

T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
FELSEFE VE DİN BİLİMLERİ ANABİLİM DALI
İSLAM FELSEFESİ BİLİM DALI

OSMANLI KLASİK DÖNEMDE CEBİR

Doktora Tezi

ELİF BAGA

İstanbul, 2012

T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
FELSEFE VE DİN BİLİMLERİ ANABİLİM DALI
İSLAM FELSEFESİ BİLİM DALI

OSMANLI KLASİK DÖNEMDE CEBİR

Doktora Tezi

ELİF BAGA

Danışman: PROF. DR. ALİ DURUSOY

İstanbul, 2012

Marmara Üniversitesi
Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürlüğü

Tez Onay Belgesi

İLAHİYAT Anabilim Dalı İSLAM FELSEFESİ Bilim Dalı Doktora öğrencisi
ELİF BAGA'nın OSMANLI KLASİK DÖNEMDE CEBİR adlı tez çalışması, Enstitümüz
Yönetim Kurulunun 13.06.2012 tarih ve 2012-16/18 sayılı kararıyla oluşturulan jüri
tarafından oybirliği/oyçokluğu ile Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Öğretim Üyesi Adı Soyadı

İmzası

Tez Savunma Tarihi : 06.10.2012

- 1) Tez Danışmanı : PROF. DR. ALİ DURUSOY
2) Jüri Üyesi : PROF. DR. İSMAİL KARA
3) Jüri Üyesi : PROF. DR. İ.SAFA ÜSTÜN
4) Jüri Üyesi : PROF.DR.İHSAN FAZLIOĞLU
5) Jüri Üyesi : PROF.DR.İBRAHİM ÇAPAK



ÖZ

OSMANLI KLASİK DÖNEMDE CEBİR

Genelde matematik, özelde de cebir ilimlerinin başlangıcından bu güne kadarki seyri hakkında sağlam genellemeler sunmak için mezkûr ilimlerin tarihinin bütününe göz önüne alarak değerlendirmeler yapmak zaruridir. Ancak bu ilimlerin tarihteki bazı dönemleri ile ilgili araştırmalar yok denecek kadar az olduğundan söz konusu amaç gerçekleştirilememektedir. O dönemlerden biri de İslam medeniyetindeki bilim geleneğinin sona erdiği iddia edilen VIII./XIV. asır ile başlayan Osmanlı klasik dönemidir. Bu dönemin bilim-kültür geleneği, İslam medeniyeti bilim-kültür geleneğinin doğal bir devamı olması hasebiyle dikkate değer bir ehemmiyeti hâizdir. Bu ehemmiyete binâen bu çalışmanın konusu “Osmanlı Klasik Dönemde Cebir” olarak belirlenmiştir. Amacın hâsıl olması için dönemin ilim çevrelerinde ve eğitim kurumlarında mütedâvil cebir ve matematik kitaplarından belli kriterlere uygun beş tanesi tetkik edilmek üzere seçilmiştir. Osmanlı cebir çalışmalarının arkaplanını sunmak için de Harezmi'den Osmanlıya kadarki süreçte ortaya konulmuş belli başlı cebir eserleri incelenmiştir. Tüm bu araştırmaların neticesinde; Osmanlı klasik döneminde hem cebir ilminin kendisinin hem de kavramlarının tam tanımlarının yapılması, hâlihazırdaki ve yeni üretilen kavramların belirli bir tasnif ve sistem içerisinde ele alınmasıyla cebir ilminin tam bağımsız bir ilim olarak temayüz ettiği söylenebilir. Ayrıca öncesine nispetle cebirsel ifadelerle hesap işlemlerindeki teferruatlı ve tertipli bilgiler Osmanlı cebirinin hisâbî karakterine verilen önemi göstermektedir. Buna ilave olarak cebirsel denklemlerin çözümünde yeni teknik ve yöntemler ortaya konulması, çözümsüz denklemler faslının ilavesiyle cebirsel denklemler teorisinin sınırlarının genişletilmesi ve denklemlerin sayısının sınırlanamayacağına dair tartışma ve ispatlar sunulması dikkate değerdir. Son olarak Osmanlı matematikçilerinin hendesî unsurları cebir ilminden kaldırdıkları ancak gerektiğinde hendese ve mesâha ilimleri içerisinde cebirsel ifade ve denklemleri kullandıkları ve cebir ilmini ferâiz, mimârî, süsleme ve astronomi gibi alanlara uygulayarak kullanım alanını sınırlamadıkları ifade edilebilir.

Anahtar Kelimeler: Osmanlı, Cebir, Osmanlı Cebiri, Osmanlı Matematiği, Cebir Tarihi

ABSTRACT

ALGEBRA IN THE CLASSICAL PERIOD OF OTTOMAN EMPIRE

To give an authoritative generalisation about the history of Mathematics in general and Algebra in particular, it is necessary to make an evaluation by taking all the history of such sciences into consideration. For the time being, because of a lack of enough studies on some periods of the history of these sciences, it is difficult to make such an evaluation. Classical period of Ottoman Empire (VIII./XIVth century) is amongst these periods, a century which, for some, was the end of scientific tradition in Islamic civilisation. The scientific-cultural tradition of this period is important, because it is a natural continuation of the scientific-cultural tradition of Islamic civilisation. For this reason, ‘Algebra in the Classical Period of Ottoman Empire’ is taken as a subject matter of this study. To fulfil the aim of this study, five works of Mathematics and Algebra that were well accepted in the scholarly circles and were in use in the teaching institutions, are selected for close examination. To give a background to Algebra studies in the Ottoman Empire, beginning from that of Khwarizmi, essential works of Algebra up to the Ottoman period are examined. From these examinations, it is concluded that, Algebra became an independent science during this period as a result of studies for clarifying the scope of this science, defining its terms and classifying the existing and newly produced terms in more systematic way. Detailed and more systematic informations in algebraic calculus in this period shows that importance was given to the calculus nature of this science in the Ottoman period. Again, proposing new techniques and methods in solving algebraic equations, widening the scope of the theory of algebraic equations by adding new chapter on unsolved equations and arguing that it is impossible to limit the number of equations seem to be new and important contribution of this period. Finally, it can be said that Ottoman mathematicians separated geometric elements from Algebra, but when found it necessary, they used algebraic terms and equations in geometry and topography; hence they showed that they did not limit its scope. For they applied Algebra in areas such as inheritance law, architecture, decoration and astronomy.

Keywords: Ottoman, Algebra, Algebra in the Ottoman Empire, Mathematics in the Ottoman Empire, History of Algebra

İÇİNDEKİLER

Sayfa No.

ÖZ.....	i
ABSTRACT.....	ii
ÖNSÖZ.....	iii
İÇİNDEKİLER.....	v
KISALTMALAR LİSTESİ.....	viii

GİRİŞ

1. Cebir İlminin Arka Planı.....	5
1.1. Mezopotamya’da Cebir.....	6
1.2. Eski Yunan’da Cebir.....	9
1.3. Hint Medeniyetinde Cebir.....	16
2. Cebir İlminin Doğuşu ve Osmanlı Cebirinin Arka planı.....	17
2.1. Cebir İlminin Kurucusu Harezmi.....	18
2.2. Harezmi’nin Halefleri.....	27
3. Değerlendirme.....	44
4. Anahatlarıyla Osmanlı Klasik Dönemi (1300-1600) Matematik Tarihi.....	45
5. Müelliflerin ve Eserlerinin Seçim Kriterleri.....	50

BİRİNCİ BÖLÜM

MÜELLİFLERİN HAYATI VE ESERLERİ

1. İbn Havvam.....	56
1.1. el-Fevâidü’l-Bahâiyye fi’l-Kavâidi’l-Hisâbiyye.....	57
2. Nizâmuddin Nîsâbürrî.....	62
2.1. eş-Şemsiyye fi’l-Hisâb.....	63
3. İbn Hâim.....	68
3.1. el-Mumti’ fi Şerhi’l-Mukni’ fi’l-Cebr ve’l-Mukâbele.....	70
4. Ali Kuşçu.....	74
4.1. Risâletü’l-Mukammediyye fi’l-Hisâb.....	78

5. Takiyüddin Râsîd.....	82
5.1. Kitâbu'n-Nisebi'l-Müteşâkile fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele.....	86

İKİNCİ BÖLÜM

OSMANLI KLASİK DÖNEMİNDE CEBİR İLMİ ve UYGULAMA ALANLARI

1. Cebir ve Mukâbele İlminin Tanımı ve Temel Kavramları.....	91
1.1. Cebir ve Mukâbele İlminin Tanımı.....	91
1.2. Cebir ve Mukâbele İlminin Temel Kavramları.....	95
1.2.1. Saf Cebirsel Terimler.....	95
1.2.1.1. Bilinmeyi İfade Eden Terimler.....	95
1.2.1.2. Denklem Çözme Teknikleri ile İlgili Terimler.....	110
1.2.1.3. Denklem Türleri ve İçeriği ile İlgili Terimler.....	114
1.2.2. Diğer Riyazi İlimlerle Ortak Kullanılan Terimler.....	117
1.2.2.1. Hesap ile Ortak Olan Terimler.....	117
1.2.2.2. Hendese ve Mesâha ile Ortak Olan Terimler.....	121
1.2.3. Diğer İlimlerle Ortak Kullanılan Terimler/Kavramlar.....	122
2. Temel Hesap İşlemlerinin Cebirsel İfadelere Tatbiki.....	127
2.1. Cebirsel İfadelerle Toplama İşlemi.....	128
2.1.1. Yalın İfadelerle Toplama İşlemi.....	128
2.1.2. Bileşik İfadelerle Toplama İşlemi.....	129
2.2. Cebirsel İfadelerle Çıkarma İşlemi.....	132
2.2.1. Yalın İfadelerle Çıkarma İşlemi.....	133
2.2.2. Bileşik İfadelerle Çıkarma İşlemi.....	133
2.3. Cebirsel İfadelerle Çarpma İşlemi.....	135
2.3.1. Türün Sayıyla Çarpımı.....	139
2.3.2. Türün Tür ile Çarpımı.....	140
2.4. Cebirsel İfadelerle Bölme İşlemi.....	144
2.4.1. Yalın İfadenin Yalın İfadeye Bölümü.....	146
2.4.2. Bileşik İfadenin Yalın İfadeye Bölümü.....	148
2.4.3. Bileşik İfadenin Bileşik İfadeye Bölümü.....	149

3. Köklü İfadelerle İşlemler ve Kök Çıkarma.....	151
3.1. Köklü İfadelerle Dört İşlem.....	152
3.1.1. Köklü İfadelerle Toplama ve Çıkarma İşlemi.....	152
3.1.2. Köklü İfadelerle Çarpma ve Bölme İşlemi.....	155
3.2. Tek Terimlilerin İki ve Üst Dereceden Köklerini Bulma.....	158
3.3. Bileşik İfadelerin/Polinomların İkinci Dereceden Kökünü Bulma.....	160
4. Cebirsel Denklemler Teorisi	165
4.1. Cebirsel Denklemlerin Sayısı ve Tasnifi.....	167
4.1.1. Klasik Tasnif/Mesail-i Sitte.....	167
4.1.2. Denklemlerin Tasnif ve Sayısı Etrafındaki Tartışmalar.....	173
4.2. Cebirsel Denklemlerin Çözüm ve İspat Yöntemleri.....	179
4.2.1. Cebirsel Denklemlere Analitik/Hisâbi/Sayısal Yaklaşım.....	180
4.2.1.1. Cebirsel Notasyon ve Sembolleştirme.....	208
4.2.2. Cebirsel Denklemlere Hendesî Yaklaşım.....	210
5. Belirsiz ve Çözüksüz Denklemler	222
5.1. Belirsiz Denklemler.....	222
5.2. Çözüksüz Denklemler.....	226
6. Cebir ve Mukâbele İlminin Uygulama Alanları.....	229
6.1. Nazarî/Teorik Bilginin Tatbikatı Hakkında.....	231
6.2. Osmanlı Klasik Dönemi Ferâiz İlminde Cebir İlminin Kullanımı.....	232
6.3. Osmanlı Klasik Dönemi Mimari ve Süsleme Sanatlarında Cebir İlminin Kullanımı.....	239
6.3.1. Mimaride Cebir İlminin Kullanımı.....	240
6.3.2. Süsleme Sanatlarında Cebir İlminin Kullanımı.....	245
6.3.2.1. Mukarnas.....	245
6.3.2.2. İslam Mimari Süsleme Sanatında Geometrik Bezeme.....	250
SONUÇ.....	255
KAYNAKÇA.....	261

KISALTMALAR LİSTESİ

a.g.e.	Adı geçen eser
a.g.m.	Adı geçen makale
a.g.mad.	Adı geçen madde
a.g.t.	Adı geçen tez
a.g.y.	Adı geçen yazma eser
AÜ	Ankara Üniversitesi
AÜİF	Ankara Üniversitesi İlahiyat Fakültesi
bkz.	Bakınız
c.	Cilt
DİA	Türkiye Diyanet Vakfı İslam Ansiklopedisi
DSB	Dictionary of Scientific Biography
h.	Hicrî
İÜ	İstanbul Üniversitesi
Ktp.	Kütüphanesi
M.Ö.	Milattan önce
M.S.	Milattan sonra
MÜ	Marmara Üniversitesi
nr.	Numara
nşr.	Neşreden
OALT	Osmanlı Astronomi Literatürü Tarihi
OMLT	Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi
ö.	Ölümü
s.	Sayfa
SBE	Sosyal Bilimler Enstitüsü
TTK	Türk Tarih Kurumu
v.dğr.	Ve diğerleri
Vol.	Volume (İngilizce)
vr.	Varak

GİRİŞ

İnsanoğlunun varoluşundan itibaren kendini gerçekleştirme çabasında rol oynayan belki de en önemli iki kavram “malum” ve “meçhul” yani “bilinen” ve “bilinmeyen”dir. Zira fikir/düşünce/nazar fiili, nefsin/aklın bu ikisi arasındaki gidiş-geliş şeklindeki iki hareketi ile bilinenler arasındaki hareketinin – toplamda üç hareketin – neticesinde meydana gelmektedir. Yani “malum” ve “meçhul”, hareketlerin meydana geldiği konumlardır ve düşünce, hareketlerin nereden nereye olacağını bildiren bu konumlar sayesinde ortaya çıkmaktadır. Buna ilave olarak insanı diğer varlıklardan ayıran en mühim fiil, düşünme/nazar, “meçhul”ün ve dolayısıyla “malum”un türüne göre farklı şekillerde olabilir. Mezkûr durumun neticesi ise ilim dallarının meydana gelmesidir. “Meçhul”ün türünün nicelik olması ile riyâzî/talîmî ilimler, bu niceliğin türünün munfasıl olmasıyla adedî, muttasıl olmasıyla da hendesî ilimler – riyâzî ilimlerin altında – teşekkül etmektedir. İslam ilim geleneğinde riyâzî ilimlerin alt dallarından adedî ilimler arasında yer alan “cebiri ve mukâbele” ilmi de diğer ilimler gibi belki onlardan biraz daha fazla bilinen ve bilinmeyen arasındaki ilişki ve hareketlere dayanır. Düşünme eylemi insanoğlu ile birlikte ortaya çıksa da, bu eylemin kendisini “farkına varma”nın, bu farkındalığın ilimlerin tesisini temin etmesinin ve dolayısıyla riyâzî ilimlerden “cebiri ve mukâbele” ilminin teşekkülünün o kadar eski olduğu düşünülmemelidir. Zira M.S III./IX. asra kadar bir “cebiri ilmi” formundan ziyade belirli pratik ihtiyaçlar neticesinde ortaya çıkan ve bilinen nicelik vasıtasıyla bilinmeyen niceliğe ulaşma isteğine dayanan bir tezahürden bahsedilebilir.

Eldeki verilere göre bu tezâhür milattan önce yirmi asır kadar geri gitmektedir. Bilinen vasıtasıyla bilinmeyene ulaşma fikrinin ilk güçlü izlerine Mezopotamya matematiğinde rastlanırken komşusu Mısır medeniyetinin daha çok geometri üzerinden gelişme gösterdiği söylenebilir. Eski Yunan ve İskenderiye’de ise yoğun bir biçimde Mezopotamya ve Mısır matematiği tesiri altındaki geometri ve sayılar teorisi alanlarında satırların arasına gizlenmiş cebiri düşüncesinden bahsetmek mümkündür. Tarihteki büyük medeniyetlerden bir diğeri Hint medeniyetine gelince, bilhassa sıfırı ihtiva eden Hint rakamları ve on tabanlı sayı sistemine dayanan hesap alanındaki gelişmelerin cebiri düşüncesine ciddi katkı yaptığı ifade edilebilir.

Bir heykel çamurunun heykel olmaya hazır hale gelmesi için çeşitli hammaddenin belirli oranlarda bir araya gelmesi ve homojen bir bileşim için iyice yoğrulması gibi cebir tezâhürü de yaklaşık yirmi dokuz asır boyunca çeşitli medeniyetlerin katkılarıyla yoğrulmuş ve “cebir ilmi”ne dönüşmesi için gerekli koşullar sağlanmıştır. M.S. III./IX. yüzyılda, İslam medeniyetinin güçlü bir ilim geleneği oluşturmaya çalıştığı bir dönemde “cebir”, Harezmi’nin yazdığı, tarihte bilinen ilk cebir kitabı *Kitâbu’l-Muhtasar fi’l-Cebr ve’l-Mukâbele*/المختصر في الجبر والمقابلة ile bir “ilim” olma yolunda en önemli adımı atmıştır. Bunu temin eden ve aynı zamanda Harezmi’yi seleflerinden ayıran nokta konu, kavramlar, tanım, tasnif, sistem ve yöntem gibi “ilim” olmanın gereklerini yerine getirmesidir.

Harezmi’nin halefleri yaklaşık dört asır boyunca “cebir ve mukâbele” ilminin çeşitli vecihlerden gelişimini temin etmiştir. Bunlar hesap ilminin cebir ilmine tatbiki neticesinde oluşan gelişim, hendese ilminin cebir ilmine ve cebir ilminin hendese ilmine uygulaması neticesinde elde edilen gelişim şeklinde üç yönlü olarak sıralanabilir. Mezkûr süreçle cebrin kendi içerisinde merkezden çevreye doğru ilerlemesi ve sınırlarını genişletmesi sağlanmıştır. İslam ilim geleneğindeki ilim dallarının yakın ilişkisi ve birbirini desteklemesi vakıasından mülhem bahsi geçen durum özelde ilgili ilimlerin, genelde de İslam medeniyetinin tekâmülünde ciddi tesirlerde bulunmuştur. Tüm bu çıkarımlar Franz Woepcke (1826-1864), Salih Zeki (1864-1921), Solomon Gandz (1884-1954), Aydın Sayılı¹ (1913-1993), Adil Enbûbâ (1915-), Muhammed Süveysî (1915-2007), Rüşdî Râşid (1936-), Celâl Şevkî, Mustafa Mawaldi (1952-), Jan P. Hogendijk (1955-), İhsan Fazlıoğlu (1966-) gibi bilim tarihçilerinin o dört asırlık dönemdeki matematik ve cebir eserleri üzerine yaptıkları araştırmalar neticesinde elde edilmektedir. Ancak Anadolu Selçuklularından tevarüs ettiği devlet ve ilim geleneği ile tarih sahnesine çıkan Osmanlı devletinin kuruluşuna rastlayan VIII./XIV. asra gelindiğinde, bu tarihten itibaren İslam medeniyeti içerisindeki cebir ilminin seyri ile ilgili genel kanılara ulaştıracak araştırmalar maalesef bulunmamaktadır. Hem umumi olarak bilim tarihindeki hem de özelde matematik tarihindeki bu ciddi eksikliği gidermek için çalışmanın konusu “Osmanlı Klasik Dönemde Cebir” olarak

¹ Aydın Sayılı’nın öğrencileri Sevim Tekeli, Remzi Demir ve Melek Dosay Gökdoğan’ı da zikretmek gerekir.

belirlenmiştir. Sadece klasik dönemin ele alınmasının nedeni, hem belirli bir dönem içerisindeki herhangi ilim dalını incelemenin o dönemde büyük kırılmalar yaşanmadığı için genel kanılara ulaşmayı kolaylaştırması hem de daha uzun tarihsel bir döneme ait çalışmanın doktora tezi sınırlarını aşmasıdır. Çalışmanın ana problem noktaları şöyle sıralanabilir:

- a) Cebir ilminin konusu, tanımı ve temel kavramları, bu kavramların İslam ilim geleneğindeki konumları ve diğer ilim dallarının kavramları ile olan ilişki ağı.
- b) Hesap ilminin cebir ilmine tatbikinin sebepleri, keyfiyeti ve neticeleri.
- c) Polinom ve kök çıkarma konularına verilen önemin mahiyeti ve nedenleri.
- d) Cebirsel denklemler teorisinin muhtevası, sınırları ve bu teorinin gelişim süreci.
- e) Cebir ilmine farklı yaklaşımlar, bunların oluşum nedenleri, katkıları ve farklı bakış açılarından kaynaklanan tartışmaların mahiyeti.
- f) Cebir ilminin uygulama alanları ve bu alanların gelişimine katkıları.

Bu soruların cevapları, bahsi geçen dönemin ilim ve kültür ortamında bilhassa da eğitim kurumlarında mütedâvil matematik ve cebir çalışmalarından çıkarılabileceğinden dolayı ilk yapılması gereken şey; Osmanlı klasik dönemi medreselerinde kullanılan matematik ve cebir eserleri ile ilgili dakik bir araştırma yapmak ve belirli kriterlere uygun eserleri tespit etmektir. Bu kitaplar müstakil olarak tamamen cebir ilmine tahsis edilmiş de olabilir, genel matematik kitaplarının cebir bölümleri de olabilir. En fazla yazma nüshası bulunan eserleri seçmenin nedeni, nüsha sayısının büyüklüğü ile eserin yaygınlık oranı arasında doğru orantı olması ve bu durumun da o kitabın medreselerde okutulup geniş kitlelere hitap etme olasılığıdır. Zira sadece böyle eserlerden yola çıkarak Osmanlı klasik dönemindeki cebir ilminin seviyesi ve seyri hakkında genel kanılara ulaşılabilir. Bu amaç için birincil kaynak olacak beş tane eser seçilip tahkik ve tercüme edilmiş ancak onlarla yetinilmeyip yeri geldiğinde o eserlerin şerhlerine veya aynı döneme ait ama belirlenen kriterlerin tamamına uymayan farklı eserlere de başvurulmuştur. Mezkûr eserlerdeki cebir ilminin arka planını vermek için de Harezmi'den Osmanlı klasik dönemine kadarki süreçte temayüz eden cebir

eserlerinden faydalanılmıştır. Bu eserler ve müellifleri ile ilgili bilgiler ilerleyen sayfalarda “Cebir İlminin Doğuşu ve Osmanlı Cebirinin Arka planı” başlığı altında verilirken birincil beş eserin müelliflerinin biyografileri ve cebir çalışmaları ilk bölümde ortaya konulmuştur. Böylece çalışmanın ağırlık noktasını meydana getiren “Osmanlı Klasik Dönemde Cebir İlmi ve Uygulama Alanları” adlı ikinci bölümü ortaya koymak için hazırlık yapılmıştır. Son bölümde ise yukarıda maddeleştirilen soruların cevapları aranmış, aynı soruların cebir ilminin doğuşundan Osmanlı klasik dönemine kadarki süreçteki cevapları da verilerek seyir ve seviye bakımından mukayese imkânı sağlanmıştır.

Tüm bu çabalar, İslam medeniyetinin önemli bir kısmını meydana getiren Osmanlı devletinin felsefe-bilim geleneğindeki genelde matematik özelde de cebir ilminin konumunu, seyrini, seviyesini, diğer ilimlerle ilişkilerini ve uygulama alanlarını tespit etmek içindir. Yapılan araştırmalara göre daha önce mezkûr konu ve amaçlara sahip bir çalışma ortaya konulmamıştır. Bu çalışmanın bu alandaki büyük boşluğu bir nebze olsun kapatabilmesi ümit edilmektedir.

Çalışmanın konusu, amacı, yöntemi ve hedefleri ile ilgili kısa bilgilerin ardından cebir bir ilim olarak ortaya çıkmasından önceki devirlere gidilecek, tarihte bilinen üç büyük medeniyette cebir fikrinin izleri aranacaktır.

1. Cebir İlminin Arkaplanı

Bilinen nicelik vasıtasıyla bilinmeyen niceliğe ulaşma kural ve yöntemlerini ifade eden cebir düşüncesinin ilkel hali muhtemelen niceliğin tarihi ile birlikte başlamıştır.² Ancak eldeki verilere göre cebre ait olabilecek bilgi ve belgeler en erken M.Ö 2000’li yıllara uzanmaktadır. Buna göre cebir ilim olarak teşekkülünden çok önce Mezopotamyalılar³ (yaklaşık M.Ö. 2500 – 500), Yunan ve İskenderiye’de Öklides

² Sayı ve doğru olarak niceliğin tarih öncesi ve sonrasındaki seyri ve Aristo üzerinden felsefe-bilim tarihindeki yeri ile ilgili olarak bkz.: İhsan Fazlıoğlu, *Aristoteles’te Nicelik Sorunu*, basılmamış doktora tezi, İstanbul Üniversitesi SBE, 1998.

³ Mezopotamya medeniyeti ile M.Ö Fırat ve Dicle nehirleri civarında kurulan Sümerliler, Babilliler, Akadlar, Asurlular gibi tüm halklar kastedilmektedir. Ancak eldeki veriler matematik alanındaki gelişmelerin daha çok Sümer ve Babil kaynaklı olduğunu teyit etmektedir. Bu konuda daha fazla bilgi için bkz.: Aydın Sayılı, *Mısırlılarda ve Mezopotamyalılarda Matematik, Astronomi ve Tıp*, s. 4-6, TTK

(M.Ö. 320 – 260), Arşimet (M.Ö. 287 – 212), Heron (M.S. 62 civarında sağ) ve Diyofantos (M.S III. yy) ve Hindistan’da Aryabhata (466 – 550), Brahmagupta (598 – 668) ve Bhaskara (yaklaşık VI. yy), bu konuya ilgi duymuşlardır. Ancak cebirde tarih boyunca en büyük etkiyi yaratan kavim şüphesiz Mezopotamya topraklarındaki Babilliler olmuştur.⁴

Cebir ilminin arka planını dolayısıyla Harezmi’nin kaynaklarını ortaya koyabilmek için konu Mezopotamya’da, Eski Yunan’da ve Hint medeniyetinde cebir olmak üzere üç başlık altında incelenecektir. Mısır medeniyetinde daha çok sayı teorisi ve geometri konularını ilgilendiren izler mevcut olduğundan mezkûr üç medeniyetteki cebre ait verilere ağırlık verilecektir.

1.1. Mezopotamya’da Cebir

Yapılan son araştırmalara göre cebir ilminin kurucusunun Mezopotamyalılar olduğu kabul edilir. Irak’ta yapılan Nippur kazısında Babil matematiği hakkında milattan otuz asır evveline ait 50.000 kil tablet bulunmuştur. Bu tabletler üzerinde yapılan araştırmalar Babillilerin ileri seviyedeki rakam⁵ sistemlerine bağlı, gelişmiş bir cebre sahip olduklarını göstermektedir.

Basımevi 1966; George Sarton, *A History of Science Ancient Science Through the Golden Age of Greece*, s.70-73, Courier Dover Publications, 1952; Bartel Leenert Van Der Waerden, *Bilimin Uyanışı*, s. 93 – 122, Türk Matematik Derneği Yayınları, İstanbul 1994.

⁴ Mısır ve Mezopotamya ilimleri, özellikle de Mezopotamya ilimleri, Eski Yunan → İslam Dünyası → Geç ortaçağ Batı Avrupa kanalıyla Yeniçağ Avrupa ilminin temellerinden birini meydana getirir. Bu dönemler arasında önemsiz kesintiler olmasıyla birlikte tarihi devamlılık kaynaklar ışığında kanıtlanmıştır. Ancak Hint ve Çin ilimleri hakkında aynı süreklilikten bahsedilemez. Bu medeniyetlerden özellikle tıp, kimya, felsefi düşünce, matematik ve astronomi alanında etkiler meydana gelmişse de bu etkilerin dönemsel olduğu ve Mısır – Mezopotamya medeniyetleriyle mukayese edilemeyecek derecede geri planda kaldığı kabul edilmektedir. Mısır ve Mezopotamya medeniyetlerinin geçmişlerinin M.Ö 3000’den daha öncesine dayandığına şüphe yoktur ancak onların ilmi çalışmalarıyla ilgili veriler en eski M.Ö 2000’li yıllara aittir. Elbette mezkûr iki medeniyetin bu bilgilerini de daha önceki çağlar içerisinde geliştirilmiş ilimlerin sonuçları olarak görmek gerekmektedir. Bkz.: Aydın Sayılı, *Mısırlılarda ve Mezopotamyalılarda Matematik, Astronomi ve Tıp*, s. 1-3.

⁵ Sarton sayı fikri ve şeklinin tarihte ilk kez nasıl ortaya çıktığı sorusunun ancak sezgi ile cevaplanabileceğini ve buna göre “birlik” fikrini ilk kez bir teoloğun ortaya atmış olabileceğini söylemektedir. “Birlik” veya “küllilik” fikrinin yani illetin, âlemin, nefsin, rabbın birliği düşüncesinin nicelik olarak “birlik” düşüncesinin temayüz etmesine önyak olduğu düşünülebilir. Aynı şekilde insanın “ikilik” fikrine de erken bir tarihte ulaştığı tahmin edilebilir. Çünkü insan iki göz, iki el, iki ayak ve iki kulağa sahiptir. Ayrıca erkeklik – dişilik, sıcak – soğuk, yaş – kuru gibi zıt tabiatlar da bu konuda ilham vermiş olabilir. Tüm bunlardan sonra insanoğlunun sayılan şeylerden bağımsız, soyut sayıların varlığını idrak ettiği düşünülebilir. Hesabın gelişmesi ise muhtemelen insanın daha büyük sayılara ve bu sayılarla

Eldeki veriler Mezopotamya matematikçilerinin cebir alanında en maharetli oldukları konunun ikinci dereceden denklemler ve çözümleri olduğunu göstermektedir. Onlar, bu tür denklemleri dokuz gruba ayırarak incelemişler, her tip denklem için ayrı çözüm vermişlerdir. Çözmeye çalıştıkları problemler üzerine yapılan araştırmalar, bu problemlerin teorik amaçtan ziyade pedagojik ihtiyaçlarla ortaya konulduğuna işaret etmektedir. Bu durum, Mezopotamya cebrinin tamamen pragmatik bir zihniyetle ortaya çıktığını, yalnız ameli hesaba dayalı bir sistem olduğunu düşündürmemelidir. Çünkü tabletlerde genel formüllere ve metotların teorik olarak açıklamasına rastlanmamakla birlikte çözüm yollarının hep belli tarzda uygulanması bu çözümlerin gizli bir formül fikrini içerdiği söylenebilir. Buna ilave olarak bu problemlerde, öğrenciler için pratik değil de teorik tatbikat amacını taşıyarak belli bir pedagojik metotla, kolaydan zora doğru gruplama ve kademeli hale getirme düşüncesinin mevcut olduğu ifade edilebilir. Elbette matematiğin ve ona bağlı olarak cebir ilminin doğmasında pratik ihtiyaçların, ticaret, iş münasebetlerinin, ekonomik faktörlerin, inşa ve üretim faaliyetlerinin önemli bir rol oynadığını kabul etmek gerekir. Ancak bir ilmin doğup gelişiminde pratik ihtiyaçlar tek etken olarak görülürse o ilim dalındaki erken teorik gelişmelerin izahı yapılamaz. Bu yüzden etken faktörlerin “teknolojik⁶ ihtiyaçlar” ve “ilmi bilgi” şeklinde çift yönlü olduğunu söylemek realiteye daha uygun düşmektedir.⁷

Mezopotamya cebrinin amaç bakımından pratik – teorik olup olmadığı tartışmalarından sonra bu cebrin mahiyeti ile ilgili bilgilere geçilebilir. Daha önce de bahsedildiği gibi bu medeniyetin matematikçileri cebirsel denklemleri dokuz tipe

hesap yapmaya ihtiyaç duyması neticesinde gerçekleşmiştir. Daha fazla bilgi için bkz.: George Sarton, *A History of Science Ancient Science Through the Golden Age of Greece*, s. 10.

⁶ Tarihi veriler tekniğin ilim temeline oturmuş olduğu intibainı uyandırır da teknik faaliyetler her zaman teorik bilgi ile temellenmekten uzaktır. Teknik, teorik bilgiden daha eskidir, makine kültürü teorik bilgiden soyutlanmış bir şekilde ortaya çıkıp gelişmiştir ve bu durum bilim tarihinin en ilginç paradokslarından biridir. Bu paradoks ticari kazanç ve mesleki mükemmelleşme kaygısı veya zanaat becerisi ile açıklanabilir. Çünkü bu teknik gelişmelerde rol oynayanlar teorik izahlar ortaya koyan bilim adamları değil zanaatkâr veya usta olarak isimlendirilen kimselerdir. Bununla birlikte teorik bilgiden daha önce ortaya çıkan bu teknik gelişmeler bilim adamlarını daha fazla teorik düşünmeye teşvik etmiş ve farklı bilim dallarında çeşitli teoremlerin üretilip sunulmasına katkıda bulunmuştur. Daha önce de belirtildiği gibi bu durum ancak çift yönlü bir döngüsel sistem ile açıklanabilir. Daha fazla bilgi için bkz.: Peter Whitfield, *Batı Biliminde Dönüm Noktaları*, s. 233 – 286, Küre yay., İstanbul, 2008; Aydın Sayılı, *Mısırlılarda ve Mezopotamyalılarda Matematik, Astronomi ve Tıp*, s. 12-15.

⁷ Solomon Gandz, *Osiris*, “The Origin and Development of the Quadratic Equations in Babylonian, Greek, and Early Arabic Algebra”, c. III, s. 405-557, The University of Chicago Press, 1937; Aydın Sayılı, *Mısırlılarda ve Mezopotamyalılarda Matematik, Astronomi ve Tıp*, s. 209.

ayırarak tasnif etmişlerdir. Bu cebirsel denklem türlerinin en çok kullanılan ikisi şöyle sıralanabilir:

$$1. \quad x + y = b \text{ ve } xy = c \Rightarrow x = \frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c} \text{ ve } y = \frac{b}{2} - \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

$$2. \quad x - y = b \text{ ve } xy = c \Rightarrow x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} + \frac{b}{2} \text{ ve } y = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} - \frac{b}{2}$$

Mezopotamya cebrinde diğer denklem türleri çoğunlukla bu iki türe dönüştürüldükten sonra çözülmüştür. Bunların yanında $(x^3 + x^2 = 252)$ kübik denkleminin ve $(xy + x - y = 183, \quad x + y = 27)$ denklem sisteminin çözümleri de elde edilmiştir.⁸

Cebirsel denklemlerin tatbikine gelince; tam ve kesirli sayılarda altmış tabanlı konumsal (basamaklı) sayı sistemi⁹ kullanılmış ve bu sistem ölçü, tartı, takvim, zaman, astronomik ölçümler gibi hesap gerektiren tüm alanlarla mükemmel bir uyum içerisinde olmuştur. Ayrıca matematikte negatif sayılara da yer verilmiş, bu sayılarla hesabi ve cebirsel işlemler yapılmıştır. Kısaca Yunanlılar geometride ne kadar iyiye Mezopotamya medeniyetinin de cebirde o kadar iyi olduğu söylenebilir.¹⁰

Mezopotamya medeniyetinin cebirsel denklemlerde kullandıkları sayı ve hesap sisteminden sonra denklemlerin çözümünde kullanılan metottan bahsedilmesi gerekir. Mezopotamya cebri analitik çözüm metodunu, bir diğer anlamı ile hisâbî yöntemi kullanmakla birlikte geometrik terim ve şekillerden de faydalanmışlardır. Ancak

⁸ Solomon Gandz, *Osiris*, "The Origin and Development of the Quadratic Equations in Babylonian, Greek, and Early Arabic Algebra", c. III, s. 551-555; Aydın Sayılı, *Mısırlılarda ve Mezopotamyalılarda Matematik, Astronomi ve Tıp*, s. 45.

⁹ Bugün kullanılan desimal yani ondalık konumsal sistemde sayılar 10 ve 10'un katları şeklinde basamaklandırılırken seksagesimal yani altmış tabanlı sistemde de 60 ve 60'ın katları şeklinde bir basamaklandırma uygulanır. Bu sistem halen astronomi ve denizcilik başta olmak üzere pek çok alanda kullanılmaktadır.

¹⁰ George Sarton, *A History of Science Ancient Science Through the Golden Age of Greece*, s. 73; Van Der Waerden, *Bilimin Uyanışı*, s. 50.

metinlerinde kullandıkları geometri terimleri yanıltıcı olmamalıdır. Çünkü onların düşünce tarzı esas itibarıyla cebirseldir. Her ne kadar bilinmeyen sayıları doğru parçaları veya alanlarla somutlaştırsalar da bu bilinmeyen sayılar zihinlerinde hep sayı olarak kalmıştır. Hatta geometrik görünen problemlerde bile asıl amaçları asla çizim veya geometrik ispat değil, sadece hesap yapmaktır. Kısaca Babil matematiğinde geometrik dış görünüşün arkasından daima bir cebirsel çekirdek ışıldamaktadır.¹¹ Bu ışıltı o kadar kuvvetlidir ki asırları aşip diğer medeniyetlere kadar ulaşabilmiştir.

1.2. Eski Yunan’da Cebir

Milattan önce yaklaşık altıncı asırda tüm Mezopotamya’nın Pers imparatorluğunun eline geçmesi, bundan yaklaşık iki yüzyıl sonra da Makedonya hükümdarı İskender’in Yunanistan’ı, Anadolu’nun büyük bir kısmını, Mezopotamya’nın da içinde bulunduğu Pers İmparatorluğunu, Mısır ve Hindistan’ın bir bölümünü ele geçirmesinden sonra tarihte her açıdan yeni bir dönem başlamıştır. İskender’in kısa yaşamının ardından bu uçsuz bucaksız topraklar, biri yaklaşık altı yüzyıl boyunca (M.Ö 300 – M.S 300) bilimsel faaliyetlerin merkezi olacak İskenderiye şehrini de kapsayan Mısır toprakları olmak üzere, üç parçaya bölünmüştür. Elbette Mısır’da bilimsel faaliyetler bu tarihlerden çok önce, mevcut verilere göre yaklaşık M.Ö 3000’lerde başlamıştır. Ancak bu dönemde ilkel seviyedeki ilmi faaliyetlerden, matematik bilimi göz önüne alındığında da M.Ö 2000’lerdeki kesirler hesabı ve uygulamalı hesap sanatı şeklindeki bir geometriden bahsedilebilir. Mısır medeniyetinin tamamındaki ilmi faaliyetler hakkında bilgi vermekten ziyade İskenderiye’deki matematik çalışmalarına yoğunlaşmak konunun gidişatına daha uygun olabilir.

Helenistik medeniyetin oluşumundan yani İskender’in Persleri bozguna uğratarak doğu topraklarını ele geçirip batı ile doğu medeniyetlerinin kaynaşmasına sebep olmadan önce, M.Ö 550 civarında yaşamış olan, Yunan medeniyetinin¹² en etkili

¹¹ Van Der Waerden, *Bilimin Uyanışı*, s. 109.

¹² Waerden’e göre Yunan medeniyetinin ilk öncülerinin İyonyalılar olması tesadüf değildir. Çünkü İyonya o dönemde doğu imparatorluklarının sınırında konumlandığından doğu medeniyetleriyle sürekli temas halindeydi. Zaten Yunan bilginleri geometri ve astronomi bilgilerini Mısır ve Mezopotamya medeniyetlerinden elde ettiklerini sık sık tekrarlamaktaydılar. Bu durum Yunan medeniyetinin oluşumunda ve gelişiminde doğu medeniyetlerinin tesirini açık bir şekilde kanıtlamaktadır. Daha fazla bilgi için bkz. Waerden, *Bilimin Uyanışı*, s. 129 – 136.

bilginlerinden Sisamlı Pisagor¹³ tıpkı kendinden önceki diğer bilginler gibi doğu medeniyetlerine ziyaretlerde bulunmuş ve burada öğrendiklerini de kullanarak bugün “Pisagorculuk” olarak bilenen meşhur okulunu kurmuştur. Bu okulun üç ana ögesi “müzik”, “harmoni”¹⁴ ve var olan her şeye ilkesini veren “sayılar”dır. Sayılarla ilgili olarak daha çok aritmetik, geometrik, harmonik ortalamalar ve altın oranla¹⁵ ilgilenmişlerdir. Bunun nedeni büyük ihtimalle inançlarına dayanan bir tür büyü nümerolojidir. Bunun yanında geometrik cebri kuranlar da Pisagorculardır. Onlar, aritmetik ve sayı teorilerine bir tür sayı mistisizmi içerisinde yaklaşarak sayıya çok büyük bir önem yüklemelerine rağmen cebirsel işlemleri geometrik şekiller aracılığıyla yapmaktan geri durmamışlardır. Tales’in başlatıp Pisagorcuların devam ettirdiği bu geometri geleneği etkisini Platoncular¹⁶ üzerinden Öklides’e kadar devam ettirmiştir.

¹³ Meşhur Pisagor teoreminin, Pisagor zamanında yani geometrinin gelişme sürecinin daha başında bilinebilmesinin mümkün olmadığı ileri sürülmekteydi. Pisagor’dan bin yıl kadar öncesine ait çivi yazısı metinlerinde bu teoremin uygulamalarına rastlanmasıyla bu iddia haklılığını kanıtlamıştır.

¹⁴ Harmoni/armoni, ritim ve melodi/ezgi ile müziğin üç ana unsurunu meydana getirir. Melodi belli bir duyguyu yansıtmayı için yan yana getirilen notalar dizisini ifade ederken ritim bu notaların süreleridir. Harmoni/armoni ise farklı notaların aynı anda kullanılmasıyla ortaya çıkan ses uyumudur ve bu bakımdan çok sesli müzikte kullanılır. Bu teknik anlamı (ses uyumu) dışında herhangi bir şeydeki ahengi ifade etmek için de kullanılır. Pisagorcuların da sadece “ses”in değil doğadaki her şeyin uyumu ile ilgilendikleri düşünülebilir.

¹⁵ Bir uzunluğun, kısa parçanın uzun parçaya oranı ile uzun parçanın tam uzunluğa oranı aynı olacak şekilde bölünmesidir. Eski çağda göze en hoş gelen oranlamanın bu olduğu düşünülür ve mimaride sık sık kullanılırdı. Bilhassa Eski Mısır ve Yunan mimari ve sanatında uygulandığı bilinmektedir. Matematiksel olarak göstermek gerekirse; $\left\{\frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,6180339887498 \dots\right\}$ şeklindedir ve “ π ” gibi irrasyoneldir. Bu oranın nasıl ortaya çıktığına gelince; muhtemelen insanoğlu kendi vücudunu incelemesi neticesinde bu oranı keşfetmiş, etrafında her açıdan en mükemmel varlık olarak kendisini gördüğü için en mükemmel oranın kendisindeki bu oran olabileceğini düşünmüş ve bunu ürettiği şeylerde uygulamıştır. İslam medeniyetinde, bilhassa Osmanlı mimari ve sanatlarında da bu oranın yaygın bir biçimde kullanıldığı görülür.

¹⁶ Platon’un matematiğe katkısı özellikle de öğrencilerine kendilerini felsefeye adamadan önce mutlaka matematik öğrenmelerini istemesi bakımından çok önemlidir. Çünkü ona göre matematikte görülemeyen, işitilemeyen, sadece düşüncede var olan şeyler hakkında kesin bir şekilde düşünmenin mümkün olduğu öğrenilebilir. Platon’a göre matematikte, eşyanın kendisi hakkında sonuç çıkarılması öğrenilmekte, yani orada diyalektik için gerekli düşünme eğitimi yapılmaktadır. Ayrıca matematiğin konuları görülebilen şeyler ile idelerin arasında yer almakta, matematik görüş ise kanaat ile felsefi görüş arasında bulunmaktadır. Bundan dolayı Platon matematik eğitimine bu kadar büyük önem vermektedir. Tarih boyunca gelmiş geçmiş “en büyük matematik öğretmeni” olarak anılan Öklides, Proklus’a göre Platon okuluna mensuptur. Gerçekten de Öklides’in eserleri incelendiğinde Platon okuluna mensubiyeti çok daha açık bir biçimde ortaya çıkmaktadır. Platon, *Devlet* adlı eserinde ve diğer eserlerinde görülebileceği gibi, felsefeye hazırlık olması için aritmetik, geometri, harmoni bilgisi ve astronomi bilmeyi şart koşturmaktadır. Bu disiplinlerin dördü de Öklides’in eserlerinde ele alınmaktadır. Aritmetik ve geometri *Elements/Öğeler*’de, harmoni bilgisi *Sectio Canonis*’de, astronomi de *Phainomena*’da bulunmaktadır. Bunun yanında Platon okulunda öğretilen tüm matematik Öklides’in eserlerinde binlerce yıl boyunca örnek gözüyle bakılacak tarzda bir araya getirilmiştir. Daha fazla bilgi için bkz.: Waerden, *Bilimin Uyanışı*, s. 242 – 245 ve 321 – 323. Ayrıca Dünya resminin matematikleştirilmesi ve Platon’un buna

Helenistik medeniyetin en başta gelen temsilcilerinden biri M.Ö III. yy'da yaşayan Öklides, selefleri Pisagor ve Tales'in matematik birikimlerinden de faydalanarak mevcut matematik geleneğine didaktik ve sistematik bir şekil veren ilk bilgidir. Aynı zamanda öğretmenlik yaptığı İskenderiye müzesinde büyük bir matematik okulu kurmuştur. Şöhreti büyük oranda *Elements/Öğeler* adlı eserine dayanmaktadır. Onun bu eseri yakın zamanlara kadar batı dünyasındaki geometri eğitiminin temelinde yer almaktaydı. Günümüze uzanan bu şöhretinin en büyük nedeni ise her önermeyi daha önce ispat edilmiş önermelerden çıkarmaya dayanan mantık kurgusudur. Öklides'in eseri pek çok alanda ilkleri bünyesinde barındırmaktadır; ikinci dereceden denklemlerin geometrik yöntemle ispatı da bunlardan biridir. Ayrıca eserde orantılar hesabı, en küçük ortak kat, en büyük ortak bölen, irrasyonel sayılar, $\sqrt{2}$ 'nin irrasyonelliğinin ispatı da yer almaktadır. Son olarak o, eserinde cebirsel akıl yürütmeyi geometrik biçimlerle yapmaktadır, örneğin " $\sqrt{a}$ " ifadesini "a" alanlı bir karenin kenarı şeklinde, "ab" çarpım ifadesini de "a" ve "b" birim kenar ölçülerine sahip bir dikdörtgenin alanı şeklinde göstermektedir. Böylece Öklides, lineer/birinci dereceden ve kuadratik/ikinci dereceden denklemleri "alanlar uygulaması" denilen metodun kullanıldığı geometrik yapılarla çözmektedir.¹⁷

Pisagor ve Öklides'in ortaya koyduğu çalışmalara genel olarak bakılınca cebirlerinin geometrik yönetime dayandığı ortaya çıkmakta ve burada şöyle bir soru ortaya çıkmaktadır: Başta Mezopotamyalılarda denklem sistemleri analitik bir biçimde çözülürken daha sonra gelen Yunanlılarda Pisagor ve Öklides ile geometrik çözüm geleneğinin oluşmasının nedeni veya nedenleri ne olabilir. Bu soruyla ilgili birkaç fikir yürütülebilir:

Pisagor ve Öklides'in döneminde felsefi akımların oldukça etkili olduğu, bu yüzden birtakım mantıksal, felsefi ve estetik fikirlerin tesiriyle geometrik bir izaha doğru yönelmiş olabilecekleri ihtimal dâhilindedir. Ancak Yunanlıların Mezopotamya cebrini olduğu gibi yani analitik şekliyle değil de geometrik şekle sokarak almalarının,

katkıları için bkz.: John Henry, *Bilim Devrimi ve Modern Bilimin Kökenleri*, s. 15 – 30, Küre yay., İstanbul 2009.

¹⁷ Solomon Gandz, *Osiris*, "The Origin and Development of the Quadratic Equations in Babylonian, Greek, and Early Arabic Algebra", c. III, s. 460-470; Waerden, *Bilimin Uyanışı*, s. 323 – 330; Colin Ronan, *Bilim Tarihi*, s. 119 – 120, Tübitak, Ankara 2005.

sayılara yüz çevirip şekilleri tercih etmelerinin nedeni sadece gözle görülebilen şeylerden hoşlanmaları veya estetik kaygılarla açıklanamaz. Zira Pisagorculara göre sayı bütün tabiatın esasını teşkil edip dünya sayıları taklit ederek kurulmuş ve evren de sayı ve ahenkten ibarettir, yani analitik cebirin temeli olan sayı tüm düşünce sistemlerine hâkimdir ve bu kadar değer atfettikleri sayıyı ve analitik yöntemi hissi durumlar yüzünden bir kenara bırakıp geometrik cebri kurmaları anlamsız görünmektedir. Buradaki çelişkili ve anlamsız durumun nedeni irrasyonelliğin keşfidir. Sorun Yunanlıların irrasyonel kavramına sahip olmamalarından veya irrasyonel oranları bilmemelerinden de kaynaklanmamaktadır. Problemin kökeni, Yunancada sayı için kullanılan “arithmos” sözcüğünün bir sayının sonucu yani tam bir sayı anlamına gelmesi, bu sayıların noktalarla gösterilmesi, Yunanlı matematikçilerin bu sayı tanımına bağlı kalmaları ve buna karşılık irrasyonel oranların tam sayılarla ifade edilemeyeceğini kanıtlamalarıdır. Sadece bu sebepten kesirli sayılar dahi arka plana atılmıştır. Mezkûr mantıki zorunluluk ve kesin/tam bilgi merakı Yunanlıları, cebri, o çok sevdikleri sayılarla değil de geometrik şekillerle ifade etmeye mecbur bırakmıştır.¹⁸

Pisagor ve haleflerini geometrik cebre yönelten sebepler ile ilgili diğer bir görüş; Mezopotamyalıların en eski dönemlerinde geometri ile güçlü bağları olduğu ve tarihin bu dönemindeyken Yunanlıları etkiledikleri, Pisagor ve Öklides’in de bu geleneğe bağlı kaldıkları, ancak Mezopotamyalıların daha sonraki tarihlerde analitik çözümlere yaklaşp cebirde ikinci bir geleneği meydana getirdikleri ve Diyofantos gibi Yunan medeniyetinin geç dönem temsilcilerini bu analitik gelenekle etkiledikleri yönündedir.¹⁹

Yukarıda bahsedilen durumla ilgili son iddiaya gelince; bu görüş Yunanlıların İyonya harflerine dayanan bir rakam sistemini kullanmalarına, bu sistemle aritmetik işlemler yapmanın son derece güç ve külfetli olmasına, bunun neticesinde de Yunanlı matematikçilerin mezkûr güçlüğü aşmak için geometrik çözüm yoluna başvurdukları fikrine dayanmaktadır.²⁰

¹⁸ Waerden, *Bilimin Uyanışı*, s. 201.

¹⁹ Aydın Sayılı, *Mısırlılarda ve Mezopotamyalılarda Matematik, Astronomi ve Tıp*, s. 244.

²⁰ Melek Dosay, *Kereci'nin ile'l-Hesab el-Cebr ve'l-Mukâbele Adlı Eseri*, s.15, AKM (Atatürk Kültür Merkezi) yay., Ankara 1991.

Bu görüşlerden ikincisi, Mezopotamyalıların her hangi bir dönemde cebirsel denklemlerin çözümünde sadece geometrik yöntemle başvurduklarını gösteren bir veri bulunmadığından dolayı oldukça zayıf kalmaktadır. Son görüşe gelince; o da İskenderiye’de yaşayıp eserlerini orada vücuda getiren iki matematikçi, Öklides ve Diyofantos’un bu konudaki yönelimleri arasındaki farkın nedenini açıklamaktan uzaktır. Zira Öklides rakam sistemindeki zorluktan dolayı cebirde geometrik yöntemi tercih etti ise halefi Diyofantos cebirsel denklemlerin çözümünde salt analitik yöntemi nasıl kullanabilmiştir?

Helenistik medeniyetin bir diğer kayda değer temsilcisi Diyofantos (M.S. III. yy) ise biraz önce bahsedildiği gibi seleflerinin tam aksine cebirsel denklemlerin çözümünde saf analitik yöntemi tercih etmiştir. Bazı araştırmacılar tarafından on üç kitaptan meydana geldiği iddia edilen ancak tamamı günümüze ulaşmadığından hakkında kesin bir bilgi elde edilemeyen eseri *Aritmetika* Helenistik kültürün son önemli yapıtlarından sayılmaktadır.²¹

Aritmetika’nın konu, yöntem ve özelliklerine gelince; genel olarak “sayısal/nümerik analiz”i konu edinmektedir. Bunun yanında Diyofantos eserinde bugün kullandığımız cebirsel notasyonla ifade edilen değişkenler kullanmasa da “bilinmeyenin ilave bir bilinmeyenle değiştirilmesi”, “cebirsel kısaltmalar”, “dokuzuncu dereceye kadar kuvvetlerin çarpılması ve bölünmesi” ve “üçüncü dereceden iki terimli hesap” gibi bazı vasıtalar kullanmaktadır. Ancak bu vasıtalar Harezmi, Ebu Kamil

²¹ *Aritmetika*’nın altı kitabının Yunanca aslı günümüze ulaşmıştır. Son yıllara kadar elimizde sadece bu kitapların olduğu sanılırken III/IX-IV/X. asırlarda Bağdat’ta yaşamış bilginlerden Kusta b. Luka’nın *Aritmetika*’nın yedi kitabını Arapçaya çevirdiği ve bu kitapların dördünün yazma halinde hayatta kaldığı ortaya çıkmıştır. Rüşdî Râşid 1975 yılında bu dört kitabı yayınlamıştır. Diyofantos, *Sinâatu’l-Cebr*, mütercim: Kusta b. Luka, tahkik: Rüşdî Râşid, Mısır 1975. Râşid’e göre Arapçaya çevrilen bu yedi kitabın şuan kayıp olan ilk üçünü İslam cebircilerinin en önemlilerinden Kerecî *el-Fahrî* الفخري adlı cebir kitabının sonunda özetlemiştir. Böylece Kusta b. Luka’nın çevirdiği yedi kitabın ilk üçünün Kerecî tarafından yapılan özetine ve son dördünün de bizzat kendisine ulaşılabilir. Daha fazla bilgi için bkz.: Bahsi geçen dört kitabın İngilizceye çevirisi ve tarihsel bir çalışması için bkz.: Thomas L. Heath, *Diophantos Of Alexandria: A Study In The History Of Greek Algebra*, Kessinger Publishing, 2007; Jacques Sesiano, *Books IV to VII of Diophantus' Arithmetica: In the Arabic Translation Attributed to Qusta ibn Luqa*, Springer-Verlag 1982. Kusta b. Luka: Baalbekli (Heliopolis) bir doktor olan bilgin, dönemin en meşhur yazar ve çevirmenlerinden biridir. Yunanca eserlerin Arapçaya çevrilmesinde çok büyük katkıları olmuştur. Tıp ağırlıklı olmak üzere felsefe, geometri, aritmetik, müzik, astronomi ve mantık alanında çalışmalar yapmıştır. Daha fazla bilgi için bkz.: E. Ruth Harvey, *DSB (Dictionary of Scientific Biography)*, “Qusta Ibn Luqa al-Balabakki”, c. XI, s. 244 – 245, Charles Scribner’s Sons, New York, 1970.

Şuca' b. Eslem ve diğer İslam cebircilerinden sonra cebirsel kavram ve araçlara dönüşmüştür. Bu dönüşüm kendini Kusta b. Luka'nın çevirisinde açık bir şekilde göstermektedir. Zira Kusta b. Luka, Diyofantos'u asrının ruhuyla yani İslam medeniyeti matematikçilerinin ortaya koyduğu cebir geleneğiyle okumuş, Diyofantos'un aklına gelmeyen cebirsel ifade ve terimleri de tercümesine koymuştur. Mezkûr dönüşüme ilave olarak Diyofantos ile İslam medeniyeti cebircileri arasındaki yöntem farkına da değinmek gerekir. Buna göre, Diyofantos'un yöntemi sayısal değeri başlangıç noktasına koymayı gerektirirken cebircilerde onun tam aksine, sayısal değer, sonuca varılan noktadadır.²²

Aritmetika'nın kaynaklarından bahsetmek gerekirse; problemlerin saf analitik bir tarzda sunulması bakımından Mezopotamya cebrini hatırlatsa da hem belirsiz hem de belirli denklemleri içermesi açısından farklılık göstermektedir. Zira Mezopotamya cebri sadece belirli denklemlerle ilgilidir. Ayrıca *Aritmetika* doğrudan bir cebir kitabı olmaktan ziyade bir tür problemler koleksiyonudur, yani genelleştirilmiş bir yöntemden yoksundur ve bu açıdan yine Mezopotamya cebrine benzemektedir. Son olarak eserdeki cebirsel denklemlerin çözüm kümeleri sadece bir sonuç içermekte, negatif ve irrasyonel kökler kabul edilmemektedir ve bu açıdan yine Mezopotamya cebriyle benzeştiği söylenebilir. Kısaca *Aritmetika* analitik yaklaşımı, genelleştirilmiş yöntemi olmaması, negatif ve irrasyonel kök kabul etmemesi açılarından Mezopotamya cebrini andırırken belirsiz denklem türlerini ihtiva etmesi bakımından farklılaşmaktadır.²³ Buna ilave olarak *Aritmetika*'nın analitik tavrı ve “sayı”ya bakışı ile Pisagorcuların “arithmos” kavramının benzerliğinden ve her ikisinin de tam sayıya vurgu yapmasından mülhem Diyofantos'un muhtemel kaynaklarından birinin Pisagorcular olabileceğini belirtmek gerekir.

Aritmetika Yunan matematiğinin bilinen son önemli eseridir. Ondan sonra matematik ve cebir alanındaki çalışmalar daha çok Hint medeniyetinde kendini göstermektedir. Ancak Hint medeniyetindeki matematiksel faaliyetlere geçmeden önce

²² Diyofantos, *Sinâatu'l-Cebr*, s. 7 – 20, Mütercim: Kusta b. Luka, Tahkik: Rüşdî Râşid, Mısır 1975.

²³ Waerden, *Bilimin Uyanışı*, s. 461; Aydın Sayılı, *Mısırlılarda ve Mezopotamyalılarda Matematik, Astronomi ve Tıp*, s. 195, 215.

Yunan matematiğinin ve cebriğin genel karakterine, Mezopotamya cebri ile arasındaki farklara ve çöküş nedenlerine bir miktar değinmek gerekmektedir.

Genel olarak Yunan matematiği, özel olarak da cebriğin geometrik şekiller ile ispat yöntemine dayanan soyut bir karaktere sahip olduğu söylenebilir. Onu diğer medeniyetlerdeki matematikten farklı kılan tarafı özellikle amelî/pratik amaçlardan ziyade nazari/teorik ve estetik kaygılarla temellendirilip mantık ve felsefe alanlarıyla bir bütünlük arz edecek şekilde ortaya konulmasıdır. Hemen hemen tüm medeniyetlerin yaptığı gibi onlar da Mısır ve Mezopotamya medeniyetlerinden miras aldıklarını kendi sistem ve düşünce biçimleri içerisinde yeniden yoğurarak farklı bir mecraya doğru ilerlemişlerdir. Sarton'un dediği gibi “Yunanlılar doğu medeniyetlerinden sadece kendi anlayışlarına, kültürlerine, düşünüş tarzlarına uygun olanları alıp kullanmışlardır”.²⁴

Yaklaşık altı asır varlığını devam ettiren Yunan matematiğinin ilim yarışında bayrağı diğer geleneklere bırakması ile ilgili elbette siyasi, ekonomik ve dini olarak nitelendirilebilecek dış etkenler mevcuttur ama asıl sorun içerden yani matematiğin karakterinden kaynaklanmaktadır. Yunanlı matematikçiler mantığın isteklerine sıkı sıkıya bağlı kaldıklarından dolayı geometrik cebre mahkûm olmuşlar ve son derece külfetli olan bu yöntemi kullanabilen matematikçi sayısı oldukça azalmış, dolayısıyla matematiksel araştırmalar yok denecek bir seviyeye düşmüştür. Buna ilave olarak geometrik karakterli matematiğin yazı ile iletilmesindeki güçlük de bu çöküşte önemli bir rol oynamıştır.

Her nesil yöntemlerini kendinden sonrakilere arada bir kesinti olmaksızın sözlü ve yazılı gelenek aracılığıyla iletebildiği sürece ilim varlığını sürdürmeye ve gelişmeye devam eder. Ama bu sürecin bir bölümünde sözlü gelenek kesintiye uğradığı, elde sadece kitaplar kaldığında haleflerin selefleri anlamaları ve onları aşip bilimi daha ileri seviyeye taşımaları imkânsız hale gelir. İşte Yunan medeniyetindeki durum da hemen hemen bunun gibidir. Basit, yalın ve kolay anlaşılır bir şekilde formüllere bağlanmayıp da, sıkıcı mantık kurallarıyla örülmüş uzun cümleler ile sonrakilere aktarılması zor şekiller arasına hapsedilen Yunan matematiği, özel de Yunan cebri eninde sonunda yok

²⁴ Sarton, *A History of Science Ancient Science Through the Golden Age of Greece*, s. 117-118.

olmaya mahkûmdur. Böylece Yunan matematiğindeki geometrik cebir ve orantılar bilgisi artık özü anlaşılamayan ölü bir gelenek olarak yeniçağlara kadar sürüp gitmiş, irrasyoneller teorisi de şerhlerle açıklanmasına rağmen yine de gereği gibi anlaşılamayan bir konu olarak kalmıştır. Bu yüzden İslam matematikçileri çok daha ilkel bir noktadan hareket ederek cebirde yepyeni bir başlangıç yapmak zorunda kalmışlardır.²⁵

1.3. Hint Medeniyetinde Cebir

Miladi üçüncü asırdan sonra genelde matematik özelde de cebir alanında Hintli matematikçilerin ellerinden çıkacak yeni gelişmeler için iki yüzyıl daha beklemek gerekmiştir. Aryabhata (466 – 550) ve Brahmagupta (598 – 668) adındaki iki büyük matematikçi Diyofantos'un eserinden de ilham alarak hesabı daha ileriye taşımışlardır. Mezopotamya matematiği gibi Hint matematiği de sayısal/hisâbî ve cebirsel özellik taşımaktadır. İrrasyonel sayılar söz konusu olduğunda da fazla güçlük çekmemişlerdir. Altıncı asra gelindiğinde, Hint matematiğinde sıfır için bir işaret kullanmak, on tabanlı sayma sistemine geçmek ve Sanskrit rakamlarının şekillerini ilk dokuz rakamı sembolize edecek biçimde kullanışlı hale getirmek gibi kayda değer ilerlemeler görülmüştür. Hint medeniyetinin bilinen ilk matematikçisi Aryabhata'nın 499'da meydana getirdiği eseri *Aryabhatiya*'daki cebirsel özdeşlikler ve bunların İskenderiye geleneğine benzer bir şekilde yazılması dikkat çekmektedir. Bunun yanında Aryabhata, telifinde konumsallık ilkesini kullanmaktadır. Bu ilke köken olarak Mezopotamya'ya dayansa da onun on tabanlı sayı sistemi ile uyumunu ve kullanışlılığını keşfeden Hintli matematikçilerdir. Böylece Hint medeniyeti, sıfırın sembolleştirilerek kullanılması, on tabanlı konumsal sayı sistemi ve dokuz rakam için kullanışlı sembolleri matematik dünyasına hediye ederek cebirin, özellikle de analitik cebirin gelişmesinde çok önemli adımlar atmışlardır.²⁶

²⁵ Waerden, *Bilimin Uyanışı*, s. 439 – 443.

²⁶ Colin Ronan, *Bilim tarihi*, s. 212 – 213; Carl B. Boyer, *A History of Mathematics*, s. 209 – 214, John Wiley and Sons, USA 1976.

Yedinci asırda Hint matematiğinin diğer önemli ismi Brahmagupta *Brahmasphutasiddhanta*²⁷ adlı eseri ile Hint cebri altın çağına erişti. Müellif sıfırla ilgili hesap kurallarını açıkladığı gibi ikinci dereceden denklemlerin üç türünü ve negatif sayı kavramı yardımıyla meydana getirdiği diğer bir denklem türünü de ortaya koymuştur:

$$0 \times a = 0, \quad 0 \times 0 = 0, \quad \sqrt{0} = 0$$

$$1. ax^2 + bx = c \quad 2. bx + c = ax^2 \quad 3. ax^2 + c = bx \quad \text{ve} \quad px^2 + qx + r = 0$$

Son olarak Hint cebircileri negatif ve irrasyonel sayıları kabul ederek ikinci dereceden denklemlerin iki kökü olduğunun farkına varmışlar; ayrıca ikinci dereceden denklemlerin cebirsel çözümünü “kareye tamamlama” usulü ile birleştirerek bugün “Hint metodu” denilen yöntemi keşfetmişlerdir.²⁸

Neticede cebirsel yöntemler geleneği tarih boyunca muhtemelen hiçbir zaman kesintiye uğramamıştır. Çeşitli medeniyetlerde üst düzeydeki matematik bilgisinin yanında halk seviyesine indirilmiş basit bir dile sahip, cebir problemleri ve çözümleriyle uğraşan bir gelenek daima var olagelmiştir. Bu gelenek Mezopotamya cebrinden başlayıp eski Yunan, Çin ve Hint medeniyetlerine de sızmak suretiyle İslam medeniyeti cebriyle devam etmiştir. Cebirin bir bilim dalı olarak bağımsızlığını kazanmasından önceki yaklaşık iki bin beş yüz yıllık serüvenini genel hatlarıyla ortaya koymaya çalıştıktan sonra asıl varmak istenen noktaya, cebirin bir ilim olarak temayüz etmesine ve İslam medeniyetindeki cebir ilmi araştırmalarına ulaşılmıştır.

2. Cebir İlminin Doğuşu ve Osmanlı Cebirinin Arkaplanı

Cebir, aritmetiksel işlemler vasıtasıyla denklemdeki bilinen nicelikleri kullanarak bilinmeyen niceliklerin çıkarılması yöntemini öğreten ilimdir. Bu ilmin bağımsızlığını ilan ederek temelini atıp binasını inşa eden İslam dünyası cebircileri onu

²⁷ Eserin tamamı matematik ile ilgili olmayıp 12. bölümü aritmetiği ve 18. bölümü de cebri ele almaktadır. Brahmagupta’nın ve diğer bir kayda değer Hintli matematikçi Bhaskara II (1114 – 1185)’in eserlerinin aritmetik ve cebir bölümlerinin İngilizce çevirileri ve değerlendirmesi için bkz.: Brahmagupta ve Bhaskara, *Algebra, with Arithmetic and Mensuration*, çevirmen: Henry Thomas Colebrooke, London 1817.

²⁸ Boyer, *A History of Mathematics*, s. 218 – 221.

buna benzer ifadelerle tanımlamışlardır.²⁹ Cebir ilminin isim babası³⁰ ve kurucusu kabul edilen Muhammed b. Musa el-Harezmi, Me'mûn döneminde Bağdat'ta *Kitâbu'l-Muhtasar fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele*/المختصر في الجبر والمقابلة adlı eserini yazmıştır. Harezmi'nin kitabının ortaya çıkışı matematik tarihini kökünden etkileyici nitelikte bir olay olmuş, ilk defa “cebir” kelimesi bir başlıkta kullanılmıştır. Bu kullanım kendine has teknik ifadelerle sahip olan farklı bir matematik konusuna delalet etmektedir. Matematikçi, astronom ve Bağdat'taki hikmet evinin seçkin üyesi olan müellif bu kitap hakkında: “Cebir ve mukabele hesabı ile ilgili hesabın inceliği ve görkemiyle kuşatılmış muhtasar bir kitap telif ettim” der.³¹

2.1. Cebir İlminin Kurucusu Harezmi

Daha önce de belirtildiği gibi cebir ilminin bağımsızlığını kazanma süreci Harezmi'nin³² *Kitâbu'l-Muhtasar fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele* كتاب المختصر في الجبر والمقابلة adlı eserini yazmasıyla başlatılır. Harezmi'den önce cebirle ilgili bazı veriler olmasına hatta yaşadığı dönemde benzer eserler yazılmasına rağmen araştırmacılar bu kitabı cebirin başlangıcı olarak görürler. Çünkü Harezmi'nin hedefi diğerlerinden farklı olarak; daha önce kimsenin gerçek anlamda dokunmadığı bu alanda yeni bir ilmin kaidelerini koymak ve bu yeni ilmin kurallarını ve yöntemlerini sadece matematikçiler için değil aynı zamanda muhasip, tüccar, hâkim ve devlet memurları için de kullanışlı hale getirmektir. Bu yüzden kitabının yarısından fazlası pratik hesap içermektedir. Harezmi'nin “cebir”i bilinmeyi bulmak için herhangi bir yöntemden daha fazlasını

²⁹ Ahmed Selim Saidan, *Tarih İlmi el-Cebr fi'l-Alemi'l-Arabi*, “Kitâbu'l-Fahrî li'l-Kerecî” c. I, s. 97, Kuveyt 1985; Samev'el Mağribî, *el-Bâhir fi'l-Cebr*, tahkik: Salâh Ahmed-Rüşdî Râşid, s. 73-74, Dimeşk 1972.

³⁰ Cebir teriminin kökeni ile ilgili tartışmalar mevcuttur. Gandz bu ilim için “cebir” ismini Harezmi'nin vermediğini, onu Süryani ve Aramilerden aldığını, zaten kelimenin köken olarak Süryanice olduğunu ve Harezmi'nin hiçbir açıklama yapmadan terimi kullanmasının da buna işaret ettiğini iddia etmektedir. Aydın Sayılı ise Mezopotamya medeniyetinin kurucusunun Sümerliler olduğunu, Sümer yazısı ve dilinin uzun süre Mezopotamya'da yaşamaya devam ettiğini, ilim-kültür dili olarak kullanıldığını ve bu sebeplerle “cebir” kelimesinin kökeninin Sümerce olabileceğini ima etmektedir. Daha fazla bilgi için bkz.: Solomon Gandz, *The American Mathematical Monthly*, “The Origin of the Term “Algebra””, c. XXXIII, sayı: 9, s. 437-440, Mathematical Association of America, 1926; Aydın Sayılı, *Mısırlılarda ve Mezopotamyalılarda Matematik, Astronomi ve Tıp*, s. 4-5, 205.

³¹ Rüşdî Râşid, *Riyadiyyât el-Khawarizmi: Te'sîs İlmi el-Cebr*, s. 166, Beyrut, 2010; Rüşdî Râşid, *Mevsûatu Tarihu'l-Ulûmi'l-Arabiyye*, c. II, s. 463, Merkez Dirâsâtü'l-Vahdeti'l-Arabiyye, Beyrut 1997.

³² Harezmi'nin nerede doğup nerede yaşadığı, adı hakkındaki tartışmalar, diğer eserleri, Beytül-Hikme'deki çalışmaları hakkında daha fazla bilgi için bkz.: G. J. Toomer, *DSB*, “al-Khawarizmi” c. VII, s. 358 – 365; Van der Waerden, *A History of Algebra*, s. 3 – 15, Springer – Verlag, Germany 1985; İhsan Fazlıoğlu, *DİA*, “Harizmi” c. XVI, s. 224 – 227; Boyer, *A History of Mathematics*, s. 230 – 233.

içeren bir alan olarak görmesi, “cebir”in sadece bir yöntem olarak kalmasını engellemiş, müstakil bir ilim olarak temayüz etmesine neden olmuştur.³³

Harezmi ve eseri hakkındaki tartışmalara girmeden önce tarihteki ilk müstakil cebir kitabının içeriği hakkında bilgiler vermek tartışmaların daha açık bir şekilde ortaya konulabilmesi açısından daha uygundur. Buna göre önce bu ilme adını veren eserin başlığı ve eserdeki diğer terim, ifade ve kavramlar hakkında açıklamalar yapılacak sonra da bunların nasıl kullanıldığına geçilecektir.

Harezmi kitabına *Kitâbu'l-Muhtasar fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele* başlığını koyduğunda, onun aynı zamanda temelleri yeni yeni atılan bu ilmin de adı olmasını istemiş miydi, bilinmez ama “cebir” kelimesinin ondan sonra bu yeni ilmin adı olması yönünde bir doğal/kendiliğinden bir uzlaşma ortaya çıktığı açıktır. “Cebir”³⁴ “الجبر” lafzı bir ilim dalını ifade etmesinden başka denklemin herhangi bir tarafındaki negatif terimi pozitifleştirme, diğer bir ifade ile eşitliğin diğer tarafına taşıma işleminin de adıdır. Bu terim “denklemdaki negatif terimleri yok etmek için eşitliğin her iki tarafına o negatif terimler kadar eşit terimler eklemektir” şeklinde de açıklanabilir. “Mukabele” “المقابلة” ise denklemdaki benzer terimleri bir araya getirmek suretiyle indirgemektir. $\{x^2 = 40x - 4x^2\}$ denklemini cebir işlemi sonrası $\{4x^2 + x^2 = 40x - 4x^2 + 4x^2 \Rightarrow 5x^2 = 40x\}$ ifadesine ve $\{50 + x^2 = 29 + 10x\}$ denklemini de mukabele işleminin ardından $\{-29 + 50 + x^2 = 29 + 10x - 29 \Rightarrow 21 + x^2 = 10x\}$ formuna dönüşmektedir. Bu iki kelimenin birleşimi yani “cebir ve mukabele” “الجبر والمقابلة” ise “cebirsal işlemlerin icrası” anlamında kullanılabilmektedir.³⁵

Cebirsal bir denklemden bilinmeyene ulaşmak için çeşitli hesabi işlem basamakları uygulanmaktadır. Biraz önce görüldüğü üzere “cebir” ve “mukabele” terimleri bu işlem basamaklarından ilk ikisini temsil etmektedir. Bundan sonra

³³ Ahmed Selim Saidan, *Tarih İlmi el-Cebr fi'l-Alemi'l-Arabi*, c. I, s. 31.

³⁴ Ortaçağ İslam dünyası cebircilerinin جبر fiilini “zorlama”, “zor kullanma” anlamında da kullandıkları düşünülmektedir. Bu durumda fiilin cebirsal bir denklemden bilinmeyene ulaşmak için belirli matematiksel işlemlerle şartları zorlamak, bilinmeyeni bilinenler sahasına geçirmeye mecbur etmek anlamına geldiği ifade edilebilir. Bu konuda daha fazla bilgi için bkz.: George A. Saliba, *Centaurus*, “The Meaning of al-Jabr wa'l-Muqabalah”, sayı 17, s. 189 – 204. 1973.

³⁵ G. J. Toomer, *DSB*, “Khwarizmi”, c. VII, s. 359; Râşid, *Mevsûatu Tarihi'l-Ulûmi'l-Arabiyye*, c. II, s. 463; Waerden, *Bilimin Uyanışı*, s. 4; İhsan Fazlıoğlu, *DİA*, “cebir”, c. VII, s. 195; Ronan, *Bilim Tarihi*, s. 249 – 250; Moris Şerbil, *er-Riyâdiyyât fi'l-Hadârati'l-İslamiyye*, s. 109, Trablus 1988.

uygulanan diğer iki basamak da “redd” “الرد” ve “ikmâl” “الإكمال” adını almaktadır. “Redd” denklemin her iki tarafında çarpım durumunda bulunan sabit sayıların birbirlerine bölünmek suretiyle azaltılması veya indirgenmesidir. Mesela $\{4x^2 = 8\}$ denklemi “redd” işlemi sonrasında $\{x^2 = \frac{8}{4} \Rightarrow x^2 = 2\}$ şekline gelmektedir. “İkmâl”e gelince; denklemin her iki tarafında bölüm durumunda bulunan sabit sayıların birbirleriyle çarpılmak suretiyle tamamlanmasıdır. Örnek olarak $\{\frac{x}{6} = 4\}$ denklemi “ikmâl” işlemiyle $\{x = 6 \times 4 \Rightarrow x = 12\}$ ifadesine dönüşmektedir.

Herhangi bir cebirsel denklemin çözülmesi süresince izlenen ve hesabi işlemler vasıtasıyla uygulanan yukarıdaki yöntemleri ifade eden “cebir”, “mukâbele”, “redd” ve “ikmâl” terimlerinden başka “şey” “شيء”, “x”, “mâl” “مال”, “x²”, “ka’b” “كعب”, “x³” ve “cezr” “جزر” “√” terimleri de cebir ilminde önemli bir yer işgal etmektedir. Buradaki “cezr” “bir sayının kökü” anlamının dışında “bir denklemin kökü” yani “x”in kendisi anlamında da kullanılmaktadır.³⁶

Harezmi’nin eserinin içeriğine gelince; kitabın tasnif sistemi çok açık olmasa da “kitâbu’l-cebr ve’l-mukâbele/cebir ve mukâbele kitabı” ve “kitâbu’l-vesâyâ/vasiyetler kitabı” olmak üzere iki kitap/kısım ve bunların bâblarından meydana gelmektedir. Müellifin bu şekilde başlıklar koyması eserin bir mecmua niteliğinde olduğunu düşündürmemelidir. Çünkü ilk kısım cebir ilminin teorik kısmı, ikincisi de pratik, yani uygulamalı kısım olarak görülmektedir. İlk kısım çarpma, toplama ve çıkarma, altı denklem kalıbı, çeşitli problemler/denklemler, muamelat ve mesâha olmak

³⁶ Harezmi ve haleflerinin kullandığı cebirsel terminolojiye eleştirel açıdan yaklaşan bazı araştırmacılar kavramların yerli yerinde kullanılmadığından dolayı karışıklık meydana gelmesinden yakınırırlar. “Örneğin “cebir” “الجبر” kelimesi ile hem ilmin adı hem de denklemde kullanılan bir yöntemin adı kastedilmektedir. Aynı durum “mukabele” “المقابلة” terimi için de geçerlidir. Ayrıca denklem çözmede kullanılan diğer yöntemlerin adı olan “redd” “الرد” ve “ikmal” “الإكمال” terimleri bazen “cebir” ve “mukabele” terimleriyle değiştirilmekte, böylece vaziyet daha da karışık hale gelmektedir. “Cezr” “جزر” terimi de benzer bir durumla karşı karşıyadır. Bu terim hem bilinmeyen “x” anlamında hem de kök “√” anlamında kullanılmaktadır. Buna ilave olarak bilinmeyen için “şey” “شيء” terimi de kullanılmakta, zaten “cezr” ve “şey” terimleri birbirleriyle tanımlanmaktadır. Harezmi’den sonra gelen matematikçilerde bahsedilen karmaşık durum bir miktar açıklık kazanmaktadır. Ömer Hayyam bilinmeyen birinci kuvvetine “cezr” “جزر” ve “dıl” “صلع”, bilinmeyene “şey” “شيء”, bilinmeyen karesine “mâl” “مال”, bilinmeyen üçüncü kuvvetine de “ka’b” “كعب” demiştir. Kereci de bunlara ilave olarak; cebirsel üslere “اجناس المجهولات” veya “مراتب المجهولات” terimlerini kullanmaktadır.” Daha fazla bilgi için bkz. Melek Dosay, *Kereci’nin ile’l-Hesab el-Cebr ve’l-Mukâbele Adlı Eseri*, s. 10 – 12. Tüm bu terimlerin hem Osmanlı Klasik döneminde hem de önceki asırlardaki anlamları ve kullanımlarının tafsilatlı bir şekilde değerlendirmesi çalışmanın ikinci bölümünde yapılacaktır. O yüzden burada terimler hakkında sadece temel bilgiler verilmektedir.

üzere toplam altı bâbdır. Buradaki muamelat ve mesâha bâbları yine uygulamalı cebir olarak değerlendirilebilir. “Cebir ve mukâbele kitabı” kısmının ilk sayfalarında on tabanlı konumsal sayı sistemi, sayıların çeşitleri, denklemlerin unsurları (cezir-mâl-sayı), üçü yalın/müfred üçü de katışık/mukterin olmak üzere altı denklem kalıbı ve birer örnek ile hisâbî çözüm ve hendesî illet/ispat hakkında bilgiler ortaya konulması bakımından bir tür giriş/mukaddime sayılabilir.³⁷ Müellifin altı denklem kalıbını hem girişte hem de üçüncü bâbda vermesinin muhtemel sebepleri; tekrar vasıtasıyla okuyucunun/öğrencinin zihnine bu ilmin kalbini teşkil eden denklem kalıplarına yerleştirmek ve kalıpları önce yalın ve basit bir şekilde verip sonrasında gelecek daha karmaşık örneklerle zemin hazırlamaktır. Bu son sebebi biraz daha açmak gerekirse; Harezmi’nin girişte verdiği denklem örnekleri cebir, mukâbele, redd/indirgeme ve ikmâl/tamamlama yöntemlerini uygulamayı gerektirmezken altı denklem kalıbı bâbında verdikleri bu yöntemlerin tatbik edildiği karmaşık örneklerdir. Onun bu tavrı pedagojik yaklaşımla kolaydan zora doğru ilerleyen bir öğretim tekniği benimsediğine ve eğitsel kaygılar taşıdığına işaret olabilir.

Harezmi’ye göre pek çok problem/denklem sunduğu yöntemler sayesinde altı standart denklem formuna indirgenebilir. İlk üçü “müfredât” (basit), son üçü de “mukterenât” (katışık) olarak isimlendirilen bu denklem formları şöyledir:³⁸

- | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1. $ax^2 = bx$ | 2. $ax^2 = b$ | 3. $ax = b$ |
| 4. $ax^2 + bx = c$ | 5. $ax^2 + c = bx$ | 6. $ax^2 = bx + c$ |

Harezmi katsayı olarak negatif sayının varlığını tanımadığından a, b ve c sayıları pozitif reel sayılardır. Müellif bu altı denklem kalıbının ardından her biri için ayrı ayrı çözüm kurallarını vermektedir. Mesela altıncı denklemi şöyle çözmektedir:³⁹

³⁷ Rüşdî Râşid, *Rıyâdiyyât el-Khawarizmi: Te’sîs İlmi el-Cebr*, s. 165-284.

³⁸ G. J. Toomer, *DSB*, “al-Khawarizmi”, c. VII, s. 359 – 360; Waerden, *Bilimin Uyanışı*, s. 5 – 8; Şerbil, *er-Rıyâdiyyât fi’l-Hadâratı’l-İslamiyye*, s. 111 – 118. Eserin “ikinci dereceden denklemler”, “cebirsal işlemler”, “kökler”, “cebir ve mukabele”, “cebrin Hint hesabına uygulanışı” ve “cebir ve vasiyetler” başlıkları altında daha tafsilatlı tahlili için bkz.: Adil Enbûbâ, *İhyâu’l-Cebr*, s. 12 – 19, Beyrut 1968.

³⁹ Rüşdî Râşid, *a.g.e.*, s. 172.

$$\forall a = 1 \text{ ve } b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0, Z^-\} \text{ olmak üzere } ax^2 = bx + c \Rightarrow x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} + \frac{b}{2}$$

Harezmi “altı denklem” bâbında hisâbî yöntemlerle denklemin çözüm kümesine ulaşmayı izah ettikten sonra “bâbu’l-mesâili’l-muhtelife/çeşitli problemler bâbı” adlı dördüncü bâbda otuz dört tane cebirsel problem ve çözümünü vererek⁴⁰ doğrudan cebri ilgilendiren kısmı, bir diğer ifadeyle teorik cebir denilebilecek kısmı bitirmekte ve muamelat ve mesâha gibi uygulamalı cebir konularına geçmektedir. Onun bu tavrı, yani cebre ait tüm bilgileri verdikten sonra eserin/bölümün sonunda bir tür alıştırmaya gibi çeşitli örnekler vermesi, halefleri tarafından benimsenmiş, Osmanlı klasik dönemini de kapsayan asırlar boyunca devam etmesiyle gelenek/âdet halini almıştır.

Müellif kitabının “mesâha bâbı”⁴¹ başlığını taşıyan ilk kısmın son bâbında birkaç tanım ve bazı hendesî şekillerin özelliklerini sunmaktadır.⁴² Eserin ikinci kısmını meydana getiren ve dokuz bâbdan meydana gelen “vasiyetler kitabı” ise İslam hukuk kurallarına uygun bir şekilde miras hesaplamalarını konu edinmektedir.⁴³ Harezmi’nin cebir kitabına vasiyet hesabı bölümünü eklemesi neticesinde yukarıda bahsedilen durumun aynısı gerçekleşmiş, yani bu tavır da âdet haline gelmiştir.

Eserin içeriği kısaca özetlendikten sonra üzerindeki tartışmalara geçilebilir. Bu tartışmalardan en yoğunu Harezmi’nin kaynakları ile ilgili tartışmadır. Elbette Harezmi’nin cebir ilminin temellerini atabilmesi için yaklaşık 2500 yıl boyunca çeşitli medeniyetlere mensup matematikçilerin bu konudaki çalışmalarının birikmesi ve evrilmesi gerekiyordu. İlmin bir kişinin elinden aniden ve mükemmel bir şekilde ortaya çıkması imkânsızdır. Medeniyetler ancak birbirlerinin miraslarını kullanarak daha

⁴⁰ Rüşdî Râşid, *Rıyadıyyât el-Khawarizmi: Te’sis İlmi el-Cebr*, s. 197-216.

⁴¹ Bu babın 150 yılı civarında telif edilen ve *Mishnat ha Middot* adlı bilinen ilk İbranice geometri kitabının Arapça versiyonu olduğu iddiaları ile ilgili bkz.: Solomon Gandz, *Osiris*, “The Sources of Al-Khwarizmi's Algebra”, c. I, s. 264-265, The University of Chicago Press, 1936. Gad Sarfatti, Gandz’ın iddialarına *Mishnat ha Middot* üzerine yaptığı literatür çalışmalarıyla cevap vermekte ve aslında bu eserin İslam medeniyetinin ilk dönemlerinde belki de Harezmi’nin eserinden sonra telif edilmiş olabileceğini göstermektedir. Daha fazla bilgi için bkz.: Gad Sarfatti, *Mathematical Terminology in Hebrew Scientific Literature of the Middle Ages*, Magnes Press, Hebrew Univ., 1968.

⁴² Rüşdî Râşid, *a.g.e.*, s. 220-234.

⁴³ Eserin bu bölümünün tafsilatlı incelemesi ve bu bölüm üzerinden Harezmi’nin bilim dünyasına katkıları ve değeri ile ilgili tartışmalar için bkz.: Solomon Gandz, *Osiris*, “The Algebra of Inheritance: A Rehabilitation of Al-Khwarizmi”, c. V, s. 319-391, The University of Chicago Press, 1938.

yukarıya tırmanabilirler. O yüzden cebir ilminin kurucusu kabul edilen Harezmi'nin – kitabında zikretmese de – kaynakları mevcuttur. Zira kitabı bir kişinin tek başına ve kısa sürede keşfedemeyeceği kadar olgun bir izlenim vermektedir.⁴⁴

Yaklaşık yüz yıldan beri Harezmi'nin eserini ortaya koyarken dayandığı arka plan tartışılmaktadır. Koyduğu her bir kural, her bir kavram için daha önceki medeniyetlerden benzerlik noktaları tespit edilmekte, sonra da Harezmi'nin o medeniyet veya medeniyetlerin halefi olduğu iddia edilmektedir. Elbette Harezmi'nin yeni yeni bilim dili olmaya başlayan bir dilde(Arapça) cebri hesap ilminden bağımsız hale getirmeye çabalararak, hem de dönemine göre bu kadar olgun ve sistematik görünen bir yapıyı tek başına ortaya koyması düşünülemez.⁴⁵ Ancak bilimin miras alınması olgusunun abartılması, miras alan medeniyetin bilimsel herhangi bir gelişmeyi sağlayamayıp sadece var olanın bir araya getirilip korunması ve zamanı geldiğinde aktarılması görevine mahkûm edilmesi problemini beraberinde getirmektedir. Bu duruma düşmemek için bilimsel ve tarihi gerçeklerden gerektiği gibi faydalanmak suretiyle ideolojik tuzaklara düşmeden sahiplenme duygusundan kurtulmak en muteber yöntemdir. Bu meyanda karşılaşılabilecek problemlere kısaca değindikten sonra asıl konuya geçiş yapılabilir.

İslam cebrinin nereden ilham aldığı sorusuna kategorik bir cevap vermek mümkün değildir. Kuralların keyfi hareketi ve altı türün sayısal formu Babil ve orta çağ Hint matematiğini çağrıştırmaktadır. Ancak Hint matematiğinin yaygın konusu “belirsiz denklemler”in ve Brahmagupta'nın kısaltma simgelerinin Harezmi'de bulunmaması onun Mezopotamya kaynaklarına yaklaştığına delalet edebilir. Buna göre ilham alınma düzeyleri birbirinden farklı olmak kaydıyla üç ana medeniyetin; **a) Hint**, **b) Mezopotamya** veya **Süryani – Farsi** gelenek ve **c) Yunan** tesirinden bahsedilebilir. İkinci şıktaki Mezopotamya genel anlamıyla Babil – Sümer kaynaklarına, Süryani – Farsi gelenek de Helen ve Helen sonrası o bölgede meydana gelen muhtelif

⁴⁴ Van Der Waerden, *Bilimin Uyanışı*, s. 93 – 122; Ahmed Selim Saidan, *Tarihi İlmi'l-Cebr fi'l-Alemi'l-Arabi*, c. I, s. 31.

⁴⁵ Burada duruma şöyle de yaklaşılabılır: Bir şey başlangıç olması konusunda tatminkâr hususiyetler gösterirken aynı zamanda nasıl olgunmuş gibi görünebilir? Bu soru cebir ilminin kökeni ve Bağdat matematikçilerinin kaynaklarının zorunlu olarak mevcut olması ile ilgilidir. Bununla birlikte hiçbir tarihçi Harezmi veya cebir ilminin kati bir şekilde şu veya bu kaynağa dayandırılacağını iddia etmemelidir. Daha fazla bilgi için bkz.: Rüşdî Râşid, *Tarihi'r-Riyadiyyat el-Arabiyye beyne'l-Cebr ve'l-Hisab*, s. 21 – 22.

kavimlerden müteşekkil (Süryani, Farisi, İbrani vb.) matematiksel geleneğe işaret etmektedir.⁴⁶

Karşılaştırmaya sonndan başlanırsa; Yunan medeniyetindeki cebirsel çalışmaların büyük bir kısmını temsil eden Öklides, salt geometrik ispatları ve Diyofantos da cebirsel notasyonu ve genelleştirmeden uzak çözüm tarzıyla Harezmi'nin cebrinden önemli farklarla ayrılmaktadır. Bu yüzden Harezmi'nin çalışması üzerindeki Yunan tesirinin alt seviyede kaldığı söylenebilir.⁴⁷

Mezopotamya veya farklı kavimlerden müteşekkil matematiksel geleneğin etkisine gelince; negatif sayılara yer vermemesinin ve denklemlerinin sistematik cebrik çözümlerinin Babil cebrine dayandığı söylenebilir. 1968 yılında yayınlanan bir araştırmaya kadar Solomon Gandz tarafından Harezmi'nin mesâha bâbının özellikle içerik ve düzenlemesi açılarından 150 yılı civarında meydana getirilen İbranice geometri eseri *Mishnat ha-Middot*⁴⁸ üzerinden çok uluslu matematiksel geleneğe, bilhassa da İbrani kaynaklarına döndüğü iddia edilmekteydi. Ancak bu tarihte İsraili

⁴⁶ G. J. Toomer, *DSB*, "Khwarizmi" c. VII, s. 360; Waerden, *Bilimin Uyanışı*, s. 13; Boyer, *A History of Mathematics*, 230; Fuat Sezgin, *İslam'da Bilim ve Teknik*, c. I, s. 13, İstanbul 2008.

⁴⁷ Harezmi'nin cebrine Yunan etkisi ile ilgili muhalif görüşler de bulunmaktadır. Matematik tarihi uzmanlarından Waerden, Yunan etkisini tamamen yok saymakla kalmayıp Harezmi'nin Yunan matematiğine karşı durduğunu, çağdaşı Haccac b. Matar'ın Öklides'in *Elements/Öğeler*'ini onun döneminde birlikte çalıştıkları kurumda çevirmesine rağmen onun bu çeviriyi asla önemsemediğini, bilakis Haccac'ın Bağdat akademisinde kurmaya çalıştığı Yunan matematiğine muhalif olduğunu, Grek teorik matematiğine karşı pratik amaçları da olan bir matematiksel yapı tasarladığını, böylece de yerli yaygın bilimlerin temsilcisi olduğunu iddia etmektedir. Bkz.: Waerden, *Bilimin Uyanışı*, s. 14 – 15, 464. Râşid'e gelince o, Waerden'in iddiasının tam aksine Haccac b. Matar'ın Arapçaya tercüme ettiği Öklides'in *Elements/Öğeler*'inin, onun için bir dönüm noktası teşkil eden yeni bir bilgi ilham etmesinin muhtemel olduğunu ve Harezmi'nin projesinin üç unsurundan ilki "denklem kökü"nün Babil cebrine, ikincisi "hendesi dil ve ispat"ın Öklides'in *Öğeler*'ine, üçüncüsü "hesabın gelişimi"nin de Diyofantos'un hesabına dayandığını öne sürmektedir. Bkz.: Râşid, *Mevsûatü Tarihu'l-Ulûmi'l-Arabiyye*, c. II, s. 464 – 465. Boyer de benzer bir düşünce ile, Harezmi'nin eklektik matematiğin simgesi olduğunu, denklem çözümlerinin mantıksal geometrik çerçevesini hissedilir bir şekilde Yunan'dan ilham aldığını ifade etmektedir. Bkz.: Carl Boyer, *A History of Mathematics*, s. 232.

⁴⁸ Bu eserle ilgili tafsilatlı bilgi için bkz.: Solomon Gandz, *The Mishnat Ha Middot: The First Hebrew Geometry of About 150 C. E. and The Geometry of Muhammad Ibn Musa Al-Khowarizmi: the First Arabic Geometry (C. 820), Representing the Arabic Version of the Mishnat Ha Middot*, Springer, 1932; Bu eserin Harezmi'nin kaynakları arasında yer almasının çelişkiler doğuracağı düşüncesi için bkz.: Rüşdi Râşid, *Tarihu'r-Riyadiyyat el-Arabiyye beyne'l-Cebr ve'l-Hisab*, s. 22.

araştırmacı Gad Sarfatti'nin *Mishnat ha-Middot*'un terimleri üzerine yaptığı literatür çalışmasıyla bu iddia geçerliliğini yitirmiştir.⁴⁹

Harezmi'nin üzerinde belki de en güçlü tesiri yapan geleneğin Hint matematik geleneği olduğu düşünülmektedir. Bunun nedeni de onun, Hint rakam ve ondalık konumlu sayı sistemini tanıttığı *Kitâbu'l-Hisâb el-Hindi*/كتاب الحساب الهندي adlı eserini ve *Zîc el-Sindhî* başlıklı astronomi çalışmasını Hint matematik ve astronomi geleneğinden faydalanarak ortaya koymasındır. Ayrıca Harezmi'nin cebir kitabında yer alan numaralama, onluk tabana dayanan konumsal sayı sistemi, pi sayısı için iki tahmininin her ikisi de ve dördüncü tipteki ikinci dereceden denklemler için verdiği genel kuralın Hint kaynaklarına dayandığı söylenebilir.⁵⁰

Tartışılan sorularla ilgili, yani “Harezmi'nin kaynakları var mıydı; varsa onlardan ne oranda etkilendi ve bu ilimde onun katkısı neydi; Harezmi bir kâşif miydi yoksa sadece var olanları bir araya getiren bir musannif miydi?” sorularıyla ilgili en doğru cevabı Harezmi'nin yine kendisi vermektedir. Ona göre bilginler üç sınıftır: İlki, kendinden öncesinde bir şey bulamayıp kendinden sonrasına miras bırakan “kâşifler”; ikincisi, öncekilerden anlaşılmaz olarak kalan bilgileri açıklayan ve yöntemini izah eden “tamamlayıcılar” ve üçüncüsü de, bazı kitaplarda düzensizlik ve eksiklikler bulup onları daha iyi hale getirmek için ne gerekiyorsa yapan “revize ediciler”dir. Harezmi kendisini bu sınıflardan ikincisine yani “tamamlayıcılar” arasında görmektedir. Çünkü o, kendinden öncekilerin anlayamadığı, düzenleyemediği, sistemleştiremediği veya açıklayamadığı problemlere çözümler bulmuş, zamanındaki bilgilere yeni bilgiler ilave ederek eldeki tüm verileri sistemli bir şekilde sunmuştur.⁵¹

Kitabında kullandığı ve çoğu araştırmacı tarafından ilk kez onun koyduğu sanılan ıstıhlara gelince; bu terimler sanki uzun zamandan beri zaten kullanımda imiş gibi onları seçmesi ve lügavî açıklamasını yapmaksızın kullanması terimlerin önceden beri var olduğuna işaret olabilir. Bu duruma ilave olarak kendisini “tamamlayıcı bilginler” arasında görmesi, eserinin girişinde Me'mun'un kendisinden matematiğin bu

⁴⁹ Gad Sarfatti, *Mathematical Terminology in Hebrew Scientific Literature of the Middle Ages*, Magnes Press, Hebrew Univ., 1968.

⁵⁰ G. J. Toomer, *DSB*, “al-Khwarizmi”, c. VII, s. 360; Waerden, *Bilimin Uyanışı*, s. 14.

⁵¹ Adil Enbûbâ, *Ihyâu'l-Cebr*, s. 23 – 24.

dalı ile ilgili kitap yazmasını istemesi (hiç kimse hayatında hiç duymadığı bir konu ile ilgili kitap yazılmasını talep edemez) ve cebir ve mukâbele kitabının anonim bir serhinde Hz. Ömer döneminde Mekke'ye gelen ve para karşılığında cebir ve mukâbele hesabını öğreten İranlı matematikçilerin hikâyesi⁵² Harezmi'den önce İslam medeniyetinde sözlü bir cebir geleneği olduğunu düşündürmektedir. Kısaca Harezmi'nin sözlü ve yazılı kaynaklarının da yardımıyla cebri ilim olarak ortaya koymasını temin eden şeyin, tevarüs ettiklerini yeni bir fikirle sistemleştirip belli yöntemlerle sunması, cebirsel terimleri revize etmesi ve mevcut anlamlarında değişiklikler veya ilaveler yapması, hatta bazılarını tamamen yeni bir anlamla tekrar tanımlaması olduğu ifade edilebilir.

Son olarak Harezmi'nin tamamlayıcı, yenileyici, düzenleyici, açıklayıcı ya da kâşif vasfıyla cebir ilminde ortaya koyduğu katkılara değinmek konunun bütünlüğü açısından gereklidir.

1. Cebir ilminin ana kavramı “denklem”i ortaya çıkan problemleri çözmek için kullanılan cebirsel bir yapı şeklinde değil de problemten önce mevcut olan, teorik veya pratik var olabilecek tüm problemler için her şartta geçerliliğini koruyan bir yapı olarak kullanmıştır.
2. “Şey” yani bilinmeyen kavramı ilk kez Harezmi ile özel belirli bir nesneye değil de herhangi bir ayrım olmaksızın hendesî veya adedî olması mümkün soyut bir nesneye işaret etmiştir.
3. O cebirsel denklemlerin hisâbî çözümlerinin yanında hendesî şekillerden yardım alarak çözümün illetini de göstermiştir. Böylece cebrin tek bir yöntemle yetinmeyen her an her türlü gelişim ve yeniliğe açık bir bilim olduğunu öğretmiştir.
4. Harezmi sunduğu denklemlerin uygun gelen formüle dönüşümünü ortaya koyarak bugün “sistematik formül” denilen kavramın ortaya çıkmasına ilham vermiş, matematik pedagojisinde temel kabul edilen ve denklemleri çözerken izlenen düzen ve tertip anlamındaki “algoritma” bu yüzden onun ismine nispet edilmiştir.
5. Kendisini bilinçli bir şekilde birinci dereceden/lineer ve ikinci dereceden/kuadratik denklemlerin çözümleriyle sınırlayarak asıl amacının kuramsal olarak çözülmesi

⁵² Hikayenin tafsilatı ve bu hikayeye temkinli yaklaşılması gerektiği ama her halükarda sözlü bir gelenekten bahsedilebileceği ile ilgili olarak bkz.: İhsan Fazlıoğlu, *DİA*, “Harizmi”, c. XVI, s. 224 – 227.

gereken karmaşık ve zor problemleri sunmak değil eğitim faktörünü de göz önüne alarak basit denklemlerden katışıklara geçişi benimsetmek ve ayrıca pratik ihtiyaçları karşılamak olduğunu göstermiştir.

Neticede Harezmi'yi önemli kılan iki şey, cebri genelleştirmesi ve bu teorik ilmi pratik alana da tatbik ederek ulaşılabilir kılmasıdır. Bununla birlikte onun cebir ve mukâbele kitabı tasnif yapma, tanımlama ve kavramsallaştırma vecihlerinden zayıf kalması ile ilgili eleştirilebilir. Bu durumda Harezmi'nin asfaltını haleflerinin dökeceği yeni bir yol açtığı, bilim tarlasına yeni giren bir dilde (Arapça) ortaya koyulmuş ilk sistematik cebir kitabından bundan fazlasını beklememek gerektiği öne sürülebilir.⁵³

2.2. Harezmi'nin Halefleri

III./IX. asırdan VIII./XIV. asra kadar Harezmi'nin tüm haleflerini burada zikretmek hem çalışmanın sınırları hem de eldeki veriler bakımından mümkün değildir. Bu yüzden mezkûr dönem, temsil kabiliyeti yüksek matematikçi ve eserleri üzerinden ortaya konulmaya çalışılacaktır.

2.2.1. İbn Türk

Harezmi'nin çağdaş ve haleflerine gelindiğinde; burada onun eserinin ilk olma vasfına karşı⁵⁴ muarız bir sesle karşılaşılır. Ebu Berze (ö. 298/910) bu şerefın dedesi Abdülhamid b. Türk'e ait olduğunu iddia etmektedir. Ama İbn Türk'ün cebir ile ilgili eserinin sadece bazı parçaları günümüze ulaştığından bu sorunla ilgili kesin bir sonuca varılamamaktadır.⁵⁵ Harezmi'nin eserinde kendisinin bu konuda kitap yazan ilk kişi olduğuna dair bir cümle sarf etmemesi ve halefi Ebu Kamil'in Ebu Berze'nin iddiasını

⁵³ Saidan, *Tarihu İlmi'l-Cebr fi'l-Alemi'l-Arabi*, c. II, s. 32.

⁵⁴ Harezmi'nin eserinin bu konudaki ilk eser olmadığına yönelik iddiaların nedenleri dört maddeyle sıralanabilir: eserin adından “muhtasar” kelimesinin yer alması; yazarın bizzat kendisinin ilklik iddiasında bulunmaması; kitaptaki cebirsel bilgi ve terminolojinin olgun görünmesi ve İbn Türk ve Sind b. Ali'nin bu konuyla ilgili ama günümüze ulaşmayan eserlerinin varlığı. Daha fazla bilgi için bkz.: İhsan Fazlıoğlu, *DİA*, “cebir”, c. VII, s. 196.

⁵⁵ Râşid, *Tarihu'r-Riyadiyyat el-Arabiyye beyne'l-Cebr ve'l-Hisab*, s. 20; İhsan Fazlıoğlu, *DİA*, “cebir” c. VII, s. 196; Boyer, *A History of Mathematics*, s. 234. Bu tartışmanın tüm yönleriyle tafsilatlı incelemesi, İbn Türk ve Harezmi'nin cebirlerinin mukayesesi ve kaynakları için bkz.: Aydın Sayılı, *Abdülhamid İbn Türk'ün Katışık Denklemlerde Mantiki Zaruretler Adlı Yazısı ve Zamanın Cebri*, s. 12 – 22, TTK yay., Ankara, 1985.

şiddetle reddedip ilk olma özelliğini Harezmi'ye atfetmesi⁵⁶ durumu daha da karmaşık hale getirmektedir. Öncelikle tartışmalar bir kenara bırakılıp İbn Türk'ün cebir çalışmasının hayatta kalan kısımlarının özelliklerine bakılırsa; çağdaşı Harezmi denklemlerin çözümünde hisâbî illetinde/ispatında da hendesî yöntemi kullanırken İbn Türk'ün yöntemi saf hendesîdir. Bununla birlikte İbn Türk'ün tetkikinin Harezmi'ninkinden daha mükemmel ve daha derin olduğu söylenebilir. Zira o hendesî şekilleri eğer bir kuadratik denklemin diskriminantı negatifse bu denklemin çözümünün olmadığını kanıtlamak için de vermektedir ve bu durum, İbn Türk'teki matematiksel teknik ve ispatın bir adım ileride olduğuna işaret olabilir.⁵⁷

2.2.2. Sabit b. Kurra

Cebir ilminin belkemiğini meydana getiren denklemler teorisini ele alan İslam matematikçilerinin araştırmaları sayesinde cebirsel denklemlerin çözüm ve ispatlarında pek çok yönelim/yaklaşım ortaya çıkmıştır. Bunların ilki hisâbî çözüm yoluyla birlikte hendesî örneklerle de dayanan ve kanıtlardaki iyileştirmeye birlikte meydana gelen “Harezmi modeli”dir. İbn Türk de bu modeli takip ederek mevcut hendesî kanıtlara yeni bir ilave yapmamış, ancak oradaki odaklaşmayı arttırmıştır. Onlardan kısa bir süre sonra İslâm matematiğinin teşekkül dönemine katkıda bulunan Harran menşeli matematikçilerin başında gelen Sâbit b. Kurra'nın⁵⁸ (ö.288/901) kendinden öncesine göre daha fazla önemi haiz olduğu kabul edilen yönelimi kendini göstermiştir. Sâbit, ikinci dereceden denklemlerin hendesî tercümesini sunup hendesî kanıtları çok daha sağlam hale getirerek hisâbî ve hendesî yolların arasını açık bir şekilde ayıran ilk bilgin olarak kabul edilmektedir. O, cebirsel yollar için hendesî tefsir sayesinde bu iki yöntemin aynı sonuca ulaştırdığını *Kavl fî Tashih Mesâili'l-Cebr bi'l-Berâhini'l-Hendesiyye* adlı risalesinde kanıtlamaya çalışmış ve bunun için de $\{x^2 + ax = b, \quad x^2 + b = ax \quad \text{ve} \quad x^2 = ax + b\}$ denklemlerini kullanmıştır. Denklemlerin

⁵⁶ Ebu Kamil Şuca' b. Eslem, *Kitâb fî'l-Cebr ve'l-Mukabele*, s. 15, Tahkik: Sami Şelhub, Halep Üniversitesi 2004.

⁵⁷ Boyer, *A History of Mathematics*, s. 234.

⁵⁸ Sabit'in İslam matematik tarihinde ilk kez sonsuz küçükler hesabını kullanması ve Pisagor teoremini tüm üçgenlere uygulanabilecek şekilde genelleştirmesi hakkında daha fazla bilgi için bkz.: Aydın Sayılı, *Belleken*, “Sabit İbn Kurra'nın Pitagor Teoriminin Tamimi”, c. XXI, sayı: 88, s. 527-546, TTK 1957; Fuat Sezgin, *İslam'da Bilim ve Teknik*, s. 16 – 17. Ayrıca Sabit'in Beytü'l-Hikme'de bir tür Yunan matematik okulu oluşturmaya çalışan Haccac b. Matar taraftarı olduğu ve bu yöndeki çalışmalarını desteklediği ile ilgili iddialar hakkında daha fazla bilgi için bkz.: Waerden, *Bilimin Uyanışı*, s. 20.

çözümünde Öklides'in takip ettiği geometrik yol ile Harezmi'nin izlediği cebirsel yol arasındaki benzerliklere dikkat çekmiş, daha sonra da yöntemini katışık (mukterenât) denklemlerin iki türüne uygulamıştır. Tüm bunların yanında Sâbit, yaklaşık bir buçuk asır sonra Ömer Hayyam'ın kübik denklemlerin pozitif köklerini bulmak için geliştireceği yöneme benzer bir yaklaşımla, bir daire ile bir hiperbolün kesişme noktalarını tespit ederek kübik bir denklemi çözmeyi başarmıştır.⁵⁹

Biraz önce denklemler teorisi ile ilgili pek çok yönelimden bahsedilmişti. Bu yönelimlerden diğer biri ise tarihsel açıdan Sâbit'in yönelimi ile aynı zamana denk gelen ve aynı şekilde cebirsel denklem teorisine temelden etki eden Mahânî'nin hendese problemlerini cebirsel ifadelerle ortaya koymasına dayanan yönelimiydi.

2.2.3. Mahânî

İbn Kurra'nın çağdaşı Mahânî (ö. 266/880 civarı) Öklides'in *Elements/Öğeler*'inin onuncu kitabındaki bazı küresel problemleri cebirsel denklemlere çevirmekle yetinmemiş, Ömer Hayyam'ın ifadesine göre, Arşimet'in *Kitâb fî el-Kure ve'l-Ustuvâne* كتاب في الكرة والاسطوانة adlı yapıtının ikinci kitabının dördüncü öncülünde bulunan "bir düzlemle bir küreyi, hacimleri arasındaki oranı bilinen iki eşit parçaya bölme" şeklindeki katı cisimler problemini $\{x^3 + a = cx^2\}$ formundaki üçüncü dereceden bir denkleme dönüştürmüştür. İslam matematik tarihinde bilindiği kadarıyla bunu ilk kez deneyen Mahânî bu çabasını nihayete erdiremediğinden bu sorun kendisinden sonra, "Mahânî denklemi" olarak anılmıştır. Daha sonra gelen Hâzin, koni kesitlerini kullanarak bu denklemi çözmeyi başarmış, böylece üçüncü dereceden denklemlerin geometrik çözümünün yolunu açmıştır. Onun cebir tarihine en önemli katkısı, hendesî irrasyonel sayılar teorisini adedî hale getirmesi, hendesî büyüklük (muttasıl nicelik) yerine rasyonel ve irrasyonel sayıları kullanmasıdır. Bu çerçevede Mahânî, Öklides'in *Elements/Öğeler*'inin Harezmi'nin kurduğu cebir ve mukâbele ilmiyle okunabileceğini ve geometrik sayılar teorisinin, Harezmi'nin ortaya koyduğu cebir ilminin diliyle yeniden yazılabileceğini göstermiştir. Bu tavır cebirin genişleme ve

⁵⁹ B. A. Rosenfeld ve A. T. Grigorian, *DSB*, "Thabit Ibn Qurra" c. XIII, s. 291; Râşid, *Mevsûatu Tarihu'l-Ulûmi'l-Arabiyye*, c. II, s. 468; Waerden, *Bilimin Uyanışı*, s. 18 – 19; İhsan Fazlıoğlu, *DİA*, "Sabit b. Kurre", c. XXXV, s. 353-356, Ankara 2008.

gelişmesine olanak sağlamış, daha sonra da Kerecî eliyle cebirin hisâbileşmesine ilham kaynağı olmuştur.⁶⁰

2.2.4. Ebu Kâmil

Kerecî'nin cebirin hisâbileştirilmesi projesinin kemâle ermesi için Harezmi'nin şekillendirdiği bu teoremin önce Ebu Kâmil Şuca' b. Eslem'in (235/850 – 317/930) elinde geliştirilmesi gerekmektedir. Böylece denklemler teorisinde gelişen başka bir yönelimden, Ebu Kâmil, Sinan b. Feth (IX. asır) ve haleflerinin gayretleriyle genel anlamda ikinci dereceden denklemler hakkında bir araştırma modeli olan bu yönelimden söz açılabilir.

Ebu Kâmil'in bıraktığı pek çok eserden cebir tarihi açısından belki de en önemlisi, adını Harezmi'nin eserinden alan *Kitâb fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele*'dir. O, Harezmi'den farklı olarak eserine geometri bölümü ile miras problemlerini koymayıp bu tür konular için ayrı kitap telif etmiştir. Bu tavrıyla cebirin bağımsızlığına vurgu yaptığı düşünülebilir. Buna ilave olarak Ebu Kâmil, kitabını belirsiz analiz veya rasyonel Diyofantos analizi üzerine yeni bir fasılla tamamlamıştır. Ayrıca müellif denklemler teorisini yeniden gözden geçirdikten sonra, ondan öncekilerin sunduğu kanıtlardan çok daha sağlam kanıtlar sunmuş, hesap işlemlerinin iki ve üç terimliler üzerine genişletme ve derinleştirme konusundaki çalışmalarını arttırmıştır. Böylece o, cebir tarihinde ilk defa cebirin hesabı ihtiva edebilecek şekilde genişletebileceğini göstermiştir. Çok bilinmeyenli lineer denklemlerin düzenlenmesini incelemeye ve irrasyonel işlemlere sahip denklemleri gözden geçirmeye geçmeden önce kesir hesabının kurallarını açıklamış, ondan sonra da ikinci dereceden denklemlere dönüştürdüğü pek çok farklı denklem üzerine çalışmıştır. Bu vakıadan mülahazâ, Harezmi'nin haleflerinin araştırmalarının cebirsel hesabın rasyonel ve irrasyonel sayılar mecrasına genişletilmesinde olduğu gibi denklemler teorisinde de önemli adımlar attıkları söylenebilir. Ebu Kâmil'in ilk kez cebirden hareketle belirsiz analiz için bir

⁶⁰ Yvonne Dold-Samplonius, *DSB*, “al-Mahani”, c. IX, s. 21; Sezgin, *İslam'da Bilim ve Teknik*, s. 16; İhsan Fazlıoğlu, “Mahânî”, <http://www.ihsanfazlioglu.net/yayinlar/makaleler/1.php?id=97>; Râşid, *Mevsûatu Tarihu'l-Ulûmi'l-Arabiyye*, s. 468 – 469.

fasıl hazırlaması haleflerine bu bilimsel alanı da kapsayacak şekilde bir çalışma yapma açısından örnek teşkil etmiştir.⁶¹

Ebu Kâmil'in çalışmaları incelendiğinde kendinden önceki İslam matematikçileriyle birlikte eski Yunan matematiğinden, özellikle de Heron ve Öklides'ten etkilendiği söylenebilir. Ancak o, cebir bilimine, Harezmi'ye göre daha nazari yani soyut, Öklides'e göre ise daha ameli bir yaklaşım getirmiş, uygulama yönü ağır basan Eski Babil-Harezmi cebir geleneği ile teorik Yunan cebir geleneği arasında bir sentez yapmıştır. Böylece formel cebirin gelişmesine önemli katkılarda bulunmuştur. Ebu Kâmil'i selefi Harezmi'den ayıran diğer bir yönü ise cebir ilmini kapsam ve içerik olarak genişleme kabul eden bir ilim olarak görüp bilinmeyenin bulunması için bir yöntemle yetinmeyip hep farklı bir usul peşinde olması, cebirin taklidî ve mekanik bir ilim olmayıp, keşfedilmeyi bekleyen icatlarla dolu, zekâ ve dikkat gerektiren bir sanat olduğunu ifade etmesidir.⁶²

Son olarak Ebu Kâmil cebri, sağlamlık, derinlik ve genişlik zaviyelerinden çok daha ileriye taşımış, ilkelerini açıklama yoluyla onu sıkı matematiksel mantıkla kayıt altına alarak kesinliğini arttırmıştır. Açıklamalarının çoğunlukla hendese teorilerine dayanmasına, hendesî kanıtlar kullanmasına rağmen onda hep hesap yönünde bir meyil bulunmuştur. Ebu Kamil'in doğru parçası ve yüzeylerin bilinmeyenin birinci ve ikinci kuvvetini temsil eden sayılarla ifade edilmesinin (x, x^2) mümkün olduğunu göstererek analitik geometrinin eteklerine ulaştığı ama bununla birlikte cebirsel hesabı rasyonel ve irrasyonel sayılar alanına genişletmesiyle İslam cebir tarihindeki diğer bir akım olan analitik/hisâbî cebirin temellerini attığı, klasik gelenekten faydalı bir yönde uzaklaştığı söylenebilir.⁶³

Kısaca Ebu Kamil'in cebirsel denklemlerin ispatlarını daha sağlam bir temele oturtma çabası ve Sinan b. Feth'in bilinmeyenin kuvvetini sekizinci dereceye kadar artırması cebirsel hesapların gelişmesine büyük katkıda bulunmuştur.

⁶¹ Rüşdi Râşid, *Mevsûatu Tarihu'l-Ulûmi'l-Arabiyye*, c. II, s. 469 – 470; İhsan Fazlıoğlu, “Ebû Kâmil Şucâ b. Eslem”, <http://www.ihsanfazlioglu.net/yayinlar/makaleler/1.php?id=92>.

⁶² Martin Levey, *DSB*, “Abu Kamil”, c. I, s. 31; İhsan Fazlıoğlu, *a.g.m.*

⁶³ Saidan, *Tarihu İlmi'l-Cebr fi'l-Alemi'l-Arabi*, c. I, s. 59; Rüşdi Râşid, *Tarihu'r-Riyadiyyat el-Arabiyye beyne'l-Cebr ve'l-Hisab*, s. 31.

İslam cebir tarihinde temelleri Ebu Kamil tarafından atılan, Kerecî tarafından geliştirilen ve Samev'el tarafından olgunlaştırılan ilk gelenek cebri hesaplama ilişkileştirmeye çalışan ve hesaplamada rasyonel sayı kümesini esas olarak alan “hisâbî cebir”, ikincisi ise temelleri Sâbit b. Kurra, Ebu'l-Cûd b. Leys tarafından atılıp Ömer Hayyam ve Şerefeddin Tûsî ile gelişiminin zirvesine varan “hendesî cebir” geleneğidir.⁶⁴ Ancak İslam medeniyetindeki tüm matematikçilerin bu geleneklerden herhangi birine mensup olduğu iddia edilemez, aksine muâriz matematikçilerin seslerinden de bahsedilebilir.

2.2.5. Hâzin

X. asırda Hâzin (ö. IV./X. yy), Diyofantos'un *Aritmetica* adlı eserinin Kosta b. Luka tercümesinden faydalanarak ve Harezmi – Ebu Kâmil cebri ve zamanındaki temsilcilerine tepki olarak yukarıda bahsedilen akımların dışında yeni bir cebir anlayışı geliştirmiştir. Onun yaklaşımına göre bir denklemin ait olduğu alan o denklemin çözüm kümesini meydana getiren sayının türüne göre belirlenmektedir. Bu durumda denklemi gerçekleyen sayı, rasyonel sayılar kümesinin elemanı olduğunda, denklem cebir ilminin, tam sayılar kümesinin elemanı olduğunda ise o denklem hesap ilminin konusudur. Böylece Hâzin, Öklides'i takip ederek “hesap ilmi”ni doğru parçaları ile temsili mümkün olan tam sayılar kümesi ile sınırlandırmıştır. Bu ayırmadan sonra Hâzin çalışmalarını hesap ilminin sınırlarına giren denklemler, yani çözüm kümesi tam sayı olan denklemler üzerinden yürütmeye karar vermiş ve bu kararı onu “belirsiz denklemler/المعادلات السیالة” konusuna yöneltmiştir. Hâzin'in dışında Siczî, İbn el-Heysem, Ebu'l-Cûd b. Leys gibi İslam matematikçileri de bu çerçevede belirsiz denklem analizinde bulunmuşlardır. Hâzin, cebir sahasında takip ettiği yöntem çerçevesinde, matematik tarihi açısından orijinal çalışmalar ortaya koymuştur. Örnek olarak, $\{\forall x, y, z \in \mathbb{Z}^+ \text{ ve } n \geq 3 \Rightarrow x^n + y^n = z^n \Rightarrow \mathbb{C}K = \emptyset\}$ şeklinde ifade edilen ve "Fermat'ın Son Teoremi" olarak bilinen imkânsız denklem ile ilgili araştırmaları verilebilir. Bu denklem Mezopotamya matematikçilerinden başlayarak Yunan medeniyeti ve İslam medeniyeti matematikçilerini meşgul etmiştir. Ancak İslam matematikçilerine kadar denklemin sadece (n=2) durumuna yer verilirken İslam

⁶⁴ İbn Ekfânî, *İrşâdu'l-Kâsıd ilâ Esne'l-Makâsıd*, Carullah 1640, vr. 48b-49a.

medeniyeti bilginleri, başta Hâzin olmak üzere denklemin ($n=3$ ve $n=4$) durumlarıyla da ilgilenmişlerdir.⁶⁵

Hâzin'in İslam cebir tarihine diğer önemli bir katkısı kübik denklemlerle ilgilidir. Daha önce bahsedildiği üzere Mahânî, Arşimet'in "bir düzlemle bir küreyi, hacimleri arasındaki oranı bilinen iki eşit parçaya bölme" şeklindeki katı cisimler problemini $\{x^3 + a = cx^2\}$ formundaki denkleme dönüştürmüş ancak bu denklemi çözemeyerek "imkânsız" ilan etmişti. Ancak Hâzin bu kübik denklemi koni kesitlerini kullanarak çözmeyi başaran ilk İslam matematikçisi olarak tarihe geçmiştir. Ömer Hayyam'ın bildirdiğine göre kübik denklemlerin çözümü konusunda matematik tarihinde Hâzin'in gerçekleştirdiği bu ilk başarılı teşebbüsün ardından birçok geometrici kübik denklemlerin, sistematik olmasa da, değişik türlerini Hâzin'in yöntemi ile çözmeyi başarmıştır.⁶⁶

Daha önce İslam cebir tarihi içerisinde hisâbî ve hendesî olmak üzere iki gelenekten bahsedilmişti. Cebir tarihini sağlıklı bir şekilde kavramak için süreç boyunca etkili olan bu gelenekleri ve katkılarını iyi bilmek gerekir. **Bu geleneklerin ikincisi** yani hendesî cebir geleneği ya *Elements/Öğeler*'in X. Kitabını okuyarak ya da müstakil başka bir yolla, irrasyonel nicelikler üzerindeki çalışmaları bünyesinde barındırmaktadır. Bu araştırmalara katılan matematikçiler arasından Mahânî, Süleyman b. İsmet, Hâzin, Ahvâzî, Yuhanna b. Yusuf, Hâşimî gibi bazı isimler zikredilebilir. Bu çalışmalar boyunca meydana gelen iki olaya dikkat çekmek gerekir. İlki, hesabın irrasyonel nicelikler üzerine etkinleştirilmesi; ikincisi de *Elements/Öğeler*'in X. kitabının bazı fasıllarının Harezmi'nin ışığı altında yeni bir okumayla özetlenmesidir. Bu matematikçiler bahsedilen çalışmalarıyla sadece cebirsel hesabın irrasyonel sayıları da kapsayarak genişlemesine yardımcı olmamışlar aynı zamanda cebirsel yöntemlerin kapsamının da gelişmesini sağlamışlardır.⁶⁷

İlk geleneğe gelince; bu geleneği Diyofantos'un *Aritmetika* adlı eserinin Arapçaya çevrilmesi, özellikle de bu kitabın cebirsel bir biçimde okuması teşvik

⁶⁵ İhsan Fazlıoğlu, *DİA*, "Hâzin", c. XVII, s. 126-129, İstanbul, 1998

⁶⁶ Yvonne Dold-Samplonius, *DSB*, "al-Khazin" c. VII, s. 334 – 335; Sezgin, *İslam'da Bilim ve Teknik*, s. 20; İhsan Fazlıoğlu, *a.g.mad.*

⁶⁷ Rüşdi Râşid, *Mevsûatu Tarihu'l-Ulûmi'l-Arabiyye*, c. II, s. 470 – 471.

etmiştir. Kusta b. Luka 256/870 yılında “Fennu’l-Cebr/فن الجبر” başlığı altında bahsedilen eserin yedi kitabını Arapçaya tercüme etmiş; Diyafontos’un Yunanca ifadelerini Arapça’ya taşıırken Harezmi’nin cebirsel dilini kullanmıştır. Böylece kitabın içeriği bu yeni yaklaşıma, yani cebrin hisâbileştirilmesi yaklaşımına uygun hale gelmiş, cebrin yenilenme ve sınırlarını genişletme süreci başlamıştır.

2.2.6. Kerecî

Harezmi’den yaklaşık bir buçuk asır sonra Bağdatlı matematikçi Kerecî (IV./X. – V./XI. yy) hesap ilminin cebir üzerine tatbikini konu edinen bir proje geliştirmiştir. Bu proje hesap ilminin konularını ve bazı algoritmalarını cebirsel ifadelere özellikle de polinomlara uygulamayı hedefleyen yani cebrin hisâbileştirilmesi amaçlayan yöntemi ihtiva etmektedir. Cebrin denklemler teorisiyle ilgili kısmı hakkında araştırmalar yapmak bu yaklaşımın temsilcilerinin ana hedefleri arasında olmamasına rağmen mezkûr kısımda bazı gelişmeler kaydedildiği görülmektedir. Buna göre Kerecî seleflerinin çizgisi üzerinde ikinci dereceden denklemleri gözden geçirmiş, daha yüksek dereceden denklemleri ise ikinci dereceye indirgemek suretiyle çözmeye çalışmış, halefleri ise üçüncü ve dördüncü dereceden denklemleri indirgemeksizin, doğrudan tetkik etme yolunda önemli adımlar atmışlardır. Örnek olarak VI./XII. asırda Sülemî $\{x^3 + ax^2 + bx = c \text{ ve } x^3 + bx = ax^2 + c\}$ türündeki kübik denklemlerin kökler aracılığıyla çözülebilmesi için çaba göstermiştir. Dördüncü dereceden denklemlerde ve kübik denklemlerin çözümünde bu geleneğin matematikçilerinin katkılarının dakik bir şekilde tespit edilmesi için daha çok zaman ve çalışmaya ihtiyaç vardır. Ancak yaygın inancın aksine, sunulan kanıtlar, Kerecî’nin haleflerinden bazısının bu matematikçinin ulaştığından daha uzağa gitmeye çabaladığına delalet etmektedir.⁶⁸

Kerecî’nin cebir tarihine katkılarına gelince; kökleri ve kuvvetleri gözden geçirmiş, pozitif tam sayıların temelini atmak ve Paskal üçgeni olarak isimlendirilen ve ilk kez Ömer Hayyam’ın keşfettiği sanılan meşhur $\{(x + 1)^n\}$ ifadesini düzenlemek için iki terimli teoremin keşfi ve uygulamasına yönelmiştir. Buna ilave olarak diziler

⁶⁸ Rüşdi Râşid, *Mevsûatu Tarihu’l-Ulûmi’l-Arabiyye*, s. 474 – 475; Rüşdi Râşid, *DSB*, “al-Karajî”, c. VII, s. 241.

hakkında bir inceleme yapmış ve sayıyı kesirle çarpmak için iki, kesiri kesirle çarpmak için üç ve sayıyı kesire bölmek için bir kaide vermiştir. Ancak Samev'el, bu kaidelerin Kerecî'den hatta Harezmi'den önce biliniyor olduğuna işaret etmiştir.⁶⁹

Son olarak, Kerecî ve haleflerinin sunduğu hesap ilmini cebre tatbik etme yaklaşımı, İslam cebir tarihinin o dönemindeki en üstün proje olarak düşünülmektedir. Seleflerinin geleneği üzerinde tamamen yeni bir yola başlayan bu yönelimin amacı; cebirsel işlemlerde geometrik örneklerden sakınmak suretiyle⁷⁰ cebri bağımsızlığı ve hususiyetleri açısından daha sağlam bir şekilde inşa etmek için yöntemler araştırmaktır. Bunun için Kerecî, cebir ilmini Öklides geometrisinin kanatlarından dışarı çıkarmış, cebirsel birimleri düzenleyerek onun bağımsız bir ilim olduğu gerçeğinin altını çizmiştir. Onun bu projesine ait *el-Fahri* “الفخري” ve *el-Bedi*’ “البدیع” adlı kitapları yazıldığı dönemden XVII. asra kadar matematikçilerin talikât, şerh ve araştırmalarına konu olmuş; uzun asırlar boyunca cebir hesabı alanında merkezi bir konumda yer bulmuştur. Hisâbî cebir geleneğini geliştirip bu yeni geleneğin temellerini atmasıyla cebir ilminin müceddidi unvanını kazanan Kerecî'yi halefleri Şehrezûrî, İbn Turâb, İbn Hişam, Samev'el el-Mağribî, İbn el-Havvâm, et-Tenûhî, Kemaleddin Fârisî, İbn Bennâ Merrâkûşî, daha sonra Kâşî ve Yezdî takip etmişlerdir.⁷¹

2.2.7. Samev'el Mağribî

Fas kökenli Yahudi bir ailenin çocuğu olan Samev'el Mağribî (ö. 575/1180) İslam matematik tarihinde Kerecî'nin cebrin hisâbileştirilmesi programını sürdüren ve tamamlayan geleneğin içerisinde değerlendirilebilir. Bununla birlikte çalışmalarında görülen hendesî gösterim ve ispatlar hendesî yönelimi tamamen göz ardı etmediğine, her iki geleneğe de katkıda bulunduğuna işaret etmektedir. *el-Bâhir fi'l-Cebr* الباهر في الجبر adlı eserinde Kerecî'nin *el-Fahrî* الفخري ve *el-Bedi*’ البدیع adlı eserlerinden elde ettiklerini ve elinden geldiği kadarıyla Siczî, Ebu Kâmil, İbn Heysem ve el-Harîrî'nin

⁶⁹ Rüşdi Râşid, *Tarihu'r-Riyadiyyat el-Arabiyye beyne'l-Cebr ve'l-Hisab*, s. 76; Saidan, *Tarihu İlmi'l-Cebr fi'l-Alemi'l-Arabi*, s. 84.

⁷⁰ Kerecî'nin hiçbir geometrik örnek kullanmadan meydana getirdiği cebir çalışması ile *l-Hesab el-Cebr ve'l-Mukabele* adlı eserinin tafsilatlı değerlendirmesi için bkz.: Dosay, *Kerecî'nin ile'l-Hesab el-Cebr ve'l-Mukabele Adlı Eseri*, s. 29 – 56.

⁷¹ Rüşdi Râşid, *Mevsûatu Tarihu'l-Ulûmi'l-Arabiyye*, s. 473; Rüşdi Râşid, *a.g.e.*, s. 35; Saidan, *a.g.e.*, s. 83; Rüşdi Râşid, *DSB*, “al-Karajî”, c. VII, s. 242.

katkılarını kendine has yöntemle düzenlemiş, bir kısmı kendisine ait olan kanıtlar ortaya koyarak kendi keşiflerini de bunlara ilave etmiştir. Bu yüzden eseri VI./XII. asrın sonlarına kadar cebir ilminin varabileceği hemen hemen en yüksek seviye olarak tavsif edilmiştir.⁷²

Samev'el, öncelikle “cebirsal kuvvet” kavramını ortaya koymuş ve $\{x^0 = 1\}$ tanımlaması sayesinde $\{m, n \in \mathbb{Z} \text{ olmak üzere } x^m \cdot x^n = x^{m+n}\}$ formülünün uygun kuralını vermiştir. Bunu, tek terimliler ve polinomların bilhassa da polinomların bölünmesiyle ilgili temel aritmetik işlemlerinin incelemesi takip etmiş, arkasından kesirleri polinom halkasının elemanları yardımıyla yaklaşık olarak ifade etme imkânlarını araştırmıştır. Matematik tarihçilerine göre, Samev'el polinom halkaları üzerinde düşünen ve bu konuda öncü çalışmaları yapan ilk matematikçidir. Polinomların kuvvetleri ve kökleri üzerinde aritmetik işlemleri tanımlarken negatif sayı anlayışını da geliştirmek zorunda kalmıştır. Bu çerçevede “0”ı da aritmetik işlemlere dâhil etmiş ve $\{0 - a = -a \text{ ve } 0 - (-a) = a\}$ tanımını yapmış, ayrıca negatif ve pozitif sayıların çarpma kurallarını da açık bir biçimde vermiştir. Buna ilave olarak rasyonel katsayılı polinomların kareköklerinin hesaplanmasını da ele almıştır. Kerecî daha önce mezkûr polinom hesabı için bir kitap tahsis etmişti; Samev'el günümüze ulaşamayan bu eserin içeriğini zikrederek cebir tarihi çalışmalarına çok önemli bir katkıda bulunmuştur. $\{n \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } (a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k\}$ olarak ifade edilen iki terimlilerin (binom) açılımı ile katsayılar tablosunu Kerecî'nin bu kayıp eserinden vermiştir ve bu nedenle Samev'el'in, Kerecî'nin çalışmalarını devam ettirerek Pascal üçgeni diye isimlendirilecek $\{(a + b)^n\}$ açılımının tespitindeki katkıları önemlidir. Samev'el aynı eserinde Kerecî'yi takiben $\{y^3 = ax + b\}$ ve $\{y^3 = ax^2 + bx\}$ şeklindeki denklemleri de gözden geçirmiştir.⁷³

Netice olarak Samev'el daha önceden ortaya konulmamış kanıtları mantıksal örgüyle inşa etmekle yetinmeyip var olan kanıtları gözden geçirerek daha iyilerini üretmiştir. Onun ana hedefi, matematikçinin bilinenlerle yani hisâbî niceliklerle ilgili

⁷² Saidan, *Tarihu İlmi'l-Cebr fi'l-Alemi'l-Arabi*, s. 373; Adel Anbouba, *DSB*, “al-Samaw'al” c. XII, s. 91; İhsan Fazlıoğlu, *DİA*, “Semev'el el-Mağribî”, c. XXXVI, s. 488-492, Ankara 2009.

⁷³ Adel Anbouba, *DSB*, “al-Samaw'al” c. XII, s. 92 - 93; Rüşdi Râşid, *Mevsûatu Tarihu'l-Ulûmi'l-Arabiyye*, s. 472; İhsan Fazlıoğlu, *a.g.mad.*, s. 490-495.

olarak kullandığı hesap araçlarını bilinmeyenlerle yani cebirsel niceliklerle ilgili olarak da muteber kılmak ve hendesî ispatların cebirsel (analitik) ispatlarla tedrici olarak yer değiştirmesini sağlamaktır.⁷⁴

Samev'el'in cebirsel hendese alanına yönelmesi ile ilgili mezkûr ikinci hedefi, ardından gelen matematikçiler tarafından da amaç kabul edilip üzerinde çok ciddi çalışmalar yapılmıştır. Hesapçı – cebirciler, kökler vasıtasıyla denklem çözmeye çabalamışlar ve çözümlerinin algoritmasını biri cebirsel diğeri geometrik olmak üzere iki kanıtla doğrulamaya çalışmışlardır. Kübik denklemler söz konusu olduğunda ise, hisâbî işlemler veya kökler vasıtasıyla bir çözüm elde edilememesinin nedeni pergel ve cetvel aracılığıyla bir çözüm bulunmayıştıydı. Böylece kübik denklemlerin çözümü hedefiyle kesik koniye doğru bir yönelimle birlikte, cisim problemlerinin ilk cebirsel çevirileri meydana gelmiştir. Ondan sonra İslam matematikçileri cebirsel ifadeler aracılığıyla açının üçleştirilmesi, ortalama problemi ve özellikle düzgün yedigen problemi gibi diğer cisim problemleri üzerinde mesai harcama ve eser telif etme konusunda gecikmemişlerdir. Ancak kökler vasıtasıyla üçüncü dereceden denklemin çözümü ile ilgili daha önce bahsedilen zorlukların, Hazin ve emsalleri İbn Irak, Ebu'l-Cûd b. Leys ve eş-Şenî tarafından bu problemin hendese diline çevrilmesiyle, önüne geçilmiştir.⁷⁵

Samev'el ile ilgili verilebilecek son bilgi, onun cebir ve analiz arasında açık bir tekâbüliyet bulmasından sonra bu sorunu yani analiz – sentez sorununun matematik felsefesinde uzun asırlar boyunca asıl mesele olarak kalmasıdır. Buna ilave olarak o, asrının dili ve mantığı ile cebirsel denklemlerin çok önemli bir tasnifini vermiştir:

a) Zorunlu – ضروري b) Mümkün – ممكنة c) İmkansız – مستحيلة

Bu şekilde Samev'el, “Aristoteles – İbn Sina”cı “zorunlu”, “mümkün” ve “imkânsız” kavramlarını cebirsel denklemlerin hesap kabul edebilirlik durumunu ifade etmek için kullanmıştır. Böylece matematiksel uygulamanın, matematik felsefesi

⁷⁴ Rüşdi Raşid, *Tarihu'r-Riyadiyyat el-Arabiyye beyne'l-Cebr ve'l-Hisab*, s. 31.

⁷⁵ Rüşdi Raşid, *Mevsûatu Tarihu'l-Ulûmi'l-Arabiyye*, c. II, s. 475 – 476.

hakkındaki düşünceye ön ayak olduğu ifade edilebilir.⁷⁶ Samev'el'in ardından aynı geleneğin, yani "Aristoteles – İbn Sina"cı (meşşâi) geleneğin bilhassa metafizik, tabiat felsefesi ve kozmolojiye dair görüşleriyle hendesî cebir geleneğini etkilediği düşünülmektedir. Hendesi cebircilerin, muttasıl nicelikleri dış dünyadan soyutlama yoluyla elde etmeleri, bunun neticesinde de üç boyuttan fazlasını dolayısıyla da üçüncü dereceden yüksek denklemleri kabul etmemeleri bu etkinin bir göstergesi sayılabilir. Mezkûr etki altındaki bilginlerden biri de Ömer Hayyam'dır.

2.2.8. Ömer Hayyam

Üçüncü ve daha alt dereceden denklemlerin hendesî teorisinin kurulmasına gelince, Ömer Hayyam⁷⁷ (440/1048-525/1131) ikinci dereceden/kuadratik denklem terimi üzerinde durmak yerine onu aşıp kübik denklemlere uzanmış ve bu denklemleri klasik tasniften farklı yeni bir tasnife tabi tutmuştur. Kübik denklemlerin on üç çeşidini pozitif çözümlere dayanan geometrik kanıtlarla ortaya koymuştur. Cebir ilmini de teorisine uygun olarak sayısal veya hendesî bilinmeyen niceliklerin belirlenmesini sağlayan sanat olarak tanımlayarak çalışmaları boyunca muttasıl ve munfasıl nicelikler arasındaki ayrımı korumuştur.⁷⁸

Sayılar vasıtasıyla bu yeni teoriyi kurmak hedefiyle Hayyam'ın cebir ve hendese arasında ortaya çıkan ilişkileri daha üstün bir şekilde formülleştirmesi için iyi bir biçimde düşünmesi gerekmiştir. Uygun bir şekilde tanımlanan ve boyut kavramı ile ilişkili olan merkezi kavramı "ölçü birimi/وحدة القياس", hendesinin cebre uygulanmasına izin verdiği gibi onu, muttasıl nicelikleri munfasıl niceliklere eşitlemekten doğan mantıksal tutarsızlığa düşmekten kurtarmıştır. O, öncelikle ikinci dereceden denklemleri klasik yöntemlerle hem hisâbî hem de hendesî olarak çözmüş, ardından üçüncü dereceden denklemlerin hisâbî çözümünü imkânsız gördüğü için sadece hendesî çözüm ve ispatlarına yer vermiştir. Kübik denklemleri tetkikinde negatif köklere yer vermemiş ve koni kesitlerinin tüm kesişme noktalarını dikkate almamıştır. Ancak o, bu

⁷⁶ Bu problem tasnifinin örneklerle tafsilatlı açıklaması ve için bkz.: Rüşdi Râşid, *Tarihu'r-Riyadiyyat el-Arabiyye beyne'l-Cebr ve'l-Hisab*, s. 54 – 56.

⁷⁷ Ömer Hayyam'ın matematik eserleri hakkında daha fazla bilgi için bkz.: Rüşdi Râşid ve Bîcân Vahabzâde, *Riyâdiyyât Ömer el-Hayyam*, Beyrut 2005; A. P. Youschkevitch ve B. A. Rosenfeld, *DSB*, "al-Khayyami", c. VII, s. 328.

⁷⁸ Waerden, *A History of Algebra*, s. 24.

eksikliklerin yanında Fermat'ın $\{x^n + y^n = z^n\}$ eşitliğinin $\{n > 2\}$ şartıyla sağlanamayacağı iddiasına dayanan son teoreminin özel bir şekli olan $\{x^3 + y^3 = z^3\}$ denkleminin tam sayılarla çözülemeyeceğini göstermiştir. Onu haleflerinden farklılaştıran denklem tasnifine gelince; hem üçüncü dereceden denklemlere de tasnifte yer vermesi hem de denklemleri zorluk derecelerine göre düzenlemesiyle şöyle bir sınıflama ortaya çıkmıştır:⁷⁹

1. İki terimli ikinci dereceden denklemler
2. İki terimli üçüncü dereceden denklemler
3. Üç terimli ikinci dereceden denklemler
4. Üç terimli üçüncü dereceden denklemler
5. Dört terimliler

Hayyam risalesinde, matematik tarihçilerinin Descartes'e nispetiyle derecelendirdiği iki mühim sonuca ulaşmıştır:

1. İki koni kesiti vasıtasıyla üçüncü dereceden denklemlerin her biri için genel bir çözüm.
2. Benzerlik kuralından hareketle uzunluklar için ölçü birimi seçimi yoluyla hendesî hesaplama yapmanın imkânı.

Hayyam'ın çalışmaları pozitif sayılar için mükemmel bir başarı olarak ifade edilmektedir. Böylece onun açının üçleştirilmesi ve diğer imkânsız görülen problemler için sayısal çözümün yolunu açması kübik denklemlere giden yolun da önünü açmasına neden olmuş ve bu durum analitik geometri için ilk adımları meydana getirmiştir. Karışık matematik denklemlerine girmeden koni kesitleri vasıtasıyla bu tür denklemlerin çözümünü içeren ilkeyi açıklamak için şu örneğe bakmak yeterlidir.⁸⁰

$$x^3 + ax^2 = bx + c$$

$$x^2 + ax = b + \frac{c}{x}$$

⁷⁹ Rüşdi Raşid, *Mevsûatu Tarihu'l-Ulûmi'l-Arabîyye*, s. 479; A. P. Youschkevitch ve B. A. Rosenfeld, *DSB*, "al-Khayyami", c. VII, s. 328; Boyer, *A History of Mathematics*, s. 241.

⁸⁰ Saidan, *Tarihu İlmi'l-Cebr fi'l-Alemi'l-Arabi*, c. I, s. 381

$y = x^2 + ax$ parabolünün ekseni y eksenine paraleldir.

$$y = b + \frac{c}{x} \Rightarrow xy - bx = c = xy \Rightarrow y = \acute{y} - b \Rightarrow x\acute{y} = c$$

Hayyam kendisinin de ifade ettiği gibi belki kübik denklemleri koni kesitleri vasıtasıyla czen ilk matematikçi değildir ama “cebir ve hendesenin görünüşteki farkına dikkat edilmemelidir, cebir kanıtlanmış hendesî gerçeklerdir” diyerek hisâbî ve hendesî cebrin arasındaki boşluğun doldurulması için çok değerli katkılarda bulunmuştur.

Çok yakın bir zamana kadar cebirsel denklemler teorisinde Hayyam’ın çalışması o asrın matematikçilerinin katkılarının sonunu teşkil ettiği inancı hâkimdi. Ama bu inanç Hayyam’ın vefatından iki nesil sonra yaşıyan Şerefeddin Tûsî (. 610/1213) ve bu gelenek içerisinde önemli yenilikler sunan risalesi⁸¹ ile boş çıkmıştır.

2.2.9. Şerefeddin Tûsî

VI/XII. asır matematikçilerinin en emlilerinden Tûsî, kübik denklemleri on üç kısma ayırma konusunda mer Hayyam’ı takip etmiş, ama Hayyam’ın aksine bu tasnif için dâhili kritere değil de hârici kritere dayanmıştır. Hayyam, denklemleri terim sayısından hareketle tertip ederken Tûsî, denklemin pozitif kökünün var olup olmamasına göre bir tasnif tercih etmiştir. Buna göre, Tûsî kitabına koyduğu, altı tanesi Harezmi’nin denklem türleri, beş tanesi de indirgeme neticesinde Harezmi’nin denklemlerine karşılık gelen $\{x^3 = bx^2\}$ türünden denklemler, bir denklem de $\{x^3 = d\}$ şeklinde ve kalan on üç tanesi de Hayyam’ın kübik denklemleri olmak üzere toplam yirmi beş denklemi, pozitif czm olanlar ve czm “imkânsız” olanlar diye ikiye ayırmıştır. Bunların ilk yirmi tanesi her zaman pozitif bir czm kümesine sahip olurken kalan beşi için bu her zaman mümkün değildir. Bu yirmi denklemi de Harezmi gibi “basit” ve “katışık”, Hayyam gibi “nc dereceden denklemler” şeklinde başlık koyarak üç sınıfta incelemiştir. Hayyam’da olduğu gibi kübik on üç denklemin sekizi

⁸¹ Bu risalenin tahkikli metni ve geniş açıklamaları için bkz.: Rüşdi Raşid, *el-Cebr ve’l-Hendese fi’l-Karni’s-Sâni Aşer: Müellefât Şerefeddin et-Tûsî*, Beyrut 1998.

en az bir pozitif cevap verirken kalan beşi bazen pozitif çözümü imkânsız olabilecek türdendir.⁸²

Tûsî, Hayyam gibi sadece pozitif çözümleri kabul etmiş ve yine onun gibi çözümü bulmak için değil de problemin doğrulaması için, başka bir ifadeyle yeni türden bir problemin varlığını ve bu problemin çözümü olduğunu ispat etmek için koni kesitlerine iltica etmiştir. Bu tavrıyla Hayyam'ın "problem sayısal olduğunda hendesî çözüm karşılık vermez" sözünü teyit eder gibidir. Tûsî, algoritmada karekök bulmayı genişletmiş ve bununla ikinci dereceden denklemleri çözmüştür.⁸³

Cebir ilminde artık daha geniş bir yer kaplayan denklemler teorisi, bu ilmin bir bölümünü teşkil etmekle kalmamış en önemli temeli konumuna gelmiştir. Tûsî, bu teorinin muhtevasında denklemlerin geometrik tetkikini ve sayısal çözümlerini bir araya getirmiş, denklemlerin her biri için çözüm bulma sorununu halletmiştir. Kullandığı eğriler konumsal incelemenin buluşuna yol açmış, özellikle de "türev denklemi/ معادلة المشتق" yoluyla "üçüncü dereceden polinomlar/ الحدوديات من الدرجة الثالثة" ile ilgili metodolojik araştırmaya öncülük etmiştir. Sayısal çözüm alanında algoritmanın uygulanmasıyla yetinmemiş ve orada "polinomun türevi/المشتق للحدودية" ifadesini ortaya çıkarmıştır. Üstelik aynı şekilde bu algoritmaları "baskın polinomlar/ الحدوديات المهيمنة" kavramı yoluyla doğrulamaya çabalamıştır. Bu durum Tûsî'nin seviyesinin dönemine nispetle çok ileride olduğunu ortaya koymaktadır. Burada etkili bir notasyon ve sembol sistemine sahip olmamasına rağmen çalışmasının ulaşması mümkün olan en üst seviyeye eriştiğini zikretmek gerekmektedir. Tûsî tüm çalışmalarını her hangi bir simgeleştirmeye gitmeksizin sadece doğal dilin yardımıyla ortaya koymuştur. Bu zorluk dâhili bir engel teşkil etmemiş ama araştırmalarının gelişmesini geciktirmekle beraber elde ettiği neticelerin ve ilmi birikiminin nakli ve yayılması yönünden mühim bir sorun ortaya çıkarmıştır. Tabii dilin yetersizliği, matematiksel bilginin yayılmasını sınırladığı gibi bu bilginin yenilenmesini de sınırlamıştır. Gerçekten de Tûsî'nin haleflerinin büyük

⁸² Rüşdi Raşid, *el-Cebr ve'l-Hendese fi'l-Karni's-Sâni Aşer: Müellefât Şerefeddin et-Tûsî*, s. 431; Adel Anbouba, *DSB*, "al-Tusi", c. XIII, s. 515.

⁸³ Rüşdi Raşid, *Mevsûatu Tarihu'l-Ulûmi'l-Arabiyye*, s. 479 – 480.

dönüşümler için matematiksel notasyon ortaya konana kadar aynı zorluklarla yüz yüze geldikleri aşikârdır.⁸⁴

Tûsî'nin ardından genel olarak cebir ilminin özel olarak da denklemler teorisinin seyrinin nasıl olduğu sorusu daha çok araştırmacı ve araştırmayı beklemektedir. Öğrencisi Kemaleddin b. Yunus'un (XII – XIII. yy) herhangi bir cebir çalışmasını bilmemekle birlikte Kemaleddin'in öğrencisi Esîrüddîn Ebherî'nin (ö. 663/1265) günümüze eksik şekilde ulaşan bir cebir çalışması telif ettiği bilinmektedir. Ancak o da Tûsî'nin $\{x^3 = a\}$ denkleminde kullandığı ifadelerin aynısıyla, onun sayısal çözüm yoluna mutabık kalmaktadır. O asrın cebircilerinden biri ve *Nûru'd-Delâle fi İlmi'l-Cebr ve'l-Mukâbele*⁸⁵ نور الدلالة في علم الجبر والمقابلة adlı eserin müellifi Halâtî'ye gelince; Tûsî'nin hocasının hocası olduğunu, kübik denklemleri kendi kendine çalıştığını zikretmektedir ama o netice itibarıyla Kerecî geleneğine sadık kalmıştır. Elimizde Tûsî'den bahseden başka tanıklar da vardır ancak onun teorisini bire bir tetkik eden matematikçilerin varlığına işaret eden herhangi bir kanıt en azından şimdilik bulunmamaktadır.⁸⁶ Bununla birlikte onun herhangi cebirsel bir denklemin kökünü, hendesî yöntemle ilave olarak, cetvelleme diye tabir edilebilecek yöntemle çözümünün izleri, Osmanlı klasik dönemi matematik geleneğinde beş ve yedi terimli polinomların ikinci dereceden kökünü ve büyük sayıların dördüncü dereceye kadar kökünü çıkarmada kullanılan tekniklerde görülebilir.⁸⁷

Cebir ilminin doğuşu ve gelişmesi ile ilgili buraya kadar zikredilenlerin hemen hemen hepsi Maşrık matematik geleneği içerisinde değerlendirilmelidir. Bundan başka İslam dünyasında bir de Mağrib matematik geleneği denilen ve Osmanlı klasik dönem matematik ve cebrini etkileyen başka bir gelenek daha vardır.⁸⁸

⁸⁴ Raşid, *Mevsûatu Tarihu'l-Ulûmi'l-Arabiyye*, s. 488.

⁸⁵ Yazma halindeki eser Tahran Üniversitesi 4409 numarada kayıtlıdır.

⁸⁶ Raşid, *a.g.e.*, s. 489.

⁸⁷ Nizâmeddin Nisâbü'rî, *eş-Şemsiyye fi'l-Hisâb*, Topkapı sarayı III Ahmed, vr. 42b-52a; İbn Hâim, *el-Mumti' fi Şerhi'l-Mukni'*, Şehid Ali Paşa 2706, vr. 66a-66b; Ali Kuşçu, *Risâletü'l-Muhammediyye fi'l-Hisâb*, Laleli 2715, vr. 13a-27a.

⁸⁸ Mağrib matematiğinin Osmanlı matematiğine etkileri hakkında bkz.: İhsan Fazlıoğlu, *IX. Mağrib Arap Matematik Tarihi Sempozyum Bildirileri*, "Endülüs ve Mağrib Matematiğinin Osmanlı Matematiğinin Oluşumu ve Gelişimindeki Yeri", <http://www.ihsanfazlioglu.net/yayinlar/makaleler/1.php?id=154>.

2.2.10. Mağrib’de Cebir Çalışmaları

Batı İslam dünyası matematikçilerine gelince, eldeki verilere göre yalnız cebir ile ilgili eserlerin nispet edildiği matematikçiler İbn Yasemin, Hassâr, İbn Bedr ve İbn Bennâ Merrâkûşî olarak sıralanabilir.

Cebir ilminde bilinen ilk manzum eserin sahibi İbn Yasemin (601/1204-1205) *Urcuzetu’l-Yaseminiyye fî İlmi’l-Cebr ve’l-Mukâbele* adlı meşhur eserinde yaklaşık kırk beyitle Harezmi’nin ortaya koyduğu üzere denklemlerin çözüm ilkelerini özetlemektedir. Asırlar boyunca pek çok şerh ve haşiyeye konu olan telif⁸⁹ saf hisâbî cebir yaklaşımının görüldüğü ilk manzum eserlerdendir. İbn Hâim ve Sıbt Mardîni gibi Osmanlı matematik geleneğinde önemli rol oynayan matematikçiler tarafından şerh edilmesi⁹⁰ ve bu şerhlerin ilim çevrelerinde mütedâvil olması İbn Yasemin’in hem doğu hem de batıdaki etkilerini göstermesi bakımından dikkate değerdir.

Hassâr’ın cebir ilmi ile ilgili bilinen tek eseri *Kitâb fî’l-Cebr ve’l-Mukâbele*’dir. Ancak eserin aslı değil İbranice tercümesi günümüze ulaşmıştır.⁹¹

İbn Bedr’in Harezmi’nin koyduğu cebir kaidelerini ve bir miktar da Ebu Kâmil’in ilavelerini içeren *el-İhtisâr fî’l-Cebr* adlı bir eseri mevcuttur. Eser klasik tasnif de denilen “mesâil-i sitte”nin tanıtımı ve birer örnekle açıklanması ile başlamakta; köklü nicelikler hesabı ve cebirsel ifadelerle hesap işlemlerinin tatbikinin izahı ile devam etmektedir. Daha sonra da cebirde kullanılan tekniklerin tanıtımı ve cebirsel yöntemlerle çözülebilen problem çeşitleri çözümlü örneklerle ortaya konulmaktadır.⁹² Osmanlı klasik dönem cebrinde de sıklıkla rastlanan “mesâilü’l-aşerât”, yani on sayısını iki parçaya ayırmaya ve bu parçalarla çeşitli işlemler yaparak bir eşitlik oluşturmaya dayanan denklem türü için ayrıca bir başlık açılmış ve dokuz problem tetkik edilmiştir.

⁸⁹ Bu manzum eserin ve müellifin matematik ilminde yazdığı diğer manzum eserlerinin tahkikli metni, değerlendirmesi, şerh ve haşiyeleri ile ilgili tafsilatlı bilgi için bkz.: İbn Yâsemin, *Manzûmât İbn Yâsemin fî Â’mâli’l-Cebr ve’l-Hisâb*, tahkik: Celal Şevki, Kuveyt 1988. *Urcuzetu’l-Yaseminiyye fî İlmi’l-Cebr ve’l-Mukâbele*’nin tüm şerh ve haşiyelerinin dökümüne, yazma nüshalarına ve metinlerinden bölümlere ulaşmak için bkz.: Celal Şevki, *el-Ulûmu’l-Aklîyye fî’l-Manzûmâtî’l-Arabîyye*, s. 220-261, Kuveyt 1990.

⁹⁰ Her iki şerh de tahkik edilerek değerlendirmelerle neşredilmiştir: İbn Hâim, *Şerhu’l-Urcuze el-Yaseminiyye fî’l-Cebr ve’l-Mukâbele*, tahkik: Mehdi Abdulcevad, Tunus; Sıbt Mardîni, *el-Lema’tü’l-Mardîniyye fî Şerhi’l-Yâseminiyye*, tahkik: Muhammed Süveysi, Safat 1983.

⁹¹ Ahmed Selim Saidan, *Tarih İlmi el-Cebr fî’l-Alemi’l-Arabi*, c. II, s. 409.

⁹² Ahmed Selim Saidan, *a.g.e.*, “Kitâb İhtisâr el-Cebr ve’l-Mukâbele li-İbni’l-Bedr” bölümü, c. II, s. 421-488, Kuveyt 1985.

Son olarak sadaka, arpa-buğday, ganimet paylaşımı, postacı/ulaşım ve borç problemleri gibi pratik ihtiyaçları karşılayan problem türlerine yer verilmesi, eserin başında nazarî bilginin sunumu, eserin sonunda da o nazarî bilgilerin uygulamasını yapma geleneğini hatırlatmakta ve cebir gibi soyut bir ilmin matematikçilerin elinde günlük ihtiyaçlara nasıl tatbik edilebildiğini göstermektedir.

721/1321 – 654/1254 yılları arasında yaşayan İbn Bennâ Merrâkûşî'ye seksen iki civarında kitap ve risale nispet edilmektedir. Ancak doğu matematikçilerine ait bir kitaptan nakledilmemiş, batıya ait en tafsilatlı matematik kitabı *Kitâbu'l-Cebr ve'l-Mukâbele* isimli cebir kitabı⁹³, *Telhîs A'mâl el-Hisâb* adlı matematik eğitim sürecinin ana eserlerin biri olarak kabul edilen kitabı ile birlikte Osmanlı topraklarını da içine alan geniş bir etki alanına sahiptir. İbn Yâsemin'de görülen saf hisâbî cebirsel yaklaşımı devam ettirerek bu yaklaşımın Osmanlı matematiğine yerleşmesinde mühim bir rol oynamıştır.

3. Değerlendirme

Harezmi, önceki medeniyetlerden tevarüs ettiklerini yeni fikirlerle birleştirerek cebir ilminin temellerini koymuş; Ebu Kamil bu temeller üzerine bir bina inşa etmiştir. Kerecî ve Samev'el de hesap ilmini cebir ilmine tatbik ederek cebir binasını hem genişletmiş hem de yükseltmişlerdir. Kerecî'nin *el-Fahrî*, Samev'el'in *el-Bâhir* kitapları, Hayyam, Tûsî ve çağdaşlarının kübik denklemlerin çözümündeki çabaları ve de Mağrib matematiğinin cebrin hisâbileşmesine ve uygulamasına yönelik katkılarıyla Arap dilinde cebir ilmi bilinen zirvesine ulaşmıştır. Burada “bilinen” denilmesinin çeşitli nedenleri vardır. Bunlardan ilki; özel/şahsi kütüphanelerdeki Arapça cebir, bazı astronomi ve felsefe kitaplarındaki genel matematik ve cebirsel bilgilerin henüz değerlendirilmemesi; ikinci olarak, cebir alanında o dönemde yazılmış olan kitapların pek çoğunun günümüze ulaşamaması ve son olarak da, cebirsel başarıların bir kısmının astronomi, matematik, küresel geometri ve üçgenler sahalarında ortaya çıkması ve bu durumun da adı geçen alanlarda ayrı ayrı dakik çalışmaların varlığını gerektirmesidir.

⁹³ Eserin tahkikli metin ve incelemesi için bkz.: Ahmed Selim Saidan, *Tarih İlmi el-Cebr fî'l-Alemi'l-Arabi*, “Kitâb el-Cebr ve'l-Mukâbele li-İbni'l-Bennâ el-Merrâkuşî” bölümü, c. II, s. 505-585.

Böylece İslam matematik tarihi araştırmalarının en çok yoğunlaştığı dönem ile ilgili dahi eksikliklerden bahsediliyor ve daha çok incelemeye ihtiyaç duyuluyorsa bilim tarihçilerinin çoğu tarafından görmezden gelinen Osmanlı matematik tarihinin durumu hakkında kelimeler kifayetsiz kalmaktadır. Tam bu noktada mezkûr zirvenin o dönemden sonra ne olduğu sorusu cevap beklemektedir. Belki de cevap, “tarihe bağlı önyargı”, yani araştırmacıların tarihin sadece belli bir döneminde ilmî gelişme olduğuna inanması veya inandırılması suretiyle sadece o aralık üzerine araştırmalar yapıp, diğer dönemlerin bilimsel açıdan karanlık olduğuna dair kanıtsız iddiayla terkedilmesi yüzünden hala ortaya konamamıştır. Çünkü VI/XII. ve VII/XIII. asırlardan sonra İslam dünyasındaki matematik çalışmalarının birkaç isimle geçirilip yaklaşık dört yüz yıllık bir geleneğin bu şekilde bir anda sonlandırılması herhalde böylesi bir sebeple açıklanabilir. Tarihin hiçbir döneminde bilimsel faaliyetlerin gelişip sonra da aniden yok olması söz konusu olmamıştır. Aynı durum “altın çağ” olarak tavsif edilen asırların sonrası için de geçerlidir. İslam cebir tarihindeki boşlukların tamamlanması için özellikle mezkûr dönemden sonraki dönemin cebirsel faaliyetlerinin bilgisine ihtiyaç vardır.

4. Anahatlarıyla Osmanlı Klasik Dönemi (1300-1600) Matematik Tarihi

Buraya kadar “cebir”in ilim olarak temayüz etmesinden önceki durumu ve Harezmi ile ilim kimliği kazandıktan Osmanlı klasik dönemine değin devam eden seyri ve gelişimi hakkında bilgiler verilmiştir. Bundan sonraki bölüm de, Osmanlı klasik dönemindeki cebir ilminin seyrini ve seviyesini belirlemeyi sağlayacak, belirli kriterlere göre seçilmiş cebir eserleri ve bu eserlerin yazarları hakkında olacaktır. Hem bu iki bölüm arasında geçiş vazifesi görmesi hem de Osmanlı klasik dönemi cebir eserleri ile ilgili açıklamalardan önce bir tür giriş teşkil etmesi açılarından burada Osmanlı klasik dönemi matematiği hakkında kısa bilgiler verilmesi uygun görülmüştür. Bu bilgiler esnasında verilecek matematik eserlerinin a) Osmanlıdan önce yazılmış ama Osmanlı ilim çevrelerinde mütedâvil eserler b) Bizzat Osmanlı matematikçileri tarafından telif edilmiş eserler ve c) Osmanlının çağdaşı olan farklı bölgelerde yazılmış ancak yine Osmanlıda yaygınlaşmış eserlerin hepsini ihtiva edeceğini ve bunların mümkün olabildiğince kronoloji gözetilerek verileceğini hatırlatmakta fayda mülahaza

edilmektedir. Burada verilecek eserlerin yukarıdaki üç grubu da kapsamasının, Osmanlı ilim geleneğinin tarihsel ve coğrafi olarak çevresinden soyutlanmadan değerlendirilmesinin nedeni; mezkûr geleneğin İslam medeniyeti ilim ve kültür geleneğinin doğal bir devamı olması ve onunla aynı ilim-kültür havzasında yer almasıdır.⁹⁴

Osmanlıdan önce telif edilmiş ancak Osmanlı matematik geleneğine tesir etmiş eserlerden ilk ikisi **İbn Yâsemîn**'in (ö. 601/1204) *Urcuzetu'l-Yaseminiyye fî İlmi'l-Cebr ve'l-Mukâbele*'si ve **İbn Fellûs** (İsmail Mardîni)'un (ö. 637/1240) *Nisâbu'l-Habr fî Hisâbi'l-Cebr*'idir. İlki Batı/Mağrib matematiğinin ürünü olup manzum şekilde telif edildiğinden Osmanlı üzerinde daha çok şerhleri ve haşiyeleri üzerinden etkili olmuştur. Bu manzum eserin Osmanlıdaki en yaygın şerhleri İbn Hâim'in *Şerhu'l-Urcuze el-Yâsemîniyye fî'l-Cebr ve'l-Mukâbele*'si, Sıbt Mardîni'nin *el-Lema'tü'l-Mardiniyye fî Şerhi'l-Yâsemîniyye*'si ve Kalasâdî'nin *Tuhfetü'n-Nâşiîn alâ Urcuze İbn Yâsemin*'i şeklinde sıralanabilir. İkincisi, yani İbn Fellûs'un eseri ise Doğu/Maşrik matematiğinin ürünüdür ve müellifin Hanefî Okulu temsilcilerinden olmasının da etkisiyle amelî-fikhî bir yapı sergilemektedir. İbn Fellûs'tan sonra hem Hanefî Okulu hem de Şafîi Okulu temsilcileri amelî-fikhî içerikli cebir ve hesap çalışmaları ile Osmanlı matematik geleneğini ciddi şekilde yönlendirmişlerdir.

Merâğa Rasathanesi/matematik-astronomi okulu kurucusu **Nasreddin Tûsî** (ö. 673-1273) ve öğrencileri tarafından ortaya konulan eserler Anadolu Selçukluları ve beylikler döneminden itibaren Osmanlı klasik dönemini de içine alacak şekilde geniş bir etki alanına sahiptir. Tûsî'nin *Tahrîr Usûlü'l-Hendese ve'l-Hisâb*'ı ve **Şemseddin Semerkandî**'nin (ö. 702-1302) *Eşkâlü't-Te'sîs*'i şerh, haşiye ve tercümeleriyle Osmanlı hendese geleneğinin oluşumunda en büyük rolü oynayan iki eserdir. Bilhassa *Eşkâl*'in Kadızâde (ö. 847/1444'ten sonra) şerhi *Tuhfetü'r-Reîs*'in Osmanlı medreselerinde en çok okutulan hendese kitabı olduğu söylenebilir. Bunlara ilave olarak ömrünün bir kısmını Anadolu'da geçirmiş önemli bilginlerden Ebherî'nin Öklides'in *Usûlü'l-Hendese*

⁹⁴ Burada verilecek müellifler ve eserleriyle ilgili olarak Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi'nden faydalanılmıştır. Daha fazla bilgi için bkz.: İhsanoğlu ve dğr., *OMLT*, c. I, s. XXIX-LXXIX ve 3-137, IRCICA, İstanbul 1999.

ve'l-Hisâb adlı eseri üzerine kaleme aldığı *Islâhu Kitab el-Ustukussât fi'l-Hendese li-İklidîs* adlı çalışması da zikredilmelidir.

Tûsî'nin doğrudan öğrencilerinden **İbn Havvâm**'ın (ö. 724/1324) *el-Fevâidu'l-Bahâiyye fi'l-Kavâidi'l-Hisâbiyye*'si ve dolaylı öğrencilerinden **Nizâmeddin Nîsâbü'rî**'nin (ö. 727-730/1326-1330'dan sonra) *eş-Şemsiyye fi'l-Hisâb*'ı muhtemelen matematiğin üç ana dalı, hesap-mesâha-cebir üçlüsünü ihtiva etmeleri ve orta hacim ve zorlukta olmaları nedeniyle IX/XV. asrın sonlarına kadar Osmanlı medreselerinde okutulan eserler arasındadır. İbn Havvâm'ın *Fevâid*'ine Kemâleddin Fârisi ve İmâdeddin Kâşî tarafından yapılan şerhler İstanbul kütüphanelerinde mevcut olan ama yaygın bir şekilde kullanılıp kullanılmadığı tespit edilemeyen eserler arasındadır. Bunlara Abdulali Bircendî ve Ali Kuşçu'nun öğrencisi İshak Kirmânî'nin *Şemsiyye*'ye yazdıkları şerhler de eklenmelidir. Son olarak Tûsî ve öğrencilerin önce yaşamış Sirâceddin Secâvendî'nin (ö. 600/1204) *et-Tecnîs fi'l-Hisâb*'ının özellikle Fenârizâde Ali Çelebi'nin (ö. 903/1497) şerhi üzerinden Osmanlı matematik külliyyatına girdiği söylenebilir.

Osmanlı matematik geleneğinde Maşrık matematiği kadar Mağrib matematiği de rol oynamaktadır. Mağrib matematik geleneğinin en güçlü tesiri, Bennâ Okulu vasıtasıyla meydana gelmiştir. Bu okulun temsilcilerinden en göze çarpanları; İbn Haydur, İbn Kunfuz, Kalasâdî ile Mısır İslâm matematiğinin iki büyük ismi İbn Hâim ile İbn Mecdî şeklinde sıralanabilir. Burada öncelikle zikredilmesi gereken eser, **İbn Bennâ Merrâkuşî**'nin (ö. 721/1321) ikinci bölümünü cebre tahsis ettiği ve tedris gayesiyle yazılmış *Telhîs Â'mâli'l-Hisâb* adlı risalesidir. “Telhîs” ifadesi kitabın başka bir eser üzerine yapılmış bir çalışma olduğu zannına yol açmamalıdır. Zira bu isimlendirme müellifin ardından gelen matematikçiler tarafından az lafızla çok mana ifade ettiği için verilmiştir. Osmanlı ilim çevrelerinde eserin kendisiyle birlikte İbn Mecdî'nin *Hâvî el-Lubâb* adlı şerhi ve bu şerh üzerine İbn Gâzî Miknâsî'nin nazımı *Munyetü'l-Hisâb* ve bu nazma kendi şerhi *Buğyetü't-Tullâb fi Şerh Munyeti'l-Hisâb*'ının, ayrıca İbn Hâim'in *Telhîs* muhtasarı *el-Hâvî fi'l-Hisâb* ve bu muhtasarın Osmanlı matematikçilerinden Ebu Feth Sûfî (ö. 950/1543 civ.) ve Ragıb Paşa Hocası diye tanınan Mustafa Halebî (ö. 1190/1776) tarafından yapılan şerhlerinin yaygın

olduğu belirtilmelidir. Buradaki İbn Hâim ve İbn Mecdî'nin çalışmalarından, Mağrib matematiğinin Mısır matematikçileri üzerinden Osmanlıya giriş yaptığı öne sürülebilir. **Hamza Mağribî** (ö. 1022/1614) ve **Muhammed Piri** (ö. 1040/1631) gibi Osmanlı matematikçilerinin telif ettikleri *Tuhfetü'l-Â'dâd li-Zevi'r-Rüşd ve's-Sedâd* ve *el-Yevakitu'l-Mufassalat li'l-Leali'n-Neyyirat fi Â'mâli Zevati'l-Esmâ ve'l-Munfasilat* adlı eserlerinde İbn Hâim, İbn Gâzî ve Kalasâdî'den faydalanmaları Mısır ile Mağrib matematiğini mezcederek Osmanlı matematik geleneğinin eklektik yapısına katkıda bulundukları ve cebirsel notasyon ve sembolleştirmeyi Mağrib matematiğinden Osmanlı matematiğine taşıdıkları ifade edilebilir.

Mağrib matematiğinin daha çok Mısır üzerinden Osmanlı matematiğine tesir etmesi bakımından Mısır matematiğinin üç önemli temsilcisi **İbn Hâim** (ö. 815/1412), **İbn Mecdî** (ö. 850/1447) ve Abdulkadir Sehâvî'nin (ö. 910/1506) çalışmalarını da zikretmek gerekmektedir. İbn Hâim'in hisâb-ı hindî ve hisâb-ı hevâî'yi içeren eserlerinin sayısı oldukça fazla olduğundan, bilhassa şerhleri üzerinden Osmanlı cebrine önemli katkılarda bulunan manzum eseri *el-Mukni' fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele*'den bahsedilebilir. Hem maşruk hem de mağrib cebirinin izlerini taşıyan müstakil cebir kitabının şerhleri; müellifin kendi şerhi *el-Mumti' fi Şerhi'l-Mukni'*, *el-Mumti*'nin kendi muhtasarı *el-Musri'*, Sıbt Mardî'nin (ö. 912/1526) şerhi *el-Kavlu'l-Mubdi' fi Şerhi'l-Mukni'*, Zekeriya Ensârî (ö. 926/1520) şerhi *Fethu'l-Mubdi' fi Şerhi'l-Mukni'* şeklinde sıralanabilir. Mukni'nin tüm şerh ve haşiyelerinin nüsha sayısının “yüz”e yakın olduğu bilgisi genelde İslam özelde de Osmanlı matematik geleneğindeki tesirinin seviyesini tahmin etmeyi kolaylaştırabilir. Mısır matematiğinin temsilcilerinden bir diğeri İbn Mecdî'nin hisâb-i sittînî için "mukaddime" olarak kaleme aldığı *Keşfu'l-Hakâik fi Hisâbi'd-Derec ve'd-Dekâik*'i ve bu eserin öğrencisi Sıbt Mardî'nin tarafından yapılan şerhi *Rekâiku'l-Hakâik fi Hisâbi'd-Derec ve'd-Dekâik*'i İslam matematik geleneğindeki sittînî hesaba kaynaklık etmeleri bakımından dikkat çekmektedirler. Son olarak Abdulkadir Sehâvî'nin *Muhtasar fi İlmi'l-Hisâb* adlı eserinin kırka yakın nüshası bulunduğunu ve bu eser üzerine altı farklı şerh ve haşiye telif edildiğini belirtmekte fayda vardır.

Osmanlı matematikçilerine gelince; ilk olarak, herhangi bir matematik eseri günümüze ulaşmasa da istinsah ettiği kitaplardan iyi matematik bildiği tahmin edilen **Davud Kayserî**'nin (ö. 751/1350) ve telif ettiği dört matematik risalesinin hiçbir nüshası şuanda mevcut olmasa da döneminin en önemli matematikçilerinden **Abdurrahman Bistâmî**'nin (ö. 858/1453) adlarını zikretmek gerekir. Bursa'da yazılan ancak Orta Asya'da mütedâvil olan, ilk büyük Osmanlı matematikçisi **Bursalı Kadızâde**'nin (ö. 847/1444'den sonra) *Risâletü'l-Salâhiyye fî'l-Kavâidi'l-Hisâbiyye*'si hesap-cebir-mesâha bölümlerinden oluşmaktadır. Aynı müellifin "bir" derecelik yay sinüsünün cebirsel yöntemle hesaplanmasını konu edinen ve cebir-hendese-trigonometri alanlarını bünyesinde barındıran *Risale fî İstihracı Ceybi Derece Vahide bi-A'mâlin Müessesetin ala Kavaidin Hisâbiyye ve Hendesiyye alâ Tarikati Gıyaseddin el-Kâşî* adlı risâlesi ile daha önce bahsi geçen *Eşkâl* şerhi zikredilmesi gereken eserler arasındadır. Kadızâde'nin Semerkant Rasathanesinde/matematik-astronomi okulundan öğrencisi olan **Ali Kuşçu**'nun (ö. 879/1474), Fatih'in ricası üzerine İstanbul'a gelip medreselerde matematik dersleri vermesi ve eseri *Risâletü'l-Muhammediyye fî'l-Hisâb*'ının Osmanlı medreselerinde uzun yıllar okutulması nedeniyle Osmanlı matematik geleneğinin önemli bir unsuru olduğu ifade edilebilir. Semerkand matematik-astronomi okulunun önemli temsilcilerinden **Gıyâseddin Cemşid Kâşî** (ö. 832/1429) asli olarak Osmanlı matematikçisi sayılmasa da gerek Ali Kuşçu'nun hocası olması gerekse de eserlerinin, özellikle de *Miftâhu'l-Hisâb*'ının halefleri tarafından İstanbul'a getirilip yaygınlaştırılmasından dolayı burada zikredilmesi uygun görülmüştür. Bu risâleden sonra Osmanlı matematikçilerinden çalışmalarıyla en dikkati çekenlerin bilhassa cebir ilmini ilgilendiren eserleri; yazarı belli olmayan, II. Bayezid'e sunulmuş ve cebir bölümü oldukça gelişmiş görünen *İrşâdu't-Tullâb ilâ İlmi'l-Hisâb*, **Atmacaoğlu Muhyiddin Mehmed**'in (ö. 899/1474'de sağ) yine II. Bayezid'e sunulmuş ve tam ile kesirli sayıların hesabından bahseden Türkçe eseri *Mecmau'l-Kavâid*, **Ebu Feth Sûfî**'nin (ö. 950/1543) irrasyonel sayıların hesabını konu edinen *İrşâdu'l-Acem li-Â'mâli'l-Cuzûri'l-Asamm*'ı, **Nasuh Matrâkî**'nin hint rakamları, tam ve kesirli sayılarla hesap işlemleri, ölçekler ve çeşitli problemler gibi konuların yer aldığı Türkçe olarak telif edilmiş *Cemâlu'l-Kuttâb* ve *Kemâlu'l-Hussâb*'ı ve *Umdetü'l-Hussâb*'ı, **Takıyuddin Râsîd**'in (ö. 993/1585) hindî ve sittinî hesap ile bilinmeyenlerin

çıkarılması bahislerini açıkladığı *Buğyetü't-Tullâb min İlmi'l-Hisâb*'ı ile cebir üzerine müstakil risâlesi *Kitâbu'n-Nisebi'l-Müteşâkile fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele* ve son olarak **Davud Antakî**'nin yine cebir üzerine müstakil risalesi *Risâle fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele* şeklinde sıralanabilir.

Osmanlı klasik dönemi matematik geleneğini kısaca ortaya koyduktan sonra mezkûr dönemdeki cebir ilminin seyrini ve seviyesini tespit etmek için yukarıda verilen eserler arasından belirli kriterlere göre seçilen beş tane eser ve müellifi hakkında bilgiler vermeye geçilebilir. Ancak bundan önce bu müellif ve eserlerinin hangi kriterlere göre belirlendiği ve onların Osmanlı klasik dönemi cebir ilminin seyrini ve seviyesini temsil kabiliyetini hâiz olmalarının nedenleri sunulmalıdır.

5. Müelliflerin ve Eserlerinin Seçim Kriterleri

Osmanlı klasik dönemi cebir ilminin seyrini ve seviyesini tespit etmek için öncelikle Osmanlıdan önce yazılmış, bizzat Osmanlı matematikçileri tarafından telif edilmiş ve Osmanlı ile aynı dönemde ancak farklı bölgelerde yazılmış müstakil cebir kitapları ve cebir bölümü ihtiva eden genel matematik kitapları belirlenmiş ve bunların içinden aşağıdaki kriterlere uygun olanlar seçilmiştir.

- a) Eser nerede, hangi tarihte yazılmış olursa olsun Osmanlı klasik dönemi içerisinde Osmanlı coğrafyasında yaygın olması: Zira verilerin büyük bir devletin bilim geleneğine teşmil edilebilmesi için bu durum zaruridir. Bir eserin mütedâvil olmasını temin eden en büyük faktör eğitim kurumlarıdır. Bundan mülhem eserlerin mümkün olduğunca medreselerde kullanılan eserler arasından seçilmesine özen gösterilmiştir.
- b) Eserin günümüze ulaşan nüsha sayısının mümkün olabildiğince çok olması: Bu kriter yukarıdaki kriter ile ilişkilidir. Zira bir eserin nüsha sayısını arttıran etkenler; öğrencilerin medreselerde ders kitabı olarak kullanmalarından dolayı çoğaltmaları ve eserin ilim çevrelerinde benimsenmesinden dolayı sık sık istinsah edilmesidir.
- c) Eser üzerine çeşitli çalışmalar yapılmış olması: Bu kriter eserin hem medreselerde hem de ilmi cemaat arasında çokça okunduğunu,

yaygınlaştığını ve bu nedenle daha açık, daha kısa veya daha tafsilatlı bir hale getirmeye ihtiyaç duyulduğunu göstermektedir. Yine bu durum da eserin yaygın olması kriteri ile alakalıdır.

- d) Eserin dilinin Arapça olması: İslam medeniyetinin başlangıcından itibaren bilim dili olan Arapçanın İslam medeniyetinin doğal bir devamı olan Osmanlı klasik döneminde de bilim dili olması gayet tabiidir. Ancak muhasebe gibi uygulamalı matematik alanında ihtiyaca binâen Türkçe eserlere de rastlanmaktadır. Cebir ilmi, teorik bir ilim olduğundan zaten bu dönemdeki eserlerin hemen hemen tamamı Arapçadır.
- e) Eserin hocalar arasında değil de öğrenciler arasında mütedâvil olan eserlerden olması: Osmanlı klasik dönemi cebir ilminin seviyesini doğru bir şekilde tespit edebilmek için bu şart zaruridir. Zira bir medrese hocasının kullandığı oldukça yüksek seviyeli bir eseri tüm Osmanlı ilim çevrelerine teşmil etmek çok yanlış sonuçlar doğurabilir.

Kısaca eserlerin telif edildikleri yer, zaman ve müellifin ırkı değil bu eserlerin Osmanlı coğrafyasında yaygınlaşıp, elden ele dolaşıp benimsenmesi ve üzerine çalışmalar yapılarak şöhretinin artmasına göre değerlendirmeler yapılmıştır. Neticede de şu eserlerde karar kılınmıştır:

- a) İbn Havvâm (ö. 724/1324), *el-Fevâidu 'l-Bahâiyye fî 'l-Kavâidi 'l-Hisâbiyye*
- b) Nizâmeddin Nîsâbü'rî (ö. 727-730/1326-1330'dan sonra), *eş-Şemsiyye fî 'l-Hisâb*
- c) İbn Hâim (ö. 815/1412), *el-Mukni' fî 'l-Cebr ve 'l-Mukâbele*⁹⁵
- d) Ali Kuşçu (ö. 879/1474), *Muhammediye fî 'l-Hisâb*
- e) Takıyuddin Râsîd (ö. 993/1585), *Kitâbu 'n-Nisebi 'l-Müteşâkile fî 'l-Cebr ve 'l-Mukâbele*

Öncelikle tarihlere dikkat edilirse, eserler üç yüz yıllık dönemin her asrına yayılacak şekilde seçilmiştir. İlk iki eserin Osmanlı'nın bir beylik olarak kurulduğu

⁹⁵ İbn el-Hâim'in *el-Mukni' fî 'l-Cebr ve 'l-Mukâbele*'si manzum bir çalışma olduğundan daha açık bir anlamayı temin edebilmek için müellifin bu eserine yazdığı *el-Mumti' fî Şerhi 'l-Mukni'* adlı şerh de kullanılacaktır.

yıllarda, üçüncüsünün İstanbul'un fethinden önce, son iki eserin de fetihten sonra telif edildiği görülmektedir. Ayrıca İbn Hâim ve Râsîd'in eserleri müstakil cebir risaleleri iken diğerleri cebir bölümü ihtiva eden matematik eserleri olduğu belirtilmelidir.

Bu beş eserin yukarıda sayılan kriterlere uygun olmasının yanında diğer tercih sebeplerinden de bahsetmek gerekmektedir. Buna göre, ilk iki müellif Nîsâbûrî ve İbn Havvâm Merâğa matematik-astronomi okulunun dolaylı olarak ve doğrudan üyeleridir ve bu okulun üyelerinin eserlerinin Anadolu Selçukluları ve beylikler döneminde itibaren çeşitli yollardan Anadolu'ya getirilip hem ilmi çevrelerde hem de medreselerde en azından Ali Kuşçu'nun *Muhammediye fî'l-Hisâb*'ına, yani IX/XV. asrın ikinci yarısına kadar kullanıldığına dair bilgiler mevcuttur. Osmanlıların kendilerinden önce Anadolu'da bulunan Türk devlet ve beylikleri zamanında gelişen kültürel ve ilmi mirasa dayalı olarak aktif bir bilim ve kültür hayatı gösterdikleri göz önüne alındığında bu eserlerin Osmanlıya tevarüs ettiği ve medreselerde yaygınlaştığı tahmin edilebilir. Zira ilk eserin nüsha sayısının yirmi beş ikincisinin de elli iki olması, bazı nüshalarının istinsahlarının medreselerde yapılması, her iki eser üzerine de çeşitli çalışmaların bulunması ve pedagojik olarak medrese müfredatına uygun görülmeleri bu tahmini kuvvetlendirmektedir.

Üçüncü müellif Mısırlı İbn Hâim'e gelince, muhtemelen Osmanlı Mısır'ı fethetmeden önce yaşadığından dolayı eldeki verilere göre Osmanlı matematikçileri ile doğrudan bir ilişki içerisinde olmamıştır. Ancak hemen hemen telif ettiği tüm eserler, bilhassa da matematik eserleri Osmanlı ilim çevrelerinde benimsenmiştir. Bu bilgi eserlerinin nüsha sayılarından, telifleri üzerine yapılan çalışmaların çeşitliliğinden ve nüshalarının bir kısmının medreselerde istinsah edilmesinden çıkarsanmaktadır. Müellifin *el-Mukni' fî'l-Cebr ve'l-Mukâbele* adlı eserinin üzerine yapılan çalışmalarla birlikte tüm nüshalarının "yüz"e yakın olduğu bilgisi bu telifin tercih nedenini açıklamaktadır.

Son iki müellif, yani Ali Kuşçu ve Takıyuddin Râsîd İstanbul'da medresede/rasathanede görev yapmış Osmanlı bilginleridir. Ali Kuşçu'nun Fatih'e sunduğu eseri *Muhammediye fî'l-Hisâb*'ın Bahâeddin Âmilî'nin *Hulâsatu'l-Hisâb*'ına, yani XI/XVII. asra kadar medreselerde temel matematik kitabı olarak okutulduğu bilgisi

yirmiye yakın nüshasından ve müellifin bizzat başmüderris olarak görev yapmasına dayandırılmaktadır. Râsîd'in müstakil cebir eseri *Niseb el-Müteşâkile fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele*, nüsha sayısı az olmasına rağmen müellifin hem müderris ve müneccimbaşı görevlerinde bulunması hem de ilk Osmanlı Rasathanesini kurmasıyla çağdaşlarından temayüz etmesi eserinin tercih edilmesine neden olmuştur.

Osmanlı klasik dönemindeki cebir ilminin seyrini ve seviyesini belirleyebilmek için yukarıda verilen aslî beş esere ilave olarak yeri geldikçe ve ihtiyaç hâsıl oldukça yardımcı eserlere de başvurulacaktır. Yardımcı eserler daha önce verilen kriterlerin tamamına olmasa da çoğuna uygundur. Bu eserler aşağıdaki gibidir:

- a) Kemâleddin Fârisî (ö. 718/1319), İbn Havvâm'ın eserine şerhi *Esâsu'l-Kavâid fi Usûli'l-Fevâid*
- b) Gıyâseddin Cemşid Kâşî (ö. 832/1429), *Miftâhu'l-Hisâb*
- c) Yazarı belli olmayan ancak II. Beyâzîd'a (1481-1512) sunulmasından XV. asır sonu veya XVI. asır başlarında telif edildiği anlaşılan *İrşâd el-Tullâb ilâ İlmi'l-Hisab*
- d) İbn Hâim (ö. 815/1412), *Şerhu'l-Urcuze el-Yâseminiyye*

Bu eserlerden ilki, Fârisî'nin şerhi İbn Havvâm'ın eserinde muğlak kalmış, açık olmayan noktaları daha sarîh ve doğru bir şekilde anlayabilmek ve eserdeki bazı konuların sürekliliğini tespit edebilmek için seçilmiştir. Bu şerhin pek çok nüshası olmasına rağmen mütedâvil olup olmadığı veya medreselerde ders kitabı olarak kullanılıp kullanılmadığı tespit edilememektedir. Kâşî'nin *Miftâhu'l-Hisâb*'ı üst düzey, yani hocaların kullandığı bir eser olmasından dolayı diğer kriterlere uymasına rağmen aslî eser olarak değil yardımcı eser olarak değerlendirilecektir. *İrşad el-Tullab* ise bilhassa cebir alanında çok faydalı bir eser olmasına rağmen hem yazarının bilinmemesinden hem de sadece bir nüshasının mevcut olmasından dolayı aslî eserler arasına alınmamıştır. Son yardımcı eser olan İbn Hâim'in *Şerhu'l-Urcuze el-Yâseminiyye*'sine gelince, cebir alanında bilinen ilk manzum eser *el-Urcuze*'nin İbn Hâim ve Sıbt Mardîni şerhleri üzerinden Osmanlı cebrini etkilemesi, İbn Hâim'in Mardîni'ye nispetle daha tafsilatlı bir şekilde açıklaması ve aslî eserlerden İbn Hâim'in

el-Mukni’ ve *el-Mumti*’si ile bu şerhin mukayese imkânının olması tercih sebepleri olarak sıralanabilir.

Osmanlı klasik dönemindeki cebir ilminin seyrini ve seviyesini belirleyebilmek için seçilen aslî ve yardımcı eserlerin seçim kriterleri ve bunların nedenleri tafsilatlı bir şekilde ortaya konulduktan sonra aslî eserlerin müellifleri ve cebir eserleri hakkında bilgiler vermeye geçilebilir.

BİRİNCİ BÖLÜM
MÜELLİFLERİN HAYATI VE ESERLERİ

Osmanlı klasik dönemindeki cebir ilminin ilmî cemâat, özellikle de medreseler çevresindeki genel seyrini izleyebilmek için ilk önce mezkûr cebir ve matematik kitaplarını telif eden matematikçilerin hayatı ve konu ile ilgili eserlerini incelemek iktiza etmektedir. Bu yüzden aşağıda üç yüzyıl boyunca Osmanlı topraklarında en çok okunan ve okutulan matematik ve cebir kitaplarının yazarları, telifleriyle birlikte kronolojik olarak genel hatlarıyla tanıtılacaktır. Bunun için kaynak olarak müelliflerin yaşadığı döneme ait klasik biyografi ve tabakat eserlerinden ziyade söz konusu müellifler hakkında yapılmış tez çalışmaları veya tahkikli metin neşrine dayanan araştırmalar kullanılacaktır. Bu tercihin nedenleri, yazarların büyük bir kısmının keşfedilmeye ihtiyaç duymayan, akademik camiada zaten meşhur şahsiyetler olmaları ve bu tezin amacının biyografi bilgileri vermek değil, belli bir coğrafyadaki üç yüzyıllık dönemde cebir ilminin serüvenini ortaya koymak olması diye sıralanabilir. Son olarak, yazarların tüm eserleri içerisinde sadece konumuzla ilgili olanları tafsilatlı bir şekilde incelenecektir.

1. İbn Havvâm

Ebû Ali Abdullah b. Muhammed el-Havvâm b. Abdurrezzak 643/1245'de, muhtemelen, Bağdat'da doğmuştur. Hayatının ilk dönemlerine ait herhangi bir bilgi bulunmamakla birlikte sadece tarihsel bilgilere dayanarak İlhanlı (İran Moğolları) hükümdarı Hülagü Han (ö. 663/1265) 656/ 1258 tarihinde Bağdat'a girdiğinde İbn Havvâm'ın henüz on üç yaşında olduğu söylenebilir.¹

İbn Havvâm, ilk eğitimini, muhtemelen, Bağdat'ta yapmış, ardından Nasreddîn Tûsî'den akli ilimleri tahsil etmiştir. Ancak bu tahsilin nerede ve nasıl olduğu hakkında kaynaklarda bilgi yoktur. İsim zincirinde verilen; Feylosof, Hakîm, Hâsib, Tabîb, Edîb ve Mütetekellim gibi unvanlardan kendisinin felsefe, matematik, tıp, edebiyat, kelim ve fıkıh sahalarında iyi bir tahsil gördüğü ve ün yaptığı anlaşılmaktadır. Akli ve nakli ilimlerde zamanının tanınmış simalarından olan İbn Havvâm, Bağdat'ta, Dâr el-Zehab'te Şafii fikhî okutmuş, bu müessesenin tıp riyasetini üstlenmiş ve Ribat şeyhliği makamına

¹ İhsan Fazlıoğlu, *İbn el-Havvâm ve Eseri el-Fevâid el-Bahâiyye fi el-Kavâidi el-Hisâbiyye Tenkitli Metin ve Tarihi Değerlendirme*, s. 7, yayınlanmamış yüksek lisans tezi, İstanbul Üniversitesi SBE, 1993; İhsan Fazlıoğlu, *Osmanlı Bilimi Araştırmaları Dergisi*, “İbn El-Havvâm, Eserleri ve el-Fevâid el-Bahâiyye fi el-Kavâid el-Hisâbiyye'deki Çözünsüz Problemler Bahsi”, c. I, s. 70 – 71, İstanbul 1995.

gelmiştir. Bu tedris faaliyeti esnasında Tabîb el-İzz İrbilî gibi birçok öğrenci yetiştirmiştir. Dönemin İlhanlı veziri, Şemseddîn Cüveynî'nin oğlu Harun ve amcası Alâuddîn Atâ Melik b. Muhammed'in çocuklarının eğitim ve öğretimini yürütmüştür. Daha sonra İsfahan'a giderek, Şemseddîn Cüveynî'nin oğlu Bahâuddîn Muhammed'in (ö. 678/1279) hizmetine girmiş ve orada onun adına ithafen, *el-Fevâidu'l-Bahâiyye fi'l-Kavâidi'l-Hisâbiyye* الفوائد البهائية في القواعد الحسابية adlı eserini 675/1276'da, yani Hülâgü Han'ın oğlu Abaka Han'ın (ö. 680/1282) saltanatı esnasında telif etmiştir. İbn Havvâm'ın 715/1315'de Sultaniye Medresesi'nde tedris faaliyetini üstlendiği görülmektedir. Bu tedris faaliyeti esnasında Kemâleddîn Fârisî gibi birçok öğrenci yetiştirmiştir. Klasik kaynaklarda, ahlâk sahibi, hoşgörülü, adil ve bilgili bir insan olarak tavsif edilen İbn Havvâm 724/1323-1324 yılında vefat etmiş ve Bağdat'ta defnedilmiştir.²

İbn Havvâm'ın tefsir, tasavvuf, ahlâk ve tıp alanında birer, matematik alanında ise üç olmak üzere toplam yedi eseri bulunmaktadır.³

1.1. el-Fevâidu'l-Bahâiyye fi'l-Kavâidi'l-Hisâbiyye

İbn Havvâm'ın klasik kaynaklarda zikredilen tek matematik eseri *el-Fevâidu'l-Bahâiyye fi'l-Kavâidi'l-Hisâbiyye*'nin *el-Risâlet el-Bahâiyye* olarak da tanınması ve birkaç nüshasında Gıyâseddîn Cemşîd Kâşî'ye nisbet eden ibarelerin bulunması, bazı modern İslam bilim tarihçilerini bu çalışmanın Cemşîd Kâşî'nin eseri olarak zikretmeye sevk etmiştir. Ancak bu konuda dakik bir inceleme yapıldığında durumun böyle olmadığı, *Fevâidu'l-Bahâiyye*'nin telif tarihinden, ithaf ettiği kişinin vefat tarihinden, şerhlerinde verilen bilgilerden ve Cemşîd Kâşî'nin bizzat kendisinin eseri *Miftâhu'l-Hisâb*'da *Fevâidu'l-Bahâiyye*'nin İbn Havvâm'a ait olduğunu bildirmesinden şüpheye mahal bırakmayacak bir şekilde ortaya çıkmaktadır. Ayrıca *Fevâidu'l-Bahâiyye* ile *Miftâhu'l-Hisâb* ve muhtasarı arasında ilkinin hevâî/zihni hesabı ikincisinin de hindî hesâbı ele alması nedeniyle büyük bir fark bulunmaktadır. Netice olarak *Fevâidu'l-*

² İhsan Fazlıoğlu, *İbn el-Havvâm ve Eseri el-Fevâid el-Bahâiyye fi el-Kavâidi el-Hisâbiyye Tenkitli Metin ve Tarihi Değerlendirme*, s. 7-9; İhsan Fazlıoğlu, *Osmanlı Bilimi Araştırmaları Dergisi*, "İbn El-Havvâm, Eserleri ve el-Fevâid el-Bahâiyye fi el-Kavâid el-Hisâbiyye'deki Çözünsüz Problemler Bahsi", c. I, s. 71-72.

³ Bu eserler hakkında daha fazla bilgi için bkz.: İhsan Fazlıoğlu, *a.g.t.*, s. 9-11.

Bahâiyye'nin İbn Havvâm'a ait olduğu, bununla birlikte Cemşid Kâşî'nin eseri *Miftâhu'l-Hisâb*'ı telif ederken şerhleriyle birlikte bu eseri mütalaa ettiği ifade edilebilir.⁴

Fevâidu'l-Bahâiyye'nin içeriğine gelince, bir mukaddime, beş makale ve bir hatimeden meydana gelmektedir. Mukaddimede sayıların özellikleri, ilk makalede de hisâb-hevâi ve hisâb-ı sittînî ele alınmaktadır. Ancak müellifin hisâb-ı hevâi'ye ağırlık verdiği görülmektedir.⁵

İkinci makalede, modern matematikte “oran-orantı”, İslam medeniyeti matematik geleneğinde de “dört orantılı sayı” şeklinde tabir edilen problem çözme yöntemi ve bu yöntemin uygulandığı problem örnekleri çözümleriyle birlikte sunulmaktadır. Burada dikkati çeken nokta, ücret problemleri, arazi vergisi hesaplaması ve kar-zarar paylaşımının hesabı gibi günlük hayatta karşılaşılan problemlerden örnekler verilmesidir. Bu durum, sonraki bölümlerde de görüleceği üzere müellifin teorik bilginin uygulamasını oldukça önemseydiğine işaret olabilir.⁶

Uygulamalı geometri olarak tanımlanabilecek ilm-i misâha'nın yer aldığı üçüncü makalede ise, önce uzunluk birimleri tanıtılmakta ve birimlerin birbirlerine dönüşümleri verilmekte, ardından temel terimlerin tanımları ortaya konulmaktadır. Tanımlardan sonra üçgen ve dörtgen çeşitleriyle daire, çokgen gibi şekillerin tanıtılması ve alan hesapları, buna ilave olarak küre, silindir, koni ve kemerin yüzey alanı hesaplamalarıyla küre, paralelyüz, koni, kesik koni ve piramidin hacimlerini bulma formülleri sunulmaktadır. Bu makalenin en dikkate çeken konuları, mineral cevherlerin özgül ağırlıkları ve yer ölçümü ile ilgili konulardır. İlkinde İbn Havvâm mineral cevherlerin aralarındaki oranları ve mineral cevherlerin özgül ağırlık cetvelini vermekte, ikincisinde de kanal inşası gibi dakik yer ölçümü gerektiren durumlarda kullanılabilecek

⁴ İhsan Fazlıoğlu, *İbn el-Havvam ve Eseri el-Fevâidu'l-Bahâiyye fi'l-Kavâidi'l-Hisâbiyye Tenkitli Metin ve Tarihi Değerlendirme*, s. 13-15.

⁵ İbn Havvâm, *el-Fevâidu'l-Bahâiyye fi'l-Kavâidi'l-Hisâbiyye*, Süleymaniye Ktp., Hasan-Hüsni Paşa, 1292/8, vr. 73b-81b.

⁶ İbn Havvâm, *a.g.y.*, vr. 81b-84b.

üç farklı aletin yapım tekniği ve kullanım şeklini izah etmektedir. İbn Havvâm'ın bu tavrı hesap ve hendesenin mimariye tatbiki şeklinde değerlendirilebilir.⁷

Dördüncü makale “cebiri ve mukâbele ilmi” başlığını taşımakta ve sırayla bölme, oran köklerin çıkarılması, altı cebir denklemi ve çift yanlış hesabı bâblarını ihtiva etmektedir. Temel cebirsel terimlerin tanıtımı, tam ve rasyonel sayılı cebirsel ifadelerin oranları ile makaleye başlayan İbn Havvâm, polinomlarla, köklü ve tam sayılı cebirsel ifadelerle çarpma işlemi ve iki kare farkı gibi özdeşliklerin gösterimi ile konuya devam etmektedir. Bölme bâbında cebirsel ifadelerle bölme işleminin temel kurallarını verdikten sonra sınırlı polinom bölümü ve köklü ifadelerle bölme işlemini açıklamaktadır. Oran bâbında kısaca cebirsel ifadelerin oranını gösterip köklü ve cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemlerinin nasıl yapılacağını, ardından da dizilerin toplamını örneklerle izah etmektedir. “Klasik tasnif” olarak da tabir edilebilen altı cebir denklemi bâbında ilk üçü “müfredât/yalınlar”, son üçü de “mukterinât/katışıklar” denilen toplam altı denklem tipini birer örnekle tek tek açıklamaktadır. Cebiri ve mukâbele makalesinin son bâbında çift yanlış yöntemi olarak adlandırılan ve bir problemdeki bilinmeyen, iki yanlış cevap varsaymak ve duruma göre iki farklı formül uygulamak suretiyle bulunmasını temin eden yöntem, örnek verilmeksizin anlatılmaktadır.⁸

Çeşitli problemlerin cebiri ve mukâbele yoluyla çözümünün ortaya konulduğu beşinci makale üç fasıldan oluşmaktadır. Bu fasılların ilkinde hendesî problemlerden işçi problemlerine, ücret problemlerinden zaman problemlerine kadar çok çeşitli kırk beş tane problem, cebiri ve mukâbele ilminin yöntemlerinden faydalanılarak çözülmektedir. İkinci fasılda mezkûr yöntemler “ferâiz” denilen vasiyet hesabında kullanılmakta, yedi tane vasiyet probleminin çözümü cebiri ilminin ferâiz ilmine tatbiki sayesinde kolaylaşmaktadır. İbn Havvâm son fasılda eserinin en özgün tarafını, yani çözümsüz problemler/denklem bahsini ortaya koymakta, otuz üç tane çözüm bulamadığı, ayrıca çözümsüz olduğunu da ispatlayamadığı denklem türünü sunmaktadır.⁹ Mevcut verilere göre cebiri kitabına/bölümüne çözümsüz denklemler faslı

⁷ İbn Havvâm, *a.g.y.*, vr. 84a-90b.

⁸ İbn Havvâm, *a.g.y.*, vr. 90b-94b.

⁹ İbn Havvâm, *a.g.y.*, vr. 94a-99a.

ekleme fikri İbn Havvâm'a aittir. Osmanlı cebir geleneğinde bu tavır İbn Havvâm'ın ardından şarihleri tarafından da devam ettirilmiş XI/XVII. asırda Bahâeddin Âmilî'de de kendini göstermiştir.

Fevâidu'l-Bahâiyye'nin bu çalışmayı doğrudan ilgilendiren son iki makalesinin özelliklerini maddeler halinde vermek müellifin cebre bakış açısını daha açık bir şekilde kavramaya yardımcı olduğu gibi bu eserin cebir bölümünü diğer müelliflerin cebir eserleriyle mukayese yapma imkânı da sağlayacaktır.

- a) Cebirsel denklemlerin çözümünde geometrik ispat ve gösterime hiç teşebbüs edilmemiş, hisâbî yaklaşım sergilenmiştir. Bu tavırla müellifin cebirde hisâbî/sayısal/analitik yaklaşımın öncüsü Kerecî okulunu takip ettiği söylenebilir.
- b) Kural ve formüllerin verildiği dördüncü makalede çoğunlukla örnek vermekten kaçınılması, bununla birlikte tüm örnek çeşitlerinin beşinci bölümde verilmesi müellifin teorik/kuramsal ve pratik/uygulamalı alan ayrımı yaptığını göstermektedir. Matematiksel bir kaidenin hemen arkasından örnekle pekiştirme yoluna gidilmediğinden eserin başlangıç seviyesi öğrencilerinden ziyade orta seviyedeki öğrencilere hitap ettiği izlenimi vermektedir.
- c) Hem eserin genelinde hem de cebir bölümünde tasnife ve konuların sıralamasına çok özen gösterilmediği, bir miktar dağınık bir görünüm arzettiği gözlenmektedir. Örneğin birkaç satırlık oran konusu için bir bâb açılırken çarpma ve toplama işlemleri için bâb açılmamıştır.
- d) Diğer dört cebir eserlerinde rastlanmayan bir şekilde dizi toplamaları cebir bölümü içerisinde açıklanmıştır.
- e) Beşinci makalede verilen çeşitli problem örnekleri ve vasiyet hesabı örnekleri, uygulama bakımından eseri diğer eserlerden üstün hale getirmektedir. Zira diğer dört cebir eserinde ne bu kadar çok problem ne de vasiyet hesabı örnekleri bulunmaktadır.

Fevâidu'l-Bahâiyye'nin muhteviyatı ve cebir bölümünün temel özellikleri ile ilgili bilgilerin ardından eser üzerine yapılan çalışmalara geçilebilir. Buna göre telif

üzerine zamanımıza ulaşabilen iki tane şerh yazılmıştır. Bunlar, VIII/XIV. asır matematikçilerinden Kemâleddîn Fârisî ile İmâdeddîn Kâşî'nin şerhleridir. *el-Bahâiyye*'yi İsfahân'da bizzat İbn Havvâm'dan baştan sona kadar okuyan Kemâleddîn Fârisî matematik bilgisini ilerlettikten sonra söz konusu şerhi yazmış, şerhine *Esâs el-Kavâid fi Usûli'l-Fevâid* adını vermiş ve şerhinde hisâbî çözüm ve ispatlara ilave olarak İbn Havvâm'ın vermediği hendesî ispatları vermiştir. Zamanımıza birçok nüshası gelen bu şerhin Mustafa Mawaldî tarafından doktora tezi olarak tenkitli metni hazırlanmış ve tahlil edilmiştir.¹⁰ Kemâluddîn Fârisî'nin şerhini yeterli görmeyerek, *el-Bahâiyye* üzerine ikinci bir şerh kaleme alan İmâduddîn Kâşî ise şerhini *İzâhu'l-Mekâsid fi Ferâidi'l-Fevâid* olarak isimlendirmiştir. Ayrıca şerhinde, Kemâluddîn Fârisî'den de faydalanmıştır. Zamanımıza birçok nüshası gelen bu eser yazma halindedir ve henüz incelenmemiştir.¹¹

Neticede *el-Bahâiyye*, döneminde İslam matematiğinin, “hisâb-ı hevâî”, “hisâb-ı sittîni”, “dört orantılı sayı/adedu'l-erbaa el-mütenâsibe”, “ilm-i misâha” ve “ilm-i cebr ve mukâbele”de ulaştığı seviyenin, “orta hacim” ve “orta seviye”de dökümü olan “tekrar” niteliğinde ve matematik eğitiminde belirli bir seviyeye ulaşan kişiler için hazırlanmış “matematik kaideler mecmuası”nı andıran bir eserdir. Ancak, *el-Bahâiyye*'nin beşinci makalesinin son faslı olan “çözüksüz problemler” bölümünde İbn Havvâm tarafından kaydedilen otuz üç çözümsüz problem, eserin, İslam ve genel matematik tarihi açısından en özgün tarafıdır. Bu eserin seçilme nedeninde özgün taraflarının yanında Osmanlı klasik dönemi bilginleri tarafından bilinmesi, iktibaslar yapılması, ilmi çevrelerde yaygın olması ve matematik eğitiminde önemli bir konumda bulunması etkenleri rol oynamıştır.¹²

Son olarak, çalışma boyunca *el-Bahâiyye*'nin Süleymaniye, Hasan-Hüsni Paşa 1292/8 numaralı nüshasının kullanılacağını belirtmek gerekmektedir. Bu tercihin

¹⁰ Mustafa Mawaldî, *L'Algèbre de Kemâluddîn el-Fârisî*, yayınlanmamış doktora tezi, Université de la Sorbonne Nouvelle Paris III, Paris 1989.

¹¹ Fazlıoğlu, *a.g.t.*, s. 21 – 22.

¹² Fazlıoğlu, *a.g.t.*, s. 47 – 65. Kâtip Çelebi'ye göre İbn Havvâm'dan faydalananlardan biri de Ali Kuşçu'dur. Eseri *Muhammediye fi'l-Hisâb*'da hem *Bahâiyye*'den hem de Cemşid Kâşî'nin *Miftâh*'ından yararlanmıştır. Daha fazla bilgi için bkz.: İhsan Fazlıoğlu, *Türk Dilleri Araştırmaları*, “Ali Kuşçu'nun el-Risâlet el-Muhammediyye fi el-Hisâb Adlı Eserine Kâtip Çelebi'nin Yazdığı Şerh: Ahsen el-Hediyye bi-şerh el-Muhammediyye”, c. XVII, s. 2-3, İstanbul, 2007.

nedenleri: nüshanın Osmanlı matematikçisi Mustafa Sıdkı (ö. 1183/1769) tarafından istinsah edilmesi, müstensihin birkaç nüshayı karşılaştırıp farkları da vererek istinsah etmesi ve yine müstensihin bir işaretle belirtmek şartıyla *el-Bahâiyye*'nin Fârîsî şerhinden alıntılar yapıp bu nüshanın metnini zenginleştirmesi şeklinde sıralanabilir.

2. Nizâmeddin Nîsâbûrî

VII/XIII. ve VI/XIV. asırlarda İlhanlılar (İran Moğolları) döneminde İran'da yaşayan âlimlerden biri olan Nizâmeddin Nîsâbûrî, hakkında bilgi veren kaynaklarda vefat yeri ile ilgili hiçbir bilgi bulunmadığı gibi doğduğu ve yaşadığı yer konusunda da bir mutabakat yoktur. Nîsâbûrî'nin doğduğu ve yaşadığı yer olarak İran'ın Kum ve Nîsâbûr (Neysâbûr, Nişâbûr) şehirleri olmak üzere iki yerin adı geçmektedir. Ancak bu şehirlerden hangisinde doğduğu, hangisinde yaşadığı veya vefat ettiği konusunda kesin bir bilgi bulunmamakla birlikte kaynakların verdikleri bilgilerden kökeninin, ailesinin Kum ehlinde olduğu ancak Nîsâbûr'da yaşayıp eserlerini orada meydana getirdiği ve yine orada şöhret kazandığı yönünde bir kanaate varılmaktadır.¹³

Nîsâbûrî'nin ne zaman doğduğu, hangi alanlarda hangi hocalardan hangi dersleri aldığı, herhangi bir medresede bulunup bulunmadığı veya hocalık yapıp yapmadığı, öğrencilerinin kimler olduğu konularında kaynaklarımızda veya müellifin yazma eserlerinde herhangi bir bilgi bulunmamaktadır. Ancak bazı kaynaklarda verilen, “Müfessir, hâfız, nahvî, sarfî, riyazî, müneccim” gibi bilgilerden tefsir, nahiv, sarf, matematik ve astronomi alanlarında dersler aldığı veya bu konularda çalışmalar yaptığı anlaşılabılır. Bunun dışında Nîsâbûrî'nin “*Tavzîhu't-Tezkîrati'n-Nâsiriyye*” adlı yazma eserinde “el-Feylesûfu'l-mudakkık”¹⁴ ve “*Şemsiyye fi'l Hisâb*” adlı matematik eserine Sultan Muhammed Bahadır Han'ın emriyle Mahmud Şîrâzî'nin (ö. 932/1525) yaptığı *Şerh-i Şemsiyye-i Hisâb* adlı Farsça şerhte “on birinci akıl”¹⁵ gibi nitelermelerle yazarın filozof kimliğine vurgu yapılmaktadır.

¹³ Elif Baga, *Nizâmuddin Nîsâbûrî ve eş-Şemsiyye fi'l-Hisâb Adlı Matematik Risâlesinin Tahkik, Tercüme ve Tarihi Bir Değerlendirmesi*, s. 4-7, basılmamış yüksek lisans tezi, Sakarya Üniversitesi, SBE, 2007; Müellif hakkında yapılmış kapsamlı bir çalışma için bkz.: Robert Gordon Morrison, *Islam and Science: The Intellectual Career of Nizam al-Din al-Nisaburi*, Routledge, 2011.

¹⁴ Süleymaniye Ktp., Damad İbrahim 849, vr. 3a.

¹⁵ Süleymaniye Ktp., Şehid Ali Paşa 1985, vr. 1b; Topkapı Sarayı, III. Ahmet 3118, vr. 3b.

Nîsâbü'rî'nin astronomi eserlerinden biri olan *Şerh Tahrîru'l-Macestî*'yi ünlü filozof, astronom ve matematikçi Kutbüddîn Şîrâzî'nin (ö. 710/1311) işaretiyle telif ettiğine dair bilgiler mevcuttur. *Şerh Tahrîru'l-Macestî*'nin Abdurrahman b. Mahmud el-Karâfî tarafından 706/1307'de istinsah edilen nüshasının¹⁶ zahriyesinde, "*Tefsîru't-Tahrîr* olarak isimlendirilen *Kitâb Şerhu'l-Macestî*, filozofların sultanı, büyük efendimiz Kutbüddîn Şîrâzî'nin kütüphanesi için öğrencisi Nizâm Nîsâbü'rî tarafından telif edilmiştir" ifadesi yer almaktadır. Buradan Nîsâbü'rî'nin Şîrâzî'nin öğrencisi olduğu, eserini de ona ithaf ettiği söylenebilir. Bundan başka ondan farklı alanlara ait dersler, bilhassa da matematik ve astronomi dersleri almasının kuvvetle muhtemel olduğu; ayrıca müellifin Tûsî ile hoca-öğrenci ilişkisinin doğrudan değil de dolaylı yoldan yaşandığı, Tûsî'nin astronomiye dair eserlerini şerh etmesinin de bu durumun güçlü bir kanıtı olduğu söylenebilir.¹⁷

Nîsâbü'rî'nin vefat tarihine gelince, bu konuda kesin bir tarih vermek mümkün değildir. Müellifin tefsirinin yazma nüshalarında, h. 727 veya h.729 yıllarında Kadir sûresini tefsir ettiğine dair iki farklı kayıt olması onun bu tarihlerden sonra vefat ettiğini gösterir. Bu husustaki kanaatimiz yazarın 727/1326 veya 730/1330 tarihlerinden sonra vefat etmiş olabileceği yönündedir.¹⁸

Müellifin ikisi basılmış onu yazma halinde toplam on iki eseri tespit edilebilmiştir. Bu eserlerden biri tefsir, ikisi dilbilimi, altısı astronomi, ikisi de matematik hakkındadır.¹⁹

2.1. eş-Şemsiyye fi'l-Hisâb

Nüsha sayısı, nüshalarının istinsah yerleri ve istinsah tarihleri ile ilgili bilgilerin değerlendirilmesi neticesinde *Şemsiyye*'nin Ali Kuşçu'nun *er-Risaletü'l-Muhammediyye fi'l-Hisâb*'ına, yani IX/XV. asrın ikinci yarısına kadar Osmanlı medreselerinde yaygın olarak okutulan orta hacim ve derecedeki hesap kitapları

¹⁶ Topkapı Sarayı, III. Ahmet 3330.

¹⁷ Elif Baga, *Nizâmuddîn Nîsâbü'rî ve eş-Şemsiyye fi'l-Hisâb Adlı Matematik Risâlesinin Tahkik, Tercüme ve Tarihi Bir Değerlendirmesi*, s. 8-10.

¹⁸ Elif Baga, *a.g.t.*, s. 10-12.

¹⁹ Eserleri hakkında tafsilatlı bilgi için bkz.: Elif Baga, *a.g.t.*, s. 17-25.

arasında olduğu düşünülmektedir.²⁰ Ancak ileride verileceği üzere, *Şemsiyye* üzerine yapılan çalışmaların telif tarihlerinin X/XVI. asrın ilk yarısına kadar uzanması eserin *Muhammediyye*'nin telifinden sonra da mütedâvil olduğunu göstermektedir. Bundan başka *Şemsiyye* “Semerkand Matematik-Astronomi Okulu”nda hesap alanında temel eser olarak kullanılmıştır. Hatta bu okulun ikinci kuşak üyesi Abdü'l-Alî Bircendi *Şerhü's-Şemsiyye fi'l Hisâb* adıyla bu eser üzerine bir şerh yazmıştır.²¹

Şemsiyye'nin genel anlamda tanıtılması gerekirse; mukaddime, iki fen ve bir de teznîb bölümünden oluşmaktadır. Mukaddime “ilm-i hisâb”ın tanımı ve konusu, doğal ve rasyonel sayıların tarifi, sayıların şekilleri ve basamakları konularına yer verilmiştir.

“Usûlü'l-hisâb/hesabın temelleri” adını taşıyan ilk fen iki bâb üzere inşa edilmiştir. Bâbların ilkinde tam sayılarla iki katını alma, yarıya bölme, toplama, çıkarma, çarpma ve bölme konuları cetveller üzerinde uygulanan örneklerle izah edilmektedir. Bu bâbda²², yarıya bölme işleminin örneğinde, yedi basamaklı tek sayının ikiye bölünüp kesirli çıkan neticenin kesir çizgisi kullanılarak yazılması²³ ve çarpma işleminin diğer işlemlere nispetle daha tafsilatlı bir şekilde anlatılması dikkat çekmektedir. İkinci bâb²⁴ ise rasyonel/kesirli sayıların hesabına tahsis edilmiştir. Konunun girişinde, kesirli sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerini yaparken payda eşitlemede zorluk çekilmemesi için sayılar/paydalar arasındaki ortaklık, farklılık ve birleşiklik ilişkilerinden bahsedilmektedir. Ardından kesirli sayılarla çarpma, bölme toplama ve çıkarma işlemlerinin nasıl yapılacağı çeşitli örneklerle ortaya konulmaktadır. Bu bâbın son faslı kesirlerin paydalarının dönüşümü/tahvili hakkındadır ve Öklides'in *Elements/Ustukussât/Elemenlar* adlı eserine atıfla oranların eşitliğinde kullanılan içler-dışlar çarpımı yöntemiyle dönemin ağırlık birimlerinin birbirlerine dönüştürülmesi izah edilmektedir. Ayrıca ilk bâbdaki gibi çarpma ve bölme işlemleri tafsilatlı bir şekilde anlatılmaktadır. Bunun göstergesi de tam sayı, kesirli sayı ve tam

²⁰ Cevat İzgi, *Osmanlı Medreselerinde İlim*, c. I, s. 207.

²¹ Elif Baga, *Nizâmuddin Nisâbü'rî ve eş-Şemsiyye fi'l-Hisâb Adlı Matematik Risâlesinin Tahkik, Tercüme ve Tarihi Bir Değerlendirmesi*, s. 19.

²² Nizâmeddin Nisâbü'rî, *eş-Şemsiyye fi'l-Hisâb*, Topkapı Sarayı, III. Ahmed 3152, vr. 5a-20a.

²³ Nisâbü'rî, *a.g.y.*, vr. 7a.

²⁴ Nisâbü'rî, *a.g.y.*, vr. 20a-37a.

sayılı kesir arasında meydana gelebilecek her türlü kombinasyona göre çarpma ve bölme örneklerinin mevcut olmasıdır. Son olarak bu bâbda da kesir çizgisinin kullanıldığı örnekler²⁵ mevcuttur.

İkinci fen, “furû’l-hisâb/hesâbın dalları” başlığı altında dört bâb ve teznîbden meydana gelmektedir. İlk bâb²⁶ tam ve kesirli sayıların menâzîlinin/üslerinin beyanı ve bu sayıların menzillerin herhangi birinde olması durumuna göre ilk kökünün çıkarılması işlemini konu edinmektedir. Müellif diğer hesap işlemlerinde olduğu gibi kök bulma işlemini de cetveller yardımıyla yapmakta, ancak bununla yetinmeyip tam sayıların bölümündekine benzer şekilde tam sayıların karekök ve küpkökünü bulma işleminde cetvelsiz yöntemi de vermektedir. Böylece o, altı basamaklı bir tam sayının tam sayı karekökünü çıkarma ve sekiz basamaklı bir tam sayının irrasyonel küp köküne yaklaşma işlemini kolaylıkla ve doğru bir şekilde yapabilmektedir. Hatta rasyonel bir sayının dördüncü dereceden irrasyonel köküne yaklaşması²⁷ *Şemsiyye*’yi diğer dört eserden ayıran önemli bir hususiyettir. Zira kök bulma işlemlerindeki gelişme cebir ilmindeki denklemin kökünü bulma işleminin gelişimi ile doğru orantılıdır.

“Hisâbu’l-küsûr/müneccimin hesabı”²⁸ adını taşıyan ikinci bâb²⁹, daha çok astronomi ve trigonometride kullanılan altmış tabanlı hesap sistemini anlatmaktadır. İlk fasılda “ebced” sistemine göre Arap harflerinin sayısal karşılıkları verilmektedir. Bundan sonraki yedi fasılda da ebced harfleriyle altmış tabanlı hesap sistemine göre sırasıyla iki katını alma, yarıya bölme, toplama, çıkarma, çarpma, bölme ve karekök çıkarma işlemleri cetvelli örneklerle ortaya konulmaktadır. Müellifin hesap ilmini katı kurallara mahkûm bir ilim değil, aksine esnek, alternatiflere ve dolayısıyla gelişmeye açık bir ilim olarak görmesinin kanıtı altmış tabanlı hesap sisteminde de çarpma, bölme ve karekök bulma işlemleri için ikişer yöntem sunmasıdır. Aslında müellifin bu tavrı sadece hesap ilminde değil cebir dâhil riyâzî ilimlerin hepsinde kendini göstermektedir.

²⁵ Nîsâbü’rî, *a.g.y.*, vr. 24b.

²⁶ Nizâmeddin Nîsâbü’rî, *eş-Şemsiyye fi’l-Hisâb*, Topkapı Sarayı, III. Ahmed 3152, vr. 37a-52a.

²⁷ Nîsâbü’rî, *a.g.y.*, vr. 51b-52a.

²⁸ Bu hesap türü hakkında tafsilatlı bilgi için bkz.: İhsan Fazlıoğlu, “Osmanlı Döneminde Hisabu’s-Sittini” <http://www.ihsanfazlioglu.net/yayinlar/makaleler/Hissit.pdf>

²⁹ Nîsâbü’rî, *a.g.y.*, vr. 53a-77a.

Üçüncü bâb³⁰, uygulamalı geometriye tekâbül eden ilm-i misâha hakkındadır. Üç fasıldan oluşan bâbda, öncelikle bu ilimde en çok kullanılan terimlerin tanımı verilmekte, ardından açı, üçgen, dörtgen ve cisimlerin çeşitleri tanıtılmaktadır. İkinci fasılda ise daha önce tanıtılan şekil ve cisimlerin yüzey alanlarının nasıl hesaplanacağı anlatılmaktadır. Mesâha bâbının son faslına gelince, sırayla üçgen prizması, küre, küre parçası, dik çokgen koni, eğik koni, kesik koni, kesik çokgen, silindir, ezec/tonoz, tâk/kemer ve yarım kürenin hacim hesaplamaları izah edilmektedir. Bu bâbda, mimaride kullanılan “ezec/tonoz” ve “tâk/kemer” gibi yapıların hem yüzey alan hem de hacim hesaplamalarının ortaya konulması *Şemsiyye*’nin mesâha bölümünün mimarlara da hitap ettiğini akla getirmektedir.

İkinci fennin son bâbı³¹ “problemlerin cebir ve mukâbele yoluyla çözümü” adını taşımakta ve iki fasıldan meydana gelmektedir. İlk fasılda önce üslü ve köklü ifadelerle çarpma ve bölme işlemleri, sonra da üç ve beş terimli polinomların kareköklerinin çıkarılması ile cebirsel ve köklü ifadelerle toplama ve çıkarma işlemlerinin keyfiyeti izah edilmektedir. İkinci faslın hemen öncesinde de “teznîb” başlığı altında cebir ilminin tanımı ve denklemlerin sayısı ile ilgili tartışma sunulmakta, “mesâil-i sitte/altı cebirsel denklem” tanıtılmaktadır. İkinci fasılda da daha önce tanıtılan altı denklem türü örneklerle ortaya konulmaktadır. Bundan sonra büyükçe bir “teznîb” başlığı altında, müellifin ifadesine göre Cemâluddin Tîbî’nin uyarısıyla, “çift yanlış hesâbı” ve “hisâb vezni’l-Â’mâl/mîzân/sağlama” konularının anlatılmasıyla risâle sona ermektedir.

Şemsiyye’nin, bilhassa da cebir bölümünün muhtevâsını ana hatlarıyla değerlendirmek gerekirse:

- a) Eser, hem hisâb-ı hindî hem de hisâb-ı sittînî ihtiva etmesiyle her iki hesap geleneği içerisinde değerlendirilebilir.
- b) Hesap, mesâha ve cebir ilimleri içermesiyle de genel matematik kitapları dâhilinde görülebilir.

³⁰ Nîsâbürrî, *a.g.y.*, vr. 76b-87b.

³¹ Nizâmeddin Nîsâbürrî, *eş-Şemsiyye fi’l-Hisâb*, Topkapı Sarayı, III. Ahmed 3152, vr. 87a-107a.

- c) Büyük sayılarla yapılan bölme ve yüksek dereceden kök çıkarma işlemleri hariç tutulursa *Şemsiyye*'nin hem orta seviyede olması hem de kuralların hemen ardından verilen çeşitli örneklerle konuları anlamının kolaylığı, pedagojik yanı güçlü bir ders kitabı izlenimi vermektedir.
- d) Eserin hem genelinde hem de cebir bölümünde konuların tasnif tarzı ve düzeni, ayrıca sistemli bir şekilde kolaydan zora doğru verilmesi talebinin/araştırmacının *Şemsiyye*'yi tercih sebebini, dolayısıyla da nüsha sayısının fazla olmasını açıklamaktadır.
- e) Eserde dikkati çeken noktalardan biri, iki tane “teznîb” bölümünün bulunmasıdır. Bu durum belki de müellifin unutkan bir karaktere sahip olduğunu gösterebilir. Zira diğer dört eserde cebir bölümünün ardından cebirsel denklemlerle çözülebilen farklı alanlardan çeşitli örnekler verilirken belki de müellif unuttuğundan, *Şemsiyye*'de verilmemektedir. Muhtemelen bu yüzden, aşağıda da zikredileceği gibi Beyhâkî, *Şemsiyye*'ye bir tekmile kaleme almış ve burada her denklem türüne tekâbül eden örnekler sunmuştur.
- f) Müellif hem yüksek dereceden kök çıkarmayı hem de polinom kökü bulmayı öğretmesine rağmen bu bilgileri yüksek dereceli denklemleri çözmek için kullanmamaktadır. Hatta denklemlerin sayısının sınırsız olduğunu kabul etmesine rağmen altı denklem türünün dışındaki denklem türleriyle ilgilenmemektedir. Muhtemelen bu tavrı dibâcede de ifade ettiği “ihtiyaç” durumundan kaynaklanmaktadır.
- g) Nisâbûrî, İslam cebir geleneğindeki tartışma alanlarından biri olan denklemlerin sayısı konusunda tavrını “denklemleri oluşturan terimlerin sayısı sonsuz iken denklemlerin sayısı nasıl sınırlanır!” ifadesiyle çok açık bir şekilde ortaya koymuştur.

Değerlendirmenin ardından *Şemsiyye* üzerine yapılan çalışmalara gelinirse, Türkiye kütüphanelerinde tespit edilebildiği kadarıyla üç Arapça şerhi, bir Farsça şerhi ve bir de “tekmile” si bulunmaktadır. Arapça şerhler sırasıyla Semerkant matematik-astronomi okulunun ikinci kuşak üyesi Abdul'ali Bircendî (935/1528'de sağ), Ali Kuşçu'nun öğrencisi Ebu İshak Kirmânî (IX/XV. asır) ve Abdullah Ebu İshak Kunbâtî

tarafından, Farsça şerh de muhtemelen Celâleddin Devvânî'nin öğrencisi Mahmud Şîrâzî (ö. 932/1525) tarafından “kâle-ekûlû” denilen en ayrıntılı şerh çeşidi kullanılarak telif edilmiştir. Bir nüshası bulunan “tekmile”nin müellifi ise Sa'd el-Beyhâkî Hamza b. Ali'dir. Beyhâkî altı cebirsel denklem için verdiği altı örnek ve çift yanlıs hesabı için verdiği iki farklı yöntem ve örnekleriyle³² *Şemsiyye*'nin cebir bölümünü tamamlamaktadır.³³

Son olarak, çalışma boyunca *Şemsiyye*'nin Topkapı Sarayı Kütüphanesi, III. Ahmet 3152 numaralı nüshası kullanılacaktır. Bu tercihin nedenleri; nüshanın Enderun kütüphanesinde yer alması ve II. Bayezid'in imzasını bulundurması, yani sultânî nüsha olmasıdır.

3. İbn Hâim

Şihabuddin Ebu'l-Abbas İbn Hâim ismiyle anılan müellif Mısır'ın Karafe bölgesinde iki farklı görüşe göre 753/1352-3 yahut 756/1355 yılında doğmuştur. Kahire'de fıkıh, Arapça, ferâiz ve hesap ilimleri üzerine çalışmalar yapmış ve bu alanlarda döneminin önde gelen isimlerinden olmuştur. Şeyhulislâm Sırâcuddin Ömer b. Belkînî'den (ö. 805/1403) fıkıh okumuştur. Buna ilave olarak *el-Maû'ne* ve *el-Şubbâk* adlı eserlerinde hesap ve hendese sahasında dönemin önemli ismi Ebû Hasan Cilâvî'ye atıflarda bulunmasından, ondan, ferâiz ve hesap dersleri aldığı düşünülebilir. Hatta *el-Şubbâk*'da cedvellerle yürütülen munâsehât³⁴ ilmini hocası Cilâvî'den öğrendiğini zikretmektedir. Bu iki hocasından başka Şeyh Celâluddin Amyûtî (ö. 790/1388), İbn Hâtîm ve Abdurrahman b. Hüseyin Irâkî'nin yanında da tedris faaliyetinde bulunmuştur.³⁵

³² Sa'd Beyhâkî, *Tekmile Şemsiyye fi'l-Hisâb*, Süleymaniye ktp., Ragıp Paşa 918/6.

³³ Şerhler hakkında daha tafsilatlı bilgi ve yazma nüshaları için bkz.: Elif Baga, *Nizâmuddin Nisâbü'rî ve eş-Şemsiyye fi'l-Hisâb Adlı Matematik Risâlesinin Tahkik, Tercüme ve Tarihi Bir Değerlendirmesi*, s. 29-31.

³⁴ Ailede birden fazla vefat halinde mirasın hesap edilmesi ve terekenin varisler arasındaki taksimini konu edinen ilim dalıdır.

³⁵ İbn Hâim, *et-Tıbyân fi Tefsiri Garîbi'l-Kur'ân*, s. 23, tahkik: Fethi Enver Dabulî, Dâru's-Sahâbe, Kahire, 1992; İbn Hâim, *el-Fusûl fi'l-Ferâiz*, s. 11-13, tahkik ve talik: Abdulmuhsin b. Muhammed b. Abdulmuhsin Munif, Riyad, 1994; İbn Hâim, *Nüzhetü'n-Nüfûs fi Beyâni Hükmi't-Teâmül bi'l-Fülûs*, s. 7-8, tahkik: Abdullah b. Muhammed b. Tariki, Şeriketü's-Safâhati'z-Zehabiyye, 2. Basım, Medine, 1991.

Doğduğu ülke Mısır'ın ilim merkezi Kahire'de eğitimini tamamladıktan ve belirli bir süre çalıştıktan sonra Kûdüs'e giden İbn Hâim, burada öğrenimine devam etmiştir. Selahaddin Eyyûbî'nin kurduğu ve hem düzeni hem de eğitim öğretim yöntemleri açısından ileri düzeydeki bir üniversiteyi andıran Selahiyye medresesinde 797/1394 – 810/1407 yılları arasında yöneticilik görevinde bulunmuştur. 810/1407 yılında A'tâullah Herevî (ö. 829/1426) Herat'tan gelip bu görevi devralmak isteyince İbn Hâim bulunduğu şehirde sevilen bir şahsiyet olmasının tesiriyle Kudüs halkının desteğini arkasına alarak 814/1411'ten vefat tarihi olan 815/1412'ye kadar Herevî ile paylaşmak şartıyla makamında kalmıştır. İbn Hâim 815/1412 yılında Kudüs'te vefat ettikten sonra oradaki Me'menullah kabristanına defnedilmiştir.³⁶ Müellif ilim ile dolu ömrü boyunca kırka yakın eser telif etmesinin yanında pek çok öğrenci yetiştirmiştir.³⁷

İbn Hâim'in yaşadığı dönemin (VIII/XIV – IX/XV) ilmi görünümünü öne çıkan çağdaşları bağlamında genel olarak ortaya koymak onun matematiksel yaklaşımını daha iyi anlamak açısından elzemdir. Buna göre bahsi geçen yüzyıllarda doğuda; ikinci dönem üyelerinin de tarihten çekilmesiyle Merâğa matematik-astronomi okulunun artık eski önemini kaybetmiş, buna karşılık Semerkant matematik-astronomi üyeleri yetişmeye ve bu okulun yıldızı parlamaya başlamıştır. Bunun en önemli kanıtı Semerkant okulunun önemli iki üyesi olacak Bursalı Musa Kadızâde (ö. yaklaşık 839/1436) ile Gıyâseddin Cemşid Kâşî'nin (yaklaşık 781/1380 – 840/1437) çalışmalarının hemen hemen bu döneme rastlamasıdır. Batıya gelince, İbn Bennâ okulunun iki önemli üyesi İbn Kunfuz (ö. 772/1370) ile İbn Haydur'un (ö. 816/1403) başarıları göze çarpmaktadır. Müellifin yaşadığı coğrafyada ise İbn Mecdî (767/1365 – 850/1447) hendese, trigonometri, hesap, astronomi, takvim, ferâiz yanında fıkıh ile nahivde de uzman bir âlimdir ve İbn Hâim ile Memluk-Mısır matematiğinin iki önemli temsilcisidir.³⁸

³⁶ İbn Hâim, *el-Hâvî fî'l-Hisâb*, s. 11-13, tahkik: Reşid Abdurrezzak es-Sâlihî ve Hidayr Abbas Muhammed el-Munşidâvî, Bağdat 1988.

³⁷ Öğrencilerinin tek tek isimleri ve konu ile ilgili daha fazla bilgi için bkz.: İbn Hâim, *el-Maûne fî İlmi'l-Hisâbi'l-Hevâî*, s. 32-34, tahkik: Hidayr Abbas Muhammed el-Munşidâvî, Dâru'l-Âsâr ve't-Turâs, Bağdat 1988.

³⁸ İhsan Fazlıoğlu, *DİA*, “İbnü'l-Hâim”, c. XXI, s. 62-65, İstanbul 2000.

Daha önce de belirtildiği gibi İbnü'l-Hâim kırka yakın eser telif etmiştir. Bu eserlerden ikisi yarım olmak üzere dokuzu fıkıh, üçü tefsîr, ikisi nahiv, biri kelam, sekizi hesap, dördü cebir ve on biri de ferâiz alanlarına dairedir.³⁹

3.1. el-Mumti' fî Şerhi'l-Mukni' fî'l-Cebr ve'l-Mukâbele

*el-Mukni' fî'l-Cebr ve'l-Mukâbele*⁴⁰ İbn Hâim'in cebir ve mukabele ilmi hakkında elli dokuz beyitten meydana gelen kaside şeklindeki telifidir. *el-Mukni'* nin yazım tarzı, içeriğinin derinden anlaşılmasını bir miktar engellediğinden şerhi *el-Mumti' fî Şerhi'l-Mukni'* üzerinden tetkik edilecektir.

el-Mumti' deki ifadelere göre, *el-Mukni'* yaygınlaşıp meşhur olunca ilmi çevreler bu manzum eserin daha iyi anlaşılabilmesi için müellifin bu kasidesine şerh yazması konusunda ısrarcı olmuşlar, o da bu teklifleri geri çeviremeyip *el-Mumti' fî Şerhi'l-Mukni'*⁴¹ adını verdiği şerhini yazmaya başlamıştır.

Eserin içeriğine gelince, müellif *el-Mumti'* nin girişinde cebir ilminin amaçlarını zikrederken aynı zamanda muhteva bilgisi de vermektedir. İbn Hâim'e göre cebir ilminin amacı ve bu amacı gerçekleştirmek için eserini telif şekli şöyledir:

1. “Şey”, “mâl”, “ka'b”, “mâlû'l-mâl”, “mâlû'l-ka'b”, “ka'bû'l-ka'b” ve sonrakiler gibi cebir ehlinin kullandığı terimlerin anlamlarının açıklanması ve bunların mertebe ve kuvvetlerinin bilgisinin verilmesi.
2. Cebirsel ifadelerle toplama, çıkarma, çarpma, bölme ve kök alma işlemlerinin açıklanması.
3. Herhangi bir denklemin kendisine indirgenebildiği altı denklem türünün açıklanması ve bu denklemlerin çözüm kümesine ulaşmak için çeşitli yöntemlerin verilmesi.

³⁹ Tüm eserlerinin isimleri ve içeriği ile ilgili bilgiler için bkz.: İhsan Fazlıoğlu, *a.g.mad.*, s. 62-65.

⁴⁰ Araştırmalar neticesinde eserin yazma halinde mevcut olduğu ancak küçük bir bölümünün Celal Şevki'nin manzum eserler hakkındaki kitabında bulunduğu tespit edilmiştir. *El-Mukni'* ile ilgili daha fazla bilgi için bkz.: Celal Şevki, *el-Ulûmu'l-Akliyye fî'l-Manzûmâtî'l-Arabiyye*, s. 268-282, Kuveyt 1990.

⁴¹ İbn Hâim'in 810/1408 tarihinde tamamladığı bu şerhin müellif nüshası Chester Betty 3881 numarda kayıtlıdır. İstanbul'da da nüshası bulunmaktadır. Süleymaniye, Şehid Ali Paşa 2706, vr. 54a-80b.

4. Denklemin, altı denklem türünden birine çıkana kadar ele alınmasının keyfiyeti ve kullanılacak yöntemler.

Müellife göre ilk madde giriş olarak son madde de iki ve üçüncü maddelerin neticesi olarak değerlendirilebilir. Bu durumda el-Mumti' bir giriş, iki fasıl ve bir de sonuç bölümünden meydana gelmektedir. Ayrıca son bölümün ardından “teznîb” bölümü de eklenmiştir.

Yukarıda sayılan maddelerin biraz daha açık bir şekilde ifade edilmesi eserin anlaşılmasına yardım edecektir. Buna göre girişte bilinmeyi ifade eden terimler asli ve fer'i olmak üzere iki sınıfa ayrılmakta ve bu terimlerin anlamları tek tek incelenmektedir. Ayrıca bilinmeyen terimlerin çarpma ve bölme yoluyla birbirlerine dönüştürülmesi de açıklanmaktadır.⁴²

Cebirsel ifadelerle beş işlemin tüm tafsilatıyla ortaya konulduğu ilk fasılda işlemler kolaydan zora doğru verilmektedir. Bu nedenle öncelikle toplama ve çıkarma, sonra çarpma ve bölme, en son da tek terimlilerin ve polinomların kökünü bulma işlemi sunulmaktadır. Dört temel hesap işlemi, yani toplama, çıkarma, çarpma ve bölme de dikkati çeken nokta, müellifin her bir işlemde önce işlem yapacağı terimleri ortak, farklı, yalın, bileşik, negatif, kesirli, köklü sayı, mutlak sayı ve tür (x , x^2 , x^3 ...) gibi kategorilere ayırması ve bunların birbirleriyle kombinasyonlarından meydana gelen tüm durumları tek tek örneklerle incelemesidir. Bu açıdan *el-Mumti*'nin, müellifin *el-Urcuze* şerhi ile İslam medeniyeti cebir tarihindeki en kapsamlı cebirsel hesap işlemlerini ihtiva ettikleri söylenebilir. İlk fasılın son konusu, tek ve çok terimli cebirsel ifadelerin (polinom) karekökünün bulunmasında İbn Hâim, yedi terimli polinoma kadar kök çıkarmayı göstermektedir. Bu konu cebir tarihi, özelde de yüksek dereceli denklemlerin kökünün bulunması vecihlerinden büyük önem arz etmektedir.⁴³

İkinci fasıl “altı cebirsel denklem” adını taşımakta ve bu altı denklem türünün çözümlerini çeşitli örneklerle tek tek ortaya koymaktadır. Bilhassa beşinci denklem türünün belli şartlara göre oluşan üç farklı durumunu tafsilatlı bir şekilde izah etmektedir. Daha sonra altı denklem için verdiği hisâbî çözümlerin illetlerini/ispatlarını

⁴² İbn Hâim, *el-Mumti' fî Şerhi'l-Mukni*, Süleymaniye, Şehid Ali Paşa 2706, vr. 55b-58b.

⁴³ İbn Hâim, *a.g.y.*, vr. 58b-67b.

vermekte, denklem türlerindeki “mâl”in (x^2) bilgisine doğrudan ulaştıran ve her bir tür için üç tane olan çözüm yöntemlerini örneklerle sunmaktadır. Son olarak da katışık denklemleri yalın denklemlere dönüştürerek çözmeyi öğretmektedir.⁴⁴

Son fasılda veya İbn Hâim’in ifadesiyle sonuç bölümünde, herhangi bir denklemi altı denklem kalıbından birine çevirerek çözüme ulaşmayı sağlayan yöntemlerin anlatılmaktadır. Zira bir önceki fasılda farklı çözüm yöntemi sunulan denklemler zaten altılı denklem kalıbına uygun olan denklemlerdir. Burada da bu kalıplara uymayan denklemlerin nasıl dönüştürüleceği ortaya konulmaktadır. Buna göre cebir/teknil ve hatt/redd denilen iki farklı teknik ve bu tekniklerin uygulanabildiği üç farklı yöntem mevcuttur. Her bir yöntem için ayrı ayrı verilen çok sayıdaki örnekle müellif okuyucuyu mümkün olduğunca aydınlatmaktadır. Bu konunun ardından yukarıdaki teknikleri uygulamadan, yani denklemi altı kalıptan birine dönüştürmeden çözüm kümesine veya çözüm kümesinin karesine ulaşmayı sağlayan formüller yine çok sayıdaki örnekle izah edilmektedir.⁴⁵

Cebirsel denklemlerin sayısının sınırlanamayacağını tartışıldığı “teznîb” bölümünde müellif öncelikle denklemlerin sayısını sınırlayanlar, yani hendesî cebircilerin tasnif şeklini ve sundukları delilleri ortaya koymakta, daha sonra da bu delilleri seleflerinden de istimdat ederek çürütmeye çalışmaktadır. Bunun için yüksek dereceli denklem örnekleri vererek ve bu denklemleri çeşitli tekniklerle çözerek iddiasını sağlamlaştırmaya çalışmaktadır. Bu konunun ardından bu eserden önce telif ettiği *Yasemînî* şerhinde önemli bulduğu kısımlardan alıntılar yapmaktadır. Alıntılarının ilki denklemlerin imkânsız-mümkün şeklindeki tasnifidir. Burada İbn Hâim denklemi imkânsız yapan durumları sunarak matematik öğrencisinin bir denklemi çözmeye başlamadan önce denklemin mümkün mü imkânsız mı olduğunu fark edebilmesini ve kendisini gereksiz yorgunluktan ve gülünç duruma düşmekten kurtarmasını hedeflemektedir. Son olarak bir problemi denkleme dönüştürmenin keyfiyetini çeşitli vecihlerden ele almakta ve bunu eğitici problem/denklem örnekleri ile göstermektedir.⁴⁶

⁴⁴ İbn Hâim, *a.g.y.*, vr. 67a-74a.

⁴⁵ İbn Hâim, *el-Mumtî’ fî Şerhi’l-Muknî*, Süleymaniye, Şehid Ali Paşa 2706, vr. 73b-76b.

⁴⁶ İbn Hâim, *a.g.y.*, vr. 76b-81b.

Buraya kadar verilen eserin içeriğinin değerlendirmesi maddeler halinde verilebilir:

- a) Öncelikle eserin sadece cebirden bahseden müstakil bir eser olması cebir birikimin tüm tafsilatıyla ortaya konulmasına olanak tanımıştır. Bu bakımdan diğer dört telife göre cebir hakkında en fazla bilgiyi veren eser *el-Mumti*'dir.
- b) Eser, İbn Hâim'in, belki de yaşadığı coğrafyanın doğu ile batının arasında yer almasından mülhem, hem Maşrik hem de Mağrib cebir geleneğine hâkim olması, hatta bu gelenekleri mezcetmesi ve bu ortaya çıkan eklektik cebir geleneğini tüm eserlerinde pedagojik tarafı da hesaba katarak mükemmel bir tertip ve düzen içerisinde sunmasının en güzel örneklerindendir.
- c) *el-Mumti*', Kerecî Okulu ile başlayan ve cebri hisâbileştirilmek suretiyle sınırlarını genişletmeyi amaçlayan projenin zirvesini temsil etmektedir. Zira eserde görülen hem cebirsel ifadelerle hesap işlemlerindeki genişleme ve gelişme hem de cebirsel denklemlerin çözüm yöntemlerindeki çeşitlilik bu iddiayı kanıtlamaktadır.
- d) İbn Hâim'in eserine cebirsel denklemlerin sınırlanamayacağını tartıştığı bir bölüm koyması, çeşitli örnekler ve seleflerinden alıntılarla iddiasını uzun uzun kanıtlamaya çalışması cebirin genişleme ve gelişmesine verdiği önemi göstermektedir.

Bu değerlendirmelerin ardından *el-Mukni' fî'l-Cebr ve'l-Mukâbele* üzerine yapılan diğer çalışmaları vermek gerekirse, Zekeriyâ Ensârî'nin (ö. 926/1520) *Fethu'l-Mübdi' fî Şerhi'l-Mukni'* si⁴⁷, Atâullah Ezherî'nin (1186/1772'de sağ) *Şerhu'l-Kavl el-Mubdi' fî Telhîsi'l-Mukni'* si, Sıbt Mârdînî'nin *Şerh Kasîdeti'l-Mukni' fî İlmi'l-Bebr ve'l-Mukâbele*'si şeklinde sıralanabilir. *el-Mukni' fî'l-Cebr ve'l-Mukâbele*'nin Ensârî şerhi Yahya Ulvân Hassûn ve Mîrî Abbûdî Futûhî tarafından tahkik edilmiştir.⁴⁸

⁴⁷ Bu şerhin yazma nüshalarından birine şu internet sitesi üzerinden ulaşılabilir: <http://makhtota.ksu.edu.sa/makhtota/2427/2>

⁴⁸ İbn Hâim, *el-Maûne fî İlmi'l-Hisâbi'l-Hevâî*, s. 43 – 44, tahkik: Hidayr Abbas Muhammed el-Munşidâvî.

Bunlardan başka müellifin bizzat kendisinin burada tanıtılan eseri *el-Mumti' fî Şerhi'l-Mukni'* üzerine *el-Musri' fî Şerhi'l-Mukni'* adlı bir muhtasar hazırladığını ifade etmekte fayda vardır.⁴⁹

Son olarak *el-Mumti'*nin yurt dışında olan müellif nüshasına ulaşamadığından çalışma boyunca Süleymaniye Kütüphanesi, Şehid Ali Paşa 2706 numaradaki nüshası kullanılacaktır.

4. Ali Kuşçu

Kesin doğum yeri ve tarihi kayıtlarda mevcut olmamakla birlikte IV./XV. yy başlarında Semerkand civarında doğduğu tahmin edilmektedir. “Kûşçî” veya “Kûşçî-zâde” lakaplarıyla bilinmesi muhtemelen babasının, Timur (736/1336 – 807/1405)’un torunu, Şahruh Mirza (779/1377 – 851/1447)’nın oğlu Uluğ Bey (796/1393 – 853/1449)’in doğancısı olarak görev yapmasından kaynaklanmaktadır. Emir Timur, Semerkand’ın mamur edilmesi, torunu Uluğ Bey de bir bilim yuvası haline gelmesi konusunda kayda değer çabalar gösterdiğinden Ali Kuşçu’nun naklî ilimleri tedrisi boyunca herhangi bir sosyal veya siyasal sorunla karşılaşmaksızın rahat bir ilk ve orta öğrenim dönemi geçirdiği söylenebilir. Babasının Uluğ Bey’in yanında çalışması hasebiyle medrese ve saray çevresindeki ulemaya yakın olması ve onlardan dersler alması gayet tabii görünmektedir. Bu bağlamda astronomi ve matematik ilimlerini Uluğ Bey, Gıyâsuddîn Cemşid Kâşî ve Kadızâde Rûmî’den öğrendiği söylenebilir. Zira bu üç bilgin Semerkand medrese ve rasathanesinin köşe taşlarıydılar. Bundan başka bir dönem Şiraz’a gittiği ve ölümünden hemen önce Seyyid Şerif Cürcânî’den (740/1340 – 815/1413) dersler aldığı bilgisine rastlanmakta ise de o dönemde Ali Kuşçu’nun çocuk denebilecek yaşta olduğu tahmin edilirse bu bilginin doğruluk ihtimali çok yüksek görünmemektedir. Bir ilim kurdu olarak nitelendirilebilecek müellif Semerkand’daki ilmi faaliyetlerle yetinmemiş, kendini daha fazla geliştirmek amacıyla Uluğ Bey’den habersiz 813/1410’dan sonra Kirman’a gitmiş, dönemin Kirman ulemasından çeşitli dersler almıştır. Kuşçu, Kirman’dan sonra tahminen 827/1423 – 831/1427 yılları arasında Herat’ta da bulunmuş, burada yaşayan meşhur şair ve bilgin Molla Câmî’yi

⁴⁹ Yazarın 810/1408 tarihinde Mescid el-Aksa’da tamamladığı *el-Musri' fî Şerhi'l-Mukni'*nin müellif nüshası Musul’daki Ahmediye kütüphanesi 107 numarada kayıtlıdır. Bu eser ayrıca Lâleli 3747 ve 3752 numaralarda da mevcuttur.

ziyaret ederek, sohbetlerine katılmıştır. Müellifin bu ilim seyahatinde hangi hocalardan hangi dersleri aldığı veya hangi ilim dallarında dersler verdiği konusunda kesin bir bilgi sahibi olamasak da Semerkand Medresesinin bir astronomi-matematik okulu görüntüsü çizdiği göz önüne alındığında bahsi geçen seyahatinde daha çok felsefi ve nakli ilimlere mesai harcadığı yorumu yapılabilir. 832/1428 civarında Semerkand’a geri döndüğünde izinsiz gittiği için Uluğ Bey’in gönlünü Kirman’da iken kaleme aldığı ve ayın muhtelif şekillerine dair meseleleri incelediği *Risâle fî Halli Eşkâli’l-Kamer*⁵⁰ adlı eserini sunarak almıştı.⁵¹

Ali Kuşçu 832/1428 civarında Semerkand’a geri döndüğünde Uluğ Bey’in yapımını üstlendiği Semerkand Rasathanesi’nin inşası bitmiş, seçkin bilim adamları Cemşid Kâşî önderliğinde gözlemlerine başlamışlardı. Uluğ Bey’in bu rasathaneyi hayata geçirmesindeki asıl amaçlarından biri, İlhanlı hükümdarı Hülâgû Han’ın 658/1259’da inşa ettirdiği Meraga Rasathanesinde, Nasruddin Tûsî liderliğindeki bilginlerin uzun yıllar süren gözlemler sonucunda hazırladıkları *Zîc-i İlhanî*’deki hataları düzelterek daha dakik bir *Zîc* hazırlamaktır. Ali Kuşçu’nun dönüşünden bir süre sonra Cemşid Kâşî vefat edince yerine rasathane müdürü olarak Kadızâde Rûmî tayin edilmiştir. Kadızâde 844/1440⁵² civarında vefat ettikten sonra bu göreve Ali Kuşçu’nun getirildiği ve *Zîc-i Gûrgânî*⁵³ için yapılan gözlemleri tamamlamaya onun muvaffak olduğu bilgisi gözlemlerin 841/1437 yılında bitirildiği bilgisi ile çelişmektedir. Öyleyse burada Semerkand Rasathanesindeki gözlem faaliyetlerinin 841/1437 civarında yani Kadızâde’nin rasathanenin müdürü olduğu dönemde bitirildiği, 844/1440 civarında

⁵⁰ Birincil veya ikincil hemen hemen tüm kaynaklarda Ali Kuşçu’nun ayın şekillerini incelediği bu çalışmasını Kirman dönüşü Uluğ Bey’e sunduğu bilgisi verilmesine rağmen böyle bir eser tespit edilememiştir. Ya bu eserin herhangi bir nüshası günümüze ulaşamamıştır ya da bu eser aslında müellifin *Risâle fî Halli Eşkâl Mu’addil li’l-Mesîr* adlı telifidir. Ancak bu eser Ay değil Merkür üzerine bir incelemedir.

⁵¹ İhsan Fazlıoğlu, *Yaşamları ve Yapıtlarıyla Osmanlılar Ansiklopedisi*, “Ali Kuşçu”, c. I, s. 216, İstanbul 1999; İhsan Fazlıoğlu, *Kutadgu Bilig*, “Ali Kuşçu’nun el-Muhammediyye fî el-hisâb’ının ‘Çift Yanlış’ ile ‘Tahlîl’ Hesabı Bölümü”, sayı III, s. 87 – 88; Cengiz Aydın, *DİA*, “Ali Kuşçu”, c. II, s. 408.

⁵² Pek çok kaynak Kadızâde’nin vefat tarihini 840/1436 civarı vermektedir. Ancak, öğrencisi Fethullah Şîrvânî’ye (ö. 890-892/1486) verdiği 15 Rabi’ul-Âhîr 844/13 Eylül 1440 tarihli icâzet-nâme, Kâdızâde’nin en azından bu tarihte hayatta olduğunu göstermektedir. İcazetnamenin bulunduğu yazma eser için bkz.: Fethullah Şîrvânî, *Şerh et-Tezkire fî’l-Hey’e*, Topkapı, III. Ahmed 3314. İcazetname metni ve konu ile ilgili daha fazla bilgi için bkz.: İhsan Fazlıoğlu, *DİA*, “Kadızâde”, c. XXIV, s. 98 – 100, İstanbul 2001.

⁵³ Bu esere *Zîc-i Gûrkânî* denmesinin sebebi, Uluğ Bey’in dedesi Timur’un aslen Özbek Türkü bir aileye mensup olmasıyla birlikte Cengiz Han soyundan olanlara damat olduğu için kendisine damat anlamına gelen “Emir Gûrkânî” ünvanının verilmesi olabilir. Ayrıca eser *Zîc-i Uluğ Bey* ve *Zîc-i Sultânî* adlarıyla da anılmaktadır.

Kadızzâde'nin vefatıyla müdür olarak Kuşçu'nun tayin edildiği ve *Zîc*'in son şeklinin verildiği 853/1449'a kadar onun rasad faaliyetlerinden ziyade tashih çalışmalarıyla ilgilendiği düşünülebilir. Uluğ Bey'in, oğlu Abdullatif tarafından öldürülmesi de aynı tarihe yani *Zîc*'in kesin olarak tamamlandığı 853/1449'a denk gelir. Bu olayla bilimin ancak siyasi hâkim gücün desteği ile doğup, hızlı bir şekilde gelişip, yaygınlaşıp ayakta kalabileceği tezi bir kez daha kanıtlanmıştır. Zira Abdullatif'in ilmi faaliyetlere babasının verdiği değeri vermemesiyle bölgedeki ilmi çalışmalar eskiye nazaran önemini yitirmiştir. Bu tarihten sonra Ali Kuşçu için de Semerkand Medresesi ve Rasathanesi eski değerini kaybetmiş olacak ki Hacc'a gideceğini söyleyerek Herat'a doğru yola çıkmıştır. Bu dönemde de ilmi birikimini arttırmaya devam eden müellif, Timur İmparatorluğunun VII. Sultanı, 855/1451 – 874/1469 yılları arasında hüküm süren Ebu Said Han⁵⁴'a Nasruddîn Tûsî'nin *Tecrîdü'l-Kelâm* adlı eserine yazdığı *Şerhu'l-Tecrîd* adıyla meşhur şerhini ithaf etmiştir. 874/1469 civarında Ebu Said Han'ın Akkoyunlu Uzun Hasan'a yenilmesi ile bölgede ortaya çıkan karışıklıktan dolayı Tebriz'e geçmiş, burada Uzun Hasan'ın ilgisine mazhar olmuştur. Uzun Hasan, Kuşçu'ya dönemin Osmanlı Sultanı Fatih ile arasındaki problemleri çözmesi için elçi olarak İstanbul'a gitmesini rica etmiştir. Bu rica üzerine İstanbul'a giden Ali Kuşçu burada da hürmet ve ihtimamla karşılanmış, Fatih'in, hizmetinde çalışma teklifini kabul ederek elçilik vazifesini tamamlayıp ailesi ve öğrencileriyle birlikte geri dönmek üzere Tebriz'e dönmüştür. 877/1472 civarında elinde, Fatih'e sunmak üzere Tebriz – İstanbul yolunda hazırladığı ve daha önceki teliflerinden *Risâle der İlm-i Hisâb*'ın geliştirilmiş bir Arapça versiyonu olan *el-Muhammediyye fi'l-Hisâb* ile İstanbul'a varmıştır. Hem sefer boyunca hem de İstanbul'a vardıktan sonra sultanın büyük iltifatlarıyla karşılaşmış, dönemin İstanbul kadısı Hocaîzzâde ile samimi olmasının yanında kız alıp vermek suretiyle⁵⁵ akrabalık ilişkisi de kurmuştur. Ayasofya'da müderrislik yapmak ve diğer bilginlerle birlikte Sahn-ı Semân Medresesinin ders programını hazırlamak gibi görevlerle iştigal etmiş, ancak Fatih'in, medeniyetlerin beşiği İstanbul'u bilimin

⁵⁴ Bazı kaynaklarda bu sultan İlhanlıların IX. hükümdarı Ebu Said Bahadır Han (704/1305 – 736/1335) ile karıştırılmaktadır. Aslında aradaki zaman farkı herhangi karışıklığa mahal bırakmamaktadır.

⁵⁵ Ali Kuşçu kızlarından birini Hocaîzzâde'nin oğluna, diğerini de Kadızzâde'nin oğluna vermiştir. Kadızzâde'ye verdiği kızının oğlu Kutbuddin Muhammed'e de Hocaîzzâde'nin kızını almıştır. Bu evlilikten meşhur matematikçi-astronom Mirim Çelebi dünyaya gelmiştir. Mirim Çelebi hakkında bkz.: İhsanoğlu ve diğerleri, *OALT*, c. I, s. 90-101. Aydın Sayılı, "Bir İlim Adamımızın Adı Üzerine", *VII. Türk Tarih Kongresi Bildirileri*, c. II, s. 547-553, TTK basımevi, Ankara 1973.

merkezi haline getirme çabalarına katkıları 879/1474'te yaşamını yitirmesiyle kısa sürmüştür. Kabri Eyüp Sultan Camii haziresinde bulunmaktadır.⁵⁶

Ali Kuşçu, Fethullah Şirvânî'den (ö. 890-892/1486) sonra Osmanlı ülkesine gelip Semerkant matematik – astronomi okulunun birikimini Anadolu'ya yaymaya çalışan seçkin bilginlerden biri olarak oldukça mühim, faydalı, kullanışlı ve uzun müddet mütedâvil olan eserler ortaya koyduğu gibi gerek İran bölgesinde gerekse İstanbul'da dikkate değer birçok öğrenci yetiştirmiştir.⁵⁷

Müellifin çalışmalarının genel çerçevesine gelince; farklı alanlarda verdiği dikkate değer eserleri onun çağdaşları Kâdîzâde ve Cemşîd Kâşî'den farklı kılarak sadece matematik ve astronomi alanlarında değil mekanik, kalamî felsefe ve dil-edebiyat alanlarında da uzman bir bilgin olduğunu göstermektedir. Ali Kuşçu'yu bu denli değerli kılan diğer bir özelliği ise mesai harcadığı tüm alanlarda hakikate daha fazla yaklaşmaya çalışan yenilikçi fikirler üretme gayreti içinde olmasıdır. Buna ilave olarak İbn Hâim'in Mağrib ve Maşrik matematik geleneklerini Mısır matematik geleneğinde terkeb etmesi neticesinde meydana gelen eserlerinin Osmanlı matematik geleneğine önemli katkılarda bulunması gibi Ali Kuşçu'nun da gerek Semerkant matematik-astronomi okulunun gerekse de Türkistan-İran bölgesindeki riyâzî ilimler, felsefe ve kalam birikimlerini şahsında birleştirmek, yeniden yoğurmak ve bu yeni birikimi hem eserleri hem de başmüderres görevi sayesinde Osmanlı ilim geleneğine yerleştirmek suretiyle mezkûr geleneğin merkezinde yer aldığı düşünülebilir.

Böylesine mühim bir konumdaki müellifin eserlerinin her birinin kendi alanında çağını aşan çalışmalar olması elbette tabiidir. “Ansiklopedist bilgin” olarak isimlendirilmeyi hak eden Ali Kuşçu on ikisi dil ve belagat, biri seyahatname, biri

⁵⁶ İhsan Fazlıoğlu, *Yaşamları ve Yapıtlarıyla Osmanlılar Ansiklopedisi*, “Ali Kuşçu”, c. I, s. 217-219; İhsan Fazlıoğlu, *Ali Kuşçu'nun el-Muhammediyye fî el-Hisâb'ının 'Çift Yanlış' ile 'Tahlil' Hesabı Bölümü*, Kutadgu Bilig, sayı III, s. 88 – 89; Cengiz Aydın, *Ali Kuşçu*, DİA, c. II, s. 408 – 409.

⁵⁷ Cevat İzgi, *Osmanlı Medreselerinde İlim*, c. I, s. 224; İhsan Fazlıoğlu, *Yaşamları ve Yapıtlarıyla Osmanlılar Ansiklopedisi*, “Ali Kuşçu”, c. I, s. 218.

kelam, biri usûl-i fıkıh, biri tefsir, altısı astronomi ve beşi matematik alanlarında olmak üzere toplam yirmi yedi çalışma ortaya koymuştur.⁵⁸

4.1. Risâletü'l-Muhammediyye fi'l-Hisâb

Ali Kuşçu'nun muhtemelen Semerkand'da iken yazdığı *Risâle der İlm-i Hisâb*'ı⁵⁹ Fatih'in İstanbul'a daveti neticesinde çıktığı yolculuk esnasında sultana sunmak üzere Arapça olarak genişletmesi suretiyle meydana gelmiştir. Müellifin 878/1472'de takdim ettiği eser, Osmanlı ilim çevrelerince oldukça benimsenmiş⁶⁰ olacak ki XI/XVII yy'da Bahâuddin Âmilî'nin *Hulâsatü'l-Hisâb*'ı yaygınlaşana kadar yaklaşık iki asır boyunca Osmanlı Medreselerinin temel matematik kitabı olarak kullanılmıştır.⁶¹

Risâletü'l-Muhammediyye'nin içeriğine bakmak gerekirse, bir mukaddime ve iki fenden oluşmaktadır. İlk fen, hisâb-ı hindî, hisâb-ı müneccimîn, cebir ve mukâbele, hisâb-ı hataeyn/çift yanlış hesabı ve farklı/çeşitli kurallar olmak üzere beş makaleden müteşekkildir. İkinci fen ise, bir mukaddime ve üç makaleden meydana gelmektedir. Makaleler sırayla doğru ve yüzeylerin alanı, dairesel yüzeylerin alanı ve cisimlerin yüzey alanı hakkındadır.

Müellif, eserin mukaddimesinde başta hesap ilmi olmak üzere konu ile ilgili belli başlı kavramların tanımlarını yapmaktadır. Bu tavır, herhangi bir konuya başlamadan önce o konuyu anlatırken kullanılacak kavramların tanımlarının verilmesi, kitabın tamamında görülmekte ve eserin sistemli, düzenli ve olgun bir yapı arzettiğine işaret etmektedir. Mukaddimenin ardından ilk fennin hisâb-ı hindî'yi tetkik eden ilk makalesine gelince, sayıların şekil ve basamakları, tam sayılar hesabı ve kesirler hesabı olmak üzere üç bâb altında incelenmektedir. Tam sayılar hesabında sırasıyla iki katını alma, yarıya bölme, toplama, çıkarma, çarpma, bölme, kök çıkarma ve mîzân/sağlama

⁵⁸ Bu eserlerin isimleri ve açıklamaları için bkz.: İhsan Fazlıoğlu, *Yaşamları ve Yapıtlarıyla Osmanlılar Ansiklopedisi*, "Ali Kuşçu", c. I, s. 217-219.

⁵⁹ Ali Kuşçu'nun bu Farsça eserinin yazma nüshaları ile basılmış nüshası hakkında bilgiler için bkz.: İhsanoğlu ve diğ., *OMLT*, c.I, s. 21-24.

⁶⁰ Belki de bunun nedeni Ali Kuşçu'nun çalışmasında hindî ve hevaî hesap geleneklerinin ikisini birlikte bünyesinde barındırarak kendinden önce mütedavil eserlerin bir tür sentezini sunmasıdır. Bu hususla ilgili olarak bkz.: İhsan Fazlıoğlu, *Türk Dilleri Araştırmaları*, "Ali Kuşçu'nun el-Risâlet el-Muhammediyye fi el-Hisâb Adlı Eserine Kâtip Çelebî'nin Yazdığı Şerh", c. XVII, s. 113-125, 2007.

⁶¹ Cevat İzgi, *Osmanlı Medreselerinde İlim*, c. I, s. 224-225.

işlemleri yapılmaktadır. Bu bâb ile ilgili söylenmesi gereken ilk husus; işlemlerin verilmiş sırasının kolaydan zora doğru olması ve gerek kesirler hesabında gerekse de münecim hesabında mezkûr sıralamanın değişmemesidir. Seçilen diğer eserlerde de benzer bir tavır sergilenmesinden, ders kitabı olma özelliği taşıyan tüm matematik kitaplarında bu hususa dikkat edildiği düşünülebilir. Tam sayılar hesabı bâbı hakkındaki diğer husus; işlemlerin Nîsâbü'rî'de olduğu gibi tablo ve cetvellerle yapılmasıdır. İki katını alma, yarıya bölme, toplama ve çıkarma işlemlerini yapma şekli şuan kullanılan şeklin hemen hemen aynısıdır. Çarpma işleminde ise öncelikle “bir”den “dokuz”lara kadar çarpım tablosu verilmekte, ardından işlemler, biri hâlihazırda mevcut yöntem olmak üzere iki farklı tablo yöntemiyle ortaya konulmaktadır. Bölme ve kök çıkarmada kullanılan yöntemler Nîsâbü'rî'ninkilerle tamamen aynıdır, ancak Kuşçu kök çıkarmada daha büyük sayı ve daha yüksek dereceden köklerle işlem yapmayı tercih etmiştir. Mesela on dört basamaklı bir tam sayının beşinci dereceden köküne yaklaşmaktadır. Makalenin son babı, kesirler, bir mukaddime ve on fasıldan oluşmaktadır. Mukaddimedede kesirlerin mahiyeti ve kısımları özetlenirken fasıllarda sırayla; kesirlerin konum bilgisi, payda eşitlerken lazım olacak, sayılar arasındaki ortaklık, farklılık, bileşiklik ve benzerlik ilişkisine dair bilgiler, tecnîs-ref', yani tamsayı kesri kesirli sayıya ve kesirli sayıyı tam sayılı kesre çevirme yöntemi, payda eşitleme, iki katını alma, yarıya bölme, toplama ve çıkarma işlemleri, bileşik kesirlerin ayrıştırılması, çarpma, bölme ve kök çıkarma işlemleri, son olarak da kesirlerin birbirlerine dönüştürülmesi yöntemi örneklerle izah edilmektedir.⁶²

Münecim hesabına ayrılan ikinci makale bir mukaddime ve beş fasıl ihtiva etmektedir. Mukaddimedede yine kavramların tanıtılması, fasıllarda da iki katını alma, yarıya bölme, çıkarma işlemleri, çarpma işlemi, bölme işlemi, kök çıkarma işlemi ve mîzân/sağlama işlemleri ortaya konulmaktadır. Hisâb-ı hindî makalesinde olduğu gibi bütün işlemler cetveller yoluyla yapılmaktadır.⁶³

Üçüncü makale, cebir ve mukâbele başlığını taşımakta ve bir mukaddime ile dokuz fasıl ihtiva etmektedir. Mukaddimedede cebir ilmi ve kavramlarının tanımları yapılırken dokuz fasılda toplama, çıkarma, iki katını alma, yarıya bölme, çarpma,

⁶² Ali Kuşçu, *er-Risâletü'l-Muhammediyye*, Süleymaniye, Laleli 2715/2, vr. 65b-98b.

⁶³ Ali Kuşçu, *a.g.y.*, vr. 98b-110b.

bölme, redd-ikmâl/indirgeme-tamamlama, bast (tam sayılı kesri kesirli sayı haline getirme) işlemleri ve meşhur denklemler/mesâil-i sitte anlatılmaktadır. Fasılların ardından zihinleri çalıştırmak (teşhîzu'l-ezhân/تشحيذ الأذهان) için günlük hayatta karşılaşılabilecek problemleri de içeren çeşitli problem örnekleri cevaplarıyla birlikte ortaya konulmaktadır. Bu makalede ilk dikkati çeken nokta Kuşçu'nun cebir ve mukâbeleyi ilm-i hisâb ve ilm-i misâha gibi müstakil bölüm olarak değil de ilm-i hisâb'ın altında değerlendirmesidir. Oysa benzer özellikteki eserlerin çoğunda cebir ilmi için bağımsız bir bölüm tahsis edilmektedir. Bu duruma ilave olarak cebir makalesinin oldukça kısa tutulduğu ve hisâb-ı hindî ile hisâb-ı nücûm makalelerine nispetle seviyenin düşük olduğu görülmektedir. Ayrıca, müellifin Nîsâbü'rî gibi kök çıkarma işlemlerinde kullandığı teknikleri cebre uygulamak suretiyle yüksek dereceli denklem türlerini çözmekle ilgilenmediği fark edilmektedir. Bunun muhtemel sebepleri: a) ileri seviyede bir cebir ilmi sunmak müellifin eseri yazma amaçları arasında olmayabilir, b) müellife göre cebir ilmine ihtiyacı karşılamak için verdiği bilgiler yeterli olabilir, c) müellif cebri ilm-i misâha gibi tam bağımsız bir ilim olarak görmüyor olabilir, şeklinde sıralanabilir.⁶⁴

Bilinenler vasıtasıyla bilinmeyenlere ulaşmanın yollarından biri olan çift yanlış hesabı ilk fennin dördüncü makalesini meydana getirmektedir. Öncelikle bu yöntemin nasıl uygulanacağı anlatılmakta, ardından iki örnekle yöntem daha somut hale getirilmektedir.⁶⁵

İlk fennin son makalesi farklı kaideler (kavâid şettâ/قواعد شتى) hakkındadır. Köklü sayılarla çarpma işlemi, dizi toplamı, tek sayılardan oluşan dizi toplamı, çift sayılardan oluşan dizi toplamı ve dört orantılı sayı hesabına dair toplam beş farklı kaide birkaç örnekle ortaya konulmaktadır.⁶⁶

İkinci fen ilm-i misâha'yı konu edinir ve bir mukaddime ile üç makaleden müteşekkildir. Mukaddimede mesâha ilmine ait kavramların tek tek tanımları yapılmaktadır. Makalelerde ise sırasıyla doğru ve yüzeylerin/şekillerin alanı, dairesel yüzeylerin alanı ve cisimlerin yüzey alanlarının nasıl hesaplanacağı örneklerle izah

⁶⁴ Ali Kuşçu, *er-Risâletü'l-Muhammediyye*, Süleymaniye, Laleli 2715/2, vr. 110b-121a.

⁶⁵ Ali Kuşçu, *a.g.y.*, vr. 121b-123a.

⁶⁶ Ali Kuşçu, *a.g.y.*, vr. 123b-124b.

edilmektedir. Bu bölümde dikkati çeken husus, şekillerin alanlarının nasıl bilineceği hendesî olarak gösterildikten sonra “hesapla çözmeye gelince...” diyerek hisâbî yöntemin de verilmesi ve böylece mesâha ilmi çerisinde hendesî ve hisâbî olmak üzere iki farklı yöntemin olduğuna işaret edilmesidir.⁶⁷

Buraya kadar verilen *Risâletü'l-Muhammediyye*'nin içeriğini kısaca değerlendirmek gerekirse:

- a) Eserin en tafsilatlı incelenen bölümü hisâb-ı hindî makalesidir. Bu durum müellifin tercihindən kaynaklanabileceği gibi ihtiyaca binâen de olabilir.
- b) *Muhammediyye*'nin tamamı içerisinde belki de en dikkate değer üç nokta: hisâbî işlemlerin tamamının tablolarla yapılması ve bazı işlemlerin çözüm şeklinin bugünkü şekliyle aynı olması; on dört basamaklı bir tam sayının beşinci dereceden irrasyonel köküne ulaşma çabası ve bir şeklin alanının hesaplanması için hendesî ve hisâbî olmak üzere iki farklı yöntem sunulmasıdır.
- c) Kitapta, cebir makalesi diğer makalelere nispetle daha kısa ve basit seviyede kalmaktadır.
- d) Eser, hisâb-ı hindî, hisâb-ı nücûm, cebir ve ilm-i misâha konularının tamamını ihtiva etmesi, konuların sunumunda kolaydan zora doğru bir tertip tarzı benimsenmesi ve kuralların örneklerle açıklanması vecihlerinden orta hacim ve seviyeli bir ders kitabı izlenimi vermektedir.

Eser üzerine yapılan çalışmalara gelince, tespit edilebilen tek eser, Kâtip Çelebi'nin *Ahsenü'l-Hediyye bi-Şerhi'l-Muhammediyye* adlı yarım kalmış şerhidir. Çelebi'nin ifadelerine göre, *Muhammediyye*'yi bir kısım öğrenciye okutmuş, öğrencilerin isteği üzerine esere bir şerh yazmaya başlamış, ancak şerhi bilhassa isteyen öğrencinin vefatından sonra yarım kalmıştır. Neticede, araştırmalara göre *Muhammediyye*'nin mukaddimesinin Kâtip Çelebi tarafından yapılan şerhi mevcuttur.⁶⁸

⁶⁷ Ali Kuşçu, *er-Risâletü'l-Muhammediyye*, Süleymaniye, Laleli 2715/2, vr. 124b-136a.

⁶⁸ Bu şerhin tahkikli Arapça metni, içeriğinin tahlil ve değerlendirmesi için bkz.: İhsan Fazlıoğlu, *Türk Dilleri Araştırmaları*, “Ali Kuşçu'nun el-Risâlet el-Muhammediyye fi el-Hisâb Adlı Eserine Kâtip Çelebi'nin Yazdığı Şerh: Ahsen el-Hediyye bi-şerh el-Muhammediyye”, c. XVII, s. 2-3, İstanbul, 2007.

Şimdiye kadar yirmiye yakın nüshası tespit edilen *Risâletü'l-Muhammediyye fi'l-Hisâb* yazma halindedir.⁶⁹ Bununla birlikte eserin Ayasofya 2733/2 numarada kayıtlı nüshasının müellif nüshası olması, *Risâletü'l-Muhammediyye fi'l-Hisâb* üzerine yapılacak çalışmalara kolaylık sağlayacağı aşîkârdır. Çalışma boyunca *Risâletü'l-Muhammediyye*'nin cebir bölümünün tetkikinde de bu nüsha dikkate alınacaktır.

5. Takiyüddin Râsîd

Takiyüddin b. Ma'rûf Râsîd 4 Ramazan 932/14 Haziran 1526 yılında kendi ifadesine göre kutsal topraklarda doğmuş⁷⁰, ilmiye sınıfına mensup (kadı ve müderris) olan babasının Şam'da Sibâiyye ve Takaviyye Medreselerindeki görevinden ötürü yaşamının önemli bir bölümünü Şam'da geçirmiştir.⁷¹ İçinde bulunduğu geleneğin gereği olarak Şam ve Mısır medreselerindeki çeşitli hocalardan öncelikle Kur'ân-ı Kerim, Arapça, Hadis, Fıkıh ve Tefsir ilimlerini daha sonra da matematik ve astronomi ilimlerini tedris etmiş, astronomi alanında Muhammed ibn Ebi'l-Feth Sûfî'den⁷² (ö. 950/1543 civarı), matematikte ise Şihâbuddin Gazzî Şâfî'den⁷³ (ö. 983/1576) dersler almıştır. Matematik ilimlere olan yakın ilgisinin tesiriyle kısa sürede bu ilimlerde kendisini yetiştirmiş ve babası Ma'rûf Efendi ile yaklaşık 956/1550 – 962/1555 seneleri arasında İstanbul'da bulunarak Çivizâde (Hacı Mehmet) Efendi⁷⁴, Ebu's-Suûd Efendi,

Katip Çelebi, *Mizânü'l-Hak fî İhtiyâri'l-Ehakk*, türkçeleştirenler: Orhan Şaik Gökyay ve Süleyman Uludağ, Kabalcı yay., İstanbul 2008.

⁶⁹ İhsan Fazlıoğlu'nun *Risâletü'l-Muhammediyye fi'l-Hisâb*'ın ilk fenninin dördüncü makalesi olan “çift yanlış ve tahlil hesabı” bahsini tahkikli Arapça metni, tercüme ve değerlendirmesi ile birlikte makale olarak yayınlaması dışında Ali Kuşçu'nun bu eseri üzerine herhangi bir çalışma veya neşir tespit edilememiştir.

⁷⁰ Kandilli Rasathanesi, 208 numara ve Nuruosmaniye Kütüphanesi, 2930 numarada kayıtlı eserlerin ilk varakları.

⁷¹ Bazı araştırmacılar, Arap topraklarında doğması ve büyümesi hasebiyle onu Arap kökenli olarak niteleseler de Râsîd'in eserlerinde zikrettiği isim silsilesinden yola çıkan son çalışmalar onun Türk olduğunu ortaya koymaktadır. Bu konu ile ilgili daha ayrıntılı bilgi için bkz.: Ramazan Şeşen, *Erdem*, “Meşhur Osmanlı Astronomu Takiyüddin Râsîd'in Soyüzerine”, c. IV, sayı 10, s. 165 – 171, AKM yayınları, Ankara 1988.

⁷² IX/XV. yy sonu X/XVI. yy başı Mısır Okulu'nun matematikçi-astronom temsilcilerinden biri olan Ebu'l-Feth es-Sûfî ve eserleri ile ilgili daha fazla bilgi için bkz.: İhsan Fazlıoğlu, *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, “İbn Abî al-Fath al-Şûfî: Shams al-Dîn Abû 'Abd Allâh Muḥammad ibn Abî al-Fath al-Şûfî”, s. 547, Newyork: Springer, 2007; İhsanoğlu ve diğerleri, *OMLT*, c. I, s. 59 – 62; İhsanoğlu ve diğerleri, *OALT*, c. I, s. 130.

⁷³ Şam'da doğup, Mısır'da tahsilini tamamlayan ve memleketine geri dönüp burada müderrislik görevini icra eden Gazzî hakkında bkz.: İhsanoğlu ve diğerleri, *OMLT*, c. I, s. 79 – 80.

⁷⁴ Şeyhülislam Çivizâde Muhyiddin Mehmet Efendi'nin (896/1491 – 954/1547) yine şeyhülislam görevini ifa eden oğlu Çivizâde Hacı Mehmet Efendi (937/1530 – 995/1587) İstanbul'da doğmuş, çeşitli hocalardan dersler aldıktan sonra pek çok medrese ve bölgede müderrislik ve kadılık görevini yerine

Kutbuddin zâde Muhammed Efendi⁷⁵ ve Saçlı Emir Efendi'nin⁷⁶ ilmi birikimlerinden istifade etmiştir. Bu tarihten sonra Mısır'a dönerek Kahire'deki Şeyhûniyye ve Surgatmışıyye medreselerinde bir süre ders vermiş, ardından ikinci kez İstanbul'a gelmiş ve Semiz Ali Paşa'nın sadrazamlığı döneminde (968/1561 – 972/1565) Edirnekapı medresesine müderris olarak atanmıştır. Ancak ailesinden uzak kalmak zor geldiği için bu görevi bırakıp Mısır'a geri dönmüş, burada Kanuni Sultan Süleyman'ın vefatından (974/1566) önce hem müderris hem de kadılık görevlerinde bulunmuştur. Kanuni'den sonra gelen II. Selim'in hükümdarlığı (974/1566 – 982/1574) döneminde de sırayla Mısır kadılığı görevlerini ifa eden Çivizâde ve Nişancızâde'ye niyabet etmiştir. Nişancızade'den sonra Kazasker Abdülkerim Efendi Mısır kadılığına getirilince Takiyyüddin Râsıd, bu yeni kadı ve “kadı”nın dedesi⁷⁷ Kutbuddin'den, ilmi çalışmalarına, bilhassa da matematik ve astronomi araştırmalarına destek ve teşvik olmaları bakımından büyük ilgi görmüş, Abdülkerim Efendi, dedesinin dedesi Ali Kuşçu'nun matematik ve astronomi ilimlerindeki büyük başarısının da tesiriyle Kuşçu'nun, Cemşid Kâşî'nin ve Kadızâde Rûmî'nin eserlerini ve teşhizatını Takiyyüddin Râsıd'a vermek suretiyle bahsi geçen ilimlerdeki gelişmelerin devam etmesini sağlamaya çalışmıştır. Bu alakaya mukâbil Râsıd, kendini matematik ve astronomi'ye adanmış, Mısır ve Filistin'de kadılık görevi devam ederken bile gözlem ve araştırmalarına devam ederek yeni çalışmalar ortaya koymuştur. 978/1570 senesinde, II. Selim'in hükümdarlığı zamanında son kez İstanbul'a gelmiş, dönemin önde gelen

getirmiştir. Çivizâde Hacı Mehmet Efendi, babası ve Çivizâde ailesi hakkında daha fazla bilgi için bkz.: Mehmet İpşirli, *DİA*, “Çivizâdeler”, c. VIII, s. 349-350, Ankara 1993; Ahmet Aydın, *Çivizâde Muhyiddin Mehmet Efendi'nin Fikhi Görüşleri*, Basılmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, SBE, İstanbul 2006.

⁷⁵ Çeşitli medreselerde müderrislik yaptıktan sonra sırayla Edirne, İstanbul kadılığına ve Anadolu kazaskerliğine getirilen Molla Muhammed Çelebi b. Kutbuddin 957/1551'de vefat etmiştir. Daha fazla bilgi için bkz.: Taşköprülüzâde, *Osmanlı Bilginleri*, s. 323, İz yayınları, İstanbul 2007

⁷⁶ Asıl adı Molla Muhyiddin Mehmet b. Abdülevvel Tebrîzî olan bu zâtın babası Hanefî mezhebine mensup Akkoyunlu hükümdarlığı altında Tebriz kadısı idi. Muhtemelen bu nedenle Safevî devletinin kurulmasının ardından Osmanlı devletinin himayesine girmişti. Sultan II. Bayezid ve Kanuni Sultan Süleyman dönemlerinde çeşitli bölgelerde kadılık görevini ifa etmişti. Daha fazla bilgi için bkz.: Taşköprülüzâde, *a.g.e.*, s. 346; Bilal Dedeyev, *Journal of Qafqaz University*, “Osmanlı eğitimine katkıda bulunan bazı Azerbaycan müderrisleri”, sayı 26, 2009.

⁷⁷ Takiyyüddin'in biyografisini veren tüm kaynaklarda “Kazasker Abdülkerim Efendi'nin babası Kutbuddin” şeklinde ibareler geçse de hem Kutbuddin'in henüz Fatih Sultan Mehmed'in saltanatı (855/1451 – 886/1481) zamanında İstanbul kadılığı görevinde bulunması yani Kazasker Abdülkerim Efendi (978/1570 civarında Mısır kadısı) ile aralarında en azından 60-70 yıl gibi bir fark olması hem de Süheyl Ünver'in verdiği soy şeceresinde Abdülkerim Mehmet'in, Kutbuddin'in oğlu Mehmet'in oğlu olarak gösterilmesinden dolayı “dedesi” ifadesi daha uygun görülmüştür. Bkz.: Süheyl Ünver, İstanbul Risaleleri, haz.: İsmail Kara, c. II, s. 283-284.

müdürrislerinden ve Şehzade III. Murad'ın hocası Hoca Saadeddin Efendi'nin (943/1536 – 1007/1599) himayesine girip yakınlık kurması, gelişinden bir yıl sonra dönemin müneccimbaşısı Mustafa b. Ali Muvakkıt'ın⁷⁸ (ö. 979/1571) vefatı üzerine bu göreve Takiyyüddin Râsîd'in münasip görülmesinde etkili olmuştur. Müneccimbaşılık⁷⁹ görevini icra ederken Mısır'da başladığı gözlem ve araştırmalarına aralıksız devam eden Râsîd, ortaya koyduğu astronomi ve matematik çalışmalarıyla Hoca Saadeddin Efendi ve dönemin sadrazamı Sokullu Mehmet Paşa'nın ilgisini çekerek Sultan III. Murad'a takdim edilmiştir. Himayesinde bulunduğu bu zatlar vasıtasıyla kullanımdaki en son *Zîc* olan Semerkand Rasathanesi ürünü *Uluğ Bey Zîci*'nde hatalar bulunduğu ve artık ihtiyaçları karşılayamaz hale geldiği, bu *Zîc*'i yeniden düzenlemek için bir rasathaneye ihtiyaç olduğu düşüncesini bir lâyiha ile Sultan III. Murad'a sunmuştur. Divan'dan 982/1575 senesinde onay alan proje, 984/1577'de Tophane sırtlarında, aletleriyle birlikte İstanbul Rasathane binasının yapımıyla tamamlanmış, akabinde İstanbul Rasathanesinin ilk ve son müdürü Takiyyüddin Râsîd'in başkanlığında gözlem ve araştırmalara başlanmıştır. Râsîd aynı sene, gözlemleri neticesinde ulaştığı bazı öngörülerini bir rapor halinde Sultan III. Murad'a sundu. Bu rapor olumsuz gelişmelerin yaşanmayacağını ve Osmanlı ordusunun İran-Safevi ordusuna karşı başarısını müjdelemekteydi. Ordunun başarı sağlamasına rağmen veba salgını ve bazı önemli zatların ard arda vefatları gibi bir dizi olumsuzlukların Sultan'ın gözünde Râsîd'in ilmi güvenilirliğine gölge düşürmesi, rasathanenin ömrünü kısaltan sebepler zincirinin bir halkası olmuştur. Takiyyüddin Râsîd'in Hoca Saadeddin Efendi'nin himayesinde olması ve bu zatın bazı siyasi çekişmeler içerisinde bulunması, dönemin Şeyhülislamı Kadızâde Ahmet Şemseddin Efendi'nin daha önce rasathane sahibi devletlerin akıbetlerini örnek göstererek İstanbul Rasathanesinin yıkılması yönünde fetva çıkarmasında etkili olduğu söylenebilir. Sonunda Osmanlı Devletinin ilk rasathanesi

⁷⁸ XVI. yy Osmanlı astronomisinin kayda değer isimlerinden biri olarak gösterilen Ali el-Muvakkıt'ın hayatı ve eserleri ile ilgili bkz.: İhsanoğlu ve diğerleri, *OALT*, c. I, s. 161-179; İhsan Fazlıoğlu, *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, "Ali al-Muwaqqit: Muslih al-Din Mustafa ibn Ali al-Qustantini al-Rumi al-Hanafi al-Muwaqqit", s. 33-34, Newyork: Springer, 2007; İhsan Fazlıoğlu, *DİA*, "Mustafa İbn Ali el-Muvakkıt", c. XXXI, s. 287-288, İstanbul, 2006.

⁷⁹ Tarihte ilk kez Osmanlılarda devlet içerisinde düzenli ve sistemli bir şekilde ortaya çıkan müneccimbaşılık teşkilatı ile ilgili olarak bkz.: Salim Ayduz, "Osmanlı Devletinde Müneccimbaşılık", *Osmanlı Bilimi Araştırmaları*, İstanbul Üniversitesi Edebiyat Fakültesi Bilim Tarihi Bölümünün Kuruluşunun 10. Yıldönümü Münasebetiyle Ekmeleddin İhsanoğlu'na Armağan, s. 159-208, İstanbul 1995.

Sultan III. Murad'ın Kaptan-ı Derya Kılıç Ali Paşa'ya verdiği fermanla 4 Zilhicce 987 Cuma/22 Ocak 1580 Perşembe günü yıkılmıştır. Gözlem ve araştırmaları yarım kalan Râsîd, kitaplarını evinde tamamlamaya çalışmış ve Rasathanenin yıkılmasından sonra çok fazla yaşamayarak 993/1580'de İstanbul'da veya Şam'da vefat etmiştir.⁸⁰

İstanbul Rasathanesi⁸¹, kısa süre faaliyet göstermesine rağmen gerek ilk kez orada icat edip kullandığı gözlem aygıtları gerekse astronomi problemlerine getirdiği farklı ve eskiye nazaran daha kullanışlı çözüm yolları açısından Takiyüddin Râsîd'in en önemli başarısıydı. Bilhassa selefi Gıyâsüddin Cemşîd Kâşî'nin önemli gelişmeler kaydettiği ondalık kesir hesabını, tarihte ilk kez astronomi hesaplarına ve özellikle de matematiğin astronomiden çıkmış bir kolu olan trigonometriye uygulama girişimindeki çabaları dikkate değerdir. Zira tarih boyunca astronomi biliminde altmışlık hesap sistemini kullanma alışkanlığını ve geleneğini daha işlevsel olduğunu düşündüğü bir yenisiyle değiştirme gayreti önemli bir adımdır.⁸² Râsîd bu girişim ve gayretlerinin boşa çıkmaması, araştırmalarının kabul görmesi için çalışmalarında öncelikle hesap sistemleri ve bu sistemlerin çeşitli alanlara uygulamalarındaki üstünlük veya zorluklarını tartıştıktan, yani yapmaya çalıştığı şeyin sebeplerini ikna edici bir biçimde ortaya koyduktan sonra uygulamaya geçmiştir. Mükemmel bir Zîc hazırlamak için rasathanede yaklaşık otuz yıllık bir gözleme ihtiyaç olmasına rağmen o, kısa ömürlü rasathanesinde, öncesinde ve sonrasında gözlemlerine ara vermeyerek azimli çalışmasıyla yarım da olsa iki farklı Zîc meydana getirmiştir.

⁸⁰ Aydın Sayılı, *The Observatory in Islam*, s. 289-292, TTK yayınları, Ankara 1988; İhsan Fazlıoğlu, "Taqi al-Din Muhammad İbn Zayn al-Din Ma'ruf al-Dimashqi al-Hanafi", *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, s. 1122-1123; Hüseyin Gazi Topdemir, "Takiyüddin er-Râsîd", *DİA*, c. XXXIX, s. 454-455, TDV yayınları, Ankara 2010.

⁸¹ Bu rasathanenin kuruluşu, fiziki yapısı, faaliyetleri, çalışan astronomlar, kullanılan aletler, yapılan gözlemler ve yazılan eserler hakkında ayrıntılı bilgi için bkz.: Aydın Sayılı, *The Observatory in Islam*, s. 289-305; Remzi Demir, "İstanbul Rasathanesinde Yapılmış Olan Gözlemler", *Belleten*, c. LVII, sayı 218i s. 161-172. İstanbul Rasathanesindeki yerküre maketi ve bununla ilgili olarak Takiyüddin ve X/XVI. yy Osmanlı ve Avrupa'sındaki haritacılık faaliyetleri hakkında bkz.: Aydın Sayılı, "Üçüncü Murad'ın İstanbul Rasathanesindeki Mücessem Yer Küresi ve Avrupa ile Kültürel Temaslar", *Belleten*, s. 397-445, c. XXV, sayı 99, TTK yayınları, Ankara 1961.

⁸² Takiyüddin Râsîd'in astronomi ve trigonometriye altmışlık sistem yerine onluk sistemi uygulaması ve her iki sistemle oluşturulan trigonometrik tablolarla ilgili daha ayrıntılı bilgi için bkz.: Remzi Demir, *Takiyüddin'de Matematik ve Astronomi*, s. 28-36, Ankara 2000; Remzi Demir, *Osmanlı Bilimi Araştırmaları*, "Takiyüddin İbn Ma'ruf'un Ondalık Kesirleri Trigonometri ve Astronomiye Uygulaması", c. II, sayı 1, s. 187-209, İstanbul 1998.

Sonuç olarak, Takiyüddin Râsîd'in gerek Mısır ve Şam medreselerinde aldığı dersler ve gerekse Ali Kuşçu'nun torununun torunu Abdülkerim Mehmet vasıtasıyla onun, Kadızâde Rûmî ve Gıyâsüddin Cemşid'in çalışmalarını elde etmesi neticesinde Semerkand matematik-astronomi okulunun Aristoteles fizik ve metafiziğinden soyutlanmış saf matematiksel tavrı ile Mısır-Şam riyaî geleneğinin aritmetiksel-amelî yapısı şahsında imtizaç etmiş, oluşan sentez hem rasathanede hazırladığı çalışmalarda hem de diğer eserlerinde tezâhür etmiştir.

Osmanlı devletinin yetiştirdiği en büyük astronom Takiyüddin Râsîd hayatını adadığı ilim yolunda başta astronomi olmak üzere tıp, mekanik, optik ve matematik alanlarında toplamda yirminin üzerinde eser kaleme almıştır. Buna göre tıp sahasında bir, mekanik alanında iki, optikte bir, astronomi hakkında on altı ve matematik alanında ise dört tane eseri bulunmaktadır.⁸³

5.1. Kitâbu'n-Nisebi'l-Müteşâkile fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele

Adı “cebir ve mukâbeleda türdeş oranlar kitabı” şeklinde ifade edilebilecek eser, müstakil cebir kitaplarındandır. Kısa olmasına (beş ile on varak arasında) rağmen cebirin ana konularının tamamını ihtiva etmesi bakımından “öz” olarak nitelenebilir. Ders kitabı olarak okutulduğuna dair herhangi bir işaret bulunmasa da, ilk Osmanlı rasathanesinin kurucusunun elinden çıkması ve muhtemelen rasathanede hesaba dayanan araştırmalarda kullanılmış olması telifin önemini arttırmaktadır. Bu öneme binâen *Kitâbu'n-Nisebi'l-Müteşâkile fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele* çalışmada tetkik edilecek asli eserlerden biri olarak seçilmiştir.

Takiyüddin Râsîd'in cebir eserinin içeriğine gelince, bir mukaddime üç bâb ve bir hatimeden meydana gelmektedir. Mukaddimede cebir ilminin terimleri asli/birincil terimler ve fer'i/ikincil terimler şeklinde bir tasnife tabi tutulduktan sonra tek tek

⁸³ Râsîd'in eserleri ile ilgili ayrıntılı bilgiler için bkz.: İhsan Fazlıoğlu, “Taqi al-Din Muhammad İbn Zayn al-Din Ma'ruf al-Dimashqi al-Hanafi”, *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, s. 1122-1123; Hüseyin Gazi Topdemir, “Takiyüddin er-Râsîd”, *DİA*, c. XXXIX, s. 454-455, TDV yay., Ankara 2010; İhsanoğlu ve diğerleri, *OALT*, c. I, s. 202-217; İhsanoğlu ve diğerleri, *OMLT*, c. I, s. 83-87.

tanımlanmaktadır. Buna ilave olarak “üs” kavramı ve bilinen veya bilinmeyen herhangi bir niceliğin üssünün nasıl daha küçük üslere ayrılabilceğı de ortaya konulmaktadır.⁸⁴

“Hesap hakkında” başlığını taşıyan ilk bâbda cebirsel ifadelerle dört işlemin nasıl yapılacağı kaideler verilip örneklerle açıklanmaktadır. Buradaki cebirsel ifadeler sadece tam sayıları değil rasyonel sayıları da ihtiva etmektedir. Bir başka deyişle hem tam sayılı hem de rasyonel sayılı cebirsel ifadelerle dört işlemin nasıl yapılacağı izah edilmektedir. Râsıd bu bâbda İbn Hâim’in *el-Mumti*’de yaptığına benzer bir şekilde dört işlemin yapılacağı terimlerin tür (x , x^2 , x^3 , ...), mutlak sayı, ortak, farklı, negatif, yalın ve bileşik olması durumlarını tek tek değerlendirmekte ve buna uygun örnekler vermektedir.⁸⁵

İkinci bâb, “kâideler hakkındadır”. Daha açık bir şekilde ifade etmek gerekirse, “cebir/tamamlama” ve “hatt/indirgeme” gibi cebir kaideleri yanında bilinmeyeni çıkarmanın çeşitli yöntemlerinden biri olan “oran-orantı”/“dört orantılı sayı” yöntemini de açıklamaktadır. Burada dikkati çeken nokta, cebirsel denklemleri altı denklem türünden birine dönüştürmenin en temel yöntemlerinden olan indirgeme ve tamamlama işlemleri için İbn Hâim’de olduğu gibi Mağrib matematik geleneğine ait “cebir” ve “hatt” terimlerinin tercih edilmesidir. Ayrıca “cebir” terimin diğer matematikçilerde olduğu gibi denklem terimlerini pozitifleştirme anlamı ile kullanılmadığı, bu işlem için “mukâbele” teriminin tercih edildiğı de belirtilmelidir.⁸⁶

Risâlenin üçüncü ve son bâbı “cebirsel denklemler”, yani Harezmi’den müellifin dönemine kadar önem ve kullanışlılığından bir şey yitirmemiş “müfredât/basit” ve “mukterenât/katışık” olarak isimlendirilen toplam altı denklem türü hakkındadır. Üç basit ve üç katışık denklem türü örnekleriyle ortaya konulmakta, ardından altı denklem türünden olmayıp tamamlama ve indirgeme işlemleri ile dönüştürülmesi gereken iki denklem örneğı açıklanmaktadır. Son olarak, iki tane devir problemi sunularak problemin cebirsel denkleme dönüştürülmesi ve çözüm yöntemi

⁸⁴ Mustafa Mawaldi, *Ebhâsu’l-Mu’temer es-Senevî li-Tarîhi’l-Ulûm inde’l-Arab*, “Tahkik ve Dirase Mahtût Kitâbu’n-Nisebi’l-Müteşâkile fî İlmi’l-Cebr ve’l-Mukâbele li-Takiyüddin b. Ma’rûf”, s. 449-450, Halep 2003.

⁸⁵ Mustafa Mawaldi, *a.g.m.*, s. 450-451.

⁸⁶ Mustafa Mawaldi, *a.g.m.*, s. 452.

izah edilmektedir. Cebirsel denklemler bâbına genel olarak bakıldığında Râsîd'ın konunun girişinde, “Cebirsel denklemlerin sayısı altı kabul edilmektedir, ancak kim denklemlerdeki tasarrufta mahir olur ve bilinmeyenleri oranıyla çıkarmanın sırrını bilirse, denklemlerin sayısını arttırması mümkündür.” ifadesi dikkate değerdir. Mezkûr ifadelerden bu Osmanlı matematikçisinin de cebirsel denklemlerin sınırlandırılmasını kabul etmediği anlaşılmaktadır.⁸⁷

“Bu ilmin sırlarını gösteren yaygın cebirsel denklemlerin çözümleri” başlığı altında sunulan hatimede ise dört tane cebir problemi/denklemi incelenmekte ve çözüm yöntemleri açıklanmaktadır. Bu hatimenin esere eklenmesinin muhtemelen nedeni Harezmi'den beri cebir kitap ve bölümlerinin sonuna bahsin iyice kavranmasını sağlamak amacıyla bir tür alıştırma kısmı koyma geleneğinin oluşmasıdır.⁸⁸

Kitâbu'n-Nisebi'l-Müteşâkile fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele'nin içeriğini kısaca değerlendirmek gerekirse:

- a) Müellif girişte, eseri kendisi ve kendisinden sonrakiler için tezkira/hatırlatıcı olsun diye telif ettiğini ifade etmektedir. Öyleyse kitap ilmi çevrelerden gelen herhangi bir istek üzerine kaleme alınmamıştır.
- b) Orta seviyede ve küçük hacimde bir eserdir, ancak küçük olmasına rağmen dönemin cebir ilminin hemen hemen tüm konularını ihtiva etmektedir.
- c) Eserde cebirsel denklemlerin çözümünde kullanılan yöntemleri ifade eden terimlerin anlamlarında farklılaşma gözlenmektedir.
- d) Müellifin ifadelerinden, cebirsel denklemlerin belli bir sayıyla sınırlanamayacağı görüşünü benimsediği anlaşılmaktadır.

Kitâbu'n-Nisebi'l-Müteşâkile fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele'nin şimdiye kadar tespit edilebildiği kadarıyla toplam üç nüshası mevcuttur.⁸⁹ Bu nüshaların hepsi yurt dışında

⁸⁷ Mustafa Mawaldi, *Ebhâsu'l-Mu'temer es-Senevî li-Tarîhi'l-Ulûm inde'l-Arab*, “Tahkik ve Dirase Mahtût Kitâbu'n-Nisebi'l-Müteşâkile fi İlmi'l-Cebr ve'l-Mukâbele li-Takiyüddin b. Ma'rûf”, s. 452-455, Halep 2003.

⁸⁸ Mustafa Mawaldi, *a.g.m.*, s. 455.

⁸⁹ Kahire, Dâru'l-Kütüb, Mîkât 557, 44b-48a vr.; Kahire, Teymuriyye, Riyaza 140/10, 52-61 vr.; Oxford, I, 881. Daha fazla bilgi için bkz. İhsanoğlu ve diğerleri, *OMLT*, c. I, s. 85-86.

bulunduğundan erişim imkânı olmamıştır. Bu nedenle çalışma boyunca Mustafa Mawaldi'nin risâlenin Oxford nüshasıyla yaptığı tahkikli metni kullanılacaktır.⁹⁰

Çalışmanın girişinin son kısmında Osmanlı klasik döneminde cebir ilminin seyrini ve seviyesini tespit etmek için kullanılacak eserlerin seçim kriterleri ve bu kriterlere uygun olarak seçilen iki müstakil cebir eseri, üç tane de cebir bölümü içeren matematik eseri olmak üzere toplam beş telif verilmiştir. Bu bölümde de seçilen eserler müellifleriyle birlikte tafsilatlı bir şekilde tanıtılarak “Osmanlı Klasik Dönemde Cebir İlmi ve Uygulama Alanları” adlı ikinci bölüme başlamak için gerekli altyapı sağlanmıştır. Son olarak, ikinci bölümü ortaya koyabilmek için öncelikle beş eser tahkik ve tetkik edilmiş, ardından hem matematiksel hem de düz tercümeleri yapılmıştır. Ancak bu çalışmalar tezin hacmini oldukça arttıracığından buraya konulması uygun görülmemiştir. Şimdiye kadar yapılanlarla ilgili kısa bilgilerin ardından tezin ağırlık merkezini oluşturan ikinci bölüme geçilebilir.

⁹⁰ Mustafa Mawaldi, *Ebhâsu'l-Mu'temer es-Senevî li-Tarihi'l-Ulûm inde'l-Arab*, “Tahkik ve Dirase Mahtût Kitâbu'n-Nisebi'l-Müteşâkile fi İlmi'l-Cebr ve'l-Mukâbele li-Takiyüddin b. Ma'rûf”, Halep, 2003.

İKİNCİ BÖLÜM
OSMANLI KLASİK DÖNEMDE CEBİR İLMİ VE UYGULAMA
ALANLARI

Osmanlı klasik dönemi ve bu döneme ait çalışmalar bilhassa iki vecihten önem arz etmektedir. İlki, bu döneme ait riyazî ilimler ile ilgili araştırmaların yok denecek kadar az olması nedeniyle özelde İslam bilim ve medeniyet tarihi genelde de bilim tarihi resmindeki boşluğun doldurulabilecek olması; ikincisi de, VII./XIII. asırdan itibaren İslam medeniyet ve ilimlerinin çöküşe geçtiği ve yavaş yavaş yok olduğu iddiasının gerçekliğinin sorgulanmasıdır. Aslında bu iki vecih döngüsel olarak birbirleriyle bağlantılıdır. Zira mezkûr döneme ait araştırmalar yapılmadıkça böyle iddialar ortaya çıkmakta ve bu şekildeki iddialar da akademisyenleri o döneme müteallık projelerden alıkoymaktadır. İşte bu kısır döngüyü kırmak maksadıyla çalışmanın en önemli bölümü addedilebilecek “Osmanlı Klasik Dönemde Cebir İlmi ve Uygulama alanları” bölümünde VII./XIV. – XI./XVII. yy. arasındaki üç asırlık dönemde cebir ve mukâbele ilminin seyri ve bu teorik ilmin kullanıldığı yerler ortaya konulmaya çalışılacaktır. Bu hedefi gerçekleştirmek için bölüm, “Cebir ve Mukâbele İlminin Tanımı ve Temel Kavramları”, “Temel Hesap İşlemlerinin Cebirsel İfadelerle Tatbiki”, “Köklü İfadelerle İşlemler ve Kök Çıkarma”, “Cebirsel Denklemler Teorisi” ve “Cebir ve Mukabele İlminin Uygulama Alanları” olmak üzere toplam beş başlıkta incelenecektir. Her bir başlıkta öncelikle konunun Osmanlı klasik dönemindeki durumu bir önceki bölümde tanıtılan ana kaynaklara dayanarak sunulacak; ardından o konunun tarihsel arka planına atıflarda bulunulacaktır. Bunu yaparken de teorik bilgilerin zihinlerde açıklığa kavuşması için mümkün olduğunca örneklemelere yer verilecektir.

1. Cebir ve Mukâbele İlminin Tanımı ve Temel Kavramları

Cebir ve mukâbele ilminin¹ tanımı ve temel kavramları konusu iki alt başlıkta incelenecektir. Önce bu ilmin genel bir tanımı verilecek, bu tanımdaki belli başlı noktalara temas edilecek ve ardından cebir ilminin temel kavramlarına geçilecektir.

1.1. Cebir ve Mukâbele İlminin Tanımı

“Cebir ve Mukâbele ilmi, bilinen ve bilinmeyen arasında bir bağıntı olmak şartıyla; çarpma, bölme, toplama vb. gibi **işlem** veya dirhem, dinar, kök on ($\sqrt{10}$) vb.

¹ Başlangıcından Osmanlı klasik dönem sonuna kadar bu ilimle ilgili teliflerde olduğu gibi burada da “cebir ve mukâbele” adı zaman zaman kısaca “cebir” olarak ifade edilecektir.

gibi **büyüklik/değer** şeklinde olan ve en az iki **varsayılan bilinen** ile belli kurallara uygun tasarrufla bulunarak **istenen/sorulan bilinmeyenleri** çıkarma (istihraç/istinbat) yöntemlerinin en yaygın ve gelişmişidir.”²

Cebir ve mukâbele ilmi Osmanlı klasik dönemi boyunca gerek müstakil cebir kitaplarında gerekse de genel hesap kitaplarının cebir bölümlerinde hemen hemen buna benzer ifadelerle tanımlanmıştır. Bu tanımla bahsi geçen dönem öncesinde yapılan tanımlar arasında herhangi bir fark ve değişiklik olup olmadığı konusuna geçmeden önce cebir ilminin temellerinin sarıh bir şekilde ortaya konulabilmesi bakımından tanımda geçen ifadelerin tek tek incelenmesinde ve açıklanmasında zaruret iktiza etmektedir.

İlk olarak; **bilinmeyen/meçhul** soruyu soranın bulunmasını istediği değerdir. Bu değer sürekli veya süreksiz büyüklik şeklinde yani mutlak sayı veya geometrik bir nicelik suretinde olabilir. Ancak buradaki tanım bilinmeyenin daha çok mutlak sayı şeklinde olduğu intibâını vermektedir. Zira sürekli nicelik kastedilseydi Ömer Hayyam’ın cebir ve mukâbele ilminin tarifinde kullandığı gibi “el-mekâdir el-memsûha/المقادير الممسوحة” (ölçülen değerler yani sürekli nicelikler) tabiri de kullanılırdı. Hayyam’ın tanımı şöyledir:

إن صناعة الجبر والمقابلة صناعة علمية، موضوعها العدد المطلق والمقادير الممسوحة من حيث هي مجهولة و مضافة الى شيء معلوم به يمكن استخراجها، وذلك الشيء إما كمية وإما نسبة.³

Cebir ve mukâbele sanatı, konusu **mutlak sayı (süreksiz nicelik)** ve bilinmeyen ve o bilinmeyenin çıkarılmasının(istihraç) bilinen bir şeye muzaflığıyla mümkün olması bakımından **ölçülen**

² İbnü’l-Havvâm, *Fevâidü’l-Bahâiyye fi’l-Kavâidi’l-Hisâbiyye*, Hasan Hüsnü Paşa 1292/8, vr. 90b; İhsan Fazlıoğlu, *İbn el-Havvâm ve Eseri Fevâidü’l-Bahâiyye fi’l-Kavâidi’l-Hisâbiyye: Tenkitli Metin ve Tarihi Değerlendirme*, yayınlanmamış yüksek lisans tezi, s. 109, İstanbul Üniversitesi Bilim Tarihi Bölümü 1993; Nizâmuddin Nisâbü’rî, *eş-Şemsiyye fi’l-Hisâb*, III. Ahmed 3152, vr. 97b; Elif Baga, *Nizâmuddin Nisâbü’rî ve eş-Şemsiyye fi’l-Hisâb Adlı Matematik Risâlesinin Tahkik Tercüme ve Tarihi Bir Değerlendirmesi*, yayınlanmamış yüksek lisans tezi, s. 226, Sakarya Üniversitesi SBE 2007; İbnü’l-Hâim, *el-Mumtî’ fi Şerhi’l-Mukni’*, Şehid Ali Paşa 2706, vr. 56a; Ali Kuşçu, *Risâletü’l-Muhammediyye fi’l-Hisâb*, Ayasofya 2733/3, vr. 135b-136a; Mustafa Mawaldî, *Ebhâsu’l-Mu’temer es-Senevî es-Sâbi’ Aşer li-Tarihi’l-Ulûm Inde’l-Arab*, “Tahkîk ve Dirâse Mahtût: Kitâbu’n-Niseb fi İlmi’l-Cebr ve’l-Mukâbele li-Takıyiddin b. Ma’ruf”, s. 449-455, Halep 2007. Bu bölümün ana kaynaklarını teşkil eden yukarıdaki beş esere bundan sonra sırasıyla **İH**, **NN**, **İHa**, **AK** ve **TR** kısaltmalarıyla atıf yapılacaktır.

³ Ömer Hayyam, *Resâilü’l-Hayyam el-Cebriyye*, “el-Makâle fi’l-Cebr ve’l-Mukâbele”, tahkik: Rüşdi Raşid-Ahmed Cebbar, s. 3, Halep 1981.

değerler/el-mekâdir el-memsûha (sürekli nicelikler) olan ilmi bir sanattır. O (bilinen) şey ya nicelik/kemmiyet ya da nisbettir.

Bilinenler ise iki çeşittir; ilki **bilinen keyfiyet** de denilen toplama, çıkarma, çarpma vb. gibi aritmetiksel işlemler, diğeri de **bilinen kemmiyet** de denilen dinar, dirhem, on'un kökü ($\sqrt{10}$) gibi sayısal değerlerdir. ⁴

Tanımda zikri geçen ifadelerden diğeri ikisi, bilinenler ile bilinmeyenler arasındaki bağıntı ve soruda en az iki bilinenin varlığıdır. “**Bağıntı**”dan kasıt, bilinen ve bilinmeyenlerin değer ve işlemler vasıtasıyla bir denklik paylaşımlarıdır. “**En az iki bilinen**”den kasıt ise, cebir ve mukabele ilminde çözüme kavuşturulacak herhangi bir sorunun bilinen keyfiyet ve bilinen kemmiyetten olmak üzere toplam en az iki adet bilinen ihtiva etme zorunluluğunun olmasıdır. Bu sayı en yalın denklem türleri için geçerlidir; zira denklem karmaşıklıkça bilinen keyfiyet ve kemmiyet sayısının da artması gerekmektedir.

Cebir ve Mukâbele ilminin tanımının daha açık bir hale getirilmesinin ardından, bu tanımın Osmanlı klasik dönemi boyunca ve önceki dönemlere nispetle herhangi bir değişim geçirip geçirmediği sorusuna gelince; bu konuda kesin ve kat’i iddialar ortaya atmaktan ziyade bazı çıkarım ve tahminlerde bulunmak daha uygun görünmektedir. Buna göre, öncesine nispetle Osmanlı klasik döneminde bu ilmi tam bir şekilde tanımlamaya ve denklem çözmede kullanılan yöntemlerden biri olan cebir kavramı ile ilim dalının adı olan cebir kavramı arasını ayırmaya daha çok dikkat edildiği söylenebilir. Belki de buradan, cebir ve mukâbele ilmine bir isim verilmesiyle ilimler arasında ilk kez bağımsızlığını ilan etmesinden sonra geçen yaklaşık dört yüz yılda bu bağımsızlığın satırların ardından sadırlara da iyice yerleştiği, matematikçilerin zihinlerinde pekiştiği ve bu durumun yazdıkları eserlere, cümlelere, tanımlara yansıdığı sonucuna varılabilir. Buna ilave olarak, cebir ilmi doğuşundan itibaren yaklaşık üç yüzyıllık bir dönemde daha çok “Sınâatu’l-Cebr ve’l-Mukâbele” adıyla anılırken⁵

⁴ İHa, vr. 79a.

⁵ **Harezmi** bu ilimden “cebir ve mukâbele hesabı” diye bahseder ve herhangi bir tanım vermez. **İbn Türk**’ün cebir kitabının bir kısmı elimizde olduğu için kitabın başında bir tanım yapıp yapmadığı ve nasıl bir tabir kullandığı bilinmemektedir. **Ebu Kâmil**, Harezmi ile aynı fikirde iken **Kereci** bu ilme “cebir ve mukâbele sanatı” ifadesiyle işaret eder ve onu bilinenlerden bilinmeyenleri çıkarmak için hesabın en sarîh ve sağlam türü olarak görür. **Samev’el Mağribi** ise “cebir sanatı”nın “tahlil sanatı”nın bir cüzü olduğunu

Osmanlı klasik döneminin hemen öncesinden itibaren çoğunlukla “İlmu’l-Cebr ve’l-Mukâbele” tabirinin kullanıldığı görülür. Bu durum, “sanat” kelimesinin bilhassa cebir sahasındaki meslek, zanaat ve teknik gibi anlamları hasebiyle başlangıçta cebirin, ameli/pratik yönü ağır basan bir ilim dalı olarak görülürken sonraları teorik bilgiyi de içeren bir alan şeklinde mülâhaza edildiğini düşündürmektedir. Bu varsayımı kaynaklara dönerek daha kesin bir şekilde ortaya koymak için aşağıdaki tablo hazırlanmıştır:

Müellif adı	“Cebir ilmi” ifadesi	Cebir ilminin tanımı
İbn Havvam (643/1245-724/1323)	Mevcut	Mevcut
Nizameddin Nîsâbûrî (ö.730/1330?)	Mevcut (teznipte)	Tanım yerine açıklama
İbn Hâim (756/1355?-815/1412)	Mevcut	Mevcut
Ali Kuşçu (IV/XV. yy. -879/1474)	Mevcut	Mevcut
Takıyüddin Râsîd (932/1526-993/1580)	Mevcut	Mevcut değil.

söyler ve sadece bu sanatın tanımını yapar. Ona göre tahlil; bir bileşiğin onu meydana getiren birimlerine indirgenmesidir/ayrılmasıdır. Yukarıda da bahsedildiği gibi **Ömer Hayyam** da “sanat” nitelemesinde bulunur ve oldukça olgunlaşmış görünen bir tanım yapar. Daha geniş bilgi için bkz.: Rüşdi Raşid, *Rıyadîyyât el-Havarizmi: Te’sîs İlmi el-Cebr*, Beyrut 2010. İngilizcesi için bkz.: Roshdi Rashed, *al-Khawarizmi: The Beginnings of Algebra*, SAQI, 2009. Aydın Sayılı, *Abdülhamid İbn Türk’ün Katışık Denklemlerde Mantiki Zarureterler Adlı Yazısı ve Zamanın Cebri*, TTK, Ankara 1985; Ebu Kamil Şuca’ b. Eslem, *Kitâb fi’l-Cebr ve’l-Mukâbele*, tahkik: Sami Şelhub, Halep 2004; Ahmed Selim Saidan, *Tarih İlmi el-Cebr fi’l-Alemi’l-Arabi*, “Kitâbu’l-Fahrî li’l-Kerecî” bölümü, c. I, s. 95-308, Kuveyt 1985; el-Kerecî, *el-Kâfi fi’l-Hisâb*, tahkik: Sami Şelhub, s. 157-201, Halep 1986; Samevel Mağribi, *el-Bâhir fi’l-Cebr*, tahkik ve tahlil: Salah Ahmed-Rüşdi Raşid, Dimeşk 1972; Ömer Hayyam, *Resâilü’l-Hayyam el-Cebriyye*, “el-Makâle fi’l-Cebr ve’l-Mukâbele”, tahkik: Rüşdi Raşid-Ahmed Cebbar, s. 3, Halep 1981.

Son olarak **Şerefeddin Tûsî**’nin cebir ile ilgili elimizdeki eserinde “cebir ve mukâbele sanatı” ifadesi yer alır ama herhangi bir tanıma rastlanmaz; ancak Tûsî’nin konu ile ilgili fikrinde bir miktar belirsizlik mevcuttur. Çünkü eserin girişinde:

فإني قصدت في هذا الكتاب تلخيص صناعة الجبر والمقابلة و تهذيب ما وصل الي من كلام الفاضل الفيلسوف الأعظم شرف الدين المظفر بن محمد الطوسي ...

“Bu kitapta cebir ve mukâbele sanatını telhis etmeyi (yani az lafız ile çok anlam ortaya koymayı) ve büyük filozof Şerefeddin el-Muzaffer b. Muhammed et-Tûsî’nin sözlerinden bana ulaşanları gözden geçirmeyi amaçladım” cümlesi yer almaktadır. Eğer bunu yazan kişi doğruyu söylüyorsa bu durum Tûsî’nin bizzat kendisinin konu ile ilgili tam olarak ne söylediğini bilemeyeceğimiz anlamına gelmektedir. Bu problemin daha geniş tartışmaları için bkz. Rüşdi Raşid, *el-Cebr ve’l-Hendese fi’l-Karni’s-Sâni Aşer: Müellefât Şerefeddin et-Tûsî*, s. 64-68, Beyrut 1998.

Herhangi bir ilim dalı ile ilgili araştırma yazısı yazılırken genellikle önce o ilim dalının tanımı, ardından temelleri, amacı, konuları, sınırları ve içeriği hakkında tek tek bilgiler verilir. Cebir ilminin tanımı ve açıklaması yukarıda verilmişti. Ancak diğerleri burada, cebir ilminin tarihinin belli bir dönemindeki seyrinden bahsedildiğinden ve dolayısıyla bu ilmin gelişimi devam ettiğinden konuları, sınırları gibi muayyen ve kat'î bilgiler vermek oldukça zordur. Hem bu yüzden hem de çalışmanın ilerleyen kısımlarında bu konulara kısmi de olsa değinileceğinden bu umumi âdet şimdilik terk edilecektir.

Bir ilmin kavramları insanın yapıtaşı olan hücreleri mesâbesindedir. Hücreler insanı, kavramlar da ilmi atomların maddeyi doldurması gibi doldurarak ayakta tutan temel birimlerdir. Bundan mülhem cebir ve mukâbele ilmini anlamaya yapıtaşlarından başlanacaktır.

1.2. Cebir ve Mukâbele İlminin Temel Kavramları⁶

Bu ilmin terimleri, sadece cebir ilmine ait terimler, riyazi ilimler ile ve diğer ilimler ile müşterek kullanılan terimler olmak üzere üç kısımda incelenebilir.

1.2.1. Saf Cebirsel Terimler

Bu terimler bilinmeyi ifade eden terimler, denklem çözme teknikleri ile ilgili terimler ve denklem türleri ve içeriği ile ilgili terimler olmak üzere üç başlık altında incelenebilir.

1.2.1.1. Bilinmeyi İfade Eden Terimler

Bu terimler asli ve fer'i olmak üzere iki kısımda incelenebilir. **Asli terimler;** çarpma ve bölme yoluyla birbirlerine de dönüşebilen ve türeme yoluyla fer'i terimleri meydana getiren **şey** (x), **mal** (x^2) ve **ka'b** (x^3)'dir.

Şey; cebirsel bir denklemde değeri bilinmeyen ve bilinen terimlerle belirli yöntemlere göre işlem yapmak suretiyle bilinir hale getirilen terimdir. Kendisi ile

⁶ Riyâzi ilimlerde “kavram” yerine “terim” tabiri de kullanılabilir. Bundan sonra daha çok “terim” kelimesi tercih edilecektir.

çarpılması sonucu **mal** ve mal ile çarpılması sonucu da **mukaa'b** veya **ka'b** meydana gelir.

$$x \Rightarrow x.x = x^2 \quad \text{ve} \quad x^2.x = x^3 \Rightarrow x = \text{şey}, \quad x^2 = \text{mal} \quad \text{ve} \quad x^3 = \text{ka'b}$$

Bu sonuncusu “**mukaa'b** veya **ka'b**”ın kullanımında bazı ihtilaflar mevcuttur. Bazı matematikçiler, örneğin “2” ka'b olarak isimlendiriliyorsa onun küpüne yani “8”e mukaa'b denmesi gerektiği⁷, bu ikisinin eş anlamlı olmasının karışıklıklara zemin hazırlayacağını öne sürerken; bazıları de bu iki terim arasında herhangi bir fark olmadığını⁸ hatta çoğu matematikçiye göre bunların eş anlamlı olduğunu⁹ ikisinin de “küp kökü olan” anlamında kullanılabileceğini iddia eder. Diğer bir ihtilaf noktası ise bu terimlerin ilk mertebesinin sayıyla mı başlayacağı yoksa “şey” ile mi başlayacağıdır. İlki gibi olursa “şey” ikinci, “mâl” üçüncü ve “ka'b” da dördüncü mertebede olacak ve bu mertebelerin üsleri ile uyuşmamasından dolayı hem öğretimde hem de problem çözmede bazı karışıklıklara mahal verebilecektir. Zaten görünüşe bakılırsa bu görüş matematikçiler arasında pek revaç bulmamış, terimlerin “şey” ile başlatılması daha uygun görülmüştür.¹⁰

İslam matematik tarihinde bazı istisnalar dışında matematiğin ifade ediliş tarzı genel olarak lafzidir, dolayısıyla Osmanlı klasik dönem cebri de neredeyse tamamen notasyondan mahrumdur.¹¹ Buna duruma bağlı olarak bir kelime veya harfin yanlış ifadesi tüm işlemin doğruluğunu olumsuz etkileyeceğinden o dönemde lafzi ifadelerin kullanım şekilleri büyük önem arz etmektedir. Hemen hemen her cebir kitabında, **mal** (x^2) ve **ka'b** (x^3) asli terimlerinden türeyen fer'i terimlerin ifadesindeki tertiple ilgili uyarılar bulmak mümkündür.¹²

⁷ AK, vr.87a-87b.

⁸ NN, vr. 37a-37b.

⁹ TR, vr. 39b.

¹⁰ İHa, vr. 57a, 58b.

¹¹ Bu dönem matematiğini yansıtan eserlerin bilhassa hesap bölümlerinde yoğun bir şekilde tablolar kullanılarak notasyon yokluğundan kaynaklanan zorluklar bir nebze olsun giderilmeye çalışılmıştır. Bunun en güzel örneklerini Nizâmuddîn Nisâbü'rî'nin *eş-Şemsiyye fi'l-Hisâb*'ında ve Ali Kuşçu'nun *Risâletü'l-Muhammediye*'sinde görmek mümkündür.

¹² İH, vr. 90b-91a; NN, vr. 37b; İHa, vr. 56b, 57b; AK, vr. 87b-88a; TR, s. 449.

Sayıcı sonsuz olan **fer'i terimler** asli terimlerden **mal** (x^2) ve **ka'b** (x^3)'ın belirli şekillerde bir araya gelmesiyle meydana gelirler.¹³

$$x^3 \cdot x = x^4 = x^2 \cdot x^2 \Rightarrow \text{mal} \ddot{u}'l - \text{mal} \Rightarrow 4.\text{mertebe}$$

$$x^4 \cdot x = x^5 = x^2 \cdot x^3 \Rightarrow \text{mal} \ddot{u}'l - \text{ka}'b \Rightarrow 5.\text{mertebe}$$

$$x^5 \cdot x = x^6 = x^3 \cdot x^3 \Rightarrow \text{ka}'b \ddot{u}'l - \text{ka}'b \Rightarrow 6.\text{mertebe}$$

$$x^6 \cdot x = x^7 = x^2 \cdot x^2 \cdot x^3 \Rightarrow \text{mal mal} \ddot{u}'l - \text{ka}'b \Rightarrow 7.\text{mertebe}$$

$$x^7 \cdot x = x^8 = x^2 \cdot x^3 \cdot x^3 \Rightarrow \text{mal ka}'b \ddot{u}'l - \text{ka}'b \Rightarrow 8.\text{mertebe}$$

$$x^8 \cdot x = x^9 = x^3 \cdot x^3 \cdot x^3 \Rightarrow \text{ka}'b \text{ ka}'b \ddot{u}'l - \text{ka}'b \Rightarrow 9.\text{mertebe}$$

$$x^9 \cdot x = x^{10} = x^2 \cdot x^2 \cdot x^3 \cdot x^3 \Rightarrow \text{mal mal ka}'b \ddot{u}'l - \text{ka}'b \Rightarrow 10.\text{mertebe}$$

⋮

Asli ve fer'i terimler sonsuza kadar birbirleriyle orantılıdır:

$$\forall x \in R \setminus \{0\} \text{ olmak üzere } \frac{1}{x} = \frac{x}{x^2} = \frac{x^2}{x^3} = \frac{x^3}{x^4} = \frac{x^4}{x^5} = \frac{x^5}{x^6} = \dots$$

Ayrıca asli ve fer'i terimlerin rasyonel türleri de zikredilmelidir. Bu terimler “şey'in cüz'ü” $\left(\frac{1}{x}\right)$, “mal'in cüz'ü” $\left(\frac{1}{x^2}\right)$, “ka'b'ın cüz'ü” $\left(\frac{1}{x^3}\right)$ şeklinde ifade edilirler.¹⁴

$$\forall x \in R \setminus \{0\} \text{ olmak üzere } \frac{1}{x}, \frac{1}{x^2}, \frac{1}{x^3}, \frac{1}{x^4}, \frac{1}{x^5}, \frac{1}{x^6} = \dots$$

Bilinmeyeni ifade eden tüm terimler hep birlikte iki taraflı sonsuz oran meydana getirebilirler:¹⁵

¹³ İH, vr. 90b-91a; NN, vr. 37b; İHa, vr. 56a; TR, s. 449.

¹⁴ İH, vr. 91a; NN, vr. 37b-38a; İHa, vr. 57b-58a; TR, s. 449.

¹⁵ NN, vr. 39a.

$$\dots = \frac{x^6}{x^5} = \frac{x^5}{x^4} = \frac{x^4}{x^3} = \frac{x^3}{x^2} = \frac{x^2}{x} = \frac{x}{1} = \frac{1}{\frac{1}{x}} = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x^2}} = \frac{\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x^3}} = \frac{\frac{1}{x^3}}{\frac{1}{x^3} \cdot \frac{1}{x}} = \frac{\frac{1}{x^3} \cdot \frac{1}{x}}{\frac{1}{x^3} \cdot \frac{1}{x^2}} = \frac{\frac{1}{x^3} \cdot \frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x^3} \cdot \frac{1}{x^3}} = \dots$$

Son olarak tüm bu terimlerin katsayıları üç ve daha büyük olursa Arapça dil kurallarına göre çoğul olacağından terimlerin lafızları da değişmektedir. Buna göre çoğul terimler “eşya”, “emvâl”, “kiâ'b/eka'b”, “emvâl mâl”, “emvâl ka'b”, “kiâ'b ka'b”, “eşya'nın cüz'ü”, “emvâlin cüz'ü” vb. şeklinde devam eder.

Bilinmeyen ifade eden kavramlarla ilgili buraya kadar sunulan tanım ve açıklamalar büyük oranda Osmanlı klasik dönem cebirine aitti. Hatta cebirsel kavramları ortaya koymak için çalışmada kullanılan tasnif (sadece cebir ilmine ait terimler, riyaî ilimler ile ve diğer ilimler ile müşterek kullanılan terimler) bu dönem cebircilerinin ortaya koydukları açıklamalardan esinlenerek meydana getirilmiştir. Ancak bu tasnif, terimlerin tarihsel seyrine bir göz atmak istendiğinde bazı problemleri beraberinde getirmektedir. Bu problem, cebir ilminin ilk ve onu takip eden dönemlerinde terimlerin ve konumlarının – doğal olarak – çok net bir şekilde belirlenmemiş olması ve ileride açıklanacak “dıl” ve “cezr” terimlerini burada söz konusu etme mecburiyetidir. Ancak bunu bir tablo yardımıyla yapmak konuya daha analitik yaklaşıma yardımcı olurken bahsi geçen problemi izale etme hususunda fayda sağlayabilir:

الكعب	المال	الشيء	الجذر	الضلع	مؤلف
—	Cezrin kendisiyle çarpımının sonucudur.	Tanımı yok, cezr yerine kullanır.	Kendisiyle çarpılan her niceliktir	Tanımı yok, “kenar” anlamında kullanılır.	Harezmi (II/VIII – III/IX. yy)
—	Tanım yok, yukarıdaki anlamda kullanılır.	—	Tanımı yok, “kök” anlamında ve “şey” yerine kullanılır.	Tanımı yok, “kenar” anlamında kullanılır.	İbn Türk (II/VIII – III/IX. yy)
—	Cezrin kendisiyle çarpımının sonucudur.	Tanımı yok, cezr yerine kullanır.	Kendisiyle çarpılan her niceliktir.	Tanımı yok, “kenar” anlamında kullanılır.	Ebu Kâmil (236/850-318/930)
Malin cezr ile çarpım sonucudur.	Cezrin kendisiyle çarpımının sonucudur. ¹⁸	Her bilinmeyenin aldığı isimdir. ¹⁷	Kendisiyle çarpılan her sayıdır.	Cezr ile aynı anlamdadır. ¹⁶	Kereci (IV/X. yy - V/XI. yy)
Mal’in şey ile çarpım sonucudur. ²²	Her sayının kendisiyle çarpımının sonucudur. ²¹	Tanımı yok, cezr gibi kullanılır. ²⁰	Sadece kendisiyle çarpılmışın köküdür.	Kökü olan her sayının köküdür. ¹⁹	Samevel Mağribi (ö580/1175?)

¹⁶ Kereci bunu söyledikten sonra cezr ve dıl’ arasında ancak matematikte ustalaşmış olanların zorlanmadan görebileceği bir fark olduğunu ifade eder. Bkz: Ahmed Selim Saidan, *Tarih İlmi el-Cezr fi’l-Alemi’l-Arabi*, c. I, s. 99, Kuveyt 1985.

¹⁷ Ancak “şey” kendisi ile çarpıldığı zaman, orada “cezr”e dönüştüğüne dair bir işaret meydana gelir. Bkz: Ahmed Selim Saidan, *Tarih İlmi el-Cezr fi’l-Alemi’l-Arabi*, c. I, s. 102, Kuveyt 1985.

¹⁸ Bu sonuç “murabba” olarak da isimlendirilebilirken “basit” ve “mal” arasında matematikte ustalaşmış olanların zorlanmadan görebileceği bir fark mevcuttur. Bkz: Ahmed Selim Saidan, *Tarih İlmi el-Cezr fi’l-Alemi’l-Arabi*, c. I, s. 99-102, Kuveyt 1985.

¹⁹ Burada “dıl” türü “cezr” olan bir cinstir. Yani bilinen veya bilinmeyen, tam veya rasyonel her türlü değerin herhangi bir dereceden kökü “dıl” olarak isimlendirilebilir. Bkz.: Samev’el Mağribi, *el-Bâhir fi’l-Cezr*, tahkik ve tahlil: Salah Ahmed-Rüşdi Raşid, s. 19, Dimeşk 1972. Öyleyse “mal”ın kökü olması bakımından “şey” de “dıl”ın sınırları içinde kalmaktadır.

²⁰ Mağribi’nin ifadelerinin geneline bakıldığında; “nicelik ya tek başına olduğunda ya da sadece kendisi ile çarpım durumunda bulunduğu “şey” olarak isimlendirilir” sonucu çıkar. Buna göre şey, cezri kapsamaktadır. Bkz.: Samev’el Mağribi, *el-Bâhir fi’l-Cezr*, tahkik ve tahlil: Salah Ahmed-Rüşdi Raşid, s. 19, Dimeşk 1972.

²¹ Müellife göre bu sonuç “murabba” ve “mecûr” olarak da isimlendirilebilir. Bkz.: Samev’el Mağribi, *el-Bâhir fi’l-Cezr*, tahkik ve tahlil: Salah Ahmed-Rüşdi Raşid, s. 19, Dimeşk 1972.

²² Bu sonuç Mağribi tarafından “mukaa’b” olarak isimlendirilmekte ve aynı zamanda eşit üç sayının çarpım sonucu olarak da görülmektedir. Ona göre “ka’b”, “dıl” gibi “mukaa’b”ı oluşturan sayıların her biridir. Bkz.: Samev’el Mağribi, *el-Bâhir fi’l-Cezr*, tahkik ve tahlil: Salah Ahmed-Rüşdi Raşid, s. 19, Dimeşk 1972.

الكعب	المال	الشيء	الجذر	الصنع	مؤلف Adı
Mal'ın şey ile çarpımıdır.	Şey'in misliyle çarpımıdır.	İstihracı istenen bilinmeyendir .	Tanımı yok, şey ve kök gibi kullanılır. ²³	Tanımı yok, kök veya kenar gibidir.	Ömer Hayyam (439/1048-526/1131?)
Tanımı yok, mukaab tabirini kullanır.	Tanımı yok, cezrin kendisiyle çarpımıdır.	Tanımı yok, bilinmeyen nicelik için kullanılır.	Tanımı yok, şey ve kök gibi kullanılır.	Tanımı yok, kök veya kenar gibidir.	Şerefeddin Tûsî (ö. 609-611/1213-1214)
Tanımı yok, mukaab tabirini kullanır.	Tanım yok, meçhulün karekökü varsa ona mal denir.	Tanım yok, bilinmeyen nicelik için kullanılır.	Kendisi ile çarpılan her sayıdır, şey değildir	Tanımı yok, kenar veya kök anlamında kullanılır.	İbn Havvâm (643/1245-724/1323)
Mal'ın köküyle çarpımının sonucudur, mukaab da denir.	Şey'in kendisiyle çarpımının sonucudur.	Cebir ve mukabele ilminde kendisiyle çarpılan her sayıdır.	Hesap ilminde kendisiyle çarpılan her sayıdır.	Mesaha ilminde kendisiyle çarpılan her sayıdır.	Nizâmeddin Nîsâbûrî (ö.730/1330?)
Cezr'in mal ile çarpımında n hâsıl olandır ²⁴	Cezr'in eşitiyle çarpımından hâsıl olandır	Kendisiyle çarpılan veya çarpılmayan bilinmeyendir .	Kendisiyle çarpılandır .	Her cezr dıl'dır, her dıl' cezr değildir.	İbn Hâim (756/1355?-815/1412)
Şey'in mal ile çarpım sonucu mukaab'dır.	Şey'in kendisiyle çarpımından hâsıl olandır	Tanım yok, bilinmeyen için kullanılır.	Kendisiyle çarpılandır .	Her cezr dıl'dır, her dıl' cezr değildir. ²⁵	Ali Kuşçu (IV/XV. yy. - 879/1474)
Cezrin mal ile çarpım sonucudur, mukaab da denilir.	Şey veya cezr'in kendisiyle çarpımından hâsıl olandır	Bilinene ulaşmak için bilinen varsayılan bilinmeyen sayıdır.	Keyfiyeti kendisiyle çarpılmak olan sayıdır.	Tanım yok, cezr gibidir.	T. Râsîd (932/1526 - 993/1580)

²³ Hayyam “cezr”i sürekli niceliklerde tek boyut olarak görür ve “cezr”, “murabba”ına (karesine) nispetle bulunduğu bir konumda “dıl” olur.

²⁴ İbn Hâim, tanımdan sonra “ka'b” ve “mukaa'b” ile ilgili iki görüş bulunduğunu, ilkinde göre bu iki terim arasında hiçbir fark olmadığını, ikincisine göre ise bunların “cezr” ve “meczur” arasındaki ilişkiye benzer şekilde sırayla “birbiriyle çarpılan üç eşit nicelikten her biri”ni ve “bu çarpım işleminden hâsıl olan”ı ifade ettiklerini belirtir. Ali Kuşçu, ikinci görüşteki gibi düşünmektedir. İHa, vr. 57a, 58b; AK, vr. 87a.

²⁵ Çünkü bir sayı kendisiyle çarpılır, sonra ilk sonuçla çarpılır, sonra ikinci sonuçla çarpılır, böylece sonsuza kadar gider ve o sayı, bu sonuçların her birine kıyasla dıl' ismini alır. Ancak aynı sayı sadece ilk sonuca, yani kendisiyle çarpımının sonucuna nispetle cezr adını alır. bkz.: AK, vr. 87a-87b.

Buradaki her bir kavramın süreç boyunca yaşadıklarını anlamlandırmaya çalışmak sonraki konulara ışık tutacağı gibi çalışmanın amacına da büyük katkı sağlayacaktır. Bu işlemi tabloda verilen sıraya uygun bir şekilde yapmak için dıl' teriminden başlanacaktır.

الضلع

Lügatte “kaburga kemiği”, “dolanarak tersine dönüş” ve “bir şekli meydana getiren/çevreleyen çizgilerin her biri” gibi anlamlara²⁶ gelen kelime, tıp dilinde “kaburga kemiği”, matematik dilinde de “kenar” manasıyla bilinir. Terim bugün modern matematikte sadece “kenar” anlamıyla bilinmesine rağmen tabloda da görüldüğü üzere kök/cezr / جذر terimini de kapsayacak şekilde kullanılmıştı. Belki de bunun nedeni “cezr” sadece ikinci dereceden kökü ifade ettiğinden daha yüksek dereceden köklere işaret etmek için başka bir kelimeye daha ihtiyaç duyulmasıydı. Bu ihtiyacı gidermek için de sayının dolanarak/katlanarak aslına yani başladığı yere geri dönmesini ifade edebilecek dıl' / ضلع'ın seçilmesi gayet uygun bir tercih gibi görünmektedir.

Cebir ve mukabele ilminin ilk dönemlerinde dıl' terimi kesin bir şekilde tanımlanmamakla birlikte “kenar” anlamı ile metinlerde oldukça yoğun kullanılmaktaydı. Bunun en büyük nedeni o dönem matematikçilerinin cebirsel kural ve işlemleri ispatlama gereği duymaları ve bunu geometri yardımıyla yapmalarındır.²⁷ Cebirde geometrik ispatın kökeni Babil medeniyetine kadar geri götürülse de Harezmi'nin bu ilmin temellerini attığı dönemde geometrik olarak tanımlanan Yunan

²⁶ İlk bakışta bu anlamlar birbirleriyle ilgisiz gibi görünse de her bir kaburga kemiğinin önden başlayarak arkayı dolanıp tekrar ön tarafta son bulması ve böylece kenarları kaburga kemiklerinden oluşan bir şekil meydana getirmesi gerçeği oldukça ilginçtir.

²⁷ Harezmi'nin cebirsel denklemleri hesabi olarak çözüp hendesi olarak kanıtlaması ile başlayan mezkûr süreç Ebu Kâmil'in hendesi kanıtları Öklides'in çalışmalarının yardımıyla daha sağlam hale getirmesi ve Sabit b. Kurra'nın hem çözüm hem de kanıt için sadece hendesi yöntemi kullanması ile devam etmiştir. Daha geniş bilgi için bkz.: Rüşdi Raşid, *Rıyadıyyât el-Havarizmi: Te'sîs İlmi el-Cebr*, s. 167-179, Beyrut 2010; Ebu Kamil Şuca' b. Eslem, *Kitâb fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele*, tahkik: Sami Şelhub, s. 18-42, Halep 2004; Roshdi Rashed, *Thabit Ibn Qurra: Science and Philosophy in Ninth-Century Baghdad*, “Resolution geometrique des equations du second degre Texte et traduction: Retablir les problemes de l'algebre par lesdemonstrations geometrique”, s. 153-169, Walter de Gruyter, Berlin 2009.

matematiğinin başlıca eserlerinin – bilhassa Öklit ve Heron’un çalışmalarının – Arapça’ya tercümesi hususundaki yoğun faaliyetlerin de etkili olduğu düşünülebilir.²⁸

Ne oldu da “dıl”, “kenar” anlamında iken Kerecî okulu ile birlikte “kök”ü, bilhassa “üçüncü ve daha üst dereceden kök”ü ifade etmeye başladı? Bu sorunun cevabını vermeden önce ilimde hiçbir fikrin kendiliğinden ve birden ortaya çıkamayacağı gibi hiçbir dönüşüm veya değişimin de ani ve çok sert bir biçimde olamayacağının, süreçler, etkenler ve hazırlayıcıların rolünün göz ardı edilmemesi gerektiğinin altını çizmekte fayda vardır. Bundan mülhem Ebu Kamil’den sonra cebirsel işlem ve ispatların analitik/aritmetik-geometrik yapıdan saf analitik/aritmetik yapıya geçişinde Sinan b. Feth tarafından tam sayıların küp köklerinin çıkarılması ve bilinmeyenin üssünün dokuzuncu dereceye kadar yükseltilmesini içeren eserlerin ortaya konulması çok önemli bir aşamadır.²⁹ Bu aşamadan sonra matematikçiler, bilhassa Kerecî Okulu, bilinenler hesabında kullanılan her şeyin bilinmeyenlere de uygulanarak cebir ilminin sınırlarının genişletilebileceği fikrinden yola çıktı. Bu yolun sonunda “dıl”, “bir sayının üçüncü ve daha üst dereceden kökü” anlamına doğru evrilmişken üçüncü dereceden denklemlerin çözüm ve ispatlarında tek başına aritmetiksel yaklaşımın yetersiz olduğu fikri matematik âlimlerini tekrar geometri bilimine yöneltti ve terimin her iki anlamı da kapsamasına neden oldu.

Osmanlı klasik dönemine gelince, cebirde tekrar salt aritmetik/analitik yapıya bir geri dönüş olduğundan dıl’ teriminin çoğunlukla tek terimlilerin ve polinomların kökünü bulma konularına hasredildiği ancak geometrik anlamının da göz ardı edilmediği, hendese ve mesaha bölümlerinde kullanıldığı görülür. Bu geri dönüşün sorgulaması, çalışmamız açısından önemine binaen, ileride etraflıca yapılacaktır. Dıl’ teriminin buradaki durumunu anlamlandırmak gerekirse; artık dıl’ teriminin “kenar” veya “kenar uzunluğu” anlamlarıyla kökeninin hendese ve mesaha ilminde olduğunun, gerektiğinde lafzın ödünç alınarak “bilinen veya bilinmeyen, tam veya rasyonel, tek veya çok terimli her türlü ifadenin üçüncü ve daha üst dereceden kökü” anlamında

²⁸ Harezmi ve haleflerinin kaynakları ile ilgili geniş açıklama ve tartışmalar için bkz.: Rüşdi Raşid, *Riyadiyyât el-Havarizmi: Te’sîs İlmi el-Cebr*, s. 117-148, Beyrut 2010; Adil Enbûba, *İhyâu’l-Cebr*, s. 22-24, Beyrut 1968; Victor Katz, *A History of Mathematics An Introduction (2nd Edition)*, s. 243-249, Addison Wesley, 1998

²⁹ Rüşdi Raşid, *Tarihu’r-Riyadiyyat el-Arabiyye beyne’l-Cebr ve’l-Hisab*, s. 24-25, 31, Beyrut 2001.

kullanıldığı söylenebilir. Buna ilave olarak “kök çıkarma” bahsinin önem kazanıp gelişmesiyle bir sayının mümkün olan en küçük kökünü ifade etmek için terimin “dıl’u’l-evvel”/ “ضلع الأول”³⁰ ve “dıl’u’l-esgar”/ “ضلع الأصغر”³¹ gibi türevlerinin de kullanıldığını belirtmekte fayda vardır.

Sonuç olarak “dıl” lafzı “kenar” anlamı ile başladığı yolculuğunda zamanla “kök” anlamını da kazanmış hatta bazı dönemlerde “cezr” ve “şey” terimlerinin anlamlarını da almış, Osmanlı geometrisinde “kenar”, cebir ve hesabında da “üç ve daha üst dereceden kök” manalarıyla özdeşleşmişken modern matematik ile başladığı yere geri dönmüştür.

الجذر

“Bir şeyin aslı, kökü” diye anlam verilen terim, bitki biliminde bitkilerin, dil biliminde kelimenin ve matematikte de sayının kökünü ifade eder. Burada ilk önce belirtilmesi gereken nokta; terimin İslam matematik tarihi boyunca niceliğin herhangi bir dereceden kökü için değil de sadece karekökü yani kendisi ile çarpılan her nicelik için kullanıldığı, zira küp ve diğer kökler için yukarıda da belirtildiği gibi dıl’ teriminin tercih edildiğidir. Bundan başka “cezr”, cebir ilminin kuruluşunu takip eden üç yüzyıl boyunca “şey” terimi yerine de kullanılmış, bu iki terim arasındaki fark net bir şekilde ifade edilmemiştir. Hatta ilmin ilk dönemlerinde “şey” anlamındaki “cezr”in çok daha fazla kullanıldığı gözlenir. Örnek olarak Harezmi ve Ebu Kamil cebir kitaplarının başındaki “altı cebirsel denklem ve çözüm yolları” konusundan “bilinmeyen ifadelerle aritmetiksel işlemler” bahsine kadar “x”i ifade etmek için “şey” yerine “şey” anlamındaki “cezr”i kullanırlar.³² Aslında duruma “x”in “x²”nin karekökü olması açısından bakıldığında bu kullanım çok da yanlış görünmez. Ama hem bilinen hem de bilinmeyen niceliklerin karekökü için tek terim olunca bir takım karışıklıklar ortaya çıkar ve yeni bir terimi zorunlu kılar.

³⁰ NN, vr. 91a-91b; AK, vr. 87a.

³¹ TR, s. 449.

³² Rüşdi Raşid, *Rıyadîyyât el-Havarizmi: Te’sîs İlmi el-Cebr*, s. 165-179, Beyrut 2010; Ebu Kamil Şuca’ b. Eslem, *Kitâb fi’l-Cebr ve’l-Mukâbele*, tahkik: Sami Şelhub, s. 14-42, Halep 2004.

Başlangıçta “x”in ifadesinde “cezr”in “şey”den daha yaygın olmasının muhtemel sebebi matematik ilminde “cezr” teriminin eskiden beri bulunmasına karşılık “şey” teriminin ilk kez Harezmi ile kullanıma sokulmasıdır. Ancak buradaki ilginç nokta, Harezmi’nin o dönem ilm-i nahiv ve metafizik (ilm-i ilâhî) tarafından kullanılan “şey” kavramını, hiçbir tanım ve açıklama yapmaksızın cebir kitabına koymasındır. Halefleri bu durumu fark etmiş olacak ki Kereci Okulu ile birlikte yavaş yavaş “şey” terimi tanımlanarak “x”i ifade etmeye ve “cezr” terimi sadece karekök anlamında kullanılmaya başlanmıştır. Osmanlı klasik dönemine gelindiğinde ise artık “cezr”, karesi “meczûr”(kökü olan) ile birlikte büyük oranda kök konusuna hasredilerek daha çok hesaba ait bir terim olarak görülmüş ve tanımlarda “şey” ile arası iyice açılarak birbirlerinin yerine kullanılamayacakları ortaya konulmuştur.

الشَّيْءُ

Fiil olduğunda “... olmasını, yapmayı dilemek veya istemek” anlamına gelirken isim hali bulunduğu yere göre “varlık”, “nesne”, “değer”, “iş”, “hiç”, “biraz”, “bir miktar” gibi bir çok mana alabilmektedir. Modern bilimlerde “şey” kavramı dikkate değer bir konuma sahip olmasa da tarih boyunca ilimlerin üzerinde tartıştığı mefhumlardan biriydi. Biraz önce de ifade edildiği gibi Harezmi’nin bu terimi cebir ilmine dâhil ettiği dönemlerde “şey” nahiv ilminde “tanımlanması en zor olan”, metafizikte de “vücûd” şeklinde tasavvur edilmekteydi.³³ Kavramın her düzeyde bir tür belirsizliği çağrıştırması cebir ilmindeki meçhul kavramını karşılama görevi için onu en münasip aday yapmıştı muhtemelen. Harezmi cebir ilmine kazandırdığı bu terim için bir tanımlama veya açıklama yapmadı ama onu özel belirli bir nesneye değil de herhangi bir ayrım olmaksızın geometrik veya rakamsal olması mümkün soyut bir nesneye işaret edecek biçimde kullandı. Ardından gelenler de onu “denklemde/problemde/soruda bilinmeyene/istenene verilen isim” şeklinde tarif ettiler. Ancak “şey” yani “x”, “mâl”in yani “x²”nin karekökü olması bakımından aynı zamanda “cezr” idi. Bu durumda şey’in cezr’den ayrılması için daha özel bir şekilde tanımlanması gerekiyordu. V/XI. yy’da Kereci Okulu ile başlayan bu terimleri ayırt etme süreci Osmanlı klasik döneminde en

³³ Rüşdi Raşid, *Rıyadıyyât el-Havarizmi: Te’sîs İlmi el-Cebr*, s. 60, Beyrut 2010. İbn Sina’da “şey” tartışması için bkz.: İbn Sina, *Kitabu’ş-Şifa – Metafizik I*, çev.: Ekrem Demirli – Ömer Türker, s. 27-34, Litera yay., İstanbul 2004.

son halini almıştır. Buna göre “şey” hesap ilmine değil cebir ve mukabele ilmine ait bir kavramdır ve sadece bilinmeyen nicelikler³⁴ için kullanılır. Ayrıca bilinmeyen kendisi ile çarpıldığında “cezr” terimi ile de ifade edilebilirken tek başına olduğunda sadece “şey” terimi kullanılabilir. Bu gün, “şey” terimi asırlar boyu dilden dile geçirdiği değişimle “x” halini alarak “cebir” gibi insanoğlunun matematik dilinde ortak kullandığı kavramlardan biri olmuştur.

المال

Lafız günlük dilde para, gayrı menkul, hayvan vb. her türlü zenginliği ifade eder ve bu anlamlarıyla tarih boyunca hukuk ve iktisat ilimlerinin önde gelen kavramlarından biri olmuştur. Cebir ilmindeki karşılığına gelince, dilimizdeki tam çevirisi “tam kare”dir. Terimin ne zaman, kim tarafından riyazî ilimlere sokulduğu bilinmemekle birlikte ilk sistemli cebir kitabının yazarı Harezmi’nin kullanımına bakılırsa “mal”ın önceden beri bu ilimlerde mütedavil olduğu kanısına varılabilir. Tam kareyi ifade etmek için neden bu kelimenin seçildiği sorusu ise, “lafzın fiil hali zenginleşmek anlamına gelmekte ve bir niceliği tam kare yapmak, o niceliği kendi değerinin katı kadar zenginleştirmek/arttırmak demektir” cümlesiyle cevaplanabilir.

Bu genel bilgilerden sonra “mâl”in tablodaki durumu ile ilgili açıklamalarda bulunmak gerekmektedir. Buna göre “mâl”, başlangıçta “cezr”in kendisi ile çarpımından hâsıl olandır” şeklinde tanımlanarak müteradifi olabilecek başka terimlerle ilgili herhangi bir tartışmaya girilmezken, sonraları özellikle Kerecî ve Mağribî ile terimin “meczur”, “murabba”, “sath” ve “basît” terimleri³⁵ ile arasındaki farkın ne olduğu, bunların birbirlerinin yerine kullanılıp kullanılamayacakları ile ilgili sorular ortaya çıkmıştır. Buna ilave olarak “şey” ve “cezr” terimleri arasındaki ince ayrım netleşmediği dönemlerde “mâl”in bunların hangisinden türediği de bahis mevzuu olmuştur.

³⁴ Bu dönemdeki cebir ilminin genel karakterini belirleyen nicelik türü büyük oranda süreksiz nicelik yani sayı olmasına rağmen çalışmada keskin/kesin ifadelerden kaçınmak için burada, sürekli ve süreksiz tüm nicelikleri ihtiva eden “nicelik” kavramı tercih edilmiştir.

³⁵ Bu terimler konusu geldiğinde daha ayrıntılı açıklanacağından burada kısaca değinilecektir.

Osmanlı dönemindeki vaziyete gelince; “bilinmeyen nicelik kendisi ile çarpım durumunda iken hem “şey” hem de “cezr” olarak isimlendirilebildiğinden “mal” bu ikisinden de meydana gelebilir; ancak “mâl” in bilinmeyen niceliğin karesi olması bakımından “şey” den türemesi daha layıktır” düşüncesi muteberdir. Ayrıca benzer terimlerin konumları belirlenerek kavram kargaşasından kaçınılmıştır. Buna göre “mezcûr” hesaba, “murabba” da hendeseye ait kavramlardır. Ancak “mezcûr” bilinen bir niceliği tam kare haline getirdikten sonraki bir durumu temsil ettiğinden işlemin gerçekleştirilmesi istendiğinde “rub” fiili ve “murabba” ismi tercih edilmektedir. “Sath” ve “basît” terimleri ise her türlü nicelikte kullanılabilmeleri açısından çok daha geneldirler ve bu yüzden “mâl” terimi yerine kullanılamazlar. Son olarak terimin modern matematikte kullanılmadığını, her türlü niceliğin tam karesini “murabba” teriminin temsil ettiğini belirtmekte fayda vardır.³⁶

الكُفْب

Lügatte “yükselmiş, artmış ve yücelmiş olan her şey”, “şeref”, “eklem (kemik)” ve “topuk/aşık kemiği” anlamları bulunan “ka’b”, matematik tarihinde asırlar boyunca “x³”ü ifade etmek için kullanıldı. Terimin bilinen ilk kullanımı III/IX. yy’ın ilk yıllarına dayanmasına rağmen tabloda da görüldüğü gibi Harezmi, İbn Türk ve Ebu Kamil eserlerinde bu terime yer vermemişlerdir. Bunun **iki nedeni** olabilir; **ilki** çağdaşlarının bu terimi bildiklerinden ve eserlerinde kullandıklarından haberleri yoktu ki bu çok zayıf bir ihtimaldir. Çünkü Beytü’l-Hikme’de Harezmi ile birlikte çalışan Musaoğulları³⁷ (Benû Mûsa) (III – IV/IX – X. yy) “ka’b”ı eserlerinde ilk kullananlar arasındadır ve yeni bir ilim dalının doğuşuna önderlik eden bir bilim adamının çalışma arkadaşlarının eserlerinden/bulgularından haberdar olmaması neredeyse imkânsızdır. **İkinci neden** ise Harezmi’nin eserinin girişinde de vurguladığı gibi günlük hayatta ihtiyaç duyulan hesaplamaları yapmada, en basit, en kısa ve bir o kadar da kullanışlı yöntemleri bulup uygulamaktır. Buna göre Harezmi ve takipçisi Ebu Kamil, eserlerinde

³⁶ “Mal”ın ne zaman, ne için tedavülden kaldırıldığı ile ilgili kesin bir bilgi bulunmamakla birlikte Bahauddin Amili’nin *Hulâsâtü’l-Hisâb*’ı ile şerh ve haşiyelerine bakarak Osmanlı’da en azından XII/XVIII. – XIII/XIX. yy’a kadar terimin yaygın olduğu söylenebilir. Bkz.: Bahauddin Âmilî, *Hulâsâtü’l-Hisâb*, tahkik: Celal Şevki, s. 107, Kahire 1981; Cevat İzgi, *Osmanlı Medreselerinde İlim*, c. I, s. 209-226, İstanbul 1997.

³⁷ J. Al-Dabbagh, *DSB (Dictionary of Scientific Biography)*, “Banu Musa”, c. I, s. 443-446.

varmak istedikleri amacı gerçekleştirmek adına ikinci dereceden büyük kuvvetleri bilhassa kullanmamayı tercih etmişlerdi.

Bu terimin mütedavil olmasına önderlik edenlerin kimler olduğu ve buna niçin ihtiyaç duydukları sorusuna gelince; az önce adı geçen Musaoğulları, düzlemsel ve küresel şekillerin ölçümleri ile ilgili eserinde³⁸ “tüketme metodu” ile dairenin alanını hesaplarken kullandıkları çokgen, ikiden büyük üsleri kullanmalarına neden oldu. Bundan başka, Ömer Hayyam’ın eserinin girişinde üçüncü dereceden denklemleri kendisinden önce çözmeye çalışanlar ile ilgili verdiği bilgiler sayesinde haberdar olduğumuz Mâhânî’den³⁹ (III/IX. yy) bahsedilebilir. Hayyam’a göre Mâhânî, Arşimedes’in *Küre ve Silindir Hakkında* kitabının ikinci makalesinin dördüncü şeklinde aksiyom olarak kullandığı öncülü cebir ile çözmeyi düşünmüş⁴⁰ ve bunun için de $\{x^3 + a = cx^2\}$ denklemini kullanmış ancak çözüme ulaşamamıştır. Bir sonraki yüzyılda Ebu Cafer el-Hâzin⁴¹ (IV/X. yy) bu denklemi koni kesitleri yardımıyla çözecektir.⁴²

Buraya kadar anlatılanlardan ortaya çıkmıştır ki, III/IX. yy’da İslam Medeniyetinin bilim adamları üçüncü dereceden kuvvet kavramının farkındaydılar ve onu daha çok hendesi problemlerin çözümünde kullanmışlardı. Ancak Sinan b. Feth (III/IX. yy.) hariç kimse niceliklerin kuvvetlerini tanımlamak ve onlarla ilgili oranları vermek için bir eser telif etmemişti. III/IX. asırda bilgin, *Risale fi’l-Ka’b ve’l-Mâl ve’l-A’dâdi’l-Mutenâsibe* adlı çalışmasıyla üçüncü ve daha yüksek dereceden denklemlerin yolunu aydınlatacak ilk ışığı yakmıştı.⁴³ Ardından gelenler yüksek dereceli bilinmeyen niceliklerle hesabî işlemler yapmanın yollarını gösterdiler ve böylece yol, ilerlemek isteyenler için uygun bir hale gelmiştir.

³⁸ *Kitâb fî Ma’rifeti Mesâhat Eşkâli’l-Basît ve’l-Kurevî*, Süleymaniye, Carullah 1475, vr. 36a-49b; Carullah 1502, vr., 42a-48b. Bu son yazmanın 47b varlığında terimi “كعب” değil de “مكعب” şeklinde görmek mümkündür.

³⁹ Biyografisi ve eserleri için bkz.: Yvonne Dold-Samlonius, *DSB*, “al-Mahani”, c. IX, s. 21-22.

⁴⁰ Ömer Hayyam, *Resâilü’l-Hayyam el-Cebriyye*, “el-Makâle fi’l-Cebr ve’l-Mukâbele”, tahkik: Rüşdi Raşid-Ahmed Cebbar, s. 1, 90-91, Halep 1981.

⁴¹ Yvonne Dold-Samlonius, *DSB*, “al-Khazin”, c. VII, s. 334-335.

⁴² Yvonne Dold-Samlonius, *DSB*, “al-Mahani”, c. IX, s. 21.

⁴³ Sinan b. Feth ve eseri hakkında daha fazla bilgi için bkz: Rüşdi Raşid, *Tarihu’r-Riyadiyyat el-Arabiyye beyne’l-Cebr ve’l-Hisab*, s. 24-25, 31, Beyrut 2001; Rüşdi Raşid-Regis Morelon, *Mevsûat Tarihi’l-Ulûm el-Arabiyye*, c. II, s. 469, Beyrut 2001; İhsan Fazlıoğlu, *Ulusal Harran Sempozyumu*, yayınlanmamış bildiri, “Harran’lı Maematikçilerin Matematiğin Oluşumundaki Katkıları”, http://www.ihsanfazlioglu.net/yayinlar/makaleler/Harran-li_Matematikciler.pdf

“Ka’b” teriminin matematiğe girişı ve sonrasındaki gelişmelerle ilgili açıklamalardan sonra türevi “mukaa’b”dan ve süreç boyunca “ka’b” ile birlikte kullanım şeklinden bahsedilebilir. Bu iki terimin arasındaki ilişkiye dil açısından bakılırsa “cezr-meczûr”da olduğu gibi bir durumun söz konusu olması gerekir. Yani “mukaa’b” üç tane “ka’b”ın birbiriyle çarpımından hâsıl olandır. Ancak uygulamada bu şekilde değildir; başlangıçta “ka’b” diye isimlendirilen “ x^3 ”, Kerecî Okulu ve Bennâ Okulunda⁴⁴ aralarında herhangi bir fark gözetmeksizin “mukaa’b” olarak da tanımlanmıştır.

⁴⁴ وإذا ضرب المال في الشيء، سمي الحاصل مكعبا وذلك الشيء هو ضلعه وكعبه، وإذا ضرب الكعب في الشيء ...

“Mâl”, “şey” ile çarpıldığında sonuç “mukaa’b” olarak isimlendirilir ve o “şey” onun “dıl”ı ve “ka’b”ıdır. “Ka’b”, “şey” ile çarpıldığında...

Aritmetik/analitik-geometrik yaklaşımın temsilcisi Ömer Hayyam’da ise açık bir dille ifade edilmese de terimleri kullanım biçiminden “ka’b”ın “ x^3 ”ü, “mukaa’b”ın da küp cismini karşıladığı düşünülebilir.⁴⁶ Hayyam’ın halefi Şerefeddin Tûsî’nin çalışması, metnin dilinden kaynaklanan bir takım belirsizlikleri ve daha önce bahsi geçen problemleri ihtiva etmesine rağmen, dikkatli incelendiğinde – metnin muhakkıku Rüşdi Raşid’in ifadesinin aksine⁴⁷ – bu iki terimin farklı olduklarına dair ipuçları vermektedir. Buna göre “mukaa’b”; herhangi bir niceliğin karesi ile çarpılması sürecini ve akabinde hâsıl olan şeyi ifade ederken “ka’b”; herhangi bir niceliğe bakıldığında

⁴⁴ Hemen hemen tüm matematik eserleri, şerh ve haşiyeleri ile Osmanlı matematiği üzerinde ciddi bir tesire sahip olan Bennâ Okulu’nun kurucusu İbn Bennâ Merrâkuşî *Kitâbu’l-Cebr ve’l-Mukâbele* adlı eserinde şöyle yazar:

والمكعب هو الذي يكون من ضرب المربع في الجذر، ويسمى الجذر هنا كعبا و ضلعا، وقد يقال للمكعب: كعب. “Mukaa’b”, “murabba”ın “cezr” ile çarpımından meydana gelendir ve burada “cezr”, “ka’b” ve “dıl” olarak isimlendirilir, “mukaa’b”a “ka’b” denilebilir. Ahmed Selim Saidan, *Tarih İlm el-Cebr fi’l-Alemi’l-Arabi*, c. II, “Kitâbu’l-Cebr ve’l-Mukâbele li-İbni’l-Bennâ el-Merrâkuşî” bölümünden, s. 506, Kuveyt 1985.

⁴⁵ Samev’el Mağribî, *el-Bâhir fi’l-Cebr*, Ayasofya 2718, vr. 4a; Samev’el Mağribî, *el-Bâhir fi’l-Cebr*, tahkik: Salah Ahmed-Rüşdi Raşid, s. 17, Dimeşk 1972.

⁴⁶ Ömer Hayyam, *el-Makâle fi’l-Cebr ve’l-Mukâbele*, tahkik: Rüşdi Raşid-Ahmed Cebbar, Resâilü’l-Hayyam el-Cebriyye, s. 4-5, Halep 1981.

⁴⁷ Rüşdi Raşid, *el-Cebr ve’l-Hendese fi’l-Karni’s-Sâni Aşer: Müellefât Şerefeddin et-Tûsî*, s. 707, Beyrut 1998.

onun üçüncü dereceden tam bir köke sahip olduğu ile ilgili bir duruma işaret edebilir.⁴⁸ Bu cümleler neticede aynı kapıya çıkıyor gibi görünse de geldikleri yerler farklıdır.

Osmanlı klasik dönemine gelindiğinde ise, tabloda da görüleceği gibi terimlerin tanımlanması ve ayrımlarının yapılması konusunda ciddi bir sıkıntı göze çarpmaz. Ancak bu terimlerin tanımlarına uygun bir şekilde kullanımı hususunda aynı şeyi söylemek zordur. Zira “Bilinmeyen ifade eden terimler” başlığının hemen altındaki açıklamalarda da görüleceği üzere Osmanlı matematikçileri “ x^3 ”ü ifade etmek için çoğunlukla “ka’b” terimini tercih etmişlerdir. Bu durumunun muhtemel sebepleri şöyle sıralanabilir:

- Tanım yaparken dilsel unsurları da hesaba katarak tutarlı olmaya çalışmış ancak iş uygulamaya gelince gerek yazım gerek telaffuz açısından “ka’b”ı daha kullanışlı tasavvur etmiş olabilirler.
- Bu iki terimin yazımları çok benzediğinden aralarındaki küçük fark tarih boyunca, müstensih ve muhakkıkların gözünden kaçmış olabilir.
- İslam matematik geleneğinin başından beri “mukaa’b” hendesi/sürekli bir nicelik olan “küp” cismini ifade ettiğinden sadece cebir ilmine ait olan “ x^3 ”ü diğerinden ayırmak için özellikle “ka’b”ı tercih etmiş olabilirler. Belki Sinan b. Feth de bu şekilde düşündüğünden “ x^3 ”e “ka’b” demiştir.

Son olarak modern matematikte, hem cebir hem de geometride sadece “mukaa’b” teriminin kullanıldığını belirtmek gerekir.

⁴⁸ Rüşdi Raşid, *el-Cebr ve'l-Hendese fi'l-Karni's-Sâni Aşer: Müellefât Şerefeddin et-Tûsî*, s. 449-679, Beyrut 1998. Tûsî, selefi Hayyam’ın cebre, hendesi tarafı ağır basan, hendesi-hisâbî yaklaşımını daha da derinleştirmiş, hem hendesi hem de hisâbî açıdan ciddi gelişmeler kaydetmiştir. *el-Muâdelât* adlı eserinde denklemleri sadece hendesi yaklaşımıyla çözmemiş, çeşitli cetveller kullanarak hisâbî yaklaşımıyla da sonuca ulaşmıştır. Buna ilave olarak lineer birim/الواحد الخطي, kuadratik birim/الواحد السطحي ve kübik birim/الواحد الجسمي gibi kavramları ortaya koymuş ve Hayyam’ın ölçü birimi/وحدة القياس ve boyut/البعد kavramlarıyla analitik geometriye yaptığı katkıyı genişletmiştir. Kavramlarla ilgili daha fazla bilgi için bkz.: Rüşdi Raşid, *el-Cebr ve'l-Hendese fi'l-Karni's-Sâni Aşer: Müellefât Şerefeddin et-Tûsî*, s. 448-449, Beyrut 1998. Bu durum yani hem hendesi hem de hisâbî yaklaşımıyla denklem çözme tekniklerinin çeşitlenip gelişmesi müellifin bireysel başarısı olarak görülmemeli, hem bilimsel birikim hem de dönemin siyasal ve sosyal durumu, ilmi ortam, teorik ve pratik gereksinimler bağlamında değerlendirilmelidir.

1.2.1.2. Denklem Çözme Teknikleri İle İlgili Terimler⁴⁹

Cebir ilminin temel amacı çeşitli yöntemler kullanarak verilen bilinenlerle istenen bilinmeyenleri çıkarmaktır. Bunu gerçekleştirmenin en geçerli yolu ise eldeki verilerle kaidelere uygun tasarrufta bulunarak denklem kurmak ve onu çözmektir. Esasında “denklemler” bahsi bu ilmin en büyük ve önemli kısmını meydana getirir. Cebir ve mukâbele ilminin kurucusu ve isim babası Harezmi muhtemelen bu yüzden denklem çözerken kullanılan başlıca iki yöntemin/işlemin adını, “cebiri” ve “mukâbele” lafızlarını bu ilmin adı olarak tercih etti.

Cebir lafzı denklemde kullanılan iki farklı yönteme/işleme delalet etmektedir:

İlki; eşitliğin sağ veya sol veyahut da her iki tarafındaki negatif ifadenin değeri kadarını her iki tarafa eklemek suretiyle giderilmesi yani denklemin pozitifleştirilmesi işlemidir.

İkinci anlamı ise; denklemdeki mâl’in (x^2) katsayısının bir’den küçük olması durumunda denklemi standart denklem kalıplarının birine indirgemek için o katsayıyı bir’e dönüştürme işleminde kullanılan yöntemlerdir. “Cebiri”nin bu anlamı **“tekmil”** kavramıyla da karşılanır. Tekmil, Türkçede de kullanılan Arapça kökenli bir kelimedir ve “tamamlamak” demektir. Cebir ve mukâbele ilminde de yine bu manada “bir’den küçük olan katsayıyı bir’e tamamlama” işlemini ifade etmektedir.

“Cebiri”nin sözlük anlamı “kırık kemiği iyileştirmek”tir ve onun bu ilimdeki anlamıyla – görünüşte öyle olmasa da – uyum içinde olduğu söylenebilir. Çünkü mâl’in katsayısının bir’den küçük olması onun “kesirli sayı” olması demektir; “kesir” kelimesi Arapça (kesr) kökenlidir ve “kırık (özellikle kemik)” yani tam/sahih olmayan anlamına gelir. Öyleyse kırık/kesirli bir katsayıyı iyileştirmek/tam(bütün-tekmil) yapmak için “cebiri” kelimesini seçmek yerinde bir tercih gibi görünmektedir.

Bunlara ilave olarak “cebiri” kelimesinden türemiş **“mecbûr”**, **“mecbûr bih”** ve **“mecbûr ileyh”** terimlerine de değinmek gerekmektedir. Daha önce de ifade edildiği

⁴⁹ Burada sadece anlamlar üzerinde durulacaktır, bunlarla ilgili geniş açıklama, formülasyon ve örnekler ileriki konularda verilecektir. (s. 179-186)

gibi “cebiri” işlemi hem negatif terimli hem de kesirli ifadelerde, bu ifadeleri pozitifleştirmek veya tam sayıya dönüştürmek için kullanılıyordu. Eğer negatif terim ve bunun giderilmesi söz konusu ise “eksilen”e “mecbûr”, “çıkan”a da “mecbûr bih”; kesirli ifade ve bunun tam sayıya dönüştürülmesi söz konusu ise kesirli değer “mecbûr”, tam sayı değeri ise “mecbûr ileyh” olarak adlandırılır.

Son olarak Osmanlı klasik döneminde “cebiri” teriminin yukarıdaki iki anlamının yanında bu ilmin adını da temsil ettiği, dolayısıyla toplamda üç anlamı ifade ettiği belirtilmiştir.⁵⁰

Mukâbele; sözlükte “karşılaştırma, karşı karşıya gelme” anlamlarında, terim anlamıyla ise yine benzer bir mana ile denklemin sağ ve sol tarafındaki ifadeleri karşılaştırmak suretiyle ortak olanları bir araya getirmektir. Burada dikkat çekilmesi gereken husus, bu işlemin denklemin sağ ve sol taraflarında karşılıklı olarak aynı cinsten terimler bulunduğu yapılabileceğidir. Zira bu terimi denklem ifadelerini pozitifleştirme anlamındaki “cebiri”den ayıran nokta burasıdır. Eğer bir denklemin bir tarafında negatif bir ifade diğer tarafında da negatif veya pozitif aynı cinsten başka bir ifade olursa cebiri işlemi yapmadan mukabele işlemi ile çözüme kestirmeden gidilebilir. Ayrıca “mukâbele” tekniği, eşitliğin iki tarafındaki sadece toplama ve çıkarma işlemlerinde değil çarpma ve bölme işlemlerinde de kullanılabilir.

Hatt ve redd “cebiri”in “tamamlama” anlamının tam tersidir yani denklemdaki mâl’in katsayısı bir’den büyük ise o katsayıyı çeşitli yöntemlerle bir’e indirgemektir. “Hatt” sözlükteki “aşağı indirme, azaltma”, “redd” ise “iade, geri verme” anlamlarıyla cebirsel denklemde tatbik edilmek istenen işlemi uyum içerisinde ifade etmektedirler.

“Cebiri” kelimesinden türeyen terimler gibi “hatt” kelimesinden türemiş terimler de mevcuttur. Bunlar; “**mahtût**” ve “**mahtût ileyh**”tir. Mahtût, bir’den büyük olan ve bu yüzden indirgenmesi gereken katsayı değerinin adıdır. Mahtût ileyh ise mahtûtun indirgeneceği değer yani bir’dur.⁵¹

⁵⁰ İHa, vr. 74a.

⁵¹ İHa, vr. 74b.

Denklem çözüme teknikleri ile ilgili terimlerin Osmanlı klasik dönemindeki durumlarını genel hatlarıyla ortaya koyduktan sonra bahsi geçen terimlerin arka planına bakılabilir.

Bu ilme adını veren “cebir” terimi ile başlamak gerekirse; bu ilmin ilk dönemlerinde hemen hemen VII/XIII. yy’a kadar terim, sadece bir tekniğe işaret etmekteydi. Bu teknik, denklemin herhangi bir veya iki tarafındaki negatif terime/terimlere değeri kadar ilave etmek suretiyle denklemdaki tüm terimleri pozitif hale getirmekten ibaretti. “Cebir” muhtemelen, Mağrib matematiğinin⁵² önde gelen matematikçilerinden İbn Yasemin’in (ö. 601/1204) cebir ilmine hasrettiği manzum eserinde bu terimle ilgili verdiği bilgilerin ardından ikinci bir tekniğin anlamını da içermeye başladı. Bu anlam da Maşrık⁵³ matematikçilerinin yani cebir ilminin kurucu ve takipçilerinin “ikmâl” dedikleri şeydir.⁵⁴ Batı ve Doğu İslam dünyası arasında köprü vazifesi gören Osmanlı’da ise bu ilmin adı da dâhil olmak üzere “cebir” lafzının üç anlamı ihtiva ettiği bilinmekteydi.

Tarih boyunca modern dönemlere kadar “cebir ve mukâbele ilmi” tabirindeki yerini koruyan “mukâbele”, denklem çözerken kullanılan tekniklerden biri olarak anlamını da korumuştur. Ancak Osmanlı klasik dönemine kadar tıpkı diğer terimler gibi bu terim de herhangi bir tanımlama ve izaha konu olmamıştır.

“Redd” ve “ikmâl”e gelince; Harezmi’den itibaren asırlar boyunca anlamını koruyan bu terimler cebir ilminin önemli unsurlarından ikisi olarak kabul edilir. Terimlerin matematikte bilhassa cebir ilminde ilk kez Harezmi tarafından kullanılıp kullanılmadığı kesin olmasa da haleflerinin bu teknikleri/terimleri benimsediği, çeşitli izah ve tanımlar getirdikleri barizdir. Özellikle Kereci Okulu bu teknikleri benimsemenin yanında, bir alternatif oluşturmak, cebir ilminin belli kalıplar içine sıkışmış, katılaşmış bir yapı değil de aksine esnek, her daim genişleme ve gelişmeye açık bir bilim olduğunu kanıtlamak için “redd” ve “ikmal” yöntemlerini kullanmadan

⁵² “Mağrib matematiği” tabiri sadece bir ülkeye ait matematik çalışmalarını değil Batı İslam Dünyasında oluşan ve gelişen matematik geleneğinin tamamını ifade etmektedir.

⁵³ “Maşrık” burada Doğu İslam ülkelerinin tamamını temsil etmektedir.

⁵⁴ İbn Yâsemin, *Manzûmât İbn Yâsemin fî Â’mâli’l-Cebr ve’l-Hisâb*, tahkik: Celal Şevki, s. 124, Kuveyt 1988.

denklem çözenin yollarını da öğretmişlerdir.⁵⁵ Hendesî-cebirciler ise yaklaşımları gereği bu teknikleri kullanmasalar da Ömer Hayyam, bir dairenin çeyreğini iki eşit parçaya bölme ile ilgili bir makalesinde problemi üçüncü dereceden cebirsel bir denkleme dönüştürüp koni kesitleriyle çözmek için öncelikle denklemi sadeleştirilmesi gerektiğinden burada ikmal yöntemini kullanmıştır.⁵⁶ Son olarak “redd” teriminin üslû sayıların üslerinin azaltılması işlemini de ifade ettiğini belirtmek gerekir.

“Hatt”, yukarıda bahsi geçen “cebiri” terimi ile birlikte daha çok Batı İslam Dünyası matematikçileri tarafından “redd” ve “ikmâl”in yerine aynı anlamı tabir edecek şekilde kullanılmaktaydı. Bu değişikliği ilk kez kimin yaptığı kesin olarak bilinmemekle birlikte verilere göre en erken tarihli kullanım, Osmanlı topraklarında üzerine çeşitli şerhler yazılıp ilim kamuoyunda mütedavil olan manzum eseri *el-Urcuze el-Yâseminiyye fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele* ile VII/XIII. yy'da İbn Yâsemin'e aittir. Onun ardından İbn Bennâ⁵⁷ (ö. 721/1321) ve Okulu bu geleneği devam ettirmiş, “indirgeme ve tamamlama” anlamındaki “hatt ve cebiri”i tam ve rasyonel sayılarda da kullanmışlardır.⁵⁸ Bu ikinci anlamı ile “cebiri”in ve “hatt” teriminin Osmanlı matematiğine girişi muhtemelen İbn Hâim'in *Şerhu'l-Urcuze el-Yâseminiyye fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele*'si⁵⁹ ve yine onun İbn Bennâ'nın *Telhis Â'mâli'l-Hisâb*'ına şerhi *el-Hâvi*

⁵⁵ Ahmed Selim Saidan, *Tarih İlmi el-Cebr fi'l-Alemi'l-Arabi*, c. I, s. 156, Kuveyt 1985; Samevel Mağribi, *el-Bâhir fi'l-Cebr*, tahkik ve tahlil: Salah Ahmed-Rüşdi Raşid, s. 79, Dimeşk 1972.

⁵⁶ Ömer Hayyam, *Resâilü'l-Hayyam el-Cebriyye*, “el-Makâle fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele”, tahkik: Rüşdi Raşid-Ahmed Cebbar, s. 80-86, Halep 1981. Hayyam dairenin çeyreğini iki eşit parçaya bölme işlemini koni kesitleri kullanarak yapıp, kanıtladıktan sonra bu problemi hisâbî olarak çözmek isteyen “tahkik”e ulaşamayacağını, çünkü koni kesitleriyle çözülebilen problemlerin hisâbî yaklaşımla çözülemeyeceğini, ancak “tahmîn” ile yetinenler için trigonometrik çözümün de mümkün olduğunu iddia eder. Daha geniş bilgi için bkz.: Ömer Hayyam, *Resâilü'l-Hayyam el-Cebriyye*, “el-Makâle fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele”, tahkik: Rüşdi Raşid-Ahmed Cebbar, s. 97, Halep 1981.

⁵⁷ Hayatı ve eserleri ile ilgili bilgi için bkz.: İhsan Fazlıoğlu, *DİA*, “İbn Bennâ”, c. XX, s. 530-534, İstanbul 1999; J. Vernet, *DSB*, “İbn al-Banna”, c. I, s. 437-438. İbn Bennâ'nın en mühim ve Osmanlı matematiği üzerinde en etkili eseri *Telhis Â'mâli'l-Hisâb*'dır. Eserin tahkikli metni ve değerlendirmesi için bkz.: İbn Bennâ Merrâkuşî, *Telhis Â'mâli'l-Hisâb*, tahkik: Muhammed Süveysi, Tunus 1969.

⁵⁸ İbnü Bennâ Merrâkuşî, *Telhis Â'mâli'l-Hisâb*, tahkik: Muhammed Süveysi, s. 56, 60, 73, Tunus 1969; Kalasâdî, *Keşfü'l-Esrâr an İlmi Hurûfi'l-Gubâr*, tahkik: Muhammed Süveysi, s. 74-75, Tunus 1988. Bennâ'nın “cebiri” terimini tanımlarken kullandığı “islâh” tabiri terimin iki farklı işlemi ihtiva etmesini çok güzel ifade eder. Zira hem kesirli hem de negatif sayılar tam/sahih/doğru yani pozitif tam sayılar haline gelmek için ıslah edilmesi gereken sayılardır.

⁵⁹ İbn Hâim, *Şerhu'l-Urcuze el-Yâseminiyye fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele*, tahkik: Mehdi Abdulcevad, s. 98-101.

*fi'l-Hisâb*⁶⁰ aracılığı ile olmuştur. Zira bu iki şerh de Osmanlı ilim çevrelerinde yaygın olan eserler arasındadır.

Son olarak, Osmanlı klasik dönem matematiğinin kuşatıcı yapısı sayesinde hem Maşrik hem de Mağrib matematiği ve cebirindeki terimlere vâkıf olunduğunu, buna ilave olarak her iki gelenekteki terimlerin sadece bir araya getirilmesiyle yetinilmediğini, tüm terimlerin tanımlamalarla ortaya konulup, çeşitli tasniflerle tafsilatlı bir biçimde açıklandığını vurgulamakta fayda vardır.

1.2.1.3. Denklem Türleri ve İçeriği İle İlgili Terimler

Cebir ilminin diğer riyazî bahisler içinden yükselip bir ilim dalı olarak temayüz etmesinde en büyük katkısı yapan “cebirsal denklemler teorisi”, tabir-i câiz ise bu ilmin kalbidir. Aşağıda açıklanacak terimler de o kalbin damarları mesabesinde olmaları hasebiyle dikkate değer bir ehemmiyeti haizdir.

Aslı “**el-mesâil es-sitte**/المسائل الست” olan ancak Osmanlı matematiğinde daha çok “mesâil-i sitte” şeklinde bilinen terim, herhangi dereceden, herhangi bir denklemi çözmek için ilk önce kendisine dönüştürülmesi gereken temel altı denklem türünü ifade eder. “el-Mesâil es-sitte el-cebriyye/المسائل الست الجبرية” yani “cebirsal altı denklem” olarak da kullanılan terim çoğunlukla, cebir kitaplarında mukaddimeden ve cebirsal ifadelerle hesap işlemlerinin öğretildiği bölümden sonraki bölümün başlığını oluşturur. Bu terimde “denklemler”i karşılayan “muâdelât/معادلات”⁶¹ yerine “mesâil/مسائل”in tercih edilmesinin muhtemel sebebi; lafzın anlamlarından birinin “kanıtlanabilen önerme/teorem” olması ve bu anlamı ile altı denklem türünün diğer tüm denklemlerin özünü meydana getirmesidir. Son olarak, denklem kalıplarının sayısının altı ile sınırlanmasının nedeni; bu denklemleri oluşturacak terimlerin “aded /sayı”, “şey/x” ve

⁶⁰ Tahkikli metni için bkz.: İbn Hâim, *el-Hâvî fi İlmi'l-Hisâb*, tahkik: Hudeyr Abbas Muhammed el-Munşedâvî ve Reşîd Abdurrazzak el-Sâlihî, Bağdat 1988. Yazma nüshası için bkz.: İbn Hâim, *el-Hâvî fi İlmi'l-Hisâb*, Ragıp Paşa 1458.

⁶¹ “Muâdele/denklem” İbn Hâim tarafından şöyle tanımlanmaktadır:

أن معنى المعادلة هنا أن يفرض عدد ما أو نوع من المجعولات مساوياً لنوع منها أو نوعين ويختلف اللفظان
Burada denklemin anlamı herhangi bir sayı veya bilinmeyenlerden bir türün, onlardan bir veya iki türe eşit varsayılması ve iki lafzın değişmesidir. Bkz.: İHa, 68a vr.

“mâl/x²” ile sınırlanması ve bu üçlünün bir terim eşittir bir terim ve bir terim eşittir iki terim şeklindeki kombinasyonlarının yapılmasıdır.⁶²

Buradaki iki tür kombinasyon bizi diğer iki terime götürmektedir: “**Müfredât/مفردات**” ve “**Mukterinât/مقترنات**”. İlki tekillik bildirmesiyle bir terimin bir terime eşit olduğu üç denklem türünü; ikincisi de katışıklığa işaret etmesiyle iki terimin bir terime eşit olduğu üç denklem türünü ifade etmektedir.⁶³ Asli olarak bu lafızlar kullanılsa da alternatif olarak “basit/بسيط” ve “mürekkeb/مركب” kelimeleri de mevcuttur. İlki “yalın olma”, ikincisi de “bileşik olma”yı karşıladığından bu terimler de istenen manaya delalette oldukça münasiptir. Bundan başka, “müfred” lafzının riyazi ilimlerde “terim” ve “tekil ifade”, “mürekkeb”in de “müfred”in zıddı olarak “çoklu ifade” anlamlarında da kullanıldığı görülmektedir.⁶⁴

Bu bahiste son olarak matematikçiler arasında mütedavil olmasa da İbn Hâim tarafından “problemin/denklem verileri” başlığı altında sunulan ve bir problemi denkleme dönüştürmeyi kolaylaştırması ve denklemin nelerden oluştuğunu göstermesi açısından önem arz eden terimler ortaya konulacaktır. Bunların ilki; problemde/denklemde bilinen veya bilinmeyen şeklinde bir veya daha fazla sayıda olabilecek değeri ifade eden “**mahkûm aleyh/محكوم عليه**”tir. Terimin lafzından da anlaşılacağı gibi üzerinde işlem yapılarak hüküm verilebilecek her türlü değerdir. İkincisi ise ilkiyle doğrudan bağlantılı olup sorudaki artma, eksilme, çarpma ve küpünü alma gibi iki veya daha çok sayıda bulunabilecek hisâbî işlemleri ifade eden “**Mahkûm bih/محكوم به**”tir. İlk terimle ilişkisi bağlamında söylemek gerekirse “mahkûm bih”, “mahkûm aleyh” üzerinde işlem yapma ve hüküm verme durumunun kendisi ile gerçekleştiği şeydir. “**Müntehâ ileyh/منتهى اليه**”e gelince, problemde kemmiyet veya keyfiyet şeklinde veyahut da her iki şekilde bulunabilen bilinendir. Bu terimdeki bilinen kemmiyeti “mahkûm aleyh”deki bilinenden ve bilinen keyfiyeti de “mahkûm bih”den ayıran nokta, soruda ulaşılması istenen değer ve durumu ifade etmesi, daha açık ifade

⁶² İH, vr. 93a-93b; NN, vr. 100a-100b; İHa, vr. 67a-67b; AK, vr. 136a; TR, s. 452-453.

⁶³ Bu denklemlerin tek tek mufassal izah ve çözüm yöntemleri ileride “cebirsal denklemler” başlığı altında inceleneceğinden burada sadece terimlere odaklanılmıştır.

⁶⁴ İH, vr. 93a-93b; NN, vr. 99b; İHa, vr. 68a; AK, vr. 136a-136b; TR, s. 452-453.

etmek gerekirse; problem denkleme dönüştürüldükten sonra eşitliğin sağ tarafını meydana getirmesidir.⁶⁵

Tüm bu açıklamalardan sonra bahsi geçen altı terimin Harezmi'den Osmanlı'ya kadar geçen süreçteki durumu hakkında bilgiler vermek gerekmektedir. Buna göre “el-mesâil es-sitte” terimi elimizdeki bilgilere göre ilk kez Arapça yazılan ilk cebir kitabında Harezmî tarafından ortaya konulmuştur. İlk dönem ardılları onu takip etmişler, bu terimin mana ve kullanımında herhangi bir değişiklik yapmamışlardır. Ancak cebrin hendesî okuyucularının denklemleri oluşturan terimlere “mukaa'b/x³”ı da eklemeleriyle tasnif değiştiğinden “el-mesâil es-sitte” bu yaklaşımın temsilcileri tarafından kullanılmamıştır.⁶⁶ Bu terimle ilgili olarak belirtilmesi gereken son şey; onun Harezmî'den Kerecî Okuluna kadar ortaya konulan cebir kitaplarının girişlerinde kısaca açıklanıp ilerleyen kısımlarda müstakil bir bölüm olarak yer alması, ancak bu okuldan sonra terimin/bahsin büyük oranda girişten kaldırılıp sadece kendi adıyla açılan bölümde incelenmesidir.

“Müfredât” ve “mukterinât” terimleri yukarıda belirtilen anlamları ile tarih boyunca İslam dünyası matematikçileri arasında her zaman geçerliklerini korumuşlardır. Eşanlamlıları “basit” ve “mürekkeb”in ise cebir ilmi sınırları içinde Osmanlı'ya kadar herhangi bir kullanımına rastlanmamaktadır. Son üç terim “mahkûm aleyh”, “mahkûm bih” ve “müntehâ ileyh” için de aynı şey söylenebilir. Bu lafızların fiil halleri İbn Hâim öncesinde benzer anlamlar için kullanılsa da onları “problemin/denklem verileri” başlığı altında tasnif edip terim formatında ilk kez ortaya koyan İbn Hâim'dir.⁶⁷

⁶⁵ İHa, vr. 79a; *İrşâdu't-Tullâb ilâ İlmi'l-Hisâb*, Topkapı Sarayı III. Ahmed 3144, vr. 88a-89a.

⁶⁶ Ömer Hayyam, *Resâilü'l-Hayyam el-Cebriyye*, “el-Makâle fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele”, tahkik: Rüşdi Raşid-Ahmed Cebbar, s. 6-9, Halep 1981.; Rüşdi Raşid, *el-Cebr ve'l-Hendese fi'l-Karni's-Sâni Aşer: Müellefât Şerefeddin et-Tûsî*, s. 449, Beyrut 1998. Kerecî okulunun temsilcilerinden Samev'el Mağribî, bu terimi tam olarak kullanmasa da “el-mesâil el-müfredât” ve “el-mesâil el-mukterine” terimlerini tercih eder ve toplam altı denklem türünü selefleri gibi verir. Bundan sonra müellif ilginç bir şekilde “el-mesâil es-sitte hakkında söz” başlığı altında bilinen altı denklem kalıbından tamamen farklı denklem türlerinden bahseder ve başlıktaki altı'ya nispet edilebilecek herhangi bir tasnif sunmaz. Bu durum müstensih veya muhakkık hatasından kaynaklanabileceği gibi arka planını bilemediğimiz bir mevzuyla işaret de olabilir. Daha fazla bilgi için bkz.: Samev'el Mağribî, *el-Bâhir fi'l-Cebr*, tahkik ve tahlil: Salah Ahmed-Rüşdi Raşid, s. 75-104, Dimeşk 1972.

⁶⁷ İHa, 79a vr.

1.2.2. Diğer Riyazi İlimlerle Ortak Kullanılan Terimler

Bu terimler hesap ile ortak olan terimler ve geometri ile ortak olan terimler olmak üzere iki çeşittir.

1.2.2.1. Hesap İle Ortak Olan Terimler

Cebir ve Mukâbele ilminin hesap ilmi ile ortak kullandığı terimlerin sayısı oldukça fazladır. Çünkü Kerecî okulunun bilinenler hesabında yapılabilen her işlemi bilinmeyenler hesabına da uygulayarak cebir ilminin sınırlarını genişletme projesinden sonra hesabî terimlerin hepsi cebir ilminin de kullandığı terimler haline geldi. O yüzden zikri geçen terimlerin hepsini burada açıklamak yerine en çok kullanılanlar seçilecektir.

Toplama işlemi ile ilgili terimler “cem`/الجمع”, “mecmu`/المجموع” ve “zâid/الزائد” olarak sıralanabilir. İlki “toplama”yı, ikincisi toplama işleminden hâsıl olan neticeyi, yani “toplam”ı, sonuncusu da herhangi bir değerin pozitif olma durumunu bildirir. Notasyon/cebirsel sembol olmadığından değerler arasındaki “+”simgesini “و” harfi karşılar.⁶⁸

Çıkarma işleminde çoğunlukla “tefrîk/التفريق”, “naks/النقص”, “menkûs/المنقوص”, “menkûs minh/منه المنقوص”, “nâkıs/الناقص”, “tarh/الطرح”, “matrûh/المطروح”, “matrûh minh/منه المطروح”, “istisnâ/الإستثناء”, “müstesnâ/المستثنى”, “müstesnâ minh/منه المستثنى” ve “bâkî/الباقى” terimleri kullanılır. Bu işlemin yapılacağı değerler arasındaki “-”simgesini “إلا” istisna harfi karşılar.⁶⁹

“Tefrîk”, temyiz etme, ayırma sözlük anlamlarıyla çıkarma işleminin kendisine delalet eder. Bu yüzden terim matematik kitaplarında daha çok konu başlığı olarak sunulur.

“Naks”, kelimenin mastar halidir ve “eksiltme” demektir. Terim, işlem yapma sürecinde neredeyse tamamen fiil haliyle kullanılır ve muhatabı yönlendirir. Aynı kökten türeyen “menkûs” ve “menkûs minh” sırasıyla “çıkan” ve “eksilen” değerleri, “nâkıs” ise “zâid”in tam zıddı olarak herhangi bir değerin negatif olduğunu ifade eder.

⁶⁸ İH, vr. 92b; NN, vr. 97b; İHa, vr. 58b-59a; AK, vr. 137a-137b; TR, s. 450.

⁶⁹ İH, vr. 92b; NN, vr. 97b-98a; İHa, vr. 58b-60b; AK, vr. 137b-138a; TR, s. 450.

“Tarh” da kelimenin mastar halidir ve “çıkarma”, “atma” anlamlarına gelir. “Naks” gibi o da matematik metinlerinde fiil şeklinde bulunur. Türevleri “matrûh” ve “matrûh minh”, çıkarma işlemindeki “çıkan” ve “eksilen”i karşılar.

Sözlükte “hariç tutma” manası ile sunulan “istisnâ”, riyazi ilimlerde çıkarma işleminin yapılacağı değerler arasındaki “—” simgesini karşılayan “إِلا”yi tabir etmek için kullanılır. Aynı kökten gelen “müstesnâ” ve “müstesnâ minh” ise sırasıyla “öncesinde “—” simgesi bulunan” ve “ardında “—” simgesi bulunan” değeri ifade eder. Kısaca “müstesnâ” ve “müstesnâ minh”, yukarıdaki “matrûh” ve “matrûh minh” terimleri gibi “çıkan” ve “eksilen” değerlerdir denilebilir.

Çıkarma işlemi ile ilgili sunulan son terim “bâkî”, “kalan” demektir ve bu, işlemin sonucuna işaret etmektedir.

Çarpmada ise “darb/الضرب”, “madrûb/المضروب”, “madrûb fih/فيه المضروب” ve “tad’îf/تضعيف” terimleri bulunur. “Darb”, çarpma işlemine delalet eder ve daha çok başlıklar hariç fiil haliyle kullanılır. Türevleri “madrûb” ve “madrûb fih” sırayla “çarpan” ve “çarpyılan”ı karşılar. Son terim “tad’îf” herhangi bir değerin iki katını almak demektir. Burada dikkat çekilmesi gereken husus, “darb”ın, çoğulu “durûb/edrab” ile birlikte çeşit/tip anlamıyla matematik metinlerinde sıkça yer almasıdır.⁷⁰

Bölme işlemine gelince; “kısmet/القسمة”, “maksûm/المقسوم”, “maksûm aleyh/عليه المقسوم”, “hâric/الخارج”, “nisbet/النسبة”, “tenâsüb/التناسب”, “kesr/الكسر”, “bast/البسط”, “makâm/المقام”, “tarafeyn/الطرفين” ve hâşiyeteyn/الحاشيتين”, “evsateyn/الأوسطين”, “tesmiye/التسمية”, “müsemmâ/المسمى”, “müsemmâ minh/منه المسمى” ve “tansîf/التصنيف” terimleri sıralanabilir.⁷¹

Hemen hemen tüm matematik eserlerinde “kısmet” bölme işleminin kendisine işaret eder ve işlem süresince daha çok fiil haliyle kullanılır. Aynı kökten türeyen “maksûm” ve “maksûm aleyh” sırayla “bölünen” ve “bölen”i ifade eder. “Hâric” ise bölme işleminin neticesi olan “bölüm”dür.

⁷⁰ İH, vr. 91b; NN, vr. 88a-92b; İHa, vr. 60b-64a; AK, vr. 138b-139a; TR, s. 450-451.

⁷¹ İH, vr. 92a-92b; NN, vr. 92b-95b; İHa, vr. 64a-67a; AK, vr. 139a-139b; TR, s. 451.

“Nisbet” bölme işleminden bir cüz’ sayılabilecek “oran” terimini, türevi “tenâsüb” de orantılı olma durumunu ifade eder. “Kesr” ise herhangi bir değer in oran/nisbet şeklinde olduğunu belirtirken, “bast” bu oranın “pay”ını, “makâm” da “payda”sını gösterir. İki oran arasındaki bir ilişkide “tarafeyn ve hâşiyeteyn” “dışlar”ı, “evsateyn” de “içler”i karşılar. Daha açık olması için notasyonla göstermekte fayda vardır:

$$a \div b = c \div d \text{ olmak üzere } a \text{ ve } d \text{ "tarafeyn" yani dışlar} \\ \Rightarrow b \text{ ve } c \text{ "evsateyn" yani "içler"}$$

“Tesmiye”ye gelince; küçük değerin büyük değere bölümü neticesinde meydana gelen kesri özel bir yöntemle daha küçük kesirlere bölmektir. “Tesmiye” edilecek kesrin “bölünen”i “müsemmâ”, “bölen”i de “müsemmâ minh” olarak adlandırılır.⁷² “Tesmiye” işlemi aşağıda bir örnekle açıklanmıştır.⁷³

$$\frac{75}{144} = \frac{75}{9} + \frac{75}{8} + \frac{75}{2} \rightarrow 75 \div 2 \Rightarrow \text{bölüm} = 37, \text{ kalan} = 1$$

$$37 \div 8 \Rightarrow \text{bölüm} = 4, \text{ kalan} = 5 \Rightarrow \frac{75}{144} = \frac{4}{9} + \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{9}$$

Bölme işlemi ile ilgili son terim “tansîf”, herhangi bir değeri yarıya/ikiye bölmektir.

Kök çıkarma işlemi ile ilgili terimler ise, “cezir/الجزر”, “meczûr/المجذور”, “dıl/الضلع”, “asamm/الأصم”, “muntak/المنطق” “üs/أس” olarak zikredilebilir. İlk üç terim daha önceki konularda açıklanmıştı ancak ilk iki terimin aslen hesap ilmine ait terimler olarak görülmesi burada da kısaca değinmeyi zorunlu kıldı. Buna göre “cezir”, “kök” ve “meczûr” da “(ikinci dereceden) kökü olan” demektir. Sayı ile ifade etmek gerekirse; “meczûr” “4” ise “cezir” “2”dir.⁷⁴

⁷² İHa, vr. 74b.

⁷³ Bu örneğin açıklaması ve konu ile ilgili başka örnek ve izahlar için bkz.: Kalasâdî, *Keşfu'l-Esrâr an İlmi Hurûfi'l-Gubâr*, tahkik: Muhammed Süveysi, s. 59-60, Kartaca 1988; İbn Bennâ, *Telhîs Âmâli'l-Hisâb*, tahkik: Muhammed Süveysi, s. 54-55, Tunus 1969.

⁷⁴ İH, vr. 92a-92b; NN, vr. 95b-97b; İHa, vr. 66b-67a.

“Dıl”, İslam matematik tarihinin ilk dönemlerinde hendese ilmine ait “kenar” anlamındaki bir terim iken zamanla “herhangi bir değerin üçüncü ve daha üst dereceden kökü” anlamı ile hesap ilminin, bilhassa da “Hisâb-ı Hindî”nin vazgeçilmez terimlerinden biri haline gelmiştir. Osmanlı cebircilerinin de “dıl”ı bu anlamıyla kullanması neticesinde burada terime tekrar işaret etme ihtiyacı hâsıl olmuştur.

Herhangi bir dereceden kökü çıkarılmak istenen herhangi bir değerin işlem neticesinde kesirli şekilde gösterilip gösterilememe durumunu ifade eden terimler “asamm” ve “muntak”, sırasıyla “irrasyonel” ve “rasyonel” olmaya delalet ederler. İrrasyonel sayılar “ π ” gibi düzensiz biçimde sonsuza giden bir ondalık sayı veya “ $\sqrt{2}$ ” gibi oranlı karşılığı bulunmayan bir kök olabilir.

Kök çıkarma ile ilgili son terim “üs”, dilimize Arapçadan geçmiş matematik ifadelerinden biridir. “Kuvvet” olarak da tanımlayabileceğimiz terim, herhangi bir değerin kendisi ile çarpılma sayısını belirleyen miktardır.

Son olarak matematik dilinde **netice bildiren terimler** sayılabilir; “meblağ/المبلغ”, “hâsıl/الحاصل” ve “matlûb/المطلوب”. İlk iki terimin her ikisi de hesabi bir işlem neticesinde meydana gelen değeri ifade eder. Ancak ilki büyük oranda toplama ve çarpma işlemlerinin sonucuna işaret ederken ikincisi ondan daha genel ve yaygın bir şekilde her türlü işlemin neticesini belirtir. “Matlûb” ise soruyu soranın sorulandan bulmasını istediği şeydir.⁷⁵

Hesap ile cebir ilminin ortak kullandığı terimlerin tarihi arka planına gelince, bu terimlerin lafzen ve manen büyük oranda aynı kaldığı, asırlar boyunca ciddi sayılabilecek bir değişikliğe uğramadığı söylenebilir. Bunun dışında Harezmi’nin çıkarma işlemini yaparken yukarıda açıklanan terimlere ilave olarak başka bir matematikçide rastlamadığımız “azl/العزل” tabirini de kullandığına⁷⁶ ve İbn Bennâ Okuluna kadar “tesmiye” işlemine tesadüf edilmediğine dikkat çekmek gerekir. Son

⁷⁵ İH, vr. 91b; NN, vr. 39a-39b; İHa, vr. 62b; AK, vr. 138ba-139a; TR, s. 450-451.

⁷⁶ Rüşdi Raşid, *Rıyadıyyât el-Havarizmi: Te’sîs İlmi el-Cebr*, s. 209.

olarak “tesmiye” işleminin “redd” ve “ikmâl” anlamındaki “hatt” ve “cebir” terimleri gibi Osmanlı matematiğine İbn Hâim yoluyla girdiği tahmini öne sürülebilir.⁷⁷

1.2.2.2. Hendese ve Mesâha İle Ortak Olan Terimler

Yeri geldiğinde ayrıntılı bir şekilde zikredileceği gibi Osmanlı klasik dönem cebri hisâbî bir karaktere sahiptir. Bu yüzden cebir ilminin sınırları içerisinde hendese ve mesâha ilimlerine ait terimlere nispeten az rastlanır. Bunlar da cebir ilmine girdiklerinde çoğunlukla yeni bir anlam kazanırlar. Tıpkı daha önce tafsilatlı bir şekilde açıklaması yapılan “dıl/الضلع” gibi. “Dıl” ile ilgili “bilinmeyi ifade eden terimler” başlığı altında gerekli tüm bilgiler verildiğinden burada değinilmeyecektir. Geometri ile cebir arasında ortak olan diğer terimler de “sath/السطح”, “musattih/المسطح”, “basît/البسيط”, “murabba’/المربع” ve “mukaa’b/المكعب”dır.

İlk üç terim, köklerinin “yaymak”, “sermek”, “düzlemek” anlamlarına bağlı olarak geometride “uzunluk ve genişliği olan, çizgi/hatt ile biten büyüklük”ü diğer bir tabirle “düzlem”i ifade ederken cebirde eşit veya farklı, bilinen veya bilinmeyen, tam veya kesirli herhangi iki değerın çarpım sonucunu belirtir. Bu iki ilimdeki anlamları birbirinden tamamen farklı gibi görünse de, mezkûr iki değerin, dörtgen bir düzlemin iki kenarını temsil ettiği düşünöldüğünde çarpımlarının düzlemin alan ölçüsünü vermesi vaziyetin sanılanın aksi olduğunu ortaya koymaktadır.⁷⁸

“Murabba” ve “mukaa’b”a gelince; önceki konularda daha çok cebir cihetinden açıklandığı için burada her iki cihetten bakarak birkaç cümle ile değinmek uygun görölmüştür. Buna göre terimler geometride sırayla “kare” şeklini ve “küp” cismini karşılarken cebir ilminde “herhangi bir değeri tam kare yapma yani kendisi ile çarpma işleminin neticesini” ve “herhangi bir değeri tam küp yapma yani iki kez kendisi ile çarpma işleminin neticesini” temsil eder.⁷⁹ Buradaki ilişki şöyle açıklanabilir; bir değerin kendisi yani eşitiyle çarpımı karenin iki kenarının çarpımı olan alan ölçüsüne,

⁷⁷ İbn Hâim, *Şerhu’l-Urcuze el-Yâsemîniyye fi’l-Cebr ve’l-Mukâbele*, tahkik:Mehdi Abdulcevad, s. 99-103.

⁷⁸ İH, vr. 96a; İHa, vr. 56b; TR, s. 452.

⁷⁹ İH, vr. 91a; NN, vr. 38a,99a; İHa, vr. 56a-56b; AK, vr. 136b,138b; TR, s. 449.

bir değerin iki kez kendisi ile çarpımı ise küpün yükseklik, genişlik ve derinliğinin çarpımı olan hacim ölçüsüne işaret etmektedir.

Geometri ve cebir ilimleri arasında ortak kullanılan terimlerin Osmanlı klasik döneminden önceki durumu ile ilgili bilgiler vermek konunun bütünlüğü açısından uygun olacaktır. Buna göre; cebir ilminin yaklaşık ilk iki asrı boyunca yani Kerecî Okuluna kadar “sath”, “musattih” ve “basit” terimlerinden sadece ilki denklemlerin hendesi kanıtlamaları esnasında kullanılmıştır. Daha sonra üç terim de Osmanlı’da bilinen şekliyle metinlerde yer almıştır.

“Murabba” için de aynı şeyi söylemek mümkündür. Terim geometrideki “kare” anlamından sonra yaklaşık IV-V/X-XI. asırlardan itibaren modern matematikteki “tam kare” anlamına kavuşmuştur. “Mukaa’b” ise daha önce de ifade edildiği gibi Sinan b. Feth’in her türlü niceliğe uygulanabilecek “üs genişletme” projesinden sonra geometrideki “küp” anlamına ilave olarak cebir ve hesapta “tam küp” tabirini karşılamaya başlamıştır.

Son olarak, cebre hendesi yaklaşımın temsilcileri Hayyam ve Tûsî cebirlerinde kullanılan terimler neredeyse tamamen hendesî olduğundan burada izahına gerek görülmemiştir.

1.2.3. Diğer İlimlerle Ortak Kullanılan Terimler/Kavramlar

Modern bilimlerin aksine İslam ilim geleneğinde ilim dalları belli bir hiyerarşi içerisinde hem kavramları hem de nihâi amaçları bağlamında birbirleri ile yakın temas içerisinde olagelmışlerdir. İslam ilim geleneğinin, kendisine akıl ihsan edilen âlemdeki tek varlık “insan”ın hem yaratıcısı ve hem de içinde yaşadığı evren ile olan ilişkilerini düzenleme gayreti içerisinde olması neticesinde meydana geldiği söylenebilir. Bu geleneğe mensup her ilim adamı, kalpten çıkıp aorttan kılcal damarlara kadar tüm damar çeşitleriyle bütün vücudu dolaşarak başladığı yere tekrar geri dönen hayati sıvı kan gibi “İlm-i İlâhî”den aldığı temel ilkeleri oksijen misali ilim dallarının tamamına ulaştırır ve bu külli yapı içerisinde her bir kısmın hayatta kalmasını temin eder. İlkelerini aynı makamdan alan, damar çeşitleri kadar çeşitli bu ilimler her daim birbirlerine muhtaçtırlar. Birbirlerinin ihtiyaçlarını giderdikleri noktalardan biri de bazı

kavramları/terimleri ortaklaşa kullanmalarındır. Modern bilimlere mensup bir bilim adamı için dinî ilimlere ait bir kavramın matematik veya fizikte de kullanılması ne kadar garip ise bu vakıa İslam İlim geleneğinde o kadar alışılmış hatta yerindedir.⁸⁰

Cebir ilmi ile riyazi ilimler dışındaki ilimlerin ortak kullandıkları “ma’lûm/المعلوم”, “meçhul/المجهول”, “müfred/المفرد”, “mürekkeb/المركب”, “istikrâ/الإستقرار”, “istihrâc/الإستخراج”, “istinbât/الإستنباط”, “kıyas/القياس”, “mümkün/الممكن” ve “mustahîl/المستحيل” kavramları zikri geçen duruma örnek verilebilir.⁸¹

Bu bölümün başında bahsedildiği gibi “**ma’lûm**” ve “**meçhul**” cebir ilminin temel kavramlarından ikisi, tanımının başlıca unsurlarıdır. Aynı durum mantık ilmi için de geçerlidir. Zira İslam ilim geleneğine göre mantık; bilinenler vasıtasıyla bilinmeyenin bilgisinin nasıl elde edileceğinin araştırıldığı ilim dalıdır.⁸² Öyleyse her iki ilim de bilinenler vasıtasıyla bilinmeyenin bilgisine ulaştırmayı hedefler; ancak cebir kemmiyete müteallık bir bilgi peşinde iken mantık keyfiyete müteallık bir bilgiyle ilgilenir. Cebir bu hedefi için cebirsel ifade ve denklemleri kullanırken mantık lafız, önerme ve kıyası kullanır.

Cebirsel ifade ve lafız ya “**müfred**” ya da “**mürekkeb**” olur. Müfred yerine yalın anlamı ile “basît”⁸³ teriminin de kullanıldığı görülmektedir. Bu iki terim sadece cebir ve mantık değil “tabiiyyât/doğa felsefesi” ve “ilm-i ilâhi/metafizik”in de önde gelen kavramlarındanıdır. Bilhassa cismin madde ve suretten “mürekkeb” ancak semavi cisimlerin “basît” olduğu görüşü etrafındaki tartışmalarda ve “mahiyet”in “madde” ve “suret”in terkihi olmasına dair açıklamalarda bu durum daha net bir şekilde görülebilir.⁸⁴

⁸⁰ İlimlerin birbirleriyle ortaklığı ile nazari ve ameli ilimler hakkında daha tafsilatlı bilgi için bkz.: Farâbî, *Kitâbu'l-Burhân*, çev.: Ömer Türker-Ömer Mahir Alper, s. 41-51, İstanbul 2008.

⁸¹ İH, vr. 91a-92b; NN, vr. 38a-38b, 96a-96b; İHa, vr. 57b, 66b-67a, 24a; AK, vr. 135b, 136a; TR, s. 452.

⁸² Bilinenlerden bilinmeyenlere ulaşmanın keyfiyeti ile ilgili bkz.: İbn Sina, *İkinci Analitikler-Burhan*, çev.: Ömer Türker, s. 22-26.

⁸³ **Basit/yalın** bazen geometricilere/hendese ehline göre **nokta gibi** ve mütekellimine göre **cevher-i ferd gibi** kesinlikle kendisinde terkip olmayan şeye bazen de hava ve su gibi parçaları tek tabiattan olana (dört unsur) hamledilir. Ancak cebir ilminde onunla (basit/yalın) kastedilen bu (son) manadır. Bkz.: İHa, vr. 67b.

⁸⁴ İbn Sina'da müfred ve mürekkeb cismin tarifi, yalın ve bileşik cisimlerin kuvvetleri, fiilleri ve yalın hareketler, ayrıca mahiyet ve suret arasındaki fark ve “mürekkeb” oluşun mahiyete taalluku ile ilgili bkz.: İbn Sina, *İşaretler ve Tenbihler*, terc.: Ali Durusoy-Muhittin Macit-Ekrem Demirli, s. 97, İstanbul 2005;

“Genel sonuca ulaşma”, “tümevarım” anlamlarına gelen “**istikrâ**” cebir ve mantık ilimleri arasındaki ortak kavramlardan bir diğeridir. Klasik mantıkta; bilinen önermelerden bilinmeyen önermelere ulaşmayı sağlayan üç akıl yürütme/istintâc yönteminden biridir. Bu yöntemle tikel bilgilerle tümelin bilgisini elde etmek hedeflenir. Cebirde ise bilhassa “polinomların kökünü çıkarma” ve “iki bilinmeyenli kuadratik denklemler/kuadratik belirsiz denklemler” konularında görülen kavram, sorunun çözüm yöntemini ifade etmektedir.⁸⁵ Bir tür varsayıma dayanan yöntem neticesinde birçok çözüm kümesine ulaşılabilir. “İstikrâ” yöntemi ile cebir ilminde varsayılan değişkenlere bağlı olarak çözüm kümesinin değişiklik göstermesi, sabit tek bir değere ulaşılabilmesi gibi mantıkta da tikellerden sağlanan bilginin değişmesiyle tümel bilgi de değişir ve bu yüzden tümelin bilgisini verecek tikellerin tamamı kontrol edilmedikçe mezkûr yöntemle ancak “zann” elde edilebilir. Klasik mantık ilminde ve İslam felsefe geleneğinde “istikrâ”nın dikkate değer bir konuma sahip olmaması, buna mukabil akıl yürütme işlemi için “ta’lil/tümdengelim” ve onun en önemli kısmı “kıyas”ın büyük rağbet görmesi ilkinde “yakîn”den ziyade “zann”ın elde edilmesindendir. Son olarak biyoloji, kimya, fizik gibi tecrübeye dayanan modern bilimlerin yöntem olarak “istikrâ/tümevarım”ı tercih ettiğini belirtmekte fayda vardır.

İbn Sina, *Kitâbu’ş-Şifâ, Sema ve Alem*, terc.: Harun Kuşlu-Muhittin Macit, s. 1-27; İbn Sina, *Kitâbu’ş-Şifâ, Metafizik I*, çev.: Ekrem Demirli-Ömer Türker, s. 215-219.

İslami ilim geleneğinin ilimler tasnifine göre riyaî ilimler, ilahî ilim ile tabîî ilimler arasında yer alır ve bu üç sınıf teorik ilimlerin hiyerarşik biçimde ilk üçünü meydana getirir. (Teorik ilimler tasnifi ve riyaî ilimlerin konumu için bkz.: İbn Sina, *Kitâbu’ş-Şifâ, Mantûğa Giriş*, terc.: Ömer Türker, s. 4-9.) Bu bakımdan riyaî ilimler, ilahî ve tabîî ilimler ile sıkı bağlarla bağlanmıştır. İbn Sina sonrası gelişen ve Osmanlı felsefesi üzerine ciddi tesirlerde bulunan “hikmet” geleneği eserleri her ne kadar riyaî ilimleri dışarıda bırakarak sırasıyla “mantık-tabiiyyat-ilm-i ilahî” veya “tabiiyyat-ilm-i ilahî” veyahut da “ilm-i ilâhî-tabiiyyat” bölümlerini havi şekilde telif edilse de muhtevaya dikkat edildiğinde matematiksel tartışmaların bu ilimlerin içinde mündemiç olduğu görülür. “Hikmet” geleneği eserlerinden Osmanlı Felsefe geleneği üzerinde en derin ve yaygın etkiyi yapan Ebherî ve Kazvinî’nin telifleri ve şerhleri için bkz.: Abdullah Yormaz, *Ebherî’nin Hidâyetü’l-Hikme’si ve Osmanlı-Türk Düşüncesindeki yeri*, yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi SBE, 2003; Vahidjon Djalalov, *Buharalı Muhammed b. Mübarekşah ve Hidâyetü’l-Hikme Şerhi, Tahkiki ve Tercümesi*, yayınlanmamış doktora tezi, Ankara Üniversitesi SBE, 2009; Kâdî Mîr Meybûdî, *Şerh ala’l-Hidâye fi’l-Hikme*, Hacı Muharrem Efendi Matbaası, İstanbul 1885. Bu şerhin eklemelerle birlikte Osmanlıca çevirisi için bkz.: Mehmed b. Mustafa el-Akkirmânî, *İklîlû’t-Terâcim*, İstanbul 1760; Necmeddin Debîrân Kâtibi Kazvinî, *Hikmetü’l-Ayn*, tashih: Abbas Sadri, Tahran; Müstakim Arıcı, *Necmettin el-Kâtibî ve Metafizik Düşüncesi*, yayınlanmamış doktora tezi, İstanbul SBE, 2011; Şemseddin Muhammed b. Mübarekşah, *Şerh Hikmeti’l-Ayn*, Kazan 1892. İbn Sina’dan itibaren tedavülde olan genel felsefe/hikmet eserlerinin şerh ve haşiyeleri ile birlikte dökümü için bkz.: Robert Wisnovsky, *Philosophy, Science and Exegesis in Greek, Arabic and Latin Commentaries*, “The Nature And Scope Of Arabic Philosophical Commentary In Post-Classical (Ca. 1100-1900 Ad) Islamic Intellectual History: Some Preliminary Observations”, c. II, s. 173-176, Londra 2004.

⁸⁵ Yöntem, konusu geldiğinde örneklerle tafsilatlı bir şekilde açıklanacaktır.

“Harace/خرج” kökünden gelen “**istihrâc**” ve “nebeta/نبط” kökünden gelen “**istinbât**” lafızları genel olarak “sonuç çıkarma”, “çözüm elde etme” ve “bulup çıkarma” gibi anlamları karşılar. Cebirde ise lafızlar arasında herhangi bir fark gözetmeksizin “denklem veya soruyu belli aşamalardan geçirerek çözüme kavuşturmak” ve “tek terimli veya çok terimli matematiksel bir ifadenin herhangi bir dereceden kökünü yine belirli işlemler neticesinde çıkarmak” kastedilir. Kavramların hangi ilimler ile ortak olduğuna gelince; ilki daha çok hadis, ikincisi de fıkıh ilminde kullanılır, ayrıca her iki kavrama mantık ilminde de rastlamak mümkündür. Buna göre hadis ilminde “istihrâc”; meşhur bir müellifin kitabından seçilen/çıkarılan hadislerin senedlerini farklı senedlerle birleştirip ayrı bir kitapta toplamaktır. Bu işlem neticesinde meydana gelen esere de “müstahrec” denir.⁸⁶ Fıkıh ilminde “İstinbât” ise en genel anlamı ile tayin edilmemiş hüküm veya illeti Kur’an-ı Kerîm ve hadis metinlerinden belli yöntem ve aşamalar vasıtasıyla çıkarmaktır.⁸⁷ Kavram, bu anlamı ile mantıktaki “ta’lil/tümdengelim” ile çok benzeşmektedir; ayrıca “kıyas” yöntemi her ikisi için de hayati derecede önemlidir. Netice olarak bu iki kavramın cebir, hadis ve fıkıh ilimlerinde en genel anlamıyla “belirli yöntemler kullanarak istenen neticeyi elde etme süreci”ni ifade ettiği söylenebilir.

Osmanlı klasik dönem cebir kitaplarında en sık rastlanan terimlerden biri daha çok “buna göre kıyas et/فقس على ذلك”, “bu kıyasa göredir/على هذا القياس” gibi ifadelerde karşımıza çıkan “**kıyas**”tır. Buradaki “kıyas” ile daha önce bahsi geçen, klasik mantığın en önemli akıl yürütme yöntemi “ta’lil/tümdengelim”in büyük kısmını oluşturan “kıyas” ve fıkıh ilminde hüküm çıkarma yollarından biri olan “kıyas” ın tamamen farklı şeyleri ifade etmediği, bazı ince ayrımlar bulunmak kaydıyla aynı minval üzere olduğu söylenebilir.

İhtimal ve olanak bildiren “**mümkin**” ve zıddı “**mustahîl**”, cebirsel bir işlem veya denklemin kurallara uygun bir şekilde doğru sonuca ulaşma imkân ve imkânsızlığını ifade eder. Mantık ilminde bir önermenin özne ve yüklemi arasındaki irtibatın derecesini belirten kipler/cihetler Aristoteles’den beri çeşitli tasniflere tabi

⁸⁶ S. Kemal Sandıkçı, *DİA*, “Müstahrec” maddesi, c. XXXII, s. 111-112.

⁸⁷ İstinbat ve istinbat metotları hakkında ayrıntılı bilgi için bkz.: Zekiyüddin Şaban, *İslam Hukuk İlminin Esasları*, çev.: İbrahim Kafî Dönmez, s. 309-412, TDV yay., Ankara 2000; Ferhat Koca, *DİA*, “İstinbât” maddesi, c. XXIII, s. 368-369.

tutulsa da genel olarak “vacip/zorunlu”, “mümkin” ve “imkânsız” şeklinde incelenmektedir. “Vacip/zorunlu” ve “mümkin” olarak benzer bir tasnifi ilm-i ilahinin varlığın ontolojik konumunun belirlendiği mevzularında görmek mümkündür. Buna göre akıl, varlık hakkındaki ilk ayrımı “vacip/zorunlu” ve “mümkin” biçiminde yapar, “imkânsız” ise “imkân”ın karşısında olduğundan dolayı da olsa yine burada incelenmektedir.⁸⁸

Kavramların üç ilimdeki konumları ile ilgili verilen kısa bilgileri bir araya getirmek gerekirse; “vacip/zorunlu”, “mümkin” ve “imkânsız”, verilen soru/denklem ile istenen bilinmeyen, önermenin öznesi ile yüklemi ve varlık ile onun var olması/varlığa çıkması arasındaki ilişkinin keyfiyetini belirlemeleri bakımından her üç ilimde de hayati öneme sahiptir. Bu önemin derecesini cebir ilmi bağlamında belirlemek üzere İbn Hâim’in koyduğu ve verilen her meselenin çözüme kavuşturulabilecek bir soru mertebesine ulaşması için zorunlu olan üç şartın ilkinde bakmak gerekir. Bu şarta göre soruyu çözmeye başlamadan evvel meselenin “kendinde mümkün” olup olmadığı yani çözüm kümesinin pozitif reel bir nicelik çıkma imkânı kontrol edilmelidir. Yoksa cebir bildiğini iddia eden kişi diğerleri önünde kendisini küçük düşürmüş olacak ve saatlerce belki de günlerce kendisini boşuna yoracaktır:

وإنما يورد هذا النوع من المسائل لامتحان المسؤول واختار معرفته، فالحاذق الفطن يتأمل السؤال قبل الشروع في تناوله. فإن ظهر له استحالة، أخبر السائل بذلك ووجه استحالته ووفر على نفسه التعب. والضعيف العقل يبادر إلى تناولها مراعيًا لما ينبغي مقلدا للقواعد إلى أن ينتهي عمله.⁸⁹

“Mesâilin bu türü sadece soru soruları denemek ve bilgisini ölçmek için gelir. Mahir bir zekâ(konunun uzmanı) soruyu ele almaya başlamadan önce onu idrakinde teemmül eder, imkansızlık durumu ortaya çıkarsa bunu soru sorana haber verir, onun imkansızlığını ortaya koyar/ilan eder ve kendini yorgunluktan kurtarır. Zayıf bir zihin ise işlem tamamlanıncaya kadar kuralların uygulamasının yerinde olmasına dikkat ederek (denkleme) ele almaya kalkışır.”

Cebir ilmi ile diğer ilimler arasındaki ortak kavramları belirleyip kısaca açıkladıktan sonra bu kavramların geçmişine bir göz atmak gerekmektedir. Buna göre

⁸⁸ İbn Sina, *Kitâbu’ş-Şifâ, Metafizik I*, çev.: Ekrem Demirli-Ömer Türker, s. 35-40. Bu kavramların İbn-i Sina’dan Kâtibî ve çağdaşlarına kadar tafsilatlı incelemesi için bkz.: Müstakim Arıcı, *Necmettin el-Kâtibî ve Metafizik Düşüncesi*, yayınlanmamış doktora tezi, s. 154-166; İstanbul SBE, 2011. Evrendeki tek Vacibu’l-Vücut’un zat ve varlık veren bakımından zorunlu/vacib olması ile ilgili olarak bkz.: İlhan Kutluer, *İbn Sina Ontolojisinde Zorunlu Varlık*, İstanbul 2002.

⁸⁹ İHa, 78b-79a vr.

bahsi geçen kavramların çoğu cebir ilminin başlangıcından beri bilinmekte ve kullanılmaktaydı. Ancak “istikrâ” kavramı “kök çıkarma” ve “polinom” bahislerinin ciddi bir şekilde araştırıldığı ve geliştirildiği “Kerecî Okulu”na dayandırılabilir. Bundan başka, denklemleri “vacip/zorunlu” ve “mümteni’/imkânsız” şeklinde ilk kez tasnif edip bunu gerekçe ve örnekleriyle izah eden matematikçinin Samev’el Mağrîbî olduğunu söylemek iktiza eder.⁹⁰ Mağrîbî’nin ardından Şerefeddin Tûsî’nin kübik katışık denklemlerin sınıflamasında “müstahîl/imkânsız” kavramına dayandığı görülür. Buna göre cebirsel denklemler, çözümünde imkânsızlığın vaki olmadığı denklemler ve çözümünde imkânsız durumların meydana gelebildiği denklemler şeklinde iki kısımda incelenirler.⁹¹

Bir bahsi çok iyi bir şekilde idrak etmenin yolu öncelikle o bahsin kavramlarına aşina olmaktan ve onları içselleştirmekten geçer. Çünkü kavramlar bir ilmin haritası gibidir; elinde haritası olanın gideceği yere kaybolmadan, vakit kaybetmeden, sağ-salim varması gibi bir ilmin kavramları zihninde doğru bir şekilde yerleşmiş olanın o ilimdeki yolculuğu sağlam adımlarla ilerler. Bundan mülhem çalışmanın bu kısmına kadar cebir ilminin kavramlarından bahsedildi. Böylece elinde haritası olan bir yolcu gibi bu ilmin derinliklerine doğru ilerlemek mümkün olmaktadır. Ancak cebir ilminin derinliklerinde yer alan cebirsel denklemler teorisine geçmeden önce haritanın yanında bir pusula da edinmek gerekir. Cebirsel ifadelerle hesap işlemlerinin nasıl olduğunu öğrenmek o pusulaya sahip olmayı temin edebilir.

2. Temel Hesap İşlemlerinin Cebirsel İfadelere Tatbiki

Konuya, başlığın delalet ettiği şeyi daha açık bir şekilde ortaya koyarak başlamak sonraki konuların daha iyi anlaşılması bakımından elzemdir. Buna göre “temel hesap işlemleri”nden kasıt; genel matematik eserlerinde mutlaka bulunan, bilinen nicelikler ile yapılan ve bugün aritmetiksel işlemler dediğimiz toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleridir. İslam matematik tarihinde bu dört işleme ilave olarak “iki katını alma”, “yarıya bölme” ve “ikinci veya daha üst dereceden kök çıkarma” işlemleri de temel hesap işlemleri içerisinde değerlendirilmekteydi. Ancak çarpma ve bölme

⁹⁰ Samev’el Mağribî, *el-Bâhir fi’l-Cebr*, tahkik ve tahlil: Salah Ahmed-Rüşdi Raşid, s. 227-251.

⁹¹ Rüşdi Raşid, *el-Cebr ve’l-Hendese fi’l-Karnî’s-Sâni Aşer: Müellefât Şerefeddin et-Tûsî*, s. 549, 553.

işlemleri iki katını alma ve yarıya bölme işlemlerini de ihtiva ettiğinden burada ayrıca başlık açılmayacak, kök çıkarma işlemi de denklemler teorisiyle irtibatından hâsıl olan önemine binâen başka bir kısımda ele alınacaktır.

Bu işlemlerin “cebirsel ifadelere tatbiki”ne gelince; bilinen niceliklerle yapılabilen tüm işlemlerin $\{3x, x^3, \sqrt{5x^5}, 6\sqrt{x}, \frac{1}{x}, \frac{2x^2}{9} \dots\}$ gibi niceliklerle de yapılabilmesini öngören şartların ortaya konulup buna göre tasarrufta bulunmaktır. Uygulamanın ilk örnekleri Harezmi’den itibaren görülmeye başlansa da, cebir ilminin alanını genişleterek daha rahat hareket imkânı sağlayan ve onun esnek, genişleme ve gelişmeye açık bir ilim olarak zuhur etmesini amaçlayan bir projeye yani cebrin hisâbileştirilmesi projesiyle bir atılım yapması Kerecî Okulu ile olmuştur. Osmanlı klasik dönemine uzanan haleflerinin asırlar boyunca bu projeye sağladıkları katkılarla da bilinmeyen bilinen yapan yolların sayısı artmış, bu yollardaki mesafeler kısalmış, ulaşım daha hızlı ve kolay bir hale gelmiştir. Bu süreç aşağıda uygulamalı örneklerle matematik ve cebir risalelerinde verilen sıraya göre (kolaydan zora doğru) açıklanacaktır.

2.1. Cebirsel İfadelerle Toplama İşlemi

Toplama işlemi, bazen tek başına bir başlık altında bazen de birbirlerinin tersi ve doğal olarak birbirlerinin sağlaması olmaları hasebiyle çıkarma işlemi ile birlikte ele alınır. Diğer tüm işlem türlerinde de olduğu gibi müfred/tek terimli ve mürekkebi/çok terimli olmak üzere iki çeşit toplama işleminden bahsedilebilir. Bu iki çeşit toplama işleminde de ifadeler birbirlerinden farklı/mütebâyin/muhtelif veya benzer/mütecânis/müşterek olabilirler.

2.1.1. Yalın İfadelerle Toplama İşlemi

Eğer toplanacak ifadeler benzer olursa:⁹²

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } ax^n + ax^n = 2ax^n$$

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } ax^n + bx^n = (a + b)x^n$$

⁹² NN, vr. 97b; İHa, vr. 58b; AK, vr. 137a; TR, s. 450.

Örnekler:

- $x^3 + x^3 = 2x^3$ (NN, vr. 97b)
- $3x^2 + 4x^2 = (3 + 4)x^2 = 7x^2$ (İHa, vr. 58b)

Eğer toplanacak ifadeler farklı olursa:⁹³

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } ax^n + bx^m = ax^n + bx^m$$

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } ax^n + ax^m = a(x^n + x^m)$$

Örnekler:

- $3x + 7x^2 = 3x + 7x^2$ (İHa, vr. 59a)
- $15x^2 + 15x^3 = 15(x^2 + x^3)$ (İHa, vr. 59a)

2.1.2. Bileşik İfadelerle Toplama İşlemi

Toplanacak ifadeler benzer ve pozitif olursa:⁹⁴

$$\begin{aligned} \forall a, b, c, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } (ax^n + bx^m) + (cx^n + dx^m) \\ = (a + c)x^n + (b + d)x^m \end{aligned}$$

Örnek:⁹⁵

$$(4x + 6x^2) + (8x + 5x^2) = (4x + 8x) + (6x^2 + 5x^2) = 12x + 11x^2$$

Toplanacak ifadeler farklı ve pozitif olursa:⁹⁶

$$\begin{aligned} \forall a, b, c, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m, p, q \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } (ax^n + bx^m) + (cx^p + dx^q) \\ = ax^n + bx^m + cx^p + dx^q \end{aligned}$$

⁹³ NN, vr. 97b; İHa, vr. 59a; TR, s. 450.

⁹⁴ İHa, vr. 59a; TR, s. 450.

⁹⁵ İHa, vr. 59a.

⁹⁶ İHa, vr. 59a.

Örnek:⁹⁷

$$(5x^2 + 7x^3) + (3 + 4x) = 5x^2 + 7x^3 + 3 + 4x$$

Toplanacak ifadeler benzer ve negatif olursa:⁹⁸

$$\forall a, b, c, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m \in \mathbb{N}, b > d \text{ olmak üzere } (ax^n + bx^m) + (cx^n - dx^m) \\ = (ax^n + cx^n) + (bx^m - dx^m) = x^n(a + c) + x^m(b - d)$$

Örnek:⁹⁹

$$(6x - 5) + (10x + 10) = (6x + 10x) + (10 - 5) = 16x + 5$$

Toplanacak ifadeler farklı ve negatif olursa:¹⁰⁰

$$\forall a, b, c, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m, p, q \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } (ax^n + bx^m) + (cx^p - dx^q) \\ = ax^n + bx^m + cx^p - dx^q$$

Örnek:¹⁰¹

$$(5x - 3) + (3x^2 - x^3) = (5x + 3x^2) - (3 + x^3)$$

Yukarıda verilen formül ve örneklerden de anlaşılacağı üzere toplama işlemi cebirsel ifadelerin durumlarına göre çeşitli sınıflara ayrılarak incelenmektedir. Buna göre öncelikle toplanacak ifadelerin yalın veya bileşik, benzer veya farklı sonra da eğer bileşik ise negatif terimli olup olmadığına bakılmaktadır. Çünkü her bir durumda toplama formülü değişmektedir. Buna ilave olarak kesirli ve köklü ifadelerin de toplama işleminde dikkate alındığı, kesirli ifadelerin toplama formülünün verildiği ve çeşitli

⁹⁷ İHa, vr. 59a.

⁹⁸ NN, vr. 97b; İHa, vr. 59a; AK, vr. 137a-137b; TR, s. 450.

⁹⁹ NN, vr. 97b.

¹⁰⁰ İHa, vr. 59a; TR, s. 450.

¹⁰¹ İHa, vr. 59a.

örneklerle açıklandığı görülmektedir. Formülü¹⁰² ve örneklerin birkaç tanesini burada zikretmek gerekirse:

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ olmak üzere } \frac{a}{x} + \frac{b}{x} = \frac{(a+b)}{x}$$

Örnekler:¹⁰³

- $\frac{5}{x+1} + \frac{10}{x+1} = \frac{15}{x+1}$
- $\frac{5x^2}{x^3} + \frac{4x^3}{x+1} = \frac{5x^2}{x^3} + \frac{4x^3}{x+1}$
- $(\sqrt{200} - 10) + (200 - \sqrt{10}) = (200 - 10) + (\sqrt{200} - \sqrt{10}) = 190 + \sqrt{200} - \sqrt{10}$
- $\left(\frac{10}{x}\right) + (5x^2 - x) = \frac{10}{x} + 5x^2 - x$
- $(3x + 4x^2 - 2) + 7x = 10x + 4x^2 - 2$
- $(8x + 5x^2 - 5) + (10 + 5x) = 5 + 13x + 5x^2$
- $(5x - 3) + (3x^2 - x^3) = (5x + 3x^2) - (3 + x^3)$

İbn Hâim tüm bunlara ilave olarak toplama işleminde ifadelerin yalın, bileşik, benzer, farklı, negatif terimli ve kesirli olmasından kaynaklanan bütün durumları tasnif edip gözden geçirerek tek tek örneklerle açıklamıştır.¹⁰⁴

Burada ortaya konan toplama işleminin cebir ilminin başlangıcından Osmanlı'ya kadar olan dönemdeki seyrine bakılırsa; dönem dönem farklı yaklaşımlar olsa da genel olarak ciddi bir gelişme gösterdiği söylenebilir. Başlangıçta toplama işlemi, tersi ve sağlaması olması hasebiyle çıkarma işlemi ile birlikte aynı bâbda ele alınırken sonraları birlikte “terkib/sentez” işlemini meydana getirdiği çarpma işlemi ile

¹⁰² İHa, vr. 59b.

¹⁰³ NN, 97b-98a; İHa, vr. 59a-59b.

¹⁰⁴ İHa, vr. 58b-59b.

birlikte incelenmiştir. Kerecî okuluna¹⁰⁵ gelince; toplama işlemi, altında herhangi bir tasnif yapılmaksızın cebirsel ifadelerin hemen hemen tüm durumlarını içeren çok çeşitli örneklerle açıklanmıştır. Cebrin hendese ile yakınlaştığı dönemde ise istenen sonuca ulaşmak için vasıta olarak hendesî şekil ve cisimlerden faydalandığı için sadece toplama değil hisâbî işlemlerin hepsi tamamen terk edilmiş, cebir ilmi hemen hemen “cebirsel denklemler teorisi”ne hasredilmiştir. Son olarak cebirsel ifadelerle toplama işleminin cebir tarihindeki konumu ile ilgili bir noktaya dikkat çekmek iktiza eder; bu işlem Harezmi’den (II/VIII – III/IX. yy) İbn Hâim’e (756/1355?-815/1412) kadar çarpma ve bölme işlemlerinden sonra ele alınmakta iken İbn Hâim ile zihnin kolaydan zora doğru hareket ettiği ve bu yüzden pedagojik olarak önce toplama ve çıkarma ardından çarpma ve bölme işlemlerinin izahının daha uygun olacağı düşüncesi gelişmiştir.

2.2. Cebirsel İfadelerle Çıkarma İşlemi

Çıkarma işlemi de tıpkı toplama işlemi gibi cebirsel ifadelerin yalın veya bileşik olmasına, eğer bileşik ise tarafların negatif, kesirli ve köklü ifade içerip içermemesine göre değerlendirilmekte ve buna göre tasnife tabi tutulmaktadır. Osmanlı klasik döneminde bir işlemin sonucunun negatif nicelik çıkması arzu edilen bir durum olmadığından küçük nicelikten büyük bir niceliği çıkarma işlemine rastlanmaz. Zaten İslam matematik tarihi boyunca negatif nicelik, hep cebir edilmesi/pozitifleştirilmesi gereken bir yapı olarak görülmüştür. Harezmi’nin bu ilmin adı için “cebir” terimini seçmesi de buna verilen önemi gösterir. İslam bilginleri, geometrik uzayla fizik uzayı özdeşleştirdiklerinden ve vehmi uzayı dışarıdan soyutlama yoluyla meydana getirdiklerinden dolayı ne üç boyuttan fazlası ne de cebirsel bir denklemin negatif kökleri söz konusu edilmiştir. Buna ilave olarak negatif niceliğin ne “mesaha” gibi uygulama alanlarında ne de “hendese” gibi teorik alanda kullanıldığından ve İslam

¹⁰⁵ Bu okulun önemli üyelerinden Samev’el Mağribî ilginç bir şekilde cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemini vermezken, irrasyonel sayılar bahsinde bu konuya tafsilatlı bir şekilde eğilmiştir. Bu durum cebirsel ifadelerle toplama işleminin zaten çok iyi bilindiği varsayılarak daha zor konulara değinme isteğinden kaynaklanmış olabilir. Müellif cebirsel ifadelerle hesap işlemleri başlığı altında çarpma, bölme, oran ve kök çıkarma olmak üzere dört işlemi ele alır. Samev’el Mağribî, *el-Bâhir fi’l-Cebr*, tahkik ve tahlil: Salah Ahmed-Rüşdi Raşid, s. 22-73 ve 173-189, Dimeşk 1972.

metafiziğinde yokluk/ma'dûm gibi arazî bir durum olarak düşünüldüğünden dolayı bu şekilde bir tavır sergilenmiş olabilir.

Cebirsel ifadelerle çıkarma işlemine geri dönülürse; yalın ve bileşik ifadelerle çıkarma işlemi şeklinde iki başlık altında incelenebilir:

2.2.1. Yalın İfadelerle Çıkarma İşlemi

Çıkarılacak ifadeler benzer olursa:¹⁰⁶

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, a > b \text{ ve } n, m \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } ax^n - ax^n = 0, \quad ax^n - bx^n = (a - b)x^n$$

Örnek:¹⁰⁷

$$7x^2 - 3x^2 = (7 - 3)x^2 = 4x^2$$

Çıkarılacak ifadeler farklı olursa:¹⁰⁸

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, a > b \text{ ve } n, m \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } ax^n - bx^m = ax^n - bx^m \\ \Rightarrow ax^n - ax^m = ax^n - ax^m$$

Örnek:¹⁰⁹

$$10x^2 - 3x = 10x^2 - 3x$$

2.2.2. Bileşik İfadelerle Çıkarma İşlemi

Çıkarılacak ifadeler benzer olursa:¹¹⁰

$$\forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } (ax^n - bx^m) - cx^m \\ = ax^n - (bx^m + cx^m) = ax^n - [x^m(b + c)]$$

¹⁰⁶ NN, vr. 98a; İHa, vr. 59a; AK, vr. 137b; TR, s. 450.

¹⁰⁷ İHa, vr. 59a.

¹⁰⁸ NN, vr. 98a; İHa, vr. 59a; TR, s. 450.

¹⁰⁹ İHa, vr. 59a.

¹¹⁰ NN, vr. 98a; İHa, vr. 59b; AK, vr. 137b-138a; TR, s. 450.

$$\forall a, b, c, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } (ax^n - bx^m) - (cx^m - dx^n) \\ = (ax^n + dx^n) - (bx^m + cx^m) = [(a + d)x^n] - [(b + c)x^m]$$

Örnekler:

- $(15x^2 + 15x^3) - (8x^2 + 7x^3) = 7x^2 + 8x^3$ (İHa, vr. 59a)
- $(7x^2 - 2x) - 3x = (7x^2 - 2x + 2x) - (3x + 2x) = 7x^2 - 5x$ (İHa, vr. 59a)
- $(x^2 - 20) - (10 - x) = x^2 + x - 30$ (AK, vr. 137b-138a)

Çıkarılacak ifadeler farklı olursa:¹¹¹

$$\forall b, c, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m, p \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } bx^p - (cx^n - dx^m) \\ = (bx^p + dx^m) - (cx^n - dx^m + dx^m) = bx^p + dx^m - cx^n$$

$$\forall a, b, c, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m, p, q \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } (ax^n - bx^m) - (cx^p - dx^q) \\ = (ax^n + dx^q) - (bx^m + cx^p)$$

Örnekler:

- $10x^2 - 2x = 5x^3 - 4 \Rightarrow 10x^2 - 2x + 2x + 4 = 5x^3 - 4 + 2x + 4 \\ \Rightarrow 10x^2 + 4 = 5x^3 + 2x$ (İHa, vr. 60a)
- $10x^3 - (6x - 5) = (10x^3 + 5) - (6x - 5 + 5) = 10x^3 + 5 - 6x$ (NN, vr. 98a)
- $(5x^3 - 3x) - (4x^2 - 2) = (5x^3 - 3x + 2 + 3x) - (4x^2 - 2 + 2 + 3x) = \\ (5x^3 + 2) - (4x^2 + 3x)$ (İHa, vr. 59b)

Örneklerden de anlaşılacağı üzere denklemlerde uygulanan “cebiri” işlemi eşitlik durumunda olmadığı halde bileşik çıkarma işleminde de uygulanabilmektedir. İşlemi kolaylaştırmak için negatif terimlerin bulunduğu taraflara bu yöntem tatbik edilmekte daha sonra çıkarma işlemi yapılmaktadır. Toplama işlemindeki gibi çıkarma işleminde de cebirsel ifadelerin negatif, kesirli ve köklü olmasına veya bunların

¹¹¹ NN, vr. 98a; İHa, vr. 59b; TR, s. 450.

bileşiminden oluşmasına göre birçok sınıf meydana gelmektedir. Bu sınıflar tek tek incelenmekte ve buradaki formüller cebirsel denklemlere de uygulanarak mümkün ve imkânsız durumlar örneklerle izah edilmektedir.¹¹²

Cebirsel ifadelerle çıkarma işleminin arka planına bir göz atmak gerekirse; toplama işlemi ile ilgili daha önce ifade edilenlerin bir benzerini burada da söylemek mümkündür. V-VI/XI-XII. asırlar arasında kendini gösteren hendesî yaklaşım hariç tutulursa cebir ilminin başlangıcından itibaren genel olarak hisâbî işlemlerde özelde de cebirsel hesapta ciddi bir ivme gözlenebilir. Özellikle Kerecî Okulunda üç ve dört terimli bileşik ifadelerle çıkarma işlemine rastlanır. Son olarak, III-VII/IX-XIII. yüzyıllar arasındaki dönemde Osmanlı klasik döneminden farklı olarak konunun daha derinden anlaşılmasını, pedagojik bakımdan daha kullanışlı ve faydalı olmasını sağlayacak tasnifleyerek izah etme yoluna gidilmemiştir.

2.3. Cebirsel İfadelerle Çarpma İşlemi

Tüm hesap işlemleri gibi çarpma işleminin de tanım ve açıklaması hesap ilminde yapıldığından ve cebir ilmi hesap ilmine vâkıf olunduktan sonra öğrenilmesi gereken bir ilim olduğundan bu ilimde işlem tanımı yapmaya gerek duyulmaz.

لم يذكر تعريف حقيقي الضرب والقسمة كما لم يذكر تعريف حقيقي الجمع والطرح لأنّ الخوض في هذه الصناعة على سبيل البصيرة إنما يكون بعد اتقان صناعة الحساب المعلوم وحينئذ فتكون حقائق الأعمال الأربعة معلومة عند الناظر في هذه.¹¹³

Toplama ve çıkarmanın gerçek tanımı zikredilmediği gibi çarpma ve bölmenin de gerçek tanımı zikredilmedi. Çünkü bu meslekte/sanatta derinleşmek için araştırma yapmak, ancak bilinen hesabı sanatına hâkim olduktan sonra olur. O zaman buradaki/bu sanattaki dört işlemin hakikatleri araştırmacı nezdinde bilinir.

Bu sözlere rağmen burada çarpmanın tarifini vermek bu işlemin sadece cebir değil bütün riyazi ilimlerdeki ehemmiyetine binâen elzemdir. Tam sayılarla çarpmanın tanımı:

وهو أن يحصل من أمثال أحد العددين بقدر عدة أحاد الآخر.¹¹⁴

¹¹² Bu konuda daha ayrıntılı bilgi için bkz.: İHa, vr. 59b-5b; İbn Hâim, *Şerhu'l-Urcuze el-Yâsemîniyye fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele*, tahkik: Mehdi Abdulcevad, s. 189-193, Tunus.

¹¹³ İHa, vr. 60b.

Sayılarından birinin, diğerinin birliklerinin sayısı kadar mislini elde etmektir.

Çarpma işleminin tam ve rasyonel sayıları kapsayan daha genel tanımı:

تحصيل عدد نسبتہ الى أحد المضروبين كنسبة المضروب الآخر الى الواحد.¹¹⁵

Çarpanlardan birine oranı diğer çarpanın bire oranı kadar olan sayıyı elde etmektir.

$$\forall a, b, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ olmak üzere } \frac{x}{a} = \frac{b}{1} \Rightarrow x = a \cdot b$$

Tanımlardan sonra çarpma işleminin ehemmiyeti ile ilgili açıklama yapılabilir. Çarpma, ilk tanımından da anlaşılacağı üzere çarpılan sayının çarpan sayı kadar adedinin toplamının alınması işlemidir. Mesela $\{a \times n = a + \dots + a\}$ işleminde “n” kadar “a”nın toplanmasıdır. Çarpma işlemi daha zor ve karmaşık görünse de toplama işlemi ile çok fazla zaman ve mekân alacak işlemlerin çok daha kısa sürede yapılmasını temin eder. Ayrıca tersi ve sağlaması olan bölme işlemi ile birlikte denklem çözmede kullanılan en önemli yöntemlerden “redd/hatt” ve “ikmâl/cebr”in uygulanabilmesini sağlar.

Yukarıda zikri geçen ehemmiyete müteallik cebirsel ifadelerle çarpma işlemi Osmanlı klasik dönemi eserlerinde çeşitli tasniflerle izah edilmiştir. Tasnif türlerinden bazıları çarpılan ifadelerin yalın ve bileşik, bazıları da tür/bilinmeyen ve sayı/bilinen olmasına dayanır. Burada farklı sınıflamaları birleştirerek ortak bir tasnif sunmak en uygunu olacaktır. Buna göre önce türün/bilinmeyen sayıyla ve türün/bilinmeyen türle/bilinmeyenle çarpımı şeklinde iki ana başlık, sonra da bu başlıklar altında yalın ve bileşik çarpımlar biçiminde alt başlıklar sunulacaktır. Ancak bundan önce cebirsel ifadelerle çarpma işleminde çok sık kullanılan ve bir o kadar da önemli birkaç genel kuralı vermekte fayda mülâhaza edilmektedir.

¹¹⁴ İbn Hâim, *el-Maûne fî İlmi'l-Hisâb el-Hevâi*, tahkik: Hudayr Abbas, s. 69, Bağdat 1988. Diğer teliflerde de aynı manaya gelen benzer ifadelerle tanımlanmıştır: İbn el-Bennâ el-Merrâkuşî, *Telhis fî A'mâli'l-Hisâb*, tahkik: Muhammed Süveysi, s. 46, Tunus 1969; Nizâmuddin Nisâbüri, *eş-Şemsîyye fî'l-Hisâb*, Ragıp Paşa 919, vr. 6b; Cemşid Kâşî, *Miftâhu'l-Hisâb*, tahkik: Nadir Nablûsî, s. 54, Dimeşk 1977; Sıbt el-Mardîni, *İrşâd et-Tullâb ilâ Vesîleti'l-Hussâb*, tahkik: Mustafa Mawaldi, s. 81, Halep 2004.

¹¹⁵ NN, vr. 8b. Diğer teliflerde de aynı manaya gelen benzer ifadelerle tanımlanmıştır: ; TR, s. 450, İbn Hâim, *el-Maûne fî İlmi'l-Hisâb el-Hevâi*, tahkik: Hudayr Abbas, s. 69; Cemşid Kâşî, *Miftâhu'l-Hisâb*, tahkik: Nadir Nablûsî, s. 54; Ali Kuşçu, *Muhammediye fî'l-Hisâb*, Laleli 2715, vr. 69a.

- $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ve $n, m \in \mathbb{N}$ olmak üzere $x^n \cdot x^m = x^{n+m} \Rightarrow \frac{1}{x^n} \cdot \frac{1}{x^m} = \frac{1}{x^{n+m}}$ (NN, vr. 88a)
- $\forall x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ve $n, m \in \mathbb{N}$ ve $n > m$ olmak üzere $x^n \cdot \frac{1}{x^m} = x^{n-m}$
 $\Rightarrow m > n$ olmak üzere $x^n \cdot \frac{1}{x^m} = \frac{1}{x^{m-n}}$ (TR, s. 450 – 451)
- $\forall x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ve $n, m \in \mathbb{N}$ olmak üzere $\sqrt{x^n} \cdot \sqrt{y^m} = \sqrt{x^n \cdot y^m}$ (İHa, vr. 7b)
- $\forall x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ve $n, m \in \mathbb{N}$ olmak üzere $\sqrt{x^n} \cdot y^m = \sqrt{x^n \cdot y^m \cdot y^m}$
 $= \sqrt{x^n \cdot y^{2m}}$ (NN, vr. 91a)
- $+.+=+$, $-.-=+$, $+. -=-$, $-.+=-$

Buradaki son kurala yani bir niceliğin azalma ve artma taraflarından hangisinde yer alacağını belirleyen değerlerin hesap işlemlerinden nasıl etkilendiğini gösteren kaideye, önemine binaen bir miktar değinmek gerekmektedir. Kökleri muhtemelen tarih öncesine dayanan ve modern matematikte de aynı şekilde ortaya konulan bu kaideyi Osmanlı klasik döneminde mütedavil matematik ve cebir eserlerinin hemen hemen tamamında bulmak mümkündür. Osmanlı ilim geleneğinin, İslam medeniyeti ilim geleneğinin doğal bir devamı olması hasebiyle kural, Harezmi'den Osmanlı'ya kadar aynı şekilde ve aynı kavramlarla ulaşmıştır. “+/artı”, “zâid” ve “-/eksi”, “nâkıs” ile karşılanmış, bu değerler nicelik ile birlikte düşünüldüğünde de sırasıyla “müstesna minh /eksilen” ve “müstesna/çıkan” şeklinde ifade edilmiştir.¹¹⁶ Ancak İbn Hâim ve Ali Kuşçu'nun eserlerinde bu kavramlara ilave olarak “müsbet” ve “menfî” terimlerine rastlanmaktadır. Bu terimler ilerleyen dönemlerde Avrupa'ya “pozitif” ve “negatif” şeklinde geçmiş ve bugün modern matematiğin en çok kullandığı terimler haline gelmiştir. “Müsbet/pozitif” ve “menfî/negatif” terimlerini matematiğe ilk kez kimin kazandırdığı kesin bir surette bilinmemekle birlikte en erken tarihli kullanım İbn

¹¹⁶ Rüşdi Raşid, *Rıyadıyyât el-Havarizmi: Te'sîs İlmi el-Cebr*, s. 180; Ebu Kamil Şuca' b. Eslem, *Kitâb fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele*, tahkik: Sami Şelhub, s. 43-44; Ahmed Selim Saidan, *Tarih İlmi el-Cebr fi'l-Alemi'l-Arabi*, “Kitâbu'l-Fahrî li'l-Kerecî” bölümü, c. I, s. 106.

Hâim'e aittir. 789/1387'de telif ettiği *Şerhu'l-Urcuze el-Yaseminiye*'de ve 810/1407'de telif ettiği *el-Mumti' fi Şerhi'l-Mukni'* adlı eserinde sırasıyla şu ifadeler mevcuttur:

أنهم يعبرون عن المستثنى بالناقص وبالمنفي، وعن المستثنى منه بالزائد وبالمثبت.¹¹⁷

Onlar müstesnayı/çıkanı nakıs/eksi ve menfi/negatifle, müstesna minhi/eksileni de zâid/artı ve müsbet/pozitif ile tabir ederler.

والصواب تفسير الزائد بالمثبت سواء كان مستثنى أم مستثنى منه أم غير ذلك وتفسير الناقص بالمنفي سواء كان مستثنى أم مستثنى منه. لأنه قد يكون المقدار مستثنى في اللفظ وهو مستثنى المعنى. إلا ترى أنه لو قيل "عشرة إلا ستة إلا أربعة، وكانت الأربعة مثبتة معنى. وإن كانت مستثناة لفظاً لأن المستثنى من المثبت منفي ومن المنفي مثبت، فالسنة مستثناة من العشرة وهي مثبتة فالسنة منفية والأربعة مستثناة من المنفي وهي مثبتة."¹¹⁸

Zaidin müsbet ile nakısın da menfi ile tefsiri müstesna, müstesna minh ya da bunun dışında (bir şey) olsalar da doğrudur. Çünkü o miktar, lafızdaki müstesna olabilir ve o mana olarak müstesnadır. "On eksi altı eksi dört" denseydi, dördün müsbet anlam olacağını görmüyor musun? Müstesna lafzi olursa – çünkü müsbetten müstesna menfi ve menfiden de müsbettir – altı on'dan müstesna ve o (on) müsbet ve altı menfidir, dört menfiden müstesnadır (yani) o müsbettir.

İbn Hâim'in ifadelerinden müsbet ve menfi terimlerinin eserlerini telif ettiği dönemde zaten bilindiği ve kullanıldığı anlaşılabılır. Ancak terimlerin Osmanlı ilim çevrelerinde yaygınlaşması 789/1387'deki ilk kullanımından daha sonraları gerçekleşmiş olmalıdır. Mezkûr terimlere bu tarihten yaklaşık bir asır sonra Ali Kuşçu'nun Fatih Sultan Mehmed'e sunduğu *Risâletü'l-Muhammediyye*'de de rastlanması¹¹⁹ bu durumun kanıtı sayılabilir.

Netice olarak müsbet ve menfi terimlerinin Osmanlı ilim çevrelerine İbn Hâim'in eserleriyle girdiği ve Ali Kuşçu'nun çalışmalarıyla da yaygınlaştığı, daha sonraları da Osmanlı topraklarından Avrupa'ya intikal edip "pozitif" ve "negatif" kelimeleriyle ifade edilerek günümüze ulaştığı söylenebilir.

¹¹⁷ İbn Hâim, *Şerhu'l-Urcuze el-Yâseminiyye fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele*, tahkik: Mehdi Abdulcevad, s. 143.

¹¹⁸ İHa, vr. 62b.

¹¹⁹ AK, vr. 137a.

2.3.1. Türün Sayıyla arpımı

arpılacak tür ve sayının her ikisi de yalın halde bulunursa:¹²⁰

$$\forall a, b, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m, p \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } a \cdot x^n = ax^n, \quad b \cdot ax^n \\ = (b \cdot a)x^n, \quad a \cdot \sqrt{x^m} = a\sqrt{x^m}, \quad ax^n \cdot \frac{x^p}{b} = \frac{ax^{p+n}}{b}$$

Örnekler:

- $4 \cdot (2x) = 8x$ (TR, s. 450)
- $\frac{4}{5} \cdot 7x^3 = 5x^3 + \frac{3x^3}{5}$ (İHa, vr. 60b)
- $5 \cdot \frac{2x^3}{3} = 3x^3 + \frac{x^3}{3}$ (İHa, vr. 60b)
- $\frac{3}{4} \cdot \frac{5x^2}{7} = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{x^2}{7}$ (İHa, vr. 60b)

arpılacak tür ve sayının biri veya her ikisi bileşik halde bulunursa:¹²¹

- $\forall a, b, c, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } (a + b) \cdot cx^n = acx^n + bcx^n$
- $\forall a, b, c, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } a \cdot \left(\frac{x^n}{b} - cx^m \right) = \frac{ax^n}{b} - acx^m$
- $\forall a, b, c, d, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } (a + b) \cdot (cx^n - dx^m) \\ = (a \cdot c)x^n - (a \cdot d)x^m + (b \cdot c)x^n - (b \cdot d)x^m$

rnekler:

- $\left(2 + \frac{1}{4} \right) \cdot 3x^2 = 6x^2 + \frac{3x^2}{4}$ (İHa, vr. 60b)
- $(5 + 2x) \cdot (6 + 3x) = 30 + 15x + 12x + 6x^2 = 30 + 27x + 6x^2$ (TR, s. 450)

¹²⁰ İH, vr. 90b; NN, vr. 87b; İHa, vr. 60b; AK, vr. 138b; TR, s. 450.

¹²¹ İH, vr. 90b-91a; NN, vr. 87b-88a; İHa, vr. 60b; AK, vr. 138b-139a; TR, s. 450-451.

- $\left(3 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(3x^3 + \frac{x^3}{3}\right) = 11x^3 + \frac{x^3}{9}$ (İHa, vr. 60b)
- $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(2x^3 + \frac{x^3}{2}\right) = x^3 + \frac{x^3}{3} + \frac{x^3}{8}$ (İHa, vr. 60b)

2.3.2. Türün tür ile çarpımı

Çarpılacak türler yalın halde bulunursa:¹²²

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m, p \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } ax^n \cdot bx^m = (a \cdot b)x^{n+m},$$

$$bx^m \cdot ax^p = (b \cdot a)x^{m+p}$$

Örnekler:

- $x^5 \cdot x^7 = x^{5+7} = x^{12}$ (NN, vr. 87b)
- $\frac{5x}{6} \cdot 4x^2 = 3x^3 + \frac{x^3}{3}$ (İHa, vr. 61a)

Çarpılacak türlerin biri yalın diğeri bileşik halde bulunursa:¹²³

$$\forall a, b, c, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } ax^n \cdot (bx^m + cx^n + dx^n)$$

$$= abx^{2n} + acx^{n+m} + adx^{2n}$$

Örnekler:

- $3x \cdot (4 + 5x^2 + 6x^3) = 12x + 15x^3 + 18x^4$ (İHa, vr. 7a)
- $10x^2 \cdot (3x + 4x^2 + 5x^3) = 30x^3 + 40x^4 + 50x^5$ (İHa, vr. 7a)

Çarpılacak türler bileşik halde bulunursa:¹²⁴

$$\forall a, b, c, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } (a + bx^n) \cdot (cx^n + dx^m)$$

$$= acx^n + adx^m + bcx^{2n} + bdx^{n+m}$$

¹²² İH, vr. 90b-91a; NN, vr. 87b-88a; İHa, vr. 61a; AK, vr. 138b-139a; TR, s. 450-451.

¹²³ İHa, vr. 61b.

¹²⁴ İH, vr. 90b-91a; NN, vr. 87b-88b; İHa, vr. 61b-62a; AK, vr. 138b-139a; TR, s. 450-451.

Örnekler:

- $(10 + x). (10 + x) = 100 + 10x + 10x + x^2 = 100 + 20x + x^2$
- $(10 + x^2 + x). (8 + 2x^2 + 2x)$
 $= 80 + 20x^2 + 20x + 8x^2 + 2x^4 + 2x^3 + 8x + 2x^3 + 2x^2$
 $= 80 + 30x^2 + 28x + 2x^4 + 4x^3$
- $(4x + 3x^2 + 5x^3). (4 + 3x + 5x^2 + 6x^3)$
 $= 16x + 12x^2 + 20x^3 + 24x^4 + 12x^2 + 9x^3 + 15x^4 + 18x^5$
 $+ 20x^3 + 15x^4 + 25x^5 + 30x^6$
 $= 16x + 24x^4 + 49x^3 + 54x^4 + 43x^5 + 30x^6$

Çarpılacak türler negatif terim içerirse:¹²⁵

- $\forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ve $n, m \in \mathbb{N}$ olmak üzere $(ax^n). (bx^n - cx^m)$
 $= abx^{2n} - acx^{n+m}$
- $\forall a, b, c, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ve $n, m \in \mathbb{N}$ olmak üzere $(a - bx^n). (cx^n - dx^m)$
 $= acx^n - adx^m - bcx^{2n} + bdx^{n+m}$

Örnekler:

- $5x. (10 + x - x^2) = 50x + 5x^2 - 5x^3$ (İHa, vr. 62b)
- $(10 + x). (10 - x) = 10.10 - 10.x + 10.x - x^2 = 100 - x^2$ (İH, vr. 91b)
- $(10 - x). (10 - x) = 10.10 - 10.x - 10.x + x.x = 100 - 20x + x^2$ (AK, vr. 139a)
- $[x^2 + x^3 - (10 + x)]. (3x^2 + 20)$
 $= 3x^4 + 20x^2 + 3x^5 + 20x^3 - 30x^2 - 200 - 3x^3 - 20x$
 $= 3x^5 + 3x^4 + 17x^3 - 10x^2 - 20x - 200$ (İHa, vr. 62b)
- $(10 + x). (8 - x^2) = (10.8) - (10.x^2) + (x.8) - (x.x^2) = 80 - 10x^2 + 8x - x^3$
 $\rightarrow (80 + 8x) - (10x^2 + x^3)$ (NN, vr. 90b)

¹²⁵ İH, vr. 91b; NN, vr. 90b; İHa, vr. 62a-8a; AK, vr. 139a; TR, s. 451.

- $[(10 + 10x) - (x^2 + x^3)]. [(20 + 15x) - (3x^2 + 4x^3)]$
 $= 200 + 150x - 30x^2 - 40x^3 + 200x + 150x^2 - 30x^3 - 40x^4$
 $- 20x^2 - 15x^3 + 3x^4 + 4x^5 - 20x^3 - 15x^4 + 3x^5 + 4x^6$
 $= 200 + 350x + 100x^2 - 105x^3 - 52x^4 + 7x^5 + 4x^6$ (İHa, vr. 62b)
- $(5 - 2x). (6 - 3x) = 30 - 15x - 12x + 6x^2 = 30 - 27x + 6x^2$ (TR, s. 451)

Faide: $999.999 \times 999.999 = (1.000.000 - 1). (1.000.000 - 1)$ (İHa, vr. 62b)

Çarpılacak türler kesirli ifade içerirse:¹²⁶

- $\forall a, b, x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ve $n, m \in \mathbb{N}$ olmak üzere $\frac{ax^n}{x^p} \cdot bx^m = \frac{(a \cdot b)x^{n+m}}{x^p}$
 $= (a \cdot b)x^{n+m-p}$
- $\forall a, b, x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ve $n, m, p, q \in \mathbb{N}$ olmak üzere $\frac{ax^p}{x^n} \cdot \frac{bx^q}{x^m} = \frac{(a \cdot b)x^{p+q}}{x^{n+m}}$
 $= (a \cdot b)x^{p+q-(n+m)}$
- $\forall a, b, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ve $n, m, p, q \in \mathbb{N}$ olmak üzere $\frac{a}{\frac{x^n}{x^m}} \cdot \frac{b}{\frac{x^p}{x^q}} = \frac{(a \cdot x^m) \cdot (b \cdot x^q)}{x^n \cdot x^p}$
 $= \frac{(a \cdot b)x^{m+q}}{x^{n+p}} = (a \cdot b)x^{m+q-(n+p)}$

Örnekler:

- $\frac{10}{\frac{x^2}{x}} \cdot \frac{10}{\frac{x^2}{x}} = \frac{10x \cdot 10x}{x^2 \cdot x^2} = \frac{100x^2}{x^4}$ (İH, vr. 91b)
- $\frac{10}{x} \cdot (3x^2 + 5) = \frac{30x^2 + 50}{x} = 30x + \frac{50}{x}$ (İHa, vr. 63b)
- $\frac{10}{x} \cdot \frac{10}{x^2} = \frac{10 \cdot 10}{x \cdot x^2} = \frac{100}{x^3}$ (NN, vr. 88b - 89a)

¹²⁶ İH, vr. 91a-91b; NN, vr. 87b-90b; İHa, vr. 63a-64a; TR, s. 451.

$$\bullet \frac{10x + 3x^2}{x + 2} \cdot (5 + 4x) = \frac{(10x + 3x^2) \cdot (5 + 4x)}{x + 2} = \frac{50x + 55x^2 + 12x^3}{x + 2} \text{ (İHa, vr. 64a)}$$

$$\bullet \frac{10x + 5x^2}{x + 1} \cdot \frac{20 + 6x^2}{x + 2} = \frac{(10x + 5x^2) \cdot (20 + 6x^2)}{(x + 1) \cdot (x + 2)} \text{ (İHa, vr. 64a)}$$

$$= \frac{200x + 60x^3 + 100x^2 + 30x^4}{x^2 + 2x + x + 2} = \frac{200x + 60x^3 + 100x^2 + 30x^4}{2 + 3x + x^2}$$

Çarpılacak ifadelerin yalın, bileşik, negatif, kesirli ve köklü olmasına göre burada zikredemeyeceğimiz kadar çok kombinasyon bulunmaktadır. Ancak amacın hâsıl olması için sadece belli başlı formül ve örneklerle yetinilmiştir. Ayrıca köklü ifadeler başka bir bölümde inceleneceğinden burada formül ve örnekleri verilmemiştir. Burada verilen sınırlı örneklere rağmen Osmanlı matematikçilerinin bilhassa hisâbî işlemlerde tasnif hususunda ne kadar titiz ve tertipli olduğu gözden kaçmamaktadır. Onların bu davranışının nedenini anlamak zor olmasa gerek. Zira herhangi bir problemin/sorunun cebirsel bir denkleme dönüştürülmesi ve bu denklemin düzenlenerek belli denklem kalıplarından birine indirgenmesi için eldeki tek âlet hesaptır. “Kem âlet ile kemâlât olmaz” prensibi gereği doğru neticeye mümkün olan en kestirme, zihne en yakın yoldan varmak için her daim bu “âlet”i mükemmelleştirmeye, tevarüs ettikleri yolu daha düzgün ve daha geniş bir hale getirmeye çalışmışlardır.

Tevarüs ettiklerinin seyrine gelince; cebirsel ifadelerle çarpma işlemi ilk asırlarda o dönemin ihtiyaçları ve çözülmek istenen problemleri ile orantılı olarak gayet yalın ve basit görünmekte, herhangi bir tertib ve tasnife ihtiyaç duyulmadan müfred ve mürekkeb çarpımlar birkaç örnekle izah edilmektedir. Daha çok mürekkeb çarpımlar üzerinde durulmakta, bilhassa negatif terimlere dikkat çekilmektedir. Önceden de ifade edildiği gibi çarpımların sonucunda niceliklerin üslerinin “iki”yi geçmemesine özen gösterilmekte, misaller buna uygun verilmektedir.¹²⁷ Kerecî okulunda ise konunun yalın ve bileşik sayıların çarpımı şeklinde iki ayrı bâbda incelendiği, her bir babın içerisinde herhangi bir başlık verilmeksizin negatif, kesirli ve ikiden büyük üsse sahip cebirsel ifadelerin çarpım örnekleri ortaya konduğu görülür. Bu okulun temsilcilerinden

¹²⁷ Rüşdi Raşid, *Rıyadıyyât el-Havarizmi: Te'sîs İlmi el-Cebr*, s. 180-183; Ebu Kamil Şuca' b. Eslem, *Kitâb fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele*, tahkik: Sami Şelhub, s. 43-49.

Samev'el Mağrîbî'de görülen, tablolarla ifade edilen ve şekillerle ispatlanan çarpma örneklerinin, cebre hendesi yaklaşımın ilk sinyallerini verdiği söylenebilir. Zaten ardından gelen hendesi cebirciler bu işlemlere de ihtiyaç duymamış, çarpma işleminin neticesini bir dörtgenin alanı ile ifade etmişlerdir.¹²⁸

Osmanlı klasik döneminin hemen öncesinde yani yaklaşık VI-VII/XII-XIII. asırlarda Maşrik matematiğinde az önce bahsi geçen hendesi cebirciler etkili iken Mağrib matematiğinde İbn Yasemin ile başlayan ve Bennâ okulu ile devam eden analitik cebir hareketinin ağır bastığı söylenebilir. Osmanlı cebrinde hisâbî işlemlerin süreksiz nicelikler ile yapıldığı hatırlanırsa tüm hisâbî işlemler gibi cebirsel ifadelerle çarpma işleminin tevarüsünde Kerecî okulunun yanı sıra Mağrib matematiğinin etkisinden de bahsedilebilir.

2.4. Cebirsel İfadelerle Bölme İşlemi

Dört temel hesap işlemi arasında en karmaşık, zihni en çok yoran ve bu nedenle tüm hesap ve cebir eserlerinde en son verilen işlem olan bölme, çarpmanın tersi ve çıkarma ile birlikte “tahlil/analiz”in bir parçasıdır. Hesap kitaplarında en genel tarifıyla bölme:

وهي تحصيل عدد يكون نسبته الى الواحد كنسبة المقسوم الى المقسوم عليه.¹²⁹

“Bir”e oranı bölünenin bölüne oranı gibi olan sayıyı elde etmektir.

$$\forall a, b, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ olmak üzere } \frac{x}{1} = \frac{a}{b} \Rightarrow x \cdot b = a \Rightarrow x = \frac{a}{b}$$

Cebir ilminde ise bölme, bilinmeyen veya bilinenle birlikte bulunan bilinmeyen bir niceliğe hesap ilmindeki işlemin aynısını tatbik etmekten ibarettir. Bilinen niceliklerle olduğunda bile zihni zorlayan işlem, bilinmeyen niceliklerle olduğunda çok daha çetrefilli bir hal alacağından Osmanlı cebircileri tarafından uzun ve teferruatlı

¹²⁸ Ahmed Selim Saidan, *Tarih İlmi el-Cebr fi'l-Alemi'l-Arabi*, “Kitâbu'l-Fahrî li'l-Kerecî” bölümü, c. I, s. 101-111; Samev'el Mağrîbî, *el-Bâhir fi'l-Cebr*, tahkik: Salah Ahmed-Rüşdi Raşid, s. 22-41; Ömer Hayyam, *Resâilü'l-Hayyam el-Cebriyye*, tahkik: Rüşdi Raşid-Ahmed Cebbar, el-Makâle fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele, s. 9-13.

¹²⁹ Ali Kuşçu, *Muhammediye fi'l-Hisâb*, Laleli 2715, vr. 72b. Diğer teliflerde de aynı manaya gelen benzer ifadelerle tanımlanmıştır: İH, vr. 79a; NN, vr. 14a-14b; Cemşid Kâşî, *Miftâhu'l-Hisâb*, tahkik: Nadir Nablûsî, s. 62.

izahlarla belli bir düzen ve tertip içerisinde ele alınmıştır. Buna göre bölme, yalın ifadenin yalın ifadeye, bileşik ifadenin yalın ifadeye ve bileşik ifadenin bileşik ifadeye bölümü olmak üzere üç ana başlık altında incelenebilir. Negatif terim ve kesirli ifadenin, bölünen ve bölenin birinde veya bölünende her ikisi birden veya bölende her ikisi birden veya bölen ve bölünenin her ikisinde de bulunmasına bağlı olarak otuz altı ara başlık meydana gelir. Buna ilave olarak yalının tür veya sayı veya türün parçası olması itibarıyla durumları değerlendirildiğinde ara başlıkların sayısı artar. Bu durumların hepsini incelemek hem çok fazla yer işgal edeceğinden hem de tezin asıl amacından sapmasına neden olabileceğinden cebirsel ifadelerle bölme işleminin sadece asli unsurları ele alınacaktır. Ancak öncesinde bu işlemin temel formüllerini vermek iktiza eder.¹³⁰

$$\bullet \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } x^n \div 1 = \frac{x^n}{1} = x^n, \quad 1 \div x^n = \frac{1}{x^n}, \quad \frac{1}{\frac{1}{x^n}}$$

$$= 1 \cdot \frac{x^n}{1} = x^n$$

$$\bullet \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } \frac{x^n}{x^n} = 1$$

$$\bullet \forall x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } \left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$$

$$\bullet \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m \in \mathbb{N}, n > m \text{ olmak üzere } \frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$$

$$\bullet \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m \in \mathbb{N}, n > m \text{ olmak üzere } \frac{\frac{1}{x^n}}{\frac{1}{x^m}} = \frac{1}{x^n} \cdot \frac{x^m}{1} = \frac{x^m}{x^n} = \frac{1}{x^{n-m}}$$

$$\bullet \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m \in \mathbb{N}, m > n \text{ olmak üzere } \frac{x^n}{x^m} = \frac{1}{x^{m-n}}$$

¹³⁰ Formüllerin alındığı eserler: İH, vr. 91b-92b; NN, vr. 92b-96a; İHa, vr. 64a-66a; TR, s. 451.

- $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ve $n, m \in \mathbb{N}$, $m > n$ olmak üzere $\frac{\frac{1}{x^n}}{\frac{1}{x^m}} = \frac{1}{x^n} \cdot \frac{x^m}{1} = \frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

- $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ve $n, m \in \mathbb{N}$ olmak üzere $\frac{\frac{1}{x^n}}{x^m} = \frac{1}{x^n} \cdot \frac{1}{x^m} = \frac{1}{x^{n+m}}$
 $\Rightarrow \frac{x^n}{\frac{1}{x^m}} = x^n \cdot \frac{x^m}{1} = x^{n+m}$

2.4.1. Yalın İfadenin Yalın İfadeye Bölümü

Bu bölme çeşidi türün türe, sayının türe ve türün sayıya bölümü olmak üzere üç sınıftır. Buradaki tür ve sayılar kesirli ifade şeklinde de olabilirler. Bu sınıfların formül ve misalleri sırasıyla şöyledir:

Türün türe bölümü:¹³¹

- $\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ve $n, m \in \mathbb{N}$ ve $n > m$ olmak üzere $\frac{ax^n}{bx^m} = \frac{a}{b} \cdot x^{n-m}$
 $= \frac{ax^{n-m}}{b} \Rightarrow bx^m \cdot ax^{n-m} = b \cdot ax^n$

- $\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ve $n, m \in \mathbb{N}$ ve $m > n$ olmak üzere $\frac{ax^n}{bx^m} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{x^{m-n}}$
 $= \frac{a}{bx^{m-n}} \Rightarrow bx^m \cdot a = ax^n \cdot bx^{m-n}$

Örnekler:

- $\frac{10x^2}{2x} = \frac{10}{2} \cdot x^{2-1} = 5x \Rightarrow 5x \cdot 2x = 10x^2 \Rightarrow 10x^2 = 10x^2$ (İHa, vr. 64b)

- $\frac{2x}{10x^2} = \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{x^{2-1}} = \frac{1}{5x} \Rightarrow 10x^2 \cdot \frac{1}{5x} = 2x$ veya $2x \cdot 5x = 10x^2 \Rightarrow 10x^2 = 10x^2$ (İHa, vr. 64b)

¹³¹ İH, vr. 91b-92a; NN, vr. 92b-93a; İHa, vr. 64a-65a; TR, s. 451.

- $\frac{6x^3}{9x^2} = \left(\frac{6}{9}\right) \cdot x^{3-2} = \frac{2x}{3} \Rightarrow 9x^2 \cdot \frac{2x}{3} = 6x^3$ veya $9x^2 \cdot 2x = 6x^3 \cdot 3 \Rightarrow 18x^3$
 $= 18x^3$ (TR, s. 451)

- $\frac{\frac{20x^3}{5x}}{5x^2} = \frac{20x^3}{5x} \cdot \frac{1}{5x^2} = \frac{4x}{5x} = \frac{4}{5} \Rightarrow 5x^2 \cdot \frac{4}{5} = \frac{20x^3}{5x} \Rightarrow 4x^2 = 4x^2$ (İHa, vr. 10a)

- $3x \div 9x^2 = \frac{3x}{9x^2} = \frac{3}{9} \cdot \frac{1}{x^{2-1}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x}$ (NN, vr. 95b)

- $\frac{20x^2}{\frac{10}{x}} = 20x^2 \cdot \frac{x}{10} = \frac{20x^3}{10} = 2x^3 \Rightarrow \frac{10}{x} \cdot 2x^3 = 20x^2 \Rightarrow 20x^2 = 20x^2$ (İHa, vr. 66a)

- $\frac{8x}{12x^5} = \frac{1}{x^{5-1}} \cdot \frac{8}{12} = \frac{1}{x^4} \cdot \frac{2}{3}$ (TR, s. 451)

- $\frac{\frac{10}{x}}{\frac{2x^2}{5}} = \frac{10}{x} \cdot \frac{5}{2x^2} = \frac{10 \cdot 5}{x \cdot 2x^2} = \frac{50}{2x^3} = \frac{25}{x^3} \Rightarrow \frac{2x^2}{5} \cdot \frac{25}{x^3} = \frac{10}{x} \Rightarrow \frac{10}{x} = \frac{10}{x}$ (İHa, vr. 66a)

Sayının türe bölümü:¹³²

$\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ve $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere $\frac{a}{bx^n} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{x^n} \Rightarrow a \cdot bx^n = a \cdot bx^n$

Örnekler:

- $\frac{10}{2x} = \frac{10}{2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{5}{x} \Rightarrow 2x \cdot \frac{5}{x} = 10 \Rightarrow 10 = 10$ (İHa, vr. 64b)

- $\frac{\frac{12}{5}}{\frac{2x^2}{15x}} = \frac{12}{5} \cdot \frac{15x}{2x^2} = \frac{12 \cdot 15x}{5 \cdot 2x^2} = \frac{18}{x} \Rightarrow \frac{2x^2}{15x} \cdot \frac{18}{x} = \frac{12}{5} \Rightarrow \frac{12}{5} = \frac{12}{5}$ (İHa, vr. 64b)

Türün sayıya bölümü:¹³³

¹³² NN, vr. 93a; İHa, vr. 64a-66a.

¹³³ NN, vr. 93b; İHa, vr. 65a.

$\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ve $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere $\frac{ax^n}{b} = \frac{a}{b} \cdot x^n \Rightarrow ax^n \cdot b = b \cdot ax^n$

Örnekler:

- $\frac{10x}{3} = 3x + \frac{x}{3} \Rightarrow 10x = 3 \cdot \left(3x + \frac{x}{3}\right) \Rightarrow 10x = 9x + x = 10x$ (İHa, vr. 65a)

- $\frac{\frac{10x^2}{4x}}{25} = \frac{10x^2}{4x} \cdot \frac{1}{25} = \frac{x}{10} \Rightarrow 25 \cdot \frac{x}{10} = \frac{10x^2}{4x} \Rightarrow \frac{5x}{2} = \frac{5x}{2}$ (İHa, vr. 65a)

2.4.2. Bileşik ifadenin yalın ifadeye bölümü

Buradaki cebirsel ifadeler sadece türden ibaret olabileceği gibi tür ve sayının bileşiminden de meydana gelebilir. Buna ilave olarak bileşik ifadenin kesirli ve negatif terim içermesine göre farklı durumlar da oluşabilir. Son olarak yalın ifadenin bileşik ifadeye bölümü yine kendisini vereceğinden sadece bileşiğin yalına bölümü izah edilir.¹³⁴

- $\forall a, b, c, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ve $n, m, p, q \in \mathbb{N}$ olmak üzere
$$\frac{ax^n \mp bx^m \mp cx^p}{dx^q} = \frac{ax^n}{dx^q} \mp \frac{bx^m}{dx^q} \mp \frac{cx^p}{dx^q}$$

- $\forall a, b, c, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ve $n, m, p \in \mathbb{N}$ olmak üzere
$$\frac{cx^p}{ax^n \mp bx^m} = \frac{cx^p}{ax^n \mp bx^m}$$

Örnekler:

- $\frac{10x^2 + 6x^3}{2x} = \frac{10x^2}{2x} + \frac{6x^3}{2x} = 5x + 3x^2$ (NN, vr. 93b)

- $\frac{100x^3 + 100x^2 + 100x}{5x} = \frac{100x^3}{5x} + \frac{100x^2}{5x} + \frac{100x}{5x} = 20 + 20x + 20x^2$ (İHa, vr. 65a)

- $\frac{100x^3 - 10x^2}{20x} = \frac{100x^3}{20x} - \frac{10x^2}{20x} = 5x^2 - \frac{x}{2}$ (İH, vr. 92a; NN, vr. 94a)

¹³⁴ Formüllerin alındığı eserler: İH, vr. 92a; NN, vr. 93b-94a; İHa, vr. 65a.

- $$\frac{20x^3 + 30x^2 - (6x + x^4)}{4x} = \frac{20x^3}{4x} + \frac{30x^2}{4x} - \frac{6x}{4x} - \frac{x^3}{4} = 5x^2 + \frac{15x}{2} - \left(\frac{3}{2} + \frac{x^3}{4}\right)$$

$$= 5x^2 + 7x + \frac{x}{2} - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{x^3}{4}\right)$$

$$= 7x + \frac{x}{2} + 5x^2 - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{x^3}{4}\right) \quad (\text{İHa, vr. 65a})$$
- $$\frac{100x^3 + 100x^2 + 100x}{10} = 10x^3 + 10x^2 + 10x \quad (\text{İHa, vr. 65a})$$

2.4.3. Bileşik İfadenin Bileşik İfadeye Bölümü

Bu türde, hem cebirsel ifadelerin çok sayıda farklı kombinasyonu yapılabildiğinden, dolayısıyla pek çok çeşit meydana geldiğinden hem de burada önceki türlerde verilen yöntemlerin bir nevi birleşimi kullanıldığından genel bir formül verilememektedir. Bu yüzden konu en yaygın çeşitlerin örnekleriyle açıklanmaya çalışılacaktır.

Örnekler:

- $$\frac{10x + 10x^2}{x + 1} = \frac{10x(1 + x)}{x + 1} = 10x \quad (\text{İHa, vr. 65b})$$
- $$\frac{\frac{10 - x}{x^2}}{\frac{10 - x}{10 - x}} = (10 - x) \cdot \frac{10 - x}{x^2} = \frac{(10 - x)^2}{x^2} = \frac{100 + x^2 - 20x}{x^2}$$

$$= 1 + \frac{100 - 20x}{x^2} \quad (\text{İHa, vr. 65b})$$
- $$\frac{\frac{10 - x}{8 - x}}{\frac{x^2}{8 - x}} = (10 - x) \cdot \frac{x^2}{8 - x} = \frac{x^2(10 - x)}{8 - x} = \frac{10x^2 - x^3}{8 - x} \quad (\text{İHa, vr. 65b})$$
- $$\frac{\frac{10}{x} - x}{\frac{3}{x}} = \frac{\frac{10}{x}}{\frac{3}{x}} - \frac{x}{\frac{3}{x}} = \left(\frac{10}{x} \cdot \frac{x}{3}\right) - \left(x \cdot \frac{x}{3}\right) = \left(3 + \frac{1}{3}\right) - \frac{x^2}{3} = 3 + \frac{1 - x^2}{3} \quad (\text{İHa, vr. 66a})$$

$$\begin{aligned}
\bullet \frac{\frac{10}{x^2} - x}{\frac{3x}{x^2 - 3}} &= \frac{\frac{10}{x^2}}{\frac{3x}{x^2 - 3}} - \frac{x}{\frac{3x}{x^2 - 3}} = \left[\frac{10}{x^2} \cdot \left(\frac{x^2}{3x} - \frac{3}{3x} \right) \right] - \left[x \cdot \left(\frac{x^2}{3x} - \frac{3}{3x} \right) \right] \\
&= \left(\frac{10}{3x} - \frac{10}{x^3} \right) - \left(\frac{x^2}{3} - 1 \right) = 1 + \frac{3\frac{1}{3}}{x} - \frac{x^2}{3} - \frac{10}{x^3} \quad (\text{İHa, vr. 65b})
\end{aligned}$$

Bileşik ifadenin yani çok terimlinin çok terimliye bölünmesi konusunun modern matematikteki “polinom bölümü” konusu ile çok benzer olduğu fark edilir. Ancak burada polinomun özel şart ve kuralları belirlenip ona göre işlem yapılmadığından “mürekkebe/bileşik” kavramı modern matematikteki “polinom” kavramının ilkel hali sayılabilir. Bununla birlikte Osmanlı klasik dönemi hemen öncesinde Samev’el Mağribî’nin “bileşik/mürekkebe sayının bölümü” başlığı altında bu konuya dikkat çektiği ve diğer matematikçiler arasında sivrildiği görülür. Selefleri ve çağdaşlarında rastlamadığımız bir şekilde o, polinom şartlarını tam olarak sağlayan ifadeleri cetveller yardımıyla böler. Üstelik bu bölme işlemleri on iki terimlinin dört terimliye veya sekiz terimlinin üç terimliye bölümü gibi oldukça uzun ve zor işlemlerdir. Ancak Mağribî, henüz VI/XII. asırda bu meşakkatli bölme işlemini tablo üzerinde polinomun terimlerinin katsayılarını kullanarak basit bir şekilde yapmıştır.¹³⁵ Kökleri Kerecî Okuluna dayanan onun bu keşfi yaklaşık yedi asır sonra XIX. yy’da İtalyan ve İngiliz iki bilim adamının isimleriyle “Ruffini-Horner metodu” şeklinde veya “sentetik yöntem” adıyla anılacaktır.¹³⁶

Bileşik ifadelerin “polinom” ile ilişkisinden sonra cebirsel ifadelerle bölme işleminin başlangıçtan itibaren genel tabiatına değinmek yerinde olacaktır. Fakat ondan önce; “nisbet/oran” konusunu bazı matematikçiler¹³⁷ ayrı bir bâbda incelemesine

¹³⁵ Samev’el Mağribî, *el-Bâhir fi’l-Cebr*, tahkik ve tahlil: Salah Ahmed-Rüşdi Raşid, s. 44-50, Dımeşk 1972.

¹³⁶ Bu yöntemin İslam bilim dünyasındaki kökenleri ve gelişimi ile ilgili daha geniş bilgi için bkz.: Rüşdi Raşid, *Tarihu’r-Riyadiyyat el-Arabiyye beyne’l-Cebr ve’l-Hisab*, s. 115-139; Rüşdi Raşid-Regis Morelon, *Mevsûat Tarihi’l-Ülûm el-Arabiyye*, c. II, s. 479-481, Beyrut 2001.

¹³⁷ Samev’el Mağribî cebirsel ifadelerle hesabi işlemleri çarpma, bölme, nisbet ve kök bulma olmak üzere dört kısımda inceleyerek toplama ve çıkarmayı dışarıda bırakır. Osmanlı klasik dönemin mütedâvil matematik eserlerinden İbn Havvam’ın *Fevâidü’l-Bahâiyye*’sinde de Mağribî’ye benzer şekilde hesabın temelini (dolayısıyla cebirsel hesabında temelini) çarpma, bölme ve oran olmak üzere üç kısımdan oluştuğu ifade edilmektedir. İlginç bir şekilde yazarı belli olmayan, Sultan II. Bayezid için yazıldığından IX/XV. yy sonlarında telif edildiği tahmin edilen *İrşâdu’t-Tullâb ilâ İlmi’l-Hisâb* adlı eserde de benzer bir tavır görülür. Hatta Mağribî’nin işlemleri “tahlil” ve “terkib” diye adlandırması ve “cebir sînâatı”nı “tahlil

rağmen çoğu matematikçi onu bölme konusundan bir cüz mülâhaza edip bölme işlemi içerisinde değerlendirdiğinden burada ayrıca izaha gerek duyulmadığını ifade etmek gerekir.

Bölme işleminin seyrine geri dönülürse; cebir ilminin başlangıcında işlemin çok sınırlı bir şekilde incelendiği hatta diğer işlemler için başlık açılmasına rağmen bu işlem için başlık açılmadığı, açılrsa bile sadece köklü sayılarla bölmenin kısaca açıklandığı söylenebilir. Bu durum daha önce de belirtildiği gibi muhtemelen ilk İslam cebircilerinin sadece amacın hâsıl olması üzerinde yoğunlaşmalarından ve istenen denklemlerin çözümü için hangi seviyede işlem bilgisine sahip olmak gerekiyorsa yalnızca onu ortaya koymalarından kaynaklanmaktadır. Fakat iki asır sonrasına gidildiğinde mevcut durumda çok ciddi bir farklılaşma olduğu, cebrin her bahsinde olduğu gibi cebirsel işlemler, bilhassa da bölme işleminde önemli gelişmeler kaydedildiği görülür. Az önce zikredilen Mağribî'nin polinom bölme yöntemi de bunun en güzel kanıtıdır. Aynı yöntem Osmanlı klasik döneminde daha az terimli bileşik ifadeleri bölmek için uygulanmışsa da asli olarak cetvel yardımıyla tam ve rasyonel sayıların iki ve daha üst dereceden köklerine yaklaşmak için kullanılmıştır.

3.3. Köklü İfadelerle İşlemler ve Kök Çıkarma

Karekök, karesine oranı bir'in kendisine oranı kadar olan niceliktir. Karekök çıkarma yani bir niceliğin cezrini bulma ise genel olarak “kendisi ile çarpıldığında kökü isteneni (meczûr) veren niceliği (cezri) bulmaktır” şeklinde tarif edilebilir. Küp kök ve daha üst dereceden kökler de benzer şekilde tanımlanabilir. Cebirsel denklemler teorisinde çok önemli bir fonksiyonu bulunan bu konu Osmanlı klasik dönem cebir kitaplarında ve genel matematik kitaplarının cebir bölümlerinde ya cebirsel ifadelerle dört işlemin her birinde ya da bu işlemlerin ardından ayrı bir başlık altında ele alınır. Önce köklü ifadelerle dört işlem uygulaması gösterilir ardından yalın cebirsel ifadelerin

sınâatı”ndan bir cüz olarak görmesi bu yazarı belli olmayan eserde tezâhür etmektedir. Bu durum hesap ve cebir ilimlerinde pek çok yeniliğe imza atmış Mağribî'nin Osmanlı matematiğine kadar uzanan bir çizgisine işaret olabilir. İH, vr. 74b; Samevel Mağribi, *el-Bâhir fi'l-Cebr*, tahkik ve tahlil: Salah Ahmed-Rüşdi Raşid, s. 22-71; *İrşâdu't-Tullâb ilâ İlmi'l-Hisâb*, Topkapı Sarayı III. Ahmed 3144, vr. 7b-15b. Yazarı bilinmeyen bu eser hakkında geniş bilgi ve matematik tarihi açısından değerlendirmesi için bkz. İhsan Fazlıoğlu, *Divan İlmi Araştırmalar Dergisi*, “İrşâdu't-Tullâb ilâ İlmi'l-Hisâb/Hesap Biliminde Öğrencilere Kılavuz”, sayı 13, s. 315-340, İstanbul 2002/2.

kökünü çıkarma yöntemleri ortaya konulur. Sonra da yüksek dereceli denklemlerin çözümü için mutlaka bilinmesi gereken çok terimlilerin/polinomların kökünü bulma formülleri örneklerle açıklanır. Burada da konu bu düzene sadık kalınarak izah edilecektir. Ancak öncesinde köklü ifadelerle ilgili bilinmesi gereken en temel formülleri vermek müteakip bahislerin daha net anlaşılması açısından elzemdir.¹³⁸

- $\forall x > 0$ ve $n, m \in \mathbb{N}$ olmak üzere $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}} \Rightarrow \sqrt{x^2} = x,$
 $\sqrt{x^4} = x^2, \dots$

- $\forall a > 0, x > 0$ ve $n, m, p \in \mathbb{N}$ olmak üzere $\sqrt[n]{a^m x^p} = a^{\frac{m}{n}} x^{\frac{p}{n}}$

3.1. Köklü İfadelerle Dört İşlem

İşlemler, cebirsel ifadelerle dört işlemde olduğu gibi, toplama, çıkarma, çarpma ve bölme sırasına göre verilecektir. Burada dikkati çeken şey, işlem örneklerinde bilinmeyen nicelikten ziyade tam ve rasyonel sayıların tercih edilmiş olmasıdır. Normal şartlarda hesap ilmindeki köklü işlemler bahsinde tam ve rasyonel sayılar, cebir ilmindekinde de bilinmeyen nicelikler kullanılması beklenir. Bu durum, matematikçinin denklem çözümünde daha çok tam ve rasyonel sayıların kullanıldığı köklü ifadelerle karşılaşacağı, dolayısıyla onlarla ilgili malumata daha fazla ihtiyaç duyacağı ile ilişkili olabilir.

3.1.1. Köklü İfadelerle Toplama ve Çıkarma İşlemi

$$\forall x > 0 \text{ ve } y > 0 \text{ olmak üzere } \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{(x + y) + 2\sqrt{x \cdot y}}$$

$$\Rightarrow (\text{İH, vr. 92b; NN, vr. 98b})$$

$$\forall x > 0 \text{ ve } y > 0 \text{ olmak üzere } \sqrt{x} - \sqrt{y} = \sqrt{(x + y) - 2\sqrt{x \cdot y}}$$

$$\Rightarrow (\text{İH, vr. 92b; NN, vr. 98b})$$

¹³⁸ Formüllerin alındığı eserler: İH, vr. 92a-92b; NN, vr. 95b-97a; İHa, vr. 65b-66a.

Toplama Örnekleri:

$$\bullet \sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{(9 + 16) + 2\sqrt{9 \cdot 16}} = \sqrt{25 + 2\sqrt{144}} = \sqrt{25 + 24} = \sqrt{49} \\ = 7 \text{ (İH, vr. 92b; NN, vr. 98b)}$$

$$\bullet 2x^6 + \frac{x^6}{4} \Rightarrow \sqrt{2x^6 + \frac{x^6}{4}} = \sqrt{x^6 \left(2 + \frac{1}{4}\right)} = x^3 \left(1 + \frac{1}{2}\right) \text{ (İHa, vr. 66a)}$$

Çıkarma Örneği:

$$\bullet \sqrt{16} - \sqrt{9} = \sqrt{(9 + 16) - 2\sqrt{9 \cdot 16}} = \sqrt{25 - 2\sqrt{144}} = \sqrt{25 - 24} = \sqrt{1} \\ = 1 \text{ (İH, vr. 92b; NN, vr. 98b)}$$

Bu işlemlerde göze çarpan nokta; eğer kökün içindeki değer, kökten tamamen çıkabiliyorsa çıkarılır, ancak bir kısmı çıkabiliyorsa çıkarılmaz, kökün içinde bırakılır. Muhtemelen bu durum İslam matematikçilerinin her işlem neticesinde mümkün olabildiğince yalın bir ifade elde etmeyi gerekli görmelerindendir. Zira modern matematikte tedavülde olmayan yukarıdaki formül de bu gerekliliğe tekâbül eder. Çünkü bu formül sayesinde modern matematikteki “köklü ifadeyi mümkün olduğunca kökten dışarıya çıkarma” fikrinin aksine tek kök altında işlem yapıp yalın bir sonucun hâsıl olması sağlanmaktadır.

Köklü ifadelerle toplama ve çıkarma işlemlerinin Osmanlı’daki durumu ile ilgili kısa bilgilerin ardından bu işlemin arka planına göz atmak gerekirse; cebir ilminin ilk asırlarında köklü ifadelerle toplama ve çıkarma işlemlerine rastlanmaz. Daha önce de benzer bir vakıa ile ilgili zikredildiği gibi bu durum “cehâlet”ten ziyade “gereklilik/ihtiyaç” ile bağıntılıdır. Kerecî Okulu’nda ise cebir ilminin konularının hemen hemen hepsinde olduğu gibi bu konuda da önemli atılımlar yaşandığı görülür. Zira bu okulun, bilinenler hesabında uygulanan her işlemi bilinmeyenler hesabına da tatbik etmek ve böylece cebir ilminin sınırlarını genişletmek projesi, Kerecî’nin de ifade ettiği gibi bu konuyu da kapsamaktadır:

إعلم أن الذي تقدم ذكره في استخراج جذور المعلومات، يدل على استخراج جذور المجهولات.¹³⁹

Bilinenlerin köklerini çıkarmada zikri geçenlerin bilinmeyenlerin köklerini çıkarmaya delalet ettiğini bil!

Sadece ikinci dereceden köklü ifadelerle toplama ve çıkarma işlemi ile yetinilmemiş, üç ve daha yüksek dereceden sayılarla da bu işlemler uygulanmış ve üçüncü dereceden köklü ifadelerin toplamının analitik ispatı verilmiştir. Osmanlı matematiğine tesir ettiği bilinen Bennâ Okuluna gelince; tevârüs edilenlere ilave olarak $\sqrt{\sqrt{x} \mp \sqrt{y}}$ ve $\sqrt{x \mp \sqrt{y}}$ gibi ifadelerin formülleri de ortaya konulmuştur. Hemen hemen tüm matematik ve cebir eserleri Osmanlı medreselerinde rağbet gören İbn Hâim de benzer ifadelerle ilgilenmiş ve irrasyonel köklerin toplanması ve çıkarılmasında modern matematiğin elde ettiği neticeler kadar dakik sonuçlara ulaşmıştır.¹⁴⁰

Bu noktada, İslam matematik geleneğinde “zevâtu’l-esmâ/ذوات الأسماء” ve “munfasılat/منفصلات” olarak adlandırılan ve bugün, “toplanması ve çıkarılması mümkün olmayan nicelikler” veya “irrasyonel çok terimliler” şeklinde ifade edilebilen konuya değinmekte fayda vardır. Konunun burada sunulmasının nedeni bu niceliklerin köklü ifade içermesidir. Mezkûr terimleri daha açık bir şekilde tanımlamak gerekirse; en az birinin tam karekökü bulunmaması şartıyla rasyonel iki veya daha fazla birbirlerine eşit olmayan niceliğin toplanması “zevâtu’l-esmâ”, çıkarılması da “munfasılat” olarak bilinir. Buradaki nicelikler toplamak veya çıkarmak için müşterek/ortak olma şartını taşımadıklarından yani birbirlerinden mütebâyin/farklı olduklarından bilinen diğer toplama ve çıkarma işlemlerinden farklıdır. Bu konumdaki niceliklerin belirli şartlara bağlanması neticesinde iki konu altışar tür/kalıp ile sınırlanmış ve her bir kalıp için çözüm yolu geliştirilmiştir. Her bir kalıp da terimlerin rasyonel-irrasyonel, büyük-küçük

¹³⁹ Ahmed Selim Saidan, *Tarih İlmi el-Cebr fi'l-Alemi'l-Arabi*, “Kitâbu’l-Fahrî li’l-Kerecî” bölümü, c. I, s. 116.

¹⁴⁰ Bu konuda daha geniş bilgi ve misaller için bkz. İbnü’l-Hâim, *el-Maûne fi İlmi’l-Hisâb el-Hevâi*, tahkik: Hudaýr Abbas, s. 203-218, Bağdat 1988

ve ortak-farklı olmasına göre belirlenmiştir. Konunun daha iyi anlaşılması için bu kalıpları matematiksel olarak örneklerle göstermek gerekirse:¹⁴¹

$$(\sqrt{9} \mp \sqrt{5}), (\sqrt{9} \mp \sqrt{6}), (\sqrt{45} \mp 5), (\sqrt{13} \mp \sqrt{9}), (\sqrt{27} \mp \sqrt{15}), (\sqrt{12} \mp \sqrt{7})$$

İslam medeniyetinde matematikçilerin bu tür ifadelerle yakından ilgilenmesi, eserlerinden bu konuya bölümler ayırmak veya müstakil eserler yazmak suretiyle teferruatıyla ortaya koyma çabaları muhtemelen bu şekildeki ifadeleri içeren cebirsel denklemlerin köklerine daha sağlam ve sahih bir yöntemle ulaşabilmektir. Bu amaç VII/XIII. asırda Mağrib matematiğinin önemli temsilcilerinden İbn Bennâ'nın *Kitâbu'l-Cebr ve'l-Mukâbele*'sinde ardından Osmanlı ilim çevrelerinde iyi bilinen İbn Hâim'in *el-Maûne fi'l-Hisâb* ve *Şerhu'l-Urcuze el-Yâsemîniyye fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele* adlı eserlerinde, yazarı belli olmayan II. Bayezid'e sunulmuş *İrşâdu't-Tullâb*'da, daha sonraları da Osmanlı matematikçilerinden İbn Piri'nin¹⁴² (ö. 1040/1631) *el-Yevâkitü'l-Mufasssalât bi-Leâli'n-Neyyirât fi Âmâli Zevâti'l-Esmâ ve'l-Munfasılât* isimli kitabında daha yakından görülebilir.

3.1.2. Köklü İfadelerle Çarpma ve Bölme İşlemi

Çarpma işleminin temel formülleri şöyledir:¹⁴³

- $\forall x > 0, y > 0$ ve $n, m \in \mathbb{N}$ olmak üzere $\sqrt[n]{x^m} \cdot \sqrt[n]{y^m} = \sqrt[n]{(x \cdot y)^m} = (x \cdot y)^{\frac{m}{n}}$
- $\forall x > 0, y > 0$ ve $n, m \in \mathbb{N}$ olmak üzere $y^p \sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n]{x^m \cdot y^{p \cdot n}}$
- $\forall x > 0, y > 0$ ve $n, m \in \mathbb{N}$ olmak üzere $\sqrt[n]{\sqrt[n]{x^m}} \cdot \sqrt[n]{\sqrt[n]{y^m}} = \sqrt[n]{\sqrt[n]{(x \cdot y)^m}}$
 $= \sqrt[n \cdot n]{(x \cdot y)^m} = (x \cdot y)^{\frac{m}{n^2}}$

¹⁴¹ Bu türlerin tek tek açıklaması ve çözüm yöntemleri için bkz.: İbn Hâim, *Şerhu'l-Urcuze el-Yâsemîniyye fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele*, tahkik: Mehdi Abdulcevad, s. 194-208; *İrşâdu't-Tullâb ilâ İlmi'l-Hisâb*, Topkapı Sarayı III. Ahmed 3144, vr. 25b-28a.

¹⁴² Müellif ve eseri ile ilgili daha geniş bilgi için bkz.: İhsanoğlu ve diğerleri, *OMLT*, c. I, s. 132-134.

¹⁴³ Formüllerin alındığı eserler: İH, vr. 91b; NN, vr. 90b-92b; İHa, vr. 62a.

- $\forall x > 0, y > 0$ ve $n, m, p \in \mathbb{N}$ olmak üzere $\sqrt[n]{\sqrt[n]{x^m} \cdot \sqrt[n]{y^p}}$

$$= \sqrt[n]{\sqrt[n]{x^m} \cdot \sqrt[n]{y^{p \cdot n}}} = \sqrt[n]{\sqrt[n]{x^m \cdot y^{p \cdot n}}}$$

Örnekler:

- $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{5 \cdot 20} = \sqrt{100} = 100^{\frac{1}{2}} = (10^2)^{\frac{1}{2}} = 10^{2 \cdot \frac{1}{2}} = 10$ (İH, vr. 91b)
- $\sqrt{4} \cdot 10 = \sqrt{4 \cdot 10^2} = \sqrt{4 \cdot 100} = \sqrt{400} = 20$ (NN, vr. 90b)
- $\sqrt{\sqrt{16}} \cdot \sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt{\sqrt{16 \cdot 81}} = \sqrt{\sqrt{1296}} = \sqrt{\sqrt{6^4}} = 6 \rightarrow$ sağlaması

$$\rightarrow \sqrt{\sqrt{16}} = 2 \text{ ve } \sqrt{\sqrt{81}} = 3 \rightarrow 2 \cdot 3 = 6$$
 (İH, vr. 91b; NN, vr. 91a)
- $\sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{10}} = \sqrt{\sqrt{5^2}} \cdot \sqrt{\sqrt{10}} = \sqrt{\sqrt{25 \cdot 10}} = \sqrt{\sqrt{250}}$ (NN, vr. 91b)
- $\sqrt{\sqrt{3}} \cdot 2x^2 = \sqrt{\sqrt{3 \cdot 16x^8}} = \sqrt{\sqrt{48x^8}}$ (İHa, vr. 62a)
- $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{27 \cdot 8} = \sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{6^3} = 6$ (İH, vr. 91b; NN, vr. 92a)
- $\sqrt{3x} \cdot 4\sqrt{x^2} = \sqrt{3x} \cdot \sqrt{16x^2} = \sqrt{48x^3}$ (İHa, vr. 62a)
- $\sqrt{4} \cdot \sqrt[3]{27} = \sqrt[4]{4^2} \cdot \sqrt[3]{27} \Rightarrow \sqrt[4]{4^2} \cdot \sqrt[6]{27^2} = \sqrt[4]{4^2} \cdot \sqrt[6]{729} \Rightarrow \sqrt[4]{4^2} = \sqrt[6]{4^3} = \sqrt[6]{64} \Rightarrow$

$$\sqrt[6]{64} \cdot \sqrt[6]{729} = \sqrt[6]{64 \cdot 729} = \sqrt[6]{46656} = \sqrt[6]{6^6} = 6$$
 (NN, vr. 92a)
- $2\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot 3\sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{2^2 \cdot \frac{1}{2}} \cdot \sqrt{3^2 \cdot \frac{1}{3}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$ (İHa, vr. 62a)

Bölme işleminin başlıca formülleri ise aşağıdaki gibidir.¹⁴⁴

¹⁴⁴ Formüllerin alındığı eserler: İH, vr. 92a; NN, vr. 94b-96a.

- $\forall x > 0, y > 0$ ve $n, m \in \mathbb{N}$ olmak üzere $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$

- $\forall x > 0, y > 0$ ve $n, m \in \mathbb{N}$ ve $n > m$ olmak üzere $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[m]{\frac{x}{y^{n-m}}}$

Örnekler:

- $\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}} = \sqrt{\frac{100}{25}} = \sqrt{4} = 2$ (İH, vr. 92a; NN, vr. 94b – 95a)

- $\frac{\sqrt{100}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{\sqrt[4]{100^2}}{\sqrt[6]{8^2}} = \frac{\sqrt[4]{10000}}{\sqrt[6]{64}} = \frac{\sqrt[6]{1000000}}{\sqrt[6]{64}} = \sqrt[6]{\frac{1000000}{64}} = \sqrt[6]{15625} = \sqrt[6]{5^6}$
 $= 5$ (NN, vr. 95b)

- $\frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \sqrt[3]{3 + \frac{3}{8}} = 1 + \frac{1}{2}$ (İH, vr. 92a; NN, vr. 95b – 96a)

Örneklerde de görüldüğü gibi yüksek dereceli köklerle çarpma ve bölme işlemleri, Osmanlı klasik dönemine ait gerek genel matematik gerek cebir eserlerinde, yüksek dereceli üslerle yapılan işlemler gibi yaygın bir biçimde kullanılmaktadır. Üslü ve köklü sayılar, çarpma-bölme ve toplama-çıkarma gibi birbirinin mukabili olduğundan gelişmeleri de birlikte olmuştur. Hatırlanacağı üzere cebir ilminin ilk devir eserlerinde ikinci dereceden yüksek üslere dolayısıyla da ikiden büyük dereceli köklere yer verilmemiştir. Ancak Harezmi ve Ebu Kâmil'in halefleri tarafından “kuvvet” kavramının geliştirilip cebirsel ifadelere uygulanmasıyla üçüncü dereceden kök kavramı yerleşmeye başladı ve akabinde tam ve rasyonel sayıların üçüncü dereceden köklerini çıkarmak ve bu köklerle temel hesap işlemleri yapmak yaygınlaştı. Osmanlıya gelindiğinde ise altıncı dereceden köklerle bölme ve çarpma işlemleri yapmak, cetveller

yardımıyla $\sqrt[4]{2\frac{1}{2}}$ gibi ifadelerin irrasyonel köküne yaklaşmak¹⁴⁵ ve on dört basamaklı bir sayının beşinci dereceden irrasyonel köküne yaklaşmak¹⁴⁶ olağan hale geldi.

Netice olarak, cebir ilminin doğuşundan Osmanlı klasik döneminin sonuna kadar köklü ifadelerle işlem yapma konusu üzerinde durulmuş, asırlar ilerledikçe daha zor ve karmaşık işlemlerin çözümüne mesai harcanmıştır. Ancak tam ve rasyonel sayıların ikinci, üçüncü ve dördüncü dereceden köklerine yaklaşma problemi İslam matematikçilerinin zihinlerini her zaman daha fazla meşgul etmiştir. Çünkü kök çıkarma konusu, cebre özellikle de denklemlere analitik ve geometrik yaklaşımın ayrıştığı o kritik noktada bulunmaktadır. Zira geometrik yaklaşım, üçüncü dereceden denklemleri hendese ilminin yardımıyla koni kesitleri kullanarak çözüp ispatlama üzerinde mesai harcarken analitik yaklaşım kök çıkarma tekniklerini mükemmelleştirerek bu problemin üstesinden gelmeye çalışmıştır. Analitik yaklaşımın bu çabalarının meyvesi de yüksek dereceden denklemlerin çözümünün kolaylaşması ve ondalık sayıların icadı olmuştur.¹⁴⁷

3.2. Tek Terimlilerin İki ve Üst Dereceden Köklerini Bulma

Müfred yani tek terimli cebirsel ifadeler, ihtiva ettiği tür ve değerin kökünün olup olmamasına göre sınıflara ayrılarak incelenir. Buna göre sınıflar; tür ve değerin birlikte kökünün olması, onun tersi yani tür ve değerin her ikisinin de kökünün olmaması, yalnızca türün kökünün olması ve onun tam tersi yani yalnızca değerin kökünün olması şeklindedir. Bir değer veya türün rasyonel kökünün çıkarılabilmesi ise üssünün derecesinin kökünün derecesine oranının tam sayı olması ile ilişkilidir. Bir ifadenin üssünün derecesi kökünün derecesine oranlandığında netice tam sayı değil de kesirli sayı ise ancak irrasyonel bir köke ulaşılabilir. Matematikte en çok kullanılan kök

¹⁴⁵ NN, vr. 51b-52a. Mağrib matematikçilerinin önde gelenlerinden İbn Mün'im (ö. 626/1228) Nîsâbü'rî'den yaklaşık bir asır önce tam sayıların yedinci dereceye kadar köklerini bulmayı açıklamıştır. Ancak buradaki fark; Mün'im tam sayıların tam köklerini bulmaya çalışırken Nîsâbü'rî rasyonel sayıların irrasyonel köklerine yaklaşmak için çabalamıştır. Daha fazla bilgi için bkz.: İbn Mün'im, *Fıkhü'l-Hisâb*, takdim: İdris Murâbit, s. 63-82, Rabat 2005.

¹⁴⁶ AK, vr. 105a-110b.

¹⁴⁷ Rüşdi Raşid, *Tarihu'r-Riyadiyyat el-Arabiyye beyne'l-Cebr ve'l-Hisab*, s.133-146.

derecesi iki olduğundan “bir niceliğin kuvveti çift ise onun rasyonel bir kökü vardır” kuralı Osmanlı matematik literatüründe sık sık karşılaşılan kaidelerdendir.¹⁴⁸

- $\forall x \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}, n, m \in \mathbb{N} \text{ ve } \frac{n}{m} \in \mathbb{Z}^+ \text{ olmak üzere } \sqrt[m]{x^n} = x^{\frac{n}{m}} \in \mathbb{Q}$
- $\forall x \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}, n, m \in \mathbb{N} \text{ ve } \frac{n}{m} \in \mathbb{Q} \setminus \{\mathbb{Z}\} \text{ olmak üzere } \sqrt[m]{x^n} = x^{\frac{n}{m}} \in I$
- $\forall x \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}, n \in \mathbb{N} \text{ ve } m = 2n \text{ olmak üzere } \sqrt[2]{x^m} = \sqrt{x^{2n}} = x^{\frac{2n}{2}} = x^n$
- $\forall x \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}, n \in \mathbb{N} \text{ ve } m = 2n - 1 \text{ olmak üzere } \sqrt[2]{x^m} = \sqrt{x^{2n-1}} = x^{\frac{2n-1}{2}}$

Örnekler:¹⁴⁹

- $9x^2$ 'nin kökü $\sqrt{9x^2} = \sqrt{3^2 \cdot x^2} = 3x$
- $3x$ 'in kökü $\sqrt{3x}$
- $10x^2$ 'nin kökü $\sqrt{10x^2} = x\sqrt{10}$
- $4x$ 'in kökü $\sqrt{4x} = \sqrt{2^2 \cdot x} = 2\sqrt{x}$
- $\frac{1}{9x^4}$ 'ün kökü $\sqrt{\frac{1}{9x^4}} = \sqrt{\frac{1^2}{3^2 \cdot (x^2)^2}} = \sqrt{\left(\frac{1}{3x^2}\right)^2} = \frac{1}{3x^2}$
- $2x^6 \frac{x^6}{4}$ 'ün kökü $\sqrt{2x^6 \frac{x^6}{4}} = \sqrt{x^6 \left(2 \frac{1}{4}\right)} = x^3 \left(1 \frac{1}{2}\right)$

İslam matematik geleneğinde daha çok polinomların kökünü çıkarma konusuna bir tür hazırlık ve ünsiyet kazanma şeklinde tasavvur edilen bu bahis pedagojik bağlamda değerlendirilebilir. Buna göre öğrenci, tek terimlilerin kökünü çıkarmaya alıştığında tek terimlilerin birleşiminden oluşan polinomların kökünü bulmada daha az

¹⁴⁸ Formüllerin alındığı eserler: İH, vr. 92a-92b; NN, vr. 95b-96b; İHa, vr. 66a-66b.

¹⁴⁹ İHa, vr. 66a-66b.

güçlük yaşar. Bu yüzden gerek Kerecî ve Bennâ Okulunda gerekse de Osmanlı klasik döneminde yaygın eserlerde özellikle beş ve daha fazla terimli polinomların kökünü çıkarma konusuna geçmeden tek terimliler hakkında açıklamalar yapılır.

3.3. Bileşik İfadelerin/Polinomların İkinci Dereceden Kökünü Bulma

İlk önce İslam matematikçilerinin mürekkebi/bileşik dediği, modern matematikte polinom/çok terimli denilen şeyin tam olarak ne olduğunu ortaya koymak gerekir.

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \text{ve} \quad a_0, \dots, a_n \in \mathbb{R} \quad \text{olmak üzere} \quad P(x) \\ = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$$

ifadesi bir polinomdur. Öyleyse bu polinomu, polinom yapan şeyler “x” değişkeni, reel sayılar kümesine ait katsayılar ve doğal sayılar kümesine ait üslerdir. Daha önce de ifade edildiği gibi mürekkebi kavramı polinom kavramının ham şekli olduğundan bu kavram modern matematikten istimdat edilerek açıklanmıştır.

Polinom kavramına kısaca değinildikten sonra Osmanlı Klasik dönemi eserlerinde hangi tür polinomların kullanıldığı ve hangilerinin köklerinin çıkarıldığı mevzusuna geçilebilir. Buna göre, terim sayısı hem çift hem de tek olan polinomlar bilinmekte ve gösterilmektedir. Ancak terim sayısı çift olanların kökünün olup olmadığı konusu tartışmalıdır. Zira Nîsâbûrî terim sayısı çift olan polinomların bazı durumlarda kökünün olduğunu ifade eder ve bu bazı durumların hangi şartlarla sağlanacağı, hangi terim sayısı çift polinomların hangi yöntemle kökünün bulunacağı ile ilgili hiçbir bilgi vermeksizin bir örnek ve cevabı ile yetinir.

Örneği:

$$\sqrt{x^8 + 2x^6 + 2x^5 + x^4 + 2x^3 + x^2} = \sqrt{(x^4 + x^2 + x)^2} = x^4 + x^2 + x$$

Ardından müellif bu tür polinomların kökünün her zaman bu şekilde bulma imkânı olmadığını, öyle durumlarda da terim sayısı çift polinomların kökünün “istikra” yöntemiyle bilinebileceğini öne sürer.¹⁵⁰ Nîsâbûrî’nin ifadesinin aksini iddia eden İbn

¹⁵⁰ NN, vr. 95b-96a.

Hâim, terim sayısı çift olan polinomların bilinmeyen olması bakımından gayr-ı meczûr, terim sayısı tek olanların ise bazı durumlarda meczûr bazı durumlarda da gayr-ı meczûr olduğunu bildirir. Daha sonra da o durumların neler olduğunu açıklar.

Eğer ifade üç terimden oluşuyorsa karekökünün bulunması için üç şart vardır:

- (a) Terimlerin üslerinin ardışık olması.
- (b) İlk ve son terimin karekökünün olması.
- (c) İlk ve son terimin köklerinin çarpımının iki katının orta terimi vermesi.¹⁵¹

Nîsâbûrî terim sayısı tek polinomların bir şart dışında kökünün olmaması olasılığından bahsetmez. Ona göre bu şart polinomun terimlerinden en büyük ve en küçüğün meczûr olmasıdır.¹⁵²

Öyleyse ona göre üç terimli bir polinomun kökünü çıkarma formülü şöyledir:¹⁵³

$$\bullet \forall a, b, c \in \mathbb{Q} \setminus \{0\} \text{ ve } m, n \in \mathbb{N} \text{ ve } m, n \text{ ardışık ve } \sqrt{ax^m} \cdot \sqrt{c} \cdot 2 \\ = bx^n \text{ olmak üzere } \sqrt{ax^m + bx^n + c} = \sqrt{ax^m} + \sqrt{c}$$

Örnekler:

- $\sqrt{x^2 + 4x + 4} = ? \rightarrow \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{4} \cdot 2 = 4x \rightarrow \sqrt{x^2 + 4x + 4} = \sqrt{x^2} + \sqrt{4} = x + 2$
- $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = ? \rightarrow \sqrt{4x^2} \cdot \sqrt{1} \cdot 2 = 4x \rightarrow \sqrt{4x^2 - 4x + 1} = 1 - 2x$

Eğer polinomun terim sayısı toplamı üçten büyük tek sayı olursa ilk iki şart yeterlidir.

Beş terimli bir polinomun karekökünü çıkarma formülü:

¹⁵¹ İHa, vr. 66b. II. Bayezid'e sunulan bir eserde de aynı görüşler serd edilmektedir. Daha geniş bilgi için bkz.: *İrşâdu't-Tullâb ilâ İlmi'l-Hisâb*, Topkapı Sarayı III. Ahmed 3144, vr. 64a-64b.

¹⁵² NN, vr. 96a.

¹⁵³ NN, vr. 96a.

Yukarıda mezkûr iki müellif arasındaki farklılaşma burada da devam eder. Değişik bakış açıları ile değerlendirme yapmaları alternatif çözüm yöntemlerinin ortaya çıkmasına katkı sağlamıştır. Buna göre Nîsâbü'rî'nin çözümü.¹⁵⁴

$$\sqrt{\text{orta } trm - 2(\sqrt{\text{büyük } trm} \cdot \sqrt{\text{küçük } trm})} + \sqrt{\text{büyük } trm} + \sqrt{\text{küçük } trm}$$

Bu formül modern matematik diliyle ifade edilirse:

$$\forall \{a, b, c, d, e\} \in \mathbb{Q} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m, p, q, r \in \mathbb{N}, \{\sqrt{ax^n}, \sqrt{ex^r}\} \in \mathbb{Q}, n < m < p < q < r$$

$$\bullet \sqrt{ax^n + bx^m + cx^p + dx^q + ex^r} = \sqrt{cx^p - 2(\sqrt{ex^r} \cdot \sqrt{ax^n})} + \sqrt{ex^r} + \sqrt{ax^n}$$

Örnek:

$$\begin{aligned} \sqrt{x^4 + 2x^5 + 3x^6 + 2x^7 + x^8} &= \sqrt{3x^6 - 2(\sqrt{x^8} \cdot \sqrt{x^4})} + \sqrt{x^8} + \sqrt{x^4} \\ &= \sqrt{3x^6 - 2 \cdot x^4 \cdot x^2} + x^4 + x^2 = \sqrt{x^6} + x^4 + x^2 = x^2 + x^3 + x^4 \end{aligned}$$

Nîsâbü'rî'nin çözüm yöntemi oldukça kestirme ve pratik görünmekle birlikte bazı soru işaretleri barındırmaktadır. Bunlardan biri herhangi sıralama kriteri verilmeksizin polinomun terimlerinin büyük, küçük ve orta terim diye adlandırılması ve işlemlerin ona göre yapılmasıdır.

İbn Hâim ise beş terimli polinomların kökü için iki farklı yöntem önermektedir. Onun formülleri Nîsâbü'rî'ye nispetle oldukça uzun ve karmaşık olmakla birlikte daha sağlam ve kesindir.¹⁵⁵

$$\bullet \forall \{a, b, c, d, e\} \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}, \sqrt{a} \text{ ve } \sqrt{ex^q} \in \mathbb{Q} \text{ ve de } \{m, n, p, q\} \text{ ardışık } \in \mathbb{N}$$

¹⁵⁴ NN, vr. 96b-97a.

¹⁵⁵ İHa, vr. 66b.

Formül 1:

$$\sqrt{a + bx^m + cx^n + dx^p + ex^q} = \frac{cx^n - \left(\frac{\frac{dx^p}{\sqrt{ex^q}}}{2}\right)^2}{\frac{\sqrt{ex^q}}{2}} + \frac{\frac{dx^p}{\sqrt{ex^q}}}{2} + \sqrt{ex^q}$$

Formül 2:

$$\sqrt{a + bx^m + cx^n + dx^p + ex^q} = \frac{cx^n - \left(\frac{\frac{bx^m}{\sqrt{a}}}{2}\right)^2}{\frac{\sqrt{a}}{2}} + \frac{\frac{bx^m}{\sqrt{a}}}{2} + \sqrt{a}$$

Örnek: Formül 1'in uygulaması

$$\begin{aligned}\sqrt{9 + 12x + 10x^2 + 4x^3 + x^4} &= \frac{10x^2 - \left(\frac{\frac{4x^3}{\sqrt{x^4}}}{2}\right)^2}{\frac{\sqrt{x^4}}{2}} + \frac{\frac{4x^3}{\sqrt{x^4}}}{2} + \sqrt{x^4} \\ &= \frac{\frac{10x^2 - 4x^2}{\sqrt{x^4}}}{2} + 2x + x^2 = \mathbf{3 + 2x + x^2}\end{aligned}$$

Örnek: Formül 2'nin uygulaması

$$\begin{aligned}\sqrt{9 + 12x + 10x^2 + 4x^3 + x^4} &= \frac{10x^2 - \left(\frac{\frac{12x}{\sqrt{9}}}{2}\right)^2}{\frac{\sqrt{9}}{2}} + \frac{\frac{12x}{\sqrt{9}}}{2} + \sqrt{9} \\ &= \frac{\frac{10x^2 - 4x^2}{3}}{2} + 2x + 3 = \mathbf{x^2 + 2x + 3}\end{aligned}$$

Yedi terimli bir polinomun karekökünü çıkarma formülü:¹⁵⁶

• $\forall \{a, b, c, d, e, f, g\} \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}, \sqrt{a} \text{ ve } \sqrt{gx^l} \in \mathbb{Q} \text{ ve de } \{m, n, p, q, k, l\} \text{ ardışık } \in \mathbb{N}$

$$\sqrt{a + bx^m + cx^n + dx^p + ex^q + fx^k + gx^l} =$$

$$\frac{dx^p - \left(\frac{ex^q - \left(\frac{fx^k}{\sqrt{gx^l}} \right)^2}{\frac{\sqrt{gx^l}}{2}} \cdot \frac{fx^k}{\sqrt{gx^l}} \cdot 2 \right)}{\frac{\sqrt{gx^l}}{2}} + \frac{ex^q - \left(\frac{fx^k}{\sqrt{gx^l}} \right)^2}{\frac{\sqrt{gx^l}}{2}} + \frac{fx^k}{\sqrt{gx^l}} + \sqrt{gx^l}$$

Örnek:

$$\sqrt{4 + 8x + 12x^2 + 16x^3 + 12x^4 + 8x^5 + 4x^6} = ?$$

$$16x^3 - \left(\frac{12x^4 - \left(\frac{8x^5}{\sqrt{4x^6}} \right)^2}{\frac{\sqrt{4x^6}}{2}} \cdot \frac{8x^5}{\sqrt{4x^6}} \cdot 2 \right)$$

$$\frac{\phantom{16x^3 - \left(\frac{12x^4 - \left(\frac{8x^5}{\sqrt{4x^6}} \right)^2}{\frac{\sqrt{4x^6}}{2}} \cdot \frac{8x^5}{\sqrt{4x^6}} \cdot 2 \right)}}{\frac{\sqrt{4x^6}}{2}} + \frac{12x^4 - \left(\frac{8x^5}{\sqrt{4x^6}} \right)^2}{\frac{\sqrt{4x^6}}{2}} + \frac{8x^5}{\sqrt{4x^6}} + \sqrt{4x^6} =$$

¹⁵⁶ iHa, vr. 66b.

$$\frac{16x^3 - \left(\frac{12x^4 - 4x^4}{\frac{\sqrt{4x^6}}{2} \cdot 2x^2 \cdot 2} \right)}{\frac{\sqrt{4x^6}}{2}} + \frac{12x^4 - 4x^4}{\frac{\sqrt{4x^6}}{2}} + \frac{4x^2}{2} + 2x^3 =$$

$$\frac{16x^3 - (2x \cdot 2x^2 \cdot 2)}{2x^3} + \frac{8x^4}{2x^3} + 2x^2 + 2x^3 = 2 + 2x + 2x^2 + 2x^3$$

Üç ve daha yüksek terimli polinomların icadını, köklerini çıkarma yöntemlerini ve bu bahsin cebirsel denklemlerin çözümüne analitik yaklaşımın gelişmesinde kullanma projesini Kerecî Okulu'na atfetmek büyük oranda doğru bir tespittir. Çünkü on üç terimli polinomun kökünü tablo yardımıyla çıkarma, pozitif ve negatif terimli polinomlar için genel kaide verme ve hem tek hem de çift terimli polinomlar için farklı çözüm yöntemleri sunma gibi çok önemli keşifler hep bu okulun mensupları tarafından ortaya konulmuştur. Osmanlı klasik dönemi matematik eserlerinde izah edilen polinomlar bahsini bu okulun doğal bir devamı şeklinde görmek mümkündür. Özellikle Havvâm, Nîsâbûrî ve İbn Hâim üzerinden çizgisini devam ettiren okulun, Osmanlı cebir geleneğinin hendesîden ziyade hisâbî bir karaktere sahip olmasında mühim tesirleri mevcuttur.

4. Cebirsel Denklemler Teorisi

Cebir ilmi kâinata benzetilirse “cebirsel denklemler teorisi” de o kâinatın güneşidir. Zira güneşin ısı ve ışığı ile tüm âleme varoluş amacını gerçekleştirmesi için gerekli ortamı temin etmesi gibi “cebirsel denklemler teorisi” cebir ilminin “bilinenler vasıtasıyla bilinmeyeni bilmek” olan amacına ulaşma yöntemini gösterir.

“Cebirsel denklemler teorisi/نظرية المعادلات الجبرية”nin tam olarak neyi ifade ettiğini açıklamadan evvel tabirin Osmanlıdan önce veya sonra İslam cebircileri tarafından kullanılmadığını, bugünden o döneme bakıldığında orada ortaya konulanlar için böyle bir isimlendirmenin uygun görüldüğünü belirtmekte fayda vardır. Tabire gelince; cebirsel denklem ve onunla ilişkili birçok bahsin toplamına işaret etmektedir. Bu bahisler genel olarak denklemin şartları, problemi/meseleyi denkleme dönüştürme

yöntemleri, denklem türleri ve tasnifi, denklem çözme yöntemleri ve denklemin ispatı şeklinde sıralanabilir. Ancak burada cebirsel denklemler teorisi “cebirsel denklemlerin sayısı ve tasnifi”, “cebirsel denklemlerin çözüm ve ispat yöntemleri” ve “belirsiz ve çözümsüz denklemler” olmak üzere üç ana başlık altında incelenecektir. Denklemin şartları ve problemi denkleme dönüştürme yöntemleri ile ilgili bahisler, hem daha önce kısmi de olsa zikredildiğinden hem de diğerlerine nispetle daha kısa olduğundan ayrı bir başlıkla verilmeyecek, aşağıda sunulacaktır.

Denklemin şartları yani denklemini denkleme yapan şeyler dört madde ile özetlenebilir:¹⁵⁷

- a) Denklemin verilenleri “mahkûm”, “mahkûm bih” ve “münteha ileyh”in mevcut olması.¹⁵⁸
- b) Denklemin kendinde mümkün olması yani denklemin çözüm kümesinin negatif bir değer olmasına neden olacak durumların bulunmaması.
- c) Denklemden verilen ve “keyfiyet” ile “kemmiyet” şeklindeki iki tür bilinenin sayısının toplamda en az üç olması.
- d) Varsayılan bilinen ile istenen bilinmeyen arasında ilkinden ikincisine ulaşmayı sağlayan bir ilişki ve bağlantı olması.

Tüm bu şartlar sağlandığında mesele/problem/denklem çözmek için hazır demektir. Ancak denklem doğrudan sorulmayıp bir problem vasıtasıyla sorulduğunda problemi denklem formuna dönüştürmek için belirli yöntemler mevcuttur. Bu yöntemler şöyle sıralanabilir:

- a) Bilinmeyen, yalın olarak zikredilirse “şey’/x”, karesi denirse “mâl/x²”, küpü denirse de “ka’b/x³” varsayılır.
- b) Bilinen veya bilinmeyen/varsayılan nicelikler ile ilgili olarak ilave veya artmadan bahsedilirse toplama, eksilmeden bahsedilirse çıkarma, katı denirse çarpma ve oran veya nispet denirse de bölme işlemi uygulanır.

¹⁵⁷ NN, vr. 98b-99b; İHa, vr. 78b-79a; *İrşâdu’t-Tullâb ilâ İlmi’l-Hisâb*, Topkapı Sarayı III. Ahmed 3144, vr. 88a-89a.

¹⁵⁸ Bu terimler “denklem türleri ve içeriği ile ilgili terimler” başlığı altında izah edilmişti.

- c) İlk iki maddenin ardından bilinen ve bilinmeyen/varsayılan nicelikler problemde verilene uygun şekilde bir eşitlik ile karşı karşıya getirilir.

Bir problemin cebir ilmi ile çözüme kavuşturulabilmesi için problemin taşıması gereken şartlar ve eğer taşıyorsa cebirsel denklem haline nasıl getirileceği kısaca izah edildikten sonra “cebirsel denklemler” bahsi tafsilatıyla açıklanabilir.

4.1. Cebirsel Denklemlerin Sayısı ve Tasnifi

Osmanlı Klasik dönemi cebir eserlerinin hemen hemen tamamında cebirsel ifadelerin tanım ve açıklaması verilip cebirsel ifadelerle hesap işlemleri örneklerle izah edildikten sonra “mesail-i sitte”¹⁵⁹ babı altında altı denklem kalıbı ile çözüm ve ispat yöntemleri ortaya konulur. Bu çalışmada da mezkûr sıralamaya riayet edilerek öncelikle denklemlerin tasnifi ve sayısı üzerinde durulacak, ardından çözüm ve ispatlara geçilecektir.

4.1.1. Klasik Tasnif/Mesail-i Sitte

Konuya altılı denklem tasnifinin “klasik tasnif” olarak nitelendirme nedenlerini ortaya koyarak başlamak daha uygun olacaktır. Buna göre ilk sebep, cebir ilminin kurucusu sayılan Harezmi’nin bilinen ilk müstakil cebir eserinde altılı denklem tasnifini vermesi, dolayısıyla bu tasnifin cebir ilminin kendisi kadar kadim olması, şeklinde zikredilebilir. Bundan başka, tasnifin Harezmi’nin halefleri tarafından benimsenmesi, ilmin genişleme ve gelişmesiyle farklı tasnif türleri ortaya konsa da her daim bu tasnife de yer verilmesi, hatta asırlar boyu matematikçilerin en çok kullandığı başvuru kaynaklarından biri olması “mesâil-i sitte”nin “klasik” diye adlandırılmasına neden olmuştur. Bu konu ile ilgili son olarak, Harezmi’nin bu tasnifi kendinden önceki matematikçilerden farklı olarak herhangi bir problemin çözümü münasebetiyle değil de aksine önce bir nazariye sunmak ardından bunu problemler üzerinde uygulamak amacıyla ortaya koyduğunu ve işte bu tavrın onu cebir ilminin kurucusu, tasnifini de “klasik tasnif” yaptığını zikretmek gerekir.

¹⁵⁹ “Mesâil” yerine sınıf anlamındaki “darb”ın çoğulu “durûb” kelimesi de tercih edilmektedir. İbn Hâim’e göre ilki doğulu, ikincisi de batılı matematikçilerin tercihidir. Konu etrafındaki kavramların ayrıntılı analizi için bkz.: İHa, vr. 67b.

Osmanlı klasik döneminde de bu tasnife sadık kalınmış, cebir eserlerinin tamamında üçü müfred/basit/yalın, üçü de mukterin/mürekkeb/katışık olmak üzere altı denklem kalıbı çözüm formülleriyle birlikte zikredilmiş ve örneklerle açıklanmıştır.

Yalın denklemler:

1. $\forall b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ olmak üzere $bx = c \Rightarrow x = \frac{c}{b}$

2. $\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ olmak üzere $ax^2 = bx \Rightarrow x = \frac{b}{a}$

3. $\forall a, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ olmak üzere $ax^2 = c \Rightarrow x = \sqrt{\frac{c}{a}}$

İbn Hâim ve Takıyuddin Râsîd bu sıralamadan farklı bir şekilde; iki, üç ve bir sırasına göre denklemleri sunarlar. İbn Hâim, denklemlerin veriliş sırasının zaruri değil istihsânî bir durum olduğunu, ancak “mâl” kuvvet bakımından diğerlerinden daha üstün olduğundan ve “cezir” ile aralarında baba-çocuk gibi ilki olmadan diğerinin akledilemeyeceği akılsal bir zorunluluk yani lâzım-melzûm ilişkisi bulunmasından dolayı böyle bir tertibi tercih ettiğini ifade eder.¹⁶⁰

Yalın denklemlerin veriliş sırası ile ilgili geriye gitmek gerekirse; İbn Hâim ve Râsîd’ın sıralama tarzının cebir ilminin ilk asırlarına Harezmi ve Ebu Kâmil’e döndüğü söylenebilir. Kerecî Okulu ile sıralamanın yukarıda verilen şekle dönüştüğü, bu dönüşümün de muhtemelen pedagojideki kolaydan zora doğru öğretim ilkesine dayandığı ve diğer tertibe nispetle daha yaygın kullanıldığı ifade edilebilir.

Yalın denklemlerin sıralaması etrafındaki tartışmalardan sonra Osmanlı matematik geleneğine göre ilk denklem türünün terimlerinin kesirli olması durumunda uygulanacak formülleri ortaya koymak gerekir.¹⁶¹

¹⁶⁰ İHa, vr. 68b.

¹⁶¹ NN, vr. 100b-101a; İHa, vr. 67b-69a; AK, vr. 139b-140a; TR, s. 452.

$$1.1. \forall a, b, c, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ olmak üzere } \frac{ax}{b} + cx = d \Rightarrow b \cdot \left(\frac{ax}{b} + cx \right) = d \cdot b$$

$$\Rightarrow a \cdot b \cdot x + c \cdot b \cdot x = d \cdot b \Rightarrow x(a \cdot b + c \cdot b) = d \cdot b \Rightarrow x = \frac{d \cdot b}{a \cdot b + c \cdot b}$$

$$1.2. \forall a, b, c, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } k \in \mathbb{N}, b = d \cdot k \text{ olmak üzere } \frac{a}{b} \cdot x = \frac{c}{d}$$

$$\Rightarrow b \cdot \frac{a}{b} \cdot x = \frac{c}{d} \cdot b \Rightarrow a \cdot x = \frac{c}{d} \cdot d \cdot k \Rightarrow a \cdot x = c \cdot k \Rightarrow x = \frac{c \cdot k}{a}$$

İlk yalın denklemin örnekleri:

$$\bullet 4x = 10 \text{ olmak üzere } x = \frac{10}{4} \Rightarrow x = 2 + \frac{1}{2} \text{ (NN, vr. 100b)}$$

$$\bullet 3x + \frac{x}{3} = 10 \text{ olmak üzere } 3 \cdot \left(3x + \frac{x}{3} \right) = 3 \cdot 10 \text{ olduğundan } 9x + x = 30 \\ \Rightarrow 10x = 30 \Rightarrow x = 3 \text{ (NN, vr. 100b - 101a)}$$

$$\bullet 4x + \frac{x}{6} = 7 + \frac{1}{2} \text{ olmak üzere } 6 \cdot \left(4x + \frac{x}{6} \right) = 6 \cdot \left(7 + \frac{1}{2} \right) \text{ olduğundan } 25x = 45 \\ \Rightarrow x = 1 + \frac{4}{5} \text{ (NN, vr. 101a)}$$

$$\bullet \frac{x}{3} + \frac{x}{8} = 3 + \frac{3}{4} \text{ olmak üzere } x = \frac{3 + \frac{3}{4}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{8}} = 8 + \frac{2}{11}$$

$$\Rightarrow \text{denklemin sağlaması } \frac{8 + \frac{2}{11}}{3} + \frac{8 + \frac{2}{11}}{8} = 3 + \frac{3}{4} \text{ (İHa, vr. 69a)}$$

$$\bullet 3x + \frac{x}{6} + \frac{x}{9} = 2 + \frac{5}{9} \text{ olmak üzere } x = \frac{2 + \frac{5}{9}}{3 + \frac{1}{6} + \frac{1}{9}} = 6 + \frac{40}{59}$$

$$\Rightarrow \text{denklemin sağlaması } 3 \left(6 + \frac{40}{59} \right) + \frac{6 + \frac{40}{59}}{6} + \frac{6 + \frac{40}{59}}{9} \\ = 2 + \frac{5}{9} \text{ (İHa, vr. 69a)}$$

İkinci yalın denklemin örnekleri:

- $100x = 20x^2$ olmak üzere $x = \frac{100}{20} \Rightarrow x = 5$ (İH, vr. 93b; NN, vr. 101a)
- $3x^2 = 12x$ olmak üzere $x = \frac{12}{3} \Rightarrow x = 4$ denklemin sağlaması $\Rightarrow x^2 = 16$ olduğundan $16.3 = 12.4 \Rightarrow 48 = 12.4$ (TR, s. 452 – 453)
- $\frac{x^2}{3} = 3x$ olmak üzere $x = \frac{3}{\frac{1}{3}} = 9 \Rightarrow x = 9$ denklemin sağlaması
 $\Rightarrow x^2 = 81$ olduğundan $\frac{x^2}{3} = 27 = 3x$ (İHa, vr. 69a)

Üçüncü yalın denklemin örnekleri:

- $4x^2 = 100$ olmak üzere $x^2 = \frac{100}{4}$ olduğundan $x^2 = 25 \Rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{25}$
 $\Rightarrow x = 5$ (İH, vr. 93b; NN, vr. 101a)
- $3x^2 = 12$ olmak üzere $12 \div 3 = 4$ olduğundan $x^2 = 4 \Rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{4}$
 $\Rightarrow x = 2$ (İHa, vr. 69a)
- $\frac{x^2}{3} + \frac{x^2}{4} = 21$ olmak üzere $x^2 = \frac{21}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = 36 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{36}$
 $\Rightarrow x = 6$ (İHa, vr. 69a)

Katışık denklemler:

Katışık denklemlerin sıralamasında yalın denklemlerin aksine tam bir ittifak mevcuttur. Hatta aşağıda verilen sıraya göre denklemlerin daha kolay hatırlanması için matematikçiler arasında bir tür kodlama bile mevcuttur. Buna göre “ع” harfî aded/sayı, “ج” cezr/şey ve “م” de mâl terimini simgelemekte, “عجم” kelimesiyle de sırayla hangi

terimin denklemden yalnız bırakılacağı bilinmektedir. Böylece ilk denklem türünde sayı, ikincide cezr/şey, üçüncü de de mâl teriminin denklemin sol tarafında tek başına bulunacağı kolayca hatırlanır.¹⁶²

$$1. \forall a = 1 \text{ ve } b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ olmak üzere } ax^2 + bx = c \Rightarrow x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} - \frac{b}{2}$$

$$2. \forall a = 1 \text{ ve } b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, c > \left(\frac{b}{2}\right)^2 \text{ olmak üzere } ax^2 + c = bx$$

$$\Rightarrow \text{denklem imkansız, } c < \left(\frac{b}{2}\right)^2 \text{ olmak üzere } ax^2 + c = bx$$

$$\Rightarrow x = \frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c} \text{ ve } c = \left(\frac{b}{2}\right)^2 \text{ olmak üzere } ax^2 + c = bx$$

$$\Rightarrow x = \frac{b}{2}$$

$$3. \forall a = 1 \text{ ve } b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ olmak üzere } bx + c = ax^2 \Rightarrow x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} + \frac{b}{2}$$

Bir bilinmeyenli kuadratik denklem tipleri olan katışık denklemlerin ikincisi görüldüğü üzere katsayılarının aldığı değere bağlı olarak farklı şekillerde çözülmektedir. Bunun dışında sunulan bu altı denklem tipi ve çözüm formüllerinin Harezmi'den beri tedâvülde olduğunu, tüm cebir kitaplarında zikredildiğini hatırlatmakta fayda vardır.

İlk katışık denklemin örnekleri:

$$\bullet x^2 + 10x = 24 \text{ olmak üzere } x = \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + 24} - \frac{10}{2} = \sqrt{25 + 24} - 5 = 2$$

$$\Rightarrow x = 2 \quad (\text{İHa, vr. 70a})$$

¹⁶² İHa, vr. 69b.

- $x^2 + 7x = 8$ olmak üzere $x = \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 + 8} - \frac{7}{2} = \sqrt{12 + \frac{1}{4}} + 8 - 3 + \frac{1}{2}$
 $= \sqrt{20 + \frac{1}{4}} - 3 + \frac{1}{2} = 4 + \frac{1}{2} - \left(3 + \frac{1}{2}\right) = 1 \Rightarrow x = 1$ (İHa, vr. 70a)

- $x^2 + 10x = 39$ olmak üzere $x = \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + 39} - \frac{10}{2} = (\sqrt{25 + 39}) - \frac{10}{2}$
 $= \sqrt{64} - 5 = 8 - 5 = 3 \Rightarrow x = 3, x^2 = 9$ (İH, vr. 93b)

İkinci katışık denklemin örnekleri:

Buradaki örnekler yukarıda verilen ve bu türün katsayı değer durumuna göre değişen formüllerine uygun olarak aynı sırayla sunulmuştur.

- $x^2 + 30 = 10x$ olmak üzere $30 > \left(\frac{10}{2}\right)^2 \Rightarrow x = \emptyset \rightarrow$ (İHa, vr. 70b)

- $x^2 + 21 = 10x$ olmak üzere $21 < \left(\frac{10}{2}\right)^2 \Rightarrow x = \frac{10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 21}$
 $\Rightarrow x = 5 \pm \sqrt{25 - 21} = 5 \pm \sqrt{4} = 5 \pm 2 \Rightarrow x_1 = 7$ ve $x_2 = 3$
 $\Rightarrow$ (İH, vr. 93b; NN, vr. 102a – 102b)

- $x^2 + 25 = 10x$ olmak üzere $25 = \left(\frac{10}{2}\right)^2 \Rightarrow x = \frac{10}{2} = 5 \Rightarrow x = 5$ ve $x^2 = 25$
 $\Rightarrow$ (İHa, vr. 71a)

- $x^2 + 16 = 10x$ olmak üzere $x = \frac{10}{2} - \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 16} \Rightarrow x = 2$ ve $x^2 = 4$
 $\Rightarrow 4 + 16 = 20 = 10x$ (TR, s. 453)

Üçüncü katışık denklemin örnekleri:

$$\bullet 6x + 40 = x^2 \text{ olmak üzere } x = \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 + 40} + \frac{6}{2} = \sqrt{49} + 3 = 7 + 3 = 10$$
$$\Rightarrow x = 10 \text{ (İH, vr. 93b - 94a)}$$

$$\bullet x^2 = 3x + 1 + \frac{1}{9} \text{ olmak üzere } x = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 1 + \frac{1}{9}} + \frac{3}{2} = \sqrt{2 + \frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{9}} + \frac{3}{2}$$
$$= 1 + \frac{5}{6} + \frac{3}{2} = 3 + \frac{1}{3} \Rightarrow x = 3 + \frac{1}{3} \text{ ve } x^2 = 11 + \frac{1}{9}$$
$$\Rightarrow (\text{İHa, vr. 70a - 70b})$$

“Mesâil-i sitte”nin tam olarak ne olduğunu ve içeriğini daha açık bir şekilde ortaya koymak için tek tek altı denklem türü ve bu denklemlerin formülleri verilmiş, formüllerin zihinlerde somutlaşması için mümkün olan en yalın örnekler seçilmiştir. “Cebirsel denklemlerin çözümüne analitik yaklaşım” başlığı altında karmaşık denklem çeşitleri, farklı çözüm teknikleri ve formülleri tafsilatıyla açıklanacağından burada sadece altı denklem tipine odaklanılmıştır.

Klasik tasnifte yer alan denklemlerin sayısının neden altı olduğu sorusuna gelince, bu duruma şöyle bir izah getirilebilir; buradaki denklemler “mâl/x²”, “şey/x” ve “mutlak sayı” olmak üzere üç tür ile inşa edilmekte ve bunların bir tür bir türe ve bir tür iki türe eşitlenecek şekilde uygun kombinasyonlarının sayısı altı etmektedir. Öyleyse denklem türlerinin sayısı denklemlerde kullanılacak terimlerin sayısı ile doğru orantılıdır. Bahsi geçen türlere daha yüksek dereceli türler eklendikçe denklemlerin sayısı ve tasnifi değişmekte ve işte tam bu noktada konu ile ilgili tartışmalar başlamaktadır.

4.1.2. Denklemlerin Tasnif ve Sayısı Etrafındaki Tartışmalar

Osmanlı klasik dönem matematik geleneğine göre, denklemi meydana getiren iki unsur, mutlak sayı ve tür $\{x, x^2, x^3, \dots, \infty\}$ sonsuz olduğundan denklem türlerinin de sonsuz olacağı kabulünde ittifak edilmiştir. Geleneğe göre bu durum tartışmaya gerek bırakmayacak derecede açıktır. Ancak asıl mesele, yeni denklem türleri için farklı

çözüm yöntemleri üreterek yeni denklem tasnifleri mi oluşturmali yoksa klasik tasnife bağlı kalarak yeni denklem türlerini belli tekniklerle bu altı denklem türünden birine dönüştürerek mi sonuca gitmeli? Osmanlı klasik dönemi cebrinde ikinci seçenek daha çok rağbet görmüş, yeni denklem türleri ile meşgul olmaktan, farklı teknik ve yöntemler geliştirmekten çekinmemişler ama bunu yaparken de bu ilmin kökleri ile bağlarını koparmamışlardır. Onlar “inkar” ve “redd” zihniyetinden ziyade “süreklilik” ve “revizyon” stratejisini benimsemişlerdir.

Denklem türleri ve tasnifinin tarihsel sürecine gelince; Harezmi'den sonraki asırlarda cebirsel üs/kuvvet fikrinin gelişmesiyle denklemi oluşturan türlerin sayısı artmış ve dolayısıyla altılı tasniften farklı denklem türleri meydana gelmiştir. Bilhassa Kereci okulundan itibaren cebir eserlerinde altılı tasnifin sunum ve izahının ardından üçüncü ve daha üst dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin ortaya konduğu ve çözüm ve ispat yöntemlerinin araştırıldığı görülmektedir. Ancak Harezmi'den beri uygulanan denklemi önce sayısal yöntemle çözüp ardından hendesi yöntemle ispat etme âdetine altı türün dışındaki denklemlerde rastlanmamaktadır. Muhtemelen bu durumu bir eksiklik olarak gören hendesi-cebirciler altı denklem kalıbını meydana getiren türlere “ka’b/x³”ı da ekleyerek yeni bir tasnif geliştirmişler ve bu tasnifteki tüm denklem tiplerini hendese ilminin yardımıyla çözüp ispatlamışlardır. Yeni tasnif de klasik tasnif gibi yalın ve katışık denklemler olmak üzere iki sınıftır.

Yalın denklemler altı çeşittir:

$$cx = d, \quad bx^2 = d, \quad ax^3 = d, \quad bx^2 = cx, \quad ax^3 = bx^2, \quad ax^3 = cx$$

Katışık denklemler ise üçlü ve dörtlü yani iki terimin bir terime ve iki terimin iki terime, üç terimin bir terime eşitliği olmak üzere iki gruptur. Üçlü olanlar on iki çeşittir:

$$bx^2 + cx = d, \quad bx^2 + d = cx, \quad cx + d = bx^2, \quad ax^3 + bx^2 = cx$$

$$ax^3 + cx = bx^2, \quad ax^3 = cx + bx^2, \quad ax^3 + cx = d, \quad ax^3 + d = cx$$

$$cx + d = ax^3, \quad ax^3 + bx^2 = d, \quad ax^3 + d = bx^2, \quad bx^2 + d = ax^3$$

Dörtlü olanlar ise yedi tanedir. Bunların dördü üç terimin bir terime, üçü de iki terimin iki terime eşitliği şeklindedir.

$$\begin{aligned} ax^3 + bx^2 + cx &= d, & ax^3 + bx^2 + d &= cx, & ax^3 + cx + d &= bx^2 \\ ax^3 &= cx + bx^2 + d, & ax^3 + bx^2 &= cx + d, & ax^3 + cx &= bx^2 + d \\ ax^3 + d &= bx^2 + cx \end{aligned}$$

Klasik altılı tasnif ile yirmi beşli tasnif arasındaki temel fark, ilkinin denklemlerin sayısına herhangi bir sınırlama getirmeksizin oluşturulabilecek tüm denklem çeşitleri için bir tür kök/asıl şeklinde sunulurken ikincinin cebirsel denklemleri yirmi beş türe hasretmesidir. Bu sınırlandırmanın kökeni Hayyam'ın denklemin terimlerini “mutlak sayı”, “şey/x”, “mâl/x²” ve “ka'b/x³” ile tahdit etmesine dayanmaktadır.

وإذا استعمل الجبري مال المال في المساحات فإن ذلك على سبيل المجاز لا على سبيل التحقيق، إذ محال أن يكون في مقادير مال المال، والذي يقع في المقادير هو البعد الواحد وهو الجذر أو الضلع إذا أضيف إلى مربعه، ثم البعدان وهو السطح، والمال في المقادير هو السطح المربع، ثم الثلاثة الأبعاد وهو الجسم، والمكعب في المقادير هو الجسم الذي يحيط به ستة مربعات، وإذا لا بعد آخر فلا يقع فيها مال المال فضلاً عما فوقه، وإذا قيل مال المال في المقادير فإنما يقال ذلك لعدد أجزائها عند المساحة لا لذواتها ممسوحة، وبينهما فرق: فمال المال لا يقع في المقادير لا بالذات ولا بالعرض ...¹⁶³

Cebirciler “mâlu'l-mâl/x⁴”i alanlarda/mesaha ilminde kullandıkları zaman bunu hakikat/gerçek cihetinden değil de mecazi olarak (kullanırlar). Çünkü mekadirde/sürekli nicelikte “mâlu'l-mâl/x⁴” olması muhaldir ve mekadirde/sürekli nicelikte bulunanlar; tek boyuttur ki karesine izafe edildiğinde “cezr” veya “dıl”dır, sonra iki boyuttur ki o “satıl” ve mekadirde/sürekli nicelikte kare satıl/yüzey olan “mâl”dir, sonra da üç boyuttur ki o “cisim” ve mekadirde altı kare ile çevrelenen cisim durumundaki “muka'b”dır. Çünkü başka boyut yoktur. “Mâlu'l-mâl/x⁴”in üstündekileri bir kenara bırak, “mâlu'l-mâl/x⁴” (bile) mekadirde/sürekli nicelikte yer almaz. Mekadirde/sürekli nicelikte “mâlu'l-mâl/x⁴” denildiğinde bu, mesahaya göre onun parçalarının sayısı için söylenir, ölçülen asılları için değil. O ikisi arasında fark vardır: “mâlu'l-mâl/x⁴” mekadirde/sürekli nicelikte ne zati ne de arazi olarak yer alır.

Metinden de anlaşılacağı üzere meselenin özü “ka'b/x³”ın üstündeki türlerin hendesî olarak ifade edilememesinde ve dolayısıyla bu türlerin yer aldığı denklemlerin hendesî çözüm ve ispatlarının sunulamamasında yatmaktadır. Bu durum da Hayyam'ın

¹⁶³ Ömer Hayyam, *Resâilü'l-Hayyam el-Cebriyye*, “el-Makâle fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele”, tahkik: Rüşdi Raşid-Ahmed Cebbar, s. 5, Halep 1981.

ait olduğu meşşâî gelenek ve bu geleneğin üzerinde yükseldiği kozmolojik temeller ile doğrudan alakalı olabilir. Öyleyse müellifin matematik tasavvurunu felsefi bakış açısına uyumlu olacak şekilde geliştirdiği söylenebilir. Ancak Hayyam'ın bu matematik tasavvurundan kaynaklanan sınırlı cebir fikrine bilhassa İbn Hâim tarafından çok ciddi eleştiriler yapılmıştır. İbn Hâim, İbn Bennâ ve Ebu Kâmil'den alıntılar yaparak Hayyam'ın tezini çürütmeye çalışır. Ona göre Hayyam'ın iddiası sürekli niceliklerin sınırları içerisinde doğru kabul edilse bile tüm niceliklere şamil edilemez, dolayısıyla mezkûr durum süreksiz niceliklerde zorunlu değildir.¹⁶⁴ Cebirsel denklemlerin altılı tasnifi ve sayısının sınırlanamayacağına dair farklı bir bakış açısı için Nîsâbü'rî'ye de bakılabilir:

وحصر هذه المسائل في السّنة ليس على سبيل الوجوب بل لأنّ عقول الاكثرين قصُرت عن إدراك الطريق إلى غيرها. وكيف تنحصر في هذه والأجناس ذاهبة إلى حيث لا يتناهي في جانبي الصعود والانحدار وتبعها تراكيب ثنائية وثلاثية غير متناهية أيضا. وههنا إسْتِبان صدق قول ربّ العزّة (وما أوتيتم من العلم إلا قليلا).¹⁶⁵

Bu denklemler altıda sınırlandırılmıştır, ancak (bu sınırlama) vücut/zorunluluk bakımından değil de çoğunluğun aklının onlardan başkasının yönteminin idrakine ermemesinden dolayıdır. Yoksa cinsler azalma ve artma yönlerinde sonsuza kadar giderken ve aynı şekilde sonsuz ikili ve üçlü terkipler (o denklemleri) takip ederken nasıl bunda (altı denklemde) sınırlanırdı! Burada yüce Rabbin “Size ilimden ancak az bir şey verilmiştir”¹⁶⁶ sözünün doğruluğu iyice anlaşıldı.

Cebirsel denklemlerin sayısı ile ilgili Nîsâbü'rî'nin mezkûr tavrı çağdaşları ve Osmanlı matematikçileri tarafından da devam ettirilmiştir. Bilhassa İmâdüddin Kâşî *Lubâbu'l-Hisâb*'ı ve İbn Havvâm'ın *Fevâidu'l-Bahâiyye*'sine yazdığı şerhinde yüksek dereceli denklem çözümleriyle uğraşarak duruşunu belli etmiştir. Daha sonraları yazarı belli olmayan *İrşâdu't-Tullâb*'da ve Cemşid Kâşî'nin *Miftâhu'l-Hisâb*'ında da bu tavrın devam ettiği görülmektedir. Nîsâbü'rî'nin eseri *Şemsiyye fi'l-Hisâb*'ın dikkate değer şarihlerinden olan Abdul'ali Bircendî'nin (ö. 932/1525-26) *Şerhu's-Şemsiyye fi'l-*

¹⁶⁴ İHa, vr. 76b.

¹⁶⁵ NN, vr. 99b-100a. Nîsâbü'rî'nin bu ifadelerinin benzerini bir Osmanlı matematikçisinin II. Bayezid'e sunduğu eserinde de bulmak mümkündür: *İrşâdu't-Tullâb ilâ İlmi'l-Hisâb*, Topkapı Sarayı III. Ahmed 3144, vr. 64b-65b.

¹⁶⁶ İsra sûresi, 85. ayet, 17/85.

Hisâb'ında¹⁶⁷ mesele ile ilgili manidar ifadeleri mezkûr duruşun sürekliliğine güzel bir örnektir:

Bil ki bilimde sorular/sorunlar [mesail] sınırlandırılmaz. Çünkü sorular/sorunlar düşüncelerin birbirini izlemesiyle [telahuk] gün geçtikçe artmaktadır. Hiç kimse bilimlerin kayıtlı sorularla/sorunlarla sınırlı olduğunu iddia edemez.¹⁶⁸

Hayyam'ın denklem tasnifi ile ilgili tartışma ve eleştirilerin ardından onun en yakın halefi Şerefeddin Tûsî'nin tasnif şekline geçilebilir. O, selefi ile cebirsel denklemlerin tasnifinde yirmi beş denklem türünün yer alması konusunda müttefiktir, ancak bu tasnifin yapısı hususunda ona muhalif görünmektedir. Bu farklılaşmanın nedeni, Hayyam'ın cebirsel denklemleri önce tasnif edip sonra incelemesi, Tûsî'nin de tam tersine önce inceleyip sonra tasnif etmesidir. Bu nedenle Hayyam, tasnifinde denklemin derecesine ve eşitliğin taraflarının oluşma şekline yoğunlaşırken Tûsî, çözüm kümesinin var olup olmadığına dayanır.¹⁶⁹ Tûsî'nin tasnifinin matematiksel şekilde gösterimi daha vazih bir anlamaya vesile olabilir.

Buna göre Tûsî, cebirsel denklemleri ilk önce iki terimli ve çok terimli denklemler şeklinde ikiye ayırır. İki terimliler Hayyam'ın basit/yalın denklemleri ile aynıdır.

$$cx = d, \quad bx^2 = d, \quad ax^3 = d, \quad bx^2 = cx, \quad ax^3 = bx^2, \quad ax^3 = cx$$

Çok terimliler ise “ ax^3 ” ve “ d ” terimlerini birlikte ihtiva etmeyen ve birlikte ihtiva eden denklemler olmak üzere ikiye bölünür. İlk kısım altı denklemden meydana gelir.

$$\begin{aligned} bx^2 + cx &= d, & bx^2 + d &= cx, & cx + d &= bx^2 \\ ax^3 + cx &= bx^2, & ax^3 &= cx + bx^2, & ax^3 + bx^2 &= cx \end{aligned}$$

¹⁶⁷ Süleymaniye Ktp., Hamidiye 879, vr. 231b.

¹⁶⁸ İhsan Fazlıoğlu, *Divan İlmi Araştırmalar Dergisi*, “İrşâdu't-Tullâb ilâ İlmi'l-Hisâb/Hesap Biliminde Öğrencilere Kılavuz”, sayı 13, s. 315-340, İstanbul 2002/2.

¹⁶⁹ Rüşdi Raşid, *el-Cebr ve'l-Hendese fi'l-Karni's-Sâni Aşer: Müellefât Şerefeddin et-Tûsî*, s. 176-177, 450-680, Beyrut 1998.

İkinci kısım yani “ ax^3 ” ve “ d ” terimlerini birlikte ihtiva eden denklemler ise daima çözüm kümesine sahip olanlar ve daima çözüm kümesi bulunmayanlar olmak üzere iki sınıftır. İlki sekiz denklemden meydana gelir.

$$ax^3 + cx = d, \quad cx + d = ax^3, \quad ax^3 + bx^2 = d, \quad bx^2 + d = ax^3$$

$$ax^3 + bx^2 + cx = d, \quad ax^3 = cx + bx^2 + d$$

$$ax^3 + bx^2 = cx + d, \quad ax^3 + cx = bx^2 + d$$

Her zaman çözüm kümesine sahip olmayan ve “ ax^3 ” ve “ d ” terimlerini birlikte ihtiva eden denklemler beş tanedir.

$$ax^3 + d = bx^2, \quad ax^3 + d = cx, \quad ax^3 + d = bx^2 + cx,$$

$$ax^3 + bx^2 + d = cx, \quad ax^3 + cx + d = bx^2$$

Tûsî'nin cebirsel denklemlerin tasnifi ve sayısı ile ilgili Hayyam'dan diğer bir farkı selefi gibi bu konuda herhangi bir tartışmaya girmemesidir. O denklemlerin sayısının sınırlı olup olmadığı hususunda bir görüş beyan etmez; sadece “ $ka'b/x^3$ ”, “ $mâl/x^2$ ”, “ $şey'/x$ ” ve “ $sayı/d$ ” terimleri ile oluşturulabilecek denklemlerin yirmi beş tane olduğunu ifade eder ve sadece bu denklemlerin hendesî ve hisâbî çözüm teknikleri ile meşgul olur. Yine de, Tûsî'nin cebir çalışmasının başka bir matematikçi aracılığıyla günümüze ulaşması hakkında daha önce bahsi geçen bazı soru işaretleri bulunduğundan, bu konu ile ilgili ihtiyatlı olmakta fayda vardır.

Cebirsel denklemlerin tasnif ve sayısı etrafında Hayyam'ın iddialarına karşı Osmanlı matematikçilerinin tavırlarını özetlemek gerekirse; cebirsel denklemler herhangi bir sayıyla sınırlanamaz ve altı denklem kalıbı cebirsel denklemlerin sayısına sınır getiren bir yapı değil, aksine herhangi bir denklemin çözüm kümesine ulaşmak için kendisine dönülen bir öz mesabesindedir.

Cebirsel denklemlerin yapısı, tasnifi ve sayısına dair açıklamaların ardından bu denklemlerin Osmanlı Klasik döneminde ne şekilde ve hangi yöntemlerle çözülüp

ispatlandığı, çözüm ve ispatların İslam cebir tarihi boyunca nasıl bir seyir izlediği ile ilgili bahislere geçilebilir.

4.2. Cebirsel Denklemlerin Çözüm ve İspat Yöntemleri

Cebirsel denklemlere cebir ilminin kardeşleri sayılan hesap ve hendese ilimleri vasıtasıyla yaklaşmanın neticesinde bu denklemlerin çözüm ve ispatında hisâbî/analitik ve hendesî/geometrik olmak üzere iki farklı yöntem gelişmiştir. Osmanlı cebir geleneği hemen hemen tamamen hisâbî bir karaktere sahip olmasına rağmen mesâha ve hendese ilimlerine hiçbir zaman bigâne kalınmadığı, gerektiğinde cebirsel denklemlerin hendese ve mesaha ilmi içerisinde kullanıldığı gerçeklerine dayanarak konu, analitik/hisâbî ve geometrik/hendesî yaklaşım olmak üzere iki başlık altında incelenecektir. Bu inceleme tarzının diğer bir gerekçesi; Osmanlı klasik döneminin hemen öncesinde yükselen hendesî yaklaşımın izahının, genel matematik tarihi bakımından tesirleri ve konunun bütünlüğü açısından gerekli olmasıdır.

Cebirsel denklemlerin çözüm ve ispat yöntemlerinin verildiği başlıklara geçmeden önce bir giriş bâbından, gerek Osmanlı klasik döneminde gerekse de cebir ilminin başlangıcından Osmanlı'ya kadarki süreçte çözüm ve ispatlara işaret eden kavramlara kısaca bir değinmekte fayda mülahaza edilmektedir.

Osmanlı klasik dönem cebir eserlerinde bir denklemin çözüm kümesine ulaşma süreci “yol/yöntem/الطريق”, “çözüm/الحل”, “hile/الحيلة”, “işlem/العمل” ve “kâide/kural/القاعدة” gibi kavramlarla karşılanmıştır. Bu kavramların her biri aslında farklı anlamlara gelse de cebirsel denklemler teorisinde tek bir şeye delalet etmektedirler: herhangi bir denklemin çözüm kümesine ulaşmanın keyfiyeti. Bu keyfiyet her denklem türü için farklı şekilde gösterilir ve her bir tür için birden fazla çözüm yöntemi olabilir. Aynı durum çözüme ulaşılan denklemin ispatı için kullanılan “kanıt/burhan/البرهان” ve “gerekçe/illet/العلة” kavramları için de geçerlidir. İlki genellikle hendesî, ikincisi de hem hendesî hem de hisâbî kanıtı karşılamaktadır. Denklem türlerinin sayısının artması, her bir denklem türünün çözüm ve ispatı için bulunan yöntemlerin ve bunlara işaret eden kavramların çeşitlenmesi cebirsel denklemler teorisindeki genişlemenin göstergeleridir.

Çözüm ve ispata delalet eden kavramların arka planına bakmak gerekirse; çözüm yolu için “yol/geçit/الباب”, “işlem/العمل”, “yol/السبيل” ve “kıyas/القياس” ispat için de “gerekçe/illet/العلة”, “zaruret/الضرورة”¹⁷⁰ ve “kanıt/burhan/البرهان” kavramlarına rastlanır. Yukarıdaki gibi ilk kavramlar denklemdeki bilinmeyene ulaşmanın keyfiyetine, ikinciler de bu keyfiyetin doğruluk ve sağlamlığını göstermeye işaret eder. Modern matematikte sıkça kullanılan “çözüm/الحل” kavramının Osmanlı klasik döneminde yaygın olmasına rağmen öncesinde hemen hemen hiç görülmemesi dikkat çekicidir.

4.2.1. Cebirsel Denklemlere Analitik/Hisâbi/Sayısal Yaklaşım

Konunun başlığını biraz daha açmak gerekirse; cebirsel denklemler teorisinin çok önemli bir kısmını meydana getiren cebirsel denklemlerin çözüm ve ispatını, kök alma ile birlikte beş tane olan temel hesap işlemlerini sayılar aracılığıyla denkleme tatbik ederek ortaya koymaktır, denilebilir. Bu yaklaşıma göre, denklem eğer daha önce verilen altı denklem kalıbından birine uymuyorsa ilk olarak bu denklemin “mesâil-i sitte”den birine dönüştürülmesi, sonra da formülünün uygulanması gerekmektedir. Bahsi geçen dönüştürme işlemi için çeşitli yöntemler mevcuttur. Karşılaşılan denklemde sırasıyla şu yöntemler tatbik edilir:

- a) Eğer herhangi bir denklemin tarafında/tafalarında negatif terim/terimler veya benzer terimler varsa öncelikle “**cebir**” ve “**mukabele**” teknikleri uygulanır. Böylece denklem negatif terimden arındırılıp benzer terimler bir araya getirilmiş olur.

¹⁷⁰ Abdülhamid İbn Türk’ün kullandığı bu kavram ile ilgili bazı problemler mevcuttur. Müellifin *ed-Darûrât fi’l-Mukterinât* adlı günümüze ulaşan tek cebir eserinin iki farklı yazma nüshası mevcuttur. Her iki nüshada da denklemin ardından bazen “zaruret/الضرورة” bazen de “sonuçlanma/dönüşme/الصيرورة” kavramları kullanılarak hendesi yöntemle çözüm ve ispat birlikte verilir. (Abdülhamid İbn Türk, *ed-Darûrât fi’l-Mukterinât*, Hüsrev Paşa 257, 5b, 6b vr.) Ancak hatimede eserin adı *ed-Darûrât fi’l-Mukterinât* olarak zikredilir, zaten eserin baş tarafı kayıp olduğundan telifin adı bu kısım sayesinde bilinmektedir. (Abdülhamid İbn Türk, *ed-Darûrât fi’l-Mukterinât*, Hüsrev Paşa 257, 8b vr.; Carullah 1505, 5a vr.) Eserin adına ve içeriğine bakarak kavramın aslında “zaruret/الضرورة” olduğu ancak “sonuçlanma/dönüşme/الصيرورة” kelimesi ile yazımı çok benzediği için müstensihler tarafından karıştırıldığı söylenebilir. Bu problem eserin muhakkıky Aydın Sayılı tarafından da zikredilmiş ve geniş bir şekilde tartışılmıştır. (Aydın Sayılı, *Abdülhamid İbn Türk’ün Katışık Denklemlerde Mantiki Zarureter Adlı Yazısı ve Zamanın Cebri*, s. 3-6.) Buna rağmen Ahmed Selim Saidan, muhakkıkın kelimeyi yanlış okuduğunu aslında oradaki kavramın “الصيرورات” ve “الصيرورة” olması gerektiğini iddia eder. Görünüşe göre Saidan ne yazma nüshaları görmüştür ne de Sayılı’nın çalışmasının tamamını incelemiştir. (Ahmed Selim Saidan, *Kâmûs Mustalihât er-Riyâdiyyât el-İbtidâiyye*, s. 7, Amman 1987.) Son olarak “الصيرورة” kelimesinin İbn Hâim tarafından dönüştürme anlamıyla kullanıldığını belirtmekte fayda vardır. (İbnü’l-Hâim, *el-Maûne fi İlmi’l-Hisâb el-Hevâi*, tahkik: Hudaýr Abbas, s. 206, Bağdat 1988.)

- b) Eğer denklemdeki ikinci ve daha üst dereceden terimin katsayısı “bir”den küçükse **cebiri/tekmil/tamamlama**, “bir”den büyükse de **hatt/redd/indirgeme** tekniği ile katsayı “bir” yapılır.
- c) Eğer denklem üçüncü ve daha yüksek dereceden ise belli başlı tekniklerle kuadratik denkleme dönüştürülür.

Şimdi mezkûr yöntemler matematiksel bir şekilde açıklanabilir:

► **Cebir/pozitifleştirme yöntemi:**

Cebir yöntemi “bir eşitliğin her iki tarafına aynı terim veya değeri ekler veya çıkarırsan işlem sonunda eşitlik korunur” kaidesine dayanır.

$$\begin{aligned} \forall a, b, c, d, e \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m, p \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } ax^n - bx^m + c &= ex^p - d \\ \Rightarrow ax^n - bx^m + c + \mathbf{bx^m + d} &= ex^p - d + \mathbf{bx^m + d} \\ \Rightarrow ax^n + c + \mathbf{d} &= ex^p + \mathbf{bx^m} \\ \Rightarrow (NN, \text{vr. } 98b; \text{İHa, vr. } 59a; AK, \text{vr. } 135b - 137a) \end{aligned}$$

Örnek:

$$\begin{aligned} 4x^2 - 2 + 7x &= x^3 - 9x \text{ olmak üzere } 4x^2 - 2 + 7x + \mathbf{2 + 9x} = x^3 - 9x + \mathbf{2 + 9x} \\ \Rightarrow 4x^2 + 7x + \mathbf{9x} &= x^3 + \mathbf{2} \end{aligned}$$

► **Mukâbele yöntemi:**

Bu yöntem de cebir yöntemi gibi “bir eşitliğin her iki tarafına aynı terim veya değeri ekler veya çıkarırsan işlem sonunda eşitlik korunur” kaidesine ve buna ilave olarak “aynı türden olan terimlerle toplama ve çıkarma işlemi yapılabilir” kuralına dayanmaktadır. Eğer bir denklemde hem cebir hem de mukâbele işlemi yapmayı gerektirecek bir durum varsa cebir işlemi atlanarak mukâbele işlemi ile bir kerede denklem sadeleştirilir.

Bu çalışmada kullanılan tüm ana kaynaklar cebir ve mukâbele yöntemlerinin şimdiye kadar zikredilen anlamları konusunda hemfikir iken Takıyüddin Râsîd bu

konuda tamamen farklı düşünmektedir. Ona göre cebir sadece teknil/tamamlama anlamındadır. Mukâbele ise:

المقابلة هي ضرب المبلغ الجبري أو الحط في كل الأجناس المتعادلة حسب ما يقتضيه الحال أو زيادة عدة واحدة على الأجناس المتعادلة كالمبلغ الذي به يتم المجبور واحداً أو إسقاط مثل ذلك منها كالمبلغ الذي يطرحه بصير المحطوط واحداً، ولها معنى آخر وهو زيادة الكسر أو الاستثناء في كل من المتعادلين إذا كان في أحدهما أو فيهما كما في الطرح.¹⁷¹

Mukâbele; cebir veya hatt (işlemine) ait değeri/meblağı durumun gerektirmesine göre denklem cinslerinin/terimlerinin her biriyle çarpmak veya cebir edilenin bir'e tamamlandığı değer kadar bir sayıyı eşitlikteki cinsler üzerine arttırmak veyahut da hatt edilenin/indirgenenin bir'e eksiltildiği değer kadar bir sayıyı eşitlikteki cinslerden düşürmektir. Başka bir manası daha vardır, o da; her bir denklemde – çıkarmada olduğu gibi bir veya iki tarafında istisna veya kesir varsa – (o) kesir veya istisnayı arttırmak/pozitifletirmektir.

Görüldüğü üzere Râsıd'a göre mukâbele, denkleme indirgeme ve tamamlama yöntemlerini uygularken yapılan işlemleri ifade etmektedir. Buna ilave olarak aslında “cebir” olarak adlandırılan negatif terimleri pozitifletirmeyi de bildirmektedir. Onun bu tavrının nedeni astronom kişiliğinin ön plana çıkmasıyla terimlerin delaletinden ziyade işlemlerin kendisini dikkate alması veya terimlerin hâlihazırdaki anlamlarını daha uygun gördükleriyle değiştirmeyi istemesi olabilir.

$$\forall a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m \in \mathbb{N} \text{ olmak üzere } ax^n + c - f - bx^m \\ = ex^m - dx^n \Rightarrow x^n(a + d) + (c - f) = x^m(e + b) \\ \Rightarrow (NN, vr. 98b; \dot{I}Ha, vr. 60a; AK, vr. 135b - 137a)$$

Örnek:

$$2x^2 + 9 - 5 - 3x^3 = 4x^3 - 7x^2 \text{ olmak üzere } x^2(2 + 7) + (9 - 5) = x^3(4 + 3) \\ \Rightarrow 9x^2 + 4 = 7x^3$$

► **Cebir/tekmil/tamamlama yöntemi:**

Denklemdaki en büyük dereceli terimin “bir”den küçük olan katsayısını “bir” yapmaktır. Bu dönüştürme süreci üç farklı şekilde olabilir.

¹⁷¹ TR, s. 452.

Birinci şekil: “Bir”den küçük olan katsayıyı, çarpma işlemi sonunda “bir” yapacak sayıyı bulmaya ve denklemin tüm terimlerini bu sayı ile çarpmaya dayanır.¹⁷²

$$\forall a, b, c, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, n \in \mathbb{N} \text{ ve } \frac{a}{b} < 1 \text{ olmak üzere } \frac{a}{b}x^n + c = dx \Rightarrow \frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{a} \cdot \left(\frac{a}{b}x^n + c \right) = \frac{b}{a} \cdot dx \Rightarrow x^n + \frac{b}{a} \cdot c = \frac{b}{a} \cdot dx$$

Örnekler:

- $x^2 \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) + 2x = 33$ olmak üzere $\frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = 1 + \frac{5}{7}$
 $\Rightarrow x^2 \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) \left(1 + \frac{5}{7} \right) + 2x \left(1 + \frac{5}{7} \right) = 33 \left(1 + \frac{5}{7} \right)$
 $\Rightarrow x^2 + 3x + \frac{3x}{7} = 56 + \frac{4}{7} \Rightarrow x = 6 \Rightarrow x^2 = 36$ (İHa, vr. 74b)

- $\frac{3x^2}{4} + 10x + \frac{x}{2} = 24$ olmak üzere $\left(1 + \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{3x^2}{4} + \left(10x + \frac{x}{2} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3} \right)$
 $= 24 \cdot \left(1 + \frac{1}{3} \right) \Rightarrow x^2 + 14x = 32 \Rightarrow x = \sqrt{32 + \left(\frac{14}{2} \right)^2} - \frac{14}{2}$
 $\Rightarrow x = 2 \text{ ve } x^2 = 4$ (TR, s. 453 – 454)

İkinci şekil: Toplama işlemi ile katsayıyı “bir”e tamamlamaya dayanır.¹⁷³

$$\forall a, b, c, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, n \in \mathbb{N} \text{ ve } \frac{a}{b} < 1 \text{ olmak üzere } \frac{a}{b}x^n + c = dx \Rightarrow \frac{1 - \frac{a}{b}}{\frac{a}{b}}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b}x^n + c + \left(\frac{1 - \frac{a}{b}}{\frac{a}{b}} \right) \cdot \left(\frac{a}{b}x^n + c \right) = dx + dx \cdot \left(\frac{1 - \frac{a}{b}}{\frac{a}{b}} \right)$$

¹⁷² NN, vr. 100a-100b; İHa, vr. 74a-74b; AK, vr. 139b-140a; TR, vr. 452.

¹⁷³ İHa, vr. 74b; TR, s. 452.

Örnekler:

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{5x^2}{7} + 35 = 10x \text{ olmak üzere } \frac{1 - \frac{5}{7}}{\frac{5}{7}} &= \frac{\frac{2}{7}}{\frac{5}{7}} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{5x^2}{7} + 35 + \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{5x^2}{7} + 35 \right) \\ &= 10x + 10x \cdot \frac{2}{5} \Rightarrow x^2 + 49 = 14x \Rightarrow x = 7 \Rightarrow x^2 = 49 \\ &\rightarrow (\text{İHa, vr. 74b}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{7x^2}{8} + 24 = 10x \text{ olmak üzere } \frac{1 - \frac{7}{8}}{\frac{7}{8}} &= \frac{\frac{1}{8}}{\frac{7}{8}} = \frac{1}{7} \\ \Rightarrow \frac{7x^2}{8} + 24 + \left(\frac{1}{7} \right) \cdot \left(\frac{7x^2}{8} + 24 \right) &= 10x + 10x \cdot \frac{1}{7} \Rightarrow x^2 + 27 + \frac{3}{7} \\ &= 11x + \frac{3x}{7} \Rightarrow x_1 = 8 \text{ ve } x_2 = 3 + \frac{3}{7} \Rightarrow x_1^2 = 64 \text{ ve } x_2^2 \\ &= 11 + \frac{5}{7} + \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{7} \quad (\text{İHa, vr. 74b}) \end{aligned}$$

Üçüncü şekil: “Bir”den küçük olan katsayıyı, bölme işlemi sonunda “bir” yapacak sayıyı bulmaya ve denklemin tüm terimlerini bu sayıya bölmeye dayanır.¹⁷⁴

$$\begin{aligned} \forall a, b, c, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, n \in \mathbb{N} \text{ ve } \frac{a}{b} < 1 \text{ olmak üzere } \frac{a}{b}x^n + c &= dx \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{a}{b} \div \left(\frac{a}{b}x^n + c \right) &= \frac{a}{b} \div dx \Rightarrow x^n + \frac{b}{a} \cdot c = \frac{b}{a} \cdot dx \end{aligned}$$

Örnekler:

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{7x^2}{9} = 5x + 18 \text{ olmak üzere } \frac{\frac{7x^2}{9}}{\frac{7}{9}} &= \frac{5x}{\frac{7}{9}} + \frac{1}{\frac{7}{9}} \Rightarrow x^2 = 6x + \frac{3x}{7} + 23 + \frac{1}{7} \\ \Rightarrow x &= 9 \text{ ve } x^2 = 81 \quad (\text{İHa, vr. 74b}) \end{aligned}$$

¹⁷⁴ İHa, vr. 74a-74b; TR, s. 452.

$$\begin{aligned}
\bullet \quad \frac{7x^2}{8} + 24 = 10x \quad \text{olmak üzere} \quad \frac{\frac{7x^2}{8}}{\frac{7}{8}} + \frac{24}{\frac{7}{8}} &= \frac{10x}{\frac{7}{8}} \Rightarrow x^2 + 27 + \frac{3}{7} \\
&= 11x + \frac{3x}{7} \Rightarrow x_1 = 8 \text{ ve } x_2 = 3 + \frac{3}{7} \Rightarrow x_1^2 = 64 \text{ ve } x_2^2 \\
&= 11 + \frac{5}{7} + \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{7} \quad (\text{İHa, vr. 74b})
\end{aligned}$$

► **Hatt/redd/indirgeme yöntemi:**

Denklemdaki en büyük dereceli terimin katsayısı “bir”den büyük ise bu katsayıyı “bir”e indirgemeyi amaçlayan bu yöntemin tamamlama yöntemi gibi üç farklı şekli vardır.

Birinci şekil: Terimin “bir”den büyük olan katsayısını kendisiyle çarptığında “bir”e indirgeyecek sayıyı bulmaya ve denklemin tüm terimlerini bu sayı ile çarpmaya dayanır.¹⁷⁵

$$\begin{aligned}
\forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } n, m \in \mathbb{N}, n > m \text{ ve } a > 1 \text{ olmak üzere } ax^n + c \\
= bx^m \Rightarrow ax^n \cdot \frac{1}{a} + c \cdot \frac{1}{a} = bx^m \cdot \frac{1}{a} \Rightarrow x^n + \frac{c}{a} = \frac{bx^m}{a}
\end{aligned}$$

Örnekler:

$$\begin{aligned}
\bullet \quad 3x^2 + 10x = 32 \text{ olmak üzere } 3x^2 \cdot \frac{1}{3} + 10x \cdot \frac{1}{3} &= 32 \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow x^2 + 3x + \frac{x}{3} = 10 + \frac{2}{3} \\
\Rightarrow x = 2 \text{ ve } x^2 = 4 \quad (\text{İHa, vr. 74b})
\end{aligned}$$

¹⁷⁵ İH, vr. 93b; NN, vr. 101a; İHa, vr. 74a; TR, s. 452.

- $2x^2 + \frac{x^2}{4} + 7x + \frac{x}{2} = 24$ olmak üzere $\frac{4}{9} \cdot \left(2x^2 + \frac{x^2}{4}\right) + \frac{4}{9} \cdot \left(7x + \frac{x}{2}\right) = 24 \cdot \frac{4}{9}$

$$\Rightarrow x^2 + 3x + \frac{x}{3} = 10 + \frac{2}{3} \Rightarrow x = \sqrt{10 + \frac{2}{3} + \left(\frac{3 + \frac{1}{3}}{2}\right)^2} - \frac{3 + \frac{1}{3}}{2}$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ ve } x^2 = 4 \Rightarrow 2x^2 + \frac{x^2}{4} = 9 \text{ ve } 7x + \frac{x}{2} = 15$$

$$\Rightarrow 9 + 15 = 24 \quad (TR, s. 453 - 454)$$

İkinci şekil: Çıkarma işlemi ile katsayıyı “bir”e indirgemeye dayanır.¹⁷⁶

$\forall a, b, c, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, n \in \mathbb{N}$ ve $n > m$ ve $a > 1$ olmak üzere $ax^n + c = dx^m$

$$\Rightarrow \frac{a-1}{a} \Rightarrow ax^n + c - \left[\frac{a-1}{a} \cdot (ax^n + c)\right] = dx^m - \left[dx^m \cdot \left(\frac{a-1}{a}\right)\right]$$

Örnekler:

- $5x^2 + 20 = 25x$ olmak üzere $\frac{5-1}{5} = \frac{4}{5} \Rightarrow 5x^2 + 20 - \frac{4}{5} \cdot (5x^2 + 20)$

$$= 25 - 25 \cdot \frac{4}{5} \Rightarrow x^2 + 4 = 5x \Rightarrow x_1 = 4 \Rightarrow x_1^2 = 16 \text{ ve } x_2 = 1$$

$$\Rightarrow x_2^2 = 1 \quad (\text{iHa, vr. 75a})$$
- $2x^2 + \frac{3x^2}{5} + 10 = 15x$ olmak üzere $\frac{\left(2 + \frac{3}{5}\right) - 1}{\left(2 + \frac{3}{5}\right)} = \frac{\frac{8}{5}}{\frac{13}{5}} = \frac{8}{13}$

$$\Rightarrow x^2 \cdot \left(2 + \frac{3}{5}\right) + 10 - \left[\frac{8}{13} \cdot \left[x^2 \cdot \left(2 + \frac{3}{5}\right) + 10\right]\right] = 15x - \left(\frac{8}{13} \cdot 15x\right)$$

$$\Rightarrow x^2 + 3 + \frac{11}{13} = 5x + \frac{10x}{13} \Rightarrow x_1 = 5 \Rightarrow x_1^2 = \frac{10}{13} \text{ ve } x_2 = 25$$

$$\Rightarrow x_2^2 = \frac{7}{13} + \frac{9}{13} \cdot \frac{1}{13} \quad (\text{iHa, vr. 75a})$$

¹⁷⁶ iHa, vr. 74a-74b.

Üçüncü şekil: Denklemin tüm terimlerini “bir”den büyük olan katsayıya bölmeye dayanır.¹⁷⁷

$\forall a, b, c, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, n \in \mathbb{N}$ ve $a > 1$ olmak üzere $ax^n + c = dx$

$$\Rightarrow \frac{ax^n}{a} + \frac{c}{a} = \frac{dx}{a} \Rightarrow x^n + \frac{c}{a} = \frac{dx}{a}$$

Örnekler:

• $3x^2 + 12x = 63$ olmak üzere $\frac{3x^2}{3} + \frac{12x}{3} = \frac{63}{3}$ olduğundan $x^2 + 4x = 21$

$$\Rightarrow x = \sqrt{21 + \left(\frac{4}{2}\right)^2} - \frac{4}{2} = \sqrt{21 + 4} - 2 = \sqrt{25} - 2 = 5 - 2 = 3$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ (NN, vr. 101a)}$$

• $x^2 \cdot \left(24 + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5}\right) = 15x + 4 + \frac{1}{2}$ olmak üzere $\frac{x^2 \cdot \left(24 + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5}\right)}{24 + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5}}$

$$= \frac{15x}{24 + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5}} + \frac{4 + \frac{1}{2}}{24 + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5}} \Rightarrow x = \frac{5}{6} \Rightarrow x^2 = \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9}$$

$$\rightarrow \text{(İHa, vr. 75a)}$$

► **Yüksek dereceli denklemleri kuadratik denkleme dönüştürme teknikleri:**

Bu tekniklerin ilki eşitliğin her iki tarafında bulunan yüksek dereceli terimleri paranteze alarak üslerini sadeleştirme yöntemiyle yapılır. Burada dikkat edilmesi gereken husus hiçbir terimin açıkta bırakılmadan sadeleştirmeye katılması gereğidir. Bu yüzden bu teknik sadece tüm terimlerinde “şey/x” ve türevlerinden birini barındıran yüksek dereceli denklem tiplerinde uygulanabilir. Örneklerle daha açık bir şekilde gösterilebilir.

¹⁷⁷ İH, vr. 93b; NN, vr. 101a; İHa, vr. 74a-74b; TR, s. 452.

Örnekler:

- $20x^3 = 5x^4 + 2x^5 + \frac{x^5}{2}$ olmak üzere $20x^3 = x^3 \left(5x^1 + 2x^2 + \frac{x^2}{2} \right)$
 $\Rightarrow 5x + 2x^2 + \frac{x^2}{2} = 20 \Rightarrow x^2 \left(2 + \frac{1}{2} \right) + 5x = 20$
 $\Rightarrow \frac{2}{5} \cdot \left[x^2 \left(2 + \frac{1}{2} \right) + 5x \right] = \frac{2}{5} \cdot 20 \Rightarrow x^2 + 2x = 8 \Rightarrow x$
 $= \sqrt{8 + \left(\frac{2}{2} \right)^2} - \frac{2}{2} \Rightarrow x = \sqrt{9} - 1 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x^3$
 $= 8 \Rightarrow x^4 = 16 \Rightarrow x^5 = 32 \Rightarrow 2x^5 + \frac{x^5}{2} = 80 \Rightarrow 5x^4 = 80$
 $\Rightarrow 20x^3 = 160$ (İHa, vr. 77b)

- $3x^3 + \frac{x^3}{3} + 30x = 20x^2$ olmak üzere $x \left(3x^2 + \frac{x^2}{3} + 30 \right) = 20x^2$
 $\Rightarrow 3x^2 + \frac{x^2}{3} + 30 = 20x \Rightarrow x^2 \left(3 + \frac{1}{3} \right) + 30 = 20x$
 $\Rightarrow \frac{3}{10} \left[x^2 \left(3 + \frac{1}{3} \right) + 30 \right] = \frac{3}{10} \cdot 20x \Rightarrow x^2 + 9 = 6x \Rightarrow 9 = \left(\frac{6}{2} \right)^2$
 $\Rightarrow x = \frac{6}{2} \Rightarrow x = 3 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x^3 = 27$ (İHa, vr. 77b)

- $\frac{x^4}{2} = x^3 + 4x^2$ olmak üzere $x^2(x^1 + 4) = \frac{x^4}{2} \Rightarrow \frac{x^2}{2} = x + 4 \Rightarrow 2 \cdot \frac{x^2}{2}$
 $= 2 \cdot (x + 4) \Rightarrow x^2 = 2x + 8 \Rightarrow x = \sqrt{\left(\frac{2}{2} \right)^2 + 8 + \frac{2}{2}} \Rightarrow x = \sqrt{9} + 1$
 $\Rightarrow x = 4 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x^3 = 64 \Rightarrow x^4 = 256$ (İHa, vr. 77b)

Örneklerden de anlaşılacağı gibi öncelikle terimlerin dereceleri mümkün olabildiğince indirgenir, ardından meydana gelen denklem altılı tasnife uygun değilse redd ve ikmâl yöntemleriyle uygun hale getirilip çözüm formülleri tatbik edilir.

Başka bir teknik de eşitliğin iki tarafındaki terimlerin birbirine benzetilerek indirgenmesine dayanmaktadır. Bu teknik özellikle denklemin her iki tarafında iki ve

daha fazla terim bulunduğu durumlarda uygulanır. Buradan Osmanlı klasik döneminde kullanılan eserlerde $(a \mp b)^n$ şeklindeki ifadelerin açılımları ile birlikte iyi bilindiği ortaya çıkmaktadır. Aşağıdaki örnek ile işlemin tatbiki daha iyi anlaşılabilir.

$$\begin{aligned}
 x^4 + 2x^3 &= x + 30 \quad \text{olmak üzere} \quad x^4 + 2x^3 + x^2 = x^2 + x + 30 \\
 &\Rightarrow (x^2 + x)^2 = x^2 + x + 30 \Rightarrow x^2 + x = y \quad \text{varsayılır} \quad y^2 \\
 &= y + 30 \Rightarrow y = 6 \Rightarrow x^2 + x = 6 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x^3 = 8 \\
 &\Rightarrow x^4 = 16 \Rightarrow x^4 + 2x^3 = 16 + 16 = 32
 \end{aligned}$$

Osmanlı klasik döneminde mütedâvil cebir eserlerinde bu tür denklem örnekleri “belirsiz denklem” tipleriyle birlikte denklemlerin sayısının sınırlanması ile ilgili iddialara cevap vermek için de kullanılır.

Diğer bir teknik de üsleri ardışık olan polinom denklemlerinin çözümünde kullanılan ve çözümünde üslerin ardışık olarak indirgenmesi yöntemine başvurulmuş tekniğidir. Bu teknikte öncelikle denklem terimlerinin üslerinin artma oranı, daha sonra da denklemde mutlak sayı bulunup bulunmadığı, eğer bulunuyorsa o sayının tam sayı mı kesirli sayı mı olduğu dikkate alınır ve ona göre bir değerlendirme yapılır. İbn Hâim’in cebir eserlerinde ve yazarı bilinmeyen *İrşâdu’t-Tullâb* adlı eserin hatimesinde görülen¹⁷⁸ bu tekniğe diğer ana kaynaklarda rastlanmamıştır. Anlatılanların daha açık olması için bir örnek sunmak gerekirse:

$$\begin{aligned}
 x^7 &= 28x + 4x^4 + \frac{x^4}{2} \quad \text{olmak üzere, üsler 7, 4, 1 ardışık} \\
 &\Rightarrow \text{sırayla 5, 3, 1 azaltılır} \Rightarrow x^2 = 28 + 4x + \frac{x}{2} \Rightarrow x = 8 \\
 &\Rightarrow 3' \text{er ardışık olduğundan } x^3 = 8 \Rightarrow x \\
 &= 2 \quad (\text{İHa, vr. 77b – 78a})
 \end{aligned}$$

¹⁷⁸ İHa, vr. 77b-78a; İbn Hâim, *Şerhu'l-Urcuze el-Yâseminiyye fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele*, tahkik: Mehdi Abdulcevad, s. 130-131; *İrşâdu't-Tullâb ilâ İlmi'l-Hisâb*, Topkapı Sarayı III. Ahmed 3144, vr. 111a-116a. Bu eserde dikkati çeken nokta, yazarın mezkûr teknikle ilgili genel bilgi ve kuralları vermesinin ardından tekniğin uygulamasını göstermek için seçtiği örneklerden birinin vasiyet hesâbı/ferâiz alanından olmasıdır. (115a-116a) Bu durum, o dönemde matematik alanında ortaya konulan kuralların, tekniklerin, yöntemlerin soyut olarak bırakılmadığının, aksine tatbiki mümkün sahalarda olabildiğince kullanıldığının bir göstergesidir.

Buraya kadar açıklanan yöntemler herhangi bir denklemi altı denklem kalıbından birine dönüştürerek çözmek için kullanılır. Denklem dönüştürüldükten sonra “klasik tasnif” başlığı altında verilen formüller tatbik edilerek “şey/x” bulunabilir. Ancak Osmanlı klasik dönemi cebirsel denklemler teorisinde bilinmeyene veya bilinmeyenin karesine ulaşmanın tek yolu yukarıda zikredilen formüller değildir. Doğrudan bilinmeyenin karesini veren formüller, katışık denklemi yalın denkleme dönüştürerek çözmeyi sağlayan formüller veya “redd” ve “ikmâl” yöntemlerini kullanmadan yani denklemi altılı kalıptan birine dönüştürmeden doğrudan çözmeye yarayan formüller gibi pek çok alternatif mevcuttur. Bu alternatifleri de sunmak dönemin cebir ilmi seviyesini daha açık bir şekilde ortaya çıkarmaya yardımcı olacaktır.

Katışık denklemlerde doğrudan tam kareyi/mâl’i veren formüller:

Katışık bir denklemde doğrudan “mâl/x²”ye ulaşmak isteniyorsa klasik tasnifte verilen kalıplardan birine indirgendikten sonra aşağıdaki formüller uygulanmaktadır. Her katışık denklem türü için üç farklı formül olmak üzere toplama dokuz formül verilmektedir.¹⁷⁹

İlk katışık denklemdeki tam kareyi bulmanın birinci formülü

$$\forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } c < \frac{b^2}{4} \text{ olmak üzere } ax^2 + bx = c \Rightarrow x^2 = \frac{b^2}{2} + c - \sqrt{b^2 \cdot c + \left(\frac{b^2}{2}\right)^2}$$

İlk katışık denklemdeki tam kareyi bulmanın ikinci formülü

$$\forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } c < \frac{b^2}{4} \text{ olmak üzere } ax^2 + bx = c \Rightarrow x^2 = c + \frac{b^2}{2} - \sqrt{\left(c + \frac{b^2}{2}\right)^2 - c^2}$$

¹⁷⁹ iHa, vr. 72a-73a; *İrşâdu't-Tullâb ilâ İlmi'l-Hisâb*, Topkapı Sarayı III. Ahmed 3144, vr. 65b-68b.

İlk katışık denklemdeki tam kareyi bulmanın üçüncü formülü

$$\forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } c < \frac{b^2}{4} \text{ olmak üzere } ax^2 + bx = c \Rightarrow x = \frac{\sqrt{4c + b^2} - b}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{(\sqrt{4c + b^2} - b)^2}{4}$$

Örnekler:¹⁸⁰

- $x^2 + 10x = 24 \text{ olmak üzere } x^2 = \frac{100}{2} + 24 - \sqrt{100 \cdot 24 + \left(\frac{100}{2}\right)^2}$

$$= 74 - \sqrt{2400 + 2500} = 74 - 70 = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$$
- $x^2 + 10x = 24 \text{ olmak üzere } x^2 = 24 + \frac{100}{2} - \sqrt{\left(24 + \frac{100}{2}\right)^2 - 24^2}$

$$= 24 + 50 - \sqrt{5476 - 576} = 74 - 70 = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$$
- $x^2 + 10x = 24 \text{ olmak üzere } x = \frac{\sqrt{24 \cdot 4 + 10^2} - 10}{2} = \frac{\sqrt{196} - 10}{2} = \frac{14 - 10}{2}$

$$= 2x^2 + 10x = 24 \Rightarrow x^2 = \frac{(\sqrt{24 \cdot 4 + 10^2} - 10)^2}{4} = \frac{(\sqrt{196} - 10)^2}{4}$$

$$= \frac{16}{4} = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$$

İkinci katışık denklemdeki tam kareyi bulmanın birinci formülü

$$\forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } c < \frac{b^2}{4} \text{ olmak üzere } ax^2 + c = bx \Rightarrow x_1^2$$

$$= \frac{b^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{b^2}{2}\right)^2 - b^2 \cdot c - c} \Rightarrow x_2^2 = \frac{b^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{b^2}{2}\right)^2 - b^2 \cdot c - c}$$

¹⁸⁰ iHa, vr. 72a.

İkinci katışık denklemdeki tam kareyi bulmanın ikinci formülü

$$\begin{aligned} \forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } c < \frac{b^2}{4} \text{ olmak üzere } ax^2 + c = bx &\Rightarrow x_1^2 \\ &= \frac{b^2}{2} - c - \sqrt{\left(\frac{b^2}{2} - c\right)^2 - c^2} \Rightarrow x_2^2 = \left(\frac{b^2}{2} - c\right) + \sqrt{\left(\frac{b^2}{2} - c\right)^2 - c^2} \end{aligned}$$

İkinci katışık denklemdeki tam kareyi bulmanın üçüncü formülü

$$\begin{aligned} \forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } c < \frac{b^2}{4} \text{ olmak üzere } ax^2 + c = bx &\Rightarrow x_1 = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4c}}{2} \\ \Rightarrow x_1^2 &= \frac{(b - \sqrt{b^2 - 4c})^2}{4}, \quad x_2 = \frac{b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2} \Rightarrow x_2^2 \\ &= \frac{(b + \sqrt{b^2 - 4c})^2}{4} \end{aligned}$$

Örnekler:¹⁸¹

$$\begin{aligned} \bullet \ x^2 + 16 = 10x \text{ olmak üzere } x_1^2 &= \frac{10^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{10^2}{2}\right)^2 - 10^2 \cdot 16 - 16} \\ &= 50 - \sqrt{2500 - 1600} - 16 = 50 - 30 - 16 = 4 \Rightarrow x_1^2 = 4 \\ \Rightarrow x_1 &= 2 \text{ ve } x_2^2 = \frac{10^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{10^2}{2}\right)^2 - 10^2 \cdot 16 - 16} = 50 + 30 - 16 \\ &= 64 \Rightarrow x_2^2 = 64 \Rightarrow x_2 = 8 \end{aligned}$$

¹⁸¹ İHa, vr. 72b-73a.

$$\begin{aligned}
\bullet \quad x^2 + 16 = 10x \text{ olmak üzere } x_1^2 &= \left(\frac{10^2}{2} - 16\right) - \sqrt{\left(\frac{10^2}{2} - 16\right)^2 - 16^2} \\
&= 50 - 16 - \sqrt{34^2 - 16^2} = 34 - \sqrt{1156 - 256} = 34 - \sqrt{900} \\
&= 34 - 30 = \mathbf{4} \Rightarrow x_2^2 = \left(\frac{10^2}{2} - 16\right) + \sqrt{\left(\frac{10^2}{2} - 16\right)^2 - 16^2} \\
&= 34 + \sqrt{900} = 34 + 30 = \mathbf{64}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bullet \quad x^2 + 16 = 10x \text{ olmak üzere } x_1 &= \frac{10 - \sqrt{10^2 - 4 \cdot 16}}{2} = \frac{10 - \sqrt{100 - 64}}{2} \\
&= \frac{10 - 6}{2} = \mathbf{2} \Rightarrow x_1^2 = \frac{(10 - \sqrt{10^2 - 4 \cdot 16})^2}{4} = \frac{(10 - \sqrt{100 - 64})^2}{4} \\
&= \frac{(10 - 6)^2}{4} = \frac{4^2}{4} = \mathbf{4} \Rightarrow x_2 = \frac{10 + \sqrt{10^2 - 4 \cdot 16}}{2} \\
&= \frac{10 + \sqrt{100 - 64}}{2} = \frac{10 + 6}{2} = \frac{16}{2} = \mathbf{8} \Rightarrow x_2^2 \\
&= \frac{(10 + \sqrt{10^2 - 4 \cdot 16})^2}{4} = \frac{(10 + \sqrt{100 - 64})^2}{4} = \frac{(10 + 6)^2}{4} = \frac{16^2}{4} \\
&= \mathbf{64}
\end{aligned}$$

Üçüncü katışık denklemdeki tam kareyi bulmanın birinci formülü

$$\begin{aligned}
\forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } c < \frac{b^2}{4} \text{ olmak üzere } ax^2 = bx + c &\Rightarrow x^2 \\
&= \sqrt{b^2 \cdot c + \left(\frac{b^2}{2}\right)^2} + c + \frac{b^2}{2}
\end{aligned}$$

Üçüncü katışık denklemdeki tam kareyi bulmanın ikinci formülü

$$\forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } c < \frac{b^2}{4} \text{ olmak üzere } ax^2 = bx + c \Rightarrow x^2 = \sqrt{\left(\frac{b^2 + 2c}{2}\right)^2 - c^2} + \frac{b^2 + 2c}{2}$$

Üçüncü katışık denklemdeki tam kareyi bulmanın üçüncü formülü

$$\forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } c < \frac{b^2}{4} \text{ olmak üzere } ax^2 = bx + c \Rightarrow x = \frac{\sqrt{4c + b^2} + b}{2} \\ \Rightarrow x^2 = \frac{(\sqrt{4c + b^2} + b)^2}{4}$$

Örnekler:¹⁸²

$$\bullet x^2 = 4x + 5 \text{ olmak üzere } x^2 = \sqrt{4^2 \cdot 5 + \left(\frac{4^2}{2}\right)^2} + 5 + \frac{4^2}{2} = \sqrt{80 + 64} + 13 \\ = 25 \Rightarrow x^2 = 25$$

$$\bullet x^2 = 4x + 5 \text{ olmak üzere } x^2 = \sqrt{\left(\frac{4^2 + 2.5}{2}\right)^2 - 5^2} + \frac{4^2 + 2.5}{2} \\ = \sqrt{\left(\frac{26}{2}\right)^2 - 25} + 13 = \sqrt{169 - 25} + 13 = \sqrt{144} + 13 = 12 + 13 \\ = 25 \Rightarrow x^2 = 25$$

¹⁸² iHa, vr. 72b.

$$\begin{aligned}
\bullet \quad x^2 = 4x + 5 \quad \text{olmak üzere} \quad x &= \frac{\sqrt{4.5 + 4^2} + 4}{2} = \frac{\sqrt{20 + 16} + 4}{2} = \frac{\sqrt{36} + 4}{2} \\
&= \frac{10}{2} = 5 \quad \Rightarrow \quad x^2 = 4x + 5 \quad \Rightarrow \quad x^2 = \frac{(\sqrt{4.5 + 4^2} + 4)^2}{4} \\
&= \frac{(\sqrt{36} + 4)^2}{4} = \frac{100}{4} = 25
\end{aligned}$$

Katışık denklemlerdeki “şey/x” veya “mâl/x²”e ulaşmanın başka bir yolu da onları yalın denklem türlerinden birine dönüştürerek çözmektir. Buna göre her bir katışık denklem türünü birinci ve üçüncü tür yalın denkleme dönüştürmenin yöntem ve öncül/mukaddemleri mevcuttur.

Katışık denklemleri yalın denklemlere çevirmenin öncül/mukaddem ve formülleri¹⁸³

İlk katışık denklemi ilk ve ikinci yalın denkleme çevirme öncülü/mukaddemi:

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } b > a \text{ olmak üzere} \quad \left(\frac{b-a}{2}\right)^2 + a.b = \left(\frac{b+a}{2}\right)^2$$

Örnek:

$$\begin{aligned}
a = 4 \text{ ve } b = 6 \text{ olmak üzere} \quad \left(\frac{6-4}{2}\right)^2 + 4.6 &= \left(\frac{6+4}{2}\right)^2 \Rightarrow 1 + 24 = \left(\frac{10}{2}\right)^2 \\
\Rightarrow 25 &= 5^2
\end{aligned}$$

¹⁸³ İHa, vr. 73a-73b; *İrşâdu't-Tullâb ilâ İlmi'l-Hisâb*, Topkapı Sarayı III. Ahmed 3144, vr. 66a-68b.

İlk katışık denklemi ilk ve ikinci yalın denkleme çevirme formülleri:

- $\forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ olmak üzere $ax^2 + bx = c$ 'nin ilk yalın denkleme dönüşümü

$$\Rightarrow \sqrt{ax^2 \cdot c + \left(\frac{bx}{2}\right)^2} + \frac{bx}{2} = c \text{ ve ikinci yalın denkleme dönüşümü}$$

$$\Rightarrow \sqrt{ax^2 \cdot c + \left(\frac{bx}{2}\right)^2} = \frac{ax^2 + bx + ax^2}{2}$$

Örnek:¹⁸⁴

$$x^2 + 10x = 39 \text{ olmak üzere birinci yalın için } \rightarrow \sqrt{39 \cdot x^2 + \left(\frac{10x}{2}\right)^2} + \frac{10x}{2} = 39$$

$$\Rightarrow 13x = 39 \rightarrow x = 3 \text{ ve ikinci yalın için}$$

$$\Rightarrow \sqrt{39 \cdot x^2 + \left(\frac{10x}{2}\right)^2} = \frac{x^2 + 10x + x^2}{2} \Rightarrow \sqrt{39x^2 + 25x^2}$$

$$= x^2 + 5x \Rightarrow \sqrt{64x^2} = x^2 + 5x \Rightarrow 8x = x^2 + 5x \Rightarrow x^2 = 3x$$

$$\Rightarrow x = 3$$

İkinci katışık denklemi ilk ve ikinci yalına çevirme öncülü/mukaddemi:

$$\forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } a + c = b \text{ olmak üzere } \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - a \cdot c} \mp \frac{b}{2} = a$$

¹⁸⁴ İHa, vr. 73a.

İkinci katışık denklemi ilk ve ikinci yalına çevirme formülleri:

Yöntem I:

$\forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ve $b > a$ olmak üzere $ax^2 + c$

$$= bx' \text{ in ilk yalına varması için } \Rightarrow \sqrt{\left(\frac{bx}{2}\right)^2 - ax^2 \cdot c} \mp \frac{bx}{2}$$

$$= c \text{ ve ikinci yalına varması için } \Rightarrow \sqrt{\left(\frac{bx}{2}\right)^2 - ax^2 \cdot c} \mp \frac{bx}{2} = ax^2$$

Örnek:¹⁸⁵

$$x^2 + 16 = 10x \text{ olmak üzere } \sqrt{\left(\frac{10x}{2}\right)^2 - 16x^2} + \frac{10x}{2} = x^2 \Rightarrow \sqrt{25x^2 - 16x^2} + 5x$$

$$= x^2 \Rightarrow 3x + 5x = x^2 \Rightarrow \mathbf{8x = x^2} \Rightarrow \mathbf{x_1 = 8} \text{ ve } x^2 + 16$$

$$= 10x \text{ olmak üzere } \sqrt{\left(\frac{10x}{2}\right)^2 - 16x^2} + \frac{10x}{2} = 16$$

$$\Rightarrow \sqrt{25x^2 - 16x^2} + 5x = 16 \Rightarrow \sqrt{9x^2} + 5x = 16 \Rightarrow \mathbf{8x = 16}$$

$$\Rightarrow \mathbf{x_2 = 2}$$

Yöntem II:

$\forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ olmak üzere $ax^2 + c = bx' \text{ in ilk yalına varması için}$

$$\Rightarrow \frac{bx}{2} - \sqrt{\left(\frac{bx}{2}\right)^2 - ax^2 \cdot c} = c \text{ ve ikinci yalına varması için}$$

$$\Rightarrow \frac{bx}{2} - \sqrt{\left(\frac{bx}{2}\right)^2 - ax^2 \cdot c} = ax^2$$

¹⁸⁵ iHa, vr. 73a-19a.

Örnek:

$$x^2 + 16 = 10x \text{ olmak üzere } \frac{10x}{2} - \sqrt{\left(\frac{10x}{2}\right)^2 - 16x^2} = 16$$

$$\Rightarrow 5x - \sqrt{25x^2 - 16x^2} = 16 \rightarrow 5x - \sqrt{9x^2} = 16 \rightarrow \mathbf{2x = 16}$$

$$\Rightarrow \mathbf{x_1 = 8} \text{ ve } x^2 + 16 = 10x \text{ olmak üzere } \frac{10x}{2} - \sqrt{\left(\frac{10x}{2}\right)^2 - 16x^2}$$

$$= x^2 \Rightarrow 5x - \sqrt{25x^2 - 16x^2} = x^2 \Rightarrow 5x - 3x = x^2 \Rightarrow \mathbf{2x = x^2}$$

$$\Rightarrow \mathbf{x_2 = 8}$$

Üçüncü katışık denklemi ilk ve ikinci yalına çevirme öncülü/mukaddemi:

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ olmak üzere } a = \frac{a}{2} + \frac{a}{2} \Rightarrow (a + b).b + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \left(\frac{a}{2} + b\right)^2$$

Öncülün örneği:

$$a = 10, \frac{a}{2} = 5, b = 3 \text{ olmak üzere } 10 = 5 + 5 \Rightarrow (10 + 3).3 + 25 = (5 + 3)^2$$

$$\Rightarrow 13.3 + 25 = 8^2 \Rightarrow 39 + 25 = 64$$

Üçüncü katışık denklemi ilk ve ikinci yalına çevirme formülleri:

$$\forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } b < a \text{ olmak üzere } ax^2 = bx + c \text{ nin ilk yalını için}$$

$$\Rightarrow \sqrt{ax^2 \cdot c + \left(\frac{bx}{2}\right)^2} - \frac{bx}{2} = c \text{ ve ikinci yalın için}$$

$$\Rightarrow \sqrt{ax^2 \cdot c + \left(\frac{bx}{2}\right)^2} + \frac{bx}{2} = ax^2$$

Örnek:¹⁸⁶

$$\begin{aligned}x^2 = 10x + 24 \text{ olmak üzere ilk yalın için } \sqrt{24x^2 + \left(\frac{10x}{2}\right)^2} - \frac{10x}{2} &= 24 \\ \Rightarrow \sqrt{24x^2 + 25x^2} - 5x &= 24 \Rightarrow \sqrt{49x^2} - 5x = 24 \Rightarrow \mathbf{2x = 24} \\ \Rightarrow \mathbf{x = 12} \text{ ve ikinci yalın için } \sqrt{24x^2 + \left(\frac{10x}{2}\right)^2} + \frac{10x}{2} &= x^2 \\ \Rightarrow \sqrt{24x^2 + 25x^2} + 5x &= x^2 \Rightarrow \sqrt{49x^2} + 5x = x^2 \Rightarrow \mathbf{12x = x^2} \\ \Rightarrow \mathbf{x = 12}\end{aligned}$$

Osmanlı klasik dönemi cebinde herhangi bir denklemi çözebilmek için tek seçenek az önce verilen yöntemlerle denklemi altı kalıptan birine indirgeyerek çözmek değildir. Daha önce de zikredildiği gibi cebirsel denklemler teorisi bu dönemde birçok alternatif çözüm yolu ile olabildiğince genişlemiştir. Bu yollardan biri de katışık bir kuadratik denklemi redd ve ikmâl yöntemleriyle katışık denklem kalıplarından birine indirgmeden çözmektir.

Denklem kalıbına dönüştürmeden (redd ve ikmâl etmeden) çözme yöntemi

Eğer sadece “şey/x”e ulaşmak isteniyorsa şu formüller kullanılır:¹⁸⁷

$$\begin{aligned}\bullet \forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ olmak üzere } ax^2 + bx &= c \Rightarrow x = \frac{\sqrt{a \cdot c + \left(\frac{b}{2}\right)^2} - \frac{b}{2}}{a} \text{ olur.} \\ \bullet \forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ olmak üzere } ax^2 + c &= bx \Rightarrow x_1 = \frac{\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - a \cdot c} + \frac{b}{2}}{a} \\ \Rightarrow x_2 &= \frac{\frac{b}{2} - \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - a \cdot c}}{a} \text{ olur.}\end{aligned}$$

¹⁸⁶ İHa, vr. 73b.

¹⁸⁷ İHa, vr. 75a; *İrşâdu't-Tullâb ilâ İlmi'l-Hisâb*, Topkapı Sarayı III. Ahmed 3144, vr. 69a.

- $\forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ olmak üzere $ax^2 = c + bx \Rightarrow x = \frac{\sqrt{a \cdot c + \left(\frac{b}{2}\right)^2} + \frac{b}{2}}{a}$ olur.

Örnekler:¹⁸⁸

- $2x^2 + \frac{x^2}{2} + 10x = 150$ olmak üzere $x = \frac{\sqrt{\left(2 + \frac{1}{2}\right) \cdot 150 + \left(\frac{10}{2}\right)^2} - \frac{10}{2}}{2 + \frac{1}{2}}$

$$= \frac{\sqrt{375 + 25} - 5}{\frac{5}{2}} = \frac{15}{\frac{5}{2}} = 6 \Rightarrow x = 6$$

- $x^2 + \frac{x^2}{3} + 12 = 10x$ olmak üzere $x_1 = \frac{\sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot 12} + \frac{10}{2}}{1 + \frac{1}{3}}$

$$= \frac{\sqrt{25 - 16} + 5}{\frac{4}{3}} = \frac{8}{\frac{4}{3}} = 6 \Rightarrow x_2 = \frac{\frac{10}{2} - \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot 12}}{1 + \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{5 - \sqrt{25 - 16}}{\frac{4}{3}} = \frac{5 - 3}{\frac{4}{3}} = 1 + \frac{1}{2}$$

- $\frac{8x^2}{9} + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9}\right)x^2 = 4x + 10$ olmak üzere $x = \frac{\sqrt{\left(\frac{8}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9}\right) \cdot 10 + \left(\frac{4}{2}\right)^2} + \frac{4}{2}}{\frac{8}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9}}$

$$= \frac{\sqrt{9 + \frac{4}{9} + 4 + 2}}{\frac{8}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9}} = \frac{5 + \frac{2}{3}}{\frac{8}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9}} = 6 \Rightarrow x = 6$$

Eğer sadece “mâl/x²”e ulaşmak isteniyorsa şu formüller kullanılır.¹⁸⁹

¹⁸⁸ İHa, vr. 75a-75b.

¹⁸⁹ İHa, vr. 75b-76a; *İrşâdu't-Tullâb ilâ İlmi'l-Hisâb*, Topkapı Sarayı III. Ahmed 3144, vr. 69a-69b.

$$\bullet \forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad \text{olmak üzere} \quad ax^2 + bx = c \quad \Rightarrow \quad x^2$$

$$= \frac{a \cdot c + \frac{b^2}{2} - \sqrt{\left(a \cdot c + \frac{b^2}{2}\right)^2 - (a \cdot c)^2}}{a^2}$$

$$\bullet \forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad \text{olmak üzere} \quad ax^2 + c = bx \quad \Rightarrow \quad x_1^2$$

$$= \frac{\sqrt{\left(\frac{b^2 - 2c \cdot a}{2}\right)^2 - a^2 \cdot c^2} + \frac{b^2 - 2c \cdot a}{2}}{a^2} \quad \Rightarrow \quad x_2^2$$

$$= \frac{\frac{b^2 - 2c \cdot a}{2} - \sqrt{\left(\frac{b^2 - 2c \cdot a}{2}\right)^2 - a^2 \cdot c^2}}{a^2}$$

$$\bullet \forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad \text{olmak üzere} \quad x^2 = \frac{\frac{2c \cdot a + b^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{2c \cdot a + b^2}{2}\right)^2 - a^2 \cdot c^2}}{a^2}$$

Örnekler:¹⁹⁰

• $2x^2 + \frac{x^2}{2} + 10x = 150$ olmak üzere x^2

$$= \frac{\left(2 + \frac{1}{2}\right) \cdot 150 + \frac{10^2}{2} - \sqrt{\left(\left(2 + \frac{1}{2}\right) \cdot 150 + \frac{10^2}{2}\right)^2 - \left(\left(2 + \frac{1}{2}\right) \cdot 150\right)^2}}{\left(2 + \frac{1}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{375 + 50 - \sqrt{180625 - 140625}}{6 + \frac{1}{4}} = \frac{425 - \sqrt{40000}}{6 + \frac{1}{4}} = \frac{425 - 200}{6 + \frac{1}{4}}$$

$$= \frac{225}{6 + \frac{1}{4}} = \mathbf{36} \Rightarrow x^2 = \mathbf{36}$$

¹⁹⁰ İHa, vr. 75b-76a.

- $\frac{5x^2}{6} + x^2 \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \right) + 15 = 8x$ olmak üzere x_1^2

$$= \frac{\sqrt{\left(\frac{8^2 - 2 \cdot 15 \cdot \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \right)}{2} \right)^2 - \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \right)^2 \cdot 15^2 + \frac{8^2 - 2 \cdot 15 \cdot \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \right)}{2}}}{\left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \right)^2}$$

$$= \frac{\sqrt{\left(\frac{64 - \left(27 + \frac{1}{2} \right)}{2} \right)^2 - \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{9} \right) \cdot 225 + \frac{64 - \left(27 + \frac{1}{2} \right)}{2}}}{\frac{5}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{9}}$$

$$= \frac{\sqrt{\left(18 + \frac{1}{4} \right)^2 - \left(189 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} \right) + 18 + \frac{1}{4}}}{\frac{5}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{333 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} - \left(189 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} \right) + 18 + \frac{1}{4}}}{\frac{5}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{9}}$$

$$= \frac{\sqrt{144} + 18 + \frac{1}{4}}{\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right)^2} = \frac{12 + 18 + \frac{1}{4}}{\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right)^2} = \frac{30 + \frac{1}{4}}{\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right)^2} = 36 \Rightarrow x_1^2 = \mathbf{36}$$

$$x_2^2 = \frac{\frac{8^2 - 2 \cdot 15 \cdot \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6}\right)}{2} - \sqrt{\left(\frac{8^2 - 2 \cdot 15 \cdot \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6}\right)}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6}\right)^2 \cdot 15^2}}{\left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6}\right)^2}$$

$$= \frac{\frac{64 - \left(27 + \frac{1}{2}\right)}{2} - \sqrt{\left(\frac{64 - \left(27 + \frac{1}{2}\right)}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{9}\right) \cdot 225}}{\frac{5}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{9}}$$

$$= \frac{18 + \frac{1}{4} - \sqrt{\left(18 + \frac{1}{4}\right)^2 - \left(189 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8}\right)}}{\frac{5}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{9}}$$

$$= \frac{18 + \frac{1}{4} - \sqrt{333 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} - \left(189 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8}\right)}}{\frac{5}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{9}} = \frac{18 + \frac{1}{4} - \sqrt{144}}{\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right)^2}$$

$$= \frac{18 + \frac{1}{4} - 12}{\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right)^2} = \frac{6 + \frac{1}{4}}{\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right)^2} = \frac{900}{121} \Rightarrow x_1^2 = \frac{900}{121}$$

• $\frac{8x^2}{9} + x^2 \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9}\right) = 4x + 10$ olmak üzere x^2

$$= \frac{\frac{2 \cdot 10 \cdot \left(\frac{8}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9}\right) + 4^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{2 \cdot 10 \cdot \left(\frac{8}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9}\right) + 4^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{8}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9}\right)^2 \cdot 10^2}}{\left(\frac{8}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9}\right)^2}$$

$$= \frac{\frac{18 + \frac{8}{9} + 4^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{18 + \frac{8}{9} + 4^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{8}{9} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9}\right) \cdot 100}}{\frac{8}{9} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{17 + \frac{4}{9} + \sqrt{\left(17 + \frac{4}{9}\right)^2 - \left(89 + \frac{1}{9} + \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{9}\right)}}{\frac{8}{9} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9}} \\
&= \frac{17 + \frac{4}{9} + \sqrt{304 + \frac{2}{9} + \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{9} - \left(89 + \frac{1}{9} + \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{9}\right)}}{\frac{8}{9} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9}} = \frac{17 + \frac{4}{9} + \sqrt{215 + \frac{1}{9}}}{\frac{8}{9} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9}} \\
&= \frac{17 + \frac{4}{9} + 14 + \frac{2}{3}}{\frac{8}{9} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9}} = \frac{32 + \frac{1}{9}}{\frac{8}{9} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9}} = 36 \Rightarrow x^2 = 36
\end{aligned}$$

Cebir eserlerinde sadece denklemleri çözmeye, bilinmeyeni bulmaya yönelik çalışmalara değil çözüm kümesi tam sayı olan denklem meydana getirmeye de önem verilmiştir.

İki tam kare varsayarak katışık denklem oluşturma yöntem ve örneği:¹⁹¹

Aşağıda verilen formüle göre birçok denklem üretilebilir.

$$\begin{aligned}
\forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad \text{ve} \quad a > b \quad \text{olmak üzere} \quad a^2 - b^2 = c &\Rightarrow x^2 + 2bx = c \\
&\Rightarrow x^2 + c = 2ax \Rightarrow x^2 = 2bx + c \text{ olur.}
\end{aligned}$$

Örnek:

$$\begin{aligned}
a = 10 \quad \text{ve} \quad b = 5 \quad \text{olmak üzere} \quad a^2 = 100 \quad \text{ve} \quad b^2 = 25 \quad \text{ve} \quad c = 75 \\
\Rightarrow x^2 + 10x = 75 \Rightarrow x^2 + 75 = 20x \quad \text{ve} \quad x^2 = 10x + 75 \text{ olur.}
\end{aligned}$$

Cebirsel denklemlerin çözüm kümesine ulaşmanın farklı yollarını örneklerle birlikte açıkladıktan sonra onların illet ve burhan dediği bugün ispat olarak bilinen ve çözüm yönteminin sahilliğini sorgulayan yapı üzerinde durulabilir. Daha önce de ifade edildiği gibi Osmanlı klasik dönemi cebri tamamen hisâbî idi. Bu yüzden cebir eserlerinde denklemlerin hendesi burhanlarının mevcut olduğundan bahsedilir ancak bizzat verilmez, onun yerine hisâbî ispatlar tercih edilir. Katışık denklem türleri

¹⁹¹ İHa, vr. 71b-72a.

çoğunlukla katışık üç denklem kalıbına dönüştürülerek çözüldüğünden sadece bu türlerin illeti ile kifayet edilmiştir.¹⁹²

• **İlk bileşik denklem türünün illeti**

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ olmak üzere } a = \frac{a}{2} + \frac{a}{2} \Rightarrow (a + b).b + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \left(\frac{a}{2} + b\right)^2$$

İlletin örneği:

$$\begin{aligned} a = 10, \quad \frac{a}{2} = 5, \quad b = 3 \text{ olmak üzere } 10 &= 5 + 5 \Rightarrow (10 + 3).3 + 25 \\ &= (5 + 3)^2 \Rightarrow 13.3 + 25 = 8^2 \Rightarrow 39 + 25 = 64 \end{aligned}$$

İlletin denklem üzerindeki uygulaması:

$$x^2 + 10x = 24 \text{ olmak üzere } (10 + 2).2 + \left(\frac{10}{2}\right)^2 = (5 + 2)^2 \Rightarrow 24 + 25 = 49$$

• **İkinci bileşik denklem türünün illeti**

$$\begin{aligned} \forall a, \frac{a}{2}, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ olmak üzere } a &= \frac{a}{2} + \frac{a}{2} \text{ ve } a = b + c \Rightarrow \left(b - \frac{a}{2}\right)^2 + c.b \\ &= \left(\frac{a}{2}\right)^2 \text{ veya } \left(\frac{a}{2} - c\right)^2 + c.b = \left(\frac{a}{2}\right)^2 \end{aligned}$$

İlletin örneği:

$$a = 10, \quad \frac{a}{2} = 5, \quad b = 7 \text{ ve } c = 3 \text{ olmak üzere } (7 - 5)^2 + 7.3 = \left(\frac{10}{2}\right)^2$$

İlletin denklem üzerindeki uygulaması:

$$\begin{aligned} x^2 + 16 = 10x \text{ olmak üzere } 10 &= 2 + 8 \text{ ve } 16 = 2.8 \Rightarrow (8 - 5)^2 + 8.2 \\ &= \left(\frac{10}{2}\right)^2 \end{aligned}$$

¹⁹² İHa, vr. 72a.

• Üçüncü bileşik denklem türünün illeti

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } a \geq \left(\frac{b}{2}\right)^2 \text{ olmak üzere } \sqrt{a} - \sqrt{a - b\sqrt{a} + \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \frac{b}{2}$$

İlletin örneği

$$\begin{aligned} a = 36 \text{ ve } b = 4 \text{ ve } 36 > \left(\frac{4}{2}\right)^2 \text{ olmak üzere } \sqrt{36} - \sqrt{36 - 4\sqrt{36} + \left(\frac{4}{2}\right)^2} \\ = \frac{4}{2} \Rightarrow 6 - \sqrt{12 + 4} = 2 \Rightarrow 6 - 4 = 2 \end{aligned}$$

İlletin denklem üzerindeki uygulaması:

$$\begin{aligned} x^2 = 10x + 24 \text{ olmak üzere } x^2 - 10x = 24 \Rightarrow \sqrt{x^2} - \sqrt{x^2 - 10x + \left(\frac{10}{2}\right)^2} \\ = \frac{10}{2} \Rightarrow x = \sqrt{x^2 - 10x + \left(\frac{10}{2}\right)^2} + \frac{10}{2} \Rightarrow \sqrt{24 + \left(\frac{10}{2}\right)^2} + \frac{10}{2} \\ = 12 = x \end{aligned}$$

Burada sunulan illetlerden başka Osmanlı'da mütedavil cebir kitaplarında “**imtihân/الإمتحان**” diye geçen ve bugün “sağlama” olarak anlayabileceğimiz bir teknik de mevcuttur.¹⁹³ Oldukça sık kullanılan bu teknik, isteneni bulduktan sonra soruda yerine koyarak sonucun sıhhatini kontrol etmekten ibarettir. Sadece cebir ilminde değil bilinenler hesabında da çokça başvurulmuş işlem, matematiksel bir ispat kadar kesinlik sunmasa da tatbik edilen yöntem içerisinde yapılan işlemlerin doğruluğunu tespit etmede kolay ve bir o kadar kullanışlıdır. Bir denklem üzerinde örnek vermek gerekirse:

$$\begin{aligned} x^2 + 10x = 24 \text{ olmak üzere } x = \sqrt{24 + \left(\frac{10}{2}\right)^2} - \frac{10}{2} \Rightarrow x = 2 \Rightarrow x^2 = 4 \\ \Rightarrow 10x = 20 \Rightarrow 4 + 20 = 24 \text{ sonuç doğrudur. (TR, s. 453)} \end{aligned}$$

¹⁹³ İH, vr. 92a; NN, vr. 91b; İHa, vr. 71b.

Osmanlı klasik döneminde cebirsel denklemlerin çözüm ve ispat yöntemleri örneklerle ortaya konulduktan sonra buradaki yapının nasıl geliştiğini ve nereden beslendiğini anlayabilmek için arka planına bakmak gerekmektedir.

Cebir ilminin doğduğu asırlarda cebirsel denklemler “klasik tasnif” başlığı altında verilen altı türden ibaretti ve “cebir”, “mukâbele”, “redd” ve “ikmâl” yöntemleri burada sunulanlar gibi farklı şekillerde değil de sadece bir biçimde uygulanmaktaydı. Çözümler hisâbî olarak verilirken ispatlar hendesî şekillerle sunulmaktaydı. İlerleyen dönemlerde Yunan menşeli geometri eserlerinden de ilham alarak ispatlar sağlamlaştırılmış ve çözümle ispatın aynı anda sadece hendesî yaklaşımla yapılabileceği keşfedilmiştir.¹⁹⁴ Bununla birlikte Mağrib’de İbn Yâsemin ve Bennâ Okulu, Maşrik’de Kerecî Okulu ile hisâbî yaklaşım temsilcileri cebirsel denklemler teorisini geliştirerek ve genişleterek sürekliliği sağlamışlardır. İndirgeme ve tamamlama yöntemlerine başvurmadan kuadratik bir denklemin çözüm kümesine ulaşma formülüne Kerecî Okulunda, doğrudan “ $mâl/x^2$ ”in bilgisini elde etme formülüne de Bennâ Okulunda rastlanır. Osmanlı klasik dönemine gelindiğinde; tüm bu yöntemler bir araya toplanmış, her bir yöntemin formülü seleflerinde bulunmayan bir şekilde çeşitlenmiş, “redd” ile “ikmâl” teknikleri üç farklı biçimde tatbik edilmiş ve yüksek dereceli denklemler gelişen kök çıkarma yöntemleri sayesinde daha fazla araştırmaya konu olmuştur. Son olarak Osmanlı klasik dönem cebirinde ciddi tesirleri bulunan Kerecî Okulunda hem hendesî hem de hisâbî ispatlar öne çıkarken Osmanlı’da sadece hisâbî ispatlar görülür. Yani onlar ispat için hendese ilmini kullanmamışlardır ama bu durum hendesi ilimlerde cebir ilminden faydalanmadıkları anlamına gelmemektedir. Buradan, Osmanlı Klasik döneminden itibaren cebir ilminin tamamen analitik bir şekle büründüğü ve hendesi yapılardan tamamen ayıklandığı, ancak hendese veya mesaha ilimleri içerisinde gerektiğinde cebirsel denklem ve işlemlere başvurulduğu neticesine varılabilir.

4.2.1.1. Cebirsel Notasyon ve Sembolleştirme

Tarih boyunca matematiksel işlemlerin daha hızlı, kolay ve doğru bir şekilde yapılabilmesi için bilinçli veya bilinçsiz bir sembol kullanma fikri var olagelmiştir. Bu

¹⁹⁴ Bu konular ile ilgili tafsilatlı bilgi “hendesî yaklaşım” konusunda verileceğinden burada sadece hisâbî yaklaşımlar söz konusu edilmektedir.

fikir, tüm dillerde sayılar için lafızların yanında matematiksel sembol sayılabilecek olan rakamların mevcudiyetinde açıkça görülebilir. Riyâzî ilimler içerisinde yapısı gereği notasyona en fazla ihtiyaç duyulan alanın cebir ilmi olduğu söylenebilir. Günümüze ulaşan tarihsel verilere göre cebirsel sembol kullanımının ilk kez III-IV. asırda Diyofantos'un Aritmetika'sı ile başladığı düşünülmektedir. Ancak sistemli ve bilinçli bir biçimdeki ilk cebirsel notasyon kullanımına cebrin Harezmi ile ilim olarak tesisinden yaklaşık beş asır sonra İbn Bennâ'nın (ö. 721/1321) *Telhîs Âmâlî'l-Hisâb*'ı ile *Kitâbu'l-Cebr ve'l-Mukâbele'sinde* ve İbn Kunfûz'un (ö. 772/1370) İbn Bennâ'nın *Telhîs*'i üzerine yazdığı *Hattu'n-Nikâb an Vechi'l-Amel bi'l-Hisâb* isimli şerhinde rastlanmaktadır. Onun ardından yine Mağrib matematiğinin temsilcilerinden Kalasâdî'nin (ö. 891/1486) ve İbn Gâzî'nin (ö. 919/1513) çalışmaları ile İslam matematiğinin sembolleştirmede önemli adımlar attığı ve ciddi bir ilerleme kaydettiği söylenebilir. Hatta Avrupa'da cebirsel notasyonun, Kalasâdî'nin eserlerinin Batı dillerine tercüme edilmesinin ardından başladığı öne sürülebilir. Avrupa'da gubârî rakamların kullanımı da aynı şekilde bu müellife dayandırılmaktadır. Bu tarihten sonra Osmanlı matematikçileri özellikle yeni yeni bilim dili haline gelen Türkçe yazdıkları matematik eserlerinde bu konuda önemli gelişmeler göstermişlerdir. Örnek olarak Mağrib matematiğini özellikle notasyon veçhinden Osmanlı matematiğine taşıyan İbn Hamza Mağribî'nin (ö. 1022/1614) *Tuhfetu'l-A'dâd li-Zevi'r-Ruṣd ve's-Sedâd* adlı eseri ile Gelenbevi'nin (1143/1731-1205/1791) *Hisâbu'l-Küsûr*'u sayılabilir. Bilhassa Türkçe yazılan kitaplarda notasyonun daha fazla görülmesinin nedenleri; Osmanlı matematiğinde hızlı ve kolay işlem yapmanın esas olduğu muhasebe kitaplarının önemli bir yekûn tutması, bu tür eserlerin de hitap ettikleri çevrenin ana dili dikkate alınarak Türkçe yazılması ve İslam medeniyetinde asırlar boyunca bilim dili olarak benimsenmiş Arapça'ya farklı bir dil sayılabilen sembolik dilin yerleşmesinin yeni bilim dili olmaya aday Türkçe'ye yerleşmesinden daha zor olmasıdır. Osmanlı klasik dönem sonrası matematikçilerinden İbn Piri'nin (ö. 1040/1631) *el-Yevâkitü'l-Mufasssalât bi-Leâli'n-Neyyirât fî Âmâlî Zevâtî'l-Esmâ ve'l-Munfasılât*'ı, Abdürrahim Mar'aşî'nin (ö. 1148/1736) *Şerh Hulâsati'l-Hisâb*'ı ve Şekerzâde Feyzullah Sermed'in (ö. 1201/1787)

Emsiletü't-Telhîs li-İbni'l-Bennâ ve'l-Hâvî li-İbni'l-Hâim adlı eseri cebirsel notasyon görülen Arapça matematik çalışmalarının başında gelmektedir.¹⁹⁵

Bu çalışmada Osmanlı klasik dönem cebrini anlatmak için kullanılan ana kaynaklardaki cebirsel notasyonun durumuna gelince, İbn Hâim bununla ilgili şunları ifade etmektedir:

وتجعل لكل نوع علامة كالشين للأشياء والميم للأموال والكاف للكعوب وميمين لمال المال وهكذا¹⁹⁶

Her bir tür için mesela; “şey”ler için “şin”, “mâl”lar için “mim”, “ka”b”lar için “kef”, “mâlû”l-mâl” için “iki mim” vb. alamet/sembol yaparsın.

Buna göre Osmanlı Klasik döneminde mütedâvil cebir kitaplarında kısmi olarak cebirsel notasyon bilinse de uygulanmadığı ifade edilebilir. Bu tavrın, kitapların istinsahında sembollerin müstensihler tarafından anlaşılmamasından kaynaklanacak yanlışlıklara mahal vermemek için sergilendiği düşünülebilir. Ancak klasik dönem sonrasında bilhassa XII/XVIII. asırdan itibaren, muhtemelen matbaanın kullanılmaya başlaması neticesinde mezkûr endişelerin giderilmesinden mülhem cebirsel notasyonda mühim gelişmeler kaydedildiği söylenebilir.

4.2.2. Cebirsel Denklemlere Hendesî Yaklaşım

Daha önce de ifade edildiği gibi Osmanlı klasik dönemi cebir eserlerinin hemen hemen tamamı hisâbî karakterde olduğundan cebir ilmi içerisinde hendesî yapılara rastlamak oldukça zordur. Ancak bu durum, hendese veya mesâha ilimleri içerisinde cebirsel denklem ve ifadelerin kullanılmadığı, bu alanların birbirlerinden tamamen soyutlanarak kendi sahalarına hapsedildiği anlamına gelmemelidir. Zira Osmanlı klasik dönemi matematikçilerinden Kadızâde Rûmî'nin (ö. 835/1435) Şemseddin Semerkandî'nin (ö. 702/1303) *Eşkâlû't-Te'sîs*'ine¹⁹⁷ yazdığı cebirsel

¹⁹⁵ İhsan Fazlıoğlu, “Endülüs ve Mağrib Matematiğinin Osmanlı Matematiğinin Oluşumu ve Gelişimindeki Yeri” adlı yayınlanmamış bildiri; <http://www.ihsanfazlioglu.net/yayinlar/makaleler/1.php?id=154>; Zeynep Tuba Oğuz, İsmail Gelenbevî'nin Hisâbu'l-Küsûr Adlı Eserinin el-Cebr ve'l-Mukâbele Bölümünün İncelenmesi, s. 55-59, yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Ankara SBE 2010.

¹⁹⁶ İHa, vr. 68a.

¹⁹⁷ Öklides'in *Elemanlar*'ından alınan otuz beş şeklin farklı bir tertibi ile meydana gelen eserin İngilizce çeviri ve değerlendirmesi için bkz.: Gregg De Young, *Zeitschrift für Geschichte der Arabisch-*

çözümleri de ihtiva eden *Tuhfetü'r-Reîs fî Şerh Eşkâli't-Te'sîs* adlı şerhi ile hem kendi eserleri hem de öğrencilerinin eserleri üzerinden Osmanlı klasik dönemi ilim çevrelerinde ciddi tesiri olan Nasreddin Tûsî'nin (ö. 672/1273) *Tahrîru'l-İklîdes*'inin Osmanlı medreselerinde asırlar boyu temel ders kitabı olarak okutulması, hendese ilmi içerisinde cebir ilminin kullanıldığının en güzel kanıtıdır. Bu çalışmalara ilave olarak Kadızade'nin hendese-cebir sahasındaki en orijinal eseri sayılan *Risale fî İstihracı Ceybi Derece Vahide bi-A'mâlin Müessesetin ala Kavaidin Hisâbiyye ve Hendesiyye alâ Tarikati Gıyaseddin el-Kâşî'yi*¹⁹⁸ zikretmek gerekir. Eser, Cemşid el-Kaşî'nin, bir derecelik yayın sinüsünün hesaplanması için geliştirdiği cebir yöntemi hakkında yazdığı risâlenin şerhi olmasına rağmen çözüm yöntemini daha sistemli, anlaşılır ve basit bir hale getirdiği için müstakil telif olarak nitelendirilebilir. Kadızade'nin hendese, trigonometri ve cebri bir araya getiren bu telifinden torunu, II. Bayezid dönemi matematikçi ve astronomlarından Mirim Çelebi (ö. 931-1525) *Düstûru'l-Amel ve Tashihu'l-Cedvel* adlı eserinde bir derecelik yayın sinüsünü hesaplarken faydalanmıştır.¹⁹⁹ Sonuç olarak Osmanlı klasik dönemi ilim çevrelerinde hem yaygın olarak kullanılan temel hendese eserlerinde hem de nispeten üst düzey araştırmacılara hitap eden hendesî teliflerde görülen cebirsel yöntemler, cebre hendesî yaklaşımı değil de hendeseye cebirsel yaklaşımı çağrıştırmakta ve riyâzî ilimler arasındaki bağların sıkı olduğuna işaret etmektedir.

“Cebirsel Denklemlere Hendesî Yaklaşım” bahsi altında öncelikle başlığın delalet ettiği şey yani cebir ilmi içerisinde kullanılan hendesi yöntemler örneklerle sunulacak, ardından bu yöntemlerin tarihsel süreci verilerek hendesinin cebre nasıl uygulandığı ve bu yöndeki araştırmaların ne gibi neticeler doğurduğu ortaya konmaya çalışılacaktır. En son da Osmanlı klasik döneminde mütedâvil cebir eserlerinde hendesinin cebre tatbiki bulunmadığından aynı dönemde yaygın hendese eserlerindeki cebirin hendeseye uygulamaları örneklerle açıklanarak konuya farklı bir bakış açısı kazandırılacaktır.

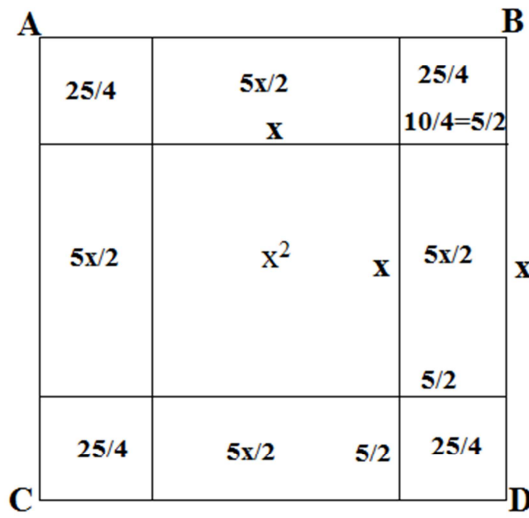
Islamischen Wissenschaften, “The Ashkal al-Ta'sîs of al-Samarkandi: A Translation and Study”, vol. XIV, s. 57-117, Frankfurt 2001.

¹⁹⁸ Eserin girişi ve nüshaları ile ilgili bilgiler için bkz.: İhsanoğlu ve diğerleri, *OMLT*, c. I, s. 3-5.

¹⁹⁹ İhsan Fazlıoğlu, <http://www.ihsanfazlioglu.net/yayinlar/makaleler/1.php?id=134>, “Osmanlı Döneminde Geometri”.

Cebir ilminin kurucusu Harezmi tarihteki ilk cebir kitabı kabul edilen eserinde altılı tasnifin katışık denklemleri için hisâbî yolla çözüm yolunu tek tek açıkladıktan sonra “bunun illetine gelince...” diyerek üç katışık denklem türünün her biri için hendesi şekiller çizer ve bu şekiller üzerinde denklemin ispatını gösterir.

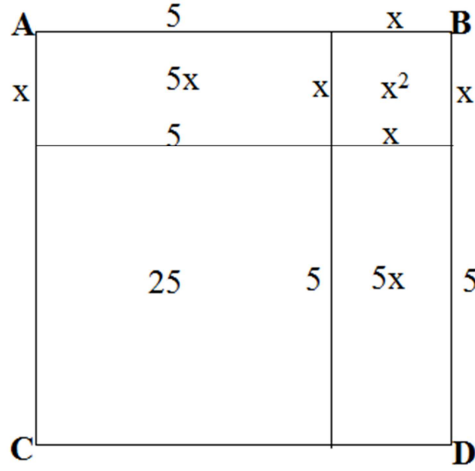
Katışık üç denklem türünün ilki $\{ax^2 + bx = c\}$ için $\{x^2 + 10x = 39\}$ denkleminin hendesî gösterim ve illeti:²⁰⁰



Yukarıdaki ABCD karesinin ortasındaki karenin alanı “mâl/x²”yi, karenin dört bir kenarındaki dörtgenlerin alanları toplamı $\left\{\frac{5x}{2} + \frac{5x}{2} + \frac{5x}{2} + \frac{5x}{2} = 4 \cdot \frac{5x}{2} = 10x\right\}$ da “şey/x”lerin sayısını göstermektedir. Ortadaki karenin alanı “x²” ile kenarlarındaki dörtgenlerin alanlarının toplamı “10x” toplandığında “39” eder. ABCD karesinin dört köşesinde kalan karelerin alanları toplamı $\left\{\frac{25}{4} \cdot 4 = 25\right\}$ diğer alanlara ilave edilirse ABCD karesinin toplam alanı $\{39 + 25 = 64\}$ olur. Bu durumda büyük karenin bir kenarı $\{8 \cdot 8 = 64\}$ olduğundan “8” olur. Öyleyse $\left\{\frac{5}{2} + \frac{5}{2} + x = 8\right\}$ denirse $\{x = 3 \text{ ve } x^2 = 9\}$ bulunur.

Aynı denklem türünün farklı bir şekilde gösterimi de mevcuttur.²⁰¹

²⁰⁰ Rüşdî Râşid, *Rıyadîyyât el-Havarizmi: Te'sîs İlmi el-Cebr*, s. 173-174.



ABCD karesinin köşesinde bir kenarı “x” olan karenin alanı “ x^2 ”yi ve bu karenin iki kenarından uzatılan ve genişliği beşer birim olan iki dikdörtgenin alanları toplamı $\{5 \cdot x + 5 \cdot x = 10x\}$ ise $\{x^2 + 10x = 39\}$ denklemindeki “şey/x”lerin sayısını temsil eder. Bu durumda bir kare ve iki dikdörtgenden oluşan ve toplam alanı “39” eden şeklin kareye tamamlanmasıyla ABCD karesi oluşur ve bu karenin içinde bir kenarı “5” ve alanı “25” birim olan başka bir kare daha meydana gelir. Bu karenin alanı diğer şekillerin toplamına ilave edildiğinde $\{39 + 25 = 64\}$ ABCD karesinin alanı ve $\{8 \cdot 8 = 64\}$ bir kenarı “8” bulunur. $\{5 + x = 8\}$ olduğundan $\{x = 3 \text{ ve } x^2 = 9\}$ çıkar.

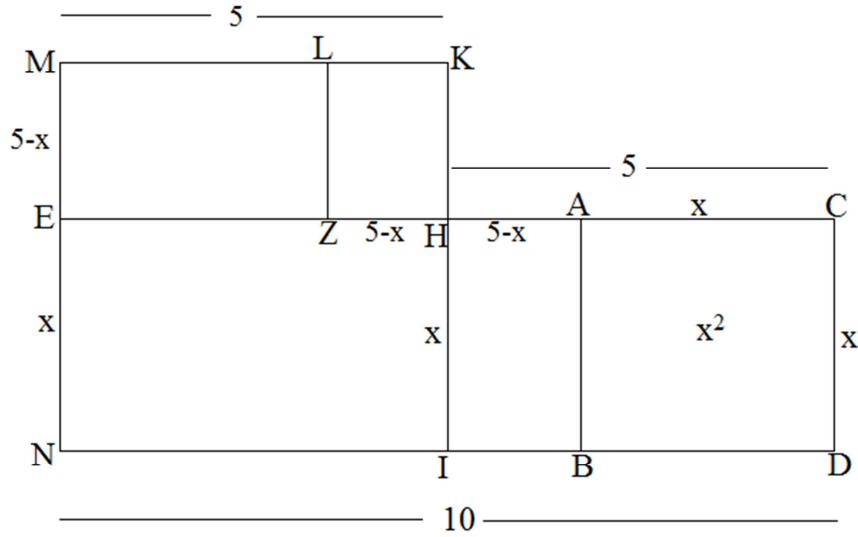
Katışık üç denklem türünün ikincisi $\left\{x < \frac{b}{2} \rightarrow ax^2 + c = bx\right\}$
için $\{x^2 + 21 = 10x\}$ denkleminin hendesi gösterim ve illeti:²⁰²

ABCD karesinin alanı “mâl/ x^2 ”i, ECND dörtgeninin alanı da “ $10x$ ”i temsil ettiğinden EANB dörtgeninin alanı da denklemdaki “21” sayısına tekabül eder. ECND dörtgenini ortasından bölen HI dikmesi çizilir, böylece HC kenarı “5” ve HA kenarı da “ $5-x$ ” olur. HI dikmesi yukarıya doğru NI ya eşit bir kenar oluşturup MKNI karesini elde etmek için uzatılır. Ardından MKEH dörtgeni içerisinde HAIB dörtgeninin eşini oluşturmak için LZ dikmesi indirilir. MKNI karesinin alanı olan “25”ten EANB

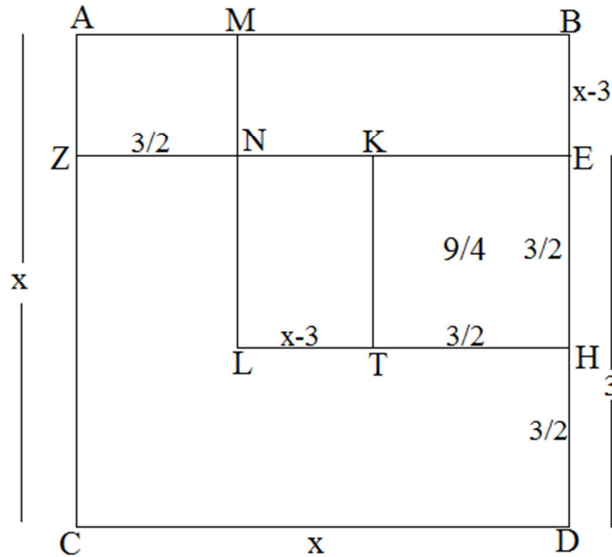
²⁰¹ Rüşdî Râşid, *Rıyadîyyât el-Havarizmi: Te'sîs İlmi el-Cebr*, s. 174-175.

²⁰² Rüşdî Râşid, *Rıyadîyyât el-Havarizmi: Te'sîs İlmi el-Cebr*, s. 175-177.

dörtgeninin alanı olan “21” çıkarılırsa LKZH karesinin alanı $\{25 - 21 = 4\}$ kalır. Çünkü MLEZ dörtgeninin alanı ile HAIB dörtgeninin alanı eşittir. Bu durumda LKZH karesinin bir kenarı $\{5 - x = 2\}$ olduğundan $\{x = 3\}$ çıkar.



Katışık üç denklemler türünün üçüncüsü $\{ax^2 = bx + c\}$ için $\{3x + 4 = x^2\}$ denkleminin hendesi gösterim ve iletisi:²⁰³



²⁰³ Rüşdî Râşid, *Rıyadîyyât el-Havarizmi: Te'sîs İlmi el-Cebr*, s. 177-179.

ABCD karesinin kenarı “x”, alanı “x²”dir ve ABZE dörtgeninin alanı “4” ile ZECD dörtgeninin alanı “3x”in toplamından meydana gelmektedir. Uzunluğu “3” olan ED kenarı H noktasından ikiye bölünür ve KETH karesi oluşturulur. AMZN dörtgeninin eşitini yapmak için H noktasından çıkan doğru devam ettirilir ve NKLT dörtgeni çizilir. Böylece MBLH karesi içindeki MBNE ve NKLT dörtgenlerinin alanları toplamı ABZE dörtgeninin eşiti yani “4” olur. Buradan MBLH karesinin alanı $\left\{4 + \frac{9}{4} = \frac{25}{4}\right\}$ bir kenarı da $\left\{\sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}\right\}$ birim çıkar. Bu sonuca HD kenarının uzunluğu eklenirse $\left\{\frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4\right\}$ bulunur ki bu büyük karenin bir kenarı olan “x”in uzunluğudur.

Harezmi’nin analitik olarak ortaya koyduğu denklemleri, Öklid’in *Kitâbu’l-Usûl/el-Ustukussât/Elemantar* eserinde bulunduğu bilgilerden esinlenerek – yukarıda görüldüğü üzere – hendesî olarak da gösterebilmesinin ardından halefleri bu hendesi gösterimleri daha sağlam temellere oturtmak için aynı telifi, bilhassa da onun ikinci kitabının beşinci ve altıncı kaziyesini²⁰⁴ kullanmışlardır. Örnek olarak Harezmi’nin en yakın haleflerinden biri olan Ebu Kâmil eserinde katışık üç denklem türünün her biri için “şey/x”e ve “mâl/x²”e ulaştıran iki farklı hisâbî yöntem vermiş; bu yöntemlerin ilkinde Harezmi’ye atıf yaparken, “şey/x” ve “mâl/x²”e ulaşma yöntemlerinin hendesi illetlerinde de Öklid’e atıf yapmıştır. Harezmi’nin diğer önemli bir halefi Sâbit b. Kurrâ ise *Tashih Mesâili’l-Cebr bi’l-Berâhîni’l-Hendesîyye/تصحيح مسائل الجبر بالبراهين الهندسية* adlı eserinde hisâbî yaklaşımı terk ederek bu üç denklem türünün çözüm ve ispatlarını tamamen *Kitâbu’l-Usûl*’ün önermelerine dayandırmıştır. O bunu, hiçbir örnek vermeden ve sayısal değer kullanmadan tamamen kuramsal bir biçimde yapmıştır. İşte Sâbit’in bu tavrı ile yani hem çözüm hem de ispat için hendeseyi kullanmasıyla “cebirsel denklemlere saf hendesî yaklaşım”ın temelleri atılmıştır.²⁰⁵

Harezmi’nin Maşrık’taki halefleri, Kerecî Okulu mensuplarına gelince; doğu ve batının ortasındaki Mısırlı ardıl Ebu Kâmil gibi hem hisâbî hem de hendesî

²⁰⁴ Richard Fitzpatrick, *Euclid’s Elements of Geometry*, s. 54-56, 2007; Anthony Lo Bello, *The Commentary of al-Nayrizi on Books II-IV of Euclid’s Elements of Geometry*, s. 29-34, Brill 2009.

²⁰⁵ Ebu Kâmil Şucâ’ b. Eslem, *Kitâb fi’l-Cebr ve’l-Mukâbele*, tahkik: Sami Şelhub, s. 20-42; Roshdi Rashed, *Thabit İbn Qurra: Science and Philosophy in Ninth-Century Baghdad*, “Resolution geometrique des equations du second degre Texte et traduction: Retablir les problemes de l’algebre par lesdemonstrations geometrique”, s. 153-169, Walter de Gruyter, Berlin 2009.

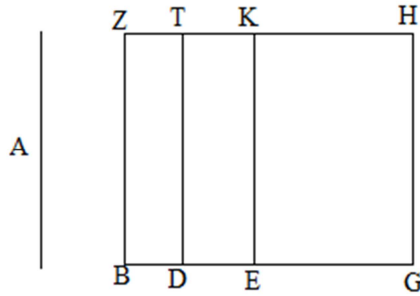
yaklaşımın yöntemlerini sunmuşlar; ancak Ebu Kâmil terazinin hendese kefesine ağırlık koyarken, Kerecî Okulu temsilcileri tam tersini yapmıştır. Onlar kendilerini, bilhassa polinomları ve irrasyonel köklere yaklaşmayı da içeren kök çıkarma yöntemlerini araştırmaya adadıklarından hisâbî yaklaşımın ilerlemesi ciddi aşamalar kaydetmiştir. Bununla birlikte Kerecî’de Ebu Kâmil ve Sâbit b. Kurrâ’da bulunmayan bir yöntem; “redd” ve “ikmâl”e başvurmadan uygulanabilen hendesî gösterim tekniğine rastlanmaktadır. Buna göre o, her katışık denklem türü için “ $mâl/x^2$ ”in katsayısı “bir”den küçük, “bir” ve “bir”den büyük olmak üzere üç farklı hendesî gösterim örneği sunmuştur. Samev’el Mağrîbî de seleflerindeki tüm yöntemleri kullanmış, her bir katışık denklem türü için, hem doğrudan “ $mâl/x^2$ ”e çıkaran hem de indirgeme ve tamamlamaya ihtiyaç duymayan hendesî teknikleri eserinde bir araya getirmiştir.²⁰⁶

İsmi hendesî cebir ile özdeşleşen Ömer Hayyam ve ardılı Şerefeddin Tûsî cebirsel denklemlerin sayısını hendesî gösterime uygun olanlarla yani birinci, ikinci ve üçüncü dereceden denklemlerle sınırlayıp “mesâil-i sitte”nin yerine yirmi beş denklemi içeren yeni bir tasnif sunarak haleflerinden keskin bir şekilde ayrılmışlardır. Hayyam’dan önce de kübik denklemlerle ilgili olarak cebir ve hendese arası geçişlere rastlansa da o, birinci ve ikinci dereceden denklemlerle birlikte üçüncü dereceden denklemleri de belirli bir tertip içerisinde denklemler tasnifine sokup koni kesitleri kullanarak hendesî gösterimi yapan ilk matematikçi kabul edilmektedir. Onun bu hendesî tavrı üçüncü ve daha üst derecedeki denklemlerin hisâbî yaklaşımla tek çözüm yöntemini “istikrâ/varsayım” olarak görmesinden ve bu yöntemi yeterli derecede sağlam bulmamasından kaynaklanmaktadır. Ona göre en sağlıklı yöntem hendesî yöntemdir ve bu yöntemle de kübik denklemlerden daha ileri gidilemez, öyleyse cebirsel denklemlerin sayısı sınırlıdır. Ancak durum Hayyam’ın düşündüğünden bir miktar farklıdır. Çünkü dönemin matematikçileri bilhassa “belirsiz denklemler/ المعادلات السیالة” bölümünde iki bilinmeyenli denklemleri çözebilmek için “istikrâ” yöntemini kullansalar da bir bilinmeyenli yüksek dereceli denklemlerin çözümünde daha önce açıklanan yöntemlerle birlikte yıllar boyu Müslüman bilginlerin elinde gelişen kök çıkarma tekniklerini uygulamışlardır. Hatta Hayyam’ın halefi Şerefeddin Tûsî, selefinin

²⁰⁶ Ahmed Selim Saidan, *Tarih İlmi el-Cebr fi'l-Alemi'l-Arabi*, “Kitâbu'l-Fahrî li'l-Kerecî” bölümü, c. I, s. 151-163; Samevel Mağribî, *el-Bâhir fi'l-Cebr*, tahkik ve tahlil: Salah Ahmed-Rüşdi Raşid, s. 78-89.

hendesî yaklaşımını devam ettirmenin yanında bugün “Ruffini – Horner metodu” olarak bilinen hisâbî kök çıkarma yöntemini sadece herhangi bir sayının kökünü çıkarmak için değil polinom denklemleri için de tatbik etmiştir.²⁰⁷

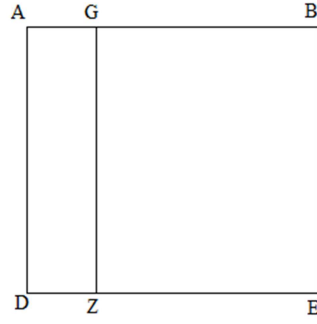
Osmanlı klasik dönemine gelince; sağlam temellere dayanan ve herhangi bir dereceden kök çıkarmayı mümkün kılan tekniklerin gelişmesi ve bu tekniklerin cebirsel denklemlere uygulanabilmesi neticesinde dönemin matematikçilerinin, hendesî yaklaşıma göre daha pratik ve gelişmeye açık buldukları hisâbî yaklaşımı tercih ettikleri söylenebilir. Onlar hendesî çözüm ve ispat yöntemlerine tamamen vâkıf idiler; ancak bu yöntemler hisâbî yöntemlere nispetle daha teferruatlı olduğundan çoğunlukla şerh ve hâşiyelerde kullanmayı uygun görmüşlerdir. Bununla birlikte konunun başında da ifade edildiği gibi hendese ve mesâha ilimleri içerisinde cebirsel ifade ve denklemleri kullanarak hem mezkûr ilimlerin gelişimine katkı sağlamışlar hem de cebir ilminin kullanım/uygulama alanlarının sayısını arttırmışlardır. Bu anlatılanları daha açık hale getirmek için Kadızâde’nin *Şerh Eşkâl et-Te’sîs* adlı eserindeki otuz beş şekilden cebirsel yöntem kullanılan son beş tanesi örnek olarak verilebilir.²⁰⁸



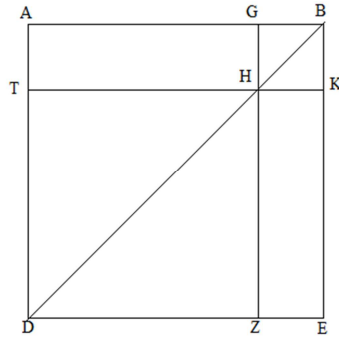
Eserin bu **otuz birinci** şeklinde $\{BG = BD + DE + EG \Rightarrow A \times BG = (A \times BD) + (A \times DE) + (A \times EG)\}$ ifadesinin hendesi gösterimi sunulmaktadır.

²⁰⁷ Ömer Hayyam, *Resâilü'l-Hayyam el-Cebriyye*, “el-Makâle fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele”, tahkik: Rüşdi Raşid-Ahmed Cebbar, s. 5-9; Rüşdi Raşid, *el-Cebr ve'l-Hendese fi'l-Karni's-Sâni Aşer: Müellefât Şerefeddin et-Tûsî*, s. 91-160, 459-463.

²⁰⁸ Şemseddin Semerkandî, *Eşkâlu't-Te'sîs*, şârih: Kadızâde Rûmî, tahkik: Muhammed Süveysi, s. 170-185, Tunus 1984.

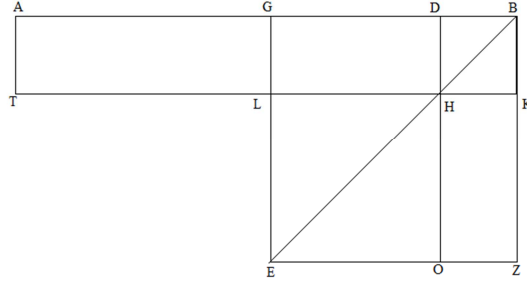


Otuz ikinci şekilde bir doğrunun meydana getirdiği alanın, parçalarının meydana getirdiği alanların toplamına eşit olduğu gösterilmektedir. Cebirsel olarak şöyle ifade edilebilir: $AD = GZ = BE \Rightarrow A(ABDE) = A(AGDZ) + A(GBZE)$



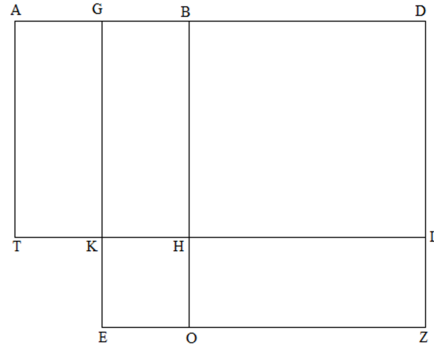
Otuz üçüncü şekilde ise, bir karenin iki dörtgen oluşturmak koşuluyla herhangi bir noktadan bölünmesi ve o bölünen noktadan geçen bir köşegen çizilmesiyle kare eşit/ikiz alanlara bölündüğü ve bu alanların toplamı yine büyük karenin alanını verdiği gösterilmektedir. Böylece;

$$\{AB = AD \text{ ve } AB = AG + GB \Rightarrow A(AGTH) = A(HKZE) \Rightarrow A(ABDE) = A(THDZ) + A(GBHK) + A(AGTH) + A(HKZE)\} \text{ olur.}$$



Otuz dördüncü şekle gelince; bir önceki şekille benzer özellikleri taşır. Ancak burada karenin dışındaki bir dörtgenin içindeki dörtgene eşit olmasıyla karenin alanının dışındaki bir dörtgenle de tamamlanabileceği gösterilir.

$$\begin{aligned}
 \{AG = GB \text{ ve } AB = AD + DB \Rightarrow A(GDLH) &= A(HKOZ) \text{ ve } A(GBLK) \\
 &= A(AGTL) = A(DBOZ) \text{ olur ve } A(ADTH) \\
 &= A(GDLH) + A(DBHK) + A(HKOZ) \Rightarrow A(GBZE) \\
 &= A(ADTH) + A(DBHK) + A(LHEO) + A(GBEZ)\}
 \end{aligned}$$



Son şekil olan **otuz beşinci** şekilde yine karenin dışındaki bir dörtgenin içerisindeki dörtgene eşit olmasıyla alan hesaplamasında bunların nasıl yer değiştirebilecekleri ispatlanmaktadır.

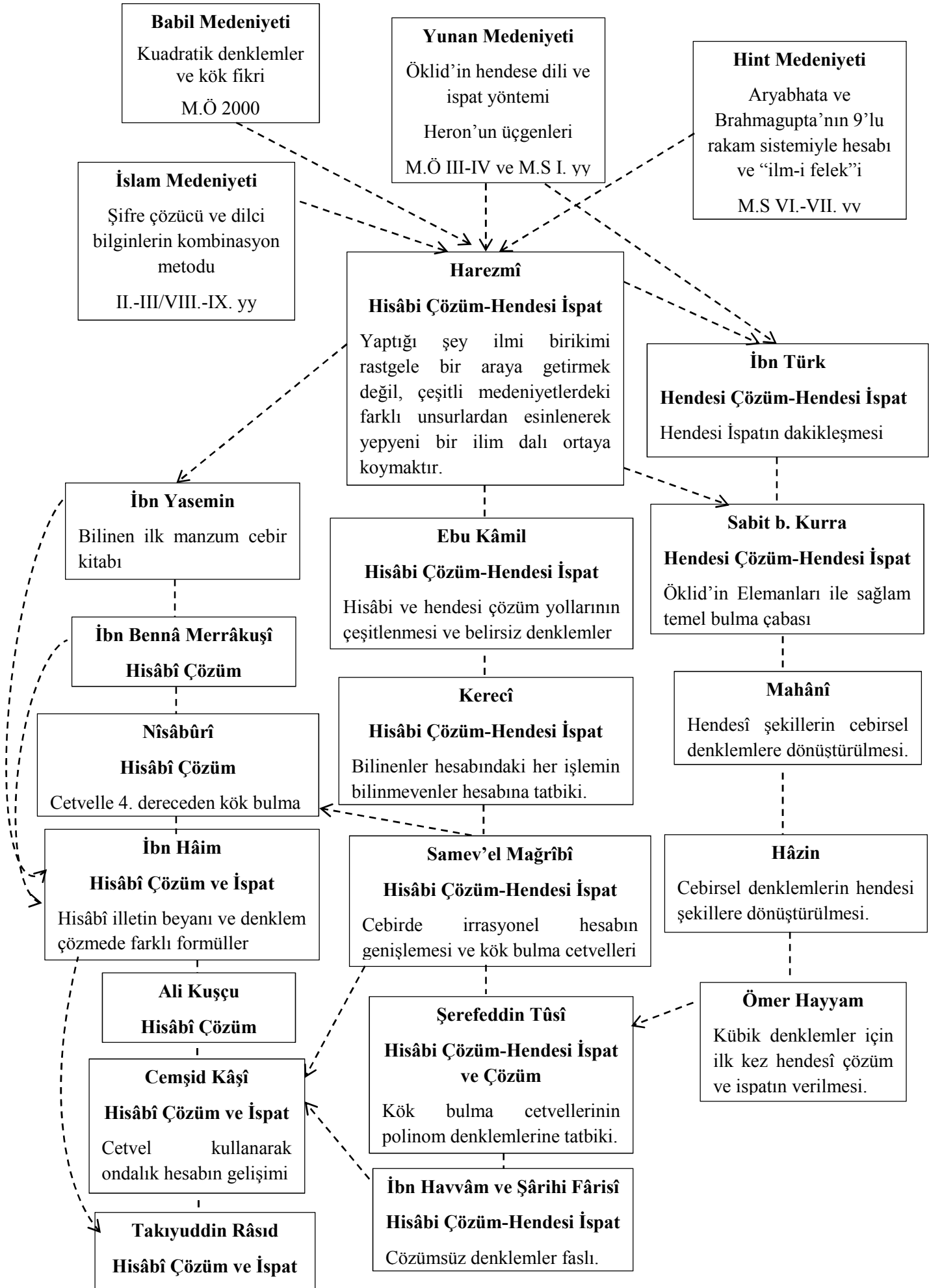
$$\begin{aligned}
 \{AG = GB \Rightarrow AD = GB + GD \Rightarrow A(ADTL) &= A(GBKH) + A(BDHL) + \\
 A(HLOZ) \text{ ve } A(GDEZ) &= A(ADTL) + A(KHEO) \text{ olur.}\}
 \end{aligned}$$

Bu beş şekil ve ispatları dikkatli incelenirse Harezmî ve haleflerinin üç katışık denklem türünün çözümlerini kanıtlamak için kullandıkları şekil ve kurallara ne kadar benzediği fark edilir. Öyleyse İslam medeniyeti cebir geleneğinde hendesi ispatlar için Öklides'in bu şekillerinden faydalandığı gibi Osmanlı klasik dönemi hendese geleneğinde de hesap ve cebir ile bağların sürekliliği için yine bu şekillerden yararlanılmıştır denilebilir.

Sonuç olarak, Harezmî Öklides'ten hendese dilini ve zorunlu ispatın ölçüsünü ödünç almış, hendese ve cebirin ortak noktalarını/problemlerini tespit ederek Öklides'in hendesede uyguladığı yöntem ve ispatları cebir ilmine aktarmış ve bunu cebirsel denklemlerin çözümünde uyguladığı algoritmanın kanıtına ve kurmaya çabaladığı cebirsel denklemler teorisine uyarlamıştır.²⁰⁹ Haleflerinin bir kısmı Harezmî'nin bu uyarlamacı/eklektik tavrını devam ettirip geliştirirken bir kısmı onun kalıcı tasnif ve algoritmasını kendilerine kılavuz edinmiş ve cebre hisâbî yaklaşım denilen geleneği oluşturmuştur. Diğer bir kısım halef ise onun esinlendiği Öklid geometrisine ağırlık vererek hendesî cebir geleneğini kurmuş, bu yoldaki çabaları nihayetinde cebirsel bir denklemi hendesi bir şekle dönüştürerek çözme veya hendesi bir problemi cebirsel bir denklem haline getirmek gibi çok mühim keşiflere imza atmışlardır. Hatta bu geleneğin en önde gelen temsilcilerinden Ömer Hayyam'ın kendisinden altı asır sonra “analitik geometri” diye isimlendirilecek ve Fransız bilgin Rene Descartes'ın (1596 – 1650) adıyla özdeşleşecek bu yeni ilim dalının temellerini attığı söylenebilir. Osmanlı klasik dönemine gelince, İslam medeniyetinin ve ilim-kültür havzasının doğal bir devamı olan bu dönemde cebir ilminden hendesi unsurlar ayıklanmış, ancak hendese ve mesâhada cebirsel unsurlara yer verilerek hem bu ilimlerde gelişmeye olanak tanınmış hem de cebir ilminin uygulama alanı genişletilmiştir.

Cebir tarihindeki “hisâbî+hendesî cebir”, “saf hendesî cebir” ve “saf hisâbî cebir” yaklaşımlarını bir tablo üzerinde görmek daha aydınlatıcı olabilir:

²⁰⁹ Rüşdî Râşid, *Rıyadîyyât el-Havarizmî: Te'sîs İlmi el-Cebr*, s. 99.



5. Belirsiz ve Çözüksüz Denklemler

Cebir düşüncesinin bir ilim olarak ortaya çıktığı ve cebirsel denklemler teorisinin kurulmaya çalışıldığı dönemde bu teori, denklemler tasnifi, denklemlerin hisâbî yolla çözümü ve hendesî yolla ispatı gibi sınırlı sayıda fasıl içermekteydi. Ancak bu ilmin İslam coğrafyasındaki bilginlerin elinde gün be gün büyüyüp serpilmesi, yeni yeni teknik ve yöntemlerle genişlemesiyle cebirsel denklemler teorisinin fasıllarına “Belirsiz denklemler/المعادلات السیالة” ve “çözüksüz denklemler” fasılları da ilave olmuştur.

5.1. Belirsiz Denklemler

“Belirsiz denklemler/المعادلات السیالة”, çoğunlukla “istikrâ” yöntemine dayanan ve bilinmeyen durumuna ve denklemin konumuna uygun bir şekilde bilinen veya bilinmeyen başka bir nicelik farz edilmesi sayesinde çözüme ulaşılabilen, varsayıma bağlı olarak da birden fazla çözüm kümesi bulunan denklem türüdür. Bu denklemler Osmanlı klasik döneminde yaygın cebir eserlerinde “Belirsiz denklemler/المعادلات السیالة” başlığı altında değil de “istikrâ/الإستقراء” faslı altında veya altı denklem türünün arkasından incelenen ve yüksek dereceli denklemleri, iki bilinmeyenli denklemleri ve polinom denklemlerini ihtiva eden çeşitli denklem örnekleriyle birlikte verilmektedir. İstikrâ ise daha çok kök çıkarma konusu altında işlenmektedir; çünkü kök çıkarma bâbı sadece bilinen nicelikleri değil bilinmeyen tek terimli ve çok terimli nicelikleri yani polinomları da kapsamaktadır. Belirsiz denklemleri ve çözüm yollarını anlamak için öncelikle “istikrâ”nın anlamı ve keyfiyeti izah edilmelidir. Bunun için İbn Hâim’e kulak vermekte fayda vardır:

ومعناه عند الحساب في الجذر أن يرد عليك جملة من جنس أو جنسين متوالين أو أجناس متوالية وهي مجذورة في المعنى دون ما يدل عليه اللفظ ويطلب معرفة جذرها. كأن يقال " مال وأربعة أشياء يعدل مربعا"، فهذه من حيث اللفظ غير مجذورة لما عرفت في التجذير ومن حيث المعنى مجذورة لمعادلتها مربعا والغرض جذرها، فينبغي أن تحصل بالإستقراء ما إذا ضربته في نفسه وعادلت بالحاصل مالا وأربعة أشياء، فتصير المسألة بعد الجبر والمقابلة الى معادلة جنس واحد لجنس واحد يليه ويخرج الجذر معلوما.²¹⁰

²¹⁰ İHa, vr. 66b-67a.

Hussâba göre onun(istikranın) cezr/kök (bahsindeki) anlamı; bir cins, ardışık iki cins veya ardışık cinslerden (meydana gelen) bir ifadenin – ki ona delalet eden lafız olmaksızın (sadece) anlam olarak kökü vardır – sana varid olması/ulaşması ve (o ifadenin) kökünün bilgisinin istenmesidir. “Mal artı dört şey tam kareye eşit olur” denmesi gibidir. Kök çıkarmayı bilince bu, lafız bakımından kökü olmayandır; (ama) eşit olduğu şey tam kare olduğu için anlam bakımından kökü olandır ve amaç onun köküdür; onun da istikra ile elde edilmesi gerekir. Onu kendisiyle çarptığında ve sonucu mal artı dört şeye eşitlediğinde, mesele, cebir ve mukabeleden sonra bir cinsin onu takip eden bir cinse eşit olduğu denkleme dönüşür ve kök, bilinen olarak çıkar.

Yukarıdaki metinden iki mühim netice çıkarılabilir; ilki “istikrâ yöntemi”nin Ömer Hayyam’ın iddiasının aksine bilinen kök çıkarma yöntemlerinden farklı olmasıdır. Buna göre yalın veya bileşik, bilinen veya bilinmeyen herhangi bir niceliğin lafzen kökü yok ama manen kökü varsa istikrâ yöntemi, hem lafzen hem de manen kökü varsa diğer kök çıkarma yöntemleri tatbik edilir. İkincisine gelince; istikra yöntemi uygulanacak ifade yalın değil de mürekkep ise cinslerin üslerinin ardışık olması gerekliliğidir. Öyleyse bu yöntem “polinom denklemleri”nde de tatbik edilmektedir. Konu birkaç örnek ile daha açık bir hale getirilebilir:

Belirsiz denklem örnekleri:²¹¹

► Belirsiz denklemlerin pek çok cevabı olabilir, mesela ilk örnekte üç tane çözüm kümesi sunulmuştur.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{1a.} \quad x^2 + 4x = y^2 \text{ olmak üzere } x =? \text{ ve } y =? &\Rightarrow y = 2x \text{ varsayılırsa } x^2 + 4x \\
 &= (2x)^2 \Rightarrow x^2 + 4x = 4x^2 \Rightarrow 4x = 3x^2 \Rightarrow x = 1 + \frac{1}{3} \text{ ve } x^2 \\
 &= 1 + \frac{7}{9} \text{ olur } x^2 + 4x = 1 + \frac{7}{9} + 4 \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 7 + \frac{1}{9} = y^2 \\
 &\Rightarrow y = 2 + \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

1b. $x^2 + 4x = y^2$ olmak üzere $y = x$ varsayılırsa denklem geçersiz olur.

²¹¹ İHa, vr. 67a.

$$\begin{aligned}
1c. \quad x^2 + 4x = y^2 \text{ olmak üzere } y = x + \frac{x}{2} \text{ varsayılırsa } x^2 + 4x &= \left(x + \frac{x}{2}\right)^2 \\
\Rightarrow x^2 + 4x &= \frac{9x^2}{4} \Rightarrow 4x = \frac{5x^2}{4} \Rightarrow x = 3 + \frac{1}{5} \\
\Rightarrow x^2 &= 10 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \Rightarrow x^2 + 4x = 10 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} + 4 \cdot \left(3 + \frac{1}{5}\right) \\
&= 23 + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = y^2 \Rightarrow y = 4 + \frac{4}{5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1d. \quad x^2 + 4x = y^2 \text{ olmak üzere } y = x - 1 \text{ varsayılırsa } x^2 + 4x &= (x - 1)^2 \\
\Rightarrow x^2 + 4x &= x^2 - 2x + 1 \Rightarrow 6x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{6} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9} \\
\Rightarrow x^2 + 4x &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9} + 4 \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9} = y^2 \Rightarrow y = \frac{5}{6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2a. \quad 9 + 16x + 4x^2 = y^2 \text{ olmak üzere } y = 2x - 5 \text{ varsayılırsa } 9 + 16x + 4x^2 \\
&= (2x - 5)^2 \Rightarrow 9 + 16x + 4x^2 = 4x^2 + 25 - 20x \Rightarrow 36x = 16 \\
\Rightarrow x &= \frac{4}{9} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{9} + \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{9} \Rightarrow 9 + 16x + 4x^2 \\
&= 9 + 16 \cdot \frac{4}{9} + 4 \left(\frac{1}{9} + \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{9}\right) = 16 + \frac{8}{9} + \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} = y^2 \Rightarrow y = 4 + \frac{1}{9}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2b. \quad 9 + 16x + 4x^2 = y^2 \text{ olmak üzere } y = 3 - 3x \text{ varsayılırsa } 9 + 16x + 4x^2 \\
&= (3 - 3x)^2 \Rightarrow 9 + 16x + 4x^2 = 9 + 9x^2 - 18x \Rightarrow 5x^2 = 34x \\
\Rightarrow x &= 6 + \frac{4}{5}
\end{aligned}$$

Yüksek dereceli denklemler hisâbî yaklaşım temsilcileri tarafından bugün “Ruffini – Horner metodu” denilen tekniğin yanında “istikrâ yöntemi” ile de çözülmekteydi. Bu yüzden “istikrâ”, kübik denklemlerden daha üst dereceli denklemlerin sağlam çözüm ve ispat yöntemi bulunmadığını iddia ederek cebirsel denklemlerin sayısını sınırlayan hendesî cebircilere cevap vermek ve onların iddialarını çürütmek için sunulan örneklerde²¹² de kendini gösterir.

²¹² İHa, vr. 77b-78a.

Örnek 1:

$$x^4 + 5x^2 = 126 \text{ olmak üzere } x^2 = y \text{ varsayılırsa } y^2 + 5y = 126$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 126} - \frac{5}{2} \Rightarrow y = 9 \text{ olur. } x^2 = y \text{ varsayılmıştı}$$

$$\Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x^4 = 81 \Rightarrow 5x^2 = 45 \text{ ve } 81 + 45 = 126 \text{ olur.}$$

Örnek 2:

$$x^4 + 24 = 10x^2 \text{ olmak üzere } x^2 = y \text{ varsayılırsa } y^2 + 24 = 10y \text{ ve } c$$

$$< \left(\frac{b}{2}\right)^2 \text{ olmak üzere } y_{1,2} = \frac{10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 24} \Rightarrow y_1$$

$$= 6 \text{ ve } y_2 = 4 \Rightarrow x^2 = y \text{ varsayılmıştı} \Rightarrow x_1^2$$

$$= 6 \text{ ve } x_2^2 = 4 \Rightarrow x_1 = \sqrt{6} \text{ ve } x_2 = 2 \Rightarrow x_1^4$$

$$= 36 \text{ ve } x_2^4 = 16$$

Örnek 3:

$$x^4 = 2x^2 + 8 \text{ olmak üzere } x^2 = y \text{ varsayılırsa } y^2 = 2y + 8 \text{ olmak üzere } y$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + 8} + \frac{2}{2} \Rightarrow y = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \text{ olur.}$$

Örnek 4:

$$x^7 = 28x + 4x^4 + \frac{x^4}{2} \text{ olmak üzere üsler } 7, 4, 1 \text{ yani } 3' \text{ er ardışık}$$

$$\Rightarrow \text{sırayla } 5, 3, 1 \text{ yani ikişer ardışık olarak üsler azaltılır}$$

$$\Rightarrow y^2 = 28 + 4y + \frac{y}{2} \text{ olmak üzere } y = \sqrt{\left(\frac{4 + \frac{1}{2}}{2}\right)^2 + 28} + \frac{4 + \frac{1}{2}}{2}$$

$$\Rightarrow y = 8 \text{ olur ve } 3' \text{ er ardışık olduğundan aslında } x^3 = 8$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ olur.}$$

Uyarı: Denklemdaki terimlerin üsleri sayısal bir orana göre ardışık olduğunda işlemler yukarıdaki gibi yapılır, ancak ardışık olmadığında aşağıdaki gibi başka bir yöntem izlenir.

Örnek 5:

$$\begin{aligned}
 a + b = 10 \text{ ve } b\sqrt{a} = 12 \text{ olmak üzere } a = x^2 \text{ ve } b \\
 &= 10 - x^2 \text{ varsayılırsa } x(10 - x^2) \\
 &= 12 \text{ olmak üzere } 10x - x^3 = 12 \Rightarrow 10x = 12 + x^3 \\
 &\Rightarrow 10x \cdot x = x(12 + x^3) \Rightarrow 10x^2 = x^4 + 12x \\
 &\Rightarrow 10x^2 - 12x = x^4 \Rightarrow \sqrt{10x^2 - 12x} = \sqrt{x^4} \\
 &\Rightarrow \sqrt{10x^2 - 12x} = x^2 \Rightarrow x^2 = 2x \text{ varsayılırsa } \sqrt{10x^2 - 12x} \\
 &= 2x \rightarrow 10x^2 - 12x = 4x^2 \Rightarrow 6x^2 = 12x \Rightarrow x = 2 \Rightarrow a \\
 &= 4 \text{ ve } b = 6
 \end{aligned}$$

Örnek 6:

$$\begin{aligned}
 (2x^2 + x^2)^2 + \frac{(2x^2 + x^2)^2}{3} + 1 = 4 \text{ olmak üzere } x^2 \\
 &= y \text{ varsayılırsa } (2y + y)^2 + \frac{(2y + y)^2}{3} + 1 = 4 \Rightarrow 9y^2 + \frac{9y^2}{3} \\
 &= 3 \Rightarrow 12y^2 = 3 \Rightarrow y^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

Örnek 7:

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{x^2}{3} + 1\right) \cdot \left(\frac{x^2}{4} + 1\right) = 20 \text{ olmak üzere } x^2 = y \text{ varsayılırsa } 1 + \frac{y}{3} + \frac{y}{4} + \frac{y^2}{6} \cdot \frac{1}{2} \\
 = 20 \Rightarrow y = 12 \Rightarrow x^2 = 12 \Rightarrow x = \sqrt{12}
 \end{aligned}$$

Osmanlı klasik döneminde kullanılan matematik kitaplarındaki belirsiz denklem örnekleri ve istikra yoluyla denklemlerin çözüm kümesine nasıl ulaşılacağı ile ilgili bilgi ve açıklamaların ardından bahsi geçen denklem türü ve çözüm yönteminin arka planına bakılabilir.

Modern matematikte “Diyofantin denklemleri/Diophantine equation” olarak bilinen ve Yunan matematikçi İskenderiyeli Diyofantus’a (200-214/284-298) atfedilen bu denklem türü daha sonraları Hintli matematikçi Aryabhata (476-550) tarafından da incelenmiştir. İslam dünyası matematikçilerine gelince; bu tür denklemler ilk olarak Harezmi’nin en yakın haleflerinden Ebu Kâmil’de görülmektedir. O eserinin son bölümünü belirsiz denklem örnek ve çözümlerine ayırarak selefi Harezmi’den farklılaşır. Hatta Ebu Kâmil daha da ileriye giderek bu konuda *Kitâb Tarâif el-Hisâb*/كتاب طرائف الحساب adlı müstakil bir eser telif eder.

حتى وردت علي منه مسألة، فحسبتها، فوجدت فيها جوابات كثيرة. واستقصيت ما فيها من الجوابات، فخرج لي الفان وستمئة وستة وتسعون جوابا صوابا، فكثير تعجبي من ذلك، وعلمت أنني متى أخبرت به، استعظم واستفزع، واتهمني من لا يعرفني. فرأيت أن أولف كتابا في هذا الصنف، وأسهل العمل فيه، وأقرب مأخذه، وأدل على استخراج الصواب في المسألة التي يمكن فيها ذلك، وأبين ما كان لا يمكن فيه إلا جواب واحد، وأشرح ما لا يمكن فيه جواب البتة بعمل صحيح وقول برهاني، حتى آتي على المسألة التي أعلمتك أن فيها الفين وستمئة وستة وتسعين جوابا صوابا، فيسقط التهمة، ويذهب الظن، ويصح القول، وينكشف الصواب.²¹³

Bana belirsiz denklem problemlerinden bir mesele/problem ulaştı, hesapladım, pek çok cevap buldum. Cevapları azalttım, iki bin altı yüz doksan altı doğru cevap çıktı, bu durumla ilgili hayretim arttı ve ne zaman o çözümümünden bahsetsem kibirli ve kötü görüldüğümü anladım. Beni tanımayanlar konuyla ilgili suçlamalarda bulundular. Ben de bu sınıf/denklem türü hakkında - elbette sahih işlem ve burhânî söz ile - bir kitap telif etmeye ve o kitapta işlemleri kolaylaştırmaya, (çözüme) çıkışı yakınlaştırmaya, doğru cevabın istihracı mümkün olan problemde bunu (çözüm yolunu) ispat etmeye, sadece bir cevap mümkün olanları açıklamaya ve cevap getirmek mümkün olmayanları şerh etmeye karar verdim. Böylece iki bin altı yüz doksan altı doğru cevap olduğunu bildirdiğim problemin izahına sıra gelsin ki, suçlama düşsün, zann gitsin, söz doğrulansın ve doğru ortaya çıksın.

Burada Ebu Kâmil’in “sınıf” kelimesiyle işaret ettiği belirsiz denklemleri sağlam, doğru, burhânî, pratik ve açık bir şekilde ortaya koyma çabası dikkat çekmektedir. Onun “belirsiz denklemler” bahsini önemseyen bu tavrı sonraki matematikçileri etkilemiş ve konu zamanla cebirsel denklemler teorisinin kayda değer

²¹³ Ahmed Selim Saidan, *Tarih İlmi el-Cebr fi'l-Alemi'l-Arabi*, “Kitâb Tarâif el-Hisâb li-ebî Kâmil” bölümü, c. I, s. 67.

bir parçası haline gelmiştir. Cebirsel denklemlerin çözümüne hisâbî yaklaşımın temsilcileri olan Kerecî ve Bennâ Okulu da bu denklem türünün çözüm yöntemlerini genişletip mantıki bir temele oturarak geleneği devam ettirmişlerdir. Hendesi yaklaşımın temsilcileri ise Kerecî Okuluna dayanan ve belirsiz denklemler için genel çözüm yolu öneren “istikra yöntemi”ni kesinlik ve sağlamlık açısından yetersiz bularak cebirsel denklemlerin çözümünde sadece bu yönteme dayanan matematikçileri eleştirmişlerdir.

5.2. Çözumsuz Denklemler

Konuya başlamadan önce “çözumsuz denklemler” ile “imkânsız denklemler”in aynı şeyi ifade etmediklerini, birbirlerinden tamamen farklı kavramlar olduklarını belirtmek gerekmektedir. Buna göre ilki, cebirsel bir denklem olarak varlığa çıkması bakımından muhal değildir, aksine denklem olmağın tüm şartlarını haizdir, ancak henüz çözüm yolu keşfedilememiştir. İkincisi ise; cebirsel bir denklem olmak için gereken şartları taşımadığından en başta reddedilmiş ve imkânsız olarak isimlendirilmiştir. Eserleri Osmanlı klasik döneminde mütedâvil olan matematikçilerinden İbn Havvâm, *Fevâidü'l-Bahâiyye* adlı eserinin cebir bölümünün sonunda “çözumsuz denklemler” için açtığı ayrı fasıl ile meslektaşları arasında temayüz etmektedir. O, bahsi geçen fasla yukarıda verilene benzer bir uyarı ile başlar:

ولسنا ندعي فيما أنا نقيم البرهان على امتناعها، وإنما نقول إننا لا يمكننا عملها. فمن كان في قوته الوصول إليها، ففي قوته ما ليس في قوتنا.²¹⁴

Biz onların (cevap getirmenin mümkün olmadığı mesâilin) imkânsızlığını ispatladığımızı iddia ediyor değiliz, sadece onun işleminin mümkün olmadığını söylüyoruz. Ona ulaşmak kimin kudretindeyse bizim kudretimizde olmayan (o) şey onun kudretindedir.

İkazın ardından Havvâm, yaşadığı döneme kadar çözülememiş ya da çözülmüşse bile çözüm yolundan haberdar olmadığı otuz üç tane meseleyi ortaya koyar.²¹⁵ Bunların en dikkat çekenlerini burada zikretmek uygun olacaktır.

²¹⁴ İH, vr. 99a.

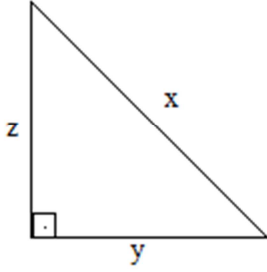
²¹⁵ Bu problemlerin tamamının tafsilatlı açıklaması karşılaştırmalı değerlendirmesi için bkz.: İhsan Fazlıoğlu, *Osmanlı Bilimi Araştırmaları Dergisi*, “İbn el-Havvâm (öl. 724/1324), Eserleri ve el-Fevâid el-Bahâiyye fî el-Kavâid el-Hisâbiyye'deki Çözumsuz Problemler Bahsi”, s. 69-128, İstanbul 1995.

Çözüksüz denklem örnekleri:

1. Toplamları tam kare olan ve her ikisinin karesinin toplamı üçüncüsünün karesine eşit olan tam kare üç sayı istiyoruz.

$$a^2 + b^2 + c^2 = d^2 \quad \text{ve} \quad a^4 + b^4 = c^4 \quad \text{ve} \quad a^4 + c^4 = b^4 \quad \text{ve} \quad b^4 + c^4 = a^4$$

2. Her bir kenarı tam kare bir sayıya eşit olan dik açılı bir üçgen bulmak istiyoruz.



$$x = a^2 \quad \text{ve} \quad y = b^2 \quad \text{ve} \quad z = c^2$$

3. Dört tane tam kare sayı bulmak istiyoruz. (bunların) İlki kendisi ile, çıkan sonuç ikincisi ile, çıkan sonuç üçüncüsü ve çıkan sonuç dördüncü ile çarpıldığında baştaki dört sayı geri gelir.

$$(a^2 \cdot a^2, \quad a^2 \cdot a^2 \cdot b^2, \quad a^2 \cdot a^2 \cdot b^2 \cdot c^2, \quad a^2 \cdot a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 \cdot d^2) = (a^2, \quad b^2, \quad c^2, \quad d^2)$$

4. İki tane tam küp sayı bulmak istiyoruz. Bu sayıların her birini diğerine bölüp çıkanları topladığımızda sonuç tam kare bir sayı olur.

$$\frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{a^3} = c^2$$

5. İki tane tam kare sayı bulmak istiyoruz. Bu sayıların her birini diğerine bölüp çıkanları topladığımızda ve (çıkanı) sayıların biriyle çarptığımızda sonuç tam kare bir sayı olur.

$$\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}\right) \cdot a^2 = c^2 \quad \text{veya} \quad \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}\right) \cdot b^2 = d^2$$

6. Tam küp bir sayı bulmak istiyoruz. Bu tam küp sayı ile onun tam karesi arasındaki fark (yine) bir tam karedir.

$$(a^3)^2 - a^3 = b^2 \Rightarrow a^6 - a^3 = b^2 \text{ veya } a^3 - (a^3)^2 = c^2 \Rightarrow a^3 - a^6 = c^2$$

7. Tam küp bir sayıyı (yine) tam küp olan iki parçaya bölmek istiyoruz.

$$a^3 = b^3 + c^3$$

8. Varsayılan bir sayıyı biri tam kare diğeri de tam küp olmak üzere iki parçaya ayırmak istiyoruz.

$$a = x^2 + y^3$$

9. Varsayılan bir sayıyı iki tam küp parçaya ayırmak istiyoruz.

$$a = x^3 + y^3$$

10. Tam kare bulmak istiyoruz. Üçte birini ve kökünü atar sonra da kalanın kökünün 10 katı alınırsa, (sonuç) attığımız (sayılar) gibi olur.

$$\sqrt{a^2 - \left(\frac{a^2}{3} + a\right)} \cdot 10 = \frac{a^2}{3} + a$$

Osmanlı klasik dönem matematikçileri arasında, cebir kitabının veya bölümünün sonunda cebir ilminin meşhur, yaygın ve pedagojik açıdan faydalı problemlerinden örnekler vermek sık rastlanan bir durum iken çözümsüz problem örnekleri sunmak nadirattandır. Bunun muhtemel sebebi, üretilen eserlerin büyük kısmının medreselerde eğitim amaçlı kullanılması ve buna bağlı olarak da müelliflerin eserden faydalanan öğrencilerin zihinlerini karıştıracak bahislerden uzak durmaya çalışmalarıdır. Buna ilave olarak, çözümsüz problemler matematikçiler arasında zaten bilindiğinden eserlerine böyle bir bölüm eklemeye gerek duymadıkları da düşünülebilir. Son olarak cebir ilminin tarihsel sürecine bakıldığında, çözümsüz denklemler bahsinin Osmanlıdaki kadar yaygın olmadığı mülâhaza edilir. Zira İbn Havvâm'ın ardından

şarihleri Kemaleddin Fârisî ile İmâduddin Kâşî de bu konuya önem vermişlerdir. Fârisî şerhinde problemleri çözmeye çalışmamakta ancak ifadesine göre; Havvâm'ın önceleri çözmeye çalışıp çözemediği, daha sonra hocasıyla birlikte çözüm yolunu bulduğu bir problemi ortaya koymaktadır. Fakat verdiği problem Havvâm'ın sunduklarından biri değildir. Kâşî ise şerhinde çözümsüz problemlerin dördüncüsünü çözmeye çalışmaktadır. Bu da bu tür problemlere olan ilgilinin süreç içerisinde devam ettiğinin göstergesidir. Bunlara ilave olarak II. Bayezid'e sunulan müellifi meçhul eser *İrşâdu't-Tullâb*'ın hatimesinde²¹⁶ İbn Havvâm'a çözümsüz bir problem örneği atfedilmektedir. Ancak Fârisî'nin verdiği örnek gibi bu da Havvâm'ın problemleri arasında bulunmamaktadır. Son olarak, Osmanlı klasik dönem sonrası medreselerde en çok okutulan ve ilmi çevrelerde en yaygın olan eser unvanına sahip Bahâuddin Âmilî'nin *Hulâsatu'l-Hisâb* adlı eserinde de yedi tane çözümsüz probleme yer verildiği ve bunların Havvâm'ın çözümsüz problemlerinin içinden seçildiği belirtilmelidir.²¹⁷

“Cebirsel denklemler teorisi” başlığı altında denklemlerin türleri, tasnifleri, sayısı, çözüm yöntemleri, ispat yöntemleri, belirsiz denklemler ve çözümsüz denklemlerin ortaya konulmasının arkasından Osmanlı klasik döneminde bu teorik ilmin pratik amaç ve ihtiyaçlar için kullanılmasının keyfiyeti ve bu uygulamanın neticeleri hakkında bilgiler veren çalışmanın ikinci bölümünün son kısmına geçilebilir.

6. Cebir ve Mukâbele İlminin Uygulama Alanları

وقد شجعني ما فضل الله به الإمام المأمون ... على أن ألفت من حساب الجبر والمقابلة كتابا مختصرا، جعلته حاصرا للطيف الحساب وجليله لما يلزم الناس من الحاجة إليه في مواريتهم ووصاياهم وفي مقاسماتهم وأحكامهم وتجاراتهم، وفي جميع ما يتعاملون به بينهم من مساحات الأرضين وكرى الأنهار والهندسة وغير ذلك من وجوهه وفنونه...²¹⁸

İmam Me'mun beni cebir ve mukâbele hesabı hakkında muhtasar bir kitap telif etmem için cesaretlendirdi, ben de o kitabı, miraslarında, vasiyetlerinde, paylaşımlarında, hükümlerinde, ticaretlerinde ve aralarında ticari işlem yaptıkları (muâmelâtta bulundukları) tüm arazi ölçümlerinde, nehirleri kazmada, hendesede/teorik geometride ve (muâmelâtın) bunun dışındaki yönlerinde ve

²¹⁶ *İrşâdu't-Tullâb ilâ İlmi'l-Hisâb*, Topkapı Sarayı III. Ahmed 3144, vr. 113b-114a.

²¹⁷ Bahaüddin Âmilî, *Hulâsâtü'l-Hisâb*, tahkik: Celal Şevki, s. 160-167, İhsan Fazlıoğlu, *Osmanlı Bilimi Araştırmaları Dergisi*, “İbn el-Havvâm (öl. 724/1324), Eserleri ve el-Fevâid el-Bahâiyye fî el-Kavâid el-Hisâbiyye'deki Çözümsüz Problemler Bahsi”, s. 69-128, İstanbul 1995.

²¹⁸ Rüşdi Raşid, *Rıyadü'l-Havârizmi: Te'sîs İlmi el-Cebr*, s. 166, Beyrut 2010.

zanaatlarında/fenninde ona (cebir ilmine) ihtiyaç duyan insanların ihtiyaçlarını karşılaması için hesabın incelik ve görkemini muhtevisi (şekilde) yaptım/telif ettim.

Cebir ilminin kurucusu sayılan Harezmi tarihinde bilinen ilk cebir kitabının girişinde hem kitabı yazma sebebini hem amacını hem de vereceği bilgilerin nerelerde kullanılabileceğini böyle ifade etmektedir. Buna göre o, kitabında vereceği teorik bilgilerin “ilm-i ferâiz”de yani miras tayini, paylaşımı ve vasiyet işlerinde, buna ilave olarak pratik ve teorik geometride uygulanarak bu konudaki tüm ihtiyaçların giderilebileceğini öne sürmektedir. Harezmi’nin pratik ve teorik geometriden maksadını biraz açmak gerekirse; öncelikle bu iki alanın mimarının iki ana ayağını meydana getirdiğini söylemek gerekir. Pratik geometrinin uygulayıcıları misâhacılar inşa edilecek yapının zemin ölçümlerini yaparken teorik geometri uzmanları mühendisler²¹⁹ de zanaatkâra/mimara yapının proje hesaplarında kullanacağı teorik bilgileri verirler. Böylece o, cebirin yoğun bir şekilde kullanılacağı ve büyük faydalar sağlayacağı alanlardan ikisinin Ferâiz ve Mimari olduğuna işaret etmektedir. Son olarak Harezmi’nin, sunacağı cebirsel ifade ve denklemlerin hem ferâiz hem de geometri ilmine uygulanabileceğini ifade etmesi ve bunu cebir kitabında bizzat göstermesinin ilerleyen asırlarda meydana gelecek ferâiz ilmindeki gelişmelere ve cebirin hendeseye tatbiki ile bu iki ilim arasında meydana gelecek sıkı bağlara ön ayak olduğu düşünülebilir.

Cebir ilminin uygulama alanları ile ilgili kısa bilgilerin ardından dikkati çekilmesi gereken ilk nokta; cebirdeki nazari/teorik bilgilerin tatbik edileceği ameli/pratik alanların zaten var olduğu ve eskiden beri insanoğlunun ihtiyaçlarını gidermek için bu konuda çalışmalar yaptığıdır. İnsan zihni önce nazari/teorik olanın, ardından ameli/pratik olanın meydana gelmesi gerektiğini düşünür. Ancak bilim tarihindeki bulguların büyük bir kısmı bu durumun sanılanın tam aksine gerçekleştiğini göstermektedir. Yani önce insanoğlunun günlük ihtiyaçlarının itici gücüyle usta ve zanaatkârların elinde ameli/pratik alanlar oluşmakta ardından bu amelî işlerden ilham alan bilim adamlarının çalışmalarıyla nazari/teorik ilimler ortaya çıkmakta ve o

²¹⁹ İslam medeniyetinde ilerleyen dönemlerde misahacı ve mühendis arasındaki ayrımın kalktığı her ikisinin de mühendis olarak anıldığı görülmektedir. Daha fazla bilgi için bkz.: Alpay Özduval, *Historia Mathematica*, “Mathematics and Arts: Connections Between Theory and Practice in the Medieval Islamic World”, c. XXVII, s. 173, Elsevier, 2000.

alanların daha sağlam bir şekilde ilerleme ve gelişmesini sağlamaktadır. Peki, teorik ilimlerin yardımıyla ameli ilimlerin gelişmesi nasıl temin edilmektedir?

6.1. Nazarî/Teorik Bilginin Tatbikatı Hakkında

İnsanoğlu fitratı gereği tarih boyunca bilginin peşinden koşmuştur. Bu bilgi amelî/pratik ilimlere ve sanatlara taalluk edebileceği gibi nazari/teorik ilimlere de dayanabilir. İlkinde amaç daha çok ticari kazanç, mesleki mükemmelleşme ve zanaat becerisi iken ikincisi ekseriyetle ya nazari/teorik tatmin ya amelî bir ilim veya zanaatı geliştirme ya da her ikisini birden elde etme gayesi güder. İslam nazari/teorik bilim geleneği söz konusu olduğunda son seçenek ön plana çıkar. Belki de İslam dininin “âmmе hizmeti” ve “sadaka-i câriye”ye verdiği ehemmiyet Müslüman bilginlerin bu tercihinde etkili olmuştur. Zaten hangi konuda olursa olsun telif ettikleri eserlerin girişleri incelendiğinde bu durum daha açık bir şekilde mülâhaza edilir.

وكان علم القوانين الحسابية والمسائل العددية في تقوية النفس وإصلاح الفكر في المكانة العليا والرتبة القصوى، كان من أعظم الذرائع إلى تكميل الفضيلة الإنسانية وأكبر الوسائل إلى تحصيل السعادة الأبدية...²²⁰

Hisâbî kurallar ve sayısal problemler ilmi, nefsi güçlendirmede ve fikrin en üst statü ve en yüksek mertebede ıslahında (gereklidir), insanî fazileti tamamlamada en ulu vasıtalarından ve ebedi saadeti elde etmede en büyük vesilelerdendir.

Burada matematik ve cebir ilminin, amelî ilimlerden “ilm-i ahlak”ın amaçlarıyla aynı amaçlara sahip olduğu, dolayısıyla bu ilimde kullanılabileceği ifade edilmektedir. Biraz daha açmak gerekirse; matematik ilmi sayesinde temin edilen doğru ile yanlış birbirinden ayırt edebilme yetisi ve oran-orantı bahsi ile oluşan “itidal” ve “adalet”in “ilm-i ahlak”a tatbik edilmesi sayesinde bu ilim insanoğlunun en yüce amaç olan mutluluğu elde etmesinde daha verimli olacaktır.

فإنَّ الحساب علم لا يكاد يستغني عنه طلاب العلوم والآداب، ويفتقر إليه في ضبط أمور المسالك والممالك أرباب الألباب من الوزراء والكتّاب...²²¹

Hisâb, ilim tahsil eden meslek erbabının müstağni kalamayacağı bir ilimdir, (ayrıca) vezir ve kâtiplerden akıl sahipleri politika ve hükümdarlık işlerini kontrol altına almada ona muhtaç olur.

²²⁰ İH, vr. 73b.

²²¹ NN, vr. 2a.

Bu cümlelerde de matematiğin siyaset ve yönetimde kullanımına işaret edilmektedir. Öyleyse bu ilişki şöyle de ifade edilebilir; devlet yönetmenin büyük bir kısmı sınırlı kaynakların sınırsız ihtiyaçlar için kullanımını tertib eden “iktisâd”a dayalıdır. O da bilhassa matematik ilminden teorik bilgileri alıp doğrudan uygulamak suretiyle devletin gelir-gider oranını düzenlemektedir. “Mezkûr ilişkiyi başka bir açıdan ortaya koymak gerekirse; nîzâm yani düzen’in yapısının meşruiyeti sayarak tespit etmeye yani “hesab”a bağımlıdır. Bu nedenle tarih boyunca, en önemli özelliği mensuplarına ön-görülebilir bir hayat sunmak olması gereken her siyasî sistem, hesaba, dolayısıyla muhasebeye özel bir önem atfetmiştir. Çünkü hesap, ister sayı ister miktar cinsinden olsun, eşyaya ârız hem bilinen hem de bilinmeyen nicelikleri, sonucu ön-görecektir, verecek tarzda düzenleme işidir. Bu nedenle, toplumsal sistemlerin dinî, dünyevî, hatta siyasî meşruiyetleri, bir yönüyle genelde matematik bilimlere, özelde de hesaba ve muhasebeye bağlıdır. İslam medeniyetinde bu bağımlılık/zaruret iyi bir şekilde tahlil edilmiş olacak ki riyâzî ilimlere özel bir önem atfedilmiştir.”²²²

Sonuç olarak nazarî bilginin tatbikatı çeşitli şekillerde olabilir. Bunların bir kaçını saymak gerekirse; zihnin nazarî bilgiyi elde etmesi neticesinde hasıl olan yeti amelî bir ilmin amacına hizmet edebilir. Bundan başka nazarî bir ilimden onun belli bir kısmını oluşturan hâlihazırdaki bilgiler alınıp doğrudan amelî bir ilimde uygulanmak suretiyle kullanılabilir. Son olarak “ilm-i hiyel” veya “mimari” gibi amelî bir ilim veya sanatlardaki eksikliği gidermek veya sadece onları geliştirmek amacıyla teorik bilgiler üretilebilir ve bahsi geçen ilimlere tatbik edilebilir.

6.2. Osmanlı Klasik Dönem Ferâiz İlminde Cebir İlminin Kullanımı

Kısaca “İslam miras hukuku” şeklinde tanımlanabilecek “ilm-i ferâiz”in adı, Kur’ân-ı Kerim’de konu ile ilgili ayetlerde geçen²²³ ve miras paylaşımında tayin edilmiş hisseyi ifade eden “fariza/الفريضة” kelimesinin çoğulu olan “ferâiz/الفرائض”den gelmektedir. Hicretin ardından İslami ilimlerin yeni yeni temayüz etmeye başladığı dönemlerde, hatta fıkıh ekolleri oluşmadan önce bu alanda eserler telif edilmeye başlanmıştır. Hem müstakil eserlerde hem de fıkıh kitaplarının bir bölümünde kendine

²²² İhsan Fazlıoğlu, *Kutadgubilig Felsefe-Bilim Araştırmaları*, "Devlet'in Hesabını Tutmak: Osmanlı Muhasebe Matematiğinin Teknik İçeriği Üzerine", sayı: 17, s.165-178, İstanbul 2010.

²²³ Nîsâ 11, 24 ve 176.

yer bulan ferâiz konusu önceleri Fıkıh ilminin bir bâbı şeklinde mülâhaza edilirken sonraki dönemlerde bağımsız bir ilim dalı olarak benimsenmiştir.²²⁴

“İlm-i ferâiz”in gelişiminin genel anlamda matematiğin özelde de cebir ilminin gelişmesiyle doğru orantılı olduğu söylenebilir. Çünkü hesap işlemleri ve denklem çözme teknikleri çeşitlendikçe ve kolaylaştıkça daha karmaşık ve çetrefilli miras problemleri çözülebilmektedir.

Ferâiz ilminde cebir ilmine ait problem/denklem çözme tekniklerinin kullanılmasına gelince; cebir ilminin kendisi gibi bu uygulama da Harezmi’ye dayanır. Yani o, cebir ve mukâbele kitabında iki tane ilki bir arada gerçekleştirmiştir. Kitabın ilk bölümünde denklemler teorisi, cebirsel hesaplar, denklemler teorisi vasıtasıyla çeşitli problemlerin/denklemlerin çözümü ve bu teorinin hendesî problemlere tatbikini ortaya koyarken ikinci bölümünde İslam hukuk kurallarına uygun olarak vasiyet ve miras problemlerini gözden geçirir ve cebir hesabını bu problemlerin çözümünde uygular. Böylece Harezmi kendisinden önce fakihlerin icra ettiği bu hesaba matematiksel ve cebirsel bir konum kazandırır. Bunun ardından cebir sayesinde fikhî hesaptan uygulamalı matematiğin konusuna dönüşen “ferâiz” artık “ferâiz hesabı” diye bilinmeye başlamıştır. Neticede de Harezmi’nin cebir kitabının arkasına ferâiz hesabı koyma fikrinin halefleri tarafından benimsenmesiyle bu davranış bir gelenek halini almış ve ferâiz ilminin gelişmesinde büyük rol oynamıştır.²²⁵

Harezmi’den sonra cebirsel uygulamaları içeren bir ferâiz ilminin seyrine bakmak gerekirse; öncelikle el-Huzâ’î’nin özellikle “vasiyet” bölümüne yoğunlaştığı *Şerh Muhtasar el-Cebr ve el-Mukabele li Ebî Bekr Muhammed b. Musa el-Harizmi*²²⁶ adlı şerhi zikredilmelidir. Bunun dışında Hanefî okulunda cebiri ferâize uygulayan ve “hisâb-i hindî”yi değil de “hisâb-i hevâî”yi merkeze alarak ameli matematik külliyyatını genişletmek için önemli adımlar atan İbn Fellûs’un (ö. 637/1239-1240) *Nisâbu’l-Habr fi Hisâbi’l-Cebr*²²⁷’i konuyla ilgili dikkate değer teliflerdendir. Hem Taşköprüzâde hem de

²²⁴ Telif heyeti, *İlmihal (İslam ve Toplum)*, c. II, s. 246, TDV yayınları, Ankara 2003; Ali Bardakoğlu, *DİA*, “Ferâiz”, c. XII, s. 362, İstanbul 1995.

²²⁵ Rüşdi Raşid, *Rıyadyyât el-Havarizmi: Te’sîs İlm el-Cebr*, s. 54, Beyrut 2010.

²²⁶ Süleymaniye, Şehid Ali Paşa, 2706/5, vr. 144b-282a.

²²⁷ Süleymaniye, Feyzullah Efendi, 1366.

İbn Ekfâni tarafından zikredilen eser, İslâm cebir tarihinde cebir ilmine tamamen amelî-fikhî bir görünüm kazandıran ilk çalışmalardandır. İbn Fellûs'un genelde matematiğe özel de cebire bu yaklaşımı halefleri tarafından da devam ettirilmiş hatta Mısır Şâfiî Okulunda da İbn Hâim, İbn Mecdî (ö. 850/1446) ve Sıbt Mardîni (ö. 907/1501) tarafından uygulanarak olgunlaştırılmıştır.²²⁸

Osmanlı klasik dönemindeki duruma gelince; matematik veya cebir kitaplarının arkasında ferâiz hesabı bahsi açıldığı gibi müstakil eserler de telif edilmiştir. İbn Hâim ferâiz hesabını konu edinen dokuz müstakil eser ortaya koyarak bu alandaki en velûd bilgin olma unvanını elde etmiştir. Elbette bu durumun meydana gelmesinde döneminin dikkate değer fakihlerinden biri olmasının ciddi tesiri vardır. İbn Hâim'in, ferâiz hesaplarına bir giriş olması amacıyla telif ettiği *el-Luma' fi'l-Hisâb*'ı ve Sıbt Mardîni'nin *Şerhu'l-Luma' fi'l-Hisâb* adlı şerhi Osmanlı ferâiz geleneğinin önde gelen eserleridir.

Cebirsel denklemler teorisinin ferâiz hesabına tatbikini daha açık bir şekilde gösterebilmek için konu örneklerle ortaya konulacaktır. Ancak öncesinde vasiyet ve miras hesaplamalarından kullanılan kavramları ve genel yöntemi vermek gerekmektedir. Ferâiz hesaplamalarında en çok kullanılan kavramlar şöyledir:

Mîras/الميراث - Terike/التركة: Ölünün arkasında bıraktığı ve mirasçılara intikal eden her türlü mal ve mala bağlı haklardır.

Mûris/المورث: Vefat eden ve mirası vârislerine kalan kimsedir.

Vâris/الوارث: Kendisine miras kalan, miras sahibi kimse veya kimselerdir.

Vasiyet/الوصية: Ölüme bağlı olmak üzere bir şahsa, vakıfa veya kuruma teberrüken bir malı veya hakkı bırakmaktır.

Farîza/الفريضة: Ölünün bıraktığı mal ve mülkten defin masrafları ve borçları çıkarıldıktan sonra kalanın üçte ikisinin öncelikle dağıtılacağı ve Kur'an-ı Kerim'de belirlenmiş olan on iki kişiden her birinin payıdır.

²²⁸ İhsan Fazlıoğlu, *DİA*, "el-Harizmî", s. 224-227, c. XVI, İstanbul 1997.

Asabe/العصبة: Ashab-ı ferâiz yani mirastan alacağı pay belirlenmiş olanlar paylarını aldıktan sonra kalan malın dağıtılacağı kişi veya kişilerdir.

Kavramların kısa açıklamasından sonra ferâiz problemlerini çözmede kullanılan genel yönteme işaret edilebilir:

Eğer malının geçerli bir kısmı vasiyet edilmişse önce fariza doğrulanır, sonra terekenin aslı “şey’/x” varsayılır, vasiyet edilenlerin payları terekenin aslından çıkarılır ve kalanla mukabele işlemi yapılır, çıkan terekenin tamamıdır.²²⁹

tereke: = x, vasiyet: = y, fariza: = z olmak üzere $x - y = z \Rightarrow x = y + z$

Daha önce de bahsedildiği gibi cebir ilmi katı, kalıplaşmış ve belli sınırların dışına çıkamayan bir ilim değil, aksine gelişme, ilerleme ve farklı tekniklere her daim açık, esnek bir ilimdir. Bu bağlamda, ferâiz hesabında cebir ilminin teknik ve yöntemleri kullanıldığından ferâiz problemlerini çözmede tek bir yöntemle yetinilmez. Burada bir fikir sahibi olmak için sadece en genel yöntem verilmiştir, aslında pek çok şekilde problemler çözülebilmektedir.

Ferâiz problemlerinden örnekler verilerek cebirin bu ilimdeki kullanımı daha somut bir biçimde ortaya konulabilir.

Ferâiz problemleri ve cebirsel çözümleri:²³⁰

Problem 1: Malının 1/9’unu, başkasına da kalanın 2/5’ini vasiyet ederse, fariza 20 olduğuna göre mal ve paylar kaçtır?

Çözüm:

vasiyet varisler tarafından kabul edilirse mal x

$$= \frac{x}{9} + \frac{8x}{9} \cdot \frac{2}{5} + 20 \text{ olmak üzere } x = \frac{21x}{45} + 20 \Rightarrow x = 37\frac{1}{2}$$

²²⁹ İH, vr. 97b-98a; ; *İrşâdu’t-Tullâb ilâ İlmi’l-Hisâb*, Topkapı Sarayı III. Ahmed 3144, vr. 104b.

²³⁰ İH, vr. 97b-99b; *İrşâdu’t-Tullâb* adlı müellifi meçhul eserdeki örnekler için bkz.: *İrşâdu’t-Tullâb ilâ İlmi’l-Hisâb*, Topkapı Sarayı III. Ahmed 3144, vr. 104b-111a.

$$\text{kabul edilmezse } \frac{x}{9} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{9}\right)x = \frac{5}{45}x + \frac{16}{45}x = \frac{21}{45}x$$

$$\text{malın } \frac{1'}{3} \text{ ü 21 hisse ise ilk vasiyet } \frac{5}{21}, \quad \text{ikinci vasiyet } \frac{16}{21} \text{ hissedir.}$$

Problem 2: Bir kişi 3 oğul geride bıraktı ve bir adam için oğullarından birinin payı kadar, başka bir adam için de paydan sonra 1/3'ünden kalanın 1/3'ü kadar vasiyet etti, denilirse; farklı çözüm yöntemleri mevcuttur:

İlk yöntemle çözüm:

$$\text{mal:} = x, \quad 1. \text{vasiyet} := y, \quad 2. \text{vasiyet} := \frac{1}{3}\left(\frac{x}{3} - y\right)$$

$$\begin{aligned} \frac{x}{3} - y - \frac{1}{3}\left(\frac{x}{3} - y\right) &= \frac{2x}{9} - \frac{2y}{3} \text{ olmak üzere } \frac{2x}{9} - \frac{2y}{3} + \frac{2x}{3} = 3y \Rightarrow \frac{8x}{9} \\ &= \left(3 + \frac{2}{3}\right)y \Rightarrow x = \left(3 + \frac{2}{3}\right)\frac{9y}{8} \text{ } x \text{ ve } y \text{ yer değiştirirse } \frac{8y}{9} \\ &= \frac{11x}{3} \Rightarrow \left\{\frac{8x}{9} = \left(3 + \frac{2}{3}\right)y\right\} \Rightarrow y = \frac{11}{3} \cdot \frac{9x}{8} \Rightarrow y = \frac{33}{8}x \end{aligned}$$

İkinci yöntemle çözüm:

$$\text{Dinar:} = d, \text{ Dirhem} := r, \quad \frac{x}{3} = d + 3r$$

$$\begin{aligned} 1. \text{vasiyet} := d, 2. \text{vasiyet} := r \text{ olmak üzere vasiyetleri çıkarınca} \\ \Rightarrow (d + 3r) - d - r = 2r \end{aligned}$$

$$\text{malın tamamı} \Rightarrow 3(d + 3r), \quad \frac{2'}{3} \text{ ü } \Rightarrow 2d + 6r, \quad 2r \text{ eklenirse} \Rightarrow 2d + 8r$$

$$2d + 8r = 3d \Rightarrow d = 8r \Rightarrow \frac{x}{3} = d + 3r \Rightarrow \frac{x}{3} = 8r + 3r = 11r$$

Üçüncü yöntemle çözüm:

$$\text{malın tamamı} := x, \text{ vasiyet:} = y, \text{ 1 pay} := z \text{ olmak üzere}$$

$$x = y + 3z \Rightarrow \frac{1}{3}(y + 3z) = \frac{y}{3} + z \Rightarrow 1. vasiyet := z, 2. vasiyet := \frac{1}{3}\left(\frac{y}{3}\right) = \frac{y}{9}$$

$$3z - z = 2z, y - \frac{y}{9} = \frac{8y}{9} \Rightarrow 2z + \frac{8y}{9} = 3z \Rightarrow y = \frac{9z}{8}$$

$$x = y + 3z \Rightarrow x = \frac{9z}{8} + 3z \Rightarrow x = \frac{33}{8}z$$

Problem 3: (Bir kişi) iki oğul geride bıraktı ve birine oğullarından birinin payının, eğer olsaydı üçüncü oğluna düşen pay kadar eksikliğini, başka birine de 1/3'ünden kalanın 1/3'ü kadarını vasiyet etti. Mal ve paylar kaçtır?

Çözüm:

$$mal := x, pay := y \Rightarrow 1. vasiyet := y - \frac{y}{3} \text{ ve } 2. vasiyet := \frac{1}{3}\left(\frac{x}{3} - \frac{y}{3}\right)$$

$$\frac{x}{3} - \left(y - \frac{2y}{3}\right) = \frac{x}{3} - \frac{y}{3} \Rightarrow \frac{x}{3} - \frac{y}{3} - \frac{1}{3}\left(\frac{x}{3} - \frac{y}{3}\right) = \frac{2x}{9} - \frac{2y}{9} \Rightarrow$$

$$\frac{2x}{9} - \frac{2y}{9} + \frac{2x}{9} = 2y \Rightarrow \frac{8x}{9} = \frac{20y}{9} \Rightarrow x = 2\frac{1}{2}y = \frac{5}{2}y \Rightarrow \frac{5}{2}y \cdot \frac{3}{3} = \frac{15}{6}y$$

$$x = 15, y = 6 \Rightarrow 1. vasiyet := \left(y - \frac{y}{3}\right) = 4 \text{ ve } 2. vasiyet := \left[\frac{1}{3}\left(\frac{x}{3} - \frac{y}{3}\right)\right] = 1$$

Problem 4: (Bir kişi) üç oğul geride bıraktı ve (birine) onlardan birinin payı kadar, başkasına paydan sonra (malın) 1/3'ünden kalanın 1/3'ü kadar ve bir başkasına da 1 dirhem vasiyet etti. Mal ve paylar kaçtır?

Çözüm:

$$mal := x, pay := y, 1. vasiyet := y \text{ olmak üzere } 2. si \Rightarrow \frac{1}{3}\left(\frac{x}{3} - y\right)$$

$$= \frac{x}{9} - \frac{y}{3}, 3. 'sü \Rightarrow 1d$$

$$\frac{x}{3} - y - \left(\frac{x}{9} - \frac{y}{3}\right) - 1d = \frac{2x}{9} - \frac{2y}{3} - 1d \Rightarrow \frac{2x}{3} + \frac{2x}{9} - \frac{2y}{3} - 1d = 3y$$

$$\frac{8x}{9} = \frac{11y}{3} + 1d \Rightarrow x = \frac{11y}{3} \cdot \frac{9}{8} + 1d \cdot \frac{9}{8} = \frac{33y}{8} + \frac{9d}{8} = 4\frac{1}{8}y + 1\frac{1}{8}d$$

$$\frac{x}{3} = \frac{1}{3} \left(\frac{33y}{8} + \frac{9d}{8} \right) = \frac{11y}{8} + \frac{3d}{8} \Rightarrow y = 8 \text{ ve malın } \frac{1}{3} \text{ ü } \left(11 \text{ pay} + \frac{3}{8} \text{ dirhem} \right)$$

1. vasiyet: = 8 pay

$$2. \text{vasiyet:} = \frac{1}{3} \left(\frac{x}{3} - y \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{11y}{8} + \frac{3d}{8} - y \right) = \frac{y}{8} + \frac{d}{8} \rightarrow \frac{8}{8} + \frac{d}{8} \Rightarrow 1 \text{ pay} + \frac{1}{8} d.$$

Birinci ve ikinci vasiyetin toplamını malın 1/3'ünden çıkarınca;

$$\left(11 \text{ pay} + \frac{3d}{8} \right) - \left(8 \text{ pay} + 1 \text{ pay} + \frac{d}{8} \right) = 2 \text{ pay} + \frac{1}{4} \text{ dirhem}$$

Malın 2/3'ü ile bu sonuç toplanınca;

$$\frac{2}{3} \left(\frac{33y}{8} + \frac{9d}{8} \right) + \left(\frac{2y}{8} + \frac{d}{4} \right) = \frac{11y}{4} + \frac{3d}{4} + \frac{y}{4} + \frac{d}{4} = \frac{12y}{4} + 1d = 24 \text{ pay} + 1 \text{ dirhem}$$

3. vasiyet: = 1 dirhem $\Rightarrow$ 24 paydan 3 oğula 8'er pay düşer.

Örneklerden de anlaşılacağı üzere ferâiz problemlerini çözmek için cebir ilminin pek çok konu ve yöntemi kullanılmaktadır. Bu konu ve yöntemler, cebirsel ifadelerle hesap işlemleri, denklem çözmede kullanılan “cebir” ve “mukâbele” yöntemleri, çok bilinmeyenli lineer denklem yapıları ve bunların çözüm kümesini bulma teknikleri şeklinde sıralanabilir. Bahsi geçen uygulamalar sayesinde en karmaşık görünen problemler bile kolaylıkla, kısa sürede doğru ve sağlam bir biçimde çözüme kavuşmaktadır.

Son olarak, Harezmi'nin cebir kitabının arkasına “ferâiz hesabı”nı koyarak onu uygulamalı matematiğin dallarından biri haline getirmesinden Osmanlı klasik dönemine kadar geçen sürede bu hesap türünün yeni konumu sayesinde matematikçilerin, bilhassa fakih matematikçilerin elinde mühim ilerlemeler kaydettiği belirtilmelidir. Osmanlıda ise bu gelişimin devam ettiği, konuyla ilgili onlarca müstakil eser telif edildiği, bu eserlere şerhler yazılarak dönemin ihtiyaçlarına cevap verecek biçimde düzenlemeler

yapıldığı ve insanların bu alanda karşılaştıkları problemler İslam hukuk kurallarına uygun bir şekilde çözüldüğü ve taleplerin gerektiği gibi karşılandığı ifade edilebilir.

6.3. Osmanlı Klasik Dönem Mimari ve Süsleme Sanatlarında Cebir İlminin Kullanımı

Konuya mimarinin tam olarak ne olduğunu ortaya koyarak başlamak gerekirse; “mimari” ne tek başına bir sanattır ne de bir bilimdir. Mimari; “amelî ve nazarî bilgi”nin veya “sanat/estetik, mühendislik ve matematik”in uyumlu bir şekilde bir araya geldiği yerdir. Bu durumun bir neticesi olarak; mimari bir eseri incelemek, o eserin yapıldığı dönemin matematik ilmine, sanat anlayışına, mühendislik ve zanaat bilgisine, sosyo-kültürel yapısına hatta felsefi bakış açısına ulaşmak anlamına geldiği ifade edilebilir. Başka bir deyişle, bu sayılan şeylerin terkeb/sentez/bileşiminin mimari eserde cisimleştirilmesi işlemi, bu işlemde asırlar sonra bile mecâzî anlamda tersine çevrilebilir. Yani o mimari eserde bir araya gelen farklı ilim ve sanat dallarına ait amelî ve nazarî bilgiler yoğun araştırmalar sonucunda tahlil/analiz/ayırıştırma ile ortaya konulabilir. Ancak burada matematikçi diğer ilim sahiplerine nispetle bir miktar talihsizdir. Zira mimari, sanat ve kısmi olarak mühendislik, görsel ilimler olduklarından bir mimari yapıya baktıklarında veya incelediklerinde kendi alanlarına ait bilgileri elde etmeleri daha kolaydır. Oysa matematik özellikle de cebir gibi soyut bir ilmin herhangi bir mimari eserdeki uygulamasını ortaya çıkarmak çok çeşitli bilgi, beceri ve uzun araştırmalar gerektirmektedir. Bu zorluğa bir de yazılı belge ve kaynak yokluğu eklenince matematikçinin durumu yoğun tipide iz sürmeye çalışan kişiye benzemektedir. Maalesef Osmanlı klasik dönem mimari eserleri ve bu eserlerdeki süsleme sanatlarının yapım aşamaları, bu aşamalarda kullanılan teorik bilgiler hakkında yok denecek kadar az bilgi ve belge bulunmaktadır. Bu yüzden çok sınırlı kaynakla mümkün olan en sahih ve geniş bilgi ve çıkarımlara ulaşılmaya çalışılacaktır. Konuya girmeden önce, Osmanlı klasik dönemi cebir çalışmalarında hendesi yönelime hemen hemen hiç rastlanmadığını, matematikçilerin bu alanları ayrı ayrı araştırma konusu yaptıklarını ama bu durumun, gerektiğinde cebir ve hendeseyi birlikte kullanmadıkları anlamına gelmediğini hatırlatmakta fayda vardır. Hatta Osmanlı klasik dönem matematik kitaplarının çoğunda cebir bölümünden önce konulan mesâha bölümünde

hendesî şekil ve cisimlerin alan ve hacim hesaplamalarında cebirsel bilgi ve denklemlerin izlerini görmek mümkündür. Bu noktada cebir ilminin mimari ve süsleme sanatlarında tek başına değil de, “ilm-i hendese” ve “ilm-i misâha” ile birlikte kullanıldığını, hatta mimari eser veya süslemede karşılaşılan doğrudan hendesî veya misâhî bir problemin analitik olarak çözüm aşamasında devreye girdiğini ifade etmek gerekir. Öyleyse cebir, mimari ve sanatlarında işlerin ilmî/nazarî kısmıyla ilgilenen hendese, amelî ve tatbîkî kısmıyla ilgilenen mesâha²³¹ üzerinden kendini göstermektedir.

6.3.1. Mimaride Cebir İlminin Kullanımı

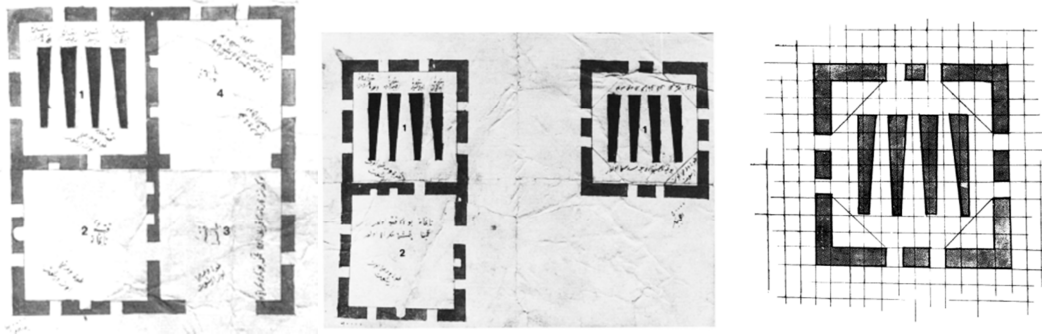
Barınma, var olduğundan beri insanoğlunun beslenme ve uyuma gibi zorunlu ihtiyaçlarından biri olmuştur. Başlangıçta sadece ihtiyacı karşılamak için sınırlı imkânlarla yapılan bu iş zamanla büyük medeniyetlerin doğup gelişmesi, ilimlerin artması ve zevklerin incelenmesi ile gereksinimin ötesinde insanın tabiatında olan güzellik ve estetik duygusunu tatmin eden ve medeniyetlerin, imparatorlukların veya milletlerin her alandaki ihtişamını simgeleyen bir sanata dönüşmüştür.²³² Çünkü daha önce de ifade edildiği gibi İslam ilim geleneğinde, modern bilimin ayrıştırmacı karakterinin aksine ilimlerin birliği ve bütünlüğü söz konusudur ve mimari ilmi/sanatı bu hususiyetin en güzel bir biçimde temayüz ettiği alandır. Bundan mülhem çalışmanın son bahsi cebir ilminin kullanıldığı Osmanlı klasik dönem mimari ve süsleme sanatlarına tahsis edilmiştir. Amacın hâsıl olması için Osmanlı klasik dönem mimarisinde bir eserin inşası üç aşamada izah edilecek ve her aşamadaki cebir ilminin katkıları ortaya konmaya çalışılacaktır.

Mimari bir eserin yapımındaki üç aşama a) zemin ve temel inşası, b) duvar, sütun, kolon, kemer ve payanda gibi bir binanın taşıdığı yükleri temele aktaran yapı elemanlarının inşası ve c) kubbe ve tonoz gibi üst yapıların inşası şeklinde sıralanabilir.

²³¹ “İlm-i Misâha”nın Osmanlı klasik dönemiyle birlikte ilmî/nazarî bir karakter de kazanması ve bu ilim dalı ile ilgili geniş bilgi ve araştırma için bkz.: İhsan Fazlıoğlu, *Uygulamalı Geometrinin Tarihine Giriş: el-İkna fî İlm'il-Misaha*, Dergah yay., İstanbul.

²³² Bu cümleden ilerlemeci tarih anlayışının iddia ettiği gibi insanlık tarihinde var olan her şeyin dolayısıyla mimarinin de “zaman – gelişme hızı” grafiğinde sürekli yukarı giden bir doğru çizdiği anlaşılmamalıdır. Buradaki asıl maksat İbn Haldun’un imparatorlukları canlı bir organizmayla özdeşleştiren yaklaşımına benzer şekilde spesifik olarak bir medeniyet veya imparatorluk içerisindeki durumlardır.

İnşanın yapılacağı arsanın sınırlarının belirlenip temelin kazılmasıyla ilk aşama başlar. Izgara/karelaj yöntemiyle çizilen planın temel kazılan arsaya aktarılması hendese, mesâha ve hesap sanatında yetenekli mühendisler tarafından sağlanır. Mühendisler bu işlemi yapı planı gibi arsayı da iplerle birbirlerine bağlanmış kazıklar dikmek suretiyle karelere bölme yöntemiyle yaparlar.²³³ Yapı planında, bütün bir hendesi şeklin daha küçük hendesi şekillere bölünmesi veya tam tersinin yapılması, ardından planda kullanılan oranların arsanın büyüklüğüne uygun oranlara dönüştürülmesi hendese ve cebir ilimlerinin marifetiyle temin edilir. Bilhassa karelere bölme yöntemiyle plan çizilmesi işlemini somutlaştırmak için aşağıda Topkapı sarayı arşivinde bulunan bir türbe planının varyasyonları gösterilmektedir.²³⁴



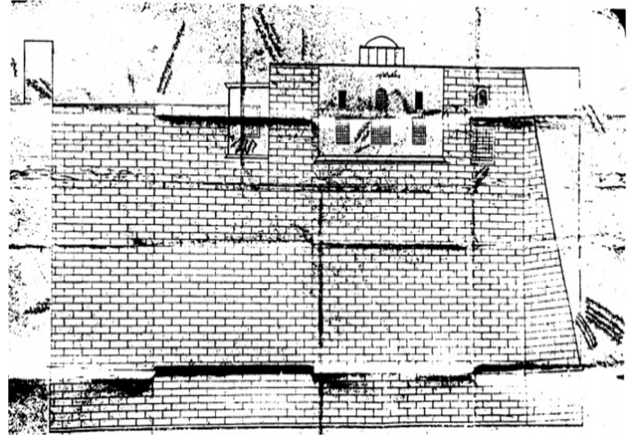
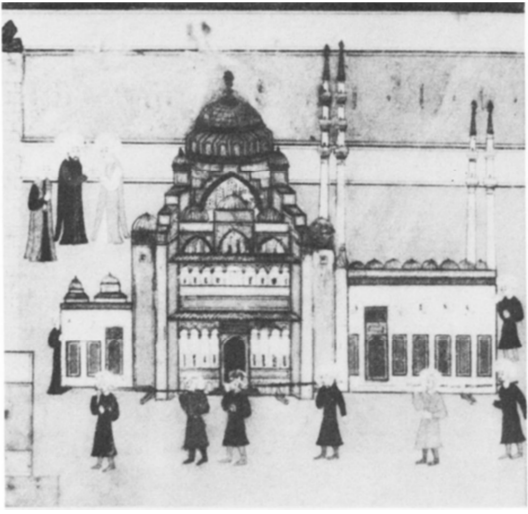
Küpün iki katına çıkarılması, bir açının üç eşit parçaya bölünmesi veya dairenin çeyreğini ikiye bölme gibi bazı özel problemlerle uğraşmak Yunan matematikçilerinin ardından İslam dünyası matematikçilerinin de ilgi alanına girmiştir. Onlar hem bu özel problemlerin çözümünde hem de geometrik şekillerin ve katı cisimlerin alan, hacim ve açı hesaplamalarında cebir-hendese arası geçişleri daha IV/X. asırda başlatarak pratik ve sahih çözümleri ile mimar-zanaatkârların dertlerine derman olmaya çalışmışlardır. İslam medeniyetinin mimari ürünlerine bakıldığında çabalarının boşa çıkmadığı söylenebilir.

İkinci aşamaya gelince; bu aşamaya yapının yükseltilmesi de denilebilir. Bir önceki aşamada olduğu gibi burada da inşa edilmek istenen yapı ile ilgili fikirler plana oradan da yapıya aktarılmaktadır. Osmanlı klasik dönem mimarisinde planlar, kâğıt

²³³ Gülru Necipoğlu Kafadar, *Journal of the Society of Architectural Historians*, "Plans and Models in 15th- and 16th-Century Ottoman Architectural Practice", c. XLV, s. 231, University of California Press, 1986.

²³⁴ Gülru Necipoğlu Kafadar, *a.g.m.*, s. 230.

üzerinde iki boyutlu veya ahşap malzemeyle üç boyutlu maket şeklindeydi. Ancak çoğunlukla kâğıt üzerindeki planların tercih edildiği sadece çok büyük projeler veya hükümdarın beğenisine sunulacak çalışmalar için üç boyutlu modelleme yapıldığı belirtilmelidir. Muhtemelen Osmanlı mimarları düz bir yüzeyde uzay illüzyonu yaratmaya olanak sağlayan perspektif çiziminde eğitilmedikleri için kâğıt üzerindeki planları minyatür şeklindedir. Birkaç örnek vermek gerekirse, aşağıda Süleymaniye Camii maketinin törenle taşınması ve Topkapı sarayının üçüncü avlusu görülmektedir.²³⁵



Bu iki boyutlu teknik resim yönteminin avantajı hızlı bir şekilde imparatorluğun diğer bölgelerine iletebilmesi ve böylece hâkim olunan toprakların başından sonuna kadar mimari stilin uzaktan kontrolünün sağlanmasıdır.²³⁶

İkinci aşama ve burada kullanılan planlar ile ilgili genel bilgilerin ardından matematiğin bilhassa da cebir ilminin bu aşamadaki rolü ile ilgili çıkarımlara geçilebilir. Osmanlı baş mimarlarından ve çağdaşları tarafından dönemin Öklid'i olarak tanımlanan²³⁷ Sinan'ın (894/1489 – 996/1588) İstanbul'un simgesi haline gelen eserlerinden Süleymaniye camii örneği üzerinden gidilirse; yapılan araştırmalar onun eserlerindeki hiçbir şeyin tesadüf olmadığı veya deneme-yanılma yöntemi ile

²³⁵ Gülru Necipoğlu-Kafadar, *Journal of the Society of Architectural Historians*, "Plans and Models in 15th- and 16th-Century Ottoman Architectural Practice", c. XLV, s. 236, University of California Press, 1986.

²³⁶ Gülru Necipoğlu Kafadar, *a.g.m.*, s. 242.

²³⁷ Gülru Necipoğlu Kafadar, *a.g.m.*, s. 242.

bulunmadığına ve çalışmalarında geometri, cebir, trigonometri, fizik ve kimya gibi ilimlerin teorik bilgileri ve bu bilgilerin uygulamalarına dayandığına işaret etmektedir. Örnek olarak yapının strüktüründe önemli rolü olan duvar ve kemerleri ve bunların kalınlıklarının yüklere göre hesabını hendese ilmiyle, duvarlardaki “kuvvetin basınca oranının duvarlarda sabit olması gerektiğini, bu değeri bulmak için de cebirsel denklemlerden faydalandığı tahmin edilebilir. Buna ilave olarak söve denilen pencere üstü taşlarının kalınlık ve biçimini de aynı yöntemle bulmuş, dengede yardımcı unsur olarak matematiğin konusu olan simetriyi de kullanmış olabilir.

Osmanlı klasik dönemde yaygın matematik kitaplarının mesâha bölümünde görülen bazı şekil ve cisimlerin alan ve hacim hesaplamaları ile mimaride kullanılan bilgiler arasında bir bağ kurmak mümkün olabilir. Buna göre daire, dikdörtgen, kare, silindir, dikdörtgen prizması, yarım küre, küre dilimi gibi şekil ve cisimlerin alan ve hacim hesapları dolaylı olarak, “ezec/tonoz” ve “tâk/kemer” gibi şekiller de doğrudan mimari ile ilişkilidir. Zira son iki şekil tamamen mimariye ait terimler olmaları hasebiyle tatbikat amaçlı mesâha bölümünde bulunmaktadır.²³⁸

Son aşama olan kubbe, yarı kubbe ve tonoz gibi üst yapıların inşası ile ilgili olarak yine Süleymaniye örneğinden yola çıkılırsa; oradaki kubbe açıklığını ve diğer unsurları beş yüz senedir ayakta tutacak, o sağlamlık ve denge şartlarını sağlayacak dakik değerler bugün ancak modern matematikteki integral hesabı ile bulunabilir. O dönemde matematikçiler arasında integralin bilindiğine dair bir bilgi mevcut olmadığından ya Sinan bu hesabı bulmuştu ancak kimseyle paylaşmadı ya da integral hesabına gerek bırakmayacak biçimde hendese, cebir, logaritma ve trigonometri bilgilerinin yardımıyla yeni bir teknik geliştirmişti. O büyük usta, maalesef çalışmalarına yazıya dökmediğinden, bunu yaptıysa bile günümüze ulaşmadığından maalesef bu konuda elle tutulur bir bilgi elde edilememektedir. Sinan’ın üst yapı inşası ile ilgili bilinen tek şey, asırlar boyunca estetik, sağlamlık ve azametinden bir şey yitirmeyen kubbeler, tonozlar ve revaklar ortaya koymasıdır.

²³⁸ İH, vr. 84a-89b; NN, vr. 75b-86a; Ali Kuşçu, *Risâletü'l-Muhammediyye fi'l-Hisâb*, Laleli 2715, vr. 124b-136a.

Özelde Sinan'ın genelde de diğer mimar ve ustaların kullandığı teknik ve matematik ile ilgili açık ve kesin bilgi ve belgeler bulunmasa da onların mesleki gelişimlerini temin ettiği yani matematik-astronomi arka planı oluşturduğu tahmin edilen ve Enderun kütüphanesinde mevcut olan eserlerden bahsedilebilir. Bu eserler arasında ilk dikkati çekenler hendese ve mesaha²³⁹ ile ilgili eserlerdir. Gerek Merâğa rasathanesindeki çalışmaları gerekse de yetiştirdiği öğrencileri üzerinden Osmanlı klasik dönemi matematik, astronomi ve kelam altyapısının oluşmasında önemli katkıları bulunan Nasreddin Tûsî'nin *Usûlu'l-Hendese ve'l-Hisâb* ve *Tahrîr Kitâb el-Mahrûât Apollonius* adlı eserleri, buna ilave olarak da İbn Sertâk'ın *Kitabu'l-Usûli'l-Asliyye fî İlmi'l-Hendese*'si ve Mahmûd b. Kâsım b. el-Fazl el-İsfehânî'nin *Telhîsü'l-Mahrûât*'ı zikredilmelidir. Astronomi çalışmalarına gelince, yine Tûsî *el-Macestî fî İlmi'l-Hey'e* ve *et-Tezkîra fî İlmi'l-Hey'e* isimli telifleriyle başı çekmektedir. *Şemsiyye fî'l-Hisâb* adlı eseri Osmanlı klasik döneminde mütedavil matematik kitapları arasında olan ve Tûsî'nin dolaylı yoldan öğrencisi olan Nizameddin Nîsâbü'rî'nin bu iki esere yazdığı şerhler de dikkate değerdir. Son olarak İbn Heysem'in astronomi risaleleri ile Cemşid Kâşî'nin *Süllemü's-Semâ*'sı verilebilir. Tüm bu eserler İslam medeniyeti ilim geleneğinin ve onun doğal bir devamı olan Osmanlı ilim geleneğinin yapıtaşları mesabesinde önemli ve değerlidir, hem bu sebepten hem de Enderun kütüphanesinde mevcut olmalarından dolayı Osmanlı mimari geleneğinin arkaplanını oluşturdukları düşünülmektedir.²⁴⁰

Yukarıdaki paragraflarda sıkça Sinan'a atıflar yapılmasından dolayı Osmanlı klasik dönem mimarisinin sadece bir kişinin omuzlarında yükseldiği zannı oluşabilir. Böylesine dâhiyane, asırlara meydan okuyan ve her açıdan zirveye ulaşmış eserlerin meydana gelmesi için sadece bir kişinin zekâ ve yeteneklerinin yeterli olamayacağı, etrafında onunla aynı dili konuşan, teorik ilimlerde de yetişmiş zanaatkâr ve ustaların mutlaka bulunması gerektiği düşünülerek bu zann giderilebilir. Bunu daha açık ifade etmek gerekirse; oran, simetri ve ölçme işlemlerini bilen duvar ustası, temel teorik

²³⁹ Daha önce de ifade edildiği gibi Osmanlı klasik döneminde hendese mesaha ilimleri içerisinde şekil ve cisimlerin alan ve hacimlerini daha sahih ve kolay bir şekilde hesaplamak için cebirsel ifade ve denklemler kullanılmaktaydı. Muhtemelen bu sebepten müstakil cebir kitapları buradaki arka planda yer almamaktadır.

²⁴⁰ İhsan Fazlıoğlu, *Türkiye Günlüğü*, “Semâniye'den Süleymâniye'ye: Bilge Mimar, Turgut Cansever'in Aziz Hatırasına”, s. 29-41, Kış 100, Ankara 2010.

bilgilerin yanında pratik ve estetik duygusu gelişmiş mimar-zanaatkârdan o da ilgili tüm alanlarda teorik bilgilere tafsilatıyla hâkim ve bunları nasıl tatbik edeceğini bilen mühendisten emir alır. İslam medeniyetinin ilk dönemlerinde ayrımlar bu kadar keskin olmamakla birlikte ilerleyen dönemlerde, bilhassa Osmanlı klasik döneminde kurumsallaşma ve meslek örgütlerinin profesyonelleşmesi ile mezkur hiyerarşi çok daha uzun ve kompleks bir hal almıştır.²⁴¹

Son olarak Osmanlının mimaride şekilden ziyade hacmi vurguladığı ancak tezyinatın yapıya uymasının kalite ve yapısal gücün sıkıca bağlı olduğu estetik önceliği yansıttığı belirtilmelidir.

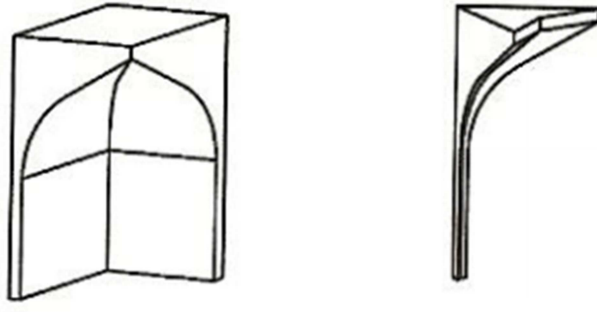
6.3.2. Süsleme Sanatlarında Cebir İlminin Kullanımı

Osmanlıda süsleme sanatları “tezhib”den “minyatür”e, “taş işlemeciliği”nden “ahşap işlemeciliği”ne çok geniş bir yelpazede kendini gösterir. Elbette bu sanatların her birinde orantı, ışık, yansıma, simetri ve harmoni/ahenk gibi matematik nosyonu gerektiren bilgiler kullanılmaktadır ancak burada bilhassa cebir bilgisinin somut olarak ifşa edilebileceği İslam sanat öğelerinden olan ve Osmanlı mimari eserlerinin çoğunda bulunan “mukarnas” ve “geometrik bezeme” ele alınacaktır.

6.3.2.1. Mukarnas

“Mukarnas/المقرنص”, “(bilhassa şahin için) bir şey avlamak ister gibi yarım duruş pozisyonu” anlamındaki Arapça “قرنص” kökünden gelmektedir. Mukarnas objesini meydana getiren her bir mukarnas hücresinin/biriminin şekli bahsi geçen yarım duruş pozisyonuna benzediğinden bu ismi almış olabilir. Aşağıda bir mukarnas hücresinin önden ve yandan görünüşü gösterilmektedir.

²⁴¹ Gülru Necipoğlu, *Architecture, Ceremonial and Power: The Topkapi Palace in the Fifteenth and Sixteenth Centuries*, s. 153-186, New York, 1981; Gülru Necipoğlu, *The Age of Sinan: Architectural Culture in the Ottoman Empire*, s. 71-115, London 2005.



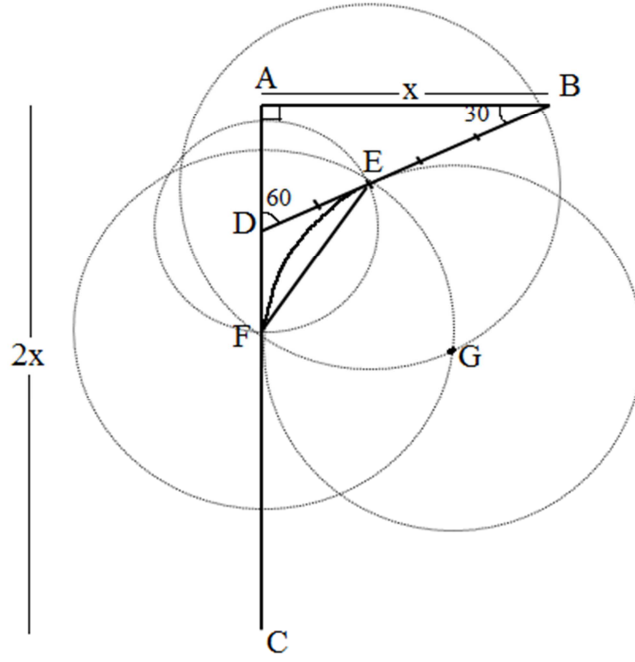
Modern mimaride “sarkıt tonoz” olarak adlandırılabilen olan “mukarnas”, şekildeki gibi birimlerin belli tarzlarda kademeli olarak taşmalar yapacak biçimde, aşırı olarak parabolik veya hiperbolik eğimle yan yana ve üst üste bir araya getirilmesiyle üç boyutlu petek biçimli bir görüntü vererek mimari eserlerin belirli bölümlerini süsleyen İslami sanat öğesidir. Taş veya ahşap malzeme ile farklı tarzlarda icra edilebilen bu sanat çoğunlukla cami, medrese ve saray gibi yapıların mihrap, minare, giriş kapısı üstü ve kubbe-yarım kubbe iç tavanlarında görülür. Tarihi IV/X. asır İslam dünyasındaki mimari eserlere kadar giden “mukarnas”ın yapım aşamalarında hem geometri hem de cebir kullanılır.

Osmanlı medreselerinde üst düzey eser olarak çoğunlukla hocalar arasında mütedâvil olan Cemşid Kâşî’nin *Miftâhu’l-Hisâb*’ında, kitabın üçte birini oluşturan ilmi-i misâha hakkındaki dördüncü makalenin son babının son faslında mukarnas çeşitleri, meydana getirilmesinin keyfiyeti ve cebirsel işlemler yardımıyla mukarnası meydana getiren şekillerin kenar ve yüzey ölçümlerinin yapılarak birleştirilmesi izah edilmektedir.²⁴² Bahsi geçen şekiller medreselerde yaygın olarak okutulan matematik eserlerinin mesaha/uygulamalı geometri bölümlerinde verilse de mukarnas oluşturacak biçimde birleştirilmesine rastlanmaz. Ancak hem Kâşî’nin eserine hem de diğer yaygın matematik eserlerinin mesaha bölümlerine hendese/teorik geometri dilinden ziyade zanaatkâr-mimarların da kullandığı uygulamaya yönelik bir dil hâkimdir.

Kâşî’nin anlatımlarının da yardımıyla bir mukarnas hücresinin çizim ve hesaplaması şöyle izah edilebilir:

²⁴² Cemşid Kâşî, *Miftâhu’l-Hisâb*, tahkik: Nadir Nablûsî, s. 381-391, Dimeşk 1977.

- a) Yatay x birim uzunluğunda AB doğrusu çizilir.
- b) AB'ye dik 2x birim uzunluğunda AC doğrusu çizilir.
- c) AC doğrusu üzerinde bir D noktası belirlenir, B noktasından bu D noktasına bir doğru çizildiğinde ABD açısı 30 derece olması gerekir. Böylece ABD üçgeni 30-60-90 üçgeni olur, bu üçgen eşkenar üçgene tamamlandığında kullanılan $\{a^2 = b^2 + c^2\}$ formülünün yardımıyla AD doğrusu $\left\{\frac{x}{\sqrt{3}} = \frac{x\sqrt{3}}{3}\right\}$ ve BD doğrusu da $\left\{\frac{2x}{\sqrt{3}} = \frac{2x\sqrt{3}}{3}\right\}$ bulunur.
- d) BD doğrusu beş eşit parçaya bölünür. Parçaların her biri $\left\{\frac{\frac{2x\sqrt{3}}{3}}{5} = \frac{2x\sqrt{3}}{15}\right\}$ olur.
- e) BD üzerinde $\left\{BE = \frac{3}{5}BD\right\}$ olacak E noktası bulunur. Bu durumda DE doğrusu $\left\{\frac{2x\sqrt{3}}{15} \cdot 2 = \frac{4x\sqrt{3}}{15}\right\}$ olur.
- f) Merkezi D noktası ve yarıçapı DE doğrusu olan ve DC doğrusunu F noktasından kesen bir c_1 çemberi çizilir.
- g) E ve F noktaları bir doğruyla birleştirilir ve EF doğrusu yarıçap olacak şekilde E merkezli bir c_2 ve F merkezli c_3 çemberi çizilir.
- h) AB doğrusunun alt tarafında c_2 ve c_3 çemberlerinin kesiştikleri nokta G noktası olarak tanımlanır.
- i) Merkezi G noktası olan, E ve F noktaları boyunca yay parçası geçen bir çember çizilir.

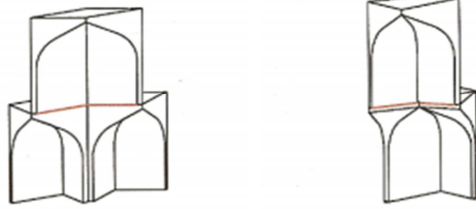


Farklı mukarnas hücresi türleri de bunun gibi geometri ve cebir ilimlerinin işbirliği ile hesaplanarak projelendirilir ve belirli oran ve açılarla birleştirilerek zanaatkârın uygulamasına hazır hale getirilir. Tüm bu süreçlerin açıklanması bu çalışmanın sınırlarını aşacağından sadece yukarıdaki örnekle yetinilmiştir.²⁴³ Ancak mukarnas hücrelerini birleştirme tekniği zihinlerde daha net canlanması için aşağıda bu işlemin aşamaları gösterilmiştir.

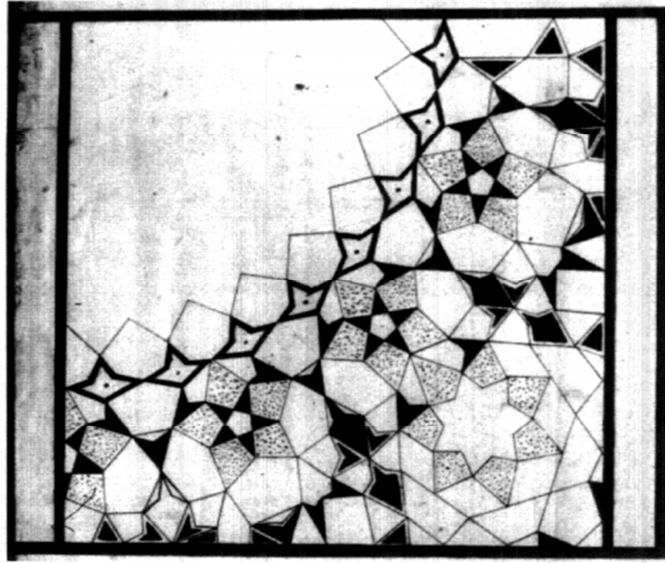


²⁴³ İslam mimarisinde Mukarnas sanatı ile ilgili daha tafsilatlı bilgi ve açıklamalar için bkz.: Yasser Tabbaa, *Muqarnas: An Annual on Islamic Art and Architecture*, "The Muqarnas Dome: Its Origin and Meaning", c. III, s. 61-74, Leiden, 1985; Alpay Özdurol, *Middle East Technical University Journal of the Faculty Architecture*, "Gıyaseddin Jemshid El-Kashi and Stalactites", c. X, s. 31-49, Ankara, 1990; Yvonne Dold-Samplonius and Silvia L. Harmsen, *Muqarnas: An Annual on Islamic Art and Architecture*, "The Muqarnas Plate Found at Takht-ı Sulayman: A New Interpretation", c. XXII, s. 85-94, Brill, 2005; Saskia van den Hoeven and Maartje van der Veen, *Muqarnas: Mathematics in Islamic Arts*, s. 1-23, Utrecht University, Seminar Mathematics in Islamic Arts, 2010.

Burada soldan sağı doğru iki mukarnas hücresinin ortasına orta unsur getirilerek birleşmesi gösterilmektedir. Hücreler yatay olarak bu şekilde birleşirken dikey olarak aşağıdaki gibi bağlanırlar.



İki farklı aç gösterimiyle bu şekilde üst üste gelen mukarnas hücreleri yatay ve dikey olarak ilerleyerek bu sanatla süslenmek istenen yapının tamamını kaplarlar.



Yukarıdaki resimde Topkapı parşömenlerinde bulunan bir çeyrek mukarnas planı görölmektedir. Oldukça karmaşık ve iki boyutlu olarak planlandığı için anlaşılması zor görünen bu tasarımın meydana getirilmesi ve bir sanat eseri olarak cisimleştirilmesi sürecinde yaratıcılık ve zanaatkârlık yeteneğine ilave olarak hesap, cebir, hendese, simetri gibi alanlarda uzmanlaşmaya da ihtiyaç vardır. Elbette bir mimarın bu bilgi, beceri ve hususiyetlerin hepsine aynı anda sahip olması beklenemez. İslam mimari ve sanat tarihi boyunca da böyle olmamıştır zaten. İslam bilim ve medeniyetinin ilk dönemlerinde bugünkü anlamıyla mimar yerine zanaatkâr diye tabir

edilen uzmanlar, duvar ustaları ve süsleme sanatlarını icra eden sanatkârlar mevcut idi. Bir mimari eseri meydana getirmek için bu kişiler bir araya gelmekteydi. İnşada kullanılacak teorik bilgi eksikliği de “mühendis/hendese uzmanı” olarak tabir edilen matematikçilerle zanaatkârların toplantılarında giderilmekteydi. Bu görüşmelerde matematikçiler temel geometri, hesap ve cebir prensiplerini izah etmekte, uygulamalarının nasıl olabileceği hakkında fikirler vermekteydiler. Burada dikkati çeken nokta bu toplantıların varlığına dair en eski bilgiler IV/X. asra kadar geri gitmekte ve tarihten altı asır sonra bile benzer görüşmelerden bahsedilmektedir. Öyleyse mimar-zanaatkârların altı yüzyıl boyunca kendi işlerinde kullanabilecekleri bir uygulamalı matematik nosyonu geliştirmedikleri, her defasında matematikçilerden pratik çözümler bekledikleri düşünülebilir. Bu durumda İslam mimari ve süsleme sanatlarının asırlar boyunca gelişip yayılmasında matematik bilginlerinin büyük emekleri olduğunu kabul etmek gerekir.²⁴⁴

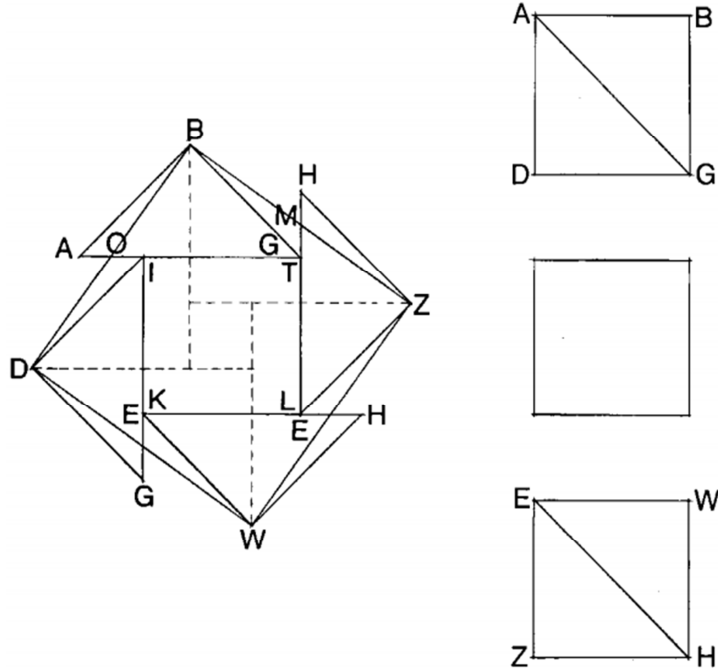
Daha önce de söz konusu edildiği gibi İslam ilim geleneğinde tüm ilim dalları aynı kaynaktan beslenmekte, tabiatıyla birbirlerini tamamlamaktadırlar. Yani mezkûr gelişimde sadece matematiğin veya teorik bilginin katkısından bahsedilemez, aksine tüm ilimler farklı ölçeklerde etki veya fayda ortaya koymaktadır. Örneğin mukarnas sanatının İslam kozmolojisinde belirli fikirleri sembolize ettiği yani kozmolojiden esinlenerek şekillendiği ifade edilebilir. Buna göre mukarnas, kubbe iç yüzeyini süslemek için kullanıldığında göksel cisimleri, çokgen altyapıdan dairesel üstyapıya geçiş aracı olarak uygulandığı yerlerde ise mukarnas hücrelerinin üst üste sıralanışı evren katmanlarını, mukarnasın tamamı da ay altı âlemden ay üstü âleme geçişi, göksel cisimlerin mükemmel dairesel hareketinin kristalleştiği anı ve zaman ile mekânın birleşimini simgelediği düşünülebilir.

6.3.2.2. İslam Mimari Süsleme Sanatında Geometrik Bezeme

Seramik, taş, ahşap veya metal gibi malzemelerden yapılmış çokgen, kare, üçgen ve çok köşeli yıldız şeklinde “karo” denilen parçaların mimari eserlerin duvar ve

²⁴⁴ Alpay Özdural, *Historia Mathematica*, “Mathematics and Arts: Connections between Theory and Practice in the Medieval Islamic World”, c. XXVII, s. 193, Elsevier 2000; Alpay Özdural, *Journal of the Society of Architectural Historians*, “Omar Khayyam, Mathematicians, and "Conversazioni" with Artisans”, c. LIV, s. 54, University of California Press, 1995.

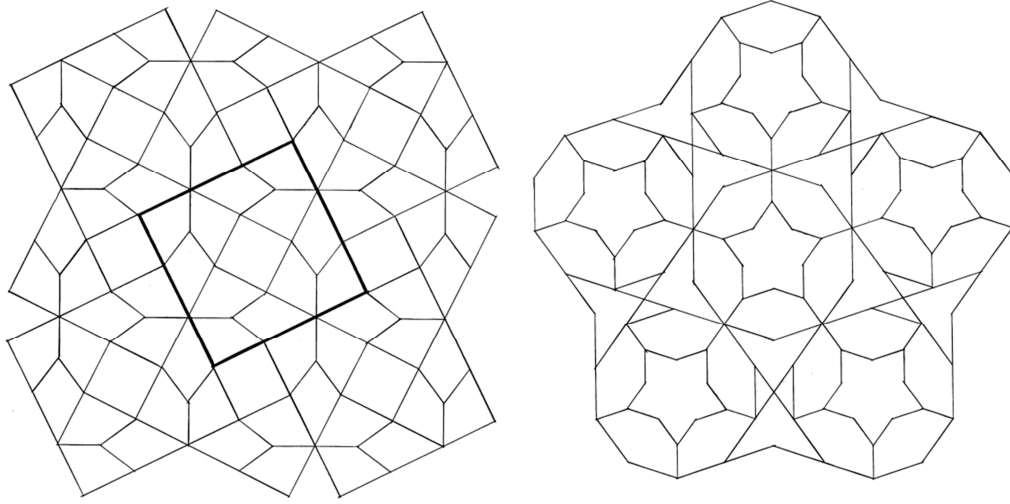
zeminlerine döşenmesi ve her bir karoya uygun bir desen yerleştirilmesiyle sonsuz geometrik kompozisyonların elde edildiği süsleme ögesidir. Her bir karoya geometrik desenin belirli oran ve açılarla çizilebilmesi ve bu karoların birleştirilmesiyle birbirini tamamlayan ve sonsuzca ilerleyen yeni geometrik şekiller ortaya çıkarabilmek için zanaatkârın ciddi bir matematik altyapıya sahip olması veya bir matematikçiden yardım alması gerekmektedir. Bir önceki konuda da zikredildiği gibi İslam sanat tarihinde ikinci seçeneğin daha yaygın olduğu görülür. Bunun bilinen ilk örneği Ebu'l-Vefâ Büzcânî'nin *Kitâb fîmâ Yahtâcu ileyhi el-Sâni min el-Âmâl el-Hendesiyye/ Sanatkârın İhtiyaç Duyduğu Geometrik Çizimler* adlı eseridir.²⁴⁵ Burada o iki, üç, beş ve dokuz eşit kare karo kullanarak bütün birer kare elde etmenin yolunu hendese ve cebir kullanarak gösterir. Ama öncesinde zanaatkârların “sahih burhan” a ulaşamadıklarından, bazı mühendislerin/teorik geometricilerin de zanaatkârların isteklerini tam olarak karşılayamadıklarından bahsederek, yanlış bulduğu çözümleri sıralar. Geometrik bezemede hendese ve cebirin nasıl kullanıldığını daha açık bir şekilde göstermek için Büzcânî'nin üç eşit kareden tek kare yapma örneği verilecektir.



²⁴⁵ Ebu'l-Vefâ Büzcânî, *Kitâb fîmâ Yahtâcu ileyhi el-Sâni min el-Âmâl el-Hendesiyye*, Ayasofya 2753. Yazma eserin detaylı incelemesi ve ilgili kısımların Arapça metni için bkz.: Alpay Özduval, *Historia Mathematica*, “Mathematics and Arts: Connections between Theory and Practice in the Medieval Islamic World”, c. XXVII, s. 171-201, Elsevier 2000.

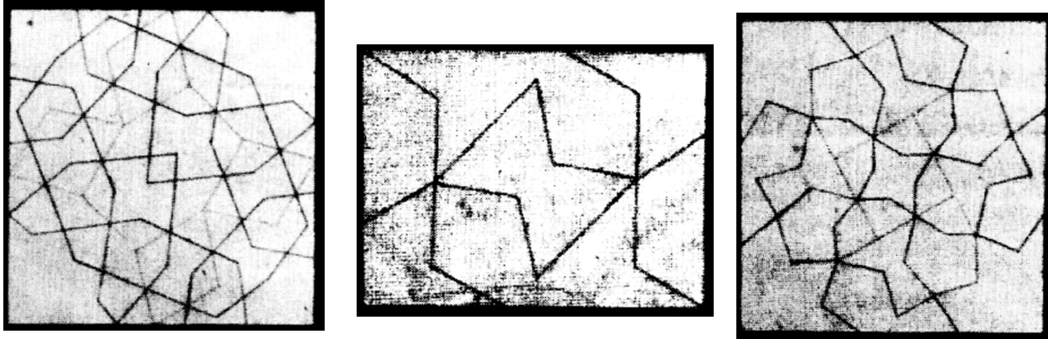
Şekildeki gibi karelerin ikisi köşegenleri boyunca çaprazlama kesilir ve üçüncü karenin kenarlarına elde edilen bu dört ikizkenar üçgen (90-45-45) yerleştirilir. Karenin bir kenarı “a” birim ise üçgenlerin hipotenüsleri ($a\sqrt{2}$) birim olacağından şekilde görüldüğü gibi büyük karenin dışına taşarlar. Birim uyumsuzluğu nedeniyle büyük karenin dışında ve içinde oluşan küçük üçgenler açı ve kenar benzerliğinden hepsi birbirine eşittir. Bu yüzden dışarıdaki üçgenler kesilip içerideki üçgenlerin yerine yapıştırılarak üç kareden tam bir kare elde edilir.

Burada uygulanan matematiksel teorilerin geometrik kompozisyonlar üzerinde nasıl tatbik edildiğini somutlaştırmak için birkaç örnek vermekte fayda vardır.



Büzcânî'nin çalışmasından alınan bu örneklerin soldakinde kare karoların bir araya gelmesiyle sağdakinde de ongen karoların birleştirilmesiyle geometrik kompozisyon oluşturulmuştur. Her bir kompozisyonu tasarlamak için farklı geometrik yöntem ve cebrik denklem formülü kullanılmaktadır. Maalesef, Osmanlı klasik dönemine ait böyle bir eser tespit edilememiştir. Günümüze ulaşamamış veya henüz keşfedilmemiş veyahut da böyle bir eser yazmaya gerek duyulmamış olabilir. O dönemde teorik matematikten uygulamalı matematiğe geçişin görülebileceği eserler şuan mevcut olmasa da en azından bazı geometrik desen planları mevcuttur. Osmanlı

klasik dönem mimarisinin en güzel örneklerinden Topkapı Sarayındaki bezeme örneklerinden üç farklı geometrik desen aşağıdaki gibidir.²⁴⁶



Zanaatkâr ve mimarların karşılaştığı başta gelen teorik problemlerden iki ve üç boyutlu parçalardan iki ve üç boyutlu bütün yapılar elde etme veya tam tersi yani bütün bir yapıyı eşit parçalara bölme sorunu Osmanlı klasik dönem cebir eserlerinde çok sık rastlanan belirli problem/denklem türleriyle yakından ilgilidir. Mezkûr denklemleri örneklerle göstermek gerekirse:²⁴⁷

Örnek 1: İki tam karenin toplamı tam küptür.

ilk bilinmeyen = x^2 ve *ikinci bilinmeyen* = $4x^2$ varsayılırsa $x^2 + 4x^2 = a^3$

Örnek 2: Tam kare ve tam küpün toplamı tam karedir.

ilk bilinmeyen = x^2 ve *ikinci bilinmeyen* = y^3 varsayılırsa $x^2 + y^3 = a^2$

Örnek 3: Üç (tane ardışık) malin her birinin karesinden, kendisinden sonra gelen mal çıkarıldığında, kalan (toplam) tam kare olur.

ilk mal = $x + \sqrt{x}$, *ikinci mal* = $2x + 1$ ve *üçüncü mal*
= $4x + 1$ varsayılırsa $x + \sqrt{x} + 2x + 1 + 4x + 1 = a^2$

Örnek 4: Bir tam kare üç parçaya bölündü, bu parçaların toplamı (yine) tam kare olur.

²⁴⁶ Gülrü Necipoğlu, *Muqarnas: Timurid Art and Culture: Iran and Central Asia in the Fifteenth Century*, “Geometric Design in Timurid/Turkmen Architectural Practice: Thoughts on a Recently Discovered Scroll and its Late Gothic Parallels”, s. 56, Supplement VI, Brill 1992.

²⁴⁷ İH, vr. 99a-99b; İHa, vr. 80b-81a.

$$\begin{aligned} \text{ilk parça} &= x^2, & \text{ikinci parça} &= x & \text{ve} & \text{nc parça} \\ &= b & \text{varsayılırsa} & x^2 + x + b = a^2 \end{aligned}$$

Buradan Osmanlı matematikçilerinin uygulamalı cebir ile doğrudan ilgilendiklerine dair bir sonuç ıkarılamasa bile zanaatkâr ve mimarların ihtiyaçlarının farkında oldukları ve eserlerinde onların problemlerini çağrıştıran denklem türleri ortaya koydukları ne sürülebilir. Matematikçi ve zanaatkâr ilişkisi ile ilgili olarak ayrıca, zanaatkârların geometrik desenlerini sınırlamayarak sonsuza kadar devam edecekmiş gibi tasarlamasının matematikteki sürekli ve süreksiz niceliklerin sonsuz kabul edilmesinden kaynaklandığı düşünülebilir.

Geometrik bezeme ile ilgili son olarak, sadece mimari eserlerin tezyinatında değil halı, kilim ve kumaş gibi günlük ihtiyaçları karşılayan malzemelerde de kullanıldığını belirtmek gerekir.

Genelde matematik özelde de cebir ilminin mimari ve süsleme sanatlarına tatbiki, İslam dünyası bilginlerindeki saf nazari ve saf ameli alanın dışında, nazari olanın tatbiki diye adlandırılabilcek nc bir alanın daha mevcut olduğu bilgisi ile daha iyi anlaşılabilir. Buna ilave olarak mimari ve matematiğin sıkı bağının çok eski dönemlere dayandığı ve bu bağın sebebinin yalnızca mimarinin matematikten önemli derecede faydalanması değil, ikisinin de bir düzen ve estetik arayışında olması ile açıklanabilir. Buna göre matematik doğada, mimari ise yapılarda bu düzen ve estetiğe ulaşmayı amaçlar. Sonuç olarak matematik, sadece mimaride değil tüm alanlarda estetik sonuçları büyük miktarda etkileyen önemli tasarım faktörlerinden biridir.

SONUÇ

Bu çalışmanın “Osmanlı Klasik Dönemde Cebir” ismi, Osmanlı devletinin klasik dönemi olarak adlandırılan VIII./XIV. – XI./XVII. asırlar arasındaki üç yüzyıllık dönemde, riyâzî ilimlerden “cebir ve mukâbele” ilminin seyrini ve seviyesini ifade etmesi için seçilmiştir. Başlığın ifade ettiği şeyi tespit edebilmek için öncelikle döneme ait ilmi çevrelerde mütedâvil ve belli kriterlere uyan eserler belirlenmiş, ardından bu eserler tahkik ve tercüme edilerek çalışmanın ağırlık merkezini oluşturan ikinci bölümün yazımı için kolaylık sağlanmıştır. Seçilen ana kaynaklara ilave olarak yardımcı eserlere başvurularak çalışmanın metninin zenginleştirilmesi ve elde dilecek sonuçların sağlamlığı hedeflenmiştir. Bu hazırlıkların ardından “giriş”te verilen, “cebir”in ilim olarak teşekkülünden önceki ve ilim olarak temayüzünden sonra Osmanlı’ya kadarki dönemlerin ortaya konulması için ayrı ayrı kaynak taramaları yapılmıştır. Dönemlerin ilki için daha çok makaleler tercih edilirken ikincisi için tahkikli metin çalışmaları kullanılmıştır. Birinci bölümde ana kaynakların müelliflerinin biyografileri ve cebir eserlerinin tanıtılması için yazma eser incelemeleri ile birlikte yine tahkikli metin ve tez çalışmalarından istifade edilmiştir. Son bölüme gelince; her başlık altında Osmanlı klasik dönemindeki vaziyeti ortaya koymak için ana ve yardımcı kaynaklar, konunun arkaplanını vermek için de girişte tanıtılan, cebir ilminin doğuşundan Osmanlıya kadarki döneme ait kaynaklardan faydalanılmıştır. Tüm bu yöntemlerle yoğun araştırma ve incelemelerin ardından şu neticeler elde edilmiştir:

1. Eldeki verilere göre bilinen nicelikler yardımıyla bilinmeyen nicelikleri bilmeye dayanan cebir fikrinin tarihi Mezopotamya’da M.Ö 2000’li yıllara kadar geri gitmektedir. Birinci ve ikinci dereceden denklem türlerine rastlanan bu medeniyette cebir fikri oldukça gelişmiştir. Yunan matematiği ise daha çok geometrik bir karakter taşıdığından cebrin izlerine ancak Öklid’in *Elemanlar*’ının analitik geometri diye tanımlanabilecek kısımlarında ve ondan yaklaşık beş asır sonra İskenderiyeli Diyofantus’un cebirden ziyade sayılar teorisini andıran eseri *Aritmetika*’da rastlanmaktadır. Son olarak Hint medeniyetinde “desimal sistem”in ve

“sıfır”ın icadı sayesinde hesap işlemlerinin pratikleşmesi ile cebir nosyonuna ciddi katkılarda bulunulmuştur.

2. Hint medeniyetindeki cebir çalışmalarından yaklaşık iki asır sonra İslam medeniyetinin neşv-ü nemâ bulduğu sıralarda Harezmi, Babil’den denklem türleri, Yunan’dan hendesi ispat ve Hint’ten de desimal sistem ve sıfırı ödünç alarak bunları yeni bir fikirle bir araya getirmiş ve tarihte bilinen ilk sistematik cebir kitabını yazmıştır. Böylece cebir, bir ilim olarak temayüz etmiş, Harezmi de “kalıcı altılı tasnif”i, “istenen hedefe ulaşmak için izlenecek yol” anlamına gelen ve bugün onun isminin değişim geçirmiş hali olan “algoritma”sı ve algoritmanın kanıtını ifade eden “illet”i ile seleflerinden kesin bir biçimde ayrılmış ve cebir ilminin kurucusu ünvanı ile anılmayı hak etmiştir.
3. Harezmi denklemleri, hisâbî/adedi yolla çözmüş, ardından hendesi yöntemle kanıtlamıştır. Yani denklemin çözüm ve ispatı için ayrı ayrı yöntemler kullanmıştır. Bir denklemin hem çözüm hem de ispatı için tek yöntem kullanabilme farkındalığını ilk yaratan Sabit b. Kurra’dır. Hendesi kanıtları sağlamlaştırmak için Öklid’in elemanlarına geri gitmesi, denklemlerin hisâbî ve hendesi olmak üzere iki farklı yöntemle çözülüp kanıtlanabileceği gerçeğini görmesini sağlamıştır. Denklem çözümünde iki farklı yöntemin varlığının anlaşıldığı dönemde bu iki yöntem arasında karşılıklı geçişlerin başladığı görülmüş, Mahâni düzlem ve katı cisimler problemlerini ikinci ve üçüncü dereceden cebirsel denklemlere dönüştürerek onları hendeseden alıp cebire taşımıştır. Bu hareket hiçbir zaman tek yönlü olmamıştır. Zira Ebu Kâmil ile başlayıp Kereci okulu ile devam eden cebirin kendi içerisindeki hareketinden de bahsedilebilir. Cebirsel hesabın rasyonel ve irrasyonel sayılar mecrasına doğru genişlemesi ve belirsiz analize cebirsel denklemler teorisinde bir fasıl tahsis edilerek artık belirsiz denklemlerin de denklem türlerinden sayılması bu hareketi açıklayabilir. Hareketin diğer bir yönü ise hisâbî cebirden hendesi cebre doğru olan harekettir. Kübik denklemlerin analitik yolla çözüm ve kanıtında karşılaşılan zorluklar bunu hendese ilmi içerisinde kesik koni yardımıyla çözme fikrine itmiştir. Bundan sonra da cebir ve hendese

arasındaki karşılıklı hareket sayesinde çözülen problem türlerinin sayısı artmıştır. Böylece cebir ve hendese ile ilgili dört farklı hareketten bahsedilebilir: cebir ve hendesenin kendi sınırlarını genişletmelerine dayanan dışa doğru iki hareket ve cebir ile hendesenin birbirlerinin sınırlarına girmek yoluyla yaptıkları iki hareket.

4. Maşrık matematik geleneğinde hisâbî+hendesî cebir yaklaşımı ile saf hendesî cebir yaklaşımı devam ederken Mağrib matematik geleneğinde hendesî unsurları cebirden tamamen temizleyen saf hisâbî cebir meydana gelmiştir. Osmanlı klasik dönem matematikçileri de hem Maşrık'taki Kerecî okulunun temsil ettiği hisâbî+hendesî cebir yaklaşımından hem de Mağrib matematik geleneğindeki hisâbî cebir yaklaşımından etkilenmiştir.

Osmanlı klasik dönemindeki cebir ilminin seyir ve seviyesini tespit etmek için seçilen beş eserin tetkiki neticesinde aşağıdaki bilgilere ulaşılmıştır:

1. “Cebir ve mukâbele” ilminin, kuruluşundan sonra geçen yaklaşık üç buçuk asrın ardından bağımsız bir “ilim” olarak tavsif ve kabulü satırlara ve sadırlara iyice yerleşmiştir.
2. Cebir ilminin terimleri ile ilgili mevcut bir takım belirsizlikler ve karışıklıklar büyük oranda giderilmiş, terimlerin tek tek tanımlanması ve sınıflandırılması ile bir “ilim” olmanın gerekleri yerine getirilmiştir. Ayrıca bazı yeni terimlerin kullanıma sokulduğu tespit edilmiştir.
3. Denklem çözme teknikleri ile ilgili terimlerde Maşrık ve Mağrib matematik geleneklerinin sentezi yapılarak, Osmanlı'nın İslam medeniyetinin tamamına ait bir ilim geleneğini temsil ettiği gösterilmiştir. Konu ile ilgili sadece sentez ile yetinilmemiş denklem çözme ile ilgili yeni teknikler ve dolayısıyla yeni terimler üretilmiştir.
4. Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin cebirsel ifadelere tatbikinde daha büyük ve daha karmaşık ifadelerle işlemler yapılabilmiş, tüm işlem türleri ifadenin yalın veya bileşik, tür veya mutlak sayı olmasına göre tasnife tabi tutularak incelenmiştir. Buna ilave olarak işlemler,

pedagojik amaçlarla zihnin kolaydan zora doğru ilerlemesi prensibine uygun sırayla izah edilmiştir.

5. Çarpma ve bölme işlemlerinin biri tam sayılar kümesine müteallık diğeri reel/gerçel sayılar kümesine müteallık olmak üzere ikiye ayrılmıştır. Bunun nedeni de cebirsel denklemlerin çözüm metodlarında hem tamsayılarla hem de reel/gerçel sayılarla çarpma ve bölme işlemlerinin sıklıkla kullanılacak olması şeklinde açıklanmıştır.
6. Modern matematikte önemli bir konumdaki polinom ve kök bulma konularına özel bir değer atfedilmiş, polinom bölümü ile ilgili kayda değer örnekler ortaya konulmuştur. Rasyonel sayıların cetvelleme yöntemi ile dördüncü dereceye kadar irrasyonel ve tam sayıların da beşinci dereceye kadar irrasyonel köklerine yaklaşmaya çalışıldığı gibi hem tekli cebirsel ifadelerin hem de polinomların ikinci dereceden köklerine ulaşma konusunda çok önemli adımlar atılmıştır. Bu adımların neticesi de yüksek dereceli polinom denklemlerini çözmede büyük kolaylıklar sağlanması ve ondalık sayıların icadı olmuştur.
7. Cebirsel bir denklem/problem olmanın şartları ortaya konmuş, böylece bir probleme veya soruya bakıldığında onun çözümünün mümkün olup olmadığı çözmeye başlamadan tespit edilebilmesi sağlanmıştır. Bundan da matematikçinin kendini boşa yormaması ve vakit kaybetmemesi hedeflenmiştir.
8. Nazarî veya amelî herhangi bir problemin cebirsel bir denkleme nasıl dönüştürülebileceği teferruatıyla açıklanmış, böylece cebir ilminin pratik ihtiyaçlarda kolaylıkla kullanılabilmesi temin edilmiştir.
9. Cebir ilminin kurucusu Harezmi'nin verdiği klasik altılı denklem tasnifine sadık kalınmış ancak bununla birlikte cebirsel denklemlerin sayısının sınırlanamayacağı kesin bir dille ifade edilmiştir. Bu sayıyı sınırlamak isteyenler sert bir şekilde eleştirilmiş, nicelikler sonsuza kadar devam ettiği için cebirsel ifadelerin, dolayısıyla cebirsel ifadelerden meydana gelen cebirsel denklemlerin de sonsuz olduğu ortaya konulmuştur. Altılı tasnif tüm denklemlerin kendisine dönüşebileceği bir asıl gibi değerlendirilmiştir.

10. Cebirsel denklemlerin çözümünde karşılaşılan herhangi bir denklem önce belirli tekniklerle altı denklem kalıbından birine dönüştürülmüş, sonra da formülü belli olan denklemin çözüm kümesi bulunmuştur. Böylece herhangi bir denklemi çözme süreci iki aşamada değerlendirilmiş, her bir aşama için öncesinde rastlanmayan farklı teknikler ortaya konulmuştur. Osmanlı matematik geleneğinde cebir ilmi sınırları belli, katılaşmış bir yapıda değil de esnek ve her zaman gelişme ve genişlemeye açık bir ilim olduğundan yöntemlerin, tekniklerin çeşitlenmesi, çözüm için mümkün olduğunca farklı yollar açılması ana hedeflerden biri olmuştur.
11. Osmanlı matematik ve cebir geleneğinde denklemin çözüm kümesini hendesi şekillerle ispatlama yöntemi, muhtemelen zorunlu olarak cebirsel ifadelerin üslerini üçüncü kuvvetle sınırlayacağından ve dolayısıyla denklemlerin sayısını sınırlayacağından dolayı tercih edilmemiştir, ancak çözüm yönteminin hisâbî olması gibi ispatlar da hisâbî yöntemle ortaya konarak, imtihan/sağlama denilen teknik üzerinde durulmuştur.
12. Cebirsel denklemler teorisi çözümsüz denklemler konusuyla daha da genişletilmiş, iki bilinmeyenli denklemler istikrâ yöntemiyle kolaylıkla çözülebilmıştır. Bilhassa çözümsüz denklemler bahsi Osmanlı matematik geleneğinde yer bulan özgün konulardan biridir.
13. Osmanlı matematik geleneğinde cebir ilmi hiçbir zaman tatbiki mümkün olmayan tamamen soyut bir ilim olarak görülmemiş, pek çok alanda cebir uygulamaları ortaya konulmuştur. Bunlardan biri de “ferâiz ilmi” denilen, İslam hukuk kurallarına uygun bir şekilde miras taksiminin yol ve yöntemlerini ortaya koyan ilimdir. Harezmi’nin cebir kitabının arkasına vasiyet hesabı başlığı altında bir bölüm eklemesi, cebir ilminin bu ilme tatbikinin ve bunu cebir kitaplarıyla birlikte vermenin gelenek haline gelmesine yol açmış, Osmanlı ilim çevrelerinde de bu gelenek devam ettirilmiştir.
14. Cebir ilminin uygulama alanlarından aynı zamanda İslam medeniyetinin en önemli simgelerinden mimari eser ve süslemeler, matematikçilerin mimar ve zanaatkârlara verdiği teorik bilgi ve dakik hesaplar sayesinde gün be gün gelişmiş, Osmanlı klasik dönemi ile zirveye çıkmıştır. Topkapı sarayı ve

Süleymaniye camiinde görülen plan ve projeler, uygulanan teknik ve hesaplamalar bu durumun en iyi kanıtıdır.

15. Son madde olarak, Osmanlı ilim çevrelerinde matematiğin “hiçbir ilme muhtaç olmayan ama tüm ilimlerin ona muhtaç olduğu ilim” şeklinde tanımlanması, matematik eserlerinin girişlerinde ahlak ilminden siyaset ilmine, mimariden ticarete kadar her alanda bu ilmin öğrenilip uygulanması gereğinin ifade edilmesi, matematiğe verilen büyük değerin küçük bir örneğidir.

Böylece çoğu bilim tarihçisi tarafından İslam bilim ve medeniyetinin parlak döneminin VII/XIII. yy. ile sona erdiği iddiası, ulaşılan bu bilgiler ışığında tekrar değerlendirilmek durumundadır. Özellikle yazma eser inceleme ve tahkikli metin neşrine dayanan çalışmaların Osmanlı bilim ve tekniği üzerinde yoğunlaşması neticesinde alandaki büyük boşluk doldurulabilir ve özelde İslam bilim tarihi genel de bilim tarihi resmindeki eksiklikleri tamamlanabilir.

KAYNAKÇA

Yazma Eserler

Anonim. *İrşâdu't-Tullâb ilâ İlmi'l-Hisâb*, Topkapı Sarayı Kütüphanesi, III. Ahmed 3144.

Sa'd Beyhâkî, *Tekmile Şemsiyye fî'l-Hisâb*, Süleymaniye Kütüphanesi, Ragıp Paşa 918/6.

Büzcânî, Ebu'l-Vefâ. *Kitâb fîmâ Yahtâcu ileyhi el-Sâni min el-Âmâl el-Hendesîyye*. Süleymaniye Kütüphanesi, Ayasofya 2753.

İbnü'l-Hâim. *Şerhu'l-Urcuze el-Yâseminiyye fî'l-Cebr ve'l-Mukâbele*, Süleymaniye Kütüphanesi, Laleli 2134/2.

_____, *el-Mumti' fî Şerhi'l-Mukni'*. Süleymaniye Kütüphanesi, Şehid Ali Paşa 2706.

_____, *el-Mukni' fî'l-Cebr ve'l-Mukâbele*. Süleymaniye Kütüphanesi, Şehid Ali Paşa 2706.

İbnü'l-Havvâm, *Fevâidü'l-Bahâiyye fî'l-Kavâidi'l-Hisâbiyye*, Süleymaniye Kütüphanesi, Hasan Hüsnü Paşa 1292/8.

İbn Türk, Abdülhamid. *ed-Darûrât fî'l-Mukterinât*. Süleymaniye Kütüphanesi, Hüsrev Paşa, 257.

Kuşçu, Ali. *Risâletü'l-Muhammediyye fî'l-Hisâb*. Süleymaniye Kütüphanesi, Pertev Paşa 623.

_____, Ali. *Risâletü'l-Muhammediyye fî'l-Hisâb*, Süleymaniye Kütüphanesi, Ayasofya 2733/2.

_____, Ali. *Risâle fî Enne Küll mâ Yusta'lem bi's-Şekleyni'l-Münhani ve'z-Zillî Yümkin en Yusta'mel bi'l-Mistara ve'l-Fercâr min gayr Hisâb*, Süleymaniye Kütüphanesi, Carullah 2060.

_____, Ali. *Risâle fî İstihrâc Makâdiri'z-Zevâyâ min Makâdiri'l-Edla'*, Süleymaniye Kütüphanesi, Carullah 2060.

Musaoğulları, *Kitâb fî Ma'rifeti Mesâhat Eşkâli'l-Basît ve'l-Kurevî*, Süleymaniye Kütüphanesi, Carullah 1475.

Nîsâbü'rî, Nizâmeddin. *Tavzîhu't-Tezkîrati'n-Nâsiriyye*. Süleymaniye Kütüphanesi, Damad İbrahim 849.

_____, Nizâmeddin. *eş-Şemsiyye fi'l-Hisâb*. Süleymaniye Kütüphanesi, Ragıp Paşa 919.

_____, Nizâmeddin. *Tahrîru'l-Macestî*. Topkapı Sarayı Kütüphanesi, III. Ahmet 3330.

_____, Nizâmeddin. *Şerhu's-Şâfiye*. Millet Kütüphanesi, Ali Emîrî Arabî 3952.

_____, *Ta'bîru't-Tahrîr fi Şerhi'l-Macestî*, Topkapı Sarayı Kütüphanesi, III. Ahmed, 3330

_____, Nizâmeddin. *Kavâidü'l-Hisâbiyye*. Süleymaniye Kütüphanesi, Hüsrev Paşa 250/2.

_____, Nizâmeddin. *eş-Şemsiyye fi'l-Hisâb*. Topkapı Sarayı Kütüphanesi, III. Ahmet 3152.

Râsîd, Takiyüddin, *Buğyetü't-Tullâb min İlmi'l-Hisâb*. Süleymaniye Kütüphanesi, Carullah 1454.

eş-Şîrâzî, Mahmud b. Muhammed b. Mahmud. *Tercüme-i Risale-i Şemsiyye*. Topkapı Sarayı Kütüphanesi, III. Ahmet 3118.

Kitaplar

Şemseddin Semerkandî. *Eşkâlu't-Te'sîs*. Şârih: Kadızâde Rûmî. Tahkik: Muhammed Süveysi, s. 170-185, Tunus 1984.

Akkirmânî, Mehmed b. Mustafa. *İklîlü't-Terâcim*. İstanbul 1760

Âmilî, Bahauddin. *Hulâsâtü'l-Hisâb*. Tahkik: Celal Şevki. Kahire 1981.

Lo Bello, Anthony. *The Commentary of al-Nayrizi on Books II-IV of Euclid's Elements of Geometry*. Brill 2009.

Boyer, Carl. *A History of Mathematics*. John Wiley and Sons,. USA 1976.

Brahmagupta ve Bhaskara. *Algebra, with Arithmetic and Mensuration*. Çeviren: Henry Thomas Colebrooke. London 1817.

Demir, Remzi. *Takiyüddin'de Matematik ve Astronomi*. AKM Yayınları. Ankara 2000.

Diyofantos. *Sinâatu'l-Cebr*. Çeviren: Kosta b. Luka. Tahkik: Rüşdî Râşid. Mısır 1975.

Dosay, Melek. *Kerecî'nin ile'l-Hesab el-Cebr ve'l-Mukâbele Adlı Eseri*. Atatürk Kültür Merkezi Yayınları. Ankara 1991.

Ebu Kamil Şuca' b. Eslem. *Kitâb fi'l-Cebr ve'l-Mukabele*. Tahkik: Sami Şelhub. Halep 2004.

Enbûba, Adil. *İhyâu'l-Cebr*. Beyrut 1968.

Farâbî. *Kitâbu'l-Burhân*. Çeviren: Ömer Türker-Ömer Mahir Alper. Litera Yayınları. İstanbul 2008.

Fazlıoğlu, İhsan. *Uygulamalı Geometrinin Tarihine Giriş: el-İkna fi İlmi'l-Misaha*. Dergah Yayınları. İstanbul.

Fitzpatrick, Richard. *Euclid's Elements of Geometry*. 2007.

Gandz, Solomon. *The Mishnat Ha Middot: The First Hebrew Geometry of About 150 C. E. and The Geometry of Muhammad Ibn Musa Al-Khowarizmi: the First Arabic Geometry (C. 820), Representing the Arabic Version of the Mishnat Ha Middot*. Springer. 1932.

Gavroğlu, Kostas. *Bilimlerin Geçmişinden Tarih Üretmek*. İletişim Yayınları. İstanbul 2006.

İbn Hâim, *el-Maûne fi İlmi'l-Hisâbi'l-Hevâî*. Tahkik: Hdayr Abbas Muhammed el-Munşidâvî. Dâru'l-Âsâr ve't-Turâs. Bağdat 1988.

İbn Hâim. *et-Tıbyân fi Tefsiri Garîbi'l-Kur'ân*. Tahkik: Fethi Enver Dabulî, Dâru's-Sahâbe. Kahire 1992.

_____, *el-Fusûl fi'l-Ferâiz*. Tahkik ve Talik: Abdulmuhsin b. Muhammed b. Abdulmuhsin el-Munif. Riyad 1994.

_____, *Nüzhetü'n-Nüfûs fi Beyâni Hükmi't-Teâmül bi'l-Fülûs*. Tahkik: Abdullah b. Muhammed b. Tariki. Şeriketü's-Safahati'z-Zehebiyye. 2. Basım. Medine 1991.

_____, *el-Hâvî fi'l-Hisâb*. Tahkik: Reşid Abdurrezzak es-Sâlihî ve Hdayr Abbas Muhammed el-Munşidâvî. Bağdat 1988.

_____, *Şerhu'l-Urcuze el-Yâseminiyye*. Tahkik: Mehdi Abdulcevad. Tunus.

İbn Mün'im. *Fıkhu'l-Hisâb*. Takdim: İdris Murâbit. Rabat 2005.

İbn Sina. *Kitâbu's-Şifâ, İkinci Analitikler, Burhan*. Çeviren: Ömer Türker. Klasik Yayınları. İstanbul 2008.

_____, *İşaretler ve Tenbihler*. Çeviren: Ali Durusoy-Muhittin Macit-Ekrem Demirli. Litera Yayınları. İstanbul 2005.

_____, *Kitâbu's-Şifâ, Sema ve Âlem*. Çeviren: Harun Kuşlu-Muhittin Macit. Litera Yayınları. İstanbul 2010.

_____, *Kitâbu's-Şifâ, Metafizik I*. Çeviren: Ekrem Demirli-Ömer Türker. Litera Yayınları. İstanbul 2004.

_____, *Kitâbu's-Şifâ, Mantığa Giriş*. Çeviren: Ömer Türker. Litera Yayınları. İstanbul 2006.

İbn Yâsemin. *Manzûmât İbn Yâsemin fi Â'mâli'l-Cebr ve'l-Hisâb*. Tahkik: Celal Şevki. Kuveyt 1988.

Hasan, Ahmed Yusuf. *Takıyuddin ve'l-Hendesıyyetu'l-Mekanikiyyeti'l-Arabiyye*. Halep 1987.

Hayyam, Ömer. *Resâilü'l-Hayyam el-Cebriyye*. Tahkik: Rüşdi Raşid-Ahmed Cebbar. Halep 1981.

Heath, Thomas. *Diophantos Of Alexandria: A Study In The History Of Greek Algebra*. Kessinger Publishing. 2007.

Henry, John. *Bilim Devrimi ve Modern Bilimin Kökenleri*. Küre Yayınları. İstanbul 2009.

İhsanoğlu, Ekmeleddin ve Diğerleri. *Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi*. IRCICA. İstanbul 1999.

_____, *Osmanlı Astronomi Literatürü Tarihi*. IRCICA. İstanbul 1999.

İzgi, Cevat. *Osmanlı Medreselerinde İlim*. İz Yayınları. İstanbul 1997.

Kalasâdî. *Keşfü'l-Esrâr an İlmi Hurûfî'l-Gubâr*. Tahkik: Muhammed Süveysi, Tunus 1988.

Kâşî, Cemşid. *Miftâhu'l-Hisâb*. Tahkik: Nadir Nablûsî. Dimeşk 1977.

_____, *Miftâhu'l-Hisâb*. Tahkik: Ahmed Said Demirdanis – Muhammed Hamdi Hanefi. Kahire.

Kâtip Çelebi. *Mîzânü'l-Hak fî İhtiyâri'l-Ehakk*. Türkçeleştirenler: Orhan Şaik Gökyay ve Süleyman Uludağ. Kabalcı Yayınları. İstanbul 2008.

Katz, Victor. *A History of Mathematics An Introduction (2nd Edition)*. Addison Wesley 1998.

Kazvinî, Necmeddin Debîrân Kâtibî. *Hikmetü'l-Ayn*. Tashih: Abbas Sadri. Tahran.

Kerecî. *el-Kâfî fî'l-Hisâb*. Tahkik: Sami Şelhub. Halep 1986.

Kutluer, İlhan. *İbn Sina Ontolojisinde Zorunlu Varlık*. İz Yayınları. İstanbul 2002.

Mağribi, Samevel. *el-Bâhir fî'l-Cebr*. Tahkik ve Tahlil: Salah Ahmed-Rüşdi Raşid. Dimeşk 1972.

el-Mardînî, Sıbt. *İrşâd et-Tullâb ilâ Vesîleti'l-Hussâb*. Tahkik: Mustafa Mavalidi. Halep 2004.

el-Merrâkuşî, İbnü'l-Bennâ. *Telhis Â'mâli'l-Hisâb*. Tahkik: Muhammed Süveysi. Tunus 1969.

Meybûdî, Kâdî Mîr. *Şerh ala'l-Hidâye fî'l-Hikme*. Hacı Muharrem Efendi Matbaası. İstanbul 1885.

Miknâsî, İbn Gâzî. *Buğyet et-Tullâb fî Şerhi Münyet el-Hussâb*. Halep 1983.

Mübârekşah, Şemseddin Muhammed. *Şerh Hikmeti'l-Ayn*. Kazan 1892.

Necipoğlu, Gülru. *Architecture, Ceremonial and Power: The Topkapi Palace in the Fifteenth and Sixteenth Centuries*. New York 1981.

Necipoğlu, Gülru. *The Age of Sinan: Architectural Culture in the Ottoman Empire*. London 2005.

Rashed, Roshdi. *Thabit İbn Qurra: Science and Philosophy in Ninth-Century Baghdad*. Walter de Gruyter. Berlin 2009.

_____, *al-Khawarizmi: The Beginnings of Algebra*. SAQI. Londra 2009.

Raşid, Rüşdi ve Bîcân Vahabzâde. *Riyâdiyyât Ömer el-Hayyam*. Merkez Dirâsâtü'l-Vahdeti'l-Arabiyye. Beyrut 2005.

Raşid, Rüşdi. *el-Cebr ve'l-Hendese fi'l-Karni's-Sâni Aşer: Müellefât Şerefeddin et-Tûsî*. Merkez Dirâsâtü'l-Vahdeti'l-Arabiyye. Beyrut 1998.

_____, *Riyâdiyyât el-Havarizmi: Te'sîs İlmi el-Cebr*. Çeviren: Nikola Faris. Merkez Dirâsâtü'l-Vahdeti'l-Arabiyye..Beyrut 2010.

_____, *Tarihu'r-Riyâdiyyat el-Arabiyye beyne'l-Cebr ve'l-Hisab*. Merkez Dirâsâtü'l-Vahdeti'l-Arabiyye. Beyrut 2004.

Râşid, Rüşdi-Regis Morelon. *Mevsûatu Tarihu'l-Ulûmi'l-Arabiyye*. Merkez Dirâsâtü'l-Vahdeti'l-Arabiyye. Beyrut 1997.

Ronan, Colin. *Bilim Tarihi*. Tübitak Yayınları. Ankara 2005.

Saidan, Ahmed Selim. *Tarih İlmi el-Cebr fi'l-Alemi'l-Arabi*. Kuveyt 1985.

_____, *Kâmûs Mustalihât er-Riyâdiyyât el-İbtidâiyye*. Amman 1987.

Sarfatti, Gad. *Mathematical Terminology in Hebrew Scientific Literature of the Middle Ages*. Magnes Press, Hebrew University 1968.

Sarton, George. *Tarihu'l-İlm*. Dâru'l-Maârif. Kahire.

Sarton George. *A History of Science Ancient Science Through the Golden Age of Greece*. Courier Dover Publications 1952.

Sayılı, Aydın. *Abdülhamid İbn Türk'ün Katışık Denklemlerde Mantiki Zaruretler Adlı Yazısı ve Zamanın Cebri*. TTK Yayınları. Ankara 1985.

_____, *Mısırlılarda ve Mezopotamyalılarda Matematik, Astronomi ve Tıp*. TTK Yayınları. Ankara 1982.

_____, *The Observatory in Islam*. TTK Yayınları. Ankara 1988.

- Sezgin, Fuat. *İslam'da Bilim ve Teknik*. İstanbul 2008.
- Süveysi, Muhammed. *Lûgatu'r-Rıyâdiyyât fi'l-Arabiyye*. Tunus 1989.
- Şa'rânî, Muna Sancakdar. *Dirâsât Tahlîliyye li-Mahtûti't-Turuki's-Seniyye fi'l-Âlâti'r-Rûhâniyye*. Kuveyt 2002.
- Şaban, Zekiyüddin. *İslam Hukuk İlminin Esasları*. Çeviren: İbrahim Kafi Dönmez. TDV Yayınları. Ankara 2000.
- Şerbil, Moris. *er-Riyâdiyyât fi'l-Hadâratı'l-İslamiyye*. Trablus 1988.
- Şevki, Celal. *El-Ulûmu'l-Akliyye fi'l-Manzûmâti'l-Arabiyye*. Kuveyt 1990.
- Taşköprülüzâde. *Osmanlı Bilginleri*. İz Yayınları. İstanbul 2007.
- Tekeli, Sevim. *16. yy'da Osmanlılarda Saat ve Takiyüddin'in "Mekanik Saat Konstrüksiyonuna Dair En Parlak Yıldızlar" Adlı Eseri*. Kültür Bakanlığı Yayınları. Ankara 2002.
- _____, *Prof. Dr. Sevim Tekeli'ye Armağan: Makaleleri ve Bildirileri*. Kalkan Matbaacılık. Ankara 2006.
- Telif heyeti. *İlmihal (İslam ve Toplum)*. TDV Yayınları. Ankara 2003.
- Topdemir, Hüseyin Gazi. *Takiyüddin'in Optik Kitabı: Işığın Niteliği ve Görme'nin Oluşumu*. Kültür Bakanlığı Yayınları. Ankara 1999.
- Ünver, Süheyl. *İstanbul Risâleleri*. Hazırlayan: İsmail Kara. İBB Kültür İşleri Daire Başkanlığı Yayınları. İstanbul 1995.
- Van Der Waerden, Bartel Leenert. *Bilimin Uyanışı*. Türk Matematik Derneği Yayınları. İstanbul 1994.
- _____, *A History of Algebra*. Springer – Verlag. Germany 1985.
- Whitfield, Peter. *Batı Biliminde Dönüm Noktaları*. Küre Yayınları. İstanbul 2008.
- Zeki, Salih. *Âsâr-ı Bâkiye*. Hazırlayan: Melek Dosay Gökdoğan ve Diğerleri. Babil Yayınları. Ankara 2004.

Tezler

Arıcı, Müstakim. *Necmettin el-Kâtibî ve Metafizik Düşüncesi*. Doktora Tezi. İstanbul Üniversitesi, SBE. 2011.

Baga, Elif. *Nizâmuddîn Nisâbûrî ve eş-Şemsiyye fî'l-Hisâb Adlı Matematik Risâlesinin Tahkik, Tercüme ve Tarihi Bir Değerlendirmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Sakarya Üniversitesi, SBE. 2007.

Demir, Remzi. *XVI. Yüzyılın Ünlü Astronomu Takiyüddin'in Desimal Sistemi Trigonometri ve Astronomi'ye Uygulaması*. Doktora Tezi. Ankara Üniversitesi, SBE. 1991.

Djalalov, Vahidjon. *Buharalı Muhammed b. Mübarekşah ve Hidâyetü'l-Hikme Şerhi, Tahkiki ve Tercümesi*. Doktora Tezi. Ankara Üniversitesi, SBE. 2009.

Fazlıoğlu, İhsan. *Aristoteles'te Nicelik Sorunu*. Doktora Tezi. İstanbul Üniversitesi, SBE. 1998.

Fazlıoğlu, İhsan. *İbn el-Havvam ve Eseri el-Fevâid el-Bahâiyye fî el-Kavâidi el-Hisâbiyye Tenkitli Metin ve Tarihi Değerlendirme*. Yüksek Lisans Tezi. İstanbul Üniversitesi, SBE. 1993.

Mawaldi, Mustafa. *L'Algèbre de Kemâluddîn el-Fârisî*. Doktora tezi. Université de la Sorbonne Nouvelle Paris III, Paris 1989.

Morrison, Robert Gordon. *The Intellectual Development of Nizâm al-Dîn al-Nisaburi*. Doktora Tezi. Columbia University. 1998.

Yormaz, Abdullah. *Ebherî'nin Hidâyetü'l-Hikme'si ve Osmanlı-Türk Düşüncesindeki Yeri*. Yüksek Lisans Tezi. Marmara Üniversitesi, SBE. 2003.

Sürelî Yayınlar

Aydüz, Salim. **Osmanlı Bilimi Araştırmaları**. “Osmanlı Devletinde Müneccimbaşılık”. İstanbul Üniversitesi Edebiyat Fakültesi Bilim Tarihi Bölümünün Kuruluşunun 10. Yıldönümü Münasebetiyle Ekmeleddin İhsanoğlu’na Armağan, s. 159-208, İstanbul 1995.

_____, **TALİD**. “Osmanlı Astronomi Müesseseleri”. Cilt II, Sayı 4, s. 426-429, 2004.

Dedeyev, Bilal. **Journal of Qafqaz University**. “Osmanlı eğitimine katkıda bulunan bazı Azerbaycan müderrisleri”. Sayı 26, 2009.

Demir, Remzi. **Osmanlı Bilimi Araştırmaları**. “Takiyüddin İbn Ma’ruf’un Ondalık Kesirleri Trigonometri ve Astronomiye Uygulaması”. Cilt II, Sayı 1, s. 187-209, İstanbul 1998.

_____, **Belleten**. “İstanbul Rasathanesinde Yapılmış Olan Gözlemler”. Cilt. LVII, sayı 218, s. 161-172.

Demir, Remzi ve Yavuz Unat. **Düşünen Siyaset**. “Ali Kuşçu ve el-Muhammediyye, el-Fethiyye ve Risâle fî Halli Eşkâl el-Muaddil li’l-Mesîr Adlı Eserlerinin Türk Bilim Tarihindeki Yeri”. Sayı XVI, s. 249 – 253, Ankara 2002.

De Young, Gregg. **Zeitschrift für Geschichte der Arabisch- Islamischen Wissenschaften**. “The Ashkal al-Ta’sis of al-Samarkandi: A Translation and Study”, vol. XIV, s. 57-117, Frankfurt 2001.

Dold-Samplonius, Yvonne and Silvia L. Harmsen. **Muqarnas: An Annual on Islamic Art and Architecture**, “The Muqarnas Plate Found at Takht-ı Sulayman: A New Interpretation”. Vol. XXII, s. 85-94, Brill, 2005.

Fazlıoğlu, İhsan. **Divan İlmi Araştırmalar Dergisi**, “İrşâdu’t-Tullâb ilâ İlmi’l-Hisâb/Hesap Biliminde Öğrencilere Kılavuz”, sayı 13, s. 315-340, İstanbul 2002/2.

_____, **Osmanlı Bilimi Araştırmaları Dergisi**. “İbn El-Havvâm, Eserleri ve el-Fevâid el-Bahâiyye fî el-Kavâid el-Hisâbiyye'deki Çözumsuz Problemler Bahsi”. Cilt. I, s. 70 – 71, 1995.

_____, **Türk Dilleri Araştırmaları**, “Ali Kuşçu’nun el-Risâlet el-Muhammediyye fî el-Hisâb Adlı Eserine Kâtip Çelebî’nin Yazdığı Şerh: Ahsen el-Hediyye bi-Şerh el-Muhammediyye”. Cilt XVII, s. 113-125, İstanbul 2007.

_____, **Yaşamları ve Yapıtlarıyla Osmanlılar Ansiklopedisi**, “Ali Kuşçu”. Cilt I, s. 216-219, İstanbul 1999.

_____, **Kutadgu Bilig**. “Ali Kuşçu’nun el-Muhammediyye fî el-hisâb’ının ‘Çift Yanlış’ ile ‘Tahlîl’ Hesabı Bölümü”. Sayı III, s. 87 – 88.

_____, *Türkiye Günlüğü*, “Semâniye’den Süleymâniye’ye: Bilge Mimar, Turgut Cansever’in Aziz Hatırasına”. s. 29-41, Kış 100, Ankara 2010.

_____, *Kutadgubilig Felsefe-Bilim Araştırmaları*. "Devlet'in Hesabını Tutmak: Osmanlı Muhasebe Matematiğinin Teknik İçeriği Üzerine". Sayı: 17, s.165-178, İstanbul 2010.

Gandz, Solomon. *Osiris*. “The Sources of Al-Khowarizmi's Algebra”. Vol. I, s. 264-265, The University of Chicago Press, 1936.

_____, *Osiris*. “The Algebra of Inheritance: A Rehabilitation of Al-Khuwarizmi”. Vol. V, s. 319-391, The University of Chicago Press, 1938.

_____, *Osiris*. “The Origin and Development of the Quadratic Equations in Babylonian, Greek, and Early Arabic Algebra”. Vol. III, s. 405-557, The University of Chicago Press, 1937.

_____, *The American Mathematical Monthly*. “The Origin of the Term "Algebra"”. Vol. XXXIII, No: 9, s. 437-440, Mathematical Association of America, 1926.

Mawaldi, Mustafa. *Ebhâsu'l-Mu'temer es-Senevî li-Tarîhi'l-Ulûm inde'l-Arab*, “Tahkik ve Dirase Mahtût Kitâbu'n-Nisebi'l-Müteşâkile fî İlmi'l-Cebr ve'l-Mukâbele li-Takiyüddin b. Ma'rûf”. Hakeb 2003.

Necipoğlu-Kafadar, **Gülru**. *Journal of the Society of Architectural Historians*. “Plans and Models in 15th- and 16th-Century Ottoman Architectural Practice”. Vol. XLV, s. 231, University of California Press, 1986.

Özdural, Alpay. *Journal of the Society of Architectural Historians*. “Omar Khayyam, Mathematicians, and "Conversazioni" with Artisans”. Vol. LIV, s. 54-71, University of California Press, 1995.

_____, *Middle East Technical University Journal of the Faculty Architecture*. “Gıyaseddin Jemshid El-Kashi and Stalactites”. Vol. X, s. 31-49, Ankara, 1990.

_____, *Historia Mathematica*. “Mathematics and Arts: Connections Between Theory and Practice in the Medieval İslamic World”. Vol. XXVII, s. 171-201, Elsevier, 2000.

Saliba, George. *Arabic Science and Philosophy*. “al-Qushji's Reform of the Ptolemaic Model for Mercury”. Vol. III, s. 161 – 203, Cambridge University Press, 1993.

_____, *Centaurus*. “The Meaning of al-Jabr wa'l-Muqabalah”. No: 17, s. 189 – 204, 1973.

Sayılı, Aydın. **Belleten**. “Üçüncü Murad’ın İstanbul Rasathanesindeki Mücessem Yer Küresi ve Avrupa ile Kültürel Temaslar”. Cilt. XXV, Sayı 99, s. 397-445, TTK Yayınları, Ankara 1961.

Şeşen, Ramazan. **Erdem**, “Meşhur Osmanlı Astronomu Takiyyüddin Râsîd’in Soyu Üzerine”. Cilt IV, Sayı 10, s. 165 – 171, AKM Yayınları, Ankara 1988.

Tabbaa, Yasser. **Muqarnas: An Annual on Islamic Art and Architecture**, “The Muqarnas Dome: Its Origin and Meaning”. Vol. III, s. 61-74, Leiden, 1985.

Tekeli, Sevim. **Belleten**. “Takiyyüddin’in Sidretü Müntehâ’sında Aletler Bahsi”. Cilt. XXV, sayı 98, Ankara 1961.

Wisnovsky, Robert. **Philosophy, Science and Exegesis in Greek, Arabic and Latin Commentaries**. “The Nature And Scope Of Arabic Philosophical Commentary In Post-Classical (Ca. 1100-1900 Ad) Islamic Intellectual History: Some Preliminary Observations”. Vol. II, s. 173-176, Londra 2004.

Ansiklopedi Maddeleri

- Aydın, Cengiz. **DİA**. “Ali Kuşçu”. Cilt II, s. 408.
- Anbouba, Adel. **DSB**. “al-Tusi”. Vol. XIII, s. 514-517.
- _____, **DSB**. “al-Samaw’al”. Vol. XII, s. 91-95.
- Bardakoğlu, Ali. **DİA**. “Ferâiz”. Cilt XII, s. 362.
- Al-Dabbagh, J. **DSB**. “Banu Musa”. Vol. I, s. 443-446.
- Dold-Samplonius, Yvonne. **DSB**. “al-Mahani”. Vol. IX, s. 21-22.
- _____, **DSB**. “al-Khazin”. Vol. VII, s. 334 – 335.
- Fazlıoğlu, İhsan. **DİA**. “Hâzin”. Cilt XVII, s. 126-129, İstanbul, 1998.
- _____, **DİA**. “Semev’el Mağribî”. Cilt XXXVI, s. 488-492, Ankara 2009.
- _____, **DİA**. “Sabit b. Kurre”. Cilt XXXV, s. 353-356, Ankara 2008.
- _____, **DİA**. “Cebir”. Cilt VII, s. 195.
- _____, **DİA**. “Harizmî”. Cilt XVI, s. 224 – 227.
- _____, **DİA**. “Mustafa İbn Ali el-Muvakkıt”. Cilt XXXI, s. 287-288, İstanbul, 2006.
- _____, **DİA**. “İbnü’l-Hâim”. Cilt XXI, s. 62-65, İstanbul 2000.
- _____, **DİA**. “İbnü’l-Bennâ”. Cilt XX, s. 530-534, İstanbul 1999.
- _____, **DİA**. “Kadızâde”. Cilt XXIV, s. 98 – 100, İstanbul 2001.
- _____, **The Biographical Encyclopedia of Astronomers**. “Taqī al-Dīn Abū Bakr Muḥammad ibn Zayn al-Dīn Ma’rūf al-Dimashqī al-Ḥanafī”. s. 1122-1123, Newyork: Springer, 2007.
- _____, **The Biographical Encyclopedia of Astronomers**, “Ali al-Muwaqqıt: Muslih al-Din Mustafa ibn Ali al-Qustantini al-Rumi al-Hanafi al-Muwaqqıt”. s. 33-34, Newyork: Springer, 2007.

Harvey, E. Ruth. **DSB**. “Qusta Ibn Luqa al-Balabakki”. Vol. XI, s. 244 – 245, Charles Scribner’s Sons, New York, 1970.

İpşirli, Mehmet. **DİA**, “Çivizâdeler”. Cilt VIII, s. 349-350, Ankara 1993.

Koca, Ferhat. **DİA**. “İstinbât”. Cilt XXIII, s. 368-369.

Levey, Martin. **DSB**. “Abu Kamil”. Vol. I, s. 30-32.

Râşid, Rüşdi. **DSB**. “al-Karaji”. Vol. VII, s. 240-246.

Rosenfeld, B. A. ve A. T. Grigorian. **DSB**. “Thabit Ibn Qurra”. Vol. XIII, s. 288-295.

Sandıkçı, S. Kemal. **DİA**. “Müstahrec”. Cilt XXXII, s. 111-112.

Toomer, G. J. **DSB**. “al-Khwarizmi”. Vol. VII, s. 358 – 365.

Topdemir, Hüseyin Gazi. **DİA**. “Takiyüddin er-Râsıd”. Cilt XXXIX, s. 454-455, Ankara 2010.

Vernet, J. **DSB**. “Ibn al-Banna”. Vol. I, s. 437-438.

Youschkevitch, A. P. ve B. A. Rosenfeld. **DSB**. “al-Khayyami”. Vol. VII, s. 323-334.

Bildiri Metinleri

Fazlıoğlu, İhsan. ***IX. Mağrib Arap Matematik Tarihi Sempozyum Bildirileri***, "Endülüs ve Mağrib Matematiğinin Osmanlı Matematiğinin Oluşumu ve Gelişimindeki Yeri", Cezayir Matematik Tarihi Kurumu, Cezayir, 2007.

_____, ***XI. ve XVIII Yüzyıllar İslam-Türk Medeniyeti ve Avrupa Uluslararası Sempozyum***. "Kelâmî Doğa Felsefesinden Mekanik Doğa Felsefesine Giden Yol: Evrenin Ara Varlıklardan, Doğa'nın Ruh'tan Arındırılması" İstanbul 2006.

_____, ***Ulusal Harran Sempozyumu***. Yayınlanmamış Bildiri. "Harran'lı Maematikçilerin Matematiğin Oluşumundaki Katkıları".

Sayılı, Aydın. ***VII. Türk Tarih Kongresi Bildirileri***. "Bir İlim Adamımızın Adı Üzerine" Cilt II, s. 547-553, TTK Yayınları, Ankara 1973.

Şeşen, Ramazan. ***Göge bakan adam: 420. Ölüm yıldönümünde Takiyyüddin Râsûd*** . s. 13 – 14, Bilim ve Sanat Vakfı, İstanbul, 2005.

Van den Hoeven, Saskia and Maartje van der Veen, ***Muqarnas: Mathematics in Islamic Arts***, s. 1-23, Utrecht University, Seminar Mathematics in Islamic Arts, 2010.

İnternet Kaynakları

Fazlıoğlu, İhsan, “**Mahânî**”.
<http://www.ihsanfazlioglu.net/yayinlar/makaleler/1.php?id=97>.

_____, “**Ebû Kâmil Şucâ b. Eslem**”.
<http://www.ihsanfazlioglu.net/yayinlar/makaleler/1.php?id=92>

_____, “**Endülüs ve Mağrib Matematiğinin Osmanlı Matematiğinin Oluşumu ve Gelişimindeki Yeri**”.
<http://www.ihsanfazlioglu.net/yayinlar/makaleler/1.php?id=154>

_____, “**Harranlı Matematikçilerin İslâm Matematiğinin Oluşumundaki Katkıları**”. http://www.ihsanfazlioglu.net/yayinlar/makaleler/Harranli_Matematikciler.pdf

_____, “**Osmanlı Döneminde Hisabu’s-Sittinî**”.
<http://www.ihsanfazlioglu.net/yayinlar/makaleler/Hissit.pdf>

_____, “**Osmanlı Döneminde Geometri**”
<http://www.ihsanfazlioglu.net/yayinlar/makaleler/1.php?id=134>,

Ebû Yahya Zeynüddin Zekerıyyâ b. Muhammed b. Ahmed el-Ensârî. **Fethu’l-Mübdî’ fî Şerhi’l-Mukni’**. <http://makhtota.ksu.edu.sa/makhtota/2427/2>