

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DEMİRYOLU KAYNAKLI TİTREŞİMLERİN OPTİMAL
ÜSTYAPI TASARIMI İLE AZALTILMASI

Arif ULU

DOKTORA TEZİ
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı
Makine Teorisi ve Kontrol Programı

Danışman
Doç. Dr. Muzaffer METİN

Eş-Danışman
Prof. Dr. Aytaç ARIKOĞLU

Temmuz, 2022

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**DEMİRYOLU KAYNAKLI TİTREŞİMLERİN OPTİMAL ÜSTYAPI
TASARIMI İLE AZALTILMASI**

Arif ULU tarafından hazırlanan tez çalışması 01.07.2022 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı Makine Teorisi ve Kontrol Programı **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Muzaffer METİN
Yıldız Teknik Üniversitesi
Danışman

Prof. Dr. Aytaç ARIKOĞLU
İstanbul Teknik Üniversitesi
Eş-Danışman

Jüri Üyeleri

Doç. Dr. Muzaffer METİN, Danışman
Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ, Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Hülya CEBECİ, Üye
İstanbul Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Meral BAYRAKTAR, Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi

Dr. Öğr. Üyesi Mahmut PAKSOY, Üye
Selçuk Üniversitesi

Danışmanım Doç. Dr. Muzaffer METİN sorumluluğunda tarafımca hazırlanan Demiryolu Kaynaklı Titreşimlerin Optimal Üstyapı Tasarımı ile Azaltılması başlıklı çalışmada veri toplama ve veri kullanımında gerekli yasal izinleri aldığımı, diğer kaynaklardan aldığım bilgileri ana metin ve referanslarda eksiksiz gösterdiğimi, araştırma verilerine ve sonuçlarına ilişkin çarpıtma ve/veya sahtecilik yapmadığımı, çalışmam süresince bilimsel araştırma ve etik ilkelerine uygun davrandığımı beyan ederim. Beyanımın aksinin ispatı halinde her türlü yasal sonucu kabul ederim.

Arif ULU

İmza



Bu tez çalışmasında TÜBİTAK 115M586 nolu projeden destek alınmıştır.

Değerli eşime



TEŞEKKÜR

Doktora tez çalışmalarım sırasında her zaman yol gösteren, bilgi ve tecrübesiyle önümü açan Sn. Doç. Dr. Muzaffer METİN'e saygı ve teşekkürlerimi sunarım. Bu çalışmamda yardımlarını esirgemeyen, her zaman kapısını açan Sn. Prof. Dr. Aytaç Arıkoğlu'na ve Dr. Öğr. Üyesi Özgür DEMİR'e saygılarımı sunarım.

Bu uzun ve zorlu süreçte bana her zaman destek veren, kıymetli zamanlarını bana ayıran sevgili eşime, beni hep destekleyen ve arkamda olan dedem ve babaanneme sonsuz saygı ve şükranlarımı bir borç bilirim.

Arif ULU

İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ	ix
KISALTMA LİSTESİ	xiii
ŞEKİL LİSTESİ	xiv
TABLO LİSTESİ	xviii
ÖZET	xix
ABSTRACT	xxi
1 GİRİŞ	1
1.1 Literatür Özeti	1
1.2 Tezin Amacı	7
1.3 Hipotez	8
2 DEMİRYOLU ÜSTYAPI ELEMANLARI	10
2.1 Ray Modeli	10
2.1.1 Kiriş Teorisi	11
2.2 Travers, Balast ve Diğer Elemanların Modeli	19
2.3 Tekerlek Yüğü	20
2.4 Raypedi Modeli	21
2.4.1 Tekil Yay Sönüm Elemanı Modeli	22
2.4.2 Yerel Sürekli Mesnet Modeli	25
2.4.3 Genişletilmiş Yerel Sürekli Mesnet Modeli	39
3 VİSKOELASTİK MALZEMELER	44
3.1 Viskoelastik Malzemelerin Zaman Uzayında İncelenmesi	46
3.1.1 Maxwell Modeli	46
3.1.2 Kelvin-Voigt Modeli	48
3.1.3 Zener veya Standart Lineer Katı Modeli	49
3.1.4 Daha Fazla Elemanlı Modeller	51
3.2 Viskoelastik Malzemelerin Frekans Uzayında İncelenmesi	54

3.2.1	Dinamik Elastisite Modülünün Deneyle Elde Edilmesi	55
3.2.2	Karmaşık Dinamik Elastisite Modülünün Matematiksel İfadesi .	56
3.3	Viskoelastik Malzeme Modeli Zaman Cevaplarının Nümerik Çözümü .	58
3.4	Kesirli Türevli Viskoelastik Malzeme Modelleri	59
3.5	Demiryolunda Kullanılan Pedlerin DMA Testleri	61
4	ELASTOMER ESASLI DEMİRYOLU ELEMANLARININ VİSKOELASTİK MODELLENMESİ	71
4.1	Matematik Modelin Oluşturulması	71
4.2	Viskoelastik Malzeme Modelinin Tanımlanması	74
4.3	Üstyapıların Sonlu Elemanlar Analizi	80
4.4	Doğrulama Çalışması	82
5	GENETİK ALGORİTMA İLE OPTİMİZASYON	85
5.1	Genetik Algoritmanın İlkeleri	85
5.2	Genetik Algoritmanın Aşamaları	86
5.2.1	Genetik Algoritmada Kodlama	87
5.2.2	Uygunluk Değerinin Elde Edilmesi	88
5.2.3	Seçim Yöntemleri	88
5.2.4	Genetik Algoritma Mekanizmaları	89
5.3	Çok Amaçlı Genetik Algoritmalar	91
5.3.1	Baskınlık ve Pareto Cephesi	92
5.3.2	Bastırılmayan Sıralamalı Genetik Algoritma (Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm-NSGA)	92
5.3.3	Hızlı ve Elitist Bastırılmayan Sıralamalı Genetik Algoritma (Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm-NSGA-II)	93
6	DEMİRYOLU ÜSTYAPI OPTİMİZASYONU	95
6.1	Optimizasyon Kurulumu	96
6.2	Kısıtların Belirlenmesi	98
6.3	Tip I için Optimizasyon Sonuçları	99
6.4	Tip II için Optimizasyon Sonuçları	103
6.5	Optimal Sonuçların Frekans Uzayında Değerlendirilmesi	106
7	SONUÇ VE ÖNERİLER	110
7.1	Gelecek Çalışmalar	112
	KAYNAKÇA	113
A	VİSKOELASTİK MODEL KATSAYILARI	120

B PARETO OPTİMAL CEPHEDEKİ BÜTÜN ÇÖZÜMLER	128
TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR	130



SİMGE LİSTESİ

λ	Ayrık ve yerel sürekli mesnet fonksiyonu
k_b, c_b	Balast yay ve sönüm katsayıları
k_w, c_w	Balastlar arası yay ve sönüm elemanı katsayıları
m_b, m_s, m_{bp}	Balast, travers ve çelik selet kütleleri
w_b, w_{bp}	Balast ve çelik selet düşey yer değiştirmeleri
θ_b	Balast açısı
ϵ_0, σ_0	Başlangıç birim uzama ve gerilme genlikleri
H	Birim basamak (Heaviside Theta) fonksiyonu
$\epsilon_{xx}, \gamma_{xz}$	Birim şekil değiştirme bileşenleri
Γ_1, Γ_2	Birinci ve ikinci katman yayılı mesnet fonksiyonları
E'	Depolama (storage) modülü
$W, \delta W$	Dış enerji ve dış enerji varyasyonu
$\mathbf{P}, \mathbf{Q}$	Diferansiyel operatör
dx	Diferansiyel parça uzunluğu
E_d	Dinamik elastisite modülü
J	Dinamik sürünme modülü (Creep compliance)
δ	Dirac delta operatörü
P, Q	Ebeveyn ve çocuk nüfusu
F_1, F_{2j}	Elastik katman kuvvetleri
c_1, c_2	Elastik katman sönüm katsayıları
k_1, k_2	Elastik katman yay katsayıları
E	Elastisite (Young) modülü
E_0	Elastisite modülleri toplamı

δ_f	Faz farkı
f, ω	Frekans (Hz,rad/s)
Φ	GA ceza fonksiyonu
P_{ID}	GA elastomer ped numarası
P_c	GA çaprazlama olasılığı
F_M, F_F	GA maliyet ve kuvvet fonksiyonu
P_m	GA mutasyon olasılığı
N	GMM kol sayısı
σ_{xx}, σ_{xz}	Gerilme bileşenleri
P_i	Hareketli yük büyüklükleri
v	Hareketli yük hızı
n_v	Hareketli yük sayısı
$L_{v,j}$	Hareketli yükler arası mesafe
f_h	Hertz temas kuvveti
k_h	Hertz temas yayı katsayısı
l_s	İki mesnet arası mesafe
e_{ij}, h_{ij}	Kalıtımsal integral değişkenleri
E^*	Karmaşık elastisite modülü
E''	Kayıp (loss) modülü
K_s	Kayma düzeltme katsayısı
Q	Kayma momenti
G	Kayma modülü
τ_{KT}	KTM gevşeme (relaxation) zamanı
$\lambda_{1,2,3}$	KTM elastisite modülleri
$\Omega, \gamma_{KT}, \varphi$	KTM katsayıları
$K, \delta K$	Kinetik enerji ve kinetik enerji varyasyonu
I, I_0, I_2	Kiriş kesit atalet momentleri
θ	Kiriş kesitinin dönmesi
b	Kiriş genişliği

A	Kiriş kesit alanı
L	Kiriş uzunluğu
u, w	Kiriş yer değiştirme vektörleri
h	Kiriş yüksekliği
V	Kesme kuvveti
c_{cr}	Kritik sönüm
$\mathcal{L}$	Laplace dönüşüm operatörü
a_p, d_p, h_p	Ray pedi ölçüleri
F_{Ak}, F_{Bj}	Ray pedi-ray ve ray-ray pedi kuvvetleri
κ_s	SE yayılı yük parametresi
a_{bp}, d_{bp}, h_{bp}	Seletaltı ped ölçüleri
T, T_{ref}	Sıcaklık, Referans sıcaklık
a_T	Sıcaklık kaydırma faktörü
E_∞	Sonsuz elastisite modülü
ξ	Sönüm oranı
τ	Sönüm faktörü
$U, \delta U$	Şekil değiştirme enerjisi ve şekil değiştirme enerjisi varyasyonu
ϕ_i, ψ_i	Şekil fonksiyonları
M	Moment
$\log$	On tabanında logaritma
ν	Poisson oranı
w_{tek}	Tekerleğin düşey yer değiştirmesi
k_{sd}, c_{sd}	Tekil yay ve sönüm elemanı katsayıları
F_{sd}	Tekil yay ve sönüm elemanı toplam kuvvetleri
n	Terim sayısı
N_s	Toplam mesnet sayısı
$\Pi, \delta \Pi$	Toplam potansiyel enerji ve toplam potansiyel enerji varyasyonu
l_e, l_b	Travers parametreleri
E_i, τ_i	VE depolama modülleri ve kayıp faktörleri

C_1, C_2	WLF sabitleri
k_L, c_L	Yayıllı yay ve sönüm elemanları katsayıları
q	Yayıllı yük
ψ_{kjm}	Yerel sürekli mesnet modeli fonksiyonu
ρ	Yoğunluk
t	Zaman
Δt	Zaman adımı
R_i, T_i	Zamana bağlı bilinmeyen katsayılar
k_f, c_f	Zemin yay ve sönüm elemanı katsayıları



KISALTMA LİSTESİ

ADD	Adi Diferansiyel Denklemler
BM	Blanco Model
ÇAGA	Çok Amaçlı Genetik Algoritma
DMA	Dinamik Mekanik Analiz
EBKT	Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi
FM	Ferrara Model
GA	Genetik Algoritma
KF	Kayıp Faktörü
KT	Kesirli Türev
KTM	Kesirli Türev Modeli
MF	Maliyet Fonksiyonu
NSGA	Non-dominated Sorting Genetic Algorithm
NSGA-II	Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II
PIM	Precise Time Integration
SE	Sonlu Elemanlar
SEY	Sonlu Elemanlar Yöntemi
TKT	Timoshenko Kiriş Teorisi
TYSM	Tekil Yay-Sönüm Elemanı Modeli
VE	Visko Elastik
WLF	William Landel Ferry
YSMM	Yerel Sürekli Mesnet Modeli
1B	1 Boyutlu
3B	3 Boyutlu

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1	Demiryolu hattı bileşenleri [50]	10
Şekil 2.2	Kiriş kesitinde denge hali	11
Şekil 2.3	Kiriş kesitinde yer değiştirme	13
Şekil 2.4	Kiriş kesitinde gerilmenin toplamı	13
Şekil 2.5	Balastlı üstyapı elemanları ve modeli [14, 53]	20
Şekil 2.6	Literatürdeki mesnet tipleri	22
Şekil 2.7	Demiryolu üstyapısının matematik modeli	25
Şekil 2.8	Demiryolu üstyapısının 1B SE modeli	27
Şekil 2.9	$P_0 = 1N$ için κ_s 'e bağlı yayılı basıncın değişimi	29
Şekil 2.10	3B SE modelinin ağ yapısı	29
Şekil 2.11	Ray pedi ölçüleri	30
Şekil 2.12	Rayın orta noktasının sehim sonuçlarının karşılaştırılması	31
Şekil 2.13	Farklı ray pedi genişlikleri (a) ve mesnet sayıları (p) ile rayın orta nokta sehiminin değişimi a) $a=0.05$ m, b) $a=0.1$ m, c) $a=0.2$ m, d) $a=0.4$ m ($\xi=0.5$, $k_L=1.386 \times 10^8$ N/m ²)	32
Şekil 2.14	Farklı ray pedi genişlikleri (a) ve mesnet sayıları (p) ile rayın orta nokta hızının değişimi a) $a=0.05$ m, b) $a=0.1$ m, c) $a=0.2$ m, d) $a=0.4$ m ($\xi=0.5$, $k_L=1.386 \times 10^8$ N/m ²)	33
Şekil 2.15	Farklı ray pedi genişlikleri için rayın orta nokta sehiminin değişimi ($\xi=0.5$, $k_L=1.386 \times 10^8$ N/m ² , $p=80$)	34
Şekil 2.16	Farklı mesnet sayıları için rayın orta nokta sehiminin değişimi ($\xi=0.5$, $k_L=1.386 \times 10^8$ N/m ² , $a=0.12$ m)	34
Şekil 2.17	Ray pedi direngenliğinin (k_L) ve sönüm oranının (ξ) değişimi ile rayın orta nokta sehiminin değişimi a) $\xi=0$, b) $\xi=0.5$, c) $\xi=2$, d) $\xi=10$, ($a=0.12$, $p=80$)	35
Şekil 2.18	Ray pedi direngenliğinin (k_L) ve sönüm oranının (ξ) değişimi ile rayın orta nokta nokta hızının değişimi a) $\xi=0$, b) $\xi=0.5$, c) $\xi=2$, d) $\xi=10$, ($a=0.12$, $p=80$)	36
Şekil 2.19	Farklı ray pedi direngenlikleri için rayın orta nokta sehiminin değişimi ($p=80$, $\xi=0.5$, $a=0.12$ m)	36

Şekil 2.20 Farklı sönüm oranlarında rayın orta nokta sehiminin değişimi ($p=80$, $k_L=1.386 \times 10^8$ N/m ² , $a=0.12$ m)	37
Şekil 2.21 En büyük ve en küçük sehimlerin farklı ray pedleri genişlikleri için hareketli yük hızıyla ve mesnet sayısı ile değişimi a) $a=0.05$ m, b) $a=0.1$ m, c) $a=0.2$ m, d) $a=0.4$ m ($\xi=0.5$)	38
Şekil 2.22 λ fonksiyonlarının ray boyunca gösterimi	39
Şekil 3.1 Yay ve damper elemanlarının özellikleri	45
Şekil 3.2 Maxwell modeli gösterimi	46
Şekil 3.3 Maxwell modeli cevapları	48
Şekil 3.4 Kelvin-Voigt modeli gösterimi	48
Şekil 3.5 Kelvin-Voigt modeli cevapları	49
Şekil 3.6 Zener modeli gösterimi	50
Şekil 3.7 Zener modeli zaman cevapları	51
Şekil 3.8 a) Genelleştirilmiş Maxwell modeli b) Genelleştirilmiş Kelvin modeli	52
Şekil 3.9 2 Maxwell kolu için zaman cevapları	53
Şekil 3.10 a) Faz farkı oluşumu b) Frekansa bağlı özelliklerin arasındaki ilişki [65]	54
Şekil 3.11 Deneyden ana eğriye geçiş	56
Şekil 3.12 Kalıtsal integralin analitik ve sayısal çözümlerinin karşılaştırılması	59
Şekil 3.13 10 parametrelili KTM [69]	60
Şekil 3.14 DMA cihazı	62
Şekil 3.15 Ped 1 A) Wicket grafiği ve B) Ana eğrisi	62
Şekil 3.16 Ped 2 A) Wicket grafiği ve B) Ana eğrisi	63
Şekil 3.17 Ped 3 A) Wicket grafiği ve B) Ana eğrisi	63
Şekil 3.18 Ped 4 A) Wicket grafiği ve B) Ana eğrisi	63
Şekil 3.19 Ped 5 A) Wicket grafiği ve B) Ana eğrisi	64
Şekil 3.20 Ped 6 A) Wicket grafiği ve B) Ana eğrisi	64
Şekil 3.21 Ped 7 A) Wicket grafiği ve B) Ana eğrisi	64
Şekil 3.22 Ped 8 A) Wicket grafiği ve B) Ana eğrisi	65
Şekil 3.23 Ped 9 A) Wicket grafiği ve B) Ana eğrisi	65
Şekil 3.24 Ped 10 A) Wicket grafiği ve B) Ana eğrisi	65
Şekil 3.25 Ped 11 A) Wicket grafiği ve B) Ana eğrisi	66
Şekil 3.26 Ped 12 A) Wicket grafiği ve B) Ana eğrisi	66
Şekil 3.27 Ped 1 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler	66
Şekil 3.28 Ped 2 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler	67
Şekil 3.29 Ped 3 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler	67
Şekil 3.30 Ped 4 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler	67
Şekil 3.31 Ped 5 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler	68
Şekil 3.32 Ped 6 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler	68
Şekil 3.33 Ped 7 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler	68

Şekil 3.34	Ped 8 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler	69
Şekil 3.35	Ped 9 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler	69
Şekil 3.36	Ped 10 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler	69
Şekil 3.37	Ped 11 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler	70
Şekil 3.38	Ped 12 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler	70
Şekil 4.1	Demiryolu üstyapısı a) Tip I c) Tip II serbest cisim diyagramı b) Tip I d) Tip II	71
Şekil 4.2	Matlab/Simulink blok diyagramları	74
Şekil 4.3	Akış diyagramı	74
Şekil 4.4	Farklı sıcaklıklar için Ped 1'in GMM eğrileri	75
Şekil 4.5	Farklı sıcaklıklar için Ped 2'in GMM eğrileri	76
Şekil 4.6	Farklı sıcaklıklar için Ped 3'ün GMM eğrileri	76
Şekil 4.7	Farklı sıcaklıklar için Ped 4'ün GMM eğrileri	76
Şekil 4.8	Farklı sıcaklıklar için Ped 5'in GMM eğrileri	77
Şekil 4.9	Farklı sıcaklıklar için Ped 6'nin GMM eğrileri	77
Şekil 4.10	Farklı sıcaklıklar için Ped 7'nin GMM eğrileri	77
Şekil 4.11	Farklı sıcaklıklar için Ped 8'in GMM eğrileri	78
Şekil 4.12	Farklı sıcaklıklar için Ped 9'un GMM eğrileri	78
Şekil 4.13	Farklı sıcaklıklar için Ped 10'un GMM eğrileri	78
Şekil 4.14	Farklı sıcaklıklar için Ped 11'in GMM eğrileri	79
Şekil 4.15	Farklı sıcaklıklar için Ped 12'nin GMM eğrileri	79
Şekil 4.16	Tip I SE modeli A)Önden görünüş B)Yakınlaştırılmış C)Üstten görünüş	81
Şekil 4.17	Tip II SE modeli A)Önden görünüş B)Yakınlaştırılmış C)Üstten görünüş	81
Şekil 4.18	a)Rayın ortasındaki ivmeölçer b)Veri toplama sistemi	82
Şekil 4.19	Tip 1 sonuçları	83
Şekil 4.20	Tip 2 sonuçları	84
Şekil 5.1	Genetik algoritma akış şeması [73, 74]	87
Şekil 5.2	Doğal seçilim türleri gösterimi	88
Şekil 5.3	Kromozom yapısı	89
Şekil 5.4	Çaprazlama çeşitleri [74]	90
Şekil 5.5	Mutasyon çeşitleri [74]	91
Şekil 5.6	Pareto optimal cephesi gelişimi	92
Şekil 5.7	Pareto optimal cephesinin nesillerde değişimi	93
Şekil 5.8	NSGA-II aşamaları [82]	94
Şekil 5.9	Kalabalık mesafe hesaplaması [82]	94
Şekil 6.1	Davutpaşa ölçüm istasyonu günlük ortalama sıcaklıklar	96
Şekil 6.2	Tip I geometrik ölçüleri	97
Şekil 6.3	Tip II geometrik ölçüleri	98
Şekil 6.4	Tip I için pareto cephesi	100

Şekil 6.5	Tip I için sonuçların çizimi	100
Şekil 6.6	Tip I 0°C sonuçları (Mevcut:- Optimal:- -)	101
Şekil 6.7	Tip I 20°C sonuçları (Mevcut:- Optimal:- -)	102
Şekil 6.8	Tip I 40°C sonuçları (Mevcut:- Optimal:- -)	102
Şekil 6.9	Tip II için pareto cepheleri	103
Şekil 6.10	Tip II için sonuçların çizimi	104
Şekil 6.11	Tip II 0°C sonuçları (Mevcut:- Optimal:- -)	104
Şekil 6.12	Tip II 20°C sonuçları (Mevcut:- Optimal:- -)	105
Şekil 6.13	Tip II 40°C sonuçları (Mevcut:- Optimal:- -)	105
Şekil 6.14	Darbe kuvvetinin uygulama noktaları a)Tip I b)Tip II	106
Şekil 6.15	Betondan alınan yer değiştirme cevapları a)Tip I b)Tip II Zemine iletilen kuvvet cevapları c)Tip I d)Tip II (Mevcut:- Optimal:- -) . . .	107
Şekil 6.16	Araç hızına göre tahrik frekansları [4]	108
Şekil 6.17	İki üstyapının pareto optimal sonuçları	109

TABLO LİSTESİ

Tablo 2.1	Demiryolu üstyapısı ve hareketli yük değerleri	30
Tablo 2.2	Çeşitli yöntemlerin ve modellerin analiz süreleri	31
Tablo 2.3	Direngenliğe bağlı ray pedi tipleri (N/m^2) [60]	37
Tablo 2.4	Farklı ray pedi genişlikleri (a) ve mesnet sayıları (p) için kritik hızların (v_{cr} m/s) değişimi, ($\xi=0.5$, $k_L=1.386 \times 10^8$ N/m^2)	38
Tablo 2.5	Farklı ray pedi direngenlikleri için kritik hızların değişimi ($a=0.12$ m, $p=80$)	38
Tablo 4.1	SEY elastik malzeme özellikleri	80
Tablo 4.2	SEY viskoelastik malzeme özellikleri	80
Tablo 4.3	Analitik model parametreleri	83
Tablo 6.1	Sıcaklık aralıkları	96
Tablo 6.2	Tip I için parametrelerin karşılaştırılması	99
Tablo 6.3	Tip II için parametrelerin karşılaştırılması	103
Tablo 6.4	Hat kusurları [50]	108
Tablo A.1	KTM Parametreleri Pedler 1-6	120
Tablo A.2	KTM Parametreleri Pedler 7-12	121
Tablo A.3	Ped 1 GMM Parametreleri	122
Tablo A.4	Ped 2 GMM Parametreleri	122
Tablo A.5	Ped 3 GMM Parametreleri	123
Tablo A.6	Ped 4 GMM Parametreleri	123
Tablo A.7	Ped 5 GMM Parametreleri	124
Tablo A.8	Ped 6 GMM Parametreleri	124
Tablo A.9	Ped 7 GMM Parametreleri	125
Tablo A.10	Ped 8 GMM Parametreleri	125
Tablo A.11	Ped 9 GMM Parametreleri	126
Tablo A.12	Ped 10 GMM Parametreleri	126
Tablo A.13	Ped 11 GMM Parametreleri	127
Tablo A.14	Ped 12 GMM Parametreleri	127
Tablo B.1	Tip I pareto optimal sonuç kümesi	128
Tablo B.2	Tip II pareto optimal sonuç kümesi	129

Demiryolu Kaynaklı Titreşimlerin Optimal Üstyapı Tasarımı ile Azaltılması

Arif ULU

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Doktora Tezi

Danışman: Doç. Dr. Muzaffer METİN

Eş-Danışman: Prof. Dr. Aytaç ARIKOĞLU

Şehir içi ve şehirler arası ulaşımda yeni hatların tasarlanması sürecinde yolcu konforu ön plana çıkmakla beraber çevreye yayılan demiryolu kaynaklı titreşimlerin azaltılması da önem arz etmektedir. Çevreye yayılan bu titreşimleri gidermenin temel mantığı zemine aktarılan kuvvetin azaltılmasıdır. Bunu en uygun maliyetle sağlamak bir mühendislik problemidir. Maliyet ve kuvvet izolasyonu arasında doğru bir orantı olduğu için ikisi arasında optimal bir seçim yapmak gereklidir. Bu çalışmada esas olarak maliyet ve kuvvet izolasyonu bakımından elastomerlerin optimal seçimi üzerine odaklanılmıştır. Doğru bir üstyapı modeli kurmak için rayın, ray pedinin farklı modelleme teknikleri üzerine durulmuştur. Ray modelleri için Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorilerinin kısmi diferansiyel denklemleri Hamilton Prensipleriyle çıkartılmıştır. Yeni dağıtık ray pedi modelleri olan ve yarı analitik çözümlerde kullanılabilen Yerel Sürekli Mesnet Modeli (YSMM) ve Genişletilmiş Yerel Sürekli Mesnet Modelleri (GYSMM) tanıtılmıştır. Pedlerin imal edildiği elastomerlerin davranışları sıcaklık ve frekansa bağlı değiştiğinden viskoelastik malzeme olarak tanımlanmalıdır. Bu çalışmada piyasada bulunan 12 farklı ped Dinamik Mekanik Analiz (DMA) ile test edilmiş ve alınan deneysel veriler ışığında elastomer malzemeler için en uygun modelleme şeklinin kesirli türevli viskoelastik modeller olduğu görülmüştür. Ancak bunların zaman uzayında ifadesi zor ve maliyetli olduğundan klasik viskoelastik malzeme modellerini kullanmak için yeni bir yöntem geliştirilmiş, malzeme cevapları Kalıtımsal İntegral'in nümerik çözümüyle sağlanmıştır. Kurulan iki farklı tipteki analitik model hem saha ölçümleriyle hem de sonlu elemanlar

yöntemiyle doğrulanmıştır. Bu üstyapıların optimizasyonu için Çok Amaçlı Genetik Algoritmalar (ÇAGA)'dan birisi olan NSGA-II kullanılmış, amaç fonksiyonları olarak zemine iletilen kuvvet ve maliyet seçilmiştir. Algoritma içinde viskoelastik malzeme özelliklerinin yanında pedlerin geometrik özellikleri de dikkate alınmıştır. Pareto optimal cephelerden seçilen birer örnek mevcut hatlarla frekans uzayında mukayese edilmiştir. Üstyapı ve araç etkileşimindeki bozuklukların frekans düzeylerine bakılarak optimal çözümlerin hangi bozukluklara karşı etkili olduğu incelenmiştir. Sonuçta, malzeme verilerinin elde edilmesinden Pareto optimal sonuçların incelenmesine kadar bütün aşamalar bir sistematik içinde aktarılmıştır. Demiryolu üstyapı tasarımında raylı sistemlerin çevreye etkilerini ve üst yapı maliyetini en aza indirmeyi hedefleyen, optimal çözüm üreten bir yöntem ortaya konmuştur.

Anahtar Kelimeler: Demiryolu, dağıtık ray pedi, viskoelastik, kalıtsal integral, çok amaçlı genetik algoritma

Reduction of Railway Induced Vibrations via Optimal Superstructure Modelling

Arif ULU

Department of Mechanical Engineering

Doctor of Philosophy Thesis

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Muzaffer METİN

Co-supervisor: Prof. Dr. Aytaç ARIKOĞLU

It is important to reduce railway-induced vibrations that spread to the environment when designing new lines in urban and intercity transportation. By reducing the force transferred to the ground, these vibrations can be eliminated from spreading to the environment. The problem is how to ensure this at the lowest possible cost. There is a direct correlation between cost and force isolation, so it is necessary to make an optimal choice between the two. This study mainly focused on the optimal selection of elastomers in terms of cost and force isolation. Several modeling techniques are utilized to establish a realistic superstructure model of rail and rail pad. In rail models, partial differential equations of Euler-Bernoulli and Timoshenko beam theories were derived by Hamilton's Principle. New distributed rail pad models, the Locally Continuous Support Model (LCSM) and the Extended Locally Continuous Support Model (ELCSM), were introduced for semi-analytical solutions. Considering that elastomers used to make the pads change their behavior depending on temperature and frequency, they were classified as viscoelastic materials. In the study 12 different pads on the market were tested by using Dynamic Mechanical Analysis (DMA). Based on the experimental study, the fractional derivative viscoelastic models were found to be the most suitable modeling method. Since they were difficult and costly to express in time domain, a new method was developed to use classical viscoelastic material models, and the material responses were derived from the numerical solution of the Hereditary Integral. The finite element method and field measurements were used to validate two types of analytical models. The

force transmitted to the ground and the cost were chosen as objective functions for the optimization of these superstructures using NSGA-II, one of the Multi-Objective Genetic Algorithms (MOGA). In addition to the viscoelastic material properties, the geometric properties of the pads were also taken into account in the algorithm. The frequency domain was compared with samples selected from the Pareto optimal fronts. By looking at the frequency levels of the disturbances in the superstructure and vehicle interaction, the optimal solutions were examined against which disturbances. Thus, all stages from obtaining the material data to analyzing the Pareto optimal results were systematic. In railway superstructure design, an optimal solution was put forward to minimize the environmental effects of rail systems and the cost of superstructure and produces.

Keywords: Railway, distributed rail pad, viscoelastic, hereditary integral, multi objective genetic algorithm

1.1 Literatür Özeti

Üstyapı modelleme çalışmaları Zimmermann ile başlamış olup rijit zemin üzerindeki sürekli mesnetli bir Euler-Bernoulli kirişinin tekil yük(ler) altındaki cevabı analitik olarak verilmiştir [1]. Ancak bu modelin sorunu dinamik etkileri içermemesiydi. Eisenmann'ın geliştirdiği yöntemle üstyapıdaki dinamik etkiler hesaba katılabiliyordu [2]. Bu yöntemler günümüzde de kullanılmakta ve teknik hesaplamalara bir zemin teşkil etmektedir. İlerleyen zamanlarda çeşitli ve yeni tasarımı üstyapılar inşaa edildi ve hesaplamaların daha hassas olmasını sağlayacak çalışmalar da sürmektedir. Çalışmalar iki ana eksen de incelenmek istenirse frekans ve zaman alanı olarak ayrılabilir.

Frekans alanında sistemin transfer fonksiyonu hemen elde edilmektedir. Bu yöntemlere rezeptans metotları da denilmektedir. Zaman alanındaki modellerin matrisleri elde edilip transfer fonksiyonları bulunarak frekans alanına geçiş sağlanabilmektedir.

Zaman ve frekans alanında üstyapılar sürekli ve ayrık mesnet olarak düşünülür. Zaman alanında çözüm yöntemleri yarı analitik çözümler ve nümerik çözümler olarak ikiye ayrılır. Yarı analitik yöntemlerde modal analiz tabanlı yöntemler, mod toplama yöntemi (mode summation method) ve Galerkin yöntemi örnek verilebilir. Nümerik yöntemlerde ise sonlu elemanlar yöntemi (SEY) ve sınır elemanlar yöntemi (Boundary Element Method) örnek verilebilir.

Sonsuz uzunluktaki kiriş modelleri genelde frekans alanında kullanılırken, sonlu uzunluktaki kiriş modelleri genelde zaman alanında kullanılır. Sonlu uzunluktakilerin kısıtı sınır koşullarının analizi etkilemesidir ancak yeterli uzunlukta alınan modellerde bu sorun aşılabilir.

Demiryolu modellemelerinde ray kiriş; bağlantı elemanları (travers, çelik plaka) rijit tekil kütle; elastomer esaslı ray pedleri, selet altı pedler, travers altı pedler ise

yay ve sönüm elemanı gibi düşünülür. Elastik zemin üzerine oturan bu kirişlerde mesnetler sürekli ve ayırık olmak üzere iki şekilde modellenir. Her bağlantı elemanı elastik mesnet olarak alınır. Sürekli mesnetlerde ray pedi ve travers özellikleri mesnet mesafesine bölünerek kiriş kesintisiz olarak desteklenir. Ayırık mesnetli modellerde kirişin altında belirli aralıklarda yay ve sönüm eleman çifti bulunur. Ayırık mesnetlemede bağlantı elemanları düğüm noktası oluşturduğu için pin-pin rezonansı kestirilebilir.

Üstyapıya araç tarafından etki eden kuvvetler hareketli yük ve hareketli kütle olarak iki şekilde modellenmektedir. Hareketli kütlede, ray ile tekerlek arasındaki etkileşim Hertz temas yayı ile sağlanırken hareketli yükte kuvvet modele direkt etki etmektedir. Hareketli kütlede ray düzensizlikleri hesaba katılabiliyorken hareketli yükte mümkün olmamaktadır [3–5]. Demiryolu modellemeleri hakkında kısa bir özet verildikten sonra aşağıda literatürde yapılan önemli çalışmalar aktarılmıştır.

Newton ve Clark [6], yaptıkları çalışmada tekerlek düzleşmesinin üstyapıya etkisini incelemişlerdir. Mod toplama yöntemini kullanan ikili hareketli kütle modelinde Timoshenko kirişini ayırık mesnetli modellemiş ve sürekli mesnetle dinamik cevabın farklılıklarını incelemişlerdir. Ayırık mesnetli modelin yapılan ölçümlerle daha iyi uyum sağladığını söylemişlerdir. Grassie ve diğ. [7], Euler-Bernoulli ve Timoshenko kirişlerinin ayırık ve sürekli modellerini hem zaman hem de frekans alanında incelemişlerdir. Zaman alanında sonlu elemanlar yöntemini, frekans alanında da hem hareketli yük hem de hareketli kütle için çalışmalar yapmışlardır. Fryba [8], hareketli yük üzerine yaptığı kapsamlı çalışmalarını bir kitapta toplamıştır. Yaptığı çalışmalarda Laplace-Carson integral dönüşümleri ile zaman modelini frekans alanına geçirip çözümleri oluşturduktan sonra ters dönüşümlerle zaman alanında cevaplar sunmuştur. Kiriş üzerindeki hareketli yük ve hareketli kütle çalışmaları için önemli bir referans kaynak teşkil etmektedir. Knothe ve Grassie [9], çalışmasında yüksek frekanslardaki modellemeler için o zamana kadar yapılan modelleme çalışmaları ve çözüm tekniklerinin özetini vermişlerdir. Frekans ve zaman alanındaki modellemelerin yanı sıra modellerin eksiklerini ve gelecekte yapılabilecek çalışmalar hakkında da bilgi vermişlerdir.

Dong [10], yazdığı tezinde ayırık mesnet modeli kullanmış ve araçla beraber üstyapıyı modellemiştir. SEY ile yaptığı araç-yapı etkileşimi problemlerini çözmüş ve modelini Newton ve Clark [6]'ın çalışmasıyla doğrulamışlardır. Zhai [3], ayırık mesnetli balastlı üstyapı modelini Ritz yöntemi kullanarak çözmüştür. Bu çalışmada balastı birbirine bağlı kütle ve yay elemanları ile modellemiştir. Çeşitli düzensizlikler etkisindeki tekerlek-ray temas kuvvetini incelemiş ve ölçümlerle doğrulama yapmıştır. Ortaya çıkan denklemleri kendi geliştirdiği sayısal yöntemle çözdürmüştür [11]. Kouroussis

ve diğ. [12], yaptıkları çalışmada raylı sistemin çevreye olan etkilerini incelemek için 2 aşamalı bir yöntem geliştirmişlerdir. 1. aşamada balastlı üstyapı ve araç etkileşimli modeli çözdükten sonra balasta gelen kuvveti SEY ile oluşturdukları zemin modeline aktarmışlardır. 2. Aşamada zemine gelen kuvvetin zemindeki yayılımını ve çevre binalara etkisini zaman ve frekans alanında incelemişlerdir. Ayrıca esnek tekerlek modeli kullanarak esnek tekerleğin çevreye yayılan titreşimlere etkisini incelemişlerdir ve sonuçları ölçümlerden elde ettikleri verilerle karşılaştırmışlardır. Zhang ve diğ. [13], araç ve üstyapı etkileşimi için yeni bir SEY geliştirmiştir. Üstyapıya periyodik sınır koşulu vererek modelin boyutunu küçültmüştür. Oluşturduğu modelin çözümü için PIM (Precise Time Integration Method) kullanmıştır. Bu yöntemde sistemin 2.mertebeden olan diferansiyel denklemlerinin 1.mertebeyeye düşmesi gerekmekte ve integrasyon için sistem matrisinin tersi gerekmektedir. Ancak raylı sistem araçlarının katılık matrislerinin tersi alınamadığından dolayı bu integrasyonu yeni bir yöntemle sağlamıştır. Geliştirdiği çözüm yöntemini Zhai [11]'nin çözüm yöntemiyle karşılaştırmış ve yeni çözüm yöntemini doğrulamıştır. Bu yöntemin çözüm hızı açısından çok büyük bir ilerleme kaydettiğini göstermiştir. Lei [5], yüksek hızlı trenler ile ilgili yaptığı çalışmaları kitabında toplamıştır. Araç-üstyapı etkileşimini incelemek için SEY ve hareketli eleman yöntemi (moving element method) adını verdiği SEY tabanlı bir metod geliştirmiştir. SEY modelinde balastlı üstyapıyı incelemek için birim eleman yöntemini kullanmıştır. Bu yöntemde her bir birim elemanda ray, ray pedi, travers, travers altı ped, balast kütlesi ve balast katılığı veya beton blok kütlesi bulunmaktadır. Hareketli eleman yöntemini kullanarak üstyapının elastikiyetinin değiştiği durumları yani makas, üstyapı değişikliği gibi geçiş bölgelerindeki yolcu konforunu ve ray-tekerlek etkileşimini incelemiştir. Sun ve Dhanasekar [14], 10 serbestlik dereceli araçla balastlı üstyapıyı beraber modellemiş ve mod toplama yöntemini kullanmıştır. Modelinde rayı ayırık mesnetlenen Timoshenko kirişi gibi modellemiş; Newton ve Clark [6], Dong [10], Fermer ve Nielsen [15] ve Zhai [3]'nin kullandığı parametrelerle kendi yöntemini doğrulamıştır.

Baeza ve Ouyang [16], sonsuz yolu eşit sonlu mesafelerde periyodik yapılar olacak şekilde inceleyerek yeni bir yaklaşım getirmiştir. Araç-tekerlek etkileşimini doğrusal olmayan Hertz yayı ile sağlamış; mod toplama yöntemiyle aracın asılı traversten geçmesi ve balast yapısının yolun dinamik cevaplarına etkisi için incelemeler yapmıştır. Ayrıca rayı Timoshenko kirişi gibi kabul edip pin-pin rezonansı ve yolun öz frekansı için analitik çözüm çalışmaları yapmıştır. Hussein ve Hunt [17], balastsız bir üstyapı için Fourier dönüşümü kullanarak hareketli yük etkisini incelemiştir. Kullandığı üstyapıda rayı ve yüzer beton tabaka sistemini (floating slab) elastik olarak modellemiş ve yapının titreşim karakteristiklerini çıkarmıştır. Koh ve diğ. [18], SEY tabanlı hareketli eleman yöntemini (Moving element method) geliştirmiştir. Araç-üstyapı etkileşimini

inceleyerek sonuçlarını geleneksel SEY ile karşılaştırmıştır. Yaptığı çalışmada üstyapıyı viskoelastik zemine oturan Euler-Bernoulli kirişi, aracı da çeyrek taşıt modeli ile temsil etmiştir. Lee [19], Winkler zemini üzerine oturan hareketli kütleye maruz Timoshenko kirişini mod toplama yöntemiyle modellemiş ve kirişin dinamik cevabını incelemiştir. Hareketli yükü hareketli kuvvet altındaki kirişlerin dinamik cevaplarını karşılaştırmıştır. Lou ve diğ. [20] SEY ile farklı bir çalışma yapmış ve Lee'nin çalışması ile karşılaştırmıştır. Ouyang [21], literatürdeki hareketli yük ve kütle problemlerini taramış ve özetlemiştir. Okurların konuya daha hızlı hâkim olmasını sağlamak için problemleri sınıflandırmıştır. İlgilenilen konuların genelde kritik hız, ilk rezonans ve rezonans kombinasyonları olduğunu belirtmiştir. Şenalp ve diğ. [22], viskoelastik zemine oturan sonlu Euler-Bernoulli kirişinin hareketli kuvvet altındaki dinamik cevaplarının değişimini parametrik analizlerle incelemişlerdir. Problemi Galerkin yöntemi ve SEY ile çözmüşler; viskoelastik zeminin lineer ve lineer olmayan durumları için çözümlerini karşılaştırmışlardır. Yang ve diğ. [23] da Pasternak zemini üzerindeki hareketli kuvvet altındaki Timoshenko kirişini incelemek için Galerkin yöntemini kullanmışlardır.

Literatürdeki üstyapı modelleme çalışmalarında sürekli mesnetli ve ayırık mesnetli modeller tanıtılmış oldu. Gerçekte çoğu üstyapı modeli (gömülü raylı sistem hariç) ayırık mesnetlidir. Sürekli mesnet modelinde travers kütlesi, ray pedi rijitliği ve ray pedi sönümü mesnet mesafesine bölünerek sistem parametreleri dağıtık hale getirilir. Ayırık mesnetli modellerde ray pedi, travers altı ped gibi esnek elemanlar tekil yay-sönüm elemanı çifti ile temsil edilirler. Travers, çelik selet gibi elemanlar da tekil kütleler gibi alınırlar. Şimdiye kadar tanıtılan modellerde üstyapıdaki raylar tekil yay-sönüm elemanlarıyla desteklenmektedir. Gerçekte ise ray bağlantı elemanı boyunca yerleştirilen ray pedleri kendi uzunluğu boyunca sürekli dir. Aşağıdaki iki çalışmada yerel sürekli mesnet modelleri verilmiştir.

Ferrara ve diğ. [24], ray pedinin bulunduğu kısımdaki ray elemanını 3 eşit elemana ayırıp her bir düğüm (node) noktasına yay-sönüm elemanı eklemiştir. Ayrıca, oluşturduğu SE modelinde doğrusal olmayan Hertz yayı kullandığından Newton-Rapson iterasyon yöntemi ile sistem modelini çözdürmüştür. Blanco [25] ise traversin serbestlik derecesini şekil fonksiyonuna dahil ederek ray pedini kendi uzunluğu boyunca sürekli mesnetli gibi modellemiştir. Yani rayın mesnete denk gelen kısmı 1 eleman olarak kalmış ve rayın altında travers genişliği boyunca ray sürekli mesnetli hale gelmiştir.

Genelde araç kütlesi düşey ve dönme serbestliği olan 2 serbestlik dereceli rijit kütleler olarak modellenir. Dolayısıyla araç dar bir frekans aralığında incelendiği gibi esnek yani çok serbestlik dereceli modellemek de literatürde yer almaktadır.

Cheli ve Corradi [26] yaptıkları çalışmada esnek modelin gerçeğe yakın sonuçlar verdiğini ve aracın esnek modlarının çıkarılmasıyla yolcu konforunu daha geniş frekans bandında incelemede yararlı olduğunu söylemişlerdir. Younesian [27], esnek araç modlarının aracın dinamik cevabına ve yolcu konforuna etkisini incelemiştir. Yolcu konforu analizinde taşıtın eğilmeden kaynaklı titreşiminin önemli olduğunu vurgulamışlardır. Dumitriu [28], araç gövdesinin eğilme titreşimlerini engellemek için yatay yerleştirilen bir çubukla pasif titreşim kontrolü uygulamış ve yolcu konfor kalitesini arttırmışlardır. Ling ve diğ. [29], esnek araç rezonans titreşimlerinin hızlı trenlerin dinamik performansına etkisini incelemiştir. Esnek araç modeliyle beraber üstyapıyı hem düz yolda hem de kurpta modellemiş; esnek modların (eğilme ve burulma) yolcu konforu ve sürüş güvenliği açısından tetkik edilmesi gerektiğini söylemiştir.

Raylı sistem üstyapı direngenliğinin değiştiği makaslar, tünel giriş-çıkışları, köprü giriş-çıkışları veya üstyapı değişimi gibi yerler geçiş bölgesi olarak adlandırılır [30]. Buradaki ani değişimler yapısal ve konfor problemleri meydana getirirler. Geçiş bölgelerinin yanında diğer yapısal bozukluklar da konfor seviyesini etkilemektedir [3, 5, 31, 32]. Bu etkiler raydan çıkma ve yüksek bakım maliyetlerine yol açmaktadır [33–35]. Geçiş bölgeleri için literatürdeki çalışmalar; uygun üstyapı tiplerinin belirlenmesi [36], sıcak asfalt tabakası [37], çelik çubuklar [34], beton kazıklar [38], travers altı pedler [35, 37, 39], değişken traversler [40] ve dolgular [41] gibi yapısal çözümler üzerine yapılmıştır.

Ang ve Dai [30], hareketli eleman yöntemi (Moving element method) kullanarak sınır şartlarının yapay etkisinden kurtulmuş ve daha önce yapılan geçiş bölgesindeki çalışmalardan farklı olarak ray pürüzlülüğünü eklemiştir. Araç tekerleğindeki temas durumunu, geçiş bölgesindeki katılığın kademeli olarak değişmesinin araç gövdesine etkisini incelemiştir. Lei ve Mao [42], bir geçiş bölgesindeki direngenliğin değişimini ani ve kademeli olmak üzere iki şekilde SEY ile modellemiştir. Geçiş bölgesinde farklı araç hızları için araç gövdesi ivmesini, rayın ivmesini ve tekerlek-yol temas kuvvetinin değişimini incelemiş ve ani direngenlik değişimlerinin tekerlek-ray etkileşimindeki kuvvetleri aşırı arttırmadığını asıl sebebin balast oturması olduğunu söylemiştir. Sanudo ve diğ. [36], yaptığı incelemede geçiş bölgelerinde meydana gelen sorunları ve çözüm önerilerini bir araya getirmiş; bu konu hakkında çalışma yapanlar için literatürdeki ve uygulamadaki eksikleri belirtmiştir. Nicks [34], yazdığı tezinde köprü çıkışlarındaki üstyapıda meydana gelen yapısal bozuklukları incelemiş ve yapısal bir çözüm olarak çelik çubukların kullanılmasını önermiştir. 3 boyutlu üstyapı modeli ve bir boji modelini bütünleşik olarak modelleyip simülasyon yapmış ve sahadaki ölçümlerle karşılaştırmıştır.

Palomo ve diğ. [38], balastlı geçiş bölgesi için 4 farklı çözüm önermiş ve farklı araç hızlarında yaptığı 3 boyutlu analizlerle en uygun yapıyı belirlemeye çalışmıştır. En uygun çözümün de balastın altındaki toprağa farklı kesit alanlarına sahip beton blokların yerleştirilmesi olduğunu belirtmiştir. Geçiş bölgelerindeki malzeme seçiminin üstyapının dinamik davranışlarına büyük etkisi olduğunu ve dikkat edilmesi gerektiğini söylemiştir. Li ve Wu [43], balastlı ve yüzer betonlu üstyapı için tekerleğin yer değişimini ve tekerlek-ray arasındaki dinamik kuvvetlerin değişimini incelemiştir. Yüzer betonlu üstyapı sisteminin çevreye yayılan kuvvetin izolasyonunda daha etkili olduğunu göstermiştir. Paixão ve diğ. [35], köprü giriş ve çıkışlarındaki balastlı üstyapılar için travers altı pedlerin kullanılabileceğini belirtmiştir. Oluşturduğu 3 boyutlu üstyapı modeli ile ölçüm sonuçlarını hem zaman hem de frekans alanında karşılaştırmış ve modelini doğrulamıştır.

Literatürde ray pedi modellemeleri yapılırken ray pedinin tek bir yay-sönüm elemanıya veya dağıtık mesnet ile temsil edildiği belirtilmiştir. Bu modellemelerde yay-sönüm elemanları sabit katsayılarla ifade edilmektedir. Ray pedlerinin viskoelastik özellik göstermesi sebebiyle çevre sıcaklığına veya tahrik edildiği frekansa bağlı olarak direngenlik ve sönüm özellikleri değişmektedir. Bu modelleme çeşitlerinden kesirli türevli (fractional derivative order) modeller ve klasik viskoelastik malzeme modelleri (Kelvin-Voigt, Zener, Maxwell) örnek verilebilir. Frekanstan ayrı olarak ray pedinin doğrusal olmayan kuvvet-yer değiştirme ilişkisi de analizlerde kullanılmıştır. Viskoelastik malzeme modellerinde ön yükleme, frekans, sıcaklık ve yaşlanma olarak 4 önemli etken göz önüne alınabilir. Bazı çalışmalarda viskoelastik malzeme özelliklerini daha iyi belirlemek için farklı deney düzenekleri ve deney prosedürleri geliştirilmiştir.

Wu ve Thompson [44], doğrusal olmayan yol modelinde yumuşak ray pedinden sert ray pedine kadar farklı direngenlikteki ray pedlerinin tekerlek-ray etkileşimine olan etkisini incelemişlerdir. Sonlu elemanlar ile oluşturdukları modelde sert ve yumuşak ray pedlerinin yapı elemanlarına etkisini çeşitli araç hızlarında incelemişlerdir. Sonuçların doğrusal modellere göre daha değişken olduğunu ve iyi bir modelleme için ray pedlerinin sabit katsayılı alınmaması gerektiğini belirtmişlerdir. Wei ve diğ. [45], yaptığı çalışmada kesirli türevli Kelvin-Voigt ray pedi modelini kullanmıştır. Sıcaklık ve frekansa bağlı malzeme modelini araç üstyapı etkileşiminde kullanmış ve standart Kelvin-Voigt modeli ile karşılaştırmıştır. Geliştirdiği üstyapı modeli ile standart modelin farklılıklarını zaman ve frekans alanında göstermiştir. Zhu ve diğ. [46], yaptığı çalışmada araç-yol etkileşimini sabit katsayılı yay-sönüm elemanının kullanıldığı ve kesirli türevli Kelvin-Voigt modelinin olduğu durumla karşılaştırmıştır. Zaman ve frekans alanlarında da iki modelin sonuçlarını kıyaslamıştır. Wei ve diğ. [47], yaptıkları çalışmada frekansa bağlı değil de yükleme durumlarındaki

genliklere bağı bir model kullanmışlar; araç-yol etkileşiminde bu modeli farklı ray pedi modelleri ile karşılaştırmışlardır. Wei ve diğ. [48], yüksek frekansta çalışan ray pedi cevabını incelemek için yeni bir model sunmuştur. Sabit katsayılı yay-sönüm elemanları kullanılan araç-yol modelleriyle karşılaştırma yapmıştır. Önceki çalışmalarından farklı olarak ray pedini kesirli türevli Zener modeli ile temsil etmiştir. Oregui [49], yukarıda sayılan ilk 3 etken ile beraber yaşlanma etkisini incelemek için kullanılmış ray pedlerini de incelemiştir. Viskoelastik malzeme modeli olarak Genelleştirilmiş Maxwell modelini kullanmış ve deney sonuçlarıyla kendi modelinin uyumlu olduğunu göstermiştir.

1.2 Tezin Amacı

Bu tez çalışmasının amacı, demiryolu üstyapı tasarımında çevreye yayılan titreşimlerin optimal maliyetle azaltılmasını sağlayacak bir yöntem geliştirmektir. Demiryolu kaynaklı titreşimlerin kaynağında giderilmesi veya azaltılması için bilgisayar ortamında doğru ve güvenilir araçlar ile gerçeğe yakın modeller oluşturulmalıdır. Simülasyon sonuçlarından elde edilecek çıktılarına göre durum tespiti yapılmalıdır ve sonraki optimizasyon adımlarına geçilmelidir. Bu çalışmada İstanbul'da Yenikapı-Kirazlı M1 hattında yer alan balastsız iki tane üstyapı tipinin optimizasyonu yapılacaktır.

Demiryolu üstyapısı incelendiğinde raydan zemine kadar olan elemanlar birbirine kuvvet iletir ve her kademedede kuvvet azaltılmaya çalışılır. Yapının esnemesiyle zemine iletilen kuvvet belli kısıtlar altında azaltılmaya çalışılacaktır. Üstyapıdaki esneklik de bağlantı elemanlarında kullanılan ray pedi ve selet altı ped gibi elastomer esaslı malzemeler ile sağlandığı için uygun malzeme modeli seçilecektir. Sıcaklığa, frekansa, yükleme koşullarına bağı olarak elastomer malzeme özellikleri değişeceği için hatlarda kullanılan pedlerden alınacak kupon parçaların viskoelastik deneyleri DMA cihazı ile yürütülecektir. Ray ve bağlantı elemanı dahil üstyapıdan bir kesitin kabine yerleştirildiği daha büyük sistemler olmasına karşın maliyet, kurulum ve işletme açısından ekonomik olmamaktadır. DMA bu bakımdan verimli, ekonomik ve hızlı bir yöntemdir. Kupon parçalarla yürütülecek deneylerden alınan depolama modülü ve kayıp faktörleri için uygun viskoelastik malzeme modeli belirlenecektir. Hem deney verileriyle uyumlu hem de analitik ve nümerik modellere kolaylıkla uygulanıp kodlanabilecek bir model seçilecektir. Üstyapının analitik ve nümerik modeli oluşturulduktan sonra sahadan alınacak ölçümlerle modellerin doğrulanması yapılacaktır. Burada iki üstyapının da sonuçları doğrulanmış ve güvenilir bilgisayar benzetimi yapılmış olacaktır.

Demiryolu üstyapı modelleri kurulduktan sonra uygun maliyet ve uygun malzeme kullanımını sağlayacak bir optimizasyon yöntemi seçilecektir. Maliyet ve kuvvet amaç fonksiyonlarına sahip genetik algorithmadan faydalanılacak olup belirli yapısal ve fiziksel kısıtlar altında optimal üstyapı parametreleri araştırılacaktır. Bu parametreler elastomer malzemelerin geometrik boyutları ve numune kodu olacaktır. Çalıştırılan optimizasyon algoritmasıyla iki üstyapı tipi için iki çözüm kümesi elde edilecektir. Bu sayede uygun maliyetli ve zemine az kuvvet ileten parametreler tespit edilecek ve oluşturulan 3B sonlu elemanlar modelleriyle mevcut durumlar ve optimal çözümler mukayese edilecektir.

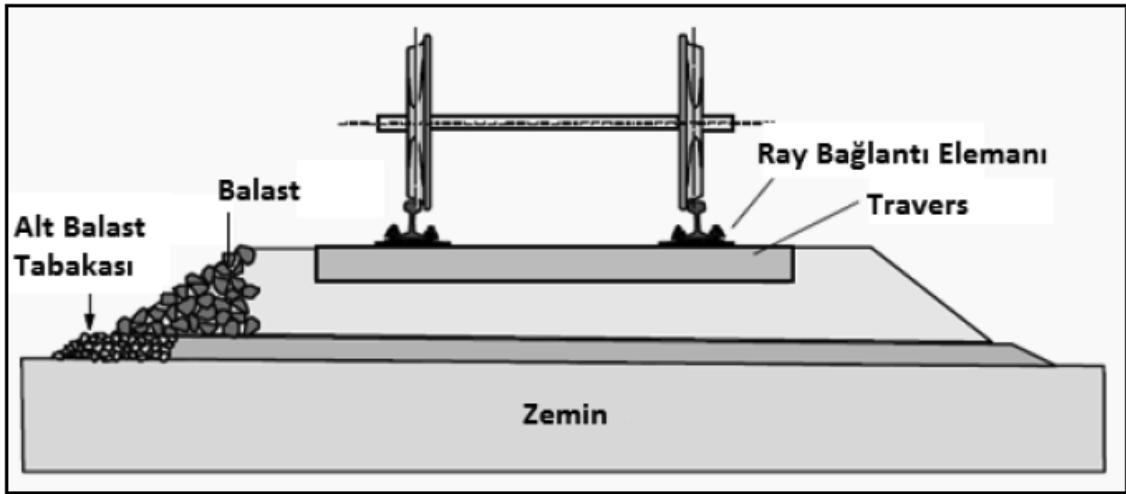
1.3 Hipotez

Titreşimlerin kaynağında çözülmesi mühendislik çözümlerinde birinci adımdır. Demiryolu kaynaklı titreşimlerin çevreye etkilerini incelemek ve kontrol altına almak için yapısal elemanlar üzerinde çalışılmalıdır. Gerekli yapısal iyileştirmeleri yapmak için de demiryolunda kullanılan elastomer elemanların direngenlik ve sönüm özelliklerinin bilinmesiyle sağlanabilir. Genelde mevcut tasarımda bağlantı elemanlarındaki elastomer parçaların özellikleri oda sıcaklığında belirlenir ve sabit katsayılar tanımlanır. Bu durum sıcaklığın ve yükleme koşullarının farklı olduğu durumlarda benzetim modelleri ve yapının dinamik davranışı arasında uyumsuzluğa yol açacaktır. Bu tez çalışmasında elastomer elemanların sıcaklık ve frekans altındaki viskoelastik davranışları modellenecek ve deneylerle uyumlu modeller geliştirilecektir. DMA cihazından elde edilen depolama modülü ve kayıp faktörleri malzemelerin direngenlik ve sönüm özellikleriyle ilgili olduğundan analitik modelde kullanılan ped modelleri üstyapının dinamik cevaplarını tahmin etmede başarılı olacaktır. Üstyapıda yer alan ray bir kiriş, seletler tekil kütleler, bağlantı elemanları viskoelastik kuvvetler gibi modellenecektir. Kurulan analitik modellerin çözümü Matlab ortamında sağlanacaktır. Mevcut hatta kullanılan malzeme özelliklerine göre sahadan alınan ölçüm sonuçları karşılaştırılıp üstyapı analitik modellerinin doğruluğu sınanacaktır. Sonraki aşamalar için 3B SE modelleri oluşturulacak ve buradan alınan sonuçlar karşılaştırmaya dahil edilecektir. 3B SE ve saha ölçümleriyle doğrulanan üstyapı analitik modeli ÇAGA içine aktarılacaktır. Çevreye yayılan titreşimler için zemine aktarılan kuvvet birinci amaç fonksiyonu; malzeme ve işçilik giderleri ise maliyetin içine eklenip toplam maliyet ikinci amaç fonksiyonu olarak seçilecektir. Doğal seçim, çaprazlama ve mutasyon aşamaları oluşturulan GA, uygun nüfus sayısında çalıştırılacak ve pareto optimal çözüm kümeleri her iki üstyapı tipi için elde edilecektir. Sonuçta ortaya çıkan üstyapı çözümlerinden bir tanesi seçilerek 3B SE modeli oluşturulacaktır. Bu seçim mevcut duruma en yakın maliyetteki çözümler arasında olacaktır. Böylece aynı maliyette daha iyi bir çözümün bulunup

bulunamayacağı tespit edilecektir. Mevcut durum sonuçları ile seçilen optimal üstyapı sonuçlarının karşılaştırılması için 3B SE kullanılacaktır. Betondan alınan cevaplar frekans alanlarında karşılaştırılıp eski ve yeni sistemlerin üstün veya zayıf yönleri belirlenecektir. Ayrıca, bu frekanslara tekabül eden yapısal bozukluklar belirlenip optimal yapıların hangi tür tahrik mekanizmalarına karşı koyabileceği tespit edilecektir. Bu sayede, malzeme deneylerinden optimal üstyapı parametrelerinin bulunmasına kadar geçen süreç bir tasarımcı veya uygulamacı için örnek teşkil edecektir. Sonuçta daha güvenilir, doğruluğu kanıtlanmış ve hassas çözümler üretilecektir.



2 DEMİRYOLU ÜSTYAPI ELEMANLARI



Şekil 2.1 Demiryolu hattı bileşenleri [50]

Bu bölümde demiryolu üstyapı bileşenleri tanıtılıp bunların modelleri dinamik analizler açısından incelenecektir.

2.1 Ray Modeli

Raylar tekerleğin üzerinde yuvarlanmasını sağlayan konikliğe sahip, I profil kesitine benzeyen metal bileşenlerdir. Tekerleğin üzerinde yuvarlandığı kısma mantar, yan yüzeylere gövde, alt kısma taban ismi verilir. Genellikle birim uzunluktaki ağırlığa ve mantar tipine göre sınıflandırılırlar.

Raylar, boyunun diğer kesitlerine göre daha baskın olması sebebiyle dinamik modellerde bir kiriş elemanı olarak tanımlanırlar. Sınır etkilerinden arınmış yani boydan bağımsız bir model oluşturmak için kiriş boyunun yeterince uzun alınması gereklidir (en az 20-30 mesnetli). Literatürdeki demiryolu üstyapı modelleri incelendiğinde ray için Euler-Bernoulli kiriş teorisi (EBKT) ve Timoshenko kiriş teorilerinin (TKT) kullanıldığı görülmektedir. Bu sebeple Hamilton Prensibi ile iki kiriş teorisi için de denklemler çıkarılmış ve sonraki analizlerde TKT denklemleri

kullanılmıştır.

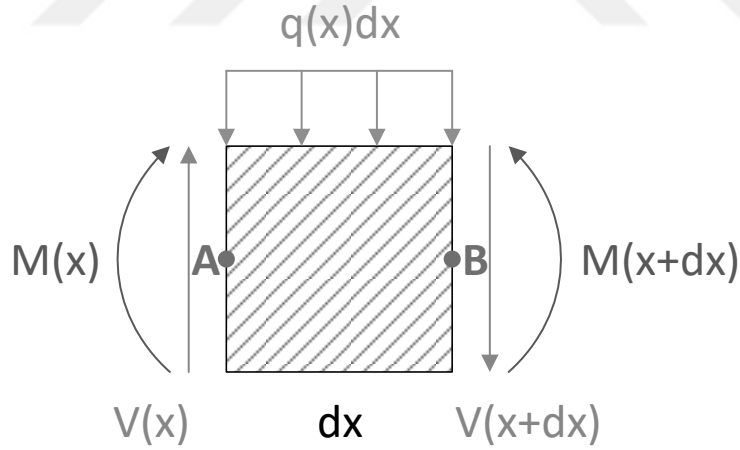
2.1.1 Kiriş Teorisi

Ray boyunun ölçüsü enine ve genişliğine göre daha baskın olduğundan kiriş gibi modellenir. Kiriş teorilerindeki farkın asıl sebebi kirişin şekil değiştirmesinden sonra kiriş kesitinin tarafsız eksenle yaptığı açıdır. EBKT’nde kirişin şekil değiştirmesiyle beraber kesit tarafsız eksenle dik açı oluşturur ve bir denklem ile ifade edilir. TKT’nde ise kesit tarafsız eksenle dik kesişmez ve kesitin tarafsız eksenle yaptığı açı yani dönme ayrı bir denklem ile ifade edilir, dolayısıyla çözülmesi gereken denklem sayısı ikidir.

2.1.1.1 Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi

Bu kısımda EBKT denklemi önce Newton yöntemi kullanılarak sonra Hamilton Prensipleri ile elde edilecektir.

Şekil değişimi altındaki bir diferansiyel kiriş kesitinin Şekil 2.2’deki gibi kuvvet ve momentler altında dengede olduğu varsayalım. $q(x)$ yayılı yükü, $M(x)$ momenti, $V(x)$ kesme kuvvetini, dx diferansiyel parça uzunluğunu, A ve B ise kesitin sol ve sağ noktalarını temsil etmektedir.



Şekil 2.2 Kiriş kesitinde denge hali

Toplam kuvvet dengesi yazılırsa;

$$\sum F = 0 \Rightarrow V(x + dx) - V(x) + q(x)dx = 0 \quad (2.1)$$

Diferansiyel bir parçada $x + dx$ kadar uzaklıktaki kuvvetler ve momentler x cinsinden

yazılmak istenirse Denklem 2.2’de verilen Taylor serisi açılımından faydalanılır.

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots \quad (2.2)$$

Taylor serisi kullanılarak $x - x_0 = (x + dx) - x = dx$ ifadeleri yerine yazılır. Serinin ilk iki terimi kullanılırsa Denklem 2.3 elde edilir.

$$\begin{aligned} V(x + dx) &= V(x) + \frac{\partial V(x)}{\partial x} dx \\ M(x + dx) &= M(x) + \frac{\partial M(x)}{\partial x} dx \end{aligned} \quad (2.3)$$

Bu ifadeler Denklem 2.1’de yerine koyulursa yayılı yükke kesme kuvveti arasındaki ilişkiyi verir (Denklem 2.5).

$$V(x) + \frac{\partial V(x)}{\partial x} dx - V(x) + q(x)dx = 0 \quad (2.4)$$

$$-\frac{\partial V(x)}{\partial x} = q(x) \quad (2.5)$$

B noktasına göre moment dengesi yazılırsa aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$\sum M_B = 0 \implies M(x + dx) - M(x) - V(x)dx + q(x)\frac{dx^2}{2} = 0 \quad (2.6)$$

$$M(x) + \frac{\partial M(x)}{\partial x} dx - M(x) - V(x)dx + q(x)\frac{dx^2}{2} = 0 \quad (2.7)$$

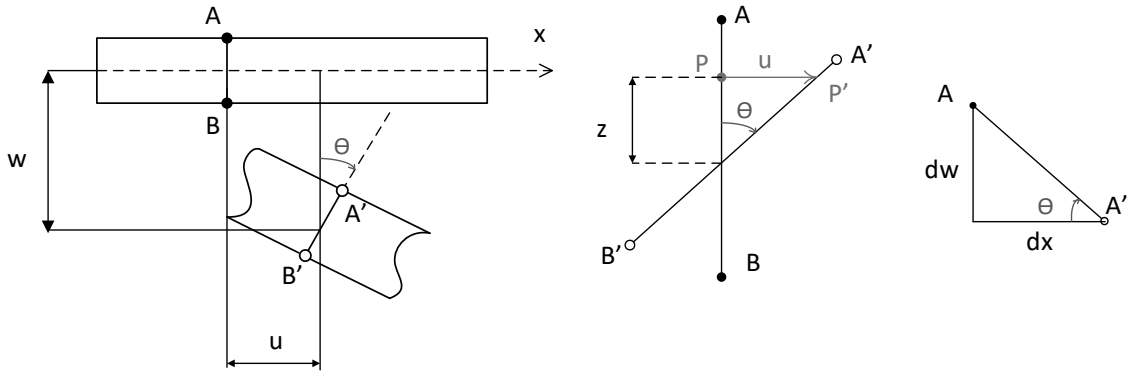
$dx \ll 0$ olacağı için ihmal edilir ve moment-kesme kuvveti ilişkisi elde edilir.

$$\frac{\partial M(x)}{\partial x} = V(x) \quad (2.8)$$

Denklem 2.8’in x ’e göre türevi alınıp Denklem 2.5’te yerine koyulursa yayılı yükke moment arasındaki ilişkiyi verir (Denklem 2.9).

$$\frac{\partial^2 M(x)}{\partial x^2} = \frac{\partial V(x)}{\partial x} \implies \frac{\partial^2 M(x)}{\partial x^2} + q(x) = 0 \quad (2.9)$$

Eğer moment, yer değiştirmeler cinsinden ifade edilmek istenirse kiriş kesitindeki geometrik bağıntılarla elde edilmelidir (Şekil 2.3).

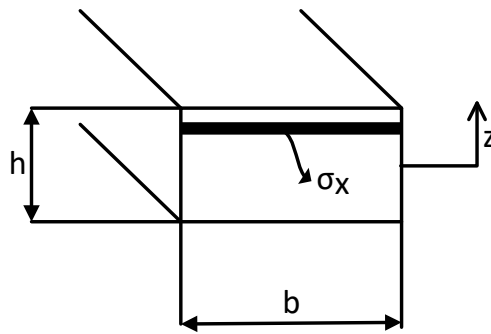


Şekil 2.3 Kiriş kesitinde yer değıştirme

Bir kırıf kesitindeki $A-B$ düzlemi, şekil değıştirdikten sonra θ kadar dönerek $A'-B'$ düzlemi konumuna gelecektir. Bu durumda düzlemdeki bir P noktası ise P' noktasına gelecektir. Bu noktanın yer değıştirme vektörü $u(x, z, t)$, o noktanın tarafsız eksene düşey uzaklığı ve kesitin dönmesine bağı olacağından $z\theta$ kadar hareket edecektir. Şekil değıştirme sırasında A 'nın bulunduğu üst lifler kısalırken, B 'nin bulunduğu alt lifler uzar. Dolayısıyla üst yüzeylerin kısalmasını temsil etmek için u negatif kabul edilir. $A-A'$ arasında benzerlik uygulanırsa $\theta = -\frac{dw}{dx}$ ilişkisi kurulur. Boylamsal yer değıştirme vektörü u ile düşeydeki yer değıştirmeyi temsil eden w arasında bir ilişki kurulabilir. Sonuçta birim uzama (ϵ_{xx}), düşey yer değıştirme (w)'nin türevi ve z 'ye (tarafsız eksene uzaklık) bağı bir fonksiyon haline gelmiş olur.

$$u(x, z, t) = z\theta = -z \frac{\partial w}{\partial x} \implies \epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (2.10)$$

$$w(x, z, t) = w$$



Şekil 2.4 Kiriş kesitinde gerilmenin toplamı

Bir kırıf kesitindeki gerilme kırıf malzemesinin Young Modülü'ne ve birim uzamaya bağıdır. Denklem 2.10'daki birim uzama gerilme ifadesinde yerine koyulursa;

$$\sigma_{xx} = E\epsilon_{xx}, \sigma_{xx} = -Ez \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (2.11)$$

Moment kesitteki bütün gerilmelerin toplamına eşittir. İntegral sınırları iki yönde olup y ve z yönleridir. Yani 0'dan b 'ye kadar ve $-h/2$ 'den $h/2$ 'ye kadardır. Böylece Denklem 2.13'teki integralin sonucu kesit atalet momentidir (I). Eğer kesit dikdörtgen ise bu integralin sonucu $bh^3/12$ olacaktır.

$$M(x) = \iint_A z \sigma_{xx} dA = \iint_A -Ez^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dA \quad (2.12)$$

$$M(x) = -E \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \underbrace{\int_{-h/2}^{h/2} \int_0^b z^2 dy dz}_I \implies M(x) = -EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (2.13)$$

Denklem 2.13'teki ifade daha önce bulunan Denklem 2.14'te yerine yazılırsa Denklem 2.15 elde edilir. Sonuçta yayılı yük ile moment arasındaki ilişkiden, yayılı yük-yer değiştirme ilişkisi bulunur.

$$\frac{\partial^2 M(x)}{\partial x^2} + q(x) = 0 \quad (2.14)$$

$$q(x) = EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \quad (2.15)$$

Yukarıdaki işlemlerde bir kesitte oluşan kuvvet ve moment dengeleri Newton yöntemi ile yazılarak moment-yayılı yük ilişkisi elde edildi. Daha sonra geometrik bağıntılarla yer değiştirme-yayılı yük ilişkisi ortaya koyuldu. Bundan sonra EBKT denklemleri Hamilton Prensipleri ile elde edilecektir.

Hamilton Prensipleri'nde potansiyel ve kinetik enerjiler kullanılarak hem hareket denklemleri hem de sınır şartları elde edilir. t_1 ve t_2 zaman aralığında kinetik ve potansiyel enerji farkları Denklem 2.16'daki gibi yazılır. K kinetik enerjiyi, Π toplam potansiyel enerjiyi temsil etmektedir.

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta K - \delta \Pi) dt = 0 \quad (2.16)$$

Toplam potansiyel enerji ise iç(U) ve dış(W) kuvvet potansiyel enerjilerin farkına bağlı olarak Denklem 2.17-2.18'de ifade edilmiştir. δ varyasyonel operatörü temsil etmektedir. Detaylı bilgi için Prof. Reddy'nin kitaplarına bakılabilir [51, 52].

$$\delta \Pi = \delta U - \delta W \quad (2.17)$$

$$\int_{t1}^{t2} [\delta K - (\delta U - \delta W)] dt = 0 \quad (2.18)$$

İç potansiyel enerji, gerilme-gerinim ilişkisine bağlı olup bütün hacimdeki toplam iç potansiyel enerji Denklem 2.19'daki gibi açık bir şekilde yazılabilir.

$$\delta U = \int_V \sigma \delta \epsilon dV = \int_0^L \int_0^b \int_{-h/2}^{h/2} \sigma \delta \epsilon dz dy dx \quad (2.19)$$

Denklem 2.20'deki ifade daha önce elde edilmişti.

$$\epsilon_{xx} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \implies \delta \epsilon_{xx} = -z \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} \quad (2.20)$$

Denklem 2.19'daki ifade bütün yönlerdeki gerilmeleri ifade etmektedir. EBKT'nde sadece xx yönündeki gerilmeler dikkate alınır;

$$\delta U = \int_0^L \int_A \sigma_{xx} \delta \epsilon_{xx} dA dx \quad (2.21)$$

ifadesi elde edilir. Denklem 2.20 Denklem 2.21'de yerine koyulursa;

$$\begin{aligned} \delta U &= \int_0^L \int_A -\sigma_{xx} z \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} dA dx \\ M &= \int_A \sigma_{xx} z dA \\ \delta U &= \int_0^L -M \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} dx \end{aligned} \quad (2.22)$$

σ_{xx} ve z bütün alan için integre edilirse momenti verir. Dolayısıyla iç potansiyel enerji moment cinsinden elde edilmiş olur (Denklem 2.22).

Denklem 2.23-2.24'teki kısmi integrasyon kuralları Denklem 2.22 için uygulanmak istenirse Denklem 2.25 elde edilir.

$$\int U_0 dV_0 dx = U_0 V_0 - \int V_0 dU_0 \quad (2.23)$$

$$U_0 = M \quad dV_0 = \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} \quad (2.24)$$

Kısmi integrasyondan sonra bulunan terimlerden integral dışına çıkanlar sınır şartıdır ve analitik çözümlerde kullanılacaktır.

$$\delta U = \int_0^L -M \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} dx \Rightarrow -M \frac{\partial \delta w}{\partial x} \Big|_0^L + \int_0^L \frac{\partial M}{\partial x} \frac{\partial \delta w}{\partial x} dx \quad (2.25)$$

Denklem 2.25'e de kısmi integrasyon uygulanırsa aşağıdaki ifadeler bulunur. İntegral içinde kalan kısım Euler-Lagrange denklemleri diye isimlendirilir ve EBKT'nin hareket denklemlerini moment cinsinden vermektedir.

$$\delta U = -M \frac{\partial \delta w}{\partial x} \Big|_0^L + \frac{\partial M}{\partial x} \delta w \Big|_0^L - \int_0^L \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \delta w dx \quad (2.26)$$

Yayılı yükün bütün kiriş boyunca etkin olduğu düşünülürse Denklem 2.27'deki ifade dış kuvvetin potansiyel enerjisini temsil eder.

$$\delta W = \int_0^L q \delta w dx \quad (2.27)$$

dV kadar hacme sahip diferansiyel parçaların kinetik enerjisi bütün hacimde toplanırsa toplam kinetik enerji Denklem 2.28'deki gibi hesaplanabilir.

$$K = \frac{1}{2} \int_V \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} dV = \int_0^L \frac{\rho A}{2} \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial w}{\partial t} dx \quad (2.28)$$

Varyasyon operatörü kullanılırsa;

$$\delta K = \int_0^L \rho A \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial \delta w}{\partial t} dx \quad (2.29)$$

kinetik enerji ifadesi bulunur.

Denklem 2.26, 2.27 ve 2.29 enerji ifadeleri Denklem 2.18'de yerine yazılırsa aşağıdaki Denklem 2.30 elde edilir.

$$\int_T \int_0^L \left\{ \rho A \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial \delta w}{\partial t} + \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \delta w dx + q \delta w \right\} dx dt = 0 \quad (2.30)$$

Kısmi integrasyon atalet terimine zaman için uygulanırsa Euler-Lagrange denklemleri

bütün sistemde elde edilmiş olur. Ataletten gelen sınır şartları sıfıra eşittir.

$$\int_0^L \int_T \left\{ \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta w + \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \delta w + q \delta w \right\} dt dx = 0 \quad (2.31)$$

δw 'nin önünde kalan terimler bir araya getirilirse EBKT hareket denklemleri aşağıdaki gibi hem moment hem de yer değiştirme cinsinden ifade edilmiş olur.

$$\begin{aligned} \delta w : \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + q &= 0 \\ \delta w : \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + q &= 0 \end{aligned} \quad (2.32)$$

Doğal sınır şartları kısmı integrasyon işlemlerinden elde edilir (Denklem 2.26). Ya başlangıçta ya da sonda momentler, yer değiştirmeler veya bunların türevleri sıfıra eşittir.

$$\begin{aligned} M \frac{\partial \delta w(0, t)}{\partial x} &= 0, \quad M \frac{\partial \delta w(L, t)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial M}{\partial x} \delta w(0, t) &= 0, \quad \frac{\partial M}{\partial x} \delta w(L, t) = 0 \end{aligned} \quad (2.33)$$

2.1.1.2 Timoshenko Kiriş Teorisi

EBKT'den farklı olarak TKT'nde dönme(θ) ayrı bir fonksiyon olarak tanımlanmıştır. x yönündeki yer değiştirme vektörü u , düşey yer değiştirme vektörü w olarak tanımlanır. x yönündeki birim uzamaya ek olarak kayma uzaması (γ) da enerji denklemlerine girmelidir. Dolayısıyla Denklem 2.34'te birim uzama ve kayma ifadeleri dönme ve düşey yer değiştirme cinsinden yazılmıştır.

$$\begin{aligned} u(x, z, t) &= z\theta, \quad w(x, z, t) = w \\ \epsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} = z \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = \theta - \frac{\partial w}{\partial x} \end{aligned} \quad (2.34)$$

Normal gerilme (σ_{xx}) ve kayma gerilmesi (σ_{xz}) aşağıdaki gibi ifade edilir. G kiriş malzemesinin kayma modülüdür.

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= E \epsilon_{xx} \\ \sigma_{xz} &= G K_s \gamma_{xz} \end{aligned} \quad (2.35)$$

Toplam iç potansiyel enerji bütün hacim için Denklem 2.36'daki gibi yazılır.

$$U = \int_V \{ \sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{xz} \gamma_{xz} \} dV \quad (2.36)$$

Denklem 2.34'teki uzama ifadeleri yerine koyulursa aşağıdaki ifade elde edilir (Denklem 2.37).

$$U = \int_V \left\{ \sigma_{xx} z \frac{\partial \theta}{\partial x} + \sigma_{xz} \left(\theta - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right\} dV \quad (2.37)$$

Varyasyonel operatör Denklem 2.37'ye uygulanırsa Denklem 2.38 bulunur.

$$\delta U = \int_V \left\{ \sigma_{xx} z \frac{\partial \delta \theta}{\partial x} + \sigma_{xz} \delta \theta - \sigma_{xz} \frac{\partial \delta w}{\partial x} \right\} dV \quad (2.38)$$

Denklem 2.39'daki eğilme momenti ve kayma momenti ifadeleri Denklem 2.38'e yazılırsa Denklem 2.40 elde edilir.

$$M = \int_A \sigma_{xx} z dA, \quad Q = K_s \int_A \sigma_{xz} dA \quad (2.39)$$

$$\delta U = \int_0^L \left\{ M \frac{\partial \delta \theta}{\partial x} + Q \delta \theta - Q \frac{\partial \delta w}{\partial x} \right\} dx \quad (2.40)$$

Denklem 2.40'a kısmi integrasyon işlemi uygulanırsa TKT hareket denklemleri ve sınır şartları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\delta U = M \delta \theta \Big|_0^L + Q \delta w \Big|_0^L + \int_0^L \left\{ \left[Q - \frac{\partial M}{\partial x} \right] \delta \theta + \frac{\partial Q}{\partial x} \delta w \right\} dx \quad (2.41)$$

Toplam kinetik enerji yazılır. Burada (') ifadesi zamana göre türevi temsil etmektedir.

$$K = \frac{1}{2} \int_V \rho (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dV = \frac{1}{2} \int_V \rho (z^2 \dot{\theta}^2 + \dot{w}^2) dV \quad (2.42)$$

$$K = \frac{1}{2} \int_T \int_V \rho \{ \dot{u}^2 + \dot{w}^2 \} dV dt = \frac{1}{2} \int_T \int_A \int_0^L \rho \{ z^2 \dot{\theta}^2 + \dot{w}^2 \} dx dA dt \quad (2.43)$$

Varyasyon operatörü kinetik enerji ifadesine uygulanırsa Denklem 2.44 elde edilir.

$$\delta K = \int_T \int_A \int_0^L \{ \rho z^2 \dot{\theta} \delta \dot{\theta} + \rho \dot{w} \delta \dot{w} \} dx dA dt \quad (2.44)$$

Denklem 2.44'teki terimler düzenlenip kısmi integrasyon uygulanırsa Denklem 2.46 elde edilir.

$$I_0 = \int_A \rho z^0 dA, I_2 = \int_A \rho z^2 dA \quad (2.45)$$

$$\delta K = \int_T \int_0^L \{ -I_2 \ddot{\theta} \delta \theta - I_0 \ddot{w} \delta w \} dx dt \quad (2.46)$$

TKT kinetik ve potansiyel enerji ifadeleri Denklem 2.18'de yerine yazılırsa Denklem 2.47'deki Euler-Lagrange denklemleri bulunur.

$$\begin{aligned} \delta w : I_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial Q}{\partial x} &= 0 \\ \delta \theta : I_2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + Q - \frac{\partial M}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad (2.47)$$

Denklem 2.48'deki bağıntılar kullanılarak hareket denklemleri yer değiştirme ve dönme cinsinden yazılır (Denklem 2.49).

$$\begin{aligned} I_0 &= \rho A, I_2 = I \\ M &= EI \frac{\partial \theta}{\partial x}, Q = GAK_s \left(\theta - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (2.48)$$

$$\begin{aligned} \delta w : I_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + GAK_s \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) &= 0 \\ \delta \theta : I_2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + GAK_s \left(\theta - \frac{\partial w}{\partial x} \right) - EI \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} &= 0 \end{aligned} \quad (2.49)$$

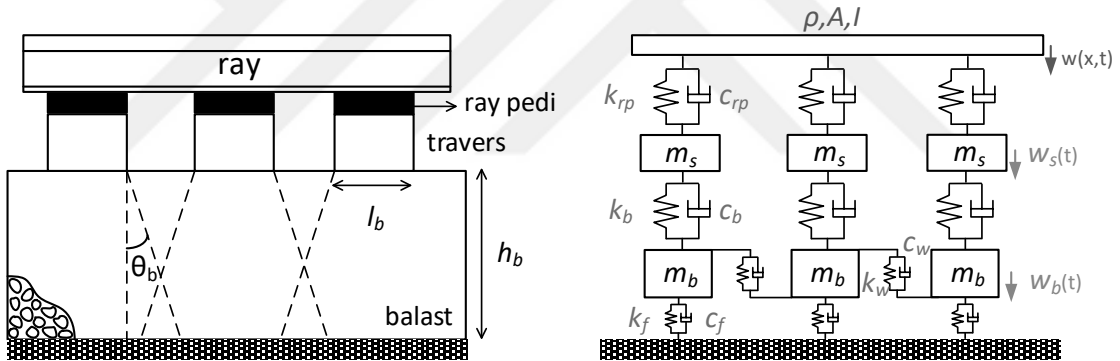
Görüldüğü gibi EBKT'den farklı olarak TKT'nde iki denklem elde edilmiş oldu.

2.2 Travers, Balast ve Diğer Elemanların Modeli

Travers demiryolu üstyapısında rayın sabit ve düzgün kalmasını sağlayan, raydan gelen kuvveti altındaki bileşenlere aktaran bir elemandır. Traversler ahşap, kompozit, metal gibi malzemelerden imal edilirler. Dinamik demiryolu modellerinde ise tekil kütleli bir cisim olarak düşünülür.

Balast demiryolu üstyapısında traversten gelen kuvvetin zemine iletilmesini sağlayan, keskin ve köşeli taşlar barındıran belirli bir kalınlıktaki yapıdır. Dinamik demiryolu modellerinde balast hem tekil kütleli hem de yaylar içeren bir sistem gibi alınır (Şekil 2.5). Balast kütleleri (m_b) arasındaki etkileşim k_w, c_w yay-sönüm elemanları ile, travers kütlesi ile etkileşim k_b, c_b yay-sönüm elemanları ile sağlanır. Balast kütlesi altındaki k_f, c_f yay-sönüm elemanları zemini temsil etmektedir. Balast kütlesi, balast ve zemin direngenlikleri Denklem 2.50'deki gibi hesaplanır. E_b ve E_f sırasıyla balastın ve zeminin elastisite modülüdür. l_b ve l_e travers genişliği ve travers boyunu, θ_b traversin gerilme dağılımı açısını, h_b balast yüksekliğini; $w(x, t)$, $w_s(t)$, $w_b(t)$ ifadeleri sırasıyla rayın, traversin ve balastın yer değiştirmelerini ifade etmektedir.

$$\begin{aligned}
 k_b &= \frac{2(l_e - l_b) \tan \theta_b}{\log \left[\frac{l_e(l_b + 2h_b \tan \theta_b)}{l_b(l_e + 2h_b \tan \theta_b)} \right]} E_b \\
 k_f &= (l_e + 2h_b \tan \theta_b)(l_b + 2h_b \tan \theta_b) E_f \\
 m_b &= \rho_b h_b \left[l_e l_b + (l_e + l_b) h_b \tan \theta_b + \frac{4}{3} h_b^2 (\tan \theta_b)^2 \right]
 \end{aligned} \tag{2.50}$$



Şekil 2.5 Balastlı üstyapı elemanları ve modeli [14, 53]

2.3 Tekerlek Yüğü

Demiryolu araçlarının yola etkisinin incelenmesi için çeşitli yöntemler literatürde mevcuttur. Matematiksel olarak daha basit olan hareketli yük modelinden Hertz temas kuvveti modeline kadar çeşitli şekillerde olabilmektedir.

Hareketli yük modelinde kuvvetin başlangıç noktasına olan mesafesi $g(t)$ ile temsil edilmektedir. bundan sonraki işlemlerde " δ " işareti Dirac delta fonksiyonunu temsil edecektir. Dirac delta fonksiyonunun girişi sıfır olduğunda bir değerini, diğer girişler için sıfır değerini verir. Kuvvet fonksiyonunun konumu zamanla değiştiğinden integral

sınırları içinde kuvvetin girişi vt olup integral sonucu Denklem 2.51’de verilmiştir.

$$f(x, t) = \delta(x - g(t))P_0$$

$$\int_{x_1}^{x_2} \delta(x - vt)f(x)dx = f(vt) , x_1 < vt < x_2 \quad (2.51)$$

Hareketli kütlelerin analitik modellere dahil edilmesi Hertz temas yayı ile sağlanır. Temas yayı tekerlek (w_{tek}) ve rayın düşey yöndeki hareketlerinin ($w_{ray}(x, t)$) farkından dolayı kısılp uzayacaktır. Ray düzensizlikleri ($z_i(t)$) de temas yayının çalışmasında etkilidir. Temas yayı direngenliği ise k_h ile verilmiş olup literatürde çeşitli hesapları mevcuttur [5, 54]. Doğrusal temas yayı Denklem 2.52’de verilmiştir. δz yayda meydana gelen uzama ve kısılma miktarlarının toplamıdır. Bu temasta ray ile tekerleğin sürekli temas ettiği ve ayrılmadığı kabul edilir. Ancak tekerlek-ray etkileşiminin bitmesi ve tekerleğin temas etmemesi durumu Denklem 2.53’teki doğrusal olmayan Hertz yayı ile sağlanır. Tekerlek ray etkileşimi sağlandıktan sonra ayırık kütleli araç modelleri kolaylıkla sisteme dahil edilebilir [55–57].

$$\delta z = w_{tek}(t) - w_{ray}(x, t) - z_i(t)$$

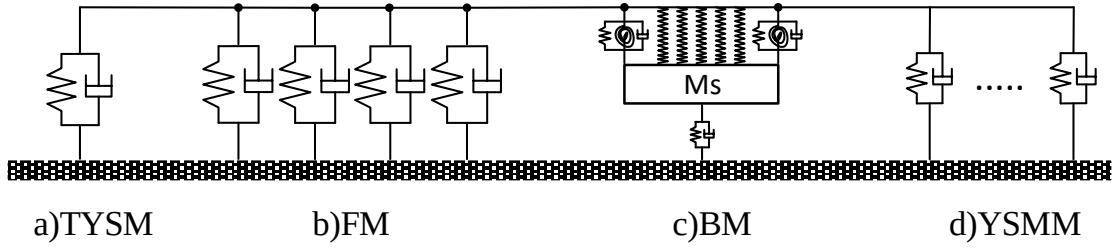
$$f_h = k_h \delta z \quad (2.52)$$

$$f_h = \begin{cases} k_h (\delta z)^{3/2}, & \text{eğer } \delta z \geq 0 \\ 0, & \text{eğer } \delta z < 0 \end{cases} \quad (2.53)$$

2.4 Raypedi Modeli

Ray pedleri ray ile altındaki elemanların bağlantısını sağlayan elastomer esaslı malzemelerden imal edilirler. Ray pedi yerleşimine göre üstyapının tipi değişmektedir. Eğer ray boylu boyunca, kesintisiz mesnetli ise sürekli mesnetli üstyapı sistemi; bağlantı elemanları rayın altına belirli aralıklarla dizilirse ayırık mesnetli üstyapı sistemi diye isimlendirilir. Ray pedleri elastik bir sistem gibi modellendiği gibi viskoelastik biçimde de tanımlanabilmektedir. Klasik demiryolu dinamik modellerinde bir yay-sönüm elemanı ile ifade edilirler. Bazı çalışmalarda rayın ray pedi boyunca mesnetli olduğu, dolayısıyla rayın noktasal değil belli bir uzunluk kadar sürekli mesnetli (dağıtık) olduğu tanımlanır. Ray pedinin dağıtık tanımlandığı çalışmalar literatürde mevcuttur (Şekil 2.6) [3, 24, 25, 58, 59].

TYSM (Tekil Yay-Sönüm elemanı Modeli) [3], FM (Ferrera Model) [24], BM (Blanco Model) [25] ve YSM (Yerel Sürekli Mesnet Modeli) [58] çeşitleri bu çalışmalardan bazılarıdır. TYSM en çok kullanılan tiptir ve hem sonlu elemanlar yöntemi (SEY)’nde



Şekil 2.6 Literatürdeki mesnet tipleri

hem de analitik çözümlerde kullanılır. FM-BM ise SEY ile çalışırken YSMM analitik çözümlerde kullanılabilir.

Ray pedi kuvveti raya etki eden bir dış kuvvettir. Raya etkiyen ray pedi kuvvetinin yaptığı iş (W_{ped}) Denklem 2.54'teki gibi ifade edilir. Eğer ray sürekli mesnetli ise; yani yay-sönüm elemanı ray uzunluğu boyunca yer alıyorsa kw ifadesi hareket denklemlerinin içine direkt olarak yazılabilir.

$$W_{ped} = \frac{1}{2}kw^2, \delta W_{ped} = kw\delta w \quad (2.54)$$

Ayrık mesnetli ray modelinde ise her bir yay-sönüm elemanının kuvveti ayrı ayrı hesaplanıp hareket denkleminde dış kuvvet olarak eklenmelidir. Aşağıdaki bölümlerde TYSM ve YSMM üstyapı tiplerinin diferansiyel denklemleri çıkartıldıktan sonra yarı-analitik çözümler elde edilecektir.

2.4.1 Tekil Yay Sönüm Elemanı Modeli

Bu altbaşlıkta TYSM için EBKT denklemi yazıldıktan sonra elde edilen kısmi diferansiyel denklem ayrıklaştırılacak ve adi diferansiyel denklem (ADD) takımlarına dönüştürülerek çözüm sağlanacaktır.

Denklem 2.55'teki kısmi diferansiyel denklemde EI ve ρA terimleri kiriş teorisinden gelen ifadelerdir. E rayın Young modülünü, I rayın kesit atalet momentini, ρ rayın yoğunluğunu, A rayın kesit alanını temsil etmektedir. k_{sd} ray pedi direngenliğini, c_{sd} ray pedi sönümünü, x_{sd} ray pedi konumlarını ifade etmektedir. δ işareti burada Dirac Delta fonksiyonunu temsil etmekte olup Denklem 2.51'deki özelliği göstermektedir.

$$EI \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + \left[k_{sd} w(x_{sd}, t) + c_{sd} \frac{\partial w(x_{sd}, t)}{\partial t} \right] \delta(x - x_{sd}) = P_0 \delta(x - vt) \quad (2.55)$$

Kısmi diferansiyel denklemlerin çözümü için analitik, yarı-analitik ve nümerik olmak

üzere çeşitli yöntemler mevcuttur. Bu aşamada yarı-analitik yöntemlerden Galerkin Yöntemi kullanılacaktır. Kirişin sınır şartlarını sağlayan trigonometrik bir fonksiyon açılımı kısmi diferansiyel denklemde yerine yazılacaktır.

Rayın düşey yer değiştirmesi hem zamana (t) hem de mesafeye (x) bağlıdır. Dolayısıyla ikisine de bağlı bir çözüm fonksiyonunun bulunması gerekir. T_m katsayıları zamana bağlı bilinmeyenler olup çözümlerde hesaplanacaktır. n Galerkin Yöntemi'ndeki toplam terim sayısını, L ray uzunluğunu belirtmektedir. Denklem 2.56'da verilen trigonometrik açılımda sinüslü ifade kirişin yani rayın basit mesnet sınır şartını sağlamaktadır (Denklem 2.57). Çözümde kullanılacak başlangıç şartları Denklem 2.58'de verilmiştir.

$$w(x, t) = \sum_{m=1}^n T_m(t) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \quad (2.56)$$

$$w(0, t) = 0, \quad w(L, t) = 0, \quad \frac{\partial^2 w(0, t)}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 w(L, t)}{\partial x^2} = 0 \quad (2.57)$$

$$w(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial w(x, 0)}{\partial t} = 0 \quad (2.58)$$

Denklem 2.56'daki çözüm fonksiyonu Denklem 2.55'teki kısmi diferansiyel denklemde yerine yazılır. j indisi her bir ray pedini temsil etmektedir, dolayısıyla $x_{sd}(j)$ her bir mesnetin başlangıç noktasına uzaklığını göstermektedir.

$$\begin{aligned} & EI \left(\frac{m\pi}{L} \right)^4 \sum_{m=1}^n T_m(t) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) + \rho A \sum_{m=1}^n \ddot{T}_m(t) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) + \\ & \sum_{j=1}^{N_s} \left[k_{sd}(j) \sum_{m=1}^n T_m(t) \sin\left(\frac{m\pi x_{sd}(j)}{L}\right) + c_{sd}(j) \sum_{m=1}^n \dot{T}_m(t) \sin\left(\frac{m\pi x_{sd}(j)}{L}\right) \right] \delta(x - x_{sd}(j)) \\ & = P_0 \delta(x - vt) \end{aligned} \quad (2.59)$$

Galerkin yöntemine göre artık haline getirilen denklemin bütün terimleri çözüm fonksiyonu ile çarpılıp sınırlar boyunca (0 – L) integre edilir. Denklem 2.59'un bütün terimleri çözüm fonksiyonuyla çarpılıp integrasyon uygulanırsa terim sayısı kadar ADD takımı elde edilir.

Bütün terimler çözüm fonksiyonu ile çarpılıp integral alınırsa ilk iki terimin sonucu ortogonalite şartını (Denklem 2.60) sağlamak kaydıyla aşağıdaki gibidir (Denklem

2.61).

$$\int_0^L \phi_i \phi_m = \begin{cases} L/2, & \text{eğer } i = m \\ 0, & \text{eğer } i \neq m \end{cases} \quad (2.60)$$

$$\begin{aligned} \int_0^L EI \left(\frac{m\pi}{L} \right)^4 \sum_{m=1}^n T_m(t) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right) dx &= \frac{L}{2} EI T_i(t) \left(\frac{i\pi}{L} \right)^4 \\ \int_0^L \rho A \sum_{m=1}^n T_m''(t) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right) dx &= \frac{L}{2} \rho A \ddot{T}_i(t) \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right) \end{aligned} \quad (2.61)$$

Diğer terimlerde bulunan Dirac delta fonksiyonunun integrali Denklem 2.51’de verilmişti. Buradaki özellik kullanılarak ray pedi kuvveti ve hareketli yük terimlerinin integral sonuçları aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{N_s} \int_0^L k_{sd}(j) \sum_{m=1}^n T_m(t) \sin\left(\frac{m\pi x_{sd}(j)}{L}\right) \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right) \delta(x - x_{sd}(j)) dx &= \\ \sum_{j=1}^{N_s} k_{sd}(j) \sum_{m=1}^n T_m(t) \sin\left(\frac{m\pi x_{sd}(j)}{L}\right) \sin\left(\frac{i\pi x_{sd}(j)}{L}\right) \end{aligned} \quad (2.62)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{N_s} \int_0^L c_{sd}(j) \sum_{m=1}^n \dot{T}_m(t) \sin\left(\frac{m\pi x_{sd}(j)}{L}\right) \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right) \delta(x - x_{sd}(j)) dx &= \\ \sum_{j=1}^{N_s} c_{sd}(j) \sum_{m=1}^n \dot{T}_m(t) \sin\left(\frac{m\pi x_{sd}(j)}{L}\right) \sin\left(\frac{i\pi x_{sd}(j)}{L}\right) \end{aligned} \quad (2.63)$$

$$\int_0^L P_0 \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right) \delta(x - vt) dx = P_0 \sin\left(\frac{i\pi vt}{L}\right) \quad (2.64)$$

İntegral sonuçları toparlanıp sadeleştirilirse Denklem 2.65’teki gibi n adet ADD sistemi elde edilir. F_{sd} ray pedi kuvvetlerinin toplamını ifade etmektedir ve açık hali Denklem 2.66’da verilmiştir.

$$EI \left(\frac{m\pi}{L} \right)^4 T_m(t) + \rho A \ddot{T}_m(t) + F_{sd} = \frac{2P_0}{L} \sin\left(\frac{\pi mvt}{L}\right) \quad (2.65)$$

$$F_{sd} = \sum_{j=1}^{N_s} \sum_{k=1}^n \frac{2k_{sd}}{L} T_k(t) \sin\left(\frac{k\pi x_{sd}(j)}{L}\right) \sin\left(\frac{m\pi x_{sd}(j)}{L}\right) + \frac{2c_{sd}}{L} \dot{T}_k(t) \sin\left(\frac{k\pi x_{sd}(j)}{L}\right) \sin\left(\frac{m\pi x_{sd}(j)}{L}\right) \quad (2.66)$$

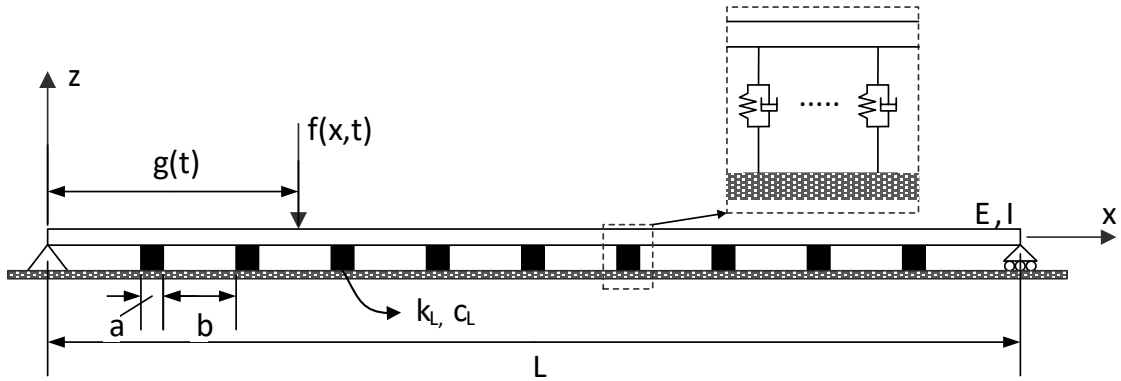
2.4.2 Yerel Sürekli Mesnet Modeli

Dağıtık ray pedi modeli veya Yerel Sürekli Mesnet Modeli (YSMM) olarak isimlendirilen bu modellerde ray, ray pedi genişliği boyunca mesnetli kabul edilir. Dolayısıyla ray pedi boyunca yay-sönüm elemanları rayın altına yerleştirilir.

Hareket denklemleri oluşturulurken kiriş denklemlerinden atalet ve eğilme direngenliği terimleri gelmekte, ancak ray pedinden gelen terimlerde değişiklik olacaktır (Denklem 2.67). k_L ve c_L ray pedinin yayılı direngenliğini ve sönümünü ifade etmektedir. Denklem 2.68'deki $\lambda(x)$ fonksiyonu, modulo operatörü ve Heaviside adım fonksiyonu (H) cinsinden yazılan; temelin ayırık ve periyodik yapısını temsil eden bir fonksiyondur.

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + \lambda(x) \left[k_L w(x,t) + c_L \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \right] = \delta(x - vt) P_0 \quad (2.67)$$

$$\lambda(x) = H(x \bmod(a+b) - b) \quad (2.68)$$



Şekil 2.7 Demiryolu üstyapısının matematik modeli

YSMM'nin gösterimi Şekil 2.7'de verilmiştir. N_s adet ray pedi a uzunluğu boyunca rayı desteklemektedir. YSMM'nin kısmi diferansiyel denklemini yine Galerkin yöntemiyle çözülecektir. Bu sebeple, bütün denklem çözüm fonksiyonu ile çarpılırsa Denklem

2.69 elde edilir. Ray pedlerinin integral sınırları diğer terimlerden farklı olarak başladığı ve bittiği konumlar olacaktır.

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=1}^n \int_0^L \left[EI \left(\frac{k\pi}{L} \right)^4 + T_k(t) + \rho A \ddot{T}_k(t) \right] \sin \left(\frac{k\pi x}{L} \right) \sin \left(\frac{m\pi x}{L} \right) dx \\
& + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^p \int_{(j-1)(a+b)+b}^{j(a+b)} \left[k_L T_k(t) + c_L \dot{T}_k(t) \right] \sin \left(\frac{k\pi x}{L} \right) \sin \left(\frac{m\pi x}{L} \right) dx \quad (2.69) \\
& = P_0 \int_0^L \delta(x - vt) \sin \left(\frac{m\pi x}{L} \right) dx \quad m = 1, 2, \dots, n
\end{aligned}$$

İntegral sonuçları alınıp terimler sadeleştirilirse Denklem 2.70 elde edilir.

$$\begin{aligned}
& EI \left(\frac{m\pi}{L} \right)^4 T_m(t) + \rho A \ddot{T}_m(t) \\
& + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^p \psi_{kjm} \left[k_L T_k(t) + c_L \dot{T}_k(t) \right] = \frac{2P_0}{L} \sin \left(\frac{\pi m v t}{L} \right) \quad m = 1, 2, \dots, n \quad (2.70)
\end{aligned}$$

$$\psi_{kjm} = \begin{cases} \frac{1}{(k-m)\pi} \left(\sin \left[\frac{j(k-m)(a+b)\pi}{L} \right] - \sin \left[\frac{((j-1)(a+b)+b)(k-m)\pi}{L} \right] \right) & \text{eğer } k \neq m \\ \frac{a}{L} - \frac{1}{m\pi} \cos \left[\frac{(2(a+b)j-a)m\pi}{L} \right] \sin \left(\frac{ma\pi}{L} \right) & \text{eğer } k = m \end{cases} \quad (2.71)$$

Başlangıç koşulları Denklem 2.72’de verilmiştir.

$$T_m = 0 \text{ ve } \dot{T}_m = 0 \quad m = 1, 2, \dots, n \text{ için} \quad (2.72)$$

Denklem 2.70-2.71’deki diferansiyel denklemler ve Denklem 2.72’deki başlangıç koşulları ile beraber çözdürülmüştür.

2.4.2.1 Yerel Sürekli Mesnet Modelinin Doğrulanması

Bu altbaşlıkta yukarıdaki TYSM ve YSMM ADD takımlarının doğrulanması için 1B SE modeli ve 3B SE modeli oluşturulmuştur. İlgili üstyapının 3B SE modeli hiçbir sadeleştirme ve basitleştirme olmadan ticari bir program olan ANSYS’de oluşturulmuştur.

$$[\mathbf{M}] \{\ddot{\mathbf{q}}\} + [\mathbf{K}] \{\mathbf{q}\} + [\mathbf{K}_L] \{\mathbf{q}\} + [\mathbf{C}] \{\dot{\mathbf{q}}\} = \{\mathbf{F}\} \quad (2.73)$$

Denklem 2.73 1B sonlu elemanlar yöntemi matrislerini göstermektedir. $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{K}$, $\mathbf{K}_L$ sırasıyla kütle, sönümü, ray direngenliğini, zemin direngenliğini ifade etmektedir ve eşitliğin sağ tarafındaki $\mathbf{F}$ zamana bağlı kuvvet vektörünü göstermektedir.

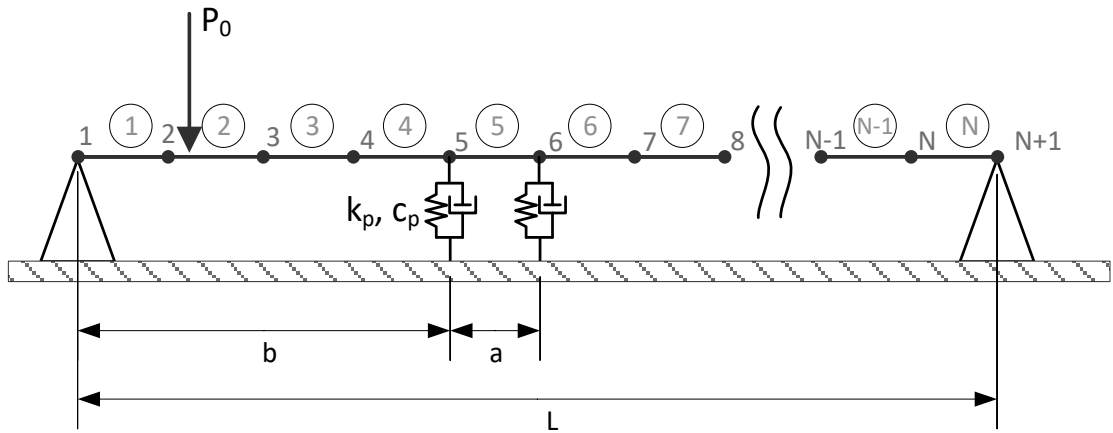
1B SE modelinde ray için her düğüm noktasında 2 serbestlik derecesine sahip olan Euler kiriş elemanı kullanılmıştır. İlgili elemanın serbestlik derecelerini temsil eden şekil fonksiyonları Denklem 2.74'te verilmiştir. L_e bir kiriş elemanının boyunu göstermektedir. Sistemin kütle ve direngenlik matrisleri de Denklem 2.75-2.76'da verilmiştir.

$$\{N\} = \begin{Bmatrix} 1 - 3\eta^2 + 2\eta^3 \\ (\eta - 2\eta^2 + \eta^3)L_e \\ 3\eta^2 - 2\eta^3 \\ (-\eta^2 + \eta^3)L_e \end{Bmatrix} \quad \eta = x/L_e \quad \text{ için} \quad (2.74)$$

$$[\mathbf{M}_e] = \frac{\rho A L_e}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L_e & 54 & -13L_e \\ 22L_e & 4L_e^2 & 13L_e & -3L_e^2 \\ 54 & 13L_e & 156 & -22L_e \\ -13L_e & -3L_e^2 & -22L_e & 4L_e^2 \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

$$[\mathbf{K}_e] = \frac{EI}{L_e^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L_e & -12 & 6L_e \\ 6L_e & 4L_e^2 & -6L_e & 2L_e^2 \\ -12 & -6L_e & 12 & -6L_e \\ 6L_e & 2L_e^2 & -6L_e & 4L_e^2 \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

Oluşturulan 1B SE modeli Şekil 2.8'de gösterilmektedir. Dağıtık mesnetteki direngenlik ve sönüm özellikleri mesnetin başına ve sonuna yerleştirilen tekil yay-sönüm elemanları ile sağlanmıştır.



Şekil 2.8 Demiryolu üstyapısının 1B SE modeli

Şekil 2.8'deki 1B SE modeli N adet elemandan, $N + 1$ adet düğüm noktasından ve

$2(N+1)$ adet serbestlik derecesinden oluşmaktadır. Mesnetler arasındaki (b mesafesi) ray elemanları 4 eşit parçaya ayrılmış olup mesnet kısmı yani a uzunluğundaki ray bir parçadır ve tekil yay-sönüm eleman çifti ile zemine bağlanmıştır. Dağıtık mesnetteki ray pedi yay ve sönüm katsayıları Denklem 2.77'deki dönüşümle ray pedi düğüm noktalarındaki tekil yay-sönüm elemanı katsayılarına dönüştürülecektir.

$$k_p = \frac{ak_L}{2} \text{ ve } c_p = \frac{ac_L}{2} \quad (2.77)$$

Sonuç olarak, sonlu elemanlar modelindeki ilgili serbestlik derecelerine Denklem 2.77'deki yay ve sönüm katsayılarının eklenmesiyle ray pedinin dinamik etkisi sağlanır.

$$\{\mathbf{F}_e\} = P_0 \begin{bmatrix} F_1(t) & M_1(t) & F_2(t) & M_2(t) \end{bmatrix}^T \quad (2.78)$$

Denklem 2.78 hareketli yükün etkidiği elemanın kuvvet vektörüdür. $F_1(t)$, $F_2(t)$, $M_1(t)$, $M_2(t)$ terimleri bir elemanın düğümlerindeki kuvvet ve momentleri göstermektedir. Bu vektörün açık hali Denklem 2.79'da verilmiştir [22].

$$\{\mathbf{F}_e\} = P_0 \begin{Bmatrix} 1 + 2\frac{t^3 v^3}{L_e^3} - 3\frac{t^2 v^2}{L_e^2} \\ t v + 2\frac{t^3 v^3}{L_e^3} - 2\frac{t^2 v^2}{L_e^2} \\ 3\frac{t^2 v^2}{L_e^2} - 2\frac{t^3 v^3}{L_e^3} \\ \frac{t^3 v^3}{L_e^3} - \frac{t^2 v^2}{L_e^2} \end{Bmatrix} \quad (2.79)$$

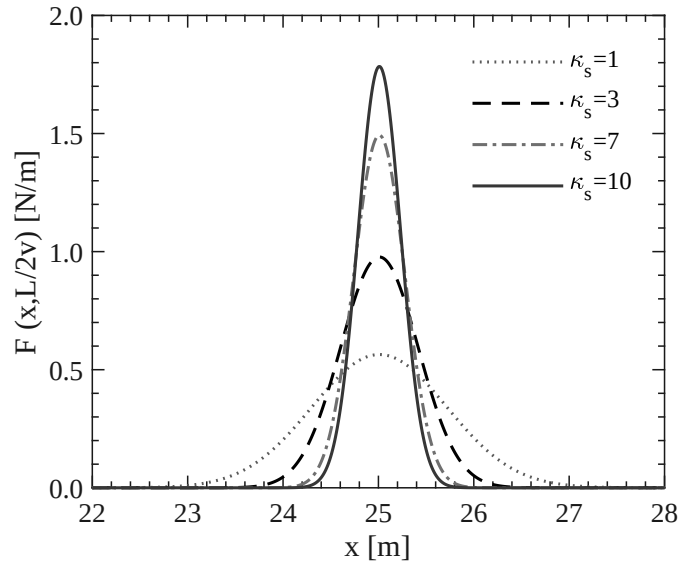
ANSYS'de hareketli yükü direkt olan tanımlayan bir komut bulunmamaktadır. Dolayısıyla, tekil yük etkisi keskin bir yayılı fonksiyon ile tanımlanabilir (Denklem 2.80).

$$f(x, t) = P_0 \sqrt{\frac{\kappa_s}{\pi}} e^{-\kappa_s(x-vt)^2} \quad (2.80)$$

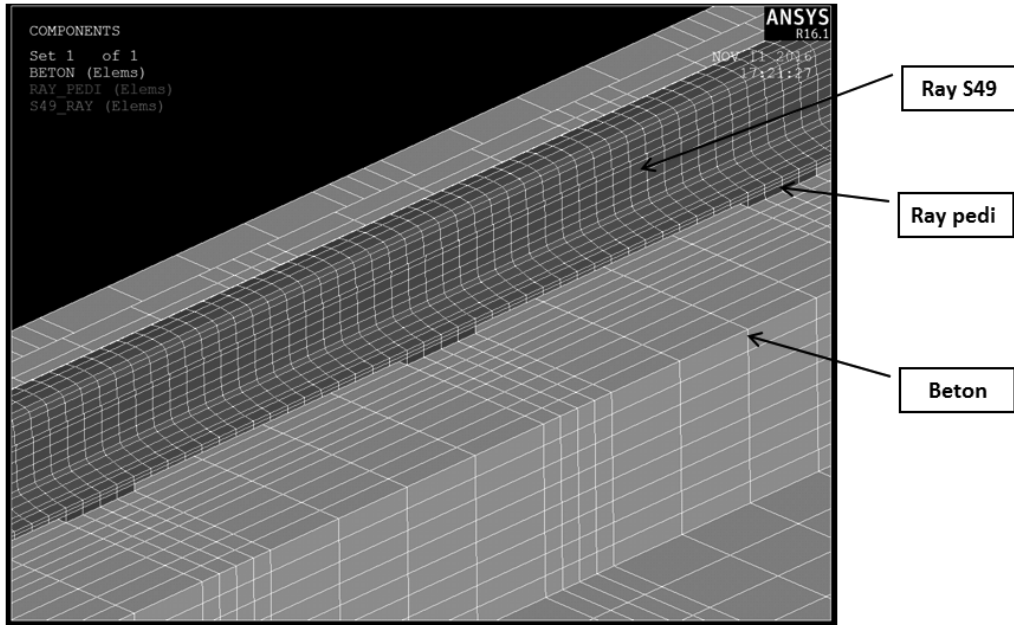
Burada P_0 yükün genliğini, κ_s kuvvetin keskinliğini ayarlayan birimsiz katsayıyı temsil etmektedir. Birimsiz katsayının (κ_s) etkisi Şekil 2.9'da gösterilmiştir.

$$E = \frac{h}{d} k_L \quad (2.81)$$

3B SE modeli Şekil 2.10'da görselleştirilmiştir. Burada h kalınlığında, d boyunda, a genişliğinde, E elastisite modülüne sahip katı bir ray pedi tanımlaması yapılmıştır. Şekil 2.11'deki geometrik ölçüler kullanılarak Denklem 2.81'daki ray pedi elastisite modülü bulunur. Diğer bütün geometrik ve fiziksel parametreler Tablo 2.1'de



Şekil 2.9 $P_0 = 1N$ için κ_s 'e bağlı yaylı basıncın değişimi

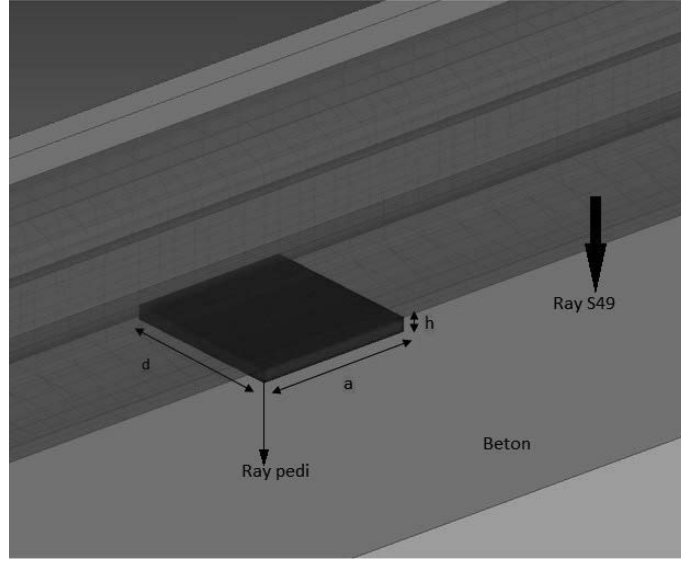


Şekil 2.10 3B SE modelinin ağ yapısı

verilmiştir.

1B ve 3B SE modelleri oluşturulduktan sonra TYSM ve YSMM ile kıyaslama yapmak için rayın orta noktasının sehim değeri kullanılacaktır. Sönümlü ve aşırı sönümlü durumlar da araştırılacaktır. Bu yüzden sönüm etkisi, Denklem 2.82-2.83'te verilen sönüm oranı(ξ) ve kritik sönüm(c_{cr}) ile ifade edilecektir [22].

$$\xi = c_L/c_{cr} \quad (2.82)$$



Şekil 2.11 Ray pedi ölçüleri

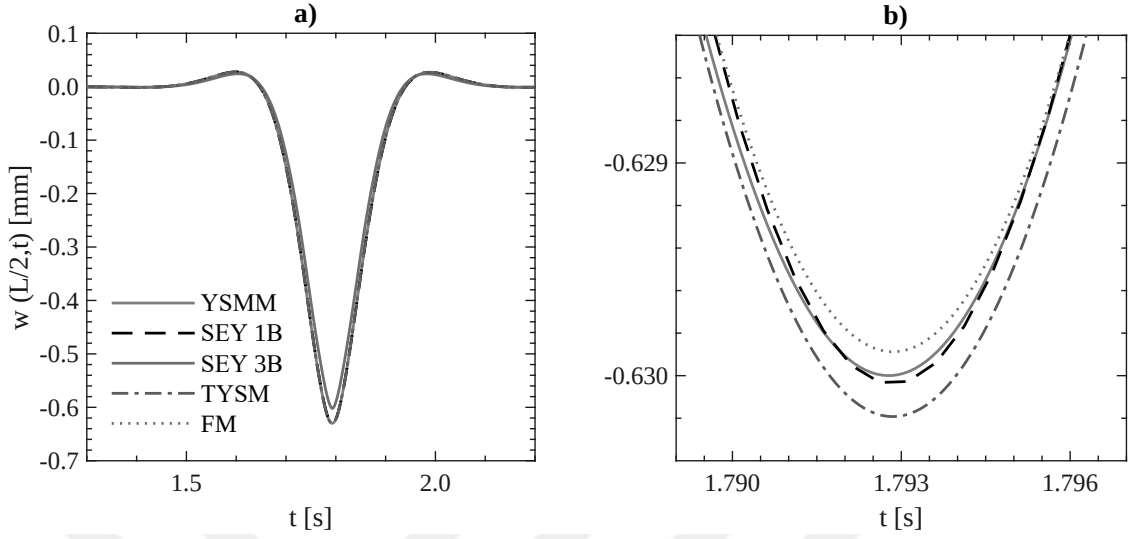
Tablo 2.1 Demiryolu üstyapısı ve hareketli yük değerleri

Parametreler	Değer	Birim
Ray S49 Young Modülü	210	GPa
Alan atalet momenti	1819×10^{-8}	m^4
Kesit alanı	6297×10^{-6}	m^2
Rayın yoğunluğu	7850	$kg.m^{-3}$
Yol uzunluğu	50.28	m
Ray pedi katılığı (k_L)	1.386×10^8	$N.m^2$
Ray pedi eşdeğer Young Modülü	0.011088	GPa
Ray pedi kalınlığı (h)	0.01	m
Ray pedi boyu (d)	0.125	m
Ray pedi genişliği (a)	0.12	m
Ray pedi yoğunluğu	1000	$kg.m^{-3}$
Ray pedi Poisson oranı	0.2	
Betonun Young Modülü	32	GPa
Betonun Poisson oranı	0.2	
Betonun yoğunluğu	2331	$kg.m^{-3}$
Hareketli yük	30000	N
Hareketli yük hızı	22.22 (50 km/h)	$m.s^{-1}$
Mesnetler arası mesafe (b)	0.48	m

$$c_{cr} = 2\sqrt{k_L \rho A} \quad (2.83)$$

Şekil 2.12'de hareketli yük sebebiyle oluşan rayın orta noktasının sehim değerleri

karşılaştırılmıştır. Sonuçlar birbirine yakın olduğu için Şekil 2.12 b)'de yakınlaştırılmış sonuç gösterilmektedir.



Şekil 2.12 Rayın orta noktasının sehim sonuçlarının karşılaştırılması

Şekil 2.12 YSMM'nin doğruluğunu göstermektedir. 1B SE modeli ile Denklem 2.70-2.71'de sunulan yöntemin sonuçlarının yani Galerkin çözümlerinin benzer olduğu söylenebilir. Dahası, 3B SE ve basitleştirilmiş 1B SE modelinin karşılaştırılması göstermiştir ki, hareketli yükü temsil eden Denklem 2.80 ve ray pedi elastisite modülü dönüşümünü veren Denklem 2.81 analizlerde kullanılabilir.

Kullanılan yöntemlerin analiz süreleri Tablo 2.2'de verilmiştir. Galerkin yöntemiyle çözüm YSMM'nin en hızlı sonucu verdiği görülebilir. YSMM'nin geleneksel TYSM ve FM'ye göre sırasıyla yaklaşık olarak %23 ve %29 oranında daha hızlı sonuç verdiği gözükmektedir.

Tablo 2.2 Çeşitli yöntemlerin ve modellerin analiz süreleri

Yöntemler	Model Özelliği	Çözüm Süresi
YSMM	120 (Terim sayısı)	20 saniye
TYSM	120 (Terim sayısı)	26 saniye
FM	120 (Terim sayısı)	28 saniye
1B SEY	836 (Serbestlik Derecesi)	45 saniye
3B SEY	417214 (Serbestlik Derecesi)	3 saat

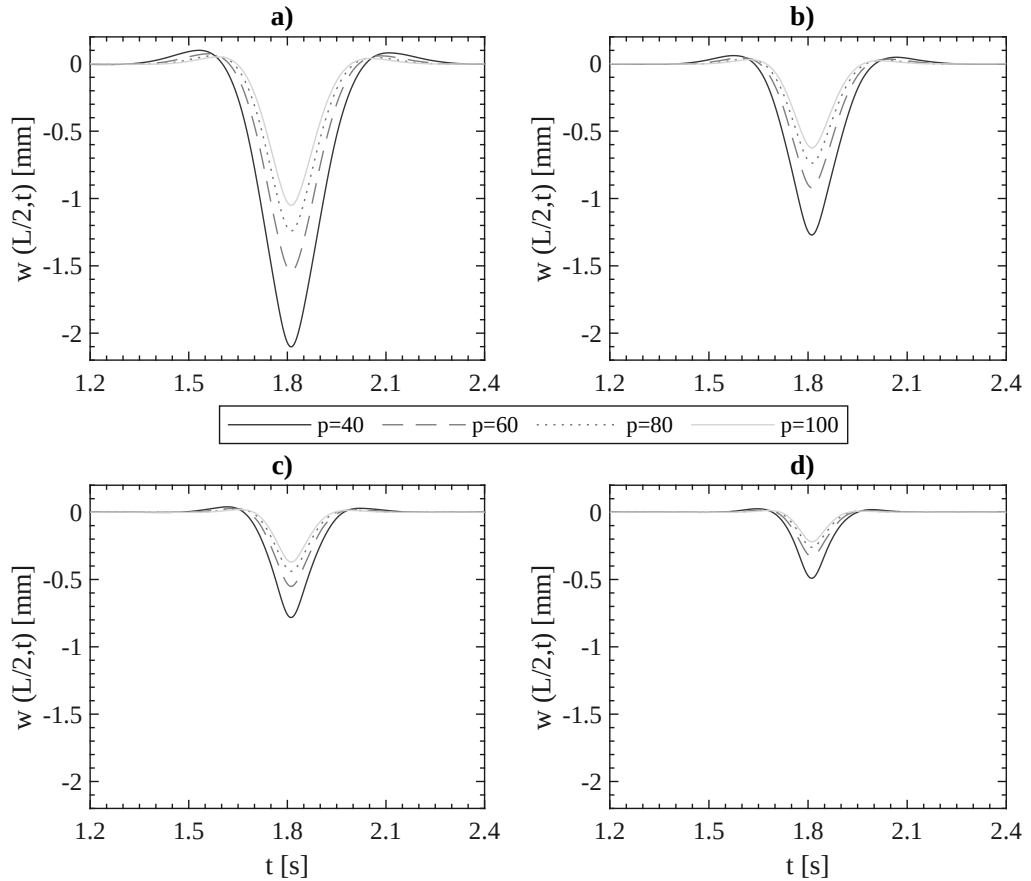
2.4.2.2 Yerel Sürekli Mesnet Modelinin Parametrik Analizleri

Bu bölümde demiryolu üstyapısının geometri ve malzeme özelliklerinin sistemin dinamik cevaplarına etkisi incelenecektir. Dinamik analizler düşünüldüğünde sehim

değerleri demiryolu güvenliğiyle, hız değerleri demiryolunun çevreye etkisiyle ilgisi vardır. Bu yüzden önceki bölümde detayları verilen Galerkin yöntemi kullanılarak geometrik özelliklerin dinamik etkisi rayın orta noktasının sehim ve hız cevaplarının değişiminin ray pedi sayısı ile beraber farklı ray pedi tipleri için analiz edilmiştir. Sonra, malzeme parametrelerinin demiryolu orta noktası üzerindeki dinamik etkilerini incelemek için farklı sönüm oranlarındaki ray pedi direngenlikleri analizlerde kullanılmıştır.

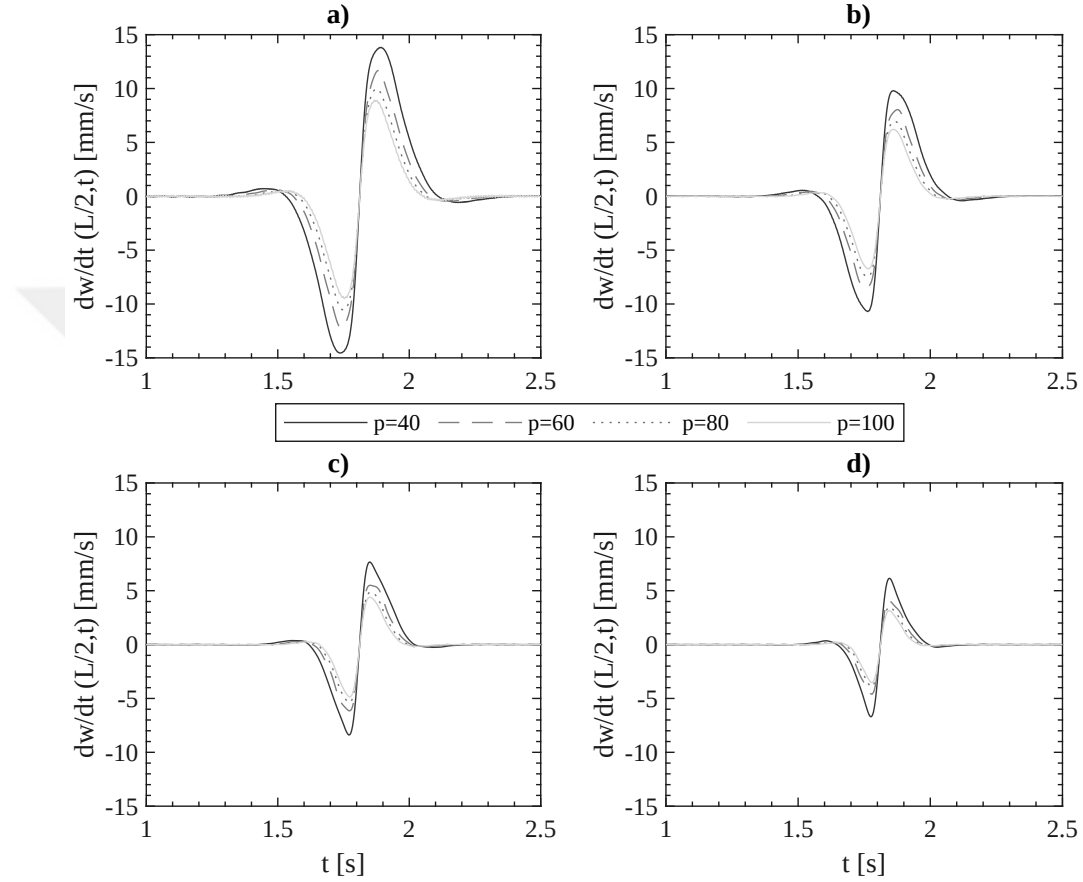
Geometrik değişikliklerin demiryolunun dinamik cevaplarına etkisi ray pedi boyu ve ray pedi sayısı değiştirilerek çeşitli analizlerle incelenecektir. Öncelikle, sabit yol uzunluğu (L) için mesnet sayısının (p) etkisi incelenecektir. Mesnet mesafesi (b) ise Denklem 2.84 yardımıyla hesaplanacaktır.

$$b = \frac{L - ap}{1 + p} \quad (2.84)$$



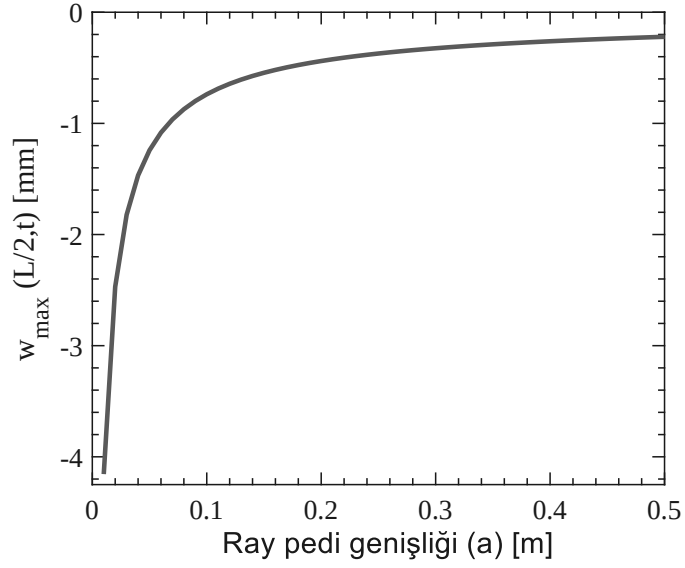
Şekil 2.13 Farklı ray pedi genişlikleri (a) ve mesnet sayıları (p) ile rayın orta nokta sehiminin değişimi a) $a=0.05$ m, b) $a=0.1$ m, c) $a=0.2$ m, d) $a=0.4$ m ($\xi=0.5$, $k_L=1.386 \times 10^8$ N/m²)

Farklı ray pedi genişlikleri (a) ve mesnet sayısının (p) demiryolu orta noktası üzerindeki dinamik etkileri Galerkin yöntemi kullanılarak analiz edildi. Şekil 2.13-2.14 sabit sönüm oranı ve ray pedi direngenliği için sırasıyla rayın orta noktasındaki sehim ve hız değişimlerini göstermektedir. Ayrıca, ray pedi genişliği ve mesnet sayısının rayın orta noktasının sehim üstündeki etkisi Şekil 2.15-2.16'da gösterilmiştir.



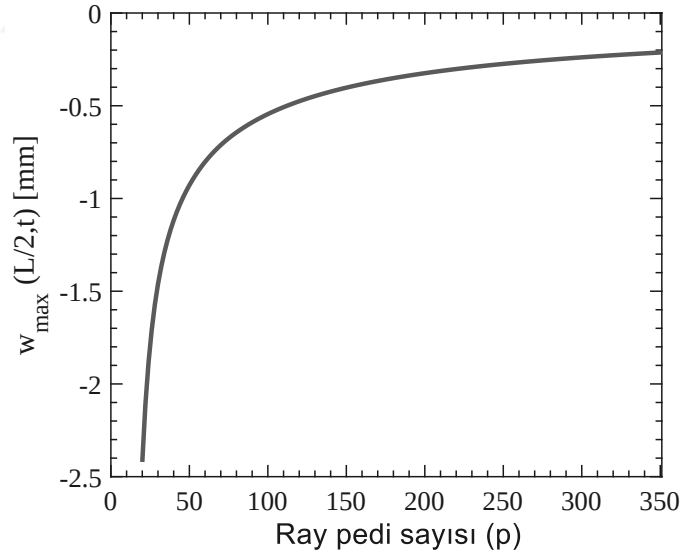
Şekil 2.14 Farklı ray pedi genişlikleri (a) ve mesnet sayıları (p) ile rayın orta nokta hızının değişimi a) $a=0.05$ m, b) $a=0.1$ m, c) $a=0.2$ m, d) $a=0.4$ m ($\xi=0.5$, $k_L=1.386 \times 10^8$ N/m²)

Şekil 2.15'teki sonuçlar ray pedi genişliğinin 0.05m'den 0.4m'ye artmasıyla rayın sehiminin yaklaşık %77 azaldığını göstermektedir. Aynı şekilde mesnet sayısının 40'dan 100'e artırılması bütün ray pedi genişliği analizlerinde ray sehimlerini azaltmıştır. Şekil 2.14'teki sonuçlar, a ve p geometrik parametreleriyle orta nokta hızının değişimi için benzer bir eğilim göstermektedir. Ray pedleri $p = 80$ adet için 0,6 m mesnet genişliklerinde sürekli mesnet gibi bir yapı meydana getirmektedir. Bu sebeple, ray pedi genişliğinin $0,05 < a < 0,5$ m olması dinamik etkileri araştırmak için yeterlidir. Şekil 2.15'te ray pedi genişliğinin 0,2 m'den büyük olmasının hattın dinamik cevabına önemli bir derecede etkisi yoktur.



Şekil 2.15 Farklı ray pedi genişlikleri için rayın orta nokta sehiminin değişimi ($\xi=0.5$, $k_L=1.386 \times 10^8$ N/m², $p=80$)

Analiz edilen demiryolu üstyapısında 50 m uzunluk, genel kullanım olan mesnet frekansı için 80 adet ray pedi kullanılmıştır. Şekil 2.13-2.16'da görüldüğü üzere ray pedi sayısı maliyet açısından değiştirilebilir, fakat güvenlik önlemlerinin düşünülmesi gerekmektedir.

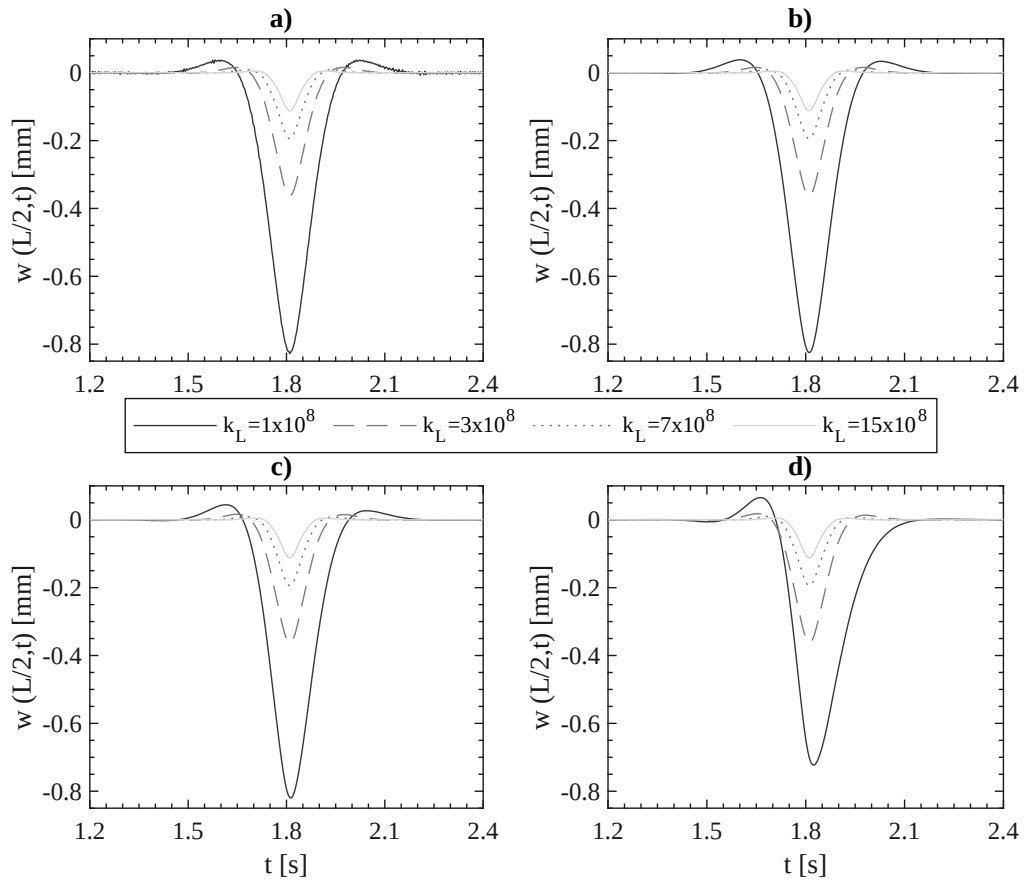


Şekil 2.16 Farklı mesnet sayıları için rayın orta nokta sehiminin değişimi ($\xi=0.5$, $k_L=1.386 \times 10^8$ N/m², $a=0.12$ m)

Bundan sonraki analizlerde ray pedi direngenliği, sönüm oranı gibi yapısal özelliklerin hattın dinamik cevaplarına olan etkileri araştırılmıştır. Şekil 2.17-2.18 sırasıyla sabit bir ray pedi genişliği ($a = 0.12$ m) ve sabit sayıda mesnet ($p = 80$) için rayın orta noktasının sehimini ve hız cevaplarının değişimini göstermektedir. Ayrıca

Şekil 2.19-2.20, malzeme parametrelerinin rayın orta noktasının en büyük sehimindeki etkisini göstermektedir.

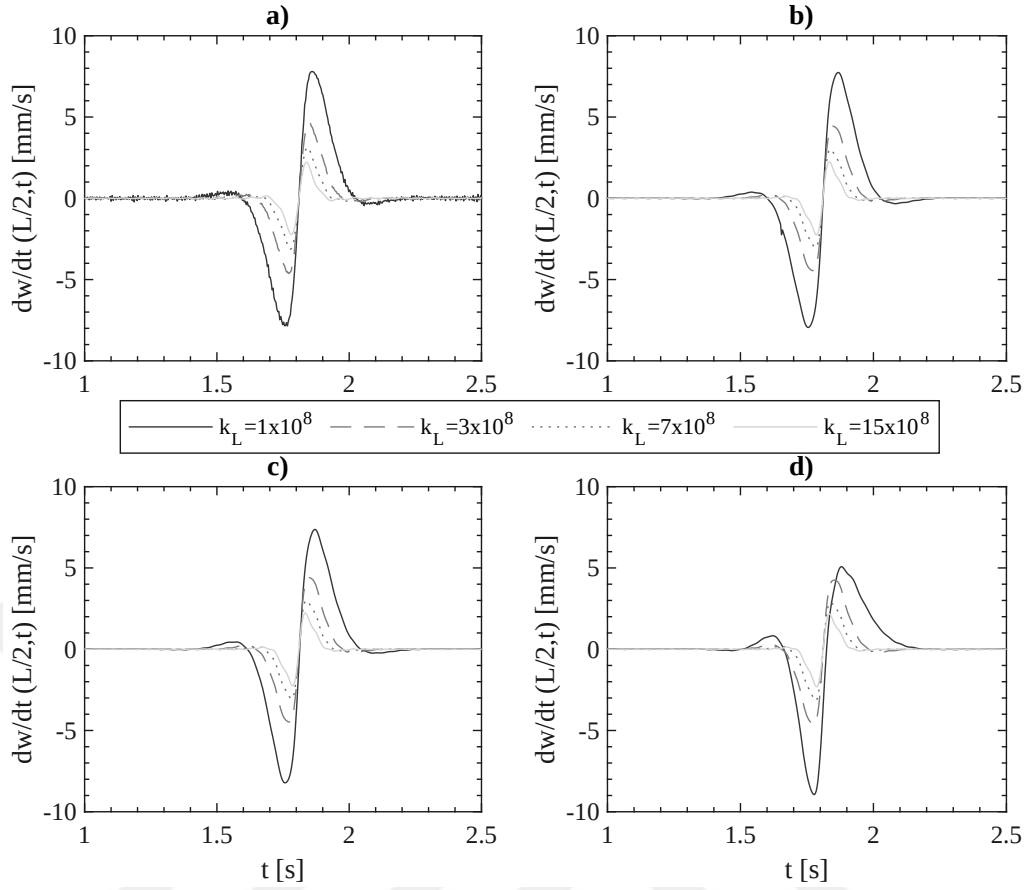
Şekil 2.17 ve 2.18’de gösterildiği gibi hareketli yük koşullarında ray pedi direngenliğinin rayın dinamik tepkisi üzerinde önemli bir etkisi vardır. Tüm sönümleme oranları için hız 50 km/sa’de sabit tutulurken, ray pedi direngenliğinin arttırılması en büyük yer değiştirmeleri önemli ölçüde azaltmaktadır (Şekil 2.17, 2.18 ve 2.20). Ray pedi direngenliği 15 kat arttırıldığında normalize edilmiş en büyük sehim ve hız değerleri sırasıyla 40 kat ve 3 kat azalmaktadır (Şekil 2.17 ve 2.18). Ancak, sönüm oranındaki değişim ile dinamik tepkinin azalma oranı dikkat çekici değildir (Şekil 2.17, 2.18 ve 2.20).



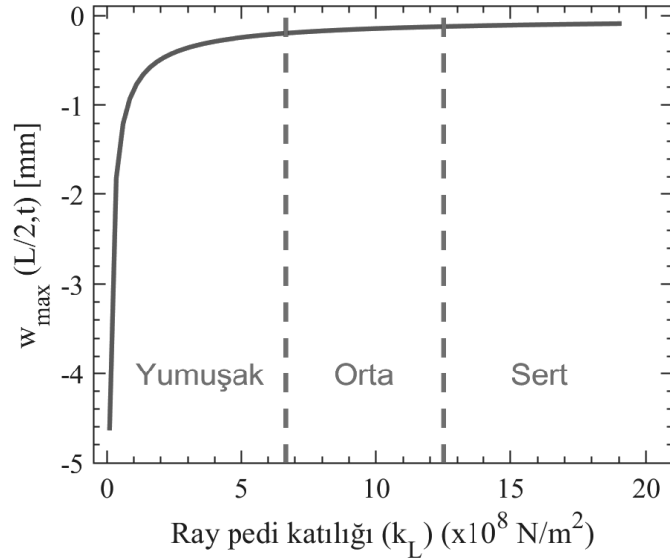
Şekil 2.17 Ray pedi direngenliğinin (k_L) ve sönüm oranının (ξ) değişimi ile rayın orta nokta sehiminin değişimi a) $\xi=0$, b) $\xi=0.5$, c) $\xi=2$, d) $\xi=10$, ($a=0.12$, $p=80$)

Ray pedleri direngenliklerine bağlı olarak Tablo 2.3’teki gibi sınıflandırılabilir [60]. Şekil 2.19’daki eğriye bakılırsa yumuşak, orta ve sert bölgeler görülebilir.

Kritik hız, ray boyunca gezinen titreşim dalgalarının hızıdır. Bu parametrenin belirlenmesi, demiryolu aracının güvenli çalışması için büyük önem taşımaktadır, çünkü araç hızı kritik hıza yakın olduğunda dinamik tepki önemli ölçüde artar ve



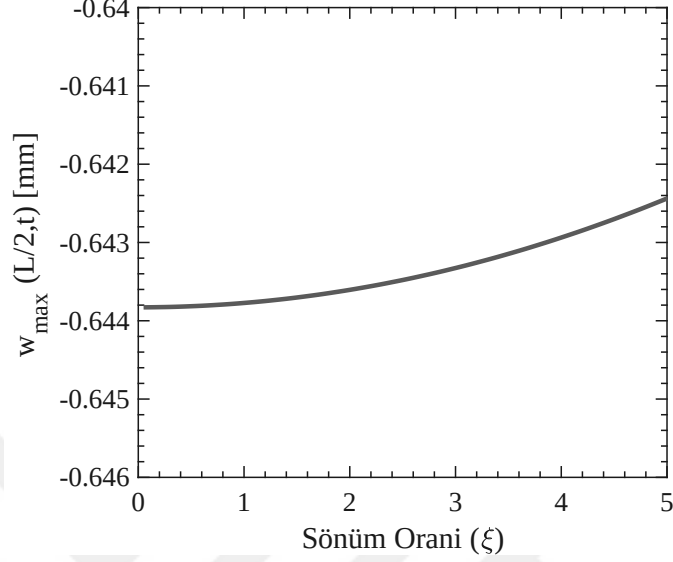
Şekil 2.18 Ray pedi direngenliğinin (k_L) ve sönüm oranının (ξ) değişimi ile rayın orta nokta nokta hızının değişimi a) $\xi=0$, b) $\xi=0.5$, c) $\xi=2$, d) $\xi=10$, ($a=0.12$, $p=80$)



Şekil 2.19 Farklı ray pedi direngenlikleri için rayın orta nokta sehiminin değişimi ($p=80$, $\xi=0.5$, $a=0.12$ m)

Tablo 2.3 Direngenliğe bağlı ray pedi tipleri (N/m²) [60]

Yumuşak	Orta	Sert
$k_L < 6,66 \cdot 10^8$	$6,66 \cdot 10^8 < k_L < 12,5 \cdot 10^8$	$k_L > 12,5 \cdot 10^8$

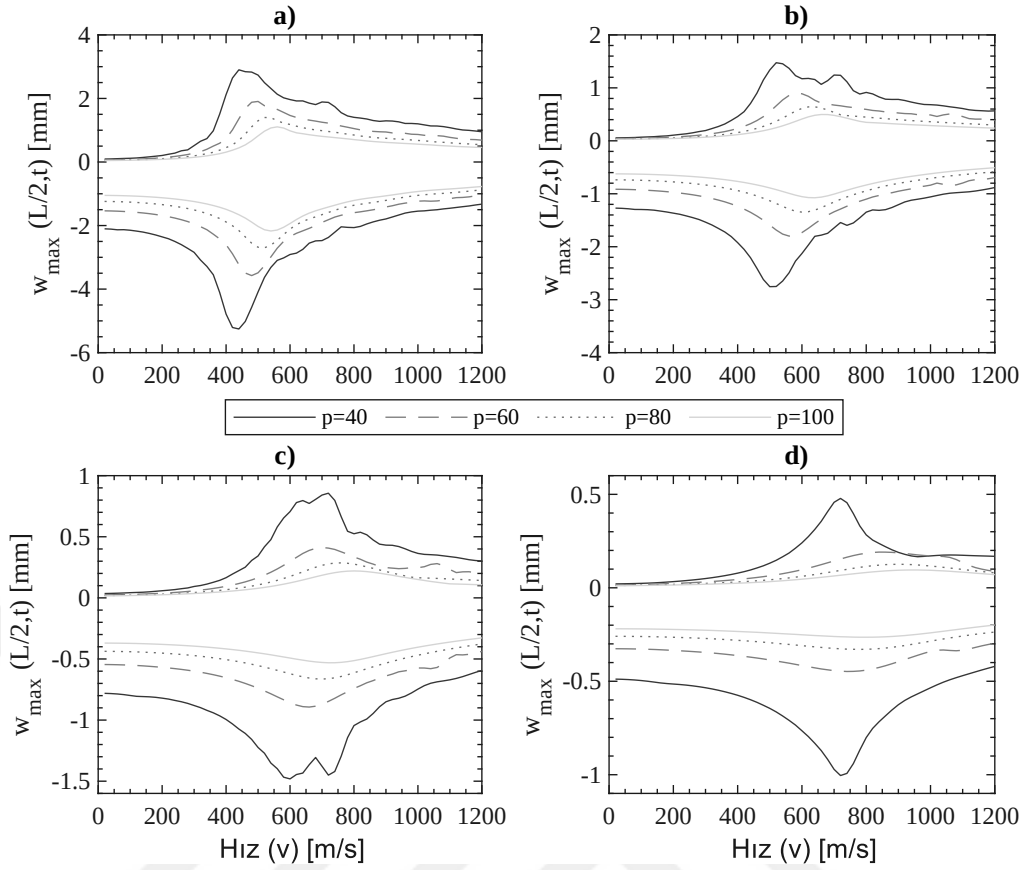
**Şekil 2.20** Farklı sönüm oranlarında rayın orta nokta sehiminin değişimi ($p=80$, $k_L=1.386 \times 10^8$ N/m², $a=0.12$ m)

demiryolu üst yapısının hasar görmesine sebebiyet verir [61]. Öte yandan, kritik hızın altındaki dinamik yük hızının basit mesnetli kirişler üzerinde dinamik bir etkisinin olmadığı bilinmektedir [8].

Kritik hızlar sayısal ve analitik yöntemlerle belirlenecektir. Şekil 2.21, Galerkin yöntemiyle elde edilen farklı ray pedi genişlikleri için hareketli yük hızı ve mesnet sayısı ile en büyük ve en küçük sehimlerin değişimini göstermektedir. Sürekli bir temel için kritik hızların analitik formülasyonu şu şekilde verilmiştir [8]:

$$v_{cr} = 2 \left(\frac{k_c}{4EI} \right)^{1/4} \left(\frac{EI}{\rho A} \right)^{1/2}, \quad k_c = \frac{ak_L}{a+b} \quad (2.85)$$

Burada k_c , tam sürekli temelin direngenliğidir. Bu denklem ile hesaplanan kritik hızlar Tablo 2.4'te verilmiştir. Sayısal ve analitik analiz sonuçları incelendiğinde, aynı demiryolu üst yapısı için kritik hızların birbirine çok yakın olduğu görülmektedir. Analizlere göre, mesnet sayısı ve ray pedi genişliğinin artması kritik hızları artırmaktadır. Ayrıca, kritik hızın ray pedi direngenliği ile değişimi Tablo 2.5'te sunulmuştur.



Şekil 2.21 En büyük ve en küçük sehimlerin farklı ray pedleri genişlikleri için hareketli yük hızıyla ve mesnet sayısı ile değişimi a) $a=0.05$ m, b) $a=0.1$ m, c) $a=0.2$ m, d) $a=0.4$ m ($\xi=0.5$)

Tablo 2.4 Farklı ray pedi genişlikleri (a) ve mesnet sayıları (p) için kritik hızların (v_{cr} m/s) değişimi, ($\xi=0.5$, $k_L=1.386 \times 10^8$ N/m²)

	$a=0.05$ m	$a=0.1$ m	$a=0.2$ m	$a=0.4$ m
$p=40$	434	516	613	728
$p=60$	479	570	677	805
$p=80$	514	612	727	864
$p=100$	544	646	768	913

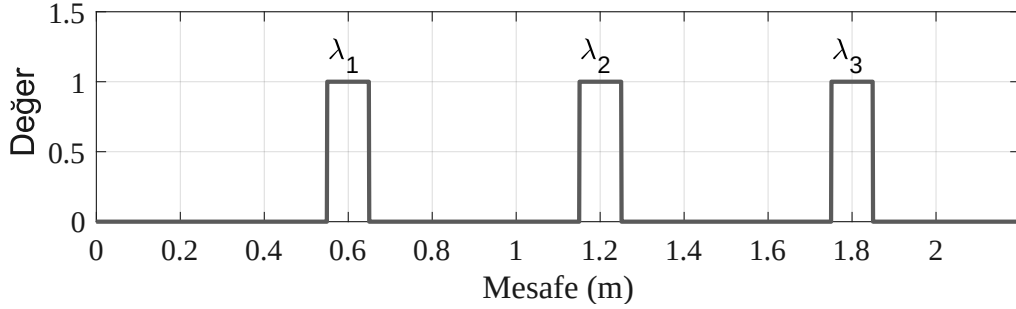
Tablo 2.5 Farklı ray pedi direngenlikleri için kritik hızların değişimi ($a=0.12$ m, $p=80$)

Ray pedi direngenliği (N/m ²)	Kritik Hız (m/s)
$k_L=0.75 \times 10^8$	548
$k_L=1.386 \times 10^8$	639
$k_L=6.66 \times 10^8$	941
$k_L=12.50 \times 10^8$	1108

2.4.3 Geniştirilmiş Yerel Sürekli Mesnet Modeli

Yerel Sürekli Mesnet Modeli detaylıca incelendi ve sonuçları yukarıdaki bölümde paylaşıldı. YSMM'de sadece 1 katmanlı elastik zemin bulunmaktaydı. Elastik zemin sayısı arttığında dağıtık mesnet modelinin değiştirilmesi gereklidir. Çünkü balastlı yapılar olsun, beton blokları yapılar olsun bu tip yapılardaki dinamik simülasyonlar için ray pedi kuvvetinin traverse iletilmesi ve bu etkinin modellenmesi için çıkarılan denklemlerde değişiklik yapılmalıdır. Ayrıca, önceki bölümde ray denklemleri EBKT ile oluşturulmuştu. Burada TKT ile ray denklemleri elde edilecek ve dağıtık ray pedi modelindeki kuvvetin traverse veya seletlere iletim mekanizması oluşturulacaktır.

Denklem 2.86 ile her bir ray pedinin ray boyunca hangi konumlarda yer aldığı bulunabilir. λ fonksiyonunun ray boyunca değişimi Şekil 2.22'de verilmiştir. H, a, b, j terimleri adım fonksiyonunu, ray pedi genişliğini, ray pedleri arasındaki mesafeyi ve ray pedi numarasını temsil etmektedir.



Şekil 2.22 λ fonksiyonlarının ray boyunca gösterimi

$$\lambda_j(x) = H(x - (a(j-1) + bj)) - H(x - (a+b)j) \quad (2.86)$$

TKT kiriş denklemleri ve selet denklemi Denklem 2.87'de verilmiştir. Düşey yöndeki rayın yer değiştirmesi $w(x, t)$, ray kesitinin dönmesi $\theta(x, t)$ ve her bir seletin düşey yer değiştirmesi $w_{bj}(x, t)$ ile temsil edilmektedir. Zaman ve mekan türevleri sırasıyla $(\cdot)$ ve $(\cdot)$ şeklinde gösterilmektedir.

$$\begin{aligned} \rho A \ddot{w}(x, t) + \kappa A G (\theta'(x, t) - w''(x, t)) + F_1 &= P \delta(x - vt) \\ \rho I \ddot{\theta}(x, t) - EI \theta''(x, t) + \kappa A G (\theta - w'(x, t)) &= 0 \\ m_{bj} \ddot{w}_{bj}(t) + k_2 w_{bj}(t) + c_2 \dot{w}_{bj}(t) + F_{2j}(t) &= 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (2.87)$$

burada, E, I, ρ, A, κ ve G rayın sırasıyla elastisite modülünü, kesit atalet momentini, yoğunluğunu, kesit alanını, kayma düzeltme katsayısını ve kayma modülünü göstermektedir. P ve δ ise hareketli yük ve Dirac-delta fonksiyonudur. k_1 - k_2 direngenlik katsayıları, c_1 - c_2 sönüm katsayıları birinci ve ikinci elastik katman

özellikleridir. Birinci elastik katmanın toplam kuvveti F_1 'dir ve açık hali Denklem 2.88'de verilmiştir. Her bir ray pedi kuvvetinin selette oluşturduğu kuvvet F_{2j} ile gösterilmekte olup açık hali Denklem 2.88'de verilmiştir. Dikkat edilmelidir ki F_{2j} rayla her bir selet arasındaki dağıtık etkileşim kuvvetini tek bir kuvvete çevirip selete iletir.

$$F_1(t) = \sum_{j=1}^m \int_{b+(a+b)(j-1)}^{j(a+b)} \lambda_j \{k_1 (w(x, t) - w_{bj}(t)) + c_1 (\dot{w}(x, t) - \dot{w}_{bj}(t))\} dx$$

$$F_{2j}(t) = \int_{b+(a+b)(j-1)}^{j(a+b)} \{k_1 (w_{bj}(t) - w(x, t)\lambda_j) + c_1 (\dot{w}_{bj}(t) - \dot{w}(x, t)\lambda_j)\} dx$$
(2.88)

Denklem 2.89'da rayın basit mesnet sınır şartlarını sağlayan çözüm fonksiyonları verilmiştir. L rayın uzunluğunu, n ise çözümde kullanılan toplam terim sayısını göstermektedir. T_i ve R_i zamana bağlı bilinmeyen katsayılardır.

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x) T_i(t), \quad \phi_i(x) = \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right)$$

$$\theta(x, t) = \sum_{i=1}^n \psi_i(x) R_i(t), \quad \psi_i(x) = \cos\left(\frac{i\pi x}{L}\right)$$
(2.89)

Denklem 2.87'de yer alan kısmi diferansiyel denklemlerin ayrıklaştırılması Galerkin yöntemi ile yapılacak olup, çözümde ADD takımları kullanılacaktır. Öncelikle Denklem 2.89'daki fonksiyonlar Denklem 2.87'de yerine yazılırsa Denklem 2.90 elde edilir.

$$\rho A \sum_i^n \phi_i(x) \ddot{T}_i(t) + \kappa AG \left[\sum_i^n \psi_i'(x) R_i(t) - \sum_i^n \phi_i''(x) T_i(t) \right] + F_1(t) = P \delta(x - vt)$$

$$\rho I \sum_i^n \psi_i(x) \ddot{R}_i(t) - EI \sum_i^n \psi_i''(x) R_i(t) + \kappa AG \left[\sum_i^n \psi_i(x) R_i(t) - \sum_i^n \phi_i'(x) T_i(t) \right] = 0$$

$$m_{bj} \ddot{w}_{bj}(t) + k_2 w_{bj}(t) + c_2 \dot{w}_{bj}(t) + F_{2j}(t) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, m$$
(2.90)

Galerkin yönteminin uygulanması için ilk iki denklem sırasıyla ϕ_k ve ψ_k ile çarpılır ve $0-L$ arasında integre edilir (Denklem 2.91-2.92). İfadeleri basitleştirmek için toplam işaretleri kaldırılmıştır.

$$\rho A \int_0^L \phi_i(x) \ddot{T}_i(t) \phi_k(x) dx + \kappa AG \int_0^L [\psi_i'(x) R_i(t) \phi_k(x) - \phi_i''(x) T_i(t) \phi_k(x)] dx + F_1(t) = \int_0^L P \delta(x - vt) \phi_k(x) dx$$
(2.91)

$$\begin{aligned} & \rho I \int_0^L \psi_i(x) \ddot{R}_i(t) \psi_k(x) dx - EI \int_0^L \psi_i''(x) R_i(t) \psi_k(x) dx \\ & + \kappa AG \int_0^L [\psi_i(x) R_i(t) \psi_k(x) - \phi_i'(t) \psi_k(x)] dx = 0 \end{aligned} \quad (2.92)$$

Diğer denklemde bir değişiklik olmayacaktır (Denklem 2.93).

$$m_{bj} \ddot{w}_{bj}(t) + k_2 w_{bj}(t) + c_2 \dot{w}_{bj}(t) + F_{2j}(t) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2.93)$$

Denklem 2.91-2.93'teki F_1 ve F_{2j} kuvvetlerinin açık hali aşağıda verilmiştir (Denklem 2.94-2.95).

$$\begin{aligned} F_1(t) = & \sum_{j=1}^m k_1 \left(\sum_{i=1}^n T_i(t) \int_{b+(a+b)(j-1)}^{j(a+b)} \phi_i(x) \phi_k(x) \lambda_j dx - w_{bj}(t) \int_{b+(a+b)(j-1)}^{j(a+b)} \phi_k(x) \lambda_j dx \right) + \\ & + \sum_{j=1}^m c_1 \left(\sum_{i=1}^n \dot{T}_i(t) \int_{b+(a+b)(j-1)}^{j(a+b)} \phi_i(x) \phi_k(x) \lambda_j dx - \dot{w}_{bj}(t) \int_{b+(a+b)(j-1)}^{j(a+b)} \phi_k(x) \lambda_j dx \right) \end{aligned} \quad (2.94)$$

$$\begin{aligned} F_{2j}(t) = & k_1 \left(\int_{b+(a+b)(j-1)}^{j(a+b)} w_{bj}(t) dx - \sum_{i=1}^n T_i(t) \int_{b+(a+b)(j-1)}^{j(a+b)} \phi_i(x) \lambda_j dx \right) \\ & + c_1 \left(\int_{b+(a+b)(j-1)}^{j(a+b)} \dot{w}_{bj}(t) dx - \sum_{i=1}^n \dot{T}_i(t) \int_{b+(a+b)(j-1)}^{j(a+b)} \phi_i(x) \lambda_j dx \right) \end{aligned} \quad (2.95)$$

Buradaki kuvvet ifadelerinde yer alan integral sonuçları Γ katsayısı ile temsil edilmesiyle daha sade bir hal alabilir (Denklem 2.96).

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \int_{b+(a+b)(j-1)}^{j(a+b)} \phi_i(x) \phi_k(x) \lambda_j dx \\ \Gamma_2 &= \int_{b+(a+b)(j-1)}^{j(a+b)} \phi_k(x) \lambda_j dx \end{aligned} \quad (2.96)$$

Denklem 2.91-2.92'deki integral sonuçları aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}
\int_0^L \phi_i(x) \phi_k(x) dx &= \frac{L}{2} & \int_0^L \psi'_i(x) \phi_k(x) dx &= -\frac{k\pi}{L} \\
\int_0^L \phi''_i(x) \phi_k(x) dx &= -\left(\frac{k\pi}{L}\right)^2 & \int_0^L \psi_i(x) \psi_k(x) dx &= \frac{L}{2} \\
\int_0^L \phi'_i(x) \psi_k(x) dx &= -\frac{k\pi}{L} & \int_0^L \psi''_i(x) \psi_k(x) dx &= -\left(\frac{k\pi}{L}\right)^2 \\
\int_0^L \delta(x - vt) \phi_k(x) dx &= \phi_k(vt)
\end{aligned} \tag{2.97}$$

İntegral sonucunda bulunan katsayılar yerlerine koyulursa Denklem 2.98 elde edilir.

$$\begin{aligned}
\frac{\rho AL}{2} \ddot{T}_k(t) + \frac{\kappa AGL}{2} \left[\left(\frac{k\pi}{L} \right)^2 T_k(t) - \frac{k\pi}{L} R_k(t) \right] + F_{Ak}(t) &= P \phi_k(vt) \\
\frac{\rho IL}{2} \ddot{R}_k(t) + \frac{EIL}{2} \left(\frac{k\pi}{L} \right)^2 R_k(t) + \frac{\kappa AGL}{2} \left[R_k(t) - \frac{k\pi}{L} T_k(t) \right] &= 0 \\
m_{bj} \ddot{w}_{bj}(t) + k_2 w_{bj}(t) + c_2 \dot{w}_{bj}(t) + F_{Bj}(t) &= 0
\end{aligned} \tag{2.98}$$

Yukarıdaki denklemler düzenlenirse;

$$\begin{aligned}
\rho A \ddot{T}_k(t) + \kappa A G \left[\left(\frac{k\pi}{L} \right)^2 T_k(t) - \frac{k\pi}{L} R_k(t) \right] \\
+ F_{Ak}(t) &= \frac{2P}{L} \sin\left(\frac{k\pi vt}{L}\right) \quad k = 1, 2, \dots, n \\
\rho I \ddot{R}_k(t) + EI \left(\frac{k\pi}{L} \right)^2 R_k(t) + \kappa A G \left[R_k(t) - \frac{k\pi}{L} T_k(t) \right] &= 0 \quad k = 1, 2, \dots, n \\
m_{bj} \ddot{w}_{bj}(t) + k_2 w_{bj}(t) + c_2 \dot{w}_{bj}(t) + F_{Bj}(t) &= 0 \quad j = 1, 2, \dots, m
\end{aligned} \tag{2.99}$$

elde edilir. $2n + m$ adet ADD takımı iki elastik katmanlı demiryolu üstyapısını temsil etmektedir. F_{Ak} ve F_{Bj} kuvvetleri ray pedi-ray ve ray-ray pedi kuvvetleri olup Denklem 2.100 ve 2.101'de verilmiştir.

$$\begin{aligned}
F_{Ak}(t) &= \frac{2}{L} \sum_{j=1}^m \left\{ k_1 \sum_{i=1}^n \Gamma_1(i, j, k) q_i(t) - \Gamma_2(j, k) w_{bj}(t) \right. \\
&\quad \left. + c_1 \sum_{i=1}^n \Gamma_1(i, j, k) \dot{q}_i(t) - \Gamma_2(j, k) \dot{w}_{bj}(t) \right\}
\end{aligned} \tag{2.100}$$

$$F_{Bj} = k_1 \left(w_{bj}(t) a - \sum_{m=1}^n \Gamma_2(j, m) q_m(t) \right) + c_1 \left(\dot{w}_{bj}(t) a - \sum_{m=1}^n \Gamma_2(j, m) \dot{q}_m(t) \right) \tag{2.101}$$

Ek olarak Γ_1 ve Γ_2 fonksiyonları mesnet sayısına ve terim sayısına bağlı olan fonksiyonlar olarak ifade edilir (Denklem 2.102-2.103).

$$\Gamma_1(i, j, k) = \begin{cases} \frac{1}{\pi(k^2 - i^2)} \begin{bmatrix} iL \cos\left(\frac{(a+b)ij\pi}{L}\right) \sin\left(\frac{(a+b)jk\pi}{L}\right) \\ + iL \cos\left(\frac{(a-(a+b)j)i\pi}{L}\right) \sin\left(\frac{(a-(a+b)j)k\pi}{L}\right) \\ - kL \cos\left(\frac{(a+b)jk\pi}{L}\right) \sin\left(\frac{(a+b)ij\pi}{L}\right) \\ - kL \cos\left(\frac{(a-(a+b)j)k\pi}{L}\right) \sin\left(\frac{(a-(a+b)j)i\pi}{L}\right) \end{bmatrix} & \text{eğer } i \neq k \\ \frac{a}{2} - \frac{L}{i\pi} \left[\cos\left(\frac{(a-(a+b)j)i\pi}{L}\right) - \cos\left(\frac{(a+b)ij\pi}{L}\right) \right] & \text{eğer } i = k \end{cases} \quad (2.102)$$

$$\Gamma_2(i, j) = \frac{L}{i\pi} \left[\cos\left(\frac{(a-(a+b)j)i\pi}{L}\right) - \cos\left(\frac{(a+b)ij\pi}{L}\right) \right] \quad (2.103)$$

Sistem denklemlerinin başlangıç şartları aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\left. \begin{array}{l} T_k(t) = 0 \quad \text{ve} \quad \dot{T}_k(t) = 0 \\ R_k(t) = 0 \quad \text{ve} \quad \dot{R}_k(t) = 0 \end{array} \right\} \quad k = 1, \dots, n \quad (2.104)$$

3

VİSKOELASTİK MALZEMELER

Bu bölümde viskoelastik malzemeler hakkında bilgiler verildikten sonra bunların zaman ve frekans uzayındaki modelleme çeşitleri anlatılacaktır. Klasik doğrusal viskoelastik malzemelerin zaman uzayındaki analitik ve sayısal cevapları karşılaştırıldıktan sonra daha karmaşık olan kesirli türevli modeller hakkında da bilgiler verilecektir. Son alt bölümde ise demiryolunda kullanılan bazı elastomer esaslı pedlerin testlerinin yapılması, model parametrelerinin belirlenmesi ve farklı sıcaklıklardaki ana eğrilerin çıkarılması gösterilmiştir.

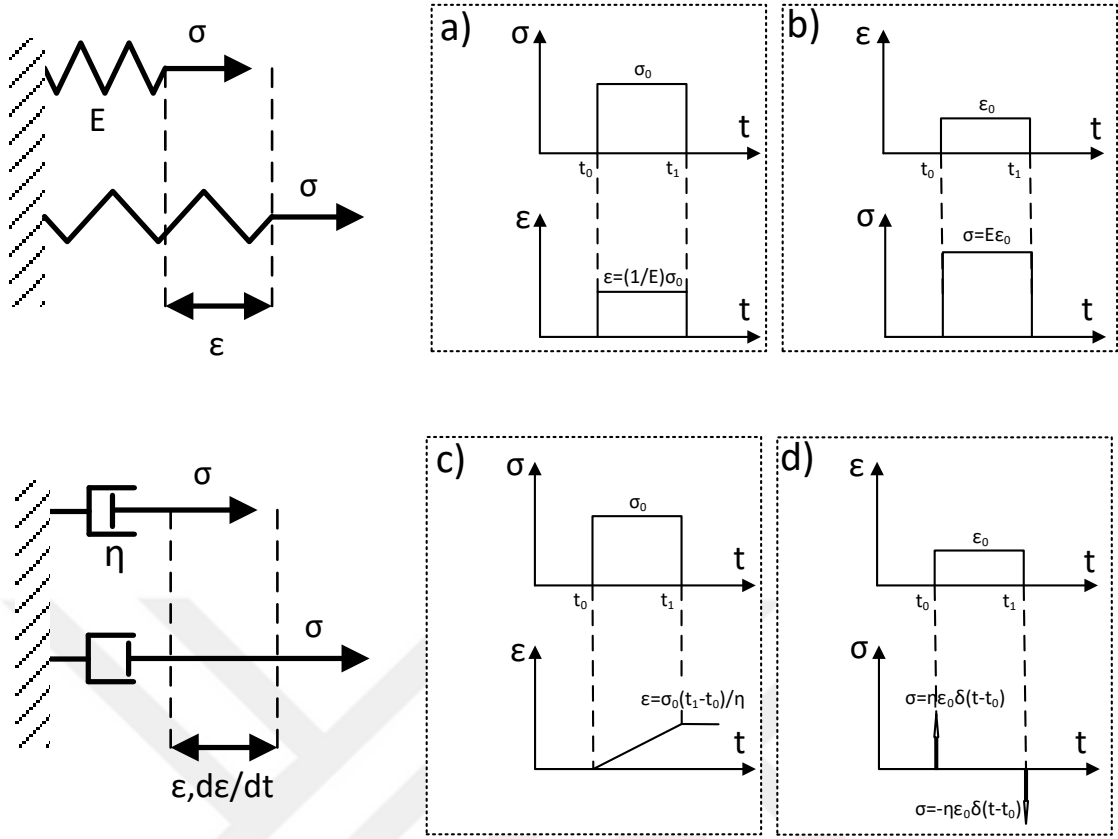
Viskoelastik malzemelerin fiziksel modellerinde yay ve damper elemanları kullanılır. Yay elemanı depolanan enerjiyi temsil ederken damper elemanı ise kaybolan veya sönmölenen enerjiyi temsil etmektedir. Yayın ürettiğı kuvvet yer değıştirmeye bağılı iken damperin ürettiğı kuvvet hıza bağılıdır yani dinamiktir. Yaya kuvvet uygulanıp serbest bırakıldığında elastik bir davranış sergiler ve eski haline geri dönerken, damper sadece uzar ve eski haline geri dönemez. Şekil 3.1’de yay ve damper elemanlarının kuvvet altındaki fiziksel değışimleri gösterilmiştir [62–66]. σ uygulanan kuvvetin, kuvvetin etkidiğı alana bölünmesiyle bulunur ki buna gerilme denir. ε uzama miktarının ilk boya bölünmesiyle elde edilir ki buna da gerinim denir.

Adım fonksiyonu diye isimlendirilen “HeavisideTheta” nın girişı sıfıra eşit veya sıfırdan büyükse sonucu birdir; değilse sıfırdır (Denklem 3.1). “DiracDelta” fonksiyonunun girişı sıfır ise birdir; değilse sıfırdır ve “HeavisideTheta” nın türevidir (Denklem 3.2).

$$H(x) = \begin{cases} 0, & \text{eğer } x < 0 \\ 1, & \text{eğer } x \geq 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\delta(x - x_a) = \begin{cases} 0, & \text{eğer } x \neq x_a \\ 1, & \text{eğer } x = x_a \end{cases} \quad (3.2)$$

Viskoelastik malzeme davranışları iki şekilde belirlenir. Birincisi, sürünme (creep)



Şekil 3.1 Yay ve damper elemanlarının özellikleri

testi, ikincisi gerilme gevşemesi (stress relaxation) testidir. Sürünme testinde, malzeme sabit bir kuvvet altında bir süre tutulur ve bırakılır (Şekil 3.1 a) ve c). Denklem 3.3 yay elemanının, Denklem 3.4 damper elemanının sürünme cevabını vermektedir. Damper elemanı gerinim hızına bağlı olarak çalıştığından damper denklemini integre edilmelidir.

$$\epsilon_{yay}(t) = (\sigma_0/E)[H(t - t_0) - H(t - t_1)] \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\epsilon_{damper}(t) &= (1/\eta)\frac{d}{dt}\sigma_0[H(t - t_0) - H(t - t_1)] \\ \dot{\epsilon}_{damper}(t) &= (\sigma_0/\eta)[\delta(t - t_0) - \delta(t - t_1)] \\ \epsilon_{damper}(t) &= (\sigma_0/\eta)[t - t_0] \end{aligned} \quad (3.4)$$

Gerilme gevşemesi testinde malzeme uzatılır, belirli bir süre beklenir ve bırakılır (Şekil 3.1 b) ve d). Denklem 3.5 yay elemanının, Denklem 3.6 ise damper elemanının gerilme gevşemesi cevabını vermektedir. Sürünme cevabında olduğu gibi damper

elemanının gerilme gevşemesi cevabı için de elde edilen denklem integre edilmelidir.

$$\sigma_{yay} = E\varepsilon_0 [H(t - t_0) - H(t - t_1)] \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\sigma_{damper}(t) &= \eta \frac{d}{dt}\varepsilon_0 [H(t - t_0) - H(t - t_1)] \\ \dot{\sigma}_{damper}(t) &= \eta\varepsilon_0 [\delta(t - t_0) - \delta(t - t_1)] \\ \sigma_{damper}(t) &= \eta\varepsilon_0 [t - t_0] \end{aligned} \quad (3.6)$$

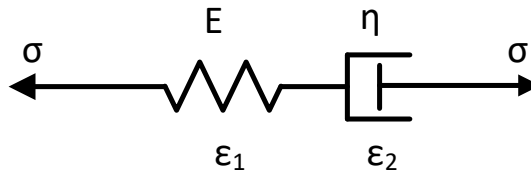
Yay bütün testlerde eski haline geri dönerken, damper sürünme testinden sonra eski haline geri dönmez ve kuvvetin kaldırıldığı andaki boyuyla kalır. Çünkü yay üzerine etkiyen kuvvetin enerjisini depolamış ve enerjisini kayıpsız geri vermiştir. Fakat damper, kuvvetin verdiği enerjiyi sönümlediğinden üzerindeki kuvvet kaldırıldıktan sonra eski haline dönememiştir.

Yay ve damper elemanları farklı şekillerde birbirine bağlanarak istenilen davranışı temsil etmesi sağlanır. En basit eleman olarak yay ve damper elemanı seri olarak bağlanırsa Maxwell modeli, paralel bağlanırsa Kelvin-Voigt modeli oluşturulmuş olur. Maxwell modeli akışkanlar için Kelvin-Voigt modeli katılar için uygundur. Çünkü her malzemenin dinamik cevabı sadece üzerine uygulanan kuvvete bağlı değildir. Sıcaklık, frekans, yaşlanma ve ön-yükleme gibi koşullara bağlı olarak da malzemeler farklı davranışlar sergilemektedirler. Sonraki bölümde farklı malzeme modellerine ait zaman cevapları incelenecektir.

3.1 Viskoelastik Malzemelerin Zaman Uzayında İncelenmesi

3.1.1 Maxwell Modeli

Şekil 3.2'de gösterilen Maxwell modeline kuvvet uygulandığında oluşan toplam gerinim yay ve damper elemanlarında oluşan gerinimlerin toplamına eşittir (Denklemler 3.7). Ancak, damperin tepki kuvveti zamanın türevine bağlı olduğundan oluşan bütün kuvvetler direkt olarak toplanamayacaktır. Yaydaki kuvvetin türevi ile damperdeki kuvvetin toplamı, toplam tepki kuvvetine eşittir (Denklemler 3.8).



Şekil 3.2 Maxwell modeli gösterimi

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E}, \dot{\varepsilon}_2 = \frac{\dot{\sigma}_2}{\eta}, \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2, \sigma = \sigma_1 = \sigma_2 \quad (3.7)$$

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\sigma}/E + \dot{\sigma}/\eta \quad (3.8)$$

Oluşan diferansiyel denklem gerilme gevşemesi ve sürünme davranışlarını modellemek için yeterlidir. Diferansiyel denklem gerinime (ε) göre çözdürülürse sürünme davranışı, gerilmeye (σ) göre çözülürse gerilme gevşemesi davranışı matematiksel olarak elde edilir [63, 65].

Sürünme, zaman alanında matematiksel olarak modellenmek istenirse gerilme adım girişi olarak uygulanır (Denklem 3.9). Öncelikle Denklem 3.8'e Laplace ve ters Laplace dönüşümleri uygulanırsa Denklem 3.10 elde edilir. Maxwell modelinin sürünme cevabı Şekil 3.3 a)' da gösterilmiştir.

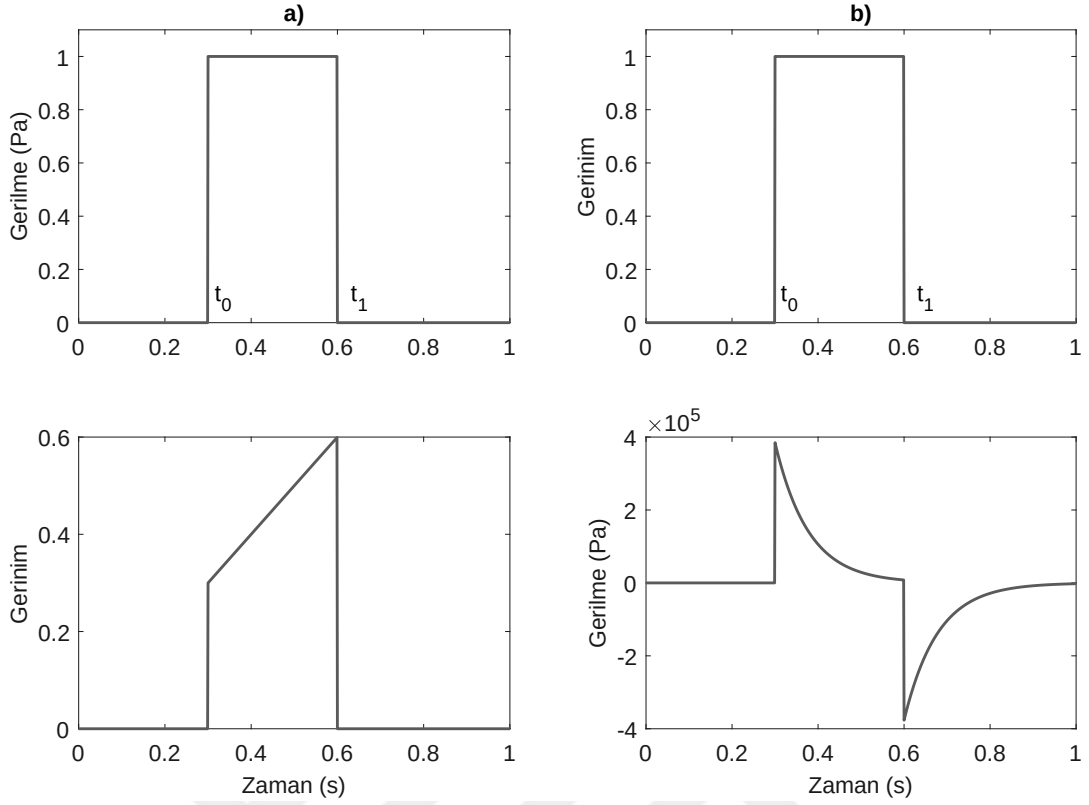
$$\begin{aligned} \sigma(t) &= \sigma_0 [H(t-t_0) - H(t-t_1)] \\ \dot{\sigma}(t) &= \sigma_0 [\delta(t-t_0) - \delta(t-t_1)] \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \left\{ \dot{\varepsilon} = \frac{\sigma_0}{E} [H(t-t_0) - H(t-t_1)] + \frac{\sigma_0}{\eta} [\delta(t-t_0) - \delta(t-t_1)] \right\} \\ \mathcal{L}^{-1} \left\{ \bar{\varepsilon}s = \frac{\bar{\sigma}_0}{E} [e^{-t_0s} - e^{-t_1s}] + \frac{\bar{\sigma}_0}{\eta s} [e^{-t_0s} - e^{-t_1s}] \right\} \\ \varepsilon(t) = \left[\frac{1}{E} + \frac{t-t_0}{\eta} \right] \sigma_0 H(t-t_0) - \left[\frac{1}{E} + \frac{t-t_1}{\eta} \right] \sigma_0 H(t-t_1) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Gerilme gevşemesini bulmak için gerinim adım cevabı uygulanır. Adım fonksiyonunun türevi darbe fonksiyonudur (Denklem 3.11). Benzer adımlar Denklem 3.8'e uygulanırsa Denklem 3.12 elde edilir. Maxwell elemanının gerilme gevşeme cevabı Şekil 3.3 b) 'de gösterilmiştir. Sürünme cevabının aksine, analiz yeteri kadar uzun tutulursa gerilme sıfır olacaktır. Kısacası sürünme ve gerilme gevşemesi cevaplarının (Denklem 3.10-3.12) limit değerleri zaman sonsuza giderken hesaplanabilir.

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= \varepsilon_0 [H(t-t_0) - H(t-t_1)] \\ \dot{\varepsilon}(t) &= \varepsilon_0 [\delta(t-t_0) - \delta(t-t_1)] \end{aligned} \quad (3.11)$$

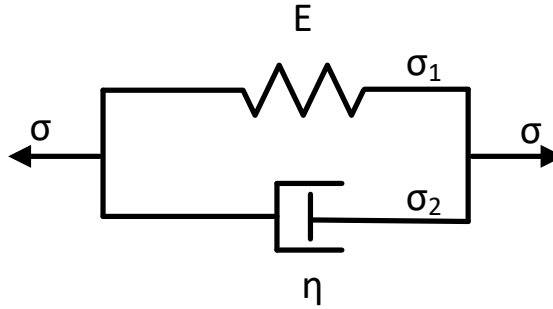
$$\begin{aligned} \mathcal{L} \left\{ \varepsilon_0 [\delta(t-t_0) - \delta(t-t_1)] = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta} \right\} \\ \mathcal{L}^{-1} \left\{ \varepsilon_0 [e^{-t_0s} - e^{-t_1s}] = \frac{\bar{\sigma}s}{E} + \frac{\bar{\sigma}}{\eta} \right\} \\ \sigma(t) = Ee^{-\frac{t-t_0}{\tau}} \varepsilon_0 H(t-t_0) - Ee^{-\frac{t-t_1}{\tau}} \varepsilon_0 H(t-t_1), \tau = \eta/E \end{aligned} \quad (3.12)$$



Şekil 3.3 Maxwell modeli cevapları

3.1.2 Kelvin-Voigt Modeli

Şekil 3.4'te gösterilen Kelvin-Voigt modelinde daha önce belirtildiği gibi yay ve damper elemanı birbirine paralel olarak bağlanır. Dolayısıyla sabit gerilme altında gerinimleri aynı olacaktır (Denklem 3.13) [63, 65].



Şekil 3.4 Kelvin-Voigt modeli gösterimi

$$\sigma_1 = E\varepsilon_1, \sigma_2 = \eta\dot{\varepsilon}_2, \varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2, \sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \quad (3.13)$$

$$\sigma = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon} \quad (3.14)$$

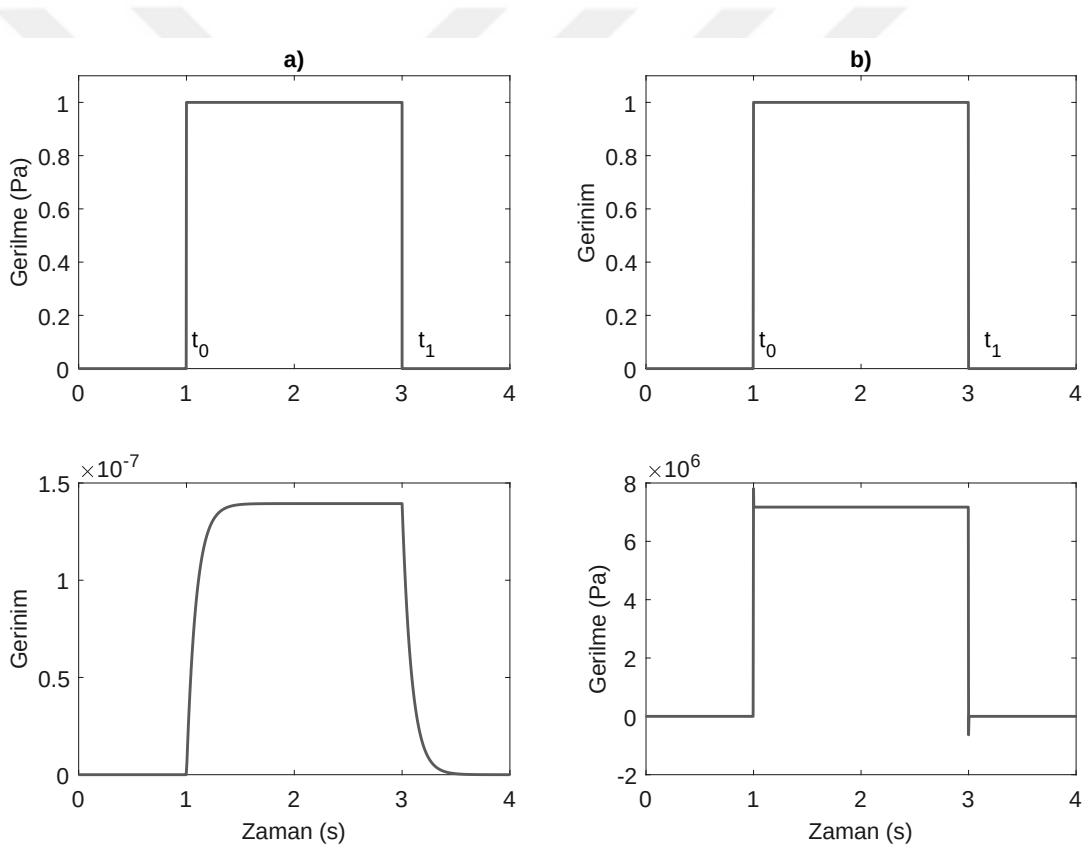
Ortaya çıkan diferansiyel denklemin (Denklem 3.14) sürünme cevabı, gerilme adım

girişi uygulanarak elde edilir (Denklem 3.15). Şekil 3.5a)'da verilen sürünme cevabında artık gerinim oluşmamıştır. Çünkü yay dampere paralel bağlanmış ve yay ilk haline geri dönerken damperi de ilk haline geri getirmiştir.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E}(1 - e^{-\frac{t-t_0}{\tau}})H(t-t_0) - \frac{\sigma_0}{E}(1 - e^{-\frac{t-t_1}{\tau}})H(t-t_1), \quad \tau = \eta/E \quad (3.15)$$

Gerilme gevşemesi davranışı, malzeme sabit gerinim (ε) altında tutulacağından ve gerinimin türevi sıfır olacağından Denklem 3.16 elde edilir. Şekil 3.5 b)'de verilen gerilme gevşemesi cevabında artık gerilme oluşmayacaktır.

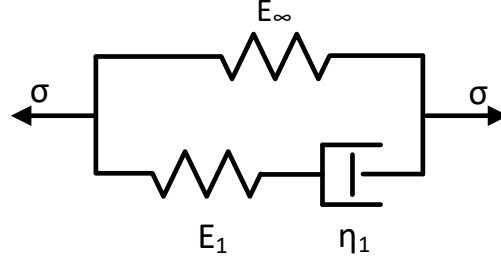
$$\sigma(t) = \varepsilon_0[EH(t-t_0) + \eta\delta(t-t_0)] - \varepsilon_0[EH(t-t_1) + \eta\delta(t-t_1)] \quad (3.16)$$



Şekil 3.5 Kelvin-Voigt modeli cevapları

3.1.3 Zener veya Standart Lineer Katı Modeli

Şekil 3.6'da gösterilen Zener modeli, Maxwell modeline paralel olarak bir yay eklenmesiyle oluşturulur [63, 65]. Maxwell kolu ile yay eşit gerinime sahip olacaklar ve kollardaki gerilmeler toplanarak toplam gerilme elde edilir. Yay kolundaki gerilme



Şekil 3.6 Zener modeli gösterimi

yazılır (Denklem 3.17).

$$\varepsilon = \varepsilon_0 = \varepsilon_1, \sigma = \sigma_0 + \sigma_1, \sigma_0 = E_\infty \varepsilon_0 \quad (3.17)$$

Ancak Maxwell kolundaki gerilme ve gerinim denklemleri aşağıdaki gibi olacaktır (Denklem 3.18-3.19).

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{12}, \sigma_1 = \sigma_{11} + \sigma_{12} \quad (3.18)$$

$$\sigma_{11} = E_1 \varepsilon_{11}, \sigma_{12} = \eta_1 \dot{\varepsilon}_{12}, \dot{\varepsilon}_1 = \frac{\dot{\sigma}_1}{E_1} + \frac{\sigma_1}{\eta_1} \quad (3.19)$$

Bu noktada, Maxwell kolundaki gerilme bulunamayacaktır ve iki koldaki gerilmelerin toplamı Denklem 3.19'a Laplace dönüşümü uygulanarak Denklem 3.21 elde edilir.

$$\bar{\varepsilon}_1 s = \frac{\bar{\sigma}_1}{E_1} + \frac{\sigma_1}{\eta_1}, \bar{\sigma}_1 = \frac{\bar{\varepsilon}_1 s E_1 \eta_1}{E_1 + \eta_1 s} \quad (3.20)$$

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_1, \bar{\sigma} = E_1 \bar{\varepsilon} + \frac{\bar{\varepsilon}_1 s E_1 \eta_1}{E_1 + \eta_1 s} \quad (3.21)$$

Gerinimler eşit olduğundan gerekli düzenlemeler yapıp Denklem 3.21'e ters Laplace dönüşümü uygulanırsa Denklem 3.22 bulunur ve düzenlenirse Denklem 3.23 elde edilir.

$$E_1 \sigma + \eta_1 \dot{\sigma} = E_\infty E_1 \varepsilon + \eta_1 (E_\infty + E_1) \dot{\varepsilon} \quad (3.22)$$

$$p_0 \sigma + p_1 \dot{\sigma} = q_0 \varepsilon + q_1 \dot{\varepsilon} \quad (3.23)$$

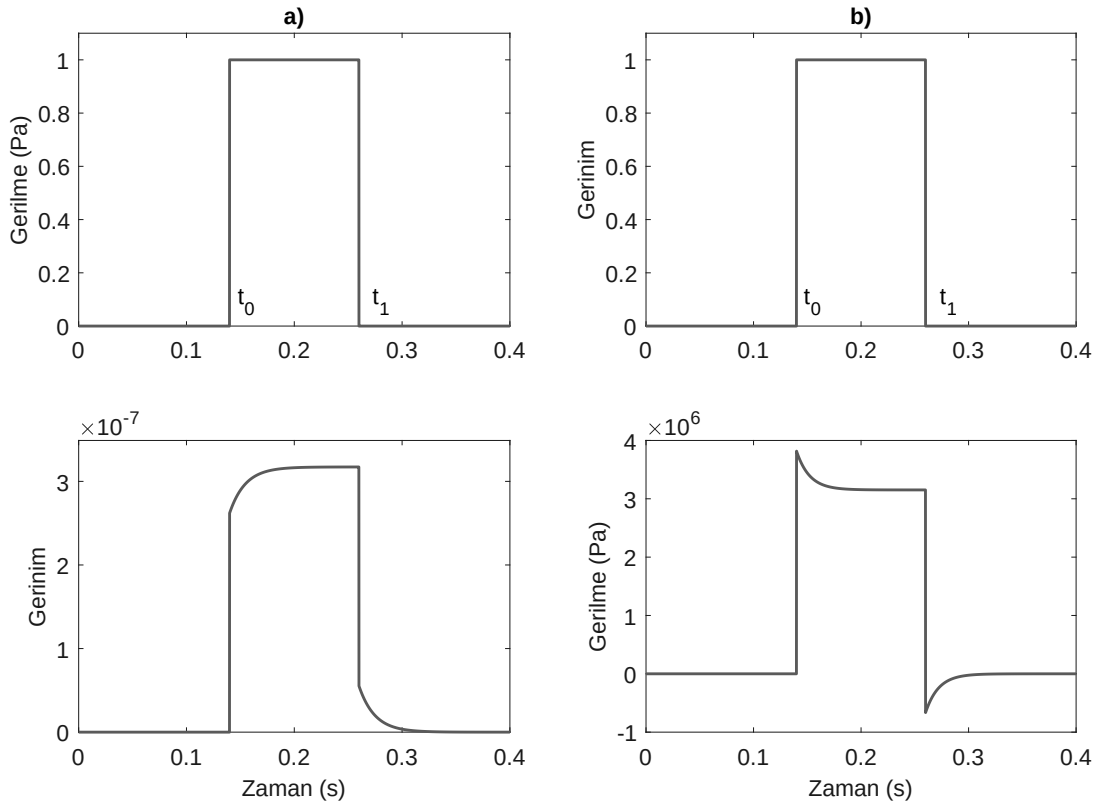
Zener modelinin sürünme ve gerilme gevşemesi cevapları için yine Laplace dönüşümünden faydalanılır. Denklem 3.9'daki gibi adım girişi uygulanırsa Denklem 3.24 sağlanır. Denklem 3.25'e ters Laplace dönüşümü uygulanırsa, Zener modelinin sürünme cevabı Denklem 3.26 olacaktır. Aynı şekilde Denklem 3.23 gerilme gevşemesi

cevabı için çözdürülürse, Denklem 3.27 elde edilir. Zener modelinin sürünme ve gerilme gevşemesi cevapları sırasıyla Şekil 3.7 a) ve b)'de gösterilmiştir.

$$p_0\sigma_0[H(t-t_0)-H(t-t_1)]+p_1\sigma_0[\delta(t-t_0)-\delta(t-t_1)]=q_0\varepsilon+q_1\dot{\varepsilon} \quad (3.24)$$

$$p_0\sigma_0\frac{1}{s}[e^{-t_0s}-e^{-t_1s}]+p_1\sigma_0[e^{-t_0s}-e^{-t_1s}]=q_0\bar{\varepsilon}+q_1\bar{\varepsilon}s \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) = & \left\{ \frac{p_0}{q_0}(1-e^{-\frac{q_0}{p_1}(t-t_0)}) + \frac{p_1}{q_1}(1-e^{-\frac{q_0}{q_1}(t-t_0)}) \right\} \sigma_0 H(t-t_0) \\ & - \left\{ \frac{p_0}{q_0}(1-e^{-\frac{q_0}{p_1}(t-t_1)}) + \frac{p_1}{q_1}(1-e^{-\frac{q_0}{q_1}(t-t_1)}) \right\} \sigma_0 H(t-t_1) \end{aligned} \quad (3.26)$$



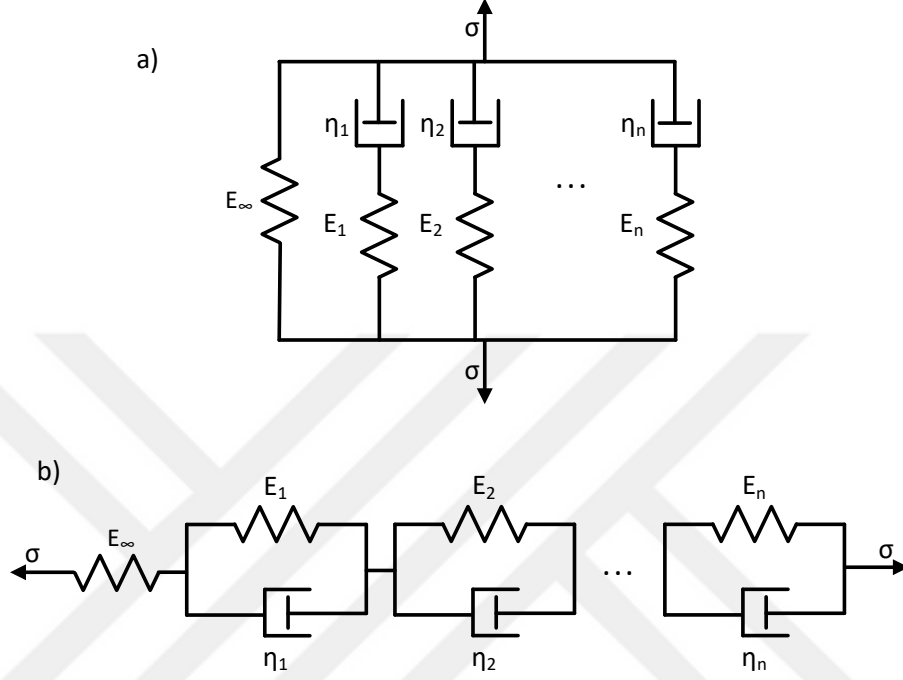
Şekil 3.7 Zener modeli zaman cevapları

$$\begin{aligned} \sigma(t) = & \left\{ \frac{q_0}{p_0}(1-e^{-\frac{p_0}{p_1}(t-t_0)}) + \frac{q_1}{p_1}(1-e^{-\frac{p_0}{p_1}(t-t_0)}) \right\} \varepsilon_0 H(t-t_0) \\ & - \left\{ \frac{q_0}{p_0}(1-e^{-\frac{p_0}{p_1}(t-t_1)}) + \frac{q_1}{p_1}(1-e^{-\frac{p_0}{p_1}(t-t_1)}) \right\} \varepsilon_0 H(t-t_1) \end{aligned} \quad (3.27)$$

3.1.4 Daha Fazla Elemanlı Modeller

Daha fazla elemanlı modeller farklı kombinasyonlarda oluşturulabilir. Bu kombinasyonlarda dikkat edilmesi gereken husus elemanların birbirine seri veya

bağlı paralel bağlanmasıdır. Seri bağlantılarda gerilmeler birbirine eşitken, paralel bağlantılarda ise gerinimler birbirine eşittir. Çok elemanlı modeller iki alt gruba ayrılır. Birincisi, birbirine paralel bağlı çok sayıda Maxwell elemanıdır ki buna Prony serisi veya Genelleştirilmiş Maxwell Modeli de denilir. İkincisi, birbirine bağlı çok sayıda Kelvin-Voigt elemanıdır ki buna Genelleştirilmiş Kelvin Zinciri denilir [62–66].



Şekil 3.8 a) Genelleştirilmiş Maxwell modeli b) Genelleştirilmiş Kelvin modeli

Genelleştirilmiş formların lineer diferansiyel denklem ifadesi aşağıda verilmiştir (Denklem 3.28).

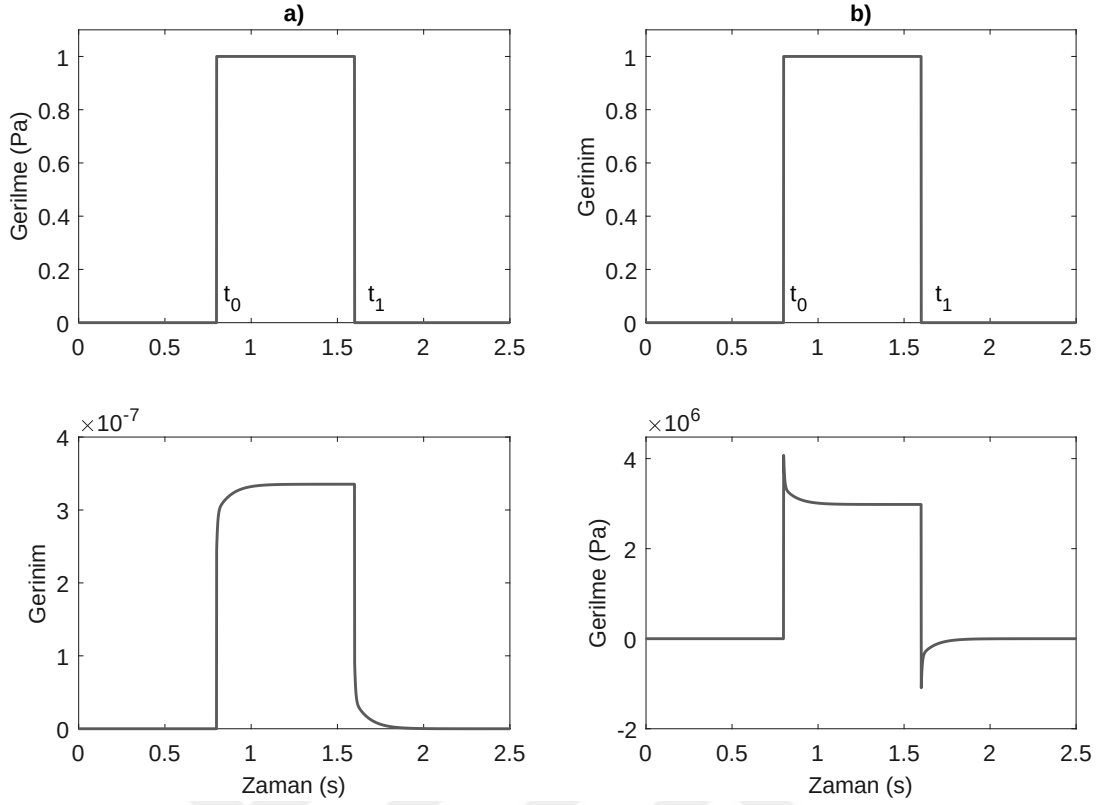
$$p_0\sigma + p_1\dot{\sigma} + p_2\ddot{\sigma} + \dots = q_0\varepsilon + q_1\dot{\varepsilon} + q_2\ddot{\varepsilon} + \dots \quad (3.28)$$

Bu genel form kısaltılırsa Denklem 3.29 elde edilir. P ve Q diferansiyel operatörlerdir.

$$P\sigma = Q\varepsilon \quad (3.29)$$

$$P = \sum_{i=0}^n p_i \frac{\partial^i}{\partial t^i}, \quad Q = \sum_{i=0}^n q_i \frac{\partial^i}{\partial t^i} \quad (3.30)$$

Denklem 3.30'da $n = 2$ olursa iki adet Maxwell kolu ve bir adet yay kolu şeklinde model ortaya çıkacaktır. Sürünme ve gerilme gevşemesi için analitik cevaplar uzun ve karmaşık olacaktır. Maxwell modelinde ve Zener modelindeki gerilme



Şekil 3.9 2 Maxwell kolu için zaman cevapları

gevşemesi cevapları (Denklem 3.12 ve Denklem 3.27) incelenirse bir benzerlik olduğu gözükcektir. Ayrıca her bir koldaki gerilmelerin toplamı, toplam gerilme gevşemesi cevabını vermesi bir kolaylık olacaktır. $E_d(t)$ modelin zamana bağlı dinamik elastisite modülünü ifade ederken, Denklem 3.31 modelin gerilme gevşemesi cevabını ifade etmektedir (Şekil 3.9 a)). Çeşitli ticari sonlu elemanlar programlarına viskoelastik malzeme özellikleri girilirken kullanılarak dinamik kayma modülü ($G(t)$) elde edilmesi gerekmektedir. Benzer şekilde $J(t)$ de kullanılabilir. Denklem 3.32 ise modelin sürünme cevabını ifade etmektedir (Şekil 3.9 b)), “creep compliance” olarak ifade edilir ve zamana bağlı sürünme dinamik elastisite modülünü göstermektedir. Dolayısıyla $M(t).J(t) = 1$ ’dir.

$$\sigma(t) = E_d(t)\varepsilon(t)$$

$$E_d(t) = E_\infty + \sum_{i=1}^2 E_i e^{-t/\tau_i}, \quad \tau_i = \eta_i/E_i \quad (3.31)$$

$$\varepsilon(t) = J(t)\sigma(t), \quad J(t) = 1/E_d(t) \quad (3.32)$$

3.2 Viskoelastik Malzemelerin Frekans Uzayında İncelenmesi

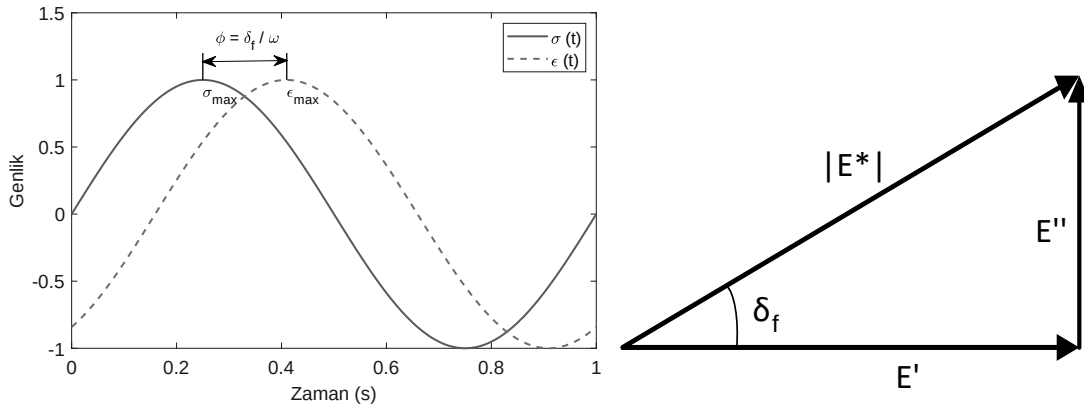
Viskoelastik malzemelerin frekansa bağlı özelliklerini belirlemek için sabit frekansta sinusoidal olarak değişen gerilme veya gerinim verilir ve malzemenin cevabı ölçülür. Lineer malzemelerle çalışıldığında bütün giriş ve çıkış sinyalleri sinusoidal olacaktır. Böylece, malzeme özellikleri giriş ve çıkış sinyalleri değerlendirilerek belirlenebilir. Yapılan bu işlemlere Dinamik Mekanik Analiz (DMA) adı verilmektedir.

Viskoelastik malzemelerde sönüm özelliğine bağlı olarak gerilme (σ) ile gerinim (ϵ) arasında faz farkı (ϕ) oluşacaktır (Şekil 10.a)). Faz farkı, kayıp faktörünün (δ_f) tahrik frekansına (ω) bölünmesiyle elde edilir. Tamamen viskoz bir akışkanda gerilmeyle gerinim arasındaki faz farkı 90° iken, tamamen elastik bir malzemede faz farkı oluşmayacaktır. Sinusoidal gerilme uygulanan viskoelastik malzemede gerinim ile gerilme arasındaki ilişki Denklem 3.33'teki gibi yazılabilir. Gerilme ile kuvvet (F) arasında kuvvet uygulanan yüzey alanına bağlı olarak ($\sigma = F/\text{alan}$) gibi bir eşitlik yazılabilir.

$$\sigma(t) = \sigma_0 \sin(\omega t + \delta_f) = \sigma_0 \sin(\omega t) \cos(\delta_f) + \sigma_0 \cos(\omega t) \sin(\delta_f) \quad (3.33)$$

$$\epsilon(t) = \epsilon_0 \sin(\omega t) \quad (3.34)$$

σ_0 gerilme genliğini, ω frekansı, t zamanı, ϵ_0 gerinim genliğini ve δ_f ise faz farkını temsil etmektedir. Gerilme ifadesi olan Denklem 3.33 düzenlenirse;



Şekil 3.10 a)Faz farkı oluşumu b)Frekansa bağlı özelliklerin arasındaki ilişki [65]

$$\sigma(t) = \epsilon_0 \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} \cos(\delta_f) \sin(\omega t) + \epsilon_0 \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} \sin(\delta_f) \cos(\omega t) \quad (3.35)$$

$$\sigma(t) = \epsilon_0 E' \sin(\omega t) + \epsilon_0 E'' \cos(\omega t) \quad (3.36)$$

$$E' = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \cos(\delta_f) \quad (3.37)$$

$$E'' = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \sin(\delta_f) \quad (3.38)$$

$$\tan(\delta_f) = \frac{E''}{E'} \quad (3.39)$$

denklemleri elde edilir. E' elastik enerjiyle ilişkili olan depolama modülünü (Denklem 3.37), E'' ise sürtünmeden kaynaklı ve malzeme içi kayıpları ile ilişkili olan kayıp modülünü temsil etmektedir (Denklem 3.38). Depolama modülü karmaşık dinamik modülünün gerçek kısmını, kayıp modülü ise karmaşık dinamik modülünün sanal kısmını oluşturur. Dolayısıyla, karmaşık dinamik modül aşağıdaki gibi verilir (Denklem 3.40). Şekil 3.10 b)'de gösterildiği gibi vektörel olarak gerçek ve sanal kısımların toplamı karmaşık dinamik elastisite modülünü vermektedir (Denklem 3.41).

$$E^* = E'(w) + iE''(w) \quad (3.40)$$

$$|E^*| = \sqrt{(E'(w))^2 + (E''(w))^2} \quad (3.41)$$

3.2.1 Dinamik Elastisite Modülünün Deneyle Elde Edilmesi

Daha önce açıklandığı gibi giriş olarak gerinim veya gerilme verilen ve farklı sıcaklıklar altında yapılan deneylerden sonra viskoelastik malzemeden gerekli cevaplar toplanır. Farklı sıcaklık değerleri altında toplanan verilerin tek bir eğri olarak temsil edilmesi ve daha anlamlı hale gelmesi gerekmektedir. Bu sebeple, toplanan veriler için belli fonksiyonlar kullanılarak zaman-sıcaklık süperpozisyon yöntemi uygulanır. Sözü edilen süperpozisyon yöntemine göre yüksek frekanstaki viskoelastik malzeme özellikleri düşük sıcaklıktaki özellikleri ile benzerlik göstermektedir. Aynı şekilde, düşük frekanstaki özellikler ile yüksek sıcaklıktaki özellikler ile benzerdir. Sıcaklık-frekans eşitliği kullanılarak, seçilen merkez bir sıcaklık için geniş frekans aralığında ana eğri (master curve) adı verilen bir eğri tanımlanır. Frekans alanında çizilen bu eğri artık malzemenin bütün frekans aralığındaki özelliklerini vermektedir. Frekans-sıcaklık süperpozisyon yönteminin matematiksel açıklaması Denklem 3.42'de verilmiştir. E^* , T ve ω sırasıyla malzeme fonksiyonu, sıcaklık ve frekans değerlerini göstermektedir.

$$E^*(\omega, T) = E^*(\omega_{in}, T_{ref}), \quad \omega_{in} = \omega/a_T \quad (3.42)$$

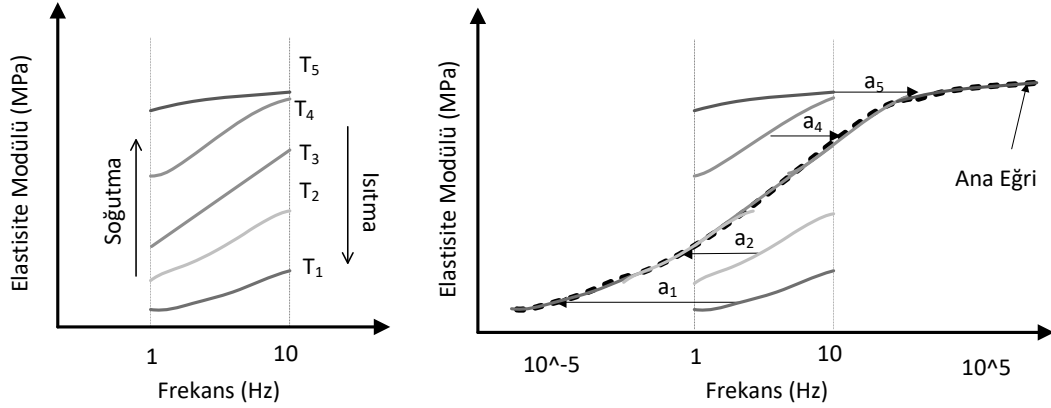
$E^*(\omega, T)$ belli bir sıcaklık ve frekanstaki karmaşık dinamik elastisite modülünü, ω_{in} indirgenmiş frekans değerini vermektedir (a_T lineer frekans değişim faktörüdür). Değişim faktörü çok kullanılan yöntemlerden birisidir ve çeşitli fonksiyonlar kullanılır. Bunlardan bir tanesi Williams-Landel-Ferry (WLF) fonksiyonudur (Denklem 3.43) [65].

$$\log a_T(T) = \frac{C_1(T - T_{ref})}{C_2 + T - T_{ref}} \quad (3.43)$$

C_1 ve C_2 model parametreleri, T sıcaklık, T_{ref} seçilen referans sıcaklık değeridir.

Ölçülen kısıtlı sayıdaki frekansa bağlı dinamik özellikler WLF fonksiyonu kullanılarak oluşturulan ana eğri sayesinde, malzemenin dinamik özelliklerinin daha geniş frekans aralığında incelemesine imkân sağlayacaktır. Eğer malzeme özellikleri sıcaklığa karşı az değişkenlik gösteriyorsa ölçülen eğriler birbirine yakın ve değişim faktörü çok küçük olacaktır. Eğer malzeme özellikleri sıcaklığa karşı aşırı duyarlı ise eğriler arası mesafe fazla ve değişim faktörü çok büyük olacaktır.

Şekil 3.11'de görüldüğü gibi veriler belirli bir frekans aralığında toplanır. Her bir eğri deneyin farklı sıcaklıklarda yapıldığının göstergesidir. En üstteki eğrinin sıcaklığı en düşük olandır. Ardından, WLF fonksiyonu kullanılarak değişim faktörleri hesaplanan eğriler birer birer kaydırılır. Bu işlemlerin sonucunda malzeme modeli parametrelerinin belirlenmesi sağlanacaktır.



Şekil 3.11 Deneyden ana eğriye geçiş

3.2.2 Karmaşık Dinamik Elastisite Modülünün Matematiksel İfadesi

Viskoelastik malzemelerin karmaşık dinamik elastisite modülü, depolama modülü, kayıp modülü gibi özelliklerin frekansa bağlı ve deneysel olarak bulunmasından sonra bu verilerin matematiksel olarak da ifade edilmesi gerekir. Denklem 3.28,

bütün viskoelastik malzemeler için geçerli bir diferansiyel denklemdir. Buradan, yani zaman uzayından, frekans uzayına geçmek için Laplace dönüşümünden faydalanılır. Daha kolay yolu elektrik devrelerinde kullanılan eşdeğer direnç hesaplama yöntemine benzer bir yöntemdir.

Paralel veya seri bağlı elektrik devrelerinde eşdeğer direnç bulunması gibi yay ve damper elemanlarından oluşan viskoelastik malzeme modelinin de karmaşık dinamik elastisite modülü bulunabilir. Daha önce belirtildiği gibi karmaşık modülün (E^*) gerçek kısmı depolama modülünü (E'), sanal kısmı ise kayıp modülünü (E'') göstermektedir.

Bir Maxwell modeli ele alınırsa, yay ve damper birbirine seri bağlı ve eşit gerilme altındadır. Elektrik devre elemanlarında bunun karşılığı paralel devredir ve karmaşık modül Denklem 3.44 3.45'teki gibi bulunabilir.

$$E^*(\omega) = \left(\frac{1}{E} + \frac{1}{i\omega\eta} \right)^{-1} = \frac{E(\omega\eta)^2 + iE^2\omega\eta}{E^2 + (\omega\eta)^2} \quad (3.44)$$

$$E'(\omega) = \frac{E(\omega\eta)^2}{E^2 + (\omega\eta)^2}, \quad E''(\omega) = \frac{E^2\omega\eta}{E^2 + (\omega\eta)^2} \quad (3.45)$$

Bir Kelvin-Voigt modeli ele alınırsa, yay ve damper paralel bağlı ve eşit gerilim altındadır. Elektrik devre elemanlarında bunun karşılığı seri devredir ve karmaşık modül Denklem 3.46'da verilmiştir.

$$E^*(\omega) = E + i\omega\eta, \quad E'(\omega) = E, \quad E''(\omega) = \omega\eta \quad (3.46)$$

Zener modelinin bir kolunda yay diğer kolunda Maxwell modeli bulunmaktadır. Maxwell ile yay paralel bağlıdır. Karmaşık modül ve diğer özellikler Denklem 3.47 3.48'de elde edilmiştir.

$$E^*(\omega) = E_\infty + \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{i\omega\eta_1} \right)^{-1} = E_\infty + \frac{E_1(\omega\eta_1)^2 + iE_1^2\omega\eta_1}{E_1^2 + (\omega\eta_1)^2} \quad (3.47)$$

$$E'(\omega) = E_\infty + \frac{E_1(\omega\eta_1)^2}{E_1^2 + (\omega\eta_1)^2}, \quad E''(\omega) = \frac{E_1^2\omega\eta_1}{E_1^2 + (\omega\eta_1)^2} \quad (3.48)$$

Çok parametrelili modellerden olan Genelleştirilmiş Maxwell modelinde bir kol bir tane yaydan oluşurken diğer kollar Maxwell elemanlarından oluşmaktadır. Zener modeli $n = 1$ alınarak modellenebilir. Denklem 3.49 ve 3.50'de genel formların malzeme

özellikleri verilmiştir.

$$E^*(\omega) = E_\infty + \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{E_j} + \frac{1}{i\omega\eta_j} \right)^{-1} = E_\infty + \sum_{j=1}^n \frac{E_j (\omega\eta_j)^2 + iE_j^2 \omega\eta_j}{E_j^2 + (\omega\eta_j)^2} \quad (3.49)$$

$$E'(\omega) = E_\infty + \sum_{j=1}^n \frac{E_j (\omega\eta_j)^2}{E_j^2 + (\omega\eta_j)^2}, \quad E''(\omega) = \sum_{j=1}^n \frac{E_j^2 \omega\eta_j}{E_j^2 + (\omega\eta_j)^2} \quad (3.50)$$

Karmaşık dinamik elastisite modülü deneydeki sonuçlarla beraber bir eğriye indirgenmiştir. Viskoelastik malzemenin matematiksel modelindeki parametrelerin gerçek değerlerini hesaplamak için optimizasyon çalışması yapılması gerekmektedir. Hataların karelerinin toplamının en azını verecek şekilde, yani en küçük kareler yöntemi ile bir fonksiyon oluşturulabilir (Denklemler 3.51) [65].

$$\min f = \sum_i^N \left\{ \left(E'_{deney,i} - E'_{model,i} \right)^2 + \left(E''_{deney,i} - E''_{model,i} \right)^2 \right\} \quad (3.51)$$

Herhangi bir optimizasyon yazılımı yardımıyla bu fonksiyonun sıfıra yaklaşması sağlanırsa modeldeki bilinmeyen ifadeler ($E_\infty, E_1, \eta_1, \dots$) bulunabilir.

3.3 Viskoelastik Malzeme Modeli Zaman Cevaplarının Nümerik Çözümü

Önceki bölümlerde klasik viskoelastik malzeme modellerinin bilinen fonksiyon girişleri altındaki cevapları verilmişti. Burada bilinen giriş fonksiyonlarının türevleri hesaplanabiliyordu. Ancak, gerçek hayattaki mühendislik uygulamalarında giriş fonksiyonları bilinmediğinden ve her durumdaki çözümün analitik olamayacağı aşikardır. Tam burada viskoelastik malzemelerin zaman uzayındaki ifadelerinin çözümü için integral denklemler kullanılmaktadır. Literatürde "Hereditary Integral" ismiyle bilinen ifadelerin nümerik çözümleri kullanılmaktadır [67, 68]. Denklem 3.52'de verilen ifade kalıtımsal integral olup, viskoelastik malzemenin gerilme cevabının dinamik elastisite modülüne, gerinim hızına bağlı olduğu ve geçmiş zaman bilgisinin kullanıldığı görülmektedir.

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t E_d(t-t') \frac{\partial \varepsilon}{\partial t'} dt' \quad (3.52)$$

Denklemler 3.53-3.55'te kalıtımsal integralin sabit zaman adımı ve gerilme gevşemesi

cevabı için elde edilecek çözüm adımları verilmiştir [67].

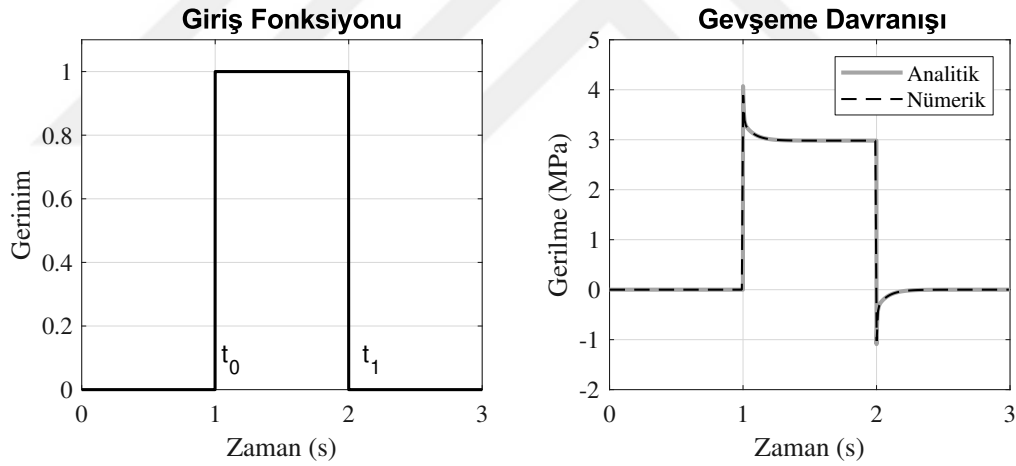
$$\sigma(t) = \left[E_{\infty} + \sum_{ij=1}^N E_{ij} h_{ij} \right] (\varepsilon(t) - \varepsilon_{-1}(t)) + E_{\infty} \varepsilon_{-1}(t) + \sum_{ij=1}^N e_{ij}(t) \quad (3.53)$$

$$e_{ij}(t) = \exp\left(\frac{-\Delta t}{\tau_{ij}}\right) \left[e_{ij-1}(t) + E_{ij} h_{ij} (\varepsilon_{-1}(t) - \varepsilon_{-2}(t)) \right] \quad (3.54)$$

$$h_{ij} = \frac{\tau_{ij} \left[1 - \exp\left(\frac{-\Delta t}{\tau_{ij}}\right) \right]}{\Delta t} \quad (3.55)$$

Burada daha önce ifade edildiği gibi E_d dinamik elastisite modülüdür. -1 ve -2 indisleri sırasıyla bir ve iki zaman adımı öncesini, Δt zaman adımını belirtmektedir. e kendini sürekli yineleyen bir parametre olup her bir Maxwell kolu için ifade edilir.

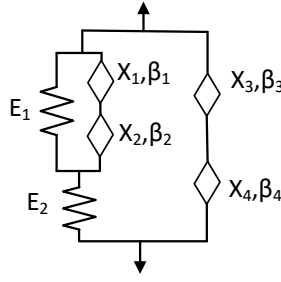
Kalıtımsal integralin sayısal çözümünün doğrulanması için iki kollu Genelleştirilmiş Maxwell Modeli (GMM)'nin analitik cevabı kullanılmıştır (Şekil 3.9). Sayısal çözümlerin doğruluğu Şekil 3.12'de görülmektedir.



Şekil 3.12 Kalıtımsal integralin analitik ve sayısal çözümlerinin karşılaştırılması

3.4 Kesirli Türevli Viskoelastik Malzeme Modelleri

Tam katsayı türevli modeller yay ve sönüm elemanlarından oluşuyorken, kesirli türevli modeller yay ve dörtgen başlıklardan (spring-pot) oluşur. E ile ifade edilen yaylar malzemenin elastisite modülü ile ilgiliyken τ ve η terimleri sönümü temsil etmektedir. Diğer bir taraftan Şekil 3.13'te X_i ve β_i ile gösterilen dörtgen başlıklar hem elastik hem de viskoelastik davranışları kesirli türevde temsil etmek için kullanılır. Denklem 3.56'da kesirli türev modelinin frekans uzayındaki elastisite modülü verilmiştir [69].



Şekil 3.13 10 parametrelı KTM [69]

$$E_{KT}^*(\omega) = \frac{\lambda_1 (i\omega_n)^{\gamma+\varphi}}{1 + \lambda_2 (i\omega_n)^\gamma} + E_\infty \left[1 + \Omega \frac{(i\omega_n)^{\alpha+\beta}}{1 + \lambda_3 (i\omega_n)^\alpha + (i\omega_n)^{\alpha+\beta}} \right] \quad (3.56)$$

$$\tau_{KT} = (E_1 + E_2)^{-\frac{1}{\beta_2}} X_2, \quad E_\infty = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}, \quad \Omega = \frac{E_2}{E_1} \quad (3.57)$$

$$\lambda_1 = \left(\frac{X_4}{X_2} \right)^{\beta_4} (E_1 + E_2)^{\frac{\beta_4}{\beta_2}} \quad \lambda_2 = \left(\frac{X_2}{X_3} \right)^{\beta_3} \left(\frac{X_4}{X_2} \right)^{\beta_4} (E_1 + E_2)^{\frac{\beta_4 - \beta_3}{\beta_2}} \quad (3.58)$$

$$\lambda_3 = \left(\frac{X_2}{X_1} \right)^{\beta_1} (E_1 + E_2)^{\frac{\beta_2 - \beta_1}{\beta_2}} \quad (3.59)$$

$$\gamma = \beta_4 - \beta_3, \quad \varphi = \beta_3, \quad \alpha = \beta_2 - \beta_1, \quad \beta = \beta_1, \quad \beta_2 > \beta_1, \quad \beta_4 > \beta_3 \quad (3.60)$$

Denklem 3.61 KTM'nin zaman alanı cevabı olup D^α Caputo KT diferansiyel operatörüdür ve Denklem 3.62'de gösterilmiştir.

$$\begin{aligned} & \sigma(t) + \lambda_3 \tau_{KT}^\alpha D^\alpha \sigma(t) + \tau_{KT}^{\alpha+\beta} D^{\alpha+\beta} \sigma(t) + \lambda_2 \tau_{KT}^\gamma D^\gamma \sigma(t) \\ & + \lambda_2 \lambda_3 \tau_{KT}^{\alpha+\gamma} D^{\alpha+\gamma} \sigma(t) + \lambda_2 \tau_{KT}^{\alpha+\beta+\gamma} D^{\alpha+\beta+\gamma} \sigma(t) = \\ & E_0 \left[\varepsilon(t) + \lambda_3 \tau_{KT}^\gamma D^\gamma \varepsilon(t) + (\Omega + 1) \tau_{KT}^{\alpha+\beta} D^{\alpha+\beta} \varepsilon(t) + \lambda_2 \tau_{KT}^\gamma D^\gamma \varepsilon(t) \right. \\ & \left. + \lambda_2 \lambda_3 \tau_{KT}^{\alpha+\gamma} D^{\alpha+\gamma} \varepsilon(t) + \lambda_2 (\Omega + 1) \tau_{KT}^{\alpha+\beta+\gamma} D^{\alpha+\beta+\gamma} \varepsilon(t) \right] \\ & + \lambda_1 \left[\tau_{KT}^{\gamma+\varphi} D^{\gamma+\varphi} \varepsilon(t) + \lambda_3 \tau_{KT}^{\alpha+\gamma+\varphi} D^{\alpha+\gamma+\varphi} \varepsilon(t) + \tau_{KT}^{\alpha+\beta+\gamma+\varphi} D^{\alpha+\beta+\gamma+\varphi} \varepsilon(t) \right] \end{aligned} \quad (3.61)$$

$$D^\alpha \sigma(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t \frac{\sigma'(s)}{(t-s)^\alpha} ds, \quad 0 < \alpha \leq 1 \quad (3.62)$$

Yukarıda anlatılan KTM viskoelastik davranışların geniş bir frekans aralığında temsili için iyi bir araçtır. Çoğu tam sayı türevli ifadeler yani geleneksel viskoelastik malzeme modeller bu aralıklarda farklı Wicket grafikleriyle iyi bir uyum sağlayamaz. KTM'nin yüksek hesaplama gereksinimleri, modellere uygulanmasının zor olması, SEY'de kullanılamaz olması sebebiyle yeni bir yaklaşıma ihtiyaç duyulmuştur.

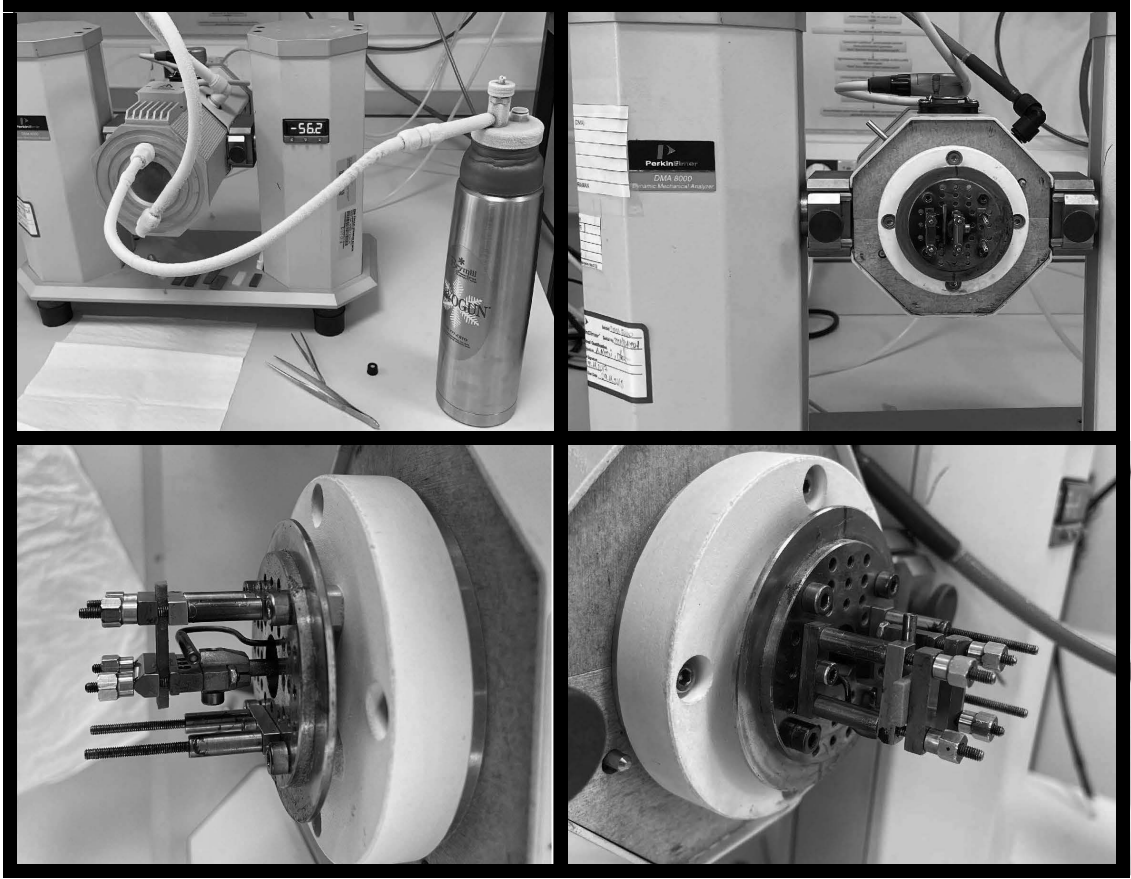
3.5 Demiryolunda Kullanılan Pedlerin DMA Testleri

DMA testleri Yıldız Teknik Üniversitesi Uygulamalı Bilimler Fakültesi'nde bulunan Perkin Elmer DMA 8000 cihazında gerçekleştirilmiştir. Numuneler 15x10x2mm (uzunluk x genişlik x kalınlık) boyutlarında olup, -80°C +50°C sıcaklık aralığında tek ankastre mesnetli eğilme (single cantilever bending) 3°C/dak ısıtma test prosedürü seçilmiştir. Depolama modülü 10^{10} - 10^6 Pa olan elastomer malzemeler için bu test prosedürü önerilmiştir [70]. Hazırlanan test düzeneği Şekil 3.14'te gösterilmiştir.

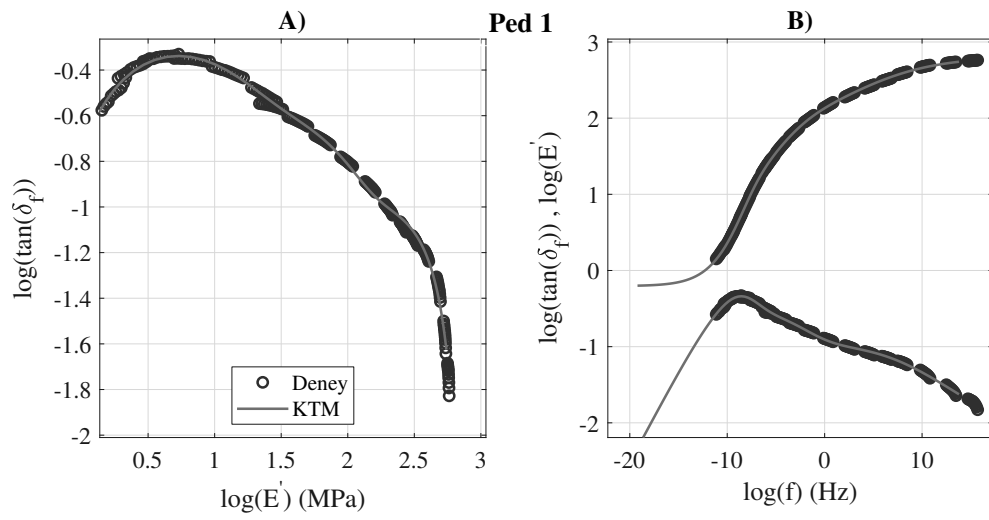
Bu düzenekte demiryolunda kullanılan farklı elastomer malzemelerin depolama ve kayıp faktörleri elde edilmiştir. Deneysel verilerden elde edilen Wicket Grafiği dar ters U, geniş ters U, ters V gibi çok farklı şekillerde olabilmektedir. Bütün olası şekillerin çok rahat şekilde temsil edileceği bir model bu çalışmada [69] gösterilmiştir. KTM parametrelerinin daha hassas elde edilmesi için arama uzayının sınırları değiştirildi. Gevşeme zamanı (τ_{KT}) hariç bütün KT parametreleri Wicket grafiği kullanılarak bulundu. Sonra bir sıcaklık seçildi; gevşeme zamanı ve kaydırma katsayıları hesaplandı. Böylece istenen sıcaklıklarda viskoelastik malzemelerin ana eğrileri çıkarılmış oldu.

Hesaplanan KT verileri ve deneysel veriler Şekil 3.15-3.26 arasında sunulmuştur. Wicket Grafiği veya depolama modülü-kayıp faktörü diye bilinen eğriler şekillerin solunda verilmiştir. Referans sıcaklık 0°C seçilerek ana eğriler şekillerin sağına yerleştirilmiştir. Depolama modülü grafiklerin üstünde, kayıp faktörleri grafiklerin aşağısında yer almaktadır. Grafikler 10 tabanında logaritmik olarak çizdirilmiştir. E' ve E'' simgeleri sırasıyla depolama modülü ve kayıp faktörleri temsil etmektedir. Ticari kaygılar nedeniyle pedlerin isimleri paylaşılmamıştır. Kullanılan KT modelinin deney sonuçlarıyla çok iyi bir uyum sağladığı açık bir şekilde gözükmemektedir.

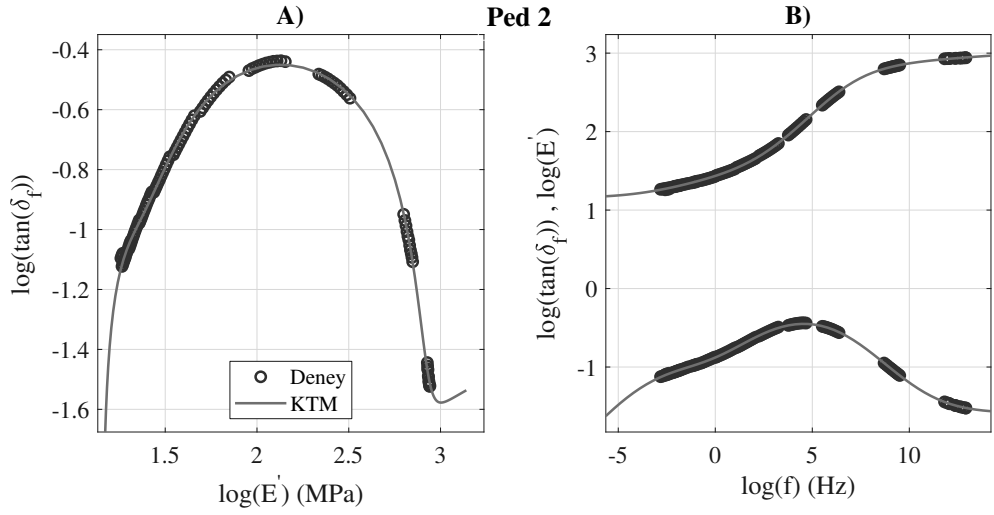
Farklı sıcaklıklar için kaydırılan eğriler ve kaydırma katsayısının sıcaklıkla değişim grafikleri Şekil 3.27-3.38 arasında sunulmuştur. Burada da aynı şekilde sağdaki grafiklerde üstteki eğriler depolama modülünü, alttaki eğriler de kayıp faktörünü göstermektedir. Daha önceden bahsedildiği gibi kaydırma katsayıları KT parametreleri bulunduktan sonra elde edilmiştir. Zaman-sıcaklık süperpozisyonu prensibinden dolayı sıcaklık arttıkça eğriler sağa kaymaktadır. Belirlenen KT parametreleri ve kaydırma katsayıları Tablo A.1 ve A.2'de verilmiştir.



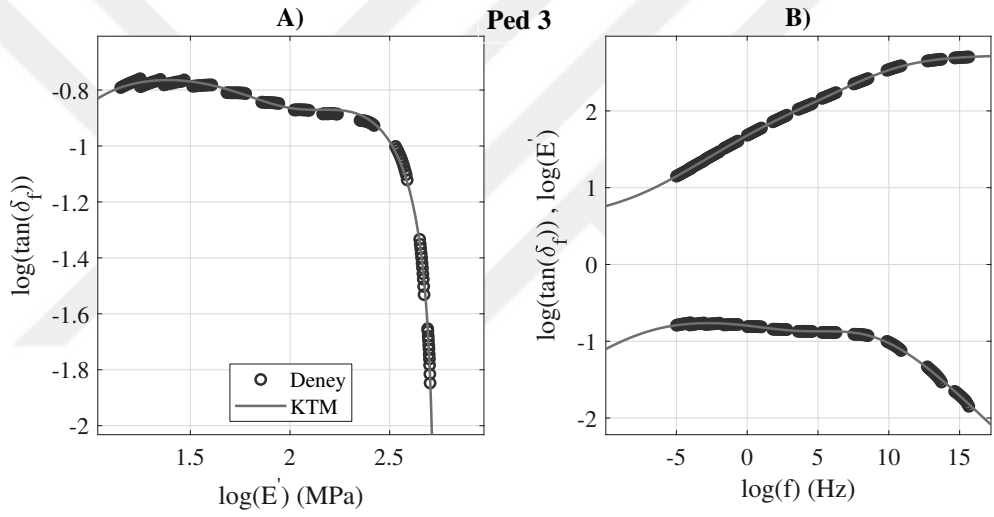
Şekil 3.14 DMA cihazı



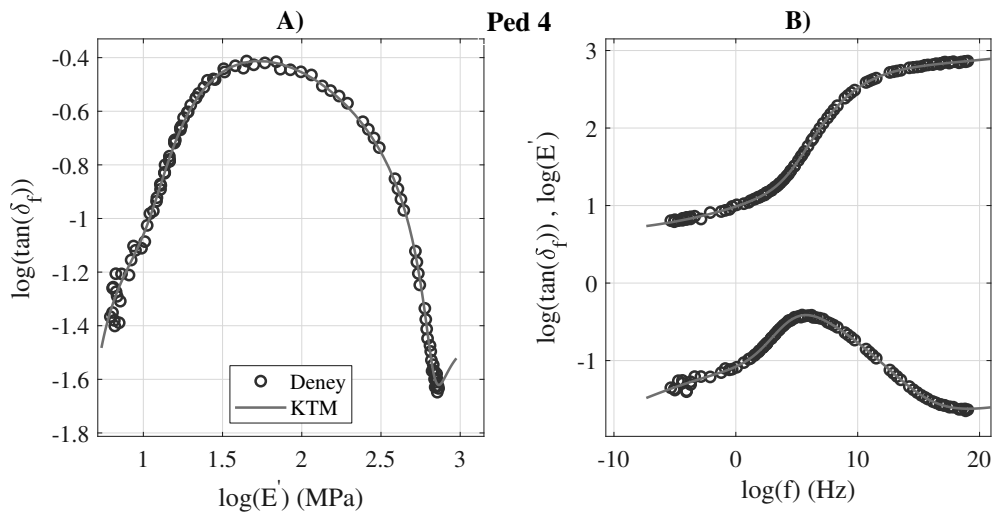
Şekil 3.15 Ped 1 A)Wicket grafiği ve B)Ana eğrisi



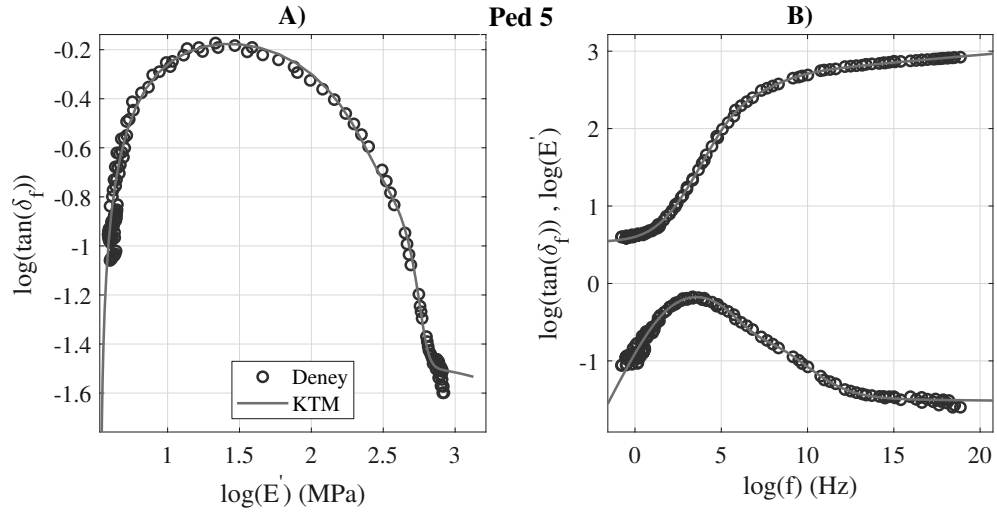
Şekil 3.16 Ped 2 A)Wicket grafiği ve B)Ana eğrisi



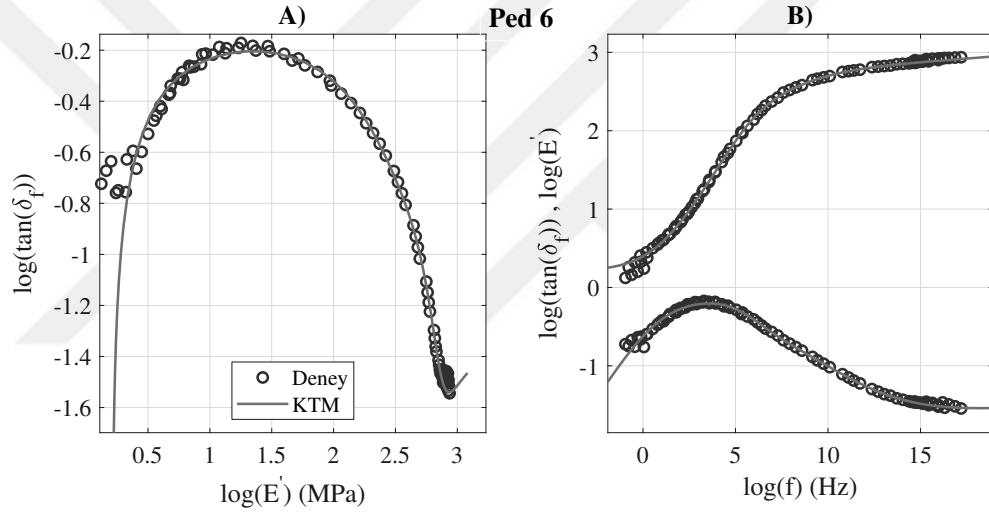
Şekil 3.17 Ped 3 A)Wicket grafiği ve B)Ana eğrisi



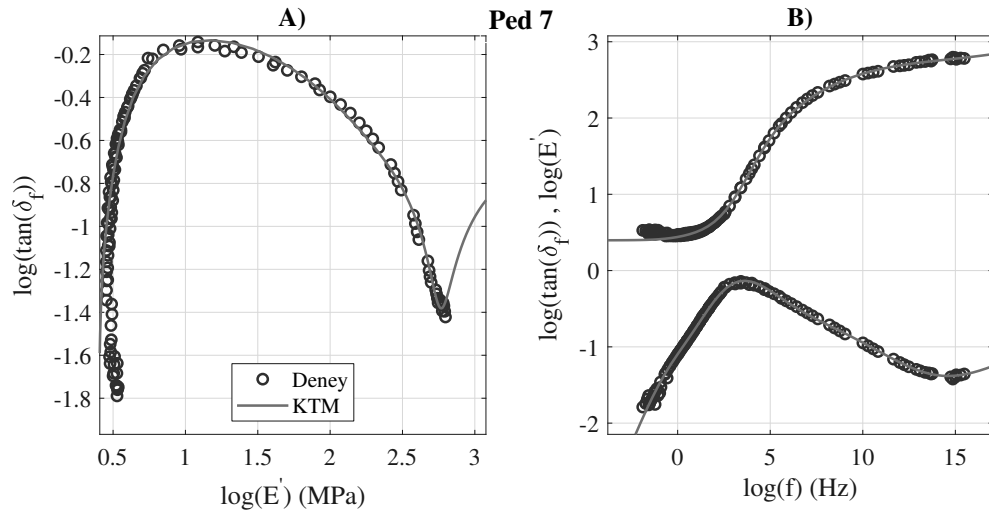
Şekil 3.18 Ped 4 A)Wicket grafiği ve B)Ana eğrisi



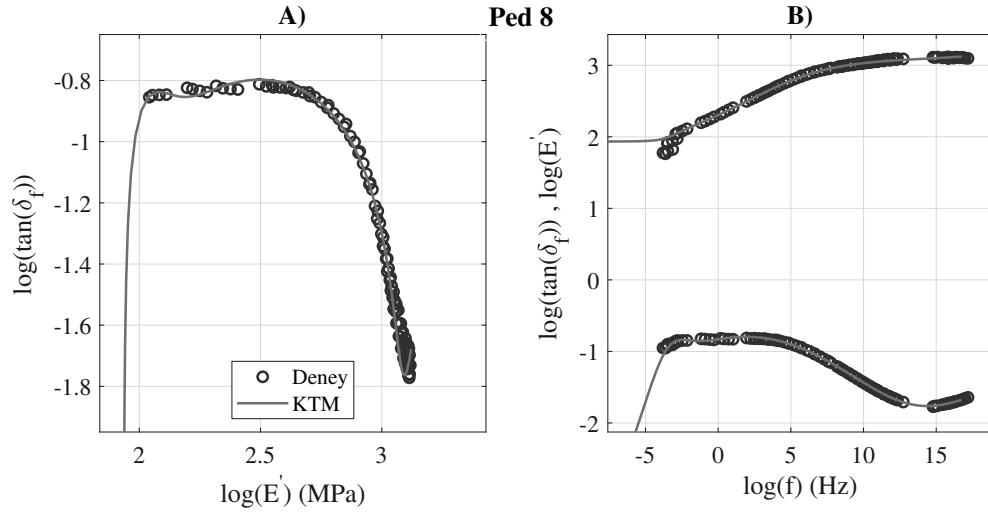
Şekil 3.19 Ped 5 A)Wicket grafiği ve B)Ana eğrisi



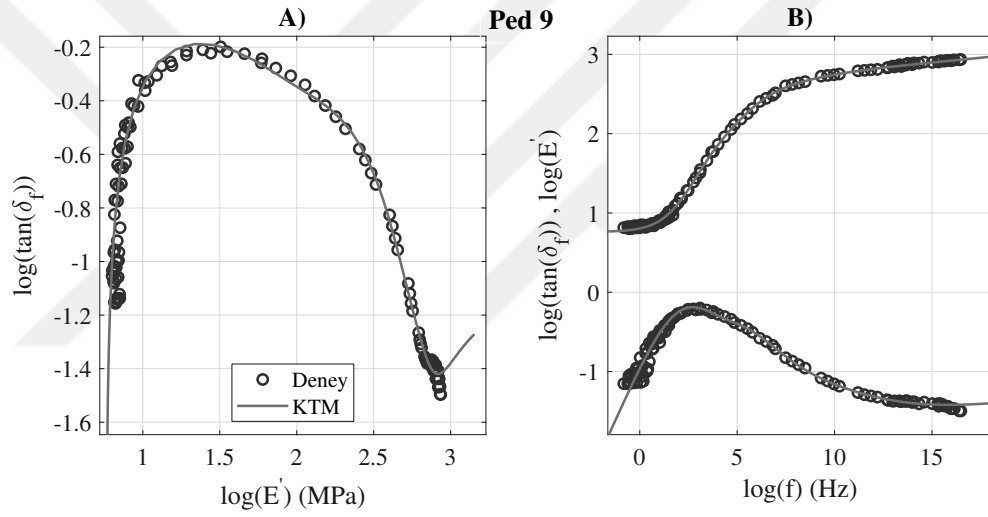
Şekil 3.20 Ped 6 A)Wicket grafiği ve B)Ana eğrisi



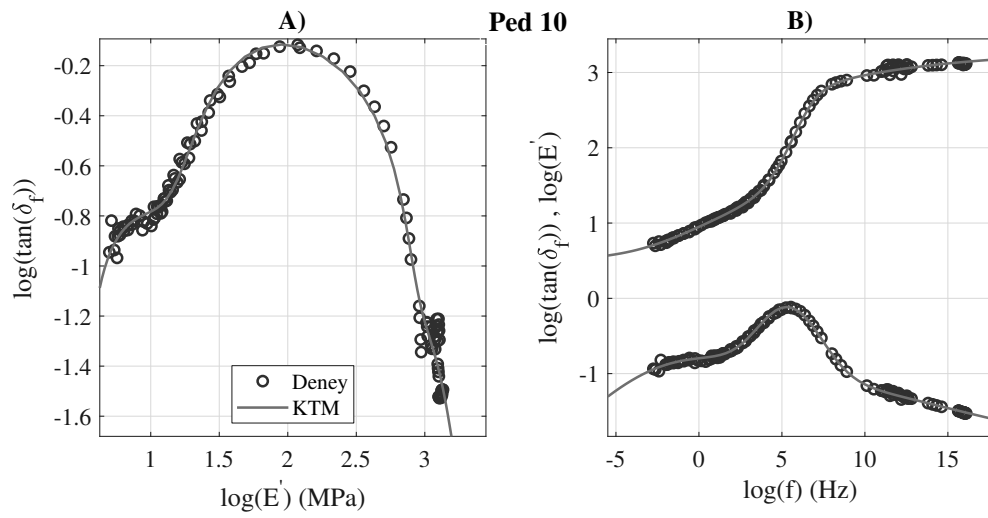
Şekil 3.21 Ped 7 A)Wicket grafiği ve B)Ana eğrisi



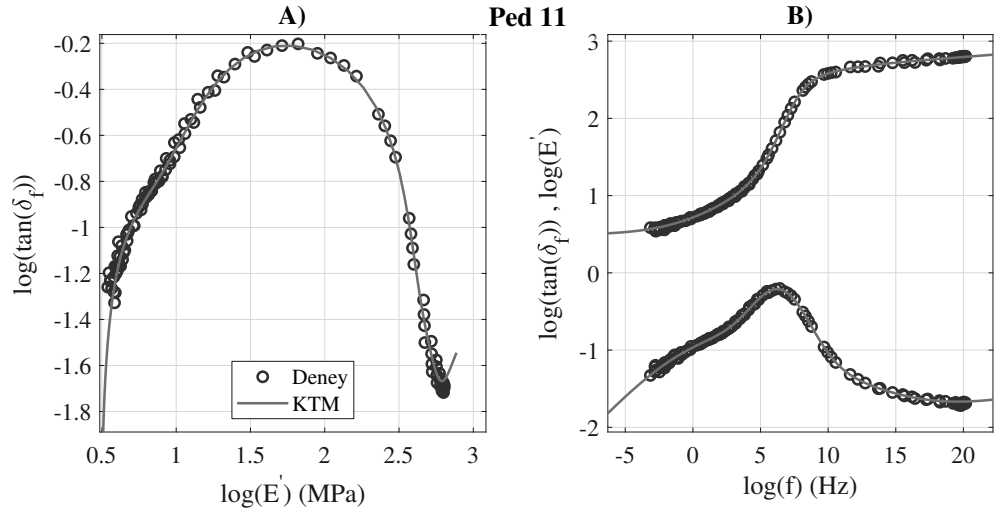
Şekil 3.22 Ped 8 A)Wicket grafiği ve B)Ana eğrisi



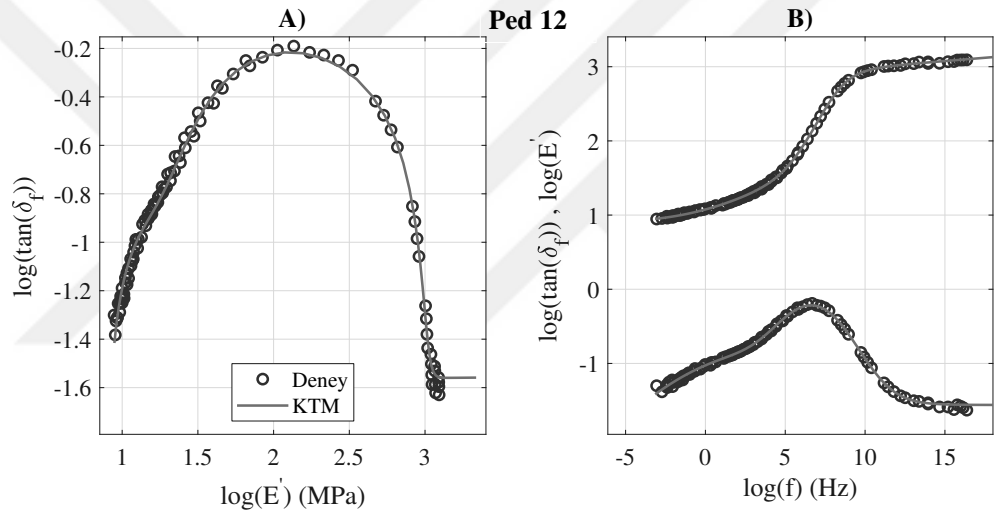
Şekil 3.23 Ped 9 A)Wicket grafiği ve B)Ana eğrisi



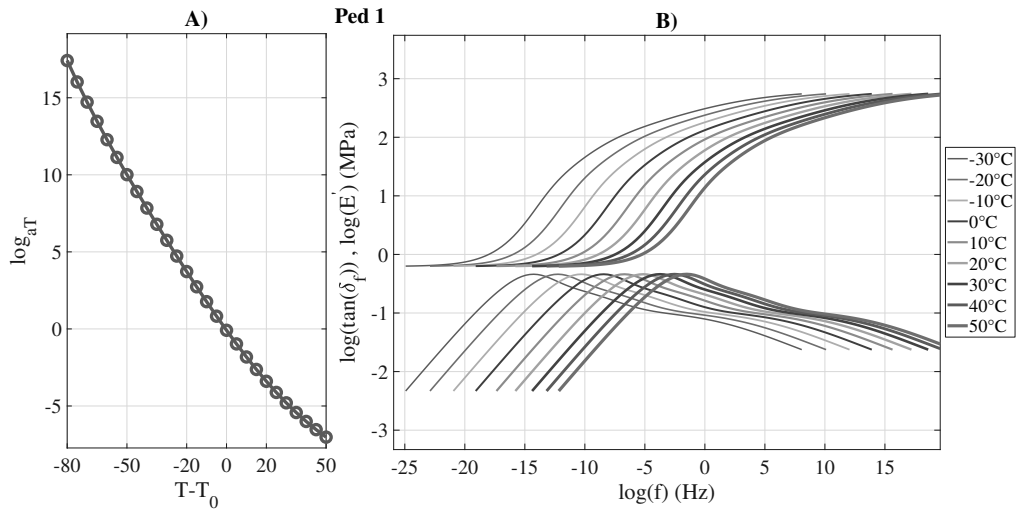
Şekil 3.24 Ped 10 A)Wicket grafiği ve B)Ana eğrisi



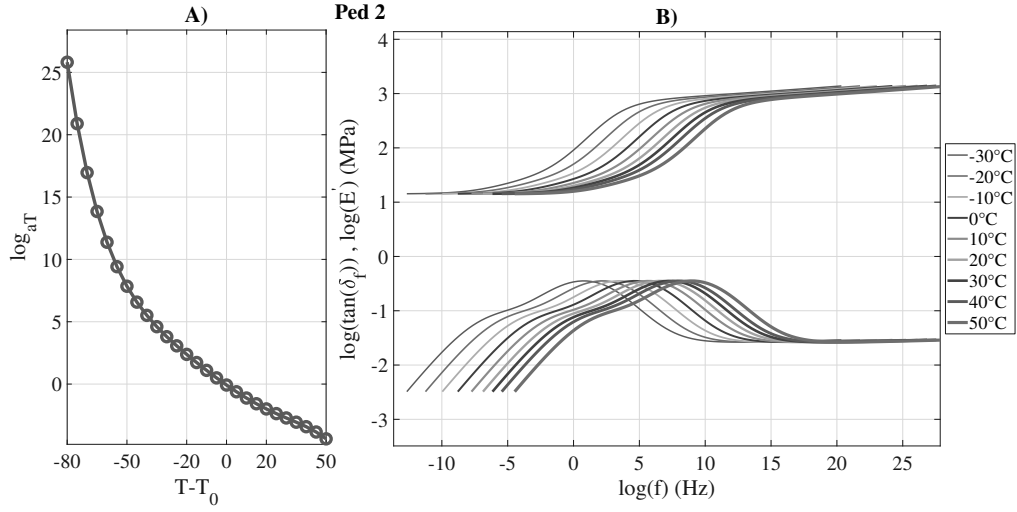
Şekil 3.25 Ped 11 A)Wicket grafiği ve B)Ana eğrisi



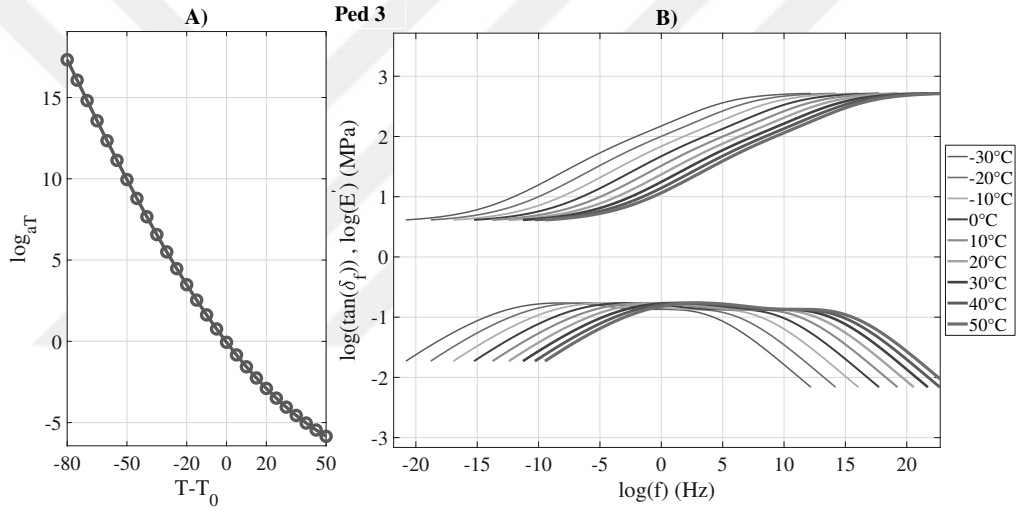
Şekil 3.26 Ped 12 A)Wicket grafiği ve B)Ana eğrisi



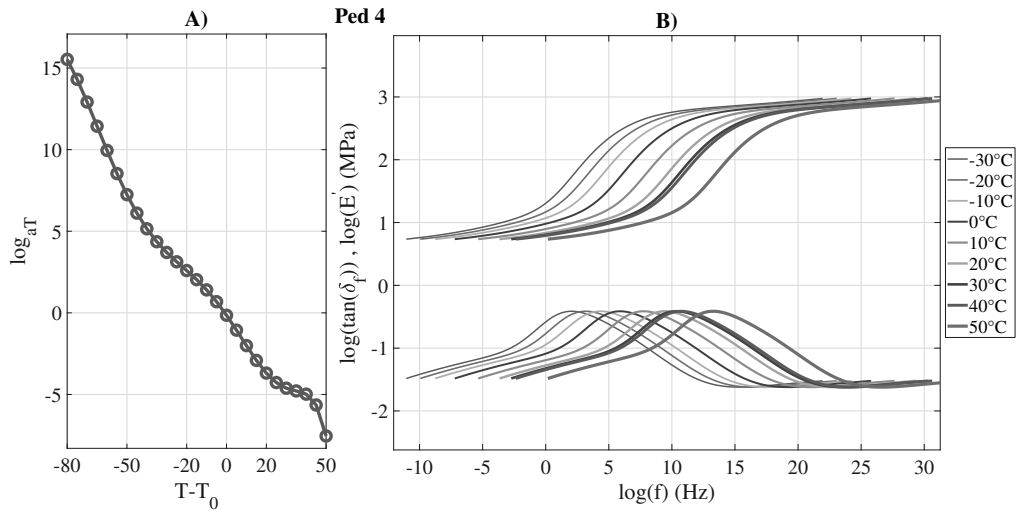
Şekil 3.27 Ped 1 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler



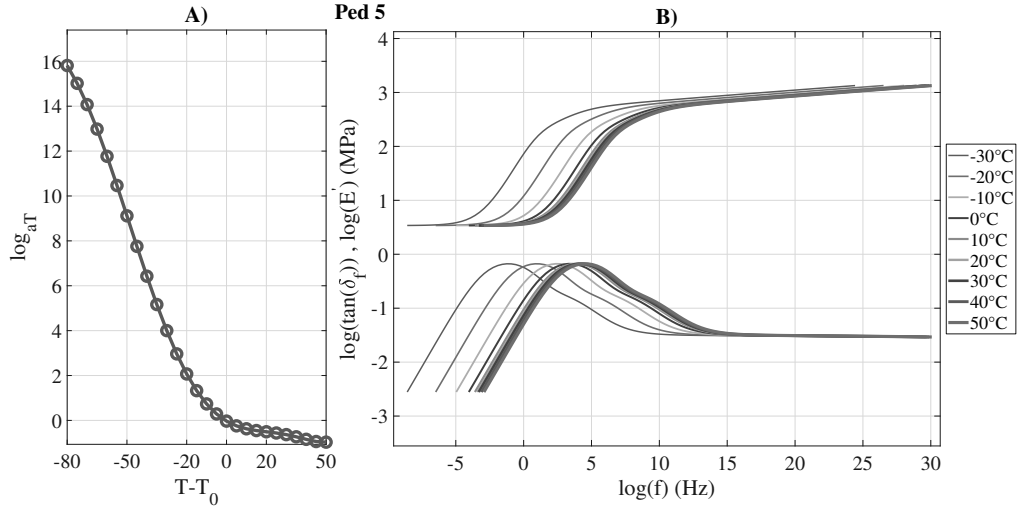
Şekil 3.28 Ped 2 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler



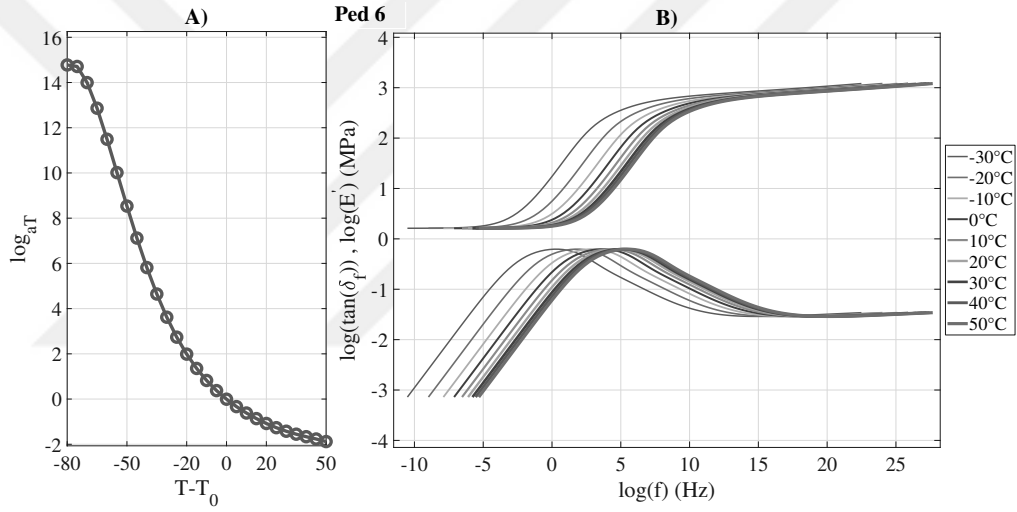
Şekil 3.29 Ped 3 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler



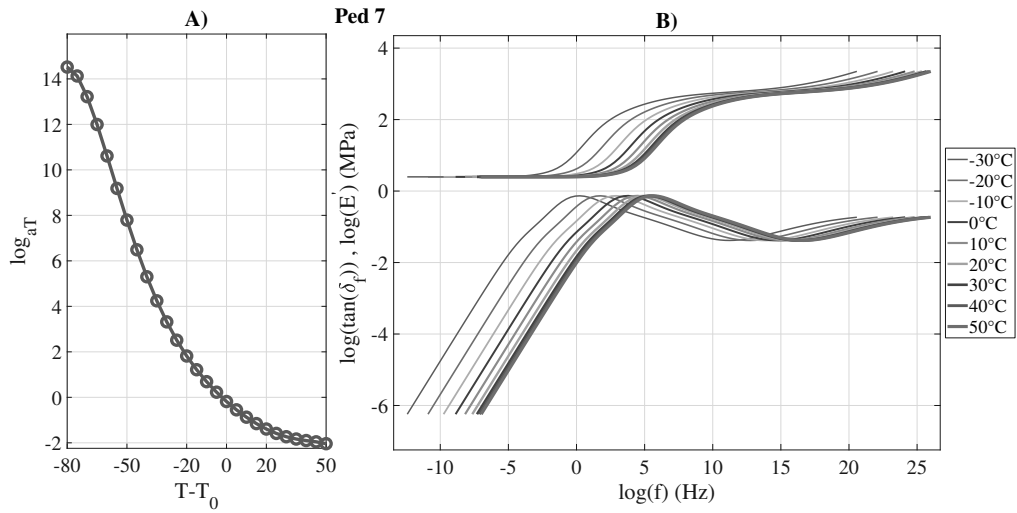
Şekil 3.30 Ped 4 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler



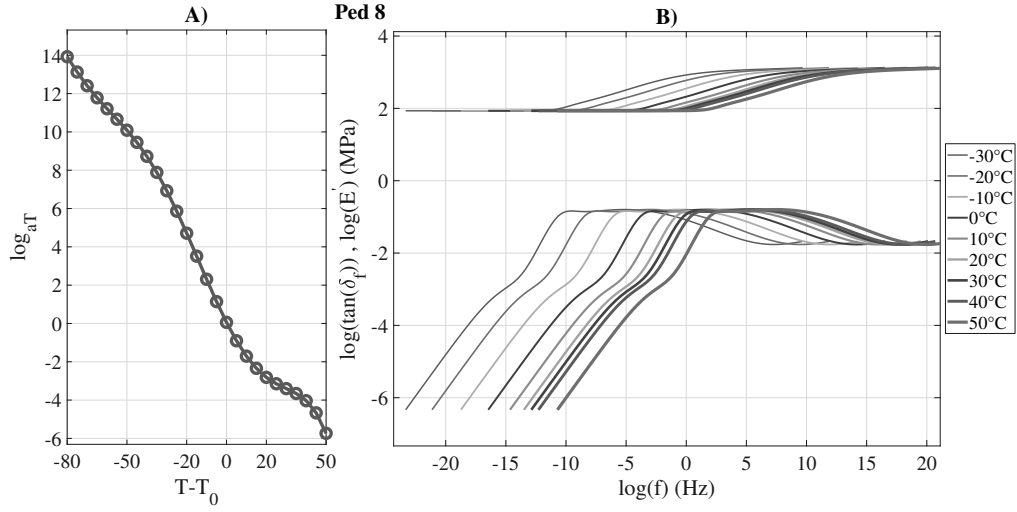
Şekil 3.31 Ped 5 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler



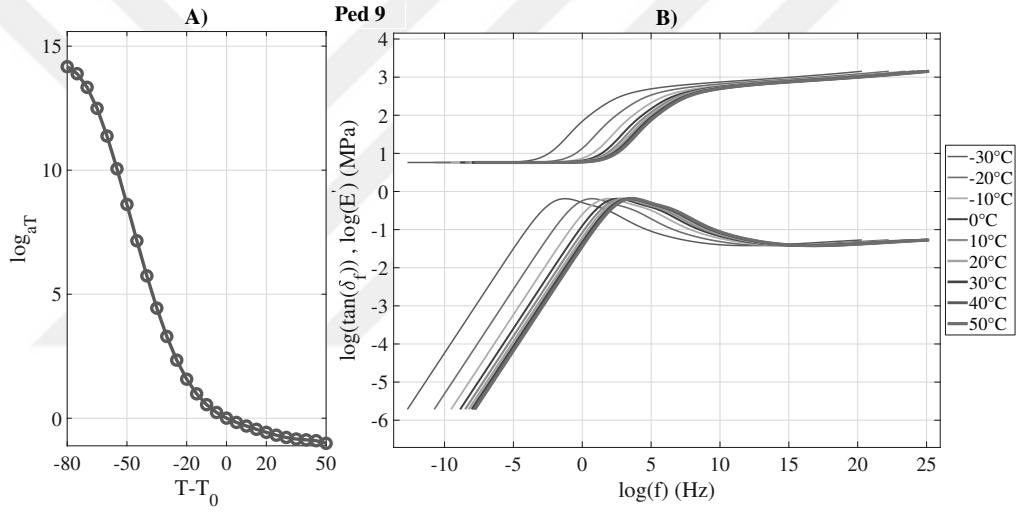
Şekil 3.32 Ped 6 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler



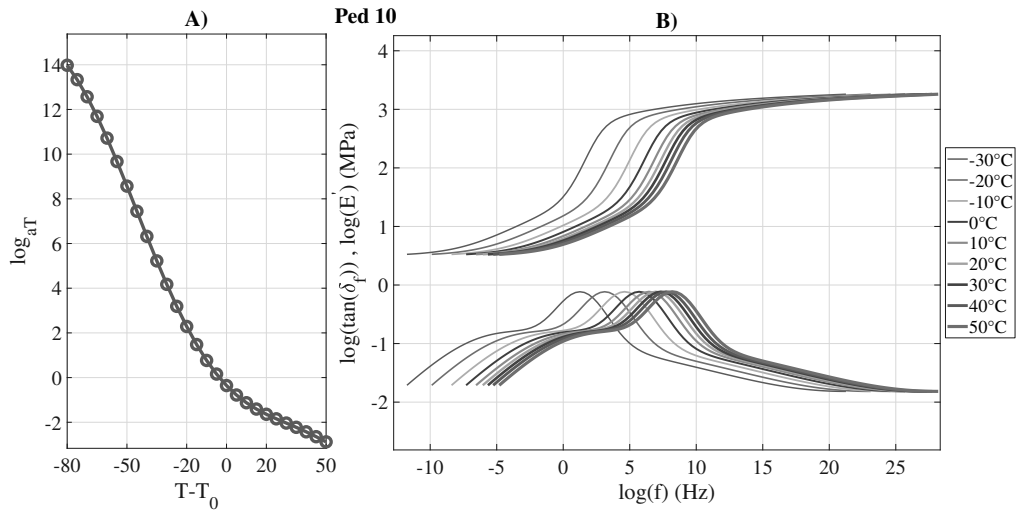
Şekil 3.33 Ped 7 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler



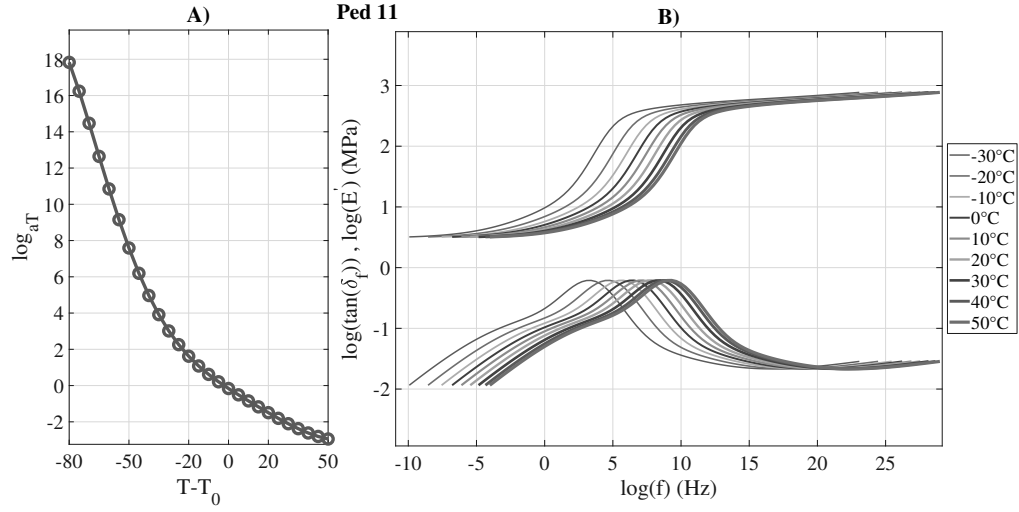
Şekil 3.34 Ped 8 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler



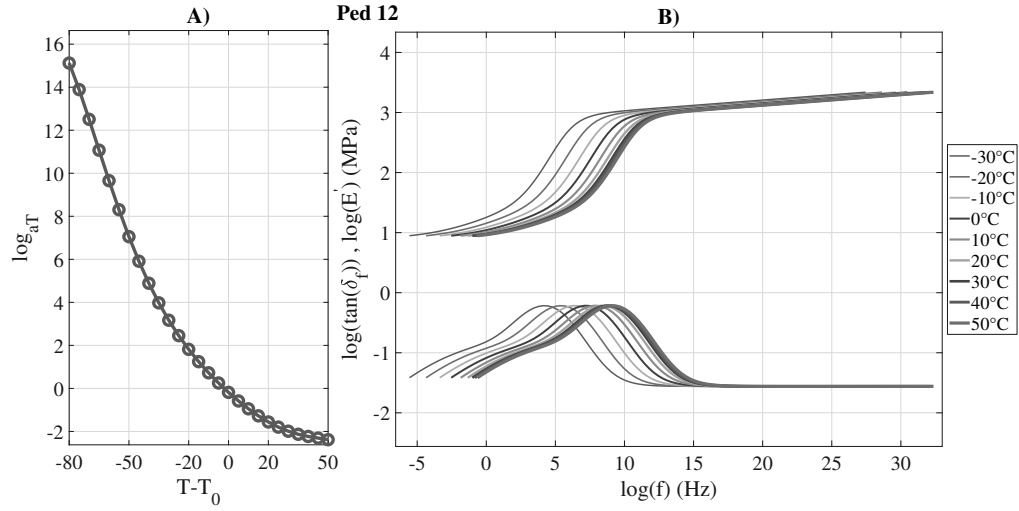
Şekil 3.35 Ped 9 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler



Şekil 3.36 Ped 10 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler



Şekil 3.37 Ped 11 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler

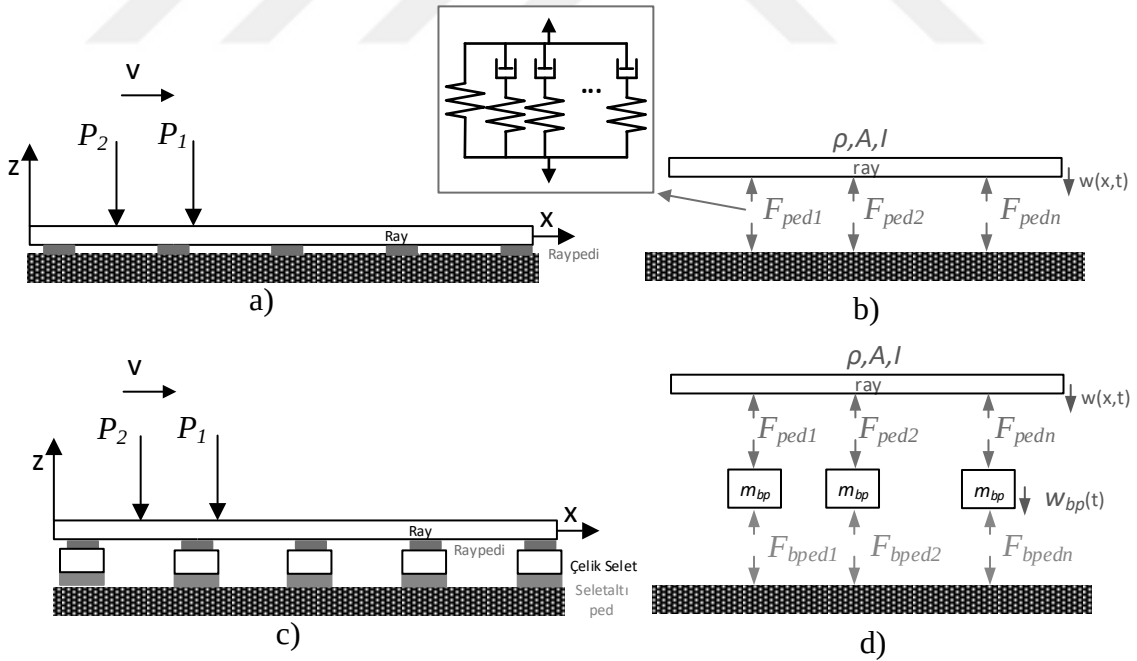


Şekil 3.38 Ped 12 A) Kaydırma fonksiyonu B) Kaydırılan ana eğriler

ELASTOMER ESASLI DEMİRYOLU ELEMANLARININ VİSKOELASTİK MODELLENMESİ

4.1 Matematik Modelin Oluşturulması

Demiryolunda ana bileşenler ray ve bağlantı elemanlarıdır. En basit demiryolu modellerinden bir elastomer katmanlı (Tip I) ve iki elastomer katmanlı (Tip II) sistemlerdir ve bunlar şehirçi hatlarda sıklıkla kullanılmaktadır. Tip I sadece ray ve pay pedinden oluşurken, Tip II fazladan selet ve seletaltı ped içermektedir. Bu bileşenler Şekil 4.1'de gösterilmiştir [71]. P_1 ve P_2 tren tekerlek yüklerini, v tren hızını temsil etmektedir.



Şekil 4.1 Demiryolu üstyapısı a) Tip I c) Tip II
serbest cisim diyagramı b) Tip I d) Tip II

Demiryolu üstyapısının dinamik analizlerinde daha önce belirtildiği gibi ray sürekli sistem, ray pedi ve seletaltı pedler elastik yay-sönüm elemanları, selet ve traversler

tekil kütleler şeklinde modellenir. Ancak elastomer esaslı malzemelerin dinamik davranışları sıcaklık ve frekansa duyarlı olduklarından yeni bir yaklaşıma ihtiyaç duyulmuştur. Bu sebeple elastomer esaslı ray pedi ve seletaltı pedler viskoelastik olarak temsil edilir. Dolayısıyla hareket denklemlerine direkt eklenemeyen viskoelastik denklemler birer dış kuvvet gibi düşünülmüştür (F_{ped} ve F_{bped}). İki tip üstyapının serbest cisim diyagramları Şekil 4.1 b) ve d)'de verilmiştir. Matematiksel ifadeleri de ilerleyen bölümlerde verilecektir.

Rayın hareket denklemlerinde daha önce çıkarılan TKT kısmi diferansiyel denklemleri kullanılmıştır. Denklem 4.1 rayın düşey yöndeki hareketi $w(x, t)$ ile ilgilidir. Denklem 4.2 ray kesitinin dönmesi θ 'yı vermektedir. Ray pedi kuvvetleri ve hareketli yükler dış kuvvet olduğundan $F_{ped,j}$ ve P_j şeklinde ifade edilmektedir. $n_p, n_v, L_{p,j}$ ve $L_{v,j}$ terimleri sırasıyla mesnet sayısını, tekerlek sayısını, mesnet mesafesini ve tren aks mesafelerini göstermektedir. Zaman ve uzay türevleri sırasıyla $(\dot{})$ ve $()'$ şeklindedir.

$$\rho A \ddot{w}(x, t) + \kappa A G (\theta'(x, t) - w''(x, t)) + \sum_{j=1}^{np} F_{ped,j} \delta(x - L_{p,j}) = \sum_{j=1}^{nv} P_j \delta(vt - L_{v,j}) \quad (4.1)$$

$$\rho I \ddot{\theta}(x, t) - EI \theta''(x, t) + \kappa A G (\theta(x, t) - w'(x, t)) = 0 \quad (4.2)$$

Bölüm 2.4.3'te TKT kısmi diferansiyel denklemleri Galerkin yöntemi ile ayrıştırılarak ADD takımlarına dönüştürülmüştü. Aynı şekilde Denklem 4.1 ve 4.2'deki denklemlerin çözümü için Denklem 2.89'daki trigonometrik seriler kullanılacaktır. Gerekli işlemler yapıldıktan sonra Denklem 4.3-4.4 elde edilir.

$$\frac{\rho A L}{2} \ddot{T}_i(t) + \frac{\kappa A G L}{2} \left[\left(\frac{i\pi}{L} \right)^2 T_i(t) - \frac{i\pi}{L} R_i(t) \right] + \sum_{j=1}^{np} F_{ped,j} \phi_i(L_{p,j}) = \sum_{j=1}^{nv} P_j \phi_i(vt - L_{v,j}) \quad (4.3)$$

$$\frac{\rho I L}{2} \ddot{R}_i(t) + \frac{EI L}{2} \left(\frac{i\pi}{L} \right)^2 R_i(t) + \frac{\kappa A G L}{2} \left[R_i(t) - \frac{i\pi}{L} T_i(t) \right] = 0 \quad (4.4)$$

Ray pedi viskoelastik kuvvetlerinin hesaplanabilmesi için öncelikle her ray pedi konumundaki rayın yer değiştirmesi alınarak gerinime yani birim uzamaya dönüştürülmesi gerekir (Denklem 4.5). Viskoelastik gerilmeler daha önceden nümerik

çözümü verilen kalıtsal integral ile hesaplanır (Denklem 3.53-3.55).

$$\varepsilon(t) = \frac{w_{pj}(x, t)}{h_p} \quad (4.5)$$

Gerilme değerleri hesaplanan ray pedlerinin raya etkiyen kuvvetleri, ray pedinin genişliği (a) ve ray pedinin boyu (d) kullanılarak hesaplanır (Denklem 4.6).

$$F_{ped,i} = a_p d_p \sigma_i(t) \quad (4.6)$$

Tip I'de kullanılacak denklemler çıkarıldıktan sonra Tip II'nin modellenmesi için ek denklemlere ihtiyaç duyulmaktadır. Selet tekil kütle ile seletaltı ped de ray pedi gibi viskoelastik kuvvet gibi temsil edilecektir. Denklem 4.7'de m_{bp} selet kütlelerini, $F_{bp,j}$ seletaltı ped kuvvetlerini ve $\ddot{w}_{bpj}$ her bir seletin düşey yöndeki ivmesini ifade etmektedir.

$$m_{bp} \ddot{w}_{bpj}(t) = F_{pad,j} - F_{bp,j} \quad (4.7)$$

Tip II üstyapısındaki ray pedi selet-ray arasında çalışacağından her bir ray pedinin gerinimi aşağıdaki gibi hesaplanır (Denklem 4.8). Ray pedi kuvveti için yine Denklem 4.6 kullanılacaktır.

$$\varepsilon_{pj}(t) = \frac{w(x_{pj}, t) - w_{bpj}(t)}{h_p} \quad (4.8)$$

Seletaltı pedde meydana gelen gerinim aşağıdaki gibi bulunur. h_{bp} seletaltı ped kalınlığıdır.

$$\varepsilon_{bppj}(t) = \frac{w_{bpj}(t)}{h_{bp}} \quad (4.9)$$

Seletaltı ped kuvveti, selet boyu (d_{bp}) ve selet genişliği (a_{bp}) kullanılarak hesaplanır.

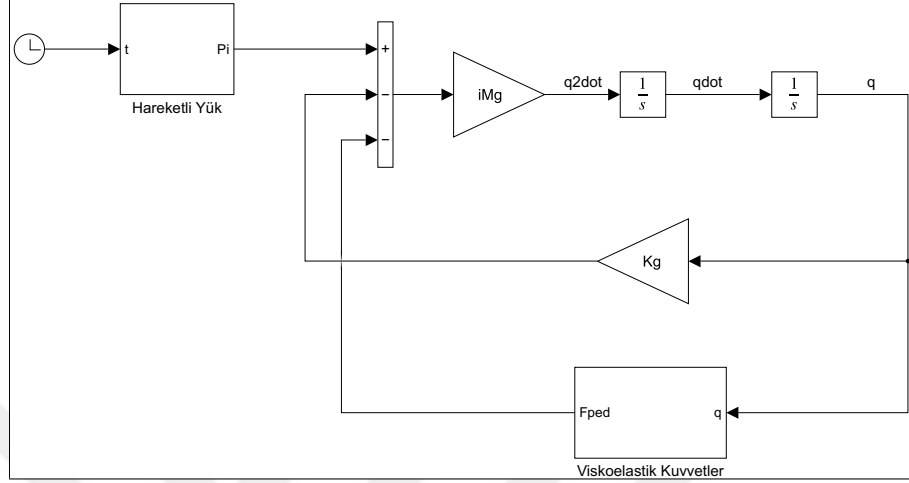
$$F_{bp,j} = a_{bp} d_{bp} \sigma_{bpj}(t) \quad (4.10)$$

Tip I ve Tip II için çıkarılan bütün ADD takımları matrisler halinde ifade edilmek istenirse Denklem 4.11 gibi yazılabilir. $\mathbf{M}_g$ genel kütle matrisini, $\mathbf{K}_g$ genel direngenlik matrisini, $\mathbf{P}_{yuk}$ hareketli yük vektörünü, $\mathbf{F}_{ped}$ ped kuvvetlerini göstermektedir. $q, \dot{q}, \ddot{q}$ ise genelleştirilmiş yer değiştirme, hız ve ivme vektörlerini temsil etmektedir.

$$\mathbf{M}_g \ddot{q}(t) + \mathbf{K}_g q(t) = \mathbf{P}_{yuk}(t) - \mathbf{F}_{ped}(t) \quad (4.11)$$

Bu eşitliğin Matlab/Simulink ortamında çözülmesi için ivme vektörü yalnız bırakılır ve Denklem 4.12 haline getirilir.

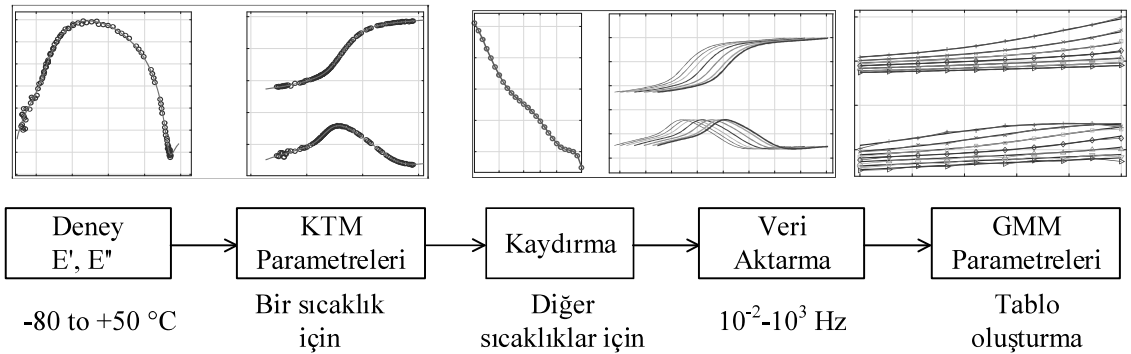
$$\ddot{q}(t) = (\mathbf{M}_g)^{-1} [\mathbf{P}_{load}(t) - \mathbf{F}_{pad}(t) - \mathbf{K}_g \mathbf{q}(t)] \quad (4.12)$$



Şekil 4.2 Matlab/Simulink blok diyagramları

Bu eşitlik blok diyagramları haline getirilerek ADD takımlarının çözümü sağlanacaktır. İntegrasyon bloklarından geçen ivme sinyalinden hem yer değiştirme (q) hem de hız ($\dot{q}$) sonuçları alınır. Viskoelastik kuvvetler ve hareketli yükler ayrı bloklarda hesaplanıp sisteme bağlanır. K_g direngenlik matrisinin olduğu blok olup iM_g kütle matrisinin tersidir.

4.2 Viskoelastik Malzeme Modelinin Tanımlanması

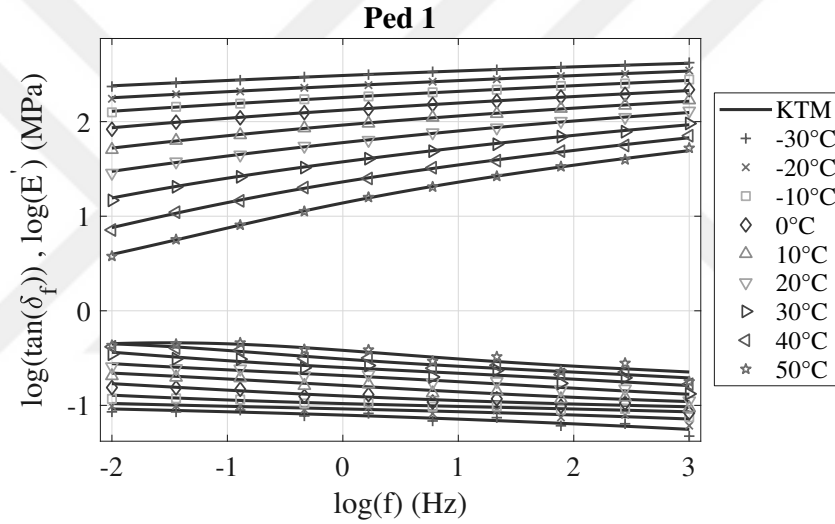


Şekil 4.3 Akış diyagramı

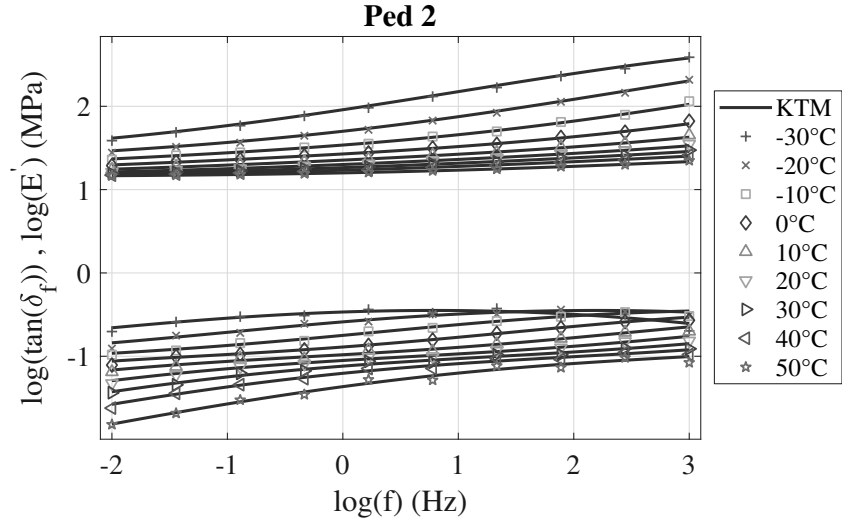
KT viskoelastik modelleri deney sonuçlarında olduğu gibi bütün frekans uzayında oldukça iyi cevaplar vermektedir. Yine de KT malzeme modelleri SE yöntemine ve analitik modellere yazılım kısıtlarından ve yoğun hesaplama yüklerinden dolayı direkt olarak eklenememektedir. Bu yüzden belirli bir frekans alanında iki, beş veya daha

fazla kollu GMM oluşturulursa hem hesap yükü azalacaktır hem de diğer sayısal ve analitik yöntemlerde rahatça kullanılabilir.

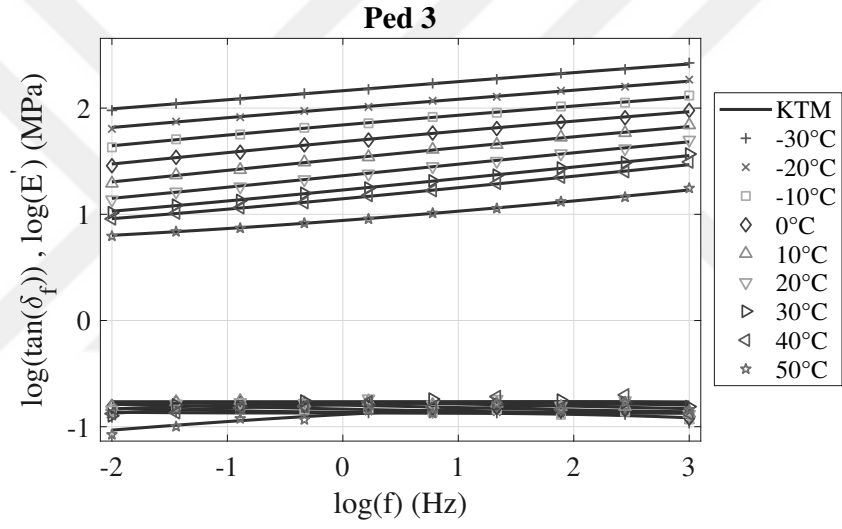
Yukarıda sayılan sebeplere dayanarak yeni bir yaklaşım geliştirilmiştir. Farklı sıcaklıklar için elde edilen ana eğrilerin verileri istenilen frekans aralığında dışarı aktarılır. 0.01-1000 Hz frekans aralığı bu çalışmadaki demiryolu üstyapı modelleri için yeterli bir aralık olacaktır. Yapılan denemelerde beş kollu GMM'nin bu frekans bölgesini yeterli doğrulukta temsil ettiği tespit edilmiştir. Bu aşamaların akış şeması Şekil 4.3'te görselleştirilmiştir. Genetik algoritma kullanılarak elde edilen GMM grafikleri Şekil 4.4-4.15'te ve parametreleri Tablo A.3-A.14'te verilmiştir. Şekillerde görüldüğü üzere KTM verileri ile GMM sonuçları iyi bir uyum sergilemektedir. Grafikler 10 tabanında logaritmik olarak çizdirilmiş olup üstteki eğriler depolama modülünü, alttaki eğriler kayıp faktörlerini göstermektedir.



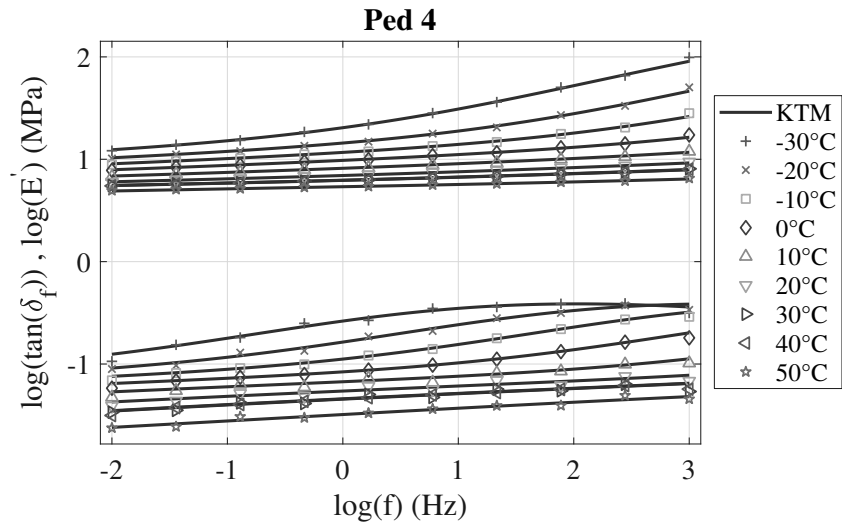
Şekil 4.4 Farklı sıcaklıklar için Ped 1'in GMM eğrileri



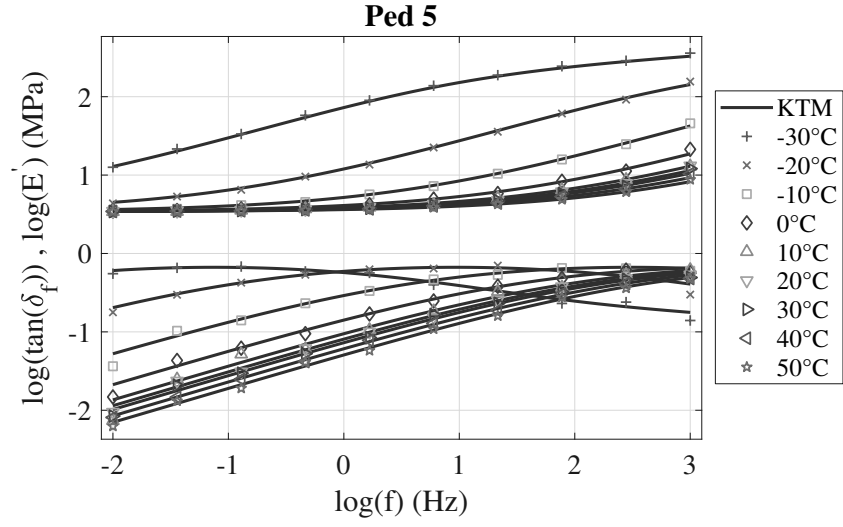
Şekil 4.5 Farklı sıcaklıklar için Ped 2'in GMM eğrileri



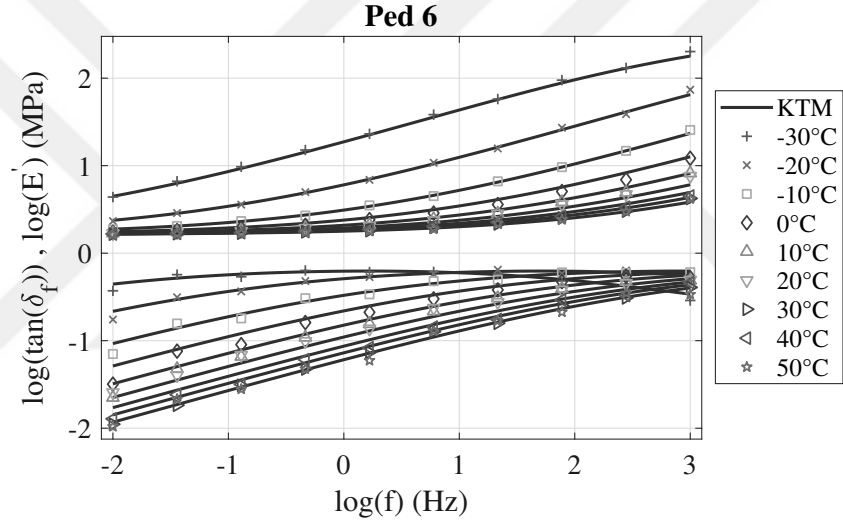
Şekil 4.6 Farklı sıcaklıklar için Ped 3'ün GMM eğrileri



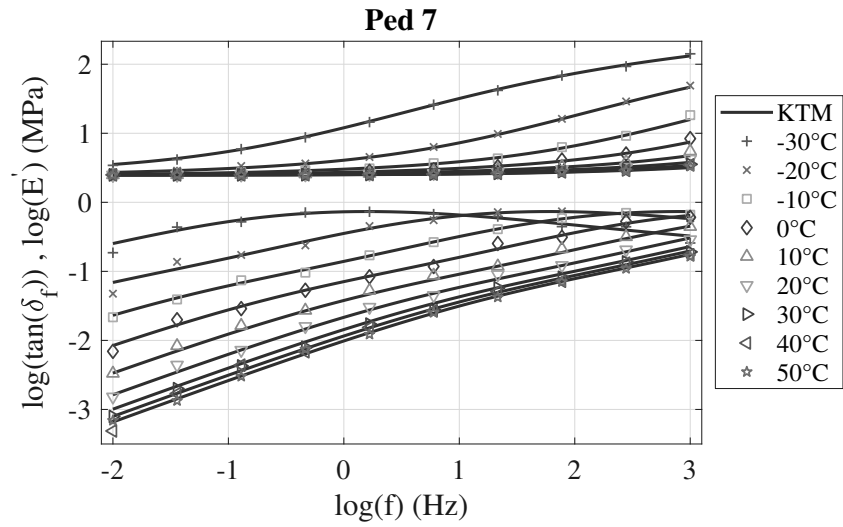
Şekil 4.7 Farklı sıcaklıklar için Ped 4'ün GMM eğrileri



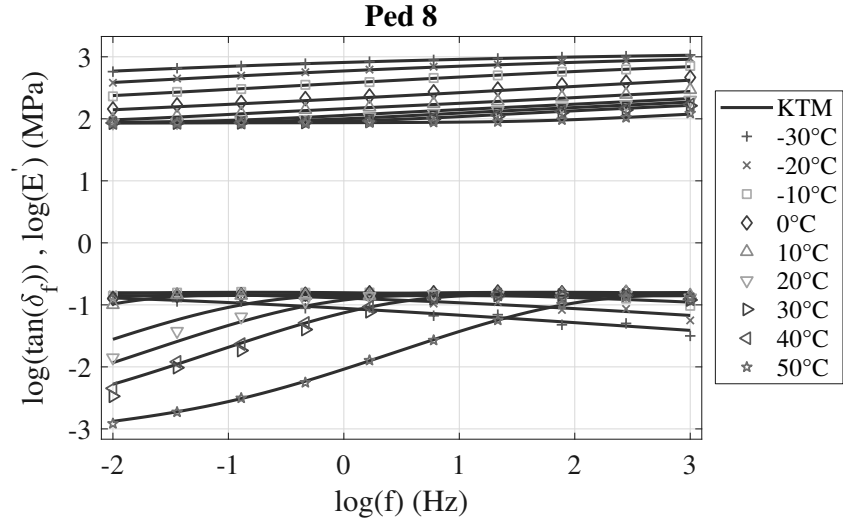
Şekil 4.8 Farklı sıcaklıklar için Ped 5'in GMM eğrileri



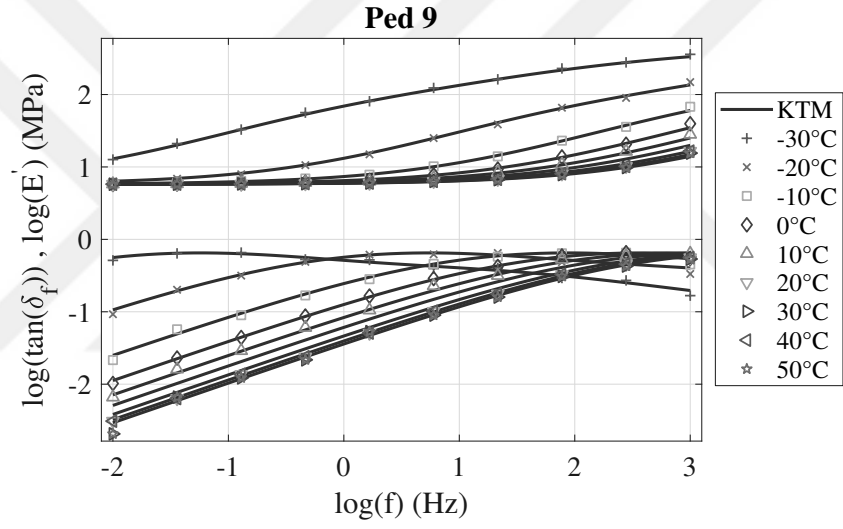
Şekil 4.9 Farklı sıcaklıklar için Ped 6'nin GMM eğrileri



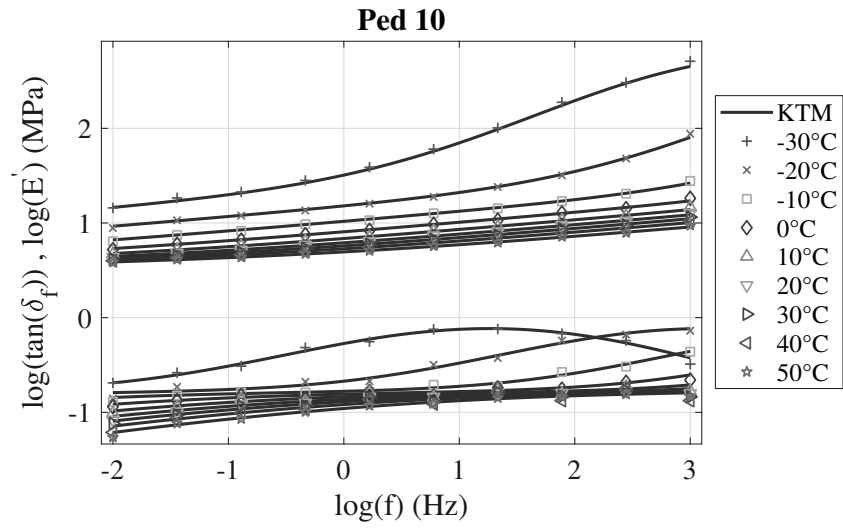
Şekil 4.10 Farklı sıcaklıklar için Ped 7'nin GMM eğrileri



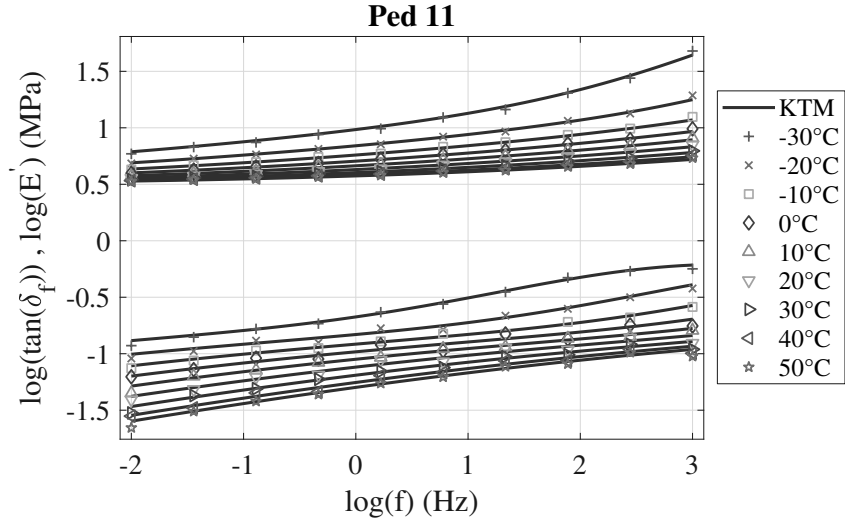
Şekil 4.11 Farklı sıcaklıklar için Ped 8'in GMM eğrileri



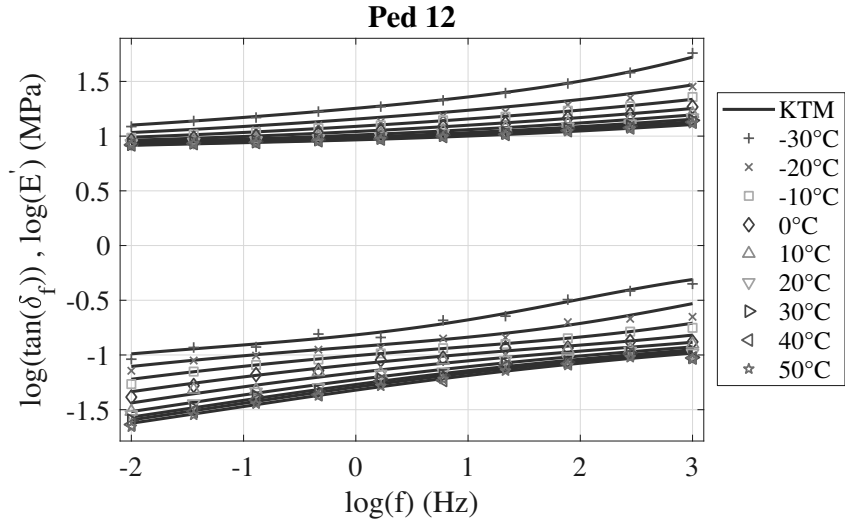
Şekil 4.12 Farklı sıcaklıklar için Ped 9'un GMM eğrileri



Şekil 4.13 Farklı sıcaklıklar için Ped 10'un GMM eğrileri



Şekil 4.14 Farklı sıcaklıklar için Ped 11'in GMM eğrileri



Şekil 4.15 Farklı sıcaklıklar için Ped 12'nin GMM eğrileri

4.3 Üstyapıların Sonlu Elemanlar Analizi

KTM'nin SEY'ne kolaylıkla eklenememesi sebebiyle belirli frekans aralığında GMM parametreleri oluşturulmuştur. Kalıtımsal integralin çözümü ve analitik modelin tutarlılığı için SE modeli oluşturuldu. Üstyapıda kullanılan S49 tipi rayın çözüm ağının daha iyi oluşturulması için I profil şeklinde basitleştirilmiştir. Dalga yansımaları azaltmak için üstyapı 30m uzunluğunda, rayın altına da ray pedleri ve diğer bileşenler yerleştirilmiştir. Şekil 4.16 ve 4.17'de Tip I ve II'nin SE çözüm ağları görülmektedir.

Kullanılan SE parametreleri Tablo 4.1'de verilmiştir. Malzeme sekmesindeki ray pedi ve seletaltı ped viskoelastik özelliklerinin tanımlanması için Tablo 4.2'deki veriler kullanılmıştır. Ray pedi 1 için Ped 12, ray pedi 2 için Ped 8 ve seletaltı ped için Ped 11 kodlu numunelerin verileri kullanılmıştır.

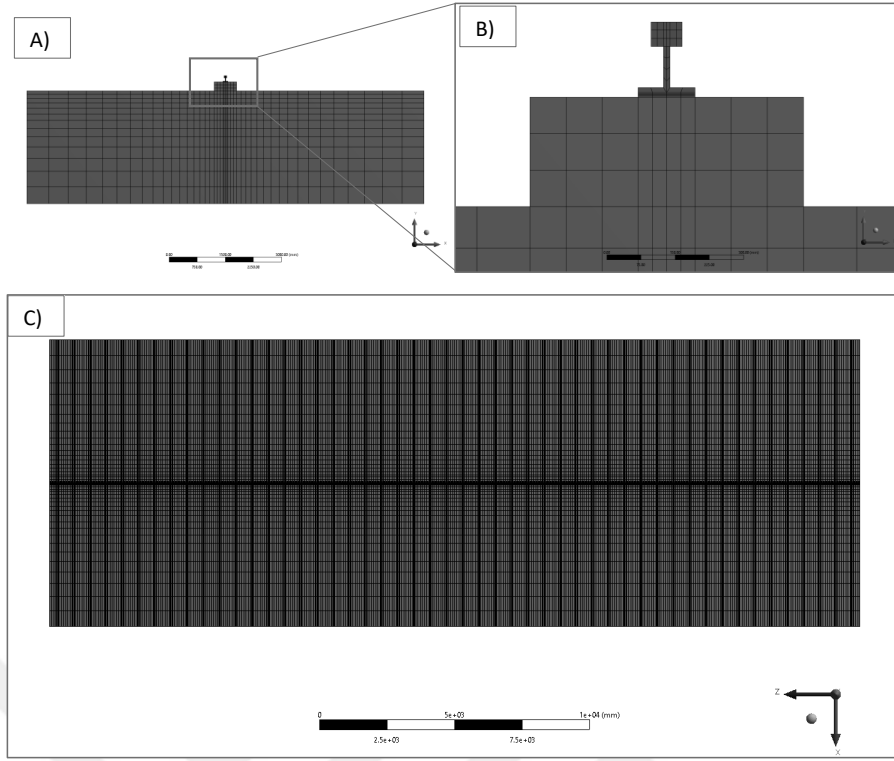
Tablo 4.1 SEY elastik malzeme özellikleri

Parça	Young Modülü [GPa]	Yoğunluk [kg.m ⁻³]	Poisson Oranı	Ölçüler [mm]
Ray	200	7850	0.3	S49
Selet	200	7850	0.3	400 x 150 x 10
Ray Pedi 1 [E ₀]	15.7064x10 ⁻³	1000	0.4	125 x120 x 10
Ray Pedi 2 [E ₀]	217.4148x10 ⁻³	1050	0.4	125 x120 x 6
Seletaltı Ped [E ₀]	7.5818x10 ⁻³	975	0.4	400 x 150 x 13
Beton	30 x10 ⁻³	2300	0.2	-

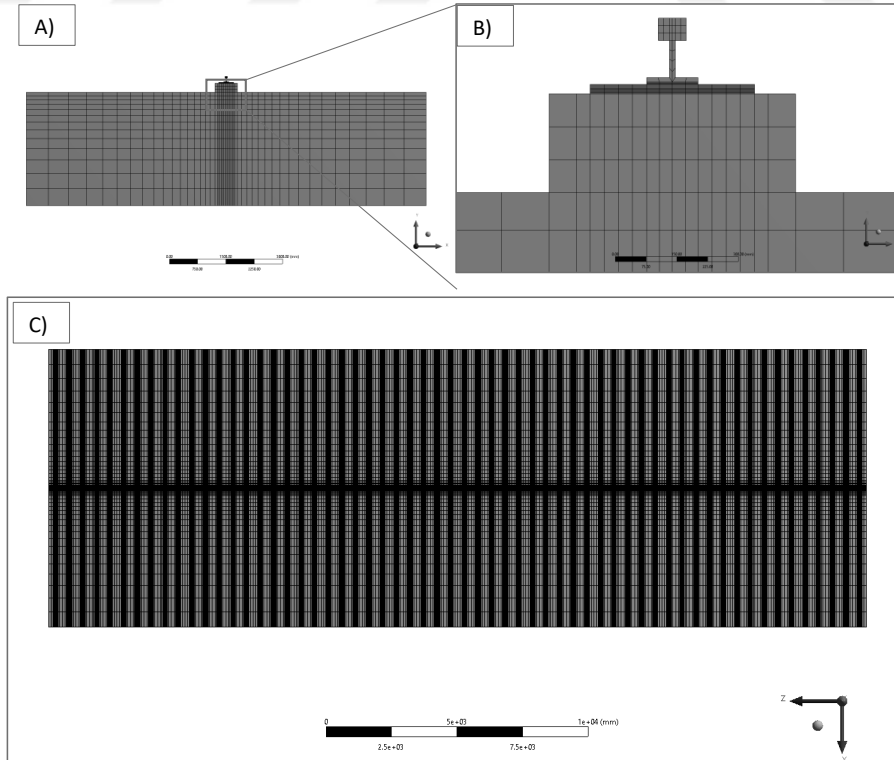
Tablo 4.2 SEY viskoelastik malzeme özellikleri

Pedler	Özellik	Birim	1.Kol	2.Kol	3.Kol	4.Kol	5.Kol
RP1	E_i	-	0.2033	0.0312	0.0708	0.0428	0.1132
	τ_i	s	0.0015	56.5038	0.3612	4.6185	0.0253
RP2	E_i	-	0.2478	0.1209	0.0687	0.1473	0.0187
	τ_i	s	0.0015	0.2442	1.9906	0.0228	21.7164
BPP	E_i	-	0.2487	0.1257	0.0353	0.048	0.0798
	τ_i	s	0.0016	0.0295	59.6098	5.3452	0.4291

ANSYS'de hareketli yükü direkt olarak tanımlamanın mümkün olmadığı daha önce belirtilmişti. Bu sebeple tekrar Denklem 2.80 kullanılmıştır. 20kN tekerlek yükü için κ_s and P_0 sırasıyla 5000 ve 500 alınmıştır. Tip I ve II modellerinin SE çözümü AMD Ryzen Threadripper 3.7 Ghz hızında 32 çekirdekli bir iş istasyonunda sırasıyla 32 ve 56 dakikada çözülmüştür.



Şekil 4.16 Tip I SE modeli A)Önden görünüş B)Yakınlaştırılmış C)Üstten görünüş



Şekil 4.17 Tip II SE modeli A)Önden görünüş B)Yakınlaştırılmış C)Üstten görünüş

4.4 Doğrulama Çalışması

Analitik ve sayısal matematik modellerin doğrulanması için saha ölçümleri alınmıştır. İstanbul'daki Yenikapı-Kirazlı M1B hafif raylı sistem hattında 3 bojlili 6 akslı ABB metro aracı ile ölçümler 50 km/sa hızında alınmıştır. Kuru, rüzgarsız ve 21.3°C derecede bir hava olduğundan simülasyonlardaki viskoelastik malzeme parametreleri buna göre ayarlanmıştır. Tip I ve Tip II sistemlerindeki bileşenler daha önce verilmişti. Bağlantı elemanları arasındaki mesafeler sırasıyla 0.6 ve 0.5 metredir. Analitik çözümde kullanılan parametreler Tablo 4.3'te yer almaktadır.

Raydaki düşey ivmeler Şekil 4.18 a)'da görüldüğü gibi iki mesnet arasına yerleştirilen ivmeölçerle alınmıştır. Şekil 4.18 b)'deki Dewesoft Sirius marka veri toplayıcı ile kayıtlar alınmıştır.



Şekil 4.18 a)Rayın ortasındaki ivmeölçer b)Veri toplama sistemi

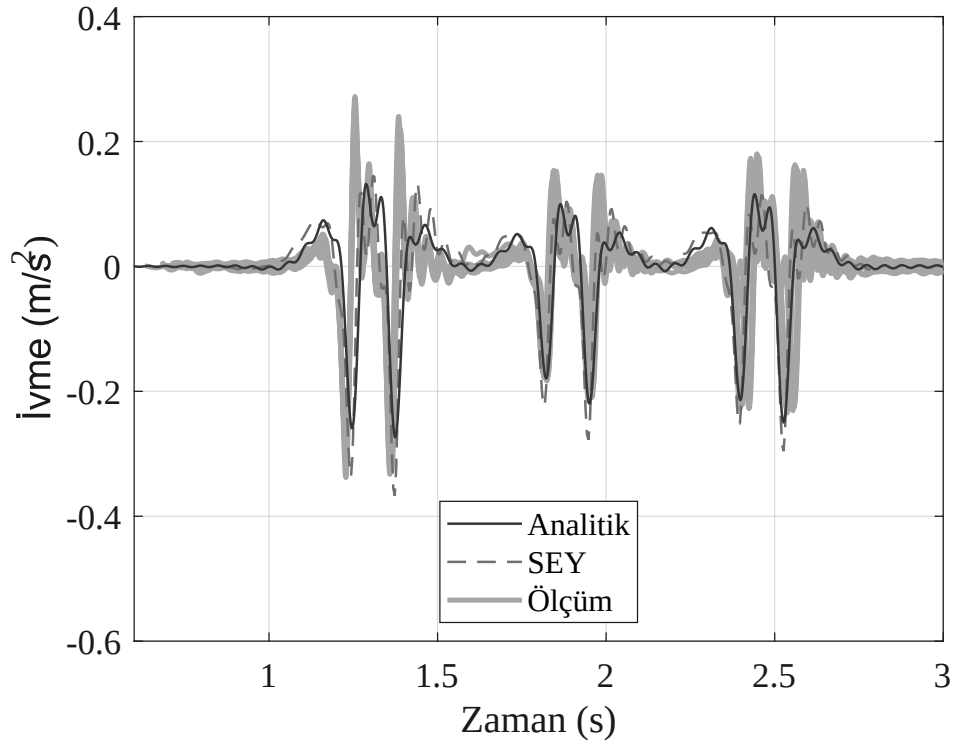
Depolanan kayıtlar 30 Hz alçak geçiş (low-pass) filtresi ile işlenmiştir. Bu frekans aralığı düzensizliklerin işlenen veriye etkemediği sadece ray ve mesnet mesafesinin etkin olduğu yerdir. Şekil 4.19-4.20'de bütün ölçümler bulunmaktadır. Araçtaki altı tekerleğin oluşturduğu tepeler gözükmemektedir. Ölçüm sonuçlarına bakıldığında rayın ortasında -0.5 ile 0.2 m/s^2 arasında ivmelenmeler meydana gelmiştir.

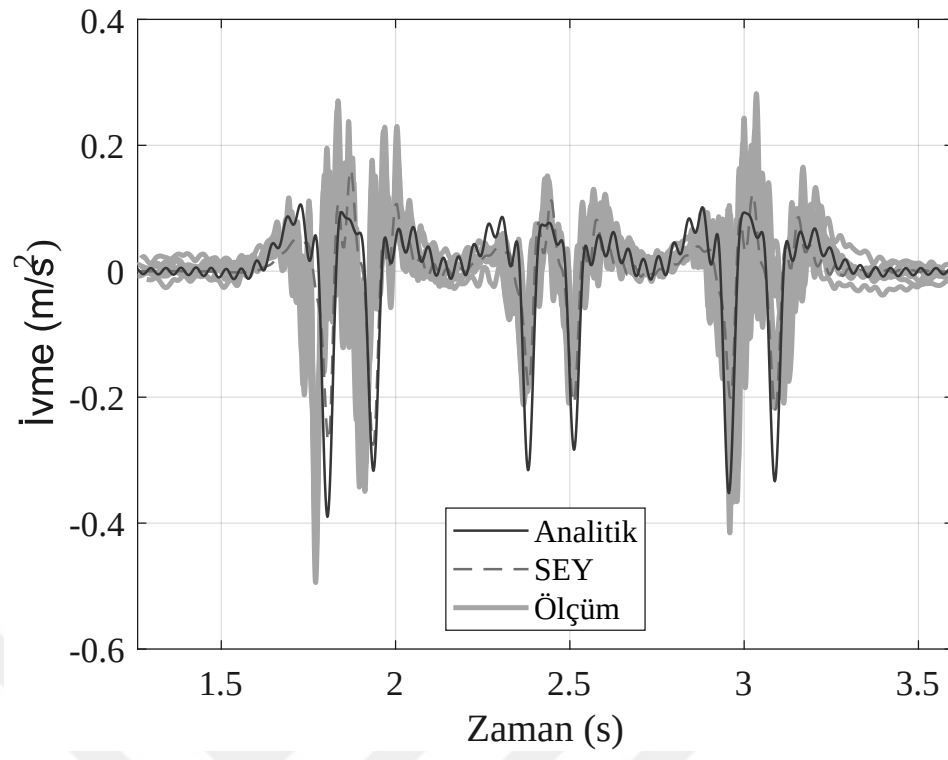
Gri çizgiler ölçüm, kesik kırmızı çizgiler SE, mavi sürekli çizgiler analitik sonuçları göstermektedir. Alınan altı ölçüm kaydı tepeler üstüste gelecek şekilde çizdirilmeye çalışılmıştır. Test aracı elle kontrol edildiğinden araç hızı sabit bir değerde kalamamış ve tepeler birbiri üzerine denk gelmemiştir.

Tip II'de meydana gelen ivme değerleri Tip I'den daha yüksektir. Çünkü daha fazla katmanda elastomer elemana sahip Tip II'nin yapısı daha yumuşaktır. Tip II'nin daha az mesnet mesafesi olmasına rağmen yumuşak yapı nedeniyle ray orta nokta düşey titreşimleri artmıştır.

Tablo 4.3 Analitik model parametreleri

Yol		Birim	Hareketli Yük		Birim
ρ	7850	kg.m ⁻³	L_{p2}	1.8	m
A	6297x10 ⁻⁶	m ²	L_{p3}	8	m
L	60	m	L_{p4}	9.8	m
κ	0.34		L_{p5}	16	m
ν	0.3		L_{p6}	17.8	m
E	200	GPa	P_1	28203	N
G	76.9	GPa	P_2	28350	N
I	1819x10 ⁻⁸	N.m ⁻⁴	P_3	19963	N
n_p	120		P_4	22513	N
n	200		P_5	2369	N
Δt	10 ⁻⁵	s	P_6	2560	N

**Şekil 4.19** Tip 1 sonuçları



Şekil 4.20 Tip 2 sonuçları

Optimizasyon veya eniyileme matematiksel ve fiziksel kurallar çerçevesinde bir problemin en uygun çözümünü veya çözümlerini elde etmeye yarayan yöntemlerin tümüdür. Optimizasyonda amaç fiziksel bir problemi matematiksel ifadelere dönüştürerek uygun bileşenlerin ve büyüklüklerin tespit edilmesidir. Bunun yapılması sırasında amaç fonksiyonu, arama sınırları ve kısıtlar belirlenir. İterasyonlar sırasında bulunan değerler kısıtlar ve uygunluk açısından sürekli kontrol edilir. Sonuçta en iyi değer elde edilir. Optimizasyon yöntemleri bu aşamada birbirinden ayrılırlar. Yani tek amaç fonksiyonu olduğu gibi çok amaçlı optimizasyon yöntemleri de bulunmaktadır.

Geleneksel optimizasyon denklemler ve türevleri üzerinden sürdürülürken, genetik algoritmaların temelinde doğadan esinlenerek üretilen fonksiyonlar bulunmaktadır. Doğadaki canlıların yapıtaşları olan genler, kromozomlar, fenotip, genotip, doğal seçim gibi kavramlar belirli prosedürler çerçevesinde genetik algoritmaların temelini oluştururlar. Genetik algoritma (GA) ilk defa Holland tarafından geliştirilmiştir [72]. Değişkenleri sürekli veya ayrık olabildiğinden, türev bilgisine gerek olmadığından, çok parametrelili aramalarda ilginç çözümler sunmasından, çoklu işlemcili sistemlerde çalışabildiğinden ve bir çözüm değil çoklu çözümler sunabildiğinden ötürü diğer optimizasyon yöntemlerinden üstündür. Ancak basit, dar, türevlenebilir problemlerde klasik yöntemler hesaplama maliyeti açısından daha elverişlidir.

5.1 Genetik Algoritmanın İlkeleri

GA doğadan esinlenerek oluşturulduğu için bazı kavramlar simüle edilmeye çalışılmıştır. Doğadaki canlılar ürerler, çoğalırlar, rekabet ederler. Hem kendi türüyle hem de çevresel şartlarla mücadele ederler. Her zaman en iyiler hayatta kalmaz, bütün koşullara en uygun olanlar hayatlarını idame ettirirler. Örneğin, beslenme piramidinin en üstündeki hayvanlar diğer canlılara meydan okurken, yüksek radyasyon ortamında sadece bazı bakteriler daha dayanıklıdır ve onlar hayatta kalır. Bu durumda en güçlü bireyler onlar olur. Kısaca, sadece güç, zeka, çeviklik değil çevresel etkiler de doğal

seçilimi etkileyen en önemli nedenlerdendir. GA ile canlı yaşamı ilişkilendirilecek olursa hayatta kalmak amaç (uygunluk) fonksiyonu olur. Arama uzayı yani amaç fonksiyonunun optimal noktalarının aranacağı yerler yaşam alanını; kısıtlar çevresel ve diğer şartları temsil ederler.

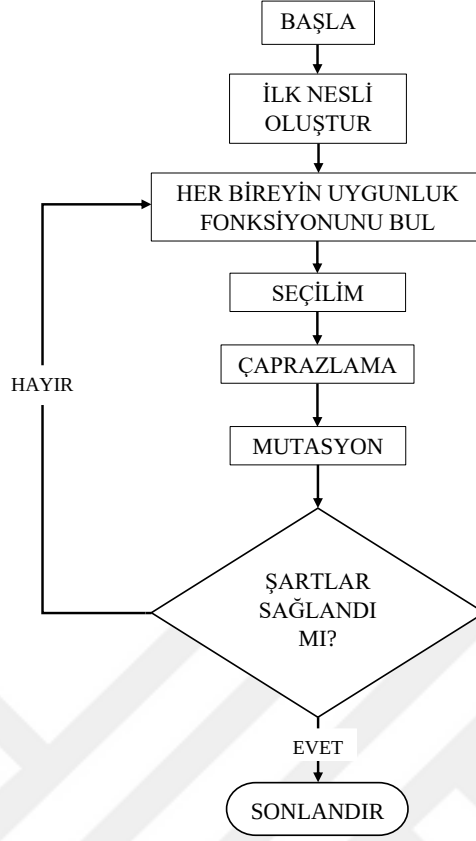
Üreme ise canlının kalıtsal bilgisinin gelecek nesillere aktarılmasını sağlayan bir olaydır. Ebeveynden alınan genetik materyaller rastgele eşleşir ve yeni doğanlar (çocuklar) geçmişin izlerini taşırlar. Ebeveynleri ile beraber aynı ortama katılırlar. Üremeye katılacak bireyler ve eşleşme biçimleri GA'nın temelini oluştururlar. Seçim kuralları, çaprazlama ve mutasyon aşamaları belirli yöntemler çerçevesinde GA içinde uygulanır. Aşağıda GA için gerekli bazı temel terimlerden bahsedilmiştir [73].

- Gen: Anlamalı bir veri taşıyan en küçük yapı birimidir.
- Kromozom: Genlerin bir araya gelmesiyle oluşan diziye denir.
- Popülasyon (Nüfus): Kromozom havuzudur.
- Kodlama: Kromozomları kodlarken kullanılan yöntemlerdir. Gerçek değerler 0-1 ikili sayı sistemlerine çevrilir.
- Genotip: Kodlanan verilere denir. Çaprazlama, mutasyon gibi işlemler verilerin kodlandığı genotipte gerçekleştirilir.
- Fenotip: GA'daki gerçek veri setlerine denir.
- Ebeveyn: Seçim sonucunda çoğalma imkanı bulan bireylere denir.
- Çocuk: Üreme safhasında seçim, çaprazlama ve mutasyon aşamalarından geçip ortaya çıkan bireylerdir.

5.2 Genetik Algoritmanın Aşamaları

GA'da gelecek nesil oluşturulurken her adımda mutlaka 3 operatör kullanılır. Bunlar seçim, çaprazlama ve mutasyondur. Bu aşamalardan geçen bireyler yeni nesli yani çocukları meydana getirir ve ebeveynleri ile beraber değerlendirmeye alınır. Böylece çözüm havuzu sürekli genişletilmeye ve çeşitlendirmeye çalışılır. GA akış şeması Şekil 5.1'de verilmiştir. Nüfus oluşturma, seçim, uygunluk değeri hesaplama ve kriter sağlama kontrolü adımları diğer sezgisel optimizasyon yöntemleriyle aynıdır.

Başlangıç nüfusu oluşturulurken problemin türüne göre nüfus büyüklüğü önem arz eder. Arama uzayının genişliği, uygunluk değerinin hesaplama süresi,



Şekil 5.1 Genetik algoritma akış şeması [73, 74]

çözümde istenen hassasiyet gibi etkiler göz önüne alındığında nüfusun büyüklüğü, optimizasyonun çalışma süresini direkt olarak etkiler. Problemin tipine göre çok büyük nüfus seçilmesi çözüm süresini aşırı derece uzatacağından, az sayıda seçilmesi de kromozom çeşitliliğini azalttığı için istenen hassasiyet sağlanmamış olur.

5.2.1 Genetik Algoritmada Kodlama

Genler canlılarda kalıtım bilgisini taşıyan en küçük anlamlı yapı birimidir. Genlerin altında ise onları oluşturan nükleotit dizilimleri vardır. Nükleotitler tek başına anlamsızdır ama biraraya geldiğinde bir bilgi içerir. Yani genler aslında nükleotitlerle kodlanmıştır. Aynı şekilde genetik algoritma yöntemleri gerçek değerleri kodlayarak bünyesinde tutar. Bu kodlamalara genotip ismi verilirken, gerçek değerlere fenotip denir. Genotipteki değişimler fenotipe etki eder ve görünüşü değiştirir. Genetik algoritmadaki çaprazlama ve mutasyon operatörleri büyük çoğunlukla 0-1 şeklinde kodlanmış değerler (bit) üzerinden çalışırlar.

Kodlama temelde gerçel sayı kodlaması, ikili kodlama ve gray kodlama olarak üç çeşittir. Gerçel sayılarda parametreler olduğu gibi kullanılır bit sistemi kullanılmaz. İkili ve gray kodlama sistemlerinde her parametre istenen bit sayısı ile ifade edilir.

Örneğin; 10 sayısı 4 bit ve 6 bit için sırasıyla 1111, 001111 gibi ifade edilir.

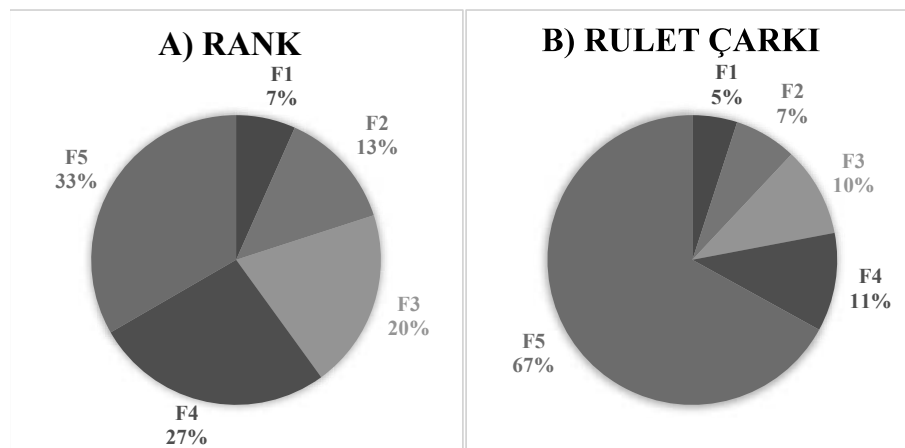
İkili kodlama sistemi en çok kullanılan yöntemlerden birisi olmasına karşın Hamming cliff olayı en büyük dezavantajıdır [75–77]. Genotipteki küçük bir değişikliğin fenotipte çok farklı bir yapıya dönüşmesidir. Yani koddaki küçük değişim parametrede büyük bir farklılığa sebep olmaktadır ve istenmeyen bir durumdur. Optimizasyon açısından parametre değişiminin daha kararlı olduğu Gray kodlaması bu çalışmada kullanılmıştır.

5.2.2 Uygunluk Değerinin Elde Edilmesi

Uygunluk değeri hesaplanması sonucunda, problemde istenen sonuçların elde edilip edilmediği araştırılır. Kromozomdan alınan bilgiler gerçek verilere dönüştürüldükten sonra yani genotipten fenotipe geçildiğinde artık amaç fonksiyonu için gerekli girdiler elde edilmiştir. Amaç fonksiyonu çalıştıktan sonraki çıktılar maliyet olarak isimlendirilir ve uygunluk değerleri atanır. Uygunluk değeri amaç fonksiyonu ile doğrudan ilgilidir. Ebeveynlerin ve çocukların beraber değerlendirildiği bu aşamada her bireyin uygunluk değeri vardır.

5.2.3 Seçim Yöntemleri

Uygunluk değerleri belirlenen nesilde üremeye katılacak bireylerin seçimi, çeşitli mekanizmalar kullanılarak sağlanır. Her zaman en güçlülerin hayatta kalması veya genetik çeşitliliğin olması gibi durumlar göz önüne alınarak çeşitli yöntemler geliştirilmiştir. Rulet çarkı, rank seçimi ve turnuva en çok kullanılan yöntemlerdendir [78].



Şekil 5.2 Doğal seçim türleri gösterimi

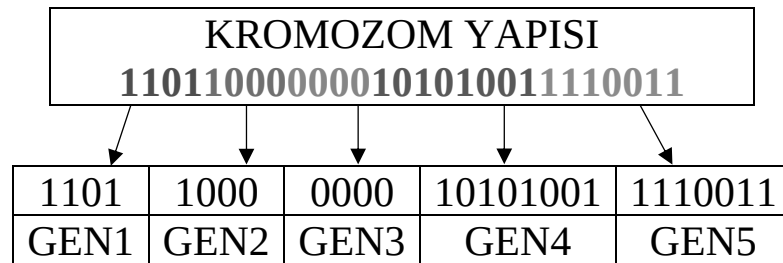
- Rulet Çarkı: İlk defa Holland tarafından önerilmiştir. Bütün nüfusun uygunluk

değerleri bir tabloya yazılır ve toplanır. Her bireyin uygunluk değeri bu toplama bölünür, yüzde hesabı yapılır ve birikimli olasılıkları hesaplanır. Bireyin seçilme olasılığı uygunluk değeri ile doğrudan ilişkilidir. Çarka yerleştirilen birikimli olasılık değerlerine göre büyük olasılığı olanlar daha büyük yer kaplarlar (Şekil 5.2). Tamamen rastgele bir şekilde birey sayısı kadar çark çevrilir ve seçimler birikimli olasılıklara göre yapılır. Büyük uygunluk değerine sahip olanın seçilmesinin ihtimali yüksektir ancak seçilmeme ihtimali de gözardı edilmemelidir.

- Rank Seçimi: Rulet çarkında % 90 gibi birikimli olasılığa sahip bir birey diğerlerinin seçilme şansını azaltacaktır (Şekil 5.2). Yani bireylerin sonuçları arasında çok farklılık varsa bu yöntem rulet çarkının olumsuz yönünü ortadan kaldırmış olur. Zayıf bireylerin seçilme şansını artırıp genetik çeşitliliği zenginleştirir. Bu sebeple optimizasyonun yakınsama hızı azalacaktır.
- Turnuva: En çok tercih edilen yöntemlerden birisidir. Mevcut nüfustan rastgele n adet birey alınır ve turnuvaya yerleştirilir. n adet bireyden en güçlü olan seçilir ve nüfustan düşülür. Geriye kalanların seçilme şansı devam ettirilmiş olur. Eğer n adet birey nüfus sayısı kadar alınırsa kazananlar her zaman en iyiler olacaktır.

5.2.4 Genetik Algoritma Mekanizmaları

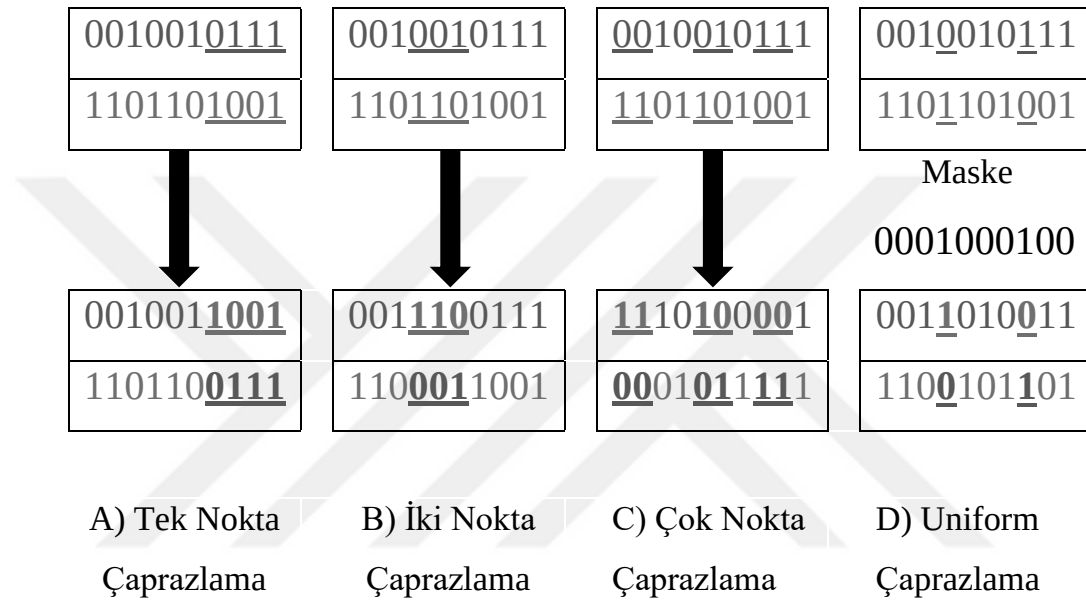
Genetik algoritmada çaprazlama ve mutasyon işlemleri uygulanarak yeni bireyler yani çocuklar üretilir. Üreme için seçilen bireyler kendi arasında rastgele eşleşir ve bazı kromozom yerleri çaprazlama ile değiştirilir. Üstüne mutasyona uğrayan bu bireyler artık çocuktur ve nüfusa katılırlar. Çaprazlama, mutasyon işlemleri ve bunların çeşitleri aşağıdaki başlıklarda anlatılmıştır. Bu aşamalarda kullanılan genler ve genlerden meydana gelen kromozom yapısı Şekil 5.3'te gösterilmiştir.



Şekil 5.3 Kromozom yapısı

5.2.4.1 Çaprazlama

Çaprazlama operatöründe üreme için seçilen bireyler arasından rastgele eşleştirmeler yapılır. Yine rastgele seçilen nokta veya noktalardan itibaren bazı kromozom parçaları karşılıklı yer değiştirir. Sonuçta 2 farklı özellikte yeni birey oluşur. Çaprazlamada amaç çocukların daha iyi olmasını sağlamaktır ancak her zaman mümkün olmamaktadır. Eğer genetik çeşitlilik az ise yapılan çaprazlamaların optimizasyona faydası olmayacaktır. Literatürde 4 farklı çaprazlama yöntemi bulunmaktadır [74, 78].



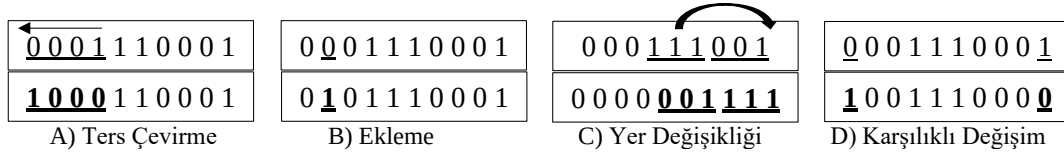
Şekil 5.4 Çaprazlama çeşitleri [74]

- Tek nokta çaprazlama
- İki nokta çaprazlama
- Çok nokta çaprazlama
- Üniform çaprazlama

Tek nokta çaprazlamada rasgele seçilen bir noktadan itibaren geriye kalan bölgeler yer değiştirir. Çift nokta çaprazlama yönteminde ise seçilen iki nokta arasında kalan bölgeler takas edilir. Çok nokta çaprazlamada ise kromozom birkaç bölgeye ayrılır ve birer atlanarak değişimler gerçekleştirilir. Üniform çaprazlamada ise çaprazlama maskesi 0-1 şeklinde rasgele oluşturulur. Sıfıra denk gelen bitler aynı kalır, bire denk gelen bitler değiştirilir. Şekil 5.4'te görüldüğü gibi çaprazlanan kısımlar altı çizili ifade edilmiştir.

5.2.4.2 Mutasyon

Mutasyon işlemi çaprazlamadan çıkan bireylere uygulanır. Kromozomda mutasyon uygulanacak bit değeri veya bit değerleri yine rasgele seçilir. Mutasyonun amacı kopyalanmanın önüne geçmek ve genetik çeşitliliği arttırmaktır. Mutasyon oranının yüksek seçilmesi çözüm hassasiyetini azaltabilir ve istenmeyen bir durumdur. Bazı mutasyon çeşitleri aşağıda sıralanmış ve Şekil 5.5'te gösterilmiştir.



Şekil 5.5 Mutasyon çeşitleri [74]

- Ters çevirme
- Ekleme
- Yer değişikliği
- Karşılıklı değişim

Şekil 5.5'te mutasyona uğrayan elemanlar altı çizili olarak gösterilmektedir. Ters çevirmede kromozomun bir bölgesi belirlenir ve dizi ters çevrilir. Eğer diziden rasgele bir eleman seçilir ve tersi ile yer değiştirilirse buna ekleme denir. Yer değişikliği mutasyonunda kromozomda yine rasgele bir bölge seçilir ve dizinin sonuna koyulur. Karşılıklı değişim mutasyonunda seçilen bitler kendi aralarında değiştirilir.

5.3 Çok Amaçlı Genetik Algoritmalar

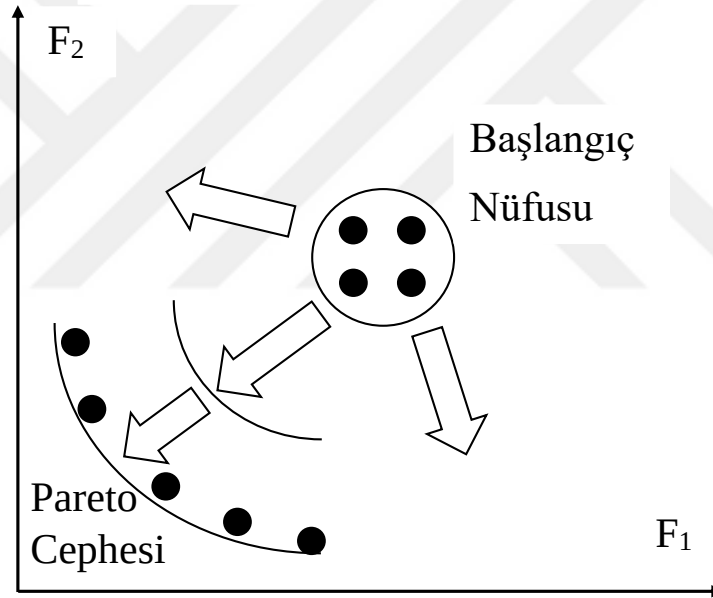
Optimizasyon yöntemlerinin ayrıştığı diğer kısım kaç tane amaç fonksiyonuna sahip olduğudur. Tek amaç fonksiyonuna sahip yöntemler belirli kısıtlar altında o amacı eniyilemeye çalışırlar. Çok amaç fonksiyonuna sahip yöntemler her iki amacın gereklerini sağlamaya çalışırlar. Örneğin; ağırlık ve mukavemet problemleri buna örnek verilebilir. En hafif tasarım kullanılarak en sağlam parça imal edilmeye çalışılır.

Çok amaçlı genetik algoritma (ÇAGA) yöntemleri aslında mühendislik çalışmalarında yaygın biçimde kullanılırlar. Zaten çoğu mühendislik problemi karmaşık ve çok amaçlıdır. Amaçlar tutturulmaya çalışılırken üretim ve maliyet kısıtlarının da gözardı edilmemesi gerekir. ÇAGA'da bütün amaçları sağlayan bir tek mükemmel çözüm bulunamaz. Bunun yerine Pareto cephesi adı verilen bir çözüm kümesi elde edilir [76,

77]. Bu nedenle çözümlerde çeşitlilik ve denge söz konusudur. Yani olası çözümlerin hepsi en uygun çözümdür. Kullanıcı veya uzman kişi bu çözüm kümesinden istediği çözümü seçip kullanabilir.

5.3.1 Baskınlık ve Pareto Cephesi

Çok amaçlı optimizasyon alanında ilk çalışmalar Pareto tarafından yapılmıştır ve kendi ismiyle adlandırmıştır [79]. Yukarıda bütün amaçların aynı anda en iyi şekilde sağlanmasının zor olduğundan bahsedilmişti. Bunun yerine optimum seçenekler içeren bir çözüm kümesinin elde edildiği belirtilmişti. Öyle bir küme seçilmelidir ki dışarıdan hiç bir üye bu çözümleri bastıramasın ve çözümler kendi içinde birbirine üstünlük sağlayamasın. Bu kriterleri sağlayan elemanlar çok amaçlı optimizasyonun en iyi elemanlarıdır ve buna Pareto optimal cephesi ismi verilir (Şekil 5.6). Amaç her zaman cepheye yaklaşmak ve düzgün bir dağılım sağlamaktır.



Şekil 5.6 Pareto optimal cephesi gelişimi

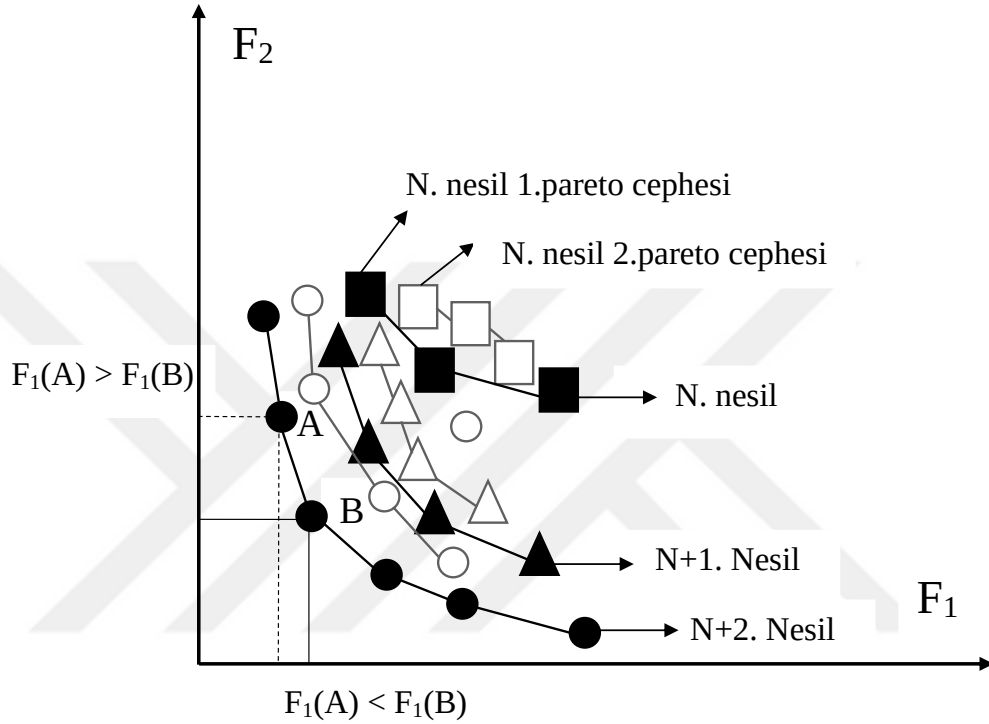
Burada çözümler birbirine üstün değildir ancak bir kritere göre en iyiden kötüye doğru sıralama yapılabilir. Bir uzman veya karar verici tarafından ek şartlar kullanarak Pareto cephesinden seçilecek çözümler tercih edilen çözümler olacaktır.

5.3.2 Bastırılmayan Sıralamalı Genetik Algoritma (Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm-NSGA)

Fonseca ve Fleming [80]'in geliştirdiği yöntemde bir bireyin uygunluğu veya puanı diğer bireylere karşı baskın olup olamamasına göre değerlendirilir. En başta bütün

nüfustaki her bireyin değeri 1'dir. Eğer bir birey kimseye üstün gelemezse yani baskın olamadığı her durumda 1 puan alır ve en yüksek puanı alarak nüfusun en kötüsü olur [73].

NSGA için ilk çalışma Goldberg tarafından geliştirilmiştir ve Deb ilk uygulamaları yapmıştır [81, 82]. NSGA bireyleri çeşitli katmanlara ayırır ve ilk katman daima öndedir. Her katman bir öncekine göre üstündür.

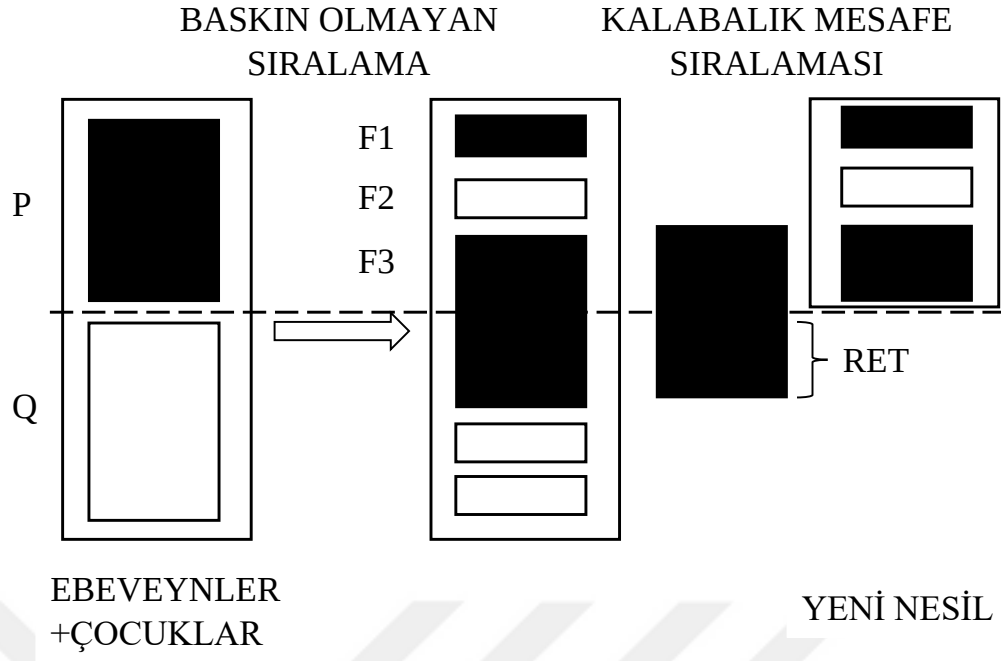


Şekil 5.7 Pareto optimal cephesinin nesillerde değişimi

5.3.3 Hızlı ve Elitist Bastırılmayan Sıralamalı Genetik Algoritma (Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm-NSGA-II)

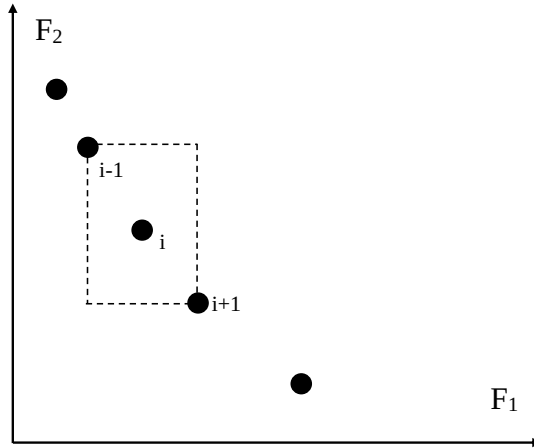
NSGA'nın aksine çözüm süresi kısadır ve basittir. Pareto optimal cephede daha geniş bir dağılım göstermektedir. Elitist olma özelliği mevcut bireyler ile bir önceki nesilden gelen bastırılmayan çözümleri birleştirmesinden gelmektedir. Dolayısıyla nüfusta en iyi kromozomlara sahip bireyler olup GA operatörleri ile yapıları değişse bile çocuklarından iyi durumdaysa hayatta kalacaktır. Ebeveyn ve çocuklar birleşince nüfus sayısı 2 katına çıkacaktır. Önceki nesilden gelen bastırılmayan çözümler (P -ebeveynler) genetik operatörlerle (seçim, çaprazlama ve mutasyon) işleme alınır. Ortaya çıkan çocukların (Q) uygunluk değerleri hesaplanır. P ve Q birleştirilerek gruplama yapılır ve F_1 en iyi gruptur (Şekil 5.8).

Bazen çözümler bir noktada yoğunlaşır ve çeşitlilik ortadan kalkar. Bu yoğunluğun



Şekil 5.8 NSGA-II aşamaları [82]

önüne geçilmesi ve Pareto cephesinde daha geniş yayılım sağlanması için kalabalık mesafe sıralaması (crowding distance) algoritması kullanılır. Kalabalık mesafe değeri bir noktaya komşu olan 2 nokta ile hesaplanır (Şekil 5.9). İterasyon ilerledikçe çözüm noktaları daha homojen şekilde dağılacaktır.



Şekil 5.9 Kalabalık mesafe hesaplaması [82]

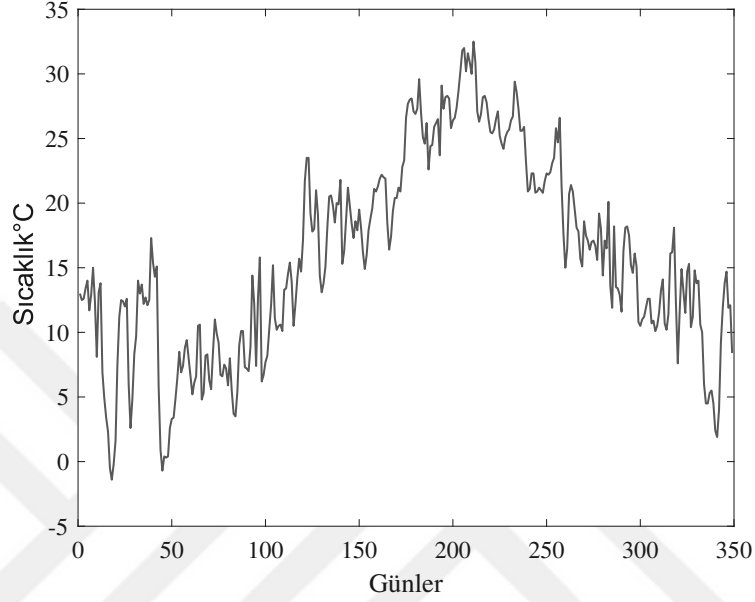
Demiryolunda hat tasarımı yapılırken statik hesaplardan sonra çıkan sonuçlar dinamik büyütme faktörleri ile büyütülür [1, 2]. Tecrübe ve bazı kabuller yapılarak çıkan sonuçlar değerlendirilir. Büyütme faktörlerinin hassas olmaması, çevresel şartları içermemesi nedeniyle dinamik analizler gerçekleştirilmelidir. Aynı zamanda yapılacak maliyet hesapları da demiryolu yatırımının önemli bir parçasıdır. Dolayısıyla, kurulum ve işletme maliyetleri kadar çevreye yayılan titreşim seviyeleri de önem arz etmektedir. Çevreye yayılan titreşimleri azaltırken bunu en uygun maliyetle çözmek işverenlerin, tasarımcıların ve işletmecilerin arzu edeceği bir durumdur.

Çevreye yayılan titreşimler zemine iletilen kuvvet değeri ile ilgilidir. Demiryolu tasarımlarına bakılırsa zemine iletilen kuvvetlerin azaltılması için üstten alta doğru her kademede enerji sönmelenmeye çalışılır. Titreşim ve gürültünün kaynağında müdahale edilmesi her zaman birinci amaçtır. Dolayısıyla demiryolu bileşenleri arasında esnek elemanlar kullanmak titreşimi kaynağında gidermenin en yaygın yollarındandır. Esnek elemanlar; ray pedleri, traversaltı pedler, balast matlarıdır ve uygulamalarda çevreye yayılan titreşim seviyelerini azalttığı görülmektedir [60, 83, 84].

Esnek elemanların kullanılmasıyla hat çok rijit veya çok esnek bir hale gelebilir. Düşey rijitliğin fazla olması zemine fazla kuvvet iletilmesine, yüksek bakım maliyetlerine; düşük rijitliğin olması yüksek sehime, trenlerin fazla güç çekmesine, bağlantı elemanlarının erken yorulmasına sebep olur [85]. Sıcaklık, çalışma frekansı, yorulma ve önyükleme gibi etkilerle esnek elemanların sahip olduğu direngenlik değerleri değişmektedir. Sıcaklığın artması, malzemenin yaşlanması ile beraber direngenlik değerleri düşecektir [86, 87].

Bu çalışmada DMA sonuçlarından elde edilen sıcaklık ve frekansa bağlı direngenlik değerleri ve sönüm değerleri göz önüne alınacaktır. NSGA-II algoritması iki farklı balastsız demiryolu hattı için çalıştırılarak hem zemine az kuvvet ileten hem de uygun maliyetli çözümler araştırılacaktır. Algoritma çalışırken hattın bulunduğu konum

ve işletme koşulları dikkate alınarak sıcaklık etkileri dahil edilmiştir. Meteoroloji Genel Müdürlüğü'nden alınan verilere göre 2021 yılı içinde Davutpaşa İstasyonu'ndan alınan günlük ortalama sıcaklık verilerinin grafiği Şekil 6.1'de gösterilmektedir. 349 gün boyunca alınan veriler belirli sıcaklık aralıklarında düşünülerek Tablo 6.1 oluşturulmuştur.



Şekil 6.1 Davutpaşa ölçüm istasyonu günlük ortalama sıcaklıklar

Tablo 6.1 Sıcaklık aralıkları

Sıcaklık aralığı	$-5 < T \leq +5$	$+5 < T \leq +15$	$+15 < T \leq +25$	$+25 < T \leq +35$
Optimizasyondaki sıcaklıklar	0°C	10°C	20°C	30°C
Etkili gün sayısı	27	145	118	59

6.1 Optimizasyon Kurulumu

Öncelikle iki amaç fonksiyonuna sahip olunması gerektiğinden doğru hedefler belirlenmelidir. Bu çalışmada zemine iletilen kuvvet değeri (F_F) ve maliyet (F_M) amaç fonksiyonları olacaktır. Sonuç olarak uygun boyutlar ve uygun malzeme seçimi ile yapının kısıtlar altında performansı arttırılmaya çalışılacaktır. Aşağıda amaç fonksiyonları verilmiştir ve x arama uzayı olup demiryolu elastomer malzeme parametrelerinden oluşacaktır.

$$\begin{aligned} \min_x F_F \\ \min_x F_M \end{aligned} \quad (6.1)$$

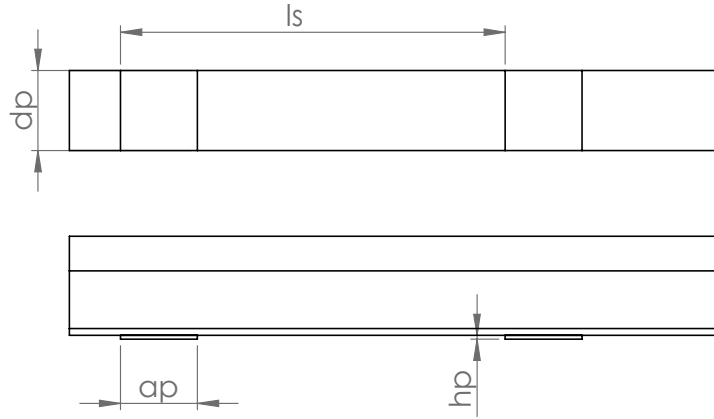
seçilen parametreler;

$$\begin{aligned} 50mm &\leq a_p \leq 500mm \\ 100mm &\leq l_s \leq 1000mm \\ 8mm &\leq h_p \leq 30mm \\ 1 &\leq RP_{ID} \leq 12 \end{aligned} \quad (6.2)$$

Tip II için ek parametreler;

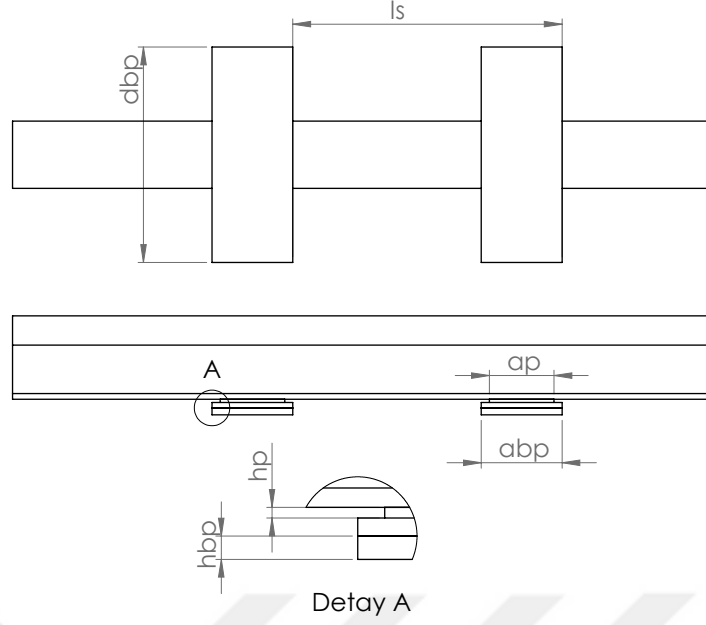
$$\begin{aligned} 50mm &\leq a_{bp} \leq 500mm \\ 150mm &\leq d_{bp} \leq 500mm \\ 8mm &\leq h_{bp} \leq 30mm \\ 1 &\leq BPP_{ID} \leq 12 \end{aligned} \quad (6.3)$$

a_p , l_s , h_p , P_{ID} sırasıyla ray pedi genişliğini, mesnetler arası mesafeyi, ray pedi kalınlığını ve malzeme numarasını göstermektedir. Tip II'nin optimizasyonu için de Denklem 6.3'te verilenler arama uzayına eklenecektir. a_{bp} , d_{bp} , h_{bp} , BPP_{ID} terimleri de selet genişliği, selet boyunu, selet kalınlığını ve selet altı ped numarasını belirtmektedir. Bütün parametreler Şekil 6.2 ve 6.3'te görselleştirilmiştir. Çaprazmala olasılığı $P_c = 1$, mutasyon olasılığı $P_m = 1/15$, nüfus sayısı 200 alınmıştır. İkili kodlama sistemlerinden Gray kodlama için 15 bit kullanılmıştır. Üreme için seçilecek bireyler rank sistemi ile belirlenmiştir.



Şekil 6.2 Tip I geometrik ölçüleri

Bu kadar geniş bir aralıkta optimal çözümleri aramak hesaplama zamanı, yakınsama, çözümleri değerlendirme açısından çok zor olacaktır. Dolayısıyla amaç fonksiyonlarına bazı kısıtlar getirilmeli ve sonuçlara ceza fonksiyonu uygulanmalıdır.



Şekil 6.3 Tip II geometrik ölçüleri

6.2 Kısıtların Belirlenmesi

Yukarıda bahsedildiği gibi esnek eleman boyutları ve malzeme numarası hem maliyet hem de kuvvet açısından değerlendirilecektir. Dolayısıyla bu aralıklardaki çözümler sonsuz olacaktır. Örneğin; küçük boyutlarda elemanlar sıkışık biçimde kullanılabilir veya büyük boyutlu elemanlar bulunarak malzeme ve işçilik fiyatı arttırılabilir. Tecrübe ve piyasa koşulları dikkate alınarak mevcut maliyetin yüzde 15 fazlası kısıt olarak tanımlanmıştır. Çünkü demiryolu hattı okul, hastane, tarihi yapılar gibi hassas binaların çevresinden geçebilir. Bu sebeple buradaki üstyapının inşasında maliyetten kaçınılmaması ve gerekli özenin gösterilmesi gerekmektedir. İhtiyaç halinde bu kısıt daha üst seviyelere çıkarılabilir.

Bulunan çözümler arasında çok esnek ve ucuz bir yapı meydana gelme olasılığı yüksektir. Bu da yapının esnekliğini arttıracığından yorulma ve güvenlik açısından istenmeyen bir durumdur. Dolayısıyla diğer kısıt rayın orta nokta sehim değeri olacaktır. Standartlarda veya literatürde balastsız hatlar için kesin bir limit değeri olmamakla beraber uzmanlara göre 1-2 mm sehim temel alınmaktadır. Ayrıca ray bağlantı elemanları üreten firmaların ürünleri incelendiğinde bu elemanların düşey sehimlerinin en fazla 2-3 mm olduğu görülmektedir [88–93]. Yorulma etkileri açısından sehimin az olması bakım maliyetini azaltacaktır. Elastik elemanların yoruldukça elastikiyet değerlerinin düşmesi düşey sehimini arttıracığından sehim değeri 1.5mm alınmıştır.

Denklem 6.4'te ceza fonksiyonunun alacağı değer iki kısıt için de yazılmıştır.

$$\Phi = \begin{cases} 1, & \text{eğer ve } F_M < F_{M_m} \text{ ve } w(x, t) < 1.5 \\ 1000, & \text{eğer ve } F_M \geq F_{M_m} \text{ ve } w(x, t) \geq 1.5 \end{cases} \quad (6.4)$$

Dolayısıyla kısıtların sağlanıp sağlanmadığı durumlarda amaç fonksiyonları aşağıdaki gibi kullanılacaktır.

$$\begin{aligned} \min_x F_F &= \Phi F_F \\ \min_x F_M &= \Phi F_M \end{aligned} \quad (6.5)$$

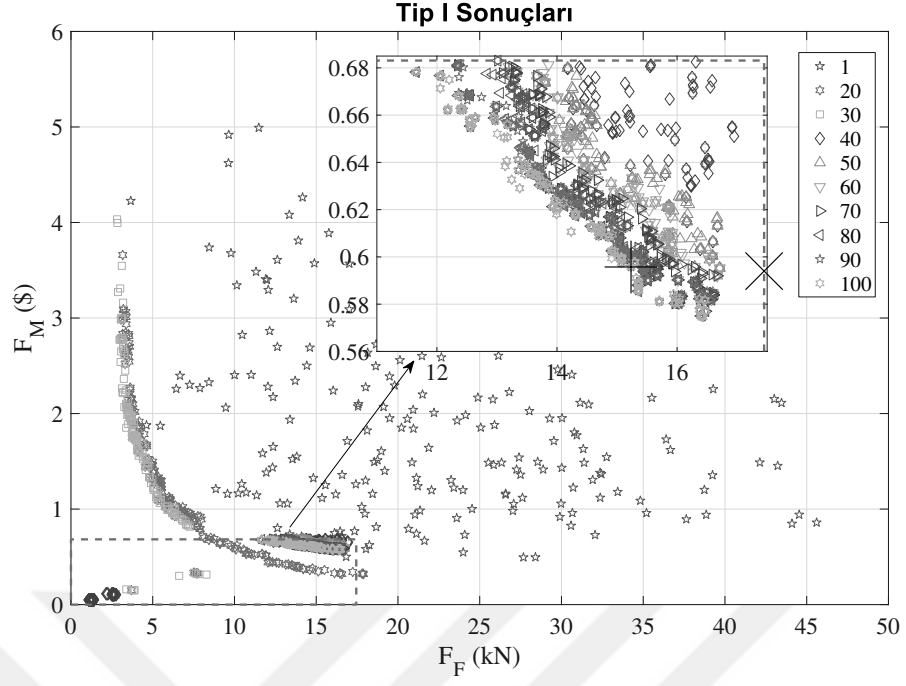
6.3 Tip I için Optimizasyon Sonuçları

Bu yapı Bölüm 4'te modellenmiş ve doğrulaması yapılmıştı. NSGA II algoritmasından çıkan çözüm kümesi incelendiğinde kısıtları sağlayan çözümler Şekil 6.4'te ayrı bir kısımda gösterilmiştir. Mevcut durumla (×) aynı maliyete sahip ve daha az kuvvet ileten optimal çözüm + ile temsil edilmiştir. Bu grafikteki sonuçlar bütün pareto cephelerini içermektedir. Seçilen optimal çözümle mevcut durumun parametreleri Tablo 6.2'de verilmiş, Şekil 6.5'te görselleştirilmiştir. Mevcut durum üstte, optimal çözüm altta yer almaktadır. Pareto optimal cephedeki diğer sonuçlar Tablo B.1'de verilmiştir. Seçilen optimal sonuçtaki sehim ve kuvvet değeri dört sıcaklığın ağırlıklı ortalaması olup her sıcaklıktaki karşılaştırılmalı sonuçlar Şekil 6.6-6.8'de gösterilmiştir. 40°C sıcaklığı optimizasyonda kullanılmamıştır ama yaz aylarında çok az süre de olsa hava sıcaklığı bu seviyeye çıkabileceği için kısıtların kontrolü ve durumun incelenmesi açısından bu sıcaklıktaki sonuç da incelenmiştir.

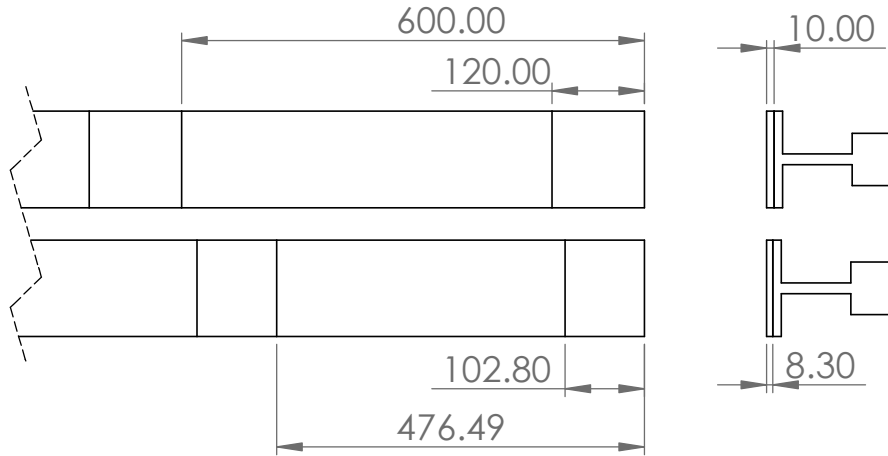
Tablo 6.2 Tip I için parametrelerin karşılaştırılması

	a_p mm	l_s mm	h_p mm	RP ID	Kuvvet MPa	Maliyet ×1000\$	Sehim mm
Mevcut	120	600	10	12	17.4	0.594	1.09
No.23	102.8	476.49	8.3	4	15.23	0.596	1.24

Şekil 6.6-6.8'de optimal sonuçların sehim sınırına fazla yaklaşmadığı ve her sıcaklık altında mevcut duruma göre zemine daha kuvvet ilettiği söylenebilir. Rayın orta noktasındaki hız ve ivme değerleri bilgi açısından grafiklere eklenmiştir. Şekil 6.6'daki sehim ve kuvvet değerleri incelenirse ray hem daha az sehim yapmış hem de zemine daha az kuvvet iletmıştır. Kullanılan elastomer malzemenin bu sıcaklıktaki enerji sönmüleme kabiliyetinin yüksek olduğu söylenebilir. Rayın orta noktasının hız ve ivme değerleri karşılaştırıldığında fazla bir değişimin olmadığı gözlenmiştir. Sıcaklığa bağlı olarak sıcaklığın artmasıyla daha yumuşak bir sistem elde edildiğinden hızın ve

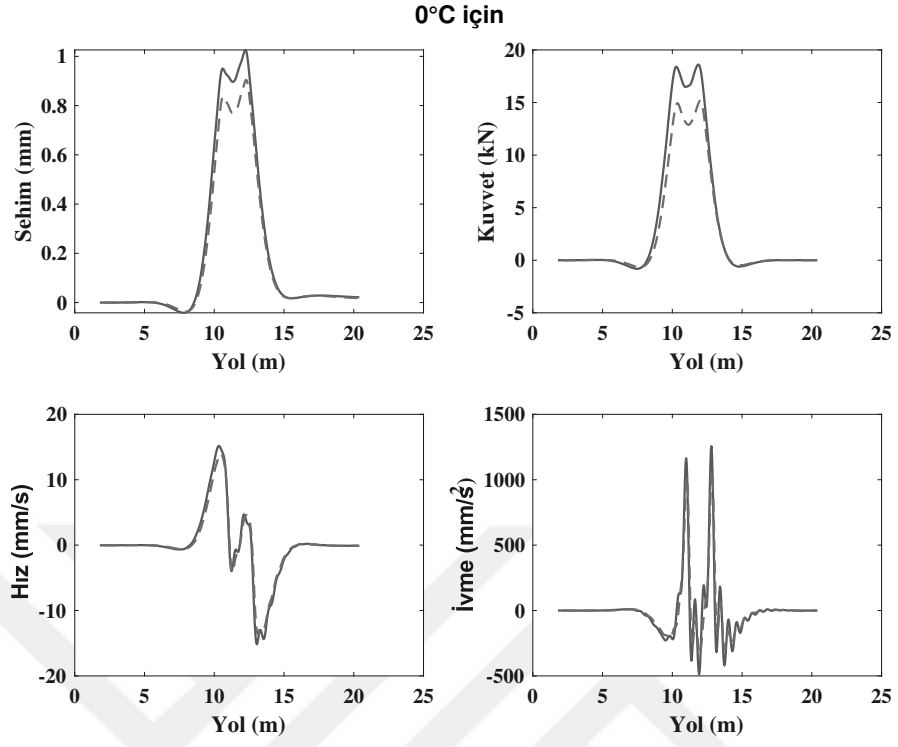


Şekil 6.4 Tip I için pareto cepheleri

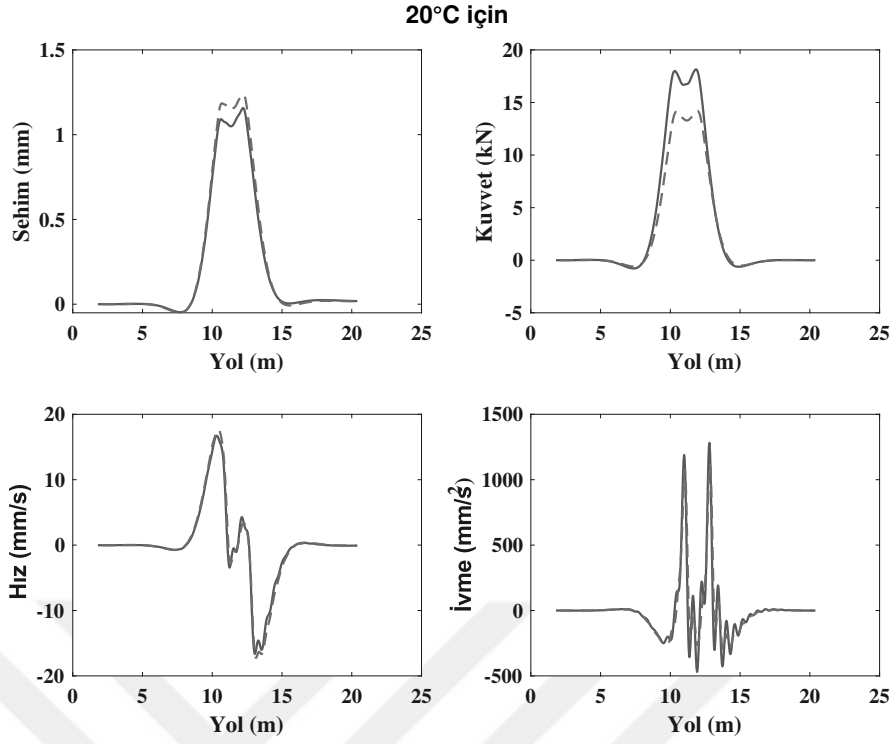


Şekil 6.5 Tip I için sonuçların çizimi

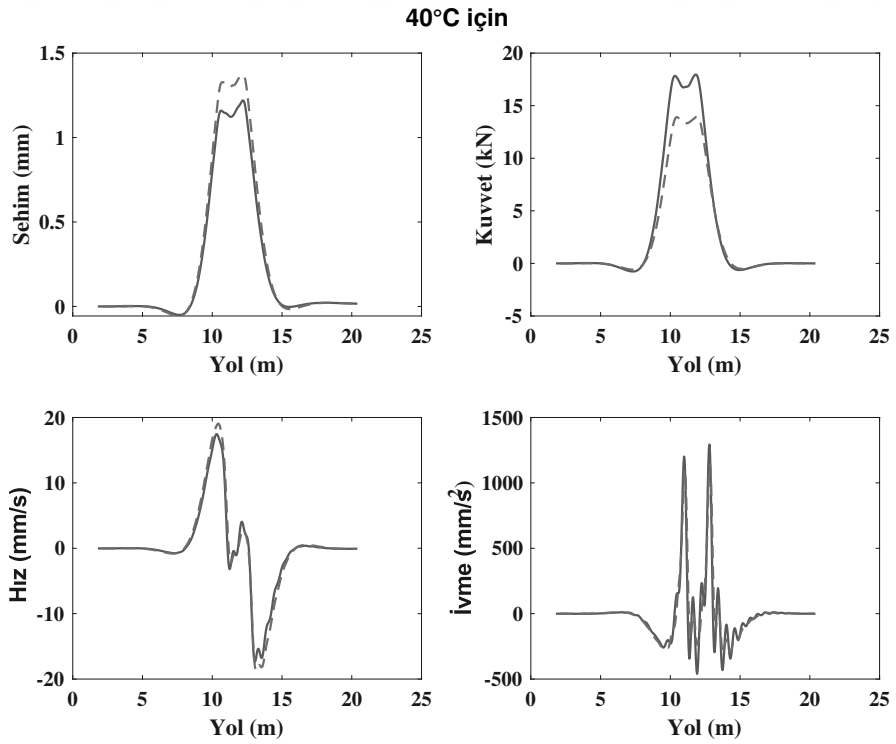
ivmenin arttığı gözlenmiştir.



Şekil 6.6 Tip I 0°C sonuçları (Mevcut:– Optimal:- -)



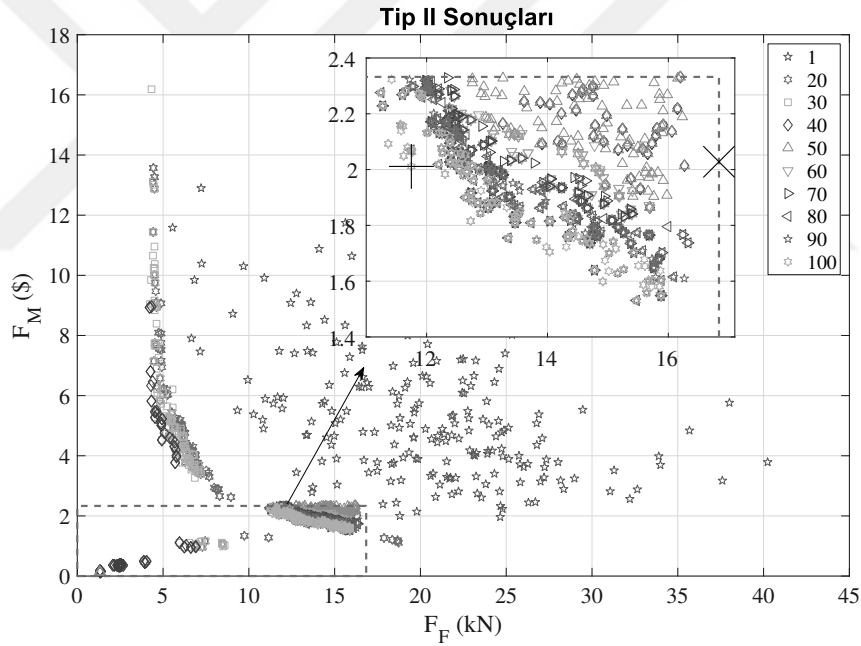
Şekil 6.7 Tip I 20°C sonuçları (Mevcut:- Optimal:- -)



Şekil 6.8 Tip I 40°C sonuçları (Mevcut:- Optimal:- -)

6.4 Tip II için Optimizasyon Sonuçları

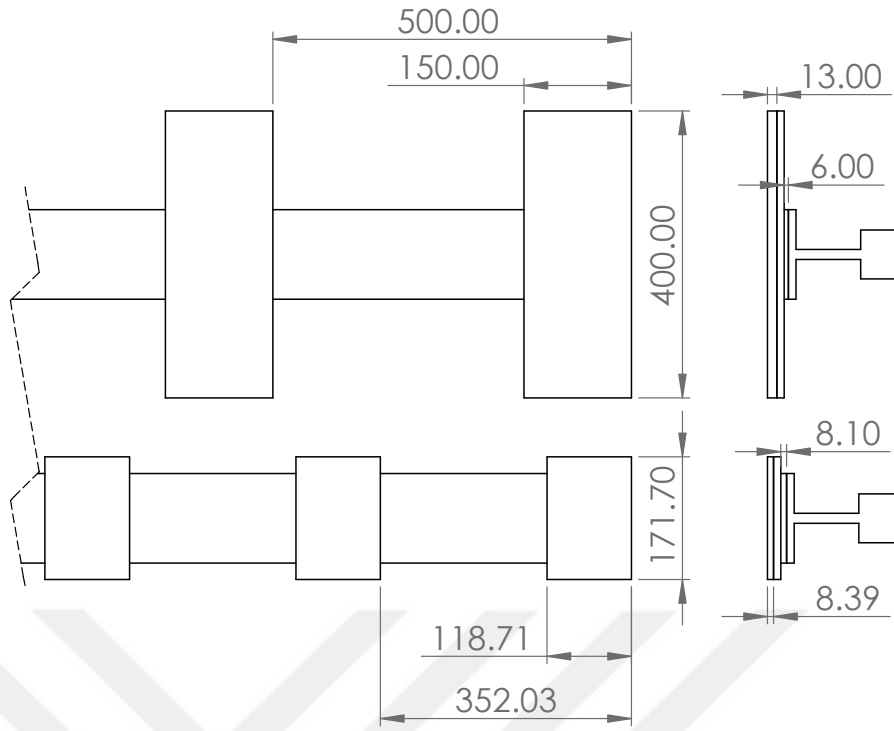
Bu yapı da Bölüm 4'te modellenmiş ve doğrulaması yapılmıştır. NSGA II algoritmasından çıkan çözüm kümesi incelendiğinde kısıtları sağlayan çözümler Şekil 6.9'da ayrı bir kısımda gösterilmiştir. Mevcut durumla (x) aynı maliyete sahip daha az kuvvet ileten optimal çözüm + ile temsil edilmiştir. Bu grafikteki sonuçlar bütün pareto cephelerini içermektedir. Seçilen optimal çözümle mevcut durumun karşılaştırılması Tablo 6.3'te verilmiş, Şekil 6.10'da görselleştirilmiştir. Mevcut durum üstte, optimal çözüm altta yer almaktadır. Pareto optimal cephedeki diğer sonuçlar Tablo B.2'de verilmiştir. Seçilen optimal sonuçtaki sehim ve kuvvet değeri dört sıcaklığın ağırlıklı ortalaması olup her sıcaklıktaki karşılaştırılmalı sonuçlar Şekil 6.11-6.13'da gösterilmiştir. 40°C sıcaklıktaki aynı şekilde optimizasyonda kullanılmamasına rağmen bilgi edinme amaçlı değerlendirilmiştir. Tip I'de olduğu gibi hız ve ivme sonuçlarına bakılırsa; sıcaklığın artmasıyla rayın orta noktasının hız ve ivme değerleri artmıştır.



Şekil 6.9 Tip II için pareto cepheleri

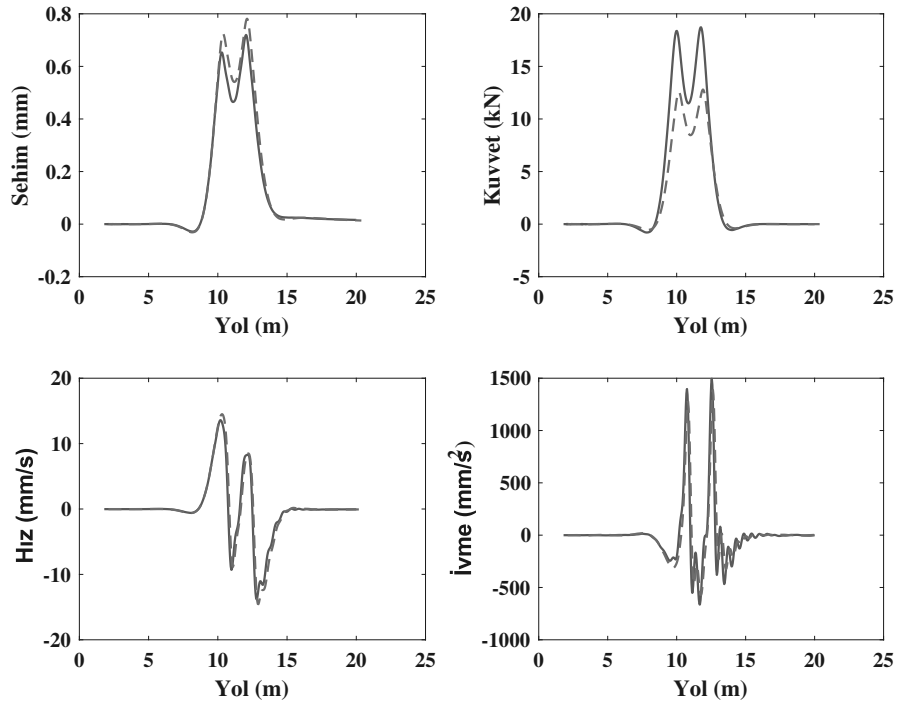
Tablo 6.3 Tip II için parametrelerin karşılaştırılması

	a_p mm	l_s mm	h_p mm	a_{bp} mm	d_{bp} mm	h_{bp} mm	RP ID	BPP ID	Kuvvet kN	Maliyet ×1000\$	Sehim mm
Mevcut	120	500	6	150	400	13	8	11	16.8	2.028	0.83
No.4	102.05	352.03	8.1	118.71	171.7	8.39	4	1	11.75	2.011	1.02

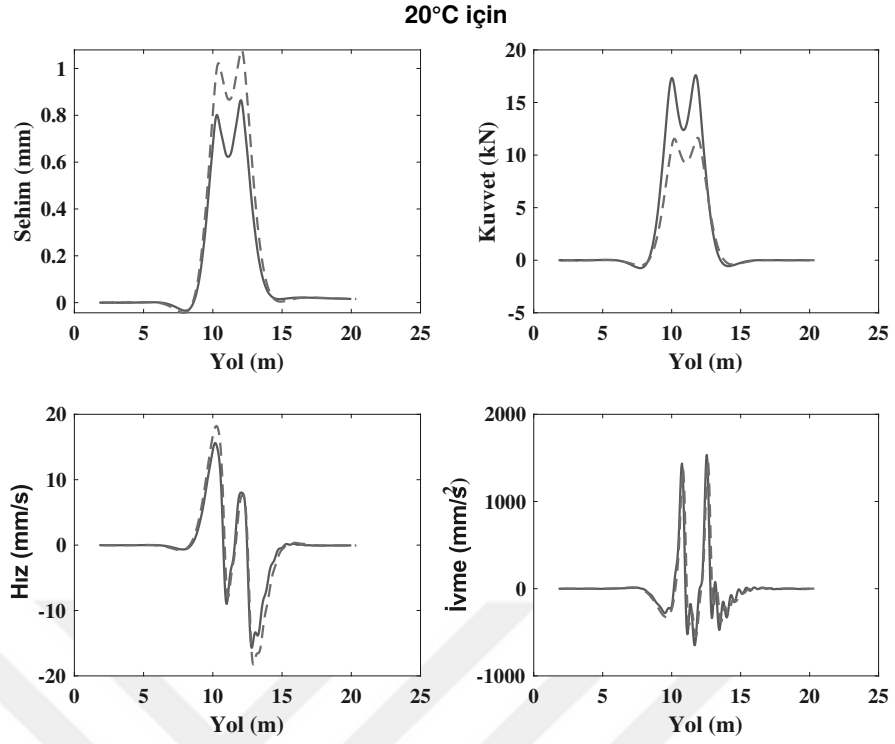


Şekil 6.10 Tip II için sonuçların çizimi

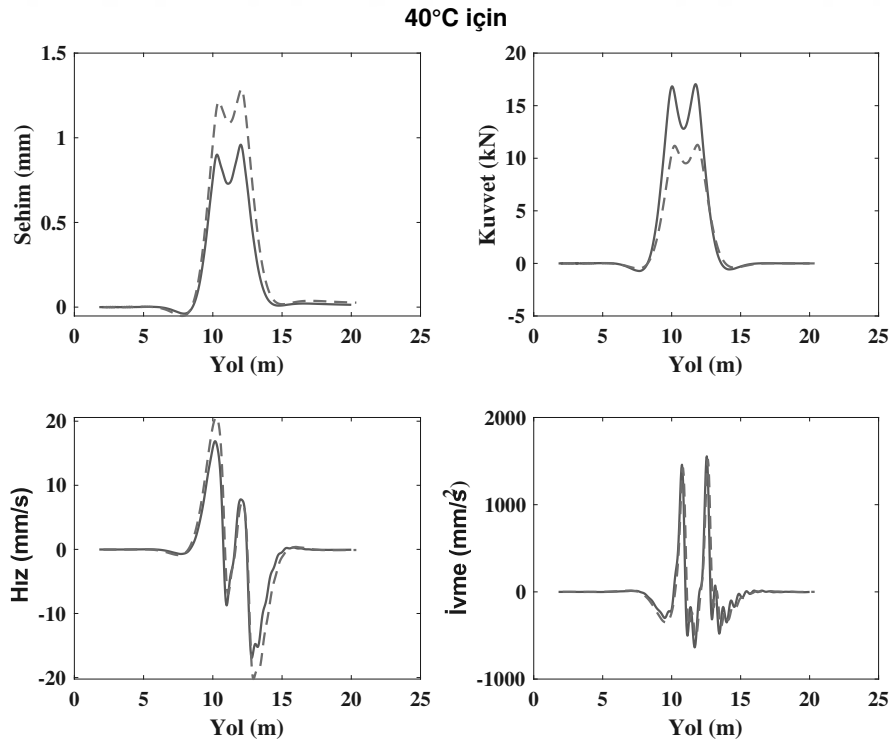
0°C için



Şekil 6.11 Tip II 0°C sonuçları (Mevcut:- Optimal:- -)



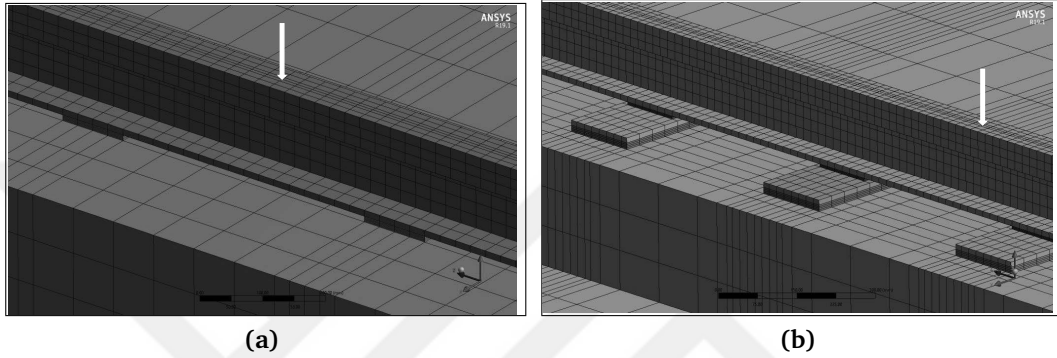
Şekil 6.12 Tip II 20°C sonuçları (Mevcut:— Optimal:- -)



Şekil 6.13 Tip II 40°C sonuçları (Mevcut:— Optimal:- -)

6.5 Optimal Sonuçların Frekans Uzayında Değerlendirilmesi

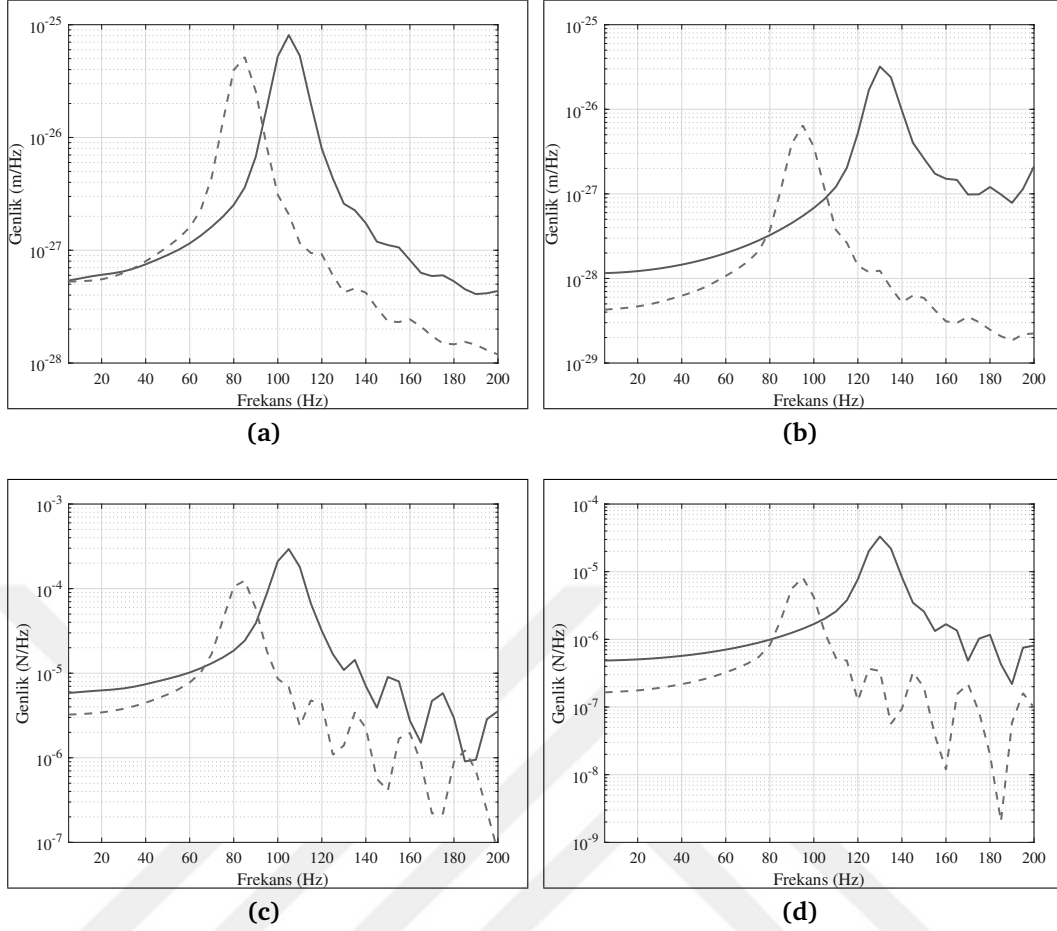
Analitik yöntemle bulunan optimal sonuçların daha iyi değerlendirilmesi için mevcut ve seçilen optimal sonuçların SE modeli kullanılmıştır (Şekil 4.16 ve 4.17). İki mesnetin ortasından darbe kuvveti uygulanmıştır (Şekil 6.14). Sonra raya 2m mesafede bulunan beton üzerindeki yer değiştirme cevaplarının Fourier dönüşümleri elde edilerek karşılaştırılmıştır (Şekil 6.15). Darbe kuvveti bütün frekansların tahrik edilmesi için uygulanmıştır. Yapısal titreşimler için 0-200 Hz arasındaki değerler önemli olduğu için grafikler bu aralıkta çizdirilmiştir [94–98].



Şekil 6.14 Darbe kuvvetinin uygulama noktaları a)Tip I b)Tip II

Şekil 6.15'te görüldüğü gibi mevcut durum ile seçilen optimal çözüm frekans uzayında karşılaştırılmıştır. Betondan alınan yer değiştirmelerin ve zemine iletilen kuvvetlerin zaman cevapları Fourier dönüşümü ile frekans uzayına geçirilmiştir. Yolun birinci doğal frekansı Tip I için 105 Hz, Tip II için 135Hz iken; sistemler daha elastik bir yapıya kavuştukları için bu rezonans frekansları sırasıyla 85 Hz ve 95 Hz'e düşmüştür. Rezonans bölgesi hariç Tip II'nin bütün frekans alanındaki başarısını Tip I yakalayamamıştır. Düşük frekans bölgelerindeki başarıyı elde edilmek isteniyorsa Tip II tercih edilmelidir. Zemine iletilen kuvvetler incelendiğinde rezonans bölgeleri hariç bütün frekans alanında zemine iletilen kuvvetler azaltılmıştır.

Ray, travers, balast, zemin araç, yol geometrisi gibi etkiler sebebiyle sistem bozucu etkilere maruz kalmakta ve zorlanmaktadır. Tablo 6.4'te yoldan kaynaklanan bozucu etkilerin dalga boyları şeklinde sınıflandırılması verilmiştir. Araç hızıyla beraber bozucu etkilerin tahrik ettiği frekanslar değiştiği için Şekil 6.16'daki grafik araç hızına bağlı olarak dalga boylarının etkidiği frekans aralıklarını göstermektedir. Bu hattaki araçların en yüksek çalışma hızı 80 km/sa (22.22m/s) olduğu için çalışma aralığı iki oklu çizgi ile gösterilmiştir. Optimal tasarımların başarılı olduğu yani hangi bozucu etkilere karşı üstünlük sağladığını belirlemek için Tablo 6.4 ve Şekil 6.16 kullanılacaktır. 85 Hz ve 95 Hz üstü bölgelerde her iki sistem de başarılıdır ve ondülasyon kusurlarına karşı çevreye yayılan titreşimleri azaltmada kullanılabilirler.

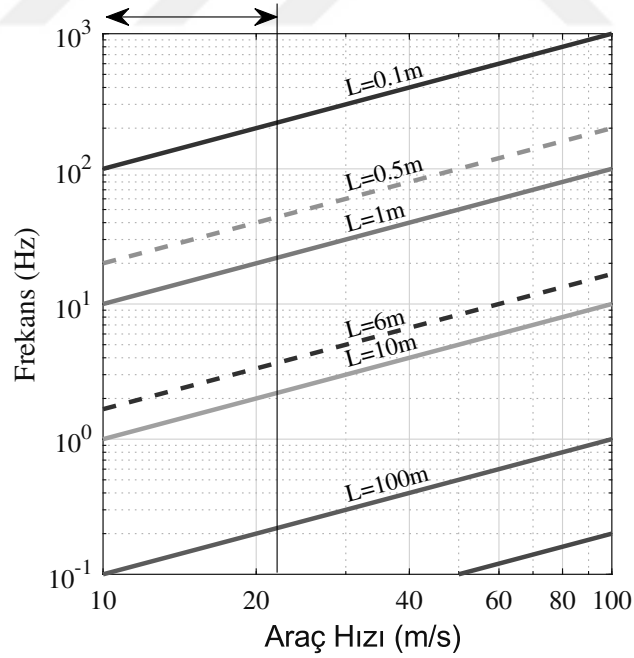


Şekil 6.15 Betondan alınan yer değiştirme cevapları a)Tip I b)Tip II
Zemine iletilen kuvvet cevapları c)Tip I d)Tip II (Mevcut:- Optimal:- -)

Fakat daha düşük frekanslardaki kusurların çevreye etkilerini azaltmak için Tip II kullanılmalıdır. Bu bölgeler mesnet geçiş frekansı ve yuvarlanma kusurlarını içermektedir. Yukarıda sayılan bütün tahrik mekanizmaları demiryolunda en çok karşılaşılan kusurlar olduğundan bu gibi durumların çevreye etkisinin azaltılması gerekir. Bu çalışmayla ondülasyonların çevreye etkisinin azaltılması tasarım aşamasında sağlanmışken, işletme tarafında ondülasyon kusurlarının giderilmesi için yapılan taşıma işlemlerinin periyodu uzatılmış olur [99, 100]. Daha esnek sistemler oluşturulduğu için ondülasyon oluşumu geciktirilmiştir [101, 102]. Tekerlek düzleşmesi (apleti) ve kaynak kusurları gibi hatalar yine çok karşılaşılan durumlardır. Yoldaki ray-tekerlek kuvvetlerinin artmasına; hem yola hem de yolcuya rahatsızlık veren kusurlardır. Bu hatalar darbe kuvveti etkisi meydana getirdikleri için bütün frekansları tetiklerler ve büyük kuvvetler üretirler. Bu gibi kusurların meydana gelme sıklığı ondülasyonlara göre daha az olup, ortaya çıktığında yerlerinin tespit edilip onarılması gerekmektedir. Dolayısıyla bu tür kusurların önlenmesi optimal üstyapı tasarımı ile sağlanamaz.

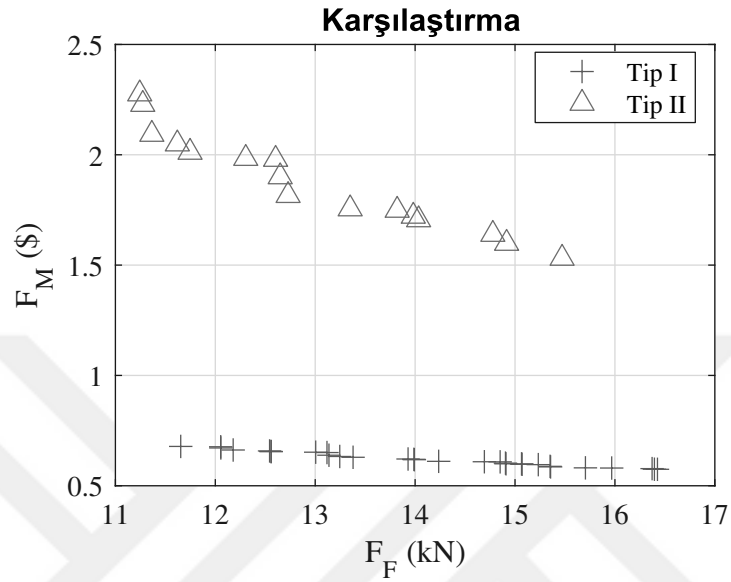
Tablo 6.4 Hat kusurları [50]

Dalga Boyu (m)		Kusurlar	
Ray	0.03-0.1 0.1-0.3 0.3-1 1-3	Ondülasyon: kısa uzun Travers (mesnet) Yuvarlanma kusurları	kaynak
Balast	3-25	Dever Seviye Aliyman Burulma Ekartman	
	25-70 70-∞	Aliyman Geometrik Tasarım	



Şekil 6.16 Araç hızına göre tahrik frekansları [4]

Her iki sistemin de başarılı ve başarısız olduğu frekans aralıkları incelenmiş; bu bölgelerin hangi yol kusurlarına denk geldiği araştırılmıştır. Daha düşük frekanslarda daha iyi sonuçlar almak için Tip II'nin seçilmesi gereklidir. Ancak Tip II'deki çözümlerin fazlaca maliyetli olduğu gözlenmiştir. İki optimal sonucu karşılaştırmak için pareto optimal cephedeki çözümler alınmış ve Şekil 6.17 oluşturulmuştur.



Şekil 6.17 İki üstyapının pareto optimal sonuçları

7 SONUÇ VE ÖNERİLER

Demiryolu üstyapı tasarım aşamalarında yapıları etkileyen faktörlerin daha iyi tahmin edilmesi, doğruluk ve maliyet analizleri önemli bir yer tutmaktadır. Bu tez çalışmasında da bahsedilen etkileri içeren optimal demiryolu üstyapı tasarımını sağlayan bir yöntem geliştirilmiştir. Geleneksel yöntemlerde ele alınmayan etkiler çözüme dahil edilmiş hem maliyet hem de demiryolu kaynaklı titreşimlerin çevreye yayılması bakımından optimal üstyapı tasarımı araştırılmıştır. Geleneksel yöntemlerde Zimmermann-Eisenmann yöntemleriyle tasarım kriterleri belirlenir. Üstyapıya gelen aks kuvveti çeşitli büyütme faktörleriyle artırılır; çıkan sonuçlara göre uygun elastomer malzeme seçimi yapılır ve üstyapı yapım maliyeti ortaya çıkar. Büyütme faktörlerinin hassas olmaması, ampirik ifadelerle işlemler yapılması, malzeme davranışlarının lineer olmaması sebebiyle geleneksel yöntemler kaba bir yaklaşım ortaya koymaktadır. Maliyet ve simülasyon aşamalarını içine alan yeni bir metota ihtiyaç duyulmaktadır. Yeni tasarlanacak demiryolu üstyapıları için tasarımcıya birbirinden farklı öneriler sunan, yüksek doğrulukta ve esnek bir tasarım aracının olması idarecilerin ve işverenlerin isteyeceği bir durumdur. Burada önerilen çözüm sistematığının içinde malzeme davranışları, sıcaklık ve frekansa bağlı yani viskoelastik modellerle ifade edilmiştir. Benzetimi yapılan ve saha ölçümleriyle doğrulanan demiryolu üstyapı modeli sayesinde daha hassas maliyet analizine ve modellemeye imkân veren bir yaklaşım geliştirilmiştir.

Demiryolu üstyapısına gelen kuvvetler raydan zemine kadar iletilir ve her kademede kuvvetin büyüklüğü azaltılmaya çalışılır. Demiryolundan çevreye yayılan titreşimlerin seviyesi de zemine iletilen kuvvet ile doğru orantılıdır. Titreşimlerin kaynağında, çevreye yayılmadan azaltılması da en ucuz ve en etkili yollardan birisidir. Bu sebeple üstyapıdaki katmanlar arasına elastomer esaslı elemanlar yerleştirilir. Ray pedleri, seletaltı pedler, traversaltı pedler, balastaltı pedler bunlara örnek olarak verilebilir. Üstyapının esnekliğini veya direngenliğini etkileyen en önemli etkenler bu elemanlardır. Üstyapının çok esnek olması kuvvet geçirgenliğini yani çevreye yayılan titreşimleri azaltmasına karşın araçların fazla güç çekmesine, fazla sehime,

bağlantı elemanlarının erken yorulmasına sebebiyet verir. Üstyapının çok sert olması da araçların az güç çekmesine, bağlantı elemanlarının uzun ömürlü olmasını sağlamasına karşın yüksek ray-tekerlek kuvvetlerine, ray kusurlarının daha hızlı oluşmasına sebebiyet verir. Kullanılacak elastomer esaslı pedlerin sert veya yumuşak olması sıcaklığa, tahrik frekanslarına, yorulma etkilerine bağlıdır. Çalışacağı ortam Adana gibi sıcak bir yer veya Erzurum gibi karasal iklime sahip gece-gündüz sıcaklık farkının yüksek olan bir yer de olabilir. Demiryolu hattı bir tarihi binanın yanından geçebileceği gibi boş bir arazinden de geçebilir. Hatta zamanla meydana gelecek farklı bozucu etkilere maruz kalabilir. Dolayısıyla bahsedilen bu etkilerden dolayı pedlerin dinamik davranışlarının çok iyi incelenmesi gereklidir. İstenilen kısıtlara, çalışma sıcaklığına, çalışma mahalline bağlı olarak tasarlanan demiryolu hattı en iyi şekilde hizmet edecektir. Diğer yandan kullanılan elemanların malzeme ve işçilik maliyetleri demiryolu yatırım bütçesini etkilediğinden hem bütçe hem de çevresel güvenlik açısından bir değerlendirme yapılmalıdır. Yukarıda sayılan dinamik etkilerle ve maliyet analizleriyle demiryolu hattı tasarımı için yeni bir yöntem ortaya koyulmaya çalışılmıştır.

Piyasada kullanılan, çeşitli elastomer malzemelerden alınan kupon parçalar DMA cihazında test edilmiş, frekans ve sıcaklığa bağlı depolama modülü ve kayıp faktörü özellikleri her bir malzeme için belirlenmiştir. Wicket grafiği esaslı ve kaydırma faktörü önceliği bulunmayan bir yöntemle malzemelerin kesirli türev modelleri elde edilmiş ve deney sonuçları ile yüksek uyumluluk sağlanmıştır. Ancak kesirli türev modelinin analitik modele uygulaması zor, SE modellerine eklenmesi mümkün değildir. Bunun yerine daha programlanabilir ve basit olan Genelleştirilmiş Maxwell Modelini (GMM) kullanmak için yeni bir yaklaşım geliştirilmiştir. 0.1-1000 Hz aralığı demiryolu hattının genel çalışma aralığı olduğu için kesirli türev modelinin bu aralıktaki frekansa bağlı depolama ve kayıp faktörü verileri 9 sıcaklık için dışarı aktarılmıştır. Bu frekans aralığındaki veriler kullanılarak 5 kollu GMM'nin 9 sıcaklıktaki parametreleri belirlenmiştir. Elastomerlerin viskoelastik malzeme özellikleri belirlendikten sonra iki farklı üstyapının analitik modelleri geliştirilmiştir. Tip I'de ray ve ray pedi bulunurken, Tip II'de raya ek çelik seletli bir üstyapı vardır. Oluşturulan malzeme modeli ve üstyapı modelinin doğruluğunun sınanması için 3B sonlu elemanlar programı sonuçları ve saha ölçümleri kullanılmıştır. Analitik modelin, nümerik modelin ve ölçümlerin sonuçları karşılaştırıldığında modellerin kullanılabilir ve güvenilir olduğu görülmüştür. Doğrulan analitik model ve malzeme modeli bir sonraki bölüme yani optimizasyonlara yerleştirilmiştir.

Çok amaçlı genetik algoritma sayesinde hem zemine en az kuvvet ileten hem de uygun maliyetli çözümler aranmıştır. Her iki üstyapı modeli için de kısıtları sağlayan pareto optimal çözümler bulunmuştur. Hattın geçebileceği önemli yerler göz önüne

alınarak maliyet sınırı mevcut hatta göre %15 arttırılmıştır. Üstyapıda kullanılan bağlantı elemanlarının güvenli ve uzun ömürlü çalışmasını sağlamak için de rayda meydana gelecek en büyük sehim değeri 1.5mm alınmıştır. Optimizasyonda hattın çalışacağı istasyona yakın bir istasyondan alınan bir yıllık günlük ortalama sıcaklık değerleri belirli aralıklara indirgenerek hattın çalışacağı bütün sıcaklık değerleri göz önüne alınmıştır. İki üstyapı için de pareto optimal cephe bulunduktan sonra mevcut maliyetlere yakın çözümler karşılaştırılmak üzere seçilmiştir. Seçilen optimal çözümler mevcuda göre daha esnek bir yapı sağladığından zemine iletilen kuvvet değerleri düşmüştür. 3B sonlu elemanlar programı ile iki üstyapı tipi için 2 mevcut 2 optimal olmak üzere toplamda 4 nümerik model oluşturulmuştur. Çevreye yayılan titreşimlerin incelenmesi için raya 2m uzaklıktaki beton zemin üzerinden cevaplar alınmıştır. Raya uygulanan darbe etkisiyle sistemdeki bütün frekansların tetiklenmesi sağlanmıştır. Betondan alınan zaman cevapları Fourier dönüşümü ile frekans uzayına aktarılmıştır. Optimal tasarımların daha esnek bir yapıya sahip olması sebebiyle 1.doğal frekansları düşmüştür. Tip I'de rezonans bölgesinden sonra iyileştirme olduğu görülmüşken, Tip II'de rezonans bölgesi hariç bütün frekanslarda düşük genlikler meydana gelmiştir. Rezonans üstü frekanslara bakıldığında optimal tasarımlar hattın çalışma koşullarına göre ondülasyonlara karşı etkili olacaktır. Ondülasyonların tetiklediği frekans bölgesinde optimal tasarımlar sayesinde çevreye iletilen titreşimler azalacaktır. Tip II'de ise rezonans üstü frekansların yanı sıra rezonans altı bölgelerde de iyileştirme sağlanmış, bu bölgeler gerçekte araç geçiş frekanslarına ve bazı üstyapı rezonans frekanslarına tekabül ettiğinden Tip I'e göre daha avantajlı ama maliyetli bir çözüm meydana gelmiştir. Kaynaklardan ve tekerlek düzleşmesinden sebepli tahrikler ondülasyonlara göre daha az oluştuğu, bütün üstyapıların zarar görebileceği ve hemen onarılması gerektiği dikkate alınırsa burada optimal tasarım faydalı olmayacaktır. Sonuç olarak daha hassas çözüm sağlanması, sıcaklık ve frekans gibi çevresel etkilerin modellenmesi, isteğe göre kısıtların değiştirilmesi, amaç fonksiyonlarının farklılaştırılması gibi etkenler göz önüne alınırsa viskoelastik malzeme modeline dayalı analitik modelin çok amaçlı genetik algoritmayla beraber kullanılması yeni tasarımlar için önerilmektedir.

7.1 Gelecek Çalışmalar

Geliştirilen bu yöntemin kapsamı genişletilebilir, farklı disiplinler eklenebilir istenilen kısıtlara uygun olarak farklı çözümler elde edilebilir. Burada modellenmeyen ray üstü düzensizliklerle dinamik kuvvetler, farklı araç hızları sayesinde farklı frekans etkileri, beton veya balast modellemesiyle farklı üstyapı tipleri, kullanılmış pedlerle yorulma etkileri incelenebilir. Maliyet veya kuvvet yerine başka fonksiyonlar seçilerek optimizasyonun yönü farklı alanlara çekilebilir.

- [1] H. Zimmermann, *Die berechnung des eisenbahn-oberbaues*. Ernst & Korn, 1888.
- [2] J. Eisenmann, *Railroad track mechanics and technology, railroad track structure for high-speed lines*, 1975.
- [3] W. Zhai, Z. Cai, "Dynamic interaction between a lumped mass vehicle and a discretely supported continuous rail track," *Computers & structures*, vol. 63, no. 5, pp. 987–997, 1997.
- [4] K. Knothe, S. Stichel, *Rail vehicle dynamics*. Springer, 2017.
- [5] X. Lei, "Model for vertical dynamic analysis of the vehicle-track coupling system," in *High Speed Railway Track Dynamics: Models, Algorithms and Applications*. Singapore: Springer Singapore, 2017, pp. 161–199, ISBN: 978-981-10-2039-1.
- [6] S. Newton, R. Clark, "An investigation into the dynamic effects on the track of wheel flats on railway vehicles," *Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 21, no. 4, pp. 287–297, 1979.
- [7] S. Grassie, R. Gregory, D. Harrison, K. Johnson, "The dynamic response of railway track to high frequency vertical excitation," *Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 24, no. 2, pp. 77–90, 1982.
- [8] L. Fryba, *Vibration of solids and structures under moving loads*. Springer Science & Business Media, 2013, vol. 1.
- [9] K. Knothe, S. Grassie, "Modelling of railway track and vehicle/track interaction at high frequencies," *Vehicle system dynamics*, vol. 22, no. 3-4, pp. 209–262, 1993.
- [10] R. Dong, "Vertical dynamics of railway vehicle-track system," Ph.D. dissertation, Concordia University, 1994.
- [11] W. Zhai, "Two simple fast integration methods for large-scale dynamic problems in engineering," *International journal for numerical methods in engineering*, vol. 39, no. 24, pp. 4199–4214, 1996.
- [12] G. Kouroussis, O. Verlinden, C. Conti, "A two-step time simulation of ground vibrations induced by the railway traffic," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 226, no. 2, pp. 454–472, 2012.
- [13] J. Zhang, Q. Gao, S. Tan, W. Zhong, "A precise integration method for solving coupled vehicle–track dynamics with nonlinear wheel–rail contact," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 331, no. 21, pp. 4763–4773, 2012.

- [14] Y. Q. Sun, M. Dhanasekar, "A dynamic model for the vertical interaction of the rail track and wagon system," *International journal of solids and structures*, vol. 39, no. 5, pp. 1337–1359, 2002.
- [15] M. Fermér, J. C. O. Nielsen, "Vertical interaction between train and track with soft and stiff railpads—full-scale experiments and theory," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, vol. 209, no. 1, pp. 39–47, 1995, ISSN: 0954-4097.
- [16] L. Baeza, H. Ouyang, "A railway track dynamics model based on modal substructuring and a cyclic boundary condition," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 330, no. 1, pp. 75–86, 2011.
- [17] M. Hussein, H. Hunt, "Modelling of floating-slab tracks with continuous slabs under oscillating moving loads," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 297, no. 1-2, pp. 37–54, 2006.
- [18] C. Koh, J. Ong, D. Chua, J. Feng, "Moving element method for train-track dynamics," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 56, no. 11, pp. 1549–1567, 2003.
- [19] H. Lee, "Dynamic response of a timoshenko beam on a winkler foundation subjected to a moving mass," *Applied Acoustics*, vol. 55, no. 3, pp. 203–215, 1998.
- [20] P. Lou, X. Zhong, J. Tang, Q. Zeng, "Finite-element analysis of discretely supported rail subjected to multiple moving concentrated forces," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, vol. 220, no. 3, pp. 305–315, 2006.
- [21] H. Ouyang, "Moving-load dynamic problems: A tutorial (with a brief overview)," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 25, no. 6, pp. 2039–2060, 2011.
- [22] A. D. Senalp, A. Arikoglu, I. Ozkol, V. Z. Dogan, "Dynamic response of a finite length euler-bernoulli beam on linear and nonlinear viscoelastic foundations to a concentrated moving force," *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 24, no. 10, pp. 1957–1961, 2010.
- [23] Y. Yang, H. Ding, L.-Q. Chen, "Dynamic response to a moving load of a timoshenko beam resting on a nonlinear viscoelastic foundation," *Acta Mechanica Sinica*, vol. 29, no. 5, pp. 718–727, 2013.
- [24] R. Ferrara, G. Leonardi, F. Jourdan, "A contact-area model for rail-pads connections in 2-d simulations: Sensitivity analysis of train-induced vibrations," *Vehicle System Dynamics*, vol. 51, no. 9, pp. 1342–1362, 2013.
- [25] B. Blanco, A. Alonso, L. Kari, N. Gil-Negrete, J. Giménez, "Distributed support modelling for vertical track dynamic analysis," *Vehicle System Dynamics*, vol. 56, no. 4, pp. 529–552, 2018.
- [26] F. Cheli, R. Corradi, "On rail vehicle vibrations induced by track unevenness: Analysis of the excitation mechanism," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 330, no. 15, pp. 3744–3765, 2011.
- [27] D. Younesian, S. R. Marjani, E. Esmailzadeh, "Importance of flexural mode shapes in dynamic analysis of high-speed trains traveling on bridges," *Journal of Vibration and Control*, vol. 20, no. 10, pp. 1565–1583, 2014.

- [28] M. Dumitriu, "A new passive approach to reducing the carbody vertical bending vibration of railway vehicles," *Vehicle System Dynamics*, vol. 55, no. 11, pp. 1787–1806, 2017.
- [29] L. Ling, Q. Zhang, X. Xiao, Z. Wen, X. Jin, "Integration of car-body flexibility into train-track coupling system dynamics analysis," *Vehicle System Dynamics*, vol. 56, no. 4, pp. 485–505, 2018.
- [30] K. K. Ang, J. Dai, "Response analysis of high-speed rail system accounting for abrupt change of foundation stiffness," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 332, no. 12, pp. 2954–2970, 2013.
- [31] D. Li, J. A. Elkins, D. E. Otter, N. G. Wilson, "Vehicle/track dynamic models for wheel/rail forces and track response," *International Journal of Heavy Vehicle Systems*, vol. 6, no. 1-4, pp. 345–359, 1999.
- [32] K. Zboinski, "The importance of kinematics accuracy in modelling the dynamics of rail vehicle moving in a curved track with variable velocity," *International Journal of Heavy Vehicle Systems*, vol. 18, no. 4, pp. 411–446, 2011.
- [33] E. Fortunato, A. Paixão, R. Calçada, "Railway track transition zones: Design, construction, monitoring and numerical modelling," *International Journal of Railway Technology*, vol. 2, no. 4, pp. 33–58, 2013.
- [34] J. E. Nicks, *The bump at the end of the railway bridge*, 03. 2009, vol. 71.
- [35] A. Paixão, J. N. Varandas, E. Fortunato, R. Calçada, "Numerical simulations to improve the use of under sleeper pads at transition zones to railway bridges," *Engineering structures*, vol. 164, pp. 169–182, 2018.
- [36] R. Sañudo, L. Dell'Olio, J. Casado, I. Carrascal, S. Diego, "Track transitions in railways: A review," *Construction and Building Materials*, vol. 112, pp. 140–157, 2016.
- [37] D. Li, D. Davis, "Transition of railroad bridge approaches," *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, vol. 131, no. 11, pp. 1392–1398, 2005.
- [38] M. Labrado Palomo, F. Roca Barceló, F. Ribes Llarío, J. Real Herráiz, "Effect of vehicle speed on the dynamics of track transitions," *Journal of Vibration and Control*, vol. 24, no. 21, pp. 5118–5128, 2018.
- [39] J.-A. Zakeri, M. Esmaili, S.-A. Mosayebi, "Effects of sleeper support modulus on dynamic behaviour of railway tracks caused by moving wagon," *International journal of heavy vehicle systems*, vol. 24, no. 3, pp. 277–287, 2017.
- [40] D. Read, D. Li, "Design of track transitions," *TCRP research results digest*, no. 79, 2006.
- [41] A. Paixão, E. Fortunato, R. Calçada, "Design and construction of backfills for railway track transition zones," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, vol. 229, no. 1, pp. 58–70, 2015.
- [42] X. Lei, L. Mao, "Dynamic response analyses of vehicle and track coupled system on track transition of conventional high speed railway," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 271, no. 3, pp. 1133–1146, 2004, ISSN: 0022-460X.

- [43] Z. Li, T. Wu, "On vehicle/track impact at connection between a floating slab and ballasted track and floating slab track's effectiveness of force isolation," *Vehicle System Dynamics*, vol. 47, no. 5, pp. 513–531, 2009.
- [44] T. X. Wu, D. J. Thompson, "The effects of track non-linearity on wheel/rail impact," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, vol. 218, no. 1, pp. 1–15, 2004, ISSN: 0954-4097.
- [45] K. Wei, F. Wang, P. Wang, Z.-x. Liu, P. Zhang, "Effect of temperature- and frequency-dependent dynamic properties of rail pads on high-speed vehicle–track coupled vibrations," *Vehicle System Dynamics*, vol. 55, no. 3, pp. 351–370, 2017, ISSN: 0042-3114.
- [46] S. Zhu, C. Cai, P. D. Spanos, "A nonlinear and fractional derivative viscoelastic model for rail pads in the dynamic analysis of coupled vehicle–slab track systems," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 335, pp. 304–320, 2015, ISSN: 0022-460X.
- [47] K. Wei, P. Zhang, P. Wang, J. Xiao, Z. Luo, "The influence of amplitude- and frequency-dependent stiffness of rail pads on the random vibration of a vehicle-track coupled system," *Shock and Vibration*, vol. 2016, pp. 1–10, 2016, ISSN: 1070-9622.
- [48] K. Wei, Y. Dou, F. Wang, P. Niu, P. Wang, Z. Luo, "High-frequency random vibration analysis of a high-speed vehicle–track system with the frequency-dependent dynamic properties of rail pads using a hybrid sem-sm method," *Vehicle System Dynamics*, vol. 56, no. 12, pp. 1838–1863, 2018, ISSN: 0042-3114 1744-5159.
- [49] M. Oregui, Z. Li, R. Dollevoet, "An investigation into the vertical dynamics of tracks with monoblock sleepers with a 3d finite-element model," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, vol. 230, no. 3, pp. 891–908, 2016.
- [50] C. Esveld, C. Esveld, *Modern railway track*. MRT-productions Zaltbommel, 2001, vol. 385.
- [51] J. N. Reddy, *Theory and analysis of elastic plates and shells*. CRC press, 2006.
- [52] J. Reddy, *Energy principles and variational methods in applied mechanics*. John Wiley Sons, 2017.
- [53] W. Zhai, K. Wang, J. Lin, "Modelling and experiment of railway ballast vibrations," *Journal of sound and vibration*, vol. 270, no. 4-5, pp. 673–683, 2004.
- [54] W. Zhai, "Vehicle–track coupled dynamics models," in *Vehicle–Track Coupled Dynamics: Theory and Applications*. Singapore: Springer Singapore, 2020, pp. 17–149, ISBN: 978-981-32-9283-3.
- [55] I. Esen, M. A. Eltaher, A. A. Abdelrahman, "Vibration response of symmetric and sigmoid functionally graded beam rested on elastic foundation under moving point mass," *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, pp. 1–25, 2021.
- [56] M. Eroglu, M. A. Koc, I. Esen, R. Kozan, "Train-structure interaction for high-speed trains using a full 3d train model," *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, vol. 44, no. 1, pp. 1–28, 2022.

- [57] U. Arif, M. Metin, "Control of railway vehicle vibrations due to the effect of different superstructure stiffness in transition zones with rail irregularities," *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, vol. 26, no. 4, pp. 709–719, 2020.
- [58] M. Metin, A. Ulu, O. Demir, A. Arikoglu, "Dynamic analysis of railway with locally continuous supported superstructures," *Engineering Computations*, 2019.
- [59] X. Ge, L. Ling, X. Yuan, K. Wang, "Effect of distributed support of rail pad on vertical vehicle-track interactions," *Construction and Building Materials*, vol. 262, p. 120 607, 2020.
- [60] M. Sol-Sánchez, F. Moreno-Navarro, M. C. Rubio-Gámez, "The use of elastic elements in railway tracks: A state of the art review," *Construction and building materials*, vol. 75, pp. 293–305, 2015.
- [61] S. B. Mezher, D. P. Connolly, P. K. Woodward, O. Laghrouche, J. Pombo, P. A. Costa, "Railway critical velocity–analytical prediction and analysis," *Transportation Geotechnics*, vol. 6, pp. 84–96, 2016.
- [62] J. D. Ferry, *Viscoelastic properties of polymers*. John Wiley & Sons, 1980.
- [63] W. Flügge, *Viscoelasticity*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1975, p. 194, ISBN: 978-3-662-02278-8.
- [64] A. C. Pipkin, *Lectures on viscoelasticity theory*. Springer Science & Business Media, 2012, vol. 7.
- [65] H. F. Brinson, L. C. Brinson, *et al.*, *Polymer engineering science and viscoelasticity*. Springer, 2008.
- [66] D. Gutierrez-Lemini, *Engineering viscoelasticity*. Springer, 2014.
- [67] R. L. Taylor, K. S. Pister, G. L. Goudreau, "Thermomechanical analysis of viscoelastic solids," vol. 2, no. 1, pp. 45–59, 1970, ISSN: 0029-5981.
- [68] A. A. Abdelrahman, A. G. El-Shafei, "Modeling and analysis of the transient response of viscoelastic solids," *Waves in Random and Complex Media*, pp. 1–31, 2020, ISSN: 1745-5030.
- [69] A. Arikoglu, "A new fractional derivative model for linearly viscoelastic materials and parameter identification via genetic algorithms," *Rheologica Acta*, vol. 53, no. 3, pp. 219–233, 2014, ISSN: 1435-1528.
- [70] *Perkin elmer kullanıcı kitabı*, Erişim tarihi: 14-03-2022. [Online]. Available: https://resources.perkinelmer.com/corporate/cmsresources/images/44-74546gde_introductiontodma.pdf.
- [71] *M1 metro*, Erişim tarihi: 14.03.2022. [Online]. Available: [https://en.wikipedia.org/wiki/M1_\(Istanbul_Metro\)](https://en.wikipedia.org/wiki/M1_(Istanbul_Metro)).
- [72] J. H. Holland, *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. MIT press, 1992.
- [73] O. Demir, "Su altı patlaması altında gemi panelinin davranışının sayısal yöntemler ile incelenmesi ve optimizasyonu," Ph.D. dissertation, YTU, 2013.

- [74] B. Bolat, "Asansör kontrol sistemlerinin genetik algoritma ile simülasyonu," Ph.D. dissertation, YTU, 2006.
- [75] F. Gray, "Pulse code communication," *United States Patent Number 2632058*, 1953.
- [76] A. Arikoglu, "Multi-objective optimal design of hybrid viscoelastic/composite sandwich beams by using the generalized differential quadrature method and the non-dominated sorting genetic algorithm ii," *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 56, no. 4, pp. 885–901, 2017.
- [77] A. Arikoglu, "Multi-objective optimal design of thick two-dimensional functionally graded flywheels," *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 63, no. 3, pp. 1547–1561, 2021.
- [78] A. Arikoglu, "Analysis of composite sandwich structures with a viscoelastic layer modelled with fractional calculus and multi-parameter optimization," Ph.D. dissertation, ITU, 2011.
- [79] V. Pareto, *Manuale di economia politica: con una introduzione alla scienza sociale*. Società editrice libraria, 1919, vol. 13.
- [80] C. M. Fonseca, P. J. Fleming, *et al.*, "Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation discussion and generalization.," in *Icga*, vol. 93, 1993, pp. 416–423.
- [81] D. E. Golberg, "Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning," *Addison wesley*, vol. 1989, no. 102, p. 36, 1989.
- [82] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, T. Meyarivan, "A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii," *IEEE transactions on evolutionary computation*, vol. 6, no. 2, pp. 182–197, 2002.
- [83] P. A. Costa, R. Calcada, A. S. Cardoso, "Ballast mats for the reduction of railway traffic vibrations. numerical study," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 42, pp. 137–150, 2012.
- [84] E. BALCI, "Ray pedi ve travers altı pedlerin hat bileşenleri ve hat performansı üzerindeki etkileri," *Demiryolu Mühendisliği*, no. 13, pp. 14–28, 2021.
- [85] A. L. Pita, P. F. Teixeira, F. Robuste, "High speed and track deterioration: The role of vertical stiffness of the track," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, vol. 218, no. 1, pp. 31–40, 2004.
- [86] M. Oregui, A. d. Man, M. F. Woldekidan, Z. Li, R. Dollevoet, "Obtaining railpad properties via dynamic mechanical analysis," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 363, pp. 460–472, 2016, ISSN: 0022460X.
- [87] A. Remennikov, S. Kaewunruen, K. Ikaunieks, "Deterioration of dynamic rail pad characteristics," 2006.
- [88] *Gürmak w21 broşürü*, Erişim tarihi: 16-05-2022. [Online]. Available: <https://www.gurmakdemiryolu.com.tr/tr/urunlerimiz/w21-ray-baglanti-sistemi/>.
- [89] *Gürmak w14 broşürü*, Erişim tarihi: 16-05-2022. [Online]. Available: <https://www.gurmakdemiryolu.com.tr/tr/urunlerimiz/w14-ray-baglanti-sistemi/>.

- [90] *Gürmak grm ay1 broşürü*, Erişim tarihi: 16-05-2022. [Online]. Available: <https://www.gurmakdemiryolu.com.tr/tr/urunlerimiz/grmay1-ray-baglanti-sistemi/>.
- [91] *Vossloh broşür*, Erişim tarihi: 16-05-2022. [Online]. Available: https://media.vossloh.com/media/01_product_finder/vfs/segmentbroschueren/Vos_Segmentbroschuere_ConventionalRail_ENG_260419_ANSICHT.pdf.
- [92] *Vossloh dff 21 broşür*, Erişim tarihi: 16-05-2022. [Online]. Available: https://media.vossloh.com/media/01_product_finder/vfs/system_dff_21/Vos_Produktbroschuere_Sys-DFF21_EN.pdf.
- [93] *Vossloh system 336 broşür*, Erişim tarihi: 16-05-2022. [Online]. Available: https://media.vossloh.com/media/01_product_finder/vfs/system_336/Vos_Produktbroschuere_Sys-336_EN.pdf.
- [94] *Din 4150-2: Structural vibrations–part 2: Human exposure to vibration in buildings*, 1999.
- [95] *Din 4150-3: Structural vibration: Effects of vibrations on structures*, 1999.
- [96] A. A. Faizan *et al.*, “Evaluation of human exposure and building damage to high-speed train-induced ground-borne vibration based on numerical studies: A comparison with international standards,” *Arabian Journal of Geosciences*, vol. 15, no. 8, pp. 1–17, 2022.
- [97] E. Tekergul, A. Zulfikar, E. Celebi, O. Kirtel, F. Goktepe, “Effect of trench barrier on free field motion due to the train and highspeed train passages,” in *Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, Crete, Greece*, 2019.
- [98] E. Celebi, A. C. Zulfikar, F. Goktepe, O. Kirtel, A. A. Faizan, B. Istegun, “In-situ measurements and data analysis of environmental vibrations induced by high-speed trains: A case study in north-western turkey,” *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 156, p. 107211, 2022.
- [99] Z. Öztürk, A. Veysel, “Balastlı hatta ray-tekerlek titreşimlerinin demiryolu dinamiğine etkisinin belirlenmesi,” *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, vol. 20, no. 3, pp. 100–110,
- [100] S. Ouakka, O. Verlinden, G. Kouroussis, “Railway ground vibration and mitigation measures: Benchmarking of best practices,” *Railway Engineering Science*, vol. 30, no. 1, pp. 1–22, 2022.
- [101] J. Egana, J. Vinolas, M. Seco, “Investigation of the influence of rail pad stiffness on rail corrugation on a transit system,” *Wear*, vol. 261, no. 2, pp. 216–224, 2006.
- [102] H. Ilias, “The influence of railpad stiffness on wheelset/track interaction and corrugation growth,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 227, no. 5, pp. 935–948, 1999.

A

VİSKOELASTİK MODEL KATSAYILARI

Tablo A.1 KTM Parametreleri Pedler 1-6

		Ped 1	Ped 2	Ped 3	Ped 4	Ped 5	Ped 6
KTM Parametreleri	E_{∞}	0.6247	14.2008	3.7931	4.0961	3.4082	1.6218
	Ω_{KT}	787.9164	193.4254	107.4292	142.6106	876.1162	273.1621
	α_{KT}	0.3789	0.2441	0.2688	0.2721	0.3496	0.1845
	β_{KT}	0.1144	0.0514	0.1905	0.2025	0.0247	0.1706
	γ_{KT}	0.2261	0.3124	0.1441	0.0581	0.4548	0.4369
	φ_{KT}	0.0143	0.0139	0.0014	0.0273	0.0185	0.0344
	λ_1	32.0732	420.5019	52.0241	26.3480	102678.22	1319.56
	λ_2	0.4703	0.6364	0.4633	0.1376	353.2465	7.1688
	λ_3	17.8038	110.4063	74.3012	2.8602	8.8868	1.0400
	τ_{KT}	4.2086	-6.1180	0.3384	-7.6534	-11.1078	-7.7407
KF- $\log(a_T)$	$-30^{\circ}C$	5.7200	3.7772	5.3271	3.7052	4.6852	3.2504
	$-20^{\circ}C$	3.6928	2.3610	3.5183	2.5970	2.5887	1.7208
	$-10^{\circ}C$	1.7405	1.0815	1.7728	1.4142	1.0721	0.6342
	$0^{\circ}C$	-0.1147	-0.0934	0.0146	-0.1379	0.1460	-0.1433
	$10^{\circ}C$	-1.8444	-1.1339	-1.6552	-1.9966	-0.3032	-0.7203
	$20^{\circ}C$	-3.4193	-2.0057	-3.0376	-3.6846	-0.4752	-1.1577
	$30^{\circ}C$	-4.8155	-2.7278	-4.0417	-4.6131	-0.5871	-1.4780
	$40^{\circ}C$	-6.0198	-3.4305	-5.0185	-4.9774	-0.7749	-1.7054
	$50^{\circ}C$	-7.0356	-4.4124	-7.2223	-7.5162	-0.9648	-1.9359

Tablo A.2 KTM Parametreleri Pedler 7-12

		Ped 7	Ped 8	Ped 9	Ped 10	Ped 11	Ped 12
KTM Parametreleri	E_{∞}	2.4953	85.7809	5.7694	3.1552	3.0834	7.7451
	Ω_{KT}	221.4830	12.8343	92.0367	515.4121	169.1363	136.4651
	α_{KT}	0.4030	0.5619	0.3762	0.5063	0.4283	0.1814
	β_{KT}	0.2023	0.1734	0.1516	0.0852	0.1005	0.0136
	γ_{KT}	0.4637	0.3542	0.5070	0.1681	0.1349	0.4658
	φ_{KT}	0.1536	0.1067	0.0543	0.0491	0.0533	0.0178
	λ_1	2313.41	493.6890	2174.52	371.7395	88.9326	48219.70
	λ_2	779.0479	277.2607	23.0720	11.4081	3.2045	47.6658
	λ_3	3.3607	13.7731	1.1988	1.4421	0.6803	31.7346
	τ_{KT}	-5.9766	1.2491	-6.2675	-7.2778	-8.0249	-11.8529
KF- $\log(a_T)$	$-30^{\circ}C$	3.3978	7.0800	3.9621	4.0244	2.9513	2.4101
	$-20^{\circ}C$	1.8773	4.8910	2.0126	2.1633	1.5753	1.2089
	$-10^{\circ}C$	0.7342	2.4891	0.7929	0.6726	0.5839	0.2222
	$0^{\circ}C$	-0.1483	0.2138	0.1325	-0.4231	-0.1902	-0.6083
	$10^{\circ}C$	-0.8446	-1.5957	-0.2295	-1.1708	-0.8715	-1.2941
	$20^{\circ}C$	-1.3735	-2.7519	-0.4961	-1.6735	-1.5198	-1.8117
	$30^{\circ}C$	-1.7203	-3.3657	-0.7236	-2.0627	-2.1265	-2.1390
	$40^{\circ}C$	-1.8955	-3.9619	-0.8540	-2.4578	-2.6309	-2.3124
	$50^{\circ}C$	-2.0280	-5.5385	-0.9324	-2.9123	-2.9547	-2.5086

Tablo A.3 Ped 1 GMM Parametreleri

	E_{∞}	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5
	MPa						s				
-30°C	223.740	39.6199	39.8080	46.8724	37.5061	41.7874	0.4290	63.2318	0.0020	5.1443	0.0322
-20°C	165.213	36.0775	39.7931	48.7686	35.1946	31.8105	0.4075	0.0310	0.0020	59.5480	4.7149
-10°C	117.756	28.8069	35.1074	31.0695	45.2921	32.0416	4.2806	0.0256	56.8820	0.0018	0.3353
0°C	76.4254	24.5777	26.6897	27.3875	31.0732	40.8660	4.9100	57.1191	0.4061	0.0306	0.0019
10°C	45.2119	21.2674	35.5845	27.8267	21.7473	25.2990	57.3625	0.0019	0.0297	4.8978	0.4043
20°C	25.0153	25.3128	15.3493	32.6117	21.6343	17.3388	0.0289	54.9051	0.0019	0.3791	4.5421
30°C	11.9432	16.2096	9.4119	11.2515	30.5745	22.1681	0.5897	63.7811	6.6385	0.0020	0.0380
40°C	5.9418	6.5544	26.1873	8.9216	12.5890	17.1600	47.0716	0.0018	4.4105	0.3933	0.0289
50°C	3.0645	5.0232	22.8756	9.1804	2.9215	13.9127	6.4983	0.0020	0.6297	55.5220	0.0420

Tablo A.4 Ped 2 GMM Parametreleri

	E_{∞}	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5
	MPa						s				
-30°C	35.9182	17.1923	28.6671	183.450	104.579	56.2668	43.7495	3.9137	0.0019	0.0297	0.3545
-20°C	26.5866	29.5765	123.213	56.2805	14.8775	8.8110	0.1901	0.0012	0.0151	2.5607	39.0482
-10°C	21.6865	69.3562	13.1760	25.7014	6.7489	4.7709	0.0013	0.2845	0.0193	4.2023	57.7679
0°C	18.7956	12.6056	4.2895	34.9888	3.5246	6.6908	0.0197	3.4228	0.0012	46.9740	0.2658
10°C	16.7880	7.4362	2.9707	4.7243	2.1563	17.7703	0.0207	5.0837	0.3587	61.1122	0.0013
20°C	15.8221	10.8290	1.5741	2.2939	3.3494	5.0590	0.0014	53.6403	4.1401	0.3291	0.0235
30°C	15.2400	3.9154	2.7077	1.7047	7.5357	1.0731	0.0261	0.3810	4.7986	0.0015	60.3258
40°C	14.7796	0.7915	1.9572	3.1625	1.1387	5.7244	45.7633	0.3955	0.0281	4.2321	0.0016
50°C	14.5484	1.3105	4.1897	0.3895	0.6309	2.2880	0.5160	0.0018	62.4726	6.3317	0.0322

Tablo A.5 Ped 3 GMM Parametreleri

	E_{∞}	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5
	MPa						s				
-30°C	89.8467	42.7450	28.3291	60.5777	34.7160	26.1932	0.0230	3.5841	0.0017	0.2857	50.3229
-20°C	59.6226	45.9454	24.0275	19.6422	18.6650	29.5530	0.0017	0.3124	3.9847	53.0488	0.0243
-10°C	39.7705	21.8240	14.3099	13.8699	32.9463	17.3321	0.0268	4.0379	51.5942	0.0017	0.3410
0°C	26.6097	13.5735	16.3285	9.7503	10.9186	24.3120	0.3158	0.0246	51.3862	3.9446	0.0017
10°C	18.1720	19.0805	7.7420	6.6029	13.0457	10.2103	0.0016	4.0048	50.8830	0.0240	0.3190
20°C	12.8385	6.9702	9.4832	14.9032	4.9270	4.3488	0.3795	0.0290	0.0019	4.1310	50.0327
30°C	9.8420	5.5484	3.2687	11.0908	6.8733	4.1539	0.2043	42.8772	0.0014	0.0169	2.8014
40°C	8.2948	3.9211	10.3603	2.0329	2.2302	6.0885	0.7885	0.0021	76.7889	8.4597	0.0477
50°C	5.9738	5.5109	3.1179	1.0515	1.3595	2.0646	0.0017	0.0297	55.9667	4.9681	0.4056

Tablo A.6 Ped 4 GMM Parametreleri

	E_{∞}	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5
	MPa						s				
-30°C	11.6684	6.3944	12.8861	25.1562	61.7570	3.1710	2.4404	0.1765	0.0166	0.0013	40.4916
-20°C	9.6555	33.6983	2.5469	1.6746	11.1747	4.9173	0.0012	4.7148	66.3950	0.0201	0.3042
-10°C	8.5833	5.0943	1.5688	1.3140	2.5715	15.9199	0.0194	3.9117	53.1913	0.2853	0.0011
0°C	7.5758	2.3294	1.1271	1.5422	6.1271	0.9796	0.0205	3.8196	0.2796	0.0012	52.7880
10°C	6.5996	2.4767	0.6356	0.9693	1.3417	0.7208	0.0014	58.9639	0.4046	0.0249	5.2426
20°C	5.8639	0.6696	0.4471	0.5053	0.8737	1.4074	0.4322	63.6900	5.5496	0.0320	0.0017
30°C	5.4217	0.6485	0.3862	0.9716	0.3586	0.5119	0.0281	5.0221	0.0018	66.8769	0.3992
40°C	5.4104	0.9559	0.3746	0.6120	0.4043	0.5117	0.0016	53.2942	0.0227	3.8438	0.2959
50°C	4.8756	0.2729	0.2210	0.3128	0.6507	0.3486	4.6384	69.9512	0.3025	0.0017	0.0271

Tablo A.7 Ped 5 GMM Parametreleri

	E_{∞}	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5
	MPa						s				
-30°C	10.6632	16.2865	78.4434	37.5760	129.086	107.988	36.0317	0.4186	3.6915	0.0023	0.0400
-20°C	4.1464	113.037	5.6016	40.1625	1.7886	13.7982	0.0020	2.7070	0.0278	36.2517	0.2638
-10°C	3.5408	4.5245	12.5902	0.7065	53.0224	1.8293	0.0981	0.0106	15.4175	0.0009	0.9264
0°C	3.4616	0.2866	1.2601	23.9639	4.5370	0.2873	15.0934	0.2421	0.0010	0.0174	1.7087
10°C	3.4086	23.8297	0.2829	5.1855	0.4037	2.2990	0.0003	7.7539	0.0031	0.5474	0.0393
20°C	3.4610	0.3148	13.7889	0.6137	0.1296	2.7223	1.2273	0.0009	0.1878	22.0607	0.0149
30°C	3.4279	11.6872	0.8426	1.9109	0.2184	0.1022	0.0010	0.1401	0.0161	2.0515	23.6280
40°C	3.4298	0.1490	9.7871	1.8447	0.6402	0.0586	3.3726	0.0009	0.0139	0.2183	42.4798
50°C	3.4122	8.5445	0.2186	1.7376	0.0611	0.5899	0.0007	1.5120	0.0091	30.8644	0.1051

Tablo A.8 Ped 6 GMM Parametreleri

	E_{∞}	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5
	MPa						s				
-30°C	4.0280	123.480	11.9600	5.3392	28.0101	62.0543	0.0016	1.9979	26.5007	0.1950	0.0200
-20°C	2.2310	19.5165	6.8774	1.2111	2.8241	71.3951	0.0192	0.2150	28.8330	2.2577	0.0012
-10°C	1.8388	30.4206	7.4349	0.4990	1.3364	3.2456	0.0008	0.0096	23.2860	1.2859	0.0967
0°C	1.7229	2.7993	0.9795	0.2197	0.5247	12.3649	0.0145	0.1370	22.4129	1.2481	0.0010
10°C	1.6836	0.2417	0.1121	0.6089	1.8487	7.8111	2.4081	29.3789	0.2322	0.0167	0.0010
20°C	1.6652	7.3164	1.6408	0.0830	0.2561	0.7573	0.0009	0.0131	50.2411	3.2128	0.1576
30°C	1.6447	0.0367	0.3420	3.4021	0.1035	0.8075	47.5702	0.1797	0.0008	3.2651	0.0123
40°C	1.6514	0.1465	0.4050	0.0588	4.5092	1.1349	1.8166	0.1377	33.8380	0.0006	0.0091
50°C	1.6332	0.1165	2.3368	0.0510	0.5455	1.1985	2.0829	0.0007	30.5192	0.0729	0.0034

Tablo A.9 Ped 7 GMM Parametreleri

	E_{∞}	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5
	MPa						s				
$-30^{\circ}C$	3.3421	84.5428	2.6414	18.9342	7.1286	43.1991	0.0019	18.3387	0.2162	1.6268	0.0263
$-20^{\circ}C$	2.7044	54.6466	0.8560	2.6397	7.4650	18.9609	0.0007	13.4102	0.4443	0.0415	0.0056
$-10^{\circ}C$	2.5390	0.3329	4.1341	1.0711	23.8461	0.0891	4.6511	0.0135	0.2301	0.0009	52.5215
$0^{\circ}C$	2.5082	3.0159	0.0899	9.5993	1.3358	0.3164	0.0018	16.3577	0.0005	0.0287	0.8312
$10^{\circ}C$	2.4926	0.0184	0.0678	4.9472	0.7743	0.3257	29.5533	3.6148	0.0008	0.0129	0.2153
$20^{\circ}C$	2.4926	0.0174	2.4062	0.0526	0.4437	0.0795	17.1128	0.0010	0.2304	0.0242	0.8201
$30^{\circ}C$	2.4924	0.0131	0.2818	0.0036	1.3399	0.0619	4.5129	0.0237	33.0801	0.0011	0.3906
$40^{\circ}C$	2.4988	1.2053	0.0151	0.0487	0.1878	0.0524	0.0011	6.2530	0.0586	0.0228	0.3648
$50^{\circ}C$	2.4932	0.0030	0.0735	1.0614	0.2177	0.0243	47.2494	0.1372	0.0010	0.0155	1.7242

Tablo A.10 Ped 8 GMM Parametreleri

	E_{∞}	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5
	MPa						s				
$-30^{\circ}C$	532.023	101.252	114.073	134.499	90.5098	113.453	0.0434	6.5362	69.7794	0.0025	0.5754
$-20^{\circ}C$	350.669	134.102	113.087	110.123	129.981	127.694	0.0023	5.5144	61.3538	0.0361	0.4713
$-10^{\circ}C$	215.845	150.559	70.9937	84.8629	105.721	119.031	0.0018	50.3306	3.8196	0.3043	0.0249
$0^{\circ}C$	135.835	84.9977	40.2277	128.046	64.4471	46.6831	0.0228	51.5857	0.0016	0.2894	3.7141
$10^{\circ}C$	93.1850	50.8617	86.2330	29.0838	25.2063	35.8261	0.0231	0.0015	3.5558	39.1074	0.3017
$20^{\circ}C$	86.2116	53.8782	26.2783	14.9401	32.0311	4.0754	0.0015	0.2442	1.9906	0.0228	21.7164
$30^{\circ}C$	85.0404	27.1879	1.0452	16.7234	40.6873	3.2064	0.0215	18.7039	0.1960	0.0016	1.7915
$40^{\circ}C$	85.6821	1.1034	44.1738	18.2180	4.2862	28.6697	23.8503	0.0016	0.2348	2.0371	0.0242
$50^{\circ}C$	85.8992	32.6962	12.3293	0.2012	0.3780	1.9640	0.0014	0.0154	52.3990	3.9610	0.2279

Tablo A.11 Ped 9 GMM Parametreleri

	E_{∞}	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5
	MPa						s				
-30°C	10.9060	69.2852	112.403	37.5932	15.3355	140.878	0.3500	0.0280	3.7546	35.1296	0.0020
-20°C	6.0603	104.851	1.5304	16.6590	44.4920	5.2998	0.0016	28.1265	0.2400	0.0244	2.2712
-10°C	5.9201	16.8707	1.1629	0.4798	60.8171	5.1729	0.0151	1.8728	20.5151	0.0013	0.1609
0°C	5.7106	0.4953	9.2733	2.4357	0.1309	41.6862	2.6365	0.0132	0.1868	33.3322	0.0010
10°C	5.7872	7.8297	2.2255	36.1369	0.1045	0.4038	0.0082	0.1139	0.0007	27.3748	2.0471
20°C	5.7766	0.6817	0.1288	18.5824	0.0291	3.0284	0.1952	3.8356	0.0008	46.3735	0.0120
30°C	5.7759	0.0842	16.7199	0.4832	2.8105	0.2069	11.3056	0.0008	0.1839	0.0116	0.5561
40°C	5.7766	0.6817	0.1288	18.5824	0.0291	3.0284	0.1952	3.8356	0.0008	46.3735	0.0120
50°C	5.7759	0.0842	16.7199	0.4832	2.8105	0.2069	11.3056	0.0008	0.1839	0.0116	0.5561

Tablo A.12 Ped 10 GMM Parametreleri

	E_{∞}	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5
	MPa						s				
-30°C	13.3866	356.379	17.0313	52.0905	7.1420	155.833	0.0017	1.8896	0.1396	41.5553	0.0157
-20°C	8.4058	3.5024	8.1849	132.098	22.3211	4.2639	37.3712	0.1160	0.0007	0.0090	1.6969
-10°C	6.0314	3.7226	2.4595	25.2089	5.9753	1.8275	0.2135	3.5957	0.0007	0.0125	49.8519
0°C	4.9446	7.9097	2.2621	3.4654	1.5399	1.2219	0.0012	0.3883	0.0251	4.9233	54.7761
10°C	4.4468	1.8635	1.2277	0.8640	5.1087	2.6495	0.4033	5.3036	61.5386	0.0015	0.0283
20°C	4.2076	4.0809	1.0951	0.7574	1.6236	2.3295	0.0014	4.1097	52.9501	0.3110	0.0228
30°C	4.0000	0.8747	0.6279	3.5928	1.3280	2.1087	4.9354	55.5971	0.0016	0.4294	0.0288
40°C	3.8873	3.2870	0.5361	1.8460	1.1404	0.5402	0.0019	45.8488	0.0399	0.6369	6.1699
50°C	3.7521	1.0331	1.6078	0.6536	0.4951	2.7896	0.2993	0.0226	3.4054	44.1537	0.0014

Tablo A.13 Ped 11 GMM Parametreleri

	E_{∞}	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5
	MPa						s				
-30°C	5.5718	52.9127	2.1646	11.7232	4.3991	1.4722	0.0009	3.7177	0.0144	0.2534	51.6530
-20°C	4.6076	2.0357	0.8318	14.2555	1.1622	3.9032	0.3677	60.4153	0.0010	5.3794	0.0207
-10°C	4.1114	0.9534	6.1901	1.5626	0.6460	2.2673	3.9515	0.0010	0.2420	56.2535	0.0157
0°C	3.8149	0.5821	1.6024	0.9770	0.4247	3.5670	7.1019	0.0319	0.5463	70.9713	0.0014
10°C	3.6688	1.2428	0.5473	0.8566	0.3939	2.4873	0.0176	3.3593	0.2404	44.5980	0.0011
20°C	3.5054	1.8859	0.9533	0.2680	0.3639	0.6053	0.0016	0.0295	59.6098	5.3452	0.4291
30°C	3.4262	0.4595	0.2425	1.4633	0.3205	0.7375	0.3240	45.1025	0.0016	3.4761	0.0258
40°C	3.3523	0.6321	0.2562	0.4202	1.2425	0.1744	0.0279	5.3393	0.3658	0.0016	65.7308
50°C	3.3279	0.3528	1.0994	0.2272	0.5408	0.1630	0.3143	0.0016	3.9611	0.0259	48.4930

Tablo A.14 Ped 12 GMM Parametreleri

	E_{∞}	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5
	MPa						s				
-30°C	11.7762	49.8230	6.0468	11.7125	2.7208	3.9654	0.0009	0.1507	0.0123	44.4843	2.4637
-20°C	9.4685	5.1916	11.9969	1.5664	2.1413	3.1715	0.0140	0.0011	49.3956	3.3343	0.2209
-10°C	9.4326	1.1648	3.4386	2.3764	7.8929	1.5700	48.8389	0.0204	0.2725	0.0012	3.6410
0°C	8.9282	1.0964	2.6743	0.7697	4.9554	1.6826	4.3080	0.0252	53.9422	0.0014	0.3434
10°C	8.6515	3.7551	0.7306	1.0537	1.4103	2.0558	0.0011	37.6109	2.1452	0.1678	0.0148
20°C	8.4607	3.1933	0.4897	1.1121	0.6724	1.7784	0.0015	56.5038	0.3612	4.6185	0.0253
30°C	8.3371	1.5263	0.6255	2.8275	0.4318	0.9610	0.0258	4.3687	0.0016	55.3350	0.3411
40°C	8.2345	1.4323	0.3948	2.6960	0.5318	0.8826	0.0259	53.5495	0.0016	4.6082	0.3912
50°C	8.2252	0.8600	2.4868	0.3818	1.2999	0.5555	0.2940	0.0015	53.5653	0.0227	3.8150

B

PARETO OPTİMAL CEPHEDEKİ BÜTÜN ÇÖZÜMLER

Tablo B.1 Tip I pareto optimal sonuç kümesi

No	a_p mm	l_s mm	h_p mm	RP ID	Kuvvet kN	Maliyet x1000\$	Sehim mm
1	78.25	364.92	8.38	4	11.65	0.678	1.25
2	81.28	366.68	8.04	10	12.05	0.677	1.22
3	80.34	367.34	8.01	10	12.06	0.671	1.23
4	81.11	371.05	8.00	10	12.18	0.662	1.23
5	85.78	388.61	8.04	4	12.54	0.658	1.18
6	85.29	392.19	8.33	4	12.56	0.655	1.23
7	85.21	392.33	8.33	4	12.56	0.655	1.23
8	88.00	395.08	8.00	10	13.00	0.652	1.21
9	89.55	407.61	8.12	4	13.12	0.650	1.20
10	89.76	408.22	8.13	4	13.14	0.638	1.20
11	88.59	408.35	8.02	10	13.38	0.629	1.25
12	89.30	411.78	8.04	4	13.25	0.633	1.20
13	92.33	426.25	8.13	10	13.93	0.621	1.26
14	92.97	426.89	8.04	10	13.99	0.620	1.25
15	92.79	426.93	8.01	10	13.99	0.618	1.24
16	94.08	434.99	8.05	10	14.24	0.611	1.25
17	99.01	454.92	8.02	10	14.91	0.599	1.25
18	99.23	455.14	8.07	10	14.90	0.603	1.25
19	98.05	456.88	8.31	10	14.85	0.608	1.30
20	99.74	457.88	8.18	4	14.69	0.609	1.22
21	102.75	467.67	8.04	4	15.06	0.599	1.19
22	102.16	468.46	8.05	4	15.07	0.597	1.20
23	102.80	476.49	8.30	4	15.23	0.596	1.24
24	103.46	477.40	8.00	4	15.36	0.585	1.20
25	103.26	478.22	8.08	4	15.35	0.588	1.21
26	105.83	488.02	8.04	10	15.97	0.580	1.25
27	105.51	489.52	8.08	4	15.70	0.581	1.22
28	109.04	500.62	8.08	10	16.37	0.578	1.25
29	109.04	500.69	8.02	10	16.40	0.575	1.25
30	108.93	501.95	8.02	10	16.43	0.575	1.25

Tablo B.2 Tip II pareto optimal sonuç kümesi

No	a_p mm	l_s mm	h_p mm	a_{bp} mm	d_{bp} mm	h_{bp} mm	RP ID	BPP ID	Kuvvet kN	Maliyet x1000\$	Sehim mm
1	100.95	342.17	8.69	112.48	159.10	8.19	4	8	11.36	2.093	1.03
2	102.05	347.31	8.10	106.27	186.54	8.39	4	1	11.62	2.049	1.01
3	125.09	351.45	8.28	162.15	160.20	9.46	12	10	11.24	2.276	1.34
4	102.05	352.03	8.10	118.71	171.70	8.39	4	1	11.75	2.011	1.02
5	124.99	353.50	8.40	137.15	154.04	9.46	12	12	11.27	2.228	1.28
6	101.95	371.94	8.10	137.90	165.00	13.18	4	8	12.30	1.984	1.05
7	104.52	385.33	8.58	116.83	181.01	8.08	4	8	12.65	1.900	1.09
8	103.10	386.31	8.65	158.02	160.15	12.23	4	8	12.60	1.979	1.13
9	103.86	392.32	8.83	101.70	155.62	8.19	4	8	12.73	1.815	1.16
10	102.48	416.32	8.85	115.17	155.23	8.41	4	8	13.35	1.755	1.23
11	111.68	425.85	8.73	125.51	155.12	8.44	4	8	13.82	1.749	1.15
12	107.07	429.86	8.20	101.21	206.17	9.38	4	8	13.98	1.721	1.14
13	107.23	438.51	8.59	100.04	173.87	13.80	4	8	14.04	1.705	1.25
14	110.51	455.06	8.14	163.83	161.25	8.14	4	8	14.78	1.639	1.15
15	112.06	461.51	8.20	107.58	170.70	9.17	4	8	14.92	1.599	1.18
16	112.15	483.13	8.31	106.48	170.77	9.04	4	8	15.47	1.531	1.24

Makale

1. M. Metin, A. Ulu, O. Demir, and A. Arikoglu, “Dynamic analysis of railway with locally continuous supported superstructures,” *Engineering Computations*, vol. 36, no. 9, pp. 3047–3069, 2019.

