjee vd. (2017) çalışmalarında, yapısal kırılmaların modellenmesinde esnek bir yaklaşım sunan Fourier terimlerini kullanarak Fourier eşbütünleşme testi önermişlerdir.

Bu iki faktörü dikkate almak, değişkenler arasındaki uzun dönemli ilişkinin analizinde veriye daha iyi uyum sağlayan doğru tahminler yapabilmek için oldukça önemlidir. Bu çerçevede, KSS (2006), Tsong vd. (2016) ve Banerjee vd. (2017) eşbütünleşme testleri ve Christopoulos ve Leon-Ledesma (2011) ve Omay (2015) birim kök testleri takip edilerek t_{NEG} istatistiğine dayanan alternatif iki yeni eşbütünleşme testi önerilmiştir. Bu bölümde aşağıda belirtilen test süreçlerine yer verilmiştir:

- i) Doğrusal olmayan yapının modellendiği ESTAR sürecine sahip doğrusal olmayan eşbütünleşme test sürecine,
- ii) Bilinmeyen sayıdaki ve formdaki çoklu kırılmaların Fourier terimleriyle ve doğrusal olmayan formun ise ESTAR yapısı ile ayrı olarak modellendiği test sürecine,
- iii) Kalıcı ve geçici kırılmalar arasında eş zamanlı ayırım yapabilmek amacıyla, k frekans değerinin kesirli ve tam sayılı değerler aldığı test süreçlerine yer verilmiştir.
- iv) Önerilen testlerin istatistiksel dağılımları standart olmayacağı için, Monte Carlo simülasyonları ile testlerin kritik değerleri elde edilmiş ve küçük örnek özellikleri incelenmiştir.

Önerilen testlerin daha iyi anlaşılması amacıyla, öncelikle iki değişken için KSS (2006)'nın t_{NEG} istatistiğine dayalı doğrusal olmayan eşbütünleşme testinin aşamalarına aşağıda yer verilmiştir;

- i) y_t ve x_t $I(1)$ birim kök sürecine sahip, durağan olmayan değişkenlerdir. Eşbütünleşme denkleminde artıklar elde edilir.

$$y_t = \mu_0 + \beta x_t + e_t \quad (4.1)$$

$$y_t = \mu_0 + \mu_1 T + \beta x_t + e_t \quad (4.2)$$

$$\hat{e}_t = \hat{y}_t - \mu_0 - \beta x_t \quad (4.3)$$

$$\hat{e}_t = y_t - \hat{\mu}_0 - \hat{\mu}_1 T - \hat{\beta} x_t \quad (4.4)$$

- ii) Eşbütünleşme ilişkisinin test edilmesi aşamasında, artıkların birim köke sahip olup olmadığı test edilmektedir. Bu testte, bu ilişkiyi test etmek için artıklara ESTAR sürecine sahip KSS (2003) doğrusal olmayan birim kök testi uygulanmaktadır. Test denklemi;

$$\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t \quad (4.5)$$

olarak ifade edilmektedir.

- iii) Eşbütünleşme testi için hipotezler;

$$H_0: \delta = 0 \quad (4.6)$$

$$H_1: \delta < 0 \quad (4.7)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Temel hipotez eşbütünleşme yoktur, alternatif hipotez ise doğrusal olmayan ESTAR eşbütünleşme ilişkisi vardır şeklinde kurulmaktadır.

iv) Test istatistiği;

$$t_{NEG} = \frac{\hat{\delta}}{s_{\hat{\delta}}} \quad (4.8)$$

olarak tanımlanmaktadır. Test istatistik değeri, KSS (2006) tablo kritik değerinden daha küçükse temel hipotez reddedilir (Kapetanious vd. 2006: 285-286).

Aşağıdaki bölümde, önerilen eşbütünleşme testlerinin test süreçleri iki başlık altında ayrı ayrı anlatılmıştır.

4.1. Eşbütünleşme Testi Önerisi 1: Doğrusal Olmayan Eşbütünleşme Testi

KSS (2006) eşbütünleşme testinde, yukarıda ifade edildiği gibi eşbütünleşme ilişkisinin test edilmesi aşamasında KSS (2003) birim kök testi kullanılmaktadır. ESTAR sürecine sahip KSS (2003) birim kök testinde ϕ yerel parametresinin 0 olduğu kabul edilmektedir. Dolayısıyla süreç genel bir birim köke sahiptir. Ancak veri yaratma süreci yerel patlayıcı (explosion) ESTAR sürecine sahip ise KSS birim kök testinde ikinci tip hata yapma olasılığı artar. Çünkü yerel birim kök parametresi ile yerel patlayıcı terimi arasındaki fark y_{t-1}^3 katsayısını etkileyerek KSS (2003) test istatistiğini etkileyecektir. Bu nedenle, Hu ve Chen (2016) sadece θ yumuşaklık parametresini değil, aynı zamanda ϕ yerel (local) parametreyi de dikkate almaktadır. KSS (2006) eşbütünleşme testinde görülen bu eksiklikten yola çıkarak eşbütünleşme ilişkisinin test edilmesi aşamasında, KSS (2003) testi yerine Hu ve Chen (2016) birim kök test metodolojisine dayanan yeni bir eşbütünleşme testi önerilmiştir. Böylece daha güvenilir sonuçların elde edilmesi beklenmektedir. Önerilen doğrusal olmayan eşbütünleşme testi, KSS (2006) testinde olduğu gibi iki aşamadan oluşmaktadır.

i) y_t ve x_t $I(1)$ birim kök sürecine sahip, durağan olmayan değişkenlerdir. Eşbütünleşme denkleminde artıklar elde edilir.

$$y_t = \mu_0 + \beta x_t + e_t \quad (4.9)$$

$$y_t = \mu_0 + \mu_1 T + \beta x_t + e_t \quad (4.10)$$

$$\hat{e}_t = y_t - \hat{\mu}_0 - \hat{\beta} x_t \quad (4.11)$$

$$\hat{e}_t = y_t - \hat{\mu}_0 - \hat{\mu}_1 T - \hat{\beta} x_t \quad (4.12)$$

ii) Eşbütünleşme ilişkisini test etmek için artıklara ESTAR sürecine sahip Hu ve Chen (2016) doğrusal olmayan birim kök testi uygulanmaktadır.

ESTAR modeli;

$$\hat{e}_t = \beta \hat{e}_{t-1} + \gamma \hat{e}_{t-1} G(\theta; \hat{e}_{t-1}) + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2) \quad (4.13)$$

olarak ifade edilmektedir. Burada $G(\theta; \hat{e}_{t-1})$ üstel geçiş fonksiyonudur. Bu durumda ESTAR modeli aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$\Delta \hat{e}_t = \phi \hat{e}_{t-1} + \gamma \hat{e}_{t-1} \{1 - \exp(-\theta(\hat{e}_{t-1} - c)^2)\} + \varepsilon_t \quad (4.14)$$

Burada $\phi = \beta - 1$ 'dir. c eşik değeri, θ ise yumuşaklık parametresidir. Bu modelde geçiş değişkeni $\hat{e}_{t-1}$ olarak alınmaktadır. KSS birim kök testinde $c = 0$ ve $\phi = 0$ olmak üzere iki varsayım yapılmıştır. Ancak Hu ve Chen (2016) birim kök testinde c , ϕ , γ ve θ parametreleri bilinmeyen parametrelerdir. Veri yaratma sürecinin doğrusal olmaması durumunda standart ADF testi güç kaybeder. Bu nedenle, test doğrudan $\theta = 0$ temel hipotezine dayanmaktadır. Ancak γ temel hipotez altında tanımlanmadığı için, temel hipotez test edilemez. Davies (1987) problemi olarak da adlandırılan sıkıntı parametre probleminin üstesinden gelmek için $\theta = 0$ temel hipotez etrafında $G(\hat{e}_{t-1}; \theta, c) = 1 - \exp(-\theta(\hat{e}_{t-1} - c)^2)$ yumuşak geçiş fonksiyonunun birinci dereceden Taylor açılımı yapılarak test denklemi elde edilir.

iii) Test denklemi;

$$\Delta \hat{e}_t = \delta_1 \hat{e}_{t-1} + \delta_2 \hat{e}_{t-1}^2 + \delta_3 \hat{e}_{t-1}^3 + \varepsilon_t \quad (4.15)$$

ya da

$$\Delta \hat{e}_t = \delta_1 \hat{e}_{t-1} + \delta_2 \hat{e}_{t-1}^2 + \delta_3 \hat{e}_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t \quad (4.16)$$

olarak ifade edilmektedir. Hata terimlerinin otokorelasyonlu olması durumunda modele bağımlı değişkenin gecikmeleri eklenerek genel model kullanılır.

Hu ve Chen (2016) birim kök testini takip ederek önerilen bu testte, eşbütünleşme yok temel hipotezine karşı yerel olarak eşbütünleşme sürecine sahip olmayan ancak genel olarak doğrusal olmayan ESTAR sürecine sahip eşbütünleşme ilişkisi test edilmektedir. (Yerel olarak eşbütünleşme ilişkisine sahip olmama, belirli bir zaman diliminde eşbütünleşme ilişkisine sahip olmamayı, genel eşbütünleşme ise tüm zaman dilimlerinde eşbütünleşme ilişkisinin olduğunu ifade etmektedir.) KSS (2006) eşbütünleşme testinde, $|1 + \alpha + \gamma| < 1$ ise değişkenler arasında genel olarak doğrusal olmayan ESTAR sürecine sahip eşbütünleşme ilişkisi vardır. Önerilen yeni eşbütünleşme testinde ise $(\alpha > 0)$ yerel patlayıcı ya da $(\alpha = 0)$ yerel olarak eşbütünleşik olmayan ilişkiyi ve $(\gamma < 0)$ genel olarak eşbütünleşik ilişkiyi tanımlamaktadır. Test denklemindeki $\delta_3 < 0$ iken, δ_1 ve δ_2 birinci dereceden Taylor yaklaşımı ile c eşik değeri parametresine bağlı olarak negatif veya pozitif değerler alabilir.

iv) Eşbütünleşme testi için hipotezler;

$$H_0: \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0 \quad (4.17)$$

$$H_1: \delta_1 \neq 0, \delta_2 \neq 0, \delta_3 < 0 \quad (4.18)$$

olarak tanımlanmaktadır. Temel hipotez eşbütünleşme ilişkisinin olmadığını, alternatif hipotez doğrusal olmayan ESTAR eşbütünleşme ilişkisini ifade etmektedir.

v) Test istatistiğinde ise alternatif hipotezde, bir parametre tek taraflı iken, diğerleri iki taraflı olması nedeniyle standart Wald testi uygun değildir. Bu doğrultuda Hu ve Chen (2016) testinde, Abadir ve Distaso (2007) metodu kullanılarak Düzeltilmiş Wald testi elde edilmiştir. $\delta = (\delta_1, \delta_2, \delta_3)'$ olmak üzere Abadir ve Distaso (2007) metoduna göre hipotezler aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$H_0: h(\delta) = (h_1(\delta)' h_3(\delta))' = (0 \ 0 \ 0)' \quad (4.19)$$

$$H_1: h_1(\delta) \neq 0, h_3(\delta) < 0 \quad (4.20)$$

Burada $h_1(\delta)$ 2×1 'lik matristir. Standart Wald test istatistiği $\mathcal{H}$ olarak gösterilen Hessian matrisine dayanmaktadır.

$$W = h(\hat{\delta})' \hat{V}^{-1} h(\hat{\delta}) \quad (4.21)$$

$\hat{\delta}$, δ 'nın EKK tahmincisidir ve $\hat{V} = \frac{\partial h(\delta)}{\partial \delta'} \big|_{\delta=\hat{\delta}} (-\hat{\mathcal{H}})^{-1} \frac{\partial h(\delta)'}{\partial \delta} \big|_{\delta=\hat{\delta}}$ olmak üzere matris elemanları $\hat{v}_{ij}$ olan 3×3 'lük bir matristir. Bu matris block matris kullanılarak 2×2 'lik bir matrise dönüştürülür.

$$\hat{V} = \begin{bmatrix} \hat{v}_{11} & \hat{v}_{12} & \hat{v}_{13} \\ \hat{v}_{21} & \hat{v}_{22} & \hat{v}_{23} \\ \hat{v}_{31} & \hat{v}_{32} & \hat{v}_{33} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad \text{ve} \quad \hat{V} = \begin{bmatrix} \hat{V}_I & \hat{V}_{I3} \\ \hat{V}_{I3}' & \hat{v}_{33} \end{bmatrix}_{2 \times 2} \quad (4.22)$$

Burada $\hat{V}_I = \begin{bmatrix} \hat{v}_{11} & \hat{v}_{12} \\ \hat{v}_{21} & \hat{v}_{22} \end{bmatrix}$ ve $\hat{V}_{I3} = [\hat{v}_{13} \ \hat{v}_{23}]'$ olarak ifade edilmektedir. Test istatistiği ikinci dereceden formda yeniden aşağıdaki şekilde gösterilebilir;

$$W = h_{I.3}(\hat{\delta})' \hat{V}_{I.3}^{-1} h_{I.3}(\hat{\delta}) + h_3(\hat{\delta})^2 \hat{v}_{33}^{-1} \quad (4.23)$$

Burada $h_{I.3}(\hat{\delta}) = h_I(\hat{\delta}) - \frac{h_3(\hat{\delta}) \hat{V}_{I3}}{\hat{v}_{33}}$ ve $h_{I.3}(\hat{\delta})$ 'ün asimtotik varyans tahmini $\hat{V}_{I3} = \hat{V}_I - \frac{\hat{V}_{I3} \hat{V}_{I3}'}{\hat{v}_{33}}$ olarak ifade edilmektedir. Buna göre, bu test için Abadir ve Distaso (2007) yaklaşımı takip edilerek Düzeltilmiş Wald istatistiği;

$$\tau = h_{I.3}(\hat{\delta})' \hat{V}_{I.3}^{-1} h_{I.3}(\hat{\delta}) + 1_{h_3(\hat{\delta}) < 0} h_3(\hat{\delta})^2 \hat{v}_{33}^{-1} \quad (4.24)$$

olarak elde edilmektedir. Burada 1_A gösterge fonksiyonu ve $h_l(\delta) = (\delta_1 \delta_2)'$ ve $h_3(\delta) = \delta_3$ 'tür. Buna göre $h_{l,3}(\delta) = h_l(\delta) - \frac{h_3(\delta)\hat{v}_{l3}}{\hat{v}_{33}}$ ifadesinin karşılığı $\hat{\delta}_1 - \frac{\hat{\delta}_3\hat{v}_{13}}{\hat{v}_{33}}$ ve $\hat{\delta}_2 - \frac{\hat{\delta}_3\hat{v}_{23}}{\hat{v}_{33}}$

iken, $\hat{V}_{l3} = \hat{V}_l - \frac{\hat{V}_{l3}\hat{V}'_{l3}}{\hat{v}_{33}}$ ifadesinin karşılığı $\begin{bmatrix} \hat{v}_{11} - \frac{\hat{v}_{13}^2}{\hat{v}_{33}} & \hat{v}_{12} - \frac{\hat{v}_{13}\hat{v}_{23}}{\hat{v}_{33}} \\ \hat{v}_{21} - \frac{\hat{v}_{13}\hat{v}_{23}}{\hat{v}_{33}} & \hat{v}_{22} - \frac{\hat{v}_{23}^2}{\hat{v}_{33}} \end{bmatrix}$ 'dır.

Test istatistiği;

$$\tau_{NEG} = \left(\hat{\delta}_1 - \frac{\hat{\delta}_3\hat{v}_{13}}{\hat{v}_{33}} \quad \hat{\delta}_2 - \frac{\hat{\delta}_3\hat{v}_{23}}{\hat{v}_{33}} \right) x \begin{pmatrix} \hat{v}_{11} - \frac{\hat{v}_{13}^2}{\hat{v}_{33}} & \hat{v}_{12} - \frac{\hat{v}_{13}\hat{v}_{23}}{\hat{v}_{33}} \\ \hat{v}_{12} - \frac{\hat{v}_{13}\hat{v}_{23}}{\hat{v}_{33}} & \hat{v}_{22} - \frac{\hat{v}_{23}^2}{\hat{v}_{33}} \end{pmatrix}^{-1} \quad (4.25)$$

$$x \left(\hat{\delta}_1 - \frac{\hat{\delta}_3\hat{v}_{13}}{\hat{v}_{33}} \quad \hat{\delta}_2 - \frac{\hat{\delta}_3\hat{v}_{23}}{\hat{v}_{33}} \right)' + 1_{\hat{\delta}_3 < 0} \frac{\hat{\delta}_3^2}{\hat{v}_{33}}$$

şeklinde elde edilmektedir. Test istatistiği daha basit bir formda aşağıdaki gibi gösterilebilir;

$$\tau_{NEG} = \tau_l^2 + 1_{\tau_3 < 0} \tau_3^2 \quad (4.26)$$

Burada τ_3^2 , $\delta_3 = 0$ hipotezini test etmek için kullanılan t test istatistiğinin karesidir. τ_l^2 ise $(\delta_1 \delta_2) = (0 \ 0)$ hipotezleri için t test istatistiğinin karesidir (Hu, Chen 2016: 89-90). Test istatistik değeri, tablo kritik değerinden daha büyükse temel hipotez reddedilmektedir.

4.2. Eşbütünleşme Testi Önerisi 2: Kesirli Frekansa Sahip Fourier Terimli Doğrusal Olmayan Eşbütünleşme Testi

Eşbütünleşme testlerinin gücü kırılma tarihi, kırılma sayısı ve kırılmanın doğru modellenmesine bağlıdır. Bu doğrultuda, ilk aşamasında Tsong vd. (2016) ve Banerjee vd. (2017) çalışmaları takip edilerek bilinmeyen sayıdaki ve formdaki çoklu kırılmaları yakalamak için eşbütünleşme vektöründe Fourier terimlerinin kullanıldığı, ikinci aşamada ise Hu ve Chen (2016) birim kök testi kullanılarak eşbütünleşme ilişkisinin test edildiği yeni bir eşbütünleşme testi önerilmiştir.

Bilinmeyen yapısal forma ve bilinmeyen sayıda kırılmaya sahip olan $\alpha(t)$ fonksiyonun Fourier modeli aşağıdaki gibidir;

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n \alpha_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \sum_{k=1}^n \beta_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (4.27)$$

$\alpha(t)$ terimi zamana bağlı bir fonksiyondur. $n < T/2$ 'dir. n frekans sayısını, k belirli bir frekansı, t trend değişkenini, $\pi = 3,1416$ ve T ise gözlem sayısını göstermektedir. Birçok frekans bileşeninin kullanılması, aşırı uyum sorununa neden olabilir. Tek frekanslı bileşen kullanan Fourier yaklaşımları

bilinmeyen fonksiyonel formun davranışını başarılı bir biçimde yakaladığı önceki çalışmalarda belirtilmiştir. Bu nedenle tek bir frekans bileşenine sahip Fourier yaklaşımı ele alınmıştır.

$$\alpha(t) \cong \alpha_0 + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (4.28)$$

Kesirli frekanslı Fourier formu kalıcı ve geçici kırılmalar arasında eş zamanlı olarak ayırım yapılmasına izin vermektedir. Fourier dönüşümünde k frekans değerinin tam sayı olarak seçilmesi kırılmaların geçici olduğunu, kesirli olarak seçilmesi ise tam bir dalgalanmanın tamamlanamaması nedeniyle kalıcı kırılmalar olduğunu göstermektedir. Bu bağlamda, önerilen Fourier eşbütünleşme testinde, Christopoulos ve Leon-Ledesma (2011) ve Omay (2015) çalışmaları takip edilerek, k frekans değerinin kesirli ve tam sayılı olduğu durumlar ele alınmıştır.

KSS (2006), Christopoulos ve Leon-Ledesma (2011), Omay (2015), Tsong vd. (2016) ve Banerjee vd. (2017) testleri takip edilerek t_{NEG} istatistiğine dayanarak önerilen eşbütünleşme testi iki aşamadan oluşmaktadır.

- i) y_t ve x_t $I(1)$ birim kök sürecine sahip, durağan olmayan değişkenlerdir. Eşbütünleşme denklemi;

$$y_t = \mu_0 + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right) + \beta x_t + e_t \quad (4.29)$$

$$y_t = \mu_0 + \mu_1 T + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right) + \beta x_t + e_t \quad (4.30)$$

olarak ifade edilmektedir. $k^{fr} = 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3$ olmak üzere, tüm k^{fr} kesirli ve tam sayı değerleri için regresyon denklemleri tahmin edilir. En Küçük Artık Kareler Toplamına (SSR) sahip regresyon denklemi için $\hat{k}^{fr}$ frekans değeri seçilir.

- ii) Eşbütünleşme denkleminden artıklar elde edilir.

$$\hat{e}_t = y_t - \hat{\mu}_0 - \hat{\alpha}_1 \sin\left(\frac{2\pi \hat{k}^{fr} t}{T}\right) - \hat{\alpha}_2 \cos\left(\frac{2\pi \hat{k}^{fr} t}{T}\right) - \hat{\beta} x_t \quad (4.31)$$

$$\hat{e}_t = y_t - \hat{\mu}_0 - \hat{\mu}_1 T - \hat{\alpha}_1 \sin\left(\frac{2\pi \hat{k}^{fr} t}{T}\right) - \hat{\alpha}_2 \cos\left(\frac{2\pi \hat{k}^{fr} t}{T}\right) - \hat{\beta} x_t \quad (4.32)$$

- iii) Eşbütünleşme ilişkisini test etmek için artıklara ESTAR sürecine sahip Hu ve Chen (2016) doğrusal olmayan birim kök testi uygulanmaktadır. Test denklemi;

$$\Delta \hat{e}_t = \delta_1 \hat{e}_{t-1} + \delta_2 \hat{e}_{t-1}^2 + \delta_3 \hat{e}_{t-1}^3 + \varepsilon_t \quad (4.33)$$

ya da

$$\Delta \hat{e}_t = \delta_1 \hat{e}_{t-1} + \delta_2 \hat{e}_{t-1}^2 + \delta_3 \hat{e}_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t \quad (4.34)$$

olarak ifade edilmektedir. Hata terimlerinin otokorelasyonlu olması durumunda modele bağımlı değişkenin gecikmeleri eklenerek genel model kullanılır.

iv) Eşbütünleşme testi için hipotezler;

$$H_0: \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0 \quad (4.35)$$

$$H_1: \delta_1 \neq 0, \delta_2 \neq 0, \delta_3 < 0 \quad (4.36)$$

olarak tanımlanmaktadır. Temel hipotez eşbütünleşme ilişkisinin olmadığını, alternatif hipotez ise yapısal kırılmalı doğrusal olmayan eşbütünleşme ilişkisini ifade etmektedir.

v) Test istatistiğinde Abadir ve Distaso (2007) metodu kullanılarak Düzeltilmiş Wald testi kullanılmaktadır.

$$\tau_{NEG}^F = \left(\hat{\delta}_1 - \frac{\hat{\delta}_3 \hat{v}_{13}}{\hat{v}_{33}} \quad \hat{\delta}_2 - \frac{\hat{\delta}_3 \hat{v}_{23}}{\hat{v}_{33}} \right) x \begin{pmatrix} \hat{v}_{11} - \frac{\hat{v}_{13}^2}{\hat{v}_{33}} & \hat{v}_{12} - \frac{\hat{v}_{13} \hat{v}_{23}}{\hat{v}_{33}} \\ \hat{v}_{12} - \frac{\hat{v}_{13} \hat{v}_{23}}{\hat{v}_{33}} & \hat{v}_{22} - \frac{\hat{v}_{23}^2}{\hat{v}_{33}} \end{pmatrix}^{-1} \quad (4.37)$$

$$x \left(\hat{\delta}_1 - \frac{\hat{\delta}_3 \hat{v}_{13}}{\hat{v}_{33}} \quad \hat{\delta}_2 - \frac{\hat{\delta}_3 \hat{v}_{23}}{\hat{v}_{33}} \right)' + 1_{\hat{\delta}_3 < 0} \frac{\hat{\delta}_3^2}{\hat{v}_{33}}$$

şeklinde elde edilmektedir. Daha basit bir formda aşağıdaki gibi gösterilebilir;

$$\tau_{NEG}^F = \tau_I^2 + 1_{\tau_3 < 0} \tau_3^2 \quad (4.38)$$

Burada τ_3^2 , $\delta_3 = 0$ hipotezini test etmek için kullanılan t test istatistiğinin karesidir. τ_I^2 ise $(\delta_1 \delta_2) = (0 \ 0)$ hipotezleri için t test istatistiğinin karesidir (Hu, Chen 2016: 89-90). Test istatistik değeri, tablo kritik değerinden daha büyükse temel hipotez reddedilmektedir.

vi) Becker vd. (2006) ve Enders ve Lee (2012a) çalışmalarında, doğrusal olmayan trendin veya yapısal kırılmanın olup olmadığını kontrol etmek için maksimum F testinin kullanılabileceğini göstermişlerdir. Becker vd. (2006), Tsong vd. (2016) ve Banerjee vd. (2017) çalışmalarına benzer şekilde çalışmada Fourier terimlerinin anlamlılığı için F testi uygulanmaktadır. Minimum SSR değerini veren k değeri F istatistiğini maksimuma çıkarmaktadır. $F(\hat{k}) = \text{Max}F(k)$ burada $\hat{k} = \text{argmax} F(k)$ 'dir. $F(\hat{k})$ testi, yalnızca eşbütünleşme ilişkisinin olması durumunda uygulanmaktadır. Değişkenler arasında eşbütünleşme ilişkisinin olmaması durumunda F istatistiğinin dağılımı standart olmaz, test aşırı güç özellikleri sergiler ve test istatistiği geleneksel olarak bilinen dağılım özelliklerine uymayabilir. Bu durumda, test sonuçlarının yorumlanması ve istatistiksel çıkarımların yapılması açısından yanlış kararlar verilebilir. Bu nedenle, F istatistiği sadece eşbütünleşme ilişkisi olması durumunda kullanılabilir (Becker vd. 2006: 390-391; Tsong vd. 2016: 1093; Banerjee vd. 2017: 117). Eşbütünleşme yoktur temel hipotezi reddedildiğinde doğrusal olmayan trendin ya da yapısal kırılmaların anlamlılığı $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = 0$ temel hipotezi altında F testi uygulanarak test edilir.

$$F = \frac{(SSR_{kısıtlı\ model} - SSR_{kısıtsız\ model})/q}{SSR_{kısıtsız\ model}/(T-\kappa)} \quad (4.39)$$

Artık Kareler Toplamı SSR, q kısıt sayısı, gözlem sayısı T , kısıtsız modeldeki parametre sayısı κ ile gösterilmektedir. Burada $T - \kappa$ ise kısıtsız modelin serbestlik derecesidir. F test istatistik değeri, tablo kritik değerinden daha büyük ise temel hipotez reddedilir. Birim kök testlerinde $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ deterministik terimde kırılma olmadığını ya da doğrusal olmayan trendin olmadığını göstermektedir. Ancak bir kırılma ya da doğrusal olmayan trend varsa en az birinin anlamlı olması gerekmektedir (Enders ve Lee, 2004: 1-7). Buna göre eşbütünleşme testinde, temel hipotezin reddedilmesi durumunda değişkenler arasında kırılmalı deterministik bir fonksiyon etrafında eşbütünleşme ilişkisi olduğu sonucuna ulaşılır. Fourier terimlerinin anlamsız olması durumunda ise önerdiğimiz doğrusal olmayan eşbütünleşme testi alternatif olarak uygulanabilir.

4.3. Monte Carlo Simülasyonları

Simülasyon kelimesi, bir sistemi incelemek ve anlamak için gerçek bir sistemin yapay bir modelinin oluşturulması anlamına gelmektedir. Monte Carlo ifadesi ise analizin doğasında bulunan rassallığı ifade etmektedir. Monte Carlo simülasyonu, bir şans sürecini (genellikle bir bilgisayarla) yapay olarak yeniden yaratmaya, onu birçok kez çalıştırmaya ve sonuçları doğrudan gözlemlemeye dayanan bir analiz yöntemidir (Barreto, Howland 2006: 216). Bu analiz yöntemi genellikle belirli bir tahmin yönteminin özellikleri bilinmediğinde kullanılmaktadır. Bir verinin dağılımını elde etmek için bilgisayar simülasyonu yoluyla rassal örnekleme teknikleri kullanılarak bu yöntem uygulanmaktadır (Brooks 2014: 592; Beasley, Rodgers 2012: 416).

Bir Monte Carlo simülasyonu, bilgisayarda gerçek bir veri yaratma sürecini kopyalamaya çalışır. T boyutunda rassal bir örnek oluşturur ve ilgili parametreler ve örnek istatistikleri hesaplanır. Bu işlem M kez tekrarlanır (burada M büyük bir sayıdır), böylece istenen parametrelerin ve örnek istatistiklerin dağılımı tablo haline getirilebilir. Bu ampirik dağılımlar, gerçek dağılımların tahminleri olarak kullanılır. Bu çerçevede, standart olmayan dağılımlar Monte Carlo simülasyonu ile kolayca elde edilmektedir (Enders 2015: 202). Başka bir ifadeyle değişkenin dağılımına herhangi bir yöntemle yaklaşımdan ziyade Monte Carlo simülasyonu ile değişkenin gerçek dağılımı ortaya çıkarılmaktadır (Wild 1984: 639).

Bir Monte Carlo Simülasyon denemesi aşağıdaki gibi yapılmaktadır:

- i) İstenen veri yaratma sürecine uygun olarak belirli bir dağılımdan gelen hatalardan yararlanılır ve veriler üretilir.
- ii) Regresyon denklemi oluşturulur ve model tahmin edilir. Buradan test istatistiği elde edilir.

- iii) Test istatistiği ya da ilgilenen parametre kaydedilir.
- iv) 1 – 3 aşaması M kez tekrar edilir (Brooks 2014: 593).

Monte Carlo çalışmasında, yapılacak M tekrar (iterasyon) sayısı ve tohum (seed) önemli teknik hususlardır. Sonuçların kararlılığı (stabilitesi) sağlanana kadar tekrar sayısı arttırılmalıdır. Birden fazla tohum kullanılmalı ve farklı tohumlar için sonuçlar kararlılık açısından kontrol edilmelidir (Muthen, Muthen 2002: 600-601).

Bu çalışmada, farklı tohumlar (seed) kullanılarak ve tekrar sayısı arttırılarak sonuçların kararlılık seviyesi karşılaştırılmıştır. $M=20.000$ tekrar sayısının önerilen test istatistikleri için kararlı sonuçlar verdiği bulunmuştur. Çalışmada R (4.05) programlama dili kullanılmıştır. Elde edilen Monte Carlo simülasyon sonuçlarına aşağıda yer verilmiştir.

4.3.1. Kritik Değer Üretimi

Önerilen testlerin boyut ve güç özelliklerine geçmeden önce kritik değerlerin elde edilmesi gerekmektedir. t_{NEG} ve t_{NEG}^F istatistiğine dayalı kritik değerler; $n = 1, 2$ ve 3 bağımsız değişken sayısına ve $k^{fr} = 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3$ frekans sayısına bağlı olarak %1, %5 ve %10 anlamlılık düzeyi için elde edilmiştir. Ayrıca kritik değerler, sabit terimli $t_{NEG,\mu}$, $t_{NEG,\mu}^F$ ve sabit terimli/trendli $t_{NEG,\tau}$, $t_{NEG,\tau}^F$ eşbütünleşme denklemleri için ayrı ayrı elde edilmiştir. Monte Carlo simülasyonlarında tekrar sayısı $M = 20.000$ ve gözlem sayısı $T = 50, 100, 250, 500$ ve 1000 olarak alınmıştır. Tablo 4.1’de doğrusal olmayan eşbütünleşme test istatistiğine (t_{NEG}) ait kritik değerler ve Tablo 4.2 – Tablo 4.4’de kesirli frekansa sahip Fourier terimli doğrusal olmayan eşbütünleşme test istatistiğine (t_{NEG}^F ve $F(\hat{k})$) ait kritik değerler yer almaktadır. Simülasyon sonuçlarına göre, önerilen testlerin kritik değerleri gözlem sayısı arttıkça birbirine yaklaşmaktadır. t_{NEG}^F istatistiğinin kritik değerleri, Banerjee vd. (2017) çalışmasında olduğu gibi n bağımsız değişken sayısı arttıkça artmaktadır. t_{NEG}^F istatistiğinin kritik değerleri k frekans değeri arttıkça (kesirli ve tam sayılı değerler için ayrı olarak) Becker vd. (2006), Tsong vd. (2016) ve Banerjee vd. (2017) çalışmalarında olduğu gibi azalmaktadır. Buna göre, k frekans değeri arttıkça testin duyarlılığının arttığı söylenebilir.

Tablo 4.1: t_{NEG} Test İstatistiğine ait Kritik Değerler

n	%1	%5	%10	%1	%5	%10
T=50	$t_{NEG,\tau}$			$t_{NEG,\mu}$		
1	24.162	17.962	15.226	19.814	14.456	12.130
2	28.839	21.583	18.246	23.982	17.499	14.902
3	32.300	24.622	21.159	27.883	21.136	18.008
T=100	$t_{NEG,\tau}$			$t_{NEG,\mu}$		
1	22.180	17.188	14.891	19.108	14.298	12.100
2	25.683	20.125	17.543	22.237	17.037	14.585
3	29.314	23.201	20.261	25.840	20.018	17.292
T=250	$t_{NEG,\tau}$			$t_{NEG,\mu}$		
1	21.925	17.189	14.861	18.350	14.077	12.080
2	24.879	19.647	17.121	21.454	16.591	14.381
3	28.147	22.314	19.610	24.916	19.635	16.997
T=500	$t_{NEG,\tau}$			$t_{NEG,\mu}$		
1	22.008	16.925	14.704	18.378	14.112	12.103
2	24.857	19.459	17.121	21.388	16.706	14.391
3	27.776	22.250	19.511	24.285	19.222	16.825
T=1000	$t_{NEG,\tau}$			$t_{NEG,\mu}$		
1	21.549	17.007	14.867	18.352	13.996	12.140
2	24.196	19.336	16.991	21.525	16.735	14.478
3	27.456	22.102	19.533	24.117	19.281	16.937

Tablo 4.2: t_{NEG}^F Test İstatistiğine ait Kritik Değerler (T=50)

T=50		$t_{NEG,\tau}^F$			$t_{NEG,\mu}^F$		
n	k	%1	%5	%10	%1	%5	%10
1	0.5	34.616	25.164	22.672	29.635	22.233	19.060
	1	34.526	26.771	23.146	29.693	22.258	18.949
	1.5	34.844	26.393	22.870	29.182	21.119	17.804
	2	33.044	24.763	21.418	26.837	19.547	16.324
	2.5	31.451	23.587	20.192	24.948	18.078	15.009
	3	30.270	22.572	18.906	24.009	17.110	14.169
2	0.5	38.427	29.645	25.748	34.131	25.434	21.856
	1	39.174	30.180	26.104	34.287	25.722	22.167
	1.5	39.224	30.013	26.055	34.224	25.556	21.828
	2	38.292	29.197	25.227	32.134	24.334	20.707
	2.5	37.217	28.312	24.253	30.847	22.928	19.320
	3	35.901	26.949	22.948	29.785	21.789	18.356
3	0.5	42.379	32.965	28.635	37.753	28.638	24.925
	1	42.725	33.256	29.064	37.598	29.400	25.539
	1.5	42.660	33.213	29.028	37.861	29.212	25.245
	2	42.405	32.871	28.658	37.177	28.422	24.640
	2.5	41.979	32.507	28.151	36.413	27.743	23.754
	3	40.451	31.504	27.080	35.519	26.399	22.580
n		$F(\hat{k})_{\tau}$			$F(\hat{k})_{\mu}$		
1		0.675	2.337	3.939	0.449	1.587	2.789
2		0.561	2.065	3.451	0.380	1.627	2.909
3		0.507	1.801	3.021	0.379	1.538	2.722

Tablo 4.3: t_{NEG}^F Test İstatistiğine ait Kritik Değerler (T=100 ve T=250)

T=100		$t_{NEG,\tau}^F$			$t_{NEG,\mu}^F$		
n	k	%1	%5	%10	%1	%5	%10
1	0.5	30.198	23.916	20.946	26.478	20.754	18.145
	1	31.041	24.214	21.369	26.261	20.542	17.971
	1.5	30.745	24.107	21.117	25.760	19.862	16.944
	2	29.606	22.983	19.991	24.408	18.553	15.715
	2.5	28.659	22.026	18.982	23.465	17.259	14.586
	3	26.834	21.077	18.046	22.509	16.573	13.959
2	0.5	33.349	26.665	23.488	29.539	23.519	20.657
	1	34.088	27.129	23.846	29.777	23.652	20.650
	1.5	34.267	27.304	23.976	30.369	23.468	20.262
	2	33.481	26.772	23.297	28.752	22.644	19.527
	2.5	32.822	25.838	22.562	28.055	21.580	18.535
	3	31.471	24.928	21.664	27.098	20.671	17.682
3	0.5	37.230	29.839	26.280	33.471	26.550	23.298
	1	37.861	30.142	26.501	33.618	26.656	23.466
	1.5	37.777	30.292	26.674	33.946	26.747	23.525
	2	37.157	29.887	26.462	32.961	26.297	23.003
	2.5	37.407	29.414	25.762	32.785	25.393	22.159
	3	36.041	28.716	25.203	31.626	24.575	21.319
n		$F(\hat{k})_{\tau}$			$F(\hat{k})_{\mu}$		
1		1.547	4.893	8.099	0.924	3.335	5.754
2		1.063	4.107	6.989	0.894	3.429	5.993
3		1.018	3.593	6.318	0.755	3.148	5.814
T=250		$t_{NEG,\tau}^F$			$t_{NEG,\mu}^F$		
n	k	%1	%5	%10	%1	%5	%10
1	0.5	29.037	23.191	20.492	25.792	20.336	17.798
	1	29.374	23.460	20.787	25.205	20.143	17.682
	1.5	28.843	23.055	20.355	24.431	19.015	16.339
	2	28.099	21.942	19.315	23.388	17.759	15.286
	2.5	27.227	21.175	18.393	22.073	16.980	14.368
	3	26.335	20.308	17.632	21.625	16.492	13.962
2	0.5	31.670	25.513	22.803	28.366	22.735	20.053
	1	32.150	25.908	23.156	28.188	22.635	20.083
	1.5	31.952	25.770	22.941	28.198	22.300	19.572
	2	31.503	25.100	22.247	27.461	21.464	18.856
	2.5	30.927	24.548	21.585	26.178	20.557	17.921
	3	30.131	23.745	20.869	25.472	19.845	17.207
3	0.5	34.633	28.264	25.198	31.433	25.327	22.564
	1	35.058	28.755	25.577	31.558	25.768	22.823
	1.5	35.322	28.698	25.628	31.700	25.641	22.673
	2	34.688	28.209	25.164	30.829	24.940	22.095
	2.5	34.143	27.709	24.607	29.868	24.077	21.191
	3	33.844	27.172	24.055	29.473	23.467	20.482
n		$F(\hat{k})_{\tau}$			$F(\hat{k})_{\mu}$		
1		3.433	12.444	20.788	2.519	9.024	15.345
2		3.031	10.968	18.707	2.269	8.961	15.821
3		2.307	9.210	16.275	1.861	8.278	14.873

Tablo 4.4: t_{NEG}^F Test İstatistiğine ait Kritik Değerler (T=500 ve T=1000)

T=500		$t_{NEG,\tau}^F$			$t_{NEG,\mu}^F$		
n	k	%1	%5	%10	%1	%5	%10
1	0.5	28.307	22.904	20.249	25.105	20.058	17.748
	1	28.684	23.219	20.609	25.015	19.910	17.303
	1.5	28.535	22.911	20.368	24.570	19.089	16.548
	2	27.612	21.833	19.216	23.249	17.862	15.419
	2.5	26.789	21.218	18.436	22.258	16.945	14.533
	3	26.134	20.563	17.734	21.687	16.382	13.939
2	0.5	30.934	25.269	22.539	27.739	22.648	19.966
	1	31.300	25.524	22.777	28.079	22.608	19.934
	1.5	31.120	25.480	22.652	27.751	22.204	19.579
	2	30.912	24.895	22.076	27.052	21.295	18.738
	2.5	30.526	24.401	21.560	26.515	20.510	17.851
	3	29.458	23.476	20.700	25.807	19.995	17.189
3	0.5	33.726	27.837	24.933	30.748	25.174	22.442
	1	34.308	28.147	25.229	30.911	25.318	22.418
	1.5	34.519	28.127	25.132	31.312	25.312	22.343
	2	34.256	27.701	24.783	30.538	24.670	21.757
	2.5	33.734	27.478	24.549	29.950	23.974	21.232
	3	33.156	26.900	23.780	29.673	23.257	20.430
n		$F(\hat{k})_{\tau}$			$F(\hat{k})_{\mu}$		
1		7.678	26.184	42.815	4.749	17.046	29.766
2		6.644	22.671	37.308	4.104	16.567	30.710
3		5.288	20.433	34.603	3.966	16.957	30.744
T=1000		$t_{NEG,\tau}^F$			$t_{NEG,\mu}^F$		
n	k	%1	%5	%10	%1	%5	%10
1	0.5	27.972	22.658	20.220	24.948	19.971	17.713
	1	28.677	23.042	20.495	24.963	19.829	17.469
	1.5	28.251	22.801	20.198	24.015	18.775	16.480
	2	27.199	21.796	19.253	22.712	17.684	15.237
	2.5	26.356	20.877	18.201	21.895	16.817	14.473
	3	25.444	20.075	17.538	21.071	16.232	13.996
2	0.5	30.646	25.039	22.464	27.718	22.506	19.954
	1	31.373	25.408	22.711	28.127	22.601	20.053
	1.5	30.876	25.226	22.634	27.802	22.198	19.655
	2	30.557	24.913	22.078	27.020	21.373	18.667
	2.5	30.044	24.167	21.380	26.169	20.529	17.803
	3	29.101	23.551	20.655	25.372	19.769	17.233
3	0.5	33.521	27.745	24.757	30.578	25.019	22.216
	1	33.931	27.898	24.951	31.055	25.060	22.282
	1.5	33.673	27.696	25.000	30.687	24.944	22.052
	2	33.904	27.553	24.717	30.211	24.507	21.723
	2.5	32.958	26.813	24.117	29.342	23.685	20.997
	3	32.073	26.472	23.629	28.641	23.020	20.332
n		$F(\hat{k})_{\tau}$			$F(\hat{k})_{\mu}$		
1		13.183	49.817	85.271	8.623	35.556	60.053
2		12.612	42.661	75.304	8.228	36.419	63.687
3		9.362	39.411	68.012	7.489	34.651	62.839

4.3.2. Boyut ve Güç Özellikleri

Bir test geliştirme sürecinde, önerilen testler farklı kriterler kullanılarak (tahmin edicilerde olduğu gibi) karşılaştırılmaktadır. Bu kriterler en güçlü, sapmasız ve tutarlı test şeklinde sıralanabilir. En güçlü test,

aynı örneklem büyüklüğüne sahip testler arasında en yüksek güce sahip testtir. Sapmasız testte, temel hipotezin yanlış iken reddedilme olasılığı, doğru olduğu durumda reddedilme olasılığına göre daha yüksektir ($1 - \beta > \alpha$). Tutarlı bir testte ise örneklem sonsuza doğru büyüdükçe testin gücü artmaktadır. Bu kriterler çerçevesinde test istatistiğinin davranışını incelemek için, testin boyutu ve gücünün elde edilmesi gerekmektedir (Green 2012: 1103-1105). Testlerin boyutuna ve güç özelliklerine geçmeden önce istatistiksel bir analizde bu kavramların ne olduğunun anlaşılmasına ihtiyaç vardır.

İstatistiksel bir analizde, temel hipotezin doğru olup olmadığı belirlenmektedir. Bir analizde hipotez testleri için iki doğru ve iki yanlış olmak üzere dört olası sonuç vardır;

- i) Durum: Doğru olan temel hipotezin reddedilmemesidir ve bu doğru karardır.
- ii) Durum: Doğru olan temel hipotezin reddedilmesidir ve I. tip hata olarak adlandırılır ve bu tür bir hatanın önceden belirlenmiş olasılığı α ile ifade edilmektedir. (Doğru olan temel hipotezin reddedilme olasılığı α 'dır.) Burada α testin anlamlılık düzeyi, başka bir ifade ile testin boyutunu göstermektedir. Bir testin boyutu ya da anlamlılık düzeyi aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır;

$$\begin{aligned}\alpha &= Pr [I. tip hata] \\ &= Pr [H_0 red | H_0 doğru]\end{aligned}\tag{4.40}$$

Klasik hipotez testlerinde I. tip hata olasılığı, genellikle 0.01, 0.05 ve 0.10 olarak alınmaktadır. Hesaplanan test istatistik değeri, α anlamlılık düzeyine eşit olacak şekilde tanımlanan bir reddetme bölgesine düşerse temel hipotez reddedilir.

- iii) Durum: Yanlış olan temel hipotezin reddedilmemesidir, bu durum II. tip hata olarak adlandırılır ve gerçekleşme olasılığı β 'dır.
- iv) Durum: Yanlış olan temel hipotezin reddedilmesidir ve doğru bir karardır. Bu tür bir hatanın gerçekleşme olasılığı ise $(1 - \beta)$ 'dır ve testin gücü olarak ifade etmektedir. Bu çerçevede testin gücü II. tip hata yapmama olasılığı olarak ifade edilebilir. Testin gücü 0 ve 1 arasında değerler almaktadır. Güç değeri 1'e yakınsa, hipotez testinin yanlış olan bir hipotezi tespit etmede iyi olduğu ifade edilmektedir. Örneklem büyüklüğü arttıkça testin gücü artmaktadır. Bir testin gücü ise aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır;

$$\begin{aligned}Güç &= 1 - Pr [II. tip hata] \\ &= Pr [H_0 red | H_a doğru]\end{aligned}\tag{4.41}$$

Her iki hata olasılığının düşük olması istenir, ancak uygulamada bir hata olasılığı azalırken diğer hata olasılığı artmaktadır. Ayrıca test istatistiğinin kritik değeri, testin verilen anlamlılık düzeyinde boş hipotezi reddettiği istatistiğin değeridir. Testin sıfır hipotezini reddettiği test istatistiğinin değer kümesi, red bölgesidir ve sıfır hipotezini reddetmediği test istatistiğinin değer kümesi, kabul bölgesidir (Cameron, Trivedi 2005: 246-247; Ryan 2013: 3; Stock, Watson 2020: 115).

Bu bölümde, önerilen testlerin test istatistiklerinin davranışları Monte Carlo simülasyonları ile incelenmiştir. Arranz ve Escribano (2000), Kapetanious vd. (2006), Hu ve Chen (2016), Banerjee vd. (2017) çalışmaları takip edilerek önerilen doğrusal olmayan eşbütünleşme testinin ve kesirli frekansa sahip Fourier terimli doğrusal olmayan eşbütünleşme testinin boyut ve güç özellikleri araştırılmıştır.

İlk olarak önerilen doğrusal olmayan eşbütünleşme testinin iki değişkenli durum için veri yaratma süreci aşağıdaki gibi elde edilmiştir;

$$\Delta y_t = \lambda \Delta x_t + \alpha u_{t-1} + \gamma u_{t-1} \{1 - \exp(-\theta(u_{t-1} - c)^2)\} + \varepsilon_t \quad (4.42)$$

$$i) \quad \Delta x_t = v_t \quad (4.43)$$

$$ii) \quad u_t = y_t - \mu_0 - \mu_1 T - \beta x_t \quad (4.44)$$

$$iii) \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ v_t \end{bmatrix} \sim iidN \left(0, \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \right) \quad (4.45)$$

Stokastik hatalar ε_t ve v_t ; sıfır ortalamalı, sabit varyanslı ve birbirleriyle korelasyonsuzdur. Eşbütünleşme testinde COMFAC kısıtlaması, belirli değişkenlerin eşbütünleşme ilişkisine katkısını sınırlamak ve modelin daha sınırlı bir yapıya sahip olması amacıyla kullanılmaktadır. Böylece, iki değişken arasındaki ilişki dışındaki tüm değişkenler kısıtlanmış olur.

y_t ve x_t arasındaki ilişkiyi gösteren uzun dönem parametresi β ile Δy_t ve Δx_t arasındaki ilişkiyi gösteren kısa dönem parametresi λ 'nın aynı olması durumunda $\beta = \lambda$ sinyal-gürültü terimi kaybolur ve Engle-Granger testi geçerli olur. Bu kısıtlama ortak faktör kısıtlamasıdır. Genel olarak bu katsayılar birbirinden farklıdır. $\beta = 1$ kabul edildiği için bu ima edilen varsayım $\lambda = 1$ olduğunda geçerli değildir. Dolayısıyla iki durum ele alınmaktadır. Birincisi; uzun dönem parametresi kısa dönem parametresiyle aynıdır, $\beta = \lambda = 1$ ve ikincisi; uzun dönem parametresi kısa dönem parametresinden $\lambda = 0.5$ olacak şekilde farklıdır.

Sinyal-gürültü oranının bir diğer faktörü ise, iki varyans oranının birlikte değişmesine izin vermektir. Sinyal-gürültü oranı $q = (\lambda - \beta)s$ olarak tanımlanmaktadır. Burada $s = \sigma_2^2 / \sigma_1^2$ 'dir. s değiştirilerek iki varyansın göreceli büyüklüğünün etkisi incelenmektedir (Kremers vd. 1992: 6-8; Arranz, Escribano 2000: 2-5; Ostermark 2000: 90; Lee, Lee 2015: 3158-3163). Bu doğrultuda, önerilen testlerin küçük örnek özellikleri çeşitli açılardan incelenmiştir.

- iv) β , y_t ve x_t değişkenleri arasındaki uzun dönem katsayısıdır. $\beta = 1$ olarak alınmıştır.
- v) α ve γ uzun dönem dinamikleri göstermektedir. $\alpha = 0$ ve $\gamma = 0$ eşbütünleşme ilişkisinin olmadığını göstermektedir. Bu durumda $u_t \sim I(1)$ 'dir. $\alpha = (0.01, 0.2)$ ve $\gamma = (-0.1, -0.3, -0.5, -1)$ olarak alınmıştır.
- vi) Yumuşaklık parametresi $\theta = (0.1, 1.0)$ olarak alınmıştır. Yumuşaklık parametresi 1'e yaklaştıkça doğrusallık artmaktadır.

- vii) Phillips ve Sul'un (2003) yaklaşımı takip edilerek, c eşik değeri için geniş bir değer aralığını kapsamak amacıyla, parametreler uniform (düzgün) dağılımdan $c \sim U[-1,1]$ aralığı için çekilmiştir.
- viii) Δx_t 'nin etkisi iki faktör tarafından yakalanır. Bunlardan birincisi Δx_t 'nin katsayısı λ ve ikicisi ise Δx_t 'nin varyansı σ_2^2 'dir (Lee, Yucel 2022: 11).
 - a) λ kısa dönem dinamikleri göstermektedir. Ayrıca bu parametre ortak faktörlerin etkisini gösteren parametredir. $\lambda = (0.5, 1)$ olarak alınmaktadır. Kısıtlama sağlanıyorsa $\lambda = 1$, kısıtlama sağlanmıyorsa $\lambda = 0.5$ 'dir.
 - b) Δy_t 'nin varyansı $\sigma_1^2 = 1$ ve Δx_t 'nin varyansı $\sigma_2^2 = (1, 4)$ 'dür.

İkinci olarak, önerilen kesirli frekansa sahip Fourier terimli doğrusal olmayan eşbütünleşme testinin iki değişkenli durum için veri yaratma süreci aşağıdaki gibi elde edilmiştir;

$$\Delta y_t = \lambda \Delta x_t + \alpha u_{t-1} + \gamma u_{t-1} \{1 - \exp(-\theta(u_{t-1} - c)^2)\} + \varepsilon_t \quad (4.46)$$

$$i) \quad \Delta x_t = v_t \quad (4.47)$$

$$ii) \quad u_t = y_t - \mu_0 - \mu_1 T - \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) - \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) - \beta x_t \quad (4.48)$$

$$iii) \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ v_t \end{bmatrix} \sim iidN\left(0, \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}\right) \quad (4.49)$$

Önerilen doğrusal olmayan eşbütünleşme testinden farklı olarak eklenen Fourier terimleri için Banerjee vd. (2017) çalışması takip edilerek $\alpha_1 = 3$ ve $\alpha_2 = 5$ olarak alınmıştır. Diğer parametre değerleri, önerilen doğrusal olmayan eşbütünleşme testiyle aynıdır. $\beta=1$, $\alpha = (0.01, 0.2)$, $\gamma = (-0.1, -0.3, -0.5, -1)$, $\theta = (0.1, 1.0)$, $c \sim U[-1,1]$, $\lambda = (0.5, 1)$, $\sigma_1^2 = 1$ ve $\sigma_2^2 = (1, 4)$ olarak alınmıştır.

$T = 50, 100, 250$ olmak üzere, sabit terimli $t_{NEG, \mu}$, $t_{NEG, \mu}^F$ ve sabit terimli/trendli $t_{NEG, \tau}$, $t_{NEG, \tau}^F$ eşbütünleşme denklemleri için geliştirilen test istatistiklerinin boyut özelliklerine ve KSS (2006) eşbütünleşme testi ile karşılaştırmalarına Tablo 4.5 –Tablo 4.7’de yer verilmiştir. Testlerin boyut özellikleri incelenirken; eşbütünleşme yoktur temel hipotezine dayalı bir veri yaratma süreci elde etmek için $\alpha = \gamma = 0$ olarak alınmıştır. Ayrıca yapısal kırılma ve doğrusal olmayan bir yapının olmadığı varsayıldığı için Fourier terimleri $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ değerini almıştır. Boyut özellikleri için Monte Carlo simülasyonlarında tekrar sayısı $M = 5.000$ olarak alınmıştır.

Tablo 4.5: t_{NEG} Test İstatistiğine ait Boyut Analizi ve Karşılaştırması

T=50						
n	λ	σ_2^2	$t_{NEG,\tau}$	$t_{KSS,NEG,\tau}$	$t_{NEG,\mu}$	$t_{KSS,NEG,\mu}$
1	0.5	1	0.053	0.044	0.054	0.050
1	0.5	4	0.053	0.044	0.054	0.050
1	1	1	0.053	0.044	0.054	0.050
1	1	4	0.053	0.044	0.054	0.050
T=100						
n	λ	σ_2^2	$t_{NEG,\tau}$	$t_{KSS,NEG,\tau}$	$t_{NEG,\mu}$	$t_{KSS,NEG,\mu}$
1	0.5	1	0.051	0.048	0.044	0.050
1	0.5	4	0.051	0.048	0.044	0.050
1	1	1	0.051	0.048	0.044	0.050
1	1	4	0.051	0.048	0.044	0.050
T=250						
n	λ	σ_2^2	$t_{NEG,\tau}$	$t_{KSS,NEG,\tau}$	$t_{NEG,\mu}$	$t_{KSS,NEG,\mu}$
1	0.5	1	0.048	0.053	0.048	0.047
1	0.5	4	0.048	0.053	0.048	0.047
1	1	1	0.048	0.053	0.048	0.047
1	1	4	0.048	0.053	0.048	0.047

Tablo: 4.6 t_{NEG}^F Test İstatistiğine ait Boyut Analizi

t_{NEG}^F				T=50		T=100		T=250	
n	k	λ	σ_2^2	$t_{NEG,\tau}^F$	$t_{NEG,\mu}^F$	$t_{NEG,\tau}^F$	$t_{NEG,\mu}^F$	$t_{NEG,\tau}^F$	$t_{NEG,\mu}^F$
1	0.5	0.5	1	0.057	0.049	0.048	0.050	0.047	0.048
1	0.5	0.5	4	0.057	0.049	0.048	0.050	0.047	0.048
1	0.5	1	1	0.057	0.049	0.048	0.050	0.047	0.048
1	0.5	1	4	0.057	0.049	0.048	0.050	0.047	0.048
1	1.0	0.5	1	0.046	0.049	0.049	0.049	0.047	0.045
1	1.0	0.5	4	0.046	0.049	0.049	0.049	0.047	0.045
1	1.0	1	1	0.046	0.049	0.049	0.049	0.047	0.045
1	1.0	1	4	0.046	0.049	0.049	0.049	0.047	0.045
1	1.5	0.5	1	0.048	0.046	0.044	0.046	0.049	0.050
1	1.5	0.5	4	0.048	0.046	0.044	0.046	0.049	0.050
1	1.5	1	1	0.048	0.046	0.044	0.046	0.049	0.050
1	1.5	1	4	0.048	0.046	0.044	0.046	0.049	0.050
1	2.0	0.5	1	0.048	0.052	0.048	0.047	0.051	0.049
1	2.0	0.5	4	0.048	0.052	0.048	0.047	0.051	0.049
1	2.0	1	1	0.048	0.052	0.048	0.047	0.051	0.049
1	2.0	1	4	0.048	0.052	0.048	0.047	0.051	0.049
1	2.5	0.5	1	0.045	0.045	0.050	0.050	0.052	0.046
1	2.5	0.5	4	0.045	0.045	0.050	0.050	0.052	0.046
1	2.5	1	1	0.045	0.045	0.050	0.050	0.052	0.046
1	2.5	1	4	0.045	0.045	0.050	0.050	0.052	0.046
1	3.0	0.5	1	0.047	0.050	0.051	0.050	0.051	0.044
1	3.0	0.5	4	0.047	0.050	0.051	0.050	0.051	0.044
1	3.0	1	1	0.047	0.050	0.051	0.050	0.051	0.044
1	3.0	1	4	0.047	0.050	0.051	0.050	0.051	0.044

Elde edilen bulgulara göre; t_{NEG} ve t_{NEG}^F test istatistiklerinde boyut bozulması (size distortion) görülmemektedir. Buna göre, doğru olan temel hipotezin reddedilme olasılığı olan I. tip hata yapma olasılığı, nominal değer olan 0.05 anlamlılık düzeyine oldukça yakındır ve eşbütünleşmenin olmadığını ifade eden temel hipotezin aşırı reddedilmesine (over-rejection) yol açmaz.

Tablo 4.7: t_{NEG}^F , t_{NEG} ve $t_{KSS,NEG}$ Test İstatistiklerine ait Boyut Analizlerinin Karşılaştırması

T=50									
n	k	λ	σ_2^2	$t_{NEG,\tau}^F$	$t_{NEG,\tau}$	$t_{KSS,NEG,\tau}$	$t_{NEG,\mu}^F$	$t_{NEG,\mu}$	$t_{KSS,NEG,\mu}$
1	1.0	0.5	1	0.046	0.050	0.044	0.049	0.056	0.050
1	1.0	0.5	4	0.046	0.050	0.044	0.049	0.056	0.050
1	1.0	1	1	0.046	0.050	0.044	0.049	0.056	0.050
1	1.0	1	4	0.046	0.050	0.044	0.049	0.056	0.050
T=100									
n	k	λ	σ_2^2	$t_{NEG,\tau}^F$	$t_{NEG,\tau}$	$t_{KSS,NEG,\tau}$	$t_{NEG,\mu}^F$	$t_{NEG,\mu}$	$t_{KSS,NEG,\mu}$
1	1.0	0.5	1	0.049	0.052	0.047	0.049	0.042	0.043
1	1.0	0.5	4	0.049	0.052	0.047	0.049	0.042	0.043
1	1.0	1	1	0.049	0.052	0.047	0.049	0.042	0.043
1	1.0	1	4	0.049	0.052	0.047	0.049	0.042	0.043
T=250									
n	k	λ	σ_2^2	$t_{NEG,\tau}^F$	$t_{NEG,\tau}$	$t_{KSS,NEG,\tau}$	$t_{NEG,\mu}^F$	$t_{NEG,\mu}$	$t_{KSS,NEG,\mu}$
1	1.0	0.5	1	0.047	0.050	0.053	0.045	0.058	0.055
1	1.0	0.5	4	0.047	0.050	0.053	0.045	0.058	0.055
1	1.0	1	1	0.047	0.050	0.053	0.045	0.058	0.055
1	1.0	1	4	0.047	0.050	0.053	0.045	0.058	0.055

Ayrıca t_{NEG} ve t_{NEG}^F 'nin asimtotik dağılımı k frekans değerine göre değişirken, diğer parametrelerden etkilenmemektedir. Örneğin; sinyal-gürültü oranının $\sigma_2^2 = (1, 4)$ değiştirilmesinin boyut özellikleri üzerinde herhangi bir etki yaratmadığı görülmektedir. Dolayısıyla test istatistiklerinin boyut özelliklerinin, varyansın derecesine bağlı olarak değişmediği söylenebilir. Bu sonuçlara göre, önerilen testlerin asimtotik davranışları, beklenen asimtotik davranışlarla uyumaktadır.

Tablo 4.5'de t_{NEG} istatistiğine göre yapılan boyut karşılaştırması yer almaktadır. Bu test için en düşük değer 0.044, en yüksek değer 0.054 ve $t_{KSS,NEG}$ testi için ise en düşük değer 0.044, en yüksek değer 0.053 olarak bulunmuştur. Tablo 4.7'de ise t_{NEG}^F istatistiğine göre yapılan boyut karşılaştırması yer almaktadır. Tüm durumlar için t_{NEG}^F test istatistiği 0.05 anlamlılık düzeyinden düşük elde edilmiştir. Bu test için en düşük değer 0.045, en yüksek değer 0.049 bulunmuştur. t_{NEG} ve $t_{KSS,NEG}$ test istatistikleri için ise en düşük değer 0.042, en yüksek değer 0.058 olarak elde edilmiştir.

Bu bölümde, önerilen her iki test istatistiği için yukarıda belirtilen veri yaratma süreçleri kullanılarak güç özellikleri elde edilmiş ve KSS (2006) eşbütünleşme testi ile karşılaştırılmıştır. Bir testin güç özelliklerinin belirlenebilmesi için H_1 alternatif hipotez altında test istatistiğinin dağılım bilgisinin bilinmesi gerekmektedir (Cameron, Trivedi 2005: 247). Monte Carlo simülasyonları için gözlem sayısı $T = 50, 100, 250$ ve tekrar sayısı $M = 20.000$ olarak alınmıştır. Sabit terimli $t_{NEG,\mu}$, $t_{NEG,\mu}^F$ ve sabit terimli/trendli $t_{NEG,\tau}$, $t_{NEG,\tau}^F$ eşbütünleşme denklemleri için geliştirilen test istatistiklerinin güç özellikleri ve karşılaştırmalı sonuçları Tablo 4.8- Tablo 4.19 'da yer almaktadır. İlk olarak önerilen doğrusal olmayan eşbütünleşme testinin güç özellikleri elde edilmiş ve KSS(2006) eşbütünleşme testinin güç özellikleri ile karşılaştırmalı sonuçlarına Tablo 4.8-Tablo 4.10'da yer verilmiştir.

Tablo 4.8: t_{NEG} Test İstatistiğine ait Güç Analizi ve Karşılaştırması (T=50)

t_{NEG}				T=50							
				$\theta = 0.1$		$\theta = 1.0$		$\theta = 0.1$		$\theta = 1.0$	
γ	α	λ	σ_2^2	$t_{NEG,\tau}$	$t_{KSS,NEG,\tau}$	$t_{NEG,\tau}$	$t_{KSS,NEG,\tau}$	$t_{NEG,\mu}$	$t_{KSS,NEG,\mu}$	$t_{NEG,\mu}$	$t_{KSS,NEG,\mu}$
-0.1	0.01	0.5	1	0.0617	0.0604	0.0667	0.0640	0.0641	0.0678	0.0698	0.0756
-0.1	0.01	0.5	4	0.0531	0.0523	0.0531	0.0512	0.0529	0.0566	0.0553	0.0590
-0.1	0.01	1	1	0.0631	0.0620	0.0699	0.0675	0.0683	0.0725	0.0788	0.0813
-0.1	0.01	1	4	0.0631	0.0620	0.0699	0.0675	0.0683	0.0725	0.0788	0.0813
-0.1	0.2	0.5	1	0.1830	0.0023	0.1693	0.0036	0.4053	0.0029	0.3980	0.0039
-0.1	0.2	0.5	4	0.1821	0.0021	0.1737	0.0031	0.4089	0.0027	0.4052	0.0037
-0.1	0.2	1	1	0.1820	0.0027	0.1670	0.0035	0.4051	0.0027	0.3918	0.0038
-0.1	0.2	1	4	0.1820	0.0027	0.1670	0.0035	0.4051	0.0027	0.3918	0.0038
-0.3	0.01	0.5	1	0.1065	0.1106	0.1846	0.1700	0.1295	0.1478	0.2615	0.2549
-0.3	0.01	0.5	4	0.0839	0.0946	0.1298	0.1291	0.1255	0.1446	0.2191	0.2166
-0.3	0.01	1	1	0.1131	0.1163	0.2120	0.1948	0.1362	0.1511	0.2808	0.2761
-0.3	0.01	1	4	0.1131	0.1163	0.2120	0.1948	0.1362	0.1511	0.2808	0.2861
-0.3	0.2	0.5	1	0.0780	0.0644	0.0727	0.0668	0.0986	0.0739	0.0784	0.0790
-0.3	0.2	0.5	4	0.0619	0.0555	0.0542	0.0527	0.0707	0.0616	0.0600	0.0640
-0.3	0.2	1	1	0.0869	0.0691	0.0775	0.0713	0.1124	0.0783	0.0870	0.0871
-0.3	0.2	1	4	0.0869	0.0691	0.0775	0.0713	0.1124	0.0783	0.0870	0.0871
-0.5	0.01	0.5	1	0.1874	0.2030	0.5006	0.4258	0.2635	0.3029	0.6742	0.5950
-0.5	0.01	0.5	4	0.1802	0.2108	0.4360	0.3654	0.3031	0.3443	0.6604	0.5520
-0.5	0.01	1	1	0.1920	0.2059	0.5351	0.4597	0.2522	0.2896	0.6818	0.6125
-0.5	0.01	1	4	0.1920	0.2059	0.5351	0.4597	0.2522	0.2896	0.6818	0.6125
-0.5	0.2	0.5	1	0.1429	0.1299	0.1935	0.1832	0.1792	0.1563	0.2729	0.2751
-0.5	0.2	0.5	4	0.1053	0.1049	0.1377	0.1370	0.1516	0.1524	0.2280	0.2306
-0.5	0.2	1	1	0.1610	0.1367	0.2248	0.2101	0.2018	0.1641	0.2974	0.2968
-0.5	0.2	1	4	0.1610	0.1367	0.2248	0.2101	0.2018	0.1641	0.2974	0.2968
-1.0	0.01	0.5	1	0.5672	0.5871	0.9944	0.9507	0.7288	0.7417	0.9990	0.9834
-1.0	0.01	0.5	4	0.6959	0.6909	0.9978	0.9431	0.8595	0.8415	0.9997	0.9803
-1.0	0.01	1	1	0.5188	0.5438	0.9927	0.9558	0.6633	0.6854	0.9984	0.9824
-1.0	0.01	1	4	0.5188	0.5438	0.9927	0.9558	0.6633	0.6854	0.9984	0.9824
-1.0	0.2	0.5	1	0.4192	0.4470	0.9423	0.8589	0.5679	0.5814	0.9837	0.9384
-1.0	0.2	0.5	4	0.4792	0.5190	0.9539	0.8281	0.6695	0.6952	0.9914	0.9265
-1.0	0.2	1	1	0.3988	0.4172	0.9404	0.8782	0.5302	0.5381	0.9800	0.9431
-1.0	0.2	1	4	0.3988	0.4172	0.9404	0.8782	0.5302	0.5381	0.9800	0.9431
Notlar:											
(i) Koyu renk ile gösterilen değerler daha yüksek test gücünü ifade etmektedir.											
(ii) * karşılaştırılan iki test için güç özelliklerinin eşit olduğunu ifade etmektedir.											

Önerilen eşbütünleşme testinde, testin gücü örneklem boyutu arttığında 1'e doğru yaklaşmaktadır. Bu sonuca göre, önerilen test tutarlıdır. En yüksek güç özelliği $T = 250$ için elde edilmiştir. $T = 100$ için güç özellikleri, $T = 250$ güç özelliklerine yakın sonuçlar vermiştir. Önerilen testte, γ parametresinin değeri azaldıkça (özellikle -0.5 ve -1.0 değerleri verildiğinde) yanlış olan temel hipotezin reddedilme olasılığının tüm gözlemler için, beklendiği gibi arttığı görülmektedir. Bu değer arttığında ise eşbütünleşme ilişkisinin bulunması zorlaşacağından $\gamma = -0.1$ ve -0.3 değerleri için testin gücü yine beklendiği gibi daha düşük elde edilmiştir. θ yumuşaklık parametresinin değeri arttıkça önerilen testin gücü artmıştır. Tüm durumlar ele alındığında $\theta = 0.1$ için güç özelliklerinin $\theta = 1.0$ 'a göre daha düşük olduğu görülmektedir.

Tablo 4.9: t_{NEG} Test İstatistiğine ait Güç Analizi ve Karşılaştırması (T=100)

t_{NEG}				T=100							
				$\theta = 0.1$		$\theta = 1.0$		$\theta = 0.1$		$\theta = 1.0$	
γ	α	λ	σ_2^2	$t_{NEG,\tau}$	$t_{KSS,NEG,\tau}$	$t_{NEG,\tau}$	$t_{KSS,NEG,\tau}$	$t_{NEG,\mu}$	$t_{KSS,NEG,\mu}$	$t_{NEG,\mu}$	$t_{KSS,NEG,\mu}$
-0.1	0.01	0.5	1	0.0817	0.0802	0.1024	0.0934	0.0934	0.1066	0.1231	0.1350
-0.1	0.01	0.5	4	0.0597*	0.0597*	0.0660	0.0673	0.0766	0.0874	0.0935	0.1052
-0.1	0.01	1	1	0.0936	0.0887	0.1230	0.1097	0.1018	0.1180	0.1417	0.1543
-0.1	0.01	1	4	0.0936	0.0887	0.1230	0.1097	0.1018	0.1180	0.1417	0.1543
-0.1	0.2	0.5	1	0.0000	0.0002	0.0000	0.0002	0.0000	0.0002	0.0000	0.0002
-0.1	0.2	0.5	4	0.0000	0.0002	0.0000	0.0002	0.0000	0.0002	0.0000	0.0002
-0.1	0.2	1	1	0.0000	0.0002	0.0000	0.0002	0.0000	0.0002	0.0000	0.0002
-0.1	0.2	1	4	0.0000	0.0002	0.0000	0.0002	0.0000	0.0002	0.0000	0.0002
-0.3	0.01	0.5	1	0.3014	0.3009	0.6785	0.5233	0.4325	0.4667	0.8247	0.6907
-0.3	0.01	0.5	4	0.2854	0.2964	0.6008	0.4441	0.4761	0.4981	0.7965	0.6412
-0.3	0.01	1	1	0.3086	0.3131	0.7218	0.5648	0.4170	0.4579	0.8403	0.7165
-0.3	0.01	1	4	0.3086	0.3131	0.7218	0.5648	0.4170	0.4579	0.8403	0.7165
-0.3	0.2	0.5	1	0.1590	0.1106	0.1191	0.1028	0.1896	0.1306	0.1462	0.1509
-0.3	0.2	0.5	4	0.0928	0.0707	0.0738	0.0733	0.1197	0.0979	0.1085	0.1185
-0.3	0.2	1	1	0.2000	0.1250	0.1455	0.1230	0.2397	0.1472	0.1701	0.1702
-0.3	0.2	1	4	0.2000	0.1250	0.1455	0.1230	0.2397	0.1472	0.1701	0.1702
-0.5	0.01	0.5	1	0.6790	0.6445	0.9944	0.9070	0.8415	0.8172	0.9992	0.9638
-0.5	0.01	0.5	4	0.7503	0.7005	0.9934	0.8782	0.9197	0.8714	0.9993	0.9546
-0.5	0.01	1	1	0.6545	0.6243	0.9950	0.9247	0.8011	0.7921	0.9996	0.9696
-0.5	0.01	1	4	0.6545	0.6243	0.9950	0.9247	0.8011	0.7921	0.9996	0.9696
-0.5	0.2	0.5	1	0.3314	0.2825	0.6971	0.5582	0.4608	0.4109	0.8401	0.7243
-0.5	0.2	0.5	4	0.2856	0.2773	0.6239	0.4745	0.4644	0.4658	0.8155	0.6746
-0.5	0.2	1	1	0.3638	0.2937	0.7383	0.6001	0.4796	0.3917	0.8537	0.7498
-0.5	0.2	1	4	0.3638	0.2937	0.7383	0.6001	0.4796	0.3917	0.8537	0.7498
-1.0	0.01	0.5	1	0.9994	0.9782	1.0	0.9998	0.9995	0.9947	1.0	0.9999
-1.0	0.01	0.5	4	0.9997	0.9932	1.0	0.9998	1.0	0.9992	1.0*	1.0*
-1.0	0.01	1	1	0.9905	0.9683	1.0*	1.0*	0.9988	0.9919	1.0*	1.0*
-1.0	0.01	1	4	0.9905	0.9683	1.0*	1.0*	0.9988	0.9919	1.0*	1.0*
-1.0	0.2	0.5	1	0.9420	0.9038	1.0	0.9986	0.9871	0.9643	1.0	0.9995
-1.0	0.2	0.5	4	0.9830	0.9553	1.0	0.9978	0.9985	0.9894	1.0	0.9996
-1.0	0.2	1	1	0.9231	0.8692	1.0	0.9991	0.9773	0.9409	1.0	0.9998
-1.0	0.2	1	4	0.9231	0.8692	1.0	0.9991	0.9773	0.9409	1.0	0.9998
Notlar:											
(i) Koyu renk ile gösterilen değerler daha yüksek test gücünü ifade etmektedir.											
(ii) * karşılaştırılan iki test için güç özelliklerinin eşit olduğunu ifade etmektedir.											

Ayrıca eşbütünleşme testinde, uzun dönem ve kısa dönem parametrelerinin 1'e eşit olması durumunda testte güç kaybı olabilir. Eşbütünleşme ilişkisini gösteren γ parametresinin değeri azaldıkça $\lambda = 0.5$ değeri için elde edilen testin gücünün çoğu durumda $\lambda = 1$ 'e göre daha yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

$\lambda = 0.5$ için sinyal-gürültü oranının $\sigma_2^2 = (1, 4)$ olarak değiştirilmesi güç özelliklerinde farklılık yaratmaktadır. Ancak $\lambda = 1$ için herhangi bir farklılık yaratmadığı görülmektedir. Test istatistiklerinin güç özelliği $\lambda = 1$ için varyansın derecesine bağlı olarak değişmemektedir. Öte yandan, sabit terimli $t_{NEG,\mu}$ eşbütünleşme denklemi için geliştirilen test istatistiği, sabit terimli/trendli $t_{NEG,\tau}$ test istatistiğinde daha fazla parametre tahmin edilmesi nedeniyle daha yüksek güç özelliklerine sahiptir.

Tablo 4.10: t_{NEG} Test İstatistiğine ait Güç Analizi ve Karşılaştırması (T=250)

t_{NEG}				T=250							
				$\theta = 0.1$		$\theta = 1.0$		$\theta = 0.1$		$\theta = 1.0$	
γ	α	λ	σ_2^2	$t_{NEG,\tau}$	$t_{KSS,NEG,\tau}$	$t_{NEG,\tau}$	$t_{KSS,NEG,\tau}$	$t_{NEG,\mu}$	$t_{KSS,NEG,\mu}$	$t_{NEG,\mu}$	$t_{KSS,NEG,\mu}$
-0.1	0.01	0.5	1	0.2663	0.2630	0.4240	0.3350	0.4178	0.4181	0.6005	0.4891
-0.1	0.01	0.5	4	0.2128	0.2186	0.3167	0.2654	0.4046	0.3932	0.5285	0.4372
-0.1	0.01	1	1	0.2923	0.2962	0.4889	0.3839	0.4307	0.4387	0.6452	0.5218
-0.1	0.01	1	4	0.2923	0.2962	0.4889	0.3839	0.4307	0.4387	0.6452	0.5218
-0.1	0.2	0.5	1	0.0000*	0.0000*	0.0000*	0.0000*	0.0000*	0.0000*	0.0000*	0.0000*
-0.1	0.2	0.5	4	0.0000*	0.0000*	0.0000*	0.0000*	0.0000*	0.0000*	0.0000*	0.0000*
-0.1	0.2	1	1	0.0000*	0.0000*	0.0000*	0.0000*	0.0000*	0.0000*	0.0000*	0.0000*
-0.1	0.2	1	4	0.0000*	0.0000*	0.0000*	0.0000*	0.0000*	0.0000*	0.0000*	0.0000*
-0.3	0.01	0.5	1	0.9956	0.9586	1.0	0.9858	0.9997	0.9908	1.0	0.9948
-0.3	0.01	0.5	4	0.9991	0.9647	1.0	0.9783	1.0	0.9935	1.0	0.9937
-0.3	0.01	1	1	0.9940	0.9595	1.0	0.9883	0.9996	0.9905	1.0	0.9961
-0.3	0.01	1	4	0.9940	0.9595	1.0	0.9883	0.9996	0.9905	1.0	0.9961
-0.3	0.2	0.5	1	0.3784	0.2466	0.5087	0.3928	0.5386	0.3516	0.6944	0.5544
-0.3	0.2	0.5	4	0.2582	0.2148	0.3909	0.3190	0.4560	0.3838	0.6254	0.5098
-0.3	0.2	1	1	0.4646	0.2771	0.5761	0.4357	0.6107	0.3484	0.7363	0.5866
-0.3	0.2	1	4	0.4646	0.2771	0.5761	0.4357	0.6107	0.3484	0.7363	0.5866
-0.5	0.01	0.5	1	1.0	0.9995	1.0	0.9998	1.0	0.9999	1.0*	1.0*
-0.5	0.01	0.5	4	1.0	0.9996	1.0	0.9998	1.0	0.9998	1.0*	1.0*
-0.5	0.01	1	1	1.0	0.9992	1.0	0.9998	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*
-0.5	0.01	1	4	1.0	0.9992	1.0	0.9998	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*
-0.5	0.2	0.5	1	0.9802	0.8854	1.0	0.9887	0.9983	0.9514	1.0	0.9958
-0.5	0.2	0.5	4	0.9934	0.9444	1.0	0.9836	0.9998	0.9877	1.0	0.9955
-0.5	0.2	1	1	0.9802	0.8424	1.0	0.9907	0.9980	0.9123	1.0	0.9964
-0.5	0.2	1	4	0.9802	0.8424	1.0	0.9907	0.9980	0.9123	1.0	0.9964
-1.0	0.01	0.5	1	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*
-1.0	0.01	0.5	4	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*
-1.0	0.01	1	1	1.0*	1.0	1.0*	1.0*	1.0	1.0*	1.0	1.0*
-1.0	0.01	1	4	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*
-1.0	0.2	0.5	1	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*
-1.0	0.2	0.5	4	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*
-1.0	0.2	1	1	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*
-1.0	0.2	1	4	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*
Notlar:											
(i) Koyu renk ile gösterilen değerler daha yüksek test gücünü ifade etmektedir.											
(ii) * karşılaştırılan iki test için güç özelliklerinin eşit olduğunu ifade etmektedir.											

Farklı parametreler için önerdiğimiz doğrusal olmayan eşbütünleşme testinin gücü, aynı örneklem büyüklükleri için çoğu durumda KSS (2006) eşbütünleşme testinden daha yüksek güce sahiptir.

İkinci olarak; önerilen kesirli frekansa sahip Fourier terimli eşbütünleşme testinin güç özelliklerine Tablo 4.11 - Tablo 4.16'da yer verilmiştir. Testin güç özelliklerinin, önerilen doğrusal olmayan eşbütünleşme testi ve KSS (2006) eşbütünleşme testi ile karşılaştırması Tablo 4.17 - Tablo 4.19'da verilmiştir.

Tablo 4.11: $t_{NEG,\mu}^F$ Test İstatistiğine ait Güç Analizi (Sabit Terimli, T=50)

$t_{NEG,\mu}^F$				T=50											
				k = 0.5		k = 1.0		k = 1.5		k = 2.0		k = 2.5		k = 3.0	
γ	α	λ	σ_2^2	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$
-0.1	0.01	0.5	1	0.0593	0.0609	0.0663	0.0678	0.0729	0.0743	0.0731	0.0738	0.0765	0.0758	0.0766	0.0783
-0.1	0.01	0.5	4	0.0510	0.0515	0.0555	0.0555	0.0598	0.0611	0.0546	0.0546	0.0557	0.0571	0.0592	0.0590
-0.1	0.01	1	1	0.0611	0.0638	0.0705	0.0705	0.0772	0.0805	0.0819	0.0817	0.0856	0.0854	0.0882	0.0874
-0.1	0.01	1	4	0.0611	0.0638	0.0705	0.0705	0.0772	0.0805	0.0819	0.0817	0.0856	0.0854	0.0882	0.0874
-0.1	0.2	0.5	1	0.2854	0.2536	0.2000	0.1973	0.1348	0.1314	0.2553	0.2538	0.2392	0.2335	0.2813	0.2775
-0.1	0.2	0.5	4	0.2520	0.2475	0.1990	0.1961	0.1338	0.1327	0.2598	0.2575	0.2436	0.2418	0.2913	0.2896
-0.1	0.2	1	1	0.2604	0.2555	0.2009	0.1972	0.1345	0.1326	0.2545	0.2502	0.2359	0.2341	0.2767	0.2740
-0.1	0.2	1	4	0.2604	0.2555	0.2009	0.1972	0.1345	0.1326	0.2545	0.2502	0.2359	0.2341	0.2767	0.2740
-0.3	0.01	0.5	1	0.1238	0.1793	0.1589	0.2189	0.1970	0.2463	0.2437	0.2832	0.2934	0.3201	0.3212	0.3327
-0.3	0.01	0.5	4	0.0865	0.1130	0.1141	0.1493	0.1509	0.1835	0.1825	0.2101	0.2210	0.2430	0.2448	0.2590
-0.3	0.01	1	1	0.1419	0.2098	0.1808	0.2588	0.2252	0.2887	0.2840	0.3273	0.3314	0.3620	0.3660	0.3736
-0.3	0.01	1	4	0.1419	0.2098	0.1808	0.2588	0.2252	0.2887	0.2840	0.3273	0.3314	0.3620	0.3660	0.3736
-0.3	0.2	0.5	1	0.0737	0.0638	0.0645	0.0695	0.0616	0.0774	0.0642	0.0776	0.0701	0.0806	0.0780	0.0850
-0.3	0.2	0.5	4	0.0561	0.0533	0.0527	0.0564	0.0520	0.0625	0.0503	0.0551	0.0535	0.0600	0.0586	0.0632
-0.3	0.2	1	1	0.0799	0.0684	0.0641	0.0746	0.0643	0.0839	0.0736	0.0878	0.0791	0.0905	0.0879	0.0935
-0.3	0.2	1	4	0.0799	0.0684	0.0641	0.0746	0.0643	0.0839	0.0736	0.0878	0.0791	0.0905	0.0879	0.0935
-0.5	0.01	0.5	1	0.2843	0.5688	0.3940	0.6721	0.4947	0.7331	0.6083	0.8003	0.6942	0.8338	0.7630	0.8586
-0.5	0.01	0.5	4	0.2165	0.4235	0.2999	0.5241	0.4036	0.6081	0.5110	0.6930	0.6062	0.7471	0.6740	0.7836
-0.5	0.01	1	1	0.3188	0.6320	0.4483	0.7427	0.5495	0.7933	0.6570	0.8472	0.7399	0.8731	0.8063	0.8904
-0.5	0.01	1	4	0.3188	0.6320	0.4483	0.7427	0.5495	0.7933	0.6570	0.8472	0.7399	0.8731	0.8063	0.8904
-0.5	0.2	0.5	1	0.1396	0.1865	0.1465	0.2379	0.1674	0.2630	0.2189	0.3031	0.2759	0.3393	0.3230	0.3540
-0.5	0.2	0.5	4	0.1003	0.1201	0.1185	0.1600	0.1412	0.1958	0.1736	0.2279	0.2168	0.2615	0.2499	0.2783
-0.5	0.2	1	1	0.1548	0.2170	0.1578	0.2832	0.1804	0.3079	0.2467	0.3470	0.3048	0.3817	0.3643	0.3986
-0.5	0.2	1	4	0.1548	0.2170	0.1578	0.2832	0.1804	0.3079	0.2467	0.3470	0.3048	0.3817	0.3643	0.3986
-1.0	0.01	0.5	1	0.8820	0.9997	0.9489	0.9999	0.9792	0.9999	0.9968	1.0	0.9987	1.0	0.9996	1.0
-1.0	0.01	0.5	4	0.8459	0.9997	0.9136	0.9997	0.9605	0.9999	0.9905	0.9999	0.9965	0.9999	0.9991	1.0
-1.0	0.01	1	1	0.9014	0.9999	0.9654	1.0	0.9873	1.0	0.9981	1.0	0.9994	1.0	0.9998	1.0
-1.0	0.01	1	4	0.9014	0.9999	0.9654	1.0	0.9873	1.0	0.9981	1.0	0.9994	1.0	0.9998	1.0
-1.0	0.2	0.5	1	0.5956	0.9835	0.7674	0.9938	0.8456	0.9969	0.9302	0.9996	0.9638	0.9998	0.9877	0.9998
-1.0	0.2	0.5	4	0.5433	0.9660	0.6985	0.9811	0.7987	0.9914	0.8969	0.9983	0.9489	0.9988	0.9870	0.9995
-1.0	0.2	1	1	0.6172	0.9882	0.8004	0.9961	0.8672	0.9976	0.9399	0.9998	0.9732	0.9999	0.9921	0.9999
-1.0	0.2	1	4	0.6172	0.9882	0.8004	0.9961	0.8672	0.9976	0.9399	0.9998	0.9732	0.9999	0.9921	0.9999

Tablo 4.12: $t_{NEG,\mu}^F$ Test İstatistiğine ait Güç Analizi (Sabit Terimli, T=100)

$t_{NEG,\mu}^F$				T=100											
				$k = 0.5$		$k = 1.0$		$k = 1.5$		$k = 2.0$		$k = 2.5$		$k = 3.0$	
γ	α	λ	σ_2^2	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$
-0.1	0.01	0.5	1	0.0720	0.0877	0.0940	0.1017	0.1022	0.1149	0.1142	0.1219	0.1322	0.1389	0.1358	0.1417
-0.1	0.01	0.5	4	0.0547	0.0576	0.0670	0.0715	0.0755	0.0837	0.0836	0.0887	0.0971	0.1029	0.0984	0.1040
-0.1	0.01	1	1	0.0904	0.1024	0.1080	0.1204	0.1160	0.1285	0.1357	0.1446	0.1566	0.1641	0.1587	0.1644
-0.1	0.01	1	4	0.0904	0.1024	0.1080	0.1204	0.1160	0.1285	0.1357	0.1446	0.1566	0.1641	0.1587	0.1644
-0.1	0.2	0.5	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.1	0.2	0.5	4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.1	0.2	1	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.1	0.2	1	4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.3	0.01	0.5	1	0.2922	0.6278	0.3989	0.7042	0.4832	0.6496	0.6067	0.8221	0.6993	0.8681	0.7552	0.8861
-0.3	0.01	0.5	4	0.2277	0.4881	0.3221	0.5779	0.4198	0.6496	0.5296	0.7367	0.6308	0.8017	0.6862	0.826
-0.3	0.01	1	1	0.3217	0.6862	0.4398	0.7655	0.5318	0.7948	0.6501	0.8665	0.7408	0.8998	0.793	0.9190
-0.3	0.01	1	4	0.3217	0.6862	0.4398	0.7655	0.5318	0.7948	0.6501	0.8665	0.7408	0.8998	0.793	0.9190
-0.3	0.2	0.5	1	0.1304	0.098	0.1270	0.1169	0.0945	0.1267	0.1032	0.1363	0.1148	0.1598	0.1237	0.1616
-0.3	0.2	0.5	4	0.0763	0.0636	0.0869	0.0779	0.0816	0.0917	0.0865	0.1009	0.0945	0.1183	0.0981	0.12
-0.3	0.2	1	1	0.1671	0.1183	0.1525	0.1376	0.1004	0.1449	0.1128	0.1644	0.1292	0.1840	0.1402	0.1817
-0.3	0.2	1	4	0.1671	0.1183	0.1525	0.1376	0.1004	0.1449	0.1128	0.1644	0.1292	0.1804	0.1402	0.1877
-0.5	0.01	0.5	1	0.6877	0.9946	0.7958	0.9975	0.8226	0.9986	0.9410	0.9995	0.9725	0.9985	0.9871	0.9999
-0.5	0.01	0.5	4	0.6796	0.9872	0.7809	0.9928	0.8633	0.9966	0.9410	0.9998	0.9689	0.9993	0.9844	0.9998
-0.5	0.01	1	1	0.6990	0.9973	0.8157	0.9990	0.8862	0.9991	0.9491	0.9998	0.9790	0.9999	0.9909	1.0
-0.5	0.01	1	4	0.6990	0.9973	0.8157	0.9990	0.8862	0.9991	0.9491	0.9998	0.9790	0.9999	0.9909	1.0
-0.5	0.2	0.5	1	0.2779	0.6302	0.3943	0.7256	0.4188	0.7594	0.5187	0.8436	0.5929	0.8848	0.6626	0.9043
-0.5	0.2	0.5	4	0.2128	0.5019	0.3270	0.6060	0.3842	0.6703	0.4892	0.7659	0.5664	0.8238	0.626	0.8513
-0.5	0.2	1	1	0.3127	0.6817	0.4208	0.7841	0.4234	0.8053	0.5295	0.8830	0.6133	0.9121	0.6915	0.9331
-0.5	0.2	1	4	0.3127	0.6817	0.4208	0.7841	0.4234	0.8053	0.5295	0.8830	0.6133	0.9121	0.6915	0.9331
-1.0	0.01	0.5	1	0.9996	1.0	0.9998	1.0	0.9999	1.0	0.9999	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-1.0	0.01	0.5	4	0.9996	1.0	0.9999	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-1.0	0.01	1	1	0.9991	1.0	0.9998	1.0	0.9998	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-1.0	0.01	1	4	0.9991	1.0	0.9998	1.0	0.9998	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-1.0	0.2	0.5	1	0.9427	1.0	0.9767	1.0	0.9858	1.0	0.9968	1.0	0.9987	1.0	0.9999	1.0
-1.0	0.2	0.5	4	0.9732	1.0	0.9874	1.0	0.9945	1.0	0.9986	1.0	0.9994	1.0	0.9998	1.0
-1.0	0.2	1	1	0.9287	1.0	0.9745	1.0	0.9840	1.0	0.9966	1.0	0.9986	1.0	0.9998	1.0
-1.0	0.2	1	4	0.9287	1.0	0.9745	1.0	0.9840	1.0	0.9966	1.0	0.9986	1.0	0.9998	1.0

Tablo 4.13: $t_{NEG,\mu}^F$ Test İstatistiğine ait Güç Analizi (Sabit Terimli, T=250)

$t_{NEG,\mu}^F$				T=250											
				$k = 0.5$		$k = 1.0$		$k = 1.5$		$k = 2.0$		$k = 2.5$		$k = 3.0$	
γ	α	λ	σ_2^2	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$
-0.1	0.01	0.5	1	0.1998	0.322	0.2319	0.3428	0.3374	0.4546	0.3647	0.4725	0.4625	0.5669	0.4849	0.5757
-0.1	0.01	0.5	4	0.1406	0.2073	0.1793	0.2468	0.2865	0.3704	0.3014	0.3810	0.3951	0.4764	0.4163	0.4953
-0.1	0.01	1	1	0.2318	0.3935	0.2656	0.4001	0.3664	0.4989	0.4059	0.5312	0.5031	0.6181	0.5303	0.6345
-0.1	0.01	1	4	0.2318	0.3935	0.2656	0.4001	0.3664	0.4989	0.4059	0.5312	0.5031	0.6181	0.5303	0.6345
-0.1	0.2	0.5	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.1	0.2	0.5	4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.1	0.2	1	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.1	0.2	1	4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.3	0.01	0.5	1	0.9847	1.0	0.9875	1.0	0.9968	1.0	0.9984	1.0	0.9996	1.0	1.0	1.0
-0.3	0.01	0.5	4	0.9924	1.0	0.9938	1.0	0.9986	1.0	0.9997	1.0	0.9999	1.0	1.0	1.0
-0.3	0.01	1	1	0.9821	1.0	0.9848	1.0	0.9944	1.0	0.9977	1.0	0.9996	1.0	0.9998	1.0
-0.3	0.01	1	4	0.9821	1.0	0.9848	1.0	0.9944	1.0	0.9977	1.0	0.9996	1.0	0.9998	1.0
-0.3	0.2	0.5	1	0.2995	0.3774	0.3474	0.4221	0.3632	0.5235	0.3567	0.5591	0.3677	0.6416	0.3883	0.6655
-0.3	0.2	0.5	4	0.1741	0.2567	0.2391	0.3109	0.3106	0.4413	0.3231	0.4686	0.3779	0.5638	0.3963	0.5849
-0.3	0.2	1	1	0.3873	0.4559	0.4210	0.4874	0.3882	0.5697	0.3668	0.6163	0.3640	0.6883	0.3765	0.7134
-0.3	0.2	1	4	0.3873	0.4559	0.4210	0.4874	0.3882	0.5697	0.3667	0.6163	0.3640	0.6883	0.3765	0.7134
-0.5	0.01	0.5	1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-0.5	0.01	0.5	4	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-0.5	0.01	1	1	0.9999	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-0.5	0.01	1	4	0.9999	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-0.5	0.2	0.5	1	0.9162	1.0	0.9421	1.0	1.0	1.0	0.9856	1.0	0.9928	1.0	0.997	1.0
-0.5	0.2	0.5	4	0.9565	1.0	0.9711	1.0	0.9674	1.0	0.9743	1.0	0.9990	1.0	0.9996	1.0
-0.5	0.2	1	1	0.9131	1.0	0.9292	1.0	0.9909	1.0	0.9743	1.0	0.9848	1.0	0.9938	1.0
-0.5	0.2	1	4	0.9131	1.0	0.9292	1.0	0.9516	1.0	1.0	1.0	0.9848	1.0	0.9938	1.0
-1.0	0.01	0.5	1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-1.0	0.01	0.5	4	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-1.0	0.01	1	1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-1.0	0.01	1	4	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-1.0	0.2	0.5	1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-1.0	0.2	0.5	4	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-1.0	0.2	1	1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-1.0	0.2	1	4	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

Tablo 4.14: $t_{NEG,\tau}^F$ Test İstatistiğine ait Güç Analizi (Sabit Terim ve Trendli, T=50)

$t_{NEG,\tau}^F$				T=50											
				k = 0.5		k = 1.0		k = 1.5		k = 2.0		k = 2.5		k = 3.0	
γ	α	λ	σ_2^2	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$
-0.1	0.01	0.5	1	0.0681	0.0676	0.0559	0.0569	0.0616	0.0645	0.0666	0.0676	0.0644	0.0654	0.0640	0.0651
-0.1	0.01	0.5	4	0.0597	0.0607	0.0502	0.0509	0.0541	0.0556	0.0530	0.0522	0.0526	0.0522	0.0490	0.0507
-0.1	0.01	1	1	0.0715	0.0714	0.0580	0.0606	0.0641	0.0666	0.0710	0.0713	0.0712	0.0717	0.0711	0.0726
-0.1	0.01	1	4	0.0715	0.0714	0.0580	0.0606	0.0641	0.0666	0.0710	0.0713	0.0712	0.0717	0.0711	0.0726
-0.1	0.2	0.5	1	0.0018	0.0020	0.0011	0.0019	0.0029	0.0026	0.0803	0.0781	0.0089	0.0093	0.0995	0.0959
-0.1	0.2	0.5	4	0.0021	0.0026	0.0015	0.0020	0.0031	0.0032	0.0826	0.0813	0.0090	0.0090	0.1026	0.1004
-0.1	0.2	1	1	0.0019	0.0021	0.0013	0.0019	0.0029	0.0031	0.0786	0.0758	0.0083	0.0098	0.0966	0.0933
-0.1	0.2	1	4	0.0019	0.0021	0.0013	0.0019	0.0029	0.0031	0.0786	0.0758	0.0083	0.0098	0.0966	0.0933
-0.3	0.01	0.5	1	0.1224	0.1515	0.1102	0.1385	0.1245	0.1576	0.1643	0.1904	0.1869	0.2014	0.2064	0.2085
-0.3	0.01	0.5	4	0.0860	0.0967	0.0726	0.0819	0.0835	0.0996	0.1056	0.1200	0.1154	0.1243	0.1312	0.1337
-0.3	0.01	1	1	0.1388	0.1767	0.1264	0.1702	0.1522	0.1941	0.2000	0.2297	0.2254	0.2446	0.2492	0.2547
-0.3	0.01	1	4	0.1388	0.1767	0.1264	0.1702	0.1522	0.1941	0.2000	0.2297	0.2254	0.2446	0.2492	0.2547
-0.3	0.2	0.5	1	0.0834	0.0713	0.0523	0.0583	0.0510	0.0649	0.0544	0.0696	0.0564	0.0675	0.0605	0.0674
-0.3	0.2	0.5	4	0.0658	0.0627	0.0454	0.0502	0.0486	0.0562	0.0457	0.0527	0.0457	0.0540	0.0461	0.0520
-0.3	0.2	1	1	0.0974	0.0756	0.0543	0.0607	0.0505	0.0676	0.0612	0.0747	0.0627	0.0760	0.0672	0.0766
-0.3	0.2	1	4	0.0974	0.0756	0.0543	0.0607	0.0505	0.0676	0.0612	0.0747	0.0627	0.0760	0.0672	0.0766
-0.5	0.01	0.5	1	0.2439	0.4385	0.2677	0.4556	0.3345	0.5302	0.4363	0.6010	0.4981	0.6311	0.5642	0.6536
-0.5	0.01	0.5	4	0.1783	0.3113	0.1818	0.2961	0.2287	0.3624	0.3162	0.4433	0.3688	0.4774	0.4302	0.5147
-0.5	0.01	1	1	0.2761	0.4985	0.3082	0.5390	0.3969	0.6125	0.4993	0.6796	0.5678	0.7042	0.6299	0.7242
-0.5	0.01	1	4	0.2761	0.4985	0.3082	0.5390	0.3969	0.6125	0.4993	0.6796	0.5678	0.7042	0.6299	0.7242
-0.5	0.2	0.5	1	0.1477	0.1588	0.1050	0.1527	0.1077	0.1691	0.1386	0.2001	0.1700	0.2140	0.2022	0.2231
-0.5	0.2	0.5	4	0.1042	0.1039	0.0805	0.0903	0.0824	0.1072	0.0967	0.1289	0.1109	0.1353	0.1311	0.1445
-0.5	0.2	1	1	0.1659	0.1877	0.1154	0.1874	0.1173	0.2083	0.1658	0.2411	0.1994	0.2567	0.2438	0.2694
-0.5	0.2	1	4	0.1659	0.1877	0.1154	0.1874	0.1173	0.2083	0.1658	0.2411	0.1994	0.2567	0.2438	0.2694
-1.0	0.01	0.5	1	0.7986	0.9982	0.8729	0.9990	0.9430	0.9996	0.9807	1.0	0.9911	1.0	0.9975	1.0
-1.0	0.01	0.5	4	0.7519	0.9971	0.7981	0.9973	0.8848	0.9986	0.9530	0.9999	0.9769	0.9999	0.9919	0.9999
-1.0	0.01	1	1	0.8231	0.9990	0.9030	0.9991	0.9632	0.9999	0.9889	1.0	0.9951	1.0	0.9986	1.0
-1.0	0.01	1	4	0.8231	0.9990	0.9030	0.9991	0.9632	0.9999	0.9889	1.0	0.9951	1.0	0.9986	1.0
-1.0	0.2	0.5	1	0.5352	0.9453	0.6308	0.9593	0.7413	0.9773	0.8480	0.9930	0.9020	0.9964	0.9454	0.9982
-1.0	0.2	0.5	4	0.4732	0.9069	0.5356	0.9121	0.6452	0.9397	0.7739	0.9757	0.8458	0.9857	0.9041	0.9922
-1.0	0.2	1	1	0.5699	0.9594	0.6699	0.9754	0.7780	0.9882	0.8752	0.9971	0.9250	0.9983	0.9639	0.9991
-1.0	0.2	1	4	0.5699	0.9594	0.6699	0.9754	0.7780	0.9882	0.8752	0.9971	0.9250	0.9983	0.9639	0.9991

Tablo 4.15: $t_{NEG,\tau}^F$ Test İstatistiğine ait Güç Analizi (Sabit Terim ve Trendli, T=100)

$t_{NEG,\tau}^F$				T=100											
				k = 0.5		k = 1.0		k = 1.5		k = 2.0		k = 2.5		k = 3.0	
γ	α	λ	σ_2^2	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$
-0.1	0.01	0.5	1	0.0735	0.0778	0.0759	0.0800	0.0775	0.0828	0.0824	0.0870	0.0903	0.0946	0.0959	0.0984
-0.1	0.01	0.5	4	0.0537	0.0534	0.0557	0.0562	0.0579	0.0582	0.0550	0.0583	0.0588	0.0618	0.0638	0.0654
-0.1	0.01	1	1	0.0815	0.0892	0.0836	0.0925	0.0919	0.0987	0.1018	0.1072	0.1125	0.1161	0.1179	0.1227
-0.1	0.01	1	4	0.0815	0.0892	0.0836	0.0925	0.0919	0.0987	0.1018	0.1072	0.1125	0.1161	0.1179	0.1227
-0.1	0.2	0.5	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.1	0.2	0.5	4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.1	0.2	1	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.1	0.2	1	4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.3	0.01	0.5	1	0.2214	0.4733	0.2695	0.5118	0.3340	0.5483	0.4262	0.6303	0.4937	0.6767	0.5647	0.7183
-0.3	0.01	0.5	4	0.1581	0.3326	0.1801	0.3443	0.2306	0.3865	0.3143	0.4752	0.3698	0.5241	0.4430	0.5807
-0.3	0.01	1	1	0.2488	0.5406	0.3162	0.5924	0.3885	0.6316	0.4899	0.7128	0.5624	0.7501	0.6343	0.7851
-0.3	0.01	1	4	0.2488	0.5406	0.3162	0.5924	0.3885	0.6316	0.4899	0.7128	0.5624	0.7501	0.6343	0.7851
-0.3	0.2	0.5	1	0.1242	0.0890	0.0947	0.0869	0.0717	0.0915	0.0675	0.0966	0.0733	0.1050	0.0835	0.1099
-0.3	0.2	0.5	4	0.0724	0.0592	0.0630	0.0586	0.0592	0.0624	0.0511	0.0627	0.0541	0.0662	0.0591	0.0730
-0.3	0.2	1	1	0.1596	0.0998	0.1152	0.1047	0.0784	0.1088	0.0791	0.1180	0.0830	0.1272	0.0977	0.1369
-0.3	0.2	1	4	0.1596	0.0998	0.1152	0.1047	0.0784	0.1088	0.0791	0.1180	0.0830	0.1272	0.0977	0.1369
-0.5	0.01	0.5	1	0.5398	0.9726	0.6302	0.9804	0.7262	0.9858	0.8343	0.9931	0.8979	0.9952	0.9268	0.9987
-0.5	0.01	0.5	4	0.5092	0.9495	0.5594	0.9543	0.6524	0.9624	0.7783	0.9816	0.8512	0.9879	0.9070	0.9941
-0.5	0.01	1	1	0.5568	0.9829	0.6615	0.9894	0.7712	0.9927	0.8711	0.9966	0.9194	0.9980	0.9555	0.9995
-0.5	0.01	1	4	0.5568	0.9829	0.6615	0.9894	0.7712	0.9927	0.8711	0.9966	0.9194	0.9980	0.9555	0.9995
-0.5	0.2	0.5	1	0.2508	0.4744	0.2862	0.5378	0.3035	0.5707	0.3626	0.6672	0.4150	0.7087	0.4863	0.7493
-0.5	0.2	0.5	4	0.1704	0.3454	0.1986	0.3701	0.2337	0.4092	0.2984	0.5096	0.3410	0.5567	0.4039	0.6202
-0.5	0.2	1	1	0.2828	0.5331	0.3178	0.6173	0.3275	0.6504	0.3892	0.7447	0.4540	0.7768	0.5338	0.8147
-0.5	0.2	1	4	0.2828	0.5331	0.3178	0.6173	0.3275	0.6504	0.3892	0.7447	0.4540	0.7768	0.5338	0.8147
-1.0	0.01	0.5	1	0.9945	1.0	0.9973	1.0	0.9991	1.0	0.9996	1.0	0.9999	1.0	1.0	1.0
-1.0	0.01	0.5	4	0.9983	1.0	0.9991	1.0	0.9995	1.0	0.9997	1.0	0.9999	1.0	1.0	1.0
-1.0	0.01	1	1	0.9937	1.0	0.9974	1.0	0.9993	1.0	0.9997	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-1.0	0.01	1	4	0.9937	1.0	0.9974	1.0	0.9993	1.0	0.9997	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-1.0	0.2	0.5	1	0.8692	1.0	0.9247	1.0	0.9504	1.0	0.9826	1.0	0.9917	1.0	0.9976	1.0
-1.0	0.2	0.5	4	0.9204	1.0	0.9430	1.0	0.9615	1.0	0.9858	1.0	0.9946	1.0	0.9982	1.0
-1.0	0.2	1	1	0.8501	1.0	0.9214	1.0	0.9550	1.0	0.9846	1.0	0.9928	1.0	0.9978	1.0
-1.0	0.2	1	4	0.8501	1.0	0.9214	1.0	0.9550	1.0	0.9846	1.0	0.9928	1.0	0.9978	1.0

Tablo 4.16: $t_{NEG,\tau}^F$ Test İstatistiğine ait Güç Analizi (Sabit Terim ve Trendli, T=250)

$t_{NEG,\tau}^F$				T=250											
				$k = 0.5$		$k = 1.0$		$k = 1.5$		$k = 2.0$		$k = 2.5$		$k = 3.0$	
γ	α	λ	σ_2^2	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 1.0$
-0.1	0.01	0.5	1	0.1564	0.2463	0.1713	0.2504	0.2076	0.2830	0.2690	0.3434	0.3001	0.3723	0.3442	0.4124
-0.1	0.01	0.5	4	0.1044	0.1449	0.1075	0.1147	0.1384	0.1801	0.1817	0.2296	0.2032	0.2524	0.2421	0.2945
-0.1	0.01	1	1	0.1834	0.3044	0.2040	0.3105	0.2521	0.3445	0.3194	0.4129	0.3556	0.4442	0.3999	0.4835
-0.1	0.01	1	4	0.1834	0.3044	0.2040	0.3105	0.2521	0.3445	0.3194	0.4129	0.3556	0.4442	0.3999	0.4835
-0.1	0.2	0.5	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.1	0.2	0.5	4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.1	0.2	1	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.1	0.2	1	4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.3	0.01	0.5	1	0.9373	1.0	0.9415	1.0	0.9615	1.0	0.9853	1.0	0.9924	1.0	0.9970	1.0
-0.3	0.01	0.5	4	0.9537	1.0	0.9531	1.0	0.9709	1.0	0.9906	1.0	0.9953	1.0	0.9985	1.0
-0.3	0.01	1	1	0.9369	1.0	0.9433	0.9999	0.9637	0.9999	0.9834	1.0	0.9926	1.0	0.9968	1.0
-0.3	0.01	1	4	0.9369	1.0	0.9433	0.9999	0.9637	0.9999	0.9834	1.0	0.9926	1.0	0.9968	1.0
-0.3	0.2	0.5	1	0.2697	0.2907	0.2822	0.3093	0.2748	0.3411	0.2812	0.4162	0.2653	0.4426	0.2817	0.4928
-0.3	0.2	0.5	4	0.1430	0.1786	0.1551	0.1811	0.1810	0.2224	0.2069	0.2867	0.2197	0.3160	0.2423	0.3637
-0.3	0.2	1	1	0.3638	0.3529	0.3628	0.3825	0.3218	0.4056	0.3113	0.4912	0.2771	0.5148	0.2936	0.5674
-0.3	0.2	1	4	0.3638	0.3529	0.3628	0.3825	0.3218	0.4056	0.3113	0.4912	0.2771	0.5148	0.2936	0.5674
-0.5	0.01	0.5	1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-0.5	0.01	0.5	4	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-0.5	0.01	1	1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-0.5	0.01	1	4	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-0.5	0.2	0.5	1	0.8148	1.0	0.8447	1.0	0.8699	1.0	0.9417	1.0	0.9515	1.0	0.9778	1.0
-0.5	0.2	0.5	4	0.8601	1.0	0.8770	1.0	0.9069	1.0	0.9656	1.0	0.9760	1.0	0.9908	1.0
-0.5	0.2	1	1	0.8161	1.0	0.8489	1.0	0.8680	1.0	0.9346	1.0	0.9412	1.0	0.9723	1.0
-0.5	0.2	1	4	0.8161	1.0	0.8489	1.0	0.8680	1.0	0.9346	1.0	0.9412	1.0	0.9723	1.0
-1.0	0.01	0.5	1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-1.0	0.01	0.5	4	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-1.0	0.01	1	1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-1.0	0.01	1	4	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-1.0	0.2	0.5	1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-1.0	0.2	0.5	4	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-1.0	0.2	1	1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-1.0	0.2	1	4	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

Önerilen kesirli frekansa sahip Fourier terimli eşbütünleşme testinin gücü; örneklem boyutu arttığında 1'e doğru yaklaşmaktadır. En yüksek güç özelliği $T = 250$ için elde edilmiştir. Bu bulgulara göre önerilen testin tutarlı olduğu ifade edilebilir. γ parametresinin değeri azaldıkça (özellikle -0.5 ve -1.0 değerleri verildiğinde) testin gücünün arttığı, bu değer arttığında ise eşbütünleşme ilişkisinin bulunması zorlaşacağından $\gamma = -0.1$ ve -0.3 değerleri için testin gücünün beklendiği gibi azaldığı görülmektedir. Önerilen testte, $\theta = 0.1$ için güç özellikleri, $\theta = 1.0$ 'a göre daha düşüktür. Buna göre yumuşaklık parametresinin değeri arttıkça önerilen testin gücü artmıştır.

Eşbütünleşme testinde, uzun dönem ve kısa dönem parametrelerinin 1'e eşit olması durumunda ($\beta = 1$ ve $\lambda = 1$) testte güç kaybına neden olabilir. γ parametresinin değeri azaldığında $\lambda = 0.5$ değeri için önerilen testin gücü, çoğu durumda $\lambda = 1$ 'e göre daha yüksektir. $\lambda = 0.5$ için sinyal-gürültü oranının $\sigma_2^2 = (1, 4)$ olarak değiştirilmesi güç özelliklerinde değişiklik yaratırken, $\lambda = 1$ için herhangi bir değişiklik yaratmamaktadır. Test istatistiğinin güç özelliği $\lambda = 1$ için varyansın derecesine bağlı olarak değişmemektedir. Önerilen ilk testte olduğu gibi, sabit terimli/trendli $t_{NEG,\tau}$ test istatistiğinde daha fazla parametre tahmin edilmesi nedeniyle, sabit terimli $t_{NEG,\mu}$ eşbütünleşme denklemi için geliştirilen test istatistiği daha yüksek güç özelliklerine sahiptir. Ayrıca, önerilen kesirli frekansa sahip Fourier terimli eşbütünleşme testinde, daha yüksek frekans değerleri için dikkate değer güç artışı gözlemlenmiştir.

$T = 50$ gözlem için $\gamma = -0.1$ ve $\alpha = 0.2$ durumları dışında, tüm farklı parametre değerleri için önerilen kesirli frekansa sahip Fourier terimli eşbütünleşme testinin diğer testlere göre daha yüksek güce sahip olduğu bulunmuştur. Ayrıca $T = 100$ ve $T = 250$ için ise tüm farklı parametre değerleri için önerilen kesirli frekansa sahip Fourier terimli eşbütünleşme testinin gücü diğer testlere göre daha yüksektir.

Tablo 4.17: t_{NEG}^F , t_{NEG} ve $t_{KSS,NEG}$ Test İstatistiklerine ait Güç Analizi Karşılaştırması (T=50)

T=50				$\theta = 0.1$			$\theta = 1.0$			$\theta = 0.1$			$\theta = 1.0$		
				$k = 1.0$			$k = 1.0$			$k = 1.0$			$k = 1.0$		
γ	α	λ	σ_2^2	$t_{NEG,\tau}^F$	$t_{NEG,\tau}$	$t_{KSS,NEG,\tau}$	$t_{NEG,\tau}^F$	$t_{NEG,\tau}$	$t_{KSS,NEG,\tau}$	$t_{NEG,\mu}^F$	$t_{NEG,\mu}$	$t_{KSS,NEG,\mu}$	$t_{NEG,\mu}^F$	$t_{NEG,\mu}$	$t_{KSS,NEG,\mu}$
-0.1	0.01	0.5	1	0.0559	0.0340	0.0335	0.0569	0.0290	0.0283	0.0663	0.0316	0.0357	0.0678	0.0266	0.0296
-0.1	0.01	0.5	4	0.0502	0.0305	0.0311	0.0509	0.0277	0.0275	0.0555	0.0315	0.0334	0.0555	0.0275	0.0304
-0.1	0.01	1	1	0.0580	0.0342	0.0342	0.0606	0.0283	0.0267	0.0705	0.0317	0.0357	0.0705	0.0277	0.0305
-0.1	0.01	1	4	0.0580	0.0342	0.0342	0.0606	0.0283	0.0267	0.0705	0.0317	0.0357	0.0705	0.0277	0.0305
-0.1	0.2	0.5	1	0.0011	0.2279	0.0017	0.0019	0.2200	0.0020	0.2000	0.4184	0.0025	0.1973	0.4139	0.0030
-0.1	0.2	0.5	4	0.0015	0.2221	0.0020	0.0020	0.2147	0.0027	0.1990	0.4147	0.0029	0.1961	0.4121	0.0031
-0.1	0.2	1	1	0.0013	0.2316	0.0018	0.0019	0.2234	0.0025	0.2009	0.4225	0.0024	0.1972	0.4145	0.0027
-0.1	0.2	1	4	0.0013	0.2316	0.0018	0.0019	0.2234	0.0025	0.2009	0.4225	0.0024	0.1972	0.4145	0.0027
-0.3	0.01	0.5	1	0.1102	0.0179	0.0224	0.1385	0.0154	0.0197	0.1589	0.0188	0.0199	0.2189	0.0153	0.0172
-0.3	0.01	0.5	4	0.0726	0.0203	0.0232	0.0819	0.0173	0.0200	0.1141	0.0246	0.0253	0.1493	0.0199	0.0216
-0.3	0.01	1	1	0.1264	0.0175	0.0217	0.1702	0.0162	0.0206	0.1808	0.0174	0.0186	0.2588	0.0144	0.0163
-0.3	0.01	1	4	0.1264	0.0175	0.0217	0.1702	0.0162	0.0206	0.1808	0.0174	0.0186	0.2588	0.0144	0.0163
-0.3	0.2	0.5	1	0.0523	0.0351	0.0360	0.0583	0.0259	0.0263	0.0645	0.0370	0.0405	0.0695	0.0251	0.0277
-0.3	0.2	0.5	4	0.0454	0.0303	0.0320	0.0502	0.0268	0.0269	0.0527	0.0342	0.0349	0.0564	0.0264	0.0283
-0.3	0.2	1	1	0.0543	0.0373	0.0369	0.0607	0.0262	0.0261	0.0641	0.0382	0.0429	0.0746	0.0259	0.0282
-0.3	0.2	1	4	0.0543	0.0374	0.0369	0.0607	0.0262	0.0261	0.0641	0.0382	0.0429	0.0746	0.0259	0.0282
-0.5	0.01	0.5	1	0.2677	0.0319	0.0376	0.4556	0.0341	0.0395	0.3940	0.0262	0.0269	0.6721	0.0255	0.0260
-0.5	0.01	0.5	4	0.1818	0.0357	0.0384	0.2961	0.0360	0.0424	0.2999	0.0347	0.0332	0.5241	0.0335	0.0329
-0.5	0.01	1	1	0.3082	0.0317	0.0348	0.5390	0.0341	0.0386	0.4483	0.0230	0.0233	0.7427	0.0228	0.0238
-0.5	0.01	1	4	0.3082	0.0317	0.0348	0.5390	0.0341	0.0386	0.4483	0.0230	0.0233	0.7427	0.0228	0.0238
-0.5	0.2	0.5	1	0.1050	0.0225	0.0251	0.1527	0.0160	0.0207	0.1465	0.0243	0.0238	0.2379	0.0152	0.0167
-0.5	0.2	0.5	4	0.0805	0.0256	0.0274	0.0903	0.0177	0.0204	0.1185	0.0306	0.0307	0.1600	0.0209	0.0218
-0.5	0.2	1	1	0.1154	0.0207	0.0234	0.1874	0.0170	0.0214	0.1578	0.0214	0.0229	0.2832	0.0147	0.0167
-0.5	0.2	1	4	0.1154	0.0207	0.0234	0.1874	0.0170	0.0214	0.1578	0.0214	0.0229	0.2832	0.0147	0.0167
-1.0	0.01	0.5	1	0.8729	0.1046	0.1096	0.9990	0.1204	0.1244	0.9489	0.0595	0.0547	0.9999	0.0715	0.0622
-1.0	0.01	0.5	4	0.7981	0.1087	0.0115	0.9973	0.1343	0.1373	0.9136	0.0770	0.0726	0.9997	0.1003	0.0944
-1.0	0.01	1	1	0.9030	0.1007	0.1086	0.9991	0.1161	0.1186	0.9654	0.0546	0.0499	1.0	0.0643	0.0557
-1.0	0.01	1	4	0.9030	0.1007	0.1086	0.9991	0.1161	0.1186	0.9654	0.0546	0.0499	1.0	0.0643	0.0557
-1.0	0.2	0.5	1	0.6308	0.0705	0.0794	0.9593	0.0823	0.0893	0.7674	0.0475	0.0459	0.9938	0.0524	0.0482
-1.0	0.2	0.5	4	0.5356	0.0782	0.0855	0.9121	0.0909	0.0979	0.6985	0.0648	0.0611	0.9811	0.0708	0.0647
-1.0	0.2	1	1	0.6699	0.0677	0.0750	0.9754	0.0800	0.0870	0.8004	0.0422	0.0410	0.9961	0.0475	0.0432
-1.0	0.2	1	4	0.6699	0.0677	0.0750	0.9754	0.0800	0.0870	0.8004	0.0422	0.0410	0.9961	0.0475	0.0432

Notlar:

- (i) Koyu renk ile gösterilen değerler daha yüksek test gücünü ifade etmektedir.
- (ii) * karşılaştırılan iki test için güç özelliklerinin eşit olduğunu ifade etmektedir.

Tablo 4.18: t_{NEG}^F , t_{NEG} ve $t_{KSS,NEG}$ Test İstatistiklerine ait Güç Analizi Karşılaştırması (T=100)

T=100				$\theta = 0.1$			$\theta = 1.0$			$\theta = 0.1$			$\theta = 1.0$		
				$k = 1.0$			$k = 1.0$			$k = 1.0$			$k = 1.0$		
γ	α	λ	σ_2^2	$t_{NEG,\tau}^F$	$t_{NEG,\tau}$	$t_{KSS,NEG,\tau}$	$t_{NEG,\tau}^F$	$t_{NEG,\tau}$	$t_{KSS,NEG,\tau}$	$t_{NEG,\mu}^F$	$t_{NEG,\mu}$	$t_{KSS,NEG,\mu}$	$t_{NEG,\mu}^F$	$t_{NEG,\mu}$	$t_{KSS,NEG,\mu}$
-0.1	0.01	0.5	1	0.0759	0.0293	0.0282	0.0800	0.0255	0.0253	0.0940	0.0329	0.0349	0.1017	0.0263	0.0302
-0.1	0.01	0.5	4	0.0557	0.0308	0.0293	0.0562	0.0295	0.0275	0.0670	0.0363	0.0397	0.0715	0.0346	0.0363
-0.1	0.01	1	1	0.0836	0.0285	0.0282	0.0925	0.0227	0.0233	0.1080	0.0294	0.0353	0.1204	0.0240	0.0271
-0.1	0.01	1	4	0.0836	0.0285	0.0282	0.0925	0.0227	0.0233	0.1080	0.0294	0.0353	0.1204	0.0240	0.0271
-0.1	0.2	0.5	1	0.0000	0.0000	0.0002	0.0000	0.0000	0.0002	0.0000	0.0000	0.0002	0.0000	0.0000	0.0002
-0.1	0.2	0.5	4	0.0000	0.0000	0.0002	0.0000	0.0000	0.0002	0.0000	0.0000	0.0002	0.0000	0.0000	0.0002
-0.1	0.2	1	1	0.0000	0.0000	0.0002	0.0000	0.0000	0.0002	0.0000	0.0000	0.0002	0.0000	0.0000	0.0002
-0.1	0.2	1	4	0.0000	0.0000	0.0002	0.0000	0.0000	0.0002	0.0000	0.0000	0.0002	0.0000	0.0000	0.0002
-0.3	0.01	0.5	1	0.2695	0.0364	0.0352	0.5118	0.0427	0.0418	0.3989	0.0359	0.0340	0.7042	0.0393	0.0351
-0.3	0.01	0.5	4	0.1801	0.0430	0.0425	0.3443	0.0523	0.0499	0.3221	0.0513	0.0518	0.5779	0.0589	0.0583
-0.3	0.01	1	1	0.3162	0.0331	0.0321	0.5924	0.0396	0.0380	0.4398	0.0275	0.0255	0.7655	0.0308	0.0261
-0.3	0.01	1	4	0.3162	0.0331	0.0321	0.5924	0.0396	0.0380	0.4398	0.0275	0.0255	0.7655	0.0308	0.0261
-0.3	0.2	0.5	1	0.0947	0.0366	0.0347	0.0869	0.0240	0.0243	0.1270	0.0421	0.0458	0.1169	0.0270	0.0301
-0.3	0.2	0.5	4	0.0630	0.0338	0.0324	0.0586	0.0293	0.0263	0.0869	0.0443	0.0470	0.0779	0.0347	0.0374
-0.3	0.2	1	1	0.1152	0.0390	0.0371	0.1047	0.0220	0.0231	0.1525	0.0434	0.0484	0.1376	0.0239	0.0270
-0.3	0.2	1	4	0.1152	0.0390	0.0371	0.1047	0.0220	0.0231	0.1525	0.0434	0.0484	0.1376	0.0239	0.0270
-0.5	0.01	0.5	1	0.6302	0.0619	0.0617	0.9804	0.0875	0.0829	0.7958	0.0530	0.0469	0.9975	0.0728	0.0570
-0.5	0.01	0.5	4	0.5594	0.0796	0.0776	0.9543	0.1143	0.1063	0.7809	0.0858	0.0807	0.9928	0.1207	0.1143
-0.5	0.01	1	1	0.6615	0.0544	0.0545	0.9894	0.0769	0.0757	0.8157	0.0385	0.0347	0.9990	0.0560	0.0437
-0.5	0.01	1	4	0.6615	0.0544	0.0545	0.9894	0.0769	0.0757	0.8157	0.0385	0.0347	0.9990	0.0560	0.0437
-0.5	0.2	0.5	1	0.2862	0.0405	0.0389	0.5378	0.0454	0.0441	0.3943	0.0429	0.0429	0.7256	0.0416	0.0358
-0.5	0.2	0.5	4	0.1986	0.0489	0.0456	0.3701	0.0548	0.0516	0.3270	0.0618	0.0582	0.6060	0.0610	0.0604
-0.5	0.2	1	1	0.3178	0.0373	0.0357	0.6173	0.0407	0.0402	0.4208	0.0363	0.0353	0.7841	0.0323	0.0275
-0.5	0.2	1	4	0.3178	0.0373	0.0357	0.6173	0.0407	0.0402	0.4208	0.0363	0.0353	0.7841	0.0323	0.0275
-1.0	0.01	0.5	1	0.9973	0.1412	0.1342	1.0	0.2166	0.1988	0.9998	0.1038	0.0874	1.0	0.2183	0.1692
-1.0	0.01	0.5	4	0.9991	0.1923	0.1823	1.0	0.3046	0.2905	0.9999	0.2012	0.1947	1.0	0.3915	0.4104
-1.0	0.01	1	1	0.9974	0.1281	0.1211	1.0	0.1883	0.1712	0.9998	0.0773	0.0612	1.0	0.1595	0.1079
-1.0	0.01	1	4	0.9974	0.1281	0.1211	1.0	0.1883	0.1712	0.9998	0.0773	0.0612	1.0	0.1595	0.1079
-1.0	0.2	0.5	1	0.9247	0.1099	0.1044	1.0	0.1664	0.1529	0.9767	0.0946	0.0766	1.0	0.1560	0.1156
-1.0	0.2	0.5	4	0.9430	0.1511	0.1433	1.0	0.2265	0.2157	0.9874	0.1623	0.1530	1.0	0.2693	0.2707
-1.0	0.2	1	1	0.9214	0.0959	0.0920	1.0	0.1447	0.1337	0.9745	0.0711	0.0545	1.0	0.1179	0.0796
-1.0	0.2	1	4	0.9214	0.0959	0.0920	1.0	0.1447	0.1337	0.9745	0.0711	0.0545	1.0	0.1179	0.0796

Notlar:

(i) Koyu renk ile gösterilen değerler daha yüksek test gücünü ifade etmektedir.

(ii) * karşılaştırılan iki test için güç özelliklerinin eşit olduğunu ifade etmektedir.

Tablo 4.19: t_{NEG}^F , t_{NEG} ve $t_{KSS,NEG}$ Test İstatistiklerine ait Güç Analizi Karşılaştırması (T=250)

T=250				$\theta = 0.1$			$\theta = 1.0$			$\theta = 0.1$			$\theta = 1.0$		
				$k = 1.0$			$k = 1.0$			$k = 1.0$			$k = 1.0$		
γ	α	λ	σ_2^2	$t_{NEG,\tau}^F$	$t_{NEG,\tau}$	$t_{KSS,NEG,\tau}$	$t_{NEG,\tau}^F$	$t_{NEG,\tau}$	$t_{KSS,NEG,\tau}$	$t_{NEG,\mu}^F$	$t_{NEG,\mu}$	$t_{KSS,NEG,\mu}$	$t_{NEG,\mu}^F$	$t_{NEG,\mu}$	$t_{KSS,NEG,\mu}$
-0.1	0.01	0.5	1	0.1713	0.0518	0.0536	0.2504	0.0554	0.0547	0.2319	0.0671	0.0698	0.3428	0.0692	0.0732
-0.1	0.01	0.5	4	0.1075	0.0622	0.0613	0.1147	0.0670	0.0671	0.1793	0.0954	0.0964	0.2468	0.1013	0.1065
-0.1	0.01	1	1	0.2040	0.0496	0.0524	0.3105	0.0536	0.0549	0.2656	0.0574	0.0586	0.4001	0.0595	0.0590
-0.1	0.01	1	4	0.2040	0.0496	0.0524	0.3105	0.0536	0.0549	0.2656	0.0574	0.0586	0.4001	0.0595	0.0590
-0.1	0.2	0.5	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.1	0.2	0.5	4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.1	0.2	1	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.1	0.2	1	4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.3	0.01	0.5	1	0.9415	0.1382	0.1321	1.0	0.2025	0.1887	0.9875	0.1576	0.1519	1.0	0.2688	0.2591
-0.3	0.01	0.5	4	0.9531	0.2131	0.2072	1.0	0.2886	0.2807	0.9938	0.2907	0.3251	1.0	0.4218	0.4832
-0.3	0.01	1	1	0.9433	0.1136	0.1135	0.9999	0.1707	0.1603	0.9848	0.1209	0.1022	1.0	0.2122	0.1645
-0.3	0.01	1	4	0.9433	0.1136	0.1135	0.9999	0.1707	0.1603	0.9848	0.1209	0.1022	1.0	0.2122	0.1645
-0.3	0.2	0.5	1	0.2822	0.0855	0.0738	0.3093	0.0607	0.0600	0.3474	0.1191	0.1016	0.4221	0.0793	0.0789
-0.3	0.2	0.5	4	0.1551	0.0786	0.0732	0.1811	0.0746	0.0721	0.2391	0.1277	0.1121	0.3109	0.1131	0.1166
-0.3	0.2	1	1	0.3628	0.0881	0.0776	0.3825	0.0582	0.0591	0.4210	0.1176	0.1012	0.4874	0.0668	0.0628
-0.3	0.2	1	4	0.3628	0.0881	0.0776	0.3825	0.0582	0.0591	0.4210	0.1176	0.1012	0.4874	0.0668	0.0628
-0.5	0.01	0.5	1	1.0	0.2097	0.2011	1.0	0.3206	0.3066	1.0	0.2713	0.2647	1.0	0.5188	0.5133
-0.5	0.01	0.5	4	1.0	0.3428	0.3472	1.0	0.4798	0.4945	1.0	0.5025	0.5670	1.0	0.7347	0.7676
-0.5	0.01	1	1	1.0	0.1720	0.1643	1.0	0.2694	0.2508	1.0	0.1970	0.1589	1.0	0.4199	0.3484
-0.5	0.01	1	4	1.0	0.1720	0.1643	1.0	0.2694	0.2508	1.0	0.1970	0.1589	1.0	0.4199	0.3484
-0.5	0.2	0.5	1	0.8447	0.1449	0.1324	1.0	0.2075	0.1930	0.9421	0.1842	0.1637	1.0	0.2803	0.2714
-0.5	0.2	0.5	4	0.8770	0.2181	0.2096	1.0	0.2989	0.2907	0.9711	0.3003	0.3053	1.0	0.4377	0.4990
-0.5	0.2	1	1	0.8489	0.1243	0.1128	1.0	0.1754	0.1622	0.9292	0.1547	0.1247	1.0	0.2259	0.1734
-0.5	0.2	1	4	0.8489	0.1243	0.1128	1.0	0.1754	0.1622	0.9292	0.1547	0.1247	1.0	0.2259	0.1734
-1.0	0.01	0.5	1	1.0	0.3569	0.3479	1.0	0.6300	0.6162	1.0	0.5296	0.5395	1.0	0.8813	0.8617
-1.0	0.01	0.5	4	1.0	0.6100	0.6267	1.0	0.8997	0.8670	1.0	0.8349	0.8494	1.0	0.9858	0.9622
-1.0	0.01	1	1	1.0	0.2835	0.2692	1.0	0.5140	0.4869	1.0	0.3891	0.3460	1.0	0.7904	0.7717
-1.0	0.01	1	4	1.0	0.2835	0.2692	1.0	0.5140	0.4869	1.0	0.3891	0.3460	1.0	0.7904	0.7717
-1.0	0.2	0.5	1	1.0	0.3150	0.3015	1.0	0.5183	0.5032	1.0	0.4422	0.4408	1.0	0.7915	0.7846
-1.0	0.2	0.5	4	1.0	0.5278	0.5345	1.0	0.7726	0.7643	1.0	0.7356	0.7717	1.0	0.9460	0.9245
-1.0	0.2	1	1	1.0	0.2519	0.2335	1.0	0.4313	0.4003	1.0	0.3306	0.2876	1.0	0.6861	0.6610
-1.0	0.2	1	4	1.0	0.2519	0.2335	1.0	0.4313	0.4003	1.0	0.3306	0.2876	1.0	0.6861	0.6610

Notlar:

(i) Koyu renk ile gösterilen değerler daha yüksek test gücünü ifade etmektedir.

(ii) * karşılaştırılan iki test için güç özelliklerinin eşit olduğunu ifade etmektedir.

5. SONUÇ

Eşbütünleşme analizi, ekonomik değişkenler arasında uzun dönemli ilişkilerin anlaşılmasına önemli ölçüde katkıda bulunmaktadır. Bu analiz, karmaşık ekonomik sistemlerin dinamiklerinin analiz edilmesini ve bu karmaşık ilişkilere göre kararlar almasını mümkün kılmaktadır. Ekonometri literatüründe, eşbütünleşme analizlerinin güvenilirliğini artırmak için mevcut geleneksel eşbütünleşme testlerini iyileştirmeye ve yeni teknikler geliştirmeye yönelik girişimler devam etmektedir.

Makroekonomik değişkenler arasındaki uzun dönemli denge dinamikleri, doğrusal olmayan davranışlar sergileyebilir. Ayrıca ekonomik ya da politika değişikliklerinin varlığında, değişkenler arasında yapısal kırılmalar ve rejim değişimleri de meydana gelebilir. Bu durumda geleneksel testlerin kullanılması, değişkenler arasındaki karmaşık ve dinamik ilişkinin yeterince temsil edilememesine ve bu ilişkilerin varlığı ve doğası hakkında hatalı yorumların yapılmasına neden olmaktadır. Değişkenler arasındaki bu karmaşık ilişkiyi modelleyebilen araçların geliştirilmesi, ekonomik ve finansal olayların daha iyi anlaşılmasına, politika analizlerinin gelişmesine ve uygulamalı araştırmaların ilerlemesine katkıda bulunacaktır. Bu kapsamda, çalışmada Hu ve Chen (2016) birim kök testi metodolojisine dayanan doğrusal olmayan eşbütünleşme testi ve kesirli frekansa sahip Fourier terimli doğrusal olmayan eşbütünleşme testi olmak üzere alternatif iki eşbütünleşme testi geliştirilmiştir.

Önerilen test istatistiklerine ait kritik değerler $T = 50, 100, 250, 500$ ve 1000 gözlem, $n = 1, 2$ ve 3 bağımsız değişken sayısı, $k^{fr} = 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3$ frekans sayısı, sabit terimli ve sabit terimli/trendli eşbütünleşme denklemleri için elde edilmiştir. Test istatistiklerinin küçük örnek özellikleri Monte Carlo simülasyonları ile incelenmiştir. Testlerin boyut analizinde; I. tip hata olasılığı, nominal değer olan 0.05 anlamlılık düzeyine oldukça yakın bulunmuştur. Test istatistiklerinde boyut bozulması görülmemektedir. Ayrıca, test istatistiklerinin boyut özellikleri, sinyal-gürültü oranının $\sigma_2^2 = (1, 4)$ değiştirilmesi durumunda değişmemektedir. Buna göre, test istatistiklerinin boyut özellikleri varyansın derecesine bağlı değildir.

Testlerin güç analizinde ise; önerilen testlerin gücü örneklem boyutu arttığında 1 'e doğru yaklaşmaktadır. Dahası, önerilen testlerde temel hipotezin yanlış iken reddedilme olasılığı, doğru olduğu durumda reddedilme olasılığına göre daha yüksektir ($1 - \beta > \alpha$). Buna göre, önerilen testler tutarlıdır. Eşbütünleşme ilişkisi arttıkça, yanlış olan temel hipotezin reddedilme olasılığı tüm gözlemler için artmıştır. Ayrıca doğrusal olmama ilişkisini gösteren parametre değeri arttıkça, önerilen testlerin gücü de artmıştır. COMFAC kısıtlaması kapsamında, eşbütünleşme ilişkisi arttıkça $\lambda = 0.5$ için testlerin gücü çoğu durumda $\lambda = 1$ 'e göre daha yüksek çıkmıştır. $\lambda = 0.5$ için sinyal-gürültü oranının $\sigma_2^2 =$

(1,4) olarak değiştirilmesi güç özelliklerinde farklılık yaratırken, $\lambda = 1$ için herhangi bir farklılık yaratmadığı görülmektedir. $\lambda = 1$ için test istatistiklerinin güç özelliği, varyansın derecesine bağlı olarak değişmemektedir. Kesirli frekansa sahip Fourier terimli eşbütünleşme testinde, daha yüksek frekans değerlerinde güç artışı olduğu görülmektedir.

Doğrusal olmayan eşbütünleşme testlerinin güç özelliklerinin karşılaştırılmasında, önerilen doğrusal olmayan eşbütünleşme testinin gücü, aynı örneklem büyüklükleri için çoğu durumda KSS (2006) eşbütünleşme testinden daha yüksek güce sahiptir. Boyut ve güç özelliklerinin sağlanması nedeniyle; önerilen doğrusal olmayan eşbütünleşme testinin, KSS (2006) eşbütünleşme testine alternatif olarak kullanılabileceği sonucuna ulaşılmıştır.

Önerilen kesirli frekansa sahip Fourier terimli eşbütünleşme testi ile önerilen doğrusal olmayan eşbütünleşme testi ve KSS(2006) eşbütünleşme testlerinin güç özellikleri de karşılaştırılmıştır. $T = 50$ gözlem için $\gamma = -0.1$ ve $\alpha = 0.2$ durumları dışında, tüm farklı parametre değerleri için önerilen kesirli frekansa sahip Fourier terimli eşbütünleşme testinin diğer testlere göre daha yüksek güce sahip olduğu bulunmuştur. Ayrıca $T = 100$ ve $T = 250$ için ise tüm farklı parametre değerleri için önerilen kesirli frekansa sahip Fourier terimli eşbütünleşme testinin gücü diğer testlere göre oldukça yüksektir. Boyut ve güç özelliklerini sağlaması nedeniyle, önerilen bu test yapısal kırılmalar veya doğrusal olmayan dinamikler gibi karmaşık veri yapılarıyla karşılaşıldığında güçlü bir alternatif sunmaktadır. Bu testte, Fourier terimleri beklenen şekilde anlamlı değil ise, bu durumda önerdiğimiz doğrusal olmayan eşbütünleşme testi tercih edilebilir.

Geliştirilen alternatif testler, verilerin belirli özelliklerine göre uygun testin seçilmesine olanak tanımaktadır. Böylece doğrusal olmama ve yapısal kırılmaların varlığında mevcut testlerin sınırlamalarına karşı daha güvenilir sonuçlar elde edilebilir.

KAYNAKLAR

- Abadir, K. M., & Distaso, W. (2007), "Testing Joint Hypotheses When One of the Alternatives is One-Sided." *Journal of Econometrics*, 140(2), 695-718.
<https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2006.07.022>
- Andrews, D. W. (1993), "Tests for Parameter Instability and Structural Change with Unknown Change Point." *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 821-856.
<https://doi.org/10.2307/2951764>
- Arranz, M. A., & Escibano, A. (2000), "Cointegration Testing under Structural Breaks: A Robust Extended Error Correction Model." *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 62, 23-52.
<https://doi.org/10.1111/1468-0084.00158>
- Asteriou, D., & Hall, S. G. (2021), *Applied Econometrics*. (Fourth Edition). Bloomsbury Publishing.
- Bai, J., & Perron, P. (1998), "Estimating and Testing Linear Models with Multiple Structural Changes." *Econometrica*, 47-78. <https://doi.org/10.2307/2998540>
- Bai, J., & Perron, P. (2003a), "Computation and Analysis of Multiple Structural Change Models." *Journal of Applied Econometrics*, 18(1), 1-22. <https://doi.org/10.1002/jae.659>
- Bai, J., & Perron, P. (2003b), "Critical Values for Multiple Structural Change Tests." *The Econometrics Journal*, 6(1), 72-78. <https://doi.org/10.1111/1368-423X.00102>
- Balke, N. S., & Fomby, T. B. (1997), "Threshold Cointegration." *International Economics Reviews*, 38(3), 627-645. <https://doi.org/10.2307/2527284>
- Banerjee, P., Arčabić, V., & Lee, H. (2017), "Fourier ADL Cointegration Test to Approximate Smooth Breaks with New Evidence from Crude Oil Market." *Economic Modelling*, 67, 114-124.
<https://doi.org/10.1016/j.econmod.2016.11.004>
- Barreto, H., & Howland, F. (2006), *Introductory Econometrics: Using Monte Carlo Simulation with Microsoft Excel*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Beasley, W. H., & Rodgers, J. L. (2012), "Bootstrapping and Monte Carlo Methods." Cooper, H.; Camic, P.M.; Long, D.L.; Panter, A.T.; Rindskopf, D.; Sher, K.J., (Ed.) *APA Handbook of Research Methods in Psychology. Research Designs: Quantitative, Qualitative, Neuropsychological, and biological*. Washington, DC US: American Psychological Association, 407-425.

- Becker, R., Enders, W., & Hurn, S. (2004), "A General Test for Time Dependence in Parameters." *Journal of Applied Econometrics*, 19(7), 899-906. <https://doi.org/10.1002/jae.751>
- Becker, R., Enders, W., & Lee, J. (2006), "A Stationarity Test in the Presence of an Unknown Number of Smooth Breaks." *Journal of Time Series Analysis*, 27(3), 381-409. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9892.2006.00478.x>
- Beechey, M., & Österholm, P. (2008), "Revisiting the Uncertain Unit Root in GDP and CPI: Testing for Non-Linear Trend Reversion." *Economics Letters*, 100(2), 221-223. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2008.01.013>
- Bierens, H. J. (1997), "Testing the Unit Root with Drift Hypothesis against Nonlinear Trend Stationarity, with an Application to the US Price Level and Interest Rate." *Journal of Econometrics*, 81(1), 29-64. [https://doi.org/10.1016/S0304-4076\(97\)00033-X](https://doi.org/10.1016/S0304-4076(97)00033-X)
- Bozoklu, S., Yilanci, V., & Gorus, M. S. (2020), "Persistence in Per Capita Energy Consumption: A Fractional Integration Approach with a Fourier Function." *Energy Economics*, 91, 104926. <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2020.104926>
- Brooks, C. (2014), *Introductory Econometrics for Finance*. (Third Edition). Cambridge: Cambridge University Press.
- Cameron, A. C., & Trivedi, P. K. (2005), *Microeconometrics: Methods and Applications*. Cambridge: Cambridge University Press,
- Caner, M., & Hansen, B. E. (2001), "Threshold Autoregression with a Unit Root." *Econometrica*, 69(6), 1555-1596. <https://doi.org/10.1111/1468-0262.00257>
- Carrion-i-Silvestre, J. L., Kim, D., & Perron, P. (2009), "GLS-based Unit Root Tests with Multiple Structural Breaks under Both the Null and the Alternative Hypotheses." *Econometric Theory*, 1754-1792. <https://doi.org/10.1017/S0266466609990326>
- Chan, K. S. (1993), "Consistency and Limiting Distribution of the Least Squares Estimator of a Threshold Autoregressive Model." *The Annals of Statistics*, 520-533.
- Chatfield, C., & Xing, H. (2019), *The Analysis of Time Series: An Introduction with R*. (Seventh Edition), Boca Raton: CRC Press, Taylor & Francis Group.
- Chong, T. T. L., Hinich, M. J., Liew, V. K. S., & Lim, K. P. (2008), "Time Series Test of Nonlinear Convergence and Transitional Dynamics." *Economics Letters*, 100(3), 337-339. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2008.02.025>

- Christopoulos, D. K., & Leon-Ledesma, M. A. (2010), "Smooth Breaks and Non-Linear Mean Reversion: Post-Bretton Woods Real Exchange Rates." *Journal of International Money and Finance*, 29(6), 1076-1093. <https://doi.org/10.1016/j.jimonfin.2010.02.003>
- Christopoulos, D. K., & Leon-Ledesma, M. A. (2011), "International Output Convergence, Breaks, and Asymmetric Adjustment." *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 15(3). <https://doi.org/10.2202/1558-3708.1823>
- Coe, D. T., & Moghadam, R. (1993), "Capital and Trade as Engines of Growth in France: An Application of Johansen's Cointegration Methodology." *Staff Papers*, 40(3), 542-566. <https://doi.org/10.2307/3867447>
- Cook, S., & Vougas, D. (2009), "Unit Root Testing against an ST-MTAR Alternative: Finite-Sample Properties and an Application to the UK Housing Market." *Applied Economics*, 41(11), 1397-1404. <https://doi.org/10.1080/00036840601019331>
- Cuestas, J. C., & Garratt, D. (2011), "Is Real GDP Per Capita a Stationary Process? Smooth Transitions, Nonlinear Trends and Unit Root Testing." *Empirical Economics*, 41(3), 555-563. <https://doi.org/10.1007/s00181-010-0389-0>
- Cuestas, J. C., & Ordóñez, J. (2014), "Smooth Transitions, Asymmetric Adjustment and Unit Roots." *Applied Economics Letters*, 21(14), 969-972. <https://doi.org/10.1080/13504851.2014.902016>
- Davies, R. B. (1987), "Hypothesis Testing When a Nuisance Parameter is Present Only Under the Alternative." *Biometrika*, 74(1), 33-43. <https://doi.org/10.1093/biomet/74.1.33>
- Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1979), "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root." *Journal of the American Statistical Association*, 74(366a), 427-431. <https://doi.org/10.1080/01621459.1979.10482531>
- Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1981), "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root." *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1057-1072. <https://doi.org/10.2307/1912517>
- Diks, C. (1999), *Nonlinear Time Series Analysis: Methods and Applications*. Singapore: World Scientific.
- Dwyer, G. P. (2015), The Johansen Tests for Cointegration. *White Paper*, 516.
- Elliott, G., Rothenberg, T. J., & Stock, J. H. (1996), "Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root." *Econometrica*, 64(4), 813-836. <https://doi.org/10.3386/t0130>

- Enders, W. (2015), *Applied Econometric Time Series*. (Fourth Edition). John Wiley New York, University of Alabama.
- Enders, W., & Granger, C. W. J. (1998), "Unit-root Tests and Asymmetric Adjustment with an Example Using the Term Structure of Interest Rates." *Journal of Business & Economic Statistics*, 16(3), 304-311. <https://doi.org/10.1080/07350015.1998.10524769>
- Enders, W., & Lee, J. (2004), "Testing for a Unit Root with a Nonlinear Fourier Function." *In Econometric Society 2004 Far Eastern Meetings*, 457, 1-47.
- Enders, W., & Lee, J. (2012a), "A Unit Root Test using a Fourier Series to Approximate Smooth Breaks." *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 74(4), 574-599. <https://doi.org/10.1111/j.1468-0084.2011.00662.x>
- Enders, W., & Lee, J. (2012b), "The Flexible Fourier form and Dickey–Fuller Type Unit Root Tests." *Economics Letters*, 117(1), 196-199. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2012.04.081>
- Enders, W., & Siklos, P. L. (2001), "Cointegration and Threshold Adjustment." *Journal of Business & Economic Statistics*, 19(2), 166-176. <https://doi.org/10.1198/073500101316970395>
- Engle, R. F., & Granger, C. W. (1987), "Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing." *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 251-276.
- Fan, J., & Yao, Q. (2003), *Nonlinear Time Series: Nonparametric and Parametric Methods*. New York: Springer.
- Fuller, W. A. (1976), *Introduction to Statistical Time Series*. New York: Wiley.
- Furuoka, F. (2017), "A New Approach to Testing Unemployment Hysteresis." *Empirical Economics*, 53(3), 1253-1280. <https://doi.org/10.1007/s00181-016-1164-7>
- Gallant, A. R. (1981), "On the Bias in Flexible Functional Forms and an Essentially Unbiased Form: The Fourier Flexible Form." *Journal of Econometrics*, 15(2), 211-245. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(81\)90115-9](https://doi.org/10.1016/0304-4076(81)90115-9)
- Gallant, A. R., & Souza, G. (1991), "On the Asymptotic Normality of Fourier Flexible Form Estimates." *Journal of Econometrics*, 50(3), 329-353. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(91\)90024-8](https://doi.org/10.1016/0304-4076(91)90024-8)
- Granger, C. J. (1986), "Developments in the Study of Cointegrated Economic Variables." *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 48(3), 213-228. <https://doi.org/10.1111/j.1468-0084.1986.mp48003002.x>

- Granger, C. W. J. (2004), "Time Series Analysis, Cointegration, and Applications." *American Economic Review*, 94(3), 421-425. <https://doi.org/10.1257/0002828041464669>
- Granger, C. W., & Newbold, P. (1974), "Spurious Regressions in Econometrics." *Journal of Econometrics*, 2(2), 111-120.
- Greene, W. H. (2012), *Econometric Analysis*. (Seventh Edition). Boston: Pearson Education.
- Gregory, A. W., & Hansen, B. E. (1996), "Residual-based Tests for Cointegration in Models with Regime Shifts." *Journal of Econometrics*, 70(1), 99-126.
- Güriş, B. (2019), "A New Nonlinear Unit Root Test with Fourier Function." *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 48(10), 3056-3062.
- Hansen, B. E., & Seo, B. (2002), "Testing for Two-Regime Threshold Cointegration in Vector Error-Correction Models." *Journal of Econometrics*, 110(2), 293-318. [https://doi.org/10.1016/S0304-4076\(02\)00097-0](https://doi.org/10.1016/S0304-4076(02)00097-0)
- Harris, R., & Sollis, R. (2003), *Applied Time Series Modelling and Forecasting*. (First Edition). England: John Wiley.
- Harvey, D. I., & Mills, T. C. (2002), "Unit Roots and Double Smooth Transitions." *Journal of Applied Statistics*, 29(5), 675-683. <https://doi.org/10.1080/02664760120098739>
- Hatemi-J, A. (2008), "Tests for Cointegration with Two Unknown Regime Shifts with an Application to Financial Market Integration." *Empirical Economics*, 35(3), 497-505. <https://doi.org/10.1007/s00181-007-0175-9>
- Hepsağ, A. (2021), "Testing for Cointegration in Nonlinear Asymmetric Smooth Transition Error Correction Models." *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 50(2), 400-412. <https://doi.org/10.1080/03610918.2018.1559927>
- Hu, J., & Chen, Z. (2016), "A Unit Root Test Against Globally Stationary ESTAR Models When Local Condition is Non-Stationary." *Economics letters*, 146, 89-94. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2016.07.002>
- Huffaker, R. G., Huffaker, R., Bittelli, M., & Rosa, R. (2017), *Nonlinear Time Series Analysis with R*. United Kingdom: Oxford University Press.
- Johansen, S. (1988), "Statistical Analysis of Cointegration Vectors." *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12(2-3), 231-254. [https://doi.org/10.1016/0165-1889\(88\)90041-3](https://doi.org/10.1016/0165-1889(88)90041-3)

- Johansen, S. (1991), "Estimation and Hypothesis Testing of Cointegration Vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models." *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1551-1580. <https://doi.org/10.2307/2938278>
- Kapetanios, G., Shin, Y., & Snell, A. (2003), "Testing for a Unit Root in the Nonlinear STAR Framework." *Journal of Econometrics*, 112(2), 359-379. [https://doi.org/10.1016/S0304-4076\(02\)00202-6](https://doi.org/10.1016/S0304-4076(02)00202-6)
- Kapetanios, G., & Shin, Y. (2006), "Unit Root Tests in Three-Regime SETAR Models." *The Econometrics Journal*, 9(2), 252-278. <https://doi.org/10.1111/j.1368-423X.2006.00184.x>
- Kılıç, R. (2011), "Testing for a Unit Root in a Stationary ESTAR Process." *Econometric Reviews*, 30(3), 274-302. <https://doi.org/10.1080/07474938.2011.553511>
- Kirchgässner, G., Wolters, J., & Hassler, U. (2012), *Introduction to Modern Time Series Analysis*. (Second Edition). London: Springer Science & Business Media.
- Kočenda, E., & Černý, A. (2015), *Elements of Time Series Econometrics: An Applied Approach*. (Third Edition). Charles University in Prague: Karolinum Press.
- Kremers, J. J., Ericsson, N. R., & Dolado, J. J. (1992), "The Power of Cointegration Tests." *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54(3), 325-348. <https://doi.org/10.1111/j.1468-0084.1992.tb00005.x>
- Kruse, R. (2011), "A New Unit Root Test Against ESTAR Based on a Class of Modified Statistics." *Statistical Papers*, 52(1), 71-85. <https://doi.org/10.1007/s00362-009-0204-1>
- Kwiatkowski, D., Phillips, P. C., Schmidt, P., & Shin, Y. (1992), "Testing the Null Hypothesis of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root." *Journal of Econometrics*, 54(1-3), 159-178. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(92\)90104-Y](https://doi.org/10.1016/0304-4076(92)90104-Y)
- Lee, H., & Lee, J. (2015), "More Powerful Engle–Granger Cointegration Tests." *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 85(15), 3154-3171. <https://doi.org/10.1080/00949655.2014.957206>
- Lee, J., & Strazicich, M. C. (2003), "Minimum Lagrange Multiplier Unit Root Test with Two Structural Breaks." *Review of Economics and Statistics*, 85(4), 1082-1089. <https://doi.org/10.1162/003465303772815961>
- Lee, J., & Strazicich, M. C. (2004), *Minimum LM Unit Root Test with One Structural Break*. Manuscript, Department of Economics, Appalachian State University, 33(4), 2483-2492.

- Lee, J., & Yucel, A. (2022), "Cointegration Tests using Instrumental Variables." *International Journal of Empirical Economics*, 1(02), 2250006. <https://doi.org/10.1142/S2810943022500068>
- Leybourne, S., Newbold, P., & Vougas, D. (1998), "Unit Roots and Smooth Transitions." *Journal of Time Series Analysis*, 19(1), 83-97. <https://doi.org/10.1111/1467-9892.00078>
- Lucey, B. M., & Voronkova, S. (2008), "Russian Equity Market Linkages Before and After the 1998 Crisis: Evidence from Stochastic and Regime-Switching Cointegration Tests." *Journal of International Money and Finance*, 27(8), 1303-1324. <https://doi.org/10.1016/j.jimonfin.2008.07.004>
- Lumsdaine, R. L., & Papell, D. H. (1997), "Multiple Trend Breaks and the Unit-Root Hypothesis." *Review of Economics and Statistics*, 79(2), 212-218. <https://doi.org/10.1162/003465397556791>
- MacKinnon, J. G. (1991), "Critical Values for Cointegration Tests." Engle, R.F.; Granger, C.W.J. (Ed.). *Long-Run Economic Relationship: Readings in Cointegration*. 267-287.
- Maddala, G. S., & Kim, I. M. (1998), *Unit Roots, Cointegration, and Structural Change*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Magee, L. (2008). Unit Roots and Characteristic Roots https://socialsciences.mcmaster.ca/magee/761_762/other%20material/unit%20and%20char%20roots.pdf (Tarih:3 Aralık 2022).
- Maki, D. (2010), "An Alternative Procedure to Test for Cointegration in STAR Models." *Mathematics and Computers in Simulation*, 80(5), 999-1006. <https://doi.org/10.1016/j.matcom.2009.12.003>
- Maki, D. (2012), "Tests for Cointegration Allowing for an Unknown Number of Breaks." *Economic Modelling*, 29(5), 2011-2015. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2012.04.022>
- Muir, J.(1911), *My First Summer in the Sierra*, Boston: Houghton Mifflin.
- Muthén, L. K., & Muthén, B. O. (2002), "How to Use a Monte Carlo Study to Decide on Sample Size and Determine Power." *Structural Equation Modeling*, 9(4), 599-620. https://doi.org/10.1207/S15328007SEM0904_8
- Narayan, P. K. (2005), "The Saving and Investment Nexus for China: Evidence from Cointegration Tests." *Applied Economics*, 37(17), 1979-1990. <https://doi.org/10.1080/00036840500278103>
- Narayan, P. K., & Narayan, S. (2005), "Estimating Income and Price Elasticities of Imports for Fiji in a Cointegration Framework." *Economic Modelling*, 22(3), 423-438. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2004.06.004>

- Narayan, P. K., & Popp, S. (2010), "A New Unit Root Test with Two Structural Breaks in Level and Slope at Unknown Time." *Journal of Applied Statistics*, 37(9), 1425-1438. <https://doi.org/10.1080/02664760903039883>
- Narayan, P. K., & Popp, S. (2013), "Size and Power Properties of Structural Break Unit Root Tests." *Applied Economics*, 45(6), 721-728. <https://doi.org/10.1080/00036846.2011.610752>
- Nelson, C. R., & Plosser, C. R. (1982), "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications." *Journal of Monetary Economics*, 10(2), 139-162.
- Ng, S., & Perron, P. (2001), "Lag Length Selection and the Construction of Unit Root Tests with Good Size and Power." *Econometrica*, 69(6), 1519-1554. <https://doi.org/10.1111/1468-0262.00256>
- Omay, T. (2015), "Fractional Frequency Flexible Fourier form to Approximate Smooth Breaks in Unit Root Testing." *Economics Letters*, 134, 123-126. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2015.07.010>
- Ostermark, R. (2000), "Monte Carlo Tests of Cointegration in a Bivariate Normal Common Factor System." *Applied Financial Economics*, 10(1), 81-93. <https://doi.org/10.1080/096031000331950>
- Palma, W. (2016), *Time Series Analysis*. Canada: John Wiley & Sons, Inc.
- Park, J. Y., & Shintani, M. (2016), "Testing for a Unit Root Against Transitional Autoregressive Models." *International Economic Review*, 57(2), 635-664. <https://doi.org/10.1111/iere.12171>
- Pascalau, R. (2007), Testing for a Unit Root in the Asymmetric Nonlinear Smooth Transition Framework. *Department of Economics, Finance and Legal Studies University of Alabama Unpublished Manuscript*.
- Patterson, K. (2011), *Unit Root Tests in Time Series Volume 1: Key Concepts and Problems*. London: Springer.
- Perron, P. (1989), "The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis." *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1361-1401. <https://doi.org/10.2307/1913712>
- Perron, P. (1997), "Further Evidence on Breaking Trend Functions in Macroeconomic Variables." *Journal of Econometrics*, 80(2), 355-385. [https://doi.org/10.1016/S0304-4076\(97\)00049-3](https://doi.org/10.1016/S0304-4076(97)00049-3)
- Perron, P., & Vogelsang, T. J. (1992), "Nonstationarity and Level Shifts with an Application to Purchasing Power Parity." *Journal of Business & Economic Statistics*, 10(3), 301-320. <https://doi.org/10.1080/07350015.1992.10509907>

- Pesaran, M. H., Shin, Y., & Smith, R. J. (2001), "Bounds Testing Approaches to the Analysis of Level Relationships." *Journal of Applied Econometrics*, 16(3), 289-326. <https://doi.org/10.1002/jae.616>
- Phillips, P. C. (1987), "Time Series Regression with a Unit Root." *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 277-301. <https://doi.org/10.2307/1913237>
- Phillips, P. C. (1998), "New Tools for Understanding Spurious Regressions." *Econometrica*, 1299-1325. <https://doi.org/10.2307/2999618>
- Phillips, P. C., & Perron, P. (1988), "Testing for a Unit Root in Time Series Regression." *Biometrika*, 75(2), 335-346. <https://doi.org/10.1093/biomet/75.2.335>
- Phillips, P. C., & Sul, D. (2003), "Dynamic Panel Estimation and Homogeneity Testing under Cross Section Dependence." *The Econometrics Journal*, 6(1), 217-259. <https://doi.org/10.1111/1368-423X.00108>
- Popp, S. (2008), "New Innovational Outlier Unit Root Test with a Break at an Unknown Time." *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 78(12), 1145-1161. <https://doi.org/10.1080/00949650701411429>
- Prodan, R. (2008), "Potential Pitfalls in Determining Multiple Structural Changes with an Application to Purchasing Power Parity." *Journal of Business & Economic Statistics*, 26(1), 50-65. <https://doi.org/10.1198/073500107000000304>
- Ranjbar, O., Chang, T., Elmi, Z. M., & Lee, C. C. (2018), "A New Unit Root Test Against Asymmetric ESTAR Nonlinearity with Smooth Breaks." *Iranian Economic Review*, 22(1), 51-62.
- Rao, B. B. (1997), *Cointegration for the Applied Economist*. (Second Edition), Allied Publishers.
- Rodrigues, P. M., & Robert Taylor, A. M. (2012), "The Flexible Fourier Form and Local Generalised Least Squares De-Trended Unit Root Tests." *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 74(5), 736-759. <https://doi.org/10.1111/j.1468-0084.2011.00665.x>
- Ruxanda, G., & Botezatu, A. (2008), "Spurious Regression and Cointegration. Numerical Example: Romania's M2 Money Demand." *Romanian Journal of Economic Forecasting*, 5(3), 51-62.
- Ryan, T. P. (2013), *Sample Size Determination and Power*. Canada: John Wiley & Sons Inc.
- Seo, M. (2006), "Bootstrap Testing for the Null of No Cointegration in A Threshold Vector Error Correction Model." *Journal of Econometrics*, 134(1), 129-150. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2005.06.018>

- Shen, C. H., Chen, C. F., & Chen, L. H. (2007), "An Empirical Study of the Asymmetric Cointegration Relationships Among the Chinese Stock Markets." *Applied Economics*, 39(11), 1433-1445. <https://doi.org/10.1080/00036840600606302>
- Shin, Y. (1994), "A Residual-Based Test of the Null of Cointegration Against the Alternative of No Cointegration." *Econom Theory*, 10(1), 91–115. <https://doi.org/10.1017/S0266466600008240>
- Sollis, R. (2004), "Asymmetric Adjustment and Smooth Transitions: A Combination of Some Unit Root Tests." *Journal of Time Series Analysis*, 25(3), 409-417. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9892.2004.01911.x>
- Sollis, R., Leybourne, S., & Newbold, P. (2002), "Tests for Symmetric and Asymmetric Nonlinear Mean Reversion in Real Exchange Rates." *Journal of Money, Credit and Banking*, 686-700.
- Sollis, R. (2009), "A Simple Unit Root Test Against Asymmetric STAR Nonlinearity with an Application to Real Exchange Rates in Nordic Countries." *Economic Modelling*, 26(1), 118-125. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2008.06.002>
- Stock, J. H., & Watson, M. W. (2020), *Introduction to Econometrics*. (Fourth Edition), United Kingdom: Global Edition.
- Tsong, C. C., Lee, C. F., Tsai, L. J., & Hu, T. C. (2016), "The Fourier Approximation and Testing for the Null of Cointegration." *Empirical Economics*, 51, 1085-1113. <https://doi.org/10.1007/s00181-015-1028-6>
- Vougas, D. V. (2005), *Unit Roots and (Deterministic) Smooth Transitions II. Mimeo*, University of Wales Swansea.
- Vougas, D. V. (2006), "On Unit Root Testing with Smooth Transitions." *Computational Statistics & Data Analysis*, 51(2), 797-800. <https://doi.org/10.1016/j.csda.2006.07.015>
- Yule, G. U. (1926), "Why Do We Sometimes Get Nonsense-Correlations Between Time-Series? A Study in Sampling and The Nature of Time-Series." *Journal of The Royal Statistical Society*, 89(1), 1-63. <https://doi.org/10.2307/2341482>
- Zivot, E., & Andrews, D. W. K. (1992), "Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis." *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(1), 25-44. <https://doi.org/10.1198/073500102753410372>
- Zivot, E., & Wang, J. (2006), *Modeling Financial Time Series with S-PLUS* (Second Edition), New York: Springer.

Wild, R. (1984), *Production and Operations Management, Principles and Techniques*. (Third Edition),
Kanada: Holt, Rinehart & Winston of Canada Ltd.

Woodward, W. A., Gray, H. L., & Elliott, A. C. (2017), *Applied Time Series Analysis with R*. (Second
Edition), Boca Raton: CRC Press, Taylor & Francis Group.

