

**GÖLGE KUTUPLU ASENKRON MOTORLARIN
YENİ BİR MATEMATİKSEL MODELİ VE UZAY
HARMONİKLİ EŞDEĞER DEVRESİ**

**2017
DOKTORA TEZİ
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ**

Adem DALCALI

**GÖLGE KUTUPLU ASENKRON MOTORLARIN YENİ BİR
MATEMATİKSEL MODELİ VE
UZAY HARMONİKLİ EŞDEĞER DEVRESİ**

Adem DALCALI

Karabük Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında

Doktora Tezi

Olarak Hazırlanmıştır

KARABÜK

Kasım 2017

Adem DALCALI tarafından hazırlanan “GÖLGE KUTUPLU ASENKRON MOTORLARIN YENİ BİR MATEMATİKSEL MODELİ VE UZAY HARMONİKLİ EŞDEĞER DEVRESİ” başlıklı bu tezin Doktora Tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. Mehmet AKBABA
Tez Danışmanı, Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı



Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında Doktora tezi olarak kabul edilmiştir. 30/ 11/ 2017

Ünvanı, Adı SOYADI (Kurumu)

İmzası

Başkan : Doç. Dr. Mustafa AKTAŞ (KBÜ)



Üye : Prof. Dr. Mehmet AKBABA (KBÜ)



Üye : Doç. Dr. Ziyodulla YUSUPOV (KBÜ)



Üye : Yrd. Doç. Dr. Ali SAYGIN (GÜ)



Üye : Yrd. Doç. Dr. Musa Faruk ÇAKIR (ÇNÜ)



...../...../2017

KBÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu, bu tez ile, Doktora derecesini onamıştır.

Prof. Dr. Filiz ERSÖZ
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdür V.





“Bu tezdeki tüm bilgilerin akademik kurallara ve etik ilkelere uygun olarak elde edildiğini ve sunulduğunu; ayrıca bu kuralların ve ilkelerin gerektirdiği şekilde, bu çalışmadan kaynaklanmayan bütün atıfları yaptığımı beyan ederim.”

Adem DALCALI

ÖZET

Doktora Tezi

GÖLGE KUTUPLU ASENKRON MOTORLARIN YENİ BİR MATEMATİKSEL MODELİ VE UZAY HARMONİKLİ EŞDEĞER DEVRESİ

Adem DALCALI

Karabük Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı:

Prof. Dr. Mehmet AKBABA

Kasım 2017, 180 sayfa

Gölge Kutuplu Asenkron Motorlar (GKAM) herhangi bir kontrolöre gerek duymadan bir fazlı kaynaktan çalışabilmeleri, basit yapıları, kolay üretim ve düşük maliyet özellikleri nedeniyle endüstride özellikle küçük güç uygulamalarında sıklıkla tercih edilmektedir. Bu motorlar, üretimi kolay fakat matematiksel analizi en zor olan elektrik makinalarıdır. Motorun değişken yapıda bir hava aralığına ve eliptik döner manyetik alana sahip olması GKAM'ın matematiksel analizini zorlaştırmaktadır. Ayrıca bu motorların değişken hava aralığına sahip olmaları motorda yüksek uzay harmonikleri görülmesine neden olmaktadır.

Bu tez çalışmasında öncelikle motorun sonlu elemanlar analizi (SEA) gerçekleştirilerek manyetik alanın makine içindeki dağılımı elde edilmiştir. Ayrıca hava aralığına kontor çizilerek hava aralığı akı dağılımı çıkarılmıştır. Manyetostatik

analizlerle elde edilen akı dağılımları incelendiğinde özellikle uç noktalarda ve gölge kutbun olduğu noktalarda akı değerleri nispeten yüksek olduğu görülmüştür. Motor fiziksel yapısının manyetik devre üzerindeki etkisinin incelenmesi için statoru köprülü ve köprüsüz yapıda, rotoru da farklı oluk yapısı ve sayısında tasarlanmış ve analiz edilmiştir. Bilindiği üzere bir motorun performansı endüktans parametreleri ile doğrudan ilişkilidir. Bu nedenle, çalışmanın ikinci kısmında motorun manyetik analizleri gerçekleştirildikten sonra çalışma büyüklüklerinin hesaplanması amacıyla motorun endüktans davranışı çıkartılmıştır.

Endüktans değerlerinin yüksek doğrulukta hassas adımlarla ve hava aralığının değerini bozmadan elde edilmesi için mikrodenetleyici kontrollü deney düzeneği kurulmuştur. Kurulan deney düzeneği yardımıyla rotorun elektriksel $3,6^\circ$ adımlarla konuma göre endüktansları belirlenmiştir. Endüktans değerlerinin akım ve moment hesaplamalarında kullanılabilmesi için rotor konumuna bağlı olarak ifade edilmesi gerekmektedir. Rotor konumuna göre değişen endüktans dalga şekilleri matematiksel olarak Fourier serisi ile ifade edilerek harmonik büyüklükler çıkarılmıştır. Böylece baskın olan harmonikler ve büyüklükleri tespit edilmiştir. Elde edilen uzay harmonikleride hesaba katılarak motorun teorik analizi yapılmış tork denklemlerinin türetilmesine öncülük eden stator, rotor ve gölge kutup için gerilim ve akım denklemleri sürekli hal durumu için detaylı olarak çıkarılmıştır. Yapılan bu analizler sonucunda motorun uzay harmoniklerinin etkisini içeren bir eşdeğer devre modeli önerilmiştir. Bu çalışmada geliştirilen uzay harmonikli eşdeğer devre sayesinde üretilecek olan motorlar gerçek üretim fazından önce bilgisayar ortamında tasarlanıp performans analizi yapılarak en ekonomik tasarım elde edilecektir. Bu tasarımla gerçek üretime geçilebilecek ve üreticiye daha az malzeme kullanımından dolayı anlamlı miktarlarda tasarruf sağlayacaktır.

Anahtar Sözcükler : Gölge kutuplu motor, uzay harmoniği, endüktans parametresi, yeni matematiksel model, uzay harmonikli eşdeğer devre, ortak endüktans, sonlu elemanlar analizi.

Bilim Kodu : 905.1.033

ABSTRACT

Ph. D. Thesis

A NOVEL MATHEMATICAL MODEL AND SPACE HARMONICS EQUIVALENT CIRCUIT OF SHADED POLE INDUCTION MOTORS

Adem DALCALI

Karabük University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Electrical-Electronics Engineering

Thesis Advisor:

Prof. Dr. Mehmet AKBABA

November 2017, 180 pages

Due to their favorable characteristics of Shaded Pole Induction Motors (SPIMs) such as being supplied from a single-phase supply without need for any controller, simple structure, easy production, and low cost are widely preferred in home appliances and in industry, especially in low power applications. Although they are most simplest electric motor in terms of production but their mathematical modeling and analysis is hardest among all kinds of electrical motors. The reason behind this difficulty is mainly the non-uniform air-gap profile and the production of highly distorted elliptical rotating field and as a result of these development of high space harmonics.

In this thesis at first step using Finite Elements Method (FEM) the magnetic field distribution over the cross-section of the motor has been obtained. Further to this magnetic flux density distribution along a contour drawn along the airgap of the motor has been obtained. When evaluating the flux density distribution obtained from magnetostatic analysis it is observed that flux density at some corner points and area

under the shading ring are relatively higher than over other areas causing magnetic saturation. In order to determine the effect of physical structure on the performance of the magnetic circuit, two different types of motor, which are motor with bridge between poles and without bridge having different slot shapes and slot numbers have designed and analyzed. It is well known that the performance of a motor tightly dependent on the inductance parameters. Therefore, following the full magnetic analysis in the second part of the investigation various inductance parameters of the machine is determined in terms of spatial angle around air-gap of the motor.

In order to determine the inductance parameters precisely at equally distanced points a microprocessor controlled experimental setup has been prepared. Using this setup inductance parameters has been determined at every 3.6 electrical degree of rotor position. In order to use these inductance values in determination of the motor performance they have to be expressed in terms of rotor position. Therefore, determined inductance values have been expressed in the Fourier series. This has facilitated to obtain all space angle dependent harmonics of inductances. By this way, the significant harmonic components have been identified. Further to this including the effect of space harmonics a new mathematical model of the motor has been established and from this the stator, rotor and shading ring voltage and current equations has been derived for steady-state operation, from which the torque equation has been derived.

Finally benefiting from all these analysis a new space harmonics dependent equivalent circuit has been proposed. It is proposed that using the developed space harmonic dependent equivalent circuit it will be possible to design and analyses the performance of shaded pole motors before the true production phase and finally proceed to true production ones a satisfactorily economic design has been obtained. This will give an opportunity for motor manufacture to cut down on material used and motor cost.

Key Words : Shaded pole motor, space harmonic, inductance parameter, new mathematical model, space harmonics dependent equivalent circuit, mutual inductance, finite element analysis.

Science Code : 905.1.033

TEŞEKKÜR

Doktora eğitimim süresince bana her zaman rehberlik ederek ilgi ve desteğini esirgemeyen, ufkumu genişleten, öğrencisi olmakla her zaman gurur duyduğum sayın hocam Prof. Dr. Mehmet AKBABA'ya teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmalarım süresince bilgi ve deneyimlerinden yararlandığım Dr. Emre Çelik, Dr. Cemil Ocak ve Arş. Gör. Kadir İleri'ye teşekkür ederim.

Hayatımın her anında destek ve sevgilerini yanımda hissettiğim, bana güç veren ve varlıkları ile hayatıma anlam katan aileme, eşime ve oğlum Mustafa Toprak'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Bu tez çalışması “TUBİTAK 2211-A Doktora Burs Programı” tarafından desteklenmiştir. TUBİTAK'a teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

KABUL	ii
ÖZET.....	iv
ABSTRACT.....	vi
TEŞEKKÜR.....	viii
İÇİNDEKİLER	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xii
ÇİZELGELER DİZİNİ	xvi
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xviii
BÖLÜM 1	1
GİRİŞ	1
1.1. GÖLGE KUTUPLU ASENKRON MOTORUN YAPISI VE ÇALIŞMA ÖZELLİKLERİ.....	2
1.2. LİTERATÜR ÖZETİ	5
1.3. ÇALIŞMANIN GETİRMEK İSTEDİĞİ KATKILAR.....	8
1.4. ARAŞTIRMAYA KONU OLAN GÖLGE KUTUPLU ASENKRON MOTORUN ÖZELLİKLERİ	9
1.5. TEZİN ANA HATLARI	10
BÖLÜM 2	11
GÖLGE KUTUPLU ASENKRON MOTORUN SONLU ELEMANLAR METODU İLE MANYETİK ANALİZİ	11
2.1. 2 BOYUTLU MANYETOSTATİK ANALİZLER	12
2.2. 3 BOYUT MANYETOSTATİK ANALİZLER.....	17
2.3. GEÇİCİ DURUM ANALİZİ.....	21
2.4. STATOR VE ROTOR OLUK YAPISININ İNCELENMESİ.....	22
BÖLÜM 3	28
GKAM'IN ENDÜKTANSLARININ ÖLÇÜLMESİ	28

Sayfa

3.1. SARGI BAŞI KAÇAK ENDÜKTANSLARININ ANALİTİK HESABI	28
3.2. STATOR SARGISI ÖZ ENDÜKTANSI VE KAÇAK ENDÜKTANSININ TESPİTİ	31
3.3. ORTAK ENDÜKTANSLARIN ÖLÇÜLMESİ.....	35
3.3.1. Stator Sargısı İle Bir Rotor Gözü Arasındaki Ortak Endüktans.....	36
3.3.2. Bir Rotor Gözü İle Yarık Kutup Halkası Arasındaki Ortak Endüktans .	37
3.3.3. Bir Rotor Gözünün Öz Endüktansı Ve Diğer Gözlerle Ortak Endüktansı.....	38
 BÖLÜM 4	47
MOTORUN ENDÜKTANS PARAMETRELERİNİN HARMONİK ANALİZLERİ.....	47
4.1. ASENKRON MOTORLARDA HARMONİK KAVRAMI.....	47
4.1.1. Zaman Harmonikleri.....	47
4.1.2. Uzay Harmonikleri	48
4.2. ROTOR KONUMU İLE DEĞİŞEN ENDÜKTANSLARIN FOURİER SERİLERİ İLE GÖSTERİMİ.....	49
 BÖLÜM 5	76
TEORİK ANALİZ	76
5.1. ROTOR GERİLİM DENKLEMİ.....	76
5.2. STATOR SARGISI GERİLİM DENKLEMİ	90
5.3. YARIK KUTUP HALKASI GERİLİM DENKLEMİ.....	93
5.4. MOMENT DENKLEMİ	94
5.4.1. Stator Sargısı İle Rotor Gözlerinin Meydana Getirdiği Moment	95
5.4.2. Yarık Kutup Halkası İle Rotor Gözlerinin Meydana Getirdiği Moment	96
5.4.3. Rotor Gözlerinin Kendi Aralarında Meydana Getirdiği Moment	97
 BÖLÜM 6	122
SONUÇLAR VE ÖNERİLER	122
KAYNAKLAR	127

	<u>Sayfa</u>
EK AÇIKLAMALAR A. ENDÜKTANS MATRİSLERİ.....	135
EK AÇIKLAMALAR B. TORK DENKLEMLERİ.....	138
EK AÇIKLAMALAR C. RÜZGAR VE SÜRTÜNME KAYBI.....	141
EK AÇIKLAMALAR D. YAPILAN YAYINLAR	143
ÖZGEÇMİŞ	180



ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 1.1. Bobinden geçen akıma göre meydana gelen manyetik akının değişimi. ...	3
Şekil 1.2. Teze konu olan GKAM.....	9
Şekil 2.1. 2B gölge kutuplu asenkron motor.....	12
Şekil 2.2. GKAM'ın eleman(mesh) yapısı.....	13
Şekil 2.3. Manyetik akı yoğunluğu dağılımı ve akı yolları.....	14
Şekil 2.4. Hava aralığı akı dalga şekli.....	15
Şekil 2.5. x-y kesitinde manyetik akı yoğunluğu dağılımı.....	16
Şekil 2.6. Stator sargısı ve yarık kutup halkaları uyartımlı iken akı dağılımı.....	16
Şekil 2.7. Kontor üzerinde akı dalga şekli.	17
Şekil 2.8. GKAM'ın 3B modeli.	18
Şekil 2.9. 3B mesh modeli.	18
Şekil 2.10. 3B manyetik akı dağılımı ve vektörel gösterimi.....	19
Şekil 2.11. Yalnız gölge kutup uyartımlı manyetik akı dağılımı ve vektörel gösterimi.	20
Şekil 2.12. Her iki sargı enerjili iken manyetik akı dağılımı ve vektörel gösterimi. .	20
Şekil 2.13. 10 ms-40 ms aralığındaki akı yollarının değişimi.....	21
Şekil 2.14. Motorun x-y kesiti.....	22
Şekil 2.15. Manyetik akı yoğunluğu	23
Şekil 2.16. Manyetik akının izlediği yol	24
Şekil 2.17. Bir kutup altında hava aralığı akı dalga şekli.....	25
Şekil 2.18. Kullanılan oluk yapıları.	25
Şekil 2.19. Manyetik akı yoğunluğu dağılımı.....	26
Şekil 2.20. Kontor üzerinde elde edilen akı dağılımı.....	27
Şekil 3.1. Endüktansların hesabı için oluşturulan geometriler.....	29
Şekil 3.2. Endüktansların ölçülmesinde kullanılan rotor ve stator.....	31
Şekil 3.3. Sargı akımına karşılık stator sargısı öz endüktansı.....	32
Şekil 3.4. Deney düzeneği.....	33
Şekil 3.5. Rotor yokken osiloskopta elde edilen ekran görüntüsü.	33
Şekil 3.6. Rotorlu motorda osiloskopta elde edilen ekran görüntüsü.	34

Şekil 3.7. Sargı akımına karşılık stator sargısı kaçak endüktansı.	35
Şekil 3.8. Ortak endüktansın tespiti için kurulan test düzeneği.	35
Şekil 3.9. Anlık uygulanan ve endüklenen gerilim dalga şekilleri.	36
Şekil 3.10. Rotor gözü.....	36
Şekil 3.11. Rotorun konumuna bağlı stator-rotor ortak endüktansının değişimi.	37
Şekil 3.12. Gölge kutup-rotor endüktansı.	38
Şekil 3.13. Rotor gözü öz endüktansı.....	39
Şekil 3.14. 1-2. göz arasındaki ortak endüktans.....	39
Şekil 3.15. 1-3 arasındaki ortak endüktans.	40
Şekil 3.16. 1-4 arasındaki ortak endüktans.	40
Şekil 3.17. 1-5 arasındaki ortak endüktans.	41
Şekil 3.18. 1-6 arasındaki ortak endüktans.	41
Şekil 3.19. 1-7 arasındaki ortak endüktans.	42
Şekil 3.20. 1-8 arasındaki ortak endüktans.	42
Şekil 3.21. 1-9 arasındaki ortak endüktans.	43
Şekil 3.22. 1-10 arasındaki ortak endüktans.	43
Şekil 3.23. 1-11 arasındaki ortak endüktans.	44
Şekil 3.24. 1-12 arasındaki ortak endüktans.	44
Şekil 3.25. 1-13 arasındaki ortak endüktans.	45
Şekil 3.26. 1-14 arasındaki ortak endüktans.	45
Şekil 4.1. Endüktansın harmonik bileşenleri.....	48
Şekil 4.2. Stator-rotor ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi.....	51
Şekil 4.3. Stator-rotor ortak endüktansı harmonik spektrumu.	51
Şekil 4.4. Gölge kutup halkası-bir rotor gözü ortak endüktansı	52
Şekil 4.5. Gölge kutup-rotor gözü ortak endüktansı dalga şekli harmonik spektrumu.....	53
Şekil 4.6. Bir rotor gözünün öz endüktansının rotor konumu ile değişimi	54
Şekil 4.7. Rotor gözü öz endüktansı harmonik spektrumu.	54
Şekil 4.8. Rotor 1. gözü ile 2. gözü arasındaki ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi.....	55
Şekil 4.9. Rotor 1. gözü ile 2. gözü arasındaki ortak endüktansın harmonik spektrumu.....	56
Şekil 4.10. Rotor 1. gözü ile 3. gözü arasındaki ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi.....	57

Şekil 4.11. Rotor 1. gözü ile 3. gözü arasındaki ortak endüktansının harmonik spektrumu.....	57
Şekil 4.12. Rotor 1. gözü ile 4. gözü arasındaki ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi.....	58
Şekil 4.13. Rotor 1. gözü ile 4. gözü ortak endüktansının harmonik spektrumu.	59
Şekil 4.14. Rotor 1. gözü ile 5. gözü ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi.....	60
Şekil 4.15. Rotor 1. gözü ile 5. gözü ortak endüktansının harmonik spektrumu.	60
Şekil 4.16. 1. ve 6. göz arasındaki ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi ..	61
Şekil 4.17. Rotor 1. gözü ile 6. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenleri.	62
Şekil 4.18. Rotor 1. gözü ile 7. gözü ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi.....	63
Şekil 4.19. Rotor 1. gözü ile 7. gözü ortak endüktansının harmonik spektrumu.....	63
Şekil 4.20. Rotor 1. gözü ile 8. gözü ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi.....	64
Şekil 4.21. Rotor 1. gözü ile 8. gözü ortak endüktansının harmonik bar grafiği.	65
Şekil 4.22. Rotor 1. gözü ile 9. gözü ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi.....	66
Şekil 4.23. Rotor 1. gözü ile 9. gözü ortak endüktansına ait harmonik spektrumu. ..	66
Şekil 4.24. Rotor 1. gözü ile 10. gözü ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi.....	67
Şekil 4.25. Rotor 1. gözü ile 10. gözü ortak endüktansına ait harmonik spektrumu. 68	
Şekil 4.26. Rotor 1. gözü ile 11. gözü ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi.....	69
Şekil 4.27. Rotor 1. gözü ile 11. gözü ortak endüktansına ait harmonik spektrumu. 69	
Şekil 4.28. Rotor 1. gözü ile 12. gözü ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi.....	70
Şekil 4.29. Rotor 1. gözü ile 12. gözü ortak endüktansına ait harmonik spektrumu. 71	
Şekil 4.30. Rotor 1. gözü ile 13. gözü ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi	72
Şekil 4.31. Rotor 1. gözü ile 13. gözü ortak endüktansına ait harmonik spektrumu. 72	
Şekil 4.32. Rotor 1. gözü ile 14. gözü ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi.....	73
Şekil 4.33. Rotor 1. gözü ile 14. gözü ortak endüktansına ait harmonik spektrumu. 74	
Şekil 5.1. Toplam torkun kaymaya göre değişimi.	106
Şekil 5.2. Gözler arasındaki meydana gelen moment bileşenleri.	107

Sayfa

Şekil 5.3. Öz endüktansının kayma ile değişiminden meydana gelen relüktans momentin ortalama değer bileşenleri.	108
Şekil 5.4. Stator ve gölge kutup sargısının akımı.	108
Şekil 5.5. Hesaplanan ve deneysel olarak elde edilen stator akımı.....	109
Şekil 5.6. Bakır kayıplarının kayma ile değişimi.	110
Şekil 5.7. Harmonikli eşdeğer devre modeli.	111
Şekil Ek C.1. GKAM'ın sürtünme ve rüzgâr kaybının devir sayısı ile değişimi.....	142



ÇİZELGELER DİZİNİ

Sayfa

Çizelge 1.1. Bir fazlı asenkron motorlar.....	4
Çizelge 1.2. Motorun fiziksel ve elektriksel özellikleri.....	9
Çizelge 2.1. Belirlenen noktalarda manyetik akı yoğunluğu değerleri.....	26
Çizelge 3.1. Stator sargısı ve gölge kutuplu sargının boyutları.....	31
Çizelge 4.1. Stator rotor ortak endüktansı harmonik bileşenlerin oranı.....	52
Çizelge 4.2. Gölge kutup-rotor ortak endüktansı harmonik bileşenlerin oranı.....	53
Çizelge 4.3. Rotor gözü öz endüktansı harmonik bileşenlerin oranı.....	55
Çizelge 4.4. Rotor 1. gözü ile-2. gözü ortak endüktansı harmonik bileşenlerinin oranı.....	56
Çizelge 4.5. Rotor 1. gözü ile 3. gözü ortak endüktansı harmonik bileşenlerinin oranı.....	58
Çizelge 4.6. Rotor 1. gözü ile 4. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenlerinin oranı.....	59
Çizelge 4.7. Rotor 1. gözü ile 5. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenlerinin oranı.....	61
Çizelge 4.8. Rotor 1. gözü ile 6. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenlerinin oranı.....	62
Çizelge 4.9. Rotor 1. gözü ile 7. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenlerinin oranı.....	64
Çizelge 4.10. Rotor 1. gözü ile 8. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenlerinin oranı.....	65
Çizelge 4.11. Rotor 1. gözü ile 9. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenlerinin oranı.....	67
Çizelge 4.12. Rotor 1. gözü ile 10. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenlerinin oranı.....	68
Çizelge 4.13. Rotor 1. gözü ile 11. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenlerinin oranı.....	70
Çizelge 4.14. Rotor 1. gözü ile 12. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenlerinin oranı.....	71
Çizelge 4.15. Rotor 1. gözü ile 13. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenlerinin oranı.....	73
Çizelge 4.16. Rotor 1. gözü ile 14. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenlerinin oranı.....	74
Çizelge 4.17. Etkin harmonikler.....	75

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 5.1. i ve k'nın alabileceği değerler.....	82
Çizelge 5.2. i, k ve n'nin alabileceği değerler.....	99
Çizelge 5.3. i, k ve n'nin alabileceği değerler.....	101



SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

SİMGELER

η	: Verim
$\vec{H}$	: Manyetik alan şiddeti
$\vec{J}$	: Akım yoğunluğu
$\vec{E}$	: Elektrik alan şiddeti
$\vec{B}$	: Manyetik akı yoğunluğu
$\vec{A}$	: Manyetik vektör potansiyeli
$\vec{B}_x$	: Manyetik akı yoğunluğunun x eksenine yönündeki bileşeni
$\vec{B}_y$	: Manyetik akı yoğunluğunun y eksenine yönündeki bileşeni
A_n	: Fourier katsayısı
B_n	: Fourier katsayısı
α	: Bir rotor gözünün gördüğü elektriksiz açı
S_2	: Rotor oluk sayısı
I_a	: Stator akımının etkin değeri
$\bar{I}_a$	: Stator akımının fazörü
f_1	: Stator akımının frekansı
s	: Kayma
f_{2k}	: Rotor akımının k. harmoniğinin frekansı
ψ_{rbm}	: Yarık kutup halkasının rotorun m. gözünde endükleyeceği akı
n	: Harmonik numarası
β_{mk}	: 1. rotor gözü ile diğer gözler arasındaki ortak endüktanslarının Fourier erisine açılımından gelen harmonik faz farkı
k	: Ortak endüktansların harmoniklerinin derecesi
R_a	: Stator direncinin etkin değeri
θ_e	: Eğiklik açısı
ψ_{art}	: Stator sargıları ile rotor sargıları arasındaki ortak akı

ψ_{arg} : Bir rotor gözünün gördüğü hava aralığından rotora geçen akı
 ψ_{brg} : Yarık kutup halkasının bir rotor gözünden geçireceği akı
 Ge : Karmaşık bir sayısının gerçel kısmını gösterir
 δ_n : Faz farkı
 L_{sba} : Stator sargısı sargı başı kaçak endüktansı
 L_{sbb} : Yarık kutup halkası sargı başı kaçak endüktansı
 L_{oa} : Stator sargısı oluk kaçak endüktansı
 L_{zz} : Stator sargısı zikzak kaçak endüktansı
 L_{ea} : Stator sargısı eğiklik kaçak endüktansı
 L_{ta} : Stator sargısı toplam kaçak endüktansı
 L_a : Stator sargısı öz endüktansı
 M_{ar} : Stator sargısı ile bir rotor gözü arasındaki ortak endüktans
 M_{ab} : Stator sargısı ile yarık kutup halkası arasındaki ortak endüktans
 L_{bk} : Yarık kutup halkasının toplam kaçak endüktansı
 L_b : Yarık kutup halkası öz endüktansı
 M_{br} : Yarık kutup halkası ile bir rotor gözü arasındaki ortak endüktans
 L_{or} : Rotor oluk kaçak endüktans
 L_{er} : Rotor eğiklik kaçak endüktans
 L_{rk} : Rotor sargısının oluk başına toplam kaçak endüktansı
 M_{r1k} : 1. rotor gözü ile k. rotor gözü arasındaki ortak endüktans
 L_{ob} : Yarık kutup halkası oluk kaçak endüktans
 $L_{köprü}$: Rotor köprü kaçak endüktansı
 L_{rr} : Bir rotor gözünün öz endüktansı
 $L_{köprü}$: Rotor köprü kaçak endüktansı

KISALTMALAR

AA	: Alternatif Akım
ASM	: Asenkron Motor
AT	: Ampere Turn (Amper sarım)
GA	: Genetik Algoritma
GKAM	: Gölge Kutuplu Asenkron Motor
EMK	: Elektromotor Kuvvet
MMK	: Manyetomotor Kuvvet
SEA	: Sonlu Elemanlar Analizi
SEM	: Sonlu Elemanlar Metodu
2B	: 2 Boyut
3B	: 3 Boyut

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Bir fazlı asenkron motorlar (asm) tek fazlı bir şebekeden beslenmeleri ve yapısal olarak dayanıklı olmaları sebebiyle küçük güçlü uygulamalar için yaygın olarak tercih edilen elektrik motorlarıdır. Yüksek güçlerde boyutları büyür ve maliyetleri yükselerek üç fazlılarla rekabet yeteneklerini kaybederler. Diğer bir dezavantajları üç fazlı motorlara göre verimlerinin çok daha düşük olmasıdır. En büyük avantajları bir fazlı şebekede çalışabilmeleridir. Bir fazlı asenkron motorlar küçük iş tezgâhları ile buzdolabı, çamaşır makinesi vb. yerlerde kullanılır. Yukarıdaki nedenlerden ve kalkınma akımları fazla olduğundan çoğunlukla 1/8, 1/6, 1/4, 1, 1,5 ve 2 HP gibi küçük güçlerde imal edilirler.

Üç fazlı asenkron motorlarda statora gerilim uygulandığı anda döner alan oluştuğundan motor hemen yol almaya başlar. Stator sargılarında oluşan döner alan, kapalı bir devre oluşturan rotor sargılarından akım dolaştırır. Rotordan geçen bu akımın oluşturduğu alan ile stator sargılarındaki döner alanının etkileşimi sonucu rotor dönmeye başlar. 3 fazlı asenkron motorlarda faz sargıları aralarında 120° elektriki açı farkı olacak şekilde statora yerleştirildiğinden dairesel döner manyetik alan meydana gelmektedir. Bir fazlı asm'da stator sargılarına bir fazlı alternatif akım (AA) uygulandığı anda makinanın içinde bir alternatif alan meydana gelir. Bu alan aynı eksen üzerinde zamanla sinüsoidal olarak değişir. Sincap kafesli rotor zaman ile değişen bir alan içinde bulunduğu için üzerinde bir gerilim endüklenir. Lenz kanununa göre, kısa devre halkalı rotor üzerinde endüklenen gerilimden dolayı akan akım ile doğrultusu stator manyetik alanı ile aynı fakat ters ekseninde bir alternatif alan daha oluşur. Bu iki alanın eksenleri arasındaki açı sıfır ya da π olduğundan motor moment üretmez. Bu yüzden bir fazlı makinalar yardımcı sargılı veya gölge kutuplu şeklinde üretilirler. Gölge (yardımcı) kutuplu asenkron motorlar (GKAM) küçük güçlü motorların en ucuz olanlarıdır. Genellikle 50 W güce kadar çok yaygın

kullanılmalarına rağmen 300 W gücüne kadar da üretilmektedirler. Genellikle 2, 4 veya 6 kutuplu yapırlar. Verim, küçük güçlerde %5, büyük güçlerde %35 civarındadır [1–7].

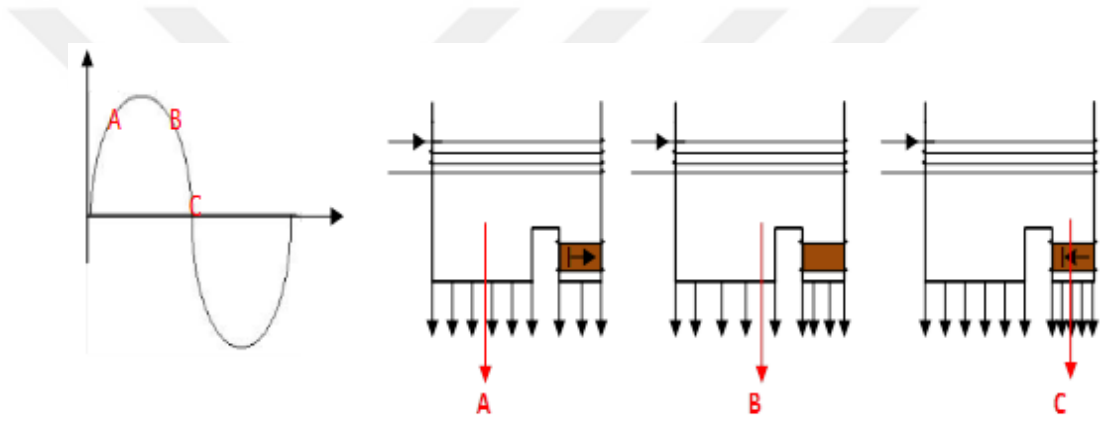
Çalışmanın bu bölümünde gölge kutuplu motorlar hakkında genel bir bilgi verilerek kullanım alanları, avantaj ve dezavantajlarından bahsedilecektir. GKAM hakkında literatür taraması verildikten sonra çalışmanın getirmek istediği katkılardan bahsedilecektir. Daha sonra teze konu olan motorun özellikleri verilecektir. Son olarak araştırmaya konu olan motorun fiziksel ve elektriksel özellikleri eklenecektir.

1.1. GÖLGE KUTUPLU ASENKRON MOTORUN YAPISI VE ÇALIŞMA ÖZELLİKLERİ

GKAM'ların rotoru sincap kafeslidir. Stator kısmında ise çıkık kutuplar bulunur. Bu durumdan dolayı GKAM'ların hava aralığının boyu sabit değildir. Çıkık kutuplar üzerinde stator sargıları bulunur. Bu sargılara bir fazlı alternatif gerilim uygulandığında motor içinde alternatif alan meydana gelir. Bu alan, rotorda da endükleme prensibine göre bir alternatif alan üretir. Sonuç olarak motor bir moment üretemez [2, 3, 8–10]. Motorun moment üretebilmesi için kutup ayaklarına açılan oyuklara kısa devre bakır halkaları yerleştirilmelidir. Kutup sargılarına bir fazlı alternatif gerilim uygulandığında, bobinden geçen sinüzoidal akım sıfırdan maksimum değere doğru arttıkça değişken bir manyetik akı meydana getirir. Oluşan manyetik alan içerisinde kalan bakır halka üzerinde bir gerilim endüklenir ve üzerinden kısa devre akımı geçer. Kısa devre akımı, kendisini meydana getiren manyetik alanın yönüne zıt yönde bir manyetik alan meydana getirir. Bu iki alternatif alan hava aralığında eliptik bir döner alan meydana getirerek motorun kendiliğinden yol almasını sağlar. Bu döner alanın oluşturduğu moment motoru hep aynı yönde; stator kutbunun gölge kutupsuz tarafından gölge kutuplu tarafına doğru döndürür. Kutup sargısının meydana getirdiği alan, yardımcı kutba doğru kayar. Akım yön değiştirdiğinde bu kez kutupların polaritesi değişir ve yine alanın kayma yönü aynı kalır [11, 12].

Yukarıda anlatıldığı gibi GKAM'larda manyetik alan, ana kutuptan yardımcı kutup tarafına devamlı olarak kayar. Döner alana benzeyen bu manyetik alan, rotorun

dönmesini sağlamaktadır. Gölge kutuplu motorlarda motorun dönüş yönü her zaman ana kutuptan yardımcı kutba doğrudur. Uygulanan gerilimin yönü değişse de motorun devir yönü değişmez. Devir yönü değiştirilmek istendiğinde, rotor ters yönde çevrilerek tekrar yerine takılır. Dönüş yönünü değiştirmek için diğer bir yöntemde gölge kutuplu motorda her stator kutbunun iki ucuna da gölge kutuplar yerleştirilmektir. Bu da ancak motorun üretim aşamasında yapılabilir. Dönüş yönü sürekli olarak bir şalter ile değiştirilmek istenirse, ikinci bir kısa devre sargısının bulunması gereklidir. GKAM'da devir sayısı, motora uygulanan gerilimin değerinin değiştirilmesiyle yapılır. Şekil 1.1'de gölge kutuplu motorun pozitif alternans boyunca akı durumu verilmiştir.



Şekil 1.1. Bobinden geçen akıma göre meydana gelen manyetik akının değişimi.

- I. Bobinden geçen akım 0'dan A noktasına doğru artarken, kutbun manyetik akısı da artar. Kısa devre durumunda olan bakır halka üzerinde bir elektromotor kuvvet (emk) endüklenir. Bakır halka kısa devre durumunda olduğundan bakır halka üzerinden bir kısa devre akımı geçer. Lenz kanuna göre, bu akım kendisini meydana getiren manyetik alana zıt yönde bir manyetik alan meydana getirir. Bu alan halkanın bulunduğu kısımda ki alanı zayıflatır. Kutup yüzeyinde oluşan manyetik akının düzgün dağılışı bozulduğu için manyetik akı eksenini kutbun bir tarafına doğru kayar.
- II. Bobinden geçen akım A-B yolunu izlerken akım çok az bir değişim gösterir. Bu durumda manyetik alanda çok az bir değişim göstermektedir. Bakır halkada hiçbir emk endüklenmez ve dolayısıyla halkada bir akım oluşmaz. Bu durumda akı kutup yüzeyine düzgün olarak yayılır. Manyetik akının eksenini kutbun ortasına doğru kayar.
- III. Bobinden geçen akım B-C yolunu izlerken akım maksimum değerden sıfıra doğru değişmektedir. Kısa devre halkasında ilk duruma göre zıt yönde bir akım

meydana gelir. Bu akımın meydana getireceği manyetik akı, ana manyetik alanı destekleyici yönde olduğundan akının eksenini bakır halka bulunan kısma doğru kayar. Pozitif alternansta N kutbu meydana gelirken, negatif alternansta da S kutbu oluşturulur. Her iki alternansta da manyetik akı bakır halkasız yerden bakır halkalı kutba doğrudur [13–15].

GKAM’lar ucuz olmaları, bakıma az ihtiyaç duymaları ve bir fazlı kaynaktan direkt olarak çalışabilmeleri gibi avantajları vardır. Bu avantajlarına rağmen GKAM’lar tek halkalı olanlarda devir yönü değiştirilememesi, kalkış momentlerinin ve verimin düşük olması bu motorun en büyük düşük dezavantajlarıdır. Yapısının basitliği ve ucuz olmasından dolayı küçük güç uygulamalarında özellikle aspiratör, saç kurutma makinaları ve oyuncaklar gibi birçok uygulamada yaygın olarak kullanılırlar. Çizelge 1.1’de GKAM ve diğer bir fazlı asenkron motorların karşılaştırılması özetlenmiştir [2, 3, 16–19].

Çizelge 1.1. Bir fazlı asenkron motorlar.

Motor tipi	Güç (Hp)	Verim (%)	Maliyet (%)	Kullanım alanı
Yardımcı sargılı	1/20 – 1	55 – 65	100	Düşük yol alma momenti gerektiren aspiratör, bulaşık makinası vb. uygulamalar
Kondansatör yol vermeli	0,125 – 1	55 – 65	125	Kompresör, pompa, buzdolabı, çamaşır makinası
Sürekli kondansatörlü	0,125 – 1	60 – 70	140	Aspiratör, pompa gibi az gürültülü uygulamalar
Çift kondansatörlü	0,125 – 1	60 – 70	180	Az gürültülü ve yüksek yol alma gerektiren uygulamalarda
Gölge kutuplu	1/200 – 1/20	25 – 40	60	Aspiratör, saç kurutma makinası gibi düşük yol alma momenti gerektiren uygulamalar

GKAM’lar sadece Avrupa’da yılda 10 milyon adet kadar üretilmektedir. Kapasitörlü bir fazlı motorlar Avrupa’da yılda 700-800 bin adet üretilmektedir. Diğer alternatif verimli motorlar Avrupa’da yılda 100 bin adet civarında üretilmektedir [20–24].

1.2. LİTERATÜR ÖZETİ

GKAM'lar tasarım açısından basit yapıya sahip olmalarına karşı teorik olarak analizleri en güç olan makinalardandır. GKAM'da oluşan manyetik alanın eliptik döner manyetik alan olması makinanın analizini zorlaştırmaktadır. Bu tip motorların modellenmesinde ve motor performans analizlerinin gerçekleştirilmesinde genel kabul görmüş bir metot bulunmamaktadır. Bu nedenle bu tip motorlar üzerine az sayıda çalışma yapılmıştır [25–29].

Literatürdeki çalışmalar incelendiğinde araştırmacıların genellikle gölge kutuplu motorun Sonlu Elemanlar Analizlerini (SEA) gerçekleştirdiği görülmektedir [30–33]. Sarac ve Cundev, 4 farklı motor modeli geliştirerek yüksüz, anma yükünde ve kilitli rotor durumunda 2 boyutlu (2B) SEA'ları gerçekleştirmişlerdir. İlk modele sıfır Hz'de (manyetostatik), ikinci modele 50 Hz'de (transient) analizler uygulanmıştır. 3 ve 4. modelde ise stator oluklarına ve kutuplara yumuşak manyetik malzeme kullanılarak analiz edilmiştir. Yapılan analizlerle tasarlanan motorların manyetik akı yoğunluğu vb. elektromanyetik büyüklükleri, nüvedeki doyum bölgeleri ve zayıflıklar tespit edilmiştir [34]. Sarac bir başka çalışmalarında, GKAM'ın sargılarını ayrı ayrı enerjilendirerek 2B'de analizler gerçekleştirmiş ve motorun hava aralığı akı dalga şekillerini elde etmişlerdir. Rotor çubuklarının skew etkisinin 3 boyutlu (3B) analizlerle gerçekleştirmenin uzun analiz zamanına neden olacağından 2B analizde bunu n adet parçalı yapıda gerçekleştirerek etkisinin incelenebileceğini ifade etmişlerdir [35]. Bir başka çalışmalarında, motorun SEA'nı gerçekleştirerek stator köprüsünde yüksek akı yoğunluğuna sahip olduğunu tespit etmişlerdir. Çözüm olarak nüvede yumuşak manyetik malzeme tercih etmişler ve kritik bölgelerde daha uygun akı dağılımlarına olanak sağlamışlardır [36]. Zhou ve Rajanathan 2B sonlu elemanlar analizini kullanarak başlangıç torkunun optimizasyonu üzerine çalışmalar gerçekleştirmişlerdir. Başlangıç torkunu etkileyen faktörlerin rotor oyuk şekli ile stator kutup şekli olduğunu tespit etmişlerdir [32]. Neto ve diğerleri, değişken hava aralığına sahip gölge kutuplu motorun demir kayıplarını kaymanın fonksiyonu olarak incelemişlerdir. Motorun yapısının basit olmasına rağmen stator mmk'indeki harmonik birleşenlerin varlığının modellemeyi zorlaştırdığını belirtmişlerdir [37]. 2B SEA'nda kısa devre direnci ve endüktansı, sargı kaçak endüktansı ve skew doğrudan

dikkate alınmadığından 3B analizler gerçekleştiren Shamlou ve Mirsalim 3B analizlerle deneysel verilerin uyumlu olduğunu tespit etmişlerdir [38].

GKAM’da yapılan optimizasyon çalışmalarından Sarac ve diğerleri, ticari olarak kullanılan bir motor modelini referans model olarak seçmiş, maksimum verim ve elektromanyetik torka sahip 2 adet model geliştirmişleridir. Çalışmada stator ve rotor nüvesinin aynı kesit olma sınırından dolayı optimizasyon çalışmalarında temel olarak stator sarımı ve parametreleri dikkate alınmıştır. Ayrıca çalışmada GKAM’ın eliptik döner alana ve yüksek uzay harmoniklerine sahip olması motorun analizi zorlaştırdığı gerçeği vurgulanmıştır [39]. Genetik algoritma (GA) optimizasyon tekniği kullanılarak 3 farklı tip motor modeli oluşturan ve analizlerini gerçekleştiren Sarac ve Cvetkovski, 2B olarak her bir motorun anma yükünde manyetik akı dağılımını, verim, tork, güç faktörü ve çıkış gücü değerlerini elde etmişlerdir. Yapılan optimizasyon çalışmaları sonucunda verim ve elektromanyetik tork değerlerinde artış gözlemlenmiştir [40, 41]. Sarac bir başka çalışmalarında, motor nüvesinde yumuşak manyetik malzeme kullanarak motorun kayıplarını azaltmış, verim değerini arttırmıştır. Ayrıca GA optimizasyonu kullanarak stator ana sargısının akım yoğunluğunu azaltmış iletkenin çapını arttırarak düşük direnç olanağı sağlamış ve dolayısıyla da çıkış gücü arttırmıştır [42]. Benzer bir çalışmalarında simetrik bileşenler metodu ve döner alan teorisine dayalı GA optimizasyonu kullanarak temel motor modelinden farklı 3 adet motor tasarımı yapılmış SEA’ya tabi tutulmuştur. Rotor skew açısı, kutup genişliği vb. motor iç yapısında küçük modifikasyonlar yardımıyla motor verimini arttırmışlardır. Bu çalışmada stator köprüsündeki akı yoğunluğu incelendiğinde temel motorda 2,56 T optimize edilen motorda ise 2,5 T elde ettikleri gözlenmektedir. Piyasada mevcut yumuşak malzemeler için oldukça yüksek bir akı değeri olduğundan bu motorun bu kısımlarının doyuma çalıştığı aşıkardır [43].

Yapılan performans çalışmalarından Sarac analizinde simetrik bileşenler teorisini kullanarak GKAM’ın performansını incelemiştir. Elde edilen veriler deneylerle doğrulanmıştır. Motorun dinamik karakteristiği Matlab/Simulink de oluşturulan modellerle elde edilmiştir [44]. Motorun detaylı dinamik modelinin çıkarılması amacıyla devrenin basamak tepkisi yaklaşımı kullanılan çalışmada bu metodun uygulanabilirliği tespit edilmiştir. Bu metot yardımıyla genelde ihmal edilen nüve

kayıplarının da etkisinin eklenebileceği belirtilmiştir. Fakat bu çalışmada kullanılan motorun rotor çubukları ve kısa devre halkalarının direnci gibi parametreler deneme yanılma yöntemi ile elde edildiğinden tam olarak doğru modelleme yapılamamıştır [45]. Diğer bir yöntem olarak motorun performans analizi simetrikli birleşenler teorisi kullanılarak Saraç ve diğerleri tarafından yapılan çalışmada hızlı ve basit bir şekilde elde edilmiştir. Bu yöntemde doğru sonuçların alınması parametrelerin doğru ve tam alınmasına bağlıdır. Bu çalışmada analizlerde sadece temel harmonik dikkate alınarak yapılmıştır. Fakat özellikle GKAM'ın yüksek harmonik bileşenlerine sahip olmaları bu anlamda çalışmanın doğruluğunu zayıflatmaktadır [46]. Gölge kutuplu asenkron motorun tasarım problemi vektör optimizasyon problemi olarak ele alınabilir. Bu motorların veriminin düşük olmasından dolayı amaç fonksiyonu olarak maliyet ve başlangıç torku değerini belirleyen Aluzri problemi, doğrusal olmayan bir programlama tekniği kullanılarak çözdürmüştür [47]. Motorun dinamik davranışının modellenmesi amacıyla d-q referans sistemini temel alan matematiksel bir model çalışılmıştır. Tek gölge kutuplu bobine sahip yapılarla sınırlı bu metot farklı yük koşullarında test edilmiş ve doğrulanmıştır [48]. Bir fazlı gölge kutuplu asenkron motorun, simetrikli birleşenler teorisi kullanılarak performans karakteristikleri ve motor parametreleri çıkarılmıştır. Farklı çalışma koşullarında, performans değerleri hesaplanmış ve deneylerle doğrulanmıştır. Analitik olarak manyetik akı yoğunluğu dağılımı ve hava aralığı akı yoğunluğu elde etmek zor olduğundan çalışmada SEA modelleri üzerinden analizler gerçekleştirilmiştir [49].

Literatürde uzay harmonikleri konusunda yapılan çalışmalara bakıldığında, farklı motorlar üzerinde birçok çalışma mevcuttur [50–58]. Çalışmalardan, Kocabaş ve Mergen, uzay harmoniklerinin etkisini azaltmak amacıyla üç fazlı asenkron motorda yapısal değişikliklere başvurmuşlardır. Asenkron motorun sargı konfigürasyonlarını, oluk yapısı ve konumu değiştirerek uzay harmoniklerini azaltmayı başarmışlardır [59]. Turan yaptığı tez çalışmasında uzay harmoniklerinin reaktanslara etkisinin varlığını tespit etmiştir. Hava aralığı akı yoğunluğunun makinanın oluklu yapısı ile ilişkisini göstererek üç fazlı asenkron motorun harmonik eşdeğer devre parametrelerini de içeren genelleştirilmiş eşdeğer devresini elde etmiştir [60]. Yuvarlak rotorlu senkron generatörde hava aralığındaki iletken dağılımı sinüs biçiminden uzak olduğundan dolayı uzay harmonikleri oluşmaktadır. Deniz yaptığı tez çalışmasında uzay

harmoniklerinin analizi için matlab programı ile oluklardaki amper-sarım değerleri ile ortaya çıkan basamaklı alan şeklinin harmonikleri Fourier serisine açılarak incelenmiştir [61].

Çalışmalar incelendiğinde motorun 2 ve 3 boyutlu SEA'nın yapıldığı görülmektedir. Bu analizlerde nüvede kullanılan malzemede doymanın etkisi, özellikle 2B tasarımlarda rotor çubuklarında skewin etkisi ve nüve köşelerinde meydana gelen saçaklanma etkisi göz ardı edilmektedir. Motorun hava aralığı incelendiğinde kutupların çıkık olması ve gölge kutuplara sahip olmasından dolayı relüktans değeri oldukça değişkendir. Dolayısıyla, bu motorlar değişken hava aralığına sahip olduğundan güçlü harmonik bileşenlere sahiptirler. Güçlü harmonik momentleri motorun performansı üzerinde oldukça etkilidir. Fakat çalışmalar bu noktadan çok uzaktadır. Çünkü çalışmaların çoğu yaklaşık model olarak malzemede meydana gelebilecek doyumu ve diğer etkileri yok saymaktadırlar.

1.3. ÇALIŞMANIN GETİRMEK İSTEDİĞİ KATKILAR

GKAM'lar, teorik analizlerinin güç olması nedeniyle daha çok pratik bilgilere göre veya deneme-yanılma yöntemiyle üretilmektedir. Basit yapısına rağmen, eliptik döner manyetik alanın oluşmasını sağlayan manyetik kuplajlı sargılarının olması makinanın analizini zorlaştırmaktadır. Bu tip motorların tasarımında, matematiksel olarak modellenmesinde ve motor performans analizlerinin gerçekleştirilmesinde standart bir prosedür bulunmamaktadır. Teorik analizdeki güçlük, stator hava aralığı çevresinin düzgün olmaması nedeni ile güçlü harmoniklerin varlığından, statorda simetrik olmayan sargıların bulunması, manyetik devredeki doymanın etkisi ve endüktansların zor hesaplanmasından kaynaklanmaktadır.

Bu tez çalışmasıyla, literatürde performansa çalışmalarına dahil edilemeyen güçlü moment bileşenleri elde edilecektir. Elde edilen veriler ile baskın harmonikler ve etkisi yok sayılacak kadar az olan harmonikler tespit edilecektir. Etkisi az olan harmonikler yok sayılacak ve baskın harmonikler hesaba katılarak performans analizinin doğrudan yapılabileceği yeni bir eşdeğer devre verilecektir. Böylelikle matematiksel analizlerde

ve motor performans analizlerinde daha doğru sonuçların elde edilmesi amaçlanmaktadır.

1.4. ARAŞTIRMAYA KONU OLAN GÖLGE KUTUPLU ASENKRON MOTORUN ÖZELLİKLERİ

Analizi yapılacak olan değişken hava aralıklı yarık kutuplu motor FaneksFan şirketinin ticari olarak kullanmakta olduğu bir üründür. Şekil 1.2’de motor ve iç yapısı görülmektedir.



Şekil 1.2. Teze konu olan GKAM.

Özellikle havalandırma sistemlerinde kullanılan motorun üretici tarafından sağlanan fiziksel ve elektriksel özellikleri Çizelge 1.2’de verilmiştir.

Çizelge 1.2. Motorun fiziksel ve elektriksel özellikleri.

Özellik	Değer	Birim	Özellik	Değer	Birim
Nominal Güç	15	W	İki kutup arası mesafe	3	mm
Nominal Gerilim	220	V	Nüve derinliği	25	mm
Nominal Akım	0,375	A	Rotor yarıçapı	22	mm
Frekans	50	Hz	Rotor tipi	Sincap kafes	
Kutup sayısı	4		Rotor oluk sayısı	26	
Rotor hızı	1305	d/dk	Ana sargı sarım sayısı	580	

1.5. TEZİN ANA HATLARI

Gerçekleştirilen çalışmalar toplam 6 bölümden oluşmaktadır. Bölüm 2’de motorun 2B ve 3B modelleri oluşturulmuştur. İlk aşamada motorun manyetostatik analizleri gerçekleştirilmiştir. Daha sonra motorun transient analizleri gerçekleştirilerek motorun performansı incelenmiştir.

Bölüm 3’de motorun endüktanslarının ölçülmesi amacıyla kurulan deney düzeneği ve deneyler için üretilen sincap kafessiz rotor anlatılmıştır. Daha sonra gerçekleştirilen deneylerden bahsedilmiş ve endüktans eğrileri elde edilmiştir.

Bölüm 4’de elektrik makinalarındaki harmonik kavramı tartışılmış ve uzay harmoniği kavramı incelenmiştir. Rotorun konumu ile değişen endüktansların Fourier serileri ile gösterimi sağlanmıştır. Her bir endüktans için harmonik çizelgeleri oluşturulmuştur.

Bölüm 5’te rotor, stator ve gölge kutup halkasının gerilim denklemleri elde edilerek empedans matrisleri çıkarılmıştır. Daha sonra stator-rotor, yarık kutup halkası- rotor gözleri ve rotor gözlerinin kendi aralarında oluşturduğu momentler elde edilmiştir. Gölge kutuplu motorun etkili harmonikler hesaba katılarak yeni bir eşdeğer devre modeli sunulmuştur.

Bölüm 6’da çalışmanın sonuçları değerlendirilmiş ve gelecekte bu konuda yapılacak olan çalışmalar açısından tavsiyede bulunulmuştur.

BÖLÜM 2

GÖLGE KUTUPLU ASENKRON MOTORUN SONLU ELEMANLAR METODU İLE MANYETİK ANALİZİ

Sonlu elemanlar analizleri, elektrik alanı, manyetik alan, ısı gibi belirli bir bölgede sürekli olan ve bu bölge üzerindeki değişimleri kısmı diferansiyel denklemler ile ifade edilebilen büyüklüklerin bölge üzerindeki yaklaşık sayısal çözümlerini bulmak amacıyla geliştirilmiş bir yöntemdir. Bu yöntemde çözüm yapılacak bölge sonlu sayıda küçük bölgelere ayrılır ve çözümü arzu edilen büyüklüğün bu küçük bölgeler veya diğer adı ile elemanlar (mesh) üzerinde sürekli olduğu ve alanın değişimini ifade eden temel diferansiyel denklemin, her bir eleman üzerinde de geçerli olduğu kabul edilir. Bölge üzerinde herhangi bir noktadaki çözümü elde etmek için, o noktayı çevreleyen elemanların o noktaya katkıları hesaba katılır ve bu nedenle bölgedeki bütün elemanların köşe noktalarına veya düğümlere ilişkin büyüklükler zincirleme olarak birbirine bağlanmış olur. Sonuçta düğüm sayısı kadar denklemi bulunan bir doğrusal denklem takımı elde edilir. Böylelikle bu denklem takımının çözümünden istenenler hesaplanır [30, 31].

Elektrik makinalarının tasarımı ve performansının analizi karmaşık ve birbiri ile ilişkili problemlerin çözümünü içerir. Elektrik makinalarının analizinde kullanılan sonlu fark ve sonlu eleman gibi yaklaşım metotları ve bilgisayar yazılımları ile makinanın istenilen tasarımı ve davranış modelinin oluşturulması mümkündür. Sonlu elemanlar metodunun makine tasarımına uygulanması ile elektromanyetik parametrelerin çok yüksek bir doğrulukta belirlenmesi sağlanabilir [62–65].

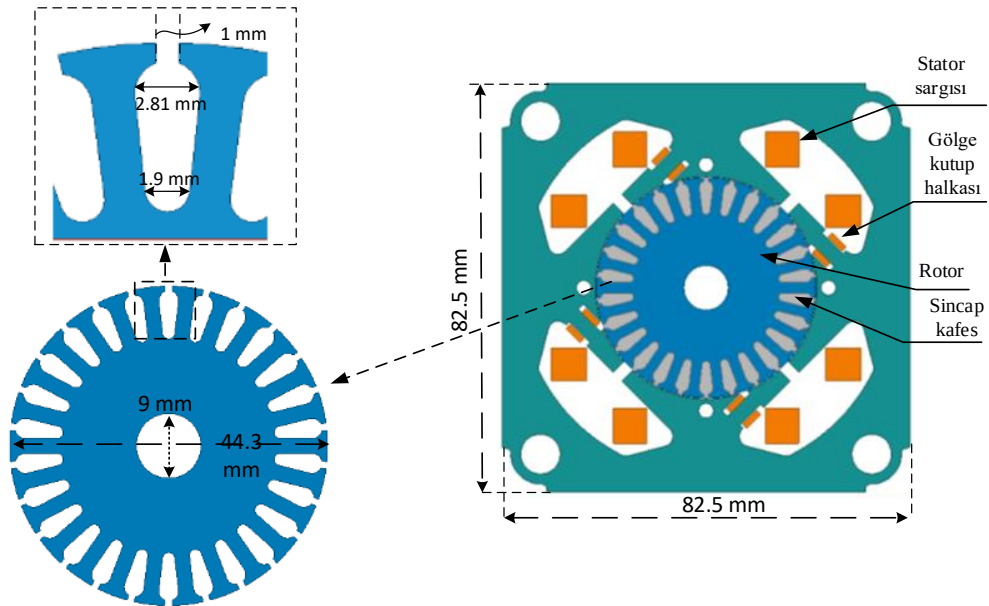
Elektromanyetik analizlerle makina modelinin 2B ve 3B modeli oluşturularak sonlu elemanlar analizleri gerçekleştirilir. SEA'nın kullanılması tasarımcıya zaman ve ekonomik açıdan yarar sağlamaktadır. SEA'nın makine tasarımına uygulanması ile

makinaya ait, nüve kayıpları, sargı endüktansları ve endüklenen tork gibi önemli tasarım parametrelerinin çok yüksek bir doğrulukla belirlenmesi sağlanır [66, 67].

Tezin bu bölümünde GKAM'ın 2B ve 3B modelleri, ürün üzerinden ve üretici firma tarafından temin edilerek oluşturulmuştur. Modellenen motorun öncelikle manyatostatik analizleri gerçekleştirilmiştir. Daha sonra zamana bağlı (transient) analizler yapılmıştır.

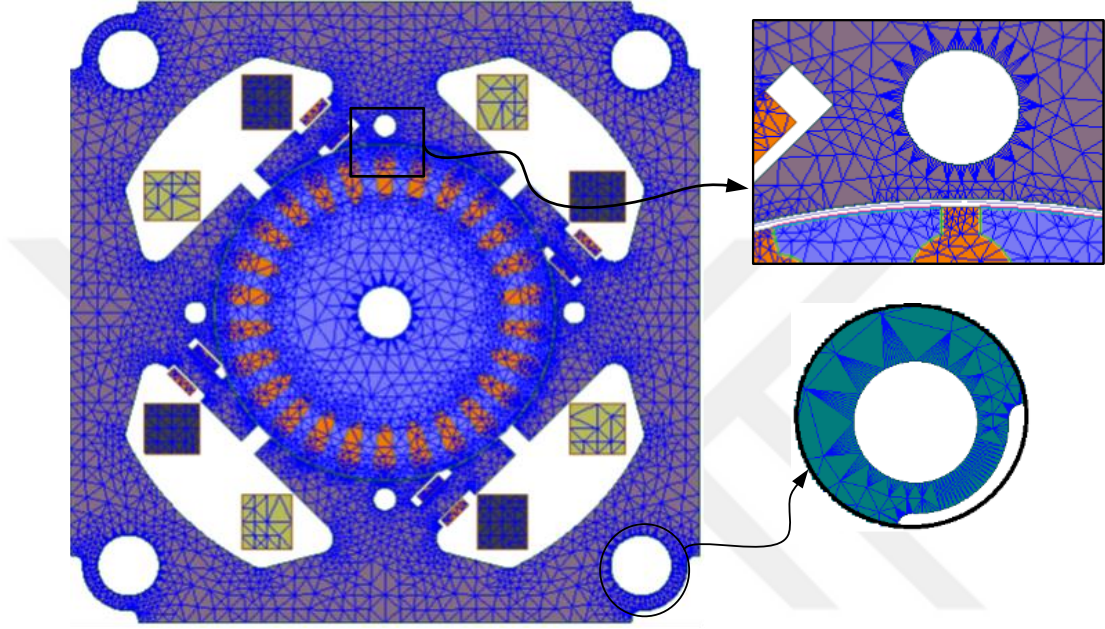
2.1. 2 BOYUTLU MANYETOSTATİK ANALİZLER

Elektromanyetik tasarım gerçekleştirilirken makinanın modelinin 2B ve 3B modeli oluşturularak sonlu elemanlar analizleri gerçekleştirilir. Analizlerin gerçekleştirilmesi ile sargı endüktansları, gerilim, manyetik akı yoğunluğu, hava aralığı akı dağılımı gibi çıkış parametreleri elde edilebilir. Gerçekleştirilen tasarım ve analiz işlemleri uzun ve zaman alıcı çalışmalardan oluşmaktadır. Makinanın 2B olarak modelinin oluşturulması ve analizlerinin gerçekleştirilmesi makina hakkında 3B modellemeye göre çok daha hızlı fikir edinilmesi sağlamaktadır. Gölge kutuplu asenkron motorun Ansys Maxwell paket programında oluşturulan 2B modeli ve rotor oluk ölçüleri Şekil 2.1'de verilmiştir.



Şekil 2.1. 2B gölge kutuplu asenkron motor.

Modeli oluşturulan GKAM'ın mesh yapısı Şekil 2.2'de görülmektedir. Motorun hava aralığına yakın bölgelerinde ve rotor oluk dışlarında çözümün daha hassas yapılması gerektiğinden eleman sayısı diğer bölgelere göre daha yüksek olması gerekir. Şekil incelenirse özellikle saçak etkisinin oluşacağı bölgelerde eleman sayısı arttığı gözlemlenebilir.



Şekil 2.2. GKAM'ın eleman (mesh) yapısı.

Alternatif akım makinalarında çalışma büyüklüklerinin hesaplanmasındaki doğruluk derecesi endüktansların doğru olarak bilinmesine bağlı olduğundan bu makinelerde manyetik alan dağılımının bilinmesi önem kazanmaktadır. Elektrik makinalarında manyetik alan Maxwell denklemleri ile ifade edilir;

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{H} &= \vec{J} \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\end{aligned}\tag{2.1}$$

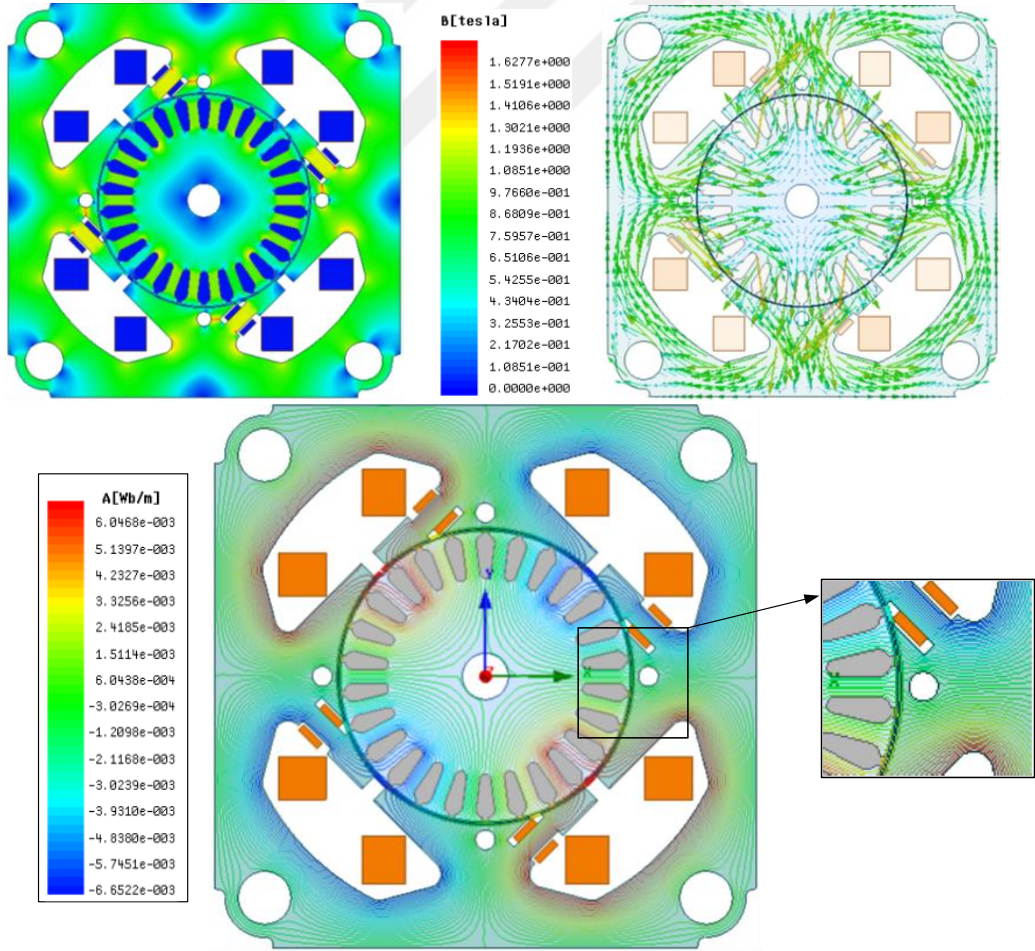
burada, $\vec{H}$ manyetik alan şiddeti, $\vec{J}$ akım yoğunluğu, $\vec{E}$ elektrik alan şiddeti, $\vec{B}$ manyetik akı yoğunluğudur. Manyetik vektör potansiyeli $\vec{A}$, manyetik akı yoğunluğu cinsinden Denklem 2.2'deki gibi tanımlanır.

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (2.2)$$

Manyetik alan için vektör potansiyelinin temel formülasyonu Denklem 2.3 ile ifade edilir.

$$\nabla \times (v \nabla \times \vec{A}) = \vec{j} \quad (2.3)$$

Burada v , $B = f(H)$ eğrisinin doğrusal olmamasından dolayı değişken geçirgenliği göstermektedir ve $v = \frac{\partial B}{\partial H}$ olarak ifade edilir. Motorun $f = 0 \text{ Hz}$ 'de (manyetostatik) yalnız ana sargı uyarımlı durumda 232 At uyarım uygulanarak x-y kesitinde elde edilen manyetik akı yoğunluğu dağılımı ve vektörel olarak gösterimi Şekil 2.3'de verilmiştir. Ayrıca şekilde akı çizgilerinin izlediği yolda görülmektedir.



Şekil 2.3. Manyetik akı yoğunluğu dağılımı ve akı yolları.

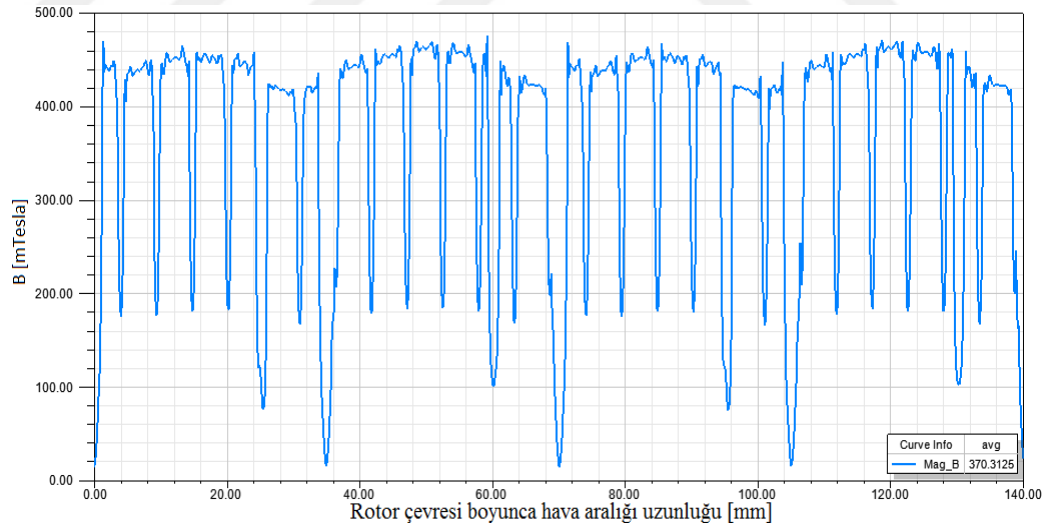
Şekil 2.3’de elde edilen akı yoğunluğu dağılımı aşağıda verilen denklemler yardımıyla bulunur [1, 62, 68].

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -\vec{J} \quad (2.4)$$

burada, $\vec{A}$ manyetik vektör potansiyeli, $\vec{J}$ akım yoğunluğu olup hava ve sac kısımlarda sıfıra eşittir. Manyetik akı yoğunluğu değeri 2B analizlerde Denklem 2.5’den hesaplanır.

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \quad (2.5)$$

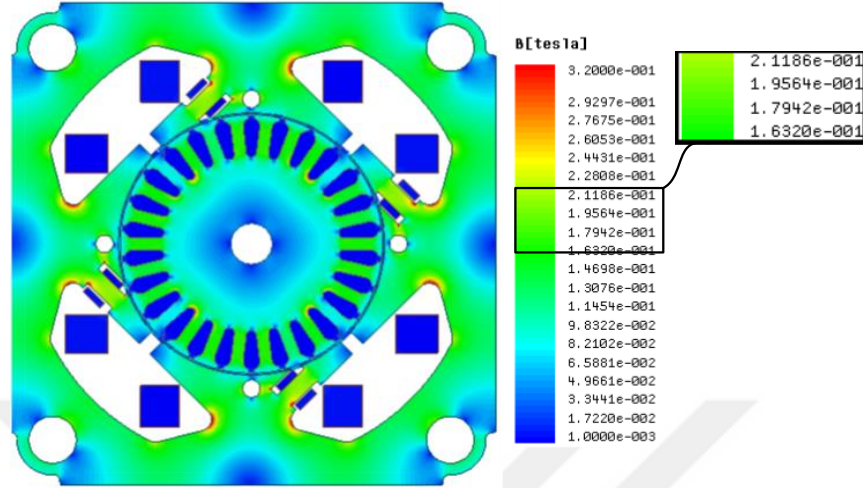
B_x : B manyetik akı yoğunluğunun x eksen yönündeki bileşeni ve B_y : B manyetik akı yoğunluğunun y eksen yönündeki bileşenini ifade etmektedir. GKAM’ın hava aralığına kontor çizilerek elde edilen hava aralığı akı değişimi Şekil 2.4’de verilmiştir.



Şekil 2.4. Hava aralığı akı dalga şekli.

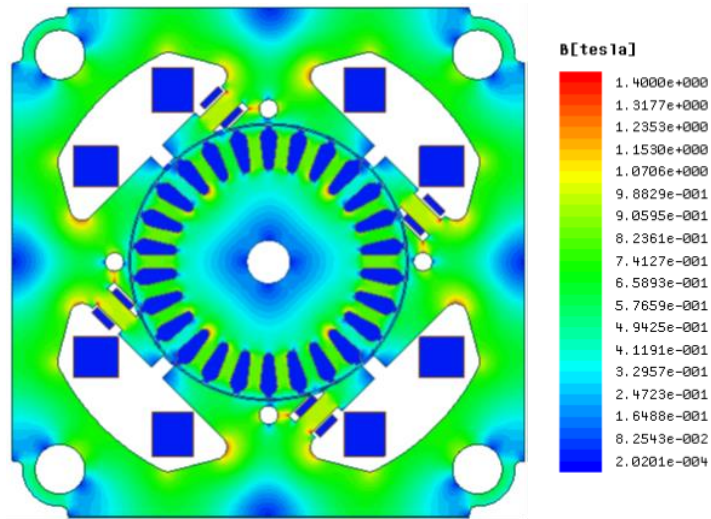
Elde edilen dalga şekli incelenirse bu tip motorların hava aralığının değişken olmasından dolayı çok değişken bir akı dağılımı elde edildiği görülmektedir. Yalnızca gölge kutup 40 At değerinde uyarılarak kesitte elde edilen manyetik akı yoğunluğu

dağılımı Şekil 2.5’de verilmiştir. Uyartım değeri akım yoğunluğu ve sargının fiziksel boyutu dikkate alınarak uygulanmıştır.



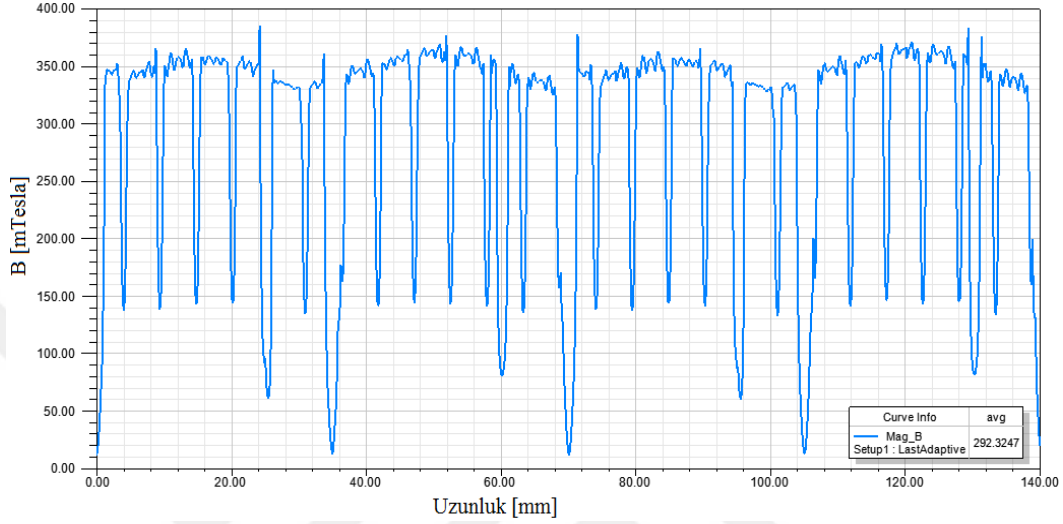
Şekil 2.5. x-y kesitinde manyetik akı yoğunluğu dağılımı.

Uyartım değeri 40 At olduğundan gölge kutuptan dolayı oluşacak akı yoğunluğu değeri oldukça düşük olmuştur. Renk dağılımı dikkate alındığında maksimum akı değeri uç noktalarda ve yaklaşık olarak 0,32 T değerinde olduğu görülmektedir. Stator sargısı ve yarık kutup halkaları enerjili durumda iken yapılan manyetostatik analizlerde elde edilen akı dağılımı Şekil 2.6’da verilmiştir.



Şekil 2.6. Stator sargısı ve yarık kutup halkaları uyartımlı iken akı dağılımı.

Şekil 2.6'yı incelersek sargı kesitleri üzerinde bir akı değeri yoktur. Beklenildiği üzere sadece ana sargı enerjili duruma göre, gölge kutbunda enerjili olduğu bu durumda akı yoğunluğu azalmıştır. Son olarak her iki sargı enerjili durumda iken hava aralığına çizilen kontor boyunca elde edilen akı yoğunluğu dalga şekli Şekil 2.7'de verilmiştir

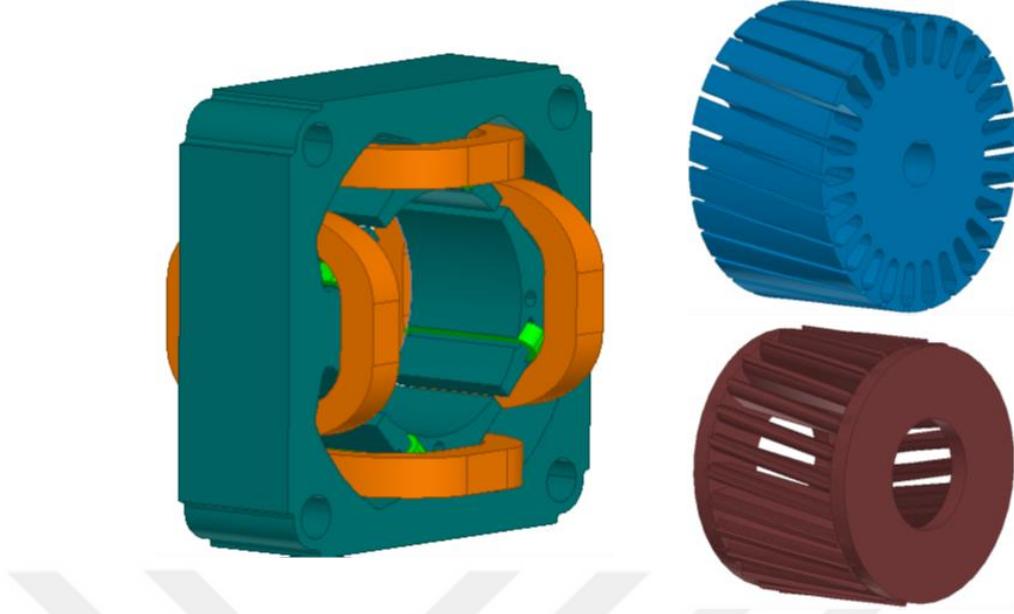


Şekil 2.7. Kontor üzerinde akı dalga şekli.

Kontor üzerinde elde edilen akı değerlerinin ortalaması kesitte elde edilene benzer olarak azalmıştır. Sadece ana sargı enerjili iken hava aralığına çizilen kontor üzerinde ki ortalama akı değeri 370 mT iken her iki sargı enerjili durumda iken bu değer 292 mT olmuştur.

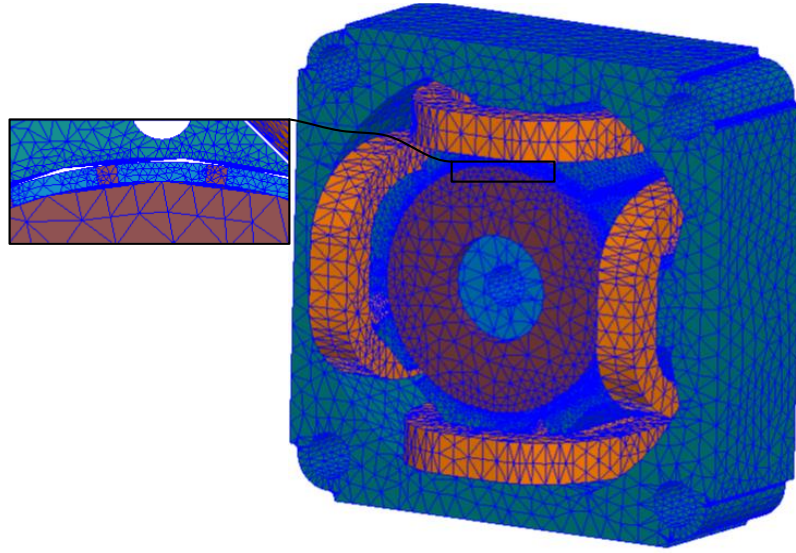
2.2. 3 BOYUT MANYETOSTATİK ANALİZLER

2B modelleme de hem uç noktalarda meydana gelen saçaklanma etkisi hem de kaçak alanların ihmal edilmesinden dolayı makinanın 3B modellenmesi daha doğru bir adımdır. 3B modelleme ile bu etkilerin varlığı da ele alınarak hem görsel olarak hem de uygulama olarak gerçeğe daha yakın bir makine tasarlamak veya modellemek mümkün olacaktır. GKAM'ın 3B motor modeli Şekil 2.8'de verilmiştir.



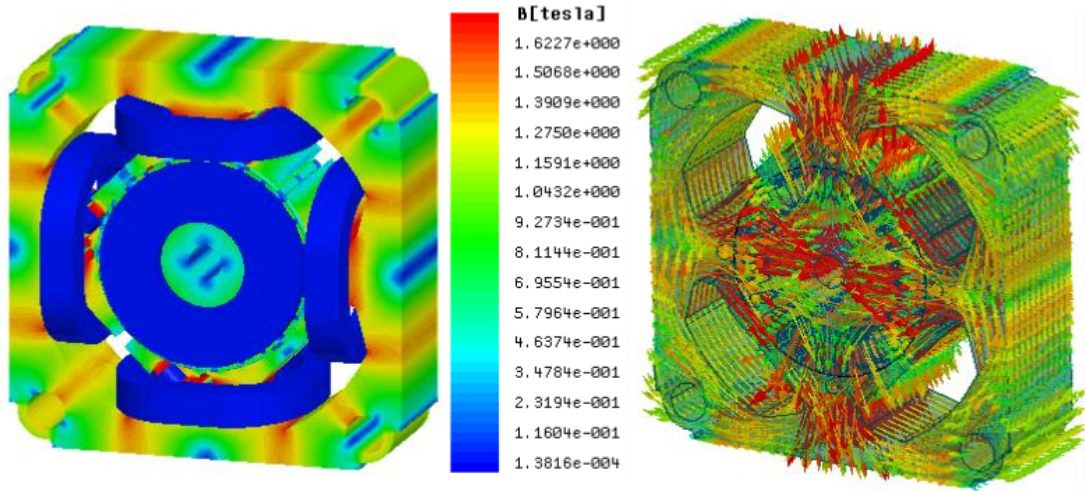
Şekil 2.8. GKAM'ın 3B modeli.

Motorun sincap kafesi ve rotoru bir oluk kaydırılarak modellenmiştir. 3B tüm yapıdaki mesh yapısı Şekil 2.9'da verilmiştir. Çözüm için toplam 1532583 adet dörtyüzlü (tetrahedra) oluşturulmuştur.



Şekil 2.9. 3B mesh modeli.

Motorun $f = 0 \text{ Hz}$ 'de (manyetostatik) yalnız ana sargı uyarımlı durumda 232 At uyarım uygulanarak elde edilen manyetik akı yoğunluğu dağılımı Şekil 2.10'da verilmiştir.



Şekil 2.10. 3B manyetik akı dağılımı ve vektörel gösterimi.

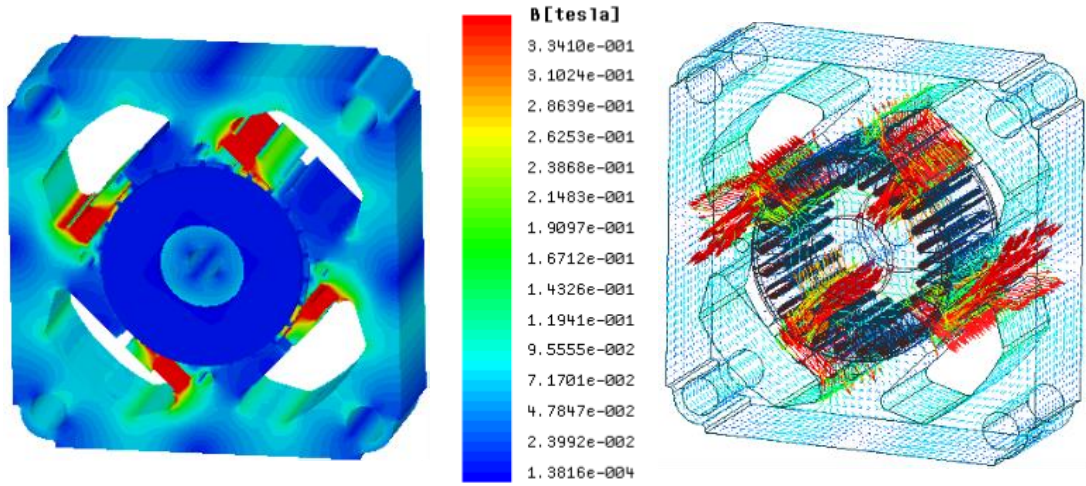
Şekil 2.10’da elde edilen akı yoğunluğu dağılımı aşağıda verilen denklemler yardımıyla bulunur [1, 62, 68].

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial A}{\partial z} \right) = -\vec{J} \quad (2.6)$$

burada, $\vec{A}$ manyetik vektör potansiyeli, $\vec{J}$ akım yoğunluğu olup hava ve sac kısımlarda sıfıra eşittir. Manyetik akı yoğunluğu değeri 3B analizlerde Denklem 2.7’den hesaplanır.

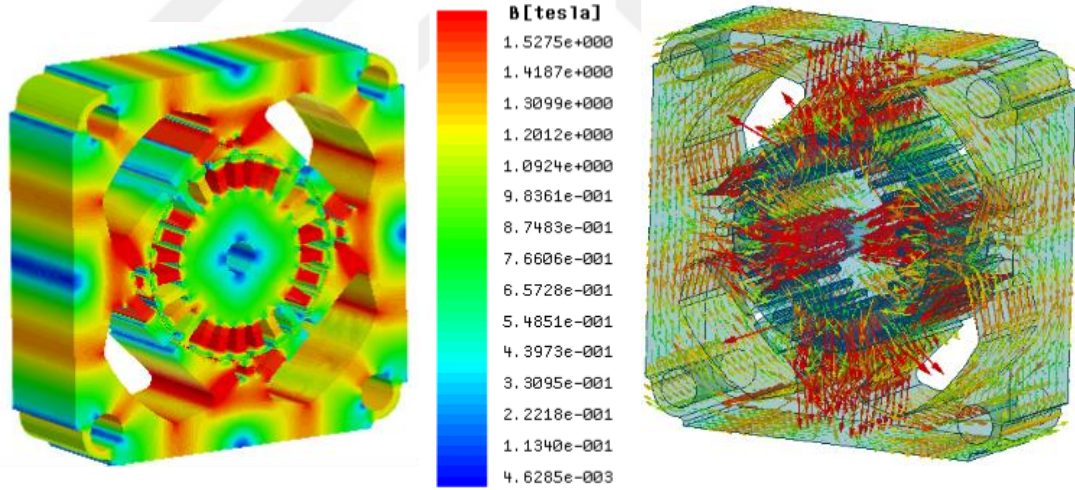
$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \quad (2.7)$$

Burada B_x, B_y ve B_z manyetik akı yoğunluğu B ’nin x, y ve z eksenleri doğrultusunda olan bileşenleridir. Akı dağılımı incelendiğinde özellikle köşelerde akı yoğunluğunun yüksek olduğu gözlemlenebilir. Beklendiği üzere manyetik bir malzeme olmayan bakırda akı yoğunluğu sıfırdır. Sadece gölge kutup halkası 40 At uyarımlı durumda iken elde edilen akı yoğunluğu dağılımı ve vektörel olarak gösterimi Şekil 2.11’de verilmiştir.



Şekil 2.11. Yalnız gölge kutup uyarımlı manyetik akı dağılımı ve vektörel gösterimi.

Gölge kutup 40 At ve ana sargı 232 At değerinde uyarım uygulanarak yapılan analizlerde elde edilen akı dağılımı ve vektörel olarak gösterimi verilmiştir.

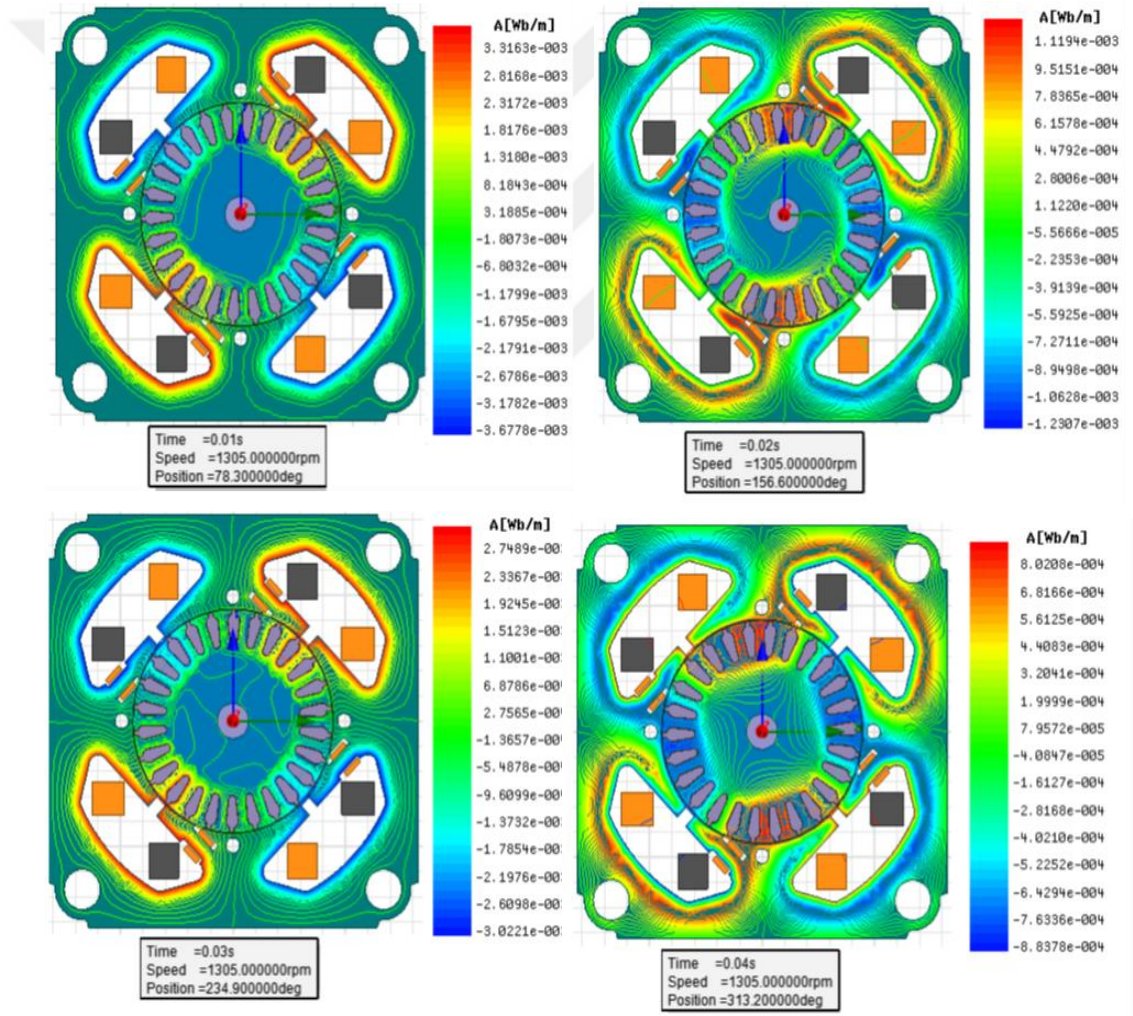


Şekil 2.12. Her iki sargı enerjili iken manyetik akı dağılımı ve vektörel gösterimi.

Manyetostatik analizlerle elde edilen akı dağılımları incelendiğinde özellikle uç noktalarda ve halka kutbun olduğu noktalarda akı değerleri nispeten yüksek olduğu görülmektedir. Nüveyi oluşturan sac elde edilen akı değerleri dikkate alındığında değerlerin hedeflenen sınırlar içerisinde olduğu görülmektedir.

2.3. GEÇİCİ DURUM ANALİZİ

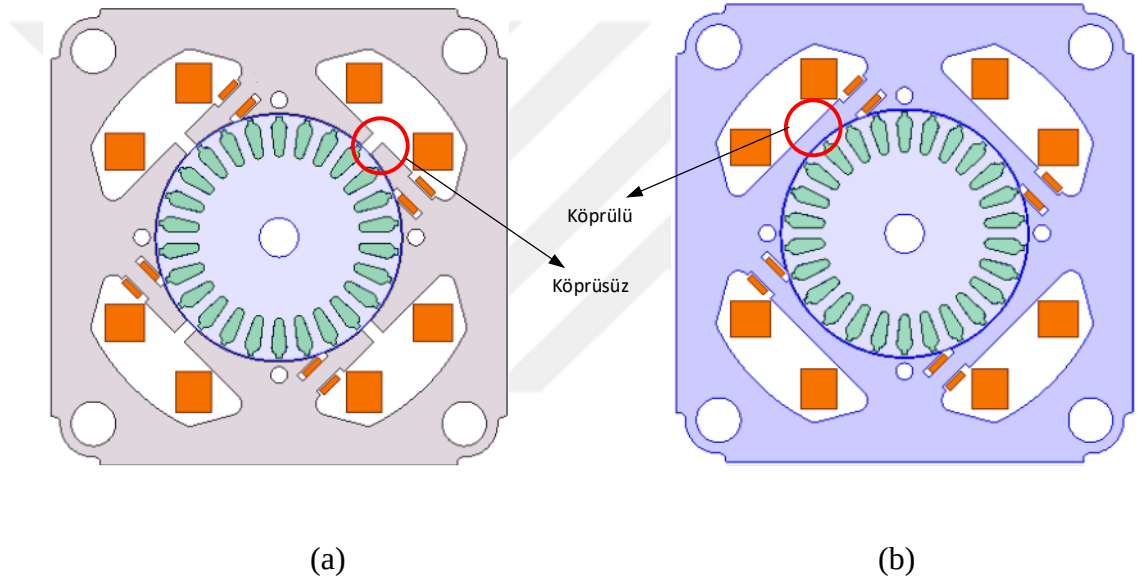
Geçici durum analizi, GKAM'ın zamana bağlı olarak verdiği tepkileri görebilmek amacıyla yapılmıştır. Bu bölümde motorun belirlenen (0 sn- 1 sn) zaman aralıklarında çektiği akım, kayıplar ve gerilim değerleri incelenmiştir. Gerçekleştirilen geçici durum analizinde belirlenen zaman aralığında birçok veriyi elde etmek mümkündür. Elektromanyetik olarak ortaya çıkan etkiyi net olarak görebilmek için 10 ms – 40 ms aralığındaki manyetik akı çizgilerinin izlediği yolların değişimleri Şekil 2.13'de verilmiştir.



Şekil 2.13. 10 ms-40 ms aralığındaki akı yollarının değişimi.

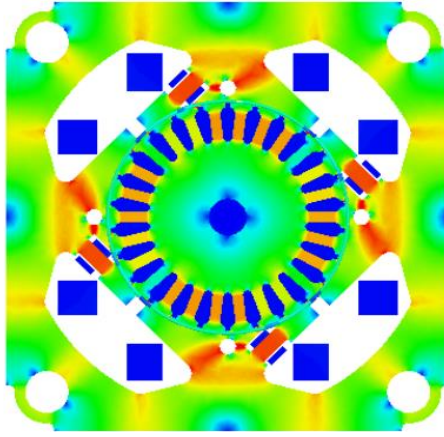
2.4. STATOR VE ROTOR OLUK YAPISININ İNCELENMESİ

Son yıllarda yeni bir tip gölge kutuplu motor literatüre girmeye başlamıştır [43, 49]. Ancak bu yapının performansı geleneksel yapı ile detaylı bir karşılaştırması yapılmamıştır. Bu nedenle bu iki yapının performansları karşılaştırılıp yeni yapının herhangi bir avantaj sağlayıp sağlamadığı ortaya konmalıdır. Bu amaçla tezin bu kısmında statoru köprülü ve köprüsüz yapıda motor tasarlanarak motorların manyetostatik analizleri gerçekleştirilmiştir. Tasarlanan motorların x-y kesitindeki görünümü Şekil 2.14’de verilmiştir.

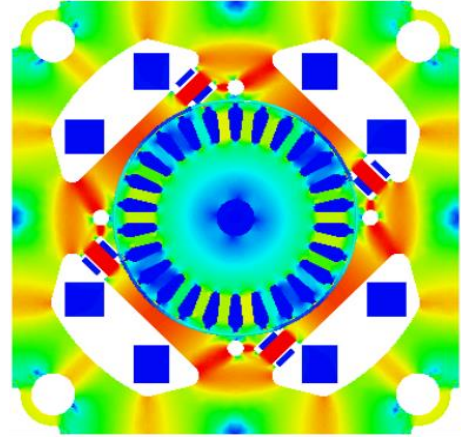


Şekil 2.14. Motorun x-y kesiti a) köprüsüz, b) köprülü.

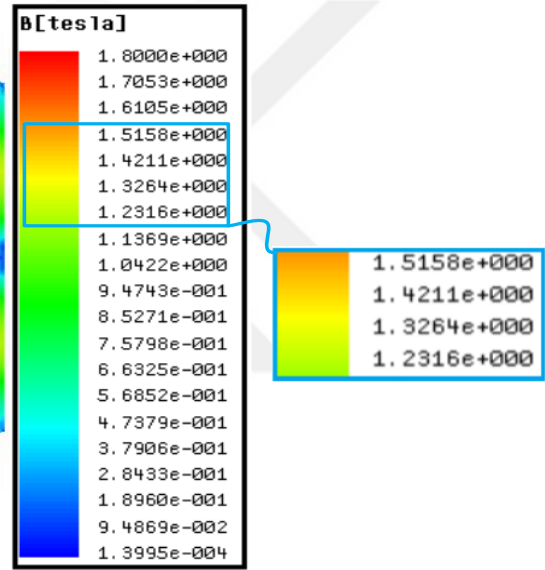
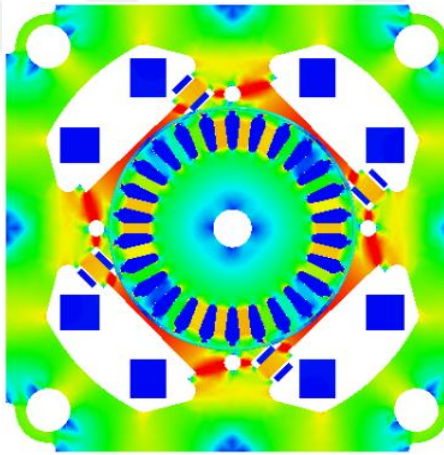
Tasarlanan motorlarda stator köprüsü kısımları dışındaki tüm fiziksel parametreler, kullanılan malzemeler ve uyartım değerleri aynıdır. Köprülü tip motorda aralık 3 mm olarak belirlenmiştir. Dolayısıyla burada amaç köprülü ve köprüsüz statorun manyetostatik davranışının incelenmesi olmuştur. Ayrıca burada köprü kısmı daraltılarak etkisi incelenmiştir. Yapılan analizlerde elde edilen manyetik akı yoğunluğunun x-y kesitinde ki dağılımı Şekil 2.15’de verilmiştir. Şekil 2.16’da da manyetik akı çizgilerinin takip ettiği yollar verilmiştir.



(a)

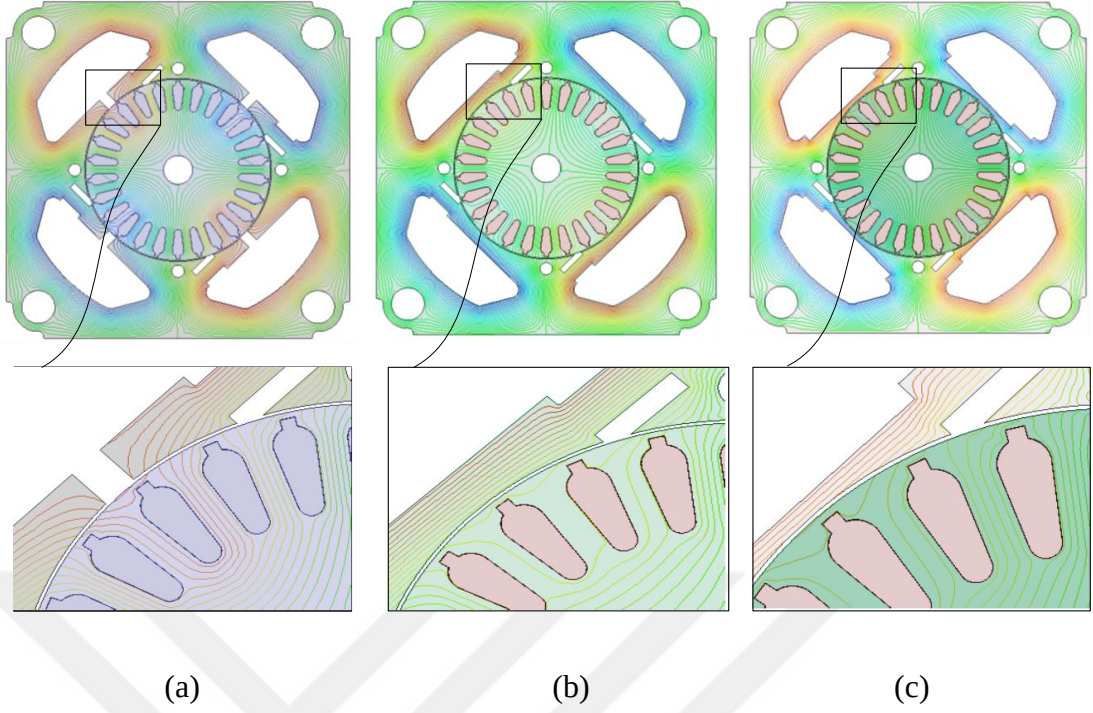


(b)



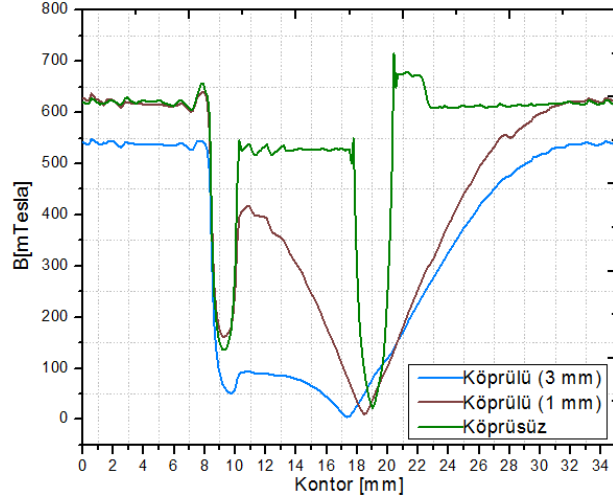
(c)

Şekil 2.15. Manyetik akı yoğunluğu a) köprüsüz, b) köprülü, c) daraltılmış köprülü.



Şekil 2.16. Manyetik akının izlediği yol a) köprüsüz, b) köprülü, c) daraltılmış köprülü.

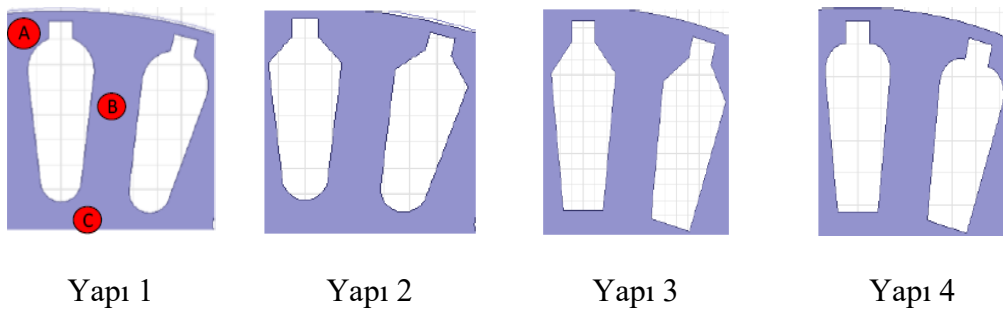
Motorlara ait akı dağılımı incelendiğinde köprülü tip statorda özellikle stator köprülerin bulunduğu kısımda akı rotora geçmek yerine devresini stator üzerinden tamamlayarak bu bölgelerde yüksek akı yoğunluğu oluşturmaktadır. Rotorlar incelendiğinde köprülü tip motorda rotorda akı yoğunluğunun diğerine göre düşük olduğu görülmektedir. Bu durum stator ile rotor arasındaki faydalı ortak akının köprüsüz motorda daha yüksek olduğunu ve bununda daha üstün performansla sonuçlanacağını ilk belirtisidir. Burada motorun kritik bölgelerindeki akının kritik değerlere ulaşp ulaşmadığı ve nüve kesitinin zayıf bölgeleri tespit edilebilir. Demir çekirdeğin herhangi bir bölgesinde çok yüksek akı yoğunluğuna ulaşılması durumunda manyetomotor kuvvette (mmk) artışa sebep olur. Bu durum makinanın çekirdekte oluşan mıknatıslanma akımını arttırır. Bilindiği gibi yüksek mıknatıslanma akımı motorun veriminin ve güç faktörünün düşmesine neden olmaktadır. Dolayısıyla tüm kesit üzerindeki akı dağılımını izlemek bu açıdan önem arz etmektedir. Bir kutup altında hava aralığına çizilen kontur üzerinde elde edilen akı yoğunluğunun dağılımları Şekil 2.17’de verilmiştir.



Şekil 2.17. Bir kutup altında hava aralığı akı dalga şekli.

Kontor üzerinde elde edilen manyetik akı yoğunluğunun köprüsüz motorda ortalama değeri 0,54618 T iken köprülÜ tip motorda 0,33014 T ve daraltılmış tip köprülÜ motorda da 0,42815 T olarak elde edilmiştir.

Elektrik makinalarının performansını belirlemede birçok parametrenin etkisi mevcuttur. Asenkron makinanın oluk yapıları makinenin manyetik ve elektriksel performansını etkiler [30, 69, 70]. Gölge kutuplu motorun rotor dış çapı sabit tutularak rotor oluk yapısı ve sayısı değiştirilerek motorun 2B manyetostatik analizleri gerçekleştirilmiştir. Bu analizlerde tasarlanan üç tip motor arasından köprüsüz tip motorun rotora aktarabildiği akı değerinin fazla olmasından dolayı köprüsüz tip motor tercih edilerek rotorun yapısı incelenmiştir. Ansys Maxwell kütüphanesinde bulunan 4 farklı yapı kullanılmıştır. Bu yapılar uygun olarak sincap kafes yapısı da değiştirilmiştir. Kullanılan oluk yapıları Şekil 2.18’de verilmiştir.



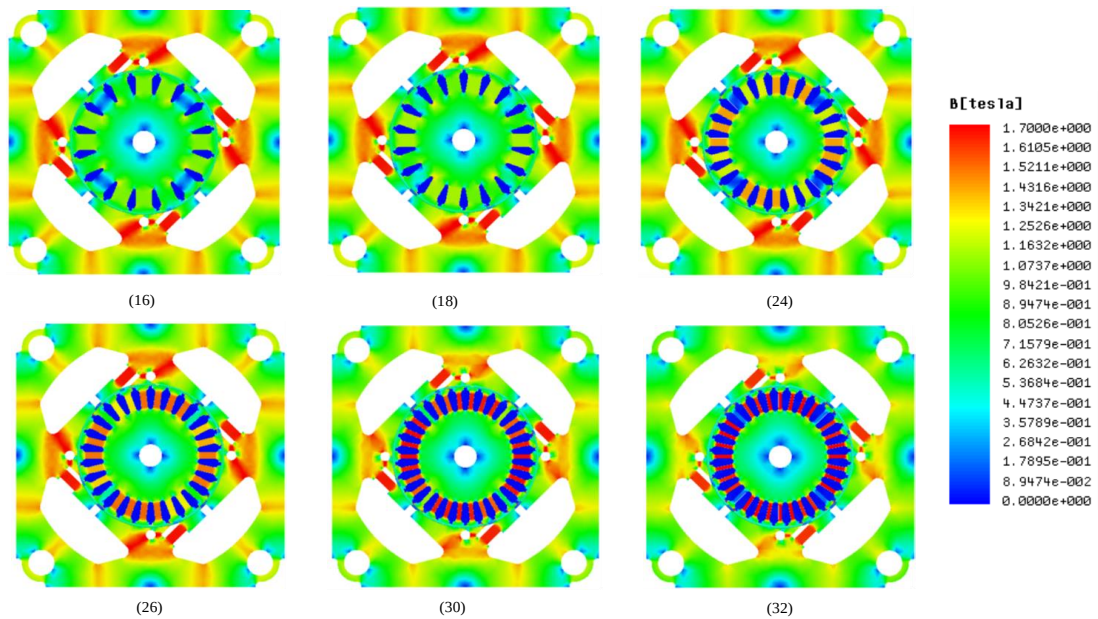
Şekil 2.18. Kullanılan oluk yapıları.

Rotor oluk sayısı 26 iken 4 farklı rotor tipinde belirlenen noktalarda (A, B, C) ölçülen manyetik akı yoğunluğu değerleri Çizelge 2.1’de verilmiştir.

Çizelge 2.1. Belirlenen noktalarda manyetik akı yoğunluğu değerleri.

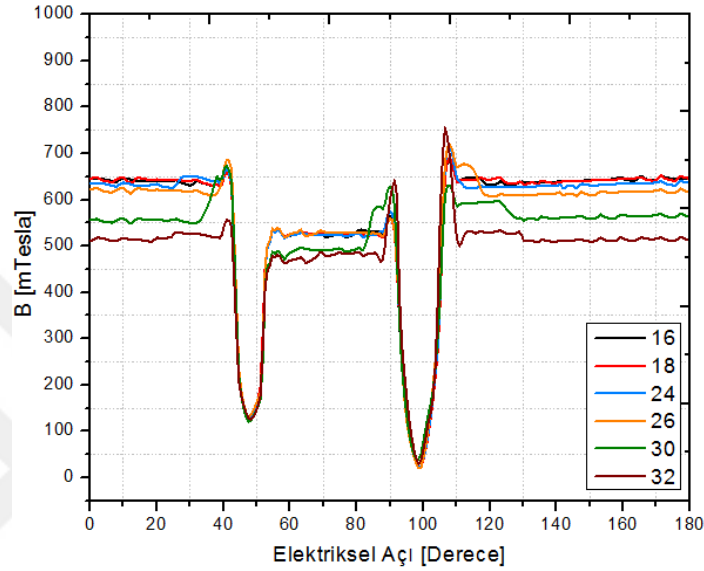
Koordinatlar (x,y) [mm]	Manyetik Akı Yoğunluğu [T]			
	Yapı 1	Yapı 2	Yapı 3	Yapı 4
0,10 [C]	0,7169	0,6936	0,6422	0,6350
2,18 [B]	1,5220	1,5119	1,4969	1,4855
8,20 [A]	0,7683	0,7791	0,7748	0,7782

B noktası referans alınarak akı değerleri incelendiğinde 1 nolu oluk tipinde en yüksek akı yoğunluğu değerleri elde edilmiştir. Bu çalışma koşulları altında 1,52 T değeri uygun olmasına rağmen motorun doymaya yakın çalışma bölgesinde tip 1 diğerlerine göre daha çabuk doyuma gidecektir. Rotor oluk yapı 1 için oluk sayısı 16, 18, 24, 26, 30 ve 32 olarak değiştirilerek analizler gerçekleştirilmiştir. Bu nokta da oluk sayısı belirlenirken optimum değer seçilmelidir. Çalışmamızda kullanılan motorun oluk sayısı fabrika tarafından 26 olarak belirlenmiştir. Oluk sayısının rotor dış çapı sabit iken artması ile dişler daralacak dolayısıyla da bu noktalarda doyum meydana gelebilecektir. Şekil 2.19’da kesitte manyetik akı yoğunluğunun dağılımı verilmiştir.



Şekil 2.19. Manyetik akı yoğunluğu dağılımı.

Bu motorlara ait hava aralığına kontor çizilerek elde edilen akı yoğunluğu dağılımı Şekil 2.20’de verilmiştir. Şekil 2.19 ve Şekil 2.20’yi birlikte değerlendirilecek olursa daha dar oluk yapısına sahip olan 32 oluklu rotorda relüktans artacağından hava aralığı akı yoğunluğu azalacaktır. Dolayısıyla kontor üzerinde elde edilen ile kesitte elde edilen akı yoğunluğu birbirini desteklemektedir.



Şekil 2.20. Kontor üzerinde elde edilen akı dağılımı.

Bu bölümde GKAM’ın 2B ve 3B modeli elde edilmiştir. 2B modelde yalnız ana sargı, yalnız gölge kutup sargısı ve her iki sargı uyarımlı durumda iken manyetostatik analizler gerçekleştirilmiştir. Hava aralığına çizilen kontor üzerinde farklı uyarım durumlarında hava aralığı akı yoğunluğunun dağılımı elde edilmiştir. 3B motor modelinde farklı uyarım koşullarında manyetik akı dağılımları elde edilmiştir. Daha sonra stator yapısının fiziksel özellikleri değiştirilerek motorun manyetostatik analizleri gerçekleştirilmiştir. Statoru; köprülü, köprüsüz ve daraltılmış köprülü yapının akı dağılımları elde edilmiştir. Yapılan analizlerde köprüsüz tip yapıda rotora aktarılan akı miktarının en fazla olduğu görülmüştür. Motorun rotor kısmında ise 4 farklı yapının etkisi incelenmiştir. Farklı rotor oluk yapısına sahip 4 yapıdan oluk tipi 1 olan yapı tercih edilmiştir. Oluk yapısı belirlenen rotorun oluk sayısının etkisinin incelenmesi amacıyla rotor oluk sayısı makine üreticilerinin üretimleri dikkate alınarak 16, 18, 24, 26, 30 ve 32 olarak değiştirilmiştir. Yapılan analizler sonucunda üretici firma ile uyumlu olarak optimum değer 26 oluk sayısı belirlenmiştir.

BÖLÜM 3

GKAM'IN ENDÜKTANSLARININ ÖLÇÜLMESİ

Elektrik makinalarının tasarımında ve çalışma özelliklerinin belirlenmesinde, manyetik alanın makina içindeki dağılımının bilinmesi oldukça önemlidir. Alternatif akım makinalarında çalışma büyüklüklerinin hesaplanmasındaki doğruluk derecesi endüktansların doğru olarak bilinmesiyle doğrudan ilişkilidir. Değişken hava aralıklı gölge kutuplu motorların endüktanslarının hesabı oldukça karmaşıktır. Elektrik makinalarında relüktansın değişmesi ve nüvede kullanılan malzemenin doyma etkisinden dolayı endüktans değeri rotor konumuna ve akıma bağlı olarak değişen lineer olmayan fonksiyonlardır [71, 72].

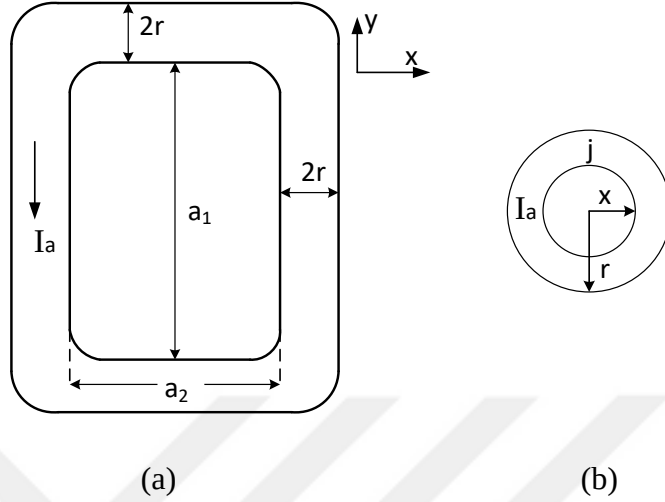
Bu kısımda motora ait stator sargısının sargı başı endüktans değeri hesaplanmış, stator sargısı özendüktansı, stator sargısı kaçak endüktansı, stator-rotor ortak endüktansı, yarık kutup-rotor gözü arasındaki ortak değerleri deneylerle tespit edilmiştir.

3.1. SARGI BAŞI KAÇAK ENDÜKTANSLARININ ANALİTİK HESABI

Gölge kutuplu asenkron motorun stator sargı başı endüktansları hesaplanırken aşağıdaki yaklaşımlar yapılmıştır;

- Sargı başlarının birbirinden yeteri kadar uzakta bulunduğu ve bunların birbirlerine olan manyetik etkilerinin olmadığı,
- Akımın sargı başı kesiti üzerinde düzgün ve sürekli olarak sabit bir akım yoğunluğunda dağıldığı,
- Gövde içindeki fuko akımlarının meydana getirdiği alanın etkisi ile sargı başlarının manyetik alanının gövdeyi etkilemediği kabul edilmiştir.

Yukarıda verilen varsayımlarla sargı başları Şekil 3.1(a) ve iç endüktansın hesabı Şekil 3.1(b) için ele alınabilir.



Şekil 3.1. Endüktansların hesabı için oluşturulan geometriler a) sargı başı endüktansı, b) iç endüktans için.

Sargı başının x eksenini yönündeki bir yanının sargının dışında herhangi bir noktada alanı Denklem 3.1 ile ifade edilebilir.

$$H_y = \frac{NI_a}{2\pi y} \quad (3.1)$$

Bu nokta civarındaki dar bir tüpe ilişkin akı değeri;

$$d\Phi = H_y ds = H_y a_2 dy \quad (3.2)$$

Sargı başının x eksenini yönündeki 2 yanının toplam akısı Denklem 3.3'den hesaplanır.

$$\psi_{a2} = \frac{2\mu_0 a_2 I_a N^2}{2\pi} \int_{y=r}^{y=a_1+r} \frac{dy}{y} = \frac{\mu_0 a_2 I_a N^2}{\pi} \ln\left(\frac{a_1 + r}{r}\right) \quad (3.3)$$

Denklemde N sargıdaki sarım sayısını ifade etmektedir. Bu akıya ilişkin endüktans değeri;

$$L_{a2} = \frac{\psi_{a2}}{I_a} = \frac{\mu_0 a_2 N^2}{\pi} \ln((a_1 + r)/r) \quad (3.4)$$

Benzer şekilde y eksenini yönündeki 2 yanın dış endüktansı;

$$L_{a1} = \frac{\mu_0 a_1 N^2}{\pi} \ln((a_2 + r)/r) \quad (3.5)$$

İç endüktansın hesabı için akım yoğunluğu Denklem 3.6'dan elde edilir.

$$J = \frac{NI_a}{\pi r^2} \quad (3.6)$$

Merkezden x uzaklıktaki bir noktada manyetik alan;

$$H_x = \frac{NI_a x}{2\pi r^2} \quad (3.7)$$

olur. Sargı başının 4 yanı için toplam iç manyetik akı;

$$\psi_{iç} = 2I_a \mu_0 N^2 ((a_1 + r) + (a_2 + r)) \int_{x=0}^{x=r} \frac{x}{2\pi r^2} dx \quad (3.8)$$

Bu akıya ilişkin endüktans değeri;

$$L_{iç} = \frac{\psi_{iç}}{I_a} 2N^2 (a_1 + a_2 + 2r) \times 10^{-7} \quad (3.9)$$

elde edilir. Toplam sargı başı endüktansı dış ve iç endüktansların toplamı olacağından endüktans değeri Denklem 3.10 ile elde edilir.

$$L_{sba} = 4N^2 \times 10^{-7} \left[a_2 \ln \left(\frac{a_1 + r}{r} \right) + a_1 \ln \left(\frac{a_2 + r}{r} \right) + \left(\frac{a_1 + a_2}{r} \right) \right] \quad (3.10)$$

Stator sargısı ve gölge kutup halkası kutup başı endüktansının hesabı için sargıların ölçülen parametreleri Çizelge 3.1'de verilmiştir.

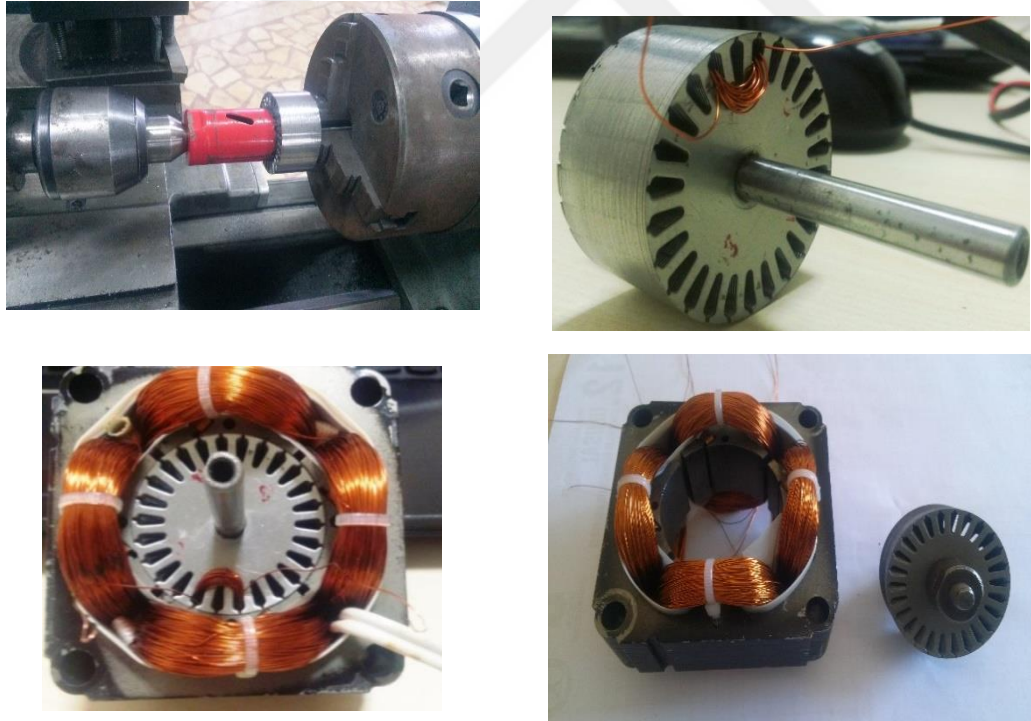
Çizelge 3.1. Stator sargısı ve gölge kutuplu sargının boyutları.

	a_1 [m]	a_2 [m]	r [m]	N [sipir]
Stator	0,0354	0,0156	0,006	570
Yarık kutup	0,013	0,017	0,0094	1

4 kutup için hesaplanan stator sargısı kutup başı endüktansı $L_{sba} = 0,0137 H$ iken 4 kutup için gölge kutup halkası endüktansı $L_{sbb} = 3,26 \times 10^{-2} \mu H$ olarak elde edilmiştir.

3.2. STATOR SARGISI ÖZ ENDÜKTANSI VE KAÇAK ENDÜKTANSININ TESPİTİ

Stator sargısının öz endüktansı rotoru sincap kafessiz ve yarık kutup halkaları takılmamış motorun giriş empedansının ölçülmesinden elde edilmiştir. Bu deney için rotor sincap kafessiz üretilmiştir. Şekil 3.2’de deneyde kullanılan rotor verilmiştir.

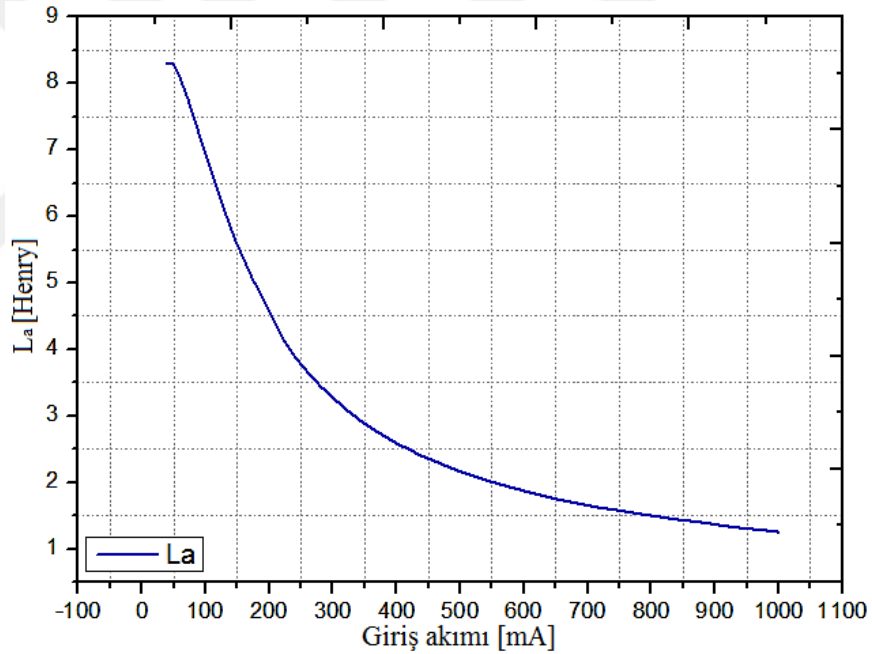


Şekil 3.2. Endüktansların ölçülmesinde kullanılan rotor ve stator.

Rotor kafesi ve yarık kutup halkaları olmadığı zaman giriş empedansı stator sargısı direncinin etkin değeri ile stator sargısı öz endüktansından oluşur. Demir kayıpları ihmal edilirse stator sargısı öz endüktansı Denklem 3.11'den hesaplanır;

$$L_a = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\left(\frac{V}{I_a}\right)^2 - R_a^2} \quad (3.11)$$

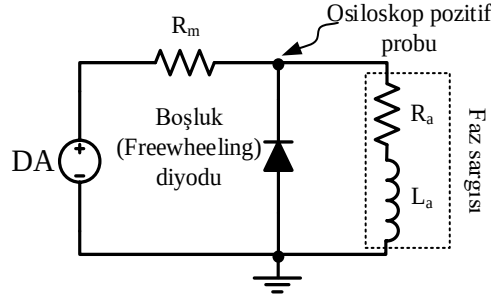
Burada f stator sargısına uygulanan gerilimin frekansı (Hz), R_a sargının etkin direncidir. Stator sargısı öz endüktansının uyarım akımına göre değişimi Şekil 3.3'de verilmiştir. Giriş akımı değeri 0-1000 mA arasında değiştirilerek uygulanan V gerilimi ve I_a akımı değerleri ölçülerek L_a öz endüktansı tespit edilmiştir.



Şekil 3.3. Sargı akımına karşılık stator sargısı öz endüktansı.

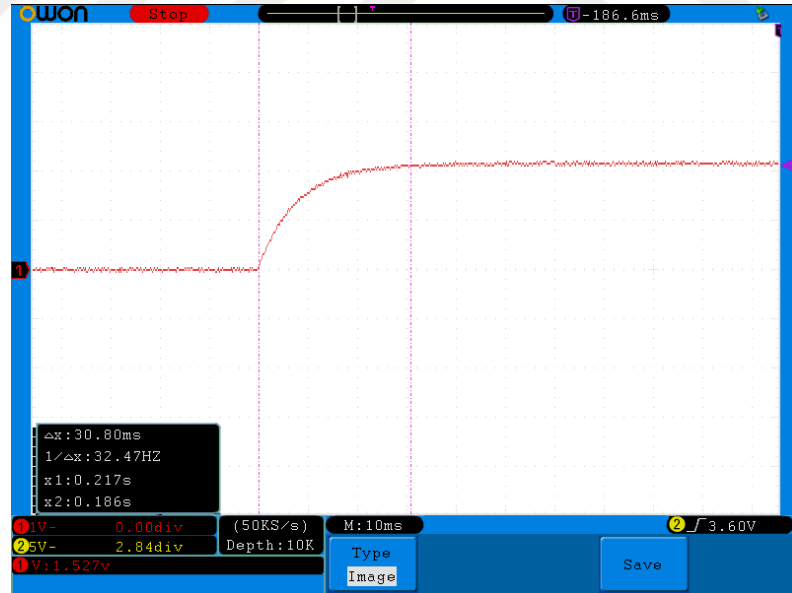
Rotor konumu sabit tutularak gerçekleştirilen deneyde akım arttığında nüvenin bazı bölgelerinde meydana gelen doymadan dolayı endüktans değerinin düştüğü görülmüştür. Böylece klasik GKAM'ın endüktans profiline uygun ölçüm elde edilmiştir. Nominal çalışmada motor akımı 0,37 A iken öz endüktans değeri 2,5 H olarak elde edilmiştir. Stator sargısı öz endüktansı değeri ikinci bir yöntem olarak üstel deşarj yöntemi kullanılarak teyit edilmiştir. Bu yöntemde stator sargısı öz endüktansı

bir DA kaynak yardımıyla ölçülebilmektedir. Endüktansı bilinmeyen bir sargı Şekil 3.4’de verilen deney düzeneğine değeri bilinen bir direncine seri olarak bağlanır ve RL devredeki zaman sabitesinden yararlanılarak deney gerçekleştirilmiştir.



Şekil 3.4. Deney düzeneği.

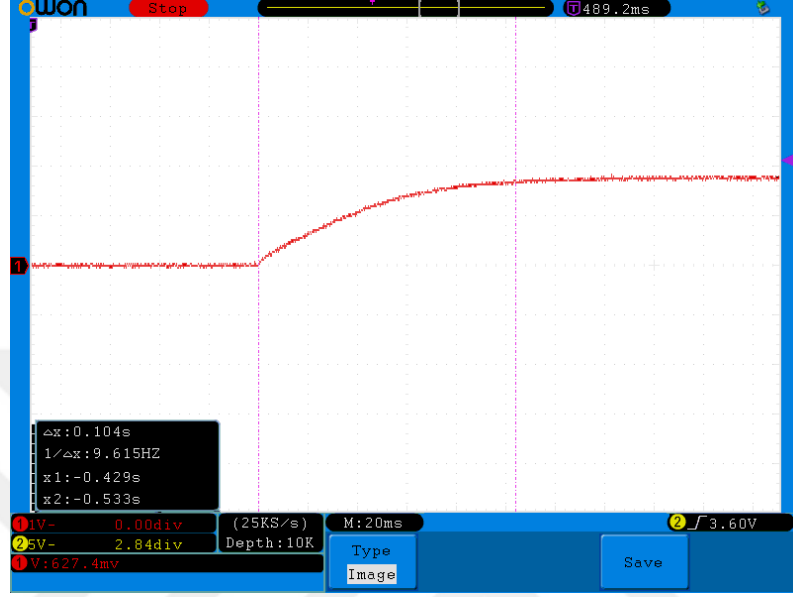
Rotor yokken RLC metre ile yapılan ölçümlerde endüktans değeri 570 mH olarak ölçülmüştür. Sargı direnci ve bağlanan seri direncin toplam değeri 84,2 Ω olarak ölçülmüştür. Yapılan deneyde elde edilen osiloskop görüntüsü Şekil 3.5’de verilmiştir.



Şekil 3.5. Rotor yokken osiloskopta elde edilen ekran görüntüsü.

Elde edilen şekilden zaman sabitesi bulunarak direnç değerleri bilindiğinden L değeri tespit edilebilir. Buna göre; $5\tau = 30,5 \text{ ms}$ elde edilir. Stator sargısı öz endüktans değeri 519 mH elde edildi. Sincap kafesi takılmamış ve rotor oluk köprüleri açılmamış

motorda deney tekrarlandığında endüktans değeri 1,8 H olarak ölçülmüştür. Osiloskop ile elde edilen ekran görüntüsü Şekil 3.6’da verilmiştir. Yapılan hesaplamalarda endüktans değeri 1,78 H olarak elde edilmiştir.

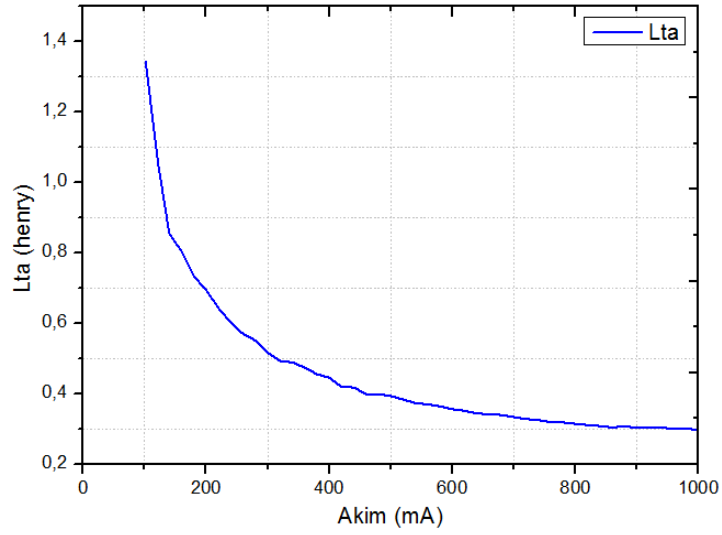


Şekil 3.6. Rotorlu motorda osiloskopta elde edilen ekran görüntüsü.

Stator sargısı kaçak endüktansı stator sargısının toplam akısı ile statordan rotora geçen ve rotor çevrimleri tarafından halkalanan akının farkı yardımıyla ölçüldü. Bu ölçmenin yapılabilmesi için sincap kafesi ve yarı kutup halkası takılmamış olan motorun rotor oluklarına bobin adımı bir kutup adımına eşit olan n_2 adet sarımlı ölçme bobini sarıldı. Stator sargısına gerilim uygulanarak rotordaki ölçme bobininde endüklenen E_2 gerilimleri, stator sargı akımı I_a ve uygulanan V gerilimleri ölçülerek bulundu. Bu ölçmelerden stator sargısı toplam kaçak endüktansı Denklem 3.12’den elde edilir.

$$L_{ta} = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\left(\frac{V}{I_a}\right)^2 - R_a^2} - \frac{4 \times E_2 \times N}{n_2 I_a} \quad (3.12)$$

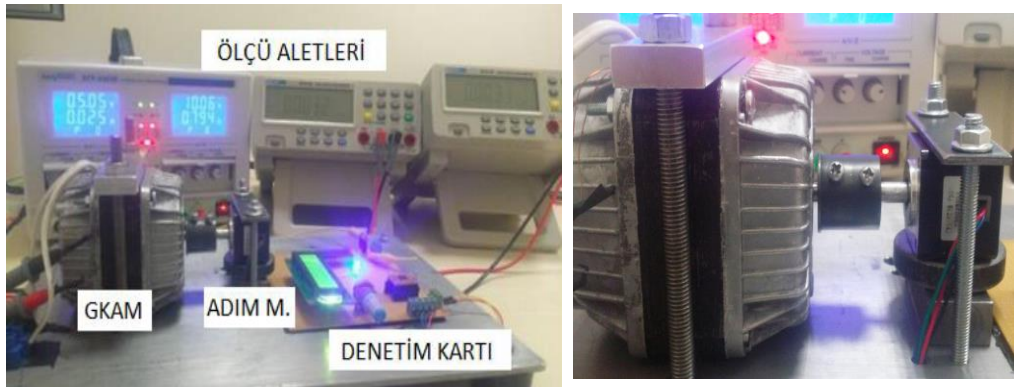
Stator sargısı kaçak endüktansının uyartım akımına göre değişimi Şekil 3.7’de verilmiştir.



Şekil 3.7. Sargı akımına karşılık stator sargısı kaçak endüktansı.

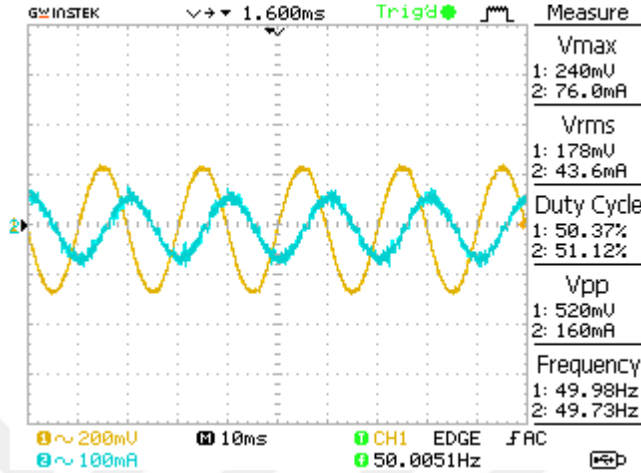
3.3. ORTAK ENDÜKTANSLARIN ÖLÇÜLMESİ

Ortak endüktanslar rotora kafesi ve statora yarık kutup halkası takılmamış olan motorda, komşu iki rotor oluğuna ve yarık kutup halkası oluklarına gerektiği şekilde ölçme bobinleri sarılarak ölçme bobininde endüklenen gerilimin ölçülmesi ile yapılır. Endüktansların belirli adımlarla ve hava aralığının değerini bozmadan elde edilmesi amacıyla Şekil 3.8’de verilen düzenek kurulmuştur. Düzenekte PIC 16F877A mikrodenetleyicisi ile sürülen 200 adımlı bir adım motoru gölge kutuplu motora bir kaide üzerinde uygun şekilde bağlanmıştır. Mekanik açı hassasiyeti $1,8^\circ$ olduğundan bu değer GKAM’da $3,6^\circ$ ’lık bir elektriksel açığa karşılık gelmektedir. Başka bir deyişle, deneyde elde edilen değerler elektriksel $3,6^\circ$ ’de bir ölçülen değerlerdir.



Şekil 3.8. Ortak endüktansın tespiti için kurulan test düzeneği.

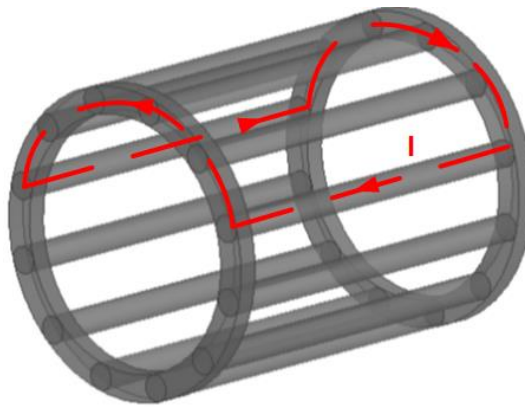
Ortak endüktanslar hesaplanırken osiloskop yardımıyla anlık olarak bobine uygulanan ve diğer bobinde endüklenen gerilim dalga şekilleri elde edilmiş ve Şekil 3.9'da verilmiştir. Uygulanan gerilimde endüklenen gerilimde sinüs ve 50 Hz frekanstadır.



Şekil 3.9. Anlık uygulanan ve endüklenen gerilim dalga şekilleri.

3.3.1. Stator Sargısı İle Bir Rotor Gözü Arasındaki Ortak Endüktans

Bu kısımda öncelikle rotor gözünü tanımlamak gerekmektedir. Rotor gözü, Şekil 3.10'da verildiği üzere iki rotor çubuğu ve bunlar arasında kalan uç halka parçaları tarafından oluşmaktadır.



Şekil 3.10. Rotor gözü.

Stator sargısı ile bir rotor gözü arasındaki endüktansı ölçmek için, boş bulunan komşu iki rotor oluşuna sarım sayısı n olan bir ölçme bobini sarıldı ve stator sargısından

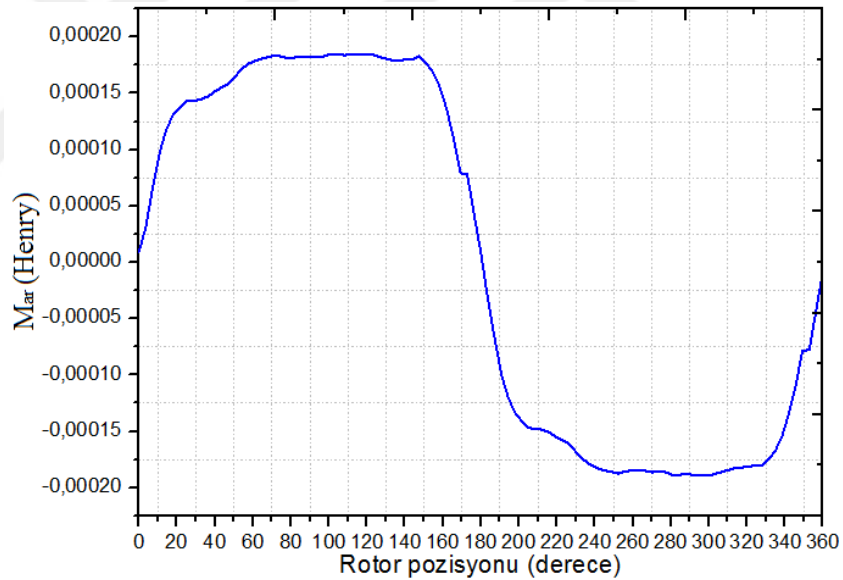
bilinen I_a akımları geçirilerek rotordaki ölçme bobininde endüklenen E gerilimi ölçüldü. Bu ölçmelerden stator sargısı ile bir rotor gözü arasındaki ortak endüktans belli bir rotor konumu için Denklem 3.13'den elde edilir.

$$M_{ar} = \frac{E}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot n \cdot I_a} \quad (3.13)$$

Rotor belirli açılarla döndürülerek rotorun her konumunda ölçüm yapılarak;

$$M_{ar}(\theta) = f(\theta) \quad (3.14)$$

ortak endüktans değerleri elde edilir. Deneyde elde edilen veriler kullanılarak hesaplanan ortak endüktansın konuma bağlı değişimi Şekil 3.11'de verilmiştir.



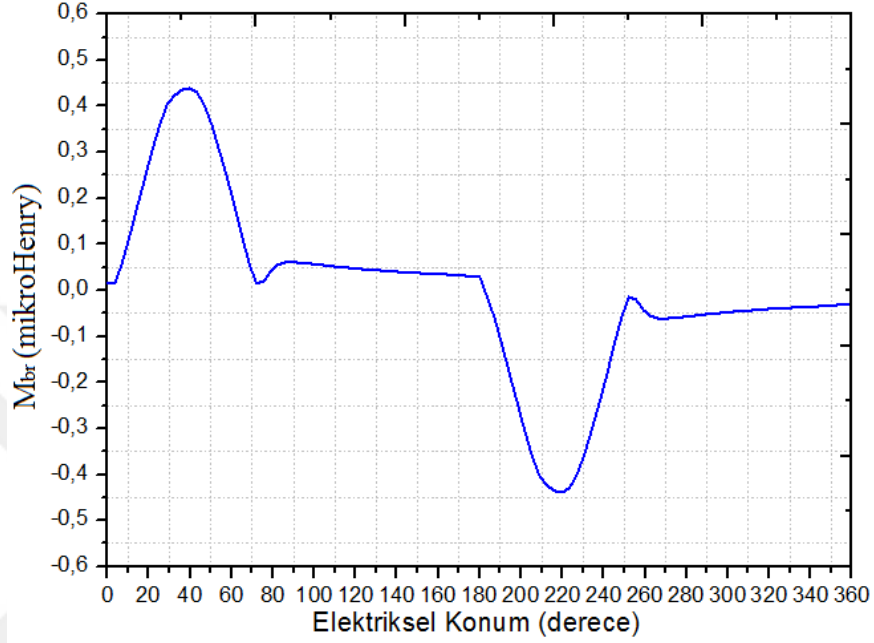
Şekil 3.11. Rotorun konumuna bağlı stator-rotor ortak endüktansının değişimi.

3.3.2. Bir Rotor Gözü İle Yarık Kutup Halkası Arasındaki Ortak Endüktans

Yarık kutup halkası ile rotor gözleri arasındaki ortak endüktansı ölçmek için yarık kutup oluklarına sarım sayısı n_1 olan ölçme bobini sarıldı ve bu ölçme bobininden bilinen I_{yk} akımları geçirilerek rotordaki n sarımlı ölçme bobininde endüklenen E gerilimleri ölçüldü ve ortak endüktans Denklem 3.15'den elde edilir.

$$M_{br} = \frac{E}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot n \cdot n_1 \cdot I_a} \quad (3.15)$$

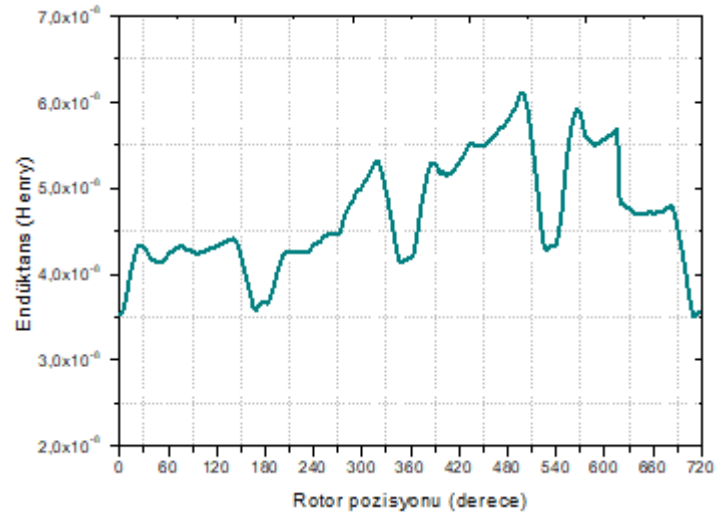
Şekil 3.12’de değişen rotor konumuna göre elde edilen ortak endüktans verilmiştir.



Şekil 3.12. Gölge kutup-rotor endüktansı.

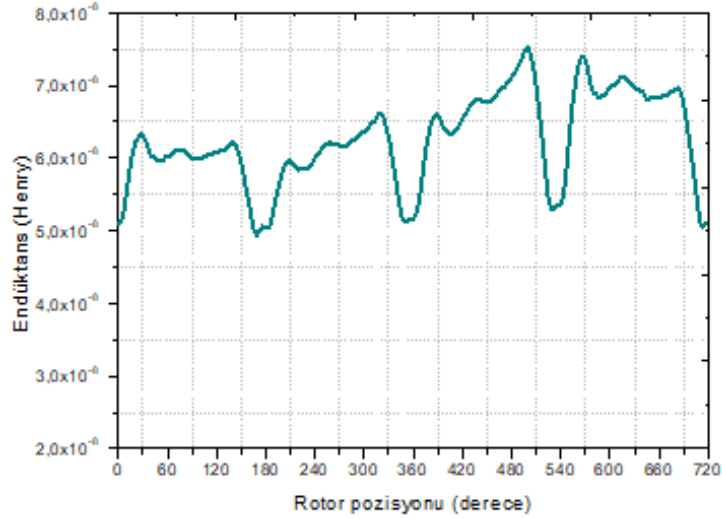
3.3.3. Bir Rotor Gözünün Öz Endüktansı Ve Diğer Gözlerle Ortak Endüktansı

Gölge kutuplu asenkron motorların hava aralığı gölge kutuplardan dolayı değişkendir. Makinanın hava aralığı sabit olmadığından ve rotor olukları eğimli (skew) olduğundan gözlerin öz endüktansı ve gözler arasındaki ortak endüktans rotor konumu ile değişecektir. Deneylerde rotor konumu elektriksel $3,6^\circ$ olarak alınmış ve 200 noktada hassas bir şekilde gerçekleştirilmiştir. Adım sayısının fazlalığı Fourier bileşenlerinin daha doğru bulunmasını sağlamaktadır. 26 rotor oluğu için simetri nedeni ile birbirinden farklı 14 adet ortak endüktans bulunmaktadır. Şekil 3.13’de (1-1) rotor gözü öz endüktansı deneyler sonucunda elde edilmiştir.

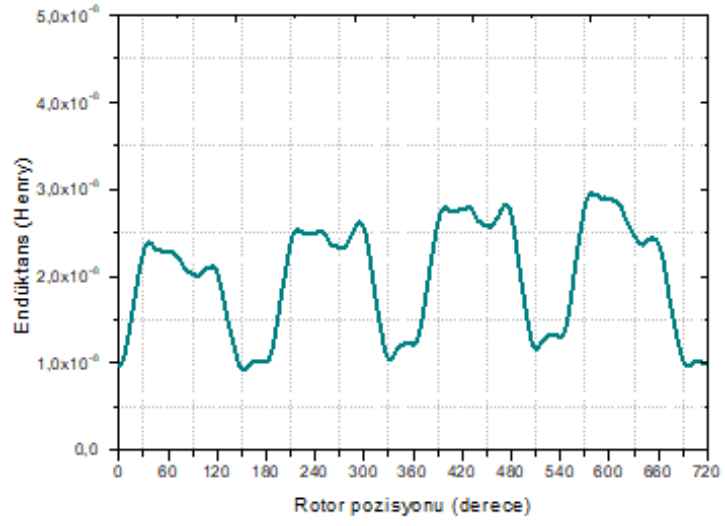


Şekil 3.13. Rotor gözü öz endüktansı.

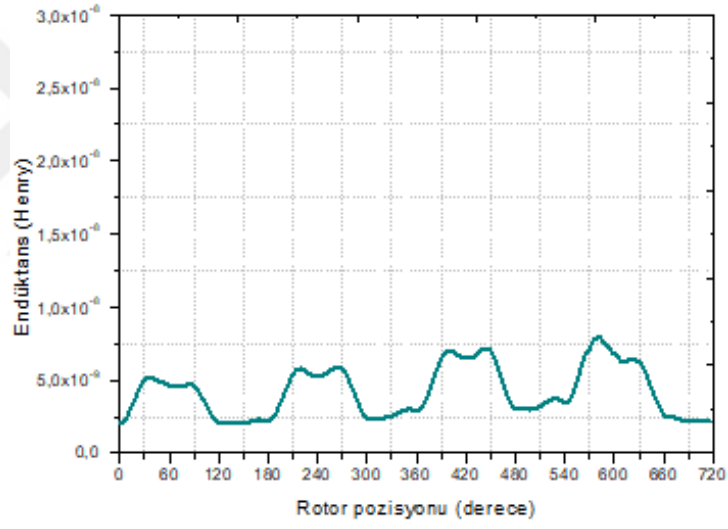
Her bir rotor gözünün birbirleri olan ortak endüktansları ölçme bobini gezdirilerek elde edilmiş ve ortak endüktansların rotorun elektriksel konumuna göre değişimi Şekil 3.14 ile Şekil 3.26’da verilmiştir.



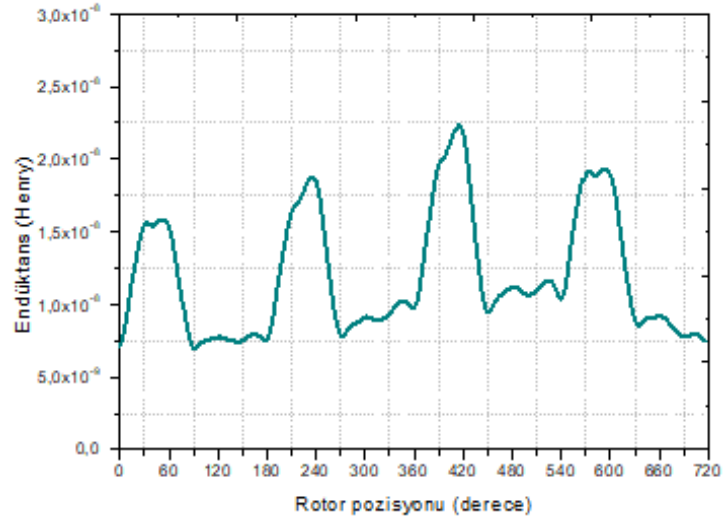
Şekil 3.14. 1-2. göz arasındaki ortak endüktans.



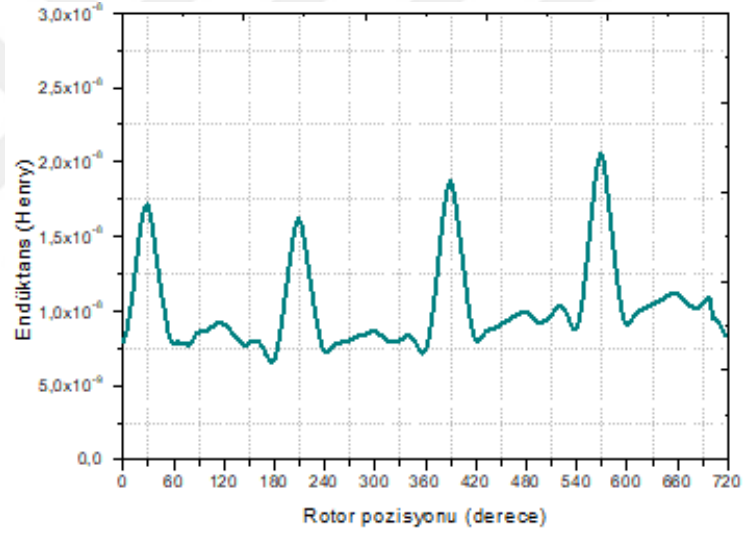
Şekil 3.15. 1-3 arasındaki ortak endüktans.



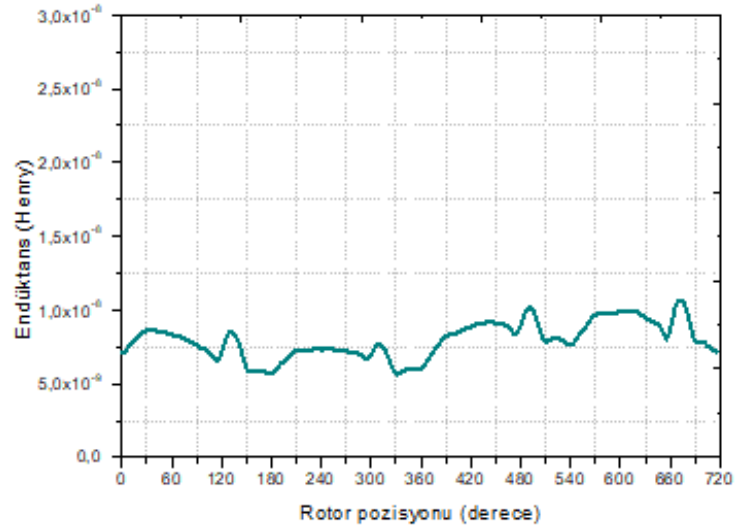
Şekil 3.16. 1-4 arasındaki ortak endüktans.



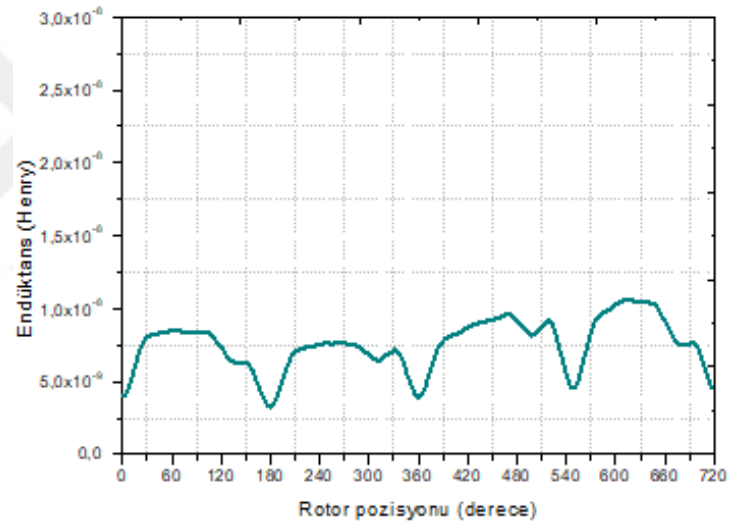
Şekil 3.17. 1-5 arasındaki ortak endüktans.



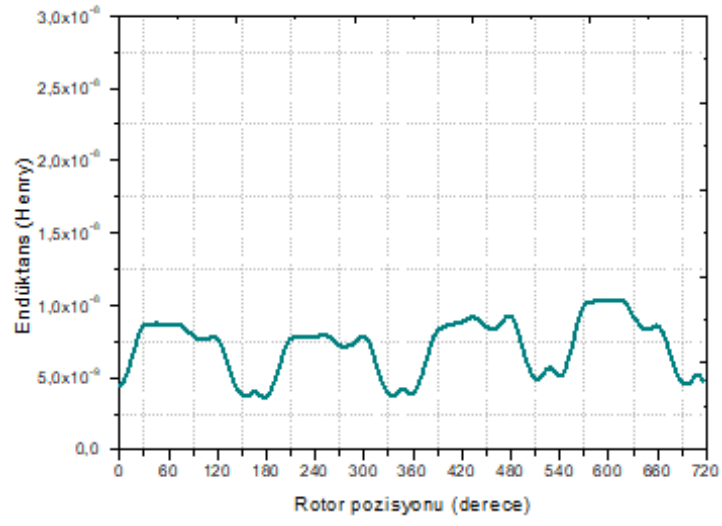
Şekil 3.18. 1-6 arasındaki ortak endüktans.



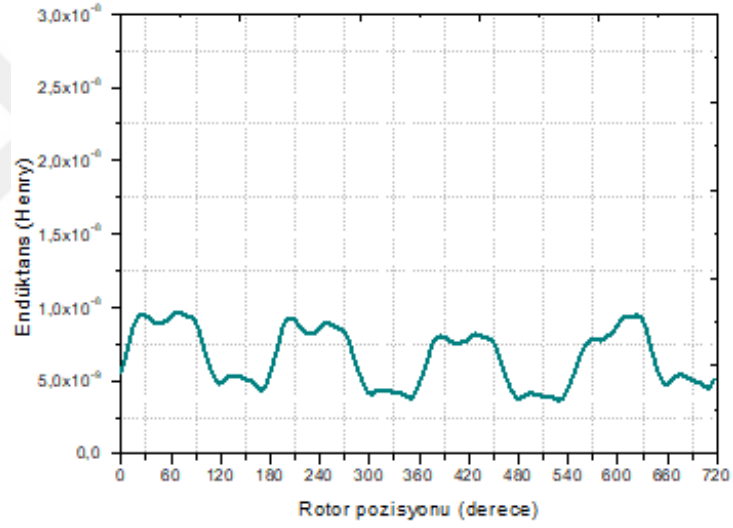
Şekil 3.19. 1-7 arasındaki ortak endüktans.



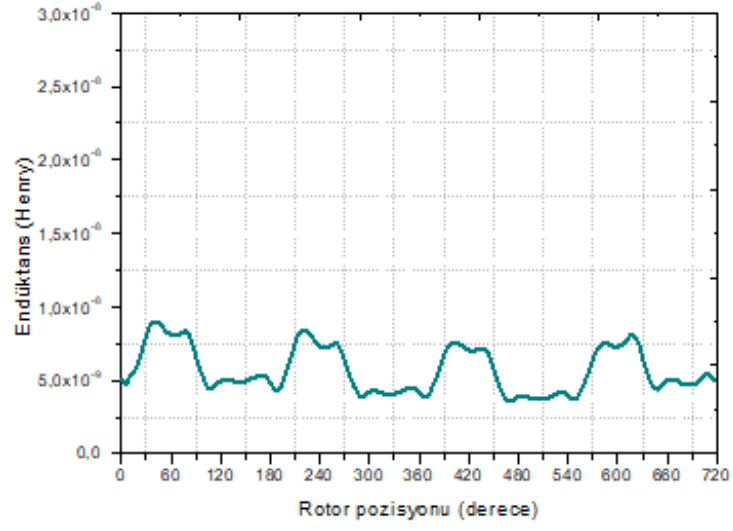
Şekil 3.20. 1-8 arasındaki ortak endüktans.



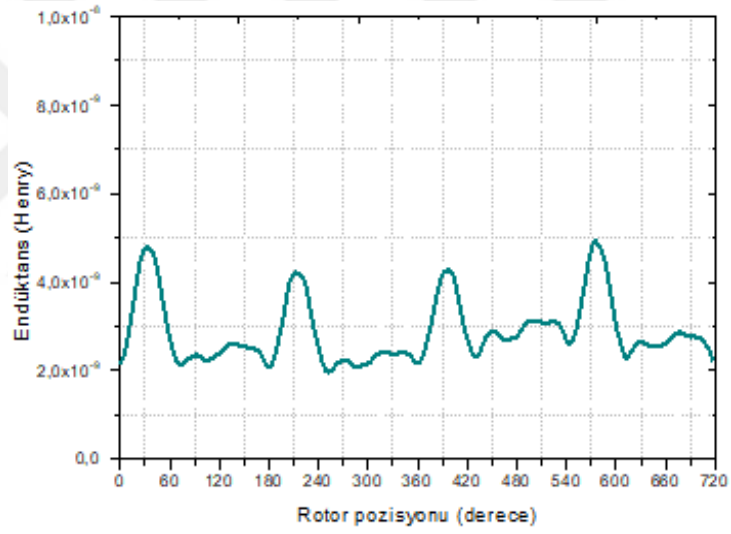
Şekil 3.21. 1-9 arasındaki ortak endüktans.



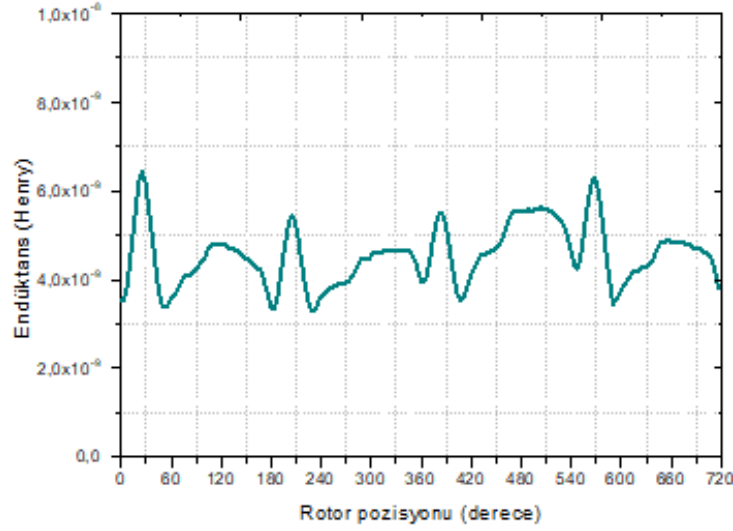
Şekil 3.22. 1-10 arasındaki ortak endüktans.



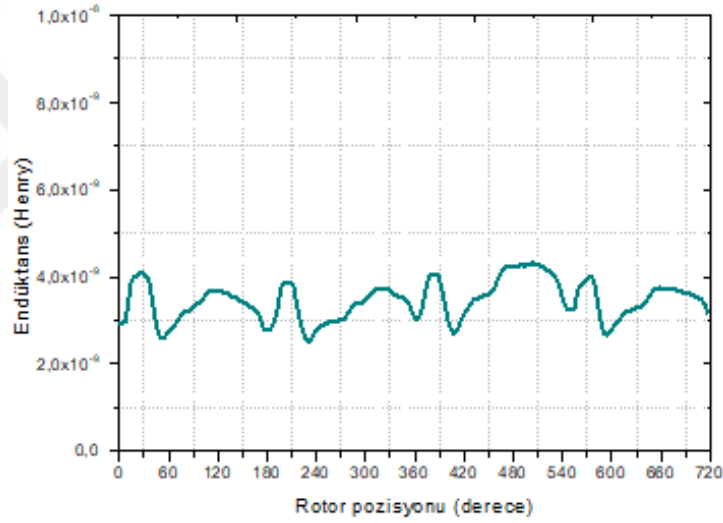
Şekil 3.23. 1-11 arasındaki ortak endüktans.



Şekil 3.24. 1-12 arasındaki ortak endüktans.



Şekil 3.25. 1-13 arasındaki ortak endüktans.



Şekil 3.26. 1-14 arasındaki ortak endüktans.

Elektrik makinalarında çalışma büyüklüklerinin hesaplanmasındaki doğruluk derecesi endüktansların doğru olarak bilinmesi ile orantılıdır. Bu amaçla bu bölümde motorun stator sargısı sargı başı ve gölge kutuplu sargının sargı başı endüktansları hesaplanmıştır. Stator sargısının öz endüktansı ve kaçak endüktansı kurulan deney düzeneği yardımıyla elde edilmiştir. Stator sargısı öz endüktansı ikinci bir yöntemle üstel deşarj metodu kullanılarak elde edilmiştir. Ayrıca rotor gözünün öz endüktansı rotor konumunun bir fonksiyonu olarak tespit edilmiştir. Ortak endüktansların tespiti için gölge kutuplu motorun rotoru sincap kafessiz olarak ürettirilmiştir. Bu rotor kullanılarak stator sargısı ile rotor gözü arasındaki, bir rotor gözü ile gölge kutup

halkası arasındaki ve bir rotor gözünün diğer rotor gözleri ile arasındaki ortak endüktansları tespit edilmiştir.



BÖLÜM 4

MOTORUN ENDÜKTANS PARAMETRELERİNİN HARMONİK ANALİZLERİ

3. bölümde hesaplanan stator sargısı-rotor gözü, yarık kutup halkası-rotor gözü arasındaki ortak endüktanslar ve rotor gözleri arasındaki ortak endüktanslar rotorun konumu ile değişmektedir. Bu kısımda elde edilen ortak endüktansların harmonik analizleri gerçekleştirilerek harmonik bileşenleri çıkarılmıştır.

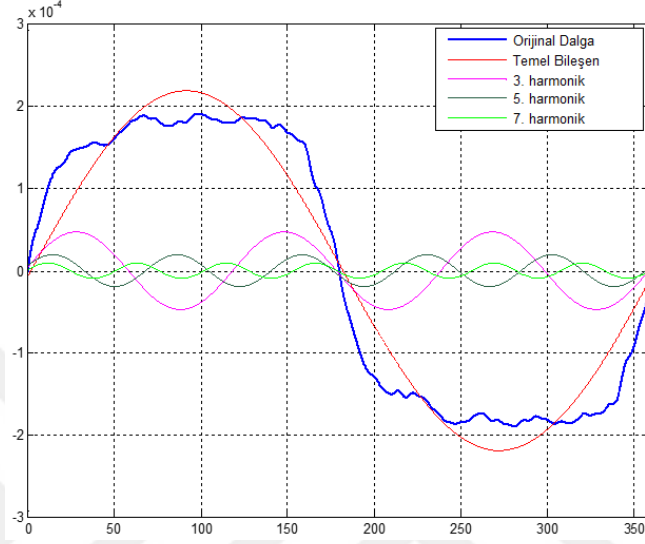
4.1. ASENKRON MOTORLARDA HARMONİK KAVRAMI

Elektrik enerji sistemlerinde harmonikler, temel frekansın ya da üretilen frekansın tam katları olup temel gerilimde ve yük akımında bozulmalara sebep olurlar. Harmonikli bileşenlerin mevcut olması temel sinüsoidal dalganın bozulması anlamına gelmektedir. Harmonikler, generatörün geriliminde dalga şeklinin bozulmasına, enerjinin üretim iletim ve dağıtımında kayıpların oluşmasına, makinaların gürültü çalışmasına neden olmaktadır. Elektrik makinaları açısından değerlendirilirse harmonikler ısı şeklinde açığa çıkan kayıplara neden olurlar. Harmonikler makinanın stator ve rotor sargılarında ek kayıplara neden olurlar [73–78]. Asenkron makinalar için iki çeşit harmonik kavramı mevcuttur. Bunlardan ilki zaman harmoniği, ikincisi ise uzay harmoniğidir [54, 79, 80].

4.1.1. Zaman Harmonikleri

Elektrik makinaları için tanımlanan ilk harmonik kavramı zaman harmoniğidir. Zaman harmoniği, kaynağın sinüs biçiminden uzak olmasından kaynaklanan harmonikleridir. Günümüzde yarı iletken devre elemanlarının ve nonlineer yüklerin artması harmonik bileşenlerin artmasına neden olmaktadır. Bu harmonikler makinanın verimini düşürmekle birlikte milde titreşime ve gürültüye neden olmaktadır [81].

Harmonikler, temel frekans dalga formunda üst üste binen farklı frekanslı periyodik bileşenler olarak anlaşılabilir [82]. Stator-rotor endüktansının dalga şeklinin harmonikli bileşenlerin toplamı olarak verilmiş biçimi Şekil 4.1’de gösterilmiştir. Burada ortak endüktans 1., 3., 5. ve 7. harmoniklerin toplamı olduğu görülmektedir.



Şekil 4.1. Endüktansın harmonik bileşenleri.

4.1.2. Uzak Harmonikleri

Uzak harmonikleri zaman harmoniklerinden bağımsız olarak makinanın geometrisine bağlıdır. Uzak harmonikleri konuma ve uygulanan akımın değişimine bağlıdır. Uzak harmonikleri, genelde makine tasarımcıları tarafından zaman harmoniklerinden bağımsız olarak irdelenirler. Uygulanan gerilim sinüsoidal bile olsa mmk’de harmonik bileşenler içerebilir. Stator mmk’indeki düşük ve yüksek mertebeden uzak harmonikleri rotora göre farklı hızlarda dönerler. Bu nedenle uzak harmonikleri akustik gürültü, titreşime ve nüvenin bazı bölgelerinde doyuma neden olabilirler. Uzak harmoniklerinin etkisini optimize edebilmek için sargı konfigürasyonunda veya makinanın yapısında değişim gerçekleştirilebilir [54, 56, 80, 83–85].

4.2. ROTOR KONUMU İLE DEĞİŞEN ENDÜKTANSLARIN FOURIER SERİLERİ İLE GÖSTERİMİ

Stator sargısı-rotor gözü, gölge kutup halkası-rotor gözü arasındaki ortak endüktanslar ve rotor gözleri arasındaki ortak endüktansların rotor konumu ile değişimleri 3. bölümde elde edilmişti. Bu endüktansların akım, moment vb. hesaplamalarda kullanılabilmesi için rotor konumuna bağlı olarak ifade edilmeleri gerekmektedir. Elde edilen dalga şekilleri sinüsel olmayan dalga şekilleridir. Bu dalga şekilleri Fourier serileri ile ifade edilebilir. Periyodik sinyaller, farklı frekanstaki sinüs bileşenlerinin toplamı şeklinde ifade edilebilirler. Bu sinüslü ifadelerin her biri Fourier bileşenleri olarak adlandırırken bu seri de Fourier serisi olarak adlandırılır. Fourier serisinin katsayıları ölçme yöntemi, grafiksel yöntem ve analitik yöntemlerle elde edilebilir [86, 87].

Grafiksel yöntemde sinüsoidal olmayan dalga eşit aralıklı dikey parçalara bölünerek her birinin ortalama değeri belirlenir. Elde edilen ortak endüktans dalga şekli matematiksel olarak Fourier serisi ile Denklem 4.1'deki gibi ifade edilebilir.

$$M(\theta) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta) \quad (4.1)$$

Denklemde M ortak endüktans değerini θ elektriksel derece olarak ifade edilen uzay açısı, n harmonik numarası, A_0 ortak endüktansın ortalama değeri ve A_n ve B_n fourier katsayılarıdır. Fourier katsayıları Denklem 4.2 ve Denklem 4.3 kullanılarak ifade edilebilir.

$$A_n = \frac{2}{m} \sum_{k=1}^m (y_k \times \cos(n \times \theta_k)) \quad (4.2)$$

ve

$$B_n = \frac{2}{m} \sum_{k=1}^m (y_k \times \sin(n \times \theta_k)) \quad (4.3)$$

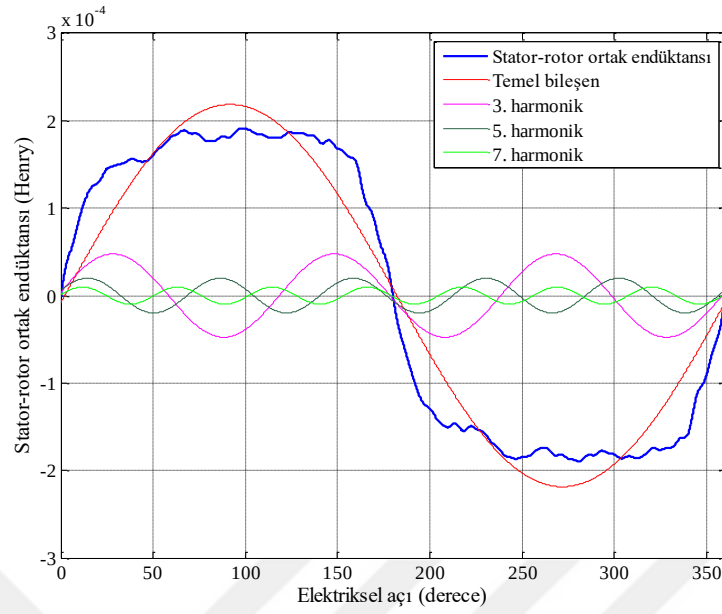
Denklemlerde m dalga'nın dikey olarak bölünme sayısını (örnekleme sayısı), θ_k her bir parçanın ortasındaki x eksenine ait değeri ($k= 1, 2, \dots, m$), y_k her bir θ_k 'ye karşılık gelen endüktans değerini ve n harmonik derecesini göstermektedir. Belirlenen Fourier katsayılarını kullanarak endüktans fonksiyonu Denklem 4.4'deki gibi yazılabilir [55, 88, 89].

$$M(\theta) = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \cdot \sin \left[\theta + \tan^{-1} \left(\frac{B_1}{A_1} \right) \right] + \dots + \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \cdot \sin \left[\theta + \tan^{-1} \left(\frac{B_n}{A_n} \right) \right] \quad (4.4)$$

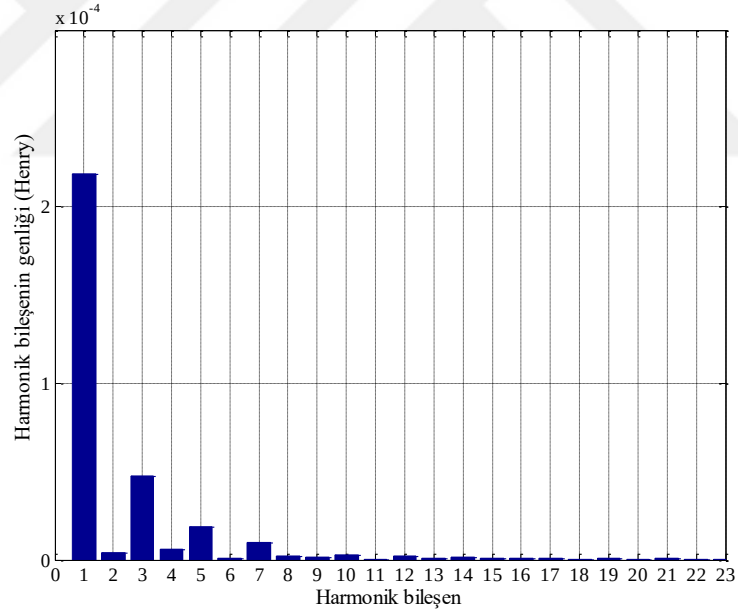
Burada dikey olarak bölünme sayısı Fourier katsayılarının doğruluğunu direkt olarak etkilemektedir. Bölünme sayısının artması işlem sayısını arttırsa da doğruluğu da arttırmaktadır. Dolayısıyla çalışmada kurulan deney düzeneğinde adım açısı $1,8^\circ$ mekaniksel olarak belirlenmiş, elektriksel olarak da $3,6^\circ$ olmuştur.

Analizi gerçekleştirilecek olan endüktans eğrisine ait fonksiyonun Fourier serisine ait bileşenler elde edilirken terimlerin hepsi bulunmayabilir. İşlem kolaylığı açısından eğriye bakılarak serinin hangi terimlerden oluştuğu tespit edilebilir. Stator-rotor ortak endüktansı ve gölge kutup halkası ile rotor gözü ortak endüktansı yatay eksene göre simetrik olduğundan bu endüktanslar tek harmoniklere sahiptirler. Rotor öz endüktansı ve rotor gözleri ortak endüktansları dikey eksene göre simetrik olduğundan çift harmoniklere sahip olacaktır [90, 91]. Ayrıca rotor özendüktansı ve rotor gözleri ortak endüktansları DA bileşene sahip olduğundan bu bileşen harmonik spektrumunda ortalama değer (0. bileşen) olarak adlandırılacaktır.

Stator-rotor endüktansı dalga şekli Fourier analizi yapılarak 51. harmoniğe kadar incelenmiştir. Dalga şeklinin harmoniklerin toplamı olarak gösterimi Şekil 4.2'de harmonik bileşenlerin 23. harmoniğe kadar olan bar grafiği ise Şekil 4.3'de verilmiştir.



Şekil 4.2. Stator-rotor ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi.



Şekil 4.3. Stator-rotor ortak endüktansı harmonik spektrumu.

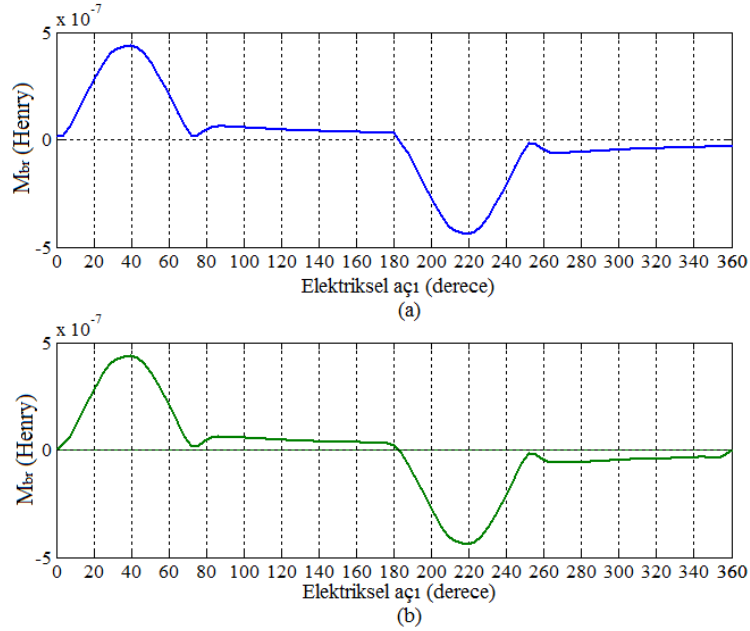
Elde edilen harmonik dağılımı incelendiğinde özellikle 3. harmonik değeri baskın olduğu görülmektedir. Tek harmonikler de ilk 15 harmoniğin etkin olduğu gözlenmiştir. 15. harmonikte temel harmonik %100 alındığında %0,8'in altına düştüğü görülmektedir. Tek harmoniklerin % cinsinden etkisinin özeti Çizelge 4.1'de verilmiştir. Matematiksel kolaylık açısından elde edilen değer 10^5 ile çarpılarak ifade

edilmiştir. Çizelge incelendiğinde en etkili harmoniklerin 3., 5. ve 7. harmonikler olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.1. Stator rotor ortak endüktansı harmonik bileşenlerin oranı.

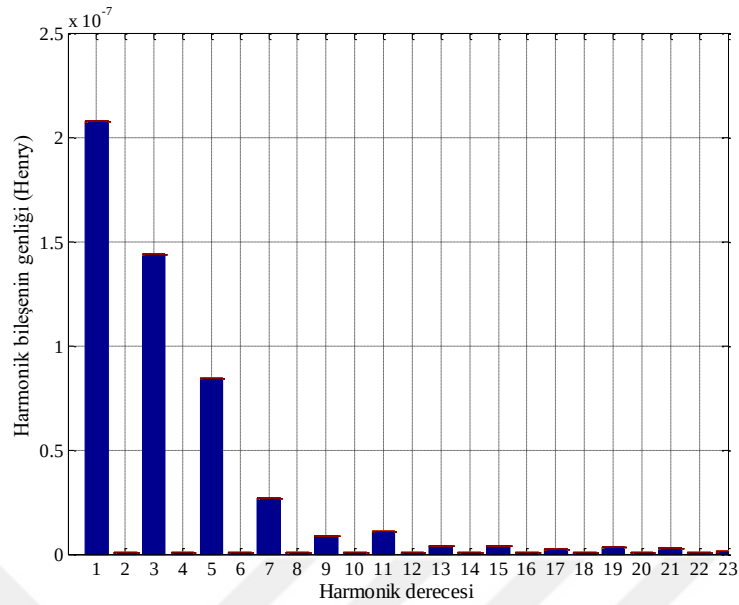
n	$M_{ar} \times 10^5$ (Henry)	Yüzde harmonik oranı	n	$M_{ar} \times 10^5$ (Henry)	Yüzde harmonik oranı
1	21,856	%100	13	0,251	%1,15
3	4,757	%21,76	15	0,178	%0,82
5	1,983	%9,07	17	0,108	%0,5
7	0,973	%4,45	19	0,099	%0,45
9	0,295	%1,35	21	0,111	%0,51
11	0,265	%1,21	23	0,058	%0,27

Gölge kutup-rotor ortak endüktansının deney ile elde edilen dalga şekli Şekil 4.4a’da ve harmonikli bileşenler cinsinden toplamı Şekil 4.4b’de verilmiştir.



Şekil 4.4. Gölge kutup halkası-bir rotor gözü ortak endüktansı a) deneyde elde edilen, b) harmonikli bileşenlerin toplamı.

Gölge kutup halkası-bir rotor gözü ortak endüktansının Fourier analizi sonucunda elde edilen harmonik spektrumu Şekil 4.5’de verilmiştir.



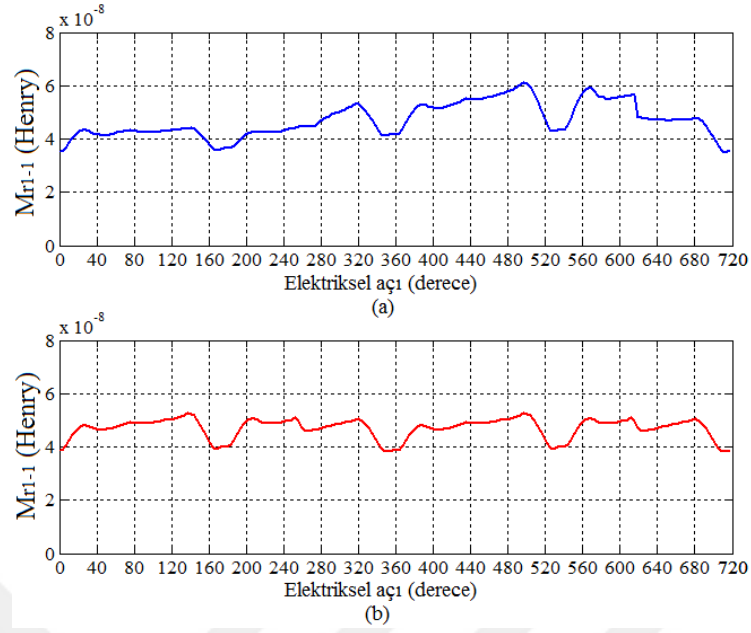
Şekil 4.5. Gölge kutup-rotor gözü ortak endüktansı dalga şekli harmonik spektrumu.

Elde edilen harmonik dağılımı incelendiğinde özellikle 3. harmonik değeri baskın olduğu görülmektedir. Harmoniklerin % cinsinden etkisinin özeti Çizelge 4.2’de verilmiştir. Çizelge incelendiğinde en etkili harmoniklerin 3., 5. ve 7. harmonikler olduğu görülmektedir. Ancak 9. ve 11. harmoniklerinde hesaba katılması motor performansının daha doğru hesaplanmasına katkıda bulunacaktır.

Çizelge 4.2. Gölge kutup-rotor ortak endüktansı harmonik bileşenlerin oranı.

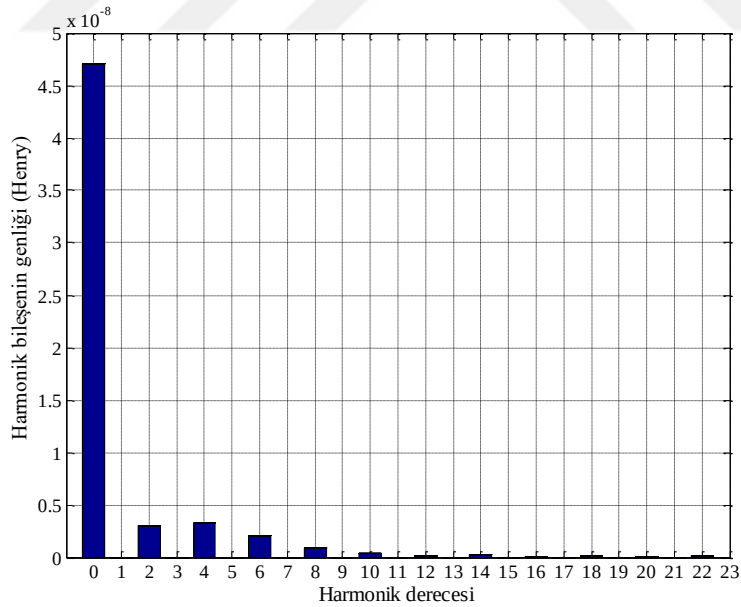
n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı	n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı
1	$2,07 \times 10^{-7}$	%100	13	$4,09 \times 10^{-9}$	%1,96
3	$1,43 \times 10^{-7}$	%69,12	15	$3,81 \times 10^{-9}$	%1,82
5	$8,42 \times 10^{-8}$	%40,4	17	$2,62 \times 10^{-9}$	%1,26
7	$2,07 \times 10^{-7}$	%12,87	19	$3,02 \times 10^{-9}$	%1,53
9	$8,65 \times 10^{-9}$	%4,15	21	$2,77 \times 10^{-9}$	%1,32
11	$1,06 \times 10^{-8}$	%5,09	23	$1,48 \times 10^{-9}$	%0,71

Rotor gözünün öz endüktansının rotor konumuna göre değişimi ile elde edilen dalga şekli ve Fourier bileşenlerin toplamı olarak elde edilen dalga şekli Şekil 4.6’da verilmiştir.



Şekil 4.6. Bir rotor gözünün öz endüktansının rotor konumu ile değişimi a) deneysel olarak elde edilen, b) Fourier bileşenleri toplamı.

Fourier analizi sonucunda elde edilen harmonik spektrumu Şekil 4.7’de verilmiştir.



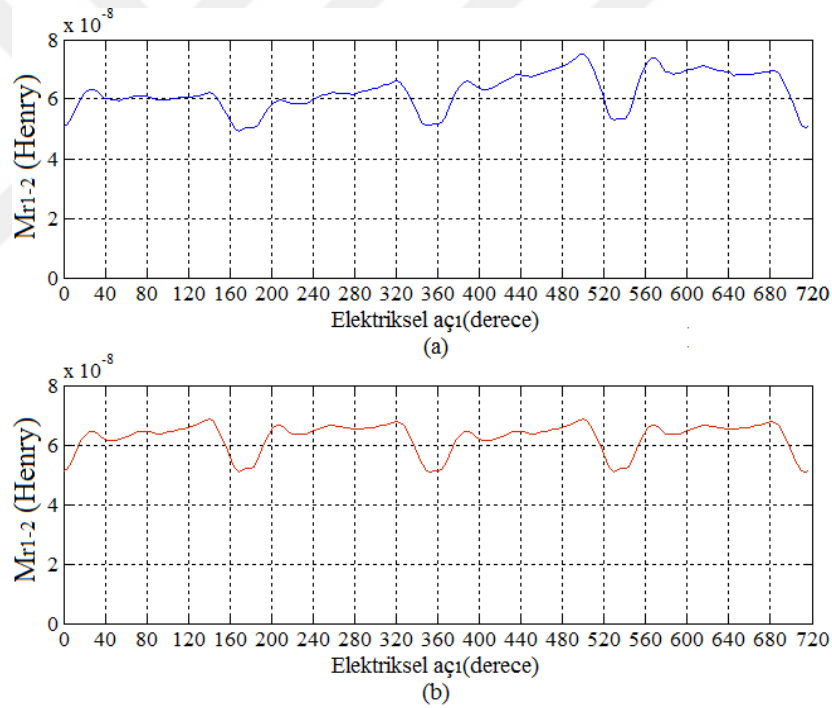
Şekil 4.7. Rotor gözü öz endüktansı harmonik spektrumu.

Harmonik dağılımında 0. harmonik DA bileşeni göstermektedir. Harmoniklerin % cinsinden etkisinin özeti Çizelge 4.3’de verilmiştir. Çizelge incelendiğinde 2., 4., 6. ve 8. harmoniklerin %1’in üzerinde olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.3. Rotor gözü öz endüktansı harmonik bileşenlerin oranı.

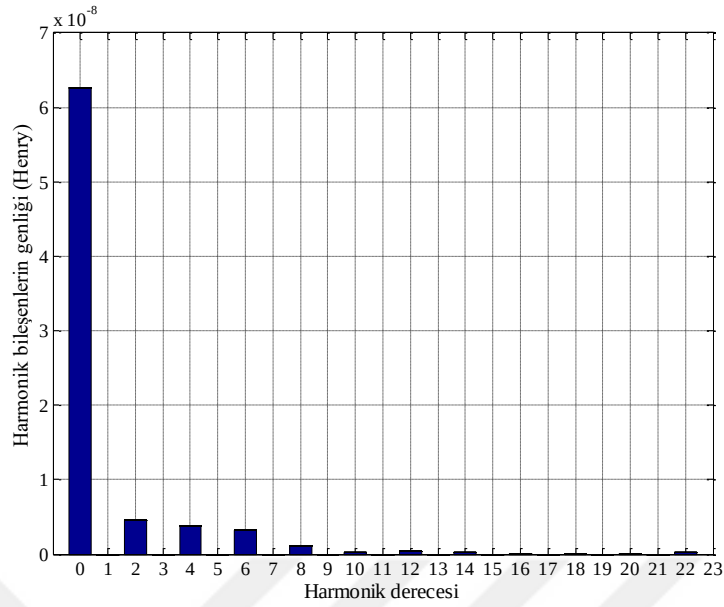
n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı	n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı
0	$4,70 \times 10^{-8}$	%100	12	$2,11 \times 10^{-10}$	%0,44
2	$3,06 \times 10^{-9}$	%6,51	14	$2,71 \times 10^{-10}$	%0,57
4	$3,19 \times 10^{-9}$	%6,78	16	$6,61 \times 10^{-11}$	%0,14
6	$2,08 \times 10^{-9}$	%4,42	18	$1,43 \times 10^{-10}$	%0,30
8	$8,74 \times 10^{-10}$	%1,85	20	$9,63 \times 10^{-11}$	%0,20
10	$3,45 \times 10^{-10}$	%0,73	22	$1,50 \times 10^{-10}$	%0,31

Birinci olarak seçilen rotor gözünün hemen yanında bulunan rotor gözü ile (1-2) olan ortak endüktansının rotor konumuna ile değişimi Şekil 4.8’de verilmiştir.



Şekil 4.8. Rotor 1. gözü ile 2. gözü arasındaki ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi a) deneysel olarak elde edilen, b) Fourier bileşenleri toplamı.

Yapılan Fourier analizi sonucunda elde edilen harmonik spektrumu Şekil 4.9’da ve % cinsinden harmonikler Çizelge 4.4’de verilmiştir.

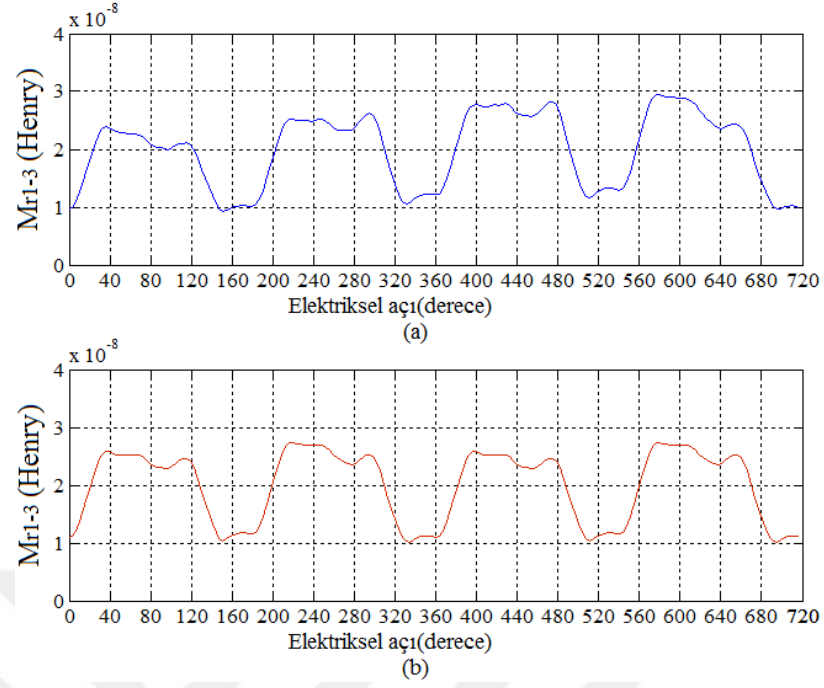


Şekil 4.9. Rotor 1. gözü ile 2. gözü arasındaki ortak endüktansın harmonik spektrumu.

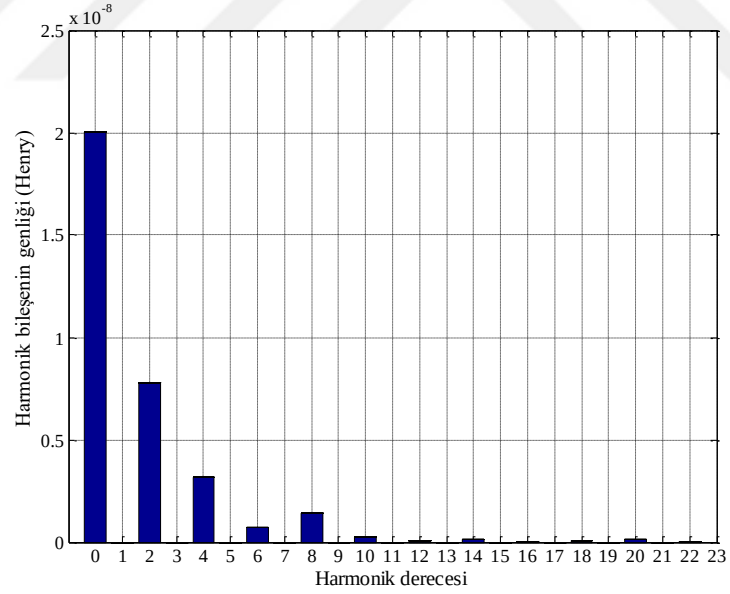
Çizelge 4.4. Rotor 1. gözü ile-2. gözü ortak endüktansı harmonik bileşenlerinin oranı.

n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı	n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı
0	$6,25 \times 10^{-8}$	%100	12	$3,71 \times 10^{-10}$	%0,59
2	$4,56 \times 10^{-9}$	%7,29	14	$2,35 \times 10^{-10}$	%0,37
4	$3,83 \times 10^{-9}$	%6,12	16	$7,14 \times 10^{-11}$	%0,11
6	$3,17 \times 10^{-9}$	%5,07	18	$1,29 \times 10^{-10}$	%0,20
8	$1,12 \times 10^{-9}$	%1,79	20	$1,48 \times 10^{-10}$	%0,23
10	$1,72 \times 10^{-10}$	%0,27	22	$1,68 \times 10^{-10}$	%0,26

Rotor 1. gözü ile 2. gözü arasındaki ortak endüktansında baskın olan harmonikler 2., 4., 6., ve 8. harmoniklerdir. Rotor 1. gözü ile 3. gözü arasındaki ortak endüktansının rotor konumunu ile değişimi Şekil 4.10’da ve dalga şeklinin Fourier analizleri sonucu elde edilen harmonik spektrumu Şekil 4.11’de verilmiştir.



Şekil 4.10. Rotor 1. gözü ile 3. gözü arasındaki ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi a) deneysel olarak elde edilen, b) Fourier bileşenleri toplamı.



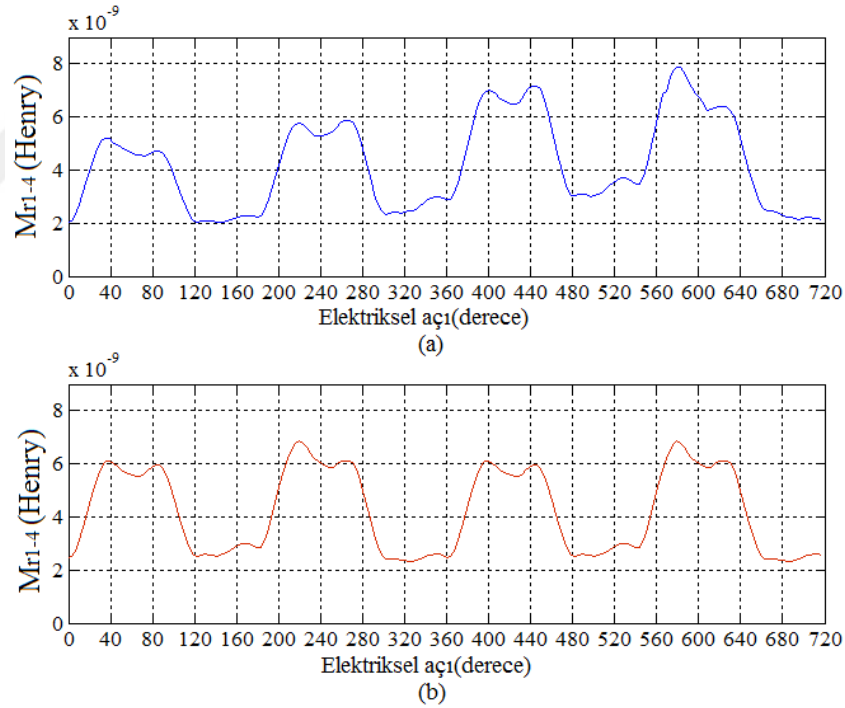
Şekil 4.11. Rotor 1. gözü ile 3. gözü arasındaki ortak endüktansının harmonik spektrumu.

Harmonik bileşenlerin % cinsinden değişimi Çizelge 4.5’de verilmiştir.

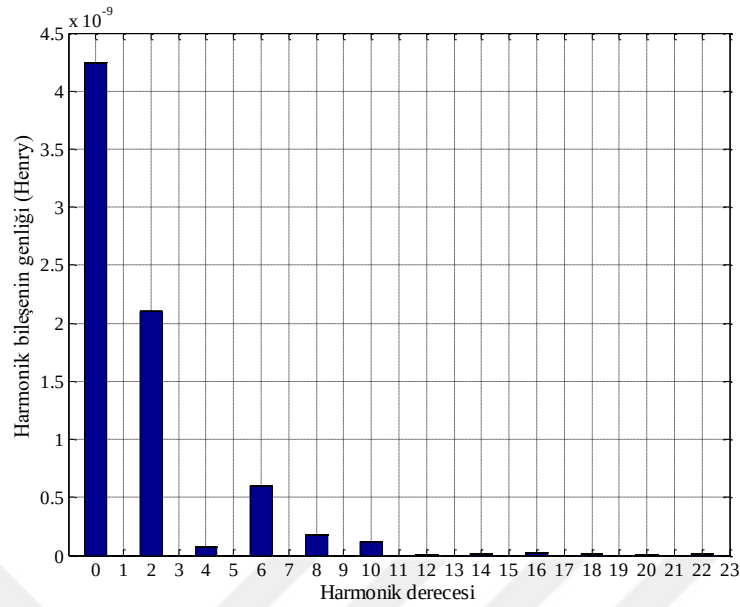
Çizelge 4.5. Rotor 1. gözü ile 3. gözü ortak endüktansı harmonik bileşenlerinin oranı.

n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı	n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı
0	$2,00 \times 10^{-8}$	%100	12	$6,38 \times 10^{-11}$	%0,31
2	$7,79 \times 10^{-9}$	%38,95	14	$1,20 \times 10^{-10}$	%0,6
4	$3,15 \times 10^{-9}$	%15,75	16	$4,22 \times 10^{-11}$	%0,21
6	$7,37 \times 10^{-10}$	%3,68	18	$5,57 \times 10^{-11}$	%0,27
8	$1,42 \times 10^{-9}$	%7,1	20	$1,20 \times 10^{-10}$	%0,6
10	$2,34 \times 10^{-10}$	%1,17	22	$3,11 \times 10^{-11}$	%0,15

Rotor 1. gözü ile 4. gözü arasındaki ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi Şekil 4.12’de ve dalga şeklinin Fourier analizleri sonucu elde edilen harmonik spektrumu Şekil 4.13’de verilmiştir.



Şekil 4.12. Rotor 1. gözü ile 4. gözü arasındaki ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi a) deneysel olarak elde edilen, b) Fourier bileşenleri toplamı.



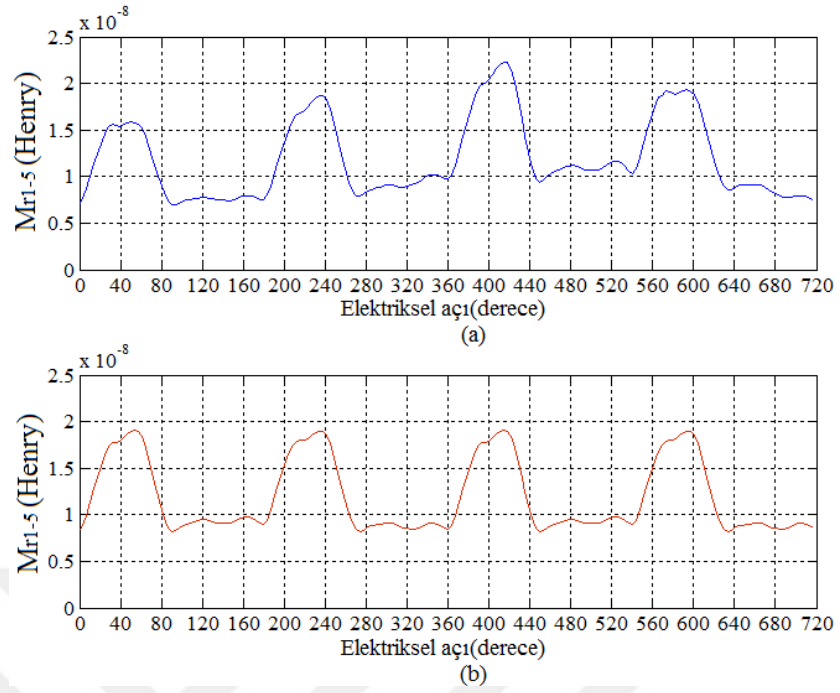
Şekil 4.13. Rotor 1. gözü ile 4. gözü ortak endüktansının harmonik spektrumu.

Harmonik bileşenlerin % cinsinden değişimi Çizelge 4.6’da verilmiştir.

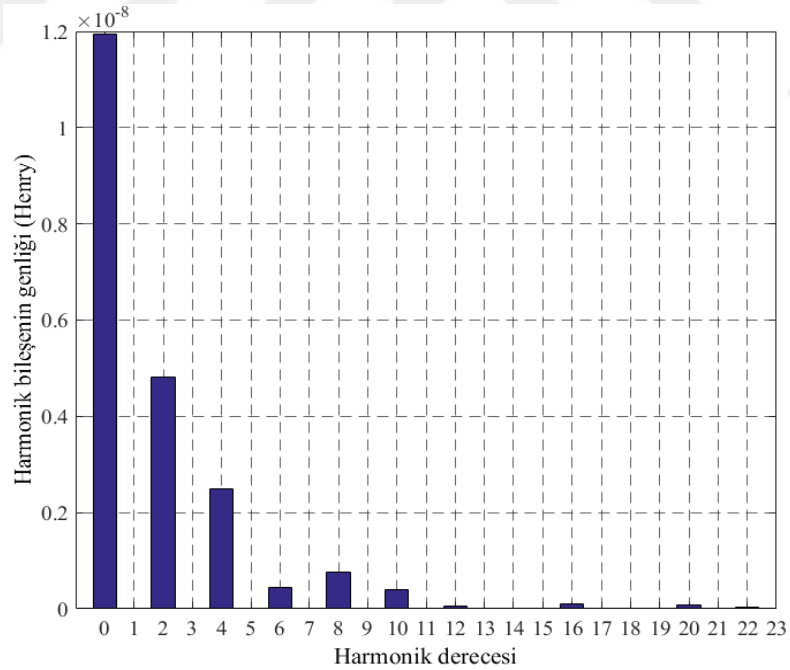
Çizelge 4.6. Rotor 1. gözü ile 4. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenlerinin oranı.

n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı	n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı
0	$4,24 \times 10^{-9}$	%100	12	$7,41 \times 10^{-12}$	%0,17
2	$2,10 \times 10^{-9}$	%49,5	14	$1,34 \times 10^{-11}$	%0,31
4	$6,77 \times 10^{-11}$	%1,59	16	$2,68 \times 10^{-11}$	%0,63
6	$5,94 \times 10^{-10}$	%14,00	18	$1,45 \times 10^{-11}$	%0,34
8	$1,76 \times 10^{-10}$	%4,15	20	$7,70 \times 10^{-12}$	%0,18
10	$1,15 \times 10^{-10}$	%2,71	22	$1,54 \times 10^{-11}$	%0,36

Rotor 1. gözü ile 4. gözü ortak endüktansında özellikle 2. harmonik baskın durumdadır. Bu kısımda da %1 üstünde 4., 6., 8. ve 10. harmonik elde edilmiştir. Rotor 1. gözü ile 5. gözü ortak endüktansının rotor konumuna ile değişimi Şekil 4.14’de ve dalga şeklinin Fourier analizleri sonucu elde edilen harmonik spektrumu Şekil 4.15’de verilmiştir.



Şekil 4.14. Rotor 1. gözü ile 5. gözü ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi a) deneysel olarak elde edilen, b) Fourier bileşenleri toplamı.



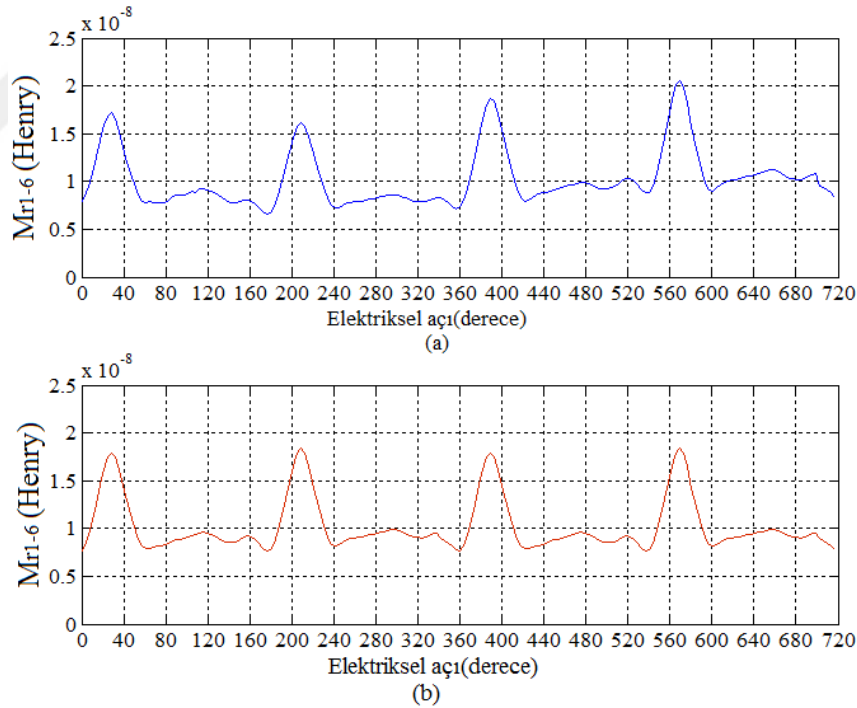
Şekil 4.15. Rotor 1. gözü ile 5. gözü ortak endüktansının harmonik spektrumu.

Harmonik bileşenlerin % cinsinden değişimi Çizelge 4.7’de verilmiştir.

Çizelge 4.7. Rotor 1. gözü ile 5. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenlerinin oranı.

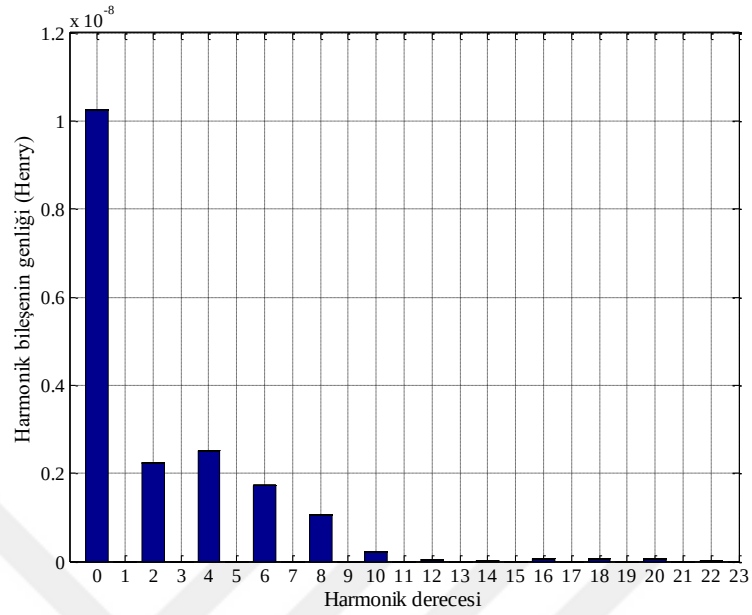
n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı	n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı
0	$1,19 \times 10^{-8}$	%100	12	$4,87 \times 10^{-11}$	%0,40
2	$4,82 \times 10^{-9}$	%40,5	14	$1,22 \times 10^{-11}$	%0,1
4	$2,48 \times 10^{-9}$	%20,84	16	$9,91 \times 10^{-11}$	%0,83
6	$4,37 \times 10^{-10}$	%3,67	18	$1,39 \times 10^{-11}$	%0,11
8	$7,73 \times 10^{-10}$	%6,49	20	$7,05 \times 10^{-11}$	%0,59
10	$4,05 \times 10^{-10}$	%3,4	22	$4,52 \times 10^{-11}$	%0,37

Rotor 1. gözü ile 5. gözü ortak endüktansında özellikle 2. ve 4. harmonik baskın durumdadır. Bu kısımda da %1 üstünde 6., 8. ve 10. harmonik elde edilmiştir. 1. ve 6. göz arasındaki ortak endüktansın rotorun elektriksel konumuna göre değişimi ve Fourier bileşenlerin toplamı olarak elde edilen dalga şekli verilmiştir.



Şekil 4.16. 1. ve 6. göz arasındaki ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi a) deneysel olarak elde edilen, b) Fourier bileşenleri toplamı.

Elde edilen dalga şeklinin Fourier analizleri sonucu elde edilen harmonik spektrumu Şekil 4.17’de ve % cinsinden bileşenlerin büyüklükleri Çizelge 4.8’de verilmiştir.

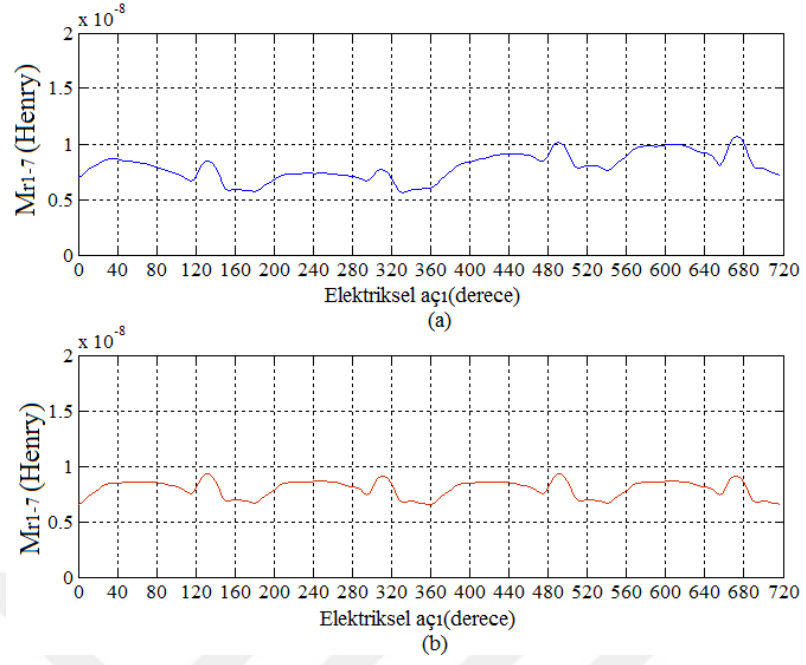


Şekil 4.17. Rotor 1. gözü ile 6. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenleri.

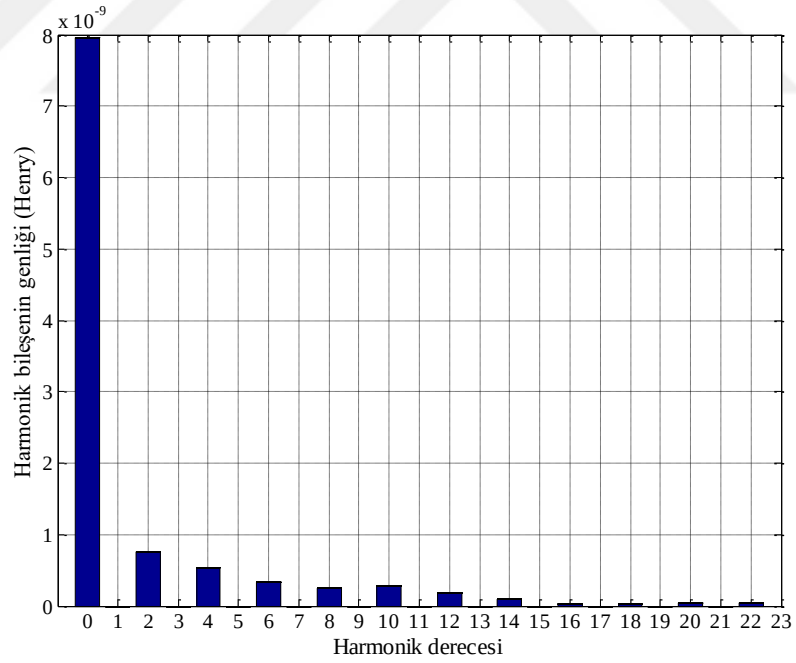
Çizelge 4.8. Rotor 1. gözü ile 6. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenlerinin oranı.

n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı	n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı
0	$1,02 \times 10^{-8}$	%100	12	$2,89 \times 10^{-11}$	%0,28
2	$2,23 \times 10^{-9}$	%21,8	14	$2,32 \times 10^{-11}$	%0,22
4	$2,52 \times 10^{-9}$	%24,7	16	$6,68 \times 10^{-11}$	%0,65
6	$1,71 \times 10^{-9}$	%16,7	18	$6,48 \times 10^{-11}$	%0,63
8	$1,05 \times 10^{-9}$	%10,29	20	$7,04 \times 10^{-11}$	%0,69
10	$2,18 \times 10^{-10}$	%2,13	22	$1,38 \times 10^{-11}$	%0,13

Ortak endüktansın rotor 1. gözü ile 7. gözü konumu için değişimi ve Fourier bileşenlerinin toplamı Şekil 4.18’de verilmiştir. Elde edilen bileşenlerin harmonik spektrumu Şekil 4.19’da verilmiştir. Temel dalga ve harmoniklerin % cinsinden oranı Çizelge 4.9’da verilmiştir.



Şekil 4.18. Rotor 1. gözü ile 7. gözü ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi a) deneysel olarak elde edilen, b) Fourier bileşenleri toplamı.

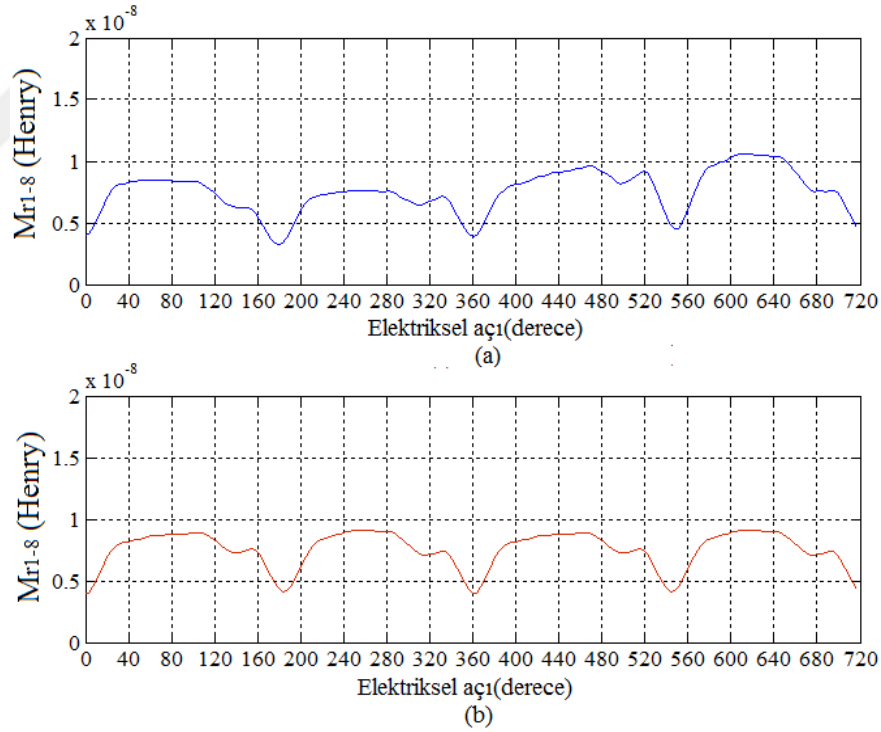


Şekil 4.19. Rotor 1. gözü ile 7. gözü ortak endüktansının harmonik spektrumu.

Çizelge 4.9. Rotor 1. gözü ile 7. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenlerinin oranı.

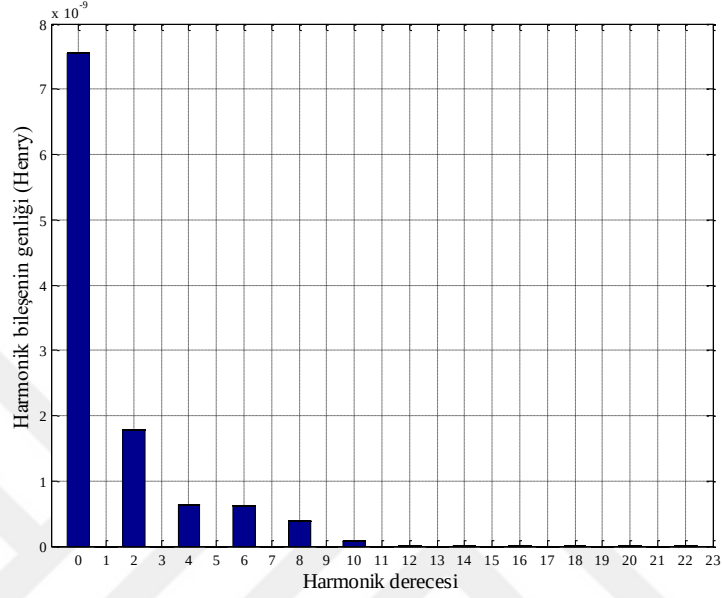
n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı	n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı
0	$7,96 \times 10^{-9}$	%100	12	$1,79 \times 10^{-10}$	%2,24
2	$7,56 \times 10^{-10}$	%9,49	14	$8,57 \times 10^{-11}$	%1,76
4	$5,41 \times 10^{-10}$	%6,79	16	$2,21 \times 10^{-11}$	%0,27
6	$3,37 \times 10^{-10}$	%4,23	18	$1,74 \times 10^{-11}$	%0,21
8	$2,43 \times 10^{-10}$	%3,05	20	$3,79 \times 10^{-11}$	%0,47
10	$2,74 \times 10^{-10}$	%3,44	22	$4,08 \times 10^{-11}$	%0,51

Harmonik bileşenler incelendiğinde 2.-14. harmoniklerin %1'in üzerinde olduğu görülmektedir. Rotor 1. gözü ile 8. gözü ortak endüktansına ait rotorun elektriksel konumuna göre değişen endüktans grafiği ve Fourier bileşenleri olarak toplamı Şekil 4.20'de verilmiştir.



Şekil 4.20. Rotor 1. gözü ile 8. gözü ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi a) deneysel olarak elde edilen, b) Fourier bileşenleri toplamı.

Harmonik analizi ile elde edilen bar grafiği Şekil 4.20’de ve harmoniklerin % olarak oranı Çizelge 4.10’da verilmiştir. Bu ortak endüktansda da 2.-14. harmoniklerin oranı %1’in üzerinde olduğu görülmektedir.

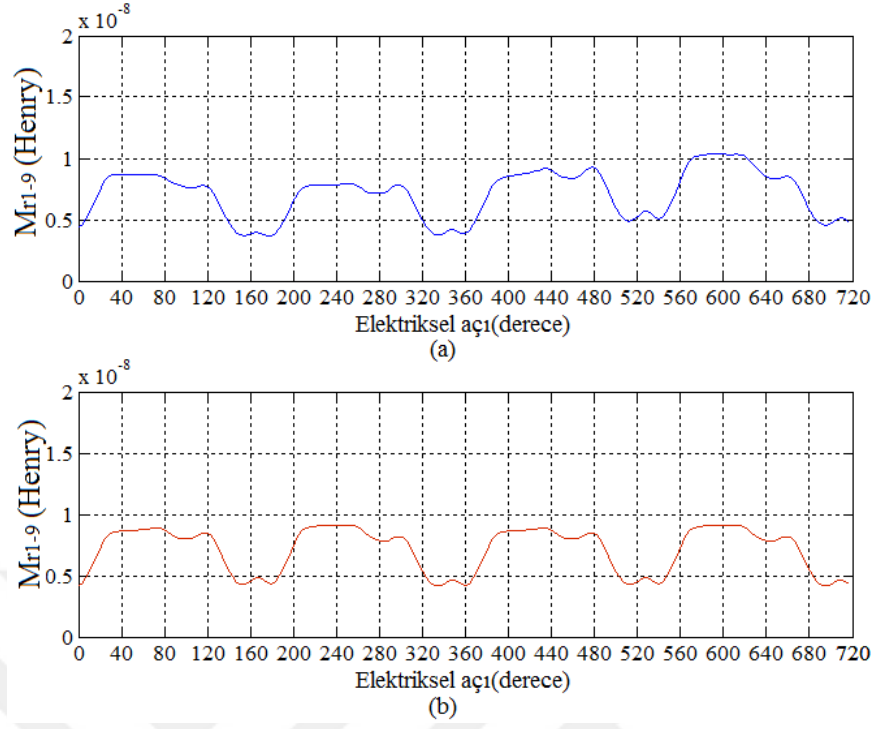


Şekil 4.21. Rotor 1. gözü ile 8. gözü ortak endüktansının harmonik bar grafiği.

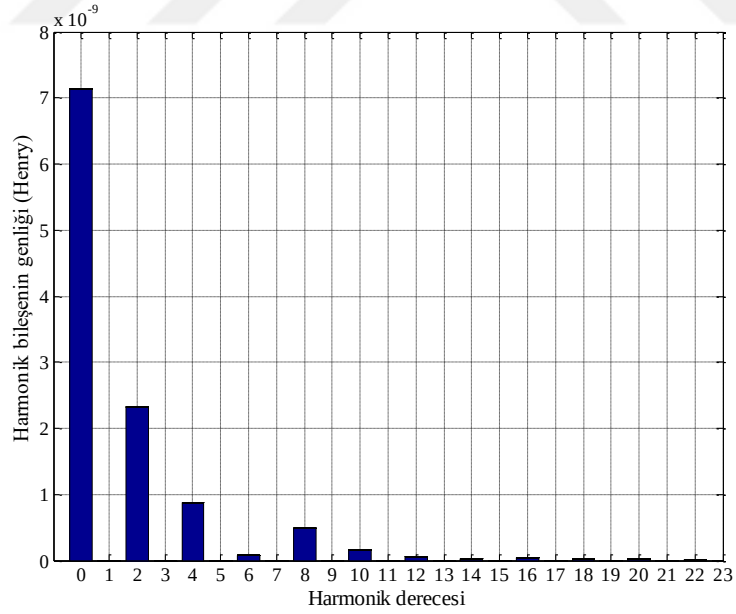
Çizelge 4.10. Rotor 1. gözü ile 8. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenlerinin oranı.

n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı	n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı
0	$7,55 \times 10^{-9}$	%100	12	$1,30 \times 10^{-11}$	%0,17
2	$1,78 \times 10^{-9}$	%23,57	14	$5,14 \times 10^{-12}$	%0,06
4	$6,37 \times 10^{-10}$	%8,43	16	$1,07 \times 10^{-11}$	%0,14
6	$6,29 \times 10^{-10}$	%8,33	18	$3,18 \times 10^{-12}$	%0,04
8	$3,91 \times 10^{-10}$	%5,17	20	$1,68 \times 10^{-11}$	%0,22
10	$8,03 \times 10^{-11}$	%1,06	22	$1,43 \times 10^{-11}$	%0,22

Rotor 1. gözü ile 9. gözü ortak endüktansının değişimi ve Fourier bileşenleri toplamı olarak elde edilen dalga Şekil 4.22’de verilmiştir. Dalga şeklinin Fourier analizi sonucunda elde edilen harmonik spektrumu Şekil 4.23’de verilmiştir. % olarak bileşenlerin değerleri de Çizelge 4.11’de verilmiştir. Özellikle 2. harmonik baskındır ve 4., 6., 8., ve 10. harmonikler %1’in üzerinde elde edilmiştir.



Şekil 4.22. Rotor 1. gözü ile 9. gözü ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi a) deneysel olarak elde edilen, b) Fourier bileşenleri toplamı.

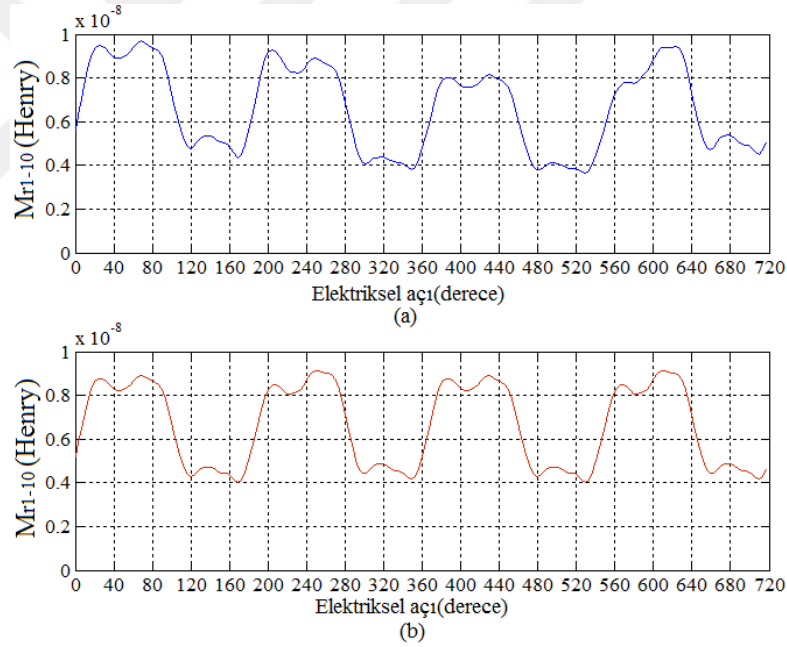


Şekil 4.23. Rotor 1. gözü ile 9. gözü ortak endüktansına ait harmonik spektrumu.

Çizelge 4.11. Rotor 1. gözü ile 9. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenlerinin oranı.

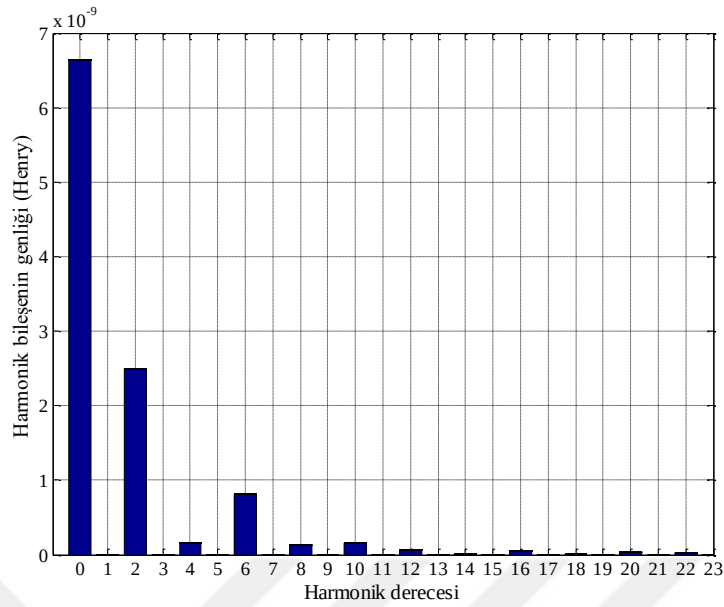
n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı	n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı
0	$7,14 \times 10^{-9}$	%100	12	$5,18 \times 10^{-11}$	%0,72
2	$2,31 \times 10^{-9}$	%32,35	14	$2,35 \times 10^{-11}$	%0,32
4	$8,7 \times 10^{-10}$	%12,18	16	$4,73 \times 10^{-11}$	%0,66
6	$7,56 \times 10^{-11}$	%1,05	18	$1,84 \times 10^{-11}$	%0,25
8	$4,86 \times 10^{-10}$	%6,80	20	$2,57 \times 10^{-11}$	%0,35
10	$1,64 \times 10^{-10}$	%2,29	22	$1,40 \times 10^{-11}$	%0,19

Rotor 1. gözü ile 10. gözü ortak endüktansının rotor konuma göre değişiminin Fourier bileşenleri olarak değişimi Şekil 4.24’de sunulmuştur.



Şekil 4.24. Rotor 1. gözü ile 10. gözü ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi
a) deneysel olarak elde edilen, b) Fourier bileşenleri toplamı.

Bu ortak endüktansa ait harmonik spektrumu Şekil 4.25’de verilmiştir. % olarak harmoniklerin değeri Çizelge 4.12’de verilmiştir. 2.-10. harmonikler %1’in üstünde elde edilmiştir.

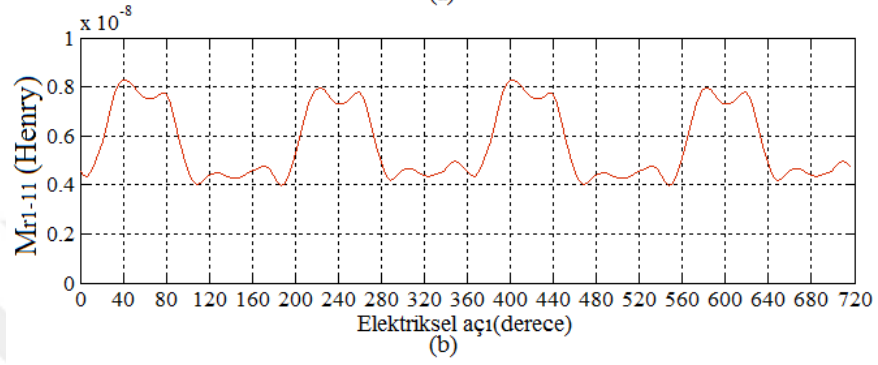
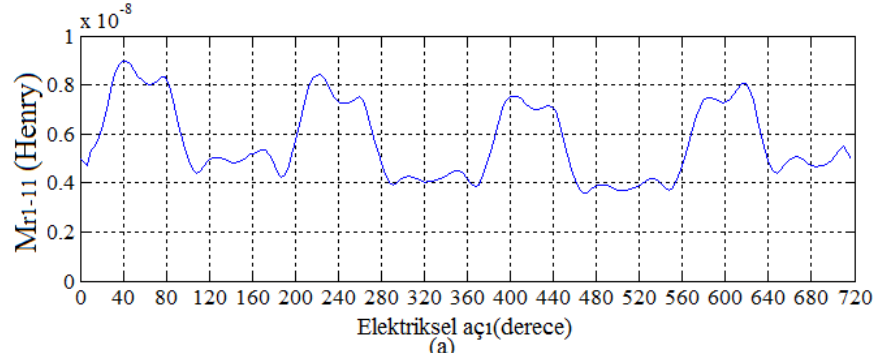


Şekil 4.25. Rotor 1. gözü ile 10. gözü ortak endüktansına ait harmonik spektrumu.

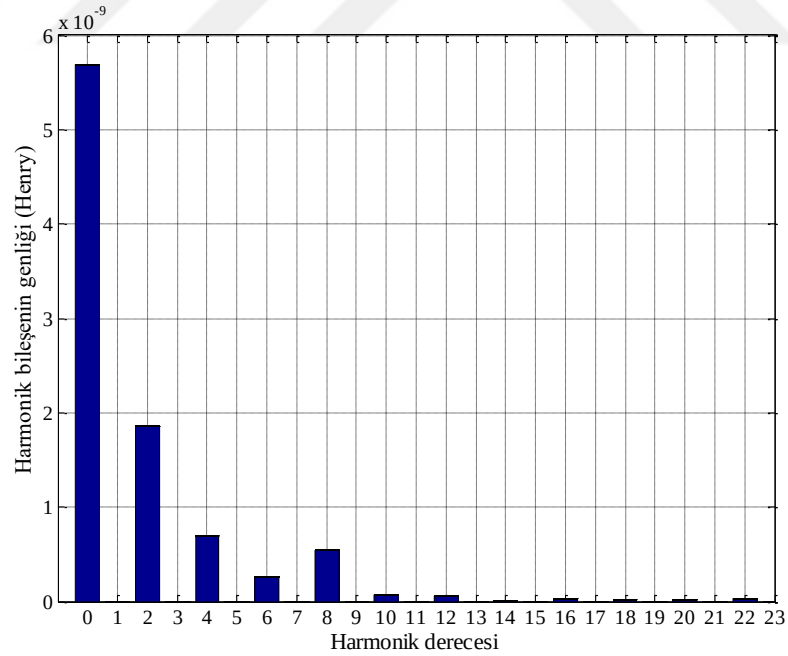
Çizelge 4.12. Rotor 1. gözü ile 10. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenlerinin oranı.

n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı	n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı
0	$6,62 \times 10^{-9}$	%100	12	$6,4 \times 10^{-11}$	%0,96
2	$2,5 \times 10^{-9}$	%37,7	14	$1,43 \times 10^{-11}$	%0,21
4	$1,51 \times 10^{-10}$	%1,16	16	$4,84 \times 10^{-11}$	%0,73
6	$8,05 \times 10^{-10}$	%12,16	18	$8,07 \times 10^{-12}$	%0,12
8	$1,29 \times 10^{-10}$	%1,94	20	$3,07 \times 10^{-11}$	%0,46
10	$1,62 \times 10^{-10}$	%2,44	22	$1,97 \times 10^{-11}$	%0,29

Rotor 1. gözü ile 11. gözü ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi ve Fourier bileşenler cinsinden toplamı Şekil 4.26’da verilmiştir. Bu endüktansın harmonik spektrumu Şekil 4.27’de ve harmonik bileşenlerin % cinsinden büyüklükleri Çizelge 4.13’de verilmiştir. Bu ortak endüktans dalga şeklinde de 2. harmonik oldukça baskındır. Diğer %1’in üzerinde olan harmonikler ise 4., 6., 8. ve 10. harmoniklerdir.



Şekil 4.26. Rotor 1. gözü ile 11. gözü ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi
a) deneysel olarak elde edilen, b) Fourier bileşenleri toplamı.

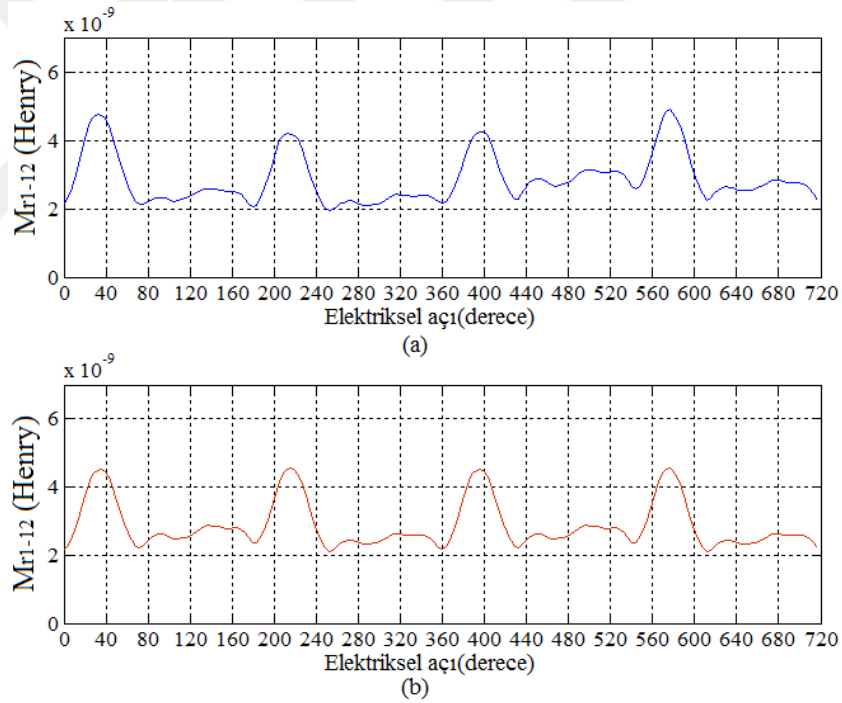


Şekil 4.27. Rotor 1. gözü ile 11. gözü ortak endüktansına ait harmonik spektrumu.

Çizelge 4.13. Rotor 1. gözü ile 11. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenlerinin oranı.

n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı	n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı
0	$5,68 \times 10^{-9}$	%100	12	$5,24 \times 10^{-11}$	%0,92
2	$1,86 \times 10^{-9}$	%32,74	14	$1,04 \times 10^{-11}$	%0,18
4	$6,99 \times 10^{-10}$	%12,3	16	$3,25 \times 10^{-11}$	%0,57
6	$2,56 \times 10^{-10}$	%4,5	18	$1,85 \times 10^{-11}$	%0,32
8	$5,38 \times 10^{-10}$	%9,47	20	$1,50 \times 10^{-11}$	%0,26
10	$6,52 \times 10^{-11}$	%1,14	22	$2,78 \times 10^{-11}$	%0,48

Rotor 1. gözü ile 11. gözü ortak endüktans dalga şekli ve Fourier bileşenlerin toplamı olarak elde edilen dalga şekli Şekil 4.28’de verilmiştir.

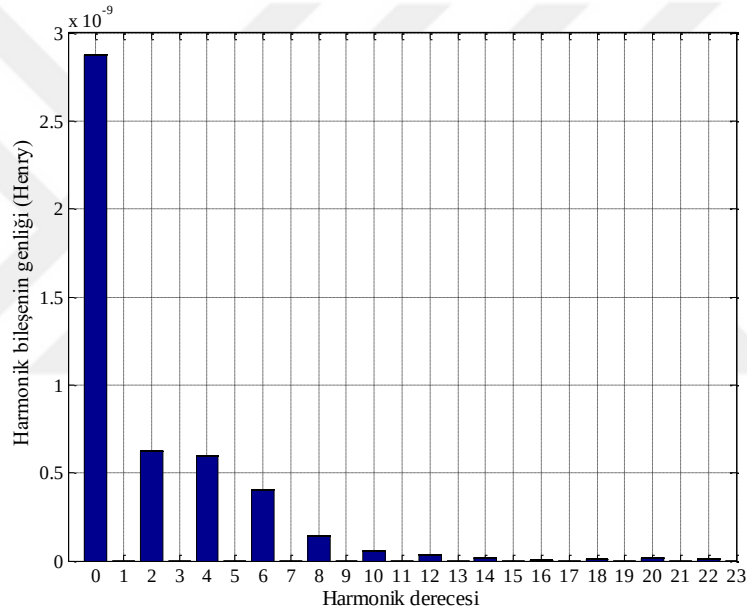


Şekil 4.28. Rotor 1. gözü ile 12. gözü ortak endüktansının rotör konumu ile değişimi
a) deneysel olarak elde edilen, b) Fourier bileşenleri toplamı.

Elde edilen Fourier bileşenlerin harmonik spektrumu Şekil 4.29’da verilmiştir. Ayrıca harmonik bileşenlerin % olarak miktarı Çizelge 4.14’de verilmiştir.

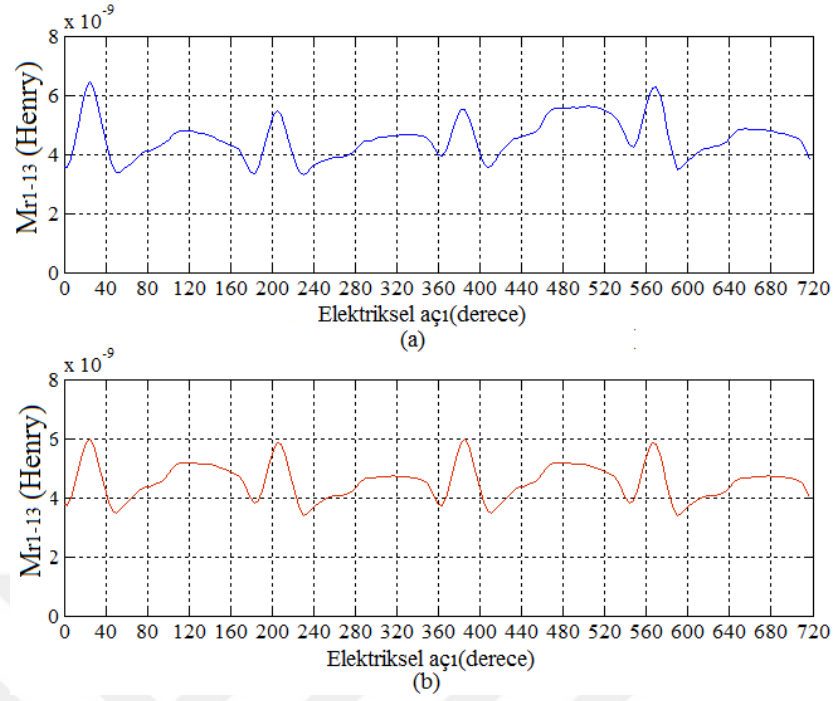
Çizelge 4.14. Rotor 1. gözü ile 12. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenlerinin oranı.

n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı	n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı
0	$2,87 \times 10^{-9}$	%100	12	$3,38 \times 10^{-11}$	%1,17
2	$6,22 \times 10^{-10}$	%21,67	14	$1,32 \times 10^{-11}$	%0,45
4	$5,94 \times 10^{-10}$	%20,69	16	$5,97 \times 10^{-12}$	%0,20
6	$4,05 \times 10^{-10}$	%14,11	18	$7,74 \times 10^{-12}$	%0,26
8	$1,42 \times 10^{-10}$	%4,94	20	$1,72 \times 10^{-11}$	%0,59
10	$5,37 \times 10^{-11}$	%1,87	22	$8,88 \times 10^{-12}$	%0,30

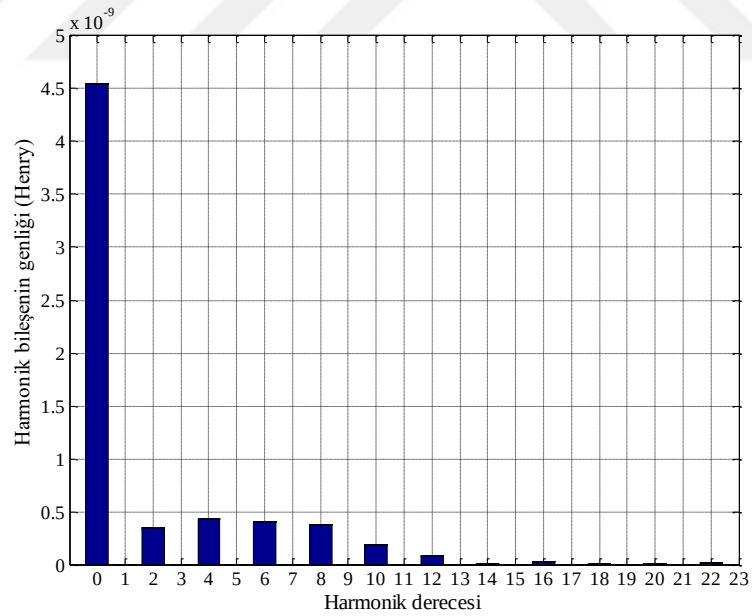


Şekil 4.29. Rotor 1. gözü ile 12. gözü ortak endüktansına ait harmonik spektrumu.

Rotor 1. gözü ile 13. gözü ortak endüktansının rotor konumuna göre değişimi ve Fourier bileşenleri olarak toplamı Şekil 4.30'da verilmiştir. Bu dalga şekline ait harmonik spektrumu Şekil 4.31'de verilmiştir.



Şekil 4.30. Rotor 1. gözü ile 13. gözü ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi
a) deneysel olarak elde edilen, b) Fourier bileşenleri toplamı.



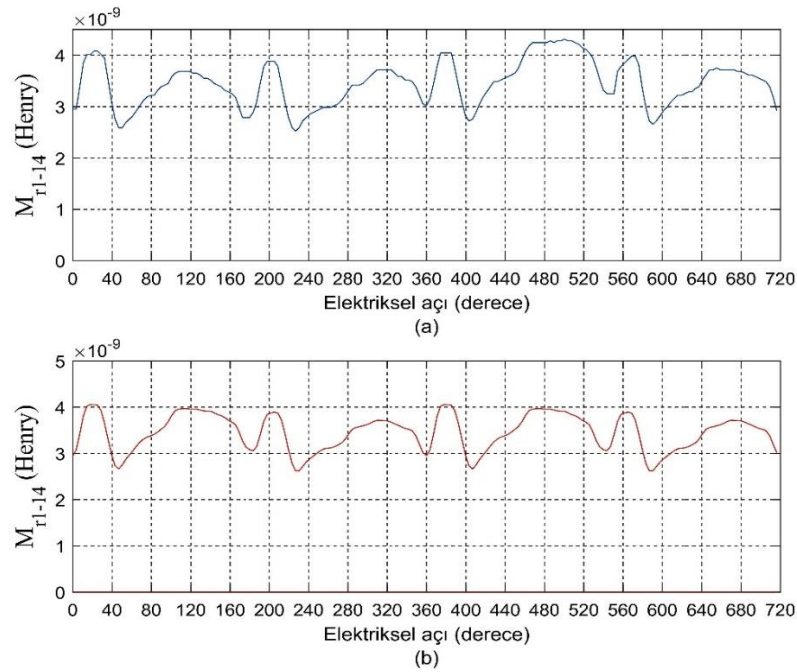
Şekil 4.31. Rotor 1. gözü ile 13. gözü ortak endüktansına ait harmonik spektrumu.

% cinsinden harmonik bileşenlerin genliği Çizelge 4.15’de verilmiştir. Bu ortak endüktansda da 4. harmonik diğerlerine göre daha baskındır. %1’in üstünde olan harmonikler ise 2., 4., 6., 8., 10. ve 12. harmoniklerdir.

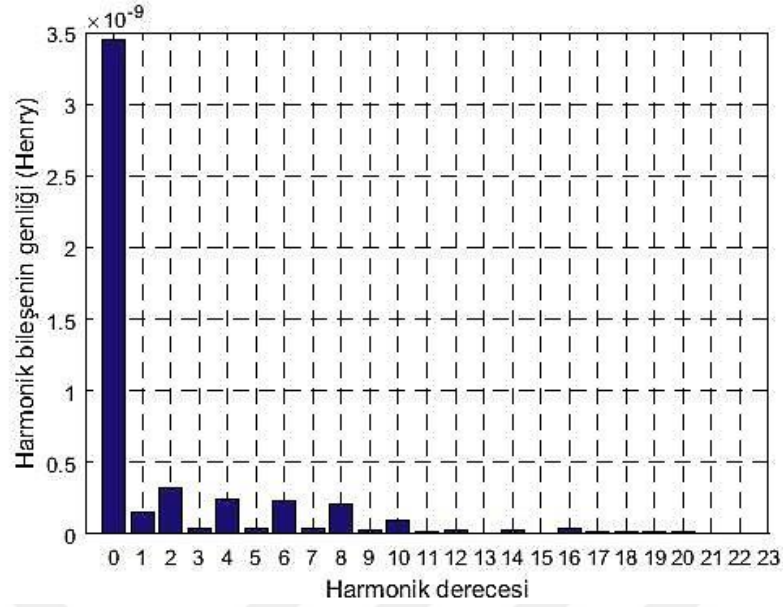
Çizelge 4.15. Rotor 1. gözü ile 13. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenlerinin oranı.

n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı	n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı
0	$4,54 \times 10^{-9}$	%100	12	$7,74 \times 10^{-11}$	%1,7
2	$3,47 \times 10^{-10}$	%7,64	14	$7,01 \times 10^{-12}$	%0,15
4	$4,31 \times 10^{-10}$	%9,49	16	$2,7 \times 10^{-11}$	%0,59
6	$3,96 \times 10^{-10}$	%8,72	18	$3,88 \times 10^{-12}$	%0,08
8	$3,81 \times 10^{-10}$	%8,39	20	$3,99 \times 10^{-12}$	%0,08
10	$1,86 \times 10^{-10}$	%4,09	22	$1,77 \times 10^{-11}$	%0,38

Rotor 1. gözü ile 14. gözü ortak endüktansının rotor konumuna göre değişimi ve Fourier bileşenleri olarak toplamı Şekil 4.32’de verilmiştir. Bu dalga şekline ait harmonik spektrumu Şekil 4.33’de verilmiştir.



Şekil 4.32. Rotor 1. gözü ile 14. gözü ortak endüktansının rotor konumu ile değişimi
a) deneysel olarak elde edilen, b) Fourier bileşenleri toplamı.



Şekil 4.33. Rotor 1. gözü ile 14. gözü ortak endüktansına ait harmonik spektrumu.

% cinsinden harmonik bileşenlerin genliği Çizelge 4.16’da verilmiştir. Bu ortak endüktansda 2. harmonik diğerlerine göre daha baskındır. %1’in üstünde olan harmonikler ise 2., 4., 6., 8., 10. ve 16. harmoniklerdir.

Çizelge 4.16. Rotor 1. gözü ile 14. gözü ortak endüktansının harmonik bileşenlerinin oranı.

n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı	n	Genlik (Henry)	Yüzde harmonik oranı
0	$3,45 \times 10^{-9}$	%100	12	$2,43 \times 10^{-11}$	%0,70
2	$3,21 \times 10^{-10}$	%9,30	14	$2,64 \times 10^{-11}$	%0,76
4	$2,48 \times 10^{-10}$	%7,18	16	$3,94 \times 10^{-11}$	%1,14
6	$2,29 \times 10^{-10}$	%6,63	18	$2,02 \times 10^{-11}$	%0,58
8	$2,11 \times 10^{-10}$	%6,11	20	$1,30 \times 10^{-11}$	%0,37
10	$9,06 \times 10^{-11}$	%2,62	22	$1,76 \times 10^{-12}$	%0,05

Bu bölümde yapılan Fourier analizleri sonucunda elde edilen harmonik bileşenlerin özeti Çizelge 4.17’de verilmiştir.

Bölüm 4’de asenkron motorlarda zaman ve uzay harmoniği kavramları incelenmiştir. Daha sonra bölüm 3’te elde edilen rotor konumu ile değişen endüktans eğrilerinin

Fourier serileri ile gösterimi gerçekleştirilmiştir. Ortak endüktans dalga şekillerinin Fourier analizi yapılarak harmonikleri tespit edilmiştir. Her ortak endüktans dalga şekli için harmonik spektrumu elde edilmiştir. Harmonik bileşenlerin % olarak değerleri tespit edilerek çizelgeler şeklinde sunulmuştur. Böylece her bir endüktans dalga şekli için baskın olan harmonikler tespit edilmiştir.

Çizelge 4.17. Etkin harmonikler.

Endüktans	En etkin harmonik	En etkin harmoniğin yüzde harmonik oranı	%1'in üzerinde ki diğer harmonikler
Stator-rotor ortak endüktansı	3	%21,76	5,7,9,11,13
Gölge kutup-rotor ortak endüktansı	3	%69,12	5,7,9,11,13,15,17,19,21
Bir rotor gözü öz endüktansı [1-1]	4	%6,78	2,6,8
Rotor gözü ortak endüktansı [1-2]	2	%7,29	4,6,8
Rotor gözü ortak endüktansı [1-3]	2	%38,95	4,6,8,10
Rotor gözü ortak endüktansı [1-4]	2	%49,5	4,6,8,10
Rotor gözü ortak endüktansı [1-5]	2	%40,5	4,6,8,10
Rotor gözü ortak endüktansı [1-6]	4	%24,7	2,6,8,10
Rotor gözü ortak endüktansı [1-7]	2	%9,49	4,6,8,10,12,14
Rotor gözü ortak endüktansı [1-8]	2	%23,57	4,6,8,10
Rotor gözü ortak endüktansı [1-9]	2	%32,35	4,6,8,10
Rotor gözü ortak endüktansı [1-10]	2	%37,7	4,6,8,10
Rotor gözü ortak endüktansı [1-11]	2	%32,74	4,6,8,10
Rotor gözü ortak endüktansı [1-12]	2	%21,67	4,6,8,10,12
Rotor gözü ortak endüktansı [1-13]	4	%9,49	2,6,8,10,12
Rotor gözü ortak endüktansı [1-14]	2	%9,30	4,6,8,10,16

BÖLÜM 5

TEORİK ANALİZ

Elektrik makinalarının teorik incelenmesinde akımlar Denklem 5.1’de verilen gerilim denkleminde hesaplanır.

$$[V] = [R] \cdot [I] + \left[\frac{d\psi}{dt} \right] \quad (5.1)$$

Akımların zamana göre değişimleri gerilimlerle ilişkili olduğundan torku üretmez. Sadece endüktansların konuma göre kısmi türevleri (konum zamanla değişmektedir) torku üretir. Bu nedenle enerjinin korunumu denklemlerinden Denklem 5.2 elde edilir.

$$T = \frac{P_o}{2} [I]^t \cdot \left[\frac{\partial L}{\partial \theta} \right] \cdot [I] \quad (5.2)$$

Bu çalışmaya konu olan değişken relüktanslı gölge kutuplu asenkron motorlarda hava aralığı relüktansının değişken olması ile makinada oldukça güçlü akı, akım ve gerilim harmonikleri endüklenecektir. Endüklenen bu harmonikler moment denkleminde de yansıtacaktır. Buna GKAM’ların simetrik olmayan sargılarının varlığı da eklenirse gerilim ve moment denklemleri karmaşık bir yapıya sahip olacaklardır. Bu bölümde stator, yarı kutup halkası ve rotor gerilim denklemleri ve moment denklemi ayrı bölümlerde incelenecektir.

5.1. ROTOR GERİLİM DENKLEMİ

Sincap kafesli rotorun gözleri birbirinin aynı olduğundan ve yalnızca rotor çevresi boyunca arka arkaya iki göz arasında α kadar açı bulunacağından gerilim denklemini bir rotor gözü için yazmak yeterli olacaktır. Öncelikle stator sargısının m. rotor

gözünde endükleyeceği akıyı göz önüne alalım. Stator akımının fazörünü Denklem 5.3 ile ifade edelim.

$$\bar{I}_a = I_a \cdot e^{j\gamma} \quad (5.3)$$

burada γ stator gerilim ve akımı arasındaki faz farkını ifade etmektedir. Stator akımının ani değerini de Denklem 5.4’de ifade edildiği gibi gösterelim.

$$i_a = \sqrt{2}I_a \cos(\omega t + \gamma) = Ge(\sqrt{2}\bar{I}_a e^{j(\omega t + \gamma)}) \quad (5.4)$$

Burada Ge ifadesi karmaşık bir sayının gerçel kısmını ve I_a stator akımının etkin değerini göstermektedir. 4. bölümde Şekil 4.2’den görüldüğü üzere stator sargısı ile rotor gözleri arasındaki ortak endüktansın ortalama değeri sıfır olarak elde edilmişti. Bu nedenle ortak endüktansın Fourier serisine açılımı Denklem 5.5 ile ifade edilebilir [92].

$$M_{ar} = Ge \left(\sum_{k=1}^{N_1} M_{ark} \cdot e^{j\delta_{ak}} \cdot e^{jk\theta} \right) \quad (k = 1, 3, 5, \dots, N_1) \quad (5.5)$$

Burada δ_{ak} faz farkı ve M_{ark} genliği, ortak endüktansın Fourier serisine açılımından elde edilen katsayılar cinsinden 4. bölümde verilen Denklem 4.4 ile belirlidirler. Denklem 5.4 ve Denklem 5.5 yardımıyla, stator sargısının birinci rotor çevriminden $(m-1)\alpha$ kadar ileride bulunan m. rotor çevriminde endükleyeceği toplam akı Denklem 5.6 ile ifade edilebilir.

$$\psi_{ram} = Ge(\sqrt{2}I_a e^{j\omega t}) Ge \left(\sum_{k=1}^{N_1} M_{ark} \cdot e^{j\delta_{ak}} \cdot e^{jk(\theta + (m-1)\alpha)} \right) \quad (5.6)$$

İki karmaşık sayının gerçel kısımlarının çarpımı aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$Ge(A)Ge(B) = \frac{1}{2} Ge(A \cdot B + A \cdot B^*) \quad (5.7)$$

Burada B^* , eşleniği ifade etmektedir. Denklem 5.7 kullanılarak Denklem 5.6'yı tekrar yazarsak:

$$\begin{aligned} \psi_{ram} = & \frac{\sqrt{2}}{2} Ge \left(\sum_{k=1}^{N_1} \bar{I}_a M_{ark} \cdot e^{j(\delta ak + k(m-1)\alpha)} \cdot e^{j(\omega t + k\theta)} \right) \\ & + \frac{\sqrt{2}}{2} Ge \left(\sum_{k=1}^{N_1} \bar{I}_a M_{ark} \cdot e^{-j(\delta ak + k(m-1)\alpha)} \cdot e^{j(\omega t - k\theta)} \right) \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\theta = P_o \theta_{mek} = (1 - s)\omega t \quad (5.9)$$

Denklem 5.9'u dikkate alarak Denklem 5.8'i tekrar yazarsak:

$$\begin{aligned} \psi_{ram} = & \frac{\sqrt{2}}{2} Ge \left(\sum_{k=1}^{N_1} \bar{I}_a M_{ark} \cdot e^{j(\delta ak + k(m-1)\alpha)} \cdot e^{j(1+k(1-s))\omega t} \right) \\ & + \frac{\sqrt{2}}{2} Ge \left(\sum_{k=1}^{N_1} \bar{I}_a M_{ark} \cdot e^{-j(\delta ak + k(m-1)\alpha)} \cdot e^{j(1-k(1-s))\omega t} \right) \end{aligned} \quad (5.10)$$

olur. Denklem 5.10 incelendiğinde stator akımı, rotorda, ortak endüktansın harmoniklerine bağlı olarak biri doğru yönde;

$$\omega_{2kd} = (1 - k(1 - s))\omega \quad (5.11)$$

açısal frekansı, veya

$$f_{2kd} = (1 - k(1 - s))f_1 \quad (5.12)$$

frekansı ile, diğeri ters yönde,

$$\omega_{2kt} = (1 + k(1 - s))\omega \quad (5.13)$$

açısal frekansı, veya

$$f_{2kt} = (1 + k(1 - s))f_1 \quad (5.14)$$

frekansı ile dönen harmonik akılar ve buna bağlı olarak da aynı frekanslarda doğru ve ters dönen akımlar endükleyecektir. Burada f_1 stator akımının frekansını, s kaymayı, f_{2k} rotor akımının k . harmoniğinin frekansını, d indisi doğru yönde dönen bileşenleri, t indisi ters yönde dönen bileşenleri ifade etmektedir [31, 92].

Yarık kutup halkasının rotorun m . gözünde endükleyeceği akı, stator sargısının endükleyeceği akı ile tam bir benzerlik içinde olacağından Denklem 5.8'i referans alarak yarık kutup halkasının rotorun m . gözünde endükleyeceği akı Denklem 5.15'deki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} \psi_{rbm} = & \frac{\sqrt{2}}{2} Ge \left(\sum_{k=1}^{N_1} \bar{I}_b M_{brk} \cdot e^{j(\delta bk + k(m-1)\alpha)} \cdot e^{j(\omega t + k\theta)} \right) \\ & + \frac{\sqrt{2}}{2} Ge \left(\sum_{k=1}^{N_1} \bar{I}_b M_{brk} \cdot e^{-j(\delta bk + k(m-1)\alpha)} \cdot e^{j(\omega t - k\theta)} \right) \end{aligned} \quad (5.15)$$

3. bölümde Şekil 3.10'da tanımlanan rotor gözü kavramına göre gözlerde dolaşacak akımlar aynı zamanda sincap kafesin kısa devre halkasından geçen akımlara eşit olacağından gözlerde dolaşacak akımların genlikleri eşit olacaktır. Rotor gözleri arasında α açısı kadar faz farkı olmasından dolayı birbirini takip eden iki gözde dolaşacak akımlar arasında da α açısı kadar (n . harmonik akımlar için $n\alpha$ kadar) faz farkı bulunacaktır. Bu durumda rotor gözlerinden sadece birinin akımını hesaplamak yeterli olacaktır. 5. gözün akımının 3. harmoniğinin fazörünü ifade etmek istersek Denklem 5.16'da gibi olur.

$$\bar{I}_{53} = \bar{I}_{13} \cdot e^{j3(5-1)\alpha} = \bar{I}_{13} \cdot e^{j12\alpha} \quad (5.16)$$

Rotor gözlerinin kendi aralarında endükleyecekleri akıları hesaplamak için 1. gözü referans olarak alıp m. gözün 1. gözde endükleyeceği akının ifadesi elde edilir. 1. göz ile m. göz arasındaki ortak endüktans Denklem 5.17 ile ifade edilebilir.

$$M_{r1m} = Ge \left(\frac{M_{r10} \cdot e^{j0}}{2} + \sum_{k=2}^{N_2} M_{r1mk} \cdot e^{j(\delta 1mk)} \cdot e^{jk(\theta+(m-1)\alpha)} \right) \quad (5.17)$$

Burada k 2 ile N_2 arasında değişen çift sayıları ifade etmektedir. Denklem 5.9'dan yararlanarak m. rotor çevriminin akımının i. harmoniği doğru ve ters bileşenlerin toplamı olarak Denklem 5.18'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} i_{ri} &= Ge(\sqrt{2}\bar{I}_{r di} \cdot e^{-j(m-1)\alpha} \cdot e^{j(\omega t-i\theta)} + \sqrt{2}\bar{I}_{r ti} \cdot e^{-j(m-1)\alpha} \cdot e^{j(\omega t+i\theta)}) \\ &= I_{di} + I_{ti} \end{aligned} \quad (5.18)$$

Bu durumda m. rotor gözünün i. harmonik akımlarının 1. gözde endükleyecekleri toplam n. harmonik akı:

$$\psi_{r1mn} = Ge(I_{di} + I_{ti}) \cdot Ge(M_k) \quad (5.19)$$

olur. Burada M_k Denklem 5.17'de ile verilen ortak endüktansı göstermektedir. Denklem 5.19'da gerekli işlemler yapılırsa;

$$\begin{aligned} \psi_{r1mn} &= \frac{\sqrt{2}M_{r1m0}}{2} \cdot Ge(\bar{I}_{r di} \cdot e^{-j(m-1)\alpha} \cdot e^{j(\omega t-i\theta)}) + \frac{\sqrt{2}M_{r1m0}}{2} \\ &\quad \cdot Ge(\bar{I}_{r ti} \cdot e^{j(m-1)\alpha} \cdot e^{j(\omega t+i\theta)}) \\ &\quad + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot Ge \left(\bar{I}_{r di} \sum_{k=2}^{N_2} M_{r1mk} \cdot e^{j(\beta mk - \alpha mk)} \cdot e^{j(\omega t - (i-k)\theta)} \right) \\ &\quad + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot Ge \left(\bar{I}_{r ti} \sum_{k=2}^{N_2} M_{r1mk} \cdot e^{j(\beta mk + \alpha mk)} \cdot e^{j(\omega t + (i+k)\theta)} \right) \end{aligned} \quad (5.20)$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot Ge \left(\bar{I}_{rdi} \sum_{k=2}^{N_2} M_{r1mk} \cdot e^{-j(\beta mk + bmk)} \cdot e^{j(\omega t - (i+k)\theta)} \right) \\
& + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot Ge \left(\bar{I}_{rti} \sum_{k=2}^{N_2} M_{r1mk} \cdot e^{-j(\beta mk - amk)} \cdot e^{j(t + (i-k)\theta)} \right)
\end{aligned}$$

denklemini elde edilir. Denkleminde $amk = (m - 1)(i - k)\alpha$, $bmk = (m - 1)(i + k)\alpha$ ve $\beta mk = \delta r_{1mk}$ dır. Rotor gözlerinde n. harmonik gerilimlerin endüklenebilmesi için Denklem 5.20'deki i ve k değerleri arasında sadece (akının n. dereceden harmoniği gerilimin n. dereceden harmoniğini verecektir.)

$$n = \pm(i \pm k) \quad (5.21)$$

değerlerini alması ve bunların dışındakilerin atılması gerekir. Rotor akımlarının 1., 3., 5., 7. ve 9. harmonikleri dikkate alınacak daha yüksek dereceden harmonikler terk edilecektir.

Denklem 5.20 ve Denklem 5.21 gereğince rotor gözlerinde n. harmonik gerilimlerin endüklenebilmesi için i ve k'nın alması gereken değerler Çizelge 5.1'de verilmiştir. Bu çizelgeyi ve Denklem 5.20'ye bakılarak rotor gözleri arasındaki empedans matrisi yazılabilir.

Rotor kafesi kısa devre halkasının iki oluk arasında kalan kısmını L_{ke} kaçak endüktansının ihmal edilmesi halinde, m. rotor gözü için rotor gerilim denkleminin n. harmoniği aşağıdaki gibi yazılabilir [92]:

$$\begin{aligned}
V_{rmn} = 0 = & 2R_e i_{rmn} + R_r \left(2i_{rmn} - (i_{r(m-1)n} + i_{r(m+1)n}) \right) \\
& + L_{rk} \frac{d}{dt} \left(2i_{rmn} - (i_{r(m-1)n} + i_{r(m+1)n}) \right) + \frac{d\psi_{mn}}{dt}
\end{aligned} \quad (5.22)$$

Çizelge 5.1. i ve k'nın alabileceği değerler.

n	i	k	İlişki	n	i	k	İlişki
-1 (Doğru bileşen)	1	0	$n = -(i+k)$	+1 (Ters bileşen)	1	0	$n = +(i-k)$
	1	2	$n = +(i+k)$		1	2	$n = -(i-k)$
	3	2	$n = -(i-k)$		3	2	$n = +(i-k)$
	3	4	$n = +(i-k)$		3	4	$n = -(i-k)$
	5	4	$n = -(i-k)$		5	4	$n = +(i-k)$
	5	6	$n = +(i-k)$		5	6	$n = -(i-k)$
	7	6	$n = -(i-k)$		7	6	$n = +(i-k)$
	7	8	$n = +(i-k)$		7	8	$n = -(i-k)$
	9	8	$n = -(i-k)$		9	8	$n = +(i-k)$
	9	10	$n = +(i-k)$		9	10	$n = -(i-k)$
-3 (Doğru bileşen)	1	2	$n = -(i-k)$	+3 (Ters bileşen)	1	2	$n = +(i+k)$
	1	4	$n = +(i-k)$		1	4	$n = -(i-k)$
	3	0	$n = -(i-k)$		3	0	$n = +(i-k)$
	3	6	$n = +(i-k)$		3	6	$n = -(i-k)$
	5	2	$n = -(i-k)$		5	2	$n = +(i-k)$
	5	8	$n = +(i-k)$		5	8	$n = -(i-k)$
	7	4	$n = -(i-k)$		7	4	$n = +(i-k)$
	7	10	$n = +(i-k)$		7	10	$n = -(i-k)$
	9	6	$n = -(i-k)$		9	6	$n = +(i-k)$
	9	12	$n = +(i-k)$		9	12	$n = -(i-k)$
-5 (Doğru bileşen)	1	4	$n = -(i+k)$	+5 (Ters bileşen)	1	4	$n = +(i+k)$
	1	6	$n = +(i-k)$		1	6	$n = -(i-k)$
	3	2	$n = -(i+k)$		3	2	$n = +(i+k)$
	3	8	$n = +(i-k)$		3	8	$n = -(i-k)$
	5	0	$n = -(i-k)$		5	0	$n = +(i-k)$
	5	10	$n = +(i-k)$		5	10	$n = -(i-k)$
	7	2	$n = -(i-k)$		7	2	$n = +(i-k)$
	7	12	$n = +(i-k)$		7	12	$n = -(i-k)$
	9	4	$n = -(i-k)$		9	4	$n = +(i-k)$
	9	14	$n = +(i-k)$		9	14	$n = -(i-k)$
-7 (Doğru bileşen)	1	6	$n = -(i+k)$	+7 (Ters bileşen)	1	6	$n = +(i+k)$
	1	8	$n = +(i-k)$		1	8	$n = -(i-k)$
	3	4	$n = -(i+k)$		3	4	$n = +(i+k)$
	3	10	$n = +(i-k)$		3	10	$n = -(i-k)$
	5	2	$n = -(i+k)$		5	2	$n = +(i+k)$
	5	12	$n = +(i-k)$		5	12	$n = -(i-k)$
	7	0	$n = -(i+k)$		7	0	$n = +(i+k)$
	7	14	$n = +(i-k)$		7	14	$n = -(i-k)$
	9	2	$n = -(i-k)$		9	2	$n = +(i-k)$
	9	16	$n = +(i-k)$		9	16	$n = -(i-k)$
-9 (Doğru bileşen)	1	8	$n = -(i+k)$	+9 (Ters bileşen)	1	8	$n = +(i+k)$
	1	10	$n = +(i-k)$		1	10	$n = -(i-k)$
	3	6	$n = -(i+k)$		3	6	$n = +(i+k)$
	3	12	$n = +(i-k)$		3	12	$n = -(i-k)$
	5	4	$n = -(i+k)$		5	4	$n = +(i+k)$
	5	14	$n = +(i-k)$		5	14	$n = -(i-k)$
	7	2	$n = -(i+k)$		7	2	$n = +(i+k)$
	7	16	$n = +(i-k)$		7	16	$n = -(i-k)$
	9	0	$n = -(i+k)$		9	0	$n = +(i+k)$
	9	18	$n = +(i-k)$		9	18	$n = -(i-k)$

Komşu iki rotor gözünün akımları aralarında $n\alpha$ kadar bir elektriksel açı ile birbirini izleyeceklerinden;

$$\begin{aligned}\bar{I}_{r(m-1)n} &= \bar{I}_{rmn} \cdot e^{-jn\alpha} \\ \bar{I}_{r(m+1)n} &= \bar{I}_{rmn} \cdot e^{+jn\alpha}\end{aligned}\tag{5.23}$$

yazılabilir. Denklem 5.23 yardımıyla,

$$\begin{aligned}2\bar{I}_{rmn} &= (\bar{I}_{r(m-1)n} + \bar{I}_{r(m+1)n}) = \bar{I}_{rmn}(2 - e^{-jn\alpha} - e^{+jn\alpha}) \\ &= 2\bar{I}_{rmn} \cdot (1 - \cos n\alpha)\end{aligned}\tag{5.24}$$

elde edilir. Denklem 5.11 ve Denklem 5.13'den rotor akımlarının açısal frekansının $\omega_2 = (1 \pm k(1 - s))\omega$ olduğu görülmektedir. Rotorda endüklenen gerilimin n. harmoniği için $k=n$ olacaktır. Buna göre Denklem 5.22'nin 1., 2. ve 3. terimlerinin etkin değer fazörlerinin toplamını $\bar{V}_{rmdn} + \bar{V}_{rmtn}$ şeklinde gösterirsek;

$$\begin{aligned}\bar{V}_{rmdn} + \bar{V}_{rmtn} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Fazör} \left(2R_e i_{rmn} + R_r \left(2i_{rmn} - (i_{r(m-1)n} + i_{r(m+1)n}) \right) \right) \\ &+ \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Fazör} \left(L_{rk} \frac{d}{dt} \left(2i_{rmn} - (i_{r(m-1)n} + i_{r(m+1)n}) \right) \right)\end{aligned}\tag{5.25}$$

Rotor gözlerinin akımlarının etkin değerlerinin birbirine eşit olduğunu belirtmiştik. Bu yüzden gözlerden sadece bir tanesinin akımını hesaplamak yeterli olacaktır. Referans olarak birinci gözü seçerek $m=1$ yazarak Denklem 5.24'ü Denklem 5.25'de yerine yazarsak;

$$\begin{aligned}\bar{V}_{r1dn} &= 2(R_e + (1 - \cos n\alpha)R_r) \cdot \bar{I}_{rdn} \\ &+ j2\omega(1 - \cos n\alpha)(1 - n(1 - s)) \cdot L_{rk} \cdot \bar{I}_{rdn}\end{aligned}\tag{5.26}$$

ve

$$\begin{aligned}\bar{V}_{r1tn} = & 2(R_e + (1 - \cos n\alpha)R_r) \cdot \bar{I}_{rtn} \\ & + j2\omega(1 - \cos n\alpha)(1 + n(1 - s)) \cdot L_{rk} \cdot \bar{I}_{rtn}\end{aligned}\quad (5.27)$$

elde edilir. Burada $n = 1, 3, 5, 7$ ve 9 'dur. Denklem 5.22'nin son terimi olan ψ_{mn} stator sargısı, yarık kutup halkası ve diğer rotor çevrimlerinin m . rotor çevriminde endükledikleri toplam akının n . harmoniğini ifade etmektedir. Birinci göz için $m=1$ yazarak;

$$\psi_{1n} = \psi_{ra1n} + \psi_{rb1n} + \psi_{r1n} \quad (5.28)$$

olur. Denklem 5.8'de $m=1$ ve $k=n$ yazarsak;

$$\psi_{ra1n} = \frac{\sqrt{2}}{2} Ge(\bar{I}_a M_{arn} e^{-j\delta an} e^{j(\omega t - n\theta)}) + \frac{\sqrt{2}}{2} Ge(\bar{I}_a M_{arn} e^{j\delta an} e^{j(\omega t + n\theta)}) \quad (5.29)$$

olur. Benzer şekilde Denklem 5.15'de $m=1$ ve $k=n$ yazılırsa,

$$\psi_{rb1n} = \frac{\sqrt{2}}{2} Ge(\bar{I}_b M_{brn} e^{-j\delta bn} e^{j(\omega t - n\theta)}) + \frac{\sqrt{2}}{2} Ge(\bar{I}_b M_{brn} e^{j\delta bn} e^{j(\omega t + n\theta)}) \quad (5.30)$$

olur. Endüklenen gerilimlerin harmoniklerinin etkin değer fazörleri doğru ve ters bileşenlerin etkin değer fazörlerinin toplamı şeklinde yazılırsa;

$$\begin{aligned}\bar{V}_{radn} + \bar{V}_{ratn} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Fazör} \left(\frac{d\psi_{ra1n}}{dt} \right) \\ \bar{V}_{rbdn} + \bar{V}_{rbtn} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Fazör} \left(\frac{d\psi_{rb1n}}{dt} \right)\end{aligned}\quad (5.31)$$

olur. $\theta = (1 - s)\omega t$ olduğu göz önüne aldığımızda Denklem 5.29, Denklem 5.30 ve Denklem 5.31'de endüklenen gerilimlerin doğru ve ters bileşenleri Denklem 5.32'deki şekilde ifade edilir.

$$\bar{V}_{radn} = \frac{1}{2} j\omega(1 - n(1 - s))M_{arn} \cdot \bar{I}_a \cdot e^{-j\delta an} \quad (5.32)$$

$$\bar{V}_{ratn} = \frac{1}{2}j\omega(1 + n(1 - s))M_{arn} \cdot \bar{I}_a \cdot e^{j\delta an}$$

$$\bar{V}_{rbdn} = \frac{1}{2}j\omega(1 - n(1 - s))M_{brn} \cdot \bar{I}_b \cdot e^{-j\delta bn}$$

$$\bar{V}_{rbtn} = \frac{1}{2}j\omega(1 + n(1 - s))M_{brn} \cdot \bar{I}_b \cdot e^{j\delta bn}$$

Rotor akımının 9'dan büyük harmonikleri terk edileceğinden yukarıdaki denklemlerde n sıra ile 1, 3, 5, 7 ve 9 değerlerini alır.

m. rotor gözünün i. harmonik akımının 1. rotor gözünde endükleyeceği harmonik akı Denklem 5.20'de ve rotorda n. harmonik gerilim endüklenmesi için rotor akımının i. harmoniği ile gözler arasındaki ortak endüktansın k. harmoniğinin dereceleri veya başka bir ifade ile i ile k arasında bulunması gereken ilişki Çizelge 5.1'de verilmişti. Denklem 5.20 ile Çizelge 5.1'i bir arada dikkate alırsak 1. rotor gözünde endüklenen toplam harmonik gerilimler Denklem 5.33 ile ifade edilir [92].

$$\begin{aligned} \bar{V}_{rrd1} = \frac{j\omega s}{2} & \left(\bar{I}_{rd1} \sum_{m=1}^{S_2} M_{m0} \bar{A}_m^* + \bar{I}_{rt1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2}^* \bar{A}_m^* + \bar{I}_{rd3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{A}_m^* \right. \\ & + \bar{I}_{rt3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4}^* \bar{A}_m^* + \bar{I}_{rd5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{A}_m^* + \bar{I}_{rt5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6}^* \bar{A}_m^* \\ & + \bar{I}_{rd7} \sum_{m=1}^{S_2} M_{m6} \bar{A}_m^* + \bar{I}_{rt7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8} \bar{A}_m^* + \bar{I}_{rd9} \sum_{m=1}^{S_2} M_{m8} \bar{A}_m^* \\ & \left. + \bar{I}_{rt9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10} \bar{A}_m^* \right) \end{aligned} \quad (5.33)$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_{rrt1} = \frac{jw(2-s)}{2} & \left(\bar{I}_{rd1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{A}_m + \bar{I}_{rt1} \sum_{m=1}^{S_2} M_{m0} \bar{A}_m + \bar{I}_{rd3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{A}_m \right. \\ & + \bar{I}_{rt3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2}^* \bar{A}_m + \bar{I}_{rd5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6} \bar{A}_m + \bar{I}_{rt5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{A}_m \\ & + \bar{I}_{rd7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8} \bar{A}_m + \bar{I}_{rt7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6} \bar{A}_m + \bar{I}_{rd9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10} \bar{A}_m \\ & \left. + \bar{I}_{rt9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8} \bar{A}_m \right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_{rrd3} = j\phi_1 & \left(\bar{I}_{rd1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2}^* \bar{B}_m^* + \bar{I}_{rt1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4}^* \bar{B}_m^* + \bar{I}_{rd3} \sum_{m=1}^{S_2} M_{m0} \bar{B}_m^* \right. \\ & + \bar{I}_{rt3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6}^* \bar{B}_m^* + \bar{I}_{rd5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{B}_m^* + \bar{I}_{rt5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8}^* \bar{B}_m^* \\ & + \bar{I}_{rd7} \sum_{m=1}^{S_2} M_{m4} \bar{B}_m^* + \bar{I}_{rt7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10}^* \bar{B}_m^* + \bar{I}_{rd9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6}^* \bar{B}_m^* \\ & \left. + \bar{I}_{rt9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12}^* \bar{B}_m^* \right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_{rrt3} = j\phi_2 & \left(\bar{I}_{rd1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{B}_m + \bar{I}_{rt1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{B}_m + \bar{I}_{rd3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6} \bar{B}_m \right. \\ & + \bar{I}_{rt3} \sum_{m=1}^{S_2} M_{m0} \bar{B}_m + \bar{I}_{rd5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8} \bar{B}_m + \bar{I}_{rt5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{B}_m \\ & + \bar{I}_{rd7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10} \bar{B}_m + \bar{I}_{rt7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{B}_m + \bar{I}_{rd9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12} \bar{B}_m \\ & \left. + \bar{I}_{rt9} \sum_{m=1}^{S_2} -_{m6} \bar{B}_m \right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_{rrd5} = j\phi_3 \bigg(& \bar{I}_{rd1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4}^* \bar{C}_m^* + \bar{I}_{rt1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6}^* \bar{C}_m^* + \bar{I}_{rd3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2}^* \bar{C}_m^* \\ & + \bar{I}_{rt3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8}^* \bar{C}_m^* + \bar{I}_{rd5} \sum_{m=1}^{S_2} M_{m0} \bar{C}_m^* + \bar{I}_{rt5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10}^* \bar{C}_m^* \\ & + \bar{I}_{rd7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2}^* \bar{C}_m^* + \bar{I}_{rt7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12}^* \bar{C}_m^* + \bar{I}_{rd9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4}^* \bar{C}_m^* \\ & + \bar{I}_{rt9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m14}^* \bar{C}_m^* \bigg)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_{rrt5} = j\phi_4 \bigg(& \bar{I}_{rd1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6} \bar{C}_m + \bar{I}_{rt1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{C}_m + \bar{I}_{rd3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8} \bar{C}_m \\ & + \bar{I}_{rt3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{C}_m + \bar{I}_{rd5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10} \bar{C}_m + \bar{I}_{rt5} \sum_{m=1}^{S_2} M_{m0} \bar{C}_m \\ & + \bar{I}_{rd7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12} \bar{C}_m + \bar{I}_{rt7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{C}_m + \bar{I}_{rd9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m14} \bar{C}_m \\ & + \bar{I}_{rt9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{C}_m \bigg)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_{rrd7} = j\phi_5 \bigg(& \bar{I}_{rd1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6}^* \bar{D}_m^* + \bar{I}_{rt1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8}^* \bar{D}_m^* + \bar{I}_{rd3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4}^* \bar{D}_m^* \\ & + \bar{I}_{rt3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10}^* \bar{D}_m^* + \bar{I}_{rd5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2}^* \bar{D}_m^* + \bar{I}_{rt5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12}^* \bar{D}_m^* \\ & + \bar{I}_{rd7} \sum_{m=1}^{S_2} M_{m0} \bar{D}_m^* + \bar{I}_{rt7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m14}^* \bar{D}_m^* + \bar{I}_{rd9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2}^* \bar{D}_m^* \\ & + \bar{I}_{rt9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m16}^* \bar{D}_m^* \bigg)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_{rrt7} = j\phi_6 & \left(\bar{I}_{rd1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8} \bar{D}_m + \bar{I}_{rt1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6} \bar{D}_m + \bar{I}_{rd3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10} \bar{D}_m \right. \\ & + \bar{I}_{rt3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{D}_m + \bar{I}_{rd5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12} \bar{D}_m + \bar{I}_{rt5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{D}_m \\ & + \bar{I}_{rd7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m14} \bar{D}_m + \bar{I}_{rt7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m0} \bar{D}_m + \bar{I}_{rd9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m16} \bar{D}_m \\ & \left. + \bar{I}_{rt9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{D}_m \right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_{rrd9} = j\phi_7 & \left(\bar{I}_{rd1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8}^* \bar{E}_m^* + \bar{I}_{rt1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10}^* \bar{E}_m^* + \bar{I}_{rd3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6}^* \bar{E}_m^* \right. \\ & + \bar{I}_{rt3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12}^* \bar{E}_m^* + \bar{I}_{rd5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4}^* \bar{E}_m^* + \bar{I}_{rt5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m14}^* \bar{E}_m^* \\ & + \bar{I}_{rd7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2}^* \bar{E}_m^* + \bar{I}_{rt7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m16}^* \bar{E}_m^* + \bar{I}_{rd9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m0}^* \bar{E}_m^* \\ & \left. + \bar{I}_{rt9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m18}^* \bar{E}_m^* \right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_{rrt9} = j\phi_8 & \left(\bar{I}_{rd1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10} \bar{E}_m + \bar{I}_{rt1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8} \bar{E}_m + \bar{I}_{rd3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12} \bar{E}_m \right. \\ & + \bar{I}_{rt3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6} \bar{E}_m + \bar{I}_{rd5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m14} \bar{E}_m + \bar{I}_{rt5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{E}_m \\ & + \bar{I}_{rd7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m16} \bar{E}_m + \bar{I}_{rt7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{E}_m + \bar{I}_{rd9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m18} \bar{E}_m \\ & \left. + \bar{I}_{rt9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m0} \bar{E}_m \right)\end{aligned}$$

Denklem 5.33’de kullanılan kısaltmaların anlamları aşağıda verilmiştir:

$$\bar{A}_m = e^{j\gamma m1}, \bar{B}_m = e^{j\gamma m3}, \bar{C}_m = e^{j\gamma m5}, \bar{D}_m = e^{j\gamma m7}, \bar{E}_m = e^{j\gamma m9}$$

$$\bar{M}_{m2} = M_{m2} \cdot e^{j\beta m2}, \bar{M}_{m4} = M_{m4} \cdot e^{j\beta m4}, \bar{M}_{m6} = M_{m6} \cdot e^{j\beta m6},$$

$$\bar{M}_{m8} = M_{m8} \cdot e^{j\beta m8}, \bar{M}_{m10} = M_{m10} \cdot e^{j\beta m10}, \bar{M}_{m12} = M_{m12} \cdot e^{j\beta m12},$$

$$\bar{M}_{m14} = M_{m14} \cdot e^{j\beta m14}, \bar{M}_{m16} = M_{m16} \cdot e^{j\beta m16}, \bar{M}_{m18} = M_{m18} \cdot e^{j\beta m18},$$

$$\gamma m1 = (m-1)\alpha, \gamma m3 = 3(m-1)\alpha, \gamma m5 = 5(m-1)\alpha, \gamma m7 = 7(m-1)\alpha,$$

$$\gamma m9 = 9(m-1)\alpha \quad (m = 1, 2, 3, \dots, S_2)$$

$$\phi_1 = \frac{\omega}{2}(-2 + 3s), \quad \phi_2 = \frac{\omega}{2}(4 - 3s), \quad \phi_3 = \frac{\omega}{2}(-4 + 5s),$$

$$\phi_4 = \frac{\omega}{2}(6 - 5s), \quad \phi_5 = \frac{\omega}{2}(-6 + 7s), \quad \phi_6 = \frac{\omega}{2}(8 - 7s),$$

$$\phi_7 = \frac{\omega}{2}(-8 + 9s), \quad \phi_8 = \frac{\omega}{2}(10 - 9s)$$

Kısaltmaların açıklamalarında verilen βmk 'lar ise 1. rotor gözü ile diğer gözler arasındaki ortak endüktanslarının Fourier serisine açılımından gelen harmonik faz farklarını göstermektedir. Genel olarak $\beta mk = \delta r1mk$ olarak ifade edilir. M_{mk} 'lar yine 1. rotor gözü ile diğer gözler arasındaki ortak endüktansların harmoniklerinin genliklerini ifade etmektedir. Genel olarak $M_{mk} = M_{r1mk}$ 'dır. Bu ifade de m göz numarasını, k ise ortak endüktansların harmoniklerinin derecesini göstermektedir. Ortak endüktans terimi genel anlamda kullanıldığından bir rotor çevriminin öz endüktansı kendisi ile olan ortak endüktansı olarak düşünülebilir. Bu durumda birinci gözün öz endüktansı yukarıdaki denklemlerde:

$$L_{r11} = M_{r110} + Ge \left(\sum_{k=2}^{N_2} M_{r11k} \cdot e^{j(\delta r11k + k\theta)} \right) \quad (5.34)$$

veya indisleri kısaltarak,

$$L_{r11} = M_{10} + Ge \left(\sum_{k=2}^{N_2} M_{1k} \cdot e^{j\beta_{1k}} \cdot e^{jk\theta} \right) \quad (5.35)$$

şeklinde kullanılmıştır.

Öz endüktanslar dışında, rotor gözleri arasındaki ortak endüktanslar eksi olduğundan Denklem 5.33'deki toplama işleminde $m > 1$ değerleri için toplama işaretinin başına eksi işareti konması gerekir. Rotor sincap kafesli olduğundan rotor gözlerinde bir gözdeki gerilim düşümlerinin toplamı sıfır olacaktır. Ayrıca harmonik gerilimlerinin genliklerinin toplamı da kendi aralarında sıfır olacaktır. O halde 1., 3., 5., 7. ve 9. harmonikler için rotor gerilim denklemleri Denklem 5.36 ve Denklem 5.37'de verilmiştir.

$$\bar{V}_{r1dn} + \bar{V}_{radn} + \bar{V}_{rbdn} + \bar{V}_{rrdn} = 0 \quad (5.36)$$

ve

$$\bar{V}_{r1tn} + \bar{V}_{ratn} + \bar{V}_{rbtn} + \bar{V}_{rrtn} = 0 \quad (5.37)$$

$$(n = 1, 3, 5, 7, 9)$$

$\bar{V}_{r1dn}$ bileşeni Denklem 5.26'da $\bar{V}_{r1tn}$ bileşeni Denklem 5.27'de $\bar{V}_{radn}, \bar{V}_{ratn}, \bar{V}_{rbdn}, \bar{V}_{rbtn}$ Denklem 5.32'de ve $\bar{V}_{rrdn}$ ve $\bar{V}_{rrtn}$ Denklem 5.33'de verilmiştir.

5.2. STATOR SARGISI GERİLİM DENKLEMİ

Stator sargısı gerilimi Denklem 5.38'deki gibi olacaktır.

$$V_a = R_a i_a + \frac{d\psi_a}{dt} + \frac{d\psi_{ab}}{dt} + \sum_{m=1}^{S_2} \frac{d\psi_{arm}}{dt} \quad (5.38)$$

Denklemden $\psi_a = L_a i_a$ ve $\psi_{ab} = M_{ab} i_b$ 'yi ifade etmektedir. Stator sargısı ile 1. rotor gözünden $(m-1)\alpha$ kadar ileride bulunan m. rotor gözü arasındaki ortak endüktansın ifadesi Denklem 5.39'da verilmiştir.

$$M_{arm} = Ge \sum_{k=1}^{N_1} M_{ark} \cdot e^{j\delta_{ak}} \cdot e^{j(k\theta + k(m-1)\alpha)} \quad (5.39)$$

Rotor akımının i. harmoniğinin stator sargısında endükleyeceği n. harmonik akı Denklem 5.40'da ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned} \psi_{armn} = & Ge(\sqrt{2}\bar{I}_{rdi} \cdot e^{-jiam} \cdot e^{j(\omega t - i\theta)}) Ge \left(\sum_{k=1}^{N_1} M_{ark} \cdot e^{j\delta_{ak}} \cdot e^{j(k\theta + kam)} \right) \\ & + Ge(\sqrt{2}\bar{I}_{rti} \cdot e^{jiam} \\ & \cdot e^{j(\omega t + i\theta)}) Ge \left(\sum_{k=1}^{N_1} M_{ark} \cdot e^{j\delta_{ak}} \cdot e^{j(k\theta + kam)} \right) \end{aligned} \quad (5.40)$$

Denklem 5.40'da gerekli işlemler yapılırsa ψ_{armn} Denklem 5.41'de verilen şekle dönüşür.

$$\begin{aligned}
\psi_{armn} = & \frac{\sqrt{2}}{2} Ge \left(\sum_{k=1}^{N_1} \bar{I}_{r di} \cdot M_{ark} \cdot e^{j(\delta ak - (i-k)\alpha m)} \cdot e^{j(\omega t - (i-k)\theta)} \right) \\
& + \frac{\sqrt{2}}{2} Ge \left(\sum_{k=1}^{N_1} \bar{I}_{r ti} \cdot M_{ark} \cdot e^{j(\delta ak + (i+k)\alpha m)} \cdot e^{j(\omega t + (i+k)\theta)} \right) \\
& + \frac{\sqrt{2}}{2} Ge \left(\sum_{k=1}^{N_1} \bar{I}_{r di} \cdot M_{ark} \cdot e^{-j(\delta ak + (i+k)\alpha m)} \cdot e^{j(\omega t - (i+k)\theta)} \right) \\
& + \frac{\sqrt{2}}{2} Ge \left(\sum_{k=1}^{N_1} \bar{I}_{r ti} \cdot M_{ark} \cdot e^{-j(\delta ak - (i-k)\alpha m)} \cdot e^{j(\omega t + (i-k)\theta)} \right)
\end{aligned} \tag{5.41}$$

Denklemde $\alpha m = (m - 1)\alpha$ 'yı ifade etmektedir. Stator akım ve geriliminin temel harmoniği dışındaki harmonikler çok küçük olduğundan dikkate alınmayacaktır. Bu durumda rotor akımlarının stator sargısında şebeke frekanslı gerilimler endükleyebilmesi için Denklem 5.41'de $n=1$ ve;

$$\begin{aligned}
i - k = 0 & \quad i = k \\
i + k = 0 & \quad i = -k
\end{aligned} \tag{5.42}$$

olmalıdır. Denklem 5.42'de i ve k 'nın 0'dan büyük olması durumunda ikinci koşul gerçekleşmez. Bu nedenle Denklem 5.41'de $e^{j(\omega t \pm (i+k)\theta)}$ çarpanını içeren ifadeler stator sargısında gerilim oluşturmazlar. Denklem 5.42'nin ilk ifadesi rotor akımı ile ortak endüktansın aynı dereceden harmonikleri stator sargısında şebeke frekansında gerilimler meydana getireceğini göstermektedir. Denklem 5.38 ve 5.42'yi bir arada değerlendirirsek stator sargısı gerilim denklemi etkin değer fazörleri cinsinden Denklem 5.43'deki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned}
\bar{V}_a = R_a \bar{I}_a + j\omega \left(L_a \bar{I}_a + M_{ab} \bar{I}_b + \frac{S_2 M_{ar1}}{2} (\bar{I}_{rd1} \cdot e^{j\delta a1} + \bar{I}_{rt1} \cdot e^{-j\delta a1}) \right) \\
+ j\omega \left(\frac{S_2 M_{ar3}}{2} (\bar{I}_{rd3} \cdot e^{j\delta a3} + \bar{I}_{rt3} \cdot e^{-j\delta a3}) \right) \\
+ j\omega \left(\frac{S_2 M_{ar5}}{2} (\bar{I}_{rd5} \cdot e^{j\delta a5} + \bar{I}_{rt5} \cdot e^{-j\delta a5}) \right) \\
+ j\omega \left(\frac{S_2 M_{ar7}}{2} (\bar{I}_{rd7} \cdot e^{j\delta a7} + \bar{I}_{rt7} \cdot e^{-j\delta a7}) \right) \\
+ j\omega \left(\frac{S_2 M_{ar9}}{2} (\bar{I}_{rd9} \cdot e^{j\delta a9} + \bar{I}_{rt9} \cdot e^{-j\delta a9}) \right)
\end{aligned} \tag{5.43}$$

5.3. YARIK KUTUP HALKASI GERİLİM DENKLEMİ

Yarık kutup halkası gerilim denklemi, stator sargısı gerilim denklemi ile tam bir benzerlik göstermektedir. Yarık kutup halkası akım ve geriliminin yüksek dereceden harmonikleri çok küçük olduğundan ihmal edilecektir. Bu durumda gerilim eşitliği Denklem 5.44'de verilmiştir.

$$\bar{V}_b = R_b \bar{I}_b + j\omega L_b \bar{I}_b + j\omega M_{ab} \bar{I}_a + \frac{1}{\sqrt{2}} F_{azör} \left(\sum_{m=1}^{S_2} \frac{d\psi_{brm}}{dt} \right) \tag{5.44}$$

M. rotor gözünün yarık kutup halkasında endükleyeceği n. harmonik akı:

$$\psi_{brmn} = Ge(i_{ri}) \cdot Ge \left(\sum_{k=1}^{N_1} M_{brk} \cdot e^{j\delta bk} \cdot e^{jk(\theta+(m-1)\alpha)} \right) \tag{5.45}$$

olacaktır. Yarık kutup halkası ile rotor arasındaki ortak endüktansın tek dereceli harmonikleri bulunduğundan Denklem 5.45'de $k=1, 3, 5, 7, \dots, N_1$ şeklinde tek tam sayı değerleri alacaktır. Stator sargısı için yapılan ara işlemler yarık kutup halkası için tekrarlanırsa yarık kutup halkası gerilim denklemi aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned}
\bar{V}_b = R_b \bar{I}_b + j\omega & \left(L_b \bar{I}_b + M_{ab} \bar{I}_a + \frac{S_2 M_{br1}}{2} (\bar{I}_{rd1} \cdot e^{j\delta b1} + \bar{I}_{rt1} \cdot e^{-j\delta b1}) \right) \\
& + j\omega \left(\frac{S_2 M_{br3}}{2} (\bar{I}_{rd3} \cdot e^{j\delta b3} + \bar{I}_{rt3} \cdot e^{-j\delta b3}) \right) \\
& + j\omega \left(\frac{S_2 M_{br5}}{2} (\bar{I}_{rd5} \cdot e^{j\delta b5} + \bar{I}_{rt5} \cdot e^{-j\delta b5}) \right) \\
& + j\omega \left(\frac{S_2 M_{br7}}{2} (\bar{I}_{rd7} \cdot e^{j\delta b7} + \bar{I}_{rt7} \cdot e^{-j\delta b7}) \right) \\
& + j\omega \left(\frac{S_2 M_{br9}}{2} (\bar{I}_{rd9} \cdot e^{j\delta b9} + \bar{I}_{rt9} \cdot e^{-j\delta b9}) \right)
\end{aligned} \tag{5.46}$$

Stator, rotor ve yarık kutup halkası gerilim denklemlerini toplu halde aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$\begin{bmatrix} Z_a & Z_{ab} & Z_{ard} & Z_{art} \\ Z_{ab} & Z_b & Z_{brd} & Z_{brt} \\ Z_{rad} & Z_{rbd} & Z_{rdd} & Z_{rtd} \\ Z_{rat} & Z_{rbt} & Z_{rtd} & Z_{rtt} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_{rd} \\ \bar{I}_{rt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5.47}$$

Akımlar Denklem 5.47'nin çözümünden elde edilecektir. Akım ve empedans matrisinin alt matrisleri Ek-A'da verilmiştir.

5.4. MOMENT DENKLEMİ

Gölge kutuplu asenkron motorlarda rotor çevresi düzgün olduğundan stator sargısının öz endüktans, yarık kutup halkasının öz endüktansı ve stator sargısı ile yarık kutup halkası arasındaki ortak endüktans rotor konumundan bağımsızdır. Bu nedenle stator sargısı ile yarık kutup halkası kendi aralarında moment oluşturmazlar. O halde moment stator sargısı-rotor gözleri, yarık kutup halkası- rotor gözleri ve rotor gözlerinin kendi aralarında karşılıklı etkileşimlerinden meydana gelecektir.

5.4.1. Stator Sargısı İle Rotor Gözlerinin Meydana Getirdiği Moment

Stator akımı ile 1. rotor gözü akımının karşılıklı etkileşimden meydana gelen moment Denklem 5.48'deki gibi olacaktır [30, 92].

$$T_{ar1} = P_o i_a i_{ar} \frac{\partial M_{ar}}{\partial \theta} \quad (5.48)$$

Yukarıdaki denklemde;

$$i_a = Ge(\sqrt{2} \bar{I}_a e^{j\omega t}) \quad (5.49)$$

1. rotor gözü için;

$$i_{r1} = Ge \left(\sum_{i=1}^9 \sqrt{2} (\bar{I}_{r di} e^{j(\omega t - i\theta)} + \bar{I}_{r ti} e^{j(\omega t + i\theta)}) \right) \quad (5.50)$$

$$\frac{\partial M_{ar}}{\partial \theta} = Ge \left(\sum_{k=1}^{N_1} k M_{ark} e^{j(\delta ak + \pi/2)} \cdot e^{jk\theta} \right) \quad (5.51)$$

şeklindedir. Rotor toplam S_2 tane göz bulunduğundan stator akımı ile rotor akımlarının meydana getirdikleri toplam moment;

$$T_{ar} = S_2 T_{ar1} \quad (5.52)$$

olacaktır. Denklem 5.48 ve Denklem 5.51 denklemleri Denklem 5.52'de yerine yazılırsa aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\begin{aligned}
T_{ar} = \frac{P_o S_2}{2} Ge \left(\sum_{i=1}^9 \sum_{k=1}^{N_1} \bar{I}_a \left(\bar{M}_k \bar{I}_{r di} e^{j(2\omega t + (k-i)\theta)} + \bar{M}_k \bar{I}_{r ti} e^{j(2\omega t + (k+i)\theta)} \right) \right. \\
+ \bar{M}_k \left(\bar{I}_{r di}^* e^{j(k+i)\theta} + \bar{I}_{r ti}^* e^{j(k-i)\theta} \right) \\
+ \bar{M}_k^* \left(\bar{I}_{r di} e^{j(2\omega t - (k+i)\theta)} + \bar{I}_{r ti} e^{j(2\omega t - (k-i)\theta)} \right) \\
\left. + \bar{M}_k^* \left(\bar{I}_{r di}^* e^{j(i-k)\theta} + \bar{I}_{r ti}^* e^{-j(i+k)\theta} \right) \right)
\end{aligned} \tag{5.53}$$

Bu denklemde;

$$\bar{M}_k = k M_{ark} e^{j(\delta a k + \pi/2)} \tag{5.54}$$

ve $\bar{M}_k^* = \bar{M}_k$ 'nın eşleniğidir.

Denklem 5.54'de 1., 2., 3., 5., 6. ve 8. terimleri sinüsoidal momentler meydana getireceklerinden ortalama değerleri sıfır olacak ve toplam ortalama momente katkıları olmayacaktır. 4. ve 7. terimler $i - k = 0$ veya $i = k$ değerleri için sıfırdan farklı ortalama moment vereceklerdir. Bu durumları dikkate alarak stator akımı ile rotor akımlarının meydana getirdikleri ortalama momentin denklemi aşağıdaki gibi olur.

$$T_{aro} = \frac{P_o S_2}{2} Ge \left(\sum_{k=1}^9 \bar{I}_a (\bar{M}_k^* \bar{I}_{r dk}^* + \bar{M}_k \bar{I}_{r tk}^*) \right) \tag{5.55}$$

Denklemde ifade edilen k 1, 3, 5, 7 ve 9 değerlerini almaktadır.

5.4.2. Yarı Kutup Halkası İle Rotor Gözlerinin Meydana Getirdiği Moment

Yarı kutup halkası ile rotor gözleri arasındaki ilişki, stator sargısı ile rotor gözleri arasındaki ilişki tam bir benzerlik içinde olacaktır. Dolayısıyla Denklem 5.55'de elde edilen eşitliğe bakarak yarı kutup halkası ile rotor gözlerinin meydana getirecekleri ortalama moment Denklem 5.56'da verilmiştir.

$$T_{bro} = \frac{P_o S_2}{2} Ge \left(\sum_{k=1}^9 \bar{I}_b (\bar{M}_{kb}^* \bar{I}_{rdk}^* + \bar{M}_{kb} \bar{I}_{rtk}^*) \right) \quad (5.56)$$

Denklemden ifade edilen k 1, 3, 5, 7 ve 9 değerlerini almaktadır ve;

$$\bar{M}_{bk} = k M_{brk} e^{j(\delta b k + \pi/2)} \quad (5.57)$$

5.4.3. Rotor Gözlerinin Kendi Aralarında Meydana Getirdiği Moment

Rotor gözlerinin öz endüktansları ve gözler arasındaki ortak endüktans stator çevresinin düzgün olmamasından dolayı rotor konumu ile değişmektedir. Bunun sonucu olarak makinada bir relüktans momenti endüklenmektedir. 1. rotor gözü ile m. rotor gözünün aralarında meydana getirecekleri moment:

$$T_{r1m} = \frac{P_o}{2} \left(\left(i_{r1}^2 \frac{\partial L_{r1}}{\partial \theta} + i_{r1} i_{rm} \frac{\partial M_{r1m}}{\partial \theta} \right) + \left(i_{rm}^2 \frac{\partial L_{rm}}{\partial \theta} + i_{r1} i_{rm} \frac{\partial M_{r1m}}{\partial \theta} \right) \right) \quad (5.58)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem 5.58'den görüldüğü üzere iki gözün oluşturacağı moment gözlerin öz endüktansları ile ilgili birer terim ve iki göz arasındaki ortak endüktans ile ilgili iki terimden oluşmaktadır. Rotorda toplam S_2 tane göz bulunduğu için rotor gözlerinin kendi aralarında oluşturacakları moment, S_2 tane öz endüktans ile ilgili terimden ve $S_2(S_2 - 1)$ tane de ortak endüktans ile ilgili terimden oluşacaktır. O halde rotor gözlerinin kendi aralarında oluşturacakları toplam moment:

$$T_{rr} = \frac{P_o S_2}{2} \left(i_{r1} i_{rm} \frac{\partial L_r}{\partial \theta} + \sum_{m=2}^{S_2} i_{r1} i_{rm} \frac{\partial M_{r1m}}{\partial \theta} \right) \quad (5.59)$$

Gerekli ara işlemler yapılırsa $i_{r1} i_{rm}$ çarpımı aşağıdaki şekli alır:

$$\begin{aligned}
i_{r1} i_{rm} = Ge & \left(\sum_{i=1}^9 \sum_{n=1}^9 \left(\bar{I}_{rdi} \bar{I}_{rdn} e^{j(2\omega t - c - a)} + \bar{I}_{rdi} \bar{I}_{rtn} e^{j(2\omega t - b + a)} \right. \right. \\
& + \bar{I}_{rdi} (\bar{I}_{rdn}^* e^{-j(b-a)} + \bar{I}_{rtn}^* e^{-j(c+a)}) \\
& + \bar{I}_{rti} (\bar{I}_{rdn} e^{j(2\omega t - a + b)} + \bar{I}_{rtn} e^{j(2\omega t + a + c)}) \\
& \left. \left. + \bar{I}_{rti} (\bar{I}_{rtn}^* e^{j(a+c)} + \bar{I}_{rtn} e^{j(b-a)}) \right) \right)
\end{aligned} \tag{5.60}$$

denklemden $a = (m - 1)n\alpha$, $b = (i - n)\theta$ ve $c = (i + n)\theta$ 'yı ifade etmektedir. Denklem 5.60'da $e^{j2\omega t}$ çarpanı bulunan terimler sinüsoidal momentler meydana getireceğinden bu terimlerin ortalama momente katkısı yoktur.

$$\frac{\partial M_{r1m}}{\partial \theta} = Ge \left(\sum_{k=2}^{N_2} k \bar{M}_{rk} e^{jk\theta} \right) \tag{5.61}$$

Burada,

$$\bar{M}_{rk} = M_{r1mk} e^{j(k(m-1)\alpha + \delta 1mk + \pi/2)} \tag{5.62}$$

ile ifade edilmektedir. Denklem 5.60'nın sinüsoidal moment oluşturan terimleri çıkartıldıktan sonra ve Denklem 5.61 ile Denklem 5.62 dikkate alınarak yapılan ara işlemlerden sonra Denklem 5.59'un 2. terimi aşağıdaki gibi olur.

$$\begin{aligned}
T_{rr} = \frac{P_o S_2}{4} Ge & \left(\sum_{m=2}^{S_2} \sum_{i=1}^9 \sum_{n=1}^9 \sum_{k=2}^{N_2} k \left(\bar{M}_{rk} \bar{I}_{rdi} \bar{I}_{rdn}^* e^{j(v\theta + a)} \right. \right. \\
& + \bar{M}_{rk} \bar{I}_{rdi} \bar{I}_{rtn}^* e^{j(q\theta - a)} \\
& + \bar{M}_{rk} \bar{I}_{rdi} (\bar{I}_{rdn}^* e^{-j(u\theta - a)} + \bar{I}_{rtn}^* e^{-j(p\theta + a)}) \\
& + \bar{M}_{rk}^* \bar{I}_{rti} (\bar{I}_{rdn} e^{j(p\theta + a)} + \bar{I}_{rtn} e^{j(u\theta - a)}) \\
& \left. \left. + \bar{M}_{rk}^* \bar{I}_{rti} (\bar{I}_{rdn}^* e^{-j(q\theta - a)} + \bar{I}_{rtn}^* e^{-j(u\theta + a)}) \right) \right)
\end{aligned} \tag{5.63}$$

Burada p , q , u ve v 'nin değeri aşağıdaki gibidirler:

$$p = k + i + n, \quad q = k - i - n, \quad u = k + i - n, \quad v = k - i + n \quad (5.64)$$

$p = k + i + n$ olduğuna ve $k > 0, i > 0$ ve $n > 0$ olduğuna göre Denklem 5.63'ün 4. ve 5. terimleri sinüsoidal terimler vereceğinden bu terimlerin ortalama momente etkisi olmayacaktır. Denklem 5.63'de 1. terimin sıfırdan farklı bir ortalama moment verebilmesi için $v = 0$ olmalıdır. Bunun içinde;

$$k = i - n \quad (5.65)$$

olmalıdır. Denklem 5.65'in sağlanması için i , k ve n değerleri Çizelge 5.2'de verilmiştir.

Çizelge 5.2. i , k ve n 'nin alabileceği değerler.

k	i	n
2	3	1
2	5	3
2	7	5
2	9	7
4	5	1
4	7	3
4	9	5
6	7	1
6	9	3
8	9	1

Bu değerlere göre Denklem 5.63'ün 1. terimi aşağıdaki ortalama momenti verecektir [92].

$$\begin{aligned}
T_{rr10} = \frac{P_o S_2}{2} Ge \bigg(& \bar{I}_{rd3} \bar{I}_{rd1}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{jh1} + \bar{I}_{rd5} \bar{I}_{rd3}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{jh2} \\
& + \bar{I}_{rd7} \bar{I}_{rd5}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{jh3} + \bar{I}_{rd9} \bar{I}_{rd7}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{jh4} \\
& + 2 \bar{I}_{rd5} \bar{I}_{rd1}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{jh5} + 2 \bar{I}_{rd7} \bar{I}_{rd3}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{jh6} \\
& + 2 \bar{I}_{rd9} \bar{I}_{rd5}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{jh7} + 3 \bar{I}_{rd7} \bar{I}_{rd1}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m6} e^{jh8} \\
& + 3 \bar{I}_{rd9} \bar{I}_{rd3}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m6} e^{jh9} + 4 \bar{I}_{rd9} \bar{I}_{rd1}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m8} e^{jh10} \bigg) \quad (5.66)
\end{aligned}$$

Burada kullanılan

$$\begin{aligned}
h_1 &= 3(m-1)\alpha + \delta 1m2 + \pi/2 \\
h_2 &= 5(m-1)\alpha + \delta 1m2 + \pi/2 \\
h_3 &= 7(m-1)\alpha + \delta 1m2 + \pi/2 \\
h_4 &= 9(m-1)\alpha + \delta 1m2 + \pi/2 \\
h_5 &= 5(m-1)\alpha + \delta 1m4 + \pi/2 \\
h_6 &= 7(m-1)\alpha + \delta 1m4 + \pi/2 \\
h_7 &= 9(m-1)\alpha + \delta 1m4 + \pi/2 \\
h_8 &= 7(m-1)\alpha + \delta 1m6 + \pi/2 \\
h_9 &= 9(m-1)\alpha + \delta 1m6 + \pi/2 \\
h_{10} &= 9(m-1)\alpha + \delta 1m8 + \pi/2
\end{aligned} \quad (5.67)$$

olarak ifade edilebilir. Denklem 5.63'ün 2. teriminin sıfırdan farklı bir ortalama moment verebilmesi için $q = 0$ olmalıdır. Bu durumda $k = i + n$ olmalıdır. Buna göre i ve n 'nin bütün değerleri için eşitlik sağlanır. O halde Denklem 5.63'ün 2. terimi aşağıdaki ortalama momentini verecektir.

$$T_{rr20} = \frac{P_o S_2}{4} Ge \left(\sum_{m=2}^{S_2} \sum_{i=1}^9 \sum_{n=1}^9 (n+i) \bar{M}_{rk} \bar{I}_{rdi} \bar{I}_{rtn}^* e^{-ja} \right) \quad (5.68)$$

$$(k = i + n), \quad (i = 1, 3, 5, 7, 9), \quad (n = 1, 3, 5, 7, 9)$$

Denklem 5.63'ün 3. terimi için $u = 0$ olmalıdır. Bunun için de;

$$k = n - i \quad (5.69)$$

değerleri için sıfırdan farklı ortalama moment verecektir. Denklem 5.69'un sağlanması için i , k ve n değerleri Çizelge 5.3'de verilmiştir.

Çizelge 5.3. i , k ve n 'nin alabileceği değerler.

k	i	n
2	1	3
2	3	5
2	5	7
2	7	9
4	1	5
4	3	7
4	5	9
6	1	7
6	3	9
8	1	9

$\bar{I}$, n ve k 'nın yukarıdaki değerlerine göre Denklem 5.63'ün 3. terimi aşağıdaki ortalama momenti verecektir.

$$\begin{aligned}
T_{rr30} = \frac{P_o S_2}{2} Ge & \left(\bar{I}_{rd1} \bar{I}_{rd3}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{jh1} + \bar{I}_{rd3} \bar{I}_{rd5}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{jh2} \right. \\
& + \bar{I}_{rd5} \bar{I}_{rd7}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{jh3} + \bar{I}_{rd7} \bar{I}_{rd9}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{jh4} \\
& + 2 \bar{I}_{rd1} \bar{I}_{rd5}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{jh5} + 2 \bar{I}_{rd3} \bar{I}_{rd7}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{jh6} \quad (5.70) \\
& + 2 \bar{I}_{rd5} \bar{I}_{rd9}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{jh7} + 3 \bar{I}_{rd1} \bar{I}_{rd7}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m6} e^{jh8} \\
& \left. + 3 \bar{I}_{rd3} \bar{I}_{rd9}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m6} e^{jh9} + 4 \bar{I}_{rd1} \bar{I}_{rd9}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m8} e^{jh10} \right)
\end{aligned}$$

Denklem 5.63'ün 6. terimi 3. teriminde olduğu gibi $u = 0$ ve $k = n - i$ değerleri sıfırdan farklı bir ortalama moment verecektir. $k = n - i$ bağıntısının sağlanması için k , n ve i 'nin alması gereken değerler Çizelge 5.3'de verilmişti. O halde;

$$\begin{aligned}
T_{rr60} = \frac{P_o S_2}{2} Ge & \left(\bar{I}_{rt1} \bar{I}_{rt3}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{-jh1} + \bar{I}_{rt3} \bar{I}_{rt5}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{-jh2} \right. \\
& + \bar{I}_{rt5} \bar{I}_{rt7}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{-jh3} + \bar{I}_{rt7} \bar{I}_{rt9}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{-jh4} \\
& + 2 \bar{I}_{rt1} \bar{I}_{rt5}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{-jh5} + 2 \bar{I}_{rt3} \bar{I}_{rt7}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{-jh6} \quad (5.71) \\
& + 2 \bar{I}_{rt5} \bar{I}_{rt9}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{-jh7} + 3 \bar{I}_{rt1} \bar{I}_{rt7}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m6} e^{-jh8} \\
& \left. + 3 \bar{I}_{rt3} \bar{I}_{rt9}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m6} e^{-jh9} + 4 \bar{I}_{rt1} \bar{I}_{rt9}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m8} e^{-jh10} \right)
\end{aligned}$$

Denklem 5.63'ün 7. terimi 2. teriminde olduğu gibi $q = 0$ ve $k = i + n$ değerleri için sıfırdan farklı bir ortalama moment verecektir. $k = i + n$ bağıntısı i ve n 'nin bütün

değerleri için gerçekleşeceğinden 7. terimin vereceği ortalama moment aşağıdaki gibi olacaktır:

$$T_{rr70} = \frac{P_o S_2}{4} Ge \left(\sum_{m=2}^{S_2} \sum_{i=1}^9 \sum_{n=1}^9 (i+n) \bar{M}_{rk} \bar{I}_{rti} \bar{I}_{rdn}^* e^{ja} \right) \quad (5.72)$$

$(k = i + n), \quad (i = 1, 3, 5, 7, 9), \quad (n = 1, 3, 5, 7, 9)$

Denklem 5.63'ün son terimi 1. teriminde olduğu gibi $v = 0$ ve $k = i - n$ bağıntısını sağlaması için k, n ve i'nin almaları gereken değerler Çizelge 5.2'de verilmişti. Buna göre son terimin vereceği ortalama moment aşağıdaki gibi olacaktır.

$$T_{rr80} = \frac{P_o S_2}{2} Ge \left(\bar{I}_{rt3} \bar{I}_{rd1}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{-jh1} + \bar{I}_{rt5} \bar{I}_{rd3}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{-jh2} \right. \\ + \bar{I}_{rt7} \bar{I}_{rd5}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{-jh3} + \bar{I}_{rt9} \bar{I}_{rd7}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{-jh4} \\ + 2 \bar{I}_{rt5} \bar{I}_{rd1}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{-jh5} + 2 \bar{I}_{rt7} \bar{I}_{rd3}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{-jh6} \quad (5.73) \\ + 2 \bar{I}_{rt9} \bar{I}_{rd5}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{-jh7} + 3 \bar{I}_{rt7} \bar{I}_{rd1}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m6} e^{-jh8} \\ \left. + 3 \bar{I}_{rt9} \bar{I}_{rd3}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m6} e^{-jh9} + 4 \bar{I}_{rt9} \bar{I}_{rd1}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m8} e^{-jh10} \right)$$

Denklem 5.59'un birinci terimi gözlerin öz endüktanslarının rotor konumu ile değişiminden kaynaklanmaktadır. Bu terim ortak endüktansın değişimine bağlı olarak yukarıda hesaplanan moment bileşenlerinden $m=1$ yazarak başından $\sum_{m=2}^{S_2}$ toplama işlemini kaldırmak ve ortak endüktansların türevi yerine birinci gözün öz endüktansı türevini (θ 'ya göre kısmi türevler) koymakla elde edilir. Denklem 5.67'de $m=1$ yazılırsa, h_1-h_{10} yerine $h_{11}-h_{20}$ faz farkları aşağıdaki gibi olur.

$$\begin{aligned}
h_{11} &= h_{12} = h_{13} = h_{14} = \delta 12 + (\pi/2) \\
h_{15} &= h_{16} = h_{17} = \delta 14 + (\pi/2) \\
h_{18} &= h_{19} = \delta 16 + (\pi/2) \\
h_{20} &= \delta 18 + (\pi/2)
\end{aligned} \tag{5.74}$$

Burada $\delta 12$ birinci gözün öz endüktansının Fourier serisine açılımında birinci harmoniğinin ($k = 2$) faz farkı ve $\delta 14$ ise ikinci harmoniğinin ($k = 4$) faz farkını göstermektedir. Öz endüktansın θ 'ye göre türevi aşağıdaki gibi yazılacaktır.

$$\frac{\partial L_{r1}}{\partial \theta} = Ge \left(\sum_{k=2}^{S_2} k \bar{L}_{rk} \right) = Ge \left(\sum_{k=2}^{N_2} k L_{r1k} e^{j(\delta 1k + \pi/2)} \right) \tag{5.75}$$

ve

$$\bar{L}_{rk} = L_{r1k} e^{j(\delta 1k + \pi/2)} \tag{5.76}$$

dir. Yukarıda verilenlere göre rotor gözlerinin öz endüktansının rotor konumu ile değişiminden meydana gelecek relüktans momentin ortalama değer bileşenleri aşağıdaki gibi olacaktır. Denklem 5.66 yardımıyla;

$$\begin{aligned}
T_{r10} = \frac{P_o S_2}{2} Ge & (L_{r12} \bar{I}_{rd3} \bar{I}_{rd1}^* e^{jh11} + L_{r12} \bar{I}_{rd5} \bar{I}_{rd3}^* e^{jh12} \\
& + L_{r12} \bar{I}_{rd7} \bar{I}_{rd5}^* e^{jh13} + L_{r12} \bar{I}_{rd9} \bar{I}_{rd7}^* e^{jh14} \\
& + 2 L_{r14} \bar{I}_{rd5} \bar{I}_{rd1}^* e^{jh15} + 2 L_{r14} \bar{I}_{rd7} \bar{I}_{rd3}^* e^{jh16} \\
& + 2 L_{r14} \bar{I}_{rd9} \bar{I}_{rd5}^* e^{jh17} + 3 L_{r16} \bar{I}_{rd7} \bar{I}_{rd1}^* e^{jh18} \\
& + 3 L_{r16} \bar{I}_{rd9} \bar{I}_{rd3}^* e^{jh19} + 4 L_{r18} \bar{I}_{rd9} \bar{I}_{rd1}^* e^{jh20})
\end{aligned} \tag{5.77}$$

Denklem 5.68'i referans alarak;

$$T_{r20} = \frac{P_o S_2}{4} Ge \left(\sum_{i=1}^9 \sum_{n=1}^9 (n+i) \bar{L}_{rk} \bar{I}_{rdi} \bar{I}_{rtn}^* \right) \tag{5.78}$$

Denklem 5.70 yardımıyla:

$$\begin{aligned}
T_{r30} = \frac{P_o S_2}{2} Ge & (L_{r12} \bar{I}_{rd1} \bar{I}_{rd3}^* e^{jh11} + L_{r12} \bar{I}_{rd3} \bar{I}_{rd5}^* e^{jh12} \\
& + L_{r12} \bar{I}_{rd5} \bar{I}_{rd7}^* e^{jh13} + L_{r12} \bar{I}_{rd7} \bar{I}_{rd9}^* e^{jh14} \\
& + 2 L_{r14} \bar{I}_{rd1} \bar{I}_{rd5}^* e^{jh15} + 2 L_{r14} \bar{I}_{rd3} \bar{I}_{rd7}^* e^{jh16} \\
& + 2 L_{r14} \bar{I}_{rd5} \bar{I}_{rd9}^* e^{jh17} + 3 L_{r16} \bar{I}_{rd1} \bar{I}_{rd7}^* e^{jh18} \\
& + 3 L_{r16} \bar{I}_{rd3} \bar{I}_{rd9}^* e^{jh19} + 4 L_{r18} \bar{I}_{rd1} \bar{I}_{rd9}^* e^{jh20})
\end{aligned} \tag{5.79}$$

Denklem 5.71 yardımıyla:

$$\begin{aligned}
T_{r60} = \frac{P_o S_2}{2} Ge & (L_{r12} \bar{I}_{rt1} \bar{I}_{rt3}^* e^{-jh11} + L_{r12} \bar{I}_{rt3} \bar{I}_{rt5}^* e^{-jh12} \\
& + L_{r12} \bar{I}_{rt5} \bar{I}_{rt7}^* e^{-jh13} + L_{r12} \bar{I}_{rt7} \bar{I}_{rt9}^* e^{-jh14} \\
& + 2 L_{r14} \bar{I}_{rt1} \bar{I}_{rt5}^* e^{-jh15} + 2 L_{r14} \bar{I}_{rt3} \bar{I}_{rt7}^* e^{-jh16} \\
& + 2 L_{r14} \bar{I}_{rt5} \bar{I}_{rt9}^* e^{-jh17} + 3 L_{r16} \bar{I}_{rt1} \bar{I}_{rt7}^* e^{-jh18} \\
& + 3 L_{r16} \bar{I}_{rt3} \bar{I}_{rt9}^* e^{-jh19} + 4 L_{r18} \bar{I}_{rt1} \bar{I}_{rt9}^* e^{-jh20})
\end{aligned} \tag{5.80}$$

Denklem 5.72 yardımıyla:

$$\begin{aligned}
T_{r70} = \frac{P_o S_2}{4} Ge & \left(\sum_{i=1}^9 \sum_{n=1}^9 (n+i) \bar{L}_{rk} \bar{I}_{rti} \bar{I}_{rdn}^* \right) \\
& (i = 1, 3, 5, 7, 9), \quad (n = 1, 3, 5, 7, 9)
\end{aligned} \tag{5.81}$$

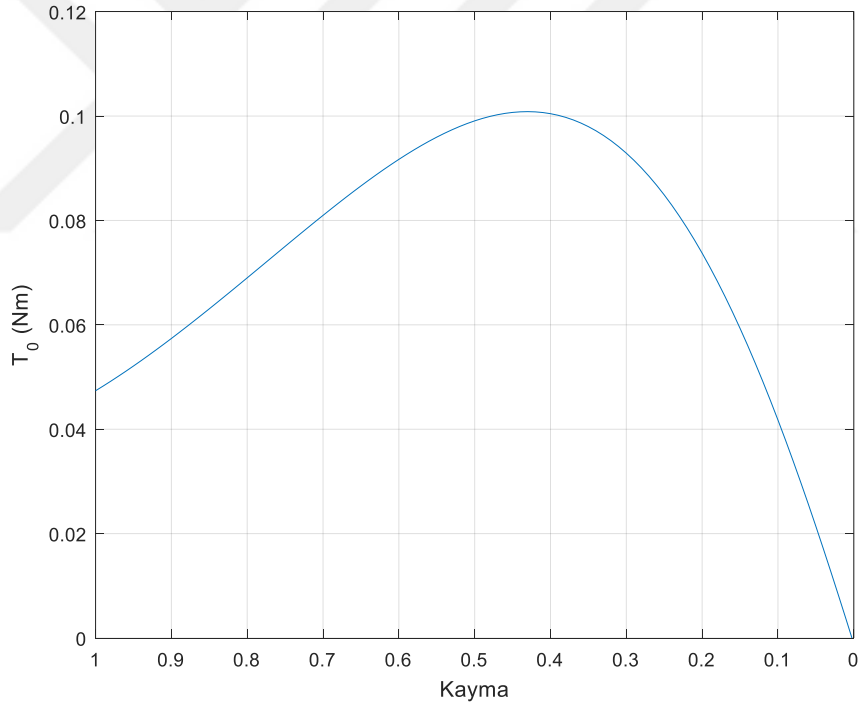
ve son olarak Denklem 5.73 yardımıyla:

$$\begin{aligned}
T_{r80} = \frac{P_o S_2}{2} Ge & (L_{r12} \bar{I}_{rt3} \bar{I}_{rd1}^* e^{-jh11} + L_{r12} \bar{I}_{rt5} \bar{I}_{rd3}^* e^{-jh12} \\
& + L_{r12} \bar{I}_{rt7} \bar{I}_{rd5}^* e^{-jh13} + L_{r12} \bar{I}_{rt9} \bar{I}_{rd7}^* e^{-jh14} \\
& + 2 L_{r14} \bar{I}_{rt5} \bar{I}_{rd1}^* e^{-jh15} + 2 L_{r14} \bar{I}_{rt7} \bar{I}_{rd3}^* e^{-jh16} \\
& + 2 L_{r14} \bar{I}_{rt9} \bar{I}_{rd5}^* e^{-jh17} + 3 L_{r16} \bar{I}_{rt7} \bar{I}_{rd1}^* e^{-jh18} \\
& + 3 L_{r16} \bar{I}_{rt9} \bar{I}_{rd3}^* e^{-jh19} + 4 L_{r18} \bar{I}_{rt9} \bar{I}_{rd1}^* e^{-jh20})
\end{aligned} \tag{5.82}$$

elde edilir. Toplam ortalama moment buraya kadar verilen ortalama momentlerin toplamı olacaktır. Buna göre toplam ortalama moment değeri Denklem 5.83 ile ifade edilir [92].

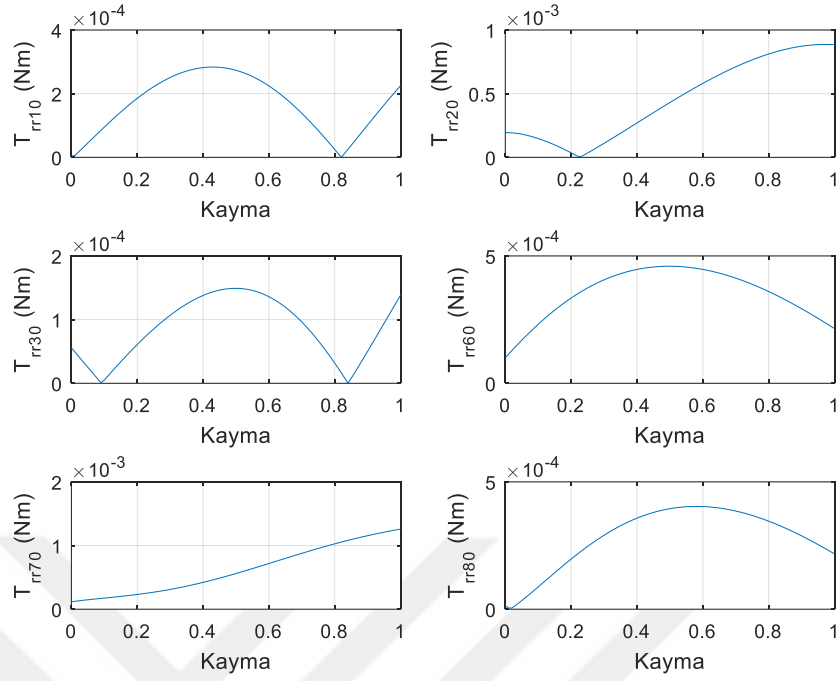
$$T_o = T_{aro} + T_{bro} + T_{rr10} + T_{rr20} + T_{rr30} + T_{rr60} + T_{rr70} + T_{rr80} + T_{r10} + T_{r20} + T_{r30} + T_{r60} + T_{r70} + T_{r80} \quad (5.83)$$

3. bölümde gerçekleştirilen deneylerde elde edilen endüktans parametreleri kullanılarak oluşturulan Matlab programında GKAM'a ait tork ve akım değerleri kaymanın bir fonksiyonu olarak elde edilmiştir. Şekil 5.1'de motor torkunun kaymaya göre değişimi verilmiştir.



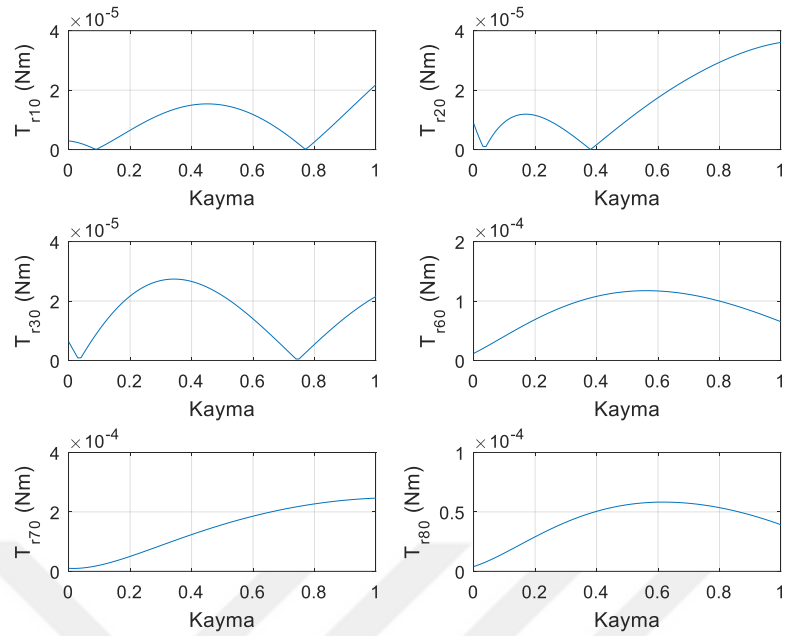
Şekil 5.1. Toplam torkun kaymaya göre değişimi.

GKAM'larda başlangıç momentinin sıfır olduğu yapılan analizlerde de elde edilmiştir. Rotor gözlerinin kendi aralarında meydana getirdiği momentlerin kaymaya göre değişimi Şekil 5.2'de verilmiştir.



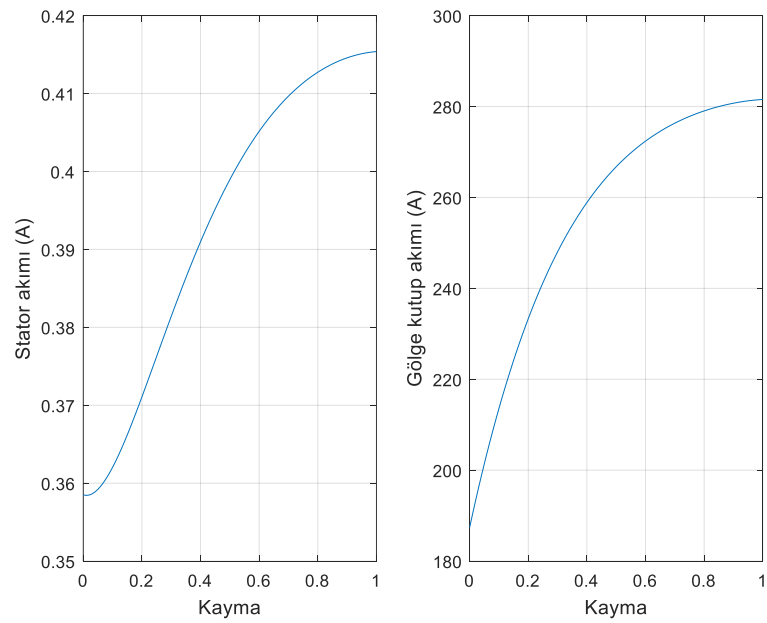
Şekil 5.2. Gözler arasındaki meydana gelen moment bileşenleri.

Rotor gözlerinin öz endüktansının rotor konumu ile değişiminden meydana gelen relüktans momentin ortalama değer bileşenleri Şekil 5.3'de verilmiştir. Diğer bileşenler sinüsoidal terimler verdiğinden bu terimlerin ortalama momente katkısı yoktur.



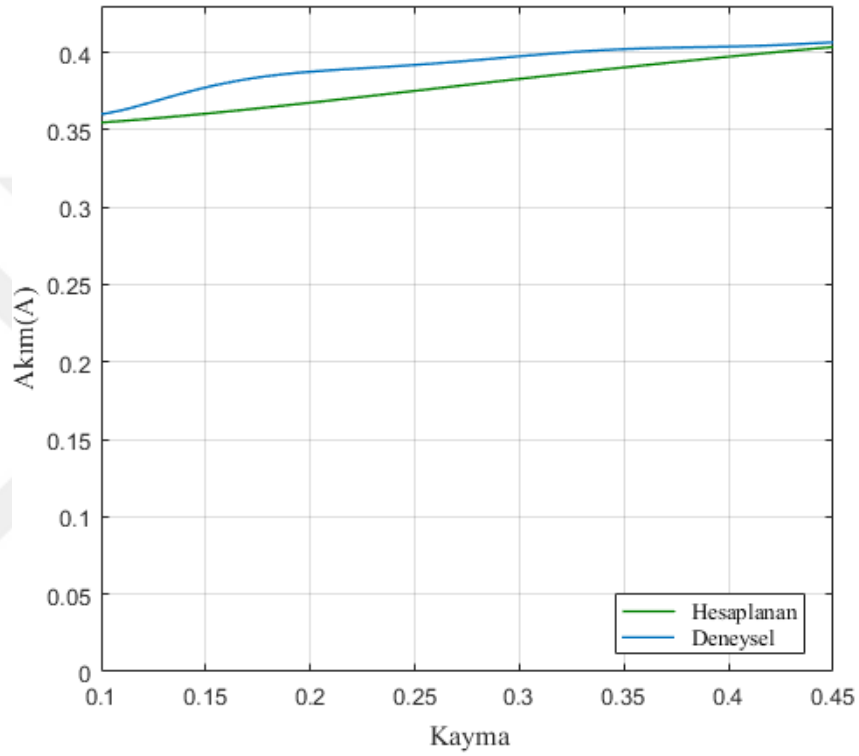
Şekil 5.3. Öz endüktansının kayma ile değişiminden meydana gelen relüktans momentin ortalama değer bileşenleri.

Stator akımının ve gölge kutup akımının kaymaya göre değişimi Şekil 5.4’de verilmiştir.



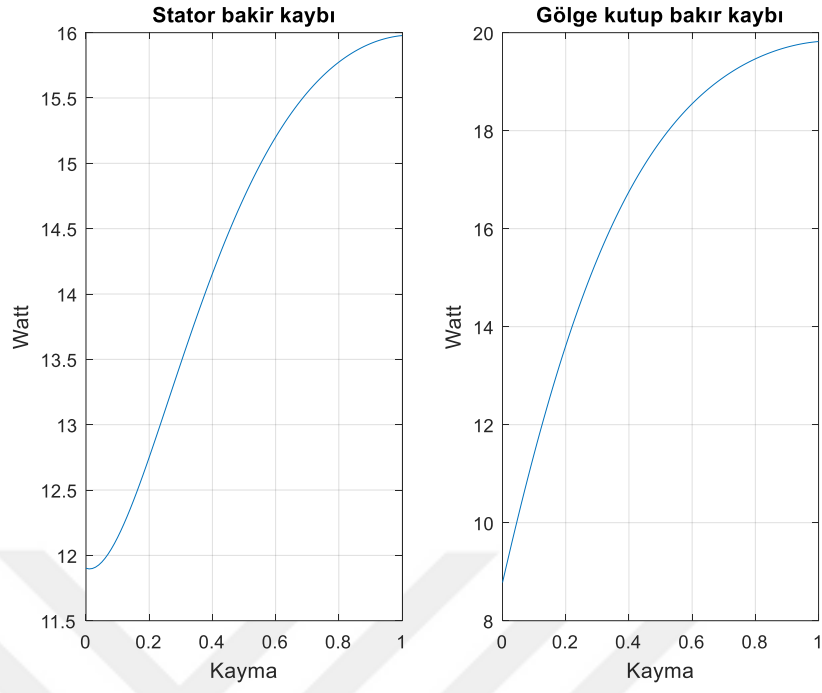
Şekil 5.4. Stator ve gölge kutup sargısının akımı.

GKAM'larda gölge kutup sargısı, tek bir sipirden meydana geldiğinden Şekil 5.4'den de görüleceği üzere çok yüksek akımlar taşımaktadır. GKAM'larda motorun boştaki çalışması ile tam yükte çalışması durumunda motor akımında çok büyük değişimler gözlenmez. Yüksüz ve tam yük çalışmada motorun güç katsayısı faktöründe iyileşme gözlenir. Deneysel olarak elde edilen stator akımı ve hesaplanan stator akımını kaymaya göre değişimi Şekil 5.5'de verilmiştir.



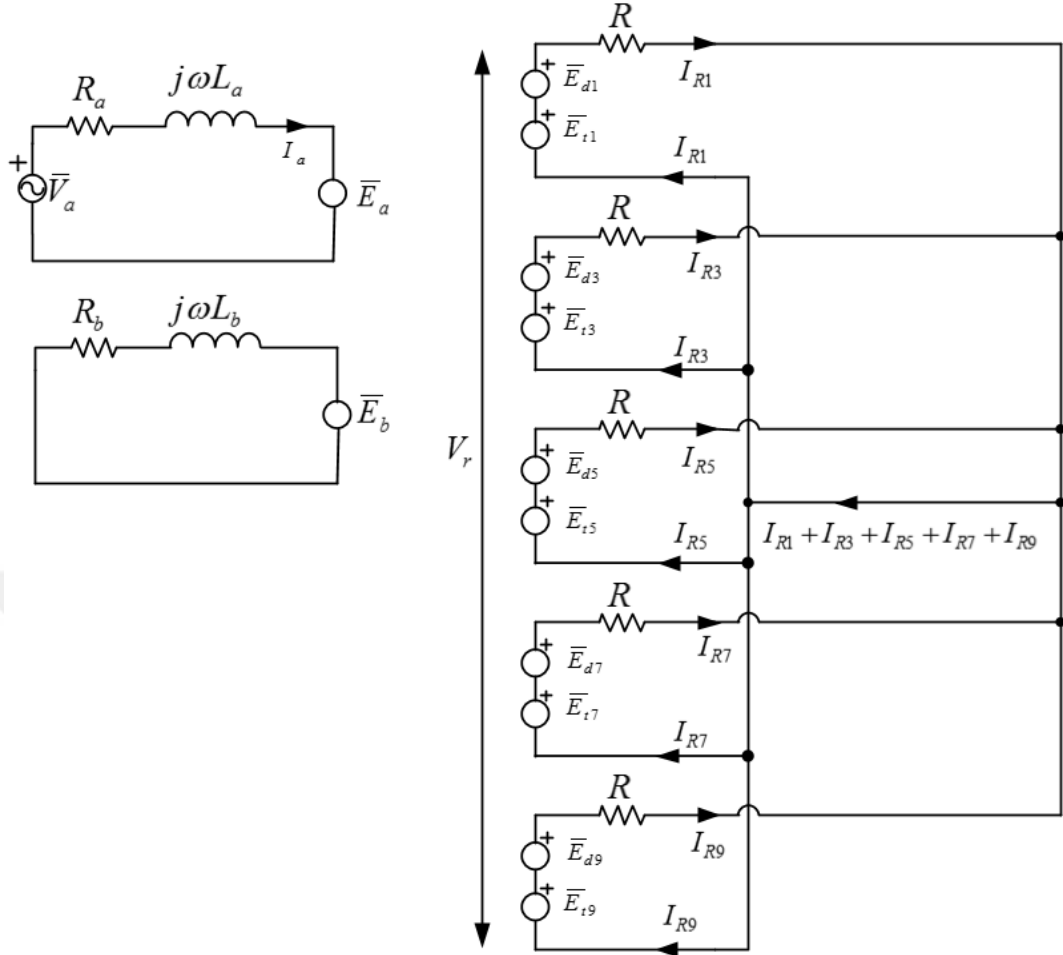
Şekil 5.5. Hesaplanan ve deneysel olarak elde edilen stator akımı.

Şekil 5.6'da kaymaya göre stator ve gölge kutupda meydana gelen bakır kaybının değişimi verilmiştir. Şekilden görüleceği gölge kutbun akımından dolayı oluşan bakır kaybı oldukça yüksek olmuştur.



Şekil 5.6. Bakır kayıplarının kayma ile değişimi.

Yapılan analizler ve çıkarılan denklemler yardımıyla GKAM'ın harmonikli eşdeğer devre modeli Şekil 5.7'de verilmiştir.



Şekil 5.7. Harmonikli eşdeğer devre modeli.

Şekil 5.7’de verilen harmonikli eşdeğer devre modelinin parametreleri açık bir şekilde Denklem 5.84 ile Denklem 5.95’de verilmiştir.

$$\begin{aligned}
\bar{E}_a = & j\omega M_{ab} \bar{I}_b + j\omega \left(\frac{S_2 M_{ar1}}{2} (\bar{I}_{rd1} \cdot e^{j\delta a1} + \bar{I}_{rt1} \cdot e^{-j\delta a1}) \right) \\
& + j\omega \left(\frac{S_2 M_{ar3}}{2} (\bar{I}_{rd3} \cdot e^{j\delta a3} + \bar{I}_{rt3} \cdot e^{-j\delta a3}) \right) \\
& + j\omega \left(\frac{S_2 M_{ar5}}{2} (\bar{I}_{rd5} \cdot e^{j\delta a5} + \bar{I}_{rt5} \cdot e^{-j\delta a5}) \right) \\
& + j\omega \left(\frac{S_2 M_{ar7}}{2} (\bar{I}_{rd7} \cdot e^{j\delta a7} + \bar{I}_{rt7} \cdot e^{-j\delta a7}) \right) \\
& + j\omega \left(\frac{S_2 M_{ar9}}{2} (\bar{I}_{rd9} \cdot e^{j\delta a9} + \bar{I}_{rt9} \cdot e^{-j\delta a9}) \right)
\end{aligned} \tag{5.84}$$

$$\begin{aligned}
\bar{E}_b = & j\omega M_{ab} \bar{I}_a + j\omega \left(\frac{S_2 M_{br1}}{2} (\bar{I}_{rd1} \cdot e^{j\delta b1} + \bar{I}_{rt1} \cdot e^{-j\delta b1}) \right) \\
& + j\omega \left(\frac{S_2 M_{br3}}{2} (\bar{I}_{rd3} \cdot e^{j\delta b3} + \bar{I}_{rt3} \cdot e^{-j\delta b3}) \right) \\
& + j\omega \left(\frac{S_2 M_{br5}}{2} (\bar{I}_{rd5} \cdot e^{j\delta b5} + \bar{I}_{rt5} \cdot e^{-j\delta b5}) \right) \\
& + j\omega \left(\frac{S_2 M_{br7}}{2} (\bar{I}_{rd7} \cdot e^{j\delta b7} + \bar{I}_{rt7} \cdot e^{-j\delta b7}) \right) \\
& + j\omega \left(\frac{S_2 M_{br9}}{2} (\bar{I}_{rd9} \cdot e^{j\delta b9} + \bar{I}_{rt9} \cdot e^{-j\delta b9}) \right)
\end{aligned} \tag{5.85}$$

$$\begin{aligned}
\bar{E}_{d1} &= \bar{E}_{r1d1} + \bar{E}_{rad1} + \bar{E}_{rbd1} + \bar{E}_{rrd1} \\
&= (2(R_e + R_r(1 - \cos\alpha))\bar{I}_{rd1} + 2j\omega(1 - \cos\alpha)sL_{rk}\bar{I}_{rd1}) \\
&+ \left(\frac{1}{2}j\omega sM_{ar1}\bar{I}_a e^{-j\delta a1}\right) + \left(\frac{1}{2}j\omega sM_{br1}\bar{I}_b e^{-j\delta b1}\right) \\
&+ \left(\frac{j\omega s}{2}\left(\bar{I}_{rd1} \sum_{m=1}^{S_2} M_{m0} \bar{A}_m^* + \bar{I}_{rt1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2}^* \bar{A}_m^* \right.\right. \\
&+ \bar{I}_{rd3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{A}_m^* + \bar{I}_{rt3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4}^* \bar{A}_m^* + \bar{I}_{rd5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{A}_m^* \\
&+ \bar{I}_{rt5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6}^* \bar{A}_m^* + \bar{I}_{rd7} \sum_{m=1}^{S_2} M_{m6} \bar{A}_m^* + \bar{I}_{rt7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8} \bar{A}_m^* \\
&\left.\left. + \bar{I}_{rd9} \sum_{m=1}^{S_2} M_{m8} \bar{A}_m^* + \bar{I}_{rt9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10} \bar{A}_m^* \right)\right) \quad (5.86)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{E}_{t1} &= \bar{E}_{r1t1} + \bar{E}_{rat1} + \bar{E}_{rbt1} + \bar{E}_{rrt1} \\
&= (2(R_e + R_r(1 - \cos\alpha))\bar{I}_{rt1} \\
&+ 2j\omega(1 - \cos\alpha)(2 - s)L_{rk}\bar{I}_{rt1}) \\
&+ \left(\frac{1}{2}j\omega(2 - s)M_{ar1}\bar{I}_a e^{j\delta a1}\right) + \left(\frac{1}{2}j\omega(2 - s)M_{br1}\bar{I}_b e^{j\delta b1}\right) \\
&+ \left(\frac{j\omega(2 - s)}{2}\left(\bar{I}_{rd1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{A}_m + \bar{I}_{rt1} \sum_{m=1}^{S_2} M_{m0} \bar{A}_m \right.\right. \\
&+ \bar{I}_{rd3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{A}_m + \bar{I}_{rt3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2}^* \bar{A}_m + \bar{I}_{rd5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6} \bar{A}_m \\
&+ \bar{I}_{rt5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{A}_m + \bar{I}_{rd7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8} \bar{A}_m + \bar{I}_{rt7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6} \bar{A}_m \\
&\left.\left. + \bar{I}_{rd9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10} \bar{A}_m + \bar{I}_{rt9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8} \bar{A}_m \right)\right) \quad (5.87)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{E}_{d3} &= \bar{E}_{r1d3} + \bar{E}_{rad3} + \bar{E}_{rbd3} + \bar{E}_{rrd3} \\
&= (2(R_e + R_r(1 - \cos 3\alpha))\bar{I}_{rd3} \\
&\quad + 2j\omega(1 - \cos 3\alpha)(3s - 2)L_{rk}\bar{I}_{rd3}) \\
&\quad + \left(\frac{1}{2}j\omega(3s - 2)M_{ar3}\bar{I}_a e^{-j\delta a3}\right) \\
&\quad + \left(\frac{1}{2}j\omega(3s - 2)M_{br3}\bar{I}_b e^{-j\delta b3}\right) \\
&\quad + \left(j\phi_1 \left(\bar{I}_{rd1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2}^* \bar{B}_m^* + \bar{I}_{rt1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4}^* \bar{B}_m^* \right. \right. \\
&\quad + \bar{I}_{rd3} \sum_{m=1}^{S_2} M_{m0} \bar{B}_m^* + \bar{I}_{rt3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6}^* \bar{B}_m^* + \bar{I}_{rd5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{B}_m^* \\
&\quad + \bar{I}_{rt5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8}^* \bar{B}_m^* + \bar{I}_{rd7} \sum_{m=1}^{S_2} M_{m4} \bar{B}_m^* + \bar{I}_{rt7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10}^* \bar{B}_m^* \\
&\quad \left. \left. + \bar{I}_{rd9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6}^* \bar{B}_m^* + \bar{I}_{rt9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12}^* \bar{B}_m^* \right) \right) \tag{5.88}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{E}_{t3} &= \bar{E}_{r1t3} + \bar{E}_{rat3} + \bar{E}_{rbt3} + \bar{E}_{rrt3} \\
&= (2(R_e + R_r(1 - \cos 3\alpha))\bar{I}_{rt3} \\
&\quad + 2j\omega(1 - \cos 3\alpha)(4 - 3s)L_{rk}\bar{I}_{rt3}) \\
&\quad + \left(\frac{1}{2}j\omega(4 - 3s)M_{ar3}\bar{I}_a e^{j\delta a3}\right) + \left(\frac{1}{2}j\omega(4 - 3s)M_{br3}\bar{I}_b e^{j\delta b3}\right) \\
&\quad + \left(j\phi_2 \left(\bar{I}_{rd1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{B}_m + \bar{I}_{rt1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{B}_m \right. \right. \\
&\quad + \bar{I}_{rd3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6} \bar{B}_m + \bar{I}_{rt3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m0} \bar{B}_m + \bar{I}_{rd5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8} \bar{B}_m \\
&\quad + \bar{I}_{rt5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{B}_m + \bar{I}_{rd7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10} \bar{B}_m + \bar{I}_{rt7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{B}_m \\
&\quad \left. \left. + \bar{I}_{rd9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12} \bar{B}_m + \bar{I}_{rt9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6} \bar{B}_m \right) \right) \quad (5.89)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{E}_{d5} &= \bar{E}_{r1d5} + \bar{E}_{rad5} + \bar{E}_{rbd5} + \bar{E}_{rrd5} \\
&= (2(R_e + R_r(1 - \cos 5\alpha))\bar{I}_{rd5} \\
&\quad + 2j\omega(1 - \cos 5\alpha)(5s - 4)L_{rk}\bar{I}_{rd5}) \\
&\quad + \left(\frac{1}{2}j\omega(5s - 4)M_{ar5}\bar{I}_a e^{-j\delta a5}\right) \\
&\quad + \left(\frac{1}{2}j\omega(5s - 4)M_{br5}\bar{I}_b e^{-j\delta b5}\right) \\
&\quad + \left(j\phi_3 \left(\bar{I}_{rd1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4}^* \bar{C}_m^* + \bar{I}_{rt1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6}^* \bar{C}_m^* \right. \right. \\
&\quad + \bar{I}_{rd3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2}^* \bar{C}_m^* + \bar{I}_{rt3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8}^* \bar{C}_m^* + \bar{I}_{rd5} \sum_{m=1}^{S_2} M_{m0} \bar{C}_m^* \\
&\quad + \bar{I}_{rt5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10}^* \bar{C}_m^* + \bar{I}_{rd7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2}^* \bar{C}_m^* + \bar{I}_{rt7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12}^* \bar{C}_m^* \\
&\quad \left. \left. + \bar{I}_{rd9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4}^* \bar{C}_m^* + \bar{I}_{rt9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m14}^* \bar{C}_m^* \right) \right) \tag{5.90}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{E}_{t5} &= \bar{E}_{r1t5} + \bar{E}_{rat5} + \bar{E}_{rbt5} + \bar{E}_{rrt5} \\
&= (2(R_e + R_r(1 - \cos 5\alpha))\bar{I}_{rt5} \\
&\quad + 2j\omega(1 - \cos 5\alpha)(6 - 5s)L_{rk}\bar{I}_{rt5}) \\
&\quad + \left(\frac{1}{2}j\omega(6 - 5s)M_{ar5}\bar{I}_a e^{j\delta a5}\right) + \left(\frac{1}{2}j\omega(6 - 5s)M_{br5}\bar{I}_b e^{j\delta b5}\right) \\
&\quad + \left(j\Phi_4 \left(\bar{I}_{rd1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6} \bar{C}_m + \bar{I}_{rt1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{C}_m \right. \right. \\
&\quad + \bar{I}_{rd3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8} \bar{C}_m + \bar{I}_{rt3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{C}_m + \bar{I}_{rd5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10} \bar{C}_m \\
&\quad + \bar{I}_{rt5} \sum_{m=1}^{S_2} M_{m0} \bar{C}_m + \bar{I}_{rd7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12} \bar{C}_m + \bar{I}_{rt7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{C}_m \\
&\quad \left. \left. + \bar{I}_{rd9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m14} \bar{C}_m + \bar{I}_{rt9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{C}_m \right) \right) \quad (5.91)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{E}_{d7} &= \bar{E}_{r1d7} + \bar{E}_{rad7} + \bar{E}_{rbd7} + \bar{E}_{rrd7} \\
&= (2(R_e + R_r(1 - \cos 7\alpha))\bar{I}_{rd7} \\
&\quad + 2j\omega(1 - \cos 7\alpha)(7s - 6)L_{rk}\bar{I}_{rd7}) \\
&\quad + \left(\frac{1}{2}j\omega(7s - 6)M_{ar7}\bar{I}_a e^{-j\delta a7}\right) \\
&\quad + \left(\frac{1}{2}j\omega(7s - 6)M_{br7}\bar{I}_b e^{-j\delta b7}\right) \\
&\quad + \left(j\phi_5 \left(\bar{I}_{rd1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6}^* \bar{D}_m^* + \bar{I}_{rt1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8}^* \bar{D}_m^* \right. \right. \\
&\quad + \bar{I}_{rd3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4}^* \bar{D}_m^* + \bar{I}_{rt3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10}^* \bar{D}_m^* + \bar{I}_{rd5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2}^* \bar{D}_m^* \\
&\quad + \bar{I}_{rt5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12}^* \bar{D}_m^* + \bar{I}_{rd7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m0}^* \bar{D}_m^* + \bar{I}_{rt7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m14}^* \bar{D}_m^* \\
&\quad \left. \left. + \bar{I}_{rd9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2}^* \bar{D}_m^* + \bar{I}_{rt9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m16}^* \bar{D}_m^* \right) \right) \tag{5.92}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{E}_{t7} &= \bar{E}_{r1t7} + \bar{E}_{rat7} + \bar{E}_{rbt7} + \bar{E}_{rrt7} \\
&= (2(R_e + R_r(1 - \cos 7\alpha))\bar{I}_{rt7} \\
&\quad + 2j\omega(1 - \cos 7\alpha)(8 - 7s)L_{rk}\bar{I}_{rt7}) \\
&\quad + \left(\frac{1}{2}j\omega(8 - 7s)M_{ar7}\bar{I}_a e^{j\delta a7}\right) + \left(\frac{1}{2}j\omega(8 - 7s)M_{br7}\bar{I}_b e^{j\delta b7}\right) \\
&\quad + \left(j\phi_6 \left(\bar{I}_{rd1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8} \bar{D}_m + \bar{I}_{rt1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6} \bar{D}_m \right. \right. \\
&\quad + \bar{I}_{rd3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10} \bar{D}_m + \bar{I}_{rt3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{D}_m + \bar{I}_{rd5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12} \bar{D}_m \\
&\quad + \bar{I}_{rt5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{D}_m + \bar{I}_{rd7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m14} \bar{D}_m + \bar{I}_{rt7} \sum_{m=1}^{S_2} M_{m0} \bar{D}_m \\
&\quad \left. \left. + \bar{I}_{rd9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m16} \bar{D}_m + \bar{I}_{rt9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{D}_m \right) \right) \tag{5.93}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{E}_{d9} &= \bar{E}_{r1d9} + \bar{E}_{rad9} + \bar{E}_{rbd9} + \bar{E}_{rrd9} \\
&= (2(R_e + R_r(1 - \cos 9\alpha))\bar{I}_{rd9} \\
&\quad + 2j\omega(1 - \cos 9\alpha)(9s - 8)L_{rk}\bar{I}_{rd9}) \\
&\quad + \left(\frac{1}{2}j\omega(9s - 8)M_{ar9}\bar{I}_a e^{-j\delta a9}\right) \\
&\quad + \left(\frac{1}{2}j\omega(9s - 8)M_{br9}\bar{I}_b e^{-j\delta b9}\right) \\
&\quad + \left(j\phi_7 \left(\bar{I}_{rd1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8}^* \bar{E}_m^* + \bar{I}_{rt1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10}^* \bar{E}_m^* \right. \right. \\
&\quad + \bar{I}_{rd3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6}^* \bar{E}_m^* + \bar{I}_{rt3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12}^* \bar{E}_m^* + \bar{I}_{rd5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4}^* \bar{E}_m^* \\
&\quad + \bar{I}_{rt5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m14}^* \bar{E}_m^* + \bar{I}_{rd7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2}^* \bar{E}_m^* + \bar{I}_{rt7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m16}^* \bar{E}_m^* \\
&\quad \left. \left. + \bar{I}_{rd9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m0}^* \bar{E}_m^* + \bar{I}_{rt9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m18}^* \bar{E}_m^* \right) \right) \quad (5.94)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{E}_{t9} &= \bar{E}_{r1t9} + \bar{E}_{rat9} + \bar{E}_{rbt9} + \bar{E}_{rrt9} \\
&= (2(R_e + R_r(1 - \cos 9\alpha))\bar{I}_{rt9} \\
&\quad + 2j\omega(1 - \cos 9\alpha)(10 - 9s)L_{rk}\bar{I}_{rt9}) \\
&\quad + \left(\frac{1}{2}j\omega(10 - 9s)M_{ar9}\bar{I}_a e^{j\delta a9}\right) \\
&\quad + \left(\frac{1}{2}j\omega(10 - 9s)M_{br9}\bar{I}_b e^{j\delta b9}\right) \\
&\quad + \left(j\phi_8 \left(\bar{I}_{rd1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10} \bar{E}_m + \bar{I}_{rt1} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8} \bar{E}_m \right. \right. \\
&\quad + \bar{I}_{rd3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12} \bar{E}_m + \bar{I}_{rt3} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6} \bar{E}_m + \bar{I}_{rd5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m14} \bar{E}_m \\
&\quad + \bar{I}_{rt5} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{E}_m + \bar{I}_{rd7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m16} \bar{E}_m + \bar{I}_{rt7} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{E}_m \\
&\quad \left. \left. + \bar{I}_{rd9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m18} \bar{E}_m + \bar{I}_{rt9} \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m0} \bar{E}_m \right) \right) \quad (5.95)
\end{aligned}$$

Denklemlerde kullanılan kısaltmalar Bölüm 5.1’de verilmiştir. Bu bölümde gölge kutuplu motorun rotor, stator sargısı ve yarık kutup halkası gerilim denklemleri elde edilmiştir. Daha sonra elde edilen bu gerilim denklemleri yardımıyla akım ve endüktans matrisi elde edilmiş ve EK-A’da ayrıntılı bir şekilde verilmiştir. Motorun moment denkleminin çıkarılması amacıyla stator sargısı-rotor gözlerinin, yarık kutup halkası- rotor gözlerinin ve rotor gözlerinin kendi aralarında meydana getirdikleri moment bileşenlerinin denklemleri çıkarılmıştır. Elde edilen moment denklemleri Ek-B’de ayrıntılı bir şekilde verilmiştir. Ayrıca EK-C’de GKAM’ın sürtünme ve rüzgâr kaybının devir sayısı ile değişimi verilmiştir. Hazırlanan Matlab programı ile motorun empedans değerleri, sargıların akımları ve matematiksel formülasyonları ve tüm tork değerleri elde edilmiştir. Elde edilen tork değerleri kaymanın bir fonksiyonu olacak şekilde grafiksel olarak çıkartılmıştır. Son olarak GKAM’ın harmonikli eşdeğer devre modeli ve bileşenleri ayrıntılı bir şekilde elde edilmiş ve tüm denklemleri açık bir şekilde sunulmuştur.

BÖLÜM 6

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Gölge kutuplu asenkron motorlar, teorik analizlerinin zor olması nedeniyle genellikle pratik bilgilere veya deneme-yanılma yöntemine göre üretilmektedirler. GKAM'lar kalkış momentleri ve verimlerinin düşük olmasına rağmen bakıma ihtiyaç duymamaları, basit yapıları ve düşük maliyetlerinden dolayı küçük güçlü uygulamalarda yaygın olarak kullanılırlar. Stator hava aralığının düzgün olmaması nedeniyle güçlü harmoniklerin varlığından ve eliptik döner manyetik alanın oluşmasını sağlayan manyetik kuplajlı sargısının bulunması makinanın analizini zorlaştırmaktadır. Bu tip motorların modellenmesinde ve motor performans analizlerinin gerçekleştirilmesinde genel kabul görmüş bir metot bulunmamaktadır. Bu makinalar üzerine yapılan araştırmalarda, araştırmacılar hava aralığı çevresini düzgün ve malzemelerin doyumunu ve güçlü harmonikleri dikkate almama gibi varsayımlarla incelemelerde bulunmuşlardır. Bu tez çalışmasında yapılan varsayımların azaltılmasına, endüktans hesabının ve teorik analizin temel denklemler ve fiziksel yapı üzerine oturtulmasına çalışılmıştır.

Tez çalışmasında ilk olarak, GKAM'ın yapısı, çalışma prensibi ve ilgili alanlardaki literatür çalışmaları incelenmiştir. Daha sonra çalışmaya konu olan motorun elektriksel ve fiziksel özellikleri ayrıntılı olarak verilmiştir. GKAM'ın 2 boyutlu ve 3 boyutlu modeli çıkartılarak sonlu elemanlar analizine tabi tutulmuştur. Motorun manyetostatik ve zaman bağlı (transient) analizleri gerçekleştirilerek motorun manyetik büyüklükleri ve davranışları elde edilmiştir. Yalnız ana sargı uyarımlı, yalnız gölge kutup uyarımlı ve her iki sargı uyarımlı durumlarında makine içindeki manyetik akı dağılımları ve hava aralığı akı dalga şekilleri elde edilmiştir. Bu dağılımlardan yararlanarak kaçak akı yolları ve doymanın meydana geldiği bölgeler tespit edilmiştir. 2 boyutlu çözümlerin manyetostatik ve transient analizlerde 3 boyutlu çözümlerden çok daha kısa çözüm süresi ve daha küçük dosya boyutuna sahip olduğu

görülmüştür. Daha sonra GKAM'ın stator ve rotor yapısının motor performansı üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Bu amaçla stator ve rotor yapısı değişken olarak tasarlanmıştır. Köprülü tip statorda özellikle stator köprülerin bulunduğu kısımda yüksek akı yoğunluğu elde edilmiştir. Analizlerde harmonik bileşenler karşılaştırıldığında temel dalganın statoru köprüsüz yapıda köprülü yapıya göre yaklaşık iki kat olduğu görülmüştür. Rotor oluk sayısının rotor dış çapı sabit iken artması ile dişler daralacak dolayısıyla da bu noktalarda doyum meydana geldiği gözlemlenmiştir.

Alternatif akım makinalarında çalışma büyüklüklerinin hesaplanması endüktansların doğru olarak bilinmesiyle doğrudan ilişkilidir. GKAM'ın endüktanslarının hesabı oldukça karmaşıktır. Elektrik makinalarında relüktansın değişmesi ve nüvede kullanılan malzemenin doyma etkisinden dolayı endüktans değeri rotor konumuna ve akıma bağlı olarak değişen lineer olmayan fonksiyonlardır. Çalışmanın üçüncü bölümünde motora ait stator sargısının sargı başı endüktans değeri hesaplanmış, stator sargısı özendüktansı, stator sargısı kaçak endüktansı, stator-rotor ortak endüktansı, yarık kutup-rotor gözü arasındaki ortak endüktans değerleri deneylerle tespit edilmiştir. Stator sargısı özendüktansının rotor konumu sabit tutularak gerçekleştirilen deneyinde akım arttığında endüktans değerinin düştüğü görülmüştür. Akım arttıkça nüvede kullanılan malzemenin B-H karakteristiğine bağlı olarak nüve doymaya ulaşmaktadır. Bu doyum durumundan dolayı endüktans değerinin düştüğü görülmüştür.

Elde edilen endüktans büyüklükleri akım, moment vb. hesaplamalarda kullanılabilmesi için rotor konumuna bağlı olarak ifade edilmeleri gerekmektedir. Rotor konumu ile değişen bu endüktans dalga şekilleri matematiksel olarak Fourier serisi ile ifade edilmiştir. Uzay harmoniği kavramı verilerek GKAM'ın harmonik büyüklükleri her bir endüktans eğrisi için çıkarılmıştır.

Son bölümde, elde edilen uzay harmonikleri de hesaba katılarak makinanın sürekli hal için rotor, stator sargısı gerilim denklemi ve yarık kutup halkası gerilim denklemleri elde edilmiştir. Rotorda harmonik akım ve gerilimler endüklenebilmesi için ortak endüktansların harmonik dereceleri ile rotor akımının harmonik dereceleri arasında

bulunması gereken ilişkiler belirlenmiştir. Elde edilen denklemler yardımıyla akım ve empedans matrisleri çıkarılmıştır. Daha sonra stator sargısı ile rotor gözlerinin, yarık kutup halkası ile rotor gözlerinin ve rotor gözlerinin kendi aralarında meydana getirdiği momentler belirlenmiştir. Hazırlanan program yardımıyla motorun kaymaya göre toplam moment, stator sargısı ve gölge kutup sargısı akımları ve bakır kayıpları elde edilmiştir

Sonuç olarak tezdeki çalışmanın getirdiği katkılar aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Tez çalışması ile gölge kutuplu motorlarda manyetik alanın makine içindeki dağılımı sonlu elemanlar analizi kullanılarak elde edilmiştir. Bu sonuçlardan yararlanarak motor nüvesindeki doyum bölgeleri ve kaçak akı yolları doğru bir şekilde tespit edilmiştir.
- GKAM'un tasarımında 2 boyut ve 3 boyut tasarımlar gerçekleştirilerek hava aralığı akı dağılımları tespit edilmiştir. Böylece ileriki çalışmalar açısından elektrik makinaları tasarımcılarına küçük güçlü makine tasarımında 2B veya 3B tasarım seçiminde fikir sahibi olmaları sağlanmıştır.
- Stator kısmında köprülü ve köprüsüz yapı tipi tasarımları gerçekleştirilerek motorun performansına etkisi tespit edilmiştir. Buna ek olarak rotor oluk yapısı 4 farklı tipte tasarlanarak optimum yapı belirlenmiştir. Belirlenen yapıda rotor oluk sayısı üretici verileri dikkate alınarak farklı sayılarda tasarlanmış ve oluk sayısının performansa etkisi belirlenmiştir.
- Kurulan deney düzeneği yardımıyla ölçülmesi mümkün olan endüktanslar ölçülmüştür. Rotor direnci ve gölge kutup direnci ise analitik olarak hesaplanmış ve deneysel olarak da doğrulanmıştır. Böylece, gölge kutuplu makinaların teorik analizinde sorun olan endüktansların doğru bir şekilde tespiti konusunda büyük bir aşama kaydedilmiştir.
- Teorik inceleme, temel gerilim ve moment denklemleri referans alınarak gerçekleştirilmiştir. Her bir tork bileşeni açıkça ifade edilerek sinüsoidal moment oluşturan tork bileşenleri terk edilmiştir.
- Zaman harmoniğinden farklı bir bakış açısı gerektiren uzay harmoniği kavramı açıklanarak, gölge kutuplu makinanın uzay harmoniklerinin analizi

gerçekleştirilmiştir. Buna göre uzay harmoniklerinin etkisini de içeren bir eşdeğer devre modeli önerilmiştir.

- Tezde sunulan analiz ve deneysel yöntemler kullanılarak daha önce denemeyanılma yöntemi ile üretimi gerçekleştirilen gölge kutuplu motorların tasarımı, modellenmesi ve optimizasyonunun bilimsel yöntemlerle gerçekleştirilmesine olanak sağlanmıştır.

Çalışma esnasında elde edilen sonuçlar değerlendirildiğinde gelecek çalışmalara ışık tutması açısından önemli olduğu düşünülen öneriler şunlardır:

- Genel olarak küçük boyutlu elektrik makinalarında 2 boyutlu analizlerin hassas sonuç vermeyeceği kanaati hâkim durumdadır. Oysaki bu çalışmada yapılan analizlerde 2 ve 3 boyutlu analizler karşılaştırıldığında aradaki farkın çok küçük olduğu görülmüştür. 3 boyutlu analizin ortaya koyduğu zorluklar göz önünde bulundurulursa 2 boyutlu analizlerin yeteri kadar hassas sonuç verdiğinden küçük boyutlu makinaların analizi için 2 boyutlu analiz yeterli olacağı düşünülmektedir.
- Güncel araştırmalarda köprülü yapılı yarı kutuplu motorların kullanımı ön plana çıkarılmaktadır. Yine bu çalışmada köprülü ve köprüsüz yapılar karşılaştırılmış, köprüsüz tasarımın daha iyi performans gösterdiği saptanmıştır. Bu nedenle köprüsüz tasarımlarla devam edilmesi önerilmektedir.
- Endüktansların belirlenmesi amacıyla kurulacak olan deney düzeneklerinde özellikle hava aralığının gerçek değerinde muhafaza edilmesi önem arz etmektedir. Bu nedenle, yapılacak ölçümlerde bunu gerçekleştirebilecek özel bir deney düzeneği hazırlanmalıdır. Deneylerde daha hassas sonuç almak amacıyla rotor pozisyonu eşit ve mümkün olabilecek en küçük adımlarla değiştirilmesi önerilmektedir. Ayrıca search coil olarak kullanılacak sarımlar ince kesitli tellerden oluşturularak daha çok sarım imkânı sağlanmalıdır.
- Tezde elde edilen sonuçlar özellikle yarı kutuplu motorların üretime hazırlanması safhasında değerini bulacaktır. Bu nedenle üretici firmalara konunun iyi anlatılıp motorların üretim safhasından önce önerilen yöntemi takip ederek daha yüksek performanslı prototiplerin hazırlanması sağlanabilir.

- Bu çalışmada elde edilen uzay harmonikli eşdeğer devrede rotor akımı harmonikleri statora indirgenmeden gerçek değerlerinde bulunmaktadır. Daha sonraki çalışmalarda tüm rotor akım harmonikleri ve ilgili endüktanslar stator tarafına indirgenerek bu çalışmada önerilen uzay harmonikli eşdeğer devre daha kompakt ve kullanışlı hale getirilebilir. Bu konu, bu tezin devamında yapılabilecek en değerli katkı olacaktır.



KAYNAKLAR

1. Dalcalı, A. and Akbaba, M., "Comparison of 2D and 3D magnetic field analysis of single-phase shaded pole induction motors", **Engineering Science and Technology, An International Journal**, 19 (1): 1–7 (2016).
2. Bal, G., "Özel Elektrik Makinaları 3. baskı", **Seçkin**, Ankara, (2006).
3. Dalcalı, A. and Akbaba, M., "Analysis of space harmonics in shaded pole motor by discrete hartley transform", **Proceeding of Researchora International Conference**, Tallinn,1-4 (2017).
4. Emadi, A., "Energy-Efficient Electric Motors 3rd ed.", **Marcel Dekker Inc.**, New York, 168-180 (2005).
5. Kumari, R., Kumari, N., Kumari, R., Ashwini, M. and Bhardwaj, P. D., "Inrush current reduction of single phase induction motor using soft start technique", **International Journal of Engineering Science and Computing**, 6 (4): 4554–4558 (2016).
6. Enesi, Y. A., Tsado, J., Nwohu, M., and Usman, U. A., "Split-phase motor running as capacitor starts motor and as capacitor run motor", **Leonardo Electronic Journal of Practices and Technologies**, 15 (28): 253–272 (2016).
7. Ghanva, V.M., Uphadhyay, A.R. and Maru, S. H., "Speed control of single phase induction motor by using cyclo-converter", **International Journal of Advance Research In Engineering , Science & Technology**, Special Issue, 1–8 (2016).
8. Ateş, M. H. ve Peşint, M., "Elektrik Makinalarının Esasları", **Gazi Üniversitesi**, Ankara, (1990).
9. Bal, G., "Doğru Akım Makinaları ve Sürücüler 3. baskı", **Seçkin**, Ankara, (2006).
10. Chapman, S. J., "Electric Machinery Fundamentals 4.ed.", **The McGraw-Hill Companies**, (2005).
11. Gersem, H. De and Hameyer, K., "Time-harmonic finite element simulation of a shaded-pole induction machine", **10th International Symposium on Electromagnetic Fields in Electrical Engineering**, 20-22, (2001).
12. Kurita, N., Ishikawa, T., and Suzuki, G., "Development of the two pole type shaded pole self-bearing motor", **Materials Science Forum**, 856: 196–201 (2016).
13. Erdem, A. ve Akpınar, S., "Halka yerine sargı kullanılan gölge kutuplu asenkron motorun simülasyonu ve kontrolü", **Politeknik Dergisi**, 7 (3): 191–199 (2004).

14. Özçira, S., Bekiroğlu, N., ve Ayçiçek, E., "Bir fazlı asenkron motorların karakteristiklerinin incelenmesi , karşılaştırılması ve uygun yol verme mekanizmasının seçimi", **12. Elektrik, Elektronik, Bilgisayar, Biyomedikal Mühendisliği Ulusal Kongresi**, Eskişehir, (2007).
15. Theraja, B. L. and Theraja, A. K., "A Textbook of Electrical Technology 2nd ed. AC & DC Machines", **S.Chand and Company**, 511-520 (2006).
16. Karmakar, A., Saha, P. K., and Panda, G. K., "D-Q Axis modelling analysis of a shaded pole induction motor and study of the non-linear behaviour", **International Conference on Power, Energy and Control (ICPEC)**, Dindigul, 596–600 (2013).
17. Ackermann, B., "Single-phase induction motor with permanent magnet excitation", **IEEE Transactions On Magnetics**, 36 (5): 3530–3532 (2000).
18. Hajek, V., Mach, M., and Kuchar, L., "Special small electric motors", **International Conference on Electrical Drives and Power Electronics (EDPE)**, Slovakia, 296–300 (2015).
19. Andriollo, M., Bortoli, M. De, Martinelli, G., Morini, A., and Tortella, A., "Design improvement of a single-phase brushless permanent magnet motor for small fan appliances", **Transactions on Industrial Electronics**, 57 (1): 88–95 (2010).
20. Parasiliti, F., Villani, M., and Castello, M., "PM brushless DC motor with exterior rotor for high efficiency household appliances", **International Conference on Electrical Machines**, Berlin, 623–628 (2014).
21. Özçelik, N. G., Doğru, U. E., and Ergene, L. T., "Comparison study of drive motors for cooker hood applications", **16th International Power Electronics and Motion Control Conference and Exposition**, Antalya, 1252–1257 (2014).
22. Gao, Y., Chau, K. T., and Shuang Ye, "A novel chaotic-speed single-phase induction motor drive for cooling fans", **Fourtieth IAS Annual Meeting. Conference Record of The 2005 Industry Applications Conference**, Hong Kong, 1337–1341 (2005).
23. Dalcalı, A. and Akbaba, M., "Comparison of the performance of bridge and bridgeless shaded pole induction motor using FEM", **International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics**, 54 (3): 341-350 (2017).
24. Dalcalı, A. and Akbaba, M., "Detection of the space harmonics of the shaded pole induction motor", **Journal of Engineering Research**, (in press).
25. Dehkordi, A. B., "A single-phase induction machine model for real- time digital simulation", **International Conference on Power Systems Transients**, Croatia, (2015).
26. Nam, H., Kim, Y. K., Jung, S. K., and Hong, J. P., "Analysis method using equivalent circuit considering harmonic components of pole change motor", **Sixth International Conference on Electrical Machines and Systems, ICEMS**, Beijing, 740–743 (2003).

27. Beaty, W. H., "Handbook of Electric Power Calculations 3th ed.", **McGraw-Hill**, 129-140 (2001).
28. Sarac, V. and Stefanov, G., "Calculation of electromagnetic fields in electrical machines using finite elements method", **International Journal Of Engineering and Industries**, 2 (1): 21–29 (2011).
29. Kentli, F. I., "A Survey on design optimization studies of induction motors during the last decade", **Journal of Electrical & Electronics Engineering Istanbul University**, 9 (2): 969–975 (2009).
30. Akbaba, M. and Fakhro, S. Q., "Field distribution and iron loss computation in reluctance augmented shaded-pole motors using finite element method", **IEEE Transactions on Energy Conversion**, 7 (2): 302–307 (1992).
31. Akbaba, M. and Fakhro, S. Q., "An improved computational technique of the inductance parameters of the reluctance augmented shaded-pole motors using finite element method", **IEEE Transactions on Energy Conversion**, 7 (2): 308–314 (1992).
32. Zhou, D., Rajanathan, C. B., and Sapeluk, A. T., "Finite-element-aided design optimization of a shaded-pole induction motor for maximum starting torque", **IEEE Transactions On Magnetics**, 36 (5): 3551–3554 (2000).
33. Makowski, K., "Determination of magnetic field changes in single-phase shaded pole induction motors due to slotting of the rotor", **6th International Conference on Computational Electromagnetics CEM**, Aachen, 181–182 (2006).
34. Sarac, V. and Cundev, D. M., "Electromagnetic fields calculation at single phase shaded pole motor", **Electrotechnica Electronica**, 47: 41–45 (2012).
35. Petkovska, L., Cundev, M., and Sarac, V., "FEM analysis of asymmetrical magnetic field in electrical machines", **II. International Conference on Advanced Computational Methods in Engineering**, Belgium, 1–10 (2002).
36. Sarac, V., Stefanov, G., and Cogelja, G., "Study of performance characteristics of single phase motors", **Automatic Control and Robotics**, 15 (2): 71–83 (2016).
37. Neto, P. S., Nebeta, S. I., Chabu, I. E., and Cardoso, J. R., "Analytical modeling of shaded pole motors with non-uniform air gap", **Electric Machines and Drives Conference**, Madison, 1656–1662 (2003).
38. Shamlou, S. and Mirsalim, M., "new restructured shaded pole induction motor-3d finite element analysis and experimental verification", **International Journal of Smart Electrical Engineering**, 4 (3): 125–130 (2015).
39. Sarac, V., Petkovska, L., Cundev, M., and Cvetkovski, G., "Comparison between two target functions for optimization of single phase shaded-pole motor using method of genetic algorithms", **Journal of Materials Processing Technology**, 16(1-2): 89–95 (2005).

40. Sarac, V. and Cvetkovski, G., "Different motor models based on parameter variation using method of genetic algorithms", *Przeglad Elektrotechniczny*, (3): 162–165 (2011).
41. Sarac, V. J., Stefanov, G. G., and Cvetkovski, G. V, "Influence of number of varied parameters on torque of single phase shaded pole motor", *14th International IGTE Symposium on Numeerical Fields Calculation in Electrical Engineering*, Graz, 196–201 (2010).
42. Sarac, V. and Petkovska, L., "Application of soft magnetic materials in development of new experimental model of single phase shaded pole motor", *Macedonian-Polish Symposium on Applied Electromagnetics*, Ohrid, 39–40 (2006).
43. Sarac, V., Atanasova-pacemska, T., Minovski, D., Cogelja, G., Smitkova, M., and Schulze, C., "Optimized and numerical models of electromechanical devices coupled with computation of performance characteristics", *Journal of Electrical Engineering*, 66 (1): 40–46 (2015).
44. Sarac, V., "Complex analysis of performance characteristic of single phase shaded pole motor", *XIth International Congress Machines Technologies Materials*, Varna, 28–32 (2014).
45. Ojaghi, M. and Daliri, S., "A detailed dynamic model for single-phase shaded pole induction motors", *18th International Conference on Electrical Machines And Systems*, Pattaya, 1987–1992 (2015).
46. Sarac, V., Petkovska, L., and Cundev, M., "An improved performance analysis of a shaded pole motor", *Proceedings of The Power Electronics Intelligent Motion and Power Quality Conference*, Nürnberg, 399–405 (2001).
47. Aluzri, A. M. and Mohammed, I. A., "Vector optimization design of a shaded-pole induction motor", *IEEE Transactions On Energy Conversion*, 17 (3): 374–379 (2002).
48. Sarac, V. and Pacemska, T. A., "Simulation model for prediction of transient performance characteristics of single-phase shaded pole motor", *Journal Of Electrical Engineering*, 67 (4): 253–260 (2016).
49. Sarac, V., Stefanov, G., and Cogelja, G., "Fem aided design of performance characteristics of single phase motors", *12th International Conference On Applied Electromagnetics*, Nis, 3–7 (2015).
50. Abdel-Khalik, A. S., Ahmed, S., and Massoud, A. M., "A six-phase 24-slot/10-pole permanent-magnet machine with low space harmonics for electric vehicle applications", *IEEE Transactions On Magnetics*, 52 (6): 1–10 (2016).
51. Dajaku, G., Wei Xie, and Gerling, D., "Reduction of low space harmonics for the fractional slot concentrated windings using a novel stator design", *IEEE Transactions On Magnetics*, 50 (5): 1–12 (2014).

52. Kindl, V., Hruska, K., Pechanek, R., Sobra, J., and Skala, B., "The effect of space harmonic components in the air gap magnetic flux density on torque characteristic of a squirrel-cage induction machine", **17th European Conference On Power Electronics and Applications**, Geneva, 1–5 (2015).
53. Kocabas, D. A., "Space harmonic effect comparison between a standard induction motor and a motor with a novel winding arrangement", **2009 IEEE International Electric Machines And Drives Conference**, Miami, 65–69 (2009).
54. Kocabas, D. A. and Mergen, A. F., "A novel method to reduce the effects of space harmonics in alternating current machines", **2008 IEEE International Symposium On Industrial Electronics**, Cambridge, 692–697 (2008).
55. Liang, X., Faried, S., and El-Serafi, A., "Space harmonics of synchronous machines calculated by finite-element method", **IEEE Transactions On Industry Applications**, 52 (2): 1193–1203 (2016).
56. Mollaeian, A., Sangdehi, S. M., Balamurali, A., Feng, G., Tjong, J., and Kar, N. C., "Reduction of space harmonics in induction machines incorporating rotor bar optimization through a coupled IPSO and 3-D FEA algorithm", **XXII International Conference On Electrical Machines (ICEM)**, Lausanne, 557–563 (2016).
57. Tavana, N. R. and Dinavahi, V., "Real-time FPGA-based analytical space harmonic model of permanent magnet machines for hardware-in-the-loop simulation", **IEEE Transactions On Magnetics**, 51 (8): 1–9 (2015).
58. Wang, J., Patel, V. I., and Wang, W., "Fractional-slot permanent magnet brushless machines with low space harmonic contents", **IEEE Transactions On Magnetics**, 50 (1): 1–9 (2014).
59. Kocabaş, D. A. ve Mergen, A. F., "Asenkron makinalarda uzay harmoniklerinin etkilerini azaltmaya katkılar", **İtÜ Dergisi/d**, 5 (2): 25–36 (2006).
60. Turan, M., "Asenkron makinanın geliştirilmiş uzay harmonik modelinde harmonik reaktans ve momentlerin hesabı", Yüksek Lisans Tezi, **Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**, Sakarya, (1996).
61. Deniz, H., "Yuvarlak roturlu senkron generatörde uzay harmoniklerinin uzay fazörleri ile analizi", Yüksek Lisans Tezi, **İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**, İstanbul, (2011).
62. Ho, S. L. and Fu, W. N., "Review and future application of finite element methodes in induction motors", **Electric Machines & Power Systems**, 26 (2): 111–125 (1998).
63. Gürdal, O., "Elektrik Makinalarının Tasarımı", **Seçkin**, Ankara, 404-463 (2012).
64. Uygun, D., "5-fazlı u-tipi segmental roturlu bipolar uyartımlı 10/8 anahtarlamalı relüktans motorun tasarımı ve uygulaması", Doktora Tezi, **Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**, Ankara, (2012).

65. Hameyer, K. and Belmans, R., "Numerical modelling and design of electrical machines and devices", **WIT Press**, Southampton, Boston, 305 (1999).
66. Ocak, C., "Elektrikli araçlar için üç kademeli yeni bir fırçasız DA motoru tasarımı, analizi ve uygulaması", Doktora Tezi, **Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**, Ankara, (2013).
67. Zhang, S.-U., "Coupled magneto-elestatic analysis using implicit boundary finite element method", Doctor of Philosophy, **University of Florida**, (2010).
68. Dadpour, A. and Ansari, K., "Conversion of shaded-pole induction motor to switched reluctance motor and effects of pole shoe and notch on SRM noise", **IEEE XXXIII International Scientific Conference Electronics and Nanotechnology**, Kiev, 344–348 (2013).
69. Ünlükaya, E., Yetgin, A. G., Çanakoğlu, A. İ., ve Turan, M., "Rotor oluk şekillerinin asenkron motor performansına etkileri", **Elektrik – Elektronik – Bilgisayar Ve Biyomedikal Mühendisliği Sempozyumu**, Bursa, 168–172 (2014).
70. Kim, Y. S., "Effects of rotor bar shape for squirrel cage induction motor in transient state using moving band technique", **IEEE Transactions On Applied Superconductivity**, 24 (3): (2014).
71. Çınar, M. A., Gündoğan, Ç., ve Kuyumcu, F. E., "Taşıt tahriğinde kullanılacak bir anahtarlı relüktans motor tasarımı ve analizi", **Elektrik-Elektronik-Bilgisayar Mühendisliği 11. Ulusal Kongresi**, İstanbul, 304–307 (2005).
72. Akcayol, M. A., "Anahtarlama relüktans motorun endüktans değişiminin sinirsel - bulanık modellenmesi", **Politeknik Dergisi**, 5 (4): 287–292 (2002).
73. Germeç, K. E. and Erdem, H., "Elektrik güç sistemlerinde zaman-harmonik analizi", **Gazi Üniversitesi Müh. Mim. Fak. Dergisi**, 30 (2): 263–271 (2015).
74. Yılmaz, M., "Elektrik sistem tasarımıda harmoniklerin giderilmesi için bir analiz", Yüksek Lisans Tezi, **İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**, İstanbul, (2006).
75. Kocatepe, C., Uzunoğlu, M., Yumurtacı, R., Karakaş, A., and Arıkan, O., "Elektrik Tesislerinde Harmonikler", **Birsan Yayınevi**, (2003).
76. Sucu, M., "Elektrik enerji sistemlerinde oluşan harmoniklerin filtrelenmesinin bilgisayar destekli modellenmesi ve simülasyonu", Yüksek Lisans Tezi, **Marmara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**, İstanbul (2003).
77. Bayram, D., "Zaman harmonikli gerilimlerin kafesli asenkron makinada yarattığı etkilerin sonlu elemanlar yöntemi ile incelenmesi", Yüksek Lisans Tezi, **İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**, İstanbul, (2009).
78. Kürker, F. ve Taştaltın, R., "Elektrik tesislerinde harmoniklerin meydana getirdiği kayıpların analizi", **Adıyaman Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi**, 521–38 (2016).

79. Bayram, D. ve Mergen, A. F., "Asenkron makinada zaman harmoniğinin kayıplara etkisinin sonlu elemanlar yöntemi ile incelenmesi", **EMO Ulusal Kongre**, Ankara, (2009).
80. Kocabas, D. A., "Novel winding and core design for maximum reduction of harmonic magnetomotive force in AC motors", **IEEE Transactions On Magnetism**, 45 (2): 735–746 (2009).
81. Lo, W. C., Chan, C. C., Zhu, Z. Q., Xu, L., Howe, D., and Chau, K. T., "Acoustic noise radiated by PWM-controlled induction machine drives", **IEEE Transactions On Industrial Electronics**, 47 (4): 880–889 (2000).
82. Ingale, R., "Harmonic analysis using FFT and STFT", **International Journal of Signal Processing, Image Processing and Pattern Recognition**, 7 (4): 345–362 (2014).
83. Patel, V. I., Wang, J., Wang, W., and Chen, X., "Analysis and design of 6-phase fractional slot per pole per phase permanent magnet machines with low space harmonics", **IEEE International Electric Machines & Drives Conference**, Chicago, 6–13 (2013).
84. Kindl, V., Hruska, K., Sobra, J., and Byrtus, M., "Effect of induction machine's load and rotor eccentricity on space harmonics in the air gap magnetic flux density", **16th International Conference On Mechatronics-Mechatronika**, Brno, 463–468 (2014).
85. Nandi, S., Ahmed, S., and Toliyat, H. A., "Detection of rotor slot and other eccentricity related harmonics in a three phase induction motor with different rotor cages", **IEEE Transactions On Energy Conversion**, 16 (3): 253–260 (2001).
86. Adak, S., "Enerji sistemlerinde harmonik distorsiyunun azaltılması", Doktora Tezi, **Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**, İstanbul, (2003).
87. Şenyurt, Ö., "Elektrik Tesislerinde hızlı fourier dönüşümü ile harmonik analizinin yapılması", Yüksek Lisans Tezi, **Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**, Ankara, (2006).
88. Pop, A. A., Radulescu, M., and Balan, H., "Flux-density space-harmonics minimization for an axial-flux permanent-magnet machine", **4th International Symposium On Electrical And Electronics Engineering**, Galati, 3–7 (2013).
89. Başman, F., "Elektrik Enerji Sistemlerinde Harmonik ve Filtreleme", Yüksek Lisans Tezi, **Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**, Sakarya, (2006).
90. Yıldız, S. ve Hocaoglu, M. H., "Akım transformatörlerinin sinüzoidal olmayan şartlarda performansının simulasyon ile incelenmesi", **Elektrik , Elektronik, Bilgisayar Mühendisliği 11. Ulusal Kongresi**, İstanbul, 437–441 (2005).
91. Tekin, M. ve Yılmaz, A. S., "Güç sistem harmoniklerinin ayırık hartley dönüşümü ile analizi", **KSU Mühendislik Bilimleri Dergisi**, 18 (1): 1–8 (2015).

92. Akbaba, M., "Değişken hava aralıklı yarık kutuplu asenkron motorlar üzerine bir araştırma", *Karadeniz Teknik Üniversitesi*, (1982).





EK AÇIKLAMALAR A.

ENDÜKTANS MATRİSLERİ

$$\begin{bmatrix} Z_a & Z_{ab} & Z_{ard} & Z_{art} \\ Z_{ab} & Z_b & Z_{brd} & Z_{brt} \\ Z_{rad} & Z_{rbd} & Z_{rdd} & Z_{rtd} \\ Z_{rat} & Z_{rbt} & Z_{rtd} & Z_{rtt} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_{rd} \\ \bar{I}_{rt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$[\bar{I}_{rd}] = \begin{bmatrix} \bar{I}_{rd1} \\ \bar{I}_{rd3} \\ \bar{I}_{rd5} \\ \bar{I}_{rd7} \\ \bar{I}_{rd9} \end{bmatrix} \quad [\bar{I}_{rt}] = \begin{bmatrix} \bar{I}_{rt1} \\ \bar{I}_{rt3} \\ \bar{I}_{rt5} \\ \bar{I}_{rt7} \\ \bar{I}_{rt9} \end{bmatrix}$$

$$Z_a = R_a + j\omega L_a$$

$$Z_b = P_b + j\omega L_b$$

$$Z_{ab} = j\omega M_{ab}$$

$$[Z_{ard}] = \frac{j\omega S_2}{2} [\bar{M}_{ar1} \quad \bar{M}_{ar3} \quad \bar{M}_{ar5} \quad \bar{M}_{ar7} \quad \bar{M}_{ar9}]$$

$$[Z_{art}] = \frac{j\omega S_2}{2} [\bar{M}_{ar1}^* \quad \bar{M}_{ar3}^* \quad \bar{M}_{ar5}^* \quad \bar{M}_{ar7}^* \quad \bar{M}_{ar9}^*]$$

$$[Z_{brd}] = \frac{j\omega S_2}{2} [\bar{M}_{br1} \quad \bar{M}_{br3} \quad \bar{M}_{br5} \quad \bar{M}_{br7} \quad \bar{M}_{br9}]$$

$$[Z_{brt}] = \frac{j\omega S_2}{2} [\bar{M}_{br1}^* \quad \bar{M}_{br3}^* \quad \bar{M}_{br5}^* \quad \bar{M}_{br7}^* \quad \bar{M}_{br9}^*]$$

$$[Z_{rad}] = \frac{j\omega}{2} \begin{bmatrix} s\bar{M}_{ar1}^* \\ (-2 + 3s)\bar{M}_{ar3}^* \\ (-4 + 5s)\bar{M}_{ar5}^* \\ (-6 + 7s)\bar{M}_{ar7}^* \\ (-8 + 9s)\bar{M}_{ar9}^* \end{bmatrix} \quad [Z_{rat}] = \frac{j\omega}{2} \begin{bmatrix} (2 - s)\bar{M}_{ar1}^* \\ (4 - 3s)\bar{M}_{ar3}^* \\ (6 - 5s)\bar{M}_{ar5}^* \\ (8 - 7s)\bar{M}_{ar7}^* \\ (10 - 9s)\bar{M}_{ar9}^* \end{bmatrix}$$

$$[Z_{rbd}] = \frac{j\omega}{2} \begin{bmatrix} s\bar{M}_{br1}^* \\ (-2 + 3s)\bar{M}_{br3}^* \\ (-4 + 5s)\bar{M}_{br5}^* \\ (-6 + 7s)\bar{M}_{br7}^* \\ (-8 + 9s)\bar{M}_{br9}^* \end{bmatrix} \quad [Z_{rbt}] = \frac{j\omega}{2} \begin{bmatrix} (2 - s)\bar{M}_{br1}^* \\ (4 - 3s)\bar{M}_{br3}^* \\ (6 - 5s)\bar{M}_{br5}^* \\ (8 - 7s)\bar{M}_{br7}^* \\ (10 - 9s)\bar{M}_{br9}^* \end{bmatrix}$$

$$[Z_{rdd}] = \begin{bmatrix} Z_1 + j\omega s \sum_{m=1}^{S_2} M_{m0} \bar{A}_m^* & 0 & 0 & 0 & 0 \\ j\phi_1 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2}^* \bar{B}_m^* & Z_2 + j\phi_1 \sum_{m=1}^{S_2} M_{m0} \bar{B}_m^* & j\phi_1 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2}^* \bar{B}_m^* & j\phi_1 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4}^* \bar{B}_m^* & j\phi_1 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6}^* \bar{B}_m^* \\ j\phi_3 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4}^* \bar{C}_m^* & j\phi_3 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2}^* \bar{C}_m^* & Z_3 + j\phi_3 \sum_{m=1}^{S_2} M_{m0} \bar{C}_m^* & j\phi_3 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2}^* \bar{C}_m^* & j\phi_3 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4}^* \bar{C}_m^* \\ j\phi_5 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6}^* \bar{D}_m^* & j\phi_5 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4}^* \bar{D}_m^* & j\phi_5 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2}^* \bar{D}_m^* & Z_4 + j\phi_5 \sum_{m=1}^{S_2} M_{m0} \bar{D}_m^* & j\phi_5 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2}^* \bar{D}_m^* \\ j\phi_7 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8}^* \bar{E}_m^* & j\phi_7 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6}^* \bar{E}_m^* & j\phi_7 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4}^* \bar{E}_m^* & j\phi_7 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2}^* \bar{E}_m^* & Z_5 + j\phi_7 \sum_{m=1}^{S_2} M_{m0} \bar{E}_m^* \end{bmatrix}$$

$$[Z_{rdt}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ j\phi_1 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4}^* \bar{B}_m^* & j\phi_1 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6}^* \bar{B}_m^* & j\phi_1 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8}^* \bar{B}_m^* & j\phi_1 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10}^* \bar{B}_m^* & j\phi_1 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12}^* \bar{B}_m^* \\ j\phi_3 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6}^* \bar{C}_m^* & j\phi_3 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8}^* \bar{C}_m^* & j\phi_3 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10}^* \bar{C}_m^* & j\phi_3 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12}^* \bar{C}_m^* & j\phi_3 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m14}^* \bar{C}_m^* \\ j\phi_5 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8}^* \bar{D}_m^* & j\phi_5 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10}^* \bar{D}_m^* & j\phi_5 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12}^* \bar{D}_m^* & j\phi_5 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m14}^* \bar{D}_m^* & j\phi_5 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m16}^* \bar{D}_m^* \\ j\phi_7 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10}^* \bar{E}_m^* & j\phi_7 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12}^* \bar{E}_m^* & j\phi_7 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m14}^* \bar{E}_m^* & j\phi_7 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m16}^* \bar{E}_m^* & j\phi_7 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m18}^* \bar{E}_m^* \end{bmatrix}$$

$$[Z_{rtt}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ j\phi_2 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{B}_m & j\phi_2 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6} \bar{B}_m & j\phi_2 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8} \bar{B}_m & j\phi_2 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10} \bar{B}_m & j\phi_2 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12} \bar{B}_m \\ j\phi_4 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6} \bar{C}_m & j\phi_4 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8} \bar{C}_m & j\phi_4 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10} \bar{C}_m & j\phi_4 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12} \bar{C}_m & j\phi_4 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m14} \bar{C}_m \\ j\phi_6 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8} \bar{D}_m & j\phi_6 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10} \bar{D}_m & j\phi_6 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12} \bar{D}_m & j\phi_6 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m14} \bar{D}_m & j\phi_6 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m16} \bar{D}_m \\ j\phi_8 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m10} \bar{E}_m & j\phi_8 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m12} \bar{E}_m & j\phi_8 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m14} \bar{E}_m & j\phi_8 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m16} \bar{E}_m & j\phi_8 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m18} \bar{E}_m \end{bmatrix}$$

$$[Z_{rtt}] = \begin{bmatrix} Z_6 + \frac{jw(2-s)}{s} \sum_{m=1}^{S_2} M_{m0} \bar{A}_m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ j\phi_2 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{B}_m & Z_7 + j\phi_2 \sum_{m=1}^{S_2} M_{m0} \bar{B}_m & j\phi_2 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{B}_m & j\phi_2 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{B}_m & j\phi_2 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6} \bar{B}_m \\ j\phi_4 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{C}_m & j\phi_4 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{C}_m & Z_8 + j\phi_4 \sum_{m=1}^{S_2} M_{m0} \bar{C}_m & j\phi_4 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{C}_m & j\phi_4 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{C}_m \\ j\phi_6 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6} \bar{D}_m & j\phi_6 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{D}_m & j\phi_6 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{D}_m & Z_9 + j\phi_6 \sum_{m=1}^{S_2} M_{m0} \bar{D}_m & j\phi_6 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{D}_m \\ j\phi_8 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m8} \bar{E}_m & j\phi_8 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m6} \bar{E}_m & j\phi_8 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m4} \bar{E}_m & j\phi_8 \sum_{m=1}^{S_2} \bar{M}_{m2} \bar{E}_m & Z_{10} + j\phi_8 \sum_{m=1}^{S_2} M_{m0} \bar{E}_m \end{bmatrix}$$



EK AÇIKLAMALAR B.

TORK DENKLEMLERİ

$$T_o = T_{aro} + T_{bro} + T_{rr10} + T_{rr20} + T_{rr30} + T_{rr60} + T_{rr70} + T_{rr80} + T_{r10} + T_{r20} + T_{r30} + T_{r60} \\ + T_{r70} + T_{r80}$$

$$T_{aro} = \frac{P_o S_2}{2} Ge \left(\sum_{k=1}^9 \bar{I}_a (\bar{M}_k^* \bar{I}_{rdk} + \bar{M}_k \bar{I}_{rtk}) \right)$$

$$T_{bro} = \frac{P_o S_2}{2} Ge \left(\sum_{k=1}^9 \bar{I}_b (\bar{M}_{kb}^* \bar{I}_{rdk} + \bar{M}_{kb} \bar{I}_{rtk}) \right)$$

$$T_{rr10} = \frac{P_o S_2}{2} Ge \left(\bar{I}_{rd3} \bar{I}_{rd1}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{jh1} + \bar{I}_{rd5} \bar{I}_{rd3}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{jh2} + \bar{I}_{rd7} \bar{I}_{rd5}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{jh3} \right. \\ + \bar{I}_{rd9} \bar{I}_{rd7}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{jh4} + 2 \bar{I}_{rd5} \bar{I}_{rd1}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{jh5} \\ + 2 \bar{I}_{rd7} \bar{I}_{rd3}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{jh6} + 2 \bar{I}_{rd9} \bar{I}_{rd5}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{jh7} \\ + 3 \bar{I}_{rd1} \bar{I}_{rd7}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m6} e^{jh8} + 3 \bar{I}_{rd9} \bar{I}_{rd3}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m6} e^{jh9} \\ \left. + 4 \bar{I}_{rd9} \bar{I}_{rd1}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m8} e^{jh10} \right)$$

$$T_{rr20} = \frac{P_o S_2}{4} Ge \left(\sum_{m=2}^{S_2} \sum_{i=1}^9 \sum_{n=1}^9 (n+i) \bar{M}_{rk} \bar{I}_{rdi} \bar{I}_{rtn}^* e^{-ja} \right)$$

$$T_{rr30} = \frac{P_o S_2}{2} Ge \left(\bar{I}_{rd1} \bar{I}_{rd3}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{jh1} + \bar{I}_{rd3} \bar{I}_{rd5}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{jh2} + \bar{I}_{rd5} \bar{I}_{rd7}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{jh3} \right. \\ + \bar{I}_{rd7} \bar{I}_{rd9}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{jh4} + 2 \bar{I}_{rd1} \bar{I}_{rd5}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{jh5} \\ + 2 \bar{I}_{rd3} \bar{I}_{rd7}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{jh6} + 2 \bar{I}_{rd5} \bar{I}_{rd9}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{jh7} \\ + 3 \bar{I}_{rd1} \bar{I}_{rd7}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m6} e^{jh8} + 3 \bar{I}_{rd3} \bar{I}_{rd9}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m6} e^{jh9} \\ \left. + 4 \bar{I}_{rd1} \bar{I}_{rd9}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m8} e^{jh10} \right)$$

$$T_{rr60} = \frac{P_o S_2}{2} Ge \left(\bar{I}_{rt1} \bar{I}_{rt3}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{-jh1} + \bar{I}_{rt3} \bar{I}_{rt5}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{-jh2} + \bar{I}_{rt5} \bar{I}_{rt7}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{-jh3} \right. \\ + \bar{I}_{rt7} \bar{I}_{rt9}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{-jh4} + 2 \bar{I}_{rt1} \bar{I}_{rt5}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{-jh5} \\ + 2 \bar{I}_{rt3} \bar{I}_{rt7}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{-jh6} + 2 \bar{I}_{rt5} \bar{I}_{rt9}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{-jh7} \\ + 3 \bar{I}_{rt1} \bar{I}_{rt7}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m6} e^{-jh8} + 3 \bar{I}_{rt3} \bar{I}_{rt9}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m6} e^{-jh9} \\ \left. + 4 \bar{I}_{rt1} \bar{I}_{rt9}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m8} e^{-jh10} \right)$$

$$T_{rr70} = \frac{P_o S_2}{4} Ge \left(\sum_{m=2}^{S_2} \sum_{i=1}^9 \sum_{n=1}^9 (i+n) \bar{M}_{rk} \bar{I}_{rti} \bar{I}_{rdn}^* e^{ja} \right)$$

$$\begin{aligned}
T_{rr80} = \frac{P_0 S_2}{2} Ge \left(\bar{I}_{rt3} \bar{I}_{rd1}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{-jh1} + \bar{I}_{rt5} \bar{I}_{rd3}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{-jh2} + \bar{I}_{rt7} \bar{I}_{rd5}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{-jh3} \right. \\
+ \bar{I}_{rt9} \bar{I}_{rd7}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m2} e^{-jh4} + 2 \bar{I}_{rt5} \bar{I}_{rd1}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{-jh5} \\
+ 2 \bar{I}_{rt7} \bar{I}_{rd3}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{-jh6} + 2 \bar{I}_{rt9} \bar{I}_{rd5}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m4} e^{-jh7} \\
+ 3 \bar{I}_{rt7} \bar{I}_{rd1}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m6} e^{-jh8} + 3 \bar{I}_{rt9} \bar{I}_{rd3}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m6} e^{-jh9} \\
\left. + 4 \bar{I}_{rt9} \bar{I}_{rd1}^* \sum_{m=2}^{S_2} M_{r1m8} e^{-jh10} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{r10} = \frac{P_0 S_2}{2} Ge (L_{r12} \bar{I}_{rd3} \bar{I}_{rd1}^* e^{jh11} + L_{r12} \bar{I}_{rd5} \bar{I}_{rd3}^* e^{jh12} + L_{r12} \bar{I}_{rd7} \bar{I}_{rd5}^* e^{jh13} + L_{r12} \bar{I}_{rd9} \bar{I}_{rd7}^* e^{jh14} \\
+ 2 L_{r14} \bar{I}_{rd5} \bar{I}_{rd1}^* e^{jh15} + 2 L_{r14} \bar{I}_{rd7} \bar{I}_{rd3}^* e^{jh16} + 2 L_{r14} \bar{I}_{rd9} \bar{I}_{rd5}^* e^{jh17} \\
+ 3 L_{r16} \bar{I}_{rd7} \bar{I}_{rd1}^* e^{jh18} + 3 L_{r16} \bar{I}_{rd9} \bar{I}_{rd3}^* e^{jh19} + 4 L_{r18} \bar{I}_{rd9} \bar{I}_{rd1}^* e^{jh20})
\end{aligned}$$

$$T_{r20} = \frac{P_0 S_2}{4} Ge \left(\sum_{i=1}^9 \sum_{n=1}^9 (n+i) \bar{L}_{rk} \bar{I}_{rdi} \bar{I}_{rtn}^* \right)$$

$$\begin{aligned}
T_{r30} = \frac{P_0 S_2}{2} Ge (L_{r12} \bar{I}_{rd1} \bar{I}_{rd3}^* e^{jh11} + L_{r12} \bar{I}_{rd3} \bar{I}_{rd5}^* e^{jh12} + L_{r12} \bar{I}_{rd5} \bar{I}_{rd7}^* e^{jh13} + L_{r12} \bar{I}_{rd7} \bar{I}_{rd9}^* e^{jh14} \\
+ 2 L_{r14} \bar{I}_{rd1} \bar{I}_{rd5}^* e^{jh15} + 2 L_{r14} \bar{I}_{rd3} \bar{I}_{rd7}^* e^{jh16} + 2 L_{r14} \bar{I}_{rd5} \bar{I}_{rd9}^* e^{jh17} \\
+ 3 L_{r16} \bar{I}_{rd1} \bar{I}_{rd7}^* e^{jh18} + 3 L_{r16} \bar{I}_{rd3} \bar{I}_{rd9}^* e^{jh19} + 4 L_{r18} \bar{I}_{rd1} \bar{I}_{rd9}^* e^{jh20})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{r60} = \frac{P_0 S_2}{2} Ge (L_{r12} \bar{I}_{rt1} \bar{I}_{rt3}^* e^{-jh11} + L_{r12} \bar{I}_{rt3} \bar{I}_{rt5}^* e^{-jh12} + L_{r12} \bar{I}_{rt5} \bar{I}_{rt7}^* e^{-jh13} \\
+ L_{r12} \bar{I}_{rt7} \bar{I}_{rt9}^* e^{-jh14} + 2 L_{r14} \bar{I}_{rt1} \bar{I}_{rt5}^* e^{-jh15} + 2 L_{r14} \bar{I}_{rt3} \bar{I}_{rt7}^* e^{-jh16} \\
+ 2 L_{r14} \bar{I}_{rt5} \bar{I}_{rt9}^* e^{-jh17} + 3 L_{r16} \bar{I}_{rt1} \bar{I}_{rt7}^* e^{-jh18} + 3 L_{r16} \bar{I}_{rt3} \bar{I}_{rt9}^* e^{-jh19} \\
+ 4 L_{r18} \bar{I}_{rt1} \bar{I}_{rt9}^* e^{-jh20})
\end{aligned}$$

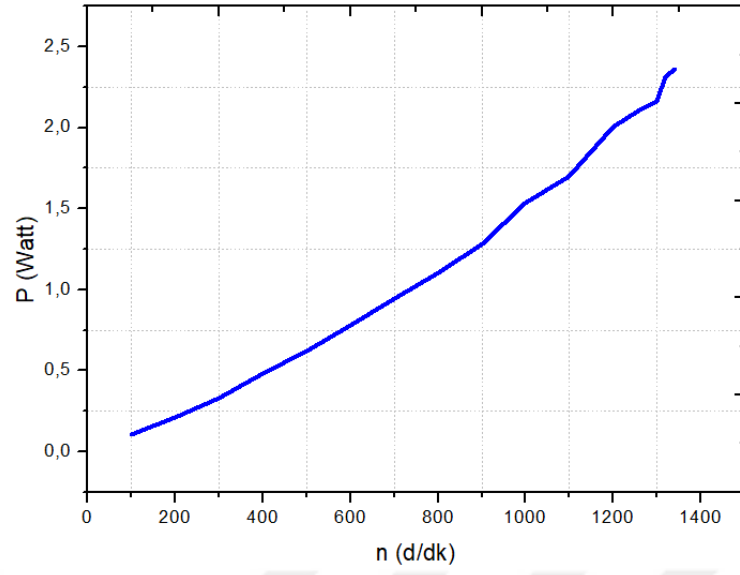
$$T_{r70} = \frac{P_0 S_2}{4} Ge \left(\sum_{i=1}^9 \sum_{n=1}^9 (n+i) \bar{L}_{rk} \bar{I}_{rti} \bar{I}_{rdn}^* \right)$$

$$\begin{aligned}
T_{r80} = \frac{P_0 S_2}{2} Ge (L_{r12} \bar{I}_{rt3} \bar{I}_{rd1}^* e^{-jh11} + L_{r12} \bar{I}_{rt5} \bar{I}_{rd3}^* e^{-jh12} + L_{r12} \bar{I}_{rt7} \bar{I}_{rd5}^* e^{-jh13} \\
+ L_{r12} \bar{I}_{rt9} \bar{I}_{rd7}^* e^{-jh14} + 2 L_{r14} \bar{I}_{rt5} \bar{I}_{rd1}^* e^{-jh15} + 2 L_{r14} \bar{I}_{rt7} \bar{I}_{rd3}^* e^{-jh16} \\
+ 2 L_{r14} \bar{I}_{rt9} \bar{I}_{rd5}^* e^{-jh17} + 3 L_{r16} \bar{I}_{rt7} \bar{I}_{rd1}^* e^{-jh18} + 3 L_{r16} \bar{I}_{rt9} \bar{I}_{rd3}^* e^{-jh19} \\
+ 4 L_{r18} \bar{I}_{rt9} \bar{I}_{rd1}^* e^{-jh20})
\end{aligned}$$



EK AÇIKLAMALAR C.

RÜZGAR VE SÜRTÜNME KAYBI



Şekil Ek C.1. GKAM'ın sürtünme ve rüzgâr kaybının devir sayısı ile değişimi.



EK AÇIKLAMALAR D.

YAPILAN YAYINLAR



Contents lists available at ScienceDirect

Engineering Science and Technology,
an International Journaljournal homepage: <http://www.elsevier.com/locate/jestech>

Full Length Article

Comparison of 2D and 3D magnetic field analysis of single-phase shaded pole induction motors

Adem Dalcı^{a,*}, Mehmet Akbaba^b^a Department of Electrical & Electronics Engineering, Karabük University, Karabük, Turkey^b Department of Computer Engineering, Karabük University, Karabük, Turkey

ARTICLE INFO

Article history:

Received 19 February 2015

Received in revised form 15 April 2015

Accepted 22 April 2015

Available online 26 June 2015

Keywords:

Shaded pole induction motors

2D and 3D finite element analysis

Accuracy of performance

ABSTRACT

There has always been doubt on the accuracy of 2D analysis of small electric machines. To investigate the validity of this doubt, in this present work a small uni-coil shaded-pole induction motor is analyzed in 2D and 3D and the results are compared. In order to maintain the paper size as compact, the analysis is limited to the air-gap flux density distribution, variation of the main winding inductance against current and the force acting on the rotor body; which are the important components of the motor performance. It is found that although 3D analysis consumes several times more computing time and storage space, improvement achieved in performance by use of 3D analysis is not very significant. % rms difference between the two cases is obtained as 0.76% for the main winding inductance and 0.59% for the force acting on the rotor body. Also the air-gap flux density distribution obtained from the two types of analysis is found to be very close to each other. Therefore it is concluded that despite more computing time, more storage requirements and more human effort in the case of 3D analysis, the degree of improvement is not proportionally rewarding, and hence, 2D analysis is sufficient for the analysis of small machines.

Copyright © 2015, The Authors. Production and hosting by Elsevier B.V. on behalf of Karabük University. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

1. Introduction

Despite the low efficiency and low starting torque of single-phase shaded-pole induction motors (SPSPIM), due to their need for less maintenance, simple structure and low cost, they are widely used in low power applications, such as home appliances [1,2]. Although they have simple construction and are easy to manufacture, their mathematical analysis and performance evaluation is the hardest among all kinds of electrical machines. There isn't any standard equivalent circuit or a unique technique for their analysis [3]. Using FEM, some important performance parameters such as the air-gap flux density distribution, iron losses, induced voltages, winding inductance and electromagnetic torque can be computed with significantly good accuracy [4–9].

Literature survey shows that many attempts have been made to analyze the SPSPIMs in 2D using FEM under different operating conditions [8–11]. Sarac and Cundev [12] studied, in 2D, the effect of different soft magnetic materials on the performance of SPSPIMs at 0 Hz and at 50 Hz. Petkovska et al. [13] have studied the flux density distribution over the 2D cross-section of the machine by exciting the windings independently and all together and they

claimed that skewing the rotor bars increases the air-gap flux density. Sarac and Cvetkovski [14] used genetic algorithm optimization technique to obtain the flux density distribution over the 2D cross-section of the motor with 3 different machine models at rated load. Özçelik et al. [15] in their study compared the performances of a single-phase split-capacitor induction motor, a brushless permanent magnet DC motor and a shaded pole motor in a cooker hood application. They have reported that the shaded pole motor can support the required load torque and it is cheaper than the split-capacitor induction motor, but its efficiency is inferior to that of the split-capacitor induction motor.

It is important to estimate the level of error in various performance parameters of SPSPIMs when analyzed in 2D. It is a general thought among researchers that the smallest is the electric machine dimensions, the largest is the error in performance evaluation as compared to 3D analysis. But there isn't any concrete proof for this claim than to know the level of error arising from use of 2D analysis. Therefore to provide a more reliable answer to this claim, in this investigation, electrostatic FEM analysis of a selected SPSPIM has been conducted in 2D and 3D and results are compared. It is shown that the level of error resulting from the use of 2D analysis as compared to 3D analysis isn't very significant. Therefore it is recommended that there is no need to undergo extra computational burden arising from use of 3D analysis. The motor specifications and the winding excitation values used in this study are summarized in Table 1.

* Corresponding author. Tel.: +9 05418264063.

E-mail address: ademdalcı@karabuk.edu.tr (A. Dalcı).

Peer review under responsibility of Karabük University.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.jestech.2015.04.013>2215-0986/Copyright © 2015, The Authors. Production and hosting by Elsevier B.V. on behalf of Karabük University. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

Table 1
Design parameters.

Parameter	Value
Core length(mm)	100
Skew angle	0
Number of poles	2
Number of slot	18
Core material	M270
Main coil excitation	1000AT
Shading coil excitation	5AT

2. Results of the 2D analysis

Design of electrical machines is complex in nature. To obtain satisfactory design, the electromagnetic, thermal and mechanical phenomena, with their own constraints, need to be considered together. To deal with such a complex problem, efficient mathematical tools have been developed into software packages. Among them one of the most efficient is the Finite Elements Method computer package (FEM). Nowadays, with the use of commercial FEM programs, the design of electric machines and their performance analysis can be achieved with high accuracy [3].

As a result of the 2D or 3D electromagnetic modeling and analysis using FEM, the core losses, winding inductance, induced voltages, flux density and electromagnetic torque of the machine can be determined. However, such an analysis entails a lot of computational effort and is time-consuming. There is a close relation between the type of modeling, computational effort and accuracy. For example coarse mesh requires less computational burden and less computing time at the expense of accuracy. On the other hand, it is expected that, mainly for small machines, 3D analysis will result in better accuracy at the expense of more computational burden as compared to 2D analysis. Therefore, the designer has to make a decision between accuracy and computational burden. For an initial design, speed in calculations, at the expense of accuracy, may be preferred to have a rough idea on the performance of a machine under consideration [16,17].

In this investigation 2D and 3D analysis of a single-phase uni-coil shaded-pole induction motor (SFUCSPIM) will be compared and any need for 3D analysis will be explored. Fig. 1 shows the structure and FEM mesh of the machine under investigation.

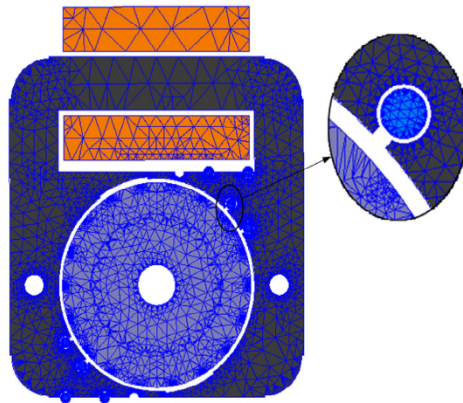


Fig. 1. 2D mesh model of the motor.

The mesh is automatically generated by the mesh generation program of the Ansys Maxwell. The mesh is composed of a total of 16,541 elements. To increase accuracy, the mesh is made much finer in the air-gap and at the corners.

For the motor under investigation, the flux density distribution for 2D analysis and at $f = 0$ Hz is computed for three different excitation conditions, as follows:

- Only stator main winding is excited.
- Only shading rings are excited.
- Both the main winding and the shading rings are excited together.

The results are shown in Fig. 2a–2c. All the excitation values used in these computations are given in Table 1.

Steel sheets used are of M270 type. In Fig. 2a and 2b the maximum flux density value is 1.881 T. In Fig. 2c where only the shaded coils are excited with 5 AT, the maximum flux density value is obtained as 0.1 T. Under the applied excitation conditions, the core did not saturate to the BH characteristic belonging to M270. Therefore, this excitation value is regarded to be suitable. Attention should be paid to the value of the flux density in the regions where the magnetic flux path is narrow. The flux density distribution demonstrated in Fig. 2 are obtained using the following Equations [8,9,18]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -J \quad (1)$$

where A is the magnetic vector potential and J is the current density, which is equal to zero for steel and air parts. From Equation 1, the magnetic flux density components, B_x and B_y in the x and y axis directions, are stated as below:

$$B_x = \frac{\partial A}{\partial y} \quad (2)$$

$$B_y = \frac{\partial A}{\partial x}$$

The magnetic flux density B is calculated from Equation 3.

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \quad (3)$$

3. Results of the 3D analysis

A more detailed modeling and analysis of the corresponding model, which is designed as 2D and which passed the initial design phase, may be proceeded for manufacture. In the 2D modeling and winding and fringing effects are not properly accounted. It will be interesting to see the performance difference between the 2D and 3D analysis. Results of the 3D analysis will be presented below. Although in the 2D design and analysis it is sufficient to work with one part of symmetrical geometries by using periodicity boundary conditions, in case of the 3D design and analysis of electric machinery of which the geometric structure is not symmetrical, taking the full structure is mandatory. The 3D model and the 3D mesh are shown in Fig. 3.

Again for the motor under investigation the 3D flux density distribution at $f = 0$ Hz (magnetostatic) is computed for different excitation conditions, as follows:

- Only stator main winding is excited.
- Only shading rings are excited.
- Both the main winding and shading rings are excited together.

The results are shown in Fig. 4a–4c. All excitation values are same as those given in Table 1.

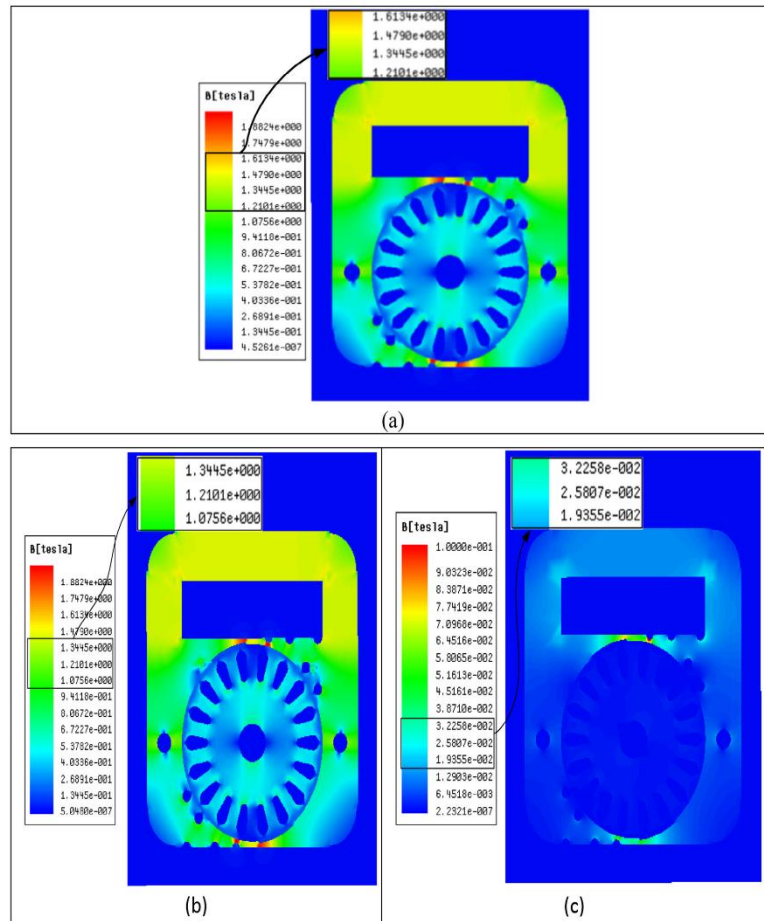


Fig. 2. Flux density distribution on the cross section of the machine: (a) both windings are excited, (b) only the main winding is excited, (c) only the shading rings are excited.

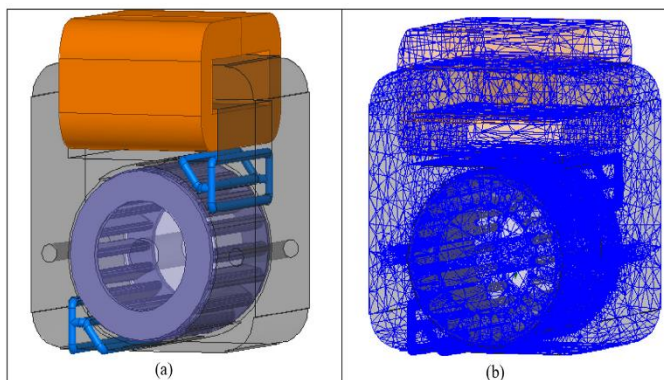


Fig. 3. (a) 3D model of the motor, (b) mesh model of the motor.

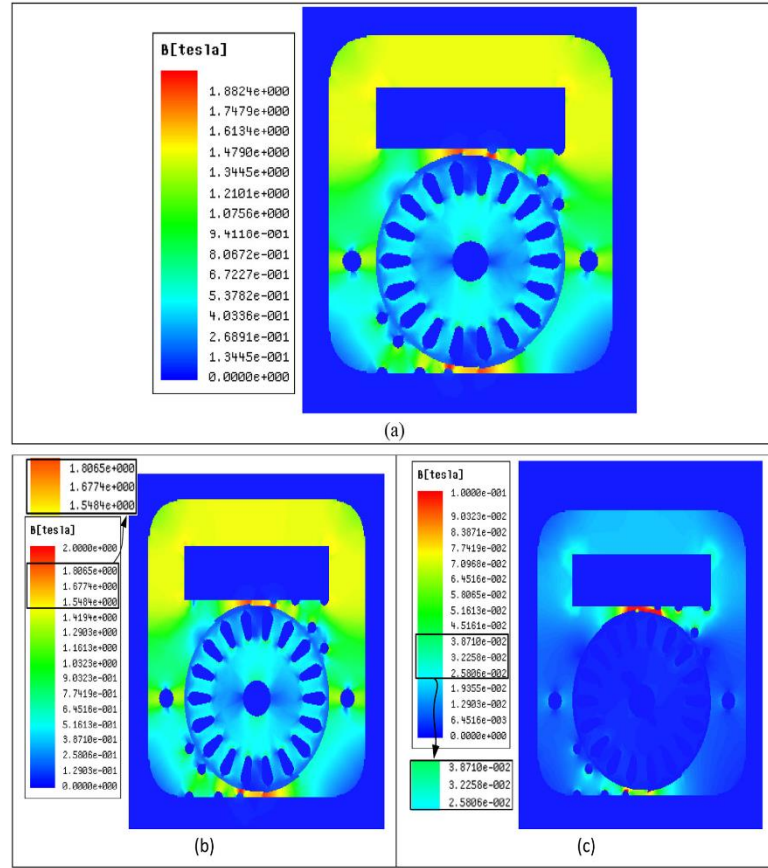


Fig. 4. Flux density distribution on the cross section of the machine for the 3D calculation: (a) both windings are excited, (b) only the main winding is excited, (c) only the shading rings are excited.

In Fig. 4a and 4b the maximum flux density value is 1.8824 T. In Fig. 4c where only the shaded coils are excited with 5 AT, the maximum flux density value is obtained as 0.1 T. It can be seen from Fig. 4a and 4b that most part of the machine core is operating at the flux density values ranging from 1.29 T to 1.54 T. Only in some narrow part on the flux path is the flux density value reaching 1.8 T. From the comparison of this value with the BH characteristic of the used core material M270, which has a saturation flux density value of around 2T, it can be stated that with the chosen current density values, the machine can operate comfortably without being drawn into core saturation. On the other hand, it is evident that the results obtained from the 3D analysis are in good agreement with the results obtained from the 2D analysis, which are shown in Fig. 2a and 2b, and hence these support the suitability of the 2D analysis for small machines as well.

The flux density distribution for 3D is shown in Fig. 5. The flux density distribution demonstrated in Figs. 4 and 5 are obtained using following equations:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial A}{\partial z} \right) = -J \quad (4)$$

Magnetic flux density is calculated from Equation 5.

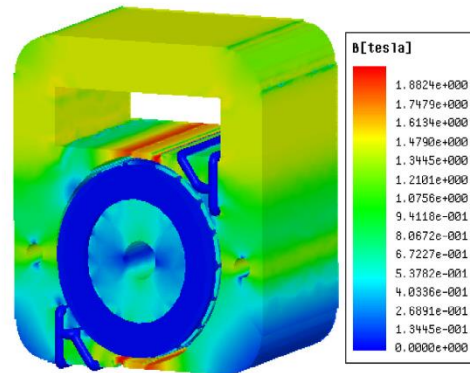


Fig. 5. Flux density distribution in 3D analysis.

Table 2

Results for the case when only the main winding is excited at 1000 AT.

Parameter	2D	3D	%error
Main winding inductance	3.5931 μ H	3.6203 μ H	0.76
Force acting on the rotor body	5.0984 N	5.0686 N	0.59
Number of elements used in solution	16,541	440,416	
Total file size	30.6 MB	381 MB	

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \quad (5)$$

4. Comparison of the results obtained from the 2D and 3D analysis

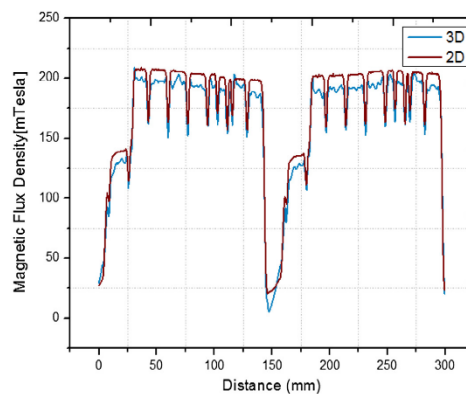
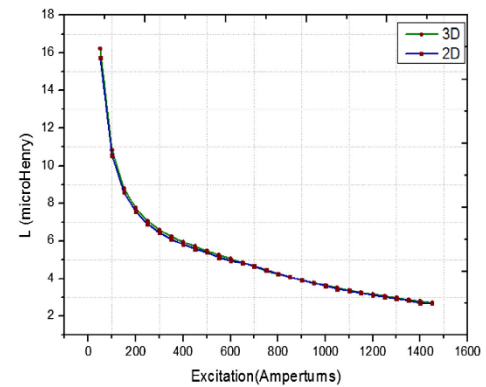
The analysis for both 2D and 3D are conducted with a PC having 4 GB RAM and the results are compared in Table 2. When only the main winding is excited the force acting on the rotor body is 5.0984 N for the 2D analysis and 5.0686 N for the 3D analysis. From Table 2 it is seen that the number of elements used in the 2D analysis is 16,541 triangular elements while 440,416 prism elements are used in the 3D analysis. Naturally this difference is reflected on the computer storage space and the computing time.

Taking the winding inductance obtained from the 3D analysis as the base, the error in winding inductance appearing in Table 2, which is obtained from the 2D analysis, is formulated as given in Equation 6.

$$\%error = \left(\frac{L_{3D} - L_{2D}}{L_{3D}} \right) \times 100 \quad (6)$$

The air-gap flux density distribution is demonstrated in Fig. 6 for both the 2D and 3D analysis. The motor under investigation is a 2 pole motor and Fig. 6 demonstrates the air-gap flux density distribution under each pole. Examination of this figure shows the difference between the air-gap flux density distribution obtained from the 2D and 3D analysis is fairly small. This indicates that results obtained from the 2D analysis are acceptable and hence it is not necessary to involve much complicated 3D analysis.

To observe the effect of the magnetic saturation on the main winding inductance, the main winding excitation AT has been varied from 50 AT to 1450 AT with an increment of 50 AT and corresponding inductance values is computed for the 2D and 3D analysis. Fig. 7

**Fig. 6.** Comparison of the air-gap flux density distribution obtained from the 2D and 3D analysis.**Fig. 7.** Variation of the main winding inductance with the main winding excitation ampere-turns.

shows the plot of calculated winding inductance versus main winding AT.

Also the air-gap flux density for the 2D and 3D analysis are computed for the excitation AT values used for computing the main winding inductance as described above and the results are plotted in Fig. 8.

Percentage error allows one to check the accuracy of the desired solution. At each step of the adaptive process, energy and energy error are calculated and the most current solutions are obtained [19]. In all analyses in this study, a sensitivity rate of 1% was chosen. In the performed analysis, the total file size and solution time are comparatively given in Fig. 9. The 3D analysis has a file size approximately 10 times greater than the 2D analysis. When the solution time is observed, it is seen that the 3D analysis lasts for extremely much longer time (approximately 100 times) as compared to the 2D analysis.

5. Conclusion

In designing electrical machines, a choice has to be made between accuracy and computational burden, which in turn means time burden. At first attempt it is preferred to obtain a faster model which will result in rough field distribution and performance analysis. Once promising results are obtained in this initial stage, then search is made for a more accurate model. But in some cases improvement efforts do not result in a greater advantage. In such cases time-consuming extra efforts and paid computational burden are not significant. In this investigation the 3D and 2D analysis of a single-phase shaded pole motor have been made and results are compared. Normally it is always expected that, especially for smaller machines, the 3D analysis should produce more accurate results as compared to the results obtained from the 2D analysis. Despite the extra efforts and highly increased computational burden devoted to the 3D analysis, it is observed that the results are not significant when compared with the results obtained from the 2D analysis. Therefore it is concluded that the 2D analysis can be accepted as optimum solution for the analysis of single-phase shaded pole motors when extra effort and computational burden is compared with the level of improvement achieved from the use of the 3D analysis. The same idea can be generalized for all small machines as is the case for larger machines.

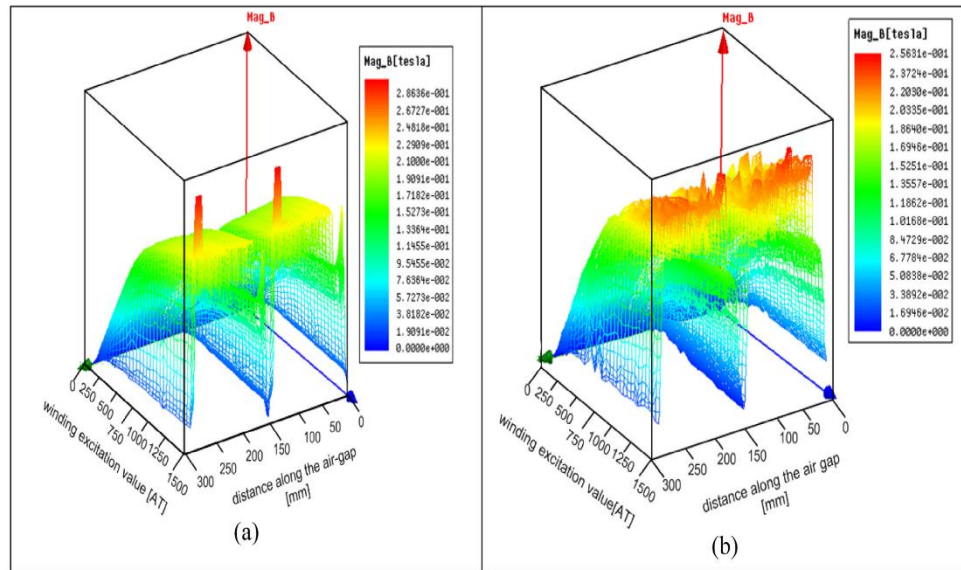


Fig. 8. Air-gap flux density distribution versus excitation value (a) 2D case, (b) 3D case.

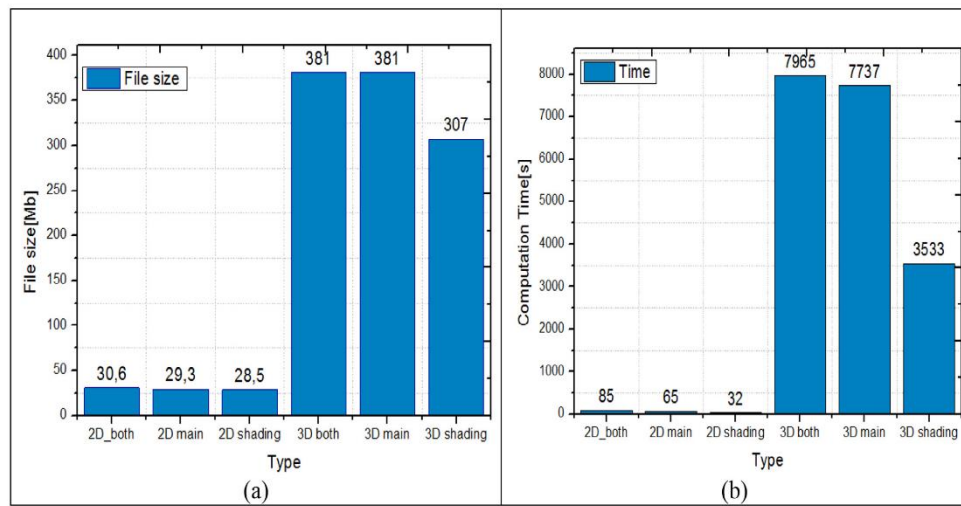


Fig. 9. (a) The total file size, (b) solution time.

References

- [1] A. Karmakar, P.K. Saha, G.K. Panda, D-Q axis modelling analysis of a shaded pole induction motor and study of the non-linear behaviour, *International Conference on Power, Energy and Control*, pp. 596–600, 2013.
- [2] F. Parasiliti, M. Villani, M. Castello, PM brushless DC motor with exterior rotor for high efficiency household appliances, *International Conference on Electrical Machines*, pp. 623–628, Berlin, 2014.
- [3] V. Sarac, G. Stefanov, Calculation of electromagnetic fields in electrical machines using finite elements method, *Int. J. Eng. Ind.* 26 (1) (2011) 21–29.
- [4] S.L. Ho, W.N. Fu, Review and future application of finite element methods in induction motors, *Elect. Mach. Power Syst.* 26 (1998) 111–125 Taylor&Francis.
- [5] S.-U. Zhang, Coupled magneto-elastostatic analysis using implicit boundary finite element method, *The Degree of Doctor of Philosophy, The Graduate School of the University of Florida*, 2010.
- [6] A. Saygin, C. Ocak, A. Dalcı, O. Gürdal, S. Alantar, Y. Tarhan, Influence of pole arc offset on the field and output parameters of brushless DC motors, *Proceedings of the International Conference on Future Trends in Electronics and Electrical Engineering (FTEE)*, pp. 16–20, Bangkok, Thailand, July 2013.

- [7] W.N. Fu, A versatile finite element model of electric machines, *Elec. Power Compon. Syst.* 31 (10) (2010) 941–966.
- [8] M. Akbaba, S.Q. Fakhro, An improved computational technique of the inductance parameters of the reluctance augmented shaded-pole motors using finite element method, *IEEE Trans. Energy Convers.* 7 (2) (1992) 308–314.
- [9] M. Akbaba, S.Q. Fakhro, Field distribution and iron loss calculation in the reluctance augmented shaded pole motors using finite element method, *IEEE Trans. Energy Convers.* 7 (2) (1992) 302–307.
- [10] D. Zhou, C.B. Rajanathan, A.T. Sapeluk, C.S. Özveren, Finite-element-aided design optimization of a shaded-pole induction motor for maximum starting torque, *IEEE Trans. Magn.* 36 (5) (2000) 3551–3554.
- [11] K. Makowski, Determination of magnetic field changes in single-phase shaded pole induction motors due to slotting of the rotor, *Computational Electromagnetics*, pp. 1–2, 2006.
- [12] V.J. Sarac, D.M. Cundev, Electromagnetic fields calculation at single phase shaded pole motor, *Electrotechnica&Electronica* 47 (2012) 41–45.
- [13] L. Petkovska, M. Cundev, V. Sarac, FEM analysis of asymmetrical magnetic field in electrical machines, *II. International Conference on Advanced Computational Methods in Engineering*, pp. 1–10, Liege, Belgium, 2002.
- [14] V. Sarac, G. Cvetkovski, Different motor based on parameter variation using method of genetic algorithms, *Przeglad Elektrotechniczny*, pp. 162–165, 2011.
- [15] N.G. Özçelik, I.E. Doğru, I.T. Ergene, Comparison study of drive motors for cooker hood applications, *16th International Power Electronics and Motion Control Conference and Exposition*, pp. 1252–1258, Antalya, 2014.
- [16] K.M.V. Murthy, *Computer Aided Design of Electrical Machines*, BS Publication, Hyderabad, 2008, pp. 1–32.
- [17] K.G. Upadhyay, *Design of Electrical Machines*, New Age International Limited Publishers, 2008, pp. 9–53.
- [18] S.L. Ho, W.N. Fu, Review and future application of finite element methods in induction motors, *Electr. Mach. Power Syst.* 26 (2) (2007) 111–125.
- [19] Ansys Maxwell help files, “adaptive setup”, percent error.

Comparison of the performance of bridge and bridgeless shaded pole induction motors using FEM

Adem Dalcalı^{a,*} and Mehmet Akbaba^b

^a*Electrical-Electronics Engineering, Karabük University, 78050, Karabük, Turkey*

^b*Computer Engineering, Karabük University, 78050, Karabük, Turkey*

Abstract. Two 15W shaded pole motors with bridged and without bridge type stators were modeled using 2D and 3D analysis were performed using finite element analyzes. The magnetic behavior of the motor was determined by obtaining the magnetic flux density over the cross section of the motor and the air gap flux waveforms. Recently, a new modified structure of these motors has started to be seen in the literature, and this structure is called the bridged structure. The flux value transferred to the rotor in bridgeless motors is greater than with the bridged stator type. The harmonic components were obtained by making the Finite Fourier analyses of the waveforms of flux densities. It was determined that the bridged structure had the disadvantage of having stronger harmonics than the bridgeless structure. The magnetic performances of 4 different rotor structures were examined in the rotor part of the bridgeless-type motor. The number of rotor slots were modified between 16 and 32 by selecting Type 1 on these different rotors. The optimum number of rotor slots was determined to be 26. It was stated that determining the optimum number of slots in the design of these motors would provide significant improvement in the performance.

Keywords: Shaded pole motor, Finite Element Method, stator and rotor structure, optimum number of rotor slots

1. Introduction

The simple structure of the shaded-pole induction motors (SPIM), which can directly be fed by a single phase voltage source, is widely used in the industry, especially in ventilation systems, due to its advantages of ease of production and manufacture. Despite these advantages, the formation of an elliptic rotating magnetic field in SPIM complicates the analysis of the machine. There is no standard procedure in the design, mathematical modeling and performance analysis of this type of motors [1]. Therefore, there has been little study on this type of motors [2]. Shaded-pole asynchronous motors are produced in a quantity of over 10 million per year only in Europe. Single-phase motors with a capacitor are produced in a quantity of 700-800 thousand per year in Europe. Other alternative efficient motors are produced in Europe, around 100 thousand units per year [3].

Using the Finite Element Method (FEM) to calculate the electromagnetic features such as the magnetic flux distribution, magnetic field density and so on provides the user benefits in terms of time and

*Corresponding author: Adem Dalcalı, Electrical-Electronics Engineering, Karabük University, 78050, Karabük, Turkey. Tel.: +90 3704332021; Fax: +90 370 4333290; E-mail: ademdalcali@karabuk.edu.tr.

economy. With the implementation of the FEM on machine design; important design parameters such as core losses, winding inductances and the induced torque can be determined with very high accuracy [4–8].

Since it is difficult to obtain the magnetic flux distribution and air gap flux density waveforms analytically in shaded-pole motors, the FEM analyses were performed in [9]. 3 motors, whose physical dimensions were modified with reference to the basic motor model, the FEM analyses of the motors were performed, and the weaknesses and the areas with high flux density were identified [10]. In the study, by modifying the width of the stator pole, the width of the short circuit ring and the rotor slot skew value of the motor, the motor efficiency was optimized without making any changes in the physical dimension of it. The other FEM analyses on the shaded-pole asynchronous are available in the references [11–17]. The shade poles of the shaded pole motor were removed and replaced and the motor was converted into a switched reluctance motor. The FEM analyses of the stator pole shoe and notch structures and the structure without the pole shoe and notch were performed on this converted motor. In the structure with the pole shoe and notch, the output torque decreased, and the knock torque value increased [18]. In the study, the slot number of the axial smart aluminum cage asynchronous motor was changed between 24 and 32. The torque was found to decrease when the number of rotor slots increased [19].

In this study, the FEM analyses of two shaded pole motors with bridged and bridgeless type stators having 15 W of power were performed. The air-gap flux densities of the motors were shown on the contour drawn. The harmonic components were identified by performing the Finite Fourier analyses of the obtained curves. Of the two types of motors designed, the bridgeless-type motor was preferred since it transferred more flux value to the rotor and contained less harmonics. The flux density on the critical areas was studied by designing the rotor slot structure of the motor whose stator was bridgeless. Then, by changing the number of rotor slots/rotor bars between 16 and 32, the magnetic flux density and air gap waveforms were obtained.

2. FEM Modeling of SPIM

FEM is developed for solution of magnetic field or electrical field problems over a region related to continuous variables that are represented by partial differential equations. In this method, the region which is the subject to solution of variables are divided into finite number of elements, which in this investigation taken to be triangular elements. Then the variables are solved on the vertex of each element, by summing up the combined effect of all elements surrounding a certain vertex. By this mean all elements in the region are interrelated to each other is a chain form. With the application of FEM to electrical machines, the performance parameters can be achieved at a high accuracy [5,20–22]. The SPIM 3D model and the structure of the mesh network are given in Fig. 1.

Since the solution needs to be performed in a more precise way in areas close to the air gap of the motor and in the rotor slot inlets, the number of elements is required to be higher than other areas. The number of elements used in bridgeless-stator motor is 1311466. The characteristics of the motors studied are given in Table 1.

The magnetic fields in electrical machines are expressed by the Maxwell equations.

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{H} &= \vec{J} \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\end{aligned}\tag{1}$$

Where, $\vec{H}$ is the magnetic field strength, $\vec{J}$ is the current density, $\vec{E}$ is the electric field strength, $\vec{B}$ is the magnetic flux density. The magnetic flux density is defined as in Eq. (2) in terms of vector potential $\vec{A}$:

Table 1
Characteristics of the motors

Property	Motor type		Property	Motor type	
	With bridge	Without bridge		With bridge	Without bridge
Power(W)	15	Same	Rotor diameter (mm)	22 mm	Same
Voltage (V)	220	Same	Core size (mm)	82 × 82 × 25	Same
Number of poles	4	Same	Stator-rotor steel sheet material	M270-50A	Same
Rotor speed (rpm)	1305	Same	Number of main winding turns	580	Same
Number of rotor slot	26	Same	Distance between poles (mm)	0	3

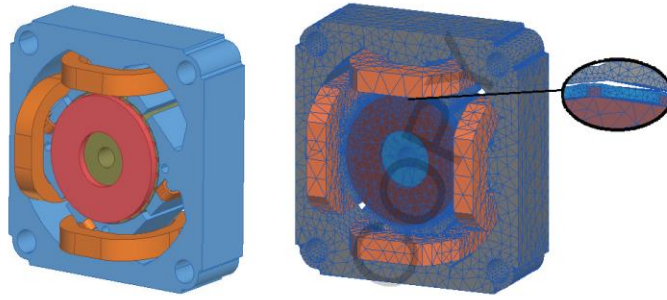


Fig. 1. 3D Model and mesh structure of motor (without bridge).

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (2)$$

The basic formulation of the vector potential for the magnetic field is expressed with Eq. (3).

$$\nabla \times \left(v \nabla \times \vec{A} \right) = \vec{J} \quad (3)$$

The magnetic flux density distribution of the motor on x-y section at zero frequency ($f = 0$) is given in Fig. 3. The flux density distribution demonstrated in Fig. 3 are obtained using the following Equations [5, 17,18,23]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial A}{\partial z} \right) = -J \quad (4)$$

where J is the current density, which is equal to zero for steel and air parts. The magnetic flux density is calculated from Eq. (5).

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \quad (5)$$

3. Stator structures with and without bridge

In recent years, a new type of shade pole motor has begun to be seen in the literature [9,10]. However, the performance of this structure has not been compared with the conventional structure in detail, yet. Therefore, it should be made clear whether the new structure has any advantages over the other by

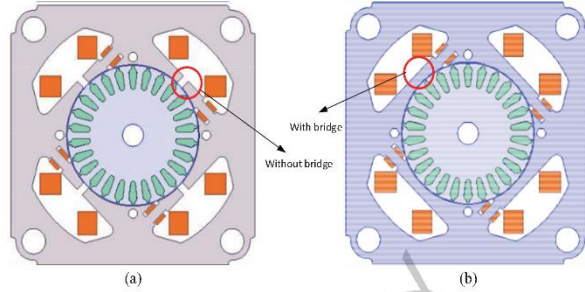


Fig. 2. X-Y stator section (a) without bridge, (b) with bridge.

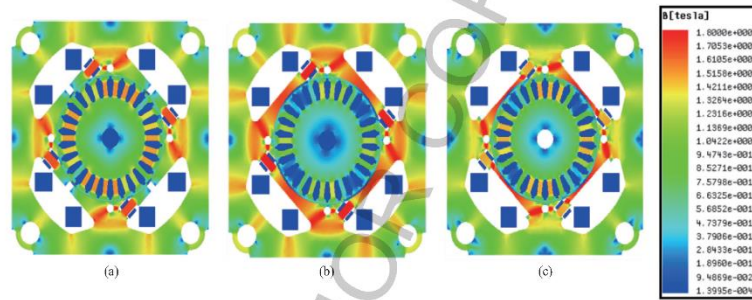


Fig. 3. Magnetic flux density distribution (a) without bridge, (b) with bridge and (c) with narrowed bridge.

comparing the performances of these two structures. For this purpose, the magnetostatic analyses of the motors were performed by designing motors having stators with/without bridges. The x-y-section views of the motors designed are given in Fig. 2.

All physical parameters, the materials used and the excitation values, other than the stator bridge parts in the designed motors, are the same, as seen in Table 1. Therefore, the aim here has been to examine the magnetostatic behavior of the stator with/without a bridge. For this purpose analyses have been performed for the bridgeless motor, bridged motor and narrowed bridged motor. The distribution of the magnetic flux density on x-y-section obtained from the analyses is given in Fig. 3.

When flux distribution is examined it is seen that in case motor with bridge a significant part of the flux completes its path within the stator through bridges, without passing through the rotor. This weakens the air-gap flux density which strongly affects the whole performance of motor. When examining the rotors, it is observed that the rotor flux density in the bridge-type motors is lower than the other. This is the first indicator that the beneficial mutual flux between the stator and the rotor is higher in the bridgeless motor, and this will result in superior performance. In the case of reaching a very high flux density on any region of the iron core, an increase in mmf is realized. This increases the magnetization current caused in the core of the machine. As is known, high magnetizing current leads to low motor efficiency and low power factor. Therefore, monitoring the flux distribution on the entire section is important in

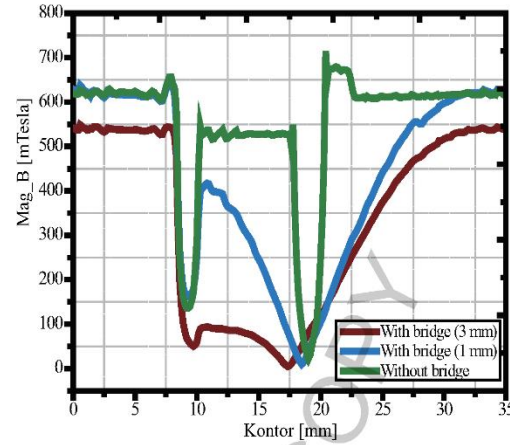


Fig. 4. Air gap flux density distribution under a pole.

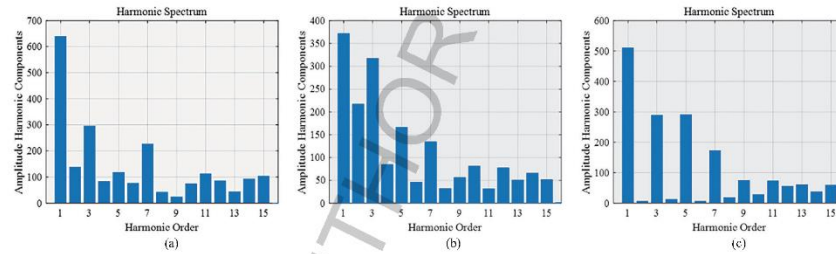


Fig. 5. Fundamental and harmonic components of the air gap flux density (a) without bridge, (b) with bridge (c) with narrowed bridge.

this regard. The flux density distributions obtained from the contour drawn on the air gap are given in Fig. 4. The average value of the air-gap magnetic flux density obtained on the contour was 0.54618 T for the bridgeless motor, while it was 0.33014 T for the bridged-type and 0.42815 T for the narrowed bridged type motor.

The bar graphs obtained from the Finite Fourier analyses of the distribution of the obtained flux densities under one pole are given in Fig. 5.

Comparing the harmonic components occurring at the same excitation, the stator of the basic waveform in the bridgeless structure is observed to be approximately two-fold bigger than that in the bridged structure. In addition, considering the 1st harmonics, the 5th and 7th harmonics in the bridge type motor are observed to be considerably higher. In bridge type motors, since a significant amount of the flux preferred to complete its route over the stator rather than the rotor, not only less flux is transferred to the rotor, but also the core runs at considerably high flux densities in the critical points of the stator core.

Table 2
Slot structure

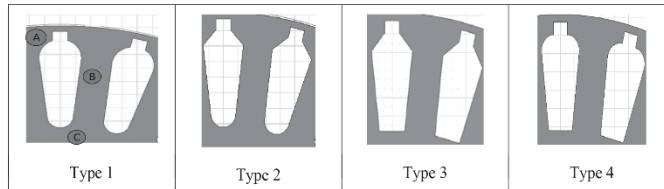


Table 3
Magnetic flux density at defined points and induced torque

Slot structure	Magnetic flux density [T]			Induced torque [Nm]
	8, 20(x,y) [A point]	2, 18(x,y) [B point]	0, 10(x,y) [C point]	
Type 1	0.768389	1.5220	0.7169211	0.1797
Type 2	0.779146	1.5119	0.6936727	0.1651
Type 3	0.774850	1.4969	0.6422568	0.1202
Type 4	0.778250	1.4855	0.6350290	0.1223

Table 4
Flux density values on the kontor

Slot number	Flux density on the kontor(mT)
16	557.83
18	557.03
24	553.31
26	546.36
30	510.98
32	474.27

As a result of the harmonic analysis of the air gap flux density, the bridgeless structure was found to have higher fundamental flux components. Therefore, it was understood that the bridgeless structure had a higher amount of stator-rotor useful mutual flux, thus yielding a higher torque value. In case of narrowed bridge the amount of flux crossing from stator to rotor, i.e. the amount of useful flux, is increased, but still it is less than the amount of useful flux of the bridgeless motor.

4. The effect of rotor slot type and the number of rotor slots

Several parameters are effective in determining the performance of electrical machines. The slot structures of an asynchronous machine affect the magnetic and electrical performance of it [24–26]. By keeping the rotor outer diameter of the shaded-pole motor constant and changing the rotor slot structure and number of rotor slots, 2D magnetostatic analyses of the motor were performed. Of the two types of motors designed, the bridgeless-type motor was preferred since it transferred more flux value to the rotor and contained fewer harmonics, and the structure of the rotor was studied. 4 different structures in Ansys Maxwell library were used. In accordance with these structures, the squirrel cage structure was also changed. The slot structures used are given in Table 2.

The magnetic flux density values measured on the points (A, B, C) defined on 4 different rotor types, when the number of rotor slots was 26, are given in Table 3.

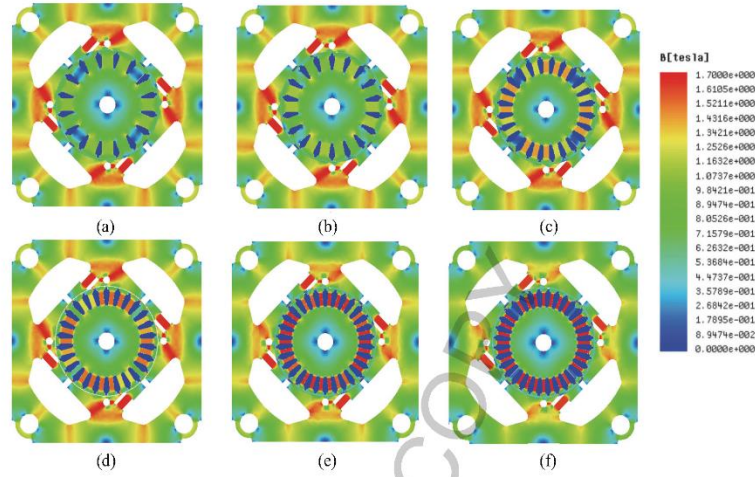


Fig. 6. Magnetic flux density distribution ($a = 16$, $b = 18$, $c = 24$, $d = 26$, $e = 30$, $f = 32$).

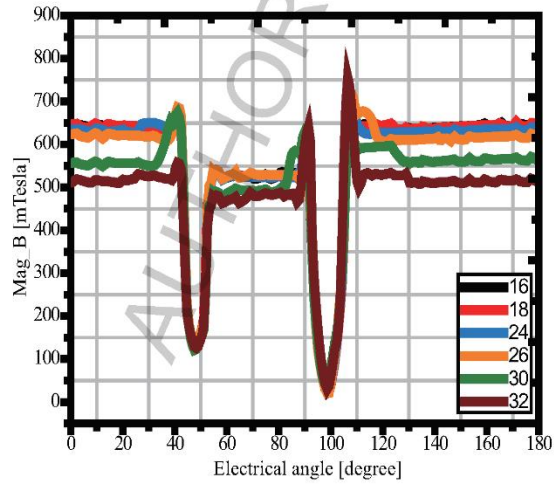


Fig. 7. Air-gap flux density under a pole.

Examining the flux values, the highest flux density values were obtained from the points defined in the slot Type 1. Also induced electromagnetic torque has been calculated from FEM analysis and included in Table 3. Observation of this table clearly shows that torque obtained for slot Type 1 higher than the

torque obtained for other types of slots. The magnetic flux density values measured on the kontor points defined by the analyses performed, when the number of rotor slots was 16–32 in type 1, are given in Table 4. As expected with increased number of rotor slots the value of the air-gap reluctance is increased and as a result of this the amount of useful flux crossing the air-gap is decreased. Naturally this will cause a decrease in the electromagnetic torque.

While determining the number of rotor slots at this point, the optimum value must be selected. The number of rotor slots of the motor under study was selected as 26 by the manufacturer. Also in our study all results represented above shows that the superior number of slot that gives best performance is 26 which agrees with the choice of the manufacturer. In the section in Fig. 6 is given the distribution of the magnetic flux density.

The flux density distribution obtained by drawing a contour in the air gap belonging to these motors is given in Fig. 7. In Figs 6 and 7 due to large number of slots the reluctance of the air-gap is increased and as a result of this, the value of flux density is decreased significantly. Thus, the flux density obtained in Fig. 7 and that obtained in the section are coherent with each other.

5. Conclusion

The shapes of the flux distribution and air gap magnetic flux density distribution of the motors by performing finite elements analysis on shaded pole asynchronous motors at $f = 0$ Hz were obtained. The weaknesses and the areas with high flux density of the stator structures were identified by performing the FEM analyses. The average value of the air-gap flux density in the motor with a bridged stator under a pole was 0.33014, while this value, for the bridgeless motor, was found to be 0.54618 T. As can be seen here, of these two structures with the same excitation, the flux transferred to the rotor by the motor with the bridgeless structure is greater. Fourier analyses were applied to the air-gap flux density distribution shapes obtained for the purpose of examining the status of the harmonic and the bar graphs of the harmonic components were obtained. The harmonic components of the bridged type motor were found to be higher. In light of these findings; it was focused on the analysis of the bridgeless type motor, and determined 4 different slot types on the rotor and performed their magnetostatic analyses. The flux values of the measured coordinate points were obtained. As a result of the analyses, highest flux values (1.52 T) were observed in the points defined on the rotor slots belonging to Type 1 compared to other motor types. However; the flux value appears to be appropriate given the materials used in the design. Induced electromagnetic torque has been calculated through FEM analysis for all 4 types slots with three alternative number of slots. Among all types the Type 1 slot structure with 26 slots resulted highest value of torque, which means the best structure. This structure is in agreement with choice of the manufacturer. The analyses were performed by changing the number of rotor slots/ rotor bars between 16 and 32 using the Type 1 rotor slots. In these analyses performed at constant rotor diameter, since the width of the slots especially in rotors with a high number of slots gets narrower, the rotor teeth reaches saturation in these regions. This is obtained in the shapes of the flux density distribution obtained from the contour drawn on the air gap. The average value of air gap flux density having a 26-slot structure was 0.5461 T, while this value was 0.475 T for the 32-slot structure.

References

- [1] V. Sarac and G. Stefanov, Calculation of Electromagnetic Fields in Electrical Machines Using Finite Elements Method, *International Journal of Engineering and Industries* 26 (2011), 21–29. Doi: 10.4156/ije. vol2.issue1.3 2011.

- [2] F. Kentli, A Survey on Design Optimization Studies of Induction Motors During the Last Decade, *Journal of Electrical & Electronics Engineering Istanbul University* 9 (2009), 969–975.
- [3] A. Karmakar, P.K. Saha and G.K. Panda, D-Q Axis Modelling Analysis of a Shaded Pole Induction Motor and Study of the Non-linear Behaviour, *International Conference on Power, Energy and Control*, Sri Rangalatchum Dindigul, 2013, pp. 596–600. Doi: 10.1109/ICPEC.2013.6527730.
- [4] S.A. Kim, G.D. Choi, J. Lee and Y.H. Cho, Optimal rotor shape design of 3-step skew spoke type BLAC motor to reducing cogging torque, *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 51 (2016), 135–145, Doi: 10.3233/JAE-2005.
- [5] S.L. Ho and W.N. Fu, Review and Future Application of Finite Element Methods in Induction Motors, *Electric Machines and Power Systems* 26 (1998), 111–125. Doi: 10.1080/07313569808955811.
- [6] J.H. Choi, J. Lee and Y.H. Kim, Geometric design of pole arcs considering electric parameters in switched reluctance motor, *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics* 19 (2014), 275–279.
- [7] S. Mihai, A. Simion, L. Livadaru and A. Munteanu, Induction Motor with Switchable Number of Poles and Toroidal Winding, *Advances in Electrical and Computer Engineering*, 11 (2011), 113–118. Doi: 10.4316/AECE.2011.02018.
- [8] C. Ungureanu and A. Graur, FEM Analysis of a New Electromechanical Converter with Rolling Rotor and Axial Air-Gap, *Advances in Electrical and Computer Engineering* 15 (2015), 69–74. Doi: 10.4316/AECE.2015.04009.
- [9] V. Sarac, G. Stefanov and G. Cogelja, FEM Aided Design of Performance Characteristics of Single Phase Motors, 12th Int. Conf. on Applied Electromagnetics, Nis, Serbia, 2015.
- [10] V. Sarac, T.A. Pacemski, D. Minovski, G. Cogelja, M. Smitkova and C. Schulze, Optimized and Numerical Models of Electromechanical Devices Coupled with Computation of Performance Characteristics, *Journal of Electrical Engineering* 66 (2015), 40–46. Doi: 10.1515/jee-2015-0006.
- [11] K. Makowski, Determination of Magnetic Field Changes in Single-Phase Shaded Pole Induction Motors due to Slotting of the Rotor, 6th International Conference on Computational Electromagnetics, Aachen, Germany, 2006, pp. 1–2.
- [12] A. Dalcı and M. Akbaba, Comparison of 2D and 3D magnetic field analysis of single-phase shaded pole induction motors, *An International Journal Engineering Science and Technology* 19 (2006), 1–7. Doi: 10.1016/j.jestech.2015.04.013, 2015.
- [13] N.G. Özçelik, U.E. Doğru and L.T. Ergene, Comparison Study of Drive Motors for Cooker Hood Applications, 16th International Power Electronics and Motion Control Conference and Exposition, Antalya, Turkey, 2006, pp. 1252–1258. Doi: 10.1109/EPEPEMC.2014.6980684.
- [14] V. Sarac and G. Stefanov, Calculation of Electromagnetic Fields in Electrical Machines Using Finite Elements Method, *International Journal of Engineering and Industries* 2 (2001), 21–29.
- [15] D. Zhou, C.B. Rajanathan, A.T. Sapeluk and C.S. Özveren, Finite-Element-Aided Design Optimization of a Shaded-Pole Induction Motor for Maximum Starting Torque, *IEEE Transactions on Magnetics* 36 (2000), 3551–3554. Doi: 10.1109/20.908895.
- [16] V. Sarac, Different Approaches of Numerical Analysis of Electromagnetics Phenomena in Shaded Pole Motor with Application of Finite Elements Method, International Symposium on Electromagnetic Theory, Berlin, 2010, pp. 93–96. Doi: 10.1109/URSI-EMTS.2010.5637365.
- [17] L. Petkovska, M. Cundev and V. Sarac, FEM Analysis of Asymmetrical Magnetic Field in Electrical Machines, 2nd International Conference on Advanced Computational Methods in Engineering, Liege, 2002, pp. 1–10.
- [18] K. Ansari, A. Dadpour, M. Divandari and R. Hosseinkhah, Conversion of Shaded-Pole Induction Motor to Switched Reluctance Motor and Effects of Pole Shoe and Notch on SRM Noise, XXXIII International Scientific Conference Electronics and Nanotechnology, Kiev, 2013, pp. 344–348. Doi: 10.1109/ELNANO.2013.6552079.
- [19] M. Valtonen, A. Parviainen and J. Pyrhönen, The Effects of the Number of Rotor Slots on the Performance Characteristics of Axial-Flux Aluminium-Cage Solid-Rotor Core Induction Motor, International Electric Machines & Drives Conference, Antalya, 2007, pp. 668–672. Doi: 10.1109/IEMDC.2007.382747.
- [20] M. Akbaba and S.Q. Fakhro, An improved computational technique of the inductance parameters of the reluctance augmented shaded-pole motors using finite element method, *IEEE Trans. Energy Convers* 7 (1992), 308–314. Doi: 10.1109/60.136226.
- [21] M. Akbaba and S.Q. Fakhro, Field distribution and iron loss calculation in the reluctance augmented shaded pole motors using finite element method, *IEEE Trans. Energy Convers* 7 (1992), 302–307. Doi: 10.1109/60.136225.
- [22] A. Dadpour and K. Ansari, The Effect of Non-Uniform Air-Gap on the Noise in Switched Reluctance Motors, *IJST, Transactions of Electrical Engineering* 37 (2013), 183–191.
- [23] A. Rahideh, H. Moghbelli and T. Korakianitis, Two-Dimensional Analytical Magnetic Field Calculations for Doubly Salient Machines, *Transactions of Electrical Engineering* 38 (2014), 33–57.
- [24] E. Ünüakaya, A.G. Yetgin, A.I. Çanakoglu and M. Turan, Effect of Rotor Slot Shapes on Induction Motor Performance, Electrical-Electronics-Computer and Biomedical Engineering Symposium, Bursa (2014), 168–172.

- [25] T. Marcic, B. Stumberger, G. Stumberger and I. Zagradisnik, Comparison of electromechanical characteristics of three phase induction motors with different pole and slot number combinations, *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics* 31 (2009), 161–169.
- [26] G. Lee, S. Min and J.P. Hong, Optimal Shape Design of Rotor Slot in Squirrel-Cage Induction Motor Considering Torque Characteristics, *IEEE Transactions on Magnetics* 49 (2013), 2197–2200. Doi: 10.1109/TMAG.2013.2239626.

AUTHOR COPY

الكشف عن التوافقيات الفضائية من المحرك التعريفي القطب المظلمة

أديم دالكالي* ومحمد أكيبا**

* الهندسة الكهربائية والإلكترونيات، جامعة كارابوك، كارابوك، 78050، تركيا

** هندسة الحاسوب، جامعة كارابوك، كارابوك، 78050، تركيا

الخلاصة

وفي كثير من الحالات، يكون لمحركات الحث القطبية المظلمة ثغرات هواء متغيرة، وبسبب هذا تكون أشكال الموجة الكثافة للتدفق الهبوطي للهواء بعيدة جدا عن التوزيع الجيبي. ويساعد استخدام الفوارق الهوائية المتغيرة في المحركات القطبية المظلمة في عزم الدوران بدءا بإحداثيات عنصر عزم الدوران المتردد. ومع ذلك، فإن الفجوة الجوية المتغيرة تقدم مكونات مذبذبة إضافية للتوافق في أشكال موجات الكثافة للتدفق الهوائي. في هذه الدراسة، تم الكشف عن توافقيات الفضاء من محرك تحريض القطب المظلمة. لتكون قادرة على الكشف عن توافقيات الفضاء، وقد تم إنتاج الدوار للمحرك بطريقة لم يصب فيها الألومنيوم ولم يتم إدراج حلقات قصيرة كهربائية في الدوار. لفائف السلك المعروف عددها تم إدراجها إلى الدوار، وقد تم تطبيق الجهد تصنيفا إلى الجزء الثابت وموقف الدوار وقد تم تنويع مع زاوية الكهربائية خطوة من 3.60 مع مساعدة من خطوة المحرك. وقد تم تحديد الحث المتبادل بين الموالي والدوار من خلال قراءة الجهد الناجم عبر اللفائف. وقد تم إخضاع موجة الحث المتبادل المتحقق لتحليل (Fourier) المنفصل. ونتيجة للتحليلات، فقد لوحظ أن التوافقيات 3 و 5 و 7 خاصة كبيرة جدا. التوافقيات الأخرى تصل إلى الرتبة 13 هي فوق 1% من المكون الأساسي والرتبة 15 والتوافقيات اللاحقة يقل أقل من 0.8% من المكون الأساسي لشكل موجة كثافة تدفق الهواء. لذلك، لتحليل أداء معقول إلى حد معقول من هذه الآلات على الأقل التوافقيات 3، 5 و 7 ينبغي أخذها في الاعتبار.

Detection of the space harmonics of the shaded pole induction motor

Adem Dalcalı* and Mehmet Akbaba**

*Electrical-Electronics Engineering, Karabuk University, Karabuk, 78050, Turkey

**Computer Engineering, Karabuk University, Karabuk, 78050, Turkey

Corresponding Author: ademdalcali@karabuk.edu.tr

ABSTRACT

In many cases, shaded pole induction motors have variable air gaps, and because of this, their air-gap flux density waveforms are too far from a sinusoidal distribution. Utilizing of variable air-gap in shaded pole motors contributes to the starting torque by inducing reluctance torque component. However, variable air-gap introduces additional harmonic components in the air-gap flux density waveforms. In this study, detection of the space harmonics of the shaded pole induction motor has been realized. To be able to detect the space harmonics, the rotor of the motor has been produced in a way that aluminum has not been cast, and the short circuit rings of the rotor has have not been inserted. A search-coil whose number of turns is known has been wound to the rotor, rated voltage has been applied to the stator, and the position of the rotor has been varied with a step electrical angle of 3.6° with the help of a step motor. The mutual inductance between the stator and rotor has been determined by reading the voltage induced across the search-coil. The attained mutual inductance waveform has been subjected to Discrete Fourier analysis. From the analyses, it has been observed that especially the 3rd, 5th, and 7th harmonics, especially, are very significant. Other harmonics up to 13th are above 1% of the fundamental component, and the 15th and subsequent harmonics decreases below 0.8% of the fundamental component of the air-gap flux density waveform. Therefore, for a reasonably accurate performance, an analysis of this these machines, at least 3rd, 5th, and 7th harmonics, should be considered.

Keywords: Discrete Fourier analysis; Mutual inductance; Shaded pole motor; Space harmonics.

INTRODUCTION

Shaded pole induction motors (SPIMs) are widely used especially in the ventilation systems in the industry because of their advantages such as their robust structures, and easiness in maintenance and production, and direct feeding from single single-phase supply without any requirement for from the driver. However, the formation of elliptic rotating magnetic field in SPIM makes the analysis of the machine difficult. There is no standard procedure in the analysis of such kinds of motors, and their mathematical modeling, and in the realization of motor performance analyses (Sarac & Stefanov, 2011; Dehkordi, 2015). For this reason, there are very few studies conducted on these kinds of motors (Kentli, 2009). Despite this, as much as 10 million pieces per year of these motors are produced in Europe alone. Single-phase motors with capacitor are produced as much as 700-800 thousand pieces in Europe per year. Other alternative efficient motors are produced as much as 100 thousand pieces per year in Europe (Karmakar *et al.*, 2013).

Ozcelik *et.al.*, have expressed that the shaded pole motors are preferred due to their simple

structure especially in the household electrical appliances in low torque and low power applications. In their study, the performance of brushless DC motor with capacitor and, single-phase and permanent magnet has been compared. From the tests results, it has been shown that the shaded pole motor is acceptable in terms of meeting the load torque and it is also superior in terms of cost, but brushless DC motor is superior in terms of efficiency (Ozcelik *et al.*, 2014). Sarac has aimed to at developing the performance of shaded pole motor by using genetic algorithm. Two motor models have been determined; the torque has been determined as the target function in the first motor and, efficiency has been determined as the target function in the second motor, and the enhancement of torque and efficiency has have been provided (Sarac *et al.*, 2005). Sarac *et al.* have designed three different types of motors in their other studies, and an increase in the efficiency has been reported by determining the stator winding current density, air-gap flux density, rotor skew, and stator pole width as the variables (Sarac *et al.*, 2010). Goa has checked the speed of the shaded pole motor used in the cooling fan systems by using d-q axis model (Gao *et al.*, 2005). Ojaghi and Daliri have attained the dynamic model of the shaded pole motor and ensured the realization of performance analyses under different operational conditions in the design and implementation stages (Ojaghi & Daliri, 2015). In their study, in which small electrical motors have been examined, Hajek *et al.* has detected that the magnetic fields under the poles of the shaded pole motors are not sinusoidal; rather, they are in distorted rectangular form and they have very high 3rd harmonic component (Hajek *et al.*, 2015). In this study, a shaded pole motor produced by Faneks Fan (model F4KGM25-01), which has the rating of the 4pole, 1305 rpm, and 15 W, is used. Harmonics analysis of this motor is made by first obtaining the air-gap flux density waveform and then performing the Discrete Fourier analysis of this waveform.

SHADED POLE INDUCTION MOTORS

Shaded pole induction motors are preferred due to their properties such as simple production and easiness in maintenance among the single-phased induction motors. These motors could directly operate from a single-phased network. They are preferred more when compared to other single-phase motors in the places requiring power less than 150W and they have a wide application area such as the fan applications, small household appliances, and toys (Akbaba & Fakhro, 1992a; Akbaba & Fakhro, 1992b; Ozcelik *et al.*, 2014). Despite their simple structure, the performance analysis of these motors are is very difficult, and there isn't any standard equivalent circuit or method of analysis for estimating their performance accurately. This is mainly due to the formation of elliptical magnetic rotating field with rich harmonics (Dalcı & Akbaba, 2016). The properties of the motor used in this study are given in Table 1 and structure of the motor used is shown in Figure 1.

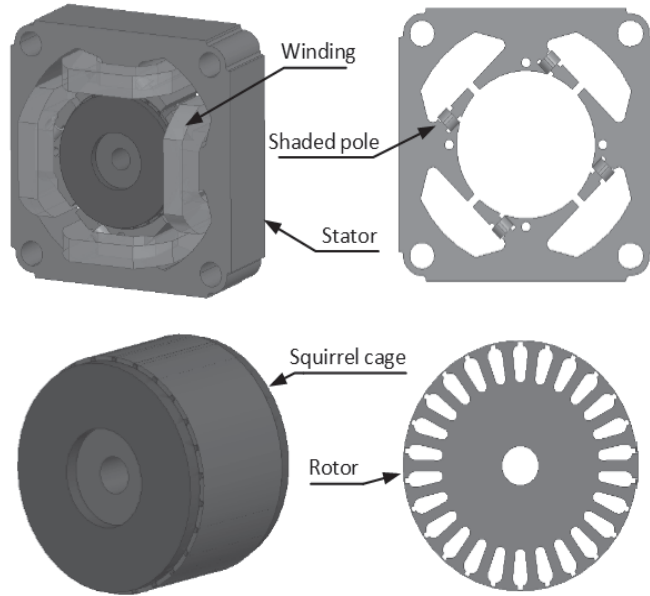


Fig. 1. Structure of shaded pole motor.

Table 1. The properties of the motor:

Property	Value	Property	Value
Power(W)	15	Rotor diameter (mm)	22
Voltage (V)	220	Core size (mm)	82x82x25
Frequency (Hz)	50	Rotor steel sheet material	M270-50A
Number of poles	4	Stator steel sheet material	M270-50A
Rotor speed (rpm)	1305	Number of main winding turns	580
Rated current (A)	0.375	Number of rotor slots	26

Determination of the Stator-Rotor Mutual Inductance While Shading Rings Are Absent

Stator-rotor mutual inductance is determined by measuring the voltage induced in search-coil placed into two neighbor slots and two teeth between these two slots in the rotor, in which the rotor cage and end rings have not been inserted. The motor produced without any cast of aluminum and the stator produced without the insertion of short circuit rings (shading rings) are given in Figure 2. The aluminum casted and shading rings inserted version of the same motor has also been produced, and the performance tests have been conducted on this motor.

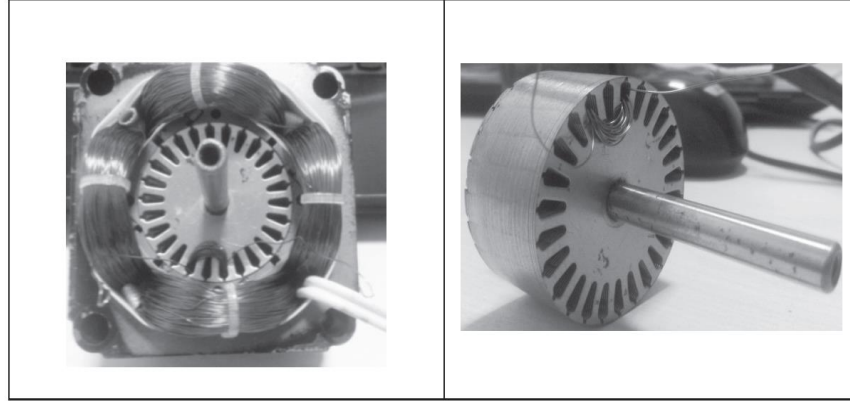


Fig. 2. The motor and rotor used in the experiment.

A search-coil whose number of turns is 40 has been wound on a rotor teeth between two neighboring empty rotor slots for the of measuring the mutual inductance between the stator winding and a single rotor loop that is composed of two neighbor slots and a teeth between these two slots. A known stator current I_a have has been applied from the stator winding, and the voltage E induced in the search-coil have has been measured. Out of these measurements, the mutual inductance between the stator winding and a single rotor loop has been determined from the Equation (1) for a certain rotor position:

$$M_{r,s} = \frac{E}{2\pi \cdot f \cdot N I_a} \quad (1)$$

In Equation 1, N is the number of turns of the stator's main winding and E is the voltage induced on search-coil at a rotor position θ . Variation of the mutual inductance against rotor position has been obtained by rotating the rotor with certain angles and conducting measurements in each position:

$$M_{r,s}(\theta) = f(\theta) \quad (2)$$

The testing apparatus in Figure 3 has been established for the purpose of obtaining the inductances with certain steps without distorting the value of the air-gap. In the apparatus, a step motor with 200 steps has been coupled with shaded pole motor. The step motor operates with 1.8° mechanical angle and 3.6° electrical angle precision. The step motor has been triggered with the interval of 10 seconds with the help of a microcontroller, and the search-coil voltage and stator winding current have been recorded for each rotor position.

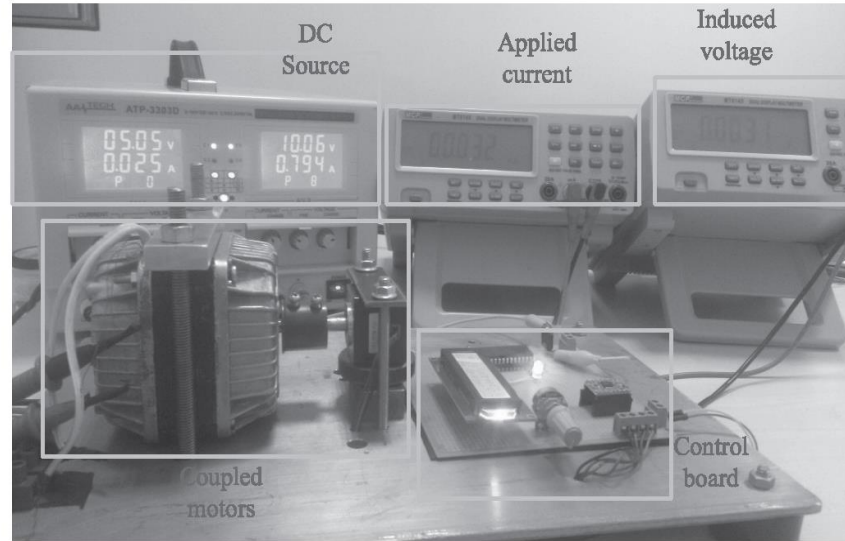


Fig. 3. Experimental setup.

The flow diagram of the established system is given in Figure 4. Regarding the flow diagram, firstly, the adjustments of the input-output pins of the microcontrollers and the assignments of the variables have been adjusted. From this, the rotor position information has been observed with the help of LCD. The microprocessor controlling the system ensures the rotation of the motor for a step per each 10 seconds and, therefore, ensures the motor to change its (electrical) position by 3.6°.

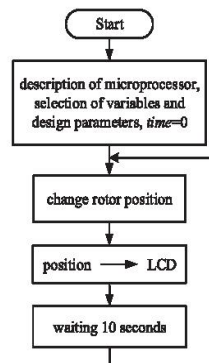


Fig. 4. Flow diagram.

From the test results the realized tests and associated simple calculations, the mutual inductance waveform obtained for 360° electrical rotation of the rotor position is given in Figure 5.

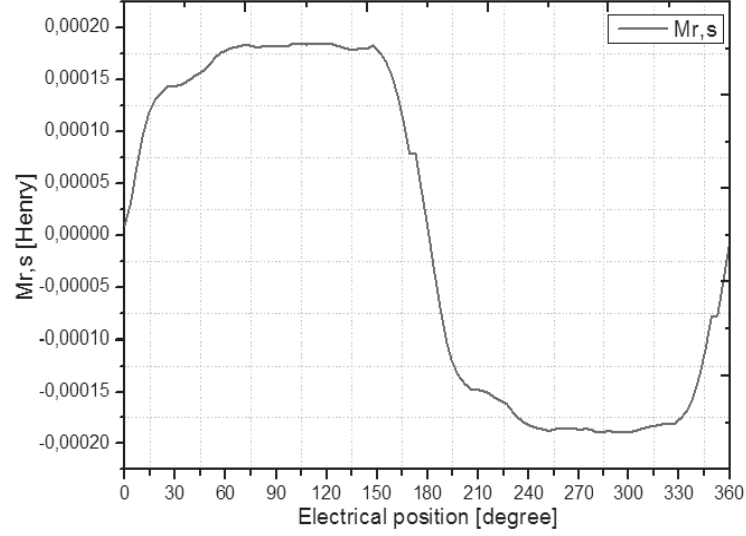


Fig. 5. Variation of the mutual inductance versus rotor position.

THE CONCEPT OF HARMONICS IN SPIM

In most cases, the frequencies of the harmonics in the electrical energy system are the full multiples of the fundamental frequency and they cause to distortions in the induced voltage and adversely affect the performance. Two types of harmonic concepts are defined in the electrical machines. The first one of them is the time harmonic stemming from the distortion of the source voltage from the sinus shape, and the second one is the space harmonic caused by distortion mainly in the air-gap flux or flux density due to non-uniform geometry of the machine air-gap. The space harmonics result in different frequency components besides fundamental component that are observed in the magnetomotive force even when the machine is fed by with sinusoidal voltage. These harmonic components cause to vibrations and noise during the running of the motor (Bayram & Mergen, 2009; Kocabaş & Mergen, 2006). In addition, these harmonics significantly decrease the important performance parameters of the motor such as efficiency, power factor, and torque. Therefore, conducting Discrete Fourier analysis of the air-gap flux density provides information regarding the effect of space harmonics on the performance of the motor. The determination of the harmonic spectrums of the non-sinusoidal waves could be graphically realized via the Discrete Fourier equations. In this method, the non-sinusoidal wave is piecewise linearized with equal small intervals and the average value of each one of them is determined. The attained mutual inductance waveform between stator-rotor could be expressed with the Discrete Fourier series mathematically as in Equation (3) (Kocatepe *et al.*, 2003; Liang *et al.*, 2016; Pop *et al.*, 2013):

$$M_{r,s}(\theta) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta) \quad (3)$$

In the above equation, $M_{r,s}$ is the stator-rotor mutual inductance, θ is the rotor position angle expressed in electrical degree, A_0 is the DC component or mean value, n is the harmonic order, A_n and B_n are the Fourier coefficients of the n th order harmonics and n is the harmonic order. Discrete Fourier coefficients could be expressed by using Equations (4) and (5):

$$A_n = \frac{2}{m} \sum_{k=1}^m (y_k \cos(n\theta_k)) \quad (4)$$

and

$$B_n = \frac{2}{m} \sum_{k=1}^m (y_k \sin(n\theta_k)) \quad (5)$$

In the above equations, m represents the number of intervals in one period of the mutual inductance wave, θ_k represents the central position angle of each interval ($k=1,2,\dots,m$), y_k represents the amplitude of the inductance value corresponding to each θ_k and n represents the harmonic order. Using Fourier coefficients, the mutual inductance as a function of the rotor position could be expressed as in Equation (6):

$$M_{r,s}(\theta) = A_1 \cdot \sin \theta + \dots + A_n \cdot \sin(n\theta) + B_1 \cdot \cos \theta + \dots + B_n \cdot \sin(n\theta) \quad (6)$$

Stator-rotor mutual inductance waveform obtained from the experiments has been examined until 51st harmonic by conducting Discrete Fourier analysis. The harmonic spectrum until 23rd harmonic is obtained by using Discrete Fourier series method in MATLAB and it is given in Figure 6.

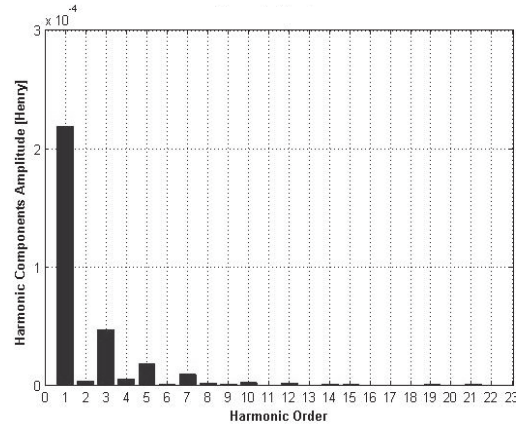


Fig. 6. Harmonic spectrum (1: Fundamental).

When the attained harmonic distribution is examined, it is seen that especially the 3rd harmonic value, especially, is dominant and harmonic orders of 15th and above have negligibly small amplitude (below 0.8%) and they can be ignored. Even harmonics appearing in Figure 6 are due to measurement errors and round-off errors in calculations. The summary of the impacts of the odd harmonics in percentage of the fundamental are given in Table 2. The harmonic amplitudes given in Table 2 are expressed in microhenries. Examination of Table 2 shows that the dominant harmonics are the 3rd, 5th, and 7th harmonics.

Table 2. Percentage harmonic ratios.

No.n	Harmonic Amplitude (μH)	Angle of the Inductance (degree)	Percentage of Harmonic Ratio	No.n	Harmonic Amplitude (μH)	Angle of the Inductance (degree)	Percentage of Harmonic Ratio
1	218.5660	-2.05	100 %	27	1.0949	69.12	0.5 %
3	47.5700	4.36	21.76 %	29	1.1539	77.28	0.51 %
5	19.8382	16.68	9.07 %	31	0.8513	-77.61	0.38 %
7	9.7368	5.45	4.45 %	33	0.6986	-65.81	0.31 %
9	2.9590	-60.06	1.35 %	35	0.8136	-57.95	0.37 %
11	2.6503	87.87	1.21 %	37	0.5224	-29.30	0.24 %
13	2.5124	-72.39	1.15 %	39	0.8271	-30.61	0.38 %
15	1.7850	-53.44	0.82 %	41	0.7655	-8.06	0.35 %
17	1.0888	-41.71	0.5 %	43	0.7048	17.62	0.32 %
19	0.9919	-16.91	0.45 %	45	0.5357	55.14	0.24 %
21	1.1165	8.91	0.51 %	47	0.6428	74.92	0.29 %
23	0.5885	4.54	0.27 %	49	0.5676	89.23	0.26 %
25	1.1472	64.33	0.52 %	51	0.5676	-89.23	0.26 %

CONCLUSIONS

Due to difficulties arising from rich harmonics and un-availability of a standard design methodology shaded pole motors are mostly designed based on the trial-and-error method. The difficulty in the theoretical analysis stems from the existence of higher order harmonics with large amplitudes, which results from the existence of non-symmetrical windings in the stator and non-uniform air-gap profile. In this study, stator-rotor mutual inductance has been obtained by using the prepared test apparatus for the objective of obtaining a future equivalent circuit of the shaded pole motors with harmonics. Discrete Fourier analysis has been applied to obtain the mutual inductance waveform, and the harmonic components have been examined until the 51st harmonic. It has been seen that the 3rd, 5th, and 7th harmonics are very significant. The third harmonic is about 21.76% of the fundamental component. The main purpose of this study is to pave the way towards obtaining an effective equivalent circuit of the shaded pole motors, which should account for the harmonics. Towards this end, it is obvious that any future equivalent circuit should include equivalent circuit components for considering at least the 3rd, 5th, and 7th harmonic effects. With such an equivalent circuit, the performance of the shaded pole motors could be determined more precisely and will eliminate various alternative techniques appearing in the literature for this purpose.

ACKNOWLEDGMENT

This study was supported by Faneks Electric Motors Company. The authors thank them for their kind support.

REFERENCES

- Akbaba, M. & Fakhro, S. Q. 1992a.** An improved computational technique of the inductance parameters of the reluctance augmented shaded-pole motors using finite element method. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 7:308-314. DOI: 10.1109/60.136226.
- Akbaba, M. & Fakhro, S. Q. 1992b.** Field distribution and iron loss calculation in the reluctance augmented shaded pole motors using finite element method. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 7:302-307. DOI: 10.1109/60.136225.
- Bayram, D. & Mergen, A. F. 2009.** Investigation the effect of time harmonic in the asynchronous machine losses by finite element method. *EMO National Congress*, Ankara.
- Dalcı, A. & Akbaba, M. 2016.** Comparison of 2D and 3D magnetic field analysis of single-phase shaded pole induction motors. *An International Journal Engineering Science and Technology*, 19:1-7. DOI: 10.1016/j.jestech.2015.04.013.
- Dehkordi, A. B. 2015.** A single-phase induction machine model for real-time digital simulation. *International Conference on Power Systems Transients*, Croatia.
- Gao, Y., Chau, K. T. & Ye, S. 2005.** A novel chaotic-speed single-phase induction motor drive for cooling fans. *14th IAS Annual Meeting Industry Application Conference*, Kowloon, Hong Kong. DOI: 10.1109/IAS.2005.1518553.
- Hajek, V., Mach, M. & Kuchar, L. 2015.** Special small electric motors. *International Conference on Electrical Drives and Power Electronics*, High Tatras. DOI: 10.1109/EDPE.2015.732509.
- Karmakar, A., Saha, P. K. & Panda, G. K. 2013.** D-q axis modelling analysis of a shaded pole induction motor and study of the non-linear behaviour. *International Conference on Power, Energy and Control*, Sri Rangalatchum Dindigul. DOI: 10.1109/ICPEC.2013.6527730.
- Kentli, F. 2009.** A survey on design optimization studies of induction motors during the last decade. *Journal of Electrical & Electronics Engineering Istanbul University*, 9:969-975.
- Kocabaş, D. A. & Mergen, A. F. 2006.** Contributions to reduce the effects of space harmonics in induction machines. *Itu Engineering journal-part d*, 2:25-36. URI: <http://hdl.handle.net/11527/10450>.
- Kocatepe, C., Uzunoğlu, M., Yumurtacı, R., Karakas, A. & Arıkan, O. 2003.** *Harmonics in Electrical Installations*. Birsen Press. ISBN: 975-511-354-1.
- Liang, X., Faried, S. O. & El-Serafi, A. M. 2016.** Space harmonics of synchronous machines calculated by finite-element method. *IEEE Transaction on Industry Applications*, 52:1193-1203. DOI: 10.1109/ICPS.2015.7266428.
- Ojaghi, M. & Daliri, S. 2015.** A detailed dynamic model for single-phase shaded pole induction motors. *18th International Conference on Electrical Machines and Systems*, Pattaya. DOI: 10.1109/ICEMS.2015.7385366.
- Özçelik, N. G., Doğru, U. E. & Ergene, L. T. 2014.** Comparison study of drive motors for cooker hood applications. *16th International Power Electronics and Motion Control Conference and Exposition*, Antalya. DOI:10.1109/EPEPEMC.2014.6980684.

- Pop, A. A., Balan, H. & Radulescu, M. 2013.** Flux-density space-harmonics minimization for an axial-flux permanent-magnet machine. 4th International Symposium on Electrical and Electronics Engineering, Galati. DOI: 10.1109/ISEEE.2010.6674327.
- Sarac, V., Petkovska, L., Cundev, M. & Cvetkovski, G. 2005.** Comparison between two target functions for optimization of single phase shaded-pole motor using method of genetic algorithms. Journal of Materials Processing Technology, 161:89-95. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2004.07.010.
- Sarac, V. & Stefanov, G. 2011.** Calculation of electromagnetic fields in electrical machines using finite elements method. International Journal of Engineering and Industries, 26:21-29.
- Sarac, V. J., Stefanov, G. G. & Cvetkovski, V. 2010.** Influence of number of varied parameters on torque of single phase optimized motor models. 14th International IGTE Symposium on Numerical Fields Calculation in Electrical Engineering, Graz.

Submitted: 18/11/2015

Revised : 10/10/2016

Accepted : 03/06/2017

FEM Study of the Effects of Geometric Changes on the Variable Reluctance Shaded-Pole Motors Performance

A. DALCALI, and M. AKBABA

Abstract—Due to their robustness, operation from a single phase supply and low cost the shaded pole induction motors (SPIM) are widely used in very low power industrial applications and household appliances. Despite all these advantages the nature of their design alleviates some complicated problems in their analysis and limits the efforts devoted to their performance improvement. In this investigation using Finite Elements Method (FEM) an electromagnetic model of a variable air-gap reluctance SPM motor is built and the effect of geometrical variations of the stator and rotor structures on the performance improvement has been studied. To this end the rotor has been designed as single cage and double cage with different geometries and different types of materials. In addition, the stator is arranged with bridge or without bridge and also with the different inter-pole gap in the bridgeless motor. Finally effect of all these geometrical variations on the motor performance have been studied comparatively.

Keywords— Double cage, Finite element method, Shaded pole motor, Stator and rotor structure.

I. INTRODUCTION

SPIMs are widely preferred electric motors in small power applications because they are structurally durable, cheap and feed from a single-phase network. Although SPIMs are easy to produce, they are the most difficult machines to analyze theoretically. Since the magnetic field formed in the SPIM is an elliptical rotating magnetic field, the analysis of the machine is difficult. There is no generally accepted method of modeling such motors for their performance analysis. For this reason, a small number of studies have been conducted on such motors [1]-[4].

When studies in the literature are examined, Pessina and Morra found that the component of the magnetic field rotating in the opposite direction of the double short circuit ring motor is less and therefore the vibrations in the torque characteristic are reduced [5]. Makowski obtained the electromagnetic torque value and performance characteristic by considering the saturation and skewing of the rotor bars [6]. Zhou and Rajanathan conducted studies on the optimization of starting torque using 2D finite element analysis. They found that the factors affecting the starting torque were rotor-slot-shape and stator-pole-shape [7]. Sarac et al. chose a commercially

available motor model as a reference model and developed two models with maximum efficiency and electromagnetic torque. Because of the limit of the same cross section of the stator and rotor cores in operation, stator winding and parameters were taken into consideration in optimization studies. In addition, the fact that SPIM has elliptical rotating field and high space harmonics increased the difficulty of analyzing the motor. In another study, Sarac reduced the motor losses and increased the efficiency value by using soft magnetic material in the motor core. In addition, by using GA optimization, Sarac reduced the current density in the stator main winding, increased the diameter of the conductor, allowing lower resistance, and thus increased output power [9].

In this study, the effect of the stator and rotor structure of the variable reluctance SPIM has been examined. For this purpose, the motor stator is designed as bridged and bridgeless. Magneto static and transient analysis were carried out by determining the effect of inter-pole gap value of the bridgeless stator structure that is varied from 1 mm to 9 mm with a step of 1 mm. With these analyses, the air gap flux distribution, magnetic flux densities, torque curves and power losses of the motor have been obtained. In the rotor part, the effect of the single cage and double cage rotor structure and the performance of the rotor bars in the case of aluminum and copper have been obtained by FEM analysis.

II. MODELING OF SPIM FOR FEM

The design and analysis of electric machines involve the resolution of complex and interconnected problems. It is possible to construct the desired design and behavior model of the machine using approximation methods such as finite difference and finite element methods used in the analysis of electric machines [10], [11]. The 2D model of the machine model is created by using electromagnetic analysis, and the analysis of the finite elements is performed. The use of FEM provides designers with time and economic benefits. The application of FEM to machine design ensures that critical design parameters such as core losses, winding inductances and induced torque of the machine are determined with very high accuracy [12]-[14]. The initial models of SPIM and rotor slot measurements are given in the Figure 1.

Manuscript received Feb. 24, 2017.

A. DALCALI is with Department of Electrical-Electronics Engineering, Karabuk University, Karabük, 78050, Turkey (ademdalcali@karabuk.edu.tr)

M. AKBABA is with the Department of Computer Engineering, Karabuk University, Karabük, 78050 Turkey (mehmetakbaba@karabuk.edu.tr).

physical parameters of the machine. In asynchronous machines the stator and rotor slot numbers and structure change the magnetic circuit of the machine, affecting their electrical performance [17].

A. Stator Structure with Bridge and Without Bridge

The shaded-pole motors are designed as bridged and their performance is explored in some studies conducted during past years [18]. However, the performance of this structure has not been compared with the performance of the traditional bridgeless structure in detail. For this reason, in this part of the study, the bridged and bridgeless structures in the stator section of the SPIM have been examined. In bridgeless structure the amount of the inter-pole gap was varied in the range $0\text{ mm} \leq x \leq 9\text{ mm}$ and the analysis were performed with a precision of 1 mm . 0 mm here expresses the bridged structure.

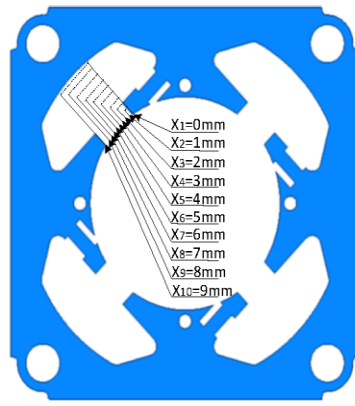


Fig. 4. Variation of the inter-pole gap.

B. Single Cage and Double Cage Rotor Structure

The effects of different slot structures of SPIM on motor performance have not been adequately examined in the literature. In this study the effects of different rotor slot geometries on the motor performance have been examined to some details. For this purpose, SPIM's squirrel cage rotor is designed in two types as single and double cage with two different slot shapes. Another important design parameter of SPIM is the use of aluminum or copper type squirrel cage. The use of copper is disadvantageous in terms of cost and production [19]. Figure 5 shows the designed rotor and squirrel cage structures.

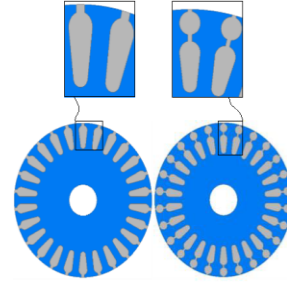


Fig. 5. Single and double cage structures.

IV. RESULTS OF ANALYSIS

In the analysis, the inter-pole gap value in the stator was defined as x and was varied with 1 mm precision between 0 mm (bridgeless) and 9 mm . In the rotor part, rotor slots and squirrel cage are designed as single cage and double cage. At the same time, analyses were carried out using copper and aluminum as squirrel cage material. As a result of the conducted study the resulting variation in the efficiency versus the amount of inter-pole gap is given in Figure 6.

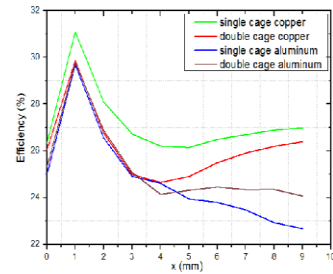


Fig. 6. Variation of efficiency versus amount of inter-pole gap.

As expected, rotors with aluminum cage motors have higher rotor resistance than copper ones. Hence, their rotor copper losses are higher and this leads to lower efficiency. The variation of the average value of the air-gap flux density obtained on the contour drawn in the air-gap is given in Figure 7.

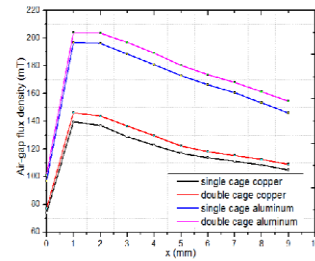


Fig. 7. Variation of air gap flux density versus amount of inter-pole gap.

The amount of flux obtained on the contour was minimal since most of the flux completes its cycle over the stator, and less flux passes to the rotor in a structure with a bridged stator ($x=0$). The variation of the induced electromagnetic torque versus the amount of inter-pole gap, for a constant slip value of 0.14 is given in Figure 8.

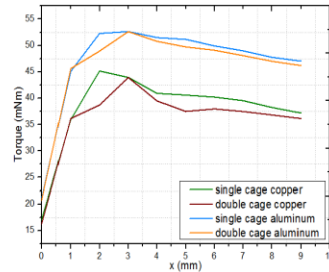


Fig. 8. Variation in torque versus inter-pole gap (Slip=0.14)

When the results are examined, it is seen that both the torque value and the efficiency value are lower in the motors with bridged stator structure than the bridgeless ones. The highest efficiency value (31.1%) was obtained with a single cage copper rotor motor at an inter-pole gap value of 1 mm. The highest torque value was obtained with a single cage aluminum rotor motor at an inter-pole gap value of 3 mm.

V. CONCLUSION

In this study, the effect of stator and rotor structure of SPIM with variable reluctance on the motor performance was examined. For this purpose, the stator is designed in bridged and bridgeless structures. The amount of inter-pole gap is expressed in terms of variable x and its effect on the motor performance was examined by varying x between 0 mm and 9 mm with a 1 mm precision. In addition, the rotor structure is designed as single cage and double cage structures. Copper and aluminum materials with different conductivity values were used as squirrel cage material. The air-gap flux density, torque value, power loss and efficiency values of the motor were obtained by 2D Finite Element analysis. The results of the analysis have shown that the motor with single cage copper rotator has a higher efficiency than the other motor structures at each x value of the bridgeless stators and bridged stator. When it was evaluated in terms of torque, more torque is obtained in motors with aluminum squirrel cage rotors than in copper rotor motors. The amount of air-gap flux density transferred to the rotor is less than other structures because most of the flux in the bridged type structure completes its cycle over the bridge and stator core instead of going through the rotor. As a result, the torque value induced in the bridged type motors is lower.

REFERENCES

- [1] A. B. Dehkordi, "A Single-Phase Induction Machine Model for Real-Time Digital Simulation", presented at the International Conference On Power Systems Transients, Croatia, 2015.
- [2] V. Sarac, and G. Stefanov, "Calculation of Electromagnetic Fields in Electrical Machines using Finite Elements Method", *International Journal of Engineering and Industries*, vol. 2, no. 1, pp. 21–29, 2011.
- [3] F. I. Kentli, "A Survey on Design Optimization Studies of Induction Motors During the Last Decade", *Journal of Electrical & Electronics Engineering Istanbul University*, vol. 9, no. 2, pp. 969–975, 2009.
- [4] A. Dalkali, and M. Akbaba, "Comparison of 2D and 3D magnetic field analysis of single-phase shaded pole induction motors", *Engineering Science and Technology, An International Journal*, vol. 19, no. 1, pp. 1–7, 2016.
- [5] G. Pessina, and E. Morra, "Optimization and design of the shaded pole single phase asynchronous motor", *Proceedings of the International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion*, pp. 469–473, 2012.
- [6] K. Makowski, "Determination of performance characteristics of a single-phase shaded pole induction motor by circuit-field method", *Electrical Engineering - Springer*, vol. 84, no. 5, pp. 281–286, 2002.
- [7] D. Zhou, C. B. Rajanathan, and A. T. Sapeluk, "Finite-Element-Aided Design Optimization of a Shaded-Pole Induction Motor for Maximum Starting Torque", *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 36, no. 5, pp. 3551–3554, 2000.
- [8] V. Sarac, L. Petkovska, M. Cundev, and G. Cvetkovski, "Comparison between two target functions for optimization of single phase shaded-pole motor using method of genetic algorithms", *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 161, no. 1–2, pp. 89–95, 2005.
- [9] V. Sarac, and L. Petkovska, "Application of Soft Magnetic Materials in Development of New Experimental Model of Single Phase Shaded Pole Motor", *Proceedings of the Macedonian-Polish Symposium on Applied Electromagnetics*, pp. 39–40, 2006.
- [10] L. Ho, and W. N. Fu, "Review and Future Application of Finite Element Methods in Induction Motors", *Electric Machines & Power Systems*, vol. 26, no. 2, pp. 111–125, 1998.
- [11] D. Uygun, "Design and application of 5-phase bipolar excited 10/8 switched reluctance motor with U-type segmental rotor pairs", Ph. D. thesis, Dept. Electrical Edu. Gazi Uni., Ankara, Turkey, 2012.
- [12] C. Ocak, "Design, analysis and application of a new three level brushless dc motor for electric vehicles", Ph. D. thesis, Dept. Electrical Edu. Gazi Uni., Ankara, Turkey, 2013.
- [13] S. U. Zhang, "Coupled Magneto-elastostatic Analysis Using Implicit Boundary Finite Element Method", Ph. D. thesis, University of Florida, 2010.
- [14] M. Akbaba, and S. Q. Fakhro, "An Improved Computational Technique of the Inductance Parameters of the Reluctance Augmented Shaded-pole Motors Using Finite Element Method", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 7, no. 2, pp. 308–314, 1992.
- [15] A. Dadpour, and K. Ansari, "Conversion of Shaded-Pole Induction Motor to Switched Reluctance Motor and Effects of Pole Shoe and Notch on SRM Noise", *Proceedings of the IEEE XXIII International Scientific Conference Electronics and Nanotechnology*, pp. 344–348, 2013.
- [16] V. Kindl, K. Hruska, R. Pechanek, J. Sobra, and B. Skala, "The effect of space harmonic components in the air gap magnetic flux density on torque characteristic of a squirrel-cage induction machine", *Proceedings of the 17th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'15 ECCE-Europe)*, pp. 1–5, 2015.
- [17] G. Lee, S. Min, and J. P. Hong, "Optimal Shape Design of Rotor Slot in Squirrel-Cage Induction Motor Considering Torque Characteristics", *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 49, no. 5, pp. 2197–2200, 2013.
- [18] V. Sarac, and T. A. Pacemka, "Simulation Model for Prediction of Transient Performance Characteristics of Single-Phase Shaded Pole Motor", *Journal of Electrical Engineering*, vol. 67, no. 4, pp. 253–260, 2016.
- [19] E. F. Brush, J. G. Cowie, D. T. Peters, and D. J. Van Son, *Die-cast Copper Motor Rotors: Motor Test Results, Copper Compared to Aluminum, Energy Efficiency in Motor Driven Systems*, Springer, 2003, pp. 136–143.

ANALYSIS OF SPACE HARMONICS IN SHADED POLE INDUCTION MOTOR BY DISCRETE HARTLEY TRANSFORM

¹ADEM DALCALI, ²MEHMET AKBABA

^{1,2}Electrical and Electronics Engineering, Karabük University, Turkey Computer Engineering, Karabük University, Turkey
E-mail: ¹ademdalcali@karabuk.edu.tr, ²mehmetakbaba@karabuk.edu.tr

Abstract- Shaded pole induction motors (SPIM) are special type one-phase motors with salient poles. Due to their advantages such as simple construction, low cost and easy manufacturing SPIMs are used extensively in ventilation systems, household appliances, etc. Nevertheless, the formation of an elliptical rotating magnetic field in SPIM makes it difficult to analyze these machines. Variable air-gap structure causes the space harmonics which significantly complicates the theoretical analysis of these machines. In this study, the stator-rotor mutual inductance of a 15W 4-pole SPIM is obtained with high accuracy, sensitively. The obtained waveform is subjected to harmonic analysis using Discrete Hartley Transform (DHT). As a result of the analyzes, the third harmonic is obtained as the dominant harmonic (21.76%). 5th, 7th, 9th, 11th and 13th harmonics are varying between 1.15 % to 9.07. Total harmonic distortion (THD) has been calculated as 23.78%. Because of the stator-rotor mutual inductance waveform is symmetrical with respect to rotor position the double harmonics are absent.

Index Terms—Discrete Hartley Transform, Shaded Pole Motor, Space Harmonic, Total Harmonic Distortion.

I. INTRODUCTION

Due to robust structure and direct on-line operation from single phase supply, single phase induction motors are widely used in small power application. The SPIMs, which is a kind of single phase motor, have simple structure, ease of production and low-cost advantages. SPIMs are produced 10 million units and capacitor start single phase motors are produced 700-800 thousand units a year only in Europe. Other alternative efficient motors are produced in Europe around 100 thousand units a year [1]-[3]. Since stator of the SPIM has salient poles, the air gap length changes. In addition, the motor has shaded poles. Therefore, the magnetic field generated in the SPIM is an elliptic rotating magnetic field and as a result of this rich space harmonics are generated. This makes the analysis of the machine very difficult. So far there is not any standard procedure for designing, mathematical modeling and performance analysis of the SPIMs. Due to these drawbacks, very few studies have been conducted on such motors [4], [5]. Harmonics causes power losses, and adversely affects the power factor and efficiency in transmission and distribution of electrical energy. Further they cause the distortion of the various waveforms and noise in the electric machines. In this study, the stator-rotor mutual inductance is obtained with the help of the experimental setup in order to determine the space harmonics of the SPIM. The resulting inductance curve is analyzed using the DHT transformation method. As a result of analysis, harmonic spectrum and THD values are determined.

II. SHADED POLE INDUCTION MOTOR

As compared to the three phase motors due to lower

power factor, lower efficiency, relatively large size and higher cost, single phase motors cannot compete with the three phase motors at medium and high-power rates. But at small power rates they mainly preferred because they can be supplied from single phase supply. Single phase motors are equipped with auxiliary windings or shaded poles. SPIMs has advantages such as lower cost, less need for maintenance and being suitable for operation from single phase supply. On the contrary, they have disadvantages such as low starting torque, low efficiency and power factor and not being able to reverse direction of rotation if they have single shading ring on each pole [6]-[9]. The details of the motor under investigation are given in Table 1.

Table 1. Details of the SPIM under investigation

Characteristic	Value
Power (W)	15
Voltage (V)	220
Number of poles	4
Rotor speed (rpm)	1305
Rotor slot number	26
Rotor diameter (mm)	22
Core size (mm)	82x82x25
Number of turns main winding	570

Determination of the inductances of the variable air-gap shaded-pole motors is highly complicated. In electrical machines due to the variation in the air-gap reluctance and saturation of the core material the inductances are nonlinear function of the winding currents and rotor position [10], [11]. To measure the mutual inductance between the stator winding and a rotor loop, a search coil with n number of turns is

wounded on the two adjacent rotor slots and a known current I_a is applied to the stator winding. Under this condition the voltage induced on the search coil. Using this this measured value of the voltage induced on the search coil the mutual inductance between the stator winding and a rotor loop, for a certain rotor position, is determined using (1) given below [2].

$$M_{ar} = \frac{E}{2\pi \cdot f \cdot n \cdot I_a} \quad (1)$$

By rotating the rotor by a small increment and taking the measurements at each rotor position the variation of the mutual inductance between the stator winding and a rotor loop is obtained as given in (2);

$$M_{ar}(\theta) = f(\theta) \quad (2)$$

The experimental setup used in the above procedure is given in Fig. 1.

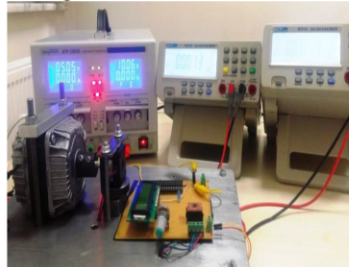


Figure 1. Experimentel setup

To vary the rotor position of the cage-less motor with a resolution of 3.6° a stepper motor has been used. Using a microcontroller the stepper motor has been triggered every 10 seconds. Stator current and the voltage induced in the search coil have been recorded for every rotor position. The mutual inductance obtained for 360° (electrical degrees) is shown in Fig. 2.

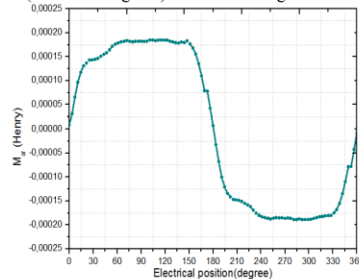


Figure 2. Stator-rotor mutual induction

III. SPACE HARMONICS CONCEPT AND ANALYSIS WITH DISCRETE HARTLEY TRANSFORM

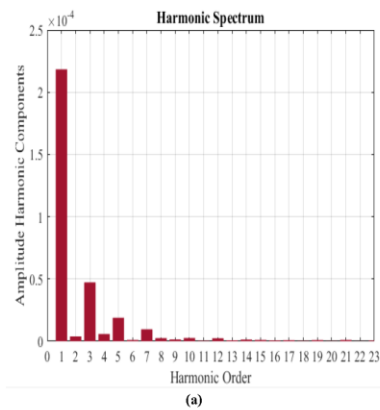
Frequency of the harmonics in energy system are

multiple times the base frequency and they cause distortion in voltage and current waveforms. There are two types of harmonic concept in SPIMs, these are time harmonics and space harmonics. Time harmonics are those coming from the supply. But space harmonics are mainly the result of nonlinearities in the reluctance of the air-gap due to saliency of the stator or rotor structure and saturation of the core material. Space harmonics causes noisy operation of the electric machines, reduces their important performance parameters such as power factor and efficiency and also may cause the saturation of some parts of the machine core [12]-[15].

Discrete Fourier Transform (DFT) is often used to analyze the harmonics in power systems. DHT is sometimes preferred over DFT because it does not require use complex terms [16], [17]. DHT is used in signal and image processing, biomedical image compression and harmonic analyses. DHT has the advantage of fast computing without complex procedure [18]. DHT for series with N elements is expressed as give in (3) given below;

$$M_{ar} = \sum_{n=0}^{N-1} \left(\cos\left(\frac{2\pi nk}{N}\right) + \sin\left(\frac{2\pi nk}{N}\right) \right) = \sum_{n=0}^{N-1} X_n(n) \cos\left(\frac{2\pi nk}{N}\right) \quad (3)$$

In Equation 3, $X(n)$ is used for a real-time signal, k is the harmonic order, n is the order of the sample signal and N is the number of total samples [16], [19], [20]. The mutual inductance harmonic spectrum obtained by using DHT is shown in Fig. 3. Figure 3 also includes the waveforms of the harmonic components and resultant mutual inductance.



(a)

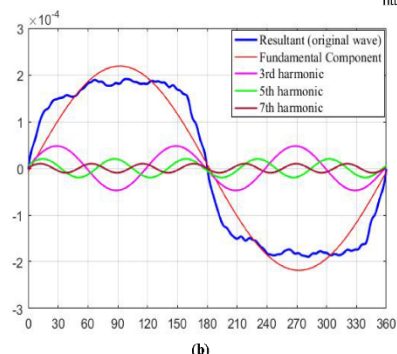


Figure 3. a) Harmonic spectrum, b) Waveform of harmonic components

Examination of the harmonic spectrum indicates the third harmonic is the dominating harmonic component. Percent harmonic weights are given in Table 2. Examination of Table 2 shows the most significant harmonics are 3rd, 5th and 7th harmonics.

Table 2. Values of the harmonic mutual inductance and their percent weights

n	$M_{ar} \times 10^5$ (Henry)	Percent harmonic rate
1	21.856	100
3	4.757	21.76
5	1.983	9.07
7	0.973	4.45
9	0.295	1.35
11	0.265	1.21
13	0.251	1.15
15	0.178	0.82
17	0.108	0.5
19	0.099	0.45
21	0.111	0.51
23	0.058	0.27

CONCLUSION

In shaded pole motors stator winding instead of being placed in slots, they are wound on the salient pole as concentric manner. At the same time, shading rings are placed in the slots provided on the salient poles. For this reason, the air-gap of SPIMs has a variable structure. The variable air-gap results in space harmonics in such machines. In this investigation, the mutual inductance between the stator and a rotor loop is obtained as a function of the rotor position. DHT is applied to analyses of the harmonics of the mutual

inductance up to 23rd harmonic. It is observed that dominant harmonics are 3rd, 5th and 7th harmonics and the total harmonic distortion factor (THD) is about 23.78 percent. It is believed that this investigation has shed some lights on the analyses of the space harmonics which is within the close interest of the machine designers.

REFERENCES

- [1] A. Emadi, "Energy-efficient electric motors," Marcel Dekker, Inc., Third Edit. Ed., Marcel Dekker, Inc., New York, pp. 168-180, 2005.
- [2] A. Dalci, and M. Akba, "Comparison of 2D and 3D magnetic field analysis of single-phase shaded pole induction motors," Engineering Science and Technology, An International Journal, vol. 19, no. 1, pp. 1-7, 2016.
- [3] V. M. Ghanva, A. R. Uphadhyay, and S. H. Maru, "Speed control of single phase induction motor by using cycloconverter," International Journal of Advance Research in Engineering, Science & Technology, pp. 1-8, 2016.
- [4] V. Sarac, and G. Stefanov, "Calculation of electromagnetic fields in electrical machines using finite elements method," International Journal of Engineering and Industries, vol. 26, no. 1, pp. 21-29, 2011.
- [5] A. B. Dehkordi, "A Single-Phase Induction Machine Model for Real-Time Digital Simulation," International Conference on Power Systems Transients, Croatia, June 2015.
- [6] A. Karmakar, P. K. Saha, and G. K. Panda, "D-Q Axis Modelling Analysis of a Shaded Pole Induction Motor and study of the non-linear behaviour," International Conference on Power, Energy and Control (ICPEC), pp. 596-600, 2013.
- [7] B. Ackermann, "Single-phase induction motor with permanent magnet excitation," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 36, no. 5, pp. 3530-3532, 2000.
- [8] V. Hajek, M. Mach, and L. Kuchar, "Special Small Electric Motors," International Conference on Electrical Drives and Power Electronics (EDPE), pp. 296-300, 2015.
- [9] M. Andriollo, M. De Bortoli, G. Martinelli, A. Morini, and A. Tortella, "Design improvement of a single-phase brushless permanent magnet motor for small fan appliances," Transactions on Industrial Electronics, vol. 57, no. 1, pp. 88-95, 2010.
- [10] M. A. Çınar, Ç. Gündoğan, and F. E. Kuyumcu, "Taşıt Tahriğinde Kullanılacak Bir Anahtarlı Relüktans Motor Tasarımı ve Analizi," 11th National Congress of Electrical-Electronics-Computer Engineering, pp. 304-307, 2005.
- [11] M. A. Akcayol, "Neuro-fuzzy modelling of inductance variation of the switched reluctance motor," Journal of Polytechnic, vol. 5, no. 4, pp. 287-292, 2002.
- [12] D. A. Kocbas, "Novel winding and core design for maximum reduction of harmonic magnetomotive force in AC motors," IEEE Transactions on Magnetics, 45 (2): 735-746 (2009).
- [13] D. A. Kocbas, and A. F. Mergen, "A novel method to reduce the effects of space harmonics in alternating current machines," IEEE International Symposium on Industrial Electronics, pp. 692-697, 2008.
- [14] V. I. Patel, J. Wang, W. Wang, and X. Chen, "Analysis and design of 6-phase fractional slot per pole per phase permanent magnet machines with low space harmonics," IEEE International Electric Machines & Drives Conference, 6-13, 2013.
- [15] S. K. Singh, D. Kumari, N. Sinha, A. K. Goswami, and N. Sinha, "Gravity search algorithm hybridized recursive least square method for power system harmonic estimation," Engineering Science and Technology, An International Journal, 2017. (to be published)
- [16] M. Tekin, and A. S. Yılmaz, "The analysis of power system harmonics via Hartley transform," Journal of Engineering Sciences, vol. 18, no. 1, pp. 1-8, 2015.
- [17] S. Bouguzel, M. Q. Ahmad, and M. N. S. Swamy, "Binary discrete cosine and Hartley transforms," IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular Papers, vol. 60, no. 4, pp. 989-1002, April 2013.

- [18] L. Pyrgas, P. Kitsos, and A. N. Skodras, "An FPGA design for the two-band fast discrete hartley transform," International Symposium on Signal Processing and Information Technology, pp. 295-299, Dec. 2016.
- [19] I. Baig, and V. Jeoti, "A new discrete hartley transform precoding based interleaved-OFDMA uplink system with reduced PAPR for 4G cellular networks," Journal of Engineering Science and Technology, vol. 6, no. 6, pp. 685-694, 2011.
- [20] M. T. Hamood, "Fast algorithm for computing the discrete hartley transform of type-II," Indonesian Journal of Electrical Engineering and Informatics (IJEI), vol. 2, no. 4, pp. 120-125, June 2016.

★ ★ ★

ÖZGEÇMİŞ

Adem DALCALI 1986 yılında Bursa’da doğdu; ilk ve orta öğrenimini aynı şehirde tamamladı. 2010 yılında Gazi Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi Elektrik Eğitimi Bölümü’nden mezun oldu. Aynı yıl Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü’nde yüksek lisans eğitimine başladı. 2013 yılında yüksek lisans eğitimini tamamladı. 2013 yılında Karabük Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü’ne Araştırma Görevlisi olarak göreve başladı ve halen burada çalışmaya devam etmektedir.

ADRES BİLGİLERİ

Adres : Karabük Üniversitesi Mühendislik Fakültesi
Elektrik-Elektronik Mühendisliği
78050, Merkez/KARABÜK
Tel : +90 370 418 7050
E-posta : ademdalcali@karabuk.edu.tr