



**T.C.
ERCIYES ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ ANABİLİM DALI**



**7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ORANTISAL AKIL YÜRÜTME
BECERİLERİ VE KULLANDIKLARI STRATEJİLERİN
İNCELENMESİ**

**Hazırlayan
Zeynep SAVUR**

Yüksek Lisans Tezi

**Ocak 2025
KAYSERİ**

**T.C.
ERCIYES ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ
ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ORANTISAL AKIL
YÜRÜTME BECERİLERİ VE KULLANDIKLARI
STRATEJİLERİN İNCELENMESİ**

**Hazırlayan
Zeynep SAVUR**

**Danışman
Prof. Dr. Cemalettin IŞIK**

**Ocak, 2025
KAYSERİ**

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada,

- Tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Görsel, işitsel ve yazılı bütün bilgi ve sonuçları bilimsel etik kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- Atıfta bulunduğum eserlerin bütününe kaynak olarak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- Bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir bilimsel çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

Zeynep SAVUR

YÖNERGEYE UYGUNLUK ONAYI

“7. Sınıf Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Becerileri ve Kullandıkları Stratejilerin İncelenmesi” adlı Yüksek Lisans Tezi Önerisi, Erciyes Üniversitesi Lisansüstü Tez Önerisi ve Tez Yazma Yönergesi’ ne uygun olarak hazırlanmıştır.

Hazırlayan

Danışman

Zeynep SAVUR

Prof. Dr. Cemalettin IŞIK

KABUL VE ONAY

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne,

Zeynep SAVUR'un hazırladığı “**7. Sınıf Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Becerileri ve Kullandıkları Stratejilerin İncelenmesi**” başlıklı bu çalışma jürimiz tarafından **Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalında Yüksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

Jüri Başkanı Prof. Dr. Cemalettin IŞIK

Jüri Üyesi Prof. Dr. Danyal SOYBAŞ

Jüri Üyesi Dr. Öğr. Üyesi Zekiye MORKOYUNLU

Bu tez Erciyes Üniversitesi Lisansüstü Eğitim, Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki jüri üyeleri tarafından ... / ... / tarihinde uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulunca ... / ... / tarihi ve sayılı kararı ile kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Onur Alp İLHAN
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ÖNSÖZ

Yüksek lisans eğitimim ve çalışmalarım süresince yardımlarını ve değerli zamanını esirgemeyen, tezin hazırlanması aşamasında görüş ve önerileri ile yol gösteren, bana hep destek olan çok değerli danışman hocam Prof. Dr. Cemalettin IŞIK'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Kendisiyle tanışmak ve çalışmak benim için ayrı bir mutluluktu.

Tez jüri üyesi olarak davetimizi kabul eden ve sundukları görüşlerle çalışmama öneriler sunan değerli hocalarım Prof. Dr. Danyal SOYBAŞ ve Dr. Öğr. Üyesi Zekiye MORKOYUNLU'ya minnettarım.

Araştırma sürecinde yardımlarını esirgemeyen, çalışmamda verilerin toplanması sırasında emeği geçen tüm öğretmenlere, çalışmamda bana yardımcı olan öğrencilerime sevgilerimi sunarım.

Yüksek lisans eğitimime başladığım günden itibaren çalışmalarımda beni teşvik eden, cesaretlendiren, bana her zaman destek olup hiçbir zaman yalnız bırakmayan, her daim motive eden, hayatım boyunca üzerimde en büyük emeği olan annem Sevil SAVUR, babam Hüseyin SAVUR ve bendeki yeri her zaman ayrı olan kız kardeşlerim Zehra SAVUR ve Hilal SAVUR'a teşekkürlerimi sunmak istiyorum. Ailemin sevgisi ve desteğiyle çalışmamı tamamladım. Bana öğrettikleri her değer için onlara minnettarım.

Öğrencilerimin öğrenme sürecine eşlik ederken, onların gözlerinde parlayan ışığı görmek ve sönmemesi için çalışmak benim için ayrı bir heyecan ve mutluluk. Onlarla beraber benimde öğrenme ve gelişim yolculuğum hala devam ediyor. Öğrencilerimle birlikte büyüdüğüm bu süreçte, kendimi daha da zenginleştiriyorum. Öğretmenlik mesleğinin en güzel yanını her gün onlar sayesinde yeniden keşfediyorum. Tüm öğrencilerime en içten sevgilerimi sunarım.

Zeynep SAVUR

Ocak 2025, KAYSERİ

ÖZ

7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ORANTISAL AKIL YÜRÜTME BECERİLERİ VE KULLANDIKLARI STRATEJİLERİN İNCELENMESİ

Zeynep SAVUR

Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Yüksek Lisans Tezi, Ocak 2025
Danışman: Prof. Dr. Cemalettin IŞIK

Matematiksel düşünme becerilerinden biri olan orantısal akıl yürütme becerisi, özellikle 7. sınıflar için önemlidir çünkü matematik öğretim programında 6. sınıfta sadece oran konusuna yer verilirken 7. sınıfta oran ile birlikte orantı konusu da yer almaktadır. Buna yönelik araştırmada 7. sınıf öğrencileri ile çalışılmıştır. 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme beceri düzeyini belirlemek ve öğrencilerin kullandıkları stratejilerin soru türüne bağlı olarak nasıl değiştiğini tespit etmek amaçlanmıştır. Çalışmada, nitel yaklaşıma dayalı betimsel iki aşamalı durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Çalışma grubunu 2023-2024 eğitim öğretim yılında İstanbul ilinde bir devlet okulunda öğrenim görmekte olan 180 yedinci sınıf öğrencileri oluşturmuştur. Çalışmanın ilk aşamasında öğrencilere orantısal akıl yürütme becerisini ölçmeye yönelik Akkuş ve Duatepe-Paksu (2006) tarafından geliştirilen 15 maddeden oluşan bir test uygulanmıştır. Bu testin dereceli puanlama anahtarı ile analizine göre öğrenciler orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri çok düşük, düşük, orta, yüksek şeklinde sınıflandırılmıştır. Düşük, orta ve yüksek seviyeye ait beşer öğrenci ölçüt örnekleme yöntemi ile araştırmacı tarafından belirlenmiştir. İkinci aşamada ise belirlenen öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Verilerin analizinde betimsel analiz kullanılmıştır. Çalışma sonucunda, öğrencilerin daha çok orta düzeyde yer aldıkları ve en çok içler dışlar çarpımı stratejisini tercih ettikleri görülmüştür. Belirgin bir strateji kullanmayan öğrencilerin yanı sıra, şekil çizerek ve sayı örnekleri vererek soruyu çözmeye çalışan öğrenciler de dikkat çekmektedir. Öğrenci düzeyleri ve kullanılan stratejiler değişse bile, görüşme sorularına verilen cevapların çok fazla değişmediği görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: akıl yürütme, hata, matematiksel düşünme, orantısal düşünme, strateji

ABSTRACT

EXAMINATION OF THE PROPORTIONAL REASONING SKILLS AND THE STRATEGIES THEY USE OF SECONDARY SCHOOL STUDENTS OF 7TH GRADE

Zeynep SAVUR

**Erciyes University, Institute of Educational Sciences
Master's Thesis, January, 2025
Supervisor: Prof. Cemalettin IŞIK**

Proportional reasoning skill, which is one of mathematical thinking, is also important especially for 7th graders because while the mathematics curriculum only covers the subject of ratio in the 6th grade, the subject of proportion is included along with the ratio in the 7th grade. In this research, 7th grade secondary school students were studied. The study aimed to assess 7th graders' proportional reasoning skills and how their strategies vary by question type. In the study, a descriptive two-stage case study method was used. The study group consisted of 180 seventh grade students studying at a public school in Istanbul in the 2023-2024 academic year. In the first stage of the study, a test consisting of 15 items developed by Akkuş and Duatepe-Paksu (2006) was applied. According to the analysis of this test, students' proportional reasoning skill levels were classified as very low, low, medium and high. Five students each from low, medium and high levels were determined by the researcher using the criterion sampling method. In the second stage, semi-structured interviews were conducted with the selected students. Descriptive analysis was used to analyze the data. It was observed that the students were mostly at the intermediate level and mostly preferred the multiplication strategy. In addition to the students who do not use a specific strategy, students who try to solve the question by drawing figures and giving number examples also attract attention. Despite varying skill levels and strategies, interview responses showed little difference.

Keywords: reasoning, error, mathematical thinking, proportional thinking, strategy

İÇİNDEKİLER

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK	i
YÖNERGEYE UYGUNLUK ONAYI.....	ii
ÖZ	v
ABSTRACT	vi
İÇİNDEKİLER	vii
TABLOLAR LİSTESİ	x
ŞEKİLLER LİSTESİ	xi
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ	xvii
BÖLÜM I	
GİRİŞ	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Araştırmanın Önemi	4
1.3. Araştırmanın Amacı	4
1.4. Sayıtlar	5
1.5. Sınırlılıklar.....	5
BÖLÜM II	
ARAŞTIRMANIN KURAMSAL TEMELİ VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR	6
2.1. Oran ve Orantı Konusunun Matematik Programındaki Yeri	6
2.1.1. Oran kavramı	8
2.1.2. Orantı kavramı	9
2.2. Orantısal Akıl Yürütme	12
2.2.1. Orantısal düşünme muhakeme çeşitleri	13
2.2.2. Orantısal akıl yürütme problem türleri	17
2.2.3. Orantısal akıl yürütme problemlerine yönelik çözüm stratejileri	22
2.2.5. Orantısal akıl yürütme becerisinin gelişimi	35
2.3. Orantısal Akıl Yürütme ile İlgili Araştırmalar	38

BÖLÜM III

YÖNTEM.....	43
3.1. Araştırmanın Modeli	43
3.2. Araştırmanın Evreni ve Örneklemi	43
3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları.....	44
3.3.1. Orantısal akıl yürütme testi.....	44
3.3.2. Yarı yapılandırılmış görüşmeler	46
3.4. Verilerin Analizi.....	47

BÖLÜM IV

BULGULAR.....	49
4.1. Birinci Alt Probleme Yönelik Bulgular.....	49
4.2. İkinci Alt Probleme Yönelik Bulgular	50
4.2.1. Birinci soru analizi.....	55
4.2.2. İkinci soru analizi.....	70
4.2.3. Üçüncü soru analizi	85
4.2.4. Dördüncü soru analizi.....	98
4.2.5. Beşinci soru analizi.....	108
4.2.6. Altıncı soru analizi.....	124
4.2.7. Yedinci soru analizi	135
4.2.8. Sekizinci soru analizi	146
4.2.9. Dokuzuncu soru analizi	154
4.2.10. Onuncu soru analizi	163
4.2.11. On birinci soru analizi.....	172
4.2.12. On ikinci soru analizi.....	176
4.2.13. On üçüncü soru analizi	181
4.2.14. On dördüncü soru analizi.....	185
4.2.15. On beşinci soru analizi.....	189
4.3. Üçüncü Alt Probleme Yönelik Bulgular	201

4.3.1. Düşük düzeyde bulunan öğrencilerin görüşme sorularına verdikleri cevap analizleri.....	201
4.3.2. Orta düzeyde bulunan öğrencilerin görüşme sorularına verdikleri cevap analizleri.....	206
4.3.3. Yüksek düzeyde bulunan öğrencilerin görüşme sorularına verdikleri cevap analizleri.....	211
BÖLÜM V	
TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER.....	218
5.1. Tartışma ve Sonuçlar.....	218
5.2. Öneriler.....	224
5.2.1. Öğretmenlere öneriler	225
5.2.2. Araştırmacılara öneriler	225
KAYNAKÇA.....	226
EKLER.....	233
Ek 1: Orantısal Akıl Yürütme Testi.....	233
Ek 2: Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu	237
EK 3: Akkuş ve Duatepe Paksu (2006) Tarafından Geliştirilen Orantısal Ölçme Aracının Değerlendirilmesine Yönelik Olarak Hazırlanmış Olan Dereceli Puanlama Anahtarı	239
EK 4: Milli Eğitim Bakanlığı Araştırma İzni	242
EK 5: Erciyes Üniversitesi Etik Kurul İzni	243
EK 6: “Orantısal Akıl Yürütme Beceri Testi ve Buna Yönelik Dereceli Puanlama Anahtarı” Kullanım İzni	244
ÖZGEÇMİŞ	245

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 1	İlköğretim 6 ve 7. Sınıf Oran ve Orantı Konusu Kazanımları	6
Tablo 2	İlköğretim 6 ve 7. Sınıf Oran ve Orantı Konusu Zaman Dağılımı.....	7
Tablo 3	Doğru Orantı Soru Örneği.....	10
Tablo 4	Ters Orantı Soru Örneği.....	11
Tablo 5	Nitel Muhakeme İçeren Limonata Sorusunun Olası Cevapları	14
Tablo 6	Nitel Muhakeme İçeren Limonata Sorusunun Olası Cevapları	15
Tablo 7	Bilimeyen Değer Problemlerinin Sayısal Yapısına Göre Alt Bölümlerine Ait Örnekler	20
Tablo 8	Artırma Stratejisinin Kullanıldığı Birinci Örnek Soru.....	26
Tablo 9	Artırma Stratejisinin Kullanıldığı İkinci Örnek Soru.....	27
Tablo 10	Uzun Oran Tablosu Örneği	36
Tablo 11	Kısa Oran Tablosu Örneği	36
Tablo 12	Maddelerin Problem Türüne Göre Dağılımı	45
Tablo 13	Öğrencilerin Orantısal Akıl Yürütme Düzeylerini Gösteren Puan Tablosu	49
Tablo 14	İlk Çalışma Grubu Öğrencilerinin Test Sorularına Verdikleri Doğru Cevap Yüzdeleri.....	51
Tablo 15	İlk Çalışma Grubu Öğrencilerinin Test Sorularında Kullandıkları Çözüm Stratejileri.....	52

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1	Modesto ve Gagatsis'e göre orantısal akıl yürütmenin özellikleri	12
Şekil 2	Orantısal düşünme muhakeme çeşitleri	13
Şekil 3	Oranlar içinde görülen ilişki örneği	19
Şekil 4	Oranlar arasında görülen ilişki örneği.....	19
Şekil 5	Çapraz çarpımla görülen ilişki örneği.....	19
Şekil 6	Orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümünde kullanılan uygun stratejiler.....	23
Şekil 7	Ters Orantı Algoritması Stratejisinde Görülen Düz Çarpım Örneği	28
Şekil 8	Orantısal Akıl yürütme problemlerinin çözümünde kullanılan uygun olmayan stratejiler	28
Şekil 9	Orantısal akıl yürütme problemlerinde sık karşılaşılan kavram yanılgıları.....	31
Şekil 10	Orantısal akıl yürütme konusunda yaşanan zorluklar.....	33
Şekil 11	Orantısal akıl yürütme becerisinin gelişimine dair öneriler.....	35
Şekil 12	Birinci soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm	56
Şekil 13	Birinci soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm	56
Şekil 14	Birinci soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm	57
Şekil 15 ve Şekil 16	Birinci soru denk kesir stratejisinde yapılan çözümler	57
Şekil 17	Birinci soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm.....	58
Şekil 18	Birinci soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm.....	59
Şekil 19	Birinci soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm.....	60
Şekil 20	Birinci soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm	60
Şekil 21	Birinci soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm	61
Şekil 22	Birinci soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm	61
Şekil 23	Birinci soru ters orantı stratejisinde yapılan çözüm.....	62
Şekil 24	Birinci soru artırma stratejisinde yapılan çözüm	63
Şekil 25 ve Şekil 26	Birinci soru artırma stratejisinde yapılan çözümler	64
Şekil 27	Birinci soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm .	64
Şekil 28	Birinci soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm .	65
Şekil 29	Birinci soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm .	66
Şekil 30	Birinci soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözüm	66

Şekil 31	Birinci soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözüm	67
Şekil 32	Birinci soru denklik sınıfı stratejisinde yapılan çözüm.....	67
Şekil 33	Birinci soru belirgin bir strateji olmayan çözüm	68
Şekil 34	Birinci soru belirgin bir strateji olmayan çözüm	69
Şekil 35	Birinci soru birden fazla çözüm stratejisi olan çözüm.....	70
Şekil 36	İkinci soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm	71
Şekil 37	İkinci soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm	72
Şekil 38	İkinci soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm	72
Şekil 39	İkinci soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm	74
Şekil 40	İkinci soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözüm	74
Şekil 41	İkinci soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözüm	75
Şekil 42	İkinci soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm	76
Şekil 43	İkinci soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm	77
Şekil 44	İkinci soru ters orantı algoritması stratejisinde yapılan çözüm	78
Şekil 45	İkinci soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm ...	79
Şekil 46	İkinci soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm ...	80
Şekil 47	İkinci soru değişim çarpanı stratejisinde yapılan çözüm	81
Şekil 48	İkinci soru belirgin bir strateji olmayan çözüm	82
Şekil 49 ve Şekil 50	İkinci soru belirgin bir strateji olmayan çözümler.....	83
Şekil 51	İkinci soru birden fazla çözüm stratejisi olan çözüm.....	84
Şekil 52	Üçüncü soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm	87
Şekil 53	Üçüncü soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm	87
Şekil 54	Üçüncü soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm	88
Şekil 55	Üçüncü soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm	89
Şekil 56	Üçüncü soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm.....	90
Şekil 57	Üçüncü soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözüm	91
Şekil 58 ve Şekil 59	Üçüncü soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözümler.....	92
Şekil 60	Üçüncü soru denklik sınıfı stratejisinde yapılan çözüm	93
Şekil 61	Üçüncü soru denklik sınıfı stratejisinde yapılan çözüm	94
Şekil 62 ve Şekil 63	Üçüncü soru artırma stratejisinde yapılan çözümler.....	95
Şekil 64	Üçüncü soru veri ihmal stratejisinde yapılan çözüm	96
Şekil 65 ve Şekil 66	Üçüncü soru belirgin bir stratejisi olmayan çözümler	98

Şekil 67	Dördüncü soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm.....	100
Şekil 68 ve Şekil 69	Dördüncü soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözümler	101
Şekil 70	Dördüncü soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm	102
Şekil 71	Dördüncü soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm	103
Şekil 72	Dördüncü soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm	103
Şekil 73	Dördüncü soru denklik sınıfı stratejisinde yapılan çözüm.....	105
Şekil 74	Dördüncü soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm	106
Şekil 75	Dördüncü soru belirgin bir strateji olmayan çözüm	107
Şekil 76	Dördüncü soru birden fazla strateji kullanılan çözüm	108
Şekil 77	Beşinci soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm.....	110
Şekil 78	Beşinci soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm	111
Şekil 79 ve Şekil 80	Beşinci soru denk kesir stratejisinde yapılan çözümler	113
Şekil 81 ve Şekil 82	Beşinci soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözümler	114
Şekil 83	Beşinci soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözüm	115
Şekil 84	Beşinci soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm	116
Şekil 85	Beşinci soru veri ihmali stratejisinde yapılan çözüm	117
Şekil 86	Beşinci soru veri ihmali stratejisinde yapılan çözüm	118
Şekil 87	Beşinci soru denklik sınıfı stratejisinde yapılan çözüm.....	119
Şekil 88	Beşinci soru denklik sınıfı stratejisinde yapılan çözüm.....	120
Şekil 89	Beşinci soru değişim çarpanı stratejisinde yapılan çözüm	121
Şekil 90	Beşinci soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm	122
Şekil 91	Beşinci soru belirgin bir strateji olmayan çözüm	124
Şekil 92	Altıncı soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm.....	125
Şekil 93	Altıncı soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm	126
Şekil 94	Altıncı soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm	126
Şekil 95	Altıncı soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm	127
Şekil 96	Altıncı soru artırma stratejisinde yapılan çözüm	128
Şekil 97	Altıncı soru artırma stratejisinde yapılan çözüm	129
Şekil 98	Altıncı soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm	130
Şekil 99	Altıncı soru veri ihmali stratejisinde yapılan çözüm	130
Şekil 100	Altıncı soru denklik sınıfı stratejisinde yapılan çözüm	131

Şekil 101	Altıncı soru ters orantı algoritması stratejisinde yapılan çözüm.....	132
Şekil 102	Altıncı soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm	133
Şekil 103	Altıncı soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözüm	134
Şekil 104	Altıncı soru belirgin bir strateji olmayan çözüm	135
Şekil 105	Yedinci soru ters orantı algoritması stratejisinde yapılan çözüm	137
Şekil 106 ve Şekil 107	Yedinci soru denk kesir stratejisinde yapılan çözümler ...	138
Şekil 108	Yedinci soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm	139
Şekil 109 ve Şekil 110	Yedinci soru veri ihmali stratejisinde yapılan çözümler...	140
Şekil 111 ve Şekil 112	Yedinci soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözümler	141
Şekil 113	Yedinci soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm	142
Şekil 114	Yedinci soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm	143
Şekil 115	Yedinci soru artırma stratejisinde yapılan çözüm.....	144
Şekil 116 ve Şekil 117	Yedinci soru belirgin bir strateji olmayan çözümler.....	145
Şekil 118	Sekizinci soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm	147
Şekil 119	Sekizinci soru değişim çarpanı stratejisinde yapılan çözüm.....	148
Şekil 120	Sekizinci soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözüm	150
Şekil 121	Sekizinci soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm	151
Şekil 122	Sekizinci soru denklik sınıfı stratejisinde yapılan çözüm.....	152
Şekil 123	Sekizinci soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm.....	152
Şekil 124	Sekizinci soru belirgin bir strateji olmayan çözüm.....	153
Şekil 125	Dokuzuncu soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm.....	154
Şekil 126	Dokuzuncu soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm.....	155
Şekil 127	Dokuzuncu soru değişim çarpanı stratejisinde yapılan çözüm	156
Şekil 128	Dokuzuncu soru değişim çarpanı stratejisinde yapılan çözüm	157
Şekil 129	Dokuzuncu soru veri ihmali stratejisinde yapılan çözüm	158
Şekil 130	Dokuzuncu soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm.....	161
Şekil 131	Dokuzuncu soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm	161
Şekil 132	Dokuzuncu soru belirgin bir strateji olmayan çözüm	162
Şekil 133	Su ve portakal konsantresi karışımları	163

Şekil 134	10. soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözüm	164
Şekil 135	10. soru veri ihmali stratejisinde yapılan çözüm	165
Şekil 136	10. soru veri ihmali stratejisinde yapılan çözüm	166
Şekil 137	10. soru değişim çarpanı stratejisinde yapılan çözüm	167
Şekil 138 ve Şekil 139	10. soru değişim çarpanı stratejisinde yapılan çözümler ..	167
Şekil 140	10. soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm	169
Şekil 141	10. soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm	169
Şekil 142	10. soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm ...	170
Şekil 143	10. soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm.....	171
Şekil 144	11. soru veri ihmali stratejisinde yapılan çözüm	173
Şekil 145	11. soru değişim çarpanı stratejisinde yapılan çözüm	174
Şekil 146	11. soru şekil çizme ve sayısal örnek vermeye başvurularak yapılan çözüm	176
Şekil 147	11. soru sayısal örnek vermeye başvurularak yapılan çözüm.....	176
Şekil 148	12. soru veri ihmali stratejisinde yapılan çözüm	177
Şekil 149	12. soru değişim çarpanı stratejisinde yapılan çözüm	178
Şekil 150	12. soru şekil çizme ve sayısal örnek vermeye başvurularak yapılan çözüm	180
Şekil 151	12. soru sayısal örnek vermeye başvurularak yapılan çözüm.....	181
Şekil 152	13. soru veri ihmali stratejisinde yapılan çözüm	182
Şekil 153	13. soru değişim çarpanı stratejisinde yapılan çözüm	183
Şekil 154	13. soru şekil çizmeye başvurularak yapılan çözüm.....	184
Şekil 155	13. soru sayısal örnek vermeye başvurularak yapılan çözüm.....	185
Şekil 156	14. soru veri ihmali stratejisinde yapılan çözüm	186
Şekil 157	14. soru değişim çarpanı stratejisinde yapılan çözüm	187
Şekil 158	14. soru şekil çizmeye başvurularak yapılan çözüm.....	188
Şekil 159	14. soru sayısal örnek vermeye başvurularak yapılan çözüm.....	189
Şekil 160	15. soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm	190
Şekil 161	15. soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm	191
Şekil 162	15. soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm.....	192
Şekil 163	15. soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözüm	194
Şekil 164	15. soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm ...	196
Şekil 165	15. soru denklik sınıfı stratejisinde yapılan çözüm.....	197

Şekil 166	15. soru artırma stratejisinde yapılan çözüm	198
Şekil 167	15. soru belirgin bir strateji olmayan çözüm	199
Şekil 168	15. soru birden fazla çözüm stratejisiyle yapılan çözüm	200



SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi



BÖLÜM I

GİRİŞ

Tezin giriş bölümünde problem durumu ele alınmıştır. Bunun yanı sıra, çalışmanın amacı ve önemi açıklanmıştır. Araştırmada yer alan sınırlılıklar, sayıtlar ve tanımlara da bu bölümde yer verilmiştir.

1.1. Problem Durumu

Eğitimin amacı çevremizde gördüğümüz dünyayı anlamak ve yorumlamakla ilgilidir. Bilginin hakikate ulaştığı, insana fayda verdiği yer düşüncenin başladığı yerdir. Bilgi, insanın düşünmeye başladığı noktada gerçekliğe ulaşır ve insanlığa fayda sağlar. Bilgi, düşünce olmadan sadece zihinde yer kaplayan bir yığın haline gelir; bu yüzden bilgi, anlam taşıyorsa önemlidir ve düşüncenin öznesidir. Düşünülmeden edinilen bilgi, insan üzerinde bir yük haline gelir. Düşünme yetisi, insanı diğer canlılardan ayırır. “Şüphe etmek düşündürmektir. Düşünmekse var olmaktır. Öyleyse var olduğum şüphesizdir. Düşünüyorum, o halde varım” şeklindeki bu ünlü Descartes sözü, düşünmenin önemini açıkça vurgular.

Düşünme, insanı diğer canlılardan ayıran en önemli özelliklerden biridir. Etrafımızdaki dünyayı anlamak, problemleri çözmek ve hayatta kalmak için kullandığımız en temel araçlardan biridir. Düşünme yeteneği, sadece eğitim ve iş hayatında başarı için gerekli olan bir beceri olmanın ötesinde, hayatımızı sürdürebilmek için gerekli temel becerilerden biridir. Bu araç, bireylerin problem çözme, analiz etme ve açıklama becerilerini geliştirmelerine yardımcı olmak için tasarlanmış çok yönlü bir araçtır.

Zihinsel faaliyetlerimizi en yoğun kullandığımız derslerden biri, düşünme yeteneğimizi geliştirmeye odaklanan matematiktir. Matematik eğitimi sadece sayıları ve işlemleri öğretmekle kalmaz, aynı zamanda hesaplamalı beceriler kazandırmaktan öte, günümüz teknolojisinin gerektirdiği, karmaşıklaşan yaşam şartlarına uyum sağlamamızı mümkün kılacak düşünme becerilerini geliştirmeyi amaçlar (Bal

İncebacak ve Ersoy, 2016). Bu süreçte, olaylar arasında ilişki kurma, muhakeme etme, tahminde bulunma ve sorunları çözme yetenekleri edinmeyi hedefler (Umay, 2003).

Matematik eğitime dair yapılan incelemeleri değerlendirdiğimizde, (NCTM), National Council Of Teachers Of Mathematics 2000 yılındaki Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi'nde matematiksel düşünceyi odak alan çalışmaların son derece kritik ve ilgi çekici olduğu ortaya konulmaktadır. Bu durum matematiksel düşünce sürecinin, matematik öğrenme ve öğretme sürecinin ayrılmaz bir unsuru olduğunu göstermektedir (Duartepe, Akkuş-Çıkla ve Kayhan, 2005).

Matematik öğretiminin temel amaçlarından biri, öğrencilere "Neden?" sorusunu sordurarak onların belli bir arayış içerisine girmelerini sağlamaktır. Bu sayede onlara mantıklı düşünme becerisi kazandırılabilir. Bu durumu öğrencilerin muhakeme yapabilme yeteneği durumu ile de açıklayabiliriz. Muhakeme, ayrıntılı bir düşünce sürecini içerir ve sonucunda mantıklı bir sonuca ulaşılması beklenir (Bal İncebacak ve Ersoy, 2016). Matematiksel düşünme becerisi, günlük yaşamda başarılı olmak için gerekli olan temel becerilerden biridir. Bu becerinin erken yaşlardan itibaren geliştirilmesi, bireylerin problemleri çözme, bilgiyi kullanma, analiz etme ve üretme ile birlikte mantıklı düşünme yeteneklerini geliştirmelerine de yardımcı olacaktır.

Matematiksel düşünme; problem çözme, akıl yürütme ve yenilikçi düşünme gibi üst düzey bilişsel becerileri içerir. Bu becerilerin uygulama alanlarından biri de orantısal düşünme becerisi gerektiren problem durumlarıdır. Van de Walle vd., (2013), orantısal düşünmenin matematiğin birçok alanında temel bir beceri olduğunu savunmaktadır. Orantılılık kavramı daha birçok matematik konusuyla da ilişki içerisindedir (NCTM, 2000). Örneğin kesir, yüzdeler, cebir, fonksiyonlar, olasılık, geometrik formüller ve ölçümler, üçgen benzerliği, eğim, denklemler, logaritma, trigonometri, hız-zaman, karışım problemleri konularında orantılılık kavramı karşımıza çıkmaktadır (Karlı ve Yıldız, 2022). Bu konuları orantısal düşünme becerisi ile ilişkilendirebiliriz. Bu konuların anlamlı ve bütüncül bir şekilde anlaşılabilmesi için NCTM tarafından yayınlanan İlkeler ve Standartlar'da da orantısal akıl yürütme becerisinin önemi ve gerekliliğine dikkat çekilmiştir (NCTM, 2000).

Albritton (2019), ders kitaplarında genel olarak orantı, orantısallık, orantısal akıl yürütme ifadelerinin benzer anlamı ifade etmelerinden dolayı birbirleri yerine geçebilmesinden bahsetmektedir (akt. Şen, 2022). Oran kavramına yönelik olarak orantısal akıl yürütme kavramı ele alınır. Bu sebeple oran, orantı kavramlarından sonra orantısal akıl yürütme kavramına değinilip, öneminden bahsedilecektir.

Milli Eğitim Bakanlığı ders kitabında, iki çokluğun bölme yoluyla kıyaslanmasına “oran”; aynı türden iki oranın eşitliğine ise “orantı” denir (MEB, 2018). “Orantısal akıl yürütme”, oran ve orantı kavramlarına kıyasla daha üst düzey bir düşünme becerisini ifade eder. (Cramer, Post ve Currier, 1993; Lamon, 1995). Orantısal akıl yürütme; farklı miktarlar arasındaki ilişkileri anlayabilmeyi, karşılaştırabilmeyi, değerlendirebilmeyi ve sonucunda mantıksal bir çıkarım yapabilmeyi sağlar.

Günlük hayatımızı sürdürebilmek için orantısal akıl yürütme becerisine sahip olmamız gerekir. Öğrencilerin içinde bulunduğu dünyayı anlamlandırabilmesi ve karşılaştığı gerçek yaşam problemlerini çözebilmesi için bu beceriye gereksinim duymaktadır (Van De Walle, 2013). Örneğin bir alışverişte en uygun fiyatlı ürünü seçmek için farklı ürünlerin fiyatlarını ve gramajlarını orantısal olarak karşılaştırmak gerekir. Örneğin lezzetli bir kek pişirmek için o kekta kullanılan malzemelerin oranlarını doğru bir şekilde anlayabilmek ve uygulayabilmek gerekir. Başka bir örnek verirsek, pirinç pilavı yaparken, bir su bardağı pirince iki su bardağı su eklemek gereklidir. Orana uyulmadığı takdirde suyun az veya çok kullanımı pirincin durumunu etkileyip, doğal olarak yemeğin tadını da değiştirecektir. Bu birkaç örnek insanoğlunun orantısal akıl yürütme becerisine ihtiyaç duyduğunu gösterir.

Orantısallıkta her zaman nicelikleri de kullanmayabiliriz. Nitel muhakeme becerisi sayesinde nicelikleri kullanmadan karşılaştırmalar yapıp, orantısal olan durum yorumlanabilir. Örneğin iki il arası uzaklıkları (nicelikleri) vermese bile Kayseri ilinin Niğde iline, İstanbul’dan daha yakın olduğunu söyleyebiliriz. Haritada belirtilen iki şehir arasındaki mesafeyi değerlendirmek, orantısal akıl yürütme becerisini kullanmaya bir örnektir.

Kadijevic’e (2002) göre, oransal mantık; niteliksel ve niceliksel yaklaşımlar arasındaki ilişkiyi ele alır. Ona göre, niteliksel oransal mantık, niceliksel oransal mantıktan daha öncelikli olmalı ve oransal mantık sisteminin vazgeçilmez bir ögesi olarak kabul edilmelidir (akt. Pakmak, 2014). Bu yaklaşım, oranları sadece sayısal

değerler olarak değil, aynı zamanda niteliksel ifadelerle de ele alarak, gerçek dünyayı daha iyi yansıtan ve daha kapsayıcı bir oransal mantık anlayışı sunmaktadır.

Cramer ve Post'a (1993) göre, orantısal akıl yürütme tanımlanırken üç temel unsurdan bahsedilmektedir: Matematiksel durumu tanıma, bu durumu sembolik ifade edebilme ve bu konuda karşılaşılan problemleri çözebilme. Bu çalışmada da öğrencilerin oran orantı konusundaki matematiksel durumları tanıma, bu durumları sembolik ifade edebilme ve problemlerini çözebilme becerisi incelenecektir. Yani bu üç unsurun temel bileşeni olan orantısal akıl yürütme becerileri üzerinde durulacaktır.

Çalışmada “7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri nasıldır?” sorusuna cevap aranmıştır. Çalışmanın ilk aşamasında öğrencilerin orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri ortaya çıkarılmıştır. Öğrencilerin orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejiler tespit edilmiştir. İkinci aşamasında ise öğrenci düzeyleri değiştikçe, görüşme sorularına verilen cevaplar arasındaki benzerlik ve farklılık durumları tespit edilmiştir. Buna yönelik olarak alt problemleri:

1. 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ne düzeydedir?
2. 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejiler nelerdir?
3. 7. sınıf orantısal akıl yürütme beceri düzeyi farklı öğrencilerin, görüşme sorularına verdikleri cevaplar arasındaki benzerlik ve farklılıklar nelerdir?

1.2. Araştırmanın Önemi

Çalışma, 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme beceri düzeyinin belirlenmesi, öğrencilerin kullandıkları stratejilerin ve hatalı stratejilerin nasıl değiştiği hakkında öğretmenlere fikir vermesi ve matematiğin en temel konusu olan oran ve orantı konusunun öneminin fark edilmesi açısından önemlidir. Bununla birlikte bu konunun günlük hayattaki kullanımları ve disiplinlerarası geçişlerdeki farkındalıkları ortaya koyulmaya çalışılmıştır.

1.3. Araştırmanın Amacı

7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme beceri düzeyini belirlemek ve öğrencilerin kullandıkları stratejileri tespit etmek amaçlanmıştır. Bununla birlikte bu stratejileri kullanım sıklığının soru türlerine bağlı olarak nasıl değiştiğini görmek ve

öğrenci düzeyi değıştikçe, kullanılan stratejilerde ve verilen cevaplardaki benzerlik ve farklılıkların neler olduğunu ortaya koymak planlanmıştır.

1.4. Sayıtlar

1. Öğrencilerin görüşme sorularına içtenlikle cevap verdikleri varsayılmaktadır.

2. Uygulanacak veri toplama araçlarının kapsam geçerliliğı için uzman görüşlerinin yeterli olduğu kabul edilmektedir.

1.5. Sınırlılıklar

1. Araştırma 2023-2024 eğitim öğretim dönemi ile sınırlıdır.

2. Araştırma İstanbul iline bağılı ilçede bulunan devlet ortaokulunun 7. sınıfına devam eden öğrenciler ile sınırlıdır.

3. İlk durum çalışması 180 yedinci sınıf öğrencisiyle sınırlıdır. İkinci durum çalışması, ilk durum çalışmasındaki veri araçlarından elde edilerek, orantısal akıl yürütme beceri düzeyi düşük, orta ve yüksek düzeye ait belirlenecek beşer öğrenci olmak üzere toplamda 15 öğrenci ile sınırlıdır.

4. İlk durum çalışması için veri toplama araçları, Orantısal Akıl Yürütme Becerisini Ölçmeye Yönelik Test ile; ikinci durum çalışması, yarı yapılandırılmış görüşme soruları ile sınırlıdır.

5. Çalışma soruları için öğrencilere verilen süre iki ders saati (80 dk) ile sınırlıdır.

1.6. Tanımlar

Oran: Aynı veya farklı birimle ölçülen iki çokluğun ölçülerinin birbirine bölünerek karşılaştırılmasına “oran” denir (MEB, 2018).

Orantı: İki veya daha fazla oranın eşitliğine “orantı” denir (MEB, 2018).

Orantısal düşünme becerisi: İki veya daha fazla oran arasındaki ilişkileri analiz etme ve karşılaştırma yeteneğidir (Baykul, 2014). Orantısal akıl yürütme; oran orantı ile ilgili problemleri çözebilme, orantısal olan ve orantısal olmayan durumları ayırt edebilme ve özellikle çarpımsal ilişkili orantı problemlerindeki matematiksel bağlantıları anlayabilmeyi içermektedir (Cramer, Post ve Currier, 1993).

BÖLÜM II

ARAŞTIRMANIN KURAMSAL TEMELİ VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1. Oran ve Orantı Konusunun Matematik Programındaki Yeri

Dole (2008), ilkokulda öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemleri sayesinde oran konusuna girişinden söz etmektedir. Öğrenciler bu iki işlem sayesinde varlıkların sayısını karşılaştırabilirler (akt. Şen, 2022). Örneğin ilkokul öğrencileri, dört beyaz top, beş mavi topun olduğu kutuda beyaz top sayısının bir fazlası kadar mavi top sayısının olduğunu söyleyebilir. Bu işlemi yaparken beyaz top ile mavi top sayılarını karşılaştırır. Demek ki beyaz topların bir fazlası kadar mavi top olmalıdır mantığıyla kutuda altı beyaz top olduğunda yedinci mavi top olacağına karar verirler. Dole (2008), orantısallığı etkili dil sayesinde açıklayan öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerisine sahip olduğunu vurgulamaktadır (akt. Şen, 2022). Nitel muhakeme ile başlayan süreç sonunda öğrencilerde nicel muhakeme yapabilme becerisi gelişir. Literatürde orantısal akıl yürütme becerisinin erken yaşta gösterilmesinin önemi vurgulansa da ağırlıklı olarak ortaöğretimde bu çalışmalara daha fazla yer verildiğini söyleyebiliriz. Tablo 1’de oran ve orantı konusuna ait kazanımlar ve açıklamalar kısmına yer verilmiştir.

Tablo 1

İlköğretim 6 ve 7. Sınıf Oran ve Orantı Konusu Kazanımları (MEB,2018)

6. SINIF KAZANIMLARI	7. SINIF KAZANIMLARI
M.6.1.7.1. Çoklukları karşılaştırmada oran kullanır ve oranı farklı biçimlerde gösterir.	M.7.1.4.1. Oranda çokluklardan birinin bir olması durumunda diğerinin alacağı değeri belirler.
M.6.1.7.2. Bir bütünün iki parçaya ayrıldığı durumlarda iki parçanın birbirine veya her bir parçanın bütüne oranını belirler, problem durumlarında	M.7.1.4.2. Birbirine oranı verilen iki çoklukta biri verildiğinde diğerini bulur.
	M.7.1.4.3. Gerçek hayat durumlarını inceleyerek iki çokluğun orantılı olup

Tablo 1 devamı

oranlardan biri verildiğinde diğerini bulur.	olmadığına karar verir.
M.6.1.7.3. Aynı veya farklı birimlerdeki iki çokluğun birbirine oranını belirler.	M.7.1.4.4. Doğru orantılı iki çokluk arasındaki ilişkiyi ifade eder.
	M.7.1.4.5. Doğru orantılı iki çokluğa ait orantı sabitini belirler ve yorumlar.
	M.7.1.4.6. Gerçek hayat durumlarını inceleyerek iki çokluğun ters orantılı olup olmadığına karar verir.
	M.7.1.4.7. Doğru ve ters orantıyla ilgili problemleri çözer.

Milli Eğitim Bakanlığı ilköğretim 5-8 sınıf düzeyinde matematik dersine haftada beş saat, yılda toplam 180 saat yer verilmektedir. Yukarıdaki Tablo 1 incelendiğinde, ilköğretim 5 ve 8. sınıf düzeyinde oran ve orantı konusu doğrudan yer almamaktadır. İlköğretim 6. sınıfta toplam 59 kazanım yer alırken, oran konusu için üç kazanım bulunmaktadır. İlköğretim 7. sınıfta toplam 48 kazanım yer alırken, oran ve orantı konusu için yedi kazanım bulunmaktadır. İlköğretim 6 ve 7. sınıf düzeyi karşılaştırıldığında, oran konusunun yanı sıra orantı konusunun da eklenmesiyle birlikte kazanım sayısındaki artışla beraber ders saati ve yüzde miktarında da artış görülmüştür. Bu durum Tablo 2’de ifade edilmeye çalışılmıştır.

Tablo 2

İlköğretim 6 ve 7. Sınıf Oran ve Orantı Konusu Zaman Dağılımı (MEB, 2018)

SINIF DÜZEYİ	KONULAR	KAZANIM SAYISI	DERS SAATİ	YÜZDE (%)
İlköğretim 6.sınıf	M.6.1.7. Oran	3	10	6
İlköğretim 7.sınıf	M.7.1.4.Oran ve Orantı	7	20	11

İlköğretim 6. sınıf kazanımları incelendiğinde, orantısal düşünme becerisi yaparken karşılaştırmalar üzerinde durulduğu görülmektedir. Literatürler incelendiğinde de problem durumları, “karşılaştırma” ve “oranlardan biri verildiğinde diğerini bulma” olmak üzere iki farklı şekilde görülmektedir. İlköğretim 7. sınıftan itibaren öğrenciler, gerçek yaşam problemlerinden hareketle çokluklar arasındaki ilişkileri analiz ederek oran kavramını daha iyi anlayabilmektedir. Owens

(1993), orantısal akıl yürütmeyi tanımlarken, orantısal olan ve orantısal olmayan durumları ayırt edebilme yeteneğinden bahsetmektedir (akt., Aladağ, 2009). Lamon'a (2007) göre, öğrencilerin orantılı düşünme becerilerini geliştirmek için orantılı ve orantısız durumları analiz edip, ayırt edebilmeleri oldukça önemlidir.

2.1.1. Oran kavramı

Oranın tanımı incelendiğinde karşımıza farklı ifadeler çıkmaktadır. MEB ders kitabında “iki çokluğun birbirine bölünerek karşılaştırılması” oranın tanımıdır. a , b iki doğal sayı, $b \neq 0$ olmak üzere a 'nın b 'ye oranı “ $a:b$ ” veya “ a/b ” şeklinde gösterilir (Meb, 2018).

Vergnaud (1988) oranı, yapısı ve birimi aynı olan iki çokluk arasındaki ilişki olarak tanımlamıştır. Thompson (1994), oranı çarpımsal bir ilişki ile karşılaştırılan iki büyüklükten elde edilen ölçüm olarak ifade etmiştir. Bu büyüklükler farklı ölçme uzaylarına aittir. Vergnaud (1988)'in oran kavramı birimsizken, Thompson (1994)'in oran kavramı birimlidir (akt. Güneş, 2020). Lamon (1993), bir oranın iki farklı çokluğun bölümü olarak ifade edildiğini belirtir. Ayrıca oran kavramının göreceli büyüklüğü gösterdiğini ve karşılaştırma gerektirdiğini vurgular. Karşılaştırılan oranların aynı birimli olabileceği gibi farklı birimli olabileceğinden de bahsetmiştir. Örneğin şekerli su da şekerin hacmi ile suyun hacmi karşılaştırılabilir. Örnekte hacimler karşılaştırılmıştır, çokluklar aynı ölçme uzayına sahiptir. Başka bir örneği incelediğimizde, “Saatte 70 km hız yapan araç” ifadesinde farklı ölçme uzayındaki hız ve geçen süre ifadelerinin örnekte yer aldığı görülür. Freudenthal (1983), oranı ifade eden üç farklı yoldan bahseder (akt. Güneş, 2020).

1. Bütünün kendi parçasıyla bir oranı ifade edilebilir. Örneğin mavi ve kırmızı bilyelerin bulunduğu bir kutudaki, mavi bilyelerin sayısının tüm bilyelerin sayısına oranı.
2. Bir parçanın ilişkili olduğu başka bir parçayla oranı ifade edilebilir. Burada aynı bütüne ait iki farklı parçanın oranından bahsedilebileceği gibi (örneğin, mavi ve kırmızı bilyelerin bulunduğu bir kutudaki, mavi bilyelerin sayısının kırmızı bilyelerin sayısına oranı); iki farklı bütüne ait parçaların oranından da (örneğin, birinci kutudaki kırmızı bilyelerin sayısının ikinci kutudaki mavi bilyelerin sayısına oranı) bahsedilebilir.

3. Bir parçanın dolaylı bir yol ile başka bir parçayla oranı ifade edilebilir. Örneğin bir aracın gittiği yol uzunluğunun geçen süreye oranı. Bu örnekte elde edilen oran birimlidir ve aracın hızını ifade eder.

2.1.2. Orantı kavramı

İki veya daha fazla oranın eşitliğine “orantı” denir (MEB, 2018). Eşdeğer iki oranı ifade eden $\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d}$ ifadesinde “ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ” ifadesi orantıdır. Bu orantıyı “a : b = c : d” şeklinde de gösterebiliriz. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ifadesinin her iki tarafını önce b ile daha sonra d ile çarpıp bu ifadeyi başka şekilde de göstermeye çalışalım.

$$b \cdot \frac{a}{b} = b \cdot \frac{c}{d} \quad (\text{Her iki tarafı b ile genişletelim.})$$

$$\frac{a}{1} = b \cdot \frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{1} \cdot d = \frac{b \cdot c}{d} \cdot d \quad (\text{Her iki tarafı d ile genişletelim.})$$

a.d = b.c elde edilir.

O halde “ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ” veya “a:b = c:d” şeklinde ifade ettiğimiz oranı “a.d = b.c” şeklinde de ifade edebiliriz. a.d = b.c şeklindeki yazılış “içler dışlar çarpımı metodu” olarak bilinir ve öğrenciler tarafından çok sık kullanılır. Bu eşitliğe göre orantının çapraz terimlerinin çarpımlarının eşit olduğunu belirtiriz. Bu özelliği kullanarak soruda orantının olup olmadığını kontrol edebiliriz.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \longrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Örneğin Bir otomobil sabit hızla gitmektedir. Bu otomobil dört millik yolu 20 dakikada giderse, 12 millik yolu 60 dakikada gider. Alınan yolların geçen süreye oranını inceleyebiliriz. İlk durumda $\frac{4}{20}$ oranı, ikinci durumda $\frac{12}{60}$ oranı vardır. İçler dışlar çarpımı metodunu kullanarak sol kısım ile sağ kısım arasındaki eşitliği görebiliriz.

$$\frac{4}{20} = \frac{12}{60} \longrightarrow 4 \cdot 60 = 20 \cdot 12$$

$$240 = 240$$

Oranda yer alan çapraz terimlerin çarpımları eşit olduğu için alınan yol ile geçen süre arasında bir orantının var olduğunu söyleyebiliriz. İlk durumdaki $\frac{4}{20}$ oranı, ikinci durumdaki $\frac{12}{60}$ oranına eşittir. Bu eşitlik “orantı” olarak adlandırılır.

2.1.2.1. Doğru orantı kavramı

İki çokluktan biri artarken diğeri de aynı oranda artıyorsa ya da biri azalırken diğeri de aynı oranda azalıyorsa bu iki çokluk doğru orantılıdır. “Doğru orantılıdır” ifadesi yerine kısaca “orantılıdır” da denir. Doğru orantılı olan x ve y çokluklarının bölümü sabit bir sayıya eşit olur. Bu sabit sayıya “doğru orantı sabiti” adı verilir. Doğru orantı da x ve y orantılıysa $\frac{x}{y} = k \longrightarrow x = k.y$ şeklinde gösterilir. Burada belirtilen “k” orantı sabitidir. Doğru orantılı verilen çoklukların bölümleri sabittir.

Örneğin, “Bir işçi 50 m² duvarı iki günde örebiliyorsa, aynı işçi 100 m² duvarı kaç günde örebilir?” sorusu doğru orantı sorusudur. Çünkü örülecek duvarın büyüklüğü arttığında işçinin işi bitirme süresinde artması beklenir. İlk durumda $\frac{50}{2}$ oranı, ikinci durumda $\frac{100}{?}$ oranı vardır.

$$\frac{(\text{Duvarın Büyüklüğü})}{(\text{Geçen süre})} = k \text{ (sabit değer)}$$

$$\frac{50}{2} = 25 \text{ (k = 25)}$$

$$\frac{100}{?} = 25 \text{ (k = 25), Eşitliğin sağlanması için ? = 4 olmalıdır.}$$

Örülecek duvarın büyüklüğü arttığında işçinin işi bitirme süresinde arttığı örnekte fark edilmektedir. Hatta örülecek duvarın büyüklüğü iki katına çıktığında geçen süresinde iki katına çıktığı görülmektedir. Duvarın büyüklüğü ve geçen süre arasındaki ilişkiyi tablo yaparakta görebiliriz.

Tablo 3

Doğru Orantı Soru Örneği

x	Duvarın büyüklüğü (m ²)	50	100	150	200	250	300
y	Geçen süre (gün)	2	4	6	8	10	12

Tablo 3’deki iki değişken incelendiğinde x artarken y’de artmaktadır. Fakat $\frac{x}{y}$ oranı sabit kalmıştır. $\frac{x}{y} = \frac{50}{2} = \frac{100}{4} = \frac{150}{6} = \frac{200}{8} = \frac{250}{10} = \frac{300}{12} = 25$ şeklinde ifade ederek sabitliği görebiliriz. İşçi her iki günde 50 m² duvar örebilmektedir. O halde her bir günde de 25 m² duvar örebileceğini söyleyebiliriz.

2.1.2.2. Ters orantı kavramı

İki çokluktan biri artarken diğeri de aynı oranda azalıyorsa ya da biri azalırken diğeri de aynı oranda artıyorsa bu iki çokluk ters orantılıdır denir. Ters orantılı olan x ve y çokluklarının çarpımı sabit bir sayıya eşit olur. Bu sabit sayıya “ters orantı sabiti” adı verilir.

İki çokluk ters orantılıysa $x \cdot y = k \longrightarrow y = \frac{k}{x}$ şeklinde gösterilir. Burada belirtilen “k” orantı sabitidir. Ters orantılı verilen çoklukların çarpımları sabittir.

Örneğin, “Bir işçinin 60 günde bitirdiği bir işi, iki işçi birlikte çalışırsa kaç günde bitirir?” sorusu ters orantı sorusudur. Çünkü işçi sayısı arttığında aynı işin bitme süresinin azalması beklenir.

$$(\text{İşçi sayısı}) \times (\text{Geçen süre}) = k \text{ (sabit değer)}$$

$$1 \text{ işçi} \times 60 \text{ gün} = 60 \text{ (k = 60),}$$

$$2 \text{ işçi} \times ? \text{ gün} = 60 \text{ (k = 60), Eşitliğin sağlanması için ?=30 olmalıdır.}$$

İşçi sayısı arttırıldığında aynı işin bitme süresinin azaldığı örnekte fark edilmektedir. Bu soru için orantı sabiti 60 bulunmuştur. İşçi sayısı ve geçen süre arasındaki ilişkiyi tablo yaparakta görebiliriz.

Tablo 4

Ters Orantı Soru Örneği

X	İşçi sayısı (kişi)	1	2	3	4	5	6
Y	Geçen süre (gün)	60	30	20	15	12	10

Tablo 4’deki iki değişken incelendiğinde x artarken y azalmaktadır. Fakat x.y oranı sabit kalmıştır. $1 \cdot 60 = 2 \cdot 30 = 3 \cdot 20 = 4 \cdot 15 = 5 \cdot 12 = 6 \cdot 10 = 60$ şeklinde ifade ederek sabitliği görebiliriz.

2.2. Orantısal Akıl Yürütme

Small (2015) ve Lamon (2007), orantısal akıl yürütmeyi benzer şekilde ifade etmişlerdir. İki niceliğin çarpımsal bir ilişki içerisinde karşılaştırılmasından bahsetmişlerdir. Modestou ve Gagatsis (2010), orantısal akıl yürütmenin, üst bilişsel becerilere ihtiyaç duyan karmaşık bir zihinsel işlem olduğunu savunarak, bu akıl yürütme biçiminin üst bilişsel boyutuna odaklanmışlardır. Bu bakış açısına göre, orantısal akıl yürütme sadece mantıksal işlemleri değil, aynı zamanda bu işlemleri planlama, izleme ve düzenleme gibi üst bilişsel işlevleri de içermektedir. Modestou ve Gagatsis'in bu görüşünü açıklamak için Şekil 1 incelenebilir.

Şekil 1

Modestou ve Gagatsis'e göre orantısal akıl yürütmenin özellikleri



Öztürk (2020), orantısal olan ve olmayan durumları fark edebilmenin orantısal akıl yürütmede üstbilişsel bir alan olduğunu belirtmektedir. Orantısal akıl yürütme, birden fazla bilgiyi ilişkilendirmesi ve oranlama yoluyla yeni sonuçlar

çıkarmayı içermesi bakımından karmaşık ve üstbilişsel alan gerektiren bilişsel bir beceridir. Bu beceri, matematik problemlerini çözmek, günlük hayatta kararlar vermek ve yeni bilgiler öğrenmek gibi birçok durumda önemli rol oynar.

2.2.1. Orantısal düşünme muhakeme çeşitleri

Orantısal düşünme becerisi başlığı altında yapılan araştırmalar incelendiğinde, nitel ve nicel muhakeme becerileri üzerinde durulduğu görülmektedir. Bu iki beceri orantısal düşünmenin temel bileşenleri olarak ele alınmaktadır. Bu becerileri ve çeşitlerini görmek için Şekil 2 incelenebilir.

Şekil 2

Orantısal düşünme muhakeme çeşitleri



Şekil 2 incelendiğinde, orantısal düşünme muhakeme çeşitleri nitel ve nicel olmak üzere iki kısma ayrılmaktadır. Nitel muhakeme çeşitlerinde, yapısal benzerlik farkındalığı alt başlığı görülmektedir. Nicel muhakeme çeşitlerinde, kovaryasyon (birlikte değişim), değişmezlik (invaryasyon) ve dönüşüm (transformasyon) alt başlıkları görülmektedir. Bu kısımda gelişimsel olarak da önce ortaya çıkan nitel muhakemeden, ardından nicel muhakeme ve çeşitlerinden bahsedilecektir.

2.2.1.1. Nitel muhakeme çeşitleri

Akar (2009), çalışmasında nitel muhakemeyi, soruda verilen nicelikler arasındaki ilişkilerin değerlendirilmesi şeklinde tanımlar. Singer ve Resnick'a (1992)

göre, nicelik kullanılmadan sorudan yapılan çıkarım olarak belirtilir (akt. Memiş, 2022). Nitel muhakeme, öğrencilerin matematiksel problemlere sezgisel bir bakış açısıyla yaklaşmalarını sağlar. Yapılan çıkarımlar ve muhakeme becerileriyle öğrenciler, problemi daha derinlemesine anlayabilirler. Öğrenciler oluşturdukları kavramsal bağlantılar sayesinde nicel muhakemelerdeki işlemsel becerilerini anlamlandırabilirler ve bundan sonra karşılırlarına çıkan farklı sorularda da matematiksel işlemlerdeki farkındalıkları artar. Ayrıca, nitel muhakeme becerisi, öğrencilerin matematiksel kavramlar arasındaki ilişkileri daha iyi görmelerine ve bu ilişkileri kullanarak problemleri çözmelerine yardımcı olur.

Nitel muhakemenin diğer matematiksel beceriler üzerinde de önemli bir etkisi vardır. Bu beceri, Geometri, Cebir ve İstatistik gibi matematiksel alanlarda da önemli bir rol oynar. Örneğin, Geometri alanında; nitel muhakeme becerisi, öğrencilerin geometrik şekiller arasındaki ilişkileri kavramalarına, Cebir alanında; öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkileri kavramalarına ve bu ilişkileri kullanarak problemleri çözmelerine, İstatistik alanında; verileri analiz etme ve yorumlamalarında onlara yardımcı olur.

Örneğin, “Ali limonatasını, dünküne göre daha çok limon sıkıp, daha az sayıda şeker atarak içmiştir. Bu limonatanın tadı dünkü limonataya göre nasıldır?” sorusunda öğrencilerden nitel muhakeme yapması beklenir. Bu soruya verilecek olası cevaplar; “a) daha tatlıdır b) daha tatsızdır c) aynıdır d) çok daha tatlıdır e) çok daha tatsızdır f) verilen bilgiler yetersizdir.” şeklinde olabilir. Bu soruya ait tüm olası durumları Tablo 5’de gösterelim.

Tablo 5

Nitel Muhakeme İçeren Limonata Sorusunun Olası Cevapları

		<i>Şeker Sayısı</i>		
<i>Limon Sayısı</i>		Aynı	Daha çok	Daha az
	Aynı	Aynı	Daha Tatlı	Daha Tatsız
	Daha çok	Daha tatsız	Aynı	Çok Daha Tatsız
	Daha az	Daha Tatlı	Çok Daha Tatlı	Aynı

Limon ve şeker sayısındaki “daha çok” veya “daha az” ifadelerindeki miktarın, aynı sayıyı ifade ettiği düşünülerek olası cevap durumları oluşturulmuştur.

Burada şeker sayısı aynıken limon sayısının fazla olması tadı ekşi yapacağından dolayı olası cevap “daha tatsız” olarak ifade edilmeye çalışılmıştır. Benzer şekilde limon sayısını arttırırken, daha az şeker atmak tadı olduğundan çok daha fazla ekşi yapacağından dolayı olası cevap “çok daha tatsız” olarak ifade edilmeye çalışılmıştır. Limon ve şeker miktarının yerlerini değiştirip “daha tatlı” ve “çok daha tatlı” ifadelerini de benzer mantıkla açıklayabiliriz.

2.2.1.1.1. Yapısal benzerlik farkındalığı

Çokluklar arasında karşılaştırma yaparken sayısal değerler kullanma zorunluluğu yoktur. Karşılaştırılan çoklukların bir durumunu veya durumun bir özelliğini sayısal değerler kullanmadan da ifade edebiliriz. Bu bağlamda durumun özelliği homojen yapıya sahiptir ve karşılaştırılan çokluklar ne olursa olsun değişmezlik gösterir. Örneğin; farklı tada sahip iki limonata sürahi olsun. Limonataya atılan şeker miktarlarına göre bu iki farklı limonatadan hangisinin daha tatlı veya hangisinin daha ekşi olduğuna bunları içtiğimiz zaman karar verebiliriz. Karşılaştırma yaparken herhangi bir sayısal değer yoktur. Limonatalara atılan şeker miktarları belirtilmemiştir. Bu limonataların herhangi birinden bir bardak veya beş bardak aldıktan sonra tekrar tatlarını kıyasladığımızda herhangi bir şey değişmeyecektir. Çünkü kıyasladığımız bu nitelik limonatanın miktarından bağımsızdır.

Örneğin, “Ali limonatasını, dünküne göre daha büyük bardakta, daha az sayıda şeker atarak içmiştir. Bu limonatanın tadı dünkü limonataya göre nasıldır?” sorusunda öğrencilerden nitel muhakeme yapması beklenir. Bu soruya verilecek olası cevaplar; “a) daha tatlıdır b) daha tatsızdır c) aynıdır d) verilen bilgiler yetersizdir.” şeklinde olabilir. Bu soruya ait tüm olası durumları Tablo 6’da gösterelim.

Tablo 6

Nitel Muhakeme İçeren Limonata Sorusunun Olası Cevapları

		<i>Şeker Sayısı</i>		
<i>Bardak Büyüklüğü</i>		<i>Aynı</i>	<i>Daha çok</i>	<i>Daha az</i>
	<i>Aynı</i>	Aynı	Daha Tatlı	Daha Tatsız
	<i>Daha büyük</i>	Aynı	Daha Tatlı	Daha Tatsız
	<i>Daha küçük</i>	Aynı	Daha Tatlı	Daha Tatsız

Burada kullanılan bardağın büyüklüğü limonata miktarını ve tadını değiştirmeyeceğinden dolayı tadı değiştiren tek etken şeker miktarındaki değişim olacaktır. Limonatanın şeker miktarını değiştirmeden, aynı, daha büyük veya daha küçük bir bardağa koymak limonatanın yapısında herhangi bir değişiklik yapmaz. Bu durumu Tablo 6’da da görebiliriz. Bunun yanı sıra bardak büyüklüğü ve şeker sayısı değiştikçe limonatanın tadının nasıl değişeceği de Tablo 6’da verilmeye çalışılmıştır.

2.2.1.2. Nicel muhakeme çeşitleri

Thompson (1993), nicelikleri “niteliklerin ölçümü” şeklinde tanımlamıştır (akt. Memiş, 2022). Örneğin “kilogram” bir niteliktir ve bu niteliği ölçtüğümüzde ortaya çıkan “56 kilogram” ifadesi ise niceliğe karşılık gelir. Matematik müfredatı içerisindeki bağlantılığın nicel muhakeme ile sağlanacağını ifade eder. Basit düzeyde başlanan matematik konularından daha karışık konulara doğru yapılan geçiş, matematikte basitten karmaşığa ilkesine karşılık gelmektedir. Niteliği anlamlandırılarak daha sonra niceliksel olarak ifade edebilmek, kavramsal boyuttan işlemsel boyuta geçişi de sağlayacaktır.

Lobato, Ellis ve Zbiek (2010) ve Lamon (2012) gibi araştırmacılar, nicel muhakemenin bazı aşamaları takip ettiğinden bahsetmiştir. Bu aşamalar sırasıyla; çarpımsal ilişkinin kurulması, toplamsal ilişkiden ayırt edilebilmesi, denk oranların oluşturulması ve çarpımsal ilişkinin genelleştirilmesi şeklinde ilerler. Bunların farkını anlamak için nicel muhakeme çeşitlerinde yer alan kavramlarında farkını anlamak gerekir.

2.2.1.2.1. Kovaryasyon (Birlikte değişim)

Çokluklardaki değişimin birbiririne bağıl olarak gerçekleştiğinin farkında olunup, bu durumun göz önünde bulundurulabilmesidir. Çarpımsal ilişkinin doğru anlaşılması ve uygulanması bu kısımda önemlidir. Örneğin; bir otomobilin ortalama hızı 20 km/h olsun. Bu durumda araç birinci saatin sonunda 20 km yol alırken ikinci saatin sonunda 40 km yol alacaktır. Burada saat ve mesafe değişkenlerinden biri değişirse diğeri de aynı oranda değişecektir.

2.2.1.2.2. Değişmezlik (İnvaryasyon)

Oranın ifade ettiği durumun özelliğinin değişmezliğidir. Yani iki çokluk arasındaki çarpımsal ilişkiyi ortaya koyan oran kavramının kendisi bir değişmezdir. Aslında burada orantı sabiti olarak bildiğimiz kavramdan bahsediliyor. Örneğin; bir rampayı düşünelim. Bu rampanın eğimini, düşey uzunluğu yatay uzunluğuna bölerek buluruz. Burada çarpımsal bir ilişki söz konusudur. Rampada daha yükseğe çıktıkça eğimin artacağı veya rampadan inildikçe eğimin azalacağı söylenemez. Eğim sabittir, değişmezdir. Bu durum değişmezlik kavramı ile açıklanır.

2.2.1.2.3. Dönüşüm (Transformasyon)

Oranı ifade eden kesirsel bir ifadenin genişletilmesi veya sadeleştirilmesi sonucunda çokluklar arasındaki oran değişmez. Dönüşüm kavramı, bu sebeple aynı zamanda eşitlik kavramını da içerir. Nicel muhakeme çeşitleri arasındaki farkın daha iyi anlaşılması ve bu kavramların karşılaştırılabilmesi için aşağıdaki örneği inceleyebiliriz.

“4/5 oranını düşünelim ve bu oranı iki ile genişletelim.” Bu oranda, dört sayısının iki katı alınırsa oranın bozulmaması için beş sayısının da iki katı alınmalıdır. Çünkü bu iki çokluk birlikte değişim gösterirler (Kovaryasyon). 4/5 oranının iki ile genişletilmesi sonucunda 8/10 oranı elde edilir. Yani $4/5 = 8/10$ olmalıdır (Dönüşüm). 4/5 oranı ve 8/10 oranı, çokluklar arasında aynı ilişkiyi temsil etmektedirler (Değişmezlik).

Akar'ın (2009) araştırmasına göre, öğrencilerin orantılı akıl yürütmede yaşadıkları zorlukların ve kavram yanlışlarının sebeplerinden biri, öğrencilerin nitel ve nicel muhakeme becerilerini yeterince geliştirmemiş olmasıdır. Bu becerilerin eksikliği, orantılı düşünmeyi ve problem çözmeyi engellemektedir. Öğretmenler, bu sorunun üstesinden gelmek için, öğrencilere hem nitel hem de nicel muhakeme çeşitlerini içeren çeşitli problemler sunmalıdır. Öğrenciler bu sayede orantısallığı anlamlandırıp, kendilerini bu konuda geliştirebilirler (Cramer ve Post, 1993).

2.2.2. Orantısal akıl yürütme problem türleri

Lesh vd. (1988) ayrıntılı bir şekilde sınıflandırdığı, orantısal akıl yürütme ile ilgili yedi problem türünden bahseder. Bunlar; bilinmeyen değer problemleri,

karşılaştırma problemleri, dönüşüm problemleri, ortalama değer problemleri, oran orantı ve dönüşüm problemleri, ölçüm problemleri ve temsili durumlar arasındaki ilişkileri çevirme problemleridir.

Alanyazın incelendiğinde orantısal akıl yürütme becerisinde; bilinmeyen (verilmeyen) değeri bulma, niceliksel karşılaştırma, niteliksel karşılaştırma ve ters orantı problemlerinden oluşan dört farklı problem türü genel olarak karşımıza çıkmaktadır (Cramer ve Post, 1993; Pişkin-Tunç, 2016). Bunlara ek olarak orantısal akıl yürütme testlerinde orantısal durum içermeyen problem türüne de yer verildiği görülmektedir. Bu çalışmada veri toplama aracı olarak kullanılan Akkuş ve Duatepe-Paksu (2006) tarafından hazırlanan test sorusunda bu problem türleri yer almaktadır.

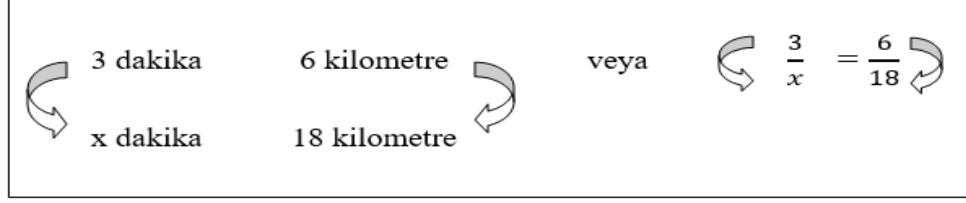
2.2.2.1. Bilinmeyen (verilmeyen) değeri bulma problemleri

Dört sayısal değerden üçü verilerek bilinmeyen dördüncü sayısal değeri buldurmaya çalışan problem türüdür. Tjoe ve de la Torre'a (2012) göre, en yaygın bilinen problem türü bilinmeyen değeri bulmaya yönelik problemlerdir (akt. Gürler Karakoca, 2019). Langrall ve Swafford (2000), bilinmeyen değer problemlerindeki zorluğu, öğrencilerdeki çarpımsal akıl yürütmenin farkında olma becerisindeki gelişime dayandırmaktadır. İlgili alanyazın incelendiğinde, bilinmeyen değer problem türünde “oranlar içi”, “oranlar arası”, “çapraz çarpım” stratejilerinin kullanıldığı görülmektedir. (Bezuk, 1988; Steinhorsdottir ve Sriraman, 2009 akt. Uçar, 2022).

Örneğin, Akkuş ve Duatepe-Paksu (2006) tarafından hazırlanan test sorusunda “Burak ile Türker aynı hızda araba kullanmaktadır. Burak üç dakikada altı km yol almaktaysa, Türker 18 km’lik yolu kaç dakikada alır?” sorusu bilinmeyen değeri bulma problem türüne örnektir. Bu örnek soruda oranlar içi karşılaştırma yapıp Şekil 3’de incelendiğinde, aynı birime sahip olan altı km ve 18 km arasındaki çarpımsal ilişki fark edilir. Aralarında üç katlık ilişki olduğu fark edilerek, bu ilişkinin diğer birimler arasında da olması gerektiği anlaşılmalıdır. Üç dakikanın da üç katı alınarak $x=9$ bulunmalıdır.

Şekil 3

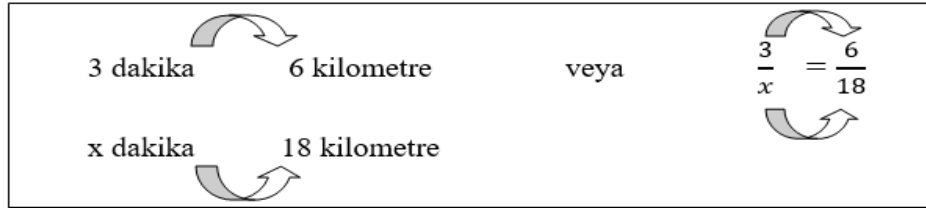
Oranlar içinde görülen ilişki örneği



Yukarıdaki örnek soruda oranlar arası karşılaştırma yapıldığında, Şekil 4’de incelendiğinde, farklı birime sahip olan üç dakika ve altı kilometre arasındaki çarpımsal ilişki fark edilir. Aralarında iki katlık ilişki olduğu fark edilerek, bu ilişkinin yine birimler aynı sırada olacak şekilde diğer sayılar arasında da olması gerektiği anlaşılmalıdır. “Hangi sayının iki katı 18 eder?” şeklinde işlemlerin ters düşünülmesi ve 18:2 işlemi ile cevabın dokuz bulunulması gerekmektedir.

Şekil 4

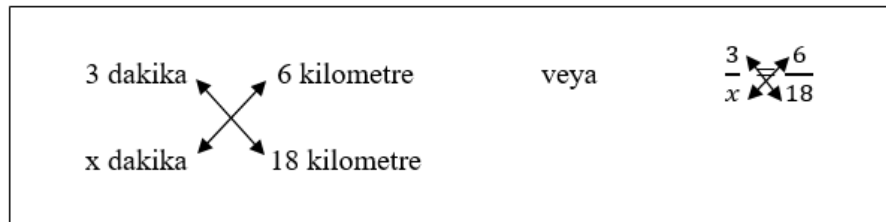
Oranlar arasında görülen ilişki örneği



Yukarıdaki örnek sorularda oranlar içinde ve arasında tam sayı katının olması öğrenciler tarafından istenen ve aranan bir durumdur. İşlemlerini kat ilişkisini kullanarak daha pratik bir şekilde çözmelerine yardımcı olmaktadır. Kat ilişkisinin tam sayı değil, rasyonel sayı olması halinde ise genel olarak öğrenciler farklı bir çözüm arayışına girmektedir. Soruyu çözmekte de daha fazla zorlanmaktadır.

Şekil 5

Çapraz çarpımla görülen ilişki örneği



Yukarıdaki örnek soruda çapraz çarpım yapıldığında, Şekil 5'deki gibi benzer birimler alt alta yazıldıktan sonra çapraz çarpım gerçekleşir. $3 \times 18 = 54$ sonucunun diğer çapraz çarpımda da aynı sonucu vermesi gerektiği bilinip, $6 \cdot x = 54$ olması için $x = 9$ olması gerektiği söylenmelidir. Burada $3 \cdot 18 = 6 \cdot x$ eşitliği yazılmalıdır.

Belirtilen oranlar içi ve oranlar arasında karşılaştırma ile görülmeye çalışılan kat ilişkisi alanyazında “denk kesir stratejisine”, çapraz çarpım ise “içler dışlar çarpımı stratejisine” karşılık gelecektir. Oranlar içi ve oranlar arasında karşılaştırma ile görülen kat ilişkisindeki sayının (değişim çarpanının) tam sayı olma veya olmama durumu değişebilir. Bu duruma ait örnekler Tablo 7’de gösterilmiştir.

Tablo 7

Bilimeyen Değer Problemlerinin Sayısal Yapısına Göre Alt Bölümlerine Ait Örnekler

ALT BÖLÜMLER	ÖRNEKLER	SAYISAL YAPI
Oranlar arasındaki değişim çarpanı bir tam sayıdır.	20 adet özdeş bilye 92 TL ise, 5 adet özdeş bilye kaç TL’dir?	$\frac{92 \text{ TL}}{20 \text{ adet}} = \frac{? \text{ TL}}{5 \text{ adet}}$ 
Oranlar içindeki değişim çarpanı bir tam sayıdır.	20 adet özdeş bilye 100 TL ise, 15 adet özdeş bilye kaç TL’dir?	$x 5 \quad \frac{100 \text{ TL}}{20 \text{ adet}} = \frac{? \text{ TL}}{15 \text{ adet}}$ 
Oranlar içindeki ve arasındaki değişim çarpanı tam sayıdır.	20 adet özdeş bilye 100 TL ise, 5 adet özdeş bilye kaç TL’dir?	$x 5 \quad \frac{100 \text{ TL}}{20 \text{ adet}} = \frac{? \text{ TL}}{5 \text{ adet}}$ 
Oranlar içindeki ve arasındaki değişim çarpanı tam sayı değildir.	20 adet özdeş bilye 92 TL ise, 15 adet özdeş bilye kaç TL’dir?	$\frac{92 \text{ TL}}{20 \text{ adet}} = \frac{? \text{ TL}}{15 \text{ adet}}$

2.2.2.2. Niceliksel karşılaştırma problemleri

Bu tür problemlerde sonucun sayısal çıkması beklenmez (Pişkin-Tunç, 2016). Sayısal karşılaştırma problem türünde, öğrencilere dört sayısal ifade verilir ve onları kullanarak karşılaştırma yapması beklenir. Öğrenci oran çiftleri arasında yaptığı karşılaştırmada “daha az, eşit, daha fazla” gibi sözel ifadelerle durumu açıklar

(Gürler Karakoca, 2019). Singh'e (2000) göre, sayısal karşılaştırma türündeki problemler, bilinmeyen değer problemleri ile karşılaştırıldığında daha zorlayıcıdır (akt. Gürler Karakoca, 2019). Bu sebeple Cruz (2013), doğru çözüm yapılabilmesi için öğrencilerin orantısallığı fark edebilme becerisinde iyi olması gerektiğini belirtir. Bununla birlikte öğrencilerin nicel muhakeme yapabiliyor olması gerekir. Moore, Carlson ve Oerthman, nicel muhakemeyi açıklarken, “*Eğitimciler tarafından, matematiksel muhakeme olarak ifade edilen düşünsel süreci açıklayan teori*” olduğundan bahsetmişlerdir (Moore, Carlson ve Oerthman, 2009, s.3). Öğrencilerin doğru cevaba ulaşabilmesi için işlemsel bilgilerini doğru kullanmaları gerektiğinin de önemi üzerinde durulmaktadır.

Örneğin, Akkuş ve Duatepe-Paksu (2006) tarafından hazırlanan test sorusunda “Nesrin ile Başak aynı parkurda koşmaktadır. Nesrin sekiz turu 32 dakikada, Başak ise iki turu 10 dakikada koşmaktadır. Buna göre en hızlı koşan kimdir?” sorusu niceliksel karşılaştırma gerektiren problem türüne örnektir. Sonucun sayısal sonuç çıkmayacağı fark edilmektedir. Öğrencilerden verilen sayısal ifadeleri kullanarak sonucunda belli bir çıkarım yapmaları beklenmektedir.

2.2.2.3. Niteliksel karşılaştırma problemleri

Sayılar vermeden öğrencilerden orantısal karşılaştırma yapmalarını bekleyen problem türüdür (Cramer ve Post, 1993). Öğrencilerin nitel muhakeme yapabilmesi gerekmektedir. Langrall ve Swafford (2000) çalışmasında, niteliksel akıl yürütme gerektiren sorularda sorunun anlaşılması için öğrencilerin resim, model ve manipülatiflerden yararlandıklarını ortaya koymuşlardır.

Araştırmalar, öğrencilerin orantısallığı ifade etme becerisinin nicelliğe başvurmadan çok önce temelde var olduğunu göstermektedir. Kieren (1993), niteliksel akıl yürütme problemlerini, sezgisel bilgilere ve günlük deneyimlere dayandırır. Sayısal değerlere başvurulmaz. Çözümlerde ifade ederken nitel ifadeler kullanıldığından bahsetmektedir. Behr vd.'e (1992) göre, nitel akıl yürütme tek başına yeterli olmasa bile nicel akıl yürütme problemlerinin anlaşılması ve çözülmesinde önemlidir (akt. Uçar, 2022).

Örneğin, Akkuş ve Duatepe-Paksu (2006) tarafından hazırlanan test sorusunda “Umut bugün, dün koştuğundan daha çok zamanda daha az tur koşmuştur. Buna göre; Umut'un bugünkü koşusu dünküne göre nasıldır?” sorusu niteliksel akıl

yürütme gerektiren problem türüne örnektir. Sayısal ifadeler yer verilmediği görülmektedir.

2.2.2.4. Ters Orantı problemleri

Sorunun içerisinde ters orantının olduğu problemlerdir. Yani verilen farklı çokluklardan biri artarken diğerinin azaldığı veya biri azalırken diğerinin arttığı görülür. Doğru soru çözümleri için doğru orantı problemlerinden ayırt edilmesi önemlidir. Örneğin, Akkuş ve Duatepe-Paksu (2006) tarafından hazırlanan test sorusunda “Mert ile Mine aynı hızla çalışarak bir duvarı 10 günde boyamaktadırlar. Aralarına aynı hızda çalışan üç kişi daha katıldığında, aynı duvar kaç günde boyanır?” sorusu ters orantı problem türüne örnektir.

2.2.3. Orantısal akıl yürütme problemlerine yönelik çözüm stratejileri

Orantısal akıl yürütme problemlerinde kullanılan stratejiler, çözüm için uygun veya uygunuz olabilmektedir. Bu bağlamda kullanılan stratejiler “Kullanılan Uygun Stratejiler” ve “Kullanılan Uygun Olmayan Stratejiler” şeklinde iki farklı biçimde incelenmiştir. Orantısal akıl yürütme problemlerinde kullanımı uygun stratejiler, öğrencileri genellikle doğru cevaba ulaştırırken, kullanımı uygun olmayan stratejiler ise genellikle yanlış cevaba ulaştırmaktadır.

2.2.3.1. Problem çözümlerinde kullanılan uygun stratejiler

Genellikle doğru cevaba ulaştıran, kullanılması uygun olan stratejiler; Cramer ve Post’un (1993) tanımladığı “birim oran”, “değişim çarpanı”, “denk kesir” ve “içler dışlar çarpımı”; Bart, Post, Behr ve Lesh’in (1994) tanımladığı “denklik sınıfı” ve Ben-Chaim, Fey, Fitzgerald, Benedetto ve Miller’in (1998) tanımladığı “artırma” stratejileridir. Bu stratejilerin yanına Kayhan, Duatepe ve Akkuş-Çıkla (2004) tarafından yapılan çalışma sonrası “ters orantı algoritması” stratejisi de eklenmiştir. Problem çözümlerinde kullanılan bu uygun stratejiler Şekil 6’da da gösterilmiştir.

Şekil 6

Orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümünde kullanılan uygun stratejiler



2.2.3.1.1. Birim oran stratejisi

Birim oran stratejisinde “Bir için kaçtır?” sorusuna yanıt aramak temel noktadır. Bu stratejide problemlerdeki iki çokluk karşılaştırılırken çokluklardan birinin değeri bir alınır ve bu durumda diğer çokluğun değerinin kaç olacağı bulunmaya çalışılır (Cramer ve Post, 1993). Problem çözümüne başlarken de öncelikle iki çokluktan birinin bir miktarına karşılık, diğer çokluğun miktarı hesaplanarak başlanır. Ardından doğru cevabı elde etmek için bulunan birim miktar, soruda istenilen miktarla çarpılarak devam edilir.

Örneğin; “Bir otomobil sabit hızla gitmektedir. Bu otomobil dört millik yolu 20 dakikada giderse, 12 millik yolu kaç dakikada gider?” problemini birim oran

stratejisi kullanarak çözelim. İlk olarak otomobilin bir millik yolu kaç dakikada alacağını bulalım ($20 \text{ dakika} / 4 \text{ mil} = 5 \text{ dakika}$), ardından soruda istenilen 12 millik yolu kaç dakikada gittiğini bulmak için 12'yi önceden bulduğumuz bir millik yolu gittiği süre ile çarpalım ($12 \text{ mil} \times 5 \text{ dakika} = 60 \text{ dakika}$) (Cramer ve Post, 1993). Sonuç olarak, birim miktara ulaşıldıktan sonra soruda istenilen miktara geçiş yapılarak doğru cevaba ulaşılır.

2.2.3.1.2. Değişim çarpanı stratejisi

Değişim çarpanı stratejisinde, verilen bir çokluk değeri eşitlendikten sonra, diğer çokluklardan verilmeyen olanı bulunulmaya çalışılır. Özellikle niceliksel ve niteliksel karşılaştırma gerektiren sorularda çokluklardan biri eşitlendikten sonra diğer çokluklar karşılaştırılarak sonuca ulaşılmaya çalışılır. Karşılaştırmalarda öğrencilerin yorumları doğru bir şekilde yapmaları önemlidir.

Örneğin; “Nesrin ile Başak bir koşu parkurunda koşmaktadırlar. Nesrin sekiz turu 32 dakikada koşarken, Başak iki turu 10 dakikada koşmaktadır. Buna göre hangisi daha hızlı koşmaktadır? Açıklayınız.” problemini değişim çarpanı stratejisi kullanarak çözelim. Öncelikle elimizde bulunan iki çokluktan bizim belirlediğimiz çokluk tur sayısı olsun. Başak’ın tur sayısını, Nesrin’in tur sayısına eşitleyelim. İki turu 10 dakikada alan Başak (dört ile genişletirsek), sekiz turu 40 dakika da alacaktır. Eşitlenen sekiz tur sayısından sonra alınan dakikalar karşılaştırılabilir. Aynı tur sayısında, Nesrin 32 dakika da giderken, Başak 40 dakika gidebilmektedir. Eşitlenen yolda, Nesrin’in daha az sürede ulaşması sebebiyle daha hızlı olduğu yorumu yapılabilir. Başak’ın da daha fazla sürede ulaşması sebebiyle daha yavaş olduğu söylenebilir.

2.2.3.1.3. Denk kesir stratejisi

Denk Kesir stratejisinde, verilen iki çokluktan belirlenen biri diğerine bölünerek çokluklardan birinin diğerine oranı kesir biçiminde gösterilir. Çokluklar arasındaki oranlar, denk kesirlermiş gibi düşünülerek işlem yapılır. Çoklukların miktarı değişse bile çokluklar arasındaki oran değişmez (Cramer ve Post, 1993). Paylar ve paydalar arasında ki aynı kat miktarı kullanılarak bilinmeyen çokluk miktarının bulunduğu bir stratejidir. (Cramer ve Post, 1993; Cramer, Post ve Currier 1993; Bart ve diğerleri, 1994).

Örneğin; “Bir otomobil sabit hızla gitmektedir. Bu otomobil dört millik yolu 20 dakikada giderse, 12 millik yolu kaç dakikada gider?” problemini denk kesir stratejisi kullanarak çözelim. Toplam alınan yolun toplam süreye oranını kesir biçiminde gösterelim. $\frac{4 \text{ mil}}{20 \text{ dakika}} = \frac{12 \text{ mil}}{? \text{ dakika}}$ şeklinde belirttikten sonra bu oranların denk kesir olduğu düşünülüp $\frac{4 \text{ mil} \times 3}{20 \text{ dakika} \times 3} = \frac{12 \text{ mil}}{? \text{ dakika}}$ $? = 20 \text{ dakika} \times 3 = 60 \text{ dakika}$ olarak bulunabilir (Cramer ve Post,1993).

2.2.3.1.4. İçler dışlar çarpımı stratejisi

Orantı şeklinde ifade edilen $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ işlemini $a : b = c : d$ şeklinde de ifade edebiliriz. Burada b ve c “içler”, a ve d “dışlar” olarak adlandırılır. İçler dışlar çarpımı stratejisinde, içlerin ve dışların çarpımı hesaplanır ve bu çarpımın sonucu birbirine eşitlenir. Bu şekilde $a \times d = b \times c$ eşitliğinden yola çıkarak sonuca ulaşılır (Cramer ve Post,1993). Buradaki a, b, c ve d’ye “orantının terimleri” denir (akt. Baykul, 2014).

Örneğin; “Bir otomobil sabit hızla gitmektedir. Bu otomobil dört millik yolu 20 dakikada giderse, 12 millik yolu kaç dakikada gider?” problemini içler dışlar çarpımı stratejisi kullanarak çözelim. $\frac{4 \text{ mil}}{20 \text{ dakika}} = \frac{12 \text{ mil}}{? \text{ dakika}}$ orantı şeklinde belirttikten sonra $4 \text{ mil} \times ? \text{ dakika} = 12 \text{ mil} \times 20 \text{ dakika}$ şeklinde içler ve dışlar çarpımının eşitliği yazılır. Bu işlemler sonucunda $? = 60$ olarak bulunur (Cramer ve Post,1993).

İçler dışlar çarpımı stratejisi çok yaygın olarak kullanılan bir stratejidir (Tunç, 2020). Çok sayıda öğrenci tarafından tercih edilmektedir (Cramer & Post, 1993). Cramer ve Post (1993) tarafından 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin kullandıkları stratejileri tespit etmek amacıyla yapılan çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin daha çok içler dışlar çarpımı stratejisini kullandığını ortaya koyulmuştur. Yapılan çalışmalar incelendiğinde, içler dışlar çarpımı stratejisi kullananların orantısal düşünme yeteneğinden daha uzak olduğu söylenebilir (Çomruk, 2018). Öğrenciler zamanla bu yöntemi akıl yürütmeden uzak bir şekilde ezber bir biçimde kullanmaktadır. Bu strateji öğrencileri kavramsal bilgidan uzaklaştırarak konunun işlemsel kısmına yönlendirmektedir. Öğretmenler de öğrencilerle benzer şekilde içler dışlar çarpımı stratejisini daha sık tercih etmektedir. Akkuş ve Duatepe (2002), tarafından yapılan

çalışmada öğretmen adaylarının çözümlerinde sıklıkla bu yöntemi kullandığı görülmüştür. Fisher (1988), ders kitaplarında orantı problemlerinde içler dışlar çarpımı stratejisinin yaygın bir şekilde yer aldığını belirtmiştir.

2.2.3.1.5. Denklik sınıfı stratejisi

Denklik sınıfı stratejisinde, Bart vd.'ne (1994) göre, verilen iki çokluktan belirlenen biri diğerine bölünerek çokluklardan birinin diğerine oranı kesir biçiminde gösterilir. Bu kesre denk olan kesirler yazılır. Örneğin çokluklar arasındaki oran $2/5$ olsun. $2/5 = 4/10 = 6/15 = 8/20$ örneğindeki gibi $2/5$ kesrine denk kesirler oluşturulur. Denk kesir oluşturma işlemi istenilen çokluğa ulaşıncaya kadar devam eder.

Örneğin; “Bir otomobil sabit hızla gitmektedir. Bu otomobil dört millik yolu 20 dakikada giderse, 12 millik yolu kaç dakikada gider?” problemini denklik sınıfı stratejisi kullanarak çözelim. Toplam alınan yolun toplam süreye oranını kesir biçiminde gösterelim ve buna denk kesirler oluşturalım. Bu işlemi soruda bizden istenen 12 mili buluncaya kadar devam ettirelim. $\frac{4 \text{ mil}}{20 \text{ dakika}} = \frac{8 \text{ mil}}{40 \text{ dakika}} = \frac{12 \text{ mil}}{60 \text{ dakika}}$ Oluşturulan denk kesirler incelendiğinde soruda istenilen 12 millik yolu 60 dakikada gideceği görülmektedir.

2.2.3.1.6. Artırma stratejisi

Belirtilen stratejilerin yanına ek olarak Ben-Chaim, Fey, Fitzgerald, Benedetto ve Miller (1998) tarafından yapılan çalışma sonucunda artırma stratejisi de eklenmiştir. Artırma stratejisinde, öğrenciler verilerin sayısını artırarak belirli bir örüntü oluşturur ve sonuca bu şekilde ulaşır (Duartepe, Akkus-Çıkla ve Kayhan, 2005). Örneğin; “Bir otomobil sabit hızla gitmektedir. Bu otomobil dört millik yolu 20 dakikada giderse, 12 millik yolu kaç dakikada gider?” problemini artırma stratejisini kullanıp, Tablo 8’de ifade ederek çözelim. 12 millik yol ifadesini, öğrencilerin verilen bilgileri kullanacak şekilde ifade edebilmesi gerekir. 12 millik yolu “dört mil + dört mil + dört mil” şeklinde ifade ettikten sonra sırasıyla zamanları da toplaması beklenir. Sırasıyla toplanan zamanlar sonucunda “20 dakika + 20 dakika + 20 dakika” işlemi ile 60 dakika sonucu bulunacaktır.

Tablo 8*Artırma Stratejisinin Kullanıldığı Birinci Örnek Soru*

Alınan Yol	Geçen Süre
4 mil	20 dakika
4 mil + 4 mil = 8mil	20 dakika + 20 dakika = 40 dakika
4 mil + 4 mil + 4 mil =12 mil	20 dakika + 20 dakika + 20 dakika = 60 dakika

Tablo 8 incelendiğinde, alınan yol her dört mil arttıkça geçen sürede 20 dakika artıyor. İstenilen kata ulaşmak için, farklı katlarını bulup daha sonra bunlardan uygun olanları kendi arasında toplanarak sonuca ulaşmamızı sağlayan örneklerde karşımıza çıkabilmektedir (Çomruk, 2018). Örneğin; “Bir otomobil sabit hızla gitmektedir. Bu otomobil dört millik yolu 20 dakikada giderse, 10 millik yolu kaç dakikada gider?” probleminde farklı katları görüp, onları kullanarak yine artırma stratejisi ile çözelim.

Tablo 9*Artırma Stratejisinin Kullanıldığı İkinci Örnek Soru*

Alınan Yol	Geçen Süre
4 mil	20 dakika
2 mil	10 dakika
4 mil + 4 mil = 8mil	20 dakika + 20 dakika = 40 dakika
4 mil + 4 mil + 2 mil =10 mil	20 dakika + 20 dakika + 10 dakika = 50 dakika

Tablo 9 incelendiğinde, alınan yol her dört mil arttıkça geçen sürede 20 dakika olmaktadır. Buna bağlı olarak her iki milde 10 dakika zaman geçeceğini söyleyebiliriz. 10 mili, “dört mil + dört mil + iki mil” şeklinde ifade ettikten sonra geçen zamanları da toplayarak sonuca artırma stratejisi ile ulaşabiliriz. Sırasıyla toplanan zamanlar sonucunda “20 dakika + 20 dakika + 10 dakika” işlemi ile 50 dakika sonucu bulunacaktır.

2.2.3.1.7. Ters orantı algoritması stratejisi

Bu strateji Kayhan, Duatepe ve Akkus-Çıkla (2004), tarafından ilköğretim ikinci kademe öğrencilerine uygulanan, orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümünde kullanılan stratejiler çalışması ile geliştirilerek yeni bir strateji olarak ortaya konulmuştur. “Belirlenmiş problem tipine yönelik algoritma” başlığı ile de alanyazında karşımıza çıkmaktadır. İki çokluk arasında ters orantının var olduğu durumlarla karşılaşıncı kullanımı uygun olan bir stratejidir. Aksi halde doğru orantının var olduğu bir soruda ters orantı algoritması stratejisi kullanımı uygun olmayan strateji olarak değerlendirilmektedir. Bu stratejide benzer çokluklar alt alta yazıldıktan sonra çapraz çarpım yapmak yerine düz çarpım yapılarak $a.b = c.d$ şeklinde bir eşitlik yazılır. Burada a ile c değeri bir çokluğu; b ile d değeri ise diğer çokluğu ifade etmektedir.

Örneğin, “Mert ile Mine aynı hızla çalışarak bir duvarı 10 günde boyamaktadırlar. Aralarına aynı hızda çalışan üç kişi daha katıldığında, aynı duvar kaç günde boyanır?” problemini ters orantı algoritması stratejisi kullanarak çözelim. Bu soruda öncelikle işçi sayısı artınca işi yapma süresinin kısalacağı düşünülerek ters orantının var olduğu fark edilmelidir. Benzer çokluklar alt alta gelecek şekilde ifade edilip orantı şeklinde belirttikten sonra Şekil 7’de olduğu gibi düz çarpım yapıp, farklı çokluklar çarpılarak bir eşitlik yazılır. 2 kişi x 10 gün = 5 kişi x ? gün şeklinde yazılarak, işlemler sonucunda ? = 4 olarak bulunur.

Şekil 7

Ters Orantı Algoritması Stratejisinde Görülen Düz Çarpım Örneği

$$\begin{array}{lcl} \underline{2 \text{ kişi}} & \longleftrightarrow & \underline{10 \text{ gün}} \\ \underline{5 \text{ kişi}} & \longleftrightarrow & \underline{? \text{ gün}} \end{array}$$

2.2.3.2. Problem çözümlerinde kullanılan uygun olmayan stratejiler

Ben-Chaim, Fey, Fitzgerald, Benedetto ve Miller (1998) tarafından yapılan çalışmada hatalı stratejiler tespit edilmiştir. Bu hatalı stratejiler “duygusal cevap verme”, “toplamsal ilişki”, “veri ihmalı” ve “sayıları kullanma ve içerik yok” stratejileri olarak ortaya konulmuştur. Öğrencilerin çözümleri doğrultusunda ortaya

ıkan bu stratejiler, öğrencilerin doğru çözüme ulaşmasına engel olmaktadır. Bu stratejilerin genellikle öğrencileri yanlış cevaba ulaştırdığı belirtilmiştir. Öğrencilerin kavramsal bilgi boyutundaki eksiklikleri sebebiyle bu hatalara düştükleri söylenebilir. Bu bilgi eksiğinin yanı sıra dikkatsizlikler, işlem hataları, bulunulan ortamın durumu gibi pek çok neden yanlış cevaba ulaştırabilmektedir. Problem çözümlerinde kullanılan bu uygun olmayan stratejiler Şekil 8’de de gösterilmiştir.

Şekil 8

Orantısal Akıl Yürütme Problemlerinin özmünde Kullanılan Uygun Olmayan Stratejiler



2.2.3.2.1. Duygusal cevap verme stratejisi

Duygusal cevap verme stratejisi, öğrencilerin matematiksel işlemleri kullanmayıp sorunun mantıksal kısmından uzaklaşarak soruya öznel ve duygusal bir cevap vermesidir. Öğrencilerin kavramsal ve işlemsel boyutta olan bilgilerini açık bir şekilde ortaya koymamaktadır. Genellikle ğrencileri doğru cevaptan uzaklaştırır.

Örneğin; “Bir otomobil sabit hızla gitmektedir. Bu otomobil dört millik yolu 20 dakikada giderse, 12 millik yolu kaç dakikada gider?” probleminde duygusal cevap verme hatalı stratejisini kullanan bir ğrenci bu soruya aracın modelini düşünerek cevap verebilir. “Bu aracın modeli iyiye hızlı ulaşır, modeli kötüye daha yavaş ulaşır” şeklinde cevap alınır. Soruda verilen sayılarla işlem yapmayan

öğrenciler, burada öznel düşünerek işlemlerini kendi anlayışlarına uygun olacak şekilde yapmaya çalışmaktadır.

2.2.3.2.2. Toplamsal ilişki stratejisi

Toplamsal ilişki stratejisinde, öğrenciler çözüm için gerekli olan çarpımsal ilişkiyi göz ardı ederek toplamsal ilişki kurmaktadır. Öğrencilerin oran orantı konusuna hakim olma durumu tartışılmaktadır. Öğrencilerin genel olarak toplamsal ve çarpımsal ilişki gerektiren problemler durumlarını ayırma konusunda zorluk yaşadığı söylenilebilir.

Örneğin; “Bir otomobil sabit hızla gitmektedir. Bu otomobil dört millik yolu 20 dakikada giderse, 12 millik yolu kaç dakikada gider?” probleminde toplamsal ilişki hatalı stratejisini kullanan bir öğrenci bu soruda alınan yol arasında (12 mil – 4 mil = 8 mil) sekiz millik bir artış var. Alınacak sürede de benzer şekilde sekiz dakikalık bir artış olması gerekir. O halde (20 dakika + 8 dakika = 28 dakika) soruya 28 dakika şeklinde cevap verebilir. Baxter ve Junker’e (2001) göre, bu stratejinin orantısal problemlerde kullanımı yanlış cevaplara neden olurken, orantısal olmayan problemlerde kullanımı uygun olup, doğru cevaba ulaşmamızı sağlayan bir stratejidir (akt. Karacaköylü, 2021).

2.2.3.2.3. Veri ihmali stratejisi

Veri ihmali stratejisinde, öğrenciler verilen iki farklı çokluktan birini ihmal ederek diğer çokluğa odaklanır. Odaklandığı çokluğa göre soruya cevap verir. Çokluklardan birinin göz ardı edilmesi sebebiyle doğru sonuca ulaşamamaktadır.

Örneğin; “Yuvarlak bir pistte hareket eden A ve B araçları olsun. A aracı dört turu 24 dakikada, B aracı ise beş turu 15 dakikada tamamlasınlar. Buna göre hangi araç daha hızlı gitmektedir.” şeklinde niceliksel bir karşılaştırma gerektiren soruda veri ihmali hatalı stratejisini kullanan bir öğrenci bu soruda tur sayılarını ihmal edip sadece dakikaya odaklanarak 15 dakikada turunu tamamlayan B aracının 24 dakikada turunu tamamlayan A aracına göre daha hızlı olduğunu söyleyebilir. Bu soruda dakikayı ihmal edip sadece tur sayılarına odaklanarak tur atan B aracının dört tur atan A aracına göre daha fazla tur attığı gerekçesiyle “B aracı daha hızlıdır” şeklinde cevap verebileceği de söylenebilir. Sayıların tamamının istenilen şekilde kullanılmadığı görülür. İhmal yapıldığı için genellikle doğru bile olsa işlemlerin

yarıda kalması söz konusudur. Genellikle işlemlerin yarım kalması sebebiyle öğrencilerin kavramsal bilgi boyutuna sahip olma durumu çok fazla anlaşılamamaktadır.

2.2.3.2.4. Sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi

Sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde, öğrenciler soruda verilen sayıların kullanılacağını farkındadır fakat bu sayıları yanlış bir düzende kullanmaktadır. Bu durum sayıların rolünü bilmemesinden kaynaklanmaktadır (Kayhan, 2005). Bu stratejide sorunun çözümü için kullanılacak işlemlerin gerekliliği düşünülür fakat soru uygun olmayan işlemlerle çözülür.

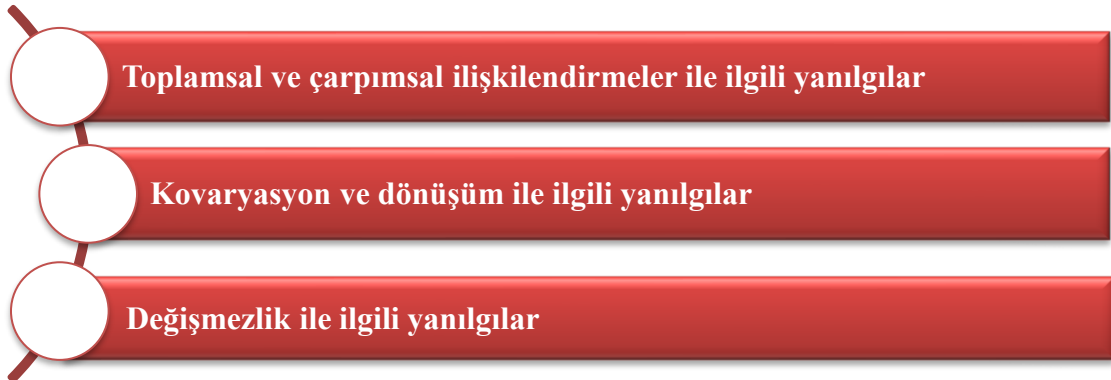
Örneğin “Ali marketten aldığı iki adet çikolata için altı TL ödemiştir. Aynı çikolatadan dokuz tane alan Ayşe kasaya ne kadar öder?” probleminde sayıları kullanma ve içerik yok hatalı stratejisini kullanan bir öğrenci bu soruda ikiyi altı sayısına böldükten sonra çıkan sonucu dokuz ile çarpabilir veya ikiyi dokuz sayısına böldükten sonra çıkan sonucu altı ile çarpabilir.

2.2.4. Orantısal akıl yürütme problemlerinde sık karşılaşılan kavram yanlışları

Alanyazın incelendiğinde, öğrencilerin orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümünde yanlışlar yaptıkları görülmüştür. Bu yanlışlar sıkça tekrarlandığı için genel çerçevede kavram yanlışları başlığı ile değerlendirilmiştir. Bu başlıklarda yer alan yanlışların ortadan kaldırılabilmesi ve gerekli önlemlerin önceden alınabilmesi için bunların bilinmesi önemlidir. Bununla ilgili olarak Şekil 9 incelenebilir.

Şekil 9

Orantısal akıl yürütme problemlerinde sık karşılaşılan kavram yanlışları



2.2.4.1. Toplamsal ve çarpımsal ilişkilendirmeler ile ilgili yanılgılar

Öğrenciler, çarpımsal ve toplamsal ilişkileri ayırt edemezler. Çarpımsal ilişkiler kullanması gereken yerlerde toplamsal ilişkiler kurabilir veya toplamsal ilişkiler kullanması gereken kısımlarda çarpımsal ilişkiler oluşturabilirler. Örneğin, “Dikdörtgenin kısa kenarı üç cm ve uzun kenarı dört cm olarak ölçülmüştür. Diğer bir dikdörtgenin kısa kenarı altı cm ve uzun kenarı yedi cm olarak ölçülmüştür. Bunlardan hangisi kareye daha çok benzemektedir.” sorusunda bu soruya her dikdörtgenin kareye benzerliklerinin eşit olduğu yanıtını veren öğrenciler, kısa kenar ile uzun kenar arasındaki farkı incelemişlerdir. Her iki dikdörtgende de farkın bir cm olduğunu ifade ederek, yanılgıya düşmüşlerdir.

2.2.4.2. Kovaryasyon ve dönüşüm ile ilgili yanılgılar

Öğrenciler çarpımsal ilişki kurmaları gereken durumlarda çoklukların birlikte değişeceğini göz ardı ederek yanılgıya düşebilirler. Örneğin, öğrencilerden “kısa kenarı üç cm ve uzun kenarı dört cm olan dikdörtgenin boyutunu koruyarak büyütmeleri ve alanını iki katına çıkarmaları” istenmiştir. Bu uygulamaya karşılık öğrencinin biri sadece kısa kenarı iki katına çıkarmış ve alanında iki katına çıktığını ifade etmiştir. Bu öğrenci şeklin boyutunu koruyamamıştır. İki boyutta çarpımsal ilişki kurması gerekirken, tek boyutta bir çarpımsal ilişki kurmuştur. Her iki çokluğun aynı anda değişmesi gerektiğini göz önüne alamamıştır.

2.2.4.3. Değişmezlik ile ilgili yanılgılar

Öğrenciler, oranın ifade ettiği bir durumda, sabitliğin korunduğunu ve değişmediğini anlamaya çalışmakta güçlük çekebilirler. Örneğin, öğrencilerden, duvara yaslanan bir merdivenin en üst basamağındaki eğim ile en alt basamağındaki eğimin karşılaştırılması istenmiştir. Bir öğrenci en üst basamaktaki eğimin en alt basamaktakinden çok daha fazla olduğunu ifade etmiştir. Oysaki merdivenin yatay eksen ile yaptığı açının tanjantına eşit olan eğim, merdivenin her noktasında eşit ve değişmezdir. İlgili alanyazın incelendiğinde öğrencilerin orantısal akıl yürütme konusunda zorluk yaşadığı görülmüştür (Cramer ve Post, 1993; Lamon, 1993; Van de Walle vd., 2013). Yaşanabilecek zorluklar Şekil 10’da belirtilmeye çalışılmıştır.

Şekil 10

Orantısal akıl yürütme konusunda yaşanan zorluklar



Şen (2022) yaptığı çalışmada, öğrencilerin orantısal beceri gerektiren durumlarda bazı sorunlar yaşadığından bahsetmiştir. Bu sorunlar; orantılı ve orantısız durumları ayırt edememe, orantısal beceri gerektiren durumlarda sadece toplamsal düşünme, denklemlerde bazı verileri yok sayma, uygun olmayan algoritmaları uygulama, hatalı modelleme yapma olarak açıklanmıştır. Çelik (2010), öğrencilerin orantısal problem kurmada zorluk yaşaması sebebiyle çalışmasını yapmadan önce öğrencilerle dört hafta sürecek orantısal akıl yürütme çalışmaları gerçekleştirmiştir. Bu sayede orantısal olan ve olmayan durumları ayırt etmede sorun yaşanmasının önüne geçmeye çalışmıştır.

Öğrenciler kesir, oran, rasyonel sayılar konularını ilişkilendiremediklerinden dolayı orantısal akıl yürütmede zorlanmaktadır (Yazıcı, 2023). İlkokul yıllarında bu kavramlara yer verilip, ilkokul öğretim programında orantısal akıl yürütme becerisine yer verilmemektedir. Yaşanan bu çelişki, öğrencilerin kavramsal anlayışlarının zamanında gelişmediğini göstermektedir (Lamon, 2007). Öğretmenler oran orantı konusunu anlatırken işlemsel öğrenme ile birlikte kavramsal öğrenminde gerçekleşmesini sağlamalıdır. Hatta kavramsal bilginin kazanılması üzerinde daha fazla durulmalıdır. Yazıcı (2023) çalışmasında, De La Cruz'un (2008), orantısal düşünmeyi etkileyen kavramlardaki bilgi eksikliklerinden dolayı

öğrencilerin sorun yaşadığını belirtmiştir. Bu kavramların; çarpımsal akıl yürütme, orantısal düşünme, bölme ve birimlere ayırma, rasyonel sayıları farklı yönleri ile algılayabilme ve oran olduğunu belirtmiştir.

Öğrencilerin genellikle karşımıza çıkan toplamsal ve çarpımsal ilişkilendirmeleri ile ilgili yanlışlarının yanı sıra kovaryasyon, dönüşüm ve değişmezlik ile ilgili yanlışları da mevcuttur. Bu yanlışlar Şekil 9'da belirtildikten sonra açıklanmıştır. Bu yanlışlara ait örneklere de yer verilmiştir.

Akar'ın (2009) araştırmasına göre, öğrencilerin orantılı akıl yürütmede yaşadıkları zorlukların ve kavram yanlışlarının sebeplerinden biri, öğrencilerin nitel ve nicel muhakeme becerilerini yeterince geliştirmemiş olmalarıdır. Bu becerilerin eksikliği, orantılı düşünmeyi ve problem çözmeyi engellemektedir. Öğretmenler, bu sorunun üstesinden gelmek için, öğrencilere hem nitel hem de nicel muhakeme çeşitlerini içeren çeşitli problemler sunmalıdır. Öğrenciler çeşitli problem türleri ile orantısallığı anlamlandırıp, kendilerini bu konuda geliştirebilirler (Cramer ve Post, 1993). Bu sayede, öğrencilerin orantılı düşünmeyi kavramaları sağlanır ve onların sahip olduğu kavram yanlışları ortadan kaldırılabilir.

Öğrenciler, Çetinkaya ve Soybaş'ın (2017) vurguladığı gibi, orantısal durumlar sorulduğunda genellikle günlük hayatta karşılaştıkları basit sözel problemleri hatırlarlar. Genellikle bu problemlerin iş, işçi, musluk ve alışveriş problemleri olduğu fakat geometri ile ilgili bir duruma yer verilmediği görülmüştür. Bunun nedeninin öğrencilerin ders ve çalışma kitaplarında sürekli benzer örneklerle karşılaşmalarından kaynaklı olduğunu söyleyebiliriz.

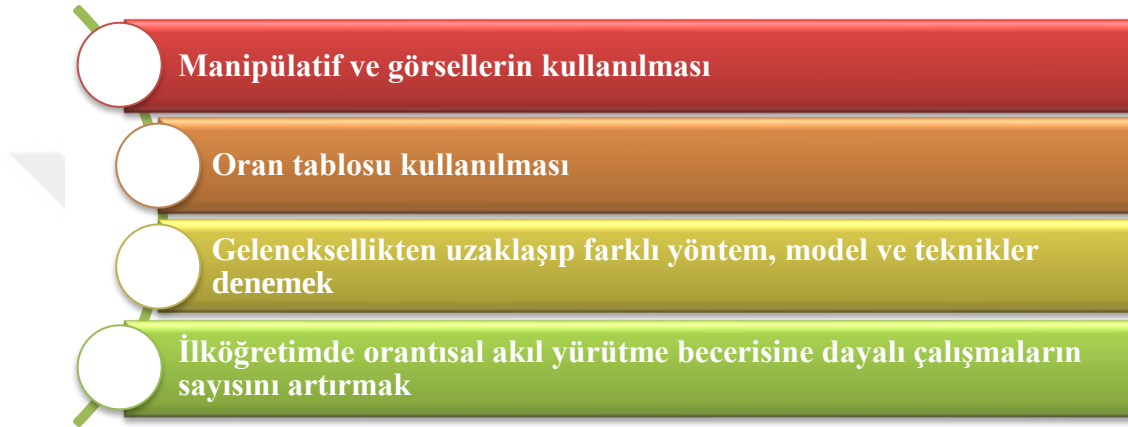
Başka bir sebebinin ise öğretmenlerin sürekli benzer örnekler vermesi, geleneksel yollarla ders anlatması, farklı yöntem, teknik vb. çalışmalara yer vermemesinden kaynaklı olabileceğini de söyleyebiliriz. Hatta öğretmenlerinde orantısal düşünme becerisi konusunda yaşadığı güçlüklerden bahsedilebilir. Alanyazın incelendiğinde öğretmen ve öğretmen adaylarında orantısal olmayan ilişkileri orantısalmış gibi düşünüp, orantısal çözüm stratejilerini kullanarak cevap verdikleri çalışmalar mevcuttur (örn: Atabas ve Oner, 2017; Degrande vd., 2017; Lim, 2009; akt. Çetin, 2022).

2.2.5. Orantısal akıl yürütme becerisinin gelişimi

Konu ile ilgili alanyazın incelenerek, orantısal akıl yürütme becerisinin gelişimi için genel değerlendirme ve önerilere yer verilmiştir. Öğrencilerin bu sayede hatalarını azaltması sağlanacaktır. Öğretmenlere fikir vermesi açısından bu kısım önemlidir. Bununla ilgili olarak Şekil 11 incelenebilir.

Şekil 11

Orantısal akıl yürütme becerisinin gelişimine dair öneriler



2.2.5.1. Manipülatif ve görsellerin kullanılması

Öğrenciye orantısal akıl yürütme becerisini kazandırmak belirli bir süreç gerektirmektedir. Bundan dolayı Yazıcı'nın (2023), çalışmasında da belirttiği gibi manipülatifler sayesinde bu beceri öğrenciye daha kolay bir şekilde kazandırılabilir. Soyut kazanımlar manipülatiflerle somut hale getirilebilir. Benzer şekilde Lamon (1996) çalışmasında, öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olmak için manipülatifler ve görsellerin kullanılmasının önemini vurgulamıştır (akt. Uçar, 2022).

2.2.5.2. Oran tablosu kullanılması

Gürler Karakoca (2019), çalışmasında öğrencilerin orantısal düşünmesinde çarpımsal ilişkiyi kullanmasının belirli bir zaman gerektirdiğinden bahsetmektedir. Dole (2008), Lanius ve Williams (2003), Middleton ve Van den Heuvel-Panhuizen (1995) ve Sharp ve Adams (2003) gibi araştırmacılar, oran tablolarının, öğrenci gelişimini desteklemek için öğretmenler tarafından kullanılabilecek değerli bir araç

olduğunu öne sürmektedir (akt. Gürler Karakoca, 2019). Bu tablolar, öğrencilerin mantıksal düşünme ve problem çözme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olabilir.

Örneğin Akkuş ve Duatepe-Paksu (2006) tarafından hazırlanan test sorusunda “300 km yolu dört saatte alan otomobilin, aynı hızla giderse 750 km’lik yolu kaç saatte alacağını” bulurken toplamsal ilişki içerisinde başlayıp istenileni uzun oran tablosu ile ifade edelim. Uzun oran tablosunda, geçen süre ve alınan yol arasında her dört saatte aracın 300 km yol alacağı bilgisi kullanılır. Böylece 750 km’lik yolu kaç saatte alacağı bulunabilir. Bu uzun oran tablosu örneği Tablo 10’da ifade edilmeye çalışılmıştır.

Tablo 10

Uzun Oran Tablosu Örneği

Geçen süre (saat)	4	8	...	?
Alınan yol (km)	300	600	...	750

Uzun oran tabloları 5, 10, 100 gibi sayılarla çarpma, ikiye bölme işlemleri yapılarak kısa oran tablosu haline getirilebilir. Bunun yanı sıra toplamsal ilişki, çarpımsal ilişki şeklinde de düşünülebilir. Başlangıçta düşündüğümüz toplamsal ilişkiyi çarpma ve bölme işlemlerini kullanarak çarpımsal ilişki şeklinde Tablo 11’de ifade etmeye çalışalım.

Tablo 11

Kısa Oran Tablosu Örneği

		$\times 5$	$:2$
			
Alınan yol (km)	300	1500	750
Geçen süre (saat)	4	20	10
		$\times 5$	$:2$
			

2.2.5.3. Geleneksellikten uzaklaşıp farklı yöntem, model ve teknikler denemek

Eğitim hayatı, öğrencilerin somut ve soyut düşünme becerilerini geliştirmeleri ve problemleri çözme yeteneklerini kullanmaları gereken birçok durumla doludur. Bu bağlamda, muhakeme yeteneği, öğrencilerin akademik başarıları için önemlidir. Bu konuda eğitimciler öğrencilerin yanında olmalıdır.

Eğitimciler, öğrencilerin kendi muhakeme yeteneklerinin farkına varmaları için onları teşvik etmeli, öğrencilerin muhakeme yeteneklerini geliştirmelerine destek olmalı, öğrencilerin muhakeme yeteneklerini gerçek hayatta uygulayabilecekleri fırsatlar yaratmalıdırlar (Bal İncebacak ve Ersoy, 2016).

Günümüz teknolojinin gelişimiyle birlikte öğrencilerin farklı düşünme becerilerinde gelişimi beklenmektedir. Bu beceriler öğrencilerin ilgisini çekip, onlara hitap edecek şekilde yeniden düzenlenmelidir. Literatürde orantısal düşünme becerisinin gelişimi için geleneksel yöntemlerden uzak durulmasını söyleyen çalışmalar yer almaktadır. Bulut (2019) ve Karaboğaz (2023) çalışmalarında “Oran Orantı” konusunda uyguladıkları ters yüz öğrenme modelinin uygulandığı ve uygulanmadığı grupları incelediğinde, uygulanan gruplarda üst düzey öğrenmelerde pozitif anlamda anlamlı bir fark ortaya çıkarmıştır.

Sorgulama temelli üstbilişsel teknikler, bireylerin kendi düşünme süreçlerini fark etmelerine ve düzenlemelerine yardımcı olarak orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olabilir (Şahinkaya, 2022). Sorgulama temelli üstbilişsel teknikler, her yaşta insan için yararlı olabilecek güçlü bir öğrenme ve problem çözme aracıdır. Bu teknikleri orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirmek için kullanmak, bireylerin daha etkili düşünürler olmalarında ve daha iyi kararlar vermelerinde fayda sağlar.

2.2.5.4. İlköğretimde orantısal akıl yürütme becerisine dayalı çalışmaların sayısını artırmak

Orantısal akıl yürütme becerisi zaman ve dikkat istemektedir. Daha çok ortaokulda yer verilen orantısal akıl yürütme becerisine daha erken yer verilmesinin öneminden bahseden çalışmalarda mevcuttur. Bu beceriyi öğrencilere erkenden kazandırmak için Yazıcı (2023), çalışmasında daha çok ortaokul öğrencilerine yönelik yapılan bu çalışmaların ilköğretim öğrencilerine de uygulanarak benzer çalışmaların sayısının artırılmasını tavsiye etmektedir. Yapılacak olan çalışmalara erkenden başlamak orantısal düşünme becerisinin gelişiminin hızlandıracak ve düşünme beceri temeli daha iyi öğrenciler karşımıza çıkaracaktır.

2.3. Orantısal Akıl Yürütme ile İlgili Araştırmalar

Konu ile ilgili yurtiçinde yapılan çalışmalar incelenmiştir. Öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin belirlenmesi ve geliştirilmesi için yapılmış çalışmaların incelenmesi önem taşımaktadır. Çalışmalar arasındaki benzerlik ve farklılıklar ortaya konulmaktadır.

Kayhan (2005), yaptığı çalışmada 6 ve 7. sınıf düzeyinde 143 öğrenci ile çalışmıştır. Orantısal akıl yürütme becerileri yardımıyla çözdükleri problemlerde kullandıkları çözüm stratejilerini, öğrencilerin cinsiyetleri, sınıf düzeyleri ve öğrencilere yöneltilen soru türlerine göre incelemiştir. Araştırmacı tarafından geliştirilen niceliksel karşılaştırma ve bilinmeyen değeri bulma soru tipini içeren orantısal akıl yürütme testi kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlara bakıldığında, öğrencilerin en çok birim oran stratejisini kullandığı görülmüştür. Öğrencilerle yapılan görüşmelerden kullanılan yöntemin seçilme nedenlerinin farklı olduğu belirtilmiştir. Bu nedenler; ön bilgiler, inançlar ve kişisel tercihler, problemin yapısı ve problemin sunuluş şekli olarak ele alınmıştır.

Akkuş ve Duatepe-Paksu (2006), orantısal akıl yürütme becerisini ölçebilmek için bir ölçek ve bu ölçek için dereceli puanlama anahtarı geliştirmeye çalışmıştır. Verilmeyen değeri bulma, niceliksel karşılaştırma, niteliksel karşılaştırma, ters orantı sorularından oluşan ölçek 15 maddeden oluşmaktadır. Ölçek 11 matematik öğretmeni adayı ve 7 ve 8. Sınıf düzeyinden 304 öğrenciye uygulanıp değerlendirilmiştir. Ortaya çıkan sonuçlar incelendiğinde, ölçeğin Cronbach Alpha kullanılarak hesaplanmış iç tutarlılık katsayısının 0.86 olduğu tespit edilmiştir. Ölçeğin orantısal akıl yürütme becerisini ölçmek ve puanlamak için yeterli olduğunu gösteren bulgulara rastlanmıştır.

Avcu (2010) çalışmasında; ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin oran ve orantı problemlerindeki çözüm stratejileri üzerine bir araştırma yapmıştır. 288 7. sınıf öğrencisinden oluşan araştırmasında veri toplama aracı olarak değişik zorluk derecesine sahip 10 maddeden oluşan açık uçlu bir test kullanmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin oran-orantı problemlerinde en sık kullandığı stratejinin içler dışlar çarpımı algoritması olduğunu, öğrencilerin oran-orantı problemlerinde cinsiyete göre başarı puanlarında anlamlı bir farklılık olmadığı ortaya çıkmıştır.

Pakmak ve Duatepe Paksu (2014) çalışmasında; 6. sınıf öğrencilerinin niceliksel ve niteliksel orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümünde kullandıkları stratejileri incelemiştir. 20 altıncı sınıf öğrencisi ile çalışılmıştır. Çalışma grubuna beş niteliksel, beş niceliksel akıl yürütme problemleri sorulmuştur. Araştırma sonucunda öğrencilerin alanyazında tanımlanmış stratejilerden sekiz tanesini kullandığı tespit edilmiştir. Niteliksel akıl yürütme problemlerinde sıklıkla ters orantı algoritması stratejisini, niceliksel akıl yürütme problemlerinde ise sıklıkla birim oran stratejisinin tercih edildiği görülmüştür.

Kırnap Dönmez (2014) çalışmasında; öğretmen adaylarının problem kurma becerilerini orantısal akıl yürütme gerektiren durumlar bağlamında incelemiştir. 162 öğretmen adayı ile çalışmıştır. Veriler 10 adet açık uçlu soru ve sonrasında sekiz katılımcıyla yapılan görüşmelerden elde edilmiştir. Toplanan veriler içerik ve söylem analizi teknikleri kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda oluşturulan problemlerin muhakeme gerektiren nitel karakterli sorular olmaktan ziyade nicel veriler içeren, özgünlük ve yaratıcılıktan uzak, doğru ve ters orantı algoritmalarının direkt uygulanmasıyla çözülebilecek türden rutin karakterli sorular olduğu görülmüştür.

Karlı (2019) çalışmasında; ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin orantısal düşünme becerilerini solo taksonomisi ile incelemiştir. 33 yedinci sınıf öğrencisi ile çalışmıştır. Orantısal Akıl Yürütme Becerisi Testi kullanılmıştır. Öğrencilerin en çok hata yaptığı beş soruyu amaçlı örnekleme ile belirlediği 10 öğrenci üzerinde çalışmasının ikinci aşamasında değerlendirmiştir. Araştırma sonucunda, öğrencilerin çarpımsal ilişki gerektiren durumlarda toplamsal ilişki, toplamsal ilişki kurmaları gereken durumlarda ise çarpımsal ilişki kurdukları gözlenmiştir. Öğrencilerin orantısal düşünme becerisi gerektiren problemleri çözerken beş farklı hatalı strateji kullandıkları görülmüştür.

Kahraman, Kul ve Aydoğdu İskenderoğlu (2019) çalışmasında, 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme problemi çözerken kullandıkları stratejileri incelemiştir. Çalışmanın sonucunda 8. sınıf öğrencilerinin 7. sınıf öğrencilerinden daha fazla çeşitte strateji kullandıkları ve öğrencilerin genellikle içler dışlar çarpımı yoluyla işlem yaptıklarını belirlemiştir. Bununla birlikte 7. sınıf öğrencileri birim oran stratejisini kullanarak soru çözdüğü ve 8. sınıf öğrencilerinin daha az hatalı strateji kullandıklarını tespit etmiştir.

Karacaköylü (2021) çalışmasında; 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin orantısal ve orantısal olmayan akıl yürütme problemlerinin çözümündeki anlayışlarını incelemiştir. 312 kişiden oluşan çalışmada yedi problemten oluşan Orantısal Akıl Yürütme Testi ile 61 öğrenci ile yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler yapmıştır. Öğrencilerin çözüme uygun olan ve olmayan stratejilerden belirli stratejileri sıklıkla kullandıkları ve sınıf seviyelerine göre bu stratejilerin farklılaşabildiği görülmüştür. Öğrencilerle yapılan görüşmeler doğrultusunda tercih ettikleri stratejileri seçme nedenleri tespit edilmiş ve çözümleri netleştirilmiştir.

Nemutlu İnanır (2019) çalışmasında, farklı sınıf düzeyinde olan üstün yetenekli öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini incelemeyi amaçlamıştır. Bilim ve sanat merkezinde eğitim gören 157 öğrenci ile çalışmıştır. Araştırma veri toplama aracı bilinen değeri bulma ve ters orantı türündeki sorular, niceliksel karşılaştırma türündeki sorular ve niteliksel karşılaştırma türündeki soruları yer almaktadır. Araştırma sonucunda verilmeyen değeri bulma ve ters orantı türündeki sorular ile niceliksel karşılaştırmayı gerektiren sorulardan aldıkları puan ortalamalarının 7. sınıf seviyesine kadar belirgin bir şekilde arttığı görülürken, niteliksel karşılaştırma içeren sorulardan aldıkları puanların 6. sınıf seviyesine kadar önemli ölçüde yükseldiği sonucuna varılmıştır. Tüm sınıf düzeylerinde verilmeyen değeri bulma ve ters orantı türündeki soruların puanlarının niceliksel ve niteliksel karşılaştırma sorularından aldıkları puanlara göre daha yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Çetin (2022) çalışmasında, 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütmeleri ile Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişki tespit edilmeye çalışılmıştır. Orantısal akıl yürütme testi ve Van Hiele geometrik düşünme düzey testi kullanarak 8. sınıf öğrencilerinin oran orantı testinden aldıkları puanlar ve Van Hiele geometrik düşünme de hangi düzeyde yer aldıkları belirlenmiştir. Araştırma sonucunda çoğu öğrencinin düzey bir seviyesinde olduğu, 8. sınıf seviyesinde olması beklenen düzey üç seviyesinde çok az öğrencinin bulunduğu görülmüştür. Öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri ile geometrik düşünme düzeyleri arasında anlamlı yönde az da olsa pozitif bir ilişki olduğu belirlenmiştir.

Öztürk ve Şener (2023) çalışmasında, öğrencilere yöneltilen sorular ve onların çözümleri üzerinden matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütmeye yönelik fark etme becerilerini incelemiştir. Beş matematik öğretmeni,

dokuz matematik öğretmen adayı ile yapılan görüşmeler sonucunda veriler; öğrenci çözümlerine dikkat etme, onların anlamalarını yorumlama ve onlara nasıl dönüt verileceğine dair karar verme başlıkları altında içerik analizi ile elde edilmiştir. Araştırma sonucunda öğretmen ve öğretmen adaylarının bu üç başlıkta da yeterli olduğu görülmüştür. Öğretmenlerin deneyimleri ve öğretmen adaylarının not ortalamalarının verilen cevapları etkilemediği ve cevaplar arasında farklılık göstermediği tespit edilmiştir.

Karaboğaz (2023) çalışmasında, oran orantı konusunda ters yüz öğrenme modelinin 7. sınıf öğrencilerinin öğrenmelerine ve görüşleri üzerine etkisini incelemiştir. 56 öğrenci ile çalışan Karaboğaz, deney ve kontrol grubuna ayırdığı öğrencilere Beceri ve İşlemsel temelli orantısal akıl yürütme testleri uygulamıştır. Araştırma sonucunda testlerde deney grubu öğrencilerinin puan ortalamalarının kontrol grubu öğrencilerinden daha yüksek olduğu görülmüştür. Beceri temelli orantısal akıl yürütme testinde problem türlerine göre en sık kullanılan stratejiler tespit edilmiştir. Bilinmeyen değeri bulma problemlerinde içler dışlar stratejisini, ters orantı türündeki problemlerde ters orantı algoritmasını, niceliksel karşılaştırma problemlerinde birim oran stratejisini daha çok kullandıkları görülmüştür. Niteliksel karşılaştırma problemlerinde ise orantısal düşündükleri belirlenmiş fakat açık bir stratejiye rastlanmamıştır.

Öztürk ve Kılıç (2023) çalışmasında, 8. sınıf öğrencileri ile çalışmış, onların orantısal akıl yürütmelere yönelik oluşturdukları geometri problemlerini incelemiştir. Çalıştığı 25 öğrenciye altı sorudan oluşan geometri problemi kurma testi uygulamıştır. Öğrencilerin oluşturdukları orantısallık içeren geometri problemlerinin daha çok serbest problem türünde olduğu ortaya koyulmuştur. Oluşturulan yapılandırılmış ve yarı yapılandırılmış problem türlerinin eşit sayıda olduğu görülmüştür. Öğrencilerin orantısal problem kurmakta güçlük yaşadığı tespit edilmiştir.

Yazıcı (2023) çalışmasında, 4. sınıf öğrencilerinin manipülatifler kullanıldığında orantısal akıl yürütme becerisindeki değişimi incelemeyi amaçlamıştır. 100 öğrenci ile çalışmış ve öğrencilere Orantısal Akıl Yürütme Beceri Testi uygulamıştır. Her düzeyden seçilen 30 öğrenci ile görüşmeler gerçekleştirmiştir. Çalışmada bilinmeyen değeri bulma ve niceliksel karşılaştırma problem türlerine yer verilmiştir. Öğrencilerden belirlenmiş problemleri manipülatif

kullanarak çözmeleri beklenmiştir. MathLearningCenter uygulamasını manipülatif olarak kullanan Yazıcı, bu uygulamayı kullanmadan önce ve kullandıktan sonra öğrencilerin kullandıkları orantısal çözüm stratejilerinin değiştiğini tespit etmiştir. Manipülatif kullanmadan önce duygusal cevap verme, veri ihmalı, birim oran ve denk kesir stratejilerini kullanan öğrenciler manipülatif kullandıktan sonra birim oran stratejisini kullanmaya başlamışlardır.

Çomruk (2018) kırsal bölgelerde eğitim gören 12 ortaokul öğrencisinin orantısal akıl yürütme süreçlerini incelememiştir. Araştırmada klinik görüşme formu kullanılmıştır. Ortaya çıkan sonuç incelendiğinde, katılımcı öğrencilerin genel olarak sorulan orantısal problem durumlarına duygusal cevap verme, veri ihmalı, toplamsal, denk kesir, içler dışlar çarpımı ve birim oran stratejilerini kullanarak çözümler yaptıkları görülmüştür. Orantısal durumu fark edemeyen ve bu sebeple hatalı stratejiler kullanan öğrencilerinde olduğu tespit edilmiştir.

Literatürde yer alan çalışmalar genel olarak değerlendirildiğinde; çoğu çalışmanın nitel desenle ortaya koyulduğu görülmüştür. Çalışma grubunun ağırlıklı olarak 7. sınıf öğrencileri olduğu fark edilmiştir. Aynı sınıf düzeyinde bulunan öğrencilerle çalışılabildiği gibi farklı düzeyde bulunan öğrencilerle de çalışıldığı görülmüştür. Daha derinlemesine bilgiler elde edebilmek için görüşme sorularına da yer verilmiştir. Orantısal düşünme becerisiyle ilgili olarak öğrencilerin yanı sıra öğretmenlerle çalışılabilmesi, ölçek geliştirip değerlendirilebilmesi, bu becerinin geliştirilmesi için neler yapılabileceğine dair deneysel araştırmalar yapılabilmesi bakımından çeşitli bir literatür çalışması olduğu görülmektedir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme beceri düzeyini belirlemek ve öğrencilerin kullandıkları stratejileri tespit etmek amaçlanmıştır. Bununla birlikte bu stratejileri kullanım sıklığının soru türlerine bağlı olarak nasıl değiştiğini görmek ve öğrenci düzeyi değiştikçe, kullanılan stratejilerde ve verilen cevaplardaki benzerlik ve farklılıkların neler olduğunu ortaya koymak planlanmıştır. Verilerin toplanması ve incelenmesinde nitel araştırma yöntemleri kullanılmıştır.

3.1. Araştırmanın Modeli

Çalışmada, nitel yaklaşıma dayalı betimsel iki aşamalı durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Merriam (2009), durum çalışmasını bir veya birkaç durumu analiz etmek amacıyla gözlemleyip, veri toplamak amacıyla durumların belirli temalarla ifade edilerek açıklanmasında kullanılan nitel bir araştırma yöntemi olduğunu ifade etmiştir. Yapılan gözlem, görüşme, rapor, doküman vb. görsel ve işitsel araçlarla nasıl ve niçin sorularına cevap aranır. Durum çalışmalarında olaylar, olgular, programlar ya da bireyler ele alınabilmektedir (Merriam, 2009).

3.2. Araştırmanın Evreni ve Örneklemi

Çalışma grubunun ilk aşamasını, 2023-2024 eğitim öğretim yılında İstanbul ilinde bir devlet okulunda öğrenim görmekte olan 180 yedinci sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. İkinci aşamasını ise, 180 yedinci sınıf öğrencisi arasından Akkuş ve Duatepe (2006) tarafından geliştirilen “Orantısal Akıl Yürütme Testi” kullanılarak seçilen 15 öğrenci oluşturmaktadır. Bu test, öğrencilere eşzamanlı olarak uygulanmış ve araştırmacı tarafından puanlanmıştır. İkinci aşamada düşük, orta ve yüksek düzeyde bulunan beşer öğrenci olmak üzere toplam 15 öğrenci ile çalışılmıştır. Çalışmanın amacına uygun olarak daha derinlemesine bilgiler elde edebilmek için bilgi düzeyi yüksek katılımcıların seçilmesi amacıyla, ölçüt örnekleme yöntemi

kullanılmıştır. Öğrencilerin seçiminde dikkat edilecek nokta, düşük, orta ve yüksek düzey içerisinde yer alması olmuştur. Konu hakkındaki bilgilerinin daha zayıf olacağı ve amaca ulaşmada araştırmacıyı zorlaştıracığı düşüncesiyle, çok düşük düzeyde öğrenci arasından seçim yapılmamıştır. Kendi bulunduğu düzey içerisinde en yüksek puanı alan katılımcılar seçilmeye çalışılmıştır. Aynı düzeyde bulunup, aynı yüksek puanı alan birden fazla öğrenci olduğu zaman, matematik başarı ortalaması ve derse katılımı yüksek, bunların yanı sıra iletişim becerisi iyi, kendini açıkça ifade edebilen öğrenci, dersine giren matematik öğretmenin de görüşü alınarak seçilmeye çalışılmıştır.

3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları

Tezde veri toplama süreci iki aşama üzerinden gerçekleştirilmiştir. İlk aşamada katılımcılara Orantısal Akıl Yürütme Becerisini Ölçmeye Yönelik Test uygulanmıştır. 15 maddeden oluşan ve altısı verilmeyen değeri bulma, üçü niceliksel karşılaştırma, dördü niteliksel karşılaştırma, biri ters orantı ve biri orantısallık içermeyen test soruları Akkuş ve Duatepe-Paksu (2006) tarafından geliştirilmiştir. Uygulanan testin analizi sonucunda öğrenciler orantısal akıl yürütme beceri düzeyi çok düşük, düşük, orta, yüksek şeklindeki sınıflandırılmıştır. İkinci aşamada ise düşük, orta, yüksek düzeye ait beşer öğrenci olmak üzere toplam 15 öğrenci belirlenmiştir. Ölçüt örnekleme yöntemiyle belirlenen 15 öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır.

3.3.1. Orantısal akıl yürütme testi

Araştırmaya katılan 180 yedinci sınıf öğrencisine, oran orantı konusundaki becerilerini tespit etmek amacıyla Akkuş ve Duatepe-Paksu (2006) tarafından geliştirilen test uygulanmıştır (Bkz. Ek 1). Bu test 15 maddeden oluşmaktadır. Bilinmeyen (verilmeyen) değeri bulma, ters orantı, niceliksel karşılaştırma, niteliksel karşılaştırma ve orantısallık gerektirmeyen karşılaştırma sorusu olmak üzere beş farklı soru tarzı içermektedir. 15 madde içerisindeki birden altıya kadar olan sorular bilinmeyen (verilmeyen) değeri bulma sorusudur. Bu problem türüne örnek olan birinci soru “Burak ile Türker aynı hızda araba kullanmaktadır. Burak üç dakikada altı km yol almayırsa, Türker 18 km’lik yolu kaç dakikada alır?” sorusudur. Yedinci soru ters orantı sorusudur. Bu soru “Mert ile Mine aynı hızla çalışarak bir

duvarı 10 günde boyamaktadırlar. Aralarına aynı hızda çalışan üç kişi daha katıldığında, aynı duvar kaç günde boyanır?” sorusudur. Sekiz, dokuz ve 10. sorular niceliklerin karşılaştırılmasına yöneliktir. Bu problem türüne örnek olan sekizinci soru “Nesrin ile Başak bir koşu parkurunda koşmaktadırlar. Nesrin sekiz turu 32 dakikada koşarken, Başak iki turu 10 dakikada koşmaktadır. Buna göre hangisi daha hızlı koşmaktadır?” sorusudur. 11, 12, 13 ve 14. sorular ise niteliklerin karşılaştırılmasına yönelik sorulardır. Bu problem türüne örnek olan 11. soru “Umut bugün, dün koştuğundan daha çok zamanda daha az tur koşmuştur. Buna göre; Umut’un bugünkü koşusu dünküne göre; a) hızlıdır b) yavaştır c) aynıdır d) verilen bilgiler yetersizdir. Hangi seçeneğin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.” sorusudur. 15. soru orantısallık gerektirmeyen karşılaştırma sorusudur. 15. soru olan “Nevzat can ile Nergis’in bir parkurdaki yürüme hızları aynıdır. Yürümeye önce Nevzat can başlamıştır. Nevzat can dokuz turu tamamladığında, Nergis üç turu tamamlamışsa; Nergis 15 turu tamamladığında Nevzat can kaç turu tamamlamış olur? Açıklayarak yazınız.” sorusu orantısallık gerektirmez. Maddelerin problem türüne göre dağılımı Tablo 12’de de ifade edilmiştir.

Tablo 12

Maddelerin Problem Türüne Göre Dağılımı

Problem Türü	Maddeler
Bilinmeyen (Verilmeyen) Değeri Bulma	M1, M2, M3, M4, M5, M6
Ters Orantı	M7
Niceliksel Karşılaştırma	M8, M9, M10
Niteliksel Karşılaştırma	M11, M12, M13, M14
Orantısallık Gerektirmeyen Karşılaştırma	M15

Çalışmada kullanılan Akkuş ve Duatepe-Paksu (2006) tarafından geliştirilmiş olan test Ek-1’de ve bu testin analizinde kullanılan dereceli puanlama anahtarı Ek-3’te verilmiştir. Ölçme aracında yer alan maddelerin hazırlanmasında hem yerli hem de yabancı kaynaklardan yararlanılmıştır. İki madde Türkçe kaynaklara dayanırken, 13 maddenin yabancı kaynaklardaki benzer maddelerden uyarlandığı belirtilmiştir. Testin iç tutarlılığını belirlemek amacıyla Cronbach Alpha katsayısı hesaplanmış ve bu değer 0.86; madde ayırt edicilik indeksleri ise 0.50-0.71 aralığında bulunmuştur

(Akkuş ve Duatepe-Paksu, 2006). Bunlar göz önünde bulundurulduğunda testin öğrencilerin orantısal düşünme becerilerini güvenilir ve yeterli bir şekilde ölçebilir olduğu belirtilmiştir.

3.3.2. Yarı yapılandırılmış görüşmeler

Bu görüşme türü, araştırmacının bir konuyu tam olarak anlaması için kişilerle derinlemesine konuşmasına olanak tanır. Önceden hazırlanan sorular, görüşmeye bir yol haritası sunarken, araştırmacı, konuşma sırasında yeni sorular sorarak konuyu daha da açabilir. Bu sayede insanlar, düşüncelerini daha detaylı bir şekilde anlatabilir ve araştırmacı da bu bilgileri daha iyi değerlendirebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2016).

Çalışmanın ilk aşamasının analizine göre belirlenen 15 yedinci sınıf öğrencisi ile derinlemesine inceleme olanağı sunan yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılmasına karar verilmiştir. Araştırmacı tarafından 10 soruluk yarı yapılandırılmış görüşme formu geliştirilmiştir (Bkz. Ek-2). Görüşmeler sayesinde, öğrencilerin yazılı metinlerde yeterince yansıtmadıkları düşünce yapılarını, test soruları hakkındaki görüşlerini ve alternatif çözüm yollarını ortaya çıkarmak hedeflenmiştir. Hazırlanan görüşme sorularının doğru ve geçerli olup olmadığını ve öğrencilerin orantısal düşünme becerisindeki sorulara yönelik görüşlerini tam olarak ortaya çıkarıp çıkarmadığını belirlemek için uzmanlara danışılmıştır. Üç matematik öğretmeni, soruları inceleyip değerlendirmiştir.

Bu çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin oran orantı konusundaki bilgi düzeylerini değerlendirmek için birinci soruda yer alan “*Oran ve orantı nedir? Aynı mıdır, farklı mıdır? Farklı olduğunu düşünüyorsanız bu farkı açıklayınız?*” sorusu yöneltilmiştir. Oran orantı konusunun günlük hayattaki kullanımlarının farkındalığını belirlemek amacıyla ikinci soruda “*Oran ve orantının günlük hayatta kullanımına dair örnekler verir misiniz?*” ve altıncı soruda “*Daha önce buna benzer sorularla günlük hayatta karşılaşmış mıydınız? Gerçek hayatta bu tarz problemlerle karşılaşıyorsanız çözümünüz nasıl olurdu?*” soruları yer almaktadır. Disiplinlerarası geçişlerdeki farkındalıklarını ortaya koymak amacıyla yedinci soruda yer alan “*Bu sorulara benzer örnekler diğer derslerde de karşınıza çıktı mı? Örneklerle açıklayınız.*” sorusu öğrencilere sorulmaktadır. Bunlarla birlikte ilk aşamada uygulanan orantısal akıl yürütme testinde öğrencilerin düşünce biçimlerini, bu test hakkındaki görüşlerini, yaşanan güçlükleri ortaya çıkarmak, kullanılan çözüm stratejilerinin oluşturduğu

farkındalığı görmek ve alternatif çözüm yollar hakkında sahip oldukları bilgileri ortaya çıkarmak amacıyla Üç, dört, beş, sekiz, dokuz ve 10. sorulara yer verilmiştir. Bu sorulara örnek olarak *“Zor olduğunu düşündüğünüz sorular var mı? Varsa hangileridir? Neden zor olduğunu düşündünüz?”, “Zor olduğunu düşündüğünüz sorular nasıl kolaylaştırılabilirdi?”, “Bu sorulara benzer örnekler diğer derslerde de karşınıza çıktı mı? Örneklerle açıklayınız.”, “Soruları nasıl buldunuz? Sorular arasında benzerlik ve farklılıklar var mıdır? Bunlar nelerdir?”, “Çözüme nasıl ulaştınız? Kullandığınız yöntem nedir? Açıklayınız. Neden bu şekilde düşündünüz? Bu yöntem ile çözmenizin sebebi ne olabilir?”, “Soru farklı bir yol kullanılarak da çözülebilir miydi? Cevabınız evet ise nasıl bir yol daha izlenebileceğini açıklayınız?”* sorularını verebiliriz.

Verilerin toplanması aşamasında öğrencilerle güvene dayalı bir iletişim ortamı oluşturulmaya çalışılmıştır. Bu amaçla, öğrencilere gönüllü oldukları takdirde çalışmaya katılabilecekleri, çalışmanın puan ve not ile değerlendirilmeyeceği, akıllarına gelen her fikri yazmakta ve söylemekte özgür oldukları, yanlış yapmanın önemsizmediği ve zaman yönetiminin katılımcının istekleri doğrultusunda şekillenebileceği hatırlatılmıştır. Görüşmeler, okul yönetiminin araştırmacıya tesis ettiği sessiz bir ortamda gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin konu ile ilgili bilgi ve görüşlerini ayrıntılı analiz etmek için öğrencilerin izinleri dahilinde ses kayıt cihazı kullanılmıştır. Ses kayıt cihazındaki veriler araştırmacı tarafından transkript edilmiş ve sonrasında veri analizine geçilmiştir. Çalışmada öğrencilere herhangi bir ipucu verilmemiş, onların kendi düşüncelerini özgürce ifade etmelerine olanak sağlanmıştır.

3.4. Verilerin Analizi

Veri analizinde veri toplama sürecinde olduğu gibi iki aşama üzerinden yürütülmüştür. İlk aşamada, öğrencilere uygulanan testte verilen cevapların puanlanmasında Akkuş ve Duatepe (2006) tarafından geliştirilen dereceli puanlama anahtarı kullanılmıştır (Bkz. Ek-3). Dereceli puanlama anahtarı, gösterilen performansı tanımlayıp geliştirilmiş ölçütler bulunduran bir rehberdir. Bir çalışmanın puanlanması için yeterli düzeyde ölçüt bulunduran bir araçtır (MEB, 2009, s. 114). Akkuş ve Duatepe (2006) bu puanlama anahtarında, her bir sorunun ölçmeyi hedeflediği belirli yeterlikleri ifade ederek, bu yeterliklere karşılık gelen puanlar

belirlemiştir. Hazırlanan dereceli puanlama anahtarı, bilinmeyen (verilmeyen) değeri bulma ile ters orantı, niteliksel ve niceliksel karşılaştırma sorularına yönelik olarak üç farklı kısımda değerlendirme yapacak şekilde tasarlanmıştır. Bu cevap anahtarı, 11 matematik öğretmen adayı tarafından incelenmiş ve maddelere verilen puanlar konusunda %91,1 oranında görüş birliğine varılmıştır. Dereceli puanlama anahtarına göre testten alınabilecek en düşük puan 0, en yüksek puan ise 56 olarak belirlenmiştir. Bu puan arasında kalan puanlar ile dört düzey belirlenmiştir. Orantısal akıl yürütme becerileri açısından 0 – 13 puan aralığı “çok düşük”, 14 – 27 puan aralığı “düşük”, 28 – 41 puan aralığı “orta” ve 42 – 56 puan aralığı “yüksek” olarak tanımlanmıştır.

İkinci aşama olan yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen verilerin değerlendirilmesinde nitel veri analiz yöntemi olan betimsel analize başvurulmuştur. Betimsel analizde amaç, daha önceden belirlenen temalara göre verilerin analiz edilmesi ve analiz sonuçlarının yorumlanmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Orantısal akıl yürütme stratejilerine yönelik temalar literatürde birim oran, değişim çarpanı, içler dışlar çarpımı algoritması, denk kesir, denklik sınıfı, duygusal cevap, toplamsal ilişki veri ihmalı şeklinde belirlenmiş olup farklı çalışmalarda kullanılmıştır (Çetin, 2009; Pakmak, 2014). Bu stratejilerin literatürde yer alan tanımlarına bağlı olarak her bir stratejinin göstergeleri belirlenmiş ve bu göstergeler göz önünde bulundurularak analizler gerçekleştirilmiştir.

BÖLÜM IV

BULGULAR

Bulgular bölümünde; çalışmanın ilk aşamasında, çalışma grubunda yer alan 180 yedinci sınıf öğrencilerinin Akkuş ve Duatepe-Paksu (2006) tarafından geliştirilen Orantısal Akıl Yürütme Becerisini Ölçmeye Yönelik Teste verdikleri cevapların analizi sonucu elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Bu testin analizine göre belirlenen 15 öğrenci ile çalışmanın ikinci aşamasında gerçekleştirilen görüşme sorularına verilen cevaplar da bu bölümde yer almaktadır.

4.1. Birinci Alt Probleme Yönelik Bulgular

Araştırma probleminin birinci alt cümlesi “7. sınıf ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ne düzeydedir?” şeklindedir. Akkuş ve Duatepe (2006) tarafından geliştirilen dereceli puanlama anahtarı kullanılarak bu probleme cevap aranmıştır. Bu dereceli puanlama anahtarına göre en düşük puan 0, en yüksek puan ise 56 olacak şekilde öğrenci puanları belirlenmiştir. Orantısal akıl yürütme becerileri açısından 0 – 13 puan aralığı “çok düşük”, 14 – 27 puan aralığı “düşük”, 28 – 41 puan aralığı “orta” ve 42 – 56 puan aralığı “yüksek” olarak tanımlanmıştır. Bu öğrencilerin puanlarına ilişkin detaylı bilgiler, Tablo 13’te sunulmuştur.

Tablo 13

Öğrencilerin Orantısal Akıl Yürütme Düzeylerini Gösteren Puan Tablosu

Puan Aralıkları	Bulunulan Düzey	Düzey seviyesi	Öğrenci Sayısı
0-13	Çok Düşük	Düzey bir	30
14-27	Düşük	Düzey iki	55 (İkinci durum çalışması için buradan beş öğrenci seçilmiştir.)
28-41	Orta	Düzey üç	63 (İkinci durum çalışması için buradan beş öğrenci seçilmiştir.)

Tablo 13 devamı

42- 56	Yüksek	Düzye dört	32 (İkinci durum çalışması için buradan beş öğrenci seçilmiştir.)
--------	--------	------------	---

Yapılan araştırmaya katılan 180 öğrencinin orantısal düşünme becerileri, dört düzey çerçevesince değerlendirilmiştir. Elde edilen verilere göre, 30 öğrencinin çok düşük, 55 öğrencinin düşük, 63 öğrencinin orta ve 32 öğrencinin yüksek düzeyde bir orantısal düşünme becerisine sahip olduğu tespit edilmiştir. Bu sonuçlar incelediğinde, öğrencilerin daha çok uygulanan testten 28-41 puan aralığında puan alarak, orta düzeyde veya düzey üçte yer aldıklarını söyleyebiliriz. Düşük ve orta düzeyde bulunan öğrenci sayıları birbirine yakındır. Ortaya çıkan sayısal sonuçlara bakıldığında, öğrencilerin çoğunluğunun orantısal düşünme becerilerinin çok iyi ya da çok kötü olmadığını söyleyebiliriz. İkinci durum çalışmasındaki çalışma grubunu oluşturmak amacıyla, bu katılımcı öğrenciler arasından düşük düzeyde puan alan beş, orta düzeyde puan alan beş, yüksek düzeyde puan alan beş öğrenci olmak üzere toplamda 15 öğrenci bu çalışma için gerekli olan ikinci durum çalışmasını yapmak üzere seçilmiştir. İkinci durum çalışmasındaki çalışma grubunda, çok düşük düzeyde bulunan öğrenci yer almamıştır. Bunun sebebi, öğrencilerin oran orantı konusu ile ilgili işlemsel ve kavramsal bilgilerinin eksik olduğunun ve bu çalışmada elde edilecek sonuç için yetersiz olduğunun düşünülmesinden kaynaklanmaktadır.

4.2. İkinci Alt Probleme Yönelik Bulgular

Araştırma probleminin ikinci alt cümlesi “7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejiler nelerdir?” şeklindedir. Burada 180 öğrencinin orantısal akıl yürütme becerisi gerektiren problemleri çözmek için kullandıkları stratejiler ortaya çıkarılmıştır. Öğrencilerin soruları çözerken çeşitli stratejiler kullandıkları tespit edilmiştir. Bazı sorularda orantısal stratejilere başvurmuşlardır, ancak bazı öğrencilerin orantısal durumu fark edemeyip yanlış stratejilerle ilerledikleri de görülmüştür. Tablo 14’de öğrencilerin her bir maddeye verdikleri doğru, yanlış ve boş cevap sayıları belirtilerek soruyu doğru cevaplama yüzdeleri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

Tablo 14*İlk Çalışma Grubu Öğrencilerinin Test Sorularına Verdikleri Doğru Cevap Yüzdeleri*

Madde No	Doğru	Yanlış	Boş	Yüzde (%)
M1	148	28	4	% 82,2
M2	62	90	28	% 34,4
M3	119	40	21	% 66,1
M4	72	50	58	% 40
M5i	79	30	71	% 43,8
M5ii	74	31	75	%41,1
M6	119	45	16	% 66,1
M7	77	76	27	% 42,7
M8	136	20	24	% 75,5
M9	79	44	57	% 43,8
M10	60	65	55	% 33,3
M11	143	33	4	% 79,4
M12	150	25	5	% 83,3
M13	156	20	4	% 86,6
M14	128	40	12	% 71,1
M15	19	127	34	% 10,5

Tablo 14 incelendiğinde, öğrencilerin 13. soruyu doğru cevaplama yüzdesinin en fazla olduğu görülmektedir. 13. soru niteliksel karşılaştırma gerektiren soru türüne aittir. Yine bu türde sorular olan 11, 12 ve 14. soruların doğru cevaplanma yüzdesinin fazla olduğu ortaya konulmuştur. Öğrencilerin mantığa dayalı, açıklama isteyen, şıklı olan bu sorularda çok fazla zorlanmadıkları görülmüştür. Tablo 14’de 15. soruyu doğru cevaplama yüzdesinin en az olduğu görülmektedir. 15. soru orantısallık gerektirmeyen soru türüne aittir. Öğrencilerin orantısal olan ve olmayan durumları ayırt ederken problem yaşadığı ortaya çıkarılmıştır. Tablo 15’de öğrencilerin her bir maddede kullandıkları çözüm stratejileri belirtilmeye çalışılmıştır. Tablo 15’de çözüm stratejilerinin soru türüne bağlı olarak kullanım sıklığı da ortaya koyulmaya çalışılmıştır.

Tablo 15*İlk Çalışma Grubu Öğrencilerinin Test Sorularında Kullandıkları Çözüm Stratejileri*

Madde No	Birim Oran	Değişim Çarpanı	Denk Kesir	İçler Dışlar Çarpımı	Denklik Sınıfı	Artırma	Duygusal Cevap Verme	Toplamsal İlişki	Veri İhmali	Sayı Kullanma ve içerik yok	Ters Orantı Algoritması	Belirgin Çözüm Yok	Şekil veya sayı örneği verme
M1	11	-	98	30	1	4	-	2	-	3	5	27	-
M2	-	1	14	59	-	-	1	32	-	6	12	56	4
M3	25	-	44	31	7	4	-	9	3	9	-	48	5
M4	-	-	16	63	4	-	-	21	5	1	-	71	1
M5i	5	1	11	49	4	-	-	9	5	1	-	95	-
M5ii	4	1	11	49	4	-	-	7	5	1	-	98	-
M6	15	-	30	62	3	22	-	1	7	2	3	36	-
M7	3	-	14	5	-	1	-	8	10	12	73	54	-
M8	70	49	14	1	2	-	-	4	-	3	-	37	-
M9	36	27	2	1	-	-	3	4	9	3	-	95	14
M10	11	18	-	2	-	-	-	37	31	6	-	75	2
M11	-	6	-	-	-	-	6	-	16	-	-	130	23
M12	-	9	-	-	-	-	-	-	17	-	-	122	32
M13	-	2	1	-	-	-	-	-	14	-	-	146	24
M14	-	3	-	-	-	-	-	-	21	-	-	120	43
M15	-	-	76	34	1	1	3	20	1	3	-	42	1
TOPLAM	181	117	331	385	26	32	13	154	144	50	93	1252	149

Bilinmeyen değeri bulma problemleri

Ters orantı problemi

Niceliksel karşılaştırma problemleri

Niteliksel karşılaştırma problemleri

Orantısallık gerektirmeyen problem

Not: Şekil veya sayı örneği veren öğrenci sayıları, yüzdelik dilim hesaplanırken dikkate alınmamıştır. Çünkü o öğrenciler aynı zamanda başka bir strateji kullanıp o strateji içerisine alınmış, şekil ve sayı örneği vermeyi ek olarak kullanmışlardır.

Tablo 15 incelendiğinde, farklı soru türlerinde sıklıkla tercih edilen stratejiler ortaya çıkmıştır. Bilinmeyen (verilmeyen) değeri bulma soru türlerinde, öğrenciler daha çok içler dışlar çarpımı ve denk kesir stratejisini tercih etmişlerdir. Daha önceki çalışmalar incelendiğinde de bu sonucun çıkması beklenen bir durumdur. Sadece öğrenciler tarafından değil öğretmen ve öğretmen adayları tarafından da çok fazla tercih edilen bir stratejidir. Bunun sebebinin bu stratejinin yaygın bir şekilde ortaokul öğrencilerine öğretilmesinden ve oran orantı konusunda verilmeyen değeri bulmaya yönelik soru türlerine ders kitabında daha fazla yer verilmesinden kaynaklı olabileceği söylenilebilir. İlk altı soru içerisinde değişim çarpanı, artırma, duygusal cevap verme, ters orantı algoritması stratejilerinin kullanım sıklığı düşüktür. Bu tür sorularda öğrencilerin çok fazla şekil çizmelere başvurmadağı da görülmüştür.

Ters orantı içeren soru türünde, öğrenciler daha çok ters orantı algoritması stratejisini tercih ederek doğru sonuca ulaşmışlardır. Öğrencilerin genel olarak doğru orantı ve ters orantı ayırımını yapabildikleri söylenebilir. Ters orantı soru türünde değişim çarpanı, denklik sınıfı, duygusal cevap verme stratejilerin hiçbir öğrenci tarafından kullanılmadağı görülmüştür. Bunun yanı sıra soruda şekil çizmeye başvurulmamıştır. Diğer soru türlerinden farklı olan bu soru türünde, alanyazında kullanımı uygun olarak verilen stratejilerin doğru kullanıldığı zaman, doğru cevaptan uzaklaştırıp yanlış cevaba ulaştırdığı görülmüştür. Öğrencilerin bu soru türünde doğru cevaba ulaştıran stratejinin ters orantı algoritması stratejisi olduğı görülmüştür. Bu strateji diğer bütün soru türlerinde eğer tesadüfi doğru değilse yanlış cevaba ulaştırmıştır.

Niceliksel karşılaştırma gerektiren soru türlerinde, öğrenciler daha çok birim oran ve değişim çarpanı stratejisini tercih etmişlerdir. Karşılaştırılma yapılması istenilen bu tür sorularda daha çok birim sayı bulunularak ilerlenmeye çalışılmıştır. Bu tür sorularda dört sayının tamamı soruda verildiğinden dolayı içler dışlar çarpımı stratejisi çok fazla tercih edilememiştir. Bunun yanı sıra denklik sınıfı ve duygusal cevap verme stratejilerinin de kullanım sıklığının düşük olduğı ortaya konulmuştur. Artırma ve ters orantı algoritması stratejisinin hiçbir öğrenci tarafından kullanılmadağı görülmüştür. Önceki soru türlerine göre şekil çizmelere az da olsa başvurulduğı görülmüştür.

Niteliksel karşılaştırma gerektiren soru türlerinde, öğrencilerin daha çok veri ihmali ve değişim çarpanı stratejisini kullandıkları görülmüştür. Bununla birlikte

şekil çizme ve sayısal örnek vermeye başvurma sayısının oldukça yüksek olduğu görülmüştür. Öğrencilerin sayılar olmadığından dolayı, yine içler dışlar stratejisini hiç tercih etmediği ortaya konulmuştur. İçler dışlar çarpımı stratejisinin yanı sıra birim oran, denklik sınıfı, artırma, toplamsal ilişki, sayıları kullanma ve içerik yok, ters orantı algoritması stratejisinin hiç kullanılmadığı görülmüştür. Denk kesir ve duygusal cevap verme stratejisinin de kullanım sıklığı çok düşük bulunmuştur. Öğrencilerin çözümleri incelendiğinde, önceki soru türlerine göre daha çok belirgin bir çözüm stratejisinin olmadığı görülmüştür.

Orantısallık gerektirmeyen soru türünde, öğrencilerin daha çok denk kesir ve içler dışlar çarpımı stratejisini kullandıkları görülmüştür. Toplamsal ilişki gerektirdiği halde çarpımsal ilişki olduğunu düşünen öğrencilerin orantısallık olan ve olmayan durumları ayırt etmekte zorlandıkları söylenebilir. Bu tür soruda birim oran, değişim çarpanı ve ters orantı algoritması stratejisine hiç rastlanmamıştır. Denklik sınıfı, artırma, duygusal cevap verme, veri ihmal, sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinin kullanım sıklığının da çok düşük olduğu görülmüştür. Bununla birlikte bu soru türünde şekil çizmelere çok fazla başvurulmadığı görülmüştür. Diğer soru türlerinden farklı olan bu soru türünde, alanyazında kullanımı uygun olarak verilen stratejilerin doğru kullanıldığı zaman, doğru cevaptan uzaklaştırıp yanlış cevaba ulaştırdığı görülmüştür. Öğrencileri bu soru türünde doğru cevaba ulaştıran stratejinin toplamsal ilişki stratejisi olduğu görülmüştür. Bu strateji diğer bütün soru türlerinde eğer tesadüfi doğru değilse yanlış cevaba ulaştırmıştır.

Genel bir değerlendirme yapıldığında her soru türünde belirgin olmayan çözüm stratejilerinin olduğu, alanyazında bahsedilen stratejiler içerisinde içler dışlar çarpımı stratejisinin sık kullanıldığı, duygusal cevap verme stratejisine çok başvurulmadığı görülmüştür. Şekil çizme ve sayısal örnek vermeye niteliksel karşılaştırma gereken soru türlerinde oldukça fazla öğrencinin başvurduğu görülmüştür. Soru türlerinde işlem hatalarına ve herhangi bir yanışa yer verilmeden doğru şekilde kullanılan duygusal cevap verme, toplamsal ilişki, veri ihmal, sayıları kullanma ve içerik yok stratejilerinin öğrencileri yanlış cevaplara ulaştırdıkları görülmüştür. Bunun yanı sıra ters orantı algoritması stratejisinin doğru orantı gerektiren soru türlerinde kullanıldığı zaman yanlış cevaba ulaştırdığı fark edilmiştir. Orantısallık içermeyen soru türünde de genel olarak alanyazında bahsedilen kullanımı uygun stratejilerin yanlış cevaba ulaştırdığı görülmüştür.

4.2.1. Birinci soru analizi

Birinci soru: Burak ile Türker aynı hızda araba kullanmaktadır. Burak üç dakikada altı km yol alırsa, Türker 18 km yolu kaç dakikada alır?

Birinci soru verilmeyen değeri bulma soru türüne ait bir sorudur. Öğrencilerin bu soruda en çok denk kesir stratejisini (%54,14) kullandığı tespit edilmiştir. Bu stratejinin yanı sıra 30 öğrencide (%16,57) içler dışlar çarpımı stratejisinin kullanıldığı görülmüştür. 27 öğrencinin (%14,91) kullandığı çözümlerde belirgin bir stratejiye rastlanmamıştır. Öğrencilerin bu soruda değişim çarpanı, duygusal cevap verme, veri ihmal stratejilerini kullanmadığı tespit edilmiştir. Bunların yanı sıra şekil çizme ve sayısal örnek vermeye başvurulmamıştır.

4.2.1.1. Denk kesir stratejisi

Bu soruda çözüm için iki farklı kişinin aldığı yolu birbirine bölerek, $18:6=3$ işlemi ile yaparak alınan yollar arasında üç katlık bir ilişki olduğunu fark eden öğrenciler, geçen zaman içerisinde de üç katlık bir ilişki olması gerektiğini düşünerek cevap vermişlerdir. Türker'in geçen zamanı/ Burak'ın geçen zamanı işlemi için "Hangi sayıyı üçe bölünce üç dakikayı bulurum." veya tam tersini düşünerek, Burak'ın aldığı yol ile kat ilişkisi çarpıldığında "Üç sayısının üç katı dokuz olur o halde cevap dokuzdur." cevabını vermişlerdir. Burada öğrencilerin denk kesir stratejisini kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Denk kesir stratejisini kullanan öğrenciler için doğruluğu kabul edilebilir olan ve yapılması gereken işlemlerden biri bu şekildedir. Burada denk kesir stratejisini kullanan 98 öğrenci içerisindeki 36 öğrenci çözümünde bu şekilde cevap vermiştir.

Öğrencilerin cevaplarında görülen, Şekil 12'de de görüldüğü gibi aynı birimli iki çokluk arasındaki kat ilişkisi ($:3$ veya $\times 3$) ve "kat" sözcüğü bu soruda denk kesir stratejisi kullanıldığının göstergeleridir. Soruda aynı birimli çokluklar arasında aynı kat ilişkisi olması gerektiği bilgisi önemlidir ve bu durum genel olarak öğrenciler tarafından fark edilmiştir. Açıklama kısmında kilometre arttıkça dakikanın da aynı oranda artacağını belirten öğrenciler genel olarak bu soruda doğru orantının olduğunu fark edebilmişlerdir. Benzer çoklukları alt alta yazıp, yine bu benzer çokluklar arasındaki kat ilişkisini belirten öğrenciler farklı birime sahip olan çoklukları birbirinden ayırt edebilmektedir.

Şekil 12

Birinci soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm

Burak = 3 dk'da 6 km yol alır. → ilk önce 6'yla 18 km arasında kaç kat fark, var ona baktık. Daha sonra bulduğumuz kat kadar 3'e 3'ü çaptık. Cevap = 9

Türker = x

3x = 18 x = 9

Bu soruda çözüm için alınan yol ve geçen zamandan oluşan iki farklı birime sahip çoklukları birbirine bölerek, $6:3=2$ işlemi ile bir kişi için farklı birimler arasında iki katlık bir ilişki olduğunu fark eden öğrenciler, diğer kişinin farklı birimleri arasında da iki katlık bir ilişki olması gerektiğini düşünerek cevap vermişlerdir. Türker'in aldığı yol/ Türker'in geçen zamanı işlemini düşünerek "18'i hangi sayıya bölünce iki sonucunu bulurum." veya tam tersini düşünerek Türker'in geçen zamanı ile kat ilişkisi çarpıldığında "Hangi sayısının iki katı 18 olur?" işlemini düşünerek "O halde cevap dokuzdur." sonucuna ulaşmışlardır. Burada öğrencilerin denk kesir stratejisini kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Denk kesir stratejisini kullanan öğrenciler için doğruluğu kabul edilebilir olan ve yapılması gereken işlemlerden bir diğeri de bu şekildedir. Burada denk kesir stratejisini kullanan 98 öğrenci içerisindeki 47 öğrenci çözümünde bu şekilde cevap vermiştir.

Öğrencilerin cevaplarında görülen, Şekil 13'de de görüldüğü gibi farklı birimli iki çokluk arasındaki kat ilişkisi ($:2$ veya $\times 2$) ve "kat" sözcüğü bu soruda denk kesir stratejisi kullanıldığının göstergeleridir. Soruda farklı birimli çokluklar arasında aynı kat ilişkisi olması gerektiği bilgisi önemlidir ve bu durum genel olarak öğrenciler tarafından fark edilmiştir.

Şekil 13

Birinci soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm

Burak = 3

Türker = x

D.O.

2÷

18 ÷ 2 = 9

x = 9

Aynı birimli iki çokluk arasındaki kat ilişkisi (:3 veya x3) ile farklı birimli iki çokluk arasındaki kat ilişkisinin (:2 veya x2) Şekil 14’deki gibi aynı anda belirtildiği çözümlerde olmuştur. Diğer öğrencilerin de bu durumun farkında oldukları düşünülse bile, öğrenciler sadece aynı birimlik iki çokluktaki ya da sadece farklı birimlik iki çokluktaki kat ilişkisini göstermeyi yeterli bulmuşlardır.

Şekil 14

Birinci soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm

Benzer çoklukları alt alta yazmayıp, kesir şeklinde ifade eden Burak’ın aldığı yol/Burak’ın geçen zamanı ile Türker’in aldığı yol/ Türker’in geçen zamanı veya Burak’ın geçen zamanı/Burak’ın aldığı yolu ile Türker’in geçen zamanı/Türker’in aldığı yolu denk kesirlerini oluşturduktan sonra paylar veya paydalar arasındaki kat ilişkisini fark eden öğrenci stratejileri de denk kesir stratejisi başlığı altında değerlendirilmiştir. Bu öğrenciler için orantı ve denk kesir bilgisine sahip oldukları söylenebilir. Burada 98 öğrenci içerisindeki üç öğrenci çözümünde bu şekilde cevap vermiştir. Şekil 15 ve Şekil 16’da bununla ilgili olan örnekler incelenebilir.

Şekil 15 ve Şekil 16

Birinci soru denk kesir stratejisinde yapılan çözümler

Bu soruda denk kesir stratejisini kullanan 98 öğrenci içerisindeki sekiz öğrenci denk kesir stratejisini kullanmasına rağmen çözümlerindeki işlem hataları ve

kat ilişkisinde kullandıkları yanlış işlemler sebebiyle yanlış cevaba ulaşmış ve yapılan çözüm analizinde tam puan alamamıştır. Yapılan çözüm stratejileri incelendiğinde bir öğrencinin birden fazla çözüm stratejisine yer verdiği görülmüştür. Çözümünde kat ilişkisini gösteren öğrenci hem denk kesir stratejisi başlığı altında değerlendirilirken hem de benzer çoklukları alt alta yazıp çapraz çarpım yaparak içler dışlar çarpımı stratejisini kullanmıştır. Bu öğrencinin çözümü birden fazla çözüm stratejisi kullanan öğrenciler alt başlığı altında verilmiştir.

4.2.1.2. İçler dışlar çarpımı stratejisi

Bu soru çözümünde doğru orantı olduğunu fark eden öğrenci öncelikle 18 ile üçü çarparak 54 cevabını buluyor. Daha sonra bulduğu bu sonucu altıya bölerek dokuz sonucuna ulaşıyor ve doğru cevap veriyor. Şekil 17’de bununla ilgili olan örnek incelenebilir. İçler dışlar çarpımı stratejisini kullanan öğrenciler için doğruluğu kabul edilebilir olan ve yapması gereken işlemler bu şekildedir. Benzer çoklukların alt alta yazılıp, içler dışlar çarpımı oklarının gösterilmesi ve çapraz çarpımın öğrenciler tarafından kullanılması bu soruda içler dışlar stratejisi kullanıldığının göstergeleridir. Açıklama kısmında kilometre arttıkça dakikanın da artacağını belirten öğrenciler genel olarak bu soruda doğru orantının olduğunu fark edebilmişlerdir.

Şekil 17

Birinci soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm

6 km $\times$ 3
18 km $\times$ x

D.O. $18 \cdot 3 = 54$
 $6 \cdot x = 54$
 $= 9$

Açıklama: Soruda verilen verilere göre denklem oluştururuz. Verilen verileri doğru bir şekilde yazdıktan sonra doğru orantı olmasından dolayı, çapraz çarpım yaparız. Çıkan sonucu x ile çapraz çarpım yaparsak...

Soruyu benzer şekilde çözen bir başka öğrenci Şekil 18’de de görüldüğü gibi “Araç eğer üç dk’da altı km yol alıyorsa x dk’da 18 km yol alıyor.” ifadelerine yer vermiştir. Soruda cebirsel ifadeyi kullanan öğrenciler için, sorunun verilmeyen değeri bulmaya yönelik bir soru olduğunun genel olarak öğrenciler tarafından fark edildiğini söyleyebiliriz. Çapraz olan ifadelerden 18 ile üçü çarptıktan sonra çıkan

sonucu altıya bölerek dokuz sonucuna yine içler dışlar stratejisini kullanarak ulaşabiliyor. Bu sayede verilmeyen olarak ifade edilen x'in sonucunu buluyorlar.

Şekil 18

Birinci soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm

3 dk 6 km 9 dakikada 18 km yol alır
x 18 km
Türker 18 km lik yolu 9 dakikada
almaktadır. Çünkü 3 dakikada 6 km alırsa
9 dakikada 18 km alır

0.0. 3.18 = 6.x
6x : 54 = 9 54 = 6x

Bir öğrencinin verilmeyen değer bulma türündeki bu soruya verdiği cevabı görmek için Şekil 19'u incelediğimizde, "Bu soruda aynı hızda gittikleri için doğru orantı vardır. Doğru orantıyla işlem yapınca cevap dokuz çıkar." şeklinde ifade ettiği görülmüştür. Öğrencinin soruda doğru orantı olduğunu fark ettiği ancak sebebini açıklarken bunun aynı hızda gitmelerinden kaynaklı olduğunu düşünmesi öğrencinin doğru orantıyı kavramsal bilgi düzeyinde anlamlandırıp anlamlandıramadığı konusunda soru işaretleri oluşturmaktadır.

Bu soruda içler dışlar stratejisini kullanan 30 öğrenci içerisindeki dört öğrenci içler dışlar stratejisini kullanmasına rağmen çözümlerindeki işlem hataları, eksik olan işlemler veya dikkat eksikliği sebebiyle yanlış cevaba ulaşmış ve yapılan çözüm analizinde tam puan alamamıştır. Yapılan çözüm stratejileri incelendiğinde bir öğrencinin birden fazla çözüm stratejisine yer verdiği görülmüştür. Çözümü benzer çoklukları alt alta yazıp çapraz çarpım yaparak içler dışlar çarpımı stratejisi başlığı altında değerlendirilirken bir diğer yandan kat ilişkisinin gösterilmesi bakımından denk kesir stratejisi olarak değerlendirilmiştir. Bu öğrencinin çözümü birden fazla çözüm stratejisi kullanan öğrenciler alt başlığı altında verilmiştir.

Şekil 19

Birinci soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm

Handwritten solution for Şekil 19 using the cross-multiplication method. The calculation shows $\frac{3}{x} = \frac{6}{18}$, which simplifies to $\frac{6x}{18} = \frac{54}{18} = 3$. A note in Turkish explains that in this problem, the same ratio exists for the same distances, and using the correct ratio leads to the answer "9".

4.2.1.3. Birim oran stratejisi

Bu soruda çözüm için altıyı üçe bölerek iki sonucunu bulan bir öğrenci her bir dakikada aracın alacağı km sayısını bulmuş oluyor. Daha sonra 18'i ikiye bölerek soruda istenilen dakikaya dokuz cevabını veriyor. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 20 incelenebilir. Burada öğrencilerin birim oran stratejisini kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Birim oran stratejisini kullanan öğrenciler için doğruluğu kabul edilebilir olan ve yapması gereken işlemler bu şekildedir. Öğrencilerin cevaplarında görülen bir kilometre için bulunan zamanın (dakika) veya bir dakika için bulunan yolun (kilometre) sayısal ifadeleri bu soruda birim oran stratejisi kullanıldığının göstergeleridir. Açıklama kısmında kilometre arttıkça dakikanın da aynı oranda artacağını belirten öğrenciler genel olarak bu soruda doğru orantının olduğunu fark edebilmişlerdir. Burada birim oran stratejisini kullanan 11 öğrenci içerisindeki dokuz öğrenci çözümünde bu şekilde cevap vermiştir.

Şekil 20

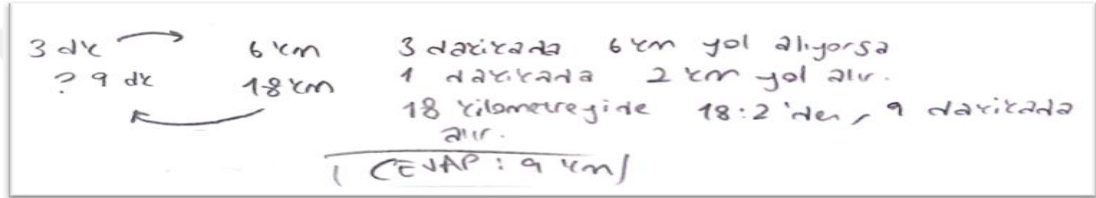
Birinci soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm

Handwritten solution for Şekil 20 using the unit ratio strategy. The student lists: "Burak 3dk 6km", "1dk 2km alır", "aynı hızda olduğu için", "Türker de 1dk 2km'de gider.", and "x dk 18km'de". They then show the calculation: $\frac{1dk}{2km} = \frac{xdk}{18km}$, which simplifies to $x = 9km$. A note in Turkish explains that the ratio is constant, and as the distance increases, the time also increases at the same ratio.

Soruyu benzer şekilde çözen bir başka öğrenci cevabı için Şekil 21 incelendiğinde, “Araç eğer üç dk’da altı km yol alıyorsa bir dk’da iki km yol alır. 18 km’yi de 18:2 işlem sonucundan dokuz dakikada alır. Bu yüzden cevap dokuzdur.” ifadesi görülmektedir. Sorunun verilmeyen değeri bulmaya yönelik bir soru olduğunun genel olarak öğrenciler tarafından fark edildiğini söyleyebiliriz. Bilinmeyen için genellikle “x” veya “?” kullanmışlardır. Benzer çoklukların alt alta yazılmasından dolayı soruda kullanılan orantının öğrenciler tarafından genel olarak doğru ifade edildiği de görülmüştür.

Şekil 21

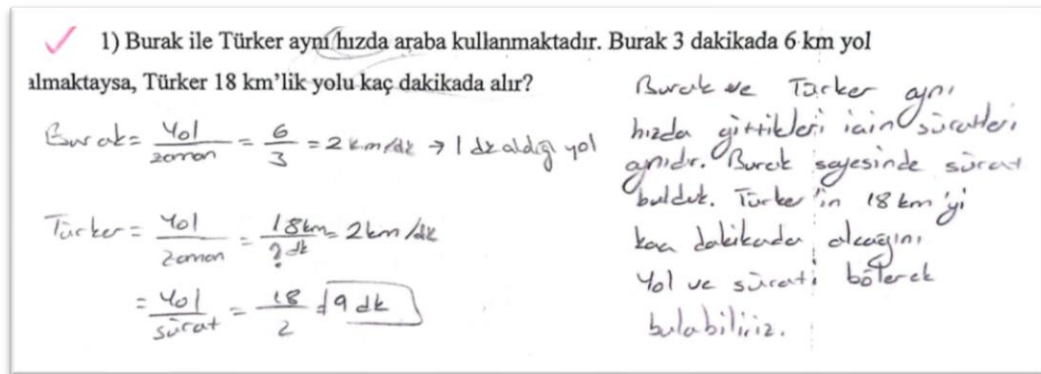
Birinci soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm



Soru çözümünde yol/zaman ifadesinin hızı verdiğini bilen bir öğrenci cevabı için Şekil 22 incelendiğinde, $6/3=2$ km/dk ifadesiyle Burak’ın bir dakikada aldığı yolu ifade ettiği görülmüştür. Bulunan iki sonucunun hızı ifade ettiğinin farkındadır. Soruda belirtilen aynı hızda ifadesine dikkat eden öğrenci Türker’in de hızının iki km/dk olması için $18/?=2$ işlemini düşünerek “?” ile belirttiği Türker’in 18 km’lik yolu kaç dakika da alacağını bulmaya çalışmıştır. Bu öğrencinin kullandığı $\text{hız}=\text{yol}/\text{zaman}$ ezber formülü burada birim oran stratejisi olarak değerlendirilmiştir. Burada 11 öğrenci içerisindeki bir öğrenci çözümünde bu şekilde cevap vermiştir.

Şekil 22

Birinci soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm



4.2.1.4. Ters orantı algoritması stratejisi

Bu soru çözümünde doğru orantı olduğunu fark edemeyen öğrenciler, orantı çeşidini yanlış tespit ederek soruda ters orantı olduğunu düşünmüşlerdir. Benzer çoklukları alt alta yazan öğrenciler içler dışlar çarpımı oklarını çapraz uzatmak yerine düz bir şekilde uzatarak farklı çoklukları çarparak yanlış cevaba ulaşmışlardır. Düz uzatılan oklar ve yan yana olan sayıları çarparak bir eşitlik yazmak bu soruda ters orantı algoritması stratejisi kullanıldığının göstergeleridir. Öğrenciler öncelikle üç ile altıyı çarparak 18 cevabını bulmuşlardır. Daha sonra bulduğu bu sonucu 18'e bölerek bir sonucuna ulaşmışlardır. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 23 incelenebilir. Bu soruda ters orantı algoritması stratejisini kullanan beş öğrencinin dördü soruyu bu şekilde cevaplandırmıştır.

Şekil 23

Birinci soru ters orantı algoritması stratejisinde yapılan çözüm

$$\begin{array}{l} \text{Burak 3 dakika} \rightarrow 6 \text{ km yol} \\ \text{Türker x dakika} \rightarrow 18 \text{ km yol} \\ \hline \text{T.O. } 3 \cdot 6 = x \cdot 18 \\ 18 = x \cdot 18 \\ x = 1 \end{array}$$

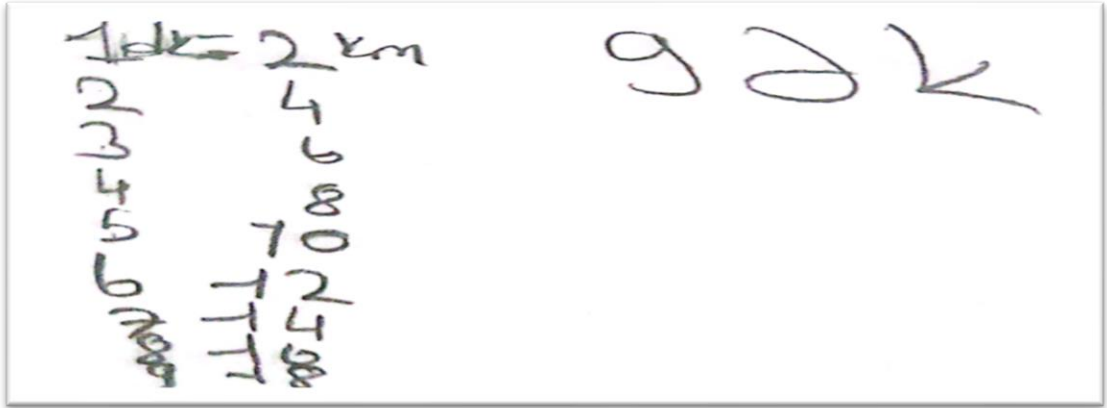
Ters orantı algoritması stratejisini kullanan öğrencilerin, bu soruda bu stratejiyi doğru kullanmış olsalar bile doğru cevaba ulaşamayacağı anlaşılmaktadır. Çünkü bu soru ters orantı değil doğru orantı sorusudur ve bu kavramsal bilgiyi fark edip başta ayırt edebilen öğrenciler ancak doğru cevaba ulaşabilir. Bu soruda ters orantı algoritması stratejisini kullanan beş öğrencinin beşinin cevabı da yanlış olarak değerlendirilmiştir ve analizinde de tam puan alamamışlardır. Bu soruda ters algoritma stratejisini kullanan öğrencilerin bilgi eksikliğinden veya yanlış bilgidен dolayı, orantı çeşidini fark edememesi sebebiyle yanlış cevaba ulaştığı söylenebilir.

4.2.1.5. Artırma stratejisi

Bu soruda çözüm için düzenli ritmik artırımlarla geçen zamanı (dakikayı) birer birer arttıran öğrenci alınan yolu (kilometreyi) ikişer ikişer arttırarak cevaba ulaşmaya çalışmıştır. 18 kilometrenin eşitini bulana dek ritmik artırımlarına devam etmiştir. Ritmik artırmayı düzenli ve doğru yapan öğrenciler doğru cevaba ulaşabilmiştir. Burada öğrencinin artırma stratejisini kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Artırma stratejisini kullanan öğrenciler için doğruluğu kabul edilebilir olan ve yapması gereken işlemler bu şekildedir. Öğrencilerin cevaplarında görülen düzenli ritmik artırımlar bu soruda artırma stratejisi kullanıldığının göstergeleridir. Kilometre arttıkça dakikanın da düzenli artacağını belirten öğrenciler bu soruda doğru orantının olduğunu fark edebilmişlerdir. Öğrencilerin bu soruda artırma stratejisi kullanmalarının sebebi, çarpma bilgilerinin yetersiz olması veya toplama işlemiyle kendilerince yaptıkları işlemleri daha kolay ifade edebilmeleri olduğu söylenebilir. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 24 incelenebilir. Burada artırma stratejisini kullanan dört öğrenci içerisindeki dört öğrenci çözümünde benzer şekilde cevap vermiştir.

Şekil 24

Birinci soru artırma stratejisinde yapılan çözüm



Soruyu düzenli artırma ile çözen bir başka öğrenci, geçen zamanı (dakikayı) üçer üçer, alınan yolu (kilometreyi) altışar altışar arttırarak cevaba ulaşmaya çalışmıştır. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 25’de görülmektedir. Ritmik artırmayı düzenli ve doğru yapan öğrenci yine doğru cevaba ulaşabilmiştir. Soruyu düzenli artırma ile benzer bir şekilde çözen bir başka öğrenci yaptığı düzenli ritmik

artırmadaki sayıları daha açık bir şekilde yazarak belirtmiştir. Bu öğrencinin çözümü Şekil 26’da gösterilmiştir.

Şekil 25 ve Şekil 26

Birinci soru artırma stratejisinde yapılan çözümler

Şekil 25: $6-3$, $12-6$, $18-9$

Şekil 26: $3+3=6$, $6+6=12$, 18

4.2.1.6. Sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi

Bu soruda çözüm için sayıları kullanma ve içerik yok stratejisini kullanan üç öğrenci olduğu görülmüştür. Bu öğrencilerden birinin yaptığı çözüm Şekil 27’de incelendiğinde, öğrencinin $6 \times 3 = 18$ daha sonra $18 : 18 = 1$ işlemleri ile soruya yanlış cevap verdiği görülmüştür. Bu soruda sadece soruda verilen sayıları çarpma ve bölme işlemi ile çözen öğrencinin bu stratejisi sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi başlığı altında değerlendirilmiştir. Öğrencilerin burada kavramsal bilgiye sahip olmadıklarını söyleyebiliriz. İşlemleri nerede ve nasıl kullanması gerektiğini bilmediklerini de söyleyebiliriz.

Şekil 27

Birinci soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm

Şekil 27: $6 \times 3 = 18$, $18 \div 18 = 1$

Bir diğerk öğrencinin yaptığı çözüm Şekil 28’de incelendiğinde, öğrenci $18+3=21$ işlemi ile önce toplama işlemi yapmıştır. Daha sonra $21 \times 6=126$ işlemi ile çarpma işlemi yaparak yanlış cevap verdiği görülmüştür. Yaptığı işlemlerde çarpma işlemi bulunduğundan dolayı öğrencinin bu stratejisi sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi başlığı altında değerlendirilmiştir.

Şekil 28

Birinci soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm

18
+ 3
—
21

21
x 6
—
126

topladım ve cevapla 6 tıy, carptım

Bir diğerk öğrencinin yaptığı çözüm Şekil 29’da incelendiğinde ise, öğrenci $18 \times 6=108$ işlemi ile önce çarpma, daha sonra $18 \times 3=54$ işlemi ile çarpma işlemi yapmıştır. En son bulduğu sonuçları toplayarak $108+54=162$ işlemi ile toplama işlemi yaparak yanlış cevap verdiği görülmüştür. Yaptığı işlemlerde çarpma işlemi bulunduğundan dolayı öğrencinin bu stratejisi sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi başlığı altında değerlendirilmiştir.

Öğrencilerin cevaplarında görülen soruda verilen sayıları kullanarak en az bir tane çarpma veya bölme işlemleri kullanılması bu soruda sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi kullanıldığının göstergeleridir. Soruda kat ilişkisinin açıklanamaması, öğrenciler tarafından ne bulunulduğunun ifade edilemeyişi sebeplerinden dolayı bu soruyu sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi ile çözen öğrenciler için kavramsal bilgi eksikliği olduğundan bahsedebiliriz. Bunun yanı sıra öğrenciler bu soru için hangi doğru işlemi kullanması gerektiğini bilmediğinden dolayı işlemsel bilgi eksikliğinden de söz edebiliriz.

Şekil 29

Birinci soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm

Handwritten student work for Şekil 29 showing three different calculations. The first shows 18 divided by 6 equals 108. The second shows 38 minus 3 equals 34. The third shows 108 plus 54 equals 162.

4.2.1.7. Toplamsal ilişki stratejisi

Bu soruda çözüm için toplamsal ilişki stratejisini kullanan iki öğrenci olduğu görülmüştür. Bu öğrencilerden birisi için, benzer çoklukların alt alta yazılmasından dolayı soruda kullanılan çoklukları anlayıp ayırt edebildiğini söyleyebiliriz. Fakat yaptığı sayısal işlem Şekil 30'da incelendiğinde, öğrenci yalnızca $6+3=9$ dakika cevabı ile bu soruda toplama işlemini kullanmıştır. Bu soru için de gerçek doğru cevabın dokuz olduğunu belirtirsek bu öğrenci gerçek doğru cevaba tesadüfi bir şekilde ulaştığını söyleyebiliriz. Öğrencide oranlar arasındaki kat ilişkisinin olduğu bilgisinin olmadığı düşünülmektedir.

Şekil 30

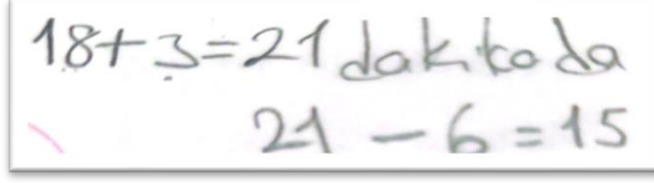
Birinci soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözüm

Handwritten student work for Şekil 30 showing three different calculations. The first shows 6 km and 18 km. The second shows 3 km and a question mark. The third shows $6+3=9$ km.

Toplamsal ilişki stratejisini kullanan öğrenciler için doğruluğu kabul edilemeyen ve yapılmaması gereken işlemler yukarıda da açıklanmıştır. Burada toplamsal ilişki stratejisini kullanan iki öğrenci içerisindeki bir öğrenci çözümünde tesadüfi bir şekilde doğru sonuca ulaşsa da diğer öğrenci yanlış cevaba ulaşmaktadır. Bir diğer öğrencinin yaptığı çözüm Şekil 31'de incelendiğinde, öğrencinin $18+3=21$ işlemi ile önce toplama, daha sonra $21-6=15$ işlemi ile çıkarma işlemi yaptığı görülmüştür. Burada çarpma ve bölme işlemleri olmaması sebebiyle bu öğrencinin verdiği cevap sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi olarak değil toplamsal ilişki stratejisi olarak ele alınmıştır.

Şekil 31

Birinci soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözüm


$$18 + 3 = 21 \text{ dakika da}$$
$$21 - 6 = 15$$

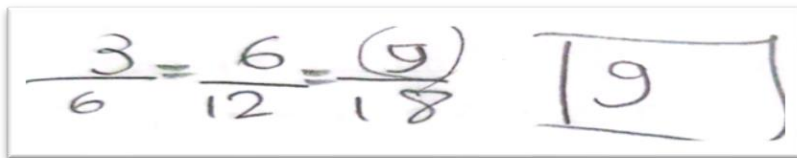
Öğrencilerin cevaplarında görüldüğü üzere, soruda verilen sayıları kullanarak sadece toplama veya çıkarma işlemleri kullanılması bu soruda toplamsal ilişki stratejisi kullanıldığının göstergeleridir. Soruda kat ilişkisinin açıklanamaması, öğrenciler tarafından ne bulunulduğunun ifade edilemeyişi sebeplerinden dolayı bu soruyu toplamsal ilişki stratejisi ile çözen öğrenciler için kavramsal bilgi eksikliği olduğundan bahsedebiliriz. Bunun yanı sıra öğrenciler bu soru için hangi doğru işlemi kullanması gerektiğini bilmediğinden dolayı işlemsel bilgi eksikliğinden de söz edebiliriz.

4.2.1.8. Denklik sınıfı stratejisi

Bu soruda çözüm için üçü altıya bölerek işlemini kesirle belirten öğrenci geçen zaman/alınan yol ifadelerini sayısal olarak belirtmiş ve bu işlemi payda kısmında yer alan alınan yol ifadesi 18 olana kadar devam ettirmiştir. Yazdığı kesirlerin birbirine denk olduğunun farkında olan öğrenci soruya dokuz cevabını vermiştir. Burada öğrencinin denklik sınıfı stratejisini kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Burada bu stratejiyi sadece bir öğrenci kullanmıştır. Yapılan çözüm için Şekil 32 incelenebilir. Denklik sınıfı stratejisini kullanan öğrenci için doğruluğu kabul edilebilir olan ve yapması gereken işlemlerde bu şekildedir. Öğrencinin cevabında görülen denk kesirler ve bu denk kesirlerin soruda istenilen çokluğa ulaşıncaya kadar devam edişi soruda denklik sınıfı stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 32

Birinci soru denklik sınıfı stratejisinde yapılan çözüm


$$\frac{3}{6} = \frac{6}{12} = \frac{9}{18}$$

9

4.2.1.9. Belirgin bir strateji olmayan çözümler

Bu soruda farklı, yanlış ve uygun olmayan işlemler kullanılması sebebiyle doğru cevaptan uzaklaştıran çözümler yer almaktadır. Alanyazında bahsedilen strateji çeşitlerinin çözümde gözlenmemesi, öğrencinin doğru veya yanlış cevabı nasıl bulduğunun anlaşılabilmesi, öğrencinin doğru veya yanlış olan cevabı sadece yazarak geçmesi veya soruyu boş bırakması üzerine analizde değerlendirilemeyen ve puanlandırılmayan çözümler “belirgin bir strateji olmayan çözümler” başlığı altında toplanmıştır. Bu öğrencilerin işlemsel bilgileri doğru olsa bile, oran orantı konusundaki kavramsal bilgilerinin var olup olmadığıyla ilgili yeterli bilgi elde edilememektedir. Bazı öğrenciler doğru orantı olduğunu belli ederek benzer çoklukları alt alta yazmış olsalar bile gerekli açıklama eksikliği ve kullanılan stratejinin alanyazındakilerden hangisine ait olduğu tespit edilemediğinden öğrencilerin stratejileri açık bir şekilde ortaya konulamamıştır. Açıklamaya yer veren öğrencilerin açıklamaları okunduğunda kendini doğru ifade edemeyen öğrencilere rastlanmıştır.

Şekil 33

Birinci soru belirgin bir strateji olmayan çözüm

Handwritten student work for a ratio problem. The work is as follows:

$$\begin{array}{r} 18 \text{ km} \\ - 6 \text{ km} \\ \hline \end{array}$$

Below this, the text "T.O." is written.

To the right of the subtraction, there is a multiplication: $3 \text{ dk} \times 9 \text{ dk}$.

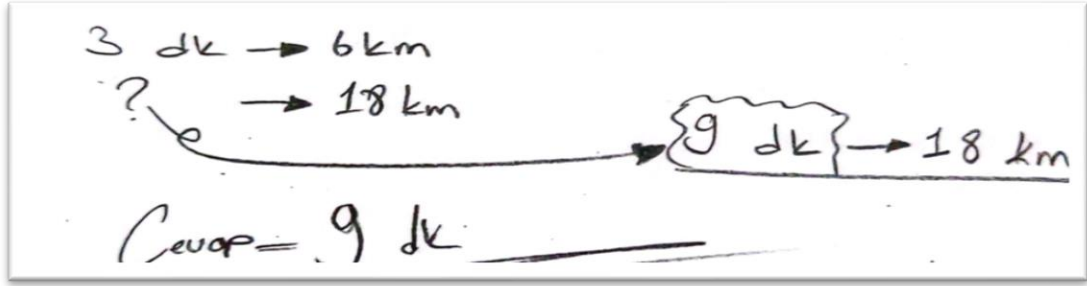
Further to the right, the ratio $18:2=9$ is written.

The entire work is crossed out with a large 'X'.

Öğrenci cevabı Şekil 33’de incelendiğinde, öğrencinin sorudaki orantı çeşidini doğru tespit edemediği, benzer birimleri sınıflandırıp ayırt edemediğini, kullandığı çapraz oklarla içler dışlar çarpımı stratejisine yaklaştığı tahmin edilse de işlemlerinde toplama, çıkarma, çarpma işlemlerine yer vermesi sebebiyle ne yapmak istediği açık bir şekilde ifade edilememektedir. Öğrencinin oran orantı konusu ile ilgili sahip olduğu kavramsal bilgi anlaşılabilir değildir.

Şekil 34

Birinci soru belirgin bir strateji olmayan çözüm



Belirgin bir strateji olmayan çözümler başlığı altında öğrenci cevapları incelendiğinde, Şekil 34’de de görüldüğü gibi öğrencinin dokuz cevabı ile sonucu doğru bulduğu görülmekte fakat kullandığı strateji açık bir şekilde tespit edilememektedir. Doğru sonucu bulup, kullandığı belirgin bir strateji olmayan öğrenci sayısı 17’dir. Doğru cevabı bulan bu 17 öğrenciden sekizi sadece doğru cevabı yazıp açıklamaya yer vermeden soruyu cevaplandırmıştır. Diğer dokuz öğrenci için ise alanyazında bahsedilen strateji çeşitlerinden hangisinin kullanıldığı tespit edilemediğinden ve öğrencinin açık bir şekilde yaptığı işlemleri belirtmemesinden kaynaklı yaptıkları çözümlerin bu başlıkta yer aldığını söyleyebiliriz. Bu soruyu boş bırakan dört öğrenci çözümleri de belirgin bir strateji olmayan çözümler başlığı altında yer almıştır.

4.2.1.10. Birden fazla çözüm stratejisi kullanan öğrenciler

Bu soruyu cevaplayan 180 öğrenci içerisindeki bir öğrenci çözüm yolunda hem denk kesir hem de içler dışlar çarpımı stratejisine yer vermiştir. Cevabı Şekil 35’de incelendiğinde, farklı birimler arasında belirttiği :2 ifadesi ve aynı birimler arasında belirttiği x3 ifadesi öğrencinin çokluklar arasındaki kat ilişkisini doğru fark ettiğini ve burada denk kesir stratejisini kullandığını göstermektedir. Ayrıca bununla birlikte yan kısımda yaptığı $6 \cdot x = 3 \cdot 18$ işlemi öğrencinin çapraz çarpım yaparak, çözümünde içler dışlar stratejisini kullandığını göstermektedir. Bu öğrencinin cevabı hem denk kesir hem de içler dışlar çarpımı stratejisi alt başlıklarında aynı anda değerlendirilip, ikisine de eklenmiştir. Yaptığı işlemlerin doğruluğundan emin olmak isteyen öğrenci kontrollerini yapmaya çalışırken bu soru için aynı anda iki farklı stratejiyi çözümünde doğru olarak kullanmış ve sonuca ulaşabilmiştir.

Şekil 35

Birinci soru birden fazla çözüm stratejisi olan çözüm

$$\begin{array}{l} \text{Km } 2: \text{ dk} \\ \hline 6 \quad 3 \\ 18 \quad x=9 \end{array}$$
$$\frac{6 \cdot x}{6} = \frac{3 \cdot 18}{6} = x=9$$

4.2.2. İkinci soru analizi

İkinci soru: Kısa Bey'in Uzun Bey adında bir arkadaşı vardır. Kısa Bey'in ataç ile uzunluğu ölçüldüğünde altı ataç boyunda olduğu görülmüştür. Uzun Bey ve Kısa Bey'in boyları düğme ile ölçüldüğünde, Uzun Bey'in altı, Kısa Bey'in dört düğme uzunluğunda olduğu bulunmuştur. Buna göre; Uzun Bey'in boyu kaç ataç uzunluğundadır?

İkinci soru verilmeyen değeri bulma soru türüne ait bir sorudur. Öğrencilerin bu soruda en çok içler dışlar çarpımı stratejisini (%32,59) kullandığı tespit edilmiştir. Bu stratejinin yanı sıra 32 öğrencide (%17,67) toplamsal ilişki stratejisinin kullanıldığı görülmüştür. 56 öğrencinin (%30,93) kullandığı çözümlerde belirgin bir stratejiye rastlanmamıştır. Öğrencilerin bu soruda birim oran, denklik sınıfı, artırma, veri ihmal stratejilerini kullanmadığı tespit edilmiştir. Bunların yanı sıra şekil çizmelere başvurulmuş fakat sayısal örnek vermeye başvurulmamıştır.

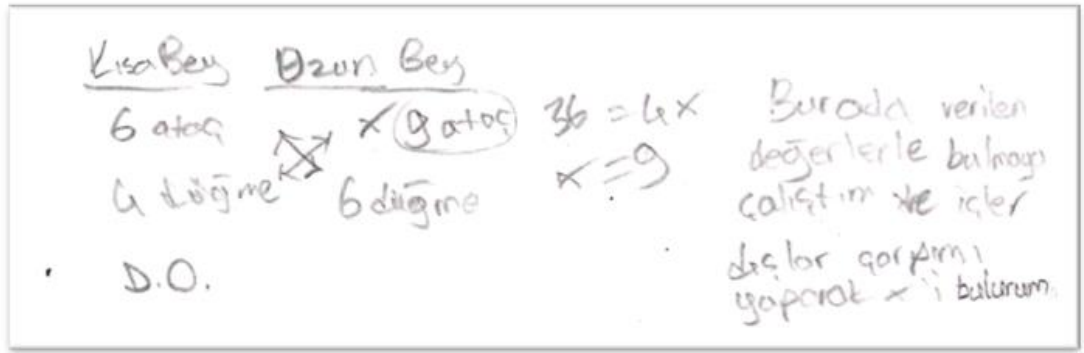
4.2.2.1. İçler dışlar çarpımı stratejisi

Bu soru çözümünde doğru orantı olduğunu fark eden öğrenciler öncelikle Uzun Bey'in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu olan altı ile Kısa Bey'in ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyu olan altıyı çarparak 36 cevabını buluyor. Daha sonra bulduğu bu sonucu Kısa Bey'in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu olan dörde bölerek dokuz sonucuna ulaşıyor ve doğru cevap veriyor. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 36 incelenebilir. İçler dışlar çarpımı stratejisini kullanan öğrenciler için doğruluğu kabul edilebilir olan ve yapması gereken işlemler bu şekildedir. Benzer çoklukların alt alta yazılıp, içler dışlar çarpımı oklarının gösterilmesi ve çapraz çarpımın öğrenciler tarafından kullanılması bu soruda içler dışlar stratejisi

kullanıldığıının göstergeleridir. Açıklama kısmında farklı kişiler arasında ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyu arttıkça düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyunun da artacağını belirten öğrenciler veya aynı kişi içinde düğme ile ölçüldüğünde düğme boyu ile ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyu arasındaki artışı görerek doğru orantıyı fark eden öğrenciler, soruda verilen diğer kişi içinde düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu ile ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyu arasında da artışın olması gerektiğini fark edip, bu durumu çarpımsal ilişki ile açıklayabilmişlerdir. Öğrenciler genel olarak bu soruda doğru orantının olduğunu fark edebilmişlerdir. Burada içler dışlar çarpımı stratejisini kullanan 58 öğrenci içerisindeki 37 öğrenci çözümünde bu şekilde cevap vermiştir.

Şekil 36

İkinci soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm



Soruyu benzer şekilde çözen bir başka öğrenci “Bu soruda doğru orantı vardır. Altı ataç dört düğmeye eşit ise altı düğme de dokuz ataca eşittir.” şeklinde açıklamaya yer vermiştir. Bir başka öğrenci açıklamasında “Çünkü orantı yaptık ve doğru orantı olduğu için çapraz çarptık. $6 \times 6 = 36$ ise dört ile hangi sayıyı çarparsak 36 olur? sorusunu düşünüp cevaba dokuz diyebiliriz.” ifadelerine yer vermiştir. Soruda cebirsel ifadeyi kullanan öğrenciler için, sorunun verilmeyen değeri bulmaya yönelik bir soru olduğunun da genel olarak öğrenciler tarafından fark edildiğini söyleyebiliriz.

Öğrencilerin çözümleri incelendiğinde soruda verilen kişilerin özel isimleri olmayıp Kısa ve Uzun Bey şeklinde belirtilmesinden dolayı bazı öğrencilerin soruyu daha anlaşılır olmasını sağlayacak şekilde resimler çizdiği görülmüştür. Şekil 37 incelendiğinde de Kısa Bey’in boyunun kısa, Uzun Bey’in boyunun uzun, atacın küçük, düğmenin büyük şekilde resmedildiği görülmüştür.

Şekil 37

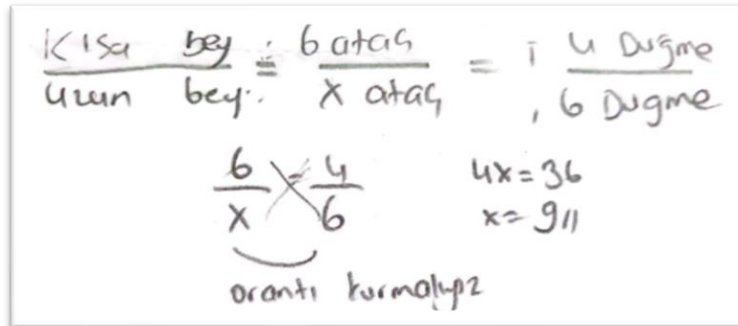
İkinci soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm



Bu soruda çözüm için dördü altıya bölerek işlemini kesirle belirten öğrencilerde olmuştur. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 38’de görülmektedir. Öğrenciler Kısa Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu/ Kısa Bey’in ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyu ifadelerini sayısal olarak belirtmiş ve bu işlemi Uzun Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu/ Uzun Bey’in ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyu şeklinde de yazarak bir eşitlik kurmuşlardır. Pay ve payda yerini değiştirerek de orantı kurmayı başaran öğrenciler olmuştur. Burada öğrencilerin farklı çokluklar arasında orantı kurabildiğini söyleyebiliriz. Yazdığı kesirlerin birbirine denk olduğunun farkında olan öğrenciler soruya dokuz cevabını vermişlerdir. Burada öğrencinin içler dışlar çarpımı stratejisini kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Burada bu stratejiyi 11 öğrenci kullanmıştır. İçler dışlar çarpımı stratejisini kullanan öğrenci için doğruluğu kabul edilebilir olan ve yapması gereken işlemlerden biri de bu şekildedir.

Şekil 38

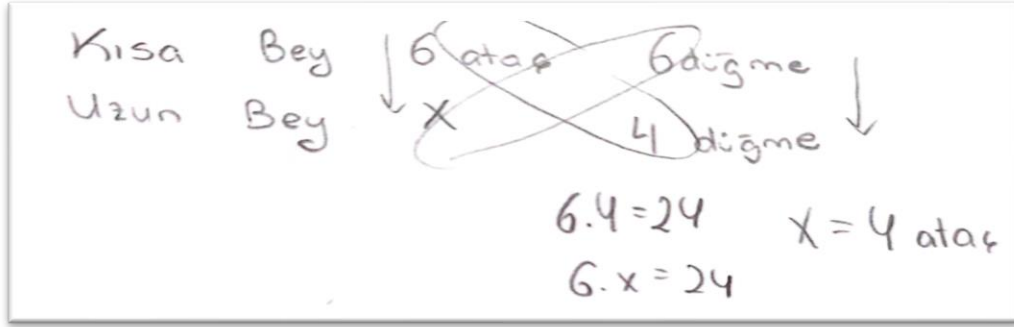
İkinci soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm



Bu soruda içler dışlar stratejisini kullanan 58 öğrenci içerisindeki 10 öğrenci içler dışlar stratejisini kullanmasına rağmen benzer çoklukları alt alta yazmada yanlışlık olmasından dolayı soruyu yanlış cevaplamışlardır. Burada 10 öğrencinin hepsi de aynı sebepten dolayı sorudan tam puan alamamışlardır. Bilinmeyen için “x” veya “?” ifadesini kullanan öğrenciler, “x” veya “?” ile ifade ettiği bilinmeyenin tam olarak ne anlam ifade ettiğini anlayamamışlardır. Bunu sayıları yanlış yerleştirip çapraz çarpım yapıp sonucu yanlış bulmasından varsayabiliriz. Veya öğrenciler dikkatsizlikten dolayı sayıların ne anlam ifade ettiğini anlamadan rastgele bir yerleşim yapıp çapraz çarpım yapmışlardır. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 39’da görülmektedir. Kısa Bey’in ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyu ile Uzun Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyunu çarparak (6×6) işlemini yaptıktan sonra, önceki işlemde çıkan sonuç ile Kısa Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyunu bölerek $(36:4)$ işlemini yapıp sonucu dokuz bulması gerekirken, öğrenci Kısa Bey’in ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyu ile Kısa Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyunu çarparak (6×4) işlemini yaptıktan sonra, önceki işlemde çıkan sonucu Uzun Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyuna bölerek $(24:6)$ işlemini yapıp cevabı dört bulmuştur. Öğrenciler verilen çokluklardaki farklılıkları ayırt edememiş, alt alta yazmada sorunlar yaşamışlardır. Buradaki yapılan yanlışların soruda verilen Kısa Bey’in ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyu ile Uzun Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu sayılarının aynı olmasından kaynaklı olabileceğini de söyleyebiliriz. Öğrencilerin soruda verilen sayıların ne ifade ettiğini yazmadıkları için soruda bir kafa karışıklığı yaşadıklarını tahmin edebiliriz. Burada öğrencilerin çözüm yolunda içler dışlar çarpımı stratejisini kullanarak yanlış sonuca ulaşıldığı görülmektedir. Bu soru için doğru sonuca ulaştırabilecek içler dışlar stratejisi kullanılsa bile, öğrencilerin sorudaki yanlış işlemleri sebebiyle yanlış cevaba ulaşılmıştır. Öğrencilerin cevabında görülen sayısal ifadelerin alt alta yazılması, çapraz oklar ve çapraz çarpım sonrası yazılan eşitlik içler dışlar çarpımı stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 39

İkinci soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm

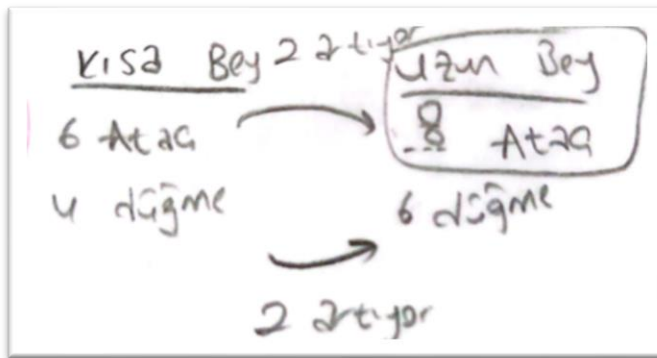


4.2.2.2. Toplamsal ilişki stratejisi

Bu soruda çözüm için toplamsal ilişki stratejisini kullanan 31 öğrenci olduğu görülmüştür. Bu öğrencilerin geneli için, benzer çoklukların alt alta yazılmasından dolayı soruda kullanılan çoklukları anlayıp ayırt edebildiğini söyleyebiliriz. Fakat yapılan sayısal işlemler incelendiğinde, 31 öğrenci içerisindeki 24 öğrenci yalnızca $6+2=8$ cevabı ile bu soruda toplama işlemini kullanmıştır. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 40'da görülmektedir. Bu soru için gerçek doğru cevabın dokuz olduğunu belirtirsek bu öğrenciler için gerçek doğru cevaba ulaşamadıklarını söyleyebiliriz. Kısa Bey ve Uzun Bey'in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyları arasında $6-4$ işleminden iki fark olduğunu anlayan öğrenciler, Kısa Bey ve Uzun Bey'in ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyları arasında da iki farklı toplamsal bir ilişki olduğunu düşünmektedirler. Öğrencilerde oranlar arasındaki kat ilişkisinin olduğu bilgisinin kazanılmadığı düşünülmektedir.

Şekil 40

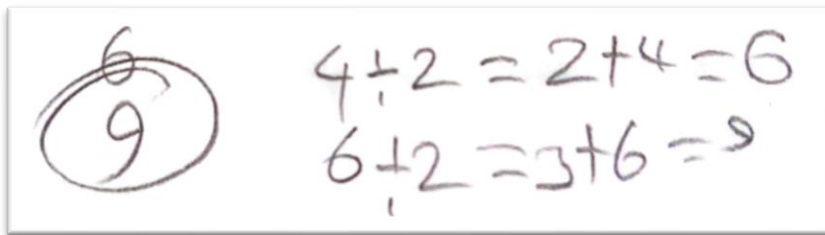
İkinci soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözüm



Toplamsal ilişki stratejisini kullanan öğrenciler için doğruluğu kabul edilemeyen ve yapılmaması gereken işlemler yukarıda da açıklanmıştır. Burada toplamsal ilişki stratejisini kullanan 31 öğrenci içerisindeki bir öğrenci çözümünde tesadüfî bir şekilde doğru sonuca ulaşmıştır. Bu öğrencinin yaptığı çözüm Şekil 41’de incelendiğinde, öğrenci soruda verilen Kısa ve Uzun Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyunu öncelikle iki ile sadeleştirerek Kısa Bey için 4:2 işleminden iki düğme uzunluğunda, Uzun Bey için 6:2 işleminden üç düğme uzunluğunda olduğunu düşünerek soruyu çözmeye başlamıştır. Ardından sadeleştirdiği sayılara yine soruda verilen Kısa ve Uzun Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyunu ekleyerek cevabın dokuz olduğunu belirtmiştir. Başlangıçta Kısa Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu olan iki sayısına yine soruda verilen Kısa Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu olan dört sayısını ilave ederek 2+4 işleminden altı sonucu bulmuştur. Başlangıçta Uzun Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu olan üç sayısına yine soruda verilen Uzun Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu olan altı sayısını ilave ederek 3+6 işleminden dokuz sonucunu bulmuştur. Soruda Uzun Bey’in sorulmasından dolayı kişiye odaklanan öğrenci cevabın dokuz olacağını düşünerek, cevabını yuvarlak içine alarak belirtmiştir. Öğrencinin burada soruyu anlamadığı anlaşılmaktadır. Yapılan işlemlerin ne ifade ettiği, ne için yapıldığı anlaşılamadığı ve öğrencinin açıklamalarının yetersiz olması sebebiyle bilgi eksikliğinden kaynaklı bir sebep olduğu söylenebilir. Burada toplama işleminin görülmesi, çarpma ve bölme işlemleri görülmemesi sebebiyle bu öğrencinin verdiği cevap sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi olarak değil toplamsal ilişki stratejisi olarak ele alınmıştır. Yapılan sadeleştirme işlemi çözümde kullanılan bölme işlemi olarak değil, işlem kolaylığı sağlamak amacıyla yapılmış bir işlem olarak değerlendirmeye alınmıştır.

Şekil 41

İkinci soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözüm



Handwritten student work showing a circled number 9 and two equations:

$$4 \div 2 = 2 + 4 = 6$$
$$6 \div 2 = 3 + 6 = 9$$

4.2.2.3. Denk kesir stratejisi

Bu soruda çözüm için iki farklı kişi için verilen çokluklardan birine odaklanarak, (düğme boyuna) Uzun Bey'in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu/ Kısa Bey'in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu işleminden yani $6:4=1,5$ yaparak düğme ile ölçüldüğündeki boyları arasında 1,5 katlık bir ilişki olduğunu fark eden öğrenciler, ataç ile ölçüldüğündeki boyları arasında da 1,5 katlık bir ilişki olması gerektiğini düşünerek cevap vermişlerdir. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 42'de görülmektedir. Uzun Bey'in ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyu/ Kısa Bey'in ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyu işlemini düşünerek "Hangi sayıyı 1,5'a bölünce altı sayısını bulurum." veya tam tersini düşünerek Kısa Bey'in ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyu ile kat ilişkisi çarpıldığında "Altı sayısının 1,5 katı dokuz olur o halde cevap dokuzdur." cevabını vermişlerdir. Burada öğrencilerin denk kesir stratejisini kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Denk kesir stratejisini kullanan öğrenciler için doğruluğu kabul edilebilir olan ve yapılması gereken işlemlerden biri bu şekildedir. Burada denk kesir stratejisini kullanan 14 öğrenci içerisindeki dört öğrenci çözümünde bu şekilde cevap vermiştir.

Şekil 42

İkinci soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm

Kişiler	Ataç	Düğme
Kısa bey	6	4
Uzun bey	29	6

1,5 x

katını alınca 8 çıkar

Farklı olan çoklukları (ataç ve düğme boyunu) fark eden öğrenciler, bir tablo halinde veya benzer çoklukları alt alta yazarak düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyundaki kat ilişkisini fark edebiliyorlar. Bu soruda çözüm için Şekil 43 incelendiğinde, aynı kişi için iki farklı çokluğu (Kısa Bey'in ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyu/ Kısa Bey'in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu) birbirine bölerek yani $6:4=1,5$ işlemini yaparak bir kişi için farklı çokluklar arasında 1,5 katlık bir ilişki olduğunu fark eden öğrenciler diğer kişinin farklı birimleri arasında da 1,5

katlık bir ilişki olması gerektiğini düşünerek cevap vermişlerdir. Uzun Bey'in ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyu/ Uzun Bey'in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu işlemini düşünerek "Hangi sayıyı altıya bölünce dokuz düğme boyunu bulurum." veya tam tersini düşünerek Uzun Bey'in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu ile kat ilişkisi çarpıldığında "Altı sayısının 1,5 katı dokuz olur o halde cevap dokuzdur." cevabını vermişlerdir. Burada öğrencilerin denk kesir stratejisini kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Denk kesir stratejisini kullanan öğrenciler için doğruluğu kabul edilebilir olan ve yapılması gereken işlemlerden bir diğeri de bu şekildedir. Burada denk kesir stratejisini kullanan 14 öğrenci içerisindeki üç öğrenci çözümünde bu şekilde cevap vermiştir. Aynı kişilerde farklı olan çoklukları (ataç ve düğme boyunu) fark eden öğrenciler, bir tablo halinde veya benzer çoklukları alt alta yazarak düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu ile ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyu arasındaki gördükleri 1,5 katlık yatay halde yazılan kat ilişkisini fark edebiliyorlar. Bilinmeyenle ilgili "?" veya "x" ile bahseden öğrenciler için, soruda farklı birimli çokluklar arasında aynı kat ilişkisi olması gerektiğinden farkında olduklarını söyleyebiliriz. Bu soruda denk kesir stratejisini kullanan 14 öğrenci içerisindeki beş öğrenci denk kesir stratejisini kullanmasına rağmen çözümlerindeki işlem hataları, eksik işlemleri ve kat ilişkisinde kullandıkları yanlış işlemler sebebiyle yanlış cevaba ulaşmış ve yapılan çözüm analizinde tam puan alamamıştır.

Şekil 43

İkinci soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm

	Ataç	Düğme	
Kısa Bey	6 $\times 1,5$	4	Cevap = 9
Uzun Bey	9 $\times 1,5$	6	

4.2.2.4. Ters orantı algoritması stratejisi

Bu soru çözümünde doğru orantı olduğunu fark edemeyen öğrenciler, orantı çeşidini yanlış tespit ederek soruda ters orantı olduğunu düşünmüşlerdir. Benzer çoklukları alt alta yazan öğrenciler içler dışlar çarpımı oklarını çapraz uzatmak

yerine düz bir şekilde uzatarak farklı çoklukları çarparak yanlış cevaba ulaşmışlardır. Düz uzatılan oklar ve yan yana olan sayıları çarparak bir eşitlik yazmak bu soruda ters orantı algoritması stratejisi kullanıldığının göstergeleridir. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 44’de görülmektedir. Öğrenciler öncelikle genellikle verilen bilgileri tablo veya benzer olan çoklukları alt alta gelecek şekilde düzenleyerek soruyu anlamaya çalışmışlardır. Kısa Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu olan dört ile Kısa Bey’in ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyu olan altıyı çarparak 24 cevabını bulmuşlardır. Daha sonra bulduğu bu sonucu Uzun Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu olan altı’ya bölerek dört sonucuna ulaşmışlardır. Bu soruda ters orantı algoritması stratejisini kullanan 12 öğrencinin 12’si soruyu bu şekilde cevaplandırmıştır. Ters orantı algoritması stratejisini kullanan öğrencilerin, bu soruda bu stratejiyi doğru kullanmış olsalar bile doğru cevaba ulaşamayacağı anlaşılmaktadır. Çünkü bu soru ters orantı değil doğru orantı sorusudur ve bu kavramsal bilgiyi fark edip başta ayırt edebilen öğrenciler ancak doğru cevaba ulaşabilir. Bu soruda ters orantı algoritması stratejisini kullanan 12 öğrencinin 12’sinin cevabı da yanlış olarak değerlendirilmiştir ve analizinde de tam puan alamamışlardır. Bu soruda ters algoritma stratejisini kullanan öğrencilerin bilgi eksikliğinden veya yanlış bilgidен dolayı, orantı çeşidini fark edememesi sebebiyle yanlış cevaba ulaştığı söylenebilir.

Şekil 44

İkinci soru ters orantı algoritması stratejisinde yapılan çözüm

Kısa Bey	Uzun Bey
4	6

$6 \cdot 4 = 24 : 6 = 4$

$\textcircled{X} \rightarrow 4$

4.2.2.5. Sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi

Bu soruda çözüm için sayıları kullanma ve içerik yok stratejisini kullanan altı öğrenci olduğu görülmüştür. Tam puan alamayan altı öğrenci soruyu yanlış cevaplandırmıştır. Bu altı öğrencilerden ikisinin yaptığı çözüm Şekil 45’de incelendiğinde, öğrenciler önce soruda verilen Uzun Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu olan altı ile Kısa Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu olan dördü çarparak 24 cevabını bulmuşlardır. Daha sonra buldukları sonucu yine önceden kullanmış olduğu Kısa Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu olan dört sayısına bölerek $24:4$ işleminden cevabı altı bulmuşlardır. Öğrencilerin soruda verilen sayıların hepsini kullanmadığı hatta birini iki kez kullandığı görülmektedir. Öğrencilerin soruya yanlış cevap verdiği görülmektedir. Bu soruda sadece soruda verilen sayıları çarpma ve bölme işlemi ile çözen öğrencilerin bu stratejisi sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi başlığı altında değerlendirilmiştir.

Şekil 45

İkinci soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm

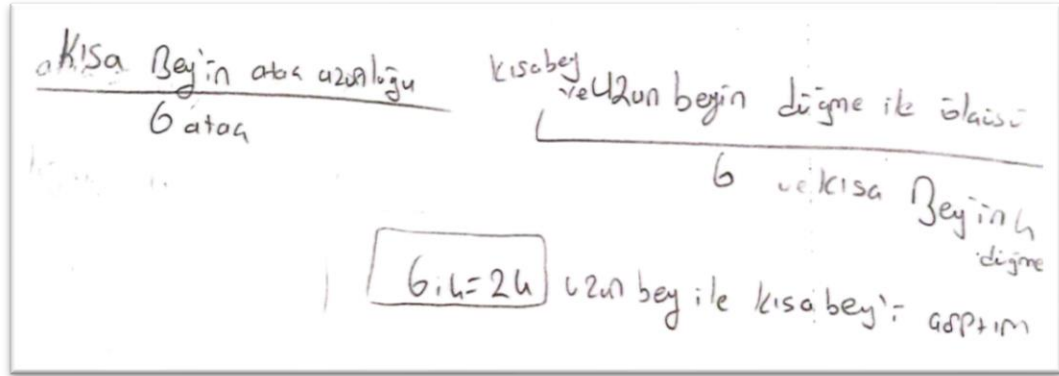
6
 $\times 4$
24 atar.

$24 \div 4 = 6$
uzun lüğün dadır.

Sayıları kullanma ve içerik yok stratejisini kullanan altı öğrenci içerisinde üç öğrencinin ise yukarıda belirtildiği gibi bir işlem yaparak sonucu 24 bulduğu görülmüştür. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 46’da görülmektedir. Yine soruda verilen sayıların hepsinin kullanılmadığı görülmektedir. Bir önceki öğrencilerin yaptığı çözüm yoluna benzeyen işlemler yapmak istenmesine rağmen eksik işlemler yapıldığı tahmin edilmektedir. Cevabı yazan öğrencilerin 24 sonucu yanlış cevap olarak değerlendirmeye alınmıştır.

Şekil 46

İkinci soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm



4.2.2.6. Değişim çarpanı stratejisi

Bu soruda çözüm için Kısa Bey ve Uzun Bey'in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu ve ataç ölçüldüğündeki ataç boyu kesir şeklinde ifade edilip, bir orantı kurulmuştur. Kısa Bey'in verilen sayısal değerlerdeki düğme/ataç uzunlukları yazılmıştır ($\frac{4}{6}$). Uzun Bey'in verilen sayısal değerlerdeki düğme/ataç uzunlukları yazılmıştır ($\frac{6}{x}$). Burada öğrenci bilinmeyeni tespit ederek onu cebirsel olarak "x" ile ifade etmiştir. Öğrenci her ne kadar soru çözümünde ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyu/düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu olarak belirtse de buradaki sayısal değerler incelendiğinde düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu/ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyu yazıldığı görülmüştür. Bu durumun öğrencinin dikkatsizliğinden kaynaklandığını söyleyebiliriz. Kısa Bey ve Uzun Bey için pay kısmında bulunan düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyları eşitlenmeye çalışılmıştır. Bunun için Kısa Bey'de bulunan $\frac{4}{6}$ oranı üç ile, Uzun Bey'de bulunan $\frac{6}{x}$ oranı iki ile genişletilip, düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyları 12 sayısında eşitlenmeye çalışılmıştır. Kısa Bey ve Uzun Bey için payda kısmında bulunan ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyları arasında da eşitlik sağlanması gerektiğini fark eden öğrenci $2 \cdot x = 18$ yazarak 18'i ikiye bölmüş, x sayısını dokuz olarak bulmuş ve soruyu doğru cevaplandırmıştır. Burada öğrencinin değişim çarpanı stratejisini kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Burada bu stratejiyi sadece bir öğrenci kullanmıştır. Buna yönelik yapılan bu çözümü Şekil 47' de de inceleyebiliriz. Değişim çarpanı stratejisini kullanan öğrenci için doğruluğu kabul edilebilir olan ve

yapması gereken işlemlerde bu şekildedir. Öğrencinin cevabında görülen iki kişi için verilen farklı iki çokluklardan seçilen herhangi bir çokluğun sayısal değerleri eşitlendikten sonra diğer çoklukların sayısal değerlerinin de eşitlenip karşılaştırılması soruda değişim çarpanı stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 47

İkinci soru değişim çarpanı stratejisinde yapılan çözüm

Kısa Bey → 6 ataç boyunda = 4 düğme uzunluğunda
Uzun Bey → 6 düğme uzunluğunda = 9 ataç uzunluğundadır.

$$\frac{\text{Ataç}}{\text{Düğme}} = \frac{6}{(2)} = \frac{4}{(3)}$$
$$\frac{12}{2} = \frac{12}{18} \quad 18 : 2 = 9$$

4.2.2.7. Duygusal cevap verme stratejisi

Bu soruda çözüm için “Düğme, ataca göre daha küçük bir araçtır. Düğmeyle ölçüldüğünde düğme boyunda Uzun Bey Kısa Bey’den daha uzun çıkmıştır. Ataçla ölçüldüğünde ataç boyunda ise Kısa Bey Uzun Bey’den uzun çıkmalıdır. Yani uzunlukları santimetre birimi ile düşünülürse aynıdır.” cevabını vermiştir. Burada öğrenci Kısa Bey ve Uzun Bey’in soruda boylarının uzunlukları eşit demediği halde eşitmiş gibi düşünüp, ona göre cevaplaması, soruyu doğru anlamlandıramadığını göstermektedir. Burada öğrencinin Kısa Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu + Kısa Bey’in ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyu = Uzun Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu + Uzun Bey’in ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyu” şeklinde düşündüğü varsayılabilir. Bu şekilde bir düşünce içerisinde olan öğrenci için oran orantı konusunun kavramsal boyutunu anlamlandıramadığını, bu soruda toplamsal ilişki mantığını da kullandığını söyleyebiliriz. Fakat bunu öğrenci çözümde yansıtmadığı ve varsayımlarda bulunduğu için çözümde yazılan sözel açıklamadan yola çıkılarak (“Düğme, ataca göre daha küçük bir araçtır.”), bu çözümün duygusal cevap verme stratejisi alt başlığı altında değerlendirilmesine karar verilmiştir. Öğrencinin duygusal cevap verme stratejisini kullanarak yanlış sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Burada bu stratejiyi sadece bir öğrenci kullanmıştır.

Duygusal cevap verme stratejisinde kullanılan çözüm yolu, öğrenciyi gerçek doğru cevaptan uzaklaştırmaktadır. Çözüm için doğruluğu kabul edilemeyen ve yapılmaması gereken işlemlerdendir. Öğrencinin cevabında görülen kendine ait olan, mantığa dayanmayan, yetersiz açıklama ve öznel yorumları soruda duygusal cevap verme stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

4.2.2.8. Belirgin bir strateji olmayan çözümler

Bu soruda farklı, yanlış ve uygun olmayan işlemler kullanılması sebebiyle doğru cevaptan uzaklaştıran çözümler yer almaktadır. Alanyazında bahsedilen strateji çeşitlerinin çözümde gözlenmemesi, öğrencinin doğru veya yanlış cevabı nasıl bulduğunun anlaşılamaması, öğrencinin doğru veya yanlış olan cevabı sadece yazarak geçmesi veya soruyu boş bırakması üzerine analizde değerlendirilemeyen ve puanlandırılmayan çözümler “belirgin bir strateji olmayan çözümler” başlığı altında toplanmıştır. Bu öğrencilerin işlemsel bilgileri doğru olsa bile, oran orantı konusundaki kavramsal bilgilerinin var olup olmadığıyla ilgili yeterli bilgi elde edilememektedir. Bazı öğrenciler doğru orantı olduğunu belli ederek benzer çoklukları alt alta yazmış olsalar bile gerekli açıklama eksikliği ve kullanılan stratejinin alanyazındakilerden hangisine ait olduğu tespit edilemediğinden öğrencilerin stratejileri açık bir şekilde ortaya konulamamıştır. Açıklamaya yer veren öğrencilerin açıklamaları okunduğunda kendini doğru ifade edemeyen öğrencilere rastlanmıştır. Buna yönelik örnek çözüm için Şekil 48 incelenebilir.

Şekil 48

İkinci soru belirgin bir strateji olmayan çözüm

Kısa Bey
6

Uzun Bey
6

Kısa Bey
4

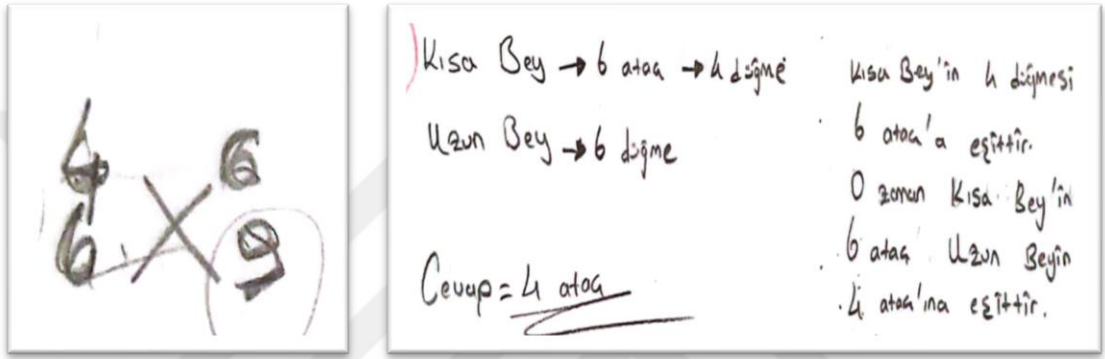
Uzun Bey
4

Düşme ataca göre daha küçük olduğundan birinin kinde düşmeyle ölçüldüğü Uzun Bey ataçlar ölçüldüğü Kısa Bey uzun çıkartılır. Yani santimleri aynıdır.

Bir başka öğrenci cevabı Şekil 49’da incelendiğinde, öğrencinin sorudaki orantı çeşidini doğru tespit edemediği, benzer birimleri sınıflandırıp ayırt edebildiği veya edemediği söylenebilir. Kullandığı çapraz oklarla içler dışlar çarpımı stratejisine yaklaştığı tahmin edilse de ne yapmak istediği açık bir şekilde ifade edilememektedir. Öğrencinin oran orantı konusu ile ilgili sahip olduğu kavramsal bilgi anlaşılamamaktadır.

Şekil 49 ve Şekil 50

İkinci soru belirgin bir strateji olmayan çözüm



Şekil 50’de yapılan çözüm incelendiğinde, öğrencinin sorudaki benzer birimleri sınıflandırıp ayırt edebildiğini, kullandığı düz oklar sayesinde farklı birimler arasındaki kat ilişkisini görmeye dayalı ters orantı algoritması stratejisine yaklaştığı tahmin edilse de bulduğu cevap da alanyazındaki hangi çözüm stratejine yer verdiği açık bir şekilde ifade edilememektedir. Öğrencinin oran orantı konusu ile ilgili sahip olduğu kavramsal bilgi anlaşılamamaktadır.

Tam puan alamayan 56 öğrenci içerisindeki 11 öğrencinin kullandığı çözüm stratejileri alanyazında bahsedilen stratejilerden farklıdır ve herhangi biri içerisine girmemektedir. İşleme yer verip, açıklamaya yer vermeyen öğrencilerin burada nasıl düşündüğünü anlamakta zor ve mümkün olmadığı için belirli bir sayısal işlem yapıp açıklamanın yetersiz kaldığı çözümler “belirgin bir strateji olmayan çözümler” alt başlığı altında değerlendirilmiştir. Örneğin burada bir öğrencinin verdiği açıklamada “Kısa Bey’in dört düğmesi altı ataca eşittir. O zaman Kısa Bey’in altı atacı Uzun Bey’in dört ataca eşittir. $6=4$ ise $4=6$ eşitliğinden yola çıkarak bu cevabı veren iki öğrenciye rastlanmıştır. Verilen çoklukların ne olduğuna dikkat etmeyen öğrenciler

için neyi bulduklarının ve ne yaptıklarının kendileri tarafından çok anlaşılamadığı düşünülmektedir.

Yanlış sonucu bulan öğrenci cevapları incelendiğinde, 13 öğrencinin sadece yanlış cevabı yazıp açıklamaya yer vermeden soruyu cevaplandığı, 11 öğrencinin yanlış ve yetersiz işlemlere yer verip, açıklama yapmadan, kendine özgü olan ama herhangi bir alanyazındaki stratejinin içerisine girmeyecek şekilde açıklama yaparak yanlış sonuca ulaştığı ortaya çıkmıştır. Belirgin bir strateji olmayan çözümler alt başlığında dört öğrencinin doğru cevap verdiği görülmüştür. Bu soruyu boş bırakan 28 öğrenci çözümleri de belirgin bir strateji olmayan çözümler alt başlığı altında yer almıştır.

4.2.2.9. Birden fazla çözüm stratejisi kullanan öğrenciler

Bu soruda çözüm için iki farklı yol kullanan bir öğrenci olmuştur. Toplamsal ilişki ve içler dışlar çarpımı stratejisi kullanıldığı görülmüştür. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 51’de verilmiştir. Öğrenci kullandığı birinci yolu “Uzun Bey altı düğme boyundadır. Kısa Bey dört düğme boyundadır. Kısa Bey ve Uzun Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyları arasındaki fark iki düğme boyu kadardır. Kısa Bey altı ataç boyundadır. Kısa Bey ve Uzun Bey’in ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyları arasındaki farkın yine iki ataç boyunda olması gerekir.” şeklinde ifade etmektedir. Bu şekilde düşünen öğrenci Uzun Bey’in ataç boyuna $6+2=8$ işleminden dolayı sekiz cevabını vermiştir. Açıklamasıyla öğrencinin burada toplamsal ilişki stratejisini kullandığı anlaşılmaktadır.

Şekil 51

İkinci soru birden fazla çözüm stratejisi olan çözüm

Buna göre; Uzun Bey'in boyu kaç ataç uzunluğundadır?

Cevap: 8

Uzun Bey 6 düğme boyundadır.
Kısa Bey 4 düğme boyundadır.
Çünkü Kısa Bey ve Uzun bey arasındaki fark 2'dir.
 $6 + 2 = 8$

Düğme = ①
Ataç = ②

2. yol
$$\begin{array}{r} 6 \times 6 \\ 4 \times 4 \\ \hline 6 \times 6 = 36 \\ 4 \times 4 = 16 \\ \hline 36 - 16 = 20 \end{array}$$

D.O $\rightarrow 6 \times x = 6 \times 4$
 $6 \times x = 24$
 $x = 4$

Kullandığı ikinci yolda bilinmeyen için “x” ifadesini kullanan öğrenci, “x” ile ifade ettiği bilinmeyenin tam olarak ne anlam ifade ettiğini anlayamamıştır. Bunu sayıları yanlış yerleştirdikten sonra çapraz çarpım yapıp sonucu yanlış bulmasından varsayabiliriz. Başka bir şekilde düşünersek, öğrenci dikkatsizlikten dolayı sayıların ne anlam ifade ettiğini anlamadan rastgele bir yerleşim yapıp, çapraz çarpım yapmıştır. Kısa Bey’in ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyu x Uzun Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu (6×6) işlemini yaptıktan sonra, önceki işlemde çıkan sonuç : Kısa Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu ($36:4$) işlemini yapıp sonucu dokuz bulması gerekirken, öğrenci Kısa Bey’in ataç ile ölçüldüğündeki ataç boyu x Kısa Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu (6×4) işlemini yaptıktan sonra, önceki işlemde çıkan sonuç : Uzun Bey’in düğme ile ölçüldüğündeki düğme boyu ($24:6$) işlemini yaparak cevabı dört bulmuştur. Öğrenci verilen çokluklardaki farklılıkları ayırt edememiş, alt alta yazmada sorunlar yaşamıştır. Öğrencinin kullandığı ikinci yolda içler dışlar çarpımı stratejisini kullanarak yanlış sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Bu soru için doğru sonuca ulaştırabilecek içler dışlar çarpımı stratejisi kullanılsa bile, öğrencinin sorudaki yanlış işlemleri sebebiyle yanlış cevaba ulaşılmıştır. Öğrencinin cevabında görülen sayısal ifadelerin alt alta yazılması, çapraz oklar ve çapraz çarpım sonrası yazılan eşitlik içler dışlar çarpımı stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

4.2.3. Üçüncü soru analizi

Üçüncü soru: Bir hayvanat bahçesinin havuzunda 10 cm uzunluğunda A, 15 cm uzunluğunda B ve 25 cm uzunluğunda C yılan balıkları vardır. Bu yılan balıkları boy uzunlukları ile doğru orantılı olarak beslenmektedirler. Buna göre A yılan balığı iki adet yem ile beslenirse, C yılan balığına kaç adet yem verilmelidir?

Üçüncü soru verilmeyen değeri bulma soru türüne ait bir sorudur. Öğrencilerin bu soruda en çok denk kesir stratejisini (%24,44) kullandığı tespit edilmiştir. Bu stratejinin yanı sıra 31 öğrencide (%17,22) içler dışlar çarpımı stratejisinin kullanıldığı görülmüştür. 48 öğrencinin (%26,66) kullandığı çözümlerde belirgin bir stratejiye rastlanmamıştır. Öğrencilerin bu soruda değişim çarpanı, duygusal cevap verme, ters orantı algoritması stratejilerini kullanmadığı tespit edilmiştir. Bunların yanı sıra şekil çizmelere başvurulmuş fakat sayısal örnek vermeye başvurulmamıştır.

4.2.3.1. Denk kesir stratejisi

Bu soruda öğrencilerin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Soruda doğru orantı olduğu bilgisine dikkat eden öğrenciler doğru orantı bilgilerini kullanarak çözmeye çalışmışlardır. 44 öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Burada kullanılan denk kesir stratejisi öğrencileri doğru cevaba ulaştırmaktadır. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 52’de görülmektedir. Başlangıçta 10 cm uzunluğundaki iki adet yem ile beslenen A yılan balığının, boy uzunluğu ile beslenmesi gereken yem miktarı arasında 10:2 işlemi ile :5 katlık ilişki olduğunu fark eden öğrenciler, soruda istenen 25 cm uzunluğundaki C yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarını bulmak için burada da boy uzunlukları/yem miktarları arasında beş katlık bir ilişki olması gerektiğini bilerek, cevaplarını 25/5 işlemi ile cevabın beş olması gerektiğini belirtmişlerdir. Balıkların boy uzunlukları ile beslenmesi gereken yem miktarları arasında 10:2 işlemi ile :5 katlık ilişki olduğunu fark eden öğrenciler, 25 cm uzunluğundaki C yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarını bulmak için burada yem miktarı x kat ilişkisi işlemi yaparak boy uzunluğu olan 25 sayısını bulmaya çalışmışlardır. $25 \div 5 = 5$ işlemi ile “Hangi sayı ile beşi çarpınca 25 sayısını elde ederim?” şeklinde düşünerek bilinmeyeni beş olarak bulmuşlardır. Kat ilişkisini aynı çokluklar üzerinde kuran öğrencilerde olmuştur. 10 cm ve 25 cm uzunlukları arasında 2,5 katlık bir ilişki olduğunu fark eden öğrenciler, beslenmeleri gereken yem miktarları arasında da 2,5 katlık bir ilişki olması gerektiğini düşünerek $2 \times 2,5$ işlemi ile cevabın beş olacağını belirtmişlerdir. Bir öğrenci çözümünde bu durumu “Beş adet yem verilmelidir. Çünkü C balığı, A balığının 2,5 katıdır.” şeklinde belirterek aynı çokluklar arasındaki kat ilişkisine odaklanmıştır. Denk kesir stratejisini kullanan 42 öğrenci beş cevabını vererek doğru sonuca ulaşmıştır. Benzer çoklukların alt alta yazılıp, kat ilişkisinin gösterilmesi ($\times 5$, :5, $\times 2,5$, :2,5) “kat” sözcüğünün kullanılması bu soruda denk kesir stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 52

Üçüncü soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm

10 cm → 2
25 cm → x
15
25:5=5
x=5

Benzer çoklukları alt alta yazmayıp, kesir şeklinde ifade eden balıkların boy uzunlukları/yem miktarları veya yem miktarları/boy uzunlukları denk kesirlerini oluşturduktan sonra kat ilişkisini fark eden öğrenci stratejileri de denk kesir stratejisi başlığı altında değerlendirilmiştir. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 53’de görülmektedir. Bu öğrenciler için orantı ve denk kesir bilgisine sahip oldukları söylenebilir. Kavramsal boyutta bilgiye sahiplerdir.

Şekil 53

Üçüncü soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm

10 cm A
15 cm B
25 cm C

$\frac{A}{10} \div 5$
yem = 2

$\frac{B}{15} \div 3$

$\frac{C}{25} \div 5$

Denk kesir stratejisini kullanan iki öğrenci bu soruya hatalı ve yanlış işlemler sebebiyle yanlış cevap vermişlerdir. Soruda aynı çokluklar arasındaki kat ilişkisini, $x2,5$ şeklinde belirtmesine rağmen, bilinmeyeni bulurken yanlış çarpma işlemleri yapılması sonucu yanlış cevaba ulaşılmıştır. Bir öğrenci kat ilişkisini doğru bulsa bile işlemsel bilgi ile yanlış cevaba ulaşmıştır. Cevabında $2x,2,5$ işlemini gösteren öğrenci cevabı beş bulması gerekirken, cevabı 4,5 olarak belirtmiştir. Bu durumun dikkatsizlikten kaynaklanabileceğini de söyleyebiliriz. Bir diğer öğrenci ise, aynı çokluklar arasında A ve C balıklarının boy uzunlukları arasında $15/25$ işlemi ile $3/5$

şeklinde ifade edeceği kat ilişkisini yanlış tespit edip $5/3$ diyerek, beslenmeleri gereken yem miktarları arasında da $5/3$ katlık ilişkiyi göz önünde tutarak, $2x(5/3)$ işlemi ile cevabın yaklaşık üç olacağını belirterek yanlış cevaba ulaşmıştır. Bu öğrenci çözümü için Şekil 54 incelenebilir.

Şekil 54

Üçüncü soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm

The image shows handwritten mathematical work. On the left, the fraction $5/3$ is written, followed by a large opening parenthesis, then the fraction $15/25$, and a closing parenthesis. To the right of this, there is a long division problem. The divisor is $2/3$ and the dividend is $5/3$. The quotient is written as 33 with a horizontal line underneath it.

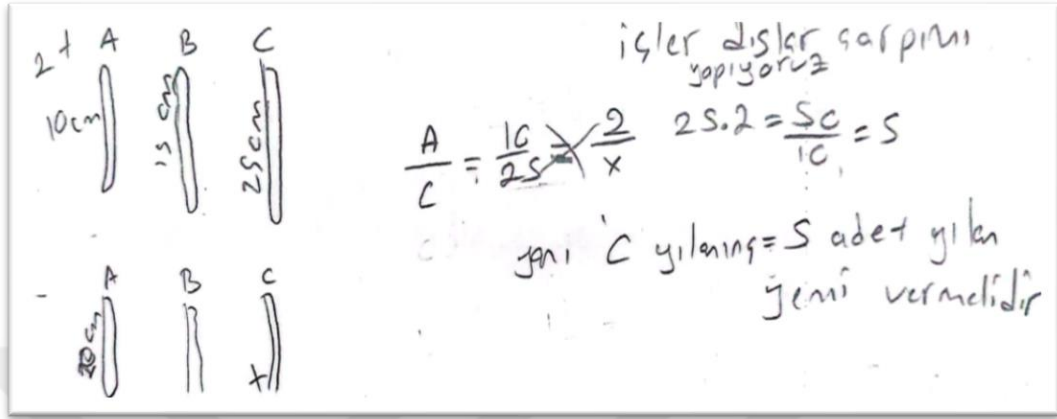
4.2.3.2. İçler dışlar çarpımı stratejisi

Bu soruda öğrencilerin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Bazı öğrenciler ise bunu kesir şeklinde belirtmiştir. Soruda doğru orantı olduğunu fark edebilen öğrenciler soruyu onu kullanarak çözmeye çalışmışlardır. Bazı öğrencilerin açıklamaları incelendiğinde, “Fazla yem yiyen daha uzun olur.”, “Soruda doğru orantı kurmamız isteniyor. Ben de bu sebeple doğru orantı kurdum.” ifadelerine yer verdikleri görülmüştür. Bazı öğrencilerin soruda sayısal işlemler kullansalar bile, anlaşılabilirliği kolaylaştırmak için, soruda verilen boy uzunlukları ile doğru orantılı olacak şekilde balıkları ifade eden şekiller çizdikleri görülmüştür. Burada kullanılan içler dışlar çarpımı stratejisi öğrencileri doğru cevaba ulaştırmaktadır. 31 öğrencinin soruyu bu strateji ile çözdüğü görülmüştür. Başlangıçta soruda verilen 10 cm uzunluğundaki iki adet yem ile beslenen A yılan balığından hareketle, 25 cm uzunluğundaki “x” adet yem ile beslenen C yılan balığını belirterek x ifadesini bulmaya çalışmışlardır. Çapraz çarpım yapıp $25x2=50$ işleminden sonra $50:10$ işlemi ile cevabı beş bulmuşlardır. Bazı öğrenciler çapraz çarpım yaparak benzer işlemleri $25x2=10x?$ şeklinde göstererek gerekli sadeleştirmeleri yaptıktan sonra soruyu çözmeye çalışmışlardır. İçler dışlar çarpımı stratejisini kullanan 31 öğrencinin hepsi doğru sonuca ulaşmıştır. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 55 incelenebilir. Benzer çoklukların alt alta yazılıp, içler dışlar çarpımı oklarının gösterilmesi ve çapraz

çarpımın öğrenciler tarafından kullanılması bu soruda içler dışlar çarpımı stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 55

Üçüncü soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm



4.2.3.3. Birim oran stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için başlangıçta A yılan balığının uzunluğu ve yem miktarından hareketle 10'u beşe bölerek balıkların her beş cm'de bir adet yem miktarı ile beslenmesi gerektiğini bularak işlem yapmaya başlamışlardır. Soruda da belirtildiği gibi balıkların boy uzunlukları ile yem miktarları arasında doğru orantı olduğu bilgisi dikkate alınmış ve doğru uygulanmıştır. Soruda doğru orantı kullanarak çözmeye ve birim kesri bulmaya çalışmışlardır. 25 öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Bu soru doğru orantı sorusu olduğu için öğrencilerin bu stratejiyi kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Burada kullanılan birim oran stratejisi öğrencileri doğru cevaba ulaştırmaktadır. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 56 incelenebilir. Başlangıçta balıkların her beş cm'de bir adet yem miktarı ile beslenmesi gerektiğini bulan öğrenciler, soruda istenilen 25 cm uzunluğundaki C balığının beslenmesi gereken yem miktarını bulmak için 25:5 işlemi ile cevabı beş bulmuşlardır. Bazı öğrencilerin işlemlerini kesir biçiminde yazarak soruyu anlamlandırmaya çalıştıklarını söyleyebiliriz. Bir öğrencinin açıklaması incelendiğinde, "10 cm'ye iki veriliyorsa 10'u ikiye böldüğümüzde beş çıkıyor. Yani her beş cm'de bir yem veriliyor. O zaman 25 cm'de beş yem verilir." şeklindedir. Öğrencinin önce A yılan balığında verilen bilgilerden hareketle doğru orantı kullanarak birim kesri doğru tespit ettiğini ve bulduğu birim kesirden hareketle

de istenilen C yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarını beş olarak bulduğunu söyleyebiliriz. Birim oran stratejisini kullanan 25 öğrencinin hepsi beş cevabını vererek doğru sonuca ulaşmıştır. Bir adet yem miktarı için gereken uzunluğu bulmaları, “bir adet yem=beş cm uzunluk” veya “Bir adet yem için beş cm lazım.” açıklamaları soru çözümü için birim oran stratejisini kullandıklarının göstergeleridir. Özellikle “bir adet yem” ifadesi birim kesri bulmaya yönelik ifadedir.

Şekil 56

Üçüncü soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm

A $\rightarrow \frac{10 \text{ cm}}{2 \text{ adet}} \rightarrow 5 \text{ cm } 1 \text{ adettir}$ 5 adet yem verilmelidir.

C $\rightarrow \frac{25 \text{ cm}}{5} \rightarrow 25 \div 5 = 5$

4.2.3.4. Toplamsal ilişki stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için soruda geçen sayıları kullanarak rastgele işlemler yapmışlardır. Özellikle çarpma ve bölme işlemine yer vermeden toplama ve çıkarma işlemleri kullandıkları çözümler toplamsal ilişkiler stratejisi alt başlığında değerlendirilmiştir. Soruda doğru orantı olduğuna dikkat etmeyen öğrencilerin, sorudaki doğru orantı ve ters orantı kavramsal bilgilerine sahip olduğu bilgisi çok fazla anlaşılamamaktadır. Yapılan çözümler incelendiğinde, dokuz öğrencinin toplamsal ilişki stratejisini kullanarak yanlış cevaba ulaştığı görülmüştür. Öğrencilerin yaptığı çözüm Şekil 57’de incelendiğinde, iki öğrenci, başlangıçta soruda verilen A yılan balığının boy uzunluğundan beslendiği yem miktarını çıkartarak 10-2 işlemi ile arada çarpımsal bir ilişki değil toplamsal bir ilişki olduğunu ve bu toplamsal ilişkinin sekiz olması gerektiğini belirtmiştir. Öğrenciler ile ilgili, orantısal durumu fark etse bile doğru orantı ile ilgili kavramsal bilgi eksikliği olması sebebiyle yanlış sonuca ulaştıklarını söyleyebiliriz. Daha sonra soruda C yılan balığı için beslenmesi gereken yem miktarını bulurken aradaki toplamsal ilişkiyi düşünerek yine burada da aynı toplamsal ilişki olacağını bilerek 25-8 işlemi ile cevabın 17 olacağını belirtmişlerdir. Bir başka çözümler incelendiğinde, beş öğrencinin soruda

verilen A, B ve C yılan balıklarının boy uzunluklarını toplayarak $10+15+25$ işlemi ile sonucu 50 buldukları görülmüştür. İki öğrencinin ise sadece soruda belirtilen ve istenen balıkların boy uzunluğuna odaklanıp, B balığının boy uzunluğunu almadan $10+25$ işlemi ile sonucun 35 olduğunu belirtmişlerdir. Toplayarak veya çıkartarak işlem yapan bu öğrencilerde, çoklukların ne anlam ifade ettiğini anlayamadıkları, çokluklar arasındaki ilişkileri doğru işlemlerle ifade edemedikleri ve işlemlerinde ne yapmak istediğini açıklayamadıkları görülmüştür.

Şekil 57

Üçüncü soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözüm

$$\begin{array}{r} \text{A} \\ 10 \overline{) 8} \\ - 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{B} \\ 15 \overline{) 6} \\ - 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{C.)} \\ 25 \overline{) 17} \end{array}$$

4.2.3.5. Sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için soruda geçen sayıları kullanarak rastgele işlemler yapmışlardır. Özellikle soruda verilen sayıları kullanarak en az bir tane çarpma ve bölme işlemi olan bu çözümler sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi alt başlığında değerlendirilmiştir. Dokuz öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü ve yanlış cevaplara ulaştıkları görülmüştür. Soruda doğru orantı olduğunu fark edebilen bir öğrencinin çözümü incelendiğinde, benzer çoklukları alt alta yazarak soruyu anlamaya çalıştığı görülmüştür. Başlangıçta 10 cm uzunluğundaki iki adet yem ile beslenen A yılan balığının, boy uzunluğu ile beslenmesi gereken yem miktarı arasında $10:2$ işlemi ile $:5$ katlık ilişki olduğunu fark eden öğrenciler, soruda istenen 25 cm uzunluğundaki C yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarını bulmak için burada da boy uzunlukları/yem miktarları arasında beş katlık bir ilişki olması gerektiğini fark edememişlerdir. 25 cm uzunluğundaki C yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarını bulmak için, 25'i de ikiye bölerek cevabın 12,5 olacağını belirterek, yanlış cevap vermişlerdir. Beş öğrencinin bu şekilde cevap verdiği görülmüştür. Bu beş öğrenci ile ilgili, kat ilişkisini yine benzer şekilde diğer işlemde

de kullanmış olsalardı, denk kesir stratejisini kullanarak doğru sonuca ulaşacakları söylenebilirdi.

Bir başka çözüm için Şekil 58 incelendiğinde, iki öğrencinin soruda verilen A, B ve C yılan balıklarının boy uzunluklarını toplayarak $10+15+25$ işlemi ile 50 bulduktan sonra bu sonucu A yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarı olan iki sayısına böldükleri görülmüştür. $50:2$ işlemi ile cevabı 25 bulan öğrenciler, soruya yanlış cevap vermişlerdir. Öğrencilerin farklı çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark edemedikleri söylenebilir. Yapılan bir başka çözüm Şekil 59'da incelendiğinde, iki öğrencinin ise balıkların boy uzunlukları ile beslenmeleri gereken yem miktarlarını çarptıkları, sırasıyla A yılan balığı için $10 \times 2 = 20$, B yılan balığı için $15 \times 2 = 30$, C yılan balığı için $25 \times 2 = 50$ sonucunu buldukları görülmüştür. Bu soruda istenen C balığı için cevabın 50 olacağını belirterek yanlış sonuca ulaşmışlardır. Öğrencilerin genel olarak çoklukların ne anlam ifade ettiklerini anlayamadıkları ve işlemlerinde ne yapmak istediklerini açıklayamadıkları görülmüştür. Öğrencilerin soruda verilen sayıları rastgele kullanarak işlem yaptıklarını ve kavramsal bilgiye sahip olmadıklarını söyleyebiliriz.

Şekil 58 ve Şekil 59

Üçüncü soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözümler

Left solution:
$$\begin{array}{r} 40 \\ 45 \\ +25 \\ \hline 110 \end{array}$$

$$110 : 2 = 55$$

Right solution:
$$\begin{array}{l} \text{Balık} \\ A=10\text{cm} \\ B=15\text{cm} \\ C=25 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A=10 \cdot 2 = 20 \text{ yem} \\ B=15 \cdot 2 = 30 \text{ yem} \\ C=25 \cdot 2 = 50 \text{ yem} \end{array}$$

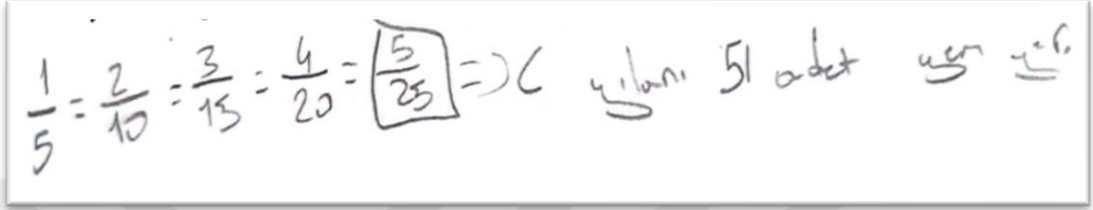
4.2.3.6. Denklik sınıfı stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için başlangıçta balıkların yem miktarları/boy uzunlukları işlemini kesir biçiminde yazarak, bu işlemi boy uzunluğu 25 cm oluncaya kadar devam ettirmişlerdir. Soruda verilen A yılan balığının yem miktarı ve boy uzunluğundan hareketle her bir yem miktarında, balıkların boyunun beş cm uzaması gerektiğini fark eden öğrencilerde birim kesir ve doğru orantının var olduğu ve denk kesir bilgisine sahip olduklarını söyleyebiliriz. Her bir yem miktarında,

balıkların boyunu beş cm arttırarak denk kesir elde eden öğrenciler çözümlerinde $1/5=2/10=3/15=4/20=5/25$ ifadelerine yer vermişlerdir. En son payda kısmında ulaştıkları soruda istenilen 25 cm ifadesini görünce işlem yapmayı bırakmış, pay kısmında yer alan ve yem miktarını temsil eden beş sayısının cevap olduğunu belirtmişlerdir. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 60 incelenebilir.

Şekil 60

Üçüncü soru denklik sınıfı stratejisinde yapılan çözüm


$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{3}{15} = \frac{4}{20} = \boxed{\frac{5}{25}} \Rightarrow \text{yılanı 51 adet yem}$$

Bazı öğrenciler çözüm için, balıkların boy uzunlukları/yem miktarlarını kesir biçiminde yazarak denk kesir elde etmeye çalışmışlardır. Her bir yem miktarında, balıkların boyunu beş cm arttırarak denk kesir elde eden öğrenciler çözümlerinde $5/1=10/2=15/3=20/4=25/5$ ifadelerine yer vererek bu sorudaki denk kesirlerin sonucunun her zaman beş olması gerektiğini fark etmişlerdir. Şekil 61 incelendiğinde, bir öğrenci bu durumu çözümünde “Hepsinin uzunluklarını yem miktarlarıyla böldüğümüzde beş çıkması gerek. O halde 25 cm uzunluğundaki C balığının da sonucunun beş çıkması için yem miktarı beş olmalıdır.” şeklinde açıklamıştır. Yem miktarı arttıkça boy uzunluklarının da artması gerektiğini bilen öğrencilerde doğru orantı bilgisinin var olduğunu ve soruda da verilen bu bilgiyi kullandıklarını söyleyebiliriz. Bu soru doğru orantı sorusu olduğu için öğrencilerin bu stratejiyi kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Burada kullanılan denklik sınıfı stratejisi öğrencileri doğru cevaba ulaştırmaktadır. Yedi öğrenci soruyu bu şekilde çözerek, beş cevabı ile doğru sonuca ulaşmıştır. Bir adet yem miktarı için olması gereken boy uzunluğunu bulduktan sonra işlemlerini kesir biçiminde belirtmeleri ve soruda verilen çokluğa odaklanarak istenilen diğer çokluğu buluncaya kadar denk kesir elde etmeleri bu soruda denklik sınıfı stratejisini kullandıklarının göstergeleridir. Özellikle “bir adet yem miktarı” ifadesi birim kesri bulmaya yönelik ifade iken, başlangıçta bunu bulduktan sonra denk kesirlerin kullanılarak sonuca

ulaşılması sebebiyle burada kullanılan çözümler birim oran stratejisi olarak değil denklik sınıfı stratejisi olarak ele alınmaktadır.

Şekil 61

Üçüncü soru denklik sınıfı stratejisinde yapılan çözüm

A	B	C
10cm	15cm	25cm
2adet yem	$\frac{15}{3}$	$\frac{25}{5}$
$\frac{10}{2}$	$\boxed{=5}$	$\boxed{=5}$
$\boxed{=5}$	3adet yem	5adet yem

Hepsini uzunluklarıyla ve yemleriyle bölümlerimizde Saitması gerek. C balığı 5 adet yem yor.

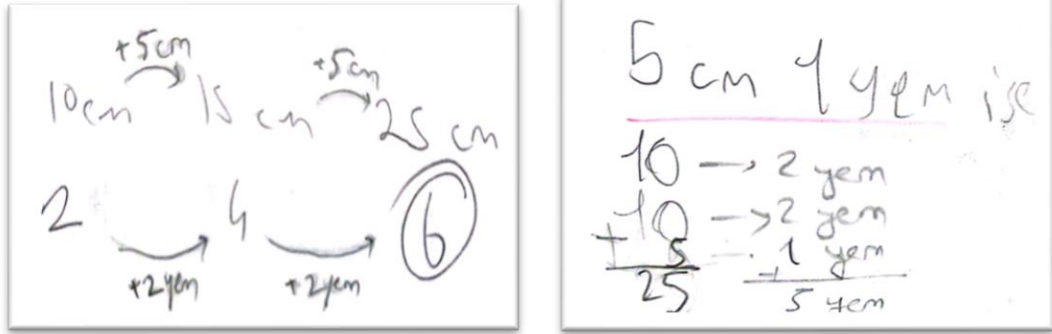
4.2.3.7. Artırma stratejisi

Bu soruda öğrencilerden biri, çözüm için başlangıçta A yılan balığının uzunluğu ve yem miktarından hareketle 10'u beşe bölerek balıkların her beş cm'de bir adet yem miktarı ile beslenmesi gerektiğini bularak işlem yapmaya başlamıştır. Daha sonra C yılan balığının boy uzunluğu olan 25 cm uzunluk ifadesini 10+10+5 şeklinde düşünerek işlem yapmaya çalışmıştır. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 62 incelenebilir. En son boy uzunlukları için parçalara ayırdığı 10+10+5 ifadesinde, beslenmeleri gereken yem miktarlarını sırasıyla toplayarak 2+2+1 işlemi ile cevabın beş olacağını belirtmiştir. Bir başka öğrenci ise, 25 cm uzunluk ifadesini 20+5 şeklinde düşünerek işlem yapmaya çalışmıştır. Balıkların her beş cm'de bir adet yem miktarı ile beslenmesi gerektiğini bulan öğrenci boy uzunluğu iki katına çıkartığında $5 \times 2 = 10$ cm olduğunda, beslenmeleri gereken yem miktarının da iki katına çıkarak 2×2 ifadesinden dört olacağını bularak, en son C yılan balığının boy uzunluğunda parçalara ayırdığı 20+5 ifadesinde, beslenmeleri gereken yem miktarlarını sırasıyla toplayarak 4+1 işlemi ile cevabın beş olacağını belirtmiştir. Bu soru doğru orantı sorusu olduğu için 4 öğrenci içerisinde iki öğrencinin bu stratejiyi kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Burada kullanılan artırma stratejisi öğrencileri doğru cevaba ulaştırmaktadır. Verilen herhangi bir çokluğu parçalara ayırdıktan sonra diğer çokluk üzerinde de parçalara göre ayırmalar yapıp sonuca

ulaşma, düzenli ritmik artırmaların gösterimi bu soru çözümü için artırma stratejisinin kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 62 ve Şekil 63

Üçüncü soru artırma stratejisinde yapılan çözümler



Diğer iki öğrencinin çözümü incelendiğinde, başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Sırasıyla A, B ve C balıklarının boy uzunluklarını yazarak boy uzunlukları arasında beş cm’lik ritmik artış olduğunu fark eden iki öğrenci, beslenmeleri gereken yem miktarları arasında da ritmik düzenli bir artış olacağını düşünmüş ve buradaki ritmik artışı ise iki olarak almışlardır. Bu iki sayısını nasıl buldukları anlaşılamamaktadır. Soruda verilen A yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarı olan iki sayısına odaklanıldığından bahsedilebilir. Sırasıyla A, B ve C balıklarının beslenmeleri gereken yem miktarlarının iki, dört, altı şeklinde olacağını belirtmişlerdir. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 63’de görülmektedir. Soruda C yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarı sorulduğu için, öğrenciler cevabın altı olacağını belirterek, yanlış cevap vermişlerdir. Çarpımsal ilişki yerine toplamsal ilişki olduğunu düşünen öğrencilerin çözümleri, burada düzenli ritmik artırmalar yapmaları sebebiyle toplamsal ilişki stratejisi olarak değil artırma stratejisi olarak ele alınmıştır.

4.2.3.8. Veri ihmali stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için başlangıçta A yılan balığının uzunluğu ve yem miktarından hareketle 10’u beşe bölerek balıkların her beş cm’de bir adet yem miktarı ile beslenmesi gerektiğini bularak işlem yapmaya başlamışlardır. Soruda doğru orantı kullanarak çözmeye ve birim kesri bulmaya çalışmışlardır. İki öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Fakat öğrenciler burada beş

sonucunu bulduktan sonra, bu sayıyı soruda verilen A yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarı olan iki sayısı ile toplayıp $5+2$ işlemi ile cevabın yedi olacağını belirterek yanlış cevap vermişlerdir. Öğrencilerde bu işlemi yaparken C yılan balığının boy uzunluğu olan 25 cm uzunluğunu ihmal ederek çözüm yaptıkları görülmüştür. Ayrıca en son yapılan toplama $5+2$ işlemi ile öğrencinin neyi bulduğu ve bu işleme neden yer verdiği anlaşılamamaktadır. Benzer çoklukları sınıflandırıp, alt alta yazarak soruyu anlamlandırmaya çalışan bir başka öğrencinin yem miktarları ve boy uzunlukları arasında kurması gereken kat ilişkisini sadece yem miktarları arasında kurduğu görülmüştür. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 64’de incelenebilir. Öğrencinin soruyu doğru okuyup anlamlandıramadığı anlaşılmaktadır. 10 cm uzunluğundaki A yılan balığı ile A yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarı olan iki sayısı ile arasında kat ilişkisi kurması gerekirken, 15 cm uzunluğundaki B yılan balığı ile kat ilişkisini incelemiştir. Alt kısmına C yılan balığı için 25 cm uzunluğu ve beslenmesi gereken yem miktarını “?” şeklinde belirttikten sonra içler dışlar çarpımı stratejisini kullanarak $25 \times 15 = 10 \times ?$ ile cevabın 37,5 olacağını belirterek yanlış sonuca ulaşmıştır.

Öğrencilerin sadece yem miktarlarına odaklanarak boy uzunluklarına işlemlerinde yer vermemesi veya boy uzunluklarına odaklanıp yem miktarlarına işlemlerinde yer vermemesi, herhangi bir çokluğu göz ardı edişi bu soruda veri ihmali yapıldığının göstergeleridir. Burada kullanılan veri ihmali stratejisi işlemlerdeki bir çokluğun görmezden gelinmesi sebebiyle, öğrencileri doğru cevaba ulaştıramamaktadır. Burada yanlış cevaba ulaşma sebepleri için, kavramsal bilgi eksikliği veya soruyu doğru okumadan, anlamadan çözüm yapılıp dikkatsizlikten dolayı yanlış cevaplar verildiğini söyleyebiliriz.

Şekil 64

Üçüncü soru veri ihmali stratejisinde yapılan çözüm

Handwritten student work for Şekil 64:

A = 10 cm
 B = 15 cm
 C = 25

20 cm ~~25 cm~~
 25 cm ?

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 15 \\ \hline 125 \\ + 250 \\ \hline 375 \end{array}$$

$$375 \div 10 = 37,5$$

4.2.3.9. Belirgin bir strateji olmayan çözümler

Bu soruda farklı, yanlış ve uygun olmayan işlemler kullanılması sebebiyle doğru cevaptan uzaklaştıran çözümler yer almaktadır. Alanyazında bahsedilen strateji çeşitlerinin çözümde gözlenmemesi, öğrencinin doğru veya yanlış cevabı nasıl bulduğunun anlaşılamaması, öğrencinin doğru veya yanlış olan cevabı sadece yazarak geçmesi veya soruyu boş bırakması üzerine analizde değerlendirilemeyen ve puanlandırılmayan çözümler “belirgin bir strateji olmayan çözümler” başlığı altında toplanmıştır. Bu öğrencilerin işlemsel bilgileri doğru olsa bile, oran orantı konusundaki kavramsal bilgilerinin var olup olmadığıyla ilgili yeterli bilgi elde edilememektedir. Bazı öğrenciler doğru orantı olduğunu belli ederek benzer çoklukları alt alta yazmış olsalar bile gerekli açıklama eksikliği ve kullanılan stratejinin alanyazındakilerden hangisine ait olduğu tespit edilemediğinden öğrencilerin stratejileri açık bir şekilde ortaya konulamamıştır. Açıklamaya yer veren öğrencilerin açıklamaları okunduğunda kendini doğru ifade edemeyen öğrencilere rastlanmıştır. Bu soruda 22 öğrenciden 11’inin cevabına bakıldığında, açıklamaya yer vermeden sadece cevabı yazarak veya alanyazındaki stratejilerden hangisine dahil edileceği bilinmeyen işlemler yaparak doğru cevaplandığı görülmüştür. Bu soruda iki öğrenci daha soruya beş cevabını vererek soruya doğru cevap vermiştir. Bu öğrenciler sadece doğru cevap yazmamış sözel ifadeleriyle çözümlerini açıklamaya çalışmışlardır. Açıklamalar incelendiğinde “10 cm uzunluğundaki iki adet yem yiyorsa, 25 cm uzunluğundaki beş tane yem yer.” şeklinde yazarak soruyu cevaplandırmışlardır. Öğrencilerle ilgili çözümlerini daha açık ifadelerle belirtselerdi ve kat ilişkisinin beş olduğunu yazsalar çözümlerinin denk kesir stratejisi içerisinde yer alabileceği söylenebilirdi. Her ne kadar doğru cevaba ulaşılmış olmasından işlemsel bilgi var denilse de, öğrencilerin kavramsal bilgisi için herhangi bir yorum yapılamamaktadır. Sadece cevabı yazan 11 öğrencinin ise soruyu yanlış cevaplandığı ve birbirinden farklı cevaplar verdikleri tespit edilmiştir. Birbirinden farklı cevaplar veren öğrenci örnekleri için Şekil 65 ve Şekil 66 incelenebilir. Doğru orantı sorusu öğrenciler tarafından anlaşılmış olsa bile bu stratejinin kullanıldığına dair herhangi bir açıklama, ipucu ve göstergeye çözümde rastlanmamıştır.

Şekil 65 ve Şekil 66

Üçüncü soru belirgin bir stratejisi olmayan çözümler

Şekil 65: $A=10\text{cm} = 2 \text{ adet yem}$
 $B=15\text{cm} = 3 \text{ adet yem}$
 $C=25\text{cm} = 5 \text{ adet yem}$
 $x=5 \text{ adet yem}$

Şekil 66: $10\text{cm} \rightarrow A \rightarrow 2 \text{ adet yem}$
 $15\text{cm} \rightarrow B \rightarrow 3 \text{ adet yem}$
 $25\text{cm} \rightarrow C \rightarrow 5 \text{ adet yem}$

Diğer üç öğrencinin cevapları incelediğinde, sayısal işlemlere yer vermişlerdir fakat alanyazındakilerden hangisine ait olduğu tespit edilemediğinden öğrencilerin stratejileri açık bir şekilde ortaya konulamamıştır. Bu üç öğrencide birbirinden farklı işlemler yaparak soruya yanlış cevaplar vermişlerdir. Bir öğrencinin çözümü incelendiğinde, $10:2=5$ daha $20:5=4$ işlemleri ile cevabı dört bulmuştur. Burada 25 alması gereken sayıyı 20 alan öğrenci için, dikkatsiz davrandığını, daha dikkatli davranırdı doğru sonuca ulaşabileceğini söyleyebilirdik. Belirtilen öğrenciler dışında bu soruyu boş bırakan 21 öğrenci çözümleri de belirgin bir strateji olmayan çözümler alt başlığı altında yer almıştır.

4.2.4. Dördüncü soru analizi

Dördüncü soru: Bir hayvanat bahçesinin havuzunda 10 cm uzunluğunda A, 15 cm uzunluğunda B ve 25 cm uzunluğunda C yılan balıkları vardır. Bu yılan balıkları boy uzunlukları ile doğru orantılı olarak beslenmektedirler. Buna göre; Eğer B yılan balığı dokuz adet yem ile beslenirse, C yılan balığına kaç adet yem verilmelidir?

Dördüncü soru verilmeyen değeri bulma soru türüne ait bir sorudur. Öğrencilerin bu soruda en çok içler dışlar çarpımı stratejisini (%34,80) kullandığı tespit edilmiştir. Bu stratejinin yanı sıra 21 öğrencide (%11,60) toplamsal ilişki stratejisinin kullanıldığı görülmüştür. 71 öğrencinin (%39,22) kullandığı çözümlerde belirgin bir stratejiye rastlanmamıştır. Öğrencilerin bu soruda birim oran, değişim çarpanı, artırma, duygusal cevap verme, ters orantı algoritması stratejilerini

kullanmadığı tespit edilmiştir. Bunların yanı sıra şekil çizmelere başvurulmuş fakat sayısal örnek vermeye başvurulmamıştır.

4.2.4.1. İçler dışlar çarpımı stratejisi

Bu soruda öğrencilerin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Bazı öğrenciler ise bunu kesir şeklinde belirtmiştir. Soruda doğru orantı olduğunu fark edebilen öğrenciler soruyu onu kullanarak çözmeye çalışmışlardır. Bir öğrencinin açıklaması incelendiğinde, “Yem miktarlarının boy uzunlukları ile doğru orantılı oldukları söylenmişti. O halde C yılan balığının boyu, B yılan balığından daha uzun olduğundan C yılan balığının beslenmesi için gereken yem miktarı, B yılan balığı için soruda verilen dokuz yem miktarı sayısından daha fazla olmalıdır.” ifadesine yer verdiği görülmüştür. Burada kullanılan içler dışlar çarpımı stratejisi öğrencileri doğru cevaba ulaştırmaktadır. 62 öğrencinin soruyu bu strateji ile çözdüğü görülmüştür. Başlangıçta soruda verilen 15 cm uzunluğundaki dokuz adet yem ile beslenen B yılan balığından hareketle, 25 cm uzunluğundaki “x” adet yem ile beslenen C yılan balığını belirterek x ifadesini bulmaya çalışmışlardır. Çapraz çarpım yapıp $25 \times 9 = 225$ işleminden sonra $225:15$ işlemi ile cevabı 15 bulmuşlardır. Bazı öğrenciler çapraz çarpım yaparak benzer işlemleri $25 \times 9 = 15x$ şeklinde göstererek gerekli sadeleştirmeleri yaptıktan sonra soruyu çözmeye çalışmışlardır. Bu yapılan çözüm için Şekil 67 incenebilir. Benzer çoklukların alt alta yazılıp, içler dışlar çarpımı oklarının gösterilmesi ve çapraz çarpımın öğrenciler tarafından kullanılması bu soruda içler dışlar çarpımı stratejisi kullanıldığının göstergeleridir. İçler dışlar çarpımı stratejisini kullanan 62 öğrenci içerisinde 53 öğrenci doğru sonuca ulaşmıştır. Diğer dokuz öğrencinin ise içler dışlar çarpımı stratejisini kullanmasına rağmen, işlem hataları yapmaları sebebiyle yanlış sonuca ulaştıkları görülmüştür. 25×9 işleminin sonucunu 225 bulması gerekirken 245, 255 bulan bazı öğrenciler daha sonra yanlış buldukları bu sonuçları 15 sayısına bölmüşlerdir. Bazı öğrencilerde 25×9 işlemi ile doğru buldukları 225 sonucunu daha sonra 15 sayısına bölerken $225:15$ işleminde işlem hataları yaptıkları ve yanlış sonuca ulaştıkları görülmüştür. Burada öğrencilerin dikkatsizlikten veya işlemsel bilgi eksikliklerinden dolayı yanlış cevap verdikleri söylenebilir.

Şekil 67

Dördüncü soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm

$$\begin{array}{l} \text{B yılan balığı} \quad 15\text{cm} \\ \text{C yılan balığı} \quad 25\text{cm} \end{array} \quad \begin{array}{c} \times \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} 9\text{adet} \\ x \end{array}$$
$$25\text{cm} \cdot 9 = 15x$$
$$\frac{225}{15} = \frac{15x}{15} \quad x = 15\text{adet}$$

4.2.4.2. Toplamsal ilişki stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için soruda geçen sayıları kullanarak rastgele işlemler yapmışlardır. Özellikle çarpma ve bölme işlemine yer vermeden toplama ve çıkarma işlemleri kullandıkları çözümler toplamsal ilişkiler stratejisi alt başlığında değerlendirilmiştir. Soruda doğru orantı olduğuna dikkat etmeyen öğrencilerin, sorudaki doğru orantı ve ters orantı kavramsal bilgilerine sahip olduğu bilgisi çok fazla anlaşılamamaktadır. Yapılan çözümler incelendiğinde, 21 öğrencinin toplamsal ilişki stratejisini kullanarak yanlış cevaba ulaştığı görülmüştür. Öğrencilerin yaptığı çözüm incelendiğinde, yedi öğrencinin, başlangıçta soruda verilen B yılan balığının boy uzunluğundan beslendiği yem miktarını çıkartarak 15-9 işlemi ile arada çarpımsal bir ilişki değil toplamsal bir ilişki olduğunu ve bu toplamsal ilişkinin altı olması gerektiğini belirtmiştir. Öğrenciler ile ilgili, orantısal durumu fark etse bile doğru orantı ile ilgili kavramsal bilgi eksikliği olması sebebiyle yanlış sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Daha sonra soruda C yılan balığı için beslenmesi gereken yem miktarını bulurken aradaki toplamsal ilişkiyi düşünerek yine burada da aynı toplamsal ilişki olacağını bilerek 25-6 işlemi ile cevabın 19 olacağını belirtmişlerdir. Bu yapılan çözüm Şekil 68’de görülmektedir. Bir başka çözümler incelendiğinde, beş öğrencinin soruda verilen A, B ve C yılan balıklarının boy uzunlukları olan 10, 15, 25 sayılarını beş ile sadeleştirerek yem miktarlarının sırasıyla iki, üç, beş sayıları ile doğru orantılı olduğunu belirten öğrenciler, B ve C balıklarının boy uzunlukları arasında 5-3 işleminden iki cm’lik fark olduğunu, bu sebeple B ve C balıklarının beslenmesi gereken yem miktarları arasında da iki adetlik bir fark olması gerektiğini düşünmüşlerdir. Öğrencilerin soruda çarpımsal ilişkisi bulması gerekirken toplamsal

ilişki buldukları görülmüştür. Soruda verilen B yılan balığının beslenmesi için gereken yem miktarı olan dokuz sayısına iki sayısını ekleyerek sonucun 11 olduğunu belirterek, yanlış cevaba ulaşmışlardır. Bir öğrenci ise dokuz sayısından iki sayısını çıkartarak sonucun yedi olduğunu belirterek, yanlış cevaba ulaşmıştır. Diğer sekiz öğrencinin ise soruda verilen sayıları kullanıp toplama veya çıkarma işlemleri yaparak, yanlış cevap verdikleri görülmüştür. Şekil 69 incelendiğinde, öğrencinin toplama ve çıkarma işlemlerini kullanarak yanlış cevaba ulaştığı görülmektedir. Toplayarak veya çıkartarak işlem yapan bu öğrencilerde, çoklukların ne anlam ifade ettiğini anlayamadıkları, çokluklar arasındaki ilişkileri doğru işlemlerle ifade edemedikleri ve işlemlerinde ne yapmak istediğini açıklayamadıkları görülmüştür.

Şekil 68 ve Şekil 69

Dördüncü soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözümler

$A = 10$	$15 - 9 = 6$
$B = 15$	$9 + 6 = 15$
$C = 25$	$25 - 15 = 10$

100%

B
15cm

-6

9yem

C
25cm

? = 19

-6

4.2.4.3. Denk kesir stratejisi

Bu soruda öğrencilerin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Soruda doğru orantı olduğu bilgisine dikkat eden öğrenciler doğru orantı bilgilerini kullanarak soruyu çözmeye çalışmışlardır. 15 öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Burada kullanılan denk kesir stratejisi öğrencileri doğru cevaba ulaştırmaktadır. Başlangıçta 15 cm uzunluğundaki dokuz adet yem ile beslenen B yılan balığının, boy uzunluğu ile beslenmesi gereken yem miktarı arasında 15:9 işlemlik kat ilişkisi olduğunu fark eden öğrencilerin, bu çarpımsal ilişkinin doğal sayı değil de rasyonel sayı çıkmasından dolayı bunu kullanmadıkları ve sayıların sadeleştirildikten sonra kat ilişkisinin belirlenmeye çalışıldığı görülmüştür. 15 cm uzunluğundaki dokuz adet yem ile beslenen B yılan balığı için verilen sayılar üç sayısı ile sadeleştirildikten sonra beş cm uzunluğundaki üç adet yem ile beslenen B yılan balığı şeklinde düşünülerek soru çözümüne B yılan balığının uzunluğu beş cm, C yılan balığının

boyu 25 cm olarak alınarak devam edilmiştir. Aynı çokluklar arasında kat ilişkisini inceleyen öğrenciler B ve C balıklarının boy uzunlukları arasında 25:5 işlemi ile beş katlık bir ilişki olması gerektiğini bilerek, beslenmeleri gereken yem miktarları arasında da beş katlık bir ilişki olması gerektiğini düşünüp 3×5 işlemi ile 15 cevabına ulaşmışlardır. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 70 incelenebilir.

Şekil 70

Dördüncü soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm

elidir?

$$15 \text{ cm} = 9 \text{ adet yem}$$
$$5 \text{ cm} = 3 \text{ yem}$$
$$25 \text{ cm} = 15 \text{ yem}$$

x5

Soruda verilen A, B ve C yılan balıklarının boy uzunlukları olan 10, 15, 25 sayılarını beş ile sadeleştirerek, yem miktarlarının sırasıyla buldukları iki, üç, beş sayıları ile doğru orantılı olduğunu belirten öğrenciler, boy uzunluklarında bu sayıları kullanmışlardır. Buna yönelik örnek Şekil 71’de görülmektedir. B balığının beslenmesi gereken yem miktarı ile boy uzunluğu arasında 9:3 işlemi ile üç katlık ilişki olduğunu fark eden öğrenciler, beş cm uzunluğundaki C yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarını bulmak için burada boy uzunluğu x kat ilişkisi işlemi yaparak beslenmesi gereken yem miktarını bulmaya çalışmışlardır. $5 \times 3 = 15$ işlemi ile cevabı 15 olarak bulmuşlardır. Benzer çoklukları alt alta yazmayıp, kesir şeklinde ifade eden balıkların boy uzunlukları/yem miktarları veya yem miktarları/boy uzunlukları denk kesirlerini oluşturduktan sonra kat ilişkisini fark eden öğrenci stratejileri de denk kesir stratejisi başlığı altında değerlendirilmiştir. Bu öğrenciler için orantı ve denk kesir bilgisine sahip oldukları söylenebilir. Benzer çoklukların alt alta yazılıp, kat ilişkisinin gösterilmesi ($\times 5$, $:5$, $\times 3$, $:3$) “kat” sözcüğünün kullanılması bu soruda denk kesir stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 71

Dördüncü soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm

Handwritten solution for Şekil 71:

$$\begin{array}{l} A = 10 \\ B = 15 \\ C = 25 \end{array}$$
$$\frac{3}{5} = \frac{9}{?} \rightarrow \boxed{15}$$

The calculation shows $\frac{3}{5} \times 3 = \frac{9}{15}$, with arrows indicating the multiplication of both numerator and denominator by 3.

Denk kesir stratejisini kullanan 12 öğrenci 15 cevabını vererek doğru sonuca ulaşmıştır. Diğer üç öğrencinin, kat ilişkilerini sembollerle doğru belirtmelerine rağmen işlem hataları sebebiyle yanlış cevap verdikleri görülmüştür. Bir öğrencinin, aynı çokluklar arasında A ve C balıklarının boy uzunlukları arasında 25/15 işlemi yapıp, 5/3 diyerek doğru tespit ettiği kat ilişkisini, beslenmeleri gereken yem miktarları arasında da göz önünde tutarak $9 \times (5/3)$ işlemi yapmış fakat işlem hatası sebebiyle sonucun 12 olduğunu belirterek yanlış cevaba ulaşmıştır. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 72’de incelenebilir.

Şekil 72

Dördüncü soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm

Handwritten solution for Şekil 72:

$$\frac{5}{3} \left(\frac{15}{25} \right) \quad \frac{9}{?} = \frac{5}{3} \rightarrow ? = 9 \cdot \frac{5}{3} = \textcircled{12}$$

The calculation shows $\frac{9}{?} = \frac{5}{3}$, with an arrow pointing to the equation $? = 9 \cdot \frac{5}{3} = 12$.

4.2.4.4. Veri ihmali stratejisi

Bu soruda bazı öğrenciler çözüm için başlangıçta B yılan balığının uzunluğu ve yem miktarından hareketle 15’i dokuza bölerek balıkların yaklaşık her 1,6 cm’de bir adet yem miktarı ile beslenmesi gerektiğini bularak işlem yapmaya başlamışlardır. Soruda doğru orantı kullanarak çözmeye ve birim kesri bulmaya

çalışmışlardır. Beş öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Fakat öğrenciler burada 1,6 sonucunu bulduktan sonra, işlemlerine devam etmeyip yarım bırakarak cevabın 1,6 olacağını belirterek yanlış cevap vermişlerdir. Farklı çokluklar arasında çarpımsal ilişki ile buldukları bu sonucun ne anlam ifade ettiğini anladıkları söylenebilir. Soruda istenen C yılan balığında da bu kat ilişkisinin incelenmesi gerekirken, C yılan balığı için verilen boy uzunluğu olan 25 cm uzunluğunu görmezden gelerek, onu hiç kullanmamışlardır. Çarpımsal ilişkide bulunan çokluklar arasındaki katı, diğer duruma taşıyamamışlardır. Çokluklar arasındaki kat ilişkisinin diğer durumda da olması ve aynı kat ilişkisinin korunması gerektiği kavramsal bilgilerine öğrencilerin sahip olmadığı söylenebilir. Bunun yanı sıra öğrencilerin soruyu doğru okuyup, anlamadığı ve ne istenileni bilmedikleri de söylenebilir. Öğrencilerin sadece verilen bir duruma odaklanarak yem miktarları ve boy uzunlukları arasındaki kat ilişkisi ile ilgilenip, istenen diğer durumdaki yem miktarları ve boy uzunlukları arasındaki kat ilişkisini görmezden gelmeleri, bunu göz ardı edişleri bu soruda veri ihmali yapıldığının göstergeleridir. Burada kullanılan veri ihmali stratejisi işlemlerdeki bir durumun görmezden gelinmesi sebebiyle, öğrencileri doğru cevaba ulaştıramayıp, yanlış veya eksik cevaplar vermelerine neden olmaktadır.

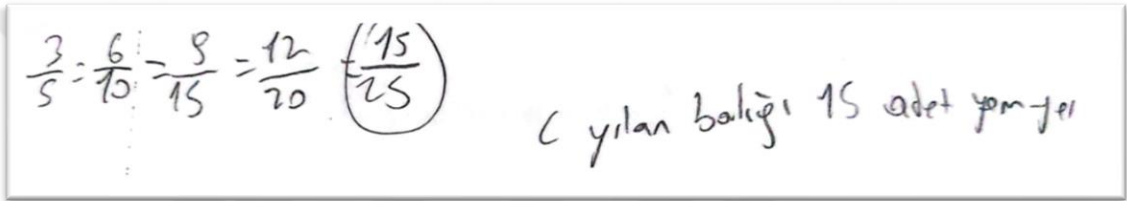
4.2.4.5. Denklik sınıfı stratejisi

Bu soruda öğrenciler, çözüm için başlangıçta soruda verilen B yılan balığından hareketle, yem miktarları/boy uzunlukları işlemini kesir biçiminde yazarak, bu kesre denk kesirler yazıp sonucu görmeye çalışmışlardır. Başlangıçta öğrencilerin yazdığı $9/15$ kesrinde sadeleştirme ve genişletme işlemleri ile buldukları denk kesirleri, çözümlerinde $3/5=6/10=9/15=15/25$ şeklinde belirtmişlerdir. En son payda kısmında ulaştıkları soruda istenilen C yılan balığının uzunluğunu ifade eden 25 sayısını görünce işlem yapmayı bırakmış, pay kısmında yer alan ve yem miktarını temsil eden 15 sayısının cevap olduğunu belirtmişlerdir. Yem miktarı arttıkça boy uzunluklarının da artması gerektiğini bilen öğrencilerde doğru orantı bilgisinin var olduğunu ve soruda da verilen bu bilgiyi kullandıklarını söyleyebiliriz. Bu soru doğru orantı sorusu olduğu için öğrencilerin bu stratejiyi kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Burada kullanılan denklik sınıfı stratejisi öğrencileri doğru cevaba ulaştırmaktadır. Dört öğrenci soruda bu stratejiyi kullanmış fakat üçü 15

cevabı ile doğru sonuca ulaşabilmiştir. Bir öğrenci denk kesir kavramını bilip, işlemlerinde gösterse bile 12 cevabını vererek yanlış sonuca ulaşmıştır. Öğrencinin çözümü incelendiğinde, $3/5=6/10=9/15=12/20$ ifadelerini belirttiği görülmüştür. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 73 incelenebilir. Öğrencinin burada dikkatsizlikten kaynaklı bir işlem hatası yaptığı söylenebilir. Öğrencilerin bu soruda işlemlerini kesir biçiminde belirtmeleri ve soruda verilen çokluğa odaklanarak istenilen diğer çokluğu buluncaya kadar denk kesir elde etmeleri bu soruda denklik sınıfı stratejisini kullandıklarının göstergeleridir.

Şekil 73

Dördüncü soru denklik sınıfı stratejisinde yapılan çözüm


$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20} \left(\frac{15}{25} \right)$$

C yılan balığı 15 adet yem-i

4.2.4.6. Sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için soruda geçen sayıları kullanarak rastgele işlemler yapmışlardır. Özellikle soruda verilen sayıları kullanarak en az bir tane çarpma ve bölme işlemi olan bu çözümler sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi alt başlığında değerlendirilmiştir. Sadece bir öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü ve yanlış cevaba ulaştığı görülmüştür. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 74 incelenebilir. Öğrencinin çözümünde, benzer çoklukları alt alta yazarak soruyu anlamaya çalıştığı görülmüştür. Başlangıçta 15 cm uzunluğundaki dokuz adet yem ile beslenen B yılan balığının, boy uzunluğu ile beslenmesi gereken yem miktarını belirttikten sonra altına 25 cm uzunluğundaki “x” adet yem ile beslenen C yılan balığından bahsetmiştir. Soruda istenen 25 cm uzunluğundaki C yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarını bulmak için, B ve C balıklarının boy uzunluklarını topladıktan sonra $15+25=40$ işlemi ile bulduğu bu sonucu, B yılan balığının yem miktarı olan dokuz sayısı ile çarparak 40×9 işlemi ile cevabın 360 olacağını belirterek yanlış cevap vermiştir. Öğrenci ile ilgili olarak çokluklar arasındaki ilişkileri bilmediği söylenebilir. Çoklukların ne anlam ifade ettiklerini anlayamadığı ve işlemlerinde ne yapmak istediğini açıklayamadığı görülmüştür. Öğrencinin soruda

verilen sayıları rastgele kullanarak işlem yaptıklarını ve kavramsal bilgiye sahip olmadıklarını söyleyebiliriz. Soruda verilen sayıları kullanarak, en az bir çarpma ve bölme işlemine çözümde yer verilmiş olmasından dolayı öğrenci cevabı sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi alt başlığında değerlendirilmiştir.

Şekil 74

Dördüncü soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm

The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. On the left, there is a multiplication problem: "9 adet" (9 units) multiplied by "x adet" (x units). To the right of this, there is a calculation: "15 cm" and "25 cm" are written, followed by a plus sign and a horizontal line. Below the line, the student has written "25 + 15 = 40". To the right of this, there is a vertical multiplication problem: "40" multiplied by "9", with the result "360" written below it.

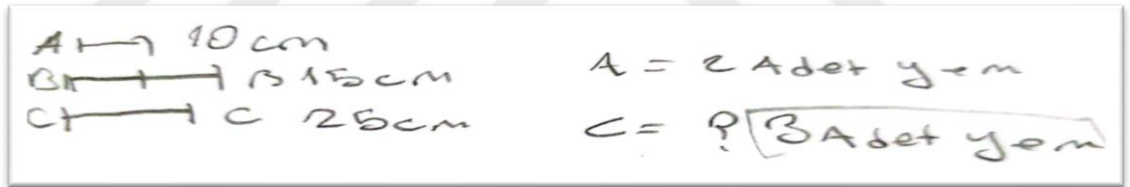
4.2.4.7. Belirgin bir strateji olmayan çözümler

Bu soruda farklı, yanlış ve uygun olmayan işlemler kullanılması sebebiyle doğru cevaptan uzaklaştıran çözümler yer almaktadır. Alanyazında bahsedilen strateji çeşitlerinin çözümde gözlenmemesi, öğrencinin doğru veya yanlış cevabı nasıl bulduğunun anlaşılamaması, öğrencinin doğru veya yanlış olan cevabı sadece yazarak geçmesi veya soruyu boş bırakması üzerine analizde değerlendirilemeyen ve puanlandırılmayan çözümler “belirgin bir strateji olmayan çözümler” başlığı altında toplanmıştır. Bu öğrencilerin işlemsel bilgileri doğru olsa bile, oran orantı konusundaki kavramsal bilgilerinin var olup olmadığıyla ilgili yeterli bilgi elde edilememektedir. Bazı öğrenciler doğru orantı olduğunu belli ederek benzer çoklukları alt alta yazmış olsalar bile gerekli açıklama eksikliği ve kullanılan stratejinin alanyazındakilerden hangisine ait olduğu tespit edilemediğinden öğrencilerin stratejileri açık bir şekilde ortaya konulamamıştır. Açıklamaya yer veren öğrencilerin açıklamaları okunduğunda kendini doğru ifade edemeyen öğrencilere rastlanmıştır. Bu soruda 13 öğrenciden üçünün cevabına bakıldığında, açıklamaya yer vermeden sadece cevabı yazarak veya alanyazındaki stratejilerden hangisine dahil edileceği bilinmeyen işlemler yaparak doğru cevaplandığı görülmüştür. Bir öğrenci sadece doğru cevap yazmamış sözel ifadeleriyle çözümlerini açıklamaya çalışmıştır. Açıklamalar incelendiğinde “B yılan balığı 15 cm uzunluğunda, A ise 10

cm'di. Aralarında beş cm'lik fark var. O halde bir adet yem için gereken uzunluk beş cm'dir. C balığı da 25 cm olduğuna göre cevap 5×3 işleminden 15'tir." şeklinde yazarak soruyu cevaplandırmıştır. Öğrencinin en son yaptığı işlemde üç sayısının nereden geldiği anlaşılmamaktadır. Soruda verilen B yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarı olan dokuz sayısı kullanılmadığı için öğrencinin stratejisi sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi içerisine alınmamıştır. Her ne kadar doğru cevaba ulaşılmış olmasından işlemsel bilgi var denilse de, öğrencilerin kavramsal bilgisi için herhangi bir yorum yapılamamaktadır. Sadece cevabı yazan diğer 10 öğrencinin ise, soruyu yanlış cevaplandığı ve birbirinden farklı cevaplar verdikleri tespit edilmiştir. Şekil 75 örneği incelendiğinde, öğrencinin üç cevabına nasıl ulaştığı anlaşılamamaktadır. Doğru orantı sorusu öğrenciler tarafından anlaşılmış olsa bile bu stratejinin kullanıldığına dair herhangi bir açıklama, ipucu ve göstergeye çözümde rastlanmamıştır. Belirtilen öğrenciler dışında bu soruyu boş bırakan 48 öğrenci çözümleri de belirgin bir strateji olmayan çözümler alt başlığı altında yer almıştır.

Şekil 75

Dördüncü soru belirgin bir strateji olmayan çözüm



4.2.4.8. Birden fazla çözüm stratejisi kullanan öğrenciler

Bu soruyu cevaplayan 180 öğrenci içerisindeki bir öğrenci çözüm yolunda hem içler dışlar çarpımı hem de denk kesir stratejisine yer vermiştir. Cevabı Şekil 76'da incelendiğinde, aynı birimlerin (boy uzunlukları) arasında belirttiği $\times 3$ ve $:3$ ifadesi, öğrencinin çokluklar arasındaki kat ilişkisini doğru fark ettiğini ve burada denk kesir stratejisini kullandığını göstermektedir. Ayrıca bununla birlikte soruda doğru orantı olduğunu fark eden öğrenci, bu soruda çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Başlangıçta soruda verilen 15 cm uzunluğundaki dokuz adet yem ile beslenen B yılan balığından hareketle, 25 cm uzunluğundaki "x" adet yem ile beslenen C yılan balığını belirterek x ifadesini bulmaya çalışmışlardır. Çapraz çarpım yapıp $25 \times 9 = 225$ işleminden sonra

225:15 işlemi ile cevabı 15 bulmuşlardır. Bazı öğrenciler çapraz çarpım yaparak benzer işlemleri $25 \times 9 = 15x$? şeklinde göstererek gerekli sadeleştirmeleri yaptıktan sonra soruyu çözmeye çalışmışlardır. Benzer çoklukların alt alta yazılıp, içler dışlar çarpımı oklarının gösterilmesi ve çapraz çarpımın öğrenci tarafından kullanılması bu soruda içler dışlar çarpımı stratejisi kullanıldığının göstergeleridir. Bu öğrencinin cevabı hem denk kesir hem de içler dışlar çarpımı stratejisi alt başlıklarında aynı anda değerlendirilip, ikisine de eklenmiştir.

Şekil 76

Dördüncü soru birden fazla strateji kullanılan çözüm

dir?

$$\frac{15 \text{ cm} - 9 \text{ adet yem}}{25 \text{ cm} - x \text{ adet yem}}$$

$$15x = 25 \cdot 9 \quad \boxed{x = 15}$$
 veya

15 cm	9 yem
5 cm	3 yem
25 cm	15 yem

4.2.5. Beşinci soru analizi

Beşinci soru: Bir hayvanat bahçesinin havuzunda 10 cm uzunluğunda A, 15 cm uzunluğunda B ve 25 cm uzunluğunda C yılan balıkları vardır. Bu yılan balıkları boy uzunlukları ile doğru orantılı olarak beslenmektedirler. Buna göre; Eğer C yılanbalığı 10 adet yem ile beslenirse;

i) A yılan balığına kaç adet yem verilmelidir?

ii) B yılan balığına kaç adet yem verilmelidir?

Beşinci soru, verilmeyen değeri bulma soru türüne ait bir sorudur. Öğrencilerin bu soruda en çok içler dışlar çarpımı stratejisini (%27,22) kullandığı tespit edilmiştir. Bu stratejinin yanı sıra bu soruda i kısmındaki soru analizi yapıldığında, 11 öğrencide (%6,11) denk kesir, dokuz öğrencide (%5) toplamsal ilişki, beş öğrencide (%2,77) birim oran stratejilerinin kullanıldığı görülmüştür. 95 öğrencinin (%52,77) kullandığı çözümlerde belirgin bir stratejiye rastlanmamıştır. Beşinci soruda ii kısmındaki soru analizi yapıldığında, önceki i kısmındaki analizden farklı olarak yedi öğrencide (%3,88) toplamsal ilişki, dört öğrencide (%2,22) birim

oran, 98 öğrencinin (%54,44) kullandığı çözümlerde belirgin bir stratejiye rastlanmadığı görülmüştür. Öğrencilerin bu soruda her iki ayrı kısımdaki soruda da artırma, duygusal cevap verme ve ters orantı algoritması stratejilerini kullanmadığı tespit edilmiştir. Bunların yanı sıra şekil çizme ve sayısal örnek vermelere başvurulmamıştır.

4.2.5.1. İçler dışlar çarpımı stratejisi

Bu soruda öğrencilerin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Bazı öğrenciler ise bunu kesir şeklinde belirtmiştir. Soruda doğru orantı olduğunu fark edebilen öğrenciler soruyu onu kullanarak çözmeye çalışmışlardır. Bu soruda i kısmındaki soru analizi incelendiğinde; bir öğrencinin açıklamasında “Balıkların uzunluğu ile yem miktarları arasında doğru orantı yapıp cevabı buldum.” ifadelerine yer verdiği görülmüştür. Burada kullanılan içler dışlar çarpımı stratejisi öğrencileri doğru cevaba ulaştırmaktadır. 49 öğrencinin i ve ii sorularını bu strateji ile çözdüğü görülmüştür.

Bu sorudaki i sorusu için Şekil 77 incelendiğinde, öğrenciler başlangıçta soruda verilen 25 cm uzunluğundaki 10 adet yem ile beslenen C yılan balığından hareketle, 10 cm uzunluğundaki “x” adet yem ile beslenen A yılan balığını belirterek x ifadesini bulmaya çalışmışlardır. Çapraz çarpım yapıp $10 \times 10 = 100$ işleminden sonra $100:25$ işlemi ile cevabı dört bulmuşlardır. Bazı öğrenciler çapraz çarpım yaparak benzer işlemleri $10 \times 10 = 25x$? şeklinde göstererek gerekli sadeleştirmeleri yaptıktan sonra soruyu çözmeye çalışmışlardır. Bu sorudaki ii sorusu için, öğrenciler başlangıçta soruda verilen 25 cm uzunluğundaki 10 adet yem ile beslenen C yılan balığından hareketle, 15 cm uzunluğundaki “x” adet yem ile beslenen B yılan balığını belirterek x ifadesini bulmaya çalışmışlardır. Çapraz çarpım yapıp $15 \times 10 = 150$ işleminden sonra $150:25$ işlemi ile cevabı altı bulmuşlardır. Bazı öğrenciler çözümünde, çapraz çarpım yaparak benzer işlemleri $15 \times 10 = 25x$? şeklinde göstererek gerekli sadeleştirmeleri yaptıktan sonra soruyu çözmeye çalışmışlardır. Bu soru ii sorusunda iki öğrencinin benzer olan çoklukları alt alta gösterip, içler dışlar çarpımı yaptığı fakat işlemsel hatalar sebebi ile $15 \times 10 = 150$ işleminden sonra $150:15$ işlemi şeklinde yanlış belirtilerden dolayı sonucu 10 olarak buldukları görülmüştür. Bazı öğrencilerin ise, i kısmındaki çözümde bulduğu 10 cm uzunluğunda olup dört adet yem ile beslenmesi gereken A yılan balığından hareketle,

15 cm uzunluğundaki “x” adet yem ile beslenen B yılan balığını belirterek x ifadesini bulmaya çalışmışlardır. Çapraz çarpım yapıp $15 \times 4 = 60$ işleminden sonra $60:10$ işlemi ile cevabı altı bulmuşlardır. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 77 incelenebilir.

İçler dışlar çarpımı stratejisini kullanan 49 öğrencinin hepsi i sorusunda doğru sonuca ulaşmıştır. Fakat 49 öğrenciden ikisinin ii sorusuna dikkatsizlik ve işlem hataları sebebiyle yanlış cevap verdikleri tahmin edilmektedir. Benzer çoklukların alt alta yazılıp, içler dışlar çarpımı oklarının gösterilmesi ve çapraz çarpımın öğrenciler tarafından kullanılması bu soruda içler dışlar çarpımı stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 77

Beşinci soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm

Handwritten student work showing two examples of the cross-multiplication strategy. Example 1: C -> 25, A -> 10, X = 4. The calculation is $10 \cdot 10 = 25 \cdot X$, then $\frac{10 \cdot 10}{25} = \frac{25 \cdot X}{25}$, resulting in $X = 4$. Example 2: A -> 10, B -> 5, X = 6. The calculation is $15 \cdot 4 = 10 \cdot X$, then $\frac{15 \cdot 4}{10} = \frac{10 \cdot X}{10}$, resulting in $X = 6$.

4.2.5.2. Denk kesir stratejisi

Bu soruda öğrencilerin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Soruda doğru orantı olduğu bilgisine dikkat eden öğrenciler doğru orantı bilgilerini kullanarak çözmeye çalışmışlardır. 11 öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Burada kullanılan denk kesir stratejisi öğrencileri doğru cevaba ulaştırmaktadır. Bu soruda i kısmındaki soru analizi incelendiğinde; başlangıçta 25 cm uzunluğundaki 10 adet yem ile beslenen C yılan balığının, boy uzunluğu ile beslenmesi gereken yem miktarı arasında $25:10$ işlemi ile $:2,5$ katlık ilişki olduğunu fark eden öğrenciler, soruda istenen 10 cm uzunluğundaki A yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarını bulmak için burada da boy uzunlukları/yem miktarları arasında $2,5$ katlık bir ilişki

olması gerektiğini bilerek, cevaplarını $10/2,5$ işlemi ile cevabın dört olması gerektiğini belirtmişlerdir. Balıkların boy uzunlukları ile beslenmesi gereken yem miktarları arasında $25:10$ işlemi ile $:2,5$ katlık ilişki olduğunu fark eden öğrenciler, 10 cm uzunluğundaki A yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarını bulmak için burada yem miktarı x kat ilişkisi işlemi yaparak boy uzunluğu olan 10 sayısını bulmaya çalışmışlardır. $? \times 2,5 = 10$ işlemi ile “Hangi sayı ile 2,5’u çarpınca 10 sayısını elde ederim?” şeklinde düşünerek bilinmeyeni dört olarak bulmuşlardır. Burada öğrencilerin kat ilişkisini aynı çokluklar üzerinde kurduğu görülmüştür. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 78 incelenebilir.

Bu soruda ii kısımdaki soru analizi incelendiğinde; başlangıçta 25 cm uzunluğundaki 10 adet yem ile beslenen C yılan balığının, boy uzunluğu ile beslenmesi gereken yem miktarı arasında $25:10$ işlemi ile $:2,5$ katlık ilişki olduğunu fark eden öğrenciler, soruda istenen 15 cm uzunluğundaki B yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarını bulmak için burada da boy uzunlukları/yem miktarları arasında $2,5$ katlık bir ilişki olması gerektiğini bilerek, cevaplarını $15/2,5$ işlemi ile cevabın altı olması gerektiğini belirtmişlerdir. Balıkların boy uzunlukları ile beslenmesi gereken yem miktarları arasında $25:10$ işlemi ile $:2,5$ katlık ilişki olduğunu fark eden öğrenciler, 15 cm uzunluğundaki B yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarını bulmak için burada yem miktarı x kat ilişkisi işlemi yaparak boy uzunluğu olan 15 sayısını bulmaya çalışmışlardır. $? \times 2,5 = 15$ işlemi ile “Hangi sayı ile 2,5’u çarpınca 15 sayısını elde ederim?” şeklinde düşünerek bilinmeyeni altı olarak bulmuşlardır. Burada öğrencilerin kat ilişkisini farklı çokluklar üzerinde kurduğu görülmüştür. Denk kesir stratejisini kullanan 11 öğrencinin hepsi ii sorusuna altı cevabını vererek doğru sonuca ulaşmıştır. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 78 incelenebilir.

Şekil 78

Beşinci soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm

A)	10 cm	$\div 2,5$	4 yem
B)	15 cm	$\div 2,5$	6 yem
C)	25 cm	$\div 2,5$	10 yem

Bu sorudaki i kısmı için, başlangıçta 25 cm uzunluğundaki 10 adet yem ile beslenen C yılan balığının, boy uzunluğu ile beslenmesi gereken yem miktarı arasında 25:10 işlemlik kat ilişkisi olduğunu fark eden öğrencilerin, bu çarpımsal ilişkinin doğal sayı değil de rasyonel sayı çıkmasından dolayı bunu kullanmadıkları ve sayıların sadeleştirildikten sonra kat ilişkisinin belirlenmeye çalışıldığı görülmüştür. 25 cm uzunluğundaki 10 adet yem ile beslenen C yılan balığı için verilen sayılar beş sayısı ile sadeleştirildikten sonra beş cm uzunluğundaki iki adet yem ile beslenen C yılan balığı şeklinde düşünülerek soru çözümüne C yılan balığının uzunluğu beş cm, A yılan balığının boyu iki cm olarak alınarak devam edilmiştir. Soruda verilen A, B ve C yılan balıklarının boy uzunlukları olan 10, 15, 25 sayılarını beş ile sadeleştirerek, yem miktarlarının sırasıyla buldukları iki, üç, beş sayıları ile doğru orantılı olduğunu belirten öğrenciler, boy uzunluklarında bu sayıları kullanmışlardır. Bazı öğrenciler soruda C yılan balığından verilen bilgilerden yola çıkarak, yem miktarı/boy uzunluğu işlemi ile farklı çokluklar arasındaki kat ilişkisini incelemişlerdir. 10:5 işlemi ile buldukları iki katlık çarpımsal ilişkinin, A balığında da olması gerektiğini düşünüp, i sorusu için, 2×2 işlemi ile cevabın dört olacağını belirtmişlerdir. Benzer mantıkla iki katlık çarpımsal ilişkinin B balığında da olması gerektiğini düşünüp, ii sorusu için, 3×2 işlemi ile cevabın altı olacağını belirtmişlerdir. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 79 incelenebilir. Benzer çoklukların alt alta yazılıp, kat ilişkisinin gösterilmesi ($\times 2,5$, $:2,5$, $\times 2 :2$) “kat” sözcüğünün kullanılması bu soruda denk kesir stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

Benzer çoklukları alt alta yazmayıp, kesir şeklinde ifade eden balıkların boy uzunlukları/yem miktarları veya yem miktarları/boy uzunlukları denk kesirlerini oluşturduktan sonra kat ilişkisini fark eden öğrenci stratejileri de denk kesir stratejisi başlığı altında değerlendirilmiştir. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 80’de incelenebilir. Bu öğrenciler için orantı ve denk kesir bilgisine sahip oldukları söylenebilir. Kavramsal bilgilerinin var olduğu da söylenebilir.

Şekil 79 ve Şekil 80

Beşinci soru denk kesir stratejisinde yapılan çözümler

Handwritten mathematical solutions for a problem involving ratios and proportions. The left side shows a table with columns 'suonki boy' and 'yiceği' and rows for C, A, and B. The right side shows a series of calculations and a diagram.

suonki boy	yiceği
C = 5	10
A = 2	4
B = 3	6

Handwritten calculations and a diagram:

Handwritten calculations:

$$A = 10 \rightarrow 2$$
$$B = 15 \rightarrow 3$$
$$C = 25 \rightarrow 5$$

Handwritten diagram:

Diagram showing a circle with a horizontal line through the center. The line is labeled '2x' at both ends. The circle is divided into two halves by the line. The top half is labeled '2x' and the bottom half is labeled '2x'. The line is also labeled '2x' in the middle. The diagram is used to illustrate the relationship between the numbers 2, 3, and 5.

4.2.5.3. Toplamsal ilişki stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için soruda geçen sayıları kullanarak rastgele işlemler yapmışlardır. Özellikle çarpma ve bölme işlemine yer vermeden toplama ve çıkarma işlemleri kullandıkları çözümler toplamsal ilişkiler stratejisi alt başlığında değerlendirilmiştir. Soruda doğru orantı olduğuna dikkat etmeyen öğrencilerin, sorudaki doğru orantı ve ters orantı kavramsal bilgilerine sahip olduğu bilgisi çok fazla anlaşılamamaktadır. Bu soruda i kısmındaki soruya, dokuz öğrencinin toplamsal ilişki stratejisini kullanarak yanlış cevap verdiği görülmüştür. Öğrencilerin yaptığı çözüm incelendiğinde, üç öğrenci C ve A balıklarının boy uzunlukları arasında $25-10=15$ işlemi ile 15 farklı toplamsal bir ilişki olduğunu, yem miktarları arasında da 15 farklı bir ilişki olması gerektiğini düşünmüşlerdir. C yılan balığının beslendiği yem miktarı olan 10 sayısı ile toplamsal ilişkide buldukları 15 sayısını toplayarak $10+15$ işlemi ile A yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarını 25 olarak bularak, yanlış cevaba ulaştıkları görülmüştür. Bu soruda ii kısmındaki soruda, bir öğrenci C ve B balıklarının boy uzunlukları arasında $25-15=10$ işlemi ile 10 farklı toplamsal bir ilişki olduğunu, yem miktarları arasında da 10 farklı bir ilişki olması gerektiğini düşünmüşlerdir. C yılan balığının beslendiği yem miktarı olan 10 sayısı ile toplamsal ilişkide buldukları 10 sayısını toplayarak $10+10$ işlemi ile A yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarını 20 olarak bularak, yanlış cevaba ulaştıkları görülmüştür. Yapılan bu çözüm Şekil 81’de incelenebilir.

Şekil 81 ve Şekil 82

Beşinci soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözümler

Handwritten mathematical solutions for two parts of a problem. Part i) shows calculations for A=2, C=5, and 10-3=7 yem. Part ii) shows calculations for B=3, C=5, and 10-2=8 yem.

i) $A=2$ $5-2=3$ $10-3=7$ yem
 $C=5$

ii) $B=3$ $5-3=2$ $10-2=8$ yem
 $C=5$

Bazı öğrencilerde, soruda verilen A, B ve C yılan balıklarının boy uzunlukları olan 10, 15, 25 sayılarını beş ile sadeleştirerek, yem miktarlarının sırasıyla buldukları iki, üç, beş sayıları ile doğru orantılı olduğunu belirttikleri, boy uzunluklarında bu sayıları kullandıkları görülmüştür. Bu soruda i kısmındaki soruda, C ve A balıklarının boy uzunlukları arasında $5-2=3$ işlemi ile üç farklı toplamsal bir ilişki olduğunu, yem miktarları arasında da üç farklı bir ilişki olması gerektiğini düşünmüşlerdir. C yılan balığının beslendiği yem miktarı olan 10 sayısından toplamsal ilişkide buldukları üç sayısını çıkartarak $10-3$ işlemi ile A yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarını yedi olarak bulmuşlardır. Beş öğrencinin bu şekilde çözüm yaptığı ve yanlış cevaba ulaştıkları görülmüştür. Bu soruda ii kısmındaki soruda da benzer mantıkla, C ve B balıklarının boy uzunlukları arasında $5-3=2$ işlemi ile iki farklı toplamsal bir ilişki olduğunu, yem miktarları arasında da iki farklı bir ilişki olması gerektiğini düşünmüşlerdir. C yılan balığının beslendiği yem miktarı olan 10 sayısından toplamsal ilişkide buldukları iki sayısını çıkartarak $10-2$ işlemi ile A yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarını sekiz olarak bulmuşlardır. Beş öğrencinin bu şekilde çözüm yaptığı ve yanlış cevaba ulaştıkları görülmüştür. Yapılan bu çözüm Şekil 82’de incelenebilir.

Başka bir öğrencinin i kısmı analizinde, C yılan balığının beslendiği yem miktarı olan 10 sayısı ile toplamsal ilişkide buldukları üç sayısını toplayarak $10+3$ işlemi ile A yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarını 13 olarak bularak, yanlış cevaba ulaştığı görülmüştür. Öğrenci açıklamalarında yer alan “ekledik” ifadesi, çokluklar arasında çarpımsal düşünmesi gereken ilişkiyi, toplamsal ilişki şeklinde düşündüğünü ortaya koymaktadır. Aynı öğrenci ii sorusunun çözümünde, B

yılan balığının beslendiği uzunluğu olan 15 sayısı ile toplamsal ilişkide buldukları iki sayısını toplayarak $15+2$ işlemi ile B yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarını 17 olarak bularak, yanlış cevaba ulaştığı görülmüştür. Yapılan bu çözüm Şekil 83’de incelenebilir. Bir öğrencinin ise sadece doğru cevabı yazarak ii kısmındaki soruyu doğru cevapladığı görülmüştür. Bu soruda i kısmında toplamsal ilişki stratejisini kullanan iki öğrencinin, ii kısmında soruyu boş bıraktığı görülmüştür. Toplayarak veya çıkartarak işlem yapan bu öğrencilerde, çoklukların ne anlam ifade ettiğini anlayamadıkları, çokluklar arasındaki ilişkileri doğru işlemlerle ifade edemedikleri ve işlemlerinde ne yapmak istediğini açıklayamadıkları görülmüştür.

Şekil 83

Beşinci soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözüm

5-2=3
A=10'lik 2 tane dik: 20'lik
B=15'lik 2 tane dik = 17'lik
5-2=2

4.2.5.4. Birim oran stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için başlangıçta C yılan balığının uzunluğu ve yem miktarından hareketle 25’i 10’a bölerek balıkların her 2,5 cm’de bir adet yem miktarı ile beslenmesi gerektiğini bularak işlem yapmaya başlamışlardır. Soruda da belirtildiği gibi balıkların boy uzunlukları ile yem miktarları arasında doğru orantı olduğu bilgisi dikkate alınmış ve doğru uygulanmıştır. Soruda doğru orantı kullanarak çözmeye ve birim kesri bulmaya çalışmışlardır. Bu soruda i kısmındaki soruyu beş öğrencinin bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Bu soru doğru orantı sorusu olduğu için öğrencilerin bu stratejiyi kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Burada kullanılan birim oran stratejisi öğrencileri doğru cevaba ulaştırmaktadır. Başlangıçta balıkların her 2,5 cm’de bir adet yem miktarı ile beslenmesi gerektiğini bulan öğrenciler, bu soruda i kısmı için, soruda istenilen 10 cm uzunluğundaki A balığının beslenmesi gereken yem miktarını bulmak için $10:2,5$

işlemi ile cevabı dört bulmuşlardır. Benzer şekilde dört öğrenci de bu soruda ii kısmı için, soruda istenilen 15 cm uzunluğundaki B balığının beslenmesi gereken yem miktarını bulmak için $15:2,5$ işlemi ile cevabı altı bulmuşlardır. Yapılan bu çözüm için Şekil 84 incelenebilir. Bazı öğrencilerin işlemlerini kesir biçiminde yazarak soruyu anlamlandırmaya çalıştıklarını söyleyebiliriz. Birim oran stratejisini kullanan i kısmında beş öğrencinin hepsi dört cevabını vererek doğru sonuca ulaşmıştır. Bu soruda ii kısmında ise beş öğrenciden dördünün altı cevabını vererek doğru sonuca ulaştığı görülmüştür. Bu soruda i kısmında birim stratejisini kullanan bir öğrencinin, ii kısmında soruyu boş bıraktığı görülmüştür. Bir adet yem miktarı için gereken uzunluğu bulmaları, “bir adet yem=2,5 cm uzunluk” veya “bir adet yem için 2,5 cm lazım” açıklamaları soru çözümü için birim oran stratejisini kullandıklarının göstergeleridir. Özellikle “bir adet yem” ifadesi birim kesri bulmaya yönelik ifadelerdir.

Şekil 84

Beşinci soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm

$$\begin{array}{r} 10 \overline{)25} \\ 20 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2.5 \overline{)15} \\ 15 \\ \hline 0 \end{array}$$

4.2.5.5. Veri ihmali stratejisi

Bazı öğrencilerin bu sorudaki i kısmı çözümü için, C ve A balıklarının boy uzunluklarını çarparak 25×10 işlemi ile cevabın 250 olacağını belirtmişlerdir. Öğrencilerin burada kullandığı 10 sayısı, C yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarı da olabilmektedir. Açıklamaların açık olmaması sebebiyle, öğrencilerin düşünceleri de açık bir şekilde tespit edilememektedir. Belirtilen ikinci durum söz konusu olduğunda da bu kez C yılan balığının boy uzunluğunun ihmalinden bahsedecektik. Burada üç öğrencinin 250 cevabını vererek yanlış sonuca ulaştığı görülmüştür. Soruda verilen C yılan balığının beslenmesi için gereken yem miktarını

veya C yılan balığının boy uzunluğunu göz ardı ederek, ihmal ettiği görülmektedir. Bu sorudaki ii kısmı çözümü için, öğrenciler C ve B balıklarının boy uzunluklarını çarparak 25×15 işlemi ile cevabın 375 olacağını belirtmişlerdir. Burada iki öğrencinin 375 cevabını vererek yanlış sonuca ulaştığı görülmüştür. Yapılan bu çözüm için Şekil 85 incelenebilir.

Şekil 85

Beşinci soru veri ihmali stratejisinde yapılan çözüm

i)
$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 10 \\ \hline 00 \\ + 250 \\ \hline 250 = A \text{ yılan} \end{array}$$

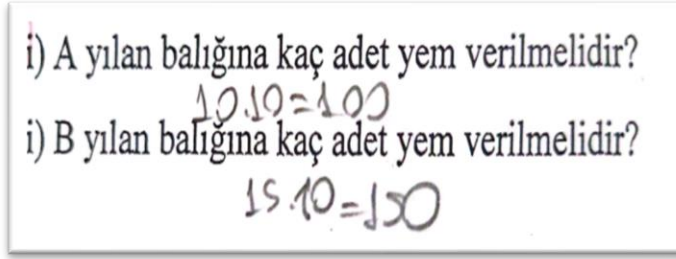
ii)
$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 15 \text{ (2)} \\ \hline 125 \\ + 250 \\ \hline 375 = B \text{ yılan} \end{array}$$

Bazı öğrencilerin bu sorudaki i kısmı için çözümleri incelendiğinde, soruda verilen A yılan balığının uzunluğu ve C yılan balığının yem miktarından hareketle 10×10 işlemi ile sonucu 100 olarak bulduğu görülmüştür. İki öğrencinin 100 cevabını vererek yanlış sonuca ulaştığı görülmüştür. Bu sorudaki ii kısmı çözümü için, sorudaverilen B yılan balığının uzunluğu ve C yılan balığının yem miktarından hareketle 15×10 işlemi ile sonucu 150 olarak bulduğu görülmüştür. Üç öğrencinin 150 cevabını vererek yanlış sonuca ulaştığı görülmüştür. Yapılan bu çözüm için Şekil 86 incelenebilir.

Öğrencilerin sadece boy uzunluklarına odaklanarak yem miktarlarına işlemlerinde yer vermemesi veya boy uzunluklarına odaklanıp yem miktarlarına işlemlerinde yer vermemesi, herhangi bir çokluğu göz ardı edişi bu soruda veri ihmali yapıldığının göstergeleridir. Burada kullanılan veri ihmali stratejisi işlemlerdeki bir çokluğun görmezden gelinmesi sebebiyle, öğrencileri doğru cevaba ulaştıramamaktadır. Burada yanlış cevaba ulaşma sebepleri için, kavramsal bilgi eksikliği veya soruyu doğru okumadan, anlamadan çözüm yapıp dikkatsizlikten dolayı yanlış cevaplar verildiğini söyleyebiliriz.

Şekil 86

Beşinci soru veri ihmali stratejisinde yapılan çözüm



4.2.5.6. Denklik sınıfı stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için başlangıçta balıkların yem miktarları/boy uzunlukları işlemini kesir biçiminde yazarak, bu işlemi i kısmı çözümü için boy uzunluğu 10 cm oluncaya kadar devam ettirmişlerdir. Soruda verilen C yılan balığının yem miktarı ve boy uzunluğundan hareketle her bir yem miktarında, balıkların boyunun 2,5 cm uzaması gerektiğini fark eden öğrencilerde birim kesir ve doğru orantının var olduğu ve denk kesir bilgisine sahip olduklarını söyleyebiliriz. Bundan hareketle iki yem miktarı içinde beş cm uzaması gerektiğini bilen öğrenciler, denk kesir elde etmeye çalışmışlardır. Her iki yem miktarında, balıkların boyunu beş cm arttırarak denk kesir elde eden öğrenciler yaptıkları çözümlerde $2/5=4/10=6/15=8/20=10/25$ ifadelerine yer vermişlerdir. Payda kısmında ulaştıkları soruda istenilen 10 cm ifadesini görünce, pay kısmında yer alan ve yem miktarını temsil eden dört sayısının cevap olduğunu belirtmişlerdir. Bu sorunun ii kısmındaki soruda da benzer işlemlere yer veren öğrenciler, yem miktarları/boy uzunlukları işlemini kesir biçiminde yazarak, bu işlemi boy uzunluğu 15 cm oluncaya kadar devam ettirmişlerdir. Payda kısmında ulaştıkları soruda istenilen 15 cm ifadesini görünce, pay kısmında yer alan ve yem miktarını temsil eden altı sayısının cevap olduğunu belirtmişlerdir. Üç öğrenci i ve ii sorularını bu şekilde çözerek doğru sonuca ulaşmıştır. Yapılan bu çözüm Şekil 87’de incelenebilir.

Şekil 87

Beşinci soru denklik sınıfı stratejisinde yapılan çözüm

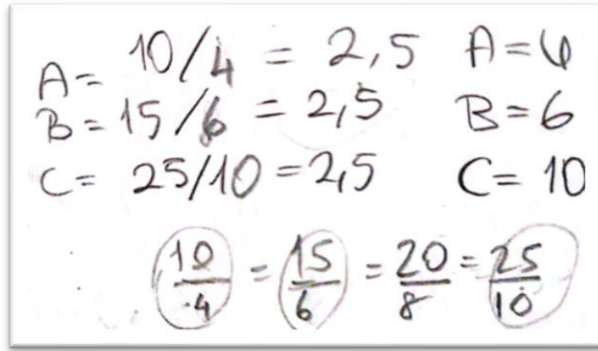
$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \frac{10}{25}$$

A alan balık yem
B " yem

Bazı öğrenciler çözüm için, balıkların yem miktarları/boy uzunluklarını kesir biçiminde yazarak denk kesir elde etmeye çalışmışlardır. Her beş cm’de, balıkların yem miktarlarını iki arttırarak denk kesir elde eden öğrenciler çözümlerinde $5/2=10/4=15/6=20/8=25/10$ ifadelerine yer vererek bu sorudaki denk kesirlerin sonucunun her zaman 2,5 olması gerektiğini fark etmişlerdir. Bu sorudaki i kısmındaki soru için, pay kısmında ulaştıkları soruda istenilen 10 cm ifadesini görünce, payda kısmında yer alan ve yem miktarını temsil eden dört sayısının cevap olduğunu belirtmişlerdir. Bu sorudaki ii kısmındaki soru için ise, pay kısmında ulaştıkları soruda istenilen 15 cm ifadesini görünce, payda kısmında yer alan ve yem miktarını temsil eden altı sayısının cevap olduğunu belirtmişlerdir. Bir öğrenci i ve ii sorularını bu şekilde çözerek doğru sonuca ulaşmıştır. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 88 incelenebilir. Yem miktarı arttıkça boy uzunluklarının da artması gerektiğini bilen öğrencilerde doğru orantı bilgisinin var olduğunu ve soruda da verilen bu bilgiyi kullandıklarını söyleyebiliriz. Bu soru doğru orantı sorusu olduğu için öğrencilerin bu stratejiyi kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Bir adet yem miktarı için olması gereken boy uzunluğundan hareketle bir adet yem miktarı için olması gereken boy uzunluğunu bulduktan sonra işlemlerini kesir biçiminde belirtmeleri ve soruda verilen çokluğa odaklanarak istenilen diğer çokluğu buluncaya kadar denk kesir elde etmeleri bu soruda denklik sınıfı stratejisini kullandıklarının göstergeleridir.

Şekil 88

Beşinci soru denklik sınıfı stratejisinde yapılan çözüm


$$\begin{aligned} A &= 10/4 = 2,5 & A &= 4 \\ B &= 15/6 = 2,5 & B &= 6 \\ C &= 25/10 = 2,5 & C &= 10 \end{aligned}$$
$$\left(\frac{10}{4}\right) = \left(\frac{15}{6}\right) = \frac{20}{8} = \frac{25}{10}$$

4.2.5.7. Değişim çarpanı stratejisi

Bu sorudaki i kısmındaki soru çözümü için, başlangıçta yılan balıklarının boy uzunlukları/yem miktarları kesir şeklinde ifade edilip, bir orantı kurulmuştur. Soruda verilen C yılan balığı için 25/10 kesrini yazan öğrenci, soruda istenen A yılan balığı içinde 10/x şeklinde belirterek “x” ifadesini bulmaya çalışmıştır. 25/10 kesrinin pay ve paydasını beş ile sadeleştiren öğrenci, bu kesri 5/2 şeklinde ifade etmiştir. Diğer kesirdeki 10/x ifadesinin de pay ve paydasını iki ile sadeleştiren öğrenci, 5/(x/2) ifadesine yer vermiştir. Burada pay kısmında belirttiği boy uzunluklarının sayısını eşitlemeye çalıştığını söyleyebiliriz. Bu eşitlikten yararlanarak paydadaki yem miktarları sayılarının da eşit olması gerektiği bilgisine sahiptir. Paydadaki eşitliği yazarak $2=x/2$ işlemi ile cevabı dört olarak belirterek, doğru cevaba ulaşmıştır. Bu sorudaki i kısmındaki soru çözümü için de, soruda verilen C yılan balığı için 25/10 kesrini yazan öğrenci, soruda istenen B yılan balığı içinde 15/x şeklinde belirterek “x” ifadesini bulmaya çalışmıştır. 25/10 kesrinin pay ve paydasını beş ile sadeleştiren öğrenci, bu kesri 5/2 şeklinde ifade etmiştir. Diğer kesirdeki 15/x ifadesinin de pay ve paydasını üç ile sadeleştiren öğrenci, 5/(x/3) ifadesine yer vermiştir. Burada pay kısmında belirttiği boy uzunluklarının sayısını eşitlemeye çalıştığını söyleyebiliriz. Bu eşitlikten yararlanarak paydadaki yem miktarları sayılarının da eşit olması gerektiği bilgisine sahiptir. Paydadaki eşitliği yazarak $2=x/3$ işlemi ile cevabı altı olarak belirterek, doğru cevaba ulaşmıştır. Burada öğrencinin değişim çarpanı stratejisini kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Burada bu stratejiyi sadece bir öğrenci kullanmıştır. Buna yönelik yapılan bu çözüm Şekil 89’da incelenebilir. Değişim çarpanı stratejisini kullanan öğrenci için doğruluğu kabul

edilebilir olan ve yapması gereken işlemlerde bu şekildedir. Öğrencinin cevabında görülen iki farklı balık için verilen farklı iki çokluklardan seçilen herhangi bir çokluğun sayısal değerleri eşitlendikten sonra diğer çoklukların sayısal değerlerinin de eşitlenip karşılaştırılması soruda değişim çarpanı stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 89

Beşinci soru değişim çarpanı stratejisinde yapılan çözüm

Oranı Sıktır

$$\begin{array}{r} 25 \\ 10 \overline{) 25} \\ \underline{10} \\ 15 \\ \underline{10} \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times 2.5 \\ \hline 25 \end{array}$$

Cevap: 25

$$\begin{array}{r} 25 \\ 10 \overline{) 25} \\ \underline{10} \\ 15 \\ \underline{10} \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times 2.5 \\ \hline 25 \end{array}$$

Cevap: 25

4.2.5.8. Sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için soruda geçen sayıları kullanarak rastgele işlemler yapmışlardır. Özellikle soruda verilen sayıları kullanarak en az bir tane çarpma ve bölme işlemi olan bu çözümler sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi alt başlığında değerlendirilmiştir. Bir öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü ve yanlış cevaplara ulaştıkları görülmüştür. Başlangıçta 10 cm uzunluğundaki iki adet yem ile beslenen beşinci sorudaki i kısmındaki soru çözümü için, C yılan balığının, boy uzunluğu ile beslenmesi gereken yem miktarı arasında 25:10 işlemi ile 2,5 katlık ilişki olduğunu fark eden öğrenci, soruda istenen 10 cm uzunluğundaki A yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarını bulmak için burada da boy uzunlukları/yem miktarları arasında 2,5 katlık bir ilişki olması gerektiğini fark edememiştir. Sorularda istenen yem miktarlarını bulmak için, kat ilişkisi x boy uzunlukları işlemini yapan öğrenciler benzer çokluklar arasındaki orantısal durumu doğru kuramamışlardır. Bu sorudaki i soru çözümü için 10 cm uzunluğundaki A yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarını bulmak için, 2,5x10 işlemi ile

cevabın 25 olacağını, bu sorudaki ii soru çözümü için 15 cm uzunluğundaki B yılan balığının beslenmesi gereken yem miktarını bulmak için, $2,5 \times 15$ işlemi ile cevabın 37,5 olacağını belirterek yanlış cevap vermiştir. Sadece bir öğrencinin bu şekilde cevap verdiği görülmüştür. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 90 incelenebilir. Bu öğrenci ile ilgili, kat ilişkisini yine aynı sayıyla olacak şekilde fakat çarpma işlemi yerine bölme işlemi olarak kullanmış olsaydı, denk kesir stratejisini kullanarak doğru sonuca ulaşacağı söylenebilirdi. Öğrencinin genel olarak çoklukların ne anlam ifade ettiklerini anlayamadığı ve işlemlerinde ne yapmak istediğini açıklayamadığı görülmüştür. Öğrencinin soruda verilen sayıları rastgele kullanarak işlem yaptığını söyleyebiliriz. Bununla birlikte kavramsal bilgiye sahip olmadığını da belirtebiliriz.

Şekil 90

Beşinci soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm

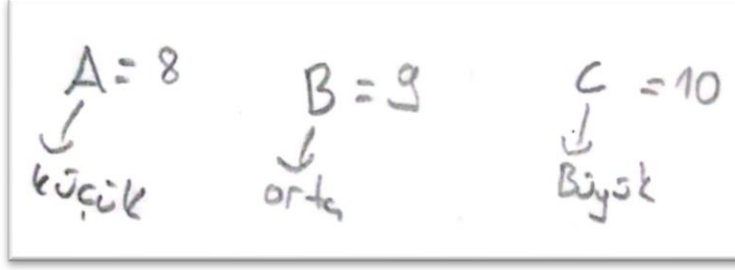
4.2.5.9. Belirgin bir strateji olmayan çözümler

Bu soruda farklı, yanlış ve uygun olmayan işlemler kullanılması sebebiyle doğru cevaptan uzaklaştıran çözümler yer almaktadır. Alanyazında bahsedilen strateji çeşitlerinin çözümde gözlenmemesi, öğrencinin doğru veya yanlış cevabı nasıl bulduğunun anlaşılamaması, öğrencinin doğru veya yanlış olan cevabı sadece yazarak geçmesi veya soruyu boş bırakması üzerine analizde değerlendirilemeyen ve puanlandırılmayan çözümler “belirgin bir strateji olmayan çözümler” başlığı altında toplanmıştır. Bu öğrencilerin işlemsel bilgileri doğru olsa bile, oran orantı konusundaki kavramsal bilgilerinin var olup olmadığıyla ilgili yeterli bilgi elde edilememektedir. Bazı öğrenciler doğru orantı olduğunu belli ederek benzer çoklukları alt alta yazmış olsalar bile gerekli açıklama eksikliği ve kullanılan

stratejinin alanyazındakilerden hangisine ait olduğu tespit edilemediğinden öğrencilerin stratejileri açık bir şekilde ortaya konulamamıştır. Açıklamaya yer veren öğrencilerin açıklamaları okunduğunda kendini doğru ifade edemeyen öğrencilere rastlanmıştır. Bu sorudaki i sorusunda 24 öğrenci cevabı “belirgin strateji yok” başlığı altında değerlendirilmiştir. 24 öğrenciden dokuzunun cevabına bakıldığında, açıklamaya yer vermeden sadece cevabı yazarak veya alanyazındaki stratejilerden hangisine dahil edileceği bilinmeyen işlemler yaparak doğru cevaplandığı görülmüştür. Bir öğrencinin açıklaması incelendiğinde “A balığı B balığının 1,5 katıdır.” şeklinde yazarak soruya dört cevabını vererek doğru cevaplandırmıştır. Sadece cevabı yazan 15 öğrencinin ise soruyu yanlış cevaplandığı ve birbirinden farklı cevaplar verdikleri tespit edilmiştir. Bu sorudaki ii sorusunda 23 öğrenci cevabı “belirgin strateji yok” başlığı altında değerlendirilmiştir. 23 öğrenciden sekizinin cevabına bakıldığında, açıklamaya yer vermeden sadece cevabı yazarak veya alanyazındaki stratejilerden hangisine dahil edileceği bilinmeyen işlemler yaparak doğru cevaplandığı görülmüştür. Sadece cevabı yazan 15 öğrencinin ise soruyu yanlış cevaplandığı ve birbirinden farklı cevaplar verdikleri tespit edilmiştir. Şekil 91 incelendiğinde de, herhangi bir stratejiye yer verilmeden, sorunun yanlış cevaplandığı görülmektedir. Bu soruda i kısmında belirgin bir strateji kullanan bir öğrencinin, ii kısmında içler dışlar çarpımı stratejisini kullandığı görülmüştür. Genel olarak öğrencilerle ilgili çözümlerini daha açık ifadelerle belirtselerdi ve kat ilişkisini daha açık bir şekilde doğru belirtselerdi çözümlerin denk kesir stratejisi içerisinde yer alabileceği söylenebilirdi. Burada öğrencilerin kavramsal bilgisi için herhangi bir yorum yapılamamaktadır. Doğru orantı sorusu öğrenciler tarafından anlaşılmış olsa bile bu stratejinin kullanıldığına dair herhangi bir açıklama, ipucu ve göstergeye çözümde rastlanmamıştır. Belirtilen öğrenciler dışında bu sorudaki i kısmındaki soruyu 71, ii kısmındaki soruyu 75 öğrencinin boş bıraktığı görülmüştür. Sorudaki boş sayısının fazla olmasının sebepleri incelendiğinde; üçüncü, dördüncü ve beşinci soruların birbiriyle bağlantılı olduğu belirtilmesine rağmen öğrenciler tarafından bu bağlantının unutulması, kurulamaması veya soruyu anlamada güçlük çekilmesi olarak tahminde bulunulabilir.

Şekil 91

Beşinci soru belirgin bir strateji olmayan çözüm



4.2.6. Altıncı soru analizi

Altıncı soru: 300 km yolu dört saatte alan bir otomobil, aynı hızla giderse 750 km'lik yolu kaç saatte alır?

Altıncı soru verilmeyen değeri bulma soru türüne ait bir sorudur. Öğrencilerin bu soruda en çok içler dışlar çarpımı stratejisini (%34,25) kullandığı tespit edilmiştir. Bu stratejinin yanı sıra 30 öğrencide (%16,57) denk kesir stratejisinin kullanıldığı görülmüştür. 36 öğrencinin (%19,88) kullandığı çözümlerde belirgin bir stratejiye rastlanmamıştır. Öğrencilerin bu soruda değişim çarpanı ve duygusal cevap verme stratejilerini kullanmadığı tespit edilmiştir. Bunların yanı sıra şekil çizme ve sayısal örnek vermeye başvurulmamıştır.

4.2.6.1. İçler dışlar çarpımı stratejisi

Bu soruda öğrencilerin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Bazı öğrenciler ise bunu kesir şeklinde belirtmiştir. Soruda doğru orantı olduğunu fark edebilen öğrenciler soruyu onu kullanarak çözmeye çalışmışlardır. 61 öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Burada kullanılan içler dışlar çarpımı stratejisi öğrencileri doğru cevaba ulaştırmaktadır. Başlangıçta soruda verilen dört saatte 300 kilometre yol alan aracın x saatte 750 kilometre yol alacağını belirterek x ifadesini bulmaya çalışmışlardır. Çapraz çarpım yapıp $750 \times 4 = 3000$ işleminden sonra $3000 : 300$ işlemi ile cevabı 10 bulmuşlardır. Yapılan bu çözüm için Şekil 92 incelenebilir. Bazı öğrenciler çapraz çarpım yaparak benzer işlemleri $300x = 750 \times 4$ şeklinde göstererek gerekli sadeleştirmeleri yaptıktan sonra soruyu çözmeye çalışmışlardır. İçler dışlar çarpımı stratejisini kullanan 52 öğrenci doğru sonuca ulaşmıştır. Benzer çoklukların alt alta

yazılıp, içler dışlar çarpımı oklarının gösterilmesi ve çapraz çarpımın öğrenciler tarafından kullanılması bu soruda içler dışlar çarpımı stratejisi kullanıldığının göstergeleridir. Çapraz çarpım yaptıktan sonra 750×4 veya $3000:300$ işlemlerinde yanlış çarpma ve bölmeler yaparak, işlem hatalarına yer verip cevabı 10'dan farklı bir sayı bulan dokuz öğrenci, içler dışlar çarpımı stratejisini kullansa bile yanlış sonuca ulaşmıştır.

Şekil 92

Altıncı soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm

Handwritten student solution for a problem involving speed, distance, and time. The student sets up a proportion: 300 km / 750 km = 4 sa. / x sa. They then cross-multiply to get 3000 = 750x, and divide both sides by 300 to get x = 10. The final answer is boxed as 10.

4.2.6.2. Denk kesir stratejisi

Bu soruda öğrencilerin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Soruda doğru orantı olduğunu fark edebilen öğrenciler soruda doğru orantı olduğunu belirtmiş ve soruyu onu kullanarak çözmeye çalışmışlardır. 29 öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Burada kullanılan denk kesir stratejisi öğrencileri doğru cevaba ulaştırmaktadır. Başlangıçta 300 kilometre yolu dört saatte alan bir aracın alınan yol ile geçen zaman arasında $300:4$ işlemi ile $:75$ katlık ilişki olduğunu fark eden öğrenciler, aynı hızda gidilerek 750 kilometrelik yolun kaç saatte alınacağını bulmak için burada da alınan yol/geçen zaman arasında 75 katlık bir ilişki olması gerektiğini bilerek, cevaplarını $750/75$ işlemi ile cevabın 10 olması gerektiğini belirtmişlerdir. Geçen zaman ile alınan yol arasında $300:4$ işlemi ile $\times 75$ katlık ilişki olduğunu fark eden öğrenciler, aynı hızda gidilerek 750 kilometrelik yolun kaç saatte alınacağını bulmak için burada geçen zaman $\times$ kat ilişkisi işlemi yaparak alınan yol olan 750 sayısını bulmaya çalışmışlardır. $? \times 75 = 750$ işlemi ile “Hangi sayı ile 75’i çarpınca 750 sayısını elde ederim?” şeklinde düşünerek bilinmeyeni 10 olarak bulmuşlardır. Yapılan bu çözüm için Şekil 93 incelenebilir.

Şekil 93

Altıncı soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm

Handwritten solution for Şekil 93. On the left, a proportion is set up: $\frac{300 \text{ km}}{750 \text{ km}} = \frac{4 \text{ sa}}{x \text{ saat}}$. Above the 300 km is a division symbol $\div 75$ and above the 4 sa is a multiplication symbol $\times$. Below the 750 km is a division symbol $\div 75$ and below the x saat is a multiplication symbol $\times$. On the right, the calculation $750 \div 75 = 10 \text{ saat}$ is shown, with the result 10 saat boxed.

Kat ilişkisini aynı çokluklar üzerinde kuran öğrencilerde olmuştur. 300 kilometre ve 750 kilometre arasında 2,5 katlık bir ilişki olduğunu fark eden öğrenciler, geçen zamanlar arasında da 2,5 katlık bir ilişki olması gerektiğini düşünerek $4 \times 2,5$ işlemi ile cevabın 10 olacağını belirtmişlerdir. Denk kesir stratejisini kullanan 25 öğrenci 10 cevabını vererek doğru sonuca ulaşmıştır. Yapılan bu çözüm için Şekil 94 incelenebilir. Benzer çoklukların alt alta yazılıp, kat ilişkisinin gösterilmesi ($\times 75$, $\div 75$, $\times 2,5$, $\div 2,5$) “kat” sözcüğünün kullanılması bu soruda denk kesir stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 94

Altıncı soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm

Handwritten solution for Şekil 94. On the left, a proportion is set up: $\frac{300}{750} = \frac{4 \text{ saat}}{x}$. To the left of the 300 is a multiplication symbol $\times 2,5$ and to the left of the 4 saat is a multiplication symbol $\times$. Below the x is the equation $x = 10 \text{ saat}$. On the right, the calculation $300 \div 750 \times 2,5$ is shown.

Benzer çoklukları alt alta yazmayıp, kesir şeklinde ifade eden alınan yol/geçen zaman veya geçen zaman/alınan yol denk kesirlerini oluşturduktan sonra kat ilişkisini fark eden öğrenci stratejileri de denk kesir stratejisi başlığı altında değerlendirilmiştir. Bu öğrenciler için orantı ve denk kesir bilgisine sahip oldukları söylenebilir. Kavramsal bilgiye sahiplerdir. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 95 incelenebilir.

Şekil 95

Altıncı soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm

Yol = $\frac{300}{4} = \frac{750}{x=10}$
↓
75km/s 75km/s
↓
750/75 = 10

Aynı hızda dediği için 750 km'lik yolda da 75 km/s hızıyla tenecekler. Bu yüzden bu ikisi bölce ve zamanı bulcaz. Ve 10 saatte 750 km'lik yolda tenecekler.

Sorudaki farklı çokluklar arasındaki kat ilişkisini, $\times 75$, $:75$ şeklinde belirtmesine rağmen, bilinmeyeni bulurken yanlış bölme işlemleri yapılması sonucu yanlış cevaba ulaşılmıştır. Bazı öğrencilerde çokluklar arasındaki kat ilişkisinin yanlış tespit edildiği görülmüştür. Denk kesir stratejisini kullanan dört öğrenci bu soruya hatalı ve yanlış işlemler sebebiyle yanlış cevap vermişlerdir.

4.2.6.3. Artırma stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için 300 kilometrelik yolu dört saatte alan bir aracın aynı hızda 750 kilometrelik yolda geçen zamanını bulurken, 750 kilometre ifadesini $300+300+150$ şeklinde düşünerek işlem yapmaya çalışmışlardır. Her 300 kilometreyi dört saatte alan aracın aldığı yol yarıya düşüp $300:2=150$ kilometre olduğunda geçen zamanında yarıya düşerek $4:2$ ifadesinden iki olacağını bilmektedirler. En son alınan yol için parçalara ayırdıkları $300+300+150$ ifadesinde, geçen zamanları sırasıyla toplayarak $4+4+2$ işlemi ile cevabın 10 olacağını belirtmişlerdir. Kimi öğrenciler ise 750 kilometre ifadesini $600+150$ şeklinde düşünerek işlem yapmışlardır. Her 300 kilometreyi dört saatte alan aracın aldığı yol iki katına çıktığında $300 \times 2=600$ kilometre olduğunda geçen zamanında iki katına çıkarak 4×2 ifadesinden sekiz olacağını, yine aldığı yol yarıya düşüp $300:2=150$ kilometre olduğunda geçen zamanında yarıya düşerek $4:2$ ifadesinden iki olacağını bilen öğrenciler, en son alınan yol için parçalara ayırdığı $600+150$ ifadesinde, geçen zamanları sırasıyla toplayarak $8+2$ işlemi ile cevabın 10 olacağını belirtmişlerdir. Yapılan bu çözüm için Şekil 96 incelenebilir. Bazı öğrencilerin çözümünde, $300=4$, $600=8$, $750=10$ eşitliklerini yazarak alınan yol ve geçen zaman arasındaki ilişkiyi,

artırma stratejisini kullanarak çözmeye çalıştıkları anlaşılmaktadır. 16 öğrencinin soruyu bunlara benzer şekilde çözdüğü görülmüştür. Bu soru doğru orantı sorusu olduğu için öğrencilerin bu stratejiyi kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Burada kullanılan artırma stratejisi öğrencileri doğru cevaba ulaştırmaktadır. Verilen herhangi bir çokluğu parçalara ayırdıktan sonra diğer çokluk üzerinde de parçalara göre ayırmalar yapıp sonuca ulaşma, düzenli ritmik artırmaların gösterimi bu soru çözümü için artırma stratejisinin kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 96

Altıncı soru artırma stratejisinde yapılan çözüm

$$\begin{array}{l}
 300 \times 2 = 600 \\
 4 \times 2 = 8 \\
 \frac{300}{2} = 150 \\
 \frac{4}{2} = 2 \\
 600 \text{ km } 8 \text{ saat } 750 \\
 2 \text{ saat } 8 \text{ saat } 100 \\
 750 + 100 = 850
 \end{array}$$

Altı öğrencinin soru çözümünde artırma stratejisini kullanmak istese bile, kat ilişkilerini yanlış tespit etmelerinden dolayı soruya yanlış cevap verdikleri görülmüştür. Bazı öğrenciler 300 kilometrede dört saat yol alınıyorsa, alınan yol iki katına çıkıp 600 kilometre olduğunda sürenin de iki katına çıkıp sekiz saat olduğunu belirtebilmişlerdir. Fakat alınan yol 600 kilometreden 750 kilometreye çıkarken $750/600$ ile 1,25 katlık ilişkiyi tespit edemeyen öğrenciler kat ilişkisini 1,5 olarak almışlardır. Bu sebeple bazı öğrenciler bu sorunun cevabına 1,5 diyerek bırakmış, bazı öğrenciler ise $8+1,5=9,5$ olarak soruyu cevaplandırmıştır. Şekil 97’de de cevabı 1,5 bulan, buna yönelik bir örnek incelenebilir. Kimi öğrenciler 1,25 kat olması gereken ilişkiyi 0,5 olarak görerek, cevabın $8+0,5=8,5$ olacağını belirtmişlerdir. Bir öğrencinin yaptığı çözüm incelendiğinde, “ $300=4$, $400=5$, $500=6$, $600=7$, $700=8$, $750=8,5$ ” şeklinde belirttiği görülmüştür. Her 100 kilometrede bir saat geçeceğini belirten öğrenci için birim kesri bulamadığını ve kat ilişkisini yanlış tespit ettiğini söyleyebiliriz.

Şekil 97

Altıncı soru artırma stratejisinde yapılan çözüm

Handwritten student solution for a unit rate problem. The student has written:

$$\frac{300 \text{ km}}{4 \text{ saat}} = \frac{750 \text{ km}}{x}$$

Below this, they have written "T.O." and a box containing "1,5 saatte 750 km gider". To the right, there is a table showing equivalent rates:

1200 km	4 saat
750 km	1,5 saat
600 km	2 saat
300 km	4 saat

Next to the table, there is a division problem:

$$\frac{750}{75} = 10$$

The result of the division is 10,00.

4.2.6.4. Birim oran stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için başlangıçta 300’ü dörde bölerek bir saatte aynı hızla gidilerek 75 kilometre yol alınacağını bularak işlem yapmışlardır. Soruda doğru orantı kullanarak çözmeye ve birim kesri bulmaya çalışmışlardır. 15 öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Bu soru doğru orantı sorusu olduğu için öğrencilerin bu stratejiyi kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Burada kullanılan birim oran stratejisi öğrencileri doğru cevaba ulaştırmaktadır. Başlangıçta bir saatte 75 kilometre yol alınacağını bulan öğrenciler, aynı hızla gidilerek soruda istenilen 750 kilometrelik yolda geçen zamanı bulmak için $750:75$ işlemi ile cevabı 10 bulmuşlardır. Buna yönelik yapılan örnek için Şekil 98 incelenebilir. Her bir saatte 75 kilometre yol alınacağını fark eden öğrenciler $750:75$ işlemine yer vermeden “75 ile hangi sayıyı çarparsak 750 kilometrelik yola eşit olabilir” şeklinde zihinden düşünerek cevabın 10 olması gerektiğini belirtmişlerdir. Birim oran stratejisini kullanan 15 öğrencinin hepsi 10 cevabını vererek doğru sonuca ulaşmıştır. Bir saate alınan yolu bulmaları, “bir saat=75 kilometre” veya “her bir saatte 75 kilometre yol alır” açıklamaları soru çözümü için birim oran stratejisini kullandıklarının göstergeleridir. Özellikle “bir saat” ifadesi birim kesri bulmaya yönelik ifadelerdir.

Şekil 98

Altıncı soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm

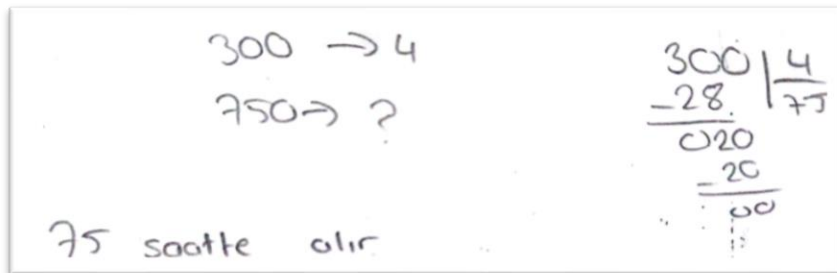

$$\begin{array}{r} 300 \overline{) 4} \\ \underline{28} \\ 20 \end{array} \quad 75 \text{ 1 saat 40}$$
$$\begin{array}{r} 750 \overline{) 75} \\ \underline{10} \\ 50 \end{array} \quad 10 \text{ saat 40}$$

4.2.6.5. Veri ihmali stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için başlangıçta 300'ü dörde bölerek bir saatte aynı hızla gidilerek 75 kilometre yol alınacağını bularak işlem yapmışlardır. Soruda doğru orantı kullanarak çözmeye ve birim kesri bulmaya çalışmışlardır. Yedi öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Bu soru doğru orantı sorusu olduğu için öğrencilerin eğer işlemlerine devam etmiş olsalardı doğru sonuca ulaşacağını söyleyebilirdik. Fakat öğrenciler burada 75 sonucunu bulduktan sonra işlemlerine devam etmeyip sonucun 75 olacağını belirtmişlerdir. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 99 incelenebilir. Öğrencilerin aracın aynı hızla giderse 750 kilometrelik yolu kaç saatte alacağını bulmayı ve bunu göz ardı edişi bu soruda veri ihmali yapıldığının göstergeleridir. Burada kullanılan veri ihmali stratejisi işlemleri yarıda keserek, öğrencileri doğru cevaba ulaştıramamaktadır. Benzer çoklukları sınıflandırıp, alt alta yazarak soruyu anlamlandırmaya çalıştıklarını bazı öğrenciler için söyleyebiliriz. Fakat işlemlere devam etmeyişi sebepleri için kavramsal bilgi eksikliği veya soruyu doğru okumadan, anlamadan çözüm yapıp dikkatsizlikten dolayı yanlış veya eksik cevaplar verildiğini söyleyebiliriz.

Şekil 99

Altıncı soru veri ihmali stratejisinde yapılan çözüm


$$\begin{array}{l} 300 \rightarrow 4 \\ 750 \rightarrow ? \\ 75 \text{ saatte alır} \end{array} \quad \begin{array}{r} 300 \overline{) 4} \\ \underline{28} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 00 \end{array}$$

4.2.6.6. Denklik sınıfı stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için başlangıçta geçen zaman/alınan yol işlemini kesir biçiminde yazarak, bu işlemi alınan yol 750 kilometre oluncaya kadar devam ettirmişlerdir. Her bir saatte 75 kilometre yol alınması gerektiğini fark eden öğrencilerde birim kesir ve doğru orantının var olduğu ve denk kesir bilgisine sahip olduklarını söyleyebiliriz. Her bir saatte yolu 75 kilometre arttırarak denk kesir elde ederek çözümü $1/75=2/150=3/225=4/300=5/375=6/450=7/525=8/600=9/675=10/750$ şeklinde ifade etmişlerdir. En son payda kısmında ulaştıkları soruda istenilen 750 kilometre ifadesini görünce işlem yapmayı bırakmış, pay kısmında yer alan ve geçen zamanı temsil eden 10 sayısının cevap olduğunu belirtmişlerdir. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 100 incelenebilir. Geçen zaman arttıkça alınan yolunda artması gerektiğini bilen öğrencilerde doğru orantı bilgisinin var olduğunu söyleyebiliriz. Bu soru doğru orantı sorusu olduğu için öğrencilerin bu stratejiyi kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Burada kullanılan denklik sınıfı stratejisi öğrencileri doğru cevaba ulaştırmaktadır. Bir saate alınan yolu bulduktan sonra işlemlerini kesir biçiminde belirtmeleri ve soruda verilen çokluğa odaklanarak istenilen diğer çokluğu buluncaya kadar denk kesir elde etmeleri bu soruda denklik sınıfı stratejisini kullandıklarının göstergeleridir. Özellikle “bir saat” ifadesi birim kesri bulmaya yönelik ifade iken ve başlangıçta bunu bulduktan sonra denk kesirlerin kullanılarak sonuca ulaşılması sebebiyle burada kullanılan çözümler birim oran stratejisi olarak değil denklik sınıfı stratejisi olarak ele alınmaktadır.

Şekil 100

Altıncı soru denklik sınıfı stratejisinde yapılan çözüm

saatte alır?

$$\frac{1}{75} = \frac{2}{150} = \frac{3}{225} = \frac{4}{300} = \frac{5}{375} = \frac{6}{450} = \frac{7}{525} = \frac{8}{600} = \frac{9}{675} = \frac{10}{750}$$

10 saatte 750 km'lik yol alır

4.2.6.7. Ters orantı algoritması stratejisi

Bu soruda öğrencilerin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Başlangıçta 300 kilometrelik yolu dört saatte alan aracın 750 kilometrelik yolu “x” veya “?” saatte alması gerektiğini belirten öğrenciler, burada bilinmeyen “x” veya “?” ifadesini bulmaya çalışmışlardır. Geçen zamanı bulabilmek için düz çarpım yapıp $300 \times 4 = 1200$ işlemini yaptıktan sonra $1200 : 750$ işlemi ile cevabı 1,6 bulmuşlardır. Bu çözüm için Şekil 101 incelenebilir. Bir diğer öğrenci benzer işlemleri $300 \times 4 = 750 \times ?$ şeklinde belirterek, her iki tarafı 750 ile sadeleştirdikten sonra cevabı 1,6 bulmuştur. Soruda doğru orantı olduğunu fark edemeyen öğrenciler soruyu ters orantı kullanarak çözmeye çalışmışlardır. Üç öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Bu soru ters orantı sorusu olsaydı öğrencilerin bu stratejiyi kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebilirdik fakat soru doğru orantı sorusu olduğu için burada kullanılan ters orantı algoritması stratejisi öğrencileri yanlış cevaba ulaştırmaktadır. Öğrencilerin ters orantı algoritması stratejisini kullanarak yanlış sonuca ulaştığını söyleyebiliriz.

Şekil 101

Altıncı soru ters orantı algoritması stratejisinde yapılan çözüm

Handwritten student work showing a solution for a problem involving ratios. The student has written "300 → 4" and "750 x 1,6 300" on the left. On the right, there is a long division problem: 300 divided by 750, which is written as 300 over 750. The student has written "1,6" as the quotient. Below this, there is a multiplication problem: 750 multiplied by 1,6, which is written as 750 over 1,6. The student has written "1200" as the product. Below this, there is a subtraction problem: 1200 minus 750, which is written as 1200 over 750. The student has written "4500" as the result. Below this, there is a subtraction problem: 4500 minus 4500, which is written as 4500 over 4500. The student has written "0000" as the result.

4.2.6.8. Sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için soruda geçen sayıları kullanarak rastgele işlemler yapmışlardır. Özellikle soruda verilen sayıları kullanarak en az bir tane çarpma ve bölme işlemi olan bu çözümler sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi alt başlığında değerlendirilmiştir. İki öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü ve yanlış cevaplara ulaştıkları görülmüştür. Soruda doğru orantı olduğunu fark edebilen bir öğrencinin çözümü incelendiğinde, benzer çoklukları alt alta yazarak soruyu anlamaya çalıştığı görülmüştür. Başlangıçta soruda verilen dört saatlik yolda 300

kilometre yol alan aracın 300:4 yaparak 75 katlık bir ilişki bulması gerekirken 300:4 işlemi yaparak 76 katlık bir ilişki olması gerektiğini bulmuştur. 300 kilometre ve dört saat arasında :76 değil x76 yazarak işlemine devam eden öğrenci çokluklar arasında da nasıl bir ilişki olması gerektiğini doğru tespit edememiştir. En son 750 kilometrelik yolda alması gereken zamanı bulurken 750x76 işlemi ile cevabı 57000 bulmuştur. Buna yönelik yapılan bu çözüm için Şekil 102 incelenebilir. Birim ifadeyi bulmak istese bile öğrencinin sayıları birbirine bölerken işlem hatası yapması sebebiyle işlemsel bilgi eksikliği olduğunu söyleyebiliriz. Daha sonra yaptığı yanlış işlemde devam ederken “:76” şeklinde göstermesi gereken kat ilişkisini “x76” ile ifade ederek kavramsal bilgi eksikliği olduğundan da bahsedebiliriz. Öğrenci işlemlerini doğru yapmış ve konu ile ilgili kavramsal bilgiye sahip olmuş olsaydı denk kesir stratejisini kullanarak doğru sonuca ulaşacağını söyleyebilirdik.

Şekil 102

Altıncı soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm

Handwritten student work for a math problem. It shows a proportion setup: 300km to 4 saat, 750km to x. Above the first ratio is '76x' with an arrow. To the right is '(Doğru oran-ı)'. Below the proportion is a multiplication calculation: 750 x 76 = 57000. The final answer is boxed as 'x = 57000'.

Soruda doğru orantı olduğunu göremeyen bir başka öğrenci, çözümünde soruda verilen sayıları kullanarak önce 750+300=1050, daha sonra 1050x4 işlemiyle cevabı 4200 bulmuştur. Toplama ve çarpma işlemi yapan bu öğrencide, çoklukların ne anlam ifade ettiklerini anlayamadığı ve işlemlerinde ne yapmak istediğini açıklayamadığı görülmüştür. Öğrencinin soruda verilen sayıları rastgele kullanarak işlem yaptığını ve kavramsal bilgiye sahip olmadığını söyleyebiliriz.

4.2.6.9. Toplamsal ilişki stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için soruda geçen sayıları kullanarak rastgele işlemler yapmışlardır. Özellikle çarpma ve bölme işlemine yer vermeden toplama ve

çıkarma işlemleri kullandıkları çözümler toplamsal ilişkiler stratejisi alt başlığında değerlendirilmiştir. Soruda doğru orantı olduğunu fark edemeyen öğrencilerin, sorudaki doğru orantı ve ters orantı ayırımını yapıp yapamama bilgileri de çok fazla anlaşılamamaktadır. Yapılan çözümler incelendiğinde, sadece bir öğrencinin toplamsal ilişki stratejisini kullanarak yanlış cevaba ulaştığı görülmüştür. Öğrencinin yaptığı çözüm incelendiğinde, başlangıçta soruda verilen alınan yoldan geçen zamanı çıkartarak 300-4 işlemi ile arada çarpımsal bir ilişki değil toplamsal bir ilişki olduğunu ve bu toplamsal ilişkinin 296 olması gerektiğini belirtmiştir. Öğrencinin açıklaması incelendiğinde, “Doğru orantı olduğunda aynı sayıda arttırılır ya da çıkartılır.” şeklinde ifadeye yer vermiştir. Bu açıklama ile öğrenci ile ilgili, orantısal durumu fark etse bile doğru orantı ile ilgili kavramsal bilgi eksikliği olması sebebiyle yanlış sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Daha sonra soruda 750 kilometre için geçen zamanı bulurken aradaki toplamsal ilişkiyi düşünerek yine burada da aynı toplamsal ilişki olacağını bilerek 750-296 işlemi ile cevabın 454 olacağını belirtmiştir. Buna yönelik yapılan bu çözüm Şekil 103’de incelenebilir. Toplayarak veya çıkartarak işlem yapan bu öğrencide, çoklukların ne anlam ifade ettiğini anlayamadığı, çokluklar arasındaki ilişkileri doğru işlemlerle ifade edemediği ve işlemlerinde ne yapmak istediğini açıklayamadığı görülmüştür.

Şekil 103

Altıncı soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözüm

The image shows a student's handwritten work. On the left, there is a subtraction problem: $4 \text{ saat} - 296 = 300$. Below this, the student has written $300 - 296 = 454$. To the right of the calculation, there is a handwritten note in Turkish: "doğru orantılı olduğunda aynı sayıda arttırılır ya da çıkartılır".

4.2.6.10. Belirgin bir strateji olmayan çözümler

Bu soruda farklı, yanlış ve uygun olmayan işlemler kullanılması sebebiyle doğru cevaptan uzaklaştıran çözümler yer almaktadır. Alanyazında bahsedilen strateji çeşitlerinin çözümde gözlenmemesi, öğrencinin doğru veya yanlış cevabı nasıl bulduğunun anlaşılamaması, öğrencinin doğru veya yanlış olan cevabı sadece yazarak geçmesi veya soruyu boş bırakması üzerine analizde değerlendirilemeyen ve

puanlandırılmayan çözümler “belirgin bir strateji olmayan çözümler” başlığı altında toplanmıştır. Bu öğrencilerin işlemsel bilgileri doğru olsa bile, oran orantı konusundaki kavramsal bilgilerinin var olup olmadığıyla ilgili yeterli bilgi elde edilememektedir. Bazı öğrenciler doğru orantı olduğunu belli ederek benzer çoklukları alt alta yazmış olsalar bile gerekli açıklama eksikliği ve kullanılan stratejinin alanyazındakilerden hangisine ait olduğu tespit edilemediğinden öğrencilerin stratejileri açık bir şekilde ortaya konulamamıştır. Açıklamaya yer veren öğrencilerin açıklamaları okunduğunda kendini doğru ifade edemeyen öğrencilere rastlanmıştır. Bu soruda 20 öğrenciden beşinin cevabına bakıldığında, açıklamaya yer vermeden sadece cevabı yazarak veya alanyazındaki stratejilerden hangisine dahil edileceği bilinmeyen işlemler yaparak doğru cevaplandığı görülmüştür. Her ne kadar doğru cevaba ulaşılmış olmasından işlemsel bilgi var denilse bile, öğrencilerin kavramsal bilgisi için herhangi bir yorum yapılamamaktadır. Sadece cevabı yazan altı öğrencinin ise soruyu yanlış cevaplandığı ve birbirinden farklı cevaplar verdikleri tespit edilmiştir. Doğru orantı sorusu öğrenciler tarafından anlaşılmış olsa bile bu stratejinin kullanıldığına dair herhangi bir açıklama, ipucu ve göstergeye çözümde rastlanmamıştır. Bu soruyu boş bırakan 16 öğrenci çözümleri de belirgin bir strateji olmayan çözümler alt başlığı altında yer almıştır. Herhangi bir strateji içerisine dahil edilemeden, yapılan bir örnek Şekil 104’de incelenebilir.

Şekil 104

Altıncı soru belirgin bir strateji olmayan çözüm

$$\begin{array}{l}
 300 \text{ km} \rightarrow 4 \text{ saatt'e} \\
 750 \text{ km} \rightarrow X
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 750 \\
 \div 4 \\
 \hline
 187.5 \\
 \times 3 \\
 \hline
 562.5
 \end{array}$$

4.2.7. Yedinci soru analizi

Yedinci soru: Mert ile Mine aynı hızla çalışarak bir duvarı 10 günde boyamaktadırlar. Aralarına aynı hızda çalışan üç kişi daha katıldığında, aynı duvar kaç günde boyanır?

Yedinci soru ters orantı soru türüne ait bir sorudur. Öğrencilerin bu soruda en çok ters orantı algoritması stratejisini (%40,55) kullandığı tespit edilmiştir. Bu stratejinin yanı sıra 14 öğrencide (%7,77) denk kesir stratejisinin kullanıldığı görülmüştür. 54 öğrencinin (%30) kullandığı çözümlerde belirgin bir stratejiye rastlanmamıştır. Öğrencilerin bu soruda değişim çarpanı, denklik sınıfı ve duygusal cevap verme stratejilerini kullanmadığı tespit edilmiştir. Bunların yanı sıra şekil çizme ve sayısal örnek vermelere başvurulmamıştır.

4.2.7.1. Ters orantı algoritması stratejisi

Bu soruda öğrencilerin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Bazı öğrencilerin de soruyu daha anlaşılır kılmak için verilenleri tablo şeklinde yazdığı görülmüştür. Soruda ters orantı olduğunu fark edebilen öğrenciler soruyu ters orantı kullanarak çözmeye çalışmışlardır. Bir öğrenci cevabı incelendiğinde, “Bu soruda ters orantı vardır. Çünkü daha fazla kişi bir işi daha kısa sürede tamamlar.” açıklamasına yer vermiştir. Başka bir öğrenci “Kişi sayısı arttıkça yapılma süresi azalır.” şeklinde belirtmiştir. 73 öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. 71 tanesi doğru cevaba ulaşmış fakat iki tanesi işlem hatası sebebiyle yanlış cevap vermiştir. Öğrencilerin ters orantı algoritması stratejisini kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebiliriz.

Başlangıçta iki kişinin çalıştığı işe üç kişi daha eklenince beş kişi olacağını fark eden öğrenciler beş kişinin çalışacağı gün sayısını bulmak için düz çarpım yapıp $10 \times 2 = 20$ işlemini yaptıktan sonra $20:5$ işlemi ile cevabı dört bulmuşlardır. Yapılan bu çözüm için Şekil 105 incelenebilir. Benzer işlemler yapan öğrencilerin çözümleri incelendiğinde, başlangıçta yine $10 \times 2 = 20$ işlemini yaptığı, daha sonra $20:5$ işlemini yazdığı fakat bir öğrencinin cevabı üç, diğer öğrencinin cevabı beş bulduğu görülmüştür. Öğrencilerdeki çarpma ve bölme işlemi bilgisinden veya dikkat eksikliğinden yanlış cevaba ulaşıldığı tahmin edilmektedir.

Şekil 105

Yedinci soru ters orantı algoritması stratejisinde yapılan çözüm

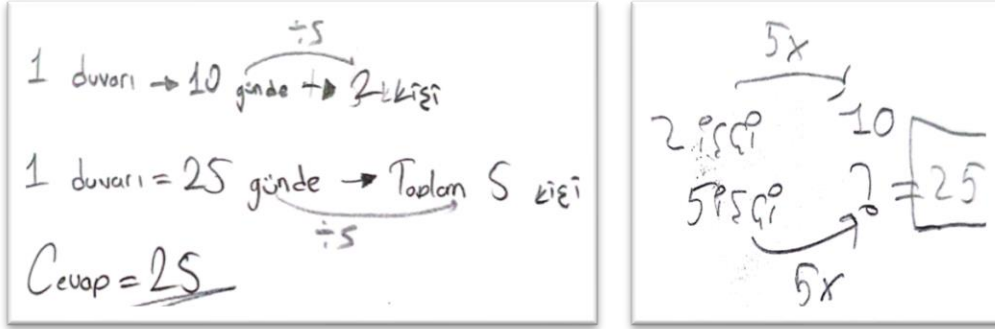
2 kişi $\leftrightarrow$ 10 gün	20 kişi $\leftrightarrow$ 2 günde
5 kişi $\leftrightarrow$ 7	5 kişi $\leftrightarrow$ 4 günde
	2 kişi $\leftrightarrow$ 10 gün
$T.O.$	
$2 \times 10 = 20$	5 kişi
$20 : 5 = 4$	4 günde Bitirir.

4.2.7.2. Denk kesir stratejisi

Bu soruda öğrencilerin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Soruda ters orantı olduğunu fark edemeyen öğrenciler soruyu doğru orantı kullanarak çözmeye çalışmışlardır. 14 öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Bu soru doğru orantı sorusu olsaydı öğrencilerin bu stratejiyi kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebilirdik fakat soru ters orantı sorusu olduğu için burada kullanılan denk kesir stratejisi öğrencileri yanlış cevaba ulaştırmaktadır. Başlangıçta iki kişinin çalıştığı işe üç kişi daha eklenince beş kişi olacağını fark eden öğrenciler beş kişinin çalışacağı gün sayısını bulmak için kat ilişkisini görerek iki işçi çalışırken 10 gün çalışıyorlardı o halde burada beş katlık ilişki olduğunu fark edip altta yazdığı en son durumda üç kişi daha katılınca toplamda olan beş kişi içinde beş katlık bir çalışma süresi olacağını belirterek 5×5 işlemi ile cevabı 25 bulmuşlardır. Denk kesir stratejisini kullanan 14 öğrencinin hepsi 25 cevabını vererek yanlış sonuca ulaşmıştır. Benzer çoklukların alt alta yazılıp, kat ilişkisinin gösterilmesi ($\times 5$ veya $:5$) bu soruda denk kesir stratejisi kullanıldığının göstergeleridir. Buna yönelik yapılan çözümler Şekil 106 ve Şekil 107'de incelenebilir.

Şekil 106 ve Şekil 107

Yedinci soru denk kesir stratejisinde yapılan çözümler

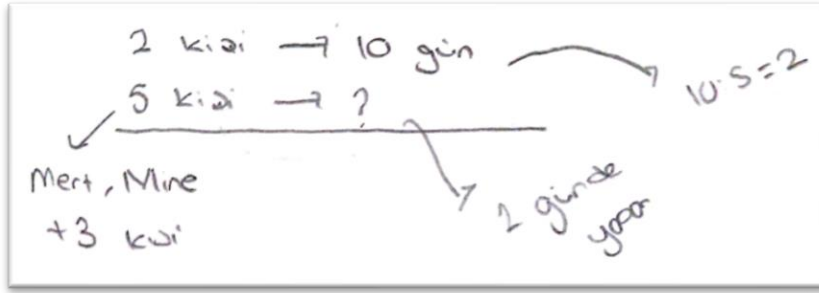


4.2.7.3. Sayıları Kullanma ve İçerik Yok Stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için soruda geçen sayıları kullanarak rastgele işlemler yapmışlardır. Özellikle soruda verilen sayıları kullanarak en az bir tane çarpma ve bölme işlemi olan bu çözümler sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi alt başlığında değerlendirilmiştir. Soruda ters orantı olduğunu fark edemeyen öğrencilerin, sorudaki doğru orantı ve ters orantı ayırımını yapıp yapamama bilgileri de çok fazla anlaşılamamaktadır. Yapılan çözümler incelendiğinde, altı öğrencinin iki kişinin çalıştığı gün sayısı olan 10'u toplam en son oluşacak kişi sayısı olan beşe bölerek cevabı iki bulmuşlardır. Buna yönelik yapılan bu çözüm Şekil 108'de incelenebilir. Birim ifadeyi bulmak istese bile öğrencinin yanlış sayıları birbirine bölmesinden kavramsal bilgi eksikliği olduğunu söyleyebiliriz. Başka bir öğrenci yine bu sayıları kullanmış fakat bölme yerine çarpma işlemi yaparak 10×5 işlemi ile cevabın 50 olacağını belirtmiştir. Bir başka üç öğrenci çözümlerinde 10×3 işlemiyle cevabı 30 bulmuşlardır. Bir başka öğrenci ise $10:3$ işlemiyle cevabın yaklaşık üç olacağından bahsetmiştir. İki kişinin çalıştığı gün sayısı olan 10 sayısı ile sonradan eklenecek kişi sayısı olan üç sayısını çarparak veya bölerek işlem yapan bu öğrencilerde, çoklukların ne anlam ifade ettiklerini anlayamadıkları ve işlemlerinde ne yapmak istediklerini açıklayamadıkları görülmüştür. Başka bir çözüm incelendiğinde öğrencinin açıklamasında "İki kişi bir duvarı 10 günde boyarsa 10'u ikiye böleriz beş çıkar. Bir işçinin bir duvarı boyaması da o halde beş gün sürer." ifadelerine yer verdiği görülmüştür. Yaptığı işlemler incelendiğinde $3 \times 5 = 15$ ardından $15:5 = 3$ cevabına ulaşan öğrencinin soruda verilen sayıları rastgele kullanarak işlem yaptığını söyleyebiliriz.

Şekil 108

Yedinci soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm



4.2.7.4. Veri ihmali stratejisi

Bu soruda öğrencilerin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Soruda ters orantı olduğunu fark edemeyen öğrenciler soruyu doğru orantı kullanarak çözmeye çalışmışlardır. 10 öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Soru ters orantı sorusu olduğundan ve öğrencilerin verilen çokluklardan en az birini ihmal ettiklerinden dolayı burada kullanılan veri ihmali stratejisi öğrencileri yanlış cevaba ulaştırmaktadır. Başlangıçta iki kişinin çalıştığı işe üç kişi daha eklenince beş kişi olacağını fark edemeyen bir öğrenci ise başlangıçtaki iki kişiyi ihmal ederek sonradan eklenecek üç kişi için içler dışlar stratejisine benzer işlemlere yer vermiştir. $10 \times 3 = 30$ işlemini yaptıktan sonra $30 : 2$ işlemi ile cevabı 15 bulmuştur. Burada altı öğrenci 15 cevabı ile yanlış cevap vermiştir. Buna yönelik yapılan bu çözüm Şekil 109'da incelenebilir. Benzer çoklukların alt alta yazılıp, içler dışlar çarpımı oklarının gösterilmesi ve çapraz çarpımın öğrenciler tarafından kullanılması bu soruda içler dışlar çarpımı kullanılarak veri ihmali yapıldığının göstergeleridir. Bu soruda veri ihmali olup işlemlere ondan sonra devam edildiği için çözümde kullanılan strateji içler dışlar çarpımı stratejisi olarak değil, veri ihmali stratejisi olarak değerlendirilmiştir.

Soruda ters orantı olduğunu fark eden öğrencilerde olmuştur. Dört öğrencinin cevapları incelendiğinde, yine başlangıçtaki iki kişiyi ihmal ederek sonradan eklenecek üç kişi için ters orantı algoritması stratejisine benzer işlemlere yer verilmiştir. $10 \times 2 = 20$ işlemini yaptıktan sonra $20 : 3$ işlemi ile cevabı yaklaşık altı bulmuşlardır. Burada dört öğrenci yaklaşık altı cevabı ile yanlış cevap vermiştir. Buna yönelik yapılan bu çözüm Şekil 110'da incelenebilir. Benzer çoklukları alt alta

yazan öğrenciler içler dışlar çarpımı oklarını çapraz uzatmak yerine düz bir şekilde uzatarak farklı çoklukları çarparak yanlış cevaba ulaşmışlardır. Düz uzatılan oklar ve yan yana olan sayıları çarparak bir eşitlik yazmak bu soruda ters orantı kullanılarak veri ihmalı yapıldığının göstergeleridir. Bu soruda veri ihmalı olup işlemlere ondan sonra devam edildiği için çözümde kullanılan strateji içler dışlar çarpımı veya ters orantı algoritması stratejisi olarak değil, veri ihmalı stratejisi olarak değerlendirilmiştir.

Şekil 109 ve Şekil 110

Yedinci soru veri ihmalı stratejisinde yapılan çözümler

2 kişi $\rightarrow$ 10 gün
3 kişi $\rightarrow$? gün

$2 \cdot ? = 10 \cdot 3$

15

2 kişi $\rightarrow$ 10 gün
3 kişi $\rightarrow$ x gün

T.O. $2 \cdot 10 = 3 \cdot x$

$20 = 3 \cdot x$

$x = 6,6$

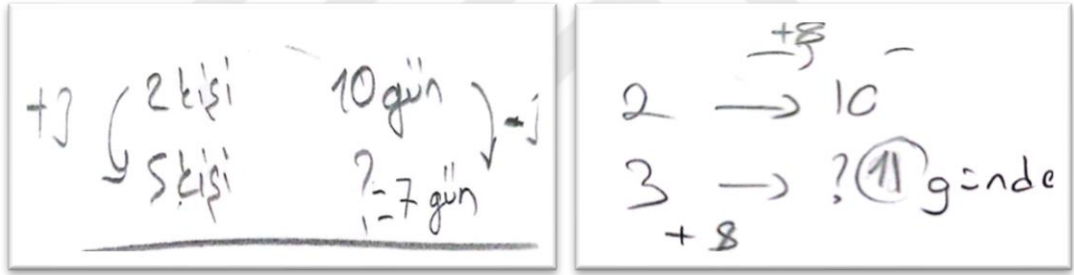
4.2.7.5. Toplamsal ilişki stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için soruda geçen sayıları kullanarak rastgele işlemler yapmışlardır. Özellikle çarpma ve bölme işlemine yer vermeden toplama ve çıkarma işlemleri kullandıkları çözümler toplamsal ilişkiler stratejisi alt başlığında değerlendirilmiştir. Soruda ters orantı olduğunu fark edemeyen öğrencilerin, sorudaki doğru orantı ve ters orantı ayırımını yapıp yapamama bilgileri de çok fazla anlayışlamamaktadır. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 111’de incelendiğinde, iki öğrencinin iki kişinin çalıştığı gün sayısı olan 10’dan sonradan eklenecek kişi sayısı olan üçü çıkartarak cevabı yedi bulduğu görülmüştür. Yine bu iki sayıyı kullanarak toplama işlemi yapan iki öğrenci ise cevabı 13 bulmuştur. Öğrencilerin yanlış sayıları kullanarak yanlış işleme yönelmeleri kavramsal bilgi eksikliğinin yanı sıra işlemsel bilgi eksikliğinin olduğunu da göstermektedir. Bir başka iki öğrenci iki kişinin çalıştığı gün sayısı olan 10 ile en son oluşacak kişi sayısı olan beşi toplayarak $10+5$ işlemi ile cevabın 15 olacağını belirtmiştir. Başka çözümler incelendiğinde

çözümde iki öğrencide sekiz sayısı ile işlem yapıldığı görülmüştür. Bu sayısının nasıl geldiğini açıklamayan öğrencilerin bu sayıyı en son oluşacak toplam kişi sayısı olan beşin üzerine yine fazladan üç kişi daha eklemesiyle bulduğunu tahmin edebiliriz. Öğrenciler başlangıçta yer alan iki kişinin üzerine üç kişi eklemesi gerekirken yapılan işlem bilgisi olmadığından veya soruyu doğru okuyup anlamlandıramadıklarından altı kişi eklemesi yapıyorlar. Bir öğrencinin bu sekiz sayısını eklenecek üç sayısının üzerine ekleyerek $8+3$ işleminden 11 olacağını belirlemiştir. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 112’de incelenebilir. Bir başka öğrenci ise $10+2$ işlemiyle 12 bulduktan sonra $12-8$ işlemini yaparak cevabın dört olacağından bahsetmiştir. Toplayarak veya çıkartarak işlem yapan bu öğrencilerde, çoklukların ne anlam ifade ettiklerini anlayamadıkları ve işlemlerinde ne yapmak istediklerini açıklayamadıkları görülmüştür.

Şekil 111 ve Şekil 112

Yedinci soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözümler



4.2.7.6. İçler dışlar çarpımı stratejisi

Bu soruda öğrencilerin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Soruda ters orantı olduğunu fark edemeyen öğrenciler soruyu doğru orantı kullanarak çözmeye çalışmışlardır. Beş öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Bu soru doğru orantı sorusu olsaydı öğrencilerin bu stratejiyi kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebilirdik fakat soru ters orantı sorusu olduğu için burada kullanılan içler dışlar çarpımı stratejisi öğrencileri yanlış cevaba ulaştırmaktadır. Başlangıçta iki kişinin çalıştığı işe üç kişi daha eklenince beş kişi olacağını fark eden öğrenciler beş kişinin çalışacağı gün sayısını bulmak için çapraz çarpım yapıp $10 \times 5 = 50$ işlemini yaptıktan sonra $50:2$ işlemi ile cevabı 25 bulmuşlardır. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 113’de

incelenebilir. İçler dışlar çarpımı stratejisini kullanan beş öğrencinin hepsi 25 cevabını vererek yanlış sonuca ulaşmıştır. Benzer çoklukların alt alta yazılıp, içler dışlar çarpımı oklarının gösterilmesi ve çapraz çarpımın öğrenciler tarafından kullanılması bu soruda içler dışlar stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 113

Yedinci soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm

$$\begin{array}{r} 2 \text{ kişi} \quad 10 \\ 5 \text{ kişi} \quad x \\ \hline 5 \cdot 10 = 2 \cdot x \\ 50 = 2x \\ \frac{50}{2} = \frac{2x}{2} \quad x=25 \end{array}$$

4.2.7.7. Birim oran stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için başlangıçta 10'u ikiye bölerek bir işçinin aynı duvarı beş günde boyayacağını bularak işlem yapmışlardır. Soruda ters orantı olduğunu fark edemeyen öğrenciler soruyu doğru orantı kullanarak çözmeye çalışmışlardır. Üç öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Bu soru doğru orantı sorusu olsaydı öğrencilerin bu stratejiyi kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebilirdik fakat soru ters orantı sorusu olduğu için burada kullanılan birim oran stratejisi öğrencileri yanlış cevaba ulaştırmaktadır. Başlangıçta iki kişinin çalıştığı işe üç kişi daha eklenince beş kişi olacağını fark eden öğrenciler beş kişinin çalışacağı gün sayısını bulmak için ise beş ile başlangıçta bir kişinin çalışacağı gün sayısını çarparak sonucun 25 olacağını belirtmişlerdir. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 114'de incelenebilir. Birim oran stratejisini kullanan üç öğrenciden üçü 25 cevabını vererek yanlış sonuca ulaşmıştır. Bir işçinin çalıştığı gün sayısını bulmaları, soru çözümü için birim oran stratejisini kullandıklarının göstergeleridir. Özellikle “bir işçi”, “bir kişi”, “kişi başına” ifadeleri birim kesri bulmaya yönelik ifadelerdir.

Şekil 114

Yedinci soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm

$$\frac{\text{İşçi}}{\text{Gün}} = \frac{2}{10} = \frac{5}{25}$$
$$10 \div 2 = 5$$

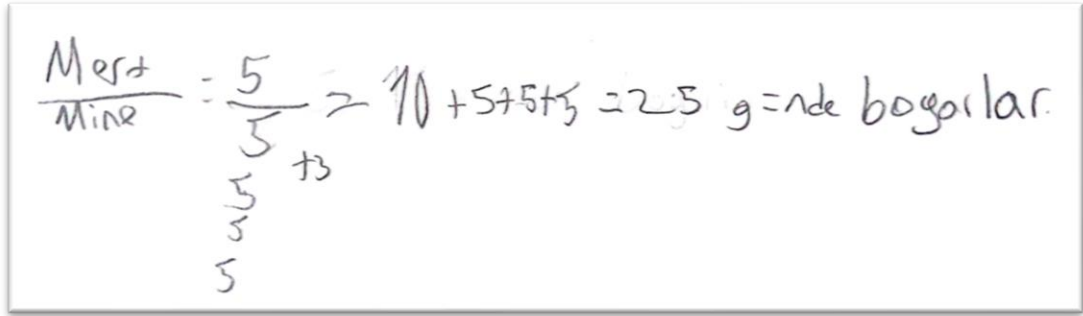
İşçi başına 5 gün düşer.
1 işçi 5 günde bitirirse
5 işçi 25 günde bitirir.

4.2.7.8. Artırma stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için iki kişinin çalıştığı gün süresinin üzerine üç defa beş sayısını ilave ederek cevaba 25 diyen sadece bir öğrenci bulunmaktadır. Üç defa eklediği beş ifadesini nereden bulduğunu çözümde işlemlerle göstermemiş olsa bile zihinden 10'u ikiye bölerek bir işçinin aynı duvarı beş günde boyayacağını bularak işlem yapmış olabileceğini tahmin edebiliriz. Soruda ters orantı olduğunu fark edemeyen öğrenci soruyu doğru orantı kullanarak çözmeye çalışmıştır. Yalnızca bir öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Bu soru doğru orantı sorusu olsaydı öğrencinin bu stratejiyi kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebilirdik fakat soru ters orantı sorusu olduğu için burada da kullanılan artırma stratejisi öğrenciyi yanlış cevaba ulaştırmaktadır. Başlangıçta iki kişinin çalıştığı işe üç kişi daha eklenince beş kişi olacağını fark eden öğrenci beş kişinin çalışacağı gün sayısını bulmak için ise iki kişinin çalıştığı gün sayısı olan 10 sayısının üzerine üç kişi için daha çalışacak kişilerin gün sayısı olan beş sayısını eklemiştir. $10+5+5+5$ işlemiyle cevabın 25 olacağını belirtmiştir. Buna yönelik yapılan bu çözüm Şekil 115'de incelenebilir. Artırma stratejisini kullanan öğrenci 25 cevabını vererek yanlış sonuca ulaşmıştır. İki işçinin çalıştığı gün sayısının üzerine düzenli şekilde bir işçinin çalışacağı gün sayısının eklenmesi soru çözümü için artırma stratejisinin kullanıldığının göstergesidir.

Şekil 115

Yedinci soru artırma stratejisinde yapılan çözüm


$$\frac{Mert}{Mine} = \frac{5}{3} \Rightarrow 10 + 5 + 5 + 5 = 25 \text{ günde bolarlar.}$$

4.2.7.9. Belirgin bir strateji olmayan çözümler

Bu soruda farklı, yanlış ve uygun olmayan işlemler kullanılması sebebiyle doğru cevaptan uzaklaştıran çözümler yer almaktadır. Alanyazında bahsedilen strateji çeşitlerinin çözümde gözlenmemesi, öğrencinin doğru veya yanlış cevabı nasıl bulduğunun anlaşılamaması, öğrencinin doğru veya yanlış olan cevabı sadece yazarak geçmesi veya soruyu boş bırakması üzerine analizde değerlendirilemeyen ve puanlandırılmayan çözümler “belirgin bir strateji olmayan çözümler” başlığı altında toplanmıştır. Bu öğrencilerin işlemsel bilgileri doğru olsa bile, oran orantı konusundaki kavramsal bilgilerinin var olup olmadığıyla ilgili yeterli bilgi elde edilememektedir. Bazı öğrenciler doğru orantı olduğunu belli ederek benzer çoklukları alt alta yazmış olsalar bile gerekli açıklama eksikliği ve kullanılan stratejinin alanyazındakilerden hangisine ait olduğu tespit edilemediğinden öğrencilerin stratejileri açık bir şekilde ortaya konulamamıştır. Açıklamaya yer veren öğrencilerin açıklamaları okunduğunda kendini doğru ifade edemeyen öğrencilere rastlanmıştır. Bu soruda 27 öğrenciden altısının cevabına bakıldığında, açıklamaya yer vermeden sadece cevabı yazarak veya alanyazındaki stratejilerden hangisine dahil edileceği bilinmeyen işlemler yaparak doğru cevaplandığı görülmüştür. Öğrenci cevapları incelendiğinde bir kişi=20 gün ve beş kişi=dört gün çözümüne rastlanmıştır. Benzer şekilde bir kişi 20 gün, iki kişi 10 gün, dört kişi beş gün ifadesi de başka öğrenci çözümünde görülmüştür. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 116’da incelenebilir. Ters orantı sorusu öğrenciler tarafından anlaşılmış olsa bile bu stratejinin kullanıldığına dair herhangi bir açıklama, ipucu ve göstergeye çözümde

rastlanmamıştır. Bazı öğrencilerde sadece dört cevabını yazarak açıklamaya yer vermeden soruyu geçmişlerdir. Her ne kadar doğru cevaba ulaşılmış olmasından işlemsel bilgi var denilse de, öğrencilerin kavramsal bilgisi için herhangi bir yorum yapılamamaktadır.

Bu soruda dokuz öğrenci iki cevabını vererek soruya yanlış cevap vermiştir. $2=10$ ve $5=2$ işlemlerine yer verip nasıl düşündüğü belli olmayan veya sadece iki cevabını yazarak açıklamaya yer vermeyen öğrenciler olmuştur. Birkaç öğrencinin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı da görülmüştür. Bu öğrencilerde açıklamaya yer vermeden iki cevabını bulmuşlardır.

Bu soruda yedi öğrenci beş cevabını vererek soruya yanlış cevap vermiştir. Soruda verilmeyen sayıları kullanarak, $3 \times 10 = 30$ işlemini yapıp daha sonra $30:6=5$ (bu işlemde altı sayısının nasıl ortaya çıktığı anlaşılamamaktadır.) işlemlerine yer verip nasıl düşündüğü belli olmayan veya sadece beş cevabını yazarak açıklamaya yer vermeyen öğrenciler olmuştur. Birkaç öğrencinin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı da görülmüştür. Bu öğrencilerde açıklamaya yer vermeden iki cevabını bulmuşlardır. Birkaç öğrencinin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı da görülmüştür. Bu öğrencilerde açıklamaya yer vermeden beş cevabını bulmuşlardır. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 117'de incelenebilir.

Şekil 116 ve Şekil 117

Yedinci soru belirgin bir strateji olmayan çözümler



Yukarıda belirtilen öğrenciler dışında soruya yukarıda belirtilen cevaplardan farklı cevaplar vererek sadece cevap yazarak soruyu geçen öğrencilerde olmuştur. Beş öğrenci bu şekilde davranarak soruya yanlış cevap vermiştir. Öğrencilerin genel olarak burada oran orantı konusu ile ilgili sahip olduğu kavramsal bilgi

anlaşılamamaktadır. Bu soruyu boş bırakan 27 öğrenci çözümleri de belirgin bir strateji olmayan çözümler alt başlığı altında yer almıştır.

4.2.8. Sekizinci soru analizi

Sekizinci soru: Nesrin ile Başak bir koşu parkurunda koşmaktadırlar. Nesrin sekiz turu 32 dakikada koşarken, Başak iki turu 10 dakikada koşmaktadır. Buna göre hangisi daha hızlı koşmaktadır? Açıklayınız.

Sekizinci soru niceliksel karşılaştırma soru türüne ait bir sorudur. Öğrencilerin bu soruda en çok birim oran stratejisini (%38,88) kullandığı tespit edilmiştir. Bu stratejinin yanı sıra 49 öğrencide (%27,22) değişim çarpanı stratejisinin kullanıldığı görülmüştür. 37 öğrencinin (%20,55) kullandığı çözümlerde belirgin bir stratejiye rastlanmamıştır. Öğrencilerin bu soruda artırma, duygusal cevap verme, veri ihmal ve ters orantı algoritması stratejilerini kullanmadığı tespit edilmiştir. Bunların yanı sıra şekil çizme ve sayısal örnek vermelere başvurulmamıştır.

4.2.8.1. Birim oran stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için başlangıçta iki farklı kişi için de bir tur attığında geçecek zamanı bulup aralarında karşılaştırma yaparak çözüme ulaşmışlardır. Soruda doğru orantı kullanarak çözmeye ve birim kesri bulmaya çalışmışlardır. 70 öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Bu soru doğru orantı sorusu olduğu için öğrencilerin bu stratejiyi kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Burada kullanılan birim oran stratejisi öğrencileri doğru cevaba ulaştırmaktadır. Başlangıçta sekiz turu 32 dakikada koşan Nesrin'in $32:8$ işlemi ile bir turu dört dakikada koşacağını, iki turu 10 dakika da koşan Başak'ın da $10:2$ işlemi ile bir turu beş dakika da koşacağını bulmuşlardır. Benzer işlemleri tur sayısı/geçen zaman şeklinde kesir biçiminde belirten bazı öğrenciler, Nesrin için $1/4$, Başak için $1/5$ birim kesirlerini bulduktan sonra " $1/4 > 1/5$, o halde Nesrin'in hızı $>$ Başak'ın hızı" açıklamalarına yer vererek doğru sonuca ulaşmışlardır. İşlemlerini bu şekilde yapan bir öğrenci bunun sebebini, "İlk önce bir turu kaç dakika da koştuklarını bulmak için tur sayısı ile dakikayı böldüm." şeklinde açıklamıştır. Buna yönelik yapılan bu çözüm Şekil 118'de incelenebilir. Bir başka öğrencinin açıklaması incelendiğinde, "Nesrin hızlıdır. Çünkü tur başına daha az dakika düşer."

ifadesine yer vermiştir. Öğrencinin hız ve zaman arasındaki ters orantıyı fark ettiği anlaşılmaktadır. Birim oran stratejisini kullanan 70 öğrenci içerisinde 64 öğrenci Nesrin cevabını vererek doğru sonuca, beş öğrenci Başak cevabını vererek yanlış sonuca, bir öğrenci işlem ve açıklama yapmasına rağmen cevabı isim olarak belirtmediğinden boş cevaba ulaşmıştır. Bazı öğrenciler birim oran stratejisini kullanarak Nesrin ve Başak'ın bir tur attığında geçen zamanı bulmuş fakat çıkan sonuçta sayı değeri fazla çıkan Başak'ın daha hızlı olduğunu belirterek yanlış sonuca ulaşmışlardır. “ $5 > 4$ o halde Başak daha hızlıdır.” açıklamalarına yer verildiği görülmüştür. Öğrencilerin bir saatte atılan tur sayılarını bulmaları, bir turda geçen dakikayı bulmaları, verilenleri kullanarak durumu birim kesirle ifade etmeleri soru çözümü için birim oran stratejisini kullandıklarının göstergeleridir. Özellikle “bir tur”, “bir dakika” ifadesi birim kesri bulmaya yönelik ifadelerdir.

Şekil 118

Sekizinci soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm

Nesrin	$\frac{8}{32} = \frac{1}{4}$ tur 4 dk
Başak	$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ tur 5 dk

Cevap: Nesrin

İlk önce 1 turu kaç dk'da koştuğunu bulmak için, tur sayısıyla dk'yı böldüm ve çıkan sonucu birim cevabın aldım.

4.2.8.2. Değişim çarpanı stratejisi

Bu soruda öğrencilerin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Verilen iki farklı çokluk olan atılan tur sayısı ve geçen zamandan, tur sayılarını eşitleyerek geçen zaman arasında iki farklı kişi için bir karşılaştırma yaparak cevaba ulaşılmıştır. 49 öğrencinin bu soruda değişim çarpanı stratejisini kullandığı, 43 öğrencinin “Nesrin” cevabı ile soruyu doğru cevapladığı, altı öğrencinin “Başak” cevabı ile soruyu yanlış cevaplandığı görülmüştür. Soruda doğru orantı olduğunu fark edebilen öğrenciler soruyu onu kullanarak çözmeye çalışmışlardır. Soruda verilen sekiz turu 32 dakika da koşan Nesrin ve iki turu 10 dakika da koşan Başak'ın tur sayılarını eşitlemeye çalışıp geçen zamanı karşılaştırmışlardır. Tur sayılarını sekizde eşitlemeye çalışan

öğrenciler, Başak'ın iki turda 10 dakikada koşuyor ise (dört katını alıp) sekiz turu 40 dakika da koşacağını belirtmişlerdir. Sekiz turu 32 dakikada koşan Nesrin ve aynı turu 40 dakikada koşan Başak arasında zamanı kısa olanın daha hızlı olması gerektiğini bilerek, “Nesrin” doğru cevabını vermişlerdir. Buna yönelik yapılan bu çözüm için Şekil 119 incelenebilir.

Şekil 119

Sekizinci soru değişim çarpanı stratejisinde yapılan çözüm

1 koşmaktadır? Açıklayınız. Cevap = Nesrin

Nesrin	8 tur	32 dk	⇒	Nesrin	8 tur	32 dk
Başak	2 tur (4)	10 dk (4)	⇒	Başak	8 tur	40 dk

Bazı öğrenciler ise bunu iki farklı kişi içinde atılan tur sayısı/geçen zaman kesir şeklinde ifade edip kesir şeklinde belirtmiştir. “ $8/32 > 8/40$ o halde Nesrin’in hızı $>$ Başak’ın hızı” şeklinde belirtmişlerdir. Bazı öğrenciler de tur sayılarını ikide eşitlemeye çalışmışlardır. Nesrin’in sekiz turda 32 dakikada koşuyor ise (dört ile sadeleştirerek) iki turu sekiz dakika da koşacağını belirtmişlerdir. İki turu sekiz dakikada koşan Nesrin ve aynı turu 10 dakikada koşan Başak arasında zamanı kısa olanın daha hızlı olması gerektiğini bilerek, “Nesrin” doğru cevabını vermişlerdir.

Bazı öğrenciler dakikaları eşitleyemeyip, sayıları yaklaştırdıktan sonra yorumlamaya çalışmışlardır. Nesrin’in sekiz turu 32 dakikada, Başak’ın altı turu 30 dakikada atacağını belirten öğrenciler, Nesrin’in iki dakikada iki turluk fark atmasından dolayı daha hızlı olduğunu belirtmişlerdir. Bu işlemlere yer vererek “Başak” cevabını veren öğrencilerde olmuştur. Öğrencilerin bu işlemlerle açık bir karar veremeyeceği anlaşılmaktadır. Bazı öğrenciler, değişim çarpanı stratejisini kullanarak atılan tur sayıları eşitlendikten sonra geçen zamanı karşılaştırarak “eşitlenen sekiz tur için $40 > 32$ o halde Başak’ın hızı $>$ Nesrin’in hızı” veya “eşitlenen iki tur için $10 > 8$ o halde Başak’ın hızı $>$ Nesrin’in hızı” çözümlerine yer vererek, sayı değeri fazla çıkan Başak’ın daha hızlı olduğunu belirterek yanlış sonuca ulaşmışlardır. Öğrencilerin cevaplarında görülen iki farklı kişi için, verilen farklı iki çokluklardan seçilen herhangi bir çokluğun sayısal değeri eşitlendikten sonra diğer

çokluğun sayısal değerleri arasında yapılan karşılaştırma, soruda değişim çarpanı stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

4.2.8.3. Denk kesir stratejisi

Bu soruda öğrencilerin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Benzer çoklukları alt alta yazmayıp, kesir şeklinde ifade eden denk kesirlerini oluşturduktan sonra kat ilişkisini fark eden öğrenci stratejileri de denk kesir stratejisi başlığı altında değerlendirilmiştir. Bu öğrenciler için orantı ve denk kesir bilgisine sahip oldukları söylenebilir.

Soruda doğru orantı olduğunu fark edebilen öğrenciler, soruyu doğru orantı kullanarak çözmeye çalışmışlardır. 14 öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Burada kullanılan denk kesir stratejisi öğrencileri doğru cevaba ulaştırmaktadır. Fakat bu soruda 14 öğrenci içerisinde dokuzu doğru cevap vermiştir. İki öğrenci kat ilişkisini yanlış yorumlamış, üç öğrenci de kat ilişkisini yorumlayamayarak işlemlerini ve cevabı açıklayamamıştır. Soru çözümü için öğrenciler Nesrin'in geçen zamanı ve attığı tur sayısı arasında 32:8 işlemi ile dört katlık bir ilişki olduğunu, Başak'ın geçen zamanı ve attığı tur sayısı arasında 10:2 işlemi ile beş katlık bir ilişki olduğunu belirtmişlerdir. Kat ilişkisini göz önünde bulundurarak soruyu yorumlayıp, cevaba ulaşmaya çalışmışlardır. Bazı öğrenciler kat ilişkisi az olan Nesrin'in daha hızlı olduğunu, bazı öğrenciler kat ilişkisi fazla olan Başak'ın daha hızlı olduğunu cevap olarak belirtmişlerdir. Bazı öğrencilerde kat ilişkilerini bulduktan sonra herhangi bir yorum yapamayıp cevap vermemişlerdir. Benzer çoklukların alt alta yazılıp, kat ilişkisinin gösterilmesi ($\times 4$, $\times 5$) “kat” sözcüğünün kullanılması bu soruda denk kesir stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

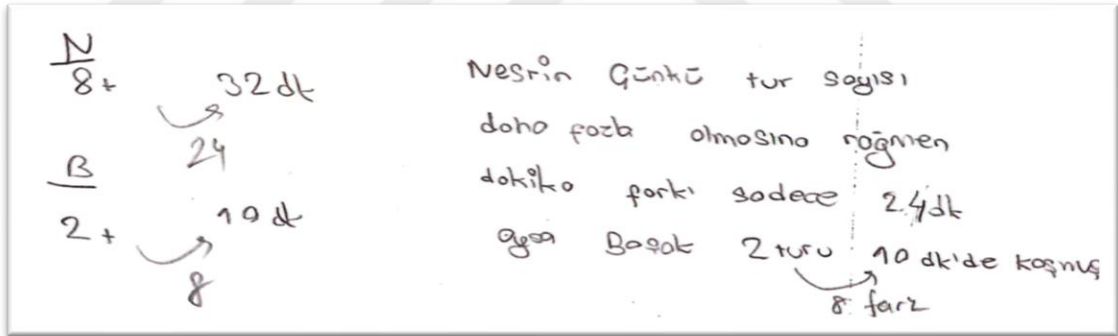
4.2.8.4. Toplamsal ilişki stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için soruda geçen sayıları kullanarak işlemler yapmışlardır. Özellikle çarpma ve bölme işlemine yer vermeden toplama ve çıkarma işlemleri kullandıkları çözümler toplamsal ilişkiler stratejisi alt başlığında değerlendirilmiştir. Soruda doğru orantı olduğunu fark edemeyen öğrencilerin, sorudaki doğru orantı ve ters orantı ayırımını yapıp yapamama bilgileri de çok fazla

anlaşılamamaktadır. Yapılan çözümler incelendiğinde dört öğrencinin toplamsal ilişki stratejisini kullandığı görülmüştür. Dört öğrenci içerisinde üç öğrenci doğru cevap vermiş, bir öğrenci cevap belirtmemiştir. Doğru cevap veren öğrencilerin çözümleri doğru değil fakat cevap için hızlı olarak belirttiği isim doğrudur. Öğrencilerin yaptıkları çözüm incelendiğinde, başlangıçta soruda verilen Nesrin'in geçen zamanından attığı tur sayısını çıkartarak $32-8$ işlemi ile arada çarpımsal bir ilişki değil toplamsal bir ilişki olduğunu ve bu toplamsal ilişkinin Nesrin'de 24 olduğunu belirtmişlerdir. Daha sonra, benzer işlemleri Başak için uygulayarak $10-2$ işlemi ile sekiz farklılık bir ilişkiden bahsetmişlerdir. Sayı değeri büyük çıktığı için Nesrin'in daha hızlı olacağı belirtilmiştir. Buna yönelik yapılan bu çözüm Şekil 120'de incelenebilir. Toplayarak veya çıkartarak işlem yapan bu öğrencilerde, çoklukların ne anlam ifade ettiğini anlayamadıkları, çokluklar arasındaki ilişkileri doğru işlemlerle ifade edemedikleri ve işlemlerinde ne yapmak istediklerini açıklayamadıkları görülmüştür.

Şekil 120

Sekizinci soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözüm



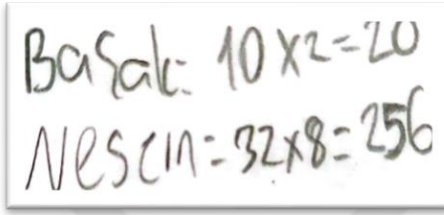
4.2.8.5. Sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için soruda geçen sayıları kullanarak rastgele işlemler yapmışlardır. Özellikle soruda verilen sayıları kullanarak en az bir tane çarpma ve bölme işlemi olan bu çözümler sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi alt başlığında değerlendirilmiştir. Üç öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü ve herhangi bir cevaba ulaşamadıkları görülmüştür. Öğrencilerin yaptığı çözümler incelendiğinde, Nesrin'in tur sayısı ve geçen zamanını çarparak 32×8 işlemi ile 256, Başak'ın tur sayısı ve geçen zamanını çarparak 10×2 işlemi ile 20 sayısını bulmuşlardır. Üç öğrencide aynı işlemi yapmıştır. Buna yönelik yapılan bu çözüm

Şekil 121’de incelenebilir. Toplama ve çarpma işlemi yapan bu öğrencilerde, çoklukların ne anlam ifade ettiklerini anlayamadıkları ve işlemlerinde ne yapmak istediklerini açıklayamadıkları görülmüştür. Öğrencilerin soruda verilen sayıları rastgele kullanarak işlem yaptığını ve kavramsal bilgiye sahip olmadığını söyleyebiliriz.

Şekil 121

Sekizinci soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm



Başak: $10 \times 2 = 20$
Nesrin: $32 \times 8 = 256$

4.2.8.6. Denklik sınıfı stratejisi

Bu soruda öğrenciler, çözüm için başlangıçta atılan tur sayısı/geçen zaman işlemini kesir biçiminde yazmışlardır. Bu işlemlerin en sade hallerini ifade ederek birim kesirleri bulmuşlardır. Öğrencilerde birim kesir ve doğru orantının var olduğu ve denk kesir bilgisine sahip olduklarını söyleyebiliriz. Geçen zaman azaldıkça atılan tur sayısının da azalması gerektiğini bilen öğrencilerde doğru orantı bilgisinin var olduğunu söyleyebiliriz. Bu soru doğru orantı sorusu olduğu için öğrencilerin bu stratejiyi kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Burada kullanılan denklik sınıfı stratejisi öğrencileri doğru cevaba ulaştırmaktadır. Burada iki öğrencinin denklik sınıfı stratejisi kullanarak doğru sonuca ulaştığı görülmüştür. Başak için işlemlerini $2/10=1/5$ şeklinde ifade ederek $1/5$ kesrini bulmuştur. Nesrin için işlemlerini $8/32=4/16=2/8=1/4$ şeklinde ifade ederek $1/4$ kesrini bulmuştur. Nesrin için $1/4$, Başak için $1/5$ birim kesirlerini bulduktan sonra “ $1/4 > 1/5$, o halde Nesrin’in hızı > Başak’ın hızı” açıklamalarına yer vererek doğru sonuca ulaşmışlardır. Buna yönelik yapılan bu çözüm Şekil 122’de incelenebilir. Bir turda geçen zamanı bulduktan sonra işlemlerini kesir biçiminde belirtmeleri ve birim kesir elde etmeleri bu soruda denklik sınıfı stratejisini kullandıklarının göstergeleridir. Özellikle “bir tur” ifadesi birim kesri bulmaya yönelik ifade iken ve başlangıçta bunu bulduktan sonra denk kesirlerin kullanılarak sonuca ulaşılması sebebiyle burada kullanılan

çözümler birim oran stratejisi olarak değil denklik sınıfı stratejisi olarak ele alınmaktadır.

Şekil 122

Sekizinci soru denklik sınıfı stratejisinde yapılan çözüm

$$\text{Başak} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$
$$\text{Nesrin} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

Nesrin daha h.zl. koşar

4.2.8.7. İçler dışlar çarpımı stratejisi

Bu soruda öğrencinin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Soruda doğru orantı olduğu fark edilmiştir. Sadece bir öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Burada içler dışlar çarpımı stratejisi kullanan öğrencinin, herhangi bir cevap vermediği, soruda açıklama yapmadığı görülmüştür. Başlangıçta soruda verilen sekiz turu 32 dakikada koşan Nesrin ile iki turu 10 dakikada koşan Başak'ın verilen sayılarını yazıp, çapraz çarpım yaparak $8 \times 10 = 32 \times 2$ işlemine yer verdiği görülmüştür. Buna yönelik yapılan bu çözüm Şekil 123'de incelenebilir. Öğrencinin bu işlemi neden yaptığı ve neyi bulmak istediği anlaşılamamaktadır. Benzer çoklukların alt alta yazılıp, içler dışlar çarpımı oklarının gösterilmesi ve çapraz çarpımın öğrenci tarafından kullanılması bu soruda içler dışlar çarpımı stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 123

Sekizinci soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm

$$\begin{array}{l} 8 \text{ tur} \quad 32 \text{ dk} \\ 2 \text{ tur} \quad 10 \text{ dk} \\ \hline 8 \cdot 10 = 32 \cdot 2 \\ 80 = 64 \end{array}$$

4.2.8.8. Belirgin bir strateji olmayan çözümler

Bu soruda farklı, yanlış ve uygun olmayan işlemler kullanılması sebebiyle doğru cevaptan uzaklaştıran çözümler yer almaktadır. Alanyazında bahsedilen strateji çeşitlerinin çözümde gözlenmemesi, öğrencinin doğru veya yanlış cevabı nasıl bulduğunun anlaşılamaması, öğrencinin doğru veya yanlış olan cevabı sadece yazarak geçmesi veya soruyu boş bırakması üzerine analizde değerlendirilemeyen ve puanlandırılmayan çözümler “belirgin bir strateji olmayan çözümler” başlığı altında toplanmıştır. Bu öğrencilerin işlemsel bilgileri doğru olsa bile, oran orantı konusundaki kavramsal bilgilerinin var olup olmadığıyla ilgili yeterli bilgi elde edilememektedir. Bazı öğrenciler doğru orantı olduğunu belli ederek benzer çoklukları alt alta yazmış olsalar bile gerekli açıklama eksikliği ve kullanılan stratejinin alanyazındakilerden hangisine ait olduğu tespit edilemediğinden öğrencilerin stratejileri açık bir şekilde ortaya konulamamıştır. Bu soruda 23 öğrenciden 15’inin cevabına bakıldığında, açıklamaya yer vermeden sadece cevabı yazarak veya alanyazındaki stratejilerden hangisine dahil edileceği bilinmeyen işlemler yaparak doğru cevaplandığı görülmüştür. İşlemlerinde ne yapmak istediği anlaşılamayan bir öğrenci çözümü Şekil 124’de incelenebilir. Öğrencilerin kavramsal bilgisi için herhangi bir yorum yapılamamaktadır. Sadece cevabı yazan altı öğrencinin ise soruyu yanlış cevaplandığı tespit edilmiştir. İki öğrencinin ise yaptıkları işlem anlaşılamayıp, soruya cevap vermedikleri görülmüştür. Doğru orantı sorusu öğrenciler tarafından anlaşılmış olsa bile buna yönelik herhangi bir açıklama, ipucu ve göstergeye çözümlerde rastlanmamıştır. Bu soruyu boş bırakan 14 öğrenci çözümleri de belirgin bir strateji olmayan çözümler alt başlığı altında yer almıştır.

Şekil 124

Sekizinci soru belirgin bir strateji olmayan çözüm

Handwritten student work for a ratio problem. It shows two columns of numbers: Nesrin (8, 5) and Busale (6, 48). To the right, there are calculations: $\frac{8}{5} = 1.6$, $\frac{6}{48} = 0.125$, and a comparison $1.6 > 0.125$. Below this, there are two more calculations: $\frac{16}{2} = 8$ and $\frac{16}{5} = 3.2$. The student has written "2 ki = 10 dakika" and "8 dakika" next to the ratios.

4.2.9. Dokuzuncu soru analizi

Dokuzuncu soru: Bir lokantada aynı boyda pideler üretilmektedir. Bu lokantada yemek yiyen yedi kız üç pideyi paylaşırken, üç erkek ise bir pideyi paylaşmaktadırlar. Bu lokantada kız başına düşen pide miktarı mı, erkek başına düşen pide miktarı mı daha fazladır? Açıklayınız.

Dokuzuncu soru niceliksel karşılaştırma soru türüne ait bir sorudur. Öğrencilerin bu soruda en çok birim oran stratejisini (%20) kullandığı tespit edilmiştir. Bu stratejinin yanı sıra 27 öğrencide (%15) değişim çarpanı stratejisinin kullanıldığı görülmüştür. 95 öğrencinin (%52,77) kullandığı çözümlerde belirgin bir stratejiye rastlanmamıştır. Öğrencilerin bu soruda denklik sınıfı, artırma ve ters orantı algoritması stratejilerini kullanmadığı tespit edilmiştir. Bunların yanı sıra şekil çizmelere başvurulmuş fakat sayısal örnek vermeye başvurulmamıştır.

4.2.9.1. Birim oran stratejisi

Bu soruda öğrenciler, çözüm için başlangıçta kız ve erkeklerde bir kişiye düşen pide miktarını bulmak için, pide sayılarını kişi sayılarına bölmüşlerdir. Daha sonra çıkan sonuçlar arasında karşılaştırma yaparak çözüme ulaşmışlardır. Soruda birim kesri bulmaya çalışmışlardır. Burada kullanılan bu strateji öğrencileri doğru cevaba ulaştırmaktadır. Başlangıçta kızlar için verilen pide sayısı/kız sayısını kesir biçiminde gösterip $\frac{3}{7}$ işlemi ile yaklaşık 0,4 cevabının kız başına düşen pide miktarı, erkekler için verilen pide sayısı/erkek sayısını kesir biçiminde gösterip $\frac{1}{3}$ işlemi ile yaklaşık 0,3 cevabının erkek başına düşen pide miktarını ifade ettiğini belirtmişlerdir. Bu şekilde düşünen öğrenciler $\frac{3}{7} > \frac{1}{3}$ olduğundan sayı değeri büyük çıkan kızlara düşen pide miktarının daha fazla olduğunu söylemişlerdir. Buna yönelik yapılan bu çözüm Şekil 125’de incelenebilir.

Şekil 125

Dokuzuncu soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm

Handwritten solution for the 9th question using the unit ratio strategy. The text is written in Turkish and shows the calculation of the ratio of pizzas per person for girls and boys.

7 kız 3 pide 1 kız $\frac{3}{7}$ pide
3 erkek 1 pide 1 erkek $\frac{1}{3}$ pide
 $\frac{3}{7} > \frac{1}{3}$ olduğundan kız başına düşen pide daha fazla

Kişi başına düşen pide miktarını bulmak için yapılması gereken doğru olan bölme işlemi pide sayısı/kişi sayısıdır. Fakat bazı öğrencilerin kişi başına düşen miktarı bulurken kişi sayısı/pide sayısı işlemlerini yaptıktan sonra çıkan sonuçlara göre yorum yaptıkları görülmüştür. Başlangıçta kızlar için verilen kız sayısı/pide sayısını kesir biçiminde gösterip $7/3$ işlemi ile yaklaşık 2,3 cevabının kız başına düşen pide miktarı, erkekler için verilen erkek sayısı/pide sayısını kesir biçiminde gösterip $3/1$ işlemi ile üç cevabının erkek başına düşen pide miktarını ifade ettiğini belirtmişlerdir. Bu şekilde düşünen öğrenciler $3 > 2,3$ olduğundan sayı değeri büyük çıkan erkeklere düşen pide miktarının daha fazla olduğunu söylemişlerdir. 14 öğrencinin bu şekilde düşünerek erkekler cevabını vererek yanlış sonuca ulaştıkları görülmüştür. Buna yönelik yapılan bu çözüm Şekil 126’da incelenebilir. Öğrenciler benzer işlemleri pay ve paydanın yerini değiştirerek yapmış olsalardı, doğru sonuca ulaşacakları söylenebilirdi. Dokuz öğrencinin ise benzer işlemleri yapmasına rağmen kızlar cevabını vererek soruyu doğru cevapladığı görülmüştür. Bu öğrencilerle ilgili soruyu doğru okuyup, anlamadıkları ve soruyu yorumlayamadıkları söylenebilir. Benzer işlemleri yapan iki öğrencinin soruyu yorumlayıp cevap veremediği görülmüştür. Öğrencilerin kişi başına düşen pide miktarlarını bulmaları, verilenleri kullanarak durumu birim kesirle ifade etmeleri soru çözümü için birim oran stratejisini kullandıklarının göstergeleridir. Özellikle “bir kişi”, “kişi başı” ifadeleri birim kesri bulmaya yönelik ifadelerdir.

Şekil 126

Dokuzuncu soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm

$$\frac{\text{Pide}}{\text{Kişi}} = \frac{7}{3}$$

$$\frac{7}{3} = 2,333...$$
 Erkek başına düşen pide miktarı daha fazladır

$$\frac{\text{Pide}}{\text{Erkek}} = \frac{3}{1}$$

$$3/1 = 3$$

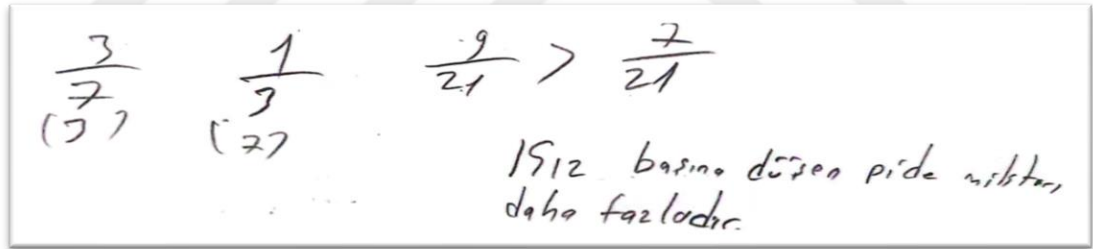
4.2.9.2. Değişim çarpanı stratejisi

Bu soruda öğrencilerin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Verilen iki farklı çokluk olan kişi sayısı ve pide sayısından, kişi sayısını veya pide sayısını eşitleyerek, kız ve

erkekler için bir karşılaştırma yaparak cevaba ulaşılmıştır. 27 öğrencinin bu soruda değişim çarpanı stratejisini kullandığı, 23 öğrencinin “kız başına düşen pide miktarı daha fazladır” cevabı ile soruyu doğru cevapladığı, dört öğrencinin “erkek başına düşen pide miktarı daha fazladır” cevabı ile soruyu yanlış cevaplandığı görülmüştür. Soruda doğru orantı olduğunu fark edebilen öğrenciler soruyu onu kullanarak çözmeye çalışmışlardır. Bazı öğrenciler soruda verilen yedi kıza üç pide ve üç erkeğe bir pide ifadelerinde kişi sayılarını eşitlemeye çalışıp pide sayılarını karşılaştırmışlardır. Kişi sayılarını 21’de eşitlemeye çalışan öğrenciler, 21 kızın dokuz pide (üç katını alıp), 21 erkeğin yedi pide (yedi katını alıp) yiyeceklerini belirtmişlerdir. 21 kız ve 21 erkek olup kişi sayıları eşitlendikten sonra dokuz pide yiyen kız ve yedi pide yiyen erkek arasında pide sayısı fazla olanın daha çok yediğini düşünerek, “kızlar daha fazla yemiştir” doğru cevabını vermişlerdir. Benzer işlemlerini kesir biçiminde göstererek $\frac{9}{21} > \frac{7}{21}$ şeklinde ifade eden öğrencilerde olmuştur. Buna yönelik yapılan bu çözüm Şekil 127’de incelenebilir.

Şekil 127

Dokuzuncu soru değişim çarpanı stratejisinde yapılan çözüm



$$\frac{3}{7} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{9}{21} > \frac{7}{21}$$

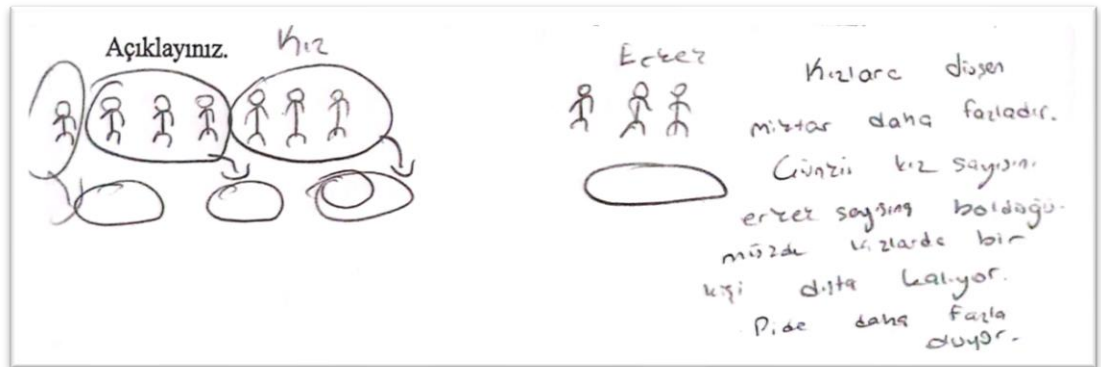
19 kız başına düşen pide miktarı daha fazladır.

Bazı öğrenciler kişi sayılarını yedide eşitlemeye çalışmışlardır. Üç erkeğe bir pide düşüyorsa (yaklaşık $7:3=2,3$ katlık ilişkiyle) yedi erkeğe yaklaşık iki hatta ikiden fazla pide düşeceğini bulmuşlardır. Ama üçden küçük bir sayı çıkacağını belirtmişlerdir. Yedi kızın üç pide, yedi erkeğin yaklaşık iki pide paylaşacağından sayı miktarı fazla olduğu için kız başına daha fazla pide düşeceğini belirtmişlerdir. Kat ilişkisinin tam sayı çıkmamasından dolayı bazı öğrenciler bölme işlemlerinde hata yaparak yanlış yorum sonrası yanlış cevaba ulaşmışlardır. Kimi öğrenciler kişi sayısını yedi yerine altıda eşitledikten sonra yorumlama yapmayı denemişlerdir. Üç erkeğe bir pide düşüyorsa (iki katı alınırsa) altı erkeğe iki pide düşecektir. Yedi kız üç pide, altı erkek iki pide paylaşacaktır. Bu işlem sonrası bir öğrencinin “Erkekler

altı kişi olduğu zaman, kızlara daha çok pide düşer.” ifadesine yer verdiği görülmüştür. Kat ilişkisini belirtmemesi ve açıklama yapmamasından dolayı kavramsal bilgisinin var olup olmadığı anlaşılamamaktadır. Bazı öğrenciler soruda verilen yedi kıza üç pide ve üç erkeğe bir pide ifadelerinde pide sayılarını eşitlemeye çalışıp kişi sayılarını karşılaştırmışlardır. Pide sayılarını üçte eşitlemeye çalışan öğrenciler, yedi kızın üç pide, dokuz erkeğin üç pide (üç katını alıp) yiyeceklerini belirtmişlerdir. Pide sayıları eşitlendikten sonra, bu eşit miktardaki pidenin yedi kız ve dokuz erkeğe verilirse kişi sayısı az olanın daha çok yediğini düşünerek, genel olarak “Kızlar kişi başı daha fazla yerler.” doğru cevabını vermişlerdir. Bu şekilde düşünen bir öğrencinin açıklaması incelendiğinde, “Eğer kız sayısı dokuz olsaydı kız ve erkek başına düşen pide miktarı eşit olurdu. Fakat kız sayısı yedi olduğundan kız başına düşen pide miktarı daha fazladır.” şeklinde ifadelere yer vermiştir. Benzer işlemlerini kesir biçiminde göstererek $3/7 > 3/9$ şeklinde ifade eden öğrencilerde olmuştur. Aynı düşüncelere sahip bazı öğrencilerin çözümlerinde kişileri ve pideleri resmettiği görülmüştür. Bu resimleri değişim çarpanı stratejisini kullanırken soruyu açıklamada yardımcı olarak kullanmışlardır. Bir öğrencinin açıklamasında, “Kızlara düşen pide miktarı daha fazladır. Çünkü kız sayısını erkek sayısı kadar böldüğümüzde kızlarda bir kişi dışta kalıyor. Böylece pide daha fazla oluyor.” ifadesine yer verdiği görülmüştür. Buna yönelik yapılan bu çözüm Şekil 128’de incelenebilir. Öğrencilerin cevaplarında görülen iki farklı kişi için verilen farklı iki çokluklardan seçilen herhangi bir çokluğun sayısal değeri eşitlendikten sonra diğer çokluğun sayısal değerleri arasında yapılan karşılaştırma, soruda değişim çarpanı stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 128

Dokuzuncu soru değişim çarpanı stratejisinde yapılan çözüm

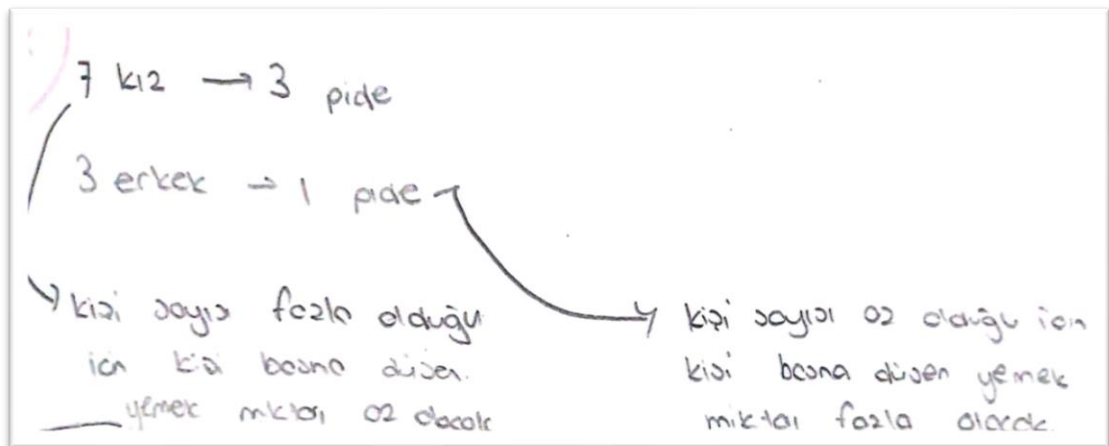


4.2.9.3. Veri ihmali stratejisi

Bu soruda bazı öğrencilerin, çözüm için soruda verilen kişi sayısına odaklandıkları ve soruda verilen pide sayısını ihmal ettikleri görülmüştür. Öğrenci açıklamaları incelendiğinde, “Kız sayısı daha fazla olduğu için kız başına düşen pide miktarı da daha çoktur.”, “Erkek sayısı daha az olduğu için erkek başına düşen pide miktarı daha çok olmalıdır.”, “Kızların sayısı daha fazla olduğu için paylaşırken kızlara az miktarda pide düşer, erkeklere daha fazla pide düşer.” ifadelerine yer verdikleri görülmüştür. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 129’da incelenebilir. Öğrencilerin doğru orantı bilgisine sahip olup olmadıkları anlaşılamamaktadır. Bazı öğrencilerin, çözüm için soruda verilen pide sayısına odaklandıkları ve soruda verilen kişi sayısını ihmal ettikleri görülmüştür. Kızlar üç pide, erkekler bir pide paylaşmaktadır. Kızların pide sayısı fazla olduğu için, kız başına düşen pide miktarının daha fazla olacağını belirtmişlerdir. Bir öğrencinin açıklaması incelendiğinde, “Kızlar daha çok yemiştir. Çünkü üç pide ile bir pidenin miktarı aynı değildir.” ifadelerine yer verdiği görülmüştür. Dokuz öğrencinin veri ihmali stratejisini kullandığı, üç öğrencinin doğru cevap verdiği altı öğrencinin ise yanlış cevap verdiği görülmüştür. Öğrencilerin soruda verilen çokluklardan birini ihmal etmesi ve bunu göz ardı edip, diğer çokluğa odaklanarak soruyu çözmeleri veri ihmali yapıldığının göstergesidir.

Şekil 129

Dokuzuncu soru veri ihmali stratejisinde yapılan çözüm



4.2.9.4. Toplamsal ilişki stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için soruda geçen sayıları kullanarak, toplamsal ilişkiyi düşünerek işlemler yapmışlardır. Özellikle çarpma ve bölme işlemine yer vermeden toplama ve çıkarma işlemleri kullandıkları çözümler toplamsal ilişkiler stratejisi alt başlığında değerlendirilmiştir. Soruda öğrencilerin doğru orantıyı ayırt edebilme becerilerine sahip olma durumları çok belirgin olmamaktadır. Öğrencilerin çözümlerinde çarpımsal ilişki yerine toplamsal ilişki kullandıkları görülmüştür. Yapılan çözümler incelendiğinde, dört öğrencinin toplamsal ilişki stratejisini kullandığı, bu öğrencilerden ikisinin soruyu doğru cevapladığı ikisinin ise açıklama yapmayarak cevap vermediği görülmüştür. Öğrencilerin yaptığı çözüm incelendiğinde, hepsinin $7-4=3$ ve $3-1=2$ işlemlerine yer verildiği görülmektedir. Kız ve erkeklerin kişi sayısından pide sayıları çıkartılarak ikisi arasında ortaya çıkan toplamsal ilişki durumu karşılaştırılmıştır. Bu farkın kızlarda fazla olması sebebiyle, iki öğrenci kız başına düşen pide miktarının daha fazla olacağını belirtmişlerdir. İki öğrenci ise aynı işlemleri yapmış fakat cevap vermemiştir. Soruda kullanılan “üç fark” ve “iki fark” ifadeleri bu soruda toplamsal ilişki stratejisi kullanıldığına yönelik ipuçlarıdır. Toplayarak veya çıkartarak işlem yapan bu öğrencilerde, çokluklar arasındaki ilişkileri toplamsal ilişkiyi kullanarak yanlış ifade ettikleri görülmüştür.

4.2.9.5. Duygusal cevap verme stratejisi

Bu soruda öğrenci çözüm için “Kızlar daha fazla yemiştir. Bir pide ile üç pide fiyatı aynı değildir. Kızlar daha fazla ödeme yaparlar.” cevabını vermiştir. Burada öğrenci ile ilgili çözümde kendi düşüncelerini belirttiği, soru için gerekli yapılması gereken işlemleri anlamlandıramadığı ve soru ile ilgisi olmayan düşüncelere sahip olduğu anlaşılmaktadır. Öğrencinin sayısal işlemleri kullanmadan soruyu kendine göre yorumlayarak cevap verdiği görülmektedir. Oran orantı konusunun kavramsal ve işlemsel boyutunu anlamlandıramadığını söyleyebiliriz. Öğrencinin duygusal cevap verme stratejisini kullanarak yanlış sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Burada bu stratejiyi sadece bir öğrenci kullanmıştır. Duygusal cevap verme stratejisinde kullanılan çözüm yolu, öğrenciyi gerçek doğru cevaptan uzaklaştırmaktadır. Çözüm için doğruluğu kabul edilemeyen ve yapılmaması gereken işlemlerdendir. Öğrencinin

cevabında görülen kendine ait olan, mantığa dayanmayan, yetersiz açıklama ve öznel yorumlamalar soruda duygusal cevap verme stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

4.2.9.6. Sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi

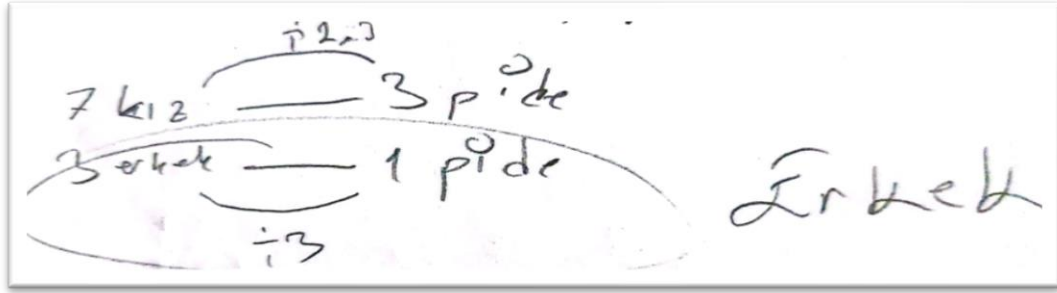
Bu soruda öğrenciler çözüm için soruda geçen sayıları kullanarak rastgele işlemler yapmışlardır. Özellikle soruda verilen sayıları kullanarak en az bir tane çarpma ve bölme işlemi olan bu çözümler sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi alt başlığında değerlendirilmiştir. Üç öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü ikisinin yanlış cevaplara ulaştığı, birinin soruyu cevaplamadığı görülmüştür. Yapılan çözümler incelendiğinde, iki öğrencinin aynı cevabı verdiği görülmüştür. Bir öğrenci, kız sayısı ile kızlara verilen pide sayısını çarparak $7 \times 3 = 21$, daha sonra erkek sayısı ve erkeklere verilen pide sayısını çarparak $3 \times 1 = 3$ işlemini bulduktan sonra açıklamaya yer vermeden soruyu geçmiştir. Aynı işlemlere yer veren diğer iki öğrenci, sadece cevabın erkekler olduğunu belirterek soruyu cevaplandırmışlardır. Bu öğrencilerin soruyu anlamadığı ve verilen sayıları doğru kullanmadığı anlaşılmaktadır. Öğrenciler çokluklar arasında da nasıl bir ilişki olması gerektiğini doğru tespit edememişlerdir. Öğrencilerin işlemlerinde ne yapmak istediğini açıklayamadığı görülmüştür. Genel olarak soruda verilen sayıları rastgele kullanarak işlem yaptıklarını ve kavramsal bilgiye sahip olmadıklarını söyleyebiliriz.

4.2.9.7. Denk kesir stratejisi

Bu soruda öğrencilerin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. İki öğrencinin soruyu bu şekilde çözerek yanlış cevaba ulaştıkları görülmüştür. Soru çözümü için öğrenciler, kız sayısı ve kızların paylaştığı pide sayısı arasında 7:3 işlemi ile 2,3 katlık bir ilişki olduğunu, erkek sayısı ve erkeklerin paylaştığı pide sayısı arasında 3:1 işlemi ile üç katlık bir ilişki olduğunu belirtmişlerdir. Buna yönelik yapılan bu çözüm Şekil 130'da incelenebilir. Kat ilişkisini göz önünde bulundurarak soruyu yorumlayıp, cevaba ulaşmaya çalışmışlardır. Öğrenciler kat ilişkisi fazla olan erkekler olduğu için erkeklere düşen pide miktarının daha fazla olacağını cevap olarak belirtmişlerdir. Benzer çoklukların alt alta yazılıp, kat ilişkisinin gösterilmesi ($\times 2,3$, $\times 3$) “kat” sözcüğünün kullanılması bu soruda denk kesir stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 130

Dokuzuncu soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm

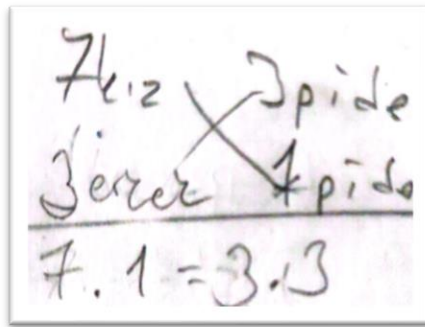


4.2.9.8. İçler dışlar çarpımı stratejisi

Bu soruda öğrencinin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Soruda doğru orantı olduğu fark edilmiştir. Sadece bir öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Burada içler dışlar çarpımı stratejisi kullanan öğrencinin, herhangi bir cevap vermediği, soruda açıklama yapmadığı görülmüştür. Başlangıçta soruda verilen, kız sayısı ve kızların paylaştığı pide sayısı ile erkek sayısı ve erkeklerin paylaştığı pide sayılarını yazıp, çapraz çarpım yaparak $7 \times 1 = 3 \times 3$ işlemine yer verdiği görülmüştür. Buna yönelik yapılan bu çözüm Şekil 131’de incelenebilir. Öğrencinin bu işlemi neden yaptığı ve neyi bulmak istediği anlaşılamamaktadır. Benzer çoklukların alt alta yazılıp, içler dışlar çarpımı oklarının gösterilmesi ve çapraz çarpımın öğrenci tarafından kullanılması bu soruda içler dışlar çarpımı stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 131

Dokuzuncu soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm

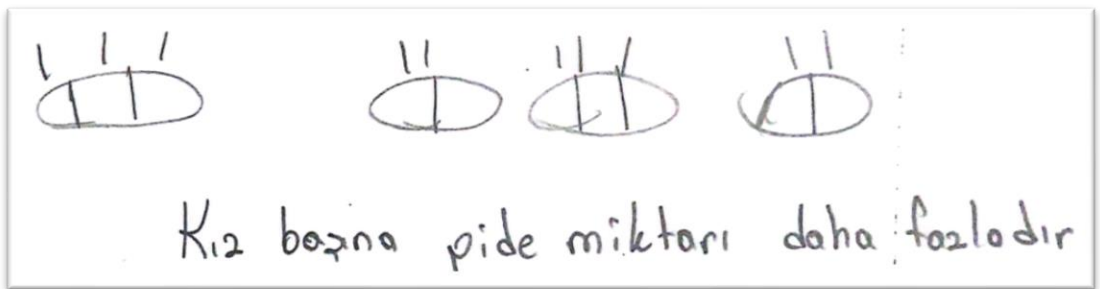


4.2.9.9. Belirgin bir strateji olmayan çözümler

Bu soruda farklı, yanlış ve uygun olmayan işlemler kullanılması sebebiyle doğru cevaptan uzaklaştıran çözümler yer almaktadır. Alanyazında bahsedilen strateji çeşitlerinin çözümde gözlenmemesi, öğrencinin doğru veya yanlış cevabı nasıl bulduğunun anlaşılamaması, öğrencinin doğru veya yanlış olan cevabı sadece yazarak geçmesi veya soruyu boş bırakması üzerine analizde değerlendirilemeyen ve puanlandırılmayan çözümler “belirgin bir strateji olmayan çözümler” başlığı altında toplanmıştır. Bu öğrencilerin işlemsel bilgileri doğru olsa bile, oran orantı konusundaki kavramsal bilgilerinin var olup olmadığıyla ilgili yeterli bilgi elde edilememektedir. Soru için gerekli olan açıklama eksikliği ve kullanılan stratejinin alanyazındakilerden hangisine ait olduğu tespit edilemediğinden öğrencilerin stratejileri açık bir şekilde ortaya konulamamıştır. Açıklamaya yer veren öğrencilerin açıklamaları okunduğunda kendini doğru ifade edemeyen öğrencilere rastlanmıştır. Bu soruda 49 öğrencinin cevabına bakıldığında, açıklamaya yer vermeden sadece cevabı yazarak veya alanyazındaki stratejilerden hangisine dahil edileceği bilinmeyen işlemler yaparak yanlış cevaplandığı görülmüştür. Öğrencilerin kavramsal bilgisi için herhangi bir yorum yapılamamaktadır. Bu soruda 26 öğrenci doğru, 18 öğrenci yanlış, beş öğrenci sadece cevap vermeden belirsiz işlemlere yer vererek soruyu cevaplandırmıştır. Bazı öğrencilerin çözümlerini şekillerle anlatmaya çalıştığı görülmüştür. Fakat öğrenciler düşüncelerini açık bir şekilde ifade edememişlerdir. Belirli bir strateji içerisine alınamadan, buna yönelik yapılan çözüm Şekil 132’de incelenebilir. Belirtilen öğrenciler dışında bu soruyu boş bırakan 46 öğrenci çözümleri de belirgin bir strateji olmayan çözümler alt başlığı altında yer almıştır.

Şekil 132

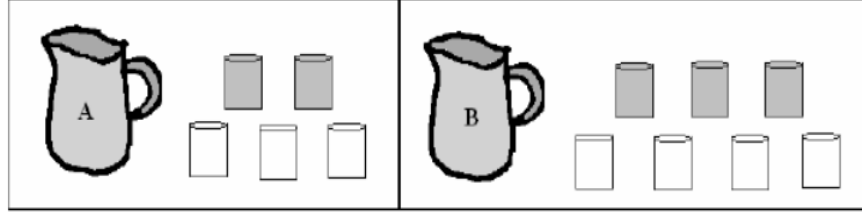
Dokuzuncu soru belirgin bir strateji olmayan çözüm



4.2.10. Onuncu soru analizi

Şekil 133

Su ve portakal konsantresi karışımları



10. soru: Yukarıdaki şekilde görülen A ve B sürahilerinde portakal suyu yapılmaktadır. Koyu renkli bardaklarda portakal suyu konsantresi, açık renkli bardaklarda ise su vardır. Şekilde görüldüğü gibi A sürahisine iki bardak portakal suyu konsantresi ve üç bardak su, B sürahisine ise üç bardak portakal suyu konsantresi ve dört bardak su konulmuştur. Buna göre hangi sürahideki portakal suyu daha tatlıdır? Açıklayınız.

10. soru niceliksel karşılaştırma soru türüne ait bir sorudur. Öğrencilerin bu soruda en çok toplamsal ilişki stratejisini (%20,55) kullandığı tespit edilmiştir. Bu stratejinin yanı sıra 31 öğrencide (%17,22) veri ihmali stratejisinin kullanıldığı görülmüştür. 75 öğrencinin (%41,66) kullandığı çözümlerde belirgin bir stratejiye rastlanmamıştır. Öğrencilerin bu soruda denk kesir, denklik sınıfı, artırma, duygusal cevap verme ve ters orantı algoritması stratejilerini kullanmadığı tespit edilmiştir. Bunların yanı sıra şekil çizmelere başvurulmuş fakat sayısal örnek vermelerine başvurulmamıştır. Bu soruda Şekil 133'ün dikkatli incelenerek, sorunun anlamlandırılmaya çalışılması önemlidir.

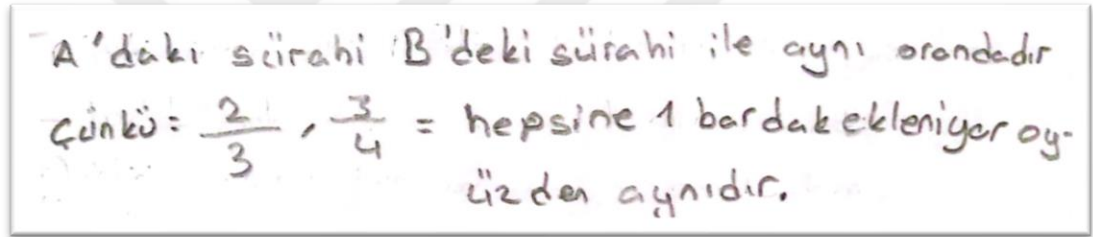
4.2.10.1. Toplamsal ilişki stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için soruda geçen sayıları kullanarak, toplamsal ilişkiyi düşünerek işlemler yapmışlardır. Özellikle çarpma ve bölme işlemine yer vermeden toplama ve çıkarma işlemleri kullandıkları çözümler toplamsal ilişkiler stratejisi alt başlığında değerlendirilmiştir. Soruda öğrencilerin doğru orantıyı ayırt edebilme becerilerine sahip olma durumları çok belirgin olmamaktadır. Öğrencilerin çözümlerinde çarpımsal ilişki yerine toplamsal ilişki kullandıkları görülmüştür. Yapılan çözümler incelendiğinde, 37 öğrencinin toplamsal ilişki stratejisini

kullandığı, bu öğrencilerden üçünün doğru, 32'sinin yanlış ve ikisinin ise açıklama yapmayarak cevap vermediği görülmüştür. Genel olarak öğrenciler “eşittir” cevabını vererek yanlış sonuca ulaşmışlardır. Öğrencilerin yaptığı açıklamalar incelendiğinde, “Bence her ikisi de eşit tatlılıkta olur. Çünkü eşit miktarda eklemeler yapılmıştır. B’de su bir fazla, konsantre bir fazladır. Sadece karışımın miktarı değişerek artmıştır.”, “Bence ikisi de aynıdır. Çünkü portakal suyu konsantresi artarken su da arttığı için bir fark yoktur. Tat bu durumda aynı kalır.” ifadelerine yer verdikleri görülüyor. Bir öğrencinin işlemlerini kesir biçiminde gösterdikten sonra benzer açıklamalara yer verdiği görülmüştür. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 134’de incelenebilir. Bu öğrencilerin orantısal durumu anlamadıkları ve işlemlerine yansıtamadıkları söylenebilir.

Şekil 134

10. soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözüm



Bir öğrencinin yaptığı çözümde, verilen sayıları kullanarak $3+2=5$ ve $12-5=7$ işlemlerine yer vererek soruyu cevaplamadığı görülmektedir. Bazı öğrenciler, B’ye eklenen su ve portakal suyu konsantresi sayısı fazla olduğu için B’nin daha tatlı olacağını belirtmişlerdir. İşlemlerine yansıtırken A sürahisinde $2p+3s=5$ litrelik karışım, B sürahisinde $3p+4s=7$ litrelik karışımdan bahsetmişlerdir. Soruda kullanılan “fazla”, “fark”, “ekleme”, “çıkarma” kelimeleri bu soruda toplamsal ilişki stratejisi kullanıldığına yönelik ipuçlarıdır. Toplayarak veya çıkartarak işlem yapan bu öğrencilerde, çokluklar arasındaki ilişkileri toplamsal ilişkiyi kullanarak yanlış ifade ettikleri görülmüştür.

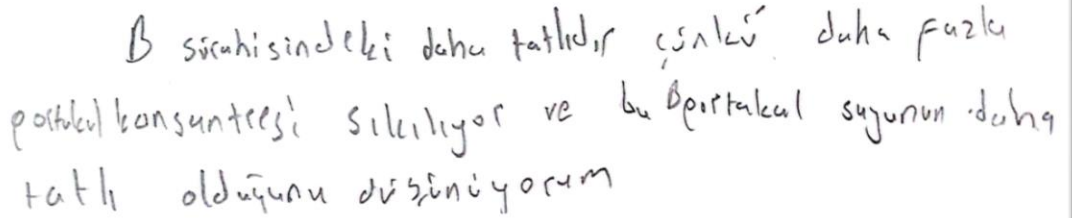
4.2.10.2. Veri ihmali stratejisi

Bu soruda bazı öğrencilerin, çözüm için soruda verilen sürahilerdeki portakal suyu konsantresi sayısına odaklandıkları ve su sayısını ihmal ettikleri görülmüştür.

Öğrenci açıklamaları incelendiğinde, “B daha tatlıdır. Çünkü A sürahisine göre daha fazla portakal suyu konsantresi vardır. Bu da portakal suyunu daha tatlı yapar.”, “Cevap B’dir. Çünkü portakal suyu konsantresi daha fazla, bu onu daha tatlı yapar. “B daha tatlıdır. Çünkü portakal suyu konsantresi koymak daha da tatlandırır.” ifadelerine yer vererek benzer açıklamalar yaptıkları görülmüştür. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 135’de incelenebilir. Portakal suyu konsantresi miktarı fazlaştıkça tatlılığın artacağını bilen öğrenciler, sürahilerdeki su sayısını eşitmiş gibi düşünmüşlerdir. Soruda verilen sürahilerdeki su sayısı eşit olmadığı için doğru cevap B olsa bile, eksik ve görmezden gelinen bilgiler olmuştur. Aynı ihmali yapan bazı öğrencilerin A’nın daha tatlı olduğunu belirterek farklı açıklamalar yaptıkları görülmüştür. Bir öğrencinin açıklaması incelendiğinde, “A sürahisi daha tatlıdır. Çünkü portakal suyu konsantresi ne kadar az olursa o kadar tatlı olur.” ifadesine yer vermiştir. Bazı öğrenciler portakal suyu konsantresi sayısının fazlaştıkça, tatlılığın azalacağını düşünmüşlerdir.

Şekil 135

10. soru veri ihmali stratejisinde yapılan çözüm



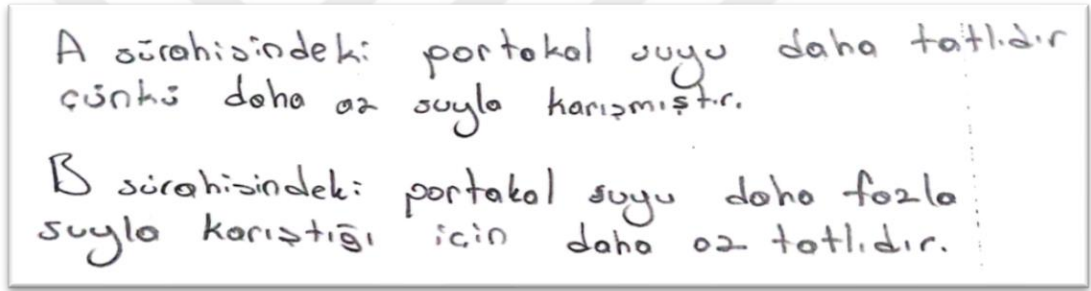
B sürahisindeki daha tatlıdır çünkü daha fazla portakal konsantresi sıkılıyor ve bu portakal suyunun daha tatlı olduğunu düşünüyorum

Bu soruda bazı öğrencilerin, çözüm için soruda verilen sürahilerdeki su sayısına odaklandıkları ve portakal suyu konsantresi sayısını ihmal ettikleri görülmüştür. Öğrenci açıklamaları incelendiğinde, “A sürahisindeki daha tatlıdır. A sürahisinde üç bardak su var, B sürahisinde dört bardak su vardır. A sürahisindeki su sayısı, B sürahisine göre daha azdır. Su miktarı az ise portakal tadı yoğunlaşır.”, “A daha tatlıdır. Çünkü daha fazla su kondukça şeker miktarı azalır. A sürahisinde bu miktar azdır.”, “A daha tatlıdır. Çünkü daha az su miktarı vardır.” ifadelerine yer vererek benzer açıklamalar yaptıkları görülmüştür. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 136’da incelenebilir. Su miktarı fazlaştıkça tatlılığın azalacağını bilen öğrenciler, sürahilerdeki portakal suyu konsantrelerinin sayısını

eşitmiş gibi düşünmüşlerdir. Soruda verilen sürahilerdeki portakal suyu konsantreleri sayısı eşit olmadığı için eksik ve yanlış cevaplara ulaşılmıştır. Aynı ihmali yapan bazı öğrencilerin B'nin daha tatlı olduğunu belirterek farklı açıklamalar yaptıkları görülmüştür. Bir öğrencinin açıklaması incelendiğinde, “B sürahisi daha tatlıdır. Çünkü su sayısı ne kadar fazla olursa o kadar tatlı olur.” ifadesine yer vermiştir. Bazı öğrenciler su sayısının fazlalaştıkça, tatlılığın artacağını düşünmüşlerdir. 31 öğrencinin veri ihmali stratejisini kullandığı, 18 öğrencinin doğru cevap verdiği, 13 öğrencinin ise yanlış cevap verdiği görülmüştür. Öğrencilerin soruda verilen çokluklardan birini ihmal etmesi ve bunu göz ardı edip, diğer çokluğa odaklanarak soruyu çözmeleri veri ihmali yapıldığının göstergesidir.

Şekil 136

10. soru veri ihmali stratejisinde yapılan çözüm



4.2.10.3. Değişim çarpanı stratejisi

Bu soruda öğrencilerin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Verilen iki farklı çokluk olan portakal suyu konsantresi ve su sayısından, bir çokluğun sayısını eşitleyerek diğer çokluğun sayısını karşılaştırarak cevaba ulaşılmıştır. 18 öğrencinin bu soruda değişim çarpanı stratejisini kullandığı, 17 öğrencinin soruyu doğru cevapladığı, bir öğrencinin soruyu yanlış cevaplandığı görülmüştür. Soruda doğru orantı olduğunu fark edebilen öğrenciler soruyu onu kullanarak çözmeye çalışmışlardır. Bazı öğrenciler soruda verilen A sürahisindeki iki bardak portakal suyu konsantresi ve üç bardak su ve B sürahisindeki üç bardak portakal suyu konsantresi ve dört bardak su ifadelerinde su sayılarını eşitlemeye çalışıp portakal suyu konsantresi sayılarını karşılaştırmışlardır. Portakal konsantresi sayılarını altı bardakta eşitlemeye çalışan öğrenciler, A sürahisinde altı bardak portakal konsantresinde dokuz bardak su (üç

katını alıp), B sürahisinde altı bardak portakal konsantresinde sekiz bardak su (iki katını alıp) olacağını belirtmişlerdir. Daha sonra eşitlenen altı bardak portakal konsantresinde A sürahisinde dokuz, B sürahisinde sekiz bardak su bulunduğunu, B de daha az su bulunduğu için B sürahisinin daha tatlı olacağını belirtmişlerdir. Portakal suyu konsantresini şeker olarak düşünen öğrenciler de olmuştur. Burada portakal suyu konsantresinin tatlılığı arttırdığı öğrenciler tarafından bilinmektedir. Bunu bilmeyen öğrenciler sayısal değeri fazla çıktığı için A sürahisinin daha tatlı olacağını belirtmişlerdir. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 137’de incelenebilir.

Şekil 137

10. soru değişim çarpanı stratejisinde yapılan çözüm

A daha tatlıdır.

Bazı öğrenciler sürahilerdeki su sayılarını 12 bardakta eşitlemeye çalışmışlardır. Genel olarak sürahilerdeki portakal konsantresi sayısı/su sayısı kesir biçiminde belirtilmiştir. Bu oran A sürahisinde $\frac{2}{3}$, B sürahisinde $\frac{3}{4}$ şeklinde ifade edilmiştir. A sürahisinde bulunan oranı dört ile genişleterek $\frac{8}{12}$, B sürahisinde bulunan oranı üç ile genişleterek $\frac{9}{12}$ oranını bularak bu oranları karşılaştırmışlardır. “ $\frac{9}{12} > \frac{8}{12}$ olduğu için B sürahisini daha tatlıdır.” açıklaması yapılmıştır. Portakal konsantresi sayılarını karşılaştırarak, “ $9 > 8$ olduğundan B sürahisini daha tatlıdır.” şeklinde belirtildiği de görülmüştür. Bu çözüm için Şekil 138 incelenebilir.

Şekil 138 ve Şekil 139

10. soru değişim çarpanı stratejisinde yapılan çözümler

B daha tatlıdır.

Bazı öğrenciler sürahilerdeki portakal konsantresi sayısı/karışım sayısı kesir biçiminde belirterek karışım sayısını eşitledikten sonra karşılaştırma yapmışlardır. Bu oran A sürahisinde $2/5$, B sürahisinde $3/7$ şeklinde ifade edilmiştir. A sürahisinde bulunan oranı yedi ile genişleterek $14/35$, B sürahisinde bulunan oranı beş ile genişleterek $15/35$ oranını bularak bu oranları karşılaştırmışlardır. “ $15/35 > 14/35$ olduğu için B sürahisi daha tatlıdır.” açıklaması yapılmıştır. Portakal konsantresi sayılarını karşılaştırarak, “ $15 > 14$ olduğundan B sürahisi daha tatlıdır.” şeklinde belirtildiği de görülmüştür. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 139’da incelenebilir. Bazı öğrenciler sürahilerdeki su sayısı/karışım sayısı kesir biçiminde belirterek karışım sayısını eşitledikten sonra karşılaştırma yapmışlardır. Bu oran A sürahisinde $3/5$, B sürahisinde $4/7$ şeklinde ifade edilmiştir. A sürahisinde bulunan oranı yedi ile genişleterek $21/35$, B sürahisinde bulunan oranı beş ile genişleterek $20/35$ oranını bularak bu oranları karşılaştırmışlardır. “ $21/35 > 20/35$ olduğu için A sürahisinde daha fazla su vardır. Bu sebeple A daha tatsızdır, B daha tatlıdır.” açıklaması yapılmıştır. Benzer işlemleri yapmasına rağmen yanlış yorumla yanlış cevabı bulan öğrencilerde olmuştur. Öğrencilerin cevaplarında görülen iki farklı sürahi için verilen farklı iki çokluklardan seçilen herhangi bir çokluğun sayısal değeri eşitlendikten sonra diğer çokluğun sayısal değerleri arasında yapılan karşılaştırma, soruda değişim çarpanı stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

4.2.10.4 Birim oran stratejisi

Bu soruda öğrenciler, çözüm için başlangıçta A ve B sürahilerindeki bir su bardağındaki portakal konsantresi yoğunluğunu bulmak için, portakal suyu konsantresi sayılarını su sayılarına bölmüşlerdir. Daha sonra çıkan sonuçlar arasında karşılaştırma yaparak çözüme ulaşmışlardır. Soruda birim kesri bulmaya çalışmışlardır. 11 öğrencinin soruyu birim oran stratejini kullanarak çözdüğü görülmüştür. Burada beş kişi doğru, altı kişi yanlış cevaba ulaşmıştır. Başlangıçta A sürahisi için portakal suyu konsantresi sayısı/su sayısını kesir biçiminde gösterip $2/3$ işlemi ile yaklaşık 0,6; B sürahisi için benzer ifadeleri göstererek $3/4$ işlemi ile yaklaşık 0,7 cevabını bulmuşlardır. $0,7 > 0,6$ olduğundan B sürahisinin daha yoğun, daha tatlı olacağını belirtmişlerdir. Buna yönelik yapılan bu çözüm Şekil 140’da incelenebilir.

Şekil 140

10. soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm

A

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 3} \\ -18 \\ \hline 20 \\ -20 \\ \hline 00 \end{array}$$

B

$$\begin{array}{r} 28 \overline{) 20} \\ -20 \\ \hline 00 \end{array}$$

B sürahisı daha tatlıdır

Bazı öğrenciler, çözüm için başlangıçta A ve B sürahilerindeki bir su bardağındaki su yoğunluğunu bulmak için, su sayılarını portakal suyu konsantresi sayılarına bölmüşlerdir. Daha sonra çıkan sonuçlar arasında karşılaştırma yaparak çözüme ulaşmışlardır. A sürahisı için su sayısı/ portakal suyu konsantresi sayısını kesir biçiminde gösterip $3/2$ işlemi ile 1,5; B sürahisı için benzer ifadeleri göstererek $4/3$ işlemi ile yaklaşık 1,3 cevabını bulmuşlardır. $1,5 > 1,3$ olduğundan A sürahisinin daha yoğun, daha tatlı olacağını belirtmişlerdir. Buna yönelik yapılan bu çözüm Şekil 141’de incelenebilir. Buradaki öğrencilerin genel olarak yanlış yorum yaptıkları görülmüştür. Sayısal değeri büyük olan ifadeye odaklanarak cevap vermişlerdir. Neyi bulduklarını anlamlandıramadıklarını söyleyebiliriz. Su yoğunluğu arttıkça daha tatsız olacağı bilgisi dikkate alınmamıştır. Bölme işlemini yanlış yapan öğrenciler de soruyu yanlış yorumlamışlardır. Öğrencilerin bir bardak başına düşen portakal konsantresi yoğunluğunu bulmaları veya bir bardak başına düşen su yoğunluğunu bulmaları, verilenleri kullanarak durumu birim kesirle ifade etmeleri soru çözümünü için birim oran stratejisini kullandıklarının göstergeleridir.

Şekil 141

10. soru birim oran stratejisinde yapılan çözüm

A daha yoğun

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 2} \\ -2 \\ \hline 10 \\ -20 \\ \hline 00 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 3} \\ -3 \\ \hline 10 \\ -30 \\ \hline 00 \end{array}$$

4.2.10.5. Sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için soruda geçen sayıları kullanarak rastgele işlemler yapmışlardır. Özellikle soruda verilen sayıları kullanarak en az bir tane çarpma ve bölme işlemi olan bu çözümler sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi alt başlığında değerlendirilmiştir. Altı öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü dördünün doğru cevaplara ulaştığı, ikisinin soruyu cevaplamadığı görülmüştür. Yapılan çözümler incelendiğinde, sürahilerdeki portakal suyu konsantresi ve su sayılarını kendi aralarında çarparak, A sürahisi için $2 \times 3 = 6$, B sürahisi için $3 \times 4 = 12$ işlemini bulduktan sonra sayısal değeri büyük çıkan B sürahisinin daha tatlı olacağını belirtmişlerdir. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 142 incelenebilir. Aynı işlemlere yer veren bazı öğrenciler işlemleri devam ettirerek $12:6=2$ veya $12 \times 6 = 72$ sonuçlarını bulmuş ama hangisinin daha tatlı olacağı yorumunu yapmamışlardır. Genel olarak öğrencilerin soruyu anlamadığı ve verilen sayıları doğru kullanmadığı anlaşılmaktadır. Öğrenciler çokluklar arasında da nasıl bir ilişki olması gerektiğini doğru tespit edememişlerdir. Öğrencilerin işlemlerinde ne yapmak istediğini açıklayamadığı görülmüştür. Soruda verilen sayıları rastgele kullanarak işlem yaptıklarını ve kavramsal bilgiye sahip olmadıklarını söyleyebiliriz.

Şekil 142

10. soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm

Handwritten student work for problem 10. On the left, 'A 2' is written above 'P x 3 S', with a checkmark and the number '6' below. On the right, 'B 3' is written above 'P x 4 S', with a checkmark and the number '12' circled below, followed by 'Cevap B'.

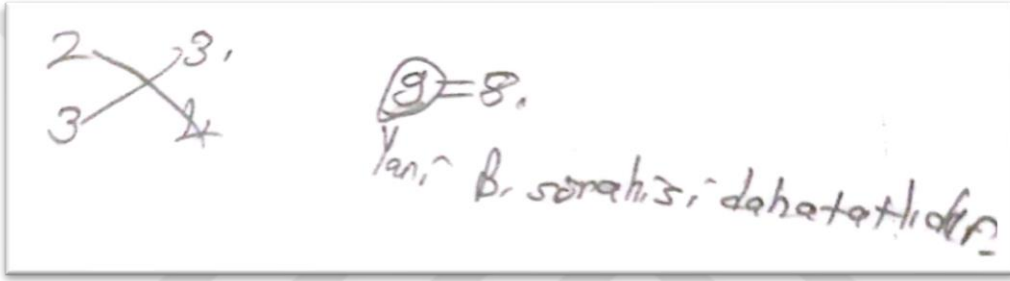
4.2.10.6. İçler dışlar çarpımı stratejisi

Bu soruda öğrencinin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Soruda doğru orantı olduğu fark edilmiştir. İki öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Başlangıçta soruda verilen, sürahilerdeki portakal suyu konsantresi ve su sayılarını yazıp, çapraz çarpım yaparak $2 \times 4 = 3 \times 3$ işlemine yer verdikleri görülmüştür. Buna yönelik yapılan

özüm için Şekil 143 incelenebilir. Öğrencilerin bu işlemi neden yaptığı ve neyi bulmak istedikleri anlaşılamamaktadır. Burada içler dışlar çarpımı stratejisi kullanan bir öğrencinin doğru, bir öğrencinin yanlış cevap verdiği görülmüştür. Doğru cevap veren öğrencinin kavramsal bilgiye sahip olma durumu anlaşılamamaktadır. Çünkü verilen cevap doğru olsa bile, yapılan işlemler doğru yoruma ulaştırmayacaktır. Benzer çoklukların alt alta yazılıp, içler dışlar çarpımı oklarının gösterilmesi ve çapraz çarpımın öğrenciler tarafından kullanılması bu soruda içler dışlar çarpımı stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 143

10. soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm



4.2.10.7. Belirgin bir strateji olmayan çözümler

Bu soruda farklı, yanlış ve uygun olmayan işlemler kullanılması sebebiyle doğru cevaptan uzaklaştıran çözümler yer almaktadır. Alanyazında bahsedilen strateji çeşitlerinin çözümde gözlenmemesi, öğrencinin doğru veya yanlış cevabı nasıl bulduğunun anlaşılamaması, öğrencinin doğru veya yanlış olan cevabı sadece yazarak geçmesi veya soruyu boş bırakması üzerine analizde değerlendirilemeyen ve puanlandırılmayan çözümler “belirgin bir strateji olmayan çözümler” başlığı altında toplanmıştır. Bu öğrencilerin işlemsel bilgileri doğru olsa bile, oran orantı konusundaki kavramsal bilgilerinin var olup olmadığıyla ilgili yeterli bilgi elde edilememektedir. Soru için gerekli olan açıklama eksikliği ve kullanılan stratejinin alanyazındakilerden hangisine ait olduğu tespit edilemediğinden öğrencilerin stratejileri açık bir şekilde ortaya konulamamıştır. Açıklamaya yer veren öğrencilerin açıklamaları okunduğunda kendini doğru ifade edemeyen öğrencilere rastlanmıştır. Bu soruda 26 öğrencinin cevabına bakıldığında, açıklamaya yer vermeden sadece cevabı yazarak veya alanyazındaki stratejilerden hangisine dahil edileceği bilinmeyen işlemler yaparak yanlış cevaplandığı görülmüştür. Öğrencilerin

kavramsal bilgisi için herhangi bir yorum yapılamamaktadır. Bu soruda 12 öğrenci doğru, 12 öğrenci yanlış, iki öğrenci sadece cevap vermeden belirsiz işlemlere yer vererek soruyu cevaplandırmıştır. Belirtilen öğrenciler dışında bu soruyu boş bırakan 49 öğrenci çözümleri de belirgin bir strateji olmayan çözümler alt başlığı altında yer almıştır.

4.2.11. On birinci soru analizi

11. soru: *Umut bugün, dün koştuğundan daha çok zamanda daha az tur koşmuştur. Buna göre; Umut'un bugünkü koşusu dünküne göre;*

a) hızlıdır b) yavaştır c) aynıdır d) verilen bilgiler yetersizdir.

Hangi seçeneğin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.

11. soru niteliksel karşılaştırma soru türüne ait bir sorudur. Bu soruda 16 öğrencide (%8,88) veri ihmali stratejisinin kullanıldığı görülmüştür. 129 öğrencinin (%71,66) kullandığı çözümlerde belirgin bir stratejiye rastlanmamıştır. Öğrencilerin bu soruda alanyazında bahsedilen birim oran, denk kesir, içler dışlar çarpımı, denklik sınıfı, artırma, toplamsal ilişki, sayıları kullanma ve içerik yok ve ters orantı algoritması stratejilerini kullanmadığı tespit edilmiştir. 23 öğrenci (%12,77) alanyazında bahsedilen stratejiler dışına çıkarak özgün bir şekilde öznel yorumlarıyla, şekil çizme ve sayısal örnek vermeye başvurarak soruyu çözmeye çalışmışlardır.

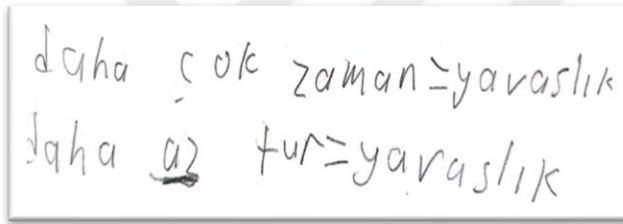
4.2.11.1. Veri ihmali stratejisi

Bu soruda bazı öğrencilerin, çözüm için soruda verilen tur sayısına odaklandıkları ve soruda verilen zamanı ihmal ederek karşılaştırma yaptıkları görülmüştür. Öğrenci açıklamaları incelendiğinde, “Cevap yavaştır. Çünkü bugün dünküne göre daha az tur koşmuş, bunun sebebi ise yavaş koşmasıdır.”, “Dün daha çok koşmuştur.”, “Bugün yavaş koşup, az tur koşmuştur.” benzer ifadelerine yer verdikleri görülmüştür. Benzer ihlali yaparak, “Bugün daha fazla koştuğundan dolayı” yanlış ifadesine yer vererek hızlıdır cevabını veren bir öğrenciye rastlanmıştır. Soruyu dikkatli okumayan öğrencinin dikkatsizlikten kaynaklı yanlış yaptığı söylenebilir. Bu soruda veri ihmali stratejisini kullanan 16 öğrenci içerisinde 15 öğrenci “yavaştır” cevabı ile doğru, bir öğrenci ise “hızlıdır” cevabı ile yanlış cevap vermiştir.

Bazı öğrencilerin, çözüm için soruda verilen zamana odaklandıkları ve soruda verilen tur sayısını ihmal ederek karşılaştırma yaptıkları görülmüştür. Öğrenci açıklamaları incelendiğinde, “Bugün düne göre yavaştır. Çünkü bugün daha çok sürede koşmuştur.”, “Bugün daha fazla sürede daha yavaş koşu yapmış.” ifadelerine yer verdikleri görülmüştür. Öğrencilerin doğru orantı bilgisine sahip olup olmadıkları anlaşılamamaktadır. Sahip olsalar bile bunu açıklamalarında yansıtamadıkları görülmüştür. Bu soruda öğrenciler, genel olarak dün ve bugünü karşılaştırırken daha çok zamanı ve daha az turu “yavaşlık” olarak değerlendirmişlerdir. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 144 incelenebilir. Öğrencilerin soruda verilen çokluklardan birini ihmal etmesi ve bunu göz ardı edip, diğer çokluğa odaklanarak soruyu çözmeleri veri ihmali yapıldığının göstergesidir.

Şekil 144

11. soru veri ihmali stratejisinde yapılan çözüm



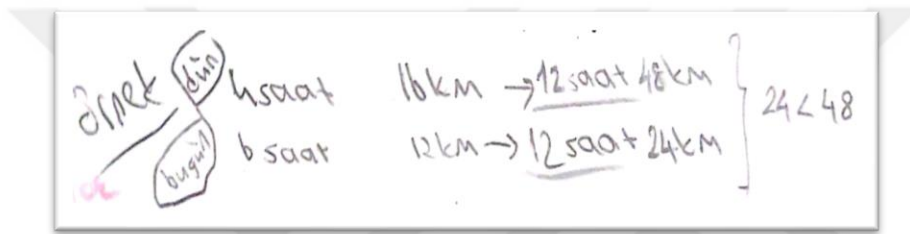
4.2.11.2. Değişim çarpanı stratejisi

Bu soruda bazı öğrencilerin, çözüm için soruda verilen iki farklı çokluk olan zaman ve tur sayısından, zamanı veya tur sayısını eşitleyip karşılaştırma yaparak cevaba ulaştıkları görülmüştür. Altı öğrencinin bu soruda değişim çarpanı stratejisini kullandığı, beş öğrencinin “yavaştır” cevabı ile soruyu doğru cevapladığı, bir öğrencinin “hızlıdır” cevabı ile soruyu yanlış cevaplandığı görülmüştür. Dün ve bugün atılan tur sayılarını eşit düşünen bir öğrencinin, sayısal örnek vermelere başvurarak “Dün bir turda beş dakika koştuysa, bugün bir turu yedi dakikada koşsa, bence düne göre daha yavaş olur.”, ifadesine yer verdiği görülmüştür. Başka bir öğrenci, “Dün iki turu iki dakikada koştuysa, bugün iki turu altı dakika da koşmuş gibi olur.” şeklinde açıklamıştır. Dün ve bugün geçen zamanı eşit düşünen bir öğrencinin, sayısal örnek vermelere başvurarak “Dün dört saatte 16 kilometre koşsa (12 saatte 48 kilometre), bugün altı saatte 12 kilometre koşsa (12 saatte 24 kilometre) dersek, o halde 12 saatte $24 < 48$ olduğundan bugünkü koşusu daha yavaştır.”

cevabını verdiği görülmüştür. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 145 incelenebilir. Benzer şekilde düşünen başka bir öğrencinin, “Eğer zaman çok ama tur az ise yavaşlamıştır. Eğer zaman aynı fakat tur çok ise hızlanmıştır.” ifadesine yer vererek “hızlıdır” cevabını işaretlediği görülmüştür. Öğrencinin açıklaması incelendiğinde kafasının karıştığı anlaşılmaktadır. Öğrencilerin cevaplarında görülen dün ve bugün için verilen farklı iki çokluktan seçilen herhangi bir çokluğun sayısal değeri eşitlendikten sonra diğer çokluğun sayısal değerleri arasında yapılan karşılaştırma, soruda değişim çarpanı stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 145

11. soru değişim çarpanı stratejisinde yapılan çözüm



4.2.11.3. Duygusal cevap verme stratejisi

Bu soruda öğrenciler açıklama için, “Hızlıdır. Çünkü dün koşup daha sonra dinlenmiştir. Bugün daha hızlı koşar.”, “Hızlıdır. Çünkü dün az koştuysa bugün hızlanmıştır.”, “Yavaştır. Çünkü dün hızlı koştuğundan bugün yavaş koşmuştur.”, “Yavaştır. Çünkü çok zamanda sıkılacağı için yavaş olur.”, “Yavaştır. Çünkü yavaş olduğunda zaman daha fazla olur ve yavaş gittiği için zamanını doldurup daha az koşmuştur. “Aynıdır. Çünkü koşuş hızının değişmesi bir şey değiştirmez.” cevaplarını verdikleri görülmüştür. Burada öğrencilerin, çözümlerde kendi düşüncelerini belirttikleri, soru için gerekli yapılması gereken işlemleri anlamlandıramadıkları ve soru ile ilgisi olmayan düşüncelere sahip oldukları anlaşılmaktadır. Öğrencilerin sayısal işlemleri kullanmadan soruyu kendine göre yorumlayarak cevap verdikleri görülmektedir. Öğrencilerin doğru cevap vermiş olsalar bile, oran orantı konusunun kavramsal boyutunu anlamlandıramadıklarını söyleyebiliriz. Altı öğrencinin duygusal cevap verme stratejisini kullandığını, üçünün “yavaştır” cevabı ile doğru, ikisinin “hızlıdır”, birinin “aynıdır” cevabı ile yanlış cevap verdiği görülmüştür. Çözüm için doğruluğu kabul edilemeyen ve yapılmaması

gereken işlemlerdendir. Cevaplarda görülen kendine ait olan, mantığa dayanmayan, yetersiz açıklama ve öznel yorumlamalar soruda duygusal cevap verme stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

4.2.11.4. Belirgin bir strateji olmayan çözümler

Bu soruda farklı, yanlış ve uygun olmayan işlemler kullanılması sebebiyle doğru cevaptan uzaklaştıran çözümler yer almaktadır. Alanyazında bahsedilen strateji çeşitlerinin çözümde gözlenmemesi, öğrencinin doğru veya yanlış cevabı nasıl bulduğunun anlaşılamaması, öğrencinin doğru veya yanlış olan cevabı sadece yazarak geçmesi veya soruyu boş bırakması üzerine analizde değerlendirilemeyen ve puanlandırılmayan çözümler “belirgin bir strateji olmayan çözümler” başlığı altında toplanmıştır. Bu öğrencilerin işaretlediği cevaplar doğru olsa bile, oran orantı konusundaki kavramsal bilgilerinin var olup olmadığıyla ilgili yeterli bilgi elde edilememektedir. Soru için gerekli olan açıklama eksikliği ve kullanılan stratejinin alanyazındakilerden hangisine ait olduğu tespit edilemediğinden öğrencilerin stratejileri açık bir şekilde ortaya konulamamıştır. Açıklamaya yer veren öğrencilerin açıklamaları okunduğunda kendini doğru ifade edemeyen öğrencilere rastlanmıştır. Belirtilen öğrenciler dışında bu soruyu boş bırakan dört öğrenci, soruda açıklama yapmayarak sadece cevabı işaretleyen 38 öğrenci, soruda verilen ifadelerin aynısı yazıp soru çözümünü için alan 77 öğrenci belirgin bir strateji olmayan çözümler alt başlığı altında yer almıştır. Toplamda belirgin bir strateji kullanmayan 119 öğrenciden cevap veren 115 öğrenci içerisindeki; 98’i “yavaştır” cevabı ile doğru, yedisi “hızlıdır”, üçü “aynıdır”, yedisi “verilen bilgiler yetersizdir” cevabı ile yanlış cevap vermiştir.

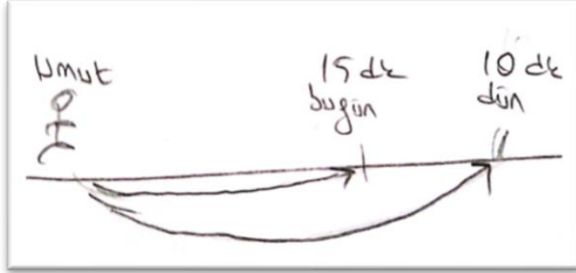
4.2.11.5. Şekil çizme ve sayısal örnek vermeye başvurularak yapılan çözümler

Bu soruda öğrenciler, soru çözümünde anlaşılabilirliği sağlamak ve kendilerini daha kolay ifade edebilmek için şekil çizimlerine ve sayısal örnek vermeye başvurmuşlardır. 23 öğrencinin soruları kendilerine özgü bir şekilde çözdükleri görülmüştür. 23 öğrenci içerisinde 22’si “yavaştır” cevabı ile doğru, biri “verilen bilgiler yetersizdir” cevabı ile yanlış cevaba ulaşmıştır. Şekil çizen öğrencilerin, aynı zamanda sayısal örnek verdiği de görülmüştür. Bir öğrencinin yaptığı çözüm Şekil

146’da incelendiğinde, öğrencinin dün 10 dakika da daha uzun bir mesafede, bugün 15 dakika da daha az bir mesafede koştuğunu düşünüp, bu durumu çiziminde belirttiği görülmüştür.

Şekil 146

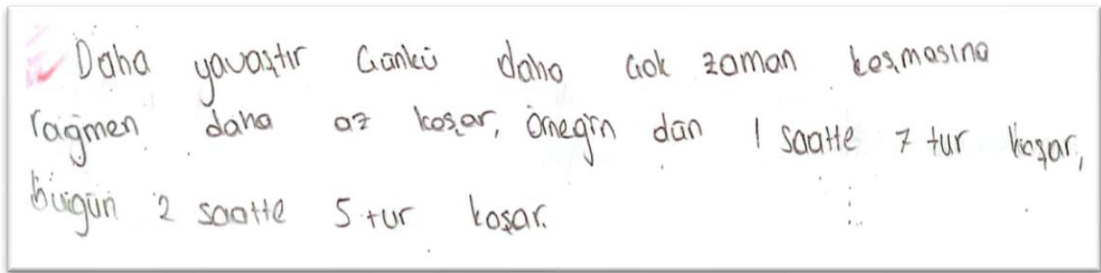
11. soru şekil çizme ve sayısal örnek vermeye başvurularak yapılan çözüm



Sayısal örneklere başvuran diğer öğrenci cevapları incelendiğinde, “Dün bir saatte altı tur atsa, bugün iki saatte beş tur”, “Dün 15 dakikada 15 tur atsa, bugün 20 dakika da 12 tur”, “Dün 25 dakika da 50 tur atsa, bugün 30 dakika da 30 tur” şeklinde ifadeler yer vermişlerdir. Buna yönelik yapılan bir çözüm Şekil 147’de incelenebilir. Öğrencilerin rastgele sayılar vererek soruyu anlamlandırmaya çalıştıkları görülmektedir. Soruda verilen “Bugün, dün koştuğundan daha çok zamanda daha az tur koşmuş.” ifadesine dikkat ettikleri görülmektedir.

Şekil 147

11. soru sayısal örnek vermeye başvurularak yapılan çözüm



4.2.12. On ikinci soru analizi

12. soru: Tufan sabah kahvaltısındaki çayını, dünkiüne göre daha büyük bardakta, daha az sayıda seker atarak içmiştir. Bu çayın tadı dünki caya göre;

a) daha tatlıdır b) daha tatsızdır c) aynıdır d) verilen bilgiler yetersizdir.

Hangi seçeneğin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.

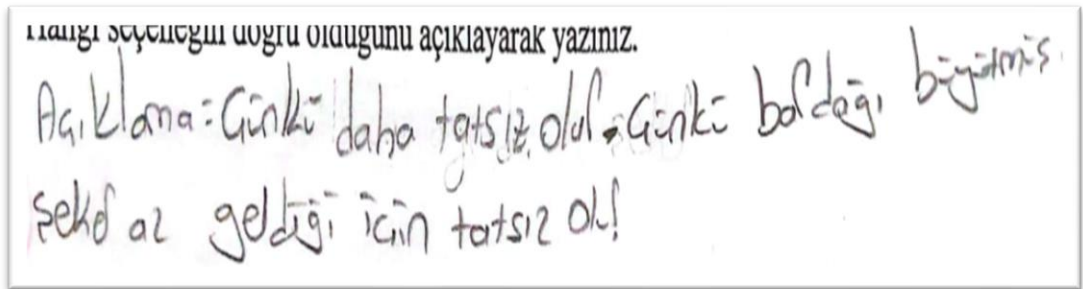
12. soru niteliksel karşılaştırma soru türüne ait bir sorudur. Bu soruda 17 öğrencide (%9,44) veri ihmali stratejisinin kullanıldığı görülmüştür. 122 öğrencinin (%67,77) kullandığı çözümlerde belirgin bir stratejiye rastlanmamıştır. Öğrencilerin bu soruda alanyazında bahsedilen birim oran, denk kesir, içler dışlar çarpımı, denklik sınıfı, artırma, duygusal cevap verme, toplamsal ilişki, sayıları kullanma ve içerik yok ve ters orantı algoritması stratejilerini kullanmadığı tespit edilmiştir. 32 öğrenci (%17,77) alanyazında bahsedilen stratejiler dışına çıkarak özgün bir şekilde öznel yorumlarıyla, şekil çizme ve sayısal örnek vermeye başvurarak soruyu çözmeye çalışmışlardır.

4.2.12.1. Veri ihmali stratejisi

Bu soruda bazı öğrencilerin, çözüm için soruda verilen şeker sayısına odaklandıkları ve soruda verilen bardak büyüklüğünü ihmal ederek karşılaştırma yaptıkları görülmüştür. Öğrenci açıklamaları incelendiğinde, “Cevap daha tatsızdır. Çünkü bugün dünküne göre daha az şeker atmıştır.” “Dün üç şeker, bugün bir şeker” ifadelerine yer verdikleri görülmüştür. Bu soruda veri ihmali stratejisini kullanan 17 öğrenci içerisinde 14 öğrenci “daha tatsızdır” cevabı ile doğru, üç öğrenci ise “aynıdır” cevabı ile yanlış cevap vermiştir.

Şekil 148

12. soru veri ihmali stratejisinde yapılan çözüm



Bazı öğrencilerin, çözüm için soruda verilen bardak büyüklüğüne odaklandıkları ve soruda verilen şeker sayısını ihmal ederek karşılaştırma yaptıkları görülmüştür. Öğrenci açıklamaları incelendiğinde, “Daha tatsızdır. Çünkü çay miktarı fazla olursa şekerin tadı daha az gelir.”, “Bugün daha tatsız olur. Çünkü bardağı büyüttüm.” benzer ifadelerine yer verdikleri görülmüştür. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 148’de incelenebilir. Burada benzer açıklamalara yer vererek

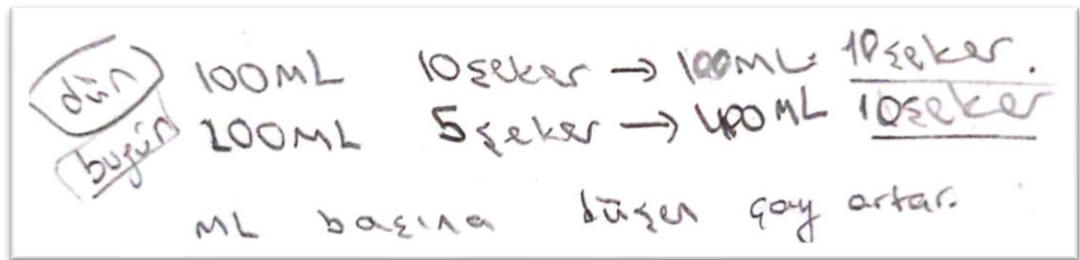
“aynıdır” cevabını veren üç öğrenciye rastlanmıştır. Bu öğrencilerin açıklamaları ile işaretlediği cevabın örtüşmediği görülmektedir. Genel olarak öğrencilerin soruda verilen çokluklardan birini ihmal etmesi ve bunu göz ardı edip, diğer çokluğa odaklanarak soruyu çözmeleri veri ihmali yapıldığının göstergesidir.

4.2.12.2. Değişim çarpanı stratejisi

Bu soruda bazı öğrencilerin, çözüm için soruda verilen iki farklı çokluk olan bardak büyüklüğü ve şeker sayısından, bardak büyüklüğü veya şeker sayısını eşitleyip karşılaştırma yaparak cevaba ulaştıkları görülmüştür. Dokuz öğrencinin bu soruda değişim çarpanı stratejisini kullandığı ve hepsinin “daha tatsızdır” cevabı ile soruyu doğru cevaplandığı görülmüştür. Dün ve bugün atılan şeker sayılarını eşit düşünen bir öğrencinin, sayısal örnek vermeye başvurarak “Dün 100 mililitre bardağa 10 şeker atsa, bugün 400 mililitre bardağa 10 şeker atsa bence güne göre daha tatsız olur. Çünkü mililitre başına düşen çay miktarı artar.” ifadesine yer verdiği görülmüştür. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 149 incelenebilir. Diğer öğrenciler açıklamalarında, “Şeker miktarlarının aynı olduğunu düşünelim.”, “Bardak büyük olduğu için dünkü atılan şeker yetersiz olur.”, “Aynı sayıda şeker atılsaydı, bugünkü bardak büyük olduğu için yine tatsız olurdu. Bugün daha az şeker attığına göre tat daha tatsız olur.” ifadelerine yer verdikleri görülmüştür. Öğrenciler genel olarak dün ve bugün atılan şeker miktarını eşit düşünerek çözüm yapmışlardır. Öğrencilerin cevaplarında görülen dün ve bugün için verilen farklı iki çokluklardan seçilen herhangi bir çokluğun sayısal değeri eşitlendikten sonra diğer çokluğun sayısal değerleri arasında yapılan karşılaştırma, soruda değişim çarpanı stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 149

12. soru değişim çarpanı stratejisinde yapılan çözüm



4.2.12.3. Belirgin bir strateji olmayan çözümler

Bu soruda farklı, yanlış ve uygun olmayan işlemler kullanılması sebebiyle doğru cevaptan uzaklaştıran çözümler yer almaktadır. Alanyazında bahsedilen strateji çeşitlerinin çözümde gözlenmemesi, öğrencinin doğru veya yanlış cevabı nasıl bulduğunun anlaşılamaması, öğrencinin doğru veya yanlış olan cevabı sadece yazarak geçmesi veya soruyu boş bırakması üzerine analizde değerlendirilemeyen ve puanlandırılmayan çözümler “belirgin bir strateji olmayan çözümler” başlığı altında toplanmıştır. Bu öğrencilerin işaretlediği cevaplar doğru olsa bile, oran orantı konusundaki kavramsal bilgilerinin var olup olmadığıyla ilgili yeterli bilgi elde edilememektedir. Soru için gerekli olan açıklama eksikliği ve kullanılan stratejinin alanyazındakilerden hangisine ait olduğu tespit edilemediğinden öğrencilerin stratejileri açık bir şekilde ortaya konulamamıştır. Açıklamaya yer veren öğrencilerin açıklamaları okunduğunda kendini doğru ifade edemeyen öğrencilere rastlanmıştır. Belirtilen öğrenciler dışında bu soruyu boş bırakan beş öğrenci, soruda açıklama yapmayarak sadece cevabı işaretleyen 42 öğrenci, soruda verilen ifadelerin aynısı yazıp soru çözümünü için alan 75 öğrenci belirgin bir strateji olmayan çözümler alt başlığı altında yer almıştır. Toplamda belirgin bir strateji kullanmayan 122 öğrenciden cevap veren 117 öğrenci içerisindeki; 95’i “daha tatsızdır” cevabı ile doğru, beşi “daha tatlıdır”, sekizi “aynıdır”, dokuzu “verilen bilgiler yetersizdir” cevabı ile yanlış cevap vermiştir.

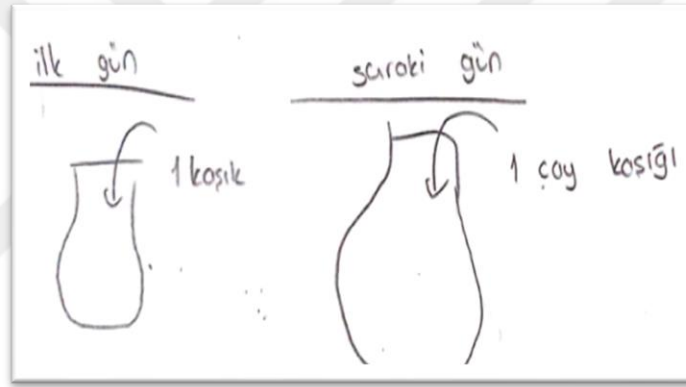
4.2.12.4. Şekil çizme ve sayısal örnek vermeye başvurularak yapılan çözümler

Bu soruda öğrenciler, soru çözümünde anlaşılabilirliği sağlamak ve kendilerini daha kolay ifade edebilmek için şekil çizimlerine ve sayısal örnek vermeye başvurmuşlardır. 32 öğrencinin soruları kendilerine özgü bir şekilde çözdükleri görülmüştür. 32 öğrencinin hepsi “daha tatsızdır” cevabı ile doğru cevaba ulaşmıştır. Şekil çizen öğrencilerin, aynı zamanda sayısal örnek verdiği de görülmüştür. Bir öğrencinin yaptığı açıklama incelendiğinde, “Dünkü çayda bir litre çay 10 tane şeker olsun, bugünkü çayda iki litre çay beş tane şeker olsun. O halde şeker tadı azalır” diyerek, bu durumu çiziminde belirttiği görülmüştür. Öğrencilerin şekillerinde bardak büyüklüğünü, atılan şeker miktarını ve çay miktarını gösterdikleri

görülmüştür. Şekil çizen diğer öğrencilerin açıklamaları incelendiğinde, “Çayı azaltıp şekeri arttırdığı için çay tatsız olacaktır.”, “Büyük bardakta içtiği için şekerin az olması çayı tatsız yapar. Çünkü içindeki çay fazla olduğu için şeker yetersiz olur.”, Büyük bardakta daha fazla şeker atması gerekirken daha az şeker attığı için daha tatsızdır.”, “Bardak büyüklüğü arttıkça şeker sayısı da artması gerekirken burada azaldığı için daha tatsız olur.” ifadelerine yer verdikleri görülmüştür. Öğrencilerin doğru orantı bilgisine sahip olduklarını söyleyebiliriz. Bir öğrencinin bugünkü atılan şeker miktarının azaldığını gösterirken, dün kullandığı kaşık ile atılan şekeri, bugün çay kaşığı ile atacak şekilde çizdiği görülmüştür. Bu çözüm Şekil 150’de incelenebilir.

Şekil 150

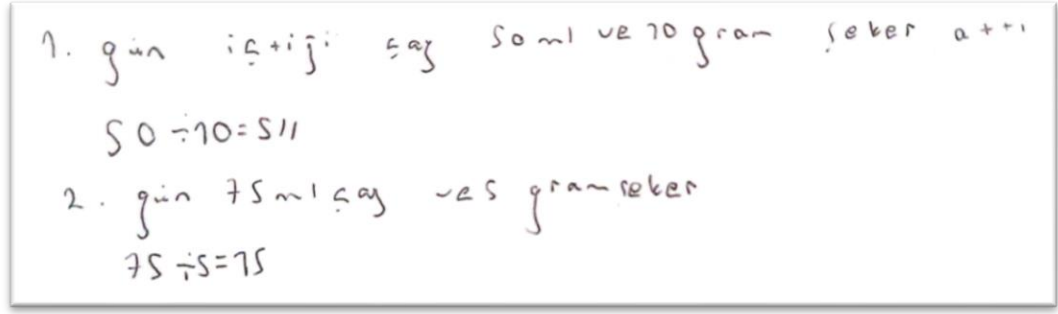
12. soru şekil çizme ve sayısal örnek vermeye başvurularak yapılan çözüm



Sayısal örneklere başvuran diğer öğrenci cevapları incelendiğinde, “Dün 200 mililitre bardağa üç şeker atsa, bugün 500 mililitre bardağa bir şeker”, “Dün 100 mililitre bardağa üç şeker atsa, bugün 500 mililitre bardağa iki şeker”, “Dün 100 mililitre bardağa iki şeker atsa, bugün 200 mililitre bardağa bi şeker” şeklinde rastgele sayılar vererek soruyu anlamlandırmaya çalıştıkları görülmektedir. Soruda verilen “bugün, dünküne göre daha büyük bardakta daha az sayıda şeker” ifadesine dikkat ettikleri görülmektedir. Bir öğrencinin verdiği sayısal ifadeleri kesir biçiminde yazarak, bunun çay miktarı/şeker miktarı işleminden bir bardaktaki çay yoğunluğunu belirteceğini ifade ettiği görülmüştür. İşlemlerinde dünkü içilenin $50/10=5$, bugünkü içilenin $75/5=15$ olabileceğini belirterek, bugünkü içilen çay yoğunluğu fazla olduğu için tadın daha tatsız olacağını belirtmiştir. Yapılan bu çözüm Şekil 151’de incelenebilir.

Şekil 151

12. soru sayısal örnek vermeye başvurularak yapılan çözüm



4.2.13. On üçüncü soru analizi

13. soru: Bir koşu parkurunda Elif, Emel'den daha kısa zamanda daha çok tur koşmuştur. Hangisi daha hızlı koşucudur?

a) Elif b) Emel c) aynıdır d) verilen bilgiler yetersizdir.

Hangi seçeneğin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.

13. soru niteliksel karşılaştırma soru türüne ait bir sorudur. Bu soruda 14 öğrencide (%7,77) veri ihmal stratejisinin kullanıldığı görülmüştür. 144 öğrencinin (%80) kullandığı çözümlerde belirgin bir stratejiye rastlanmamıştır. Öğrencilerin bu soruda alanyazında bahsedilen birim oran, içler dışlar çarpımı, denklik sınıfı, artırma, duygusal cevap verme, toplamsal ilişki, sayıları kullanma ve içerik yok ve ters orantı algoritması stratejilerini kullanmadığı tespit edilmiştir. 20 öğrenci (%11,11) alanyazında bahsedilen stratejiler dışına çıkarak özgün bir şekilde öznel yorumlarıyla, şekil çizme ve sayısal örnek vermeye başvurarak soruyu çözmeye çalışmışlardır.

4.2.13.1. Veri ihmal stratejisi

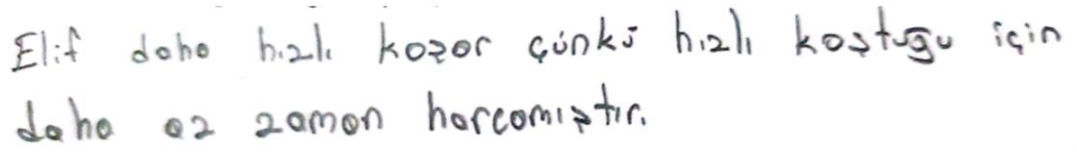
Bu soruda bazı öğrencilerin, çözüm için soruda verilen tur sayısına odaklandıkları ve soruda verilen zamanı ihmal ederek karşılaştırma yaptıkları görülmüştür. Öğrenci açıklamaları incelendiğinde, “Elif daha hızlıdır. Çünkü Emel’e göre daha çok tur koşmuş.”, “Elif, çünkü Emel’e göre daha çok yol katetmiştir.” ifadelerine yer verdikleri görülmüştür. Bu soruda veri ihmal stratejisini kullanan 14 öğrencinin hepsi “Elif” cevabı ile doğru cevap vermiştir.

Bazı öğrencilerin, çözüm için soruda verilen zamana odaklandıkları ve soruda verilen tur sayısını ihmal ederek karşılaştırma yaptıkları görülmüştür. Öğrenci açıklamaları incelendiğinde, “Elif daha hızlı koşar. Çünkü hızlı koştuğu için daha az

zaman harcamıştır.”, “Elif, çünkü Elif’in zamanı daha azdır. Emel’in ise daha fazladır.” ifadelerine yer verdikleri görülmüştür. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 152 incelenebilir. Bu soruda öğrenciler, genel olarak Elif ve Emel’in hızlarını karşılaştırırken daha çok turu ve daha az zamanı “hızlılık” olarak değerlendirmişlerdir. Öğrencilerin soruda verilen çokluklardan birini ihmal etmesi ve bunu göz ardı edip, diğer çokluğa odaklanarak soruyu çözmeleri veri ihmali yapıldığının göstergesidir. Veri ihmali yapan öğrencilerin genellikle yanlış cevaba ulaştıkları görülmüştür.

Şekil 152

13. soru veri ihmali stratejisinde yapılan çözüm



4.2.13.2. Değişim çarpanı stratejisi

Bu soruda bazı öğrencilerin, çözüm için soruda verilen iki farklı çokluk olan zaman ve tur sayısından, zamanı veya tur sayısını eşitleyip karşılaştırma yaparak cevaba ulaştıkları görülmüştür. İki öğrencinin bu soruda değişim çarpanı stratejisini kullandığı ve ikisinin de “Elif” cevabı ile soruyu doğru cevaplandığı görülmüştür. Elif ve Emel’in zamanları eşit düşünen öğrenciler, sayısal örnek vermeye başlamışlardır. Öğrencilerden birinin cevabı incelendiğinde, “Elif üç saatte 15 kilometre koştuysa, (Altı saatte 30 kilometre koşacaktır.), Emel altı saatte 12 kilometre koşmuş olsa, o halde ikisi de altı saatte koşacaktır. Aynı zamanda bile Elif daha fazla yol katetmiştir. Daha kısa zamanda daha çok tur koştuysa Elif daha hızlıdır.” ifadesine yer vermiştir. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 153’de incelenebilir. Başka bir öğrenci Elif 10 dakika da üç tur koşsa, (beş dakika da 1,5 tur koşacaktır.), Emel beş dakika da beş tur koşmuş olsa, o halde ikisi de beş dakika da koşacaktır. Aynı zamanda bile Elif daha fazla yol katetmiştir. Daha kısa zamanda daha çok tur koştuysa Elif daha hızlıdır.” şeklinde açıklamıştır. Öğrencilerin cevaplarında görülen Elif ve Emel için verilen farklı iki çokluklardan seçilen herhangi bir çokluğun sayısal değeri eşitlendikten sonra diğer çokluğun sayısal

değerleri arasında yapılan karşılaştırma, soruda değişim çarpanı stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 153

13. soru değişim çarpanı stratejisinde yapılan çözüm

Elif = 3 saat 30 km = 6 saat 15 km
Emel = 6 saat 12 km = 1 saat 2 km

daha kısa
zamanda
daha çok
tur koştuğu
içindir.

4.2.13.3. Belirgin bir strateji olmayan çözümler

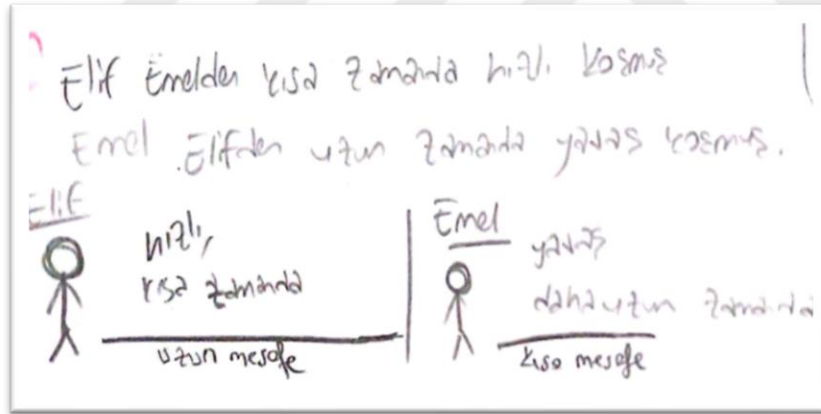
Bu soruda farklı, yanlış ve uygun olmayan işlemler kullanılması sebebiyle doğru cevaptan uzaklaştıran çözümler yer almaktadır. Alanyazında bahsedilen strateji çeşitlerinin çözümde gözlenmemesi, öğrencinin doğru veya yanlış cevabı nasıl bulduğunun anlaşılamaması, öğrencinin doğru veya yanlış olan cevabı sadece yazarak geçmesi veya soruyu boş bırakması üzerine analizde değerlendirilemeyen ve puanlandırılmayan çözümler “belirgin bir strateji olmayan çözümler” başlığı altında toplanmıştır. Bu öğrencilerin işaretlediği cevaplar doğru olsa bile, oran orantı konusundaki kavramsal bilgilerinin var olup olmadığıyla ilgili yeterli bilgi elde edilememektedir. Soru için gerekli olan açıklama eksikliği ve kullanılan stratejinin alanyazındakilerden hangisine ait olduğu tespit edilemediğinden öğrencilerin stratejileri açık bir şekilde ortaya konulamamıştır. Açıklamaya yer veren öğrencilerin açıklamaları okunduğunda kendini doğru ifade edemeyen öğrencilere rastlanmıştır. Belirtilen öğrenciler dışında bu soruyu boş bırakan dört öğrenci, soruda açıklama yapmayarak sadece cevabı işaretleyen 47 öğrenci, soruda verilen ifadelerin aynısı yazıp soru çözümünü için alan 93 öğrenci belirgin bir strateji olmayan çözümler alt başlığı altında yer almıştır. Toplamda belirgin bir strateji kullanmayan 144 öğrenciden cevap veren 140 öğrenci içerisindeki; 120’si “Elif” cevabı ile doğru, altısı “Emel”, sekizi “aynıdır”, altısı “verilen bilgiler yetersizdir” cevabı ile yanlış cevap vermiştir.

4.2.13.4. Şekil çizme ve sayısal örnek vermelere başvurularak yapılan çözümler

Bu soruda öğrenciler, soru çözümünde anlaşılabilirliği sağlamak ve kendilerini daha kolay ifade edebilmek için şekil çizimlerine ve sayısal örnek vermelere başvurmuşlardır. 20 öğrencinin soruları kendilerine özgü bir şekilde çözdükleri görülmüştür. 20 öğrencinin hepsi “Elif” cevabı ile doğru cevaba ulaşmıştır. Şekil çizen öğrencilerin, aynı zamanda sayısal örnek verdiği de görülmüştür. Bu öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgilerinin genel olarak iyi olduğunu söylenebilir. Bir öğrencinin yaptığı çözüm incelendiğinde, daha kısa zamanda daha fazla tur atan Elif’in ve daha fazla zamanda daha az tur atan Emel’in aldığı yolları çiziminde belirterek, Elif’in daha hızlı olduğunu söylemiştir. Bu çözüm Şekil 154’de incelenebilir.

Şekil 154

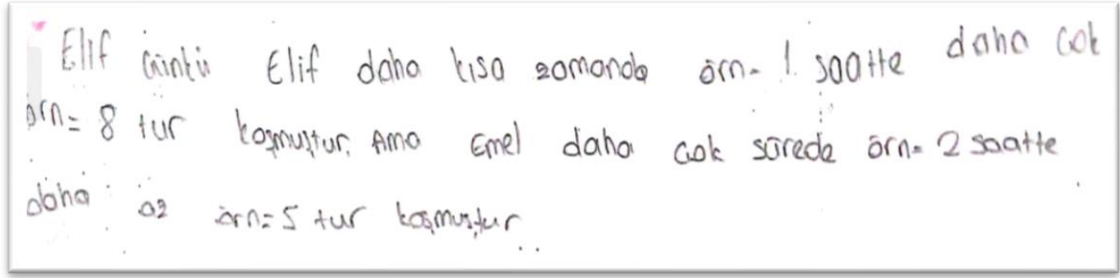
13. soru şekil çizmeye başvurularak yapılan çözüm



Sayısal örneklere başvuran diğer öğrenci cevapları incelendiğinde, “Elif beş dakika da üç tur atsa, Emel 20 dakika da iki tur”, “Elif bir saatte sekiz tur atsa, Emel iki saatte beş tur”, “Elif üç dakika da 15 tur atsa, Emel beş dakika da 10 tur” şeklinde ifadeler yer verilmiştir. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 155’de incelenebilir. Öğrencilerin rastgele sayılar vererek soruyu anlamlandırmaya çalıştıkları görülmektedir. Soruda verilen “Elif, Emel’in koştuğundan daha kısa zamanda daha çok tur koşmuş” ifadesine dikkat ettikleri görülmektedir.

Şekil 155

13. soru sayısal örnek vermeye başvurularak yapılan çözüm



4.2.14. On dördüncü soru analizi

14. soru: Sena ile Gökalp farklı arazilere belli aralıklarla ağaç dikmektedirler. Sena Gökalp'e göre daha küçük bir araziye daha çok ağaç dikmiştir. Buna göre, kimin ağaçları birbirine daha yakındır?

a) Sena b) Gökalp c) aynıdır d) verilen bilgiler yetersizdir.
Hangi seçeneğin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.

14. soru niteliksel karşılaştırma soru türüne ait bir sorudur. Bu soruda 21 öğrencide (%11,66) veri ihmal stratejisinin kullanıldığı görülmüştür. 119 öğrencinin (%66,11) kullandığı çözümlerde belirgin bir stratejiye rastlanmamıştır. Öğrencilerin bu soruda alanyazında bahsedilen birim oran, denk kesir, içler dışlar çarpımı, denklik sınıfı, artırma, duygusal cevap verme, toplamsal ilişki, sayıları kullanma ve içerik yok ve ters orantı algoritması stratejilerini kullanmadığı tespit edilmiştir. 37 öğrenci (%20,55) alanyazında bahsedilen stratejiler dışına çıkarak özgün bir şekilde öznel yorumlarıyla, şekil çizme ve sayısal örnek vermeye başvurarak soruyu çözmeye çalışmışlardır.

4.2.14.1. Veri ihmal stratejisi

Bu soruda bazı öğrencilerin, çözüm için soruda verilen arazi büyüklüğüne odaklandıkları ve soruda verilen ağaç sayısını ihmal ederek karşılaştırma yaptıkları görülmüştür. Öğrenci açıklamaları incelendiğinde, “Alan küçük olduğu için Sena’nın ağaçları daha yakındır.”, “Sena, çünkü Sena küçük bir araziye ağaç dikmiştir.”, “Sena, çünkü arazinin küçüklüğü arttıkça ağaçların yakınlık durumu artar.” ifadelerine yer verdikleri görülmüştür. Benzer ihlali yaparak, “Küçük alan olduğu için” ifadesine yer verdiği halde Gökalp cevabını veren bir öğrenciye rastlanmıştır.

Soruyu dikkatli cevaplamayan öğrencinin dikkatsizlikten kaynaklı yanlış yaptığı söylenebilir. Bu soruda veri ihmali stratejisini kullanan 21 öğrenci içerisinde 19 öğrenci “Sena” cevabı ile doğru, bir öğrenci “Gökalp”, bir öğrenci benzer açıklamaları yapmasına rağmen soruyu boş bırakıp işaretleme yapmayarak soruyu cevaplandırmıştır. Soruyu boş bırakan öğrencinin arazi büyüklüğünü göz önüne alarak şekil çizdiği görülmüştür. Bu çözüm Şekil 156’da incelenebilir.

Şekil 156

14. soru veri ihmali stratejisinde yapılan çözüm

Sena	Gökalp
Arazi	Arazi:

Bazı öğrencilerin, çözüm için soruda verilen ağaç sayısına odaklandıkları ve soruda verilen arazi büyüklüğünü ihmal ederek karşılaştırma yaptıkları görülmüştür. Öğrenci açıklamaları incelendiğinde, “Sena, daha çok ağaç diktiği için ağaçları yakındır.”, “Sena, çünkü daha fazla ağaç dikmiştir. Bu sebeple ağaçları daha yakındır.” ifadelerine yer verdikleri görülmüştür. Bu soruda öğrenciler, genel olarak Sena ve Gökalp’in ağaçlarını yakınlık durumunu karşılaştırırken daha çok ağacı ve daha az arazi büyüklüğünü “ağaçların yakınlık durumu” olarak değerlendirmişlerdir. Öğrencilerin soruda verilen çokluklardan birini ihmal etmesi ve bunu göz ardı edip, diğer çokluğa odaklanarak soruyu çözmeleri veri ihmali yapıldığının göstergesidir.

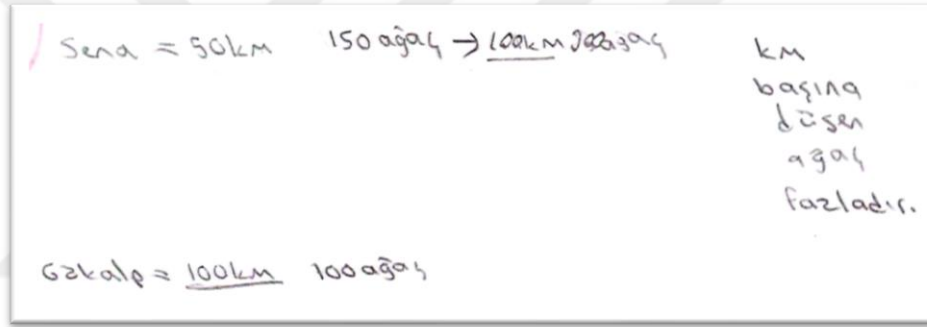
4.2.14.2. Değişim çarpanı stratejisi

Bu soruda bazı öğrencilerin, çözüm için soruda verilen iki farklı çokluk olan arazi büyüklüğü ve ağaç sayısından, arazi büyüklüğü veya ağaç sayısını eşitleyip karşılaştırma yaparak cevaba ulaştıkları görülmüştür. Üç öğrencinin bu soruda değişim çarpanı stratejisini kullandığı ve hepsinin “Sena” cevabı ile soruyu doğru cevaplandığı görülmüştür. Sena ve Gökalp’in arazi büyüklüğünü eşit düşünen bir öğrencinin, sayısal örnek vermelerine başvurarak “Sena 50 km arazide 150 ağaç dikse (100 km’de 300 ağaç diker), Gökalp 100 km arazide 100 ağaç dikse, eşitlenen arazi

büyükliğünde Sena 300, Gökalp 100 ağaç dikmiş olur.” ifadesine yer verdiği görülmüştür. Buna yönelik yapılan bu çözüm Şekil 157’de incelenebilir. Başka bir öğrenci, “Sena iki km arazide beş ağaç dikse, Gökalp iki km arazide üç ağaç dikse” şeklinde düşünmüştür. Bir başka öğrenci ise ağaç sayısının eşitliğini, kişi sayısına benzeterek soruyu çözmeye çalışmıştır. Açıklamasında, “Küçük alanda 1000 kişi birbirine çarparken, büyük alanda 1000 kişi rahat takılır.” ifadesine yer vermiştir. Öğrencilerin cevaplarında görülen Sena ve Gökalp için verilen farklı iki çokluklardan seçilen herhangi bir çokluğun sayısal değeri eşitlendikten sonra diğer çokluğun sayısal değerleri arasında yapılan karşılaştırma, soruda değişim çarpanı stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 157

14. soru değişim çarpanı stratejisinde yapılan çözüm



4.2.14.3. Belirgin bir strateji olmayan çözümler

Bu soruda farklı, yanlış ve uygun olmayan işlemler kullanılması sebebiyle doğru cevaptan uzaklaştıran çözümler yer almaktadır. Alanyazında bahsedilen strateji çeşitlerinin çözümde gözlenmemesi, öğrencinin doğru veya yanlış cevabı nasıl bulduğunun anlaşılamaması, öğrencinin doğru veya yanlış olan cevabı sadece yazarak geçmesi veya soruyu boş bırakması üzerine analizde değerlendirilemeyen ve puanlandırılmayan çözümler “belirgin bir strateji olmayan çözümler” başlığı altında toplanmıştır. Bu öğrencilerin işaretlediği cevaplar doğru olsa bile, oran orantı konusundaki kavramsal bilgilerinin var olup olmadığıyla ilgili yeterli bilgi elde edilememektedir. Soru için gerekli olan açıklama eksikliği ve kullanılan stratejinin alanyazındakilerden hangisine ait olduğu tespit edilemediğinden öğrencilerin stratejileri açık bir şekilde ortaya konulamamıştır. Açıklamaya yer veren öğrencilerin

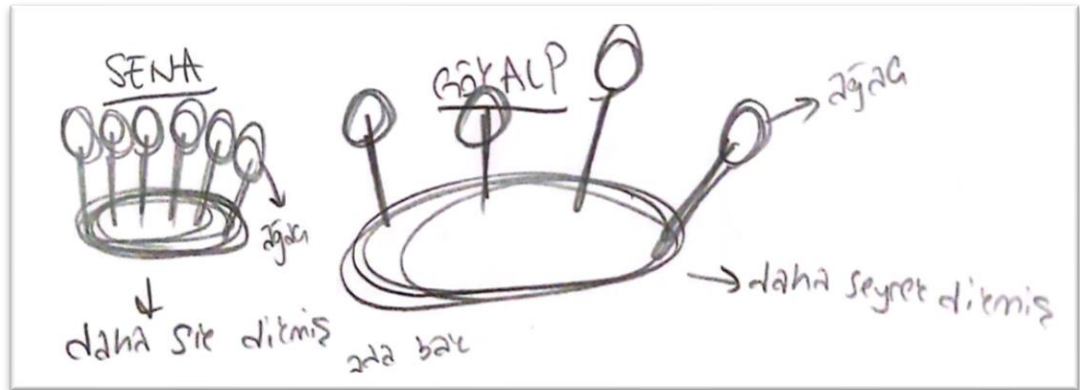
açıklamaları okunduğunda kendini doğru ifade edemeyen öğrencilere rastlanmıştır. Belirtilen öğrenciler dışında bu soruyu boş bırakan 11 öğrenci, soruda açıklama yapmayarak sadece cevabı işaretleyen 48 öğrenci, soruda verilen ifadelerin aynısını yazıp soru çözümünü için alan 60 öğrenci belirgin bir strateji olmayan çözümler alt başlığı altında yer almıştır. Toplamda belirgin bir strateji kullanmayan 119 öğrenciden cevap veren 108 öğrenci içerisindeki; 69'u "Sena" cevabı ile doğru, dokuzu "Gökalp", 11'i "aynıdır", 19'u "verilen bilgiler yetersizdir" cevabı ile yanlış cevap vermiştir.

4.2.14.4. *Şekil çizme ve sayısal örnek vermeye başvurularak yapılan çözümler*

Bu soruda öğrenciler, soru çözümünde anlaşılabilirliği sağlamak ve kendilerini daha kolay ifade edebilmek için şekil çizimlerine ve sayısal örnek vermeye başvurmuşlardır. 37 öğrencinin soruları kendilerine özgü bir şekilde çözdükleri görülmüştür. 37 öğrencinin hepsi "Sena" cevabı ile doğru cevaba ulaşmıştır. Şekil çizen öğrencilerin, aynı zamanda sayısal örnek verdiği de görülmüştür. Şekillerinde arazi büyüklüğüne ve ağaç sayısına dikkat ettikleri görülmüştür. Sena'nın arazisi daha küçük ve çok fazla ağaç sayısına sahip bir arazi olarak çizilmiştir. Gökalp'in arazisi daha büyük ve az ağaç sayısına sahip bir ağaç olarak çizilmiştir. Çizimlerde Sena'nın ağaçlarının daha yakın olacağını veya aralığın daha az olacağını görmüşlerdir. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 158'de incelenebilir.

Şekil 158

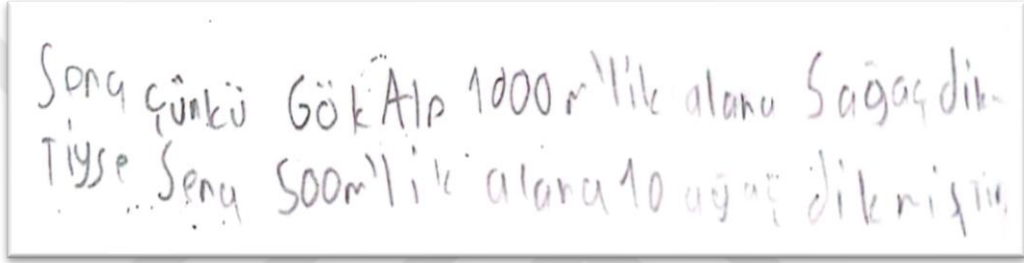
14. soru şekil çizmeye başvurularak yapılan çözüm



Sayısal örneklere başvuran diğer öğrenci cevapları incelendiğinde, “Sena 100 m²’lik alana 20 ağaç dikse, Gökalp 200 m²’lik alana 10 ağaç dikse”, “Sena 1000 m²’lik alana beş ağaç dikse, Gökalp 500 m²’lik alana 10 ağaç dikse”, “Sena 100 m²’lik alana 10 ağaç dikse, Gökalp 400 m²’lik alana beş ağaç dikse” şeklinde ifadeler yer verilmiştir. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 159’da incelenebilir. Öğrencilerin rastgele sayılar vererek soruyu anlamlandırmaya çalıştıkları görülmektedir. Soruda verilen “Sena, Gökalp’e göre daha küçük bir araziye daha fazla ağaç dikmiş” ifadesine dikkat ettikleri görülmektedir.

Şekil 159

14. soru sayısal örnek vermeye başvurularak yapılan çözüm



4.2.15. On beşinci soru analizi

15. soru: Nevzat Can ile Nergis'in bir parkurdaki yürüme hızları aynıdır. Yürümeye önce Nevzat Can başlamıştır. Nevzat can dokuz turu tamamladığında, Nergis üç turu tamamlamışsa; Nergis 15 turu tamamladığında Nevzat Can kaç turu tamamlamış olur? Açıklayarak yazınız.

15. soru orantısal bir durum gerektirmeyen karşılaştırma soru türüne ait bir sorudur. Öğrencilerin bu soruda en çok denk kesir stratejisini (%41,98) kullandığı tespit edilmiştir. Bu stratejinin yanı sıra 34 öğrencide (%18,78) içler dışlar çarpımı stratejisinin kullanıldığı görülmüştür. 42 öğrencinin (%23,20) kullandığı çözümlerde belirgin bir stratejiye rastlanmamıştır. Öğrencilerin bu soruda birim oran, değişim çarpanı ve ters orantı algoritması stratejilerini kullanmadığı tespit edilmiştir. Bunların yanı sıra şekil çizmelere başvurulmuş fakat sayısal örnek vermeye başvurulmamıştır.

4.2.15.1. Denk kesir stratejisi

Bu soruda öğrencilerin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Bazı öğrencilerin sınıflandırmada kesir biçiminde ifade ettiği de görülmüştür. Bu öğrenciler için orantı ve denk kesir bilgisine sahip oldukları söylenebilir. Bir öğrencinin soruyu daha anlaşılır kılmak için kişileri resmettiği de görülmüştür. Soruda orantısal bir durum olmadığını fark edemeyen öğrenciler, soruda doğru orantı olduğunu belirtmiş ve soruyu onu kullanarak çözmeye çalışmışlardır. Soruda çarpımsal bir ilişki olduğunu düşünerek çözüm yapmışlardır. 76 öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Burada kullanılan denk kesir stratejisi öğrencileri yanlış cevaba ulaştırmaktadır. Başlangıçta öğrencilerin kat ilişkisini aynı çokluklar üzerinde kurduğu görülmüştür. Nergis'in başlangıçta ve son durumdaki tur sayısı arasında 15:3 işlemi ile beş katlık bir ilişki olduğunu fark eden öğrenciler, Nevzat'ın başlangıçta ve son durumdaki tur sayısı arasında da beş katlık bir ilişki olması gerektiğini düşünerek 9×5 işlemi ile cevabın 45 olacağını belirtmişlerdir. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 160'da incelenebilir. Burada 24 öğrencinin "x5" ve ":5" katlık ilişkileri aynı çokluklar arasında göstererek yanlış sonuca ulaştığı görülmüştür. bir öğrencinin ise hem aynı hem farklı çokluklar arasındaki kat ilişkisini fark ederek ikisini de çözümde belirttiği görülmüştür.

Şekil 160

15. soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm

$$\begin{array}{c} \text{Nev } 9 \\ \hline \text{Ner } 3 \end{array} = \frac{x}{15} \quad x=45$$

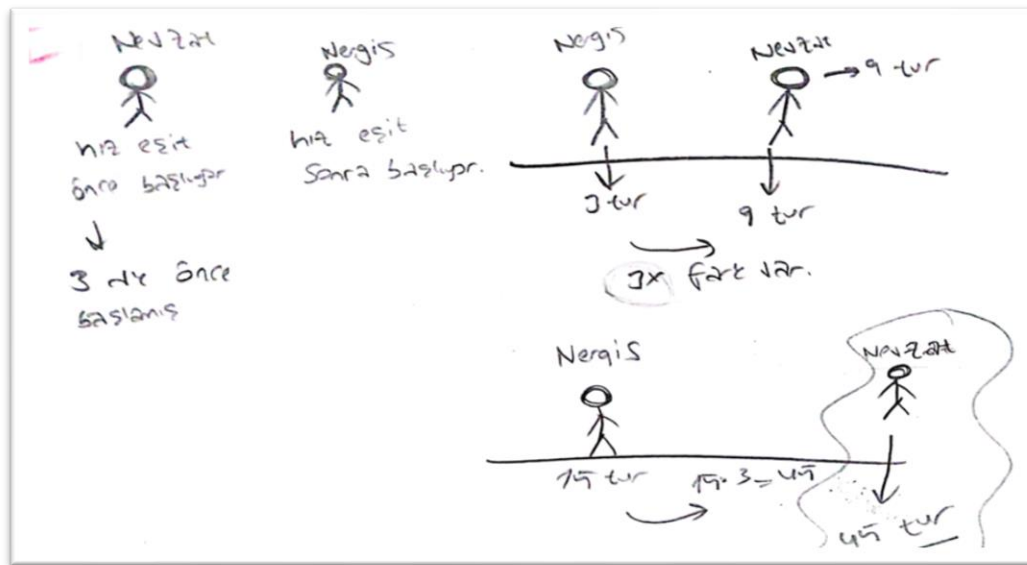
x5

Diğer açıklamalar incelendiğinde, dokuz tur atan Nevzat ile üç tur atan Nergis'in tur sayısı arasında 9:3 işlemi ile üç katlık ilişki olduğunu fark eden öğrenciler, aynı hızda gidilerek Nevzat'ın son durumda atacağı tur sayısını bulmak

için burada da Nevzat'ın tur sayısı /Nergis'in tur sayısı arasında üç katlık bir ilişki olması gerektiğini bilerek, cevaplarını 15×3 işlemi ile cevabın 45 olması gerektiğini belirtmişlerdir. Nevzat'ın tur sayısı ile Nergis'in tur sayısı arasında $9:3$ işlemi ile üç katlık ilişki olduğunu fark eden öğrenciler, aynı hızda gidilerek Nevzat'ın son durumda atacağı tur sayısını bulmak için burada geçen Nergis'in tur sayısı $\times$ kat ilişkisi işlemi yaparak Nevzat'ın son durumdaki tur sayısı olan 45 sayısını bulmaya çalışmışlardır. $? : 3 = 15$ işlemi ile “Hangi sayı ile üçe bölünce 15 sayısını elde ederim?” şeklinde düşünerek bilinmeyi 45 olarak bulmuşlardır. Burada 27 öğrencinin “ $\times 3$ ” ve “ $:3$ ” katlık ilişkileri farklı çokluklar arasında göstererek yanlış sonuca ulaştığı görülmüştür. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 161 incelenebilir. Bazı öğrencilerin benzer çokluklar alt alta yazarken yanlışlık yapmasından dolayı benzer işlemleri yanlış sayılar arasında uyguladığı görülmüştür. $9:3$ işlemi ile üç katlık ilişkiyi gören öğrenciler, Nergis'in son durumdaki tur sayısını Nevzat'ın tur sayısı olarak belirterek, 15×3 işlemi yerine $15:3$ işlemi yaparak cevabın beş olacağını belirtmişlerdir. 12 öğrencinin beş cevabını vererek yanlış sonuca ulaştığı görülmektedir. Denk kesir stratejisini kullanan 76 öğrenciden 64 öğrenci 45, 12 öğrenci beş cevabını vererek yanlış sonuca ulaşmıştır. Benzer çoklukların alt alta yazılıp, kat ilişkisinin gösterilmesi ($\times 3$, $:3$, $\times 5$, $:5$) “kat” sözcüğünün kullanılması bu soruda denk kesir stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 161

15. soru denk kesir stratejisinde yapılan çözüm



4.2.15.2. İçler dışlar çarpımı stratejisi

Bu soruda öğrencilerin çözüm için başlangıçta benzer olan çoklukları sınıflandırıp ayırt ederek alt alta yazdığı görülmüştür. Bazı öğrenciler ise bunu kesir şeklinde belirtmiştir. Soruda çoğu öğrenci tarafından doğru orantı olduğu vurgulanmıştır. 34 öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Bu soru doğru orantı sorusu olsaydı öğrencilerin bu stratejiyi kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebilirdik fakat soru ters orantı sorusu olduğu için burada kullanılan içler dışlar çarpımı stratejisi öğrencileri yanlış cevaba ulaştırmaktadır. Soruda orantısal bir durum olmadığını fark edemeyen öğrenciler soruyu doğru orantı kullanarak çözmeye çalışmışlardır. Başlangıçta soruda Nevzat dokuz turu tamamladığında Nergis üç turu tamamlıyorsa, Nevzat x turu tamamladığında Nergis 15 turu tamamlayacaktır. Öğrenciler çapraz çarpım yapıp $15 \times 9 = 135$ işleminden sonra $135:3$ işlemi ile cevabı 45 bulmuşlardır. Bazı öğrenciler çapraz çarpım yaparak benzer işlemleri $15 \times 9 = 3x$? şeklinde göstererek gerekli sadeleştirmeleri yaptıktan sonra soruyu çözmeye çalışmışlardır. Bir öğrencinin yazdığı açıklama incelendiğinde, “İlk doğru orantı kurduk. Çapraz çarptık ve $15 \cdot 9 = 135$ ise üç ile kaç çarparsak 135 olur diye düşünülürse 45, o halde cevap 45’dir.” şeklinde belirtmiştir. Buna yönelik yapılan çözüm Şekil 162’de incelenebilir. Benzer çoklukları doğru sınıflandıramayan öğrenciler yanlış sayılar arasında içler dışlar çarpımı stratejisini kullanmışlardır. Nergis’in son durumda tamamlayacağı tur ifadesini Nevzat’ın tur sayısının altından belirtmiştir. Bu yüzden çapraz çarpımda $15 \times 3 = 45$ ve $45:9 = 5$ işlemlerine yer vermişlerdir. İşlemlerini $15 \times 3 = 9x$? şeklinde belirttikleri de görülmüştür. Benzer çoklukların alt alta yazılıp, içler dışlar çarpımı oklarının gösterilmesi ve çapraz çarpımın öğrenciler tarafından kullanılması bu soruda içler dışlar çarpımı stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 162

15. soru içler dışlar çarpımı stratejisinde yapılan çözüm

Nevzat	Nergis
9 tur.	3 tur
x	15

$$\begin{array}{l} \text{D.O} \\ \frac{3x}{3} = \frac{135}{3} = 45 \text{ tur} \end{array}$$

4.2.15.3. *Toplamsal ilişki stratejisi*

Bu soruda öğrenciler çözüm için soruda geçen sayıları kullanarak, toplamsal ilişkiyi düşünerek işlemler yapmışlardır. Özellikle çarpma ve bölme işlemine yer vermeden toplama ve çıkarma işlemleri kullandıkları çözümler toplamsal ilişkiler stratejisi alt başlığında değerlendirilmiştir. Soruda öğrencilerin orantısal olup olmama durumunu ayırt edebilme becerilerine sahip olma durumları çok belirgin olmamaktadır. Çünkü öğrencilerin çözümlerinde kullandıkları toplamsal ilişki stratejisinin bilinçli kullanılma durumu anlaşılamamaktadır. Yapılan çözümler incelendiğinde, 19 öğrencinin toplamsal ilişki stratejisini kullandığı, 18 öğrencinin soruyu doğru cevapladığı bir öğrencinin işlem hatası sebebiyle yanlış cevaba ulaştığı görülmüştür. İşlem hatası yapan öğrencinin işlemlerinde $9-3=6$ ve $15+6=22$ şeklinde cevap verdiği görülmüştür. Orantısal durum içermeden karşılaştırma gerektiren soru türündeki 15. soruda kullanılan toplamsal ilişki stratejisi öğrencileri doğru cevaba ulaştırmaktadır. Çarpımsal ilişkinin olmadığı bir soru türüdür. Çünkü soruda çarpımsal ilişki değil toplamsal bir ilişki söz konusudur. Öğrencilerin yaptığı çözüm incelendiğinde, genel olarak $9-3=6$ ve $15+6=21$ işlemlerine yer verildiği görülmektedir. Nevzat ve Nergis'in başlangıçtaki tur sayıları çıkartılarak ikisi arasında oluşan tur farkı bulunmuştur. Daha sonra ikinci turda da bu farkın korunacağını düşünen öğrenciler, Nevzat'ın tur sayısının fazla olması sebebiyle, Nergis'in tur sayısı olan 15 sayısına bulduğu altı farklılık turu eklemişlerdir. Bir öğrenci açıklamasında “15’den altı çıkarınca dokuz olur. Çıkarma işlemi yaptık çünkü Nevzat dokuzuncu turundayken Nergis üçüncü turundadır. Aralarında altı tur fark var.” şeklinde belirtmiştir. Öğrencinin soruyu anlamlandığı anlaşılmaktadır. Bir başka öğrenci, “Nergis, Nevzat’tan altı tur geridedir. Nergis 15 turu tamamladıktan sonra Nevzat ondan altı tur ileridedir. Bu yüzden cevap 21 olur.” ifadelerine yer vermiştir. Bu öğrencilerin başlangıçtaki iki kişinin tur sayılarını karşılaştırarak farkı bulduktan sonra, ikinci turdaki durumda da yine iki kişinin tur sayılarını karşılaştırdıkları görülmektedir. Fakat bu soruda öncelikle tek kişiye odaklanarak (Nergis’e) onun başlangıçta ve ikinci durumda yaptığı tur sayısını karşılaştırarak yine bu farkın diğer kişide de (Nevzat’ta) aynı miktarda olacağını belirterek inceleyen öğrencilerde olmuştur. Nevzat ve Nergis'in yürüme hızlarının aynı olduğuna dikkat eden bir öğrenci, “Yürüme hızları aynıysa bir turu yürüme süreleri aynı olduğundan

Nevzat bir tur ilerlediğinde Nergis de bir tur ilerleyecektir. Nergis $15-3=12$ tur ilerlediğine göre Nevzat'ta 12 tur ilerler.” açıklamasına yer vermiştir. $9+12=21$ işlemi ile doğru cevaba ulaşmıştır. Bu açıklama ile öğrenci ile ilgili, soruyu dikkatli okuduğunu, iki kişinin hız ve zamanlarının aynı olacağını vurgulayarak kendini açıklamada iyi ifade ettiğini söyleyebiliriz. Buna yönelik yapılan çözüm için Şekil 163 incelenebilir. Soruda kullanılan “altı fark” ve “12 fark” ifadeleri bu soruda toplamsal ilişki stratejisi kullanıldığına yönelik ipuçlarıdır. Toplayarak veya çıkartarak işlem yapan bu öğrencilerde, çokluklar arasındaki ilişkileri toplamsal ilişkiyi kullanarak doğru ifade ettikleri görülmüştür. Birden fazla çözüm stratejisine yer veren bir öğrencinin kullandığı bir yolda toplamsal ilişki stratejisi alt başlığına dahil edilmiştir.

Şekil 163

15. soru toplamsal ilişki stratejisinde yapılan çözüm

Handwritten mathematical work showing two methods to solve a problem. The left method lists Nevzat as 9 tur and Nergis as 3 tur, with a horizontal line and '6 tur fark' written below. The right method lists Nergis as 15 tur and Nevzat as 6, with a horizontal line and '21 tur tamamlar.' written below.

4.2.15.4. Duygusal cevap verme stratejisi

Bu soruda çözüm için “Bence Nevzat tamamlayamaz. Çünkü bir önceki turda daha fazla tur koştuğu için yorulmuştur.” cevabını vermiştir. Burada öğrenci ile ilgili çözümde kendi düşüncelerini belirttiği, soru için gerekli yapılması gereken işlemleri anlamlandıramadığı anlaşılmaktadır. Bir başka öğrenci benzer şekilde düşünerek açıklamasında “Şimdi Nevzat önce başladığı için tabi ki daha hızlı olarak o koşar. Ama şimdi Nevzat ve Nergis’in bir parkurdaki hızları aynı fakat şu anki koştukları yer aynı yer mi bilmiyoruz.” İfadelerine yer vermiştir. Belirtilen iki öğrencinin sayısal işlemleri kullanmadan soruyu kendilerine göre yorumlayarak cevap verdikleri görülmektedir. Bir başka öğrenci ise, “Nevzat 23 tur koşmuştur. Çünkü Nevzat daha hızlı koşmuştur.” ifadesine yer vermiştir. Bu öğrenci sayısal bir sonuç belirtse bile işlemlere yer vermeden çözüm için bir tahminde bulunmuş ve sebebini açıklarken öznel davranmıştır. Bu şekilde bir düşünce içerisinde olan öğrenci için oran orantı

konusunun kavramsal ve işlemsel boyutunu anlamlandıramadığını söyleyebiliriz. Genel olarak öğrenciler doğru işlemleri çözümde yansıtmadığı ve varsayımlarda bulunduğu için çözümde yazılan sözel açıklamadan yola çıkılarak bu çözümlerin duygusal cevap verme stratejisi alt başlığı altında değerlendirilmesine karar verilmiştir. Öğrencilerin duygusal cevap verme stratejisini kullanarak yanlış sonuca ulaştığını söyleyebiliriz. Burada bu stratejiyi üç öğrenci kullanmıştır. Duygusal cevap verme stratejisinde kullanılan çözüm yolu, öğrenciyi gerçek doğru cevaptan uzaklaştırmaktadır. Çözüm için doğruluğu kabul edilemeyen ve yapılmaması gereken işlemlerdendir. Öğrencinin cevabında görülen kendine ait olan, mantığa dayanmayan, yetersiz açıklama ve öznel yorumlamalar soruda duygusal cevap verme stratejisi kullanıldığının göstergeleridir.

4.2.15.5. Sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi

Bu soruda öğrenciler çözüm için soruda geçen sayıları kullanarak rastgele işlemler yapmışlardır. Özellikle soruda verilen sayıları kullanarak en az bir tane çarpma ve bölme işlemi olan bu çözümler sayıları kullanma ve içerik yok stratejisi alt başlığında değerlendirilmiştir. Üç öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü ve yanlış cevaplara ulaştıkları görülmüştür. Soruda ters orantı olduğunu fark edemeyen öğrencilerin, sorudaki doğru orantı ve ters orantı ayırımını yapıp yapamama bilgileri de çok fazla anlaşılamamaktadır. Yapılan çözümler incelendiğinde, birbirinden farklı cevaplar verildiği görülmüştür. Bir öğrenci Nergis'in son durumda tamamlayacağı tur sayısı olan 15 sayısını, Nergis'in başlangıçta tamamladığı tur sayısı olan üç sayısına bölerek beş katlık ilişki olacağını görmüştür. Bu öğrenci ile ilgili benzer olan çoklukları sınıflandırabildiği fakat toplamsal yerine çarpımsal ilişkiyi fark ettiği görülmektedir. Daha sonra $15:3=5$ işlemiyle bulduğu beş sayısı ile Nevzat'ın başlangıçta tamamladığı tur sayısı olan dokuz sayısı ile toplayarak $5+9$ işlemi ile cevabın 14 olacağını belirtmiştir. Öğrenci çokluklar arasında da nasıl bir ilişki olması gerektiğini doğru tespit edememiştir. Bir başka öğrenci çözümü incelendiğinde, önce Nergis'in son durumda tamamlayacağı tur sayısı olan 15 sayısı ile Nevzat'ın başlangıçtaki tur sayısı olan dokuz sayısını toplayarak $15+9$ işlemi ile 24 sayısını bulduktan sonra, bu sayıyı Nergis'in başlangıçta tamamladığı tur sayısı olan üç sayısı ile çarpıp 24×3 işlemi ile cevabın 72 olacağını belirtmiştir. Öğrencinin benzer çoklukları ayırt edemediği anlaşılmaktadır. Buna yönelik yapılan bu çözüm

Şekil 164’de incelenebilir. Bir diğer öğrenci ise, Nevzat’ın başlangıçtaki tur sayısı olan dokuz sayısı ile Nergis’in başlangıçta tamamladığı tur sayısı olan üç sayısını çarpıp 9×3 işlemi ile 27 bulduktan sonra, bu sayıyı Nergis’in son durumda tamamlayacağı tur sayısı olan 15 sayısı ile toplayarak $27+15$ işlemi ile cevabın 42 olacağını belirtmiştir. Öğrencilerin işlemlerinde ne yapmak istediğini açıklayamadığı görülmüştür. Öğrencilerin genel olarak soruda verilen sayıları rastgele kullanarak işlem yaptığını ve kavramsal bilgiye sahip olmadığını söyleyebiliriz.

Şekil 164

15. soru sayıları kullanma ve içerik yok stratejisinde yapılan çözüm

$$\begin{array}{r} 15 \\ \div 3 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 27 \\ \div 3 \\ \hline 9 \end{array}$$

ilk önce 15 3 ile böldüm ve cevabı 3 ile çarpım

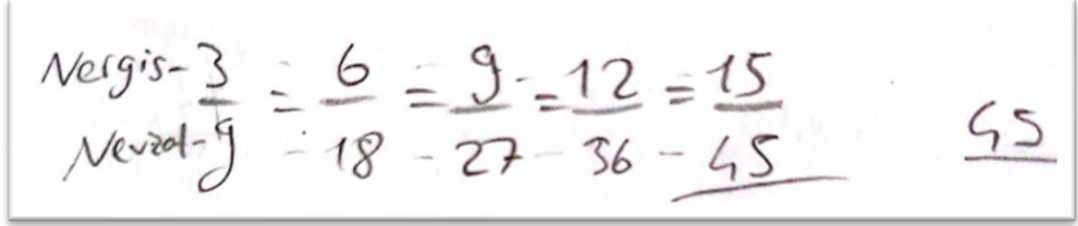
4.2.15.6. Denklik sınıfı stratejisi

Bu soruda öğrenci çözüm için başlangıçta Nergis’in tur sayısı/ Nevzat’ın tur sayısı işlemini kesir biçiminde yazarak, bu işlemi Nergis’in tur sayısı 15 oluncaya kadar devam ettirmiştir. Nergis’in her bir tur sayısı üç arttığında, Nevzat’ın tur sayısının da dokuz artması gerektiğini bilen öğrenci $3/9$ kesrine denk kesirler elde etmiştir. Öğrenci ile ilgili doğru orantı bilgisinin var olduğu ve denk kesir bilgisine sahip olduğu söylenebilir. Öğrenci çözümünde $3/6=6/18=9/27=12/36=15/45$ ifadelerine yer vermiştir. En son pay kısmında ulaştığı soruda istenilen Nergis’in tur sayısını ifade eden 15 sayısını görünce işlem yapmayı bırakmış, payda kısmında yer alan ve Nevzat’ın tur sayısını temsil eden 45 sayısının cevap olduğunu belirtmiştir. Nergis’in tur sayısı arttıkça Nevzat’ın tur sayısının da artması gerektiğini bilen öğrencide doğru orantı bilgisinin var olduğunu söyleyebiliriz. Soruda orantısal bir durum olmadığını fark edemeyen öğrenci soruyu doğru orantı kullanarak çözmeye çalışmıştır. Sadece bir öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Bu öğrencinin çözümü Şekil 165’de incelenebilir. Bu soru doğru orantı sorusu olsaydı öğrencinin bu stratejiyi kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebilirdik fakat soru orantısal bir durum içermeyen soru türü olduğu için burada kullanılan denk kesir

stratejisi öğrenciyi yanlış cevaba ulaştırmaktadır. Öğrencinin işlemlerini kesir biçiminde belirtmesi ve soruda verilen çokluğa odaklanarak istenilen diğer çokluğu buluncaya kadar denk kesir elde etmesi bu soruda denklik sınıfı stratejisini kullandığının göstergeleridir.

Şekil 165

15. soru denklik sınıfı stratejisinde yapılan çözüm


$$\begin{array}{l} \text{Nergis-} 3 = 6 = 9 = 12 = 15 \\ \text{Nevzat-} 9 = 18 = 27 = 36 = 45 \end{array} \quad 45$$

4.2.15.7. Artırma stratejisi

Bu soruda öğrenci çözüm için, başlangıçta üç tur atan Nergis'in, son durumda 15 tur attığında, aynı hızda yürüyen Nevzat'ın da başlangıçta dokuz tur attığını ve son durumda atması istenen tur sayısını bulurken orantısal bir durum varmış gibi işlem yapmıştır. Çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkiyi toplama işlemini kullanarak ifade etmiştir. Nergis'in son durumda attığı 15 tur ifadesini, $3+3+3+3+3$ şeklinde düşünerek beş kez yazıp toplamıştır. Daha sonra Nevzat'ın attığı tur sayısı olan dokuz sayısını da beş kez yazarak toplamıştır. $9+9+9+9+9$ işlemi ile cevabın 45 olacağını söylemiştir. Sadece bir öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Bu öğrencinin yaptığı çözüm Şekil 166'da incelenebilir. Soruda orantısal bir durum olmadığını fark edemeyen öğrenci, soruyu doğru orantı kullanarak çözmeye çalışmıştır. Bu soru doğru orantı sorusu olsaydı, öğrencinin bu stratejiyi kullanarak doğru sonuca ulaştığını söyleyebilirdik fakat soru orantısal bir durum içermeyen soru türü olduğu için burada kullanılan artırma stratejisi öğrenciyi yanlış cevaba ulaştırmaktadır. Verilen herhangi bir çokluğu parçalara ayırdıktan sonra diğer çokluk üzerinde de aynı miktarda parçalara göre ayırmalar yapıp sonuca ulaşma, düzenli ritmik artırımların gösterimi bu soru çözümü için artırma stratejisinin kullanıldığının göstergeleridir.

Şekil 166

15. soru artırma stratejisinde yapılan çözüm

Handwritten student work showing a vertical addition of five 9s to get 45, and a handwritten note "45 tur tamamlandı, olur".

$$\begin{array}{r} 9 \\ 9 \\ 9 \\ 9 \\ 9 \\ \hline 45 \end{array}$$

45 tur tamamlandı, olur

4.2.15.8. Veri ihmali stratejisi

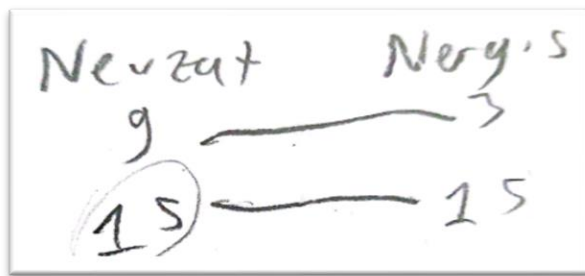
Bu soruda öğrenci çözüm için başlangıçta soruda istenen Nergis'in tamamlayacağı tur sayısı 15 tur sayısı ile soruda verilen Nevzat'ın tur sayısı olan dokuz sayısını topladığı görülmüştür. $15+9$ işlemiyle cevabını 24 bulan öğrencinin, soruda toplamsal ilişki olduğunu fark ettiği anlaşılmaktadır. Sadece bir öğrencinin soruyu bu şekilde çözdüğü görülmüştür. Öğrencinin toplamsal ilişkiyi kullanarak Nergis'in tur sayısında $15-3$ işlemi ile 12 farklılık bir ilişki olduğunu fark edip, Nevzat'ın tur sayısında da 12 farklılık bir ilişki olmasını gerekeceğini bilerek $12+9$ işlemi ile 21 cevabını verseydi, soruda verilen ve istenen sayıları doğru kullanarak toplamsal ilişki stratejisi ile doğru cevaba ulaştığından bahsedilebilirdi. Soruda toplamsal bir ilişki olduğunu fark etse bile öğrenci soruda verilen ve istenen sayıları doğru kullanmadığı için doğru cevaba ulaşamamaktadır. Öğrencinin soruda verilen başlangıçta soruda verilen Nergis'in tur sayısı olan üç sayısını işlemlerinde hiç kullanmadığı, ihmal ettiği görülmüştür. Burada kullanılan veri ihmali stratejisi öğrenciyi yanlış cevaba ulaştırmaktadır. Öğrencinin benzer çoklukları sınıflandırıp, alt alta yazarak soruyu anlamlandırmaya çalışmadığı görülmüştür. Öğrencinin soruda verilen sayılardan birini ihmal etmesi ve bunu göz ardı edişi bu soruda veri ihmali yapıldığının göstergesidir. Soruda verilen sayıların hepsini kullanarak toplama veya çıkarma işlemlerine yer verilmiş olsaydı, toplamsal ilişki stratejisi kullanıldığından bahsedilebilirdi. Fakat soruda verilen tüm sayılar kullanılmadığından dolayı burada veri ihmalinden bahsedilmektedir.

4.2.15.9. Belirgin bir strateji olmayan çözümler

Bu soruda farklı, yanlış ve uygun olmayan işlemler kullanılması sebebiyle doğru cevaptan uzaklaştıran çözümler yer almaktadır. Alanyazında bahsedilen strateji çeşitlerinin çözümde gözlenmemesi, öğrencinin doğru veya yanlış cevabı nasıl bulduğunun anlaşılabilmesi, öğrencinin doğru veya yanlış olan cevabı sadece yazarak geçmesi veya soruyu boş bırakması üzerine analizde değerlendirilemeyen ve puanlandırılmayan çözümler “belirgin bir strateji olmayan çözümler” başlığı altında toplanmıştır. Bu öğrencilerin işlemsel bilgileri doğru olsa bile, oran orantı konusundaki kavramsal bilgilerinin var olup olmadığıyla ilgili yeterli bilgi elde edilememektedir. Soru için gerekli olan açıklama eksikliği ve kullanılan stratejinin alanyazındakilerden hangisine ait olduğu tespit edilemediğinden öğrencilerin stratejileri açık bir şekilde ortaya konulamamıştır. Açıklamaya yer veren öğrencilerin açıklamaları okunduğunda kendini doğru ifade edemeyen öğrencilere rastlanmıştır. Bu soruda yedi öğrencinin cevabına bakıldığında, açıklamaya yer vermeden sadece cevabı yazarak veya alanyazındaki stratejilerden hangisine dahil edileceği bilinmeyen işlemler yaparak yanlış cevaplandığı görülmüştür. Öğrencilerin kavramsal bilgisi için herhangi bir yorum yapılamamaktadır. Öğrencilerin genel olarak birbirinden farklı cevaplar verdikleri tespit edilmiştir. Bu soruda iki öğrenci 18, iki öğrenci 45, üç öğrenci 15 cevabını vererek soruya yanlış cevap vermiştir. Buna yönelik herhangi bir strateji içerisine alınamayıp, yanlış cevap verilen Şekil 167’deki çözüm incelenebilir. Belirtilen öğrenciler dışında bu soruyu boş bırakan 34 öğrenci çözümleri de belirgin bir strateji olmayan çözümler alt başlığı altında yer almıştır. Birden fazla çözüm stratejisine yer veren bir öğrencinin kullandığı bir yolda belirgin bir strateji olmayan çözümler alt başlığına dahil edilmiştir.

Şekil 167

15. soru belirgin bir strateji olmayan çözüm

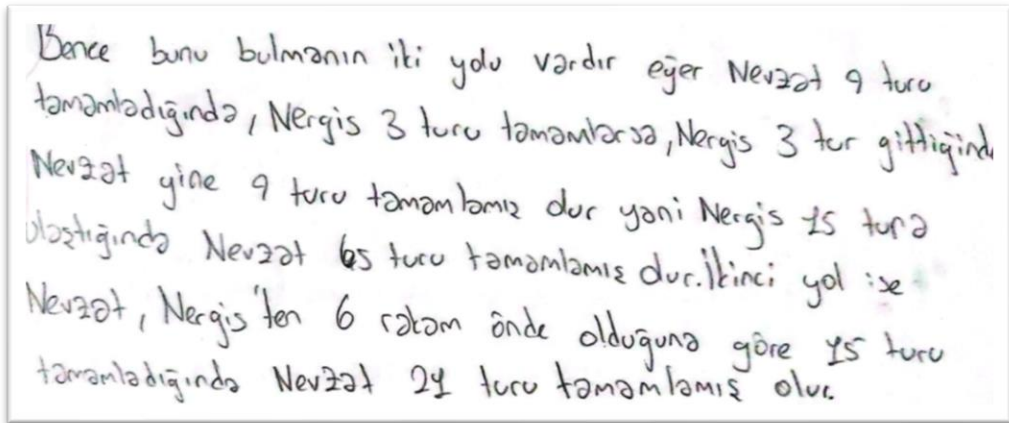


4.2.15.10. Birden fazla çözüm stratejisi kullanan öğrenciler

Bu soruyu cevaplayan 180 öğrenci içerisindeki bir öğrenci çözüm yolunda çözüm yolunu iki farklı yolla açıklamıştır. Birinci açıkladığı yol “belirgin bir strateji yok”, ikinci açıkladığı yol “toplamsal ilişki stratejisi” başlığı altında değerlendirilmiştir. Öğrencinin açıklaması Şekil 168’de incelendiğinde, öğrencinin “Bence bunu anlamının iki yolu vardır. Eğer Nevzat dokuz turu tamamladığında Nergis üç turu tamamlarsa, Nergis üç tur gittiğinde Nevzat yine dokuz turu tamamlamış olur. Yani Nergis 15 tura ulaştığında Nevzat 65 turu tamamlamış olur. İkinci yol ise Nevzat Nergis’ten altı sayı önde olduğuna göre 15 turu tamamladığında Nevzat 21 turu tamamlamış olur.” ifadelerine yer verdiği görülmüştür. Öğrencinin birinci yolda cevap olarak bulduğu 65 sayısını işlemlerle doğru gösterip, açıklayamadığı fark edilmiştir. Bu sebeple kullanılan strateji tespit edilememiştir. Birinci yolda öğrencinin büyük ihtimalle işlem hatası yaparak 45 bulacağı sonuca 65 cevabını verdiği ve yanlış cevaba ulaştığı görülmektedir. İkinci yolda ise iki kişi arasında altı farklı turu göz önünde bulundurarak doğru cevaba ulaştığı görülmektedir. Soruda toplamsal ilişkiyi kullanarak çözdüğü için çözüm stratejisi de toplamsal ilişki stratejisi başlığı altında değerlendirilmiştir. Bu öğrencinin cevabı hem belirgin strateji yok hem de toplamsal ilişki stratejisi alt başlıklarında aynı anda değerlendirilip, ikisine de eklenmiştir. Kullandığı yollardan birinin doğru cevabı vermesi sebebiyle öğrencinin cevabı çözüm analizinde doğru olarak kabul edilmiştir.

Şekil 168

15. soru birden fazla çözüm stratejisiyle yapılan çözüm



Bence bunu bulmanın iki yolu vardır eğer Nevzat 9 turu tamamladığında, Nergis 3 turu tamamlarsa, Nergis 3 tur gittiğinde Nevzat yine 9 turu tamamlamış olur yani Nergis 15 tura ulaştığında Nevzat 65 turu tamamlamış olur. İkinci yol ise Nevzat, Nergis'ten 6 sayı önde olduğuna göre 15 turu tamamladığında Nevzat 21 turu tamamlamış olur.

4.3. Üçüncü Alt Probleme Yönelik Bulgular

Araştırma probleminin üçüncü alt cümlesi “7. sınıf orantısız akıl yürütme beceri düzeyi farklı öğrencilerin, görüşme sorularına verdikleri cevaplar arasındaki benzerlik ve farklılıklar nelerdir?” şeklindedir. Buna yönelik düşük, orta, yüksek düzeyde bulunan beşer öğrenci cevapları incelenmiştir.

4.3.1. Düşük düzeyde bulunan öğrencilerin görüşme sorularına verdikleri cevap analizleri

Araştırmada 14-27 puan aralığında alarak düşük düzeyde değerlendirilen beş öğrenci rastgele Ö₁, Ö₂, Ö₃, Ö₄, Ö₅ kodlarıyla isimlendirilerek analiz edilmiştir. Öğrencilerin oran orantı konusundaki kavramsal bilgileri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Cevaplar arasındaki benzerlik ve farklılıklar değerlendirilmiştir.

Ö₁ kodlu öğrenci, oran ve orantı kavramlarının farklı kavramlar olduğunu belirtmiştir. Bunu açıklarken öğrenci “Eğer aynı olsaydı Türkçe kurallarına uymazdı.” ifadelerine yer vermiştir. Öğrenci her ne kadar farklı diyerek doğru cevap vermiş olsa da bu konuda kavramsal bilgiye sahip olup olmadığı anlaşılamamaktadır. Günlük yaşamda bildiği örneklerle; “Örneğin, annelerimiz çilek reçeli yaparken oran ve orantı kullanıyor. 30 tane çileğe iki bardak şeker veya 15 tane çileğe bir bardak şeker kullanıyor” şeklinde açıklamıştır. Aslında öğrencinin burada verdiği örnekle doğru orantı bilgisine sahip olduğu anlaşılmaktadır. Öğrencinin test sorularını değerlendirmesi istendiğinde; öğrencilerin açıklaması istenen soruları yani niteliksel karşılaştırma gerektiren soruları daha kolay bulduğunu; iki, dört ve beşinci soruları ise kafa karıştırıcı ve zaman alıcı olduğunu belirterek zor bulduğunu belirtmiştir. Zor olarak belirttiği bu soruların çözümünü kolaylaştırmak için benzer soru türlerinden daha fazla çözmek gerektiğini belirtmiştir. Sorularda benzer mantıkta günlük hayatta karşılaşmış olduğu durumlara “Anneannem tatlı yaparken şekerini bana soruyor. Bende tadına bakarak çözüyorum. Az gelirse biraz daha atıyor, çok gelirse şekerini azaltacak malzemeler koyuyor.” örneğini vermiştir. Yine sorulardaki benzer örneklerle fen bilgisi dersinde karşılaştığını belirten öğrenci “Suyun içine çözünmesi için şeker atıldığında şeker fazlaysa uzun sürede, şeker azsa kısa sürede çözünüyor.” ifadesine yer vermiştir. Testteki sorular arasında bağlantı olduğunu fark ettiğini belirtmiştir. Üçüncü, dördüncü ve beşinci soruların kendi arasında; yedinci, sekizinci,

13 ve 15. sorularının kendi arasında bağlantılı olduğunu ifade etmiştir. Farklı soru türlerine ait olan bu sorularda öğrencinin bağlantılı olma sebeplerini açıkça belirtmediği görülmüştür. Öğrenci çözümlerine ulaşırken yöntem olarak sözel olarak açıklamalar yaptığını, sayısal değerler verdiğini ve çizimi kullandığını, bu sayede sonuca daha kolay ulaştığını ve hatasını daha rahat bir şekilde görebildiğini belirtmiştir. Soruları çözerken farklı bir yol olarak formül kullanma ve kısa yollardan bahsetmiştir.

Ö₂ kodlu öğrenci, oran ve orantı kavramlarının aynı kavramlar olduğunu belirtmiştir. Bunu açıklarken öğrenci “Oran, çoklukların birbirine bölünmesi, orantı da eşit olması demektir. Düşündüğümüzde farkı yoktur. Çünkü biri bölünce yine sayının katı olur. İkisinde kat ilişkisi vardır.” ifadelerine yer vermiştir. Öğrencinin orandaki bölme, orantıdaki eşitlik durumunu anladığı fakat “Oran ve orantı aynıdır.” cevabı ile yanlış cevap verdiği anlaşılmaktadır. Öğrenci günlük hayattan araba soruları, havuz soruları örneklerini vermiştir. Öğrencinin verdiği havuz sorusu örneğiyle ters orantı ile daha önce karşılaştığı anlaşılmaktadır. Öğrencinin test sorularını değerlendirmesi istendiğinde; üçüncü, dördüncü ve beşinci soruları daha kolay bulduğunu bunun sebebinin ise sonuca ulaşmak için sadece bölme işlemi yapmasından yani işlem basitliğinden kaynaklı olduğunu belirtmiştir. Yedinci sorunun zor olduğunu belirten öğrenci, kendisinin sonuca tam olarak ulaşamadığından kaynaklı olduğunu belirterek, zor bulduğunu ifade etmiştir. Zor olarak belirttiği bu sorunun çözümünü kolaylaştırmak için neler yapılması gerektiğini ifade edememiştir. Sorularda benzer mantıkta günlük hayatta karşılaşmış olduğu durumların olmadığını belirtmiştir. Yine sorulardaki benzer örneklerle farklı derslerde karşılaşmadığını ifade etmiştir. Testteki sorular arasında bağlantı olduğunu fark ettiğini belirtmiştir. Üçüncü, dördüncü ve beşinci soruların birbiriyle bağlantılı olduğunu, genel olarak diğer soruların birbirinden farklı olduğunu söylemiştir. Örnek olarak 10 ve 13. soruların birbiriyle ilgisi olmayan çok farklı sorular olduğunu belirten öğrenci, bu farkı sorunun içeriğinin farklı olmasından kaynaklı olduğunu belirtmiştir. Öğrencinin niceliksel ve niteliksel soru türü arasındaki farkı tam olarak açıkça ifade edememiş olsa bile bu farkı fark ettiği anlaşılmaktadır. Öğrenci çözümlerine ulaşırken yöntem olarak genellikle içler dışlar çarpımı kullandığını belirtmiştir. Soruları çözerken kullanılabilecek farklı herhangi bir yol önerememiştir.

Ö₃ kodlu öğrenci, oran ve orantı kavramlarının farklı kavramlar olduğunu belirtmiştir. Bunu açıklarken öğrenci “Oran, bir şeyin miktarı; orantı ise onun nasıl olduğu ile ilgilidir.” ifadelerine yer vermiştir. Doğru ve ters orantıdan bahseden öğrenci her ne kadar konu ile ilgili kavramların farklı olduğunu söylemiş olsa da açıklamasında net bir şekilde ortaya koyamadığı görülmüştür. Günlük yaşamda bildiği örneklerle; “Örneğin, aynı işi 10 işçi yaparken o iş bir haftada biterken, 20 işçi yaptığında yarım haftada biter” şeklinde açıklamıştır. Aslında öğrencinin burada verdiği örnekle ters orantı bilgisine sahip olduğu ve ters orantı türündeki soruları doğru anlamlandırabildiği anlaşılmaktadır. Öğrencinin test sorularını değerlendirmesi istendiğinde; soru numarası belirtmeden, soruları genel olarak kolay bulduğunu söylemiştir. İkinci soruyu zor bulduğunu belirtmiştir. Kendisinin konuyu belki tam olarak kavrayamamasından veya farklı yanlış işlemler kullanmasından kaynaklı zor soru olduğunu düşündüğünü ifade etmiştir. Zor olarak belirttiği bu sorunun çözümünü kolaylaştırmak için daha farklı işlemler yapılabileceğini söylemiştir. Sorularda benzer mantıkta günlük hayatta karşılaşmış olduğu durumlara “Annem yemek yaparken kullanıyor. Bir kek yapacağı zaman kalabalık olunca kekin miktarını artırmak için örneğin içine kıracağı yumurta sayısını da artırıyor.” şeklinde cevap vermiştir. Sorulardaki benzer örneklerle farklı derslerde karşılaşmadığını belirtmiştir. Testteki sorular arasında bağlantı olduğunu fark ettiğini söyleyen öğrenci, özellikle her sorunun konusunun oran orantı olmasından kaynaklı benzer olduğunu söylemiştir. Sorular arasında bir farklılık olmadığını belirtmiştir. Sorularda öğretmenin öğrettiği yöntemleri kullandığını söyleyen öğrenci, genellikle içler dışlar çarpımı yöntemini kullandığını ifade etmiştir. Öğrenci soruları çözerken farklı yollar kullanılacağını ifade etmesine rağmen, bu yolları “mantıkla” diyerek açıklamadan geçtiği görülmüştür.

Ö₄ kodlu öğrenci, oran ve orantı kavramlarının farklı kavramlar olduğunu belirtmiştir. Bunu açıklarken öğrenci “Faklı kavramlardır. Çünkü oran, bir sayının diğer sayıya bölünmesi ile ortaya çıkan değerdir. Örneğin, üç sayısının beş sayısına oranı dediğinde bunu $\frac{3}{5}$ şeklinde ifade edebiliriz. Oran, iki sayının karşılaştırılmasıdır. Orantı ise, iki oranın karşılaştırılmasıdır. Örneğin, $\frac{5}{2}$ ifadesi $\frac{10}{4}$ ifadesine eşittir. Orantıda arada eşitlik olması gerekir.” ifadelerine yer vermiştir. Öğrenci oran orantı konusunda kavramsal bilgiye sahip olduğu ve bunu açık bir şekilde ifade edebildiği görülmüştür. Günlük yaşamda bildiği örneklerle, bölme

işlemi gerektiren paylaşma durumundan bahseden soruları örnek vermiştir. Öğrencinin burada verdiği örnekle, bölme işleminin oran orantı konusuyla bağlantılı olduğu üzerinde durduğu görülmüştür. Öğrencinin test sorularını değerlendirmesi istendiğinde; birinci, ikinci, üçüncü, dördüncü ve beşinci soruları yani verilemeyeni veya bilinmeyeni bulma gerektiren soruları daha kolay bulduğunu bunun nedeninin ise benzer soruları çok fazla çözmesinden kaynaklı olduğunu belirtmiştir. İşaretleme gerektiren şıklı niteliksel karşılaştırma türündeki 11, 12, 13 ve 14. soruların ise çeldirici, iki şık arasında kalınabilecek sorular olduğunu belirterek zor olduklarını belirtmiştir. Zor olarak belirttiği bu soruların çözümünü kolaylaştırmak için benzer soru türlerinden daha fazla çözmek gerektiğini veya sorulara bir sayı verilmesi gerektiğini belirtmiştir. Sorularda benzer mantıkta günlük hayatta karşılaşmış olduğu durumlara “Köyde anneannem bir saatte bir tavuktan bir yumurta alıyor. Zaman geçip üç saat sonra bakıp alsaydı daha fazla yumurta alacaktı.” örneğini vermiştir. Sorulardaki benzer örneklerle farklı derslerle karşılaşmadığını ifade etmiştir. Test sorularının güzel, orta düzeyde zorlayıcı olduğunu belirten öğrenci sorular arasında birinci, ikinci ve üçüncü sorularda benzerlik olduğunu söylemesine rağmen, bu benzerlik sebebine değinmemiştir. İşaretleme gerektiren şıklı soruların ise genel olarak diğer sorulardan farklı olduğunu belirtmiştir. Bu farklılığın sebebini, sorularda sayıların olmamasından kaynaklı olduğu şeklinde açıklamıştır. Öğrenci çözümlerine ulaşırken yöntem olarak kat ilişkisi, bölme işlemi ve içler dışlar çarpımını kullandığını belirtmiştir. Soruları çözerken farklı bir yol kullanılabileceğini söylemiş fakat bunu açıklarken “Çünkü matematikte birden fazla çözüm yolu kullanılarak doğru sonuca ulaşılabilir.” şeklinde belirtip, bunların ne olabileceğine açık bir şekilde değinemediği görülmüştür.

Ö₅ kodlu öğrenci, oran ve orantı kavramlarının farklı kavramlar olduğunu belirtmiştir. Bunu açıklarken öğrenci “Oran, bir sayı ile diğer sayı arasındaki ilişkidir. Orantı ise, sayılara bağlı olarak oluşur.” ifadelerine yer vermiştir. Öğrenci her ne kadar farklı diyerek doğru cevap vermiş olsa da bu konuda ilişkileri net bir şekilde açıklayamamıştır. Günlük yaşamda bildiği örneklerle; “Örneğin, bir arabanın hızı arttıkça varış süresi azalır. Başka bir örnek verirsek, sıralara oturan kişi sayısı arttıkça boşta kalan sıra sayısı azalır.” şeklinde açıklamıştır. Aslında öğrencinin burada verdiği örneklerle doğru ve ters orantı bilgilerine sahip olduğu anlaşılmaktadır. Öğrencinin test sorularını değerlendirmesi istendiğinde; birinci,

ikinci, üçüncü ve yedinci soruları daha kolay bulduğunu çünkü çözüme daha kolay bir şekilde ulaştığını belirtmiştir. 10. sorunun ise çok karışık olduğunu, fazla anlayamadığını belirterek zor olduğundan bahsetmiştir. Zor olarak belirttiği bu soruda daha fazla bilgi verilerek sorunun kolaylaştırılabileceğini belirtmiştir. Sorularda benzer mantıkta günlük hayatta kendisinin karşılaşmadığını söylemiştir. Sorulardaki benzer örneklerle fen bilgisi dersinde karşılaştığını belirten öğrenci “Bir otobüsün hızı arttıkça varış süresi azalır.” örneğini vererek, hız zaman sorularında karşılaştığını belirtmiştir. Testteki sorular arasında bağlantı olduğunu fark ettiğini belirtmiştir. Üçüncü, dördüncü ve beşinci soruların bağlantılı ve hepsinin balık sorusu olduğunu ifade etmiştir. Soruları genel olarak beğendiğini belirten öğrenci, sorular arasında da genel olarak bir farklılık olmadığını ifade etmiştir. Öğrenci çözümlerine ulaşırken yöntem olarak orantı kurduğunu ifade etmiş, çözümleri incelendiğinde de çözümlerinde daha çok farksal ilişki kullandığı görülmüştür. Soruları çözerken kullanılabilecek farklı herhangi bir yol önerememiştir.

Düşük düzeyde bulunan beş öğrencinin görüşme sorularına verdikleri cevaplar incelendiğinde, beş öğrenci içerisinden dördünün oran orantı kavramlarının farklı, bir öğrencinin ise aynı kavramlar olduğunu belirttiği görülmüştür. Her ne kadar doğru cevap verilmiş olsa da kavramları tanımlarken öğrencilerin zorlandıkları görülmüştür. Genel olarak verilen örnekler incelendiğinde, doğru ve ters orantının bilindiği anlaşılmaktadır. Verilen örnekler; yemek tarifleri için kullanılan malzeme ölçüleri, işçi problemleri, hız, havuz ve paylaştırma soruları olmuştur. Genel olarak üçüncü, dördüncü ve beşinci sorularla beraber, verilmeyeni bulmaya yönelik olan ilk soruları kolay bulduklarını belirtmişlerdir. Zor olarak bulunan sorular her öğrenci için değişmektedir. Soruların zorluk sebepleri için, kendilerinden kaynaklı olduğunu düşünen öğrencilerin yanı sıra sorunların kafa karıştırıcı ve zaman alıcı olmasından kaynaklı zor olduğunu düşünenler de vardır. Kolaylaştırmak için, daha fazla benzer soru çözmek ve açıklamalı sorularda sayısal değer vermek gerektiği belirtilmiştir. Benzer sorularla genel olarak fen bilgisi dersinde karşılaşıldığı veya hiç karşılaşılmadığı cevapları verilmiştir. Çoğunlukla üçüncü, dördüncü ve beşinci soruların birbiriyle bağlantılı ve benzer olduğunu belirten öğrenciler, sorular arasında farklılık olduğunu belirtememiş, belirtse bile bu farklılığı açıklayamadıkları görülmüştür. Çözüm yöntemi olarak sözel açıklama, çizim yapma, sayısal değer verme, mantık, içler dışlar çarpımı ve kat ilişkisini görme yöntemlerinden

bahsedilmiştir. Bunlar dışında farklı yollar belirtilse bile bu yollar açıklanamamıştır. Orantısal akıl yürütme beceri düzey puanı düşük öğrencilerin test sorularında yaptıkları çözümler incelendiğinde, bilinmeyen (verilmeyen) değeri bulma soru türünde denk kesir ve içler dışlar çarpımı stratejisinin yanı sıra toplamsal ilişki stratejisi kullandığı; ters orantı soru türünün boş bırakıldığı ya da belirgin bir stratejinin olmadığı; niceliksel karşılaştırma gerektiren soru türünde birim oran stratejisi; niteliksel karşılaştırma gerektiren soru türünde genel olarak sorunun aynısını açıklama olarak yazdıkları ve az da olsa bazılarının şekil çizme ve sayısal örnek vermeye başvurdukları; orantısal durum içermeden karşılaştırma gerektiren soru türünde denk kesir stratejisi kullandıkları görülmüştür.

4.3.2. Orta düzeyde bulunan öğrencilerin görüşme sorularına verdikleri cevap analizleri

Araştırmada 28-41 puan aralığında alarak orta düzeyde değerlendirilen beş öğrenci rastgele Ö₆, Ö₇, Ö₈, Ö₉, Ö₁₀ kodlarıyla isimlendirilerek analiz edilmiştir. Öğrencilerin oran orantı konusundaki kavramsal bilgileri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Cevaplar arasındaki benzerlik ve farklılıklar değerlendirilmiştir.

Ö₆ kodlu öğrenci, oran ve orantı kavramlarının farklı kavramlar olduğunu belirtmiştir. Bunu açıklarken öğrenci “Oran, iki sayısının birbirine oranlanması örneğin $\frac{2}{4}$ ifadesi bir orandır. Yüzdelere konusunda görülen örnekler de orana girer. Orantı ise doğru ve ters orantı şeklinde olabiliyordu. Farklı durumların karşılaştırılmasıdır. İki farklı kavramlar zaten o yüzden matematik dersinde de tanımlarını sıralı bir şekilde ayrı ayrı görüyoruz.” ifadelerine yer vermiştir. Öğrenci, farklı diyerek doğru cevap vermiştir ve bu konuda kavramsal bilgiye sahip olduğu anlaşılmaktadır. Günlük yaşamda bildiği örneklerle; “Örneğin, yemek yaparken porsiyon sayısı artınca, yemek malzemelerinde kullanılan oranlarda artıyor.” şeklinde açıklamıştır. Aslında öğrencinin burada verdiği örnekle doğru orantı bilgisine sahip olduğu anlaşılmaktadır. Test sorularını değerlendirmesi istendiğinde; öğrencilerin açıklaması istenen soruları yani niteliksel karşılaştırma gerektiren sorular olan 11 ve 12. soruları ve bilinmeyeni buldurmaya çalıştıran altıncı ve sekizinci soruları daha kolay bulduğunu sebebinin ise daha anlaşılır olmasından kaynaklı olduğunu belirtmiştir. Dokuzuncu soruyu ise verilen bilgilerin yetersiz olduğunu düşünmesi ve virgüllü kat ilişkisi görmesi sebebiyle zor bulduğunu belirtmiştir. Zor olarak belirttiği bu sorunun

çözümünü kolaylaştırmak için benzer soru türlerinden daha fazla çözmek ve farklı yöntemler öğrenmek gerektiğini belirtmiştir. Dokuzuncu soru için ise verilen sayıların daha basit sorulsaydı veya virgüllü yerine tam sayı çıkan bir kat ilişkisi olsaydı basitleşeceğinden bahsetmiştir. Sorularda benzer mantıkta günlük hayatta karşılaşmış olduğu durumlara “Tatile giderken benzin miktarını hesaplarken yol kilometresine göre ne kadar benzin harcayacağımıza bakıyoruz.” örneğini vermiştir. Yine sorulardaki benzer örneklerle matematik dersinde karşılaştığını belirten öğrenci altıncı sorunun test kitaplarında sıklıkla karşısına çıktığını belirtmiştir. Testteki sorular arasında bağlantı olduğunu fark ettiğini belirtmiştir. 11, 12, 13, ve 14. sorularının sözel olması yönünden benzer olduğunu ifade etmiştir. Yine diğer sorularda da benzerlik olup sadece sayıların farklı olduğundan bahsetmiştir. Sorular arasındaki farklılığı “Kimi sorular, sayılar ve işlemler kullanılarak çözülüyor; kimi sorularda ise sayılar kullanılmadan çözüm yapılabilir.” ifadeleriyle açıklamıştır. Öğrenci çözümlerine ulaşırken yöntem olarak mantık yürüttüğünü ve içler dışlar çarpımını kullandığını belirtmiştir. Soruları çözerken farklı bir yol olarak kat ilişkisini görmeye dayalı bir yoldan bahsetmiştir.

Ö7 kodlu öğrenci, oran ve orantı kavramlarının farklı kavramlar olduğunu belirtmiştir. Bunu açıklarken öğrenci “Orantı, belli oranları eşitleyip eşitliği görmektir. Oran tek bir çokluk üzerinden yapılırken, orantı birden çok çokluk arasında olur.” ifadelerine yer vermiştir. Öğrencinin konuda kavramsal bilgiye sahip olduğu anlaşılmaktadır. Günlük yaşamda bildiği örneklerle; “Örneğin, bir kalemin üretim maliyeti arttıkça fiyatı da artar.” örneğini vermiştir. Aslında öğrencinin burada verdiği örnekle doğru orantı bilgisine sahip olduğu anlaşılmaktadır. Öğrencinin test sorularını değerlendirmesi istendiğinde; birinci, ikinci, üçüncü ve dördüncü soruları ezber bir formülle bulunabilmesi bakımından daha kolay bulduğunu belirtmiştir. Kesirli sayılarda zorlandığı için 10. soruyu zor bulduğunu ifade etmiştir. Zor olarak belirttiği bu soruların çözümünü kolaylaştırmak için farklı formüller kullanmak gerektiğinden bahsetmiştir. Sorularda benzer mantıkta günlük hayatta karşılaşmış olduğu durumlara “Alış satış problemlerinde karşımıza çıkıyor.” örneğini vermiştir. Öğrenci sorulardaki benzer örneklerle farklı derslerde karşılaşmadığını belirtmiştir. Testteki soruların çoğunun benzer olduğunu, birinci, ikinci, üçüncü ve dördüncü soruların işlem benzerliği olduğunu ve 11, 12, 13 ve 14. soruların ise sayılar kullanılmadan açıklamalı olmasından dolayı benzer olduğunu

ifade etmiştir. Öğrenci sorular arasında farklılık görememiştir. Öğrenci çözümlerine ulaşırken yöntem olarak aynı formülü kullandığını ve o formülün içler dışlar çarpımı olduğunu belirtmiştir. Soruları çözerken içler dışlar çarpımında çapraz kullanılan çubukların düz olarak da kullanılabileceğinden, bunun farklı bir yol olabileceğinden bahsetmiştir. Aslında bu kısımda öğrenci ters orantı algoritması yöntemine değinmiştir.

Ö₈ kodlu öğrenci, oran ve orantı kavramlarının farklı kavramlar olduğunu belirtmiştir. Bunu açıklarken öğrenci “Oran bir sayının bir sayıya bölümüdür. Orantı ise bir sayısının bir sayıyla arasındaki katlık ilişkidir. Oran sonucu, bir şeye yakınlığı gösterir; orantı ise o şeyle aynı olduğunu gösterir.” ifadelerine yer vermiştir. Öğrenci her ne kadar farklı diyerek doğru cevap vermiş olsa da, bu konudaki sahip olduğu bilgiyi açık bir şekilde ifade edememiştir. Orantıda “çokluk” ve “eşitlik” kavramlarından daha net bir dille bahsedememiştir. Günlük yaşamda bildiği örneklere; “Örneğin, musluk problemleri, yemek problemleri olabilir. Bir kampta 15 kişi olsun o yemek onlara beş gün yetsin, zaman geçip aralarından birkaç kişi ayrıldığında o yemek kalan kişilere kaç gün yeter? tarzındaki sorular olabilir.” örneğini vermiştir. Aslında öğrencinin burada verdiği örnekle ters orantı bilgisine sahip olduğu anlaşılmaktadır. Öğrencinin test sorularını değerlendirmesi istendiğinde; doğru orantının olduğu soruların daha anlaşılır ve daha kolay bulunduğunu, bu soruların ikinci, dördüncü, beşinci, yedinci ve 10. sorular dışındaki sorular olduğunu belirtmiştir. İkinci, dördüncü, beşinci, yedinci ve 10. soruları zor bulan öğrenci, bu zorluğun sebebini ters orantının var olması ve çözümünün uğraştırıcı olmasından kaynaklı olduğunu belirtmiştir. Zor olarak belirttiği bu soruların çözümünü kolaylaştırmanın zor olduğunu düşünen öğrenci, kolay başka yöntemler denenirse çözülebilir olacağından bahsetmiştir. Sorularda benzer mantıkta günlük hayatta karşılaşmış olduğu durumlara “Bir şeyi kilogram fiyatına göre alırken kullanabiliriz. Örneğin, bir sebzenin bir kilogramı 10 TL ise yarım kilogramının ne kadar olabileceğini bulabiliriz.” örneğini vermiştir. Yine sorulardaki benzer örneklerle genel dersler çerçevesinde denemelerde karşılaştığını belirten öğrenci “Deneme sonucunda hangi yüzdelik dilimde yer aldığımı kontrol ediyorum.” ifadesine yer vermiştir. Testteki sorular arasında bağlantı olduğunu fark ettiğini belirtmiştir. Üçüncü, dördüncü ve beşinci soruların birbirine bağlı sorular olmasından ve 11, 12, 13 ve 14. soruların ise sayılar kullanılmadan açıklamalı olmasından dolayı

benzer olduğunu belirtmiştir. Sorularda, doğru orantının kullanıldığı sorular ve ters orantının kullanıldığı sorular olarak bir farklılıktan söz etmiştir. Öğrenci çözümlerine ulaşırken yöntem olarak katlık ilişki ve içler dışlar çarpımı yöntemini kullandığını belirtmiştir. Soruları çözerken yine kendi kullandığı yöntemlerden bahsederek, bunlar dışında olabilecek farklı yollardan bahsedememiştir.

Ö₉ kodlu öğrenci, oran ve orantı kavramlarının farklı kavramlar olduğunu belirtmiştir. Bunu açıklarken öğrenci “Oran, kesir şeklinde ifade ediliyordu. Orantı ise doğru ve ters orantı olmak üzere ikiye ayrılıyordu. Oran da sonuç yazılabiliyor fakat orantı da genellikle verilmeyen bir değer bulunmaya çalışılıyor.” ifadelerine yer vermiştir. Öğrencinin oran ve orantı konusunda kavramsal bilgiye sahip olduğu anlaşılmaktadır. Günlük yaşamda bildiği örneklerle; “Örneğin, beş kg patates 25 TL ise, bir kg patates beş TL olur.” örneğini vermiştir. Aslında öğrencinin burada verdiği örnekle doğru orantı bilgisine sahip olduğu anlaşılmaktadır. Öğrencinin test sorularını değerlendirmesi istendiğinde; 11, 12, 13 ve 14. soru hariç diğerlerini kolay bulduğunu, zor olarak belirttiği bu sorularda ise sayıların olmamasından kaynaklı bir zorluk olduğunu ifade etmiştir. Zor olarak belirttiği bu soruların çözümünü kolaylaştırmak için sayı verilmesi gerektiğini belirtmiştir. Sorularda benzer mantıkta günlük hayatta karşılaşmış olduğu durumlara “Taksiye bindiğimiz zaman çok uzun mesafe yol aldıysak daha fazla ücret ödüyoruz.” örneğini vermiştir. Yine sorulardaki benzer örneklerle matematik dersinde karşılaştığını belirten öğrenci “Yüzdelere, ondalık gösterimler, rasyonel sayılar, kâr zarar problemleri, yaş problemleri konularında da oran vardı.” ifadesine yer vermiştir. 11, 12, 13 ve 14. soruların bağlantılı olduğunu ifade etmiştir. Bu benzerliğin, mantık soruları olmasından ve sayılara yer verilmemesinden kaynaklı olduğunu belirtmiştir. Sorular arasındaki farklılıktan bahsetmemiştir. Öğrenci çözümlerine ulaşırken yöntem olarak içler dışlar çarpımı yöntemini kullandığını belirtmiştir. Soruları çözerken farklı bir yol olarak formül kullanma ve kısa yollardan bahsetmiştir. Soruları çözerken farklı bir yol kullanılabileceğini belirtmiş ancak bu yolların neler olabileceğinden bahsedememiştir.

Ö₁₀ kodlu öğrenci, oran ve orantı kavramlarının farklı kavramlar olduğunu belirtmiştir. Bunu açıklarken öğrenci “Oran bir şey, orantı iki şey arasında yapılan karşılaştırmadır.” ifadelerine yer vermiştir. Öğrenci her ne kadar farklı diyerek doğru cevap vermiş olsa da bu “şey” olarak belirttiği kavramı açıklayamamıştır. Bu konuda

kavramsal bilgiye sahip olup olmadığı anlaşılamamaktadır. Günlük yaşamda bildiği örneklerle; “Örneğin, bir arabanın bir yolu gitme hızı hesaplanırken kullanılabilir.” şeklinde bir örnek vermiştir. Öğrencinin test sorularını değerlendirmesi istendiğinde; birinci, ikinci, üçüncü, dördüncü, beşinci, altıncı ve yedinci soruları kısa ve anlaşılır olmasından dolayı daha kolay bulduğunu belirtmiştir. 10. soruyu zor bulan öğrenci, diğer sorulara göre daha uzun ve kafa karışıklığına yol açtığını düşünerek zor bulduğunu belirtmiştir. Zor olarak belirttiği bu sorunun çözümünü kolaylaştırmak için sorunun kısaltılması gerektiğini belirtmiştir. Sorularda benzer mantıkta günlük hayatta karşılaşmış olduğu durumlara “Araba ile çok fazla yol gittiğimizde araba lastiklerimiz daha çok yıpranıyor.” örneğini vermiştir. Yine sorulardaki benzer örneklerle fen bilgisi dersinde karşılaştığını belirten öğrenci “Hız soruları, yoğunluk sorularında karşılaştım.” ifadesine yer vermiştir. Testteki sorular arasında bağlantı olduğunu fark ettiğini belirtmiştir. Soruları genel olarak kolay bulan öğrenci, hepsinin benzer işlemlerle çözülmesi bakımından benzer olduğunu belirtmiştir. Farklılık olarak, bazı sorularda doğru orantı, bazı sorularda ters orantı olduğundan bahsetmiştir. Öğrenci çözümlerine ulaşırken yöntem olarak matematiksel işlemler, doğru orantı, ters orantı ve içler dışlar çarpımını kullandığını belirtmiştir. Soruları çözerken kullanılabilecek farklı herhangi bir yol önerememiştir.

Orta düzeyde bulunan beş öğrencinin görüşme sorularına verdikleri cevaplar incelendiğinde, hepsinin oran orantı kavramlarının farklı kavramlar olduğunu belirttiği görülmüştür. Bu farkı genel olarak doğru açıklayan öğrencilerin, oran konusunda “bölme, çokluk”; orantı konusunda “karşılaştırma, kat ilişkisi, eşitlik” gibi ifadelerle değindikleri görülmüştür. Genel olarak verilen örnekler incelendiğinde, doğru ve ters orantının bilindiği anlaşılmaktadır. Verilen örnekler; yemek tarifleri için kullanılan malzeme ölçüleri, hız soruları, alışveriş problemleri olduğu görülmüştür. Genel olarak, verilmeyeni bulmaya yönelik olan ilk soruları kolay bulduklarını belirtmişlerdir. Kolay olmasının sebebi doğru orantılı, kısa ve anlaşılır olmasına bağlanmıştır. Genel olarak, öğrenciler 10. soruyu zor bulmuşlardır. Sorunun zorluk sebepleri için, uğraştırıcı, kesirli sonuç ve uzun olmasından kaynaklı olduğu belirtilmiştir. Kolaylaştırmak için sorunun kısaltılması gerektiği veya çözüm için farklı formüller bulmak gerektiği belirtilmiştir. Benzer sorularla, genel olarak matematikteki farklı konularda, fen bilgisi dersinde karşılaşıldığı veya hiç karşılaşılmadığı cevapları verilmiştir. Çoğunlukla 11, 12, 13, ve 14. sorularının sözel,

şıklı, sayılara yer verilmemiş ve açıklamalı olması açısından birbiriyle benzer olduğunu belirtmişlerdir. Farklılık olarak sayısal değerlerin olması veya olmaması, bir soruda doğru orantı veya ters orantının olmasından bahsedilmiş, bunların yanı sıra hiçbir farklılık olmadığını belirten öğrencilerde olmuştur. Çözüm yöntemi olarak mantık, doğru orantı, ters orantı, içler dışlar çarpımı, kat ilişkisini görme yöntemlerinden bahsedilmiştir. Belirtilen bu yöntemlerin farklı bir yol olacağını söyleyen öğrencilerin yanı sıra, farklı bir yol olup bunu açıklayamayan ve farklı bir yol olmayacağını belirten öğrencilerde olmuştur. Orantısal akıl yürütme beceri düzey puanı orta öğrencilerin test sorularında yaptıkları çözümler incelendiğinde, bilinmeyen (verilmeyen) değeri bulma soru türünde daha çok içler dışlar çarpımı stratejisi kullandığı; ters orantı soru türünde ters orantı algoritması stratejisinin yanı sıra denk kesir ve içler dışlar çarpımı strateji kullanıldığı; niceliksel karşılaştırma gerektiren soru türünde değişim çarpanı stratejisi, niteliksel karşılaştırma gerektiren soru türünde genel olarak sorunun aynısını açıklama olarak yazdıkları; orantısal durum içermeden karşılaştırma gerektiren soru türünde içler dışlar çarpımı ve denk kesir stratejisi kullandıkları görülmüştür.

4.3.3. Yüksek düzeyde bulunan öğrencilerin görüşme sorularına verdikleri cevap analizleri

Araştırmada 42-56 puan aralığında alarak yüksek düzeyde değerlendirilen beş öğrenci rastgele $\bar{O}_{11}$, $\bar{O}_{12}$, $\bar{O}_{13}$, $\bar{O}_{14}$, $\bar{O}_{15}$ kodlarıyla isimlendirilerek analiz edilmiştir. Öğrencilerin oran orantı konusundaki kavramsal bilgileri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Cevaplar arasındaki benzerlik ve farklılıklar değerlendirilmiştir.

$\bar{O}_{11}$ kodlu öğrenci, oran ve orantı kavramlarının farklı kavramlar olduğunu belirtmiştir. Bunu açıklarken öğrenci “Farklıdır. Çünkü orantı orana bağlı değişir. Oran, bir sayının aynı şekilde artıp azalması, orantı ise orana bağlı değişen şeydir. Oran iki sayıyla ifade edilirken, orantı iki oran ile ifade edilir.” ifadelerine yer vermiştir. Öğrencinin oranda bahsettiği artış azalış durumunun, doğru ve ters orantı belirlemek için çokluklar arasındaki ilişki olduğu düşünülmektedir. Günlük yaşamda bildiği örneklerle; “Örneğin, bir kamptaki izci sayısının arttıkça, onlara yetecek yemek miktarının azalması; bir başka örnek ise, kalem aldığımızda kalem sayısı arttıkça ücretinin de artması” şeklinde açıklamıştır. Aslında öğrencinin burada verdiği örneklerle doğru ve ters orantı bilgisine sahip olduğu anlaşılmaktadır.

Öğrencinin test sorularını değerlendirmesi istendiğinde; 10. soru hariç diğer soruların kolay olduğu belirten öğrenci diğer soruları anladığını ifade etmiştir. 10. soruyu anlamadığı için zor bulduğunu ve oran kuramadığını belirtmiştir. Zor olarak belirttiği bu sorunun çözümünü kolaylaştırmak için bu sorunun daha açık bir dille ifade edilmesi gerektiğini belirtmiştir. Sorularda benzer mantıkta günlük hayatta karşılaşmış olduğu durumlara “Sınıfımızdaki kız ve erkek öğrenci sayılarını oranlayarak, kimin sayısının fazla olduğu belirtilmiş oluyor.” örneğini vermiştir. Yine sorulardaki benzer örneklerle fen bilgisi dersinde karşılaştığını belirten öğrenci “Fen bilgisi dersinde, sürat arttıkça varış süresi azalıyor.” örneğine yer vermiştir. Testteki sorular arasında bağlantı olduğunu fark ettiğini belirtmiştir. Öğrenci niteliksel karşılaştırma gerektiren 11, 12, 13, 14. soruların mantık olarak, sözel, şıklı olması bakımından birbirine benzer olduklarını, diğer soruların farklı olduklarını belirtmiştir. Öğrenci çözümlerine ulaşırken yöntem olarak “Birbirinin katı değilse içler dışlar çarpımı yaptım. Katıysa bilinmeyen sonucunu o şekilde buldum. Çünkü daha kolay ve daha kısa bir yol.” demiştir. Soruları çözerken daha farklı yollar kullanılabileceğini belirtmiş fakat bu yollara değinememiştir.

Ö₁₂ kodlu öğrenci, oran ve orantı kavramlarının farklı kavramlar olduğunu belirtmiştir. Bunu açıklarken öğrenci “Farklıdır. Oran iki birim arasındaki çarpma ve bölme işlemleri ile kurulan ilişki, orantı ise farklı iki birimler arasındaki ilişki durumunun eşitliğidir.” ifadelerine yer vermiştir. Öğrenci, farklı diyerek doğru cevap vermiştir ve bu konuda kavramsal bilgiye sahip olduğu anlaşılmaktadır. Günlük yaşamda bildiği örneklerle; “Örneğin, 100 top 1050 TL ise, bir top ne kadardır? veya bir ekmeğin fiyatını öğrendiğimizde kaç ekmek alacağımıza bağlı olarak fiyatın ne kadar tutacağını bilebiliriz.” şeklinde örnekler vermiştir. Öğrencinin burada verdiği örneklerle, birim kesri buldurmaya çalışılan örneklerle sıkça karşılaştığı görülmektedir. Öğrencinin test sorularını değerlendirmesi istendiğinde; ikinci ve yedinci soru hariç diğer soruların kolay olduğunu belirten öğrenci diğer soruların mantığını kavradığını ifade etmiştir. İkinci ve yedinci soruları ise anlamakta güçlük çektiğini ve çözümlerini bulmada zorlandığını belirtmiştir. Zor olarak belirttiği bu soruların çözümünün kolaylaştırılamayacağını çünkü kolaylaştırılırsa sorunun bir amacının kalmayacağını, öğrenciyi düşündürmeye sevk edemeyeceğini belirtmiştir. Sorularda benzer mantıkta günlük hayatta karşılaşmış olduğu durumlara “Örneğin, evimize halı alırken kısa ve uzun kenarı oranlanarak bu orana uygun halı alıyoruz.”

örneğini vermiştir. “Gerçek hayatta bu örneklerle karşılaşırsam kendim çözmeye çalışırım veya bir ebeveynimden yardım alırdım.” cevabını eklemiştir. Yine sorulardaki benzer örneklerle sosyal bilgiler dersi ödevini yapmak için, incelediği haritalarda karşılaştığını belirten öğrenci “Haritalarda kullanılan ölçekler oranı ifade ediyordu.” demiştir. Testteki soruların orta düzeyde olduğunu belirten öğrenci, soruların hepsinin oran orantı konusu olması bakımından benzer olduğunu belirtmiştir. Doğru orantı ile çözebilecek ikinci soru ve ters orantı ile çözülebilecek yedinci sorunun da farklı olduğunu belirtmiştir. Öğrenci çözümlerine ulaşırken yöntem olarak doğru ve ters orantı yöntemini kullandığını, bunun yanı sıra şekil çizip soruyu anlamlandırmaya çalıştığını, bazı sorularda ise sayısal değerleri kendisinin verdiğini ifade ederek bu sayede soruların çözümüne ulaşabildiğini belirtmiştir. Soruları çözerken farklı bir yol kullanılabileceğini, bir sorunun birden fazla çözümünün olabileceğini belirtmiş fakat bu yollara değinememiştir.

Ö₁₃ kodlu öğrenci, oran ve orantı kavramlarının farklı kavramlar olduğunu belirtmiştir. Bunu açıklarken öğrenci “Oran, iki şeyin karşılaştırılması; orantı ise iki oranın karşılaştırılmasıdır.” ifadelerine yer vermiştir. Öğrenci farklı diyerek doğru cevap vermiştir ve açıklamasıyla oran orantı bilgisine sahip olduğu anlaşılmaktadır. Günlük yaşamda bildiği örneklerle; “İşçi ve çalışma günleri, telefon şarjı ve kalan süre oranları, yemek tariflerinde örneğin bir bardak pirince iki bardak su eklemek” örneklerini verdiği görülmüştür. Öğrencinin test sorularını değerlendirmesi istendiğinde; 10 ve 12. soru hariç diğer soruların kolay olduğu belirten öğrenci genel olarak soruların kısa ve anlaşılır olması sebebiyle kolay olduğunu ifade etmiştir. 10. sorunun yeni nesil tarzında, düşünmeye dayalı, zorlayıcı, anlaşılması güç bir soru olduğunu ve 12. soruyu ise açıklamada güçlük çekmesi bakımından zorlayıcı olduğunu belirtmiştir. Zor olarak belirttiği bu soruların çözümünü kolaylaştırmak için 10. sorunun daha kısa olması, 12. soruda da sayı verilmesi gerektiğini belirtmiştir. Sorularda benzer mantıkta günlük hayatta karşılaşmış olduğu durumlara “Örneğin, 12. sorudaki gibi çaya daha çok şeker attığım zaman çok tatlı oluyor” örneğini vermiştir. Yine sorulardaki benzer örneklerle fen bilgisi dersinde karşılaştığını belirten öğrenci “Oran kavramıyla araba sürati bulunurken, aldığı yol/geçen süre işlemleri yaparken karşılaştık.” ifadesine yer vermiştir. Soruları güzel bulduğunu ifade eden öğrenci, sorular arasında farklılık olduğunu, bu farklılıkların sebebini ise “Bazı sorular ters orantı bazıları doğru orantılı, bazı sorular işlemli, bazı

sorular açıklamalı” şeklinde ifade etmiştir. Öğrenci çözümlerine ulaşırken yöntem olarak kesir genişletmesi ve içler dışlar çarpımını kullandığını belirtmiştir. Soruları çözerken farklı bir yol olarak çarpma ve bölme de yapılabileceğini, bu durumun farklı bir yol olarak kullanılabileceğini ifade etmiştir.

Ö₁₄ kodlu öğrenci, oran ve orantı kavramlarının farklı kavramlar olduğunu belirtmiştir. Bunu açıklarken öğrenci “Oran, bir sayının başka bir sayıya bölünüp, sonucun bulunmasıdır. Orantı ise bir orandaki sayıların orantı sabitinin bulunarak belirtilmesidir.” ifadelerine yer vermiştir. Öğrenci farklı diyerek doğru cevap vermiştir ve açıklamasıyla oran orantı bilgisine sahip olduğu anlaşılmaktadır. Günlük yaşamda bildiği örneklerle; “Örneğin, anne ve babalarımızın bir şey alırken fiyatı ve gramı oranlayarak en uygun fiyatlı olanı alması veya bir başka örnek işçilerin bir duvarı örme süresi” şeklinde açıklamıştır. Aslında öğrencinin burada verdiği örneklerle doğru ve ters orantı bilgisine sahip olduğu anlaşılmaktadır. Öğrencinin test sorularını değerlendirmesi istendiğinde; 11, 12, 13 ve 14. soru hariç diğer soruların kolay olduğunu belirten öğrenci genel olarak anlaşılır ve sayıların soruda verilmesi sebebiyle kolay olduğunu ifade etmiştir. Niteliksel karşılaştırma gerektiren 11, 12, 13 ve 14. sorularda ise sayıların verilmemesi ve sözel olması sebebiyle zorlandığını ifade etmiştir. Zor olarak belirttiği bu soruların çözümünü kolaylaştırmak için soruda sayıların verilmesi gerektiğini belirtmiştir. “Sorularda üç bilinmeyen varsa, iki tanesini verip bir tanesini bulmamız istenseydi daha kolay olabilirdi.” ifadelerine yer vermiştir. Sorularda benzer mantıkta günlük hayatta karşılaşmış olduğu durumlara “Markette ve alışveriş merkezlerinde özellikle indirim yüzdesini verince yeni fiyatı hesaplarken karşılaşıyorum ve işlemleri zihinden kendim yapmaya çalışıyorum.” ifadesine yer vermiştir. Üçüncü, dördüncü ve beşinci soruların kendi içerisinde bir bağlılık olmasından dolayı ve 11, 12, 13 ve 14. sorularının ise sözel sorular olmasından dolayı bağlantılı olduğunu ifade etmiştir. Diğer soruların ise birbirinden farklı olduğunu belirtmesine rağmen bu farklılığı açıkça ifade edemediği görülmüştür. Öğrenci çözümlerine ulaşırken yöntem olarak doğru orantıda ters çarpım, ters orantıda düz çarpım yaptığını ve içler dışlar çarpımı yöntemini kullandığını belirtmiştir. Soruları çözerken farklı bir yol olarak kesir biçiminde yazılıp kat ilişkisinin de görülebileceğini belirtmiştir.

Ö₁₅ kodlu öğrenci, oran ve orantı kavramlarının farklı kavramlar olduğunu belirtmiştir. Bunu açıklarken öğrenci “Oran, bir sayının diğer sayıya bölümü; orantı

ise iki sayının birbirine bölüm durumlarının karşılaştırılmasıdır.” ifadelerine yer vermiştir. Öğrenci farklı diyerek doğru cevap vermiştir ve açıklamasıyla oran orantı bilgisine sahip olduğu anlaşılmaktadır. Günlük yaşamda bildiği örneklerle; “Örneğin, dilimli kek ve pasta oranları, paylaşırma problemleri, musluk problemleri, sayı arttıkça fiyatın da artışı” şeklinde örnekler vermiştir. Aslında öğrencinin burada verdiği örneklerle doğru ve ters orantı bilgisine sahip olduğu anlaşılmaktadır. Öğrencinin test sorularını değerlendirmesi istendiğinde; 10. Soru hariç diğer soruları daha kısa ve daha kolay bulduğunu, 10. sorunun ise uzun ve kafa karıştırıcı olmasından dolayı zor bulduğunu belirtmiştir. Zor olarak belirttiği bu sorunun çözümünü kolaylaştırmak için soruyu kısaltmak gerektiğini belirtmiştir. Sorularda benzer mantıkta günlük hayatta karşılaşmış olduğu durumlara “Bir elin nesi var iki elin sesi var, atasözündeki gibi herhangi zorlanacağımı düşündüğüm bir işte birinden yardım istiyorum ve yardımıyla beraber o işi kendi tek başıma yapacağım süreden daha kısa bir zamanda halletmiş oluyorum.” ifadelerine yer vermiştir. Yine sorulardaki benzer örneklerle fen bilgisi dersinde karşılaştığını belirten öğrenci “Fen bilgisi dersinde iş konusunda karşılaşmıştık. Bu derste de rasyonel sayılarla da karşılaşabiliyoruz.” cevabını vermiştir. Testteki sorular arasında bağlantı olduğunu fark ettiğini belirtmiştir. Hepsinin oran orantı konusu sorusu olması bakımından benzer olduklarını ifade etmiş, sorularda herhangi bir farklılık durumu belirtmemiştir. Öğrenci çözümlerine ulaşırken yöntem olarak kat ilişkisini ve içler dışlar çarpımı yöntemini kullandığını, bu sayede sonuca daha kolay ulaştığını ve hatasını daha rahat bir şekilde görebildiğini belirtmiştir. Soruları çözerken kullandığı yöntemler olan kat ilişkisi ve içler dışlar çarpımı yöntemini farklı bir yol olarak belirtmiştir.

Yüksek düzeyde bulunan beş öğrencinin görüşme sorularına verdikleri cevaplar incelendiğinde, hepsinin oran orantı kavramlarının farklı kavramlar olduğunu belirttiği görülmüştür. Bu farkı genel olarak doğru açıklayan öğrencilerin, oran konusunda “bölme, çokluk”; orantı konusunda “karşılaştırma, birim, orantı sabiti, kat ilişkisi, eşitlik” gibi ifadelerle değindikleri görülmüştür. Genel olarak verilen örnekler incelendiğinde, doğru ve ters orantının bilindiği anlaşılmaktadır. Verilen örnekler; yemek tarifleri için kullanılan malzeme ölçüleri, paylaşırma soruları, alışveriş ve işçi problemleri olduğu görülmüştür. Genel olarak, verilmeyeni bulmaya yönelik olan ilk soruları kolay bulduklarını belirtmişlerdir. Kolay olmasının

sebebi doğru orantılı, kısa ve anlaşılır olmasına bağlanmıştır. Genel olarak, öğrenciler 10, 11, 12, 13 ve 14. soruları zor bulmuşlardır. Sorunun zorluk sebepleri için, zaman alıcı, karışık, uzun ve sayısal değerlerin olmamasından kaynaklı olduğu belirtilmiştir. Kolaylaştırmak için sorunun kısaltılması gerektiği veya sayısal değerlerin verilmesi gerektiği belirtilmiştir. Benzer sorularla karşılaşılan derslere, genel olarak fen bilgisi dersi denmesinin yanı sıra sosyal bilgiler (harita ölçekleri konusunda) dersindeki örneklerine de değinilmiştir. Genel olarak konunun oran orantı olması bakımından birbirleriyle benzer olduklarını, doğru orantı veya ters orantının kullanılıyor olması bakımından da farklılık olduğunu belirtmişlerdir. Çözüm yöntemi olarak doğru orantı, ters orantı, içler dışlar çarpımı, kat ilişkisini görme yöntemlerinden bahsedilmiştir. Belirtilen bu yöntemlerin farklı bir yol olacağını söyleyen öğrencilerin yanı sıra, farklı bir yol olup bunu açıklayamayan ve farklı bir yol olmayacağını belirten öğrencilerde olmuştur. Orantısal akıl yürütme beceri düzey puanı yüksek öğrencilerin test sorularında yaptıkları çözümler incelendiğinde, bilinmeyen (verilmeyen) değeri bulma soru türünde denk kesir ve içler dışlar çarpımı stratejisi, ters orantı soru türünde ters orantı algoritması stratejisi, niceliksel karşılaştırma gerektiren soru türünde değişim çarpanı stratejisi, niteliksel karşılaştırma gerektiren soru türünde şekil çizme ve sayısal örnek vermeye başvurdukları, orantısal durum içermeden karşılaştırma gerektiren soru türünde denk kesir stratejisi kullandıkları görülmüştür.

Özetle; düşük, orta ve yüksek düzeyde yer alan öğrenci görüşleri incelendiğinde, öğrencilerin oran ve orantı kavramlarını anlamlandırıp farkını açıklayabildikleri, günlük hayattan örnekler verebildikleri ve bu örneklerin genel olarak yemek, alışveriş, hız ve işçi problemleri olduğu görülmüştür. Kimi öğrenci işlemsel soruları daha kolay bulmuş ancak niteliksel karşılaştırmalar gerektiren sorularda zorlanmıştır. Bu durum, öğrencilerin daha çok işlemsel bilgiye odaklandıklarını ve kavramsal anlamada eksiklikleri olduğunu göstermektedir. Kimi öğrenci ise niteliksel karşılaştırma gerektiren soruları daha kolay bulmuş ancak işlem gerektiren sorularda zorlanmıştır. Özellikle genel olarak öğrencilerin 10. soruda zorlandıklarını ifade ettikleri görülmüştür. Zor buldukları sorulara göre kolaylaştırmak için farklı öneriler sunmuşlardır. Sorular arasındaki benzerlikleri kolay ifade etmelerine rağmen bazı öğrencilerin farklılıkları belirlemede ve açıklamada zorlandıkları görülmüştür. Benzer sorularla genel olarak çoğu öğrenci

fen bilgisi dersinde karşılaştığından bahsetmiştir. Çoğunlukla üçüncü, dördüncü ve beşinci soruların kendi aralarında; 11, 12, 13 ve 14. soruların ise kendi aralarında benzer olduğundan bahsedilmiştir. Çözüm yöntemi olarak “içler dışlar çarpımı” doğru strateji olarak tespit edilmiş olsa da alanyazın dışında yer alan “doğru orantı, ters orantı, kat ilişkisi, sözel açıklamalar, sayısal değer vermeler, çizim ve mantığın” yöntem olduğu da söylenmiştir. Alanyazında yer alan denk kesir stratejisi yerine “kat ilişkisi yöntemi”, ters orantı algoritması stratejisi yerine de “ters orantı yöntemi” şeklinde ifadeler kullanılmıştır. Düzey değiştikçe test sorularında kullanılan stratejilerin de bazı soru türlerinde değiştiği görülmüştür. Düzey arttıkça ters orantı soru türünde doğru cevaba ulaştıran ters orantı algoritması stratejisinin kullanım sıklığının arttığı ve niteliksel karşılaştırma gerektiren soru çözümlerinde şekil ve sayısal örneklere başvurma miktarının fazlalaştığı görülmüştür.

BÖLÜM V

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1. Tartışma ve Sonuçlar

Çalışmanın bu bölümünde bulgular ışığında ortaya çıkarılan sonuçlara yer verilmiştir. Ayrıca bunun yanı sıra, yapılan bu çalışmanın mevcut çalışmalarla olan benzer ve farklı yönlerine değinilmiştir. Çalışmanın alanyazınına olan katkısı vurgulanmış ve en son, yapılacak daha sonraki çalışmalar için öneriler sunulmuştur.

Öğrencilerin ilk durum aşamasında bulunduğu düzey tespit edilirken, öğrencilerin daha çok 28-41 puan arasında alarak orta düzeyde yer aldıkları görülmüştür. Düşük ve orta düzeyde bulunan öğrenci sayılarının yakın sayıda olduğu tespit edilmiştir. Pakmak (2014), 6. sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmada da orta düzeyde bulunan öğrenci sayısını fazla bulmuştur. Bu sonuçlara bakıldığında öğrencilerin orantısal düşünme becerilerinin çok iyi ya da çok kötü olmadığı söylenebilir. Sınıf seviyesi arttıkça orantısal düşünme becerisinde artış olduğunu gösteren çalışmalar mevcuttur (Karacaköylü, 2021; Nemutlu İnanır, 2019; Özen Yılmaz, 2019). Bu çalışmada yedinci sınıf öğrencilerin genellikle orta düzey beceride yer alması literatürle benzerlik göstermesi olarak ele alınabilir. Buna rağmen sınıf seviyesi arttıkça bu becerilerin azaldığını gösteren çalışmalar da mevcuttur (Cramer ve Post, 1993; Öz, 2020). Öğrencilerin sınıf seviyesi arttıkça orantısal düşünme becerilerindeki artışın, oran ve orantı konusunun 6. ve özellikle 7. sınıfta daha çok eklemeler yapıp, üzerinde durularak anlatılmasından kaynaklı olabileceği söylenebilir.

Tablo 15 incelenip, öğrencilerin ilk aşamada kullandıkları stratejilerde genel bir değerlendirme yapıldığında, her soru türünde belirgin olmayan çözüm stratejilerinin olduğu, alanyazında bahsedilen stratejiler içerisinde içler dışlar çarpımı stratejisinin sık kullanıldığı, duygusal cevap verme stratejisine çok başvurulmadığı görülmüştür. Bu sonuç önceki çalışmalardan elde edilen sonuçlar ile tutarlılık sergilemektedir. İçler dışlar çarpımının öğrenciler tarafından çok fazla

tercih edildiğini gösteren çalışmalar mevcuttur (Akkuş ve Duatepe, 2002; Avcu, 2010; Bal İncebacak ve Ersoy, 2016; Cramer ve Post, 1993; Duatepe, Akkuş Çıkla ve Kayhan, 2005; Kahraman, Kul ve Aydoğdu İskenderoğlu, 2019; Kayhan, 2005; Özen Yılmaz, 2019). Bu sonuçtan farklı olarak Yazıcı (2023) çalışmasında, öğrencilerin birim oran stratejisini daha çok tercih ettiklerini ortaya koymuştur.

Öğrencilerin cevaplarında görülen farklı birimli iki çokluk arasındaki kat ilişkisi ve “kat” sözcüğü soruda denk kesir stratejisi kullanıldığının, benzer çoklukların alt alta yazılıp, içler dışlar çarpımı oklarının gösterilmesi ve çapraz çarpımın öğrenciler tarafından kullanılması soruda içler dışlar çarpımı stratejisi kullanıldığının, düz uzatılan oklar ve yan yana olan sayıları çarparak bir eşitlik yazmak soruda ters orantı algoritması stratejisi kullanıldığının; kendine ait olan, mantığa dayanmayan, yetersiz açıklama ve öznel yorumlamalar soruda duygusal cevap verme stratejisi kullanıldığının; herhangi bir çokluğun sayısal değeri eşitlendikten sonra diğer çokluğun sayısal değerleri arasında yapılan karşılaştırma, soruda değişim çarpanı stratejisi kullanıldığının; öğrencilerin soruda verilen çokluklardan birini ihmal etmesi ve bunu göz ardı edip, diğer çokluğa odaklanarak soruyu çözmeleri veri ihmali yapıldığının; öğrencilerin oranlar arasında “farkı”, “toplamı”, “eksiği”, “fazlası” ifadelerini kullanması toplamsal ilişki stratejisi kullanıldığının göstergesidir. Alanyazında bahsedilen bu stratejilere yönelik öğrenci cevaplarında da bu ipuçlarına rastlanılmıştır. Bunların dışında alanyazında yer almayan, şekil çizme ve sayısal örnek vermeye başvuran öğrenciler olduğu da görülmüştür. Bu duruma daha çok niteliksel karşılaştırma gerektiren sorularda rastlanılmıştır. Öğrencilerin bu çalışmada bu tarz soruları daha çok cevaplandığı ve doğru cevap yüzdesinin fazla olduğu görülmüştür. Bunun sebebinin açıklama isteyen, sözel, mantıksal, işarete dayalı sorular olmasından kaynaklı olduğu düşünülmektedir.

Soru türlerine bağlı kullanılan stratejilerin nasıl değiştiği Tablo 15’de incelendiğinde, genel olarak bilinmeyen (verilmeyen) değeri bulma soru türünde denk kesir ve içler dışlar çarpımı stratejisi, ters orantı soru türünde ters orantı algoritması stratejisi, niceliksel karşılaştırma gerektiren soru türünde birim oran ve değişim çarpanı stratejisi, niteliksel karşılaştırma gerektiren soru türünde veri ihmali ve değişim çarpanı stratejisi, orantısız durum içermeyen karşılaştırma gerektiren soru türünde denk kesir stratejisi öğrenciler tarafından tercih edilmektedir. Soru türlerine

göre en çok kullandıkları stratejilerin değiştiği görülmüştür. Farklılaşan soru türlerine göre farklı stratejilerin öne çıktığı görülmektedir. Karaboğaz (2023) çalışmasında, beceri temelli testte deney ve kontrol grubu öğrencilerinin bilinmeyen değeri bulma problem türünde en çok içler dışlar çarpımı stratejisini, ters orantı türündeki problemlerde ise en çok ters orantı algoritma stratejisini kullandıklarını ortaya koymuştur. Bu çalışma ile benzer sonuç elde etmiştir. Pakmak (2014) çalışmasında ise nitel soru tarzlarında en sık ters orantı algoritması, nicel soru tarzlarında en sık birim oran stratejisi kullanıldığını belirtmiştir.

Soru türlerinde işlem hatalarına ve herhangi bir yanlışa yer verilmeden doğru şekilde kullanılan duygusal cevap verme, toplamsal ilişki, veri ihmal, sayıları kullanma ve içerik yok stratejilerinin öğrencileri yanlış cevaplara ulaştırdıkları görülmüştür. Çomruk (2018), materyal kullanmadan önce öğrencilerde benzer hatalı stratejilerin var olduğundan bahsetmiştir. Karlı (2019), çalışmasında yine benzer hataları görmüş ve değinmiştir. Bunların yanı sıra bu çalışmada ters orantı algoritması stratejisinin doğru orantı gerektiren soru türlerinde kullanıldığı zaman yanlış cevaba ulaştırdığı fark edilmiştir. Bu stratejileri kullanıp doğru cevaba ulaşan öğrencilerin buldukları sonucun doğruluğunun tesadüfi bir şekilde doğru olduğu ortaya çıkarılmıştır. Özellikle şıklı olan niteliksel karşılaştırma gerektiren sorular da öğrencilerin sadece doğru şıkkı işaretleme ile doğru cevaba kolayca ulaştığı görülmüştür. Bu tarz durumlarda öğrencilerin konu ile ilgili kavramsal bilgiye sahip olup olmama durumu çok fazla anlaşılamamıştır.

Alanyazında kullanımı uygun olarak verilen stratejilerin doğru kullanıldığı zaman bile, doğru cevaptan uzaklaştırıp yanlış cevaba ulaştırdığı sorularda görülmüştür. Bu sorular ters orantı türündeki yedinci soru ve orantısal durum içermeyen soru türündeki 15. sorudur. Genel olarak yedinci soruda ters orantı algoritması stratejisinin, 15. soruda toplamsal ilişki stratejisinin doğru bir şekilde kullanıldığı zaman doğru cevaba ulaştırdığı fark edilmiştir. Doğru orantı olan sorularda hatalı strateji olarak geçen ters orantı stratejisi bu ters orantı gerektiren soru türleri için doğru bir kullanım stratejisi olduğu fark edilmiştir. Orantısal durum içeren sorularda hatalı strateji olarak geçen toplamsal ilişki stratejisi de orantısal durum içermeyen karşılaştırma gerektiren soru türleri için doğru bir kullanım stratejisi olduğu fark edilmiştir.

İkinci durum çalışmasında orantısal akıl yürütme beceri düzey puanı düşük öğrencilerin, bilinmeyen (verilmeyen) değeri bulma soru türünde denk kesir ve içler dışlar çarpımı stratejisinin yanı sıra toplamsal ilişki stratejisi kullandığı; ters orantı soru türünün boş bırakıldığı ya da belirgin bir stratejinin olmadığı; niceliksel karşılaştırma gerektiren soru türünde birim oran stratejisi; niteliksel karşılaştırma gerektiren soru türünde genel olarak sorunun aynısını açıklama olarak yazdıkları ve az da olsa bazılarının şekil çizme ve sayısal örnek vermeye başvurdukları; orantısal durum içermeden karşılaştırma gerektiren soru türünde denk kesir stratejisi kullandıkları görülmüştür. Orantısal akıl yürütme beceri düzey puanı orta öğrencilerin, bilinmeyen (verilmeyen) değeri bulma soru türünde daha çok içler dışlar çarpımı stratejisi kullandığı; ters orantı soru türünde ters orantı algoritması stratejisinin yanı sıra denk kesir ve içler dışlar çarpımı strateji kullanıldığı; niceliksel karşılaştırma gerektiren soru türünde değişim çarpanı stratejisi, niteliksel karşılaştırma gerektiren soru türünde genel olarak sorunun aynısını açıklama olarak yazdıkları; orantısal durum içermeden karşılaştırma gerektiren soru türünde içler dışlar çarpımı ve denk kesir stratejisi kullandıkları görülmüştür. Orantısal akıl yürütme beceri düzey puanı yüksek öğrencilerin, bilinmeyen (verilmeyen) değeri bulma soru türünde denk kesir ve içler dışlar çarpımı stratejisi, ters orantı soru türünde ters orantı algoritması stratejisi, niceliksel karşılaştırma gerektiren soru türünde değişim çarpanı stratejisi, niteliksel karşılaştırma gerektiren soru türünde şekil çizme ve sayısal örnek vermeye başvurdukları, orantısal durum içermeden karşılaştırma gerektiren soru türünde denk kesir stratejisi kullandıkları görülmüştür. Düzey değiştikçe test sorularında kullanılan stratejilerin de bazı soru türlerinde değiştiği görülmüştür. Düzey arttıkça ters orantı soru türünde doğru cevaba ulaştıran ters orantı algoritması stratejisinin kullanım sıklığının arttığı ve niteliksel karşılaştırma gerektiren soru çözümlerinde şekil ve sayısal örneklere başvurma miktarının fazlaştığı görülmüştür. Çalışmanın ikinci aşamasında gerçekleştirilen görüşme sorularında öğrencilerin genel olarak oran orantı, doğru orantı ve ters orantı kavramsal bilgisine hakim oldukları görülmüştür. Düşük, orta ve yüksek düzeyde yer alan öğrencilerin oran ve orantı kavramlarını anlamlandırıp farkını açıklayabildikleri, günlük hayattan örnekler verebildikleri ve bu örneklerin genel olarak yemek, alışveriş, hız ve işçi problemleri olduğu görülmüştür. Çalışma, öğrencilerin kavramsal bilgiye sahip olduğunu gösteren çalışmalarla benzerdir (Arıcan, 2020;

Boyacı, 2019). Fakat öğrencilerin oran orantı konusunda yer alan kavramları anlamakta ve kullanmakta zorlandıklarını ifade eden çalışmalarda alanyazınında mevcuttur (Karlı, 2019).

Yapılan görüşmelerde özellikle genel olarak öğrencilerin 10. soruda zorlandıklarını ifade ettikleri görülmüştür. Zor buldukları sorulara göre kolaylaştırmak için farklı öneriler sunmuşlardır. Sorular arasındaki benzerlikleri kolay ifade etmelerine rağmen bazı öğrencilerin farklılıkları belirlemede ve açıklamada zorlandıkları görülmüştür. Benzer sorularla genel olarak çoğu öğrenci fen bilgisi dersinde karşılaştığından bahsetmiştir. Çoğunlukla üçüncü, dördüncü ve beşinci soruların kendi aralarında; 11, 12, 13 ve 14. soruların ise kendi aralarında benzer olduğundan bahsedilmiştir. Çözüm yöntemi olarak “içler dışlar çarpımı” doğru strateji olarak tespit edilmiş olsa da alanyazın dışında yer alan “doğru orantı, ters orantı, kat ilişkisi, sözel açıklamalar, sayısal değer vermeler, çizim ve mantığın” yöntem olduğu da söylenmiştir. Düzey arttıkça ters orantı soru türünde doğru cevaba ulaştıran ters orantı algoritması stratejisinin kullanım sıklığının arttığı ve niteliksel karşılaştırma gerektiren soru çözümlerinde şekil ve sayısal örneklere başvurma miktarının fazlaştığı görülmüştür.

Öğrencilerin çarpımsal ilişki yerine toplamsal ilişki kullandıkları, bu iki farklı ilişki durumunu ayırt etmede zorlandıkları görülmüştür (Kahraman, Kul ve Aydoğdu İskenderoğlu, 2019; Pakmak, 2014). Toplamsal ilişki gerektirdiği halde, dış görünüş olarak içler-dışlar çarpımı sorularına benzeyen sorularda ise, doğru cevap toplamsal ilişki stratejisi kullanılarak bulunsa bile, bazı öğrenciler alışkanlıklarından dolayı içler dışlar çarpımı stratejisini kullanmaya devam etmişlerdir. Bu durum, öğrencilerin bu yöntemle daha aşina olduklarını bir kez daha ortaya koymaktadır. Bu stratejinin, kavramsal bilgidan çok işlemsel bilgi alışkanlığından kaynaklı, ezbere dayalı olmasından bahsedilmiştir (Karacaköylü, 2021). Öğrenciler orantısal durum gerektirmeyen soruda orantısallık var gibi düşünerek çarpımsal ilişki kullanmışlardır. Çalışmadaki bu sonuç, öğrencilerin orantısal olan ve olmayan durumları ayırt ederken zorlandığını gösteren çalışmalarla paralellik göstermektedir (Karlı, 2019; Modestou ve Gagatsis, 2009; Toluk Uçar ve Bozkuş, 2016).

Akar (2009), öğrencilerin orantılı akıl yürütmede yaşadıkları zorlukların ve kavram yanlışlarının sebeplerinden birinin öğrencilerin nitel ve nicel muhakeme becerilerini yeterince geliştirmemiş olmalarından bahseder. Öğrencilerin

zorlandıkları bu konuları fark edebilmek ve onlara yardımcı olmak adına, öğretmenlerle bu zorlukların ne olduğunu tanımlayacak durumların sağlanması gerçekleştirilmelidir (Özen Yılmaz, 2019). Öğrencilerin yanı sıra öğretmenlerinde bu konudaki farkındalıklarının arttırılması gerekmektedir. Çünkü öğretmenlerinde oran orantı konusunda istenen düzeyde yer almadığını gösteren çalışmalar mevcuttur (Kırnap Dönmez, 2014; Öz 2020). Bunlar dışında zorlanan konularla ilgili başka çalışmalarda öneriler sunulmuştur. Çomruk (2018) çalışmasında materyal kullanıldıktan sonra öğrencilerde hatalı strateji kullanımının azaldığını ortaya koymuştur. Karlı (2019), günlük yaşam durumları içeren sorularda öğrencilerin daha az yanlış yaptığından ve o soruları daha kolay anlamlandırabildiklerinden bahsetmiştir. Öğretmenlerin günlük yaşam problemleri üzerinde daha sık durması konunun daha iyi anlaşılması açısından önemlidir.

Ezber ve kolayca kaçan bazı öğrencilerde, sorularda bazı stratejiler kullanılırken seçici davranışlarda bulunulduğu görülmüştür. Kayhan (2005) çalışmasında, iki ana başlıktan biri olan dış etkenler içerisinde açıkladığı problemin yapısı alt başlığında sayılar arasında kat ilişkisi bulunması ve sayıların büyük ya da küçük olması konularına yer vermiştir. Bu çalışmada da kat ilişkisinin tam sayı olduğunu fark eden öğrenciler çokluklar arasında karşılaştırma yaparken de kat ilişkisi tam sayı olan çoklukları göz önünde bulundurmushlardır. Kat ilişkisini gören öğrencilerin denk kesir stratejisini daha çok tercih ettikleri görülmüştür.

Umay ve Kaf (2005), kitaplarda farklı soru çeşidi ile karşılaşmadıkları için öğrencilerin soru çeşidi görmediğinden bahsetmiştir. Öğrencilerin alışkın olmadığı tarzda sorularla karşılaşınca soruyu nasıl çözmeleri gerektiğini bilmedikleri fark edilmiştir. Bu durum çalışmada özellikle niteliksel karşılaştırma gerektiren soru türlerinde belirgin bir strateji kullanılmama sıklığından anlaşılmaktadır. Sorularda genellikle sayı verilir, işlemsel bilgisi üzerine gidilmesi istenen örneklerle karşılaşıldığından, yorumlama istenip, kavramsal bilgiyi ölçen, sayıların verilmediği sorularda açık bir düşünce belirtilemediği görülmüştür. Benzer durum örneğini dört sayı değerinin verildiği niceliksel karşılaştırma gerektiren soru tarzı içinde verebiliriz. Genel olarak üç sayı verilir dördüncü sayının bulunması istenen verilmeyen soru türleriyle fazla karşılaşan öğrencilerin, niceliksel karşılaştırma gerektiren sorularda içler dışlar çarpımı kullanamamadan dolayı ne yapacağını bilemeyip, belirgin bir çözüme yer veremediği veya anlamsız açıklamalar yaptıkları

görülmüştür. Benzer şekilde bir başka seçici davranış örneğini öğretmenlerinde gösterdiğini söyleyebiliriz. Öğretmen adayları ile yapılan çalışmada problem kurulması istendiğinde öğretmen adaylarının sayılara dayalı, özgünlük ve yaratıcılıktan uzak, doğru ve ters orantı ile direkt çözülebilecek tarzda olan rutin problemler ortaya koydukları görülmüştür (Kırnap Dönmez, 2014).

Yapılan araştırmanın tüm sonuçlarının değerlendirilmesi ve ilgili alanyazınla tartışılması doğrultusunda, bu çalışma diğer birçok çalışmadan farklı olarak sorulan görüşme sorularıyla orantısal akıl yürütme becerisine dayalı test sorularının değerlendirilmesi açısından önemlidir. İlk aşamada soru bazlı gidilip, stratejilerin kullanım sıklığının ortaya çıkarılması bakımından diğer çalışmalardan farklıdır. Alanyazında strateji bazlı gidilen örneklerle rastlanmıştır (Çomruk, 2018; Karlı, 2019). Bu çalışmanın ilk aşamasında öğrencilerin hangi soru türlerinde nasıl değişen stratejiler kullandıkları, bu stratejilerin kullanım sıklıkları bu çalışma ile ortaya konulmaya çalışılmıştır. Kullanılan stratejilerin öğrencileri doğru cevaba ulaştırıp ulaştırmama durumunun nedenleri tartışılmıştır. Orantısal düşünme becerisinde öğrencilerin yaşadığı zorluklardan bahsedilip buna yönelik alanyazında karşılaşılan benzer zorluklara ve çözüm önerilerinin neler olabileceği konusuna değinilmiştir. İkinci aşamasında detaylı incelemeler yapılarak öğrencilerin düzeyi değiştikçe kullandıkları stratejilerin nasıl değiştiği ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Yapılan ikinci aşama olan görüşmelerle araştırma zenginleştirilmiştir. Çalışma grubunun zenginliği ve ayrıntılı incelenmesi bakımından bu nitel çalışmanın, farklı öğrenci çözümleri içerdiği için öğretmenlere, müfredat geliştiren uzmanlar ve kitap yazarlarına, ilgili alanyazına ve sonraki yapılacak çalışmalar için araştırmacılara fayda sağlayacağı düşünülmektedir.

5.2. Öneriler

Çalışmanın bu bölümünde, araştırma verilerinden elde edilen bulgular ışığında eğitimde tavsiye niteliğinde olması adına öğretmenler ve bundan sonra yapılabilecek çalışmalar için araştırmacılara yönelik öneriler yer almaktadır.

5.2.1. Öğretmenlere öneriler

1. Öğretmenler oran orantı konusunu anlatırken işlemsel öğrenme ile birlikte kavramsal öğreniminde gerçekleşmesini sağlamalıdır. Öğrencilere günlük hayat problemlerinde görülen örnekler daha çok sunulabilir.
2. Sıklıkla ezber bir şekilde kullanılan içler dışlar çarpımı algoritmasının yanı sıra farklı çözüm yolları da öğrencilere gösterilmelidir.
3. Geleneksellikten uzaklaşıp, farklı yöntem, model ve teknikler denenebilir.
4. Oran orantı konusunda manipülatif ve görsel kullanımı artırılabilir.
5. İlköğretimde orantısal akıl yürütme becerisine dayalı çalışmaların sayısı arttırılabilir.

5.2.2. Araştırmacılara öneriler

1. Öğretmen ve öğretmen adaylarında var olan oran orantı konusuna dair kavramsal bilginin incelenmesine yönelik farklı çalışmalarda ortaya konulabilir.
2. Yine nitel bir çalışmada üstün yetenekli öğrencilerle de çalışılabilir. Üstün yetenekli öğrencilerin orantısal akıl yürütme testindeki çözümleri incelenerek kullandıkları stratejiler ve ortaya çıkan hatalı stratejiler tespit edilebilir. Farklı bir çalışmada da üstün yetenekli öğrenciler ile normal öğrencilerin orantısal akıl yürütme düzeylerini karşılaştıracak bir çalışma ortaya konulabilir.
3. Öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri ile cebirsel, geometrik veya fonksiyonel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin inceleneceği farklı çalışmalar yapılabilir.
4. Öğrencilerin orantısal düşünme becerisi cinsiyet, sosyo-ekonomik statü, ailenin eğitim durumu, farklı sınıf düzeyleri gibi farklı değişkenler açısından da incelenebilir. Ayrıca, bu çalışmada Akkuş ve Duatepe-Paksu (2006) tarafından geliştirilen orantısal akıl yürütme testi yerine benzer bir alanda hazırlanmış farklı testler kullanılabilir.

KAYNAKÇA

- Akar, G. K. (2009). Oran konusunun kavramsal öğreniminde karşılaşılan zorluklar ve çözüm önerileri. E. Bingölbalı ve M. F. Özmantar (Ed.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri içinde* (s.263-285). Ankara: Pegema.
- Akkuş, O., ve Duatepe, P. A. (2006). Orantısal akıl yürütme becerisi testi ve teste yönelik dereceli puanlama anahtarının geliştirilmesi. *Eurasian Journal of Educational Research*, 25(6), 1-10. <https://hdl.handle.net/11499/41095>
- Akkuş-Çıkla, O. ve Duatepe, A. (2002). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerileri üzerine niteliksel bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(23), 32-40.
Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/pub/pauefd/issue/11113/132867>
- Aladağ, A. (2009). *İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütmeye dayalı sözel problemler ile gerçekçi cevap gerektiren problemleri çözme becerilerinin incelenmesi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans tezi]. Çukurova Üniversitesi, Adana.
- Arıcan, M. (2020). Öğretmen adaylarının orantısal olan ve olmayan ilişkileri belirleyebilme ve temsil edebilmelerinin problem içerikleri açısından incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, 14(1), 629-660. Doi: 10.17522/balikesirnef.683225
- Avçu, R. (2010). *İlköğretim 7.sınıf öğrencilerinin oran ve orantı problemlerindeki çözüm stratejileri üzerine bir çalışma* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans tezi]. Selçuk Üniversitesi, Konya.
- Bal İncebacak, B., ve Ersoy, E. (2016). 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerilerinin tıms's'e göre analizi. *Journal Of International Socialresearch*, 9(46), 474-481.
- Bart, W., Post, T., Behr, M., and Lesh, R. (1994). A diagnostic analysis of a proportional reasoning test item: An introduction to the properties of a semi-dense item. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 16(3), 1- 11.
Erişim adresi: <https://www.semanticscholar.org/paper/A-diagnostic-analysis-of-a-proportional-reasoning-a-Bart-Post/ad233d92e9d0b957afd1d22e5db2a9fcbb5cfe65>
- Baykul, Y. (2014). Ortaokulda matematik öğretimi 5-8. sınıflar için (2. Baskı). Pegem Akademi Yayıncılık, 220-224.

- Ben-Chaim, D., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Benedetto, C., and Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*, 36(36), 247-273. <http://dx.doi.org/10.1023/A:1003235712092>
- Boyacı, H. S. (2019). *The proportional reasoning ability of preservice mathematics teachers: a mixed method study* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans tezi]. Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul.
- Bulut, R. (2019). *Oran-orantı konusunun öğretiminde ters yüz sınıf modelinin etkisinin incelenmesi* (Tez No. 563939). [Yüksek Lisans tezi, Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi.
- Cramer, K. A., Post, T., and Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportion: Research implications: Middle grades mathematics. In D. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* (pp. 159 178). MacMillan Publishing Company.
- Cramer, K., and Post, T. (1993). Connecting research to teaching proportional reasoning. *Mathematics Teacher*, 86 (5), 404- 407.
- Çelik, A. (2010). *İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile problem kurma becerileri arasındaki ilişki* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans tezi]. Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Çetin, H. (2009). *İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile denklem çözme başarıları arasındaki ilişki üzerine bir çalışma* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans tezi]. Selçuk Üniversitesi, Konya.
- Çetin, Ş. (2022). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütmeleri ve van hiele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans tezi]. Ahi Evran Üniversitesi, Kırşehir.
- Çetinkaya, A., ve Soybaş, D. (2017). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin problem kurma becerilerinin incelenmesi. *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi [Journal Of Theoretical Educational Science]*, 11(1), 169-200.
- Çomruk, B. (2018). *Kırsal bölge ortaokul öğrencilerin orantısal akıl yürütme stratejilerinin materyal destekli problem çözme sürecinde incelenmesi* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans tezi]. Akdeniz Üniversitesi, Antalya.

- De la Cruz, J. A. (2008). *A Look at seventh grade mathematics teachers' instructional decisions related to proportional reasoning: A Cognitively guided perspective* [Yayımlanmamış Doktora tezi]. Assumption College.
- De la Cruz, J. A. (2013). Selecting proportional reasoning tasks. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 19(2), 102–108.
- Duatepe A., Akkuş-Çıkla O., ve Kayhan M. (2005). Orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerinin soru türlerine göre değişiminin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(28), 73-81.
- Duatepe, A., Akkuş Çıkla, O., ve Kayhan, M. (2005). Orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerinin soru türlerine göre değişiminin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(28), 73-81. <https://hdl.handle.net/11499/40991>
- Fisher, L. C. (1988). Strategies used by secondary mathematics teachers to solve proportion problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(2), 157-168. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.19.2.0157>
- Güneş, M. (2022). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dikdörtgenlerin alanlarının ölçümünde orantısal akıl yürütme bilgi kaynaklarını kullanma becerileri* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans tezi]. Ahi Evran Üniversitesi, Kırşehir.
- Gürler Karakoca, A. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişiminin varsayıma dayalı öğrenme rotası kapsamında incelenmesi* (Tez No. 546138). [Doktora tezi, Eskişehir Anadolu Üniversitesi, Eskişehir]. YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.33304>
- Kahraman, H., Kul, E., ve Aydoğdu-İskenderoğlu, T. (2019). 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin nicel karşılaştırma içeren orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejiler. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10(1), 195-216.
- Karaboğaz, Y., ve Ergene, Ö. (2023). Beceri temelli orantısal akıl yürütme başarı testinin geliştirilmesi. *Journal of Individual Differences in Education*, 5(1), 31–47. <https://doi.org/10.47156/jide.1293584>
- Karacaköylü, A. (2021). *4, 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin orantısal ve orantısal olmayan akıl yürütme problemlerinin çözümündeki anlayışlarının incelenmesi* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans tezi]. Kırıkkale Üniversitesi, Kırıkkale.

- Karagöz Akar, G. (2009). Oran konusunun kavramsal öğreniminde karşılaşılan zorluklar ve çözüm önerileri. E., Bingölbalı ve M. F., Özmantar, (Ed.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (1. Baskı, s.263-285). Ankara: Pegem Akademi.
- Karlı, M. G. (2019). *Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal düşünme becerilerinin solo taksonomisi ile incelenmesi* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans tezi]. Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Tokat.
- Karlı, M. G., ve Yıldız, E. (2022). Yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümüne yönelik geliştirdikleri hatalı stratejiler. *Journal of Qualitative Research in Education*, 29, 111-148, <https://doi.org/10.14689/enad.29.5>
- Kayhan, M. (2005). *6. ve 7. sınıf öğrencilerinin oran-orantı konusuna yönelik çözüm stratejilerinin; sınıf düzeyine, cinsiyete ve soru tipine göre değişiminin incelenmesi* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans tezi]. Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Kayhan, M., Duatepe, A., ve Akkus-Çıkla, O. (2004). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda kullandıkları çözüm stratejileri. VI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 9-11.
- Kırnap Dönmez, S.M., ve Bayazit, İ. (2014). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının problem kurma becerilerinin incelenmesi* (Tez No. 368161). [Yüksek Lisans tezi, Erciyes Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi.
- Lamon, S. J. (1993). Ratio and proportion: Children's cognitive and metacognitive processes. Carpenter, T. P., Fennema, E. ve Romberg, T. A. (Editörler). *Rational numbers: An integration of research içinde* 131-156. Hillsdale, NJ.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lamon, S. J. (1995). Ratio and proportion: Elementary didactical phenomenology. In J. T. Sowder, & B. P. Schapplle (Eds.), *Providing a foundation for teaching mathematics in the middle grades* (pp. 167-183). Albany, NY: State University of New York Press.
- Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework research. In F. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629-667). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- Lamon, S.J. (2012). Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers (3. Edition). Newyork: Taylor & Francis. <https://doi.org/10.4324/9780203803165-5>
- Langrall, C. W., and Swafford, J. (2000). Three balloons for two dollars: Developing proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6(4), 254-261. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/41180939>.
- Lesh, R., Post, T., and Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert and M. Behr (Ed.), Number concepts and operations in the middle grades (ss. 93-118). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lobato, J., Ellis, A., and Zbiek, R. M. (2010). Developing Essential Understanding of Ratios, Proportions, and Proportional Reasoning for Teaching Mathematics: Grades 6-8. National Council of Teachers of Mathematics. 1906 Association Drive, Reston, VA 20191-1502.
- MEB. (2009). İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı. Ankara: MEB. <http://mufredat.meb.gov.tr/Programlar.aspx>
- MEB. (2018). Ortaokul matematik dersi öğretim programı 5 - 8. sınıflar. Ankara, Türkiye: MEB. <https://ttkb.meb.gov.tr> adresinden erişilmiştir.
- Memiş, Y. (2022). *Türkiye, Singapur ve Kanada'dan seçilen ortaokul ders kitaplarının orantısal düşünme bağlamında incelenmesi* [Yayımlanmamış Doktora tezi]. Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Merriam, S.B. (2009). Qualitative research: A guide to design and implementation. San Francisco: Jossey-Bass.
- Modestou, M., and Gagatsis, A. (2010). Cognitive and metacognitive aspects of proportional reasoning. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(1), 36-53. doi:10.1080/10986060903465822
- Moore, K.C., Carlson, M.P., and Oehrtman. (2009). The role of quantitative reasoning in solving applied precalculus problems. Proceedings of the Twelfth Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education. Raleigh, NC: North Carolina State University.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM Publications.

- Nemutlu İnanır, Ş. (2019). *Üstün yetenekli öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin incelenmesi* (Tez No. 582917). [Yüksek Lisans tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya].
- Nutsch R. M. (2009). Using ratio tables to encourage proportional reasoning. A Thesis, California State University, Chico.
- Öz, E. (2020). *Ortaöğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin incelenmesi* [Yayınlanmamış Doktora tezi]. Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Özen Yılmaz, G. (2019). *Investigating middle school students' achievement and strategies in proportional reasoning problems*. [Yayınlanmamış Yüksek Lisans tezi]. Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Öztürk, E., Kılıç, Ç., (2023). *Ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren durumlara yönelik kurdukları geometri problemlerinin incelenmesi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans tezi]. İstanbul Medeniyet Üniversitesi, İstanbul.
- Öztürk, F., Şener, Z., (2023). *Matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının öğrencilerin kullandığı orantısal akıl yürütme stratejilerine yönelik farkındalıkları* (Tez No. 790368). [Yüksek Lisans tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi.
- Öztürk, M. (2020). The relationship between self-regulation and proportional reasoning the mediating role of reflective thinking towards problem solving. *Eğitim ve Bilim Education and Science*, 45(204), 143–155.
- Pakmak, S. G. (2014). *6.sınıf öğrencilerinin niceliksel ve niteliksel orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümündeki anlayışlarının incelenmesi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans tezi]. Pamukkale Üniversitesi, Denizli.
- Pişkin-Tunç, M. (2016). *Pre-service middle school mathematics teachers' proportional reasoning before and after a practice based instructional module* [Unpublished Doctoral dissertation]. Middle East Technical University.
- Small, M. (2015). Building proportional reasoning across grades and math strands, K-8. Teachers College Press.
- Şahinkaya, T. (2022). *Oran-orantı konusunun öğretimi ve orantısal akıl yürütme becerisinin geliştirilmesinde üstbilişsel improve tekniğinin etkililiğinin incelenmesi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans tezi]. Bayburt Üniversitesi, Bayburt.

- Şen, C. (2022). Ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusunda alan ve öğretme bilgisi. *Nevşehir Hacı Bektaş Veli Üniversitesi SBE Dergisi*, 12(1), 309-328. <https://doi.org/10.30783/nevsosbilen.946955>
- Toluk-Uçar, Z., ve Bozkuş, F. (2016). İlkokul ve ortaokul öğrencilerinin orantısal durumları orantısal olmayan durumlardan ayırt etme becerileri. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD)*, 17(3), 281-299.
- Tunç, M. P. (2020). Investigation of middle school students' solution strategies in solving proportional and non-proportional problems. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 11(1), 1–14. <https://doi.org/10.16949/TURKBILMAT.560349>
- Uçar, R. (2022). *Orantısal akıl yürütme üzerine sistematik derleme çalışması* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans tezi]. Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.
Erişim adresi: <https://search.trdizin.gov.tr/tr/yayin/detay/3064/>
- Umay, A., ve Kaf, Y. (2005). Matematikte kusurlu akıl yürütme üzerine bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(28), 188-195.
- Van De Walle, J. A., Karp K. S., ve Bay-Williams J. M. (2013) İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim. Çeviri Editörü: Prof. Dr. Soner Durmuş 7. Basımdan Çeviri. Nobel Yayıncılık No:521.
- Yazıcı, B. (2023). *İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin manipülatifler kullanılarak problem çözme sürecinde incelenmesi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans tezi]. Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi, Kahramanmaraş.
- Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (10. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

EKLER

Ek 1: Orantısal Akıl Yürütme Testi

Değerli Öğrenciler,

Bu ölçme aracı, 7. sınıf ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme beceri düzeyini belirlemek ve öğrenci düzeyine göre kullandıkları stratejilerin nasıl değiştiğini tespit etmek amacıyla hazırlanmıştır. Topladığımız tüm bilgiler sadece bu araştırma amacıyla değerlendirilecek ve kimseyle paylaşılmayacaktır. Ölçme aracı iki bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde kişisel bilgiler yer almaktadır. İkinci bölümde sizden verilen problemleri istenilen uygun bir şekilde cevaplamanız istenmektedir. Bu süreçte herhangi bir yardımcı kaynaktan faydalanmamanız, sadece mevcut bilgi birikiminizi ve deneyimlerinizi kullanarak problemleri yanıtlamanız beklenmektedir. Yanıtsız soru bırakmamanızı dilerim. Aşağıdaki sorulara içtenlikle vereceğiniz cevaplar bu araştırma için çok önemlidir. Bu soruların amacı sizi değerlendirmek değil, konu ile ilgili bilgi toplamaktır. Araştırmaya getireceğiniz katkı için şimdiden teşekkür ederim.

Matematik Öğretmeni

Zeynep SAVUR

I. Kişisel bilgiler

1. İsim:

2. Cinsiyet: () Bayan () Bay

3. Sınıf:

4. Matematik başarınız hangi seviyededir? (Matematik dersinden aldığınız notları düşünerek aşağıda size en uygun olan sayıyı yuvarlak içine alınız.)

0...5...10...15...20...25...30...35...40...45...50...55...60...65...70...75...
80...85...90...95 ...100

II. Lütfen aşağıdaki problemlerde çözümlerinizi boş bırakılan yerlere ayrıntılı bir şekilde yazınız.

1. Burak ile Türker aynı hızda araba kullanmaktadır. Burak üç dakikada altı km yol almaktaysa, Türker 18 km'lik yolu kaç dakikada alır?

2. Kısa Bey'in Uzun Bey adında bir arkadaşı vardır. Kısa Bey'in ataç ile uzunluğu ölçüldüğünde altı ataç boyunda olduğu görülmüştür. Uzun Bey ve Kısa Bey'in boyları düğme ile ölçüldüğünde, Uzun Bey'in altı, Kısa Bey'in dört düğme uzunluğunda olduğu bulunmuştur. Buna göre; Uzun Bey'in boyu kaç ataç uzunluğundadır?

3. Bir hayvanat bahçesinin havuzunda 10 cm uzunluğunda A, 15 cm uzunluğunda B ve 25 cm uzunluğunda C yılan balıkları vardır. Bu yılan balıkları boy uzunlukları ile doğru orantılı olarak beslenmektedirler. Buna göre;

A yılan balığı iki adet yem ile beslenirse, C yılan balığına kaç adet yem verilmelidir?

4. Eğer B yılan balığı dokuz adet yem ile beslenirse, C yılan balığına kaç adet yem verilmelidir?

5. Eğer C yılanbalığı 10 adet yem ile beslenirse;

i) A yılan balığına kaç adet yem verilmelidir?

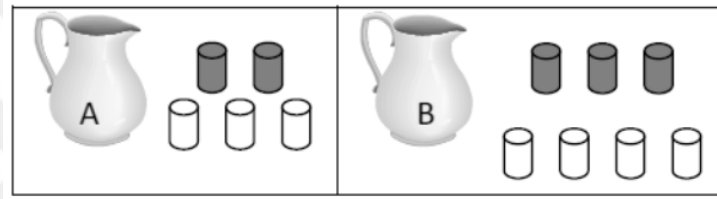
ii) B yılan balığına kaç adet yem verilmelidir?

6. 300 km yolu dört saatte alan bir otomobil, aynı hızla giderse 750 km'lik yolu kaç saatte alır?

7. Mert ile Mine aynı hızla çalışarak bir duvarı 10 günde boyamaktadırlar. Aralarına aynı hızda çalışan üç kişi daha katıldığında, aynı duvar kaç günde boyanır?

8. Nesrin ile Basak bir koşu parkurunda koşmaktadırlar. Nesrin sekiz turu 32 dakikada koşarken, Basak iki turu 10 dakikada koşmaktadır. Buna göre hangisi daha hızlı koşmaktadır? Açıklayınız.

9. Bir lokantada aynı boyda pideler üretilmektedir. Bu lokantada yemek yiyen yedi kız üç pideyi paylaşırken, üç erkek ise bir pideyi paylaşmaktadırlar. Bu lokantada kız başına düşen pide miktarı mı, erkek başına düşen pide miktarı mı daha fazladır? Açıklayınız.



10. Yukarıdaki şekilde görülen A ve B sürahilerinde portakal suyu yapılmaktadır. Koyu renkli bardaklarda portakal suyu konsantresi, açık renkli bardaklarda ise su vardır. Şekilde görüldüğü gibi A sürahisine iki bardak portakal suyu konsantresi ve üç bardak su, B sürahisine ise üç bardak portakal suyu konsantresi ve dört bardak su konulmuştur. Buna göre hangi sürahideki portakal suyu daha tatlıdır? Açıklayınız.

11. Umut bugün, dün koştuğundan daha çok zamanda daha az tur koşmuştur. Buna göre; Umut'un bugünkü koşusu dünküne göre;

- a) hızlıdır b) yavaştır c) aynıdır d) verilen bilgiler yetersizdir.

Hangi seçeneğin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.

12. Tufan sabah kahvaltısındaki çayını, dünküne göre daha büyük bardakta, daha az sayıda şeker atarak içmiştir. Bu çayın tadı dünkü çaya göre;

- a) daha tatlıdır b) daha tatsızdır c) aynıdır d) verilen bilgiler yetersizdir.

Hangi seçeneğin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.

13. Bir koşu parkurunda Elif, Emel'den daha kısa zamanda daha çok tur koşmuştur. Hangisi daha hızlı koşucudur?

- a) Elif b) Emel c) aynıdır d) verilen bilgiler yetersizdir.

Hangi seçeneğinin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.

14. Sena ile Gökalp farklı arazilere belli aralıklarla ağaç dikmektedirler. Sena Gökalp'e göre daha küçük bir araziye daha çok ağaç dikmiştir. Buna göre, kimin ağaçları birbirine daha yakındır?

- a) Sena b) Gökalp c) aynıdır d) verilen bilgiler yetersizdir.

Hangi seçeneğinin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.

15. Nevzat can ile Nergis'in bir parkurdaki yürüme hızları aynıdır. Yürümeye önce Nevzat can başlamıştır. Nevzat can dokuz turu tamamladığında, Nergis üç turu tamamlamışsa; Nergis 15 turu tamamladığında Nevzat can kaç turu tamamlamış olur? Açıklayarak yazınız.

Ek 2: Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu

Görüşmeci:

Gün-saat:

Görüşülen Kişi:

Süre:

Yer:

Sevgili Öğrencim,

Ben, Zeynep SAVUR, Erciyes Üniversitesi'nde yüksek lisans eğitimi görmekteyim. Geçtiğimiz günlerde yapmış olduğum bir araştırma kapsamında, senden ve sınıf arkadaşlarından oran-orantı problemlerine dair bir test çözmeni rica etmiştim. Bu araştırmanın devamı olarak, bazı öğrencilerle görüşerek daha detaylı bilgi almak istiyorum. Görüşmek istediğim öğrenciler arasında sen de varsın. Bu görüşmenin amacı seni değerlendirmek değil. Herhangi bir soruya cevap vermek istemezsen çekinme. Bu görüşmede söyleyeceklerin sadece araştırma ekibi tarafından görülecek ve kimseyle paylaşılmayacaktır. Araştırma sonuçlarında seninle ilgili herhangi bir kişisel bilgi yer almayacaktır. Eğer izin verirsen bu görüşmenin ses kaydını almak istiyorum. Görüşmenin tamamı veya bir kısmı kayıt altına alınmasını istemiyorsan bunu söyleyebilirsin. Görüşme süresi senin için uygun olacak şekilde ayarlanacaktır. Bu görüşme esnasında sana oran-orantı konusu ve daha önce de çözmüş olduğun testten kullandığın çözüm yolu ile ilgili sorular soracağım. Doğru veya yanlış olmasına bakmaksızın tüm düşüncelerini benimle paylaşabilirsin. Lütfen soruları çekinmeden cevapla. Araştırmaya getireceğin katkı için şimdiden teşekkür ederim.

GÖRÜŞME SORULARI

1. Oran ve orantı nedir? Aynı mıdır, farklı mıdır? Farklı olduğunu düşünüyorsanız bu farkı açıklayınız?
2. Oran ve orantının günlük hayatta kullanımına dair örnekler verir misiniz?
3. Kolay olduğunu düşündüğünüz sorular var mı? Varsa hangileridir? Neden kolay olduğunu düşündünüz?

4. Zor olduğunu düşündüğünüz sorular var mı? Varsa hangileridir? Neden zor olduğunu düşündünüz?
5. Zor olduğunu düşündüğünüz sorular nasıl kolaylaştırılabilirdi?
6. Daha önce buna benzer sorularla günlük hayatta karşılaşmış mıydınız? Gerçek hayatta bu tarz problemlerle karşılaşsaydınız çözümünüz nasıl olurdu?
7. Bu sorulara benzer örnekler diğer derslerde de karşınıza çıktı mı? Örneklerle açıklayınız.
8. Soruları nasıl buldunuz? Sorular arasında benzerlik ve farklılıklar var mıdır? Bunlar nelerdir?
9. Çözüme nasıl ulaştınız? Kullandığınız yöntem nedir? Açıklayınız. Neden bu şekilde düşündünüz? Bu yöntem ile çözmenizin sebebi ne olabilir?
10. Soru farklı bir yol kullanılarak da çözülebilir miydi? Cevabınız evet ise nasıl bir yol daha izlenebileceğini açıklayınız?

EK 3: Akkuş ve Duatepe Paksu (2006) Tarafından Geliştirilen Orantısal Ölçme Aracının Değerlendirilmesine Yönelik Olarak Hazırlanmış Olan Dereceli Puanlama Anahtarı

Birinci Kısım (Testteki verilmeyen değeri bulma ve ters orantı ile ilgili maddeler ve bu maddelere ilişkin kullanılan dereceli puanlama anahtarı)

0 Puan

- Boş.
- Orantısal akıl yürütmenin var olduğuna dair ipucu yok.
- Verilerin toplamsal karşılaştırılması var.
- Verilerin, sayıların ve işlemlerin rastgele kullanımı var.

1 puan

- Sadece sonuç belirtilmiş.
- Orantısal akıl yürütmenin var olduğuna ilişkin ipuçları var (Yanlış değişkenler arasında orantı kurma, görsel verileri kullanarak orantı kurma gibi).
- Orantı çeşidi fark edilmemiş.

2 puan

- Beklenen değişkenler arasında orantısal akıl yürütme var, ancak sonuca ulaşamamış.
- Beklenen değişkenler arasında orantısal akıl yürütme var, ancak işlem hataları yapılmış.

3 Puan

- Soruyu tam ve doğru çözebilmek için gereken orantısal akıl yürütme var ve sonuca ulaşılmış.

İkinci Kısım (Testteki niceliksel karşılaştırma ile ilgili maddeler ve bu maddelere ilişkin kullanılan dereceli puanlama anahtarı)

0 puan

- Boş.
- Sadece sonuç belirtilmiş.
- Yanlış değişkenler arasında orantı kurulmuş.
- Orantısal akıl yürütmenin var olduğuna dair ipucu yok.
- Verilerin toplamsal karşılaştırılması var.

- Verilerin, sayıların ve işlemlerin rastgele kullanımı var.

1 puan

- Beklenen değişkenler arasında orantısal akıl yürütme becerini kullanarak ya da kullanmayarak, doğru sonuca ulaşılmış, ancak yanlış yorumlanmış.
- Doğru yanıt verilmiş ancak açıklama yetersiz.

2 puan

- Beklenen değişkenler arasında orantısal akıl yürütme becerisine sahip olduğu gösterilmiş, doğru sonuca ulaşılmış, ancak yapılan açıklama yetersiz.

3 puan

- Beklenen değişkenler arasında orantısal akıl yürütme becerisi var, ancak işlem hatası nedeniyle doğru sonuca ulaşamamış.
- Doğru sonuca ulaşmamış olsa da bulunan sonuca göre yapılan doğru yorumlanmış.

4 puan

- Doğru sonuca ulaşmak için gerekli orantısal akıl yürütme becerisi iyi düzeyde gösterilmiş ve doğru açıklama yapılmış.

Üçüncü Kısım (Testteki niteliksel karşılaştırma ile ilgili maddeler ve bu maddelere ilişkin kullanılan dereceli puanlama anahtarı)

0 puan

- Boş.
- Orantısal akıl yürütmenin var olduğuna ilişkin ipucu yok.
- Sadece doğru yanıt işaretlenmiş, açıklama yok.

1 puan

- Soruda bulunan verilerden sadece biri kullanılarak sonuca ulaşılmış ve doğru yanıt işaretlenmiş.

2 puan

- Doğru yanıt işaretlenmiş, soruda bulunan verilerden ikisi de kullanılarak yanlış ya da eksik açıklama yapılmış.

3 puan

- Beklenen doğru yanıt bulunmuş, açıklama soru kökündeki ifadeler kullanılarak yapılmış.

4 puan

- Beklenen doğru yanıt bulunmuş, açıklama soru kökündeki ifadeler kullanılarak değil, özgün tümcelerle yapılmış, açıklamalar şekil oluşturma, çizim yapma, örnek verme gibi yöntemlerle zenginleştirilmiş.



EK 4: Milli Eğitim Bakanlığı Araştırma İzni



T.C.
İSTANBUL VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-59090411-20-85504462
Konu : Anket ve Araştırma İzni (Zeynep SAVUR)

28/09/2023

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : a) Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21.01.2020 tarihli ve 2020/2 sayılı genelgesi.
b) Erciyes Üniversitesinin 18.08.2023 tarihli ve E-14065294-044-491813 sayılı yazısı.
c) Müdürlüğümüz Araştırma ve Anket Komisyonunun 27.09.2023 tarihli tutanağı.

Araştırma Konusu : 7. Sınıf Ortaokul Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Becerileri ve Kullandıkları Stratejilerin İncelenmesi
Araştırma Türü : Anket
Araştırma Yeri : Gaziosmapaşa Şehit Öğretmen Mustafa Gümüş Ortaokulu
Araştırma Kişiler : Ortaokul Öğrencileri
Araştırmanın Süresi : 2023 - 2024 Eğitim - Öğretim Yılı

Yukarıda bilgileri verilen araştırmanın; 6698 sayılı Kişisel Verilerin Korunması Kanununa aykırı olarak kişisel veri istenmemesi, öğrenci velilerinden açık rıza onayı alınması, bir örneği Müdürlüğümüzde muhafaza edilen mühürlü ve imzalı veri toplama araçlarının kurumlarınıza araştırmacı tarafından ulaştırılarak uygulanması, katılımcıların gönüllülük esasına göre seçilmesi, araştırma sonuç raporunun kamuoyuyla paylaşılmaması ve araştırma bittikten sonra 2 (iki) hafta içerisinde Müdürlüğümüze gönderilmesi, okul idarelerinin denetim, gözetim ve sorumluluğunda, eğitim ve öğretimi aksatmayacak şekilde, ilgi (a) genelge esasları dâhilinde uygulanması kaydıyla Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Doç. Dr. Murat Mucahit YENTÜR
İl Milli Eğitim Müdürü

OLUR

Mustafa KAYA
Vali a.
Vali Yardımcısı

Ek:

- 1- İlgi (b) Yazı ve Ekleri (8 Sayfa)
- 2- İlgi (c) Tutanak (1 Sayfa)

EK 5: Erciyes Üniversitesi Etik Kurul İzni

BAŞVURU NO: 284	
ERCİYES ÜNİVERSİTESİ SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU	
PROJE ONAY FORMU	
Projenin Adı	"7.Sınıf Ortaokul Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Becerileri Ve Kullandıkları Stratejilerin İncelenmesi"
Projenin Niteliği	Yüksek Lisans/Uzmanlık/Doktora Tezi
Proje Araştırmacıları	Zeynep SAVUR (Sorumlu Araştırmacı) Prof. Dr. Cemalettin IŞIK (Danışman)
Sorumlu Araştırmacının Haberleşme Bilgileri	Karad Sok. / 24/4 E-posta

KARAR:
Etik Kurulumuza başvuran *Zeynep SAVUR*' un, "*7.Sınıf Ortaokul Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Becerileri Ve Kullandıkları Stratejilerin İncelenmesi*" adlı çalışması değerlendirilerek aşağıdaki sonuca ulaşılmıştır.

Proje etik açıdan uygun bulunmuştur. ☒

Projenin etik açıdan geliştirilmesi gerekmektedir. ☐

Proje etik açıdan uygun bulunmamıştır. ☐

25/07/2023

Etik Kurul Başkanı
Etik Kurul Başkan Yrd.
Üye
Üye
Üye
Üye
Üye
Üye
Üye
Üye
Üye
Üye
Üye
Üye
Üye

EK 6: “Orantısal Akıl Yürütme Beceri Testi ve Buna Yönelik Dereceli Puanlama Anahtarı” Kullanım İzni



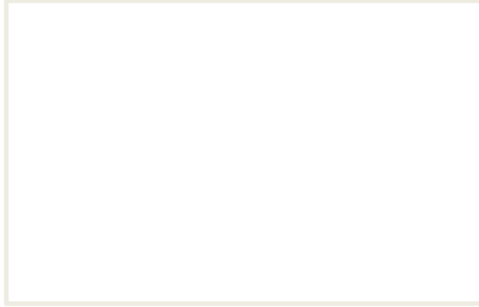
Orantısal akıl yürütme beceri testi ve dereceli puanlama anahtarı kullanım izni

2 ileti

3 Mart 2023 13:06

İyi günler Asuman Hocam. Ben Zeynep Savur. Kayseri Erciyes Üniversitesi'nde matematik eğitimi bölümünde yüksek lisans öğrencisiyim ve aynı zamanda MEB'de matematik öğretmeni olarak çalışıyorum. Bu yıl Prof. Dr. Cemalettin Işık hocamın danışmanlığı ile tezimi yazmaya başlayacağım. Tezimde 7. sınıf öğrencilerinin orantısal düşünme becerisi gerektiren problemlere verdikleri cevapları incelemeyi hedefliyorum. Bu amaçla geliştirdiğiniz orantısal akıl yürütme beceri testini ve değerlendirilmesine yönelik olarak hazırlamış olduğunuz dereceli puanlama anahtarını çalışmamda kullanmak için izninizi istiyorum. İlginiz için şimdiden teşekkür ederim.

4 Mart 2023 17:26



ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı:	Zeynep SAVUR
Uyruğu:	T.C.

EĞİTİM

Derece	Kurum	Mezuniyet Tarihi
Yüksek Lisans	Erciyes Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri ABD, Matematik Eğitimi Bilim Dalı	2025
Lisans	Erciyes Üniversitesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği	2021
Lise	Seyide Daloğlu Anadolu Lisesi	2017

İŞ DENEYİMLERİ

Yıl	Kurum	Görev
2022-Halen	Şehit Öğretmen Mustafa Gümüş Ortaokulu/ İSTANBUL	Matematik Öğretmeni

YABANCI DİL

YAYINLAR

Bildiriler

Savur, Z. ve Işık C. (baskıda). 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ve kullandıkları stratejilerin incelenmesi [Sözlü sunum]. 17. Uluslararası Eğitim Bilimleri Kongresi, İstanbul, Türkiye.