

T.C.
TRAKYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YARI İLETKEN TABANLI MACH-ZEHNDER
İNTERFEROMETRESİ'NİN SAYISAL YÖNTEMLERLE
ELEKTROSTATİK MODELLENMESİ

Deniz EKŞİ

DOKTORA TEZİ

FİZİK ANABİLİM DALI

Danışman : 1. Doç. Dr. Afif SİDDİKİ

2. Prof. Dr. Ş. Erol OKAN

EDİRNE - 2012

T.C.
TRAKYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**YARI İLETKEN TABANLI MACH-ZEHNDER İNTERFEROMETRESİ'NİN
SAYISAL YÖNTEMLERLE ELEKTROSTATİK MODELLENMESİ**

DOKTORA TEZİ
FİZİK ANABİLİM DALI
Deniz EKŞİ

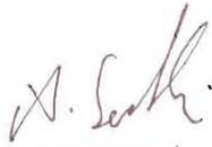
Bu tez 27/04/2012 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından kabul edilmiştir.



Prof. Dr. Ş. Erol OKAN
(II. Danışman)



Prof. Dr. Aydın ULUBEY
(Üye)



Doç. Dr. Afif SİDDİKİ
(I. Danışman)



Doç. Dr. Şaban AKTAŞ
(Üye)



Yrd. Doç. Dr. Mustafa ULAŞ
(Üye)

Doktora Tezi

Yarı İletken Tabanlı Mach–Zehnder İnterferometresi’ nin Sayısal Yöntemlerle Elektrostatik Modellenmesi.

Trakya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı

ÖZET

Bu çalışmada, yarı iletken malzemelerden oluşan bir hetero yapı içinde elde edilen iki boyutlu elektron sisteminde (2BES) tanımlanabilen Mach-Zehnder interferometresi (MZI), kuantum Hall rejiminde incelenmiştir. 2BES’ de MZI geometrisini tanımlamak için metalik kapılar kullanılmıştır. 2BES’ i elde etmek için üç boyutlu Poisson denklemini sıfır sıcaklık ve sıfır manyetik alan değerlerinde malzeme büyütme parametreleri, sistem boyutları ve yükler arası Coulomb etkileşimleri de hesaba katılarak öz uyumlu bir şekilde çözülmüştür. Bu çözümden elektron yoğunluğunun ve toplam perdelenmiş potansiyel enerjinin uzaysal dağılımları belirlenmiştir. Bu hesaplama için EST3D isimli kod kullanılmıştır. 2BES’ e dik bir manyetik alan uygulandığında sistemde sıkıştırılamaz şerit (SS veya kenar durumları) ve sıkıştırılamaz bölge (SB) isimli iki farklı rejim oluşmaktadır. Bunu belirlemek için EST3D isimli kodun çözümünden elde edilen toplam potansiyel enerji başlangıç değeri olarak alınıp öz uyumlu bir yöntem olan Thomas-Fermi-Poisson-Yaklaşıklığı (TFPY) ile sıcaklık ve dik bir manyetik alan varlığında elektron yoğunluğunun ve potansiyel enerjinin uzaysal dağılımını elde ettik. Simetrik bir sistem içerisine metalik kontaklar ile enjekte edilen akımın büyüklüğüne ve yönüne bağlı olarak sağ ve soldaki SS’ lerin kalınlıkları değiştiğini belirledik. Aynı zamanda manyetik alanın etkisi ile metalik kontaklar ideal ve ideal olmayan durumlarda bulunduklarını gösterdik. MZI’ daki faz kaymasını hesaplamak için alandan, hızdan ve yol farkından gelen katkıları manyetik alanın bir fonksiyonu olarak belirledik ve iletkenlikleri hesapladık. Hesaplanan sonuçlar literatürdeki deneysel çalışmaların ölçümleri ile oldukça uyum içerisinde olduğunu gördük.

Yıl : 2012

Sayfa : 125

Anahtar Kelimeler : İki Boyutlu elektron Sistemi, Mach-Zehnder İnterferometresi, Kuantum Hall Olayı

PhD Thesis

Electrostatic modeling of the Mach-Zehnder interferometer based on semiconductor with the numerical methods

Trakya University, Science Faculty

Department of Physics

SUMMARY

In this work we investigated an electronic version of the Mach-Zehnder interferometer, in the quantized Hall regime, induced at the interface of a semiconductor heterostructure defined on a two dimensional electron system (2DES). The interferometer geometry is defined by metallic gates on the 2DES. The three dimensional Poisson equation is solved self-consistently considering material properties, sample geometry and electron-electron interactions to obtain the properties of the 2DES at zero magnetic field and temperature. The solution provides the spatial distribution of electron density and total screened potential. For this procedure, we utilized the EST3D numerical algorithm. In the presence of a perpendicular magnetic field incompressible and compressible stripes form. To obtain the electron and potential distributions, we used the outcome of EST3D as an initial condition and solved the self-consistent equations within the Thomas-Fermi-Poisson approximation in the presence of a perpendicular magnetic field and at finite temperatures. We found that, if one injects current to a laterally symmetric sample, the widths of the incompressible stripes are affected depending on the current direction and the amplitude of the imposed current. We also showed that, the magnetic field strongly influences the properties of the injection contacts, changing them from ideal to non-ideal. The phase shift observed at the Mach-Zehnder interferometer is calculated considering the area, path length and particle velocity as a function of magnetic field. Our findings are in good agreement with the relevant experiments.

Year : 2012

Pages : 125

Key Words : Two Dimensional Electron System, Mach-Zehnder Interferometer, Quantum Hall Effect

TEŞEKKÜR

Tüm lisansüstü çalışma sürecim boyunca çalışmalarımı yönlendiren, doktora danışmanlığımı üstlenen, bilgi ve deneyimlerini benden esirgemeyen, anlayış ve desteğiyle her zaman yanımda olan sayın hocam sayın Doç. Dr. Afif SİDDİKİ' ye,

Doktora aşamamda ikinci danışmanlığımı üstlenerek bilgi ve deneyimlerinden yararlandığım sayın hocam Prof. Dr. Ş. Erol OKAN' a,

Bilimsel çalışmalarım boyunca yardımını ve bilgisini esirgemeyen hocam Doç. Dr. Şaban AKTAŞ' a,

Çalışmamın yapım ve yazım aşamasındaki yardımlarından dolayı ekip arkadaşlarım Özge KILIÇOĞLU, Arş. Gör. Dr. Engin ÇİÇEK ve Yrd. Doç. Dr. Ali İhsan MEŞE' ye,

Ayrıca bu tez Trakya Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Müdürlüğü tarafından TÜBAP-2010/178 nolu proje ile desteklenmiştir. Trakya Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Müdürlüğü' ne,

Ayrıca çalışma, TÜBİTAK 109T083 nolu proje ile de desteklenmiştir. TÜBİTAK' a,

Her koşul ve şartta sevgi ve desteklerini eksik etmeyen aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
SUMMARY	ii
TEŞEKKÜR	iii
SEMBOLLER ve KISALTMALAR	vi
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	viii
 1. GİRİŞ	 1
 2. KURAMSAL ALTYAPI	 4
2.1. Hall Olayı	4
2.1.1. Drude Modeli	5
2.1.2. Manyetik Alanda Serbest Parçacığın Hareketi	7
2.1.3. Klasik Hall Etkisi	10
2.2. Kuantum Hall Olayı	12
2.2.1. Kuantize Siklatron Hareketi	14
2.2.2. İki Boyutta Durum Yoğunluğu	19
2.2.3. Doldurma Faktörü	24
2.2.4 Hall Direnci	29
2.2.5. Perdeleme Teorisi: Sıkıştırılabilir Bölgeler ve Sıkıştırılmaz Şeritler	31
2.3. Parçacık İnterferometreleri	34
2.3.1. Aharonov – Bohm Olayı	34
2.3.2. Mach-Zehnder İnterferometresi	40
 3. ELEKTROSTATİK ÖZ UYUMLU (SELF-CONSISTENT) ÇÖZÜMLER	 42
3.1. Poisson Denklemi	43
3.2. İki Boyutlu Elektron Sisteminin (2BES) Eldesi	43
3.2.1. Hetero Yapıların Genel Özellikleri	45

3.2.2. Hetero Yapılarda Büyütme Teknikleri	46
3.2.2.1. Moleküler Işın Epitaksi	47
3.2.2.2. Metal Organik Kimyasal Buhar Depolama	48
3.3. EST3D	48
3.3.1 EST3D İçin Giriş Datasının Oluşturulması (est3.dat)	49
3.3.2 EST3D İçin Çıktı Datası	52
3.3.3. Kuantum Nokta Kontakların (KNK) Kapı (Gate) ile Tanımlanması	53
3.3.4. Kuantum Nokta Kontakların (KNK) Kimyasal Eritme (Etching) ile Tanımlanması	56
3.4. Thomas Fermi (TF) Yaklaşıklığı	57
3.5. Thomas Fermi Poisson (TFP) Yaklaşıklığı	57
3.6. Bir Boyutta Elektron Hızı ve Sıkıştırılmaz Şeritlerin (SŞ) Kalınlıkları	61
3.6.1. Donor Dağılımı	61
3.6.2. SŞ' lerin Kalınlıkları	64
3.6.3. SŞ' lerdeki Elektronun Sürüklenme Hızı	66
4. AKIM VARLIĞINDA ÇÖZÜMLER	69
4.1. Lineer Denge Dışı Akım LDDA (Linear Response Regime LRR)	69
4.1.1. LDDA da Metalik Kontakların Modellenmesi	70
4.2. Lineer Olmayan Denge Dışı Akım LODDA (Out of Linear Response Regime OLRR)	76
4.2.1. Homojen Donor Dağılımında LODDA' nın SŞ' lere Etkisi	79
4.2.2. Homojen Olmayan Donor Dağılımında LODDA' nın SŞ' lere Etkisi	83
5. MACH-ZEHNDER İNTERFEROMETRESİNİN MODELLENMESİ	87
5.1. MZ İnterferometresi İçin Tanımlanan Üç Boyutlu (3B) Hetero Yapı ve Üç Farklı Geometri için Yoğunluk Profilleri	88
5.2. İletkenliğin Tanımlanması	92
5.3. İletkenliğin Hesaplanması İçin Gerekli Parametrelerin Tanımlanması	

(Alan, Hız, Yol Uzunluğu vs.)	93
5.4. MZ İnterferometresi İçin Hesaplanan İletkenlikler ve Deneysel Sonuçlar ile Karşılaştırılması	98
6. SONUÇLAR ve DEĞERLENDİRME	101
KAYNAKLAR	105
ÖZGEÇMİŞ	109

SEMBOLLER ve KISALTMALAR

SEMBOLLER

N_e	:	Toplam elektron sayısı
N_ϕ	:	Toplam akı sayısı
n_{el}	:	Elektron yoğunluğu
n_0	:	Donor yoğunluğu
ρ	:	Toplam yük yoğunluğu
ℓ	:	Manyetik uzunluk
ω_c	:	Siklatron frekansı
ρ_H	:	Hall direnci
ν	:	Doldurma faktörü
Ψ	:	Dalga fonksiyonu
k	:	Dalga sayısı
E_n	:	Landau enerji seviyeleri
Ω_c	:	Siklatron enerjisi

μ	:	Kimyasal potansiyel enerji
μ^*	:	Elektrokimyasal potansiyel enerji
V	:	Toplam perdelenmiş potansiyel enerji
V_{bg}	:	Donorların oluşturduğu potansiyel enerji
w_2	:	Sıkıştırılmaz şeritin kalınlığı
$\mathcal{G}_D$	:	Elektronun sürüklenme hızı
U_H	:	Akım büyüklüğü
G_D	:	İletkenlik

KISALTMALAR

MZI	:	Mach-Zehnder İnterferometresi
2BES	:	İki Boyutlu Elektron Sistemi
EST3D	:	Üç Boyutlu Elektrostatik Potansiyel Eldesi Kodu
SŞ	:	Sıkıştırılmaz Şerit
SB	:	Sıkıştırılabilir Bölge
KD	:	Kenar Durum
CSG	:	Chklovskii, Shklovskii ve Glazman modeli
TFY	:	Thomas Fermi Yaklaşıklığı
TFPY	:	Thomas Fermi Poisson Yaklaşıklığı
AB	:	Aharonov-Bohm
KNK	:	Kuantum Nokta Kontak
MIE	:	Moleküler Işın Epitaksisi
MOKBT	:	Metal Organik Kimyasal Buharlaştırma Tortusu
LDDA	:	Lineer Denge Dışı Akım (Linear Response Regime LRR)
LODDA	:	Lineer Olmayan Denge Dışı Akım (Out of Linear Response Regime OLLR)
2B	:	İki Boyut
3B	:	Üç Boyut

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil (2.1) :	Hall olayı deney düzeneği.	4
Şekil (2.1.3.1):	Hall olayının şematik gösterimi.	10
Şekil (2.1.3.2):	Klasik Hall direncinin manyetik alana göre değişimi.	12
Şekil (2.2.1):	Tam sayı kuantum Hall olayında manyetik alana göre akıma dik yönde Hall direnci (ρ_H), akım yönündeki Hall direnci (ρ_L) ve kesikli mavi çizgi klasik Hall direnci(K. V. Klitzing, vd. 1980).	13
Şekil (2.2.1.1):	Sonsuz bir x boyutunda manyetik alandan oluşan tuzaklarda elektronun enerji seviyeleri ve dalga fonksiyonlarının şematik gösterimi.	17
Şekil(2.2.1.2):	İki boyutta sınırlandırılmış elektron gazına uygulanan dik bir manyetik alanın etkisiyle hareket eden elektronların şematik gösterimi.	18
Şekil (2.2.2.1):	İki boyutlu ters örgü uzayında elektron dizilimi.	19
Şekil(2.2.2.2) :	Ω_c siklotron enerjisi olmak üzere, manyetik alanın etkisiyle kuantalanan enerji seviyeleri.	21
Şekil (2.2.2.3) :	Sabit manyetik alanda ($B \neq 0$), farklı sıcaklık değerleri için durum yoğunluğunun değişimi.	23
Şekil (2.2.3.1) :	Kuantum Hall olayı deneyindeki örneğin boyutları.	24
Şekil (2.2.3.2) :	Elektronların y eksenı boyunca dizilimi ve oluşturdıkları potansiyeller.	25
Şekil (2.2.3.3) :	Momentum uzayındaki elektronların dizilimi.	26
Şekil(2.2.3.4):	Sabit manyetik alanda ($B \neq 0$) ve farklı sıcaklık değerleri için, (a) doldurma faktörü ve (b) sıcaklığa bağlı durum yoğunluğunun kimyasal potansiyel enerjiye göre değişimi.	28
Şekil(2.2.4.1):	Hall direncinin manyetik alana bağlı değişimi (Deniz Ekşi, YLT, 2007).	30

- Şekil(2.2.5.1):** CSG teorisinde kullanılan hetero yapının şematik gösterimi (Chlovskii vd. 1992). 32
- Şekil(2.2.5.2):** (a-c) tek parçacık resmi. (a) iki boyutlu elektron dağılımının görüntüsü ve oklar akımın aktığı yeri ve yönünü temsil eder. (b) tuzaklama potansiyel enerjisi ve Landau enerji seviyeleri. (c) tek parçacık resmine göre elektron dağılımı. (d-f) elektrostatik öz uyumlu durum. (d) iki boyutlu elektron dağılımının görüntüsü ve akımın aktığı bölgeler taralı olarak gösterildi. (e) Tuzaklama potansiyel enerjisi Landau enerji seviyelerinin bükülmesi. (f) elektron dağılımı (Chlovskii vd. 1992). 33
- Şekil(2.3.1.1):** Aharonov – Bohm olayını anlatan şematik gösterim. 34
- Şekil(2.3.2.1):** Optik Mach-Zehnder interferometresinin deneysel düzeneği. 40
- Şekil(2.3.2.2):** İki elektron siteminde tanımlanan Mach-Zehnder interferometresinin deneysel düzeneği (Siddiki TUBİTAK-109T083). 41
- Şekil (3.2.1):** (a) Üst üste büyütülmüş farklı enerji band yapılarına sahip yarı iletken malzeme, (b) malzemenin z eksenini boyunca band yapısı ve (c) $z=z_0$ düzleminde oluşan kuantum kuyusu. 44
- Şekil (3.2.1.1):** Farklı yarıiletkenlerin örgü sabitinin, eV biriminde minimum bant genişliğine ve dalga uzunluğuna göre değişimi. Düz çizgiler direkt bant genişliğini, kesikli çizgiler ise endirekt bant boşluğunu göstermektedir. 46
- Şekil(3.3.3.1):** $1500 \times 1500 \times 156 \text{ nm}^3$ lik örnek boyutları için, (a) üç boyutlu hetero yapı, (b) kapılara depo edilen yük yoğunluğu, (c) delta doping edilen homojen donor yoğunluğu ve bu tanımlamalar sonucunda hesaplanan (d) elektron yük yoğunluğu. 2BES yüzeyden 100 nm aşağıda, donor dağılımı yine yüzeyden 43 nm aşağıda, $w=200 \text{ nm}$, $L=300 \text{ nm}$ ve kapılara uygulanan kapı voltajı $V_G = -1.2 \text{ V}$ 'dur (Arslan 2008). 54
- Şekil(3.3.3.2):** İki farklı metalik kapı geometrisi (C1: yumuşak, C2: keskin) için potansiyel profilleri. Mavi bölgeler elektronların kapı voltajları ile

- boşaltılan bölgeler. C1 için iki ve C2 için dört farklı kapı aralığı mesafesi için merkezdeki potansiyel dağılımları (Arslan 2008). 55
- Şekil(3.3.4.1):** (a) Metalik kapı ve (b) kimyasal eritme ile tanımlı KNK' ların farklı kapı voltaj değerleri ve yüzeyden farklı mesafelere kadar eritilmiş durumları için potansiyel dağılımları. Kapılar arası mesafe $w=150\text{ nm}$ ' dir (Arslan 2008). 56
- Şekil(3.5.1):** Thomas-Fermi-Poisson yaklaşımı (TFPY) ile öz uyumlu (self-consistent) çözümün şematik anlatımı. 59
- Şekil(3.6.1.1):** Farklı c diklik parametreleri için, (a) ve (b) sırası ile kesikli ve parabolik donör dağılımı, (c) ve (d) ise bu dağılımların oluşturduğu potansiyel enerjiler. (b)' deki küçük grafik ise potansiyel enerjinin malzemenin merkezindeki değerin c diklik parametresine göre değişimi (Eksi 2007). 62
- Şekil(3.6.1.2):** Manyetik alan $B=7T$, örnek sıcaklığı $T=1K$ ve örnek yarı uzunluğu $d=3\mu m$ değerleri için, $c=1$ ve $c=0.7$ diklik parametreleri değerlerine sahip farklı donör dağılımları durumunda doldurma faktörünün konuma göre değişimi. 63
- Şekil(3.6.2.1):** $\nu=2$ durumunda, farklı $c(=0.6,0.8,1.0)$ diklik parametresi için $T=1K$ sıcaklığında (a,c,e) kesikli donör dağılımı, (b,d,f) parabolik donör dağılımı, (a,b) $d=1\mu m$, (c,d) $d=3\mu m$ ve (e,f) $d=5\mu m$ değerlerinde SS' lerin kalınlıklarının manyetik alan büyüklüğüne göre değişimleri (Eksi 2007). 65
- Şekil(3.6.3.1):** Toplam perdelenmiş potansiyel ve elektron dağılımının şematik gösterimi. 67
- Şekil(3.6.3.2):** Farklı safsızlık genliği değerleri ($V_0=0-100-200-300\text{ meV}$) için, SS' lerin olduğu bölgelerde (b,d,f) ve kimyasal potansiyelin toplam potansiyel ile kesiştiği konumdaki (a,c,e) elektronun sürüklenme hızı. İnce çizgiler $T=1K$ ve kalın çizgiler $T=5K$ ' de (Eksi 2007). 68
- Şekil(4.1.1.1):** (a) Üç boyutlu hetero malzemenin şematik gösterimidir. Malzeme iki farklı bant genişliğine sahip GaAs (mavi) ve AlGaAs (kırmızı)

yarı iletkenlerinden oluşmaktadır. Kaynak (source) ve Alıcı (drain) kontakları ile malzeme içerisinde y doğrultusunda akım akıtılır. A1, A2, B1 ve B2 kontakları ile Hall voltajı ve boyuna voltaj hesaplanır. (b) 2BES' in şematik gösterimidir. Mor ile gösterilen bölgeler kimyasal eritme yöntemi (etched region) ile elektronların boşaltıldığı bölgelerdir. Koyu gri bölgeler yüzey kontakları (surface contacts) ve açık gri bölgeler ise 2BES' e nüfus eden metalik parmakları (metallic fingers) temsil etmektedir. Kesikli siyah çizgiler Landau enerji seviyeleri ve kesikli yeşil çizgi ise kimyasal potansiyel enerjidir. Oklar ile gösterilenler ise olası kenar durumlarıdır. Kırmızı renge göre yoğunlaştırılan bölgeler ise 2BES (2DES)' dir (Eksi 2010). 72

Şekil(4.1.1.2):

(a) Akım yoğunluğunun uzaysal dağılımı, (b) örneğin belli bölgelerinden alınan ($y=250nm \rightarrow$ siyah çizgi, $y=750nm \rightarrow$ kırmızı çizgi) elektrokimyasal potansiyeller ve (b) grafiğinin içindeki iki boyutlu grafik ise doldurma faktörünün uzaysal dağılımı. Burada $\hbar\omega_c/E_F^0=3.72$, $k_bT/E_F^0=0.058$ ve y yönündeki akım değeri ($|j(x,y)| = 0,84 \times 10^{-4} A/m$)' dir (Eksi 2010). 73

Şekil(4.1.1.3):

(a) Doldurma faktörünün, (b) akım yoğunluğunun uzaysal dağılımı ve (c) örneğin belli bölgelerinden alınan ($y=250 nm \rightarrow$ siyah çizgi, $y=750 nm \rightarrow$ kırmızı çizgi) elektrokimyasal potansiyelleridir. Burada $\hbar\omega_c/E_F^0=3.02$, $k_bT/E_F^0=0.094$ ve y yönündeki akım değeri ($|j(x,y)| = 0,84 \times 10^{-4} A/m$)' dir (Eksi 2010). 74

Şekil(4.1.1.4):

(a) Doldurma faktörünün, (b) akım yoğunluğunun uzaysal dağılımı ve (c) örneğin belli bölgelerinden alınan ($y=250nm \rightarrow$ siyah çizgi, $y=750nm \rightarrow$ kırmızı çizgi) elektrokimyasal potansiyeller. Burada $\hbar\omega_c/E_F^0=2.26$,

$k_b T / E_F^0 = 0.11$ ve y yönündeki akım değeri $(|j(x, y)| = 0,84 \times 10^{-4} \text{ A/m})$ ' dir (Eksi 2010). 75

Şekil(4.2.1): Kaynak (source) ve alıcı (drain) arası gerilim kaynağı ile oluşturulan potansiyel farkının şematik gösterimi. 76

Şekil(4.2.2): (a) Akım yokken toplam potansiyel dağılımı, (b) Hall çubuğundan akım akıtıldığında akıma dik yönde oluşan potansiyel, (c) akım varlığındaki toplam potansiyel ve elektrokimyasal potansiyel ve (d) SŞ' lerdeki akım yoğunluğunu temsil eden şematik gösterimler. 77

Şekil(4.2.1.1): (a) Konuma göre doldurma faktörü ve akım yoğunluğunun dağılımı, (b) akımın bir fonksiyonu olarak örnek üzerindeki sağ ve sol SŞ' lerin kalınlıkları. 80

Şekil(4.2.1.2): Farklı manyetik alan değerleri için akımın bir fonksiyonu olarak örnek üzerinde oluşan sağ ve sol SŞ' lerin kalınlıkları. 81

Şekil(4.2.1.3): ℓ Manyetik uzunluk olmak üzere, $d=3 \mu\text{m}$ ve $T=3 \text{ K}$ değerlerinde farklı manyetik alan ve akım büyüklükleri için safsızlık (impurity) konsantrasyonunun (γ) bir fonksiyonu olarak sağ (b,d,f) ve sol (a,c,e) SŞ kalınlıkları. 82

Şekil(4.2.2.1): Homojen (kırmızı çizgi) ve diklik parametreleri $c_1 = -0.9d$ ve $c_2 = +0.7d$ (siyah çizgi) için, (a) donör dağılımı ve (b) bu dağılımların oluşturduğu tuzaklama potansiyelleri. 85

Şekil(4.2.2.2): $U_H = 0, 0.43, 1$ ve diklik parametreleri $c_1 = -1.0d$ ve $c_2 = +0.7d$ için, (a) doldurma faktörünün ve içindeki küçük şekiller sol ve sağ SŞ' lerin konuma göre değişimleri. (b) Sol ve sağ SŞ' lerin kalınlıkları. 86

Şekil(5.1.1): (a) Heiblum ve arkadaşlarının (Neder 2006) tasarladığı MZ interferometresi geometrisinin resmi. Metalik kapılara (mavi) $-2V$ uyguladık ve siyah bölgeler kimyasal eritme yöntemi ile yüzeyden 120 nm aşağıya kesdik. (b) MZ interferometresi için kullandığımız üç boyutlu hetero yapının şematik gösterimi

(Camino 2005). Burada D1 ve D2 tek katmana (delta doping) yerleştirilen donör yoğunluklarıdır. 89

Şekil(5.1.2): MZ interferometresi için tasarlanan üç farklı elektronik düzenek (a,c,e) (Neder 2006, Litvin 2008, Roulleau 2008) ve EST3D kodunda giriş datası olarak oluşturduğumuz metalik kapılar (mavi), kimyasal kesme yöntemi ile kesilen bölgelerin (siyah) resmi (b,d,f). 90

Şekil(5.1.3): Şekil (5.1.2)' deki farklı MZ interferometre geometrileri için sıfır sıcaklık ve sıfır manyetik alanda EST3D' den hesapladığımız elektron yoğunluklarının (a,c,e) ve bu yoğunlukların oluşturduğu toplam perdelenmiş potansiyel enerjilerin uzaysal dağılımları (b,d,f). 91

Şekil(5.2.1): Deneysel ölçülen (siyah noktalar) ve lineer fit edilen (kırmızı çizgi) manyetik alanın bir fonksiyonu olarak belirlenen faz bozunum parametresi (McClure 2009). 92

Şekil(5.3.1): $B=5T$ değeri için, (a) $\nu=2$ ' deki SŞ' lerin merkezinin uzaysal dağılımı. Mavi renkte gösterilen oklar, elektronun ilerleyeceği iki farklı yolu oluşturmak için konulan KNK' ların konumları. (b) Alıcı-1 ve alıcı-2 de sonlanan elektronun ilerlediği L_1 ve L_2 yolları. (c) Elektronun iki farklı yollardan ilerleyip alıcı-1 ve alıcı-2' ye ulaştığı durumda yolların kapattığı kapalı alan. 95

Şekil(5.3.2): $\nu=2$ durumunda (a) Thomas Fermi yaklaşıklığı ile SŞ kalınlığının (w_2^{TFA}), QHA ile SŞ kalınlığının (w_2^{QHA}) ve manyetik uzunluğun büyüklüğünün manyetik alana göre değişimi. (b) Thomas Fermi yaklaşıklığı ile hesaplanan SŞ' deki elektronun hızının manyetik alana göre değişimi ve bu grafiğin içindeki grafik ise Aharonov-Bohm iletkenliğinin manyetik alana göre değişimi. 96

Şekil(5.3.3): Manyetik alanın bir fonksiyonu olarak hesaplanan (a) L_1 yolunun uzunluğu, (b) iki farklı yol (SŞ) arasında kalan kapalı alanın büyüklüğü ve (c) yolun uzunluğuna ve bu yolda ilerlediği hıza bağlı gerilim periyodu. Grafiklerde siyah renkte gösterilenler

nümerik olarak hesaplanan değerler, kırmızı renkte gösterilenler ise bu manyetik alan aralığında en uygun fit edilen fonksiyonlardır. Nümerik hesaplardaki osilasyonlar, sonlu örgü noktası kullanmamızdan kaynaklanmaktadır. 97

Şekil(5.4.1):

(a) Deneysel olarak ölçülen şekil (5.1.2.a)'daki geometri (Neder 2006) için kaynak ve alıcı arasındaki potansiyel farkına (Source DC Bias (V_{SD})) ve G_1, G_2 ve G_3 kapı voltajlarına (V_{MG}) göre iletkenlik. (b) Bu geometri için teorik olarak hesapladığımız V_{SD} ve manyetik alana göre iletkenlik. 99

Şekil(5.4.2):

(a) Deneysel olarak ölçülen farklı manyetik alan ve sabit V_{MG} değerlerinde, Şekil (5.1.2.a)'daki geometri (Neder 2006) için V_{SD} 'nin bir fonksiyonu olarak görünürlük (visibility). (b) Bu geometri için teorik olarak hesapladığımız görünürlük. 100

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Ludwig Mach ve Ludwig Zehnder tarafından ışığın girişimini incelemek amacı ile bir deney düzeneği tasarlanmıştır (Zehnder 1891, Mach 1892). İlk olarak bu optik deneysel düzeneği Mach ve Zehnder tarafından tasarladığı için literatürde Mach-Zehnder interferometresi (MZI) olarak adlandırılmaktadır. Yapılan deneyde, belli bir dalga boyunda gönderilen ışık demetinin önüne koyulan demet yarıcı ile demet iki farklı yoldan ilerlemeye zorlanır. İki farklı yoldan ilerleyen ışık demetleri düzlem aynalar ile yansıtılarak tekrar bir demet yarıcıda birleştirilir ve girişim yapmaları sağlanır. Optik olarak yapılan bu çalışma son zamanlarda elektronik olarak iki boyutlu elektron sistemlerinde de (2BES) yapılmaktadır (Neder 2006, Litvin 2008, Roulleau 2008).

2BES' in eldesi için MIE (moleküler ışın epitaksi) ve MOKBT (metal organik kimyasal buharlaşma tortu) gibi yöntemlerle yarı iletken kristal üç boyutlu olarak büyütülür. Bu yöntemler ile istenilen kalınlıkta yarı iletken malzeme üst üste büyütülmektedir. Büyütme işlemi sırasında farklı bant genişliklerine sahip iki yarı iletkenin ara yüzünde oluşan kuantum kuyuları ile elektronlar büyütme doğrultusunda tuzaklanır. Diğer iki boyutta ise serbestçe hareket edebilmektedirler. Böylece bu iki farklı bant genişliğine sahip ara yüzde elektronların iki boyutta serbest hareket edebildiği bir düzlem elde edilebilmektedir. 2BES' in yoğunluğu ise büyütme sırasında farklı katmanlara ve farklı yoğunluklarda yerleştirilebilen donör katkılamaları ile değiştirilebilmektedir. 2BES' de istenilen bir geometriyi tanımlamak için metalik kapılar kullanılmaktadır. Metalik kapılara uygulanan negatif yada pozitif voltaj değeri ile o bölgelerdeki elektronlar uzaklaştırılır yada o bölgelere doğru elektronlar yoğunlaştırılır. 2BES' de istenilen geometriyi tanımlamak için diğer bir yöntem ise kimyasal eritme yöntemidir. Bu yöntemle metalik kapı ile tanımlı olan bölgeleri yüzeyden kimyasal yöntemler ile istenilen derinliğe kadar eritmek mümkündür. Eritilen bu bölgelerde dielektrik sabiti çok düşük olacağından üç boyutlu hetero yapıdaki donorlardan kopan elektronlar bu bölgelere doğru hareket etmektedir ve eritilen bölgelerin altında itici bir potansiyel oluşturmaktadır. Dolayısı ile eritilen bölgenin

derinliğine göre o bölgelerdeki elektronlar uzaklaştırılmaktadır. Diğer bir yöntem olarak kimyasal eritme ve metalik kapı birlikte uygulanması ile istenilen geometri ve yük yoğunluğu belirlenebilir. Teorik olarak yapılan hesaplamalarda belirlenen uygun değerler ve parametreler yapılacak deneysel çalışmalar için zaman ve kazanç sağlayabilir. Üç boyutlu hetero yapıda çok sayıda yüklü parçacık bulunmakta ve bu parçacıklar birbiri ile etkileşmektedirler. Bu etkileşimden en baskın olan ise Coulomb etkileşmesidir. Sistemdeki donörler, elektronlar ve yüzey durumları nedeni ile birçok yük bulunmakta ve bunlar mesafeye bağlı olarak toplam potansiyel enerjiyi oluşturmaktadır. Gerçekçi bir hesap için parçacıklar arası etkileşimden oluşan bu potansiyel enerjiyi hesaba katmak gerekir.

Literatürde Hall olayı olarak bilinen ve 1879’ da Edwin H. Hall tarafından yarı iletkenlerdeki taşıyıcıların mobilitelerini, yük yoğunluğunu ve elektriksel öz direnci doğru bir şekilde belirleme gereksinimine cevap vermek için bir deney gerçekleştirdi. Klaus Von Klitzing yaklaşık yüz yıl sonra 1980 yılında bu deneyi düşük sıcaklık ve yüksek manyetik alan değerlerin de bir hetero yapıda oluşan 2BES’ de gerçekleştirdi. Gerçekleştirdiği deneyde elde ettiği sonuca göre manyetik alanın bazı değerlerinde akıma dik yönde oluşan dirençte değişim olmadığı ve bu durumda da akım yönündeki direncin sıfıra gittiğini ölçtü. Yaptığı bu çalışmadan dolayı 1985 yılında Nobel ödülü ile onurlandırılmıştır (K. V. Klitzing, vd. 1980, K. V. Klitzing 1986). Manyetik alanın etkisi ile elektronun uzaysal dağılımında sıkıştırılabilir bölge (SB) ve sıkıştırılamaz şerit (SS) isimleri ile adlandırılan iki farklı rejim oluşmaktadır (Chklovskii 1992). SS’ ler literatürde kenar durumu olarak da isimlendirilmektedirler. Manyetik alının etkisi ile oluşan bu kenar durumlarından elektronlar ilerlemektedirler. Optik olarak incelenen MZI’ da ışığın ilerlediği yolu, elektronik olarak incelendiğinde manyetik alanın etkisi ile oluşan bu kenar durumları elektronların ilerlediği yol gibi düşünülebilir. Elektronik MZI’ de kaynaktan gönderilen faz tutarlı elektronlar bu kenar durumlarından ilerler ve metalik kapılar ile iki yola ayrılabilir ve bu yollar yine bir bölgede birleştirilerek girişim yapmaları sağlanır. Daha sonra bu iki farklı yoldan gelen elektronlar iki alıcıda toplanıp girişimleri incelenebilir. Kaynaktan gönderilen faz tutarlı elektronlar ile alıcıda toplanan elektronlar ile arasında bir faz farkı oluşmaktadır. Bu faz farkı iki farklı yoldan ilerleyen elektronlar arasındaki yol farkı, hız farkı ve bu iki yol arasında oluşan

kapalı alandan dolayı oluşmaktadır (Neder 2006, Litvin 2008, Roulleau 2008, McClure 2009).

Akımı 2BES içine enjekte etmek için kullanılan metalik kontaklar manyetik alana bağlı olarak ideal ve ideal olmayan durumlarda olmaktadır (Eksi 2010). Kuantum Hall deneylerinde kontakların ideal olup olmadığı önem arz etmektedir. İdeal olmayan kontak durumunda ölçüm kontaklarının konumlarına göre ölçülecek Hall voltajı değeri farklılık gösterecektir. Buna karşılık ideal kontak durumunda ise kontakların konumu nerede olursa olsun ölçülecek Hall voltajı aynı olacaktır. 2BES içerisinde düşük bir akım akıtıldığında elektron dağılımında fazla bir değişiklik olmayacağından simetrik bir sistem için manyetik alanın etkisi ile oluşan kenar durumları (SS) eşit büyüklükte olacak ve bu bölgelerden ilerleyen elektronun sürüklenme hızları da aynı olacaktır. Eğer 2BES' den yüksek bir akım akıtılırsa sistemdeki dağılım değişeceğinden elektron dağılımındaki simetri kırılacak ve SS' lerin kalınlıkları ve bu bölgelerden ilerleyen elektronların sürüklenme hızı da değişecektir. Hetero yapıdaki donörlerin uzaysal dağılımı, 2BES' deki geometriyi tanımlamak için kullanılan metalik kapı ve kimyasal eritme yöntemleri ile elektron dağılımında simetri değişimi elde edilebilir.

Bu çalışmada, üç boyutlu bir hetero yapı içinde oluşan 2BES' de metalik kapılar ile Mach-Zehnder interferometresi geometrisini tanımladık. Manyetik alan etkisi ile elektron yoğunluğunun uzaysal dağılımında oluşan kenar durumlarını yerel olarak hesapladık. Elektronun ilerlediği yolun uzunluğunu, bu bölgelerdeki elektronun sürüklenme hızını ve iki farklı yol arasında kalan alanın büyüklüğünü sayısal yöntemler ile manyetik alan bir fonksiyonu olarak belirledik. Belirlediğimiz bu büyüklükleri en uygun analitik fonksiyonlara fit ederek iletkenliği hesapladık ve elde ettiğimiz sonuçları literatürde yapılan deneysel hesaplamalar ile karşılaştırdık. Yaptığımız karşılaştırma sonucunda hesaplarımızın deneysel sonuçlar ile oldukça uyumlu olduğunu gözlemledik.

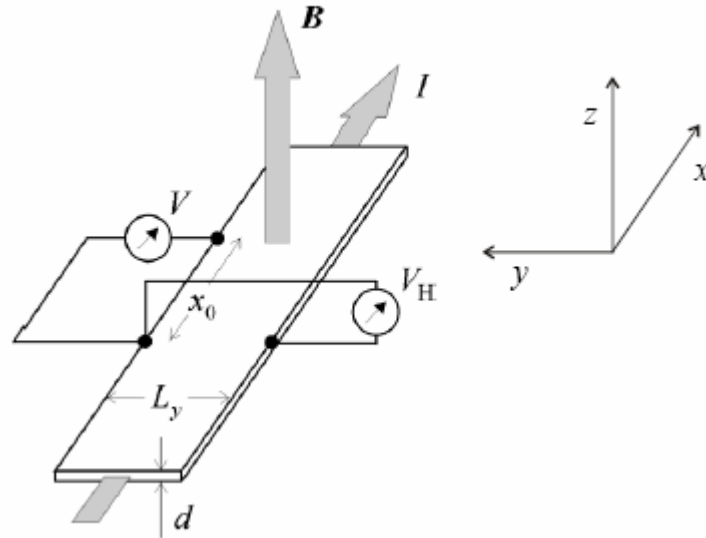
Üç boyutlu hetero yapıda 2BES' i elde etmek için EST3D (elektrostatic in three dimension) isimli kodu kullandık (Weichselbaum ve Ulloa 2006, S. Arslan 2008). İletkenlikleri belirlemek için (elektronun ilerlediği yol uzunluğu, bu yoldaki sürüklenme hızı ve kapalı alanın büyüklüğünü belirlemek için) Fortran programlama dilini kullandık.

BÖLÜM 2

KURAMSAL ALTYAPI

2.1. Hall Olayı

Edwin H. Hall tarafından 1879’da, yük yoğunluğunu, elektriksel özdirenci ve yarıiletkenlerdeki taşıyıcıların mobilitelerini doğru bir şekilde belirleme gereksinimine cevap vermek için aşağıda detaylarını vereceğimiz bir deney tasarlanmıştır. Bu deneyde içerisinde I akımı geçen ince iletken bir şerit, iletken düzlemine dik ve düzgün bir manyetik alan içerisine yerleştirildiğinde hem akıma hem de manyetik alana dik doğrultuda bir gerilim farkının olduğu gözlenmiştir. Edwin H. Hall tarafından yapıldığı içinde Hall olayı olarak isimlendirilen bu etki, metallerin ve yarıiletkenlerin elektronik özelliklerini anlamaya, yük taşıyıcılarının işaretlerini ve yoğunluğunu belirlemeye olanak sağlamaktadır. Hall olayı, bir iletkendeki yük taşıyıcılarının ortalama hızlarını hesaplamak için de kullanılabilir.



Şekil (2.1) : Hall olayı deney düzeneği.

Hall olayı şekil (2.1)' de de görüldüğü üzere basit bir düzeneğe sahiptir. İnce bir plakaya iki ucundan bir gerilim farkı uygulanır ve böylece plakanın uçları arasında elektrik alan uygulanmış olur. Plaka içindeki elektronlar $\vec{F}_e = -e\vec{E} \left(E = \left(\frac{V_g}{d} \right) \right)$ kuvveti ile elektrik alana ters yönde harekete başlarlar. Daha sonra plakaya dik olacak şekilde sabit bir $\vec{B}$ manyetik alan uygulanır ve böylece elektronlar üzerine etkiyen toplam kuvvet $\vec{F}_L = -e(\vec{E} + \vec{g} \times \vec{B})$ Lorentz kuvveti biçimini alır. Manyetik alan etkisiyle elektronlar plakanın ön yüzeyine doğru hareket eder ve ön ve arka yüzeyler arasında bir gerilim farkı oluşur. Oluşan bu gerilime Hall voltajı (V_H) adı verilir.

2.1.1. Drude Modeli

$\vec{E}$ ve $\vec{B}$ alanları içinde $\vec{g}$ hızı ile ilerleyen $-e$ yüklü bir parçacığa etkiyen kuvvet Newton' un II. hareket yasasına göre,

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{g}}{dt} = \hbar \frac{d\vec{k}}{dt} = -e(\vec{E} + \vec{g} \times \vec{B}) \quad (2.1)$$

ile verilir. Burada $\vec{k}$ elektronun dalga vektörüdür. Çarpışma olmadığı durumda sistemde hiç saçılma olmayacaktır. Bu durumda $\vec{k}$ uzayındaki Fermi küresi, uygulanan $\vec{E}$ alanının etkisi ile düzgün bir şekilde ötelenir. $\vec{B}=0$ alınıp (2.1) denkleminin integrali alınırsa,

$$\begin{aligned}
\int \hbar d\vec{k} &= \int_0^t -e\vec{E} dt' \\
\vec{k}(t) - \vec{k}(0) &= -\frac{e\vec{E}}{\hbar} t \\
\delta\vec{k}(t) &= -\frac{e\vec{E}}{\hbar} t
\end{aligned} \tag{2.2}$$

olur. Denklem (2.2) $\vec{k}$ uzayında merkezi orjinde olan bir Fermi küresini dolduran elektron gazına $t=0$ anından t anına kadar geçen sürede $\vec{E}$ alanı uygulandığında, küre merkezinin yer değiştirmesini ifade eder. Elektron katkıları, örgü kusurları ve fononlarla çarpışması sonucu yer değiştiren kürenin elektrik alanla dengede olması sağlanabilir. İki çarpışma arası geçen süre τ ise denklem (2.2)' de $t=\tau$ olacaktır. Bu durumda hız ve akım yoğunlukları sırası ile,

$$\vec{g} = -\frac{e\vec{E}}{m^*} \tau \tag{2.3}$$

$$\vec{J} = -ne\vec{g} = \frac{ne^2 \tau \vec{E}}{m^*} \tag{2.4}$$

olur. Burada n , elektron yoğunluğu ve m^* ise elektronun etkin kütlesidir. Ohm yasası,

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \tag{2.5}$$

ile ifade edildiğine göre, σ öz iletkenliği denklem (2.4)' de yazılırsa,

$$\sigma = \frac{ne^2 \tau}{m^*} \tag{2.6}$$

olarak bulunur. Öz direnç ρ ise matematiksel olarak iletkenliğin tersidir ve

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m^*}{ne^2 \tau} \quad (2.7)$$

ile tanımlanır.

2.1.2. Manyetik Alanda Serbest Parçacığın Hareketi

Denklem (2.1)' de parçacık ivmeli hareket ettiğinden hızı zamanla artmalıdır. Fakat parçacık, örgü kusuru ve katkı atomları ile yaptığı çarpışmalar sonucu hızı sabit kalır. Denge durumunda denklem (2.1) tekrar yazılırsa,

$$m^* \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) \vec{g} = -e (\vec{E} + \vec{g} \times \vec{B}) \quad (2.8)$$

olur. Burada $m^* \vec{g}/\tau$ çarpışmalardan gelen terimdir. Manyetik alan $\vec{B} = B_0 \vec{k}$ seçilerek $\vec{g} \times \vec{B}$ çarpımı yapılırsa

$$\begin{aligned} \vec{g} \times \vec{B} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ g_x & g_y & g_z \\ 0 & 0 & B_0 \end{vmatrix} = \vec{i}(g_y B_0 - 0) - \vec{j}(g_x B_0 - 0) + \vec{k}(0 - 0) \\ \vec{g} \times \vec{B} &= g_y B_0 \vec{i} - g_x B_0 \vec{j} \end{aligned} \quad (2.9)$$

bulunur. Denklem (2.9)'u denklem (2.8)' deki hareket denkleminde yerine yazıldığında bileşenler,

$$\left. \begin{aligned} m^* \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) \mathcal{G}_x &= -e(E_x + B_0 \mathcal{G}_y) \\ m^* \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) \mathcal{G}_y &= -e(E_y - B_0 \mathcal{G}_x) \\ m^* \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) \mathcal{G}_z &= -eE_z \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

şeklinde belirlenir. Çarpışmaların (sürtünmelerin) etkisiyle hızda kararlı durum oluşacağından hızın zamana göre değişimi sıfır olacaktır. Bu durumda denklem (2.10) tekrar yazılırsa,

$$\mathcal{G}_x = -\frac{e\tau}{m^*} E_x - \omega_c \tau \mathcal{G}_y \quad (2.11)$$

$$\mathcal{G}_y = -\frac{e\tau}{m^*} E_y + \omega_c \tau \mathcal{G}_x \quad (2.12)$$

$$\mathcal{G}_z = -\frac{e\tau}{m^*} E_z \quad (2.13)$$

olur. Burada $\omega_c = eB_0/m^*$ siklotron frekansıdır. Denklem (2.12) denklem (2.11)' de yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_x &= -\frac{e\tau}{m^*} E_x - \omega_c \tau \left[-\frac{e\tau}{m^*} E_y + \omega_c \tau \mathcal{G}_x \right] \\ \mathcal{G}_x + (\omega_c \tau)^2 \mathcal{G}_x &= -\frac{e\tau}{m^*} E_x - \frac{e}{m^*} \omega_c \tau^2 E_y \\ \mathcal{G}_x [1 + (\omega_c \tau)^2] &= -\frac{e\tau}{m^*} [E_x - \omega_c \tau E_y] \end{aligned} \quad (2.14)$$

elde edilir. Denklem (2.4)' den

$$J_x = -ne\mathcal{G}_x \quad \Rightarrow \quad \mathcal{G}_x = -\frac{1}{ne} J_x \quad (2.15)$$

x yönündeki akım yoğunluğu ve hız belirlenir. Bu ifadeler denklem (2.14)' de yerine yazılırsa,

$$-\frac{1}{ne}J_x[1+(\omega_c\tau)^2]=-\frac{e\tau}{m^*}[E_x-\omega_c\tau E_y]$$

$$J_x=\left[\frac{\sigma_0}{1+(\omega_c\tau)^2}\right][E_x-\omega_c\tau E_y] \quad (2.16)$$

x yönündeki akım yoğunluğu J_x belirlenmiş olur. Burada $\sigma_0=\frac{ne^2\tau}{m^*}$, dır. Aynı işlem y ve z yönleri içinde yapılacak olursa sırası ile,

$$J_y=\left[\frac{\sigma_0}{1+(\omega_c\tau)^2}\right][\omega_c\tau E_x+E_y] \quad (2.17)$$

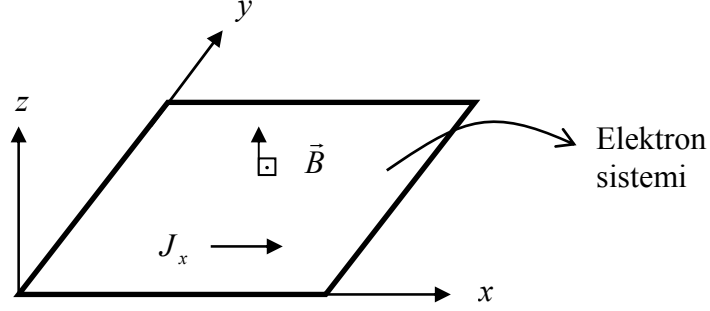
$$J_z=\sigma_0 E_z \quad (2.18)$$

akım yoğunlukları belirlenmiş olur. Denklem (2.16), (2.17) ve (2.18) kullanılarak akım yoğunluğunun matris formu,

$$\begin{bmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{bmatrix} = \frac{\sigma_0}{1+(\omega_c\tau)^2} \begin{bmatrix} 1 & -\omega_c\tau & 0 \\ \omega_c\tau & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1+(\omega_c\tau)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

şeklinde yazılır.

2.1.3 Klasik Hall Etkisi



Şekil (2.1.3.1): Hall olayının şematik gösterimi.

Şekil (2.1.3.1)' e göre elektronlar örnek içerisinde x yönünde hareket etmektedirler. Bu hareket yönüne dik z yönünde bir manyetik alan uygulanmaktadır. Elektronlar x yönünde ilerlerken manyetik alanın etkisiyle y yönüne sapacaklardır ve örneğin duvarına geldiklerinde y yönündeki hızları $\mathcal{G}_y=0$ olacaktır. Bu durum denklem (2.12)' de yerine yazılırsa,

$$0 = -\frac{e\tau}{m^*}E_y + \omega_c \tau \mathcal{G}_x \quad (2.20)$$

$$E_y = \frac{m^* \omega_c}{e} \mathcal{G}_x \quad (2.21)$$

olur. Denklem (2.3) ve (2.4)' ün x bileşenleri yazılacak olursa,

$$\mathcal{G}_x = -\frac{e\tau}{m^*}E_x \quad (2.22)$$

$$J_x = \frac{ne^2\tau}{m^*} E_x \quad (2.23)$$

bulunur. Denklem (2.22), denklem (2.21) de yerine yazılırsa,

$$E_y = -\frac{eB\tau}{m^*} E_x \quad (2.24)$$

ifadesi elde edilir. Bu durumda y yönündeki elektrik alan x yönündeki elektrik alandan türemektedir. Denklem (2.23) düzenlenip denklem (2.24) de yerine yazıldığında Hall katsayısı R_H ,

$$R_H = \frac{E_y}{J_x B_0} = -\frac{1}{ne} \quad (2.25)$$

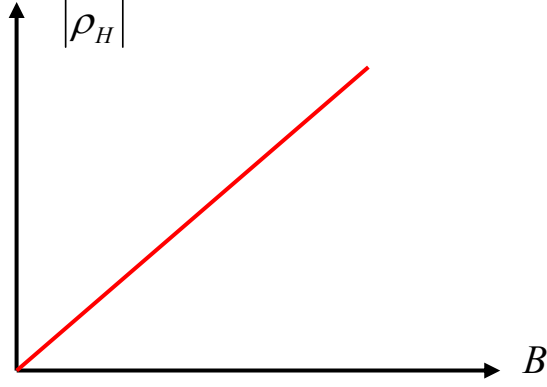
olarak belirlenmiş olur. Hall katsayısı ile Hall direnci arasındaki bağıntı,

$$\rho_H = B_0 R_H = -\frac{E_y}{J_x} \quad (2.26)$$

ile verilir ve,

$$\rho_H = -\frac{B_0}{ne} \quad (2.27)$$

ifadesi ile Hall direnci hesaplanmış olur. Hall direncinin manyetik alana göre değişimi şekil(2.1.3.2)' de verilmiştir.



Şekil (2.1.3.2): Klasik Hall direncinin manyetik alana göre değişimi.

2.2. Kuantum Hall Olayı

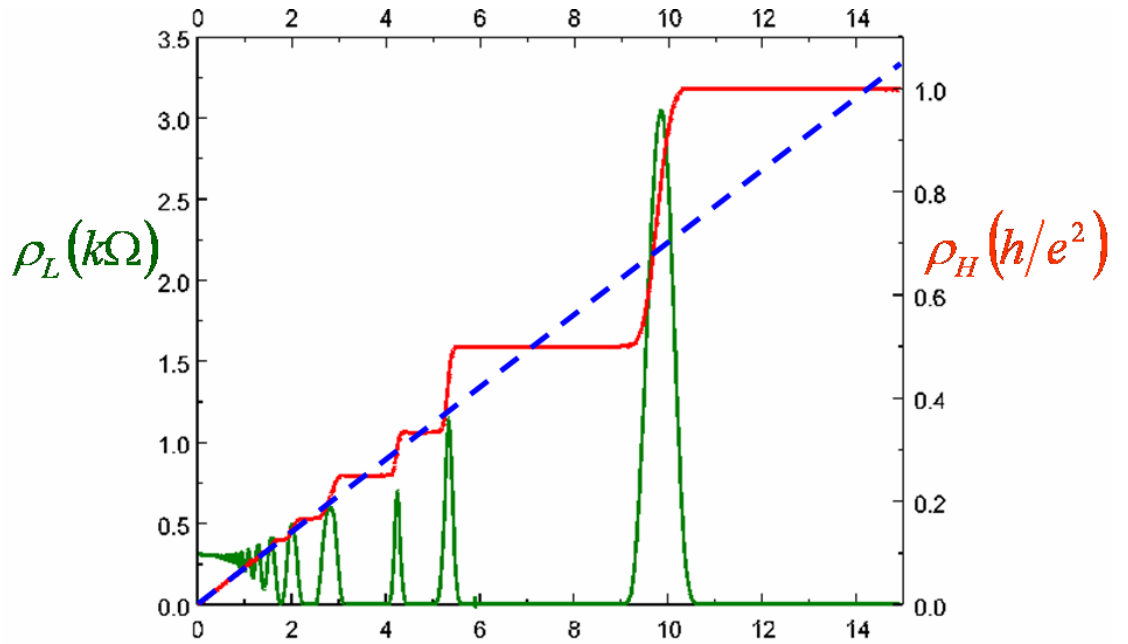
Klaus Von Klitzing, klasik Hall olayının bulunuşundan yaklaşık yüz yıl sonra Si-MOSFET (Silikon - metal oxide field effect transistors) malzemede oluşan iki boyutlu elektron sisteminde düşük sıcaklık (1-10K) ve yük yoğunluğuna bağlı olarak yüksek manyetik alan değerleri (1-15 T) altında sistemin elektriksel taşıma özelliklerini deneysel olarak araştırmıştır. Gerçekleştirdiği deneyler sonucunda manyetik alana göre klasik Hall olayında lineer artan Hall direncinin manyetik alanın bazı değerleri için sabit kaldığını ve akım yönündeki direncin ise Hall direncinin sabit kaldığı bölgelerde sıfıra gittiğini gözlemlemiştir. Hall direncindeki bu düzlüklerin,

$$\rho_H = \frac{h}{e^2 \nu} \quad (2.28)$$

şeklinde kuantize olduğunu göstermiştir. Burada h Planck sabiti, e elektron yükü ve ν dolu olan enerji seviyelerinin sayısını tanımlayan pozitif tamsayıdır. Klaus Von Klitzing yaptığı bu çalışmadan dolayı 1985 yılında Nobel ödülü ile onurlandırılmıştır. Şekil (2.2.1)'de $\nu=1$ değeri için Hall direnci,

$$R_H = \frac{h}{e^2} = 25812,807 \Omega \quad (2.29)$$

değerindedir. Bu değer Klaus von Klitzing sabiti olarak ifade edilmektedir ve 1990 yılından itibaren temel direnç birimi olarak kullanılmaktadır (K. V. Klitzing, vd. 1980, K. V. Klitzing 1986).



Şekil (2.2.1): Tam sayı kuantum Hall olayında manyetik alana göre akıma dik yönde Hall direnci (ρ_H), akım yönündeki Hall direnci (ρ_L) ve kesikli mavi çizgi klasik Hall direnci (K. V. Klitzing, vd. 1980).

2.2.1. Kuantize Siklotron Hareketi

İki boyutlu elektron sistemine düzgün dik bir manyetik alan uygulandığında elektronlar manyetik alanın etkisi ile oluşan manyetik akılar çevresinde dönerler ve enerji seviyeleri kuantize değerler alır. Bu bölümde bu değerlerin analitik incelenmesi yapılacaktır. İki boyutlu elektron sisteminin $x-y$ düzleminde olduğu kabul edilecek olursa manyetik alan bu düzleme dik bir şekilde

$$\vec{B}=B_0(0,0,1) \quad (2.30)$$

olarak alınır. Burada B_0 manyetik alanın büyüklüğüdür. Bu alanı oluşturan vektör potansiyeli $\vec{B}=\vec{\nabla}\times\vec{A}$ şartını da sağlayan

$$\vec{A}=B_0(0,x,0) \quad (2.31)$$

Landau ayarı olarak tanımlanmıştır. Elektron- elektron etkileşimleri ihmal edildiği durumda, m^* kütleli ve $-e$ yüklü spinsiz tek bir elektronun Hamiltonyen işlemcisi,

$$\hat{H}=\frac{1}{2m^*}(\vec{P}+e\vec{A})^2 \quad (2.32)$$

ile yazılır. Burada $\vec{P}$ kanonik momentumdur. Elektronun zamandan bağımsız Schrödinger denklemi,

$$\hat{H}\Psi(x,y)=E\Psi(x,y) \quad (2.33)$$

dir. Seçilen Landau ayarı ile elektronun dalga fonksiyonu, y yönünde ilerleyen dalga $(e^{ik_y y})$ ve x yönünde bağlı durumlar seçilmiş olur. Yani dalga fonksiyonu,

$$\Psi(x, y) = e^{ik_y y} \phi(x) \quad (2.34)$$

biçiminde yazılır. Burada $\phi(x)$ fonksiyonu elektronun x yönündeki bağlı durumlarını temsil eder. Herhangi bir y konumundaki elektron bir k_y momentumuna sahip olduğundan x yönündeki dalga fonksiyonunu etkiler ve böylelikle x yönündeki bağlı durum $\phi(x) = \phi(x; k_y)$ biçiminde yazılması daha anlamlı olur. Fakat yapılacak işlemlerde kolaylık sağlaması açısından $\phi(x)$ yazımı kullanılacaktır. Bu şartlar ışığında Schrödinger denklemi,

$$\left[\frac{1}{2m^*} (\vec{P} + e\vec{A})^2 \right] [e^{ik_y y} \phi(x)] = E [e^{ik_y y} \phi(x)] \quad (2.35)$$

şeklinde yazılır. Burada E elektronun enerji öz değerini ifade eder. Denklem (2.35)' deki $(\vec{P} + e\vec{A})^2$ ifade açık olarak yazılırsa,

$$\begin{aligned} (\vec{P} + e\vec{A})^2 &= (\vec{P} + e\vec{A})(\vec{P} + e\vec{A}) \\ (\vec{P} + e\vec{A})^2 &= \vec{P}^2 + e\vec{P} \cdot \vec{A} + e\vec{A} \cdot \vec{P} + e^2 \vec{A}^2 \end{aligned} \quad (2.36)$$

olur. Burada $\vec{P} = P_x \vec{i} + P_y \vec{j}$ ve $\vec{A} = B_0 x \vec{j}$, dür ve bu ifadeler denklem (2.36)' de yerine yazılırsa,

$$(\vec{P} + e\vec{A})^2 = P_x^2 + P_y^2 + eB_0 P_y x + eB_0 x P_y + e^2 B_0^2 x^2 \quad (2.37)$$

bulunur. Bu eşitlik ve momentum $\left(P_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}, P_y = -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}, P_y^2 = -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)$ ifadeleri denklem (2.35)' de yerine yazılıp gerekli türev işlemleri yapıldığında,

$$\frac{1}{2m^*} [P_x^2 + \hbar^2 k_y^2 + 2\hbar k_y e B_0 x + e^2 B_0^2 x^2] [e^{ik_y y} \phi(x)] = E [e^{ik_y y} \phi(x)] \quad (2.38)$$

olur. Burada manyetik uzunluk $\ell^2 = \hbar / e B_0$, merkez koordinat $X_0 = -\ell^2 k_y$, y yönündeki dalga vektörü $k_y = -(e B_0 / \hbar) X_0$ ve $k_y^2 = (e^2 B_0^2 / \hbar^2) X_0^2$ eşitlikleri ile tanımlanıp denklem (2.38)' da yerlerine yazılırsa,

$$\frac{1}{2m^*} [P_x^2 + e^2 B_0^2 (X_0^2 - 2x X_0 + x^2)] [e^{ik_y y} \phi(x)] = E [e^{ik_y y} \phi(x)] \quad (2.39)$$

olur. Burada $(X_0^2 - 2x X_0 + x^2) = (x - X_0)^2$ eşitliğinden ve $\omega_c = e B_0 / m^*$ siklotron frekansından yararlanılarak denklem (2.39)' de yerlerine yazılırsa,

$$\left[\frac{P_x^2}{2m^*} + \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 (x - X_0)^2 \right] \phi(x) = E \phi(x) \quad (2.40)$$

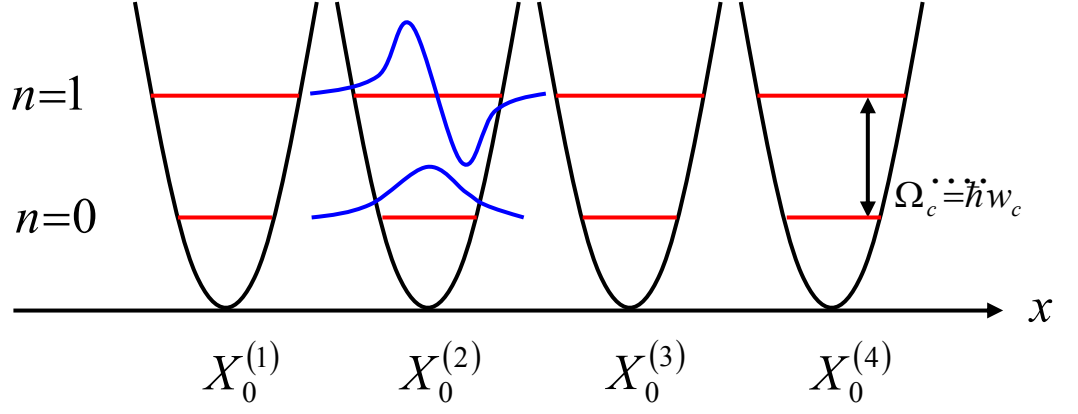
olur. Bu denklem Harmonik osilatör çözümlerini verir. Elektronun enerjisi ve dalga fonksiyonu sırası ile,

$$E_n = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.41)$$

$$\phi(x) = \frac{1}{\left(\pi^{1/2} \ell 2^n n! \right)^{1/2}} \exp \left[-\frac{1}{2\ell^2} (x - X_0)^2 \right] H_n \left(\frac{(x - X_0)}{\ell} \right) \quad (2.42)$$

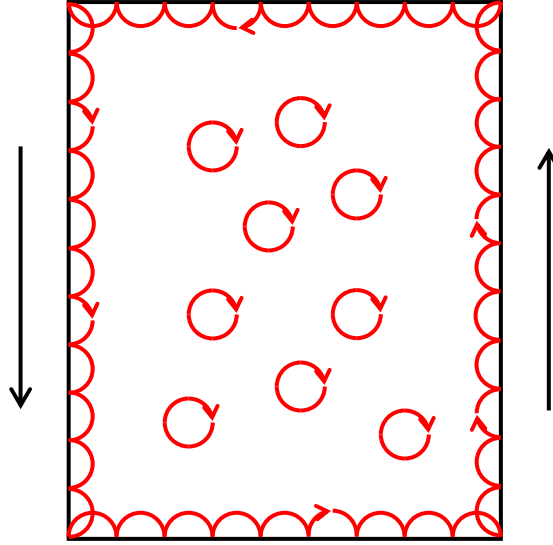
şeklinde belirlenir. Burada $H_n \left(\frac{(x - X_0)}{\ell} \right)$ Hermite polinomlarını temsil eder. (2.42)

nolu denklem, x uzayında bir X_0 noktasındaki bir elektronun alabileceği enerji değerlerinin $n = 0, 1, 2, \dots$ ile kuantalandığını ve bu enerji değerlerine karşılık gelen dalga fonksiyonunun denklem (2.42)' deki gibi olacağını ifade eder.



Şekil (2.2.1.1): Sonsuz bir x boyutunda manyetik alandan oluşan tuzaklarda elektronun enerji seviyeleri ve dalga fonksiyonlarının şematik gösterimi.

Sonsuz x boyutunda elektronlar şekil (2.2.1.1)' deki gibi sıralanırlar. İki enerji seviyesi arasındaki fark $\Omega_c = \hbar \omega_c$ siklotron enerjisi kadardır. Eğer uzay sınırlı ve iki boyutta incelenecek olursa elektronun hareketi şekil (2.2.1.2)' deki gibi olur.

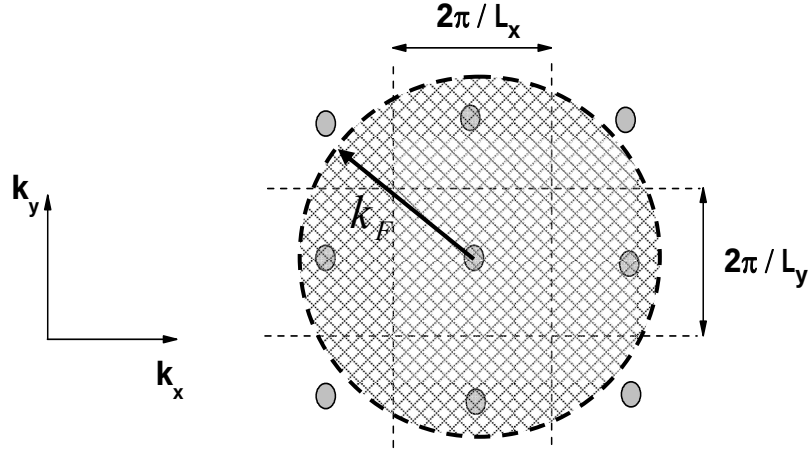


Şekil(2.2.1.2): İki boyutta sınırlandırılmış elektron gazına uygulanan dik bir manyetik alanın etkisiyle hareket eden elektronların şematik gösterimi.

Şekil (2.2.1.2)' de orta bölgedeki elektronlar dönme hareketlerini tamamlayabildiklerinden akıma herhangi bir katkıları yoktur. Fakat kenarlardaki elektronlar örnek boyutu sınırlı olduğundan dönme hareketlerini tamamlayamayacaklardır ve örneğin sınırlarını bir duvar gibi görüp çarparak ilerleyip yollarına devam edeceklerdir.

2.2.2. İki Boyutta Durum Yoğunluğu

Mach-Zehnder interferometresi iki boyutlu elektron sisteminde tanımlandığından durum yoğunluğunu da iki boyutta incelemek gerekir. İlk önce birim alandaki elektron sayısı belirlenmelidir.



Şekil (2.2.2.1): İki boyutlu ters örgü uzayında elektron dizilimi.

Şekil (2.2.2.1)' deki dizilime göre $\frac{(2\pi)^2}{L_x L_y}$ alanda bir elektron varsa πk_F^2 (Fermi

yüzeyi) alanda N_e tane elektron bulunmaktadır. Burada N_e toplam elektron sayısını ve k_F ters örgü uzayında Fermi yüzeyinin yarıçapını göstermektedir. Bu orantı kurulduğunda toplam elektron sayısı,

$$N_e = \frac{\pi k_F^2}{(2\pi)^2} \times g_s \frac{L_x L_y}{L_x L_y} \quad (2.43)$$

ile belirlenir. Burada $g_s=2$ spin dejenere değeridir. Birim alandaki elektron yoğunluğu

$$n_e^{2D} = \frac{N_e}{L_x L_y} = \frac{k_F^2}{2\pi} \quad (2.44)$$

olur. Fermi enerjisi $E_F = (\hbar^2 / 2m^*) k_F^2$ ile tanımlandığından denklem (2.44) bu ifade de yerine yazılırsa,

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m^*} n_e^{2D} 2\pi \quad \text{veya} \quad n_e^{2D} = \frac{m^*}{\hbar^2 \pi} E_F \quad (2.45)$$

olur. Durum yoğunluğu, birim enerji aralığındaki elektron sayısı olarak tanımlandığından $D(E) = \frac{dn_e^{2D}}{dE}$ ile hesaplanır. Enerji değerleri kuantalandığından n_e^{2D} 'nin, n 'e göre değişimi alınabilir. Buna göre,

$$\begin{aligned} D(E) &= \frac{dn_e}{dn} = \frac{d}{dn} \left(\frac{m^*}{\hbar^2 \pi} E_n \right) \\ &= \frac{d}{dn} \left(\frac{m^*}{\hbar^2 \pi} \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right) \right) \\ &= \frac{m^*}{\hbar^2 \pi} \hbar \frac{eB_0}{m^*} \sum_{n=0}^{\infty} \delta(E - E_n) \\ D(E) &= \frac{g_s}{2\pi \ell^2} \sum_{n=0}^{\infty} \delta(E - E_n) \end{aligned} \quad (2.46)$$

denklemini belirlenir. Bu denklem birden fazla enerji seviyesi olduğunu ve elektronların bu enerji seviyeleri etrafında dağılması gerektiğini anlatır ve şekil (2.2.2.2)'de şematik

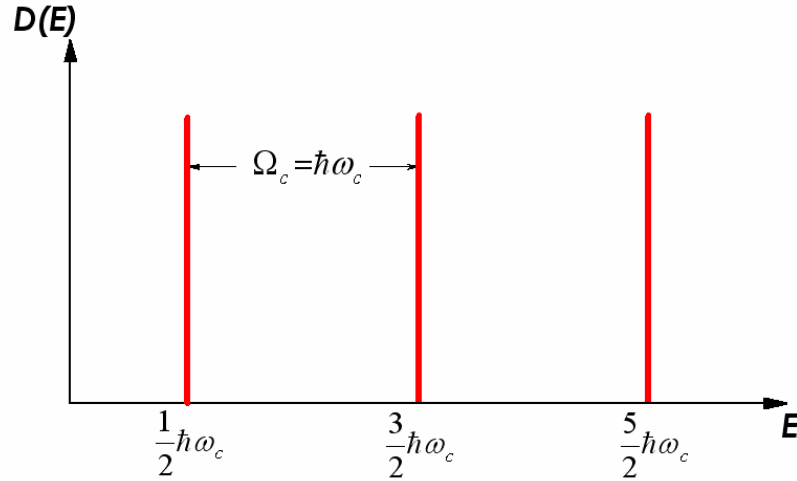
olarak gösterilmiştir. Durum yoğunluğu belirlendiğine göre elektron sayı yoğunluğu Fermi istatistiğinden aşağıdaki işlemler yapılarak belirlenebilir.

$$n_e(\mu) = \int dE f(E) D(E) \quad (2.47)$$

$$\begin{aligned} &= \int dE f(E) \frac{g_s}{2\pi\ell^2} \sum_{n=0}^{\infty} \delta(E - E_n) \\ &= \frac{g_s}{2\pi\ell^2} \int \sum_{n=0}^{\infty} f(E) \delta(E - E_n) dE \\ n_e(\mu, T) &= \frac{g_s}{2\pi\ell^2} \sum_{n=0}^{\infty} f(E_n) \end{aligned} \quad (2.48)$$

Burada Fermi-Dirac dağılımı $f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{(E - \mu)}{k_B T}\right) + 1}$ dır.

Ek bilgi: $\int_{x_1}^{x_2} f(x) \delta(x - x_0) dx = f(x_0)$, $x_1 \leq x_0 \leq x_2$ ise. Dirac-Delta fonksiyonunun özelliği.



Şekil(2.2.2.2) : Ω_c siklotron enerjisi olmak üzere, manyetik alanın etkisiyle kuantalanan enerji seviyeleri.

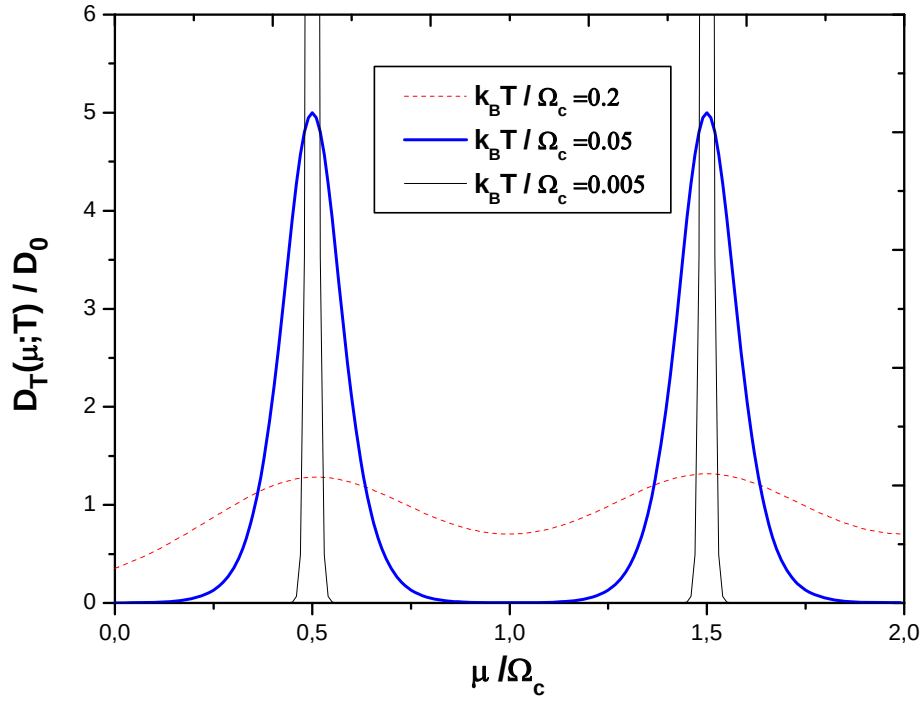
Sıfır sıcaklıkta elektronlar Fermi enerji seviyesine kadar girilebilir durumları doldururlar. Sıcaklık sıfırdan farklı olduğu durumda ise Fermi enerjisinin yerini kimyasal potansiyel enerji alır ve elektronlar bu enerji seviyesine kadar olan girilebilir durumlara yerleşirler. Bu durumda sıcaklık değiştiğinde kimyasal potansiyel enerji de değişir ve durum yoğunluğunun sıcaklığın bir fonksiyonu olarak tanımlanması gerekir. Bu da termodinamik durum yoğunluğu yani sıcaklığa bağlı durum yoğunluğudur. Bunun belirlenmesi için denklem (2.48)'nin kimyasal potansiyel enerjiye göre değişimine bakılmalıdır.

$$\begin{aligned}
D^{2D}(\mu, T) &= \frac{dn_e}{d\mu} \\
&= \frac{d}{d\mu} \left[\frac{g_s}{2\pi\ell^2} \sum_n f(E_n) \right] \\
&= \frac{g_s}{2\pi\ell^2} \sum_n \frac{d}{d\mu} (f(E_n)) \\
&= \frac{g_s}{2\pi\ell^2} \sum_n \frac{d}{d\mu} \left[\frac{1}{e^{(E_n - \mu)/k_B T} + 1} \right] \\
&= \frac{g_s}{2\pi\ell^2} \frac{1}{k_B T} \sum_n \left[e^{(E_n - \mu)/k_B T} + 1 \right]^{-2} \left[e^{(E_n - \mu)/k_B T} \right]
\end{aligned} \tag{2.49}$$

$$e^{(E_n - \mu)/k_B T} + 1 = \frac{1}{x} \quad \text{olsun. Yani } x = f(E_n) \text{ ve } e^{(E_n - \mu)/k_B T} = \frac{1}{x} - 1 \text{ olur.}$$

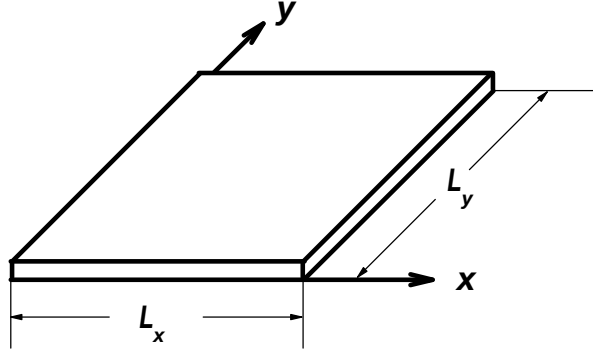
$$\begin{aligned}
D^{2D}(\mu, T) &= \frac{g_s}{2\pi\ell^2} \frac{1}{k_B T} \sum_n \left[\frac{1}{x} \right]^{-2} \left[\frac{1}{x} - 1 \right] \\
&= \frac{g_s}{2\pi\ell^2} \frac{1}{k_B T} \sum_n x(1 - x) \\
D^{2D}(\mu, T) &= \frac{g_s}{2\pi\ell^2} \frac{1}{k_B T} \sum_n f_n(1 - f_n) \quad , \quad f_n = f(E_n)
\end{aligned} \tag{2.50}$$

Bu ifade sıcaklığa bağılı (termodinamik) durum yoğunluğunu tanımlar ve şekil (2.2.2.3)' de farklı sıcaklık değerleri için kimyasal potansiyel enerjiye göre değişimi hesaplanmıştır.



Şekil (2.2.2.3) : Sabit manyetik alanda ($B \neq 0$), farklı sıcaklık değerleri için durum yoğunluğunun değişimi.

2.2.3. Doldurma Faktörü



Şekil (2.2.3.1) : Kuantum Hall olayı deneyindeki örneğin boyutları.

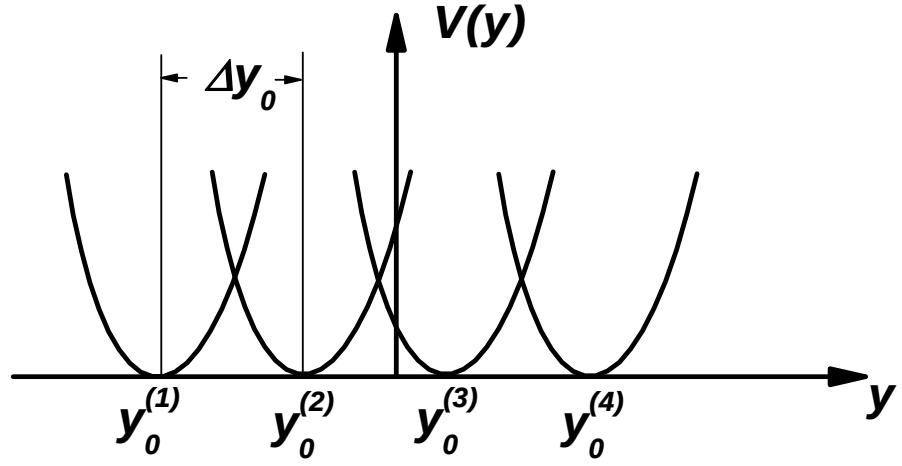
Vektör potansiyeli $\vec{A}=(-y,0,0)$ Landau ayarı gibi seçildiğinde Hamiltonyen

$$H = \frac{1}{2m^*} (P_x - eB_0 y)^2 + \frac{P_y^2}{2m^*} \quad (2.51)$$

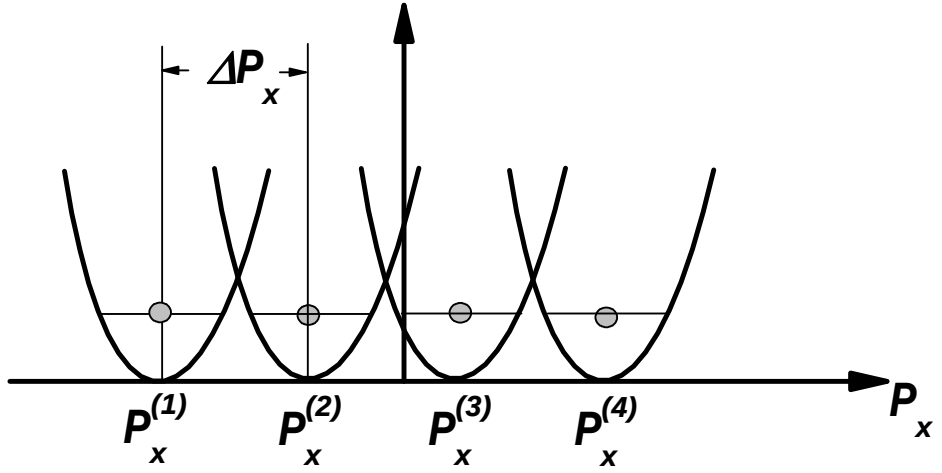
şeklinde yazılır. Burada elektronlar y eksenine boyunca k_x dalga vektörünün değerine göre yerleşecekler. Bu durum şekil (2.2.3.2)' de şematik olarak gösterilmiştir. Elektronun merkez koordinatı

$$y_0 = \frac{\hbar}{eB_0} k_x \quad \text{veya} \quad y_0 = \frac{P_x}{eB_0} \quad (2.52)$$

olur ve elektronların momentum uzayındaki yerleşimi şekil (2.2.3.3)' deki gibi olur.

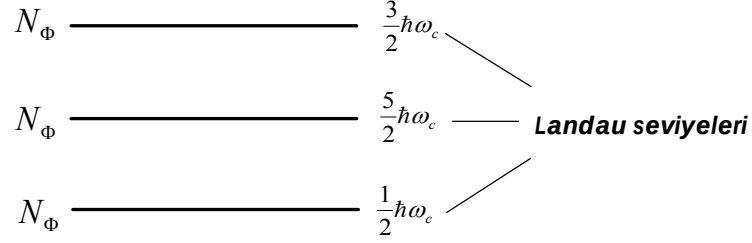


Şekil (2.2.3.2) : Elektronların y eksenini boyunca dizilimi ve oluşturdukları potansiyeller.



Şekil (2.2.3.3) : Momentum uzayındaki elektronların dizilimi.

ΔP_x yani Δy_0 aralıklarla sisteme ne kadar elektron koyulabilir? Bunun incelenmesi için ilk önce Landau enerji seviyeleri ve her enerji seviyesinde ne kadar elektron yerleştirilebileceği belirlenmelidir.



Burada N_Φ , $B > 0$ manyetik alanında sistemin her enerji seviyesinde alabileceği toplam elektron sayısıdır. Bu, L_y genişliğindeki sisteme Δy_0 aralıklarla ne kadar elektron koyulabileceğini tanımlar.

$$N_\Phi = \frac{L_y}{\Delta y_0} \quad (2.53)$$

$$N_\Phi = \frac{L_y}{\hbar \Delta k_x / e B} = \frac{e B_0 L_y}{\hbar \frac{2\pi}{L_x}} = \frac{B_0 L_y L_x}{\frac{h}{e}}$$

$$\Phi = B_0 L_y L_x \quad : \quad \text{Manyetik akı} \quad (2.54)$$

$$\Phi_0 = \frac{h}{e} \quad : \quad \text{Manyetik akı kuantası} \quad (2.55)$$

$$N_\Phi = \frac{\Phi}{\Phi_0} \quad : \quad \text{Akı sayısı} \quad (2.56)$$

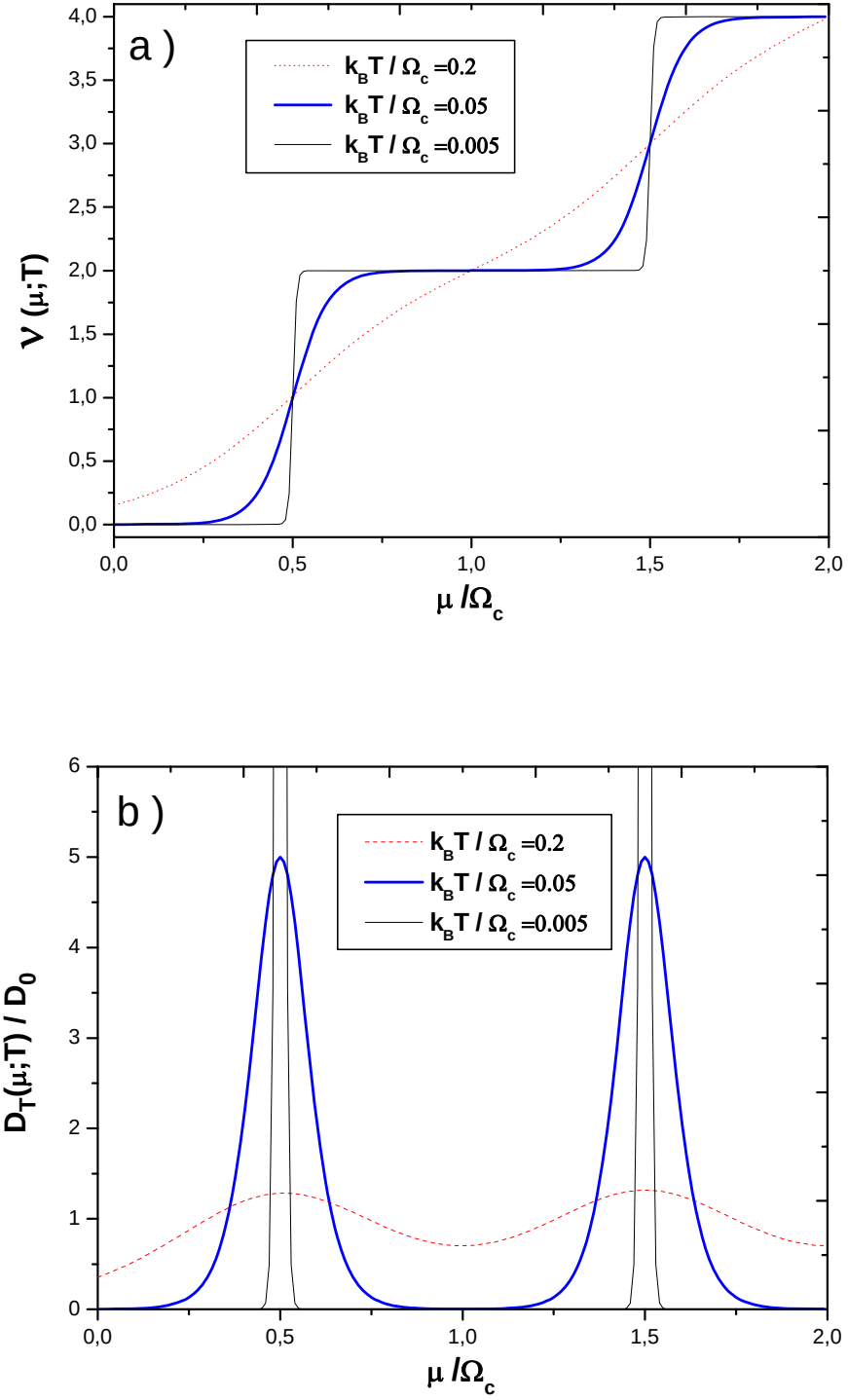
$$\nu = \frac{N_e}{N_\Phi} \quad : \quad \text{Doldurma Faktörü} \quad (2.57)$$

Doldurma faktörü (ν), denklem (2.57)' den de görüldüğü gibi sistem içerisinde olan toplam elektron sayısının (N_e) manyetik alanın etkisiyle oluşan toplam akı sayısına

(N_ϕ) oranıdır ($\nu=1,2,3,\dots$). Manyetik alan arttığında N_ϕ artacağından tüm elektronlar taban durumundaki enerji seviyesine yerleşmeye başlayacaklardır. $\nu=1$ olduğu durumda tüm elektronlar taban durumuna yerleştiği anlamına gelmektedir. Spin de hesaba katılacak olursa $\nu=1+1=2$ olacaktır. En genel haliyle doldurma faktörü $\nu=2,4,6,\dots$ değerlerini alır. Denklem (2.48) ve denklem (2.57) ile doldurma faktörü

$$\nu = g_s \sum_n f_n \quad , \quad \nu = 2, 4, 6, \dots \quad (2.58)$$

şeklinde en genel halde tanımlanır. Şekil (2.2.3.4.a)' da farklı sıcaklık değerleri için kimyasal potansiyel enerjiye göre değişimi gösterilmiştir.



Şekil(2.2.3.4): Sabit manyetik alanda ($B \neq 0$) ve farklı sıcaklık değerleri için, (a) doldurma faktörü ve (b) sıcaklığa bağlı durum yoğunluğunun kimyasal potansiyel enerjiye göre değişimi.

2.2.4 Hall Direnci

Denklem (2.54) de her enerji seviyesinin alabileceği elektron sayısı $N_\Phi = \Phi/\Phi_0$ ile tanımlanmıştır. Elektron sayı yoğunluğu,

$$n_e = \frac{N_e}{L_x L_y} = \frac{N_\Phi \nu}{L_x L_y} = B_0 \frac{e}{h} \nu \quad (2.59)$$

ile yazılabilir. Ohm yasasında potansiyel $V_H = \rho_H I$ ile tanımlanır. Hall direnci Ohm yasasında yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} V_H &= \rho_H I = \frac{B_0}{n_e e} I \\ V_H &= \frac{B_0}{\left(B_0 \frac{e}{h} \nu \right) e} I \\ V_H &= \left(\frac{h}{e^2 \nu} \right) I \end{aligned} \quad (2.60)$$

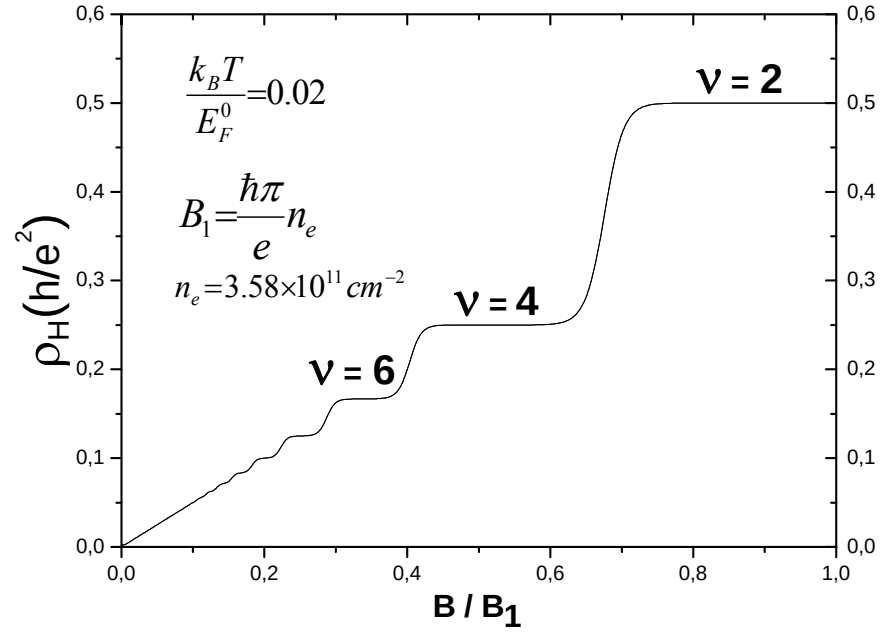
olur. Buradan doldurma faktörüne bağlı Hall direnci,

$$\rho_H = \frac{h}{e^2 \nu} \quad (2.61)$$

belirlenir ve Hall iletkenliği,

$$\sigma_H = \frac{1}{\rho_H} = \frac{e^2}{h} \nu \quad (2.62)$$

ile belirlenir ve Hall direnci manyetik alana bağlı olarak şekil(2.2.4.1)' de gösterilmiştir.



Şekil(2.2.4.1): Hall direncinin manyetik alana bağlı değişimi (Deniz Ekşi, YLT, 2007)

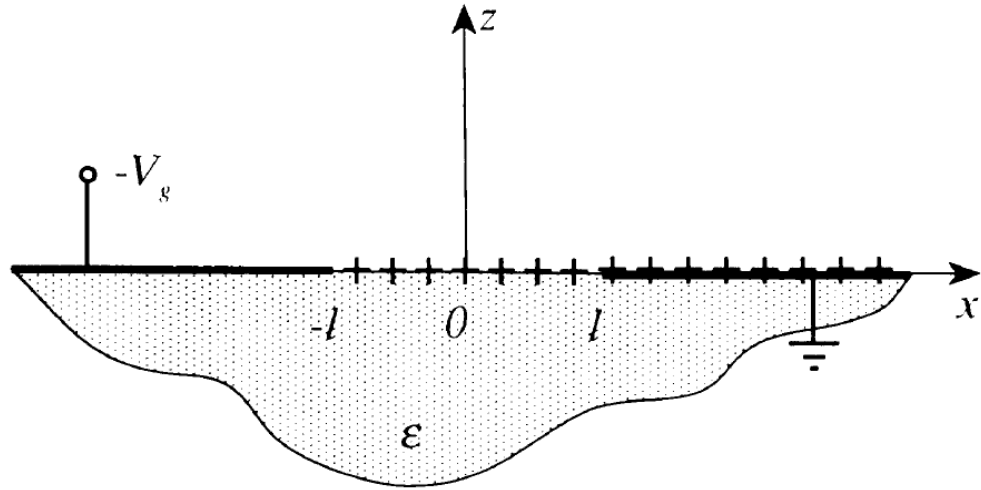
2.2.5. Perdeleme Teorisi: Sıkıştırılabilir Bölgeler ve Sıkıştırılamaz Şeritler

Kenar kanallarının elektrostatığı D. B. Chklovskii, B. I. Shklovskii ve L. I. Glazman (CSG) tarafından incelenmiş ve analitik olarak çözülmüştür (Chklovskii 1992). CSG modelinde; GaAs/Al_xGa_{1-x}As heteroyapısındaki iki boyutlu elektron sisteminin sınırları, örneğin üzerindeki metalik kapıya negatif gerilim uygulanarak oluşturulur. Sistemin y doğrultusu değişmez olduğundan metalik kapının iki boyutlu elektron sistemi düzlemine olan uzaklığı ve düzlem tabakanın kalınlığı ihmal edilmektedir. Böylece pozitif arka alan, kapı ve iki boyutlu elektron sistemi aynı ($z=0$) düzlemde yer almakta ve problem etkin olarak iki boyutlu hale gelmektedir. $z<0$ yarı düzlemi, dielektrik sabiti $\epsilon>1$ olan yarıiletken ile işgal edilmiştir. Bu durum şekil (2.2.5.1)' de gösterilmiştir. Bu tanımlar ışığında, problem verilen sınır şartlarına göre Poisson denkleminin çözülmesini gerektirir. Bunun için Chklovskii ve arkadaşları sıfır manyetik alanda bir elektron yoğunluğunu holomorfik fonksiyonlar yardımı ile şu şekilde elde etmiştir,

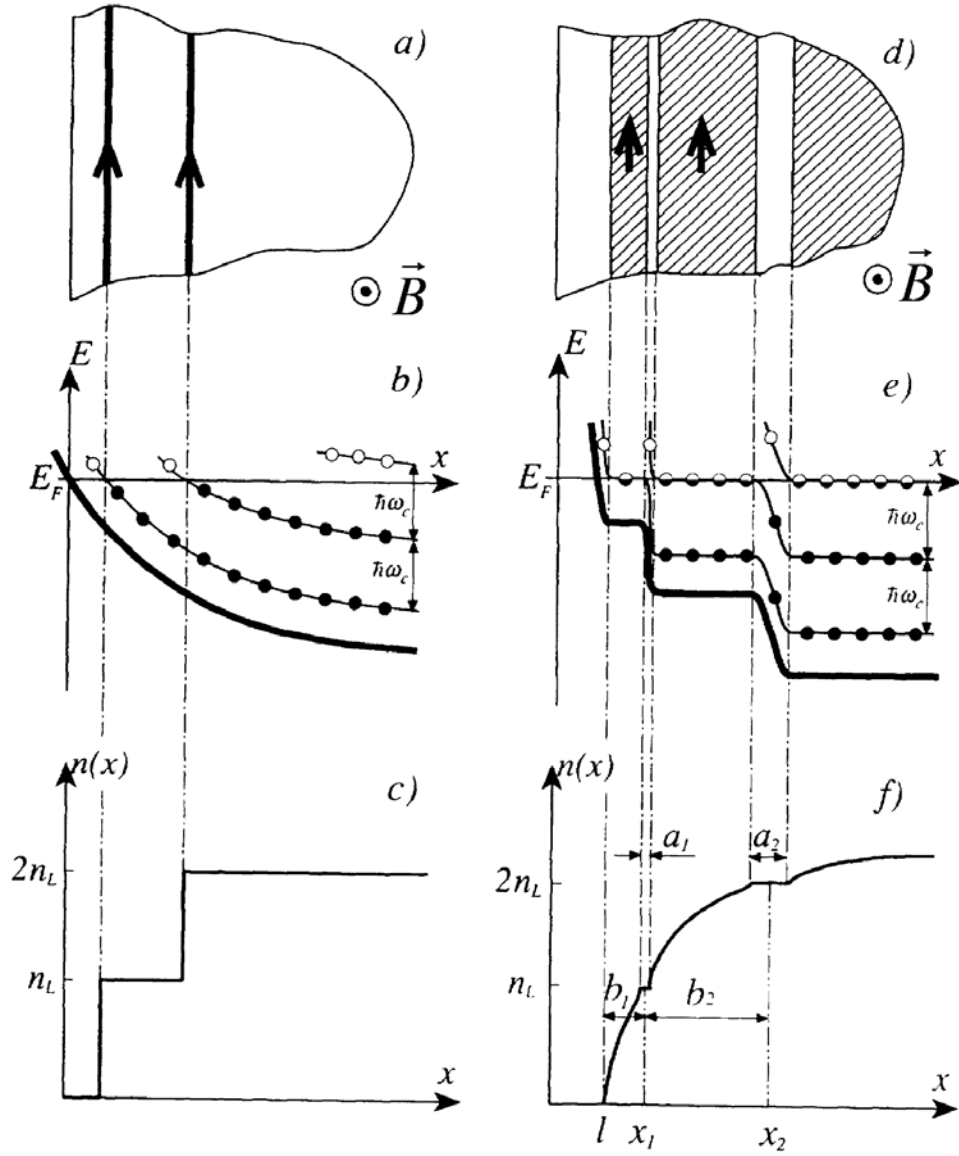
$$n(x)=n_e \sqrt{\frac{x-l}{x+l}}. \quad (2.63)$$

Burada n_e külçe (bulk) deki elektron yoğunluğu ve l ise metalik kapı ile elektron dağılımın başladığı bölge arasındaki mesafe tükenme bölgesidir (şekil(2.2.5.1)' de açıkça görülmektedir). İki boyutlu elektron sistemi düzlemine dik manyetik alan uygulandığında durum oldukça farklıdır (Şekil (2.2.5.2)). Şeklin sol tarafında tek elektron, sağ tarafında ise kendinden tutarlı elektrostatik resim gösterilmiştir. Tek elektron resminde Fermi enerjisi bir Landau enerjisi ile kesiştiği zaman elektron yoğunluğu basamak şeklinde bir artış gösterir ve geniş bir uzunluk skalası boyunca sabit kalır. Halbuki, manyetik alan varlığında elektron yoğunluk dağılımı, sıfır manyetik alan durumundan çok farklı değildir. Manyetik alanın etkisi, elektronların Landau enerji

seviyelerine yerleşmesiyle birlikte, girilebilir durumların varlığına bağlı olarak iki boyutlu elektron sisteminin perdeleme özelliklerini değiştirerek ortaya çıkarır. Yerel doldurma faktörünün tam sayı değerlerinde yani Fermi enerjisi iki Landau enerji seviyesi arasında olduğu bölgelerde girilebilir durum olmadığından perdeleme zayıf olur, fakat tam sayılı olmayan değerlerinde perdeleme mükemmel yakıldır. Tam sayılı yerel doldurma faktörlü bölgede girilebilir durumların olmaması nedeniyle, sıkıştırılmaz şeritler olarak adlandırılan yalıtkan gibi davranan şeritler oluşur, dolayısıyla sıkıştırılmaz şeritlerde elektron yoğunluğu sabit olur. Girilebilir durumların olduğu Fermi seviyesine sıkıştırılabilir adı verilmekte ve bu bölgelerde tuzaklama potansiyeli perdelenmekte, dolayısıyla sıkıştırılabilir şeritler içerisinde elektrostatik potansiyel sabit kalmaktadır. Sıkıştırılabilir bölgelerde elektronlar üzerlerine gördükleri potansiyeli iyi perdeleyebildiklerinden bu bölgeler metal gibi davranırlar ve CSG modeline göre akım bu bölgelerden akmaktadır. Bu durum şekil (2.2.5.2.d)' de açıkça resmedilmiştir.



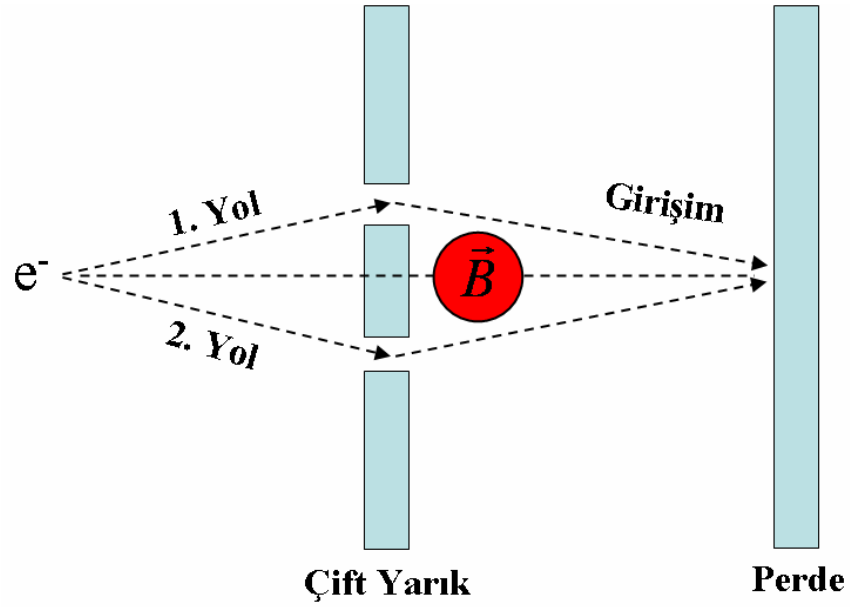
Şekil(2.2.5.1): CSG teorisinde kullanılan hetero yapının şematik gösterimi (Chlovskii vd. 1992)



Şekil(2.2.5.2): (a-c) tek parçacık resmi. (a) iki boyutlu elektron dağılımının görüntüsü ve oklar akımın aktığı yeri ve yönünü temsil eder. (b) tuzaklama potansiyel enerjisi ve Landau enerji seviyeleri. (c) tek parçacık resmine göre elektron dağılımı. (d-f) elektrostatik öz uyumlu durum. (d) iki boyutlu elektron dağılımının görüntüsü ve akımın aktığı bölgeler taralı olarak gösterildi. (e) Tuzaklama potansiyel enerjisi Landau enerji seviyelerinin bükülmesi. (f) elektron dağılımı. (Chlovskii vd. 1992)

2.3. Parçacık İnterferometreleri

2.3.1. Aharonov – Bohm Olayı



Şekil(2.3.1.1): Aharonov – Bohm olayını anlatan şematik gösterim.

Yüklü parçacıkların giremediği bir bölgede bulunan elektromanyetik alanların, bu bölgenin dışında, elektromanyetik alanların sıfır olduğu bölgede hareket eden yüklü parçacıkların kuantum mekaniksel davranışlarda gözlemlenebilir etkiler oluşturması olayıdır (Aharonov-Bohm,1959).

Şekil (2.3.1.1)' deki düzenekte $B=0$ değerinde elektron kaynağından gönderilen faz tutarlı elektronlar önlerindeki çift yarıktan geçerek perde üzerinde girişim deseni

oluşturmaktadırlar. Elektronların hareket ettiği bölge içerisine yerleştirilen bir manyetik alan kaynağı ile düzleme dik bir manyetik alan uygulandığında ($\vec{B} \neq 0$) perdede oluşan aydınlık ve karanlık bölgelerin konumlarında kaymalar olmaktadır. Bunun klasik mekanikte karşılığı yoktur. Bunun için Aharonov – Bohm olayını kuantum mekaniksel olarak incelenmesi gerekir. $\vec{B}=0$ olduğu durumda serbest bir elektronun Hamiltonyeni,

$$H^0 = \frac{\vec{P}^2}{2m^*} \quad (2.64)$$

dır. $\vec{B} \neq 0$ olduğunda ise yine elektronun hareket ettiği yolda $\vec{B}=0$ 'dır. Fakat elektronun hareket ettiği bölgede orta bölgedeki $\vec{B} \neq 0$ 'dan dolayı bir vektör potansiyeli ($\vec{A}$) vardır. Bu Hamiltonyene uygulanacak olursa,

$$H^1 = \frac{1}{2m^*} (\vec{P} + e\vec{A})^2 \quad (2.65)$$

olur. Vektör potansiyelinin manyetik alan ile bağıntısı,

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad (2.66)$$

dır. Ayar değişmezliği fiziksel gözlenebilirlerde bir değişiklik yapmayacağından vektör potansiyeli,

$$\vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} f \quad (2.67)$$

olarak yazılabilir. Burada f , uzay ve zamana göre türevlenebilir skaler bir fonksiyondur. Denklem (2.67)'ün rotasyoneli alınacak olursa,

$$\vec{\nabla} \times \vec{A}' = \vec{\nabla} \times \vec{A} + \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} f) \quad (2.68)$$

olur. Özdeşlikten dolayı $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} f) = 0$ olur. Ayar değişmezliği fiziksel gözlenebilirleri değiştirmemelidir. Bundan dolayı konum operatörü ve kinematik momentum ayar değişmezliği altında değişmez kalmalıdır. Bunun için,

$$\langle \alpha | x | \alpha \rangle = \langle \alpha' | x | \alpha' \rangle \quad (2.69)$$

$$\langle \alpha | (\vec{P} - e \vec{A}) | \alpha \rangle = \langle \alpha' | (\vec{P} - e \vec{A}') | \alpha' \rangle \quad (2.70)$$

olmalı. Burada $|\alpha\rangle$ ve $|\alpha'\rangle$ farklı ayarlardaki öz durumlar olmak üzere,

$$\langle \alpha | \alpha \rangle = \langle \alpha' | \alpha' \rangle \quad (2.71)$$

olur. Bu iki durum arasındaki bağıntı,

$$|\alpha'\rangle = \varphi |\alpha\rangle \quad (2.72)$$

ile tanımlanır. Burada φ iki durum arasında bağıntıyı sağlayan operatördür. φ şu koşulları sağlamalıdır.

$$\varphi^\dagger x \varphi = x \quad (2.73)$$

$$\varphi^\dagger \Pi \varphi = \Pi \quad (2.74)$$

Burada $\Pi = (\vec{P} - e \vec{A})$ kinematik momentumdur. Bu ifadeleri sağlayan operatör,

$$\varphi = \exp\left(i \frac{e}{\hbar} f\right) \quad (2.75)$$

şeklinde tanımlanmalıdır. Aynı şekilde ayar değişmezliği altında kuantum mekaniğinin değişmezliği Schrödinger denkleminde de uygulanırsa,

$$\left[\frac{1}{2m^*} (\vec{P} - e\vec{A})^2 \right] |\alpha, t_0; t\rangle = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\alpha, t_0; t\rangle \quad (2.76)$$

$$\left[\frac{1}{2m^*} (\vec{P} - e\vec{A} - e\vec{\nabla}f)^2 \right] |\alpha', t'_0; t'\rangle = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\alpha', t'_0; t'\rangle \quad (2.77)$$

olur. Burada $|\alpha, t_0; t\rangle$ ile $|\alpha', t'_0; t'\rangle$ durumları arasında denklem (2.72) gibi bir bağıntı olacaktır.

$$|\alpha', t'_0; t'\rangle = \exp\left(i\frac{e}{\hbar}f\right) |\alpha, t_0; t\rangle \quad (2.78)$$

Burada $|\alpha', t'_0; t'\rangle = \psi'$ ve $|\alpha, t_0; t\rangle = \psi$ öz fonksiyonlarıdır. Dolayısıyla farklı ayarlardaki öz fonksiyonlar denklem (2.78)' den yararlanılarak,

$$\psi' = \exp\left(i\frac{e}{\hbar}f\right) \psi \quad (2.79)$$

şeklinde yazılır. $\vec{A}' = \vec{\nabla}f$ kapalı bir yol boyunca integrali alınır, Stokes teoreminden,

$$\int \vec{A}' d\vec{r}' = \int (\vec{\nabla} \times \vec{A}') d\vec{S} = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \phi \neq 0 \quad (2.80)$$

olur. Burada ϕ , $\vec{B}$ alanının oluşturduğu manyetik akıdır. Manyetik akı,

$$\phi = \int \vec{A}' d\vec{r}' = \int (\vec{\nabla} f) d\vec{r}' = \Delta f \neq 0 \quad (2.81)$$

ile yazılır. Seçilen ayardan dolayı dalga fonksiyonunda $e^{i\frac{q}{\hbar}\phi}$ kadar bir değişim olur.

$\frac{q}{\hbar}\phi$, de bu değişimin faz kayması olarak tanımlanır. Burada $q = -e$ dir. Elektron iki farklı yoldan giderek perdeye ulaştığı için dalga fonksiyonu,

$$\Psi(\vec{r}) = \Psi_1(\vec{r}) + \Psi_2(\vec{r}) \quad (2.82)$$

iki farklı yoldan giden dalga fonksiyonlarının toplamı olarak yazılır. Burada $\Psi_1(\vec{r})$, birinci yoldan $\Psi_2(\vec{r})$ ise ikinci yoldan ilerleyen dalga fonksiyonlarını temsil eder. Denklem (2.79) birinci ve ikinci yoldan ilerleyen dalga fonksiyonlarının uygun formatta biçimlendirilerek denklem (2.82)' de yerine yazılırsa,

$$\Psi(\vec{r}) = e^{i\frac{q}{\hbar}\phi_1} \Psi_{01}(\vec{r}) + e^{i\frac{q}{\hbar}\phi_2} \Psi_{02}(\vec{r}) \quad (2.83)$$

olur ve denklem (2.81)' den ϕ_1 ve ϕ_2 yerlerine yazılırsa,

$$\Psi(\vec{r}) = e^{i\frac{q}{\hbar} \int_{(1)} \vec{A}' d\vec{r}'} \Psi_{01}(\vec{r}) + e^{i\frac{q}{\hbar} \int_{(2)} \vec{A}' d\vec{r}'} \Psi_{02}(\vec{r}) \quad (2.84)$$

olur. Denklem (2.78)' den $f_1 = \int_{(1)} \vec{A}' d\vec{r}'$ ve $f_2 = \int_{(2)} \vec{A}' d\vec{r}'$ alınır. $q = -e$ ve $\hbar = h/2\pi$

tanımlamalarını kullanarak (2.84) denklemi tekrar yazılırsa,

$$\Psi(\vec{r}) = e^{-i\frac{2\pi f_1}{h/e}} \Psi_{01}(\vec{r}) + e^{-i\frac{2\pi f_2}{h/e}} \Psi_{02}(\vec{r}) \quad (2.85)$$

olur. Burada manyetik akı kuantası $\phi_0 = h/e$ ile tanımlanır ve iki farklı yoldan ilerleyen dalga fonksiyonları arasındaki faz farkı,

$$\Delta\phi = -2\pi \frac{(f_1 - f_2)}{\phi_0} \quad (2.86)$$

ile belirlenir. Denklem (2.81)' den f_1 ve f_2 denklem (2.86)' de yerlerine yazılıp aşağıdaki işlemler yapılırsa,

$$\Delta\phi = -\left(\frac{2\pi}{\phi_0}\right) \left[\int_{(1)} \vec{A}' d\vec{r}' - \int_{(2)} \vec{A}' d\vec{r}'' \right]$$

$$\begin{aligned}
\Delta\varphi &= -\left(\frac{2\pi}{\phi_0}\right) \int_{(r)} \vec{A}' d\vec{r}' \\
\Delta\varphi &= -\left(\frac{2\pi}{\phi_0}\right) \phi \\
\Delta\varphi &= -2\pi \left(\frac{\phi}{\phi_0}\right)
\end{aligned} \tag{2.87}$$

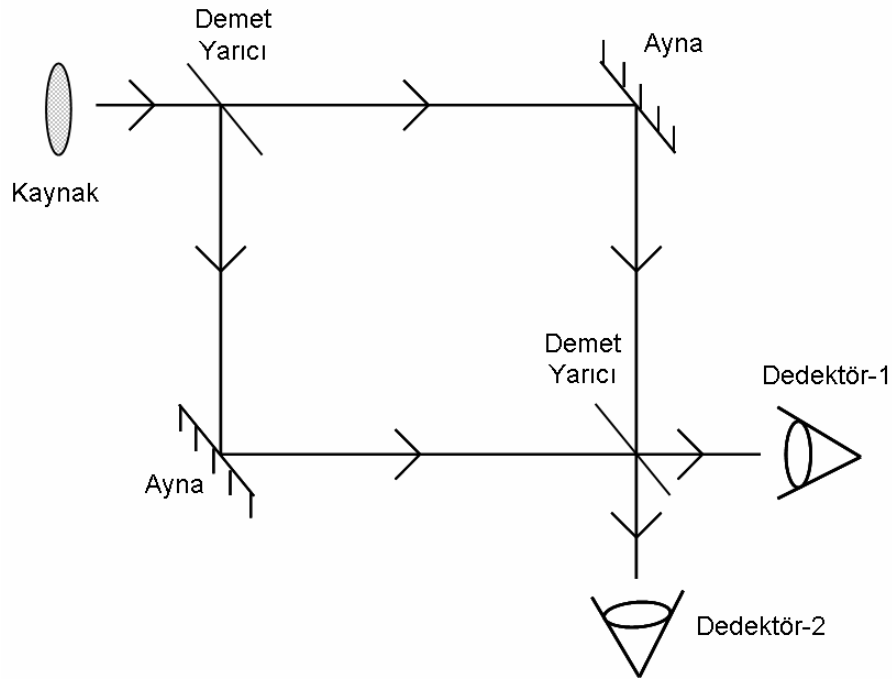
faz kaymasının en sade hali belirlenmiş olur. Bu sonuçlarla perdede görünen olasılık yoğunluğunu hesaplamak için faz kaymasını denklem (2.87)' ü dalga fonksiyonunda denklem (2.85)' de yerine yazıp karesi alınmalıdır.

$$|\Psi(\vec{r})|^2 = \left| e^{-i2\pi\frac{\phi}{\phi_0}} \Psi_{01}(\vec{r}) + \Psi_{02}(\vec{r}) \right|^2 \tag{2.88}$$

Burada dalga fonksiyonunda $2\pi\frac{\phi}{\phi_0}$ kadar bir faz kayması olacaktır. Bu faz kayması Aharonov – Bohm fazı olarak adlandırılır. Perdede oluşacak desen ϕ/ϕ_0 ' ın oranına bağlı olarak değişim gösterecektir. ϕ değeri $\vec{B}$ alanına bağlı olduğundan zamana göre $\vec{B}$ değiştirildiğinde perde üzerindeki desende kayma olacaktır.

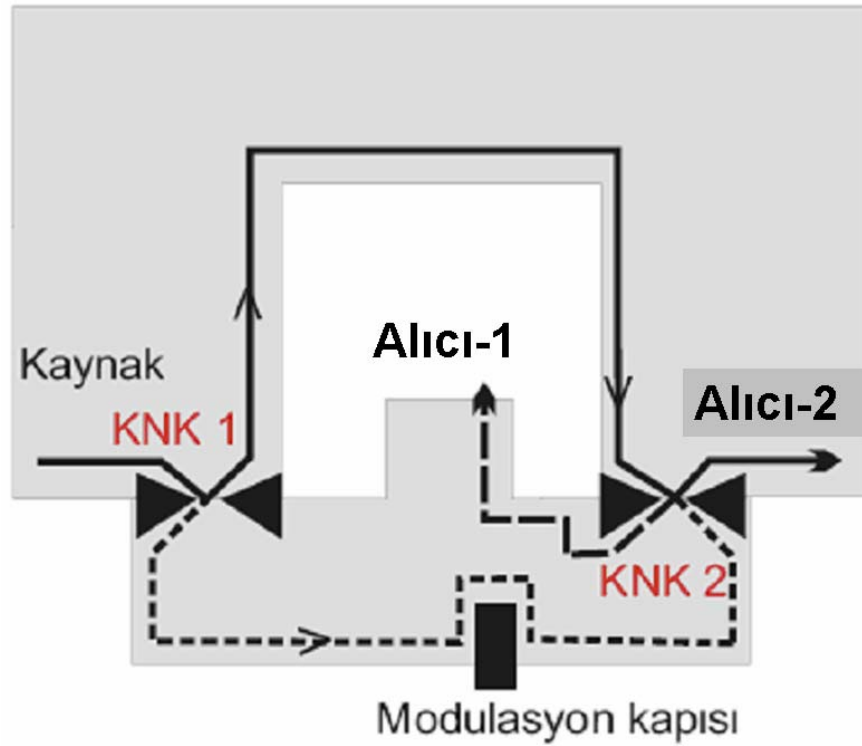
2.3.2. Mach-Zehnder İnterferometresi

Şekil (2.3.2.1)' den görüldüğü gibi optik Mach-Zehnder interferometresi, bir optik ışık kaynağı, iki demet yarıcı, iki tam yansıtıcı düzlem ayna ve iki detektörden oluşmaktadır (Zehnder 1891, Mach 1892). Burada optik kaynaktan gönderilen faz tutarlı ışık demeti demet yarıcı aracılığı ile iki farklı yoldan ilerlemesine zorlanır. Tam yansıtıcı aynalar ile bu iki farklı yoldan ilerleyen ışık demetleri yansıtılarak diğer demet yarıcıda birleştirilir ve girişim yapmaları sağlanır. Daha sonra demet yarıcından geçen ışınlar dedektörlere ulaşırlar. Dedektörlerden gözlenen girişim desenlerini değiştirilebilmesi için optik yollar arasında bir fark oluşturulması gerekir. Bunu oluşturmak için demet yarıcılardan birinin eğimi değiştirilmeli ya da farklı yollardan ilerleyen ışın demetinin bir yoluna faz kaydırıcı bir alet yerleştirilmelidir.



Şekil(2.3.2.1): Optik Mach-Zehnder interferometresinin deneysel düzeneği.

Optik Mach-Zehnder interferometresinin benzeri iki boyutlu elektron sisteminde yapılmıştır (Ji vd, 2003-I. Nader vd, 2006). Bunun deneysel şeması şekil (2.3.2.2)' de gösterilmiştir. İki boyutlu elektron sisteminde düşük sıcaklık, dik ve yüksek manyetik alan değerlerinde bir boyutlu kenar durumları oluşmaktadır. Kenar durumlarında balistik iletim olduğundan kaynaktan gönderilen akım yol boyunca kayba uğramaz ve iki alıcıda toplanan akım giren akıma her zaman eşit olur. Kaynaktan gönderilen akım bu kenar durumlarından ilerlemektedir. Kenar durumu, kuantum nokta kontak-1 (KNK-1) aracılığı ile iki farklı kenar durumuna ayrılır ve KNK-2' de birleştirilerek nihayetinde alıcı-1 ve alıcı-2' ye ulaşır. Bu iki yoldan kazanılan faz farklı ise alıcı-1 ve alıcı-2' de ölçülen sinyaller faz uyumsuz olarak salınacaktır. Faz farkı modülasyon kapısına uygulanan gerilim ile oluşturulabilir.



Şekil(2.3.2.2): İki elektron sisteminde tanımlanan Mach-Zehnder interferometresinin deneysel düzeneği. (Siddiki TÜBİTAK-109T083)

BÖLÜM 3

ELEKTROSTATİK ÖZ UYUMLU (SELF-CONSISTENT) ÇÖZÜMLER

Öz uyumlu (Self-consistent) çözüm iteratif bir yöntem olup sistemin denge durumunun aranmasına dayanır. Bu çözüm yönteminde sistemin denge durumuna gelip gelmediğini anlamak için çözüme bir başlangıç değerinden başlanır ve elde edilen sonuç bir sonraki çözüm basamağında kullanılır. Böylelikle iki sonuç elde edilir. Denge durumu olup olmadığının anlaşılması için bu iki çözüm karşılaştırılır ve aralarında kabul edilebilecek kadar küçük bir fark (bizim hesaplar için 10^{-7} mertebesinde) olup olmadığına bakılır. Eğer çözümler arasındaki fark yeteri kadar küçük değilse son basamakta elde edilen sonuçlar kullanılarak yeni bir çözüm daha yapılır ve son çözüm bir önceki ile karşılaştırılır. Çözümler arasındaki fark kabul edilebilir mertebeye indiğinde, sistemin denge durumuna geldiği anlaşılır. Son aşamada elde edilen çözümler ise öz uyumlu çözümler olmuş olur.

Yaptığımız elektrostatik öz uyumlu çözümlerde, sistemde tanımlı dış potansiyeller (metalik kapı, kimyasal kesme, metalik kapı+kimyasal kesme, donör yoğunluğu vs) ilk olarak hesaba katılmıştır. Sistemdeki yüklerin bu potansiyeller altındaki dağılımı açık sınır değerleri altında, sıfır sıcaklık ve sıfır manyetik alanda örneğin parametreleri de (örnek boyutları, malzeme cinsi vb) hesaba katılarak incelenmiştir. Bu dağılımın eldesi için Poisson denklemi 3B' li olarak çözülmüştür. Bir sonraki aşamada yüklerin oluşturduğu potansiyelle birlikte dış potansiyelin toplamı olarak yeni bir toplam potansiyel elde edilmiş ve bu potansiyel değeri kullanılarak Poisson denklemi aynı şartlar altında tekrar çözülmüştür. Elde edilen yeni yük dağılımının bir önceki ile farkına bakılarak denge durumunun oluşup oluşmadığı kontrol edilir. Bu döngü denge durumuna gelene kadar tekrar edilir ve denge durumu çözümleri elde edilmiş olur.

3.1. Poisson Denklemi

Maxwell denklemlerinde elektrik alan,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}) = \frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0} \quad (3.1)$$

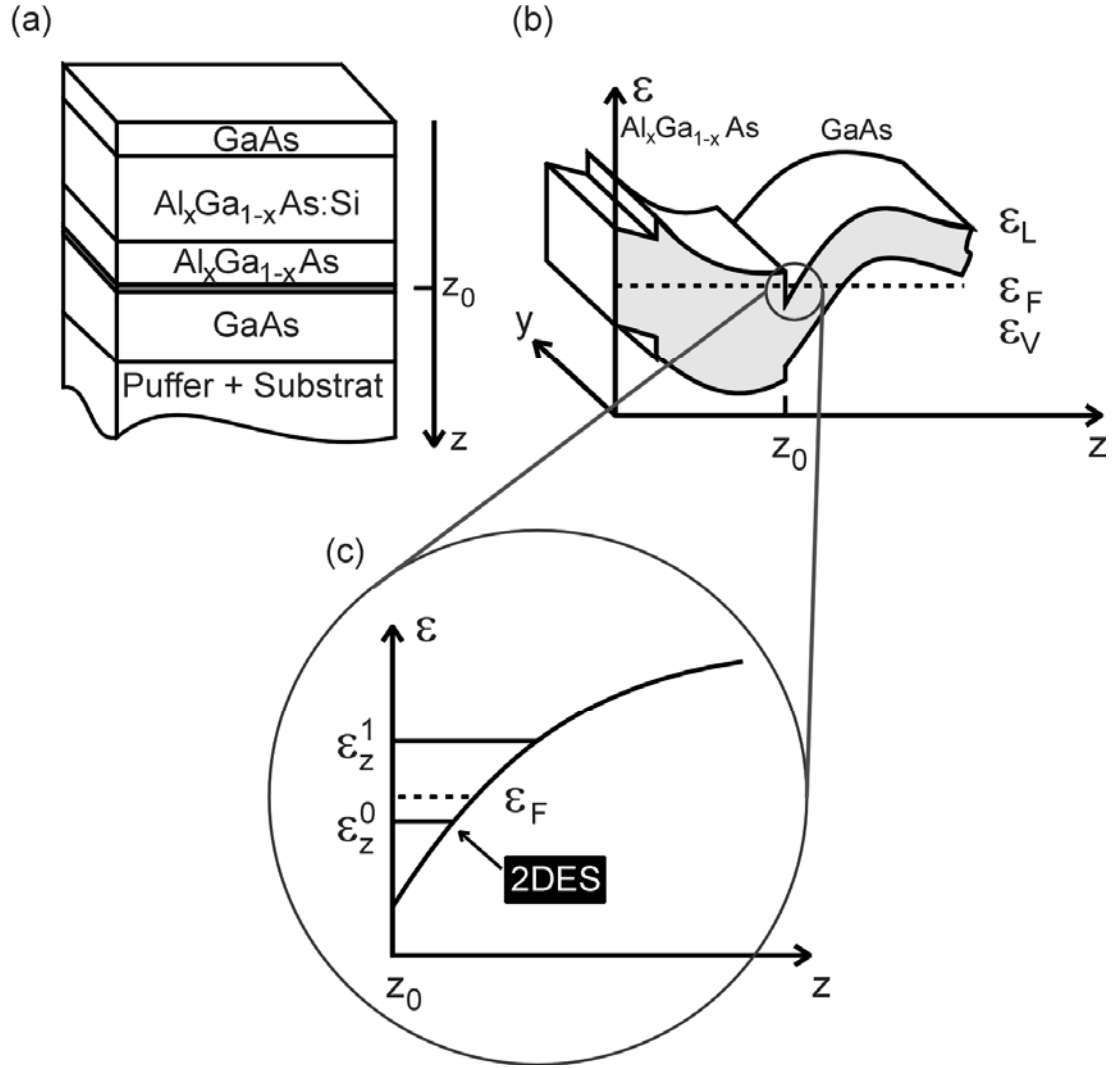
ifadesi ile tanımlanır. $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$ olması durumunda $V(\vec{r})$ potansiyeli $\vec{E}$ elektrik alanından türer $(\vec{E} = -\vec{\nabla} V(\vec{r}))$ ve bu ifade denklem (3.1) de yerine yazılırsa,

$$\nabla^2 V(\vec{r}) = - \frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0} \quad (3.2)$$

ifadesi, yani Poisson denklemi elde edilir.

3.2. İki Boyutlu Elektron Sisteminin (2BES) Eldesi

İki boyutlu elektron sistemi, ilk olarak 1960 yılında MOSFET (metal oxide field effect transistors) yapılarda gerçekleştirildi. Transistörlerin kalitelerinin geliştirilmesiyle 2BES yapıların kalitesi de arttı. 2BES' ler Molecular Beam Epitaxy (MBE) malzeme büyütme yöntemi ile malzemelerin band yapılarının farklı olmasından yararlanarak elde edilebilir. GaAs/AlGaAs gibi hetero yapılarda oluşturulan 2BES' ler kuantum Hall etkisi (KHE) deneylerinde de çok yaygın olarak kullanılmaktadırlar. 2BES' in şematik bir gösterimi şekil (3.2.1)' de verilmiştir.



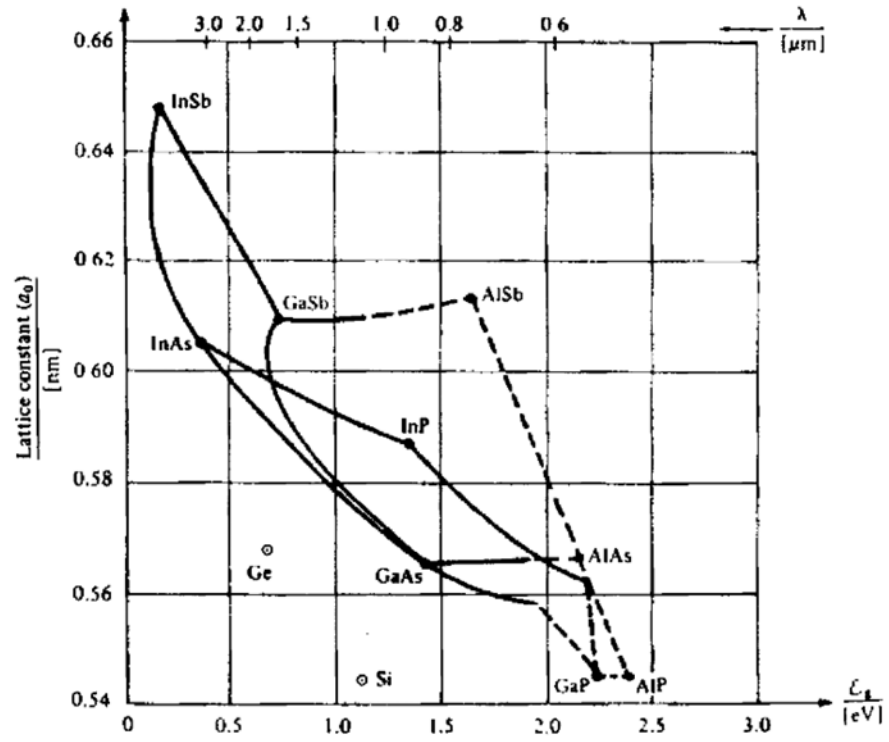
Şekil (3.2.1): (a) Üst üste büyütülmüş farklı enerji band yapılarına sahip yarı iletken malzeme, (b) malzemenin z eksenini boyunca band yapısı ve (c) $z=z_0$ düzleminde oluşan kuantum kuyusu.

3.2.1. Hetero Yapıların Genel Özellikleri

Bu bölümde esas kaynak olarak J. H. Davies' in 'The Physics of Low-Dimensional Semiconductor' isimli kitabından yararlanılmıştır. Periyodik cetvelde III-V grubuna ait materyallerin yarıiletken özellikleri ayrıntılı olarak incelenmektedir (ref). Alaşımların bazı bileşimleri geniş bir kullanıma sahiptir ve bilinen özellikleri giderek artmaktadır. Bilinen $Al_xGa_{1-x}As$ alaşımı, yaygın olarak AlGaAs olarak bilinir ama bu kimyasal formülünü tam olarak karşılamaz. Farklı materyallere ait bilinen ve önemli iki özellik olan “bant genişlikleri” ve “örgü sabitleri” Şekil (3.2.1.1)' de gösterilmiştir.

Hetero yapılarda, aktif bölge ara yüzlerin yakın ya da birbirine temas ettiği yerdedir. Bu gerçek sadece III-V bileşenlerinde geçerli değildir. Belki de ekonomik olarak en değerli yarıiletken olan, MOFSET' de elektron Si ve SiO_2 ara yüzde hareket eder. Bu durumda Si kristal fakat SiO_2 amorf (kristal olmayan) yapıdadır. İki materyali ek yapılmadan birleştirmek imkânsızdır ve elektron ara yüzde hareket ederken kusurlardan dolayı saçılmalara uğrar. Bu pürüzsüz yüzey saçılması oksitteki kusurlardan kaynaklanır ve düşük sıcaklıklarda MOFSET teki elektron mobilitesi ($4 m^2/V.s$) sabit tutar. III-V yapıların iyi çalışması isteniyorsa iki materyalinde hemen hemen aynı pürüzsüzlükte ara yüze sahip olmaları gerekmektedir. Büyütme ile sağlanacak bu kusursuzluk, kaliteli ancak pahalıya mal olan moleküler-ışın-epitaksisi (MBE) ve metal-organik- kimyasal-buhar-tortu (MOKBT) bırakma yöntemleri ile sağlanabilir.

Prensipte iki materyali ideal bir hetero yapı olarak birleştirmek mümkündür. Bu ilk olarak materyallerin aynı kristal yapıya sahip olmalarını gerektirir ve bu III-V materyalleri için sağlanmaktadır. İkinci gereksinim ise, yapıda bir zorlama yok ise iki örgü sabitinin yaklaşık olarak eşit olmasını gerektirir (Cicek 2010).



Şekil (3.2.1.1): Farklı yarıiletkenlerin örgü sabitinin, eV biriminde minimum bant genişliğine ve dalga uzunluğuna göre değişimi. Düz çizgiler direkt bant genişliğini, kesikli çizgiler ise endirekt bant boşluğunu göstermektedir.

3.2.2. Hetero Yapılarda Büyütme Teknikleri

Hetero yapının büyütülmesinde en önemli unsurlar büyütülecek malzemelerin atomik yapılarının birbiri ile eşleşmesi, ara yüzeyin safsızlıkları ve diğer kusurları

barındırmaması gerekir. Bu durumu sağlayan en verimli metotlar ise moleküler-ışın-epitaksi (MBE) ve metal-organik-kimyasal-buhar-depolama yöntemleridir (MOCVD).

3.2.2.1. Moleküler Işın Epitaksi (MBE)

MBE, Metal ve yarıiletkenleri atomik düzeyde hassasiyetle tabaka tabaka büyütmek için kullanılan çok gelişmiş bir tekniktir. Bu tekniğin en önemli özelliği yüksek vakum ($10^{-10} - 10^{-11}$ Torr) değerlerinde büyütmenin gerçekleştirilmesidir. Kullanılan kaynakların doğasına bağlı olarak MBE' nin farklı türleri vardır. Bütün kaynak materyaller katı formda ise katı kaynak MBE (SSMBE), gaz formunda ise gaz kaynaklı MBE (GSMBE), metal-organik materyal kaynaklar kullanılıyorsa metal-organik MBE (MOMBE) olarak adlandırılır (Cankuş Aydın, 2007). Tek bir tabakanın büyütülmesi bir saniye civarında gerçekleşir ve bu durum aygıtı oluşturan materyallerin kullanılmasında ani geçişlerin sorunsuz bir şekilde gerçekleşmesini sağlarken yüksek mobiliteli malzeme büyütülmesine olanak sağlar. MBE kaynakların farklı konumlanması dolayısıyla büyütmede kaynaklardan alttaşı giden akış doğrultuları da farklı olacaktır. Ama bu sorun örnek tutucusunun 0,03 – 2 Hz arasında hızlarla döndürülmesiyle giderilir (Erol 2002, Mirioğlu YLT 2011).

3.2.2.2. Metal Organik Kimyasal Buhar Depolama (MOCVD)

Kullanılan MOCVD ve MOVPE gibi iki büyütme yöntemi vardır. MBE’ den farklı olarak bu sistemlerde kullanılan gazlar kristali oluşturacak elementleri içeren kompleks moleküllerdir. Bu sebeple büyütmeyi ısıtılan taşıyıcı yüzeyindeki tepkimeler belirler (Erol 2002). Organometalik bileşikler sıvı halde olduklarından büyütme odasına azot ya da hidrojen gazıyla taşınırlar. Kimyasal tepkimeler sırasında büyültmek istenen kristal içerisinde metil gruplarından kaynaklı karbon katkısı gelebilir. Bu katkı değerleri GaAs için 10^{15} cm^{-3} civarında iken AlGaAs için 10^{18} cm^{-3} değerlerindedir. MOCVD büyütme tekniği basıncın uzun süre sabit kalması ve materyal bölümlerindeki herhangi bir sorunda sadece sorunlu bölgelerin kapatılması açısından MBE’ den üstündür. Diğer taraftan MBE’ de çıkabilecek bir sorunda yüksek vakum hücresini açmak sistemin kalibrasyonunu bozar. Ama yine de MOCVD ile büyütülen örneğin niteliği işlem tamamlanıp ölçümler alınana kadar bilinmez (Mirioğlu YLT 2011).

3.3. EST3D

EST3D (Electrostatic Three Dimension) paket programı (Weichselbaum ve Ulloa 2003), Anderas Weichselbaum tarafından yazılmıştır. Programın giriş parametreleri Sefa Arslan ve Şaban Aktaş tarafından yeniden düzenlenmiştir. Bu program üç boyutlu (3B) Poisson denklemini sıfır sıcaklık, sıfır manyetik alan, iyi tanımlanmış sınır koşullarında (ileri bölümlerde anlatılacak metalik kapı veya kimyasal

kesme yöntemleri ile oluşturulan) ve sistemin içerisindeki tüm yükleri de hesaba katıp öz uyumlu bir yöntem ile çözüp sistemin potansiyel ve yük dağılımlarını belirlemektedir (Arslan 2008, Arslan 2008 YLT). Bu programda kullanılan 3B'li nümerik algoritma 2B' deki Poisson denkleminin çözümü için iyi bilinen indirgeme (numerical relaxation) tekniğinden adapte edilmiştir. Sistemdeki tüm yükleri (donor, elektron, metalik kapı v.s.) öz uyumlu bir iterasyon şeması kullanarak istenilen sınır koşullarında tam olarak hesaplamaktadır (Weichselbaum 2003, Arslan 2008, Arslan 2008 YLT). Programın çalıştırılması ve giriş datasının oluşturulması bölüm 3.3.1. de açıkça belirtilmiştir.

3.3.1 EST3D için giriş datasının oluşturulması (est3.dat)

Hesaplama yapılacak malzemenin tüm fiziksel parametreleri est3.dat data dosyası ile tanımlanır. Malzemenin uzaysal boyut parametreleri, kapıların nereye yerleştirileceği ve üzerlerine uygulanacak voltaj değeri, donörlerin nerede ve hangi yoğunlukta olacağı gibi parametreler bu dosyada tanımlanır.

$$\text{SYS_PARAS} = [\text{Nx0} \quad \text{Ny0} \quad \text{Nz0} \quad \text{Lx} \quad \text{fhy} \quad \text{fhz}]$$

Bu bölümde hesaplama yapılacak örneğin uzaysal boyut parametreleri tanımlanır. Nx0, Ny0 ve Nz0 parametreleri sırası ile x , y ve z boyutlarında hesaplanacak örgü noktaları belirlenir. Lx malzemenin x eksenindeki uzunluğu, fhy malzemenin y yönündeki uzunluğu ile x yönündeki uzunluğunun oranını ve fhz ise z yönündeki uzunluk ile x yönündeki uzunluğunun oranını tanımlar. Lx malzeme boyutunun birimi metre (m) olarak tanımlanmaktadır. Birbirine yakın her iki örgü nokta arasındaki mesafeyi

$$\begin{aligned}
dx &= \frac{Lx}{Nx0 - 1} \\
dy &= (fhy).dx \\
dz &= (fhz).dx
\end{aligned}
\tag{3.3}$$

denklemleri ile hesaplanır. Burada dz ile z yönündeki katmanlar arası mesafede hesaplanmış olur.

BDR_FILE = {VARNAME ---- SHIFT_X,Y,Z - [VQ]VALUE}

Bu bölümde 2B’li elektron sistemini istenilen formda tuzaklamak için kullanılan metalik kapıları malzeme içinde nereye yerleştirileceği tanımlanır. Metalik kapılar gates.srf ile isimlendirilen dosyada tanımlanmaktadır. Bu dosyanın içinde metalik kapılar hangi isimde tanımlandıysa VARNAME bölümünde bu isim yazılır. SHIFT_X,Y,Z bölümünde metalik kapıların konumu belirlenir. [VQ] ile sistemde metalik kapımı yoksa kimyasal eritmemi yapılacağı tanımlanır. Eğer metalik kapı ile tuzaklama yapılacaksa ‘V’ yazılarak volt biriminde uygulanacak voltajın sayısal değeri yazılır. Kimyasal eritme yapılacaksa ‘E’ yazılarak malzemenin yüzey kısmından ne kadar (kaç katman) aşağı kesileceği belirtilir.

ISLANDS = { I1 J1 K1 -- I2 J2 K2 -- [VQ] - VALUE ----- }

Malzemenin uzaysal sınırları, yüzey konumu, donörlerin konumu ve miktarı, 2BES’ in konumu gibi tanımlamalar bu bölümde belirtilir. I1, J1 ve K1 sırası ile x , y ve z konumlarının başlangıç değerleri ve I2, J2 ve K2 ise bitiş değerleridir. [VQ] malzemenin türünü belirleyen parametredir ve aşağıda bunlar açıkça belirtilmiştir. VALUE ile sayısal miktarları tanımlanır.

- C : nokta yük
- C2 : 2B’ de yük dağılımı
- D : Dielektrik malzeme
- V0- : sınırda meydana gelen negatif voltaj

Bölüm 4.1.1.' de tanımlanan sistemin datasının örneği aşağıda verilmiştir (Arslan 2008).

```

% NX0  NY0  NZ0  LX  fhY  fhZ
SYS_PARAS = [ 128  128  110  2.0E-6  1.  0.5 ]

BDR_FILE = {
% FILE NAME -- SHIFT_X,Y,Z - bXY - bZ
'gates.srf'          0 0 0   6 6   'file' % user structure file

% VARNAME ---- SHIFT_X,Y,Z - [VQ]VALUE - DESCRIPTION
'gate-kusatma-ic2' 0 0 66  'V' -1.0 'disa gate' % gate
'gate-kusatma-dis' 0 0 -8  'E'  0.  'disa gate' % etching
}

ISLANDS = {
% VARNAME --- I1 J1 K1 ---- I2 J2 K2 -- [VQ] - VALUE
'dielec'          3 3 3   124 124 73  'D'  12.0
'surf'            6 6 72   121 121 ~   'VO-' -0.75
'donors1'         6 6 65   121 121 ~   'C2'  1.70E16
'donors2'         6 6 59   121 121 ~   'C2'  2.50E15
'2DEG'           6 6 53   121 121 ~   'VO-'  0.
}

```

3.3.2 EST3D İçin Çıktı Datası

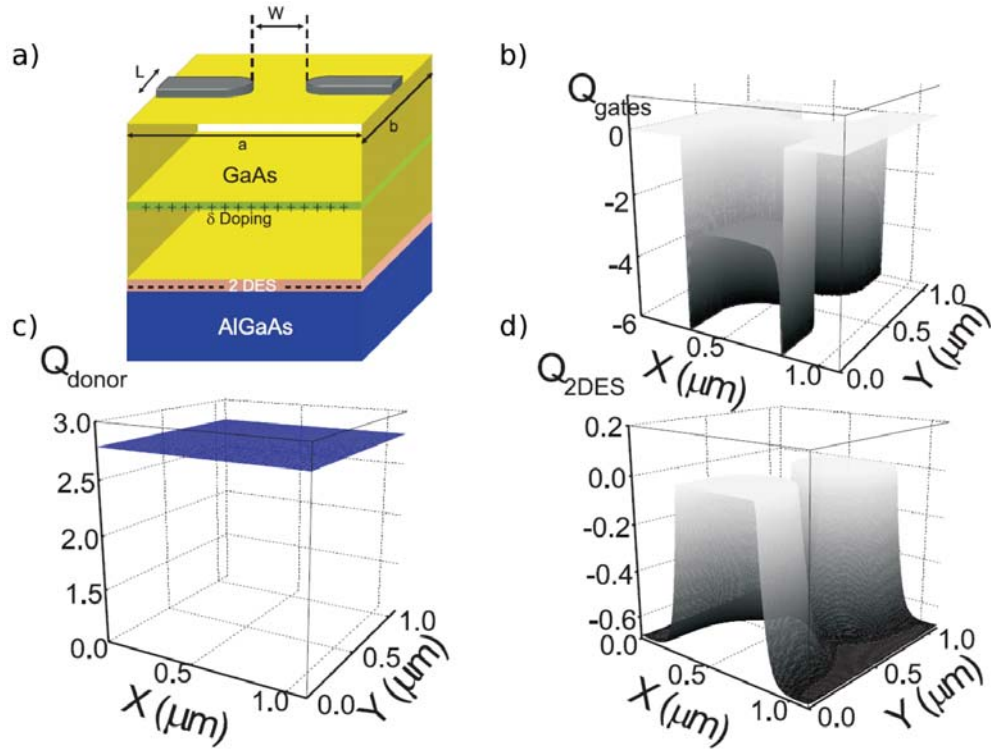
Önceki bölümlerde anlatıldığı gibi oluşturulan giriş datası hazırlanıp program çalıştırıldığı takdirde V00.mat isimli bir çıktı dosyası oluşacaktır. Bu dosyanın içerisinde 3B' li yapı için her z düzleminde oluşan yük dağılımı ve potansiyel enerjinin uzaysal dağılımları bulunmaktadır. Oluşturulan matris (yani seçilen örgü noktaları) ne kadar büyükse çıktı dosyası da o kadar büyük olacaktır ve çözüm de bir o kadar uzayacaktır. Çıktı dosyasından alınan yük dağılımı ve potansiyel enerji değerlerinin birimi sırası ile Coulomb (C) ve elektronVolt (eV)' dur.

3.3.3. Kuantum Nokta Kontakların (KNK) Kapı (Gate) ile Tanımlanması

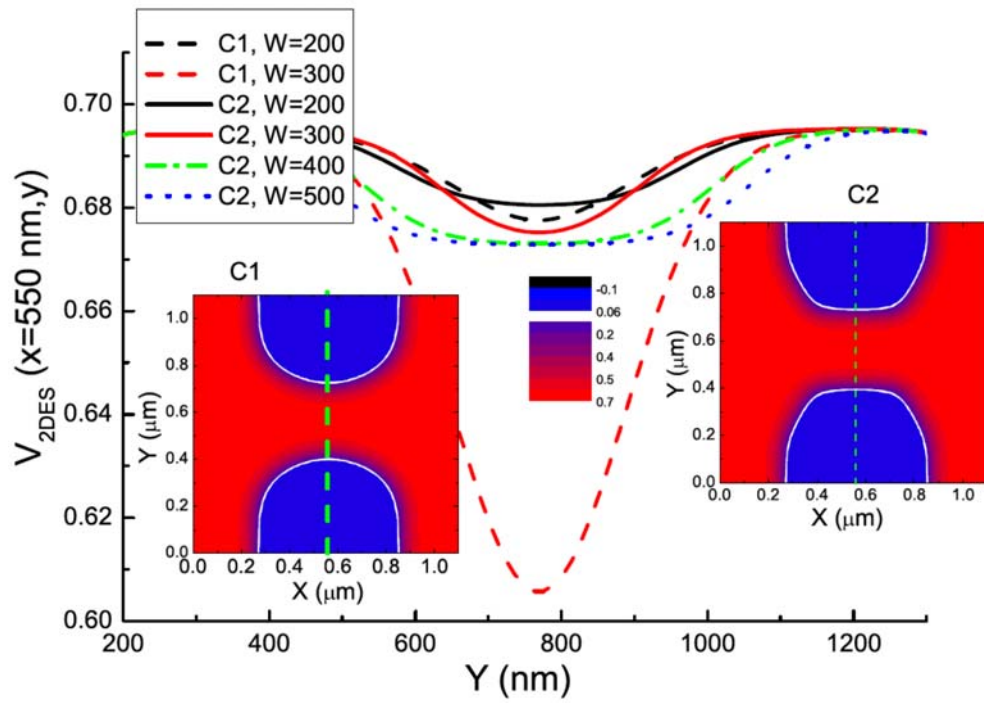
Temel olarak, bir kuantum nokta kontak (KNK) kuantum mekanik etkilerin gözlenebildiği çok küçük boyutlarda iki iletken bölgenin çok dar bir yapısı gibi tanımlanabilir. KNK' nın arasındaki mesafe nanometre ile mikrometre arasında bir uzunlukta olabilir. KNK' lar ilk olarak 1988 yılında Van Wees v.d ve Wharam v.d taraflarından deneysel olarak elde edilmiştir. KNK' lar örneğin üzerine konulan metalik kapılar veya kimyasal eritme yöntemi ile de tanımlanabilir. Şekil (3.3.3.1)' in (a) grafiğinde kapı ile tanımlanması resmedilmiştir. Kapılar arası mesafe w ve kapı genişliği L ile tanımlanmıştır. Burada kapılara uygulanan voltaj değeri ile aşağıdaki yüzeyde oluşan 2BES' e etki ettirerek elektronlar o bölgelerden kaçırılabilir ya da o bölgelere doğru yoğunlaştırılabilir. (b)' de kapılara depo edilen elektronların uzaysal

dağılımları hesaplanmaktadır. Kapılar metalik oldukları için yüklerin bir kısmı en uç noktalara doğru yönelmektedir. Bu ise hesaplamaların deneysel duruma ne kadar yakın olduğunu göstermektedir. (c) de, yüzeyden belli bir miktar aşağıda ve $x-y$ düzleminde tek katman (delta doping) katkılanmış homojen bir donör dağılımı tanımlanmaktadır. Bu dağılım, GaAs ile AlGaAs yarı iletken iki malzeme arasındaki bölgede elektron sistemi oluşmaktadır. Kapı voltajı etkisiyle de 2BES' in uzaysal dağılımı (d)' deki gibi olmaktadır.

Metalik kapılar ile elektronlar istenildiği gibi tuzaklanabilir ya da elektronun iletimi metalik kapı geometrisine göre belirlenebilir. Bunun için iki farklı kapı geometrisi (C1 yumuşak geometri ve C2 keskin geometri) tanımladık (şekil (3.3.3.2)). Metalik kapıların aralarındaki mesafeler değiştirilerek potansiyelin uzaysal dağılımlarını hesapladık. Grafikte gösterildiği gibi C2' li KNK geometrisinin C1' li KNK geometrisine göre daha yumuşak potansiyel profiline sahip olduğunu hesapladık. Kuantum etkileri hesaba katılmadan elektronlar bir nokta yük gibi tanımlanıp elektron elektron etkileşimleri de hesaba katarak sıfır sıcaklık ve sıfır manyetik alan değerlerinde hesaplamaları yaptık (Arslan 2008).



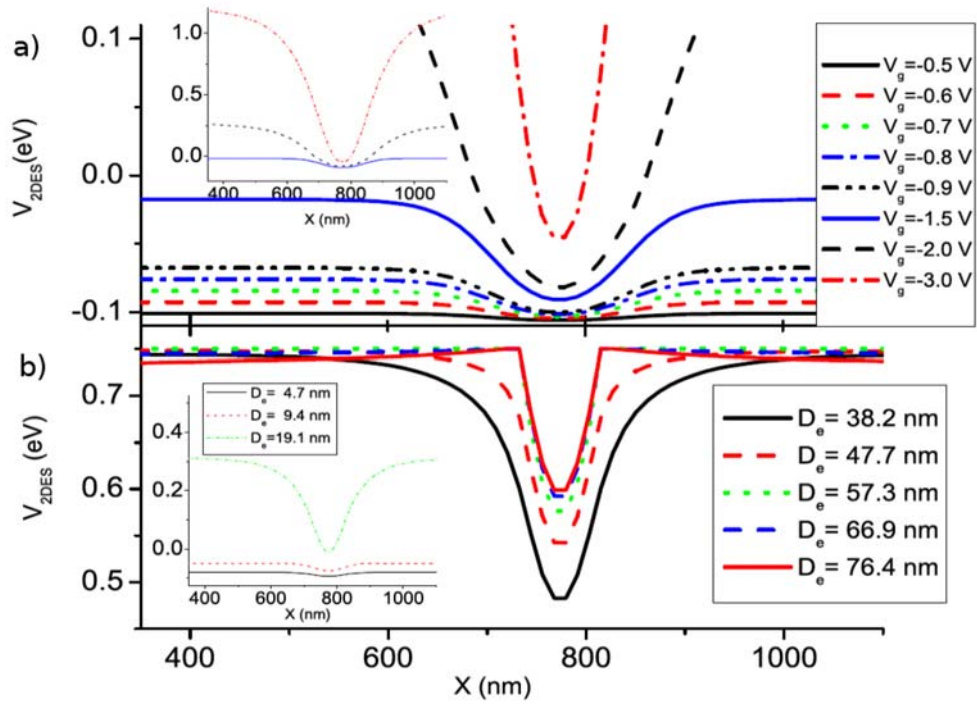
Şekil(3.3.3.1): $1500 \times 1500 \times 156 \text{ nm}$ ' lik örnek boyutları için, (a) üç boyutlu hetero yapı, (b) kapılara depo edilen yük yoğunluğu, (c) delta doping edilen homojen donor yoğunluğu ve bu tanımlamalar sonucunda hesaplanan (d) elektron yük yoğunluğu. 2BES yüzeyden 100 nm aşağıda, donor dağılımı yine yüzeyden 43 nm aşağıda, $w=200 \text{ nm}$, $L=300 \text{ nm}$ ve kapılara uygulanan kapı voltajı $V_G = -1.2 \text{ V}$ ' dur (Arslan 2008).



Şekil(3.3.3.2): İki farklı metalik kapı geometrisi (C1: yumuşak, C2: keskin) için potansiyel profilleri. Mavi bölgeler elektronların kapı voltajları ile boşaltılan bölgeler. C1 için iki ve C2 için dört farklı kapı aralığı mesafesi için merkezdeki potansiyel dağılımları (Arslan 2008).

3.3.4. Kuantum Nokta Kontakların (KNK) Kimyasal Eritme (Etching) ile Tanımlanması

KNK' lar metalik kapılar dışında o bölgeyi aşağı doğru kimyasal yöntemlerle istenilen mesafeye kadar eritilerek oluşturulabilir. Bu şekilde oluşturulan KNK' lar, metalik kapılar ile oluşturulan KNK' ların oluşturduğu tuzaklama potansiyeli bir birinden farklı olmaktadır (Arslan 2008, Siddiki 2003). Teorik olarak yapılan kimyasal kesme ve metalik kapı ile tanımlanan KNK' ların hesaplamaları şekil (3.3.4.1) de gösterilmiştir.



Şekil(3.3.4.1): (a) Metalik kapı ve (b) kimyasal eritme ile tanımlı KNK' ların farklı kapı voltaj değerleri ve yüzeyden farklı mesafelere kadar eritilmiş durumları için potansiyel dağılımları. Kapılar arası mesafe $w=150\text{ nm}$ ' dir (Arslan 2008).

3.4. Thomas Fermi (TF) Yaklaşıklığı

Manyetik uzunluk değerinde $V(\vec{r})$ potansiyel enerjisi yavaş değişiyorsa Landau enerji seviyeleri pertürbe olmuş gibi davranır. Bu durumda toplam enerji,

$$E_n(r_0) = E_n + V(r_0) \quad (3.3)$$

şeklinde yazılabilir. Burada E_n Landau enerji seviyelerini, r_0 parçacığın konumunu ve $E_n(r_0)$ ise r_0 konumundaki parçacığın toplam enerjisini ifade eder. Thomas ve Fermi tarafında geliştirilen bu yaklaşıklık çok sayıda parçacık içeren sistemler için geçerli olmaktadır. N tane elektrona sahip bir sistemin sonsuzda sıfır olan merkezci bir $V(r_0)$ potansiyel enerjisi tarafından uzayın bir bölgesine hapsedilmiş taban durumdaki bir Fermi elektron gazı gibi tanımlanır. Bu yaklaşıkla elektron yoğunluğu

$$n_{el}(\vec{r}) = \int dE D(E) f[(E + V(\vec{r}) - \mu)/k_B T] \quad (3.4)$$

Fermi istatistiği ile belirlenir. Burada $D(E)$ durum yoğunluğu ve $f[(E + V(\vec{r}) - \mu)/k_B T]$ Fermi fonksiyonudur. Burada μ kimyasal potansiyel enerji, k_B Boltzman sabiti ve T sıcaklıktır.

3.5. Thomas Fermi Poisson (TFP) Yaklaşıklığı

Üç boyutlu bir hetero yapıda $z=z_0$ düzleminde iki boyutlu elektron sistemi (2BES) bulunsun ve $x < -d$ ile $x > d$ konumlarında bulunan düzlemsel kapılarla

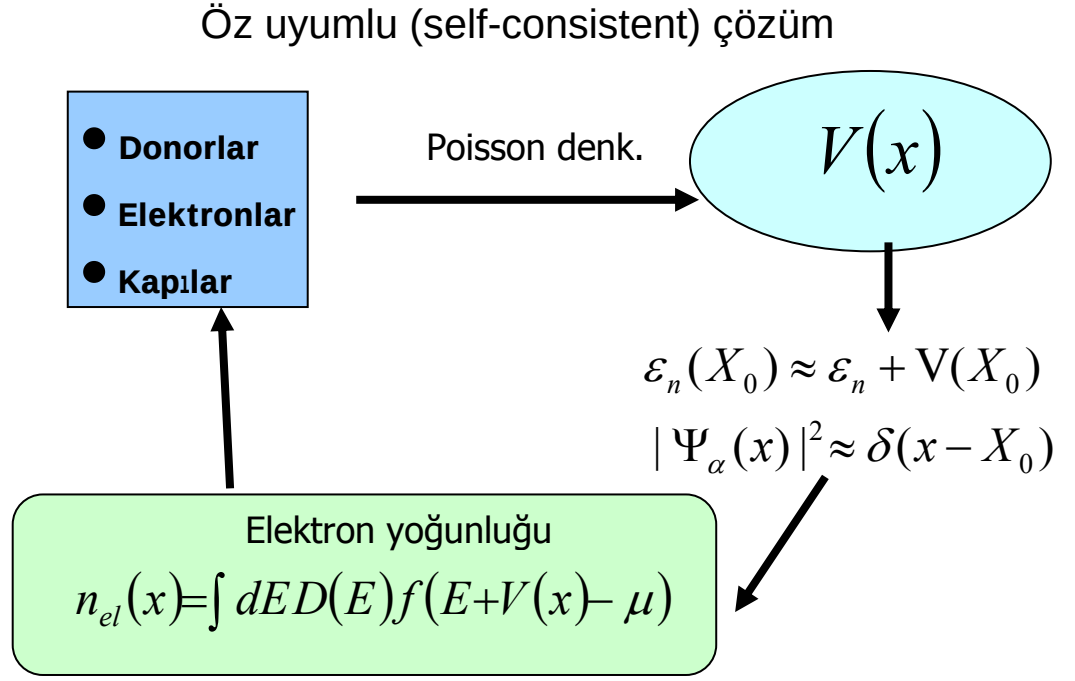
kenarlardan sınırlandırılmış olsun. Bu kapılar sırası ile V_L ve V_R potansiyelleri ile beslensin. $|d-b|$ genişliğine sahip boşaltılmış bölgeler her iki tarafta da simetrik olduğundan sadece $V(\pm)=V_L=V_R=0$ ile $V(x)=V(-x)$ simetrik potansiyel özelliği gösterir. Pozitif yüklerin (donorların) homojen olması ve kenarlardan uygulanan kapı voltajlarının simetrik olması elektron yoğunluğunu da simetrik bırakır ve $n_e(x)=n_e(-x)$ şeklinde olur. Donorların yoğunluğu n_0 olmak üzere, homojen yüzey yük yoğunluğu $\rho(x)=e[n_0-n_e(x)]$ olarak tanımlanırsa sistemdeki potansiyel enerji,

$$V(x)=-\frac{2e}{\kappa}\int_{-d}^d dx' K(x,x')\rho(x') \quad (3.5)$$

ifadesi ile belirlenir. Buradaki çekirdek (kernel) fonksiyon

$$K(x,x')=\ln\left|\frac{\sqrt{(d^2-x^2)(d^2-x'^2)}+d^2-x'x}{(x-x')d}\right| \quad (3.6)$$

ile tanımlanır (Chklovskii 1992, Siddiki 2003, Eksi 2007). Bu durumda bir elektronun potansiyel enerjisi Poisson eşitliği ile belirlenmiş olur. Bu sonuç sıfır sıcaklık ve sıfır manyetik alan içindir. TF yaklaşıklığı ile manyetik alandan gelen Landau enerji seviyelerini de hesaba katıp toplam enerjiyi ve Fermi istatistiği ile de yük dağılımları hesaplanır.



Şekil(3.5.1): Thomas-Fermi-Poisson yaklaşımı (TFPY) ile öz uyumlu (self-consistent) çözümün şematik anlatımı.

Şekil (3.5.1) de gösterildiği gibi, sistemde var olan yükler (donorlar, elektronlar, kapılar v.s.) tanımlanır ve bu yük dağılımı ile Poisson denkleminin çözümünden potansiyel enerji belirlenir. Daha sonra manyetik alanın etkisi ile oluşan ve Schrödinger denkleminin bir kez çözülmesinden belirlenen Landau enerji seviyeleri, Poisson

denkleminin çözümünden elde edilen potansiyel enerji ile toplanarak toplam enerji hesaplanır. Fermi istatistiği ile konuma bağlı elektron dağılımı belirlenir ve başlangıçta tanımlanan elektron dağılımı ile karşılaştırılır. Eğer iki dağılım arasında fark (mutlak hata) 10^{-7} ' den küçük ise çözüm belirlenmiş olur, fakat iki dağılım arasında bir fark 10^{-7} ' den büyük ise bu döngü, şart sağlanan kadar devam eder.

Malzeme içinde donörler homejen dağılmışlarsa oluşturdukları potansiyel enerji

$$V_{bg}(x) = -E_0 \sqrt{1 - (x/d)^2} \quad (3.7)$$

ifadesi ile hesaplanır. Buradaki enerji normalizasyonu $E_0 = 2\pi e^2 n_0 d / \kappa$ ' dir. Burada n_0 iki boyutlu donör yoğunluğu, d boşaltılmış bölgenin genişliği, κ malzemenin dielektrik sabiti ve e elektron yüküdür. Elektronlar arası Coulomb etkileşimleri Hartree tipi yaklaşıklığı ile,

$$V_H(x) = \frac{2e^2}{\kappa} \int_{-d}^d dx' K(x, x') n_e(x') \quad (3.8)$$

şeklinde tanımlanır. Eğer donörler homojen dağılmamışlarsa oluşturdukları potansiyel enerji

$$V_{bg}(x) = \frac{2e^2}{\kappa} \int_{-d}^d dx' K(x, x') n_d(x') \quad (3.9)$$

ile hesaplanır. Burada $n_d(x')$ konuma göre donör yoğunluğudur.

3.6. Bir Boyutta Elektron hızı ve Sıkıştırılmaz Şeritlerin (SŞ) Kalınlıkları

3.6.1. Donor Dağılımı

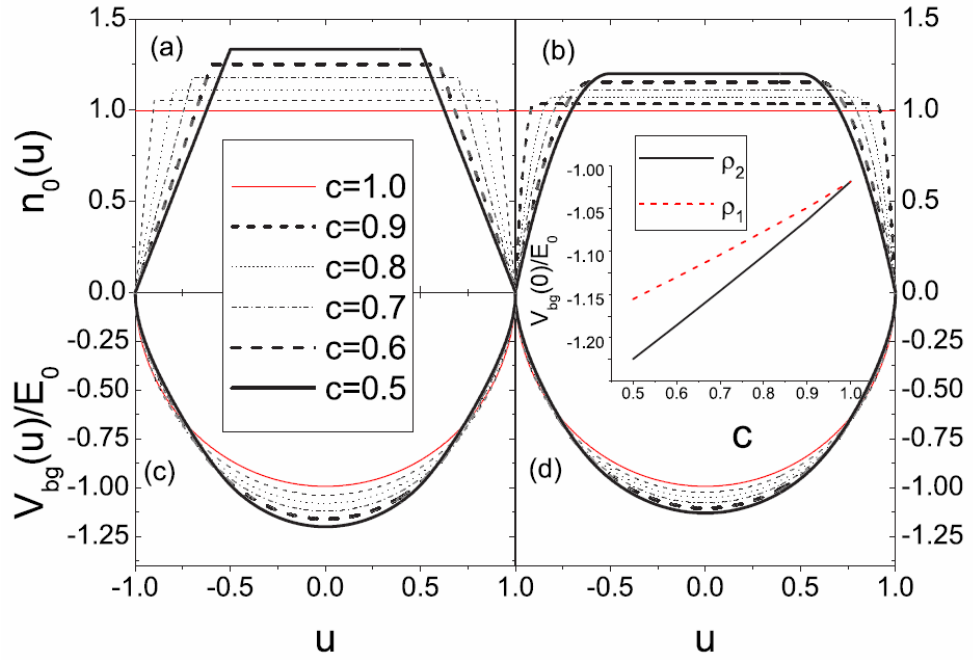
Homojen ve homojen olmayan donor dağılımları için elektronun SŞ' lerin içerisindeki hızları araştırılmıştır. Malzemenin kenar etkileri de hesaba katıldığında donörler malzemenin orta bölgelerinde daha yoğun bulunmaktadır. Elektronları tuzaklamak için metalik kapılar veya kimyasal eritme yöntemi kullanılmaktadır. Bu iki farklı yöntem iki farklı kenar durumuna neden olur. Bunun modellenmesi için homojen olmayan donor dağılımını kesikli ve parabolik dağılım ile isimlendirilen iki farklı rejim tasarlanmıştır. Aşağıda bu dağılımlar için tanımlanan fonksiyonlar açıkça belirtilmiştir (Eksi 2007).

$$\rho_1(u) = \begin{cases} \frac{[-(u+c)^2 + (c-1)^2]n_c}{(c-1)^2} & , -1 \leq u < -c \\ n_c & , -c \leq u \leq c \\ \frac{[-(u-c)^2 + (1-c)^2]n_c}{(c-1)^2} & , c < u \leq 1 \end{cases} \quad (3.10)$$

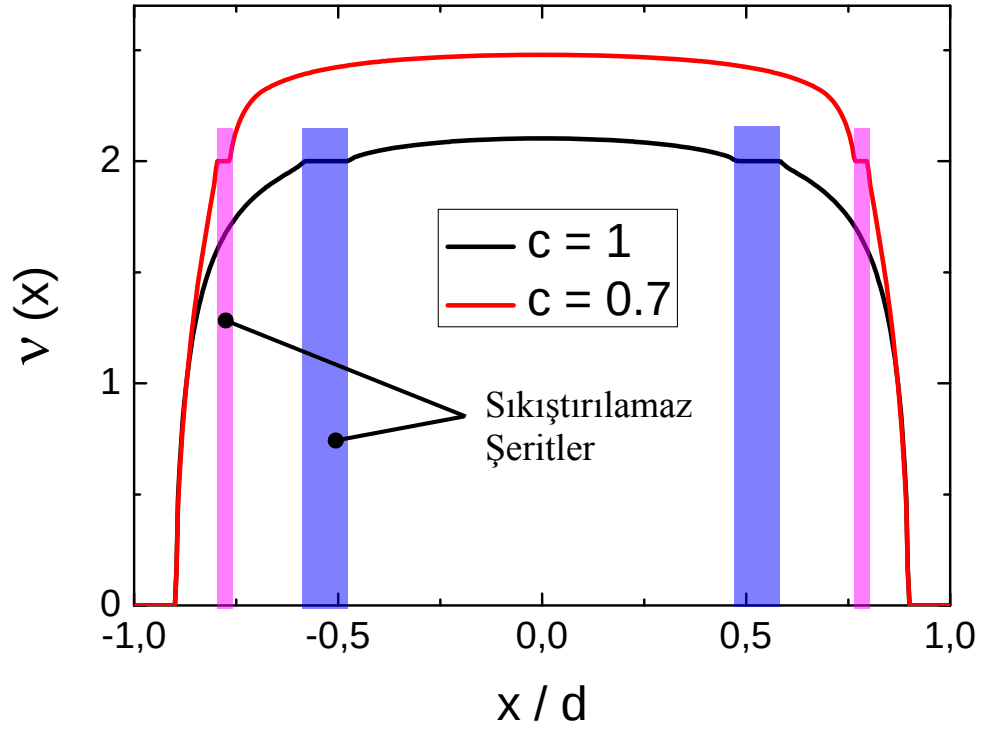
$$\rho_2(u) = \begin{cases} \frac{(u+1)n_c}{(1-c)} & , -1 \leq u < -c \\ n_c & , -c \leq u \leq c \\ \frac{(1-u)n_c}{(1-c)} & , c < u \leq 1 \end{cases} \quad (3.11)$$

$\rho_1(u)$ parabolik dağılımı ve $\rho_2(u)$ ise kesikli dağılımı tanımlamaktadır. Burada $u=x/d$ ve d malzemenin yarı genişliği, c diklik parametresidir. n_c ise normalizasyon değeridir ve toplam donor sayısını sabit bir değerde tutacak şekilde değişir. Şekil

(3.6.1.1)' de bu donör dağılımları ve oluşturdukları tuzaklama potansiyelleri gösterilmiştir. Eğer malzeme içerisine donörler homojen dağılmışlarsa oluşturduğu tuzaklama potansiyel enerjisi denklem (3.7)' den hesaplanır, donörler homojen dağılmamışlarsa denklem (3.9)' dan hesaplanır. Şekil (3.5.1)' de şematik gösterimi verilen TFPY yönteminde başlangıç koşulu olan bu tuzaklama potansiyel enerji değeri ile sistemdeki elektron dağılımı dış potansiyel altında hesaplanır. Şekil (3.6.1.2)' de bu dağılımın doldurma faktörü boyutunda grafiği verilmiştir.



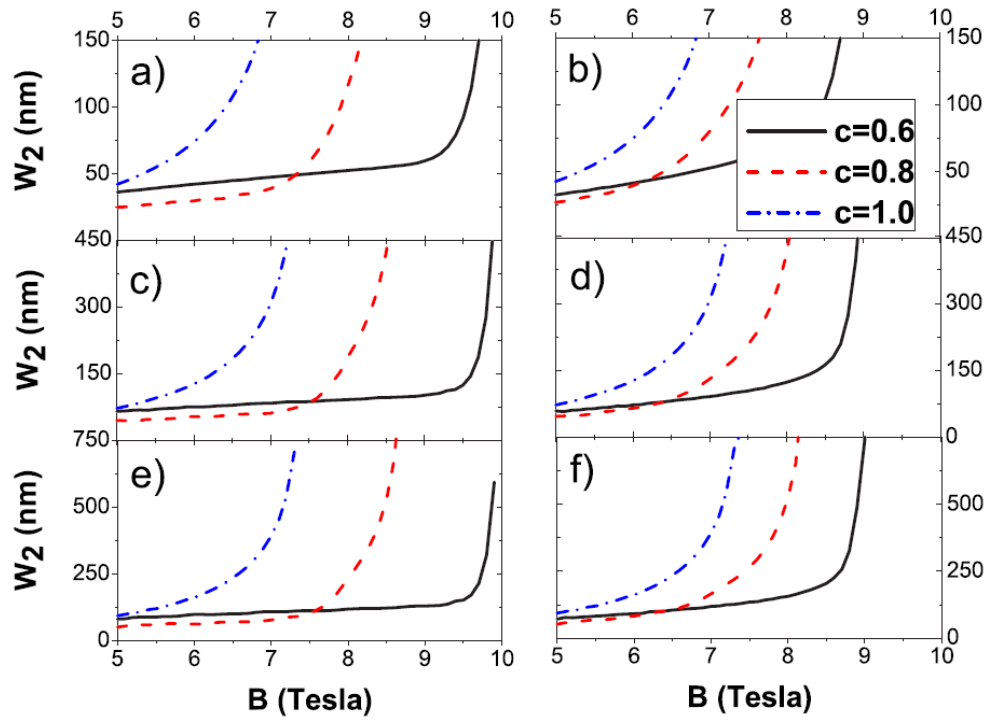
Şekil(3.6.1.1): Farklı c diklik parametreleri için, (a) ve (b) sırası ile kesikli ve parabolik donör dağılımı, (c) ve (d) ise bu dağılımların oluşturduğu potansiyel enerjiler. (b)' deki küçük grafik ise potansiyel enerjinin malzemenin merkezindeki değerin c diklik parametresine göre değişimi (Eksi 2007).



Şekil(3.6.1.2): Manyetik alan $B=7T$, örnek sıcaklığı $T=1K$ ve örnek yarı uzunluğu $d=3\mu m$ değerleri için, $c=1$ ve $c=0.7$ diklik parametreleri değerlerine sahip farklı donör dağılımları durumunda doldurma faktörünün konuma göre değişimi.

3.6.2. SŞ' lerin Kalınlıkları

Sonraki bölümde (3.6.3) elektronlar SŞ' lerden ilerlediği yani akımın bu bölgelerde akmakta olduğu anlatılacaktır. Bu bölgedeki elektronlar üzerlerine etkiyen potansiyeli iyi perdeleyemediklerinden toplam potansiyel de konuma göre bir değişim olmaktadır. SB bölgelerinde ise elektronlar rahatça hareket edebildiklerinden üzerlerine gördükleri potansiyeli iyi bir şekilde perdeleyeceklerdir ve toplam potansiyelde konuma göre bir değişim olmayacaktır. Perdelemenin zayıf olduğu SŞ' lerin olduğu bölgelerde potansiyelin değişim hızını SŞ' lerin kalınlıkları belirlemektedir. Bundan dolayı farklı örnek boyutları için kenar etkileri de hesaba katılarak homojen ve homojen olmayan donör dağılımları için manyetik alanın bir fonksiyonu olarak SŞ' lerin kalınlıkları hesaplandı ve şekil (3.6.2.1) de gösterildi (Eksi 2007). Şekilden de görüldüğü gibi her iki donör dağılımı için de manyetik alana göre SŞ' lerin kalınlıkları artmaktadır. c diklik parametresi azaltıldığında yani kenar etkileri hesaba katıldığında manyetik alana göre SŞ' lerin ömrü artmaktadır. Örneğin (f) grafiğinde $c=1$ ve $B \cong 7.4T$ değerinde $\nu=2$ şeridi kaybolurken, $c=0.6$ ve $B \cong 9T$ değerinde kaybolmaktadır. Kesikli donör dağılımı parabolik donör dağılımına göre SŞ' lerin ömrünün manyetik alana göre daha uzun olmasını sağladığı şekilden de açıkça görülmektedir.



Şekil(3.6.2.1): $\nu=2$ durumunda, farklı $c(= 0.6,0.8,1.0)$ diklik parametresi için $T=1K$ sıcaklığında (a,c,e) kesikli donör dağılımı, (b,d,f) parabolik donör dağılımı, (a,b) $d =1\mu m$, (c,d) $d =3\mu m$ ve (e,f) $d =5\mu m$ değerlerinde SS' lerin kalınlıklarının manyetik alan büyüklüğüne göre değişimleri (Eksi 2007).

3.6.3. SŞ' lerdeki Elektronun Sürüklenme Hızı

Elektrik ve manyetik alanda elektronun sürüklenme hızı

$$\vec{v}_D = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2} \quad (3.12)$$

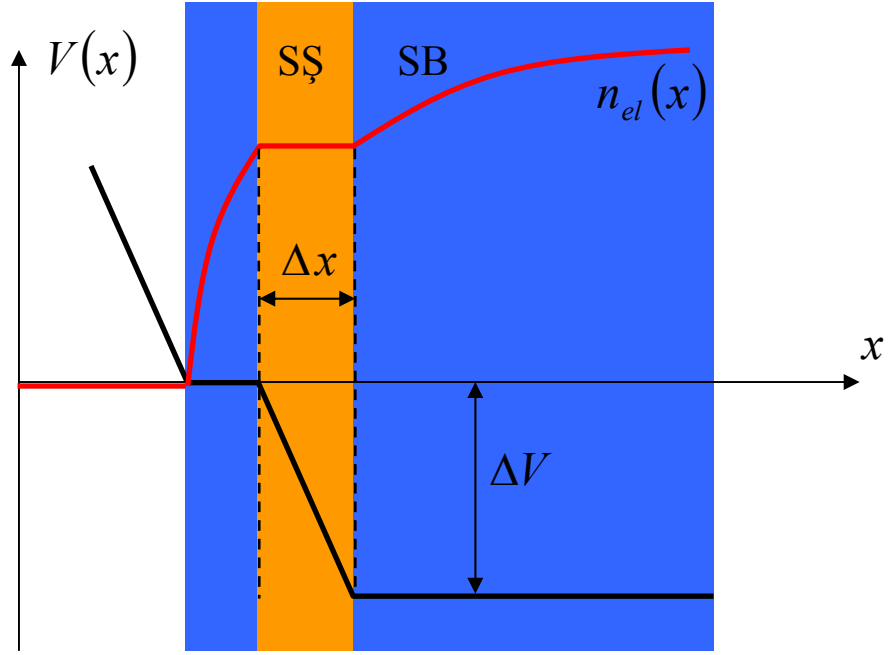
ifadesi ile belirlenir. Burada $\vec{E}$ elektrik alan ve $\vec{B}$ manyetik alandır. Elektrik alan oluşabilmesi için oluşan potansiyelde konuma göre bir değişim olmalıdır. Bu da örnek içerisinde perdelemenin zayıf olduğu yani SŞ' lerin olduğu bölgelerde oluşmaktadır. Diğer bölgelerde perdeleme iyi olduğundan potansiyelde bir değişim olmamaktadır. Bu durum şematik olarak şekil (3.6.3.1)' de gösterilmiştir. Bu grafikte gösterilen iki Landau enerji seviyesi arasındaki fark $\Delta V = \hbar \omega_c$ dir. Elektrik alan hesaplandığında

$$E_x = \frac{\hbar \omega_c}{e \Delta x} \quad (3.13)$$

olur. Burada $\omega_c = eB/m^*$ siklotron frekansı ve ileriki bölümlerde $\Delta x = w_2$ ile tanımlayacağımız SŞ' nin kalınlığıdır. Sistemde elektrik alan ile manyetik alan birbirlerine dik olduğundan denklem (3.13) $v_D = E_x / B_z$ ile yazılabilir. Yukarıdaki ifadeler düzenlenecek olursa sürüklenme hızı

$$v_D = \frac{\hbar}{m^* \Delta x} \quad (3.14)$$

ile yazılabilir. Burada manyetik alan değiştiğinde SŞ' nin de kalınlığı değişecektir ve dolayısı ile sürüklenme hızı da değişecektir.

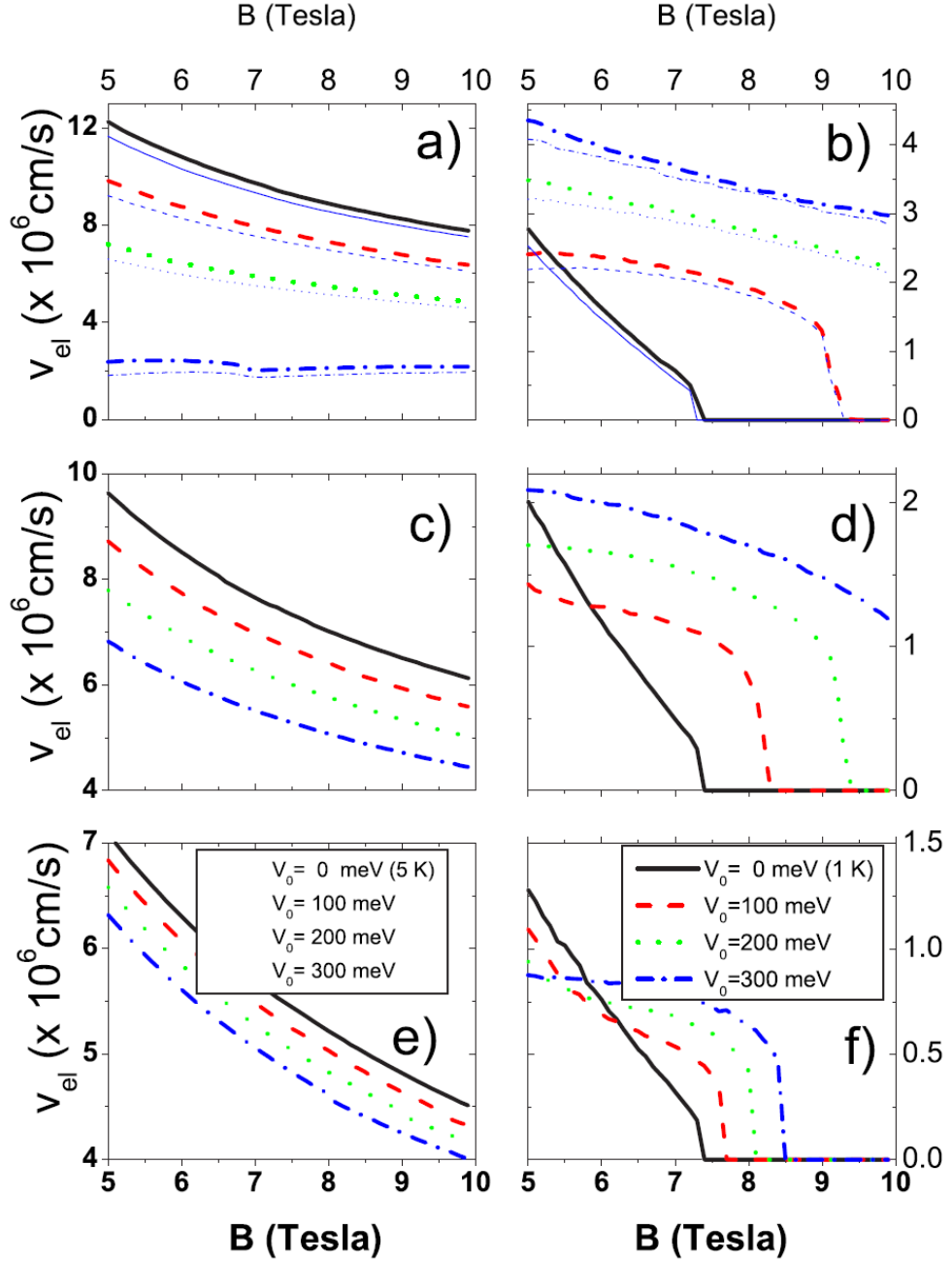


Şekil(3.6.3.1): Toplam perdelenmiş potansiyel ve elektron dağılımının şematik gösterimi.

SŞ' lerde ve kimyasal potansiyelin, toplam perdelenmiş potansiyelin kesiştikleri konumlarda elektronun sürüklenme hızlarını hesapladık ve Şekil(3.6.3.2) de gösterdik. Üç farklı örnek boyutu ($d=1-3$ ve $5\mu m$) ve iki farklı örnek sıcaklığı ($T=1$ ve $5K$) için hesaplamaları yaptık. Deneysel şartlara uygun hale getirilmesi için örnek büyütme yönteminde oluşan safsızlıkların etkisini de (Siddiki 2002, Siddiki 2003) hesaba katmak için

$$V_m(x)=V_0 \cos(k_\lambda x) \quad , \quad k_\lambda=(\lambda+1/2)\pi/d \quad (3.15)$$

enerji potansiyelini toplam enerji potansiyeline ekledik. Burada V_0 potansiyel enerjinin genliği ve λ sınır koşullarına bağlı tamsayı parametresidir. Şekil(3.6.3.2)' den açıkça görüldüğü gibi safsızlık (impurity) potansiyelinin genliği arttıkça manyetik alana bağlı olarak SŞ' lerin ömrü uzamaktadır. Dolayısıyla bu bölgelerde daha yüksek manyetik alan değerleri için elektron akıtmak mümkün olmaktadır.



Şekil(3.6.3.2): Farklı safsızlık genliği değerleri ($V_0=0-100-200-300$ meV) için, SŞ'lerin olduğu bölgelerde (b,d,f) ve kimyasal potansiyelin toplam potansiyel ile kesiştiği konumdaki (a,c,e) elektronun sürüklenme hızı. İnce çizgiler $T=1$ K ve kalın çizgiler $T=5$ K' de (Eksi 2007).

BÖLÜM 4

AKIM VARLIĞINDA ÇÖZÜMLER

Bu bölümde 2BES' de kaynak ile alıcı arasında akıtılan akımın elektron dağılımına etkileri araştırılacaktır. Literatürde yapılan çalışmada (Güven 2003, Siddiki 2008, Siddiki 2009) akımın SŞ' lerin kalınlıklarını değiştirdiği gösterilmiştir. 2BES de dik bir manyetik alanın etkisi ile oluşan SŞ' lerden akıtılan düşük akım değerleri ($<1\text{ nA}$) SŞ' lerin kalınlıklarını belirgin olarak değiştirmede için her iki şeritten akan elektronun hızı da değişmeyecektir (Eksi 2007). Eğer örnekten yüksek akım akıtılırsa ($>1\text{ nA}$) iki kenarda oluşan SŞ' lerin kalınlıkları belirgin olarak değişecektir (Eksi 2010, Siddiki 2009, Siddiki 2008) ve bu bölgelerden akan akımın da hızları farklı olacaktır. Bu iki farklı durum literatürde sırası ile lineer denge dışı akım durumu (linear response regime) ve lineer olmayan denge dışı akım durumu (out of linear response regime) isimleri ile adlandırılmaktadır.

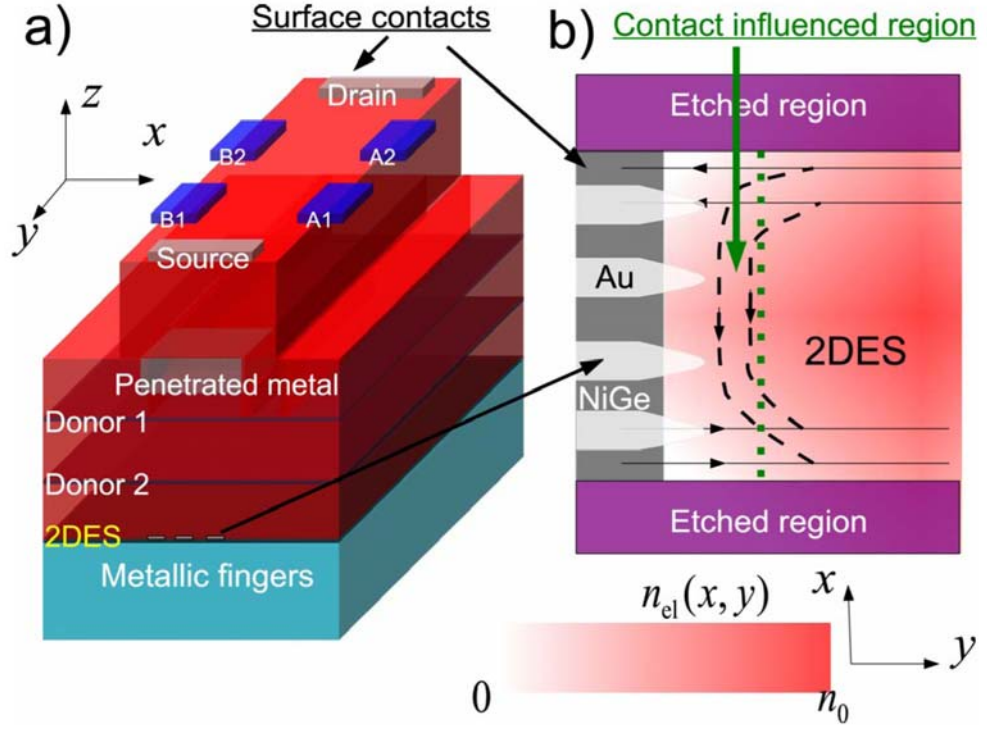
4.1. Lineer Denge Dışı Akım LDDA (Linear Response Regime LRR)

Bu durumda kaynak (source) ve alıcı (drain) arasında akıtılan akım çok küçüktür. Bundan dolayı simetrik bir sistemden LDDA durumunda akımdan kaynaklanan bir simetri değişimi olmaz.

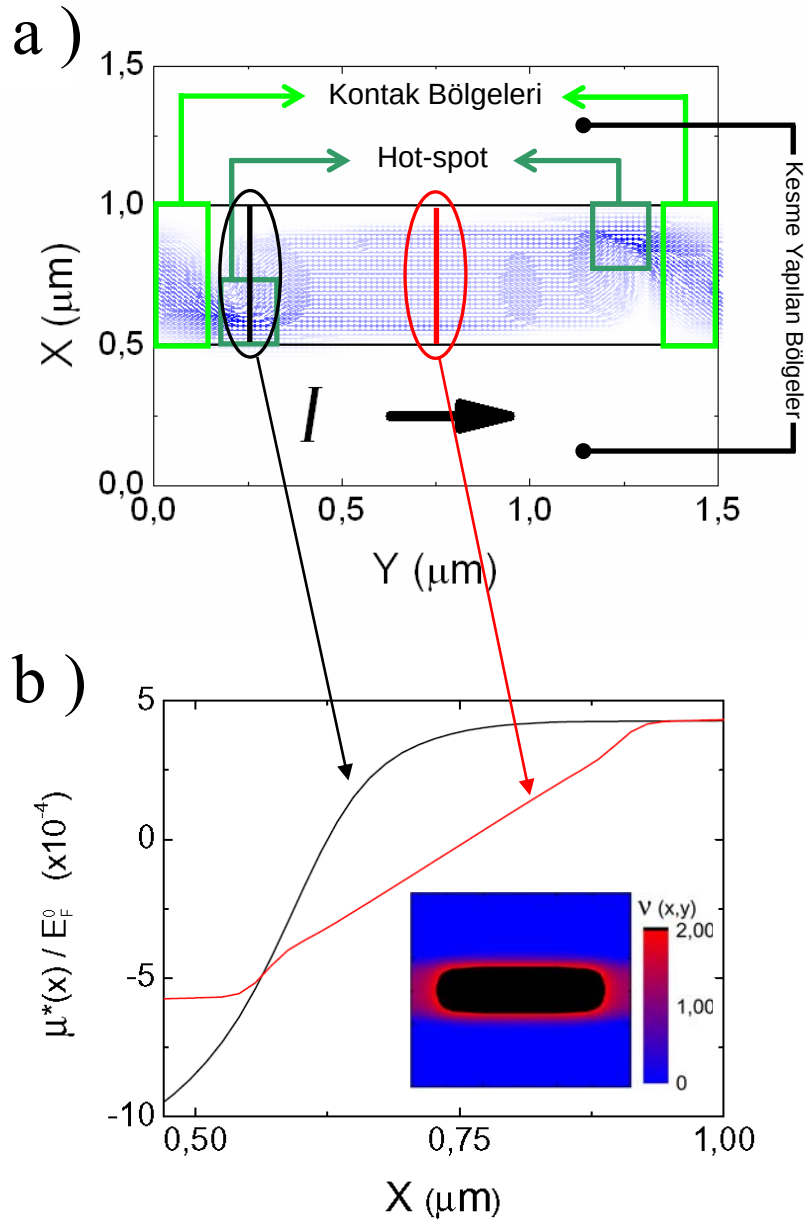
4.1.1. LDDA da Metalik Kontakların Modellenmesi

İki boyutlu elektron sistemleri üzerine yerleştirilen metalik kontakların fiziği hem teorik (Büttiker 1986, Kramer 1986) hem de deneysel (Ahlsvede 2001, Camino 2005, Göktas 2009) ölçümler için çok önemlidir. Literatürde yapılan deneysel çalışmada (Dahlem 2010) 2BES' e dik ve iki farklı yönde ayrı ayrı uygulanan manyetik alanın bir fonksiyonu gibi Hall direnci hesaplandı. Hesaplamaların sonucunda manyetik alanın yönü değiştirildiğinde ölçülen Hall direncinin de değiştiği gözlemlendi. Bu durumun metalik kontakların ideal ve ideal olmama isimleri ile tanımlanan iki farklı rejimden kaynaklandığı yorumu yapılmıştır (Göktas 2009, Dahlem 2010). Bu iki farklı rejimin araştırılması için teorik olarak kontak durumlarını modelledik (Eksi 2010). Yapılan çalışmada ideal ve ideal olmayan iki kontak rejimini belirledik. İdeal kontak durumunda Hall voltajı ölçümü için karşılıklı yerleştirilen ölçüm kontaklarının nereye konulursa konulsun aynı Hall voltajı değerinin ölçüldüğü, ideal olmayan kontak durumunda ise kontakların yerlerinin değiştirilmesi ile ölçülen Hall voltajı değerlerinin farklılık gösterdiği gözlemlenmiştir. Üç boyutlu hetero malzeme şekil (4.1.1.1)' deki gibi tanımlandı. Örnek boyutları $1.5 \times 1.5 \times 0.85 \mu m$ ' dir. Şekildeki A1 ve B1 ile A2 ve B2 kontakları ile Hall voltajı ölçümleri, A1 ve A2 ile B1 ve B2 kontakları ile boyuna voltaj hesaplanabilir. 2BES yüzeyden yaklaşık 150 nm aşağıda ve iki farklı z yüzeyine farklı yoğunluklarda donör katkılanmıştır (delta doping). Bunların ilki yüzeyden 55 nm aşağıda ve yoğunluğu $1.7 \times 10^{16} m^{-2}$, ikincisi ise yüzeyden yaklaşık 102 nm aşağıda ve yoğunluğu $2.5 \times 10^{15} m^{-2}$ değerlerinde alındı. Şekil(4.1.1.1.a) dan da görüldüğü gibi malzemede Hall çubuğu (bar) geometrisi oluşturabilmek için yüzeyden 63 nm aşağı doğru kimyasal eritme yapılmıştır. Bu malzemeyi tanımlayan parametreler belirlendikten sonra üç boyutlu Poisson denklemi çözülüp (EST3D) 2BES' in oluşturduğu potansiyelin uzaysal dağılımı belirlenmiş olur. Bu dağılım örnekteki tüm yüklerin (metalik kapı, donörler, kenar etkileri v.s) oluşturduğu etkilerde hesaba katılarak sıfır sıcaklıkta ve sıfır manyetik alan için hesaplanmaktadır. Buradan

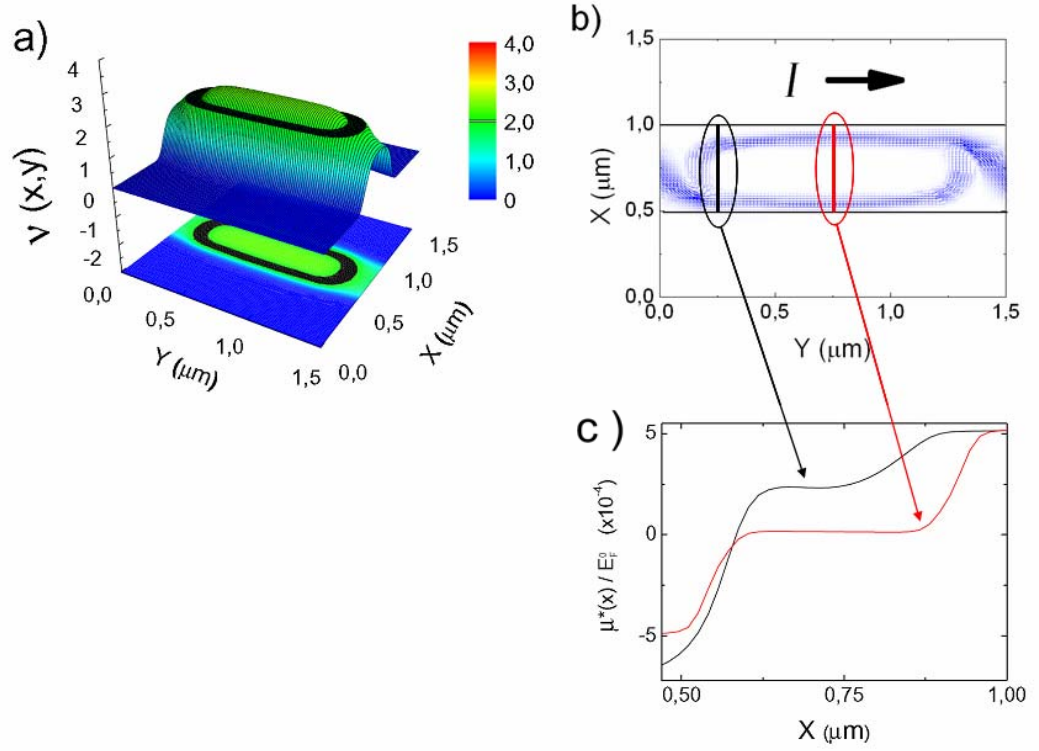
belirlenen iki boyutlu potansiyel dağılımı Thomas Fermi yaklaşıklığı ile 2BES' e dik bir manyetik alan varlığında oluşan Landau enerji seviyelerine eklenmesi ile toplam enerji belirlenmiş olur. Bir sonraki aşamada ise Fermi istatistiği ile manyetik alan ve sıcaklığı bağlı elektron yoğunluğunun uzaysal dağılımı belirlenir. İlgili iletkenlik modeli ile birlikte Ohm yasasının yerel versiyonu kullanılarak akım dağılımını hesapladık ve şekil (4.1.1.2) de gösterdik. (a)' da akım SB' den gelip SŞ' ye girmekte ve buradan ilerleyerek tekrardan SB' ye gitmektedir. Akım SB' den SŞ' ye girerken hot-spot denilen bölge oluşmaktadır. SŞ' lerin içine girene kadar elektronlar manyetik alanın etkisine maruz kalacaktır. Fakat SŞ' lerin içinde iken Hall etkisi ile oluşan Lorentz kuvveti sıfır olacağından SŞ' ye paralel ilerleyecektir. Manyetik alanın etkisi ile SB içinde ilerleyen elektronlar SŞ içersine girerken belli bir bölgede yoğunlaşacaktır. Bu bölgeler hot-spot ile isimlendirilirler. Akım önce SB den gelip daha sonra SŞ ye girmesi durumunda ideal olmayan kontak rejimine sebep olur ve ölçülecek Hall voltajı için ölçüm kontaklarının nereye konulduğu önem kazanmaktadır. Bu durum şekil (4.1.1.2)' de açıkça gösterilmiştir. 2BES' in $y=250\text{ nm}$ ve $y=750\text{ nm}$ bölgelerinden alınan elektrokimyasal potansiyel enerji değerleri (b) grafiğinde konuma göre verilmiştir. Buradan Hall voltajının belirlenmesi için $\frac{1}{e}\vec{\nabla}\mu^*(r)$ hesaplandığında iki bölgeden hesaplanan Hall voltajı değeri bir birinden farklı olmaktadır. Bu da ideal olmayan kontak durumunda olduğunu gösterir. Şekil (4.1.1.3)' de ideal olmayan kontak durumunu göstermektedir. Burada da aynı şekilde akım SB den gelip SŞ ye girmekte ve (c) deki elektrokimyasal potansiyel grafiğine bakılacak olursa ölçülecek Hall voltajının farklı olacağı görülecektir. Fakat şekil (4.1.1.4) ideal kontak durumu gözlenmektedir. Çünkü akım direk SŞ' nin içine girip buradan yoluna devam etmektedir ve (c) grafiğine bakıldığında Hall voltajını belirlemek için hesaplanan elektrokimyasal potansiyeldeki toplam potansiyel farkı aynı kalmaktadır.



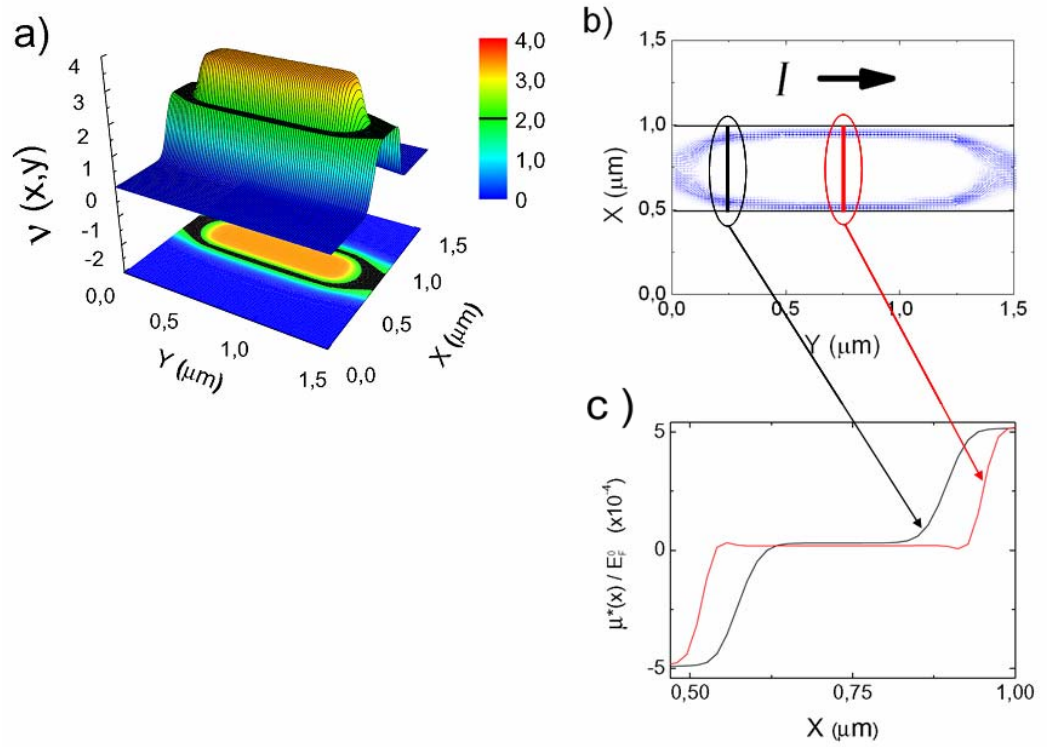
Şekil(4.1.1.1): (a) Üç boyutlu hetero malzemenin şematik gösterimidir. Malzeme iki farklı bant genişliğine sahip GaAs (mavi) ve AlGaAs (kırmızı) yarı iletkenlerinden oluşmaktadır. Kaynak (source) ve Alıcı (drain) kontakları ile malzeme içerisinden y doğrultusunda akım akıtılır. A1, A2, B1 ve B2 kontakları ile Hall voltajı ve boyuna voltaj hesaplanır. (b) 2DES' in şematik gösterimidir. Mor ile gösterilen bölgeler kimyasal eritme yöntemi (etched region) ile elektronların boşaltıldığı bölgelerdir. Koyu gri bölgeler yüzey kontakları (surface contacts) ve açık gri bölgeler ise 2DES' e nüfus eden metalik parmakları (metallic fingers) temsil etmektedir. Kesikli siyah çizgiler Landau enerji seviyeleri ve kesikli yeşil çizgi ise kimyasal potansiyel enerjidir. Oklar ile gösterilenler ise olası kenar durumlarıdır. Kırmızı renge göre yoğunlaştırılan bölgeler ise 2DES (2DES)' dir (Eksi 2010).



Şekil(4.1.1.2): (a) Akım yoğunluğunun uzaysal dağılımı, (b) örneğin belli bölgelerinden alınan ($y=250\text{nm} \rightarrow$ siyah çizgi, $y=750\text{nm} \rightarrow$ kırmızı çizgi) elektrokimyasal potansiyeller ve (b) grafiğinin içindeki iki boyutlu grafik ise doldurma faktörünün uzaysal dağılımı. Burada $\hbar\omega_c/E_F^0=3.72$, $k_bT/E_F^0=0.058$ ve y yönündeki akım değeri ($|j(x,y)| = 0,84 \times 10^{-4} \text{ A/m}$)' dir (Eksi 2010).



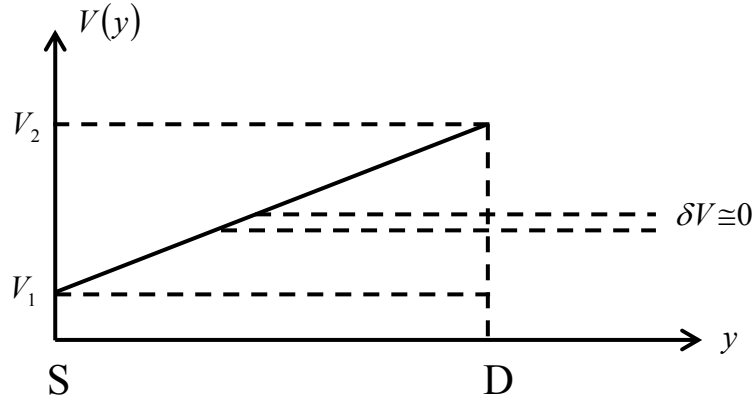
Şekil(4.1.1.3): (a) Doldurma faktörünün, (b) akım yoğunluğunun uzaysal dağılımı ve (c) örneğin belli bölgelerinden alınan ($y=250\text{ nm} \rightarrow$ siyah çizgi, $y=750\text{ nm} \rightarrow$ kırmızı çizgi) elektrokimyasal potansiyelleridir. Burada $\hbar\omega_c/E_F^0=3.02$, $k_bT/E_F^0=0.094$ ve y yönündeki akım değeri ($|j(x,y)|=0,84\times10^{-4}\text{ A/m}$)’ dir (Eksi 2010).



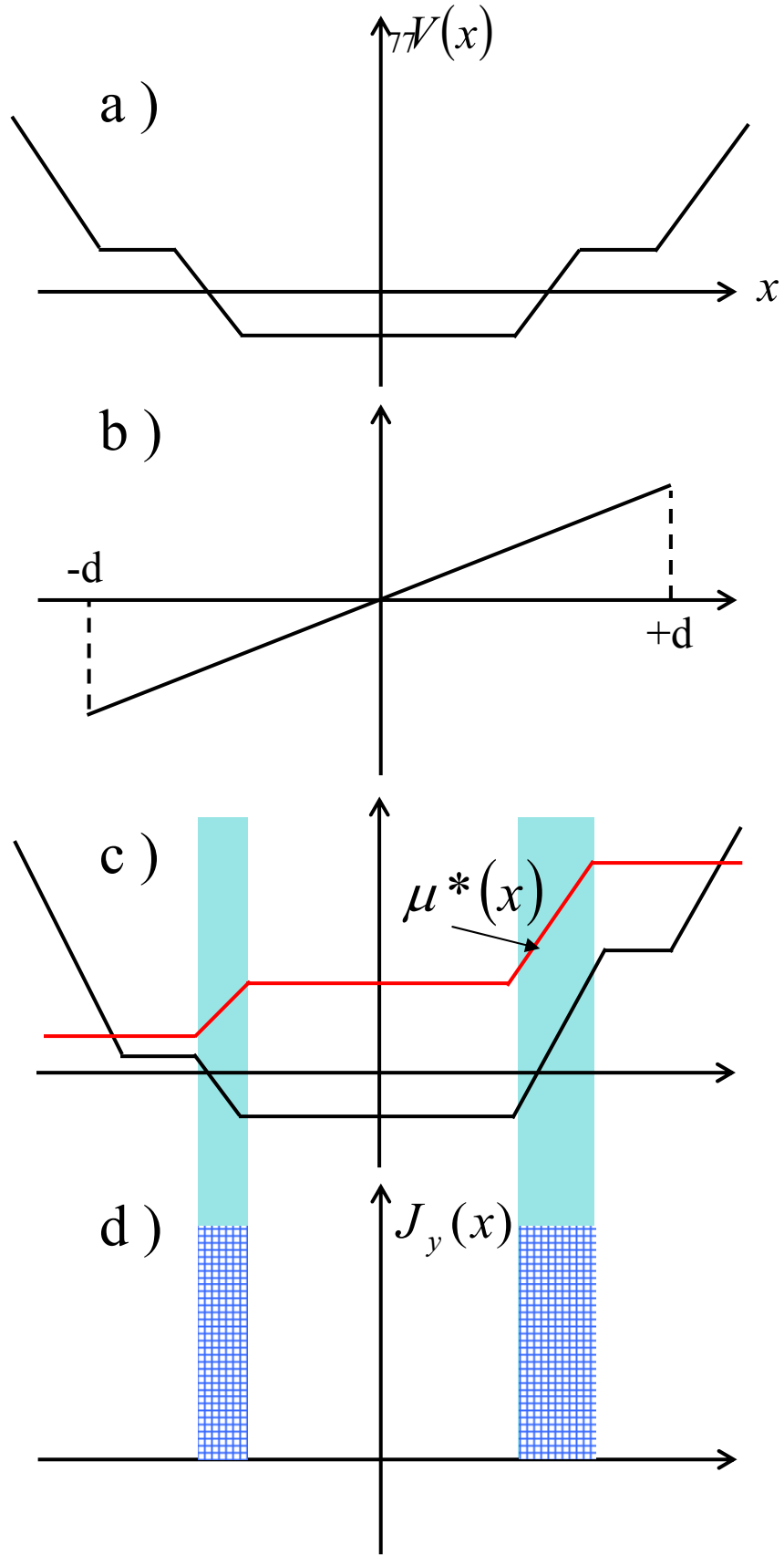
Şekil(4.1.1.4): (a) Doldurma faktörünün, (b) akım yoğunluğunun uzaysal dağılımı ve (c) örneğin belli bölgelerinden alınan ($y=250nm \rightarrow$ siyah çizgi, $y=750nm \rightarrow$ kırmızı çizgi) elektrokimyasal potansiyeller. Burada $\hbar\omega_c/E_F^0=2.26$, $k_bT/E_F^0=0.11$ ve y yönündeki akım değeri ($|j(x,y)| = 0,84 \times 10^{-4} A/m$)' dir (Eksi 2010).

4.2. Lineer Olmayan Denge Dışı Akım LODDA (Out of Linear Response Regime OLRR)

Bu durumda kaynak (source) ve alıcı (drain) arasında akıtılan akım çok büyüktür. Bundan dolayı simetrik bir sistemden LODDA durumunda akımdan kaynaklanan bir simetri değişimi olur. LODDA rejimi için kaynakla alıcı arasında bir potansiyel fark var fakat yerel olarak hesaplandığında bu fark yaklaşık sıfır olacak şekilde tanımlanır. Bu durum şekil (4.2.1)' de resmedildi.



Şekil(4.2.1): Kaynak (source) ve alıcı (drain) arası gerilim kaynağı ile oluşturulan potansiyel farkının şematik gösterimi.



Şekil(4.2.2): (a) Akım yokken toplam potansiyel dağılımı, (b) Hall çubuğundan akım akıtıldığında akıma dik yönde oluşan potansiyel, (c) akım varlığındaki toplam potansiyel ve elektrokimyasal potansiyel ve (d) SS' lerdeki akım yoğunluğunu temsil eden şematik gösterimler.

2BES' e dik bir manyetik alan varlığında ve kaynak ile alıcı arasında düşük bir potansiyel farkı uygulandığında elektron yoğunluğunun simetrisinde bir değişiklik olmayacaktır ve bu durum şekil (4.2.2.a)' resmedildi. Eğer kaynak ile alıcı arasında belirgin bir potansiyel farkı uygulanırsa (şekil (4.2.2.b)) akıma dik yönde bir potansiyel farkı oluşmaktadır. Bu potansiyel farkı toplam perdelenmiş potansiyele eklendiğinde sistemin potansiyeli şekil (4.2.2.c)' deki gibi olmaktadır. Bu durumda yerel akım yoğunluğu belirlenmesi için,

$$J_y(x) = -en_{el} \frac{E_x}{B} \quad (4.1)$$

ifadesinden yararlanılır. Burada e elektron yükü, n_{el} elektron yoğunluğu, B manyetik alan ve E_x elektrik alanın x bileşenidir (Hall elektrik alanı). x yönündeki elektrik alan,

$$E_x = -\frac{1}{e} \nabla_x \mu^*(x) \quad (4.2)$$

ile belirlenir. Elektrokimyasal potansiyel enerji $\mu^*(x) = \mu - V(x)$ ' dir. Burada μ kimyasal potansiyel enerjidir. Sistemden akan toplam akım ise,

$$I = \int_{-d}^d J_y(x) dx \quad (4.3)$$

ile hesaplanır.

4.2.1. Homojen Donor Dağılımında LODDA' nın SŞ' lere Etkisi

Daha önceki bölümlerde elektronun sürüklenme hızının SŞ' lerin kalınlıkları ile

$$g_D(B) = \frac{\hbar}{m^*} \frac{1}{w_2(B)} \quad (4.4)$$

şeklinde bir bağıntısı olduğu gösterilmişti. SŞ kalınlıkları manyetik alana göre değişmektedir. Bu yüzden o bölgelerden hareket eden elektronun hızı da değişmektedir. Kaynak ile alıcı arasında bir akım akıtıldığında 2BES'e dik bir manyetik alan etkisi ile oluşan Hall çubuğundaki sağ ve sol SŞ' lerin kalınlıkları da değişecektir. Bu durumda her iki kanaldan akan akım yoğunlukları ve elektron sürüklenme hızı değişecektir (Siddiki 2008).

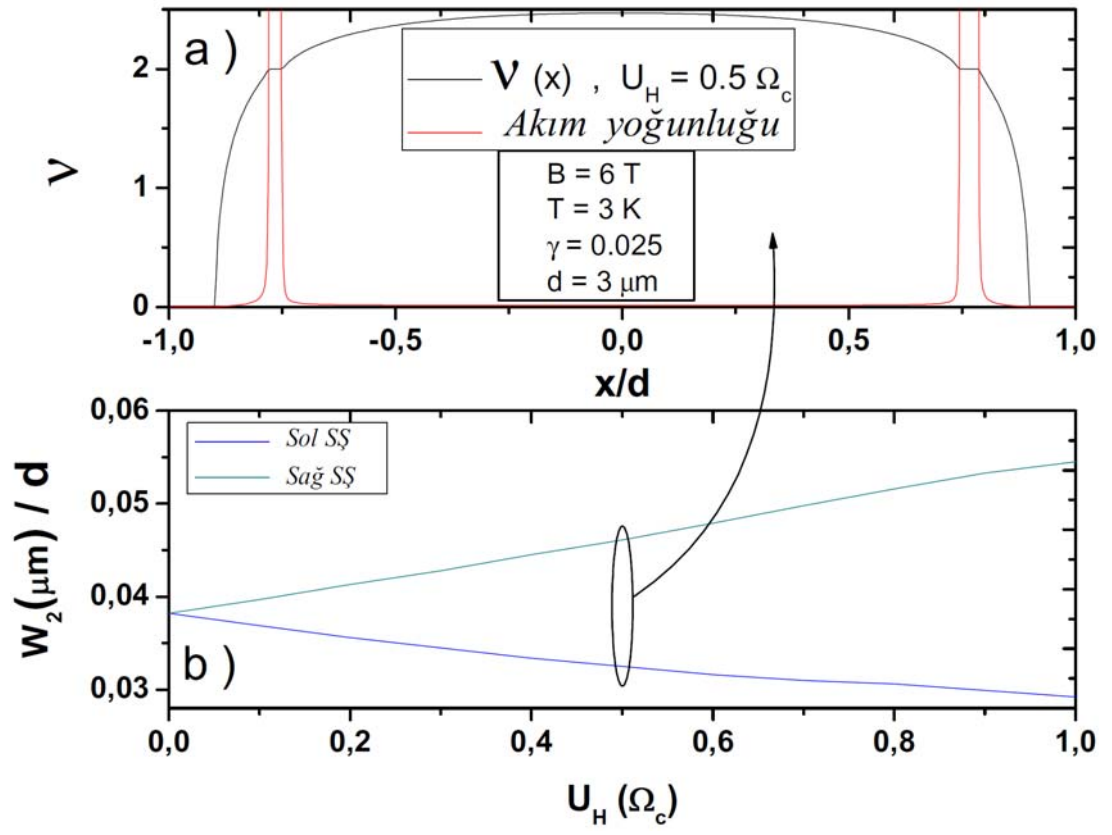
Homojen bir donör dağılımı alındığında sistemdeki yüklerin etkileşme potansiyel enerjileri,

$$V(x) = -\frac{2e}{\kappa} \int_{-d}^d dx' K(x, x') \rho(x') \quad (4.5)$$

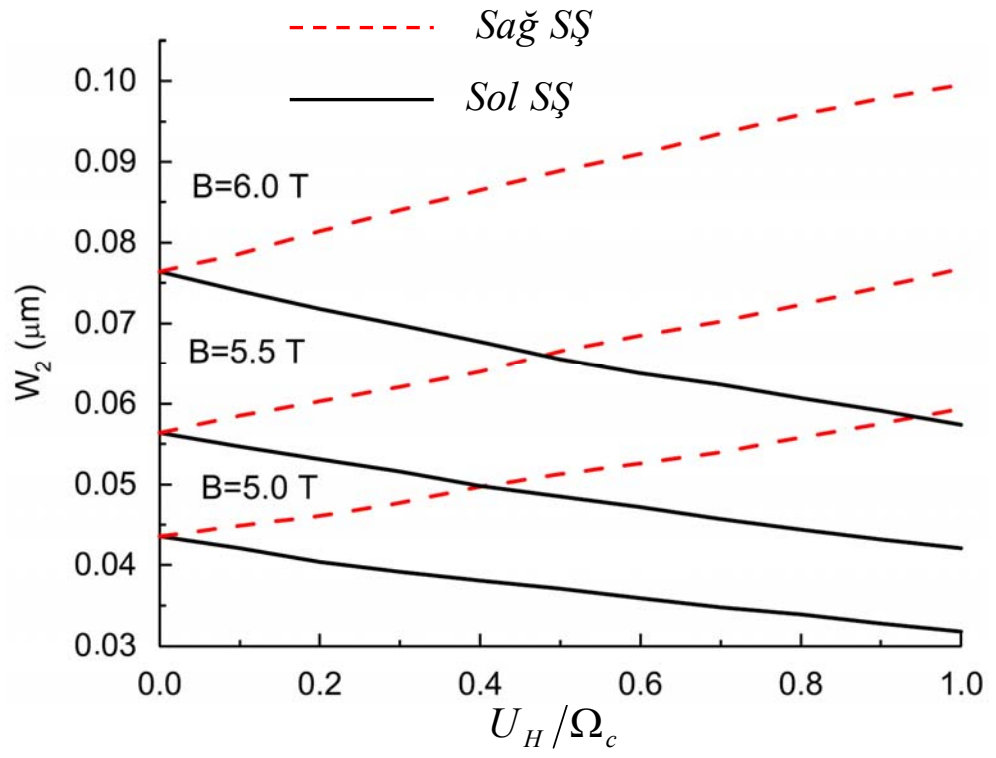
ifadesi ile tanımlanır. $\rho(x') = n_0 - n_{el}(x')$ toplam yük yoğunluğu, n_0 homojen yük yoğunluğu ve $n_{el}(x)$ elektron yoğunluğudur. Dik bir manyetik alan varlığında elektron Landau enerji (E_n) değerlerine sahiptir. Thomas Fermi yaklaşıklığı ile toplam enerji $E(x) = E_n + V(x)$ hesaplanır. Sistemdeki elektron dağılımı Fermi istatistiği ile

$$n_{el}(x) = \int dE \frac{D(E)}{e^{\frac{[E + V(x) - \mu^*]/k_B T}{}} + 1} \quad (4.6)$$

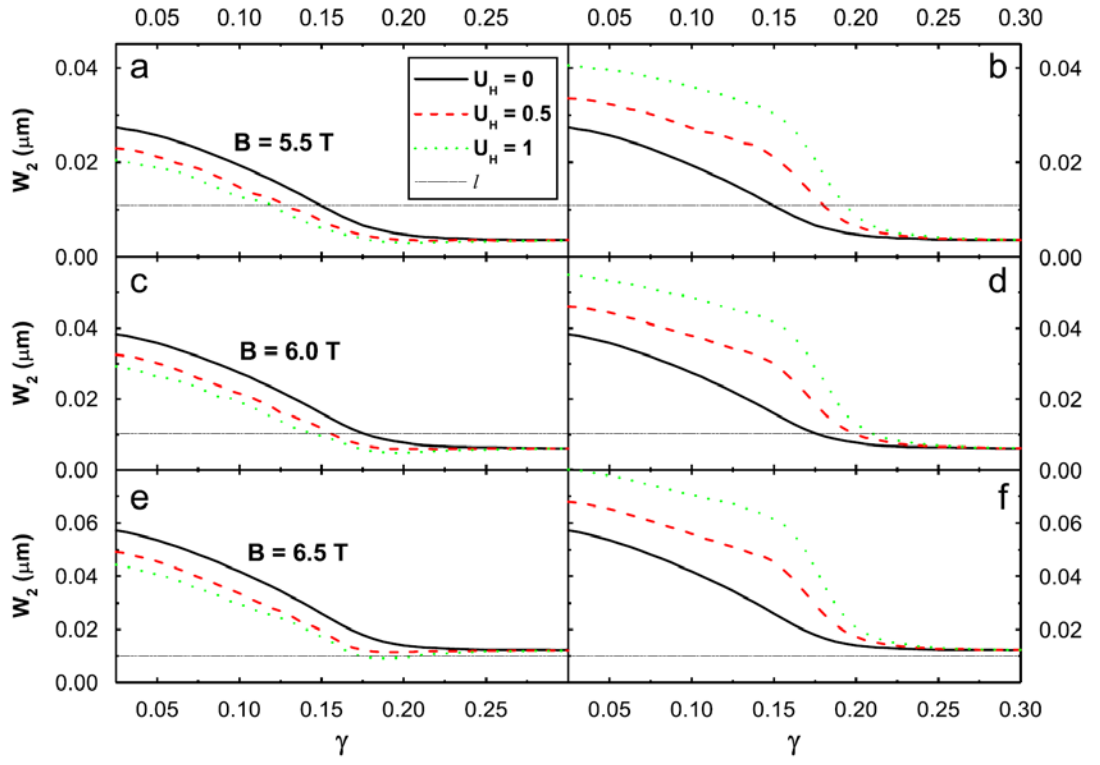
şeklinde hesaplanır.



Şekil(4.2.1.1): (a) Konuma göre doldurma faktörü ve akım yoğunluğunun dağılımı, (b) akımın bir fonksiyonu olarak örnek üzerindeki sağ ve sol SŞ' lerin kalınlıkları.



Şekil(4.2.1.2): Farklı manyetik alan değerleri için akımın bir fonksiyonu olarak örnek üzerinde oluşan sağ ve sol SŞ' lerin kalınlıkları (Siddiki 2008).



Şekil(4.2.1.3): ℓ Manyetik uzunluk olmak üzere, $d=3\mu m$ ve $T=3K$ değerlerinde farklı manyetik alan ve akım büyüklükleri için safsızlık (impurity) konsantrasyonunun (γ) bir fonksiyonu olarak sağ (b,d,f) ve sol (a,c,e) SŞ kalınlıkları (Siddiki 2008).

4.2.2. Homojen Olmayan Donor Dağılımında LODDA' nın SŞ' lere Etkisi

Hetero yapıya depo edilen donörler homojen dağılmamışsa bu dağılım elektronlar için oluşturacağı tuzaklama potansiyelini etkileyecektir ve 2BES' de bir simetri değişimine neden olacaktır (Eksi 2010). Hall çubuğunu tanımlamak için örnek üzerine karşılıklı (sağda ve solda) metalik kapılar konulur. Benzer etkiyi oluşturmak için kimyasal kesme yöntemi de kullanılır. Karşılıklı konulan metalik kontaklara farklı voltaj değeri uygulandığında 2BES' de simetrik olmayan bir dağılım meydana gelecektir. Bu da dik bir manyetik alanın etkisiyle sağ ve sol kenarlarda oluşan SŞ' lerin kalınlıklarının farklı olmasına neden olacaktır. Kimyasal kesme yöntemi ile metalik kapı tanımlama yöntemi birbirlerinden farklı tuzaklama potansiyeli oluşturmaktadır (Arslan 2008). Eğer örneğin bir tarafına kimyasal kesme bir tarafına da metalik kapı ile tanımlayıp 2BES incelendiğinde sağ ve sol da oluşacak SŞ' ler birbirlerinden farklı kalınlıkta olacaklardır. 2BES' deki bu homojen olmayan dağılımı oluşturmak için donör dağılımından faydalanılabilir. Bunun için denklem (4.7) deki gibi tanımlanan bir dağılım tanımlandı.

$$n_0(u) = n_c \begin{cases} \left[\frac{u+c_1}{c_1-1} \right]^2 + 1, & -1 \leq u < -c_1 \\ 1, & -c_1 \leq u \leq c_2 \\ \left[\frac{u-c_2}{c_2-1} \right]^2 + 1, & c_2 < u \leq 1 \end{cases} \quad (4.7)$$

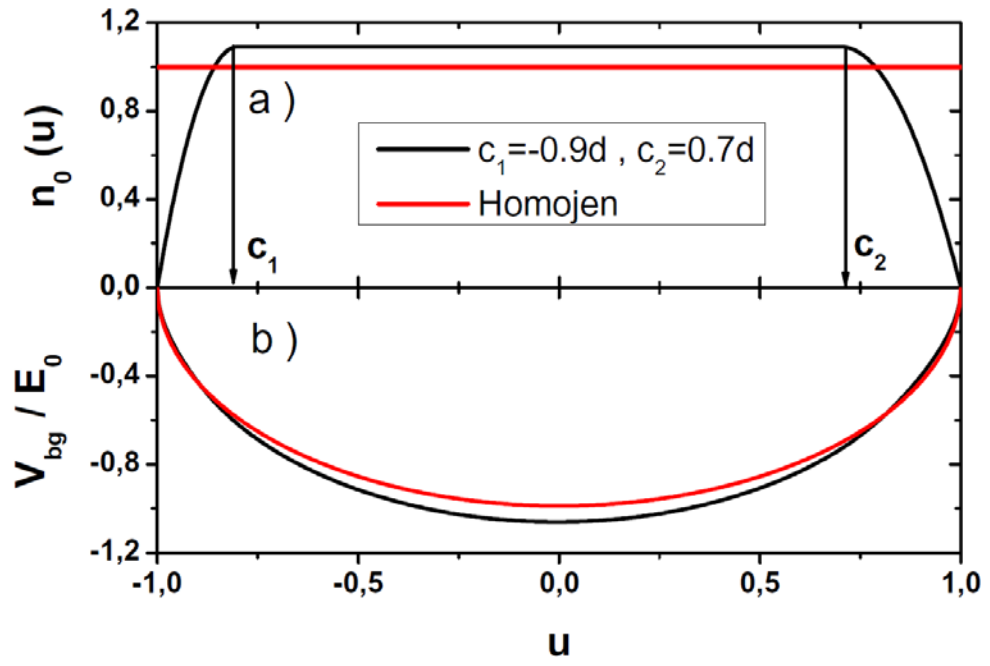
Burada $u=x/d$, n_c normalizasyon sabiti, c_1 ve c_2 diklik parametreleridir. Bu dağılımın oluşturduğu tuzaklama potansiyel enerjisi,

$$V_{bg}(x) = \frac{2e^2}{\varepsilon} \int dx' n_0(x') K(x, x') \quad (4.8)$$

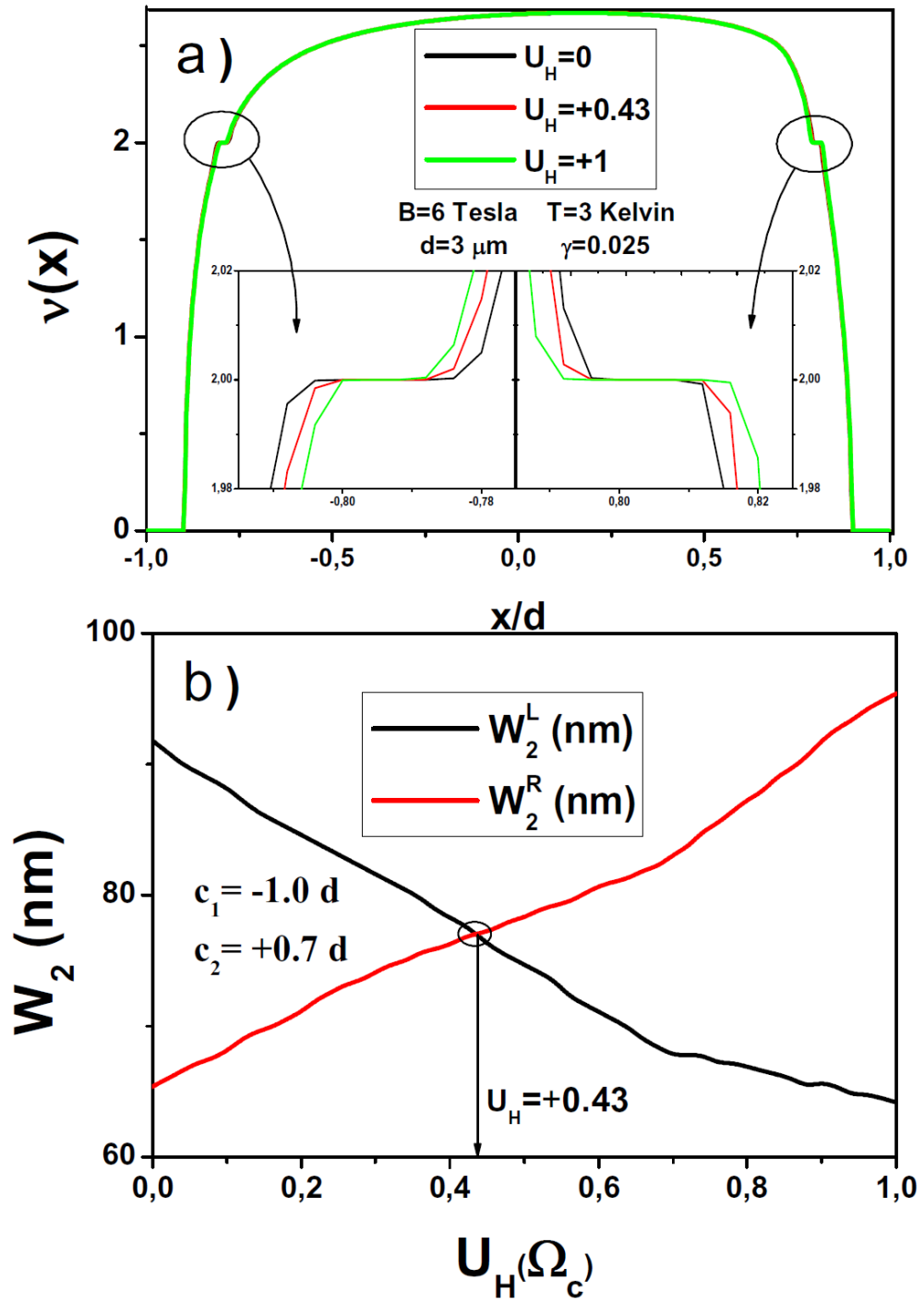
ile hesaplanır. Homojen bir donör dağılımı olduğu durumda tuzaklama potansiyel enerjisi,

$$V_{bg}(x) = -E_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{d}\right)^2} \quad (4.9)$$

ile hesaplanır. Burada $E_0 = 2\pi e^2 n_0 d / \varepsilon$ ' dur ve ε dielektrik sabitidir. Şekil(4.2.2.1)' de homojen ve homojen olmayan donör dağılımı ve bu dağılımların oluşturduğu tuzaklama potansiyel enerjileri konumun bir fonksiyonu olarak gösterilmiştir. Dik bir manyetik alan varlığında ve farklı akım değerleri için TFPY yöntemi kullanılarak elektron dağılımı hesapladık ve şekil (4.2.2.2.a)' da gösterdik. Burada farklı $c_1 = -1$ ve $c_2 = 0.7$ diklik parametreleri için homojen olmayan bir donör dağılımı tanımlandı. Bu dağılımdan dolayı elektron dağılımının simetrisi bozulmakta ve dolayısıyla sağ ve soldaki SŞ' lerin kalınlıkları farklı olmaktadır. Şekil (4.2.2.2.b)' den görüldüğü gibi $U_H = 0$ için $w_2^L = 92 \text{ nm}$ ve $w_2^R = 66 \text{ nm}$ ' dir. Akım arttırıldığında $U_H = +0.43$ için sağ ve soldaki SŞ' lerin kalınlıkları eşitlenmektedir.



Şekil(4.2.2.1): Homojen (kırmızı çizgi) ve diklik parametreleri $c_1 = -0.9d$ ve $c_2 = +0.7d$ (siyah çizgi) için, (a) donör dağılımı ve (b) bu dağılımların oluşturduğu tuzaklama potansiyelleri (Eksi 2010).



Şekil(4.2.2.2): $U_H = 0, 0.43, 1$ ve diklik parametreleri $c_1 = -1.0d$ ve $c_2 = +0.7d$ için, (a) doldurma faktörünün ve içindeki küçük şekiller sol ve sağ SŞ' lerin konuma göre değişimleri. (b) Sol ve sağ SŞ' lerin kalınlıkları (Eksi 2010).

BÖLÜM 5

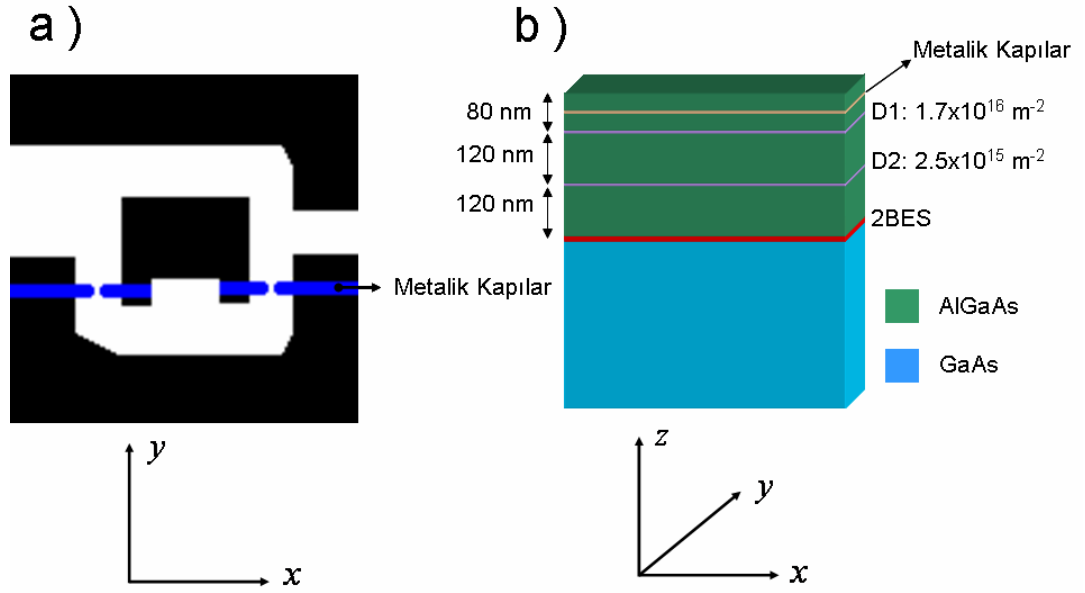
MACH-ZEHNDER İNTERFEROMETRESİNİN MODELLENMESİ

Bu bölümde Mach-Zehnder interferometresi için tasarlanan elektronik deneysel düzeneklerin teorik olarak nasıl modellediğimiz anlatılacaktır. MZ interferometresinde kaynaktan gönderilen faz tutarlı elektronlar metalik kapılar ile iki farklı yoldan ilerlemeye zorlanır. Daha sonra bu yollar birleştirilerek girişim yapmaları sağlanır ve bunlar iki alıcıda toplanır. Kaynaktan faz tutarlı olarak gönderilen elektronlar alıcılarda ölçülenlerden farklı olduğu gözlemlenmiştir ve bu faz farkı iki yol arasındaki alanın büyüklüğüne, elektronun ilerlediği yolun uzunluğuna, elektronun sürüklenme hızına ve kaynak ile alıcı arasındaki gerilim farkına göre değiştiği rapor edilmiştir (Neder 2006, Litvin 2008, Roulleau 2008). Literatürde deneysel yapılan üç MZ interferometresi için (Neder 2006, Litvin 2008, Roulleau 2008) üç boyutlu hetero yapı oluşturduk ve Poisson denklemini üç boyutlu öz uyumlu yöntemle çözen EST3D kodu ile çözüp sıfır sıcaklık, sıfır manyetik alanda yük yoğunluklarını ve perdelenmiş toplam potansiyel enerjilerinin uzaysal dağılımlarını hesapladık. SŞ'lerin özelliklerini hesaplamada, kullanılan üç boyutlu hetero yapının büyütme parametreleri, metalik kapılara uygulanan gerilim değeri, malzeme içindeki düzleme yerleştirilen donörlerin yoğunlukları gibi parametreler ileriki bölümlerde açıkça anlatılacaktır. Hesaplamalarda, elektron yoğunluğunun uzaysal dağılımından yararlandık. İki boyutlu elektron sistemine dik bir manyetik alan uygulandığında doldurma faktörü $\nu(x,y)=2\pi\ell^2 n_{el}(x,y)$ ile hesaplanır. Zeeman etkisi hesaba katılmadığında ve yüksek manyetik alan değerinde 2BES' de $\nu=2$ olduğu yerlerde kenar durumları (SŞ'ler) oluşur ve elektronlar bu bölgelerden hareket ederler. Manyetik alanın büyüklüğünün değiştirilmesi ile SŞ'lerin uzaysal dağılımları değişecektir. Bu da elektronun ilerlediği yolun uzunluğunu, iki farklı yol arasında kalan alanın büyüklüğünü, SŞ'lerin kalınlığını ve sürüklenme hızını değiştirmektedir. Üç farklı MZ geometri için elde edilen yük yoğunluklarından sadece biri için (Neder 2006) alanın büyüklüğünü, yolun uzunluğunu ve sürüklenme hızının büyüklüğünü manyetik alanın bir fonksiyonu olarak hesapladık. Manyetik alanın

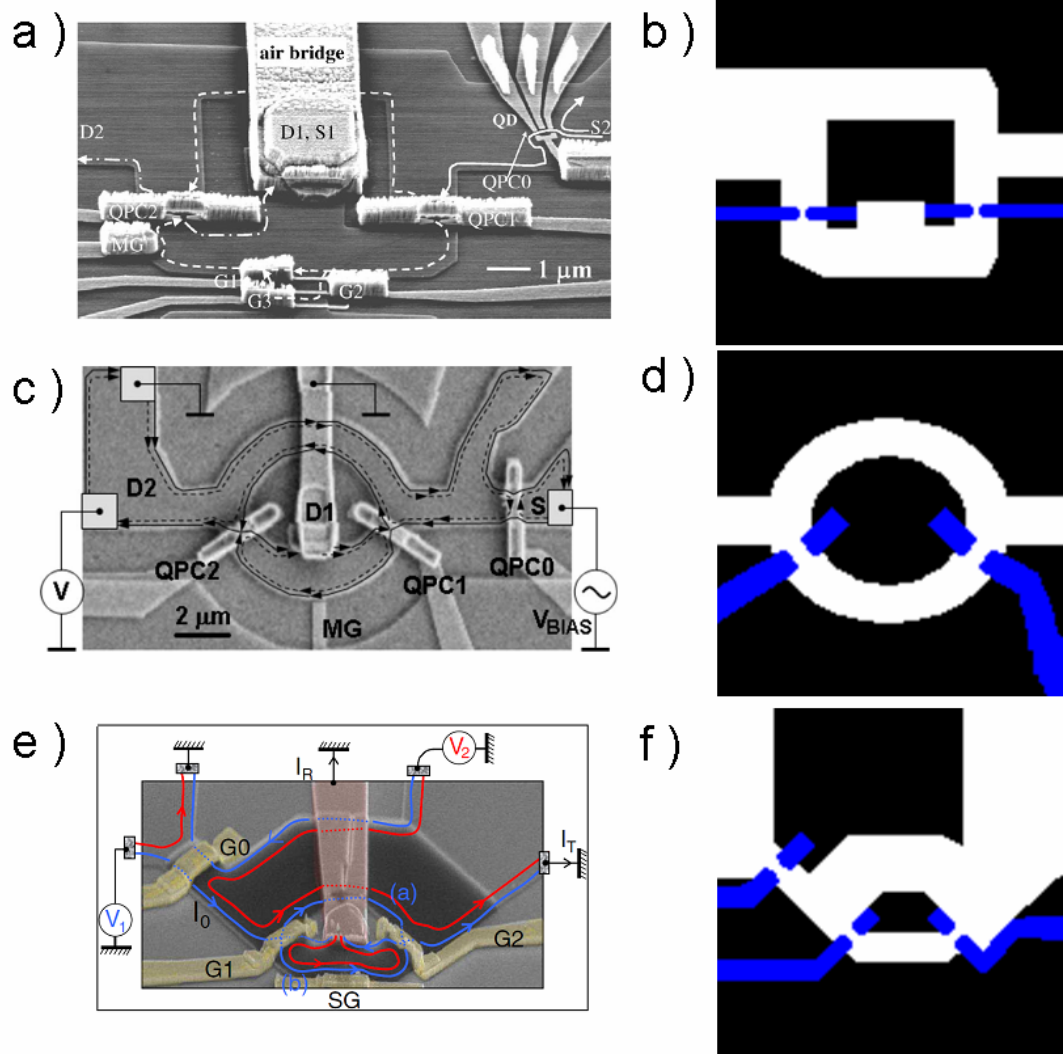
fonksiyonu olarak tanımlanan bu ifadeler McClure ve arkadaşlarının (McClure 2009) tanımladıkları iletkenlik denkleminde yerlerine koyularak manyetik alanın, kaynak ve alıcı arasındaki potansiyelin bir fonksiyonu olarak iletkenlikleri hesapladık. İletkenlik hesaplarımızın sonuçları ilgili deney sonuçları ile karşılaştırıldığında dikkate değer ölçüde uyumlu olduğunu gördük.

5.1. MZ İnterferometresi İçin Tanımlanan Üç Boyutlu (3B) Hetero Yapı ve Üç Farklı Geometri için Yoğunluk Profilleri

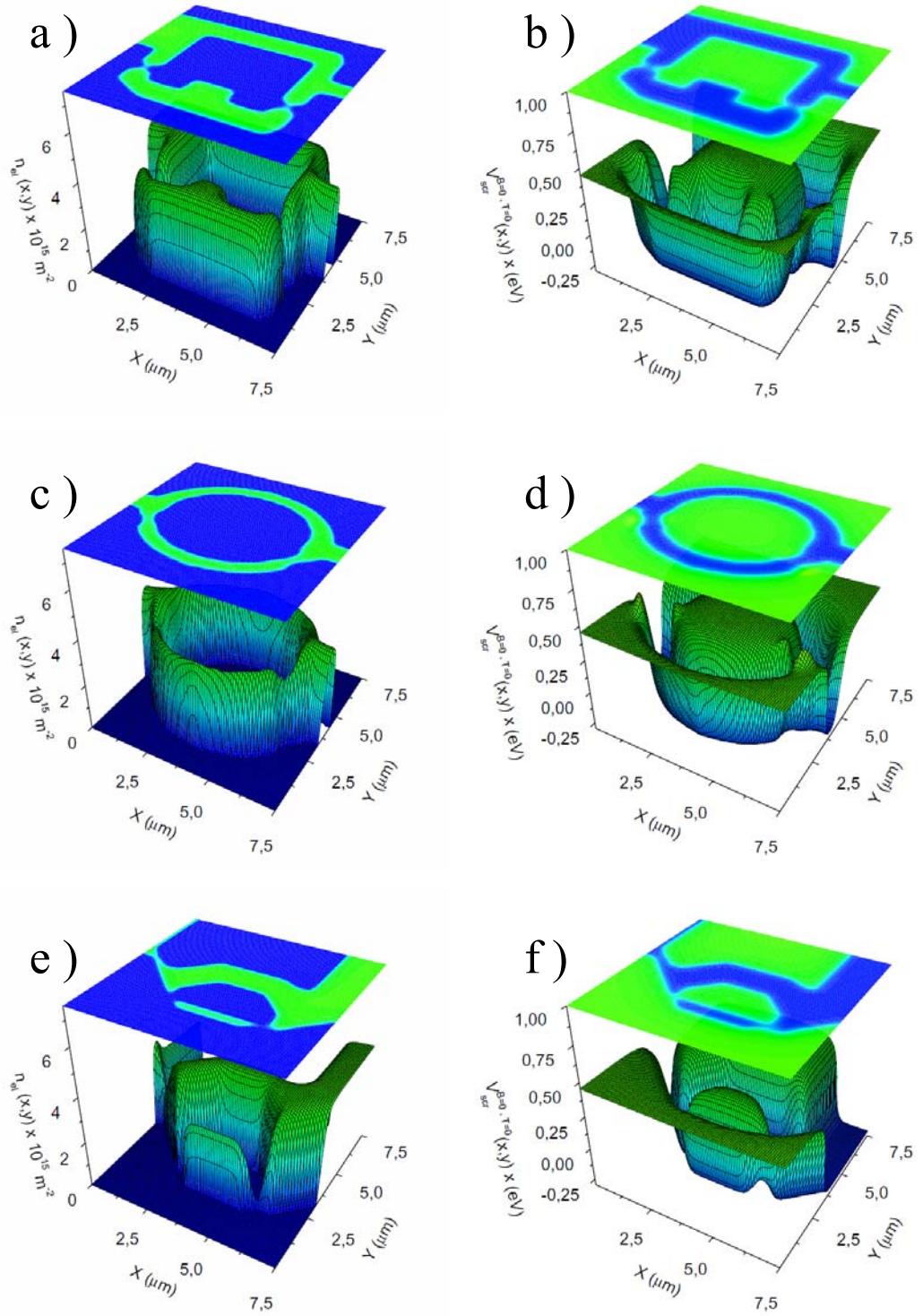
Şekil (5.1.1.a)' da Heiblum ve arkadaşlarının (Neder 2006) MZ interferometresi için tasarladığı elektronik düzeneğin yüzey görüntüsü ve deneysel bir çalışmadan (Camino 2005) aldığımız hetero yapının büyütme parametreleri şekil (5.1.1.b)' de şematik olarak gösterilmiştir. MZ interferometresi için tasarlanan ve şekil (5.1.2)' de gösterilen üç farklı geometriye sahip elektronik düzenekleri modellemek için bu hetero yapıyı kullandık. Hesaplamalarımızda elektronik düzeneklerin boyutlarını bire bir aynı olacak şekilde tanımladık. Hesaplamalarımızı sıfır sıcaklık ve sıfır manyetik alan değerleri için Poisson denklemini üç boyutlu ve öz uyumlu olarak çözen EST3D kodu ile gerçekleştirdik. Bu hesaplamalardan elde ettiğimiz her geometri için iki boyutlu elektron yoğunluğunu ve bu yoğunluğun oluşturduğu perdelenmiş toplam potansiyel enerjinin uzaysal dağılımlarını şekil (5.1.3)' de gösterdik.



Şekil(5.1.1): (a) Heiblum ve arkadaşlarının (Neder 2006) tasarladığı MZ interferometresi geometrisinin resmi. Metalik kapılara (mavi) $-2V$ uyguladık ve siyah bölgeler kimyasal eritme yöntemi ile yüzeyden 120 nm aşağıya kesdik. (b) MZ interferometresi için kullandığımız üç boyutlu hetero yapının şematik gösterimi (Camino 2005). Burada D1 ve D2 tek katmana (delta doping) yerleştirilen donör yoğunluklarıdır.



Şekil(5.1.2): MZ interferometresi için tasarlanan üç farklı elektronik düzenek (a,c,e) (Neder 2006, Litvin 2008, Roulleau 2008) ve EST3D kodunda giriş datası olarak oluşturduğumuz metalik kapılar (mavi), kimyasal kesme yöntemi ile kesilen bölgelerin (siyah) resmi (b,d,f).



Şekil(5.1.3): Şekil (5.1.2)’ deki farklı MZ interferometre geometrileri için sıfır sıcaklık ve sıfır manyetik alanda EST3D’ den hesapladığımız elektron yoğunluklarının (a,c,e) ve bu yoğunlukların oluşturduğu toplam perdelenmiş potansiyel enerjilerin uzaysal dağılımları (b,d,f).

5.2. İletkenliğin Tanımlanması

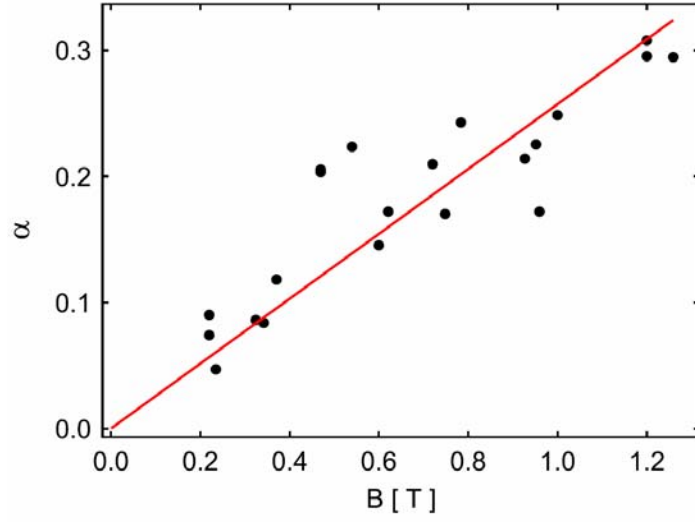
Rosenow ve arkadaşları iletkenliği (McClure 2009),

$$\delta G_D(\phi, V_D) = \delta G_0 \cos(2\pi\phi/\phi_0) \cos(2\pi\delta x) \exp(-2\pi\alpha|\delta x|) \quad (5.1)$$

ile tanımlamışlardır. Denklemdaki ilk terim $\delta G_0 = e^2/h$ yani iletkenlik kuantası, kaynak ile alıcı arasındaki gerilim farkından (V_D) bağımsız iletkenliğin genliğidir. İkinci terim, alandan gelen fazı temsil eder. Burada A , elektronun ilerlediği iki SŞ arasında kalan alan ve B , manyetik alanın büyüklüğü olmak üzere $\phi = AB$ manyetik akı ve $\phi_0 = h/e$ manyetik akı kuantasıdır. Üçüncü terim, elektronun ilerlediği SŞ' nin uzunluğu ve buradaki sürüklenme hızından gelen fazı temsil eder. Burada $\delta x = (V_D - V_{off})/\Delta V_D$ dir ve elektronun SŞ' de ilerlediği sürüklenme hızına ve SŞ yolunun uzunluğuna bağlı gerilim periyodu,

$$\Delta V_D = \left(\frac{h}{e}\right) \left(\frac{\mathcal{G}}{L}\right) \quad (5.2)$$

ile belirlenir. Dördüncü ve son terim ise sönüm faktörünü (damping factor) ifade eder. Burada α faz bozunum parametresidir (dephasing parameter). Rosenow ve arkadaşları yaptıkları deneysel çalışmada (McClure 2009) sabit manyetik alan değeri için kaynak ile alıcı arasındaki gerilimin bir fonksiyonu olarak ölçtükleri iletkenlikleri denklem (5.1)' e göre fit edip faz bozunum parametresini belirlemişlerdir. Bu işlemi farklı manyetik alan değerleri için de tekrarlayıp α ' yı manyetik alanın bir fonksiyonu olarak şekil (5.2.1)' de gösterildiği gibi rapor etmişlerdir. Şekildeki kırmızı çizgi, deneysel sonuçlara göre belirlenen (siyah noktalar) α değerlerinin lineer olarak fit fonksiyonudur ve bu hesaplanacak olursa faz bozunum parametresi $\alpha = (0.26)B$ olur.



Şekil(5.2.1): Deneysel ölçülen (siyah noktalar) ve lineer fit edilen (kırmızı çizgi) manyetik alanın bir fonksiyonu olarak belirlenen faz bozunum parametresi (McClure 2009).

5.3. İletkenliğin Hesaplanması için Gerekli Parametrelerin Tanımlanması (Alan, Hız, Yol Uzunluğu vs.)

MZ interferometresinde iletkenliğin en hassas bir şekilde hesaplanabilmesi için denklem (5.1)' den de görüldüğü gibi dış potansiyellerin etkisi ile (manyetik alan, V_{MG} (G_1, G_2, G_3 kapıları), vs.) elektronun kaynaktan alıcıya ulaştığı yolun uzunluğu (L_1), bu yoldaki hızı ve ilerlediği iki yol arasında kalan alanın bu etkilere göre nasıl değiştikleri belirlenmelidir. Bunu belirlemek için EST3D' den elde ettiğimiz iki boyutlu elektron dağılımından yararlandık. Sisteme dik bir manyetik alan uygulandığında doldurma faktörü $\nu(x, y) = 2\pi\ell^2 n_{el}(x, y)$ ile belirlendiğini daha önceki bölümlerde göstermiştik. Burada $\ell = \sqrt{\hbar/eB}$ manyetik uzunluktur. Doldurma faktörü ile elektron dağılımı

arasındaki bağıntıyı kullanarak $\nu=2$ durumdaki SŞ' lerin örnek üzerindeki konumlarını belirledik ve $B=5T$ değeri için şekil (5.3.1)' de gösterdik. Hesaplarımızda spin dejenerasyonunu ihmal ettik. Manyetik alan değiştirildiğinde $\nu=2$ durumdaki SŞ' lerin örnek üzerindeki konumları ve kalınlıkları değişecektir. Dolayısıyla elektronun ilerlediği yolun uzunluğu, kapattığı alanın büyüklüğü ve SŞ' deki hızı da değişecektir. Bundan dolayı bu ifadelerin manyetik alana göre değişimlerini nümerik olarak hesapladık ve şekil (5.3.2) - şekil (5.3.3)' de gösterdik. Elektronun SŞ' deki hızının SŞ kalınlığı ile ters orantılı olarak değiştiğini daha önceki bölümlerde göstermiştik (Eksi 2007). Bunun için ilk önce manyetik alana göre SŞ' nin kalınlıklarını hesapladık, şekil (5.3.2.a). SŞ oluşabilmesi için Thomas Fermi yaklaşıklığı ile hesaplanan SŞ kalınlığı, sanki Hartree yöntemi (QHA) ile hesaplanan SŞ kalınlığının manyetik uzunlukla kesiştiği bölgede olması gerekir (Siddiki 2010). Thomas Fermi yaklaşıklığı ile SŞ kalınlığını Chklovskii ve arkadaşları (Chklovskii 1992)

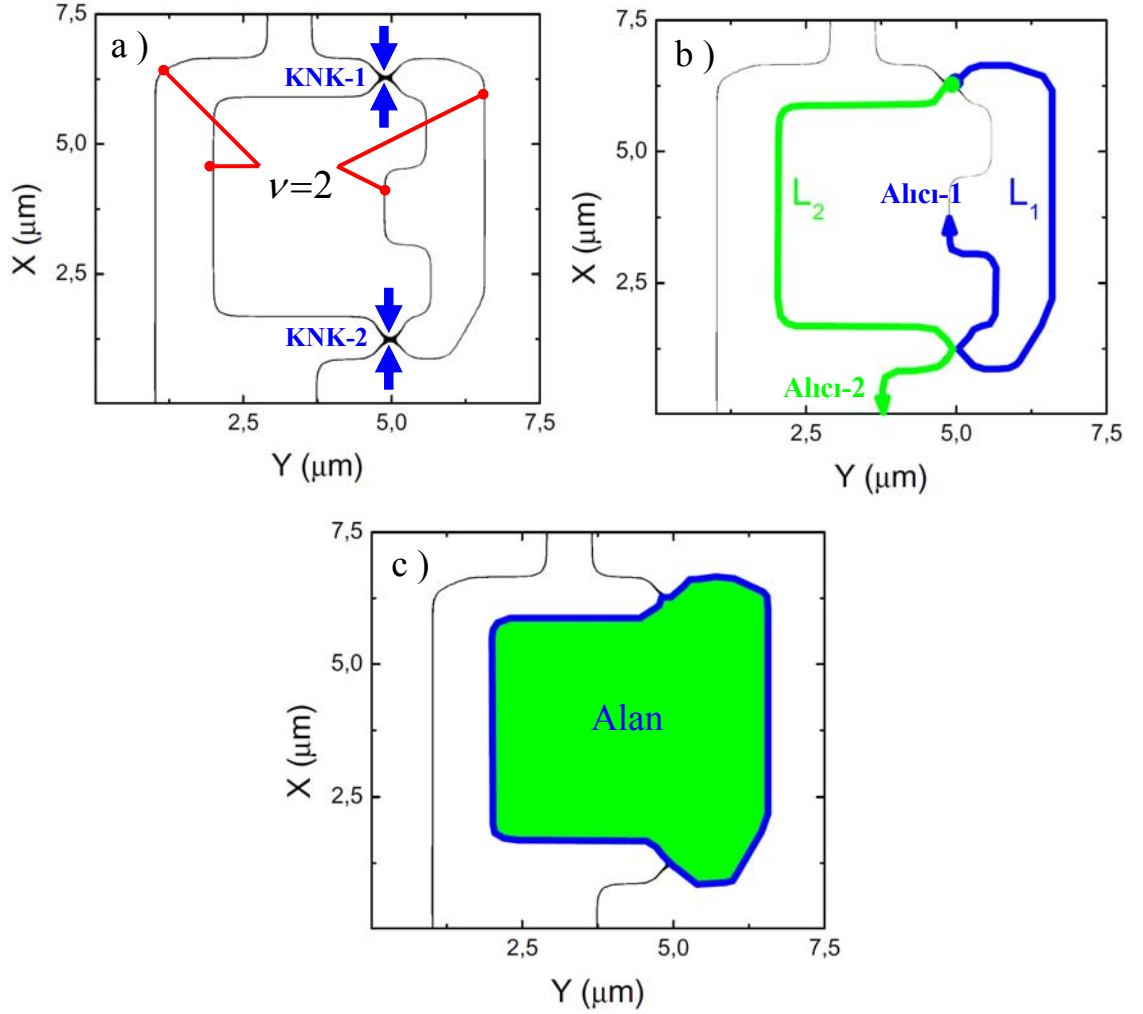
$$w_v^2 = \frac{2\varepsilon\hbar\omega_c}{\pi^2 e^2 \left. \frac{dn_{el}(x)}{dx} \right|_{x=x_v}} \quad (5.3)$$

ifadesi ile tanımlamışlardır. Burada ε malzemenin dielektrik sabiti, ω_c siklotron frekansı, e elektronun yükü, $2\pi\hbar$ Planck sabiti ve x_v ise doldurma faktörünün tam sayı olduğu durumdaki elektron yoğunluğunun konumudur. Bu denklem ile SŞ' nin kalınlığını nümerik olarak hesapladık (w_2^{TFA}). QHA yöntemini kullanarak

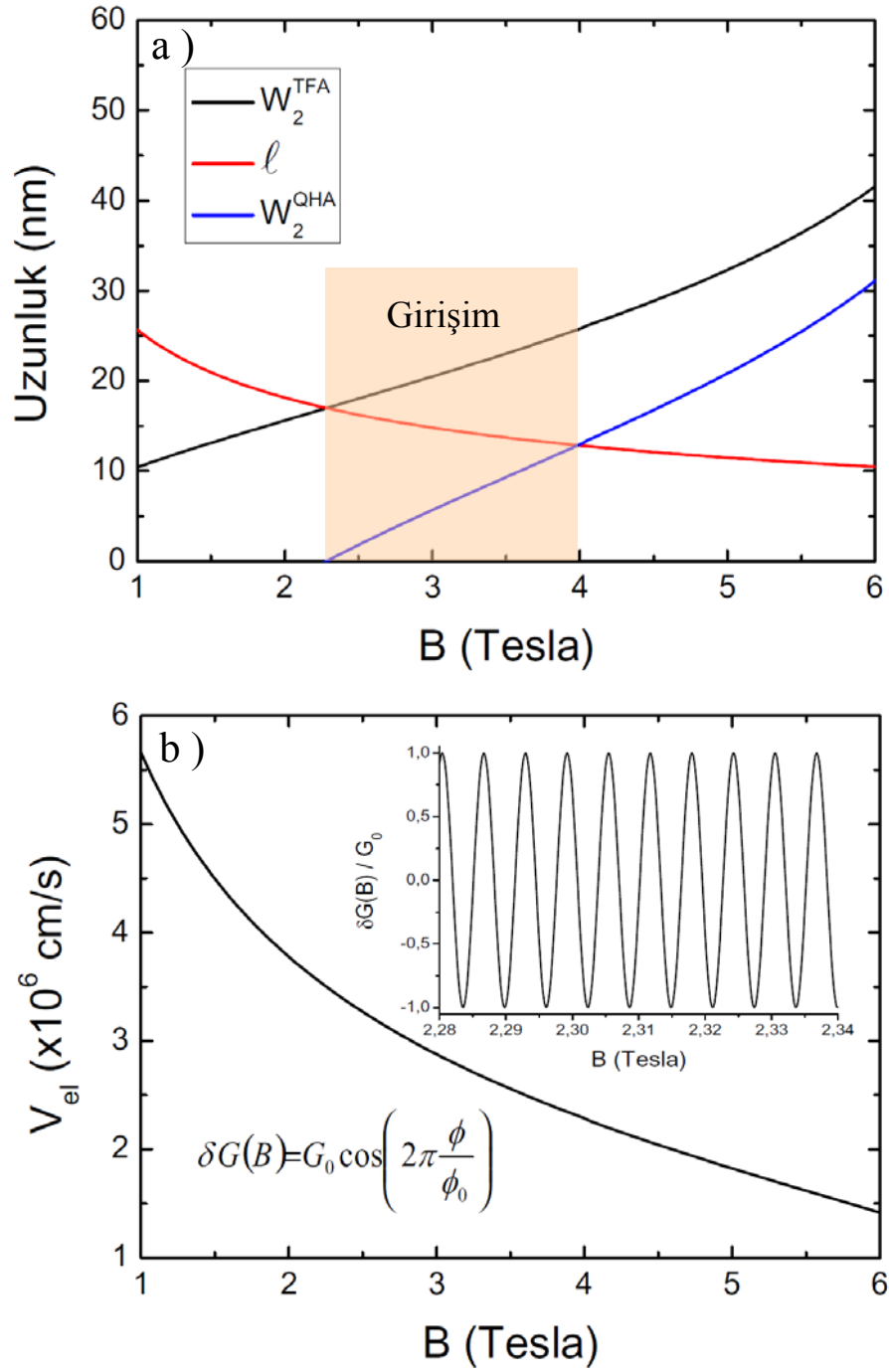
$$w_2^{QHA} = (1 - \ell/w_2^{TFA}) w_2^{TFA} \quad (5.4)$$

denklemini ile SŞ kalınlığını hesapladık. Manyetik alana göre hesapladığımız SŞ kalınlıklarından yararlanarak bu bölgelerdeki elektronun hızının manyetik alana göre değişimini belirledik ve şekil (5.3.2.b)' de bunu gösterdik. Şekil (5.3.3)' de nümerik olarak hesapladığımız elektronun ilerlediği yolun uzunluğu ve kapattığı alanın manyetik alana göre değişimleri ve bu manyetik alan aralığı için en uygun fit fonksiyonunu gösterdik. Bu fonksiyonları denklem (5.1)' de yerine koyarak manyetik alana göre

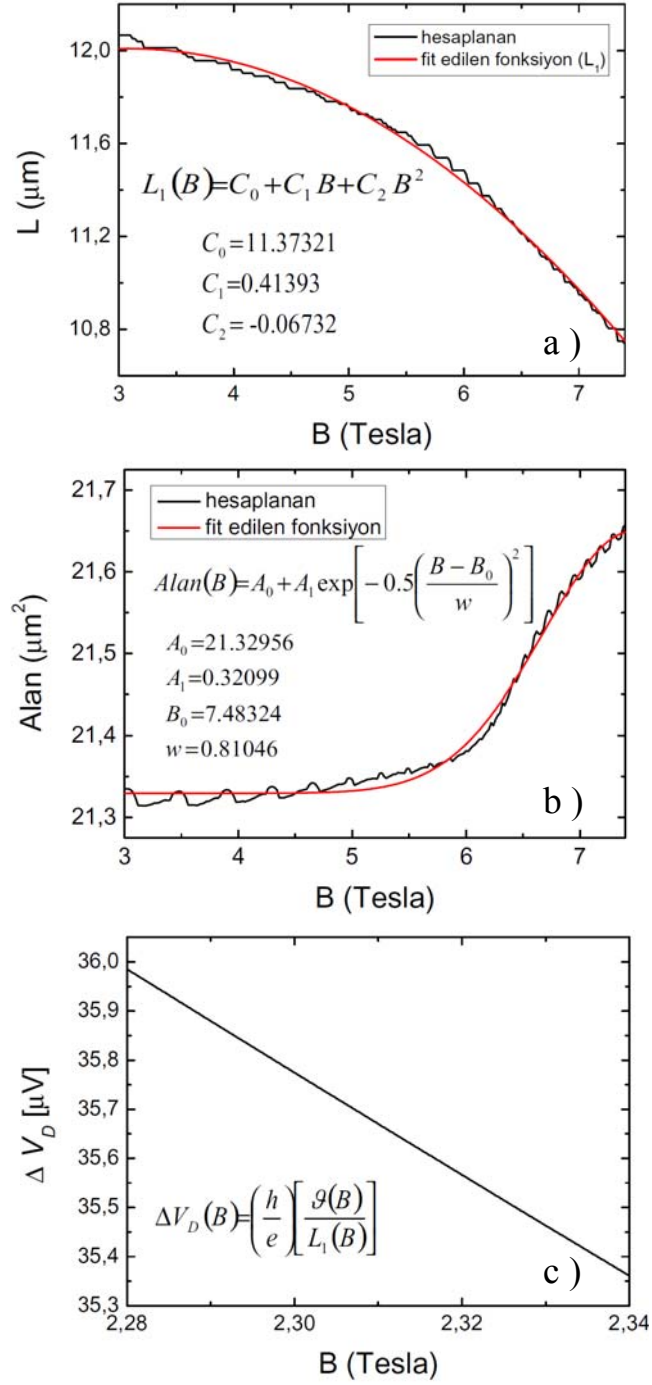
iletkenliği hesapladık. Elektronun iki farklı yoldan ilerlerken kapattığı alandan kaynaklanan Aharonov-Bohm iletkenlik osilasyonu şekil (5.3.2.b)' nin içindeki grafikte gösterdik.



şekil(5.3.1): $B=5T$ değerı için, (a) $\nu=2$ 'deki S&S' lerin merkezinin uzaysal dağılımı. Mavi renkte g&sterilen oklar, elektronun ilerleyeceği iki farklı yolu oluşturmak için konulan KNK' ların konumları. (b) Alıcı-1 ve alıcı-2 de sonlanan elektronun ilerlediği L_1 ve L_2 yolları. (c) Elektronun iki farklı yollardan ilerleyip alıcı-1 ve alıcı-2' ye ulaştığı durumda yolların kapattığı kapalı alan.



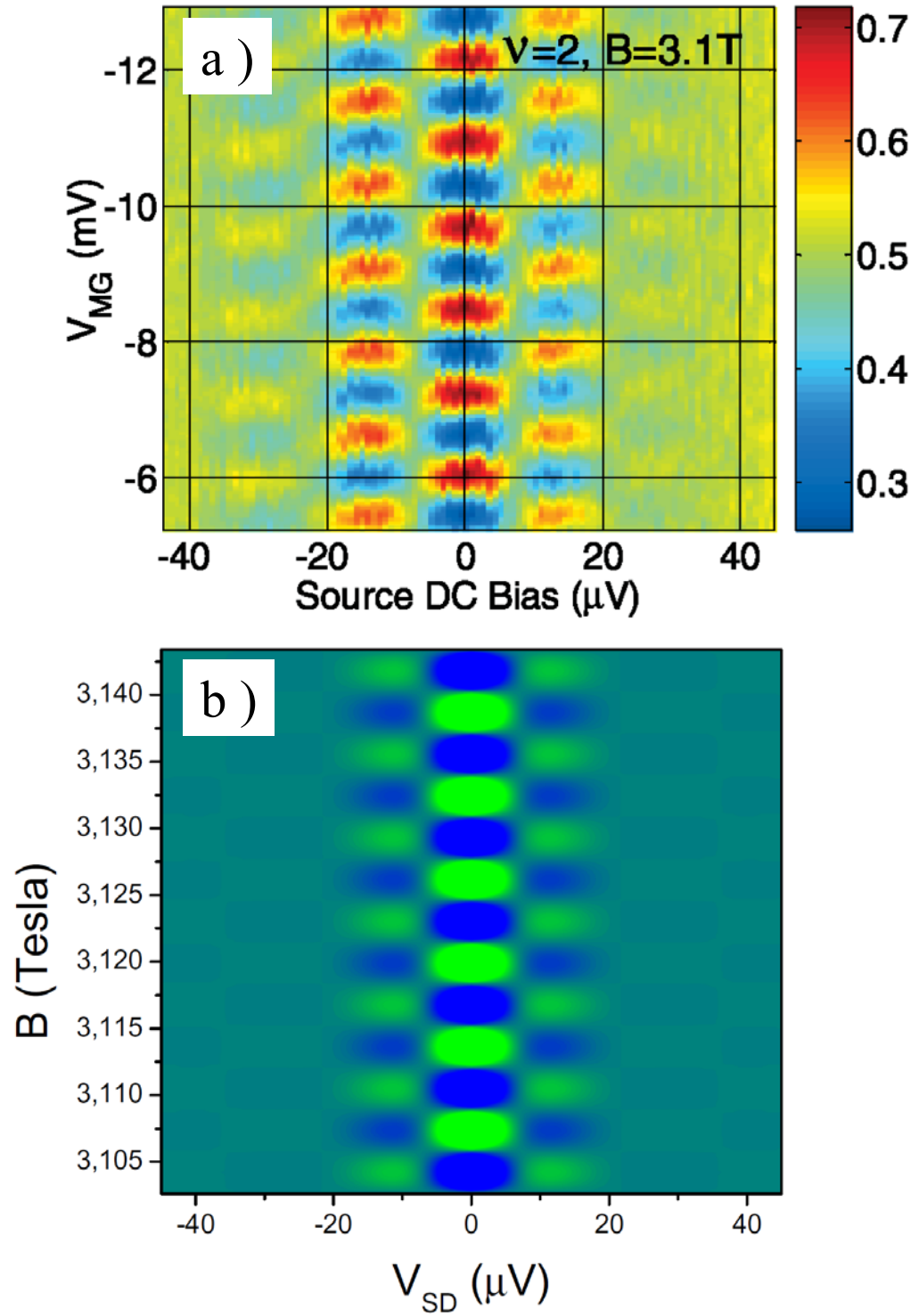
Şekil(5.3.2): $\nu=2$ durumunda (a) Thomas Fermi yaklaşıklığı ile SŞ kalınlığının (w_2^{TFA}), QHA ile SŞ kalınlığının (w_2^{QHA}) ve manyetik uzunluğun büyüklüğünün manyetik alana göre değişimi. (b) Thomas Fermi yaklaşıklığı ile hesaplanan SŞ' deki elektronun hızının manyetik alana göre değişimi ve bu grafiğin içindeki grafik ise Aharonov-Bohm iletkenliğinin manyetik alana göre değişimi.



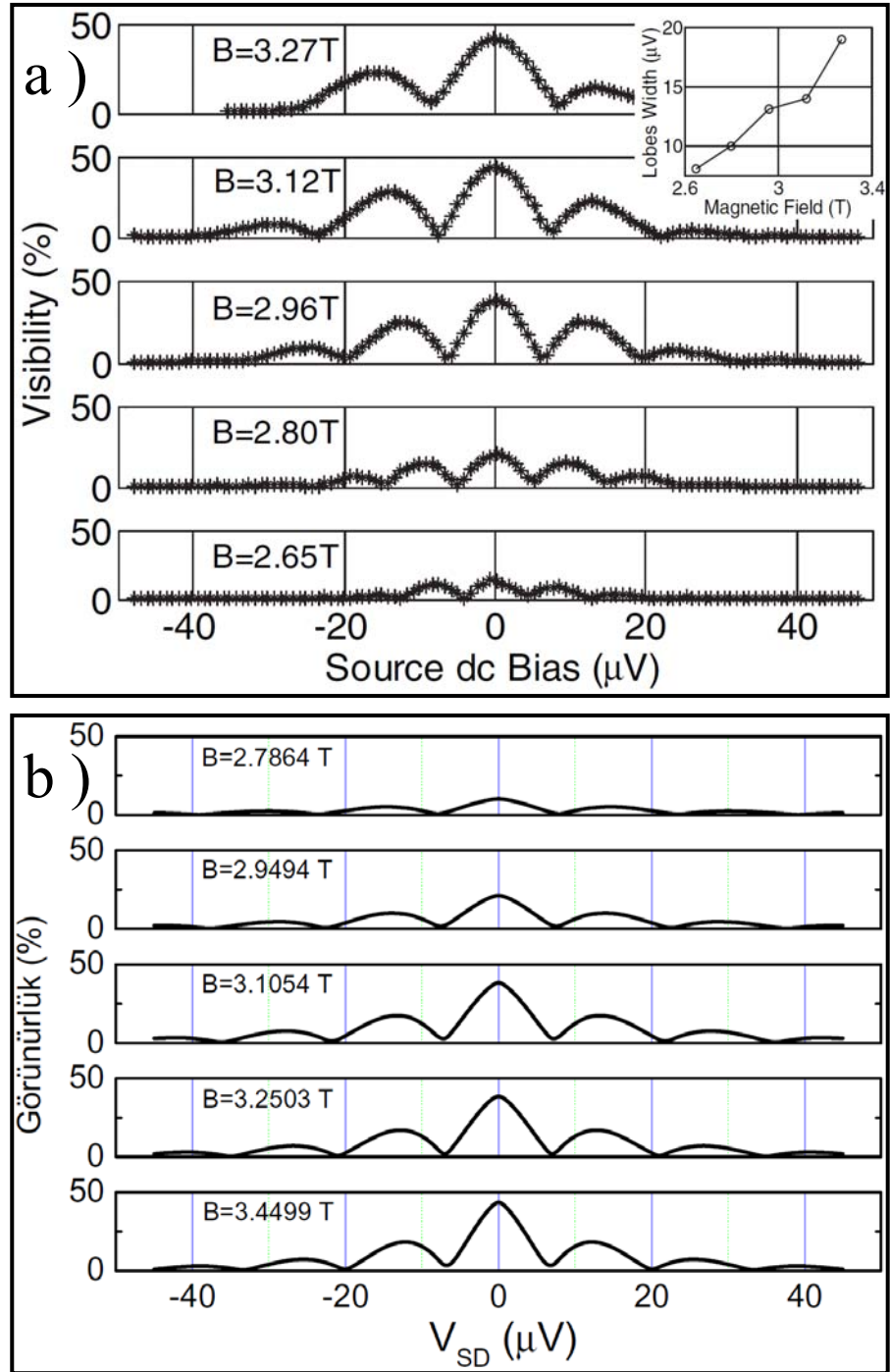
Şekil(5.3.3): Manyetik alanın bir fonksiyonu olarak hesaplanan (a) L_1 yolunun uzunluğu, (b) iki farklı yol (SS) arasında kalan kapalı alanın büyüklüğü ve (c) yolun uzunluğuna ve bu yolda ilerlediği hıza bağlı gerilim periyodu. Grafiklerde siyah renkte gösterilenler nümerik olarak hesaplanan değerler, kırmızı renkte gösterilenler ise bu manyetik alan aralığında en uygun fit edilen fonksiyonlardır. Nümerik hesaplardaki osilasyonlar, sonlu örgü noktası kullanmamızdan kaynaklanmaktadır.

5.4. MZ İnterferometresi için Hesaplanan İletkenlikler ve Deneysel Sonuçlar ile Karşılaştırılması

Önceki bölümlerde Heiblum ve arkadaşlarının tasarladığı (Neder 2006) MZ interferometresinde iletkenliğin belirlenmesi için gerekli olan büyüklüklerin (yol uzunluğu, alan ve hız gibi) manyetik alana göre değişimlerini hesapladık. Nümerik olarak hesapladığımız bu büyüklükleri en uygun analitik fonksiyonlara fit ederek manyetik alanın bir fonksiyonu olarak tanımladık ve bu ifadeleri denklem (5.1)' de yerlerine yazarak ilgili geometri için iletkenlikleri hesapladık. Şekil (5.4.1) ve şekil (5.4.2)' de deneysel olarak ölçülen sonuçlar ile teorik olarak hesapladığımız sonuçları karşılaştırdık. Bu sonuçlara bakıldığında teorik olarak yaptığımız sonuçların deneysel olarak ölçülen sonuçlar ile çok uyumlu olduğu görülmektedir. Şekil (5.4.1.a)' da manyetik alan $B=3.1T$ değeri için $\nu=2$ durumunda, G_1, G_2 ve G_3 (V_{MG}) kapı voltajlarını değiştirerek elektronun ilerlediği yolu uzatmakta ya da kısaltmakta ve aynı zamanda elektronun ilerlediği iki farklı yol arasında kalan alanı büyütme ya da küçültmektedir. Aynı etkiyi manyetik alan ile yapmakta mümkündür. Şekil (5.4.1.b)' den de görüldüğü gibi manyetik alanının değişimi ile iletkenliği hesapladık. Görünürlük, $(V_{A1}(\max)-V_{A2}(\min))/(V_{A1}(\max)+V_{A2}(\min))$ ile tanımlanır (Neder 2006). Bu ifadeyi klasik olarak tanımlarsak, kaynaktan gönderilen faz tutarlı elektronların bir kısmı alıcı-1' e (A1) diğerleri ise alıcı-2' ye (A2) ulaşmaktadır. A1' e ulaşan elektronların maksimum değeri ile A2' ye ulaşanların minimum değerinin farklarının toplamına oranları görünürlüğü tanımlamaktadır. Kuantum mekaniksel olarak incelendiğinde ise bir elektronun belli bir yüzde oranında A1' de ve yine belli bir yüzde oranında A2 alıcılarında bulunma olasılıkları (bu iki olasılığın toplamı yüzde yüz) olacak şekilde tanımlanmaktadır. Şekil (5.4.2)' de görünürlük ile ilgili teorik olarak yaptığımız hesaplamaların sonuçlar (b) ile deneysel ölçülen sonuçlar (a) verilmektedir. Şekilden de görüldüğü gibi hesaplamalarımız deney sonuçları ile uyum içerisindedir.



Şekil(5.4.1): (a) Deneysel olarak ölçülen şekil (5.1.2.a)'daki geometri (Neder 2006) için kaynak ve alıcı arasındaki potansiyel farkına (Source DC Bias (V_{SD})) ve G_1, G_2 ve G_3 kapı voltajlarına (V_{MG}) göre iletkenlik. (b) Bu geometri için teorik olarak hesapladığımız V_{SD} ve manyetik alana göre iletkenlik.



Şekil(5.4.2): (a) Deneyssel olarak ölçülen farklı manyetik alan ve sabit V_{MG} değerlerinde, Şekil (5.1.2.a)'daki geometri (Neder 2006) için V_{SD} 'nin bir fonksiyonu olarak görünürlük (visibility). (b) Bu geometri için teorik olarak hesapladığımız görünürlük.

BÖLÜM 6

SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRME

Bu çalışmada, optik ve elektronik olarak üzerinde bir çok çalışma yapılmış olan Mach-Zehnder interferometresinin elektrostatik özelliklerini sayısal yöntemler yardımıyla araştırdık. Mach-Zehnder interferometresi metalik kapı, kimyasal kesme ve streç kapı (kimyasal kesme ile birlikte metalik kapı) gibi elektron tuzaklama yöntemleri kullanılarak iki boyutlu elektron sistemi üzerinde tanımlanmaktadır. İncelenen yapıda parçacıklar arasındaki Coulomb etkileşimleri göz önüne alınarak sistemin toplam potansiyel enerjisini hesapladık. Bunun için Poisson denklemini üç boyutlu ve öz-uyumlu bir çözüm yöntemi ile parçacıklar arası etkileşimleri, kristal büyütme parametrelerini, kullanılan malzeme türü gibi etkileri hesaba katarak çözdük. Bölüm-3’ de bu çözüm yöntemini ayrıntılı olarak açıkladık ve elde edilen sonuçların literatür ile mükemmel bir uyum içinde olduğunu gösterdik. Sistemin oluşturduğu toplam potansiyel enerjinin uzaysal dağılımı kimyasal kesme ve metalik kapılar ile tanımlanan tuzaklamada malzemenin kenarlarında farklılık göstermektedir. Kimyasal kesme yöntemi ile tanımlanan tuzaklama metalik kapılara göre kenar bölgelerinde daha keskin bir değişim sergilemektedir. Bunun nedeni kimyasal kesme uygulandığı durumda malzemenin yan yüzeylerinde yerleşen yüklerdir. Bu aşamaya kadar hesaplamalarımızı sıfır sıcaklık ve sıfır manyetik alan değerleri için yaptık. Bir sonraki aşamada sıfır sıcaklık ve sıfır manyetik alanda elde ettiğimiz toplam elektrostatik potansiyel dağılımını başlangıç değeri olarak kullandık. Sıcaklık, manyetik alan ve malzeme içerisinden akıtılan akımın etkisini Thomas Fermi yaklaşıklığı ile hesaba katıp öz-uyumlu bir çözüm yöntemi olan Thomas Fermi Poisson yaklaşıklığı yöntemi ile sistemin denge durumundaki toplam potansiyel enerjinin ve yük yoğunluğunun uzaysal dağılımlarını belirledik.

2BES’ e dik bir manyetik alan uygulandığında elektron dağılımının üzerinde sıkıştırılabilir ve sıkıştırılamaz bölgeler ile isimlendirilen iki farklı rejim oluşmaktadır. Sıkıştırılamaz bölgelerde girilebilir durum olmadığından bu bölgelerdeki elektronlar

üzerlerine etkiyen dış potansiyeli zayıf bir şekilde perdelemektedir ve dolayısıyla bu bölgelerdeki toplam potansiyel enerjide konuma göre bir değişim olmaktadır. Buna karşılık sıkıştırılabilir bölgelerde girilebilir durum olduğundan bu bölgelerdeki elektronlar üzerlerine gördüğü potansiyeli iyi bir şekilde perdelemektedir ve bu bölgelerdeki toplam potansiyel enerjide konuma göre bir değişim olmamaktadır. Yerel Ohm yasasına göre akımı hesapladığımızda toplam potansiyel enerjinin konuma göre değişimi olan bölgelerden yani sıkıştırılamaz bölgelerden akımın aktığını belirledik. Malzeme içerisinde kaynak ile alıcı arasında akıtılan akımın (elektronun) sürüklenme hızı bu bölgelerin (SŞ) kalınlıkları ile değiştiğini hesapladık. Hesaplamalarımızda elektronları tuzaklamak için kullanılan kimyasal kesme ve metalik kapı yöntemlerini modellemek için donör dağılımından yararlandık. Bunun için iki farklı donör dağılımı tanımladık (kesikli ve parabolik donör dağılımı). Bu dağılımları kullanarak elektronun ilerlediği SŞ bölgelerindeki kalınlıkları hesapladık. Kesikli dağılım parabolik dağılıma göre SŞ kalınlıkları daha küçük olmasına karşılık manyetik alanın artırılması ile daha büyük manyetik alan değerlerinde varlığını sürdürdüğünü gösterdik. Simetrik bir elektron dağılımında kaynak ve alıcı arasında akıtılan yüksek bir akımın (LODDA) sağ ve sol SŞ' lerin kalınlıklarını değiştirdiğini hesapladık. Akımın yönüne bağlı olarak bir taraftaki SŞ' nin kalınlığı artmakta ve diğer taraftaki SŞ' nin kalınlığı azalmaktadır. Bu durumda akımın şiddetine bağlı olarak elektron dağılımında simetri kırılması olduğunu belirledik. Bu durumu farklı bir açıdan incelemek için başlangıçta simetrik olmayan bir elektron dağılımı için akımın şiddetini değiştirerek sağ ve sol SŞ lerin kalınlıklarının eşitlenebileceğini gösterdik.

Düşük akım durumlarında (LDDA) sistem içerisine çok az sayıda elektron enjekte edildiğinden elektron yoğunluğunun uzaysal dağılımında bir simetri değişimi olmamaktadır. Bu durumda sistem içerisine enjekte edilen akım kontaklarını modelledik. Hesaplamalarımızın sonucunda sisteme elektron enjekte eden metalik kontaklar manyetik alanın etkisi ile ideal ve ideal olmayan diye isimlendirilen durumlarda olduğunu gösterdik. İdeal olmayan durumda metalik kontakten enjekte edilen elektronlar kontakların hemen önünde orta bölgelere göre daha az bir dağılım olan SB bölgesine girip oradan SŞ bölgesine girmekte ve buradan ilerlemekte olduğunu belirledik. SB bölgesinden SŞ bölgesine doğru hareket elektronların yoğunlaştığı noktalarda sıcaklık artacağından SŞ' yi eritmeye başlayacaklardır. Literatürde bu

noktalar Hot-spot ismi ile tanımlanmaktadır. Hesaplamalarımızda sıcaklığı yerel olarak belirleyemediğimizden bu davranışı yapılan deneysel ölçümlere göre yorumladık. İdeal olmayan kontak durumunda yerel olarak hesapladığımız elektrokimyasal potansiyel enerji konuma göre değiştiğini belirledik. Bu da hesaplanacak Hall voltajı değerini değiştirmektedir. Dolayısıyla deneysel olarak Hall voltajı ölçümü yapılacak bir örnek için ideal olmayan kontak durumunda ise ölçüm kontakların konumuna göre Hall voltajı değeri değişecektir. İdeal kontak durumunda ise enjekte edilen elektron direk SŞ' nin içine girip buradan ilerlemektedir. Yerel olarak elektrokimyasal potansiyel enerji değişse de ölçüm uçları arasındaki fark aynı kalmaktadır. Bu ise hesaplanacak ya da ölçülecek Hall voltajı değerinin ölçüm kontaklarının konumundan bağımsız olduğunu göstermektedir. Bölüm-4' de metalik kontakların modellenmesinde yaptığımız hesaplamalar bu ifadeleri kanıtlar niteliktedir.

Mach-Zehnder interferometresini teorik olarak modellemek için ilk önce deneysel olarak yapılmış bir çalışmada kullanılan üç boyutlu hetero yapının büyütme parametrelerini kullanarak üç boyutlu Poisson denklemini öz uyumlu bir şekilde çözen EST3D kodu ile iki boyutlu elektron sisteminin uzaysal dağılımını hesapladık. Hesaplamalarımız içerisinde sistem içerisindeki yükler arası etkileşimleri, metalik kapılara uygulanan gerilim farkı (veya kimyasal kesme etkilerini) ve malzeme türü gibi etkileri de vardır. Bu etkiler altında belirlenen 2BES' e dik bir manyetik alan uygulandığında sistemin doldurma faktörünü $\nu(x,y)=2\pi\ell^2 n_{el}(x,y)$ ile belirledik. Burada ℓ manyetik uzunluktur. Doldurma faktörünün uzaysal dağılımından yararlanarak Zeeman etkisini hesaba katmadan elektronların ilerlediği kenar durumlarını yani SŞ' lerin $\nu=2$ deki konumları sayısal yöntemlerle belirledik. MZ interferometresinde kaynaktan gönderilen faz tutarlı elektronlar manyetik alanın etkisi ile oluşan iki farklı kenar durumundan (SŞ' lerden) ilerleyerek iki farklı konumdaki alıcıya ulaştığını ve bu yolların kapalı bir alan oluşturduğunu gösterdik. Kaynaktan çıkan ve Alıcı-1' e ulaşan elektronlar için yolun uzunluğunu, kapalı alanı ve SŞ' deki sürüklenme hızını manyetik alanın bir fonksiyonu olarak sayısal yöntemle hesapladık ve elde ettiğimiz sonuçları hesapladığımız manyetik alan aralığı için en uygun analitik fonksiyona fit ettik. Manyetik bir fonksiyonu olarak belirlediğimiz bu büyüklükleri literatürde tanımlanan bir çalışmadaki iletkenlik tanımında yerlerine yazarak kaynak ve alıcı arasındaki gerilim farkının ve manyetik alanın bir fonksiyonu olarak iletkenliği

hesapladık. MZ interferometresi için yapılan deneysel çalışmadaki ölçüm sonuçları ile teorik olarak hesapladığımız sonuçları karşılaştırdığımızda dikkate değer ölçüde uyumlu olduğunu gördük.

KAYNAKLAR

Ahlsweide E., Weitz P., Weis J., Klitzing K. V., and Eberl K., 2001, '*Hall Potential Profiles in the Quantum Hall Regime Measured by a Scanning Force Microscope*', Physica B **298**, 562

Arslan S., 2008, *Image Processed Modelling of Quantum Point Contacts* (Yüksek lisans tezi) (Technische Universität München)

Arslan S., Cicek E., Eksi D., Aktas S., Weichselbaum A., and Siddiki A., 2008, '*Modeling of quantum point contacts in high magnetic fields and with current bias outside the linear response regime*', Phys. Rev. B **78**, 125423

Büttiker M., 1986, '*Four-Terminal Phase-Coherent Conductance*', Phys. Rev. Lett. **57**, 1761

Camino F. E., Zhou W., Goldman V. J., 2005, '*Aharonov-Bohm electron interferometer in the integer quantum Hall regime*', Phys. Rev. B **72**, 155313

Chklovskii D. B., Shklovskii B. I., Glazman L. I., 1992, '*Electrostatic of Edge Channels*', Phys. Rev. B **46**, number 7

Cicek E., '*Bir boyutlu elektron gazının elektronik özellikleri*', 2010, Doktora tezi, Trakya Üniversitesi

Dahlem F., Ahlsweide E., Weiss J., and Klitzing K. V., 2010, '*Cryogenic scanning force microscopy of quantum Hall samples: Adiabatic transport originating in anisotropic depletion at contact interfaces*', Phys. Rev. B **82**, 121305

Davies J. H., 1998, *'The Physic of Low-Dimensional Semiconductor'*, Cambridge University Pres.

Eksi D., Cicek E., Mese A. I., Aktas S., Siddiki A., Hakioğlu T., 2007, *'Theoretical investigation of the effect of sample properties on the electron velocity in quantum Hall bars'*, Phys. Rev. B 76, 075334

Eksi D., Cicek E., Mese A. I., Aktas S., Siddiki A., Hakioğlu T., 2007, *'Theoretical investigation of the effect of sample properties on the electron velocity in quantum Hall bars'*, Phys. Rev. B 76, 075334

Eksi D., Kilicoglu O., Aktas S., Siddiki A., 2010, *'The current polarization rectification of the integer quantized Hall effect'*, Physica E, 42, 1066

Eksi D., Kilicoglu O., Göktas O., Siddiki A., 2010, *'Screening model of metallic nonideal contacts in the integer quantized Hall regime'*, Phys. Rev. B. 82, 165308

Erol A., 2002, *'Yüzey ışıması yapan düşük boyutlu yapılarda Bragg yansıma olayının incelenmesi'*, Doktora tezi, İstanbul Üniversitesi

Göktas O., 2009, Ph.D. thesis, Stuttgart University.

Güven K., Gerhardts R. R., 2003, *'Self-consistent local equilibrium model for density profile and distribution of dissipative currents in a Hall bar under strong magnetic fields'*, Phys. Rev. B 67, 115327

Kramer T., Krueckl V, Heler E., and Parrott R., 2010, *'Self-consistent calculation of electric potentials in Hall devices'*, Phys. Rev. B **81**, 205306

Litvin L. V., Helzel A., Tranitz H. P., Wegscheider W. and Sturnk C., 2008, *'Edge-channel interference controlled by Landau level filling'*, Phys. Rev. B 78, 075303

McClure D. T., Zhang Y., Rosenow B., Levenson-Falk E. M., Pfeiffer L. N. and West K. W., 2009, 'Edge-state velocity and coherence in a quantum Hall Fabry-Perot interferometer', *Phys. Rev. Lett.* 103, 206806

Mirioğlu S., 2011, '*AlGaAs/GaAs Heteroyapılarda öz uyumlu potansiyel hesabı*', Yüksek lisans tezi, Muğla Üniversitesi.

Neder I., Heiblum M., Levinson Y., Mahalu D. and Umansky V., 2006, '*Unexpected Behavior in a Two-Path Electron Interferometer*', *Phys. Rev. Lett.* 96, 016804

Newbury R., Pepper M., Ahmed H., Frost J. E. F., Hasko D. G., Peacock D. C., Ritchie D. A., Wharam D. A., Thornton T. J. and Jones G. A. C., 1988, '*One-dimensional transport and the quantisation of the ballistic resistance*', *J. Phys. C: Solid State Phys* 21, 8, L209

Rouleau P., Portier F., Roche P., Cavonna A., Faini G., Gennser U. and Mailly D., 2008, 'Noise Dephasing in Edge States of the Integer Quantum Hall Regime', *Phys. Rev. B* 101, 186803

Siddiki A., Eksi D., Cicek E., Mese A. I., Aktas S., Hakioglu T., 2008, '*Theoretical investigation of the electron velocity in quantum Hall bars, in the out of linear response regime*', *Physica E*, 40, 1217

Siddiki A. and Gerhardts R. R., 2002, 'in *Proceeding of the 15th International Conference on High Magnetic Fields in Semiconductor Physics*, edited by A. R. Long and J. H. Davies IOP, Bristol'

Siddiki A. and Gerhardts R. R., 2003, '*Self-consistent calculation of the electron distribution near a quntum point contact in the integer quantum Hall effect*' ,*Phys. Rev. B* 68, 125315

Siddiki A. and Gerhardts R.R., 2003, '*Thomas-Fermi-Poisson theory of screening for laterally confined and unconfined two-dimensional electron systems in strong magnetic fields*', Phys.Rev.B **68**,125315

Siddiki A., '*Yarı İletken Tabanlı Parçacık İnterferometrelerinin Öz-uyumlu Sayısal Hesaplama Yöntemleriyle İncelenmesi ve Aygıt Tasarımı*', 2009-2011, TÜBİTAK-109T083

Siddiki A., 2009, '*Current-direction-induced rectification effect on (integer) quantized Hall Plateaus*', EPL (Europhysics Letters) 87, 17008

Siddiki A., Güven K., 2010, '*Semi-classical theory of Aharonov-Bohm oscillations under quantized Hall conditions*', arXiv:1006.5012v2

Wees B. J. van, Kouwenhoven L. P., Houten H. van, Beenakker C. W. J., Mooij J. E., Foxon C. T., and Haris J. J., 1988, '*Quantized conductance of magnetoelectric subbands in ballistic point contacts*', Phys. Rev. B 38, 5, 3625

Weichselbaum A. and Ulloa S. E., 2003, '*Potential landscapes and induced charges near metallic islands in three dimensions*', Phys. Rev. E 68,5, 056707.

Y. Ji, Y. Chung, D. Sprinzak, M. Heiblum, D. Mahalu and H. Shtrikman, An electronic Mach-Zehnder interferometer, Nature 422,415, (2003)

ÖZGEÇMİŞ

TC Kimlik No:	47401713658
Doğum Yılı:	1979
Telefon :	533 714 77 07
e-posta :	denizeksi@gmail.com

EĞİTİM BİLGİLERİ

Ülke	Üniversite	Fakülte/Enstitü	Öğrenim Alanı	Derece	Mezuniyet Yılı
Türkiye	Trakya Üniversitesi	FEN-EDEBİYAT FAKÜLTESİ	FİZİK	Doktora	-
Türkiye	Trakya Üniversitesi	FEN-EDEBİYAT FAKÜLTESİ	FİZİK	Yüksek Lisans	2007
Türkiye	Trakya Üniversitesi	FEN-EDEBİYAT FAKÜLTESİ	FİZİK	Lisans	2005

YAYINLARI

SCI, SSCI, AHCI indekslerine giren dergilerde yayınlanan makaleler

1. Screening model of metallic nonideal contacts in the integer quantized Hall regime D. Eksi, O. Kilicoglu, O. Goktas ve A. Siddiki PHYSICAL REVIEW B 82 , 165308, 2010.
2. The current polarization rectification of the integer quantized Hall effect D. Eksi, O. Kilicoglu, S. Aktas ve A. Siddiki Physica E 42 , 1066-1068, 2010.
3. Modeling of quantum point contacts in high magnetic fields and with current bias outside the linear response regime S. Arslan, E. Cicek, D. Eksi, S. Aktas, A. Weichselbaum, ve A. Siddiki PHYSICAL REVIEW B 78 , 125423 2008.
4. Where are the edge-states near the quantum point contacts? A self-consistent approach A. Siddiki, E. Cicek, D. Eksi, A.I. Mese, S. Aktas, T. Hakioğlu Physica E 40 , 1160-1162 2008.
5. Theoretical investigation of the electron velocity in quantum Hall bars, in the out of linear response regime A. Siddiki, D. Eksi, E. Cicek, A.I. Mese, S. Aktas, T. Hakioğlu Physica E 40 , 1217-1219 2008.
6. Theoretical investigation of the effect of sample properties on the electron velocity in quantum Hall bars D. Eksi, E. Cicek, A.I. Mese, S. Aktas, A. Siddiki, T. Hakioğlu PHYSICAL REVIEW B 76 , 075334 2007.

PROJE DENEYİMİ

Proje Adı	Kurum	Bütçe	Tarih	Görev	Proje Türü
Yarı İletken Tabanlı Parçacık İnterferometrelerinin Öz-Uyumlu Sayısal Hesaplama Yöntemleriyle İncelenmesi ve Aygıt Tasarımı	TÜBİTAK	115152	15.11.2009-15.11.2011	Bursiyer	Ulusal
Yarı İletken Tabanlı İletken Mach-Zehnder İnterferometresi'nin Sayısal Yöntemlerle Elektrostatik Modellenmesi	TÜBAP	15000	26.11.2010-	Öğrenci	Üniversite

ULUSAL VE ULUSLAR ARASI TOPLANTILARDA SÖZLÜ VE POSTER BİLDİRİLERİ

1. “The theory of Fabry-Perot interferometers: Seeking for the validity regimes at realistic devices” Poster sunumu, D. Eksi, Ö. Kilicçoğlu ve A. Siddiki, the EP2DS19/MSS15 conference to be held in Tallahassee, Florida, July 25-29, 2011.
2. “Electrostatic modeling of contacts considering integer quantum Hall systems” Poster sunumu, Deniz Eksi, Ozge Kilicoglu, Afif Siddiki, NanoTr6 Konferansı'nda (15-18 Haziran 2010, Çeşme/İZMİR)
3. “The effects of the contacts in the quantum Hall systems” Sözlü sunum, Türk Fizik Derneği 27. Uluslar Arası Fizik Kongresi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul (14-17 Eylül 2010)
4. “İnterferometrelerde elektron hızının hesaplanması” Sözlü sunum, V. Nano-elektronik Taşınım Sempozyumu, Feza Gürsey enstitüsü, İstanbul (07-11 şubat 2010)
5. “Akım Rektifikasyonunun Kuantum Hall Platoları Üzerindeki Etkisi” Sözlü Sunum, III. Nano-elektronik yük taşınımı toplantısı, FEZA GÜRSEY ENSTİTÜSÜ/İstanbul, 22-27 Nisan 2009
6. “Çift Tabaka Sistemlerinin Kendinden Tutarlı Poisson Çözümleri” Sözlü sunum, Muğla Üniversitesi II. Akyaka Nano-Elektronik Taşınım Sempozyumu, Muğla Üniversitesi / Muğla – TÜRKİYE, 6-10 Şubat 2009
7. “Tek Parçacık Elektron Hızının Nümerik Yöntemlerle Hesaplanması” Sözlü sunum, Muğla Üniversitesi, I. Akyaka Nano-elektronik Taşınım Sempozyumu, Muğla Üniversitesi / Muğla – TÜRKİYE, 13 – 21 Aralık 2008

8. “Current induced rectification of the quantized Hall plateaus.” Poster sunumu, Deniz Eksi, Saban Aktas, S.E. Okan and Afif Siddiki, İstanbul Teknik Üniversitesi, 4.Ulusal Nanobilim Ve Nanoteknoloji Konferansı (2008)

9. “The electron velocity in incompressible strips in quantum Hall bars.” Sözlü sunum, D. Eksi, A.Siddiki, S.Aktas, S.E.Okan, 11.Ulusal Sıvıhal Fizigi Sempozyumu,27-30 Eylül 2007,İstanbul Üniversitesi Baltalimanı, İstanbul

10. “Theoretical investigation of the electron velocity in quantum Hall bars, in the out of linear response regime.” Poster sunumu, A. Siddiki, D. Eksi, E. Cicek, A.I. Mese, S. Aktas, T. Hakioglu, International Conference on Electronic Properties of Two-dimensional Systems and Modulated Semiconductor Structures. Genova Magazzini del Cotone, July 15-20 2007