

**T.C.
ERCIYES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**LOGARİTMİK İŞLEM ZAMANLI ÖĞRENME ETKİSİ
ALTINDA İŞ REDDETME Lİ ÇİZELGELEME
PROBLEMLERİ**

**Hazırlayan
Ayşe Büşra GÜNAY**

**Danışman
Prof. Dr. M. Duran TOKSARI**

Yüksek Lisans Tezi

**Ocak 2018
KAYSERİ**

**T.C.
ERCIYES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**LOGARİTMİK İŞLEM ZAMANLI ÖĞRENME ETKİSİ
ALTINDA İŞ REDDETME Lİ ÇİZELGELEME
PROBLEMLERİ**

(Yüksek Lisans Tezi)

**Hazırlayan
Ayşe Büşra GÜNAY**

**Danışman
Prof. Dr. M. Duran TOKSARI**

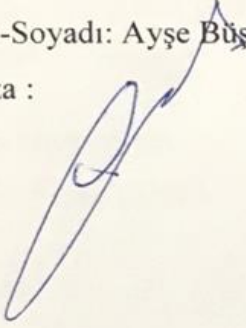
**Ocak 2018
KAYSERİ**

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Bu çalışmadaki tüm bilgilerin, akademik ve etik kurallara uygun bir şekilde elde edildiğini beyan ederim. Aynı zamanda bu kural ve davranışların gerektirdiği gibi, bu çalışmanın özünde olmayan tüm materyal ve sonuçları tam olarak aktardığımı ve referans gösterdiğimi belirtirim.

Adı-Soyadı: Ayşe Büşra GÜNAY

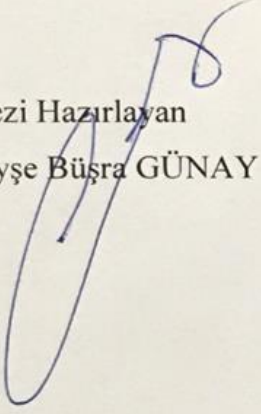
İmza :



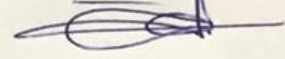
YÖNERGEYE UYGUNLUK SAYFASI

Logaritmik İşlem Zamanlı Öğrenme Etkisi Altında İş Reddetmeli Çizelgeleme Problemleri adlı Yüksek Lisans tezi, Erciyes Üniversitesi Lisansüstü Tez Önerisi ve Tez Yazma Yönergesi'ne uygun olarak hazırlanmıştır.

Tezi Hazırlayan
Ayşe Büşra GÜNAY

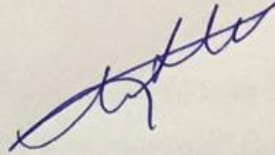


Danışman
Prof. Dr. Duran TOKSARI



Endüstri Mühendisliği ABD Başkanı

Prof. Dr. Mithat ZEYDAN



KABUL VE ONAY

Prof. Dr. Duran TOKSARI danışmanlığında A. Büşra GÜNAY tarafından hazırlanan “Logaritmik İşlem Zamanlı Öğrenme Etkisi Altında İş Reddetmeli Çizelgeleme Problemleri ” adlı bu çalışma, jürimiz tarafından Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

...02/01/2018...

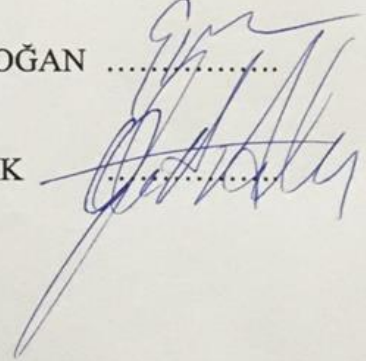
JÜRİ:

Danışman : Prof. Dr. M. Duran TOKSARI



Üye : Prof. Dr. Emel KIZILKAYA AYDOĞAN

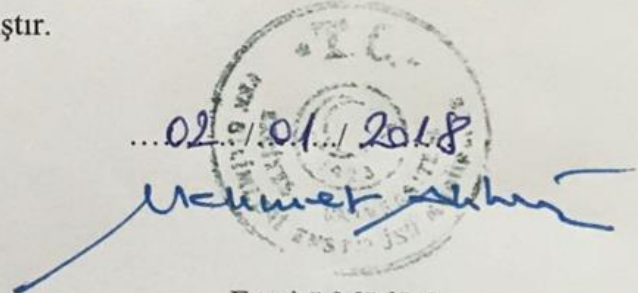
Üye : Yrd. Doç. Dr. Oğuzhan Ahmet ARIK



ONAY:

Bu tezin kabulü Enstitü Yönetim Kurulunun 02/01/2018 tarih ve 2018/01-26... sayılı kararı ile onaylanmıştır.

...02/01/2018...



Enstitü Müdürü

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren değerli hocam Prof. Dr. Duran TOKSARI'ya ve Arş. Gör. Berrin UÇARKUŞ'a, beni bu günlere getiren ve hiçbir zaman maddi/manevi desteğini esirgemeyen babam Prof. Dr. Osman GÜNAY, annem Fatma GÜNAY ve kardeşlerime sonsuz teşekkürü bir borç bilirim.

Ayşe Büşra GÜNAY

Ocak 2018, KAYSERİ



LOGARİTMİK ÖĞRENME ETKİSİ ALTINDA İŞ REDDETME Lİ ÇİZELGELEME PROBLEMLERİ

Büşra GÜNAY

Erciyes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü
Yüksek Lisans Tezi, Ocak 2018
Danışman: Prof. Dr. Duran TOKSARI

ÖZET

Logaritmik işlem zamanlı öğrenme etkisi altındaki bir işin işlem zamanı, işin çizelgedeki pozisyonuna bağlı olarak azalan bir fonksiyon ile tanımlanabilir. Gerçek hayat ve teori her zaman paralel gitmez ve gerçek hayatta sınırlı kaynaklarımız olduğu için bazı işleri reddetmemiz ya da dış kaynaklarda yaptırmamız gerekebilir. Bu durum tamamlanma zamanını azaltacaktır fakat ceza maliyeti ödememize neden olacaktır. Logaritmik işlem zamanlı öğrenme etkileri altında iş reddetmeli çizelgeleme problemleri bu çalışmada ilk defa ele alınmıştır. Bütün işler ortak teslim tarihine sahiptir ve öğrenme etkilerinin aynı olduğu düşünülmüştür. Bu çalışmada öğrenme etkisi altında iş reddetmeli çizelgeleme problemlerinde tek ve paralel makine ortamlarında maksimum tamamlanma zamanının, tek makineli ortamda toplam tamamlanma zamanının ve toplam tamamlanma zamanlarının mutlak farkının polinom zamanda çözümü için matematiksel model önerilmiş ve çözücü bir programda çözülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Logaritmik işlem zamanlı öğrenme etkisi, iş reddetme, çizelgeleme, matematiksel model

SCHEDULING PROBLEMS UNDER THE EFFECTS OF LOGARITHMIC LEARNING WITH JOB REDUCTION

Büşra GÜNAY

Erciyes University, Graduate School of Natural And Applied Sciences

Master Thesis, January 2018

Advisor: Prof. Dr. Duran TOKSARI

ABSTRACT

The processing time of a job under logarithmic learning effect can be defined by a decreasing function depending on the position of the job on the chart. Real life and theory do not always go parallel. Since we have limited resources in real life, we may need to refuse some work or have it done outsourced. This will reduce the time to complete, but the penalty cost will cause me to pay. Job rejection scheduling problems under the effects of logarithmic learning were considered for the first time in this study. All work has a common delivery date and the learning effects are assumed to be the same. As a result of this study, mathematical model is written for solving the maximum completion time in single and parallel machine environments, the absolute difference in total completion time and total completion times in single machine environment in schedules problem which learning effect and job rejection are together and solved in the LINGO program.

Key words: Logarithmic learning effect, job rejection, scheduling, mathematical model

İÇİNDEKİLER

LOGARİTMİK İŞLEM ZAMANLI ÖĞRENME ETKİSİ ALTINDA İŞ REDDETMELİ ÇİZELGELEME PROBLEMLERİ

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK	Error! Bookmark not defined.
YÖNERGEYE UYGUNLUK SAYFASI	Error! Bookmark not defined.
KABUL VE ONAY	Error! Bookmark not defined.
TEŞEKKÜR.....	iv
ÖZET.....	v
ABSTRACT.....	vi
İÇİNDEKİLER	vii
KISALTMALAR	ix
SİMGELER DİZİNİ.....	x
ŞEKİLLER LİSTESİ	xi
TABLolar LİSTESİ.....	xii
1. GİRİŞ	1
2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI	2
3. PROBLEMİN TANIMLANMASI	8
3.1. Çizelgeleme ve Çizelgeleme Problemi	8
3.2. Çizelgeleme Problemlerinin Gösterimi	9
3.3. Öğrenme Etkisi.....	11
3.4. Reddetme Etkisi	14
4. LOGARİTMİK İŞLEM ZAMANLI ÖĞRENME ETKİSİ ALTINDA İŞ REDDETMELİ ÇİZELGELEME PROBLEMLERİ	15
5. SONUÇ	26
KAYNAKLAR	28
EKLER.....	33

Ek-1: Tek Makine Ortamında C_{maks} probleminin çözümü için LINGO	
 kodları;	33
Ek-2 Tek Makine Ortamında $\sum C$ probleminin çözümü için LINGO kodları;...	35
Ek-3 Paralel Makineli Ortamda C_{maks} probleminin çözümü için LINGO	
 kodları;	37
Ek-4 Tek Makineli Ortamda TADC probleminin çözümü için LINGO	
 kodları;	39
Ek-5 Tek Makineli Ortamda C_{maks} probleminin LINGO sonuçları;.....	41
ÖZGEÇMİŞ.....	42

KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılan kısaltmalar aşağıda belirtilmiştir.

E/G	Erken tamamlanma / geç tamamlanma
LR	Learning rate (öğrenme oranı)
RM	Reddetme maliyeti
TADC	Total absolute deviation of job completion times
TT	Toplam tamamlanma zamanı
TY	Toplam yükleme zamanı
TZÜ	Tam zamanında üretim

SİMGELER DİZİNİ

Bu çalışmada kullanılan simgeler aşağıda belirtilmiştir.

$\sum C$	Toplam tamamlanma zamanı
C_j	j işinin tamamlanma zamanı
C_{maks}	Maksimum tamamlanma zamanı
d	Teslim süresi indeksi
M	Makine sayısı
N	İş sayısı
p_{jr}	r'inci sıradaki j işinin işlem zamanı
R	Çizelgelenen işlerin pozisyonu
R	Reddedilen işlerin kümesi
S	Kabul edilen işlerin kümesi
α	Öğrenme indeksi
δ_j	Reddedilen işlerin ceza maliyeti

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 3.1. Öğrenme Eğrisi	12
Şekil 3.2. Tekrar sayısına göre işlem zamanları	13
Şekil 4.1. Sayısal örnek 1 grafiği	19
Şekil 4.2. Sayısal örnek 2 grafiği	21



TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 3.1. Çizelgelemedeki Temel Notasyonlar	9
Tablo 4.1. Sayısal örnek 1’ de kullanılan veriler	18
Tablo 4.2. Sayısal örnek 2’ de kullanılan veriler	21
Tablo 4.3. Sayısal örnek 3’ de kullanılan veriler	22
Tablo 4.4. Sayısal örnek 4’ de kullanılan veriler	24



1. GİRİŞ

Çizelgeleme problemi, matematiksel veya sezgisel yöntemler kullanarak kısıtlı kaynakların belirli görevlere atanmasıdır.

Son yıllarda, öğrenme etkili çizelgeleme problemleri araştırmacıların daha çok dikkatini çekmektedir. Öğrenme etkisi üzerine yapılan çalışmalar artmıştır.

Öğrenme etkisi ilk kez Biskup (1999) tarafından çizelgeleme problemlerinde çalışılmıştır. Bir iş sürekli yapıldığı durumda belirli bir alışkanlık kazanılır ve öğrenme olgusu ortaya çıkar. Zaman geçtikçe bu işi tamamlamak için gerekli kaynaklara olan (zaman, iş gücü, malzeme vb.) ihtiyaç azalır. Bu durum literatürde öğrenme etkisi olarak tanımlanır. Klasik çizelgeleme problemleri ile birlikte değişen parametrelerin olduğu çizelgeleme problemlerinde de öğrenme etkisi kavramı son yıllarda daha çok dikkate alınmaktadır.

Klasik çizelgeleme problemlerinin çoğunda bütün işlerin makinelere atanması gerekmektedir ve reddetme kabul edilmemektedir.

Çizelgelemeci üretim maliyetlerini azaltmak ve maksimum fayda elde etmek için uzun proses zamanlı ve az fayda sağlayan işleri reddeder ancak reddedilen işler üretimci için düşük prestije yol açar. Bundan kaçınmak için üretimci reddetme cezası kısıtını aşmamalıdır. Kaynak ve kapasite kısıtları altında çizelgelemeci optimum sonuca ulaşacak çizelgelenecek işleri seçmelidir.

Bu çalışmada logaritmik işlem zamanlı öğrenme ve iş reddetme bazı çizelgeleme problemleri için bir arada ele alınmıştır. Çalışmanın devamında literatür araştırması, yöntemlerin açıklaması, matematiksel modellerin geliştirilmesi, çözülmesi ve sonuçların yorumlanması sunulacaktır.

2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Çizelgeleme problemi, matematiksel veya sezgisel yöntemler kullanarak kısıtlı kaynakların belirli görevlere atanmasıdır. Kaynakların uygun olarak kullanılması ile firmanın amaç ve hedeflerine optimum şekilde ulaşması hedeflenir. Çizelgeleme literatürü; parametrelerin deterministikten stokastiğe, tek makineliden çok makineliye, sürecin statikten dinamiğe değiştiği çeşitli problem yapılarını kapsamaktadır (Eren ve Güner, 2002).

Birden fazla ölçütlü çizelgeleme araştırmaları son zamanlarda artmıştır. Bu problemlerin çözümü tek ölçütlü problemler kadar kolay değildir. Çünkü birbirleri ile çelişen kısıtların ve amaçların aynı anda en iyilendiği tek bir çizelge oluşturmak oldukça zordur. Çizelgeleme probleminin çözümü, kısıtlar altında amaç fonksiyonuna en uygun çözümdür. Elde edilen sonuç bize yerine getirilecek her bir görev için hangi kaynağın gerektiğini ve her bir görevin hangi pozisyonda yerine getirileceğini gösteriyorsa işimize yarayacaktır. Sonuç olarak, geleneksel anlayışta çoğu çizelgeleme problemi kısıtlara bağlı optimizasyon problemi olarak görülmektedir (Cowling ve ark., 2002).

Teoride çizelgeleme problemlerinin optimum amaç fonksiyonu, çizelgeleme kısıtlarına bağlı modeldeki tüm maliyetleri kapsayacak şekilde olmalıdır. Fakat gerçek hayatta bu maliyetlerin tanımlanması ve hesaplanması tam anlamıyla mümkün değildir. Çizelgelemede, tamamlanma süresi, zamanında tamamlanma ve çıktı miktarı olmak üzere genel olarak kullanılan üç temel kriter düşünülür. Çıktı miktarı grubunda yer alan kriterlerin bütün işleri düşünmesi gerekirken, tamamlanma süresi ve zamanında tamamlanma kriterleri verilen tek bir iş için söz konusu olabileceği için amaç fonksiyonunun bu işleri düşünecek şekilde geliştirilmesi gerekir (Baker, 1997).

Çizelgeleme literatüründe ilk çalışmalar 20. yüzyılın başlarında Henry Gantt tarafından

başlatılmıştır. 1954 yılında S.M. Johnson, Naval Research Quarterly dergisinde yayımlanan makalesi ile 2 makineli çizelgeleme problemleri için tamamlanma zamanını minimize ederek optimum çözümü bulan bir algoritma sunmuştur (Johnson, 1954). Johnson Kuralı olarak da bilinen bu algoritma başka çalışmalar ile geliştirilip ilerletilerek bazı şartlar altında 3 makineli problemler için de çözüm elde edilmesini sağlamıştır. Johnson kuralı birçok sezgisel yöntemin temelini oluşturmuştur.

Sezgisel algoritmalar, optimal çözümü garanti edemezler. Fakat yaklaşık çözümler üreterek aynı zamanda uygulamayı kolaylaştıran ve hesaplama süresini kısaltabilen algoritmalar (Güldalı, 1990).

Bir görev ya da iş devamlı yapıldıkça, işe yönelik belirli bir alışkanlık kazanılır ve ilerleyen zamanlarda bu işi tamamlamak için gereken iş gücü, malzeme, vb. kaynaklara olan ihtiyaç azalır ve tamamlanma zamanı düşer. Bunu, öğrenme kavramı ile açıklayabiliriz. İş ortamı ile ilgili bu öğrenme olgusuyla ilgili olarak ilk kez Wright (1936) araştırma yapmıştır.

Wright uçakların üretiminde, üretilen uçak sayısı artarken direk işçilik maliyetlerinde nasıl bir azalma olduğuna yönelik çalışmasıyla öğrenme olgusunu sayısallaştırabilen “Öğrenme Eğrisi” kavramını literatüre kazandırmıştır (Biskup, 1999).

Logaritmik işlem zamanlı ilk çalışma Cheng vd. (2009) tarafından yapılmıştır. Zhang ve ark. (2012) ise Cheng ve ark. (2009)’in yaptığı çalışmayı geliştirmiş ve çok makineli özel durumları ele almışlardır.

Öğrenme etkisinin çizelgeleme problemleri ile birlikte düşünüldüğü çalışmalar incelendiğinde, öğrenme etkisi çizelgelemede ilk defa Biskup (1999) tarafından çalışılmıştır. Biskup, pek çok üretim alanında, işçi ya da makine tarafından aynı veya benzer faaliyetlerin tekrarlanması sonucu üretim işleminde meydana gelen gelişme yaklaşımını çizelgeleme problemlerine öğrenme etkisi kavramı ile katmıştır. Biskup çalışmalarında tek makineli problemler üzerinde çalışmış ve akış zamanı minimizasyonu, maksimum tamamlanma zamanı, teslim tarihinden minimum sapma gibi konuları ele almıştır (Eren ve Güner, 2004).

Cheng ve Wang (2000), öğrenme etkisi altında tek makineli çizelgelemelerde

maksimum gecikme performans kriterinin minimizasyonu problemini incelemişlerdir. Araştırmacılar öğrenme etkisini modellemek için üretim miktarına bağlı parçalı-doğrusal işlem zamanı fonksiyonu kullanmışlardır. Problemin NP-zor problem olduğunu ifade ederek polinom zamanda çözülebilir iki durumunu göstermişlerdir.

Mosheiov (2001)'de öğrenme etkili tek makine çizelgeleme probleminde, EDD (Earliest Due Date) ve WSPT (Weighted Short Process Time) kurallarını kullanarak sırasıyla maksimum gecikmenin minimizasyonu ve toplam ağırlıklandırılmış tamamlanma zamanının minimizasyonunu ele almıştır.

Mosheiov ve Sidney (2003); Biskup'un çalışmalarına ek olarak, bazı durumlarda bazı işlerin üretim sürecindeki gelişmelerinin diğer işlere oranla daha hızlı olabileceğini, bu nedenle de her bir işin kendine ait öğrenme zamanı olması gerekliliğini ortaya atmışlardır. Yaptıkları çalışmada tek makinede toplam akış zamanı ve maksimum tamamlanma zamanının minimizasyonu problemini ele almışlardır.

Eren ve Güner (2002) işe bağımlı öğrenme etkili bir çizelgeleme probleminde toplam akış zamanının minimizasyonu için matematiksel model geliştirmişlerdir.

2004'de tek ve paralel makinelerin haricinde çok makineli akış tipi durum için ilk çalışmayı yapmışlardır. Çalışmalarında iki makineli akış tipi çizelgelemede öğrenme etkisini analiz ederken performans ölçütünü akış zamanı olarak ele almışlardır (Eren ve Güner 2004).

Eren ve Güner (2006), m paralel makineli çizelgeleme problemlerini, hazırlık ve taşıma zamanlarının öğrenme etkili olduğu durumlarda incelenmişlerdir.

Eren ve Güner (2007) hazırlık zamanının öğrenme etkili olduğu tek makine çizelgeleme problemi ile hazırlık ve taşıma zamanlarının öğrenme etkili olduğu tek makineli çizelgeleme problemlerini ele almışlardır.

Eren ve Güner (2008) zaman bağımlı öğrenme etkili tek makine çizelgeleme problemini incelemişlerdir. Maksimum gecikme performans ölçütlü problemin çözümü için doğrusal olmayan programlama modeli geliştirilmiştir.

Eren ve Güner (2009) iki ölçütlü zaman-bağımlı öğrenme etkili tek makine çizelgeleme problemi üzerinde çalışmışlardır. Ele alınan problemin amaç fonksiyonu; maksimum 10 erken bitirme ve geciken iş sayısının minimizasyonu olup çözüm için doğrusal olmayan programlama modeli geliştirilmiştir.

Xu ve ark. (2008) pozisyon bağımlı öğrenme etkili akış tipi çizelgeleme probleminin farklı performans ölçütleri altında durum analizini yapmışlardır.

Cheng ve ark. (2008) öğrenme etkilerinin birleşiminden yeni öğrenme etkisi elde etmişlerdir. İşlem zamanları toplamı tabanlı öğrenme etkisi ile pozisyon tabanlı öğrenme etkilerinin birleşiminden elde ettikleri yeni öğrenme etkisini, tek makine ortamında çizelgeleme problemlerine uygulamışlardır.

Wu ve ark. (2007) öğrenme etkisinin mevcut olduğu bir çizelgeleme ortamında, en büyük gecikme probleminin en küçüklenmesi için dal sınır algoritması ve sezgisel yöntemler düşünmüşlerdir.

Wu ve Lee (2008) iki öğrenme etkisi fonksiyonunu kullanarak tek makinede maksimum tamamlanma zamanı ve toplam tamamlanma zamanı problemlerini SPT kuralı ile, toplam ağırlıklı tamamlanma zamanının ise en kısa ağırlıklı işlem zamanı kuralı ile çözülebileceğini ispat etmişlerdir.

Eren ve Güner (2007) öğrenme etkili toplam gecikmeyi en küçükleyecek 0-1 tam sayılı programlama modelini geliştirmişlerdir. Bu çalışmada pozisyon bağımlı öğrenme etkisi modeli kullanılmıştır. Problemin büyük boyutlu uygulamalarının çözümü için tabu arama, tavlama benzetimi ve rassal arama sezgiselleri kullanmış ve yaklaşık 1000 işe kadar farklı boyutlu problemleri test etmişlerdir.

Eren ve Güner (2008) benzer metotları pozisyon bağımlı öğrenme etkisi kullanarak, çok ölçütlü akış tipi çizelgeleme problemi üzerinde çalışmıştır. Eren (2009) hazırlık zamanlarının da öğrenmeden etkileneceğini düşünerek hazırlık zamanlarına öğrenme etkisini uygulamıştır. Çok amaçlı paralel makine ortamını ele aldığı çalışmasında, amaç fonksiyonunu, ağırlıklandırılmış tamamlanma zamanları toplamı ve toplam gecikmeden oluşturmuştur.

Öğrenme etkisinin E/G performans ölçütlü çizelgeleme problemlerine uygulandığı çalışmalar incelendiğinde; E/G problemleri ile ilgili çalışmaların öğrenme etkili çalışmalardan daha önce yapıldığı görülmektedir. Öğrenme etkisi ve E/G problemi birlikte Biskup (1999), Mosheiov ve Sidney (2003), Kuo ve Yang (2007), Toksarı ve Güner (2008) tarafından yapılan çalışmalarda ele alınmıştır (İşler vd. 2009).

Toksarı ve Arkın (2017) tek makine ortamında bulanık işlem süreleri ile pozisyon bağımlı bulanık öğrenme etkisi altındaki çizelgeleme problemlerini incelemişlerdir.

Çizelgeleme literatüründe Cheng ve ark. (2009) öğrenme etkisini modellemek için logaritma fonksiyonunu kullanmıştır. Onlar bir işin işlem zamanının pozisyon bağımlı öğrenme etkisi ve toplam işlem zamanı tabanlı öğrenme etkisi altında işlerin sayısına göre sıfıra gittiğini ifade etmişlerdir. Bu nedenle önceden çizelgelenen işlerin işlem zamanlarının logaritmik değerlerinin toplamına bağlı olarak yeni bir öğrenme etkisi modeli geliştirmişlerdir.

Klasik çizelgeleme problemlerinde bütün işlerin makinelerle atanması zorunludur. Gerçek hayatta işler daha karışıktır. Kısıtlı kaynaklar ve limitli kapasiteler vardır. Çizelgelemeci atanacak işleri seçmelidir (Shisheng ve Jinjiang Yuan, 2010).

Öğrenme etkisi, öğrenme eğrisi ile tanımlanabilir. Öğrenme eğrisi aynı işin tekrarlanmasının bir fonksiyonu olarak performansının gelişim grafiğini gösterir (Eren ve Güner, 2004).

Heizer ve Render (2001) iş gücü tahmininde, maliyet hesaplarında, dışarıdan satın almalarda, şirket performansının gelişiminin belirlenmesi ve pek çok alanda öğrenme eğrilerinin kullanılabileceğini belirtmişlerdir.

Reddetme stok tutma ve gecikme maliyetini azaltır fakat gelir ve itibar kaybına sebep olur. En önemli karardan biri reddedilen ve kabul edilen işlerin kümesini belirlemektir (Dawei Li ve Xiwen Lu, 2017).

İş reddetmeli çizelgeleme ilk kez Bartal (1996) tarafından çalışılmıştır.

Yang ve Yang (2010), Huang ve ark. (2011), Yang (2011), Bai (2012) grup çizelgeleme probleminde maksimum tamamlanma zamanı ve toplam tamamlanma zamanı problemlerini çözen algoritma göstermişlerdir.

Wang ve ark. (2010) modellerinde iki öğrenme indeksinin farklı durumlarına göre polinom zamanda çözülebileceği maksimum tamamlanma zamanı, toplam tamamlanma zamanı problemlerini incelemişlerdir.

Liu ve ark. (2013) bozulma etkisi altında geçmiş sıra bağımlı teslimat süreli toplam yükleme zamanı, toplam tamamlanma zamanı, tamamlanma zamanlarının mutlak farklarının toplamı problemleri için polinom zamanlı bir algoritma önermişlerdir.

Zhang ve ark. (2010) iş reddetme kısıtı altında tek makineli ortamda çizelgeleme problemlerini incelemişlerdir. C_{maks} problemi için polinom zamanda bir çözüm elde etmişlerdir.

Sheikh (2013) çok amaçlı esnek akış çizgileri problemlerini gecikme ve iş reddetme ile beraber ele almıştır Problemi 5, 6, 7, 10 ve 20 iş için lingo programı ile çözmüştür. Çok düşük hesaplama zamanında umut verici kaliteli sonuçlara ulaşmıştır.

Shabtay ve Karhi (2015) çok amaçlı makine çizelgeleme problemlerini iş reddetme kısıtı altında ve eş proses zamanlı işler ile beraber ele almışlardır.

Angetis ve Mosheiov (2017) İş reddetme ve pozisyona bağlı proses zamanında orantılı seri üretim çizelgeleme problemleri üzerinde çalışmışlardır. Probleme, polinom zamanda bir çözüm elde etmişlerdir.

Shabtay ve Gaspar (2013) çevrim dışı çizelgeleme problemleri için iş reddetme kısıtı altında bir çalışma yapmışlardır.

3. PROBLEMİN TANIMLANMASI

Çalışmanın bu bölümünde çizelgeleme ve çizelgelem problemleri hakkında daha detaylı bilgi verilecektir.

3.1. Çizelgeleme ve Çizelgeleme Problemi

Çizelgeleme, kıt kaynakların belirli bir zaman boyunca işlere tahsis edilmesiyle alakalıdır. Bu süreç bir ya da daha fazla kriterin optimizasyonunu amaçlayan bir karar verme prosedir (Pinedo, 2002).

Çizelgeleme Sabuncuoğlu (1998) tarafından, sistem kaynaklarının çeşitli işlere, görevlere veya pozisyonlara atanması olarak tanımlanır. Çizelgelemede amaç kaynakların etkin kullanımı ile belirlenen hedeflere ulaşmaktır. Faaliyetlerin nerede ve ne zaman gerçekleştirileceğine karar vermek anlamına gelen çizelgeleme, daha çok girdilerle çıktılar arasındaki zamanlamayla ilgilenir (Özkazanç, 1999). Çizelgeleme problemlerine çözüm bulmak oldukça karışık ve zor bir süreçtir. Sürecin karmaşası ve ihtiyaç duyduğu zaman sebebiyle, biçimsel yaklaşımlarla çözüm aramak problem çözümünde etkinliği artırır. Biçimsel modeller, problemlerin anlaşılmasında ve iyi bir çözüm bulunmasında yardımcı olmaktadır (Baker, 1994).

Tablo 3.1. Çizelgelemedeki Temel Notasyonlar (Eren ve Güner, 2002)

Veriler	n p _i d _i s _i r _i F _i	İş sayısı i. işin işlem zamanı i. işin teslim tarihi i işinin istenilen başlama zamanı i işinin işlem için hazır olma zamanı i işinin akış zamanı
Kısıtlar	pmtn nmit	İşler kesintiye uğrayabilir ve sonra kaldığı yerden tekrar başlar Makine boş tutulmasına izin veriliyor
Değişkenler	C _i E _i L _i T _i U _i n _T	i. işin tamamlanma zamanı i. işin erken bitmesi i. işin gecikmesi i. işin geç bitmesi i işinin gecikme durumu Toplam geciken iş sayısı $E_i = \max(0, d_i - C_i)$ $L_i = C_i - d_i$ $T_i = \max(0, C_i - d_i)$ $U_i = \begin{cases} 1 & C_i > d_i, 0 \end{cases} \text{ dd}$ $n_T = \sum_{i=1}^n U_i$
Ölçütler	f _{maks} C _{maks} L _{maks} L _{min} T _{maks} E _{maks} $\bar{F}$ (w $\bar{F}$) $\bar{T}$ (w $\bar{T}$) $\bar{E}$ (w $\bar{E}$) $\bar{U}$ (w $\bar{U}$)	Maliyet fonksiyonu Maksimum tamamlanma zamanı Maksimum gecikme Minimum gecikme Maksimum geç bitirme Maksimum erken bitirme Ortalama akış zamanı (ortalama ağırlıklı akış zamanı) Ortalama geç bitirme (ortalama ağırlıklı geç bitirme) Ortalama erken bitirme (ortalama ağırlıklı erken bitirme) Ortalama geciken iş (ortalama ağırlıklı geciken iş) $C_{\max} = \max_{i=1, \dots, n} (C_i)$ $L_{\max} = \max_{i=1, \dots, n} (L_i)$ $L_{\min} = \min_{i=1, \dots, n} (L_i)$ $T_{\max} = \max_{i=1, \dots, n} (T_i)$ $E_{\max} = \max_{i=1, \dots, n} (E_i)$ $\bar{F} = \sum_{i=1}^n F_i / n, \left(w\bar{F} = \sum_{i=1}^n wF_i / n \right)$ $\bar{T} = \sum_{i=1}^n T_i / n, \left(w\bar{T} = \sum_{i=1}^n wT_i / n \right)$ $\bar{E} = \sum_{i=1}^n E_i / n, \left(w\bar{E} = \sum_{i=1}^n wE_i / n \right)$ $\bar{U} = \sum_{i=1}^n U_i / n, \left(w\bar{U} = \sum_{i=1}^n wU_i / n \right)$

3.2. Çizelgeleme Problemlerinin Gösterimi

Bir çizelgeleme problemi genellikle $\alpha / \beta / \gamma$ grubu ile ifade edilir (Pinedo, 1992). Burada α , makine durumunu belirtir ve yalnız bir değer alabilir. β , proses karakteristiğini ve kısıtlarının belirtildiği bölümdür. Bu alanda hiç parametre

olmayacağı gibi bir veya birden fazla parametre olabilir. γ ise çizelgeleme sonucunda en iyilenecek performans ölçütünü gösterir. Genellikle parametrelidir (Pinedo, 1992).

Çizelgeleme problemlerinde, çizelgelenecek işlerin ve makinelerin önceden bilindiği düşünülür. Makine sayısı m ve iş sayısı n ile ifade edilir. İş ve makine sayıları alt indis olarak kullanıldıklarında;

j iş sayısına ve i makine sayısına karşılık gelmektedir. Eğer bir iş çeşitli işlem adımlarından oluşuyorsa, j işinin i makinesinde gördüğü işlemi ifade etmek için (i, j) ikilisi kullanılır. Çizelgelenecek j işi ile ilgili diğer gerekli bilgiler ise şunlardır (Pinedo 2002):

İşlem Süresi (Processing Time (p_{ij})): j işinin i makinesindeki işlem süresini gösterir. Eğer j işinin işlem zamanı makineden bağımsız veya sadece tek makinede işlem söz konusu ise i indisi kullanılmayabilir.

Serbest Bırakma Zamanı (Release Date (r_j)): j işinin işlemeye hazır olduğu zamanı gösterir. İşin işleme başlayabileceği en erken zamanı ifade eder.

Tamamlanma Zamanı (C_j): j işinin tamamlanma zamanını gösterir. İşin bir makinedeki tamamlanma zamanını ifade etmek için i indisi kullanılır (C_{ij}). Ayrıca iş operasyonlardan oluşuyorsa k indisi kullanılır (C_{ijk}).

Teslim Zamanı (Due Date (d_j)): j işinin tamamlanma zamanını veya müşteriye teslim edilmesi gereken zamanı ifade eder. Teslim tarihinden sonra işin tamamlanması (gecikmesi) belirli bir ceza karşılığında mümkündür. Teslim tarihi, termin anlamında “deadline” ile ifade edilir.

Ağırlık (Weight (w_j)): Basit olarak bir öncelik faktörünü ifade eder. j işinin sistemde ki diğer işlere göre önemini gösterir. Örneğin, bu ağırlık faktörü işlerin sistemde kalmasının bir maliyeti olabilir. Stoklama veya elde tutma maliyeti olarak düşünülebilir.

Sapma (Lateness (L_j)): j işinin tamamlanma zamanının taahhüt edilen teslim tarihinden sapma miktarını ifade eder. Bu durum Eşitlik (3.1)’de sunulmuştur.

$$L_j = C_j - d_j \quad (3.1)$$

Pozitif olduğu durumlar geç tamamlanmayı, negatif olduğu durumlar erken tamamlanmayı ifade eder.

Gecikme (Tardiness (T_j)): j işinin gecikme zamanını ifade eder ve her daim pozitiftir. Bu durum Eşitlik (3.2)'de sunulmuştur.

$$T_j = \max(C_j - d_j, 0) = \max(L_j, 0) \quad (3.2)$$

Erken Tamamlanma (Earliness (E_j)): j işinin erken tamamlanma zamanını ifade eder. Her daim pozitiftir. Bu durum Eşitlik (3.3)'de sunulmuştur.

$$E_j = \max(d_j - C_j, 0) = \max(L_j, 0) \quad (3.3)$$

3.3. Öğrenme Etkisi

Bir görev veya iş sürekli yapıldıkça, işe yönelik belirli bir alışkanlık kazanılır ve ilerleyen zamanlarda bu işi tamamlamak için gerekli işgücü, malzeme, vb. kaynaklara olan ihtiyaç azalır. İlk kez Wright (1936) öğrenme olgusuyla ilgili araştırma yapmıştır. Wright (1936) uçakların üretiminde, üretilen uçak sayısı artarken direk işçilik maliyetlerinde nasıl bir azalma olduğuna yönelik çalışmasıyla öğrenme olgusunu sayısallaştırabilen “Öğrenme Etkisi” kavramını ortaya atmıştır (Biskup, 1999). Çizelgeleme problemlerinde öğrenme etkisi ilk kez Biskup (1999) tarafından incelenmiştir. Biskup, çalışmasında; çizelgelenecek işleri benzer iş olarak kabul etmiştir ve çizelgelenen işlerin sırası ilerledikçe işlem zamanları üstel dağılıma bağlı olarak artan şekilde azalma göstereceğini kabul etmiştir. Öğrenme etkisi çizelgeleme problemlerinde uygulanmak üzere üstel dağılıma uyduğu kabul edilerek Eşitlik (3.4)'deki gibi formülize edilmiştir;

$$p_{jr} = p_j r^\alpha \quad (3.4)$$

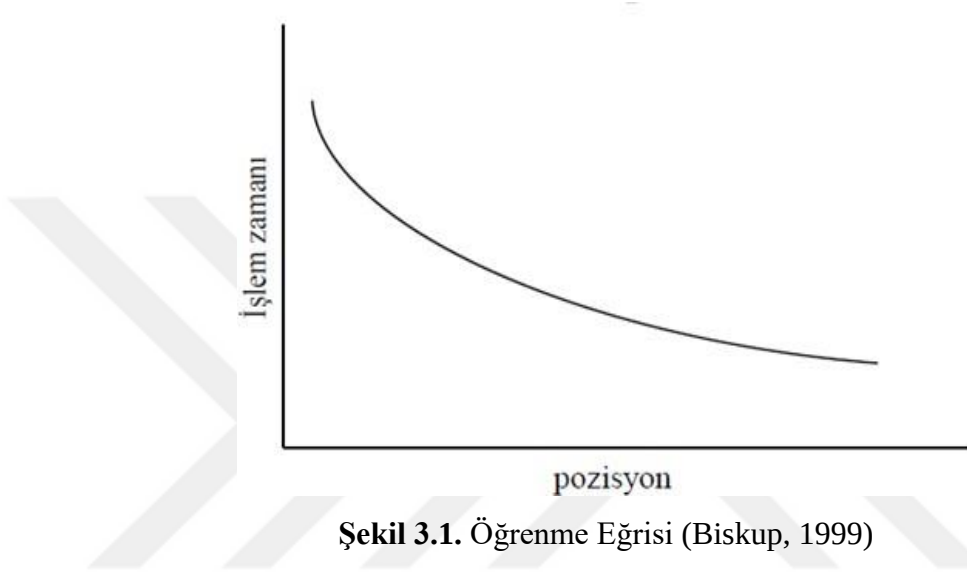
r: işin kaçınıcı pozisyonda yapılacağını temsil eder.

p_{jr} : j işinin öğrenme etkisi katıldığında elde edilen işlem zamanı. Eğer j işi r'inci sırada çizelgelendiyse işin yapılması için gereken süre azalacaktır.

LR: öğrenme eğrisi parametresi (örneğin %80 öğrenme eğrisi)

α : öğrenme indeksi $\log(LR)/\log(2)$

Şekil (3.1)'de öğrenme etkisi altında işlem zamanlarının işin pozisyonuna bağlı olarak değişimi gösterilmiştir.



Şekil 3.1. Öğrenme Eğrisi (Biskup, 1999)

Örneğin; %75 öğrenme etkisinin kabul gördüğü bir kaynak işleminde birinci kaynağı yapmak için gereken süre 35 dakikadır. 6. ve 10. birimi üretmek için gerekli süre ne kadardır?

Eşitlik (3.9)'da öğrenme oranının nasıl bulunduğu gösterilmiştir.

$$\alpha = \log(0,75) / \log(2) = -0,415 \quad (3.5)$$

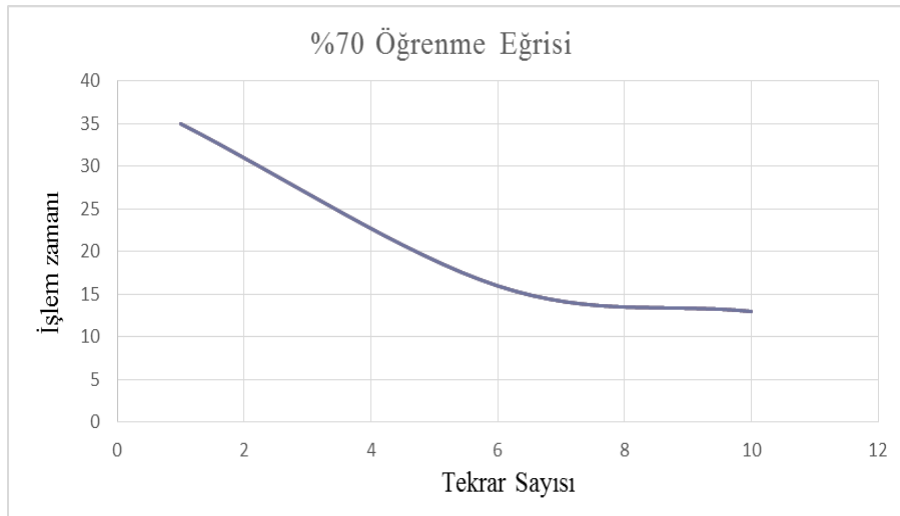
Eşitlik (3.10)'da 6. Birimi üretmek için gereken sürenin hesaplanması gösterilmiştir.

$$p_{[6]} = 35 * (6 - 0,415) = 16,63 \quad (3.6)$$

Eşitlik (3.11)'de 10. Birimi üretmek için gereken sürenin hesaplanması gösterilmiştir.

$$p_{[10]} = 35 * (10 - 0,415) = 13,46 \quad (3.7)$$

Örnekte ki işlem zamanlarındaki değişim Şekil 3.2'deki gibidir.



Şekil 3.2. Tekrar sayısına göre işlem zamanları

Mosheiov ve Sidney (2003) Biskup'un çalışmalarına atıf yaparak bazı pozisyonlarda bazı işlerin üretim safhasındaki gelişmelerinin diğer işlere göre daha hızlı olabileceğini bu sebeple de her bir işin kendine ait öğrenme zamanı olması gerektiğini savunmuşlardır. Eşitlik (3.8)'de gösterilen şekilde, öğrenme etkisi altındaki işlem zamanını formül haline getirmişlerdir.

$$p_{jr} = p_j r^{\alpha_j} \quad (3.8)$$

Kuo ve Yang, öğrenme etkisini zamana bağlı olarak Eşitlik (3.9)'daki gibi tanımlamışlardır.

$$p_{jr} = p_j (1 + p_{[1]} + p_{[2]} + \dots + p_{[r-1]})^{\alpha} \quad (3.9)$$

Özetlemek gerekirse, öğrenme etkisinin pratiğe en uygun şekilde uygulanabilmesi için iki farklı temel yaklaşım önerilmiştir.

- Konum Esaslı Öğrenme etkisi. Bu yaklaşımda işler ayrı ayrı değerlendirilir.
- Zamana Bağımlı Öğrenme etkisi. Bu yaklaşımda işler bir bütün olarak değerlendirilir.

3.4. Reddetme Etkisi

Klasik çizelgeleme problemlerinde bütün işlerin makinelere atanması zorunludur. Gerçek hayatta işler daha karışıktır. Kısıtlı kaynaklar ve limitli kapasiteler vardır. Çizelgelemeci atanacak işleri seçmelidir (Shisheng ve Jinjiang Yuan, 2010).

Reddetme stok tutma ve gecikme maliyetini azaltır fakat gelir ve itibar kaybına sebep olur. En önemli karardan biri reddedilen ve kabul edilen işlerin kümesini belirlemektir (Dawei Li ve Xiwen Lu, 2017).

İş reddetmeli çizelgeleme ilk kez Bartal (1996) tarafından çalışılmıştır.

Çalışmada reddetme cezası gama (δ) ile ifade edilmiştir. Hiç olmaması ya da en az olması amaçlanmaktadır.

4. LOGARİTMİK İŞLEM ZAMANLI ÖĞRENME ETKİSİ ALTINDA İŞ REDDETME Lİ ÇİZELGELEME PROBLEMLERİ

Bu bölümde, tek ve paralel makine ortamında pozisyona bağlı, logaritmik işlem zamanlı öğrenme etkileri altında, iş reddetmeli çizelgeleme problemi detaylı olarak anlatılacaktır.

Bu bölümde amacımız iş reddetme ve öğrenme olguları altında paralel makinelere atanmış n iş için maksimum tamamlanma zamanını en küçükleyen amaç fonksiyonunu, tek makineye atanmış n işleri için oluşturulan A çizelgesinin toplam tamamlanma zamanını ve maksimum tamamlanma zamanını en küçükleyen çizelgeyi bulmaktır.

Cheng ve ark. (2009) çalışmalarına göre, n bağımsız işten oluşan bir iş seti makine üzerinde sıfır zamanında işlenmek için mevcut olsun. Verilen bir zaman aralığında bir makine yalnızca bir iş işleyebilsin. p_{jr} pozisyonunda çizelgelenen j işinin temel işlem zamanı, α ($\alpha < 0$) öğrenme indeksi, $p_{[j]}$ J işinin gerçek zamanını göstere. Bu durumda logaritmik işlem zamanlı öğrenme etkisi altında bir işin işlem zamanını Eşitlik (4.1)'deki gibi gösterebiliriz;

$$p_{[j]} = p_j (1 + \sum_{i=1}^{j-1} \ln p_i)^\alpha \quad (j = 1, \dots, n) \quad (4.1)$$

Mosheiov ve Gerstl (2012) çalışmalarına göre, m paralel eş makine ve n iş olduğunu düşünelim;

δ_j için; $j = 1, \dots, n$

C_{maks} için; $i = 1, \dots, m$

Toplam tamamlanma zamanı eşitlik (4.2)'de, reddetme maliyeti ise eşitlik (4.3)'da gösterilen şekilde hesaplanır.

$$TT = \sum_{i=1}^m C_i^{\text{maks}} \quad (4.2)$$

$$RM = \sum_{j \in R} \delta_j \quad (4.3)$$

Logaritmik işlem zamanlı öğrenme etkisi altında çizelgelenen işler SPT kuralına uygun olarak çizelgelenir. Bu olgu Cheng ve ark. (2009) tarafından ispat edilmiştir.

Teorem:

$1/p_{jr} = p_j (1 + \sum_{k=1}^{r-1} \ln p_k)^\alpha / C_{\text{maks}}$ problemi için optimal çizelge SPT kuralı ile elde edilir;

İspat:

$p_i < p_j$ olduğunu varsayalım. A çizelgesinin A' çizelgesinden daha iyi olduğunu göstermek için $C_{\text{maks}}(A) \leq C_{\text{maks}}(A')$ olduğunu göstermek gerekmektedir.

A çizelgesinde öğrenme etkisi altında i işinin tamamlanma zamanı eşitlik (4.4)'de gösterilmiştir.

$$C_i(A) = T + p_i (1 + \sum_{k=1}^{r-1} \ln p_k)^\alpha \quad (4.4)$$

A çizelgesinde öğrenme etkisi altında j işinin tamamlanma zamanı eşitlik (4.5)'de gösterilmiştir.

$$C_j(A) = T + p_i (1 + \sum_{k=1}^{r-1} \ln p_k)^\alpha + p_j (1 + \sum_{k=1}^{r-1} \ln p_k + \ln p_i)^\alpha \quad (4.5)$$

(A') çizelgesinde öğrenme etkisi altında j işinin tamamlanma zamanı eşitlik (4.6)'de gösterilmiştir.

$$C_j(A') = T + p_j (1 + \sum_{k=1}^{r-1} \ln p_k)^\alpha \quad (4.6)$$

(A') çizelgesinde öğrenme etkisi altında i işinin tamamlanma zamanı Eşitlik (4.7)'de gösterilmiştir.

$$C_i(A') = T + p_j (1 + \sum_{k=1}^{r-1} \ln p_k)^\alpha + p_i (1 + \sum_{k=1}^{r-1} \ln p_k + \ln p_j)^\alpha \quad (4.7)$$

$$C_i(A') - C_j(A) = (p_j - p_i) (1 + \sum_{k=1}^{r-1} \ln p_k)^\alpha + p_i (1 + \sum_{k=1}^{r-1} \ln p_k + \ln p_j)^\alpha - p_j (1 + \sum_{k=1}^{r-1} \ln p_k + \ln k_i)^\alpha \quad (4.8)$$

$$\lambda = p_j / p_i$$

$$X = \ln p_i$$

$$C_o = 1 / 1 + \sum_{k=1}^{r-1} \ln p_k \text{ denklemi eşitlik (4.8)'de yazılırsa } (\lambda \geq 1, X \geq 1,$$

$$0 < C_o < 1, \alpha < 0);$$

$$C_i(A') - C_j(A) = p_i (1 + \sum_{k=1}^{r-1} \ln p_k)^\alpha [(\lambda - 1) + (1 + C_o \ln \lambda + C_o X)^\alpha -$$

$$\lambda (1 + C_o X)^\alpha] \geq 0$$

Sonucun pozitif çıkması (A)'nın (A')'ne baskın geldiğini ve çizelgelemenin SPT kuralına uygun çıktığını göstermektedir.

Bu çalışmada literature kazandırılan tek makineli ortamda öğrenme etkisi altında ve iş reddedilmesinin kabul edildiği durumdaki C_{maks} problemi için polinom zamanlı matematiksel model şu şekilde sunulmuştur.

Amacımız tek makineli ortamda atanan ve reddedilen işlerin kümelerini belirlemek ve maksimum tamamlanma zamanı (C_{maks}) ile ceza maliyetinin toplamını minimize etmektir. Eşitlik (4.9)'da amaç fonksiyonu gösterilmiştir. Eşitlik (4.9)'da gösterildiği gibi kabul edilen her iş bir pozisyona atanmaktadır ve Eşitlik (4.10)'da gösterildiği gibi bir pozisyona en fazla 1 adet iş atanabilir.

Tek makineli ortamda çizelgelenecek 5 işimiz olduğunu düşünelim.

Öğrenme etkisinin olduğunu ($\alpha = 0.8$) ve çizelgelemecinin işleri reddetme hakkına sahip olduğu kabul edelim. İşlerin tamamlanma zamanı ve reddedilme cezaları Tablo 4.1’de verilmiştir.

$$\text{Min } \sum_{j=1}^n (p(j) * (1 + \sum_{p=1}^{j-1} \ln p(p))^\alpha) * X_{ijr} + (\delta_j * X_{2jr}) \quad (4.9)$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ijr} \leq 1 \quad (i = 1, \dots, n) \quad (r = 1, \dots, n) \quad (4.10)$$

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{r=1}^n X_{ijr} = 1 \quad (j = 1, \dots, n) \quad (4.11)$$

$$X_{ijr} \in (0, 1) \quad (4.12)$$

Sayısal örnek 1:

Bu bölümde tek makineli ortamda öğrenme etkisi altında ve iş reddedilmesinin kabul edildiği durumdaki C_{maks} problemi için sayısal bir örnek çözülecektir.

Tablo 4.1. Sayısal örnek 1’ de kullanılan veriler

j	1	2	3	4	5
P j	11	26	35	15	19
δ_j	5	20	9	25	12

Kabul edilen işler sırasıyla 2-5 ve 4’tür.

Reddedilen işler 1 ve 3’tür.

Pozisyonların ardışık yerleşebilmesi için eşitlik ($r/3$) katsayısı ile çarpılmıştır. Bu durumda mevcut işler için;

$$p_{2[1]} = (1/3) * 26 * (1+0)^{-0,32193}$$

$$C_{2[1]} = 26/3 = 8,666$$

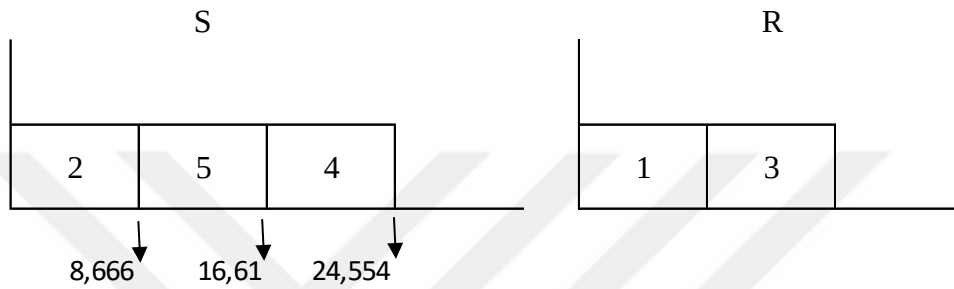
$$p_{5[2]} = (2/3) * 19 * (1 + \ln 26)^{-0,32193}$$

$$C_{5[2]} = 11,917 * 2/3 = 7,944$$

$$p_{4[3]} = (3/3) * 15 * (1 + \ln 26 + \ln 19)^{-0.32193}$$

$$C_{4[3]} = 7,944$$

$C_{maks} = \underline{24,554}$ olarak bulunmuştur.



Şekil 4.1. Sayısal örnek 1 grafiği

Reddetme maliyeti şu şekilde hesaplanır;

$$RM = 5 + 9$$

$$RM = 14$$

Toplam maliyet ise;

$$C_{maks} + RM = 24,554 + 14 = \underline{38,55} \text{ olarak bulunmuştur.}$$

Problem LINGO program ile çözülmüş ve polinom zamanda bir çözüm elde edilmiştir. Logaritmik işlem zamanlı öğrenme etkisi altında çizelgelenen işler SPT kuralına uygun olarak çizelgelenirken reddetme olduğu durumlarda işlerin her zaman SPT kuralına uygun olarak çizelgelenmediği görülmüştür. Kabul edilen ve reddedilen işler belirlenmiş ve optimum sonuç gösterilmiştir.

Teorem 2:

$1/p_{jr} = p_j (1 + \sum_{k=1}^{r-1} \ln p_k)^a / \sum C$ problemi için optimal çizelge SPT kuralı ile elde edilir.

İspat:

Bu teoremin ispatı da Cheng ve ark. (2009) tarafından C_{maks} problem için önerilen teoremin ispatında yapılan yaklaşımla benzer bir yaklaşım kullanılarak yapılmıştır.

Bu çalışmada literature kazandırılan tek makineli ortamda öğrenme etkisi altında ve iş reddedilmesinin kabul edildiği durumdaki $\sum C$ problemi için polinom zamanlı matematiksel model şu şekilde sunulmuştur.

Eşitlik (4.13)'de toplam tamamlanma zamanının ($\sum C$) ve ceza maliyetinin en küçüklendiği amaç fonksiyonu gösterilmiştir.

$$\text{Min} \sum_{j=1}^n ((n-j+1)*p(j)*(1+\sum_{p=1}^{j-1} \ln P_p)^a)*X_{ijr} + (\delta_j * X_{2jr}) \quad (4.13)$$

Problemin kısıtları aşağıdaki gibidir;

Bir pozisyona en fazla 1 adet iş atanabileceği Eşitlik (4.14)'de gösterilmiştir.

$$\sum_{j=1}^n X_{ijr} \leq 1 \quad (i = 1, \dots, n) \quad (r = 1, \dots, n) \quad (4.14)$$

Her işin 1 pozisyona atanmak zorunda olduğu Eşitlik (4.15)'de gösterilmiştir.

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{r=1}^n X_{ijr} = 1 \quad (j = 1, \dots, n) \quad (4.15)$$

$$X_{ijr} \in (0, 1) \quad (4.16)$$

Sayısal örnek 2

Bu bölümde tek makineli ortamda öğrenme etkisi altında ve iş reddedilmesinin kabul edildiği durumdaki $\sum C$ problemi ile ilgili sayısal bir örnek çözülecektir.

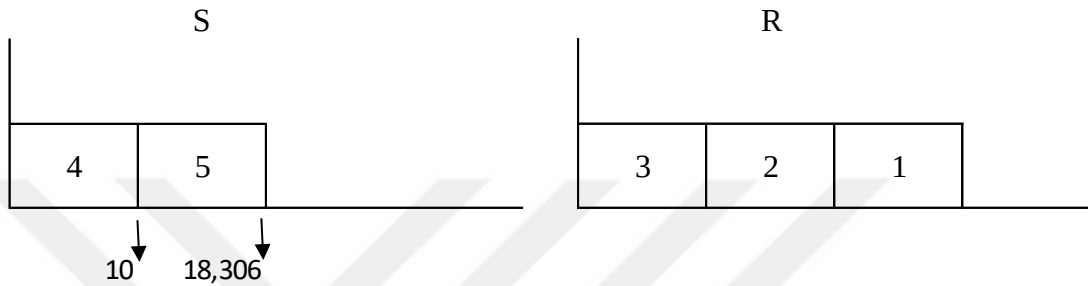
Tek makineli ortamda çizelgelenecek 5 işimiz olduğunu düşünelim.

Öğrenme etkisinin olduğunu ($\alpha = 0.8$) ve çizelgelemecinin işleri reddetme hakkına sahip olduğu kabul edelim. İşlerin tamamlanma zamanı ve reddedilme cezaları Tablo 4.2'de verilmiştir.

Tablo 4.2. Sayısal örnek 2’ de kullanılan veriler

j	1	2	3	4	5
P j	11	26	35	15	19
δ_j	5	20	9	25	12

Problem LINGO programında çözdürülmüş ve aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

**Şekil 4.2.** Sayısal örnek 2 grafiği

Kabul edilen işler sırası ile 4 ve 5'tir. Reddedilen işler 1-2 ve 3'tür.

Bu durumda mevcut işler için;

$$p_{4[1]} = 2 * (1/3) * 15 * (1+0)^{-0,32193} = 10$$

$$C_{4[1]} = 10$$

$$p_{5[2]} = 1 * (2/3) * 19 * (1+\ln 15)^{-0,32193} = 8,306$$

$$C_{5[2]} = 18,306$$

Reddetme maliyeti;

$$RM = 5 + 20 + 9 = 34$$

Toplam maliyet;

$$\sum C + RM = 18,306 + 34 = \underline{52,306} \text{ olarak bulunmuştur.}$$

Bu çalışmada literature kazandırılan paralel makineli ortamda öğrenme etkisi altında ve iş reddedilmesinin kabul edildiği durumdaki C_{maks} problemi için polinom zamanlı matematiksel model şu şekilde sunulmuştur.

$$\begin{aligned} \text{Min } \sum_{j=1}^n (p(j) * (1 + \sum_{p=1}^{j-1} \ln p_p)^\alpha) * X_{1jr} + (p(j) * (1 + \sum_{p=1}^{j-1} \ln p_p)^\alpha) \\) * X_{2jr} + \delta_j * X_{3jr} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Problemin kısıtları aşağıdaki gibidir;

Bir pozisyona en fazla 1 adet iş atanabileceği Eşitlik (4.18)'de gösterilmiştir.

$$\sum_{j=1}^n X_{ijr} \leq 1 \quad (i = 1, \dots, n) \quad (r = 1, \dots, n) \quad (4.18)$$

Her işin 1 pozisyona atanmak zorunda olduğu Eşitlik (4.19)'da gösterilmiştir.

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{r=1}^n X_{ijr} = 1 \quad (j = 1, \dots, n) \quad (4.19)$$

$$X_{ijr} \in (0, 1) \quad (4.20)$$

Sayısal örnek 3:

Bu bölümde paralel makineli ortamda logaritmik işlem zamanlı öğrenme etkisi altında ve iş reddedilmesinin kabul edildiği durumdaki C_{maks} problem hakkında sayısal bir örnek çözülecektir.

2 eş paralel makineli ortamda çizelgelenecek 5 işimiz olduğunu düşünelim.

Öğrenme etkisinin olduğunu ($\alpha = 0.8$) ve çizelgelemecinin işleri reddetme hakkına sahip olduğu kabul edelim. İşlerin tamamlanma süreleri ve reddetme cezaları Tablo 4.3'de gösterilmiştir.

Tablo 4.3. Sayısal örnek 3' de kullanılan veriler

j	1	2	3	4	5
P j	11	26	35	15	19
δ_j	5	20	9	25	12

Eşitlik (4.17) LINGO programında çözdürülmüş ve aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır;

Kabul edilen ve 1. makineye atanan işler; 2-1

Kabul edilen ve 2. makineye atanan işler; 5-4

Reddedilen işler 3

Bu durumda mevcut işler için;

$$p_{1,2[1]} = (1/3)*26*(1+0) = 8,666$$

$$C_{1,2[1]} = 8,666$$

$$p_{1,1[2]} = (2/3)*11*(1+\ln 26)^{-0,32193} = 4,599$$

$$C_{1,1[2]} = 13,265$$

$$p_{2,5[1]} = (1/3)*19*(1+0) = 6,333$$

$$C_{2,5[1]} = 6,333$$

$$p_{2,4[2]} = (2/3)*15*(1+\ln 19)^{-0,32193} = 6,428$$

$$C_{2,4[2]} = 12,761$$

$$RM = 9$$

Toplam maliyet ise;

$$13,265 + 12,761 + 9 = \underline{35,026} \text{ olarak bulunmuştur.}$$

Bu çalışmada literature kazandırılan tek makineli ortamda öğrenme etkisi altında ve iş reddedilmesinin kabul edildiği durumdaki TADC problemi için polinom zamanlı matematiksel model şu şekilde sunulmuştur.

$$\text{Min } \sum_{j=1}^n ((r-1)*(n-j+1)* p_j * (1 + \sum_{p=1}^{j-1} \ln p_p)^\alpha) * X_{ijr}$$

$$+ (\delta_j * X_{2jr})$$

$$(4.21)$$

Kısıtlar aşağıdaki gibidir;

Bir pozisyona en fazla 1 adet iş atanabileceği Eşitlik (4.22)'de gösterilmiştir.

$$\sum_{j=1}^n X_{ijr} \leq 1 \quad (i = 1, \dots, n) \quad (r = 1, \dots, n) \quad (4.22)$$

Her işin 1 pozisyona atanmak zorunda olduğu Eşitlik (4.23)'de gösterilmiştir.

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{r=1}^n X_{ijr} = 1 \quad (j = 1, \dots, n) \quad (4.23)$$

$$X_{ijr} \in (0, 1) \quad (4.24)$$

Tek makineli ortamda çizelgelenecek 5 işimiz olduğunu düşünelim.

Öğrenme etkisinin olduğunu ($\alpha = 0.8$) ve çizelgelemecinin işleri reddetme hakkına sahip olduğu kabul edelim. Tamamlanma süreleri ve reddedilme cezaları Tablo 4.4'de gösterilmiştir.

Sayısal örnek 4:

Bu bölümde tek makineli ortamda öğrenme etkisi altında ve iş reddedilmesinin kabul edildiği durumdaki TACD problem ile ilgili sayısal bir örnek çözülecektir.

Tablo 4.4. Sayısal örnek 4' de kullanılan veriler

j	1	2	3	4	5
P j	11	26	35	15	19
δ_j	5	20	9	25	12

Kabul edilen işler;

$$S = 2-4$$

Reddedilen işler;

$$R = 1-3-5$$

Bu durumda mevcut işler için;

$$p_{2[1]} = 0$$

$$C_{2[1]} = 0$$

$$p_{4[2]} = 1 * 2 * 2/3 * 15 * (1 + \ln 26)^{-0,32193} = 12,544$$

$$C_{4[2]} = 12,544$$

Reddetme maliyeti şu şekilde hesaplanır;

$$RM = 5 + 9 + 12 = 26$$

Toplam maliyet;

$$C_{4[2]} + RM = 12,544 + 26 = \underline{38,544} \text{ olarak bulunmuştur.}$$

5. SONUÇ

Logaritmik işlem zamanlı öğrenme etkisi altındaki bir işin işlem zamanı, işin çizelgedeki pozisyonuna bağlı olarak azalan bir fonksiyon ile tanımlanabilir. Gerçek hayat ve teori her zaman eş olmadığı için bazı işleri reddetmek ya da dış kaynaklarda yaptırmamız gerekebilir. Bu durum tamamlanma zamanını azaltacaktır fakat ceza maliyeti ödememize neden olacaktır.

Logaritmik işlem zamanlı öğrenme etkileri altında iş reddetmeli çizelgeleme problemleri bu çalışmada ilk defa ele alınmıştır. Bütün işler ortak teslim tarihine sahiptir ve öğrenme etkilerinin aynı olduğu düşünülmüştür. Bu çalışmada öğrenme etkisi altında iş reddetmeli çizelgeleme problemlerinde tek ve paralel makine ortamlarında maksimum tamamlanma zamanının, tek makineli ortamda toplam tamamlanma zamanının ve toplam tamamlanma zamanlarının mutlak farkının polinom zamanda çözümü için matematiksel model önerilmiş ve LINGO programında çözülmüştür

Bu çalışmada öncelikle literatürdeki çizelgeleme çalışmaları incelenmiş daha sonra yöntem ve metodlardan bahsedilmiştir.

Daha sonra iş reddetme ve öğrenme etkisi birleştirilerek problemlerin matematiksel modelleri önerilmiş ve çözülmüştür.

Logaritmik işlem zamanlı öğrenme etkileri altında iş reddetmeli çizelgeleme problemleri bu çalışmada ilk defa ele alınmıştır. Bütün işler ortak teslim tarihine sahiptir ve öğrenme etkilerinin aynı olduğu düşünülmüştür. Bu çalışmada logaritmik işlem zamanlı öğrenme etkili çizelgeleme problemlerinin her zaman SPT sonuç verdiği gösterilmiştir ve iş reddetme durumu söz konusu olduğunda sonuçların her zaman SPT çıkmadığı örneklerle anlatılmıştır.

Bu çalışmada ilk uygulama ile literatüre katkı yapılması ve daha sonraki çalışmaların temelini oluşturması amaçlanmaktadır.



KAYNAKLAR

- Altay, A., 2007. Genetik algoritma ve bir uygulama. Yüksek Lisans Tezi, Fen Bilimler Enstitüsü, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul.
- Agnetis, A., Mosheiov, G. 2017. Scheduling with job-rejection and position dependent processing times on proportionate flowshops, **Optim Lett**, **11**:885–892
- Baker, K., 1994. Elements of sequencing and scheduling. Amos Tuck School of Business, D. Hanover, NH.
- Baker, K., 1997. Elements of sequencing and scheduling. Tuck School of Business Administration College, Hanover, NH.
- Bai, J., Li, Z.R., Huang, X., (2012). Single-machine group scheduling with general deterioration and learning effects, **Applied Mathematical Modelling**, **36**: 1267–1274.
- Bartal Y., Leonardi S., Spaccamela A.M., Sgall J., Stougie L., 1996. Multiprocessor scheduling with rejection, in: *Proceedings of the 7th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms*, pp. 95–103.
- Biskup, D., 1999. Single-machine scheduling with learning considerations. **European Journal of Operational Research**, **115**, 173-178.
- Chan, F. T.S., Chung S.H and Wadhwa S., 2005. A hybrid genetic algorithm for production and distribution. **The International Journal of Management Science, Omega**, **33**, 345-555.
- Chang, P. C., 1999. A branch and bound approach for single machine scheduling with earliness and tardiness penalties. **Computers and Mathematics with Applications**, **37**, 133-144.
- Cheng, T.C.E. and Wang G., 2000. Single machine scheduling with learning effect considerations. **Annals of Operations Research**, **98**, 273-290.
- Cheng, T. C. E., Wu, C. C., Lee, W. C., 2008, “Some scheduling problems with sum of processing times based and job position based learning effects”, **Information Science**, **178** (11): 2476-2487

- Cheng, T.C.E., Lai P.J., Wu C.C., Lee W.C., 2009. Single machine scheduling with sum of logarithm processing times based learning considerations, **Information Sciences** **179**, 3127-3135.
- Cowling, P. and Johansson, M., 2002. Using real time information for effective dynamic scheduling. **European Journal of Operational Research**, **139**, 230-244.
- Xiwen L. and Dawei L., 2017. Two-agent parallel-machine scheduling with rejection, Shanghai, China.
- Eren, T., Güner, E. (2002) Tek ve Paralel Makinalı Problemlerde Çok Ölçütlü Çizelgeleme Problemleri İçin Bir Literatür Taraması. **Gazi Üniv. Müh. Mim. Fak. Der.** **17**(4): 37-69.
- Eren, T. and Güner E., 2004. Öğrenme etkili akış tipi çizelgelemede ortalama akış zamanının en küçüklenmesi. **Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi**, **19**(2), 119-124. Ankara.
- Eren, T., Güner, E., 2007. Minimizing total tardiness in a scheduling problem with a learning effect, **Applied Mathematical Modelling**, **31** (7): 1351-1361
- Eren, T., Güner, E., 2008. A bicriteria flowshop scheduling with a learning effect, **Applied Mathematical Modelling**, **32** (9): 1719-1733
- Eren, T., 2009. A bicriteria parallel machine scheduling with a learning effect of setup and removal times, **Applied Mathematical Modelling**,
- Güldalı, A., 1990. Seri iş-akışlı atölye çizelgelemesinde sezgisel teknikler. Yüksek Lisans Tezi, Fen Bilimler Enstitüsü, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Heizer, J. and Render, B., (2001). Operations Management, (6 ed.), Prentice Hall, New Jersey, ABD.
- Huang, X., Wang, M.Z., Wang, J.B., (2011) "Single-machine group scheduling with both learning effects and deteriorating jobs", **Computers & Industrial Engineering**, **60**: 750–754.
- İşler, M.C, Toklu, B. and Çelik V., 2009. Öğrenme etkili erken/geç tamamlanma çizelgeleme problemleri için bir literatür araştırması. **Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi**, **15**(2), 227-252.

- İşler, M. C., 2010. İmalat sistemlerinde öğrenme etkili akış tipi tam zamanında çizelgeleme probleminin teorik ve uygulamalı incelenmesi. Doktora Tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kırıkkale Üniversitesi, Kırıkkale.
- Johnson, S. M.; 1954. Optimal two and three stage production schedules with set-up times included. **Naval Research Logistic Quartely**, 1(1), 61-68.
- Liu M., Wang S., Chu C., (2013). Single deteriorating jobs with past sequence dependent delivery times, **International Journal of Production Economics** 144, (2) 418-421
- Mondal, S.A. and Sen A.K., 2001. Single machine weighted earliness-tardiness penalty problem with a common due date. **Computers & Operations Research**, 28, 649- 669.
- Mosheiov, G. and Shadmon M., 2001. Min max earliness-tardiness costs with unit processing time jobs. **European Journal of Operational Research**, 130(3), 638- 652.
- Mosheiov, G., 2001. Scheduling problem with learning effect. **European Journal of Operational Research**, 132, 687-693.
- Mosheiov, G. ve Sidney J. B., 2003. Scheduling with general job-dependent learning curves. **European Journal of Operational Research**, 147, 665-670.
- Özkazanç, Ü. A., 1999. Atelye tipi üretim ortamında işlerin çizelgelenmesi için yapay sinirsel ağ yaklaşımı. Yüksek Lisans Tezi, Fen Bilimler Enstitüsü, Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.
- Pinedo, M., and Chao, X., 1999. Operation scheduling with applicaitons in manufacturing and services, Mc Graw Hill, New York, USA.
- Pinedo, M. 2002. Scheduling theory, algorithms and systems, Prentice Hall, Second Edition, Upper Saddle River, New Jersey, USA.
- Pinedo, M. 2005. Planning and scheduling in manufacturing and services. Springer Science Business Media, Inc, 506 p, New York, USA.
- Sabuncuoglu, İ., 1998, Scheduling with neural networks: A review of the literature and new research directions. **Production Planning and Control**, 9, (1), 2- 12.

- Shabtay, D., Gaspar, N., Kaspi, (2013). “M., A survey on offline scheduling with rejection”. **J Sched** **16**:3–28
- Shabtay, D., Karhi, S., Oron, D. (2015). “Multipurpose machine scheduling with rejection and identical job processing times” **J Sched** **18**:75–88.
- Shisheng, L. and Jinjiang, Y., 2010. Parallel-machine scheduling with deteriorating job and rejection, China.
- Toksarı, M.D, Arkin, O. A., (2017) Single machine scheduling problems under position-dependent fuzzy learning effect with fuzzy processing times. **Journal of Manufacturing Systems**, **45**, 159-179.
- Wang, J.B., Wang, D., Zhang, G.D., (2010). “Single-machine scheduling problems with both deteriorating jobs and learning effects”, **Applied Mathematical Modelling**, **34**: 2831–2839.
- Wright, T. P., 1936. Factors affecting the cost of airplanes. **Journal of The Aeronautical Sciences**, **3**, 122-128.
- Wu, C. C., Lee, W. C., Chen, T., 2007, “Heuristic algorithms for solving the maximum lateness scheduling problem with learning consideration”, **Computers and Industrial Engineering**, **52**(1): 124-132
- Wu, C. C., Lee, W. C. 2007, “A note on the completion time problem in a permutation flowshop with a learning effect”, **European Journal of Operational Research**,
- Wu, C. C., Lee, W. C., 2008, “Single machine scheduling problems with a learning effect”, **Applied Mathematical Modelling**, **32** (7): 1191-1197
- Yang, S.J., Yang, D.L., (2010) “Single-machinegroup scheduling problems under the effects of deterioration and learning”, **Computers &Industrial Engineering**, **58**: 754–758.
- Yang, S.J., (2011) “Group scheduling problems with simultaneous considerations of learning and deterioration effects on a single-machine”, **Applied Mathematical Modelling**, **35**: 4008–4016.
- Yeo, M. F. and Agyei E. O., 1998. Optimising engineering problems using genetic algorithms. **Engineering Computations**, **15**(2), 268-280.

- Xu, Z., Sun, L., Gong, J., 2008, “Worst-case analysis for flowshop scheduling with a learning effect”, **International Journal of Production Economics**, **113** (2): 748-753
- Zhang, L., Lu, L., Yuan, Y., 2010, “Single-machine scheduling under the job rejection constraint”, **Theoretical Computer Science**, **411**, 1877–1882
- Zhang X., Yan G., Huang W., (2012), “Tang G., A note on machine scheduling with sum-of-logarithm-processing-time-based and position-based learning effects”, **Information Sciences**, **187**, 298–304.



EKLER

Ek-1: Tek Makine Ortamında C_{maks} probleminin çözümü için LINGO kodları;

Model: !Cmax;

n=5; !işlerin sayısı n;

alfa=0.8; !öğrenme oranı;

Sets:

is /1..2/; !kabul=1, red=2 i degerleri;

isler/1..5/; !isler j;

pozisyonlar/1..5/; !pozisyonlar r;

link(is,isler,pozisyonlar):

X;

link1(isler):

gama,

P;

endsets

Data:

P = 11,26,35,15,19;

gama = 5,20,9,25,12;

enddata

min=@sum(isler(j):

@sum(pozisyonlar(r):

$((r/3)^*$
 $P(j) * (1 + @sum(isler(i): @sum(pozisyonlar(k) | k \# LT \# r: @log(P(i)) * X(1, i, k)))) ^ (@log(alfa$
 $)/@log(2))) * X(1, j, r) + (gama(j) * X(2, j, r))));$!amaç fonksiyonu;

@for(is(i):
 @for(pozisyonlar(r):
 @sum(isler(j): X(i, j, r)) <= 1));

@for(isler(j):
 @sum(pozisyonlar(r):
 @sum(is(i): X(i, j, r)) = 1);

@for(link: @bin(X));

end

Ek-2 Tek Makine Ortamında $\sum C$ probleminin çözümü için LINGO kodları;

Model: !Toplam C;

n=5; !işlerin sayısı n;

alfa=0.8; !öğrenme oranı;

Sets:

is /1..2/; !kabul=1, red=2 i degerleri;

isler/1..5/; !isler j;

pozisyonlar/1..5/; !pozisyonlar r;

link(is,isler,pozisyonlar):

X;

link1(isler):

gama,

P;

endsets

Data:

P = 11,26,35,15,19;

gama = 5,20,9,25,12;

enddata

min=@sum(isler(j):

@sum(pozisyonlar(r):

$((n-j+1)^{(r/3)} \cdot P(j)^{(1 + \sum_{i \in \text{isler}(i)} (\sum_{k \in \text{pozisyonlar}(k)} |k \# L T \# r: \log(P(i)) \cdot X(1,i,k))})^{\log(\alpha)} / \log(2)) \cdot X(1,j,r) + (\text{gama}(j) \cdot X(2,j,r)))$; !amaç fonksiyonu;

@for(is(i):
 @for(pozisyonlar(r):
 @sum(isler(j):X(i,j,r))<=1));

@for(isler(j):
 @sum(pozisyonlar(r):
 @sum(is(i):X(i,j,r))=1);

@for(link:@bin(X));

end

Ek-3 Paralel Makineli Ortamda C_{max} probleminin çözümü için LINGO kodları;

Model: !Cmax;

n=5; !işlerin sayısı n;

alfa=0.8; !öğrenme oranı;

Sets:

is /1..3/; !kabul=1, red=2 i degerleri;

isler/1..5/; !isler j;

pozisyonlar/1..5/; !pozisyonlar r;

link(is,isler,pozisyonlar):

X;

link1(isler):

gama,

P;

endsets

Data:

P = 11 26 35 15 19;

gama = 5 20 9 25 12;

enddata

min=@sum(isler(j):

@smax

((@sum(pozisyonlar(r):((r/3)*P(j))*((1+(@sum(isler(i):@sum(pozisyonlar(k)|k#LT#r:@log(P(i))*X(1,i,k))))))^(@log10(alfa)/@log10(2))*X(1,j,r))),

@sum(pozisyonlar(r):((r/3)*P(j))*((1+(@sum(isler(i):@sum(pozisyonlar(k)|k#LT#r:@log(P(i))*X(2,i,k))))))^(@log10(alfa)/@log10(2))*X(2,j,r))))+
@sum(pozisyonlar(r):(gama(j)*X(3,j,r)))); !amaç fonksiyonu;

@for(is(i):

@for(pozisyonlar(r):

@sum(isler(j):X(i,j,r))<=1));

@for(isler(j):

@sum(pozisyonlar(r):

```
    @sum(is(i):X(i,j,r))=1;  
@for(link:@bin(X));  
end
```



Ek-4 Tek Makineli Ortamda TADC probleminin çözümü için LINGO kodları;

Model: !TADC;

n=5; !işlerin sayısı n;

alfa=0.8; !öğrenme oranı;

Sets:

is /1..2/; !kabul=1, red=2 i degerleri;

isler/1..5/; !isler j;

pozisyonlar/1..5/; !pozisyonlar r;

link(is,isler,pozisyonlar):

X;

link1(isler):

gama,

P;

endsets

Data:

P = 11,26,35,15,19;

gama = 5,20,9,25,12;

enddata

min=@sum(isler(j):

@sum(pozisyonlar(r):

((r-1)*(n-j+1)*(r/3)*

$P(j) * (1 + \sum_{i \in \text{isler}(j)} \sum_{k \in \text{pozisyonlar}(k)} |k - L_T| * r * \log(P(i)) * X(1, i, k)))^{\frac{\log(\alpha)}{\log(2)}} * X(1, j, r) + (\gamma(j) * X(2, j, r))$; !amaç fonksiyonu;

@for(is(i):

 @for(pozisyonlar(r):

 @sum(isler(j): X(i, j, r)) <= 1));

@for(isler(j):

 @sum(pozisyonlar(r):

 @sum(is(i): X(i, j, r)) = 1);

@for(link: @bin(X));

end

Ek-5 Tek Makineli Ortamda Cmaks probleminin LINGO sonuçları;

Global optimal solution found.

Objective value:	38.55584
Objective bound:	38.55584
Infeasibilities:	0.000000
Extended solver steps:	13
Total solver iterations:	2761

Variable	Value	Reduced Cost
N	5.000000	0.000000
ALFA	0.800000	0.000000
X(1, 2, 1)	1.000000	-0.7822223
X(1, 4, 3)	1.000000	-0.5296956
X(1, 5, 2)	1.000000	0.000000
X(2, 1, 4)	1.000000	0.000000
X(2, 3, 2)	1.000000	0.000000
GAMA(1)	5.000000	0.000000
GAMA(2)	20.00000	0.000000
GAMA(3)	9.000000	0.000000
GAMA(4)	25.00000	0.000000
GAMA(5)	12.00000	0.000000
P(1)	11.00000	0.000000
P(2)	26.00000	0.000000
P(3)	35.00000	0.000000
P(4)	15.00000	0.000000
P(5)	19.00000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	0.000000	0.000000
2	0.000000	-49.05599
4	0.000000	7.627335
5	0.000000	4.246886
6	0.000000	1.084036
10	0.000000	0.000000
12	0.000000	0.000000
14	0.000000	-5.000000
15	0.000000	-13.96229
16	0.000000	-9.000000
17	0.000000	-9.557793
18	0.000000	-11.14651

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı, Soyadı: Ayşe Büşra GÜNAY

Uyruğu: TC

Doğum Tarihi ve Yeri: 11.03.1992 Kayseri

Medeni Durumu: Bekar

Tel: 0 (543) 719 64 03

E-mail: bsragny@gmail.com

Adres: 1454. Sokak Doktorlar sitesi no:1 Melikgazi / KAYSERİ

EĞİTİM

DERECE	KURUM	MEZUNİYET TARİHİ
Lisans	Erciyes Üniversitesi M.F Endüstri Mühendisliği	2015
Lise	Mustafa Eminoglu A.L	2010

İŞ DENEYİMİ

YIL	KURUM	GÖREV
2017 Mayıs- Halen	Mega Metal A.Ş.	İş geliştirme Müh.

YABANCI DİL

İngilizce