



T.C.  
KAHRAMANMARAŞ SÜTÇÜ İMAM ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**TEK BOYUTLU NÖTRON TRANSPORT DENKLEMİNDE  
HG VE AG FAZ FONKSİYONLARI KULLANILARAK  
KRİTİK KALINLIK HESAPLAMALARI**

**AYHAN KARA**

**DOKTORA TEZİ  
FİZİK ANABİLİM DALI**

**KAHRAMANMARAŞ 2012**

**T.C.**  
**KAHRAMANMARAŞ SÜTÇÜ İMAM ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**TEK BOYUTLU NÖTRON TRANSPORT**  
**DENKLEMİNDE HG VE AG FAZ FONKSİYONLARI**  
**KULLANILARAK KRİTİK KALINLIK**  
**HESAPLAMALARI**

**AYHAN KARA**

**Bu tez,**  
**Fizik Anabilim Dalında**  
**DOKTORA**  
**derecesi için hazırlanmıştır.**

**KAHRAMANMARAŞ 2012**

Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü öğrencisi Ayhan KARA tarafından hazırlanan “Tek Boyutlu Nötron Transport Denkleminde HG ve AG Faz Fonksiyonları Kullanılarak Kritik Kalınlık Hesaplamaları” adlı bu tez, jürimiz tarafından 08/06/2012 tarihinde oy birliği ile Fizik Anabilim Dalında Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr, Fikret ANLI (DANIŞMAN)

Fizik Ana Bilim Dalı, K.S.Ü. ....

Prof. Dr, Adnan KÜÇÜKÖNDER (ÜYE)

Fizik Ana Bilim Dalı, K.S.Ü. ....

Prof.Dr, Mükerrerem KURTOĞLU (ÜYE)

Kimya Ana Bilim Dalı, K.S.Ü. ....

Prof.Dr, Ramazan KOÇ (ÜYE)

Fizik Ana Bilim Dalı, Gaziantep Üniversitesi ....

Doç.Dr. Ümit ALVER (ÜYE)

Fizik Ana Bilim Dalı, K.S.Ü. ....

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. M. Hakkı ALMA

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü .....

## TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orjinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Ayhan KARA

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

# TEK BOYUTLU NÖTRON TRANSPORT DENKLEMİNDE HG VE AG FAZ FONKSİYONLARI KULLANILARAK KRİTİK KALINLIK HESAPLAMALARI (DOKTORA TEZİ)

AYHAN KARA

## ÖZ

Tek boyutlu nötron transport denkleminin çözümünde geleneksel olarak kullanılan saçılma tesir kesiti yerine, Henyey-Greenstein (HG) ve alternatif bir faz fonksiyonu, nötron transport denkleminde kullanılarak, farklı  $c$  (çarpışma başına ortaya çıkan ortalama nötron sayısı) ve  $t$  parametrelerine bağlı, kritik kalınlık hesaplamalarının yapılabileceği gösterilmiştir. Bu çalışmada, alternatif faz fonksiyonu (AG) olarak temsil edilmiştir.

HG ve AG faz fonksiyonları (saçılma tesir kesitleri) kullanılarak yeniden düzenlenen nötron transport denkleminin çözümü ve buna bağlı olarak yapılan kritik kalınlık hesaplamalarında, ilk kez Chebyshev polinomu ( $T_N$  yöntemi) yaklaşımı kullanıldı. Sistem bir kez de Legendre polinomu ( $P_N$  yöntemi) yaklaşımı ile çözülerek,  $T_N$  yönteminden elde edilen sonuçlarla karşılaştırıldı. Kritik yarı kalınlık hesaplamalarında her iki yaklaşım yönteminde de (Legendre ve Chebyshev yaklaşım yöntemleri) Marshak sınır şartları kullanıldı.

Sonuç olarak, nötron transport denkleminin uygulanması, bu faz fonksiyonlarından elde edilen kritik yarı kalınlık sonuçları incelendiğinde,  $P_N$  ve  $T_N$  yöntemlerinin her ikisine göre de AG faz fonksiyonunun (saçılma tesir kesitinin) daha işlevsel olduğu ve sonuçların birbirine daha fazla yakınsadığı tespit edildi.

**Anahtar Kelimeler:** Nötron transport denkleminin, Henyey Greenstein, Chebyshev polinomları

Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Fizik Anabilim Dalı, Haziran / 2012

Danışman: Prof. Dr. Fikret ANLI

Eş Danışman: .....

Sayfa Sayısı: 65

**CRITICAL THICKNESSES CALCULATIONS BY USING AG AND HG PHASE  
FUNCTIONS IN ONE DIMENSIONAL NEUTRON TRANSPORT EQUATION  
(Ph.D. THESIS)**

**Ayhan KARA**

**ABSTRACT**

Instead of conventionally scattering phase function used in solving one dimensional neutron transport equation, it was demonstrated that critical half thickness calculations could be carried out depending on different  $c$  (where  $c$  is the mean number of secondary neutrons per collision) and  $t$  parameters by using the Henyey-Greenstein (HG) and alternative scattering phase function in neutron transport equation. Alternative phase function is represented as (AG) in this study.

In solving neutron transport equation which was rearranged using HG and AG phase functions (scattering cross section) and in calculating the critical half thicknesses done in accordance with this, chebyshev polynomial approximation ( $T_N$  method) was used for the first time. In addition, the system was also solved by means of the Legendre polynomial approximation and was compared to results obtained from Chebyshev polynomial approximation ( $T_N$  method). Marshak boundary conditions were used in both methods (Legendre and Chebyshev approximations) for calculations of the critical half thickness

As a result, when critical half thickness results obtained from these phase function which have been applied to neutron transport equation have been analyzed, it has been seen that AG phase function is more functional and that the results are more converge to each other according to both  $P_N$  and  $T_N$  methods.

**Key Words:** Neutron transport equation, Henyey Greenstein, Chebyshev polynomials

Kahramanmaraş Sütçü İmam University  
Institute for Graduate Studies in Science and Technology  
Department of Physics, June / 2012

Supervisor: Prof. Dr. Fikret ANLI

Co-supervisor: .....

Pages Numbers: 65

# TEK BOYUTLU NÖTRON TRANSPORT DENKLEMİNDE HG VE AG FAZ FONKSİYONLARI KULLANILARAK KRİTİK KALINLIK HESAPLAMALARI

## ÖZET

Doktora tezi olarak hazırlanan bu çalışmada, Nötron transport denkleminde geleneksel olarak kullanılan saçılma faz fonksiyonu yerine, iki farklı saçılma faz fonksiyonu sırasıyla nötron transport denkleminde uygulanarak kritik yarı kalınlık hesaplamalarının yapılabileceği gösterilmiştir. Bu saçılma faz fonksiyonları sırasıyla Henyey-Greenstein (HG) saçılma faz fonksiyonu ve alternatif saçılma faz fonksiyonudur. Bu çalışmada alternatif faz fonksiyonu (AG) olarak temsil edilmiştir. HG ve AG saçılma tesir kesitleri kullanılarak yeniden düzenlenen nötron transport denklemi, Chebyshev ve Legendre polinomlarına ait yaklaşım yöntemleri ile ayrı ayrı çözülmüş ve faz fonksiyonları arasında mukayese yapma imkanı sağlanmıştır. Bu çalışmada kullanılan iki yeni faz fonksiyonu, nötron transport denkleminde sırası ile  $\sigma_S^{HG}$  ve  $\sigma_S^{AG}$  saçılma tesir kesitleri şeklinde temsil edilmektedir.

HG ve AG faz fonksiyonları, (saçılma tesir kesitleri) ilk kez Chebyshev polinomları yaklaşımına ( $T_N$  yöntemine) başarı ile uygulanmıştır. Farklı  $c$  (çarpışma başına ortaya çıkan ortalama nötron sayısı) ve  $t$  parametreleri kullanılarak  $\nu$  özdeğerleri elde edilmiş ve bu özdeğerlere bağlı olarak Marshak sınır şartları ile kritik yarı kalınlık hesaplamaları yapılmıştır.

Sonuç olarak, Henyey-Greenstein faz fonksiyonuna göre yapılan  $P_N$  ve  $T_N$  yaklaşımlarından elde edilen kritik yarı kalınlık sonuçları kendi aralarında bazı  $c$  ve  $t$  parametrelerine göre uyumsuzluk göstermiş olsa da, alternatif (AG) saçılma faz fonksiyonu kullanılarak yapılan  $P_N$  ve  $T_N$  yaklaşımı sonuçlarının kendi aralarında daha uyumlu olduğu gözlenmiştir. Bu sonuçlara göre AG faz fonksiyonunun, Henyey-Greenstein (HG) faz fonksiyonuna göre, hem  $P_N$  hemde  $T_N$  yöntemlerinden elde edilen sonuçlar dikkate alındığında, nötron transport denklemi için daha işlevsel olduğu tespit edilmiştir. Her iki metoda göre elde edilen sonuçlar, tablolar ve grafikler halinde gösterilmiş ve sonuçlar üzerinde tartışılmıştır.

# CRITICAL THICKNESSES CALCULATIONS BY USING AG AND HG PHASE FUNCTIONS IN ONE DIMENSIONAL NEUTRON TRANSPORT EQUATION

## SUMMARY

This study prepared as doctoral thesis aims to demonstrate that critical half thickness calculation could be carried out by applying the two different scattering phase functions respectively to neutron transport equation, instead of conventionally scattering phase function used in neutron transport equation, These scattering phase functions are respectively Henyey-Greenstein (HG) scattering phase function and alternative scattering phase function. In this study, alternative phase function was represented as (AG). Neutron transport equation which was rearranged by using HG and AG scattering cross-section was solved separately via approximation methods belonging to Chebyshev and Legendre polynomial and it provided the chance of comparison between the phase functions. The two phase functions used in this study represent in the form of scattering cross-sections  $\sigma_s^{HG}$  and  $\sigma_s^{AG}$  in neutron transport equation, respectively.

HG and AG phase functions (scattering cross-sections) were successfully applied to Chebyshev polynomial approximation ( $T_N$  method) for the first time. By using different  $c$  (average neutron numbers appearing for per collision) and  $t$  parameters,  $\nu$  eigenvalues were obtained, and based on these eigenvalues, critical half thicknesses calculations were performed by Marshak boundary conditions.

Consequently, although critical half thickness results obtained from  $P_N$  and  $T_N$  approximations that were carried out according to Henyey-Greenstein phase function demonstrated inconsistency between themselves according to some  $c$  and  $t$  parameters, it was observed that  $P_N$  and  $T_N$  approximations which were performed using (AG) scattering phase function were much more consistent to each other. According to these results, AG scattering phase function has been found to be more functional for neutron transport equation, considering the results obtained from both  $P_N$  and  $T_N$  methods according to Henyey-Greenstein phase function. The results obtained according to both methods have been demonstrated in tables and graphics and the results have been discussed over.

## TEŞEKKÜR

Tek Boyutlu Nötron Transport Denkleminde, HG ve AG Faz Fonksiyonları kullanarak kritik kalınlık hesaplamalarının yapılabileceğini göstermek amacıyla yapılan bu çalışma, Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalında Doktora Tezi olarak hazırlandı.

Doktora tez çalışmamda bilgi yönünden yararlandığım, ayrıca çalışmalarım süresince ilgilerini ve desteklerini esirgemeyen saygı değer hocam Prof. Dr. Fikret ANLI' ya en içten teşekkür ve saygılarımı sunarım. Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesinde bulunduğum süre zarfında bilgilerini ve desteklerini benden esirgemeyen saygı değer hocalarım Prof. Dr. Adnan KÜÇÜKÖNDER ve Doç. Dr. Ümit ALVER'e teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca yardımlarından dolayı Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi öğretim elemanlarından Arş.Gör. Ahmet BÜLBÜL'e teşekkür ederim.

Akademik çalışmalarım süresince ilgi ve destekleriyle sürekli beni cesaretlendiren sevgili eşime, oğlum Yalçın Alp'e ve aileme en içten saygı ve sevgilerimi iletirim.

# İÇİNDEKİLER

	<b>Sayfa No</b>
ÖZ.....	I
ABSTRACT .....	II
ÖZET.....	III
SUMMARY .....	IV
TEŞEKKÜR .....	V
İÇİNDEKİLER.....	VI
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	VIII
TABLolar DİZİNİ.....	IX
SİMGELER VE KISALTMALAR .....	XI
1. GİRİŞ.....	1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR .....	4
3.MATERYAL VE METOD .....	6
3.1. Nötron Transport Denklemi .....	6
3.2. Saçılma Tesir Kesiti .....	8
3.3. Henyey-Greenstein (HG) ve Alternatif (AG) Saçılma Tesir Kesitleri.....	8
3.4. Legendre Polinomları.....	10
3.5. Legendre Polinomu yaklaşımı ( $P_N$ Yaklaşımı) .....	12
3.5.1. HG faz fonksiyonu ile $P_N$ yaklaşımı .....	15
3.5.1.1. HG faz fonksiyonu ile difüzyon yaklaşımı .....	17
3.5.2. AG faz fonksiyonu ile $P_N$ yaklaşımı .....	18
3.5.2.1. AG faz fonksiyonu ile difüzyon yaklaşımı .....	19
3.6. Cebyshev Polinomları .....	20
3.7. Chebyshev Polinomu Yaklaşımı ( $T_N$ Yaklaşımı).....	23
3.7.1. HG faz fonksiyonu ile $T_N$ yaklaşımı .....	25
3.7.1.1. HG faz fonksiyonu ile difüzyon yaklaşımı .....	28
3.7.2. AG faz fonksiyonu ile $T_N$ yaklaşımı .....	29
3.7.2.1. AG faz fonksiyonu ile difüzyon yaklaşımı .....	32

4. SINIR VE KRİTİKLİK KOŞULLARI .....	33
4.1. Marshak Sınır Şartlarının $P_N$ Yaklaşımına Uygulanması.....	33
4.2. Marshak Sınır Şartlarının $T_N$ Yaklaşımına Uygulanması .....	35
5. BULGULAR VE TARTIŞMA.....	37
6. SONUÇ.....	53
KAYNAKLAR.....	55
EKLER.....	58
ÖZGEÇMİŞ .....	64

## ŞEKİLLER DİZİNİ

### Sayfa No

Şekil 3.1. Küresel koordinatlar .....	7
Şekil 2. $c = 1.01$ 'de farklı $t$ değerleri kullanarak $P_1$ ve $T_1$ yaklaşımları .....	39
Şekil 3. $c = 1.01$ 'de farklı $t$ değerleri kullanarak $P_5$ ve $T_5$ yaklaşımları .....	39
Şekil 4. $c = 1.01$ 'de farklı $t$ değerleri kullanarak $P_9$ ve $T_9$ yaklaşımları .....	40
Şekil 5. $c = 1.20$ 'de farklı $t$ değerleri kullanarak $P_1$ ve $T_1$ yaklaşımları .....	41
Şekil 6. $c = 1.20$ 'de farklı $t$ değerleri kullanarak $P_5$ ve $T_5$ yaklaşımları .....	41
Şekil 7. $c = 1.20$ 'de farklı $t$ değerleri kullanarak $P_9$ ve $T_9$ yaklaşımları .....	42
Şekil 8. $c = 1.40$ 'da farklı $t$ değerleri kullanarak $P_1$ ve $T_1$ yaklaşımları .....	43
Şekil 9. $c = 1.40$ 'da farklı $t$ değerleri kullanarak $P_5$ ve $T_5$ yaklaşımları .....	43
Şekil 10. $c = 1.40$ 'da farklı $t$ değerleri kullanarak $P_9$ ve $T_9$ yaklaşımları .....	44
Şekil 11. $c = 1.60$ 'de farklı $t$ değerleri kullanarak $P_1$ ve $T_1$ yaklaşımları .....	45
Şekil 12. $c = 1.60$ 'da farklı $t$ değerleri kullanarak $P_5$ ve $T_5$ yaklaşımları .....	45
Şekil 13. $c = 1.60$ 'da farklı $t$ değerleri kullanarak $P_9$ ve $T_9$ yaklaşımları .....	46
Şekil 14. $c = 1.80$ 'de farklı $t$ değerleri kullanarak $P_1$ ve $T_1$ yaklaşımları .....	47
Şekil 15. $c = 1.80$ 'de farklı $t$ değerleri kullanarak $P_5$ ve $T_5$ yaklaşımları .....	47
Şekil 16. $c = 1.80$ 'de farklı $t$ değerleri kullanarak $P_9$ ve $T_9$ yaklaşımları .....	48
Şekil 17. $c = 2.00$ 'da farklı $t$ değerleri kullanarak $P_1$ ve $T_1$ yaklaşımları .....	49
Şekil 18. $c = 2.00$ 'da farklı $t$ değerleri kullanarak $P_5$ ve $T_5$ yaklaşımları .....	49
Şekil 19. $c = 2.00$ 'da farklı $t$ değerleri kullanarak $P_9$ ve $T_9$ yaklaşımları .....	50

## ÇİZELGELER DİZİNİ

	<b>Sayfa No</b>
Çizelge 3.1. Birinci Tip Legendre Polinomları (Arfgen ve Weber, 1995).....	12
Çizelge 3.2. I.tip Chebyshev Polinomları.....	22
Çizelge 5.1 Dilim geometride AG faz fonksiyonu ile $c = 1.01$ için kritik kalınlıklar.....	38
Çizelge 5.2. Dilim geometride HG faz fonksiyonu ile $c = 1.01$ için kritik kalınlıklar.....	38
Çizelge 5.3. Dilim geometride AG faz fonksiyonu ile $c = 1.20$ için kritik kalınlıklar.....	40
Çizelge 5.4 Dilim geometride HG faz fonksiyonu ile $c = 1.20$ için kritik kalınlıklar.....	40
Çizelge 5.5. Dilim geometride AG faz fonksiyonu ile $c = 1.40$ için kritik kalınlıklar.....	42
Çizelge 5.6 Dilim geometride HG faz fonksiyonu ile $c = 1.40$ için kritik kalınlıklar.....	42
Çizelge 5.7. Dilim geometride AG faz fonksiyonu ile $c = 1.60$ için kritik kalınlıklar.....	44
Çizelge 5.8. Dilim geometride HG faz fonksiyonu ile $c = 1.60$ için kritik kalınlıklar.....	44
Çizelge 5.9. Dilim geometride AG faz fonksiyonu ile $c = 1.80$ için kritik kalınlıklar.....	46
Çizelge 5.10. Dilim geometride HG faz fonksiyonu ile $c = 1.80$ için kritik kalınlıklar.....	46
Çizelge 5.11. Dilim geometride AG faz fonksiyonu ile $c = 2.00$ için kritik kalınlıklar.....	48
Çizelge 5.12. Dilim geometride HG faz fonksiyonu ile $c = 2.00$ için kritik kalınlıklar.....	48
Çizelge 5.13. AG faz fonksiyonu için $c = 0.99, 0.98$ ve $0.95$ 'de $P_1$ and $T_1$ yaklaşımlarından elde edilen difüzyon uzunlukları .....	51
Çizelge 5.14. HG faz fonksiyonu için $c = 0.99, 0.98$ ve $0.95$ 'de $P_1$ and $T_1$ yaklaşımlarından elde edilen difüzyon uzunlukları .....	51

Çizelge 5.15. AG faz fonksiyonu için $c = 0.90, 0.80$ ve $0.50$ 'de $P_I$ and $T_I$ yaklaşımlarından elde edilen difüzyon uzunlukları .....	52
Çizelge 5.16. HG faz fonksiyonu için $c = 0.90, 0.80$ ve $0.50$ 'de $P_I$ and $T_I$ yaklaşımlarından elde edilen difüzyon uzunlukları .....	52

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

- $\sigma_S(\Omega, \Omega')$  : Diferansiyel saçılma tesir kesiti
- $\sigma_{sn}$  : Saçılma diferansiyel tesir kesiti
- $\sigma_T$  : Toplam diferansiyel tesir kesiti
- $\sigma_{s0}$  : İzotropik saçılma tesir kesiti
- $\sigma_S^{HG}$  : Henyey-Greenstein (HG) saçılma tesir kesiti
- $\sigma_S^{AG}$  : Alternatif (AG) saçılma tesir kesiti
- $\mu$  : Açı değişkeni ( $\mu = \cos \theta$ ,  $-1 \leq \mu \leq 1$ )
- $\Psi(x, \mu)$  : Nötron açısal akısı
- $P_n(\mu)$  : Legendre Polinomları
- $T_n(\mu)$  : Chebyshev Polinomları
- $D$  : Difüzyon sabiti
- $L$  : Difüzyon uzunluğu
- $v$  : Özdeğer
- $a$  : Kritik yarı kalınlık
- $\phi_N(x)$  : Nötron akı momentleri
- $c$  : Çarpışma başına ortaya çıkan ortalama nötron sayısı

## 1. GİRİŞ

Nükleer enerji bir atomun çekirdeğinde gerçekleşen fisyon reaksiyonları sonucu oluşan bir enerji türüdür. Yüksüz nötronların ağır çekirdeklere bombardımanı sonucunda bu çekirdeklerin parçalanması sağlanabilir ve bu tepkimeye " fisyon " adı verilir. Nükleer fisyon, ilk defa 1938'de Fermi'nin bazı temel çalışmalarından sonra Otto Hahn ve Fritz Strassman tarafından gözlenmiştir. Reaktör içinde meydana gelen fisyon tepkimeleri sonucunda enerji, fisyon ürünleri ve ortalama 2-3 tane nötron salınmaktadır. Fisyon olayında, bir nötronla fisyon yapabilen çekirdek çarpışarak iki veya üç adet nötron açığa çıkartarak iki ya da daha fazla çekirdeğe bölünmektedir. Çarpışma sırasında ağır atom çekirdeği, kendi yapısına bir nötron alır ve hemen hemen eşit kütleli iki parçaya bölünür. Bu arada birkaç nötronla birlikte çok yüksek miktarda enerji açığa çıkar (Tanyel, 1994; Oğul, 1999).

Nükleer reaktör ise, nötron üretimi ile kaçak ve fisyonuz yutulmalar arasında denge sağlamak amacıyla fisyon reaksiyonunu kontrol altında tutan ve çevreye zarar vermeden, gerekli enerjiyi üreten sistemlerdir. Her bir fisyon reaksiyonundan sonra üretilen nötronlar, başka ağır çekirdeklerle çarpışarak onların da bölünmesine yol açar. Bu olay birkaç saniye içinde milyonlarca çekirdeğin bölünmeye uğradığı bir zincirleme fisyon olayı olarak devam eder. Reaksiyonun devamlılığı ise sistemde üretilen nötron miktarı ile doğrudan ilişkilidir. Zincirleme fisyon reaksiyonu, bir nükleer reaktörün davranışına, reaktördeki nötronların sayısına, enerjisine ve konumlarına bağlıdır. Şüphesiz reaktör teorisinin en önemli problemlerinden biri de nötronların reaktör geometrisine bağlı olarak, reaktör içerisindeki nötronların uzaysal dağılımlarının araştırılmasıdır.

Zincirleme fisyon reaksiyonu sonucu kontrolsüz bir enerji üretimi ortaya çıkar, reaktörün kontrolü ortamdaki nötron sayısının kontrolü ile mümkündür. Eğer fisyonun dolaylı nötronların oluşma hızı uranyum yakıtı tarafından yakalanma hızına eşit ise reaktör aynı güçte çalışmaya devam eder. Ortamdaki nötronların sayısı arttıkça güç yükselir, azaldıkça düşer. Ortamda nötron kalmaz ise reaksiyon durur. Bir başka ifade ile eğer nötron sayısı, bir bölünme zincirinden sonra sabit kalıyorsa reaktör 'kritik' durumdadır. Bu durum ise reaktörün güvenli çalışması için istenen bir durumdur. Nötron sayısı peş peşe reaksiyonlar sonucunda azalıyorsa, bu durumda reaktör kritik altı olarak tabir edilir. Bu durumda reaktör sönümlüdür. Eğer nötron sayısı artıyorsa kritik üstü olarak ifade edilir. Bunun için reaktöre kadmiyum veya bordan yapılan ve nötronları soğuran kontrol

çubukları yerleştirilir. Eğer reaktör içindeki enerji artışı kontrol edilemezse, oluşan aşırı ısı reaktörün kalbini eriterek aşırı radyasyon yayınlamasına yol açabilir (Lamarsh, 1977).

Nötronlar çekirdeklerle yaptıkları çarpışmalar sonucunda reaktör içerisinde yayılırlar. Nötronların reaktör içindeki uzaysal dağılımları bir difüzyon olayı olarak düşünülür. Bunun sonucu olarak, reaktörün bir noktasındaki nötronlar, farklı bir noktada, farklı bir enerji ile ortaya çıkabilirler. Yani nötronlar bir konumdan başka bir konuma transfer olabilirler. Nötronların bu davranışları “ Nötron Transport Teori” ‘sinin konusu olmuştur. Nötron Transport Teorisi, yüksüz parçacıkların hareketini açıklamak için, Boltzman Denklemi olarak da bilinen “Lineer Transport Denklemi” kullanır. Bu denklem, reaktör fiziği çalışmalarında sıkça kullanılmasının yanı sıra radyoaktif kaynakların zırhlanması, astrofizik, deniz bilimleri, plazma fiziği, gazların kinetik teorisi gibi birçok alanda kullanılmaktadır (Duderstadt, 1978; Case , 1967).

Nötron transport teorisinde, dilim, küre, silindir geometriler için kritik kalınlık ve yarıçap hesaplamaları dolaylı yünden tesir kesitleri parametrelerinin kullanımı ile yapılır. Buna göre, reaktör fiziğinde önemli parametrelerden biri de tesir kesitleridir. Buna bağlı olarak Nötron transport denklemlerinin çözümünde en önemli faktörlerden biri uygun nötron saçılma fonksiyonunu tanımlamaktır. Genellikle, nötron saçılma fonksiyonu Legendre polinomu cinsinden verilir (Davison,1958). Nötron saçılmasının büyük öneme sahip olduğu birçok durum vardır. Nükleer reaktör fiziğinde bilindiği gibi nötron enerjisi arttıkça ya da etkileşen çekirdek kütlesi arttıkça, nötron saçılması gittikçe anizotropik olur. Bu yüzden, bu gibi durumlarda saçılma olayının ayrıntılı yapısı gerektiği için nötronun dağılımı ile ilgili çalışma daha zor hale gelir (Bülbül 2006).

Nötron Transport Teorisi, nötronların davranışını konuma, açığa, zamana ve hıza bağlı olarak dört değişkene bağlı olarak inceler. Eğer tüm nötronların aynı hıza sahip olduğu varsayılırsa, tek-hızlı grup teorisi yaklaşımı yapılmış olur. Eğer nötronların enerji değişimi de hesaplamalara katılmak istenirse, ortam belli sayıda aralıklara bölünerek çok-hızlı grup teori kullanılır (Bell ve Glasstone, 1972).

Bu çalışmanın amacı ise, nötron transport denkleminde geleneksel olarak kullanılan saçılma faz fonksiyonu yerine, Henyey-Greenstein (1941) ve daha önce Anlı (2007) tarafından birkaç çalışmada kullanılan alternatif (AG) saçılma faz fonksiyonunu kullanarak, lineer saçılımlı bir ortamda daha önce geliştirilen Chebyshev polinomları yaklaşımı ( $T_N$  metodu) ile tek boyutlu dilim geometride Marshak sınır şartları kullanılarak kritik kalınlık hesaplamaları yapılabileceğini göstermektir.

Saçılma tesir kesitinin sistemin kritikliliği üzerine etkileri son derece önemli olup sistemin kritik kalınlıkları bu fonksiyonun parametrelerine bağlı olarak hesaplanacaktır. Hesaplanan kritik yarıçap değerlerinin  $c$  (çarpışma başına oluşan nötron sayısı) ve  $t$  parametrelerine bağlılığı üzerine yorumlara yer verilecektir. Sistem Legendre polinomları ( $P_N$  metodu) ile de çözümlenerek her iki polinom yönteminden elde edilen sonuçlar karşılaştırılacaktır.

## 2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Kritik yarı kalınlık ve kritik yarıçap hesaplamaları için, nötron transport denkleminin Legendre polinomları ile çözülebileceğini ilk olarak Davison, (1958) önermiş ve transport teoride karşılaşılan tekil öz fonksiyonların başlangıç ve sınır değer problemlerinin çözümüne uygulanması yine Davison (1958), tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu gelişmelerin üzerine Case ve Zaweifel (1967), ilk öz değer çalışmalarını yapmışlardır. Dahl ve Sjöstrand (1979), kompleks özdeğerleri kullanarak nötron transport denkleminde ekstrapole uzunluk için nümerik sonuçlar elde etmişlerdir.

Legendre polinomları ile kritik yarı kalınlık ve kritik yarıçap hesaplamalarını geliştirmek için Lee ve Dias (1984), bazı çalışmalar yaptılar. Yaptıkları bu çalışmalarda elde ettikleri sonuçların önceki hesaplamalarda elde edilen sonuçlarla uyumlu olduğunu göstermişlerdir. Yıldız, (2001) tek boyutlu dilim geometride anizotropik saçılmalı durum için Marshak sınır şartlarını kullanarak kritiklik özdeğerlerini küresel harmonikler veya diğer bir adı ile  $P_N$  metodunu kullanarak hesaplamıştır.

Tek boyutlu nötron transport denkleminde Chebyshev polinomları yaklaşımı ilk kez Aspelund (1959) ve Conkie (1959) tarafından uygulanmıştır. Yabushita (1961), yapmış olduğu bir çalışma ile Chebyshev polinomlarının birinci tipi ile durulma sabiti arasındaki ilişkiyi incelemiş ve reaktör kritikliği için gerekli şartları sağladığını ve Chebyshev polinomları yaklaşımından elde ettiği son uzaklık noktası mesafesinin  $P_N$  yönteminden elde edilenlerle uyumlu olduğunu göstermiştir.

Kaşkaş ve ark. (2000) ise sonsuz ortamda Green fonksiyonlarını temel alan tekil özfonksiyonlar yaklaşımını kullanarak dilim ve küresel geometrilerde kritiklik hesaplamaları yapmışlardır. Atalay ve Yıldız (2002), yansıtma katsayılarının önemi üzerine çalıştılar. Elde ettikleri sonuçlar incelendiğinde yansıtma katsayısı arttıkça kritik yarı kalınlığın azaldığı tespit edilmiştir. Atalay (2004), bir başka çalışmasında ise küresel geometri ve yansıtmalı dilim geometride fourier mod analiz yöntemi ile kritik kalınlık hesaplamaları yapmıştır. Sahni ve ark.(2004) ise Atalay'ın (2004), çalışmasını genişleterek yansıtmalı küresel geometride  $P_N$  metodu ile kritik yarı kalınlık hesaplamaları yapmışlardır.

Daha sonraki yıllarda Anlı ve ark. (2006), Chebyshev yaklaşımı kullanılarak dilim geometride kritik kalınlık çalışması sonuçlarının, Legendre polinomu ile uyumlu olduğunu gösterdiler. Öztürk ve ark. (2007),  $T_N$  yaklaşımı kullanarak ileri geri saçılma ile kritik

kalınlık çalışması, Bülbül ve ark. (2008), tek boyutlu dilim geometri problemini Chebyshev polinomlarının 2. Tipini ( $U_N$  metodu) kullanarak kritik kalınlık çalışması ve yine Bülbül ve ark. (2010), yansıtma katsayılarının verimi için nötron transport denkleminde Chebyshev polinomları yaklaşımını uygulayarak kritik kalınlık hesaplamaları yapmışlardır.

Nötron transport denkleminin çözümüne en iyi metodun geliştirilebilmesi için kullanılan farklı polinom yaklaşımları kadar, seçilen saçılma faz fonksiyonunda transport çalışmalarında önemli bir yere sahip olduğu bazı çalışmalarda gösterilmiştir. Örneğin, Kamiuto ve Seki (1987), Legendre polinomu yaklaşımında, Henyey-Greenstein faz fonksiyonunu kullanarak albedo ve asimetri faktörlerini hesaplamıştır. Anlı ve ark. (2005, 2007), yeni bir saçılma faz fonksiyonu tanımlayarak tek boyutlu dilim geometride özdeğer hesaplamaları ve nötron transport denkleminde uygulanabilirliğini göstermişlerdir. Yaşa ve Anlı (2009),  $\sigma_S^{AG}$  saçılma faz fonksiyonunu  $P_N$  metoduna uygulayarak tek boyutlu dilim geometride kritik kalınlık hesaplamaları yapmışlardır.

### 3. MATERYAL VE METOD

#### 3.1. Nötron Transport Denklemi

Nötron transport denklemi genellikle reaktör içinde üretilen nötronlar ile sistemi terk eden nötronların reaktör içindeki davranışını bir başka ifade ile dağılımını inceleyen bir denklemdir. Bu denklem çözüldüğünde sistemin gereksinimlerine paralel olarak, belirli sınır şartlarına bağlı olarak çözümlenmeler yapılmaktadır.

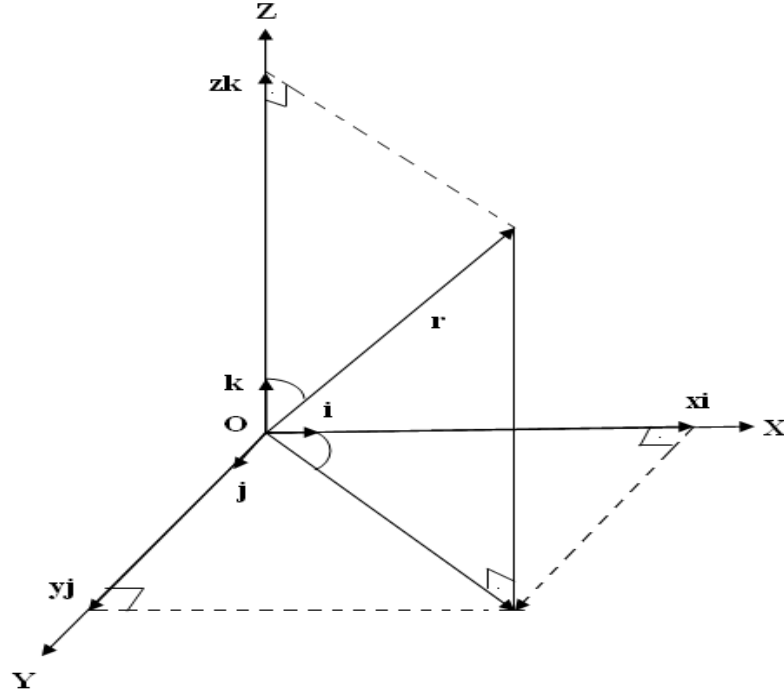
Tek gruplu ve tek boyutta kararlı, zamandan ve dış kaynaktan bağımsız durum için lineer nötron transport denklemi şöyle yazılabilir (Lewis ve Miller, 1984).

$$\mu \frac{d\Psi(x, \mu)}{dx} + \sigma_T \Psi(x, \mu) = \int_{\Omega'} \sigma_S(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}') \Psi(x, \Omega') d\Omega' \quad (3.1)$$

Bu denklemde,  $\Psi(x, \mu)$  nötron açılma akısı,  $\sigma_S(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}')$  diferansiyel saçılma tesir kesitidir. Bu bağıntı Denklem (3.2)'de verilen bağıntı ile gösterilmektedir.

$$\sigma_S(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}')(\mu_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{4\pi} \sigma_{sn} P_n(\mu_0) \quad (3.2)$$

Denklem (3.2)'de verilen diferansiyel saçılma tesir kesiti için  $P_n(\mu_0)$  Legendre polinomlarını,  $\sigma_{sn}$  diferansiyel saçılma tesir kesiti sabitlerini,  $\mu_0 = \cos \theta$  olup nötronun geliş ile saçılma doğrultusu arasındaki açının kosinüsünü belirtmektedir.



Şekil 3.1. Küresel koordinatlar

$\hat{\Omega}$  ve  $\hat{\Omega}'$  birim vektörlerini, küresel koordinat sisteminde ifade edebilmek amacıyla öncelikle Şekil 3.1' deki gibi küresel koordinat sistemi üzerinde bir  $\mathbf{r}$  konum vektörünün bileşenleri göstermek yararlı olacaktır.

En genel hali ile küresel geometride konum vektörü;

$$\mathbf{r} = |\mathbf{r}| \sin\theta \cos\varphi \hat{i} + |\mathbf{r}| \sin\theta \sin\varphi \hat{j} + |\mathbf{r}| \cos\theta \hat{k} \quad (3.3)$$

bağıntısı ile verilmektedir.  $\mathbf{r}$  vektörü doğrultusundaki çarpışma sonrası vektör,

$$\hat{\Omega} = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} = \sin\theta \cos\varphi \hat{i} + \sin\theta \sin\varphi \hat{j} + \cos\theta \hat{k} \quad (3.4)$$

ile gösterilir. Bu birim vektör nötronun hedeften saçıldıktan sonraki yönünü göstermektedir. Benzer şekilde;

$$\mathbf{r}' = |\mathbf{r}'| \sin\theta' \cos\varphi' \hat{i} + |\mathbf{r}'| \sin\theta' \sin\varphi' \hat{j} + |\mathbf{r}'| \cos\theta' \hat{k} \quad (3.5)$$

hedefe geliş doğrultusunu temsil eden konum vektörü olmak üzere,

$$\hat{\Omega}' = \frac{\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'|} = \sin\theta' \cos\varphi' \hat{i} + \sin\theta' \sin\varphi' \hat{j} + \cos\theta' \hat{k} \quad (3.6)$$

ile verilir. Denklem (3.4) ve (3.6)'nın skaler çarpımı  $\mu = \cos\theta$ ,  $\mu' = \cos\theta'$  olmak üzere;

$$\hat{\Omega} \cdot \hat{\Omega}' = \mu_0 = \cos\theta = \mu \cdot \mu' + \sqrt{1 - \mu^2} \sqrt{1 - \mu'^2} \cos(\varphi - \varphi') \quad (3.7)$$

yazılabilir. Legendre polinomlarında kullandığımız addition teoremi ise;

$$P_n(\mu_0) = P_n(\mu)P_n(\mu') + 2 \sum_{m=1}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\mu)P_n^m(\mu') \cos m(\varphi - \varphi') \quad (3.8)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (3.8), Denklem (3.2)' de yerine yazılarak elde edilen  $\sigma_s(\Omega, \Omega')$  saçılma tesir kesiti Denklem (3.1)' de nötron transport eşitliğinde yerine yazılır ve  $[0, 2\pi]$  aralığında  $\varphi'$  üzerinden integrali alındığı zaman tek boyutlu nötron transport denklemi,

$$\mu \frac{d\Psi(x, \mu)}{dx} + \sigma_T \Psi(x, \mu) = \sum_{n=0}^N \frac{2n+1}{2} \sigma_{sn} P_n(\mu) \int_{-1}^1 \Psi(x, \mu') P_n(\mu') d\mu' \quad (3.9)$$

elde edilir.

### 3.2. Saçılma Tesir Kesiti

Parçacık fiziği ve çekirdek fiziğinde nötron saçılma tesir kesiti, gelen nötronun hedef çekirdekle etkileşime girme ihtimalini ifade eder. Tesir kesiti deneysel olarak ölçülebilen ve teorik değerlerle karşılaştırılabilen bir ifade olduğundan nükleer işlemlerin ayrıntılı olarak incelenmesinde kolaylık sağlar. Tesir kesitinin tam olarak bilinmesi, Kritik kalınlık hesaplamaları, reaktör zırhlanma, radyasyon soğurma katsayılarının hesaplanması ve birçok buna benzer uygulamaya imkan sağlamaktadır.

Tesir kesiti için kullanılan standart birim barn'dır. 1 barn  $10^{-28} \text{ m}^2$  veya  $10^{-24} \text{ cm}^2$ 'ye eşittir. Nötron tesir kesiti ve dolayısıyla da etkileşim olasılığı, hedefin türüne, reaksiyonun türüne, gelen nötronun enerjisine bağlıdır. Bu çalışmada nötron transport denklemi ve bu denkleme uygulanan saçılma tesir kesitleri enerjiden bağımsız olarak incelenmiştir.

### 3.3. $\sigma_s^{HG}(\mu_0)$ ve $\sigma_s^{AG}(\mu_0)$ Saçılma Tesir Kesitleri

Konvansiyonel olarak kullanılan saçılma (tesir kesiti) faz fonksiyonu,

$$\sigma_s(\mu_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{4\pi} \sigma_{sn} P_n(\mu_0) \quad (3.10)$$

bağıntısı ile verilmektedir. Bu denklemede  $\mu_0$ ,

$$\mu_0 = \cos \theta = \mu \mu' + \sqrt{1-\mu^2} \sqrt{1-\mu'^2} \cos(\varphi - \varphi') \quad (3.11)$$

olarak temsil edilir.  $\sigma_S^{HG}(\mu_0)$  saçılma faz fonksiyonu;

$$\sigma_S^{HG}(\mu_0) = \frac{\sigma_s(1-t^2)}{4\pi(1-2\mu_0 t+t^2)^{3/2}} \quad (3.12)$$

Denklem (3.12)'de tanımlanmıştır (Henye ve Greenstein, 1941).  $\sigma_S^{AG}(\mu_0)$  alternatif saçılma faz fonksiyonu ise

$$\sigma_S^{AG}(\mu_0) = \frac{\sigma_s}{4\pi(1-2\mu_0 t+t^2)^{1/2}} \quad (3.13)$$

Denklem (3.13)'de tanımlanmıştır (Anlı ve Güngör, 2005). Bu iki faz fonksiyonunda  $\mu_0$  yerine konup,  $\varphi'$  üzerinden  $[0,2\pi]$  aralığında integralleri sırasıyla alınır;  $\sigma_S^{HG}$  faz fonksiyonu ve  $\sigma_S^{AG}$  faz fonksiyonu için,

$$\int_0^{2\pi} \sigma_S^{HG}(\mu_0) d\varphi' = \frac{\sigma_s}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)t^n P_n(\mu) P_n(\mu') \quad (3.14)$$

$$\int_0^{2\pi} \sigma_S^{AG}(\mu_0) d\varphi' = \frac{\sigma_s}{2} \sum_{n=0}^{\infty} t^n P_n(\mu) P_n(\mu') \quad (3.15)$$

Denklem (3.14) ve Denklem (3.15) elde edilir.

$\sigma_S^{HG}(\mu_0)$  ve  $\sigma_S^{AG}(\mu_0)$  saçılma tesir kesitlerinin ortalama saçılma kosinüsü ile ilgili bağıntısı Denklem (3.16)'da gösterilmiştir.

$$\bar{\mu}_0^{HG} = \frac{\int_{-1}^1 \mu_0 \sigma_S^{HG}(\mu_0) d\mu_0}{\int_{-1}^1 \sigma_S^{HG}(\mu_0) d\mu_0} = t \quad \bar{\mu}_0^{AG} = \frac{\int_{-1}^1 \mu_0 \sigma_S^{AG}(\mu_0) d\mu_0}{\int_{-1}^1 \sigma_S^{AG}(\mu_0) d\mu_0} = \frac{t}{3} \quad (3.16)$$

$\sigma_S^{HG}(t, \mu, \mu')$  ve  $\sigma_S^{AG}(t, \mu, \mu')$  saçılma tesir kesitlerinin  $t=0$  ve  $t=\pm 1$  değerleri için bazı özel değerleri ise Denklem (3.17) ve Denklem (3.18)'de sırasıyla verilmiştir.

$$\sigma_S^{HG}(t, \mu, \mu') = \begin{cases} \sigma_s \delta(\mu - \mu'), & t = 1 \\ \sigma_s / 2, & t = 0 \\ \sigma_s \delta(\mu - \mu'), & t = -1 \end{cases} \quad (3.17)$$

$$\sigma_s^{AG}(t, \mu, \mu') = \begin{cases} \frac{\sigma_s K \left( \sqrt{\frac{2\beta}{1-\alpha+\beta}} \right)}{\pi \sqrt{2(1-\alpha+\beta)}}, & t = 1 \\ \sigma_s/2, & t = 0 \\ \frac{\sigma_s K \left( \sqrt{\frac{2\beta}{-1-\alpha+\beta}} \right)}{\pi \sqrt{2(1+\alpha-\beta)}}, & t = -1 \end{cases} \quad (3.18)$$

Bu denklemlerde  $\alpha = \mu\mu'$ ,  $\beta = \sqrt{1-\mu^2}\sqrt{1-\mu'^2}$ ,  $\delta(\mu - \mu')$  Dirac Delta fonksiyonunu, "K" ise eliptik integralin ilk tipini temsil eder.

### 3.4. Legendre Polinomları

Legendre polinomları genellikle yüksek mertebeden değişken katsayılı diferansiyel, integrodiferansiyel ve integrodiferansiyel-fark denklemlerinin yaklaşık çözümlerini bulmak için kullanılırlar. Bu tür ortogonal polinomlar fizik, matematik, mühendislik vb. alanlardaki problemlerin çözümü ve matematik modeller oluşturmak için çok uygundur. Nötron Transport Denkleminin çözümü için yapılan yaklaşım modellerinde, Legendre polinomları en sık kullanılan ortogonal polinomlardan birisidir. Legendre fonksiyonları, Legendre diferansiyel denklemi adı verilen

$$(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + n(n+1)y = 0 \quad (3.19)$$

diferansiyel denkleminin çözümünden doğar. n sayısına verilen tam sayı değerleri ile elde edilen genel çözüm denklemi ise

$$y = c_1 P_n(x) + c_2 Q_n(x) \quad (3.20)$$

şeklinde verilir. Denklem (3.20)'de verilen  $P_n(x)$  birinci tip Legendre polinomu iken  $Q_n(x)$  ikinci tip Legendre polinomlarını göstermektedir (Spiegel, 1994).

Schrödinger dalga denkleminin küresel koordinatlarda değişkenlere ayırma yöntemiyle elde edilen açı değişkenli diferansiyel denklem

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left( \sin \theta \frac{d\theta}{d\theta} \right) + \left( k - \frac{m^2}{\sin^2 \theta} \right) \theta = 0 \quad (3.21)$$

ile verilebilir. Denklem (3.21)'de  $k$  bir sabit,  $m$  de bir tamsayıdır. Bu denklemde  $\mu = \cos \theta$  dönüşümü yapılırsa,

$$(1 - \mu^2) \frac{d^2 \theta}{d\mu^2} - 2\mu \frac{d\theta}{d\mu} + \left( k - \frac{m^2}{\mu^2} \right) = 0 \quad (3.22)$$

olur.  $\theta$  açısı  $[0, \pi]$  aralığında değiştiği için  $\mu$  değişkeni  $[-1, 1]$  aralığında tanımlıdır. Bu denklemin çözümü  $\theta = P_n^m(\mu)$  ile verilmektedir.

$$(1 - \mu^2) \frac{d^2}{d\mu^2} [P_n^m(\mu)] - 2\mu \frac{dP_n^m(\mu)}{d\mu} + \left( k - \frac{m^2}{\mu^2} \right) P_n^m(\mu) \quad (3.23)$$

O halde Denklem (3.22)'nin genel çözümü  $P_n^m(\mu)$  ile gösterilen bağlı Legendre polinomlarıdır. Denklemde  $\mu$  değişkeni  $[-1, 1]$  aralığında,  $n$  indisi  $[0, N]$  aralığında,  $m$  indisi  $[-n, n]$  aralığındadır. Buradaki  $m$  indisi  $m=0$  olduğu zaman denklem “Legendre Diferansiyel Denklemi”, çözümü de  $P_n(\mu)$  ile gösterilen Legendre polinomları olur.

Üreten fonksiyon Legendre polinomlarının tekrarlama bağıntılarını türetmede yararlı bir özelliktir. Birinci tip Legendre polinomları için üreten fonksiyon  $t$ 'nin seriye açılımı ile elde edilen ve Denklem (3.24)'de verilen bağıntı ile tanımlanır (Haseer and Sullivan, 1971).

$$\frac{1}{\sqrt{(1 - 2\mu t^2 + t^2)}} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\mu) t^n \quad (3.24)$$

Legendre polinomları için Rodrigues bağıntısı

$$P_n(\mu) = \frac{1}{2^n n!} \left( \frac{d}{d\mu} \right)^n (\mu^2 - 1)^n \quad (3.25)$$

ile verilmektedir. Ayrıca  $P_n(\mu)$  Legendre polinomlarına ait tekrarlama bağıntısı da

$$(2n + 1)\mu P_n(\mu) = (n + 1)P_{n+1}(\mu) + nP_{n-1}(\mu) \quad (3.26)$$

ile verilmektedir. Legendre polinomlarının  $-1 \leq \mu \leq 1$  aralığında diklik (otogonalite) bağıntısı

$$\int_{-1}^1 P_n(\mu) P_m(\mu) d\mu = \begin{cases} \frac{2}{2n + 1}, & n = m \\ 0, & n \neq m \end{cases} \quad (3.27)$$

Denklem (3.27)'de gösterildiği gibidir. İlk bir kaç Legendre polinomu Çizelge (3,1)'de verilmiştir.

Çizelge 3.1. Birinci Tip Legendre Polinomları (Arfgen ve Weber, 1995)

$$P_0(\mu) = 1$$

$$P_1(\mu) = \mu$$

$$P_2(\mu) = \frac{1}{2}(3\mu^2 - 1)$$

$$P_3(\mu) = \frac{1}{2}(5\mu^3 - 3\mu)$$

$$P_4(\mu) = \frac{1}{8}(35\mu^4 - 30\mu^2 + 3)$$

$$P_5(\mu) = \frac{1}{8}(63\mu^5 - 70\mu^3 + 15\mu)$$

$$P_6(\mu) = \frac{1}{16}(231\mu^6 - 315\mu^4 + 105\mu^2 - 5)$$

$$P_7(\mu) = \frac{1}{16}(429\mu^7 - 693\mu^5 + 315\mu^3 - 35\mu)$$

$$P_8(\mu) = \frac{1}{128}(6435\mu^8 - 12012\mu^6 + 6930\mu^4 - 1260\mu^2 + 35)$$

### 3.5. Legendre Polinomu yaklaşımı ( $P_N$ Yöntemi)

Tek grüplü ve tek boyutlu dilim geometride kaynaktan bağımsız nötron transport eşitliği Denklem (3.28)'de görüldüğü gibi yazılabilir.

$$\mu \frac{d\Psi(x, \mu)}{dx} + \sigma_T \Psi(x, \mu) = \sum_{n=0}^N \frac{2n+1}{2} \sigma_{sn} P_n(\mu) \int_{-1}^1 \Psi(x, \mu') P_n(\mu') d\mu' \quad (3.28)$$

Bu eşitlikteki  $\Psi(x, \mu)$  nötron açısız akı fonksiyonunun tanım aralıkları  $-a \leq x \leq a$ ,  $-1 \leq \mu \leq 1$  ile verilen iki değişkene bağlıdır.  $\sigma_T$  and  $\sigma_s$  sırasıyla toplam ve saçılma diferansiyel tesir kesitleridir. Denklem (3.29)'da verilen  $\Psi(x, \mu)$ , açısız akı fonksiyonu Legendre polinomları cinsinden aşağıdaki denklemlerde verildiği gibi seriye açılabilir;

$$\Psi(x, \mu) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) P_n(\mu) \Phi_n(x) \quad (3.29)$$

Burada  $\Phi_n(x)$ ' ler akı momentleridir.  $\Phi_n(x)$  akı momentleri Denklem (3.30) ile temsil edilir.

$$\Phi_n(x) = \int_{-1}^{+1} \Psi(x, \mu) P_n(\mu) d\mu, \quad -a < x < a \quad (3.30)$$

$n=0$  ve  $n=1$  için sırası ile

$$\Phi_0(x) = \int_{-1}^{+1} \Psi(x, \mu) d\mu \quad (3.31)$$

$$\Phi_1(x) = \int_{-1}^{+1} \mu \Psi(x, \mu) d\mu \quad (3.32)$$

bağıntıları elde edilir. Denklem (3.31) toplam nötron akısını ve Denklem (3.32) ise  $x$  noktasındaki nötron akımını temsil etmektedir.

Denklem (3.29)'u Denklem (3.28)'de kullanarak yapacağımız çözümlmeye Legendre polinomları yaklaşımı, ya da başka bir deyişle  $P_N$  metodu denir. Denklem (3.29)'u, Denklem (3.28)'de yerine yazıldıktan sonra elde edilen yeni eşitlikte  $P_N$  yaklaşımına göre ilk olarak, Denklem (3.26)'da tanımlanan tekraralama bağıntısı ve Denklem (3.27)'de tanımlanan Legendre polinomlarına ait diklik (ortogonalite) bağıntısı dikkate alınarak eşitliğin her iki yanını  $P_m(\mu)$  ile çarpılıp  $\mu$  üzerinden  $[-1,1]$  aralığında,  $n = 0,1,2,3 \dots$  gibi değerler verilerek integralleri alınır,  $P_0(\mu), P_1(\mu), P_2(\mu), P_3(\mu) \dots$  gibi yaklaşımlara ait  $\Phi_n(x)$  akı momentleri için diferansiyel denklemler elde edilir.

$$\frac{d\Phi_1(x)}{dx} + \sigma_T \Phi_0(x) = \sigma_s \Phi_0(x), \quad \rightarrow P_0(\mu) \text{ yaklaşımı} \quad (3.33a)$$

$$\frac{d\Phi_0(x)}{dx} + 2 \frac{d\Phi_2(x)}{dx} + 3\sigma_T \Phi_1(x) = 0, \quad \rightarrow P_1(\mu) \text{ yaklaşımı} \quad (3.33b)$$

$$2 \frac{d\Phi_1(x)}{dx} + 3 \frac{d\Phi_3(x)}{dx} + 5\sigma_T \Phi_2(x) = 0, \quad \rightarrow P_2(\mu) \text{ yaklaşımı} \quad (3.33c)$$

Denklem (3.33)' de  $P_2(\mu)$ 'ye kadar akı momentleri ile ilgili diferansiyel denklemler verilmiştir. Elde ettiğimiz bu akı momentlerine göre genel bir ifade türetilecek olursa;

$$(n + 1) \frac{d\Phi_{n+1}(x)}{dx} + n \frac{d\Phi_{n-1}(x)}{dx} + \sigma_T(2n + 1) \Phi_n(x) = \sigma_S \Phi_0(x) \delta_{n0}, \quad (3.34)$$

Denklem (3.34) elde edilir ve burada  $\delta_{nm}$  sembolü Kroniker Delta olarak adlandırılır. Bu denklemin özelliği,

$$\delta_{nm} = \begin{cases} 1, & n = m \\ 0, & n \neq m \end{cases} \quad (3.35)$$

Denklem (3.35)'de gösterilmiştir.  $n = 1$  için ( $P_1$  yaklaşımı) bir başka deyişle Denklem (3.33b)'de  $\Phi_2(x) = 0$  alınır ve  $\Phi_1(x)$  denklemden çekilir ise

$$\Phi_1(x) = - \frac{1}{3\sigma_T} \frac{d\Phi_0(x)}{dx} \quad (3.36)$$

Denklem (3.36) elde edilir. Elde edilen bu denklem, Denklem (3.33a)'da kullanırsa,

$$\frac{d^2 \Phi_0(x)}{dx^2} - 3\sigma_T(1 - c) \Phi_0(x) = 0, \quad c = \sigma_S/\sigma_T \quad (3.37)$$

kaynaksız difüzyon denklemini elde ederiz. Bu yaklaşıma göre ( $P_1$  yaklaşımı) difüzyon sabiti ve difüzyon uzunluğu için sırası ile

$$D = \frac{1}{3\sigma_T}, \quad L = \frac{1}{\sigma_T \sqrt{3(1 - c)}} \quad (3.38)$$

bağıntıları olarak elde edilebilir. Bu bağıntının Fick's kanunu ile olan ilişkisi Bölüm 3.5.1.1'de ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

Denklem (3.34)'den da anlaşılacağı üzere,  $n = 0, 1, 2, 3 \dots, N$  olmak üzere  $N + 1$  tane  $\Phi_n(x)$  akı momentine ait denklem elde edilir. Denklem (3.34)'de verilen genel ifadeyi denklemin özfonksiyonlarına ve  $v$  özdeğerlerini bağlı olarak elde etmek için;

$$\Phi_n(x) = G_n(v) \exp(\sigma_T x / v) \quad (3.39)$$

çözümü önerilebilir. Çözüm önerimizi Denklem (3.34)'de yerine koyarsak tüm  $G_n(v)$  özfonksiyonları için analitik ifadeler türetebiliriz.

$$(n + 1)G_{n+1}(v) + nG_{n-1}(v) + (2n + 1)vG_n(v) - vcG_0(v)\delta_{n0} = 0, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (3.40)$$

Burada,  $c = \sigma_s / \sigma_T$  ve  $\nu$  özfonksiyona bağlı olarak ortaya çıkan özdeğerlerdir.  $G_0(\nu) = 1$ , olmak üzere,  $G_n(\nu)$  özfonksiyonları için analitik ifadeler bulunur.

$$G_0(\nu) = 1 \quad (3.41)$$

$$G_1(\nu) = \nu(c - 1) \quad (3.42)$$

$$G_2(\nu) = \frac{3\nu^2(1 - c) - 1}{2} \quad (3.43)$$

$G_{n+1}(\nu) = 0$  denklemi çözülerek  $\nu$  özdeğerleri bulunabilir. Örneğin,  $n = 1$  için Denklem (3.43)'de  $G_2(\nu) = 0$ 'a eşitlenir ve denklemden  $\nu$  değeri çekilirse,

$$\nu = \pm \frac{1}{\sqrt{3(1 - c)}} \quad (3.44)$$

Denklem (3.44)'de  $P_1(\mu)$  yaklaşımına göre  $\nu$  özdeğerleri bulunmuştur.  $P_2(\mu)$ ,  $P_3(\mu)$ ,  $P_4(\mu)$  yaklaşımları yaparak farklı  $\nu$  özdeğerleri bulmak mümkündür.

### 3.5.1. $\sigma_s^{HG}(\mu_0)$ Tesir Kesiti ile $P_N$ Yaklaşımı

Tek gruplu ve tek boyutta kararlı durum için nötron transport denklemini  $\sigma_s^{HG}(\mu_0)$

$$\mu \frac{d\Psi(x, \mu)}{dx} + \sigma_T \Psi(x, \mu) = \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} \sigma_s^{HG}(\mu_0) \Psi(x, \mu') d\mu' d\varphi' \quad (3.45)$$

saçılma tesir kesiti için Denklem (3.45)'de yeniden düzenledikten sonra bu denklemde  $\varphi'$  üzerinden integral alınıp,  $x \rightarrow \left(\frac{\nu z}{\sigma_T}\right)$  dönüşümü yapılırsa,

$$\mu \frac{d\Psi^{HG}(z, \mu)}{dz} + \nu \Psi^{HG}(z, \mu) = \frac{\nu c}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (2n + 1) t^n P_n(\mu) \int_{-1}^1 \Psi^{HG}(z, \mu') P_n(\mu') d\mu' \quad (3.46)$$

Denklem (3.46) elde edilir. HG faz fonksiyonuna göre yeniden düzenlediğimiz bu denklemde önce Denklem (3.47)'de gösterilen açılmalık yerine yazılır

$$\Psi^{HG}(z, \mu) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (2n + 1) P_n(\mu') \Phi_n(z) \quad (3.47)$$

daha sonra Legendre polinomlarına ait diklik bağıntısı kullanılırsa,

$$\mu \frac{d\Psi^{HG}(z, \mu)}{dz} + v\Psi^{HG}(z, \mu) = \frac{vc}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) t^n P_n(\mu) \Phi_n(z) \quad (3.48)$$

Denklem (3.48) elde edilir.

Legendre yaklaşımında anlatıldığı gibi denklemin her iki yanını  $P_m(\mu)$  ile çarpılıp  $\mu$  üzerinden  $[-1,1]$  aralığında, diklik (ortogonalite) bağıntısı dikkate alınarak  $n = 0,1,2,3 \dots$  gibi değerler vererek integrali alınır,  $P_0(\mu), P_1(\mu), P_2(\mu), P_3(\mu) \dots$  gibi yaklaşımlara ait  $\Phi_n(z)$  akı momentleri elde edilir. Henyey-Greenstein faz fonksiyonuna göre düzenlenen transport denklemini  $P_2(\mu)$  yaklaşımına kadar incelenecek olursa şu akı momentleri elde edilir.

$$\frac{d\Phi_1(z)}{dz} + v\Phi_0(z) = vc\Phi_0(z), \quad \rightarrow P_0(\mu) \text{ yaklaşımı} \quad (3.49a)$$

$$2\frac{d\Phi_2(z)}{dz} + \frac{d\Phi_0(z)}{dz} + 3v\Phi_1(z) = vc(3t\Phi_1(z)), \quad \rightarrow P_1(\mu) \text{ yaklaşımı} \quad (3.49b)$$

$$3\frac{d\Phi_3(z)}{dz} + 2\frac{d\Phi_1(z)}{dz} + 5v\Phi_2(z) = vc(5t^2\Phi_2(z)), \quad \rightarrow P_2(\mu) \text{ yaklaşımı} \quad (3.49c)$$

Elde ettiğimiz bu akı momentlerine göre genel bir ifade türetilecek olursa;

$$(n+1)\frac{d\Phi_{n+1}(z)}{dz} + n\frac{d\Phi_{n-1}(z)}{dz} + (2n+1)v\Phi_n(z) = vc((2n+1)t^n\Phi_n(z)), \quad (3.50)$$

elde edilir ve bu genel denklem için bir çözüm önerilir. Bu önerimiz  $P_N$  yönteminde de gösterildiği üzere  $\Phi_n(z) = G_n(v, t)e^z$  çözümü olacaktır. Uygulanan çözüm önerisinden sonra, tüm  $G_n(v)$  özfonksiyonları için analitik ifadeler türetilebilir.

$$G_1(v) + vG_0 = vcG_0 \quad (3.51)$$

$$2G_2(v) + 3vG_1(v) + G_0(v) = vc(3tG_1(v)) \quad (3.52)$$

$$3G_3(v) + 5vG_2(v) + 2G_1(v) = vc(5t^2G_2(v)) \quad (3.53)$$

$G_{n+1}(v) = 0$  denklemi çözülerek  $v$  özdeğerleri bulunabilir. Örneğin, Denklem (3.52)'de  $G_2(v) = 0$  alınır ve denklemden  $v$  değeri çekilirse,  $P_1(\mu)$  yaklaşımına ait  $v$  özdeğerleri,

$$v = \pm \frac{1}{\sqrt{3(1-ct)(1-c)}} \quad (3.54)$$

olarak bulunur.

### 3.5.1.1. $\sigma_S^{HG}(\mu_0)$ Tesir Kesiti ile Difüzyon Yaklaşımı

Bölüm 3.5'de  $P_N$  yaklaşımında,  $n = 1$  durumunun difüzyon yaklaşımına eşdeğer olduğunu göstermiştik. HG faz fonksiyonunu kullanarak düzenlediğimiz nötron transport denkleminin  $P_N$  yaklaşım yöntemiyle çözümünden elde edilen akı momentleri,  $n = 1$  için ( $P_1$  yaklaşımı)  $\Phi_2(x) = 0$  olur. İlk düzenlenen deklemden yapmış olduğumuz  $x \rightarrow \left(\frac{vz}{\sigma_T}\right)$  yerine Denklem (3.49)'da  $z \rightarrow \left(\frac{\sigma_T x}{v}\right)$  dönüşümü ile denklemi ilk haliyle düzenler ve Denklem (3.49b)'de  $\Phi_1(x)$  çekilirse,

$$\Phi_1(x) = \frac{1}{3\sigma_T(ct-1)} \frac{d\Phi_0(x)}{dx} \quad (3.55)$$

bağıntısı elde edilir. Bu bağıntı yaygın olarak Fick's kanunu olarak bilinir. Genel geometride nötron akımı ile nötron skaler akısı arasındaki ilişki

$$\vec{J}(\vec{r}) = -D\vec{\nabla}\Phi(\vec{r}) \quad (3.56)$$

şeklinde tanımlanır. Burada  $D$  difüzyon katsayısıdır. Denklem (3.56) tek boyut için Denklem (3.55)'e eşdeğerdir. Denklem (3.55) Denklem (3.49a)'da kullanılırsa,

$$\frac{d^2\Phi_0(x)}{dx^2} - 3\sigma_T^2(1-ct)(1-c)\Phi_0(x) = 0 \quad (3.57)$$

kaynaksız difüzyon denklemini elde edilir. Denklem (3.57) Fick's kanuna göre düzenlenir ise ,

$$\frac{d^2\Phi_0(x)}{dx^2} - \frac{1}{L^2}\Phi_0(x) = 0 \quad (3.58)$$

Difüzyon sabiti ve difüzyon uzunluğu için sırası ile

$$D = \frac{1}{\sigma_T\sqrt{3}}, \quad L = \frac{1}{\sigma_T\sqrt{3(1-ct)(1-c)}} \quad (3.59)$$

eşitlikleri elde edilir.

### 3.5.2. $\sigma_s^{AG}(\mu_0)$ Tesir Kesiti ile $P_N$ Yaklaşımı

Tek gruplu ve tek boyutta kararlı durum için nötron transport denklemini  $\sigma_s^{AG}(\mu_0)$

$$\mu \frac{d\Psi(x, \mu)}{dx} + \sigma_T \Psi(x, \mu) = \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} \sigma_s^{AG}(\mu_0) \Psi(x, \mu') d\mu' d\varphi' \quad (3.60)$$

saçılma tesir kesiti için Denklem (3.60)'da yeniden düzenledikten sonra bu denklemde  $\varphi'$  üzerinden integral alınıp,  $x \rightarrow \left(\frac{vz}{\sigma_T}\right)$  dönüşümü yapılırsa

$$\mu \frac{d\Psi^{AG}(z, \mu)}{dz} + v\Psi^{AG}(z, \mu) = \frac{vc}{2} \sum_{n=0}^{\infty} t^n P_n(\mu) \int_{-1}^1 \Psi^{AG}(z, \mu') P_n(\mu') d\mu' \quad (3.61)$$

Denklem (3.61) elde edilir. AG faz fonksiyonuna göre yeniden düzenlediğimiz bu denklemde önce Denklem (3.47)'de gösterilen Legendre polinomuna ait açılmalı Denklem (3.61)'de yerine yazılır ve Legendre polinomlarına ait diklik bağıntısı kullanılırsa,

$$\mu \frac{d\Psi^{AG}(z, \mu)}{dz} + v\Psi^{AG}(z, \mu) = \frac{vc}{2} \sum_{n=0}^{\infty} t^n P_n(\mu) \Phi_n(z) \quad (3.62)$$

elde edilir. Daha sonra Legendre polinomu yaklaşımında anlatıldığı gibi denklemin her iki yanını  $P_m(\mu)$  ile çarpılıp  $\mu$  üzerinden  $[-1, 1]$  aralığında, diklik (ortogonalite) bağıntısı dikkate alınarak  $n = 0, 1, 2, 3 \dots$  gibi değerler vererek integrali alınırsa,  $P_0(\mu)$ ,  $P_1(\mu)$ ,  $P_2(\mu)$ ,  $P_3(\mu) \dots$  gibi yaklaşımlara ait  $\Phi_n(z)$  akı momentleri elde edilir.  $\sigma_s^{AG}(\mu_0)$  faz fonksiyonuna göre düzenlenen transport denklemini  $P_2(\mu)$  yaklaşımına kadar incelenecek olursa şu akı momentleri elde edilir.

$$\frac{d\Phi_1(z)}{dz} + v\Phi_0(z) = vc\Phi_0(z), \quad \rightarrow P_0(\mu) \text{ yaklaşımı} \quad (3.63a)$$

$$2\frac{d\Phi_2(z)}{dz} + \frac{d\Phi_0(z)}{dz} + 3v\Phi_1(z) = vc(t\Phi_1(z)), \quad \rightarrow P_1(\mu) \text{ yaklaşımı} \quad (3.63b)$$

$$3\frac{d\Phi_3(z)}{dz} + 2\frac{d\Phi_1(z)}{dz} + 5v\Phi_2(z) = vc(t^2\Phi_2(z)), \quad \rightarrow P_2(\mu) \text{ yaklaşımı} \quad (3.63c)$$

Elde ettiğimiz bu akı momentlerine göre genel bir ifade türetilecek olursa;

$$(n + 1) \frac{d\Phi_{n+1}(z)}{dz} + n \frac{d\Phi_{n-1}(z)}{dz} + (2n + 1)v\Phi_n(z) = vc(t^n \Phi_n(z)) \quad (3.64)$$

elde edilir ve elde edilen bu genel denklem için bir çözüm önerilir, bu çözüm önerisi daha önceki bölümlerde de kullanıldığı üzere  $\Phi_n(z) = G_n(v, t)e^z$  şeklinde olacaktır. Uygulanan çözüm önerisinden sonra, elde edilen tüm  $G_n(v)$  özfonksiyonları için analitik ifadeler türetebilir.

$$A_1(v) + vA_0 = vcA_0 \quad (3.65)$$

$$2A_2(v) + 3vA_1(v) + A_0(v) = vctA_1(v) \quad (3.66)$$

$$3A_3(v) + 5vA_2(v) + 2A_1(v) = vc(t^2A_2(v)) \quad (3.67)$$

$A_{n+1}(v) = 0$  denklemi çözülerek  $v$  özdeğerleri bulunabilir. Örneğin,  $n = 1$  için Denklem (3.66)'de  $A_2(v) = 0$ 'a eşitlenir ve denklemden  $v$  değeri çekilirse  $P_1(\mu)$  yaklaşımına ait,  $v$  özdeğerleri,

$$v = \pm \frac{1}{\sqrt{(ct - 3)(c - 1)}} \quad (3.68)$$

olarak bulunur.

### 3.5.2.1. $\sigma_S^{AG}(\mu_0)$ Tesir Kesiti ile Difüzyon Yaklaşımı

$P_I$  yaklaşımı ( $n = 1$ ) durumunun difüzyon yaklaşımına eşdeğer olduğunu bölüm 3.5 ve 3.5.1.1'de göstermiştik. Bu defa AG faz fonksiyonu ve  $P_I$  yaklaşım yöntemiyle nötron transport denkleminin çözümünden elde edilen akı momentleri ile difüzyon yaklaşımdan elde edilen difüzyon sabiti ve difüzyon uzunluklarını inceleyeceğiz.  $n = 1$  için  $\Phi_2(x) = 0$  olacağından Denklem (3.63)'de  $z \rightarrow \left(\frac{\sigma_T x}{v}\right)$  dönüşümü ile denklemi ilk haliyle düzenler ve Denklem (3.63b)'de  $\Phi_1(x)$  çekilirse,

$$\Phi_1(x) = \frac{1}{\sigma_T(ct - 3)} \frac{d\Phi_0(x)}{dx} \quad (3.69)$$

Denklem (3.69) elde edilir ve bu denklem, Denklem (3.63a)'da kullanılırsa,

$$\frac{d^2 \Phi_0(x)}{dx^2} - \sigma_T^2(3 - ct)(1 - c)\Phi_0(x) = 0 \quad (3.70)$$

kaynaksız difüzyon bağıntısı elde edilebilir. Denklem (3.70), Fick's kanununa göre düzenlenirse,

$$\frac{d^2 \Phi_0(x)}{dx^2} - \frac{1}{L^2} \Phi_0(x) = 0 \quad (3.71)$$

Difüzyon sabiti ve difüzyon uzunluğu için sırası ile

$$D = \frac{1}{\sigma_T}, \quad L = \frac{1}{\sigma_T \sqrt{(3 - ct)(1 - c)}} \quad (3.72)$$

eşitlikleri elde edilir.

### 3.6. Chebyshev Polinomları

Chebyshev polinomları ve Legendre polinomları, Gegenbauer polinomlarının özel durumlarıdır. Her ikisi de değişken katsayılı diferansiyel, integral, integrodiferansiyel ve integrodiferansiyel-fark denklemlerinin yaklaşık çözümlerini bulmak için sıklıkla kullanılır. Nümerik analizde çok önemli bir yere sahiptirler. Chebyshev polinomları, Legendre polinomları gibi fizik, matematik, mühendislik, vb. alanlardaki problemlerin çözümü için matematik modeller oluşturmanın yanı sıra sayısal analizin her alanında yoğun bir şekilde kullanılmaktadır. Chebyshev polinomlarını veren diferansiyel denklem,

$$(1 - \mu^2) \frac{d^2 y}{d\mu^2} - \mu \frac{dy}{d\mu} + n^2 y = 0 \quad (3.73)$$

şeklindedir. Bu denklemde  $\mu = \cos \theta$  alırsak denklem

$$\frac{d^2 y}{d\theta^2} + n^2 y = 0 \quad (3.74)$$

şeklini alır ve genel çözümü

$$y = A \cos n\theta + B \sin n\theta \quad (3.75)$$

veya

$$y = A \cos (n \cos^{-1} \mu) + B \sin(n \cos^{-1} \mu) \quad |\mu| \leq 1 \quad (3.76)$$

ve sonuç olarak

$$y = A T_n(x) + B U_n(x) \quad |x| \leq 1 \quad (3.77)$$

elde edilir. Bu diferansiyel denklemin iki bağımsız çözümü vardır . Bu iki bağımsız çözüm sırası ile Chebyshev polinomları I. ve II. tip olarak bilinirler.

I. ve II. tip olarak adlandırılan seri çözümleri;

$$T_n(\mu) = \sum_{m=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} \frac{(-1)^m n!}{(n-2m)!(2m)!} (1-\mu^2)^m \mu^{n-2m}, \quad (3.78)$$

$$U_n(\mu) = \sum_{m=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} (-1)^m \frac{(n-m)!}{m!(n-2m)!} (2\mu)^{n-2m}, \quad (3.79)$$

Chebyshev polinomlarında üretme fonksiyonu,  $\frac{1}{(1-2\mu t^2+t^2)^\lambda}$  şeklindeki bir bağıntıda  $t$ 'nin seri açılımı ile elde edilir. Gegenbauer polinomları için genel olarak üretme fonksiyonu (Arfgen ve Weber, 1995),

$$\frac{1}{(1-2\mu t^2+t^2)^\lambda} = \sum_{n=0}^{\infty} C_n^\lambda(\mu) t^n \quad (3.80)$$

ile tanımlanmaktadır. Legendre ve Chebyshev polinomları Gegenbauer polinomlarının özel halleridir. Denklem (3.80)'de  $\lambda = 1/2$  alınırsa Legendre polinomunun üretme fonksiyonu elde edilir. Eğer  $\lambda = 0$  ve  $\lambda = 1$  özel limit değerleri alınırsa sırasıyla Chebyshev polinomlarının her iki tipine ait üretme fonksiyonları elde edilir.

I.tip Chebyshev polinomu  $T_n(\mu)$ ' yü

$$T_n(\mu) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ \frac{n}{2} C_n^0(\mu), & n > 0 \end{cases} \quad (3.81)$$

olarak tanımlarız.  $\lambda = 0$  için I.tip Chebyshev polinomu  $T_n(\mu)$  üretme fonksiyonu ise,

$$\frac{1-t^2}{(1-2\mu t^2+t^2)} = T_0(\mu) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} T_n(\mu) t^n, \quad -1 \leq \mu \leq 1, -1 \leq t \leq 1 \quad (3.82)$$

olarak bulunur.

I.tip Chebyshev polinomu için Rodrigues, türev ve tekraralama bağıntıları sırasıyla

$$T_n(\mu) = \frac{(-1)^n \pi^{1/2} (1-\mu^2)^{1/2}}{2^n \left(n - \frac{1}{2}\right)!} \frac{d^n}{d\mu^n} [(1-\mu^2)^{n-1/2}] \quad (3.83)$$

$$(1 - \mu^2) \frac{dT_n(\mu)}{d\mu} = -n\mu T_n(\mu) + nT_{n-1}(\mu) = \frac{n}{2} [T_{n-1} - T_{n+1}] \quad (3.84)$$

$$T_{n+1}(\mu) + T_{n-1}(\mu) = 2\mu T_n(\mu) \quad (3.85)$$

ile verilir. Chebyshev polinolarına ait bazı özellikler ise şöyledir.

$$T_n(1) = 1 \quad (3.86)$$

$$T_n(-1) = (-1)^n \quad (3.87)$$

$$T_{2n+1}(0) = 0 \quad (3.88)$$

$$T_n(\mu) = (-1)^n T_n(-\mu) \quad (3.89)$$

Üretim ve tekrarlama bağıntılarından faydalanarak ilk bir kaç Chebyshev polinomları Çizelge (3.2)'de gösterilmiştir.

Çizelge 3.2. I.tip Chebyshev Polinomları

---


$$T_0(\mu) = 1$$

$$T_1(\mu) = \mu$$

$$T_2(\mu) = 2\mu^2 - 1$$

$$T_3(\mu) = 4\mu^3 - 3\mu$$

$$T_4(\mu) = 8\mu^4 - 8\mu^2 + 1$$

$$T_5(\mu) = 16\mu^5 - 20\mu^3 + 5\mu$$

$$T_6(\mu) = 32\mu^6 - 48\mu^4 + 18\mu^2 - 1$$

$$T_7(\mu) = 64\mu^7 - 112\mu^5 + 56\mu^3 - 7\mu$$

$$T_8(\mu) = 128\mu^8 - 256\mu^6 + 160\mu^4 - 32\mu^2 + 1$$


---

I.tip Chebyshev polinomu  $T_n(\mu)$  için ortogonalite (diklik) bağıntısı,

$$\int_{-1}^1 T_m(\mu) T_n(\mu) (1 - \mu^2)^{-1/2} d\mu = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ \pi/2, & m = n \neq 0 \\ \pi, & m = n = 0 \end{cases} \quad (3.90)$$

ile verilir burada  $(1 - \mu^2)^{-1/2}$  Chebyshev polinomunun ağırlık fonksiyonudur.

Polinomun bu özelliği verilen bir  $f(\mu)$  fonksiyonunu Chebyshev polinomları cinsinden seriye açmada kullanılır.

$$f(\mu) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n T_n(\mu) \quad (3.91)$$

Denklem (3.91)'in her iki tarafı;  $\frac{T_m(\mu)}{\sqrt{(1-\mu^2)}}$  ile çarpılıp sonuç denklemin  $[-1,1]$  aralığında integrali alındığında  $C_n$  katsayıları belirlenir.

$$C_n = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 f(\mu) T_n(\mu) (1 - \mu^2)^{-1/2} d\mu \quad (3.92)$$

$$C_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 f(\mu) (1 - \mu^2)^{-1/2} d\mu \quad (3.93)$$

### 3.7. Chebyshev Polinomu Yaklaşımı ( $T_N$ Yaklaşımı)

Bu yöntemde, tek gruplu ve tek boyutlu dilim geometride kaynaktan bağımsız nötron transport denklemindeki Denklem (3.94) ile verildiğini daha önceki bölümlerde göstermiştik.

$$\mu \frac{d\Psi(x, \mu)}{dx} + \sigma_T \Psi(x, \mu) = \frac{\sigma_{S0}}{2} \int_{-1}^1 \Psi(x, \mu') d\mu' \quad (3.94)$$

$T_N$  yaklaşımına göre, Denklem (3.95)'de verilen  $\Psi(x, \mu)$  açılmal akı fonksiyonu I. tip Chebyshev polinomları cinsinden seriye açılır;

$$\Psi(x, \mu) = \frac{\Phi_0(x)}{\pi\sqrt{1-\mu^2}} T_0(\mu) + \frac{2}{\pi\sqrt{1-\mu^2}} \sum_{m=0}^{\infty} T_m(\mu) \Phi_m(x), \quad (-1 \leq \mu \leq 1) \quad (3.95)$$

Bu denklemde verilen  $\Phi_0(x)$ ,  $\Phi_m(x)$  akı momentleridir. Denklem (3.95)'yi Denklem (3.94)'de kullanarak yapacağımız çözümlmeye Chebyshev polinomu yaklaşımı, yada başka bir deyişle  $T_N$  metodu denir. Chebyshev polinomları için tekrarlı ve ortogonalite (diklik) bağıntıları sırasıyla,

$$2\mu T_n(\mu) = T_{n+1}(\mu) + T_{n-1}(\mu) \quad (3.96)$$

$$\int_{-1}^1 \frac{T_n(\mu) T_m(\mu)}{\sqrt{(1-\mu^2)}} d\mu = \begin{cases} 0, & n \neq m \\ \frac{\pi}{2}, & n = m \neq 0 \\ \pi, & n = m = 0 \end{cases} \quad (3.97)$$

Denklem (3.96) ve Denklem (3.97) ile verilmektedir. Denklem (3.95), nötron transport denkleminde yerine yazıldıktan sonra elde edilen yeni eşitlikte önce Denklem (3.96)'da tanımlanan tekrarlı bağıntısı kullanılır. Daha sonra da eşitliğin her iki yanını  $T_m(\mu)$  ile çarpılıp  $\mu$  üzerinden  $[-1,1]$  aralığında, Denklem (3.97)'de tanımlanan Chebyshev polinomlarına ait diklik (ortogonalite) bağıntısı dikkate alınarak  $n = 0,1,2,3 \dots$  gibi değerler verilerek integralleri alınır,  $T_0(\mu), T_1(\mu), T_2(\mu), T_3(\mu) \dots$  gibi yaklaşımlara ait  $\Phi_n(x)$  akı momentleri elde edilir Denklem (3.98)'de  $T_1(\mu)$  yaklaşımına kadar akı momentleri ile ilgili diferansiyel denklemler elde edilmiştir.

$$\frac{d\Phi_1(x)}{dx} + \sigma_T \Phi_0(x) = \sigma_{S0} \Phi_0(x) \quad \rightarrow T_0(\mu) \text{ yaklaşımı} \quad (3.98a)$$

$$\frac{d\Phi_0(x)}{dx} + \frac{d\Phi_2(x)}{dx} + 2\sigma_T \Phi_1(x) = 0 \quad \rightarrow T_1(\mu) \text{ yaklaşımı} \quad (3.98b)$$

Elde ettiğimiz bu akı momentlerine göre genel bir ifade türetilerek, Denklem (3.99) elde edilir;

$$\frac{d\Phi_{(n-1)}(x)}{dx} + \frac{d\Phi_{(n+1)}(x)}{dx} + 2\sigma_T \Phi_n(x) = \frac{(1 + (-1)^n)}{1 - n^2} \sigma_{S0} \Phi_0(x), \quad n \geq 2 \quad (3.99)$$

Denklem (3.99)'daki genel denklem sistemini, deklemin özfonksiyonlarına ve  $v$  özdeğerlerini bağlı olarak elde etmek için;

$$\Phi_n(x) = A_n(v) \exp(\sigma_T x / v), \quad -a \leq x \leq a \quad (3.100)$$

(3.100)'de tanımlanan eşitlik önerilebilir. Çözüm önerimizi Denklem (3.99)'da yerine koyarsak tüm  $A_n(v)$  özfonksiyonları için analitik ifadeler türetebiliriz.

$$A_0(v) = 1 \quad (3.101)$$

$$A_1(v) = -v(1-c)A_0(v) \quad (3.102)$$

$$A_2(v) = (2v^2(1-c)-1)A_0(v) \quad (3.103)$$

ve genel olarak Denklem (3.104)'ü elde edebiliriz.

$$A_{n+1}(v) + 2vA_n(v) + A_{n-1}(v) = -\frac{(1+(-1)^n)}{n^2-1}vcA_0(v), \quad n \geq 2 \quad (3.106)$$

Burada,  $c = \sigma_s / \sigma_T$  ve  $v$  özfonksiyona bağlı olarak ortaya çıkan özdeğerlerdir.  $A_{n+1}(v) = 0$  denklemi çözülerek  $v$  özdeğerleri bulunabilir. Örneğin,  $n = 1$  için Denklem (3.103)'de  $A_2(v) = 0$ 'a eşitlenir ve denklemden  $v$  değeri çekilirse, Denklem (3.105) elde edilir.

$$v = \pm \frac{1}{\sqrt{2(1-c)}} \quad (3.105)$$

### 3.7.1. $\sigma_s^{HG}(\mu_0)$ Tesir Kesiti ile $T_N$ Yaklaşımı

Tek gruplu ve tek boyutta kararlı durum için nötron transport denklemini  $\sigma_s^{HG}(\mu_0)$  saçılma tesir kesiti için yeniden düzenlersek,

$$\mu \frac{d\Psi(x, \mu)}{dx} + \sigma_T \Psi(x, \mu) = \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} \sigma_s^{HG}(\mu_0) \Psi(x, \mu') d\mu' d\varphi' \quad (3.106)$$

Denklem (3.106) elde edilir ve bu denklemde  $\varphi'$  üzerinden integral alınıp,  $x \rightarrow \left(\frac{vz}{\sigma_T}\right)$  dönüşümü yapılırsa,

$$\begin{aligned} \mu \frac{d\Psi(z, \mu)}{dz} + v\Psi(z, \mu) &= \frac{vc}{4\pi} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} \frac{(1-t^2)\Psi(z, \mu')}{(1-2\mu_0 t + t^2)^{3/2}} d\mu' \\ &= \frac{vc}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)t^n P_n(\mu) \int_{-1}^1 P_n(\mu') \Psi(z, \mu') d\mu' \\ &= \frac{vc}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)t^n P_n(\mu) \alpha_n(z) \end{aligned} \quad (3.107)$$

Denklem (3.107) elde edilir.  $\Psi(z, \mu)$  açısız akıya bağılı olarak verilen  $\alpha_n(z)$  ifadesi ise aşığıdaki denklemde olduğu gibi ifade edilebilir.

$$\alpha_n(z) = \int_{-1}^1 P_n(\mu) \left[ \frac{\Phi_0(z)}{\pi\sqrt{1-\mu^2}} + \frac{2}{\pi\sqrt{1-\mu^2}} \sum_{n=1}^{\infty} T_n(\mu) \Phi_n(z) \right] d\mu \quad (3.108)$$

Daha sonra  $\Psi(z, \mu)$  açısız akı ifadesi Denklem (3.107)'de yerine konup, esitliğin her iki yanını  $T_m(\mu)$  ile çarpılıp Denklem (3.97)'de tanımlanan Chebyshev polinomlarına ait diklik (ortogonalite) bağıntısı kullanılarak,  $n = 0, 1, 2, 3 \dots$  gibi değerler vererek  $\mu$  üzerinden  $[-1, 1]$  aralığında, integrali alınırsa,  $T_0(\mu), T_1(\mu), T_2(\mu), T_3(\mu) \dots$  gibi yaklaşımlara ait  $\Phi_n(z)$  akı momentleri elde edilir .

Elde ettiğimiz bu akı momentlerine göre genel bir ifade türetilemediği için  $T_{10}(\mu)$ 'ye kadar olan  $\Phi_n(z)$  akı momentleri Maple-12 programını kullanılarak hesaplanmış ve ayrı ayrı gösterilmiştir.

$$\frac{d\Phi_1(z)}{dz} + v\Phi_0(z) = vc(\Phi_0(z)) \quad (3.109a)$$

$$\frac{d\Phi_2(z)}{dz} + \frac{d\Phi_0(z)}{dz} + 2v\Phi_1(z) = 2vc(t\Phi_1(z)) \quad (3.109b)$$

$$\frac{d\Phi_3(z)}{dz} + \frac{d\Phi_1(z)}{dz} + 2v\Phi_2(z) = -2vc\left(\frac{1}{3}(1-t^2)\Phi_0(z) - t^2\Phi_2(z)\right) \quad (3.109c)$$

$$\frac{d\Phi_4(z)}{dz} + \frac{d\Phi_2(z)}{dz} + 2v\Phi_3(z) = -2vc\left(\frac{3}{5}(t-t^3)\Phi_1(z) - t^3\Phi_3(z)\right) \quad (3.109d)$$

$$\begin{aligned} &\frac{d\Phi_5(z)}{dz} + \frac{d\Phi_3(z)}{dz} + 2v\Phi_4(z) = \\ &-2vc\left(\frac{1}{105}(7+20t^2-27t^4)\Phi_0(z) + \right. \\ &\left. \frac{4}{7}(t^2-t^4)\Phi_2(z) - t^4\Phi_4(z)\right) \end{aligned} \quad (3.109e)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d\Phi_6(z)}{dz} + \frac{d\Phi_4(z)}{dz} + 2v\Phi_5 = \\ & -2vc \left( \begin{aligned} & \frac{1}{21}(3t + 7t^3 - 10t^5)\Phi_1(z) + \\ & \frac{5}{9}(t^3 - t^5)\Phi_3(z) - t^5\Phi_5(z) \end{aligned} \right) \end{aligned} \quad (3.109f)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d\Phi_7(z)}{dz} + \frac{d\Phi_5(z)}{dz} + 2v\Phi_6(z) = \\ & -2vc \left( \begin{aligned} & \frac{1}{1155}(33 + 55t^2 + 162t^4 - 250t^6)\Phi_0(z) + \\ & \frac{1}{77}(11t^2 + 24t^4 - 35t^6)\Phi_2(z) + \\ & \frac{6}{11}(t^4 - t^6)\Phi_4(z) - t^6\Phi_1(z) \end{aligned} \right) \end{aligned} \quad (3.109g)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d\Phi_8(z)}{dz} + \frac{d\Phi_6(z)}{dz} + 2v\Phi_7(z) = \\ & -2vc \left( \begin{aligned} & \frac{1}{2145}(143t + 182t^3 + 550t^5 - 875t^7)\Phi_1(z) + \\ & \frac{1}{1287}(182t^3 + 385t^5 - 567t^7)\Phi_3(z) + \\ & \frac{7}{13}(t^5 - t^7)\Phi_5(z) - t^7\Phi_7(z) \end{aligned} \right) \end{aligned} \quad (3.109h)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d\Phi_9(z)}{dz} + \frac{d\Phi_7(z)}{dz} + 2v\Phi_8(z) = \\ & -2vc \left( \begin{aligned} & \frac{1}{9009}(143 + 208t^2 + 324t^4 + 1040t^6 - 1715t^8)\Phi_0(z) + \\ & \frac{1}{3003}(208t^2 + 240t^4 + 728t^6 - 1176t^8)\Phi_2(z) + \\ & \frac{1}{715}(100t^4 + 208t^6 - 308t^8)\Phi_4(z) + \\ & \frac{8}{15}(t^6 - t^8)\Phi_6(z) - t^8\Phi_8(z) \end{aligned} \right) \end{aligned} \quad (3.109i)$$

Denklem (3.109)'daki denklem sistemini, deklemin özfonksiyonlarına ve  $v$  özdeğerlerini bağlı olarak elde etmek için;  $\Phi_n(z) = G_n(v, t)e^z$  çözümü önerilebilir. Çözüm önerimizi Denklem (3.109)'da yerine koyarsak tüm  $G_n(v)$  özfonksiyonları için analitik ifadeler ;

$$G_1(v) + vG_0 = vcG_0 \quad (3.110)$$

$$G_2(v) + G_0(v) + 2vG_1(v) = 2vc(tG_1(v)) \quad (3.111)$$

$$G_3(v) + G_1(v) + 2G_2(v) = -2vc\left(\frac{1}{3}\right)(1 - t^2)G_0(v) - t^2G_2(v) \quad (3.112)$$

olarak elde edilir. Bu akı momentlerinden,  $T_1$  yaklaşımı için elde edilen  $v$  özdeğerleri bulunmak istenirse, Denklem (3.111)'de  $G_2(v) = 0$  alınır ve  $v$  değeri çekilirse Denklem (3.113) elde edilir.

$$v = \pm \frac{1}{\sqrt{2(ct - 1)(c - 1)}} \quad (3.113)$$

### 3.7.1.1. $\sigma_S^{HG}(\mu_0)$ Tesir Kesiti ile Difüzyon Yaklaşımı

$P_1$  yaklaşımı ( $n = 1$ ) durumunun difüzyon yaklaşımına eşdeğer olduğunu bölüm 3.5 ve 3.5.1.1'de göstermiştik. Bu defa HG faz fonksiyonu ile  $T_1$  yaklaşım yöntemiyle nötron transport denkleminin çözümünden elde edilen akı momentleri ile difüzyon yaklaşımdan elde edilen difüzyon sabiti ve difüzyon uzunluklarını inceleyeceğiz.  $n = 1$  için  $\Phi_2(x) = 0$  olacağından Denklem (3.109)'de  $z \rightarrow \left(\frac{\sigma_T x}{v}\right)$  dönüşümü ile denklemi ilk haline getirerek tekrar düzenler ve (3.109b)'den  $\Phi_1(x)$  çekilirse,

$$\Phi_1(x) = \frac{1}{2\sigma_T(ct - 1)} \frac{d\Phi_0(x)}{dx} \quad (3.114)$$

bağıntısı elde edilir ve Denklem (3.114), Denklem (3.109a)'da kullanılırsa,

$$\frac{d^2 \Phi_0(x)}{dx^2} - 2\sigma_T^2(1 - ct)(1 - c) \Phi_0(x) = 0 \quad (3.115)$$

kaynaksız difüzyon bağıntısı elde edilebilir. Denklem, Fick's kanununa göre düzenlenirse,

$$\frac{d^2 \Phi_0(x)}{dx^2} - \frac{1}{L^2} \Phi_0(x) = 0 \quad (3.116)$$

Difüzyon sabiti ve difüzyon uzunluğu için sırası ile,

$$D = \frac{1}{\sigma_T \sqrt{2}}, \quad L = \frac{1}{\sigma_T \sqrt{2(1-ct)(1-c)}} \quad (3.117)$$

Denklem (3.117)'de gösterildiği gibi elde edilir.

### 3.7.2. $\sigma_S^{AG}(\mu_0)$ Tesir Kesiti ile $T_N$ Yaklaşımı

Tek gruplu ve tek boyutta kararlı durum için nötron transport denklemini  $\sigma_S^{AG}(\mu_0)$

$$\mu \frac{d\Psi(x, \mu)}{dx} + \sigma_T \Psi(x, \mu) = \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} \sigma_S^{AG}(\mu_0) \Psi(x, \mu) d\mu' d\varphi' \quad (3.118)$$

saçılma tesir kesiti için Denklem (3.118)'de yeniden düzenledikten sonra bu denklemde  $\varphi'$  üzerinden integral alınıp,  $x \rightarrow \left(\frac{vz}{\sigma_T}\right)$  dönüşümü yapılırsa,

$$\begin{aligned} \mu \frac{d\Psi(z, \mu)}{dz} + v\Psi(z, \mu) &= \frac{vc}{4\pi} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} \frac{\Psi(z, \mu')}{(1-2\mu_0 t + t^2)^{1/2}} d\mu' \\ &= \frac{vc}{2} \sum_{n=0}^{\infty} t^n P_n(\mu) \int_{-1}^1 P_n(\mu') \Psi(z, \mu') d\mu' \\ &= \frac{vc}{2} \sum_{n=0}^{\infty} t^n P_n(\mu) \lambda_n(z) \end{aligned} \quad (3.119)$$

Denklem (3.119) elde edilir ve  $\Psi(z, \mu)$  açılmal akıya bağlı olarak verilen  $\lambda_n(z)$  ifadesi ise aşağıdaki denklemde olduğu gibi ifade edilebilir.

$$\lambda_n(z) = \int_{-1}^1 P_n(\mu) \left[ \frac{\Phi_0(z)}{\pi \sqrt{1-\mu^2}} + \frac{2}{\pi \sqrt{1-\mu^2}} \sum_{n=1}^{\infty} T_n(\mu) \Phi_n(z) \right] d\mu \quad (3.120)$$

Daha sonra  $\Psi(z, \mu)$  açılmal akı ifadesi Denklem (3.119)'da yerine konulup, eşitliğin her iki yanı  $T_m(\mu)$  ile çarpılıp Denklem (3.97)'de tanımlanan Chebyshev polinomlarına ait diklik (ortogonalite) bağıntısı dikkate alınarak  $n = 0, 1, 2, 3 \dots$  gibi değerler vererek  $\mu$  üzerinden  $[-1, 1]$  aralığında, integrali alınırsa,  $T_0(\mu), T_1(\mu), T_2(\mu), T_3(\mu) \dots$  gibi yaklaşımlara ait  $\Phi_n(z)$  akı momentleri elde edilir.

Elde ettiğimiz bu akı momentlerine göre genel bir ifade türetilmediği için  $T_{10}(\mu)$ 'ye kadar olan  $\Phi_n(z)$  akı momentleri Maple programı kullanılarak hesaplanarak ayrı ayrı gösterilmiştir.

$$\frac{d\Phi_1(z)}{dz} + v\Phi_0(z) = vc(\Phi_0(z)) \quad (3.121a)$$

$$\frac{d\Phi_2(z)}{dz} + \frac{d\Phi_0(z)}{dz} + 2v\Phi_1(z) = 2vc\left(\frac{t}{3}\Phi_1(z)\right) \quad (3.121b)$$

$$\frac{d\Phi_3(z)}{dz} + \frac{d\Phi_1(z)}{dz} + 2v\Phi_2(z) = -2vc\left(\frac{1}{15}(5-t^2)\Phi_0(z) - \frac{t^2}{5}\Phi_2(z)\right) \quad (3.121c)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_4(z)}{dz} + \frac{d\Phi_2(z)}{dz} + 2v\Phi_3(z) = \\ -2vc\left(\frac{1}{35}(7t-3t^3)\Phi_1(z) - \frac{t^3}{7}\Phi_3(z)\right) \end{aligned} \quad (3.121d)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_5(z)}{dz} + \frac{d\Phi_3(z)}{dz} + 2v\Phi_4(z) = \\ -2vc\left(\frac{1}{105}(7+4t^2-3t^4)\Phi_0(z) + \frac{1}{315}(36t^2-20t^4)\Phi_2(z) - \frac{t^4}{9}\Phi_4(z)\right) \end{aligned} \quad (3.121e)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_6(z)}{dz} + \frac{d\Phi_4(z)}{dz} + 2v\Phi_5(z) = \\ -2vc\left(\frac{1}{231}(11t+11t^3-10t^5)\Phi_1(z) + \frac{1}{693}(55t^3-35t^5)\Phi_3(z) - \frac{t^5}{11}\Phi_5(z)\right) \end{aligned} \quad (3.121f)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_7(z)}{dz} + \frac{d\Phi_5(z)}{dz} + 2v\Phi_6(z) = \\ -2vc \left( \begin{aligned} & \frac{1}{15015} (429 + 143t^2 + 234t^4 - 250t^6) \Phi_0(z) + \\ & \frac{1}{15015} (429t^2 + 520t^4 - 525t^6) \Phi_2(z) + \\ & \frac{1}{429} (26t^4 - 18t^6) \Phi_4(x) - \frac{t^6}{13} \Phi_6(z) \end{aligned} \right) \end{aligned} \quad (3.121g)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_8(z)}{dz} + \frac{d\Phi_6(z)}{dz} + 2v\Phi_7(z) = \\ -2vc \left( \begin{aligned} & \frac{1}{6435} (143t + 78t^3 + 150t^5 - 175t^7) \Phi_1(z) + \\ & \frac{1}{6435} (130t^3 + 175t^5 - 189t^7) \Phi_3(z) + \\ & \frac{1}{2145} (105t^5 - 77t^7) \Phi_5(x) - \frac{t^5}{15} \Phi_7(z) \end{aligned} \right) \end{aligned} \quad (3.121h)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_9(z)}{dz} + \frac{d\Phi_7(z)}{dz} + 2v\Phi_8(z) = \\ -2vc \left( \begin{aligned} & \frac{1}{765765} (12155 + 3536t^2 + 3060t^4 + 6800t^6 - 8575t^8) \Phi_0(z) + \\ & \frac{1}{765765} (10608t^2 + 6800t^4 + 14280t^6 - 17640t^8) \Phi_2(z) + \\ & \frac{1}{109395} (1700t^4 + 2448t^6 - 2772t^8) \Phi_4(z) + \\ & \frac{1}{3315} (136t^6 - 104t^8) \Phi_6(x) - \frac{t^8}{17} \Phi_8(z) \end{aligned} \right) \end{aligned} \quad (3.121i)$$

Denklem (3.121)'deki denklem sistemini, deklemin özfonksiyonlarına ve  $v$  özdeğerlerini bağlı olarak elde etmek için;  $\Phi_n(z) = A_n(v, t)e^z$  çözümü önerilebilir. Uygulanan çözüm önerisinden sonra, tüm  $A_n(v)$  için analitik ifadeler türetilir. Çözüm önerimizi Denklem (3.121)'de yerine koyarsak tüm  $A_n(v)$  özfonksiyonları için analitik ifadeler türetebiliriz.

$$A_1(v) + vA_0 = vcA_0 \quad (3.122)$$

$$A_2(v) + A_0(v) + 2vA_1(v) = 2vc\left(\frac{t}{3}A_1(v)\right) \quad (3.123)$$

$$A_3(v) + A_1(v) + 2vA_2(v) = -2vc\left(\frac{1}{15}\right)(5 - t^2)A_0(v) - \frac{t^2}{5}A_2(v) \quad (3.124)$$

Elde edilen bu akı momentlerinden,  $T_1$  yaklaşımı için elde edilen  $v$  özdeğerleri bulunmak istenirse, Denklem (3.125)'de  $A_2(v) = 0$  alınır ve  $v$  değeri çekilirse, Denklem (3.125) elde edilir.

$$v = \pm \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2(ct - 3)(c - 1)}} \quad (3.125)$$

### 3.7.2.1. $\sigma_S^{AG}(\mu_0)$ Tesir Kesiti ile Difüzyon Yaklaşımı

$P_1$  yaklaşımı ( $n = 1$ ) durumunun difüzyon yaklaşımına eşdeğer olduğunu bölüm 3.5 ve 3.7.1.1'de göstermiştik. Bu defa HG faz fonksiyonu ile  $T_I$  yaklaşım yöntemiyle nötron transport denkleminin çözümünden elde edilen akı momentleri ile difüzyon yaklaşımdan elde edilen difüzyon sabiti ve difüzyon uzunluğunu inceleyeceğiz.  $n = 1$  için  $\Phi_2(x) = 0$  olacağından Denklem (3.121)'de  $z \rightarrow \left(\frac{\sigma_T x}{v}\right)$  dönüşümü ile denklemi ilk haline getirerek tekrar düzenler ve (3.121b)'den  $\Phi_1(x)$  çekilirse,

$$\Phi_1(x) = \frac{1}{2v(ct - 3)} \frac{d\Phi_0(x)}{dx} \quad (3.126)$$

Denklem (3.126) elde edilir ve bu denklem, Denklem (3.121a)'da kullanılırsa,

$$\frac{d^2\Phi_0(x)}{dx^2} - \frac{2}{3}\sigma_T^2(3 - ct)(1 - c)\Phi_0(x) = 0 \quad (3.127)$$

kaynaksız difüzyon bağıntısı elde edilebilir. Denklem, Fick's kanununa göre düzenlenirse,

$$\frac{d^2\Phi_0(x)}{dx^2} - \frac{1}{L^2}\Phi_0(x) = 0 \quad (3.128)$$

Denklem (3.128) elde edilir. Difüzyon sabiti ve difüzyon uzunluğu ise

$$D = \frac{1}{\sigma_T\sqrt{2}}, \quad L = \frac{1}{\sigma_T\sqrt{2(3 - ct)(1 - c)}} \quad (3.129)$$

Denklem (3.129)'daki eşitlikler şeklinde bulunur.

#### 4. SINIR VE KRİTİKLİK KOŞULLARI

Dilim geometride, nötron açısal akısı  $\Psi(x, \mu)$  materyal bölge sınırları boyunca  $\mu = 0$  yönü hariç, süreklidir (Bell ve Glasstone, 1972). Legendre polinomlarının herhangi bir sonlu toplamı  $-1 \leq \mu \leq 1$  aralığında süreklidir. Fakat  $\mu = 0$ 'da bu aralıkta olduğundan süreklidir. Bu nedenle dilim geometride,  $P_N$  yaklaşımı açısal akının tanımlanmasında materyal sınırı yakınlarında fazla tercih edilmez. (C.E.Lee ve M.P. Dias, 1984). Transport denkleminin kesin çözümü için, boşluk sınırlarında bazı fiziksel özellikleri sağlamak zorundadır, bunlar serbest yüzey sınırı ve simetri koşullarıdır.

$$\Psi(\pm a, \mu) = 0 \quad (4.1)$$

$$\Psi(x, \mu) = \Psi(-x, \mu), \quad \mu > 0 \quad (4.2)$$

##### 4.1. Marshak Sınır Şartlarının $P_N$ Yaklaşımına Uygulanması

Marshak sınır şartı vakum ile çevrili bir yüzeyde sisteme nötron giriş akımının sıfır olmasını gerektirir. Bu durumu matematiksel olarak,

$$\int_0^1 P_k(-\mu) \Psi(a, -\mu) d\mu = 0, \quad k = 1, 3, 5, \dots, N \quad (4.3)$$

veya

$$\int_0^1 P_{2k-1}(\mu) \Psi(a, -\mu) d\mu = 0, \quad k = 1, 2, 3, \dots, (N + 1)/2 \quad (4.4)$$

şeklinde tanımlanır.

Daha önce hesaplanan kesikli  $v_k$  özdeğerlerini kullanarak ( $k = 1, 2, 3, \dots, (N + 1)/2$ ) önerdiğimiz çözüm önerimizin en genel hali

$$\phi_n(x) = \sum_{n=0}^N \sum_{k=1}^{\frac{N+1}{2}} \beta_k G_n(v_k) [\exp(\sigma_T x / v_k) + (-1)^n \exp(-\sigma_T x / v_k)], \quad n = 1, \dots, N \quad (4.5)$$

olarak Legendre polinom yaklaşımı içinde kullanılabilir.

Denklem (4.5)'i Legendre yaklaşımı için kullandığımız açısız akı ifadesinde yerine yazılıp elde edilen yeni denklemi Denklem (4.4)' de kullanırsak

$$\sum_{n=0}^N \sum_{k=1}^{\frac{N+1}{2}} I_{n,k} \beta_k G_n(v_k) \left( \exp\left(\frac{\sigma_T a}{v_k}\right) + (-1)^n \exp\left(\frac{-\sigma_T a}{v_k}\right) \right) \quad (4.6)$$

Bağıntısı elde edilir. Denklem (4,6)'da verilen  $I_{k,n}$ ,

$$I_{n,k} = \int_0^1 P_n(\mu) P_k(\mu) d\mu = \begin{cases} \frac{1}{2k+1} & n = k \\ 0 & n \neq k, \text{ } n, k \text{ hem çift hem tek ise} \\ f_{n,k} & n \text{ çift } k \text{ tek} \\ f_{k,n} & n \text{ tek, } k \text{ çift} \end{cases} \quad (4.7)$$

şeklinde temsil edilebilir.  $f_{n,k}$  ise,

$$f_{n,k} \equiv \frac{(-1)^{\frac{(n+k+1)}{2}} n! k!}{2^{n+k-1} (n-k)(n+k+1) \left[\left(\frac{1}{2} n\right)!\right]^2 \left\{\left[\frac{1}{2} (k-1)\right]!\right\}^2} \quad (4.8)$$

formunda yazılabilir. Denklem (4.6)'i kullanarak  $P_1$  yaklaşımı yapmak istersek,

$$G_0(v) \left[ \exp\left(\frac{\sigma_T a}{v_1}\right) - \exp\left(\frac{-\sigma_T a}{v_1}\right) \right] + G_1(v) \left[ \exp\left(\frac{\sigma_T a}{v_1}\right) + \exp\left(\frac{-\sigma_T a}{v_1}\right) \right] = 0 \quad (4.9)$$

Denklem (4,9)'u elde edebiliriz. Denklem (4.5) matris formunda ise,

$$[M_n^k(a)] B_k = [0] \quad (4.10)$$

olarak da yazılabilir. Bu denklemde verilen  $B_k$ ,  $\beta_k$  elemanlı sütun vektörüdür.  $[M_n^k(a)]$  ise kare matristir. Kritiklik şartı için  $[M_n^k(a)]$  ise kare matrisi sıfıra eşitlenmelidir. Marshak sınır şartı kullanarak  $P_1$  yaklaşımından elde edilen kritik yarı kalınlık için analitik ifadeler  $\sigma_S^{HG}(\mu_0)$  ve  $\sigma_S^{AG}(\mu_0)$  tesir kesitleri için

$$a^{HG} = \frac{v_1}{\sigma_T} \tanh^{-1} \left( \frac{\sqrt{3(1-ct)(1-c)}}{2(c-1)} \right), \quad v_1 = \frac{1}{\sqrt{3(1-ct)(1-c)}} \quad (4.11)$$

$$a^{AG} = \frac{v_1}{\sigma_T} \tanh^{-1} \left( \frac{\sqrt{(ct-3)(c-1)}}{2(c-1)} \right), \quad v_1 = \frac{1}{\sqrt{(ct-3)(1-c)}} \quad (4.12)$$

olarak elde edilir.

#### 4.2. Marshak Sınır Şartlarının $T_N$ Yaklaşımına Uygulanması

Chebyshev yaklaşım metodu için Marshak tipi sınır şartı

$$\int_0^1 T_k(-\mu) \Psi(a, -\mu) d\mu = 0, \quad k = 1, 3, 5, \dots, N \quad (4.13)$$

şeklinde tanımlanır. Daha önce hesaplanan kesikli  $v_k$  özdeğerlerini kullanarak ( $k = 1, 2, \dots, N, N + 1$ )  $N$ 'nin tek değerleri için önerdiğimiz çözüm önerimizin en genel hali

$$\phi_n(x) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=1}^{\frac{N+1}{2}} \beta_k G_n(v_m) [\exp(\sigma_T x / v_m) + (-1)^n \exp(\sigma_T x / v_m)], \quad n = 1, \dots, N \quad (4.14)$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklemde  $G_n(-v_m) = (-1)^n G_n(v_m)$  özelliği kullanılmıştır. Denklem (4.14)'ü Chebyshev I. Tipi için kullandığımız açısız akı ifadesinde yerine yazarsak,

$$\sum_{m=1}^{\frac{N+1}{2}} \left\{ I_k G_0(v_m) \beta_m \cosh \left( \frac{\sigma_T a}{v_m} \right) + \sum_{n=1}^N \beta_m G_n(v_m) \left( \exp \left( \frac{\sigma_T a}{v_m} \right) + (-1)^n \exp \left( \frac{-\sigma_T a}{v_m} \right) I_{n,k} \right) \right\} = 0 \quad (4.15)$$

$k = 1, 3, \dots, N$ , için kritiklik denklemi bulunur. Bu denklem, Denklem (4.13)'de kullanılarak istenilen yaklaşıma kadar ( $T_1(\mu)$ ,  $T_2(\mu)$ ,  $T_3(\mu)$ ,...) gibi yaklaşımlara karşılık gelen kritik kalınlık hesaplamaları yapılabilir. Bu denklem de verilen  $I_k$  ve  $I_{n,k}$  sırasıyla,

$$I_k = \int_0^1 \frac{T_k(-\mu)}{\sqrt{1-\mu^2}} d\mu = \begin{cases} \pi/2, & k = 0 \\ -\frac{\sin(k\pi/2)}{k}, & k \geq 1 \end{cases} \quad (4.16)$$

$$I_{n,k} = \int_0^1 \frac{T_n(-\mu)T_k(-\mu)}{\sqrt{1-\mu^2}} d\mu = \begin{cases} \pi/2 & , n = k = 0 \\ \pi/4 & , n = k \neq 0 \\ -\frac{\sin\left(\frac{(n+k)\pi}{2}\right)}{2(n+k)} - \frac{\sin\left(\frac{(n-k)\pi}{2}\right)}{2(n-k)}, & n \neq k \end{cases} \quad (4.17)$$

bağıntılarıdır.

Denklem (4.15) matris formunda Denklem (4.10)'daki gibi yazılabilir.  $[M_m^k(a)]B_k = [0]$  bu denklemde verilen  $B_k$ ,  $\beta_k$  elemanlı sütun vektörüdür.  $[M_m^k(a)]$  ise kare matristir. Kritiklik şartı için  $[M_m^k(a)]$  ise kare matrisi sıfıra eşitlenmelidir. Marshak sınır şartı kullanarak  $T_1$  yaklaşımından elde edilen kritik yarı kalınlık için analitik ifadeler her iki saçılma tesir kesiti için,

$$a^{HG} = \frac{v_1}{\sigma_T} \tanh^{-1} \left( -\frac{2\sqrt{2}\sqrt{(1-ct)}}{\pi\sqrt{1-c}} \right), \quad v_1 = \pm \frac{1}{\sqrt{2(1-ct)(1-c)}} \quad (4.18)$$

$$a^{AG} = \frac{v_1}{\sigma_T} \tanh^{-1} \left( -\frac{2\sqrt{3}}{\pi(1-c)\sqrt{2(3-ct)(1-c)}} \right), \quad v_1 = \pm \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2(3-ct)(1-c)}} \quad (4.19)$$

olarak elde edilir.

## 5. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, nötron transport denkleminin çözümü için farklı bir yöntem izlenmiş ve geleneksel olarak kullanılan saçılma tesir kesiti yerine  $\sigma_S^{HG}$  ve  $\sigma_S^{AG}$  saçılma tesir kesitleri kullanılarak kritik yarı kalınlık hesaplamaları için gerekli özdeğer spektrumları elde edilmiştir.

Kritik yarı kalınlık hesaplamaları için, negatif  $v$  özdeğerleri, pozitif  $v$  özdeğerlerinin simetriği olduğundan sadece pozitif özdeğerler kullanılmıştır. Dilim geometride  $P_N$  ve  $T_N$  metodundaki  $v$ özdeğerleri HG faz fonksiyonu için  $G_{N+1}(v) = 0$  ve AG faz fonksiyonu için  $A_{N+1}(v) = 0$  denklemleri  $c > 0$  olduğu durumlarda çözümlenerek elde edilmiştir. Elde edilen özdeğer spektrumlarına göre hesaplanan kritik yarı kalınlıklar ilk kez Chebyshev polinom yaklaşım metodu ve Marshak sınır şartları kullanılarak hesaplanmıştır. Her iki saçılma faz fonksiyonu (saçılma tesir kesitleri) ile nötron transport denklemi bir kez de  $P_N$  metodu ile çözümlenerek her iki polinom yöntemi arasında mukayese yapma imkanı sağlanmıştır.

Bu çalışmada kullanılan toplam ( $\sigma_T$ ) ve saçılma ( $\sigma_S$ ) diferansiyel tesir kesitlerinin uzunluk boyutu  $cm^{-1}$ 'dir. Kritik yarı kalınlıkları bulduğumuz Denklem (4.10,4.11,4.17,4.18)'de  $\frac{1}{\sigma_T}$ 'yi kaldırdığımızda  $a$ 'nın birimi mfp (mean free path), ortalama serbest yol olarak da bilinen  $cm$  cinsinden bulunabilir.

HG ve AG faz fonksiyonlarını sırasıyla nötron transport denkleminde kullanarak yeniden düzenlenen transport denklemi,  $P_N$  ve  $T_N$  metotları kullanarak elde edilen tüm kritik yarı kalınlık sonuçları, farklı  $c$  (çarpışma başına ortaya çıkan ortalama nötron sayısı) ve farklı  $t$  parametrelerine göre Tablo (1)'den Tablo (12)'ye kadar tablolar ve bu tablolara ait grafikler halinde verilmiştir.

Bu çalışmada  $t = 0$  durumu izotropik durumu temsil etmekte ve geleneksel olarak kullanılan saçılma tesir kesitleri ile hesaplanan kritik yarı kalınlık sonuçları ile aynı sonuçları vermektedir.  $t = 0$  değeri aynı zamanda geliştirmiş olduğumuz denklemlerimizin doğruluğunu kanıtlama imkanı sağlamaktadır.

Kritik yarı kalınlıkları bulduğumuz tablolar incelendiğinde,  $t$  parametresinin artışı ile kritik yarı kalınlıkların HG faz fonksiyonuna bağlı  $t = 1.00$  değerlerinden elde edilen sonuçların bazıları hariç, genel olarak arttığı tespit edilmiştir. Bazı araştırmacılar, nötron transport teorisinin ileri saçılma parametresi ile çözümünde de artan saçılma parametresi ile kritik kalınlıkların genel olarak arttığını gözlemlemişlerdir. (Öztürk ve ark. 2007; Bülbül ve ark. 2010). Bu durum  $t$  parametresinin artışı ile ileri saçılma parametresinin benzer davranış gösterebileceğini düşündürmektedir. Kritik yarı kalınlıkların artışı AG tesir kesitine göre belli bir korelasyon içindedir. Fakat  $c$ 'nin küçük olduğu ve  $t = 1.00$  değerinde HG tesir kesitinde aşırı piklenme gözükmemektedir.

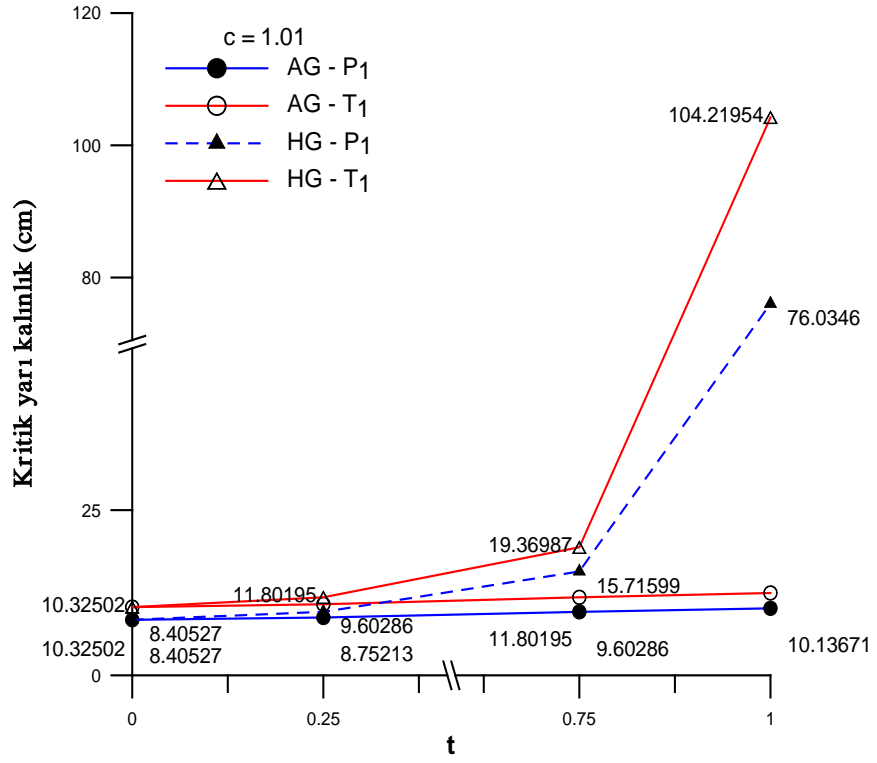
HG ve AG faz fonksiyonları kendi aralarında mukayese edildiğinde, HG faz fonksiyonu  $c = 1.01$ 'de  $t > 0.75$  değerinden sonra hem bir önceki  $t < 0.50$  parametrelerine göre hem de her iki polinom (Legendre ve Chebyshev) yaklaşım metoduna göre çok fazla ıraksamaktadır. Bu durum  $c$  parametresi büyüdükçe düzelme göstermektedir. Ayrıca, HG faz fonksiyonu  $c > 1.40$  ve  $t > 0.75$  değerlerinde reel+karmaşık (Bkz. Ek çizelge 10,11,12), sayılar olarak  $v$  özdeğerleri vermektedir. Bu özdeğerleri kritik kalınlık hesaplamaları yapılmasına imkan vermemektedir. Yine HG faz fonksiyonunda  $c = 2.00$  ve  $t = 0.50$  değerinde matematiksel olarak, ilk yaklaşımdan itibaren bir eksik  $v$  özdeğeri vermektedir. Bu durum içinde kritik kalınlık hesaplamaları yapılması imkansızdır.

Çizelge 5.1. Dilim geometride AG Faz fonksiyonu ile  $c = 1.01$  için kritik kalınlıklar (cm)

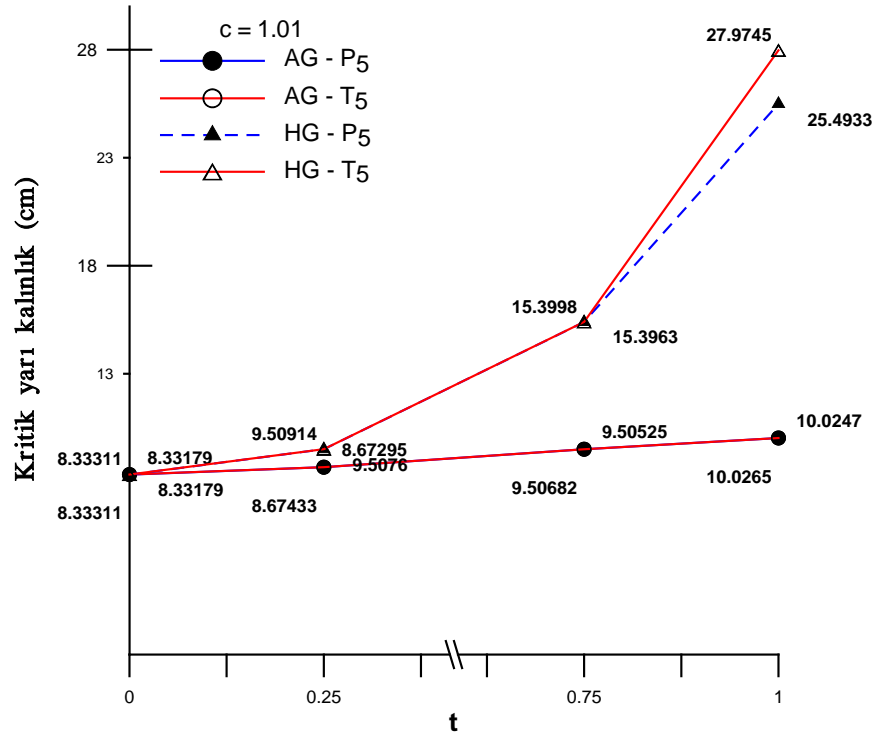
(AG) $c = 1.01$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
$t = 0,00$	8,40527	10,32502	8,33498	8,32500	8,33179	8,33311	8,33078	8,33077	8,33050	8,33051
$t = 0,25$	8,75213	10,75262	8,67643	8,66665	8,67295	8,67433	8,67185	8,67183	8,67120	8,67139
$t = 0,50$	9,14718	11,23978	9,06401	9,05424	9,06015	9,06161	9,05894	9,05897	9,05812	9,05881
$t = 0,75$	9,60286	11,80195	9,50959	9,49948	9,50525	9,50682	9,50392	9,50394	9,50338	9,50443
$t = 1,00$	10,13671	12,46087	10,02969	10,01863	10,02474	10,02649	10,02068	10,02324	10,02306	10,02274

Çizelge 5.2. Dilim geometride HG faz fonksiyonu ile  $c = 1.01$  için kritik kalınlıklar (cm)

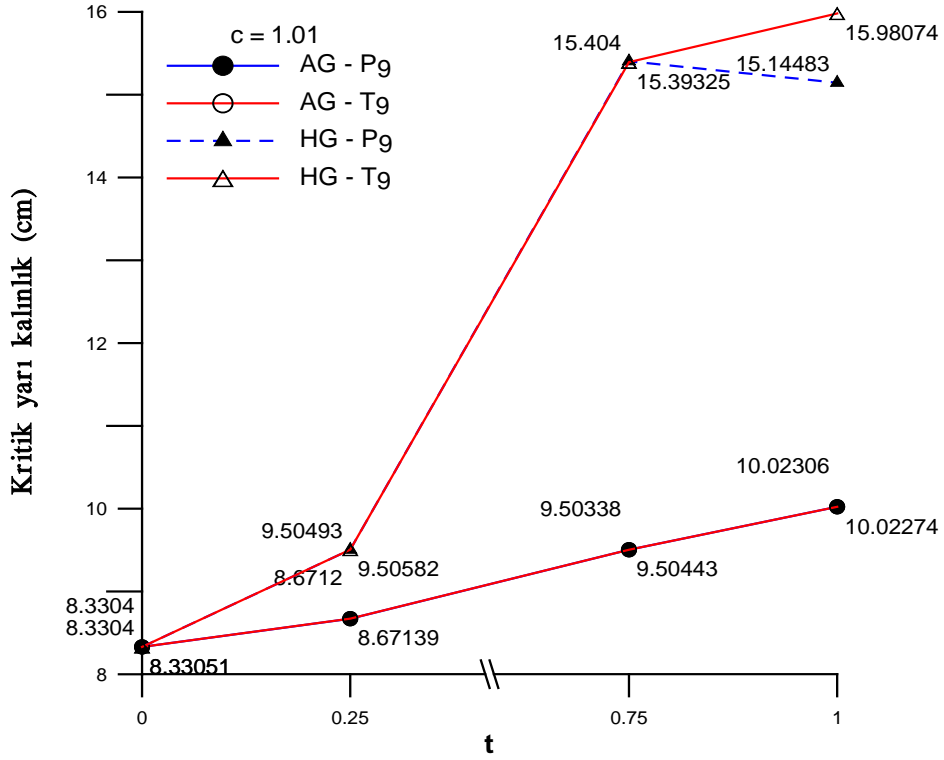
(HG) $c = 1.01$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
$t = 0,00$	8,40527	10,32502	8,33498	8,32500	8,33179	8,33311	8,33078	8,33077	8,33050	8,33051
$t = 0,25$	9,60286	11,80195	9,51187	9,50238	9,50760	9,50914	9,50627	9,50628	9,50578	9,50582
$t = 0,50$	11,55521	14,21342	11,41595	11,40628	11,40928	11,41129	11,40699	11,40739	11,40704	11,40774
$t = 0,75$	15,71599	19,36987	15,41101	15,39895	15,39632	15,39983	15,39227	15,39249	15,40400	15,39325
$t = 1,00$	76,03460	104,21954	38,46446	44,45241	25,49333	27,97447	19,01373	20,35433	15,14483	15,98074



Şekil 2.  $c = 1.01$ 'de farklı  $t$  değerleri kullanarak  $P_1$  ve  $T_1$  yaklaşımları



Şekil 3.  $c = 1.01$ 'de farklı  $t$  değerleri kullanarak  $P_5$  ve  $T_5$  yaklaşımları



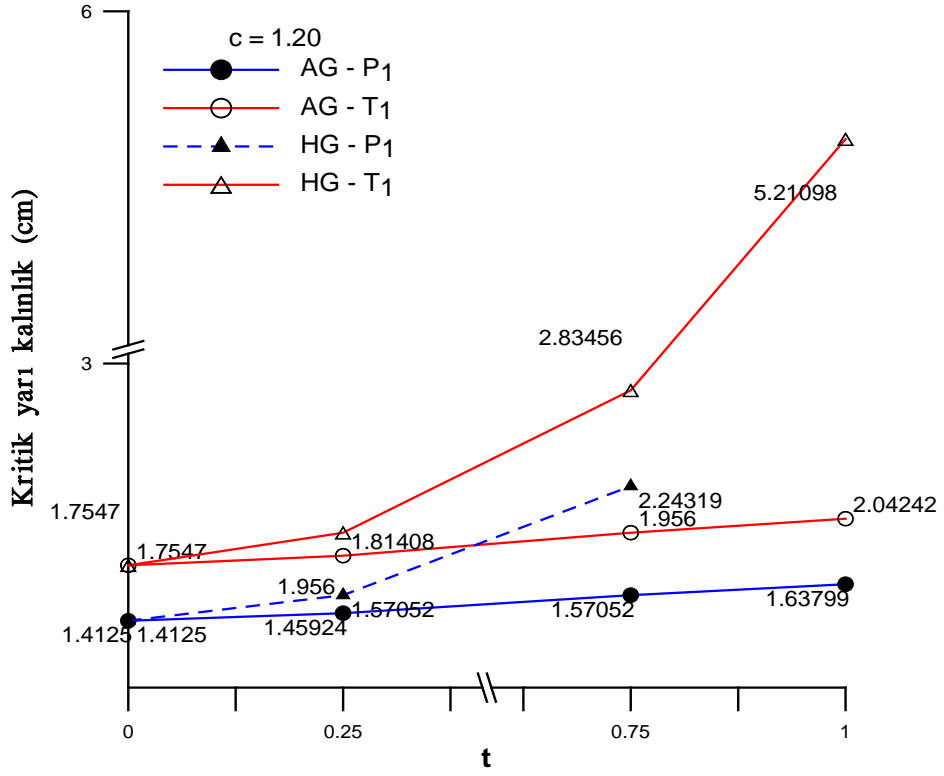
Şekil 4.  $c = 1.01$ 'de farklı  $t$  değerleri kullanarak  $P_9$  ve  $T_9$  yaklaşımları

Çizelge 5.3. Dilim geometride AG faz fonksiyonu ile  $c = 1.20$  için kritik kalınlıklar (cm)

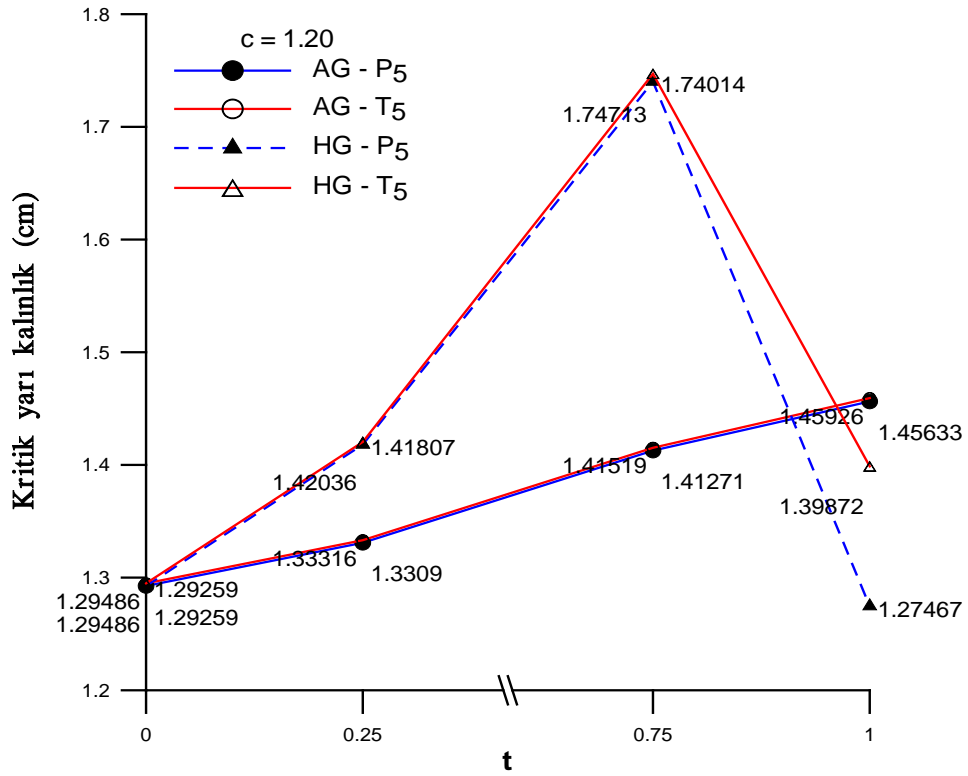
(AG) $c = 1.20$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
$t = 0,00$	1,41249	1,75469	1,30200	1,30092	1,29259	1,29486	1,29097	1,29095	1,29038	1,29057
$t = 0,25$	1,45924	1,81408	1,34067	1,34020	1,33090	1,33316	1,32919	1,32921	1,32856	1,32876
$t = 0,50$	1,51150	1,88063	1,38147	1,38192	1,37087	1,37318	1,36902	1,36906	1,36832	1,36854
$t = 0,75$	1,57052	1,95600	1,42497	1,42672	1,41271	1,41519	1,41059	1,41068	1,40981	1,41005
$t = 1,00$	1,63799	2,04242	1,47178	1,47543	1,45633	1,45926	1,45370	1,45383	1,45277	1,45303

Çizelge 5.4. Dilim geometride HG faz fonksiyonu ile  $c = 1.20$  için kritik kalınlıklar (cm)

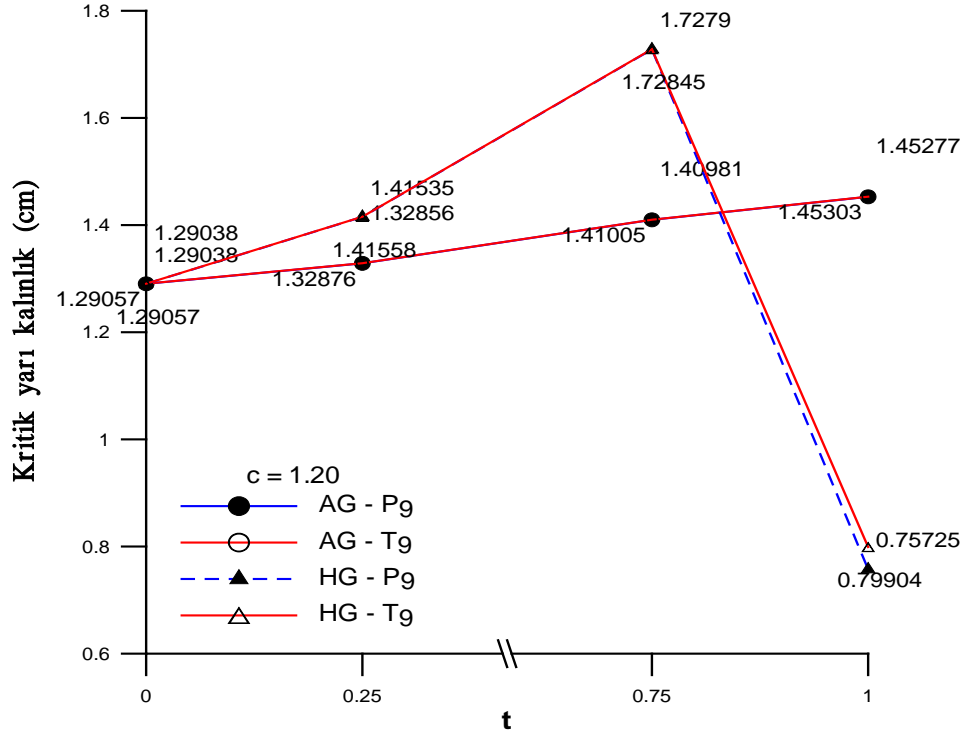
(HG) $c = 1.20$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
$t = 0,00$	1,41249	1,75469	1,30200	1,30092	1,29259	1,29486	1,29097	1,29095	1,29038	1,29057
$t = 0,25$	1,57052	1,95600	1,42911	1,43044	1,41807	1,42036	1,41611	1,41618	1,41535	1,41558
$t = 0,50$	1,80870	2,26256	1,59432	1,60236	1,58222	1,57943	1,57361	1,57387	1,57247	1,57277
$t = 0,75$	2,24319	2,83456	1,79964	1,83837	1,74014	1,74713	1,73074	1,73191	1,72790	1,72845
$t = 1,00$	3,80173	5,21098	1,92322	2,22262	1,27467	1,39872	0,95069	1,01772	0,75725	0,79904



Şekil 5.  $c = 1.20$ 'de farklı  $t$  değerleri kullanarak  $P_1$  ve  $T_1$  yaklaşımları



Şekil 6.  $c = 1.20$ 'de farklı  $t$  değerleri kullanarak  $P_5$  ve  $T_5$  yaklaşımları



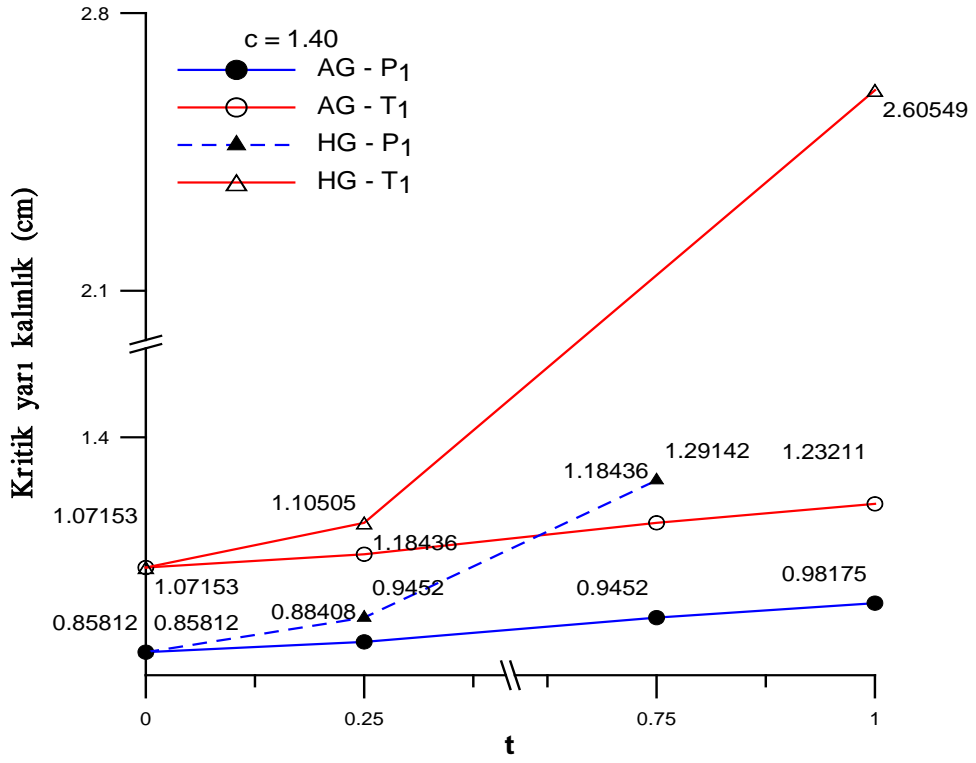
Şekil 7.  $c = 1.20$ 'de farklı  $t$  değerleri kullanarak  $P_9$  ve  $T_9$  yaklaşımları

Çizelge 5.5. Dilim geometride AG faz fonksiyonu ile  $c = 1.40$  için kritik kalınlıklar (cm)

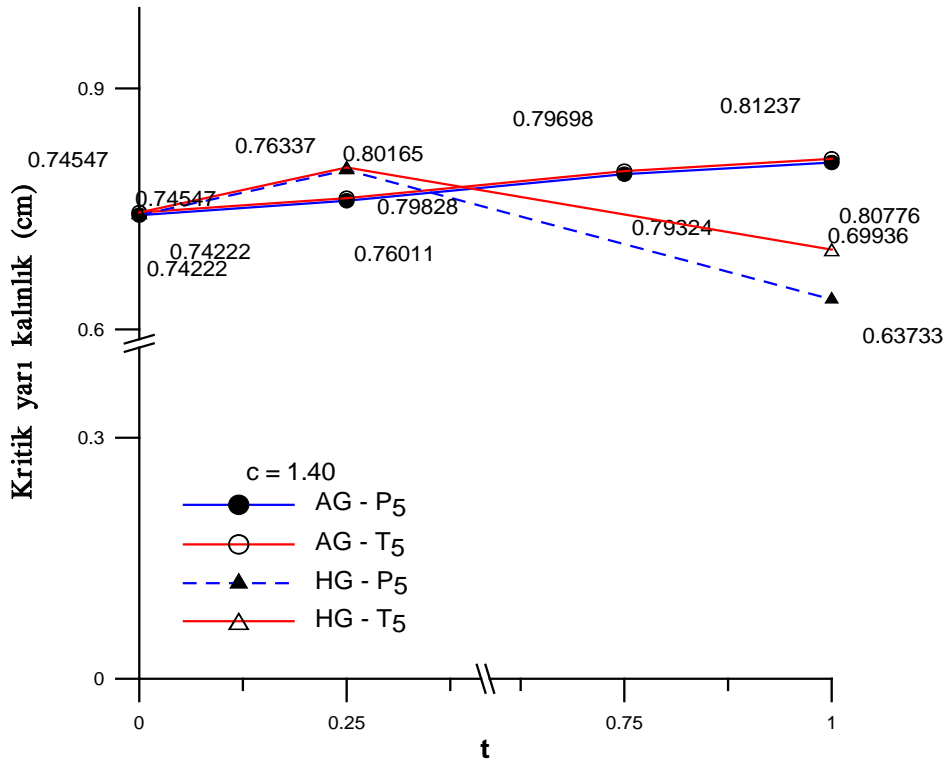
(AG) $c = 1.40$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
$t = 0,00$	0,85812	1,07153	0,75766	0,76152	0,74222	0,74547	0,73882	0,73900	0,73783	0,73809
$t = 0,25$	0,88408	1,10505	0,77627	0,78095	0,76011	0,76337	0,75661	0,75684	0,75559	0,75586
$t = 0,50$	0,91291	1,14238	0,79486	0,80080	0,77720	0,78058	0,77343	0,77371	0,77233	0,77261
$t = 0,75$	0,94519	1,18436	0,81374	0,82146	0,79324	0,79698	0,78884	0,78921	0,78757	0,78787
$t = 1,00$	0,98175	1,23211	0,83338	0,84355	0,80776	0,81237	0,80186	0,80244	0,80016	0,80053

Çizelge 5.6. Dilim geometride HG faz fonksiyonu ile  $c = 1.40$  için kritik kalınlıklar (cm)

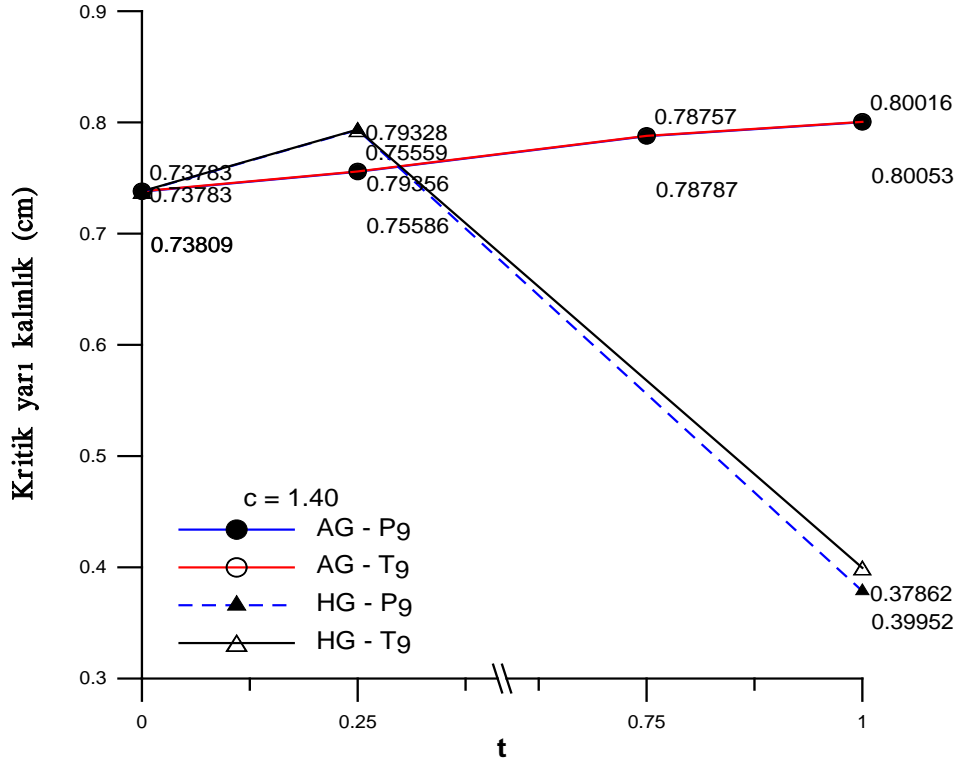
(HG) $c = 1,40$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
$t = 0,00$	0,85812	1,07153	0,75766	0,76152	0,74222	0,74547	0,73882	0,73900	0,73783	0,73809
$t = 0,25$	0,94519	1,18436	0,81679	0,82392	0,79828	0,80165	0,79441	0,79473	0,79328	0,79356
$t = 0,50$	1,07250	1,35179	0,88185	0,89757	0,85171	0,85629	0,84555	0,84625	0,84382	0,84417
$t = 0,75$	1,29142	1,64883	-	-	-	-	-	-	-	-
$t = 1,00$	1,90086	2,60549	0,96161	1,11131	0,63733	0,69936	0,47534	0,50886	0,37862	0,39952



Şekil 8.  $c = 1.40$ 'da farklı  $t$  değerleri kullanarak  $P_1$  ve  $T_1$  yaklaşımları



Şekil 9.  $c = 1.40$ 'da farklı  $t$  değerleri kullanarak  $P_5$  ve  $T_5$  yaklaşımları



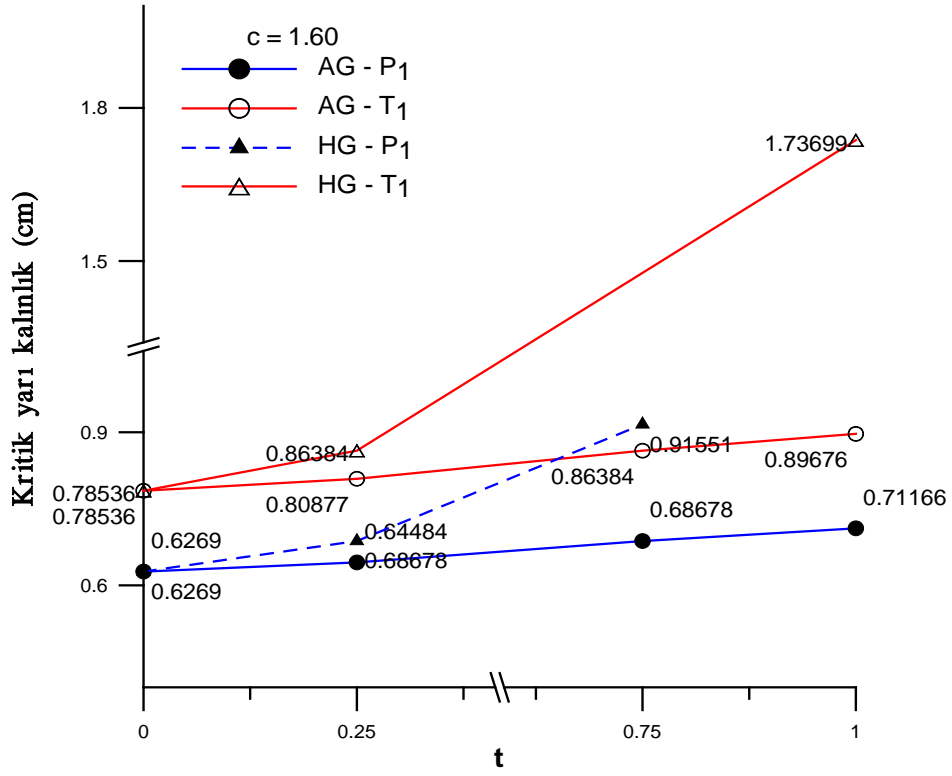
Şekil 10.  $c = 1.40$ 'da farklı  $t$  değerleri kullanarak  $P_9$  ve  $T_9$  yaklaşımları

Çizelge 5.7. Dilim geometride AG faz fonksiyonu ile  $c = 1.60$  için kritik kalınlıklar (cm)

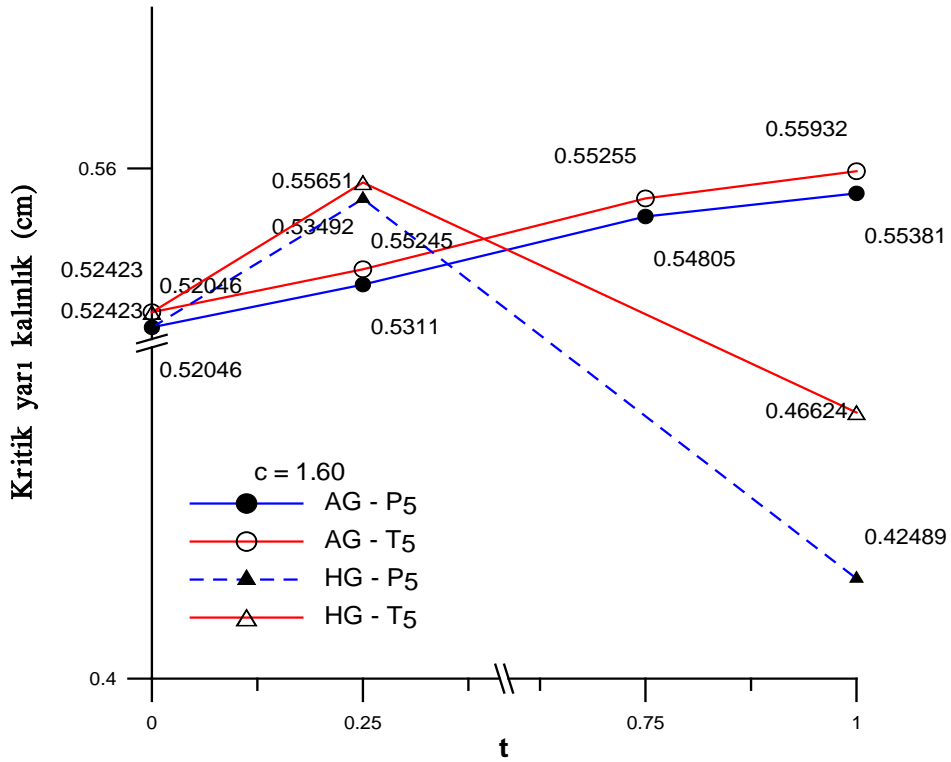
(AG) $c = 1.60$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
$t = 0,00$	0,62690	0,78536	0,53837	0,54389	0,52046	0,52423	0,51535	0,51586	0,51363	0,51403
$t = 0,25$	0,64484	0,80877	0,54993	0,55629	0,53110	0,53492	0,52580	0,52636	0,52405	0,52445
$t = 0,50$	0,66467	0,83475	0,56100	0,56861	0,54038	0,54440	0,53464	0,53528	0,53276	0,53317
$t = 0,75$	0,68678	0,86384	0,57185	0,58121	0,54805	0,55255	0,54133	0,54214	0,53912	0,53958
$t = 1,00$	0,71166	0,89676	0,58297	0,59461	0,55381	0,55932	0,54490	0,54608	0,54180	0,54242

Çizelge 5.8. Dilim geometride HG faz fonksiyonu ile  $c = 1.60$  için kritik kalınlıklar (cm)

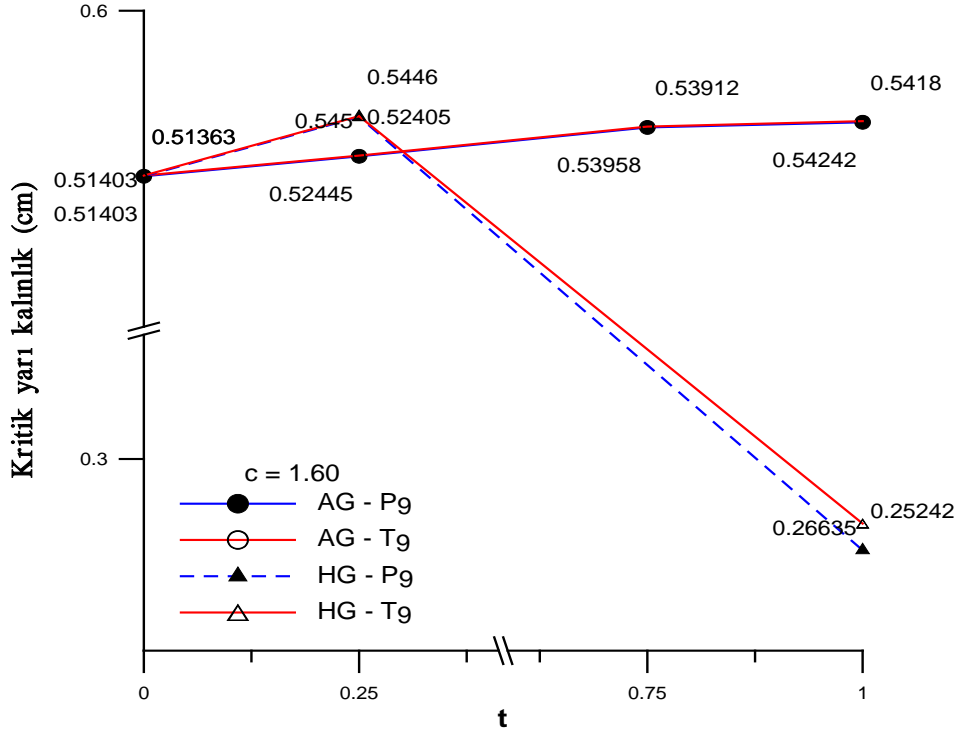
(HG) $c = 1,60$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
$t = 0,00$	0,62690	0,78536	0,53837	0,54389	0,52046	0,52423	0,51535	0,51586	0,51363	0,51403
$t = 0,25$	0,68678	0,86384	0,57418	0,58298	0,55245	0,55651	0,54652	0,54722	0,54460	0,54500
$t = 0,50$	0,77274	0,97849	0,60884	0,62571	0,57422	0,57995	0,56470	0,56604	0,56166	0,56219
$t = 0,75$	0,91551	1,17588	-	-	-	-	-	-	-	-
$t = 1,00$	1,26724	1,73699	0,64107	0,74087	0,42489	0,46624	0,31690	0,33924	0,25242	0,26635



Şekil 11.  $c = 1.60$ 'de farklı  $t$  değerleri kullanarak  $P_1$  ve  $T_1$  yaklaşımları



Şekil 12.  $c = 1.60$ 'da farklı  $t$  değerleri kullanarak  $P_5$  ve  $T_5$  yaklaşımları



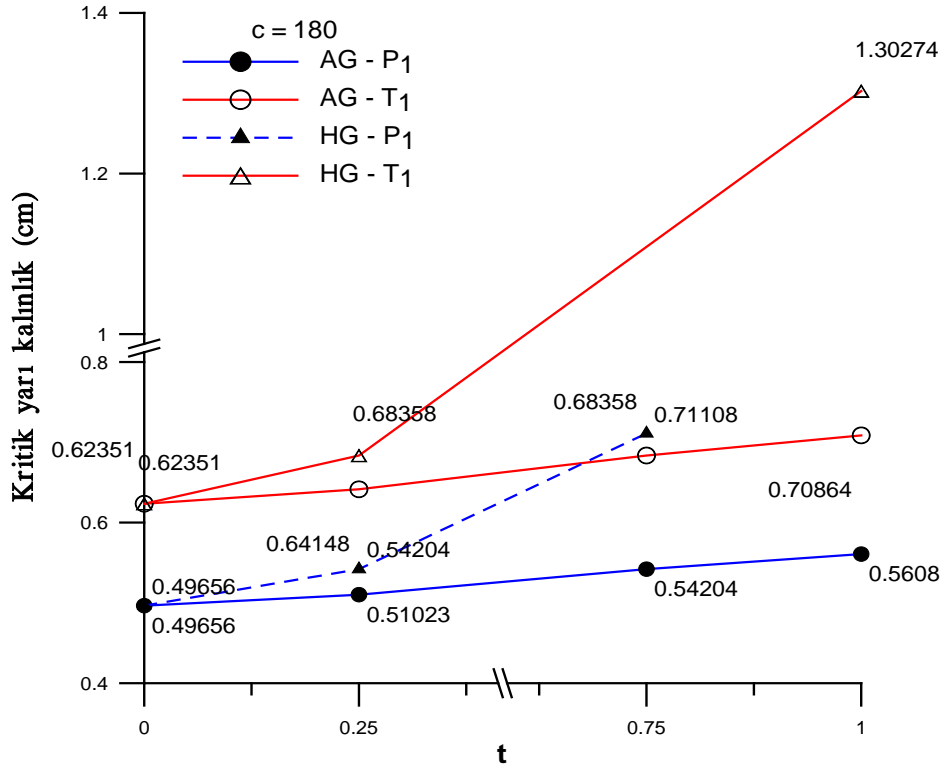
Şekil 13.  $c = 1.60$ 'da farklı  $t$  değerleri kullanarak  $P_9$  ve  $T_9$  yaklaşımları

Çizelge 5.9. Dilim geometride AG faz fonksiyonu ile  $c = 1.80$  için kritik kalınlıklar (cm)

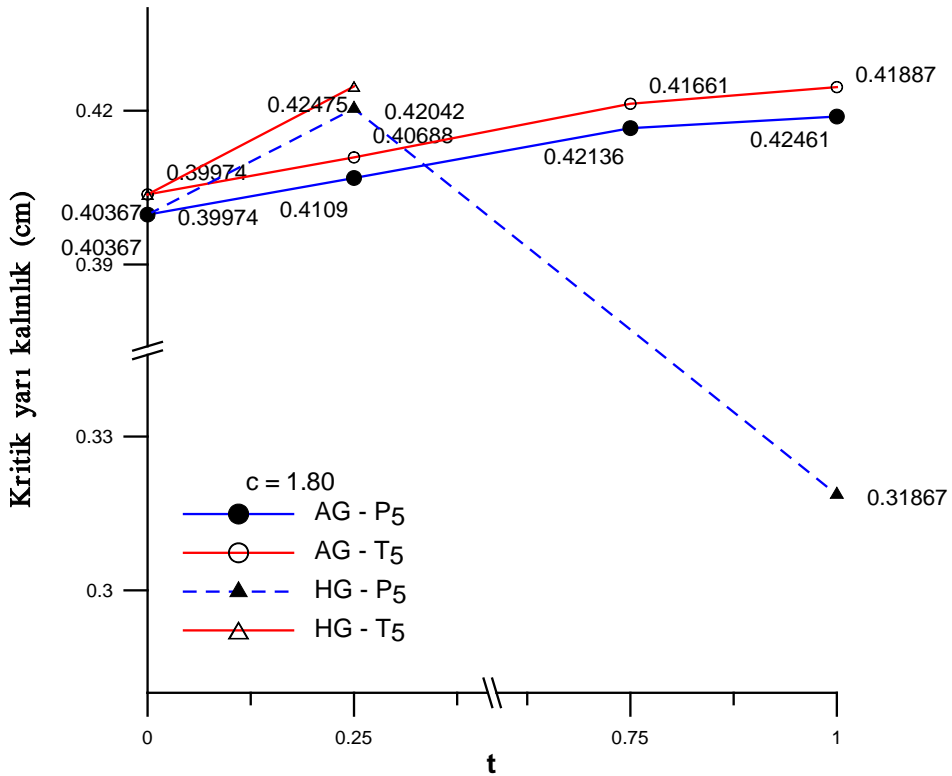
(AG) $c = 1.80$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
$t = 0,00$	0,49656	0,62351	0,41821	0,42422	0,39974	0,40367	0,39353	0,39431	0,39113	0,39167
$t = 0,25$	0,51023	0,64148	0,42633	0,43313	0,40688	0,41090	0,40042	0,40126	0,39795	0,39849
$t = 0,50$	0,52530	0,66137	0,43384	0,44181	0,41257	0,41682	0,40556	0,40651	0,40289	0,40346
$t = 0,75$	0,54204	0,68358	0,44101	0,45057	0,41661	0,42136	0,40843	0,40960	0,40530	0,40594
$t = 1,00$	0,56080	0,70864	0,44830	0,45989	0,41887	0,42461	0,40824	0,40986	0,40390	0,40477

Çizelge 5.10. Dilim geometride HG faz fonksiyonu ile  $c = 1.80$  için kritik kalınlıklar (cm)

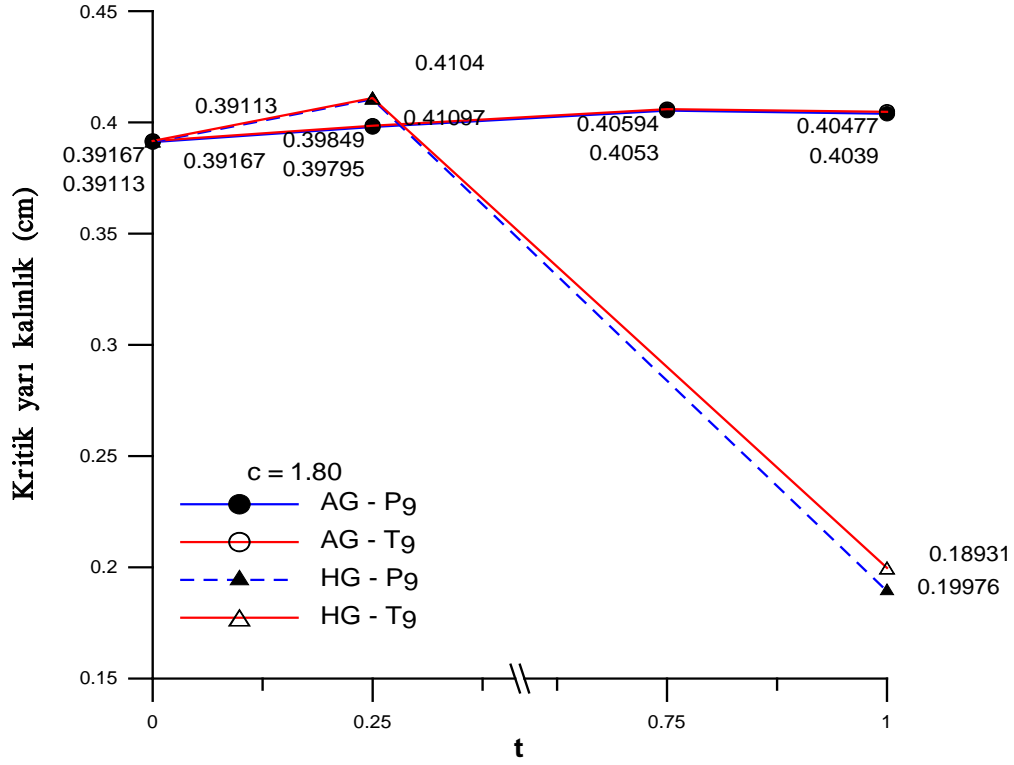
(HG) $c = 1,80$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
$t = 0,00$	0,49656	0,62351	0,41821	0,42422	0,39974	0,40367	0,39353	0,39431	0,39113	0,39167
$t = 0,25$	0,54204	0,68358	0,44288	0,45195	0,42042	0,42475	0,41314	0,41416	0,41040	0,41097
$t = 0,50$	0,60650	0,77042	0,46444	0,48066	0,42960	0,43570	0,41812	0,41994	0,41379	0,41457
$t = 0,75$	0,71108	0,91691	0,47534	0,50862	-	-	-	-	-	-
$t = 1,00$	0,95043	1,30274	0,48081	0,55566	0,31867	0,34968	0,23767	0,25443	0,18931	0,19976



Şekil 14.  $c = 1.80$ 'de farklı  $t$  değerleri kullanarak  $P_1$  ve  $T_1$  yaklaşımları



Şekil 15.  $c = 1.80$ 'de farklı  $t$  değerleri kullanarak  $P_5$  ve  $T_5$  yaklaşımları



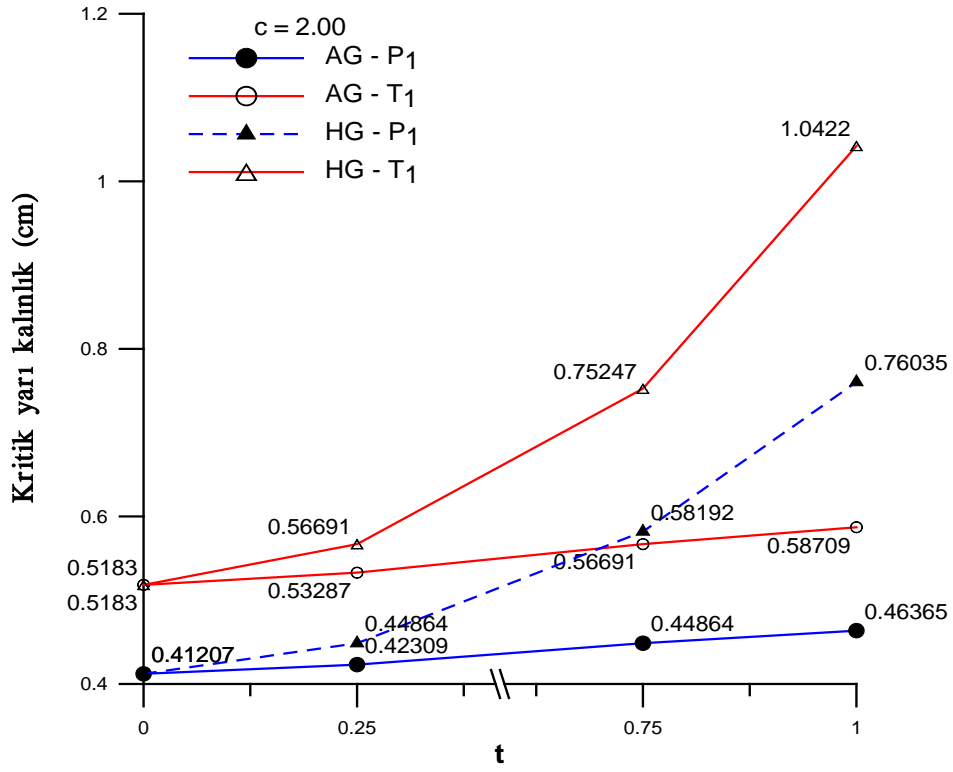
Şekil 16.  $c = 1.80$ 'de farklı  $t$  değerleri kullanarak  $P_9$  ve  $T_9$  yaklaşımları

Çizelge 5.11. Dilim geometride AG faz fonksiyonu ile  $c = 2.00$  için kritik kalınlıklar (cm)

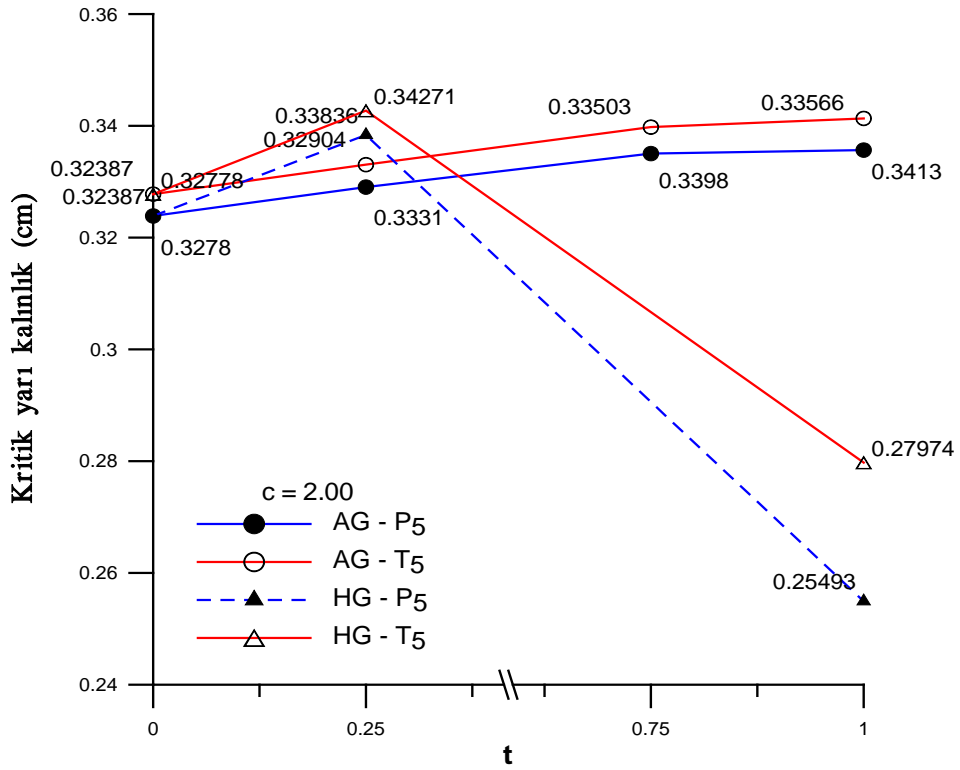
(AG) $c = 2.00$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
$t = 0,00$	0,41207	0,51830	0,34205	0,34809	0,32387	0,32778	0,31709	0,31804	0,31418	0,31483
$t = 0,25$	0,42309	0,53287	0,34819	0,35496	0,32904	0,33305	0,32198	0,32299	0,31896	0,31962
$t = 0,50$	0,43521	0,54897	0,35372	0,36155	0,33281	0,33706	0,32515	0,32629	0,32188	0,32258
$t = 0,75$	0,44864	0,56691	0,35888	0,36814	0,33503	0,33977	0,32613	0,32751	0,32232	0,32311
$t = 1,00$	0,46365	0,58709	0,36408	0,37515	0,33566	0,34132	0,32431	0,32618	0,31913	0,32020

Çizelge 5.12. Dilim geometride HG faz fonksiyonu ile  $c = 2.00$  için kritik kalınlıklar (cm)

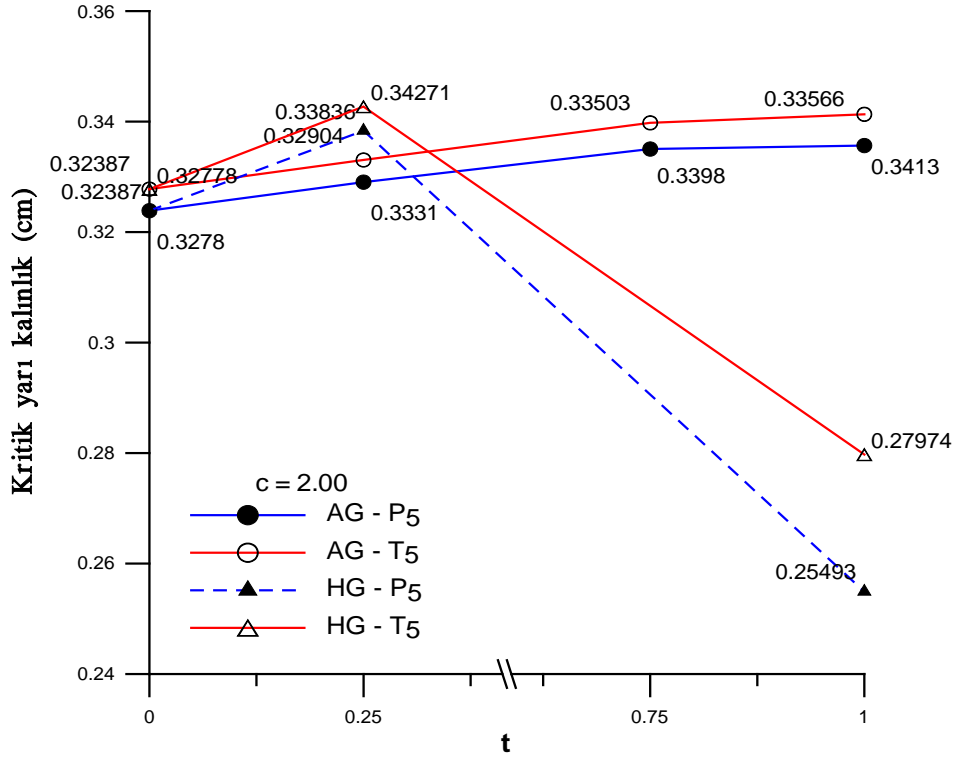
(HG) $c = 2,00$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
$t = 0,00$	0,41207	0,51830	0,34205	0,34809	0,32387	0,32778	0,31709	0,31804	0,31418	0,31483
$t = 0,25$	0,44864	0,56691	0,36043	0,36927	0,33836	0,34271	0,33038	0,33160	0,32702	0,32771
$t = 0,50$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$t = 0,75$	0,58192	0,75247	0,38112	0,41013	-	-	-	-	-	-
$t = 1,00$	0,76035	1,04219	0,38464	0,44452	0,25493	0,27974	0,19014	0,20354	0,15146	0,15981



Şekil 17.  $c = 2.00$ 'da farklı  $t$  değerleri kullanarak  $P_1$  ve  $T_1$  yaklaşımları



Şekil 18.  $c = 2.00$ 'da farklı  $t$  değerleri kullanarak  $P_5$  ve  $T_5$  yaklaşımları



Şekil 19.  $c = 2.00$ 'da farklı  $t$  değerleri kullanarak  $P_9$  ve  $T_9$  yaklaşımları

HG ve AG faz fonksiyonları kullanılarak yapılan difüzyon yaklaşımında  $t'$  nin negatif olduğu değerlerde incelenmiştir. Kritik yarı kalınlık çalışmalarında olduğu gibi  $t$  parametresinin artmasıyla difüzyon uzunluğunun belli bir korelasyonda arttığı tespit edilmiştir.  $t = 0$  değeri kritik yarı kalınlık hesaplamalarında olduğu gibi geleneksel saçılma tesir kesitiyle yapılan difüzyon yaklaşımından elde edilen sonuçlarla aynıdır. Bu durum geliştirdiğimiz denklemlerin doğruluğunu ispatlamaktadır. Kritik yarı kalınlık çalışmalarında da olduğu gibi HG faz fonksiyonu kullanılarak yapılan hesaplamalarda  $t \cong 1$ 'e yakın değerlerinde aşırı piklenme gözlemlenmektedir. Kritik yarı kalınlık çalışmalarının aksine  $c$ 'nin azalan değerlerinde bu durum düzelmektedir.

Çizelge 5.13. AG faz fonksiyonu için  $c = 0.99, 0.98$  ve  $0.95$ 'de  $P_I$  ve  $T_I$  yaklaşımlarından elde edilen difüzyon uzunlukları (cm)

$t$	$c = 0.99$		$c = 0.98$		$c = 0.95$	
	$P_I$	$T_I$	$P_I$	$T_I$	$P_I$	$T_I$
-1.00	5.0063	6.1314	3.5444	4.3410	2.2502	2.7559
-0.99	5.0125	6.1390	3.5488	4.3463	2.2529	2.7592
-0.75	5.1692	6.3309	3.6588	4.4811	2.3210	2.8427
-0.50	5.3490	6.5512	3.7851	4.6357	2.3990	2.9382
-0.25	5.5491	6.7963	3.9253	4.8075	2.4855	3.0441
0.00	5.7735	7.0711	4.0825	5.0000	2.5820	3.1623
0.25	6.0275	7.3821	4.2601	5.2176	2.6907	3.2954
0.50	6.3182	7.7382	4.4632	5.4663	2.8144	3.4469
0.75	6.6556	8.1514	4.6984	5.7544	2.9569	3.6214
0.99	7.0362	8.6175	4.9632	6.0786	3.1163	3.8166
1.00	7.0535	8.6387	4.9752	6.0933	3.1235	3.8255

Çizelge 5.14. HG faz fonksiyonu için  $c = 0.99, 0.98$  ve  $0.95$ 'de  $P_I$  ve  $T_I$  yaklaşımlarından elde edilen difüzyon uzunlukları (cm)

$t$	$c = 0.99$		$c = 0.98$		$c = 0.95$	
	$P_I$	$T_I$	$P_I$	$T_I$	$P_I$	$T_I$
-1.00	4.0927	5.0125	2.9013	3.5533	1.8490	2.2646
-0.99	4.1029	5.0251	2.9085	3.5622	1.8535	2.2701
-0.75	4.3737	5.3567	3.0994	3.7959	1.9731	2.4165
-0.50	4.7219	5.7831	3.3445	4.0962	2.1260	2.6038
-0.25	5.1691	6.3309	3.6588	4.4811	2.3210	2.8427
0.00	5.7735	7.0711	4.0825	5.0000	2.5820	3.1623
0.25	6.6556	8.1514	4.6984	5.7544	2.9569	3.6214
0.50	8.1244	9.9504	5.7166	7.0014	3.5635	4.3644
0.75	11.3776	13.9347	7.9305	9.7129	4.8154	5.8977
0.99	40.9273	50.1255	23.6492	28.9642	10.5851	12.9641
1.00	57.7350	70.7107	28.8675	35.3553	11.5470	14.1421

Çizelge 5.15. AG faz fonksiyonu için  $c = 0.90, 0.80$  ve  $0.50$ 'de  $P_I$  ve  $T_I$  yaklaşımlarından elde edilen difüzyon uzunlukları (cm)

$t$	$c = 0.90$		$c = 0.80$		$c = 0.50$	
	$P_I$	$T_I$	$P_I$	$T_I$	$P_I$	$T_I$
-1.00	1.6013	1.9612	1.1471	1.4049	0.7559	0.9258
-0.99	1.6031	1.9634	1.1483	1.4064	0.7565	0.9265
-0.75	1.6496	2.0203	1.1785	1.4434	0.7698	0.9428
-0.50	1.7025	2.0851	1.2127	1.4852	0.7845	0.9608
-0.25	1.7609	2.1567	1.2500	1.5309	0.8000	0.9798
0.00	1.8257	2.2361	1.2910	1.5811	0.8165	1.0000
0.25	1.8983	2.3250	1.3363	1.6366	0.8341	1.0215
0.50	1.9803	2.4254	1.3868	1.6984	0.8528	1.0445
0.75	2.0739	2.5400	1.4434	1.7678	0.8729	1.0690
0.99	2.1775	2.6669	1.5048	1.8430	0.8935	1.0944
1.00	2.1822	2.6726	1.5076	1.8464	0.8944	1.0954

Çizelge 5.16. HG faz fonksiyonu için  $c = 0.90, 0.80$  ve  $0.50$ 'de  $P_I$  ve  $T_I$  yaklaşımlarından elde edilen difüzyon uzunlukları (cm)

$t$	$c = 0.90$		$c = 0.80$		$c = 0.50$	
	$P_I$	$T_I$	$P_I$	$T_I$	$P_I$	$T_I$
-1.00	1.3245	1.6222	0.9623	1.1785	0.6666	0.8165
-0.99	1.3277	1.6261	0.9644	1.1811	0.6678	0.8179
-0.75	1.4107	1.7277	1.0206	1.2500	0.6963	0.8528
-0.50	1.5162	1.8570	1.0911	1.3363	0.7303	0.8944
-0.25	1.6496	2.0203	1.1785	1.4434	0.7698	0.9428
0.00	1.8257	2.2361	1.2910	1.5811	0.8165	1.0000
0.25	2.0739	2.5400	1.4434	1.7678	0.8729	1.0690
0.50	2.4618	3.0151	1.6666	2.0412	0.9428	1.1547
0.75	3.2026	3.9223	2.0412	2.5000	1.0328	1.2649
0.99	5.5300	6.7729	2.8307	3.4669	1.1490	1.4072
1.00	5.7735	7.0711	2.8868	3.5355	1.1547	1.4142

## 6. SONUÇ

Birçok araştırmacı, farklı yöntemler kullanarak nötron transport denkleminde en uygun çözüm metodunu aradılar. Önceki çalışmalar bölümünde de üzerinde durulduğu gibi bu çalışmalar ile transport denkleminin çözümüne katkı sağlanmasının yanı sıra bir çok başarılı yöntemde geliştirilmesine olanak sağlandı.

Bu çalışmada ise, dış kaynağın olmadığı tek boyutlu nötron transport denkleminde geleneksel olarak kullanılan saçılma tesir kesiti yerine,  $\sigma_S^{HG}$  ve  $\sigma_S^{AG}$  saçılma tesir kesitlerinin nötron transport denkleminde uygulanabileceği, uygulanan her iki polinom (Legendre ve Chebyshev) yaklaşım yöntemiyle gösterilmiştir.

İlk olarak  $\sigma_S^{HG}$  ve  $\sigma_S^{AG}$  saçılma tesir kesitleri, nötron transport denkleminde geleneksel olarak kullanılan saçılma tesir kesiti yerine sırayla uygulandı. Yeniden düzenlenen bu denklemleri Chebyshev ve Legendre polinomları cinsinden seriye açarak problemimizin çözümü için gerekli olan akı momentleri bulundu. Elde edilen akı momentlerine bağlı olarak kritik öneme sahip  $\nu$  özdeğerleri hesaplandı. Legendre polinomu yaklaşımından elde edilen akı momentlerinden genel bir denklem elde edilmesi, nötron transport denkleminin çözümünde kolaylık sağlamasına rağmen, Chebyshev polinomu yaklaşımında elde edilen akı momentlerine karşılık, genel bir denklem elde edilememiştir. Bu sebepten dolayı, Chebyshev polinomu yaklaşımında elde edilen akı momentleri  $T_{10}(\mu)$  yaklaşımına kadar sırası ile seriye açılarak tespit edildi.

Bulgular ve tartışmalar kısmında da değinildiği gibi HG faz fonksiyonunu kullanarak yaptığımız kritik yarı kalınlık hesaplamalarında bazı değerlerde aşırı piklenme gözlemlenmiştir. Ayrıca, bazı durumlarda  $\nu$  özdeğerleri kritik yarı kalınlık hesaplamaları yapılmasına olanak vermemektedir. AG faz fonksiyonunda ise buna benzer bulgulara rastlanılmamıştır. Bu durumlar göz önüne alındığında AG faz fonksiyonu ve buna bağlı olarak elde edilen  $\sigma_S^{AG}$  tesir kesiti, nötron transport denkleminin çözümü için daha işlevseldir denilebilir. Yukarıda değinilen durumlar dışında her iki faz fonksiyonu nötron transport teoriye başarı ile uygulanmış ve istisnalar dışında her iki polinomal yaklaşımdan elde edilen kritik yarı kalınlıklar  $c$  parameterisinin büyüyen değerlerinde genellikle birbirine yakınsamaktadır.

Bu çalışma, tek boyutlu nötron transport denkleminde  $t'$ 'nin pozitif değerleri için yapılmıştır. Aynı çalışma  $t'$ 'nin negatif değerleri ve farklı yaklaşım metotları için de yapılarak özdeğer ve kritik kalınlık hesaplamaları incelenebilir. Bu çalışmada, tek boyutlu

dilim geometri nötron transport denklemleri kullanıldı, Bu faz fonksiyonlarını kullanarak silindirik ve küresel geometrilerde de özdeğer ve kritiklik çalışmaları yürütülebilir.

## KAYNAKLAR

- ANLI, F., GÜNGÖR, S., YAŞA, F., ÖZTÜRK, H. 2006.  $T_N$  approximation to reflected slab and computation of the critical half thicknesses. Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, 101: 135-140
- ANLI, F., YAŞA, F., GÜNGÖR, S. 2005. General Eigenvalue Spectrum in a One-Dimensional Slab Geometry Transport Equation. Nuclear Science and Engineering, 150: 72-77
- ANLI, F., GÜNGÖR, S. 2007. Some useful properties of Legendre polynomials and its applications to neutron transport equation in slab geometry. Applied Mathematical Modelling, 31: 727-733
- ANLI, F., GÜNGÖR, S., YAŞA, F., ÖZTÜRK, H. 2006.  $T_N$  approximation to neutron transport equation and application to critical slab problem. Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, 71: 25-37
- ARFGEN, G.B. , WEBER, H.J. 1995. Mathematical methods for physicists. Academic Press , London, 4.edition, 974s
- ASPELUND, O. 1959. On a New Method for Solving the (Boltzmann) Equation in Neutron Transport Theory. PICG 16: 530
- ATALAY, M. A., YILDIZ, C. 2002.  $P_N$  critically solutions of neutron transport equation with anisotropic scattering in reflected homogeneous slab and sphere. Kerntechnik, 67:276-283
- ATALAY, M. A. 2004. Fourier mode analysis of reflected slab and sphere criticality. Progress in Nuclear Energy, 44:253-262
- BELL, G. I. , GLASSTONE, S. 1972. Nuclear Reactor Theory, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 604s.
- BÜLBÜL, A., ANLI, F., 2006. Tek Boyutlu Dilim Geometride Nötron Transport Denkleminin  $U_N$  Yaklaşımı İle Çözümü. Yüksek Lisans Tezi, Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi, Kahramanmaraş.
- BÜLBÜL, A., ULUTAŞ, M., ANLI, F. 2008. Application of the  $U_N$  approximation to the neutron transport equation in slab geometry. Kerntechnik, 73/1-2: 61-65
- BÜLBÜL, A., KARA, A., ANLI, F. 2010. Efficiency of reflection coefficients in the isotropic neutron transport equation and computation of the critical-half thicknesses. Kerntechnik, 73/4: 206-209

- BÜLBÜL, A., KARA, A., ANLI, F. 2010. Application of the  $T_N$  method to critical slab problem for one-speed neutrons with forward and backward scattering. *Kerntechnik*, 75/6: 61-65
- CASE, K. M., ZWEIFEL, P. F. 1967. *Linear Transport Theory*. Addison-Wesley Publishing Company, London, 342s.
- CONKIE, W.R. 1959. Polynomial approximations in neutron transport theory. *Nuclear Science and Engineering*, 6: 260-266
- DAVISON, B. 1958. *Neutron Transport Theory*. Oxford University Press, London, 450s.
- DHAL, E.B., SJÖSTRAND, N.G. 1979. Extrapolation distance of spheres and of infinite slabs and cylinders for monoenergetic neutrons scattering anisotropically. *Annals of Nuclear Energy*, 6/1: 7-12
- DUDERSTADT, J.J., W.R. MARTIN. 1978. *Transport Theory*. The Univ of Michigan, Ann Arbor.
- HAASER, N.B., SULLIVAN, J. A. 1971. *Real Analysis*, Van Nostrand Reinhold Company, New York. 309s.
- HENYEU, L. G. and GREENSTEIN, J. L. 1941. Diffuse radiation in the galaxy, *Astrophysical Journal*, 93: 70-83.
- KAMIUTO, K., SEKI, JYUNKO. 1987. Study Of The  $P_1$  Approximation in an inverse Scattering Problem. *Journal of Quantitative Spectroscopy And Radiative Transfer*, 37: 455-459
- KAŞKAŞ, A., TEZCAN, C., GÜLEÇYÜZ, M.Ç. 2000. The solution of the third form using singular eigenfunctions: the slab and the sphere criticality problems. *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 66: 519-528.
- LAMARSH, J. R. 1977. *Introduction to Nuclear Engineering*. Wesley Publishing Company, California, 600s.
- LEE, C.E., DIAS, M.P. 1984. Analytical solutions to the moment transport equations-I: One-group one-region slab and sphere criticality, *Annals of Nuclear Energy*, 11/10: 515-530
- LEWIS E.E, MILLER W:F. 1984. *Computational Methods of Neutron Transport*, John Wiley & Sons, New York.
- OĞUL, R., EREN, N. 1999. *Nükleer ve Reaktör Fiziği*. Selçuk Üniversitesi Yayını, Konya, 228s.

- ÖZTÜRK, H., ANLI, F., GÜNGÖR, S. 2007.  $T_N$  method for the critical thickness of one-speed neutrons in a slab with forward and backward scattering. Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, 102: 211-216
- SAHNÍ, D.C. KULKARNI, M. SJÖSTRAND, N.G. Criticality of reflected spheres by  $P_N$  method. Annals of nuclear Energy, 31: 991-1003
- TANYEL, B. 1994. Nükleer Fizik. Ege Üniversitesi Yayını, İzmir, 340s.
- YABUSHITA, S. 1961. Tschebyscheff polynomials approximation method of the neutron transport equation. Journal of Mathematical Physics, 2: 543-549.
- YAŞA, F., ANLI, F. 2009. A model for calculation of forward isotropic scattering with application to transport equation in slab geometry. Kerntechnik, 74/5-6: 1-5
- YILDIZ, C. 2001. The spherical harmonics method for anisotropic scattering in neutron transport theory the critical slab problem. Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, 71: 25-37

## EKLER

**Ek Çizelge1.** AG saçılma tesir kesiti ile  $P_N$  ve  $T_N$  yaklaşımları  $c = 1.01$  için  $v$  özdeğerleri

$t$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
0.00	5.77350i	7.07107i	5.75054i 0.50912	5.74847i 0.61504	5.75054i 0.81709 0.31311	5.75055i 0.88382 0.34782	5.75054i 0.90687 0.62910 0.22479	5.75054i 0.94582 0.66978 0.24263	5.75054i 0.94411 0.77109 0.50385 0.17509	5.75054i 0.96901 0.80363 0.53178 0.18558
0.25	6.03297i	7.38885i	6.00866i 0.51297	6.00665i 0.61967	6.00865i 0.81939 0.31468	6.00866i 0.88578 0.34977	6.00865i 0.90804 0.63092 0.22561	6.00865i 0.94666 0.67181 0.24358	6.00865i 0.94476 0.77246 0.50512 0.17559	6.00865i 0.96944 0.80505 0.53316 0.18614
0.50	6.33089i	7.75372i	6.30435i 0.52737	6.30233i 0.63707	6.30435i 0.83123 0.32040	6.30435i 0.89668 0.35689	6.30435i 0.91548 0.63856 0.22858	6.30435i 0.95258 0.68062 0.24701	6.30435i 0.94952 0.77905 0.51006 0.17738	6.30435i 0.97289 0.81224 0.53860 0.18816
0.75	6.67781i	8.17861i	6.64781i 0.55830	6.64567i 0.67443	6.64781i 0.86499 0.33392	6.64782i 0.93011 0.37314	6.64781i 0.94248 0.65869 0.23592	6.64781i 0.97669 0.70360 0.25543	6.64781i 0.97068 0.79815 0.52297 0.18192	6.64781i 0.99054 0.83341 0.55289 0.19325
1.00	7.08881i	8.68199i	7.05346i 0.61673	7.05101i 0.74503	7.05346i 0.94588 0.36489	7.05346i 1.01494 0.40861	7.05346i 1.02278 0.71349 0.25563	7.05346i 1.05635 0.76339 0.27725	7.05346i 1.04729 0.85819 0.56262 0.19576	7.05346i 1.06440 0.89713 0.59561 0.20827

**Ek Çizelge 2.** AG saçılma tesir kesiti ile  $P_N$  ve  $T_N$  yaklaşımları  $c = 1.20$  için  $v$  özdeğerleri

$t$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
0.00	1.29099i	1.58114i	1.20016i 0.54547	1.19809 i 0.65986	1.19829i 0.83089 0.33041	1.19871i 0.89509 0.36841	1.19827i 0.91276 0.64384 0.23418	1.19824i 0.94996 0.68490 0.25351	1.19827i 0.94714 0.78010 0.51567 0.18088	1.19827i 0.97098 0.81224 0.54444 0.19207
0.25	1.36083i	1.66667i	1.26233i 0.55154	1.26048 i 0.66704	1.26058i 0.83463 0.33264	1.26095i 0.89819 0.37129	1.26056i 0.91472 0.64667 0.23529	1.26054i 0.95136 0.68814 0.25479	1.26056i 0.94825 0.78233 0.51754 0.18153	1.26056i 0.97171 0.81458 0.54649 0.19280
0.50	1.44338i	1.76777i	1.33301i 0.57249	1.33151 i 0.69213	1.33124i 0.85107 0.34049	1.33157i 0.91312 0.38122	1.33121i 0.92517 0.65713 0.23918	1.33119i 0.95961 0.70029 0.25934	1.33121i 0.95505 0.79147 0.52413 0.18384	1.33122i 0.97663 0.82462 0.55379 0.19542
0.75	1.54303i	1.88982i	1.41468i 0.61744	1.41377 i 0.74611	1.41262i 0.89612 0.35898	1.41296i 0.95706 0.40378	1.41260i 0.96113 0.68346 0.24886	1.41258i 0.99146 0.73049 0.27052	1.41260i 0.98367 0.81611 0.54079 0.18969	1.41260i 1.00048 0.85203 0.57228 0.20200
1.00	1.66667i	2.04124i	1.51055i 0.70507	1.51079 i 0.85131	1.50759i 1.00339 0.40264	1.50800i 1.06780 0.45449	1.50756i 1.06529 0.75517 0.27549	1.50754i 1.09377 0.80879 0.30026	1.50756i 1.08295 0.89215 0.59215 0.20789	1.50756i 1.09588 0.93242 0.62777 0.22187

**Ek Çizelge 3.** AG saçılma tesir kesiti ile  $P_N$  ve  $T_N$  yaklaşımları  $c = 1.40$  için  $v$  özdeğerleri

$t$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
0.00	0.91287i	1.11803i	0.80178i 0.57735	0.80531i 0.69416	0.79423i 0.84042 0.34850	0.79534i 0.90234 0.38947	0.79379i 0.91669 0.65579 0.24436	0.79374i 0.95261 0.69679 0.26526	0.79377i 0.94914 0.78676 0.52624 0.18721	0.79378i 0.97225 0.81845 0.55554 0.19913
0.25	0.97129i	1.18958i	0.84757i 0.58718	0.85179i 0.70557	0.84018i 0.84624 0.35188	0.84118i 0.90713 0.39396	0.83982i 0.91976 0.66029 0.24589	0.83977i 0.95479 0.70193 0.26706	0.83979i 0.95089 0.79030 0.52914 0.18807	0.83981i 0.97341 0.82217 0.55874 0.20013
0.50	1.04257i	1.27688i	0.89997i 0.61691	0.90554i 0.74040	0.89214i 0.86840 0.36261	0.89306i 0.92696 0.40775	0.89180i 0.93396 0.67439 0.25101	0.89176i 0.96593 0.71838 0.27307	0.89179i 0.96028 0.80264 0.53789 0.19101	0.89179i 0.98019 0.83576 0.56848 0.20348
0.75	1.13228i	1.38675i	0.96134i 0.68001	0.96941i 0.81436	0.95185i 0.92713 0.38766	0.95282i 0.98343 0.43869	0.95148i 0.98101 0.70806 0.26365	0.95145i 1.00739 0.75709 0.28779	0.95147i 0.99849 0.83357 0.55905 0.19847	0.95148i 1.01219 0.87021 0.59199 0.21192
1.00	1.25000i	1.53093i	1.03547i 0.80658	1.04839i 0.96204	1.02126i 1.06709 0.44862	1.02258i 1.12572 0.51031	1.02064i 1.11507 0.79972 0.29936	1.02062i 1.13806 0.85705 0.32803	1.02062i 1.12676 0.92759 0.62433 0.22221	1.02063i 1.13559 0.96888 0.66261 0.23800

**Ek Çizelge 4.** AG saçılma tesir kesiti ile  $P_N$  ve  $T_N$  yaklaşımları  $c = 1.60$  için  $v$  özdeğerleri

$t$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
0.00	0.74536i	0.91287i	0.62783i 0.60202	0.63581i 0.71789	0.61336i 0.84691 0.36564	0.61548i 0.90709 0.40878	0.61179i 0.91934 0.66488 0.25460	0.61179i 0.95437 0.70561 0.27697	0.61164i 0.95049 0.79152 0.53497 0.19369	0.61168i 0.97310 0.82284 0.56452 0.20635
0.25	0.80064i	0.98058i	0.66629i 0.61663	0.67571i 0.73427	0.65159i 0.85512 0.37069	0.65354i 0.91375 0.41559	0.65021i 0.92367 0.67144 0.25677	0.65021i 0.95743 0.71305 0.27955	0.65008i 0.95299 0.79663 0.53922 0.19484	0.65011i 0.97474 0.82817 0.56922 0.20770
0.50	0.87039i	1.06600i	0.71109i 0.65656	0.72304i 0.77977	0.69489i 0.88369 0.38508	0.69678i 0.93902 0.43425	0.69356i 0.94215 0.68968 0.26339	0.69357i 0.97187 0.73436 0.28739	0.69345i 0.96542 0.81253 0.55053 0.19854	0.69348i 0.98373 0.84574 0.58181 0.21196
0.75	0.96225i	1.17851i	0.76525i 0.74077	0.78168i 0.87576	0.74488i 0.95819 0.41812	0.74698i 1.00983 0.47537	0.74331i 1.00239 0.73134 0.27958	0.74335i 1.02489 0.78224 0.30638	0.74321i 1.01550 0.84999 0.57665 0.20787	0.74323i 1.02618 0.88737 0.61087 0.22258
1.00	1.09109i	1.33631i	0.83492i 0.91496	0.85970i 1.07307	0.80362i 1.13791 0.50081	0.80678i 1.19011 0.57311	0.80085i 1.17355 0.84501 0.32659	0.80099i 1.19099 0.90580 0.35974	0.80065i 1.18056 0.96299 0.65740 0.23831	0.80068i 1.18591 1.00452 0.69828 0.25621

**Ek Çizelge 5.** AG saçılma tesir kesiti ile  $P_N$  ve  $T_N$  yaklaşımları  $c = 1.80$  için  $\nu$  özdeğerleri

$t$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
0.00	0.64549i	0.79057i	0.52736i 0.62069	0.53812i 0.73456	0.50676i 0.85156 0.38116	0.50998i 0.91042 0.42568	0.50339i 0.92123 0.67184 0.26465	0.50360i 0.95561 0.71226 0.28830	0.50289i 0.95146 0.79505 0.54209 0.20023	0.50299i 0.97371 0.82607 0.57173 0.21361
0.25	0.70014i	0.85749i	0.56169i 0.64060	0.57463i 0.75618	0.54006i 0.86232 0.38845	0.54311i 0.91905 0.43547	0.53692i 0.92693 0.68071 0.26768	0.53711i 0.95962 0.72225 0.29196	0.53651i 0.95476 0.80187 0.54794 0.20178	0.53658i 0.97588 0.83315 0.57818 0.21544
0.50	0.77152i	0.94491i	0.60264i 0.69175	0.61922i 0.81300	0.57799i 0.89798 0.40721	0.58109i 0.95032 0.45987	0.57481i 0.95028 0.70348 0.27614	0.57502i 0.97784 0.74884 0.30203	0.57444i 0.97076 0.82162 0.56210 0.20639	0.57450i 0.98749 0.85503 0.59394 0.22077
0.75	0.87039i	1.06600i	0.65425i 0.80006	0.67713i 0.93353	0.62229i 0.99084 0.44959	0.62596i 1.03779 0.51275	0.61840i 1.02647 0.75356 0.29654	0.61869i 1.04509 0.80633 0.32607	0.61799i 1.03583 0.86559 0.59358 0.21790	0.61805i 1.04365 0.90360 0.62895 0.23395
1.00	1.02062i	1.25000i	0.72622i 1.03357	0.76067i 1.19162	0.67619i 1.22104 0.55849	0.68202i 1.26603 0.64169	0.66906i 1.24581 0.89125 0.35736	0.66971i 1.25791 0.95503 0.39546	0.66825i 1.24945 0.99851 0.69130 0.25639	0.66833i 1.25227 1.03918 0.73473 0.27672

**Ek Çizelge 6.** AG saçılma tesir kesiti ile  $P_N$  ve  $T_N$  yaklaşımları  $c = 2.00$  için  $\nu$  özdeğerleri

$t$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
0.00	0.57735i	0.70711i	0.46112i 0.63491	0.47349i 0.74668	0.43585i 0.85503 0.39478	0.44006i 0.91287 0.44006	0.43034i 0.92265 0.67727 0.27425	0.43086i 0.95653 0.71739 0.29896	0.42924i 0.95218 0.79776 0.54790 0.20673	0.42943i 0.97416 0.82852 0.57756 0.22077
0.25	0.63246i	0.77459i	0.49293i 0.66039	0.50814i 0.77363	0.46562i 0.86846 0.40475	0.46977i 0.92356 0.45328	0.46028i 0.92979 0.68859 0.27841	0.46078i 0.96155 0.73008 0.30399	0.45932i 0.95636 0.80638 0.55553 0.20879	0.45948i 0.97689 0.83746 0.58592 0.22323
0.50	0.70711i	0.86603i	0.53189i 0.72364	0.55173i 0.84247	0.49987i 0.91194 0.42849	0.50426i 0.96143 0.48412	0.49422i 0.95869 0.71618 0.28905	0.49477i 0.98411 0.76232 0.31671	0.49333i 0.97656 0.83022 0.57275 0.21448	0.49345i 0.99167 0.86397 0.60506 0.22985
0.75	0.81649i	1 i	0.58336i 0.85969	0.61118i 0.99092	0.54069i 1.02659 0.48139	0.54610i 1.06872 0.55011	0.53349i 1.05453 0.77497 0.31433	0.53423i 1.06936 0.82954 0.34657	0.53245i 1.06080 0.88045 0.60989 0.22852	0.53257i 1.06611 0.91879 0.64634 0.24598
1.00	1 i	1.22474i	0.66155i 1.17089	0.70449i 1.32777	0.59341i 1.32437 0.62088	0.60228i 1.36121 0.71515	0.57988i 1.33993 0.93865 0.39164	0.58149i 1.34737 1.00445 0.43499	0.57771i 1.34149 1.03436 0.72607 0.27659	0.57794i 1.34276 1.07296 0.77206 0.29966

**Ek Çizelge 7.** HG saçılma tesir kesiti ile  $P_N$  ve  $T_N$  yaklaşımları  $c=1.01$  için  $v$  özdeğerleri

$t$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
0.00	5.77350i	7.07107i	5.75054i 0.50912	5.74847i 0.61504	5.75054i 0.81709 0.31311	5.75055i 0.88382 0.34782	5.75054i 0.90687 0.62910 0.22479	5.75054i 0.94582 0.66978 0.24263	5.75054i 0.94411 0.77109 0.50385 0.17509	5.75054i 0.96901 0.80363 0.53178 0.18558
0.25	6.67781i	8.17861i	6.64941i 0.53034	6.64747i 0.64063	6.64941i 0.83111 0.32145	6.64942i 0.89601 0.35827	6.64941i 0.91448 0.63933 0.22910	6.64941i 0.95146 0.68139 0.24761	6.64941i 0.94853 0.77920 0.51073 0.17769	6.64941i 0.97201 0.81225 0.53932 0.18853
0.50	8.20609i	10.05038i	8.16233i 0.63083	8.16012i 0.76200	8.16233i 0.92591 0.35943	8.16233i 0.98611 0.40551	8.16233i 0.98438 0.69089 0.24824	8.16233i 1.01068 0.74175 0.26990	8.16233i 1.00141 0.82530 0.54269 0.18906	8.16233i 1.01432 0.86653 0.57645 0.20147
0.75	11.72421i	14.35916i	11.61595i 1.02806	11.61203i 1.24191	11.61594i 1.38840 0.51732	11.61595i 1.45094 0.59481	11.61594i 1.41902 0.91112 0.33058	11.61594i 1.42952 0.98196 0.36491	11.61594i 1.42107 1.01923 0.68012 0.23838	11.61594i 1.42119 1.07066 0.74852 0.25828
1.00	57.73503	70.71068	86.11363 33.99810	92.38795 38.26834	93.24695 66.12094 23.86192	96.59258 70.71068 25.88190	96.02899 79.66665 52.55324 18.34346	98.07853 83.14696 55.55702 19.50903	97.39065 86.50634 67.94096 43.33954 14.88743	98.76883 89.10065 70.71068 45.39905 15.64345

**Ek Çizelge 8.** HG saçılma tesir kesiti ile  $P_N$  ve  $T_N$  yaklaşımları  $c=1.20$  için  $v$  özdeğerleri

$t$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
0.00	1.29099i	1.58114i	1.20016i 0.54547	1.19809i 0.65986	1.19829i 0.83089 0.33041	1.19871i 0.89509 0.36841	1.19827i 0.91276 0.64384 0.23418	1.19824i 0.94996 0.68490 0.25351	1.19827i 0.94714 0.78010 0.51567 0.18088	1.19827i 0.97098 0.81224 0.54444 0.19207
0.25	1.54303i	1.88982i	1.42119i 0.57789	1.41996i 0.69848	1.41959i 0.85232 0.34211	1.41987i 0.91345 0.38348	1.41957i 0.92478 0.65889 0.23992	1.41956i 0.95883 0.70229 0.26020	1.41957i 0.95432 0.79249 0.52535 0.18426	1.41958i 0.97586 0.82556 0.55515 0.19591
0.50	2.04124i	2.50000i	1.82315i 0.73604	1.82497i 0.88797	1.82099i 0.99198 0.39563	1.82119i 1.04432 0.45150	1.82098i 1.03191 0.72816 0.26556	1.82098i 1.05060 0.78399 0.29035	1.82098i 1.04098 0.85295 0.56736 0.19906	1.82098i 1.04803 0.89642 0.60426 0.21289
0.75	4.08248i	5.00000i	3.10353i 1.66518	3.14677i 1.98326	3.09226i 1.91519 0.65834	3.09226i 1.95080 0.77659	3.09223i 1.92177 1.04169 0.38849	3.09224i 1.92387 1.11384 0.43497	3.09223i 1.92187 1.11593 0.75574 0.26855	3.09223i 1.92169 1.15089 0.84581 0.29452
1.00	2.88675	3.53553	4.30568 1.69991	4.61939 1.91342	4.66235 3.30605 1.19309	4.82963 3.53553 1.29409	4.80145 3.98333 2.62766 0.91717	4.90393 4.15735 2.77785 0.97545	4.86953 4.32532 3.39705 2.16698 0.74437	4.93844 4.45503 3.53553 2.26995 0.78217

**Ek Çizelge 9.** HG saçılma tesir kesiti ile  $P_N$  ve  $T_N$  yaklaşımları  $c = 1.40$  için  $\nu$  özdeğerleri

$t$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
0.00	0.91287i	1.11803i	0.80178i 0.57735	0.80531i 0.69416	0.79423i 0.84042 0.34850	0.79534i 0.90234 0.38947	0.79379i 0.91669 0.65579 0.24436	0.79374i 0.95261 0.69679 0.26526	0.79377i 0.94914 0.78676 0.52624 0.18721	0.79378i 0.97225 0.81845 0.55554 0.19913
0.25	1.13228i	1.38675i	0.96855i 0.62749	0.97509i 0.75267	0.96119i 0.87256 0.36539	0.96194i 0.92953 0.41181	0.96094i 0.93510 0.67821 0.25213	0.96091i 0.96617 0.72284 0.27441	0.96093i 0.96043 0.80543 0.54025 0.19161	0.96093i 0.97995 0.83863 0.57112 0.20419
0.50	1.66667i	2.04124i	1.30759i 0.88264	1.32851i 1.04909	1.29553i 1.08615 0.44123	1.29599i 1.12750 0.51054	1.29533i 1.10845 0.76949 0.28640	1.29532i 1.11891 0.83026 0.31515	1.29532i 1.11167 0.88121 0.59499 0.21074	1.29532i 1.11411 0.92498 0.63547 0.22633
0.75	4.08248	5.00000	1.46308+ 2.20869i  1.46308- 2.20869i	1.81101+ 2.27956i  1.81101- 2.27956i	1.42477+ 2.07125i  1.42477- 2.07125i	1.41587+ 2.06762i  1.41587- 2.06762i	1.42589+ 2.07159i  1.42589- 2.07159i	1.42580+ 2.0718i  1.42580- 2.0718i	1.42588+ 2.07159i  1.42588- 2.07159i	1.42590+ 2.07156i  1.42590- 2.07156i
1.00	1.44338	1.76777	2.15284 0.84995	2.30969 0.95671	2.33117 1.65302 0.59655	2.41481 1.76777 0.64705	2.40072 1.99167 1.31383 0.45859	2.45196 2.07867 1.38893 0.48773	2.43477 2.16266 1.69852 1.08349 0.37219	2.46922 2.22752 1.76777 1.13498 0.39109

**Ek Çizelge 10.** HG saçılma tesir kesiti ile  $P_N$  ve  $T_N$  yaklaşımları  $c = 1.60$  için  $\nu$  özdeğerleri

$t$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
0.00	0.74536i	0.91287i	0.62783i 0.60202	0.63581i 0.71789	0.61336i 0.84691 0.36564	0.61548i 0.90709 0.40878	0.61179i 0.91934 0.66488 0.25460	0.61179i 0.95437 0.70561 0.27697	0.61164i 0.95049 0.79152 0.53497 0.19369	0.61168i 0.97310 0.82284 0.56452 0.20635
0.25	0.96225i	1.17851i	0.77139i 0.67527	0.78567i 0.80064	0.75538i 0.89227 0.38989	0.75694i 0.94506 0.44139	0.75429i 0.94590 0.69653 0.26513	0.75431i 0.97394 0.74245 0.28952	0.75423i 0.96724 0.81791 0.55459 0.19939	0.75425i 0.98460 0.85146 0.58641 0.21298
0.50	1.66667i	2.04124i	1.10898i 1.09999	1.15792i 1.27223	1.07624i 1.24104 0.49635	1.07736i 1.26829 0.58298	1.07523i 1.24964 0.81188 0.31047	1.07530i 1.25352 0.87528 0.34405	1.07520i 1.25021 0.90723 0.62434 0.22380	1.07519i 1.25066 0.94813 0.66861 0.24149
0.75	1.66667	2.04124	1.29737+ 1.73347i  1.29737- 1.73347i	1.80796+ 1.54682i  1.80796- 1.54682i	0.91694+ 1.43042i  0.91694- 1.43042i	0.90412+ 1.47458i  0.90412- 1.47458i	0.93208+ 1.41101i  0.93208- 1.41101i	0.93239+ 1.41190i  0.93239- 1.41190i	0.93228+ 1.41135i  0.93228- 1.41135i	0.93228+ 1.41113i  0.93228- 1.41113i
1.00	0.96225	1.17851	1.43523 0.56664	1.53979 0.63781	1.55412 1.10202 0.39769	1.60988 1.17851 0.43137	1.60048 1.32778 0.87589 0.30572	1.63464 1.38578 0.92595 0.32515	1.62318 1.44177 1.13235 0.72233 0.24812	1.64615 1.48501 1.17851 0.75665 0.26072

**Ek Çizelge 11.** HG saçılma tesir kesiti ile  $P_N$  ve  $T_N$  yaklaşımları  $c = 1.80$  için  $\nu$  özdeğerleri

$t$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
0.00	0.64549i	0.79057i	0.52736i 0.62069	0.53812i 0.73456	0.50676i 0.85156 0.38116	0.50998i 0.91042 0.42568	0.50339i 0.92123 0.67184 0.26465	0.50360i 0.95561 0.71226 0.28830	0.50289i 0.95146 0.79505 0.54209 0.20023	0.50299i 0.97371 0.82607 0.57173 0.21361
0.25	0.87039i	1.06600i	0.65863i 0.72156	0.67925i 0.84490	0.63302i 0.91277 0.41515	0.63573i 0.96129 0.47163	0.63032i 0.95808 0.71424 0.27885	0.63050i 0.98289 0.76164 0.30540	0.63006i 0.97548 0.83035 0.56844 0.20762	0.63009i 0.99042 0.86454 0.60112 0.22229
0.50	2.04124i	2.50000i	1.03351i 1.53403	1.12649i 1.69972	0.96497i 1.60323 0.56270	0.96747i 1.61434 0.66973	0.96179i 1.60452 0.85355 0.33844	0.96213i 1.60516 0.91545 0.37791	0.96168i 1.60454 0.93086 0.65516 0.23849	0.96166i 1.60457 0.96689 0.70327 0.25872
0.75	1.09109	1.33631	5.20613 1.93779	8.53702 1.42707	0.94725+ 1.20856i  0.94725- 1.20856i	1.09159+ 1.29274i  1.09159- 1.29274i	0.88972+ 1.07472*I  0.88972- 1.07472*I	0.88564+ 1.08079  0.88564- 1.08079	0.89623+ 1.07565*I  0.89623- 1.07565*I	0.89734+ 1.07354*I  0.89734- 1.07354*I
1.00	0.72169	0.88388	1.07642 0.42498	1.15485 0.47835	1.16559 0.82651 0.29827	1.20741 0.88388 0.32352	1.20036 0.99583 0.65692 0.22929	1.22598 1.03934 0.69446 0.24386	1.21738 1.08133 0.84926 0.54174 0.18609	1.23461 1.11376 0.88388 0.56749 0.19554

**Ek Çizelge 12.** HG saçılma tesir kesiti ile  $P_N$  ve  $T_N$  yaklaşımları  $c = 2.00$  için  $\nu$  özdeğerleri

$t$	$P1$	$T1$	$P3$	$T3$	$P5$	$T5$	$P7$	$T7$	$P9$	$T9$
0.00	0.57735i	0.70711i	0.46112i 0.63491	0.47349i 0.74668	0.43585i 0.85503 0.39478	0.44006i 0.91287 0.44006	0.43034i 0.27425 0.67727 0.92265	0.43086i 0.95653 0.71739 0.29896	0.42924i 0.95218 0.79776 0.54790 0.20673	0.42943i 0.97416 0.82852 0.57756 0.22077
0.25	0.81649i	1i	0.58579i 0.76769	0.61151i 0.88808	0.55093i 0.93527 0.44073	0.55497i 0.97933 0.50206	0.54585i 0.97261 0.73163 0.29317	0.54635i 0.99392 0.78082 0.32188	0.54518i 0.98609 0.84294 0.58187 0.21627	0.54526i 0.99828 0.87812 0.61536 0.23206
0.50	-	-	1.06904i -	1.29099i -	0.92631i 0.64033 -	0.93133i 0.76524 -	0.91832i 0.89346 0.37109 -	0.91932i 0.95037 0.41767 -	0.91799i 0.95349 0.68694 0.25508 -	0.91792i 0.98391 0.73873 0.27839 -
0.75	0.81649	1.00000	3.03112i 0.97740	4.04109i 0.88533	1.05116+ 0.92175i  1.05116- 0.92175i	1.23079+ 0.81609i  1.23079- 0.81609i	1.57278i 1.23240  1.57596+ 0.83924i  1.75596- 0.83924i	1.58537i 1.37153  0.77786+ 0.87061i  0.77786- 0.87061i	1.56791i 1.34503 0.57196  0.77286+ 0.80498i  0.77286- 0.80498i	1.56429i 1.37135 0.77624  0.76009+ 0.79066i  0.76009- 0.79066i
1.00	0.57735	0.70711	0.33998 0.86114	0.38268 0.92388	0.93247 0.66121 0.23862	0.96593 0.70711 0.25882	0.18343 0.52553 0.79667 0.96029	0.19509 0.55557 0.83147 0.98079	0.97391 0.86506 0.67941 0.43339 0.14887	0.98769 0.89101 0.70711 0.45399 0.15643

## ÖZGEÇMİŞ

### Kişisel Bilgiler

Adı, soyadı : Ayhan KARA  
Uyruğu : T.C.  
Doğum tarihi ve yeri : 16.04.1979 GİRESUN  
Medeni hali : Evli  
e-posta : ayhankara@gmail.com

### Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet tarihi
Doktora	KSÜ/Fizik Ana Bilim Dalı	2012
Yüksek lisans	KTÜ /Fizik Ana Bilim Dalı	2008
Lisans	SDÜ/ Fizik Bölümü	2005

### Yayınlar

1. İ. Akkurt, **A. Kara**, B. Mavi, K. Günoğlu. S. Karabörklü. The concentrations of  $^{40}\text{K}$ ,  $^{226}\text{Ra}$  and  $^{232}\text{Th}$  in soil sample in Osmaniye (Turkey) . American Institute of physics 508-511 (2011)
2. U. Cevik, **A. Kara**, N. Celik, M. Karabıdak, A. Celik. “Radon Survey and Exposure Assessment in Karaca and Çal Caves, Turkey. Water, soil and air pollution. Volume 214, issue 1-4, page 461-469, 2011
3. H.Ozturk, A. Bulbul and **A. Kara**.  $U_1$  approximation to neutron transport equation and calculation of the asymptotic relaxation length. Kerntechnik Volume 75, issue 6, page 375-376, 2010
4. A. Bulbul, **A. Kara**, F. Anlı. “Efficiency of reflection coefficient in the isotropic neutron transport equation and computation of the critical-half thicknesses”. Kerntechnik. Volume 75, issue 4, page :206-209, 2010
5. U. Cevik, N. Damla , A. I. Kobya, A. Celik, **A. Kara**.” Radiation dose estimation and mass attenuation coefficients of marble used in Turkey. Annals of nuclear energy, Volume 37 issue 12 page: 1705-1711. 2010
6. A. Bulbul, **A. Kara**, F. Anlı. Application of the  $T_N$  Method to Critical Slab Problem for One-Speed Neutrons with Forward and Backward Scattering and efficiency of reflection coefficient. Kerntechnik Volume 75, issue 6, page: 377-380, 2010
7. **A.Kara**, U.Cevik, N.Damla, Y.O.Yeşilbag. Evaluation of Radioactivity Levels of Coal, Slag and Fly Ash Samples Used In Giresun Province Of Turkey, Azerbaijan Journal of Physics, *Fizika Cilt: XVI Sayı:2* 510-512 (2010)

8. Celik N., Cevik U., Celik A., **Kara A.**, “Indoor radon measurements in dwellings of Giresun and attributed lung cancer risk”, Balkan Physics Letters Special Issue, page: 693-696 (2008)

### **Bildiriler**

1. İ. Akkurt, A. Kara, B. Mavi, K. Günoğlu. S. Karabörklü. The concentrations of  $^{40}\text{K}$ ,  $^{226}\text{Ra}$  and  $^{232}\text{Th}$  in soil sample in Osmaniye (Turkey) . Advances in applied physics & material science congress.(APMAS 2011). 12-15 Mayıs 2011,Antalya- Kemer, Turkey.

2. **A. Kara**, U. Cevik, Y.O. Yesilbag, N.Damla, U.Isık. Natural radioactivity levels of coal and its burning products used in Trabzon province of Turkey. 27<sup>th</sup> International Physics Congress 13-17 Eylül 2010,İstanbul, Turkey.

3. A. Bulbul, **A. Kara**, F. Anlı, H. Ozturk. Modified  $U_1$  approximation to neutron transport equation in slab geometry and calculation of the diffusion lenght. 27<sup>th</sup> International Physics Congress 13-17 Eylül 2010,İstanbul, Turkey.

4 **A. Kara**, U. Cevik, N. Damla, Y.Ö.Yeşilbağ. Evaluation of radioactivity levels of coal, slag and fly ash samples used in Giresun province of Turkey. Azerbaijan Institute of physics Azerbaijan National Academy of sciences International Conference 30 June 2010 Bakü, Azerbaijan.

5. **A.Kara**, S. Kaya, A. Çelik, N. Çelik, U. Çevik. Determination of the Radon Concentration and Radioactivity in Karaca Cave. 25th International Physics Congress 25 – 29 Ağustos 2008, Bodrum, Turkey

6. S. Kaya, S.M. Karabıdak, B. Koz, **A. Kara**, N. Damla and U. Çevik. Radioactivity concentration of  $^{226}\text{Ra}$ ,  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{137}\text{Cs}$  and  $^{40}\text{K}$  radionuclides for soil and moss samples around Gumushane. 25<sup>th</sup> International Physics Congress 25 – 29 Ağustos 2008, Bodrum, Turkey

7. N. Celik., U. Cevik., A. Celik., **A. Kara**. Indoor radon measurements in Giresun and attributable lung cancer risk. 24<sup>th</sup> International Physics Congress 28-31 August 2007, İnönü University, Malatya,Turkey

8. Akkurt, İ., Mavi, B., Günoğlu, K., **Kara, A.**, "Bazı Yosun Örneklerinde  $^{40}\text{K}$  Radyoaktivite Tayini" LÜMİ-DOZ V Ulusal ve Lüminesans Dozimetri Kongresi 8-9 Eylül 2011 Mersin Üniversitesi