



T.C.

**BARTIN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
İŞLETME ANABİLİM DALI**

DOKTORA TEZİ

**RESİM BULANIK (PICTURE FUZZY) KÜME TABANLI ÇOK KRİTERLİ
KARAR VERME YAKLAŞIMI VE UYGULAMALARI**

PINAR ÇELEBİ DEMİRARSLAN

DANIŞMAN

DR. ÖĞR. ÜYESİ HANDE KÜÇÜKÖNDER

BARTIN-2023



T.C.

**BARTIN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
İŞLETME ANABİLİM DALI**

**RESİM BULANIK (PICTURE FUZZY) KÜME TABANLI ÇOK KRİTERLİ
KARAR VERME YAKLAŞIMI VE UYGULAMALARI**

DOKTORA TEZİ

Pınar ÇELEBİ DEMİRARSLAN

BARTIN-2023

BEYANNAME

Bartın Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre Dr. Öğr. Üyesi Hande KÜÇÜKÖNDER danışmanlığında hazırlamış olduğum “RESİM BULANIK (PICTURE FUZZY) KÜME TABANLI ÇOK KRİTERLİ KARAR VERME YAKLAŞIMI VE UYGULAMALARI” başlıklı doktora tezimin bilimsel etik değerlere ve kurallara uygun, özgün bir çalışma olduğunu, aksinin tespit edilmesi halinde her türlü yasal yaptırımını kabul edeceğimi beyan ederim.

04.08.2023

Pınar ÇELEBİ DEMİRARSLAN

ÖNSÖZ

Sadece bu tez çalışmasında değil, tüm doktora eğitimim boyunca sunduğu görüş, katkı ve tecrübesiyle beni yönlendiren, benden hiçbir konuda yardım, hoşgörü ve desteğini esirgemeyen danışman hocam Sayın Dr. Öğr. Üyesi Hande KÜÇÜKÖNDER'e, tezimin her aşamasında sağladıkları katkılarla tezimin şekillenmesine yardımcı olan değerli tez izleme jüri üyelerim Sayın Doç. Dr. Ahmet ÖZTEL ve Sayın Doç. Dr. Ömer Faruk GÖRÇÜN'e teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca tez savunma jürimde yer alan Sayın Prof. Dr. Mehmet PEKKAYA ve Sayın Dr. Öğr. Üyesi İsmail Fatih CEYHAN'a katkılarından dolayı teşekkür ederim.

Tez çalışması sonucu geliştirilen modelin uygulamalarının yapılabilmesi için uzman kişilere erişmemde yardımcı olan meslektaşlarıma ve uzman grupta yer almayı kabul ederek tezin tamamlanmasına önemli ölçüde katkıda bulunan değerli uzman grubu üyelerinin her birine teşekkür ederim.

Bu süreçte beni her daim teşvik eden arkadaşlarıma ve dualarıyla bana hep destek olan ailemin tüm üyelerine teşekkürlerimi sunarım. Özellikle bu yoğun çalışma sürecinde benden yardımlarını esirgemeyen sevgili eşim Dr. Gökhan DEMİRARSLAN ve canım oğlum Yasir DEMİRARSLAN'a bilhassa gösterdikleri sabır ve anlayıştan ötürü sonsuz minnettarım.

Pınar ÇELEBİ DEMİRARSLAN

ÖZET

Doktora Tezi

RESİM BULANIK (PICTURE FUZZY) KÜME TABANLI ÇOK KRİTERLİ KARAR VERME YAKLAŞIMI VE UYGULAMALARI

Pınar ÇELEBİ DEMİRARSLAN

Bartın Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

İşletme Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Hande KÜÇÜKÖNDER

Bartın-2023, sayfa: 136

Endüstri 4.0 ve teknolojiye son gelişmeler beraberinde dijitalleşme, nesnelerin interneti, akıllı sistemler gibi bazı yeni kavramları ortaya çıkarmıştır. İşletmelerin küresel rekabette değer yaratabilmeye çalışması bu terimlere duyulan ilgiyi hızla arttırmıştır. Dolayısıyla çağın gereksinimleri dikkate alındığında, işletmelerin bu yeni teknolojilere uyum sağlamaları ve uygulamaya geçirmeleri kaçınılmaz bir hale gelmiştir. Öte yandan, bu süreç karar vericiler için oldukça karmaşık, belirsiz ve muğlak durumların söz konusu olduğu önemli karar problemlerinin ortaya çıkmasına sebep olmuştur. Bu tür problemlerin çözümünde bulanık küme teorisi ya da çeşitli bulanık küme uzantıları ile çok kriterli karar verme (ÇKKV) tekniklerinin bütünleştirildiği yaklaşımlardan yararlanılması karar vericilerin daha rasyonel kararlar alabilmeleri için uygun bir değerlendirme çerçevesi sunabilmektedir.

Bu tez çalışmasında resim bulanık küme (RBK) teorisine dayalı bir ÇKKV modeli geliştirilmesi amaçlanmıştır. RBK, karmaşık karar problemlerinin çözümlenmesinde belirsiz, muğlak ve tutarsız bilgilerin tanımlanması ve karar verme süreçlerinde bu tür durumların giderilmesinde kullanılan önemli bir araçtır. Diğer bulanık küme uzantılarından farklı olarak karar vericilere daha geniş bir tercih alanı sunması ilgilenilen karar probleminin

doğasına uygun daha esnek bir yaklaşımla ele alınabilmesini sağlamaktadır. Bu kapsamda çalışmada, COBRA (COMprehensive Distance Based RAnking) tekniği RBK teorisine dayalı olarak genişletilmiş, ardından PSI (Preference Selection Index) tekniği ile bütünleştirilerek yeni bir PSI-RB-COBRA karar verme modeli önerilmiştir. Önerilen model, hem karar problemine ilişkin belirsiz bilgileri tanımlamayı kolaylaştırmakta hem de uzmanların çeşitli özelliklerinin (yaş, tecrübe, pozisyon vb.) gözetilerek ağırlıklı olarak sürece dahil edilebilmesini sağlamaktadır.

Çalışmada, modelin temel algoritması öncelikle literatürden seçilen bir örnek üzerinde detaylı olarak açıklanmış, sonrasında gerçek yaşam problemlerinde uygulanabilirliğinin gösterilebilmesi için “akıllı sözleşme dili seçme kriterlerini belirleme” ve “matematiksel yazılım seçme” problemlerine uygulanmıştır. Sonuç olarak, bu çalışma kapsamında uzman ağırlıklarının PSI tekniğine göre belirlenerek RB-COBRA yöntemine entegre edilmesinin alana önemli bir yenilik getireceği düşünülmektedir.

Anahtar Kelimeler: Akıllı sözleşmeler, COBRA, ÇKKV, matematiksel yazılım, PSI, resim bulanık kümeler.

Bilim Alanı Kodu: 112301

ABSTRACT

Ph.D. Thesis

PICTURE FUZZY SET-BASED MULTI-CRITERIA DECISION-MAKING APPROACH AND APPLICATIONS

Pınar ÇELEBİ DEMİRARSLAN

Bartın University

Graduate School

Department of Business Administration

Thesis Advisor: Assist. Prof. Dr. Hande KÜÇÜKÖNDER

Bartın-2023, pp: 136

Industry 4.0 and the latest developments in technology have revealed some new concepts such as digitalization, internet of things, and smart systems. The efforts of businesses to create value in global competition have rapidly increased the interest in these terms. Therefore, considering the needs of the age, it has become inevitable for businesses to adapt and implement these new technologies. On the other hand, this process has led to the emergence of important decision problems for decision makers, where there are very complex, uncertain, and ambiguous situations. In solving such problems, using fuzzy set theory or approaches that integrate various fuzzy set extensions and multi-criteria decision making (MCDM) techniques can provide a suitable evaluation framework for decision makers to make more rational decisions.

In this thesis, it is aimed to develop an MCDM model based on picture fuzzy set (PFS) theory. PFS is an important tool used to identify uncertain, ambiguous, and inconsistent information in solving complex decision problems and to eliminate such situations in decision-making processes. Unlike other fuzzy set extensions, it offers decision makers a wider choice area, enabling it to be handled with a more flexible approach suitable for the

nature of the decision problem of interest. Within this scope, the COBRA (COmprehensive Distance Based RAnking) technique was expanded based on the PFS theory, and then a new PSI-PF-COBRA decision making model was proposed by integrating it with the PSI (Preference Selection Index) technique in the study. The proposed model not only makes it easier to define uncertain information about the decision problem, but also ensures that experts can be included in the process by considering various weighted characteristics (age, experience, position, etc.).

In the study, the basic algorithm of the model was explained in detail on an example selected from the literature, and then applied to "determining the smart contract language selection criteria" and "mathematical software selection" problems to show its applicability in real life problems. As a result, it is thought that determining the expert weights according to the PSI technique and integrating them into the PF-COBRA method will bring an important novelty to the field.

Keywords: COBRA, mathematical software, MCDM, picture fuzzy sets, PSI, smart contracts.

Scientific Field Code: 112301

İÇİNDEKİLER

BEYANNAME	ii
ÖNSÖZ	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT	vi
İÇİNDEKİLER.....	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	x
TABLOLAR DİZİNİ.....	xi
EKLER DİZİNİ.....	xiii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xiv
1. GİRİŞ.....	1
2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE	3
3. LİTERATÜR ÖZETİ.....	7
3.1. ÇKKV Yöntemleri ile İlgili Çalışmalar	7
3.2. COBRA Yöntemi ve Uzantıları ile İlgili Çalışmalar	8
3.3. RBK Temelli ÇKKV Yöntemleri ile İlgili Çalışmalar.....	9
3.4. Literatür Değerlendirme ve Alana Katkı	14
4. BULANIK MANTIK.....	17
4.1. Bulanık Mantık	17
4.2. Bulanık Küme Teorisi	18
4.2.1. Bulanık Küme Özellikleri.....	19
4.2.2. Bulanık Kümelerde Cebirsel İşlemler	20
4.3. Bulanık Küme Uzantıları	21
4.3.1. Sezgisel Bulanık Kümeler.....	21
4.3.2. Nötrosofik Bulanık Kümeler	22
4.3.3. Kararsız Bulanık Kümeler	22
4.3.4. Resim Bulanık Kümeler	23
4.3.5. Pisagor Bulanık Kümeler	23
4.3.6. q-Rung Orthopair Bulanık Kümeler.....	24
4.3.7. Küresel Bulanık Kümeler.....	24
4.3.8. Fermat Bulanık Kümeler	25
4.3.9. Doğrusal Diophantine Bulanık Küme	26
4.3.10. Diğer Bulanık Küme Uzantıları.....	26
5. RESİM BULANIK KÜMELER.....	28

5.1. Temel Kavramlar.....	29
5.2. Temel İşlemler.....	30
5.3. RBK Temelli Uzaklık, Birleştirme ve Ortalama Operatörleri	38
5.3.1. Uzaklık İşlemleri	38
5.3.2. Birleştirme Operatörleri.....	40
5.3.3. Ortalama Operatörleri	43
6. YÖNTEM	49
6.1. PSI Yöntemi.....	49
6.2. COBRA Yöntemi	51
6.3. RB-COBRA ve PSI-RB-COBRA Yöntemi.....	53
7. UYGULAMA	63
7.1. Yük Dağıtım Konsepti Seçme Problemi	63
7.2. Akıllı Sözleşme Dili Seçme Kriterlerini Belirleme Problemi	68
7.2.1. Uygulama Literatürü	69
7.2.2. Uzman Grubu	70
7.2.3. Karar Problemi Tanımı.....	70
7.2.4. Modelin Uygulanması	72
7.2.5. Karşılaştırma ve Duyarlılık.....	76
7.2.5.1. Uzman Ağırlığı Değişiminin Kriter Ağırlığına Etkisi	76
7.2.5.2. Kriter Ağırlıklarının Diğer Yöntemler ile Karşılaştırılması.....	79
7.3. Matematiksel Yazılım Seçme Problemi	80
7.3.1. Uygulama Literatürü	80
7.3.2. Uzman Grubu	80
7.3.3. Karar Problemi Tanımı.....	82
7.3.4. Modelin Uygulanması	83
7.3.5. Karşılaştırma ve Duyarlılık.....	94
7.3.5.1. Diğer Yöntemler ile Karşılaştırma	95
7.3.5.2. Uzman Ağırlığı Değişimi Sonucu Duyarlılık Analizi	97
7.3.5.3. Sıra Tersine Çevirme için Duyarlılık Analizi	99
8. DEĞERLENDİRME ve SONUÇ	101
KAYNAKÇA.....	105
EKLER	119

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil	Sayfa
No	No
2.1: Karar verme süreci aşamaları	4
4.1: Klasik ve bulanık kümeler	17
4.2: Bulanık kümelerde üyelik fonksiyonları	18
4.3: Bulanık küme uzantıları ve gelişim süreci	21
7.1: Farklı uzman ağırlıklarına göre değişen kriter ağırlıkları	78
7.2: Akıllı sözleşme dili seçme kriterleri ağırlıklarının karşılaştırılması	79
7.3: Uzman ağırlığı değişiminin kriter ağırlığına etkisi	98
7.5: Uzman ağırlık değişiminin alternatif sıralamasına etkisi	99

TABLolar DİZİNİ

Tablo No	Sayfa No
3.1: RBK Tabanlı ÇKKV Yöntemleri	10
5.1: F ve G elemanları arasındaki korelasyon katsayıları	37
5.2: p ve q parametreleri için RBBO sonuçları	44
5.3: p ve q parametreleri için GRBHO sonuçları	46
7.1: RB normalize ağırlıklı karar matrisi	63
7.2: RB ideal, anti-ideal ve ortalama çözümler	64
7.3: Çözümlere Öklid ve Hamming uzaklıklar	67
7.4: Birleşik ve kapsamlı uzaklıklar	67
7.5: Sıralama sonuçları	68
7.6: Akıllı sözleşme dili seçimi uzman grup bilgisi	70
7.7: Akıllı sözleşme dili seçme kriterleri	71
7.8: Akıllı sözleşme dili kriter değerlendirme seçenekleri	72
7.9: Uzman grubu karar matrisi	72
7.10: Normalize karar matrisi ve genel tercih değeri	73
7.11: Uzman grubu ağırlıklı karar matrisi	73
7.12: Kriterler için dilsel uzman değerlendirmeleri	74
7.13: Uzman ağırlıklarına göre RB kriter ağırlık matrisi	75
7.14: Uzman ağırlık değişimi	77
7.15: Matematiksel yazılım seçimi uzman grup bilgisi	81
7.16: Matematiksel yazılım değerlendirme türü	81
7.17: Matematiksel yazılım seçmek için kriter listesi	82
7.18: Uzman grubu karar matrisi	84
7.19: Normalize karar matrisi ve genel tercih değeri	84
7.20: Uzman grubu ağırlıklı karar matrisi	85
7.21: Kriterler için dilsel uzman değerlendirmeleri	85
7.22: Uzman ağırlıklarına göre RB kriter ağırlık matrisi	86
7.23: Alt-kriterler için dilsel uzman değerlendirmeleri	87
7.24: Uzman ağırlıklarına göre RB alt-kriter ağırlık matrisi	87
7.25: Alternatifler için dilsel uzman değerlendirme matrisi	88
7.26: RB alt-kriter karar matrisi	90
7.27: RB karar matrisi	91

7.28: RB ağırlıklı karar matrisi	92
7.29: RB ideal, anti-ideal ve ortalama çözümler	92
7.30: Çözümlere Öklid ve Hamming uzaklıklar	94
7.31: Birleşik ve kapsamlı uzaklıklar	94
7.32: Matematiksel yazılım sıralama sonuçlarını RB-ÇKKV ile karşılaştırma	95
7.33: Cebirsel işlem ve ortalama operatörü karşılaştırma	96
7.34: Uzman ağırlığı değişimi	97
7.35: Sıra tersine çevirme analiz sonuçları.....	100
0.1: ASD kriter tanımları.....	120
0.2: ASD uzman ağırlık değişimine göre elde edilen kriter ağırlıkları	123
0.3: ASD kriter ağırlığı karşılaştırma tablosu	124
0.4: MYS kriter tanımları	126
0.5: Tanım 2'ye göre RB ağırlıklı karar matrisi ve Heronian ortalama	129
0.6: MYS problemi 22 senaryoya göre ana kriter ağırlıkları	130
0.7: MYS problemi 21 senaryoya göre PI, NI ve O çözümleri	131
0.8: MYS duyarlılık analizi PI, NI ve O çözümlere Öklid ve Hamming uzaklıklar	132
0.9: MYS duyarlılık analizi PI, NI ve O çözümlere birleşik uzaklıklar	134
0.10: MYS problemi duyarlılık analizi kapsamlı uzaklık değerleri	136

EKLER DİZİNİ

Ek	Sayfa
No	No
EK 1. ASD Etik Kurul Raporu.....	119
EK 2. ASD Uzman Görüş Formu Kriter Tanımları	120
EK 3. ASD Uzman Görüş Formu Kriter Değerlendirme Bölümü	122
EK 4. Uzman Ağırlık Değişimine Göre ASD Kriter Ağırlıkları	123
EK 5. ASD Kriter Ağırlığı Karşılaştırma Tablosu.....	124
EK 6. MYS Etik Kurul Belgesi.....	125
EK 7. MYS Uzman Görüş Formu Kriter Tanımları	126
EK 8. MYS Uzman Görüş Formu Kriter Değerlendirme Bölümü	127
EK 9. MYS Uzman Görüş Formu Alternatif Değerlendirme Bölümü	128
EK 10. MYS Farklı Aritmetik İşlemler ile Karşılaştırma	129
EK 11. MYS Uzman Ağırlığı Değişiminin Ana Kritere Etkisi	130
EK 12. MYS Uzman Ağırlığı Değişimi Duyarlılık Analizi Sonuçları	131
EK 13. MYS Uzman Ağırlığı Değişiminin Sıralamaya Etkisi	136

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

KISALTMALAR

AHP	: Analitik Hiyerarşi Prosesi
ARAS	: Additive Ratio ASsessment
ASD	: Akıllı Sözleşme Dili
BWM	: Best Worst Method
COBRA	: COmprehensive Distance Based RAnking
CoCoSo	: Combined Compromise Solution
CODAS	: COmbinative Distance-based Assessment
CODAS-SORT	: CODAS Based Sorting Method
CRADIS	: Compromise Ranking of Alternatives from Distance to İdeal Solution
ÇKKV	: Çok Kriterli Karar Verme
EDAS	: Evaluation based on DistancefromAverage Solution
FUCOM	: Full Consistency Method
GRBHO	: Genelleştirilmiş Resim Bulanık Heronian Ortalama
ITARA	: Indifference Threshold-based Attribute Ratio Analysis
LBWA	: Level Based Weight Assessment
LOPCOW	: logarithmic Percentage-Change Driven Objective Weighting
MACONT	: Mixed Aggregation by Comprehensive Normalization Technique
MARCOS	: Measurement of Alternatives and Ranking According to Compromise Solution
MCRAT	: Multiple Criteria Ranking by Alternative Trace
MEREC	: MEthod based on the Removal Effects of Criteria
MOORA	: Multi-Objective Optimization on the basis of Ratio Analysis
MYS	: Matematiksel Yazılım Seçimi
PF	: Picture Fuzzy
PFS	: Picture Fuzzy Set
PIPRECIA	: PIVot Pairwise RElative Criteria Importance Assessment
PIV	: Proximity Index Value
PROBID	: Preference Ranking on the Basis of Ideal-Average Distance
PSI	: Preference Selection Index

RAFSI	: Ranking of Alternatives Through Functional Mapping of Criterion Sub-Intervals into a Single Interval
RAMS	: Ranks Alternatives Based on Median Similarity
RAPS	: Ranking Alternatives by Perimeter Similarity
RATMI	: Ranking the Alternatives Based on the Trace to Median Index
RB	: Resim Bulanık
RBAG	: Resim Bulanık Ağırlıklı Geometrik
RBAGO	: Resim Bulanık Ağırlıklı Geometrik Ortalama
RBAO	: Resim Bulanık Ağırlıklı Ortalama
RBBO	: Resim Bulanık Bonferroni Ortalama
RBHG	: Resim Bulanık Hibrit Geometrik
RBHO	: Resim Bulanık Hibrit Ortalama
RBK	: Resim Bulanık Küme
RBMO	: Resim Bulanık Muirhead Ortalama
RBS	: Resim Bulanık Sayı
RBSAG	: Resim Bulanık Sıralı Geometrik
RBSAO	: Resim Bulanık Sıralı Ağırlıklı Ortalama
SWARA	: The Stepwise Weight Assessment Ratio Analysis
TODIM	: Tomada de Decisión Iterativa Multicriterio (Interactive and Multi-Criteria Decision-Making)
TOPSIS	: Technique For Order Preference By Similarity To An Ideal Solution
VIKOR	: ViseKriterijumsa Optimizacija I Kompromisno Resenje (Multi-Criteria Optimization and Compromise Solution)
WASPAS	: Weighted Aggregated Sum Product Assessment
WISP	: Simple Weighted Sum Product Method

1. GİRİŞ

İnsanlar yaşamlarının her döneminde karar verme durumunda kalabilmektedir. Karar Türk Dil Kurumu tarafından “Bir iş veya sorun hakkında düşünülerek verilen kesin yargı” (TDK, 2023), karar vermek kavramı ise “bir sorunu karara bağlamak” şeklinde tanımlanmaktadır (TDK, 2023). Genel olarak ifade edilirse karar verme çözülmesi gereken bir problemdir ve bir amacı gerçekleştirmek için mümkün ve uygulanabilir seçenekler arasından en uygun olanın seçilme sürecidir.

Karar verme sürecinde göz önünde bulundurulması gereken tek bir etken söz konusu ise karar verme işlemi kolaylıkla yapılabilir. Fakat, günümüzde gelişen teknolojinin sunduğu fırsatlar nedeniyle artan seçenekler ve bu seçeneklerin değerlendirileceği etkenlerin artması ve özellikle işletmeler açısından dijitalleşme, akıllı sistemler, blok zinciri gibi kavramların uygulamaya geçirilmesiyle karar verme giderek daha karmaşık, belirsiz ve güçlüklerle dolu bir sürece dönüşebilmektedir. Dolayısıyla bu durum, karar vericilerin akıl, sezgi ve tecrübenin yanı sıra belirsizliklerin üstesinden gelebilecek bilimsel araçların kullanıldığı karar verme modellerine ihtiyaç duymasına neden olmaktadır.

Bu kapsamda, karmaşık karar problemlerinin çözümünde literatürde bulanık küme teorisi ile çok kriterli karar verme (ÇKKV) yaklaşımlarının bütünleşik olarak kullanımı yaygındır. Fakat klasik bulanık kümeler, bilişsel bilgilerin işlenmesinde, yani karar vericilerin deneyim ve tercihlerinin göz önünde bulundurulması gereken durumlarda yeteri kadar esneklik sunamayabilmektedir. Bu amaçla literatürde bulanık küme teorisinin çeşitli uzantılarına dayalı geliştirilen yaklaşımların kullanılması önerilmektedir. Bunlardan birisi de resim bulanık küme (Picture fuzzy set-PFS) yaklaşımıdır.

Resim bulanık küme (RBK), bulanık küme teorisi ve sezgisel bulanık kümelerin bir uzantısı olarak geliştirilmiştir. RBK, karmaşık karar problemlerinin çözümlenmesinde belirsiz, muğlak ve tutarsız bilgilerin tanımlanması ve karar süreçlerinde bu tür durumların giderilmesinde kullanılan bir araçtır. Ayrıca karar vericilere evet, hayır, çekimser olma, cevap vermek istememe gibi daha geniş bir tercih alanı sunması ele alınan karar probleminin daha esnek ve gerçeğe uygun bir yaklaşımla değerlendirmesini sağlamaktadır (Cao, 2020).

Bu nedenle mevcut tez çalışmasında RBK temelli bir ÇKKV modeli geliştirilmesi amaçlanmıştır. Geliştirilen model, uzmanların yaş, tecrübe, pozisyon gibi çeşitli özelliklerine göre ağırlıklı olarak sürece dahil edilmesi için PSI (Preference Selection Index) tekniği ile alternatiflerin sıralaması için COBRA (COmprehensive Distance Based RAnking) tekniğinin RBK tabanlı bütünleşik bir uygulamasını içerir.

Uzaklık tabanlı ÇKKV yöntemlerinden biri olan COBRA yönteminin temeli hem pozitif ideal çözüme hem negatif ideal çözüme hem de ortalama çözüme olan uzaklıkların hesaplanmasına dayanır. Bu uzaklıkların hesaplanmasında ise hem Öklid hem de Taxicab uzaklık ölçümlerini kullanır ve elde edilen çözümler için daha yüksek güvenilirlik sağlar (Krstić vd., 2023). Fakat COBRA yöntemi, karar vericilerin kesin olmayan ve belirsiz değerlendirmeleri ile başa çıkamaz. Bu ise COBRA yönteminin bulanık uzantılarının geliştirilmesi için bir ihtiyacın ortaya çıkmasına neden olur (Krstić vd., 2022a; Krstić vd., 2022c).

COBRA tekniği henüz yeni olan bir ÇKKV tekniğidir ve yerli literatürde bu tekniğin kullanıldığı bir çalışmaya rastlanmamıştır. Yabancı literatürde ise COBRA tekniğinin kullanıldığı sınırlı sayıda çalışma olmasına rağmen henüz RBK tabanlı uzantısının tanıtıldığı bir çalışma yapılmamıştır. Bununla birlikte, RBK tabanlı ÇKKV tekniği incelendiğinde, literatürde çok az sayıda çalışmada uzmanların karar sürecine ağırlıklı olarak entegre edildiği, bunların çoğunda da ağırlıkların subjektif olarak belirlendiği görülmüştür. Dolayısıyla, bu çalışmanın ilk yeniliği, COBRA yönteminin RBK tabanlı bir uzantısının geliştirilmesi, ikincisi uzman ağırlıklarının PSI tekniğine göre belirlenerek modele entegre edilmesi ve uygulamalar üzerinde ayrıntılı olarak açıklanmasıdır.

Bu çalışmanın ikinci bölümünde kavramsal çerçeve, üçüncü bölümünde ÇKKV ve RBK'ler ile ilgili literatür incelemesi yapılmıştır. Dördüncü bölümde, bulanık küme ve uzantıları, beşinci bölümde RBK ve aritmetik işlemleri ayrıntılı olarak ele alınmaktadır. Altıncı bölümde geliştirilen RBK tabanlı karar modeli tanıtılarak, temel algoritması sayısal bir örnek üzerinde detaylı bir şekilde açıklanmaktadır. Yedinci bölümde ise geliştirilen karar modelinin gerçek yaşam problemine uygulamasının gösterilebilmesi için akıllı sözleşme dili seçme kriterlerinin önem düzeylerinin belirlenmesi ve matematiksel yazılım seçme problemi üzerine uygulanmasına yer verilmektedir. Son bölümde ise geliştirilen karar modelinin genel değerlendirmesi ve gelecek çalışmalar için öneriler sunulmaktadır.

2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Karar verme sürecinin başarıyla sonuçlanabilmesi için amaç, seçenekler ve kriterler sistematik olarak ele alınmalıdır. Bunun için karar verme sürecinin öğelerini doğru bir şekilde belirlemek gerekmektedir. Karar verme sürecinin temel öğeleri kısaca şu şekilde tanımlanmaktadır (Aktaş vd., 2015:27; Özbek, 2017:15):

Karar Vericiler: Mevcut seçenekler arasından en uygun olanı seçmek için sorumluluğu/yetkisi olan kişi ya da grubu ifade etmektedir.

Amaç: Karar vericinin bu kararı verme nedeninin belirlenmesidir.

Kriterler/Ölçütler/Nitelikler: Karar vericinin belirlediği amaca ulaşırken göz önünde bulundurması gereken etkenlerdir.

Alternatifler: Karar probleminin çözümünde kullanılabilecek ve birbirine alternatif olan en az iki farklı seçenektir. Karar probleminin türüne göre alternatifler seçeneklerden, stratejilerden, plan veya projelerden oluşabilmektedir.

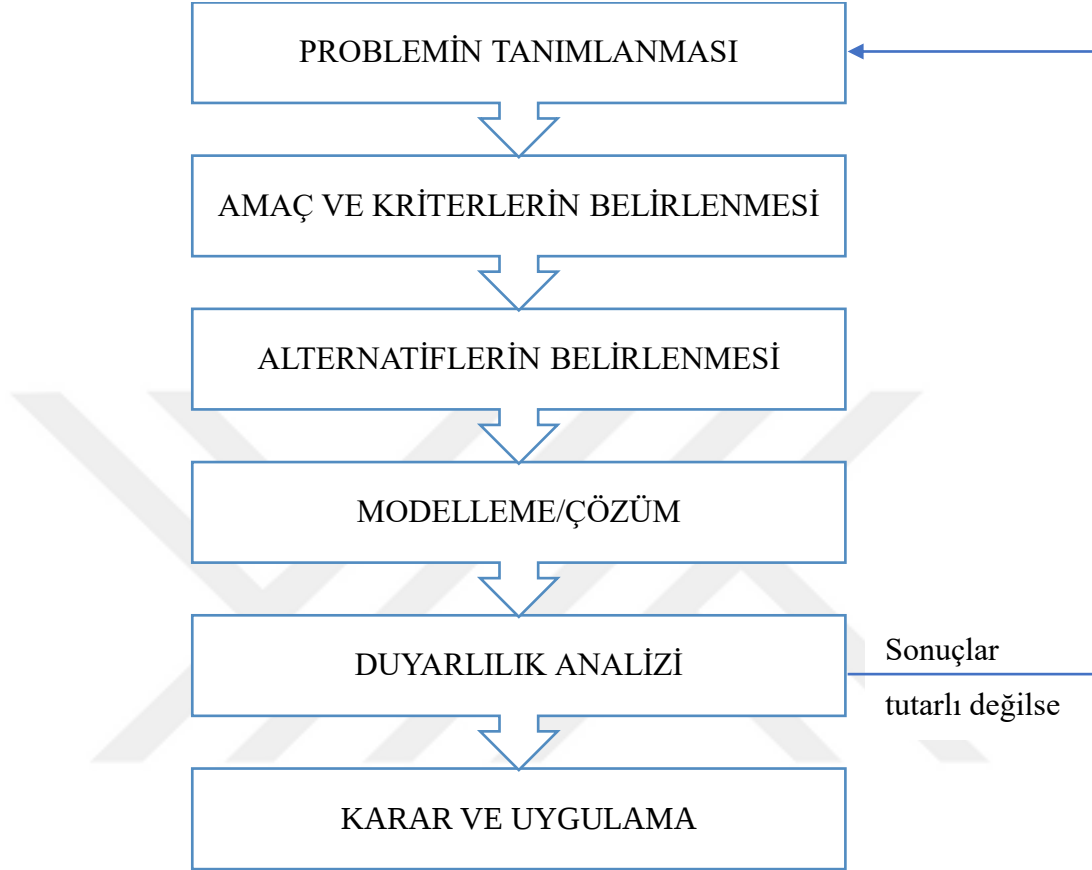
Çevresel Faktörler: Karar vericinin etki edemediği, kontrolü dışında olan fakat kararı etkileyebilecek olan doğal afetler, hava şartları, ekonomik durum vb. olaylar veya çevresel faktörlerdir.

Kriterlerin Ağırlığı: Karar verme sürecinde belirlenen her bir kriterin seçenekler üzerindeki etkisi eşit olmayabilmektedir. Bazı kriterlerin daha ağırlıklı olarak etki etmesi beklenebilir. Neredeyse tüm ÇKKV problemleri her bir kriterin göreceli önemine ihtiyaç duymaktadır. Bu nedenle kriterlerin önem düzeylerinin belirlenmesi gerekmektedir.

Ölçme: Alternatiflerin ve kriterlerin sayısallaştırılmasıdır.

Sonuç: Karar vericinin mevcut alternatifleri belirlediği kriterlere göre ölçmesi/değerlendirmesi sonucunda ortaya çıkan durumdur.

Karar verme sürecinin tüm elemanları belirlendikten sonra karar verme süreci başlayabilir. Bu süreç aslında çözülmesi gereken bir karar problemini içermektedir. Şekil 2.1’de verilen karar verme süreci adımları aşağıda kısaca açıklanmaktadır (Aktaş vd., 2015:19).



Şekil 2.1: Karar verme süreci aşamaları

i) *Problemin Tanımlanması*: Karar verme süreci amaca ulaşmak için çözülmesi gereken karar probleminin, kısaca karar verilecek konunun tanımlanması ile başlamaktadır. Problemin belirlenmesi tüm süreci etkileyeceği için problemin doğru tanımlanması, neden çözülmesi gerektiği, altında yatan sebepler, sonucunda kimlerin nasıl etkileneceği gibi hususların iyi analiz edilmesi oldukça önemlidir.

ii) *Amaç ve Kriterlerin Belirlenmesi*: Karar verme sürecinin bu aşamasında amaç ve hedeflerin tespit edilmesi gerekmektedir. Bu aşamada belirlenen amaç ve hedeflere ulaşmada yol gösterici olacak olan kriterler/ölçütler belirlenmelidir. Karar verici amacı için nelerin önemli olduğunu yani kriterleri yeterli sayıda ve mümkün tüm seçenekleri kapsayacak şekilde belirlemelidir.

iii) *Alternatiflerin Belirlenmesi*: Üçüncü aşamada gerçekleşmesi mümkün, uygulanabilecek ve çözüm olabilecek potansiyele sahip alternatiflerin belirlenmesi gerekmektedir. En uygun çözüm probleme dahil edilen alternatifler arasından bulunacaktır. Aslında en uygun olması gereken alternatifin sürece dahil edilmemiş olması yanlış bir karar alma ile sonuçlanabilir. Dolayısıyla alternatiflerin dikkatli bir şekilde belirlenmesi gerekmektedir.

iv) *Modelleme/Çözüm*: Bu aşamada önceki adımlarda belirlenen bilgiler kullanılarak karar problemini çözüme ulaştıran bir model kurulması veya çözüm yönteminin belirlenmesi gerekmektedir. Karar verme sürecinin sayısal olan kısmı bu aşamada başlamaktadır.

v) *Duyarlılık Analizi*: Karar problemi çözüldükten sonra sonuçların tutarlılığını görmek için duyarlılık analizi yapılır. Duyarlılık analizi olası farklı durumların sonuca olan etkisini araştırma aşamasıdır. Aslında karar probleminde “... olursa ne olur?” sorusunun cevabı aranır. Örneğin, “Alternatifin birisi sürece dahil edilmezse ne olur?”, “Kriterlerin birisi probleminden çıkartılırsa ne olur?”, “Kriterlere atanan önem seviyesi değişirse problemin sonucu yani optimal çözüm bundan nasıl etkilenir?” gibi soruların cevapları incelenir.

Duyarlılık analizi sonucunda bir karar problemi ögesi, yapılan değişimden çok fazla etkileniyorsa kararın duyarlı olduğu söylenebilir ve bu değişimin yapıldığı karar problemini ögesi dikkatle incelenmelidir. Duyarlılık analizi sonrası sonuç tatmin edici ise sürecin en uygun çözümü seçme ve uygulama aşamasına geçilebilir.

Karar verme sürecinde kullanılabilecek karar analizi yöntemleri temelde “tek kriterli karar verme”, “çok kriterli karar verme” ve “karar destek sistemleri” olarak 3 ana grup şeklinde incelenebilir (Özbek, 2017:24). Tek kriterli karar verme yöntemleri, tek bir amacın olduğu durumlarda kullanılmaktadır ve problemi basit bir şekilde yapılandırmaktadır. Bu yöntemlerin en temeli etki şemaları ve karar ağaçlarıdır. Karar destek sistemleri, karar verme sürecinde kullanılan yöntemleri, verileri, veri kaynaklarını, modelleri vb. birleştirerek zor ve karmaşık karar problemlerini çözmede kullanılan bir yazılım sistemidir.

Çok kriterli karar verme (ÇKKV) ise iki veya daha fazla kriter içeren ve ilgili kriterlere göre en uygun alternatifin belirlenebilmesi için yapılan işlemler bütünüdür. Kriterler birbirleriyle çelişkili olabileceği gibi soyut veya somut yapıda olabilmektedir. Eğer ideal çözümün ilgili kriter için en yüksek değeri alması gerekiyorsa o kriter fayda kriteri, eğer ideal çözümün

ilgili kriter için en düşük değeri alması gerekiyorsa maliyet kriteri olarak adlandırılır. ÇKKV, çok ölçütlü karar verme (ÇÖKV) veya çok nitelikli karar verme (ÇNKV) olarak da bilinmektedir.

Çok kriterli karar verme (ÇKKV) problemlerini çözme amacıyla geliştirilen yöntemlere ÇKKV yöntemleri denilmektedir. ÇKKV yöntemleri, mühendislik, sosyal bilimler, fen bilimleri, psikoloji, ekonomi, matematik gibi pek çok disiplinde kullanılmaktadır. ÇKKV yöntemleri genel olarak ağırlıklandırma, seçme, sınıflama ve sıralama amaçlı kullanılabilir. ÇKKV’de son karar kriterler arası ve kriterler içi kıyaslamalara göre belirlenmektedir. Kriterler arası karşılaştırma yaparken kriterlerin önem düzeylerinin belirlenmesi amaçlanırken, kriterler içi karşılaştırmada her bir kritere göre alternatiflerin ne derece iyi olduğunun belirlenmesi amaçlanır. Sonuç olarak bu iki karşılaştırma ÇKKV yöntemleri ile sentezlenir ve amaca uygun nihai bir karar ortaya konur. Günümüzde ÇKKV problemleri çözümünde kullanılacak olan çok fazla sayıda ÇKKV yöntemi geliştirilmiştir. Kriter ağırlıklandırması için AHP, ANP, BWM, DEMATEL, Entropi, CRITIC, SWARA gibi yöntemler, alternatiflerin sıralanması için PROMETHEE, ELECTRE, ORESTE, TODIM, TOPSIS, VIKOR, EDAS, CODAS, COPRAS, ARAS, gibi yöntemler örnek olarak verilebilir. Öte yandan son dönemlerde PSI, PIPRECIA, LBWA, FUCOM, ITARA, MEREC ve LOPCOW gibi ağırlıklandırma teknikleri ile MAIRCA, CoCoSo, FARE, REGIME, RAFSI, MCRAT, RAPS, RAMS, RATMI ve MACONT gibi sıralama yöntemleri geliştirilmiştir.

3. LİTERATÜR ÖZETİ

Bu bölümde, RBK tabanlı bir karar modelinin geliştirilebilmesi için son dönemde literatüre kazandırılan ÇKKV yöntemleri incelenmektedir. Bu kapsamda, ilk olarak 2018 yılından günümüze kadar olan süreçte kriter ağırlıklandırma ve alternatifleri sıralama amaçlı geliştirilen ÇKKV yöntemlerine değinilmiş, ardından tez çalışmasında tercih edilen COBRA yöntemi ile RBK tabanlı ÇKKV yaklaşımlarına ilişkin literatürlere yer verilmiştir. Son olarak, incelenen literatürlerin genel bir değerlendirmesi yapılarak yürütülmekte olan tez çalışmasının literatüre sağlayacağı katkılar sunulmuştur.

3.1. ÇKKV Yöntemleri ile İlgili Çalışmalar

Son dönemlerde, kriter ağırlıklandırma amacıyla kullanılabilecek çok sayıda ÇKKV yöntemi geliştirilmiştir. Bunlardan 2018 yılından bu yıla kadar sınırlandırılan araştırmaya göre kriter ağırlıklandırma amacıyla geliştirilen yöntemler; ikili karşılaştırma ve maksimum tutarlılıktan sapma ilkelerini uygulayan karşılaştırmaya dayalı FUCOM yöntemi (Pamuçar vd., 2018), kayıtsızlık eşiği kavramına ve veri dağılımının ölçülmesine dayalı bir grup tekniği olan ITARA yöntemi (Hatefi, 2019), kriterlerin ikili karşılaştırmasına ve kriterlerin önem seviyelerine göre gruplandırılmasına dayanan subjektif LBWA yöntemi (Zizovic ve Pamucar, 2019), alternatiflerin sıralanmasında kriterlerin kaldırılma etkilerini temel alan objektif MEREC yöntemi (Keshavarz Ghorabae vd., 2021), verilerin ortalama kare değerlerinin standart sapmalarının yüzdesi şeklinde ifade edildiği LOPCOW yöntemi (Ecer ve Pamucar, 2022) olarak sıralanmaktadır.

Alternatifleri sıralamaya yönelik geliştirilen yöntemler incelendiğinde Mufazzal ve Muzakkir (2018) tarafından en iyi alternatifin optimum çözüme yakın olması gereken pozitif ideal çözüm ilkesine dayanan PIV yöntemi ile Yazdani vd. (2019) tarafından ağırlıklı toplam yöntemi ile üstel ağırlıklı çarpım yönteminin birleşimi olan CoCoSo yöntemi literatüre kazandırılmıştır. Sonrasında, Ouhibi ve Frikha (2019) önceden tanımlanmış sınıflara alternatifler atayan CODAS-SORT yöntemini, Stević vd. (2020) alternatifler ve referans değerler arasındaki ilişkiyi tanımlayan MARCOS yöntemini, Zizovic vd. (2020) farklı normalizasyon tekniğine sahip RAFSI yöntemini, Stanujkic vd. (2021) ağırlıklı toplam ve ağırlıklı çarpım fonksiyonlarını entegre eden WISP yöntemlerini geliştirmişlerdir. Ulutaş vd.

(2021) ise MOOSRA, MOORA, MULTIMOORA yöntemlerinin birleşimi olan MULTIMOOSRAL yöntemini tanıtmıştır.

Urošević vd. (2021) tarafından geliştirilen ve matris izini temel alan MCRAT ve çevre benzerliğini temel alan RAPS yöntemleri daha sonra Abdulaal ve Bafail (2022) tarafından geliştirilerek medyan benzerliğine dayanan RAMS ve matris izi ve medyan indeksine dayanan RATMI yöntemleri olarak karşımıza çıkmaktadır.

Bu yöntemlere ek olarak, Wang vd. (2021) bir ideal çözümler yelpazesine ve ortalama çözüme dayanan PROBID yöntemi, Ecer ve Torkayesh (2022) üç farklı normalizasyon tekniğini birleştiren MACONT yöntemi, Krstić vd. (2022a) pozitif, negatif ve ortalama çözümlere uzaklığı içeren COBRA yöntemini, Puška vd. (2022) ise fayda fonksiyonuna ve belirli alternatiflerin ideal ve anti-ideal çözümlerden uzaklığına dayalı CRADIS yöntemini geliştirmiştir.

3.2. COBRA Yöntemi ve Uzantıları ile İlgili Çalışmalar

COBRA yöntemi ilk olarak Krstić vd. (2022a) tarafından çeşitli referans noktalarından çeşitli mesafe türlerinin entegrasyonuna dayalı bir yöntem olarak önerilmiştir. Yöntemin ilk uygulaması tersine lojistik sektöründe yaygın uygulama şansı en yüksek olan Endüstri 4.0 teknolojilerini sıralama problemi üzerine yapılmıştır. Kriter ağırlıkları eşit alınarak ve yüksek ağırlıklı kriterler çıkartılarak beş farklı senaryo ile duyarlılık analizi yapılarak yöntemin tutarlılığı vurgulanmıştır. Uygulama sırasında kriter ağırlıkları BWM ile belirlenmiştir. Yöntemin sıralama sonuçları ile TOPSIS, VIKOR, CODAS, EDAS, MOORA, WASPAS ve MARCOS yöntemlerinin sıralama sonuçları ile karşılaştırılarak sonuçların benzerliği vurgulanmıştır.

Yöntemin literatüre tanıtılmasının ardından COBRA yönteminin kullanıldığı çalışmalar hızla artarak literatürde yer almaya başlamıştır. Ancak yöntemin yeni tanıtılmış olması sebebiyle bu çalışmalar oldukça az sayıdadır. Şu ana kadar COBRA yönteminin kullanıldığı bir tez çalışmasına rastlanmamıştır. Makalelerde ise sayı oldukça sınırlıdır. Krstić vd. (2022b) tarım-gıda sektöründe lojistik faaliyetlerin gerçekleştirilmesi için endüstri 4.0 teknolojilerinin uygulanmasından en çok etkilenen döngüsel ekonomi ilgi alanlarını belirleme amacıyla COBRA yöntemini kullanırken, kriter ağırlıklandırma yöntemi olarak

AHP'yi uygulamıştır. Popovic vd. (2022a) ağırlıklandırma için MEREC yönteminin kullanıldığı çalışmada e-ticaret geliştirme stratejisi seçiminde COBRA yöntemini uygulamıştır. Bir diğer çalışmada ise Popovic vd. (2022b) ise uygun Radyo Frekansı Tanımlama Teknolojisi (RFID) çözüm sağlayıcısı seçme problemini ele almıştır ve kriter ağırlıklandırma aşamasında PSI ve PIPRECIA-S yöntemlerini hibrid olarak kullanmıştır. Verma vd. (2022) COBRA yöntemini çelik imalat sektöründeki döngüsel tedarikçileri değerlendirmek için kullanmıştır ve kriterleri BWM ile ağırlıklandırılmıştır.

COBRA yöntemi literatüre yeni kazandırılmış olmasına rağmen gri ve bulanık uzantılarına yönelik üç çalışmaya rastlanmıştır. İlk olarak Krstić vd. (2022c) bulanık-COBRA yöntemini geliştirerek akıllı tersine lojistik geliştirme senaryolarının değerlendirilmesi amacıyla uygulamıştır. Bu çalışmada uzman görüşleri alınırken bulanık Delphi yöntemi, kriter ağırlıklandırma aşamasında ise bulanık DANP yöntemi tercih edilmiştir. Tadic vd. (2023) ise bulanık-COBRA yöntemi ile şehir bölgesinin tedariki için teslimatların hazırlandığı lojistik merkezlerdeki akıllı malzeme taşıma çözümlerini sıralama ve seçme problemini ele almıştır. Son olarak Krstić vd. (2023) gri-COBRA yöntemini geliştirerek tarımsal gıda döngüsel tedarik zincirlerindeki temel risk gruplarını belirleme, değerlendirme ve sıralama amacıyla kullanmıştır. Çalışmada kriterleri ağırlıklandırma için gri-BWM yöntemi uygulanmıştır.

3.3. RBK Temelli ÇKKV Yöntemleri ile İlgili Çalışmalar

Resim bulanık kümeler (RBK) ve temel işlemlerinin Cuong ve Kreinovich (2013) tarafından tanıtılmasının ardından diğer bulanık kümelerde olduğu gibi ÇKKV tekniklerinin resim bulanık küme uzantılarının nasıl olacağı merak konusu olmuştur. Bu kapsamda ilk olarak Wei (2016) tarafından resim bulanık kümelerde çapraz entropi yöntemi ele alınmış ve kurumsal kaynak planlama sistemi seçimi üzerine yöntemin örnek bir uygulaması gösterilmiştir. Daha sonra literatürde sıklıkla kullanılan TOPSIS, VIKOR, TODIM, EDAS gibi çeşitli ÇKKV yöntemlerinin RBK uzantıları üzerine çalışmalar yayınlanmıştır. Bu kapsamda, RBK temelli geliştirilen ÇKKV yöntemlerine ilişkin literatürler uygulama problemleri ile Tablo 3.1'de verilmektedir.

Tablo 3.1: RBK Tabanlı ÇKKV Yöntemleri

Yazar	Yıl	ÇKKV Yöntem	Kriter Ağırlıklandırma Tekniği	Uygulama Alanı	Dilsel Değerlendirme	Uzman Ağırlığı
Liang vd.	2018	EDAS ELECTRE	SWARA ve Ortalama Kare Hatası	Temiz Üretim Yapan Altın Maden Seçimi	Yüksek / Orta / Düşük / Ret	Yok
Wang L. Vd.	2018	VIKOR	Entropi	İnşaat Projesi için Risk Değerlendirmesi	Açıklanmamış (Karar matrisi direk verilmiş)	Yok
Wei	2018	TODIM	Subjektif	Gelişen Teknoloji Ticarileştirmesinin Potansiyel Değerlendirmesi	Açıklanmamış (Karar matrisi direk verilmiş)	Yok
Li vd.	2019	EDAS	Maksimum Sapma Yöntemine Göre Doğrusal Programlama Modeli	Optimal Acil Durum Alternatifi Seçimi	RBS	Dice Benzerlik Ölçüsü
Meksavang vd.	2019	VIKOR	Resim Bulanık Sıralı Ağırlıklı Uzaklık	Sürdürülebilir Tedarikçi Seçimi	7'li RBS	Subjektif
Tian vd.	2019	PROMETHEE II	Bulanık AHP	Turizm	Yüksek / Orta / Düşük / Ret	Yok
Zhang vd.	2019	EDAS	Subjektif	Yeşil Tedarikçi Seçimi	RBS	Subjektif
Arya ve Kumar	2020	VIKOR TODIM	Entropi	Seçim Sonucu Tahmini	Evet / Nötr / Hayır / Ret	Yok
Aydın ve Atak	2020	EDAS	Subjektif Olarak	İstanbul'dan Hollanda'ya Yük Göndermek İçin Taşıma Modu Seçimi	RBS	Subjektif
Jovcic vd.	2020	ARAS	Durulaştırma	Navlun Dağıtım Konseptini Seçme	Evet / Nötr / Hayır / Ret	Yok
Lin vd.	2020	MULTI-MOORA	Entropi ve Hamming Uzaklığı Bilgi Ölçüsü	Araç Paylaşım İstasyonunun Yer Seçimi	Evet / Nötr / Hayır / Ret	Yok
Liu D. vd.	2020	TOPSIS, TODIM	Dilsel Resim Bulanık Entropi Yöntemi	Küresel Tedarikçi Seçimi	9'lu Dilsel İfade	Yok
Peng vd.	2020	VIKOR	Resim Bulanık Üstel Entropi	Sürdürülebilir Tedarikçi Seçimi	9'lu Dilsel İfade	Subjektif
Simić vd.	2020	MARCOS	Objektif ve Subjektif Birleşimi	Demiryolu Altyapısının Risk Değerlendirmesi	Evet / Nötr / Hayır / Ret	Yok
Singh ve Kumar	2020	VIKOR	Resim Bulanık Sıralı Ağırlıklı Uzaklık	Sürdürülebilir Tedarikçi Seçimi	7'li RBS	Subjektif
Tian ve Peng	2020	TODIM	ANP	Optimal Turistik Cazibe Tavsiyesi	RBS	Yok

Tablo 3.1: RBK Tabanlı ÇKKV Yöntemleri (devam)

Yazar	Yıl	ÇKKV Yöntem	Kriter Ağırlıklandırma Tekniği	Uygulama Alanı	Dilsel Değerlendirme	Uzman Ağırlığı
Torun ve Gördebil	2020	TOPSIS		Türkiye'de Vatandaşların Kamu Hizmetlerinden Memnuniyet Düzeyi	Memnun / Nötr / Memnun Değil	Yok
Wang vd.	2020	TODIM	Metin Madenciliği	Otel Seçimi	Açıklanmamış	Yok
Biswas vd.	2021a	PROBID	FUCOM	Video Konferans Aracını Karşılaştırma	Evet / Nötr / Hayır / Ret	Yok
Gündoğdu vd.	2021	AHP	AHP	Kamu Hizmeti Sorunu	7'li RBS	Yok
Lu vd.	2021	COPRAS	CRITIC	Yeşil Tedarikçi Seçimi	RBS	Subjektif
Peng ve Luo	2021	CoCoSo	Subjektif	Borsa Balonu Uyarı Değerlendirmesi	11'li RBS	Yok
Simic vd.	2021a	CODAS	Durulaştırma	Araç Parçalama Tesisi Yeri	Evet / Nötr / Hayır / Ret	Yok
Simić vd.	2021b	WASPAS	Durulaştırma	Son Kilometre Teslimatı	Evet / Nötr / Hayır / Ret	Yok
Aydın vd.	2022	MABAC	BWM	Petrol ve Gaz Endüstrisinin Orta Kesiminde Yangın ve Patlama Riskleri	7'li RBS	Eşit
Haktanır ve Kahraman	2022	REGIME	CRITIC	COVID-19 için En İyi Akıllı Saati Seçme	RBS	Yok
Luo vd.	2022	MABAC	RBAO	Uydu Görüntü Veri Ürünleri Seçimi	Yüksek / Orta / Düşük / Ret	Yok
Saraji ve Streimikiene	2022	COPRAS	SWARA	Döngüsel Tedarik Zinciri Yönetimi Göstergelerine İlişkin İmalat Sektörlerini Değerlendirmek	7'li RBS	Subjektif
Senapati ve Chen	2022	WASPAS	Subjektif	Klima Sistemi Seçimi	RBS	Yok
Chen ve Luo	2023	MAIRCA ELECTRE III	SWARA	Fiziksel Eğitimin Öğretim Kalitesinin Değerlendirilmesi	RBS	Yok
Kaya	2023	MARCOS	AHP	Döngüsel Tedarikçi Seçimi	7'li RBS	Toplam Puan
Korucuk vd.	2023	CoCoSo	LBWA	Yeşil Ulaşım Göstergeleri	Evet / Nötr / Hayır / Ret 9'lu RBS	Yok

Bu tabloya ek olarak Gül (2022) DEMATEL ve Biswas (2021b) LBWA yöntemlerinin RBK uzantılarını ele almıştır.

Tablo 3.1’de verilen çalışmalarda RB tabanlı geliştirilen ÇKKV yöntemleriyle elde edilen sonuçlarının genellikle RB tabanlı geliştirilen TOPSIS, TODIM, VIKOR, MABAC, Cross Entropy, GRA gibi diğer ÇKKV yöntemleriyle (Jovcic vd., 2020; Simic vd., 2020, Lu vd., 2021; Simic vd., 2021a; Simic vd., 2021b; Saraji vd., 2022) veya aynı yöntemin farklı bulanık uzantılarıyla (Meksavang vd., 2019; Peng vd., 2020; Singh ve Kumar, 2020; Torun ve Gördebil, 2020) karşılaştırıldığı görülmüştür. Bazı çalışmalarda ise operatör bazlı geliştirilen yöntemler karşılaştırma amacıyla kullanılmıştır (Tian vd., 2019; Zhang vd., 2019; Arya ve Kumar, 2020).

RBK’lerin kullanıldığı tezlere yönelik yapılan araştırma sonucunda ise Yükseköğretim Kurulu Tez Merkezi’nde iki adet tez çalışmasına rastlanmıştır. Bunlardan ilki Gördebil tarafından 2020 yılında Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı’nda hazırlanan yüksek lisans tezidir. Gördebil (2020) çalışmasında Erciyes Üniversitesi kampüsünde bulunan kafe ve restoranlarla ilgili bir anket verileri üzerinde sezgisel bulanık küme, nütrosifik bulanık küme ve resim (tasviri) bulanık küme tabanlı TOPSIS ve VIKOR yöntemlerini kullanmıştır. İkinci çalışma Bağlan tarafından yine Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı kapsamında hazırlanan bir yüksek lisans tezidir. Bağlan (2022) çalışmasında Bolu ilinde geri dönüşüm sistemlerine geçişini önceliklendirme amacıyla kamu alanlarının su tüketimlerinin belirlenmesi amacıyla RBK tabanlı AHP ve TOPSIS yöntemlerini kullanmıştır.

Bu çalışmaların yanı sıra, RBK’lerde uygulanabilecek pek çok operatör bulunmaktadır. Dolayısıyla RBK teorisinde farklı operatörler uygulanarak karar verme modellerinde çeşitlilik sağlanabilmektedir. Bu kapsamda, Wang vd. (2017) resim bulanık ağırlıklı geometrik (RBAG) operatörü, resim bulanık sıralı ağırlıklı geometrik (RBSAG) operatörü ve resim bulanık hibrit geometrik ortalama operatörünü (RBHG) tanıtarak tezleri değerlendirmeye yönelik bir örnek üzerinde uygulamıştır. Wei (2017) ise RBK’lerde aritmetik işlemleri yeniden tanımlayarak bu işlemlere dayalı bazı toplama operatörlerini (RBAO, RBSAO, RBHO) ve ortalama operatörlerini (RBAG, RBSAG, RBHG) geliştirmiştir. Uygulama olarak kurumsal kaynak planlama sistemi seçme problemi ele almıştır. Ashraf vd. (2018) resim bulanık dilsel ifadelere dayalı (RBDİ) ağırlıklı aritmetik ortalama (RBDİAAO) ve ağırlıklı geometrik ortalama (RBDİAGO) yöntemlerini geliştirerek en iyi yatırım şirketi belirleme problemi üzerinde uygulamıştır. Liu ve Zhang (2018) Arşimet resim bulanık dilsel ağırlıklı aritmetik ortalama (A-RBDAAO) yöntemini geliştirerek kurumsal kaynak planlama sistemi seçme problemi üzerinde uygulamıştır.

Ayrıca, Wang R. vd. (2018) RBK’lerde Muirhead ortalama operatörünü, Jana vd. (2019) Dombi operatörü temelli RB Dombi toplama operatörlerini, Khan S. vd. (2019) Einstein operatörü temelli RB toplama operatörlerini ve Seikh ve Mandal (2021) Frank t-norm ve t-conorm temelli RB toplama operatörlerini ele almıştır.

Bunların dışında literatürde RBK’lerin farklı uzantılarına da yer verilmektedir. Khan A. vd. (2019) 2-tuple dilsel RBK uzantısı, Ashraf vd. (2021) kübik resim bulanık küme (KRBK) ve aralık değerli resim bulanık küme uzantıları (ADRBK), Qiyas vd. (2021) aralık değerli dilsel resim bulanık küme uzantıları ve Pınar ve Boran (2022) q-rung resim bulanık kümeler üzerine çalışmalar yapmışlardır.

Karar verme süreçlerinde ele alınan karar problemine ilişkin tüm detayların incelenmesinde uzman kişilerin görüşlerine ihtiyaç duyulabilir. Bu amaçla bir uzman grubun oluşturulması ve sürece dahil edilmesi problemin çözüm aşamasında daha rasyonel sonuçlara ulaşılmasında önemli bir rol oynar. Öte yandan, bu durum uzman grubun hangi kriterlere göre nasıl belirleneceği, uzman grupta yer alan kişilerin görüşlerinin eşit olarak değerlendirilip değerlendirilemeyeceği, kaç kişiden oluşması gerektiği gibi pek çok soruyu da beraberinde getirir. Dolayısıyla, uzman grubun belirlenmesi ve görüşlerinin toplanma süreci ayrı bir karar verme problemi olarak düşünülebilir.

Tablo 3.1’de görüleceği üzere, RBK temelli ÇKKV yöntemlerinin uygulandığı pek çok çalışmada uzman gruptaki kişilerin sürece nasıl dahil edildiği konusunda net bir açıklamaya yer verilmez iken, az sayıda çalışmada uzmanların çeşitli özelliklerinin gözetildiği bir ağırlıklandırma yaklaşımından yararlanılmıştır.

RBK dışında literatüre genel olarak bakıldığında ise uzman grubu ağırlıklandırmada farklı yöntemlerle karşılaşmaktadır. Mianabadi ve Afshar (2008) bir uzmanın göreceli öneminin başka bir uzmanın bakış açısından belirlendiği bir formül geliştirmiştir. Diğer üyelerin görüşlerine göre karar vericinin toplam ağırlığını bulmak için OWA (ordered weighted averaging) operatörünü kullanmıştır. Yue (2012) bireysel karar ile iyimser katsayılı ideal kararlar arasındaki mesafeler yardımıyla uzmanlara ağırlık ataması yapmıştır. Razavi Hajiagha vd. (2015) çalışmasında karar vericilere, her bir özellikteki en uzlaşmacı çözümle kendi görüşlerinin tutarlılığına göre ağırlıklar atamıştır. Azadfallah (2018) ise TOPSIS yöntemi ve aralık değerli sayılara dayalı, karar vericinin karar bilgisi pozitif (negatif) ideal

çözümüne yakın (uzak) ise ağırlığı büyük, pozitif (negatif) ideal çözümünden uzak (yakın) ise küçük ağırlık aldığı bir model geliştirmiştir. Ayrıca literatürde özvektör yönteminin kullanıldığı (Eshlaghy ve Farokhi, 2011; Azadfalla, 2015), uzman grubun AHP yöntemi ile diğer grup üyeleri tarafından değerlendirildiği (Ishizaka ve Labib, 2011) ve AHP’de grup tutarlılığının baz alındığı (Blagojevic vd., 2016) çalışmalar da mevcuttur.

Literatürde uzman grubun ağırlıklandırılması için PSI yönteminin kullanıldığı bir çalışmaya henüz rastlanmamıştır. Yerli literatürde “Tercih Seçim İndeksi” olarak da bilinen PSI, Maniya ve Bhatt (2010) tarafından literatüre kazandırılan ve hem kriter ağırlıklarını belirleme hem de alternatifleri sıralama amacıyla kullanılabilen bir yöntemdir. Dolayısıyla, niteliklerin göreceli öneminin belirlenmesi gerekliliğini ortadan kaldırmaktadır ve ağırlıkların önceden belirlenmesinin çelişkili olduğu durumlarda kullanışlıdır (Mufazzal ve Muzakkir, 2017). Bu avantajların yanı sıra, kolay ve anlaşılır olması literatürde pek çok karar probleminin çözümünde tercih edilmesinde önemli bir etken olmuştur.

PSI yöntemi otel yeri kriterlerinin ağırlıklandırılması ve otellerin lokasyona göre sıralaması (Aksoy ve Ozbuk, 2017), üstten yüklemeli çamaşır makinesi seçimi (Mufazzal ve Muzakkir, 2017), gemi gövdesi için optimum malzeme seçme (Gangwar vd., 2021), genç öğretim üyelerinin performansını değerlendirme (Waruwu ve Mesran, 2021), öğrencilerin burs kabulü için karar verme (Arifin ve Saputro, 2022), istihdam edilecek adayları seçme (Cakranegara vd., 2022; Demirci, 2022) ve bilişim teknolojilerinin kullanılmasına yönelik bölgelerin gelişim performansını belirleme (Ecemiş ve Coşkun, 2022) gibi çeşitli karar verme problemlerini çözmede kullanılmıştır. Bu çalışmalara ek olarak aynı dilimdeki fen liselerini değerlendirme (Demir, 2020) konulu doktora tezi ile yer fıstığı ezme makinesi seçimi (Toslak, 2022) ve G20 ülkelerinin lojistik performansının ölçülmesi (Akbulut, 2023) konularını ele alan yüksek lisans tezlerinde PSI yöntemi kullanılmıştır.

3.4. Literatür Değerlendirme ve Alana Katkı

Literatürde yer alan uzaklık tabanlı ÇKKV yöntemleri arasında henüz yeni sayılabilecek yöntemlerden birisi COBRA yöntemidir. Bu yöntemin sağladığı en büyük avantaj, diğer yöntemlerin avantajlarını kapsayacak şekilde yapılmış olması ve alternatiflerin hangi mesafeye göre ve hangi çözümle ilişkili olarak sıralanması gerektiğini tartışma ihtiyacını ortadan kaldırmasıdır (Krsčić vd., 2022a). COBRA yönteminde hem pozitif ideal çözüme

hem negatif ideal çözüme hem de ortalama çözüme uzaklıklar hesaplanmaktadır. Üstelik COBRA, tüm bu çözümler için uzaklıkları hesaplamak için hem Öklid hem de Taxicab uzaklık ölçümlerini kullanır ve bu da elde edilen çözümler için daha yüksek güvenilirlik sağlar (Krstić vd., 2022b).

COBRA yönteminin avantajı, yani iki farklı uzaklık fonksiyonu ile üç farklı türde çözüme uzaklığı temel alması, aynı zamanda, karmaşıklığı olan dezavantajını da göstermektedir. Ayrıca, karar vericiler tarafından yapılan kesin olmayan ve belirsiz değerlendirmelerle başa çıkamaması ise COBRA yönteminin bulanık uzantılarına ihtiyaç duyulmasının bir göstergesidir (Krstić vd., 2022b; Krstić vd., 2022c).

RBK tabanlı karar modellerinin en büyük avantajı karar vericilere evet, hayır, çekimser olma, cevap vermek istememe gibi tercihler sunması ve bu sayede karar probleminin daha esnek ve gerçeğe uygun bir yaklaşımla değerlendirilmesini sağlamasıdır (Cao, 2020).

Öte yandan, bulanık küme uzantılarında uzman grupta yer alan karar vericilerin tecrübe, bilgi, yaş, uzmanlık seviyesi vb. konularda farklılıklara sahip olması karar vericinin görüşlerinin farklı ağırlıklarda olması gerekliliğini doğurmaktadır. Tablo 3.1’de verilen RBK tabanlı çalışmalar ayrıntılı incelendiğinde tabloda yer alan 17 çalışmada uzman ağırlığı kullanılmaz iken 11 çalışmada uzman ağırlığının kullanıldığı görülmektedir. Uzman görüşlerinin ağırlıklandırıldığı bu çalışmalarda çok önemsiz ile çok önemli arasında değişen, 5’li, 7’li, 9’lı veya 11’li dilsel ölçek verilerek bunların resim bulanık sayı karşılıklarının kullanıldığı görülmektedir. Bu şekilde dilsel ölçeklerin kullanılması RBK’lerin karar vericilere sağladığı kararsız olma veya ret verme gibi seçenekleri ortadan kaldırmaktadır. Dolayısıyla dilsel ölçek kullanımı RBK’lerin sağladığı avantajlara ters düşmektedir. RBK’lerin yapısına uygun olarak evet, hayır, kararsız olma gibi seçenekler sunulurken uzman görüşü alınan çalışmalarda ise uzmanların ağırlıklandırılmadığı görülmektedir. Son olarak, RBK’lerde uzman ağırlığı içeren çalışmalarda gözlenen bir diğer durumda ağırlıklar subjektif olarak verilmiş ve buna ilişkin açıklamalara yer verilmemiştir.

Sonuç olarak, literatür araştırması genel olarak değerlendirildiğinde COBRA yönteminin,

- i. son dönemde geliştirilen güçlü ve kapsamlı bir yöntem olması,
- ii. RBK uzantısına henüz rastlanmamış olması,

iii. ulusal veri tabanlarında yapılan taramalarda řu ana kadar bu yaklaşımın konu edildiği bir çalışmanın olmaması,

bu tez çalışmasında COBRA yönteminin RBK uzantısına dayanan bir karar verme modeli geliştirilmesi için güçlü bir motivasyon sağlamıştır. Bununla birlikte, uzman ağırlıklarının belirlenmesine yönelik olarak yaş, tecrübe, pozisyon gibi kriterlerin göz önüne alınması ve bu kriterler için ek bir ağırlıklandırma işlemine ihtiyaç duyulmaması, model yapısının metodolojik açıdan PSI yönteminin sağladığı avantajlardan yararlanılan bir çerçevede şekillendirilmesini sağlamıştır. Böylece geliştirilen karar modelinde uzman görüşleri evet, kararsızım, hayır veya ret gibi seçenekler sunularak toplanmasına rağmen uzman ağırlıklarının sürece entegre edildiği yeni bir karar modelinin tanıtılması hedeflenmiştir. Bu bağlamda geliştirilen modelin hem uzman grupta yer alan kişilerin uzmanlığına göre ağırlıklı olarak karar sürecine dahil edildiği hem de daha esnek ve gerçeğe uygun bir yaklaşımla karar problemlerinin ele alınmasında uygulayıcılara fayda sağlayacağı düşünülmektedir.

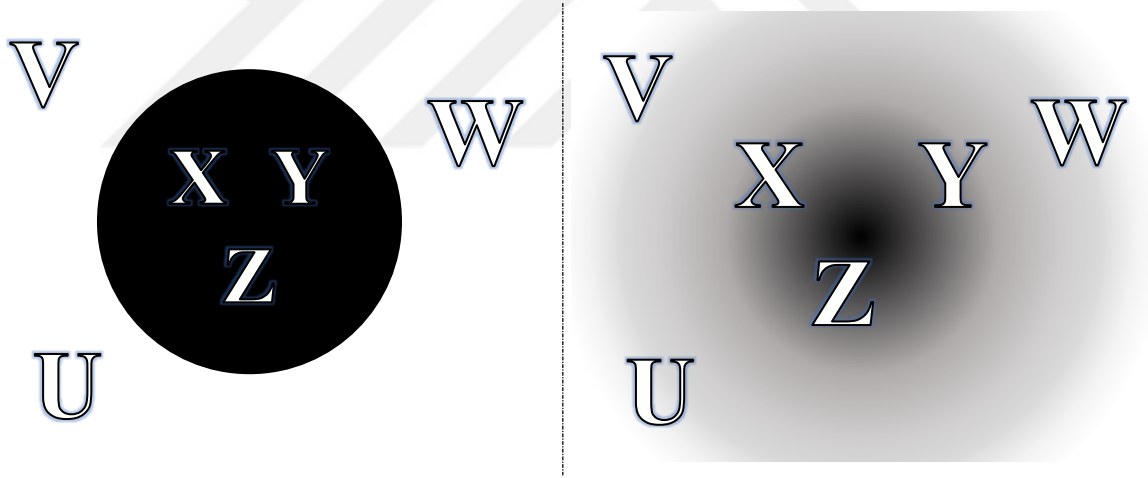
Ayrıca, bu çalışma kapsamında uzman ağırlıklarının objektif bir yöntem olan PSI ile belirlenerek RBK'lere entegre edilecek olmasının da alana önemli bir yenilik getireceği düşünülmektedir.

4. BULANIK MANTIK

Bu bölümde bulanık mantık, bulanık kümeler ve sonrasında geliştirilen bulanık küme uzantıları kısaca açıklanacaktır.

4.1. Bulanık Mantık

Klasik mantıkta bir ifade için iki durum mevcuttur. Kullanılan ifade ya doğrudur ya da yanlıştır; yani kesin bir değerlendirme söz konusudur (Şekil 4.1.a). İfade için doğru mu yanlış mı emin olamama durumu bulunmamaktadır. Fakat gerçek hayatta kesin olarak birbirinden ayırt edemediğimiz muğlak durumlarla karşılaşmaktadır (Şekil 4.1.b). Bir ifadenin kısmen doğru olabildiği, konu ile ilgili belirsizliğin veya farklı fikirlerin olduğu durumlar vardır ve klasik mantığın bu durumları modellemede yeterli olmaması bulanık mantık kavramının ortaya çıkmasına ön ayak olmuştur.



(a) Klasik kümeler

(b) Bulanık kümeler

Şekil 4.1: Klasik ve bulanık kümeler

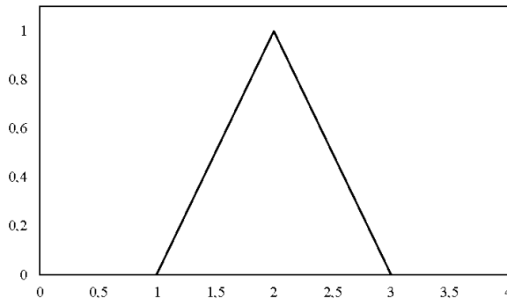
Bulanık mantık kavramı içinde ifadeler doğru-yanlış, siyah-beyaz, sıcak-soğuk şeklinde kesin olarak ayrılmak zorunda değildir ve bu iki keskin ayrımın arasında kalan belki, gri, ılık, vb. ifadelere yer verilebilmektedir.

4.2. Bulanık Küme Teorisi

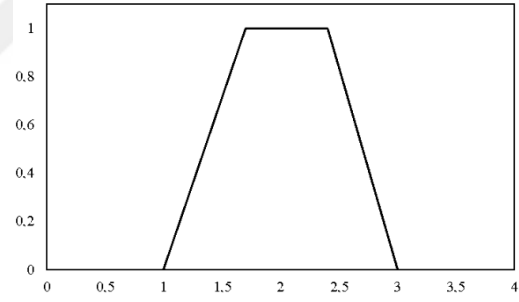
Bulanık kümeler literatürde Zadeh (1965)'in makalesi ile karşımıza çıkmaktadır. Daha sonra 1970'lerde hızla bu alana ilgi artmıştır (Keskenler ve Keskenler, 2017). Karar verme sürecinde sınırların kesin olarak ifade edilemediği, bilginin tam olmadığı, belirsizlik olduğu durumlarda kullanılmaktadır. Uzman kişilerin vereceği sözel bilgiler, dilsel ifadeleri işleme olarak çözüme gitmeyi amaçlar. Klasik kümelerde 1 o kümeye ait olmayı, 0 ise o kümeye ait olmamayı ifade ediyorsa, bulanık kümelerde $\rho_F(x)$ elemanın üyelik derecesidir ve 0-1 arası değerler aldığı kısmi üyelikten bahsedilebilir (Karakaşoğlu, 2008). X evrensel kümesinde $\tilde{F}$ bir bulanık küme olmak üzere Eşitlik 1'deki gibi ifade edilebilir.

$$\tilde{F} = \{(x, \rho_{\tilde{F}}(x)) | x \in X\} \quad (1)$$

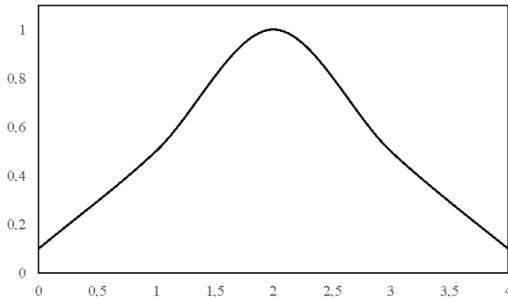
Üyelik fonksiyonu $\rho_{\tilde{F}}(x)$ üçgensel (Şekil 4.2a), yamuk (Şekil 4.2b), Gauss (Şekil 4.2c) ve çan eğrisi (Şekil 4.2d) gibi farklı yapılarda tanımlanabilir (URL1, 2023).



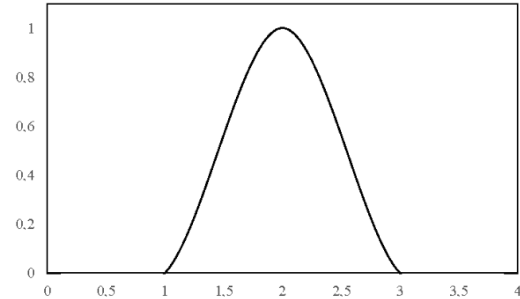
(a) Üçgen üyelik fonksiyonu



(b) Yamuk üyelik fonksiyonu



(c) Gauss üyelik fonksiyonu



(d) Çan üyelik fonksiyonu

Şekil 4.2: Bulanık kümelerde üyelik fonksiyonları

Bulanık sayılar ile yapılacak işlemler seçilen üyelik fonksiyonuna yapısına göre tanımlanmaktadır.

4.2.1. Bulanık Küme Özellikleri

Klasik kümelerde bulunan kesişme, birleşme gibi küme işlemleri bulanık kümeler için de tanımlanmaktadır ve bu işlemler üyelik fonksiyonu üzerinden yapılmaktadır. $\tilde{F}$, $\tilde{G}$ ve $\tilde{H}$ bulanık kümeler olmak üzere (Gördebil, 2020):

Kesişim: Bulanık kümelerin kesişimi “ve” ile ifade edilir ve iki küme arasında “minimum” operatörü uygulanır (Eşitlik 2).

$$\rho_{\tilde{F} \cap \tilde{G}}(x) = \rho_{\tilde{F}}(x) \wedge \rho_{\tilde{G}}(x) = \min(\rho_{\tilde{F}}(x), \rho_{\tilde{G}}(x)) \quad (2)$$

Kesişim işleminin özellikleri Eşitlik 3 ve 4’te verilmektedir.

$$\tilde{F} \cap \tilde{G} = \tilde{G} \cap \tilde{F} \quad (3)$$

$$\tilde{F} \cap (\tilde{G} \cap \tilde{H}) = (\tilde{F} \cap \tilde{G}) \cap \tilde{H} \quad (4)$$

Birleşim: Bulanık kümelerin birleşimi “veya” ile ifade edilir ve iki küme arasında “maksimum” operatörü uygulanır (Eşitlik 5).

$$\rho_{\tilde{F} \cup \tilde{G}}(x) = \rho_{\tilde{F}}(x) \vee \rho_{\tilde{G}}(x) = \max(\rho_{\tilde{F}}(x), \rho_{\tilde{G}}(x)) \quad (5)$$

Birleşim işleminin özellikleri Eşitlik 6 ve 7’de verilmektedir.

$$\tilde{F} \cup \tilde{G} = \tilde{G} \cup \tilde{F} \quad (6)$$

$$\tilde{F} \cup (\tilde{G} \cup \tilde{H}) = (\tilde{F} \cup \tilde{G}) \cup \tilde{H} \quad (7)$$

Tümleyen: Bulanık kümelerin tümleyeni Eşitlik 8’de verildiği gibi üyelik fonksiyon değerini 1’e tamamlayan değerdir.

$$\bar{\rho}_F(x) = 1 - \rho_F(x) \quad (8)$$

Dağılım: Bulanık kümelerde birleşim işleminin kesişim işlemi üzerine dağılıma özelliği (Eşitlik 9) ve kesişim işleminin birleşim işlemi üzerine dağılıma özelliği (Eşitlik 10) vardır.

$$\tilde{F} \cup (\tilde{G} \cap \tilde{H}) = (\tilde{F} \cup \tilde{G}) \cap (\tilde{F} \cup \tilde{H}) \quad (9)$$

$$\tilde{F} \cap (\tilde{G} \cup \tilde{H}) = (\tilde{F} \cap \tilde{G}) \cup (\tilde{F} \cap \tilde{H}) \quad (10)$$

Bulanık kümelerin diğer özellikleri için Gördebil (2020) çalışmasından yararlanılabilir.

4.2.2. Bulanık Kümelerde Cebirsel İşlemler

Bulanık kümelerde toplama, çıkarma, çarpma gibi cebirsel işlemler yapmak mümkün olup, bu işlemler üyelik fonksiyonunun yapısına göre tanımlanmaktadır. Bulanık kümelerde en yaygın kullanılan üyelik fonksiyonu üçgen üyelik fonksiyonu olduğu için bu bölümde üçgen bulanık sayılarda cebirsel işlemlere yer verilmiştir.

$A = (a_1, a_2, a_3)$ ve $B = (b_1, b_2, b_3)$ iki üçgensel bulanık sayı olmak üzere (Çitli, 2006);

Toplama: A ve B bulanık sayılarının toplamı Eşitlik 11’de verilmektedir.

$$A + B = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3) \quad (11)$$

Çıkarma: A ve B bulanık sayılarının farkı Eşitlik 12’de verilmektedir.

$$A - B = (a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1) \quad (12)$$

Çarpma: A ve B bulanık sayılarının çarpımı Eşitlik 13’te verilmektedir.

$$A * B = (a_1 * b_1, a_2 * b_2, a_3 * b_3) \quad (13)$$

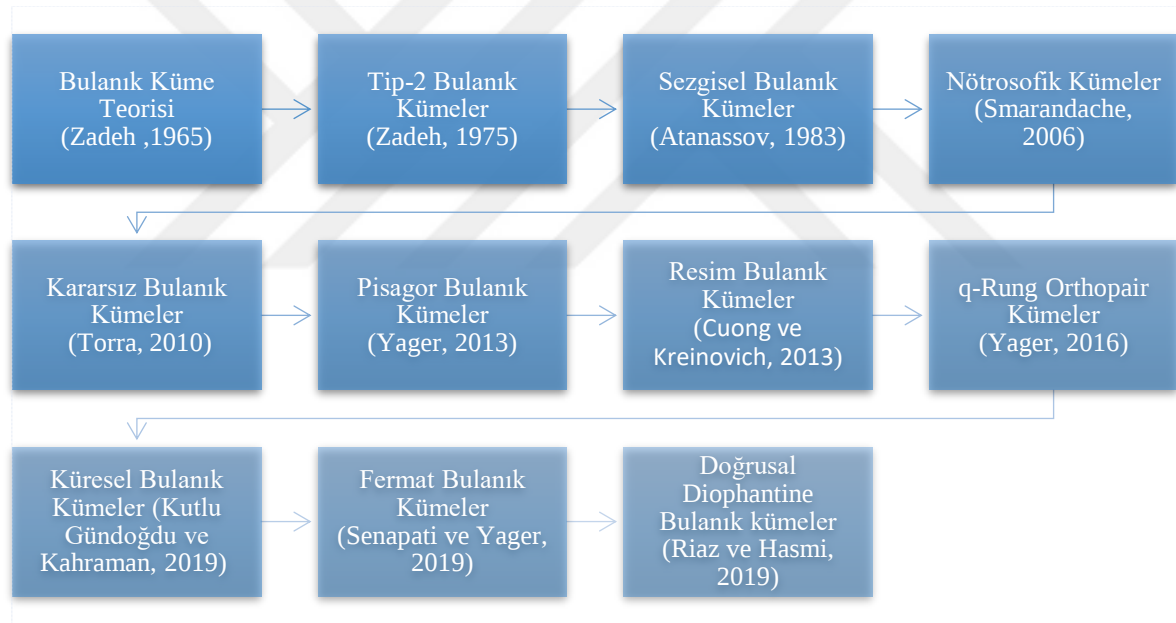
Bölme: A bulanık sayısının B bulanık sayısına bölümü Eşitlik 14’te verilmektedir.

$$A \div B = (a_1/b_3, a_2/b_2, a_3/b_1) \quad (14)$$

Diğer bulanık sayılarda işlemler için Çitli (2006) kaynağından yararlanılabilir.

4.3. Bulanık Küme Uzantıları

Günümüzde klasik bulanık kümeler, bilişsel bilgilerin işlenmesinde, yani karar vericilerin deneyim ve tercihlerinin göz önünde bulundurulması gereken durumlarda yeteri kadar esneklik sağlamayabilmektedir. Bulanık küme sadece üyelik derecesini içerir, ancak karar vermede sıklıkla yer alan tereddüt ve belirsizliği ihmal eder (Torun ve Gördebil, 2020). Bu amaçla literatürde bulanık küme teorisinin çeşitli uzantılarına dayalı çeşitli yaklaşımlar geliştirilmiştir. Bunlar Şekil 4.3'te özetlenmektedir.



Şekil 4.3: Bulanık küme uzantıları ve gelişim süreci

Şekil 4.3'te verilen bulanık küme uzantıları aşağıda kısaca açıklanmaktadır.

4.3.1. Sezgisel Bulanık Kümeler

Sezgisel bulanık kümeler (Intuitionistic fuzzy sets) 1983'te Atanassov tarafından tanıtılmıştır (Atanassov, 1983). Bir sezgisel bulanık küme, bulanıklığı daha iyi belirleyebilir ve bir bulanık kümeden daha genelleştirilmiş bir çerçeve sağlayabilir (Karagöz vd., 2020).

X evrensel kümesinde F bir sezgisel bulanık küme olarak tanımlansın. Bu durumda $\tilde{F}$,

$$\tilde{F} = \{(x, \rho_{\tilde{F}}(x), \tau_{\tilde{F}}(x)) | x \in X\} \quad (15)$$

şeklinde tanımlanır (Eşitlik 15). Burada $\rho_{\tilde{F}}(x)$, x elemanının $\tilde{F}$ kümesindeki aitlik derecesi; $\tau_{\tilde{F}}(x)$ ise x elemanının $\tilde{F}$ kümesindeki ait olmama derecesidir. $\rho_{\tilde{F}}(x)$ ve $\tau_{\tilde{F}}(x)$ $[0,1]$ aralığında değer almaktadır ve Eşitlik 16'da verilen koşulu sağlamalıdır:

$$\forall x \in X \text{ için } \rho_{\tilde{F}}(x) + \tau_{\tilde{F}}(x) \leq 1 \quad (16)$$

Sezgisel bulanık kümelerde, $\varphi_{\tilde{F}}(x) = 1 - \rho_{\tilde{F}}(x) - \tau_{\tilde{F}}(x)$ tereddütlik derecesine karşılık gelmektedir ve $[0,1]$ aralığında değer alır (Ecer, 2022).

4.3.2. Nötrosofik Bulanık Kümeler

Nötrosofik (neutrosophic) kümeler literatürde Smarandache (2006) tarafından bulanık kümelerin ve sezgisel bulanık kümelerin genelleştirilmiş hali olarak tanımlanmaktadır. Gerçek dünyada var olan kesin olmayan, belirsiz, tutarsız ve eksik bilgilerin temsil edilebilmesi için geliştirilmiştir. Bir F nötrosofik kümede $\rho_{\tilde{F}}(x)$, doğruluk üyeliği fonksiyonunu; $\sigma_{\tilde{F}}(x)$ belirsiz üyelik fonksiyonunu ve $\tau_{\tilde{F}}(x)$ yanlışlık üyelik fonksiyonunu temsil etmek üzere,

$$\tilde{F} = \{(x, \rho_{\tilde{F}}(x), \sigma_{\tilde{F}}(x), \tau_{\tilde{F}}(x)) | x \in X\} \quad (17)$$

$$0 \leq \rho_{\tilde{F}}(x) + \sigma_{\tilde{F}}(x) + \tau_{\tilde{F}}(x) \leq 3 \quad (18)$$

şeklinde tanımlanır (Eşitlik 17). $\rho_{\tilde{F}}(x)$, $\sigma_{\tilde{F}}(x)$ ve $\tau_{\tilde{F}}(x)$, $[0,1]$ aralığında değer alır ve Eşitlik 18'de verilen koşulu sağlamalıdır.

4.3.3. Kararsız Bulanık Kümeler

Kararsız bulanık kümeler (hesitant fuzzy sets) literatüre 2010'da Torra tarafından tanıtılan ve tek bir elemanın üyeliği için bir değerler kümesinin mümkün olduğu durumları ele alan

bir bulanık küme uzantısıdır (Torra, 2010; Rodriguez vd., 2014). $\tilde{F}$ bir kararsız bulanık kümesi olmak üzere,

$$\tilde{F} = \{(x, \rho_{\tilde{F}}(x)) | x \in X\} \quad (19)$$

şeklinde tanımlanır ve $\rho_{\tilde{F}}(x)$ değeri X evrenindeki bir x elemanın $\tilde{F}$ kümesine olası üyelik derecesini göstermektedir (Eşitlik 19). $\rho_{\tilde{F}}(x)$ $[0,1]$ aralığında değer alır (Kahraman vd., 2016).

4.3.4. Resim Bulanık Kümeler

Resim bulanık kümeler (RBK) (Picture fuzzy sets-PFS) bulanık küme teorisi ve sezgisel bulanık kümelerin bir uzantısı olarak geliştirilmiştir (Son, 2016). RBK, karmaşık karar problemlerinin çözümlenmesinde belirsiz, muğlak ve tutarsız bilgilerin tanımlanması ve karar süreçlerinde bu tür durumların giderilmesinde kullanılmaktadır. RBK ve bazı temel işlemleri ilk olarak Cuong ve Kreinovich (2013) tarafından geliştirilmiştir. RBK tabanlı karar verme karar vericilere “evet”, “hayır”, “çekimser olma”, “cevap vermek istememe” gibi daha geniş bir tercih alanı sunarak ilgilenilen karar probleminin daha esnek ve gerçeğe uygun bir yaklaşımla değerlendirmesini sağlamaktadır (Cao, 2020). Dolayısıyla, literatüre daha önce sunulan bulanık küme uzantılarında “nötr” ve “ret” bilgilerin betimlenmesi zor iken, RBK’lerde bu bilgilerin işlenmesi daha kolaydır. Resim bulanık kümeler bir sonraki bölümde ayrıntılı olarak incelenecektir.

4.3.5. Pisagor Bulanık Kümeler

Pisagor (Pythagorean) bulanık kümeler Yager (2013) tarafından önerilmiştir. Üyelik fonksiyonlarının karesel toplamlarını temel almaktadır. Sezgisel bulanık kümelerin genelleştirilmiş halidir (Bolturk, 2018). X evrensel kümesinde $\tilde{F}$ bir Pisagor bulanık küme olarak tanımlansın. Bu durumda $\tilde{F}$,

$$\tilde{F} = \{(x, \rho_{\tilde{F}}(x), \tau_{\tilde{F}}(x)) | x \in X\} \quad (20)$$

olarak ifade edilir (Eşitlik 20). Burada $\rho_{\tilde{F}}(x)$, x elemanın $\tilde{F}$ kümesindeki aitlik derecesi;

$\tau_{\tilde{F}}(x)$ ise x elemanın $\tilde{F}$ kümesindeki ait olmama derecesidir. $\rho_{\tilde{F}}(x)$ ve $\tau_{\tilde{F}}(x)$ $[0,1]$ aralığında değer almaktadır ve Eşitlik 21'deki koşulu sağlamalıdır:

$$\forall x \in X \text{ için } 0 \leq \rho_{\tilde{F}}(x)^2 + \tau_{\tilde{F}}(x)^2 \leq 1 \quad (21)$$

Pisagor bulanık kümelerde $\varphi_{\tilde{F}}(x) = \sqrt{1 - \rho_{\tilde{F}}(x)^2 - \tau_{\tilde{F}}(x)^2}$ belirsizlik derecesine karşılık gelmektedir ve diğer dereceler gibi $[0,1]$ aralığında değer alır.

4.3.6. q-Rung Orthopair Bulanık Kümeler

Yager (2016) tarafından literatüre tanıtılmış olup Pisagor bulanık kümelerin bir uzantısıdır. Pisagor bulanık kümelerden farklı olarak üyelik fonksiyonlarının q . kuvvet toplamaları ele alınmaktadır (Yager, 2016). $\tilde{F}$ bir q-rung orthopair bulanık küme olarak tanımlansın. Bu durumda $\tilde{F}$,

$$\tilde{F} = \{(x, \rho_{\tilde{F}}(x), \tau_{\tilde{F}}(x)) | x \in X\} \quad (22)$$

Eşitlik 22 ile tanımlanır. Burada $\rho_{\tilde{F}}(x)$, x elemanın $\tilde{F}$ kümesindeki aitlik derecesi; $\tau_{\tilde{F}}(x)$ ise x elemanın $\tilde{F}$ kümesindeki ait olmama derecesidir. $\rho_{\tilde{F}}(x)$ ve $\tau_{\tilde{F}}(x)$ $[0,1]$ aralığında değer almaktadır ve Eşitlik 23'te yer alan koşulu sağlamalıdır:

$$\forall x \in X \text{ için } 0 \leq \rho_{\tilde{F}}(x)^q + \tau_{\tilde{F}}(x)^q \leq 1 \quad (23)$$

q-rung orthopair bulanık kümelerde $\varphi_{\tilde{F}}(x) = \sqrt[q]{1 - \rho_{\tilde{F}}(x)^q - \tau_{\tilde{F}}(x)^q}$ belirsizlik derecesine karşılık gelmektedir ve diğer dereceler gibi $[0,1]$ aralığında değer alır (Kahraman vd., 2020).

4.3.7. Küresel Bulanık Kümeler

Küresel bulanık kümeler (spherical fuzzy sets) Kutlu Gündoğdu ve Kahraman (2019) tarafından önerilmiştir. Üyelik fonksiyonlarının karesel toplamalarını temel almaktadır. Resim bulanık kümelerde olduğu gibi bir uzman değerlendirmesinde tereddüt derecesini dikkate alır. Uzmanlara değerlendirmelerini ifade edebilmeleri için daha geniş bir tercih alanı önermektedir. X evrensel kümesinde $\tilde{F}$ bir küresel bulanık küme olarak tanımlansın.

Bu durumda $\tilde{F}$,

$$\tilde{F} = \{(x, \rho_{\tilde{F}}(x), \tau_{\tilde{F}}(x), \sigma_{\tilde{F}}(x)) | x \in X\} \quad (24)$$

şeklinde tanımlanır (Eşitlik 24). Burada $\rho_{\tilde{F}}(x)$, x elemanının $\tilde{F}$ kümesindeki aitlik derecesi; $\tau_{\tilde{F}}(x)$, x elemanının $\tilde{F}$ kümesindeki ait olmama derecesi ve $\sigma_{\tilde{F}}(x)$, x elemanının $\tilde{F}$ kümesindeki tereddütlük derecesidir. $\rho_{\tilde{F}}(x)$ ve $\tau_{\tilde{F}}(x)$ $[0,1]$ aralığında değer almaktadır ve Eşitlik 25'te verilen koşulu sağlamalıdır:

$$\forall x \in X \text{ için } 0 \leq \rho_{\tilde{F}}(x)^2 + \tau_{\tilde{F}}(x)^2 + \sigma_{\tilde{F}}(x)^2 \leq 1 \quad (25)$$

Pisagor bulanık kümelerde $\varphi_{\tilde{F}}(x) = \sqrt{1 - \rho_{\tilde{F}}(x)^2 - \tau_{\tilde{F}}(x)^2 - \sigma_{\tilde{F}}(x)^2}$ belirsizlik derecesine karşılık gelmektedir (İlhan ve Gündoğdu, 2022).

4.3.8. Fermat Bulanık Kümeler

Fermat bulanık kümeler (fermatean fuzzy sets), literatürde yer alan en yeni bulanık küme yaklaşımlarından biri olup Senapati ve Yager (2019) tarafından geliştirilmiştir. Üyelik derecesi ve üye olmama derecesi şartını zayıflatan Fermat bulanık kümeler, belirsiz bilgileri sezgisel bulanık kümelerden ve Pisagor bulanık kümelerden daha geniş kapsamda işleme yeteneğine sahiptir (Luo ve Liu, 2022). Pisagor bulanık kümelerden farklı olarak üyelik fonksiyonlarının kübik toplamlarını temel alır. X evrensel kümesinde $\tilde{F}$ bir Fermatean bulanık küme olarak tanımlansın. Bu durumda $\tilde{F}$,

$$\tilde{F} = \{(x, \rho_{\tilde{F}}(x), \tau_{\tilde{F}}(x)) | x \in X\} \quad (26)$$

şeklinde tanımlanır (Eşitlik 26). Burada $\rho_{\tilde{F}}(x)$, x elemanının $\tilde{F}$ kümesindeki aitlik derecesi; $\tau_{\tilde{F}}(x)$ ise x elemanının $\tilde{F}$ kümesindeki ait olmama derecesidir. $\rho_{\tilde{F}}(x)$ ve $\tau_{\tilde{F}}(x)$ $[0,1]$ aralığında değer almaktadır ve Eşitlik 27'deki koşulu sağlamalıdır:

$$\forall x \in X \text{ için } 0 \leq \rho_{\tilde{F}}(x)^3 + \tau_{\tilde{F}}(x)^3 \leq 1 \quad (27)$$

Fermat bulanık kümelerde $\varphi_{\tilde{F}}(x) = \sqrt[3]{1 - \rho_{\tilde{F}}(x)^3 - \tau_{\tilde{F}}(x)^3}$ belirsizlik derecesine karşılık

gelmektedir ve diğer dereceler gibi $[0,1]$ aralığında değer alır.

4.3.9. Doğrusal Diophantine Bulanık Küme

En yeni bulanık küme uzantılarından olan Doğrusal Diophantine (Linear Diophantine) bulanık kümeler Riaz ve Hasmi (2019) tarafından literatüre kazandırılmıştır. Sezgisel, Pisagor ve q-rung orthopair kümelerin ait olma ve olmama derecelerinde sahip oldukları sınırlamalardan kurtulmak amacıyla referans parametrelerin eklenmesi yoluyla geliştirilmiştir. Kullanılan parametreler sayesinde uzman görüşlerini daha geniş bir bağlamdan temsil etmede sezgisel, Pisagor ve q-rung orthopair kümelerden daha esnek ve verimlidir (Gül ve Aydoğdu, 2023). X evrensel kümesinde L bir doğrusal Diophantine bulanık küme olarak tanımlansın. Bu durumda L kümesi

$$L = \{(x, \langle D_L(x), O_L(x) \rangle, \langle \rho_L(x), \tau_L(x) \rangle) | x \in X\} \quad (28)$$

Eşitlik 28 ile tanımlanır. Burada $D_L(x), O_L(x), \rho_L(x), \tau_L(x) \in [0,1]$ parametreleri sırasıyla üyelik derecesi, üye olmama derecesi ve referans dereceleridir. Her $x \in X$ için Eşitlik 29 ve 30'daki koşulları sağlamalıdır:

$$0 \leq \rho_L(x) + \tau_L(x) \leq 1 \quad (29)$$

$$0 \leq \rho_L(x)D_L(x) + \tau_L(x)O_L(x) \leq 1 \quad (30)$$

Belirsizlik derecesi $T_L(x)$ ise şu şekilde hesaplanır (Eşitlik 31):

$$\sigma_L(x)T_L(x) = 1 - (\rho_L(x)D_L(x) + \tau_L(x)O_L(x)) \quad (31)$$

Burada $\sigma_L(x)$ belirsizlik derecesinin referans parametresidir.

4.3.10. Diğer Bulanık Küme Uzantıları

Yukarıda verilen bulanık küme uzantılarının ayrıca aralık değerli, dilsel ifadeli veya tip-2 bulanık uzantıları da bulunmaktadır.

Aralık değerli bulanık küme teorisi, geleneksel $[0, 1]$ değerli üyelik derecelerinin $[0, 1]$ 'deki aralıklarla değiştirildiği bir bulanık küme uzantısıdır. Dolayısıyla, yalnızca belirsizlik değil, aynı zamanda bilgi eksikliği sezgisel olarak ele alınabilmektedir (Cornelis vd., 2006). Örneğin $\rho_F(x) = 0.8$ üyelik derecesi için alt ve üst sınırlar verilerek $\rho_F(x) = [0.75, 0.85]$ şeklinde ele alınmaktadır.

Dilsel bir değer, bir reel sayıdan daha az kesindir, fakat belirsizlik problemlerini başarılı bir şekilde çözmek için kullanılan insan bilişsel süreçlerine daha yakındır. Bu nedenle bulanık kümeler için dilsel ifadeler içeren uzantıları geliştirilmiştir. Karar problemlerinde karar vericiler üyelik derecesi için 0,1 arası bir değer vermek yerine bir grup dilsel ifade içinden uygun olanı seçerek değerlendirme yapmaktadır. Örnek olarak

Aşırı Düşük	Biraz Düşük	Yüksek
Çok Düşük	Orta	Çok Yüksek
Düşük	Biraz Yüksek	Aşırı Yüksek

dilsel ifade kümesi örnek gösterilebilir. Dilsel ifade kümesinde ifade sayısının tek sayıda olması gerekmektedir (Ashraf vd., 2018).

Tip-2 bulanık kümeler üyelik derecesi $[0, 1]$ 'deki bir nokta yani reel sayı yerine $[0, 1]$ 'deki bir bulanık değere sahip olan bir bulanık küme uzantısıdır (De vd., 2022). Bu uzantının literatüre tanıtılmasıyla literatürde bilinen bulanık küme uzantıları Tip-1 bulanık küme olarak geçmeye başlamıştır.

5. RESİM BULANIK KÜMELER

Resim bulanık kümeler (RBK), Zadeh (1965) tarafından önerilen bulanık küme teorisi ve Atanassov (1983) tarafından geliştirilen sezgisel bulanık kümelerin bir uzantısı olarak literatürdeki yerini almıştır (Son, 2016). RBK’ler gerçek hayatta karşılaşılan karmaşık karar problemlerinin içerdiği belirsiz, muğlak ve tutarsız bilgilerin tanımlanması ve bu tür durumların giderilmesinde önemli bir araç olarak kullanılmaktadır. Literatürde ilk kez Cuong ve Kreinovich (2013) tarafından tanıtılan RBK’ler karar vericilere “evet”, “hayır”, “kararsız olma (nötr)”, “cevap vermek istememe” gibi daha geniş bir tercih alanında değerlendirme yapma imkânı sunar. Dolayısıyla, klasik bulanık kümelerden farklı olarak, “nötr” ve “ret” bilgilerinin de karar verme sürecinde dikkate alınmasını mümkün kılar ve belirsiz bilgileri tanımlamak için klasik bulanık kümelerden daha gerçekçi ve doğru bir bakış açısı sağlar (Ashraf vd., 2019; Torun ve Gördebil, 2020). RBK’lerde tek kısıtlama, üç derecenin toplamının 1’i geçmemesi gerektiğidir. Bu bölümde resim bulanık kümeler ayrıntılı olarak incelenmektedir.

Evrensel bir küme olan X üzerinde bir F resim bulanık kümesi Eşitlik 32’deki gibi tanımlanmaktadır:

$$F = \{ \langle x, \rho_F(x), \sigma_F(x), \tau_F(x) \rangle \mid x \in X \} \quad (32)$$

Burada $\rho_F(x)$ F ’nin pozitif üyelik derecesi, $\sigma_F(x)$ F ’nin tarafsız üyelik derecesi ve $\tau_F(x)$ F ’nin negatif üyelik derecesidir. Tüm üyelik dereceleri $0 - 1$ arası değer almaktadır ($\rho_F(x), \sigma_F(x), \tau_F(x) \in [0,1]$) ve Eşitlik 33’te verilen şartı sağlamak zorundadır.

$$0 \leq \rho_F(x) + \sigma_F(x) + \tau_F(x) \leq 1, \quad \forall x \in X \quad (33)$$

RBK’lerde karar vericiler lehte oy (ρ) verenler, çekimser (σ) olanlar, aleyhte oy (τ) verenler ve oylamayayı reddedenler (φ) olmak üzere 4 gruba ayrılmaktadır. Burada φ , x ’in X ’teki üyeliğini reddetme derecesi olarak adlandırılır ve Eşitlik 34 ile hesaplanır.

$$\varphi_F(x) = 1 - (\rho_F(x) + \sigma_F(x) + \tau_F(x)) \quad (34)$$

RBK'ler $\sigma_F(x) = 0$ olması durumunda sezgisel bulanık kümelere, $\rho_F(x) = \tau_F(x) = 0$ olduğunda ise bulanık kümelere dönüşmektedir. RBK'lerde nötr üyelik derecesinin entegrasyonu nesnelerin bilgisini daha doğru bir şekilde ölçebilmeyi sağlamaktadır ve böylece elde edilen sonuçların kalitesini ve doğruluğunu arttırmaktadır (Son, 2016). Bir resim bulanık sayısı (RBS'si) kısaca $\alpha = \langle \rho_\alpha, \sigma_\alpha, \tau_\alpha \rangle$ şeklinde gösterilebilir.

5.1. Temel Kavramlar

Bu alt bölümde RBK'lerde küme ilişkileri tanıtılacaktır (Cuong ve Kreinovich, 2013). F ve G iki RBK arasındaki küme ilişkileri aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

Alt Küme: F kümesi G kümesinin alt kümesi ise, her $x \in X$ için F kümesinin pozitif üyelik derecesi ve tarafsız üyelik derecesi sırasıyla G kümesinin pozitif üyelik derecesi ve tarafsız üyelik derecesinden küçük ya da eşit olmalıdır ve F kümesinin negatif üyelik derecesi G kümesinin negatif üyelik derecesinden büyük ya da eşit olmalıdır (Eşitlik 35).

$$F \subseteq G \Leftrightarrow \forall x \in X, \rho_F(x) \leq \rho_G(x) \text{ ve } \sigma_F(x) \leq \sigma_G(x) \text{ ve } \tau_F(x) \geq \tau_G(x) \quad (15)$$

Eşit Küme: F kümesi ile G kümesinin eşit olabilmesi için $F \subseteq G$ ve $G \subseteq F$ olmalıdır (Eşitlik 36). Yani her $x \in X$ için F kümesinin pozitif, tarafsız ve negatif üyelik dereceleri sırasıyla G kümesinin pozitif, tarafsız ve negatif üyelik derecelerine eşit olmalıdır.

$$F = G \Leftrightarrow \forall x \in X, \rho_F(x) = \rho_G(x) \text{ ve } \sigma_F(x) = \sigma_G(x) \text{ ve } \tau_F(x) = \tau_G(x) \quad (36)$$

Birleşim: F ve G kümelerinin birleşiminde Eşitlik 37'de görüldüğü gibi pozitif üyelik derecesinin maksimum değeri alınırken, tarafsız üyelik derecesi ve negatif üyelik derecesinin minimum değeri baz alınır.

$$F \cup G \Leftrightarrow \{(x, \max(\rho_F(x), \rho_G(x)), \min(\sigma_F(x), \sigma_G(x)), \min(\tau_F(x), \tau_G(x))) | x \in X\} \quad (37)$$

Kesişim: F ve G kümelerinin kesişiminde pozitif üyelik derecesinin ve tarafsız üyelik

derecesinin minimum değeri alınırken, negatif üyelik derecesinin maksimum değeri baz alınır (Eşitlik 38).

$$F \cap G \Leftrightarrow \{(x, \min(\rho_F(x), \rho_G(x)), \min(\sigma_F(x), \sigma_G(x)), \max(\tau_F(x), \tau_G(x))) | x \in X\} \quad (38)$$

Tümleyen: F kümesinin tümleyeni coF veya $\bar{F}$ ile gösterilir.

$$coF = \bar{F} = \{ \langle x, \tau_F(x), \sigma_F(x), \rho_F(x) \rangle | x \in X \} \quad (39)$$

F kümesinin tümleyeni Eşitlik 39’da verildiği gibi pozitif üyelik derecesi ile negatif üyelik derecesinin yer değiştirmesiyle elde edilir.

5.2. Temel İşlemler

Bu alt bölümde RBS’lerde temel aritmetik işlemler ile karar modeli oluşturulmasında gerekebilecek bazı sıralama, logaritma ve korelasyon fonksiyonlarının hesaplanmasına ilişkin bilgilere yer verilecektir. Tüm işlemlerin nasıl yapıldığı bir örnek yardımıyla açıklanmaktadır.

Literatürde RBK’lerde temel aritmetik işlemlerin nasıl yapılacağına dair farklı görüşler bulunmaktadır. Bunlardan literatürde en sık kullanılanlar, Wang vd. (2017) ve Liang vd. (2018) tarafından önerilen işlemler Tanım 1’de, Wei (2017) tarafından önerilen işlemler Tanım 2’de verilmektedir.

Tanım 1. (Wang vd., 2017; Liang vd., 2018): $\alpha = \langle \rho_\alpha, \sigma_\alpha, \tau_\alpha \rangle$ ve $\beta = \langle \rho_\beta, \sigma_\beta, \tau_\beta \rangle$ iki RBS ve $h > 0$ bir reel sayı olsun. RBS’lerde bulanık toplama ($\oplus$), bulanık çarpma ($\otimes$), sabit sayı ile çarpma ve kuvvet alma işlemleri sırasıyla şu şekilde tanımlanmaktadır (Eşitlik 40a, 41, 42, 43):

$$i. \alpha \oplus \beta = \langle 1 - (1 - \rho_\alpha)(1 - \rho_\beta), \sigma_\alpha \sigma_\beta, (\sigma_\alpha + \tau_\alpha)(\sigma_\beta + \tau_\beta) - \sigma_\alpha \sigma_\beta \rangle \quad (40a)$$

$$ii. \alpha \otimes \beta = \langle (\rho_\alpha + \sigma_\alpha)(\rho_\beta + \sigma_\beta) - \sigma_\alpha \sigma_\beta, \sigma_\alpha \sigma_\beta, 1 - (1 - \tau_\alpha)(1 - \tau_\beta) \rangle \quad (41)$$

$$\text{iii. } h. \alpha = \langle 1 - (1 - \rho_\alpha)^h - (\sigma_\alpha)^h, (\sigma_\alpha)^h, (\sigma_\alpha + \tau_\alpha)^h - (\sigma_\alpha)^h \rangle \quad (42)$$

$$\text{iv. } \alpha^h = \langle (\rho_\alpha + \sigma_\alpha)^h - (\sigma_\alpha)^h, (\sigma_\alpha)^h, 1 - (1 - \tau_\alpha)^h \rangle \quad (43)$$

Burada $\alpha \oplus \beta$ işleminin aynı zamanda,

$$\alpha \oplus \beta = \langle \rho_\alpha + \rho_\beta - \rho_\alpha \rho_\beta, \sigma_\alpha \sigma_\beta, (\sigma_\alpha + \tau_\alpha)(\sigma_\beta + \tau_\beta) - \sigma_\alpha \sigma_\beta \rangle \quad (40b)$$

Eşitlik 40b ile aynı olduğu aşıkardır.

Örnek 1. $\alpha = \langle 0.23, 0.34, 0.40 \rangle$, $\beta = \langle 0.65, 0.10, 0.17 \rangle$ ve $h = 0.3$ olsun. Bu durumda Tanım 1'e göre aritmetik işlemler uygulandığında,

$$\alpha \oplus \beta = \langle 1 - (1 - 0.23)(1 - 0.65), 0.34 \cdot 0.10, (0.34 + 0.40)(0.10 + 0.17) - 0.34 \cdot 0.10 \rangle$$

$$= \langle 0.731, 0.034, 0.166 \rangle$$

$$\alpha \otimes \beta = \langle (0.23 + 0.34)(0.65 + 0.10) - 0.34 \cdot 0.10, 0.34 \cdot 0.10, 1 - (1 - 0.40)(1 - 0.17) \rangle$$

$$= \langle 0.394, 0.034, 0.502 \rangle$$

$$0.3. \alpha = \langle 1 - (1 - 0.23)^{0.3} - (0.34)^{0.3}, (0.34)^{0.3}, (0.34 + 0.40)^{0.3} - (0.34)^{0.3} \rangle$$

$$= \langle 0.075, 0.724, 0.190 \rangle$$

$$\alpha^{0.3} = \langle (0.23 + 0.34)^{0.3} - (0.34)^{0.3}, (0.34)^{0.3}, 1 - (1 - 0.40)^{0.3} \rangle$$

$$= \langle 0.121, 0.724, 0.142 \rangle$$

sonuçları elde edilir.

Tanım 2. (Wei, 2017): $\alpha = \langle \rho_\alpha, \sigma_\alpha, \tau_\alpha \rangle$ ve $\beta = \langle \rho_\beta, \sigma_\beta, \tau_\beta \rangle$ iki RBS ve $h > 0$ bir reel sayı olsun. Wei (2017) RBS'lerde bulanık toplama ($\oplus$), bulanık çarpma ($\otimes$), sabit sayı ile çarpma ve kuvvet alma işlemleri sırasıyla şu şekilde tanımlamaktadır (Eşitlik 44, 45, 46, 47):

$$\text{i. } \alpha \oplus \beta = \langle \rho_\alpha + \rho_\beta - \rho_\alpha \rho_\beta, \sigma_\alpha \sigma_\beta, \tau_\alpha \tau_\beta \rangle \quad (44)$$

$$\text{ii. } \alpha \otimes \beta = \langle \rho_\alpha \rho_\beta, \sigma_\alpha + \sigma_\beta - \sigma_\alpha \sigma_\beta, \tau_\alpha + \tau_\beta - \tau_\alpha \tau_\beta \rangle \quad (45)$$

$$\text{iii. } h. \alpha = \langle 1 - (1 - \rho_\alpha)^h, (\sigma_\alpha)^h, (\tau_\alpha)^h \rangle \quad (46)$$

$$\text{iv. } \alpha^h = \langle (\rho_\alpha)^h, 1 - (1 - \sigma_\alpha)^h, 1 - (1 - \tau_\alpha)^h \rangle \quad (47)$$

Örnek 1’de verilen RBS’ler için aritmetik işlemler Tanım 2’de verilen tanımlamalara göre yapıldığında aşağıdaki sonuçlar elde edilir.

$$\alpha \oplus \beta = \langle 0.23 + 0.65 - 0.23 \cdot 0.65, 0.34 \cdot 0.10, 0.40 \cdot 0.17 \rangle = \langle 0.731, 0.034, 0.068 \rangle$$

$$\begin{aligned} \alpha \otimes \beta &= \langle (0.23 \cdot 0.65, 0.34 + 0.10 - 0.34 \cdot 0.10, 0.40 + 0.17 - 0.40 \cdot 0.17) \\ &= \langle 0.150, 0.406, 0.502 \rangle \end{aligned}$$

$$0.3. \alpha = \langle 1 - (1 - 0.23)^{0.3}, 0.34^{0.3}, 0.40^{0.3} \rangle = \langle 0.075, 0.724, 0.760 \rangle$$

$$\alpha^{0.3} = \langle 0.23^{0.3}, 1 - (1 - 0.34)^{0.3}, 1 - (1 - 0.40)^{0.3} \rangle = \langle 0.643, 0.117, 0.142 \rangle$$

Dolayısıyla, buradan Tanım 1 ve Tanım 2’de verilen işlemler için evrensel olmadığı sonucuna varılabilir ve araştırmacılar tercih ettiklerini kullanabilirler. Öte yandan, Ashraf vd. (2019) iki RBS arasında tanımlanan bu işlemlerin sonucunda çıkan sayının yine bir RBS olması gerektiğini ve bazı durumlarda bunun mümkün olmadığını vurgulamışlardır.

Yukarıda verilen örnek için Tanım 2’ye göre elde edilen sonuçlarda buna benzer probleme rastlanmıştır. Yani daha açık bir ifadeyle, Tanım 2’de verilen çarpma ve skaler ile çarpma işlemleri sonucunda elde edilen değerler $0 \leq \rho_F(x) + \sigma_F(x) + \tau_F(x) \leq 1$ koşulunu sağlamayarak RBS özelliği göstermemektedir.

$$\alpha \otimes \beta = \langle 0.150, 0.406, 0.502 \rangle \rightarrow 0.150 + 0.406 + 0.502 = 1.058 \not\leq 1$$

$$0.3. \alpha = \langle 0.075, 0.724, 0.760 \rangle \rightarrow 0.075 + 0.724 + 0.760 = 1.559 \not\leq 1$$

Diğer yandan, Tanım 1’de verilen işlemler kullanıldığında, elde edilen sonuçların yukarıda verilen RBS koşulunu sağladığı görülmüştür. Bu nedenle tez çalışmasında yapılan hesaplamalarda Tanım 1’de verilen işlemler tercih edilmiştir.

RBK’lerde, iki RBS’nin kıyaslanarak sıralanması mümkündür. Bu işlem skor fonksiyonu ve kesinlik fonksiyonu yardımıyla yapılmaktadır. Literatürde tanımlanan ilk skor fonksiyonu Tanım 3.a’da verilmektedir. Tanım 3.a, 3.b ve 3.c’de verilen skor ve kesinlik fonksiyonlarına

göre; iki α ve β iki RBS için sıralama kuralları aşağıdaki gibidir:

- i. Eğer $S(\alpha) > S(\beta)$ ise α, β den üstündür ve $\alpha > \beta$ ile gösterilir.
- ii. Eğer $S(\alpha) = S(\beta)$ ise
 - 1) $H(\alpha) = H(\beta)$ ise α ve β eşdeğerdir $\alpha \sim \beta$ ile gösterilir.
 - 2) $H(\alpha) > H(\beta)$ ise α, β den üstündür ve $\alpha > \beta$ ile gösterilir.

Tanım 3.a. Wang vd. (2017) ve Wei (2017) iki RBS'nin karşılaştırılabilmesi için skor fonksiyonunu $S_w(\alpha) = \rho_\alpha - \tau_\alpha$ olarak ve kesinlik fonksiyonunu $H_w(\alpha) = \rho_\alpha + \sigma_\alpha + \tau_\alpha$ şeklinde tanımlamıştır. Burada $S_w(\alpha)$ skor fonksiyonu $[-1,1]$ aralığında değer alırken $H_w(\alpha)$ kesinlik fonksiyonu $[0,1]$ aralığında değer almaktadır.

Örnek 2. $\alpha = \langle 0.23, 0.34, 0.40 \rangle$, $\beta = \langle 0.65, 0.10, 0.17 \rangle$ ve $\gamma = \langle 0.32, 0.14, 0.49 \rangle$ olsun. Verilen bu RBS'leri yukarıda verilen skor fonksiyonuna göre sıralayalım. Tanım 3.a'ya göre skor değerleri sırasıyla

$$S_w(\alpha) = 0.23 - 0.40 = -0.17,$$

$$S_w(\beta) = 0.65 - 0.17 = 0.48,$$

$$S_w(\gamma) = 0.32 - 0.49 = -0.17$$

olarak elde edilir. Buna göre $S(\beta) > S(\alpha) = S(\gamma)$ ve $\beta > \alpha$ ve $\beta > \gamma$ 'dır ve bu durumda α ve γ nin skor değerleri eşit olduğundan kesinlik değerlerine bakılması gerekmektedir. O halde,

$$H(\alpha) = 0.23 + 0.34 + 0.40 = 0.97,$$

$$H(\gamma) = 0.32 + 0.14 + 0.49 = 0.95$$

olarak elde edilir. Bu değerlere göre $H(\alpha) > H(\gamma)$ olduğundan $\alpha > \gamma$ dir. Sonuç olarak örnekte verilen üç RBS için sıralamalar $\beta > \alpha > \gamma$ şeklindedir.

Tanım 3.a'da verilen skor fonksiyonu negatif değerler alabilmektedir. Bu ise karar problemlerinin çözümlerinin bazı aşamalarında istenmeyen bir durumdur. Bu durumu engellemek için daha sonra Tanım 3.b. ve Tanım 3.c'de verildiği gibi farklı skor ve kesinlik

fonksiyonları geliştirilmiştir.

Tanım 3.b. Jana vd. (2019) iki RBS'nin karşılaştırılabilmesi için skor fonksiyonunu $S_j(\alpha) = \frac{1+\rho_\alpha-\tau_\alpha}{2}$ olarak ve kesinlik fonksiyonunu $H_j(\alpha) = \rho_\alpha - \tau_\alpha$ şeklinde tanımlamıştır. Burada $S_j(\alpha)$ skor fonksiyonu $[0,1]$ aralığında değer alırken $H_j(\alpha)$ kesinlik fonksiyonu $[-1,1]$ aralığında değer almaktadır.

Örnek 2'de verilen α , β ve γ RBS'leri Tanım 3.b'de verilen skor fonksiyonuna göre sıralandığında:

$$S_j(\alpha) = \frac{1+0.23-0.40}{2} = 0.415,$$

$$S_j(\beta) = \frac{1+0.65-0.17}{2} = 0.74,$$

$$S_j(\gamma) = \frac{1+0.32-0.49}{2} = 0.415$$

olarak elde edilir. Buna göre $S(\beta) > S(\alpha) = S(\gamma)$ ve $\beta > \alpha$ ve $\beta > \gamma$ olur. Burada da α ve γ nin skor değerleri eşit olduğundan kesinlik değerlerine bakılmalıdır.

$$H(\alpha) = 0.23 - 0.40 = -0.17,$$

$$H(\gamma) = 0.32 - 0.49 = -0.17$$

olarak elde edilir. Bu değerlere göre $H(\alpha) = H(\gamma)$ olduğundan $\alpha \sim \gamma$ dır. Bu skor fonksiyonuna göre sıralama $\beta > \alpha \sim \gamma$ şeklindedir.

Tanım 3.c. Tian vd. (2019) iki RBS'nin karşılaştırılabilmesi için skor fonksiyonunu

$S_t(\alpha) = \frac{\rho_\alpha+1-\sigma_\alpha+1-\tau_\alpha}{3}$ olarak ve kesinlik fonksiyonunu $H_t(\alpha) = \frac{\sigma_\alpha-\tau_\alpha}{2}$ şeklinde tanımlamıştır. Burada $S_t(\alpha)$ skor fonksiyonu $[0,1]$ aralığında değer alırken $H_t(\alpha)$ kesinlik fonksiyonu $[-1,1]$ aralığında değer almaktadır.

Örnek 2'de verilen α , β ve γ RBS'leri Tanım 3.c'de verilen skor fonksiyonuna göre sıralandığında skor değerleri sırasıyla

$$S_t(\alpha) = \frac{2+0.23-0.64-0.40}{3} = 0.497,$$

$$S_t(\beta) = \frac{2+0.65-0.10-0.17}{3} = 0.793,$$

$$S_t(\gamma) = \frac{2+0.32-0.14-0.49}{3} = 0.563$$

şeklinde elde edilir. Buna göre $S(\beta) > S(\gamma) > S(\alpha)$ ve sonuç olarak $\beta > \gamma > \alpha$.

Tanım 4. Logaritma (Khan S. vd., 2019): $\alpha = \langle \rho_\alpha, \sigma_\alpha, \tau_\alpha \rangle$ bir RBS ve μ ise $(0,1)$ aralığında bir reel sayı olsun. μ tabanında bir logaritmik RBS

$$\log_\mu \alpha = \langle 1 - \log_\mu(\rho_\alpha), \log_\mu(1 - \sigma_\alpha), \log_\mu(1 - \tau_\alpha) \rangle, \quad 0 < \mu \leq \rho \leq 1, \quad \mu \neq 1 \quad (48)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Örnek 3. $\alpha = \langle 0.23, 0.34, 0.40 \rangle$ RBS'nin $\mu = 0.2$ için logaritmik RBS'si Eşitlik 48'e göre hesaplandığında sonuç aşağıdaki gibidir:

$$\log_{0.2} \alpha = \langle 1 - \log_{0.2}(0.23), \log_{0.2}(1 - 0.34), \log_{0.2}(1 - 0.40) \rangle = \langle 0.087, 0.258, 0.317 \rangle$$

Tanım 5. Korelasyon ve Korelasyon Katsayısı (Singh, 2015): X evrensel kümesinde bir F ve G birer RBK'si ve $F = \{ \langle x_i, \rho_F(x_i), \sigma_F(x_i), \tau_F(x_i) \rangle | x_i \in X, i = 1, \dots, n \}$, $G = \{ \langle x_i, \rho_G(x_i), \sigma_G(x_i), \tau_G(x_i) \rangle | x_i \in X, i = 1, \dots, n \}$ şeklinde tanımlansınlar. Öncelikle F kümesinin bilgi enerjisi eşitlik 49 ile tanımlanmaktadır.

$$E_P(F) = \sum_{i=1}^n (\rho_F^2(x_i) + \sigma_F^2(x_i) + \tau_F^2(x_i) + \varphi_F^2(x_i)) \quad (49)$$

F ve G RBK'leri için korelasyon,

$$C_{P_1}(F, G) = \sum_{i=1}^n (\rho_F(x_i)\rho_G(x_i) + \sigma_F(x_i)\sigma_G(x_i) + \tau_F(x_i)\tau_G(x_i) + \varphi_F(x_i)\varphi_G(x_i)) \quad (50)$$

şeklinde tanımlanmaktadır (Eşitlik 50). Bu eşitliklerden yararlanarak, F ve G arasındaki korelasyon katsayısı,

$$K_{P_1}(F, G) = \frac{C_{P_1}(F, G)}{\sqrt{E_P(F) \cdot E_P(G)}} \quad (51)$$

Eşitlik 51 yardımıyla hesaplanmaktadır.

Örnek 4. Bir X evreninde $F = \{\alpha_1 = \langle 0.5, 0.2, 0.2 \rangle, \alpha_2 = \langle 0.7, 0.1, 0.0 \rangle, \alpha_3 = \langle 0.6, 0.1, 0.2 \rangle\}$ ve $G = \{\beta_1 = \langle 0.2, 0.2, 0.6 \rangle, \beta_2 = \langle 0.3, 0.1, 0.4 \rangle, \beta_3 = \langle 0.4, 0.3, 0.2 \rangle\}$ kümeleri verilsin. Bu kümeler arasındaki korelasyon katsayısını ve küme elemanları arasındaki korelasyon katsayısını hesaplamak için öncelikle her bir küme elemanı için φ değerlerini hesaplayalım:

$$\varphi_{\alpha_1} = 1 - 0.5 - 0.2 - 0.2 = 0.1$$

$$\varphi_{\alpha_2} = 1 - 0.7 - 0.1 - 0.0 = 0.2$$

:

$$\varphi_{\beta_3} = 1 - 0.4 - 0.3 - 0.2 = 0.1$$

$$E_P(F) = 0.5^2 + 0.2^2 + 0.2^2 + 0.1^2 + 0.7^2 + 0.1^2 + 0.0^2 + 0.2^2 + 0.6^2 + 0.1^2 + 0.2^2 + 0.1^2 = 1.3$$

Benzer şekilde,

$$E_P(G) = 0.2^2 + 0.2^2 + 0.6^2 + 0.0^2 + 0.3^2 + 0.1^2 + 0.4^2 + 0.2^2 + 0.4^2 + 0.3^2 + 0.2^2 + 0.1^2 = 1.04$$

F ve G arasındaki korelasyon ise,

$$C_{P_1}(F, G) = 0.5 \cdot 0.2 + 0.2 \cdot 0.2 + 0.2 \cdot 0.6 + 0.1 \cdot 0.0 + \dots + 0.2 \cdot 0.2 + 0.1 \cdot 0.1 = 0.84$$

F ve G arasındaki korelasyon katsayısı ise

$$K_{P_1}(F, G) = \frac{C_{P_1}(F, G)}{\sqrt{E_P(F) \cdot E_P(G)}} = \frac{0.84}{\sqrt{1.3 \cdot 1.04}} = 0.722$$

olarak hesaplamıştır.

Tablo 5.1: F ve G elemanları arasındaki korelasyon katsayıları

Bilgi Enerji Değerleri				Korelasyon Değerleri				Korelasyon Katsayıları			
$E(\alpha_i)$ ve $E(\beta_i)$				$C(\alpha, \beta)$	β_1	β_2	β_3	$K(\alpha, \beta)$	β_1	β_2	β_3
$E(\alpha_1)$	0.34	$E(\beta_1)$	0.44	α_1	0.26	0.27	0.31	α_1	0.67	0.85	0.97
$E(\alpha_2)$	0.54	$E(\beta_2)$	0.30	α_2	0.16	0.26	0.33	α_2	0.33	0.65	1.18
$E(\alpha_3)$	0.42	$E(\beta_3)$	0.30	α_3	0.26	0.29	0.32	α_3	0.60	0.82	0.90

F ve G küme elemanları arasındaki E bilgi enerji değerleri, korelasyon değerleri ve korelasyon katsayıları Tablo 5.1’de verilmektedir.

Tanım 6. RBS’lerde Durulaştırma: $\alpha = \langle \rho, \sigma, \tau \rangle$ bir RBS olsun. RBS’nin kesin değerini elde etmek için kullanılan durulaştırma yönteminde (Xu vd., 2019) öncelikle nötr üyelik derecesi pozitif ve negatif üyelik derecelerine aşağıda Eşitlik 52a ve 52b’de görüldüğü üzere eşit olarak dağıtılır.

$$\rho' = \rho + \frac{\sigma}{2} \quad (52a)$$

$$\tau' = \tau + \frac{\sigma}{2} \quad (52b)$$

Daha sonra Eşitlik 52c’ye göre durulaştırılmış (net değer) değer elde edilir.

$$k = \rho' + \varphi \frac{1+\rho'+\tau'}{2} \quad (52c)$$

Bu formül aynı zamanda Eşitlik 53’te verildiği gibi

$$k = \rho + \frac{\sigma}{2} + \frac{\varphi}{2}(1 + \rho - \tau) \quad (53)$$

Tek bir formül olarak da ifade edilebilir.

Örnek 5. $\alpha = \langle 0.23, 0.34, 0.40 \rangle$ sayısının durulaştırılmış (krisp) değerini bulalım. Burada, $\rho = 0.23, \sigma = 0.34, \tau = 0.40$ ise $\varphi = 1 - 0.23 - 0.34 - 0.40 = 0.03$ ’tür.

Eşitlik 52a, 52b ve 52c yardımıyla α RBS’nin durulaştırılmış değeri,

$$\rho' = \rho + \frac{\sigma}{2} = 0.23 + \frac{0.34}{2} = 0.4$$

$$\tau' = \tau + \frac{\sigma}{2} = 0.40 + \frac{0.34}{2} = 0.57$$

$$k = \rho' + \varphi \frac{1 + \rho' + \tau'}{2} = 0.4 + 0.03 \frac{1 + 0.4 + 0.57}{2} = 0.43$$

olarak elde edilir. Eşitlik 53 kullanılarak da aynı sonuca ulaşılmaktadır.

$$k = 0.23 + \frac{0.34}{2} + \frac{0.03}{2} (1 + 0.23 - 0.40) = 0.43$$

5.3. RBK Temelli Uzaklık, Birleştirme ve Ortalama Operatörleri

Bu kısımda RBK'lerde kullanılan çeşitli operatörler ve özellikleri hakkında bazı bilgiler verilecektir. Birleştirme operatörleri için genel olarak iki yönü göz önünde bulundurmamız gerekir. Biri işlevler, diğeri işlemler içindir. Fonksiyonlarda, geleneksel toplama operatörleri yalnızca bir dizi gerçek değeri gerçek bir değerde toplayabilir. Toplama operatörleri tarafından karmaşık gerçek yaşam problemlerini çözmek için, farklı fonksiyonlar için geliştirilmiş birçok karmaşık toplama operatörü bulunmaktadır. Örneğin, kriterler arasındaki karşılıklı ilişkileri değerlendirmek için *Bonferroni* ortalama (BO) operatörü 1950'de Bonferroni tarafından ve *Heronian* ortalama (HO) 2009'da Sykora tarafından önerildi (Liu vd., 2018). BO operatörü herhangi iki kriter arasındaki ilişkiyi göz önünde bulundurabilir, ancak genellikle kriterlerin kendisi ile olan karşılıklı ilişkisini göz ardı eder. HO operatörü, BO operatörü ile benzer bir yaklaşıma sahip olmasına rağmen, BO operatörünün zayıf yönlerini çözebilir. *Muirhead* ortalama toplama operatörü, herhangi bir sayıda toplama argümanı arasındaki karşılıklı ilişkileri göz önünde bulundurabilir ve farklı parametre vektörlerini değerlendirerek diğer genel operatörleri içerdiğinden evrensel bir operatör olarak düşünülebilir (Liu Y. vd., 2020).

5.3.1. Uzaklık İşlemleri

İki RBK arasındaki uzaklıklar, genel olarak $d(F, G)$ ile gösterilir ve uzaklığın hesaplanması için RB tabanlı geliştirilen uzaklık işlemleri uygulanır. Bu işlemler ÇKKV yöntemlerinin RBK ile entegrasyonunda ideal çözüme ya da anti ideal çözüme uzaklığın hesaplanması için

kullanılmaktadır. F ve G birer RBK olmak üzere,

$$F = \{ \langle x_i, \rho_F(x_i), \sigma_F(x_i), \tau_F(x_i) \rangle | x_i \in X, i = 1, \dots, n \} \quad (54)$$

$$G = \{ \langle x_i, \rho_G(x_i), \sigma_G(x_i), \tau_G(x_i) \rangle | x_i \in X, i = 1, \dots, n \} \quad (55)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Öklid Uzaklığı: (Cuong ve Kreinovich, 2013) RBK’lerde iki küme arasındaki normalize Öklid uzaklığı Eşitlik 56 ile hesaplanmaktadır.

$$d_E(F, G) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left((\rho_F(x_i) - \rho_G(x_i))^2 + (\sigma_F(x_i) - \sigma_G(x_i))^2 + (\tau_F(x_i) - \tau_G(x_i))^2 \right)} \quad (56)$$

Örnek 6. Bir X evreninde $F = \{\alpha_1 = \langle 0.5, 0.2, 0.2 \rangle, \alpha_2 = \langle 0.7, 0.1, 0.0 \rangle, \alpha_3 = \langle 0.6, 0.1, 0.2 \rangle\}$ ve $G = \{\beta_1 = \langle 0.2, 0.2, 0.6 \rangle, \beta_2 = \langle 0.3, 0.1, 0.4 \rangle, \beta_3 = \langle 0.4, 0.3, 0.2 \rangle\}$ kümeleri verilsin. Bu durumda F ve G RBK’leri arasındaki normalize Öklid uzaklığı,

$$\begin{aligned} d_E(F, G) &= \sqrt{\frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \left((\rho_{\alpha_i} - \rho_{\beta_i})^2 + (\sigma_{\alpha_i} - \sigma_{\beta_i})^2 + (\tau_{\alpha_i} - \tau_{\beta_i})^2 \right)} \\ &= \sqrt{\frac{1}{3} ((0.5 - 0.2)^2 + (0.2 - 0.2)^2 + (0.2 - 0.6)^2 + (0.7 - 0.3)^2 + \dots + (0.2 - 0.2)^2)} \\ &= 0.47 \end{aligned}$$

olarak hesaplanır.

Hamming Uzaklığı: (Cuong ve Kreinovich, 2013) RBK’lerde iki küme arasındaki normalize Hamming uzaklığı Eşitlik 57’de verilen formül ile hesaplanmaktadır.

$$d_H(F, G) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (|\rho_F(x_i) - \rho_G(x_i)| + |\sigma_F(x_i) - \sigma_G(x_i)| + |\tau_F(x_i) - \tau_G(x_i)|) \quad (57)$$

Örnek 6’da verilen F ve G RBK’leri arasındaki normalize Hamming uzaklığı

$$\begin{aligned}
d_H(F, G) &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (|\rho_{\alpha_i} - \rho_{\beta_i}| + |\sigma_{\alpha_i} - \sigma_{\beta_i}| + |\tau_{\alpha_i} - \tau_{\beta_i}|) \\
&= \frac{1}{3} (|0.5 - 0.2| + |0.2 - 0.2| + |0.2 - 0.6| + |0.7 - 0.3| + \dots + |0.2 - 0.2|) \\
&= 0.63
\end{aligned}$$

şeklinde hesaplanır.

Eğer, $\alpha = \langle \rho_\alpha, \sigma_\alpha, \tau_\alpha \rangle$ ve $\beta = \langle \rho_\beta, \sigma_\beta, \tau_\beta \rangle$ şeklindeki yalnızca iki RBS'nin arasındaki Öklid ve Hamming uzaklıkları hesaplanmak istenirse, bu durumda sırasıyla Eşitlik 58 ve Eşitlik 59'dan yararlanılır:

$$d_E(\alpha, \beta) = \sqrt{(\rho_\alpha - \rho_\beta)^2 + (\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + (\tau_\alpha - \tau_\beta)^2} \quad (58)$$

$$d_H(\alpha, \beta) = |\rho_\alpha - \rho_\beta| + |\sigma_\alpha - \sigma_\beta| + |\tau_\alpha - \tau_\beta| \quad (59)$$

Örneğin, $\alpha = \langle 0.5, 0.3, 0.1 \rangle$ ve $\beta = \langle 0.0, 0.4, 0.6 \rangle$ iki RBS olsun. α ve β arasındaki Öklid ve Hamming uzaklıkları sırasıyla

$$\begin{aligned}
d_E(\alpha, \beta) &= \sqrt{(\rho_\alpha - \rho_\beta)^2 + (\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + (\tau_\alpha - \tau_\beta)^2} \\
&= \sqrt{(0.5 - 0.0)^2 + (0.3 - 0.4)^2 + (0.1 - 0.6)^2} = 0.71 \\
d_H(\alpha, \beta) &= |\rho_\alpha - \rho_\beta| + |\sigma_\alpha - \sigma_\beta| + |\tau_\alpha - \tau_\beta| \\
&= |0.5 - 0.0| + |0.3 - 0.4| + |0.1 - 0.6| = 1.1
\end{aligned}$$

olarak bulunur.

5.3.2. Birleştirme Operatörleri

Yukarıda verilen toplama işlemi çok sayıda RBS içeren kümeler için farklı teorik alt yapılar dikkate alınarak geliştirilmiştir. Özellikle ÇKKV problemlerinde ikiden fazla sayıda alternatif ve kriter olması durumunda bu formüller kullanılmaktadır. Bu bölümde n tane eleman içeren RBK'ler için toplama operatörleri verilecektir.

RB Ağırlıklı Ortalama (RBAO): (Wei, 2017) $\alpha_i = \langle \rho_{\alpha_i}, \sigma_{\alpha_i}, \tau_{\alpha_i} \rangle$ ($i = 1, \dots, n$) bir grup RBS'si ve $w_i \in [0,1]$ değerleri $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ olacak şekilde α_i RBS'lerinin ağırlıkları olsun. Bu durumda, n tane RBS'nin ağırlıklı ortalaması Eşitlik 60 ile,

$$\begin{aligned} RBAO(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) &= \oplus_{i=1}^n (w_i \cdot \alpha_i) = \sum_{i=1}^n (w_i \cdot \alpha_i) \\ &= \langle 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \rho_{\alpha_i})^{w_i}, \prod_{i=1}^n (\sigma_{\alpha_i})^{w_i}, \prod_{i=1}^n (\tau_{\alpha_i})^{w_i} \rangle \end{aligned} \quad (60)$$

olarak ifade edilir ve elde edilen sonuç yine bir RBS'dir. Burada Tanım 2'de verilen aritmetik işlemler baz alınmıştır.

Örnek 7. Bir X evreninde $F = \{\alpha_1 = \langle 0.5, 0.2, 0.2 \rangle, \alpha_2 = \langle 0.7, 0.1, 0.1 \rangle, \alpha_3 = \langle 0.6, 0.3, 0.1 \rangle, \alpha_4 = \langle 0.4, 0.2, 0.3 \rangle\}$ RBK'si verilsin. w_i ağırlık değerleri sırasıyla $w_i = \{0.17, 0.21, 0.27, 0.35\}$ olmak üzere F kümesindeki elemanların RB ağırlıklı ortalaması

$$\begin{aligned} RBAO(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) &= \langle 1 - \prod_{i=1}^4 (1 - \rho_{\alpha_i})^{w_i}, \prod_{i=1}^4 (\sigma_{\alpha_i})^{w_i}, \prod_{i=1}^4 (\tau_{\alpha_i})^{w_i} \rangle \\ &= \langle 1 - (1 - 0.5)^{0.17} \cdot (1 - 0.7)^{0.21} \cdot (1 - 0.6)^{0.27} \cdot (1 - 0.4)^{0.35}, 0.2^{0.17} \cdot 0.1^{0.21} \cdot 0.3^{0.27} \\ &\quad \cdot 0.2^{0.35}, 0.2^{0.17} \cdot 0.1^{0.21} \cdot 0.1^{0.27} \cdot 0.3^{0.35} \rangle \\ &= \langle 0.549, 0.193, 0.165 \rangle \end{aligned}$$

olarak hesaplanır.

RB Ağırlıklı Geometrik Ortalama (RBAGO) Operatörü: (Wang vd., 2017) $\alpha_i = \langle \rho_{\alpha_i}, \sigma_{\alpha_i}, \tau_{\alpha_i} \rangle$ ($i = 1, \dots, n$) bir grup RBS'si ve $w_i \in [0,1]$ değerleri $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ olacak şekilde α_i RBS'lerin ağırlıkları olsun. n tane RBS'nin ağırlıklı geometrik toplamı,

$$\begin{aligned} RBAGO(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) &= \otimes_{i=1}^n (\alpha_i)^{w_i} = \prod_{i=1}^n (\alpha_i)^{w_i} \\ &= \langle \prod_{i=1}^n (\rho_{\alpha_i} + \sigma_{\alpha_i})^{w_i} - \prod_{i=1}^n (\sigma_{\alpha_i})^{w_i}, \prod_{i=1}^n (\sigma_{\alpha_i})^{w_i}, 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \tau_{\alpha_i})^{w_i} \rangle \end{aligned} \quad (61)$$

Eşitlik 61'de Tanım 1'de verilen işlemler baz alınmıştır. Tanım 2'nin baz alındığı RBGAO

operatörü Eşitlik 62’de yer almaktadır.

(Wei, 2017) $\alpha_i = \langle \rho_{\alpha_i}, \sigma_{\alpha_i}, \tau_{\alpha_i} \rangle$ ($i = 1, \dots, n$) bir grup RBS’si ve $w_i \in [0,1]$ değerleri $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ olacak şekilde α_i RBS’lerin ağırlıkları olsun. n tane RBS’nin ağırlıklı geometrik ortalaması,

$$\begin{aligned} RBAGO(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) &= \otimes_{i=1}^n (\alpha_i)^{w_i} = \prod_{i=1}^n (\alpha_i)^{w_i} \\ &= \langle \prod_{i=1}^n (\rho_{\alpha_i})^{w_i}, 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \sigma_{\alpha_i})^{w_i}, 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \tau_{\alpha_i})^{w_i} \rangle \end{aligned} \quad (62)$$

şeklindedir.

Örnek 7’de verilen $F = \{\alpha_1 = \langle 0.5, 0.2, 0.2 \rangle, \alpha_2 = \langle 0.7, 0.1, 0.1 \rangle, \alpha_3 = \langle 0.6, 0.3, 0.1 \rangle, \alpha_4 = \langle 0.4, 0.2, 0.3 \rangle\}$ RBK’si için RBAGO (Wang vd., 2017) tanımına göre:

$$\begin{aligned} RBAGO(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) &= \langle \rho, \sigma, \tau \rangle = \langle 0.537, 0.193, 0.192 \rangle \\ \rho &= \prod_{i=1}^4 (\rho_{\alpha_i} + \sigma_{\alpha_i})^{w_i} - \prod_{i=1}^4 (\sigma_{\alpha_i})^{w_i} \\ &= (0.5 + 0.2)^{0.17} \cdot (0.7 + 0.1)^{0.21} \cdot (0.6 + 0.3)^{0.27} \cdot (0.4 + 0.2)^{0.35} - 0.2^{0.17} \cdot 0.1^{0.21} \\ &\quad \cdot 0.3^{0.27} \cdot 0.2^{0.35} = 0.537 \\ \sigma &= \prod_{i=1}^4 (\sigma_{\alpha_i})^{w_i} = 0.2^{0.17} \cdot 0.1^{0.21} \cdot 0.3^{0.27} \cdot 0.2^{0.35} = 0.193 \\ \tau &= 1 - \prod_{i=1}^4 (1 - \tau_{\alpha_i})^{w_i} = 1 - (1 - 0.2)^{0.17} \cdot (1 - 0.1)^{0.21} \cdot (1 - 0.1)^{0.27} \cdot (1 - 0.3)^{0.35} \\ &= 0.192 \end{aligned}$$

şeklinde hesaplanır.

(Wei, 2017) Tanımına göre:

$$PFWGA(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) = \langle \rho, \sigma, \tau \rangle = \langle 0.521, 0.209, 0.192 \rangle$$

$$\rho = \prod_{i=1}^4 (\rho_{\alpha_i})^{w_i} = 0.5^{0.17} \cdot 0.7^{0.21} \cdot 0.6^{0.27} \cdot 0.4^{0.35} = 0.521$$

$$\begin{aligned} \sigma &= 1 - \prod_{i=1}^4 (1 - \sigma_{\alpha_i})^{w_i} = 1 - (1 - 0.2)^{0.17} \cdot (1 - 0.1)^{0.21} \cdot (1 - 0.3)^{0.27} \cdot (1 - 0.2)^{0.35} \\ &= 0.209 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau &= 1 - \prod_{i=1}^4 (1 - \tau_{\alpha_i})^{w_i} = 1 - (1 - 0.2)^{0.17} \cdot (1 - 0.1)^{0.21} \cdot (1 - 0.1)^{0.27} \cdot (1 - 0.3)^{0.35} \\ &= 0.192 \end{aligned}$$

şeklinde elde edilir.

5.3.3. Ortalama Operatörleri

RB Bonferroni Ortalama: (Ateş ve Akay, 2020): $\alpha_i = \langle \rho_{\alpha_i}, \sigma_{\alpha_i}, \tau_{\alpha_i} \rangle$ ($i = 1, \dots, n$) bir grup RBS'si olsun. Herhangi bir $p, q \geq 0$ parametreleri için n tane RBS'nin Bonferroni ortalaması (RBBO),

$$RBBO^{p,q}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = \left(\frac{1}{n(n-1)} \left(\bigoplus_{i \neq j}^n (\alpha_i^p \otimes \alpha_j^q) \right) \right)^{\frac{1}{p+q}} \quad (63a)$$

şeklindedir (Eşitlik 63a). Tanım 2'de verilen aritmetik işlemler ve RBBO uygulandığında elde edilen $RBBO^{p,q}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = \langle \rho, \sigma, \tau \rangle$ RBS'si Eşitlik 63b, 63c, ve 63d'de verilen formüller ile hesaplanır.

$$\rho = \left(1 - \prod_{i \neq j}^n \left(1 - \rho_{\alpha_i}^p \rho_{\alpha_j}^q \right)^{\frac{1}{n(n-1)}} \right)^{\frac{1}{p+q}} \quad (63b)$$

$$\sigma = 1 - \left(1 - \prod_{i \neq j}^n \left(1 - (1 - \sigma_{\alpha_i})^p (1 - \sigma_{\alpha_j})^q \right)^{\frac{1}{n(n-1)}} \right)^{\frac{1}{p+q}} \quad (63c)$$

$$\tau = 1 - \left(1 - \prod_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n \left(1 - (1 - \tau_{\alpha_i})^p (1 - \tau_{\alpha_j})^q \right)^{\frac{1}{n(n-1)}} \right)^{\frac{1}{p+q}} \quad (63d)$$

Örnek 8. Bir X evreninde $F = \{\alpha_1 = \langle 0.5, 0.2, 0.2 \rangle, \alpha_2 = \langle 0.7, 0.1, 0.1 \rangle, \alpha_3 = \langle 0.6, 0.3, 0.1 \rangle\}$ RBK'si verilsin. $p = 0.2$, $q = 0.8$ olmak üzere F kümesindeki elemanların RB Bonferroni ortalaması

$$RBBO^{0.2,0.8}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \langle \rho, \sigma, \tau \rangle = \langle 0.602, 0.193, 0.130 \rangle$$

olarak bulunur. Aşağıda yalnızca ρ üyelik derecesinin hesaplanması gösterilmiştir. σ ve τ değerleri Eşitlik 63c ve 63d'de verilen formüller yardımıyla benzer şekilde hesaplanabilir. Hesaplamalarda $p = 0.2$, $q = 0.8$ alındığında $\frac{1}{p+q} = 1$ olduğu aşıkardır. Dolayısıyla $\frac{1}{p+q}$ kuvvetini almaya gerek yoktur. Buna göre,

$$\begin{aligned} \rho &= \left(1 - \prod_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^3 \left(1 - \rho_{\alpha_i}^{0.2} \rho_{\alpha_j}^{0.8} \right)^{\frac{1}{3(3-1)}} \right)^{\frac{1}{0.2+0.8}} = \left(1 - \prod_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^3 \left(1 - \rho_{\alpha_i}^{0.2} \rho_{\alpha_j}^{0.8} \right)^{\frac{1}{6}} \right)^1 \\ &= 1 - \left((1 - \rho_{\alpha_1}^{0.2} \rho_{\alpha_2}^{0.8}) \cdot (1 - \rho_{\alpha_1}^{0.2} \rho_{\alpha_3}^{0.8}) \cdot (1 - \rho_{\alpha_2}^{0.2} \rho_{\alpha_1}^{0.8}) \cdot (1 - \rho_{\alpha_2}^{0.2} \rho_{\alpha_3}^{0.8}) \cdot (1 - \rho_{\alpha_3}^{0.2} \rho_{\alpha_1}^{0.8}) \cdot (1 - \rho_{\alpha_3}^{0.2} \rho_{\alpha_2}^{0.8}) \right)^{1/6} \\ &= 1 - \left((1 - 0.5^{0.2} 0.7^{0.8}) \cdot (1 - 0.5^{0.2} 0.6^{0.8}) \cdot (1 - 0.7^{0.2} 0.5^{0.8}) \cdot (1 - 0.7^{0.2} 0.6^{0.8}) \cdot (1 - 0.6^{0.2} 0.5^{0.8}) \cdot (1 - 0.6^{0.2} 0.7^{0.8}) \right)^{1/6} \\ &= 1 - 0.004^{\left(\frac{1}{6}\right)} = 0.602 \end{aligned}$$

olarak hesaplanır.

Tablo 5.2: p ve q parametreleri için RBBO sonuçları

p ve q Parametre Değerleri		$RBBO^{p,q}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ Sonuçları			Durulaştırılmış Ortalama Değerler
p	q	ρ	σ	τ	
0.00	1.00	<0.609,	0.182,	0.126>	0.761

Tablo 5.3: p ve q parametreleri için RBBO sonuçları (devam)

p ve q Parametre Değerleri		$RBBO^{p,q}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ Sonuçları			Durulaştırılmış Ortalama Değerler
p	q	ρ	σ	τ	
0.00	3.00	<0.616,	0.177,	0.125>	0.766
0.20	0.80	<0.602,	0.193,	0.130>	0.754
0.25	0.75	<0.601,	0.195,	0.130>	0.752
0.50	0.50	<0.598,	0.199,	0.132>	0.750
1.00	0.00	<0.609,	0.182,	0.126>	0.761
2.00	2.00	<0.601,	0.197,	0.131>	0.751
3.00	0.20	<0.613,	0.182,	0.126>	0.762
5.00	5.00	<0.608,	0.193,	0.130>	0.756
	Minimum	0.598	0.177	0.125	0.750
	Maksimum	0.616	0.199	0.132	0.766
	Ortalama	0.606	0.189	0.128	0.757

Tablo 5.2’de farklı p ve q parametrelerinin farklı değerleri için elde edilen sonuçlar verilmektedir.

Genelleştirilmiş RB Heronian Ortalama: (Wei vd., 2018): $\alpha_i = \langle \rho_{\alpha_i}, \sigma_{\alpha_i}, \tau_{\alpha_i} \rangle$ ($i = 1, \dots, n$) bir grup RBS’si olsun. Herhangi bir $p, q \geq 0$ parametreleri için n tane RBS’nin genelleştirilmiş Heronian ortalaması (GRBHO),

$$GRBHO^{p,q}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = \left(\frac{2}{n(n+1)} (\oplus_{i=1}^n \oplus_{j=1}^n (\alpha_i^p \otimes \alpha_j^q)) \right)^{\frac{1}{p+q}} \quad (64a)$$

şeklindedir (Eşitlik 64a). Tanım 2’de verilen aritmetik işlemler uygulandığında elde edilen $GRBHO^{p,q}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = \langle \rho, \sigma, \tau \rangle$ RBS sayısı Eşitlik 64b, 64c ve 64d’de verilen formüller ile hesaplanır.

$$\rho = \left(1 - \prod_{i=1, j=i}^n \left(1 - \rho_{\alpha_i}^p \rho_{\alpha_j}^q \right)^{\frac{2}{n(n+1)}} \right)^{\frac{1}{p+q}} \quad (64b)$$

$$\sigma = 1 - \left(1 - \prod_{i=1, j=i}^n \left(1 - (1 - \sigma_{\alpha_i})^p (1 - \sigma_{\alpha_j})^q \right)^{\frac{2}{n(n+1)}} \right)^{\frac{1}{p+q}} \quad (64c)$$

$$\tau = 1 - \left(1 - \prod_{i=1, j=i}^n \left(1 - (1 - \tau_{\alpha_i})^p (1 - \tau_{\alpha_j})^q \right)^{\frac{2}{n(n+1)}} \right)^{\frac{1}{p+q}} \quad (64d)$$

Örnek 8’de verilen F kümesindeki elemanların genelleştirilmiş RB Heronian ortalaması,

$$GRBHO^{0.2,0.8}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \langle \rho, \sigma, \tau \rangle = \langle 0.614, 0.194, 0.120 \rangle$$

olarak bulunur. Aşağıda yalnızca ρ üyelik derecesinin hesaplanması gösterilmiştir.

Hesaplamalarda $p = 0.2$, $q = 0.8$ alındığında $\frac{1}{p+q} = 1$ olduğu aşıkardır. Dolayısıyla $\frac{1}{p+q}$ kuvvetini almaya gerek yoktur.

$$\begin{aligned} \rho &= \left(1 - \prod_{i=1, j=i}^3 \left(1 - \rho_{\alpha_i}^p \rho_{\alpha_j}^q \right)^{\frac{2}{3(3+1)}} \right)^{\frac{1}{0.2+0.8}} = \left(1 - \prod_{i=1, j=i}^3 \left(1 - \rho_{\alpha_i}^{0.2} \rho_{\alpha_j}^{0.8} \right)^{\frac{2}{12}} \right)^1 \\ &= 1 - \left((1 - \rho_{\alpha_1}^{0.2} \rho_{\alpha_1}^{0.8}) \cdot (1 - \rho_{\alpha_1}^{0.2} \rho_{\alpha_2}^{0.8}) \cdot (1 - \rho_{\alpha_1}^{0.2} \rho_{\alpha_3}^{0.8}) \cdot (1 - \rho_{\alpha_2}^{0.2} \rho_{\alpha_2}^{0.8}) \cdot (1 - \rho_{\alpha_2}^{0.2} \rho_{\alpha_3}^{0.8}) \cdot (1 - \rho_{\alpha_3}^{0.2} \rho_{\alpha_3}^{0.8}) \right)^{2/12} \\ &= 1 - \left((1 - 0.5^{0.2} 0.5^{0.8}) \cdot (1 - 0.5^{0.2} 0.7^{0.8}) \cdot (1 - 0.5^{0.2} 0.6^{0.8}) \cdot (1 - 0.7^{0.2} 0.7^{0.8}) \cdot (1 - 0.7^{0.2} 0.6^{0.8}) \cdot (1 - 0.6^{0.2} 0.6^{0.8}) \right)^{2/12} \\ &= 1 - 0.003^{\left(\frac{2}{12}\right)} = 0.614 \end{aligned}$$

olarak bulunmuştur. σ ve τ değerleri Eşitlik 64c ve 64d yardımıyla hesaplanabilir.

Tablo 5.4: p ve q parametreleri için GRBHO sonuçları

p ve q Parametre Değerleri		$GRBHO^{p,q}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ Sonuçları			Durulaştırılmış Ortalama Değerler
p	q	ρ	σ	τ	
0.00	1.00	<0.623,	0.194,	0.112>	0.773
0.00	3.00	<0.628,	0.188,	0.112>	0.777
0.20	0.80	<0.614,	0.194,	0.120>	0.765
0.25	0.75	<0.612,	0.194,	0.121>	0.763
0.50	0.50	<0.603,	0.190,	0.129>	0.756
1.00	0.00	<0.594,	0.170,	0.141>	0.748
2.00	2.00	<0.610,	0.185,	0.128>	0.760

Tablo 5.5: p ve q parametreleri için GRBHO sonuçları (devam)

p ve q Parametre Değerleri		$GRBHO^{p,q}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ Sonuçları			Durulaştırılmış Ortalama Değerler
p	q	ρ	σ	τ	
3.00	0.20	<0.604,	0.171,	0.138>	0.753
5.00	5.00	<0.627,	0.175,	0.125>	0.769
	Min	0.594	0.170	0.112	0.748
	Maks	0.628	0.194	0.141	0.777
	Ortalama	0.613	0.185	0.125	0.763

Tablo 5.4'te farklı p ve q parametre değerleri için elde edilen GRBHO sonuçları verilmektedir.

RB Muirhead Ortalama: (Wang R. vd., 2018): $\alpha_i = \langle \rho_{\alpha_i}, \sigma_{\alpha_i}, \tau_{\alpha_i} \rangle$ ($i = 1, \dots, n$) bir grup RBS'si olsun. n tane RBS'nin Muirhead ortalaması (RBMO),

$$RBMO(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = \left(\frac{1}{n!} \left(\bigoplus_{\theta \in S_n} \left(\bigotimes_{i=1}^n \alpha_{\theta(i)}^{w_i} \right) \right) \right)^{\frac{1}{\sum_{i=1}^n w_i}} \quad (65a)$$

şeklindedir (Eşitlik 65a). Burada $\theta(i)$ ($i = 1, \dots, n$) $\{1, 2, \dots, n\}$ nin herhangi bir permütasyonu olup, S_n ise $\{1, 2, \dots, n\}$ nin permütasyonlarının kümesidir. Ayrıca, w_i parametresi için $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ olacak şekilde ağırlıklar seçilirse $\frac{1}{\sum_{i=1}^n w_i}$ değeri 1'e eşit olacaktır. Tanım 2'de verilen aritmetik işlemler uygulandığında elde edilen $RBMO(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = \langle \rho, \sigma, \tau \rangle$ RBS'si Eşitlik 65b, 65c ve 65d'de verilen formüller ile hesaplanır.

$$\rho = \left(1 - \prod_{\theta \in S_n} \left(1 - \prod_{i=1}^n \rho_{\alpha_{\theta(i)}}^{w_i} \right)^{\frac{1}{n!}} \right)^{\frac{1}{\sum_{i=1}^n w_i}} \quad (65b)$$

$$\sigma = 1 - \left(1 - \prod_{\theta \in S_n} \left(1 - \prod_{i=1}^n (1 - \sigma_{\alpha_{\theta(i)}})^{w_i} \right)^{\frac{1}{n!}} \right)^{\frac{1}{\sum_{i=1}^n w_i}} \quad (65c)$$

$$\tau = 1 - \left(1 - \prod_{\theta \in S_n} \left(1 - \prod_{i=1}^n \left(1 - \tau_{\alpha_{\theta(i)}} \right)^{w_i} \right)^{\frac{1}{n!}} \right)^{\frac{1}{\sum_{i=1}^n w_i}} \quad (65d)$$

Örnek 8'de verilen F kümesindeki elemanların w_i ağırlık değerleri sırasıyla $w_i = \{0.3, 0.4, 0.3\}$ olmak üzere RB Muirhead ortalaması,

$$RBM O(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \langle \rho, \sigma, \tau \rangle = \langle 0.595, 0.204, 0.135 \rangle$$

olarak bulunur. Aşağıda yalnızca ρ üyelik derecesinin hesaplanması gösterilmiştir. $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ olduğundan hesaplamalarda $\frac{1}{\sum_{i=1}^n w_i} = 1$ olduğu aşıkardır. Dolayısıyla $\frac{1}{\sum_{i=1}^n w_i}$ kuvvetini almaya gerek yoktur.

$$\begin{aligned} \rho &= \left(1 - \prod_{\theta \in S_3} \left(1 - \prod_{i=1}^3 \rho_{\alpha_{\theta(i)}}^{w_i} \right)^{\frac{1}{3!}} \right)^{\frac{1}{\sum_{i=1}^3 w_i}} = \left(1 - \prod_{\theta \in S_n} \left(1 - \prod_{i=1}^3 \rho_{\alpha_{\theta(i)}}^{w_i} \right)^{\frac{1}{6}} \right)^{\frac{1}{1}} \\ &= 1 - \left((1 - \rho_{\alpha_1}^{0.3} \rho_{\alpha_2}^{0.4} \rho_{\alpha_3}^{0.3}) \cdot (1 - \rho_{\alpha_1}^{0.3} \rho_{\alpha_3}^{0.4} \rho_{\alpha_2}^{0.3}) \cdot (1 - \rho_{\alpha_2}^{0.3} \rho_{\alpha_1}^{0.4} \rho_{\alpha_3}^{0.3}) \cdot (1 - \rho_{\alpha_2}^{0.3} \rho_{\alpha_3}^{0.4} \rho_{\alpha_1}^{0.3}) \cdot (1 \right. \\ &\quad \left. - \rho_{\alpha_3}^{0.3} \rho_{\alpha_1}^{0.4} \rho_{\alpha_2}^{0.3}) \cdot (1 - \rho_{\alpha_3}^{0.3} \rho_{\alpha_2}^{0.4} \rho_{\alpha_1}^{0.3}) \right)^{1/6} \\ &= 1 - \left((1 - 0.5^{0.3} 0.7^{0.4} 0.6^{0.3}) \cdot (1 - 0.5^{0.3} 0.6^{0.4} 0.7^{0.3}) \cdot (1 - 0.6^{0.3} 0.5^{0.4} 0.7^{0.3}) \cdot (1 \right. \\ &\quad \left. - 0.6^{0.3} 0.7^{0.4} 0.5^{0.3}) \cdot (1 - 0.7^{0.3} 0.5^{0.4} 0.6^{0.3}) \cdot (1 - 0.7^{0.3} 0.6^{0.4} 0.5^{0.3}) \right)^{1/6} \\ &= 1 - 0.004^{\left(\frac{1}{6}\right)} = 0.595 \end{aligned}$$

σ ve τ değerleri Eşitlik 65c ve 65d yardımıyla hesaplanabilir.

6. YÖNTEM

Çalışma kapsamında geliştirilen karar verme yaklaşımında son dönemde literatüre kazandırılan COBRA yöntemi RBK tabanlı olarak genişletilmiştir. Buna ek olarak, RBK’lerde “evet”, “kararsızım”, “hayır” gibi ifadeler ile toplanan uzman görüşlerinin modele uzman ağırlıkları dikkate alınarak dahil edilebilmesi için PSI-RB-COBRA yöntemi önerilmektedir. Bu yaklaşımda, karar verici uzmanlar PSI (PSI-Tercih Seçim İndeksi) yöntemi ile ağırlıklandırılmaktadır. Aşağıda ilk olarak klasik PSI ve COBRA yöntemlerinin uygulama adımları tanıtılmaktadır. Daha sonra uzman ağırlıklarının entegre edilebildiği RBK tabanlı COBRA (PSI-RB-COBRA) yöntemi hakkında genel bilgiler ve uygulama adımları anlatılmaktadır.

6.1. PSI Yöntemi

Maniya ve Bhatt tarafından 2010 yılında literatüre tanıtılan tercih seçim indeksi (PSI) yönteminin temeli, toplam tercih değeri kullanılarak her alternatif için tercih seçim indeksi hesaplanmasına dayanmaktadır. Alternatiflerden en yüksek tercih seçim indeks değerine sahip alternatif en iyi alternatif olarak seçilmektedir. Yöntemin uygulama adımları aşağıda verilmektedir (Maniya ve Bhatt, 2010).

1. Adım: Karar matrisi oluşturulur. $A = \{A_i, i = 1, \dots, m\}$ alternatif kümesini ve $C = \{C_j, j = 1, \dots, n\}$ kriter kümesini göstermek üzere, m alternatif ve n kriterden oluşan $m * n$ boyutlu $X = [x_{ij}]$ karar matrisi Eşitlik 66’daki gibi gösterilmektedir.

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n} \quad (66)$$

2. Adım: Karar matrisinde farklı birimlere sahip olan kriterlerin tamamının birlikte değerlendirilebilmesi ve ortak bir birimde buluşturulabilmesi için karar matrisi normalize edilir. Normalizasyon işlemi için kriterin fayda ya da maliyet yönlü olmasına göre sırasıyla Eşitlik 67 veya Eşitlik 68 uygulanır. Elde edilen yeni değerler ile $R = [r_{ij}]$ normalize karar matrisi oluşturulur.

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\max_j x_{ij}}, \quad j.\text{kriter fayda yönlü ise} \quad (67)$$

$$r_{ij} = \frac{\min_j x_{ij}}{x_{ij}}, \quad j.\text{kriter maliyet yönlü ise} \quad (68)$$

3. Adım: Her bir kriter için Eşitlik 69 yardımıyla tercih varyasyon değeri (TV_j) hesaplanır.

$$TV_j = \sum_{i=1}^m (r_{ij} - \bar{r}_j)^2 \quad (69)$$

Burada $\bar{r}_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m r_{ij}$ değeri j . kriterin aritmetik ortalamasıdır.

4. Adım: Bu adımda her bir kriter için genel tercih değeri (ψ_j) hesaplanır. Genel tercih değeri için öncelikle kriterlerin tercih varyasyon değerindeki (TV_j) sapma miktarı (ϕ_j) bulunmalıdır. Sapma miktarı Eşitlik 70, genel tercih değeri ise Eşitlik 71 yardımıyla bulunur.

$$\phi_j = 1 - TV_j \quad (70)$$

$$\psi_j = \frac{\phi_j}{\sum_{j=1}^n \phi_j} \quad (71)$$

Burada tüm kriterlerin genel tercih değerleri aslında kriter ağırlıkları olup, toplamı 1 olmalıdır ($\sum_j \psi_j = 1$).

5. Adım: Alternatifler için tercih seçim indeksi (I_i) Eşitlik 72 ile hesaplanır.

$$I_i = \sum_{j=1}^n r_{ij} * \psi_j \quad (72)$$

6. Adım: Tercih seçim indeksi azalan şekilde sıralanarak alternatiflerin sıralaması elde edilir. En yüksek tercih seçim indeks değerine sahip olan alternatif ilk sırada yer alacaktır.

6.2. COBRA Yöntemi

COBRA yöntemi her bir alternatifin ideal, anti-ideal ve ortalama çözümlere uzaklıklarını temel alan bir yöntemdir. Uzaklıkları hem Öklid hem de Taxicab geometrisine göre hesaplayarak bu uzaklıkları birleştirmektedir. COBRA yönteminin uygulama adımları şu şekildedir (Krstić vd., 2022a):

1. Adım: Karar matrisi PSI yönteminin 1. adımında Eşitlik 66'da ifade edildiği gibi oluşturulur.

2. Adım: Karar matrisi normalize edilir. Normalizasyon işlemi için Eşitlik 73 uygulanır. Elde edilen yeni değerler ile $R = [r_{ij}]$ normalize karar matrisi oluşturulur.

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\max_j x_{ij}} \quad (73)$$

3. Adım: Normalize karar matrisindeki her bir değer Eşitlik 74'te verildiği gibi ilgili kriterin ağırlığı ile çarpılarak ağırlıklı normalize karar matrisi $V = [v_{ij}]$ oluşturulur.

$$v_{ij} = r_{ij} * w_j \quad (74)$$

Burada w_j değeri j . kriterin ağırlığıdır ve $\sum_j w_j = 1$.

4. Adım: Her bir kriter için pozitif ideal (PI_j) çözüm, negatif ideal (NI_j) çözüm ve ortalama (O_j) çözüm değerleri sırasıyla Eşitlik 75, 76 ve 77 yardımıyla belirlenir.

$$PI_j = \max_i v_{ij}, \quad j = 1, \dots, n \quad \text{eğer kriter fayda kriteri ise} \quad (75)$$

$$PI_j = \min_i v_{ij}, \quad j = 1, \dots, n \quad \text{eğer kriter maliyet kriteri ise}$$

$$NI_j = \min_i v_{ij}, \quad j = 1, \dots, n \quad \text{eğer kriter fayda kriteri ise} \quad (76)$$

$$NI_j = \max_i v_{ij}, \quad j = 1, \dots, n \quad \text{eğer kriter maliyet kriteri ise}$$

$$O_j = \frac{\sum_i^m v_{ij}}{m}, \quad j = 1, \dots, n \quad \text{fayda ve maliyet kriterleri için} \quad (77)$$

5. Adım: Her bir alternatifin pozitif ideal çözümden uzaklık ($d(PI_j)$), negatif ideal çözümden uzaklık ($d(NI_j)$) ile ortalama çözüme pozitif uzaklık ($d(O_j)^+$) ve ortalama çözüme negatif uzaklık ($d(O_j)^-$) olmak üzere dört birleştirilmiş uzaklık değeri Eşitlik 78 yardımıyla hesaplanır.

$$d(\zeta_j) = dE(\zeta_j) + \varepsilon * dE(\zeta_j) * dT(\zeta_j), \quad j = 1, \dots, n \quad (78)$$

Burada ζ_j sembolü PI_j, NI_j, O_j olmak üzere tüm çözüm türlerini temsil etmektedir. Ayrıca Eşitlik 78’de verilen ε terimi düzeltme katsayısı olup hesaplama formülü Eşitlik 79’da verilmektedir.

$$\varepsilon = \max_i dE(\zeta_j)_i - \min_i dE(\zeta_j)_i \quad (79)$$

Eşitlik 78 ve Eşitlik 79’da yer alan dE ve dT uzaklıkları Öklid ve Taxicab uzaklıkları olup pozitif ideal çözüm için

$$dE(PI_j)_i = \sqrt{\sum_{j=1}^n (PI_j - v_{ij})^2}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (80)$$

$$dT(PI_j)_i = \sum_{j=1}^n |PI_j - v_{ij}|, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (81)$$

şeklinde hesaplanır (Eşitlik 80 ve 81). Negatif ideal çözüm için

$$dE(NI_j)_i = \sqrt{\sum_{j=1}^n (NI_j - v_{ij})^2}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (82)$$

$$dT(NI_j)_i = \sum_{j=1}^n |NI_j - v_{ij}|, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (83)$$

şeklinde hesaplanır (Eşitlik 82 ve 83). Ortalama çözümden pozitif uzaklık için

$$dE(O_j)_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n \lambda^+ (O_j - v_{ij})^2}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (84)$$

$$dT(O_j)_i^+ = \sum_{j=1}^n \lambda^+ |O_j - v_{ij}|, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (85)$$

$$\lambda^+ = \begin{cases} 1 & \text{eğer } O_j < v_{ij} \\ 0 & \text{eğer } O_j > v_{ij} \end{cases} \quad (86)$$

şeklinde hesaplanır (Eşitlik 84 ve 85). Burada λ^+ değeri Eşitlik 86 ile bulunur. Ortalama çözümden negatif uzaklık için

$$dE(O_j)_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n \lambda^- (O_j - v_{ij})^2}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (87)$$

$$dT(O_j)_i^- = \sum_{j=1}^n \lambda^- |O_j - v_{ij}|, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (88)$$

$$\lambda^- = \begin{cases} 1 & \text{eğer } O_j > v_{ij} \\ 0 & \text{eğer } O_j < v_{ij} \end{cases} \quad (89)$$

şeklinde hesaplanır (Eşitlik 87 ve 88). Burada λ^- değeri Eşitlik 89 ile bulunur.

6. Adım: Son olarak Eşitlik 90 yardımıyla her bir alternatif için kapsamlı uzaklık değeri (dK_i) hesaplanır ve alternatifler dK_i değeri artan olacak şekilde sıralanır.

$$dK_i = \frac{d(PI_j)_i - d(NI_j)_i - d(O_j)_i^+ + d(O_j)_i^-}{4}, \quad i = 1, \dots, m \quad (90)$$

dK_i değeri en küçük olan alternatif en iyi alternatif olacaktır.

6.3. RB-COBRA ve PSI-RB-COBRA Yöntemi

RBK tabanlı COBRA yöntemi kısaca RB-COBRA olarak gösterilmektedir. COBRA yönteminin RBK uzantısı geliştirilirken 5. bölümde verilen Wang vd. (2017) tarafından geliştirilen RB aritmetik işlemleri kullanılmıştır. Ayrıca, klasik COBRA yönteminde

kullanılan Öklid ve Taxicab uzaklık ölçüleri yerine bulanık kümeler için geliştirilen uzaklık operatörlerinden olan Öklid ve Hamming uzaklıkları kullanılmıştır. Literatürde bulanık küme tabanlı geliştirilen ÇKKV yöntemlerinde de Taxicab uzaklığı yerine Hamming uzaklığının tercih edildiği görülmektedir (Boltürk ve Kahraman, 2018; Ouhibi ve Moalla Frikha, 2021; Simic vd., 2021a; Saraji ve Streimikiene, 2022).

Geliştirilen RB-COBRA yönteminde uzman görüşleri oranlanarak yani ağırlıksız olarak birleştirilmiştir. Fakat karar verme sürecinde uzman grubunun her bir üyesinin bilgi, tecrübe, deneyim, yaş vs. özellikleri birbirinden farklı olabilir. Dolayısıyla bu durum, ele alınan karar probleminin çözüm sürecinde, tüm uzman görüşünün birbirine eşit ağırlıkta olmaması gerektiğini yani bazı uzmanların görüşlerinin daha ağırlıklı olarak modele dahil edilmesini gerektirir. Bu nedenle PSI yöntemi ile elde edilen uzman ağırlıkları aşağıdaki gibi RB-COBRA yönteminin uygulamasına dahil edilmiş ve PSI-RB-COBRA modeli geliştirilmiştir. $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ alternatif kümesini, $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$ kriter kümesini, $C_{sj} = \{C_{j_1}, C_{j_2}, \dots, C_{j_{n_j}}\}$ j . kriterin alt-kriter kümesini, $D = \{D_1, D_2, \dots, D_k\}$ ise uzmanları ($k \geq 2$) göstermektedir. RB-COBRA ve PSI-RB-COBRA yönteminin ortak adımları ve ayrıştıkları noktalar aşağıda verilmektedir.

1. Adım: $D = \{D_1, D_2, \dots, D_k\}$ uzman ağırlıkları PSI yöntemi ile hesaplanır. Bunun için 6.1. bölümde verilen PSI yönteminde $D_e = \{e = 1, \dots, k\}$ alternatifleri, $C = \{C_u, u = 1, \dots, y\}$ uzmanların dikkate alınacak özelliklerini tanımlayan kriter kümesini oluşturacaktır. Kriterler ilgili probleme göre yaş, cinsiyet, tecrübe, meslek, uzmanlık alanı vs. olabilir. Oluşturulan uzman grubu matrisi PSI yöntemi için karar matrisi olup 5.1. numaralı bölümde verilen ilk 5 adım uygulanarak her bir uzman için tercih seçim indeksi (I_i) hesaplanır. 6. adım olarak tercih seçim indeksi değerleri toplamaları 1 olacak şekilde Eşitlik 91'e göre belirlenir ve bu değerler alternatiflerin yani uzmanların ağırlıkları olarak kullanılabilir.

$$w_e = \frac{I_e}{\sum_{t=1}^k I_t}, \sum_e w_e = 1 \quad (91)$$

Eğer uzman grubunda ağırlıklandırma yapılmayacak ise bu adım atlanarak uygulamaya 2. adımdan başlanabilir.

2. Adım: Bu aşamada kriter ağırlıkları için uzman görüşlerinin yer aldığı matrisler $\Psi^e = [\Psi_j^e]_{nx1}$ oluşturulur (Eşitlik 92).

$$\Psi^e = \begin{bmatrix} C_1 [\Psi_1^e] \\ \vdots \\ C_n [\Psi_n^e] \end{bmatrix}, e = 1, \dots, k \quad (92)$$

Burada Ψ_j^e uzman D_e ($e = 1, \dots, k$) tarafından C_j ($j = 1, \dots, n$) kriterine göre verilen dilsel önem değerlendirmesidir. Önem değerlendirmesi genellikle evet, kararsızım, hayır ve ret seçeneklerine göre yapılmaktadır. Eğer bir uzman kritere karşı pozitif bir düşünceye sahipse evet, negatif bir düşünceye sahipse hayır, kararsız kaldıysa kararsızım seçeneğini, kriter ile ilgili görüş bildirmek istemiyorsa ret seçeneğini seçebilir.

3. Adım: Uzmanların dilsel değerlendirme ifadeleri birleştirilerek resim bulanık kriter ağırlık matrisi $V = [v_j]_{nx1}$ oluşturulur (Eşitlik 93).

$$V = \begin{bmatrix} C_1 [v_1] \\ \vdots \\ C_n [v_n] \end{bmatrix} \quad (93)$$

Burada $v_j = \langle \rho_j, \sigma_j, \tau_j \rangle$ resim bulanık sayısı (RBS'si), C_j kriterinin uzmanlar tarafından verilen ağırlık değerlendirmesini göstermektedir. Dört tip dilsel değerlendirme seçeneği RBS'nin dört elemanına (bileşenine) denk gelmektedir. Eğer uzman grupta ağırlıklandırma yapılmayacak ise 3.a. adım, uzman grupta ağırlıklandırma yapılacak ise 3.b. adım uygulanacaktır.

3.a. Adım: Oranlama: Uzmanlar tarafından sağlanan ilgili kriter için önem değerlendirmeleri, oylama sonuçlarındaki her bir dilsel değer oranı hesaplanarak RBS olarak ifade edilir. Yani daha açık bir ifadeyle, ρ_j “evet” değerlendirmesini yapan uzmanların oranını, σ_j “kararsızım” değerlendirmesini yapan uzmanların oranını, τ_j ise “hayır” değerlendirmesini yapan uzmanların oranıdır. Örneğin 5 uzmanın yer aldığı bir değerlendirme grubunda, herhangi bir C kriteri için birinci uzman (D_1) “evet”, ikinci uzman (D_2) “evet”, üçüncü uzman (D_3) “ret”, dördüncü uzman (D_4) “kararsızım” ve beşinci uzman

(D_5) “hayır” şeklinde oy kullanmış ise bu kriterin ağırlık matrisinde alacağı RBS $\langle \rho_j, \sigma_j, \tau_j \rangle = \langle 2/5, 1/5, 1/5 \rangle = \langle 0.4, 0.2, 0.2 \rangle$ olarak hesaplanır.

3.b. Adım: Ağırlık Toplama: Uzmanlar tarafından verilen kriter önem değerlendirmeleri, dilsel değeri veren uzmanın ağırlığı toplanarak hesaplanır ve RRS olarak ifade edilir. ρ_j “evet” değerlendirmesini yapan uzmanların ağırlıklarının toplamını, σ_j “kararsızım” değerlendirmesini yapan uzmanların ağırlıklarının toplamını, τ_j ise “hayır” değerlendirmesini yapan uzmanların ağırlıklarının toplamıdır. Örneğin D_1, D_2, D_3, D_4 ve D_5 şeklinde 5 uzmanın yer aldığı bir grupta uzman ağırlıkları sırasıyla 0.30, 0.20, 0.10, 0.15, 0.25 olsun. C kriteri için D_1 “evet”, D_2 “evet”, D_3 “ret”, D_4 “kararsızım” ve D_5 “hayır” şeklinde oy kullanmış ise bu kriterin ağırlık matrisinde alacağı RBS $\langle \rho_j, \sigma_j, \tau_j \rangle = \langle 0.30 + 0.20, 0.10, 0.25 \rangle = \langle 0.50, 0.10, 0.25 \rangle$ şeklindedir. Uzman ağırlıkları toplamı 1’e eşit olduğundan ağırlık toplamları ile elde edilecek olan ρ_j, σ_j, τ_j ve φ_j değerlerinin toplamı 1’i geçemez ve RBS olma özelliğini korumaktadır.

4. Adım: Her bir kriterin ağırlık değeri Eşitlik 94 yardımıyla hesaplanır.

$$w_j = \frac{\rho_j + \frac{\sigma_j}{2} + \frac{\varphi_j}{2}(1 + \rho_j - \tau_j)}{\sum_{l=1}^n \left[\rho_l + \frac{\sigma_l}{2} + \frac{\varphi_l}{2}(1 + \rho_l - \tau_l) \right]}, j = 1, \dots, n \quad (94)$$

Eşitlik 93’te $V = [v_j]_{n \times 1}$ matrisinde yer alan RBS durulaştırılmış (krisp) sayıya dönüştürülerek kriterin aldığı durulaştırılmış değerlerin toplamına oranlanır ve $\sum_j w_j = 1$ ’dir. Ayrıca $\varphi_j = 1 - \rho_j - \sigma_j - \tau_j$ ret veren uzmanların oranıdır/ağırlık toplamıdır.

5. Adım: Alt-kriter ağırlıkları için uzman görüşlerinin yer aldığı matrisler $\Phi_j^e = [\Phi_{js_j}^e]_{n \times 1}$ oluşturulur (Eşitlik 95).

$$\Phi_j^e = \begin{bmatrix} C_{j1} \\ \vdots \\ C_{jn_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{j1}^e \\ \vdots \\ \Phi_{jn_j}^e \end{bmatrix}, j = 1, \dots, n; e = 1, \dots, k \quad (95)$$

Burada $\Phi_{js_j}^e$ uzman D_e ($e = 1, \dots, k$) tarafından C_j kriterine ait C_{s_j} ($s_j = 1, \dots, n_j$) alt-kriterlerine göre verilen dilsel önem değerlendirmesidir. 2. adımda olduğu gibi önem değerlendirmesi genellikle evet, kararsızım, hayır ve ret seçeneklerine göre yapılmaktadır. Eğer bir uzman alt-kritere karşı pozitif bir düşünceye sahipse evet, negatif bir düşünceye sahipse hayır, kararsız kaldıysa kararsızım seçeneğini, alt-kriter ile ilgili görüş bildirmek istemiyorsa ret seçeneğini seçebilir.

6. Adım: Uzman görüşleri birleştirilerek resim bulanık alt-kriter ağırlık matrisleri $\Xi_j = [\xi_{js_j}]_{n_j \times 1}$ oluşturulur.

$$\Xi_j = \begin{matrix} C_{j1} \\ \vdots \\ C_{jn_j} \end{matrix} \begin{bmatrix} \xi_{j1} \\ \vdots \\ \xi_{jn_j} \end{bmatrix}, j = 1, \dots, n \quad (96)$$

Eşitlik 96'da yer alan $\xi_{js_j} = \langle \rho_{js_j}, \sigma_{js_j}, \tau_{js_j} \rangle$ RBS'si C_j kriterine ait C_{s_j} alt-kriterinin uzmanlar tarafından verilen ağırlık değerlendirmesini göstermektedir. Dört tip dilsel değerlendirme seçeneği RBS'nin dört elemanına denk gelmektedir.

6.a. Adım: 3.a. adımda olduğu gibi uzmanlar tarafından verilen kriter önem değerlendirmeleri, oylama sonuçlarındaki her bir dilsel değer oranı hesaplanarak RBS olarak ifade edilir.

6.b. Adım: 3.b. adımda olduğu gibi uzmanlar tarafından sağlanan kriter önem değerlendirmeleri, dilsel değeri veren uzmanın ağırlığı toplanarak hesaplanır ve RBS olarak ifade edilir. ρ_{js_j} “evet” değerlendirmesini yapan uzmanların ağırlıklarının toplamını, σ_{js_j} “kararsızım” değerlendirmesini yapan uzmanların ağırlıklarının toplamını, τ_{js_j} ise “hayır” değerlendirmesini yapan uzmanların ağırlıklarının toplamı, φ_{js_j} ise “ret” değerlendirmesini yapan uzmanların ağırlıklarının toplamıdır.

7. Adım: Her bir alt-kriterin ağırlık değeri Eşitlik 97 yardımıyla hesaplanır.

$$\delta_{js_j} = \frac{\rho_{js_j} + \frac{\sigma_{js_j}}{2} + \frac{\varphi_{js_j}}{2}(1 + \rho_{js_j} - \tau_{js_j})}{\sum_{s_l=1}^{n_j} \left[\rho_{js_l} + \frac{\sigma_{js_l}}{2} + \frac{\varphi_{js_l}}{2}(1 + \rho_{js_l} - \tau_{js_l}) \right]}, j = 1, \dots, n; s_j = 1, \dots, n_j \quad (97)$$

Eşitlik 96'da $\Xi_j = [\xi_{js_j}]_{n_j \times 1}$ matrisinde yer alan RBS durulaştırılmış (krisp) sayıya dönüştürülerek alt-kriterin aldığı durulaştırılmış değerlerin alt-kriterlerin toplamına oranlanmaktadır ve $\sum_{s_j=1}^{n_j} \delta_{s_j} = 1$.

8. Adım: Alternatifler için dilsel değerlendirme matrisleri hazırlanır ve $\Gamma_{ij} = [\gamma_{ijs_j}^e]_{n_j \times k}$ oluşturulur.

$$\Gamma_{ij} = \begin{matrix} & D_1 & \dots & D_k \\ \begin{matrix} C_{j1} \\ \vdots \\ C_{jn_j} \end{matrix} & \begin{bmatrix} \gamma_{ij1}^1 & \dots & \gamma_{ij1}^k \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{ijn_j}^1 & \dots & \gamma_{ijn_j}^k \end{bmatrix} \end{matrix}, i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (98)$$

Eşitlik 98'de kullanılan $\gamma_{ijs_j}^e$ değeri uzman D_e ($e = 1, \dots, k$) tarafından C_j kriterine ait C_{s_j} ($s_j = 1, \dots, n_j$) alt-kriterlerine göre $A_i = \{i = 1, \dots, m\}$ için verilen dilsel önem değerlendirmesidir. 2. adımda olduğu gibi önem değerlendirmesi genellikle evet, kararsızım, hayır ve ret seçeneklerine göre yapılmaktadır. Eğer bir uzman alt-kritere göre alternatiflere karşı pozitif bir düşünceye sahipse evet, negatif bir düşünceye sahipse hayır, kararsız kaldıysa kararsızım seçeneğini, alternatif ile ilgili görüş bildirmek istemiyorsa ret seçeneğini seçebilir.

9. Adım: Uzman görüşleri birleştirilerek resim bulanık değerlendirme matrisi $Z_j = [z_{ijs_j}]_{m \times n_j}$ olarak yazılır (Eşitlik 99).

$$Z_j = \begin{matrix} & C_{j1} & \dots & C_{jn_j} \\ \begin{matrix} A_1 \\ \vdots \\ A_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} z_{1j1} & \dots & z_{1jn_j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{mj1} & \dots & z_{mjn_j} \end{bmatrix} \end{matrix}, j = 1, \dots, n \quad (99)$$

Burada $z_{ijs_j} = \langle \rho_{ijs_j}, \sigma_{ijs_j}, \tau_{ijs_j} \rangle$ RBS'si C_j kriterine ait C_{s_j} alt-kriterine göre A_i alternatifi için uzmanlar tarafından verilen değerlendirmesini göstermektedir. 3. ve 6. adımlarda olduğu gibi dört tip dilsel değerlendirme seçeneği RBS'nin dört elemanına denk gelmektedir.

9.a. Adım: 3.a. adımda olduğu gibi uzmanlar tarafından verilen kriter önem değerlendirmeleri, oylama sonuçlarındaki her bir dilsel değer oranı hesaplanarak RBS olarak ifade edilir.

9.b. Adım: 3.b. adımda olduğu gibi uzmanlar tarafından verilen kriter önem değerlendirmeleri, dilsel değeri veren uzmanın ağırlığı toplanarak hesaplanır ve RBS olarak ifade edilir. ρ_{ijs_j} evet değerlendirmesini yapan uzmanların ağırlıklarının toplamını, σ_{ijs_j} kararsızım değerlendirmesini yapan uzmanların ağırlıklarının toplamını, τ_{ijs_j} ise hayır değerlendirmesini yapan uzmanların ağırlıklarının toplamı, φ_{ijs_j} ise ret değerlendirmesini yapan uzmanların ağırlıklarının toplamıdır.

10. Adım: Resim bulanık değerlendirme matrisi Eşitlik 100 yardımıyla normalize edilerek

$R_j = [r_{ijs_j}]_{m \times n_j}$ resim bulanık normalize değerlendirme matrisi yazılır.

$$r_{ijs_j} = \begin{cases} z_{ijs_j} = \langle \rho_{ijs_j}, \sigma_{ijs_j}, \tau_{ijs_j} \rangle & \text{eğer } C_{s_j} \text{ fayda kriteri ise} \\ \bar{z}_{ijs_j} = \langle \tau_{ijs_j}, \sigma_{ijs_j}, \rho_{ijs_j} \rangle & \text{eğer } C_{s_j} \text{ maliyet kriteri ise} \end{cases} \quad (100)$$

$$i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n; ; s_j = 1, \dots, n_j$$

Burada r_{ijs_j} resim bulanık sayısı C_j kriterine ait C_{s_j} alt-kriterine göre A_i alternatifi için uzmanlar tarafından verilen normalize değerlendirmeyi göstermektedir. Normalizasyon işleminde yalnızca maliyet yönlü alt-kriterlerin tümleyeni alınır.

11. Adım: Resim bulanık karar matrisi $Q = [q_{ij}]_{m \times n}$ Eşitlik 101'e göre oluşturulur.

$$Q = \begin{matrix} & C_1 & \cdots & C_n \\ \begin{matrix} A_1 \\ \vdots \\ A_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} q_{11} & \cdots & q_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{m1} & \cdots & q_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix}, j = 1, \dots, n \quad (101)$$

$q_{ij} = \langle \rho_{ij}, \sigma_{ij}, \tau_{ij} \rangle$ RBS'si A_i alternatiflerinin C_j kriterine göre normalize edilmiş uzman görüşlerinin RBAGO operatörü yardımıyla ağırlıklı geometrik ortalaması alınmış halidir ve Eşitlik 102'de gösterildiği gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned} q_{ij} &= \langle \rho_{ij}, \sigma_{ij}, \tau_{ij} \rangle = RBAGO(r_{ij1}, r_{ij2}, \dots, r_{ijn_j}) = \bigotimes_{s_j=1}^{n_j} (r_{ijs_j})^{\delta_{s_j}} \\ &= \langle \prod_{s_j=1}^{n_j} (\rho_{ijs_j} + \sigma_{ijs_j})^{\delta_{s_j}} - \prod_{s_j=1}^{n_j} (\sigma_{ijs_j})^{\delta_{s_j}}, \prod_{s_j=1}^{n_j} (\sigma_{ijs_j})^{\delta_{s_j}}, 1 - \prod_{s_j=1}^{n_j} (1 - \tau_{ijs_j})^{\delta_{s_j}} \rangle \\ i &= 1, \dots, m; j = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (102)$$

Burada $\delta_j = (\delta_1, \dots, \delta_{n_j})^T$ ($j = 1, \dots, n$) C_j kriterine ait alt kriterlerin ağırlıklarını göstermektedir ve $\sum_{s_j=1}^{n_j} \delta_{s_j} = 1$ 'dir.

12. Adım: Resim bulanık ağırlıklı karar matrisi $G = [g_{ij}]_{m \times n}$ oluşturulur.

$$g_{ij} = w_j \cdot q_{ij} = \langle 1 - (1 - \rho_{ij})^{w_j}, (\sigma_{ij})^{w_j}, (\sigma_{ij} + \tau_{ij})^{w_j} - (\sigma_{ij})^{w_j} \rangle \quad (103)$$

Eşitlik 103'te Wang vd. (2017) tarafından tanımlanan Eşitlik (42) kullanılmıştır. $g_{ij} = \langle \rho_{ij}, \sigma_{ij}, \tau_{ij} \rangle$ resim bulanık sayısı A_i alternatiflerinin C_j kriterine göre ağırlıklı normalize değerleridir. $w_j = (w_1, \dots, w_n)^T$ ($j = 1, \dots, n$) C_j kriterlerine ait ağırlıklardır ve $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ 'dir.

13. Adım: RB pozitif ideal çözüm $PI = \{f_1^+, \dots, f_n^+\}$, RB negatif ideal çözüm $NI = \{f_1^-, \dots, f_n^-\}$, ve RB ortalama çözüm $O = \{f_1^o, \dots, f_n^o\}$ her bir kriter için sırasıyla aşağıdaki Eşitlik 104, 105 ve 106 yardımıyla elde edilir.

$$f_j^+ = \langle \rho_j^+, \sigma_j^+, \tau_j^+ \rangle = \langle \max_i \rho_{ij}, \min_i \sigma_{ij}, \min_i \tau_{ij} \rangle, j = 1, \dots, n \quad (104)$$

$$f_j^- = \langle \rho_j^-, \sigma_j^-, \tau_j^- \rangle = \langle \min_i \rho_{ij}, \min_i \sigma_{ij}, \max_i \tau_{ij} \rangle, j = 1, \dots, n \quad (105)$$

$$\begin{aligned} f_j^o &= \langle \rho_j^o, \sigma_j^o, \tau_j^o \rangle = \frac{1}{m} * \bigoplus_{i=1}^m (g_{ij}), j = 1, \dots, n \\ &= \langle 1 - \prod_{i=1}^m (1 - \rho_{ij})^{1/m}, \prod_{i=1}^m (\sigma_{ij})^{1/m}, \prod_{i=1}^m (\sigma_{ij} + \tau_{ij})^{1/m} - \prod_{i=1}^m (\sigma_{ij})^{1/m} \rangle \end{aligned} \quad (106)$$

f_j^o çözümlerin hesaplanmasında klasik COBRA yönteminde olduğu gibi aritmetik ortalama tercih edilmiştir ve Tanım 1’de verilen işlemler temel alınarak Eşitlik 106’daki gibi formüle edilmiştir.

14. Adım: Her bir alternatif için pozitif ideal çözümden uzaklık ($d(PI_j)$), negatif ideal çözümden uzaklık ($d(NI_j)$) ile ortalama çözüme pozitif uzaklık ($d(O_j)^+$) ve ortalama çözüme negatif uzaklık ($d(O_j)^-$) olmak üzere dört birleştirilmiş uzaklık değeri Eşitlik 107 yardımıyla hesaplanır.

$$d(\zeta_j) = dE(\zeta_j) + \varepsilon * dE(\zeta_j) * dH(\zeta_j), \quad j = 1, \dots, n \quad (107)$$

Burada ζ_j sembolü PI_j, NI_j, O_j olmak üzere tüm çözüm türlerini temsil etmektedir. Ayrıca Eşitlik 107’de verilen ε terimi düzeltme katsayısı olup hesaplama formülü Eşitlik 79 ile aynı olup Eşitlik 108’de verilmektedir.

$$\varepsilon = \max_i dE(\zeta_j)_i - \min_i dE(\zeta_j)_i \quad (108)$$

Eşitlik 107’de yer alan dE ve dH uzaklıkları sırasıyla Öklid ve Hamming uzaklıkları olup pozitif ideal çözüm için Eşitlik 109 ve 110 kullanılarak

$$dE(PI_j)_i = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left((\rho_{gij} - \rho_{fj}^+)^2 + (\sigma_{gij} - \sigma_{fj}^+)^2 + (\tau_{gij} - \tau_{fj}^+)^2 \right)}, \quad i = 1, \dots, m \quad (109)$$

$$dH(PI_j)_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left(|\rho_{gij} - \rho_{fj}^+| + |\sigma_{gij} - \sigma_{fj}^+| + |\tau_{gij} - \tau_{fj}^+| \right), \quad i = 1, \dots, m \quad (110)$$

şeklinde hesaplanır. Negatif ideal çözüm için Eşitlik 111 ve 112 ile

$$dE(NI_j)_i = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left((\rho_{gij} - \rho_{fj}^-)^2 + (\sigma_{gij} - \sigma_{fj}^-)^2 + (\tau_{gij} - \tau_{fj}^-)^2 \right)}, \quad i = 1, \dots, m \quad (111)$$

$$dH(NI_j)_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left(|\rho_{gij} - \rho_{fj}^-| + |\sigma_{gij} - \sigma_{fj}^-| + |\tau_{gij} - \tau_{fj}^-| \right), \quad i = 1, \dots, m \quad (112)$$

şeklinde hesaplanır. Ortalama çözümden pozitif uzaklık için Eşitlik 113 ve 114 yardımıyla

$$dE(O_j)_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n \lambda^+ \left((\rho_{gij} - \rho_{fj^o})^2 + (\sigma_{gij} - \sigma_{fj^o})^2 + (\tau_{gij} - \tau_{fj^o})^2 \right)}, i = 1, \dots, m \quad (113)$$

$$dH(O_j)_i^+ = \sum_{j=1}^n \lambda^+ \left(|\rho_{gij} - \rho_{fj^o}| + |\sigma_{gij} - \sigma_{fj^o}| + |\tau_{gij} - \tau_{fj^o}| \right), i = 1, \dots, m \quad (114)$$

$$\lambda^+ = \begin{cases} 1 & \text{eğer } \rho_{fj^o} < \rho_{gij} \\ 0 & \text{eğer } \rho_{fj^o} > \rho_{gij} \end{cases} \quad (115)$$

şeklinde hesaplanır. Burada λ^+ değeri Eşitlik 115 ile bulunur. Ortalama çözümden negatif uzaklık için Eşitlik 116 ve 117 kullanılarak

$$dE(O_j)_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n \lambda^- \left((\rho_{gij} - \rho_{fj^o})^2 + (\sigma_{gij} - \sigma_{fj^o})^2 + (\tau_{gij} - \tau_{fj^o})^2 \right)}, i = 1, \dots, m \quad (116)$$

$$dH(O_j)_i^- = \sum_{j=1}^n \lambda^- \left(|\rho_{gij} - \rho_{fj^o}| + |\sigma_{gij} - \sigma_{fj^o}| + |\tau_{gij} - \tau_{fj^o}| \right), i = 1, \dots, m \quad (117)$$

$$\lambda^- = \begin{cases} 1 & \text{eğer } \rho_{fj^o} > \rho_{gij} \\ 0 & \text{eğer } \rho_{fj^o} < \rho_{gij} \end{cases} \quad (118)$$

şeklinde hesaplanır. λ^- değeri Eşitlik 118 yardımıyla bulunur.

15. Adım: Son olarak Eşitlik 119 yardımıyla her bir alternatif için kapsamlı uzaklık değeri (dK_i) hesaplanır ve alternatifler dK_i değeri artan olacak şekilde sıralanır.

$$dK_i = \frac{d(PI_j)_i - d(NI_j)_i - d(O_j)_i^+ + d(O_j)_i^-}{4}, i = 1, \dots, m \quad (119)$$

dK_i değeri en küçük olan alternatif en iyi alternatif olacaktır.

7. UYGULAMA

Bu bölümde ilk olarak geliştirilen RB-COBRA yönteminin uygulanabilirliğini göstermek amacıyla literatürden alınan bir örnek verilmektedir. Daha sonra ikinci örnek uygulama üzerinde uzman görüşlerinin ağırlıklandırılarak resim bulanık karar matrisinin nasıl oluşturulacağı açıklanmaktadır. Üçüncü örnek üzerinde ise geliştirilen PSI-RB-COBRA yönteminin uygulaması gösterilmektedir. Yöntemlerin uygulanma aşamasında hesaplamalar için EXCEL programı kullanılmıştır.

7.1. Yük Dağıtım Konsepti Seçme Problemi

Geliştirilen RB-COBRA yönteminin uygulanabilirliğinin gösterilmesi amacıyla bu bölümde Jovic vd. (2020) tarafından RB-ARAS yönteminin uygulandığı bir tekerlek üretim şirketi için yük dağıtım konsepti seçme probleminin karar matrisi kullanılmıştır. Örnek olarak alınan normalize ağırlıklı resim bulanık karar matrisi (Tablo 7.1) 3 alternatif ve 4 kriterden oluşmaktadır ve uzman ağırlıkları kullanılmamıştır. RB-COBRA yönteminin, normalize ağırlıklı RB karar matrisinin oluşturulmasına kadar olan işlem adımları RB-ARAS yöntemi ile aynı olduğu için burada o adımların uygulamasına yer verilmemiş (bkz. Jovic vd., 2020), geriye kalan adımların detayları açıklanmıştır. Buna göre, Tablo 7.1’de verilen RB normalize ağırlıklı karar matrisinde yer alan değerler RB-COBRA yönteminin 12. adımında oluşturulması gereken $G = [g_{ij}]_{m \times n}$ matrisidir.

Tablo 7.1: RB normalize ağırlıklı karar matrisi

	C ₁			C ₂			C ₃			C ₄		
	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ
A ₁	<0.043,	0.593,	0.346>	<0.046,	0.693,	0.239>	<0.067,	0.911,	0.014>	<0.134,	0.795,	0.061>
A ₂	<0.208,	0.630,	0.104>	<0.131,	0.696,	0.125>	<0.043,	0.905,	0.040>	<0.084,	0.839,	0.064>
A ₃	<0.141,	0.643,	0.195>	<0.090,	0.778,	0.105>	<0.001,	0.865,	0.120>	<0.097,	0.870,	0.033>

Kaynak: (Jovic, 2020, Tablo 11, s.17)

RB-COBRA yöntemi için 13. adımda Eşitlik 104, 105 ve 106 yardımıyla her bir kriter için RB pozitif ideal çözüm $PI = \{f_1^+, \dots, f_n^+\}$, RB negatif ideal çözüm $NI = \{f_1^-, \dots, f_n^-\}$, ve RB ortalama çözüm $O = \{f_1^o, \dots, f_n^o\}$ hesaplanmalıdır. Hesaplamalar yalnızca C₁ kriteri için ayrıntılı olarak aşağıda gösterilmektedir. Diğer kriterler için hesaplanan değerler Tablo 7.2’de verilmektedir.

A_1, A_2 ve A_3 alternatiflerinin C_1 kriteri için pozitif ideal çözüm değeri:

$$\begin{aligned} f_1^+ &= \langle \rho_1^+, \sigma_1^+, \tau_1^+ \rangle = \langle \max_i \rho_{i1}, \min_i \sigma_{i1}, \min_i \tau_{i1} \rangle, i = 1, 2, 3 \\ &= \langle \max\{0.043, 0.208, 0.141\}, \min\{0.593, 0.630, 0.643\}, \min\{0.346, 0.104, 0.195\} \rangle \\ &= \langle 0.208, 0.593, 0.104 \rangle \end{aligned}$$

A_1, A_2 ve A_3 alternatiflerinin C_1 kriteri için negatif ideal çözüm değeri:

$$\begin{aligned} f_j^- &= \langle \rho_j^-, \sigma_j^-, \tau_j^- \rangle = \langle \min_i \rho_{i1}, \min_i \sigma_{i1}, \max_i \tau_{i1} \rangle, i = 1, 2, 3 \\ &= \langle \min\{0.043, 0.208, 0.141\}, \min\{0.593, 0.630, 0.643\}, \max\{0.346, 0.104, 0.195\} \rangle \\ &= \langle 0.043, 0.593, 0.346 \rangle \end{aligned}$$

A_1, A_2 ve A_3 alternatiflerinin C_1 kriteri için ortalama çözüm değeri:

$$\begin{aligned} f_1^o &= \langle \rho_1^o, \sigma_1^o, \tau_1^o \rangle = \frac{1}{3} * \oplus_{i=1}^3 (g_{i1}) = \langle 0.133, 0.621, 0.211 \rangle \\ f_1^o &= \langle 1 - \prod_{i=1}^3 (1 - \rho_{i1})^{1/3}, \prod_{i=1}^3 (\sigma_{i1})^{1/3}, \prod_{i=1}^3 (\sigma_{i1} + \tau_{i1})^{1/3} - \prod_{i=1}^3 (\sigma_{i1})^{1/3} \rangle \end{aligned}$$

Ortalama çözümün $\rho_1^o, \sigma_1^o, \tau_1^o$ üyelik değerleri aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\begin{aligned} \rho_1^o &= 1 - ((1 - 0.043) \cdot (1 - 0.208) \cdot (1 - 0.141))^{1/3} = 0.133 \\ \sigma_1^o &= ((0.593) \cdot (0.630) \cdot (0.643))^{1/3} = 0.621 \\ \tau_1^o &= ((0.593 + 0.346) \cdot (0.63 + 0.104) \cdot (0.643 + 0.195))^{1/3} - \\ &((0.593) \cdot (0.63) \cdot (0.643))^{1/3} = 0.211 \end{aligned}$$

Tablo 7.2: RB ideal, anti-ideal ve ortalama çözümler

	C_1			C_2			C_3			C_4		
	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ
PI	<0.208,	0.593,	0.104>	<0.131,	0.693,	0.105>	<0.067,	0.865,	0.014>	<0.134,	0.795,	0.033>
NI	<0.043,	0.593,	0.346>	<0.046,	0.693,	0.239>	<0.001,	0.865,	0.120>	<0.084,	0.795,	0.064>
O	<0.133,	0.621,	0.211>	<0.090,	0.721,	0.156>	<0.037,	0.893,	0.058>	<0.105,	0.834,	0.053>

Diğer kriterler için pozitif, negatif ve ortalama çözümler benzer şekilde hesaplanmıştır (Tablo 7.2).

14. adımda Eşitlik 107’de kullanılmak üzere her bir alternatifin PI , NI ve O çözümlerine Öklid ve Hamming uzaklıklarının hesaplanması gerekmektedir. Uzaklık hesaplamaları yalnızca A_1 alternatifi için ayrıntılı olarak gösterilmektedir.

A_1 alternatifinin pozitif ideal çözüme olan Öklid uzaklığı:

$$\begin{aligned} dE(PI_j)_1 &= \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 \left((\rho_{g_{1j}} - \rho_{f_j^+})^2 + (\sigma_{g_{1j}} - \sigma_{f_j^+})^2 + (\tau_{g_{1j}} - \tau_{f_j^+})^2 \right)} \\ &= \sqrt{\frac{1}{4} \left((0.043 - 0.208)^2 + (0.593 - 0.593)^2 + (0.346 - 0.104)^2 + \right. \\ &\quad \left. (0.046 - 0.131)^2 + \dots + (0.795 - 0.795)^2 + (0.061 - 0.033)^2 \right)} = 0.169 \end{aligned}$$

A_1 alternatifinin pozitif ideal çözüme olan Hamming uzaklığı:

$$\begin{aligned} dH(PI_j)_1 &= \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 \left(|\rho_{g_{1j}} - \rho_{f_j^+}| + |\sigma_{g_{1j}} - \sigma_{f_j^+}| + |\tau_{g_{1j}} - \tau_{f_j^+}| \right) \\ &= \frac{1}{4} \left(|0.043 - 0.208| + |0.593 - 0.593| + |0.346 - 0.104| + \right. \\ &\quad \left. |0.046 - 0.131| + \dots + |0.795 - 0.795| + |0.061 - 0.033| \right) = 0.175 \end{aligned}$$

A_1 alternatifinin negatif ideal çözüme olan Öklid uzaklığı:

$$\begin{aligned} dE(NI_j)_1 &= \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 \left((\rho_{g_{1j}} - \rho_{f_j^-})^2 + (\sigma_{g_{1j}} - \sigma_{f_j^-})^2 + (\tau_{g_{1j}} - \tau_{f_j^-})^2 \right)} \\ &= \sqrt{\frac{1}{4} \left((0.043 - 0.043)^2 + (0.593 - 0.593)^2 + (0.346 - 0.346)^2 + \right. \\ &\quad \left. (0.046 - 0.046)^2 + \dots + (0.795 - 0.795)^2 + (0.061 - 0.064)^2 \right)} = 0.071 \end{aligned}$$

A_1 alternatifinin negatif ideal çözüme olan Hamming uzaklığı:

$$\begin{aligned} dH(NI_j)_1 &= \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 \left(|\rho_{g_{1j}} - \rho_{f_j^-}| + |\sigma_{g_{1j}} - \sigma_{f_j^-}| + |\tau_{g_{1j}} - \tau_{f_j^-}| \right) \\ &= \frac{1}{4} \left(|0.043 - 0.043| + |0.593 - 0.593| + |0.346 - 0.346| + \right. \\ &\quad \left. |0.046 - 0.046| + \dots + |0.795 - 0.795| + |0.061 - 0.064| \right) = 0.068 \end{aligned}$$

A₁ alternatifinin ortalama çözüme pozitif Öklid uzaklığı:

$$dE(O_j)_1^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^4 \lambda^+ \left((\rho_{g_{1j}} - \rho_{f_j^o})^2 + (\sigma_{g_{1j}} - \sigma_{f_j^o})^2 + (\tau_{g_{1j}} - \tau_{f_j^o})^2 \right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4} \left((0.067 - 0.037)^2 + (0.911 - 0.893)^2 + (0.014 - 0.058)^2 + (0.134 - 0.105)^2 + (0.795 - 0.834)^2 + (0.061 - 0.053)^2 \right)} = 0.037$$

A₁ alternatifinin ortalama çözüme pozitif Hamming uzaklığı:

$$dH(O_j)_1^+ = \sum_{j=1}^4 \lambda^+ \left(|\rho_{g_{1j}} - \rho_{f_j^o}| + |\sigma_{g_{1j}} - \sigma_{f_j^o}| + |\tau_{g_{1j}} - \tau_{f_j^o}| \right)$$

$$= \frac{1}{4} \left(|0.067 - 0.037| + |0.911 - 0.893| + |0.014 - 0.058| + |0.134 - 0.105| + |0.795 - 0.834| + |0.061 - 0.053| \right) = 0.042$$

Burada C₃ ve C₄ kriterleri için $\rho_{f_3^o} < \rho_{g_{13}}$ ve $\rho_{f_4^o} < \rho_{g_{14}}$ olduğundan λ^+ değeri 1'dir. Diğer kriterler için λ^+ değeri 0 olduğundan ortalama çözüme pozitif uzaklıkta etkisi 0'dır.

A₁ alternatifinin ortalama çözüme negatif Öklid uzaklığı:

$$dE(O_j)_1^- = \sqrt{\sum_{j=1}^4 \lambda^- \left((\rho_{g_{1j}} - \rho_{f_j^o})^2 + (\sigma_{g_{1j}} - \sigma_{f_j^o})^2 + (\tau_{g_{1j}} - \tau_{f_j^o})^2 \right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4} \left((0.043 - 0.133)^2 + (0.593 - 0.621)^2 + (0.346 - 0.211)^2 + (0.046 - 0.09)^2 + (0.693 - 0.721)^2 + (0.239 - 0.156)^2 \right)} = 0.096$$

A₁ alternatifinin ortalama çözüme negatif Hamming uzaklığı:

$$dH(O_j)_1^- = \sum_{j=1}^4 \lambda^- \left(|\rho_{g_{1j}} - \rho_{f_j^o}| + |\sigma_{g_{1j}} - \sigma_{f_j^o}| + |\tau_{g_{1j}} - \tau_{f_j^o}| \right)$$

$$= \frac{1}{4} \left(|0.043 - 0.133| + |0.593 - 0.621| + |0.346 - 0.211| + |0.046 - 0.09| + |0.693 - 0.721| + |0.239 - 0.156| \right) = 0.102$$

Burada C₁ ve C₂ kriterleri için $\rho_{f_1^o} > \rho_{g_{11}}$ ve $\rho_{f_2^o} > \rho_{g_{24}}$ olduğundan λ^- değeri 1'dir. Diğer kriterler için λ^- değeri 0 olduğundan ortalama çözüme negatif uzaklıkta etkisi 0'dır.

Tüm alternatifler için uzaklıklar benzer şekilde Eşitlik 109-118 yardımıyla hesaplanabilir. Tüm alternatiflerin PI , NI ve O çözümlerine olan Öklid ve Hamming uzaklıkları Tablo 7.3'te verilmektedir.

Tablo 7.3: Çözümlere Öklid ve Hamming uzaklıklar

	$dE(PI)$	$dH(PI)$	$dE(NI)$	$dH(NI)$	$dE(O)^+$	$dH(O)^+$	$dE(O)^-$	$dH(O)^-$
A1	0.169	0.175	0.071	0.068	0.037	0.042	0.096	0.102
A2	0.05	0.069	0.172	0.213	0.072	0.081	0.012	0.009
A3	0.108	0.155	0.131	0.171	0.041	0.038	0.044	0.048
ε	0.118		0.101		0.035		0.083	

Eşitlik 107'de istenen Öklid ve Hamming uzaklıkların birleştirildiği uzaklık değerleri Tablo 7.3'te verilen uzaklık değerleri kullanılarak hesaplanabilir. Eşitlik 107'de yer alan ε parametresi her bir uzaklık türü (PI , NI , O^+ , O^-) için Öklid uzaklıkların maksimum değeri ile minimum değeri arasındaki fark kadardır (Eşitlik 108) ve Tablo 7.3'te en alt satırda verilmektedir.

Örneğin A_1 alternatifinin $d(PI)$, $d(NI)$, $d(O)^+$, $d(O)^-$ birleşik uzaklıkları şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$d(PI) = dE(PI) + \varepsilon * dE(PI) * dH(PI) = 0.169 + 0.118 * 0.169 * 0.175 = 0.172$$

$$d(NI) = dE(NI) + \varepsilon * dE(NI) * dH(NI) = 0.071 + 0.101 * 0.071 * 0.068 = 0.071$$

$$d(O)^+ = dE(O)^+ + \varepsilon * dE(O)^+ * dH(O)^+ = 0.037 + 0.035 * 0.037 * 0.042 = 0.037$$

$$d(O)^- = dE(O)^- + \varepsilon * dE(O)^- * dH(O)^- = 0.096 + 0.083 * 0.096 * 0.102 = 0.097$$

Buna göre A_1 , A_2 ve A_3 alternatiflerinin birleşik uzaklık değerleri Tablo 7.4'te verildiği gibi elde edilir.

Tablo 7.4: Birleşik ve kapsamlı uzaklıklar

	Birleşik Uzaklık Değerleri				Kapsamlı Uzaklık Değeri	
	$d(PI)$	$d(NI)$	$d(O)^+$	$d(O)^-$	dK	Sıra
A1	0.172	0.071	0.037	0.097	0.04	3
A2	0.051	0.176	0.073	0.012	-0.05	1
A3	0.11	0.134	0.041	0.044	-0.01	2

RB-COBRA yönteminin 15. adımında pozitif ideal, negatif ideal, ortalama çözüme pozitif ve negatif uzaklıklar Eşitlik 119 yardımıyla birleştirilmektedir. Örneğin A_1 alternatifi için kapsamlı uzaklık değeri

$$dK_1 = \frac{d(PI)_1 - d(NI)_1 - d(O)_1^+ + d(O)_1^-}{4} = \frac{0.172 - 0.071 - 0.037 + 0.097}{4} = 0.04$$

şeklinde hesaplanır. Kapsamlı uzaklık değeri (dK_i) diğer alternatifler için de benzer şekilde hesaplanabilir. Daha sonra dK_i değerleri artan olacak şekilde sıralanır. Tablo 7.4'te görüleceği gibi dK_i değerlerine göre ilk sırada A_2 alternatifi, ikinci sırada A_3 ve üçüncü sırada A_1 alternatifi gelmiştir. Bu sıralama Jovcic vd. (2020)'nin çalışmasında kullanılan RB-ARAS yöntemi ile aynıdır. Ayrıca Jovcic vd. (2020) çalışmalarında sıralama sonuçlarını RB-TOPSIS, RB-EDAS, RB-TODIM, RB-VIKOR, RB-MABAC ve RB-Cross Entropy yöntemleriyle karşılaştırdığı ve sonuçların aynı olduğu görülmektedir (Tablo 7.5).

Tablo 7.5: Sıralama sonuçları

Yöntem	Sıralama Sonuçları		
	A_1	A_2	A_3
RB-ARAS	3	1	2
RB-TOPSIS	3	1	2
RB-EDAS	3	1	2
RB-TODIM	2	1	3
RB-VIKOR	3	1	2
RB-MABAC	3	1	2
RB-Cross Entropy	3	1	2

Kaynak: (Jovcic vd., 2020, Tablo 13 sadeleştirilmiştir.)

Dolayısıyla RB-COBRA yönteminin sonucunun da çalışmada kullanılan diğer RB uzantılı yöntemlerle aynı geldiği görülmektedir.

7.2. Akıllı Sözleşme Dili Seçme Kriterlerini Belirleme Problemi

Blokzincir teriminin kullanımının hızla yaygınlaşması, dijitalleşme ve akıllı sistemlerin gelişimi beraberinde akıllı sözleşme kavramını ortaya çıkarmış ve akıllı sözleşmelere duyulan ilgiyi artırmıştır. Hemen hemen her sektörde akıllı sözleşmelerin kullanılabilirliği araştırılmaya başlanmış ve büyük şirketler uygulamaya geçirmiştir. Bu süreç akıllı sözleşme

yazma konusunda çalışmaları da hızlandırmıştır. Kısa bir süre içinde Solidity, Vyper, Serpent, Bamboo, Mandala, Flint, Simplicity, Go, Rust, Scilla, Mutan, Plutus, LLL gibi pek çok akıllı sözleşme yazma dili geliştirilmiş ve geliştirilmeye devam etmektedir. Bu diller ilk aşamada belirli bir Blokzincir platformuna yönelik olarak geliştirilmiştir. Diğer bir deyişle, başka bir Blokzincir platformunu desteklemeyen niteliktedir. Bu durum ortaya birden fazla platform tarafından desteklenebilen akıllı sözleşme dillerinin yazılabilmesi ihtiyacını doğurmuştur. Dolayısıyla bu alanda akıllı sözleşme dili geliştirirken dikkate alınması gereken kriterlerin belirlenmesi, hatta bunların önem ağırlıklarının bilinmesi dil geliştiriciler için bir ışık tutacaktır. Bu sebeple çalışmada akıllı sözleşme dili seçme kriterleri resim bulanık ortamda belirlenerek ağırlıklandırılmaya çalışılmıştır.

7.2.1. Uygulama Literatürü

Akıllı sözleşme dilleri ile ilgili yapılan çalışmalar genellikle geliştirilen akıllı sözleşme dilini literatüre tanıtmaya şeklindedir. Örneğin, Coblenz (2017) Obsidian dilini, Knecht (2019) Mandala dilini, Sergey vd. (2019) SCILLA dilini, Kaleem vd. (2020) Vyper dili ve özelliklerini incelemiştir. Geliştirilen akıllı sözleşmelerin kullanımının artmasıyla literatürde bunlar ile ilgili bibliyometrik veya genel değerlendirme araştırmaları da yapılmıştır ve bu çalışmalarda akıllı sözleşme dillerinin özellikleri incelenmiştir. Parizi vd. (2018) çalışmalarında, mevcut dillerin bir değerlendirmesini yaparak, üç dilin (Solidity, Pact ve Liquidity) kullanılabilirliğini ve güvenlik açığını karşılaştırmak için gerçekleştirilen bir deneye yer vermektedir. Liu ve Liu (2019) çalışmalarında Blokzincir akıllı sözleşmelerinin güvenlik doğrulaması hakkında 53 makaleyi derinlemesine incelemiştir. Tyurin vd. (2019) akıllı sözleşme programlama dilleri tasarım ilkelerine, ilgili güvenlik açıklarına ve gelecekteki araştırma alanlarına yönelik genel bir değerlendirme yapmıştır. Gramlich (2020) araştırmasında akıllı sözleşme dillerini karşılaştırmıştır. Çalışmada, 7 farklı akıllı sözleşme dilinin durumu, özellikleri, bunların akıllı sözleşme geliştirmeye uygunlukları ve akıllı sözleşme dili geliştirilenin doğasında bulunan güvenlik endişeleri ele alınmıştır. Varela-Vaca ve Quintero (2021) çalışmalarında 101 farklı akıllı sözleşme dili tanımlanmış ve çeşitli kriterlere göre sınıflandırarak, araştırmacılar ve uygulayıcılar için akıllı sözleşme dillerine genel bir bakış sağlamıştır. Şu ana dek yapılan literatür araştırmasına göre bilindiği kadarıyla akıllı sözleşme dillerini karşılaştırmaya yönelik herhangi bir ÇKKV çalışmasına rastlanılmamıştır.

7.2.2. Uzman Grubu

Uzman grup belirlenirken öncelik akademisyenlere verilmiştir. Akıllı sözleşme dili konusunda yayın yapan veya daha önce farklı programlama dilleri hakkında bilgisi olan yurt içinde ve yurt dışındaki akademisyenler belirlenmiştir. Belirlenen kişilere 2023-SBB-0251 sayılı etik kurul onayından (EK 1) geçen Excel formatında hazırlanan uzman görüş formu e-posta yoluyla iletilmiştir. Ayrıca form, aynı alanda ilgi duyan ve araştırma yapan lisans ve lisansüstü öğrencilerine ulaştırılmıştır. Uzman grupta yer alma davetini kabul ederek geri dönüş sağlayan karar vericilerin tanıtıcı bilgileri Tablo 7.6’da verilmektedir.

Tablo 7.6: Akıllı sözleşme dili seçimi uzman grup bilgisi

	Yaş	Mesleği / Pozisyonu	Alanı	Meslekte Geçirilen Yıl	Kullandığı Programlama Dili Sayısı
D1	35	Akademisyen / Dr. Öğr. Üyesi	Bilgisayar Mühendisliği	18	20
D2	25	Akıllı Sözleşme Güvenlik Denetçisi	Bilgisayar Bilimleri	1.5	9
D3	50	Akademisyen / Doçent	Bilgisayar Diller ve Sistemler Bölümü	27	10
D4	71	Akademisyen / Emekli	Bilgisayar Bilimleri	27	8

Tablo 7.6’dan anlaşılabacağı üzere, e-posta gönderilen uzmanlar arasından üçü akademisyen ve biri sektör çalışanı olmak üzere dört uzman değerlendirme sürecine katılım sağlamak istemiştir. Oluşturulan bu uzman grupta yer alan karar vericilerin ikisi yurt içinden ikisi yurt dışından olup, grubun yaş aralığı 25 ile 71 arası, mesleki deneyim 1.5 ile 27 yıl arası ve kullandıkları programlama dili sayısı 8 ile 20 arasında değişmektedir (Tablo 7.6).

7.2.3. Karar Problemi Tanımı

Karar problemi, akıllı sözleşme dili seçme kriterlerini belirleme üzerine kurulduğu için problemin ana bileşeninde yalnızca kriterler yer almaktadır. Kriterler belirlenirken öncelikle akıllı sözleşme dilleri; programlama dilleri ve bu dillerde ihtiyaç duyulan özellikler hakkında literatür taraması yapılmıştır. Bu tarama sonucu 17 kriter belirlenmiştir. Daha sonra oluşturulan uzman grup ile görüşülerek literatür araştırması sonucu belirlenen 17 kritere ek olarak bir kriter eklemek isteyip istemedikleri sorulmuştur. Gelen yanıtlar doğrultusunda

uzmanlar 5 kriter daha eklemiştir. Belirlenen toplam 22 kriter ve ilgili literatürler Tablo 7.7’de verilmektedir.

Tablo 7.7: Akıllı sözleşme dili seçme kriterleri

No	Kriterler	Kaynak	No	Kriterler	Kaynak
1	Dilin Odak Noktası	Tyurin vd., 2019; Dwivedi vd., 2021; Varela-Vaca ve Quintero, 2021	12	Güvenlik Açığı	Liu ve Liu, 2019; Kaleem vd., 2020
2	Okunabilirliği	Tyurin vd., 2019; Kaleem vd., 2020	13	Turing Bütünlüğü (Tamlığı)	Tyurin vd., 2019; Jansen vd., 2020
3	Anlamlılık	Sergey vd., 2019; Tyurin vd., 2019; Dwivedi vd., 2021	14	Dilin Seviyesi	Harz ve Knottenbelt, 2018; Tyurin vd., 2019
4	Kullanıcı Merkezli Tasarım	Coblenz vd., 2019; Kaleem vd., 2020	15	Semantik (Anlambilim)	Harz ve Knottenbelt, 2018; Tyurin vd., 2019; Dwivedi vd., 2021
5	Tip Sistemi	Knecht, 2019; Tyurin vd., 2019; Gramlich, 2020; Dwivedi vd., 2021	16	Ölçüm Türü	Harz ve Knottenbelt, 2018; Tyurin vd., 2019
6	Paradigma	Harz ve Knottenbelt, 2018; Gramlich, 2020; Dwivedi vd., 2021	17	Jenerikler	Benini vd., 2021; Spoto vd., 2022
7	Amaç	Tyurin vd., 2019; Dwivedi vd., 2021	18	Araç Desteği	Uzman Tavsiyesi
8	Doğrulama	Sergey vd., 2019; Varela-Vaca ve Quintero, 2021	19	Toplum Desteği	Uzman Tavsiyesi
9	Dili Destekleyen Platformlar	Coblenz vd., 2019; Tyurin vd., 2019; Varela-Vaca ve Quintero, 2021; Spoto vd., 2022	20	Geliştirme ve Test Araçlarının Mevcudiyeti	Uzman Tavsiyesi
10	Güvenlik ve Gizlilik	Coblenz vd., 2019; Sergey vd., 2019; Tyurin vd., 2019; Kaleem vd., 2020; Varela-Vaca ve Quintero, 2021	21	Dil Popülerliği (programcılarının mevcudiyeti)	Uzman Tavsiyesi
11	Yasal Olarak Uygulanabilirlik	Dwivedi vd., 2021	22	Yazma Kolaylığı	Uzman Tavsiyesi

Kriter tanımlamaları EK2’de yer alan uzman görüş formu kriter tanımları tablosunda (Tablo 0.1) ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Tablo 7.8: Akıllı sözleşme dili kriter değerlendirme seçenekleri

Dilsel Değerlendirme Seçenekleri	Kriterler için Açıklama
Evet	Kriterin akıllı sözleşmeler için programlama dili seçiminde etkili olduğunu düşünüyorsanız Evet seçeneğini seçiniz.
Kararsızım	Kriterin akıllı sözleşmeler için programlama dili seçiminde etkili olup olmadığı konusunda kararsızsanız Kararsızım seçeneği seçiniz.
Hayır	Kriterin akıllı sözleşmeler için programlama dili seçiminde etkisinin olmadığını düşünüyorsanız Hayır seçeneğini seçiniz.
Ret	Kriterin akıllı sözleşmeler için programlama dili seçiminde etkili olup olmadığı konusunda cevap vermek istemiyorsanız Ret seçeneğini seçiniz.

Tablo 7.7’de yer alan kriterlerden oluşan değerlendirme formu (**EK 3**) her bir karar verici tarafından Tablo 7.8’de verilen dilsel tercih seçenekleri yardımıyla değerlendirilmiştir.

7.2.4. Modelin Uygulanması

1. Adım: Modelin uygulamasında ilk olarak uzman ağırlıkları PSI yöntemi ile belirlenmiştir ve elde edilen değerler aşağıda adımlar halinde gösterilmektedir.

1.1. Adım: Uzmanların kişisel özellikleri temelinde karar matrisi oluşturulması: Uzman grubu karar matrisi oluşturulmasında Tablo 7.9’da verilen yaş, meslekte geçirilen yıl ve kullandığı programlama dili sayısı kriter olarak baz alınmıştır. Böylece 4 alternatif ve 3 kriterden oluşan 4x3 boyutlu karar matrisi Tablo 7.9’daki gibi elde edilmiştir.

Tablo 7.9: Uzman grubu karar matrisi

	C1 (Yaş)	C2 (Meslekte Geçirilen Yıl)	C3 (Kullanılan Programlama Dili Sayısı)
D1	35	18	20
D2	25	1.5	9
D3	50	27	10
D4	71	27	8

1.2. Adım: Normalizasyon işlemi için tüm kriterler fayda yönlü olduğundan yalnızca Eşitlik 67 kullanılmıştır. Normalize değerler Tablo 7.10’da verilmektedir.

1.3. Adım: Her bir kriter için Tercih Varyasyon Değeri Eşitlik 69 ile hesaplanmıştır.

1.4. Adım: Her bir kriter için Genel Tercih Değeri Eşitlik 70 ve Eşitlik 71 yardımıyla hesaplanmıştır.

Adım 1.3 ve 1.4’te elde edilen sonuçlar Tablo 7.10’da verilmiştir.

Tablo 7.10: Normalize karar matrisi ve genel tercih değeri

<i>Normalize Karar Matrisi</i>			
$R = [r_{eu}]$	C1	C2	C3
D1	0.49	0.67	1.00
D2	0.35	0.06	0.45
D3	0.70	1.00	0.50
D4	1.00	1.00	0.40
Kriterlerin Ortalaması ($\bar{r}_u$)	0.64	0.68	0.59
<i>Tercih Varyasyon Değeri</i>			
	C1	C2	C3
Tercih Varyasyon Değeri (TV_u)	0.24	0.59	0.23
Sapma Miktarı (ϕ_u)	0.76	0.41	0.77
Genel Tercih Değeri (ψ_u)	0.39	0.21	0.40

Tablo 7.10’da verilen Genel Tercih Değerleri uzman grubu için temel alınan kriterlerin ağırlıklarının ifade etmektedir. Eşitlik 72’ye göre bu ağırlıklar ile normalize değerler çarpılmış ve uzman grubu için ağırlıklı karar matrisi Tablo 7.11’deki gibi elde edilmiştir.

Tablo 7.11: Uzman grubu ağırlıklı karar matrisi

<i>Uzman Grubu Ağırlıklı Karar Matrisi</i>				<i>Tercih Seçim İndeksi (I_e)</i>	<i>Uzman Ağırlıkları (w_e)</i>
	C1	C2	C3		
D1	0.19	0.14	0.40	0.73	0.30
D2	0.14	0.01	0.18	0.33	0.13
D3	0.28	0.21	0.20	0.69	0.27
D4	0.39	0.21	0.16	0.76	0.30

1.5. Adım: Uzmanlar için Tercih Seçim İndeksi (I_e) Tablo 7.11’de her bir uzman için satır toplamı alınarak elde edilir.

1.6. Adım: Uzman grubu ağırlıkları, her bir uzmanın Tercih Seçim İndeks değeri (Tablo 7.11) tüm uzmanların tercih seçim indeks değeri toplamına bölünerek hesaplanmıştır (Eşitlik 91). Buna göre uzman D1'in ağırlığı 0.30, uzman D2'nin ağırlığı 0.13, uzman D3'ün ağırlığı 0.27 ve uzman D4'ün ağırlığı 0.30 olarak elde edilmiştir.

Bu adımda karar matrisinde alternatifler yer almadığı için RB-COBRA yöntemi uygulanmamıştır. Yalnızca kriter ağırlıklarının belirlenebilmesi için uzman ağırlıklı resim bulanık karar matrisi elde edilmiştir.

2. Adım: Kriter ağırlıkları için 4 uzmanın görüşlerinin yer aldığı matrisler Tablo 7.12'deki gibi oluşturulmuştur.

Tablo 7.12: Kriterler için dilsel uzman değerlendirmeleri

	Ψ^1	Ψ^2	Ψ^3	Ψ^4
<i>Uzman Ağırlıkları</i>	0.30	0.13	0.27	0.30
Kriterler	D1	D2	D3	D4
C1	E	E	E	E
C2	E	E	E	E
C3	E	E	E	E
C4	E	E	K	K
C5	E	K	K	E
C6	E	E	K	E
C7	E	E	E	E
C8	E	E	E	E
C9	E	E	E	E
C10	E	E	E	E
C11	E	K	K	E
C12	E	E	E	H
C13	H	K	K	E
C14	E	E	E	E
C15	E	K	E	E
C16	E	E	K	E
C17	E	E	K	E
C18	E	E	E	E
C19	E	E	E	E
C20	E	E	E	E
C21	E	K	K	E
C22	E	E	K	E

Ψ^e : e. uzmanın kriter görüş matrisini, E: Evet, K: Kararsızım, H: Hayır, R: Ret dilsel ifadelerini göstermektedir.

3. Adım: Uzman değerlendirme ifadelerinin birleştirilerek kriter ağırlık matrisi oluşturulmuştur. RBK’lerde uzman değerlendirme ifadeleri birleştirilirken 3.a adımında olduğu gibi Tablo 7.12’de verilen evet, kararsızım ve hayır değerlendirmesini yapan uzmanların sayısı oranlanarak RBS’lere dönüştürülür. Örneğin, C13 kriteri için D1 uzmanı hayır, D2 ve D3 uzmanı kararsızım, D4 uzmanı ise evet değerlendirmesinde bulunmuşlardır. Buna göre C13 kriterinin RBS’si $\langle 1/4, 2/4, 1/4 \rangle = \langle 0.25, 0.50, 0.25 \rangle$ şeklindedir. Geliştirilen uzman ağırlıklı RBS’lerde ise uzmanların oyları oranlanmamakta, yerine 3.b adımında verildiği gibi o görüşü paylaşan uzmanların ağırlıkları toplanmaktadır. Örneğin C13 kriteri için evet yanıtını veren uzmanın ağırlığı 0.30, kararsızım yanıtını veren uzmanların ağırlıkları 0.13 ve 0.27, hayır yanıtını veren uzmanın ağırlığı ise 0.30’dur. Buna göre C13 kriterine karşılık gelen RBS’si $\langle 0.30, 0.13 + 0.27, 0.30 \rangle = \langle 0.30, 0.40, 0.30 \rangle$ şeklindedir. Tüm kriterler için RBS’ler bu şekilde hesaplanmıştır. Tüm kriterler için RBS’ler bu şekilde hesaplanmış ve Tablo 7.13’te verilmektedir.

Tablo 7.13: Uzman ağırlıklarına göre RB kriter ağırlık matrisi

	ρ	σ	τ	Durulaştırılmış Değerler	Kriter Ağırlıkları
C1	<1.00, 0.00, 0.00>			1.00	0.051
C2	<1.00, 0.00, 0.00>			1.00	0.051
C3	<1.00, 0.00, 0.00>			1.00	0.051
C4	<0.42, 0.58, 0.00>			0.71	0.036
C5	<0.60, 0.40, 0.00>			0.80	0.041
C6	<0.73, 0.27, 0.00>			0.86	0.044
C7	<1.00, 0.00, 0.00>			1.00	0.051
C8	<1.00, 0.00, 0.00>			1.00	0.051
C9	<1.00, 0.00, 0.00>			1.00	0.051
C10	<1.00, 0.00, 0.00>			1.00	0.051
C11	<0.60, 0.40, 0.00>			0.80	0.041
C12	<0.70, 0.00, 0.30>			0.70	0.035
C13	<0.30, 0.40, 0.29>			0.51	0.026
C14	<1.00, 0.00, 0.00>			1.00	0.051
C15	<0.87, 0.13, 0.00>			0.93	0.047
C16	<0.73, 0.27, 0.00>			0.86	0.044
C17	<0.73, 0.27, 0.00>			0.86	0.044
C18	<1.00, 0.00, 0.00>			1.00	0.051
C19	<1.00, 0.00, 0.00>			1.00	0.051
C20	<1.00, 0.00, 0.00>			1.00	0.051
C21	<0.60, 0.40, 0.00>			0.80	0.041
C22	<0.73, 0.27, 0.00>			0.86	0.044

4. Adım: Bu adımda Eşitlik 53 yardımıyla kriterlerin RBS'leri birer durulaştırılmış sayıya dönüştürülür ve toplamalarının 1 olma koşulunun sağlanması için toplam değere oranlanarak kriter ağırlıkları elde edilir. Kriterlere karşılık gelen durulaştırılmış sayılar ve ağırlıkları Tablo 7.13'ün son iki sütununda verilmektedir. Elde edilen sonuçlara göre en yüksek kriter ağırlığını C1, C2, C3, C7, C8, C9, C10, C14, C18, C19 ve C20 kriterleri alırken en düşük kriter ağırlığını 0.026 ile C13 kriteri almıştır.

7.2.5. Karşılaştırma ve Duyarlılık

Bu bölümde sonuçların tutarlılığını gösterme amacıyla duyarlılık analizi yapılmıştır. Duyarlılık analizi için uzman ağırlığındaki değişiminin kriter ağırlığına olan etkisi araştırılmıştır. Ayrıca kriter ağırlıklandırma aşamasında durulaştırılmış değerler dışında skor değerleri üzerinden ağırlıklandırma yapılmış ve elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak incelenmiştir.

7.2.5.1. Uzman Ağırlığı Değişiminin Kriter Ağırlığına Etkisi

Uzman ağırlığındaki değişimin kriter ağırlığına etkisinin gözlemlenmesi amacıyla Yazdani (2020) tarafından kullanılan “kriter ağırlığının değişimine dayalı duyarlılık analizi” metodu uzman ağırlıklarına entegre edilmiştir. Bunun için PSI yöntemi kullanılarak elde edilen uzman ağırlıkları arasından “en önemli uzman” yani en yüksek ağırlığa sahip uzman belirlenmiştir. Sonrasında bu uzmanın ağırlığı değiştirilerek ve diğer uzman ağırlıkları buna orantılı olarak belirlenerek farklı senaryolar belirlenmiştir. Bunun için işlem adımları şu şekildedir (Yazdani, 2020, Demir ve Arslan, 2022):

Öncelikle Eşitlik 120 aracılığıyla her bir uzman için ağırlık esneklik katsayısının (a_e) belirlenmesi gerekir.

$$a_e = \frac{w_e^0}{1-w_s^0}, e = 1, \dots, k \quad (120)$$

Burada w_s^0 en önemli uzmanın ağırlığı olup bu uzman için a_e değeri 1 olarak alınır. w_e^0 diğer uzmanların orijinal ağırlık değerleridir. Daha sonra ilgili esneklik katsayılarına göre ağırlık setine uygulanan değişiklik miktarı Δx parametresine göre belirlenecektir. Ağırlık

toplamlarının 1'i geçmemesi ve negatif değerler almaması için Δx parametresi Eşitlik 121'deki gibi sınırlandırılmaktadır.

$$-w_s^0 \leq \Delta x \leq 1 - w_s^0 \quad (121)$$

Buna göre Δx parametresi için bir artış miktarı belirlenir ve Eşitlik 121'de belirlenen aralıkta artışlar yapılarak yeni ağırlıklar belirlenir. En önemli uzmanın yeni ağırlığı (w_s) Eşitlik 122; diğer uzmanların yeni ağırlıkları (w_e) için Eşitlik 123 yardımıyla hesaplanır.

$$w_s = w_s^0 + a_s \Delta x \quad (122)$$

$$w_e = w_e^0 - a_e \Delta x \quad (123)$$

PSI yöntemi ile bulunan uzman ağırlıkları incelendiğinde (Tablo 7.11) en önemli uzmanın en yüksek tercih indeks değeri ile uzman D4 olduğu görülmektedir ($w_s^0 = w_4^0 = 0.30$). Uzman D1'in ağırlığı 0.30, uzman D2'nin ağırlığı 0.13, uzman D3'ün ağırlığı 0.27'dir. Dolayısıyla Eşitlik 120 kullanılarak her bir uzman için ağırlık esneklik katsayısı sırasıyla $a_1 = 0.419$, $a_2 = 0.189$, $a_3 = 0.393$ ve $a_4 = 1$ olarak bulunmuştur. Ayrıca Δx parametresinin değişim aralığı $-0.30 \leq \Delta x \leq 1 - 0.30 = 0.70$ şeklinde elde edilmiştir (Eşitlik 121). Δx parametresi için artış miktarı 0.05 seçilmiştir. Buna göre Δx parametresine -0.30 'dan başlayıp, 0.05 birim artarak 0.70'e kadar değerler verildiğinde Eşitlik 122 ve 123 yardımıyla her bir Δx değeri için toplam 21 farklı uzman ağırlıkları elde edilmiştir. Elde edilen uzman ağırlıkları değişimi Tablo 7.14'te verilmektedir.

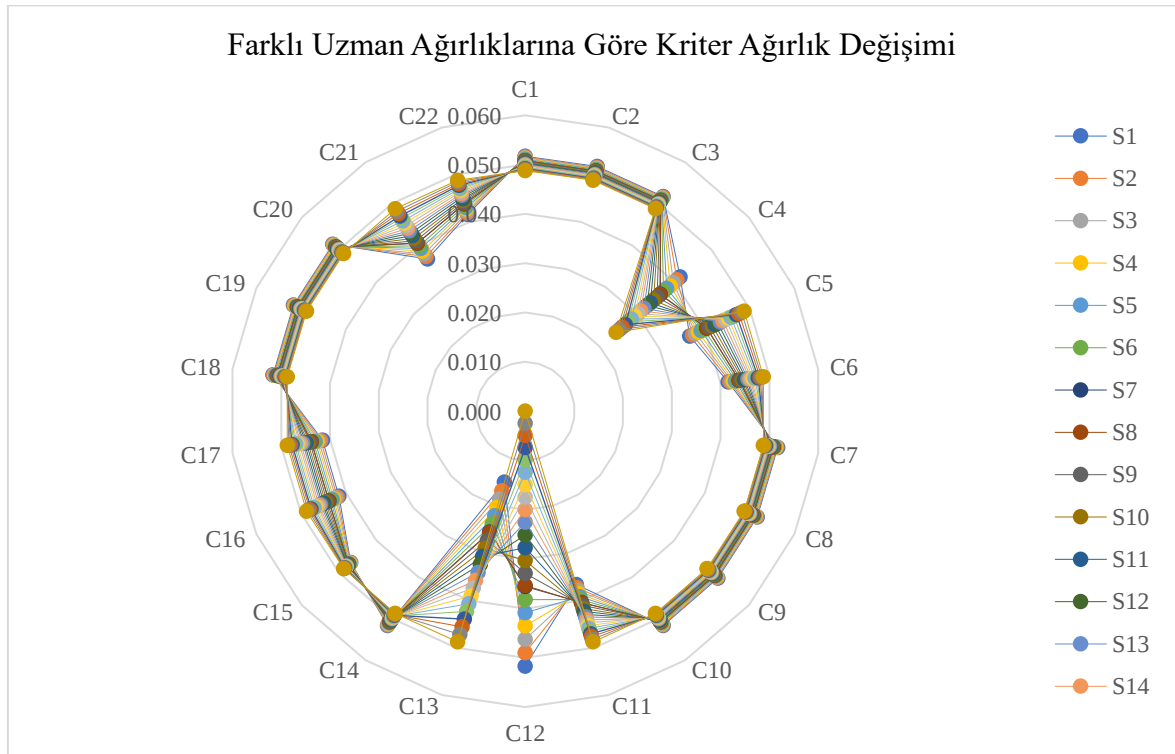
Tablo 7.14: Uzman ağırlık değişimi

	Δx	D1 w_1	D2 w_2	D3 w_3	D4 w_4	Toplam Ağırlık
S1	-0.30	0.42	0.19	0.39	0.00	1
S2	-0.25	0.40	0.18	0.37	0.05	1
S3	-0.20	0.38	0.17	0.35	0.10	1
S4	-0.15	0.36	0.16	0.33	0.15	1
S5	-0.10	0.34	0.15	0.31	0.20	1
S6	-0.05	0.31	0.14	0.29	0.25	1
S7	0.00	0.29	0.13	0.27	0.30	1
S8	0.05	0.27	0.12	0.26	0.35	1
S9	0.10	0.25	0.11	0.24	0.40	1

Tablo 7.14: Uzman ağırlık değişimi (devam)

	Δx	D1 w_1	D2 w_2	D3 w_3	D4 w_4	Toplam Ağırlık
S10	0.15	0.23	0.10	0.22	0.45	1
S11	0.20	0.21	0.09	0.20	0.50	1
S12	0.25	0.19	0.08	0.18	0.55	1
S13	0.30	0.17	0.08	0.16	0.60	1
S14	0.35	0.15	0.07	0.14	0.65	1
S15	0.40	0.13	0.06	0.12	0.70	1
S16	0.45	0.10	0.05	0.10	0.75	1
S17	0.50	0.08	0.04	0.08	0.80	1
S18	0.55	0.06	0.03	0.06	0.85	1
S19	0.60	0.04	0.02	0.04	0.90	1
S20	0.65	0.02	0.01	0.02	0.95	1
S21	0.70	0	0	0	1	1

Tablo 7.14'e göre en önemli uzman olan uzman D4'ün ağırlığı 0 ile 1 arasında değişir iken diğer uzmanların ağırlıkları da buna göre oransal olarak artmış veya azalmıştır. Bu uzman ağırlıklarının değişiminin kriter ağırlığına etkisi 21 senaryo ile gözlemlenmiştir. 21 farklı uzman ağırlığına göre elde edilen kriter ağırlıkları EK 4'te Tablo 0.2 ile verilmiş olup, bu değerler Şekil 7.1'de görsel olarak verilmektedir.



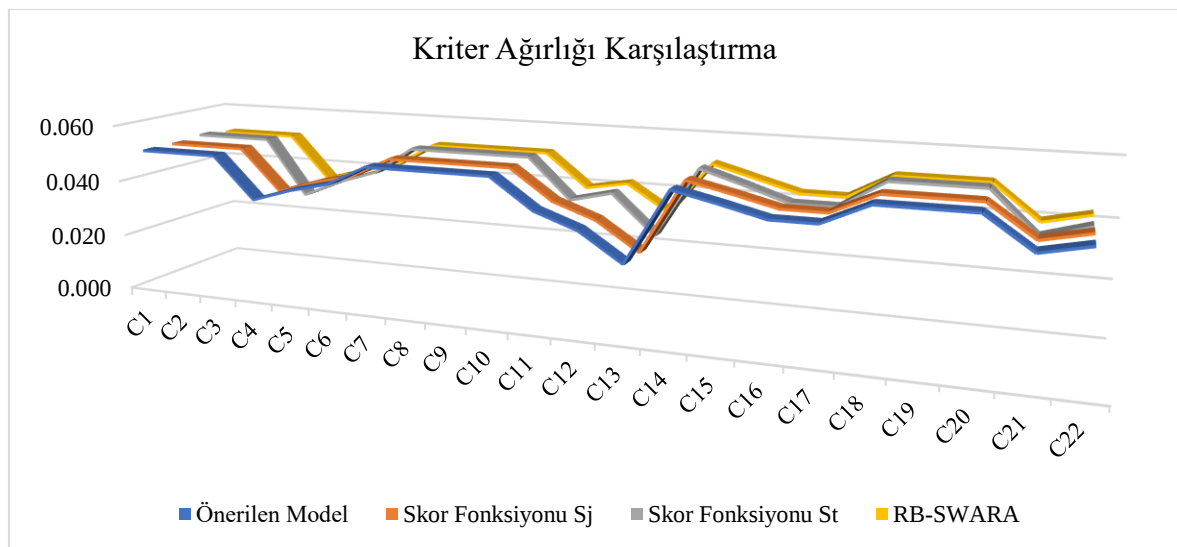
Şekil 7.1: Farklı uzman ağırlıklarına göre değişen kriter ağırlıkları

Bu senaryolara $\Delta x = 0$ değeri ile orijinal durumda PSI yöntemi ile elde edilen uzman ağırlıkları (S7) dahildir.

Şekil 7.1’de verilen diyagrama göre kriterlerin uzman ağırlık değişiminden çok fazla etkilenmediği, en yüksek ağırlığı alan C1, C2, C3, C7, C8, C9, C10, C14, C18, C19 ve C20 kriterlerinin tüm senaryolarda hâlâ en yüksek ağırlığı aldıkları görülmektedir. Orijinal kriter ağırlığı dağılımında en düşük ağırlığı alan C13 kriterinin ilk 9 senaryoda en düşük kriter ağırlığı aldığı, sonraki senaryolarda ise ağırlık değişiminde artış olduğu görülmektedir. C13 kriterinin aksine, C12 kriterinin ise 10. senaryo ve sonrasında en düşük ağırlığı aldığı ve ağırlığının hızla azaldığı görülmektedir. Buna göre C12 ve C13 kriterlerinin ağırlıklarının uzman ağırlık değişimine karşı duyarlı oldukları söylenebilir.

7.2.5.2. Kriter Ağırlıklarının Diğer Yöntemler ile Karşılaştırılması

Akıllı sözleşme dili seçme kriterlerini ağırlıklandırma aşamasında uzman ağırlıklarına bağlı olarak elde edilen durulaştırılmış değerlerden faydalanılmıştır. Bu yöntemin dışında, kriter ağırlıklarını karşılaştırma amacıyla literatürde skor değerleri üzerinden ağırlıklandırma yapılmıştır. Skor değerleri için Tanım 3.a’da verilen skor fonksiyonu negatif değerler alabildiği için yalnızca Tanım 3.b (S_j) ve Tanım 3.c (S_t)’de verilen skor fonksiyonları kullanılmıştır. Ayrıca kriter ağırlıkları RB-SWARA yöntemi (bkz. Saraji ve Streimikiene, 2022) ile belirlenmiş ve elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak incelenmiştir (Şekil 7.2).



Şekil 7.2: Akıllı sözleşme dili seçme kriterleri ağırlıklarının karşılaştırılması

Şekil 7.2’den anlaşılacağı üzere farklı skor fonksiyonlarının ya da RB-SWARA yönteminin kullanılması kriter ağırlıkları üzerinde önemli bir etkisi olmamıştır. Kriterler benzer ağırlıklar almıştır. Kriter ağırlıklarında büyüklük olarak değişim görülse de sonuçlar sıralama olarak tutarlı gelmiştir. Kriter ağırlıklarına ilişkin detaylı gösterim EK 5’te yer alan Tablo 0.3 ile verilmektedir.

7.3. Matematiksel Yazılım Seçme Problemi

Dijitalleşmenin ve akıllı sistem kullanımının kaçınılmaz olduğu bugünlerde hemen hemen her alanda öğrenim gören gençlerin programlama dili ve yazılım kullanımı konusunda kendini geliştirmesi gerekmektedir. Üniversitelerde sayısal derslerde matematiksel yazılımların kullanılması üniversite öğrencilerinin bu alanda kendilerini geliştirebilmelerinde alt yapı sağlayacaktır. Bu nedenle üçüncü uygulama problemi konusu olarak PSI-RB-COBRA yönteminin uygulanabileceği 4 ana kriter, 12 alt kriter ve 4 alternatife sahip matematiksel yazılım seçme problemi ele alınmıştır.

7.3.1. Uygulama Literatürü

Literatürde matematiksel yazılımı seçme konusunun ÇKKV problemi olarak ele alındığı çok az sayıda çalışmaya rastlanmıştır. Huseyinov ve Tabak (2013) çalışmalarında bulanık AHP yöntemiyle bilgisayar cebir sistemleri kullanımına yönelik kriterler belirlemişlerdir. Daha sonra Huseyinov ve Tabak (2020) çalışmalarında bulanık AHP ile kriter sayısını artırmış ve bulanık TOPSIS yöntemi yardımıyla bilgisayar cebir sistemlerini sıralamıştır. Bu çalışmada yalnızca 3 adet matematiksel yazılım alternatif olarak kullanılmıştır. Kriterler belirlenirken ise yazılım kullanıcıların tutumu temel alınmıştır. Matematiksel yazılımlar ile ilgili diğer yayınlarda ise matematik müfredatının bilgisayar cebir sistemi ile öğretilmesinin getireceği yenilikler, avantajlar ve eğitime katkısı incelenmiştir (Majewski, 2004; Kovacheva, 2007; Kilicman vd., 2010). Dolayısıyla yapılan çalışmanın literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

7.3.2. Uzman Grubu

Uzmanlar mühendislik ve fen fakülteleri akademik personeli ve öğrencileri arasından alternatif olarak belirlenen yazılımlardan en az 2 tanesini daha önce kullanmış ya da

kullanmakta olan ve diğer matematiksel programlara aşina olan kişiler arasından seçilmiştir. Yurtiçi ve yurtdışından seçilen kişilere 2023-SBB-0243 sayılı etik kurul onayından (EK 6) geçen ve Excel formatında hazırlanan uzman görüş formu e-posta yoluyla iletilmiştir.

Tablo 7.15: Matematiksel yazılım seçimi uzman grup bilgisi

	Yaş	Mesleği/Pozisyonu	Meslekte Geçirilen Yıl	Kullandığı Program Sayısı
D1	62	Profesör	30	6
D2	36	Doç. Dr.	16	3
D3	31	Arş. Gör.	10	4
D4	39	Dr. Öğretim Üyesi	12	2
D5	34	Doç. Dr.	11	2
D6	38	Dr. Öğretim Üyesi	13	3

Uzman grupta e-postaya olumlu yanıt verip uzman gruba katılmak isteyen 6 uzman yer almıştır. Uzmanlara ilişkin bilgiler Tablo 7.15’te verilmiştir. Uzman grupta yer alan karar vericilerin 3’ü yurt içinden 3’ü yurt dışından olup, grubun yaş aralığı 31 ile 62 arası, mesleki deneyim 10 ile 30 yıl arası ve kullandıkları program sayısı 2 ile 6 arasında değişmektedir (Tablo 7.15). Uzmanlardan bir tanesi profesörü, ikisi doçent, ikisi doktor öğretim üyesi unvanına sahiptir. Birisi matematik bölümünde yüksek lisansı bitirmiştir.

Tablo 7.16: Matematiksel yazılım değerlendirme türü

Dilsel Değerlendirme Seçenekleri	Kriterler için Açıklama	Alternatifler için Açıklama
Evet	Kriterin matematiksel yazılım seçiminde etkili olduğunu düşünüyorsanız Evet seçeneğini seçiniz.	Alternatifin ilgili kritere göre seçilebilir olduğunu düşünüyorsanız Evet seçeneğini seçiniz.
Kararsızım	Kriterin matematiksel yazılım seçiminde etkili olup olmadığı konusunda kararsızsanız Kararsızım seçeneğini seçiniz.	Alternatifin ilgili kritere göre seçilebilir olup olmadığı konusunda emin değilseniz Kararsızım seçeneğini seçiniz.
Hayır	Kriterin matematiksel yazılım seçiminde etkisinin olmadığını düşünüyorsanız Hayır seçeneğini seçiniz.	Alternatifin ilgili kritere göre seçilebilir olmadığını düşünüyorsanız Hayır seçeneğini seçiniz.
Ret	Kriterin matematiksel yazılım seçiminde etkili olup olmadığı konusunda cevap vermek istemiyorsanız Ret seçeneğini seçiniz.	Alternatifin ilgili kritere göre durumu hakkında cevap vermek istemiyorsanız Ret seçeneğini seçiniz.

Hazırlanan uzman görüş formunda Tablo 7.16’da belirtilen dilsel değerlendirme türünde RBK’lerde temel olarak kullanılan “Evet”, “Hayır”, “Kararsızım”, “Ret” cevaplama seçeneklerinin yer aldığı değerlendirme kullanılmıştır.

7.3.3. Karar Problemi Tanımı

Kriterler belirlenirken öncelik literatür olmuştur. Fakat literatürde matematiksel yazılımı seçme konusunda ÇKKV odaklı çalışmalar sınırlı sayıda olduğu için literatürde yer alan istatistiksel program seçimi, mühendislik için program seçimi ve programlama dili seçimi odaklı çalışmalarda kullanılan kriterler de değerlendirilmiştir. Daha sonra matematiksel yazılımların web sayfaları ve özellikleri incelenerek, bu özelliklere dayalı kriterler de eklenmiştir. Son olarak çalışma yürütücüsünün kişisel tecrübeleri ile kapsam dışında bırakılacak olan kriterler belirlenerek elenmiş ve Tablo 7.17’de görüldüğü üzere 4 ana ve 12 alt kriterden oluşan nihai bir kriter listesi hazırlanmıştır. Tabloda yer alan kriterlerin tanımlamalarına ilişkin açıklamalar **EK 7**’de Tablo 0.4 ile sunulan uzman görüş formunda yer aldığı için burada verilmemiştir.

Tablo 7.17: Matematiksel yazılım seçmek için kriter listesi

No	Ana Kriter	No	Alt Kriter	Kaynak
C1	Kullanılabilirlik (Usability)	C11	Kolay Öğrenilmesi (Ease of Learning)	Parker vd., 2006; Anık ve Baykoç, 2011; Yoon vd., 2016; Mishra vd., 2020; Prokop vd., 2019
		C12	Kullanım Kolaylığı (Ease of Use)	Bhattacharya ve Neamtiu, 2011; Huseyinov ve Tabak, 2013; Lesani vd., 2014; Huseyinov ve Tabak, 2020.
		C13	Arayüz (Interface)	Huseyinov ve Tabak, 2013; Huseyinov ve Tabak, 2020
C2	Akademide Kabul (Acceptance in Academia)	C21	Kaynak Bulma Kolaylığı (Availability of Resources/Textbooks)	Parker vd., 2006; Anık ve Baykoç, 2011
		C22	Öğrenci/Akademik Sürümünün Olması (Availability of Student/Academic Version)	Yoon vd., 2016; Anık ve Baykoç, 2011; Yıldızbaşı ve Daneshvar Rouyendegh, 2018; Parker vd., 2006
		C23	Akademik Kabul (Academic Acceptance)	Yoon vd. 2016; Anık ve Baykoç, 2011; Lesani vd., 2014; Parker vd., 2006

Tablo 7.17: Matematiksel yazılım seçmek için kriter listesi (devam)

No	Ana Kriter	No	Alt Kriter	Kaynak
C3	Yardımcı Program ve Destek (Utility and Support)	C31	Popülerlik (Popularity)	Mishra vd. 2020; Abdelnabi, 2019; Prokop vd., 2019
		C32	Destek Sağlaması (Availability of Support)	Parker vd., 2006; Anık ve Baykoç, 2011
		C33	Diğer Yazılımlarla Birlikte Çalışabilirliği (Interoperability with Other Software)	Mishra vd., 2020; Prokop vd., 2019
C4	Yazılım Kapsamı (Software Coverage)	C41	Görselleştirme (Visualization)	Maple, Mathematica, Mathcad Web Siteleri
		C42	Sayısal Hesaplamaları Destekleme (Support for Numeric Computations)	Maple, Mathematica, Mathcad Web Siteleri
		C43	Sembolik Hesaplamaları Destekleme (Support for Symbolic Computations)	Maple, Mathematica, Mathcad Web Siteleri

Alternatifler belirlenirken piyasada bulunan tüm matematiksel yazılımlar araştırılmış fakat bunlardan güncellemesi düzenli olarak devam eden ve web sitesi aktif olarak kullanılan, diğer üniversitelerde de kullanılmakta olan matematiksel yazılımlar seçilmiştir. İlk aşamada Mathcad, Mathematica, Maple, Maxima, Matlab ve Sage Math olmak üzere 6 alternatif belirlenmiştir. Bunlardan ikisinin kullanımının yaygın olmaması sebebiyle uzman görüşü doğrultusunda Mathematica, Maple, Maxima ve Matlab olmak üzere alternatif sayısı 4'e indirilmiştir. Uzman görüş formunda yer alan kriter değerlendirme formu **EK 8**'de, alternatif değerlendirme formu **EK 9**'da verilmiştir.

7.3.4. Modelin Uygulanması

1. Adım: Modelin uygulamasında ilk olarak uzman ağırlıkları PSI yöntemi ile belirlenmiştir ve elde edilen değerler aşağıda adımlar halinde gösterilmektedir.

1.1. Adım: Uzmanların kişisel özellikleri temelinde karar matrisi oluşturulması: Bunun için Tablo 7.15'te verilen unvan, yaş, meslekte geçirilen yıl ve kullanılan program sayısı kriter olarak baz alınmıştır. Böylece 6 alternatif ve 4 kriterden oluşan bir uzman grubu karar matrisi Tablo 7.18'deki gibi elde edilmiştir.

Tablo 7.18: Uzman grubu karar matrisi

	C1 (Unvan)	C2 (Yaş)	C3 (Meslekte Geçirilen Yıl)	C4 (Kullanılan Program Sayısı)
D1	4	62	30	6
D2	3	36	16	3
D3	1	31	10	4
D4	2	39	12	2
D5	3	34	11	2
D6	2	38	13	3

Uzman grubunda hem yurt içi hem yurt dışından akademisyenler bulunması sebebiyle Tablo 7.18'deki karar matrisi oluşturulurken uzmanların sahip oldukları unvanlar 1-4 arasında puanlandırılmıştır. Buna göre, Profesör (Professor) unvanı 4, Doçent (Associate Professor) unvanı 3, Doktor (Assistant Professor/PhD) unvanı 2, Araştırma/Öğretim Görevlisi (Instructor/Lecturer/Ms) 1 puan olarak tanımlanmıştır.

1.2. Adım: Normalizasyon işlemi için tüm kriterler fayda yönlü olduğundan yalnızca Eşitlik 67 kullanılmıştır. Normalize değerler Tablo 7.19'da verilmektedir.

1.3. Adım: Her bir kriter için Tercih Varyasyon Değeri Eşitlik 69 ile hesaplanmıştır.

1.4. Adım: Her bir kriter için Genel Tercih Değeri Eşitlik 70 ve Eşitlik 71 yardımıyla ile hesaplanmıştır.

Tablo 7.19: Normalize karar matrisi ve genel tercih değeri

<i>Normalize Karar Matrisi</i>				
$R = [r_{eu}]$	C1	C2	C3	C4
D1	1.00	1.00	1.00	1.00
D2	0.75	0.58	0.53	0.50
D3	0.25	0.50	0.33	0.67
D4	0.50	0.63	0.40	0.33
D5	0.75	0.55	0.37	0.33
D6	0.50	0.61	0.43	0.50
Kriterlerin Ortalaması ($\bar{r}_u$)	0.63	0.65	0.51	0.56
<i>Tercih Varyasyon Değeri</i>				
	C1	C2	C3	C4
Tercih Varyasyon Değeri (TV_u)	0.34	0.16	0.31	0.31
Sapma Miktarı (ϕ_u)	0.66	0.84	0.69	0.69
Genel Tercih Değeri (ψ_u)	0.23	0.29	0.24	0.24

Tablo 7.19’da verilen Genel Tercih Değerleri uzman grubu için temel alınan kriterlerin ağırlıklarıdır. İkinci uygulamada olduğu gibi burada da uzman grubu için ağırlıklı karar matrisi Eşitlik 72 yardımıyla elde edilmiş ve Tablo 7.20’de verilmiştir.

Tablo 7.20: Uzman grubu ağırlıklı karar matrisi

<i>Uzman Grubu Ağırlıklı Karar Matrisi</i>					Tercih Seçim İndeksi (I_e)	Uzman Ağırlıkları (w_e)
	C1	C2	C3	C4		
D1	0.23	0.29	0.24	0.24	1.00	0.28
D2	0.17	0.17	0.13	0.12	0.59	0.17
D3	0.06	0.15	0.08	0.16	0.44	0.13
D4	0.11	0.18	0.10	0.08	0.47	0.13
D5	0.17	0.16	0.09	0.08	0.50	0.14
D6	0.11	0.18	0.10	0.12	0.52	0.15

1.5. Adım: Uzmanlar için Tercih Seçim İndeksi (I_e) Tablo 7.20’de her bir uzman için satır toplamı alınarak elde edilmiştir.

1.6. Adım: Uzman grubu ağırlıkları, her bir uzmanın Tercih Seçim İndeks değeri tüm uzmanların tercih seçim indeks değeri toplamına bölünerek hesaplanmıştır (Eşitlik 91). Buna göre en yüksek ağırlığı 0.28 ile uzman D1 alırken en düşük ağırlığı 0.13 ile uzman D3 ve uzman D4 almıştır.

2. Adım: Ana-kriter ağırlıkları için 6 uzmanın görüşlerinin yer aldığı matrisler Tablo 7.21’de verilmektedir.

Tablo 7.21: Kriterler için dilsel uzman değerlendirmeleri

	Ψ^1	Ψ^2	Ψ^3	Ψ^4	Ψ^5	Ψ^6
<i>Uzman Ağırlıkları</i>	0.28	0.17	0.13	0.13	0.14	0.15
Kriterler	D1	D2	D3	D4	D5	D6
C1	E	E	E	E	E	E
C2	E	E	E	E	E	E
C3	H	E	E	K	H	H
C4	E	E	E	E	K	K
Ψ^e : e. uzmanın kriter görüş matrisi, E: Evet, K: Kararsızım, H: Hayır, R: Ret dilsel ifadelerini göstermektedir.						

3. Adım: Uzman değerlendirme ifadelerinin birleştirilerek kriter ağırlık matrisi oluşturulmuştur. RBK’lerde uzman değerlendirme ifadeleri birleştirilirken 3.a. adımında olduğu gibi Tablo 7.21’de verilen evet, kararsızım ve hayır değerlendirmesini yapan uzmanların sayısı oranlanarak RBS’lere dönüştürülmüştür. Örneğin, C3 kriteri için D1, D5 ve D6 uzmanı hayır, D2 ve D3 uzmanı evet, D4 uzmanı ise kararsızım değerlendirmesinde bulunmuştur. Buna göre C3 kriterinin RBS’si $\langle 2/6, 1/6, 3/6 \rangle = \langle 0.33, 0.16, 0.5 \rangle$ şeklindedir. Geliştirilen uzman ağırlıklı RBS’lerde ise uzmanların oyları oranlanmamakta, yerine 3.b. adımında açıklandığı gibi o görüşü paylaşan uzmanların ağırlıkları toplanmaktadır. Buna göre, C3 kriteri için evet yanıtını veren uzmanların ağırlıkları 0.17 ve 0.13, kararsızım yanıtını veren uzmanın ağırlığı 0.13, hayır yanıtını veren uzmanların ağırlıkları ise 0.28, 0.14 ve 0.15’tir. O halde, C3 kriterinin uzman yanıtlarına karşılık gelen RBS’si $\langle 0.17 + 0.13, 0.13, 0.28 + 0.14 + 0.15 \rangle = \langle 0.30, 0.13, 0.57 \rangle$ şeklindedir. Tüm kriterler için RBS’ler bu şekilde hesaplanmıştır. Buna göre kriterlere karşılık gelen RBS’ler bu şekilde hesaplanmış ve aşağıda Tablo 7.22’de verilmiştir.

Tablo 7.22: Uzman ağırlıklarına göre RB kriter ağırlık matrisi

	ρ_j	σ_j	τ_j	Durulaştırılmış Değerler	Kriter Ağırlıkları (w_j)
C1	<1.00,	0.00,	0.00>	1.00	0.31
C2	<1.00,	0.00,	0.00>	1.00	0.31
C3	<0.29,	0.13,	0.57>	0.36	0.11
C4	<0.71,	0.29,	0.00>	0.86	0.27

4. Adım: Bu adımda Eşitlik 53 yardımıyla kriterlerin RBS’leri birer durulaştırılmış sayıya dönüştürülmüş ve Eşitlik 94 ile kriterlerin ağırlıkları belirlenmiştir. Kriterlere karşılık gelen durulaştırılmış sayılar ve ağırlıkları yukarıdaki tabloda verilmektedir. Tablo 7.22’ye göre en yüksek kriter ağırlığını $w_1 = w_2 = 0.31$ ile C1 (Kullanılabilirlik) ve C2 (Akademide Kabul) kriterleri alırken en düşük kriter ağırlığını $w_3 = 0.11$ ile C3 (Yardımcı Program ve Destek) kriteri almıştır.

Ana kriterler için 2., 3. ve 4. adımlarında yapılan işlemler alt-kriter değerlendirme matrisleri için de benzer şekilde uygulanmıştır.

5. Adım: Alt-kriter ağırlıkları için uzman görüşlerinin yer aldığı değerlendirme matrisleri Tablo 7.23’te verilmektedir.

Tablo 7.23: Alt-kriterler için dilsel uzman değerlendirmeleri

	Φ^1	Φ^2	Φ^3	Φ^4	Φ^5	Φ^6
<i>Uzman Ağırlıkları</i>	0.28	0.17	0.13	0.13	0.14	0.15
Kriterler	D1	D2	D3	D4	D5	D6
C11	E	E	E	E	E	E
C12	E	E	E	E	E	E
C13	E	E	E	K	E	E
C21	H	E	E	K	E	E
C22	E	E	E	K	K	K
C23	E	E	E	E	E	E
C31	H	E	K	K	K	K
C32	H	E	E	K	E	E
C33	H	E	E	K	H	H
C41	E	E	E	E	E	E
C42	E	E	E	E	E	E
C43	E	E	E	K	E	E
Φ^e : e. uzmanın alt kriter görüş matrisini, E: Evet, K: Kararsızım, H: Hayır ve R: Ret dilsel ifadelerini göstermektedir.						

6. Adım: Uzman değerlendirme ifadelerinin birleştirilerek alt-kriter ağırlık matrisi oluşturulmuştur. Daha önce 3.b. adımında açıklandığı gibi, geliştirilen uzman ağırlıklı RBS’lerde ilgili görüşü paylaşan uzmanların ağırlıkları toplanmaktadır. Buna göre alt-kriterlere karşılık gelen RBS’ler

Tablo 7.24’te gösterilmektedir.

Tablo 7.24: Uzman ağırlıklarına göre RB alt-kriter ağırlık matrisi

	ρ	σ	τ	Durulaştırılmış Değerler	Kriter Ağırlıkları (δ_{sj})
C11	<1.0, 0.0, 0.0>			1.00	0.34
C12	<1.0, 0.0, 0.0>			1.00	0.34
C13	<0.9, 0.1, 0.0>			0.93	0.32
C21	<0.6, 0.1, 0.3>			0.65	0.27
C22	<0.6, 0.4, 0.0>			0.79	0.32
C23	<1.0, 0.0, 0.0>			1.00	0.41
C31	<0.2, 0.5, 0.3>			0.44	0.30
C32	<0.6, 0.1, 0.3>			0.65	0.45
C33	<0.3, 0.1, 0.6>			0.36	0.25
C41	<1.0, 0.0, 0.0>			1.00	0.34
C42	<1.0, 0.0, 0.0>			1.00	0.34
C43	<0.9, 0.1, 0.0>			0.93	0.32

7. Adım: Alt-kriterlerin ağırlıkları Eşitlik 97 yardımıyla hesaplanarak

Tablo 7.24’te verilmektedir. Bu adımda alt-kriterlerin RBS’leri durulaştırılmış değerlere dönüştürülerek toplamalarına oranlanır. En düşük ağırlığı C33 alt-kriteri alırken en yüksek ağırlığı C32 alt-kriteri almıştır.

Tablo 7.25: Alternatifler için dilsel uzman değerlendirme matrisi

	w_e		C11	C12	C13	C21	C22	C23	C31	C32	C33	C41	C42	C43
A1	0.28	D1	E	E	E	E	E	E	E	K	E	E	E	E
	0.17	D2	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E
	0.13	D3	E	E	E	E	E	E	K	E	E	E	E	E
	0.13	D4	E	E	E	E	H	E	K	E	K	E	E	K
	0.14	D5	E	E	E	E	E	E	H	K	K	E	E	E
	0.15	D6	E	E	E	K	K	E	E	E	K	E	E	E
A2	0.28	D1	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E
	0.17	D2	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E
	0.13	D3	E	E	E	H	H	H	K	E	H	H	E	E
	0.13	D4	R	R	R	R	R	R	R	R	R	R	R	R
	0.14	D5	E	E	E	E	K	E	E	E	K	E	E	E
	0.15	D6	E	K	K	E	E	E	E	E	E	E	E	E
A3	0.28	D1	E	E	H	H	E	H	H	H	K	H	H	E
	0.17	D2	K	K	K	K	K	K	K	K	K	K	K	K
	0.13	D3	H	H	H	H	E	H	K	H	E	H	H	E
	0.13	D4	R	R	R	R	R	R	R	R	R	R	R	R
	0.14	D5	K	K	K	K	K	K	K	K	K	K	K	K
	0.15	D6	K	K	K	K	K	K	K	K	K	K	K	K
A4	0.28	D1	H	H	H	E	E	E	E	E	K	E	E	H
	0.17	D2	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E
	0.13	D3	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E
	0.13	D4	E	E	K	K	K	E	E	K	K	K	E	K
	0.14	D5	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E
	0.15	D6	K	K	K	E	E	E	E	E	E	E	E	E

8. Adım: Alternatifler için dilsel değerlendirme matrisleri Tablo 7.25’te verilmiştir.

9. Adım: Uzman görüşleri 3.b. adımında olduğu gibi uzman ağırlıklarına göre birleştirilerek resim bulanık değerlendirme matrisi elde edilmiştir.

Örneğin A1 alternatifinin C31 alt-kriterine karşılık gelen RBS'si için evet değerlendirmesi yapan D1, D2 ve D6 uzmanının ağırlığı 0.28, 0.17 ve 0.15 toplamı alınır; kararsızım değerlendirmesi yapan D3 ve D4 uzmanının ağırlıkları 0.13 ve 0.13 toplamı alınır; hayır değerlendirmesi yapan D5 uzmanının ağırlığı 0.14 alınır. Buna göre A1 alternatifinin C31 alt-kriterine karşılık gelen RBS'si $\langle 0.60, 0.26, 0.14 \rangle$ şeklindedir. Tüm alternatifler için alt-kriterlere karşılık gelen RBS değerleri benzer şekilde hesaplanarak elde edilen karar matrisi Tablo 7.26'da verilmektedir.

10. Adım: Karar probleminde maliyet yönlü kriter bulunmadığı için normalize işlemine gerek yoktur. O nedenle bu adım uygulanmamıştır.



Tablo 7.26: RB alt-kriter karar matrisi

Alt-Kriter Ağırlıkları	A1			A2			A3			A4		
	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ
0.34 C11	<1.00,	0.00,	0.00>	<0.87,	0.00,	0.00>	<0.28,	0.46,	0.13>	<0.57,	0.15,	0.28>
0.34 C12	<1.00,	0.00,	0.00>	<0.72,	0.15,	0.00>	<0.28,	0.46,	0.13>	<0.57,	0.15,	0.28>
0.32 C13	<1.00,	0.00,	0.00>	<0.72,	0.15,	0.00>	<0.00,	0.46,	0.41>	<0.43,	0.28,	0.28>
0.27 C21	<0.85,	0.15,	0.00>	<0.74,	0.00,	0.13>	<0.00,	0.46,	0.41>	<0.87,	0.13,	0.00>
0.32 C22	<0.72,	0.15,	0.13>	<0.60,	0.14,	0.13>	<0.41,	0.46,	0.00>	<0.87,	0.13,	0.00>
0.41 C23	<1.00,	0.00,	0.00>	<0.74,	0.00,	0.13>	<0.00,	0.46,	0.41>	<1.00,	0.00,	0.00>
0.30 C31	<0.60,	0.26,	0.14>	<0.74,	0.13,	0.00>	<0.00,	0.58,	0.28>	<1.00,	0.00,	0.00>
0.45 C32	<0.57,	0.43,	0.00>	<0.87,	0.00,	0.00>	<0.00,	0.46,	0.41>	<0.87,	0.13,	0.00>
0.25 C33	<0.58,	0.42,	0.00>	<0.60,	0.14,	0.13>	<0.13,	0.74,	0.00>	<0.58,	0.42,	0.00>
0.34 C41	<1.00,	0.00,	0.00>	<0.74,	0.00,	0.13>	<0.00,	0.46,	0.41>	<0.87,	0.13,	0.00>
0.34 C42	<1.00,	0.00,	0.00>	<0.87,	0.00,	0.00>	<0.00,	0.46,	0.41>	<1.00,	0.00,	0.00>
0.32 C43	<0.87,	0.13,	0.00>	<0.87,	0.00,	0.00>	<0.41,	0.46,	0.00>	<0.58,	0.13,	0.28>

11. Adım: Bu adımda Tablo 7.26’da verilen uzman görüşleri RBAGO operatörü yardımıyla (Eşitlik 102) birleştirilerek ana karar matrisi oluşturularak Tablo 7.27’de verilmiştir.

Örneğin, Tablo 7.26’da RB karar matrisinin C2 ($j = 2$) kriterine göre A1 ($i = 1$) alternatifinin RBS’si $q_{12} = \langle \rho_{12}, \sigma_{12}, \tau_{12} \rangle = \langle 0.95, 0.00, 0.05 \rangle$ aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$\delta_{21} = 0.27$, $\delta_{22} = 0.32$ ve $\delta_{23} = 0.41$ değerleri sırasıyla C21, C22 ve C23 alt kriter ağırlıkları ve A alternatifinin bu alt kriterler için aldığı RBS’ler ise sırasıyla $r_{121} = \langle 0.85, 0.15, 0.00 \rangle$, $r_{122} = \langle 0.72, 0.15, 0.13 \rangle$, ve $r_{123} = \langle 1.00, 0.00, 0.00 \rangle$ şeklindedir. Bu değerler Eşitlik 102’de yerine yazıldığında ($i=1, j=2, n_j=3$),

$$q_{12} = \langle \rho_{12}, \sigma_{12}, \tau_{12} \rangle = RBAGO(r_{121}, r_{122}, r_{123}) = \bigotimes_{s_j=1}^3 (r_{12s_j})^{\delta_{s_j}}$$

$$= \langle \prod_{s_j=1}^3 (\rho_{12s_j} + \sigma_{12s_j})^{\delta_{s_j}} - \prod_{s_j=1}^3 (\sigma_{12s_j})^{\delta_{s_j}}, \prod_{s_j=1}^3 (\sigma_{12s_j})^{\delta_{s_j}}, 1 - \prod_{s_j=1}^3 (1 - \tau_{12s_j})^{\delta_{s_j}} \rangle$$

Burada ρ_{12} , σ_{12} , ve τ_{12} değerleri

$$\rho_{12} = (0.85 + 0.15)^{0.27} \cdot (0.72 + 0.15)^{0.32} \cdot (1.00 + 0.00)^{0.41} - (0.15)^{0.27} \cdot (0.15)^{0.32} \cdot (0.00)^{0.41} = 0.95$$

$$\sigma_{12} = (0.15)^{0.27} \cdot (0.15)^{0.32} \cdot (0.00)^{0.41} = 0$$

$$\tau_{12} = 1 - (1 - 0.00)^{0.27} \cdot (1 - 0.13)^{0.32} \cdot (1 - 0.00)^{0.41} = 0.05$$

olarak hesaplanmıştır. Tablo 7.27’de bulunan diğer değerler benzer şekilde hesaplanmıştır.

Tablo 7.27: RB karar matrisi

w_j	0.31			0.31			0.11			0.27		
	C1			C2			C3			C4		
	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ
A1	<1.00,	0.00,	0.00>	<0.95,	0.00,	0.05>	<0.59,	0.37,	0.05>	<1.00,	0.00,	0.00>
A2	<0.87,	0.00,	0.00>	<0.74,	0.00,	0.13>	<0.83,	0.00,	0.03>	<0.82,	0.00,	0.04>
A3	<0.18,	0.46,	0.23>	<0.11,	0.46,	0.30>	<0.02,	0.55,	0.29>	<0.10,	0.46,	0.30>
A4	<0.54,	0.18,	0.28>	<1.00,	0.00,	0.00>	<1.00,	0.00,	0.00>	<0.90,	0.00,	0.10>

12. Adım: Resim bulanık ağırlıklı karar matrisi için Tablo 7.27’de bulunan RBS’ler kriter ağırlıkları ile çarpılır (Eşitlik 103). Örnek olarak RB ağırlıklı karar matrisinin C2 kriterine göre A1 alternatifinin değeri aşağıdaki gibi hesaplanmıştır:

3. adımda C2 kriterinin ağırlığı $w_2 = 0.31$ olarak, 11. adımda A1 alternatifinin C2 kriterine göre aldığı RBS’si $q_{12} = \langle \rho_{12}, \sigma_{12}, \tau_{12} \rangle = \langle 0.95, 0.00, 0.05 \rangle$ olarak elde edilmişti. Bu değerler Eşitlik 103’te yerine yazılırsa, A1 alternatifinin C2 kriterine göre aldığı ağırlıklı RBS’si $g_{12} = \langle 0.62, 0.00, 0.38 \rangle$ olarak bulunur.

$$g_{12} = w_2 \cdot q_{12} = \langle 1 - (1 - \rho_{12})^{w_2}, (\sigma_{12})^{w_2}, (\sigma_{12} + \tau_{12})^{w_2} - (\sigma_{12})^{w_2} \rangle$$

$$= \langle 1 - (1 - 0.95)^{0.31}, (0)^{0.31}, (0 + 0.05)^{0.31} - (0)^{0.31} \rangle = \langle 0.62, 0.00, 0.38 \rangle$$

Tüm alternatifler için ağırlıklı RBS değerleri benzer şekilde hesaplanmıştır ve ağırlıklı karar matrisi Tablo 7.28’de verilmiştir.

Tablo 7.28: RB ağırlıklı karar matrisi

	C1			C2			C3			C4		
	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ
A1	<1.00,	0.00,	0.00>	<0.62,	0.00,	0.38>	<0.09,	0.89,	0.01>	<1.00,	0.00,	0.00>
A2	<0.46,	0.00,	0.00>	<0.34,	0.00,	0.52>	<0.18,	0.00,	0.68>	<0.37,	0.00,	0.44>
A3	<0.06,	0.78,	0.11>	<0.03,	0.78,	0.13>	<0.00,	0.94,	0.04>	<0.03,	0.81,	0.12>
A4	<0.21,	0.59,	0.20>	<1.00,	0.00,	0.00>	<1.00,	0.00,	0.00>	<0.46,	0.00,	0.54>

13. Adım: Bu adımda Eşitlik 104, 105 ve 106 yardımıyla her bir kriter için RB pozitif ideal çözüm $PI = \{f_1^+, \dots, f_n^+\}$, RB negatif ideal çözüm $NI = \{f_1^-, \dots, f_n^-\}$, ve RB ortalama çözüm $O = \{f_1^o, \dots, f_n^o\}$ değerleri hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar Tablo 7.29’da verilmektedir.

Tablo 7.29: RB ideal, anti-ideal ve ortalama çözümler

	C1			C2			C3			C4		
	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ
PI	<1.00,	0.00,	0.00>	<1.00,	0.00,	0.00>	<1.00,	0.00,	0.00>	<1.00,	0.00,	0.00>
NI	<0.06,	0.00,	0.20>	<0.03,	0.00,	0.52>	<0.002,	0.000,	0.68>	<0.03,	0.00,	0.54>
O	<1.00,	0.00,	0.00>	<1.00,	0.00,	0.00>	<1.00,	0.00,	0.00>	<1.00,	0.00,	0.00>

PI ideal çözüm C1 kriterine göre şu şekilde hesaplanmıştır:

$$\begin{aligned} f_1^+ &= \langle \rho_1^+, \sigma_1^+, \tau_1^+ \rangle = \langle \max_i \rho_{i1}, \min_i \sigma_{i1}, \min_i \tau_{i1} \rangle, \quad i = 1, \dots, 4 \\ &= \langle \max\{1.00, 0.46, 0.06, 0.21\}, \min\{0.00, 0.00, 0.78, 0.59\}, \min\{0.00, 0.00, 0.11, 0.20\} \rangle \\ &= \langle 1.00, 0.00, 0.00 \rangle \end{aligned}$$

NI ideal çözüm C1 kriterine göre şu şekilde hesaplanmıştır:

$$\begin{aligned} f_1^- &= \langle \rho_1^-, \sigma_1^-, \tau_1^- \rangle = \langle \min_i \rho_{i1}, \min_i \sigma_{i1}, \max_i \tau_{i1} \rangle, \quad i = 1, \dots, 4 \\ &= \langle \min\{1.00, 0.46, 0.06, 0.21\}, \min\{0.00, 0.00, 0.78, 0.59\}, \max\{0.00, 0.00, 0.11, 0.20\} \rangle \\ &= \langle 0.06, 0.00, 0.20 \rangle \end{aligned}$$

O çözüm C1 kriteri için şu şekilde hesaplanmıştır:

$$\begin{aligned} f_1^o &= \langle \rho_1^o, \sigma_1^o, \tau_1^o \rangle = \frac{1}{4} * \oplus_{i=1}^4 (g_{i1}) = \langle 1, 0, 0 \rangle \\ f_1^o &= \langle 1 - \prod_{i=1}^4 (1 - \rho_{i1})^{1/4}, \prod_{i=1}^4 (\sigma_{i1})^{1/4}, \prod_{i=1}^4 (\sigma_{i1} + \tau_{i1})^{1/4} - \prod_{i=1}^4 (\sigma_{i1})^{1/4} \rangle \end{aligned}$$

Ortalama çözümün $\rho_1^o, \sigma_1^o, \tau_1^o$ üyelik değerleri aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\begin{aligned} \rho_1^o &= 1 - ((1 - 1.00). (1 - 0.46). (1 - 0.06))^{\frac{1}{4}} = 1 \\ \sigma_1^o &= ((0.00). (0.78). (0.59))^{\frac{1}{4}} = 0 \\ \tau_1^o &= ((0.00 + 0.00). (0.78 + 0.11). (0.59 + 0.20))^{\frac{1}{4}} - ((0.00). (0.78). (0.59))^{\frac{1}{4}} = 0 \end{aligned}$$

Diğer kriterler için hesaplamalar benzer şekilde yapılmıştır.

14. Adım: Eşitlik 107’de kullanılmak üzere her bir alternatifin *PI*, *NI* ve *O* çözümlerine Öklid ve Hamming uzaklıkları Eşitlik 109-118 yardımıyla hesaplanmış ve sonuçlar Tablo 7.30’da verilmiştir. Bu hesaplamalar Uygulama-1’de yapılan hesaplamalara benzer şekilde yapılabilir.

Tablo 7.30: Çözümlere Öklid ve Hamming uzaklıklar

	$dE(PI)$	$dH(PI)$	$dE(NI)$	$dH(NI)$	$dE(O)^+$	$dH(O)^+$	$dE(O)^-$	$dH(O)^-$
A1	0.691	0.644	0.972	1.259	0.000	0.000	0.691	0.644
A2	0.825	1.073	0.338	0.384	0.000	0.000	0.825	1.073
A3	1.281	1.898	0.937	1.216	0.000	0.000	1.281	1.898
A4	0.632	0.665	0.897	1.085	0.000	0.000	0.632	0.665
ϵ	0.649		0.634		0.000		0.649	

Eşitlik 107’de istenen Öklid ve Hamming uzaklıkların birleşik uzaklık değerleri için Tablo 7.30’da verilen uzaklık değerleri kullanılarak hesaplanabilir. Eşitlik 107’de yer alan ϵ parametresi her bir uzaklık türü (PI, NI, O^+, O^-) için Öklid uzaklıkların maksimum değeri ile minimum değeri arasındaki fark kadardır (Eşitlik 108) ve Tablo 7.30’da en alt satırda verilmektedir.

15. Adım: RB-COBRA yönteminin son adımında pozitif ideal, negatif ideal, ortalama çözüme pozitif ve negatif uzaklıklar Eşitlik 119 yardımıyla birleştirilerek kapsamlı uzaklık değeri (dK_i) elde edilmiştir.

Tablo 7.31: Birleşik ve kapsamlı uzaklıklar

	Birleşik Uzaklık Değerleri				Kapsamlı Uzaklık Değeri	Sıra
	$d(PI)$	$d(NI)$	$d(O)^+$	$d(O)^-$	dK	
A1	0.980	1.748	0.000	0.980	0.053	1
A2	1.400	0.420	0.000	1.400	0.595	3
A3	2.859	1.659	0.000	2.859	1.015	4
A4	0.904	1.515	0.000	0.904	0.074	2

Kapsamlı uzaklık değeri (dK_i) diğer alternatifler için de benzer şekilde hesaplanabilir. Daha sonra dK_i değerleri artan olacak şekilde sıralanır. Tablo 7.31’de görüleceği gibi dK_i değerlerine göre ilk sırada A1 alternatifi, ikinci sırada A4, üçüncü sırada A2 alternatifi ve son sırada A3 alternatifi yer almaktadır.

7.3.5. Karşılaştırma ve Duyarlılık

Bu bölümde PSI-RB-COBRA yöntemi sıralama sonuçları öncelikle RBK uzantılı farklı ÇKKV yöntemleri ile karşılaştırılmıştır. Ayrıca sonuçların tutarlılığını göstermek amacıyla

duyarlılık analizi yapılmıştır. Duyarlılık analizi için uzman ağırlığı değişiminin kriter ağırlığına ve alternatif sıralamasına etkisi araştırılmıştır.

7.3.5.1. Diğer Yöntemler ile Karşılaştırma

Bu aşamada geliştirilen modelin sıralama kararlılığının test edilmesi amacıyla karşılaştırma analizi yapılmıştır. İlk olarak RBK uzantılı ÇKKV yöntemleri ile karşılaştırma yapılmıştır. Bunun için Tablo 7.28’de verilmiş olan PSI uzman ağırlıklarına dayalı RB ağırlıklı karar matrisine RB-CODAS (Simic vd., 2021a), RB-EDAS (Liang vd., 2018), RB- TOPSIS (Torun ve Gördebil, 2020) ve RB-ARAS (Jovcic vd., 2020) yöntemleri ile Wang (2017) tarafından önerilen RBAG operatörüne yönelik sıralama sonuçları hesaplanmış ve Tablo 7.32’de verilmiştir.

Tablo 7.32: Matematiksel yazılım sıralama sonuçlarını RB-ÇKKV ile karşılaştırma

Yöntemler	Sıralama Sonuçları							
		1.		2.		3.		4.
RB-COBRA	Değer	0.053		0.074		0.595		1.015
	Sıra	A1	<	A4	<	A2	<	A3
RB-CODAS	Değer	1.837		1.523		0.840		-4.200
	Sıra	A1	<	A3	<	A4	<	A2
RB-EDAS	Değer	0.996		0.879		0.822		0.000
	Sıra	A1	<	A2	<	A4	<	A3
RB-TOPSIS	Değer	0.587		0.584		0.422		0.290
	Sıra	A4	<	A1	<	A3	<	A2
RB-ARAS	Değer	1.000		1.000		0.983		0.411
	Sıra	A1	=	A4	<	A2	<	A3
RBAG	Değer	0.987		0.918		0.917		0.458
	Sıra	A1	<	A2	<	A4	<	A3

Tablo 7.32’de verilen sıralama sonuçları incelendiğinde önerilen RB-COBRA yönteminin sıralama sonuçları ile RB-CODAS, RB-EDAS, RB-ARAS ve RBAG yöntemlerinin sıralama sonuçlarında A1 alternatifi birinci sırada yer almaktadır. Diğer alternatiflerin sıralamasında farklılıklar gözlemlenmektedir. RB-TOPSIS yönteminde ise birinci sırada A4 alternatifi gelmiştir fakat orada da A1 alternatifi ile A4 alternatifinin yakın değerler aldığı görülmektedir.

İkinci bir karşılaştırma analizi ise işlem ve ortalama operatör seçimine yönelik olarak yapılmıştır. PSI-RB-COBRA yönteminin işlem adımları geliştirilirken Wang vd. (2017) tarafından geliştirilen cebirsel işlemler (Tanım 1) kullanılmıştır. PSI-RB-COBRA yönteminin adımları Wei (2017) tarafından geliştirilen cebirsel işlemler (Tanım 2) ile yeniden tanımlanarak matematiksel yazılım seçme problemine uygulanmıştır. Böylece iki farklı cebirsel işleme göre olan sonuçlar karşılaştırılmıştır (Tablo 7.33). Tanım 2’de verilen işlemler uygulanarak elde edilen RB ağırlıklı karar matrisi EK 10’da Tablo 0.5 ile verilmiştir.

Ayrıca, PSI-RB-COBRA yönteminin 13. adımında Eşitlik 106 ile verilen RB ortalama çözüm $O = \{f_1^o, \dots, f_n^o\}$ COBRA yönteminin teorisiyle uyumlu olması amacıyla RB aritmetik ortalama alınarak hesaplanmıştır ve RB aritmetik ortalama yine Tanım 1’de verilen cebirsel işlemlere dayalı olarak belirlenmiştir. RBK’lerde farklı ortalama operatörlerini kullanabilmek de mümkündür (bkz. Bölüm 5.3.3). Literatürde Bonferroni ortalama operatörüne kıyasla daha az işlem gerektirmesi ve tutarlı sonuçlar vermesi sebebiyle Heronian ortalama operatörünün tercih edildiği çalışmalar mevcuttur (Kurama, 2020; Mo ve Huang, 2020). Buna ek olarak, Muirhead ortalama operatöründe ise alternatiflere bir ağırlık ataması yapılması gerekmektedir. Bu nedenle aritmetik ortalama ile elde edilen sıralama sonuçlarını karşılaştırma amacıyla Heronian ortalama operatörü tercih edilmiştir. Heronian ortalama operatörüne göre ortalama çözüm Eşitlik 64a, 64b, 64c ve 64d yardımıyla ve p ve q parametreleri 0.5 alınarak ($p = q = 0.5$) alınarak hesaplanmıştır. Elde edilen ortalama çözüm EK 10’da Tablo 0.5’te verilmiştir. Ayrıca, Heronian ortalamaya göre elde edilen sıralama sonuçları yine Tablo 7.33’de verilmektedir.

Tablo 7.33: Cebirsel işlem ve ortalama operatörü karşılaştırma

Yöntemler	Sıralama Sonuçları					
		1.		2.	3.	4.
PSI-RB-COBRA (Wang vd., 2017)	Değer	0.053		0.074	0.595	1.015
	Sıra	A1	<	A4	<	A2 < A3
PSI-RB-COBRA (Wei, 2017)	Değer	-0.115		0.127	0.128	1.078
	Sıra	A1	<	A2	<	A4 < A3
PSI-RB-COBRA (Heronian Ortalama)	Değer	-0.259		0.034	0.131	1.080
	Sıra	A1	<	A2	<	A4 < A3

Tablo 7.33’te elde edilen sonuçlara göre birinci ve sonuncu sırada yer alan alternatifler aynı olup yalnızca ikinci ve üçüncü sırada yer alan alternatiflerin sıralamasında farklılık görülmektedir.

7.3.5.2. Uzman Ağırlığı Değişimi Sonucu Duyarlılık Analizi

Duyarlılık analizinin bu bölümünde uzman ağırlığındaki değişimin ana kriter ağırlığına ve alternatif sıralamasına etkisinin gözlemlenmesi amaçlanmıştır. Bunun için kriter ağırlığının değişimine dayalı duyarlılık analizi (Yazdani, 2020) metodu uzman ağırlıklarının değişimine entegre edilmiştir. İlk önce, PSI yöntemi kullanılarak elde edilen Tablo 7.20’deki uzman ağırlıkları sonucuna göre “en önemli uzman” $w_s^0 = w_1^0 = 0.28$ ağırlık ile uzman D1 olup, bu uzman için ağırlık esneklik katsayısı $a_1 = 1$ olarak belirlenmiştir. Diğer uzman ağırlıkları sırasıyla $w_2^0 = 0.17$, $w_3^0 = 0.13$, $w_4^0 = 0.13$, $w_5^0 = 0.14$ ve $w_6^0 = 0.15$ olup, Eşitlik 120 yardımıyla belirlenen esneklik katsayıları sırasıyla $a_2 = 0.233$, $a_3 = 0.176$, $a_4 = 0.188$, $a_5 = 0.198$ ve $a_6 = 0.205$ olarak hesaplanmıştır. Δx parametresinin değişim aralığı ise $-0.28 \leq \Delta x \leq 0.72$ olarak bulunmuştur (Eşitlik 121). Bu aralıkta Δx parametresi 0.05 birim artırılarak Eşitlik 122 ve 123 yardımıyla 21 farklı Δx değerine göre yeni uzman ağırlıkları hesaplanmıştır. Ek olarak, değişimin olmadığı durum ($\Delta x = 0$) yani karar problemi çözümünde elde edilen PSI uzman ağırlıkları da eklenerek elde edilen toplam 22 farklı uzman ağırlıkları dağılımı Tablo 7.34’te gösterilmektedir.

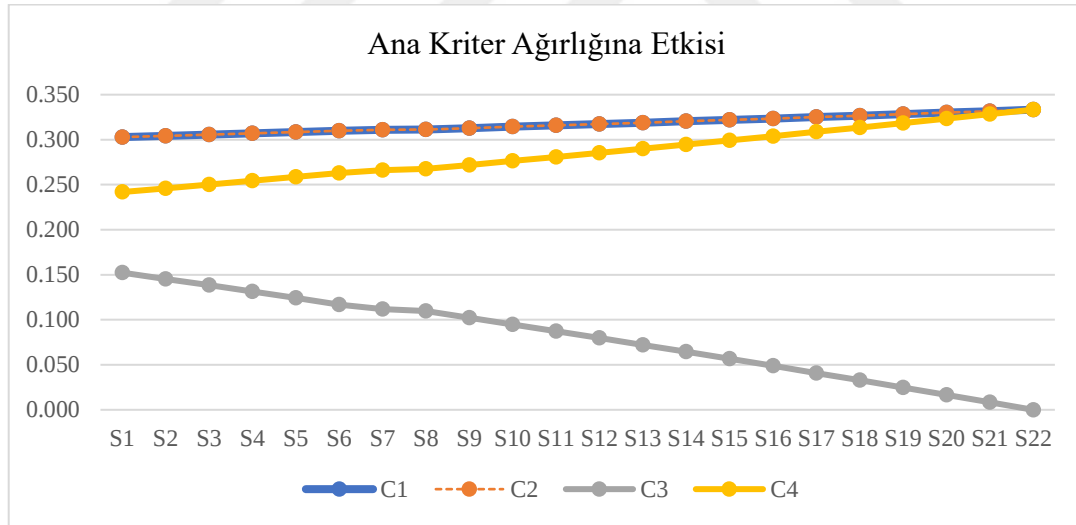
Tablo 7.34: Uzman ağırlığı değişimi

	Δx	D1 w_1	D2 w_2	D3 w_3	D4 w_4	D5 w_5	D6 w_6	Toplam Ağırlık
S1	-0.28	0.00	0.23	0.18	0.19	0.20	0.21	1
S2	-0.23	0.05	0.22	0.17	0.18	0.19	0.19	1
S3	-0.18	0.10	0.21	0.16	0.17	0.18	0.18	1
S4	-0.13	0.15	0.20	0.15	0.16	0.17	0.17	1
S5	-0.08	0.20	0.19	0.14	0.15	0.16	0.16	1
S6	-0.03	0.25	0.18	0.13	0.14	0.15	0.15	1
S7	0.00	0.28	0.17	0.13	0.13	0.14	0.15	1
S8	0.02	0.30	0.16	0.12	0.13	0.14	0.14	1
S9	0.07	0.35	0.15	0.11	0.12	0.13	0.13	1
S10	0.12	0.40	0.14	0.11	0.11	0.12	0.12	1
S11	0.17	0.45	0.13	0.10	0.10	0.11	0.11	1
S12	0.22	0.50	0.12	0.09	0.09	0.10	0.10	1
S13	0.27	0.55	0.11	0.08	0.08	0.09	0.09	1

Tablo 7.34: Uzman ağırlığı değişimi (devam)

	Δx	D1 w_1	D2 w_2	D3 w_3	D4 w_4	D5 w_5	D6 w_6	Toplam Ağırlık
S14	0.32	0.60	0.09	0.07	0.08	0.08	0.08	1
S15	0.37	0.65	0.08	0.06	0.07	0.07	0.07	1
S16	0.42	0.70	0.07	0.05	0.06	0.06	0.06	1
S17	0.47	0.75	0.06	0.04	0.05	0.05	0.05	1
S18	0.52	0.80	0.05	0.04	0.04	0.04	0.04	1
S19	0.57	0.85	0.04	0.03	0.03	0.03	0.03	1
S20	0.62	0.90	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	1
S21	0.67	0.95	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	1
S22	0.72	1	0	0	0	0	0	1

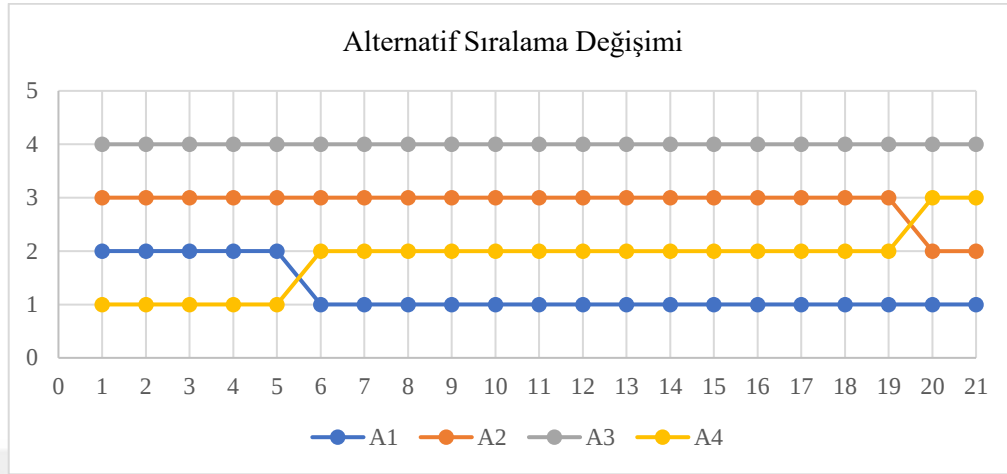
Tablo 7.34’te verilen her bir uzman ağırlık dağılımı için 22 farklı senaryo ile ana kriter ağırlıkları, alt kriter ağırlıkları ve alternatif sıralama sonuçları belirlenmiştir. Senaryo 7 (S7) geliştirilen model kapsamında elde edilen orijinal sonuçları göstermektedir. Farklı uzman ağırlıklarına göre elde edilen ana kriter ağırlık değerleri EK 11’de Tablo 0.6 ile verilmiş olup aşağıda grafik ile özetlenmektedir.



Şekil 7.3: Uzman ağırlığı değişiminin kriter ağırlığına etkisi

Şekil 7.3’ten görüleceği üzere uzman ağırlığı değişiminden C1, C2 ve C4 kriterleri önemli ölçüde etkilenmemiştir. C3 kriterinin ise ağırlığının gittikçe azaldığı görülmektedir. Burada C3 kriterinin son senaryoda 0 değeri alması alternatiflerin sıralamalarının hesaplanması adımında 0⁰ değerinin gelmesine yani tanımsız değer almasına yol açtığı için alternatiflerin

sıralama değişimi incelenirken 22. senaryo dahil edilmemiş, dolayısıyla 21 senaryo üzerinden değerlendirme yapılmıştır.



Şekil 7.4: Uzman ağırlık değişiminin alternatif sıralamasına etkisi

Her bir alternatif için 21 farklı senaryoya göre elde edilen kapsamlı uzaklık değerleri **Hata! Başvuru kaynağı bulunamadı.**'de **Hata! Başvuru kaynağı bulunamadı.** ile verilmektedir. Bu değerlere göre elde edilen sıralama sonuçları Şekil 7.4 ile özetlenmiştir.

Şekil 7.4'te verilen alternatif sıralamalarındaki değişim incelendiğinde uzman ağırlık değişiminden çok fazla etkilenmediği görülmektedir. İlk beş senaryo sonrasında A1 alternatifinin birinci olduğu, sonuncu alternatifin ise A3 alternatifi olduğu görülmektedir.

7.3.5.3. Sıra Tersine Çevirme için Duyarlılık Analizi

Duyarlılık analizinin son aşamasında geliştirilen modelde sıra tersine çevirme probleminin olup olmadığını test etmek amacıyla modelden alternatifler çıkartılarak PSI-RB-COBRA yöntemi tekrar uygulanmış ve sıralama sonuçları karşılaştırılmıştır. Bunun için 4 alternatifin yer aldığı orijinal sıralamaya ek olarak (Senaryo 1), son sırada yer alan A3 alternatifinin çıkartıldığı (Senaryo 2) ve son iki sırada yer alan A2 ve A3 alternatiflerinin çıkartıldığı (Senaryo 3) durum olmak üzere 3 farklı senaryo sonucu elde edilen sıralama sonuçları Tablo 7.35'te verilmektedir.

Tablo 7.35: Sıra tersine çevirme analiz sonuçları

		A1	A4	A2	A3
Senaryo 1	<i>dK</i>	0.053	0.074	0.595	1.015
	Sıra	1	2	3	4
		A1	A4	A2	
Senaryo 2	<i>dK</i>	0.046	0.058	0.45	
	Sıra	1	2	3	
		A1	A4		
Senaryo 3	<i>dK</i>	0.165	0.168		
	Sıra	1	2		

Tablo 7.35’te verilen sıralama sonuçları incelendiğinde en ideal olmayan alternatifler sırasıyla çıkartıldığında sıralama sonuçlarının değişmediği görülmektedir.

8. DEĞERLENDİRME VE SONUÇ

Günümüzde, işletmeler gelişen teknolojiyle beraber tüm kademelerinde daha sık karmaşık ve kritik karar verme problemleri ile karşı karşıya kalır hale gelmişlerdir. Özellikle, dijitalleşme, akıllı sistemler ve Blokzincir gibi bazı yenilikçi teknolojilerin daha da öne çıkması, artık işletmelerin bu gelişmelere kayıtsız kalamayıp bir an önce uygulamaya geçirebilmelerinde önemli bir itici güç olmuştur. Öte yandan, bu karmaşık ve belirsizlik içeren süreçler karar verici konumundaki kişilerin karşılaştıkları çeşitli karar verme problemlerini akıl, sezgi ve tecrübenin yanı sıra belirsizliklerin üstesinden gelebilecek bilimsel araçların kullanıldığı modeller aracılığıyla çözme ihtiyacını doğurmuştur. Dolayısıyla bu tez çalışmasında işletmeler için belirsizlik içeren durumlarda rasyonel kararların alınabilmesi için destek sağlayacak ve bu süreçte alanında uzman bireylerin dahil edilebileceği bir karar modelinin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla PSI-RB-COBRA yöntemi geliştirilmiştir.

PSI-RB-COBRA yöntemi geliştirilirken, ilgilenilen karar problemi için en iyi çözümün bulunabilmesinde ideal, anti-ideal ve ortalama çözüme dayalı Öklid ve Hamming uzaklık ölçütleri aracılığıyla daha kapsamlı bir yaklaşım sağlayabilmesinden dolayı COBRA yöntemi tercih edilmiştir. Ayrıca, belirsiz durumların daha esnek ve gerçeğe uygun bir yaklaşımla ele alınabilmesi için, klasik bulanık kümelerden farklı olarak, “nötr” ve “ret” bilgilerinin de karar verme sürecinde dikkate alınmasını sağlayan, karar vericilere “evet”, “hayır”, “çekimser olma”, “cevap vermek istememe” gibi daha geniş bir tercih alanı sunan RBK’ler kullanılarak COBRA yöntemi RBK uzantılı olarak genişletilmiştir. Geliştirilen modelde karar verici grupta yer alan uzman bireyler yaş, tecrübe, pozisyon, unvan vb. özelliklere göre PSI yöntemiyle ağırlıklandırılmaktadır ve karar verme sürecine bu ağırlıklara göre dahil olabilmektedir.

Çalışmada, PSI-RB-COBRA yönteminin uygulaması üç farklı örnek üzerinde gösterilmektedir. Bunlardan ilki literatürde yer alan yük dağıtım konsepti seçme problemidir. Bu örnek üzerinde ilk olarak uzman ağırlıkları dahil edilmeden RB-COBRA yönteminin tutarlı sonuçlar verip vermediği kontrol edilmiştir. Bu örnekte elde edilen sıralama sonuçları incelendiğinde RB-TOPSIS, RB-EDAS, RB-TODIM, RB-VIKOR, RB-MABAC ve RB-Cross Entropy yöntemleriyle aynı sıralama sonuçlarını verdiği görülmüştür.

(Tablo 7.5). Sıralama sonuçlarının aynı gelmesi COBRA yönteminin işlem adımlarının RBK tabanlı olarak doğru olarak tanımlandığının ve geliştirilen RB-COBRA yönteminin başarılı olarak çalıştığının bir göstergesi olarak kabul edilebilir.

Geliştirilen PSI-RB-COBRA yönteminde uzman ağırlıkları PSI yöntemi ile belirlenmiş olup RB karar matrisine literatürde yer alan çalışmalardan farklı bir bakış açısıyla entegre edilmektedir. Dolayısıyla uzman ağırlığı entegrasyonunun işlevselliğinin test edilmesi amacıyla ikinci uygulama örneği verilmiştir. Uygulama konusu olarak hem güncel hem de literatüre katkı sağlayacağı düşünülen akıllı sözleşme seçme kriterlerinin belirlenmesi problemi ele alınmıştır. Mevcut problem için belirlenen 22 kriter uzman ağırlıklı RB yöntemi ile ağırlıklandırılmış ve sonuçların tutarlılığı karşılaştırma ve duyarlılık analizleri ile test edilmiştir. Elde edilen sonuçlar değerlendirildiğinde karar probleminin uzmanların ağırlık değişimine karşı duyarlı olmadığı (Şekil 7.1) ve geliştirilen modelin diğer ağırlıklandırma yöntemleri ile benzer sonuçlar verdiği (Şekil 7.2) gözlemlenmiştir. Dolayısıyla ortaya çıkan bu sonuçlar geliştirilen yöntemin tutarlı bir yapı sergilediğini göstermiştir. Ayrıca, modelin kendi içinde bir kriter ağırlıklandırma aşaması olması ve diğer ağırlıklandırma yöntemleri ile tutarlı sonuçlar vermesi karar vericilerin ayrı bir kriter ağırlıklandırma yöntemi seçme ihtiyacını da ortadan kaldırmaktadır.

Son olarak geliştirilen PSI-RB-COBRA yönteminin tüm detaylarının gösterilebilmesi amacıyla üçüncü uygulama problemi olarak matematiksel yazılım seçme problemi ele alınmıştır. Burada elde edilen sonuçlar, en ideal alternatifin A1 alternatifi olduğunu, en ideal olmayan alternatifin ise A3 alternatifi olduğunu göstermiştir. Elde edilen bu sonuçların tutarlılığının gösterilmesi amacıyla PSI-RB-COBRA yöntemi RB-CODAS, RB-EDAS, RB-TOPSIS, RB-ARAS ve RBAG yöntemleri ile karşılaştırılmış ve RB-TOPSIS yöntemi hariç diğer yöntemlerde en iyi alternatifin A1 alternatifi olduğu doğrulanmıştır (Tablo 7.32). RB-TOPSIS yönteminde, A1 alternatifinin ikinci sırada yer aldığı fakat birinci sırada yer alan alternatif ile yakın sıralama puanı aldığı görülmektedir. Bu farklılığın RB-TOPSIS yönteminin yalnızca ideal ve anti-ideal çözüme olan Öklid uzaklıkları temel alması, RB-COBRA yönteminin ise daha kapsamlı bir yaklaşımda bulunması sebebiyle olduğu düşünülmektedir.

Dikkat edilmesi gereken bir diğer nokta ise, model geliştirilme aşamasında COBRA yönteminin teorik yapısıyla uyumlu olması açısından ortalama çözüm hesaplanırken

çalışmada aritmetik ortalama kullanılmış olmasıdır. Aritmetik ortalama ile elde edilen sonuçlar Heronian ortalama operatörü kullanılarak elde edilen sonuçlar ile kıyaslandığında en ideal olan ve en ideal olmayan çözümlerin aynı geldiği gözlemlenmiştir (Tablo 7.33). Bu durum aritmetik ortalama kullanılarak elde edilen sonuçları her ne kadar doğrulamış olsa da Heronian ortalama operatörünün doğası gereği çok sayıda matematiksel işlem içermesi karar vericiler açısından uygulamada bir güçlük olarak değerlendirilebilmelerine neden olabilir. Bu kapsamda, aritmetik ortalamadan yararlanılarak hesaplamaların yürütülmesi hem daha az sayıda matematiksel işlem yapılması hem de daha kısa sürede sonuca ulaşılabilmesi açısından karar vericilere önemli bir avantaj sağlayabilir.

Son olarak, matematiksel yazılım seçme problemi üzerinde yapılan duyarlılık analizi sonuçları incelendiğinde ise PSI-RB-COBRA yönteminde kriter ağırlıklarının ve alternatif sıralamalarının uzman ağırlığı değişiminden şiddetle etkilenmediği söylenebilir. Ayrıca **Hata! Başvuru kaynağı bulunamadı.**’da verilen sıralama sonuçları incelendiğinde en kötü ya da en sırada yer alan alternatif çıkartıldığında sıralama sonuçlarının değişmediği, başka bir ifade ile sıra tersine çevirme probleminin ortaya çıkmadığı gözlemlenmiştir. Bu ise geliştirilen modelin kararlılığının bir göstergesi olarak düşünülebilir.

Çalışma kapsamında yer verilen tüm karar problemlerinin çözüm süreçlerinin uygulama ve duyarlılık analizi sonuçları beraber değerlendirildiğinde geliştirilen PSI-RB-COBRA yönteminin tutarlı, başarılı ve kararlı sonuçlar verdiği aşıkardır. Yöntem, uzman ağırlıklarını başarılı bir şekilde karar sürecine dahil edebilmekte, karar problemlerini RBK’ler ve COBRA yöntemi sayesinde daha kapsamlı, gerçeğe uygun ve esnek bir ortamda ele alınabilmesini sağlayabilmektedir. Dolayısıyla, bu tez çalışmasında sunulan COBRA yönteminin hem yerli literatürde ilk kez kullanılmasının hem de RBK’lere dayalı olarak PSI-RB-COBRA yönteminin geliştirilmesinin yerli literatüre önemli önemli ölçüde katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Gelecek çalışmalarda, geliştirilen PSI-RB-COBRA yöntemi işletme alanına ek olarak mühendislik, ulaştırma, üretim, teknoloji, sağlık ve lojistik gibi çeşitli disiplinlerde farklı karar problemlerine uygulanabilir, PSI-RB-COBRA yönteminin kaba sayılar ile entegrasyonu araştırılabilir, RB-COBRA yöntemi RBK’lerde tanımlanan Dombi, Archimedean, Einstein veya Hamacher gibi operatörler kullanılarak yeniden tanımlanarak

sonuçlar karşılaştırılabilir veya COBRA yöntemi farklı bulanık küme uzantılarıla ele alınarak sonuçları RB-COBRA yöntemi ile karşılaştırılabilir.



KAYNAKÇA

- Abdelnabi, A.A.B. (2019). An analytical hierarchical process model to select programming language for novice programmers for data analytics applications. In *2019 International Arab Conference on Information Technology*, Ürdün, pp. 128-132.
- Abdulaal, R. ve Bafail, O.A. (2022). Two new approaches (RAMS-RATMI) in multi-criteria decision-making tactics. *Journal of Mathematics*, 2022: 1-20. <https://doi.org/10.1155/2022/6725318>
- Akbulut, E.A. (2023). Objektif ağırlıklandırma yöntemleri tabanlı yeni birçok kriterli karar verme modeli ile G20 ülkelerinin lojistik performansının ölçülmesi. *Yüksek Lisans Tezi (yayınlanmamış)*, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Uluslararası Turizm ve Lojistik Ana Bilim Dalı, Sivas, 75 s.
- Aktaş, R., Doğanay, M.M., Gökmen, Y., Gazibey, Y. ve Türen, U. (2015). *Sayısal Karar Verme Yöntemleri*. Beta Yayınları, İstanbul, 275 s.
- Aksoy, S. ve Ozbuk, M.Y. (2017). Multiple criteria decision making in hotel location: does it relate to postpurchase consumer evaluations?. *Tourism Management Perspectives*, 22: 73-81. <https://doi.org/10.1016/j.tmp.2017.02.001>
- Anık, Z. ve Baykoç, Ö.F. (2011). Comparison of the most popular object-oriented software languages and criterions for introductory programming courses with analytic network process: a pilot study. *Computer Applications in Engineering Education*, 19 (1): 89-96.
- Arifin, N. ve Saputro, P.H. (2022). Selection index (PSI) method in developing a student scholarship decision support system. *International Journal of Computer and Information System*, 3 (1): 12-16.
- Arya, V. ve Kumar, S. (2020). A new picture fuzzy information measure based on shannon entropy with applications in opinion polls using extended VIKOR–TODIM approach. *Computational and Applied Mathematics*, 39 (3): 1-24.
- Ashraf, S., Mehmood, T., Abdullah, S. ve Khan, Q. (2018). Picture fuzzy linguistic sets and their applications for multi-attribute group. *The Nucleus*, 55 (2): 66-73.
- Ashraf, S., Mahmood, T., Abdullah, S. ve Khan, Q. (2019). Different approaches to multi-criteria group decision making problems for picture fuzzy environment. *Bulletin of the Brazilian Mathematical Society, New Series*, 50 (2): 373-397.
- Ashraf, S., Abdullah, S. ve Muneeza (2021). Some novel aggregation operators for cubic picture fuzzy information: application in multi-attribute decision support problem. *Granular Computing*, 6 (3): 603-618.
- Atanassov, K.T. ve Stoeva, S. (1986). Intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 20 (1): 87-96.

- Ateş, F. ve Akay, D. (2020). Some picture fuzzy Bonferroni mean operators with their application to multicriteria decision making. *International Journal of Intelligent Systems*, 35 (4): 625-649.
- Aydın, U. ve Atak, Ü. (2020). Yük taşımacılığı için bulanık EDAS yöntemi ile taşıma modu seçimi. *Akıllı Ulaşım Sistemleri ve Uygulamaları Dergisi*, 3 (1): 24-33.
- Aydın, N., Seker, S. ve Şen, C. (2022). A new risk assessment framework for safety in oil and gas industry: application of FMEA and BWM based picture fuzzy MABAC. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 219: 111059. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2022.111059>
- Azadfallah, M. (2015). The extraction of expert weights from pair wise comparisons in Delphi method. *Journal of Applied Information Science*, 3 (1): 1–6. doi:10.21863/jais/2015.3.1.001
- Azadfallah, M. (2018). A novel method to assign weights to decision makers for each criterion in group decision making under multiple criteria with crisp and interval data. *International Journal of Applied Management Sciences and Engineering*, 5 (2): 15-46.
- Bağlan, F.B. (2022). Bolu ili kamu alanlarının su tüketimlerinde geri dönüşüm sistemlerine geçiş süreci için bir model önerisi. *Yüksek Lisans Tezi (yayımlanmamış)*, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği Ana Bilim Dalı, İstanbul, 92 s.
- Benini, A., Gambini, M., Migliorini, S. ve Spoto, F. (2021). Power and pitfalls of generic smart contracts. In *2021 Third International Conference on Blockchain Computing and Applications*, Tartu, Estonya, pp. 179-186.
- Bhattacharya, P. ve Neamtiu, I. (2011). Assessing programming language impact on development and maintenance: a study on C and C++. In *Proceedings of the 33rd International Conference on Software Engineering*, Hawaii, ABD, pp. 171-180.
- Biswas, S., Majumder, S., Pamucar, D. ve Dawn, S.K. (2021a). An extended LBWA framework in picture fuzzy environment using actual score measures application in social enterprise systems. *International Journal of Enterprise Information Systems*, 17 (4): 37-68.
- Biswas, S., Pamucar, D., Chowdhury, P. ve Kar, S. (2021b). A new decision support framework with picture fuzzy information: comparison of video conferencing platforms for higher education in India. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2021: 1-22.
- Blagojevic, B., Srdjevic, B., Srdjevic, Z. ve Zoranovic, T. (2016). Deriving weights of the decision makers using AHP group consistency measures. *Fundamenta Informaticae*, 144 (3-4): 383-395.

- Bolturk, E. (2018). Pythagorean fuzzy CODAS and its application to supplier selection in a manufacturing firm. *Journal of Enterprise Information Management*, 31 (4): 550-564.
- Bolturk, E. ve Kahraman, C. (2018). Interval-valued intuitionistic fuzzy CODAS method and its application to wave energy facility location selection problem. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 35 (4): 4865-4877.
- Cakranegara, P.A., Wardhana, A., Simanjorang, T.M. ve Sesario, R. (2022). Recruitment of new employee using selection process for determining decisions with the preference selection index method. *Infokum*, 10 (4): 41-47.
- Cao, G. (2020). A multi-criteria picture fuzzy decision-making model for green supplier selection based on fractional programming. *International Journal of Computers Communications & Control*, 15 (1): 1-14. <https://doi.org/10.15837/ijccc.2020.1.3762>
- Chen, Z. ve Luo, S. (2023). Evaluate teaching quality of physical education using a hybrid multi-criteria decision-making framework. *Plos One*, 18 (2): 1-16. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0280845>
- Coblenz, M. (2017). Obsidian: a safer blockchain programming language. In *2017 IEEE/ACM 39th International Conference on Software Engineering Companion*, Buenos Aires, pp. 97-99.
- Coblenz, M., Sunshine, J., Aldrich, J. ve Myers, B.A. (2019). Smarter smart contract development tools. In *2019 IEEE/ACM 2nd International Workshop on Emerging Trends in Software Engineering for Blockchain*, Montreal, pp. 48-51.
- Cornelis, C., Deschrijver, G. ve Kerre, E.E. (2006). Advances and challenges in interval-valued fuzzy logic. *Fuzzy Sets and Systems*, 157 (5): 622-627.
- Cuong, B.C. ve Kreinovich, V. (2013). Picture fuzzy sets - a new concept for computational intelligence problems. In *Proceedings of the Third World Congress on Information and Communication Technologies*, Hanoi, Vietnam, pp. 1-6. doi: 10.1109/WICT.2013.7113099.
- Çitli, N. (2006). Bulanık çok kriterli karar verme. *Yüksek Lisans Tezi (yayımlanmamış)*, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Ana Bilim Dalı, İstanbul, 113 s.
- De, A.K., Chakraborty, D. ve Biswas, A. (2022). Literature review on type-2 fuzzy set theory. *Soft Computing*, 26 (18): 9049-9068.
- Demir, G. (2020). Çok kriterli karar verme teknikleri ile aynı dilimdeki fen liselerinin değerlendirilmesi. *Doktora Tezi (yayımlanmamış)*, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İşletme Ana Bilim Dalı, Sivas, 347 s.

- Demir, G. ve Arslan, R. (2022). Sensitivity analysis in multi-criterion decision-making problems. *Ankara Hacı Bayram Veli Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 24 (3): 1025-1056.
- Demirci, A. (2022). Multi-criteria decision-making technique for personnel selection: PSI sample. *Toros Üniversitesi İİSBF Sosyal Bilimler Dergisi*, 9: 10-17.
- Dwivedi, V., Pattanaik, V., Deval, V., Dixit, A., Norta, A. ve Draheim, D. (2021). Legally enforceable smart-contract languages: a systematic literature review. *ACM Computing Surveys*, 54 (5): 1-34.
- Ecemiş, O. ve Coşkun, A. (2022). Türkiye’de bilişim teknolojileri kullanımının ÇKKV yöntemleriyle incelenmesi 2014-2021 dönemi. *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*, (37): 81-89.
- Ecer, F. (2022). An extended MAIRCA method using intuitionistic fuzzy sets for coronavirus vaccine selection in the age of COVID-19. *Neural Computing and Applications*, 34 (7): 5603-5623.
- Ecer, F., Pamucar, D. (2022). A novel LOPCOW-DOBI multi-criteria sustainability performance assessment methodology: an application in developing country banking sector. *Omega*, 112: 102690. <http://dx.doi.org/10.1016/j.omega.2022.102690>
- Ecer, F. ve Torkayesh, A.E. (2022). A stratified fuzzy decision-making approach for sustainable circular supplier selection. *IEEE Transactions on Engineering Management* (gelecekte yayınlanacak). doi: 10.1109/TEM.2022.3151491
- Eshlaghy, A.T. ve Farokhi, E.N. (2011). Measuring the importance and the weight of decision makers in the criteria weighting activities of group decision-making process. *American Journal of Scientific Research*, 24: 6–12.
- Gangwar, S., Arya, P. ve Pathak, V.K. (2021). Optimal material selection for ship body based on fabricated zirconium dioxide/silicon carbide filled aluminium hybrid metal alloy composites using novel fuzzy based preference selection index. *Silicon*, 13: 2545-2562.
- Gördebil, M. (2020), Bulanık küme uzantıları ile çoklu kriter altında grupla karar verme. *Yüksek Lisans Tezi (yayımlanmamış)*, Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Kayseri, 206 s.
- Gramlich, B. (2020). Smart contract languages: a thorough comparison. *ResearchGate Preprint*, 1-6. doi:10.13140/RG.2.2.22479.92326
- Gül, S. (2022). Picture fuzzy extension of DEMATEL and its usage in educational quality evaluation. *New Perspectives in Operations Research and Management Science: Essays in Honor of Fusun Ulengin*, Ed.; Topcu İ, Önsel Ekici Ş, Kabak Ö, Aktas E, Özaydın Ö, Cham: Springer International Publishing, 326: pp. 471-497.

- Gül, S. ve Aydoğdu, A. (2023). Novel distance and entropy definitions for linear Diophantine fuzzy sets and an extension of TOPSIS (LDF-TOPSIS). *Expert Systems*, 40 (1): 1-22. <https://doi.org/10.1111/exsy.13104>
- Gündoğdu, F.K., Duleba, S., Moslem, S. ve Aydın, S. (2021). Evaluating public transport service quality using picture fuzzy analytic hierarchy process and linear assignment model. *Applied Soft Computing*, 100: 106920. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2020.106920>
- Haktanır, E. ve Kahraman, C. (2022). A novel picture fuzzy CRITIC & REGIME methodology: wearable health technology application. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 113: 104942.
- Harz, D. ve Knottenbelt, W. (2018). Towards safer smart contracts: a survey of languages and verification methods. *arXiv preprint*, arXiv:1809.09805. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1809.09805>
- Hatefi, M.A. (2019). Indifference threshold-based attribute ratio analysis: a method for assigning the weights to the attributes in multiple attribute decision making. *Applied Soft Computing*, 74: 643-651.
- Huseyinov, I.N. ve Tabak, F.S. (2013). Evaluation Of Computer Algebra Systems Using Fuzzy AHP. *International Journal of Electronics, Mechanical And Mechatronics Engineering*, 3 (2): 533-539.
- Huseyinov, I. ve Tabak, F.S. (2020). The evaluation of computer algebra systems using fuzzy multi-criteria decision-making models: fuzzy AHP and fuzzy TOPSIS. *International Journal of Software Innovation*, 8 (1): 1-16.
- Ishizaka, A. ve Labib, A. (2011). Selection of new production facilities with the group analytic hierarchy process ordering method. *Expert Systems with Applications*, 38 (6): 7317–7325. doi:10.1016/j.eswa.2010.12.004
- İlhan, M. ve Gündoğdu, F.K. (2022). Spaceport site selection of Turkey based on spherical fuzzy sets. *Journal of Aeronautics and Space Technologies*, 15 (2): 125-142.
- Jana, C., Senapati, T., Pal, M. ve Yager, R.R. (2019). Picture fuzzy Dombi aggregation operators: application to MADM process. *Applied Soft Computing*, 74: 99-109.
- Jansen, M., Hdhili, F., Gouiaa, R. ve Qasem, Z. (2020). Do smart contract languages need to be turing complete?, In *Blockchain and Applications: International Congress*, L'Aquila, Italy, pp. 19-26.
- Jovcic, S., Simic, V., Prusa, P. ve Dobrodolac, M. (2020). Picture fuzzy ARAS method for freight distribution concept selection. *Symmetry*, 12 (7): 1062.
- Kahraman, C., Onar, S.Ç. ve Öztayşi, B. (2016). Fuzzy decision making: its pioneers and supportive environment, Chapter Fuzzy Sets Theory: From the Past to the Future. In *Studies in Fuzziness and Soft Computing, Fuzzy Logic in Its 50th Year: New*

Developments, Directions and Challenges, Ed.; Kahraman C, Kaymak U ve Yazıcı A, Springer International Publishing, 341: pp. 21-58.

- Kahraman, C., Oztaysi, B., Otay, I. ve Onar, S.C. (2020). Extensions of ordinary fuzzy sets: a comparative literature review. In *International Conference on Intelligent and Fuzzy Systems*, Istanbul, Turkey, pp. 1655-1665.
- Kaleem, M., Mavridou, A. ve Laszka, A. (2020). Vyper: a security comparison with solidity based on common vulnerabilities. In *2020 2nd Conference on Blockchain Research & Applications for Innovative Networks and Services*, Paris, France, pp. 107-111.
- Karagoz, S., Deveci, M., Simic, V., Aydin, N. ve Bolukbas, U. (2020). A novel intuitionistic fuzzy MCDM-based CODAS approach for locating an authorized dismantling center: a case study of Istanbul. *Waste Management & Research*, 38 (6): 660-672.
- Karakaşoğlu, N. (2008). Bulanık çok kriterli karar verme yöntemleri ve uygulama. *Yüksek Lisans Tezi (yayınlanmamış)*, Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İşletme Anabilim Dalı, Denizli, 247 s.
- Kaya, S.K. (2023). A novel two-phase group decision-making model for circular supplier selection under picture fuzzy environment. *Environmental Science and Pollution Research*, 30 (12): 34135-34157.
- Keshavarz-Ghorabae, M., Amiri, M., Zavadskas, E.K., Turskis, Z. ve Antucheviciene, J. (2021). Determination of objective weights using a new method based on the removal effects of criteria (MEREC). *Symmetry*, 13 (4): 525
- Keskenler, M.F. ve Keskenler, E.F. (2017). Bulanık mantığın tarihi gelişimi. *Takvim-i Vekayi*, 5 (1): 1-10.
- Khan, S., Abdullah, S. ve Ashraf, S. (2019). Picture fuzzy aggregation information based on Einstein operations and their application in decision making. *Mathematical Sciences*, 13: 213-229.
- Khan, A.A., Qiyas, M., Abdullah, S., Luo, J. ve Bano, M. (2019). Analysis of robot selection based on 2-tuple picture fuzzy linguistic aggregation operators. *Mathematics*, 7 (10): 1000.
- Kilicman, A., Hassan, M.A. ve Husain, S.S. (2010). Teaching and learning using mathematics software: the new challenge. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8: 613-619.
- Knecht, M. (2019). Mandala: a smart contract programming language. arXiv preprint arXiv:1911.11376. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1911.11376>
- Korucuk, S., Aytekin, A., Ecer, F., Pamucar, D. S.S. ve Karamaşa, Ç. (2023). Assessment of ideal smart network strategies for logistics companies using an integrated picture fuzzy LBWA–CoCoSo framework. *Management Decision*, 61 (5): 1434-1462.

- Kovacheva, T. (2007). Use of the Maple system in math tuition at Universities. *International Journal: Information Technologies and Knowledge*, 1: 363-368.
- Kurama, O. (2020). On the use of Heronian means in a similarity classifier. *Iranian Journal of Fuzzy System*, 17 (5): 137-146.
- Krstić, M., Agnusdei, G.P., Miglietta, P.P., Tadić, S. ve Roso, V. (2022a). Applicability of industry 4.0 technologies in the reverse logistics: a circular economy approach based on comprehensive distance based ranking (COBRA) method. *Sustainability*, 14 (9): 5632.
- Krstić, M., Agnusdei, G.P., Miglietta, P.P. ve Tadić, S. (2022b). Logistics 4.0 toward circular economy in the agri-food sector. *Sustainable Futures*, 4: 100097.
- Krstić, M., Agnusdei, G.P., Miglietta, P.P. ve Tadić, S. (2022c). Evaluation of the smart reverse logistics development scenarios using a novel MCDM model. *Cleaner Environmental Systems*, 7: 100099.
- Krstić, M., Elia, V., Agnusdei, G.P., De Leo, F., Tadić, S. ve Miglietta, P.P. (2023). Evaluation of the agri-food supply chain risks: the circular economy context. *British Food Journal*, 1-20. doi: 10.1108/BFJ-12-2022-1116
- Kutlu Gündoğdu, F. ve Kahraman, C. (2019). Spherical fuzzy sets and spherical fuzzy TOPSIS method. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 36 (1): 337-352.
- Lesani, S. H., Rouyendegh, B.D. ve Erdebilli, B. (2014). Object-oriented programming language selection using fuzzy AHP method. In *Annual Meeting of the ISAHP*, 29 (1): 1-17.
- Li, X., Ju, Y., Ju, D., Zhang, W., Dong, P. ve Wang, A. (2019). Multi-attribute group decision making method based on EDAS under picture fuzzy environment. *Ieee Access*, 7: 141179-141192.
- Liang, W.Z., Zhao, G.Y. ve Luo, S.Z. (2018). An integrated EDAS-ELECTRE method with picture fuzzy information for cleaner production evaluation in gold mines. *Ieee Access*, 6: 65747-65759.
- Lin, M., Huang, C. ve Xu, Z. (2020). MULTIMOORA based MCDM model for site selection of car sharing station under picture fuzzy environment. *Sustainable Cities and Society*, 53: 101873.
- Liu, D., Luo, Y. ve Liu, Z. (2020). The linguistic picture fuzzy set and its application in multi-criteria decision-making: an illustration to the TOPSIS and TODIM methods based on entropy weight. *Symmetry*, 12 (7): 1170.
- Liu, J. ve Liu, Z. (2019). A survey on security verification of blockchain smart contracts. *Ieee Access*, 7: 77894-77904.

- Liu, P., Liu, J. ve Merigó, J.M. (2018). Partitioned Heronian means based on linguistic intuitionistic fuzzy numbers for dealing with multi-attribute group decision making. *Applied Soft Computing*, 62: 395-422.
- Liu, P. ve Zhang, X. (2018). A novel picture fuzzy linguistic aggregation operator and its application to group decision-making. *Cognitive Computation*, 10 (2): 242-259.
- Liu, Y., Liu, J. ve Qin, Y. (2020). Pythagorean fuzzy linguistic Muirhead mean operators and their applications to multiattribute decision-making. *International Journal of Intelligent Systems*, 35 (2), 300-332.
- Lu, J., Zhang, S., Wu, J. ve Wei, Y. (2021). COPRAS method for multiple attribute group decision making under picture fuzzy environment and their application to green supplier selection. *Technological and Economic Development of Economy*, 27 (2): 369-385.
- Luo, S. ve Liu, J. (2022). An innovative index system and HFFS-MULTIMOORA method based group decision-making framework for regional green development level evaluation. *Expert Systems with Applications*, 189: 116090.
- Luo, S., Pedrycz, W. ve Xing, L. (2022). Selection of data products: a hybrid AFSA-MABAC approach. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 13: 1079–1097.
- Majewski, M. (2004). Computer algebra systems and undergraduate mathematics curriculum. In *Proceedings of the 9th Asian Technology Conference in Mathematics*, Singapore, pp. 13-17.
- Maniya, K. ve Bhatt, M.G. (2010). A selection of material using a novel type decision-making method: preference selection index method. *Materials & Design*, 31 (4): 1785-1789.
- Maple, (2023). Mathematical Software, *Maple Soft* WEB, <https://www.maplesoft.com/products/maple/compare/> (20.05.2023).
- MathCad, (2023). Mathematical Software, *PTC Mathcad* WEB, <https://www.mathcad.com/en/capabilities> (13.04.2023).
- Mathematica, (2023). Mathematical Software, *Wolfram: Mathematica* WEB, <https://www.wolfram.com/mathematica/> (07.05.2023).
- Matlab, (2023). Mathematical Software, *MathWorks: Matlab* WEB, <https://www.mathworks.com/products/matlab.html> (03.04.2023).
- Maxima, (2023). Mathematical Software, *Maxima: A Computer Algebra System* WEB, <https://maxima.sourceforge.io/> (20.07.2023).
- Meksavang, P., Shi, H., Lin, S.M. ve Liu, H.C. (2019). An extended picture fuzzy VIKOR approach for sustainable supplier management and its application in the beef industry. *Symmetry*, 11 (4): 468. <https://doi.org/10.3390/sym11040468>

- Mianabadi, H. ve Afshar, A. (2008). A new method to evaluate weights of decision makers and its application in water resource management. In *Proceedings of the 13th IWRA World Water Congress*, Montpellier, France, pp. 1-10.
- Mishra, A.R., Chandel, A. ve Motwani, D. (2020). Extended MABAC method based on divergence measures for multi-criteria assessment of programming language with interval-valued intuitionistic fuzzy sets. *Granular Computing*, 5 (1): 97-117. <https://doi.org/10.1007/s41066-018-0130-5>
- Mo, J. ve Huang, H.L. (2020). Archimedean geometric Heronian mean aggregation operators based on dual hesitant fuzzy set and their application to multiple attribute decision making. *Soft Computing*, 24 (1): 14721-14733.
- Mufazzal, S. ve Muzakkir, S.M. (2017). Identification of optimal alternative as a prospective candidate for further design improvements using preference selection index method. In *2017 International Conference on Innovations in Control, Communication and Information Systems (ICICCI)*, India, pp. 1-5. doi: 10.1109/ICICCIS.2017.8660762.
- Mufazzal, S. ve Muzakkir, S.M. (2018). A new multi-criterion decision making (MCDM) method based on proximity indexed value for minimizing rank reversals. *Computers & Industrial Engineering*, 119: 427-438.
- Ouhibi A. and Frikha, H. (2019). CODAS-SORT: a new CODAS based method for sorting problems. In *6th International Conference on Control, Decision and Information Technologies*, Paris, France, pp. 855–860.
- Ouhibi, A. ve Moalla Frikha, H. (2021). An intuitionistic fuzzy extension of the codas-sort method. *Multiple Criteria Decision Making*, 16: 110-121.
- Özbek, A. (2017). *Çok Kriterli Karar Verme Yöntemleri ve Excel ile Problem Çözümü*. 1. basım, Seçkin Yayıncılık, Ankara, 336 s.
- Pamučar, D., Stević, Ž. ve Sremac, S. (2018). A new model for determining weight coefficients of criteria in MCDM models: full consistency method (FUCOM). *Symmetry*, 10 (9): 393. <https://doi.org/10.3390/sym10090393>
- Parizi, R.M., Amritraj, S. ve Dehghantanha, A. (2018). Smart contract programming languages on blockchains: an empirical evaluation of usability and security. In *Blockchain–ICBC 2018: First International Conference, Held as Part of the Services Conference Federation*, Seattle, USA, pp. 75-91.
- Parker, K.R., Chao, J.T., Ottaway, T.A. ve Chang, J. (2006). A formal language selection process for introductory programming courses. *Journal of Information Technology Education: Research*, 5 (1), 133-151. <https://doi.org/10.28945/239>
- Peng, J.J., Tian, C., Zhang, W.Y., Zhang, S. ve Wang, J.Q. (2020). An integrated multi-criteria decision-making framework for sustainable supplier selection under picture fuzzy environment. *Technological and Economic Development of Economy*, 26 (3): 573-598. <https://doi.org/10.3846/tede.2020.12110>

- Peng, X. ve Luo, Z. (2021). Decision-making model for China's stock market bubble warning: the CoCoSo with picture fuzzy information. *Artificial Intelligence Review*, 54 (8): 5675-5697. <https://doi.org/10.1007/s10462-021-09954-6>
- Pınar, A. ve Boran, F.E. (2022). A novel distance measure on q-rung picture fuzzy sets and its application to decision making and classification problems. *Artificial Intelligence Review*, 55 (2): 1317-1350. <https://doi.org/10.1007/s10462-021-09990-2>
- Popović, G., Pucar, Đ. ve Smarandache, F. (2022a). MEREC-COBRA approach in e-commerce development strategy selection. *Journal of Process Management and New Technologies*, 10 (3-4): 66-74.
- Popović, G., Milovanović, G. ve Pucar, Đ. (2022b). A multiple-criteria approach to RFID solution provider selection. *PaKSoM 2022*, 457.
- Prokop, Y., Trofimenko, E., Loginova, N., Zadereyko, A. ve Gerganov, M. (2019). Multivariate analysis when choosing the first programming language studied in universities. In *2019 IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering*, Lviv, Ukraine, pp. 1224-1228.
- Puška, A., Stević, Ž. ve Pamučar, D. (2022). Evaluation and selection of healthcare waste incinerators using extended sustainability criteria and multi-criteria analysis methods. *Environment, Development and Sustainability*, 24: 11195–11225. <https://doi.org/10.1007/s10668-021-01902-2>
- Qiyas, M., Abdullah, S., Al-Otaibi, Y.D. ve Aslam, M. (2021). Generalized interval-valued picture fuzzy linguistic induced hybrid operator and TOPSIS method for linguistic group decision-making. *Soft Computing*, 25, 5037-5054.
- Razavi Hajiagha, S.H., Mahdiraji, H.A., Hashemi, S.S. ve Turskis, Z. (2015). Determining weights of fuzzy attributes for multi-attribute decision-making problems based on consensus of expert opinions. *Technological and Economic Development of Economy*, 21 (5): 738-755.
- Riaz, M. ve Hashmi, M.R. (2019). Linear Diophantine fuzzy set and its applications towards multi-attribute decision-making problems. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 37 (4): 5417-5439.
- Rodríguez, R.M., Martínez, L., Torra, V., Xu, Z.S. ve Herrera, F. (2014). Hesitant fuzzy sets: state of the art and future directions. *International Journal of Intelligent Systems*, 29 (6): 495-524.
- Sagemath, (2023). Mathematical Software, *Sagemath WEB*, <https://www.sagemath.org/> (19.07.2023).
- Saraji, M.K. ve Streimikiene, D. (2022). Evaluating the circular supply chain adoption in manufacturing sectors: a picture fuzzy approach. *Technology in Society*, 70, 102050.

- Seikh, M.R. ve Mandal, U. (2021). Some picture fuzzy aggregation operators based on Frank t-norm and t-conorm: application to MADM process. *Informatica*, 45 (3): 447-461. <https://doi.org/10.31449/inf.v45i3.3025>
- Senapati, T. ve Yager, R.R. (2019). Fermatean fuzzy weighted averaging/geometric operators and its application in multi-criteria decision-making methods. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 85: 112-121.
- Senapati, T. ve Chen, G. (2022). Picture fuzzy WASPAS technique and its application in multi-criteria decision-making. *Soft Computing*, 26 (9): 4413-4421.
- Sergey, I., Nagaraj, V., Johannsen, J., Kumar, A., Trunov, A. ve Hao, K.C.G. (2019). Safer smart contract programming with Scilla. *Proceedings of the ACM on Programming Languages*, 3: 1-30. <https://doi.org/10.1145/3360611>
- Singh, P. (2015). Correlation coefficients for picture fuzzy sets. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 28 (2), 591-604.
- Singh, A. ve Kumar, S. (2021). Picture fuzzy Choquet integral-based VIKOR for multicriteria group decision-making problems. *Granular Computing*, 6: 587-601.
- Simić, V., Soušek, R. ve Jovčić, S. (2020). Picture fuzzy MCDM approach for risk assessment of railway infrastructure. *Mathematics*, 8 (12): 2259.
- Simic, V., Karagoz, S., Deveci, M. ve Aydin, N. (2021a). Picture fuzzy extension of the CODAS method for multi-criteria vehicle shredding facility location. *Expert Systems with Applications*, 175: 114644. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2021.114644>
- Simić, V., Lazarević, D. ve Dobrodolac, M. (2021b). Picture fuzzy WASPAS method for selecting last-mile delivery mode: a case study of Belgrade. *European Transport Research Review*, 13 (1): 1-22. doi: 10.1186/s12544-021-00501-6
- Smarandache, F. (2006). Neutrosophic set - a generalization of the intuitionistic fuzzy set. In *International Conference on Granular Computing*, Atlanta, USA, pp. 38-42. doi: 10.1109/GRC.2006.1635754.
- Son, L.H. (2016). Generalized picture distance measure and applications to picture fuzzy clustering. *Applied Soft Computing*, 46: 284-295. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2016.05.009>
- Spoto, F., Migliorini, S., Gambini, M. ve Benini, A. (2022). On the use of generic types for smart contracts. *Cluster Computing*, 26: 2099-2113. <https://doi.org/10.1007/s10586-022-03688-y>
- Stanujkic, D., Popovic, G., Karabasevic, D., Meidute-Kavaliauskiene, I. ve Ulutaş, A. (2021). An integrated simple weighted sum product method – WISP. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 70 (5): 1-12. doi: 10.1109/TEM.2021.3075783

- Stević, Ž., Pamučar, D., Puška, A. ve Chatterjee, P. (2020). Sustainable supplier selection in healthcare industries using a new MCDM method: measurement of alternatives and ranking according to compromise solution (MARCOS). *Computers & Industrial Engineering*, 140: 106231.
- Tadić, S., Krstić, M., Dabić-Miletić, S. ve Božić, M. (2023). Smart material handling solutions for city logistics systems. *Sustainability*, 15 (8): 6693.
- TDK, (2023). Türk Dil Kurumu Sözlükleri. Erişim 18 Temmuz 2023. <https://sozluk.gov.tr/>
- Tian, C., Peng, J., Zhang, W., Zhang, S. ve Wang, J. (2020). Tourism environmental impact assessment based on improved AHP and picture fuzzy PROMETHEE II methods. *Technological and Economic Development of Economy*, 26 (2): 355-378.
- Tian, C. ve Peng, J. (2020). An integrated picture fuzzy ANP-TODIM multi-criteria decision-making approach for tourism attraction recommendation. *Technological and Economic Development of Economy*, 26 (2): 331-354.
- Torra, V. (2010). Hesitant fuzzy sets. *International journal of intelligent systems*, 25 (6): 529-539.
- Torun, H. ve Gördebil, M. (2020). Multi criteria decision making based on TOPSIS method with extended fuzzy sets. In *Intelligent and Fuzzy Techniques in Big Data Analytics and Decision Making: Proceedings of the INFUS 2019 Conference*, Istanbul, Turkey, pp. 558-566.
- Toslak, M. (2022). MARCOS Yöntemi kullanılarak yer fıstığı ezme makinesi seçimi. *Yüksek Lisans Tezi (yayımlanmamış)*, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Uluslararası Ticaret ve Lojistik Ana Bilim Dalı, Sivas, 95 s.
- Tyurin A.V., Tyuluandin I.V., Maltsev V.S., Kirilenko I.A. ve Berezun D.A. (2019). Overview of the languages for safe smart contract programming. *Trudy ISP RAN/Proc. ISP RAS*, 31 (3): 157-176. doi: 10.15514/ISPRAS-2019-31(3)-13
- Ulutaş, A., Stanujkic, D., Karabasevic, D., Popovic, G., Zavadskas, E. K., Smarandache, F. ve Brauers, W.K. (2021). Developing of a novel integrated MCDM MULTIMOOSRAL approach for supplier selection. *Informatica*, 32 (1): 145-161.
- URL1 (2023), <https://www.proscon.com.tr/proses-tehlike-analizlerindeki-belirsizliklerin-bulanik-mantik-ile-kantitatiflestirilmesi/> (01, 08, 2023).
- Urošević, K., Gligorić, Z., Miljanović, I., Beljić, Č. ve Gligorić, M. (2021). Novel methods in multiple criteria decision-making process (Mcrat and raps)—application in the mining industry. *Mathematics*, 9 (16): 1980.
- Varela-Vaca, Á.J. ve Quintero, A.M.R. (2021). Smart contract languages: a multivocal mapping study. *ACM Computing Surveys*, 54 (1): 1-38.
- Verma, R., Ajaygopal, K.V. ve Koul, S. (2022). Circular supplier evaluation and selection using hybrid MCDM methods: Case of the steel manufacturing industry.

In *International Symposium of the Analytic Hierarchy Process*, Web Conference, pp. 1-16.

- Wang, C., Zhou, X., Tu, H. ve Tao, S. (2017). Some geometric aggregation operators based on picture fuzzy sets and their application in multiple attribute decision making. *Italian Journal of Pure and Applied Mathematics*, 37: 477-492.
- Wang, L., Zhang, H.Y., Wang, J.Q. ve Li, L. (2018). Picture fuzzy normalized projection-based VIKOR method for the risk evaluation of construction project. *Applied Soft Computing*, 64: 216-226
- Wang, R., Wang, J., Gao, H. ve Wei, G. (2018). Methods for MADM with picture fuzzy muirhead mean operators and their application for evaluating the financial investment risk. *Symmetry*, 11 (1): 6.
- Wang, L., Wang, X.K., Peng, J.J. ve Wang, J.Q. (2020). The differences in hotel selection among various types of travellers: a comparative analysis with a useful bounded rationality behavioural decision support model. *Tourism Management*, 76: 103961.
- Wang, Z., Rangaiah, G.P. ve Wang, X. (2021). Preference ranking on the basis of ideal-average distance method for multi-criteria decision-making. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 60 (30): 11216-11230.
- Waruwu, F.T. ve Mesran, M. (2021). Comparative analysis of ranking methods of WASPAS+ ROC with preference selection index (PSI) in determining the performance of young lecturers. *International Journal of Information System and Technology*, 5 (2): 207-214.
- Wei, G. (2016). Picture fuzzy cross-entropy for multiple attribute decision making problems. *Journal of Business Economics and Management*, 17 (4): 491-502.
- Wei, G. (2017). Picture fuzzy aggregation operators and their application to multiple attribute decision making. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 33 (2): 713-724.
- Wei, G. (2018). TODIM method for picture fuzzy multiple attribute decision making. *Informatica*, 29 (3): 555-566.
- Wei, G., Lu, M. ve Gao, H. (2018). Picture fuzzy heronian mean aggregation operators in multiple attribute decision making. *International Journal of Knowledge-Based and Intelligent Engineering Systems*, 22 (3): 167-175.
- Xu, X.G., Shi, H., Xu, D.H. ve Liu, H.C. (2019). Picture fuzzy Petri nets for knowledge representation and acquisition in considering conflicting opinions. *Applied Sciences*, 9 (5): 983.
- Yager, R.R. (2013). Pythagorean membership grades in multicriteria decision making. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 22 (4): 958-965.
- Yager, R.R. (2016). Generalized orthopair fuzzy sets. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 25 (5): 1222-1230.

- Yazdani, M., Zarate, P., Zavadskas, E.K. ve Turskis, Z. (2019). A combined compromise solution (CoCoSo) method for multi-criteria decision-making problems. *Management Decision*, 57 (9): 2501-2519. doi: 10.1108/MD-05-2017-0458
- Yazdani, M., Chatterjee, P., Pamucar, D. ve Abad, M.D. (2020). A risk-based integrated decision-making model for green supplier selection: a case study of a construction company in Spain. *Kybernetes*, 49 (4): 1229-1252.
- Yıldızbaşı, A. ve Daneshvar Rouyendegh, B. (2018). Multi-criteria decision making approach for evaluation of the performance of computer programming languages in higher education. *Computer Applications In Engineering Education*, 26 (6): 1992-2001.
- Yoon, I., Kim, J. ve Lee, W. (2016). The analysis and application of an educational programming language (RUR-PLE) for a pre-introductory computer science course. *Cluster Computing*, 19: 529-546.
- Yue, Z. (2012). Developing a straightforward approach for group decision making based on determining weights of decision makers. *Applied Mathematical Modelling*, 36 (9): 4106-4117.
- Zadeh, L.A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8: 338-353.
- Zhang, S., Wei, G., Gao, H., Wei, C. ve Wei, Y. (2019). EDAS method for multiple criteria group decision making with picture fuzzy information and its application to green suppliers selections. *Technological and Economic Development of Economy*, 25 (6): 1123-1138.
- Žižović, M. ve Pamucar, D. (2019). New model for determining criteria weights: level based weight assessment (LBWA) model. *Decision Making: Applications in Management and Engineering*, 2 (2): 126-137.
- Žižović, M., Pamučar, D., Albijanić, M., Chatterjee, P. ve Pribićević, I. (2020). Eliminating rank reversal problem using a new multi-attribute model—the RAFSI method. *Mathematics*, 8 (6): 1015.

EKLER

EK 1: ASD Etik Kurul Raporu



T.C.
BARTIN ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Sosyal ve Beşeri Bilimler Etik Kurulu



Sayı : E-23688910-050.01.04-2300038125
Konu : Sosyal ve Beşeri Bilimler Etik
Kurulu Onay Belgesi

10.05.2023

Protokol No:	2023-SBB-0251
Araştırmanın Başlığı:	Akıllı Sözleşme Dili Seçimi
Proje Yürütücüsü:	Pınar ÇELEBİ DEMİRARSLAN
Başvuru Formunun Geliş Tarihi:	06.04.2023
Karar Tarihi:	27.04.2023
Toplantı No:	09

Başvuru dosyasında etik sorun oluşturabilecek sorular/maddeler, süreçler ya da unsurlar bulunmadığından 27.04.2023 tarihli ve 09 numaralı toplantıda 2023-SBB-0251 numaralı başvuruya araştırma için ETİK KURUL ONAY belgesinin verilmesine karar verilmiştir.

Doç. Dr. Elif KARAHAN
Başkan

Doç. Dr. Sedat BALYEMEZ
Başkan yardımcısı

Doç. Dr. Melih BAŞKOL
Üye

Doç. Dr. Vahit CELAL
Üye

Doç. Dr. Özge ÖZGÜR
Üye

Doç. Dr. Sefer Yetkin IŞIK
Üye

Dr. Öğr. Üyesi Hasan Basri
KANSIZOĞLU
Üye

Belge Doğrulama Kodu: H3AFUE3

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Takip Adresi: <http://ubys.bartin.edu.tr/ERMS/Record/ConfirmationPage/Index>

Adres: Ağdacı Mahallesi Fakülte Caddesi No:54 Bartın

Telefon No: (0 378) 2235500

e-Posta:

Kep Adresi: bartinuniversitesi@un01.kep.tr

Faks No: (0 378) 2235042

İnternet Adresi: <http://www.bartin.edu.tr/>

Bilgi için :

Görevler Ada

Sekreter

Telefon No:

(0 378) 2235372 - 5372



EK 2: ASD Uzman Görüş Formu Kriter Tanımları

Tablo 0.1: ASD kriter tanımları

Kriter	Criteria	Açıklama
Dilin Odak Noktası	Focus of Language	Literatürde akıllı sözleşme dilleri, dilin geliştirilmesinin arkasındaki motivasyona yani ana odak noktalarına göre kategorilere ayrılmaktadır. Bazı diller finansal veya doğrulama odaklıyken, bazı diller legal ya da iş süreci odaklı olabilmektedir.
Okunabilirliği	Readability	Bir sözleşme davranışının dil gösteriminin sezgisel olmasını, yani incelenmesi ve yazılması kolay olmasını ifade etmektedir.
Anlamlılık	Expressiveness	Temel olarak dil, olası çeşitli kullanım durumlarına uyacak şekilde anlamlı olmalıdır.
Kullanıcı Merkezli Tasarım	User-Centered Design	Akıllı sözleşme dili, insanların davranışlarını belirleyebildiği bir arayüzdür ve insan-bilgisayar etkileşimi ilkelerine tabidir. Bu kriter, dilin daha fazla kişinin akıllı sözleşmeler yazmasını destekleyici arayüze sahip olmasını belirtmektedir.
Tip Sistemi	Type-system	Akıllı sözleşme dillerinin tip sistemi, programlama dilindeki veri tiplerine uygulanan kuralları tanımlar. Bu nitelikler, akıllı sözleşme dillerinin uygunluğu ve ifade edilebilirliği hakkında kritik bilgiler sağlar. Statik, dinamik vb. tip sistemleri mevcuttur.
Paradigma	Paradigm	Bu kriter programlama paradigmasını yani dilin nasıl uygulandığını açıklayan yürütme modelini (dilini bildirimsel, işlevsel, zorunlu veya sembolik olması gibi) temsil etmektedir.
Amaç	Purpose	Amaç kriteri, dillerin semantik doğruluk veya biçimsel doğrulama veya her ikisi için kontrol edilecek kadar ayrıntılı olup olmadığını gösterir.
Doğrulama	Verification	Bu kriter, dillerin farklı soyutlama seviyelerinde akıllı sözleşmelerin doğrulanmasına odaklanmasıyla ilgilidir. Doğrulama, eksiksizlik, doğruluk ve sağlamlık gibi özellikleri doğrulamak için bir mekanizmayı analiz etmeye veya sağlamaya odaklanır.
Dili Destekleyen Platformlar	Platforms that Supports the Language	Bazen akıllı sözleşme dilleri, somut bir blok zinciri platformunda yürütülmek üzere tasarlanırken, diğer durumlarda diller, şu anda herhangi bir blok zinciri platformu tarafından desteklenmeyen prototiplerdir veya agnostik bir blok zinciri platformu açısından bile tasarlanabilirler. Blockchain agnostisizmi, birden fazla farklı zincire izin veren tek bir platform anlamına gelir. Dil tasarımcıları, belirli bir platforma bağlı kalmak yerine, Blockchain platformlarının doğası hakkında az sayıda güvenli varsayımda bulunarak, birden fazla platformu destekleyici diller oluşturabilirler.

Tablo 0.1. ASD kriter tanımları (devam)

Kriter	Criteria	Açıklama
Güvenlik ve Gizlilik	Security and Privacy	Bu kriter, programcıya istenmeyen güvenlik açıkları veya boşluklar olmaksızın akıllı sözleşmeler yazma yeteneği sağlamayı amaçlar.
Yasal Olarak Uygulanabilirlik	Legally Enforceable	Yasal olarak uygulanabilir bir akıllı sözleşme dili olmak, dilin yasal olarak bağlayıcı sözleşmeler oluşturmak için tasarlandığı (veya bunu amaçladığı) anlamına gelir.
Güvenlik Açığı	Vulnerability	Güvenlik açığı, bir sistemdeki, sistem güvenlik prosedürlerindeki veya bir tehdit kaynağı tarafından kötüye kullanılabilecek herhangi bir dahili uygulama ve kontroldeki bir zayıflığı temsil eder.
Turing Bütünlüğü (Tamlığı)	Turing Complete	Kullanıcı programlama dili ile olası herhangi bir algoritmayı uygulayabilirse, o zaman dilin Turing bütünlüğü olduğu söylenir. Blockchain teknolojisinin bazı uygulamaları Turing Complete iken, diğerleri Turing Incomplete'dir.
Dilin Seviyesi	Level of language	Üst seviye: Makine hizmetleri soyutlamaları sağlayan bir tür sistemle geliştirilmiş, okunabilirlik ve daha güvenli üst düzey sözdizimsel yapılar yoluyla geliştiriciler için sözleşmelerin yazılmasını kolaylaştırma fikrine sahip diller. Orta seviye: Yüksek seviyeli bir kaynak ve düşük seviyeli hedef diller arasında bir uzlaşma sunan diller. Genel bir kural olarak, hesaplama modeline, tip sistemine, akıl yürütmeye, anlambilime vb. dayalı olarak program doğrulamasını veya statik analizi basitleştirmek için tasarlanırlar. Düşük seviye: Bu diller, temel yürütme ortamı tarafından doğrudan yürütme için tasarlanmıştır. Bunların, dağıtılmış bir sanal makinede yürütülmesi için sözleşmeyi belirleyici bir şekilde uygulaması gerekir.
Semantik (Anlambilim)	Semantic	Dillerin resmi veya gayri resmi bir anlamı vardır. Biçimsel anlambilim, o dilde yazılmış programların tam davranışını tanımlar. Gayri resmi anlambilim, çoğunlukla derleyicinin tam davranışı tanımlamasına izin verir.
Ölçüm Türü	Metering	Dağıtılmış bir defterde yürütülen akıllı sözleşmeler, birkaç düğüm tarafından yeniden yürütülür. Bu hesaplamalar maliyetli olduğundan ölçüm, bir programın yürütülmesini ücretlendirmenin ve sınırlamanın bir yoludur. Liretörde gas, limit, script size vb. ölçüm türleri bulunmaktadır.
Jenerikler	Generics	Jenerikler, akıllı sözleşmelerin programlanması için güçlü ve çok yararlı bir araçtır, çünkü bu tür sözleşmelerin davranışını kişiselleştirmeye ve içsel eksikliklerinin kısmen üstesinden gelmeye izin verirler.

EK 3: ASD Uzman Görüş Formu Kriter Değerlendirme Bölümü

KRİTER DEĞERLENDİRME FORMU
Bu bölümde literatür araştırması ve uzman tavsiyesi sonucu oluşturulan "Kriter" listesinde yer alan kriterlerin "Akıllı Sözleşmeler için Programlama Dili Seçimi" konusunda bir kriter olarak yer alıp alamayacağını belirlemek amacıyla değerlendirme sütunu bulunmaktadır. Dilsel değerlendirme sütununda, ilgili kriterin kriter havuzunda yer alması gerektiğini düşünüyorsanız "Evet" seçeneğini, kriter olarak yer alması gerektiğinden emin değilseniz "Kararsızım" seçeneğini, kriterin yer almaması gerektiğini düşünüyorsanız "Hayır" seçeneğini ve son olarak bu kriter hakkında cevap vermek istemiyorsanız "Ret" seçeneğini seçebilirsiniz. Toplamda 22 kriter listelenmekte olup, bu bölümü cevaplama süreniz 6-8 dakikayı geçmeyecektir. İlginiz ve değerli vaktinizi ayırdığınız için teşekkür ederim.

Dilsel Değerlendirme Seçenekleri	Kriterler için Açıklama
Evet	Kriterin akıllı sözleşmeler için programlama dili seçiminde etkili olduğunu düşünüyorsanız EVET seçeneğini seçiniz.
Kararsızım	Kriterin akıllı sözleşmeler için programlama dili seçiminde etkili olup olmadığı konusunda kararsızsanız KARARSIZIM seçeneği seçiniz.
Hayır	Kriterin akıllı sözleşmeler için programlama dili seçiminde etkisinin olmadığını düşünüyorsanız HAYIR seçeneğini seçiniz.
Ret	Kriterin akıllı sözleşmeler için programlama dili seçiminde etkili olup olmadığı konusunda cevap vermek istemiyorsanız RET seçeneğini seçiniz.

No	Kriterler	Dilsel İfade	No	Kriterler	Dilsel İfade
1	Dilin Odak Noktası		12	Güvenlik Açığı	
2	Okunabilirliği		13	Turing Bütünlüğü (Tamlığı)	
3	Anlamlılık		14	Dilin Seviyesi	
4	Kullanıcı merkezli tasarım		15	Semantik (Anlambilim)	
5	Tip Sistemi		16	Ölçüm Türü	
6	Paradigma		17	Jenerikler	
7	Amaç		18	Araç Desteği	
8	Doğrulama		19	Toplum Desteği	
9	Dili destekleyen platformlar		20	Geliştirme ve Test Araçlarının Mevcut Olması	
10	Güvenlik ve Gizlilik		21	Dil Popülerliği (programcılarının mevcut olması)	
11	Yasal Olarak Uygulanabilirlik		22	Yazma Kolaylığı	

EK 4: Uzman Ağırlık Değişimine Göre ASD Kriter Ağırlıkları

Tablo 0.2: ASD uzman ağırlık değişimine göre elde edilen kriter ağırlıkları

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16	C17	C18	C19	C20	C21	C22	Toplam
S1	0.052	0.052	0.052	0.042	0.037	0.042	0.052	0.052	0.052	0.052	0.037	0.052	0.015	0.052	0.047	0.042	0.042	0.052	0.052	0.052	0.037	0.042	1.000
S2	0.052	0.052	0.052	0.041	0.037	0.042	0.052	0.052	0.052	0.052	0.037	0.049	0.017	0.052	0.047	0.042	0.042	0.052	0.052	0.052	0.037	0.042	1.000
S3	0.051	0.051	0.051	0.040	0.038	0.042	0.051	0.051	0.051	0.051	0.038	0.046	0.019	0.051	0.047	0.042	0.042	0.051	0.051	0.051	0.038	0.042	1.000
S4	0.051	0.051	0.051	0.039	0.039	0.043	0.051	0.051	0.051	0.051	0.039	0.044	0.020	0.051	0.047	0.043	0.043	0.051	0.051	0.051	0.039	0.043	1.000
S5	0.051	0.051	0.051	0.038	0.039	0.043	0.051	0.051	0.051	0.051	0.039	0.041	0.022	0.051	0.047	0.043	0.043	0.051	0.051	0.051	0.039	0.043	1.000
S6	0.051	0.051	0.051	0.037	0.040	0.043	0.051	0.051	0.051	0.051	0.040	0.038	0.024	0.051	0.047	0.043	0.043	0.051	0.051	0.051	0.040	0.043	1.000
S7	0.051	0.051	0.051	0.036	0.041	0.044	0.051	0.051	0.051	0.051	0.041	0.035	0.026	0.051	0.047	0.044	0.044	0.051	0.051	0.051	0.041	0.044	1.000
S8	0.051	0.051	0.051	0.035	0.041	0.044	0.051	0.051	0.051	0.051	0.041	0.033	0.027	0.051	0.048	0.044	0.044	0.051	0.051	0.051	0.041	0.044	1.000
S9	0.050	0.050	0.050	0.034	0.042	0.045	0.050	0.050	0.050	0.050	0.042	0.030	0.029	0.050	0.048	0.045	0.045	0.050	0.050	0.050	0.042	0.045	1.000
S10	0.050	0.050	0.050	0.034	0.042	0.045	0.050	0.050	0.050	0.050	0.042	0.028	0.031	0.050	0.048	0.045	0.045	0.050	0.050	0.050	0.042	0.045	1.000
S11	0.050	0.050	0.050	0.033	0.043	0.045	0.050	0.050	0.050	0.050	0.043	0.025	0.032	0.050	0.048	0.045	0.045	0.050	0.050	0.050	0.043	0.045	1.000
S12	0.050	0.050	0.050	0.032	0.044	0.046	0.050	0.050	0.050	0.050	0.044	0.023	0.034	0.050	0.048	0.046	0.046	0.050	0.050	0.050	0.044	0.046	1.000
S13	0.050	0.050	0.050	0.031	0.044	0.046	0.050	0.050	0.050	0.050	0.044	0.020	0.036	0.050	0.048	0.046	0.046	0.050	0.050	0.050	0.044	0.046	1.000
S14	0.050	0.050	0.050	0.030	0.045	0.046	0.050	0.050	0.050	0.050	0.045	0.017	0.037	0.050	0.048	0.046	0.046	0.050	0.050	0.050	0.045	0.046	1.000
S15	0.050	0.050	0.050	0.029	0.045	0.047	0.050	0.050	0.050	0.050	0.045	0.015	0.039	0.050	0.048	0.047	0.047	0.050	0.050	0.050	0.045	0.047	1.000
S16	0.049	0.049	0.049	0.028	0.046	0.047	0.049	0.049	0.049	0.049	0.046	0.012	0.041	0.049	0.048	0.047	0.047	0.049	0.049	0.049	0.046	0.047	1.000
S17	0.049	0.049	0.049	0.028	0.046	0.047	0.049	0.049	0.049	0.049	0.046	0.010	0.042	0.049	0.048	0.047	0.047	0.049	0.049	0.049	0.046	0.047	1.000
S18	0.049	0.049	0.049	0.027	0.047	0.048	0.049	0.049	0.049	0.049	0.047	0.007	0.044	0.049	0.049	0.048	0.048	0.049	0.049	0.049	0.047	0.048	1.000
S19	0.049	0.049	0.049	0.026	0.048	0.048	0.049	0.049	0.049	0.049	0.048	0.005	0.046	0.049	0.049	0.048	0.048	0.049	0.049	0.049	0.048	0.048	1.000
S20	0.049	0.049	0.049	0.025	0.048	0.048	0.049	0.049	0.049	0.049	0.048	0.002	0.047	0.049	0.049	0.048	0.048	0.049	0.049	0.049	0.048	0.048	1.000
S21	0.049	0.049	0.049	0.024	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.000	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	1.000

EK 5: ASD Kriter Ağırlığı Karşılaştırma Tablosu

Tablo 0.3: ASD kriter ağırlığı karşılaştırma tablosu

	Kriterlerin RBS'leri			Durulaştırılmış Değer	Skor Değeri		Önerilen Ağırlıklar	S _j 'ye Göre Ağırlıklar	S _i 'ye Göre Ağırlıklar	PF-SWARA Ağırlıklar
	ρ	σ	τ		S _j	S _i				
C1	<1.00,	0.00,	0.00>	1.00	1.00	1.00	0.051	0.051	0.052	0.051
C2	<1.00,	0.00,	0.00>	1.00	1.00	1.00	0.051	0.051	0.052	0.051
C3	<1.00,	0.00,	0.00>	1.00	1.00	1.00	0.051	0.051	0.052	0.051
C4	<0.42,	0.58,	0.00>	0.71	0.71	0.62	0.036	0.036	0.032	0.035
C5	<0.60,	0.40,	0.00>	0.80	0.80	0.73	0.041	0.041	0.038	0.039
C6	<0.73,	0.27,	0.00>	0.86	0.86	0.82	0.044	0.044	0.042	0.043
C7	<1.00,	0.00,	0.00>	1.00	1.00	1.00	0.051	0.051	0.052	0.051
C8	<1.00,	0.00,	0.00>	1.00	1.00	1.00	0.051	0.051	0.052	0.051
C9	<1.00,	0.00,	0.00>	1.00	1.00	1.00	0.051	0.051	0.052	0.051
C10	<1.00,	0.00,	0.00>	1.00	1.00	1.00	0.051	0.051	0.052	0.051
C11	<0.60,	0.40,	0.00>	0.80	0.80	0.73	0.041	0.041	0.038	0.039
C12	<0.70,	0.00,	0.30>	0.70	0.70	0.80	0.035	0.035	0.041	0.042
C13	<0.30,	0.40,	0.29>	0.51	0.51	0.54	0.026	0.026	0.028	0.032
C14	<1.00,	0.00,	0.00>	1.00	1.00	1.00	0.051	0.051	0.052	0.051
C15	<0.87,	0.13,	0.00>	0.93	0.93	0.91	0.047	0.047	0.047	0.047
C16	<0.73,	0.27,	0.00>	0.86	0.86	0.82	0.044	0.044	0.042	0.043
C17	<0.73,	0.27,	0.00>	0.86	0.86	0.82	0.044	0.044	0.042	0.043
C18	<1.00,	0.00,	0.00>	1.00	1.00	1.00	0.051	0.051	0.052	0.051
C19	<1.00,	0.00,	0.00>	1.00	1.00	1.00	0.051	0.051	0.052	0.051
C20	<1.00,	0.00,	0.00>	1.00	1.00	1.00	0.051	0.051	0.052	0.051
C21	<0.60,	0.40,	0.00>	0.80	0.80	0.73	0.041	0.041	0.038	0.039
C22	<0.73,	0.27,	0.00>	0.86	0.86	0.82	0.044	0.044	0.042	0.043

EK 6: MYS Etik Kurul Belgesi



T.C.
BARTIN ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Sosyal ve Beşeri Bilimler Etik Kurulu



Sayı : E-23688910-050.01.04-2300038393
Konu : Sosyal ve Beşeri Bilimler Etik
Kurulu Belgesi

03.05.2023

Protokol No:	2023-SBB-0243
Araştırmanın Başlığı:	Matematiksel Yazılım Seçimi
Proje Yürütücüsü:	Pınar ÇELEBİ DEMİRARSLAN
Başvuru Formunun Geliş Tarihi:	03.04.2023
Karar Tarihi:	18.04.2023
Toplantı No:	09

Bu araştırma "uzman görüşü alma" niteliğinde olan bir doktora çalışması olup, uzman değerlendirme formunda "Bu değerlendirme sürecine katılmanız tamamen gönüllülük esasına bağlı olup vereceğiniz yanıtlar 6698 sayılı Kişisel Verilen Korunması Kanunu gereğince tez kapsamında anonimleştirilecek ve uzman görüşü olarak yansıtılacaktır." ifadesi yer aldığından, araştırma ile ilgili detaylı bilgi verilerek katılım gönüllülük esasına dayandırıldığından formun uygulanmasında etik olarak bir sakınca görülmemiştir.

Doç. Dr. Elif KARAHAN
Başkan

Doç. Dr. Sedat BALLYEMEZ
Başkan yardımcısı

Doç. Dr. Melih BAŞKOL
Üye

Doç. Dr. Vahit CELAL
Üye

Doç. Dr. Özge ÖZGÜR
Üye

Dr. Öğr. Üyesi Hasan Basri
KANSIZOĞLU
Üye

Doç. Dr. Sefer Yetkin IŞIK
Üye

Belge Doğrulama Kodu: PDAAFHC

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Takip Adresi: <http://ubys.bartin.edu.tr/ERMS/Record/ConfirmationPage/Index>

Adres: Ağdacı Mahallesi Fakülte Caddesi No:54 Bartın

Telefon No: (0 378) 2235500

e-Posta:

Kap Adresi: bartinuniv@barto1.kap.tr

Faks No: (0 378) 2235042

İnternet Adresi: <http://www.bartin.edu.tr/>

Bilgi için :

Gülşen Ada
Sekreter

Telefon No: (0 378) 2235372 - 5372



EK 7: MYS Uzman Görüş Formu Kriter Tanımları

Tablo 0.4: MYS kriter tanımları

	Ana Kriter	Alt Kriter	Açıklama
1	Kullanılabilirlik (Usability)	Kolay Öğrenilmesi (Ease of Learning)	Yazılımın kolay öğrenilebilirliğini göstermektedir.
		Kullanım Kolaylığı (Ease of Use)	Yazılımı kullanmanın kolaylığını göstermektedir. Öğrencilerin kullanım konusunda sorun yaşamaması matematiksel konulara daha iyi odaklanmalarına yardımcı olacaktır.
		Arayüz (Interface)	Kullanımı kolay ve çekici kılan arayüze sahip olmasını belirtmektedir.
2	Akademide Kabul (Acceptance in Academia)	Kaynak Bulma Kolaylığı (Availability of Resources/Textbooks)	Yazılımı öğrenirken kaynakların çok olması ve kaynaklara erişimin kolay olmasını belirtmektedir.
		Öğrenci/Akademik Sürümünün Olması (Availability of Student/Academic Version)	Öğrenci sürümünün veya akademik sürümün kullanılabilirliği, öğrencilerin geliştirme ortamını kişisel makinelerine yüklemelerine olanak tanıyarak, bilgisayar laboratuvarına erişilemediği zamanlarda ödevleri üzerinde çalışmalarını kolaylaştırır.
		Akademik Kabul (Academic Acceptance)	Akademik kabul, bir yazılımın diğer akademik kurumlardaki popülaritesini ifade eder. Bu, diğer kurumlardaki mevcut kullanım veya öngörülen kullanım ile değerlendirilebilir.
3	Yardımcı Program ve Destek (Utility and Support)	Popülerlik (Popularity)	Kullanıcı popüler bir yazılım kullandığında işbirliği yapacak kişileri bulmak daha kolaydır. Referans materyalleri ve diğer yardımları bulmak da daha kolaydır. Ancak en popüler program her zaman için en iyi olmayabilir.
		Destek Sağlaması (Availability of Support)	Yazılımı yükleme, kullanma, güncelleme vb. süreçlerde yeterli desteğin sağlanması gerekmektedir.
		Diğer Yazılımlarla Birlikte Çalışabilirliği (Interoperability with Other Software)	Diğer yazılımlar ile uyumlu olabilmesini gösteren kriterdir.
4	Yazılım Kapsamı (Software Coverage)	Görselleştirme (Visualization)	2 ve 3 boyutlu (2D, 3D) grafik çizimlerini destekleyebilmesi gerekmektedir.
		Sayısal Hesaplamaları Destekleme (Support for Numeric Computations)	Yüksek performanslı sayısal hesaplama desteği ile farklı araç kutularına veya paketlere ihtiyaç duymadan daha fazla sorun çözebilir.
		Sembolik Hesaplamaları Destekleme (Support for Symbolic Computations)	Sembolik hesaplama, değişkenleri, matematiksel formülleri, π ve ∞ gibi sembolleri ve matematiksel fonksiyonları kullanarak matematiksel problemleri düşündüğünüz şekilde ifade etmenizi ve çözmenizi sağlar.

EK 8: MYS Uzman Görüş Formu Kriter Değerlendirme Bölümü

KRİTER DEĞERLENDİRME FORMU	
Açıklama: Bu bölümde "Dilsel" sütununda eğer kriterin "Matematiksel Yazılım Seçimi" konusunda önemli olduğunu düşünüyorsanız "Evet" seçeneğini, önemli olup olmadığı konusunda kararsızsanız "Kararsızım" seçeneğini, kriterin önemli olmadığını düşünüyorsanız "Hayır" seçeneğini ve son olarak bu kriter hakkında cevap vermek istemiyorsanız "Ret" seçeneğini seçebilirsiniz. Toplamda 5 ana ve 13 alt kriter listelenmekte olup, bu bölümü cevaplama süreniz 5-6 dakikayı geçmeyecektir. Desteğiniz ve değerli vaktinizi ayırdığınız için teşekkür ederim.	
Dilsel Değerlendirme Seçenekleri	Kriterler için Açıklama
Evet	Kriterin matematiksel yazılım seçiminde etkili olduğunu düşünüyorsanız Evet seçeneğini seçiniz.
Kararsızım	Kriterin matematiksel yazılım seçiminde etkili olup olmadığı konusunda kararsızsanız Kararsızım seçeneğini seçiniz.
Hayır	Kriterin matematiksel yazılım seçiminde etkisinin olmadığını düşünüyorsanız Hayır seçeneğini seçiniz.
Ret	Kriterin matematiksel yazılım seçiminde etkili olup olmadığı konusunda cevap vermek istemiyorsanız Ret seçeneğini seçiniz.

No	Ana Kriterler	Dilsel İfade	No	Alt Kriterler	Dilsel İfade
1	Kullanılabilirlik		1	Kolay Öğrenilmesi	
2	Akademide Kabul		2	Kullanım Kolaylığı	
3	Yardımcı Program ve Destek		3	Arayüz	
4	Yazılım Kapsamı		4	Kaynak Bulma Kolaylığı	
			5	Öğrenci/Akademik Sürümünün Olması	
			6	Akademik Kabul	
			7	Popülerlik	
			8	Destek Sağlaması	
			9	Diğer Yazılımlarla Birlikte Çalışabilirliği	
			10	Görselleştirme	
			11	Sayısal Hesaplamaları Destekleme	
			12	Sembolik Hesaplamaları Destekleme	

EK 9: MYS Uzman Görüş Formu Alternatif Değerlendirme Bölümü

ALTERNATİF DEĞERLENDİRME FORMU

Açıklama: Bu bölümde matematiksel yazılım alternatifleri her bir kritere göre ayrı ayrı değerlendirilecektir. Alternatif yazılımlar olarak literatür araştırması sonucu aktif olarak güncellemeleri devam eden bilgisayar cebir sistemleri seçilmiştir. Dilsel ifadeler ile değerlendirme bölümünde eğer alternatifin ilgili kritere göre tercih edilebilir olduğunu düşünüyorsanız "Evet" seçeneğini, tercih edilebilir olup olmadığı konusunda kararsızsanız "Kararsızım" seçeneğini, alternatifin tercih edilmeyeceğini düşünüyorsanız "Hayır" seçeneğini ve son olarak bu alternatif hakkında cevap vermek istemiyorsanız "Ret" seçeneğini seçebilirsiniz. Toplamda 6 alternatif listelenmekte olup, bu bölümü cevaplama süreniz 5-6 dakikayı geçmeyecektir. Destüğünüz ve değerli vaktinizi ayırdığınız için teşekkür ederim.

Dilsel Değerlendirme Seçenekleri	Alternatifler için Açıklama
Evet	Alternatifin ilgili kritere göre seçilebilir olduğunu düşünüyorsanız Evet seçeneğini seçiniz.
Kararsızım	Alternatifin ilgili kritere göre seçilebilir olup olmadığı konusunda emin değilseniz Kararsızım seçeneğini seçiniz.
Hayır	Alternatifin ilgili kritere göre seçilebilir olmadığını düşünüyorsanız Hayır seçeneğini seçiniz.
Ret	Alternatifin ilgili kritere göre durumu hakkında cevap vermek istemiyorsanız Ret seçeneğini seçiniz.

Dilsel İfadeler ile Değerlendirme

No	Alternatif	Kolay Öğrenilmesi	Kullanım Kolaylığı	Arayüz	Kaynak Bulma Kolaylığı	Öğrenci / Akademik Sürümünün Olması	Akademik Kabul	Popülerlik	Destek Sağlaması	Diğer Yazılımlarla Birlikte Çalışabilirliği	Görsel-leştirme	Sayısal Hesaplamaları Destekleme	Sembolik Hesaplamaları Destekleme
A1	Mathematica												
A2	Maple												
A3	Maxima												
A4	Matlab												

EK 10: MYS Farklı Aritmetik İşlemler ile Karşılaştırma

Tablo 0.5: Tanım 2'ye göre RB ağırlıklı karar matrisi ve Heronian ortalama

	C1			C2			C3			C4		
	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ
A1	<1.00,	0.00,	0.00>	<0.46,	0.47,	0.38>	<0.09,	0.90,	0.71>	<0.56,	0.44,	0.00>
A2	<0.36,	0.49,	0.00>	<0.31,	0.39,	0.52>	<0.14,	0.75,	0.68>	<0.37,	0.00,	0.44>
A3	<0.00,	0.78,	0.63>	<0.00,	0.78,	0.69>	<0.00,	0.94,	0.87>	<0.00,	0.81,	0.73>
A4	<0.21,	0.60,	0.68>	<0.54,	0.46,	0.00>	<0.17,	0.83,	0.00>	<0.35,	0.53,	0.54>
PI	<1.00,	0.00,	0.00>	<0.54,	0.39,	0.00>	<0.17,	0.75,	0.00>	<0.56,	0.00,	0.00>
NI	<0.00,	0.00,	0.68>	<0.00,	0.39,	0.69>	<0.00,	0.75,	0.87>	<0.00,	0.00,	0.73>
O _A	<1.00,	0.00,	0.00>	<0.36,	0.51,	0.00>	<0.11,	0.85,	0.00>	<0.35,	0.00,	0.00>
O _H	<1.00,	0.00,	0.00>	<0.29,	0.52,	0.00>	<0.08,	0.86,	0.00>	<0.28,	0.00,	0.00>

PI: Pozitif İdeal Çözüm, NI: Negatif İdeal Çözüm, O_A: Aritmetik Ortalama

O_H: Heronian Ortalama ($p = q = 0.5$)

EK 11: MYS Uzman Ağırlığı Değişiminin Ana Kriter Etkisi

Tablo 0.6: MYS problemi 22 senaryoya göre ana kriter ağırlıkları

	C1	C2	C3	C4	Toplam
S1	0.303	0.303	0.152	0.242	1.000
S2	0.304	0.304	0.145	0.246	1.000
S3	0.306	0.306	0.138	0.250	1.000
S4	0.307	0.307	0.131	0.254	1.000
S5	0.309	0.309	0.124	0.259	1.000
S6	0.310	0.310	0.117	0.263	1.000
S7	0.311	0.311	0.112	0.266	1.000
S8	0.311	0.311	0.110	0.267	1.000
S9	0.313	0.313	0.102	0.272	1.000
S10	0.314	0.314	0.095	0.276	1.000
S11	0.316	0.316	0.087	0.281	1.000
S12	0.317	0.317	0.080	0.285	1.000
S13	0.319	0.319	0.072	0.290	1.000
S14	0.320	0.320	0.064	0.295	1.000
S15	0.322	0.322	0.057	0.299	1.000
S16	0.324	0.324	0.049	0.304	1.000
S17	0.325	0.325	0.041	0.309	1.000
S18	0.327	0.327	0.033	0.314	1.000
S19	0.328	0.328	0.025	0.318	1.000
S20	0.330	0.330	0.017	0.323	1.000
S21	0.332	0.332	0.008	0.328	1.000
S22	0.333	0.333	0.000	0.333	1.000

EK 12: MYS Uzman Ağırlığı Değişimi Duyarlılık Analizi Sonuçları

Tablo 0.7: MYS problemi 21 senaryoya göre PI, NI ve O çözümleri

		C1			C2			C3			C4		
		ρ	σ	τ	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ
S1	PI	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
	NI	<0.000,	0.000,	0.067>	<0.013,	0.000,	0.590>	<0.007,	0.000,	0.627>	<0.012,	0.000,	0.515>
	O	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
S2	PI	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
	NI	<0.010,	0.000,	0.072>	<0.017,	0.000,	0.580>	<0.006,	0.000,	0.636>	<0.015,	0.000,	0.502>
	O	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
S3	PI	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<0.994,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
	NI	<0.021,	0.000,	0.077>	<0.020,	0.000,	0.569>	<0.005,	0.000,	0.644>	<0.018,	0.000,	0.489>
	O	<1.000,	0.000,	0.000>	<0.954,	0.000,	0.000>	<0.743,	0.000,	0.000>	<0.926,	0.000,	0.000>
S4	PI	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<0.992,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
	NI	<0.031,	0.000,	0.110>	<0.024,	0.000,	0.557>	<0.004,	0.000,	0.654>	<0.021,	0.000,	0.475>
	O	<0.948,	0.000,	0.000>	<0.957,	0.000,	0.000>	<0.724,	0.000,	0.000>	<0.925,	0.000,	0.000>
S5	PI	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
	NI	<0.042,	0.000,	0.145>	<0.028,	0.000,	0.546>	<0.003,	0.000,	0.664>	<0.024,	0.000,	0.499>
	O	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
S6	PI	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<0.985,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
	NI	<0.052,	0.000,	0.178>	<0.031,	0.000,	0.533>	<0.003,	0.000,	0.674>	<0.027,	0.000,	0.526>
	O	<0.950,	0.000,	0.000>	<0.955,	0.000,	0.000>	<0.677,	0.000,	0.000>	<0.927,	0.000,	0.000>
S7	PI	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
	NI	<0.059,	0.000,	0.201>	<0.034,	0.000,	0.525>	<0.002,	0.000,	0.682>	<0.029,	0.000,	0.543>
	O	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
S8	PI	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
	NI	<0.063,	0.000,	0.211>	<0.035,	0.000,	0.520>	<0.002,	0.000,	0.686>	<0.029,	0.000,	0.550>
	O	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
S9	PI	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
	NI	<0.073,	0.000,	0.244>	<0.039,	0.000,	0.507>	<0.002,	0.000,	0.698>	<0.032,	0.000,	0.572>
	O	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
S10	PI	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
	NI	<0.082,	0.000,	0.277>	<0.043,	0.000,	0.493>	<0.001,	0.000,	0.710>	<0.034,	0.000,	0.593>
	O	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
S11	PI	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
	NI	<0.092,	0.000,	0.310>	<0.047,	0.000,	0.478>	<0.001,	0.000,	0.724>	<0.036,	0.000,	0.613>
	O	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
S12	PI	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
	NI	<0.101,	0.000,	0.343>	<0.050,	0.000,	0.462>	<0.001,	0.000,	0.739>	<0.038,	0.000,	0.632>
	O	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
S13	PI	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
	NI	<0.109,	0.000,	0.377>	<0.054,	0.000,	0.445>	<0.001,	0.000,	0.755>	<0.040,	0.000,	0.651>
	O	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>

Tablo 0.7: MYS problemi 21 senaryoya göre PI, NI ve O çözümleri (devam)

		C1			C2			C3			C4		
		ρ	σ	τ	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ	ρ	σ	τ
S14	PI	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
	NI	<0.107,	0.000,	0.412>	<0.057,	0.000,	0.427>	<0.000,	0.000,	0.772>	<0.041,	0.000,	0.670>
	O	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
S15	PI	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
	NI	<0.093,	0.000,	0.449>	<0.060,	0.000,	0.407>	<0.000,	0.000,	0.790>	<0.042,	0.000,	0.690>
	O	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
S16	PI	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
	NI	<0.079,	0.000,	0.487>	<0.063,	0.000,	0.386>	<0.000,	0.000,	0.810>	<0.042,	0.000,	0.711>
	O	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
S17	PI	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
	NI	<0.065,	0.000,	0.527>	<0.064,	0.000,	0.362>	<0.000,	0.000,	0.832>	<0.041,	0.000,	0.733>
	O	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
S18	PI	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
	NI	<0.051,	0.000,	0.571>	<0.065,	0.000,	0.405>	<0.000,	0.000,	0.856>	<0.039,	0.000,	0.757>
	O	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
S19	PI	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
	NI	<0.038,	0.000,	0.620>	<0.063,	0.000,	0.457>	<0.000,	0.000,	0.883>	<0.036,	0.000,	0.784>
	O	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
S20	PI	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
	NI	<0.025,	0.000,	0.677>	<0.059,	0.000,	0.525>	<0.000,	0.000,	0.914>	<0.031,	0.000,	0.816>
	O	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
S21	PI	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>
	NI	<0.013,	0.000,	0.752>	<0.048,	0.000,	0.624>	<0.000,	0.000,	0.950>	<0.023,	0.000,	0.859>
	O	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>	<1.000,	0.000,	0.000>

PI: Pozitif ideal çözüm, NI: Negatif ideal çözüm, O: Ortalama çözüm

Tablo 0.8: MYS duyarlılık analizi PI, NI ve O çözümlere Öklid ve Hamming uzaklıklar

		$dE(PI)$	$dH(PI)$	$dE(NI)$	$dH(NI)$	$dE(O)^+$	$dH(O)^+$	$dE(O)^-$	$dH(O)^-$
S1	A1	0.669	0.638	0.960	1.222	0.000	0.000	0.669	0.638
	A2	0.876	1.148	0.289	0.294	0.000	0.000	0.876	1.148
	A3	1.338	1.932	1.013	1.303	0.000	0.000	1.338	1.932
	A4	0.465	0.329	1.060	1.442	0.000	0.000	0.465	0.329
S2	A1	0.675	0.641	0.959	1.220	0.000	0.000	0.675	0.641
	A2	0.867	1.135	0.294	0.300	0.000	0.000	0.867	1.135
	A3	1.328	1.926	0.998	1.280	0.000	0.000	1.328	1.926
	A4	0.536	0.523	0.951	1.235	0.000	0.000	0.536	0.523
S3	A1	0.678	0.642	0.958	1.217	0.037	0.018	0.597	0.567
	A2	0.857	1.121	0.299	0.306	0.000	0.000	0.781	1.028
	A3	1.317	1.918	0.983	1.258	0.000	0.000	1.253	1.826
	A4	0.564	0.567	0.931	1.178	0.128	0.074	0.551	0.549

Tablo 0.8: MYS duyarlılık analizi PI, NI ve O çözümlere Öklid ve Hamming uzaklıklar (devam)

		$dE(PI)$	$dH(PI)$	$dE(NI)$	$dH(NI)$	$dE(O)^+$	$dH(O)^+$	$dE(O)^-$	$dH(O)^-$
S3	A1	0.678	0.642	0.958	1.217	0.037	0.018	0.597	0.567
	A2	0.857	1.121	0.299	0.306	0.000	0.000	0.781	1.028
	A3	1.317	1.918	0.983	1.258	0.000	0.000	1.253	1.826
	A4	0.564	0.567	0.931	1.178	0.128	0.074	0.551	0.549
S4	A1	0.681	0.642	0.958	1.221	0.046	0.032	0.597	0.565
	A2	0.847	1.107	0.307	0.320	0.000	0.000	0.759	0.998
	A3	1.307	1.912	0.968	1.241	0.000	0.000	1.230	1.802
	A4	0.586	0.600	0.918	1.139	0.135	0.078	0.556	0.568
S5	A1	0.687	0.645	0.963	1.235	0.000	0.000	0.687	0.645
	A2	0.840	1.096	0.316	0.343	0.000	0.000	0.840	1.096
	A3	1.298	1.908	0.956	1.232	0.000	0.000	1.298	1.908
	A4	0.604	0.627	0.911	1.117	0.000	0.000	0.604	0.627
S6	A1	0.685	0.641	0.968	1.250	0.044	0.031	0.590	0.553
	A2	0.828	1.078	0.328	0.368	0.000	0.000	0.732	0.960
	A3	1.285	1.898	0.945	1.223	0.000	0.000	1.202	1.779
	A4	0.621	0.651	0.898	1.094	0.156	0.088	0.591	0.620
S7	A1	0.691	0.644	0.972	1.259	0.000	0.000	0.691	0.644
	A2	0.825	1.073	0.338	0.384	0.000	0.000	0.825	1.073
	A3	1.281	1.898	0.937	1.216	0.000	0.000	1.281	1.898
	A4	0.632	0.665	0.897	1.085	0.000	0.000	0.632	0.665
S8	A1	0.692	0.644	0.974	1.264	0.000	0.000	0.692	0.644
	A2	0.822	1.068	0.343	0.392	0.000	0.000	0.822	1.068
	A3	1.278	1.896	0.933	1.212	0.000	0.000	1.278	1.896
	A4	0.636	0.672	0.895	1.079	0.000	0.000	0.636	0.672
S9	A1	0.694	0.643	0.980	1.277	0.000	0.000	0.694	0.643
	A2	0.813	1.053	0.359	0.416	0.000	0.000	0.813	1.053
	A3	1.267	1.890	0.921	1.199	0.000	0.000	1.267	1.890
	A4	0.651	0.692	0.888	1.061	0.000	0.000	0.651	0.692
S10	A1	0.695	0.641	0.987	1.291	0.000	0.000	0.695	0.641
	A2	0.804	1.038	0.376	0.440	0.000	0.000	0.804	1.038
	A3	1.257	1.884	0.908	1.183	0.000	0.000	1.257	1.884
	A4	0.666	0.711	0.882	1.043	0.000	0.000	0.666	0.711
S11	A1	0.696	0.639	0.994	1.305	0.000	0.000	0.696	0.639
	A2	0.795	1.022	0.396	0.466	0.000	0.000	0.795	1.022
	A3	1.246	1.879	0.895	1.166	0.000	0.000	1.246	1.879
	A4	0.680	0.729	0.877	1.026	0.000	0.000	0.680	0.729
S12	A1	0.697	0.637	1.002	1.319	0.000	0.000	0.697	0.637
	A2	0.786	1.005	0.417	0.492	0.000	0.000	0.786	1.005
	A3	1.236	1.874	0.881	1.146	0.000	0.000	1.236	1.874
	A4	0.694	0.747	0.872	1.009	0.000	0.000	0.694	0.747
S13	A1	0.698	0.634	1.011	1.335	0.000	0.000	0.698	0.634
	A2	0.777	0.987	0.441	0.519	0.000	0.000	0.777	0.987
	A3	1.227	1.869	0.867	1.124	0.000	0.000	1.227	1.869
	A4	0.709	0.764	0.867	0.992	0.000	0.000	0.709	0.764

Tablo 0.8: MYS duyarlılık analizi PI, NI ve O çözümlere Öklid ve Hamming uzaklıklar (devam)

		$dE(PI)$	$dH(PI)$	$dE(NI)$	$dH(NI)$	$dE(O)^+$	$dH(O)^+$	$dE(O)^-$	$dH(O)^-$
S14	A1	0.699	0.630	1.023	1.354	0.000	0.000	0.699	0.630
	A2	0.769	0.968	0.469	0.551	0.000	0.000	0.769	0.968
	A3	1.217	1.866	0.853	1.101	0.000	0.000	1.217	1.866
	A4	0.724	0.782	0.863	0.977	0.000	0.000	0.724	0.782
S15	A1	0.699	0.626	1.039	1.377	0.000	0.000	0.699	0.626
	A2	0.760	0.948	0.502	0.587	0.000	0.000	0.760	0.948
	A3	1.209	1.863	0.839	1.078	0.000	0.000	1.209	1.863
	A4	0.739	0.799	0.859	0.966	0.000	0.000	0.739	0.799
S16	A1	0.700	0.622	1.057	1.402	0.000	0.000	0.700	0.622
	A2	0.752	0.926	0.538	0.626	0.000	0.000	0.752	0.926
	A3	1.202	1.862	0.824	1.050	0.000	0.000	1.202	1.862
	A4	0.756	0.816	0.856	0.954	0.000	0.000	0.756	0.816
S17	A1	0.700	0.616	1.076	1.429	0.000	0.000	0.700	0.616
	A2	0.744	0.902	0.578	0.669	0.000	0.000	0.744	0.902
	A3	1.196	1.862	0.810	1.016	0.000	0.000	1.196	1.862
	A4	0.773	0.834	0.854	0.941	0.000	0.000	0.773	0.834
S18	A1	0.701	0.610	1.100	1.476	0.000	0.000	0.701	0.610
	A2	0.737	0.875	0.623	0.733	0.000	0.000	0.737	0.875
	A3	1.194	1.865	0.796	0.991	0.000	0.000	1.194	1.865
	A4	0.793	0.853	0.860	0.944	0.000	0.000	0.793	0.853
S19	A1	0.702	0.602	1.128	1.531	0.000	0.000	0.702	0.602
	A2	0.730	0.843	0.677	0.808	0.000	0.000	0.730	0.843
	A3	1.195	1.871	0.781	0.959	0.000	0.000	1.195	1.871
	A4	0.815	0.873	0.868	0.950	0.000	0.000	0.815	0.873
S20	A1	0.703	0.591	1.165	1.599	0.000	0.000	0.703	0.591
	A2	0.724	0.803	0.747	0.901	0.000	0.000	0.724	0.803
	A3	1.205	1.883	0.764	0.913	0.000	0.000	1.205	1.883
	A4	0.841	0.895	0.882	0.958	0.000	0.000	0.841	0.895
S21	A1	0.705	0.575	1.217	1.692	0.000	0.000	0.705	0.575
	A2	0.719	0.746	0.847	1.030	0.000	0.000	0.719	0.746
	A3	1.231	1.905	0.745	0.840	0.000	0.000	1.231	1.905
	A4	0.877	0.923	0.904	0.970	0.000	0.000	0.877	0.923

Tablo 0.9: MYS duyarlılık analizi PI, NI ve O çözümlere birleşik uzaklıklar

		$d(PI_j)$	$d(NI_j)$	$d(O_j)^+$	$d(O_j)^-$			$d(PI_j)$	$d(NI_j)$	$d(O_j)^+$	$d(O_j)^-$
S1	A1	1.041	1.864	0.000	1.041	S2	A1	1.018	1.783	0.000	1.018
	A2	1.754	0.355	0.000	1.754		A2	1.647	0.356	0.000	1.647
	A3	3.594	2.031	0.000	3.594		A3	3.355	1.899	0.000	3.355
	A4	0.599	2.239	0.000	0.599		A4	0.758	1.778	0.000	0.758

Tablo 0.9: MYS duyarlılık analizi PI, NI ve O çözümlere birleşik uzaklıklar (devam)

		$d(PI_j)$	$d(NI_j)$	$d(O_j)^+$	$d(O_j)^-$			$d(PI_j)$	$d(NI_j)$	$d(O_j)^+$	$d(O_j)^-$
S3	A1	1.005	1.756	0.037	0.835	S4	A1	0.997	1.731	0.046	0.824
	A2	1.580	0.362	0.000	1.344		A2	1.524	0.372	0.000	1.270
	A3	3.220	1.829	0.000	2.858		A3	3.109	1.762	0.000	2.726
	A4	0.805	1.681	0.129	0.764		A4	0.839	1.610	0.137	0.769
S5	A1	0.995	1.731	0.000	0.995	S6	A1	0.977	1.742	0.044	0.790
	A2	1.480	0.386	0.000	1.480		A2	1.421	0.406	0.000	1.162
	A3	3.017	1.718	0.000	3.017		A3	2.905	1.684	0.000	2.512
	A4	0.867	1.568	0.000	0.867		A4	0.889	1.527	0.158	0.815
S7	A1	0.980	1.748	0.000	0.980	S8	A1	0.978	1.751	0.000	0.978
	A2	1.400	0.420	0.000	1.400		A2	1.385	0.427	0.000	1.385
	A3	2.859	1.659	0.000	2.859		A3	2.830	1.647	0.000	2.830
	A4	0.904	1.515	0.000	0.904		A4	0.911	1.505	0.000	0.911
S9	A1	0.968	1.758	0.000	0.968	S10	A1	0.959	1.764	0.000	0.959
	A2	1.340	0.451	0.000	1.340		A2	1.297	0.477	0.000	1.297
	A3	2.742	1.606	0.000	2.742		A3	2.656	1.563	0.000	2.656
	A4	0.929	1.474	0.000	0.929		A4	0.946	1.444	0.000	0.946
S11	A1	0.948	1.769	0.000	0.948	S12	A1	0.938	1.774	0.000	0.938
	A2	1.255	0.506	0.000	1.255		A2	1.214	0.537	0.000	1.214
	A3	2.572	1.518	0.000	2.572		A3	2.491	1.471	0.000	2.491
	A4	0.961	1.414	0.000	0.961		A4	0.976	1.385	0.000	0.976
S13	A1	0.932	1.779	0.000	0.932	S14	A1	0.927	1.790	0.000	0.927
	A2	1.183	0.571	0.000	1.183		A2	1.155	0.612	0.000	1.155
	A3	2.438	1.423	0.000	2.438		A3	2.395	1.373	0.000	2.395
	A4	0.995	1.357	0.000	0.995		A4	1.017	1.330	0.000	1.017
S15	A1	0.922	1.807	0.000	0.922	S16	A1	0.918	1.825	0.000	0.918
	A2	1.128	0.660	0.000	1.128		A2	1.102	0.713	0.000	1.102
	A3	2.357	1.324	0.000	2.357		A3	2.325	1.273	0.000	2.325
	A4	1.040	1.305	0.000	1.040		A4	1.065	1.280	0.000	1.065
S17	A1	0.914	1.842	0.000	0.914	S18	A1	0.912	1.873	0.000	0.912
	A2	1.078	0.770	0.000	1.078		A2	1.055	0.841	0.000	1.055
	A3	2.302	1.221	0.000	2.302		A3	2.291	1.172	0.000	2.291
	A4	1.093	1.254	0.000	1.093		A4	1.126	1.247	0.000	1.126
S19	A1	0.910	1.906	0.000	0.910	S20	A1	0.912	1.942	0.000	0.912
	A2	1.035	0.924	0.000	1.035		A2	1.016	1.028	0.000	1.016
	A3	2.300	1.118	0.000	2.300		A3	2.343	1.056	0.000	2.343
	A4	1.166	1.240	0.000	1.166		A4	1.219	1.234	0.000	1.219
S21	A1	0.918	2.191	0.000	0.918						
	A2	1.001	1.259	0.000	1.001						
	A3	2.464	1.040	0.000	2.464						
	A4	1.302	1.318	0.000	1.302						

$d(PI_j)$, $d(NI_j)$, $d(O_j)^+$, $d(O_j)^-$ sırasıyla pozitif ideal çözüme, negatif ideal çözüme, ortalama çözüme pozitif ve ortalama çözüme negatif birleştirilmiş uzaklıklardır.

EK 13: MYS Uzman Ağırlığı Değişiminin Sıralamaya Etkisi

Tablo 0.10: MYS problemi duyarlılık analizi kapsamlı uzaklık değerleri

S1			S2		S3		S4		S5		S6		S7	
dK	Sıra		dK	Sıra	dK	Sıra	dK	Sıra	dK	Sıra	dK	Sıra	dK	Sıra
A1	0.055	2	0.063	2	0.012	2	0.011	2	0.065	2	-0.005	1	0.053	1
A2	0.788	3	0.735	3	0.641	3	0.606	3	0.643	3	0.544	3	0.595	3
A3	1.289	4	1.203	4	1.062	4	1.018	4	1.079	4	0.933	4	1.015	4
A4	-0.260	1	-0.065	1	-0.060	1	-0.035	1	0.041	1	0.005	2	0.074	2
S8			S9		S10		S11		S12		S13		S14	
dK	Sıra		dK	Sıra	dK	Sıra	dK	Sıra	dK	Sıra	dK	Sıra	dK	Sıra
A1	0.051	1	0.045	1	0.051	1	0.045	1	0.025	1	0.021	1	0.016	1
A2	0.586	3	0.557	3	0.586	3	0.557	3	0.473	3	0.449	3	0.424	3
A3	1.003	4	0.969	4	1.003	4	0.969	4	0.878	4	0.864	4	0.854	4
A4	0.079	2	0.096	2	0.079	2	0.096	2	0.141	2	0.158	2	0.176	2
S15			S16		S17		S18		S19		S20		S21	
dK	Sıra		dK	Sıra	dK	Sıra	dK	Sıra	dK	Sıra	dK	Sıra	dK	Sıra
A1	0.009	1	0.003	1	-0.003	1	-0.013	1	-0.021	1	-0.030	1	-0.089	1
A2	0.399	3	0.373	3	0.346	3	0.317	3	0.286	3	0.251	2	0.186	2
A3	0.847	4	0.844	4	0.846	4	0.852	4	0.870	4	0.908	4	0.972	4
A4	0.194	2	0.213	2	0.233	2	0.251	2	0.273	2	0.301	3	0.322	3
dK: Kapsamlı Uzaklık Değeri														

