



T.C.

PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**8.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN GEOMETRİK DÜŞÜNME
DÜZEYLERİNİN SÖYLEMSEL AÇIDAN İNCELENMESİ**

FERDAĞ ÇULHAN

Denizli - 2022

T.C.
PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

8.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN GEOMETRİK DÜŞÜNME
DÜZEYLERİNİN SÖYLEMSEL AÇIDAN İNCELENMESİ

Ferdağ ÇULHAN

Danışman
Dr. Öğr. Üyesi Emine Gaye ÇONTAY

JÜRİ ÜYELERİ ONAY SAYFASI

Bu çalışma, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı'nda jürimiz tarafından Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

İmza

Başkan:

Üye:

Üye:.....

Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun/...../..... tarih ve/..... sayılı kararı ile onaylanmıştır.

Akademik Unvan, Adı SOYADI

Enstitü Müdürü

ETİK BEYANNAMESİ

Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nün yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada; tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi; görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu; başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu; atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi; kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı; bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı beyan ederim.

İmza

Ferdağ ÇULHAN

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın başarı ile tamamlanmasında desteğini esirgemeyen, bilgileriyle daima yol gösterici olan tez danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Emine Gaye ÇONTAY'a, çalışmamda yer alan soru formunu türkçeye uyarlamada yardımlarını esirgemeyen değerli arkadaşlarım Ayşenur UCUZOĞLU, Ece Su KAYTAZCI' ya, verileri analiz etme sürecinde destek olan kıymetli arkadaşım Bengül GÖÇMEN'e ayrı ayrı çok teşekkür ederim.

Hayatım boyunca desteğini hep hissettiğim, daima yanımda olan aileme çok teşekkür ederim.

Bugünlere gelmemde emeği olan tüm öğretmenlerime teşekkür ederim.

Beni her zaman destekleyen, umutsuzluğa düştüğümde yanımda olan arkadaşlarım Hilal ÇAĞLAYAN, Elif Esra ALTUN ve Gülay DURMUŞ başta olmak üzere tüm arkadaşlarıma ayrı ayrı çok teşekkür ederim.

ÖZET

8.Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerinin Söylemsel Açıdan İncelenmesi

ÇULHAN, Ferdağ

Yüksek Lisans Tezi, Matematik Eğitimi

Matematik ve Fen bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Emine Gaye ÇONTAY

Ekim 2022, 205 sayfa

Bu çalışmanın amacı 8. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek ve bu öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerindeki farklılıkları söylemsel olarak ortaya koyarak derinlemesine incelemektir. Araştırma Gaziantep ilinde bir devlet okulunda 8. sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. 54 sekizinci sınıf öğrencisinden oluşan grubun geometrik düşünme düzeyleri belirlenmiş, ardından birinci, ikinci ve üçüncü geometrik düşünme düzeylerinde yer alan altı öğrenciyle görüşmeler yapılmıştır. Çalışma durum çalışması olarak tanımlanmıştır. Araştırmada veriler iki bölümde toplanmıştır. Birinci bölümde 8. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için araştırmacı tarafından Türkçeye uyarlanan "Global Van Hiele Soru Formu" uygulanmıştır. İkinci bölümde, seçilen altı öğrenciye "Global Van Hiele Soru Formu" ve "Söylem Analizi Görüşme Formu"nda yer alan sorular yöneltilmiştir. Yapılan görüşmeler sırasında öğrencilerden "Global Van Hiele Soru Formu" ndaki sorulara yanıt vermeleri istenmiştir. 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel söylemlerini ortaya çıkarmak için öğrencilerin "Söylem Analizi Görüşme Formu"na verdikleri yanıtlar içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Bu çalışmada, öğrencilerin matematiksel söylemlerini inceleyebilmek için Sfard'ın (2008) "Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım" teorisinden yararlanılmıştır. Öğrencilerin söylemleri teoride yer alan dört özellik (kelime kullanımı, görsel araçlar, rutinler, tasdik edilmiş anlatılar) içinde sınıflandırılmış ve incelenmiştir. Çalışmanın sonuçları, 8. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin beklenenden (üçüncü geometrik düşünme düzeyi) daha düşük olduğunu göstermiştir. En çok verilen yanıtların birinci düzey ve birinci düzey altında olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerin geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki geometrik düşünme düzeylerinin, diğer alt öğrenme alanlarına göre daha yüksek olduğu belirlenmiştir.

Birinci geometrik düşünme düzeyinde olan öğrencilerden birinin geometrik şekillerin özelliklerini daha detaylı açıklayabildiği belirlenmiştir. İkinci geometrik düşünme düzeyinde olan öğrencilerin genel olarak geometrik şekillerin özelliklerini açıklayabildikleri görülmüştür. Ayrıca ikinci geometrik düşünme düzeyindeki öğrenenler, üçüncü geometrik düşünme düzeyinden ifadeler kullanabilmişlerdir. Öğrencilerin, üçüncü geometrik düşünme düzeyindeki ifadeleri kullanabilmelerine rağmen geometrik şekillerin özellikleri hakkında bilgi eksiklikleri ve yanlışların olduğu tespit edilmiştir. Üçüncü geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin genel olarak düzeylerine uygun ifadeler kullandıkları ancak bazı şekillerin özellikleri hakkında bilgi eksikliği ve yanlışlarının olduğu belirlenmiştir. Ayrıca aynı geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin matematiksel söylemlerinin, açıkladıkları geometrik şekillere göre farklılık gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin aynı geometrik düşünme düzeyinde olsalar da belirli geometrik şekiller konusunda aynı düzeyde ilerleme göstermedikleri de tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Van Hiele, Geometrik Düşünme Düzeyleri, Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım, Matematiksel Söylemler

ABSTRACT

Discursively Examination of 8th Grade Students' Geometric Thinking Levels

ÇULHAN, Ferdağ

Master's Thesis in Mathematics Education

Department of Mathematics and Science Education

Supervisor: Dr. Fac. Memb. Emine Gaye ÇONTAY

October 2022, 205 pages

The aim of this study is determine the geometric thinking levels of 8th-grade students and to examine the geometric thinking levels of these students in-depth by revealing the differences discursively. The research was carried out with 8th-grade students in a public school in Gaziantep. Geometric thinking levels of a group of 8th-grade students consisting of 54 students were determined, and then interviews were conducted with six students who were at the first, second and the third geometric thinking levels. The study was defined as case study. In the study, the data were collected in two sections. In the first section, the "Global Van Hiele Questionnaire," which was translated into Turkish was applied to determine the geometric thinking levels of 8th-grade students. In the second section, the questions in the "Global Van Hiele Questionnaire" and "Discourse Analysis Interview Form" were asked to six selected students. During the interviews, the students were asked to answer the questions in the "Global Van Hiele Questionnaire". In order to reveal the mathematical discourses of the 8th-grade students, the responses of the students to the "Discourse Analysis Interview Form" were analyzed by the content analysis method. In this study, Sfard's (2008) "Commognitive" theory was used to examine students' mathematical discourse. The discourses of the students were classified and examined in four features (word use, visual mediators, routines, endorsed narratives) in the theory. The results of the study showed that the geometric thinking levels of the 8th-grade students were lower than expected (third geometric thinking level). It has been determined that the most common responses were at the level of first and below. It was determined that the geometric thinking levels of the students in the sub-learning area of geometric objects were higher than the other sub-learning areas of geometric thinking levels. It was determined that one of the students at the first level of geometric thinking was able to explain the properties of geometric shapes in a more

detailed way. It has been realised that the learners who have been at the second geometric thinking level could generally explain the aspects of the geometric shapes. Also, the learners at the second geometric thinking level could use expressions at the third geometric thinking level. However, although students could use expressions at the third geometric thinking level, it has been determined that there were information deficiencies and mistakes about the properties of geometric shapes.

On the other hand, it was determined that the students at the third level of geometric thinking level generally used expressions suitable for their levels, but they lacked knowledge and made mistakes about the properties of some shapes. Besides, it was concluded that the mathematical discourses of the students at the same geometric thinking levels differed regarding geometric shapes they explained. It was also found that even if the students were at same geometric thinking levels, they did not make the same level of progress about certain geometric shapes.

Keywords: Van Hiele, Geometric Thinking Levels, Commognitive Framework, Mathematical Discourses

İÇİNDEKİLER

JÜRİ ÜYELERİ ONAY SAYFASI.....	iii
ETİK BEYANNAMESİ	iv
TEŞEKKÜR.....	v
ÖZET	vi
ABSTRACT.....	viii
İÇİNDEKİLER	x
TABLolar LİSTESİ.....	xviii
ŞEKİLLER LİSTESİ	xx
BİRİNCİ BÖLÜM: GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu.....	1
1.1.1. Problem Cümlesi	2
1.1.1.1. Alt problemler.	3
1.1.2. Araştırmanın Amacı	3
1.1.3. Araştırmanın Önemi	3
İKİNCİ BÖLÜM: KURAMSAL ÇERÇEVE ve İLGİLİ ARAŞTIRMALAR.....	7
2.1. Kuramsal Çerçeve.....	7
2.1.1. Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri	7
2.1.1.1. Van Hiele düşünme düzeyleri aşamaları.	8
2.1.1.2. Van Hiele düzeylerinin özellikleri.	12
2.1.1.3. Öğrenme aşamaları.....	13
2.1.2. Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım (Commognitive) Teorisi	14
2.2. İlgili Araştırmalar	17
2.2.1. Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri ile İlgili Araştırmalar	18
2.2.1.1. Geometrik düşünme düzeyleriyle ilgili test geliştirme çalışmaları.	18
2.2.1.2. Ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen Van-Hiele düzeyleri ile ilgili araştırmalar.	20

2.2.2. Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım Teorisi ile ilgili Araştırmalar.....	29
2.2.3. Geometrik Düşünme Düzeylerini ve Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım Teorisini İçeren Araştırmalar	33
2.2.4. İlgili Alanyazın Taraması Özeti	33
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM: YÖNTEM.....	36
3.1. Araştırmanın Deseni	36
3.2. Araştırma Grubu	37
3.3. Veri Toplama Araçları	38
3.3.1. Global Van Hiele Soru Formu	39
3.3.2. Görüşme	40
3.3.2.1. Söylem analizi görüşme formu.....	40
3.4. Pilot Uygulama	40
3.4.1. Pilot Uygulama Verilerinin Analizi	42
3.5. Veri Toplama Süreci.....	43
3.5.1. Global Van Hiele Soru Formu’ nun Uygulanması.....	44
3.6. Verilerin Analizi	45
3.6.1. Global Van Hiele Soru Formu Analizi.....	45
3.6.2. Görüşme	45
3.6.2.1. Kodlama.	45
3.7. Geçerlik ve Güvenirlilik.....	47
DÖRDÜNCÜ BÖLÜM: BULGULAR ve YORUM.....	50
4.1. 8.Sınıf Öğrencilerin Geometrik Düşünme Düzeyleri	50
4.2. 8.Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Söylemleri	52
4.2.1. Geometrik Düşünme Düzeyi 1 Olan Öğrencilerin Söylemleri	52
4.2.1.1. Geometrik düşünme düzeyi 1 olan Arda’nın matematiksel söylemleri.	52
4.2.1.1.1. Arda’nın görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri	53

4.2.1.1.1.1. Arda'nın görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı.....	53
4.2.1.1.1.2. Arda'nın görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki görsel araçları.	54
4.2.1.1.1.3. Arda'nın görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki rutinleri..	54
4.2.1.1.1.4. Arda'nın görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki anlatıları..	54
4.2.1.1.2. Arda'nın görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri. r.....	56
4.2.1.1.2.1. Arda'nın görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı.....	56
4.2.1.1.2.2. Arda'nın görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki görsel araçları.	56
4.2.1.1.2.3. Arda'nın görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki rutinleri..	57
4.2.1.1.2.4. Arda'nın görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki anlatıları..	57
4.2.1.1.3. Arda'nın görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri..	57
4.2.1.1.3.1. Arda'nın görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı.....	57
4.2.1.1.3.2. Arda'nın görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki görsel araçları..	58
4.2.1.1.4. Arda'nın görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki rutinleri.....	58
4.2.1.1.5. Arda'nın görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki anlatıları.	58
4.2.1.2. Geometrik düşünme düzeyi 1 olan Esra'nın matematiksel söylemleri.	59
4.2.1.2.1. Esra'nın görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri. r.....	60
4.2.1.2.1.1. Esra'nın görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı.	60
4.2.1.2.1.2. Esra'nın görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki görsel araçları.	60

4.2.1.2.1.3. Esra'nın görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki rutinleri.	61
4.2.1.2.1.4. Esra'nın görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki anlatıları.	61
4.2.1.2.2. Esra'nın görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri..	62
4.2.1.2.2.1. Esra'nın görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı.	63
4.2.1.2.2.2. Esra'nın görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki görsel araçları..	63
4.2.1.2.2.3. Esra'nın görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki rutinleri..	64
4.2.1.2.2.4. Esra'nın görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki anlatıları..	64
4.2.1.2.3. Esra'nın görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri..	65
4.2.1.2.3.1. Esra'nın görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı.	65
4.2.1.2.3.2. Esra'nın görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki görsel araçları.	66
4.2.1.2.3.3. Esra'nın görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki rutinleri..	67
4.2.1.2.3.4. Esra'nın görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki anlatıları.	67
4.2.2. Geometrik Düşünme Düzeyi 2 Olan Öğrencilerin Söylemleri	68
4.2.2.1. Geometrik düşünme düzeyi 2 olan İrem'in matematiksel söylemleri..	69
4.2.2.1.1. İrem'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri	69
4.2.2.1.1.1. İrem'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı.....	69
4.2.2.1.1.2. İrem'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki görsel araçları.	70
4.2.2.1.1.3. İrem'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki rutinleri.	72

4.2.2.1.1.4. İrem'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki anlatıları.	72
4.2.2.1.2. İrem'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri.	74
4.2.2.1.2.1. İrem'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı.	75
4.2.2.1.2.2. İrem'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki görsel araçları.	75
4.2.2.1.2.3. İrem'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki rutinleri.	76
4.2.2.1.2.4. İrem'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki anlatıları.	76
4.2.2.1.3. İrem'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri.	78
4.2.2.1.3.1. İrem'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı.	78
4.2.2.1.3.2. İrem'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki görsel araçları.	78
4.2.2.1.3.3. İrem'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki rutinleri.	79
4.2.2.1.3.4. İrem'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki anlatıları.	79
4.2.2.2. Geometrik düşünme düzeyi 2 olan Halil'in matematiksel söylemleri.	80
4.2.2.2.1.3. Halil'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki rutinleri.	83
4.2.2.2.1.4. Halil'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki anlatıları.	83
4.2.2.2.2. Halil'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri.	85
4.2.2.2.2.1. Halil'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı.	85
4.2.2.2.2.2. Halil'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki görsel araçları.	86
4.2.2.2.2.3. Halil'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki rutinleri.	87

4.2.2.2.4. Halil'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki anlatıları..	87
4.2.2.2.3. Halil'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri.	88
4.2.2.2.3.1. Halil'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı.	88
4.2.2.2.3.2. Halil'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki görsel araçları..	89
4.2.2.2.3.3. Halil'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki rutinleri.	90
4.2.2.2.3.4. Halil'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki anlatıları..	90
4.2.3. Geometrik Düşünme Düzeyi 3 Olan Öğrencilerin Söylemleri	92
4.2.3.1. Geometrik düşünme düzeyi 3 olan Deniz'in matematiksel söylemleri.	92
4.2.3.1.1. Deniz'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri..	92
4.2.3.1.1.1. Deniz'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı.	93
4.2.3.1.1.2. Deniz'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki görsel araçları..	93
4.2.3.1.1.3. Deniz'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki rutinleri.	96
4.2.3.1.1.4. Deniz'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki anlatıları.	96
4.2.3.1.2. Deniz'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri..	99
4.2.3.1.2.1. Deniz'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı.	99
4.2.3.1.2.2. Deniz'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki görsel araçları.	99
4.2.3.1.2.3. Deniz'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki rutinleri.	101
4.2.3.1.2.4. Deniz'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki anlatıları.	101

4.2.3.1.3. Deniz'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri..	102
4.2.3.1.3.1. Deniz'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı..	102
4.2.3.1.3.2. Deniz'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki görsel araçları..	104
4.2.3.1.3.3. Deniz'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki rutinleri..	104
4.2.3.1.3.4. Deniz'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki anlatıları..	105
4.2.3.2. Geometrik düşünme düzeyi 3 olan Pelin'in matematiksel söylemleri..	107
4.2.3.2.1. Pelin'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri..	107
4.2.3.2.1.1. Pelin'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı..	107
4.2.3.2.1.2. Pelin'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki görsel araçları..	109
4.2.3.2.1.3. Pelin'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki rutinleri ..	110
4.2.3.2.1.4. Pelin'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki anlatıları..	111
4.2.3.2.2. Pelin'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri..	114
4.2.3.2.2.1. Pelin'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı..	115
4.2.3.2.2.2. Pelin'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki görsel araçları..	116
4.2.3.2.2.3. Pelin'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki rutinleri..	116
4.2.3.2.2.4. Pelin'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki anlatıları..	117
4.2.3.2.3. Pelin'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri..	121

4.2.3.2.3.1. <i>Pelin'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı.</i>	121
4.2.3.2.3.2. <i>Pelin'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki görsel araçları.</i>	123
4.2.3.2.3.3. <i>Pelin'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki rutinleri.</i>	124
4.2.3.2.3.4. <i>Pelin'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki anlatıları.</i>	125
4.2.4. Öğrencilerin Matematiksel Söylemlerinin Özet Tabloları	127
BEŞİNCİ BÖLÜM: TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER	137
5.1.1. 8.Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerine İlişkin Sonuçlar ve Tartışma	137
5.1.2. Geometrik Düşünme Düzeyi 1 Olan Öğrencilerin Matematiksel Söylemlerine İlişkin Sonuçlar ve Tartışma	139
5.1.3. Geometrik Düşünme Düzeyi 2 Olan Öğrencilerin Matematiksel Söylemlerine İlişkin Sonuçlar ve Tartışma	141
5.1.4. Geometrik Düşünme Düzeyi 3 Olan Öğrencilerin Matematiksel Söylemlerine İlişkin Sonuçlar ve Tartışma	143
5.1.5. Geometrik Düşünme Düzeyi Farklı Olan Öğrenciler Arasındaki İlişki ile İlgili Sonuç ve Tartışma	144
5.2.Öneriler	145
5.2.1. Uygulamaya Yönelik Öneriler	146
5.2.2. Araştırmacılara Yönelik Öneriler	146
KAYNAKÇA	148
EKLER	155
EK-1. Veli Onam Formu	155
EK-2. Gönüllü Katılım Formu	156
EK-3. Araştırma izni	157
EK-4. Soru Formunun Son Hali	158
EK-6. Soru Formunun Pilot Uygulama Hali	170
ÖZGEÇMİŞ	184

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 3.1. Araştırmadaki durumlar ve durumların alt birimi olan matematiksel söylemin öğeleri tablosu	36
Tablo 3.2. Global Van Hiele puanlama tablosu	43
Tablo 3.4. Söylem analizi kodlama tablosu	46
Tablo 3.5. Rutinlerin analizi ile ilgili örnek tablo	47
Tablo 4.1. 8.Sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri tablosu	50
Tablo 4.2. 8.sınıf öğrencilerinin üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki geometrik düşünme düzeyleri frekans tablosu	51
Tablo 4.3. 8.sınıf öğrencilerinin çember ve daire alt öğrenme alanındaki geometrik düşünme düzeyleri frekans tablosu	51
Tablo 4.4. 8.sınıf öğrencilerinin geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki geometrik düşünme düzeyleri frekans tablosu	51
Tablo 4.5. Arda'nın üçgenler ve dörtgenler tasdik edilmiş anlatı tablosu	54
Tablo 4.6. Arda'nın Geometrik Cisimler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu	59
Tablo 4.7. Esra'nın Üçgenler ve Dörtgenler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu	61
Tablo 4.8. Esra'nın Çember ve Daire Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu	64
Tablo 4.9. Esra'nın Geometrik Cisimlerle ilgili Rutin Tablosu	67
Tablo 4.10. İrem'in Üçgenler ve Dörtgenler ile ilgili Rutin Tablosu	72
Tablo 4.11. İrem'in Üçgenler ve Dörtgenler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu	72
Tablo 4.12. İrem'in Çember ve Daire ile ilgili Rutin Tablosu	76
Tablo 4.13. İrem'in Çember ve Daire Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu	76
Tablo 4.14. İrem'in Geometrik Cisimler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu	79
Tablo 4.15. Halil'in Üçgenler ve Dörtgenler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu	83
Tablo 4.16. Halil'in Çember ve Daire Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu	87
Tablo 4.17. Halil'in Geometrik Cisimlerle ilgili Rutin Tablosu	90
Tablo 4.18. Halil'in Geometrik Cisimler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu	91
Tablo 4.19. Deniz'in Üçgenler ve Dörtgenler ile ilgili Rutin Tablosu	96

Tablo 4.20. <i>Deniz'in Üçgenler ve Dörtgenler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu</i>	97
Tablo 4.21. <i>Deniz'in Çember ve Daire ile ilgili Rutin Tablosu</i>	100
Tablo 4.35. <i>Deniz'in Çember ve Daire Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu</i>	101
Tablo 4.23. <i>Deniz'in Geometrik Cisimlerle ilgili Rutin Tablosu</i>	105
Tablo 4.24. <i>Deniz'in Geometrik Cisimler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu</i>	105
Tablo 4.25. <i>Pelin'in Üçgenler ve Dörtgenler ile ilgili Rutin Tablosu</i>	110
Tablo 4.26. <i>Pelin'in Üçgenler ve Dörtgenler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu</i>	112
Tablo 4.27. <i>Pelin'in Çember ve Daire ile ilgili Rutin Tablosu</i>	117
Tablo 4.28. <i>Pelin'in Çember ve Daire Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu</i>	118
Tablo 4.30. <i>Pelin'in Geometrik Cisimlerle ilgili Rutin Tablosu</i>	124
Tablo 4.31. <i>Pelin'in Geometrik Cisimler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu</i>	125
Tablo 4.32. <i>Geometrik Düşünme Düzeyi 1 Olan Öğrencilerin Sözcük Kullanımı ve Tasdik Edilmiş Anlatıları Özet Tablo</i>	128
Tablo 4.33. <i>Geometrik Düşünme Düzeyi 2 Olan Öğrencilerin Sözcük Kullanımı ve Tasdik Edilmiş Anlatıları Özet Tablo</i>	128
Tablo 4.34. <i>Geometrik Düşünme Düzeyi 3 Olan Öğrencilerin Sözcük Kullanımı ve Tasdik Edilmiş Anlatıları Özet Tablo</i>	128
Tablo 4.35. <i>Alt Öğrenme Alanlarına Göre Öğrencilerin Ağırlıklı Olarak Sözcük Kullanımları</i>	128
Tablo 4.36. <i>Öğrencilerin Rutin Sayısı Tablosu</i>	128

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1. Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri (Van de Walle, 2018)	8
Şekil 2.2. Kenar eş sembolü	17
Şekil 3.1. 3 ve 22 numaralı soruların ilk hali	41
Şekil 3.2. 3 ve 22 numaralı soruların düzeltilmiş hali:.....	42
Şekil 4.1. Arda'nın üçgen, dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgen çizimi	54
Şekil 4.2. Arda'nın koni ve silindir çizimi	58
Şekil 4.5. Esra'nın koni çizimi	66
Şekil 4.6. Esra'nın kullandığı el hareketleri	66
Şekil 4.7. İrem'in üçgen çizimleri	71
Şekil 4.8. İrem'in dikdörtgen ve kare çizimleri	71
Şekil 4.9. İrem'in paralelkenar ve eşkenar dörtgen çizimleri.....	71
Şekil 4.10. İrem'in kiriş, yarıçap ve çap çizimleri	75
Şekil 4.11. İrem'in çembere içten teğet üçgen çizimi	75
Şekil 4.12. İrem'in silindir ve piramit çizimleri.....	79
Şekil 4.13. Halil'in üçgen çizimleri	81
Şekil 4.14. Halil'in dikdörtgen çizimleri ve karede köşegen çizimi	82
Şekil 4.15. Halil'in eşkenar dörtgen çizimleri ve paralelkenar çizimi	82
Şekil 4.16. Halil'in çembere içten teğet üçgen, teğet çemberler ve daire dilimi çizimleri ..	86
Şekil 4.17. Halil'in çember ile ilgili diğer çizimleri	86
Şekil 4.18. Halil'in prizma ve koni çizimleri	89
Şekil 4.19. Halil'in silindir çizimleri	90
Şekil 4.20. Halil'in silindirin tabanlarının paralelliğini gösterdiği el hareketi.....	90
Şekil 4.21. Deniz'in üçgen çizimleri	94
Şekil 4.22. Deniz'in dikdörtgen çizimleri ve karede köşegen çizimi.....	95
Şekil 4.23. Deniz'in eşkenar dörtgen ve paralelkenar çizimleri	95
Şekil 4.24. Deniz'in kiriş, teğet çember ve daire dilimi çizimi.....	100

Şekil 4.25. Deniz'in çevre açısı ve merkez açısı çizimi, çap ve çembere içten teğet üçgen ve kare çizimi	100
Şekil 4.26. Deniz'in prizma, koni, silindir çizimleri	104
Şekil 4.27. Deniz'in piramit ve küp çizimi	104
Şekil 4.28. Pelin'in üçgen, dikdörtgen ve kare çizimi	109
Şekil 4.29. Pelin'in paralelkenar ve eşkenar dörtgende	110
Şekil 4.30. Pelin'in paralellik işareti	116
Şekil 4.31. Pelin'in çembere içten teğet üçgen, teğet çember, daire dilimi çizimleri	116
Şekil 4.32. Pelin'in çevre açısı ve merkez açısı çizimi, çap çizimi	116
Şekil 4.33. Pelin'in çokyüzlü, koni ve silindir çizimleri	123
Şekil 4.35. Pelin'in silindirin yan yüzü ile ilgili el hareketi	124
Şekil 4.36. Sırasıyla Arda'nın, Halil'in, Pelin'in dikdörtgen çizimleri	134
Şekil 4.37. İrem'in paralelkenar çizimi	134

BİRİNCİ BÖLÜM: GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

İnsanoğlu varlığını sürdürebilmek için geçmişten beri daima çevresiyle etkileşim halinde olmuştur. İnsanlar varlığını sürdürürken gözlemlerde bulunmuş ve hayatlarını kolaylaştırıcı faaliyetler esnasında geometriden yararlanmışlardır (Ertekin ve Ünlü, 2020). Örneğin tarımın oldukça gelişmiş olduğu eski Mısır medeniyetlerindeki papirüslerde bir tarlanın yüzölçümünün nasıl bulunacağından bahsedilmiştir (Saraç, 2018). Tarihteki daha birçok medeniyette geometrinin önemi büyüktür. Örneğin, Yunan matematikçi Thales piramidin yüksekliğini bulabilmek için aynı saatte kendi boyu ve gölgesini oranlayıp, bu oranı piramidin gölgesiyle yüksekliğini bulmak için kullanmıştır (Erdem, Gürbüz ve Duran, 2011).

Günümüzde de geometri geçmişten beri olduğu gibi hayatla iç içe olan bir süreçtir ve okullarda geometri kazanımları önemli bir yer tutmaktadır (Zeybek, 2019). Okullardaki geometri eğitiminin günlük hayatla ilişkilendirilerek verilmesi öğrencilerin yaşama hazırlanabilmesi için önemli bir araçtır (Gül, 2014). Geometri öğrencilere birçok temel ve bilişsel beceri kazandırmaktadır. Bu beceriler, çözümleme, karşılaştırma, genelleme yapma gibi temel becerileri, inceleme, araştırma, eleştirme, dikkatli, düzenli ve sabırlı olma, düşüncelerini açık ve anlaşılır şekilde ifade etme, öğrendiklerini şema biçiminde düzenleyebilme gibi bilişsel becerileri kapsamaktadır. (Baykul, 1998, s.267, akt: Gül, 2014). Geometrinin bu becerileri öğrencilere kazandırabilmesi beklenmektedir (Terzi, 2010).

Hollandalı çift Diana Van Hiele-Geldof ve Pierre Van Hiele 1950’li yıllarda öğrencilerin geometri öğretiminde zorlandıklarını gözlemlenmiş, zorlandıkları noktaları belirleme ve nasıl ortadan kaldırılabilceği üzerine çalışmalar yapmışlardır (Duatepe Paksu, 2016). Geometri öğretiminde öğrencilerin öğrenme ve gelişim düzeylerine uygun bir eğitim verilmesi gerektiğini söyleyen Diana Van Hiele-Geldof ve Pierre Van Hiele çifti öğrencilerin düzeylerine uygun 0’dan 4’e aşamalı bir şekilde ilerleyen, 5 düzeyden oluşan, bir geometrik düşünme modeli geliştirmişlerdir (Terzi, 2010). Bu model, ilerleyen yıllarda pek çok araştırmacı tarafından ilgi görmüş ve ülkemizde dahil olmak üzere birçok ülkenin öğrenim programı oluşturulurken bu modele dayanmıştır. (Duatepe Paksu, 2016; Van De Walle, 2018; Zeybek, 2019). Dolayısıyla, Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri öğrencilerin geometriyi nasıl anlamlandırdıklarını açıklamada genel olarak kabul görmüş bir modeldir ve birçok çalışma modelin doğruluğunu desteklemiştir (Duatepe Paksu, 2016).

Matematik eğitiminin önemli parçalarından biri de iletişim kurmadır ve anaokulundan başlamak üzere liseye kadar öğrenciler matematiksel düşüncelerini iletişim sayesinde düzene koymaktadır (Genç ve Erdem, 2016). Ülkemizdeki matematik eğitim-öğretim programında ise iletişimin önemi “*Öğrencilerin düşüncelerini sözlü olarak ifade etmeleri, matematiksel kavramların içselleştirilmesi, anlaşılması ve yapılandırılmasında önemli bir yere sahiptir.*” şeklinde belirtilmiştir (MEB, 2018 s.15). Matematik öğretmenleri ders esnasında sözcük ve cümlelerinde doğru kelimeleri kullanırsa öğrencilerin dersi anlamaları kolaylaşabilmektedir (Baki ve Çelik, 2018). Matematiksel dil, geometride önemli bir yere sahiptir ve öğretmenlerin kullandığı matematiksel dil öğrencilerin içinde bulunduğu geometrik düşünme düzeylerine uygun olmalıdır (Toptaş, 2015). Bunun yanında öğrencilerin yazılı ve sözlü ifadelerinde matematiksel dili doğru kullanabilmeleri, matematiksel bilgilerini aktarabilmelerini sağlar (Aydın ve Yeşilyurt, 2007).

Eğitim-öğretim sürecinde iletişimin önem arz etmesi sebebiyle, iletişimin en önemli öğelerinden olan söylemlerin incelenmesi zorunlu bir hale dönüşmektedir (Genç ve Erdem, 2016). Söylemler tüm iletişim biçimlerini kuşatmaktadır (Çelik ve Ekşi, 2008). Sfard (2012), matematiği bir söylem olarak ele almış ve matematiksel söylemin birbiriyle bağlantılı belirleyici özelliklerinden bahsetmiştir. Sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler ve tasdik edilen anlatılar matematiksel söylemin temel öğelerini oluşturmaktadır (Sfard, 2008). Öğrencilerin matematiksel söylemlerini Sfard (2008)’ın söylemsel yaklaşımı çerçevesinde incelemenin, öğrencilerin matematikle ilgili düşünceleri hakkında daha fazla bilgi edinilmesini ve öğrenciler aynı sosyo-kültürel ortamda bulunsalar bile matematiksel düşüncelerinde ne gibi farklılıkların var olduğu hakkında fikir edinilmesini sağlayacağı düşünülmektedir. Aynı kültürden öğrencilerin söylemlerinde farklılar olabileceği, aynı sosyo-kültürel ortamda bulunan öğrencilerin matematiksel kavramlarla ilgili benzer söylemler oluşturmak zorunda olmadığı Güçler (2016) tarafından da belirtilmiştir. Bununla birlikte aynı sosyo-kültürel ortamda bulunan öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri birbirine eşit olsa bile matematiksel söylemlerinin farklı olabileceği düşüncesi Wang ve Kinzel (2014)’in araştırmasıyla desteklenmektedir.

Öğrencilerin içinde bulundukları geometrik düşünme düzeyleri ve matematiksel söylemleri matematik eğitimi için önem arz etmektedir. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinde sahip olduğu matematiksel söylemlerin incelenmesiyle, geometrik düşünme düzeyleri ile ilgili derinlemesine bilgi edinilebileceği düşünülmektedir.

1.1.1. Problem Cümlesi

8.sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerine göre matematiksel söylemleri nasıldır?

1.1.1.1. Alt problemler.

1. 8.sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri nasıldır?
2. Geometrik düşünme düzeyi 1 olan öğrencilerin söylemleri nasıldır?
3. Geometrik düşünme düzeyi 2 olan öğrencilerin söylemleri nasıldır?
4. Geometrik düşünme düzeyi 3 olan öğrencilerin söylemleri nasıldır?
5. Farklı geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin söylemleri arasındaki ilişki nasıldır?

1.1.2. Araştırmanın Amacı

Matematik eğitiminde önemli bir yere sahip olan Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri 1’den başlanarak sıralandığında, 8.sınıf öğrencileri 3.geometrik düşünme düzeyinde bulunmalıdırlar. (Van de Walle, 2018). Yapılan araştırmaların birçoğunda (Bal, 2014; Gül,2014; Oral, İlhan ve Kınay 2013; Usiskin 1982; Zeybek, 2019) ise öğrencilerin bulunması gereken geometrik düşünme düzeylerinden daha düşük bir düzeyde bulundukları belirlenmiştir. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesiyle bulundukları düzeylere uygun eğitim verilebileceği düşünülmektedir.

Bu yüzden bu çalışmada 8.sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi ve aynı geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin söylemlerinin derinlemesine incelenmesi amaçlanmıştır. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirleyebilmek için birçok soru formu geliştirilmiştir (Fidan, 2009; Kurak, 2009; Özcan, 2012; Patkin, 2014; Usiskin, 1982). Bu soru formlarının içerisinde Patkin’in (2014) oluşturduğu “Global Van Hiele Soru Formu” ndaki soruların alt öğrenme alanı (üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler) kapsamının daha geniş olması ve 8.sınıf öğrencilerinin seviyesine uygun olması sebebiyle araştırmada “Global Van Hiele Soru Formu” kullanılmıştır. “Global Van Hiele Soru Formu” nun uygulanmasının yanında öğrencilerin matematiksel söylemlerinin de incelenmesiyle geometrik düşünme düzeyleriyle ilgili daha detaylı bilgi edinilmesi amaçlanmıştır.

1.1.3. Araştırmanın Önemi

Alanyazın incelendiğinde birçok ülkenin müfredatına etki eden geometrik düşünme düzeylerinin incelenmesi (Assaf, 1986; Bal, 2014; Gül,2014; Oral, İlhan ve Kınay 2013;

Park, 2011; Senk, 1983; Usiskin, 1982; Uzun, 2019; Zeybek, 2019) ve söylem analizi (Emre Akdoğan, 2015; Tabach ve Nachlieli, 2015; Viirman, 2015) ile ilgili araştırmalar bulunmaktadır. Ancak geometrik düşünme düzeylerini söylemsel açıdan inceleyen sadece tek bir araştırmaya (Wang ve Kinzel, 2014) ulaşılabilmektedir. Wang ve Kinzel (2014), araştırmalarının sonucunda söylem analizi ile birlikte geometrik düşünme düzeyleri ile ilgili derinlemesine bilgi edindiklerini ve düzeyler arası söylemlerin farklılaştığını belirtmişlerdir. Duatepe Paksu (2016), öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemenin, onlara uygun öğrenme ortamı oluşturabilmek için önemli olduğunu belirtmiştir. Öğrenme ortamlarının düzenlenebilmesi ve bu sayede daha iyi bir eğitimin sunulabilmesi için 8.sınıf öğrencilerle çalışılabileceği düşünülmüştür.

Bunun yanında, çeşitli araştırmacılar tarafından geometrik düşünme düzeylerini belirleyebilmek için farklı soru formları (Fidan, 2009; Kurak, 2009; Özcan, 2012; Patkin, 2014; Usiskin, 1982) oluşturulmuştur. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirleyebilmek için gerçekleştirilen araştırmaların büyük çoğunluğunda (Anıkaydın, 2017; Bal, 2014; Berkant ve Çadırlı, 2019; Buyruk Akıl, 2020; Çelebi Akkaya, 2006; Demir, 2019; Ersoy, 2019; Gül, 2014; Kaleli Yılmaz ve Yüksel, 2019; Karapınar, 2017; Kılıç, 2003; Koçak, 2009; Oral, İlhan ve Kınay 2013; Özcan ve Türnüklü, 2013; Özçakır, 2013; Öztürk, 2012; Uzun, 2019; Yenilmez ve Korkmaz, 2013; Yılmaz, 2011; Zeybek, 2019) Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Duatepe Paksu (2000) tarafından Türkçeye uyarlanan “Van Hiele Geometri Testi” kullanılmıştır. “Van Hiele Geometri testi” düzlem geometrisi ile ilgili sorular içermekte ve 25 sorudan oluşmaktadır. İçeriğinde beş geometrik düşünme düzeyinin her birinden beşer soru içermektedir. Patkin’in (2014) geliştirdiği “Global Van Hiele Soru Formu” üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler alt öğrenme alanlarından sorular içermektedir. Form, ilk üç geometrik düşünme düzeyini kapsayan 45 sorudan oluşmaktadır. Her alt öğrenme alanını ilk üç geometrik düşünme düzeyine göre ayrı ayrı inceleyebilme imkanı sağlamaktadır. Alt öğrenme alanı çeşitliliği açısından “Van Hiele Geometri Testi” nden daha kapsamlı olduğu için ve öğrencilerin farklı alt öğrenme alanlarındaki geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi istendiğinden bu çalışmada “Global Van Hiele” soru formunun kullanılması uygun görülmüştür. Bunun yanında; “Global Van Hiele Soru Formu” daha önce Türkçeye kazandırılmamıştır. Bu araştırmada, daha önce Türkçeye uyarlanmış haline rastlanmayan “Global Van Hiele Soru Formu” Türkçeye uyarlanmış ve öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri bu soru formuyla belirlenmiştir. Soru formunun Türkçeye uyarlanmasıyla de alanyazına katkı sağlanacağı düşünülmektedir.

Alanyazın incelendiğinde Sfard (2008)’ın “Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım Teorisi” birçok araştırmaya (Emre Akdoğan, 2015; Tabach ve Nachlieli, 2015; Viirman, 2015) konu olmuştur. Çeşitli eğitim kademelerinde Sfard (2008)’ın “Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım Teorisi”nin yer aldığı araştırmaların bir kısmı öğrencilerle (Akdoğan, Güçler ve Argün, 2019; Güçler, 2013; Nachlieli ve Tabach, 2019; Virman ve Nardi, 2019); bir kısmı matematik öğretmenleriyle (Heyt-Metzuyanım ve arkadaşları, 2019; Sarı Arıkan, 2019; Viirman, 2015) gerçekleştirilmiştir. Bazı araştırmalar matematik öğretmenleri ve öğrencileriyle (Emre Akdoğan, 2015; Park, 2011); bazıları da (Tabach ve Nachlieli, 2015; Wang ve Kinzel, 2014) matematik öğretmeni adaylarıyla gerçekleştirilmiştir. İlgili alanyazın incelendiğinde 8.sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerini söylemsel açıdan inceleyen araştırmaya rastlanmamıştır.

Ulaşılabilen alanyazın incelendiğinde bu çalışma, 8.sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerini söylemsel açıdan inceleyen bir araştırmaya rastlanmaması açısından; “Global Van Hiele Soru Formu ” nun Türkçe alanyazına kazandırılması açısından önemli görülmektedir.

a. Sayıtlar

- Öğrencilerin test formunu cevaplarken ve görüşmeler gerçekleştirilirken gerçekçi ve içten davranışlarda bulundukları varsayılmıştır.

b. Sınırlılıklar

- Araştırmanın verileri Türkiye’de Güneydoğu Anadolu Bölgesi’nde Gaziantep ilinin Şehit Cengiz Topel Ortaokulu’ unda öğrenim gören araştırma grubunda yer alan 8.sınıf öğrencileriyle sınırlıdır.
- Çalışma kullanılan “Global Van Hiele Soru Formu” ve “Söylem Analizi Görüşme Formu” ile sınırlıdır.

c. Tanımlar

Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım (Commognition): Sfard (2008) Türkçede ve İngilizcede tam karşılığı olmayan bu kelimeyi biliş (cognition) ve iletişim (communication) kelimelerinin birleşimiyle oluşturmuştur. Düşünme ve iletişimin ayrılmaz olduğunu vurgulayan bir kavramdır (Güçler, 2016).

Matematiksel Söylem (Mathematical Discourse): Kelime dağarcığı matematiksel olan söylemdir (Sfard, 2008). Örneğin, geometrik şekillere atıfta bulunan sözcüklerdir.

Sözcük Kullanımı (Word Use): Matematiksel biliş iletişimsel yaklaşım teorisine göre söylemlerin ayırt edici özelliklerini içeren, kullanılan alana özgü anahtar kelimelerdir. (Emre Akdoğan, Güçler ve Argün, 2019; Sfard, 2008) Matematikte kullanılan sözcükler gerçekte var olmasa da büyüklükleri ve şekilleri belirten sözcüklerdir (Sfard, 2008).

Rutin (Routine): Matematiksel biliş iletişimsel yaklaşım teorisine göre söylemin tekrarlayan kalıplarıdır. Kişilerin matematikte kullandıkları rutinlerdir. Örneğin, benzer durumlardaki hesaplama yapma yöntemleri, ispat şekilleri, genellemeler, tanımlar kişilerin rutinleridir (Virman, 2015).

Görsel Aracılar (Visual Mediators): Matematiksel biliş iletişimsel yaklaşım teorisine göre, sürecin görsel nesneleridir (Tabach ve Nachlieli, 2016). Matematiksel bir konuya ilişkin somut materyaller, semboller, şekiller vb. görsel araçlardır (Güçler, 2016).

Anlatılar (Narratives): Matematiksel biliş iletişimsel yaklaşım teorisine göre, katılımcıların söylemlerinde bulunan sözcük kullanımları, görsel araçları ve rutinlerine dayanarak oluşturdukları onaya/ redde açık söz dizileridir. Tasdik edilen anlatılar ise genellikle doğru olarak kabul edilen anlatılardır (Sfard, 2008). Matematikteki tanımlar, teoremler, ispatlar tasdik edilen anlatı örnekleridir (Güçler, 2016).

İKİNCİ BÖLÜM: KURAMSAL ÇERÇEVE ve İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölüm “Kuramsal Çerçeve” ve “İlgili Araştırmalar” olmak üzere iki temel başlıkta incelenmiştir. Bu temel başlıklara ait alt başlıklar aşağıda detaylandırılmıştır.

2.1. Kuramsal Çerçeve

Bu bölüm “Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri” ve “Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım (Commognitive) Teorisi” olarak iki temel başlıkta sunulmuştur. Bu iki temel başlık alt başlıklarla detaylandırılmıştır.

2.1.1. Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri

Van Hiele Geometrik Düşünme düzeyleri kişilerin geometriye ilişkin konuları nasıl anlamlandırdıklarını inceleyen düzeylerdir (Duatepe Paksu, 2016). Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin temelleri matematik öğretmeni olan Hollandalı çift Pierre Van Hiele ve Dina Van Hiele Geldof tarafından atılmıştır (Duatepe Paksu, 2016; Van de Walle, 2018). Her ikisi de öğrencilerin geometri öğreniminde neden zorlandıkları, bu zorlukların nasıl aşılabileceği üzerine çalışmalar yürütmüş ve 1957 yılında çalışmalarını tamamlamışlardır ancak doktora tezini bitirmesinden çok kısa bir süre sonra Dina Van Hiele Geldof hayatını kaybetmiş ve Pierre Van Hiele ikisinin çalışmalarını devam ettirerek geometrik düşünme modelini tamamlamıştır (Duatepe Paksu, 2016).

1960’lı yıllarda geometrik düşünme modeli eski Sovyetler Birliği’nin dikkatini çekmiş ve müfredatlarında bu modele yer vermişlerdir (Duatepe Paksu, 2016; Van de Walle, 2018). Yaklaşık 20 yıl boyunca Amerika Birleşik Devletleri tarafından fark edilmemiş ancak sonrasında araştırma dikkatleri çekmiş ve araştırmanın farklı yönleri incelenmek üzere 3 büyük proje (Burger ve Shaughnessy 1986; Fuys, Geddes ve Tischler, 1985; Usiskin, 1982) yapılmıştır (Duatepe Paksu, 2016; Van de Walle, 2018). Çalışmalar sırasında Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri İngilizceye çevrilmiş ve sonrasında Pierre Van Hiele “Structure and Inside” yani “Yapı ve İçgörü” kitabının içerisinde bu modelden bahsetmiş ve İngilizce olarak yayınlanan kitabıyla uluslararası literatürde yerini almıştır (Duatepe Paksu, 2016).

Van Hiele Modeli, iki kısımdan oluşmaktadır (Gutierrez, 1992). Bu kısımlar aşağıdaki gibidir:

Düşünme Düzeyleri: Van Hiele Modeli, öğrencinin öğrenme süreci içerisinde çeşitli akıl yürütme yöntemleriyle ilerleyebileceğini belirtir. Düşünme düzeyleri öğrencinin geometride

yer alabileceği düşünme yollarının ifade edilmesidir. Van Hiele Modeli'nde temel olarak beklenen şey öğrencinin bulunduğu düzeyden bir sonraki düzeye ilerlemesidir, bu ilerlemede öğretimin niteliği oldukça önemlidir (Gutierrez, 1992).

Öğrenmenin Aşamaları: Bu aşama, öğrencilerin mevcut düşünme düzeylerinden bir sonraki düzeye geçişlerini kolaylaştırmak için öğretimin nasıl düzenlenebileceğine dair öğretmenlere önerileri içerir (Gutierrez, 1992).

2.1.1.1. Van Hiele düşünme düzeyleri aşamaları.



Şekil 2.1. Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri (Van de Walle, 2018)

Düzye 0 (Tanıma Öncesi): Düzye 1'e bile giremeyenler için bu düzye tanımlanmıştır. Bu düzyede geometrik şekilleri algılanır ancak özelliklerinin sadece bir kısmına yoğunlaşabilir ve birçok geometrik şekli tanımlayamazlar (Clements ve Battista, 1990).

Düzye 1 (Görselleştirme Düzyei): Van hiele kuramının ilk düzyei olan görselleştirme düzyesinde düşünölen “şekillerin neye benzediğı” dir (Van de Walle, 2018). Çocuklar başlangıçta geometrik şekil ve cisimleri bir bütün olarak algırlarlar (Duatepe Paksu, 2016). Şekillerin parçalardan oluştuklarını, özelliklerinin (kenar, açı özellikleri vb.) olduğunu idrak edemezler (Duatepe Paksu, 2016; Gutierrez, 1992; Şahin, 2008). Bu yüzden bu düzyede geometrik şekil ve cisimler sadece görünümlerine göre değerlendirilir (Duatepe Paksu 2016; Van de Walle, 2018).

Örneğın, “kapı bir dikdörtgendir” denildiğinde, kapıya benzeyen şekiller dikdörtgen olarak algılanabilir; bir üçgen tepesi aşağıya gelecek şekilde çizildiğinde çocuklar bu şeklin üçgen olmadığını düşünebilir veya kare bir defterin çizgilerine paralel bir şekilde değil de 45 derecelik açıyla döndürölerek çizildiğinde çocuk artık şeklin kare değil eşkenar dörtgen olduğunu düşünür (Duatepe Paksu, 2016; Şahin,2008; Van de Walle, 2018). Bu düzyede çocuklar şekli oluşturan parçaları şeklin bütününden ayrı düşünebilirler. Örneğın, köşe kelimesi prizmanın köşesi olarak bir anlam ifade ederken, tek başına çocuklar için bir anlam ifade etmemektedir (Altun, 2007).

Bu düzeyin özelliği, öğrencilerin şekillerin benzer veya farklı olup olmadığını inceleyip şekil sınıfları oluşturabilmesidir (Van de Walle, 2018). Çocukların görselleştirme düzeyinden düzeyine geçişlerine yardımcı olabilmek için yapılabilecekler (Altun, 2007; Baykul, 2005; Şahin, 2008) aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- Çocuklara geometrik cisim ve şekilleri çizip, yapabildikleri ortamlar oluşturulmalıdır.
- Geometrik cisim ve şekillerle ilgili gözlemlediklerini anlatabilecekleri ortam hazırlanmalıdır.
- Formal tanımlar yerine örnekler ön plana çıkmalı, çocukların cisim ve şekillere gösterdikleri örnekler önemli olmalıdır.
- Başlangıçta günlük hayatta kullanılan eşyalar, araç gereçler benzerlik ve farklılıklarına göre sınıflandırılmalı (ne açıdan benzer ve ne açıdan farklı oldukları açıklanmalı); sonrasında üç boyutlu ve iki boyutlu geometrik şekillere geçilmelidir.
- Benzerlik çalışmalarında aynı özelliklerle ilgili oldukça farklı örnek verilip, böylece farklılıkların ortaya çıkması sağlanmalıdır.

Düzyey 2 (Analiz Düzeyi): Analiz düzeyinde öğrenciler, şekillerin parçalardan oluştuğunu ve parçaların özellikleri olduğunu fark edebilirler (Duatete Paksu, 2016). Bu düzeyde öğrenciler şeklin kendisinden çok özelliklerine odaklanırlar (Duatete Paksu, 2016). Örneğin; tahtaya çizilen bir kare şeklinin kenarları paralel olarak çizilememiş ya da eşitlikler tam olarak çizilememiş olsa bile öğrenci şekli kare olarak kabul edebilir. Çünkü artık analiz düzeyinde özellikler görselliğin önüne geçmiştir (Duatete Paksu, 2016).

Bu düzeyde öğrenciler şekillerin özelliklerine göre gruplandırma yapabilmeye başlarlar (Kenar sayıları, açı ölçüleri, açı sayısı, vs.) (Van de Walle, 2018). Bir sınıfa ait olan şeklin özelliklerinin bulunduğu sınıfı temsil ettiğini fark edebilir, şeklin ait olduğu sınıfla ilgili genellemelerde bulunabilirler; örneğin, bir küpün özelliklerini tüm küplere genelleylebilirler (Baykul, 2005).

Öğrenciler analiz düzeyinde şekillerin özelliklerini gözlemleyip analiz edebilir ancak şekiller arasında ilişki kuramazlar, şekil sınıfları arasındaki hiyerarşik ilişkileri kavrayamazlar (Altun, 2007; Duatete Paksu, 2016; Pesen, 2008;). Örneğin, karenin ve dikdörtgenin özelliklerini biliyor olmasına rağmen karenin dikdörtgenin özel bir hali olduğunu veya dikdörtgenin paralelkenarın özel bir hali olduğunu düşünemezler (Aktaş Arnas, 2006; Baykul, 2005).

Analiz düzeyinde bulunan öğrencilerin gelişimlerini desteklemek için farklı etkinlikler önerilmektedir (Altun, 2005; Baykul, 2005; Şahin, 2008; Van de Walle, 2018):

- Kullanılan geometrik şekil ve cisimlerin tanımları yerine farklı özelliklerine yoğunlaşmalıdır. Yeni geometrik kavramlar öğrenildikçe şekil ve cisimlerin özellikleri ile ilgili öğrencilerin bilgileri artar ve özelliklerin genişletilebilmesi için özellik listesi oluşturma, konuşma, anlatma çalışmaları yapılabilir.
- Geometrik şekil ve cisimleri tanımlama, açı, kenar ve köşegenlerini ölçme ve şekli bozup başka bir şekle dönüştürme uygulamaları yapılabilir.
- Analiz düzeyinde şekilleri sınıflandırma ve adlandırma çalışmaları yapılmalıdır. Sınıflandırma ve adlandırma çalışmaları tek tek modeller yerine tüm şekil sınıflarına (tüm prizmalar, tüm dikdörtgenler) uygulanmalıdır. Örneğin, var olabilecek tüm üçgenleri belirli gruplara ayrılıp, elde edilen gruplar yardımıyla üçgen çeşitleri tanımlanabilir.
- Analiz düzeyinden informal çıkarım düzeyine geçişte öğrencilere destek olmak için konuyla alakalı “Neden” sorusu sorulup, neden öyle olduğunun açıklanması istenmelidir. Bunun yanında konu ile ilgili akıl yürütme gerektiren sorular sorulabilir ve öğrencilerin düşünmesi sağlanabilir. Örneğin, “*Dört kenarı birbirine eşit olan tüm kapalı şekillere kare mi denir?*”, “*Aksi bir örnek verebilir misiniz?*”

Düzyey 3 (İnformal Çıkarım Düzeyi): Öğrenciler herhangi bir nesne sınırlaması olmadan geometrik şekillerin özellikleriyle ilgili düşünebilmeye başladıklarında, geometrik şekiller ve şekillerin özellikleri arasında birçok ilişki geliştirebilirler (Van de Walle, 2018). Örneğin, “*Dört dik açığıya sahip kapalı bir şekil dikdörtgendir. Bir karenin de tüm açıları diktir. O zaman kare bir dikdörtgen olmalıdır.*” şeklinde akıl yürütmeler ve mantıksal muhakemeler yapabilirler. (Baykul, 2005; Van de Walle, 2018). Örnekte de görüldüğü gibi bu düzeyde öğrenciler şekil sınıfları arasında bağ kurabilir ve şekilleri özelliklerini dikkate alarak hiyerarşik bir şekilde sınıflandırabilirler (Baykul, 2005; Duatepe Paksu, 2016; Pesen, 2008; Van de Walle, 2018).

Bu düzeydeki öğrenciler “*böyle ise böyledir.*” şeklinde mantıksal muhakemeler yapabilir, şekilleri en az sayıda ve yeterli özelliklerle sınıflandırabilir (Baykul, 2005; Duatepe Paksu, 2016; Van de Walle, 2018). Böylelikle tanım yapmak için uzun bir özellik listesi oluşturmaktansa gerek ve yeter şartları belirterek kısa ve öz bir tanım oluşturabilirler (Duatepe Paksu, 2016). Örneğin, “*En az bir dik açısı ve dört eş kenarı olan dörtgendir.*” tanımını kareyi tanımlamak için yeterlidir (Van de Walle, 2018).

Bu düzeydeki öğrenciler tanımların rolünü ve manasını kavramaya başlarlar (Duatepe Paksu, 2016). Bildiklerinden ilişkilerden yola çıkarak mantıksal çıkarımlarla diğer ilişkileri düşünebilirler (Duatepe Paksu, 2016). Aynı zamanda bu düzeyde bulunan öğrenciler bir ispatı izleyip, anlamlandırabilir ancak tümdengelimli akıl yürütme gerçekleştiremezler dolayısıyla kendileri ispat yapamazlar (Baykul, 2005; Duatepe Paksu, 2016; Pesen, 2008; Van de Walle, 2018).

Informal çıkarım düzeyinde bulunan öğrencilerin gelişimlerini desteklemek için yapılabileceklerden bazıları (Altun, 2007; Baykul, 2005; Van de Walle, 2018) aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- Geometrik şekillerin özellikleriyle ilgili çalışmalar ve geometrik şekiller arasındaki özellik ilişkilerinin ortaya çıkmasını sağlayıcı etkinlikler yapılmalıdır. Örneğin, bir paralelkenardan eşkenar dörtgen elde edilmesi, dikdörtgenden kare elde edilmesi gibi çalışmalar ve bu çalışmaların tersi uygulanabilir.
- Öğrenciler kullanılan geometrik eşya ve şekillerin niçin gerekli olduğu, hangi özelliklerinin ne için kullanıldığı üzerine tartışmalar yapılabilir.
- Gözlemlenen eşya ve şekiller ile ilgili konuşmak, çizim yapmak, şekil sınıfları arasındaki ortak özellikleri belirleyip genellemeler yapmak için ortamlar oluşturulabilir.
- Bu düzeydeki öğrencilere varsayım ve hipotez oluşturma, oluşturdukları hipotezi test etme açısından teşvik edici ortamlar oluşturulmalıdır. Örneğin, “*Bu her zaman doğru olur mu?*”, “*Bu tüm üçgenlerde geçerli mi yoksa sadece eşkenar üçgenler için mi geçerlidir?*”
- “*Köşegenler hangi özelliklere sahip olursa şeklin kare olduğunu garantiler?*” gibi şekillerin oluşturulmasında gerek ve yeter şartları tespit edebilmek için şekiller incelenmelidir.
- “*Tüm, hiç bazı, vb.*” gibi informel çıkarım terminolojileri bu düzeyde kullanılmalıdır.
- Öğrenciler bu düzeyde ispata teşvik edilmeli ve öğrencilerden seviyelerine uygun bir şekilde yapılan ispatların mantığını açıklamaları istenmelidir.

Düzye 4 (Çıkarım Düzeyi): Çıkarım düzeyinin en belirgin özelliklerinden birisi, öğrencilerin bu düzeyde matematiksel sistemleri anlayıp, kendilerinin ispat yapabilmesidir (Duatepe Paksu, 2016). Bu düzeyde öğrenciler özellikleri (paralellik, diklik, vb.) şekil ve cisimlerden bağımsız olarak nesneleştirebilirler (Altun, 2007). Tümdengelim akıl yürütme

yöntemiyle önceden kanıtlanmış teorem ve aksiyomlardan faydalananak kendileri ispat yapabilirler (Duatepe Paksu, 2016).

Bu düzeydeki öğrenciler şekil ve cisimlerin özellikleriyle ilgili mantıksal çıkarımlarda bulunabilmektedir (Van de Walle, 2018). Çıkarımın yanında aksiyom, ispat ve teoremin de önemini kavrayabilirler (Duatepe Paksu, 2016). Örneğin, bir öğrenci dikdörtgenin köşegenlerinin birbirini ortaladığını bilmesine rağmen, çıkarımsal önermelerden yararlanarak ispat yapmanın gerekliliğini anlar (Van de Walle, 2018). Ayrıca bu düzeydeki öğrenciler öklid geometrisindeki postulat, teorem, tanımsız terim gibi ifadeler arasındaki ilişkileri anlayıp açıklayabilir ancak öklid dışı geometriyi anlamlandıramazlar (Duatepe Paksu, 2016).

Bu düzey lise yıllarına karşılık gelmektedir (Altun, 2007; Pesen, 2008; Van de Walle, 2018). Lise geometrisinde de aksiyom ve tanımlamalardan yararlanarak öğrencilerin teoremleri oluşturması ve mantıksal akıl yürütmelerden yararlanarak ispat yapabilmeleri beklenmektedir (Van de Walle, 2018).

Düzy 5 (Sistematik Düşünme): Bu düzye bir bilim olarak matematikle ilgilenenler ulaşabilmektedir (Duatepe Paksu, 2016). Bu düzyede yalnızca sistemlerden elde edilen çıkarımlar değil, bizzat aksiyomatik sistemlerin kendisi önem kazanır (Van de Walle, 2018). Farklı aksiyometik sistemler incelenir ve sistemler arasındaki benzerlik ve farklılıklar ortaya çıkartılır (Duatepe Paksu, 2016; Van de Walle, 2018). Bu düzyede sadece öklid geometrisi değil, öklid dışı geometri de yorumlanabilir (Duatepe Paksu, 2016; Van de Walle, 2018;). Küresel geometri üzerinde çalışmalar yapılabilir (Van de Walle, 2018).

Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin özellikleri neler olduğu aşağıdaki alt başlıkta açıklanmıştır.

2.1.1.2. Van Hiele düzeylerinin özellikleri.

- Ardışıklık, Sıralama: Düzeyler hiyerarşıktır (Van de Walle, 2018). Öğrencinin bir düzeyden diğerine geçebilmesi için öncelikle bulunduğu düzeyin özelliklerini başarıyla tamamlaması ve bir sonraki düzeyin özelliklerine hazır olması gerekmektedir (Baykul, 2021; Crowley, 1987; Çelebi Akkaya, 2006; Duatepe Paksu, 2016; Van de Walle, 2018;). Düzeyler arasında atlama yapılamaz (Şahin, 2008).
- İlerleme: Düzeyler arası ilerleme yaştan bağımsızdır, üçüncü sınıf öğrencisi ile lise öğrencisi aynı düşünme düzeyinde bulunabilirler (Baykul, 2021; Van de Walle, 2018). Düzeyler arası ilerleme daha çok uygulanan eğitimin niteliğine bağlıdır, bazı

öğretim yöntemleri öğrencinin ilerlemesine yardımcı olurken, bazıları da ilerlemeyi aksatıp, geciktirebilir (Crowley, 1987; Çelebi Akkaya, 2006).

- Dilbilim: Geometride uygun dil kullanımı çok önemlidir (Çelebi Akkaya, 2006). Düşünme düzeylerinde, her düzeyin kendi dil sembolleri ve semboller arası ilişkileri vardır. Öğretimde kullanılan dilin öğrencinin bulunduğu düzeye uygun olması gerekmektedir (Crowley, 1987; Çelebi Akkaya, 2006). Örneğin, “Kare, aynı zamanda dikdörtgendir.” ifadesi analiz düşünme düzeyinde bulunan bir öğrenci için anlamsızken, informel çıkarım düzeyinde bulunan bir öğrencinin kolaylıkla anlayabileceği bir ifadedir (Crowley, 1987; Çelebi Akkaya, 2006).
- Yanlış eşleme: Öğretim sürecinde öğrencinin bulunduğu düşünme düzeyine uygun eğitim verilmelidir, eğer uygulanan öğretim öğrencinin düzeyinden üst bir düzeyde ise öğrenci tarafından düşünme süreçleri takip edilemeyecektir (Crowley, 1987; Çelebi Akkaya, 2006; Duatepe Paksu, 2016).
- Her bir düzeydeki düşünme ürünleri bir sonraki düşünme düzeyinde çalışma nesneleri haline gelir (Crowley, 1987; Çelebi Akkaya, 2006; Van de Walle, 2018).

Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin öğrenme aşamalarının nasıl olabileceği aşağıdaki alt başlıkta açıklanmıştır.

2.1.1.3. Öğrenme aşamaları.

Geometrik düşünme düzeylerinde ilerleme yaştan bağımsız, öğretimin niteliğine bağlıdır (Baykul, 2021; Crowley, 1987; Çelebi Akkaya, 2006; Van de Walle, 2018;). Bu yüzden çalışmalar (Crowley, 1987; Demir, 2019; Şahin, 2008), öğretmenlerin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine uygun bir şekilde aşağıdaki adımları takip ederek öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin gelişimine destek olabileceğini önermektedir. Bu adımlar aşağıdaki gibi özetlenebilir:

Araştırma: Öğretmen öğrencilere sorular sorarak, düşünme düzeylerini tespit eder ve mevcut düzeylerine uygun olan sembol ve kavramları sunar. Geometrik şekillerin yapılarına dikkat çeker ve materyal kullanımını başlatır. Bu evrede kavram öğretimine önem verilmeli ve öğrencilerin materyal keşfetmesi sağlanır.

Yönelme: Öğretmen, öğrencilerin araştırma düzeyinde verdikleri cevapları değerlendirerek, yapacakları araştırmalar doğrultusunda yönlendirilir ve görevlendirir. Araştırmaya yönlentmenin amacı, öğrencilerin yeni yapıları keşfetmesi ve öğrenmesidir. Ayrıca bulmaca ve oyunlardan yararlanarak da öğrencilerin şekilleri bulmaları ve

hissetmeleri sağlanabilir. Bu aşamada, geometrik şekillerin temel yapı özellikleri öğrenciler tarafından fark edilmeye başlanır.

Netleştirme: Öğrenciler, araştırma ve yöneltme aşamalarındaki deneyimlerinden yola çıkarak belirlenen konuyla ilgili fikirlerini belirtir ve tartışır. Öğretmen ise bu aşamada öğrencilerin matematiksel dili doğru ve uygun bir şekilde kullanabilmesi için öğrencilere rehberlik eder. Yeni konuya dikkat çekerek öğrencilerde merak uyandırır ve tartışma ortamı oluşturur.

Serbest Çalışma: Serbest çalışma aşamasında öğrenciler, birden çok adımdan oluşan bir problemi farklı çözüm yollarıyla çözmeye çalışır. Böylelikle öğrenciler tek düze cevaplar vermek yerine kendilerine özgü soru çözüm teknikleri geliştirebilirler. Bu aşamada öğrenciler, çalışılan konuda karşılaşılan farklı şekilleri fark eder ve geometrik şekiller arasındaki ilişkileri ortaya çıkarırlar.

Bütünleştirme: Bütünleştirme aşamasında öğrenciler, o zamana kadar yapılmış olan çalışmalarla kendilerinin yapacağı çalışmalar arasında bilgi aktarımı yaparlar. Böylelikle öğrencilerin zihinlerinde yeni bir şema oluşur ve bilgiyi özümserler. Öğretmenler, öğrencilerin düzeylerini belirleyebilmek için soru sorduklarında bu aşamada bulunan bir öğrenci zihninde var olan bilgileri özetleyerek cevap verebilir.

2.1.2. Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım (Commognitive) Teorisi

Söylem, sohbet ve konuşma da dahil olmak üzere tüm iletişim biçimlerini içinde barındırmaktadır (Çelik ve Ekşi, 2008). Söylem analizi dili inceler ancak basit bir şekilde dili incelemeyip söze dökülen ifadelerin altında yatan anlam ve içeriği incelemeyi gerektirir (Çelik ve Ekşi, 2008). Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri öğrencilerin düzeyleriyle ilgili bilgi edinmemizi, söylemsel bir açıdan yaklaşım ise öğrencilerin geometrik şekiller ve özellikleri ile ilgili söylediklerine, yaptıklarına, düşünme süreçlerine odaklanmayı sağlamaktadır (Wang ve Kinzel, 2014). Bu bilgilere dayanarak Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin söylemsel açıdan incelenmesiyle öğrencilerin bulundukları geometrik düşünme düzeyinde geometrik şekillerle ilgili düşünme süreçlerinin ortaya çıkartılabileceği düşünülmüştür.

Matematik eğitiminde matematiksel söylemin çözümlenebilmesi için birden çok perspektif geliştirilmiştir. Bu perspektiflerden bazıları “Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım”, “Sınıf İçi Öğretmen ve Öğrencilerin Bilgi Yapıları”, “Fonksiyonel İkilik Yaklaşımı”, “Halliday’ in Sistemik Fonksiyonel Dilbilim” şeklinde sıralanabilir (Tanışlı, 2016). “Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım” teorisi iletişimin bir türü olarak

düşünmenin incelenmesine, “Sınıf İçi Öğretmen ve Öğrencilerin Bilgi Yapıları” matematik sınıfındaki öğrenci ve öğretmen söylemlerinde ortaya çıkan bilgi yapılarının belirlenmesi ve yorumlanmasına, “Fonksiyonel İkililik Yaklaşımı” sınıf içindeki söylemleri ve tek ve çift yönlü olarak incelemeye, “Halliday’ in Sistematik Fonksiyonel Dilbilim” ise dilin sosyal fonksiyonlarına odaklanmaktadır (Tanışlı, 2016; Uğurel, 2010). Düşünceye, zihinsel işleve odaklanması sebebiyle, bu çalışmada öğrencilerin matematiksel söylemlerini inceleyebilmek için Sfard’ ın (2008) söylemsel çerçevesinden yararlanılmış ve çerçeve aşağıda açıklanmıştır.

Sfard (2008) İngilizcede doğrudan bir karşılığı bulunmayan “commognitive” terimini “communication” (iletişim) ve “cognitive” (bilgi) kelimelerini birleştirerek Sfard (2008) “Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım” (Commognitive) teorisini alan yazına kazandırmıştır (Güçler, 2016). Sfard (2008) teorisinde, düşüncüyü kişinin kendisi ile olan iletişimi olarak belirtmiş ve düşünce ile iletişim arasında fark olmadığını ileri sürmüştür. Bu sayede düşünme ve iletişim arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmış ve matematik öğrenimi için söylemsel bir yaklaşım oluşturmuştur (Güçler, 2016). Bu teori Güçler (2016) tarafından “Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım Teorisi” olarak Türkçeye çevrilmiştir.

Kişilerin söylemlerinin “matematiksel söylem” olup olmadığına karar verirken söylem içerisindeki dört temel öge inceleyebilir (Sfard, 2008). Bu söylemin dört temel ögesi aşağıda açıklanmaya çalışılmıştır:

1-) Sözcük Kullanımı (Word Use): Kişilerin söylemlerinin ayırt edici özelliklerinden biri kullandıkları anahtar kelimelerdir. Sözcük kullanımı kişilerin dünya hakkında ne bildikleriyle ilgilidir. Kişilerin sözcükleri günlük yaşamdaki kullanımından daha farklı bir disiplin içinde kullanmaları gerekmektedir (Sfard, 2008). Astronomi, tıp, matematik, vb. gibi alanları çağrıştıran farklı sözcükler vardır ve Sfard (2008) sözcük kullanımıyla matematiksel kelimelerin kişiler tarafından nasıl kullanıldığına dikkat çekmektedir. Örneğin bir öğrenci dikdörtgeni paralelkenar olarak ifade ederken, bir diğer öğrenci dikdörtgenin paralelkenar olmadığını ifade edebilir. Eğitim sürecinde sözcük kullanımının gelişimiyle ilgili 4 hiyerarşik aşama belirtilmiştir. Bu aşamalar; edilgen kullanım (passive use), rutin bazlı kullanım (routine-driven use), tabir bazlı kullanım (phrase-driven use), nesne-bazlı kullanım (object-driven use) aşamalarıdır.

Sözcük kullanımının bir diğer özelliği cisimleştirme (reification) ve yabancılaştırma (alienation) ile meydana gelen nesneleştirme sürecidir (Sfard, 2008). Cisimleştirme, matematiksel eylemlerin, süreçlerin ve algoritmaların matematiksel nesneler haline gelme sürecidir (Sfard, 2008). Yabancılaştırma, insan olgusunu ortadan kaldırarak matematiksel

nesnenin zihinden bağımsız bir şekilde ele alınmasıdır (Sfard, 2008). Öğrencinin ifadeleri süreç, eylem, algoritma içeriyorsa sözcük kullanımı süreç temelli (process-based); bu ifadeleri gerçek hayattan bağımsız matematiksel bir nesne şeklinde kullanıyorsa (object-based) olarak düşünülmüştür (Sarı Arıkan, 2019).

Edilgen kullanım (Passive use): Öğrenciler matematiksel sözcükleri kendi söylemlerinde kullanamasa da, bu söylemleri başkalarından işittiklerinde belli rutinleri gerçekleştirmeye başlayabilirler (Sfard, 2008; Güçler, 2016). Örneğin, bir öğrenci matematiksel “toplam” sözcüğünü söyleminde kullanamıyor olsa da başka bir kişinin “bu masada kaç elma var?” sorusunu yanıtlamak için sayma eylemine başlayabilir (Güçler, 2016).

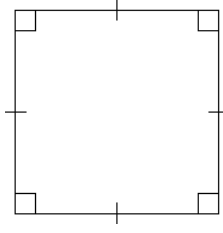
Rutin bazlı kullanım (Routine-driven use): Öğrencilerin söylemlerinde belli matematiksel kelimeler yer almaya başlamıştır ancak bu sadece öğrencilerin zihninde var olan kelimeleri belirli eylemsel rutinlerle eşleştirmesiyle sınırlıdır (Güçler, 2016). Örneğin, “toplam” kelimesini bir öğrenci söyleminde kullanmaya başlamıştır ancak toplam kelimesini her duyduğunda otomatikleşmiş olarak sayma eylemini gerçekleştirir (Güçler, 2016).

Tabir bazlı kullanım (Phrase-driven use): Öğrencilerin söyleminde matematiksel sözcükler yerine sözcüklerin içinde bulundukları tabirler önemli bir konuma gelir (Güçler, 2016). Öğrenciler rutin uygulamak yerine matematiksel kelimeleri belirli tabirlerle eşleştirmektedirler. Örneğin, bir öğrencinin “toplam nedir?” sorusuna verdiği cevap “(sayma rutinini gerçekleştirmeden) toplam ile saymak birbiriyle ilişkilidir.” olabilir (Güçler, 2016).

Nesne bazlı kullanım (Object driven use): Öğrenciler bu aşamada sözcükleri isim olarak kullanabilirler. Matematiksel kelimeler nesneleştirilip, kendi içlerinde anlam taşıyan somut matematiksel birimlere, kavramlara dönüştürülür (Güçler, 2016). Bu aşamada eylemlerden bağımsız olarak “toplam, belirli sayılar üzerinde uyguladığımız matematiksel bir işlemdir” toplam kelimesi kendi içinde anlam taşıyan somut bir nesne olarak ele alınmaktadır (Güçler, 2016, s. 632). Bu aşamadaki bir öğrenci $2+5$ işlemiyle karşılaştığında 2 ile 5’i toplama eylemi yerine 7 sayısına (toplama) odaklanmaktadır (Güçler, 2016).

2-) *Görsel araçlar:* İletişim sürecinin bir parçası olarak kullanılan görsel nesnelerdir. Konuşma dili söylemlerinde genellikle söylemlerden bağımsız olarak somut nesneler aracılık ederken, bilimsel ve matematiksel söylemler genellikle kendi alanlarına özgü semboller içerirler (Sfard, 2008). Ancak bu sembollerin kullanılması kadar sembollerin nasıl kullanıldığı da önemlidir. Nasıl kullanıldığından kasıt kullanılan rutin, sözcük kullanımı ve hangi matematiksel anlatının tasdik edildiğidir (Güçler, 2013).

Örnek, karenin kenarlarının eş olduğunu belirtirken kenarlara koyulan sembol.



Şekil 2.2. Kenar eş sembolü

3-) *Rutinler: “Söylemin tekrarlayıcı örüntüleridir.” (Sfard, 2008).* Kişinin matematiksel sözcükleri nasıl kullandığı veya geometrik şekiller hakkındaki anlatıları doğrularken belirli adımları nasıl takip ettiğiyle ilgili bilgi sağlar (Sfard, 2008). Sfard’ın teorisine göre rutinlerin analizi katılımcıların sözlü ifadelerinin değil, eylemlerinin incelenmesiyle yapılabilir (Emre Akdoğan, 2015). Örneğin toplama ile ilgili sorularda bir ilkökul öğrencisi sürekli abaküs kullanıyorsa, bu öğrencinin söyleminde bir rutin olarak değerlendirilmiştir (Sfard, 2008). Bu durumda abaküsün kendisi ise görsel aracı işlevindedir. Burada toplama ile ilgili sorunun kendisi tetikleyici, abaküs kullanımı rutin durumundadır ve eylemseldir (Sfard, 2008). Rutinlerin analizinde, Sfard (2008) rutinleri ortaya çıkartan tetikleyici durumları belirlemenin ilk basamak olduğunu belirtmiştir. Rutinin nasıl ve ne zaman uygulandığının da incelenmesi gerektiğini belirtmiştir:

Rutinin nasıl uygulandığı, rutin uygulanırken kullanılan yöntemi ve uygulanan eylemi içermektedir. Rutinin ne zaman uygulandığı ise katılımcıların bir rutinin kullanımını hangi matematiksel koşullarda uygun gördüklerini içerir. Sfard, rutinlerin ne zaman kullanıldığını iki ayrı terim kapsamında ele almaktadır: uygulanabilirlik (applicability) ve kapanış (closure). Uygulanabilirlik, bir katılımcının hangi durumlarda belirli bir rutini uygulayacağını altını çizirken kapanış katılımcının hangi durumlarda uyguladığı rutinin tamamlandığı kanısına vardığını araştırır. (Güçler, 2016, s.634)

4-) *Tasdik Edilen Anlatılar;* genellikle katılımcıların matematiksel söylemlerinde doğru olarak kabul ettikleri gerçeklikler ve durumlardır (Güçler, 2016). Bu sözlü ifadeler söylemin diğer öğeleriyle birlikte katılımcıların matematiksel söylemlerindeki sözcük kullanımı, görsel araçları, rutinlerine bağlı olarak kullandıkları kanıtlama yöntemlerinden ortaya çıkmaktadır (Güçler, 2016). Tanımlar, matematiksel teoriler, ispatlar ve teoremler matematik camiasının tasdik edilen anlatılarıdır. Matematik çevresinin tasdik edilen anlatıları tarihsel bir süreçle ortaya çıkmıştır. Matematikçiler, öğretmenler ve öğrencilerin tasdik ettiği matematiksel anlatıların birbirinden farklılık gösterebilir (Güçler, 2016). Yani matematiksel söylem kişilere özel farklılıklar içerebilir. Eğitimin hedefi öğrencilerin söylemleri ile öğretmenlerin/uzmanların söylemlerini tutarlı hale getirmektir (Sfard, 2008; Güçler, 2016).

2.2. İlgili Araştırmalar

Bu bölüm “Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri ile İlgili Araştırmalar”, “Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım Teorisi” ve “Geometrik Düşünme Düzeylerini ve Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım Teorisini İçeren Araştırmalar” ve “İlgili Alanyazın Taraması Özeti” olmak üzere 4 temel başlıkta incelenmiştir. Bu başlıklara ait alt başlıklar aşağıda detaylandırılmıştır.

2.2.1. Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri ile İlgili Araştırmalar

Bu bölüm “Geometrik Düşünme Düzeyleriyle İlgili Test Geliştirme Çalışmaları” ve “Ortaokul Öğrencileriyle Gerçekleştirilen Van Hiele düzeyleri ile İlgili Araştırmalar” olarak iki alt başlıkta sunulmuştur.

2.2.1.1. Geometrik düşünme düzeyleriyle ilgili test geliştirme çalışmaları.

Ulaşılabilen alanyazın incelendiğinde, Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini belirleyebilmek için geliştirilen soru formları aşağıda verilmiştir:

Patkin (2014), ilk üç düzey ile ilgili sorular içeren ‘Global Van Hiele Soru Formu’ nu geliştirmiştir. Bu soru formu her düzeyden 15’ er soru, toplamda 45 soru içermektedir. Soru formu üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanından 15 soru, çember ve daire alt öğrenme alanından 15 soru, geometrik cisimler alt öğrenme alanından 15 soru içermektedir. Soruların düzeylere göre dağılımı ise 1., 2. ve 3.geometrik düşünme düzeylerinde her alt öğrenme alanından 5’er soru şekilde oluşturulmuştur. Patkin araştırmasında soru formunun ortaokul öğrencilerinin düzeyine uygun olduğunu belirtmiştir.

Özcan (2012), araştırmasında geometrik düşünme düzeyi farklı olan öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerini ve geometrik olarak öğrencilerin daha üst düzeyde olmasını sağlayan unsurları incelemiştir. Buluş yoluyla yapılan öğretimin öğrencilerin geometrik düşünme düzeyine etkisini araştırmak için ön-test son-test kontrol gruplu deneysel desen kullanmıştır. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için “Geometrik Düşünme Düzey Belirleme” testini kullanmıştır. Bu test, Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Duatepe Paksu (2000) tarafından Türkçeye uyarlanan “Van Hiele Geometri Testi” nden, Fidan tarafından geliştirilen “Geometrik Düşünme Düzeyi Belirleme” testinden ve araştırmacının düzeyleri belirlemek için kendi oluşturduğu toplam 30 sorudan oluşmaktadır. “Geometrik Düşünme Düzey Belirleme” testi 1.düzeyden 5 soru, 2.düzeyden 10 soru, 3.düzeyden 10 soru ve 4.düzeyden 5 soru içermektedir. İçerisinde farklı alt öğrenme alanlarından (doğrular ve açılar, çokgenler, çember ve daire, eşlik benzerlik, geometrik cisimler) sorular içermektedir. Araştırmada geometrik düşünme düzeyleri yüksek ve düşük olan iki 7.sınıf öğrencisiyle çalışmış ve öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerini

karşılaştırmıştır. Bu kısımda örnek olay çalışması yöntemini kullanmıştır. Araştırmada geometrik düşünme düzeyleri yüksek ve düşük olan iki 7.sınıf öğrencisiyle çalışmışlar ve öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerini karşılaştırmıştır. Araştırmada açık uçlu problemler ve problemlerin çözümünde öğrencilerin düşünme süreçlerinin ortaya çıkabilmesi için görüşme ve gözlemler yapmışlardır. Araştırmalarında veriler analiz edilirken içerik analizinden yararlanmıştır. Her bir örnek olay kendi içinde değerlendirilmiş ve örnek olayların birbirleriyle benzerlikleri ve farklılıkları karşılaştırmıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerinin farklı olduğu, geometrik düşünme düzeyi düşük olan öğrencinin bilgiyi oluşturmada tahmine dayalı ve daha yavaş yöntemler kullandığını gözlemlenmiştir.

Kurak (2009), araştırmasında Cabri dinamik geometri yazılımıyla zenginleştirilen eğitimin öğrencilerin dönüşüm geometrisini anlama düzeylerine ve akademik başarılarına etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmasında yarı deneysel desen kullanmıştır. Öğrencilerin dönüşüm geometrisi anlama düzeylerini belirleyebilmek için Soon (1989) tarafından geliştirilen ve dönüşüm geometrisi ile ilgili sorular içeren soru formunu düzenleyip “Geometri Düzeyleri Anlama Testi” oluşturmuştur. Bu testin içeriğinde 1.düzye ile ilgili 3 soru, 2.düzye ile ilgili 7 soru, 3.düzye ile ilgili 4 soru toplamda 14 dönüşüm geometrisi sorusu bulunmaktadır. Bunun yanında öğrencilerin dönüşüm geometrisi ile ilgili başarılarını belirlemek için “Geometri Başarı Testi” geliştirmiş ve “Geometri Düşünme Düzeyleri Anlama Testi” ne verdikleri cevapları inceleyip bilişsel süreçlerine (yorumlama, açıklama, çıkarsama yapma) odaklanmak için 6 öğrenciyle görüşmeler gerçekleştirmiştir. Araştırmasının sonucunda deney ve kontrol grubunun akademik başarıları arasında anlamlı bir farklılık olmadığını ancak deney grubunun geometrik düşünme düzeyi kontrol grubundan daha yüksek çıkmış, gerçekleştirilen görüşmelerde bu sonucu desteklediği bilgilerine ulaşmıştır.

Fidan (2009), 5. sınıflarla gerçekleştirdiği araştırmasında buluş yoluyla gerçekleştirilen eğitimin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine etkisini ve çeşitli (bilgisayar kullanma, cinsiyet, okulun bulunduğu sosyoekonomik ortam, ailelerinin çalışma durumu, ailelerinin eğitim düzeyi, anaokuluna gitme) değişkenler açısından öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmasında betimsel tarama modeli ve deneysel deseni kullanmıştır. Araştırmasında öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirleyebilmek için üçgenler dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler alt öğrenme alanları ile ilgili 50 sorudan oluşan “Geometrik Düşünme Düzeyi Belirleme” testini geliştirmiştir. Bu test 1.geometrik düşünme düzeyi ile ilgili 20 soru, 2.geometrik düşünme

düzeyi ile ilgili 20 soru, 3. geometrik düşünme düzeyi ile ilgili 10 soru içermektedir. Araştırmasının sonucunda öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleriyle çeşitli değişkenler arasında anlamlı farklılıklar olduğu, öğrencilerin başarılarının iki boyutlu kavramlarda daha fazla olduğu ve deney grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin kontrol grubuna göre anlamlı farklılık gösterdiği bilgilerine ulaşmıştır.

Usiskin (1982), yaklaşık 2700 öğrenciyle gerçekleştirdiği araştırmasında, öğrencilerin bir yılda geometrik düşünme düzeylerinin nasıl geliştiğini ve geometrik düşünme düzeylerinin geometri başarısıyla ne düzeyde ilişkili olduğunu araştırmıştır. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için ise 25 sorudan oluşan çoktan seçmeli test geliştirmiştir. 25 sorudan oluşan “Van Hiele Geometri Testi” her geometrik düşünme düzeyinden 5’er soru ve düzlem geometrisi ile ilgili sorular içermektedir. Düşünme Araştırmanın sonucunda öğrencilerin genellikle 1. ve 2. geometrik düşünme düzeyinde bulunduğu ve bulunmaları gereken düzeyden daha düşük düzeyde bulundukları sonucuna ulaşmıştır. Bu test Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini ölçmek için incelenebilen araştırmalar içerisinde en çok kullanılan ve en bilindik testtir. Bu testi Duatepe (2000) Türkçeye uyarlamış, geçerlilik ve güvenilirliğini hesaplamıştır.

Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için geliştirilen testler alt öğrenme alanı çeşitliliği bakımından değerlendirildiğinde; Usiskin (1982) düzlem geometrisi; Kurak (2009) dönüşüm geometrisi; Fidan (2009) ve Patkin (2014) üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler; Özcan (2012) doğrular ve açılar, çokgenler, çember ve daire, eşlik ve benzerlik, geometrik cisimler alt öğrenme alanlarını içeren testler geliştirmişlerdir. Geliştirilen testlerden bazıları (Usiskin, 1982; Patkin, 2014) alt öğrenme alanlarıyla ilgili her geometrik düşünme düzeyinden eşit sayıda soru içerirken, bazılarının (Kurak, 2019; Fidan, 2009; Özcan, 2012) geometrik düşünme düzeylerindeki soru sayısı değişmektedir.

Patkin’ in (2014) geliştirdiği test alt öğrenme alanındaki çeşitlilik ve her alt öğrenme alanındaki geometrik düşünme düzeyi soru sayısının eşit olmasıyla diğerlerinden farklılaşmaktadır ve bu sebeple öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için Patkin’in geliştirdiği testin bu çalışmada kullanılabileceği düşünülmüştür.

2.2.1.2. Ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen Van-Hiele düzeyleri ile ilgili araştırmalar. Alanyazın incelendiğinde Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile ilgili birçok araştırmaya rastlanmıştır. Bunların arasından ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen, ulaşılabilen araştırmalar aşağıda belirtilmiştir:

Zeybek (2019), araştırmasında 2017/2018 eğitim öğretim yılıyla yürürlüğe konulan matematik öğretim programındaki, geometri programının öğelerine yönelik matematik eğitiminde görev alan öğretmenlerin görüşlerini incelemeyi amaçlamıştır. Bunun yanında 5-6-7-8.sınıf öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmada paralel karma yöntem kullanmıştır. Nitel verilerin toplanmasında araştırmacı tarafından geliştirilen yarı yapılandırılmış görüşme formu, nicel verilerin toplanmasında ise Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Duatepe Paksu (2000) tarafından Türkçeye uyarlanan “Van Hiele Geometri Testi” kullanmış ve 1425 ortaokul öğrencisine uygulamıştır. Araştırmasının sonucunda ise öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin çoğunlukla 1.düzye ve daha düşük olduğuna ulaşmıştır. Bu sonuç öğretmen görüşlerinden elde ettiği, matematik öğretim programının öğrencilerin geometri becerilerini üst düzeylere çıkarmada yetersiz olduğuyula örtüşmüştür. Araştırmaya katılan 7. ve 8. sınıf öğrencilerin çoğunun ise 2.geometrik düşünme düzeyinde yer aldıklarını belirlemiştir.

Gül (2014), araştırmasında 8.sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel başarıları ile geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkiyi incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmasında tarama yöntemini kullanmıştır. Araştırmacı üçgenler ile ilgili kendisinin geliştirdiği başarı testini ve Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Duatepe Paksu (2000) tarafından Türkçeye uyarlanan “Van Hiele Geometri Testi” 134 8.sınıf öğrencisine uygulamıştır. Araştırmanın sonucunda elde edilen sonuçlardan biri üçgenler konusundaki matematiksel beceri ile geometrik düşünme düzeyleri arasında anlamlı bir ilişki oluşuna ulaşmıştır. Bir diğer sonuç olarak öğrencilerin olması gerekenden daha düşük geometrik düşünme düzeylerine sahip olduğuna ulaşmıştır.

Oral, İlhan ve Kınay (2013), araştırmalarında öğrencilerin cebirsel ve geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkiyi araştırmayı amaçlamışlardır. Araştırmalarında ilişkisel tarama modelini kullanmışlardır. Araştırmalarını 8 farklı okuldaki 515 8.sınıf öğrencisiyle gerçekleştirmişlerdir. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlerken Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Duatepe Paksu (2000) tarafından Türkçeye uyarlanan “Van Hiele Geometri Testi” ni kullanmışlardır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin geometrik düşünme ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkiyi incelemiş ve pozitif yönde orta düzeyde anlamlı bir ilişki bulmuşlardır. Araştırmanın bir diğer sonucu olarak öğrencilerin genellikle 1.geometrik düşünme düzeyinde yer aldığı sonucuna ulaşmışlardır.

Buyruk Akıl (2020), araştırmasında öğrencilerin dönüşüm geometrisindeki başarıları ve Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Araştırmasında tarama modelini kullanmış, bunun yanında ilişkisel desenden de yararlanmıştır.

Araştırmasında Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Duatepe Paksu (2000) tarafından Türkçeye uyarlanan “Van Hiele Geometri Testi” nin ilk 15 sorusunu ve dönüşüm geometrisi başarı testi 88 8.sınıf öğrencisine uygulamıştır. Araştırmanın sonucunda ise 8.sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisindeki başarıları ile Van Hiele geometrik düşünme yüzeyleri arasında pozitif yönlü anlamlı bir ilişki olduğuna ulaşmıştır. Araştırmanın bir diğer sonucu olarak 8.sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyinin beklenen düzeyin altında olduğuna ulaşmıştır.

Bal (2014), araştırmasında ilköğretim öğrencilerinin tutum, cinsiyet ve akademik başarı değişkenlerinin geometrik düşünme düzeylerini ne kadar yordayabildiğini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmada ilişkisel tarama modelini kullanmıştır. 4., 5., 6. ve 7.sınıf düzeylerinden 1270 öğrenciyle araştırmasını gerçekleştirmiştir. Araştırmasında Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Duatepe Paksu (2000) tarafından Türkçeye uyarlanan “Van Hiele Geometri Testi” ve geometriye yönelik tutum ölçeği uygulanmıştır. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin düşük olduğu ve geometrik düşünme düzeylerinin akademik başarı ve tutum değişkenlerini orta düzeyde yordadığı, cinsiyet değişkeni ise etkilemediği bilgilerine ulaşmıştır.

Özcan ve Tümnüklü (2013), 118 7.sınıf öğrencisiyle gerçekleştirdikleri araştırmada buluş yoluyla öğrenme stratejisinin geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesine etkisini incelemişlerdir. Araştırmada deneysel araştırma yöntemlerinden ön test-son test kontrol gruplu deneysel desen kullanılmış ve deney grubuna buluş yoluyla öğrenme stratejisine uygun olarak hazırlanan etkinlikleri uygulamışlardır. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini ölçmek için ise Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Duatepe Paksu (2000) tarafından Türkçeye uyarlanan “Van Hiele Geometri Testi” ni kullanmışlardır. Araştırmanın sonucunda, buluş yoluyla öğrenme stratejisine uygun olarak uygulanan etkinliklerin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini geliştirdiği sonucuna ulaşmışlardır.

Kılıç (2003), 5.sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdiği araştırmasında, Van Hiele düzeylerine uygun olarak yapılan geometri öğretiminin öğrencilerin tutumları, akademik başarıları ve hatırd tutma düzeyleri üzerindeki etkisini incelemiştir. Ön test-son test kontrol gruplu deneysel desen kullanılmış ve belirlenen iki sınıftan biri deney grubunu oluştururken biri kontrol grubunu oluşturmuştur. Araştırmasında öğrencilerin geometrik düşünme düzeyini belirlemek için Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Duatepe Paksu (2000) tarafından Türkçeye uyarlanan “Van Hiele Geometri Testi” nin ilk 10 sorusunu kullanmıştır. Araştırmanın sonucunda, deney grubu ve kontrol grubunun akademik başarıları arasında deney grubu lehine, tutum puanları arasında da iki grup arasında anlamlı bir farklılık

olmadığı, hatırd tutma düzeylerinde de deney grubu lehine anlamlı farklılık olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Demir (2019), araştırmasında 7.sınıf öğrencilerin çember ve daire konusundaki başarıları ile geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Araştırmasında nicel araştırma yöntemlerinden tarama modelini kullanmıştır. Araştırma üç farklı okuldaki 157 öğrenciyle gerçekleştirilmiş ve öğrencilere Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Duatepe Paksu (2000) tarafından Türkçeye uyarlanan “Van Hiele Geometri Testi” ve araştırmacı tarafından geliştirilen “Çember ve Daire Başarı Testi” uygulanmıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin beklenenden düşük olduğu ve geometrik düşünme düzeyleri ile çember ve daire başarı testi arasında orta düzeyde anlamlı bir ilişki olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Uzun (2019), araştırmasında 8.sınıf öğrencilerin Van hiele geometrik düşünme düzeyleri, geometriye yönelik tutumları ve uzamsal yetenekleri arasında bir ilişki olup olmadığını incelemiştir. Araştırmasında nicel araştırma yöntemlerinden keşfedici korelasyonel araştırma modelini kullanmıştır. Farklı illerden 429 öğrenciyle gerçekleştirdiği araştırmasında Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Duatepe Paksu (2000) tarafından Türkçeye uyarlanan “Van Hiele Geometri Testi”, uzamsal yetenek testi ve geometriye yönelik tutum ölçeği kullanmıştır. Araştırmasında öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri ve uzamsal yetenekleri arasında pozitif yönlü orta düzeyde ve anlamlı bir ilişki bulunurken, diğer ilişkiler (geometrik düşünme düzeyleri-geometriye yönelik tutumları, geometriye yönelik tutumları-uzamsal yetenekleri) arasında pozitif yönlü ve zayıf düzeyde anlamlı bir ilişki olduğu sonuçlarına ulaşmıştır.

Erdoğan, Akkaya ve Çelebi Akkaya (2009), araştırmalarında Van Hiele modeline dayalı öğretimin, 6.sınıf öğrencilerin yaratıcı düşünme düzeylerine etkilerini incelemişlerdir. 55 öğrenci ile gerçekleştirdikleri araştırmada yarı deneysel desen kullanmışlardır. Deney ve kontrol grubu olarak iki gruba çalışmayı yürütmüşlerdir. Kontrol grubuna geleneksel yöntemle eğitim verilirken, deney grubuna Van Hiele modeline uygun eğitim verilmiştir. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Duatepe Paksu (2000) tarafından Türkçeye uyarlanan “Van Hiele Geometri Testi” ni kullanmışlardır. Araştırmanın sonucunda ise iki grubun ön test-son test puanları incelendiğinde deney grubu lehine yaratıcı düşünme düzeylerinde anlamlı farklılıklar olduğu, kontrol grubundaki öğrencilerde anlamlı bir farklılık olmadığı sonucunu elde etmişlerdir.

Yenilmez ve Korkmaz (2013), araştırmalarını 110 6, 7 ve 8. sınıf öğrencisi ile gerçekleştirmişlerdir. Araştırma yöntemi olarak ilişkişel modeli kullanmışlardır. Araştırmada öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri ile geometriye yönelik öz-yeterlilikleri arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Bunun yanında öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterliliklerinin sınıf seviyesi, cinsiyet, okul öncesi eğitim alma durumu ve matematik başarısı değişkenleri açısından farklılaşıp farklılaşmadığını incelemişlerdir. Araştırmalarında Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Duatepe Paksu (2000) tarafından Türkçeye uyarlanan “Van Hiele Geometri Testi”, geometriye yönelik öz-yeterlilik ölçeği ve kişisel bilgi formu kullanmışlardır. Araştırmalarının sonucunda cinsiyet, matematik başarısı ve sınıf seviyelerine göre geometriye yönelik öz-yeterliliğin anlamlı düzeyde farklılaştığı bulgusuna ulaşırken, geometrik düşünme düzeyi ile geometriye yönelik öz-yeterlilik arasında anlamlı, pozitif yönlü ancak düşük bir ilişki olduğu bulgusuna ulaşmışlardır.

Berkant ve adırlı (2019), araştırmalarında ortaokul öğrencilerinin geometriye yönelik öz-yeterlilik inançlarını ve geometrik düşünme becerilerini bazı değişkenlere (sınıf düzeyi, cinsiyetleri, anne baba öğrenim düzeyi, okul öncesi eğitim alma durumları) göre incelemişlerdir. Araştırmalarında ilişkişel tarama modelinde betimsel çalışmayı kullanmışlardır. Araştırmalarını 5 farklı ortaokulda bulunan 505 yedinci ve sekizinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirmişlerdir. Araştırmalarında öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için Özcan’ın (2012) geliştirdiği “Van Hiele Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi”, “Geometriye Yönelik Öz Yeterlilik Ölçeği” ve kişisel bilgi formu kullanmışlardır. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin birçoğunun bulunması gereken geometrik düşünme düzeylerinin altında bulunduğu, öğrencilerin cinsiyet ve okul öncesi eğitim durumlarına göre geometrik düşünme düzeylerinin farklılık göstermediği, 7.sınıf öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin 8.sınıf öğrencilerden daha düşük olduğu, anne-baba eğitim seviyesi arttıkça öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin de arttığı sonuçlarına ulaşmışlardır.

Kaleli Yılmaz ve Yüksel (2019), araştırmalarında 7.sınıf öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini arttırabilmek için farklı öğrenme ortamları oluşturmuşlardır. Araştırmalarında yöntem olarak ön test- son test deney ve kontrol gruplu yarı deneysel deseni kullanmışlardır. Bunlardan ikisi deney grubu; bilgisayar destekli öğrenme ortamı (geogebra yazılımıyla öğretim), geleneksel sınıf ortamında somut materyallerle öğrenme ortamı oluşturulmuştur. Kontrol grubu olarak öğretmenin rutin ders anlatımına devam etmesi istenilmiştir. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri belirlenirken Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Baki (2006) tarafından Türkçeye uyarlanan “Van Hiele Geometri

Testi” nin ilk 15 sorusunu kullanmışlardır. Araştırmanın sonucunda her üç grubunda geometrik düşünme düzeylerinde artış olduğu ancak en fazla artışın bilgisayar destekli grupta gerçekleştiği bulgusuna ulaşmışlardır. Bunun yanında öğrencilerin geometrik düşünme düzeyi ile ilgili derinlemesine bilgi edinebilmek için öğrencilerle uygulamadan önce ve sonra görüşmeler gerçekleştirmiş ve öğrencilere “*Kare, bir dikdörtgen midir, niçin?*” gibi sorular yöneltmişlerdir. Uygulama öncesi ve sonrası öğrencilerin görüşmelerdeki ifadelerini karşılaştırmış, uygulama sonrasında daha mantıklı gerekçelerle öğrencilerin açıklama yapabildiği sonucuna ulaşmışlardır.

Senk (1983), araştırmasını 1520 ortaokul öğrencisiyle gerçekleştirmiştir. Araştırmada ön test ve son test desenini kullanmıştır. Araştırmasında öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri ve ispat yapabilme becerileri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Öğrencilere Van Hiele geometri soru formu ve geometri başarı testi uygulamıştır. Araştırmasının sonucunda öğrencilerin ispat yapabilme becerilerinin düşük olduğu ve ispat yapabilme becerisinde cinsiyetler arası farklılığın bulunmadığı sonucuna ulaşmıştır. Bir diğer sonuç ise ispat yapma becerileri ile Van Hiele düşünme düzeyleri arasında tam olarak bir ilişki bulunmadığıdır.

Assaf (1986), araştırmasında Logo Turtle programının 8.sınıf öğrencilerinin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisini incelemiştir. Bu deneysel araştırma aynı zamanda öğrencilerin geometriye ve matematiğe yönelik tutumlarını incelemiştir. Araştırmada kontrol grubundaki 8.sınıf öğrencilerine ders kitabına göre, deney grubuna Logo Turtle programına uygun eğitim verilmiştir ve 4 hafta uygulama yapılmıştır. Araştırmanın sonucunda Logo Turtle programına uygun eğitim alan grubun Van hiele düşünme düzeyleri ile ilgili sorulara yüksek oranda yanıt verebildikleri belirlenmiştir. Bu programla, deney grubundaki öğrencilerin geometriye ve matematiğe yönelik tutumlarının arttığı ve geometrik şekillerin özelliklerini daha iyi belirleyip, şekiller arası ilişkileri daha kolay kurabildikleri tespit edilmiştir.

Burger ve Shaughnessy (1986), araştırmalarında öğrencilere Van Hiele geometrik düşünme kuramıyla üçgen ve dörtgen kavratılabilir mi, öğrencilerin içinde bulundukları Van Hiele düşünme düzeyi öğrencilerin davranışları incelenerek belirlenebilir mi ve geometrik düşünme düzeylerinin tespit edilebilmesi için öğrencilerle bir görüşme yöntemini geliştirilebilir mi sorularına yanıt aramışlardır. Araştırmada deneysel yöntem kullanmışlardır. Araştırma 45 öğrenci ile gerçekleştirilmiş ve araştırmada geometrik şekillerle ilgili farklı etkinliklere (şekil çizme, şekilleri belirleme ve tanımlama, şekilleri sınıflandırma, gizemli şekli bulma) yer verilmiştir. Araştırmalarının sonucunda öğrencilerin

Van hiele geometrik düşünme düzeylerini belirlenmenin, geometri seviyelerini belirlemede yeterli olduğu ve farklı geometrik düşünme düzeylerinde bulunan öğrencilerin seviyelerine göre farklı davranışlarda bulunduklarına ulaşmışlardır.

Gutierrez (1992), araştırmasında Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile 3-boyutlu geometri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. 6.sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdiği araştırmasında, geometrik düşünme düzeylerine göre düzenlenen öğrenme ortamının 3 boyutlu geometriyi öğrenmeye etkisini ve bu zaman diliminde öğrencilerin uzamsal yeteneklerindeki değişiklikleri incelemiştir. Araştırmada 1 erkek ve 2 kız öğrenciyle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın sonucunda ise geometrik düşünme düzeylerine uygun bir şekilde düzenlenen öğrenme ortamının 3 boyutlu geometri ile ilgili konuların öğrenilmesinde etkili olduğu ve uzamsal yeteneklerin gelişmesine katkı sağladığı bilgilerine ulaşmıştır.

Karapınar (2017), araştırmasını 3 farklı ortaokuldaki 161 8.sınıf öğrencisiyle gerçekleştirmiştir. Araştırmasında öğrencilerin geometrik cisimler konusundaki bilgileri ile Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasında bir ilişki olup olmadığını incelemiştir. Araştırmasında nicel araştırma yöntemlerinden tarama modelini kullanmıştır. Araştırmasında öğrencilerin geometrik düşünme düzeyini belirlemek için Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Duatepe Paksu (2000) tarafından Türkçeye uyarlanan “Van Hiele Geometri Testi” ve kendisinin geliştirdiği “Geometrik Cisimler Başarı Testi” ni kullanmıştır. Araştırmanın sonucunda bu iki testten aldıkları puanlar arasında pozitif yönlü yüksek bir ilişki olduğuna ulaşmıştır. Bir diğer sonuç çalışma grubundaki öğrencilerin %65,2 sinin 1.geometrik düşünme düzeyinde bulunduğu, düşünme düzeylerinin beklenenden düşük olduğudur.

Ersoy (2019), 3 farklı ortaokuldan 160 7.sınıf öğrencisiyle gerçekleştirdiği araştırmasında, öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile dörtgenler konusundaki başarıları arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Araştırmasında nicel araştırma yöntemlerinden tarama modelini kullanmıştır. Araştırmasında öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Duatepe Paksu (2000) tarafından Türkçeye uyarlanan “Van Hiele Geometri Testi” ve dörtgenler konusundaki başarılarını belirlemek için kendisinin geliştirdiği “Dörtgenler Başarı Testi” ni kullanmıştır. Araştırmanın sonucunda ise iki test arasında orta düzeyde anlamlı bir ilişki bulmuştur. Elde edilen sonuçlardan bir diğeri ise öğrencilerin yarısından fazlasının 1.geometrik düşünme düzeyinde yer aldığıdır.

Özçakır (2013), araştırmasında matematik dersinin dinamik geometri yazılımıyla desteklenerek işlenmesinin öğrencilerin dörtgende alan konusuyla ilgili başarılarına etkisini ve bu öğrencilerin bu başarılarının Van Hiele düzeylerine göre nasıl değişim gösterdiğini incelemiştir. Araştırmasında yarı deneysel araştırma yöntemlerinden rastgele olmayan kontrol gruplu ön test- son test desenini kullanmıştır. Araştırmasında öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Duatepe Paksu (2000) tarafından Türkçeye uyarlanan “Van Hiele Geometri Testi” , “Çevre ve Alan Kavramlarıyla İlgili Hazırbulunuşluk Testi” ve “Dörtgenlerde Alan Başarı Testi” kullanılmıştır. Araştırmasını 76 7.sınıf öğrencisi ile gerçekleştirmiştir. Araştırmasının sonucunda uygulanan öğretim yöntemlerinin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Koçak (2009), araştırmasında süsleme etkinliklerinin 5. sınıf öğrencilerinin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisini incelemiştir. Araştırmasında deneme modellerinden öntest-sontest kontrol gruplu araştırma modelini kullanmıştır. Araştırmasında öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Duatepe Paksu (2000) tarafından Türkçeye uyarlanan “Van Hiele Geometri Testi” ve süsleme etkinliklerini içeren çalışma yaprakları kullanılmıştır. Araştırmasında deney grubundaki öğrencilere süsleme etkinlikleri Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine uygun bir şekilde uygulanırken, kontrol grubundaki öğrencilere öğretim programına uygun olarak uygulama yapmıştır. Araştırmada, Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri testiyle deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri incelendiğinde deney grubundakilerin lehine anlamlı bir farklılık bulunmuştur yani süsleme etkinlikleri Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine uygun olarak gerçekleştirildiğinde öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinde artış gözlemlenmiştir.

Çelebi Akkaya (2006), 6 sınıf öğrencilerle gerçekleştirdiği araştırmasında Van Hiele düzeylerine göre verilen eğitimin öğrencilerin akademik başarılarına, geometriye ilişkin tutumlarına ve geometrik düşünme düzeylerinin gelişimine katkı sağlayıp sağlamadığını incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmada yöntem olarak deneysel kontrol-deney gruplu ön test-son test modeli kullanmıştır. Araştırmada öğrencilerin geometrik düşünme düzeyini belirlemek için Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Duatepe Paksu (2000) tarafından Türkçeye uyarlanan “Van Hiele Geometri Testi” , “Geometriye Yönelik Tutum Ölçeği”, öğrencilerin geometri ile ilgili yeterliliklerini belirleyebilmek için “Geometri Başarı Testi” uygulanmıştır. Deney grubuna açılar ve üçgenler konusunda Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre ve öğrenci merkezli eğitim verilirken, kontrol grubuna geleneksel yani

öğretmen merkezli eğitim verilmiştir. Araştırmanın sonunda deney ve kontrol gruplarının geometrik düşünme düzeyleri arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığı incelenmiş ve deney grubun lehine anlamlı bir farklılık olduğu belirlenmiştir.

Yılmaz (2011), 7.sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdiği araştırmasında öğrencilerin “Doğrular ve Açılar” konusundaki kavram yanlışlarının ve hatalarının neler olduğunu, elde ettiği verilerin geometrik düşünme düzeylerine göre dağılımının nasıl olduğunu incelemiştir. Araştırmasında tarama modelinde betimsel araştırma yöntemini kullanmıştır. Araştırmada öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Baki tarafından Türkçeye uyarlanan “Van Hiele Geometri Anlama Testi” ve “Doğrular ve Açılar” konusundaki kavram yanlışları ve kavram hatalarını belirleyebilmek için araştırmacı tarafında geliştirilen teşhis testi oluşturulmuştur. Araştırmanın sonucunda 1. geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin, 2. ve 3. geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerden daha fazla kavram yanlışısı olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Moran (1993), araştırmasını bir devlet okulunda öğrenim görmekte olan 78 7.sınıf öğrencisiyle gerçekleştirmiştir. Araştırmasında geometrik düşünme düzeylerinde ilerlemek için Van Hiele modelindeki 5 aşamanın geçerli olup olmadığını incelemiştir. Farklı sınıf düzeylerindeki homojen 3 sınıftaki öğrencilerin günlük yazma yöntemi ve Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri incelenmiştir. Araştırmanın sonucunda ise bir düşünme düzeyinden diğerine geçiş sağlanırken bu 5 aşamanın sırasıyla tamamlanması gerektiğine ulaşılmıştır.

Anıkaydın (2017), araştırmasında 8.sınıf öğrencilerinin geometri tutumları, geometri öz yeterlilikleri ve geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Bu değişkenlerle kişisel değişkenler (cinsiyet, anne ve babanın eğitim durumu) arasındaki ilişkiyi de incelemiştir. Araştırmasında ilişkisel tarama modelini kullanmıştır. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Duatepe Paksu (2000) tarafından Türkçeye uyarlanan “Van Hiele Geometri Testi”, öğrencilerin öz yeterliliklerini ölçebilmek için “Geometriye Yönelik Öz Yeterlilik Ölçeği” ve öğrencilerin tutumlarını belirleyebilmek için “Geometri Tutum Ölçeği” kullanmıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin beklenilenden oldukça düşük olduğu ve anne veya babası üniversite mezunu olan öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin diğer öğrencilerle karşılaştırıldığında daha yüksek olduğu bilgilerine ulaşmıştır.

Karakarçayıldız (2016), araştırmasında 7.sınıf öğrencilerinin çokgen sınıflama becerileriyle geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Araştırmasında

ilişkisel tarama modelini kullanmıştır. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeyini belirleyebilmek için Özcan'ın (2012) geliştirdiği “Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi” ve öğrencilerin çokgen sınıflama becerilerini belirlemek için “Çokgen Algılama ve Sınıflama Ölçeği” ni kullanmıştır. Araştırmasının sonucunda öğrencilerin çokgen sınıflama becerisiyle geometrik düşünme düzeyleri arasında orta düzeyde pozitif anlamlı bir ilişki olduğu sonucuna ulaşmıştır. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin ağırlıklı olarak 1.geometrik düşünme düzeyinde olduğu ve 2.ve 3.düzeyde bulunan öğrencilerin araştırmaya katılan öğrencilerin yarısını oluşturduğu sonuçlarına ulaşmıştır.

Öztürk (2012), araştırmasında Geogebra destekli öğrenme ortamıyla gerçekleştirilen öğretimin öğrencilerin erişilerindeki ve geometrik düşünme düzeylerindeki etkiyi incelemiştir. 8.sınıf öğrencilerine trigonometri ve eğim konusuyla ilgili Geogebra destekli geometri dersleri verilmiştir. Araştırmasında ön test-son test kontrol ve deney gruplu deseni kullanmıştır. Ve öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini ölçmek için Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Duatepe Paksu (2000) tarafından Türkçeye uyarlanan “Van Hiele Geometri Testi” ve öğrencilerin geometri başarılarını ölçebilmek için “Üçgenler, Üçgenlerde Ölçme ve Denklemler” testi kullanmıştır. Araştırmasının sonucunda deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri arasında anlamlı bir farklılık olmadığı sonucuna ulaşmıştır.

Güven (2006), araştırmasında geometrik çizimler konusunda çeşitli çizim yöntem ve araçlarının kullanılmasının öğrencilerin tutumlarına, başarılarına ve geometrik düşünme düzeylerine etkisini incelemiştir. Araştırmasında yarı deneysel tasarım kullanmıştır. Araştırmanın verilerini görüşmeler, “Geometrik Tutumlara Yönelik Çizim Anketi” ve “Başarı Testi” nden elde etmiştir. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için görüşme yöntemini kullanmıştır. 7.sınıf öğrencilerine katlama-açıölçer, 8.sınıf öğrencilerine pergel-cetvel kullanımıyla uygulanan geometrik çizimler eğitiminden sonra öğrencilerle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Deney grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleriyle geometrik çizimler dersi almayan gruptaki öğrencilerden daha yüksek olduğu sonucuna ulaşmıştır. Aynı şekilde deney grubundaki öğrencilerin başarıları ve tutumlarının diğer gruptaki öğrencilere göre daha yüksek olduğu sonucuna ulaşmıştır.

2.2.2. Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım Teorisi ile ilgili Araştırmalar

Park (2011), araştırmasını üniversite matematik öğretmenleri ve öğrencileriyle gerçekleştirmiştir. Türevin anlaması zor bir kavram olduğunu ifade ederek öğretmen ve öğrencilerin türev konusundaki söylemlerini incelemiş ve Sfard (2008)'ın söylemsel

merceğini kullanarak karşılaştırmalar yapmıştır. Verilerin üç farklı matematik sınıfındaki 6 haftalık türev dersleri esnasında toplandığı belirtilmiştir. Veriler sınıf gözlemleri, öğrenci anketi, öğrenci ve öğretmen görüşmeleri gibi karma yöntemlerle elde edilmiştir. Öğrenci söylemlerini incelendiğinde, eğitmenlerin türevle ilgili açık ifadeler kullanması durumunda örtük olarak kullandıkları ifadelerden daha açık ve tutarlı açıklamalar yapabildikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Viirman (2015), araştırmasında üniversitede görev yapan matematik öğretmenlerinin ders esnasında kullandıkları matematik uygulamalarını incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmasını yedi İşveçli üniversite matematik öğretmeniyle yürütmüştür. Araştırmasında 2009-2011 üç sonbahar döneminde üç farklı üniversitede görev yapan matematik öğretmenlerinin dersleri videoya kaydetmiş, sonrasında bu kayıtları transkript etmiştir. Araştırmasında öğretmenlerin fonksiyonla ilgili didaktik söylemlerindeki rutinleri tanımlamayı ve sınıflandırmayı amaçlamıştır. Didaktik rutinlerin sınıflandırılmasını üç kategoride incelemiştir; açıklama rutinleri, motivasyon rutinleri ve soru sorma rutinleri. Bu rutinlerin hepsi her öğretmen söyleminde bulunmasına rağmen, öğretmenden öğretmene kullanım derecelerinin farklılık gösterdiği sonucuna ulaşmıştır. Araştırmacı tarafından ulaşılan bir diğer sonuç ise söylemlerde motivasyon rutinlerinin, soru sorma ve açıklama rutinlerinden daha az yer almasıdır.

Tabach ve Nachlieli (2015), araştırmalarını 18 matematik öğretmeni adayıyla gerçekleştirmişlerdir. Öğretmen adaylarına açık bir şekilde fonksiyonun tanımı ve fonksiyon olan ve olmayan durumların örnekleri şemayla verilmiştir. Öğretmen adaylarının tanımdan yararlanarak, verilen örnekleri fonksiyon olarak adlandırıp adlandıramadıklarını incelemiştir. Araştırmanın analizinde anlatılar ve rutinlere, ayrıca nesne ve meta düzeyde öğrenmeye odaklanmışlardır. Öğrencilerin tanımdan yararlanarak fonksiyonları belirlemesinin matematiksel nesne geliştirmede önemli olduğu, tanımın mantıksal yapısında zorlandıkları ve zorlandıkları bu noktanın tanımdaki “her bir” ve “eşsiz” ifadeleri olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Heyt-Metzuyanım, Smith, Bill ve Resnick (2019), araştırmalarını bir mesleki gelişim programına katılan iki ortaokul matematik öğretmeniyle yürütmüşlerdir. Bu program Üretici Tartışmalar Yönetmek için Beş Uygulama ve Sorumlu Konuşma (Accountable talk) doğrultusunda geliştirilmiş bir programdır ve öğretmenlerin öğrenme yörüngesini incelemiştir. Bu incelemeler sırasında Sfard (2008)’in “ritüellerden keşiflere” düşüncesini kullanmışlardır. Araştırmanın sonunda ritüelden keşiflere geçiş sürecinin yavaş ve hiçbir zaman tamamlanamayacağına vurgu yapmışlardır.

Virman ve Nardi (2019), Matematiğin biyolojinin çalışma programlarına daha fazla entegre edilebilmesi için gerçekleştirdikleri araştırma işbirlikli gelişimsel bir proje araştırmasıdır. 12 biyoloji öğrencisiyle gerçekleştirdikleri araştırmalarında öğrencilerin matematiksel modellemeyle matematiksel söylemlerinin değişimini incelemişlerdir. Küçük gruplar oluşturulup öğrencilere dört oturum boyunca bir eğitmenin rehberlik ettiği belirtilmiştir. Araştırmanın analizlerini matematiksel modelleme etkinliklerine ritüel ve keşfedici (exploration) katılımlarını inceleyerek iletişimsel (commognition) teoriyle yapmışlardır. Araştırmada matematiksel modellemede varsayım oluşturma üzerinde durulmuş ve ilk oturumda varsayım oluşturma rutinleri ritüeller halindeyken dördüncü oturumda keşfedici biçime dönüştüğünü yani gelişim gösterdiğini belirtmişlerdir.

Emre Akdoğan (2015), araştırmasında lise öğrencilerinin geometrik dönüşümlerde matematiksel söyleminin gelişimini incelemiştir. Araştırmanın yöntemi durum çalışmasıdır. Araştırmanın verilerini sınıf gözlemleri, tarama soruları, öğrenci ve öğretmenlerle gerçekleştirilen görüşmelerle elde etmiştir. Araştırmayı iki 10.sınıf lise öğrencisi ve bir öğretmenle gerçekleştirmiştir. Analizlerini Sfard (2008)'in "Matematiksel Bilişe İletişimsel Yaklaşım Teorisi" doğrultusunda gerçekleştirmiştir. Öğrenci ve öğretmen söylemlerini incelediği araştırmada öğretmen söylemlerinin öğrenci söylemlerinin gelişimsel olarak üstünde olduğu ve öğrencilerin öğretmenin söylemlerinin açık ve anlaşılır olması durumunda öğretmenin söylemine adapte olmalarının kolay olduğu aksi takdirde (örtük olduğu durumlarda) öğrencilerin adapte olmakta zorlandığı sonucuna ulaşmıştır. Ulaştığı bir diğer sonuç ise öğrencilerden daha az başarılı olanın matematiksel söylemlerindeki gelişimin daha fazla olduğu; diğerinin ise daha başarılı bir öğrenci olmasına rağmen matematiksel söylemlerindeki gelişimin çok fazla olmadığıdır.

Nachlieli ve Tabach (2019), araştırmalarında Sfard (2008)'in çerçevesini benimseyip, bu çerçevenin içeriğinde bulunan ritüel (ritual) ve keşif (exploration) merceğinden analizler gerçekleştirebilmek için bir araç geliştirmişlerdir. Analizlerini gerçekleştirebilmek için 8.sınıf matematik derslerinin bulunduğu on bir videoyu ve transkriptlerini analiz etmişlerdir. Araştırmalarının sonucunda ritüel öğrenmenin nesne düzeyinde ve üst düzey öğrenme için önemli ve gerekli olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Ulaşılan bir diğer sonuç ise ritüellerin keşifler için bir temel oluşturduğu ve öğrencilerin söylemlerini genişletmelerini sağladığıdır.

Güçler (2013), araştırmasında limit notasyonu ile ilgili bir öğretmen ve başlangıç seviyesindeki lisans öğrencilerinin söylemlerini matematiksel bilişe iletişimsel yaklaşım teorisiyle incelemiştir. Araştırmanın yöntemi durum çalışmasıdır. Araştırmanın verileri sınıf

ortamında kaydedilen videolar, öğrencilere uygulanan anket, görev bazlı görüşmeler ve öğrencilerin yazılı çalışmalarından elde edilmiştir. Araştırmasında katılımcıların sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinlerle ortaya çıkan meta-düzey anlatılarına (meta-levels narratives) odaklanmıştır. Bu çalışmada eğitmenin limit notasyonu ile ilgili kullanımları “limit bir sayıdır” ve “limit bir süreçtir” ifadeleri arasında farklılaştığı sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmacı limiti bir süreç olarak anlayan öğrencilerin bu farkı tam olarak anlamlandıramadığı ve bu farkın örtük kaldığı sonucuna ulaşmıştır. Eğitmenin ifadelerinde daha açık ve anlaşılır olması gerektiği vurgulanmıştır.

Akdoğan, Güçler ve Argün (2019), çalışmalarında lise öğrencilerinin yansıma dönüşümü ile ilgili matematiksel söylemlerinin gelişimini ve söylem gelişiminin öğretimle ilişkisini ortaya koymayı amaçlamışlardır. Araştırmalarında durum çalışması desenini kullanmışlardır. Veriler öğretmen ve öğrencilerle gerçekleştirilen görüşme ve gözlemlerden elde edilmiştir. Araştırma sonucunda öğretmen ve öğrencilerin söylemleri arasında farklılıkların olduğu, öğretmenin söylemlerinin açık ve anlaşılır olması durumunda öğrencilerin öğretmen söylemini kendilerine uyarlayabildiklerini, aksi takdirde öğrencilerin öğretmenin söylemini kendilerine adapte etmede zorlandıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Sarı Arıkan (2019), araştırmasında bir ortaokul matematik öğretmenin 5.sınıf dörtgenler alt öğrenme alanındaki matematiksel söyleminin değişimini ders imecesi modeli bağlamında matematiksel biliş iletişimsel yaklaşım teorisi ile incelemiştir. Araştırmasında durum çalışması desenini kullanmıştır. Araştırmasında verileri sınıf gözlemleri, ses kayıtları, ders imecesi toplantıları ve dokümanlardan elde etmiştir. Ders imecesi yöntemi öncesinde öğretmenin derslerde sözcük kullanımının nesne-temelli, ders imecesi yöntemi ile gerçekleştirilen derslerde ise öğretmenin sözcük kullanımının nesne ve süreç temelli olarak eşit dağılım gösterdiği sonucuna ulaşmıştır. Görsel araçlarının ve rutinlerinin ders imecesi yönteminden önce prototip çizimlerden oluştuğu sonucuna ulaşmış, üçgenler ve dörtgenler ile ilgili tasdik edilmiş anlatılarının ise genellikle kapsayıcı tanımlardan oluştuğu sonucuna ulaşmıştır. Ders imecesi yönteminde ise görsel aracı ve rutinlerin farklı kavramlar içerdiği, tasdik edilmiş anlatılarının ise kapsayıcı tanımlardan oluştuğu sonucuna ulaşmıştır. Araştırmacı ders imecesi sürecinde yapılan çalışmaların, öğretmenlerin dörtgenler ve dörtgenlerin öğretimine dair bilgilerini derinleştirdiği, dörtgenlerin öğretimi sırasındaki öğretmen söylemini geliştirdiği sonucuna ulaşmıştır.

Zayyadi (2019), araştırmasını 13 yaşındaki 10 ortaokul öğrencisiyle gerçekleştirmiş ve öğrencilerin matematik problem çözme becerilerini söylemsel açıdan incelemiştir. Araştırmasında nitel araştırma yöntemlerinden betimsel yaklaşımı kullanmıştır. Araştırmacı,

öğrencilerin problem çözme sürecindeki kelime kullanımları, görsel araçları, anlatı ve rutinlerini incelemiştir. Kelime kullanımlarının sembolik düzeyde olduğu, problemi anlama aşamasında matematiksel sözcükleri ve görsel araçları, strateji belirleme ve uygulama aşamalarında ise anlatı ve rutinleri kullandıkları sonuçlarına ulaşmıştır.

Kotsopoulos, Lee ve Heide Waterloo (2010), araştırmalarında öğrencilerin matematiksel bilişlerini ve Sfard'ın (2008) teorisine göre matematiksel biliş süreçlerini incelemişlerdir. Çalışmalarını 13-14 yaşlarındaki öğrencilerle gerçekleştirmişlerdir. Matematiksel söylemin dört temel ögesi (sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler, tasdik edilmiş anlatılar) aracılığıyla ve bu temel ögeler arasındaki etkileşimi incelemişlerdir. Araştırmalarının sonucunda matematiksel söylemlerin arasındaki etkileşimin önem taşıdığını ve eğer etkileşim yoksa veya eksikse öğrencinin yardıma ihtiyacı olduğu değerlendirmesini yapmışlardır.

2.2.3. Geometrik Düşünme Düzeylerini ve Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım Teorisini İçeren Araştırmalar

Wang ve Kinzel (2014), araştırmalarında Sfard (2008)'in söylemsel çerçevesini tanıtip bu çerçeveyi katılımcıların dörtgenlerle ilgili geometrik söylemini araştırmak için kullanmışlardır. İki öğretmen adayıyla çalışmayı gerçekleştirmişlerdir ve özellikle Van Hiele 3. geometrik düşünme düzeyinde paralelkenarla ilgili kullandıkları matematiksel kelimelere ve kanıtlama rutinlerine odaklanmışlardır. Araştırmalarının sonucunda her iki öğretmen adayı da 3.geometrik düşünme düzeyinde bulunmasına rağmen söylemlerindeki sözcük kullanımı ve kanıtlama rutinlerinin birbirinden farklı olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Araştırma da elde ettikleri bir diğer sonuç ise öğretmen adaylarından birinin söylemlerinin 3.geometrik düşünme düzeyinin akıl yürütme süreçlerini içermediği olmuştur.

2.2.4. İlgili Alanyazın Taraması Özeti

Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için geliştirilen testler alt öğrenme alanı çeşitliliği bakımından değerlendirildiğinde; Usiskin (1982) düzlem geometrisi; Kurak (2009) dönüşüm geometrisi; Fidan (2009) ve Patkin (2014) üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler; Özcan (2012) doğrular ve açılar, çokgenler, çember ve daire, eşlik ve benzerlik, geometrik cisimler alt öğrenme alanlarını içeren testler geliştirmişlerdir. Geliştirilen testlerden bazıları (Usiskin, 1982; Patkin, 2014) alt öğrenme alanlarıyla ilgili her geometrik düşünme düzeyinden eşit sayıda soru içerirken, bazılarının

(Kurak, 2019; Fidan,2009; Özcan, 2012) geometrik düşünme düzeylerindeki soru sayısı değişmektedir.

Patkin' in (2014) geliştirdiği test alt öğrenme alanındaki çeşitlilik ve her alt öğrenme alanındaki geometrik düşünme düzeyi soru sayısının eşit olmasıyla diğerlerinden farklılaşmaktadır ve bu sebeple öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için Patkin'in (2014) geliştirdiği testin bu araştırmada kullanılabileceği düşünülmüştür.

Ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile ilgili araştırmalar konularına göre kısaca özetlemek gerekirse; araştırmaların büyük çoğunluğunun (Senk, 1983; Karapınar, 2017; Ersoy 2019; Oral, İlhan ve Kınay; 2013; Buyruk Akıl, 2020; Demir, 2019; Uzun, 2019; Yenilmez ve Korkmaz, 2013; Berkant ve Çadırılı, 2019; Gül, 2014; Karakarçayıldız, 2016; Anıkaydın, 2017) öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeyleriyle farklı değişkenler arasındaki ilişkiyi incelediği, bir kısmının (Gutierrez, 1992; Çelebi Akkaya, 2006; Kılıç 2013; Erdoğan, Akkaya ve Çelebi Akkaya, 2009;) Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre düzenlenen öğrenme ortamlarının farklı alanlara etkisini incelediği, bir kısmının (Özcan ve Türnüklü, 2013; Asaaf, 1986; Özçakır, 2013; Koçak, 2009; Güven, 2006; Öztürk, 2012) ise farklı öğrenme yöntemlerinin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisini incelediği belirlenmiştir. Diğer araştırmaların konusu ise kısaca şöyledir; Moran (1993), geometrik düşünme düzeylerinde ilerleyebilmek için Van Hiele teorisindeki beş aşamanın geçerli olup olmadığını, Kaleli Yılmaz ve Yüksel (2019), geometrik düşünme düzeylerini arttırabilmek için farklı öğrenme ortamları oluşturmayı, Zeybek (2019), 5.,6.,7.,8. sınıf öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri ve 2017/2018 matematik öğretim programının geometri başarısını arttırmada etkililiğini, Yılmaz (2011), öğrencilerin “Doğrular ve Açılar” konusundaki kavram yanlışlarının ve hatalarının neler olduğu ve elde edilen verilerin geometrik düşünme düzeylerine göre nasıl dağılım gösterdiğini, Burger ve Shaughnessy (1986), Van Hiele kuramıyla üçgenler ve dörtgenler kavratıp kavratılamayacağı, öğrencilerin davranışları incelenerek içinde bulundukları geometrik düşünme düzeylerinin belirlenip belirlenemeyeceğini incelemiştir. Bu çalışmaların hepsi incelendiğinde, ortaokul öğrencilerinin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini söylemsel açıdan inceleyen bir araştırmanın yapılmadığı belirlenmiştir.

Matematiksel biliş iletişimsel yaklaşım teorisiyle ilgili araştırmaları kısaca özetlemek gerekirse; araştırmaların bir kısmı (Park, 2011; Emre Akdoğan, 2015; Akdoğan, Güçler ve Argun, 2019; Güçler, 2013) öğretmen ve öğrencilerle birlikte; bir kısmı (Viirman, 2015; Sarı Arıkan, 2019; Heyt Metzuyanım, Smith, Bill ve Resnick, 2019) öğretmenlerle,

bir kısmı (Virman ve Nardi, 2019; Kotsopoulos, Lee ve Waterloo, 2010; Zayyadi, 2019) öğrencilerle, bir tanesi (Tabach ve Nachlieli, 2015) öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilmiştir. Yapılan araştırmalardan birinde ise (Nachlieli ve Tabach, 2019) ölçme aracı geliştirmek amacıyla 8.sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilen dersler video altına alıp incelenmiştir. Öğrencilerle gerçekleştirilen araştırmalardan sadece bir tanesi (Zayyadi, 2019) 13-14 yaşındaki ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilmiştir. Bu durumda ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen araştırmaların azlığı dikkat çekmektedir.

Hem matematiksel biliş ile iletişimsel yaklaşım teorisini hem de Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini içeren bir araştırmaya (Wang ve Kinzel, 2014) ulaşılabilmektedir. Bu araştırma öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilmiştir. Ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen benzer bir araştırmaya rastlanmamıştır.



ÜÇÜNCÜ BÖLÜM: YÖNTEM

Araştırmanın yöntem bölümü “Araştırmanın Deseni”, “Araştırma Grubu”, “Veri Toplama Araçları”, “Pilot Uygulama”, “Veri Toplama Süreci”, “Verilerin Analizi”, “Geçerlik ve Güvenirlik” ve “Araştırmacının Rolü” olmak üzere sekiz temel başlıkta incelenmiştir. Bu temel başlıklara ait alt başlıklar aşağıda detaylandırılmıştır.

3.1. Araştırmanın Deseni

Öğrencilerin söylemlerinin detaylı bir şekilde incelenebilmesi için bu araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. “*Durum çalışması, bir birey, grup, kurum veya topluluk gibi bir olgunun veya sosyal birimin yoğun bir açıklaması ve analizidir.*” (Merriam, 2002, s.8). Bu araştırmanın analiz birimi 8.sınıf öğrencilerin matematiksel söylemleridir. Öğrencilerin söylemlerinin incelenmesi amacıyla, geometrik düşünme düzeyleri belirlenmiştir. Geometrik düşünme düzeyi belirlenen öğrencilerin matematiksel söylemleri Sfard’ ın (2008), “Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım” teorisine göre söylemin dört temel ögesi (sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler, tasdik edilmiş anlatılar) ele alınarak incelenmiştir. “*Araştırmaya dahil edilen her bir durum, kendi içinde çeşitli alt birimlere ayrılarak çalışılabilir.*” (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s.302). Bu iç içe geçmiş çoklu durum çalışması olarak isimlendirilmektedir. Bu çalışmada matematiksel söylemin temel ögeleri birden fazladır, bu yüzden bu çalışma iç içe geçmiş durum çalışması olarak nitelendirilmiştir. Bu çalışmadaki durumlar ise geometrik düşünme düzeyi 1, 2, ve 3 olarak belirlenen 8.sınıf öğrencileridir. Çalışmada 1., 2. ve 3. geometrik düşünme düzeyinde bulunan 8.sınıf öğrencileri çoklu durumları oluşturmaktadır. Bu sebeple, bu araştırmanın deseni iç içe geçmiş çoklu durum deseni olarak tanımlanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Aşağıdaki tabloda durumlar ve durumların incelendiği alt birimler verilmiştir.

Tablo 3.1. *Araştırmadaki durumlar ve durumların alt birimi olan matematiksel söylemin ögeleri tablosu*

<i>Durumlar</i>	<i>Matematiksel Söylemin Öğeleri</i>
Geometrik düşünme düzeyi 1 olan öğrenciler	Sözcük kullanımı Görsel araçlar Rutinler Tasdik edilmiş anlatılar
Geometrik düşünme düzeyi 2 olan öğrenciler	Sözcük kullanımı Görsel araçlar Rutinler Tasdik edilmiş anlatılar
Geometrik düşünme düzeyi 3 olan öğrenciler	Sözcük kullanımı Görsel araçlar Rutinler Tasdik edilmiş anlatılar

Bu çalışmada öğrencilerin matematiksel söylemlerinin, dolayısıyla fikirlerinin incelenmesi amaçlandığından verilerin elde edilebilmesi için görüşme yöntemi tercih edilmiştir. 8.sınıf öğrencileriyle yapılan görüşmelerin amacı, insanların doğrudan gözlemlenemeyen zihnindeki diğer bakış açılarına ulaşmak ve onları ortaya çıkarmaktır (Patton, 2018). Yarı yapılandırılmış görüşmelerde görüşmeci önceden sormayı planladığı sorulardan oluşan görüşme protokülünü hazırlar, bu soruların yanında konuyla ilgili detaylı bilgi edinebilmek amacıyla kişinin yanıtlarını ayrıntılandırılması alt veya yan sorularla isteyebilir. Eğer kişi görüşme esnasında önceden belirlenmiş soruların cevaplarını başka soruların içinde yanıtladıysa araştırmacı bu soruları sormayabilir (Türnüklü, 2000). Bu çalışmada öğrencilerin matematiksel söylemlerinin incelenmesi için sırasıyla “Global Van Hiele Soru Formu” ndaki sorulara vermiş oldukları cevapları açıklamaları istenmiş ve bunlara ek olarak “Söylem Analizi Görüşme Formu” ndaki sorular eklenmiştir. Öğrencilerin cevaplayacakları sorular aynı ancak öğrencilerin ifadelerinden yola çıkarak ek sorular yöneltilebildiği için görüşmenin türü yarı yapılandırılmış görüşme yaklaşımı olarak tanımlanmaktadır (Türnüklü, 2000).

3.2. Araştırma Grubu

Çalışmada nitel araştırmalarda kullanılan amaçlı örnekleme yöntemlerinden yararlanılmıştır. “Amaçlı örnekleme, zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak vermektedir.” (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s.118). Çalışmada amaçlı örnekleme türlerinden ölçüt örnekleme yöntemi ile örneklem seçimi yapılmıştır. Bu örnekleme yöntemi önceden belirlenmiş olan bir dizi ölçütü karşılayan

durumların çalışılmasını temel almaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Öğrencilerin “Global Van Hiele Soru Formu” nu cevaplayabilmeleri için matematik dersi öğretim programında yer alan 8.sınıf geometri ve ölçme öğrenme alanındaki kazanımları işlemiş olmaları gerekmektedir. Bu sebeple, çalışmada “Global Van Hiele Soru Formu” nun uygulanması için öğrencilerin 8.sınıf geometri ve ölçme alanındaki kazanımları işlemiş olması; öğrencilerin matematiksel söylemlerinin incelenmesi için ise “Global Van Hiele Soru Formu” a göre 1., 2. ve 3. düzeyde olması ölçütüne göre örneklem seçimi yapılmıştır. Örneklem seçiminden sonra öğrencilerle görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

Öğrencilerle görüşmeler gerçekleştirilmeden önce etik kurul izni alınmıştır. Çalışmaya katılmaya gönüllü olan öğrencilerin velilerinden “Veli Onam Formu” ve öğrencilerin kendilerinden “Gönüllü Katılım Formu” belgelerini dikkatli bir şekilde inceleyerek doldurmaları istenmiştir. “Veli Onam Formu” Ek-1’de, “Gönüllü Katılım Formu” Ek-2’de verilmiştir. Görüşmelerden önce öğrencilere, yapılan görüşmelerin okul notlarını etkilemeyeceği söylenerek, öğrencilerin çalışma esnasında baskı altında hissetmemelerine özen gösterilmiştir.

Yarı yapılandırılmış görüşmeler 2021-2022 eğitim öğretim yılında Gaziantep’te bulunan Şehit Cengiz Topel Ortaokulu’ ndaki iki erkek, dört kız toplamda altı öğrenciyle gerçekleştirilmiştir. Çalışmada öğrencilerin gerçek isimleri kullanılmamıştır. Bu öğrencilerin isimleri çalışmada Arda, Esra, İrem, Halil, Deniz ve Pelin olarak belirlemiştir. “Global Van Hiele Soru Formu” na göre 1., 2. ve 3. düzeyde bulunan öğrenciler belirlenmiştir.

“Global Van Hiele Soru Formu” na göre Arda’nın ve Esra’nın 1., İrem ve Halil’in 2., Deniz ve Pelin’in 3. geometrik düşünme düzeyinde oldukları belirlenmiştir. Çalışmaya katılan öğrencilerden Arda, Esra, İrem, Halil, Deniz aynı sınıfta, Pelin ise farklı sınıfta yer almaktadır. 2021-2022 eğitim yılı boyunca her iki sınıfa aynı matematik eğitimi verilmiş, konular her iki sınıfta da aynı sıralamayla işlenmiştir. Öğrencilerden Arda, Esra, Deniz ve Pelin konuşkan ve kendini iyi ifade edebilen öğrencilerdir. Çalışmaya katılmaya gönüllü olmuş, soruları yanıtlamışlardır. İrem ve Halil daha sessiz öğrencilerdir ancak çalışmaya katılmaya gönüllü olmuş ve soruları yanıtlamışlardır.

3.3. Veri Toplama Araçları

Çalışmada veriler iki kısımda toplanmıştır. İlk olarak, 8.sınıf öğrencilerinin “Global Van Hiele Soru Formu” ile geometrik düşünme düzeyleri belirlenmiştir. İkinci olarak, geometrik düşünme düzeyleri belirlenerek seçilen altı öğrenciyle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır ve görüşmelerde öğrencilere “Global Van Hiele Soru Formu”, “Söylem Analizi Görüşme Formu” nda yer alan sorular yöneltilmiştir.

3.3.1. Global Van Hiele Soru Formu

Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi için “Global Van Hiele Soru Formu” kullanılmıştır. “Global Van Hiele Soru Formu” Patkin (2014) tarafından geliştirilmiştir. Bu soru formunun en önemli özelliği farklı alt öğrenme alanlarından (üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler) sorular içermesidir. Bu çeşitlilik sayesinde öğrencilerin birçok alt öğrenme alanındaki geometrik düşünme düzeyleri tek seferde belirlenerek, bu farklı alt öğrenme alanlarındaki matematiksel söylemlerin inceleme olanağını sağlamaktadır. “Global Van Hiele Soru Formu” hem ilk üç geometrik düşünme düzeyinden hem de farklı alt öğrenme alanlarından eşit sayıda sorular içermektedir. Düzeyler ve alt öğrenme alanlarıyla soru dağılımının daha dengeli olması sebebiyle “Global Van Hiele Soru Formu” kullanılmıştır. “Global Van Hiele Soru Formu” alt öğrenme alanlarının hepsinden 15’er soru içermektedir. Her alt öğrenme alanı ile ilgili 1., 2. ve 3. geometrik düşünme düzeylerinden beşer soru bulunmaktadır (Patkin, 2014). Soru formunun yapısı şöyledir:

- Üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili 1. düzeyden beş soru (1-5), çember ve daire alt öğrenme alanı ile ilgili 1. düzeyden beş soru (6-10), geometrik cisimler ile ilgili 1. düzeyden beş soru (11-15)
- Üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili 2. düzeyden beş soru (16-20), çember ve daire alt öğrenme alanı ile ilgili 2. düzeyden beş soru (21-25), geometrik cisimler ile ilgili 2. düzeyden beş soru (26-30)
- Üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili 3. düzeyden beş soru (31-35), çember ve daire alt öğrenme alanı ile ilgili 3. düzeyden beş soru (36-40), geometrik cisimler ile ilgili 3. düzeyden beş soru (41-45)

Bu çalışmada “Global Van Hiele Soru Formu”, gerekli izinler alınarak Türkçeye uyarlanmıştır. Patkin’den “Global Van Hiele Soru Formu” nu Türkçeleştirmek için alınan izin Ek-3’ te verilmiştir. Türkçeleştirme esnasında tez danışmanı ile birlikte çalışılmış ve sorular tek tek türkçeye çevrilmiştir. Bunun yanında, İki farklı devlet üniversitesinde matematik eğitimi alanında yüksek lisans yapan iki kişi “Global Van Hiele Soru Formu” nu

Türkçeye çevirmiştir. Elde edilen üç türkçe çeviri matematik eğitimi uzmanı ile birlikte değerlendirilerek ortak bir türkçe çeviriye dönüştürülmüştür. Son türkçe çeviri devlet üniversitesinde yüksek lisans yapan bir matematik eğitimcisi tarafından ingilizceye çevrilmiştir. Elde edilen ingilizce çeviri orijinaliyle karşılaştırılmıştır ve karşılaştırma sonucunda soru birbirleriyle uyumlu oldukları belirlenmiştir. “Global Van Hiele Soru Formu” nun son hali Ek-4’te verilmiştir.

Testin güvenirlik çalışmaları Patkin ve Barkai (2014) tarafından yapılmış, güvenilirliği 0.84 olarak belirlenmiştir. 45 sorudan oluşan soru formu çoktan seçmelidir (5 seçenek). Patkin ve Barkai (2014) soru formunun cevaplanması için 45-60 dakikalık süre önermişlerdir.

3.3.2. Görüşme

Öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmelerde veri toplama aracı olarak “Global Van Hiele Soru Formu” ve “Söylem Analizi Görüşme Formu” ndan yararlanılmıştır. Öğrencilerden “Global Van Hiele Soru Formu” ndaki sorulara verdikleri cevabı açıklamaları istenmiştir. Öğrencilere “Bu cevabı verme sebebin nedir?”, “Niye böyle düşündün?”, “Aklına gelen başka bir şey ya da eklemek istediğin bir şey var mı?” gibi sorular yöneltilmiştir. “Global Van Hiele Soru Formu” ndaki sorulara ek olarak “Söylem Analizi Görüşme Formu” oluşturulmuştur.

3.3.2.1. Söylem analizi görüşme formu. “Söylem Analizi Görüşme Formu”, öğrencilerin matematiksel söylemlerinin daha iyi anlaşılabilmesi için araştırmacı tarafından oluşturulmuştur ve uzman görüşü alınmıştır. “Söylem Analizi Görüşme Formu” , “Global Van Hiele Soru Formu” ndaki 13 soruya ek olarak oluşturulmuştur, bu yüzden görüşme formundaki sorular “Global Van Hiele Soru Formu” ndaki sorularla bağlantılıdır. Örneğin;

- Global Van Hiele Soru Formu’ ndaki Soru: “Aşağıdaki şekillerden hangisi üçgendir?”
- Söylem Analizi Görüşme Formu’ ndaki bu soruyla bağlantılı sorular: “Üçgen nedir?”, “Farklı bir üçgen çizimi yapabilir misin?”

şeklinde oluşturulmuştur. “Söylem Analizi Görüşme Formu” Ek-5’te verilmiştir.

3.4. Pilot Uygulama

Pilot çalışma iki kısım halinde gerçekleştirilmiştir. Önce 8.sınıf öğrencilerine geometrik düşünme düzeylerini belirleyebilmek için “Global Van Hiele Soru Formu” uygulanmıştır. Geometrik düşünme düzeyi belirlenen öğrencilerden, 3.geometrik düşünme düzeyinde bulunanların soruları daha açıklayıcı cümlelerle ifade edebileceği ve bu durumun öğrencilerin matematiksel söylemlerinin incelenip incelenemeyeceğini tespit etmede yarar sağlayacağı düşünülmüştür. Bu sebeple pilot uygulamada 3.geometrik düşünme düzeyinde bulunan iki öğrenciyle görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

Pilot çalışma 2020-2021 eğitim öğretim yılının haziran ayında, Gaziantep ilinde bulunan bir devlet okulunda gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmada 15 öğrenciye “Global Van Hiele Soru Formu” uygulanmıştır. Ancak uygulama sırasında, uygulamaya katılan öğrencilerin “Çember ve Daire” alt öğrenme alanı ile ilgili bilgi eksikliklerinin olduğu tespit edilmiştir (Pandemi sebebiyle önceki yıl çevrimiçi eğitimde öğrendikleri bu konuyu genel olarak hatırlamadıklarını ifade etmişlerdir). Bunun yanında soru formunda “çevre açısı” gibi öğretim programında bulunmayan kavramların varlığı da dikkate alınmış ve “Çember ve Daire” alt öğrenme alanına ait 15 sorunun değerlendirmeye alınmamasına karar verilmiştir. Böylelikle öğrencilerin cevapları 30 soru üzerinden değerlendirilmiştir. Pilot uygulamada öğrencilerin cevapladığı “Global Van Hiele Soru Formu” ndaki 30 soru Ek-6’da verilmiştir. 45 soruluk bu soru formuna önerilen süre 45-60 dakika olarak belirtilmiştir. Soru sayısı düşürüldüğü için öğrencilere 40 dakika süre verilmiştir.

Pilot uygulama sırasında “Global Van Hiele Soru Formu” nda hatalı sorular (3 ve 22 numaralı sorular) tespit edilmiştir. Esas uygulama için bu sorular düzeltilmiştir.

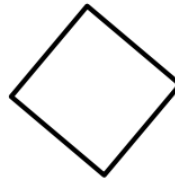
Şekil 3.1. 3 ve 22 numaralı soruların ilk hali:

3. Aşağıdaki şekillerden hangileri karedir?

- a. Yalnız S
- b. Yalnız T
- c. Yalnız S ve T
- d. Yalnız S ve U
- e. Tüm şekiller karedir



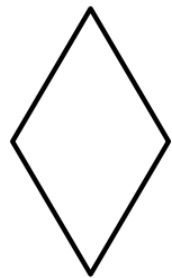
F



G



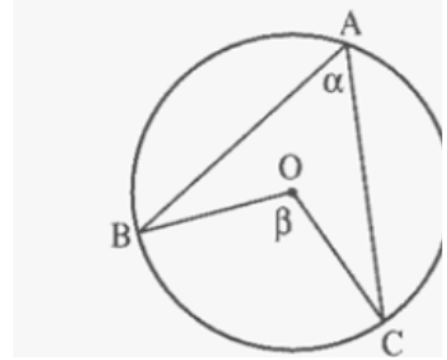
H



I

22. Aşağıda bir O çemberi vardır. Aşağıdaki beş ifadeden hangisi doğrudur?

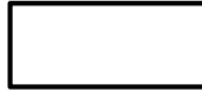
- a. $\angle\alpha < \angle\beta$
- b. $\angle\alpha = \angle\frac{1}{2}\beta$
- c. $\angle\alpha = 2\angle\beta$
- d. $\angle\beta > 2\angle\alpha$
- e. $\angle\alpha + \angle\beta = 300$



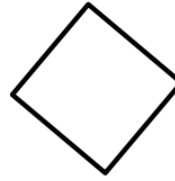
Şekil 3.2. 3 ve 22 numaralı soruların düzeltilmiş hali:

3. Aşağıdaki şekillerden hangileri karedir?

- a. Yalnız F
- b. Yalnız G
- c. Yalnız F ve G
- d. Yalnız G ve I
- e. Tüm şekiller karedir



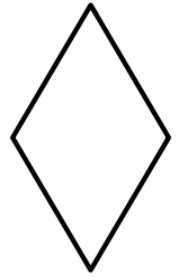
F



G



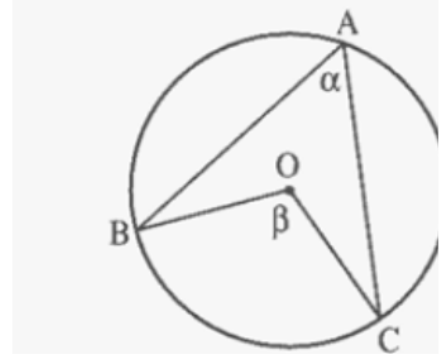
H



I

22. Aşağıda bir O çemberi vardır. Aşağıdaki beş ifadeden hangisi doğrudur?

- a. $\angle\alpha > \angle\beta$
- b. $\angle\alpha = \angle\frac{1}{2}\beta$
- c. $\angle\alpha = 2\angle\beta$
- d. $\angle\beta > 2\angle\alpha$
- e. $\angle\alpha + \angle\beta = 300$



Öğrencilerin cevapları değerlendirilmiş ve 3.geometrik düşünme düzeyinde bulunan bir kız, bir erkek toplamda iki öğrenciyle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerden biri 33, diğeri 40 dakika sürmüştür. Görüşmeler sırasında öğrencilere “Bu soruya neden bu cevabı verdin?” “Neden bu şıkkı işaretledin ?” gibi sorular yöneltilerek matematiksel söylemleri ortaya çıkartılmaya çalışılmıştır. Görüşmelerde öğrenciler video kaydına alınmıştır. Uygulama bittikten sonra 8.sınıf öğrencilerinin söylemleri içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir.

3.4.1. Pilot Uygulama Verilerinin Analizi

Pilot uygulamada veriler analiz edilirken öncelikle öğrencilerin “Global Van Hiele Soru Formu” na göre geometrik düşünme düzeyleri belirlenmiştir.

Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek amacıyla, “Global Van Hiele Soru Formu” nun puanlaması Patkin (2014) ‘in puanlamasına dayanarak aşağıdaki tabloda verildiği şekilde oluşturulmuştur:

Tablo 3.2. *Global Van Hiele puanlama tablosu*

<i>Düzeylerdeki Soru Numaraları</i>	<i>Alt Öğrenme Alanları ve Doğru Sayısı</i>	<i>Puan</i>	<i>Toplam Puan</i>
Birinci düzey (1-15)	Üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanından en az 3 doğru	1 puan	3 puan
	Çember ve daire alt öğrenme alanından en az 3 doğru	1 puan	
	Geometrik cisimler alt öğrenme alanından en az 3 doğru	1 puan	
	Üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanından en az 3 doğru	2 puan	
İkinci düzey (16-30)	Çember ve daire alt öğrenme alanından en az 3 doğru	2 puan	6 puan
	Geometrik cisimler alt öğrenme alanından en az 3 doğru	2 puan	
	Üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanından en az 3 doğru	4 puan	
	Çember ve daire alt öğrenme alanından en az 3 doğru	4 puan	
Üçüncü düzey (31-45)	Geometrik cisimler alt öğrenme alanından en az 3 doğru	4 puan	12 puan
	Üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanından en az 3 doğru	4 puan	

Soru formunda, öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin 1 olarak belirlenebilmesi için 3 puan; öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin 2 olarak belirlenebilmesi için 3+6 toplamda 9 puan; öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin 3 olarak belirlenebilmesi için 3+6+12 toplamda 21 puana ulaşmaları gerekmektedir. 2. ve 3.düzeeye bakmaksızın 1.düzeydeki herhangi bir alt öğrenme alanından 3’ün alanında altında doğru sayısına sahip olan öğrenciler 0 puan olarak değerlendirilmiştir (Patkin, 2014).

Geometrik düşünme düzeyi 3 olarak belirlenen iki öğrenciyle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin görüşmedeki söylemleri analiz edilirken, bazı sorularda “Çünkü A şıkkı bana çok yanlış geldi, B şıkkındaki gibi bir kural yok” vb. gibi söylem analizi için yetersiz ifadeler kullandıkları belirlenmiştir. Bu tür ifadeler için sorular açıklanırken ek soruların sorulması gerektiği düşünülmüş, uzman görüşü alınarak “Söylem Analizi Görüşme Formu” oluşturulmuştur.

3.5. Veri Toplama Süreci

Çalışmanın verileri iki kısımda elde edilmiştir. İlk kısımda geometrik düşünme düzeylerinin belirlenebilmesi için 8.sınıf öğrencilerine “Global Van Hiele Soru Formu” uygulanmıştır. İkinci kısımda, Geometrik düşünme düzeyleri belirlenen öğrencilerden bazılarıyla görüşmeler gerçekleştirilerek matematiksel söylemleri incelenmiştir.

3.5.1. Global Van Hiele Soru Formu’ nun Uygulanması

Araştırmanın verileri 2021- 2022 eğitim öğretim yılının ikinci döneminde elde edilmiştir. Gaziantep’te bulunan Şehit Cengiz Topel Ortaokulu’ndaki 54 8.sınıf öğrencisine “Global Van Hiele Soru Formu” uygulanmıştır. Soru formu okuldaki iki farklı sınıfa uygulanmıştır. Uygulamanın yapıldığı bu iki sınıfın matematik derslerine matematik öğretmeni olarak sene başından itibaren araştırmacı girmiştir. İki sınıfta da konular aynı sırayla ve aynı şekilde işlenmiştir.

Patkin (2014) tarafından önerilen süreye uyarak “Global Van Hiele Soru Formu” nu cevaplamaları için öğrencilere 50-55 dakika süre verilmiştir. Soru formu iki sınıfa da aynı gün içerisinde farklı ders saatlerinde araştırmacı tarafından uygulanmıştır.

“Global Van Hiele Soru Formu” ndan elde edilen veriler değerlendirilerek öğrencilerin geometrik düşünme düzeyi belirlenmiştir. 1.geometrik düşünme düzeyinde bulunan iki öğrenci, 2.geometrik düşünme düzeyinde bulunan iki öğrenci, 3.geometrik düşünme düzeyinde bulunan iki öğrenci belirlenerek öğrencilerle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşmeler video kaydı altına alınmıştır. Görüşmelerin detayı; öğrencilerin bulundukları düşünme düzeyi, isimleri, Global Van Hiele Soru Formu’ nda açıkladıkları soru numarası aralığı ve görüşmelerin süresi verilerek aşağıdaki tabloda açıklanmıştır.

Tablo 3.3. *Görüşmeleri Açıklama Tablosu*

<i>Öğrencilerin Bulunduğu Düzeyler</i>	<i>Öğrenci İsimleri</i>	<i>Global Van Hiele Soru Formu’ nda Açıkladıkları Soru Numarası Aralığı</i>	<i>Görüşme Süresi</i>
1.Düzey	Arda	1-15	7 dk
1.Düzey	Esra	1-15	11 dk
2.Düzey	Halil	1-30	25 dk
2.Düzey	İrem	1-30	32 dk
3.Düzey	Deniz	1-45	45 dk
3.Düzey	Pelin	1-45	37 dk

Geometrik düşünme düzeyi 1 olan öğrencilerden “Global Van Hiele Soru Formu” ndaki ilk 15 soruya (birinci düzey soruları), geometrik düşünme düzeyi 2 olan öğrencilerden ilk 30 soruya (birinci ve ikinci düzey soruları) ve geometrik düşünme düzeyi 3 olan öğrencilerden 45 soruya (birinci, ikinci ve üçüncü düzey soruları) verdikleri cevabı açıklamaları istenmiştir. Buna ek olarak görüşmelerde, öğrencilerin açıklamalarını detaylandırmak amacıyla oluşturulan “Söylem Analizi Görüşme Formu” ndaki sorular yöneltilmiştir. Bu formdaki sorular öğrencilerin açıkladıkları sorularla bağlantılı olarak oluşturulmuştur.

3.6. Verilerin Analizi

Çalışmanın verileri iki kısımda analiz edilmiştir. Öğrencilere uygulanan “Global Van Hiele Soru Formu” ile öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri belirlenmiştir. Geometrik düşünme düzeyleri belirlenen öğrencilerle görüşmeler gerçekleştirilmiş ve transkript oluşturulmuştur. Bir transkript örneği Ek-7’de sunulmuştur. Görüşmenin verileri içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir.

3.6.1. Global Van Hiele Soru Formu Analizi

“Global Van Hiele Soru Formu” nun analizi Patkin’ nin (2014) önerileri dikkate alınarak gerçekleştirilmiştir. Soru formunun analizi pilot uygulama bölümünde detaylandırılmıştır.

3.6.2. Görüşme

Öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmeler ve görüşmeler sırasındaki gözlemlerin verileri toplandıktan sonra transkript edilmiştir. Transkript oluşturulurken öğrencilerin eş zamanlı olarak soru formundaki her soru için sözel ifadelerini, görsel araçlarını ve eylemlerini belirleyebilmek için, “ne söylüyor?”, “ne çiziyor?”, “ne yapıyor?” başlıklarının yer aldığı 3 sütun (Emre Akdoğan, 2015; Arıkan, 2021) oluşturulmuştur.

3.6.2.1. Kodlama. Söylem analizi yapılırken öğrencilerin matematiksel söylemleri “Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım” teorisine göre analiz edilmiştir. Söylemin dört temel ögesine göre sırasıyla sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler, tasdik edilmiş anlatılar analiz edilmiştir. Söylemin temel ögelerinin sınıflandırılması ve bu ögelerin söylemlerdeki göstergelerinin neler olduğu Sfard’ın (2008) çerçevesinden yararlanılarak oluşturulmuştur. Analiz sırasında kodlamaların nasıl yapıldığı aşağıdaki tabloda verilmiştir:

Tablo 3.4. *Söylem analizi kodlama tablosu*

<i>Söylem Analizinin Temel Ögeleri</i>	<i>Söylem Analizinin Temel Ögelerinin Sınıflandırılması</i>	<i>Söylem Analizinin Temel Ögelerinin Göstergeleri</i>
Sözcük Kullanımı	Nesne Temelli	Öğrencinin herhangi bir eyleme, çizime, sürece yer vermeden sadece geometrik şekilleri, özelliklerini anlatması
	Süreç Temelli	Öğrencinin çizim, eylem veya süreçle geometrik şekilleri, özelliklerini anlatması
Görsel Aracılar	Soruda şekil çizimi	Soruyu açıklarken yanına yaptığı çizimler
	Soruda el hareketleri	Soruyu açıklarken el hareketleriyle açıklaması
Rutinler	Tekrarlama	Açıklama yaparken bir görsel araçtan en az 2 kez yararlanması

Sözcük kullanımlarının analizi: Söylemlerin ayırt edici özellikleri söylemlerde kullanılan anahtar kelimelerdir (Sfard, 2008). “Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım Teorisi” kapsamında yapılan araştırmalar incelenmiş Sarı Arıkan’ın (2019) araştırmasında kullandığı sözcük kullanımı analizinin bu araştırma için uygun olduğu düşünülmüştür. Sarı Arıkan (2019) tarafından katılımcıların sözcük kullanımı nesne ve süreç temelli olarak iki kategoride incelenmiştir. Bu çalışmada da öğrencilerin sözcük kullanımları nesne ve süreç temelli olarak değerlendirilmiştir. Öğrencilerin sözcük kullanımı analiz edilirken transkriptteki “Ne söylüyor?” sütunu dikkatlice incelenmiş, üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler alt öğrenme alanı ile ilgili telaffuz edilen veya telaffuz edilmeden bu alt öğrenme alanları ile konuşulan kısımlar belirlenerek sözcük kullanımının kategorisi ilgili sütuna yazılmıştır. Örneğin, öğrenci çizim yaparak veya el hareketleriyle matematiksel kavramı açıkladığında sözcük kullanımı süreç temelli; herhangi bir sürece, eyleme, çizime yer vermeden gerçek hayattan soyutlanmış bir şekilde matematiksel kavramı açıkladığında ise sözcük kullanımı nesne temelli olarak değerlendirilmiştir.

Görsel araçların analizi: Görsel araçlar, iletişime aracılık eden görünür nesnelerdir (Sfard, 2008). Öğrencilerin her bir sorudaki çizimleri, şekilleri, notasyonları ve el hareketleri incelenmiştir. Transkriptte yer alan “Ne çiziyor?”, “Ne yapıyor?” kısımlarında yer alan ifadeler detaylı bir şekilde değerlendirilmiştir. Öğrencilerin “Global Van Hiele Soru Formu” ndaki soruları açıklarken soru numarası, çizdikleri şekiller, el hareketleri, ne zaman bu açıklamaları yaptığı tablo haline getirilerek incelenmiştir.

Rutinlerin analizi: Rutinler, katılımcıların söylemlerindeki sürekli tekrarlanan eylemlerdir (Sfard, 2008). Transkript tekrar incelerek söylem sırasında tekrar eden durumlar belirlenmiştir. Sfard (2008), en az iki kez tekrar eden durumlar rutin olarak

değerlendirilebileceğini belirlemiştir. Bu yüzden transkriptte en az iki kez tekrar eden eylemler belirlenmiştir. Rutinler belirlendikten sonra Sfard' a (2008) göre rutin tablosu oluşturulmuş ve bu tabloda rutinin tetikleyicisi (rutinin ortaya çıkmasına neden olan durum), rutinin kendisi, rutinin nasıl ve ne zaman (uygulanabilirlik ve kapanış) gerçekleştiğine dair ifadeler yer almıştır. Bu çalışmada rutinlerin tetikleyicisi genel olarak “Global Van Hiele Soru Formu” sorular olmuştur. Çünkü öğrencilerden soru formundaki soruları nasıl cevapladıklarını açıklamaları istenilmiştir. Aşağıdaki tabloda İrem'in üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili bir rutin tablosu örnek olarak verilmiştir.

Tablo 3.5. *Rutinlerin analizi ile ilgili örnek tablo*

<i>Tetikleyici</i>	<i>Rutin</i>	<i>Nasıl</i>	<i>Ne zaman</i> <i>Uygulanabilirlik</i>	<i>Kapanış</i>
1.16.sorunun açıklamasının istenmesi	Şekillerin köşegenlerinin arasında oluşan	Şekillerin köşegenlerini çizip, köşegenlerin	Karenin köşegenlerinin özelliklerini anlatırken	Çizimi yapıp, soruyu açıklamaya devam etmiştir.
2. 18. Sorunun açıklamasının istenmesi	açıya diklik sembolü koyma	arasındaki açıya diklik sembolü çizmiştir.	Eşkenar dörtgenin köşegenlerinin özelliklerinden bahsederken	

Tasdik edilmiş anlatıların analizi: Söylem içinde katılımcıların doğru olarak kabul ettiği argümanlar tasdik edilmiş anlatılardır (Güçler, 2016). Tasdik edilmiş anlatılar analiz edilirken transkript detaylı olarak incelenmiştir. Belirlenen anlatıların öğrencilerin sözcük kullanımlarında, rutinlerinde ve görsel araçlarında yer alıp almadığı ve söylemin bu bileşenleri tarafından da tasdik edilip edilmediği değerlendirilerek analiz edilmiştir.

3.7. Geçerlik ve Güvenirlik

Araştırmanın geçerliliği öğrencilerin matematiksel söylemleri Sfard' ın (2008) “Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım Teorisi” ne göre analiz edilirken bir devlet üniversitesinde matematik eğitimi alanında yüksek lisans yapan öğrencinin görüşü alınmıştır. Bunun yanında, elde edilen veriler ayrıntılı olarak sunulmuş, öğrencilerin görüşme sırasında kullandığı ifadelerin alıntılarına, görsellerine sıkça yer verilmiş ve bunlardan yola çıkarak sonuçlar açıklanmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2016).

Sfard' ın (2008) teorisine göre öğrencilerin söylemlerinin incelenmesi ve sınıflandırılmasının analizi sonucunda elde edilen bulgu ve sonuçlarının güvenilirliği; Miles ve Huberman' ın (1994) önerdiği aşağıdaki formül ile hesaplanmıştır (Baltacı, 2017).

$$\text{Güvenirlilik Katsayısı} = \frac{\text{Görüş Birliği}}{\text{Görüş Birliği} + \text{Görüş Ayrılığı}} \times 100$$

Elde edilen veriler araştırmacı ve bir devlet üniversitesinde matematik eğitimi alanında yüksek lisans yapan öğrenci (2.analist) tarafından ayrı ayrı bağımsız kodlamalar yapılarak oluşturulmuştur. Öğrencilerin sözcük kullanımları tablolastırılmış ve bu tablolardaki veri setleri üzerinden güvenirlilik katsayısı hesaplanmıştır.

Araştırmada öğrencileri nesne ve süreç temelli olarak sınıflandırılan 177 sözcük kullanımlarından 14 tanesi araştırmacı ve 2.analist tarafından farklı sınıflandırılmıştır. Öğrencilerin sözcük kullanımlarına ait güvenirlilik katsayısı $163/177=0.92$ olarak hesaplanmıştır. Miles ve Huberman’a (1994) göre kodlayıcılar arasındaki görüş birliğinin %80 olması beklenmektedir (Baltacı, 2017). Bu yüzden bu araştırma verilerinin analizlerinin güvenilirliği sağladığı düşünülmektedir.

Araştırmada öğrencilerin görsel araçları (öğrencilerin çizimleri ve el hareketleri) ve rutinleri (en az 2 kez tekrar eden eylemleri) ise araştırmacı ve 2.analist ile birlikte değerlendirilmiştir.

3.8.Araştırmacının Rolü

Araştırmacı ilgili konuyu daha önce vermiş olduğu yüksek lisans seminer derslerinden itibaren çalışmaya başlamıştır. Alanyazını inceledikçe Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile ilgili birçok çalışma yapıldığı ancak bu çalışmaların sadece bir tanesinde öğretmen adaylarının matematiksel söylemlerinin incelendiğini keşfetmiştir. Bu keşiften sonra ortaokul öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerindeki matematiksel söylemleri incelemeye karar vermiştir.

“Nitel araştırma gerçek bir ortama gitmeyi ve burada bizzat çalışmayı gerektirir.” (Creswell, 2017). Araştırmacı nitel araştırmalardaki bu hassasiyeti göz önünde bulundurarak çalışmayı bizzat kendisi yürütmüştür.

Nitel araştırmalarda güvenirlilik ve geçerlik araştırmacının varlığı, araştırmacı ile katılımcılar arasındaki iletişim, algı, verilerin yorumlanması ve açıklamaların zenginliği üçlemesinden sağlanmaktadır (Merriam, 2018). Öğrencilere araştırma boyunca araştırmacının görev yaptığı ortaokulda, araştırmacı tarafından eğitim verilmiştir. Bu durum, araştırmacıya öğrencilerle daha kolay iletişim kurabilme, detaylı bilgi edinebilme, çalışma esnasında oluşan aksaklıkları daha kolay telafi edebilme şansı tanımıştır.

Araştırmacı esas uygulama için sene başından itibaren 8.sınıf öğrencilerine aynı eğitimi vermiştir. Araştırma için gerekli olan tüm 8.sınıf konularını işledikten sonra

araştırmacı iki sınıfa aynı gün içinde farklı ders saatlerinde “Global Van Hiele Soru Formu” nu uygulamıştır. Araştırmacı çalışmaya katılan öğrencileri kendisi seçmiştir. Öğrencileri seçerken açıklamaların anlaşılır ve detaylı olabilmesi için konuşkan ve kendini ifade edebilen öğrenciler seçmeye zen göstermiştir. Öğrencileri ders sürecinden tanınması bu konuda araştırmacıya kolaylık sağlamıştır. Araştırmacı öğrencilerle görüşmeleri gerçekleştirdikten sonra transkriptler oluşturmuştur. Traskriptleri içerik analizi yöntemiyle soru bazlı incelemiştir. Araştırmacı incelemelerde hatayı en aza indirebilmek için bir devlet niversitesinde yüksek lisans yapan ve tez döneminde olan arkadaşından da transkriptleri analiz etmesini istemiş ve elde edilen analizleri karşılaştırmıştır. Böylelikle araştırmanın güvenirliğine de katkı sağlamıştır.



DÖRDÜNCÜ BÖLÜM: BULGULAR ve YORUM

Bu bölümde 8.sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinden ve geometrik düşünme düzeyi belirlenen öğrencilerin matematiksel söylemlerini ortaya çıkarmak için gerçekleştirilen görüşmelerden elde edilen bulgular sunulmuştur. Bu bölüm “8.Sınıf Öğrencilerin Geometrik Düşünme Düzeyleri”, ve “8.Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Söylemleri” olmak üzere iki temel başlıkta incelenmiştir. Bu temel başlıklara ait alt başlıklar aşağıda detaylandırılmıştır.

4.1. 8.Sınıf Öğrencilerin Geometrik Düşünme Düzeyleri

Bu çalışmanın birinci alt problemi olan “8.sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri nasıldır?” ı yanıtlamak üzere “Global Van Hiele Soru Formu”na verdikleri yanıtlara göre tespit edilen geometrik düşünme düzeyleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

“Global Van Hiele Soru Formu” na göre 8.sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.1. 8.Sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri tablosu

Öğrencilerin Geometrik Düşünme Düzeyleri	Frekans	Yüzde
0.düzy	43	%79,6
1.düzy	6	%11,1
2.düzy	3	%5,6
3.düzy	2	%3,7
Toplam	54	%100

Yukarıdaki tabloya göre araştırmaya katılan 8.sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ve yüzdeleri şöyledir: %79,6’sı (43 öğrenci) hiçbir düzye dahil edilememiştir. Bunun sebebi pandemi sebebiyle öğrencilerin geometri ile ilgili konularda eksikliklerinin giderilememesi olabilir. %11,1’i (6 öğrenci) 1.geometrik düşünme düzeyinde, %5,6’sı (3 öğrenci) 2.geometrik düşünme düzeyinde, %3,7’si (2 öğrenci) 3.geometrik düşünme düzeyindedir. Van De Walle (2018) 8.sınıf öğrencilerinin 3.geometrik düşünme düzeyinde bulunması gerektiğini belirtmiştir. Elde edilen bulgulara dayanarak öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin beklenenin (3.düzy) altında olduğu ifade edilebilir.

Bunun yanında öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri alt öğrenme alanlarına göre ayrı ayrı değerlendirildiğinde geometrik düşünme düzeyleri farklılaşmaktadır.

Aşağıdaki tablolarda öğrencilerin üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler alt öğrenme alanlarına göre geometrik düşünme düzeyleri verilmiştir.

Tablo 4.2. 8.sınıf öğrencilerinin üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki geometrik düşünme düzeyleri frekans tablosu

Üçgenler ve Dörtgenler Alt Öğrenme Alanındaki Geometrik Düşünme Düzeyleri	Frekans	Yüzde
Hiçbir düzeye dahil olmayan	21	%38,9
1.düzey	27	%50
2.düzey	4	%7,4
3.düzey	2	%3,7
Toplam	54	%100

Yukarıdaki tabloya göre araştırmaya katılan 8.sınıf öğrencilerinin üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki geometrik düşünme düzeyleri ve yüzdeleri şöyledir: %38,9'u (21 öğrenci) hiçbir düzeye dahil edilememiştir. %50'si (27 öğrenci) 1.geometrik düşünme düzeyinde, %7,4'ü (4 öğrenci) 2.geometrik düşünme düzeyinde, %3,7'si (2 öğrenci) 3.geometrik düşünme düzeyindedir.

Tablo 4.3. 8.sınıf öğrencilerinin çember ve daire alt öğrenme alanındaki geometrik düşünme düzeyleri frekans tablosu

Çember ve Daire Alt Öğrenme Alanındaki Geometrik Düşünme Düzeyleri	Frekans	Yüzde
Hiçbir düzeye dahil olmayan	35	%64,8
1.düzey	14	%25,9
2.düzey	3	%5,6
3.düzey	2	%3,7
Toplam	54	%100

Yukarıdaki tabloya göre araştırmaya katılan 8.sınıf öğrencilerinin çember ve daire alt öğrenme alanındaki geometrik düşünme düzeyleri ve yüzdeleri şöyledir: %64,8'i (35 öğrenci) hiçbir düzeye dahil edilememiştir. %25,9'u (14 öğrenci) 1.geometrik düşünme düzeyinde, %5,6'sı (3 öğrenci) 2.geometrik düşünme düzeyinde, %3,7'si (2 öğrenci) 3.geometrik düşünme düzeyindedir.

Tablo 4.4. 8.sınıf öğrencilerinin geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki geometrik düşünme düzeyleri frekans tablosu

Geometrik Cisimler Alt Öğrenme Alanındaki Geometrik Düşünme Düzeyleri	Frekans	Yüzde
Hiçbir düzeye dahil olmayan	17	%31,5
1.düzey	28	%51,8
2.düzey	6	%11,1
3.düzey	3	%5,6
Toplam	54	%100

Yukarıdaki tabloya göre araştırmaya katılan 8.sınıf öğrencilerinin geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki geometrik düşünme düzeyleri ve yüzdeleri şöyledir: %31,5'i (17 öğrenci) hiçbir düzeye dahil edilememiştir. %51,8'i (28 öğrenci) 1.geometrik düşünme düzeyinde, %11,1'i (6 öğrenci) 2.geometrik düşünme düzeyinde, %5,6'sı (3 öğrenci) 3.geometrik düşünme düzeyindedir.

4.2. 8.Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Söylemleri

“Global Van Hiele Soru Formu” na göre geometrik düşünme düzeyleri 1, 2 ve 3 olarak belirlenen öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmeler sonucunda elde edilen bulgular “Geometrik Düşünme Düzeyi 1 Olan Öğrencilerin Matematiksel Söylemleri”, “Geometrik Düşünme Düzeyi 2 Olan Öğrencilerin Matematiksel Söylemleri”, “Geometrik Düşünme Düzeyi 3 Olan Öğrencilerin Matematiksel Söylemleri”, “Öğrencilerin Matematiksel Söylemlerinin Özet Tabloları” ve “Farklı Geometrik Düşünme Düzeyinde Bulunan Öğrencilerin Matematiksel Söylemleri Arasındaki İlişki” başlıklarında detaylandırılmıştır.

4.2.1. Geometrik Düşünme Düzeyi 1 Olan Öğrencilerin Söylemleri

Bu bölümde, çalışmanın ikinci alt problemi olan “Geometrik düşünme düzeyi 1 olan öğrencilerin söylemlerindeki farklılıklar nelerdir?” i yanıtlamak üzere “Global Van Hiele Soru Formu” na göre geometrik düşünme düzeyi 1 olarak belirlenen Arda ve Esra'nın öğrencinin soru formundaki soruları açıklamaları üzerine yapılan görüşmelerdeki matematiksel söylemleri ile ilgili elde edilen bulgular ve yorumlar sunulmuştur. Bu bulgular “Geometrik Düşünme Düzeyi 1 Olan İrem'in Matematiksel Söylemleri” ve “Geometrik Düşünme Düzeyi 1 Olan Halil'in Matematiksel Söylemleri” başlıkları altında detaylandırılmıştır.

4.2.1.1. Geometrik düşünme düzeyi 1 olan Arda'nın matematiksel söylemleri.

“Global Van Hiele Soru Formu” üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler alt öğrenme alanlarından eşit sayıda soru içermektedir. Bu bölümde, Arda'nın görüşmede “Global Van Hiele Soru Formu” ndaki ilk 15 soruya verdiği cevapların açıklamaları üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler alt öğrenme alanlarına göre gruplandırılarak elde edilen matematiksel söylemler aşağıdaki alt başlıklarda detaylandırılmıştır.

4.2.1.1.1. Arda'nın görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri. “Global Van Hiele Soru Formu” nun ilk 15 sorusundaki 1. , 2. , 3. , 4. , 5. sorular üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili sorulardır. Bu bölümde, Arda'nın görüşmedeki 1.,2.,3.,4.,5. sorulara verdiği cevaplarından elde edilen matematiksel söylemler sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler ve tasdik edilmiş anlatılar alt başlıklarında aşağıda sunulmuştur.

4.2.1.1.1.1. Arda'nın görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı. Arda'nın açıklamalar sırasında kullandığı bir eylem veya süreç varsa parantez içinde belirtilmiştir. Arda'nın üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı nesne ve süreç temelli olarak incelendiğinde sözcük kullanımının nesne temelli olduğu tespit edilmiştir. İfadeler süreç ve eylem içermediği için parantez içinde açıklama yapılmamıştır.

Öğrencinin üçgen ve dikdörtgen ile ilgili nesne temelli sözcük kullanımlarına ait örnekler aşağıdaki alıntılarda verilmiştir. Öğrenci bu alıntılarda herhangi bir eyleme, sürece yer vermeden üçgen, dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgeni matematiksel bir nesne olarak kullanmıştır.

A: Üçgen hocam, 90 dereceli bir şekil hocam. 180 derece pardon 90 derece dedim.

A: Dikdörtgen hocam eşit olduğu için kenarları, sol ve sağ kenarları eşit, üst ve alt kenarları da eşit olacak şekilde. U hocam burada eleniyor yamuk olduğu için S ve T.

A: Kare hocam bütün kenarları eşit olan bir şeydir, bir şekildir.

A: Hangisi eşkenardır diyor hocam, burada hocam eşkenar olduğu için bütün şeyleri aynı olması lazım, uı metresi... Kenarları aynı olması lazım. O yüzden yalnız M.

Yukarıdaki ifadelerden de anlaşılacağı üzere, sözcük kullanımlarında öğrencinin kullandığı herhangi bir eylem veya süreç bulunmamaktadır bu sebeple nesne temelli olarak kullandığı söylenebilir.

Bunun yanında öğrencinin bazı kavramları bilmediğini söylediği ve görüşme sırasında cevabını değiştirdiği sorular olmuştur. Bununla ilgili bir örnek aşağıdaki alıntıda verilmiştir.

A: Hangisi paralelkenardır diyor, bu J değil. T ve L hocam.. T ve L yok ki, tüm şekiller hocam o zaman.

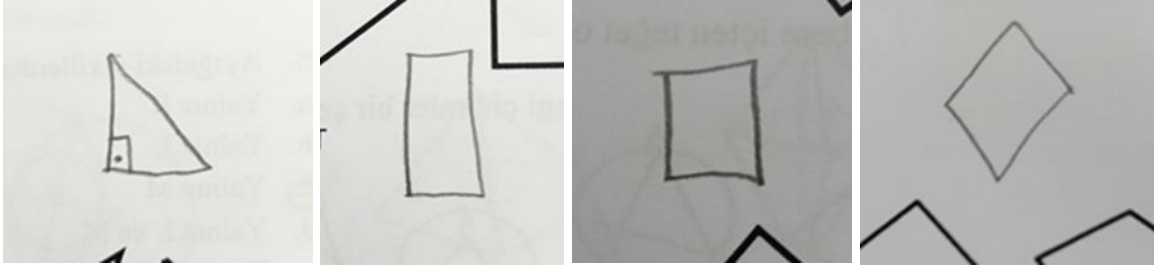
Arş: Cevabını mı değiştiriyorsun yani?

A: Evet hocam

Arş: Peki paralelkenar nedir?

A: Paralelkenar hocam şunun gibi bir şekil, böyle hocam... Bilmiyorum.

4.2.1.1.1.2. Arda'nın görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki görsel araçları. Arda'nın üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki görsel araçları, aşağıda çizdiği şekiller üzerinden yorumlanmıştır.



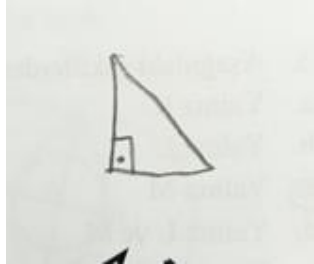
Şekil 4.1. Arda'nın üçgen, dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgen çizimi

Yukarıdaki şekillerde Arda'nın üçgen, dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgen ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Bu görsel araçlara bakılarak öğrencinin derslerde ve kitaplarda sıkça karşısına çıkan prototip çizimler yaptığı gözlenmiştir.

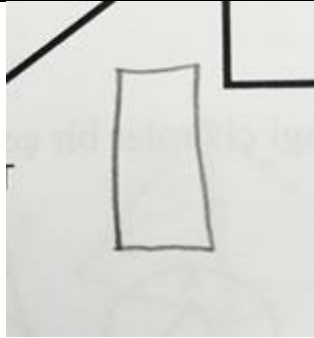
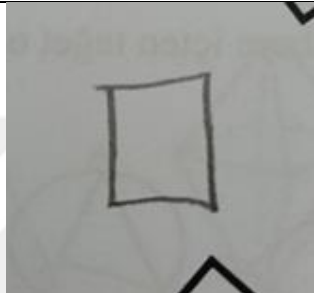
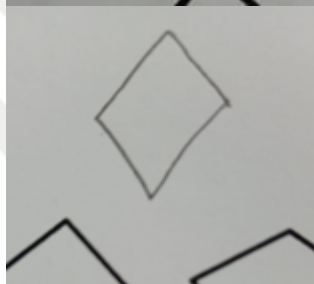
4.2.1.1.1.3. Arda'nın görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki rutinleri. Arda ile gerçekleştirilen görüşmede üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili kullandığı herhangi bir rutin belirlenmemiştir.

4.2.1.1.1.4. Arda'nın görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki anlatıları. Arda'nın üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili tasdik edilmiş anlatıları; sözcük kullanımı, görsel araçları ve rutinlerinden yararlanılarak belirlenmiştir. Aşağıdaki tabloda Arda'nın anlatıları, anlatısını tasdik eden sözcük kullanımı, varsa tasdik eden rutin ve tasdik eden görsel araçları verilmiştir.

Tablo 4.5. Arda'nın üçgenler ve dörtgenler tasdik edilmiş anlatı tablosu

Anlatı	Tasdik Eden Sözcük Kullanımı	Tasdik Eden Rutin	Tasdik Eden Görsel Aracı
Üçgen 180 dereceli bir şekildir.	A: Üçgen hocam, 90 dereceli bir şekil hocam. 180 derece pardon 90 derece dedim.		

Tablo 4.5. Arda'nın üçgenler ve dörtgenler tasdik edilmiş anlatı tablosu (devamı)

Dikdörtgenin sol ve sağ, alt ve üst kenarları eşittir.	A: <i>Dikdörtgen hocam eşit olduğu için kenarları, sol ve sağ kenarları eşit, üst ve alt kenarları da eşit olacak şekilde.</i>	
Kare, tüm kenarları eşit olan bir şekildir.	A: <i>Kare hocam bütün kenarları eşit olan bir şeydir, bir şekildir.</i>	
Eşkenar dörtgen tüm kenarları eşit ve karenin aşağıya bakan halidir.	A: <i>Eşkenar dörtgen, böyle hocam eşkenar hepsi bütün kenarları aynı. Karenin böyle bir kenarının aşağıya baktığı hali hocam.</i>	

Arda'nın üçgenler ve dörtgenler ile ilgili tasdik edilmiş anlatı tablosuna bakıldığında, öğrencinin “Dikdörtgenin sol ve sağ, alt ve üst kenarları eşittir.”, “Kare, tüm kenarları eşit olan bir şekildir.” ve “Eşkenar dörtgen tüm kenarları eşit ve karenin aşağıya bakan halidir.” anlatılarında dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgenin kenar özellikleriyle ilgili ifadeler kullandığı görülmektedir. Bu ifadelerde “karşılıklı kenar” ifadesine yer vermediği bunun yerine dikdörtgenin kenarları için “sağ-sol, alt-üst kenar” ifadesini kullandığı görülmektedir. Bunun yanında “Üçgen 180 dereceli bir şekildir.” anlatısında görüldüğü gibi öğrenci üçgenin 180 dereceli şekil olduğunu belirtmiş ancak iç açılar toplamının 180° olduğunu net bir şekilde ifade etmemiştir. Dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgenin açılarıyla ilgili ise hiç açıklamada bulunmadığı ve dikdörtgen, karenin açılarında diklik sembolünü kullanmadığı gözlenmiştir. Bu gözlemlerden yola çıkarak, öğrencinin şekillerin özellikleri ile ilgili yanlış ifadeler kullanmamış olsa da, matematiksel ifadelerinde eksiklikler olduğu ve sembol kullanımının zayıf olduğu söylenebilir. Bunun yanında dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgen ile ilgili anlatıları geometrik düşünme düzeyine göre değerlendirildiğinde

şekillerin özelliklerinden az da olsa bahsedebildiği için 2.geometrik düşünme düzeyinde ifadeler kullandığı söylenebilir.

Öğrencinin eşkenar dörtgen ile ilgili anlatısı “*Eşkenar dörtgen tüm kenarları eşit ve karenin aşağıya bakan halidir.*” şeklindedir. Bu ifadeden anlaşılacağı üzere, eşkenar dörtgenin özelliklerini açıklayamadığı söylenebilir. Bu anlatıdan öğrencinin kare ve eşkenar dörtgeni aynı şeklin farklı görünüşleri olarak ele aldığı düşünülebilir. Yani eğer kare, “bir sayfanın tabanına paralel olarak çizilirse kare, 45 derecelik açıyla çizilirse eşkenar dörtgen olur” düşüncesine sahip olduğu yorumu yapılabilir. Öğrencinin eşkenar dörtgenin özelliklerini açıklayamaması ve görünümüne göre kareyle kıyaslaması dikkate alınırsa, bulunduğu 1.geometrik düşünme düzeyine uygun açıklama yaptığı söylenebilir.

4.2.1.1.2. Arda'nın görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri. “Global Van Hiele Soru Formu” nun ilk 15 sorusundaki 6. , 7. , 8. , 9. , 10. sorular çember ve daire alt öğrenme alanı ile ilgili sorulardır. Bu bölümde, Arda'nın görüşmedeki 6. , 7. , 8. , 9. , 10. sorulara verdiği cevaplarından elde edilen matematiksel söylemler sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler ve tasdik edilmiş anlatılar alt başlıklarında aşağıda sunulmuştur.

4.2.1.1.2.1. Arda'nın görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı. Arda görüşme esnasında 6. ve 9. soruları bilmediğini, 10. soruya ilişkin yanıtları da rastgele işaretlediğini belirtmiştir. 7. ve 8. sorudaki söylemlerinden yola çıkarak sözcük kullanımı incelendiğinde ise öğrencinin süreç temelli sözcükler kullandığı belirlenmiştir. Örneğin, 7. ve 8. soruları anlatırken “*Teğet hocam bütün kenarları... İçten bir şey çizildiğinde bütün kenarların daireye değmesi lazım. Burada değmediği için, burada da değmediği için bu hocam C ve D.*” ifadesini kullanmıştır. Teğet olma durumunu şekiller üzerinden şekillerin birbirlerine değip değmediklerini kontrol ederek soruyu anlatmıştır, yani sözcük kullanımı süreç ve eylem içermektedir bu yüzden süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

4.2.1.1.2.2. Arda'nın görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki görsel araçları. Arda ile gerçekleştirilen görüşmede çember ve daire alt öğrenme alanı ile ilgili kullandığı herhangi bir görsel aracı belirlenememiştir.

4.2.1.1.2.3. Arda'nın görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki rutinleri.

Arda ile gerçekleştirilen görüşmede çember ve daire alt öğrenme alanı ile ilgili kullandığı herhangi bir rutin belirlenmemiştir.

4.2.1.1.2.4. Arda'nın görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki anlatıları.

Arda'nın çember ve daire alt öğrenme alanı ile ilgili sözcük kullanımı dışında görsel aracı ve rutinleri belirlenemediği için tasdik edilmiş anlatı tablosu oluşturulamamıştır.

4.2.1.1.3. Arda'nın görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri. “Global Van Hiele Soru Formu” nun ilk 15 sorusundaki 11. , 12. , 13. , 14. , 15. sorular üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili sorulardır. Bu bölümde, Arda'nın görüşmedeki 11. , 12. , 13. , 14. , 15. sorulara verdiği cevaplarından elde edilen matematiksel söylemler sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler ve tasdik edilmiş anlatılar alt başlıklarında aşağıda sunulmuştur.

4.2.1.1.3.1. Arda'nın görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı. Arda'nın açıklamalar sırasında kullandığı bir eylem veya süreç varsa parantez içinde belirtilmiştir. Görüşmede Arda'nın sözcük kullanımı nesne ve süreç temelli olarak incelendiğinde, sözcük kullanımlarının hemen hemen nesne ve süreç temelli olarak eşit dağılım gösterdiği tespit edilmiştir. Arda'nın koni, çokyüzlü, silindir ve piramit ilgili sözcük kullanımları şöyledir;

Öğrencinin koni ve çokyüzlü ile ilgili nesne temelli sözcük kullanımlarına ait örnekler aşağıdaki alıntılarda verilmiştir. Öğrenci bu alıntılarda herhangi bir eyleme, sürece yer vermeden, şekil çizmeden koni ve çokyüzlüyü matematiksel bir nesne olarak kullanmıştır.

A: Koni hocam böyle aşağısı üçgen, üstüne böyle yuvarlak çizilmiş bir cisim hocam

A: Çokyüzlü hocam bütün kenarları böyle yatay bir de sivri olduğu şey, cisim hocam.

Öğrencinin piramit ile ilgili süreç temelli sözcük kullanımına dair örnek aşağıdaki alıntıda verilmiştir.

A: Piramitte hocam böyle yukarıya doğru olan A ve daha çok piramide benzeyen, üçgenden biraz farklı işte... (Üçgen çizer.)

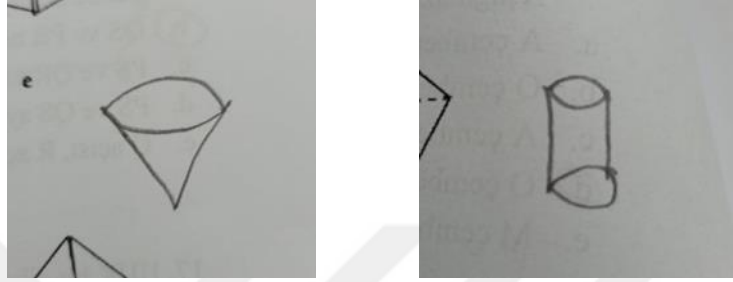
Öğrenci piramidi çizimle anlatmaya çalıştığı için sözcük kullanımı süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

Prizma ile ilgili kullandığı bir anlatısından yanlış bilgilere sahip olduğu tespit edilmiştir.

A: Prizma olanı daire içine alınız diyor. Bu da prizma olduğu için bunu aldım.

Yukarıdaki ifadesine ilişkin ilgili soruda prizma olarak silindiri işaretlediği tespit edilmiştir.

4.2.1.1.3.2. Arda'nın görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki görsel araçları. Arda'nın geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki görsel araçları koni ve silindir çizimlerinden oluşmaktadır, bu çizimler aşağıda verilmiştir.



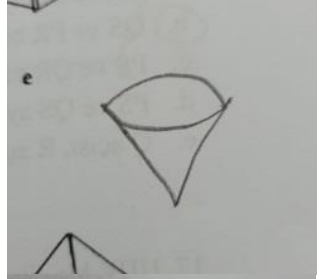
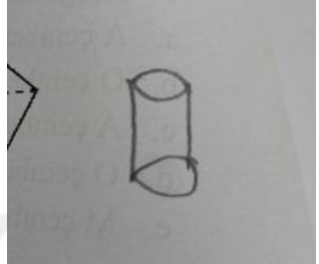
Şekil 4.2. Arda'nın koni ve silindir çizimi

Yukarıdaki şekillerde Arda'nın koni ve silindir ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Bu görsel araçlara bakılarak öğrencinin derslerde ve kitaplarda sıkça karşısına çıkan prototip çizimler yaptığı gözlenmiştir.

4.2.1.1.4. Arda'nın görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki rutinleri. Arda ile gerçekleştirilen görüşmede geometrik cisimler alt öğrenme alanında kullandığı herhangi bir rutin belirlenmemiştir.

4.2.1.1.5. Arda'nın görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki anlatıları. Arda'nın geometrik cisimler alt öğrenme alanı ile ilgili tasdik edilmiş anlatıları; sözcük kullanımı, görsel araçları ve rutinlerinden yararlanılarak belirlenmiştir. Aşağıdaki tabloda Arda'nın anlatıları, anlatısını tasdik eden sözcük kullanımı, varsa tasdik eden rutin ve tasdik eden görsel araçları verilmiştir.

Tablo 4.6. Arda'nın Geometrik Cisimler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu

Anlatı	Tasdik Eden Sözcük Kullanımı	Tasdik Eden Rutin	Tasdik Eden Görsel Aracı
Koni aşağısı üçgen üstüne yuvarlak çizilmiş bir cisimdir.	A: Koni hocam böyle aşağısı üçgen, üstüne böyle yuvarlak çizilmiş bir cisim hocam		
Silindirin tabanları daire, yan kısmı yataydır.	A: Silindir de hocam böyle şuraları yatay, burası daire olan böyle içine bir şey konabilecek, mesela şöyle de olabilir böyle hocam		

Arda'nın geometrik cisimler ile ilgili tasdik edilmiş anlatı tablosuna bakıldığında, öğrencinin “*Koni aşağısı üçgen üstüne yuvarlak çizilmiş bir cisimdir.*” anlatısında koninin yan yüzeyine “daire diliminden oluşur” yerine “üçgendir” ifadesini kullanmasıyla çizimden yararlanarak anlatmaya odaklandığı gözlenmiştir. “*Silindirin tabanları daire, yan kısmı yataydır.*” anlatısıyla ise silindirin yan yüzeyini açıklarken “eğri” yerine “yatay” ifadesini kullanarak yanlış ifade ettiği gözlenmiştir. Öğrencilerin çizimlerinin ise derslerde ve kitaplarda sürekli karşılaştığı prototip çizimlerden oluştuğu görülmektedir. Bu gözlemlerden yola çıkarak, öğrencinin çizimleri doğru olsa da matematiksel ifadelerinde yanlışlıklar olduğu söylenebilir. Bunun yanında öğrencinin şekillerin özelliklerini açıklayamayıp görünümülerinden yola çıkarak açıklama yaptığı için 1.geometrik düşünme düzeyine uygun ifadeler kullandığı söylenebilir.

4.2.1.2. Geometrik düşünme düzeyi 1 olan Esra'nın matematiksel söylemleri.

“Global Van Hiele Soru Formu” üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler alt öğrenme alanlarından eşit sayıda soru içermektedir. Bu bölümde, Esra'nın görüşmede “Global Van Hiele Soru Formu” ndaki ilk 15 soruya verdiği cevapların açıklamaları üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler alt öğrenme alanlarına göre gruplandırılarak elde edilen matematiksel söylemler aşağıdaki alt başlıklarda detaylandırılmıştır.

4.2.1.2.1. Esra'nın görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri. “Global Van Hiele Soru Formu” nun ilk 15 sorusundaki 1. , 2. , 3. , 4. , 5. sorular üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili sorulardır. Bu bölümde, Esra'nın görüşmedeki 1.,2.,3.,4.,5. sorulara verdiği cevaplarından elde edilen matematiksel söylemler sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler ve tasdik edilmiş anlatılar alt başlıklarında aşağıda sunulmuştur.

4.2.1.2.1.1. Esra'nın görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı. Esra'nın açıklamalar sırasında kullandığı bir eylem veya süreç varsa parantez içinde belirtilmiştir. Esra'nın üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı nesne ve süreç temelli olarak incelendiğinde sözcük kullanımının ağırlıklı olarak nesne temelli olduğu tespit edilmiştir.

Öğrencinin üçgen, dikdörtgen ve kare ile ilgili nesne temelli sözcük kullanımına ait örnekler aşağıdaki alıntılarda verilmiştir.

E:Üçgen.. iç açıları toplamı 180 derece, ıı.. karşılıklı kenarları eş, sadece taban kenarı eşit olmayan bir şey...

E: Dikdörtgen, kısa kenarları birbirine eş, uzun kenarları da birbirine eş bu.

E: Kare hocam bütün kenarları eşit olan bir şeydir, bir şekildir. Tüm çizgileri birbirine eş olan bir şekil. Köşeleri 90 derece... bu kadar.

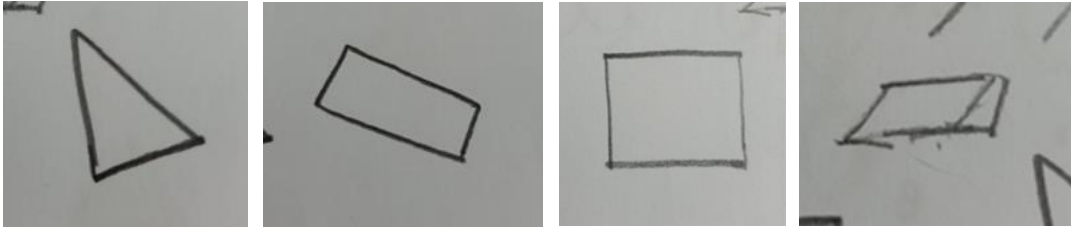
Yukarıdaki sözcük kullanımlarından da görülebileceği üzere, herhangi bir eyleme, sürece yer vermeden, şekil çizmeden üçgen, dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgeni matematiksel bir nesne olarak kullandığı belirlenmiştir.

Öğrencinin paralelkenar ile ilgili süreç temelli sözcük kullanımına dair örnek aşağıdaki alıntıda verilmiştir.

E: ...çalıştırlarımdan hatırladığım kadarıyla J ve T yi görmüştüm. Paralelkenarın hep böyle alt ve üst köşeleri aynı (kenar çizmiştir) ama yan çizgileri farklı olarak düşündüm.(Paralelkenarı anlatırken alta paralelkenar çizimi yapar.)

Öğrenci paralelkenarı çizimle anlatmaya çalıştığı için sözcük kullanımı süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

4.2.1.2.1.2. Esra'nın görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki görsel araçları. Esra'nın üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki görsel araçları aşağıda verilmiştir.



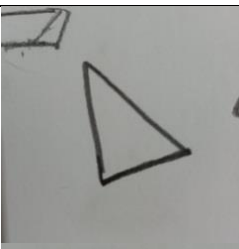
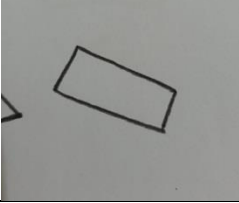
Şekil 4.3. Esra'nın üçgen, dikdörtgen, kare ve paralelkenar çizimleri

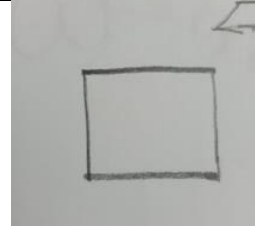
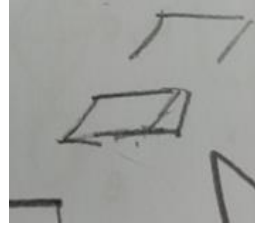
Yukarıdaki şekillerde Esra'nın üçgen, dikdörtgen, kare ve paralelkenar ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Bu görsel araçlara bakılarak öğrencinin derslerde ve kitaplarda sıkça karşısına çıkan prototip çizimler yaptığı söylenebilir. Bunun yanında şekil çizimlerinde matematiksel sembollerin kullanılmadığı görülmektedir.

4.2.1.2.1.3. *Esra'nın görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki rutinleri.* Esra ile gerçekleştirilen görüşmede üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanında kullandığı herhangi bir rutin belirlenmemiştir.

4.2.1.2.1.4. *Esra'nın görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki anlatıları.* Esra'nın üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili tasdik edilmiş anlatıları; sözcük kullanımı, görsel araçları ve rutinlerinden yararlanılarak belirlenmiştir. Aşağıdaki tabloda Esra'nın anlatıları, anlatısını tasdik eden sözcük kullanımı, varsa tasdik eden rutin ve tasdik eden görsel araçları verilmiştir.

Tablo 4.7. *Esra'nın Üçgenler ve Dörtgenler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu*

Anlatı	Tasdik Eden Sözcük Kullanımı	Tasdik Eden Rutin	Tasdik Eden Görsel Aracı
Üçgenin iç açıları toplamı 180 derece, taban kenarı hariç diğer kenarlar birbirine eşittir.	E: Üçgen.. iç açıları toplamı 180 derece, ııı.. karşılıklı kenarları eş, sadece taban kenarı eşit olmayan bir şey.		
Dikdörtgenin kısa ve uzun kenarları birbirine eştir.	E: Dikdörtgen, kısa kenarları birbirine eş, uzun kenarları da birbirine eş bu.		

Karenin tüm çizgileri birbirine eş, köşeleri 90 derecedir.	E: Tüm çizgileri birbirine eş olan bir şekil. Köşeleri 90 derece... bu kadar.	
Paralelkenarın alt üst kenarları birbiriyle aynı ama yan çizgileri farklıdır.	E: çalıştıklarımdan hatırladığım kadarıyla J ve T'yi görmüştüm. Paralelkenarın hep böyle alt ve üst köşeleri aynı (kenar çizmiştir),ama yan çizgileri farklı olarak düşündüm. Çalıştığım kadarıyla, o kadar kalmıştı aklımda. J ve T'yi işaretledim.	

Esra'nın üçgenler ve dörtgenler ile ilgili tasdik edilmiş anlatı tablosuna bakıldığında, öğrencinin “Üçgenin iç açıları toplamı 180 derece, taban kenarı hariç diğer kenarlar birbirine eşittir.” anlatısında üçgenin iç açıları toplamını bildiği ancak “taban kenarları hariç diğer kenarların eşit olduğu” ifadesiyle kenarlarıyla ilgili yanlış bilgiye sahip olduğu gözlemlenmiştir. Kare ile ilgili “Karenin tüm çizgileri birbirine eş, köşeleri 90 derecedir.” anlatısında, karenin hem açılarından hem de kenar özelliklerinden bahsettiği görülmektedir. Ancak kare çizimi üzerinde, diklik ve kenarlarda eşlik sembolü görülmemektedir. Dikdörtgen ve paralelkenar ile ilgili “Dikdörtgenin kısa ve uzun kenarları birbirine eştir.”, “Paralelkenarın alt üst kenarları birbiriyle aynı ama yan çizgileri farklıdır.” anlatılarında ise şekillerin açı özelliklerinden hiç bahsetmediği, kenarlarını anlatırken de “karşılıklı kenarlar” yerine “alt-üst, yan, kısa-uzun kenar” olarak bahsettiği görülmektedir. Dikdörtgen ve paralelkenarda da karede olduğu gibi şekil üzerinde matematiksel sembollerin yer almadığı görülmektedir. Bu gözlemlerden yola çıkarak, öğrencinin matematiksel ifadelerinde eksiklikler olduğu ve matematiksel sembol kullanımının zayıf olduğu söylenebilir. Öğrencinin ifadelerinde eksiklikler olsa da şekillerin özellikleri ile ilgili açıklama yapabildiği görülmektedir. Bu sebeple öğrencinin üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili 2.geometrik düşünme düzeyinde bilgilere sahip olduğu söylenebilir.

4.2.1.2.2. Esra'nın görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri. “Global Van Hiele Soru Formu” nun ilk 15 sorusundaki 6. , 7. , 8.

, 9. , 10. sorular üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili sorulardır. Bu bölümde, Esra'nın görüşmedeki 6. , 7. , 8. , 9. , 10. sorulara verdiği cevaplarından elde edilen matematiksel söylemler sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler ve tasdik edilmiş anlatılar alt başlıklarında aşağıda sunulmuştur.

4.2.1.2.2.1. Esra'nın Görüşmedeki Çember ve Daire Alt Öğrenme Alanındaki Sözcük Kullanımı. Esra'nın açıklamalar sırasında kullandığı bir eylem veya süreç varsa parantez içinde belirtilmiştir. Esra'nın çember ve daire alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı nesne ve süreç temelli olarak incelendiğinde sözcük kullanımının süreç temelli olduğu tespit edilmiştir.

Öğrencinin kiriş, çembere içten teğet üçgen ve çap ile ilgili süreç temelli sözcük kullanımına ait örnekler aşağıdaki alıntılarda verilmiştir.

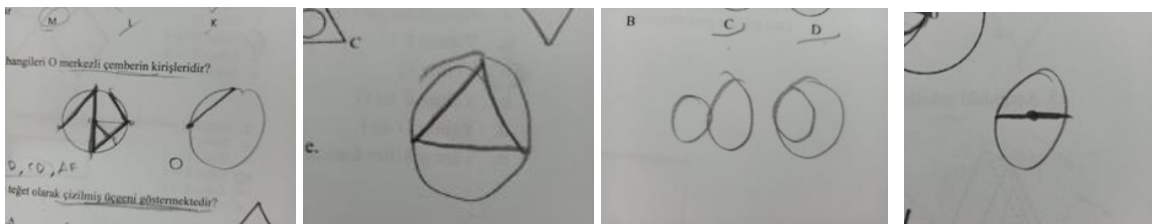
E: Kiriş dairenin bir noktasından bir noktasına kadar gelen çizgiye kiriş deniyordu. (Kirişi anlatırken, çember çizip içine kiriş çizmiştir.)

E: Teğet bir dairenin içinde, tüm köşeleri daireye değen.. teğet olarak isimlendiriliyordu. Bunda önce yanlış yapmışım sonra düzelttim, bu yüzden D şikkını işaretledim. (İlk cümleyi kurarken, çembere içten teğet üçgen çizmiştir.)

E: Çap bir dairenin, şu yan çizgisine biz çap diyoruz. Eğer sadece burasını alsaydım bu da yarıçap olurdu (yarıçapı gösterir). (Çemberin içine çap çizerek anlatım yapmıştır.)

Yukarıdaki ifadelerden de anlaşılabilceği üzere öğrenci kiriş, çembere içten teğet üçgen ve çap kavramlarını çizimle anlatmaya çalıştığı için sözcük kullanımı süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

4.2.1.2.2.2. Esra'nın görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki görsel araçları. Esra'nın çember ve daire alt öğrenme alanındaki görsel araçları, “Global Van Hiele Soru Formu” nu yanıtlarken kullandığı çizimlerden oluşmaktadır, bu çizimler aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.4. Esra'nın kiriş, çembere içten teğet üçgen, teğet çemberler ve çap çizimleri

Yukarıdaki şekillerde Esra'nın kiriş, çembere içten teğet üçgen, teğet çemberler ve çap çizimi ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Bu görsel araçlara bakılarak öğrencinin kirişin çember üzerindeki iki noktanın birleşimiyle oluştuğunu, içten teğet üçgenin köşelerinin çembere değdiği, teğet çemberlerin birbirine bir noktada değdiği, çapın çemberinin merkezinden geçtiği bilgilerine sahip olduğu gözlenmiştir. Bu yüzden, görsel araçları doğru bir şekilde kullandığı söylenebilir.

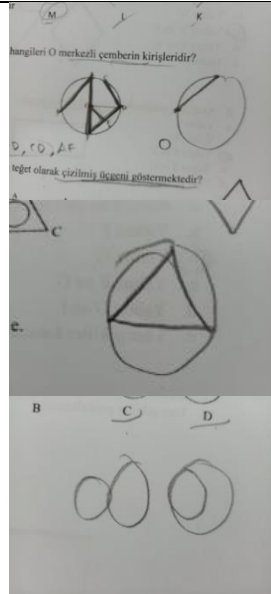
4.2.1.2.2.3. Esra'nın görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki rutinleri.

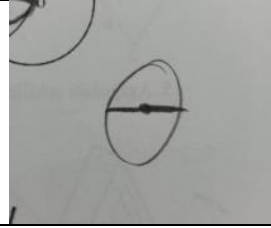
Esra ile gerçekleştirilen görüşmede çember ve daire alt öğrenme alanında kullandığı herhangi bir rutin belirlenmemiştir.

4.2.1.2.2.4. Esra'nın görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki anlatıları.

Esra'nın çember ve daire alt öğrenme alanı ile ilgili tasdik edilmiş anlatıları; sözcük kullanımı, görsel araçları ve rutinlerinden yararlanılarak belirlenmiştir. Aşağıdaki tabloda Esra'nın anlatıları, anlatısını tasdik eden sözcük kullanımı, varsa tasdik eden rutin ve tasdik eden görsel araçları verilmiştir.

Tablo 4.8. Esra'nın Çember ve Daire Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu

Anlatı	Tasdik Eden Sözcük Kullanımı	Tasdik Eden Rutin	Tasdik Eden Görsel Aracı
Kiriş, dairenin bir noktasından bir noktasına gelen çizgidir.	E: kiriş dairenin bir noktasından bir noktasına kadar gelen çizgiye kiriş deniyordu.		
Teğet, dairenin içinde tüm köşeleri daireye değen şekildir.	E: teğet bir dairenin içinde, tüm köşeleri daireye değen... teğet olarak isimlendiriliyordu.		
Çemberler içten ve dıştan teğet olabilir.	E: burada da aynı yukarıda anlattığım gibi C ve D yi, ister içten ister dıştan olarak ya böyle ya da böyle (şekilleri çizer) olabileceğini düşündüğüm için C ve D yi işaretledim.		

Çap, dairenin yan çizgisidir.	E: Çap bir dairenin, şu yan çizgisine biz çap diyoruz. Eğer sadece burasını alsaydım bu da yarıçap olurdu (yarıçapı gösterir).	
-------------------------------	--	---

Esra'nın çember ve daire ile ilgili tasdik edilmiş anlatı tablosuna bakıldığında, öğrencinin “*Kiriş, dairenin bir noktasından bir noktasına gelen çizgidir.*” anlatısında “*çember üzerindeki*” yerine “*dairenin bir noktasından bir noktasına*” olarak ifade ettiği gözlenmiştir ancak kirişi çizerken çember üzerindeki iki noktayı birleştirdiği gözlenmiştir. Çap ile ilgili ise çemberin merkezinden geçen bir kiriş çizdiği ancak “*Çap, dairenin yan çizgisidir*” anlatısını kullandığı gözlenmiştir. Bu sebeple öğrencinin kirişi ve çapı doğru bir şekilde çizbildiği ancak matematiksel olarak ifade etmede zayıf olduğu söylenebilir. Öğrencinin çembere içten teğet şekillerin köşelerinin çembere değdiği bilgisine ve çemberlerin içten ve dıştan teğet olabileceği bilgisine sahip olduğu gözlenmiştir. Öğrencinin çember ve daire alt öğrenme alanında matematiksel olarak zayıf ifadeler kullansa da, şekillerin özelliklerinden bahsettiği görülmektedir. Bu sebeple 2.geometrik düşünme düzeyinde bilgilere sahip olduğu söylenebilir.

4.2.1.2.3. Esra'nın görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri. “Global Van Hiele Soru Formu” nun ilk 15 sorusundaki 11. , 12. , 13. , 14. , 15. sorular üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili sorulardır. Bu bölümde, Esra'nın görüşmedeki 11. , 12. , 13. , 14. , 15. sorulara verdiği cevaplarından elde edilen matematiksel söylemler sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler ve tasdik edilmiş anlatılar alt başlıklarında aşağıda sunulmuştur.

4.2.1.2.3.1. Esra'nın görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı. Esra'nın açıklamalar sırasında kullandığı bir eylem veya süreç varsa parantez içinde belirtilmiştir. Esra'nın geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı nesne ve süreç temelli olarak incelendiğinde sözcük kullanımının süreç temelli olduğu tespit edilmiştir.

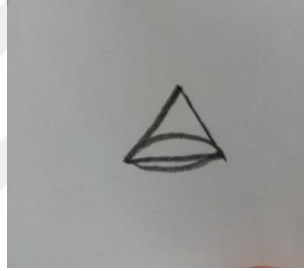
Öğrencinin koni ve silindir ile ilgili süreç temelli sözcük kullanımına ait örnekler aşağıdaki alıntılarda verilmiştir.

E: İu.. bir yuvarlağın etrafına sarılmış üçgen şeklinde, bir şekil. (Eliyle koninin alt tabanı için havada yuvarlak oluşturmuştur. Üçgen çizip, sonradan altına yuvarlak çizmiştir.)

E: Silindir üst ve alt kısımlar çevrilmiş bir kağıt veya bir şekil olabilir (eliyle silindiri anlatır). Hem üstünde bir yuvarlak, hem tabanında bir yuvarlak ve üstündeki şeyler eşit. (Silindir nedir sorusu için, alt ve üst tabanın paralelliğini elleriyle göstermiştir. Silindirin yan yüzünü de eliyle yuvarlak yaparak anlatmıştır.)

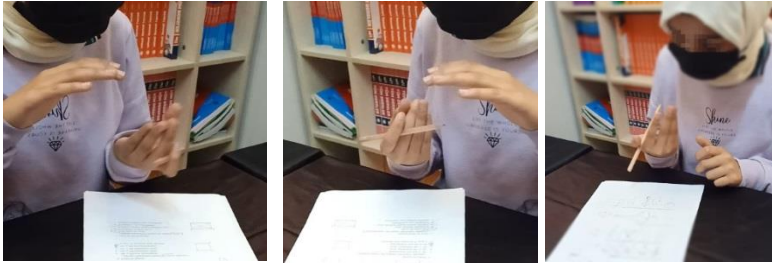
Öğrenci koni ve silindiri çizim ve eylemlerle anlatmaya çalıştığı için sözcük kullanımı süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

4.2.1.2.3.2. *Esra'nın görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki görsel araçları.* Esra'nın görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki görsel araçları, bir koni çizimi ve el hareketlerinden oluşmaktadır. Bu çizim ve el hareketi aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.5. Esra'nın koni çizimi

Yukarıdaki şekilde Esra'nın koni ile ilgili görsel aracı verilmiştir. Bu görsel aracıya bakılarak öğrencinin derslerde ve kitaplarda sıkça karşısına çıkan, prototip bir koni çizimi yaptığı söylenebilir.



Şekil 4.6. Esra'nın kullandığı el hareketleri

Yukarıdaki şekilde Esra'nın silindiri ve koniyi anlatırken kullandığı el hareketleri verilmiştir. Elleriyle havada daire çizerek, koninin tabanının ve silindirin yan yüzünün

dairesel olduğunu anlattığı gözlenmiştir. Öğrencinin el hareketlerinden, koni ve silindirin tabanlarının daireselliğiyle ilgili doğru bilgiye sahip olduğu söylenebilir.

4.2.1.2.3.3. *Esra'nın görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki rutinleri.* Esra ile gerçekleştirilen görüşmede bir rutin kullandığı tespit edilmiştir. Bu rutin 2 kez tekrarlanmış “Global Van Hiele Soru Formu” ndaki 12. ve 14. soruları açıklarken ortaya çıkmıştır. Aşağıdaki tabloda Esra'nın görüşmede kullandığı rutin, nasıl ve ne zaman kullandığı tetikleyici ve kapanışları ile birlikte verilmiştir.

Tablo 4.9. *Esra'nın Geometrik Cisimlerle ilgili Rutin Tablosu*

Tetikleyici	Rutin	Nasıl	Ne zaman	Kapanış
1.12.sorunun açıklamasının istenmesi	Eliyle yuvarlak yaparak gösterme	Anlatım esnasında havada eliyle yuvarlak çiziyor.	Uygulanabilirlik Koninin tabanını anlatırken Silindirin yan yüzünü anlatırken	Hareketi yapıp, soruyu açıklamaya devam etmiştir.
2. 14. sorunun açıklamasının istenmesi			Silindirin yan yüzünü anlatırken	

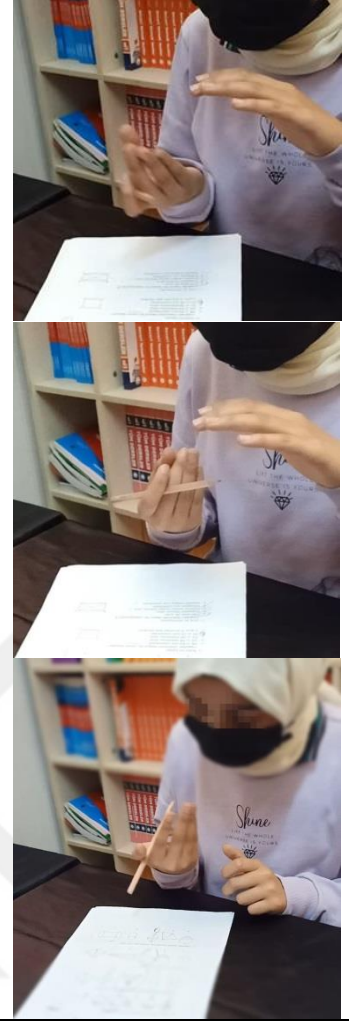
4.2.1.2.3.4. *Esra'nın görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki anlatıları.* Esra'nın geometrik cisimler alt öğrenme alanı ile ilgili tasdik edilmiş anlatıları; sözcük kullanımı, görsel araçları ve rutinlerinden yararlanılarak belirlenmiştir. Aşağıdaki tabloda Esra'nın anlatıları, anlatısını tasdik eden sözcük kullanımı, varsa tasdik eden rutin ve tasdik eden görsel araçları verilmiştir.

Tablo 4.14. *Esra'nın Geometrik Cisimler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu*

Anlatı	Tasdik Eden Sözcük Kullanımı	Tasdik Eden Rutin	Tasdik Eden Görsel Aracı
Koni, bir yuvarlağın etrafına sarılmış üçgen şeklinde, bir şekildir.	E: İki.. bir yuvarlağın etrafına sarılmış üçgen şeklinde, bir şekil.		

Tablo 4.14. *Esra'nın Geometrik Cisimler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu (devamı)*

E: Silindir üst ve alt kısımlar çevrilmiş bir kağıt veya bir şekil olabilir. Hem üstünde bir yuvarlak, hem tabanında bir yuvarlak ve üstündeki şeyler eşit.



Esra'nın geometrik cisimler ile ilgili tasdik edilmiş anlatı tablosuna bakıldığında öğrencinin, “*Koni, bir yuvarlağın etrafına sarılmış üçgen şeklinde, bir şekildir.*” anlatısında koninin yan yüzeyine “*daire diliminden oluşur*” yerine “*üçgen şeklindedir*” ifadesiyle çizimden yararlanarak anlatmaya odaklandığı gözlenmiştir. “*Silindirin alt ve üst tabanı yuvarlak ve birbirine eşit, yan yüzü bir kağıdın kıvrılmasıyla oluşturulabilir.*” anlatısında ise silindirin yan yüzü ile ilgili “*dikdörtgenin kıvrılmasıyla oluşturulabilir*” ifadesinden silindirin açılımını bildiği ve alt üst tabanının dairesel ve birbirine eş olduğu bilgisine sahip olduğu gözlenmiştir. Bu gözlemlerden yola çıkarak, silindir ile ilgili koniye göre daha detaylı matematiksel ifadeler kullandığı söylenebilir.

4.2.2. Geometrik Düşünme Düzeyi 2 Olan Öğrencilerin Söylemleri

Bu bölümde, çalışmanın ikinci alt problemi olan “Geometrik düşünme düzeyi 2 olan öğrencilerin söylemlerindeki farklılıklar nelerdir?” alt problemini yanıtlamak üzere “Global Van Hiele Soru Formu” na göre geometrik düşünme düzeyi 2 olarak belirlenen İrem ve Halil’in soru formundaki açıklamaları üzerine yapılan görüşmelerdeki matematiksel söylemleri ile ilgili elde edilen bulgular ve yorumlar sunulmuştur. Bu bulgular “Geometrik Düşünme Düzeyi 2 Olan İrem’in Matematiksel Söylemleri” ve “Geometrik Düşünme Düzeyi 2 Olan Halil’in Matematiksel Söylemleri” başlıkları altında detaylandırılmıştır.

4.2.2.1. Geometrik düşünme düzeyi 2 olan irem’in matematiksel söylemleri.

“Global Van Hiele Soru Formu” üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler alt öğrenme alanlarından eşit sayıda soru içermektedir. Bu bölümde, Arda’nın görüşmede “Global Van Hiele Soru Formu” ndaki ilk 30 soruya verdiği cevapların açıklamaları üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler alt öğrenme alanlarına göre gruplandırılarak elde edilen matematiksel söylemler aşağıdaki alt başlıklarda detaylandırılmıştır.

4.2.2.1.1. İrem’in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri. “Global Van Hiele Soru Formu” nun ilk 30 sorusundaki 1. , 2. , 3. , 4. , 5. ,16. ,17. , 18. , 19. , 20. sorular üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili sorulardır. Bu bölümde, İrem’in görüşmedeki 1. , 2. , 3. , 4. , 5. ,16. ,17. , 18. , 19. , 20. sorulara verdiği cevaplarından elde edilen matematiksel söylemler sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler ve tasdik edilmiş anlatılar alt başlıklarında aşağıda sunulmuştur.

4.2.2.1.1.1. İrem’in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı. İrem’in açıklamalar sırasında kullandığı bir eylem veya süreç varsa parantez içinde belirtilmiştir. İrem’in üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı nesne ve süreç temelli olarak incelendiğinde hemen hemen eşit dağılım gösterdiği tespit edilmiştir.

Öğrencinin üçgen ve dikdörtgen ile ilgili nesne temelli sözcük kullanımlarına dair örnekler aşağıdaki alıntılarda verilmiştir.

İ:Üçgen, 180 derece açısı vardır. İşte 3 köşesi vardır, 3 kenarı vardır. Bu kadar.

İ:Dikdörtgen işte paralelkenar, eşit, her köşesi dik işte. İu... başka ne anlatabilirim. 360 derecelik açısı vardır.

Yukarıdaki ifadelerinden de anlaşılacağı üzere, İrem üçgen ve dikdörtgeni herhangi bir eyleme, sürece yer vermeden, şekil çizmeden, kavrama ilişkin ifadeler kullanarak açıklamıştır. Bu yüzden, matematiksel bir nesne olarak kullandığı belirlenmiştir.

Öğrencinin kare ile ilgili süreç temelli sözcük kullanımına dair örnek aşağıdaki alıntıda verilmiştir.

İ: Hangisi doğrudur diye sormuş, şöyle bir bakıyorum da şekle ben b şıkkı diye cevap verdim çünkü QS ve PR birbirine diktir diyor. Şöyle baktığımda aralarına işaret koyduğumda kesiştiklerini, burası dik olduğunu gördüğüm için ben b yi işaretledim.

Yukarıdaki ifadesine dayanarak İrem'in karenin köşegenlerinin dik olduğunu belirlerken çizim yaptığı için sözcük kullanımı süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

Öğrencinin matematiksel söylemlerinin bazı kısımlarında sözcük kullanımının hem nesne hem de süreç temelli olduğu tespit edilmiştir. Paralelkenar ile ilgili hem nesne hem de süreç temelli bir alıntıya örnek aşağıda verilmiştir.

Arş: Peki, paralelkenar nedir kısaca?

Dediğim gibi hepsi işte paralelkenarda birbiriyle karşılıklı olan kenarlar paralelkenarlardır. Birbirleriyle dik kesişir.

Arş: Kenarlar mı?

İ: Yani şöyle (köşegen çizer)

Arş: Köşegenler mi?

İ: Köşegenler evet, bunlar dik kesişir

Arş: Dik olduğuna emin misin?

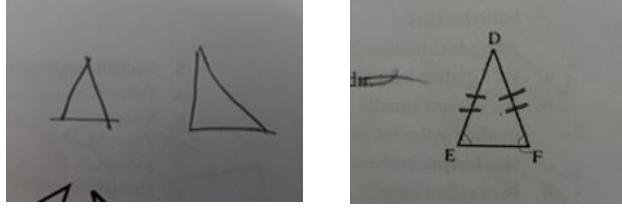
İ: Bir saniye şöyle, evet dik kesişir. Ama her paralelkenar dik kesişmiyor galiba, evet.

Arş: Farklı bir paralelkenar çizebilir misin?

İ: Farklı bir paralelkenar.. şöyle mi çizeyim. Aslında küpte bir paralelkenar, aslında kare de bir paralelkenar, başka hangisi.. aklıma şu an hiç gelmiyor.

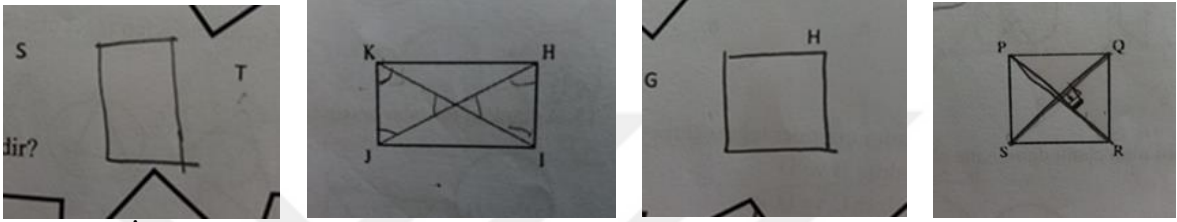
Yukarıdaki alıntıda görüldüğü gibi öğrenci paralelkenarı önce soyut bir biçimde ifade etmiş yani herhangi bir sürece yer vermeden matematiksel bir nesne olarak kullanmıştır. Sonra ise köşegenlerin dik kesiştiğini göstermek için şekil üzerinde çizim yapmıştır. Şekil üzerinde çizimler yaptığı için bu kısım süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

4.2.2.1.1.2. İrem'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki görsel araçları. İrem'in üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki görsel araçları, aşağıda verilmiştir.



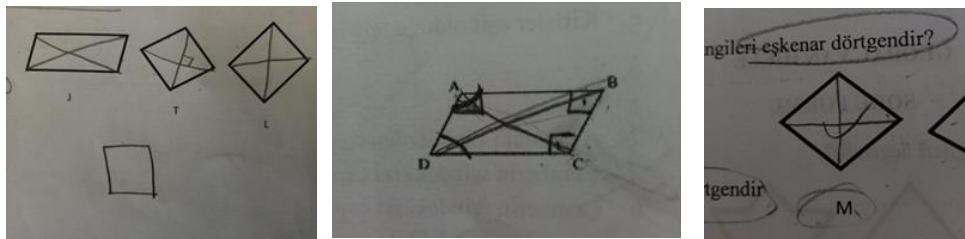
Şekil 4.7. İrem'in üçgen çizimleri

Yukarıdaki şekilde İrem'in üçgen ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Bu görsel araçlara bakıldığında öğrencinin farklı üçgenler çizebildiği, ikizkenar üçgenin eş kenarlarındaki eşlik sembolüne bakıldığında kenar-açı özelliklerini bildiği gözlenmiştir.



Şekil 4.8. İrem'in dikdörtgen ve kare çizimleri

Yukarıdaki şekillerde İrem'in dikdörtgen ve kare ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Bu görsel araçlara bakılarak öğrencinin derslerde ve kitaplarda sıkça karşısına çıkan prototip, dikdörtgen ve kare çizimleri yaptığı belirlenmiştir. Öğrencinin dikdörtgen ve karenin köşegenlerini çizebildiği, öğrencinin karenin köşegenlerinin kesişimiyle oluşan açıya diklik sembolü koyduğu gözlenmiştir, dolayısıyla öğrencinin karenin köşegenlerinin dik kesiştiği bilgisine sahip olduğu söylenebilir. Ancak karenin ve dikdörtgenin açılarına diklik sembolü koymadığı görülmektedir.



Şekil 4.9. İrem'in paralelkenar ve eşkenar dörtgen çizimleri

Yukarıdaki şekillerde İrem'in paralelkenar ve eşkenar dörtgen ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Bu görsel araçlara bakıldığında öğrencinin Şekil 4.9.'da paralelkenar ve eşkenar dörtgenin köşegenlerini çizebildiği ancak eşkenar dörtgende köşegenler arasında oluşan açıya diklik sembolü koymadığı görülmektedir. Şekil 4.9.'a bakıldığında öğrencinin

paralelkenarın bazı açılarına diklik sembolü koyduğu görülmektedir, buradan yola çıkarak öğrencinin paralelkenarın açılarının dik olduğu bilgisine sahip olduğu belirlenmiştir.

4.2.2.1.1.3. *İrem'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki rutinleri.* İrem ile gerçekleştirilen görüşmede bir rutin kullandığı tespit edilmiştir. Bu rutin 2 kez tekrarlanmış “Global Van Hiele Soru Formu” ndaki 16. ve 18. soruları açıklarken ortaya çıkmıştır. Aşağıdaki tabloda Esra'nın görüşmede kullandığı rutin, nasıl ve ne zaman kullandığı tetikleyici ve kapanışları ile birlikte verilmiştir.

Tablo 4.10. *İrem'in Üçgenler ve Dörtgenler ile ilgili Rutin Tablosu*

Tetikleyici	Rutin	Nasıl	Ne zaman	
1.16.sorunun açıklamasının istenmesi	Şekillerin köşegenlerinin arasında oluşan	Şekillerin köşegenlerini çizip, köşegenlerin arasındaki açıya	Uygulanabilirlik Karenin köşegenlerinin özelliklerini anlatırken	Kapanış Çizimi yapıp, soruyu açıklamaya devam etmiştir.
2. 18. Sorunun açıklamasının istenmesi	açıya diklik sembolü koyma	diklik sembolü çizmiştir.	Eşkenar dörtgenin köşegenlerinin özelliklerinden bahsederken	

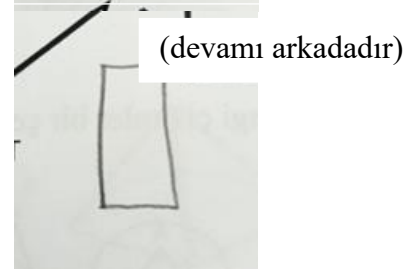
4.2.2.1.1.4. *İrem'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki anlatıları.* İrem'in üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili tasdik edilmiş anlatıları; sözcük kullanımı, görsel araçları ve rutinlerinden yararlanılarak belirlenmiştir. Aşağıdaki tabloda İrem'in anlatıları, anlatısını tasdik eden sözcük kullanımı, varsa tasdik eden rutin ve tasdik eden görsel araçları verilmiştir.

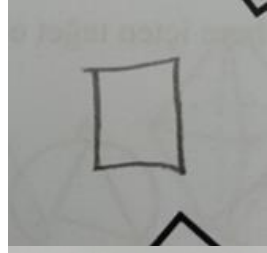
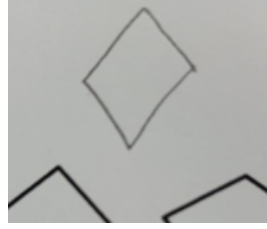
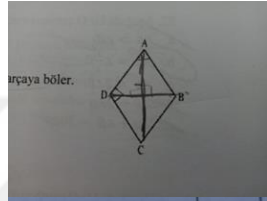
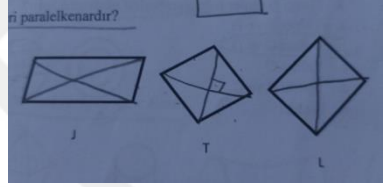
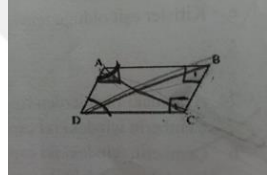
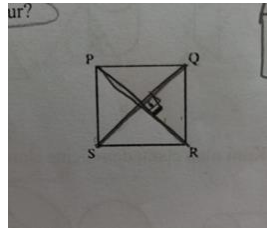
Tablo 4.11. *İrem'in Üçgenler ve Dörtgenler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu*

Anlatı	Tasdik Eden Sözcük Kullanımı	Tasdik Eden Rutin	Tasdik Eden Görsel Aracı
Üçgenin 3 köşesi, 3 kenarı vardır. Açısı 180 derecedir.	İ: Üçgen, 180 derece açısı vardır. İşte 3 köşesi vardır, 3 kenarı vardır.		

Tablo 4.11. (devamı) *İrem'in Üçgenler ve Dörtgenler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu*

Dikdörtgenin her köşesi diktir, 360 derecelik açısı vardır, paralelkenardır.	İ: Dikdörtgen işte paralelkenar, eşit, her köşesi dik işte. İn başka ne anlatabilirim. 360 derecelik açısı vardır.
--	--



Karenin tüm kenarları eşit, köşeleri diktir.	İ: Kare nedir diye soracak olursak da hocam kare, işte tüm kenarları eşittir. İşte hepsinin köşesi diktir. Şöyle de çizebiliriz, her şekilde çizebiliriz. Fakat kenarları eş olacak şartıyla	
Eşkenar dörtgenin karşılıklı kenarları paraleldir, kenarları birbirine eştir. Köşegenleri dik kesişir.	İ: Eşkenar dörtgen, yani çok fazla bilgim yok ama hani onu da biliyorum. Şöyle karşılıklı kenarları paraleldir, dik kesişir. Bu kadar sadece başka da bir bilgim yok. eşkenar dediğimiz için kenarları birbiri ile eş, M yaptım zaten	
Paralelkenarda birbiriyle karşılıklı olan kenarlar paralelkenarlardır. Her paralelkenarda köşegenler dik kesişmeyebilir.	İ: Dediğim gibi hepsi işte paralelkenarda birbiriyle karşılıklı olan kenarlar paralelkenarlardır. Birbirleriyle dik kesişir. ... Köşegenler evet, bunlar dik kesişir ... Bir saniye şöyle, evet dik kesişir. Ama her paralelkenar dik kesişmiyor galiba, evet.	 
Karenin köşegenleri dik kesişir.	İ: ...b şıkkı diye cevap verdim çünkü QS ve PR birbirine diktir diyor. Şöyle baktığımda aralarına işaret koyduğumda kesiştiklerini, burası dik olduğunu gördüğüm için ben b yi işaretledim.	 

“Karenin tüm kenarları eşit, köşeleri diktir.”, “Karenin köşegenleri dik kesişir.” ve “Eşkenar dörtgenin karşılıklı kenarları paraleldir, kenarları birbirine eştir. Köşegenleri dik kesişir.” anlatılarında ise kare ve eşkenar dörtgenin kenarları, açıları ve köşegenleri ile ilgili ifadeler kullandığı görülmektedir. Bu anlatılarda kare ve dikdörtgenlerin köşegenlerinin dik kesiştiği ve kenarlarının eş olduğu, karenin açılarının dik olduğu bilgisine sahip olduğu görülebilir. Paralelkenarla ilgili ise karşılıklı kenarların paralel olduğu ifadesini kullandığı ancak karşılıklı açılardan bahsetmediği ve paralelkenarda köşegenlerin her zaman dik kesişmeyebileceği bilgisine sahip olduğu görülmektedir. Buradan da öğrencinin sadece

prototip örnekler yerine farklı örnekler üzerinden de fikir yürütebildiği söylenebilir. Öğrencinin anlatılarında, şekillerin özellikleriyle ilgili detaylı açıklamalar yapabildiği, dikdörtgen ve paralelkenar arasındaki hiyerarşik ilişkiden bahsedebildiği görülmektedir. Bu sebeple öğrencinin genellikle 2.geometrik düşünme düzeyine uygun ifadeler kullandığı ve bunun yanında 3.geometrik düşünme düzeyinden ifadeler kullanabildiği belirlenmiştir.

4.2.2.1.2. İrem'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri. "Global Van Hiele Soru Formu" nun ilk 30 sorusundaki 6. , 7. , 8. , 9. , 10. ,21. ,22. , 23. , 24. , 25. sorular üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili sorulardır. Bu bölümde, İrem'in görüşmedeki 6. , 7. , 8. , 9. , 10. ,21. ,22. , 23. , 24. , 25. sorulara verdiği cevaplarından elde edilen matematiksel söylemler sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler ve tasdik edilmiş anlatılar alt başlıklarında aşağıda sunulmuştur.

4.2.2.1.2.1. İrem'in Görüşmedeki Çember ve Daire Alt Öğrenme Alanındaki Sözcük Kullanımı. İrem'in açıklamalar sırasında kullandığı bir eylem veya süreç varsa parantez içinde belirtilmiştir. İrem'in çember ve daire alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımının ağırlıklı olarak süreç temelli olduğu tespit edilmiştir.

Öğrencinin çemberlerin teğet olması ile ilgili süreç temelli sözcük kullanımına ait örnek aşağıdaki alıntıda verilmiştir.

İ:Teğetlik şöyle diyim yani bir cisim ile bir cismin yaklaşması ıı yani değmesi gibi bir şey. (Öğrenci yukarıdaki ifadesinin yanında, teğetlik nedir diye sorulduğunda, iki kalemi alıp birbirlerine yakınlaştırmış ve değdirmiştir.)

Buradan öğrencinin çemberlerin teğet olma durumunu bir eylemle açıkladığı görülmüş ve bu yüzden söylemi süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

Öğrencinin çap ile ilgili süreç temelli sözcük kullanımına ait örnek aşağıdaki örnek aşağıdaki alıntıda verilmiştir.

İ:Hangisi doğrudur diye yine sormuş, soruyla alakalı ben c yapmışım. (24. sorunun c şıkkını okur) evet şöyle iki tane çap yapalım, şöyle.. bir çap çemberin merkezinde kesişmek zorunda diğer çapımızı da yapalım.

Arş: Çemberin merkezinde dedin...

İ: İkisi de çemberin merkezinde kesişmek zorunda

Arş: Çember içindeki bir nokta dediğinde çemberin merkezi mi oluyor sence?

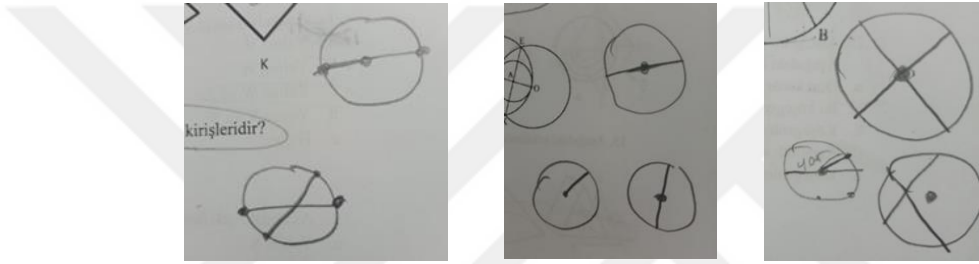
İ: Evet, yani şöyle.. zaten çemberde bir nokta var diye biliyorum.(İki kiriş çizer, kesiştikleri noktaya bakar)

Arş: Burası da çemberin içi değil mi?

İ: Evet doğru da.. Hu a yapmışım pardon, cevap a doğrusu.

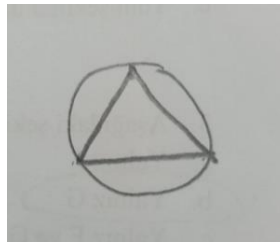
Yukarıdaki alıntıda da görüldüğü gibi çapların kesiştikleri noktayı gösterirken çizimle çemberin merkezinde kesiştiklerini gösterdiği için sözcük kullanımı süreç temelli olarak değerlendirilmiştir. Sonrasında öğrenciye verdiği cevapla ilgili soru sorulduğunda öğrenci açıklamalarına yine çizimle devam ettiği için sözcük kullanımı burada da süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

4.2.2.1.2.2. *İrem'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki görsel araçları.* İrem'in çember ve daire alt öğrenme alanındaki görsel araçları aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.10. İrem'in kiriş, yarıçap ve çap çizimleri

Yukarıdaki şekillerde İrem'in kiriş, yarıçap ve çap ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Bu görsel araçlara bakılarak öğrencinin kirişin çember üzerindeki iki noktanın birleşimiyle oluştuğunu, çapların çemberinin merkezinden geçtiği bilgilerine sahip olduğu gözlenmiştir.



Şekil 4.11. İrem'in çembere içten teğet üçgen çizimi

Yukarıdaki şekilde İrem'in çembere içten teğet üçgen çizimi ile ilgili görsel aracısı verilmiştir. *Şekil 4.11.*' de öğrencinin, içten teğet üçgenin köşelerinin çembere değdiği bilgisine sahip olduğu gözlenmiştir.

4.2.2.1.2.3. *İrem'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki rutinleri.*

İrem ile gerçekleştirilen görüşmede bir rutin kullandığı tespit edilmiştir. Bu rutin 2 kez tekrarlanmış “Global Van Hiele Soru Formu” ndaki 9. ve 24. soruları açıklarken ortaya çıkmıştır. Aşağıdaki tabloda Halil'in görüşmede kullandığı rutin, nasıl ve ne zaman kullandığı tetikleyici ve kapanışları ile birlikte verilmiştir.

Tablo 4.12. *İrem'in Çember ve Daire ile ilgili Rutin Tablosu*

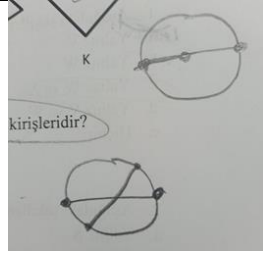
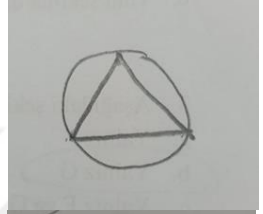
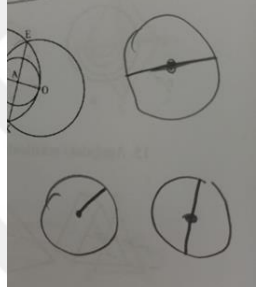
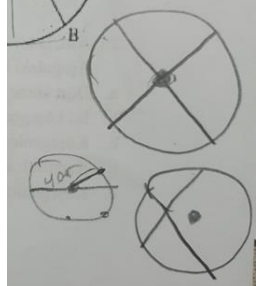
Tetikleyici	Rutin	Nasıl	Ne zaman	
			Uygulanabilirlik	Kapanış
1.Çap nedir diye sorulması	Çemberin içine çap çizimleri	Çember çizerek merkezini belirginleştirmiş, sonrada çapı çizmiştir.	Çapın anlatımında	Çizimi yapıp, çapı anlattı.
2.24.sorunun açıklanmasının istenmesi			Çapların merkezde kesiştiğini anlatırken	Bir çemberin içine iki çap çizimi yapmıştır.

4.2.2.1.2.4. *İrem'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki anlatıları.*

İrem'in çember ve daire alt öğrenme alanı ile ilgili tasdik edilmiş anlatıları; sözcük kullanımı, görsel araçları ve rutinlerinden yararlanılarak belirlenmiştir. Aşağıdaki tabloda İrem'in anlatıları, anlatısını tasdik eden sözcük kullanımı, varsa tasdik eden rutin ve tasdik eden görsel araçları verilmiştir.

Tablo 4.13. *İrem'in Çember ve Daire Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu*

Anlatı	Tasdik Eden Sözcük Kullanımı	Tasdik Eden Rutin	Tasdik Eden Görsel Aracı
--------	------------------------------	-------------------	--------------------------

Çemberin içinden bir noktadan bir noktaya geçen çizgiye giriş denir.	İ: Şöyle dediğim gibi bir çemberin içinden bir noktadan bir noktaya geçen çizgiye giriş diyoruz. Bu yarıçapta ya da çapta olabilir. ... aa bir dakika yarıçap olmaz. çünkü dediğim gibi bir noktadan diğer noktaya geçmesi gerekiyor. Şöyle olması gerek, merkezden olur ... hayır geçmez evet hiç geçmez, sadece çap olarak geçer. Diğer kenardan diğer kenara, şöyle göstereyim.	
İçten teğet üçgende, üçgen içten tüm köşeleri çembere değecek şekilde çizilir.	İ: çemberin içinden tüm köşeleri çembere değecek şekilde çizilir, teğet olarak. ... Üçgenin 3 köşesi de çembere değmesi gerekiyor.	
Çap, dairenin merkezinden geçen ve daireyi ikiye bölen çizgi.	İ: Çap, şöyle göstereyim. Şurası merkez, merkezden geçen ııı yani şöyle diyim, daireyi ikiye bölen çizgi gibi bir şey.	Çemberin içine çap çizimleri 
İki çap çemberin merkezinde kesişir.	İ: .. bir çap çemberin merkezinde kesişmek zorunda diğer çapımızı da yapalım. ... İkisi de çemberin merkezinde kesişmek zorunda	Çemberin içine çap çizimleri 

İrem'in çember ve daire ile ilgili tasdik edilmiş anlatı tablosuna bakıldığında, öğrencinin “Çemberin içinden bir noktadan bir noktaya geçen çizgiye giriş denir.” anlatısında “çember üzerindeki” yerine “çemberin içindeki bir noktadan bir noktaya geçen çizgi” olarak ifade ettiği ancak girişi çizirken çember üzerindeki iki noktayı birleştirdiği gözlenmiştir. Bu sebeple öğrencinin girişi doğru bir şekilde çizbildiği ancak matematiksel olarak ifade etmede sorun yaşadığı söylenebilir. Öğrencinin çembere içten teğet, çap ile ilgili anlatılarından “İçten teğet üçgende, üçgen içten tüm köşeleri çembere değecek şekilde çizilir.”, “Çap, dairenin merkezinden geçen ve daireyi ikiye bölen çizgi.” ve “İki çap çemberin merkezinde kesişir.” ifadelerinde çembere içten teğet üçgenin köşelerinin çembere

değdiği, çapın çemberin merkezinden geçtiği ve çemberi ikiye böldüğü bilgilerine sahip olduğu görülmektedir. Bu bilgilerden yola çıkarak öğrencinin çember ve daire alt öğrenme alanı ile ilgili 2. geometrik düşünme düzeyinde bilgilere sahip olduğu söylenebilir.

4.2.2.1.3. İrem'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri. “Global Van Hiele Soru Formu” nun ilk 30 sorusundaki 11. , 12. , 13. , 14. , 15. ,26. ,27. , 28. , 29. , 30. sorular üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili sorulardır. Bu bölümde, İrem'in görüşmedeki 11. , 12. , 13. , 14. , 15. ,26. ,27. , 28. , 29. , 30. sorulara verdiği cevaplarından elde edilen matematiksel söylemler sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler ve tasdik edilmiş anlatılar alt başlıklarında aşağıda sunulmuştur.

4.2.2.1.3.1. İrem'in Görüşmedeki Geometrik Cisimler Alt Öğrenme Alanındaki Sözcük Kullanımı. İrem'in açıklamalar sırasında kullandığı bir eylem veya süreç varsa parantez içinde belirtilmiştir. İrem'in geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımının ağırlıklı olarak nesne temelli olduğu tespit edilmiştir.

Öğrencinin geometrik cisimler ile ilgili nesne temelli sözcük kullanımlarına ait örnekler aşağıdaki alıntılarda verilmiştir.

İ: Prizma, tüm yüzeyleri üçgendir fakat tabanı istediği şekil olabilir; kare de olabilir, üçgende olabilir, diyelim altıgende olabilir hiç fark etmez. Ben c diye işaretledim.

İ: Koni zaten hani parti şapkalarındaki gibi, şöyle alt tabanı daire ve üst kısımdan iki çizgi geçiyor. Onu c diye işaretledim.

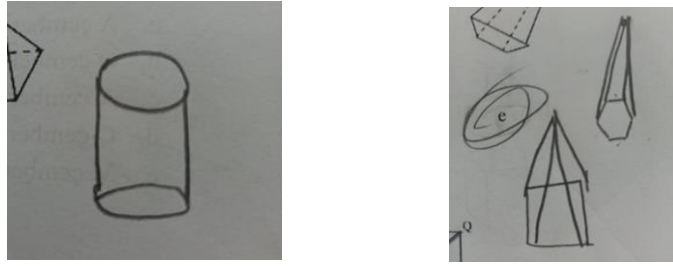
İ: Silindir dediğim gibi.. u bunu nasıl açıklayayım... İşte tabanları daire olan 3 yüzlü olan bir, işte kenarları köşeleri olmayan bir şekil...

Arş: Piramit nedir peki genel olarak açıklamak istersen?

İ: İşte yüzeyleri üçgendir. Tabanı işte üçgende olabilir, karede ya da altıgen ya da beşgen de olabilir.

Yukarıdaki ifadelerden anlaşılacağı üzere, öğrencinin herhangi bir eyleme, sürece yer vermeden, şekil çizmeden, kavrama ilişkin ifadeler kullandığı, bu yüzden üçgen ve dikdörtgeni matematiksel bir nesne olarak kullandığı belirlenmiştir.

4.2.2.1.3.2. İrem'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki görsel araçları. İrem'in geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki görsel araçları aşağıda verilmiştir.



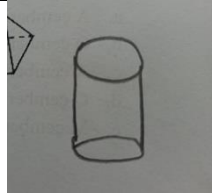
Şekil 4.12. İrem'in silindir ve piramit çizimleri

Yukarıdaki şekillerde İrem'in silindir ve piramit ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Şekil 4.14.' te öğrencinin prototip sayılabilecek kare piramit çiziminin yanına, altıgen piramit çizmiştir. Bu durum öğrencinin piramitle ilgili prototip örneklerin dışına çıkabildiğini göstermektedir.

4.2.2.1.3.3. İrem'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki rutinleri. İrem ile gerçekleştirilen görüşmede çember ve daire alt öğrenme alanında kullandığı herhangi bir rutin belirlenmemiştir.

4.2.2.1.3.4. İrem'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki anlatıları. İrem'in geometrik cisimler alt öğrenme alanı ile ilgili tasdik edilmiş anlatıları; sözcük kullanımı, görsel araçları ve rutinlerinden yararlanılarak belirlenmiştir. Aşağıdaki tabloda İrem'in anlatıları, anlatısını tasdik eden sözcük kullanımı, varsa tasdik eden rutin ve tasdik eden görsel araçları verilmiştir.

Tablo 4.14. İrem'in Geometrik Cisimler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu

Anlatı	Tasdik Eden Sözcük Kullanımı	Tasdik Eden Rutin	Tasdik Eden Görsel Aracı
Silindir tabanları daire, 3 yüzlü, köşesiz bir cisimdir.	İ: Silindir dediğim gibi.. ı bunu nasıl açıklayayım... işte tabanları daire olan 3 yüzlü olan bir, işte kenarları köşeleri olmayan bir..		
Piramidin yan yüzleri üçgendir, tabanları kare, altıgen, beşgen olabilir.	İ: ...işte yüzeyleri üçgendir. Tabanı işte üçgende olabilir, karede ya da altıgen ya da beşgen de olabilir.		

İrem'in geometrik cisimler ile ilgili tasdik edilmiş anlatı tablosuna bakıldığında, öğrencinin “*Silindir tabanları daire, 3 yüzlü, köşesiz bir cisimdir.*” anlatısında görüldüğü üzere silindirin tabanlarının daire olduğundan bahsettiği ancak tabanların eş olduğundan bahsetmediği, köşesiz bir cisim olduğuna değindiği görülmektedir. Öğrencinin piramit ile ilgili anlatısında ise “*Piramidin yan yüzleri üçgendir, tabanları kare, altıgen, beşgen olabilir.*” yan yüzlerinin üçgen olduğu ve tabanlarının farklı şekillerden oluşabileceğini belirttiği görülmektedir. Öğrencinin ifadelerinde eksiklikler olsa da silindirin ve piramidin özelliklerinden bahsedebildiği görülmektedir. Dolayısıyla geometrik cisimler alt öğrenme alanı ile ilgili 2. geometrik düşünme düzeyinde bilgilere sahip olduğu söylenebilir.

4.2.2.2. Geometrik düşünme düzeyi 2 olan Halil'in matematiksel söylemleri.

“Global Van Hiele Soru Formu” üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler alt öğrenme alanlarından eşit sayıda soru içermektedir. Bu bölümde, Arda'nın görüşmede “Global Van Hiele Soru Formu”ndaki ilk 30 soruya verdiği cevapların açıklamaları üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler alt öğrenme alanlarına göre gruplandırılarak elde edilen matematiksel söylemler aşağıdaki alt başlıklarda detaylandırılmıştır.

4.2.2.2.1. Halil'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri. “Global Van Hiele Soru Formu” nun ilk 30 sorusundaki 1. , 2. , 3. , 4. , 5. ,16. ,17. , 18. , 19. , 20. sorular üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili sorulardır. Bu bölümde, Halil'in görüşmedeki 1. , 2. , 3. , 4. , 5. ,16. ,17. , 18. , 19. , 20. sorulara verdiği cevaplarından elde edilen matematiksel söylemler sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler ve tasdik edilmiş anlatılar alt başlıklarında aşağıda sunulmuştur.

4.2.2.2.1.1. Halil'in Görüşmedeki Üçgenler ve Dörtgenler Alt Öğrenme Alanındaki Sözcük Kullanımı.

Halil'in açıklamalar sırasında kullandığı bir eylem veya süreç varsa parantez içinde belirtilmiştir. Halil'in üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımının ağırlıklı olarak nesne temelli olduğu tespit edilmiştir.

Öğrencinin dikdörtgen ve kare ile ilgili nesne temelli sözcük kullanımlarına dair örnekler aşağıdaki alıntılarda verilmiştir.

H: ... dikdörtgenlerin 2 tane kısa 2 tane de uzun kenarı olmak zorunda. Tüm açıları ise 360 dereceyi vermek zorunda.

H: kare dikdörtgenlerin özelleştirilmiş bir halidir. G oluyor kare, hem kenarları eşit, hem de açılarının toplamı 360 dereceyi veriyor.

Öğrencinin paralelkenar ile ilgili süreç temelli sözcük kullanımına dair örnek aşağıdaki alıntıda verilmiştir.

(20.soruda paralelkenar ile ilgili seçeneklerden hangisinin doğru olduğunu açıklarken b şıkkındaki “Köşegenler birbirine eşittir” ifadesini okuduğunda)

H: ... baktığımızda hayır birbirlerine eşit değiller. (Köşegenlerin eşit olmadığını şekil üzerinde çizerek göstermiştir.)

Yukarıdaki alıntıda da görüldüğü gibi öğrenci bir eyleme, sürece yer vermeden, şekil çizmeden, kavrama ilişkin ifadeler kullandığı görülmektedir. Bu yüzden dikdörtgen ve kareyi matematiksel bir nesne olarak kullanmıştır.

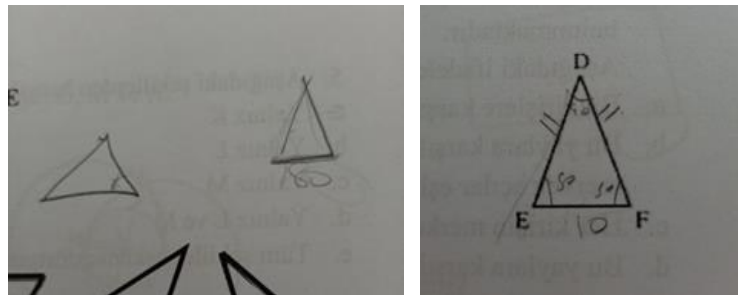
Öğrenci köşegenlerin eşitliğini şekil üzerinde çizerek gösterdiği için sözcük kullanımı süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

Öğrencinin matematiksel söylemlerinin bazı kısımlarında sözcük kullanımının hem nesne hem de süreç temelli olduğu tespit edilmiştir. Eşkenar dörtgen ile ilgili hem nesne hem de süreç temelli bir alıntıya örnek aşağıda verilmiştir.

H: Eşkenar dörtgenlere değinirsek tüm kenarları eş ve açıları ise karşılıklı açıları birbirine eşittir. İfadelerden her zaman yanlış olanı soruyor. (a şıkkını okur) Köşegenler aynı uzunluktadır. Bakalım, bir köşegen buraya bir köşegen buraya aynı uzunlukta değiller. Bu şık olabilir diğerlerine bakalım.

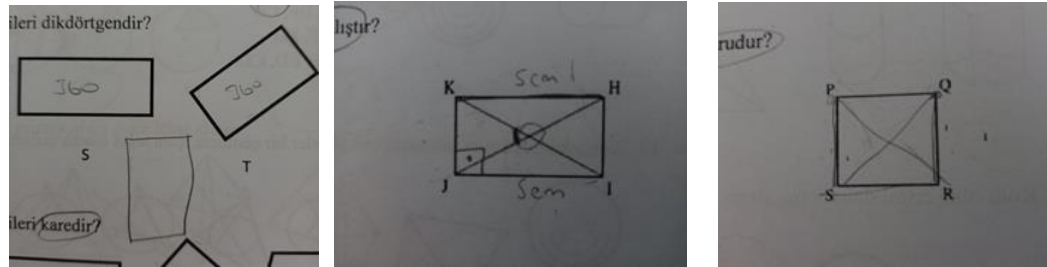
Yukarıdaki alıntıda görüldüğü gibi öğrenci eşkenar dörtgeni önce soyut bir biçimde ifade etmiş yani herhangi bir sürece yer vermeden matematiksel bir nesne olarak kullanmıştır. Sonra ise köşegenlerin dik aynı uzunlukta olup olmadığını incelerken şekil üzerinde köşegenleri çizmiştir. Şekil üzerinde çizimler yaptığı için bu kısım süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

4.2.2.2.1.2. Halil'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki görsel araçları. Halil'in üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki görsel araçları aşağıda verilmiştir.



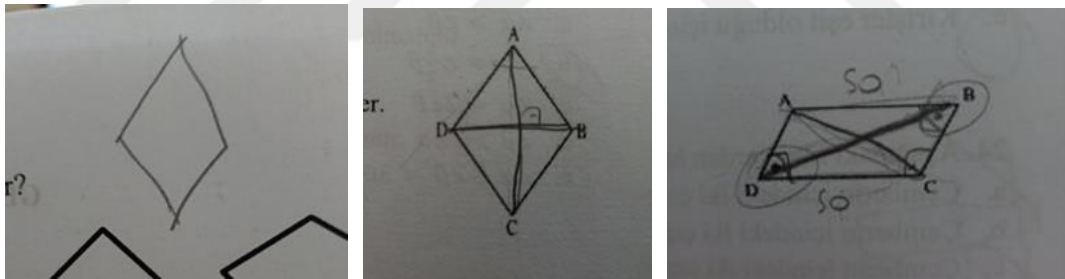
Şekil 4.13. Halil'in üçgen çizimleri

Yukarıdaki şekilde Halil'in üçgen ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Bu görsel araçlara bakıldığında öğrencinin farklı üçgenler çizebildiği, ikizkenar üçgende kenar-açı özelliklerini bildiği görülmektedir.



Şekil 4.14. Halil'in dikdörtgen çizimleri ve karede köşegen çizimi

Yukarıdaki şekillerde Halil'in dikdörtgen ve kare ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Bu görsel araçlara bakılarak öğrencinin derslerde ve kitaplarda sıkça karşısına çıkan prototip, dikdörtgen çizimi yaptığı söylenebilir. Öğrencinin dikdörtgen ve karenin köşegenlerini çizdiği, dikdörtgenin bir açısına diklik sembolü koyduğu ve dikdörtgenin karşılıklı iki kenarına aynı uzunluğu yazdığı görülmektedir. Ancak karenin köşegenleri arasında oluşan açığa diklik sembolü koymadığı görülmektedir.



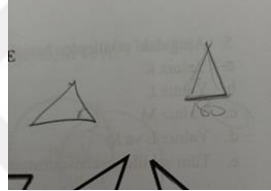
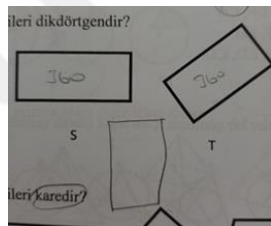
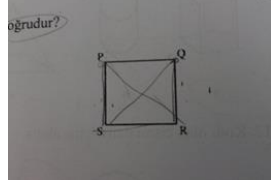
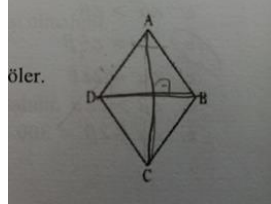
Şekil 4.15. Halil'in eşkenar dörtgen çizimleri ve paralelkenar çizimi

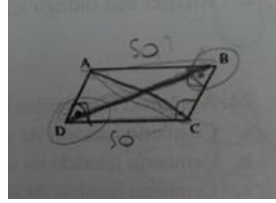
Yukarıdaki şekillerde Halil'in paralelkenar ve eşkenar dörtgen ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Bu görsel araçlara bakıldığında öğrencinin Şekil 4.18. ve Şekil 4.19.'da paralelkenar ve eşkenar dörtgenin köşegenlerini çizdiği ve eşkenar dörtgende köşegenler arasında oluşan açığa diklik sembolü koyduğu görülmektedir. Şekil 4.19.'da öğrencinin paralelkenarın karşılıklı açılara aynı açı sembolünü koyduğu ve karşılıklı kenarlarına aynı sayıyı yazdığı görülmektedir. Buradan yola çıkarak öğrencinin eşkenar dörtgenin köşegenlerinin dik kesiştiği, paralelkenarın karşılıklı açılarının ve kenarlarının birbirine eşit olduğu bilgisine sahip olduğu söylenebilir.

4.2.2.2.1.3. Halil'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki rutinleri. Halil ile gerçekleştirilen görüşmede üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanında kullandığı herhangi bir rutin belirlenmemiştir.

4.2.2.2.1.4. Halil'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki anlatıları. Halil'in üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili tasdik edilmiş anlatıları; sözcük kullanımı, görsel araçları ve rutinlerinden yararlanılarak belirlenmiştir. Aşağıdaki tabloda Halil'in anlatıları, anlatısını tasdik eden sözcük kullanımı, varsa tasdik eden rutin ve tasdik eden görsel araçları verilmiştir.

Tablo 4.15. Halil'in Üçgenler ve Dörtgenler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu

Anlatı	Tasdik Eden Sözcük Kullanımı	Tasdik Eden Rutin	Tasdik Eden Görsel Aracı
Üçgenin 3 kenarı vardır, 2 kenarı birbirine eşittir. Tüm açıları 180'dir.	H: Kenarları.. üçgenin 3 tane kenarı oluyor ve bu iki tane kenarı birbirine eşit. Buraya da taban diyoruz. Evet ve tüm açıları 180 i vermek zorunda.		
Dikdörtgenlerin 2 tane kısa 2 tane de uzun kenarı vardır ve tüm açıları 360 derecedir.	H: ...dikdörtgenlerin 2 tane kısa 2 tane de uzun kenarı olmak zorunda. Tüm açıları ise 360 dereceyi vermek zorunda.		
Kare dikdörtgenin özelleştirilmiş bir halidir ve açıları toplamı 360 derecedir.	H: kare dikdörtgenlerin özelleştirilmiş bir halidir. G oluyor kare, hem kenarları eşit, hem de açıların toplamı 360 dereceyi veriyor.		
Eşkenar dörtgenin tüm kenarları birbirine eşittir ve açıları eşittir.	H: Eşkenar dörtgenlerin bir özelliği var tüm kenarların hepsi birbirine eşit olmak zorunda ve açıları ise eşittir.		
Eşkenar dörtgenin köşegenleri aynı uzunlukta değildir ve köşegenler dik kesişir.	H:..Bakalım, bir köşegen buraya bir köşegen buraya aynı uzunlukta değildir. ... Evet burada bir dik açı oluyor		

Paralelkenar, karşılıklı kenarların eşit bir şekilde birbirine bakmasıdır ve köşegenleri birbirine dik değildir.	H: Paralelkenar dediğimiz karşılıklı kenarların birbirlerine bakmaları, eşit bir şekilde bakmaları. H: Köşegenler birbirine dik değildir.	
--	--	---

Halil'in üçgenler ve dörtgenler ile ilgili tasdik edilmiş anlatı tablosuna bakıldığında, öğrencinin üçgen ile ilgili anlatısında *"Üçgenin 3 kenarı vardır, 2 kenarı birbirine eşittir. Tüm açıları 180'dir."* görüldüğü üzere, ikizkenar üçgenin özelliğini tüm üçgenlere genelleyip iki kenarın eşit olduğunu ifade ettiği görülmektedir. Bu yüzden üçgenle ilgili yanlış bilgiye sahip olduğu veya fazla genelleme yaptığı söylenebilir. Dikdörtgenle ilgili anlatısında *"Dikdörtgenlerin 2 tane kısa 2 tane de uzun kenarı vardır ve tüm açıları 360 derecedir."* ise dikdörtgenin kısa ve uzun kenarlarından sayısından bahsettiği ancak karşılıklı kenarların birbirine eş olduğundan bahsetmediği gözlenmiştir. Öğrencinin dikdörtgenin tüm açılarına 360 derece dediği, *"dikdörtgenin iç açıları toplamı 360 derecedir"* şeklinde detaylı açıklama yapmadığı görülmektedir. Kare ilgili anlatısında *"Kare dikdörtgenin özelleştirilmiş bir halidir ve açıları toplamı 360 derecedir."* karenin dikdörtgenin özel bir hali olduğunu belirterek kare ile ilgili 3. geometrik düşünme düzeyinde bir ifade kullanmış, bunun yanında karenin iç açıları toplamının 360 derece olduğunu belirtmiştir.

Öğrencinin eşkenar dörtgenle ilgili anlatısında *"Eşkenar dörtgenin köşegenleri aynı uzunlukta değildir ve köşegenler dik kesişir."* ise kenarlarının ve açılarının eş olduğunu ifade ettiği görülmektedir. Buradan eşkenar dörtgenin açılarıyla ilgili yanlış bilgiye sahip olduğu söylenebilir. Eşkenar dörtgenin köşegenleriyle ilgili ise dik kesiştiği ve köşegenlerin aynı uzunlukta olmadığı bilgilerine sahip olduğu belirlenmiştir. Köşegenle ilgili bu ifadelerinin doğru olduğu gözlenmiştir.

Öğrencinin paralelkenar ile ilgili anlatılarına bakıldığında ise *"Paralelkenar, karşılıklı kenarların eşit bir şekilde birbirine bakmasıdır ve köşegenleri birbirine dik değildir."* paralelliği, karşılıklı kenarların eşit bir şekilde birbirine bakması olarak ifade ettiği görülmektedir. Öğrencinin bu ifadesinin daha çok günlük yaşam dilinde olduğu söylenebilir. Bunun yanında paralelkenarın köşegenlerinin dik kesişmediğini ifade ettiği görülmektedir. Köşegenlerin kesişimiyle ilgili doğru bilgiye sahip olduğu gözlenmiştir.

Bu anlatılardan öğrencinin şekillerin özellikleri ile ilgili hem doğru hem de yanlış ifadeler kullanabildiği belirlenmiştir. Yanlış ifadeleri olsa da şekillerin özelliklerinden

bahsedebildiği için genellikle 2.geometrik düşünme düzeyine uygun ifadeler kullandığı belirlenmiştir. Bunun yanında kare ve dikdörtgen arasındaki hiyerarşik ilişkiden bahsettiği ve 3.geometrik düşünme düzeyine uygun ifade kullanabildiği de söylenebilir.

4.2.2.2.2. Halil'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri. “Global Van Hiele Soru Formu” nun ilk 30 sorusundaki 6. , 7. , 8. , 9. , 10. ,21. ,22. , 23. , 24. , 25. sorular üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili sorulardır. Bu bölümde, Halil'in görüşmedeki 6. , 7. , 8. , 9. , 10. ,21. ,22. , 23. , 24. , 25. sorulara verdiği cevaplarından elde edilen matematiksel söylemler sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler ve tasdik edilmiş anlatılar alt başlıklarında aşağıda sunulmuştur.

4.2.2.2.2.1. Halil'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı. Halil'in açıklamalar sırasında kullandığı bir eylem veya süreç varsa parantez içinde belirtilmiştir. Halil'in çember ve daire alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı nesne ve süreç temelli olarak incelendiğinde hemen hemen eşit dağılım gösterdiği tespit edilmiştir.

Öğrencinin çember ve daire ile ilgili nesne temelli sözcük kullanımına ait örnek aşağıdaki alıntıda verilmiştir. Öğrenci bu alıntıda herhangi bir eyleme, sürece yer vermeden, şekil çizmeden, çembere teğet bir şekilde çizilmiş olan dikdörtgeni, matematiksel bir nesne olarak kullanmıştır.

(21.sorunun b seçeneğindeki çembere içten teğet dikdörtgenin iç açıları toplamını anlatırken)

H: Dikdörtgenin açıları toplamı 360 derecedir, yani teğetin içinde olsa bile aynı olmak zorundadır. Bu yüzden cevabımız b.

Öğrencinin daire dilimi ile ilgili süreç temelli sözcük kullanımına dair örnek aşağıdaki alıntıda verilmiştir.

H: Daire dilimi yani şöyle bir yuvarlak ve merkez açıdan bir dilimdir. Yani cevabımız D şıkkı oluyor.(Daire dilimini anlatırken sorunun yanına daire dilimi çizmiştir.)

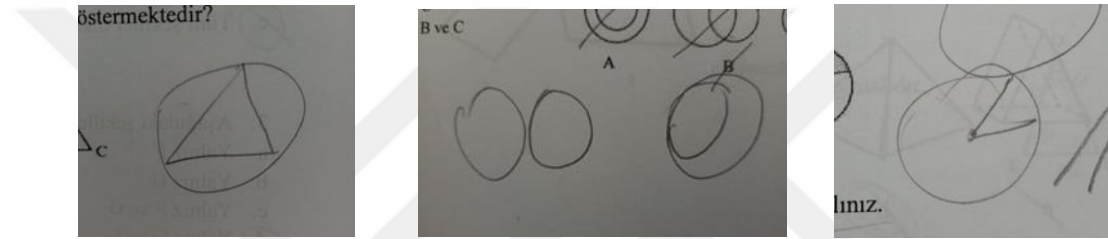
Yukarıdaki alıntıda da görüldüğü gibi öğrenci daire dilimini şekil üzerinde çizerek gösterdiği için sözcük kullanımı süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

Öğrencinin matematiksel söylemlerinin bazı kısımlarında sözcük kullanımının hem nesne hem de süreç temelli olduğu tespit edilmiştir. Çembere içten teğet üçgen çizimi ile ilgili hem nesne hem de süreç temelli bir alıntıya örnek aşağıda verilmiştir.

H: Çembere içten teğet dediği için dışı çember olmak zorunda ve tüm kenarları çembere değmek zorunda yani mesela şöyle bir ifade olabilir (Çembere üçten teğet üçgen çizmiştir.).

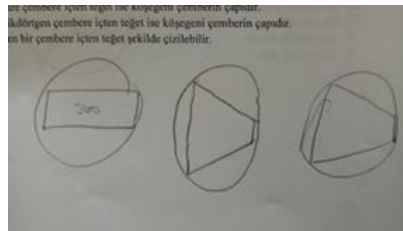
Yukarıdaki alıntıda görüldüğü gibi öğrenci çembere içten teğet üçgeni önce soyut bir biçimde ifade etmiş yani herhangi bir sürece yer vermeden matematiksel bir nesne olarak kullanmıştır. Sonra ise örnek vermek için çembere içten teğet üçgen çizmiştir. Çizim yaptığı için bu kısım süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

4.2.2.2.2. Halil'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki görsel araçları. Halil'in çember ve daire alt öğrenme alanındaki görsel araçları aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.16. Halil'in çembere içten teğet üçgen, teğet çemberler ve daire dilimi çizimleri

Yukarıdaki şekillerde Halil'in çembere içten teğet üçgen, teğet çember ve daire dilimi ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Bu görsel araçlara bakıldığında öğrencinin doğru çizimler yaptığı görülmektedir. Şekil 4.16.' da öğrencinin, içten teğet üçgenin köşelerinin çembere değdiği, çemberlerin içten ve dıştan teğet olabileceği, daire diliminin çemberin merkezinden çizileceği bilgilerine sahip olduğu gözlenmiştir.



Şekil 4.17. Halil'in çember ile ilgili diğer çizimleri

Yukarıdaki şekilde Halil'in çembere içten teğet dikdörtgen ve yamuk çizimi ile ilgili görsel aracı verilmiştir. Halil'in çembere içten teğet şekillerde tüm köşelerin çembere değmesi gerektiği bilgisine sahip olduğu gözlenmiştir.

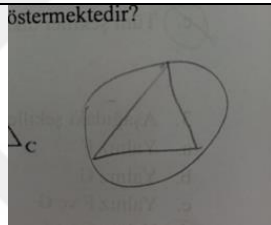
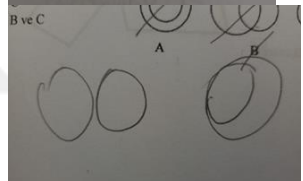
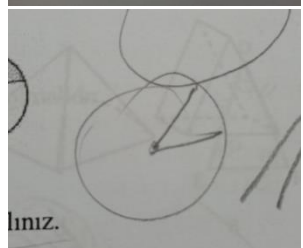
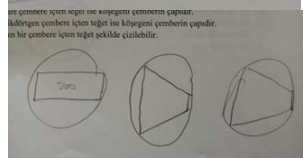
4.2.2.2.3. Halil'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki rutinleri.

Halil ile gerçekleştirilen görüşmede çember ve daire alt öğrenme alanı ile ilgili kullandığı bir rutin belirlenememiştir.

4.2.2.2.4. Halil'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki anlatıları.

Halil'in çember ve daire alt öğrenme alanı ile ilgili tasdik edilmiş anlatıları; sözcük kullanımı, görsel araçları ve rutinlerinden yararlanılarak belirlenmiştir. Aşağıdaki tabloda Halil'in anlatıları, anlatısını tasdik eden sözcük kullanımı, varsa tasdik eden rutin ve tasdik eden görsel araçları verilmiştir.

Tablo 4.16. Halil'in Çember ve Daire Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu

Anlatı	Tasdik Eden Sözcük Kullanımı	Tasdik Eden Rutin	Tasdik Eden Görsel Aracı
Şeklin tüm kenarları çembere değerse ve dışı çember olursa içten teğet olur.	H: çembere içten teğet dediği için dışı çember olmak zorunda ve tüm kenarları çembere değmek zorunda yani mesela şöyle bir ifade olabilir.		
Çemberler birbirlerine değmeli. İçten ve dıştan teğet olabilir.	H: teğet çemberi yani şöyle, şöyle olabilir. Birbirlerine değmeleri gerek ve şöyle de olabilir. Buna dıştan teğet buna da içten teğet diyoruz.		
Daire dilimi merkez açıdan bir dilimdir.	H: Daire dilimi yani şöyle bir yuvarlak ve merkez açıdan bir dilimdir.		
Dikdörtgenin açıları toplamı çembere teğet olduğunda bile 360 derecedir.	H: ...dikdörtgenin açıları toplamı 360 derecedir, yani teğetin içinde olsa bile aynı olmak zorundadır.		

Halil'in çember ve daire ile ilgili tasdik edilmiş anlatı tablosuna bakıldığında, öğrencinin anlatısında “Şeklin tüm kenarları çembere değerse ve dışı çember olursa içten teğet olur.” görüldüğü üzere öğrenci çembere içten teğet üçgenin köşelerinin çembere değdiği bilgisine sahiptir. Teğet çemberler ile ilgili anlatısında “Çemberler birbirlerine değmeli. İçten ve dıştan teğet olabilir.” çemberlerin içten ve dıştan teğet olabileceği bilgisine sahip olduğu görülmektedir. Daire dilimi ile ilgili anlatısında “Daire dilimi merkez açıdan

bir dilimdir.” daire diliminin merkezden oluşturulması gerektiği ve “Dikdörtgenin açıları toplamı çembere teğet olduğunda bile 360 derecedir.” çembere içten teğet dikdörtgenin açıları toplamının değişmediği bilgilerine sahip olduğu görülmektedir. Bu bilgilerden yola çıkarak öğrencinin çember ve daire alt öğrenme alanında 2. geometrik düşünme düzeyinde bilgilere sahip olduğu söylenebilir.

4.2.2.2.3. Halil’in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri. “Global Van Hiele Soru Formu” nun ilk 30 sorusundaki 11. , 12. , 13. , 14. , 15. , 26. , 27. , 28. , 29. , 30. sorular üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili sorulardır. Bu bölümde, Halil’in görüşmedeki 11. , 12. , 13. , 14. , 15. , 26. , 27. , 28. , 29. , 30. sorulara verdiği cevaplarından elde edilen matematiksel söylemler sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler ve tasdik edilmiş anlatılar alt başlıklarında aşağıda sunulmuştur.

4.2.2.2.3.1. Halil’in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı. Halil’in açıklamalar sırasında kullandığı bir eylem veya süreç varsa parantez içinde belirtilmiştir. Halil’in geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımının ağırlıklı olarak süreç temelli olduğu tespit edilmiştir.

Öğrencinin küp ile ilgili süreç temelli sözcük kullanımına dair örnek aşağıdaki alıntıda verilmiştir.

H: Bi küp..., yani kaç yüze sahip olduğunu soruyor. Buradan bakalım 1,2,3,4,5,6.. 6 tane yüze sahiptir küp. (Çizdiği küp şekli üzerinden yüzleri saymıştır.)

Yukarıdaki alıntıda da görüldüğü gibi öğrenci küpün yüzlerini şekil üzerinde sayarak göstermiştir yani bir süreç, bir eylem olduğu görülmektedir. Sözcük kullanımı süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

Öğrencinin piramit ile ilgili süreç temelli sözcük kullanımına dair örnek aşağıdaki alıntıda verilmiştir.

H: Hangisi piramittir diyor. Piramidin tabanı karesel bir bölgeydi ve baktığımızda bir noktaya.. ee üçgenler sanki oraya birleşmiş gibi görüldüğü için a şıkkı olamaz. (Karesel bir tabanı vardır dediği kısımda bir kare ve karenin üst kısmına bir nokta koymuş, piramit çizimini yarım bırakmıştır.)

Yukarıdaki alıntıda da görüldüğü gibi öğrenci piramidi şekil çizerek anlatmaya çalıştığı için sözcük kullanımı süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

Öğrencinin silindir ile ilgili süreç temelli sözcük kullanımına dair örnek aşağıdaki alıntıda verilmiştir.

H: Bir silindirin tabanları daireseldir, baktığımızda daireseller.(Daha önceden çizmiş olduğu dik dairesel silindir üzerinden tabanların dairesel olduğunu göstermiştir.)

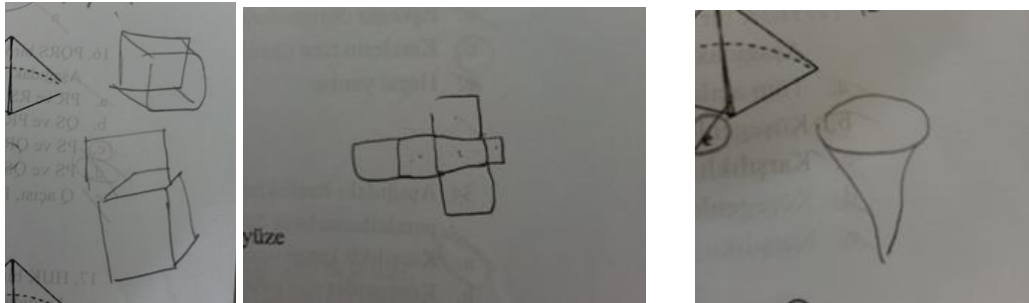
Yukarıdaki alıntıda da görüldüğü gibi öğrenci silindirin tabanlarını incelerken önce soruda silindir çizmiş, sonrasında soruyu açıklarken de dairesel olduğu kısmını şekil üzerinde göstermiştir. Öğrencinin sözcük kullanımı çizim ve eylem içerdiği için süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

Öğrencinin geometrik cisimler ile ilgili nesne temelli sözcük kullanımına ait aşağıdaki alıntıda verilmiştir.

H: Baktığımızda koni bir yuvarlak ve üstünde üçgen konulmuş gibi duran bir cisim.

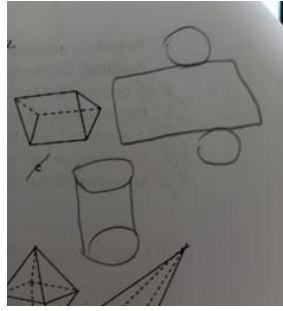
Öğrenci bu alıntıda koniyi herhangi bir eyleme, sürece yer vermeden, şekil çizmeden, kavrama ilişkin ifadeler kullanarak açıklamıştır. Bu yüzden dikdörtgen ve kareyi, matematiksel bir nesne olarak kullanmıştır.

4.2.2.2.3.2. Halil'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki görsel araçları. Halil'in geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki görsel araçları çizimlerden ve el hareketlerinden oluşmaktadır, bu çizimler ve el hareketleri aşağıda verilmiş ve açıklamaya çalışılmıştır.



Şekil 4.18. Halil'in prizma ve koni çizimleri

Yukarıdaki şekillerde Halil'in prizma ve koni ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Şekil 4.22.' de öğrencinin prizma ve koniyi doğru bir şekilde çizdiği görülmektedir. Şekil 4.22.' de öğrencinin prizma örneği olarak küp çizimi şeklin üst kısmında görülmektedir. Buradan öğrencinin küpün bir prizma olduğu bilgisine sahip olduğu söylenebilir. Bunun yanında Şekil 4.22.' deki küp açılımını incelendiğinde, öğrencinin küpün kenar uzunluklarını özensiz bir şekilde çizse de doğru bir açılım çizdiği görülmektedir. Şekil 4.22.' de öğrencinin koniyi doğru bir şekilde çizdiği görülmektedir.



Şekil 4.19. Halil'in silindir çizimleri



Şekil 4.20. Halil'in silindirin tabanlarının paralellliğini gösterdiği el hareketi

Yukarıdaki şekillerde Halil'in silindir ve silindirin tabanlarının paralellliği ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Şekil 4.19.' da öğrencinin silindiri ve açılımını doğru bir şekilde çizdiği görülmektedir. Şekil 4.20.' de öğrencinin silindirin tabanlarının paralellliğini anlatırken el hareketi kullandığı ve bu hareketin doğru olduğu görülmektedir.

4.2.2.2.3.3. Halil'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki rutinleri. Halil ile gerçekleştirilen görüşmede iki rutin kullandığı tespit edilmiştir. Bu rutinlerinden birisi 2 kez tekrarlanmış "Global Van Hiele Soru Formu" ndaki 14. ve 26. soruları açıklarken; diğeri de 2 kez tekrarlanmış "Global Van Hiele Soru Formu" ndaki 14. ve 27. soruları açıklarken ortaya çıkmıştır. Aşağıdaki tabloda Halil'in görüşmede kullandığı rutin, nasıl ve ne zaman kullandığı tetikleyici ve kapanışları ile birlikte verilmiştir.

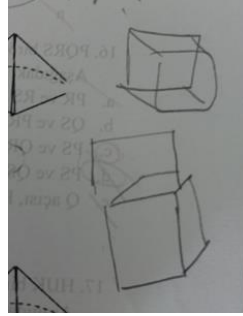
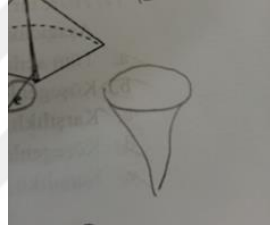
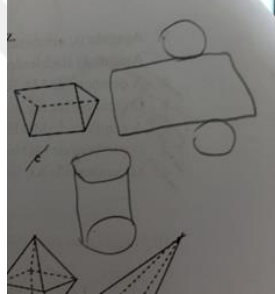
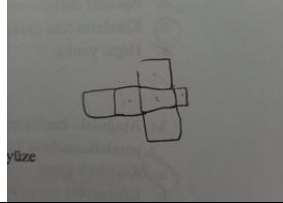
Tablo 4.17. Halil'in Geometrik Cisimlerle ilgili Rutin Tablosu

Tetikleyici	Rutin	Nasıl	Ne zaman	
			Uygulanabilirlik	Kapanış
1.14.sorunun açıklanmasının istenmesi	Geometrik cisimlerdeki tabanların paralellliğini el ile gösterme	Elleri karşılıklı ve dikey bir şekilde uzatarak paralellliği anlatıyor.	Silindirin tabanlarının birbirine paralel olduğunu anlatırken	Hareketi tamamladı, anlatıma devam etti.
2.26.sorunun açıklanmasının istenmesi			2 tabanı olan geometrik cisimlerin anlatımında	
1.14.sorunun açıklanmasının istenmesi	Dik dairesel silindir ve açılımının çizilmesi	Dik dairesel silindir ve açılımını yan yana – alt alta çiziyor.	Silindirin özelliklerinin anlatımında	Şekilleri çizip, şekiller üzerinden anlatımına devam etmiştir.
2.27.sorunun açıklanmasının istenmesi				

4.2.2.2.3.4. Halil'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki anlatıları. Halil'in geometrik cisimler alt öğrenme alanı ile ilgili tasdik edilmiş anlatıları; sözcük kullanımı, görsel araçları ve rutinlerinden yararlanılarak belirlenmiştir. Aşağıdaki

tabloda Halil'in anlatıları, anlatısını tasdik eden sözcük kullanımı, varsa tasdik eden rutin ve tasdik eden görsel araçları verilmiştir.

Tablo 4.18. *Halil'in Geometrik Cisimler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu*

Anlatı	Tasdik Eden Sözcük Kullanımı	Tasdik Eden Rutin	Tasdik Eden Görsel Aracı
Prizmanın tabanları birbirine eşit ve paraleldir.	H: Aşağıdaki cisimler arasından prizma olanı daire içine alınız diyor. Baktığımızda prizmaların kenarı... tabanları birbirlerine eşittir ve paralel olmak zorunda. Prizmanın yan yüzeyleri birbirlerine eşit oluyor.		
Koni yuvarlak ve üstüne üçgen koyulmuş gibi duran bir cisim.	H: Baktığımızda koni bir yuvarlak ve üstünde üçgen konulmuş gibi duran bir cisim.		
Silindirin iki tane birbirine eşit ve paralel dairesel tabanı vardır. Ortasında da bir dikdörtgen.	H: Silindirin 2 tane dairesel tabanı ve ortasında bir dikdörtgen vardır. ... Silindirin iki tane dairesel tabanı ve birbirlerine eşit.. bir tane de dikdörtgensel içi var.	Dik dairesel silindir ve açılımının çizilmesi	
		Geometrik cisimlerdeki tabanların paralellliğini el ile gösterme	
Bir küpün 6 yüzü vardır.	H: Bi küp..., yani kaç yüze sahip olduğunu soruyor. Buradan bakalım 1,2,3,4,5,6.. 6 tane yüze sahiptir küp.		

Halil'in geometrik cisimler ile ilgili tasdik edilmiş anlatı tablosuna bakıldığında, öğrencinin “Prizmanın tabanları birbirine eşit ve paraleldir.” ifadesinde görüldüğü üzere

anlatısında prizmanın tabanları ile ilgili doğru ifade kullandığı ancak yan yüzlerinden bahsetmediği görülmektedir. Koni ile ilgili anlatısına bakıldığında “*Koni yuvarlak ve üstüne üçgen koyulmuş gibi duran bir cisim.*” koniyi görünümünü ele alarak açıkladığı, özelliklerinden bahsetmediği görülmektedir. Silindir ve küp ile ilgili anlatılarında “*Silindirin iki tane birbirine eşit ve paralel dairesel tabanı vardır. Ortasında da bir dikdörtgen.*”, “*Bir küpün 6 yüzü vardır.*” silindirin taban özellikleri ve açınımı, küpün yüz sayısı ile ilgili bilgilere sahip olduğu görülmektedir. Bu bilgilerden yola çıkarak öğrencinin geometrik cisimler alt öğrenme alanında genellikle 2. geometrik düşünme düzeyinden bilgilere sahip olduğu söylenebilir. Bunun yanında koniyi sadece görünümünü ele alarak açıkladığı dikkate alınırsa koni ile ilgili geometrik düşünme düzeyinin 1 olduğu söylenebilir.

4.2.3. Geometrik Düşünme Düzeyi 3 Olan Öğrencilerin Söylemleri

Bu bölümde, çalışmanın ikinci alt problemi olan “Geometrik düşünme düzeyi 3 olan öğrencilerin söylemlerindeki farklılıklar nelerdir?” i yanıtlamak üzere “Global Van Hiele Soru Formu” na göre geometrik düşünme düzeyi 3 olarak belirlenen Deniz ve Pelin’in öğrencinin soru formundaki soruları açıklamaları üzerine yapılan görüşmelerdeki matematiksel söylemleri ile ilgili elde edilen bulgular ve yorumlar sunulmuştur. Bu bulgular “Geometrik Düşünme Düzeyi 3 Olan Deniz’in Matematiksel Söylemleri” ve “Geometrik Düşünme Düzeyi 3 Olan Pelin’in Matematiksel Söylemleri” başlıkları altında detaylandırılmıştır.

4.2.3.1. Geometrik düşünme düzeyi 3 olan Deniz’in matematiksel söylemleri.

“Global Van Hiele Soru Formu” üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler alt öğrenme alanlarından eşit sayıda soru içermektedir. Bu bölümde, Deniz’in görüşmede “Global Van Hiele Soru Formu” ndaki 45 soruya verdiği cevapların açıklamaları üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler alt öğrenme alanlarına göre gruplandırılarak elde edilen matematiksel söylemler aşağıdaki alt başlıklarda detaylandırılmıştır.

4.2.3.1.1. Deniz’in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri. “Global Van Hiele Soru Formu” nun 1. , 2. , 3. , 4. , 5. , 16. , 17. , 18. , 19. , 20. , 31. , 32. , 33. , 34. , 35. sorular üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili sorulardır. Bu bölümde, İrem’in görüşmedeki 1. , 2. , 3. , 4. , 5. , 16. , 17. , 18. , 19. , 20. , 31. , 32. , 33. , 34. , 35. sorulara verdiği cevaplarından elde edilen matematiksel söylemler

sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler ve tasdik edilmiş anlatılar alt başlıklarında aşağıda sunulmuştur.

4.2.3.1.1.1. *Deniz'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı.* Deniz'in açıklamalar sırasında kullandığı bir eylem veya süreç varsa parantez içinde belirtilmiştir. Deniz'in üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımının ağırlıklı olarak süreç temelli olduğu tespit edilmiştir.

Öğrencinin üçgen, dikdörtgen ve eşkenar dörtgen ile ilgili süreç temelli sözcük kullanımına ait örnekler aşağıdaki alıntılarda sırasıyla verilmiştir.

D: *Üçgen , ikizkenar üçgen, çeşitkenar üçgen olmak üzere.. veya dik üçgen gibi şekilleri vardır. Bunlar üçgen çeşitlerimizden birkaçıdır. (Üçgeni anlatırken üçgen çizimleri yapmıştır. İkizkenar, çeşitkenar ve dik üçgen üçgen çizmiştir.)*

D: *Şimdi dikdörtgenin özellikleri ne? Karşılıklı kenarları birbirine eşit, köşegenlerinin uzunlukları birbirlerine eşit, köşegenler birbirlerini dik kesmezler bu gibi özellikleri vardır. (Karşılıklı kenarların birbirine eşit olduğunu şekil üzerinden göstermiştir. Köşegenlerin uzunlukları birbirine eşit derken köşegenleri çizmiştir.*

(18.soruda eşkenar dörtgenin özellikleriyle ilgili hangisinin doğru olduğunu bulurken)

D: *Şimdi bir tane bu şekilden bağımsız çizelim, şu köşegenle sizce bu köşegen birbirlerine aynı uzunlukta mıdır? Sanki baktığımızda şuradan çizilen kenarımız, daha büyük gözükyor değil mi, bu yüzden köşegenlerimiz her zaman aynı uzunlukta olmazlar, a direk gider. (Eşkenar dörtgenin köşegenlerini çizerek birbirlerine eş olmadığını şekil üzerinde göstermiştir.)*

Yukarıdaki alıntılardan anlaşılabileceği üzere öğrenci soruyu açıklarken üçgen, dikdörtgen ve eşkenar dörtgende köşegenleri çizerek anlatım yaptığı için sözcük kullanımı süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

Öğrencinin kare, dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ile ilgili nesne temelli sözcük kullanımına dair örnek aşağıdaki alıntıda verilmiştir.

D: *"F kare midir?", diyemeyiz. Çünkü, dikdörtgen bir kare değildir ama kare bir dikdörtgen olduğu için F'yi alamayız. G'yi alamayız, pardon G'yi alabiliriz çünkü karenin ters dönmüş hali bu yüzden G'yi alırız. H'yi alamayız çünkü paralel kenar, bir kare değil. I'yı da alamayız çünkü eşkenar dörtgen de bir kare değil. Sadece G'yi aldığımız için cevap B olur.*

Yukarıdaki alıntıda da görüldüğü üzere kare, dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ile ilgili sözcük kullanımları süreç veya eylem içermeyip, kavrama ilişkin ifadeler

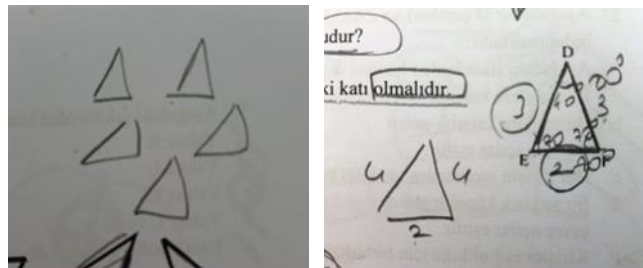
kullanarak açıklanmıştır. Bu yüzden matematiksel nesne şeklinde kullanılmıştır. Bu yüzden sözcük kullanımı nesne temelli olarak değerlendirilmiştir.

Öğrencinin matematiksel söylemlerinin bazı kısımlarında üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili sözcük kullanımının hem nesne hem de süreç temelli olduğu tespit edilmiştir. Çembere içten teğet üçgen çizimi ile ilgili hem nesne hem de süreç temelli bir alıntıya örnek aşağıda verilmiştir.

D: Evet bu doğru çünkü karenin tüm özellikleri dikdörtgenin özelliklerini göstermez ancak dikdörtgenin tüm özellikleri karelerin tüm özelliklerini gösterir. Şimdi mesela şöyle, dikdörtgenin karşılıklı kenarları birbirine eşit mi evet, karede de öyle değil mi karşılıklı kenarlar birbirlerine eşit mi evet. Mesela bu özellikler birbirleriyle, doğrultuda... Köşegenler eşit uzunlukta değil mi? Kare de de aynı şekilde köşegenler eşit uzunluktadır. Bu gibi özellikler, birbirleriyle eş oldukları için dikdörtgenlerin tüm özellikleri, tüm karelerin özellikleridir diyebiliriz. Ancak hatırlatmakta fayda var karelerin tüm özellikleri dikdörtgenlerin tüm özellikleri değildir. Mesela kareler tüm kenar uzunlukları birbirine eşittir ancak dikdörtgenin tüm kenar uzunlukları birbirlerine eşit olmadığı için a yı doğru kabul ediyoruz (Dikdörtgen ve kare çizimleri yaparak birbirleriyle karşılaştırmıştır).

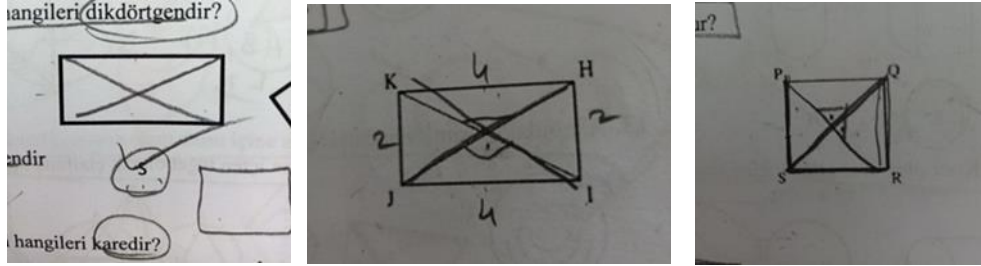
Yukarıdaki alıntıda görüldüğü gibi öğrenci ilk cümlede kare ve dikdörtgenin özellikleriyle ilgili soyut bir ifade kullanmış. Yani herhangi bir sürece yer vermeden matematiksel bir nesne olarak kullanmıştır. Sonra ise kare ve dikdörtgenin özelliklerini karşılaştırırken kare ve dikdörtgen çizerek, çizimler üzerinden özellikleri karşılaştırmıştır. Açıklamalarını çizim üzerinden yaptığı için bu kısım süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

4.2.3.1.1.2. Deniz'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki görsel araçları. Deniz'in üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki görsel araçları aşağıda verilmiştir.



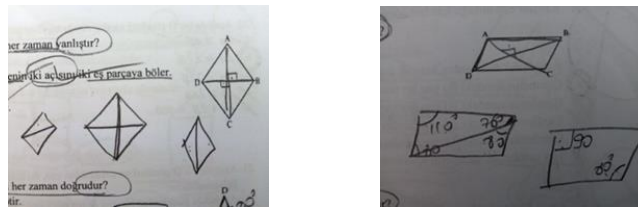
Şekil 4.21. Deniz'in üçgen çizimleri

Yukarıdaki şekilde Deniz'in üçgen ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Bu görsel araçlara bakıldığında öğrencinin farklı üçgenler çizebildiği, ikizkenar üçgende kenar-açı özelliklerini bildiği, detaylı bir şekilde şekil üzerinde açıları ve kenarları yazabildiği görülmektedir.



Şekil 4.22. Deniz'in dikdörtgen çizimleri ve karede köşegen çizimi

Yukarıdaki şekillerde Deniz'in dikdörtgen ve kare ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Şekil 4.22.'nin ilk görselinde kare çizimi görülmektedir. Öğrenci dikdörtgen örneği olarak kareyi çizmiştir. Deniz'in, karenin bir dikdörtgen olduğu bilgisine sahip olduğu söylenebilir. Buradan yola çıkarak, kareyle ilgili 3. geometrik düşünme düzeyinde bilgilere sahip olduğu söylenebilir. Bunun yanında Şekil 4.22.'de dikdörtgenin karşılıklı kenarlarına aynı sayıların yazıldığı, köşegenlerin doğru bir şekilde çizildiği görülmektedir. Öğrencinin dikdörtgenin kenar özelliklerini bildiği söylenebilir. Öğrencinin karenin köşegenlerini doğru bir şekilde çizdiği, karenin köşegenleri arasındaki açıya diklik sembolü koyduğu görülmektedir, öğrencinin karenin köşegenlerinin dik kesiştiği bilgisine sahip olduğu söylenebilir.



Şekil 4.23. Deniz'in eşkenar dörtgen ve paralelkenar çizimleri

Yukarıdaki şekillerde Deniz'in paralelkenar ve eşkenar dörtgen ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Bu görsel araçlara bakıldığında öğrencinin paralelkenar ve eşkenar dörtgenin köşegenlerinin doğru bir şekilde çizdiği ve eşkenar dörtgende köşegenler arasında oluşan açıya diklik sembolü koyduğu görülmektedir. Buradan öğrencinin eşkenar dörtgenin köşegenlerinin kesişimiyle ilgili doğru bilgiye sahip olduğu gözlenmiştir. Şekil 4.23.'te öğrencinin paralelkenarın karşılıklı açılarına farklı derecede açılar yazdığı görülmektedir,

buradan yola çıkarak öğrencinin paralelkenarın açıları ile ilgili yanlış bilgilere sahip olduğu gözlenmiştir.

Öğrencinin geometrik düşünme düzeyi “Global Van Hiele Soru Formu” na göre 3 olarak belirlense de bazı şekillerle ilgili 3.geometrik düşünme düzeyine uygun görsel araçlar kullanırken, bazı şekillerin özellikleriyle ilgili yanlış bilgilere sahip olduğu yani 2.geometrik düşünme düzeyinde şekillerin özelliklerini söyleyebilme ile ilgili problem yaşadığı söylenebilir.

4.2.3.1.1.3. *Deniz’in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki rutinleri.* Deniz ile gerçekleştirilen görüşmede üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanıyla ilgili 2 rutin kullandığı tespit edilmiştir. Bu rutinlerden biri 4 kez tekrarlanmış “Global Van Hiele Soru Formu” ndaki 3. , 17. , 33. , 34. soruları açıklarken; diğeri ise 2 kez tekrarlanmış “Global Van Hiele Soru Formu” ndaki 4. soruyu açıklarken ortaya çıkmıştır. Aşağıdaki tabloda Deniz’in görüşmede kullandığı rutin, nasıl ve ne zaman kullandığı tetikleyici ve kapanışları ile birlikte verilmiştir.

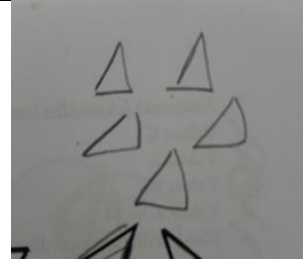
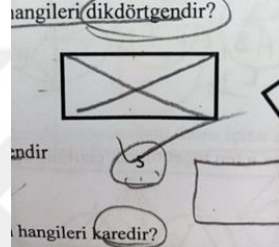
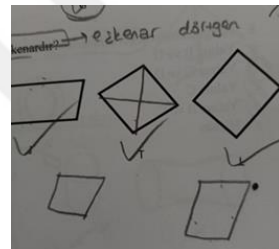
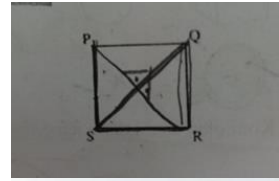
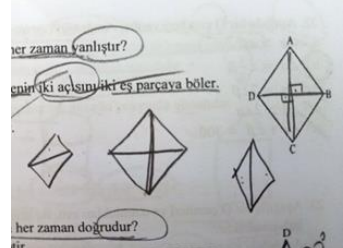
Tablo 4.19. *Deniz’in Üçgenler ve Dörtgenler ile ilgili Rutin Tablosu*

Tetikleyici	Rutin	Nasıl	Ne zaman	
			Uygulanabilirlik	Kapanış
1.Dikdörtgenin özelliklerinin sorulması	Dikdörtgenin kenarlarının eşit olduğunu şekil üzerinden	Sorudaki dikdörtgen şekli üzerinde önce uzun kenarların sonrada kısa kenarların birbirine eşit olduğunu göstermiş ve dikdörtgenin köşegenlerini çizmiştir.	Dikdörtgenin köşegenlerinin birbirine eşit olduğunu anlatırken	Köşegenleri çizmiş, çizim üzerinden anlatım yapmıştır.
2. 17.sorunun açıklanmasının istenmesi	gösterme ve köşegenlerini çizme		Dikdörtgenin köşegenlerinin dik olmadığını anlatırken	
3. 33. sorunun açıklanmasının istenmesi			Dikdörtgen ve karenin özelliklerini karşılaştırırken	
4.34. sorunun açıklanmasının istenmesi			Dikdörtgen ve paralelkenarın özelliklerini karşılaştırırken	
4.sorunun açıklanmasının istenmesi	Çapraz bir şekilde çizilmiş olan paralelkenarı a4 kağıdının alt kısmına paralel olacak şekilde çizme	Sorudaki paralelkenarları tekrar çizip, prototip görüşmelerine dönüştürmüştür.	Sorudaki T şeklinin görünümünü değiştirmiştir. Sorudaki L şeklinin görünümünü değiştirmiştir.	Paralelkenarları tekrar çizerek anlatımına devam etmiştir.

4.2.3.1.1.4. *Deniz’in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki anlatıları.* Deniz’in üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili tasdik edilmiş anlatıları; sözcük kullanımı, görsel araçları ve rutinlerinden yararlanılarak belirlenmiştir.

Aşağıdaki tabloda Deniz'in anlatıları, anlatısını tasdik eden sözcük kullanımı, varsa tasdik eden rutin ve tasdik eden görsel araçları verilmiştir.

Tablo 4.20. *Deniz'in Üçgenler ve Dörtgenler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu*

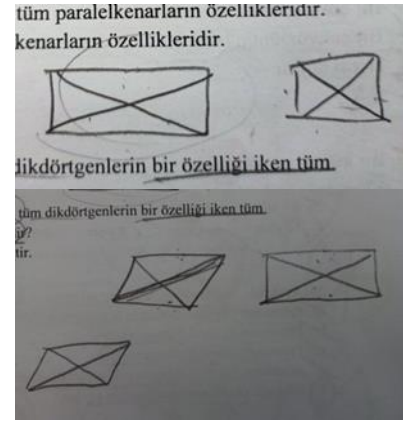
Anlatı	Tasdik Eden Sözcük Kullanımı	Tasdik Eden Rutin	Tasdik Eden Görsel Aracı
İkizkenar, çeşitkenar üçgen, dik üçgen gibi üçgen çeşitleri vardır.	D: Üçgen , ikizkenar üçgen, çeşitkenar üçgen olmak üzere.. veya dik üçgen gibi şekilleri vardır. Bunlar üçgen çeşitlerimizden birkaçıdır.		
Dikdörtgenin karşılıklı kenarları birbirine eşittir, köşegenlerin uzunlukları birbirlerine eşittir ve köşegenler birbirlerini dik kesmezler.	D: Karşılıklı kenarları birbirine eşit, köşegenlerinin uzunlukları birbirlerine eşit, köşegenler birbirlerini dik kesmezler bu gibi özellikleri vardır. ...	Dikdörtgenin kenarlarının eşit olduğunu şekil üzerinden gösterme ve köşegenlerini çizme	
Karşılıklı kenarları birbirine paralel olan şekiller paralelkenardır.	D: Mesela J de karşılıklı kenarlar birbirine paralel, J yi alabiliriz. T de de aynı şekilde, bunu şu şekilde düz bir zemine çizsek bu da paralelkenar olur. L de aynı şekilde, bunu da mesela şöyle çizersek burada da mesela karşılıklı kenarlar birbirine paralel olduğu için hepsi tüm şekiller paralelkenardır diyebiliriz.	Çapraz bir şekilde çizilmiş olan paralelkenarı a4 kağıdının alt kısmına paralel olacak şekilde çizme	
Kare de köşegenler birbirini dik keser.	D: QS ve PR, birbirlerine.. evet. Köşegenler birbirlerini dik kestiği için b ifademiz doğru olacaktır.		
Eşkenar dörtgenin köşegenleri eşit uzunlukta değildir, köşegenleri dik kesişir.	D: Şimdi bir tane bu şekilden bağımsız çizelim, şu köşegenle sizce bu köşegen birbirlerine aynı uzunlukta mıdır? Sanki baktığımızda şuradan çizilen kenarımız, daha büyük gözüküyor değil mi, bu yüzden köşegenlerimiz her zaman aynı uzunlukta olmazlar. evet bakın köşegenler birbirlerini dik kesiyorlar		

Her kare bir dikdörtgendir, her dikdörtgen bir kare değildir.

Paralelkenarda köşegen uzunlukları eşit değildir ancak dikdörtgende köşegen uzunlukları eşittir.

D: Karenin tüm özellikleri dikdörtgenin özelliklerini göstermez ancak dikdörtgenin tüm özelliklerini karelerin tüm özelliklerini gösterir.

D: Burada köşegenler sizce eşit uzunlukta mı yoksa şu kenarın köşegeni daha mı uzun gözüküyor, evet şu kenarın köşegeni daha uzun gözüküyor için her zaman bu ifade doğru olmaz ancak dikdörtgende bu doğrudur köşegenler eşit uzunluktadır. Ancak paralelkenar için geçerli olmadığı için b yi yanlış kabul ediyoruz.



Deniz'in üçgenler ve dörtgenler ile ilgili tasdik edilmiş anlatı tablosuna bakıldığında öğrencinin, üçgen ile ilgili anlatısında “*İkizkenar, çeşitkenar üçgen, dik üçgen gibi üçgen çeşitleri vardır.*” görüldüğü üzere, farklı üçgen çeşitlerinden bahsettiği görülmektedir. Dikdörtgen ile ilgili ise “*Dikdörtgenin karşılıklı kenarları birbirine eşittir, köşegenlerin uzunlukları birbirlerine eşittir ve köşegenler birbirlerini dik kesmezler.*” İfadesinde bulunmuştur. Burada kenarların özelliklerinden ve köşegenlerden bahsettiği gözlenmiştir. Bu ifadelerinin yanlış olmadığı ancak dikdörtgenin açılı özelliklerinden bahsetmediği görülmektedir. Bunun yanında öğrencinin dikdörtgen ve kare ile ilgili anlatısında “*Her kare bir dikdörtgendir, her dikdörtgen bir kare değildir.*” şekiller arasındaki hiyerarşik ilişkiden bahsettiği, 3.geometrik düşünme düzeyine uygun olduğu gözlenmiştir. Bunun yanında öğrencinin karenin köşegenlerinin kesişimiyle oluşan açıya dair doğru ifade kullandığı görülmektedir.

Paralelkenar ile ilgili ise “*Karşılıklı kenarları birbirine paralel olan şekiller paralelkenarlardır.*” şeklinde genelleme yaptığı görülmektedir. Buna ek olarak “*Paralelkenarda köşegen uzunlukları eşit değildir ancak dikdörtgende köşegen uzunlukları eşittir.*” anlatısıyla paralelkenar ve dikdörtgenin köşegenlerini kıyasladığı ve şekillerin köşegenleri ile ilgili doğru ifade kullandığı gözlenmiştir. Ancak “*Dikdörtgen paralelkenarın özel bir halidir*” şeklinde 3.geometrik düşünme düzeyini içeren ifade kullanmadığı görülmektedir. Eşkenar dörtgen ile ilgili anlatılarına bakıldığında ise “*Eşkenar dörtgenin köşegenleri eşit uzunlukta değildir, köşegenleri dik kesişir.*” köşegen özelliklerinden bahsedildiği görülmektedir. Öğrencinin eşkenar dörtgenin köşegenlerinin uzunluğu ve kesişimiyle ilgili doğru bilgiye sahip olduğu gözlenmiştir.

Öğrencinin 3.geometrik düşünme düzeyinde bulunmasına rağmen kare ve dikdörtgen arasındaki hiyerarşik ilişkiden bahsettiği ancak diğer şekiller arasındaki hiyerarşik ilişkiden

bahsetmediği görülmektedir. Paralelkenar, eşkenar dörtgen ile ilgili 3. geometrik düşünme düzeyine uygun ifadeler kullanmadığı söylenebilir.

4.2.3.1.2. Deniz'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri. “Global Van Hiele Soru Formu” nun 6. , 7. , 8. , 9. , 10. ,21. ,22. , 23. , 24. , 25. , 36. , 37. , 38. , 39. , 40. sorular üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili sorulardır. Bu bölümde, İrem'in görüşmedeki 6. , 7. , 8. , 9. , 10. ,21. ,22. , 23. , 24. , 25. , 36. , 37. , 38. , 39. , 40. sorulara verdiği cevaplarından elde edilen matematiksel söylemler sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler ve tasdik edilmiş anlatılar alt başlıklarında aşağıda sunulmuştur.

4.2.3.1.2.1. Deniz'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı. Deniz'in açıklamalar sırasında kullandığı bir eylem veya süreç varsa parantez içinde belirtilmiştir. Deniz'in çember ve daire alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımının süreç temelli olduğu tespit edilmiştir.

Öğrencinin kiriş, çap ve daire dilimi ile ilgili süreç temelli sözcük kullanımına ait örnekler aşağıdaki alıntılarda sırasıyla verilmiştir.

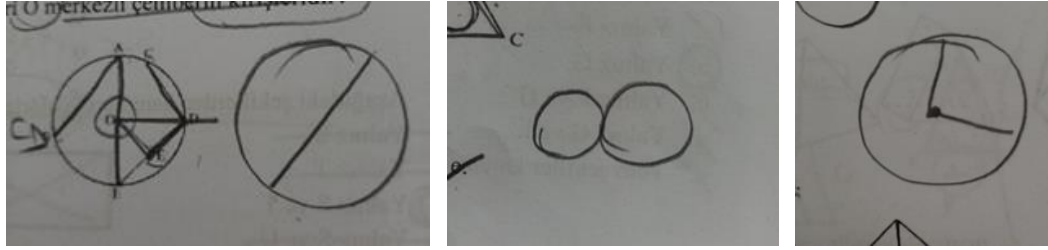
D: Kiriş... ilk önce bu kavrama bakalım kiriş çemberin içinden çizilen bir noktadan diğer noktaya çizilen doğru parçası. (Kirişi anlatırken bir çember çizip içerisinde kirişi oluşturmuştur.)

D: Çap bir dairenin içine çizilen bir doğru parçası. (Çap nedir sorusuna cevap verirken çember ve çap çizimi yapmıştır.)

D: Bir dairemiz var, daire dilimi olması için dairemizin noktasından bir dilim göstermesi gerekiyor. (Daire dilimini anlatırken daire çizimi yapıp, dairenin merkezini belirlemiş ve dairenin merkezine- dairenin noktası- demiştir.)

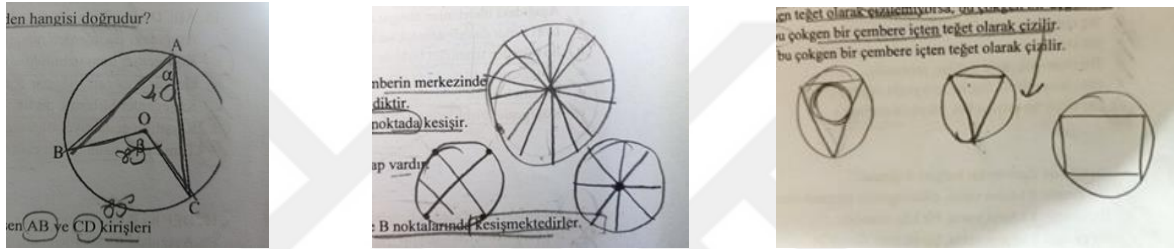
Yukarıdaki alıntıda da görüldüğü gibi öğrenci kiriş, çap ve daire dilimi kavramlarını açıklarken çizimler yapmıştır, bu yüzden sözcük kullanımı süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

4.2.3.1.2.2. Deniz'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki görsel araçları. Deniz'in çember ve daire alt öğrenme alanındaki görsel araçları aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.24. Deniz'in kiriş, teğet çember ve daire dilimi çizimi

Yukarıdaki şekillerde Deniz'in kiriş, teğet çember ve daire dilimi ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Bu görsel araçlara bakılarak öğrencinin kirişin çember üzerindeki iki noktanın birleşimiyle oluştuğunu, teğet çemberlerin bir noktada birbirlerine değdiği, daire diliminin dairenin merkezinden oluşturulduğu bilgilerine sahip olduğu gözlenmiştir.



Şekil 4.25. Deniz'in çevre açısı ve merkez açısı çizimi, çap ve çembere içten teğet üçgen ve kare çizimi

Yukarıdaki şekillerde Deniz'in çevre açısı ve merkez açısı, çap ve çembere içten teğet üçgen ve kare ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Bu görsel araçlara bakıldığında öğrencinin doğru çizimler yaptığı görülmektedir. Öğrencinin, çevre açısının merkez açısının yarısına eşit olduğu, farklı çap çizimlerinin merkezde kesiştiği, çembere içten teğet üçgenin ve karenin köşelerinin çembere değdiği bilgisine sahip olduğu görülmektedir.

4.2.3.1.2.3. Deniz'in Görüşmedeki Çember ve Daire Alt Öğrenme Alanındaki Rutinleri. Deniz ile gerçekleştirilen görüşmede çember ve daire alt öğrenme alanıyla ilgili bir rutin kullandığı tespit edilmiştir. Bu rutin 2 kez tekrarlanmış “Global Van Hiele Soru Formu” ndaki 9. ve 24. soruları açıklarken ortaya çıkmıştır. Aşağıdaki tabloda Deniz'in görüşmede kullandığı rutin, nasıl ve ne zaman kullandığı tetikleyici ve kapanışları ile birlikte verilmiştir.

Tablo 4.21. Deniz'in Çember ve Daire ile ilgili Rutin Tablosu

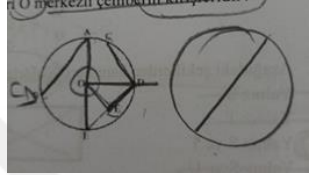
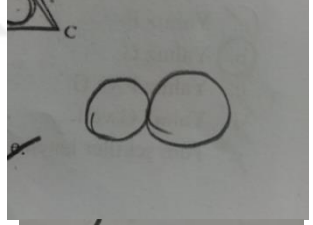
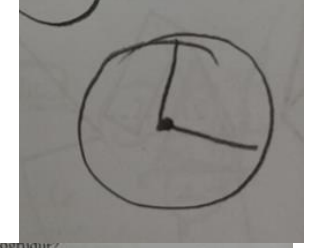
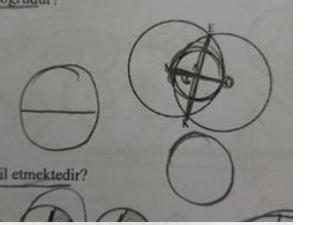
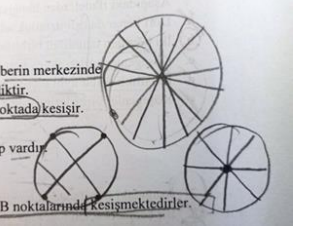
Tetikleyici	Rutin	Nasıl	Ne zaman	
			Uygulanabilirlik	Kapanış

1.çap nedir diye sorulması	Çember ve çap çizimi	Çember çizip içine çap ve çaplar çizmiştir.	Çapı anlatırken	Çember ve çap çizimleri yaparak anlatımını tamamlamıştır.
2.24.sorunun açıklanmasının istenmesi			Çapların çemberin merkezinde kesiştiğini anlatırken birden çok çap çizimi çapmıştır.	

4.2.3.1.2.4. Deniz'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki anlatıları.

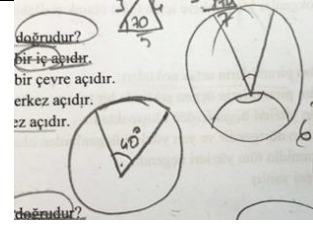
Deniz'in çember ve daire alt öğrenme alanı ile ilgili tasdik edilmiş anlatıları görüşmede kullandığı; sözcük kullanımı, görsel araçları ve rutinlerinden yararlanılarak belirlenmiştir. Aşağıdaki tabloda Deniz'in anlatıları, anlatısını tasdik eden sözcük kullanımı, tasdik eden rutin ve tasdik eden görsel araçları verilmiştir.

Tablo 4.35. Deniz'in Çember ve Daire Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu

Anlatı	Tasdik Eden Sözcük Kullanımı	Tasdik Eden Rutin	Tasdik Eden Görsel Aracı
Kiriş, çemberin içinden bir noktadan bir noktaya çizilen doğru parçasıdır.	D: Kiriş ... ilk önce bu kavrama bakalım giriş çemberin içinden çizilen bir noktadan diğer noktaya çizilen doğru parçası.		
Birbirleriyle yan yana olan, birbirlerine değen çizimler teğet çizimlerdir.	D: Teğet, birbirleriyle yan yana olan, birbirlerine değen çizimlere teğet diyoruz.		
Dairenin merkezinden bir dilim göstermesi gerekiyor.	D: Bir dairemiz var, daire dilimi olması için dairemizin noktasından bir dilim göstermesi gerekiyor.		
Çap bir dairenin içine çizilen doğru parçasıdır.	D: Çap bir dairenin içine çizilen bir doğru parçası	Çember ve çap çizimi	
Çaplar dairenin merkezinde kesişir.	D: Bir tane çap çizelim, bir tane daha çap çizelim. Bir tane daha, bir tane daha.. şöyle hepsi çemberin merkezinde birleştikleri için a ifademiz doğrudur.	Çember ve çap çizimi	

Çemberdeki merkez açı aynı zamanda iç açıdır.

D: şimdi bir tane çember çizelim, şöyle bir açı daha çizelim. Şimdi her merkez açı, aynı zamanda bir iç açıdır demiş, evet buraya hem merkez açı hem de iç açı diyebildiğimiz için a ifademiz her zaman doğrudur.



Deniz'in çember ve daire ile ilgili tasdik edilmiş anlatı tablosuna bakıldığında, öğrencinin girişle ilgili "*Kiriş, çemberin içinden bir noktadan bir noktaya çizilen doğru parçasıdır.*" anlatısında "çember üzerinden" yerine "*çember içinden*" diyerek yanlış ifade kullandığı görülmektedir. Matematiksel ifadelerin kullanımında eksiklikleri olduğu gözlenmiştir. Aynı sorun çap ile ilgili anlatısında "*Çap bir dairenin içine çizilen doğru parçasıdır.*" görülmektedir, öğrenci çapın çemberin merkezinden geçmesi gerektiğini belirtmemiştir. Ancak "*Çaplar dairenin merkezinde kesişir.*" anlatısıyla çapın merkezden geçtiği bilgisine sahip olduğu ortaya çıkmıştır.

Teğet çemberler ile ilgili anlatısında "*Birbirleriyle yan yana olan, birbirlerine değen çizimler teğet çizimlerdir.*" görüldüğü gibi çemberlerin birbirine değmesi gerektiğini belirtmiştir. Çemberde iç ve merkez açı ile ilgili ifadelerine bakıldığında ise "*Çemberdeki merkez açı aynı zamanda iç açıdır.*" merkez açının bir iç açı olduğunu belirterek. 3.geometrik düşünme düzeyine uygun ifade kullandığı gözlenmiştir.

Öğrencinin çember ve daire alt öğrenme alanında genellikle şekillerin özelliklerini açıklayarak 2.geometrik düşünme düzeyinden ifadeler kullandığı, çemberde merkez açı- iç açı-çevre açı kavramlarıyla ilgili ise 3.geometrik düşünme düzeyinde bilgiye sahip olduğu söylenebilir.

4.2.3.1.3. Deniz'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri. "Global Van Hiele Soru Formu" nun 11. , 12. , 13. , 14. , 15. ,26. ,27. , 28. , 29. , 30. , 41. , 42. , 43. , 44. , 45. sorular üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili sorulardır. Bu bölümde, İrem'in görüşmedeki 11. , 12. , 13. , 14. , 15. , 26. ,27. , 28. , 29. , 30. , 41. , 42. , 43. , 44. , 45. sorulara verdiği cevaplarından elde edilen matematiksel söylemler sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler ve tasdik edilmiş anlatılar alt başlıklarında aşağıda sunulmuştur.

4.2.3.1.3.1. Deniz'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı. Deniz'in açıklamalar sırasında kullandığı bir eylem veya süreç varsa parantez

içinde belirtilmiştir. Deniz'in geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımının süreç temelli olduğu tespit edilmiştir.

Öğrencinin prizma, koni, silindir ve piramit ile ilgili süreç temelli sözcük kullanımına ait örnekler aşağıdaki alıntılarda sırasıyla verilmiştir.

D: Bir prizmanın mesela yüzeyleri.. imm mesela üçgen prizmaya örnek verelim şöyle diyecek olursak, tabanları aynı olan geometrik cisimler prizma olarak adlandırılabilir. (Prizma örneği verirken üçgen prizma çizmiştir.)

D: C bakın koni oluyor. Bir üçgen çizelim, onun altından da bir dairesel bölge çizersek bu zaten konidir, bunu alırız. (Koni anlatırken koni çizmiştir.)

D: Silindir neydi daireyi kaplayan, şöyle bir şeydi.. bir geometrik cisimdi. (Silindiri anlatırken dik dairesel silindir çizmiştir.)

D: Piramit dediğimizde bir nokta geliyor ve diyelim mesela beşgen piramit çizeceğiz, neyse altıgen çizelim ya da.. böyle köşeleri birbirleriyle birleştirdiğimiz zaman, bu bir piramit olur. Mesela başka şekilleri de yapabiliriz, kareyi de yapabiliriz. (Piramidi açıklarken altıgen piramit ve kare piramit çizmiştir.)

Yukarıdaki alıntıda da görüldüğü gibi öğrenci prizma, koni, silindir ve piramidi açıklarken çizimler yapmıştır, bu yüzden sözcük kullanımı süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

Öğrencinin küp, silindir ile ilgili nesne temelli sözcük kullanımına dair örnek aşağıdaki alıntıda verilmiştir.

(43. soruda 8 köşesi olan bir geometrik cisimle ilgili seçeneklerin doğru yanlışlığını değerlendirirken aşağıdaki alıntı ortaya çıkmıştır.)

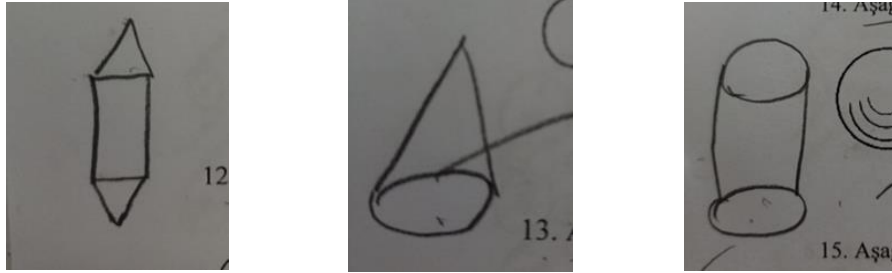
D: (a şıkkını okur) mesela.uu.. küpün de 8 tane köşesi var ama a yı kabul edemeyiz. (b şıkkını okur) evet küp olabilir ama 8 köşesi olan başka geometrik cisimlerde olduğu için b yi alamayız. (c şıkkını okur) hayır küpte olabilir bu yüzden c yi aynı şekilde a ile benzer bir neden den dolayı alamayız.(d şıkkını okur) mesela silindir desek...

Arş: Silindir bir çokyüzlü oluyor mu?

D: Hayır silindir çokyüzlü olmaz. Bu yüzden d yanlış. E zaten hiç birine doğru demediğimiz için.

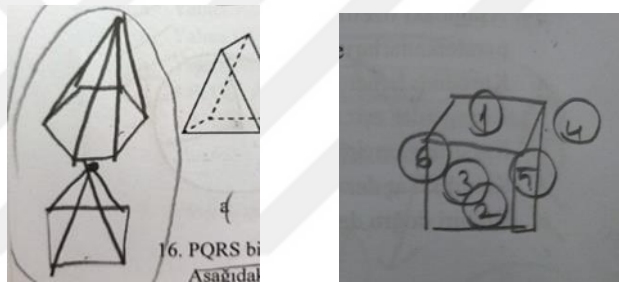
Yukarıdaki alıntıda da görüldüğü gibi öğrencinin küp ve silindir ile ilgili sözcük kullanımları süreç veya eylem içermeyip, şekil çizilmeden, kavrama ilişkin ifadeler kullanarak açıklamıştır. Bu yüzden matematiksel nesne şeklinde kullanılmıştır. Bu yüzden sözcük kullanımı nesne temelli olarak değerlendirilmiştir.

4.2.3.1.3.2. *Deniz'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki görsel araçları.* Deniz'in geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki görsel araçları aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.26. Deniz'in prizma, koni, silindir çizimleri

Yukarıdaki şekillerde Deniz'in prizma, koni ve silindir ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Bu görsel araçlara bakıldığında öğrencinin prototip çizimler yaptığı görülmektedir.



Şekil 4.27. Deniz'in piramit ve küp çizimi

Yukarıdaki şekillerde Deniz'in piramit ve küp ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Bu görsel araçlara bakıldığında öğrencinin doğru çizimler yaptığı görülmektedir. Şekil 4.33.'te öğrencinin, prototip sayılabilecek kare piramit çiziminin yanına altıgen piramit çizdiği, Küpün altı yüzü olduğunu çizim üzerinden gösterdiği görülmektedir.

4.2.3.1.3.3. Deniz'in Görüşmedeki Geometrik Cisimler Alt Öğrenme Alanındaki Rutinleri. Deniz ile gerçekleştirilen görüşmede geometrik cisimler alt öğrenme alanıyla ilgili 3 rutin kullandığı tespit edilmiştir. “Üçgen prizma çizimi” rutini 5 kez tekrarlamış “Global Van Hiele Soru Formu” ndaki 11. , 26. , 28. , 42. , 45. soruları açıklarken; “Dik dairesel prizma çizimi” rutini 3 kez tekrarlanmış “Global Van Hiele Soru Formu” ndaki 14. , 26. , 27. soruları açıklarken; “Kare piramit çizimi” rutini ise 3 kez tekrarlanmış Global Van Hiele Soru Formu” ndaki 15. , 28. , 41. soruları açıklarken ortaya çıkmıştır. Aşağıdaki

tabloda Deniz'in görüşmede kullandığı rutin, nasıl ve ne zaman kullandığı tetikleyici ve kapanışları ile birlikte verilmiştir.

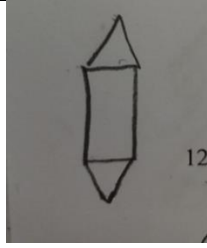
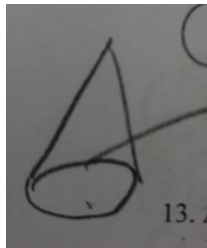
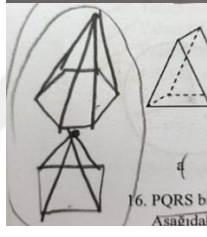
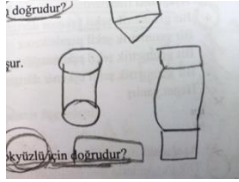
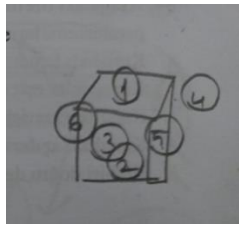
Tablo 4.23. *Deniz'in Geometrik Cisimlerle ilgili Rutin Tablosu*

Tetikleyici	Rutin	Nasıl	Ne zaman	
			Uygulanabilirlik	Kapanış
1.11.sorunun açıklanmasının istenmesi	Üçgen prizma çizimi	Sorunun yanına üçgen prizma çizmiştir.	Prizma örneği verirken	Üçgen prizmayı çizmiş, çizim üzerinden anlatım yapmıştır.
2. 26.sorunun açıklanmasının istenmesi			İki tane tabanı olan şeklin sadece silindir olmadığını anlatırken	
3.28.sorunun açıklanmasının istenmesi			Üçgen prizmanın düzgün çokyüzlü olmadığını anlatırken	
4.42.sorunun açıklanmasının istenmesi			Üçgen prizmanın çokyüzlü olmadığını anlatırken	
5. 45.sorunun açıklanmasının istenmesi			Prizmaların tüm yüzeylerinin dikdörtgen veya paralelkenar olmadığını anlatırken	
1.14.sorunun açıklanmasının istenmesi	Dik dairesel prizma çizimi	Dikey bir şekilde sorunun yanına dik dairesel silindir çizmiştir.	Silindirin ne olduğunu anlatırken	Silindiri çizip, çizim üzerinden soruyu anlatmıştır.
2.26.sorunun açıklanmasının istenmesi			İki tabanı olan bir geometrik cismin dikdörtgenler prizması olmadığını anlatırken	
3.27.sorunun açıklanmasının istenmesi			Silindirin tabanlarını anlatırken	
1.15.sorunun açıklanmasının istenmesi	Kare piramit çizimi	Sorunun yanına kare piramit çizmiştir.	Piramit örneği verirken	Kare piramidi çizip, çizim üzerinden soruyu anlatmıştır.
2.28.sorunun açıklanmasının istenmesi			Her düzgün çokyüzlünün paralel yüz çiftlerine sahip olmayacağını anlatırken	
3.41.sorunun açıklanmasının istenmesi			Tüm piramitlerin üçgen şeklinde bir tabanı olmadığını anlatırken	

4.2.3.1.3.4. *Deniz'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki anlatıları.* Deniz'in geometrik cisimler alt öğrenme alanı ile ilgili tasdik edilmiş anlatıları; sözcük kullanımı, görsel araçları ve rutinlerinden yararlanılarak belirlenmiştir. Aşağıdaki tabloda Deniz'in anlatıları, anlatısını tasdik eden sözcük kullanımı, varsa tasdik eden rutin ve tasdik eden görsel araçları verilmiştir.

Tablo 4.24. *Deniz'in Geometrik Cisimler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu*

Anlatı	Tasdik Eden Sözcük Kullanımı	Tasdik Eden Rutin	Tasdik Eden Görsel Aracı
--------	------------------------------	-------------------	--------------------------

Tabanları aynı olan geometrik cisimler prizma olarak adlandırılabilirler.	D: Bir prizmanın mesela yüzeyleri.. imm mesela üçgen prizmaya örnek verelim şöyle diyecek olursak, tabanları aynı olan geometrik cisimler prizma olarak adlandırılabilir. Mesela a da tabanları aynı ve eş mi evet, aynı ve eş olduğu için a yı alırız.	Üçgen prizma çizimi	
Bir üçgen ve altına dairesel bölge çizimi koniye verir.	D: Bir üçgen çizelim, onun altından da bir dairesel bölge çizersek bu zaten konidir...		
Piramidin tabanları farklı çokgenler olabilir. Yan yüzleri tepede bir noktada birleşmeli ve yan yüzleri üçgendir.	D: Piramit dediğimizde bir nokta geliyor ve diyelim mesela beşgen piramit çizeceğiz, neyse altıgen çizelim yada.. böyle köşeleri birbirleriyle birleştirdiğimiz zaman, bu bir piramit olur. Mesela başka şekilleri de yapabiliriz, kareyi de yapabiliriz Yan yüzleri üçgen oluyor.	Kare piramit çizimi	
Silindirin tabanları daireseldir.	D: ...çünkü bir silindirin her zaman tabanları dairesel olmak zorundadır.	Dik dairesel silindir çizimi ve yan yüzünün dikdörtgenin kıvrılarak oluştuğunu havada el işaretiyle anlatma	
Küp 6 yüze sahiptir.	D: Şimdi küpü çizelim, şöyle küp oldu. Bir burada var, bir de bunun altında var değil mi bu da 2 olur. Bir de buradaki yüzümüz var ve karşıda aynı şekilde bir tane daha var 4. Yan yüzlerimiz 5, birde karşıda var 6 olduğu için küp 6 yüze sahiptir diyoruz.		

Deniz'in geometrik cisimler ile ilgili tasdik edilmiş anlatı tablosuna bakıldığında, öğrencinin prizmanın ile ilgili anlatısında “*Tabanları aynı olan geometrik cisimler prizma olarak adlandırılabilirler.*” tabanlarının eş olması gerektiğinden bahsettiği ancak tabanların paralellüğünden ve yan yüzlerin dikdörtgensel bölge olduğundan bahsetmediği görülmektedir. Küp ile ilgili “*Küp 6 yüze sahiptir.*” anlatısını, çizim üzerinden sayarak gösterdiği ve küpün yüz sayısı ile ilgili doğru bilgiye sahip olduğu gözlenmiştir. Piramidin tepe noktasından, tabanlarının farklı şekillerden oluşabileceğinden ve yan yüzlerinin

üçgenlerden oluştuğundan bahsettiği görülmektedir. Piramit ile ilgili anlatılarında “*Piramidin tabanları farklı çokgenler olabilir. Yan yüzleri tepede bir noktada birleşmeli ve yan yüzleri üçgendir.*” ifadesinde görüldüğü üzere piramidin tabanlarının farklı olabileceği ve yan yüzlerin birleşerek tepe noktasını oluşturduğu bilgisine sahip olduğu belirlenmiştir. Silindirin ile ilgili anlatısında “*Silindirin tabanları daireseldir.*” görüldüğü üzere, tabanlarının daireselliğinden bahsettiği ancak tabanların paralelliğinden bahsetmediği ve yan yüzünün eğriliğinden bahsetmediği görülmektedir. Koni ile ilgili ise “*Bir üçgen ve altına dairesel bölge çizimi koniyi verir.*” anlatısıyla, “*daire diliminin kıvrılmasıyla oluşur*” yerine “*üçgen ve altına dairesel bölge*” ifadesini kullandığı görülmektedir. Bu bilgilerden yola çıkarak, öğrencinin eksikte olsa geometrik cisimlerin özelliklerin bahsettiği ve ifadelerinin genellikle 2.geometrik düşünme düzeyine uygun olduğu söylenebilir. Bunun yanında koni ile ilgili ise özellikleri yerine sadece görünümüyle ilgili yorum yaptığı görülmektedir. Bu sebeple, koni ile ilgili 1.geometrik düşünme düzeyinde bilgiye sahip olduğu söylenebilir.

4.2.3.2. Geometrik düşünme düzeyi 3 olan Pelin’in matematiksel söylemleri.

“Global Van Hiele Soru Formu” üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler alt öğrenme alanlarından eşit sayıda soru içermektedir. Bu bölümde, Pelin’in görüşmede “Global Van Hiele Soru Formu” ndaki 45 verdiği cevapların açıklamaları üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler alt öğrenme alanlarına göre gruplandırılarak elde edilen matematiksel söylemler aşağıdaki alt başlıklarda detaylandırılmıştır.

4.2.3.2.1. Pelin’in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri. “Global Van Hiele Soru Formu” nun 1. , 2. , 3. , 4. , 5. ,16. ,17. , 18. , 19. , 20. , 31. , 32. , 33. , 34. , 35. sorular üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili sorulardır. Bu bölümde, İrem’in görüşmedeki 1. , 2. , 3. , 4. , 5. ,16. ,17. , 18. , 19. , 20. , 31. , 32. , 33. , 34. , 35. sorulara verdiği cevaplarından elde edilen matematiksel söylemler sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler ve tasdik edilmiş anlatılar alt başlıklarında aşağıda sunulmuştur.

4.2.3.2.1.1. Pelin’in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı. Pelin’in açıklamalar sırasında kullandığı bir eylem veya süreç varsa parantez içinde belirtilmiştir. Pelin’in üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımının süreç temelli olduğu tespit edilmiştir.

Öğrencinin kare, paralelkenar ve eşkenar dörtgen ile ilgili süreç temelli sözcük kullanımına ait örnekler aşağıdaki alıntılarda sırasıyla verilmiştir.

P: Hocam kare, hocam böyle 4 kenarı hepsi birbirine eşit, hepsi böyle dik, tüm açılar hepsi diktir. İki tane köşegeni olan ve köşegenlerin hepsi diktir. (Alta çizdiği karede kenarların birbirine eşit olduğunu göstermiş, köşelere diklik işareti koymuş ve köşegenlerin dik kesiştiğini belirtmek için diklik işareti koymuştur.)

P: Hocam, paralelkenar iki kenar birbirine paralel yani hocam böyle karşılıklıdır. Aynı şekilde şöyle sonra paralelkenarlara şöyle köşegenler çizilir. Ters açılar birbirine eşittir şöyle.. köşegenlerde. İki kenar şöyle birbirine eşit olur. (Paralelliği elleriyle göstermiş, paralelkenarda köşegenleri çizip, ters açılarının birbirlerine eşit olduğunu söylemiş ve ters açıları şekil üzerinde göstermiştir.)

P: Tüm kenarların hepsi birbirine eşittir, köşegenlerin hepsi dik açıdır. Şöyle hepsi dik açıdır. Sonra köşegenlerin hepsi iki eş parçaya ayırır, böyle. (Kenarların eşit olduğunu belirtmek için kenarlara eşitlik işareti koymuştur. Köşegenleri çizip, diklik işareti koymuştur.)

Yukarıdaki alıntıda da görüldüğü gibi öğrenci kare, paralelkenar ve eşkenar dörtgeni açıklarken çizimler yapmıştır, bu yüzden sözcük kullanımı süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

Öğrencinin dikkörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ile ilgili nesne temelli sözcük kullanımına dair örnek aşağıdaki alıntıda verilmiştir.

P: Yani doğru olanı bulucaz. Ben burada a buldum. Çünkü bir tane geometrik şekil varmış, bu eşkenar dörtgen ise paralelkenardır, bu doğru. Mesela hocam paralelkenarın özel hali zaten bir eşkenar dördgendir veya aynı zamanda dikkörtgen vardır. Sonra şey vardı kare. Bunların hepsi paralelkenara girer. Ama hocam şöyle de bir şey var her paralelkenar bir eşkenar dördgen değildir. Bu önemli bir nokta buna da değinmek istedim.

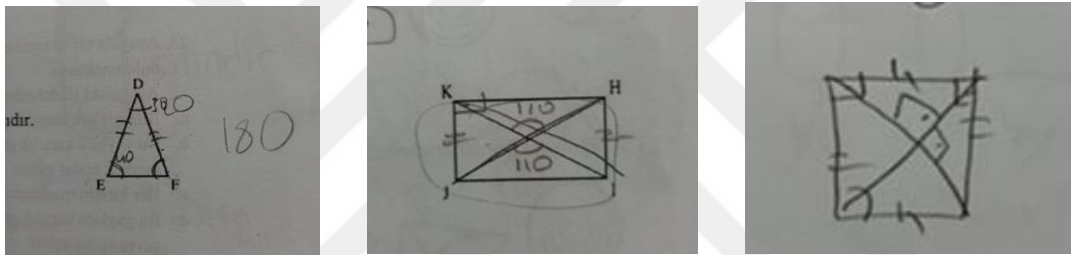
Yukarıdaki alıntıda da görüldüğü gibi öğrencinin dikkörtgen, paralelkenar ve eşkenar dörtgen ile ilgili sözcük kullanımları süreç veya eylem içermeyip, şekil çizilmeden, kavrama ilişkin ifadeler kullanarak açıklamıştır. Bu yüzden, matematiksel nesne şeklinde kullanılmıştır. Bu yüzden sözcük kullanımı nesne temelli olarak değerlendirilmiştir.

Öğrencinin matematiksel söylemlerinin bazı kısımlarında üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili sözcük kullanımının hem nesne hem de süreç temelli olduğu tespit edilmiştir. Eşkenar dörtgen ile ilgili hem nesne hem de süreç temelli bir alıntıya örnek aşağıda verilmiştir.

P: ...bir geometrik şeklin aynı anda hem dikdörtgen hem de üçgen olması imkansızdır. Evet, doğru çünkü siyelim bir tane dikdörtgen çizelim. Bu dikdörtgenin dört tane köşesi vardır. Yani bu üçgen olamaz çünkü üçgen demek, 3 tane köşesi olacak ama burada 4 tane yani olmuyor, imkansız doğru oluyor. yani cevap d oluyor. (Dikdörtgen çizip 4 köşesi olduğunu yanına yazmıştır. Üçgen çizip, yanına 3 köşesi olduğunu yazmıştır.)

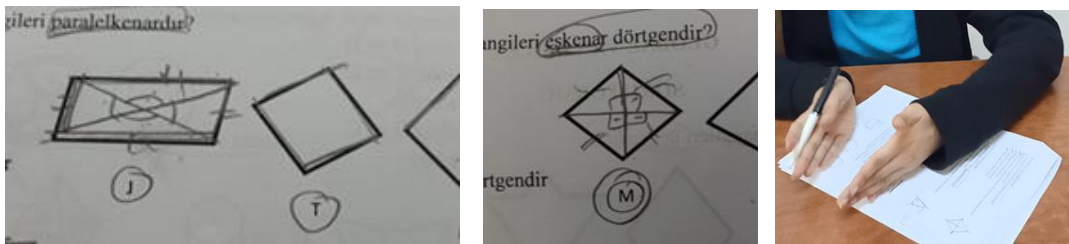
Yukarıdaki alıntıda görüldüğü gibi öğrenci üçgen ve dikdörtgeni ilk cümlede soyut bir biçimde karşılaştırmış. Yani herhangi bir sürece yer vermeden matematiksel bir nesne olarak kullanmıştır. Sonra ise üçgen ve dikdörtgeni çizerek çizim üzerinden anlatıma devam etmiştir. Şekillerle anlatım yaptığı için bu kısım süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

4.2.3.2.1.2. Pelin'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki görsel araçları. Pelin'in üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki görsel araçları, aşağıda verilmiş ve açıklamaya çalışılmıştır.



Şekil 4.28. Pelin'in üçgen, dikdörtgen ve kare çizimi

Yukarıdaki şekillerde Pelin'in üçgen, dikdörtgen ve kare ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Şekil 4.28.'de öğrencinin farklı üçgenler çizbildiği, ikizkenar üçgende kenar- açı özelliklerini bildiği, dikdörtgenin karşılıklı kenarlarının aynı uzunluğa sahip olduğu ve köşegenlerinin arasında oluşan ters açılarının aynı ölçüde olduğu bilgisine sahip olduğu görülmektedir. Öğrencinin karenin kenarlarına eş olduklarını belirten sembol ve köşegenlerinin arasında oluşan açılara diklik sembolü koydu görülmektedir. Karenin kenarları ve köşegenlerinin kesişimiyle oluşan açılar ile ilgili doğru bilgilere sahip olduğu söylenebilir.



Şekil 4.29. Pelin'in paralelkenar ve eşkenar dörtgende köşegen çizimi

Şekil 4.30. Pelin'in paralellik işareti

Yukarıdaki şekillerde Pelin'in paralelkenar, paralellik ve eşkenar dörtgen ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Şekil 4.29.'da öğrencinin şekillerin kenarlarına eş olduklarını belirtmek için sembol koyduğu görülmektedir. Bu durum eşkenar dörtgen için doğru, paralelkenar için yanlıştır. Bunun yanında öğrencinin şekillerin köşegenlerini doğru bir şekilde çizdiği ve doğru sembolleri koyduğu görülmektedir. Buradan yola çıkarak öğrencinin eşkenar dörtgenin köşegenlerinin dik kesiştiği bilgisine sahip olduğu söylenebilir. Şekil 4.30. 'da öğrencinin paralellik işaretini ellerini karşılıklı ve aynı doğrultuda koyarak bir şekilde gösterdiği görülmektedir.

4.2.3.2.1.3. Pelin'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki rutinleri. Pelin ile gerçekleştirilen görüşmede üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanıyla ilgili 6 rutin kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıdaki tabloda Pelin'in görüşmede kullandığı rutin, nasıl ve ne zaman kullandığı tetikleyici ve kapanışları ile birlikte verilmiştir.

Tablo 4.25. Pelin'in Üçgenler ve Dörtgenler ile ilgili Rutin Tablosu

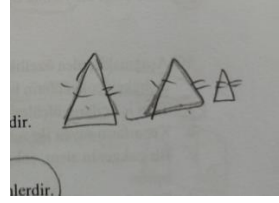
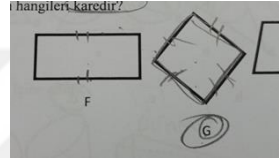
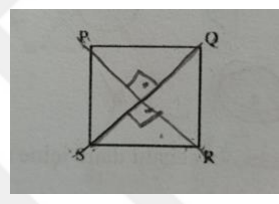
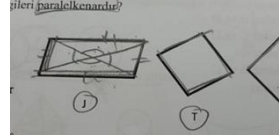
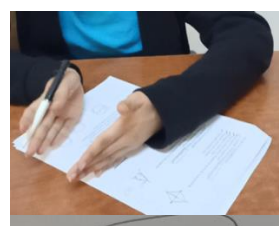
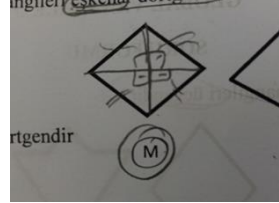
Tetikleyici	Rutin	Nasıl	Ne zaman	
			Uygulanabilirlik	Kapanış
1.4.sorunun açıklanmasının istenmesi 2. 20.sorunun açıklanmasının istenmesi	Paralellığı ellerle havada gösterme ve iki tane paralel doğru parçası çizme	Elleri karşılıklı ve düz olacak şekilde havada tutarak paralellığı göstermiştir. Bunun yanında kağıda 2 tane birbirine paralel doğru parçası çizmiştir.	Paralelkenarı anlatırken	Elleriyle havada hareketi tamamlamış ardından da doğru parçalarının çizimini yapmıştır.
1.4.sorunun açıklanmasının istenmesi	Dikdörtgen ve paralelkenarın köşegenlerinin kesişimiyle oluşan iç ters açıları çizme	Soruda verilmiş paralelkenar üzerinde köşegenleri çizmiş ve köşegenlerin kesişimiyle oluşan ters açıları çizmiştir.	Paralelkenarda köşegenlerin kesişimiyle oluşan ters açıların birbirlerine eş olduklarını açıklarken	Çizimleri yapıp, anlatımına devam etmiştir.
2.17.sorunun açıklanmasının istenmesi		Soruda verilmiş dikdörtgen üzerinde köşegenleri çizmiş ve köşegenlerin kesişimiyle oluşan ters açıları çizmiştir	Dikdörtgende köşegenlerin kesişimiyle oluşan ters açıların birbirlerine eş olduklarını açıklarken	
3.33. sorunun açıklanmasının istenmesi		Kendisi dikdörtgen çizip köşegenlerin kesişimiyle oluşan	Kare ve dikdörtgeni kıyaslarken	

1.Kare nedir diye sorulması	Karenin kenarlarına eş olduklarını belirten sembol ve köşegenlerinin kesişim noktasına diklik sembolü çizme	ters açıları çizmiştir. Sorudaki kare üzerinde kenarların eş olduğunu belirten sembolü çizip, köşegenleri çizmiş ve köşegenlerin kesişim noktasına diklik sembolü koymuştur. Kendisi kare çizip kenarların eş olduğunu belirten sembolü çizip, köşegenleri çizmiş ve köşegenlerin kesişim noktasına diklik sembolü koymuştur.	Karenin özelliklerini anlatırken	Kare çizimlerini yaparak, çizimler üzerinden anlatım yapmıştır.
2.33.sorunun açıklanmasının istenmesi			Karenin özellikleriyle dikdörtgenin özelliklerini kıyaslarken	
1.4.sorunun açıklanmasının istenmesi 2. 17.sorunun açıklanmasının istenmesi 3.33.sorunun açıklanmasının istenmesi 4.34.sorunun açıklanmasının istenmesi	Paralelkenar, dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgenin karşılıklı kenarlarına, eş olduklarını belirten sembol çizme	Sorularda verilen ve kendi çizdiği paralelkenar, dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgenin karşılıklı kenarlarına eş olduklarını belirten sembol çizmiştir.	Paralelkenarı anlatırken Dikdörtgeni anlatırken Kare ve dikdörtgeni kıyaslarken Dikdörtgen ve paralelkenarı kıyaslarken, dikdörtgenin uzun kenarlarına	Çizimleri yapıp, anlatımına devam etmiştir.
1.5.sorunun açıklanmasının istenmesi 2.18.sorunun açıklanmasının istenmesi	Eşkenar dörtgenin köşegenlerini çizme	Soruda verilen ve kendi çizdiği eşkenar dörtgenlerin köşegenlerini çizmiştir.	Eşkenar dörtgenin özelliklerini anlatırken Eşkenar dörtgenin köşegenlerinin birbirine eşit olmadığını anlatırken	Çizimleri yapıp, anlatımına devam etmiştir.
3.35.sorunun açıklanmasının istenmesi 1.19.sorunun açıklanmasının istenmesi 2.36.sorunun açıklanmasının istenmesi 3.39.sorunun açıklanmasının istenmesi	İkizkenar üçgenin eş kenarlarına, eşlik sembolü çizme	İkizkenar üçgenin eş olan kenarlarını belirtmek için eş kenarlara eşlik sembolü çizmiştir.	Eşkenar dörtgen ile paralelkenarı kıyaslarken İkizkenar üçgenin özelliklerini anlatırken Benzer üçgenleri anlatırken İkizkenar üçgende orta çizgiyi Anlatırken	Üçgen çizimleri ve eş iki kenara eşlik sembolü çizmiştir. Anlatımına devam etmiştir.

4.2.3.2.1.4. *Pelin'in görüşmedeki üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanındaki anlatıları.* Pelin'in üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili tasdik edilmiş anlatıları;

sözcük kullanımı, görsel araçları ve rutinlerinden yararlanılarak belirlenmiştir. Aşağıdaki tabloda Pelin'in anlatıları, anlatısını tasdik eden sözcük kullanımı, varsa tasdik eden rutin ve tasdik eden görsel araçları verilmiştir.

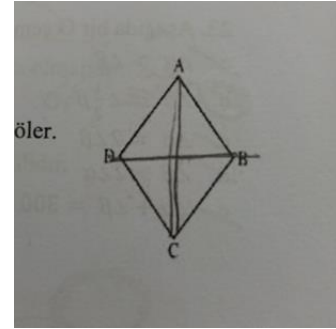
Tablo 4.26. *Pelin'in Üçgenler ve Dörtgenler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu*

Anlatı	Tasdik Eden Sözcük Kullanımı	Tasdik Eden Rutin	Tasdik Eden Görsel Aracı
Üçgenin iki kenarı eşit uzunluktaysa ikizkenar üçgendir.	P: İkişer kenarı eşit uzunlukta, şöyle ikişer kenarı eşit uzunluktaysa bu zaten ikizkenar üçgen olur.	İkizkenar üçgenin eş kenarlarına, eşlik sembolü çizme	
Karenin kenarları birbirine eşittir, açıları diktir, köşegenleri birbirine diktir.	P: Hocam kare, hocam böyle 4 kenarı hepsi birbirine eşit, hepsi böyle dik, tüm açılar hepsi diktir. İki tane köşegeni olan ve köşegenlerin hepsi diktir.	Karenin kenarlarına eş olduklarını belirten sembol ve köşegenlerinin kesişim noktasına diklik sembolü çizme	 
Paralelkenarda karşılıklı kenarlar paraleldir, köşegenlerin kesişimiyle oluşan ters açılar birbirine eşittir.	P: Hocam, paralelkenar iki kenar birbirine paralel yani hocam böyle karşılıklıdır. Aynı şekilde şöyle sonra paralelkenarlara şöyle köşegenler çizilir. Ters açılar birbirine eşittir şöyle.. köşegenlerde. İki kenar şöyle birbirine eşit olur.	Dikdörtgen ve paralelkenarın köşegenlerinin kesişimiyle oluşan iç ters açılarını çizme	 
Eşkenar dörtgenin tüm kenarları eşittir, köşegenler dik kesişir.	P: Tüm kenarların hepsi birbirine eşittir, köşegenlerin hepsi dik açıdır. Şöyle hepsi dik açıdır.	Paralelkenar, dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgenin karşılıklı kenarlarına, eşlik sembolü çizme Eşkenar dörtgenin köşegenlerini çizme	

Eşkenar dörtgenin köşegenleri aynı uzunlukta değildir.

P: hocam, burada diyor ki köşegenler aynı uzunlukta, hocam köşegenler aynı uzunlukta değildir, hocam çünkü hocam şurada A ve C, AC köşegeni DB köşegeninden daha uzun, yani aynı olmuyor farklı oluyor. Bu yüzden her zaman yanlıştır o oluyor.

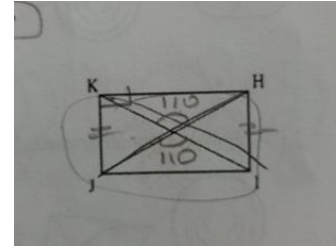
Eşkenar dörtgenin köşegenlerini çizme



Dikdörtgenin köşegenleri dik kesişmez, karenin köşegenleri dik kesişir.

P: Köşegenler birbirine diktir diyor, ee hocam burada köşegenler birbirine dik değildir. Çünkü ters açılar birbirine eşittir ve bunlarda asla bunun gibi (kareyi işaret eder) dik olmaz. Bunda diktir (kare), ama burada (dikdörtgen) dik değildir. Bunla bunun farkı bu. Bunda dik değil mesela 110 olabilir, 120 ama 90 olamaz. 90 demek dik demek ama burada 90 olmuyor, burada olabiliyor (kare).

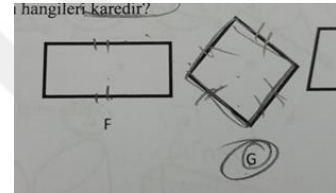
Dikdörtgen ve paralelkenarın köşegenlerinin kesişimiyle oluşan iç ters açılarını çizme



Dikdörtgenin karşılıklı kenarları birbirine eşittir.

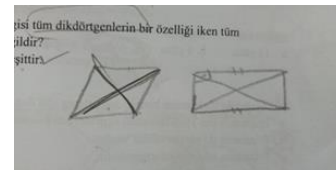
P: ... Ama hocam bu ve bu birbirine eşit olmadığı için, hocam mesela karşılıklı kenarlarının birbirine eşit olması lazım ama burada farklı uzunlukları yani bu olmuyor. Yani hocam S ve T oluyor.

Paralelkenar, dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgenin karşılıklı kenarlarına, eş olduklarını belirten sembol çizme



Paralelkenarda köşegenler eşit uzunlukta değildir, dikdörtgende köşegenler eşit uzunlukta.

P: ... köşegenler eşit uzunlukta değildir paralelkenarlarda, dikdörtgen için köşegenler eşit uzunlukta bu doğru dikdörtgenler için ama paralelkenarlarda eşit uzunlukta değildir.



Pelin'in üçgenler ve dörtgenler ile ilgili tasdik edilmiş anlatı tablosuna bakıldığında öğrencinin anlatısında “Üçgenin iki kenarı eşit uzunluktaysa ikizkenar üçgendir.” görüldüğü üzere ikizkenar üçgenin kenarlarıyla özelliklerini bildiği ve bunu sembollerle şekil üzerinde gösterdiği gözlenmiştir. Öğrencinin “Karenin kenarları birbirine eşittir, açıları diktir, köşegenleri birbirine diktir.” anlatısıyla karenin açı, kenar ve köşegen özelliklerini bildiği belirlenmiştir. Dikdörtgenle ilgili ise “Dikdörtgenin karşılıklı kenarları birbirine eşittir.” anlatısında kenar özelliklerinden bahsettiği, açı özelliklerinden bahsetmediği gözlenmiştir.

Kare ve dikdörtgenin kenarlarını kıyasladığı “*Dikdörtgenin köşegenleri dik kesişmez, karenin köşegenleri dik kesişir.*” anlatısında görülmektedir. Bu anlatıdan kare ve dikdörtgenin köşegen özellikleri arasındaki farkı bildiği belirlenmiştir. Öğrencinin sözcük kullanımlarından biri “*Çünkü dikdörtgenlerin tüm özellikleri tüm karelerin özellikleridir. Hocam her kare bir dikdörtgendir. Her dikdörtgen bir kare değildir.*” şeklinde olup öğrencinin kare ve dikdörtgenle ilgili anlatısını desteklemekte ve 3.düzeyde açıklama yapabildiğini göstermektedir.

Öğrencinin “*Paralelkenarda karşılıklı kenarlar paraleldir, köşegenlerin kesişimiyle oluşan ters açılar birbirine eşittir.*” ve “*Paralelkenarda köşegenler eşit uzunlukta değildir, dikdörtgende köşegenler eşit uzunluktadır.*” anlatılarından paralelkenarın kenarlarının paralellüğünden ve köşegen özelliklerinden bahsettiği, dikdörtgen ile paralelkenarın köşegenlerini doğru bir şekilde kıyasladığı görülmektedir.

Eşkenar dörtgen ile ilgili “*Eşkenar dörtgenin tüm kenarları eşittir, köşegenler dik kesişir.*” ve “*Eşkenar dörtgenin köşegenleri aynı uzunlukta değildir.*” anlatılarında görüldüğü üzere kenar özelliklerinden bahsettiği ve kenarlara eşlik sembolü koyduğu, köşegen uzunluklarının birbirine eşit olmadığını ve köşegenlerin dik kesiştiği bilgilerine sahip olduğu belirlenmiştir.

“*Mesela hocam paralelkenarın özel hali zaten bir eşkenar dörtgendir veya aynı zamanda dikdörtgen vardır. Sonra şey vardı kare. Bunların hepsi paralelkenara girer. Ama hocam şöyle de bir şey var her paralelkenar bir eşkenar dörtgen değildir. Bu önemli bir nokta buna da değinmek istedim.*” öğrencinin sözcük kullanımlarından biri bu şekilde olup, şekiller arasındaki karşılaştırmalarını destekler niteliktedir. Öğrencinin şekiller ile ilgili 3.geometrik düşünme düzeyinde bilgilere sahip olduğu, bulunduğu geometrik düşünme düzeyine uygun açıklamalar yapabildiği gözlenmiştir.

Öğrencinin araştırmaya katılan diğer öğrencilerden farklı olarak paralelkenarda köşegenler arasında oluşan ters açılara değinerek, bu açıların birbirine eşit olduğunu belirttiği görülmektedir.

4.2.3.2.2. Pelin’in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri. “Global Van Hiele Soru Formu” nun 6. , 7. , 8. , 9. , 10. ,21. ,22. , 23. , 24. , 25. , 36. , 37. , 38. , 39. , 40. sorular üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili sorulardır. Bu bölümde, İrem’in görüşmedeki 6. , 7. , 8. , 9. , 10. ,21. ,22. , 23. , 24. , 25. , 36. , 37. , 38. , 39. , 40. sorulara verdiği cevaplarından elde edilen matematiksel

söylemler sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler ve tasdik edilmiş anlatılar alt başlıklarında aşağıda sunulmuştur.

4.2.3.2.2.1. *Pelin'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı.* Pelin'in açıklamalar sırasında kullandığı bir eylem veya süreç varsa parantez içinde belirtilmiştir. Pelin'in çember ve daire alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımının süreç temelli olduğu tespit edilmiştir.

Öğrencinin çembere içten teğet üçgen, teğet çemberler ve daire dilimi ile ilgili süreç temelli sözcük kullanımına ait örnekler aşağıdaki alıntılarda sırasıyla verilmiştir.

P: Hocam şimdi burada diyor ki bir tane çemberimiz olacak, sonra bu çemberin içinde de bir tane içten teğet yani teğet demek içine geçirilmiş böyle kenarları geçecek bir tane üçgen çizeceğiz. Şöyle oluyor. Buna benzer bir tane şekil ortaya çıkıyor (İki tane çembere içten teğet üçgen çizmiştir.).

P: Bunda da teğet çemberleri, aynı dediğim gibi ufak bir kenarı değse bile, yine teğet olarak sayılır. Çünkü bunun belli bir köşesi yok ama eğer kare olsaydı tüm köşelerinin hepsi değmek zorunda. (Teğet çemberleri anlatırken alta içten teğet çember çizimleri yapmış ve teğet olan kısımlarını göstermiştir.)

P: Burada da daire dilimi diyor. Bu dairemiz, birde buranın dilimi olduğu için, burası merkez açımız. Dilim demek şuradan şöyle bir pizza dilimi gibi mesela. Veya şuradan da şöyle bir tane dilim olabilir, aynı pizza dilimi gibi. Buna benzer bir tane şey bulucuz. (Çember içine iki tane daire dilimi çizmiştir.)

Yukarıdaki alıntıda da görüldüğü gibi öğrenci çembere içten teğet üçgen, teğet çemberler ve daire dilimini açıklarken çizimler yapmıştır, bu yüzden sözcük kullanımı süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

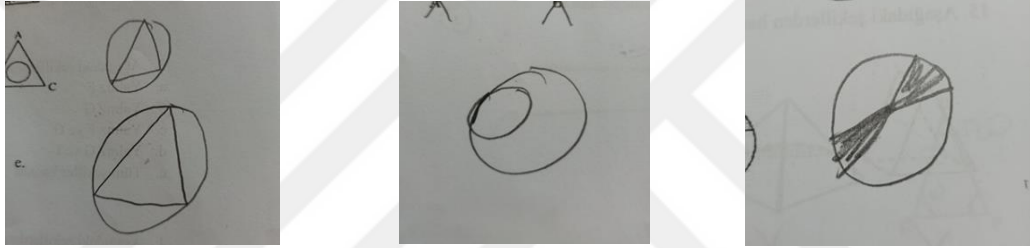
Öğrencinin matematiksel söylemlerinin bazı kısımlarında çember ve daire alt öğrenme alanı ile ilgili sözcük kullanımının hem nesne hem de süreç temelli olduğu tespit edilmiştir. Eşkenar dörtgen ile ilgili hem nesne hem de süreç temelli bir alıntıya örnek aşağıda verilmiştir.

P: Burada da diyor hocam hangisi doğrudur, biz yine doğru olanı bulucuz. Ben burada a buldum. Her merkez açı aynı zamanda bir iç açıdır, doğru. Diyelim mesela böyle bir tane merkez açı çizelim. Şöyle bir tane merkez açıyı çizelim, şöyle bir tane O merkez açısı, diyor bir tane aynı zamanda bir iç açıdır, doğru. Mesela diyelim şuradan şöyle bir tane çizelim, bu iç açıdır. Mesela aynı zamanda şöyle bir tane çevre açı çizdik, bu da bir tane iç açı. Çünkü iç açı demek dairenin veya çemberin içindeki açılar. Mesela şuradan şöyle bir tane açı olabilir, iç açı. Şuradan şöyle, yani hepsi doğru oluyor. Ama hocam mesela

diyelim her iç açı bir merkez açı dersek yanlış olurdu. Çünkü hocam çevre açı da var o da bir merkez açı olamaz. Çevre açı olur yani yanlış oluyor.

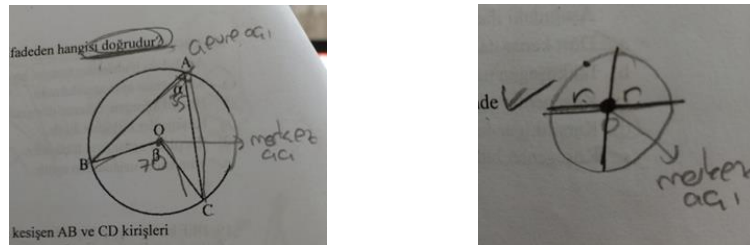
Yukarıdaki alıntıda görüldüğü gibi öğrenci önce merkez açı ve çevre açığı çizim yaparak çemberin içine çizmiştir ve çizimler üzerinden iç açı olup olmadıklarını açıklamıştır. Bu kısımdaki sözcük kullanımı çizim içerdiği için süreç temelli olarak değerlendirilmiştir. Sonrasında merkez açı, çevre açı ve iç açı arasındaki ilişkiyi gerçek hayattan bağımsız, soyut bir şekilde ele almıştır. Yani herhangi bir sürece yer vermeden matematiksel bir nesne olarak kullanmıştır. Bu kısımdaki sözcük kullanımı ise nesne temelli olarak değerlendirilmiştir.

4.2.3.2.2.2. Pelin'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki görsel araçları. Pelin'in çember ve daire alt öğrenme alanındaki görsel araçları aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.31. Pelin'in çembere içten teğet üçgen, teğet çember, daire dilimi çizimleri

Yukarıdaki şekillerde Pelin'in çembere içten teğet üçgen, teğet çember ve daire dilimi ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Bu görsel araçlara bakıldığında öğrencinin içten teğet üçgenin köşelerinin çembere değdiği bilgisine sahip olduğu, teğet çemberlerin birbirlerine bir noktada değdiği, daire diliminin çemberin merkezinden oluştuğu bilgilerine sahip olduğu görülmektedir.



Şekil 4.32. Pelin'in çevre açı ve merkez açı çizimi, çap çizimi

Yukarıdaki şekillerde Pelin'in çevre açı ve merkez açı, çap ve çembere içten teğet üçgen ve kare ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Bu görsel araçlara bakıldığında

öğrencinin doğru çizimler yaptığı görülmektedir. Şekil 4.39.'da öğrencinin, çevre açının merkez açının yarısına eşit olduğu, farklı çap çizimlerinin merkezde kesiştiği, iki yarıçapın çapı oluşturduğu bilgisine sahip olduğu görülmektedir. Bunun yanında öğrencinin çemberin merkezine, merkez açısı yazdığı ve yanlış ifade kullandığı görülmektedir.

4.2.3.2.2.3. Pelin'in Görüşmedeki Çember ve Daire Alt Öğrenme Alanındaki Rutinleri.

Pelin ile gerçekleştirilen görüşmede çember ve daire alt öğrenme alanıyla ilgili 2 rutin kullandığı tespit edilmiştir. Bu rutinlerden biri 2 kez tekrarlanmış "Global Van Hiele Soru Formu" ndaki 9. ve 24. soruları açıklarken; diğeri ise 3 kez tekrarlanmış "Global Van Hiele Soru Formu" ndaki 19. , 36. , 39. soruları açıklarken ortaya çıkmıştır. Aşağıdaki tabloda Pelin'in görüşmede kullandığı rutin, nasıl ve ne zaman kullandığı tetikleyici ve kapanışları ile birlikte verilmiştir.

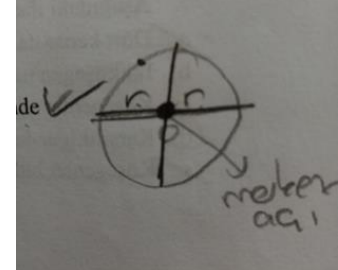
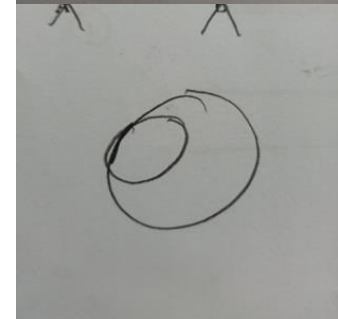
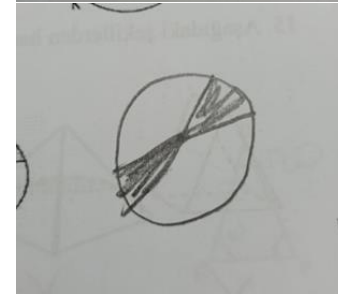
Tablo 4.27. Pelin'in Çember ve Daire ile ilgili Rutin Tablosu

Tetikleyici	Rutin	Nasıl	Ne zaman	
			Uygulanabilirlik	Kapanış
1.9.sorunun açıklanmasının istenmesi 2.24.sorunun açıklanmasının istenmesi	Çemberin içindeki yarıçapların birleşimiyle çap oluştuğunu gösterme	Soruda verilen şekil üzerinde ve kendi çizdiği çember üzerinde yarıçapları çizip, iki yarıçapın oluşturduğunu şekil üzerinde göstermiştir.	Soruda verilen 3 çemberden birinin çapını bulurken Çapların çemberin merkezinde kesiştiğini gösterirken	2 yarıçapı çizip, doğrusal bir şekilde birleştirmiştir.
1.19.sorunun açıklanmasının istenmesi 2.36.sorunun açıklanmasının istenmesi 3.39.sorunun açıklanmasının istenmesi	İkizkenar üçgenin eş kenarlarına, eşlik sembolü çizme	İkizkenar üçgenin eş olan kenarlarını belirtmek için eş kenarlara eşlik sembolü çizmiştir.	İkizkenar üçgenin özelliklerini anlatırken Benzer üçgenleri anlatırken İkizkenar üçgende orta çizgiyi anlatırken	Üçgen çizimleri ve eş iki kenara eşlik sembolü çizmiştir. Anlatımına devam etmiştir.

4.2.3.2.2.4. Pelin'in görüşmedeki çember ve daire alt öğrenme alanındaki anlatıları.

Pelin'in çember ve daire alt öğrenme alanı ile ilgili tasdik edilmiş anlatıları; sözcük kullanımı, görsel araçları ve rutinlerinden yararlanılarak belirlenmiştir. Aşağıdaki tabloda Pelin'in anlatıları, anlatısını tasdik eden sözcük kullanımı, varsa tasdik eden rutin ve tasdik eden görsel araçları verilmiştir.

Tablo 4.28. *Pelin'in Çember ve Daire Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu*

Anlatı	Tasdik Eden Sözcük Kullanımı	Tasdik Eden Rutin	Tasdik Eden Görsel Aracı
Yarıçap ve yarıçapın toplamı, çaptır.	P: Çap demek tüm hepsi, yarıçap ve yarıçapın toplamıdır. Yani tüm çap oluyor.	Çemberin içindeki yarıçapların birleşimiyle çap oluştuğunu gösterme	
Teğet çemberlerde kenarının ufak bir kısmının değmesi yeterlidir.	P: Bunda da teğet çemberleri, aynı dediğim gibi ufak bir kenarı değse bile, yine teğet olarak sayılır. Çünkü bunun belli bir köşesi yok ama eğer kare olsaydı tüm köşelerinin hepsi değmek zorunda.		
Daire dilimi pizza dilimine benzer.	P: Bu dairemiz, birde buranın dilimi olduğu için, burası merkez açımız. Dilim demek şuradan şöyle bir pizza dilimi gibi mesela. Veya şuradan da şöyle bir tane dilim olabilir, aynı pizza dilimi gibi.		

(devamı arkadadır)

Tablo 4.28. (devamı) *Pelin'in Çember ve Daire Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu*

Çembere içten teğet üçgen, çemberin içine tüm köşeleri çembere değecek şekilde çizilir.

P: Hocam şimdi burda diyokine bir tane çemberimiz olacak, sonra bu çemberin içinde de bir tane içten teğet yani teğet demek içine geçirilmiş böyle kenarları değecek bir tane üçgen çizicez. Şöyle oluyor.

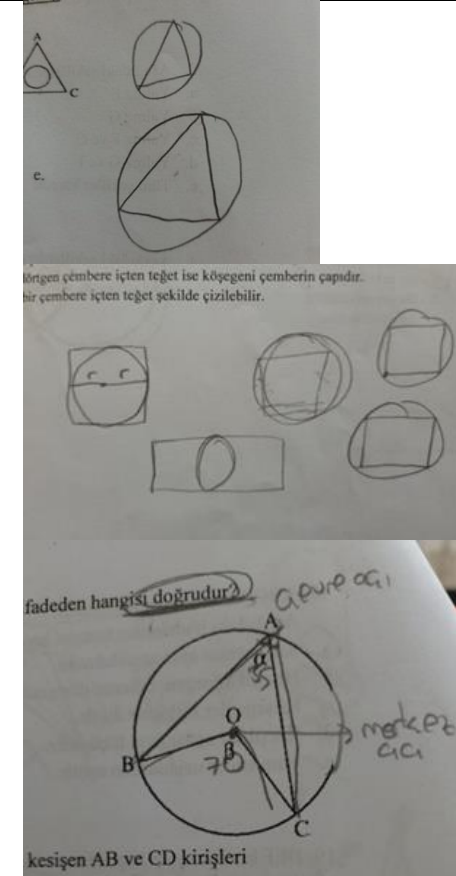
...
Değen kısımlar köşe hocam. Köşeler değmesi lazım.

Çembere içten teğet dörtgenin iç açıları toplamı 360 derecedir.

P: Diyor hocam bir çembere içten teğet yani bir tane çember çizcez şöyle bir tane çember çizdik, sonra bir tane dörtgen var. Yani bir tane dörtgen çiziyorum şöyle, içine dörtgen çiziyoruz. İç açıları ölçüleri toplamı 180 dir. 180 değildir. Çünkü her dörtgenin iç açıları toplamı 360 tır.

Çemberde çevre açı merkez açının yarısıdır.

P: ...hocam şimdi burada bir tane O açısı vermiş. O açısı demek merkez açı. Bize hangisi diyor doğrudur. Burada a açısı 35 ise b açısı 70, b açısı 70 oluyor. 70 bir bölünün ikisi, bir bölünün ikisi demek yarısı demek yarısı 35 yani eşit oluyor.



(devamı arkadadır)

Tablo 4.28. (devamı) *Pelin'in Çember ve Daire Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu*

Kiriş, çemberde bir köşeden bir köşeye çizilen çizgidir.

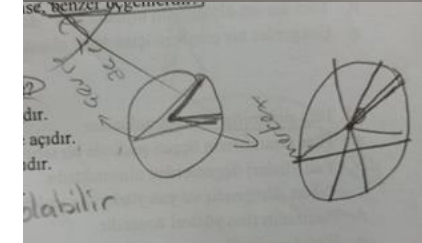
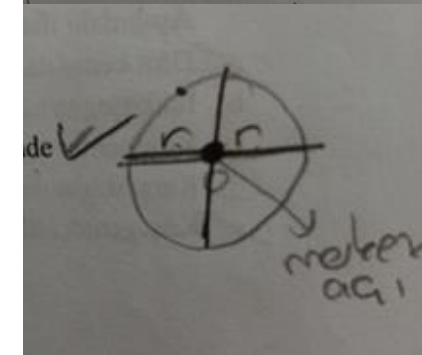
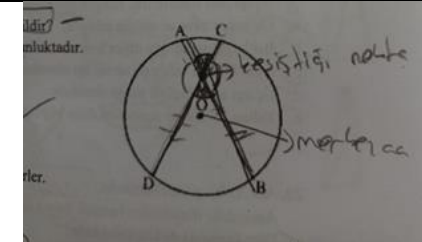
P: giriş demek, zaten şuradan şöyle yani bir köşeden bir köşeye çembere şuradan şöyle çektığımız giriş demektir, çizgi.

İki çap merkez açıda kesişir.

P: Buradan da böyle bir tane çizsem çap oldu. Toplamda 4 tane yarıçap, 2 çap, 4 yarıçap. Diyor ki kesiştiği nokta, kesiştiği noktada şurası oluyor. Bu da merkez açıdır...

Çemberde her merkez açı ve çevre açı iç açıdır. Her iç açı merkez açı değildir. Her çevre açı da merkez açı değildir.

P: Şöyle bir tane merkez açıyı çizelim, şöyle bir tane O merkez açısı, diyor bir tane aynı zamanda bir iç açıdır, doğru. Mesela diyelim şuradan şöyle bir tane çizelim, bu iç açıdır. Mesela aynı zamanda şöyle bir tane çevre açı çizdik, bu da bir tane iç açı. Çünkü iç açı demek dairenin veya çemberin içindeki açıları. Mesela şuradan şöyle bir tane açı olabilir, iç açı. Şuradan şöyle, yani hepsi doğru oluyor. Ama hocam mesela diyelim her iç açı bir merkez açı dersek yanlış olurdu. Çünkü hocam çevre açı da var o da bir merkez açı olamaz. Çevre açı olur yani yanlış oluyor.



Pelin'in çember ve daire ile ilgili tasdik edilmiş anlatı tablosuna bakıldığında, öğrencinin “*Yarıçap ve yarıçapın toplamı, çaptır.*” ve “*İki çap merkez açıda kesişir.*” anlatılarıyla yarıçapların birleşiminin çapı oluşturduğunu, çapların kesişim noktasının çemberin merkezi olduğu bilgilerine sahip olduğu ancak çemberin merkezine “*merkez açısı*” dediği görülmektedir. Buradan matematiksel terimleri doğru kullanmada yetersiz olduğu söylenebilir. “*Teğet çemberlerde kenarının ufak bir kısmının değmesi yeterlidir.*” ve “*Çembere içten teğet üçgen, çemberin içine tüm köşeleri çembere değecek şekilde çizilir.*” anlatılarında görüldüğü üzere teğet çemberlerin birbirlerine bir noktada değmesi gerektiği bilgisine, ve çembere içten teğet üçgenin köşelerinin çembere değdiği bilgisine sahip olduğu gözlenmiştir. Daire dilimini ise “*Daire dilimi pizza dilimine benzer.*” anlatısında matematiksel terimlerle anlatmak yerine günlük hayattan pizza dilimine benzeterak açıkladığı görülmektedir. Bunun yanında kiriş ile ilgili “*Kiriş, çemberde bir köşeden bir köşeye çizilen çizgidir.*” Anlatısında “*çemberin bir köşesinden bir köşesine*” ifadesini kullanarak, matematiksel ifade etme de problem yaşadığı gözlenmiştir.

Öğrencinin “*Çemberde her merkez açısı ve çevre açısı iç açıdır. Her iç açı merkez açısı değildir. Her çevre açısı da merkez açısı değildir.*” anlatısında görüldüğü üzere çevre açının merkez açının yarısına eşit olduğu bilgisine sahip olduğu ve iç açı, merkez açısı, çevre açısı kavramları arasında detaylı açıklama yaptığı ve bu açıklamanın 3.geometrik düşünme düzeyinde bir açıklama olduğu gözlenmiştir. Ancak diğer açıklamaların genellikle şekillerin özelliklerini belirttiği ve dolayısıyla 2.geometrik düşünme düzeyine uygun olduğu söylenebilir.

4.2.3.2.3. Pelin'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki matematiksel söylemleri. “Global Van Hiele Soru Formu” nun 11. , 12. , 13. , 14. , 15. ,26. ,27. , 28. , 29. , 30. , 41. , 42. , 43. , 44. , 45. sorular üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanı ile ilgili sorulardır. Bu bölümde, İrem'in görüşmedeki 11. , 12. , 13. , 14. , 15. , 26. ,27. , 28. , 29. , 30. , 41. , 42. , 43. , 44. , 45. sorulara verdiği cevaplarından elde edilen matematiksel söylemler sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler ve tasdik edilmiş anlatılar alt başlıklarında aşağıda sunulmuştur.

4.2.3.2.3.1. Pelin'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı. Pelin'in açıklamalar sırasında kullandığı bir eylem veya süreç varsa parantez içinde belirtilmiştir. Pelin'in geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki sözcük kullanımı

nesne ve süreç temelli olarak incelendiğinde hemen hemen eşit dağılım gösterdiği tespit edilmiştir.

Öğrencinin geometrik cisimler ile ilgili nesne temelli sözcük kullanımına ait örnek aşağıdaki alıntıda verilmiştir.

P: Ee burada diyor ki bir cismin 8 köşesi varsa dikdörtgenler prizması olmalıdır. Burada zorunluluk var. Hayır, dikdörtgenler prizması olamaz. Üçgen prizma olabilir mesela.. yok üçgen olmaz onun 3 tane kenarı var. Küp olabilir ama burada sadece dikdörtgenler prizmasını bastıra bastıra söylediği için yanlış oluyor. Burada da bir cismin 8 köşesi varsa küp olmalıdır, burada da zorunluluk var. Mesela 8 köşesi varsa dikdörtgenler prizması olabilir veya küp olabilir ihtimal sorusu bu, bu da yanlış oluyor. (c şikkını okur) ee piramitlerin zaten 8 köşesi yoktur 4 tane köşesi vardır, bu yani yanlış oluyor kökten. (d şikkını okur) mesela dikdörtgen prizma bir çokyüzlüdür ama düzgün çokyüzlü değildir ama 8 tane köşesi vardır. Bu yanlış oluyor. Sadece düzgün çokyüzlü olmak zorunda değildir. Çokyüzlü direk olabilir. Hocam o yüzden hepsi yanlış oluyor.

Öğrenci yukarıdaki bu alıntıda herhangi bir eyleme, sürece yer vermeden şekil çizmeden, kavrama ilişkin ifadeler kullanarak açıklamıştır. Bu yüzden geometrik cisimleri insan olgusundan bağımsız bir şekilde, matematiksel bir nesne olarak kullanmıştır.

Öğrencinin koni ve silindir ile ilgili süreç temelli sözcük kullanımına ait örnekler aşağıdaki alıntılarda sırasıyla verilmiştir.

P: Hocam burada da koni olan, doğum günü şapkası gibi hocam. Hocam şöyle bir tane üçgen ve altına da bir tane yuvarlak, aynı doğum günü şapkası gibi. Buna benzeyen hocam sadece bu -c- var. (Koniye anlatırken kenara koni çizimi yapmıştır.)

P: Hangisi silindir.. silindir, alt ve üst tabanın daire olması, kenarlar ise buradan böyle.. dikdörtgenin böyle katlanmış hali (eliyle yuvarlak yapıyor) silindir. Buna benzeyen bir tane şey bulucuz. (Dik dairesel silindir çizimi yapmıştır.)

Yukarıdaki alıntıda da görüldüğü gibi öğrenci koni ve silindiri çizim ve eylemlerle anlatmıştır, bu kısımda sözcük kullanımı süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

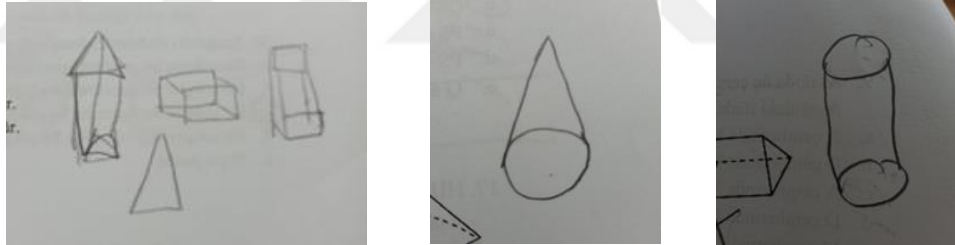
Öğrencinin matematiksel söylemlerinin bazı kısımlarında geometrik cisimler alt öğrenme alanı ile ilgili sözcük kullanımının hem nesne hem de süreç temelli olduğu tespit edilmiştir. Düzgün çokyüzlü ve çokyüzlü arasındaki farkı anlatan hem nesne hem de süreç temelli bir örnek aşağıdaki alıntı da verilmiştir.

P: Aşağıdaki ifadelerden hangisi diyor hocam, düzgün çokyüzlü. Hocam şimdi iki tane çokyüzlü vardır. Biri düzgün, biri de normal çokyüzlü. Hocam düzgün çokyüzlü tüm kenarın hepsi kenarı olsun, açı olsun ne bileyim mesela yüz olsun hepsi birbirine eşit

olmalıdır. Ama hocam çokyüzlü ise hocam tüm kenarların.. u tüm yüzlerin hepsi birbirine eşit olmak zorunda değil. Mesela üçgen prizma normal, düzgün çokyüzlü değildir. Çünkü tüm yüzlerin hepsi birbirine eşit değil mesela burada dikdörtgen var burada da üçgen var. üçgen ve dikdörtgen birbirlerine eşit değil o zaman bu sadece çokyüzlü olur. Ama küp ise tüm hepsi birbirine eşit, hepsi karelerden oluşur. Böyle hepsi karelerden oluştuğu için bu bir düzgün çokyüzlü olur. Burada da hepsi doğru olduğu için cevap hepsi doğru olur. (Düzgün çokyüzlü örneği vermek için küp çizmiştir. Çokyüzlü örneği vermek için ise üçgen prizma çizmiştir. Küpün karelerden oluştuğunu belirtirken yüzeylerini boyamıştır).

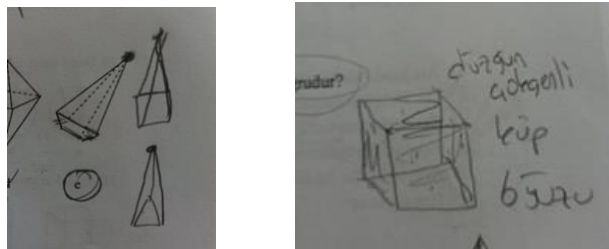
Yukarıdaki alıntıda görüldüğü gibi öğrenci düzgün çokyüzlü ve çokyüzlüyü önce soyut bir biçimde ifade etmiş yani herhangi bir sürece yer vermeden matematiksel bir nesne olarak kullanmıştır. Sonra ise düzgün çokyüzlüyü örnek üzerinden anlatmak için küp çizmiş, çokyüzlüyü örnek üzerinden anlatmak için ise üçgen prizma çizmiştir. Yani alıntının son kısmında çizimlerle anlatım yaptığı için bu kısım süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

4.2.3.2.3.2. Pelin'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki görsel araçları. Pelin'in geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki görsel araçları aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.33. Pelin'in çokyüzlü, koni ve silindir çizimleri

Yukarıdaki şekillerde Pelin'in prizma, koni ve silindir ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Bu görsel araçlara bakıldığında öğrencinin doğru çizimler yaptığı görülmektedir. Öğrencinin çokyüzlü örneği olarak farklı prizmalar çizmesi, prizmaların çokyüzlü olduğu bilgisine sahip olduğunu, 3. geometrik düşünme düzeyinde düşünebildiğini göstermektedir.



Şekil 4.34. Pelin'in piramit ve küp çizimi

Yukarıdaki şekillerde Pelin'in piramit ve küp ile ilgili görsel araçları verilmiştir. Bu görsel araçlara bakıldığında öğrencinin doğru çizimler yaptığı görülmektedir. Piramit ile ilgili öğrencinin, prototip sayılabilecek çizimlerinin olduğu, küpün altı yüzü olduğu ve küpün düzgün bir çokyüzlü olduğu bilgisine sahip olduğu görülmektedir.



Şekil 4.35. Pelin'in silindirin yan yüzü ile ilgili el hareketi

Şekil 4.35.' te öğrencinin silindirin yan yüzünün bir kağıdın kıvrılmasıyla oluşturulabileceğini gösteren el işareti görülmektedir. Öğrencinin silindirin yan yüzünü günlük hayattan örnek vererek anlatabildiği görülmektedir.

4.2.3.2.3.3. *Pelin'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki rutinleri.* Pelin ile gerçekleştirilen görüşmede geometrik cisimler alt öğrenme alanıyla ilgili 4 rutin kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıdaki tabloda Pelin'in görüşmede kullandığı rutin, nasıl ve ne zaman kullandığı tetikleyici ve kapanışları ile birlikte verilmiştir.

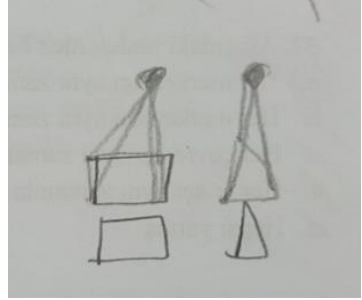
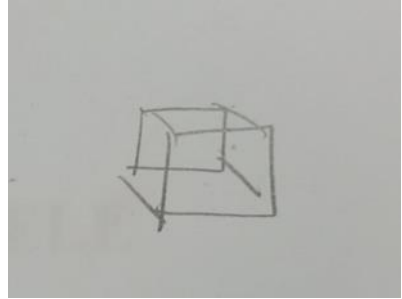
Tablo 4.30. *Pelin'in Geometrik Cisimlerle ilgili Rutin Tablosu*

Tetikleyici	Rutin	Nasıl	Ne zaman	
			Uygulanabilirlik	Kapanış
1.14.sorunun açıklanmasının istenmesi	Dik dairesel silindir çizimi ve yan yüzünün	Sorunun yanına dik dairesel silindir çizmiştir ve yan yüzünün	Silindirin özelliklerini anlatırken	Silindir çizimini tamamlamış, şekil üzerinden anlatım yapmıştır.
2.27.sorunun açıklanmasının istenmesi	dikdörtgenin kıvrılarak oluştuğunu havada el işaretiyle anlatma	dikdörtgenin kıvrılmasıyla oluştuğunu iki elini havada karşılıklı ters yöne çevirerek göstermiştir.	Silindirin tabanlarının dairesel olduğunu anlatırken	
1.15.sorunun açıklanmasının istenmesi	Üçgen ve kare piramit çizimi	Sorunun yanına üçgen ve dikdörtgen piramit çizmiştir.	Piramide örnek verirken	Üçgen ve kare piramit çizmiş, anlatımına devam etmiştir.
2.41.sorunun açıklanmasının istenmesi			Piramidin tabanlarını anlatırken	

1.28.sorunun açıklanmasının istenmesi 2.45.sorunun açıklanmasının istenmesi	Küp çizimi	Sorunun yanına küp çizmiştir.	Düzgün çokyüzlüye örnek verirken Prizmanın tüm yüzlerinin dikdörtgen veya paralelkenar değil kare olabileceğini anlatırken Çokyüzlü örneği verirken	Küpü çizip anlatımına devam etmiştir.
1.28.sorunun açıklanmasının istenmesi 2.42.sorunun açıklanmasının istenmesi	Üçgen prizma çizimi	Sorunun yanına üçgen prizma çizmiştir.	Her prizmanın çokyüzlü ancak her çokyüzlünün prizma olmadığını anlatırken	Üçgen prizma çizip, anlatımını şekil üzerinden yapmıştır.

4.2.3.2.3.4. *Pelin'in görüşmedeki geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki anlatıları.* Pelin'in geometrik cisimler alt öğrenme alanı ile ilgili tasdik edilmiş anlatıları; sözcük kullanımı, görsel araçları ve rutinlerinden yararlanılarak belirlenmiştir. Aşağıdaki tabloda Pelin'in anlatıları, anlatısını tasdik eden sözcük kullanımı, varsa tasdik eden rutin ve tasdik eden görsel araçları verilmiştir.

Tablo 4.31. *Pelin'in Geometrik Cisimler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu*

Anlatı	Tasdik Eden Sözcük Kullanımı	Tasdik Eden Rutin	Tasdik Eden Görsel Aracı
Piramitlerin tabanları kare, dikdörtgen, üçgen olabilir. Yan yüzleri üçgenlerden oluşur.	P: Piramit demek bir noktada kesişecek, kesişecek. Piramitler mesela tabanları kare veya dikdörtgen olabilir veya üçgen olabilir Diyor ki yan yüzleri üçgenlerden oluşmaktadır. Bu kesinlikle doğru, mutlaka yan yüzleri üçgenlerden oluşacak ki piramit olsun.	Üçgen ve kare piramit çizimi	
Bir küp 6 yüze sahiptir.	P: ...bir küp neye sahiptir hocam 6 tane yüze sahiptir. Hocam sayalım şurada 1,2,3,4,5,6 toplam 6 tane yüzü vardır bunun. 6 tane yüzü olduğu için cevapta c oluyor.	Küp çizimi	

Düzgün çokyüzlüler aynı yüzlere sahip olmalıdır. Çokyüzlüler eş yüzlere sahip olmak zorunda değildir.

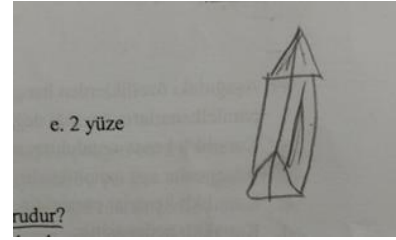
P: Hocam şimdi iki tane çokyüzlü vardır. Biri düzgün, biri de normal çokyüzlü. Hocam düzgün çokyüzlü tüm kenarın hepsi kenarı olsun, açısı olsun ne bileyim mesela yüz olsun hepsi birbirine eşit olmalıdır. Ama hocam çokyüzlü ise hocam tüm kenarların.. 11 tüm yüzlerin hepsi birbirine eşit olmak zorunda değil. Mesela üçgen prizma normal, düzgün çokyüzlü değildir. Çünkü tüm yüzlerin hepsi birbirine eşit değil mesela burada dikdörtgen var burada da üçgen var. Üçgen ve dikdörtgen birbirlerine eşit değil o zaman bu sadece çokyüzlü olur. Ama küp ise tüm hepsi birbirine eşit, hepsi karelerden oluşur. Böyle hepsi karelerden oluştuğu için bu bir düzgün çokyüzlü olur.

Silindirin alt ve üst tabanı dairedir, yan yüzü ise dikdörtgenin kıvrılmış halidir.

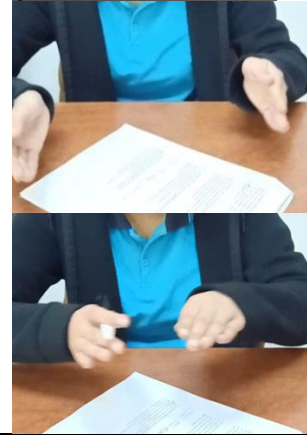
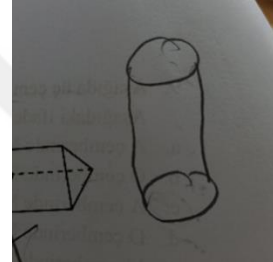
P: silindir, alt ve üst tabanın daire olması, kenarlar ise buradan böyle.. dikdörtgenin böyle katlanmış hali (eliyle yuvarlak yapıyor) silindir.

Üçgen prizma çizimi

Küp çizimi



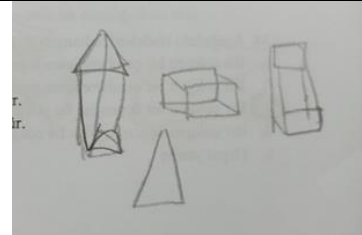
Dik dairesel silindir çizimi ve yan yüzünün dikdörtgenin kıvrılarak oluştuğunu havada el hareketiyle anlatma



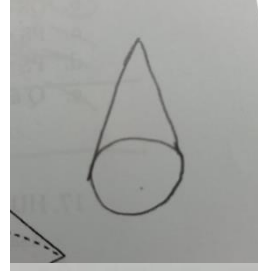
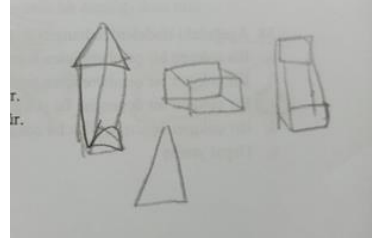
Prizmanın alt ve üst tabanı birbirine paraleldir.

P: Prizma demek, alt ve üst tabanı birbirine paralel olacak, burada alt ve üst taban...

... ama hocam bunda alt taban ve üst taban beşgen olduğu için birbirine paralel, o zaman yalnızca a oluyor.



Tablo 4.31. (devamı) *Pelin'in Geometrik Cisimler Tasdik Edilmiş Anlatı Tablosu*

Koni doğum günü şapkasına benzer.	P: Hocam burada da koni olan, doğum günü şapkası gibi hocam. Hocam şöyle bir tane üçgen ve altına da bir tane yuvarlak, aynı doğum günü şapkası gibi.	
Her çokyüzlü prizma değildir. Piramit bir çokyüzlüdür ama prizma değildir. Silindir köşesi olmadığı için çokyüzlü değildir.	P: , mesela diyelim bu prizma, üçgen prizma aynı zamanda da çokyüzlü. Ama her çokyüzlü prizma değildir. Çünkü mesela silindir, silindir bir çokyüzlü değil. Çünkü köşesi yok. Hocam bir dakika, hı hocam mesela piramit, piramit bir çokyüzlüdür fakat bir prizma değildir. Çünkü karşılıklı tabanları yoktur.	

Pelin'in geometrik cisimler ile ilgili tasdik edilmiş anlatı tablosuna bakıldığında, öğrencinin “*Piramitlerin tabanları kare, dikdörtgen, üçgen olabilir. Yan yüzleri üçgenlerden oluşur.*” anlatısından görüldüğü üzere piramitlerin tabanlarının farklı şekillerden oluşabileceğini ve yan yüzlerinin üçgenlerden oluştuğunu bilgilerine sahip olduğu gözlenmiştir. Prizma ile ilgili anlatısında “*Prizmanın alt ve üst tabanı birbirine paraleldir.*” tabanlarının paralelliklerinden bahsettiği ancak tabanların eşliğinden bahsetmediği görülmektedir. Küp ile ilgili anlatısında “*Bir küp 6 yüze sahiptir.*” 6 yüzü olduğu bilgisine sahip olduğu görülmektedir. Silindir ile ilgili anlatılarında “*Silindirin alt ve üst tabanı dairedir, yan yüzü ise dikdörtgenin kıvrılmış halidir.*” görüldüğü üzere alt ve üst tabanının daireselliğinden bahsettiği, dikdörtgenin kıvrılmasıyla silindirin yan yüzünü oluşturabileceği ifadesinden silindirin açınımını bildiği söylenebilir. “*Koni doğum günü şapkasına benzer.*” anlatısında koniyi matematiksel kavramlar yerine günlük hayattan örneklerle açıkladığı gözlenmiştir. “*Düzgün çokyüzlüler aynı yüzlere sahip olmalıdır. Çokyüzlüler eş yüzlere sahip olmak zorunda değildir.*” ve “*Her çokyüzlü prizma değildir. Piramit bir çokyüzlüdür ama prizma değildir. Silindir köşesi olmadığı için çokyüzlü değildir.*” anlatılarında görüldüğü üzere çokyüzlüler ve düzgün çokyüzlüler arasındaki farkı açıklayabildiği, geometrik cisimler ve çokyüzlüler arasındaki ilişkiyi 3.geometrik düşünme düzeyinden ifadelerle açıklayabildiği belirlenmiştir.

4.2.4. Öğrencilerin Matematiksel Söylemlerinin Özet Tabloları

Aşağıda 1.,2. ve 3. geometrik düşünme düzeylerinde bulunan öğrencilerin farklı alt öğrenme alanlarındaki matematiksel kavramlarla ilgili tasdik edilmiş anlatıları ve sözcük kullanımları tablolar ve özet halinde sunulmuştur. Tabloda 4.32’deki italik yazımlar, öğrencilerin sözcük kullanımlarını ifade etmektedir ve normal yazımlar tasdik edilmiş anlatılarını oluşturmaktadır.

Tablo 4.32. *Geometrik Düşünme Düzeyi 1 Olan Öğrencilerin Sözcük Kullanımı ve Tasdik Edilmiş Anlatıları Özet Tablo*

Alt Öğrenme Alanları	Matematiksel Kavramlar	Arda	Esra
ÜÇGENLER ve DÖRTGENLER	Üçgen	Üçgen 180 dereceli bir şekildir.	Üçgenin iç açıları toplamı 180 derecedir. Taban kenarı hariç diğer kenarlar birbirine eşittir.
	Dikdörtgen	Dikdörtgenin sol ve sağ, alt ve üst kenarları birbirine eşittir.	Dikdörtgen kısa ve uzun kenarı birbirine eşittir.
	Kare	Kare tüm kenarları birbirine eşit olan şekildir.	Karenin tüm çizgileri birbirine eş ve köşeleri 90 derecedir.
	Paralelkenar	<i>Paralelkenar hocam şunun gibi bir şekil, böyle hocam... bilmiyorum.</i>	Paralelkenarın alt ve üst kenarları birbiriyle aynı ama yan çizgileri farklıdır.
	Eşkenar Dörtgen	Eşkenar dörtgen tüm kenarları eşit ve karenin aşağıya bakan halidir.	<i>Eşkenar dörtgeni çok hatırlamıyorum ama L ve K yi önce... olmayacağını düşündüğüm için sadece M yi işaretledim. Özelliklerini falan da çok hatırlamıyorum. Sadece bu şekil düşündüğüm için işaretledim.</i>
ÇEMBER ve DAİRE	Kiriş	<i>Bilmiyorum</i>	Dairenin bir noktasından bir noktasına gelen çizgiye kiriş denir
	Çembere içten teğet üçgen	(karışık anlaşılmayan ifadeler)	Dairenin içinde tüm köşeleri daireye değen şekildir.
	Teğet çemberler	<i>Burada değmediği için, burada da değmediği için bu hocam C ve D.</i>	Çemberler içten ve dıştan teğet olabilir.
	Çap	<i>Hocam bunu bilmiyorum</i>	Direnin yan çizgisine çap denir.
	Daire dilimi	<i>Bunu salladım hocam</i>	<i>hiçbir açının bir kenarı, bir açısı bu ortadaki noktaya değmediği için cevabı D olarak gördüm.</i>

(devamı arkadadır)

Tablo 4.32. (devamı) *Geometrik Düşünme Düzeyi 1 Olan Öğrencilerin Sözcük Kullanımı ve Tasdik Edilmiş Anlatıları Özet Tablo*

Alt Öğrenme Alanları	Matematiksel Kavramlar	Arda	Esra
----------------------	------------------------	------	------

GEOMETRİK CİSİMLER	Prizma	(prizma sorusunda silindirin bulunduğu seçeneği işaretlemiştir.)	Prizma hakkında çok fazla bilgiye sahip değilim...
	Koni	Koni aşağısı üçgen üstüne yuvarlak çizilmiş bir cisimdir.	Koni bir yuvarlağın etrafına sarılmış üçgen şeklindeki şekildir.
	Silindir	Silindirin tabanları daire, yan kısmı yataydır.	Silindirin alt ve üst tabanı yuvarlak ve birbirine eşit, yan yüzü bir kağıdın kıvrılmasıyla oluşturulabilir.
	Piramit	<i>Piramitte hocam böyle yukarıya doğru olan A ve daha çok piramide benzeyen, üçgenden biraz farklı işte.</i>	<i>Resmini hatırlıyorum sadece özelliklerini hatırlamıyorum.</i>
	Çokyüzlü	“Sivri köşe ve eğik yüzey olmaması gerekiyor”	

Tablo 4.33. *Geometrik Düşünme Düzeyi 2 Olan Öğrencilerin Sözcük Kullanımı ve Tasdik Edilmiş Anlatıları Özet Tablo*

Alt Öğrenme Alanları	Matematiksel Kavramlar	İrem	Halil
ÜÇGENLER ve DÖRTGENLER	Üçgen	Üçgenin 3 köşesi, 3 kenarı vardır. Açısı 180 derecedir.	Üçgenin 3 kenarı vardır, 2 kenarı birbirine eşittir. Tüm açıları 180 derecedir.
	Dikdörtgen	Dikdörtgenin her köşesi diktir, 360 derecelik açısı vardır, paralelkenardır.	Dikdörtgenlerin 2 tane kısa 2 tane de uzun kenarı vardır ve tüm açıları 360 derecedir.
	Kare	Karenin tüm kenarları eşit ve köşeleri diktir.	Kare dikdörtgenin özelleştirilmiş bir halidir ve tüm açıları 360 derecedir.
	Paralelkenar	Karenin köşegenleri dik kesişir	<i>Köşegenler birbirine dik değil</i>
		<i>Paralelkenarlarda birbiriyle karşılıklı olan kenarlar paralelkenarlardır.</i>	Paralelkenar, karşılıklı kenarların eşit bir şekilde birbirine bakmasıdır.
		(köşegenler ile ilgili anlaşılmayan karışık ifadeler)	Paralelkenarın köşegenleri birbirine dik değildir.
	Eşkenar Dörtgen	Eşkenar dörtgenin karşılıklı kenarları paraleldir, kenarları birbirine eşit.	<i>Köşegenler aynı uzunluktadır</i>
		Köşegenleri dik kesişir.	Eşkenar dörtgenin tüm kenarları birbirine eşittir ve açıları eşit.
		<i>Köşegenler aynı uzunlukta değildir.</i>	Eşkenar dörtgenin köşegenleri aynı uzunlukta değildir ve köşegenler dik kesişir.

Tablo 4.33. (devamı) *Geometrik Düşünme Düzeyi 2 Olan Öğrencilerin Sözcük Kullanımı ve Tasdik Edilmiş Anlatıları Özet Tablo*

Alt Öğrenme Alanları	Matematiksel Kavramlar	İrem	Halil
ÇEMBER ve DAİRE	Kiriş	Çemberin içinden bir noktadan bir noktaya geçen çizgiye giriş denir.	<i>Kiriş, dairenin içindeki bir açı da denilebilir. Bir uzunlukta denilebilir.</i>
	Çembere içten teğet üçgen	İçten teğet üçgende, üçgen çemberin içine tüm köşeleri çembere değecek şekilde çizilir.	Şeklin tüm kenarları çembere değerse ve dışı çember olursa içten teğet olur.
	Teğet çemberler	<i>Çemberin içinden tüm köşeleri çembere değecek şekilde çizilir.</i>	Çemberler birbirine değmeli. İçten ve dıştan teğet olabilir.
	Çap	Çap, dairenin merkezinden geçen ve daireyi ikiye bölen çizgi.	Çap, bir daireyi ikiye bölen kenar denilebilir.
	Daire dilimi	<i>Şöyle anlatayım, şöyle bir daire çizdiğimizde merkezi olmak zorunda ve dilim olarak gösterdiğimizde, çembere değmek zorunda. Burada bakıyorum kimisi çemberin dışına çıkmış, kimisi çembere hiç değmemiş, ben bunu yaptım çembere u, çembere diyorum, merkeze değdiği için bu cevabı işaretledim</i>	Daire dilimi merkez açıdan bir dilimdir.
R	Prizma	<i>Prizma, tüm yüzeyleri üçgendir fakat tabanı istediği şekil olabilir. Kare de olabilir, üçgende olabilir, diyelim altıgende olabilir hiç fark etmez.</i>	Prizmanın tabanları birbirine eşit ve paraleldir.
	Koni	<i>Koni zaten hani parti şarkılarında da gibi şöyle alt</i>	Koni yuvarlak ve üstüne üçgen koyulmuş gibi duran bir cisim

Tablo 4.34. (devamı) Geometrik Düşünme Düzeyi 3 Olan Öğrencilerin Sözcük

Kullanımı ve Tasdik Edilmiş Anlatıları Özet Tablo

GEOMETRİK		olan, kenarı köşesi olmayan bir cisimdir	eşit ve dairesel tabanı vardır. Ortasında da bir dikdörtgen.
	Piramit	Piramidin yan yüzleri üçgendir, tabanları kare altıgen olabilir.	<i>Piramidin tabanı karesel bir bölgeydi ve baktığımızda bir noktaya.. ee üçgenler sanki oraya birleşmiş gibi görüldüğü için a şıkkı olamaz.</i>
	Çokyüzlü	<i>Düzgün çokyüzlülerin eğri yüzeyleri olmaması gerek. Aslında silindir de bir düzgün çokyüzlü değildir.</i>	<i>Düzgün çokgen için sorduğu için eğri yüzleri yoktur.</i>

Tablo 4.34. Geometrik Düşünme Düzeyi 3 Olan Öğrencilerin Sözcük Kullanımı ve Tasdik Edilmiş Anlatıları Özet Tablo

Alt Öğrenme Alanları	Matematiksel Kavramlar	Deniz	Pelin
ÜÇGENLER ve DÖRTGENLER	Üçgen	İkizkenar, çeşitkenar ve dik üçgen gibi üçgen çeşitleri vardır.	Üçgenin 2 kenarı eşit uzunluktaysa ikizkenar üçgendir.
	Dikdörtgen	Dikdörtgenin karşılıklı kenarları birbirine eşittir, köşegenlerin uzunlukları birbirine eşittir ve köşegenler birbirini dik kesmezler. <i>Karenin tüm özellikleri dikdörtgenin özelliklerini göstermez ancak dikdörtgenin tüm özellikleri karelerin tüm özelliklerini gösterir</i>	“Dikdörtgenin karşılıklı kenarları birbirine eşittir.” ve “Dikdörtgenin köşegenleri dik kesişmez, karenin köşegenleri dik kesişir.” <i>Dikdörtgenlerin tüm özellikleri, tüm karelerin özellikleridir.</i>
	Kare	“Karede köşegenler birbirini dik keser” ve “Her kare bir dikdörtgendir, her dikdörtgen bir kare değildir.”	Karenin kenarları birbirine eşittir, açıları diktir, köşegenleri birbirine diktir.
	Paralelkenar	“Karşılıklı kenarları birbirine paralel olan şekiller paralelkenardır.” ve “Paralelkenarda köşegen uzunlukları eşit değildir ancak dikdörtgende köşegen uzunlukları eşittir.” <i>Bir eşkenar dörtgen çizelim bu paralelkenarın özelliklerini gösteriyor mu, evet çünkü karşılıklı kenarlar birbirine paralel ve köşegenler şu şekilde dik kesişiyor.</i>	“Paralelkenarda karşılıklı kenarlar paraleldir, köşegenlerin kesişimiyle oluşan ters açılar birbirine eşittir.” ve “Paralelkenarda köşegenler eşit uzunlukta değildir, dikdörtgende köşegenler eşit uzunluktaadır.” <i>Bu eşkenar dörtgen ise paralelkenardır, bu doğru. Mesela hocam paralelkenarın özel hali zaten bir eşkenar dörtgendir veya aynı zamanda dikdörtgen vardır.</i>
	Eşkenar Dörtgen	“Eşkenar dörtgenin köşegenleri eşit uzunlukta değildir.” ve “Eşkenar dörtgenin köşegenleri dik kesişir.”	“Eşkenar dörtgenin tüm kenarları eşittir, köşegenler dik kesişir.” ve “Eşkenar dörtgenin köşegenleri aynı uzunlukta değildir.”
ÇEMBER ve DAİRE	Kiriş	Çemberin içinden bir noktadan bir noktaya çizilen doğru parçasıdır.	Kiriş, çemberde bir köşeden bir köşeye çizilen çizgidir.
	Çembere içten teğet üçgen ve dörtgen	<i>abc üçgeni her noktada, her köşe çemberin bir noktasında birleştiği için D yi alırız.</i>	“Çembere içten teğet dörtgenin iç açılar toplamı 360 derecedir.”, ve “Çemberin içine tüm köşeleri çembere değen üçgen çizicez.”
	Teğet çemberler	Birbirleriyle yan yana olan, birbirlerine değen çizimler teğet çizimlerdir.	Köşe yok ama ufak bir kenarı değse bile teğet sayılır.
	Çap	“Çap bir dairenin içine çizilen doğru parçasıdır.” ve “Çaplar dairenin merkezinde kesişir.”	“Yarıçap ve yarıçapın toplamı, çaptır.” ve “İki çap merkez açıda kesişir.”

GEOMETRİK CİSİMLER	Daire dilimi	Çemberin merkezinden bir dilim göstermesi gerekiyor.	Daire dilimi pizza dilimine benzer.
	Çemberde merkez açı, çevre açı, iç açı	“Çemberdeki merkez açı aynı zamanda iç açıdır.” “iç açımızın ölçüsü 80 olsun, bu karşıda 80 olur. Peki buraya bi tane daha iç açı çizersek, ne kadar olur diye sorarsanız bunun yarısı kadar olur. Yani bunun $\frac{1}{2}$ si olur.”	“Çemberde her merkez açı ve çevre açı iç açıdır. Her iç açı merkez açı değildir. Her çevre açı da merkez açı değildir.” ve “Çemberde çevre açı merkez açının yarısıdır.”
	Prizma	Tabanları aynı olan geometrik cisimler prizma olarak adlandırılabilir. <i>eş doğru ama paralel tabanı olmayabilir, mesela kare prizmada tabanlar birbirlerine paralel mi hayır, tabanlar birbirlerine eş ...</i>	Prizmanın alt ve üst tabanı birbirine paraleldir. (tabanlarının eş olduğu ifadesi)
	Koni	Bir üçgen ve altına dairesel bölge çizimi koniyi verir.	Koni doğum günü şapkasına benzer.
	Silindir	Silindirin tabanları daireseldir. <i>daireyi kaplayan bir geometrik cisimdir.</i>	Silindirin alt ve üst tabanı dairedir, yan yüzü ise dikdörtgenin kıvrılmış halidir.
	Piramit	Piramidin tabanları farklı çokgenler olabilir. Yan yüzleri tepede bir noktada birleşmelidir ve üçgendir.	Piramitlerin tabanları kare, dikdörtgen, üçgen olabilir. Yan yüzleri üçgenlerden oluşur.
	Çokyüzlü	“bir üçgen prizma çizelim. Bu çokyüzlü değil mi evet çokyüzlü değil. Çünkü bakın mesela buradaki tabanlar yüzler birbirlerine eşit olmadığı için e yi alamayız.”	“Düzgün çokyüzlüler aynı yüzlere sahip olmalıdır. Mesela küp karelerden oluştuğu için bir düzgün çokyüzlüdür. Çokyüzlüler eş yüzlere sahip olmak zorunda değildir. Mesela üçgen prizma üçgen ve dikdörtgen yüzlere sahip olduğu için çokyüzlüdür.” ve “Her çokyüzlü prizma değildir. Piramit bir çokyüzlüdür ama prizma değildir. Silindir köşesi olmadığı için çokyüzlü değildir.” “... bir cisim küpse aynı zamanda düzgün çokyüzlüdür.”

Tablo 4.32 ve Tablo 4.33’ e göre öğrenciler aynı geometrik düşünme düzeyinde olsalar da matematiksel kavramlarla ilgili aynı derecede bilgiye sahip olmadıkları ve bu sebeple matematiksel kavramlarla ilgili aynı düşünme düzeyinde bulunmadıkları belirlenmiştir. Örneğin; İrem’in prizma ile ilgili sözcük kullanımı “*Prizma, tüm yüzeyleri üçgendir fakat tabanı istediği şekil olabilir. Kare de olabilir, üçgende olabilir, diyelim altıgende olabilir hiç fark etmez.*” şeklindeyken, Halil’in “Prizmanın tabanları birbirine eşit

ve paraleldir.” şeklindedir. İrem prizmayı piramit ile karıştırmışken, Halil prizmanın tabanları özelliklerini açıklamıştır.

4.2.5. Farklı Geometrik Düşünme Düzeyinde Bulunan Öğrencilerin Matematiksel Söylemleri Arasındaki İlişki

Araştırmaya katılan öğrencilerin matematiksel söylemleri arasındaki ilişki, Sfard’ın (2008) teorisinde yer alan dört temel ögeye göre değerlendirilerek sunulmuştur.

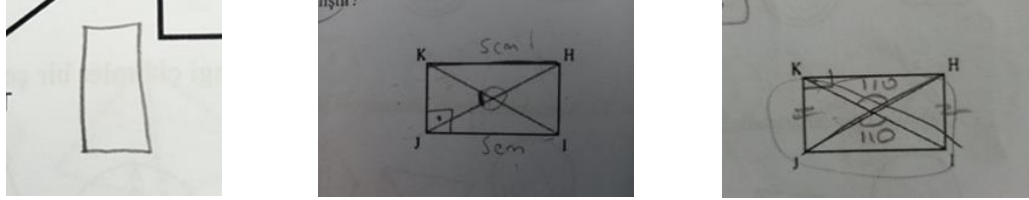
Öğrencilerin alt öğrenme alanlarına ve düzeylerine göre görüşmelerde ortaya çıkan sözcük kullanımlarının genellikle süreç mi yoksa nesne temelli mi olduğu Tablo 3.25’te sunulmuştur. Nesne ve süreç temelli sözcük kullanımı sayısı birbirine yakın olan öğrencilerin sözcük kullanımı nesne-süreç temelli olarak değerlendirilmiştir.

Tablo 4.35. *Alt Öğrenme Alanlarına Göre Öğrencilerin Ağırlıklı Olarak Sözcük Kullanımları*

Öğrenci İsimleri	Öğrencinin Düzeyi	Alt Öğrenme Alanları		
		Üçgenler ve Dörtgenler	Çember ve Daire	Geometrik Cisimler
Arda	1	Nesne temelli	Süreç temelli	Nesne-Süreç temelli
Esra	1	Nesne temelli	Süreç temelli	Süreç temelli
İrem	2	Nesne-Süreç temelli	Süreç temelli	Nesne temelli
Halil	2	Nesne temelli	Nesne-Süreç temelli	Süreç temelli
Deniz	3	Süreç temelli	Süreç temelli	Süreç temelli
Pelin	3	Süreç temelli	Süreç temelli	Nesne-süreç temelli

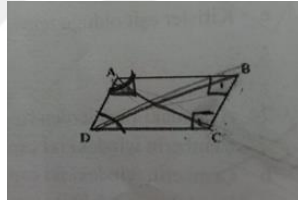
Yukarıdaki tabloda da görüldüğü üzere öğrencilerin sözcük kullanımları incelendiğinde 1.ve 2.geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin hem nesne hem de süreç temelli sözcük kullanımında bulunduğu, 3.geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin sözcük kullanımlarının ise daha çok süreç temelli olduğu görülmektedir. Süreç temelli sözcük kullanımında öğrencilerin süreç, eylem, çizim ile matematiksel kavramı açıklaması gerekmektedir. Bu durumda 3.geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin matematiksel kavramları açıklarken genellikle süreç, eylem ve çizimlerden yararlandıkları söylenebilir. Bu belki de öğrencilerin, ifade etmeye çalıştıkları kavramları çizerek veya göstererek daha anlaşılır bir şekilde ifade edebilecekleri düşüncesinden ortaya çıkan bir durum olabilir. Çünkü nesne temelli sözcük kullanımı bunun aksine matematiksel kavramları gerçek hayattan soyutlamayı gerektirmektedir.

Farklı geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin görsel araçları incelendiğinde ise öğrencilerin genellikle prototip çizimlerden, matematiksel sembollerden ve el hareketlerinden yararlandıkları belirlenmiştir. Aşağıdaki görsellerde farklı geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin dikdörtgen ile ilgili çizimleri verilmiştir.



Şekil 4.36. Sırasıyla Arda'nın, Halil'in, Pelin'in dikdörtgen çizimleri

1.geometrik düşünme düzeyinde bulunan Arda'nın, şekil üzerinde matematiksel sembol kullanmadığı, şeklin kenar uzunluklarına ve açlarına herhangi bir sayı yazmadığı görülmektedir. 2.ve 3.geometrik düşünme düzeyinde bulunan Halil ve Pelin'in ise dikdörtgen çizimlerinde, matematiksel sembol kullanımına, şeklin açlarına ve uzunluklarına yer verdiği görülmektedir. Bu görsel araçlardan yola çıkarak, öğrencilerin geometrik düşünme düzeyi arttıkça çizimlerinde yer alan matematiksel sembollerin ve sayıların arttığı söylenebilir.



Şekil 4.37. İrem'in paralelkenar çizimi

Öğrencilerin kullandığı görsel araçların bazılarında yanlış matematiksel sembol kullanımları belirlenmiştir. Yukarıdaki şekilde öğrencinin paralelkenarın köşelerine diklik sembolü koyduğu görülmektedir. Bu sembolden hareketle öğrencinin paralelkenarla ilgili yanlış bilgiye sahip olduğu gözlenmiştir.

Öğrencilerin alt öğrenme alanlarına ve düzeylerine göre görüşmelerde ortaya çıkan rutin sayısı aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 4.36. Öğrencilerin Rutin Sayısı Tablosu

Öğrenci İsimleri	Öğrencinin Düzeyi	Alt Öğrenme Alanları		
		Üçgenler ve Dörtgenler	Çember ve Daire	Geometrik Cisimler
Arda	1	0	0	0
Esra	1	0	0	1
İrem	2	2	1	0
Halil	2	0	0	2
Deniz	3	2	1	3
Pelin	3	6	2	4

Öğrencilerin geometrik düşünme düzeyi arttıkça kullandıkları rutin sayısının arttığı Tablo 4.36’da görülmektedir. Bu duruma, öğrencilerin açıkladıkları soru sayısının düzeye göre artış göstermesinin etki etmiş olabileceği düşünülmektedir.

Öğrencilerin tasdik edilmiş anlatıları ile ilgili yorum yapabilmek için aşağıda öğrencilerin bazı tasdik edilmiş anlatı örnekleri sunulmuştur.

1.geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin tasdik edilmiş anlatı örnekleri:

E: Prizma hakkında çok fazla bilgiye sahip değilim.

A: Eşkenar dörtgen tüm kenarları eşit ve karenin aşağıya bakan halidir.

E: Karenin tüm çizgileri birbirine eş ve köşeleri 90 derecedir.

Bu örnekler özellikle seçilmiş olup aynı geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin tasdik edilmiş anlatılarının geometrik düşünme düzeylerine göre nasıl değişiklik gösterdiğini incelemek amaçlanmıştır. Yukarıdaki ilk örnekte Esra’nın prizmanın özelliklerini bilmediği yani 1.geometrik düşünme düzeyi ve altında olduğu, ikinci örnekte Arda’nın eşkenar dörtgenin kenar özelliklerinden az da olsa bahsettiği ve şeklin görünüşüne odaklandığı dolayısıyla geometrik düşünme düzeyi olarak 1.düzeyden 2. düzeye geçiş sürecinde olduğu söylenebilir. Üçüncü örnekte, Esra’nın kare ile ilgili anlatısına bakıldığında ise kare ile ilgili bilgilere sahip olduğu ve 2.geometrik düşünme düzeyinde bulunduğu belirlenmiştir. Bu bulgular sonucunda, Arda ve Esra’nın tasdik edilmiş anlatılarının geometrik düşünme düzeylerine göre incelendiğinde 1.geometrik düşünme düzeyi altı ve 2.geometrik düşünme düzeyi arasında farklılaştığı belirlenmiştir.

2.geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin tasdik edilmiş anlatı örnekleri:

H: Koni yuvarlak ve üstüne üçgen koyulmuş gibi duran bir cisim.

İ: Çap, dairenin merkezinden geçen ve daireyi ikiye bölen çizgi.

H: Kare dikdörtgenin özelleştirilmiş bir halidir ve tüm açıları 360 derecedir.

Yukarıdaki ilk örnekte Halil’in koninin özelliklerinden bahsetmediği, şekli görsel olarak açıkladığı 1.geometrik düşünme düzeyinde olduğu, ikinci örnekte İrem’in çapın özelliğini 2.

geometrik düşünme düzeyine uygun bir şekilde anlatabildiği belirlenmiştir. Üçüncü örnekte, Halil'in kare ile ilgili anlatısına bakıldığında ise karenin dikdörtgenin özel bir hali olduğuyla ilgili bilgi verdiği ve bulunduğu düşünme düzeyinin üzerinde, 3.geometrik düşünme düzeyinde ifade kullandığı belirlenmiştir. Bu bulgular sonucunda, İrem ve Halil'in tasdik edilmiş anlatılarının geometrik düşünme düzeylerine göre incelendiğinde 1.geometrik düşünme düzeyi ve 3.geometrik düşünme düzeyi arasında farklılaştığı belirlenmiştir. Bunun yanında, öğrencilerin tasdik edilmiş tabloları incelendiğinde ifadelerinin ağırlıklı olarak 2.geometrik düşünme düzeyine uygun olduğu belirlenmiştir.

3.geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin tasdik edilmiş anlatı örnekleri ise aşağıdaki gibidir:

D: Daire dilimi çemberin merkezinden bir dilim göstermesi gerekiyor.

P: Paralelkenarda karşılıklı kenarlar paraleldir, köşegenlerin kesişimiyle oluşan ters açılar birbirine eşittir.

P: Çemberde her merkez açı ve çevre açı iç açıdır. Her iç açı merkez açı değildir. Her çevre açı da merkez açı değildir.

Yukarıdaki ilk örnekte Deniz'in daire diliminin merkezden çizilmesi gerektiğini belirttiği yani 2.geometrik düşünme düzeyinde olduğu görülmektedir, ikinci örnekte Pelin'in paralelkenarın özelliklerinden detaylı bir şekilde bahsettiği ve dolayısıyla geometrik düşünme düzeyi olarak 2.geometrik düşünme düzeyinde olduğu belirlenmiştir. Üçüncü örnekte, Pelin'in çemberde açı ile ilgili anlatısına bakıldığında ise çemberdeki merkez, çevre ve iç açı ile ilgili bilgilere sahip olduğu ve 3.geometrik düşünme düzeyinde bulunduğu belirlenmiştir. Bu bulgular sonucunda, Deniz ve Pelin'in tasdik edilmiş anlatılarının geometrik düşünme düzeylerine göre incelendiğinde 2.geometrik düşünme düzeyi ve 3.geometrik düşünme düzeyi arasında farklılaştığı belirlenmiştir.

Farklı düzeylerde yer alan öğrencilerin tasdik edilmiş anlatıları geometrik düşünme düzeyi ele alınarak incelendiğinde; 1.geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin en fazla 2.geometrik düşünme düzeyinden ifadeler kullanabildiği, 2.geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin az da olsa 3.geometrik düşünme düzeyinden ifadeler kullanabildiği, 3.geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin ise ifadelerinin 2 ve 3.geometrik düşünme düzeylerinde bulunduğu belirlenmiştir.

BEŞİNCİ BÖLÜM: TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

Araştırmanın tartışma, sonuç ve öneriler bölümü “Tartışma” ve “Öneriler” olmak üzere iki temel başlıkta incelenmiştir. Bu temel başlıklara ait alt başlıklar aşağıda detaylandırılmıştır.

Araştırmanın amacı; 8.sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerini belirlemek ve 1., 2., 3. geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin matematiksel söylemlerini incelemektir. Bu amaca yönelik olarak Gaziantep ilinde bulunan bir devlet okulundaki 54 öğrenciye Patkin (2014) tarafından geliştirilen “Global Van Hiele Soru Formu” uygulanarak öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri belirlenmiştir. Geometrik düşünme düzeyi belirlenen öğrencilerin matematiksel söylemlerini inceleyebilmek ve karşılaştırmak için geometrik düşünme düzeyi 1, 2 ve 3 olan ikişer öğrenciyle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin görüşmelerde ortaya çıkan söylemleri Sfard’ın (2008) Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım Teorisi’ne göre incelenmiştir. Bu bölümde, araştırmada elde edilen bulgulara ve yorumlara dayalı olarak ulaşılan tartışma ve sonuçlara, tartışma ve sonuçlar doğrultusunda da geliştirilen önerilere yer verilmektedir.

5.1. Tartışma

Araştırmanın tartışma bölümü “8.Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerine İlişkin Sonuçlar ve Tartışma”, “Geometrik Düşünme Düzeyi 1 Olan Öğrencilerin Matematiksel Söylemlerine İlişkin Sonuçlar ve Tartışma”, “Geometrik Düşünme Düzeyi 2 Olan Öğrencilerin Matematiksel Söylemlerine İlişkin Sonuçlar ve Tartışma”, “Geometrik Düşünme Düzeyi 3 Olan Öğrencilerin Matematiksel Söylemlerine İlişkin Sonuçlar ve Tartışma”, ve “Geometrik Düşünme Düzeyi Farklı Olan Öğrenciler Arasındaki İlişki ile İlgili Sonuç ve Tartışma” olmak üzere beş alt başlıkta incelenmiştir. Bu alt başlıklar aşağıda detaylandırılmıştır.

5.1.1. 8.Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerine İlişkin Sonuçlar ve Tartışma

Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirleyebilmek için birçok (Fidan, 2009; Kurak, 2009; Özcan, 2012; Patkin, 2014; Usiskin, 1982) test geliştirme çalışması yapılmıştır. Bu çalışmalar arasından 8.sınıf öğrencilerinin seviyesine uygun olması ve alt öğrenme alanındaki çeşitlilik (üçgen ve dörtgen, çember ve daire, geometrik cisimler)

nedeniyle Patkin'in (2014) geliştirdiği "Global Van Hiele Soru Formu" öğrencilere uygulanmıştır.

"Global Van Hiele Soru Formu" 54 kişiye uygulanarak geometrik dűřünme düzeyi belirlenen 8.sınıf öğrencilerinden %79,6' sı (43 öğrenci) hiçbir düzeeye dahil edilememiş, %11,1'i (6 öğrenci) 1.düzeeye, %5,6'sı 2.düzeeye (3 öğrenci), %3,7'si (2 öğrenci) 3.düzeeye olarak belirlenmiştir. Araştırmaya katılan 8.sınıf öğrencilerinin büyük çoğunluğu hiçbir düzeeye dahil edilememiş ve geometrik dűřünme düzeylerinin Van De Walle (2018)'e göre beklenenden düşük (3. düzeeye) olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Elde edilen bu sonuç ortaokul öğrencilerin geometrik dűřünme düzeylerini belirlemeye yönelik yapılan birçok (Anıkaydın, 2017; Bal, 2014; Buyruk Akıl, 2020; Demir, 2019; Ersoy, 2019; Gül, 2014; Karakarçayıldız, 2016; Karapınar, 2017; Oral, İlhan ve Kınay, 2013; Zeybek, 2019) araştırmayla benzerlik göstermektedir. "Global Van Hiele Soru Formu" farklı alt öğrenme alanlarından ilk 3 geometrik dűřünme düzeyiyle ilgili eřit sorular içermesi sebebiyle öğrencilerin farklı alt öğrenme alanındaki (üçgen ve dörtgenler, çember ve daire, geometrik cisimler) geometrik dűřünme düzeylerini belirleyebilme olanağı da sağlamaktadır. Bu yönüyle ulaşılabilen Van Hiele geometrik dűřünme düzeylerini belirlemeye yönelik gerçekteşirilen araştırmalardan (Anıkaydın, 2017; Assaf, 1986; Bal, 2014; Berkant ve Çadırılı, 2019; Burger ve Shaugnessy, 1986; Buyruk Akıl, 2020; Çelebi Akkaya, 2006; Demir, 2019; Erdoğan, Akkaya ve Çelebi Akkaya, 2009; Ersoy, 2019; Gül, 2014; Gutierrez, 1992; Güven, 2006; Kaleli Yılmaz ve Yüksel, 2019; Karapınar, 2017; Karakarçayıldız, 2016; Kılıç, 2013; Koçak, 2009; Moran, 1993; Oral, İlhan ve Kınay, 2013; Özcan ve Türnüklü, 2013; Özçakır, 2013; Öztürk, 2012; Senk,1983; Uzun, 2019; Yenilmez ve Korkmaz, 2013; Yılmaz, 2011; Zeybek, 2019) farklılaşmaktadır.

Araştırmaya katılan 8.sınıf öğrencilerinin "Global Van Hiele Soru Formu" uygulanarak farklı alt öğrenme alanlarına göre elde edilen geometrik dűřünme düzeyleri kısaca şöyledir:

- Öğrencilerin %88,9'u (48 öğrenci) üçgen ve dörtgenler alt öğrenme alanında hiçbir düzeeye dahil edilmemiş ve 1.düzeeyde yer almakta, %7,4'ü (4 öğrenci) 2.düzeeyde yer almakta, %3,7'si (2 öğrenci) 3.düzeeyde yer almaktadır.
- Öğrencilerin %90,7'si (49 öğrenci) çember ve daire alt öğrenme alanında hiçbir düzeeye dahil edilmemiş ve 1.düzeeyde yer almakta, %5,6'sı (3 öğrenci) 2.düzeeyde yer almakta, %3,7'si (2 öğrenci) 3.düzeeyde yer almaktadır.

- Öğrencilerin %83,3'ü (45 öğrenci) geometrik cisimler alt öğrenme alanında hiçbir düzeye dahil edilememiş ve 1.düzeyde yer almakta, %11,1'i (6 öğrenci) 2.düzeyde yer almakta, %5,6'sı (3 öğrenci) 3.düzeyde yer almaktadır.

Elde edilen bulgulara dayanarak 2.ve 3. geometrik düşünme düzeylerinde bulunan öğrencilerin yüzdesi (%16,7) geometrik cisimler alt öğrenme alanında en fazla iken çember ve daire alt öğrenme alanında en azdır (%11,1). Bu durumun pandemi süreciyle ilgili olabileceği düşünülmektedir. Öğretim programında çember ve daire alt öğrenme alanı 7.sınıf kazanımlarının içerisinde yer almaktadır. Bu çalışmada, araştırmanın gerçekleştirildiği öğrenciler 7.sınıfı uzaktan eğitimle tamamlamıştır. Elde edilen verilere bakıldığında, uzaktan eğitimle öğrencilerin gerekli kazanımları edinmede zorlandığı sonucuna ulaşılabılır.

5.1.2. Geometrik Düşünme Düzeyi 1 Olan Öğrencilerin Matematiksel Söylemlerine İlişkin Sonuçlar ve Tartışma

Geometrik düşünme düzeyi 1 olan Arda'nın ve Esra'nın matematiksel söylemlerinde;

- Sözcük kullanımının üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanında, genellikle nesne temelli; çember ve daire alt öğrenme alanında, genellikle süreç temelli; geometrik cisimler alt öğrenme alanında, Arda'nın sözcük kullanımının genellikle hem süreç hem nesne temelli olarak eşit dağılım gösterdiği, Esra'nın ise sözcük kullanımının süreç temelli olduğu tespit edilmiştir.
- Çember ve daire alt öğrenme alanında Esra'nın görsel aracı kullanımının daha fazla olduğu, diğer alt öğrenme alanlarında ise görsel aracı sayılarının birbirine yakın olduğu belirlenmiştir. Rutinlere bakıldığında ise geometrik cisimler alt öğrenme alanında Esra'nın ortaya çıkan bir rutini hariç rutin tespit edilememiştir.

Öğrencilerin üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanında sözcük kullanımının genellikle nesne temelli olması öğrencilerin bu alt öğrenme alanındaki kavramları gerçek hayattan soyutlayabildiğini kanıtlar niteliktedir. Çember ve daire, geometrik cisimler alt öğrenme alanında daha çok süreç temelli sözcük kullanımının ön planda olması ise öğrencilerin bu alt öğrenme alanlarında yer alan kavramları nesneleştirerek, gerçek dünyayla bağlantılı bir şekilde açıklayabildiklerini göstermektedir. Öğrencilerin genel olarak rutinlerinin belirlenememesinin ise soru formu içerisinde yer alan 1.düzey ile ilgili soru sayısının az olması dolayısıyla açıkladıkları soru sayısının az olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Öğrencilerin görsel araçlarının ise genellikle prototip çizimlerden oluştuğu sonucuna ulaşılmıştır. Arıkan (2019), araştırmasında öğretmenin ders içerisindeki

prototip çizimlerinin öğrencilerin çizimlerine de yansıdığını belirtmiştir. Bu durumda öğretmenlerin prototip çizimler yerine farklı çizimlere odaklanmaları gerektiği sonucuna ulaşılmıştır. Tablo 4.32.'de, öğrencilerin bazı kavramlarla ilgili açıklama yapabildiği, bazı kavramlar ile ilgili ise yapamadığı görülmektedir. Bu durum matematiksel kavramlarla ilgili eşit düzeyde bilgiye sahip olmadıkları sonucunu ortaya çıkarmaktadır. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeyi 1 olarak belirlendiğinde, soru formunda yer alan tüm matematiksel kavramlar açısından 1.geometrik düşünme düzeyinde yer aldıkları düşünülebilir ancak söylem analizi sayesinde aslında bilmedikleri veya yorum yapamadıkları matematiksel kavramlar olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Öğrencilerin matematiksel kavramlarla ilgili ifadelerine bakıldığında açıkladıkları şekillerle ilgili farklı geometrik düşünme düzeyinde yer aldıkları sonucuna ulaşılmıştır. Örneğin; Esra'nın eşkenar dörtgen ile ilgili sözcük kullanımında, eşkenar dörtgenin özelliklerini tam olarak hatırlamadığını eşkenar dörtgeni görsel olarak belirleyebildiği, kare ile ilgili tasdik edilmiş anlatısında karenin özellikleri ile ilgili bilgi sahibi olduğu belirlenmiştir. Bu durumda öğrenci eşkenar dörtgenin özelliklerini açıklayamayıp, seçenekler arasından şekli belirleyebildiği için eşkenar dörtgenle ilgili 1.geometrik düşünme düzeyinde bilgiye sahip olduğu, kare ile ilgili ise özelliklerinden bahsedebildiği için 2.geometrik düşünme düzeyinde yer aldığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç, öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlerken farklı matematiksel kavramlar açısından hangi geometrik düşünme düzeyinde bulunduklarının araştırılmasını gerekliliğini ortaya koymaktadır. Fidan (2009) araştırmasında farklı geometrik şekillerle ilgili öğrencilerin 1., 2., ve 3. düzeyden sorulara ne oranda cevap verdiklerini incelemiş ve incelenen geometrik şekle göre bu oranın değiştiğini belirlemiştir. Dolayısıyla Fidan'ın (2009) araştırmasında elde ettiği sonuçla, bu araştırmadan elde edilen sonuç örtüşmektedir.

Bunun yanında aynı geometrik düşünme düzeyinde bulunan Arda ve Esra'nın matematiksel söylemleri karşılaştırıldığında, ikisi de 1.geometrik düşünme düzeyinde yer almalarına rağmen özellikle çember ve daire alt öğrenme alanında Arda'nın çoğu kavramla ilgili açıklama yapamadığı Esra'nın ise Arda ile karşılaştırıldığında açıklama yapabildiği görülmektedir. Bunun yanında Arda'nın bir soru için "bunu salladım hocam" ifadesini kullandığı ve cevabının doğru olduğu belirlenmiştir. Yani soru formuna göre iki öğrencinin de geometrik düşünme düzeyi 1 olarak belirlenmiş olsa da söylem analizi ile aslında alt öğrenme alanları ile ilgili bilgi düzeylerinin farklı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Esra'nın açıklamalarının 2.geometrik düşünme düzeyine yakın olduğu, Arda'nın açıklamalarının ise daha çok 1.geometrik düşünme düzeyi ve altında yer aldığı sonucuna ulaşılmıştır. Sınıflarda

öğrencilerin düzeylerine göre eğitim verebilmek için bu sonuç önemlidir. Bu yüzden, öğrencilerin sadece soru formlarına ilişkin yanıtlarına değil, bunların yanında söylemlerine de odaklanılması önerilebilir. Dolayısıyla öğrencilerin geometrik düzeylerinin yanında söylemlerinin de incelenmesi yararlı görünmektedir. Bu sonuç, Wang ve Kinzel'in (2014) araştırmasında Van Hiele geometrik düşünme modelini birden fazla perspektifle incelemenin faydalı olacağı sonucuyla örtüşmektedir. Düzeylerinin aynı olup söylemlerinin birbirinden bu kadar farklı olması dikkat çekmektedir. Bunun nedenleri düşünüldüğünde, "Global Van Hiele Soru Formu" nun alt öğrenme alanı kapsamının geniş olmasından kaynaklanabileceği düşünülmektedir. Öğrencilerin alt öğrenme alanlarına göre söylemleri arasındaki farkın arttığı ve azaldığı belirlenmiştir. Usiskin (1982) tarafından geliştirilen Duatepe Paksu (2000) tarafından türkçeye uyarlanan ve alanyazında en çok rastlanan "Van Hiele Geometri Testi" ile alt öğrenme alanı kapsamı farklılığı sebebiyle bundan farklı bir sonuç elde edilebilirdi. Dolayısıyla alt öğrenme alanlarına göre öğrencilerin söylemleri arasındaki farklılık değişiklik göstermekte, "Global Van Hiele Soru Formu" bu durumu belirgin bir şekilde ortaya çıkarmaktadır.

Bunun yanında 1.geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin söylemlerindeki farklılık sebebiyle, Van Hiele 1.geometrik düşünme düzeyi kendi içinde sınıflara ayrılarak değerlendirilebilir. Örneğin, şekilleri görsel olarak sınıflandırabilenler ve şekillerin özelliklerini belirleyebilmede geçiş sürecinde olanlar şeklinde sınıflandırmalar oluşturulabilir. Belki de bu sınıflandırmayla, öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri daha detaylı bir şekilde belirlenebilir.

5.1.3. Geometrik Düşünme Düzeyi 2 Olan Öğrencilerin Matematiksel Söylemlerine İlişkin Sonuçlar ve Tartışma

Geometrik düşünme düzeyi 2 olan İrem'in ve Halil'in matematiksel söylemlerinde;

- Sözcük kullanımlarının üçgenler ve dörtgenler alt öğrenme alanında İrem'in süreç ve nesne temelli olarak eşit dağılım gösterdiği, Halil'in ise genellikle nesne temelli olduğu; çember ve daire alt öğrenme alanında, İrem'in genellikle süreç temelli olduğu, Halil'in ise süreç ve nesne temelli olarak yaklaşık eşit dağılım gösterdiği; geometrik cisimler alt öğrenme alanında, İrem'in genellikle nesne temelli olduğu, Halil'in ise süreç temelli olduğu tespit edilmiştir.
- Geometrik cisimler alt öğrenme alanı hariç İrem'in görsel aracı kullanımının ve rutin sayısının daha fazla olduğu belirlenmiştir.

Öğrencilerin görsel aracı sayısı ve sözcük kullanımı arasındaki ilişkiye bakıldığında, görsel aracı sayısı arttıkça süreç temelli sözcük kullanımının arttığı dolayısıyla nesneleştirerek anlatım yapmanın arttığı sonucuna ulaşılabilir. Bunun yanında, rutinler tekrar eden eylemlerden oluştuğu için aslında kullanılan görsel araçlar ile bağlantılıdır. Öğrencilerin görsel aracı kullanımı arttıkça rutinlerinde de artış olduğu söylenebilir.

Geometrik düşünme düzeyi 2 olarak belirlenen öğrencilerin şekillerin özellikleri ile ilgili tamamen doğru bilgilere sahip olmadıkları, bilgi eksiklikleri ve yanlışları olduğu belirlenmiştir. Örneğin; İrem'in sözcük kullanımında prizma ile piramidi karıştırdığı, prizmayı anlatırken aslında piramitten bahsettiği Tablo 4.33.' te görülmektedir. Tablo 4.33.'te Halil'in üçgeni açıklarken ortaya çıkan anlatısında ikizkenar üçgenin özelliklerinden bahsettiği, tüm üçgenleri kapsayacak şekilde açıklama yapmadığı görülmektedir.

İkisinin de verilen matematiksel kavramlarla ilgili doğru görsel araçları kullandıkları bu sebeple bilgilerinin doğru olduğu ancak matematiksel terimlerle açıklamada eksikliklerinin ve yanlışlarının olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç, Emre Akdoğan'ın (2015) araştırmasında yer alan öğrencilerin bilişsel olarak yeterli olduğu ancak söylemsel olarak sıkıntı yaşadığı sonucuyla paralellik göstermektedir.

Öğrencilerin eksiklerinin ve yanlışlarının yanında bulundukları düzeyin üzerinde ifadeler kullandıkları da dikkat çekmektedir. Tablo 4.33.'te Halil'in kare ile ilgili tasdik edilmiş anlatısında karenin dikdörtgenin özel hali olduğunu belirttiği, ancak sonrasında karenin köşegenleriyle ilgili sözcük kullanımında ise karenin köşegenleriyle ilgili yanlış bilgiye sahip olduğu görülmektedir. Bu durumda öğrenci 3.geometrik düşünme düzeyinden ifadeler kullansa da şekiller arasındaki hiyerarşik ilişkiyi tam olarak anlamlandıramadığı, 3.geometrik düşünme düzeyinden ifadeleri ezbere bir şekilde kullandığı sonucuna ulaşılmıştır. Arıkan (2019), öğrencilerde bu şekilde ortaya çıkan ezbere eğitimin etkilerinden uzaklaşmak için öğretmenlerin, sınıftaki sözcük kullanımların süreç temelli olmasının öğrencilerin kavramları nesneleştirmelerine yardımcı olacağına dikkat çekmektedir.

Bunun yanında Güven (2006), araştırmasında 2.geometrik düşünme düzeyinde yer alan ve açılörçer-katlama grubundaki öğrencilerin 3.geometrik düşünme düzeyinden açıklamalar yapabildiği sonucuna ulaşmıştır. Bu araştırmadan elde edilen sonuçla tutarlılık göstermektedir.

“Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım” teorisiyle öğrencilerin geometrik şekiller ve cisimler ile ilgili bilgilerindeki eksiklik ve yanlışlıkların ortaya çıkartılabildiği görülmektedir. Bu sebeple, “Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım” teorisinin

öğrencilerin kavram yanılgılarına yönelik gerçekleştirilen çalışmalarda da kullanılabileceği düşünülmektedir.

5.1.4. Geometrik Düşünme Düzeyi 3 Olan Öğrencilerin Matematiksel Söylemlerine İlişkin Sonuçlar ve Tartışma

Geometrik düşünme düzeyi 3 olan Deniz'in ve Pelin'in matematiksel söylemlerinde;

- Sözcük kullanımlarının üçgenler ve dörtgenler, çember ve daire alt öğrenme alanlarında, iki öğrencinin de genellikle süreç temelli olduğu; geometrik cisimler alt öğrenme alanında, Deniz'in genellikle süreç temelli olduğu, Pelin'in ise süreç ve nesne temelli olarak eşit dağılım gösterdiği tespit edilmiştir.
- Deniz ve Pelin'in geometrik cisimler alt öğrenme alanı ile ilgili matematiksel söylemlerinde kullandıkları görsel aracı sayılarının birbirine yakın olduğu görülmektedir. Görsel aracı sayısı ile sözcük kullanımı ilişkili olmasına rağmen Pelin'in süreç temelli sözcük kullanımının yanında nesne temelli sözcük kullanımı dikkat çekmektedir. Buradan geometrik cisimler ile ilgili Pelin'in Deniz'e göre daha fazla nesne temelli ifade kullandığı ve dolayısıyla geometrik cisimler ilgili soyutlama yapabildiği düşünülmüştür.

Bu öğrencilerin sözcük kullanımlarına bakıldığında genel olarak süreç temelli sözcük kullanımı dikkat çekmektedir. Öğrencilerin 3.geometrik düşünme düzeyine uygun nesne temelli sözcük kullanımları olsa da süreç temelli sözcük kullanımlarının daha ön plana çıktığı belirlenmiştir. Bunun sebebinin, matematiksel kavramlarla ilgili diğer düzeydeki öğrencilere göre daha detaylı açıklamalarda bulunmaları olduğu düşünülmektedir. Öğrenciler detaylı bir şekilde anlatım yaparken, anlatımlarını desteklemek için çizimlere başvurmuş ve böylece süreç temelli sözcük kullanımlarında artış olduğu belirlenmiştir.

Geometrik düşünme düzeyi 3 olarak belirlenen öğrencilerin matematiksel söylemleri incelendiğinde, öğrencilerin 3.düzy matematiksel söylemlerinin yanında bilgilerinde yanlışlıklar ve eksiklikler olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu durum matematiksel kavramlar ve şekillerin özelliğiyle ilgili bilgi eksikliği ve yanlışlığı olduğunu, öğrencinin 2.geometrik düşünme düzeyini tam olarak tamamlamadığını göstermektedir. Kotsopoulos ve Lee (2010), araştırmalarında benzer bir sonuç elde etmişlerdir. Öğrencilerin söylemlerini incelediklerinde rutinlerin tasdik edilmiş anlatılarla eşleşmediği, öğrencilerin yanlış matematikleştirme yaptıkları sonucuna ulaşmışlardır. İki araştırmanın paralellüğünden yola çıkarak söylem analizi sayesinde öğrencilerin hangi kavramlarda bilgi eksikliği veya yanlışlığı olduğu bilgisine ulaşılabildiği söylenebilir.

Ayrıca diğer düzeylerdeki öğrencilerde de karşılaşıldığı gibi öğrencilerin matematiksel terimleri kullanmada yetersiz kaldıkları görülmektedir. Örneğin, tablo 4.34.'te Pelin koniyi matematiksel terimler ile açıklamak yerine günlük hayat terimlerinden yararlanarak açıklamıştır.

Aynı geometrik düşünme düzeyinde bulunan Deniz ve Pelin'in matematiksel söylemleri karşılaştırıldığında ise Pelin'in 3.geometrik düşünme düzeyine uygun söylemlerinin daha fazla olduğu belirlenmiştir. Bu sonuç katılımcıların ikisinin de 3.geometrik düşünme düzeyinde olsa da geometrik şekiller ile ilgili aynı oranda gelişim göstermediği sonucuna ulaşan araştırmayla (Wang ve Kinzel, 2014) örtüşmektedir.

Bunun yanında öğrencilerin soruyu anlama ve yorumla sürecinde öncelikle matematiksel söylemlerinde sözcük kullanımından, cevaplarını açıklama sürecinde ise görsel araçlardan ve rutinlerden yararlandıkları tespit edilmiştir. Bu sonuç öğrencilerin problem çözme sürecinde matematiksel söylemlerini inceleyen araştırmayla (Kotsopoulos, Lee, 2010) öğrencilerin problemi anlama aşamasında sözcük kullanımı ve görsel araçları kullanma, uygulama aşamasında ise rutin ve anlatıları kullanma sonucuyla benzerlik göstermektedir.

5.1.5. Geometrik Düşünme Düzeyi Farklı Olan Öğrenciler Arasındaki İlişki ile İlgili Sonuç ve Tartışma

Geometrik düşünme düzeyi farklı olan öğrencilerin sözcük kullanımları incelendiğinde 1. geometrik düşünme düzeyinden 3.geometrik düşünme düzeyine doğru öğrencilerin genel olarak süreç temelli sözcük kullanımında artış olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu durumun, öğrencilerin bilgileriyle bağlantılı olduğu düşünülmüştür. Öğrencilerin düşünme düzeyi arttıkça matematiksel kavramlarla ilgili daha detaylı açıklamalarda bulunduğu ve bu açıklamalarını desteklemek için görsel araçlardan yararlandığı, bunun sonucunda da süreç temelli sözcük kullanımında artış olduğuna ulaşılmıştır.

Geometrik düşünme düzeyi farklı olan görsel araçları kullanımları karşılaştırıldığında, 1.geometrik düşünme düzeyinden 3.geometrik düşünme düzeyine doğru öğrencilerin çizimlerinde matematiksel sembol ve sayı kullanımında artış olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu durum öğrencilerin bilgi seviyesi arttıkça matematiksel sembol kullanımında da artış olduğunu göstermektedir. Bunun yanında öğrencilerin, geometrik düşünme düzeyleri arttıkça, soru formunda açıkladıkları soru sayısındaki artış sebebiyle kullanılan görsel aracı sayısının fazlaştığı belirlenmiştir.

Geometrik düşünme düzeyi farklı olan öğrencilerin rutinleri karşılaştırıldığında, 1.geometrik düşünme düzeyinden 3.geometrik düşünme düzeyine doğru öğrencilerin rutin sayısında artış olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin, geometrik düşünme düzeyleri arttıkça, soru formunda açıkladıkları soru sayısındaki artış sebebiyle rutinlerin fazlalaşmasına sebep olduğu belirlenmiştir.

Öğrencilerin tasdik edilmiş anlatıları karşılaştırıldığında ise;

- 1.geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin matematiksel söylemlerinin genellikle 1.geometrik düşünme düzeyi altı ve 2.geometrik düşünme düzeyi arasında değişiklik gösterdiği,
- 2.geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin matematiksel söylemlerinin genellikle 1.geometrik düşünme düzeyi ve 3.geometrik düşünme düzeyi arasında değişiklik gösterdiği,
- 3.geometrik düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin matematiksel söylemlerinin genellikle 2.geometrik düşünme düzeyi ve 3.geometrik düşünme düzeyi arasında değişiklik gösterdiği,

sonuçlarına ulaşılmıştır. Öğrencilerin kavramlar ile ilgili söylemlerinde ortaya çıkan düzeyler arası farklılıklar yapılan diğer çalışmalardan (Anıkaydın, 2017; Assaf, 1986; Bal, 2014; Berkant ve Çadırılı, 2019; Burger ve Shaugnessy, 1986; Buyruk Akıl, 2020; Çelebi Akkaya, 2006; Demir, 2019; Erdoğan, Akkaya ve Çelebi Akkaya, 2009; Ersoy, 2019; Gül, 2014; Gutierrez, 1992; Kaleli Yılmaz ve Yüksel, 2019; Karapınar, 2017; Karakarçayıldız, 2016; Kılıç, 2013; Koçak, 2009; Moran, 1993; Oral, İlhan ve Kınay, 2013; Özcan ve Türnüklü, 2013; Özçakır, 2013; Öztürk, 2012; Senk,1983; Uzun, 2019; Yenilmez ve Korkmaz, 2013; Yılmaz, 2011; Zeybek, 2019) farklılaşmakta ve öğrencilerin düzeyleri ile ilgili detaylı bilgi sağlamaktadır. Bu sonuç bize, her matematiksel kavramla ilgili öğrencilerin bulundukları geometrik düşünme düzeyine uygun açıklama yapamayabileceklerini göstermektedir. Bulundukları düzeyin genellikle bir düzey altı ile bir düzey üstü arasında söylemlerinin değişebileceği sonucu elde edilmiştir. Öğrenciler matematiksel kavramlarla ilgili geçiş sürecinde olabilirler. Derslerde öğrencilerin bir üst geometrik düşünme düzeyine geçmeleri için “Neden?”, “Nasıl?”, “Karşı bir örnek bulabilir misiniz?” gibi sorularla öğrencileri düşünmeye zorlayabiliriz (Van De Walle, 2018).

5.2.Öneriler

Araştırmanın öneriler bölümü “Uygulamaya Yönelik Öneriler” ve “Araştırmacılara Yönelik Öneriler” olmak üzere iki alt başlıkta incelenmiştir. Bu alt başlıklar aşağıda detaylandırılmıştır.

5.2.1. Uygulamaya Yönelik Öneriler

Araştırmanın elde edilen en önemli sonuçlarından biri, öğrenciler aynı geometrik düşünme düzeyinde bulunsalar bile matematiksel kavramlarla ilgili söylemlerinin farklı düzeylerde yer alabilmektedir. Bu sebeple öğrencilerin söylemleri önem kazanmaktadır. Öğretmenlere derslerde öğrencilere daha fazla söz hakkı tanıyarak onların matematiksel kavramlarla ilgili bilgileri hakkında fikir edinmeleri ve ders ortamlarını buna uygun bir şekilde düzenlemeleri önerilebilir.

Öğretmenler için bir diğer öneri ise, “Global Van Hiele Soru Formu”ndan yararlanarak öğrencilerin farklı alt öğrenme alanlarındaki geometrik düşünme düzeyleri ile ilgili genel bilgi edinilmesidir. Bu sayede öğretmenlere en çok eksikliklerin yer aldığı alt öğrenme alanlarını belirleyerek bu alt öğrenme alanına yönelik ders planlaması yapmaları önerilmektedir.

5.2.2. Araştırmacılara Yönelik Öneriler

Bu çalışmada öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin alt öğrenme alanlarına göre farklılaştığı belirlenmiştir. Ulaşılabilen alanyazın incelendiğinde öğrencilerin farklı alt öğrenme alanlarındaki geometrik düşünme düzeylerini inceleyen araştırmaya rastlanmamıştır. Dolayısıyla, araştırmacılara öğrencilerin farklı alt öğrenme alanlarındaki geometrik düşünme düzeylerini incelemeleri önerilebilir. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri beklenenden daha düşük çıkmıştır, bunun sebebinin çıkarılması amacıyla yapılan çalışmaların katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu tür araştırmalarda pandeminin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine olumlu ve olumsuz etkilerinin incelenmesi yararlı görülmektedir.

Çember ve daire alt öğrenme alanında öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin diğer alt öğrenme alanlarına göre daha düşük olduğu ve 1.geometrik düşünme düzeyindeki öğrencinin en çok çember ve daire ile ilgili sorulara “bilmiyorum” cevabını verdiği tespit edilmiştir. Bu nedenle araştırmacılara çember ve daire alt öğrenme alanını kapsayan çalışmalar yapmaları önerilebilir.

Araştırmada öğrenciler aynı geometrik düşünme düzeyinde bulunsalar bile matematiksel söylemlerinde farklılıklar olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu araştırmayla

öğrencilerin geometrik şekillerle ilgili hangi bilgi eksikliklerinin olduğu ve bazı sorulara yanlış bilgilerle doğru cevap verdikleri tespit edilmiştir. Bu yüzden öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin artırılabilmesi amacıyla öğrencilerle görüşmelerin yapıldığı ve matematiksel söylemlerindeki eksiklikleri ve yanlışları ortaya çıkaran araştırmalara ihtiyaç olduğu düşünülmektedir. Durum çalışması olarak yürütülen bu çalışmada genellemeye gidilmemiştir. Bu yüzden, araştırmacılara geometrik düşünme düzeyi aynı olan öğrencilerin söylemlerindeki farklılıkların tespit edileceği çalışmalar yapmaları önerilmektedir.



KAYNAKÇA

- Akdoğan, E. E., (2015). *Lise öğrencilerinin geometrik dönüşümlerle ilgili matematiksel söylemlerinin gelişiminin incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Akdoğan, E. E., Güçler, B., & Argün, Z. (2019). Lise öğrencilerinin yansıma dönüşümü hakkındaki matematiksel söylemlerinin öğretim bağlamında gelişimi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32(2), 467-496.
- Aktaş Arnas, Y., (2006). *Okul öncesi dönemde matematik eğitimi*, Adana: Nobel Kitabevi, 112-116,
- Altun, M., (2007). *Matematik Öğretimi*, Bursa: Aktüel Alfa Akademi Yayınları, 350-359.
- Anıkaydın, Ö., (2017). Öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlilik algıları, Geometri tutumları ve geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Adnan Menderes Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Eskişehir.
- Assaf, S. A. (1985). *The effects of using logo turtle graphics in teaching geometry on eighth grade students' level of thought, attitudes toward geometry and knowledge of Geometry* (Order No. 8512288). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (303430572). Retrieved from <https://www.proquest.com/dissertations-theses/effects-using-logo-turtle-graphics-teaching/docview/303430572/se-2?accountid=16733>
- Aydın, S., & Yeşilyurt, M., (2007). Matematik öğretiminde kullanılan dile ilişkin öğrenci görüşleri. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi (elektronik)*, 6(22), 90-100.
- Baki, A., & Çelik, S., (2018). Veri işleme öğrenme alanına yönelik sınıf içindeki söylemlerin matematiksel dil bağlamında incelenmesi”, *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 9(2), 283-311.
- Baltacı, A. (2017). Nitel veri analizinde Miles-Huberman modeli. *Ahi Evran Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 3(1), 1-14.
- Bal, A . (2014). *Predictor Variables for Primary School Students Related to Van Hiele Geometric Thinking*. Eğitimde Kuram ve Uygulama , 10 (1) , 259-278 . Retrieved from <https://dergipark.org.tr/tr/pub/eku/issue/5459/74028>
- Baykul, Y., (2005). *İlköğretimde matematik öğretimi*, Ankara: Pegem A Yayınları, 363-366.
- Baykul, Y., (2021). *Ortaokulda matematik öğretimi*, Ankara: Pegem Akademi, 377-383.
- Berkant, H. G., & Çadırılı, G., (2019). Ortaokul öğrencilerinin geometri öz-yeterlilik inançlarının ve geometrik düşünme becerilerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Educational Studies*, 6(3), 29-52.

- Bulut, İ., Sünkür, M. Ö., Oral, B. & İlhan, M. (2012). 8. Sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ile zeka alanları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 11(41), 161-173.
- Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for research in mathematics education*, 17(1), 31-48.
- Buyruk Akıl, Y., (2020). 8. Sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisi konusundaki matematiksel başarıları ile van hiele geometrik düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1990). The effects of Logo on children's conceptualizations of angle and polygons. *Journal for research in mathematics education*, 21(5), 356-371.
- Creswell, J.W. (2017). *Nitel Araştırmacılar için 30 Temel Beceri*. (çev. H. Özcan). Ankara: Anı Yayıncılık. 104-116.
- Crowley, M. L., (1987). The van Hiele model of the development of geometric thought. *Learning and teaching geometry, K-12*, 1-16.
- Çelebi Akkaya, S., (2006). "Van Hiele düzeylerine göre hazırlanan etkinliklerin ilköğretim 6.sınıf öğrencilerinin tutumuna ve başarısına etkisi". Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı, Bolu.
- Çelik, H., & Ekşi, H., (2008). Söylem analizi. *Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 27(27), 99-117.
- Demir, E., (2019). 7. Sınıf öğrencilerinin çember ve daire konusundaki matematiksel başarıları ile van hiele geometrik düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri, (2019).
- Duatepe, A. (2000). *An investigation of the relationship between Van Hiele geometric level of thinking and demographic variable for pre-service elementary school teacher*. Yüksek Lisans Tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Erdem, E., Gürbüz, R., & Duran, H. (2011). Geçmişten günümüze gündelik yaşamda kullanılan matematik üzerine: Teorik değil pratik. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 2(3).
- Erdogan, T., Akkaya, R., & Celebi Akkaya, S. (2009). The Effect of the Van Hiele Model Based Instruction on the Creative Thinking Levels of 6th Grade Primary School Students. *Educational sciences: theory and practice*, 9(1), 181-194.
- Ersoy, M., (2019). 7. Sınıf öğrencilerinin dörtgenler konusundaki matematiksel başarıları ile van hiele geometrik düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.

- Ertekin, E. ve Ünlü, M. (Eds.), (2020). *Geometri ve ölçme eğitimi*, Ankara: Pegem, A Yayınları.
- Fidan, Y. (2009). *İlköğretim 5. Sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ve buluş yoluyla geometri öğretiminin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine etkisi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Fidan, Y. ve Tünnüklü, E. (2010). İlköğretim 5. Sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27, 185- 197.
- Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R., (1988). The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*, 3, i-196.
- Genç, G., & Erdem, A. R., (2016). The Positive Discourse Atmosphere and Discourse Analysis in Teaching of Math. *OPUS International Journal of Society Researches*, 6(10), s200-232.
- Gutiérrez, Á. (1992). Exploring the links between Van Hiele Levels and 3-dimensional geometry. *Structural Topology* 1992 núm 18.
- Güçler, B. (2013). Examining the discourse on the limit concept in a beginning-level calculus classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 82(3), 439-453.
- Güçler, B. (2016). Matematiksel biliş iletişimsel yaklaşım. İçinde E. Bingölbalı, S. Arslan, İ. Ö. Zembat (Eds.), *Matematik Eğitiminde Teoriler* (s. 630-641). Ankara: Pegem.
- Gül, B. (2014). *Ortaokul 8.sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel başarıları ile van hiele geometrik düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Güven, Y., (2006). *Farklı geometrik çizim yöntemleri kullanımının öğrencilerin başarı, tutum ve Van Hiele Geometri anlama düzeylerine etkisi*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, (2006).
- Heyd-Metzuyanim, E., Smith, M., Bill, V., & Resnick, L. B. (2019). From ritual to explorative participation in discourse-rich instructional practices: a case study of teacher learning through professional development. *Educational Studies in Mathematics*, 101(2), 273-289.
- İlhan, M., Oral, B., & Kinay, İ. (2013) İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 34(34), 33-46.
- Karapınar, F. (2017). *8.sınıf öğrencilerinin geometrik cisimler konusundaki bilgilerinin van hiele geometrik düşünme düzeyleri açısından incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.

- Karakarçayıldız, R. Ü., (2016). *7.sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ile çokgenleri sınıflandırma becerileri arasındaki ilişki*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Kılıç, Ç., (2003). *İlköğretim 5.sınıf matematik dersinde van hiele düzeylerine göre yapılan geometri öğretiminin öğrencilerin akademik başarıları, tutumları ve hatırd tutma düzeyleri üzerindeki etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Koçak, B. B., (2009). *Süsleme etkinliklerinin ilköğretim 5.sınıf öğrencilerinin van hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Eskişehir.
- Kotsopoulos, D., & Lee, J. (2010). Investigating Mathematical Cognition Using Distinctive Features of Mathematical Discourse. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 2(1).
- Kurak, Y. (2009). *Dinamik geometri yazılımı kullanımının öğrencilerin dönüşüm geometri anlama düzeylerine ve akademik başarılarına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- MEB, (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8.sınıflar)*. (Online döküman). Erişim tarihi: 30.05.2020.
- Merriam, S. B. (2002). Introduction to qualitative research. *Qualitative research in practice: Examples for discussion and analysis*, 1(1), 1-17.
- Merriam, S. B. (2018). *Nitel Araştırma*. (çev. S. Turan). Ankara: Nobel Akademi Yayıncılık.
- Moran, G. J. W., (1993). Identifying the van hiele levels of geometric thinking in seven grade students through the use of journal writing. Doctoral Dissertation (online)", (February, 2014), https://scholarworks.umass.edu/dissertations_1/5104.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2018). *Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, İlköğretim matematik dersi öğretim programı*. Ankara: MEB.
- Nachlieli, T., & Tabach, M. (2019). Ritual-enabling opportunities-to-learn in mathematics classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, 101(2), 253-271.
- Özcan, B. N., (2012). *İlköğretim öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesinde bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir, (2012).
- Öztürk, B., (2012). *Geogebra matematik yazılımının ilköğretim 8.sınıf matematik dersi trigonometri ve eğim konuları öğretiminde öğrenci başarısına ve Van Hiele Geometri düzeyine etkisi*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Sakarya Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Sakarya.
- Özçakır, B., (2013). *Dinamik geometri etkinlikleri ile desteklenen Matematik öğretiminin yedinci sınıf öğrencilerinin dörtgenlerde alan konusundaki başarılarına etkisi*.

Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu ve Teknik Üniversitesi, İlköğretim Fen ve Matematik Eğitimi Bölümü, Ankara.

- Paksu, A. D., (2016). Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri. *E. Bingölbalı, S. Arslan, İ. Ö. Zembat (Ed.)*.
- Patton, M.Q., (2018). Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri, (çev. M. Bütün ve S. B. Demir), Ankara: Pegem Yayıncılık, 339-383.
- Park, J. E. (2011). Calculus Instructors and Students' Discourses on the Derivative. *Journal of Educational Research in Mathematics*, 21(1), 33-55.
- Patkin, D. (2014). Global van Hiele (GVH) Questionnaire as a tool for mapping knowledge and understanding of plane and solid geometry. *Journal of the Korean Society of Mathematical Education. Series D: Res. Mathe. Educ*, 18(2), 103-128.
- Patkin, D., & Barkai, R. (2014). Geometric thinking levels of pre-and in-service mathematics teachers at various stages of their education. *Educational Research Journal*, 29(1/2), 1.
- Pesen, C., (2003). *Matematik öğretimi*, Ankara: Nobel Yayınları, 330-332.
- Saraç, C. (2018). Eski Mısır'da Bilim ve Teknik. *Ankara Üniversitesi Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi Dergisi*, 1(5).
- Sarı Arıkan, S. (2019). *Bir ortaokul matematik öğretmenin dörtgenler konusundaki söylemlerinin değişiminin incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- SENK, S. L. (1983). *Proof-writing Achievement And Van Hiele Levels Among Secondary School Geometry Students* (Order No. T-28618). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (303282506). Retrieved from <https://search.proquest.com/dissertations-theses/proof-writing-achievement-van-hiele-levels-among/docview/303282506/se-2?accountid=16733>
- Sfard, A. (2008). *Thinking as Communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University
- Şahin, O., (2008). *Sınıf öğretmenlerinin ve sınıf öğretmeni adaylarının van hiele geometrik düşünme düzeyleri*. Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı, Afyonkarahisar.
- Tabach, M., & Nachlieli, T. (2015). Classroom engagement towards using definitions for developing mathematical objects: the case of function. *Educational Studies in Mathematics*, 90(2), 163-187.
- Tabach, M., & Nachlieli, T., (2016). "Communicational perspectives on learning and teaching mathematics", Prologue. *Educational Studies in Mathematics*, 91(3), 299-306.

- Tanişlı, D. (2016). Satır Aralarını Okuma Sanatı: Söylem Çözümlemesi ve Matematik Eğitimi. İçinde E. Bingölbalı, S. Arslan, İ. Ö. Zembat (Eds.), *Matematik Eğitiminde Teoriler* (s. 630-641). Ankara: Pegem.
- Terzi, M. (2010). *Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre tasarlanan öğretim durumlarının öğrencilerin geometrik başarı ve geometrik düşünme becerilerine etkisi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Türnüklü, A. (2000). Eğitimbilim araştırmalarında etkin olarak kullanılabilecek nitel biraraştırma tekniği: Görüşme. *Kuram ve uygulamada eğitim yönetimi*, 24(24), 543-559.
- Türnüklü, E., & Özcan, B. (2014). Öğrencilerin geometride RBC teorisine göre bilgiyi oluşturma süreçleri ile Van Hiele Geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişki: örnek olay çalışması. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 11(27), 295-316.
- Usiskin, Z. (1982). Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry. CDASSG Project.
- Uğurel, I. (2010). *Ortaöğretim matematik programının temel öğeleri çerçevesinde öğrencilerin ispat kavramına yönelik matematiksel bilgilerini nasıl düzenlediklerinin söylem çözümlemesi ile belirlenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Uzun, Z. B. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri, uzamsal yetenekleri ve geometriye yönelik tutumları*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Van De Walle J.A., Karp K.S., & Bay-Williams J.M., (2018). *İlkokul ve Ortaokul Matematiği*, (Çev: S. Durmuş), Ankara: Nobel Yayıncılık, 369-398.
- Viirman, O. (2015). Explanation, motivation and question posing routines in university mathematics teachers' pedagogical discourse: a commognitive analysis. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(8), 1165-1181.
- Viirman, O., & Nardi, E. (2019). Negotiating different disciplinary discourses: biology students' ritualized and exploratory participation in mathematical modeling activities. *Educational Studies in Mathematics*, 101(2), 233-252.
- Wang, S., & Kinzel, M. (2014). How do they know it is a parallelogram? Analysing geometric discourse at van Hiele Level 3. *Research in Mathematics Education*, 16(3), 288-305.
- Yenilmez, K. and Korkmaz, D., (2013). "Relationship between 6th, 7th and 8th grade students' selfefficacy towards geometry and their geometric thinking levels." *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education* 7.2: 268-283.

- Yılmaz, G. K., & Yüksel, M. (2019). Tasarlanan farklı öğrenme ortamlarının 7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerine etkisi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 10(2), 426-455.
- Yılmaz, S., (2011). 7. sınıf öğrencilerinin “doğrular ve açılar” konusundaki hata ve kavram yanlışlarının Van Hiele Geometri anlama düzeyleri açısından analizi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Kastamonu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kastamonu.
- Yıldırım, A.ve Şimşek, H., (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*, Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Zayyadi, M., Nusantara, T., Subanji, S., Hidayanto, E., & Sulandra, I. M. (2019). A commognitive framework: The process of solving mathematical problems of middle school students. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 18(2), 89-102.
- Zeybek, A., (2019). Ortaokul öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ve Geometri öğrenme alanına ilişkin öğretmen görüşleri, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli, (2019).

EKLER

EK-1. Veli Onam Formu

Sayın Veli;

Çocuğunuzun katılacağı bu çalışma, “8.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN GEOMETRİK DÜŞÜNME DÜZEYLERİNİN SÖYLEMSEL AÇIDAN İNCELENMESİ” adıyla, Ekim 2021-Haziran 2022 tarihleri arasında yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirleyerek, aynı düzeyde yer alan öğrencilerin söylemlerinin incelenerek, söylemleri arasındaki benzerlik ve farklılıkların ortaya çıkarılmasıdır.

Araştırma Uygulaması: Soru Formu / Görüşme / Gözlem şeklindedir.

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı’nın ve okul yönetiminin de izni ile gerçekleştirilmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğunuz çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun katılımı **tamamen sizin isteğinize bağlıdır**, reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında ayrılabilirsiniz. Araştırmaya katılmamama veya araştırmadan ayrılma durumunda öğrencilerin akademik başarıları, okul ve öğretmenleriyle olan ilişkileri etkilemeyecektir.

Çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir.

Uygulamalar, genel olarak kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden çocuğunuz kendisini rahatsız hissederse cevaplama işini yarıda bırakıp çıkmakta özgürdür. Bu durumda rahatsızlığın giderilmesi için gereken yardım sağlanacaktır. Çocuğunuz çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır. Anket çalışmasına katılmamak ya da katıldıktan sonra vazgeçmek çocuğunuza hiçbir sorumluluk getirmeyecektir.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı : Ferdağ ÇULHAN

İletişim bilgileri :

Velisi bulunduğum sınıfı numaralı öğrencisi
.....’in yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin veriyorum.
(Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğunuzla okula geri gönderiniz*).

....../...../.....

İsim-Soyisim İmza:

Veli Adı-Soyadı :

Telefon Numarası :

EK-2. Gönüllü Katılım Formu

Sayın Katılımcımız

Katılacağınız bu çalışma, “8.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN GEOMETRİK DÜŞÜNME DÜZEYLERİNİN SÖYLEMSEL AÇIDAN İNCELENMESİ” adıyla, Ferdağ Çulhan tarafından Ekim 2021-Haziran 2022 tarihleri arasında yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirleyerek, aynı düzeyde yer alan öğrencilerin söylemlerinin incelenerek, söylemleri arasındaki benzerlik ve farklılıkların ortaya çıkarılmasıdır.

Araştırmanın Nedeni: O Tez çalışması

Araştırmanın Yapılacağı Yer(ler): Şehit Cengiz Topel Ortaokulu

Araştırma Uygulaması: O Başarı Testi O Görüşme

O Gözlem

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı’nın ve okul/kurum yönetiminin izni ile gerçekleştirilmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çalışmada sizden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir. Veriler sadece araştırmada kullanılacak ve üçüncü kişilerle paylaşılmayacaktır.

Uygulamalar, kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden rahatsız hissederseniz cevaplama işini yarıda bırakabilirsiniz.

Katılımı onaylamadan önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı : Ferdağ ÇULHAN

İletişim Bilgileri : (

Yukarıda bilgileri bulunan araştırmaya katılmayı kabul ediyorum.

...../...../.....

İsim-Soyisim

İmza:

Katılımcı Adı-Soyadı :

Telefon Numarası :

EK-3. Araştırma izni

Dorit sent you a message



Dorit Patkin

Levinsky College of Education Tel-Aviv Israel

Dear Dr. Gaye ÇONTAY & Ferda ulhan

I am pleased that you have chosen to use the questionnaire for your work.

With reference to your email, I hereby give you my permission to use it for your research, provided you comply with the following terms:

- You will use this questionnaire only for your research study and will not sell or use it with any compensated or curriculum development activities.
- You will include the copyright statement on all copies of the instrument.
- You will send a copy of your completed research study upon completion.

Good luck with your research

Prof. Dorit Patkin

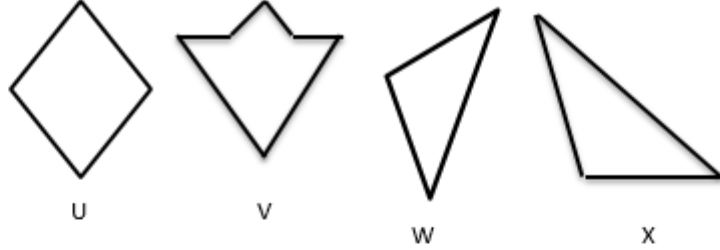
<https://mail.google.com/mail/u/0/?ik=2af2ef231c&view=pt&search=all&permmsgid=msg-f%3A1701646608378362529&simpl=msg-f%3A1701646...> 1/2

EK-4. Soru Formunun Son Hali

GLOBAL VAN HIELE SORU FORMU

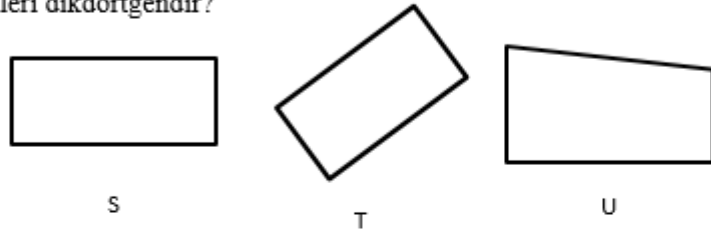
1. Aşağıdaki şekillerden hangileri üçgendir?

- Yalnız V
- Yalnız W
- Yalnız W ve X
- Yalnız V ve W
- Hiçbiri



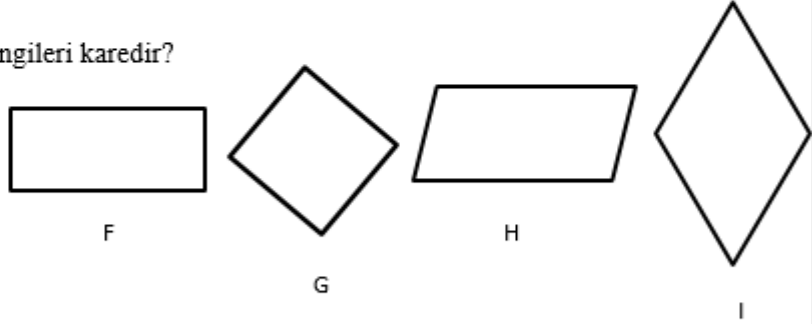
2. Aşağıdaki şekillerden hangileri dikdörtgendir?

- Yalnız S
- Yalnız T
- Yalnız S ve T
- Yalnız S ve U
- Tüm şekiller dikdörtgendir



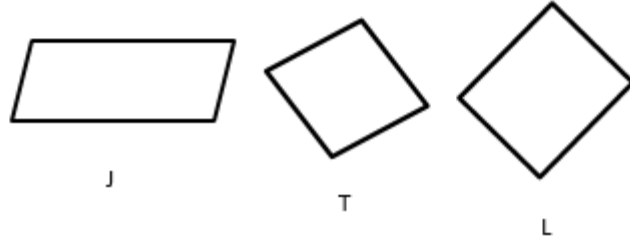
3. Aşağıdaki şekillerden hangileri karedir?

- Yalnız F
- Yalnız G
- Yalnız F ve G
- Yalnız G ve I
- Tüm şekiller karedir



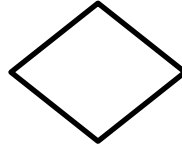
4. Aşağıdaki şekillerden hangileri paralelkenardır?

- Yalnız J
- Yalnız L
- Yalnızca J ve T
- Hiçbiri
- Tüm şekiller paralelkenardır

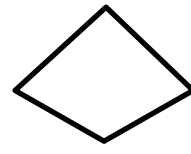


5. Aşağıdaki şekillerden hangileri eşkenar dörtgendir?

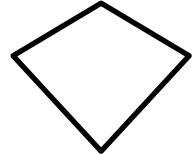
- a. Yalnız K
- b. Yalnız L
- c. Yalnız M
- d. Yalnız L ve M
- e. Tüm şekiller eşkenar dörtgendir



M



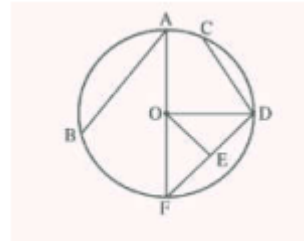
L



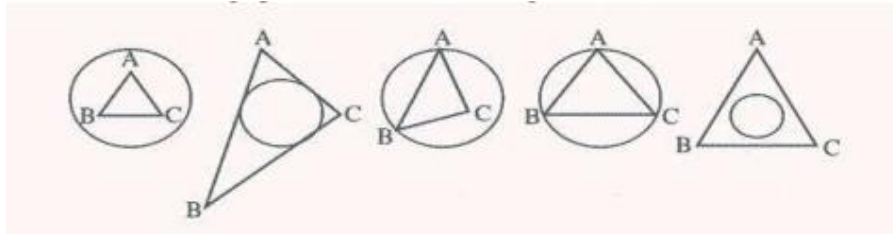
K

6. Aşağıdaki doğru parçalarından hangileri O merkezli çemberin kirişleridir?

- a. Yalnız AB
- b. Yalnız OE
- c. Yalnız AB, DF, CD
- d. AB, CD, AF, FD.
- e. AB, OF, OE, ED, CD.

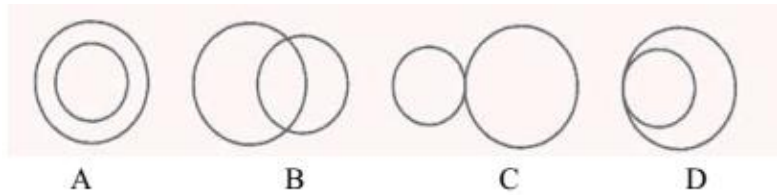


7. Hangi çizimler bir çembere içten teğet olarak çizilmiş üçgeni göstermektedir?



8. Hangi çizimler teğet çemberleri göstermektedir?

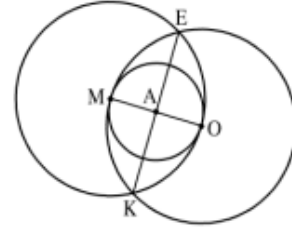
- a. Yalnız B ve D
- b. Yalnız C ve D
- c. Yalnız C
- d. Yalnız B ve C
- e. Hiçbiri



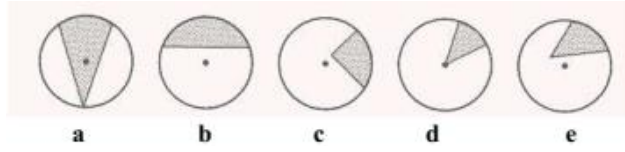
9. Aşağıda üç çemberden oluşan bir çizim bulunmaktadır: O, M ve A.

Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

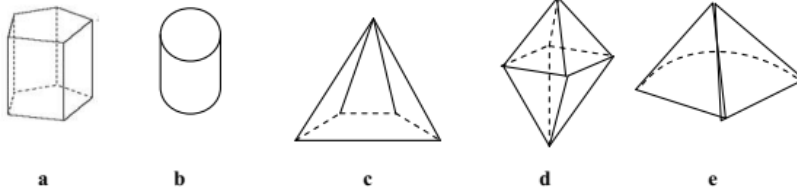
- a. A çemberinde MA bir çaptır
- b. O çemberinde KE bir çaptır
- c. A çemberinde MO bir çaptır
- d. O çemberinde MO bir çaptır
- e. M çemberinde KE bir çaptır



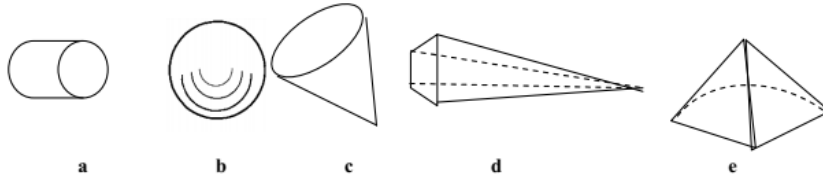
10. Hangi çizim daire dilimini temsil etmektedir?



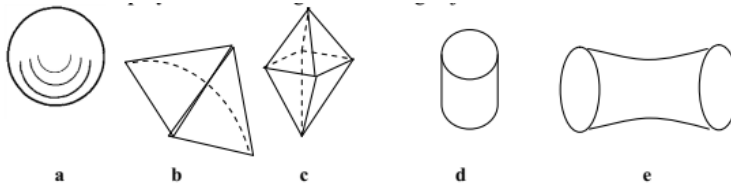
11. Aşağıdaki cisimler arasında prizma olanı daire içine alınız.



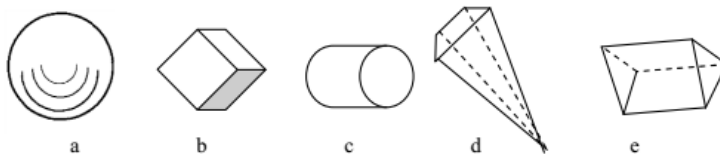
12. Koni olan cismi daire içine alınız.



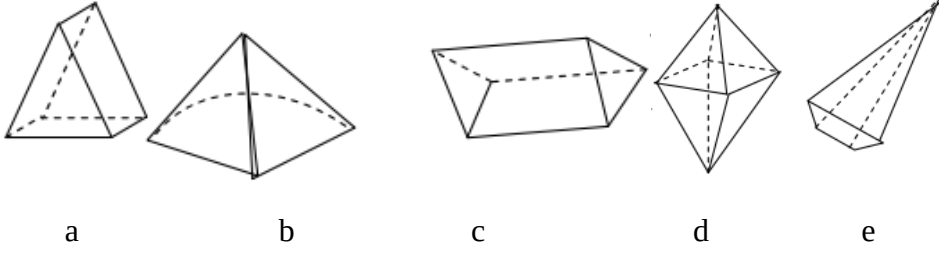
13. Aşağıdaki cisimler arasında çok yüzlüyü daire içine alınız.



14. Aşağıdaki cisimler arasından silindir olanı daire içine alınız.



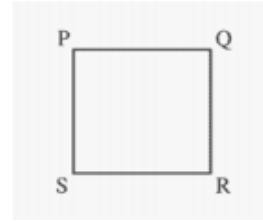
15. Aşağıdaki şekillerden hangisi piramittir?



16. PQRS bir karedir.

Aşağıdaki ifadelerden hangisi her zaman doğrudur?

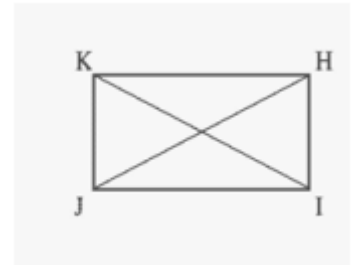
- a. PR ve RS aynı uzunluktadır.
- b. QS ve PR birbirlerine diktir.
- c. PS ve QR birbirlerine diktir.
- d. PS ve QS aynı uzunluktadır.
- e. Q açısı, R açısından daha büyüktür.



17. HIJK bir dikdörtgendir.

Aşağıdaki ifadelerden hangisi her zaman yanlıştır?

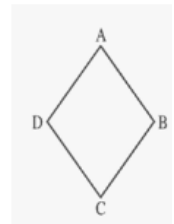
- a. Tüm açılar dik açıdır.
- b. Köşegenler birbirine diktir.
- c. Karşılıklı açılar ölçüleri birbirine eşittir.
- d. Köşegenler aynı uzunluktadır.
- e. Karşılıklı kenarlar aynı uzunluktadır.



18. ABCD bir eşkenar dörtgendir.

Aşağıdaki ifadelerden hangisi her zaman yanlıştır?

- a. Köşegenler aynı uzunluktadır.
- b. Her bir köşegen, eşkenar dörtgenin iki açısını iki eş parçaya böler.
- c. Köşegenler birbirine diktir.
- d. Karşılıklı açılar aynı ölçüdedir.
- e. Tüm kenar uzunlukları eşittir.



19. DEF bir ikizkenar üçgendir.

Aşağıdaki ifadelerden hangisi her zaman doğrudur?

- a. Üç kenar aynı uzunluğa sahiptir.
- b. Bir kenar uzunluğu diğer kenar uzunluğunun iki katı olmalıdır.
- c. Aynı ölçüye sahip en az iki açı olmalıdır.
- d. Üç açı aynı ölçüye sahip olmalıdır.
- e. Taban açısı tepe açısından daha büyüktür.



20. ABCD bir paralelkenardır.

Aşağıdaki ifadelerden hangisi daima doğrudur?

- a. Dört kenar da eşit uzunluktadır.
- b. İki köşegen uzunluğu birbirlerine eşittir.
- c. Köşegenler açıları iki eş parçaya ayırır.
- d. Karşılıklı açılar aynı ölçüye sahiptir.
- e. Köşegenler birbirlerine diktir.

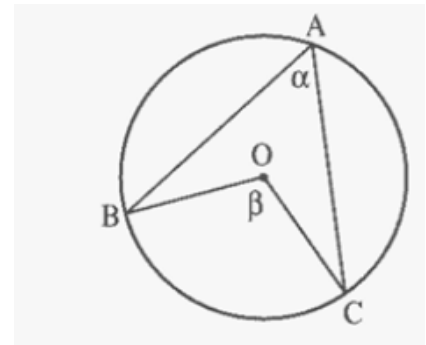


21. Aşağıdaki beş ifadeden hangisi doğru değildir?

- a. Bir çembere içten teğet her yamuk, ikizkenar yamuktur.
- b. Bir çembere içten teğet her dörtgende, iç açıları ölçüleri toplamı 180° dir.
- c. Eğer bir kare çembere içten teğet ise köşegeni çemberin çapıdır.
- d. Eğer bir dikdörtgen çembere içten teğet ise köşegeni çemberin çapıdır.
- e. Her dörtgen bir çembere içten teğet şekilde çizilebilir.

22. Aşağıda bir O çemberi vardır. Aşağıdaki beş ifadeden hangisi doğrudur?

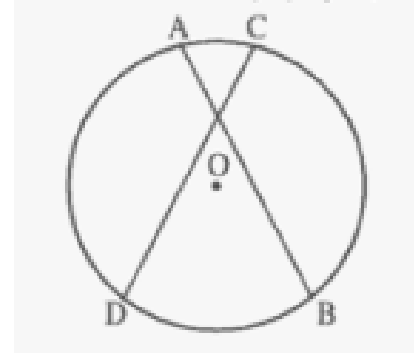
- a. $\angle \alpha > \angle \beta$
- b. $\angle \alpha = \angle \frac{1}{2} \beta$
- c. $\angle \alpha = 2\angle \beta$
- d. $\angle \beta > 2\angle \alpha$
- e. $\angle \alpha + \angle \beta = 300$



23. Aşağıda bir O çemberi ve uzunlukları eşit, iki kesişen AB ve CD kirişleri bulunmaktadır.

Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğru değildir?

- Bu kirişlere karşılık gelen yaylar eşit uzunluktadır.
- Bu yaylara karşılık gelen merkez açıları eşittir.
- Her kirişin merkezden uzaklığı aynıdır.
- Bu yaylara karşılık gelen çevre açıları eşittir.
- Kirişler eşit olduğu için birbirlerine diktirler.



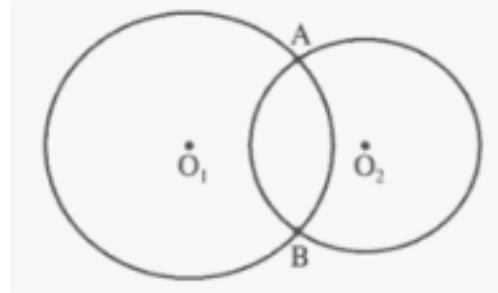
24. Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- Çemberin içindeki iki çap bir noktada kesişir: çemberin merkezinde
- Çemberin içindeki iki çap her zaman birbirlerine diktir.
- Çemberin içindeki iki çap çember üzerindeki bir noktada kesişir.
- Çemberin içindeki iki çap paralel olabilir.
- Her çemberde, çemberin içerisinde yalnızca iki çap vardır.

25. O_1 ve O_2 merkezli çemberler eşit değildir ve A ve B noktalarında kesişmektedirler.

AO_1BO_2 dörtgeni;

- Bir karedir.
- Bir eşkenar dörtgendir.
- Bir deltoidtir.
- Bir paralelkenardır.
- Asla bilemezsin.



26. Aşağıdaki ifadelerden hangisi daima doğrudur?

- Bir cismin iki tabanı varsa, o zaman bir dikdörtgenler prizması olmalıdır.
- Bir cismin iki tabanı varsa, o zaman bir çokyüzlü olmalıdır.
- Bir cismin iki tabanı varsa, o zaman bir silindir olmalıdır.
- Bir cismin iki tabanı varsa, o zaman bir düzgün çokyüzlü olmalıdır.
- Hepsi yanlış

27. Aşağıdaki ifadelerden hangisi her silindir için doğrudur?

- a. Bir silindirin tabanları daireseldir.
- b. Silindirin tabanları eş ve paralel karelerdir.
- c. Silindirin tabanları düzgün çokgenlerden oluşur.
- d. Silindirin tabanları beşgenlerdir.
- e. Silindirin tabanları üçgenlerdir.

28. Aşağıdaki ifadelerden hangisi her düzgün çokyüzlü için doğrudur?

- a. Bir çokyüzlüde tüm yüzler eşitir.
- b. Çokyüzlülerin hepsi paralel yüz çiftlerine sahiptir.
- c. Bir çokyüzlünün eğri yüzeyleri yoktur.
- d. Bir çokyüzlünün her köşesi bir dizi diğer yüzle kesişir.
- e. Hepsi doğru

29. Bir küp sahiptir.

- a. 12 yüze b. 4 yüze c. 6 yüze d. 8 yüze e. 2 yüze

30. Aşağıdaki ifadelerden hangisi her prizma için doğrudur?

- a. Prizmanın yan yüzü tamamen üçgenlerden oluşmaktadır.
- b. Prizmanın iki paralel tabanı vardır.
- c. Prizmanın tabanı dikdörtgenseldir.
- d. Prizmanın yan yüzü düzgün çokgenlerden oluşmaktadır.
- e. Dört yüz prizmanın her köşesiyle kesişir.

31. Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- a. Bir geometrik şekil dikdörtgen ise, üçgendir.
- b. Bir geometrik şekil dikdörtgen değilse, üçgendir.
- c. Bir geometrik şekil bir üçgen ise, dikdörtgendir.
- d. Bir geometrik şeklin aynı anda hem dikdörtgen hem de üçgen olması imkansızdır.
- e. Hepsi yanlış

32. Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- a. Bir geometrik şekil eşkenar dörtgen ise, paralelkenardır.
- b. Bir geometrik şekil paralelkenar ise, eşkenar dörtgendir.
- c. Bir geometrik şekil eşkenar dörtgen değilse, paralelkenardır.
- d. Bir geometrik şekil eşkenar dörtgen değilse, paralelkenar değildir.
- e. Hepsi yanlış

33. Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- a. Dikdörtgenlerin tüm özellikleri, tüm karelerin özellikleridir.
- b. Karelerin tüm özellikleri, tüm dikdörtgenlerin özellikleridir.
- c. Eşkenar dörtgenlerin tüm özellikleri, tüm paralelkenarların özellikleridir.
- d. Karelerin tüm özellikleri, tüm paralelkenarların özellikleridir.
- e. Hepsi yanlış

34. Aşağıdaki özelliklerden hangisi tüm dikdörtgenlerin bir özelliği iken tüm paralelkenarların özelliği değildir?

- a. Karşılıklı kenar uzunlukları eşittir.
- b. Köşegenler eşit uzunluktadır.
- c. Karşılıklı kenarlar paraleldir.
- d. Karşılıklı açılar eşittir.
- e. Hiçbiri doğru değildir.

35. Aşağıdaki özelliklerden hangisi tüm eşkenar dörtgenlerin bir özelliği iken tüm paralelkenarların özelliği değildir?

- a. Karşılıklı kenarlar paraleldir.
- b. Komşu kenarlar eşit uzunluktadır.
- c. Karşılıklı açılar paraleldir.
- d. Köşegenler birbirini ortalar.
- e. Hepsi yanlış

36. Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- a. İki üçgen benzerse, eştir.
- b. İki üçgenin bir açısı ve bir kenarı eş ise, benzer üçgenlerdir.
- c. İki üçgenin iki açısı orantılıysa, benzer üçgenlerdir.
- d. İki üçgen eş ise, her zaman benzerdir.
- e. İki üçgenin ikişer kenarı eşit uzunlukta ise, benzer üçgenlerdir.

37. Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- a. Her merkez açı aynı zamanda bir iç açıdır.
- b. Her merkez açı aynı zamanda bir çevre açıdır.
- c. Her çevre açı aynı zamanda merkez açıdır.
- d. Her iç açı aynı zamanda merkez açıdır.
- e. Hepsi yanlış

38. Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- a. Bir çokgen bir çembere içten teğet olarak çizilmişse, bu çokgen bir üçgendir.
- b. Bir çokgen bir çembere içten teğet olarak çizilemiyorsa, bu çokgen bir üçgendir.
- c. Bir çokgen bir üçgen ise bu çokgen bir çembere içten teğet olarak çizilir.
- d. Bir çokgen üçgen değilse bu çokgen bir çembere içten teğet olarak çizilir.
- e. Hepsi yanlış

39. Aşağıdaki ifadelerden hangisi her zaman bir ikizkenar üçgen için geçerlidir, ancak tüm üçgenler için geçerli değildir?

- a. Orta çizgi, üçgenin üç kenarından birine paraleldir.
- b. Orta çizgi, üçgenin üç kenarından birinin yarısına eşittir.
- c. Orta çizgi, esas üçgene benzer bir üçgen oluşturur.
- d. Orta çizgi bir ikizkenar yamuk oluşturur.
- e. Orta çizgi bir yamuk oluşturur.

40. Aşağıdakilerden özelliklerden hangisi tüm düzgün çokgenlerin bir özelliği iken tüm dışbükey çokgenlerin bir özelliği değildir?
- Tüm iç açılarının ölçülerinin toplamı $180.(n-2)$ 'dir.
 - Kenarların sayısı ile açılarının sayısı aynıdır.
 - Bir çokgenin alanı, çokgeni oluşturan tüm çokgen parçalarının toplam alanlarına eşittir.
 - Tüm dış açı ölçülerinin toplamı 360° 'dir.
 - Çokgenler bir çembere içten teğet olarak çizilebilir.
41. Tüm piramitlerin ortak noktaları:
- Tüm piramitlerin üçgen şeklinde bir tabanı vardır.
 - Yan yüzleri üçgenlerden oluşmaktadır.
 - Taban dörtgendir ve yan yüzleri üçgenlerden oluşur.
 - Piramidin tüm yüzleri üçgendir.
 - Hepsi yanlış
42. Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?
- Bir cisim çokyüzlü ise aynı zamanda prizmadır.
 - Bir cisim prizma ise aynı zamanda çokyüzlüdür.
 - Bir cisim çokyüzlü değilse, prizmadır.
 - Bir cisim prizma değilse, çokyüzlü değildir.
 - Bir cisim bir prizma ise, çokyüzlü değildir.
43. Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?
- Bir cismin 8 köşesi varsa, dikdörtgenler prizması olmalıdır.
 - Bir cismin 8 köşesi varsa, bir küp olmalıdır.
 - Bir cismin 8 köşesi varsa, bir piramit olmalıdır.
 - Bir cismin 8 köşesi varsa, bir düzgün çokyüzlü olmalıdır.
 - Hepsi yanlış

44. Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- a. Bir cisim düzgün bir çokyüzlüyse, aynı zamanda bir küptür.
- b. Bir cisim küpse, aynı zamanda düzgün çokyüzlüdür.
- c. Bir cisim düzgün çokyüzlü değilse, bir küptür.
- d. Bir cisim küp değilse, düzgün çokyüzlü değildir.
- e. Hepsi yanlış

45. Aşağıdaki ifadelerden hangisi prizma için doğru değildir?

- a. Prizmanın iki eş ve paralel tabanı vardır.
- b. Prizmanın yan yüzü dikdörtgenlerden veya paralelkenarlardan oluşur.
- c. Prizmanın tüm yüzleri dikdörtgen veya paralelkenardır.
- d. Prizma 3-boyutlu bir cisimdir.
- e. Prizmanın tüm yüzleri çokgenlerdir.

Ek-5. Söylem Analizi Görüşme Formu
SÖYLEM ANALİZİ GÖRÜŞME FORMU

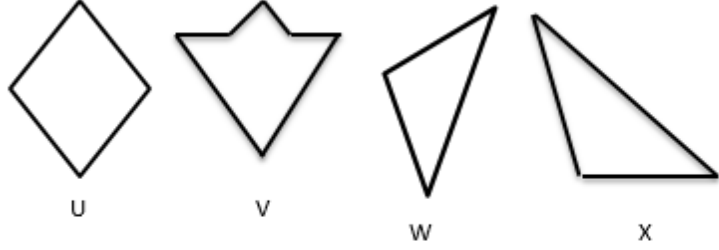
Soru Numarası	Sorular
1	Üçgen nedir? Farklı bir üçgen çizimi yapabilir misin?
2	Dikdörtgenin nedir? Farklı bir dikdörtgen çizebilir misin?
3	Kare nedir? Farklı bir kare çizebilir misin?
4	Paralelkenar nedir? Farklı bir paralelkenar çizebilir misin?
5	Eşkenar dörtgen nedir? Farklı bir eşkenar dörtgen çizebilir misin?
6	Kiriş nedir?
7	Teğet olma durumunu açıklayabilir misin?
9	Çap nedir?
11	Prizma nedir? Farklı bir prizma çizebilir misin?
12	Koni nedir? Farklı bir koni çizebilir misin?
13	Çokyüzlü nedir? Farklı bir çokyüzlü çizebilir misin?
14	Silindir nedir? Farklı bir silindir çizebilir misin?
15	Piramit nedir? Farklı bir piramit çizebilir misin?
NOT: Soru formundaki tüm sorularda öğrencilere “ Niye böyle düşündün?” , “Bu cevabı verme sebebin nedir?”, “Aklına gelen başka bir şey ya da eklemek istediğin bir şey var mı?” gibi ek sorular yöneltilecektir.	

EK-6. Soru Formunun Pilot Uygulama Hali

PİLOT UYGULAMA
GLOBAL VAN HİELE
SORU FORMU

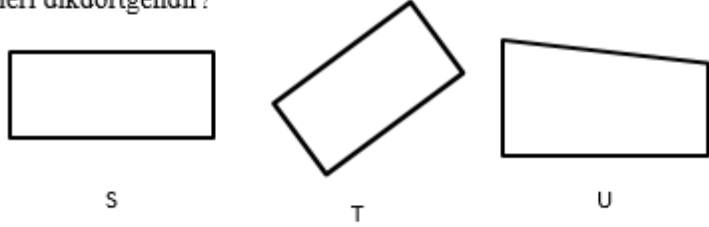
1. Aşağıdaki şekillerden hangileri üçgendir?

- a. Yalnız V
- b. Yalnız W
- c. Yalnız W ve X
- d. Yalnız V ve W
- e. Hiçbiri



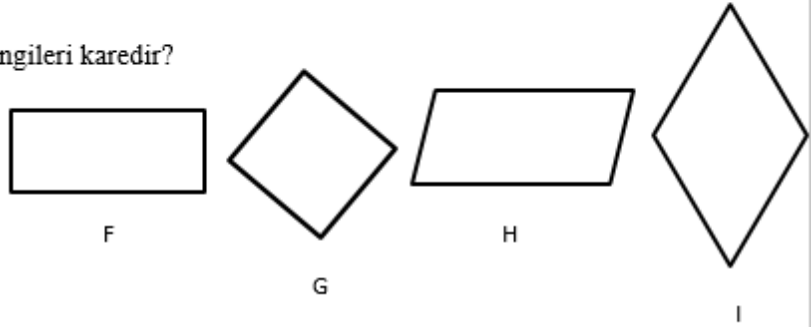
2. Aşağıdaki şekillerden hangileri dikdörtgendir?

- a. Yalnız S
- b. Yalnız T
- c. Yalnız S ve T
- d. Yalnız S ve U
- e. Tüm şekiller dikdörtgendir



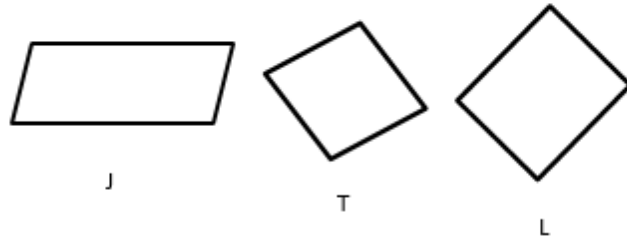
3. Aşağıdaki şekillerden hangileri karedir?

- a. Yalnız S
- b. Yalnız T
- c. Yalnız S ve T
- d. Yalnız S ve U
- e. Tüm şekiller karedir



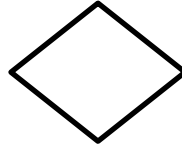
4. Aşağıdaki şekillerden hangileri paralelkenardır?

- a. Yalnız J
- b. Yalnız L
- c. Yalnızca J ve T
- d. Hiçbiri
- e. Tüm şekiller paralelkenardır

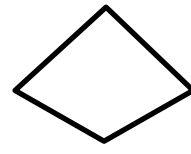


5. Aşağıdaki şekillerden hangileri eşkenar dörtgendir?

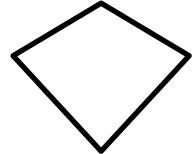
- a. Yalnız K
- b. Yalnız L
- c. Yalnız M
- d. Yalnız L ve M
- e. Tüm şekiller eşkenar dörtgendir



M



L



K

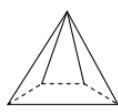
6. Aşağıdaki cisimler arasında prizma olanı daire içine alınız.



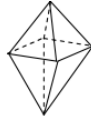
a



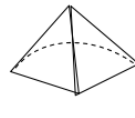
b



c



d



e

7. Koni olan cismi daire içine alınız.



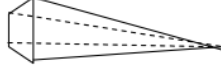
a



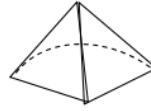
b



c



d

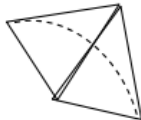


e

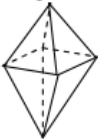
8. Aşağıdaki cisimler arasında çok yüzlüyü daire içine alınız.



a



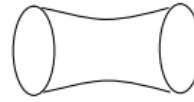
b



c



d

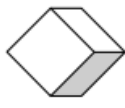


e

9. Aşağıdaki cisimler arasından silindir olanı daire içine alınız.



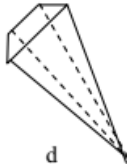
a



b



c

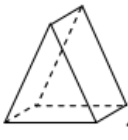


d

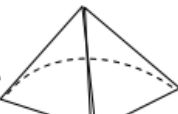


e

10. Aşağıdaki şekillerden hangisi piramittir?



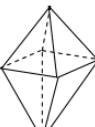
a



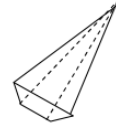
b



c



d

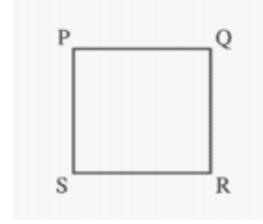


e

11. PQRS bir karedir.

Aşağıdaki ifadelerden hangisi her zaman doğrudur?

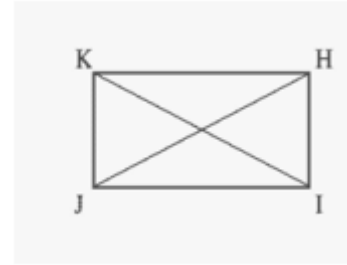
- a. PR ve RS aynı uzunluktadır.
- b. QS ve PR birbirlerine diktir.
- c. PS ve QR birbirlerine diktir.
- d. PS ve QS aynı uzunluktadır.
- e. Q açısı, R açısından daha büyüktür.



12. HIJK bir dikdörtgendir.

Aşağıdaki ifadelerden hangisi her zaman yanlıştır?

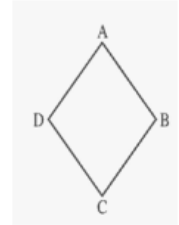
- a. Tüm açılar dik açıdır.
- b. Köşegenler birbirine diktir.
- c. Karşılıklı açılar ölçüleri birbirine eşittir.
- d. Köşegenler aynı uzunluktadır.
- e. Karşılıklı kenarlar aynı uzunluktadır.



13. ABCD bir eşkenar dörtgendir.

Aşağıdaki ifadelerden hangisi her zaman yanlıştır?

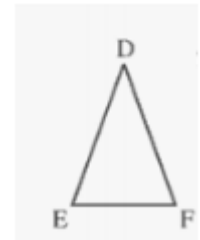
- a. Köşegenler aynı uzunluktadır.
- b. Her bir köşegen, eşkenar dörtgenin iki açısını iki eş parçaya böler.
- c. Köşegenler birbirine diktir.
- d. Karşılıklı açılar aynı ölçüdedir.
- e. Tüm kenar uzunlukları eşittir.



14. DEF bir ikizkenar üçgendir.

Aşağıdaki ifadelerden hangisi her zaman doğrudur?

- a. Üç kenar aynı uzunluğa sahiptir.
- b. Bir kenar uzunluğu diğer kenar uzunluğunun iki katı olmalıdır.
- c. Aynı ölçüye sahip en az iki açı olmalıdır.
- d. Üç açı aynı ölçüye sahip olmalıdır.
- e. Taban açısı tepe açısından daha büyüktür.



15. ABCD bir paralelkenardır.

Aşağıdaki ifadelerden hangisi daima doğrudur?

- a. Dört kenar da eşit uzunluktadır.
- b. İki köşegen uzunluğu birbirlerine eşittir.
- c. Köşegenler açıları iki eş parçaya ayırır.
- d. Karşılıklı açılar aynı ölçüye sahiptir.
- e. Köşegenler birbirlerine diktir.



16. Aşağıdaki ifadelerden hangisi daima doğrudur?

- a. Bir cismin iki tabanı varsa, o zaman bir dikdörtgenler prizması olmalıdır.
- b. Bir cismin iki tabanı varsa, o zaman bir çokyüzlü olmalıdır.
- c. Bir cismin iki tabanı varsa, o zaman bir silindir olmalıdır.
- d. Bir cismin iki tabanı varsa, o zaman bir düzgün çokyüzlü olmalıdır.
- e. Hepsi yanlış

17. Aşağıdaki ifadelerden hangisi her silindir için doğrudur?

- a. Bir silindirin tabanları daireseldir.
- b. Silindirin tabanları eş ve paralel karelerdir.
- c. Silindirin tabanları düzgün çokgenlerden oluşur.
- d. Silindirin tabanları beşgenlerdir.
- e. Silindirin tabanları üçgenlerdir.

18. Aşağıdaki ifadelerden hangisi her düzgün çokyüzlü için doğrudur?

- a. Bir çokyüzlüde tüm yüzler eşittir.
- b. Çokyüzlülerin hepsi paralel yüz çiftlerine sahiptir.
- c. Bir çokyüzlünün eğri yüzeyleri yoktur.
- d. Bir çokyüzlünün her köşesi bir dizi diğer yüzle kesişir.
- e. Hepsi doğru

19. Bir küp sahiptir.

- a. 12 yüze b. 4 yüze c. 6 yüze d. 8 yüze e. 2 yüze

20. Aşağıdaki ifadelerden hangisi her prizma için doğrudur?

- a. Prizmanın yan yüzü tamamen üçgenlerden oluşmaktadır.
- b. Prizmanın iki paralel tabanı vardır.
- c. Prizmanın tabanı dikdörtgenseldir.
- d. Prizmanın yan yüzü düzgün çokgenlerden oluşmaktadır.
- e. Dört yüz prizmanın her köşesiyle kesişir.

21. Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- a. Bir geometrik şekil dikdörtgen ise, üçgendir.
- b. Bir geometrik şekil dikdörtgen değilse, üçgendir.
- c. Bir geometrik şekil bir üçgen ise, dikdörtgendir.
- d. Bir geometrik şeklin aynı anda hem dikdörtgen hem de üçgen olması imkansızdır.
- e. Hepsi yanlış

22. Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- a. Bir geometrik şekil eşkenar dörtgen ise, paralelkenardır.
- b. Bir geometrik şekil paralelkenar ise, eşkenar dörtgendir.
- c. Bir geometrik şekil eşkenar dörtgen değilse, paralelkenardır.
- d. Bir geometrik şekil eşkenar dörtgen değilse, paralelkenar değildir.
- e. Hepsi yanlış

23. Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- a. Dikdörtgenlerin tüm özellikleri, tüm karelerin özellikleridir.
- b. Karelerin tüm özellikleri, tüm dikdörtgenlerin özellikleridir.
- c. Eşkenar dörtgenlerin tüm özellikleri, tüm paralelkenarların özellikleridir.
- d. Karelerin tüm özellikleri, tüm paralelkenarların özellikleridir.
- e. Hepsi yanlış

24. Aşağıdaki özelliklerden hangisi tüm dikdörtgenlerin bir özelliği iken tüm paralelkenarların özelliği değildir?
- Karşılıklı kenar uzunlukları eşittir.
 - Köşegenler eşit uzunluktadır.
 - Karşılıklı kenarlar paraleldir.
 - Karşılıklı açılar eşittir.
 - Hiçbiri doğru değildir.
25. Aşağıdaki özelliklerden hangisi tüm eşkenar dörtgenlerin bir özelliği iken tüm paralelkenarların özelliği değildir?
- Karşılıklı kenarlar paraleldir.
 - Komşu kenarlar eşit uzunluktadır.
 - Karşılıklı açılar paraleldir.
 - Köşegenler birbirini ortalar.
 - Hepsi yanlış
26. Tüm piramitlerin ortak noktaları:
- Tüm piramitlerin üçgen şeklinde bir tabanı vardır.
 - Yan yüzleri üçgenlerden oluşmaktadır.
 - Taban dörtgendir ve yan yüzleri üçgenlerden oluşur.
 - Piramidin tüm yüzleri üçgendir.
 - Hepsi yanlış
27. Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?
- Bir cisim çokyüzlü ise aynı zamanda prizmadır.
 - Bir cisim prizma ise aynı zamanda çokyüzlüdür.
 - Bir cisim çokyüzlü değilse, prizmadır.
 - Bir cisim prizma değilse, çokyüzlü değildir.
 - Bir cisim bir prizma ise, çokyüzlü değildir.

28. Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- a. Bir cismin 8 köşesi varsa, dikdörtgenler prizması olmalıdır.
- b. Bir cismin 8 köşesi varsa, bir küp olmalıdır.
- c. Bir cismin 8 köşesi varsa, bir piramit olmalıdır.
- d. Bir cismin 8 köşesi varsa, bir düzgün çokyüzlü olmalıdır.
- e. Hepsi yanlış

29. Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- a. Bir cisim düzgün bir çokyüzlüyse, aynı zamanda bir küptür.
- b. Bir cisim küpse, aynı zamanda düzgün çokyüzlüdür.
- c. Bir cisim düzgün çokyüzlü değilse, bir küptür.
- d. Bir cisim küp değilse, düzgün çokyüzlü değildir.
- e. Hepsi yanlış

30. Aşağıdaki ifadelerden hangisi prizma için doğru değildir?

- a. Prizmanın iki eş ve paralel tabanı vardır.
- b. Prizmanın yan yüzü dikdörtgenlerden veya paralelkenarlardan oluşur.
- c. Prizmanın tüm yüzleri dikdörtgen veya paralelkenardır.
- d. Prizma 3-boyutlu bir cisimdir.
- e. Prizmanın tüm yüzleri çokgenlerdir.

EK-7: Transkript Örneği

SORU	Ne Söylüyor	Ne yapıyor	Ne çiziyor
NO			
1	Hangileri üçgendir sorusuna neden bu şıkkı seçtiğimi söyliyem. Çünkü küçüklüğümde beri üçgeni yani ilkokuldan beri bu şekli gördüm (3.şekli işaret eder) O yüzden bu şekli işaretledim. Peki üçgen nedir, üçgenle ilgili ne biliyorsun? Üçgen.. iç açıları toplamı 180 derece, 111.. karşılıklı kenarları eş, sadece taban kenarı eşit olmayan bir şey. Oradakilerden farklı bir üçgen çizebilir misin? (en alta üçgen çizer)		İkizkenar üçgene yakın bir üçgen çizimi yapar
2	İkinci soruda hangileri dikdörtgendir Burda S ve T'yi aynı olarak gördüm, U'yu sanki biraz şu kenarı yamuk olarak gördüğüm için buna yamuk dedim. S ve T'yi aldım bu yüzden Oradakilerden farklı dikdörtgen çizebilir misin? (en alta dikdörtgen çizer) Dikdörtgenin genel özelliklerini söyleyebilir misin? Dikdörtgen, kısa kenarları birbirine eş, uzun kenarları da birbirine eş bu.	U yu anlatırken yamuk dediği kenarı çizer. Kenarların eşliklerini gösterirken sorudaki şekillerden yararlanır	Çarpaz bir şekilde dikdörtgene yakın bir şekil çizer

Açıları nasıl peki?

Açıları dik yani.. 180 falan..

- 3 Hangileri karedir diye soruyor ben sadece G'yi Tüm çizgileri birbirine eş derken, G En alta kare çizimi yapar. işaretlemişim. Bu soru kolay gibi aslında, umarım şeklinin kenarlarını gösterir yanlış yapmamışımdır.

Kare nedir, kare ile ilgili neler biliyorsun?

Tüm çizgileri birbirine eş olan bir şekil. Köşeleri 90 derece..bu kadar.

Farklı bir kare çizebilir misin?

(en alta kare çizimi yapmıştır)

- 4 -soruyu okur- çalıştıklarımın hatırladığım kadarıyla J ve T'yi işaret eder Paralelkenarı anlatırken alta J ve T'yi görmüştüm. Paralelkenarın hep böyle alt ve Köşe derken, kenarı işaret etmiştir. paralelkenar çizimi yapar. üst köşeleri aynı (kenar çizmiştir), ama yan çizgileri farklı olarak düşündüm. Çalıştığım kadarıyla, o kadar kalmıştı aklımda. J ve T'yi işaretledim

Yani paralelkenarla ilgili ne diyoruz o zaman?

Alt ve üst köşeleri birbirine eş..

Yandaki nasıl sence?

Bu da biraz paralelkenar gibi geldi bana, L sanki biraz kare gibi. Kare yani daha doğrusu.

- 5 Hangisi eşkenar dörtgendir, eşkenar dörtgeni çok hatırlamıyorum ama L ve K'yi önce..olmayacağını düşündüğüm için sadece M yi işaretledim. özelliklerini falanda çok hatırlamıyorum. Sadece bu şekil düşündüğüm için işaretledim.
- M nin neden olabileceğini düşündün peki?
- Yani birazcık..şeyy.. işte fotokopiden hatırladığım kadarıyla bu kadar çünkü eşkenar dörtgen.. yani bu kenarlar L ve K de alt kısımları üstteki gibi değil daha kısa. K de de alt daha uzun, üst daha kısa diye düşündüm
- Peki farklı bir eşkenar dörtgen çizebilir misin bana?
- (alta çizim yapmıştır)
- Şekilleri göstererek anlatmıştır
- Çizim istendiğinde- alta eşkenar dörtgen çizimi yapmıştır.
- 6 -soruyu okur- kiriş dairenin bir noktasından bir noktasına kadar gelen çizgiye kiriş deniyordu. Burdan şıklardan gittim. Yok daha doğrusu daireye bakıp şıklardan eledim.
- A ve B kiriştir, o yüzden b'yi elerim çünkü A ve B kirişi yok burda.
- C ve D'yi de bir kiriş olarak gördüm. O yüzden A şikkını da eledim, C ve D olmadığı için
- Kirişi anlatırken, çember çizip içine kiriş çizmiştir.
- Seçeneklerdeki ifadelerin kiriş olup olmadığını bulurken, doğru parçalarını belirginleştirerek yorum yapmıştır.
- Kiriş çizimi
- Kiriş olarak gördüklerini şeklin altına yazmıştır.

F ve D'yi de bir giriş olarak gördüm ve F ve D ıııı...
 F ve D'yi de yazmışım zaten, A ve F de olabilir diye düşünmüşüm. A ve F'yi de eklemişim. Şimdi O ve E kaldı. O ve E, E tam olarak daireye değmiyor yani o yüzden giriş olamayacağını düşündüm. Cevabı D olarak düşündüm.

7	-soruyu okur- teğet bir dairenin içinde, tüm köşeleri daireye değen.. teğet olarak isimlendiriliyordu. Bunda önce yanlış yapmışım sonra düzelttim, bu yüzden D şikkını işaretledim.	İlk cümleyi kurarken, çembere içten teğet üçgen çizimi yapmıştır.	Çembere içten teğet üçgen çizimi
8	-soruyu okur-burda da aynı yukarıda anlattığım gibi C ve D'yi, ister içten ister dıştan olarak ya böyle ya da böyle olabileceğini düşündüğüm için C ve D'yi işaretledim. Bu yüzden B yaptım.	İster içten ister dıştan derken C ve D şekillerinin benzerlerini alta çizmiştir.	İçten ve dıştan teğet çemberlerin çizimini yapmıştır.
9	-soruyu okur- burda hangisinin çap olduğunu soruyor bize Çap nedir? Çap bir dairenin, şu yan çizgisine biz çap diyoruz. Eğer sadece burasını alsaydım bu da yarıçap olurdu. (yarıçapı gösterir)	Çap nedir sorusundan sonra Çemberin içine çap çizerek anlatım yapmıştır. Anlatırken a çemberi ve MO doğru parçasını belirginleştirerek çap olduğunu ifade etmiştir.	Çemberin içine çap çizimi

-a şıkkını okur- burda bence yarıçap, yarıçap olarak gördüm ben bunu. O yüzden A yı eledim.

Ve cevabı da C bulmamın sebebi, -şıkkı okur- a çemberi, M ve O'yu bir çap olarak gördüğüm için C yaptım.

- 10** -Soruyu okur- burada hiçbir açının bir kenarı, bir açısı Çemberin ortasından çizilmesi gerektiğini Merkezden açı çizimi bu ortadaki noktaya değmediği için cevabı D olarak belirten, açı çizimi yapmıştır. gördüm.

- 11** -soruyu okur-
Prizma nedir, onu sorayım önce?
 Prizma hakkında çok fazla bilgiye sahip değilim ama üçgen prizma olarak ilk aklıma bu geldi (c şıkkı).
 Buna daha yakın gördüm, yanlış olma ihtimali de olabilir çünkü fazla emin değilim.

- 12** -soruyu okur- koniyi kolay buldum yani direk C'yi Koni nedir sorusuna Üçgen çizip, sonradan altına işaretledim. Eliyle koninin alt tabanı için havada yuvarlak çizmiştir.
Koni nedir? yuvarlak oluşturmuştur.
 İlk.. bir yuvarlağın etrafına sarılmış üçgen şeklinde, bir şekil.
Farklı bir koni çizebilir misin peki?
 (en alta çizim yapar)

- 13 -soruyu okur- çokyüzlü hakkında bir kenarı eğik Seçenekleri göstererek anlatım yapmıştır.
olmayacaktı o yüzden E'yi elerim diye düşündüm
A'yı da öyle ve B'yi de. C ve D arasında kaldım. C'yi
kendime daha yakın gördüm. Bu yüzden C'yi
işaretledim
Çokyüzlü nedir?
Kenarları eğik olmayan, hepsi bir noktaya bağlıdır.
- 14 -soruyu okur- silindiri eskiden beri bildiğim için direk C şikkını göstererek anlatım yapmıştır. En alta dikey silindir çizimi
C'yi., bu soru benim için çok kolaydı. O yüzden direk Silindir nedir sorusu için, alt ve üst tabanın yapmıştır.
C'yi işaretledim. paralelliğini elleriyle göstermiştir.
Peki silindir ile ilgili neler söyleyebilirsin, nedir Silindirin yan yüzünü de eliyle yuvarlak
silindir? yaparak anlatmıştır.
Silindir üst ve alt kısımlar çevrilmiş bir kağıt veya bir
şekil olabilir. (eliyle silindiri anlatır) hem üstünde bir
yuvarlak, hem tabanında bir yuvarlak ve üstündeki
şeyler eşit.
Peki farklı bir silindir çizebilir misin?
(en alta çizim yapar)

- 15 -soruyu okur- önce a yapmışım, sonrada.. b ve c'yi Seçenekleri göstererek anlatım yapar.
kesin eledim çünkü bunların olacağını düşünmedim e Resim dediğinde e'yi gösterir
yapmışım.
- Piramit deyince sanki hocam daha yakın geldi a'dan
ziyade o yüzden E şikkını işaretledim
- Peki piramit nedir?**
- Resmini hatırlıyorum sadece özelliklerini
hatırlamıyorum. Resim... bu gibi geldi bana
özelliklerini bilmiyorum.

