

T.C.
Marmara Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı
Ortaöğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı

**MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ BELİRLİ
İNTEGRAL KONUSUNDAKİ TEMSİL
TERCİHLERİNİN UZAMSAL YETENEK VE
AKADEMİK BAŞARI BAĞLAMINDA İNCELENMESİ**

(Yüksek Lisans Tezi)

Eyüp SEVİMLİ

İstanbul, 2009

T.C.
Marmara Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı
Ortaöğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı

**MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ BELİRLİ
İNTEGRAL KONUSUNDAKİ TEMSİL
TERCİHLERİNİN UZAMSAL YETENEK VE
AKADEMİK BAŞARI BAĞLAMINDA İNCELENMESİ**

(Yüksek Lisans Tezi)

Eyüp SEVİMLİ

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Ali DELİCE

İstanbul, 2009

T.C.
Marmara Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı
Ortaöğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Eyüp SEVİMLİ tarafından hazırlanan MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ BELİRLİ İNTEGRAL KONUSUNDAKİ TEMSİL TERCİHLERİNİN UZAMSAL YETENEK VE AKADEMİK BAŞARI BAĞLAMINDA İNCELENMESİ başlıklı bu çalışma, 17.09.2009 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

İmzalar

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Ali DELİCE

.....

Jüri Üyesi: Yrd. Doç. Dr. Emin AYDIN

.....

Jüri Üyesi: Yrd. Doç. Dr. Ahmet Şükrü ÖZDEMİR

.....

ÖNSÖZ

Matematik öğrencilerin öğrenmede zorluk çektikleri, birikimli yapısıyla dikkat çeken bir alandır. Üniversite düzeyinde verilen Analiz derslerinin temel konularından birisi olana integral, ortaöğretim son sınıf matematiğinin de önemli kavramlarından bir tanesidir. İntegral kavramı fonksiyonun genel davranışı ile ilgili bilgi vermektedir. Bu çalışmada öğretmen adaylarının belirli integral konusundaki temsil tercihlerinin uzamsal yetenek ve akademik başarı bağlamında incelenmesi yapılmış, belirli integral konusunda kullanılan temsiller ile görsel uzamsal yetenek ve akademik başarı arasındaki ilişkiye bakılmıştır. Belirli integral konusunun çoklu temsil yaklaşımına göre ele alınmasından dolayı, eserimin matematik eğitimi alan yazınına katkı sağlayacağını düşünüyorum.

Çalışmam boyunca bana yardımcı olan çok değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Ali DELİCE' ye ve tez jüri üyesi olarak davetimizi kabul eden ve sundukları görüşlerle çalışmama geri bildirim sağlayan değerli hocalarım Yrd. Doç. Dr. Ahmet Şükrü ÖZDEMİR ve Yrd. Doç. Dr. Emin AYDIN' a teşekkür ederim. Çalışmam boyunca moral desteği sağlayan ve gerekli zamanı ayırmada büyük fedakârlık gösteren eşime, her türlü manevi desteği sunan ve her zaman yanımda olan aileme şükranlarımı ifade etmeliyim. Ayrıca bu çalışmayı oluşturmamda büyük katkıları olan öğrencilerime ve teknik konularda destek sağlayan sevgili Işık Emel YENGİN ve Deniz KARDEŞ' e teşekkür ederim.

Eylül 2009

Eyüp SEVİMLİ

ÖZET

MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ BELİRLİ İNTEGRAL KONUSUNDAKİ TEMSİL TERCİHLERİNİN UZAMSAL YETENEK VE AKADEMİK BAŞARI BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

Yüksek öğrenim matematiğinin öğretim ve öğreniminde sıklıkla problem yaşandığı ifade edilen konulardan biri belirli integral kavramıdır. Genel Matematik ya da Analiz dersi kapsamında verilen belirli integral konusunun öğrenciler tarafından anlamlandırılmasında ve problem çözme sürecinde çeşitli zorluklar yaşandığı ilgili çalışma sonuçlarından bilinmektedir. Öğrencilerin belirli integral konusunda zengin kavram tanım ve imajlarına sahip olmaları ve süreci anlamlandırabilmelerinde çoklu temsil bilgileri önemli bir yere sahiptir.

Yapılan çalışmada, öğretmen adaylarının sıklıkla problem yaşadıkları belirli integral konusu, yine adayların bilgi-becerileri yönüyle ele alınmıştır. Bu bağlamda belirli integral konusunda kullanılan temsiller ile görsel-uzamsal yetenek ve akademik başarı arasındaki ilişkiye bakılmıştır.

Araştırma nitel yorumlayıcı paradigma'ya sahip özel durum çalışmasıdır. Bu bağlamda bir devlet üniversitesinin Matematik Öğretmenliği ikinci sınıf programına kayıtlı 45 öğrencisi üzerinde durum çalışması yapılmıştır. Veri bağlamında ağırlıklı olarak nitel olan çalışmada, aynı zamanda nicel tekniklerden de yararlanılmıştır. Öğrencilerin uzamsal görselleme becerilerini belirlemek üzere kullanılan Purdue Uzamsal Görselleme Testinin Türkçeye adaptasyonu sağlandıktan sonra tüm gruba uygulanmıştır. Akademik başarıyı belirlemek üzere geliştirilen Belirli İntegral Yeterlilik Testi, Analiz II dersinin içeriğine uygun olarak ve dersi veren öğretim üyesi görüşleri alınarak hazırlanmış ve öğretmen adaylarına uygulanmıştır. Öğretmen adaylarının kullanma eğilimi gösterdikleri temsilleri belirlemek ve temsiller arası dönüşüm becerilerini incelemek üzere geliştirilen Temsil Tercih ve Dönüşüm Testi ilgili geçerlik-güvenirlik çalışmalarının ardından yönergeler doğrultusunda adaylara uygulanmıştır. Amaçlı örnekleme yöntemine uygun olarak, farklı uzamsal yetenek ve akademik başarı seviyelerine göre seçilen altı öğrenci ile yapılan görüşmeler veri

kaybını en aza indirmek için kaydedilmiştir. Araştırmada elde edilen nicel veriler bir istatistik paket programı kullanılarak, nitel veriler ise sınıflandırma yöntemi ve betimsel istatistik teknikleri kullanılarak analiz edilmiş ve yorumlanmıştır.

Çalışma sonucunda elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının belirli integral problemleri çözme sürecinde çoklu temsil kullanma becerilerinin yeteri kadar iyi olmadığını göstermiştir. Tek temsil baskınlığıyla çözüme ulaşmaya çalışan adayların temsil dönüşüm becerileri yönüyle zayıf, problem çözme başarılarının da düşük düzeyde olduğu belirlenmiştir. Bulgular adayların belirli integral problemleri çözme sürecinde tercihlerini cebir temsillerinden yana kullandıklarını ifade ederken; sınıf içi pratiği ve uzamsal görselleme yeteneğinin, kullanılan temsilleri etkilediğini göstermiştir. Özellikle belirli integralin nümerik temsilini anlama ve kullanmada problem yaşayan adayların, işlem pratiğine sahip olmasına karşın kavram bilgisi yönüyle eksik kaldıkları gözlenmiştir. Araştırma cebir temsili ile diğer temsiller arasında ilişkiler kurulmasının kavramsal anlamayı geliştirebileceği ve uzamsal görselleme becerisinin geliştirilmesi ile grafik temsili kullanımının desteklenebileceğine dikkat çekmektedir. Bununla birlikte belirli integral konusunda kullanılan temsiller ile uzamsal görselleme yeteneği ve akademik başarı arasında pozitif yönde anlamlı ilişkilere ulaşılmıştır.

Görüşmelerden elde edilen bulgular ile desteklenen sonuçlarda uzamsal görselleme yeteneğinin farklı temsil kullanma becerisini etkilediği, temsil dönüşüm becerisinin de akademik başarıyı etkilediği belirlenmiştir. Bu bağlamda özellikle kavram bilgisinin geliştirilmesi gerekliliği üzerinde duran araştırma sonuçları, ders içeriğinin farklı temsiller ile zenginleştirilmesinin önemine değinmiştir. Belirli integral konusu çoklu temsil yaklaşımına göre ele alındığından araştırma sonuçlarının alan yazınına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Anahtar Kelimeler: Belirli integral, Çoklu Temsiller, Akademik Başarı, Uzamsal Görselleme Yeteneği

ABSTRACT

CONSIDERATION OF PRE-SERVICES MATHEMATICS TEACHERS' PREFERENCES OF REPRESENTATION IN TERMS OF DEFINITE INTEGRAL WITHIN THE CONTEXT OF CERTAIN SPATIAL ABILITIES AND ACADEMIC ACHIEVEMENT

One of the issues which has been said to be bound to problems in higher education mathematics is the concept of the definite integral. The difficulties in the field of the definite integral by the students in terms of signification and problem solving within the scope of General Mathematics and Calculus can be traced within the literature. The locus of students' multiple representation knowledge within the scope of the definite integral is significant in terms of having rich concept definition-image and signification of the process.

Within the study, the issue which pre-services teachers frequently meet problems has again been studied within the facet of pre-services teachers' knowledge and skills. The study aims at considering the effects of visual-spatial abilities on the representations used in the definitive integral and the effects of the representations used on academic achievement.

The research is a case study having qualitative paradigm. Within the context, a case study with 45 pre-services teachers from Mathematics Teaching Department of a state university has been conducted. Within the study which has been qualitative in terms of data, both qualitative and quantitative data gathering techniques have been employed. Once the Turkish adaptation of Purdue Spatial Visualisations Ability Test was prepared it has been conducted to the whole group. Definite Integral Competency Test, developed in order to specify academic achievement, was prepared as regards the contents of Calculus II course and the acquisitions of the course and within the approval of the professor of the course and it was applied to pre-services teachers. Following the validity-reliability studies concerning Representation Preferences and Transformation Test which was developed for the specifying the representations which pre-services teachers have been inclined to use, the test was applied to the candidates within the direction of the instructions. Within the harmony of the target-oriented exampling, the interviews with 6 students selected

in accordance with different spatial abilities and academic achievement were recorded in order to minimise data loss. The qualitative data obtained from the study were analysed and interpreted through a statistic programme and quantitative data was analysed and interpreted through classification method and descriptive statistical techniques.

The findings obtained from the study indicated that the skills of pre-services teachers in using multiple representations within the process of solving certain definite integral problems were not sufficient as required. It was specified that the candidates trying to solve problems with the domination of representation were weak in terms of representation transformation skills and they were in low level in terms problem-solving. While the findings expressed that the candidates preferred algebraic representations when they solved integral problems, in-class practice and spatial visualisation ability affected the representations used. It was observed that the candidates, who had problems in understanding and using the numerical representation of the definite integral, lacked in terms of concept knowledge though they had procedural practice. The research signifies that making connections between algebraic representations and other representations could develop conceptual understanding and also signifies that use of graphical representation could be supported through spatial visualisation ability. However, a positive meaningful relation between the representations used in the definite integral, spatial visualisation ability and academic achievement was determined.

In the results supported through the findings obtained from the interviews, it was specified that spatial visualisation ability affected the skill of different representation use and representation transformation ability affected academic achievement. Within the context, while the results of the research emphasises the significance of developing conceptual knowledge, the importance of enriching the lesson contents with different representations was signified. As the definite integral was studied according to multiple representations, the results of the research were thought to be beneficial for the literature.

Key Words: Definite Integral, Multiple Representations, Academic Achievement, Spatial Visualization Ability

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ.....	I
ÖZET.....	II
ABSTRACT.....	IV
İÇİNDEKİLER.....	VI
TABLOLAR.....	X
ŞEKİLLER.....	XII
I. GİRİŞ.....	1
1.1 ÇALIŞMANIN ALT YAPISI.....	2
1.2 PROBLEM DURUMU.....	4
1.3 ARAŞTIRMANIN AMACI.....	6
1.4 ARAŞTIRMA SORULARI.....	6
1.5 ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ.....	8
1.6 SINIRLIKLAR.....	10
1.7 TANIMLAR.....	11
1.8 KISALTMALAR.....	13
II. İLGİLİ ALAN YAZIN.....	14
2.1 ANALİZ BİLİMİNE EPİSTEMOLOJİK BİR BAKIŞ; ANALİZ REFORMU.....	14
2.2 ÇOKLU TEMSİLLER.....	17
2.2.1 Temsil Teorisi.....	17
2.2.1.1 İç Temsiller.....	19
2.2.1.2 Dış Temsiller.....	20
2.2.2 Temsil Teorisi ve Matematik Eğitimi.....	21
2.2.3 Çoklu Temsillerin Matematik Öğretimine Etkisi.....	22
2.2.4 Çoklu Temsillerin Analiz Derslerindeki Rolü.....	24
2.2.4.1 Problem Çözme Sürecinde Tercih Edilen Temsiller ve Tercihleri Etkileyen Durumlar.....	24
2.2.4.2 Problem Çözme Sürecinde Kullanılan Temsiller ve Temsil Dönüşüm Becerileri Yönüyle Karşılaşılan Zorluklar.....	27
2.2.4.3 Temsil Dönüşüm Becerilerine Etki Eden Değişkenlerin İncelenmesi.....	29

2.2.4.4 İlgili Çalışma İçin Çoklu Temsil Yaklaşımı.....	33
2.3 GÖRSEL UZAMSAL YETENEKLER.....	34
2.3.1. Görselleme ve Uzamsal görselleme.....	35
2.3.2 Görsel Uzamsal Yeteneklerin Analiz Derslerindeki Rolü.....	36
2.4 ANALİZ DERSLERİNDE AKADEMİK BAŞARI.....	37
2.5 BELİRLİ İNTEGRAL.....	38
2.5.1 İntegral Kavramı ve Öğretimi.....	39
2.5.2 Belirli İntegral Kavramı ve Çoklu Temsiller.....	41
2.5.2.1 Nümerik Temsili.....	43
2.5.2.2 Grafik Temsili.....	43
2.5.2.3 Cebir Temsili.....	44
2.5.3 Belirli İntegral Kavramı ve görselleme.....	44
2.5.4 Belirli İntegral Kavramı Üzerine Yapılan Matematik Eğitimi Çalışmaları.....	45
2.5.4.1 Tanım ve Kavram Yanılgılarına Yönelik Araştırmalar.....	45
2.5.4.2 Ön Bilgi Eksiliği Kaynaklı Zorluklar.....	48
2.5.4.3 Çoklu Temsil Kullanımına Yönelik Zorluklar.....	50
2.6 ÇALIŞMANIN ALAN YAZINDAKİ YERİ.....	53
III. YÖNTEM.....	55
3.1 ARAŞTIRMA MODELİ.....	55
3.1.1 Nitel Yaklaşımlar.....	55
3.1.2 Durum Çalışması.....	56
3.2 KATILIMCILAR.....	57
3.3 VERİ TOPLAMA SÜRECİ.....	59
3.3.1 Veri Toplama Araçları.....	60
3.3.1.1 Purdue Uzamsal Görselleme Testi.....	61
3.1.2 Belirli İntegral Yeterlik Testi.....	67
3. 3.3.1.3 Temsil Tercih ve Dönüşüm Testi.....	74
3.3.1.4 Yarı Yapılandırılmış Görüşmeler.....	82

3.3.2 Uygulama Süreci.....	83
3.4 VERİLERİN ÇÖZÜMLENMESİ VE YORUMLANMASI.....	83
3.5 ARAŞTIRMANIN GEÇERLİĞİ VE GÜVENİRLİĞİ.....	86
IV. BULGULAR.....	89
4.1 UZAMSAL GÖRSELLEME BECERİLERİNİN BELİRLENMESİ.....	89
4.2 ÖĞRETMEN ADAYLARININ AKADEMİK BAŞARILARININ BELİRLENMESİ.....	93
4.3 MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ BELİRLİ İNTEGRAL PROBLEMLERİ ÇÖZÜM SÜRECİNDE KULLANDIKLARI TEMSİL TÜRLERİNİN İNCELENMESİ.....	95
4.3.1 Matematik Öğretmen Adaylarının Belirli İntegral Problemlerini Çözme Sürecinde, Tercih Ettikleri Temsillerin Belirlenmesi.....	96
4.3.2 Matematik Öğretmen Adaylarının Belirli İntegral Problemlerini Çözme Sürecinde, Kullandıkları Temsillerin Belirlenmesi.....	98
4.3.3 Matematik Öğretmen Adaylarının Belirli İntegral Problemlerini Çözme Sürecinde, Tercih Ettikleri Temsiller İle Kullandıkları Temsiller Arasındaki İlişkinin Belirlenmesi.....	100
4.3.4 Matematik Öğretmen Adaylarının Belirli İntegral Problemlerini Çözme Sürecinde, Kullandıkları Temsiller İle Problem Çözme Başarısı Arasındaki İlişkinin İncelenmesi.....	101
4.3.5 Matematik Öğretmen Adaylarının Belirli İntegral Problemlerini Çözme Sürecinde, Temsil Dönüşümleri Yönüyle Yaşadıkları Zorlukların Belirlenmesi.....	103
4.3.5.1 Girdi Temsillerinin Problem Çözme Başarısına Etkisi.....	105
4.3.5.2 Çıktı Temsillerinin Problem Çözme Başarısına Etkisi.....	106
4.3.5.3 Süreç Analizi.....	107
4.3.5.3.1 TTDT’ndeki Üçüncü Probleme İlişkin Bulgular.....	107
4.3.5.3.2 TTDT’ndeki Dördüncü Probleme İlişkin Bulgular.....	109
4.3.5.3.3 TTDT’ndeki Beşinci Probleme İlişkin Bulgular.....	110
4.3.5.3.4 TTDT’ndeki Altıncı Probleme İlişkin Bulgular.....	112
4.3.6 Matematik Öğretmen Adaylarının Temsil Dönüşüm Başarı Düzeylerinin Belirlenmesi.....	114

4.4 MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ TEMSİL DÖNÜŞÜM BAŞARILARI İLE UZAMSAL GÖRSELLEME YETENEĞİ VE AKADEMİK BAŞARILARI ARASINDAKİ İLİŞKİNİN BELİRLENMESİ.....	115
4.4.1 Belirli İntegral Problemlerini Çözme Sürecinde, Kullanılan Temsillerin ve Temsil Dönüşüm Başarılarının, Uzamsal Görselleme Bağlamında Değerlendirilmesi.....	116
4.4.2 Belirli İntegral Problemlerini Çözme Sürecinde, Kullanılan Temsillerin ve Temsil Dönüşüm Başarılarının Akademik Başarı Bağlamında Değerlendirilmesi.....	120
4.5 GÖRÜŞMELER.....	124
4.5.1 Kavram Tanımı-İmajı:.....	125
4.6.2 Problem Çözme Sürecinde Farklı Temsillerden Yararlanma Bilgisi.....	129
V TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER.....	141
4.1 TARTIŞMA.....	141
4.1.1 Temsiller; Nümerik, Grafik ve Cebir.....	141
4.1.2 Uzamsal Görselleme Yeteneği ve Akademik Başarının Temsiller İle İlişkisi.....	148
5. 2 SONUÇ.....	150
5.2.1 Temsil Tercih ve Dönüşüm Testi İle İlgili Sonuçlar.....	150
5.2.2 Belirli İntegral Konusunda Kullanılan Temsiller İle Uzamsal Yetenek ve Akademik Başarı Arasındaki İlişkiyle İlgili Sonuçlar.....	152
5.3 ÖNERİLER.....	156
KAYNAKLAR.....	158
EKLER.....	172
Ek-1:.....	172
Ek-2:.....	193
Ek-3:.....	197
Ek-4:.....	202

TABLÖLAR

Tablo 1: Araştırma hedefleri ve hedeflere yönelik veri toplama araçları.....	61
Tablo 2: PUGT özellikleri.....	65
Tablo 3: BİYT sorularının sınıflandırılması.....	68
Tablo 4: BİYT testinde konulara göre soru dağılımı.....	73
Tablo 5: BİYT için değerlendirci puanları arasındaki korelasyonun incelenmesi	74
Tablo 6: TTDT’ndeki problemlerin karakteristiği.....	75
Tablo 7: TTDT’ndeki sorular ve yer aldıkları alt gruplar.....	81
Tablo 8: TTDT için değerlendirci puanları arasındaki korelasyonun incelenmesi...	82
Tablo 9: BİY testi verilerinin analizi.....	84
Tablo 10: PUGT’ne verilen cevapların puan ortalamaları ve özellikleri.....	90
Tablo 11: PUGT sonuçlarına göre öğretmen adaylarının uzamsal görselleme becerileri.....	91
Tablo 12: PUGT bölümlerinin cevaplanma yüzdeleri.....	92
Tablo 13: Cinsiyetin uzamsal görselleme becerisine etkisi.....	93
Tablo 14: BİYT’ne verilen cevapların puan ortalamaları ve özellikleri.....	94
Tablo 15: BİYT sonuçlarına göre öğretmen adaylarının akademik başarı düzeyleri	95
Tablo 16: TTDT’ndeki problemlerde temsillerin tercih edilme sıklığı.....	97
Tablo 17: TTDT’nin alt boyutlarına göre adayların temsil tercihleri.....	98
Tablo 18: TTDT’ndeki problemlerde temsillerin kullanılma sıklığı.....	99
Tablo 19: TTDT’nin alt boyutlarına göre kullanılan temsiller.....	100
Tablo 20: TTDT’nin alt boyutlarına göre tercih edilen ve kullanılan temsillerin karşılaştırılması.....	100
Tablo 21: TTDT’ndeki problemlerin cevaplanma yüzdeleri.....	103
Tablo 22: TTDT problemlerine verilen cevapların puan ortalaması.....	104
Tablo 23: TTDT’ne verilen cevapların testin alt boyutları bağlamında incelenmesi	105
Tablo 24: Problemin ifade edildiği temsil türlerine göre aday başarısı.....	106
Tablo 25: Problem çözümünde beklenen temsilin kullanılma türüne göre başarı.....	107
Tablo 26: Öğretmen adaylarının temsil dönüşüm başarılarına göre sınıflandırılması.....	114
Tablo 27. TTDT’ne verilen cevapların puan ortalamaları ve özellikleri.....	115

Tablo 28: Temsil dönüşüm başarıları ile uzamsal görselleme yeteneği ve akademik başarı arasındaki korelasyonun incelenmesi.....	116
Tablo 29: Uzamsal görselleme becerisi ile kullanılan temsiller arasındaki ilişkinin incelenmesi.....	118
Tablo 30: Uzamsal görselleme becerisi ile temsil dönüşüm başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi.....	119
Tablo 31: Adayların kavram bilgi düzeylerine göre kullandıkları temsillerin incelenmesi.....	121
Tablo 32: Adayların işlem becerilerine göre kullandıkları temsillerin incelenmesi..	121
Tablo 33: Adayların genel akademik başarılarına göre kullandıkları temsillerin incelenmesi.....	122
Tablo 34: Temsil dönüşüm başarıları ile akademik başarı arasındaki ilişkinin incelenmesi.....	123
Tablo 35: Temsil dönüşüm başarıları ile akademik başarı arasındaki korelasyonun incelenmesi.....	123
Tablo 36: Görüşmeye seçilen adayların puanları.....	124

ŞEKİLLER

Şekil 1: BİYT düzeltmeden önce 6. Soru.....	71
Şekil 2: BİYT düzeltmeden sonra 6. Soru.....	72
Şekil 3: Üçüncü probleme yönelik aday çözüm örneği.....	108
Şekil 4: Dördüncü probleme yönelik aday çözüm örneği.....	110
Şekil 5: Beşinci probleme yönelik birinci aday çözüm örneği.....	111
Şekil 6: Beşinci probleme yönelik ikinci aday çözüm örneği.....	112
Şekil 7: Altıncı probleme yönelik aday çözüm örneği.....	113
Şekil-7: Ö1 Adayının problem çözümü.....	133
Şekil-8: Ö2 Adayının problem çözümü.....	134
Şekil-9: Ö3 Adayının problem çözümü.....	135

I.GİRİŞ

Matematik bilgi ve becerisi; doğa bilimleri, mühendislik ve sosyal bilimler üzerine yapılan birçok bilimsel araştırma için temel oluşturmaktadır. Farklı disiplinlerde daha başarılı olunabilmesi, günümüz matematiğinin çok sayıdaki alan ve uygulamalarının kavranabilmesi ile orantılı olarak değişmektedir. Matematiği doğanın dili olarak tanımlayan bilim adamları, doğa olaylarını ve diğer bilimler ile ilişkilerini, matematikteki farklı gösterimleri kullanarak açıklama ihtiyacı hissetmişlerdir (Kaput, 1987). Matematik eğitimi alan yazınında kullanılan bu farklı dillerin ve gösterimlerin hepsi çoklu temsiller olarak adlandırılmaktadır.

Çoklu temsiller, en genel anlamıyla matematiğe yönelik bir ilişkinin farklı biçimlerde ifade edilmesi anlamına gelmektedir (Özgün-Koca, 2004). Bruner (1966), matematik öğretimi ve öğreniminde, çoklu temsillerin kullanılmasını vurgulayan eğitimcilerin öncülerindendir. Halen, birçok eğitimci, farklı temsillerin, öğrenciye soyut matematik kavramları anlamasında, yardımcı bir ortam hazırlayacağını savunmaktadır (Dienes, 1960; Çıkla, 2004). Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi'nin (NCTM) (1989) yayınladığı okullar için program ve değerlendirme standartlarında, matematik öğretimi ve öğrenimi süreci boyunca, programda vurgulanması gereken anahtar öğelerden biri olarak gösterilen çoklu temsillere, teknolojideki gelişmelere paralel olarak daha çok önem verilmeye başlanmıştır. Matematiğin gerçek hayat bağlamındaki uygulamalarını içermesi, matematiksel bilginin zihinsel gelişimine zemin oluşturması, soyut verileri somutlaştırabilmesi ve olaylara daha analitik-pratik çözümler üretebilmesi gibi varsayımlar çoklu temsil yaklaşımının ilköğretim, ortaöğretim ve yüksek öğretim matematik eğitimi düzeyinde kullanılması gerektiği fikrini doğurmaktadır. Nitekim son yıllarda, birçok matematik eğitimi araştırmacısı, farklı temsillerin kullanımı üzerine çalışmalar yapmaktadır (Kendal ve Stacey, 2003; Özgün-Koca, 2004; Goldin, 2004; Lowrie ve Dieazmann; 2007). Çoklu temsil yaklaşımıyla ilgili çeşitli öğretim düzeylerinde yapılmış çalışma bulmak mümkünken, yoğunluğun Analiz dersi konuları üzerinde olduğu bilinmektedir. Bu bağlamda fonksiyon, limit ve türev gibi konularda

farklı temsillerin kullanımı üzerine, birçok araştırma mevcutken, integral konusunda sınırlı araştırma bulunmaktadır.

Yüksek öğretim matematiğinin temel konuları arasında yer alan ve öğrencilerin anlamlandırmada problem yaşadıkları konuların başında gelen integral kavramı, belirsiz ve belirli integral başlıkları altında incelenmektedir (Finney, Thomas, Demana ve Waits, 1994). Ters türev hesaplamada kullanılan belirsiz integral; sınırlar söz konusu olduğunda alan, hacim, yay uzunluğu gibi hesaplamaları yapmaya yarayan belirli integral formuna dönüşür (Edwards ve Penney, 1994). Belirli integral, genelde eğrilerin sınırladığı alan veya dönel cisimlerin hacimlerinin hesaplanmasında kullanılan bir yapı olarak bilinir. Bu alan ve hacmin hesaplanabilmesi için çeşitli nümerik ve geometrik yaklaşımlar mevcuttur (Scaley, 2008). Bu yaklaşımlara paralel olarak, belirli integral kavramının öğretiminde, farklı temsillerden yararlanılması, birçok eğitimci ve NCTM tarafından desteklenmektedir.

Matematikteki diğer kavramlarda olduğu gibi, belirli integral konusunun da anlaşılmasında kullanılan, farklı temsillerin önemi üzerinde durulmaktadır (Girard, 2002; Akkoç ve Kurt, 2008; Camacho, Depool ve Santos-Trigo, 2009). Belirli integral problemlerini çözme sürecinde, farklı temsillerden yararlanılması, temsiller arası dönüşüm esnekliğine sahip olunması, kavramsal anlamının gereklerinden biri olarak gösterilmektedir (Ghazali, Abdullah, İsmail ve İdris; 2005). Yüksek öğrenim düzeyinde eğitim gören matematik öğretmen adaylarının, Analiz dersi kapsamında aldıkları ve içselleştirilmesinde (Vygotsky, 1962) zorluklar yaşadıklarını ifade ettikleri konuların başında gelen, belirli integral kavramına yönelik bir araştırmaya ihtiyaç duyulmuştur. Bu bağlamda, önceki çalışmalardan farklı olarak öğrencilerin, belirli integral problemlerini çözme sürecinde kullandıkları temsiller ve temsil kullanımını etkileyen faktörler üzerine bir araştırma yapılmıştır.

1.1 ÇALIŞMANIN ALT YAPISI

Matematik eğitimi, diğer disiplinler gibi bütün dünyada sürekli değişen ve gelişen bir yapıya sahiptir (Kilpatrick, 1992). Bu değişim; zaman, toplum, bireyin ihtiyaçları ve

teknolojik gelişmelere bağlı olarak gerçekleşmektedir. Birçok disipline temel oluşturan, bazılarında bir araç olarak kullanılan matematik bilimi, farklı alt bilim dallarına sahiptir. Bunlardan biri olan Analiz, sadece matematik bölümü öğrencilerinin değil, fen bilimleri, iktisat, ekonomi ve işletme gibi bilimlerin de faydalandığı ve bu bölüme kayıtlı öğrencilerin üniversitenin birinci ya da ikinci sınıfında aldıkları yüksek öğretimin temel derslerinden biridir. Analiz dersi konuları; geometri, cebir ve temel matematik alanlarının kesişiminden oluşan, üst düzey matematiksel becerileri içeren bir dal olduğu için, öğrencilerin sadece bir kısmı, ders sonunda kavramsal anlama becerilerine sahip olabilmektedir (Skemp, 1976; Frid, 1992; Girard, 2002). Yapılan çalışmalar öğretimin sadece işlem bilgisi düzeyinde kalmayarak, kavramsal anlama seviyesine çıkmasının sağlanmasında, öğrencilerin kullanma eğiliminde oldukları temsil kavramının farkına varmaları ve farklı temsiller arasında geçiş yapabilme becerilerinin geliştirilmesi gerekliliği üzerinde durmaktadır (Goldin, 1998; NCTM, 2000; Kendal, 2002; Goerdt, 2007). Özellikle Analiz dersinin temel konuları arasında gösterilen belirli integral kavramının öğretim ve öğreniminde kullanılan farklı temsillerin, öğrencilerde kalıcı öğrenmenin sağlanmasına yardımcı olacağı düşünülmektedir. En genel anlamıyla, matematiğin dili olarak ifade edilen temsiller, soyut kavram veya sembolleri gerçek dünya içinde somut şeyler olarak modelleme işlemi olarak da tanımlanabilir (Kaput, 1998). Özellikle Amerika’da yapılan Analiz Reformundan sonra, çoklu temsillerin matematik eğitimindeki etkisi daha ağırlıklı olarak hissedilmeye başlanmıştır (Tucker ve Leitzel, 1995). Ayrıca aynı matematiksel kavram ya da problemlerde, temsiller kendi içerisinde ya da birbirleri ile geçişlerin yapılabildiği durumlarda, problem çözümü için kullanışlı ve esnek bir araç olarak kullanılabilir (Monaghan, Sun ve Tall, 1994). NCTM, 2000 yılında yayınladığı raporda, çoklu temsil yaklaşımına başlı başına bir bölüm ayırarak, konuya verdiği önemi göstermiş; araştırmacılara da bu yaklaşıma etki eden etmenleri araştırmaları konusunda rehberlik etmiştir.

Belirli integral; limit, türev, fonksiyon bilgisi gibi önceki konuları da içerisinde bulundurduğundan ve çeşitli kurallar ile çözüm teknikleri gerektirdiğinden, yüksek öğrenim matematiğinin temel ve zor konuları arasında gösterilmektedir (Orton, 1983; Rasslan ve Tall, 2002; Ghazali vd., 2005). Bu araştırmada, öğrencilerin büyük çoğunluğu tarafından öğrenilmesinde güçlük çekildiği ifade edilen, belirli integral

kavramı, çoklu temsil yaklaşımı temelinde ele alınmıştır. Araştırmada kullanılan temsil kavramı, bir matematiksel ilişki veya kavramın tablo, denklem, grafik gibi değişik biçimlerde ifade edilmesi anlamını taşımaktadır. Belirli integral problemlerini çözme sürecinde, öğrencilerin tercih ettikleri çoklu temsiller, temsiller arası geçiş becerileri ve onların performanslarına etkileri çalışmanın odağını oluşturmaktadır.

Birçok öğrencinin, yüksek öğrenim düzeyinde karşılaştığı derslerden biri olan Analiz için, öğrencilerin kullanma eğiliminde oldukları temsilleri etkileyen değişkenler üzerine araştırmalar yapılmasının gerekli olduğu düşünülmektedir. Bu bağlamda Analiz dersi kapsamında, geleneksel sınıf ortamında işlenen belirli integral konusu, matematik öğretmen adayları perspektifinden ele alınmıştır. Öğretmen adaylarının belirli integral konusunda kullandıkları temsillerin belirlendiği, temsiller arası geçiş becerilerinin incelendiği araştırmada, ayrıca çoklu temsil yaklaşımı “*görsel-uzamsal yetenek ve akademik başarı*” bağlamında değerlendirilmiştir.

1.2 PROBLEM DURUMU

Analiz (Calculus); fen bilimleri ve mühendislikte, cebirin tek başına yeterli olmadığı problem çözümlerinde, geniş bir uygulama alanı bulan matematiğin temel taşlarından biridir. Analiz; cebir, trigonometri ve analitik geometri gibi alanların üzerine kurularak diferansiyel analiz ve integral analizi diye iki ana başlığa ayrılmıştır. İntegral analizi, belirsiz integral ve belirli integral gibi alt başlıklara ayrılırken, belirli integral; Riemann toplamları, Analizin Temel Teoremi, alan hesapları, dönel yüzeylerin hacimlerinin hesabı (dilimleme yoluyla hacim hesabı, ara kesitler yoluyla hacim hesabı) ve katlı integraller gibi konuları kapsamaktadır. Belirli integral konusunun anlaşılmasındaki güçlük, evrensel olarak kabul edilmekte ve birçok araştırma, öğrencilerin analiz konularında problem yaşadıklarını belirtmektedir. Öğrencilerin belirli integrali ölçmek ya da verilen fonksiyonun türevini hesaplamak gibi rutin işlemler yapmasında, hesaplamaların anlamlandırılmasında, kuralların ve formüllerin nasıl kullanılabileceği ile ilgili becerileri sağlamasında büyük eksikler yaşadıkları, ilgili araştırma sonuçlarından bilinmektedir (Orton, 1983; Mundy, 1984; Camacho vd., 2009). Kuralların, formüllerin, işlemlerin başarıyla gerçekleştirilebildiği birçok soruda, öğrencilerin, bu sürecin

arkasında bulunan matematiksel fikri kavrayamamaları, farklı bağlamlar ile ilişkilendirilememeleri araştırmacılar için ortak problem durumunu oluşturmuştur. Bu yüzden, belirli integral kavramının öğretimi, hassas olarak ele alınmalıdır. Bununla birlikte, yüksek öğrenim düzeyinde yapılan matematik derslerinde, geleneksel müfredatın ağırlığının, belirgin olarak hissedildiği bilinmektedir. Matematik derslerinin büyük bir kısmı, herhangi bir öğretim teknolojisi ve materyal eşliğinde işlenmediği gibi, öğretim elemanları da, dersleri sunuş yoluyla ve tek temsil eşliğinde ele almakta, bu da öğretmen bilgi ve inançlarından etkilenen öğrenciyi sınırlamaktadır (Kendal, 2002; Patterson ve Norwood, 2004).

Herkesin bir temsilden aynı kavramı anlamasını ya da bir temsilin herkese aynı oranda anlamlı gelmesini düşünmenin hatalı olacağını ifade eden matematik eğitimcileri, birden fazla temsilin bulunduğu ortamlardaki öğrenmenin tabiatını ve bileşenlerini incelemiştir (Özgün-Koca, 2004). Sınıf ortamındaki baskın zekâ türü, öğrenme stilleri gibi farklılıklar düşünülürse, farklı temsiller ile zenginleştirilmiş bir öğretim sürecinin, matematiksel kavramların farklı yönlerini gösterebilme, kavramı daha geniş bir bakış açısıyla değerlendirebilme ve farklı temsiller arası dönüşümler ile kavramı daha sağlıklı öğrenebilme fırsatı sağlayabileceği düşünülmektedir (Adu-Gyamfi, 2000, akt. Bingölbalı, 2008). Keller ve Hirsch (1998), öğrencilerin çözümlere farklı yollardan yaklaşmasına olanak sağladığından dolayı, çoklu temsil kullanımının birer avantaj olduğunu belirterek; *'temsillerin bilişsel ilişki kurması sayesinde'* kavramın anlaşılmasını kolaylaştırdığını ifade etmişlerdir. Kaput (1998) öğrencilerin sahip olduğu kavram bilgilerinin, öğretim sürecinde geliştirilebilmesinin, çoklu temsil kullanımıyla sağlanabileceğini düşünmektedir. Bu bağlamda, öğrencilerin kavramsal anlamada problem yaşadıklarını ifade ettikleri konulardan biri olan belirli integral kavramında, öğrencilerin kullandıkları çoklu temsillerin ve bu temsillere etki eden değişkenlerin öğrenme sürecini etkileyeceği düşünülmektedir. Belirli integral gibi birçok farklı temsil türü ile gösterimin sağlanabileceği bir konuda, öğrencilerin temsil tercihleri ve temsiller arası dönüşüm becerilerine, görsel-uzamsal yetenek ve akademik başarının etkisi, araştırmanın problemini oluşturmaktadır.

1.3 ARAŞTIRMANIN AMACI

Matematik eğitimi araştırmalarında amaç, bilgiyi kullanıp yorumlayabilen, problem çözüme ve muhakeme etme becerisine sahip bireylerin yetişmesini sağlamaktır. Matematik eğitimi alanındaki yenilik çalışmaları, öğrencilerin matematik yapmayı öğrenmeleri için, bilişsel olarak güçlendirilmesi gereği üzerinde durmaktadır (Thomas, Mulligan ve Goldin, 2002). Bu bilişsel becerilerden biri olarak gösterilen çoklu temsil kullanımı ve temsiller arası dönüşüm becerisi, kavramsal düzeyde öğrenmenin gerçekleşmesi için zemin oluşturmaktadır (Kaput, 1987; Porzio, 1999; Hacıömeroğlu, 2007). Nitekim belirli integralin kavramsal olarak anlaşılması, bu farklı temsiller arasındaki ilişki ve bağlantıların kurulması ve bilinmesini gerektirir (Bingölbalı, 2008).

Bu araştırmada, genel matematik konuları içerisinde önemli bir yere sahip olan ve öğrenilmesinde güçlük çekildiği ifade edilen, belirli integral kavramı üzerinde durulacaktır. Belirli integral problemlerinde, öğrencilerin kullandıkları çoklu temsiller çalışmanın odağını oluşturmaktadır. Öğrencilerin temsil bilgisi, temsil farkındalığı, temsil dönüşüm becerileri ve temsillere etki eden durumların incelenmesi amaçlanmıştır. Görsel-uzamsal yetenekler bağlamında, öğrencilerin kullanma eğiliminde olduğu temsiller belirlenmiş, temsil farklılıkları ve farkındalıklarının başarıya etkisi irdelenerek, eksiklikler için çözüm önerileri geliştirilmiştir. Bu çalışma sonuçlarının, üniversitedeki eğitim-öğretim sürecinin odağında olan öğretim görevlileri/üyelerinin kullandıkları teknikleri değerlendirip geliştirmesine fırsat oluşturması ve öğrencilerin öğrenim, beceri ve stillerine katkıda bulunması beklenmektedir. Görsel-uzamsal yetenek ve akademik başarının, öğrencilerin belirli integral konusunda kullandıkları temsillere etkisinin incelenmesi amacı taşıyan araştırmaya, aşağıdaki sorulara cevap almak üzere başlanmıştır.

1.4 ARAŞTIRMA SORULARI

Bir bilimsel araştırmada vurgulanan en önemli noktalar araştırma sorusu ve bu soruya en uygun cevabı verecek yöntemin belirlenmesidir. Araştırma sorularının belirlenmesi, nicel çalışmalarda baştan kesin olarak belirlenirken; birçok nitel çalışmada araştırma

sorusu yazma süreci “*geliştirme*” ve “*yeniden ifade etmeye*” dayalı bir çalışma içerir (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Araştırma sorusu, problem durumu ve çalışmanın amacını tanımlamalı ve elde edilecek olası veriler ile cevaplanabilecek nitelikte olmalıdır. Mevcut durumu olduğu gibi ortaya koymak (betimlemek), sebep sonuç ilişkilerini belirlemek, değişkenler arasındaki ilişkileri ölçmek, başkalarıyla karşılaştırmak, standartlara uygunluğunu kontrol etmek gibi farklı amaçlar dikkate alınarak araştırma sorusu belirlenebilir. Kısaca, araştırma sorusu, üzerinde durulan olgunun problem cümlesi haline getirilmiş şeklidir (Çepni, 2000). Araştırma sorusu, araştırmacı için yol haritası oluşturur ve araştırmacıya esneklik sağlayabilecek en genel ifadelerle, açık uçlu olarak belirlenir; daha sonra veri toplama ve değerlendirme sürecinde araştırmacı çalışmanın sorularını daha özel ve kapalı uçlu sorulara doğru indirgeyebilir. Bu çalışmada da ilgili alan yazının ışığında en genel araştırma sorusu “Matematik öğretmen adaylarının belirli integral konusunda kullandıkları temsiller, uzamsal görselleme yetenekleri ve akademik başarıları bağlamında nasıl değişmektedir?” şeklinde belirlenmiş olup, daha sonra veri toplama ve analiz sürecinde alt problemler aşağıdaki gibi belirlenmiştir.

- 1) Matematik öğretmen adaylarının, belirli integral problemlerini çözme sürecinde, kullandıkları temsil türlerinin incelenmesi
 - 1.1) Matematik öğretmen adayları, belirli integral problemlerini çözmeden önce hangi temsilleri tercih etmekte ve çözüm sürecine yardımcı olacağını düşünmektedirler?
 - 1.2) Matematik öğretmen adayları, belirli integral problemlerini çözme sürecinde, hangi tür temsilleri kullanmaktadırlar?
 - 1.3) Matematik öğretmen adaylarının, belirli integral problemlerini çözmeden önce, tercih ettikleri temsiller ile çözüm sürecinde kullandıkları temsiller arasında nasıl bir ilişki vardır?
 - 1.4) Matematik öğretmen adaylarının, belirli integral problemlerini çözme sürecinde, kullandıkları temsiller ile problem çözme başarıları arasında nasıl bir ilişki vardır?

- 1.5) Matematik öğretmen adaylarının, belirli integral problemlerini çözmeye sürecinde, temsil dönüşümleri yönünden yaşadıkları zorluklar nelerdir?
- 2) Öğretmen adaylarının, belirli integral konusundaki temsil dönüşüm başarılarının; uzamsal görselleme yeteneği ve akademik başarıları bağlamında değerlendirilmesi ve aradaki ilişkinin incelenmesi
 - 2.1) Öğretmen adaylarının, temsil dönüşüm başarıları ve problem çözümünde kullandıkları temsiller ile uzamsal görselleme yeteneği arasında nasıl bir ilişki vardır?
 - 2.2) Öğretmen adaylarının, temsil dönüşüm başarıları ve problem çözümünde kullandıkları temsiller ile akademik başarıları arasında nasıl bir ilişki vardır?

Bu sorular ve sorulara verilecek olası cevaplar ile Analiz dersinde öğrencilerin en çok hangi temsili, neden kullandıklarının farkına varması, hangi temsiller ile doğru cevaba daha kolay ulaşabildiğini ve konuyu daha iyi anlamlandırabildiğini bilmesi hedeflenmektedir. Ayrıca, çalışma, temsiller arası dönüşüm becerilerine görsel uzamsal yeteneklerin etkisini de incelediğinden, literatürdeki bir boşluğu doldurmaktadır. Yukarıda ifade edilen araştırma soruları oluşturulurken, alan yazınındaki boşluklar belirlenmiş ve bazı araştırmalardan destek alınmıştır.

1.5 ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ

Matematik eğitimi alanı yazınında yapılan çalışmalar, genelde, öğrenme sürecinin verimliliği, öğrenen-öğreten-bilgi arasındaki etkileşim ve müfredatın incelenmesi üzerinde durmakta, çalışmalar, öğretmen, öğrenci veya programlar üzerinde yoğunlaşmaktadır. Belirli integral kavramının öğrenilmesinde de öğretim ortamı, öğretici ve öğrenci öğelerinin her birinin süreçte aktif rolü bulunmaktadır. Amaç, öğrencilerde konunun kavramsal anlaşılmasını sağlayacak, bilgilerini gerçek hayat problemlerine transfer edebilme, problemleri çözebilme becerilerini geliştirecek yetilerin kazandırılmasıdır. Niss'e (1999) göre, matematik eğitiminde yapılan

araştırmaların büyük çoğunluğunun odağı, öğrencilerin matematiğı kavramaları ve yorumlamaları, kavramların öğrenciye nasıl öğretildiğı gibi, sadece matematik alanıyla sınırlı kalmaktadır. Bu açıdan yapılacak çalışma, öğretmen adaylarının belirli integral konusunda kullandıkları temsillerin, temsiller arası dönüşüm becerilerinin belirlenmesinin yanında; bu temsil kullanımına etki eden diğerk değişkenlerin incelenmesi ve ilişki düzeyinin belirlenmesine olanak sağlaması bakımından önemlidir.

Matematiğı öğrenmek ve uygulamak için, sadece matematiksel sembolleri yönlendirebilmek yeterli değildir; ayrıca koordine edebilmek, matematiksel ilişkileri yorumlayabilmek ve özel durumlara uygun dili, sembolü, grafiğı veya diğerk temsilleri kullanabilmek gerekeceğı gibi problemi açıklama, sonuç çıkarma ve uygun materyali geliştirebilmek gereklidir (National Research Council, 1989; akt. Brown, 1996). Üniversitelerde yapılan Analiz derslerinin, genelde sembolik anlamda kaldığı ve mesleki uygulamalara ağırlık verilmediğı bazı çalışma sonuçlarından bilinmektedir (Kendal, 2002). Limit, süreklilik, türev ve integral gibi Analiz dersi konularında, kavram yanılgıları ve kavramın öğretilmesi sürecinde yaşanan zorluklara yönelik çeşitli çalışmalar bulunmaktadır. Bu çalışmaların çoğı, öğrencilerin matematik öğreniminde kavramsal anlamadan öte, işlemsel beceriye sahip oldukları ve bunun sonucunda kavramları anlama ve anlamlandırmada zorluklar yaşadıklarına dikkat çekmiştir (Skemp, 1976; Goldin, 2004). Bu bağlamda, matematiksel kavramların öğrenciler tarafından kavramsal olarak anlaşılması için, araştırmacıların önerdiğı yöntemlerin en etkililerinden biri, öğretimde çoklu temsil kullanılmasıdır. Çoklu temsillerin kullanıldığı bir öğretimde betimleme, grafik, tablo, denklem kullanımı gibi diğerk gösterimlerden etkin olarak yararlanma ve öğrencilere bu temsillerin arasında bağ kurarak matematiksel kavramların farklı yönlerini görebilme fırsatı sağlanır (Porzio, 1994; akt. Bingölbalı, 2008). Bu bağlamda limit, süreklilik ve türev konusunda çoklu temsil kullanımı ile ilgili çeşitli çalışmalara rastlanılmaktadır.

Belirli integral konusunda, gerek bilgisayar cebir sistemleri bağlamında, gerekse herhangi bir yazılım kullanmaksızın var olan öğrenci durum ve becerilerinin incelenmesine yönelik çeşitli araştırmalar mevcuttur. Belirli integral kavramının öğretiminde, bilgisayar cebir sistemlerinin etkisi üzerine yapılan çalışmalar

incelendiğinde, teknoloji desteğinin, farklı temsil kullanımına ve görsel öğelerle kavramın somutlaştırılmasına olanak sağlamasından dolayı kullanıldığı; araştırma sonuçlarının da, bu bağlamda şekillendiği görülmektedir. Bu çalışmaya, farklı olarak, öğretim ortamında herhangi bir yapılandırma tasarlanmaksızın, geleneksel sınıf ortamında alınan bir eğitim ile öğrencilerde var olan temsilleri belirlemek, tercih edilmeyen temsil türlerinin neden kullanılmadığını irdelemek, temsiller arası geçiş becerilerini incelemek ve bu temsil tercihlerini etkilediği düşünülen durumları değerlendirmek üzere başlanmıştır. Ülkemiz yüksek öğretim düzeyindeki sınıf ortamları, öğrencilerin teknoloji alan bilgisi yeterlilikleri ve yazılım kullanımının olumsuz etkilerine yönelik çalışma bulguları düşünüldüğünde, geleneksel sınıf ortamına göre verilen eğitimin sonuçlarının incelenmesinin, toplumsal gönence katkısının daha fazla olacağı düşünülmüştür. Ayrıca araştırmanın, dersi veren öğretim üyesi, yararlanılan kaynaklar ve öğrenci farkındalığına etkisi bağlamında değerlendirildiği düşünülürse, sonuçların, kişiye eksiklerini görme ve giderme olanağı sağlayabileceği düşünülmektedir. İlgili alan yazınındaki çalışmalar değerlendirildiğinde, araştırma, öğrencilerin belirli integral konusunda hangi tür temsilleri kullanma eğiliminde olduklarını saptama, temsil tercihleri ile uzamsal görselleme yeteneği ve akademik başarı arasındaki ilişki düzeyini incelemesi yönüyle önemlidir ve özgün değere sahiptir.

1.6 SINIRLIKLAR

Araştırma, öğrencilerin belirli integral konusunda kullandıkları farklı temsilleri belirlemek ve akademik başarı ile görsel-uzamsal yeteneklerin temsil kullanma eğilimine etkisini incelemeyi hedeflediğinden, bu çalışma, kullanılan veri toplama yöntemi ve teknikleriyle sınırlı kalmaktadır. Öğrencilerin, görsel uzamsal yeteneklerini ölçmek ve temsil tercihleri ile temsiller arası dönüşüm becerilerini incelemek için çok farklı araç ve teknikler kullanılabilir. Bu çalışmada, öğrencilerin görsel uzamsal yeteneklerini ölçmek için Purdue Uzamsal Görselleme Testi kullanılmış, temsiller arası dönüşüm becerilerini incelemek için Temsil Tercih ve Dönüşüm Testi oluşturulmuştur. Araştırma, Analiz dersindeki başarıya yönelik olduğundan, matematik öğretmenliği 1. ve 2. sınıfında alınan Analiz dersleriyle sınırlıdır. Çalışmanın katılımcıları, bir devlet

üniversitesindeki 45 kişilik 2.sınıf matematik öğretmenliği öğrencileri ile sınırlıdır. Süre, 2008–2009 eğitim-öğretim bahar yarıyılı ile sınırlıdır.

1.7 TANIMLAR

Akademik Başarı: Öğretmen adaylarının belirli integral performansları ve belirli integral problemlerini çözme yeterlilikleri, çalışmada akademik başarı olarak değerlendirilmiştir.

Belirli integral performansı: Öğretmen adaylarına uygulanan Belirli İntegral Yeterlilik Testi sonuçları, öğretmen adaylarının belirli integral konusundaki performansları olarak değerlendirilmiştir.

Belirli integral problemleri: Belirli integral kavramının geometrik, nümerik veya cebir anlamını içeren ve ders kitaplarında en çok karşılaşılan örnek sorular, bu çalışmada, belirli integral problemleri olarak değerlendirilmiştir. Bu problemler: belirli integral tanımları, Riemann anlamında integral, integralde cebir hesabı, integralde alan hesabı, integralde hacim hesabı problem durumları ile sınırlıdır.

Kavram Tanım Bilgisi: Belirli integral kavramının tanımlarını ve farklı anlamlarını bilme

İşlem Becerisi: Belirli integral problemlerini hesaplayabilme becerisi, çeşitli teknik integral alma bilgileri ve bu bilgileri yorumlayabilme becerisi

Temsil: Matematik durumları açıklama ve anlamlandırmada kullanılan gösterim biçimi

Çoklu Temsil: Bir matematiksel kavramın, ilişkinin değişik biçimlerde ifade edilmesine olanak sağlayan gösterim biçimlerine “*çoklu temsil*” denir. Bu araştırmada kullanılan çoklu temsiller terimi; grafik, cebir ve nümerik dış temsil türlerinin belirli integral problemleri çözümünde kullanılması anlamını taşımaktadır.

Cebir Temsili: Belirli integral problemlerinin, denklemler yardımıyla verildiği veya çözüm sürecinde, Analizin Temel Teoreminin kullanılarak, integral hesabının yapıldığı durumlar

Grafik Temsili: Belirli integral problemlerinin, grafikler yardımıyla verildiği veya çözüm sürecinde, eğri altında kalan alan yaklaşımının kullanıldığı durumlar

Nümerik Temsili: Belirli integral problemlerinin, tablolar yardımıyla verildiği veya çözüm sürecinde, birikimli toplamlar yaklaşımının kullanıldığı durumlar

Karma Temsil: Belirli integral problemlerinin çözüm sürecinde; grafik, nümerik ve cebir temsillerinden herhangi ikisinin bir arada kullanıldığı durumlar

Temsil Kullanımı: Çoklu temsillerin, belirli integral problemlerini çözme sürecinde kullanılması

Temsil İçi Geçiş: Belirli integral probleminin verildiği ve çözümün beklendiği temsilin aynı olduğu durumlar

Temsiller Arası Dönüşüm: Belirli integral probleminin verildiği ve çözümün beklendiği temsilin birbirinden farklı olduğu durumlar

Temsil Dönüşüm Becerisi: Temsil içi geçiş ve temsiller arası dönüşüm gerektiren belirli integral problemlerini çözebilme yeteneği

Temsil Tercihi: Temsil Tercih ve Dönüşüm Testi maddelerinde çözümü kolaylaştıracağı düşünülen ve tercih edilen temsiller

Uzamsal Görselleme Yeteneği: Bir ya da birden çok parçadan oluşan iki ve üç boyutlu nesnelerin ve bunların parçalarına ait görüntülerin, üç boyutlu uzayda hareket ettirilmesi sonucu oluşacak yeni durumların zihinde canlandırılabilmesi becerileri

1.8 KISALTMALAR

PUGT: Purdue Uzamsal Görselleme Testi

BİYT: Belirli İntegral Yeterlik Testi

TTDT: Temsil Tercih ve Dönüşüm Testi

UGBY: Uzamsal Görselleme Becerisi Yüksek

UGBO: Uzamsal Görselleme Becerisi Orta

UGBD: Uzamsal Görselleme Becerisi Düşük

TDBY: Temsil Dönüşüm Becerisi Yüksek

TDBO: Temsil Dönüşüm Becerisi Orta

TDBD: Temsil Dönüşüm Becerisi Düşük

YDAB: Yüksek Düzeyde Akademik Başarılı

ODAB: Orta Düzeyde Akademik Başarılı

DDAB: Düşük Düzeyde Akademik Başarılı

II. İLGİLİ ALAN YAZIN

Bu bölümde Analiz dersi ve işlenişi ile ilgili genel başlıklar verilmiş, özel olarak belirli integral kavramının öğretim ve öğrenimi üzerinde durulmuştur.

2.1 ANALİZ DERSİ KONULARINA EPİSTEMOLOJİK BİR BAKIŞ; ANALİZ REFORMU

Analiz, cebir ve geometriden beslenen matematik dallarının, merkezindeki alan olarak bilinir. Latince “*çakıl taşı*” anlamına gelen Analiz bilim dalının geçmişi antik çağ, orta çağ ve modern çağ olmak üzere farklı evrelere ayrılır. Antik çağda, analiz’e, bazı integral kavramları için temel oluşturan yapılar girmeye başlamıştır, ancak bunlar sistematik ve düzenli değildir. Basit fonksiyonların alan ve hacimlerinin integral yardımıyla hesaplanmaya başlanmasında, Mısır ve Roma geçmişine dayanan izlere rastlanılmaktadır. Türkçe’de Genel Matematik olarak da nitelendirilen Analiz bilim dalı, iki temel yapı üzerine kurulmuştur. Bunlardan ilki, niceliklerin kendi içerisinde ve birbirlerine göre anlık değişim oranıyla ve fonksiyonların yerel davranışlarıyla ilgilenen diferansiyel hesabı ki, buna fonksiyon grafiğinin eğimi veya anlık değişimi de denebilir. İkinci yapıda, niceliklerin toplamı, eğri altında kalan alan, hız ile alınan yol arasındaki değişim ve döndürülen cisimlerin hacmi ile ilgilenen integral hesabı bulunur. Bu iki yapı, birbirinin tersi biçiminde işleve sahipken, Analizin Temel Teoremi ile ilişki göstererek biri, diğerini tamamlamaktadır.

Analiz bilim dalı, matematiğin en güçlü ve esnek araçlarından biridir (Finney vd., 1994; Tall, 1985). Bugün Analiz bilim dalı diğer birçok bilimin temele aldığı ve yararlandığı alan olarak bilinir. Fen bilimleri, bilgisayar, istatistik, ekonomi, tıp, iktisat, mühendislik–mimarlık ve bunun gibi çözümünü matematiksel yollarla arayan bölümlerin her türlü hesaplama ve problem çözme sürecine rehberlik eden, birebir uygulamaları içeren matematiğin en önemli dallarından biri Analizdir (Oberger, 2000; Scaley, 2008). Analiz bilim dalının gelişmesi sürecinde Archimedes, Leibniz, Newton, Barrow, Descartes, Fermat, Huygens ve Wallis gibi bilim adamlarının çok önemli yeri vardır. Analiz dersinin temelini limit, türev ve integral konuları oluşturmaktadır

(Mundy, 1984; Ferrini-Mundy ve Graham, 1994). Analiz, yüksek öğretimin çeşitli bölüm ve kademelerinde ileri düzeydeki matematiksel hesaplamaları ve fonksiyon davranışlarını inceleyen bir ders olarak verilmektedir. Dersin adı üniversite ve bölümlere göre Genel Matematik I-II, Matematik I-II, Analiz I-II, Analize Giriş I-II gibi farklılıklar gösterse de, içeriği birbirine paraleldir. Örneğin dizi ve seri kavramı içerik olarak yukarıda ifade edilen tüm derslerde bulunmasının yanında bazılarında limit ve süreklilik kavramından sonra verilirken bazılarında integral uygulamalarından sonra işlenmektedir. Bunun yanında matris ve doğrusal denklemler, kutupsal koordinatlar gibi konulara bazı ders ve ders kitaplarında yer verilmemektedir. Ders içeriğinde üniversiteler arası farklılıklar da söz konusudur. Örneğin Marmara Üniversitesi Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği Programında yer alan Analiz I-II dersinin içeriği:

“Temel kavramlar, fonksiyonlar, fonksiyonlarda limit ve süreklilik özellikleri, türev, türev alma kuralları ve genel teoremler, türevin geometrik uygulamaları, konvekslik, maksimum ve minimum problemleri, eğri çizimi, kapalı fonksiyonların türevleri, integral, genel teoremler, belirsiz integral ve hesabı, belirli integral ve hesabı, alan hesapları, dönel yüzeylerin hacimlerinin hesabı, dilimleme yoluyla hacim hesabı, eğri uzunluğu hesabı, genelleştirilmiş integraller” olarak düzenlenmiştir.

Aynı dersin Dokuz Eylül Üniversitesi Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği Programındaki içeriği:

“Sayı ve küme kavramlarının hatırlatılması, model kavramı, fonksiyon kavramının oluşturulması, analizin uğraş alanı olan “doğrunun eğimi” ve “alan” problemlerinin ortaya konması, eğim hesaplanması, analitik komşuluk ve yığılma kavramlarının tartışılması, fonksiyonun analizi ve çizimi, limit ve süreklilik kavramlarının tartışılması, türev kavramı, bir fonksiyonun bir nokta komşuluğunda polinom fonksiyon ile temsili, türevin günlük yaşamla ilişkin uygulamaları, belirli integral, ters türev, belirsiz integral alma metotları, belirli integrallerin uygulamaları, has olmayan integraller, seriler” şeklindedir.

Farklı üniversitelerin Analiz dersine ait program içeriklerinde yer alan konu isimleri farklı olsa bile kavram yapıları birbirine benzerdir.

Analiz dersi birçok programın (Matematik Öğretmenliği/Bölümü/Mühendisliği, Fizik Öğretmenliği/Bölümü/Mühendisliği vb.) ilk ya da ikinci yıl müfredatında yer alır. Analiz disiplinin oluşmasında cebir, geometri gibi diğer disiplinlerin etkisi yadsınamaz. İnsan zihninin büyük başarısı diye nitelendirilen (Hughes-Hallett vd.,1998) ve matematik bilimlerinin de çekirdeğini oluşturan Analiz biliminin öğrencilere aktarılması sürecinde karşılaşılan zorluklara alan yazınındaki çalışma sonuçları yer vermektedir. 1980’lerde Analiz dersinin içerdiği konularda öğrencilerin cebirsel tekniklerle işlem yapabilmelerine karşın kavramların anlaşılması yönüyle problem yaşadıklarının matematik eğitimcileri tarafından dile getirilmesiyle Amerika’da oluşan ve kriz diye nitelendirilen süreç başlamıştır. Bu sürece çözüm aramak üzere başlayan hareket “*Analiz Reform Hareketi*” olarak adlandırılmıştır (Tucker ve Leitzel, 1994).

Analiz reform hareketinin oluşmasını birçok faktör etkilemiştir. Tall (1996) bunları geniş bir kitle tarafından daha anlaşılır hale gelmesi, ticari gereksinimler, öğretimde ihtiyaç duyulan pratik, bilim ve teknolojiadaki gelişimin ihtiyaç duyduğu matematik, bireyin analiz konularını öğrenme sürecini ve kavramın nasıl geliştirilebileceğini anlama araştırmaları gibi faktörler olduğunu belirtmiştir. Teknolojideki hızlı değişim ve çeşitli matematik yazılımlarının ortaya çıkması ile matematik öğretiminde farklı temsillerin kullanılabileceği, soyut kavramların görselleştirilerek somutlaştırılabileceği fırsatların doğması matematik eğitimi araştırmalarını da etkilemiştir. Bu bağlamda reform hareketinin oluşmasını etkileyen bir diğer başlığın farklı temsillerin kullanımına olanak sağlayan öğretim yaklaşımı olduğu söylenebilir. Analiz reformu yaklaşımı ülkemizde henüz benimsenmemiştir (Akkoç ve Kurt, 2008; Sevimli, Delice ve Yengin, 2009). Yüksek öğretim kurumlarında dersler genelde sunuş yoluyla işlenmekte, öğretim süreci herhangi bir yazılım ya da materyal desteğinin kullanılmadığı geleneksel sınıf ortamlarında gerçekleşmektedir. Ders kitabı olarak farklı kaynaklar kullanılmasına karşın bu farklılıkların içeriğe yansımadağı bilinmektedir (Tucker ve Leitzel, 1994; Dubinsky ve Schwingendorf, 1991). Ülkemizdeki yüksek öğretim kurumlarında verilen Analiz derslerine ilişkin bir diğer dikkat çeken durum, cebir temsilleri ağırlığıyla derslerin işlenmesidir. Analiz derslerindeki genel anlatımın “*Tanım-Teorem-İspat-Uygulamalar ve Test*” biçiminde yapıldığı, öğrencilerinde bundan dolayı işlemsel

anlamaya maruz bırakıldığı belirtilmektedir (Bingölbalı, 2008). Yapılan çalışmanın yaygın etki değeri için araştırmanın yapılacağı grup, geleneksel sınıf ortamına göre eğitim alan öğrencilerden seçilmiştir. Analiz reformunun oluşmasına zemin hazırladığı belirtilen çoklu temsil yaklaşımı ve bu yaklaşım temelinde ele alınan Analiz dersi konuları üzerine yapılan matematik eğitimi araştırmalarına bir sonraki bölümde yer verilmiştir.

2.2 ÇOKLU TEMSİLLER

Matematik doğanın dilidir. Bilim adamları doğa olaylarını matematik dilini kullanarak açıklama ve anlamlandırma ihtiyacı hissetmişlerdir (Tall,1991). Matematik dilinin de tıpkı diğer diller gibi gösterim biçimleri mevcuttur. Matematik eğitimcileri kullanılan bu farklı dillerin hepsine birden “temsil” ya da “gösterim” demektedir (Kaput, 1987; Özgün-Koca, 1998; Kendal, 2002). Temsil kelimesi genel anlamda soyut kavram veya sembolleri, gerçek dünya içinde somut şeyler olarak modelleme işlemi olarak tanımlanabileceği gibi matematiksel psikolojide, nesneler ya da semboller arasındaki ilişkinin tanımı anlamını taşımaktadır. Temsiller, durumların kişiler tarafından anlaşılmasıdır (Kaput, 1987). Her bir durumun birden fazla gösterimi olabileceği gibi, her bir gösterim birden fazla durumu temsil edebilir, kişide farklı anlamlar oluşturabilir. Bu yüzden temsil teorisi çoklu temsiller başlığıyla ele alınmıştır.

2.2.1 Temsil Teorisi

1923'te Amerika'daki ulusal bir komitenin raporu cebir ve geometri problemlerinin çözümünde farklı temsillerin kullanılmasının anlama yeteneğini geliştirdiğini belirtmiş ve çoklu temsil kavramı öğretim sürecinde ilk kez dile getirilmiştir. Temsil kavramı 1960'ların öncesine kadar matematiğe ait kavram ve ilişkiler olabildiğince farklı şekilde sunulurken öğrencilerin soyutlama becerilerinin geliştirilmesi amacı taşımıştır. Matematik eğitimi tarihinde çoklu temsilleri vurgulayan pek çok teorem olmasına rağmen Dienes'in (1960) "*çoğul somutlaştırma prensibi*" (multiple embodiment principle) ile bu konu ayrıca bir önem kazanmıştır. Bu prensip, öğrencilerin kavramsal

öğrenmelerinin birden fazla değişik somut gösterimler yolu ile zenginleştirilebileceğini savunur. Bununla birlikte Dienes (a.g.e) matematik konularının daha büyük öğrenci grubuna sunulmasında farklı temsil kullanımının yardımcı bir araç olarak kullanılabileceğini ifade etmiştir. 1980'lerin sonundan itibaren, NCTM (1989), yayınladığı okullar için program ve değerlendirme standartlarında, matematik öğretim ve öğrenimi süreci boyunca programda vurgulanması gereken anahtar öğelerden biri olarak çoklu temsilleri göstermiştir. Ayrıca aynı matematiğe yönelik kavram ya da problemlerde, temsiller, kendi içerisinde ya da birbirleri ile geçişlerin yapılabildiği durumlarda problem çözümü için kullanışlı ve elverişli bir araç olarak kullanılabilir (Monaghan vd., 1994).

National Research Council (1989) farklı temsil kullanımının gerekliliğiyle ilgili olarak “Matematiği öğrenmek ve uygulamak için sadece matematikteki sembolleri yönlendirebilmek yeterli değildir; ayrıca koordine edebilmek, matematiğe yönelik ilişkileri yorumlayabilmek ve özel durumlara uygun dili seçebilmek gereklidir” demiştir. Bir problem durumunu açıklama, problemten sonuç çıkarmaya yönelik uygun materyali geliştirebilmek, bu dilin (grafik, tablo, semboller, diyagramlar, sözel ifadeler veya diğer temsiller) kullanımına bağlıdır” ifadelerine yer vermektedir (akt. Brown, 1996). Matematik öğretimi ve öğreniminde farklı tipte temsillerin kullanılmasını vurgulayan teorisyenlerden bazıları; Dienes (1960), Bruner (1966), Kaput (1987), Hiebert ve Carpenter (1992) dir. Temsil, bir kavramın ya da ilişkinin değişik biçimlerde ifade edilmesi olarak tanımlanabileceği gibi öğrencilere matematiğe yönelik kavramları kelimelerde sözel, tablolarda sayısal, grafiklerde görsel ve sembollerde cebir temsillerini anlamaya yardımcı olan bir araç olarak da ifade edilebilir (Hart, 1992; Schneider, 1995). Goldin (2004) temsilleri karakter, işaret, ikon veya nesnelerin düzenlenerek bir durumu simgelemesi veya başka bir şeyi ifade etmesi olarak tanımlamaktadır. Temsil edilen ilişkilerin doğasında yatan temsil terimi; gösterim, kodlama, çağrıştırma, etiketleme, anlamlandırma, atıfta bulunma, sembolize etme, benzetme gibi birçok yolla yorumlanabilir.

Temsil kavramını, matematiksel düşüncelerin oluşması ve iletilmesi sürecinde yararlanılan, kendi içerisinde ve farklı biçimleri arasında dönüşüme olanak sağlayan bir

dil olarak tanımlayan Sevimli vd. (2009) bu dilin matematik öğretim ve öğreniminde bir araç gibi kullanılabileceğini belirtmiştir. Bu araştırmacıların birçoğu temsil kavramının iç ve dış temsiller başlığı altında incelenmesi gerektiği konusunda ortak görüşe sahiptir. Aşağıda, sırasıyla iç ve dış temsil başlıkları ve her bir başlığın kapsadığı temsil türlerine yer verilmiştir.

2.2.1.1 İç Temsiller: İç temsiller kişinin etrafında gördüğü, formüle ettiği ve kendi bilgisi çevresinde yapılandığı zihinsel şekiller, beynindeki yapı ve bilgilerdir. Matematiğe yönelik kavramların ne anlama geldiğini kavramak için çalışmalarını bilginin içe ait sunumu ve iç temsil yapıları üzerine odaklayan Hiebert ve Carpenter (1992) hipotezlerini Piaget ve diğer bilişsel çalışmalar yapan araştırmacıların bulgularına dayandırmaktadırlar. Çalışmalarını bilgi ağları (network) üzerine kuran araştırmacılar, bu ağlar ile kavramlar arasında oluşturulan iç temsil ilişkilerinin kuvvetlendirilmesi ile bilginin etkili ve kalıcı hale gelebileceğini belirtmişlerdir.

Yeni bilgilerin gelmesi ile oluşan ağların bağlantıları eskisine oranla daha yavaş kurulur. Önceki bilgi ilişkilendirilmemiş ise ağlar arasında zayıflık bulunur dolayısıyla iç temsillerin yeterliliğinden söz edilemez (Hiebert ve Carpenter, 1992). Matematiğe yönelik bir kavramın anlaşılması zihinsel temsildeki bağların bir parçası olması ile ölçülebilir ve anlamının derecesi ilişkideki bağların sayısı ve kuvveti ile belirlenebilir. Hiebert ve Carpenter (1992) bilgi çatısını, doğrudan gözlemlenemeyen iç temsiller üzerinde temellendirmişlerdir. Çalışma sonuçlarında bu iç bağların dış aktivitelerden etkilendiği ve dış temsiller arasındaki ilişkilerin inşa edilmesi ile uyarıldığını belirtmektedir. Bu iç bağlantıların doğrudan gözlemlenemeyeceğinden, bazı dış temsil biçimleri ile ilişkilendirilerek sunulmalıdır. İç temsillere örnek olarak imaj, formal gösterim, güdümsel, heuristic, duyuşsal temsiller verilebilir (Goldin, 1998). İç temsiller, dış temsillerin ürününe bağlı olarak çıkarılabilir, kolaylıkla gösterilemez ve diğer insanlara iletilemezler. Örneğin bir çocuğun 2 sayısının bir iç temsilini oluşturmasını bilmenin yolu, sayıya ait bir dış temsil üretebilmesiyle olur. İç ve dış temsiller öğretim ve öğrenimde birlikte rol oynarlar (Hähkiöniemi, 2004).

Goldin ve Kaput (1996) iç düzenlemeleri, bireyin karakteristik algısı, muhakemesi ile sinir sisteminde kodladığı, sonuç çıkarılacak olan bir yapıya benzetmektedir. Goldin (1998), matematiğe yönelik bilişte yer alan tüm simgelerin doğrudan gözlemlenebilir olmadığını ve bunların iç temsiller ile açıklanabileceğini ifade etmektedir. İç temsilleri bireyin beyninde gerçekleşen, sinir sistemi yolu ile yapılan uyarıların dikkate alındığı bireysel muhakemenin önem kazandığı, gözlemden uzak bir yapı biçiminde tanımlayan Goldin (a.g.e) matematiğe yönelik düşüncelerdeki detayların doğrudan gözlemlenebilir olmadığını, matematiğe ait bilişte birçok iç temsil sisteminin yer aldığını vurgulamaktadır.

2.2.1.2 Dış Temsiller: Dış temsiller, matematiksel kavram ve fikirlerin anlaşılması ve aktarılmasını sağlayan yardımcı bir araç, problemler ve çözüm yolları üzerinde konuşulmasına olanak sağlayan bir dildir. Dış temsiller gözlemlenebilir, diğer kişilere iletebilir. Bruner (1966) dış temsil kavramını matematik eğitiminde ilk kullanan araştırmacılar arasında olup herhangi bir bilginin üç dış temsil türü ile ortaya çıkabileceğini iddia etmiş ve bunları; Enaktive (durağan), ikonik ve sembolik dış temsiller olarak sıralamıştır. Enaktive temsiller bilginin etki gösterdiği alandaki bir dizi eylemi karakterize eder. İkonik temsiller, etki alanının tüm tanımını içermeksizin imaj ya da grafik özetini içeren şekilli ifadeler anlamına gelir. Son olarak sembolik temsiller, bir takım mantıksal ya da sembolik önerileri kural ve prosedürler içerisinden geri çağırma anlamına gelir (Bruner, 1966).

Dienes (1960) ve Bruner (1966) dış temsillerin matematiği öğrenme üzerindeki rolü ile ilgili çalışmalarda bulunmuşlardır; bu araştırmaları genişleten Lesh, Post ve Behr (1987) dış temsiller arasında hem tanılama hem yorumlamanın yapılabileceği bir model geliştirmişlerdir. Lesh ve Doerr (2003) dış temsil sisteminde 8 farklı ögenin bulunduğunu ifade eder. Bunlar; grafik, tablo, denklem, diyagram, tecrübe-temelli metaphor, konuşulan dil, somut modeller, yazılı sembollerdir.

Lesh vd. (1987), temsiller arası farklılıkların önemine dikkat çekmekle birlikte farklı tiplerdeki temsillerin ve aynı temsil modeli içerisindeki dönüşümlerinin önemini de vurgulamışlardır. Bu yüzden geçiş becerilerini analiz etmek, problem çözme başarılarını

belirlemek için “*Lesh Dönüşüm Modeli*” isimli bir model kullanmışlardır. Çalışmalarında öğrencilerin matematiğe yönelik kavramları anlamaları sürecini; “Öğrenci kavramın içerdiği farklı tür temsilleri mutlaka tanıyabilmeli; kavramın içerdiği temsil içerisinde dönüşümler yapabilme esnekliğine sahip olmalı ve kavramı bir temsil modelinden diğerine dönüştürebilmelidir” şeklindeki kazanımların gerçekleşmesiyle oluşabileceğini vurgulamışlardır (Lesh vd., 1987).

2.2.2 Temsil Teorisi ve Matematik Eğitimi

Birçok farklı araştırma çoklu temsillerin farklı öğretim faydaları üzerinde durmuştur. Özellikle Amerikadaki yüksek öğretim müfredatında yapılan, Analiz Reformu olarak nitelendirilen değişiklikten sonra çoklu temsil kavramının tüm öğretim sürecine yayılması gerekliliği üzerinde durulmuştur. NCTM 2000 standartları ile NCTM 1989 standartları arasındaki dikkate değer fark, yeni bir işlem standardı olan çoklu temsil yaklaşımının ele alınmasıdır. NCTM, bu yaklaşımın okul programlarına indirilmesi yönünde ciddi adımlar atmış; 2000 standartlarında çoklu temsil yaklaşımını başlı başına ele almış ve kullanılma gerekliliğini açıklamıştır. Çoklu temsil yaklaşımı standardı, öğrencilerin matematiğe yönelik fikirleri organize etmede, kaydetmede ve iletmede temsilleri kullanmasını önerir. Ayrıca öğrenciler için, problemleri çözerken matematiğe yönelik temsiller arasında seçim yapmak, uygulamak ve dönüştürmeyi mümkün kılar (Çelik, 2007). Matematik öğretimi ve öğreniminde temsil problemleri ile ilgili makalelerin toplandığı, editörlünü Dufour-Janvierin (1987) yaptığı Journal of Mathematical Behavior dergisinin iki özel sayısı, temsillerin temel ve pratik konular ile ilişkisini, matematik öğretimindeki karmaşık süreçlere etkisini ele almaktadır.

Matematik eğitiminde çoklu temsil yaklaşımını ele alan araştırmalar incelendiğinde, çeşitli konular üzerinde, çeşitli öğretim teknolojisi, materyal vb. araç gereçlerin kullanıldığı belirlenmiştir. Çoklu temsil konusundaki çalışmaların iç ya da dış temsillerden biri üzerinde odaklandığı; dış temsiller ile ilgili çalışmalarda temsil bileşenleri arasında farklılıklar olduğu görülmektedir. Araştırmalarda kullanılan dış temsil bileşenlerinden bazıları grafik, tablo, denklem, diyagram, tecrübe-temelli metaphor, konuşulan dil, somut modeller, yazılı sembollerdir (Lesh vd., 1987).

Bu çalışmada çoklu temsil yaklaşımı dış çoklu temsiller üzerine temellendirilmiş olup, çalışmada kullanılan çoklu temsiller kavramı “*araştırmayla doğrudan ulaşılabilen denklemler, veri tabloları, grafikler, geometrik figürler, diyagramlar, yazılı metinler*” anlamını taşımaktadır. Geleneksel matematik içerisinde sıkça kullanılan Goldin ve Kaput (1996) tarafından “*Formal Matematik Sistemleri*” diye kabul edilen nümerik, grafik ve cebir temsiller çalışmadaki çoklu temsilleri oluşturmaktadır.

2.2.3 Çoklu Temsillerin Matematik Öğretimine Etkisi

Araştırmacılar arasında temsil teorisi üzerine tanım ve türler ile ilgili farklılıklar olsa da konunun öğretimi ve problem çözme sürecinde farklı temsillerden yararlanılması hususunda ortak bir yargı mevcuttur. Birçok araştırmacı temsil farkındalığının, farklı temsillerden yararlanmanın ve temsil dönüşüm becerisinin matematik eğitimindeki yeri ile ilgili çeşitli yargılara ulaşmış ve bunların bir kısmına aşağıda yer verilmiştir.

Sembol ve temsil sistemlerinin önemi ile ilgili referans gösterilen teorisyenlerden biri olan Kaput (1987), matematiğin anlaşılmasında yaşanan zorlukları, matematiğe yönelik düşüncelerin farklı temsiller arasında dönüşümlerinin sağlanamamasına bağlamaktadır. Ayrıca, teknolojinin gelişmesi ile ortaya çıkan çeşitli temsil türlerinin de bu zorluğu arttırıcı bir durum izlediğini ifade eder. “*Geleceğin öğrencileri için verilen ilişkiler doğrultusunda bir temsil seçmek ve bu aradaki ilişkilere göre bir temsil oluşturma ya da seçme becerisi, hesaplama becerisinden daha önemli olacaktır*” diyen Kaput (1998), bir bağlamda geleceğin matematik okuryazarlığında temsil kullanma becerisinin önemini göstermiştir. Halen birçok eğitimci farklı temsillerin öğrenciye soyut matematik kavramları anlamasında yardımcı bir ortam hazırlayacağını savunmaktadır (Dufour-Janvier, Bednarz ve Belanger, 1987; Goldin, 2004).

Bu bileşenler bir araya getirilip özetlenecek olursa, çoklu temsil yaklaşımına göre düzenlenen öğrenme ortamı aşağıdaki hedef-davranışları kapsamaktadır. Bunlar; farklı gösterimlerdeki matematiğe yönelik kavramı belirleyebilmek ve kullanabilmek, bir gösterimdeki kavramı diğer bir gösterime taşıyabilmek, uygun gösterime karar

verebilmek, bir kavramın değişik gösterimlerinin etkinliğini ve bu gösterimlerin farklılıklarını belirleyebilmektir (Dufour-Janvier vd., 1987; Lesh vd., 1987; Kaput, 1998).

Ayrıca Dufour-Janvier (1987), temsiller arasındaki dönüşüm süreçlerine dikkat çekmektedir. Cebir ve grafik temsilleri için örnek olarak grafik-denklemler, denklemler-grafik dönüşümünü farklı anlayışlarla ilişkilendirmiştir. Daha genel olarak Kaput (1998), temsiller arasındaki geçişi okul matematiğinin dört ana kazanımından biri olarak göstermektedir. Çoklu temsiller terimini tanımlamadan önce temsilin ne anlama geldiğini bilmek gerekir, temsiller, bireysel duygu, düşünce durumlarına göre anlamlandırılır ve kişinin zihninde düzenli biçimde yapılandırılmış her şey anlamına gelir (Kaput, 1987).

Son yıllarda mevcut teknolojilerin kullanımıyla matematik eğitiminde çoklu temsil yaklaşımı önemli avantajlar sunmaktadır. Goldin ve Kaput (1996), öğrencilerin çoklu temsillere, matematik öğretiminde, bilgileri farklı karakterizasyonlarla öğrenebilecekleri ve bu temsillerin sırasıyla kullanımının öğrenme sürecine faydalı olabileceği nedeniyle ihtiyaç duyabileceklerini ileri sürmüşler; Keller ve Hirsch (1998) ise çoklu temsil kullanımının birer avantaj olduğunu belirtmişlerdir. Çoklu temsil kullanımı, öğrencilerin çözülecek problem durumuna göre, aleyhinde olan bir temsilden lehine olan somut, kolayca işlem yapabileceği ve süreci anlamlandırabileceği bir biçime dönüştürerek önceki etkisiz ve sınırlı temsilin reddedilebilmesine yardım ederek bilginin yeniden kendine öz biçimde yapılandırmasını sağlayacak, beynin bir işletim sistemi olarak düşünülebilir (Adu-Gyamfi, 2000). Pek çok çalışma, öğrencilerin bilgiyi bir bağlamdan diğerine dönüştürme sürecinde problem yaşadığını ifade etmiştir. Kaput (1998), çoklu temsillerin kullanımının matematikteki bir kavramın daha iyi bir görüntüsünün canlandırılmasında ve bir kavramın farklı biçimlerde somutlaştırılmasında öğrencilere yardımcı olduğunu belirtmiştir. Matematiksel bir kavramda temsiller arası dönüşümün sağlanabilmesi, başarılı problem çözümü için, bir ön varsayımdır (Porzio, 1999; Duval, 2002).

2.2.4 Çoklu Temsillerin Analiz Derslerindeki Rolü

Araştırmada kullanılan “çoklu temsiller” kavramı, dış temsil türleri olarak nitelendirilen “nümerik, grafik ve cebir temsilleri” anlamını taşımaktadır. Araştırma, üç dış temsil türü üzerinden yürütüleceğinden, ilgili alan yazınında yapılan çalışmaların sentezine yer verilmiştir. “*Problem Çözme Sürecinde Tercih Edilen/Kullanılan Temsiller ve Temsil Dönüşüm Becerilerine Etki Eden Durumların İncelenmesi*” alt başlıklarına ayrılan ilgili alan yazınında; nümerik temsiller ile tablo, grafik temsilleri ile grafik, cebir temsilleri ile denklem kullanımını içeren ilgili araştırmalar, ortak özelliklerine göre sınıflandırılmıştır. Son olarak, öğretmen/öğrenci temsil bilgisi ve pratiğinin, bu becerilerin kazandırılmasına etkisi üzerinde durulmuştur.

2.2.4.1 Problem Çözme Sürecinde Tercih Edilen Temsiller ve Tercihleri Etkileyen Durumlar

Sınıf ortamında çoklu temsil merkezli bir yaklaşımın oluşturulabilmesi için, öğretim sürecinin en temel unsurlarından biri olan öğretmene önemli roller düşmektedir. Bir öğretmenin alan bilgisi ve mesleki yeterlilikleri sınıf içerisindeki öğrenme-öğretme ortamını etkilemektedir. Tıpkı bunun gibi, öğrenciler de sınıf ortamına ön bilgi ve tecrübeleri doğrultusunda gelirler, kendi bilgileri kadar birbirlerinin tecrübe ve bilgilerinden de etkilenirler (Goerdt, 2007).

Araştırmacılar, herhangi bir yaklaşım-model uygulanmaksızın, öğrencilerin sınıf ortamına geldikleri durumlardaki temsil bilgi ve yönelimlerini merak etmiş, araştırma gereği hissetmişlerdir. Herhangi bir araç ya da yazılım kullanmaksızın, geleneksel anlamda yapılan öğretimde temsil bilgisi ve becerisi üzerine öğrencinin kendi bilgisi kadar, öğretmen inançlarının da etkisini inceleyen araştırmalar bulunmaktadır (Keller ve Hirsch, 1998; Kendal, 2002; Patterson ve Norwood, 2004). Bu alandaki en temel çalışmalardan biri, Keller ve Hirsch (a.g.e) tarafından yüksek öğrenim öğrencileri üzerinde yapılan fonksiyon temsillerinde öğrenci tercihleriyle ilgili araştırmadır. Ön-test, son-testli çalışmada deney grubuna kontrol grubundan farklı olarak grafik destekli hesap makineleri yardımı ve çeşitli sınıf etkinlikleri ile fonksiyonlar konusunun

öğretimi sağlanmıştır. Fonksiyonlar konusunda öğrencilerin kullanma eğiliminde oldukları temsiller ve bunların öğretim ortamı ve soru tipleri bağlamında etkisinin incelenmesi amacıyla yapılan çalışma sonucunda, deney grubu yönüyle anlamlı farklılıklara rastlanılmıştır. Ön teste verilen cevaplar incelendiğinde, çalışma grubunun bağlamsal problemlerde nümerik temsil tercihlerine yönelik eğilimleri dikkat çekerken, bağlamsal olmayan problemlerde cebir temsillerinin yüksek yüzdelere ile (%78) tercih edildiği belirlenmiştir. Son testte, grafik destekli hesap makineleri kullanan öğrencilerin, teknoloji kullanmayanlara oranla hem bağlamsal hem de bağlamsal olmayan konularda grafik temsilleri kullanma yönüyle anlamlı değişiklikler gösterdikleri, çalışmadaki bir başka sonuçtur. Teknolojinin sınıf ortamına getirilmesi ile farklılıkların minimize olması sonucu, Hart'ın (1992) çalışma sonuçları ile benzerlik göstermektedir.

Bu çalışma yöntemi ve bulgularına paralel olarak, Özgün-Koca (2004) tarafından yapılan bir diğer araştırmada farklı gösterim biçimlerinin yer aldığı bilgisayar programları ile eğitilen iki öğrenci grubu karşılaştırılmıştır. Sınıf, aynı dersi izlemek üzere yarı bağlantılı ve bağlantılı iki farklı bilgisayar gruplarına ayrılmış ve bu iki grubun ön tercihleri, son tercihleri arasındaki değişim belirlenmiştir. Matematik bölümü öğrencilerinin fonksiyon konusundaki temsil tercihlerinin cebir temsilleri yönüyle baskın olduğu (%75), bunu, grafik ve nümerik temsillerin takip ettiği bulgularına ulaşılmıştır (Özgün-Koca, 1998). Çoklu temsil yaklaşımına göre, bilgisayar desteği ile düzenlenen ortamlarda cebir temsil tercihlerinin azaldığı, baskın olarak grafik temsillerinin kullanıldığı sonuçlarına ulaşılan araştırmada, önceki bilgi-tecrübelerin ve kişisel tercihlerin matematikteki temsil tercihlerini etkileyen ana başlıklar olduğu belirtilmiştir. Çalışma sonucunda, yarı-bağlantılı gösterimlerin bağlantılı gösterimler kadar etkili oldukları ve her iki tip gösterime farklı eğitim düzeylerinde, farklı matematik konularında ihtiyaç duyulduğu görülmüştür.

Türev konusunun öğretim ve öğreniminde bilgisayar cebir sistemleri kullanımı ile ilgili yaptığı çalışmada Kendal (2002), temsil tercihlerine etki eden değişkenlerden biri olarak öğretmen etkililiğinin üzerinde odaklanmıştır. Bilgisayar cebir sistemleri destekli öğretimde çoklu temsil yaklaşımına göre yapılan öğretimin, öğrencilerde farklı temsil

kullanımını desteklediği, geleneksel sınıf ortamında ise cebir temsili ağırlıklı bir tercih eğiliminin olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin temsil tercihlerini öğretmen kadar, kendi tutum ve inançlarının da etkilediği ifade edilmiştir. Yaklaşık aynı yöntem ve hedefler doğrultusunda düzenlenen bir çalışma da Patterson ve Norwood (2004) tarafından yapılmış, öğretmen inançlarının öğrencilerin temsil tercihlerine etkisi araştırılmıştır. Teknoloji (grafik destekli hesap makinesi) kullanmaya açık ve öğrencileri de bu konuda cesaretlendiren bir öğretmen ile yönergeler doğrultusunda teknolojiyi yine kullanan ancak daha çok klasik eğitime göre dersi düzenleyen bir diğer öğretmenin öğrencilerinin durumları karşılaştırılmıştır. Araştırma sonucunda çoklu temsilleri grafik destekli hesap makinesi ile kullanan öğretmenin, öğrencilerinin de bu eğilimde olduğu ve klasik eğitimle ders alan gruba göre daha başarılı olduğu bulgularına ulaşılmıştır. Ayrıca, geleneksel davranan öğretmenin öğrencilerinin de teknoloji desteğine ihtiyaç duymadığı ve tek temsil kullanma tercihlerini, cebir temsillerinden yana kullandıkları belirlenmiştir.

Çıkla (2004) tarafından yapılan yedinci sınıf öğrencilerinin cebir derslerindeki temsil tercihlerinin belirlenmesine yönelik çalışmanın ön testinde, cebir temsillerinin %70,1 ile baskın olarak kullanıldığı belirlenmiştir. Bu temsili %19 ile nümerik ve %5,6 gibi küçük bir oranla grafik temsillerinin izlediği belirtilen araştırma, cebir temsillerinin baskın olarak tercih edilmesine dikkat çekmiştir. Ön-test ile geleneksel sınıf ortamındaki tercihleri, son-test ile çoklu temsil yaklaşımına göre düzenlenen sınıf ortamındaki tercihleri belirleyen araştırmacı ön-test, son test arasındaki farklılığa dikkat çekmektedir. Son test sonuçlarında cebir temsillerinin tercihi % 50 ye gerilerken, tablo ve grafik temsil tercihlerinde belirgin bir artışın gözlemlendiği ifade edilmiştir.

Temsil tercihlerine yönelik yapılan çalışmalarda ortak bulgular, geleneksel sınıf ortamlarında cebir temsillerinin ağırlıklı olarak tercih edildiği yönündedir. Öğretmen ve öğrenci bilgi, tutum ve inançlarının, müfredat ve öğretim ortamları düzeninin, öğrenci tercihlerini etkilediğini ifade eden araştırmalar bulunmaktadır. Sınıf ortamında kullanılan yazılım ya da materyallerin, nümerik ve grafik temsillerinin tercih edilme ve kullanılma sıklığını arttırdığı ifade edilmiştir. Bu bağlamda fonksiyon, limit, türev konularındaki öğrenci temsil tercihleri ile ilgili fikir edinilebilecek araştırmalar mevcutken, belirli

integral konusundaki temsil tercihleri ve temsil dönüşüm başarılarına yönelik sınırlı araştırmanın bulunduğu belirlenmiştir.

2.2.4.2 Problem Çözme Sürecinde Kullanılan Temsiller ve Temsil Dönüşüm Becerileri Yönüyle Karşılaşılan Zorluklar

Çoklu temsil yaklaşımı ile ilgili bir diğer önemli konu, problem çözme sürecinde kullanılan temsiller ile ilgilidir. Araştırmacılar, öğrencilerin temsil tercihlerini belirledikten sonra, farklı konulardaki problem çözme süreçlerinde kullandıkları temsilleri belirlemek ve problem çözme başarısına etkisini incelemek üzere çeşitli çalışmalarda bulunmuşlardır. Bazı araştırmalar tercih edilen ve kullanılan temsiller arasında paralellik olmadığı sonucuna varmış; bunu temsil farkındalığıyla açıklamışlardır.

Birçok çalışma, tercihlere paralel olarak problem çözme sürecinde de cebir temsillerinin baskın olarak kullanıldığını göstermektedir (Kendal, 2002; Girard, 2002; Çıkla, 2004). Kendal ve Stacey (2003), kullanılan temsillerin problemin düzeyine göre değişebileceğinden yola çıkarak hazırladıkları türev yeterlik testi ile öğrencilerin farklı temsiller arası geçişlerine olanak sağlayabilecek nitelikte bir veri toplam aracı geliştirmişlerdir. Bu amaca yönelik olarak, öğrencilerin formal bilgi ve muhakeme becerisi gerektirecek nitelikteki türev problemlerinde kullandıkları temsilleri irdelemeye çalışmışlardır. Öğrencilerin formal bilgi ve temsil içi geçiş gerektiren sorularda cebir temsilleri baskın olarak kullanmalarına karşın, problem çözme başarısı yönüyle de yüksek düzeyde oldukları belirlenmiştir. Özellikle cebir temsiliyle verilen ve çözümün cebir temsili kullanılarak istendiği problem türlerinde başarının %100 olduğu dikkat çekmiştir. Bunun yanında, formal bilgi gerektiren ve temsiller arası dönüşüm becerisine yönelik hazırlanan problemlerde, cebir temsili yine daha çok kullanıldığı belirlenmesine karşın, diğer temsillerin de belirli yüzdeler ile kullanıldığı görülmüştür. Temsiller arası dönüşümün beklendiği sorularda en başarılı problem türünün grafikten cebire, en çok sorun yaşanan problem türünün ise cebirden nümeriğe olduğu belirlenmiştir. Asıl zorlukların yaşandığı problem türünün temsiller arası dönüşüm

becerisinin gerektiği durumlar olduğuna dikkat çeken araştırma, bu problem türlerinde tek temsil kullanımının yaygın olduğunu belirtmektedir (Kendal, 2002). Araştırmadaki grafik temsilleri ile ilgili yaşanan zorluklara yönelik bulgular Berry ve Nyman'ın (2003) sonuçlarını desteklemektedir. Yine benzer olarak Çıkla (2004), cebir problemlerinde tercih edilen temsillerde olduğu gibi, kullanılan temsillerde de cebir temsillerinin baskın olduğunu, bunu, nümerik temsillerin takip ettiğini ifade etmektedir. Ayrıca, grafik temsillerinin en az kullanılma yüzdesine sahip olduğunu belirtmektedir.

Girard (2002), öğrencilerin türev problemleri ile limit problemleri çözüm süreçlerinde kullandıkları temsil yaklaşımlarının birbirinden farklı olduğunu ifade etmiş, limit problemlerinde kullanılan temsil çeşitliliğinin türevden daha fazla ve farklı olduğunu belirtmiştir. Çalışma, çoklu temsil yaklaşımı kullanılacaksa, bunun genelde cebir ve grafik temsillerinin birleşiminden oluştuğunu, başarı için bu iki temsilin ilişkilendirilerek kullanılması gerektiğini önermektedir. Çok başarılı öğrenciler, iki temsilin bir arada kullanıldığı karma temsilleri tercih etmiş, bu karma temsilin de, büyük oranla cebir ve diğer temsillerin ilişkisiyle sağlandığı (limit problemleri için nümerik, türev problemlerinde ise grafik kullanım) sonucuna ulaşmıştır. Belirli integral konusunda ise grafik destekli hesap makinesi yardımı ile çoklu temsil merkezli yaklaşıma göre eğitim alan öğrencilerin problem çözme başarılarının pozitif yönde değiştiği belirlenmiştir. Çalışmadaki bulguları bu yaklaşımın öğretim pratiğinde kullanılması gerekliliğini vurgulamaktadır.

Temsil içi geçiş ve temsiller arası dönüşümler ile ilgili yaşanan zorlukların en çok hissedildiği konulardan biri de belirli integral konusudur (Ferrini-Mundy ve Graham, 1994; Sevimli vd., 2009). Öğrenciler sözel olarak verilen problemleri, cebir temsillerine dönüştürmekte zorlanmaktadır. Bu zorluğun, grafikten cebir temsillerine dönüşümün gerektiği problem türlerinde de yaşandığı belirtilmiştir (Ghazali vd., 2005). Daha iyi bir anlamlandırmanın farklı temsilleri kullanabilme, temsiller arası dönüşümü sağlayabilme ile gerçekleştirilebileceği üzerinde durulmuştur (Porzio, 1999).

Özgün-Koca (1998), çalışmasında, öğrencilerin çoklu temsillere karşı olan tutumları ve problem çözme sürecinde tercih ettikleri temsilleri etkileyen duyuşsal etmenler üzerinde

odaklanmıştır. Çalışma sonuçlarından, öğrencilerin yaklaşık yarısının, verilen bir matematik problemi çözümünde, tek temsil kullanımının süreci kolaylaştıracağına inandıkları, temsiller arası ilişkiler kurma yönüyle sorun yaşadıkları belirlenmiştir. Geriye kalan öğrenciler problem çözme başarısı için denklem ve grafik ilişkilendirmesinin yeterli olduğu görüşündedir. Nümerik temsillerin problem çözme sürecinde gerekli olduğuna inanan ve bu temsili çözüm sürecinde kullananların oranı düşük çıkmıştır.

2.2.4.3 Temsil Dönüşüm Becerilerine Etki Eden Durumların İncelenmesi

Yapılan araştırmalar, sadece bir öğretim sürecine çoklu temsillerin etkisi ya da bir materyal-yazılımla yapılan öğretimin çoklu temsiller bağlamında incelenmesi üzerine değildir, bazı araştırmacılar tarafından çoklu temsil yaklaşımına etki eden, kullanımını etkileyen bileşenlerin araştırılması gereği hissedilmiştir. En basit anlamda tahta kullanılarak yapılan öğretimde, öğretmenlerin sınıf ortamına birden fazla temsil tipi içeren problemleri getirmesinin sınıftaki öğrenme ortamını zenginleştireceği, çeşitli araştırmalarda ifade edilmiştir (Schneider, 1995; Lowrie ve Diezmann, 2007). Öğretmen, öğrenci, program didaktiğinde karşılaşılan durumlar öğrencilerin çoklu temsil tercihlerini etkileyeceği gibi temsil dönüşüm başarılarına da etki etmektedir (Goldin, 2004). Öğretmenlerin sınıf içerisinde kullandıkları temsil türleri ile öğrencilerin tercih ettikleri temsil türleri arasında paralellik olduğunu ifade eden araştırmalar, ayrıca temsil dönüşüm becerilerinin de öğretmen pratiğine göre değiştikleri bulgularına yer vermişlerdir (Keller ve Hirsch, 1998; Aslı-Özgün, 1998; Kendal, 2002; Kendal ve Stacey, 2003). Bu çalışmaların ortak bulguları, sınıf ortamına farklı temsilleri getiren öğretmenlerin öğrencilerinde de temsil farkındalığı ve temsil dönüşüm becerileri yönüyle gelişme gösterdiği yönündedir.

Temsil dönüşüm becerisini, öğretmen pratiklerinin yanında öğretim ortamları da etkilemektedir. Özellikle analiz reformu ile üzerinde daha ağırlıklı olarak durulan, öğretim ortamını zenginleştirdiği belirtilen çoklu temsil yaklaşımının daha etkin ve verimli kullanılabilmesi için öğretim teknolojileri yardımı ile desteklenmesinin önemi

üzerinde durulmaktadır (Porzio, 1994; Özgün-Koca, 2004). Çoklu temsiller ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde, analiz veya cebir öğretimi üzerine bilgisayar cebir sistemleri kullanılarak birçok çalışmanın yapıldığı belirlenmiştir. Kendal (2002), Berry ve Nyman (2003) gibi araştırmacılar türev konusundaki temsil dönüşüm becerisinin bilgisayar cebir sistemleri ile geliştirilmesi gerekliliği üzerinde dururken, benzer çalışmaların fonksiyon, sonsuzluk ve limit kavramları üzerinde gerçekleştiği de görülmektedir (Keller ve Hirsch, 1998; Girard, 2002). Bu çalışmaların ortak bulgusu, öğretim sürecinin çoklu temsil merkezli yaklaşıma göre düzenlenmesin farklı temsil kullanımına olanak sağlayacağı, temsil dönüşüm becerisi geliştirilen öğrencilerin kavramsal anlamalarının geliştirilebileceği yönündedir. Öte yandan, birden fazla temsili kullanmak için teknoloji desteğinin şart olmadığını belirten araştırmacılar, normal sınıf ortamında çoklu temsil kullanımın anlamayı geliştireceği, zira bu çalışmada teknoloji desteğinin, beklenenin aksine etkili kullanılmadığı ve dezavantajlarının da olduğu gerçeğinin unutulmaması gerekliliği üzerinde durmaktadırlar (Özgün-Koca, 2004; Porzio, 1994).

Porzio (1994), grafik destekli hesap makinesi ile çalışan öğrencilerin cebir temsiliğini kullanma ve grafik temsilleri ile ilişkilendirmede zorlandıklarını, buna neden olarak da grafik destekli hesap makinelerinin analiz konularının öğretilmesinde kullanımı sırasında sadece grafik temsilleri ile çalışmasını, cebir gösterimi ile ilişkilendirilmemesi olduğunu belirtmiştir. Bu çalışma, öğrencilerin bilgilerindeki iç bağlantılar ile cebir temsilleri arasındaki geçişin algılanmasının geliştirilmesinin önemi ve grafik ve sembolik temsiller arasındaki bağlantının tanımlanabilmesi yönüyle öneme sahiptir. Çalışma, analiz öğretiminde sadece grafik destekli hesap makineleri gibi teknoloji kullanımı ile sağlanamayacağını belirtmekte, sınıf ortamına iyi seçilmiş problemlerin getirilmesi ve probleme uygun teknolojinin de bu noktada sadece araç olarak kullanılması ile farklı temsiller arasında bağlantıların kurulmasının önemi üzerinde durmaktadır. Çalışma, teknolojinin analiz öğreniminin geliştirilmesinde gerekli olmadığını belirtmektedir.

Öğretim teknolojisi destekli çoklu temsil ortamları üzerine çalışan bir diğer araştırmacı Hwang, Chen, Dung ve Yang (2007), çalışmalarında, akıllı tahtayla desteklenen mikro

öğretim ortamında çoklu temsil becerilerinin ve yaratıcılığın matematik problemlerini çözme üzerindeki etkisini incelemeyi amaçlamışlardır. Bu bağlamda, 6. sınıf seviyesinde, başarısı yüksek olan öğrenciler seçilmiştir. Nümerik ve geometrik problemlerle karşılaştırılan öğrencilerin çözüm süreçlerini geliştirmek üzere akıllı tahtalı sistem ile destek verilmiştir. Bulgular; öğrencilerin çoklu temsil becerilerinin başarılı bir problem çözümü için anahtar işlevi gördüğü, yüksek ayrıntı yeteneğine sahip öğrencilerin, akran etkileşiminden daha çok faydalanabildiği, öğretmen rehberliğinin çeşitli ve farklı fikirler ile matematikteki problemlere çözüm geliştirdiği yönündedir. Tersine, düşük düzeyde ayrıntı yeteneğine sahip olan öğrencilerin temsil becerilerinde zorluklar yaşadıkları görülmektedir. Çalışma sonucunda, temsil becerilerinin, ayrıntı yeteneğine sahip, yaratıcı düşünebilen öğrencilerde bulunduğu ve temsil kullanma becerileri için önemli bir şart olduğu vurgulanmıştır. Çalışma, öğretmenlerin matematik problemleri çözme aktivitelerini akıllı tahta sistemi ile geliştirmelerinin, öğrencilerdeki temsil becerilerini ve temsil geçişlerini destekleyeceği ve güçlendireceğini önermektedir. Ayrıca, yaratıcılıkta ayrıntı yeteneğinin, öğrencinin çeşitli temsil becerilerini etkileyen kritik bir faktör olduğu belirtilmiştir. Temsil dönüşüm becerilerini öğretmen ve öğretim ortamı kadar öğrenci bilgi ve becerisi de etkilemektedir. Bu alanda, öğrencilerin problem çözme başarısından, yaratıcılığına, akademik başarısından görsel uzamsal becerilerine kadar çeşitli çalışmalar bulunmaktadır.

Analiz derslerinin cebir temsillerine yönelik doğası olduğunu belirten ve bundan dolayı öğrencilerin sık sık kavramları anlamlandırmaksızın işlemsel süreçlerle cebir temsillerini kullandığını belirten çalışmalardan biride Amoah ve Laridon (2004) tarafından yapılmıştır. Türev kavramı üzerine çalışan araştırmacılar, öğrencilerin kavramsal ve işlemsel anlama düzeylerini, çoklu temsil kullanma becerilerinin etkilediği sonucuna ulaşmışlardır. Özellikle nümerik gösterimler ile verilen problemler ve problem uygulamalarında zorluklar yaşandığına değinen araştırma, temsil ilişkilendirilmesini kavramsal anlamının ölçütü olarak göstermiştir. Ayrıca araştırmacı, herhangi bir temsil ile kavramsal anlama arasında net bir ilişki bulamazken, kavramsal anlamayı temsiller arası geçiş becerilerinin arttırdığını, öğrencilerin de bu becerilerden yoksun olduklarını belirtmiştir. Yine, türev kavramında kullanılan çoklu temsillerin ve temsil dönüşüm becerilerinin, programlar bağlamında incelenmesine yönelik yapılan bir

çalışmada, Goerdt (2007), geleneksel ve reform müfredatını kıyaslamıştır. Araştırmada, geleneksel programın çoklu temsilleri içerdiği, buna karşın öncelikli olarak sembolik temsiller üzerinde odaklandığı belirtilirken, reform müfredatının ve kitaplarının tüm temsilleri içermesinin yanında, temsil içi ve temsiller arası dönüşümlere ve kavramın somutlaştırarak uygulanmasına yönelik bir içeriğe sahip olduğu belirtilmiştir. Araştırmada görüşme yolu ile elde edilen nitel bulgular, geleneksel sınıf ortamındaki öğrencilerin sembolik temsiller üzerinde çözüme ulaşmaya çalıştıklarını, bununla birlikte reform öğrencilerinin problem türüne göre uygun temsili seçme ve dönüştürme işlevini daha etkin kullandıklarını ortaya koymuştur. Bir diğer sonuç, hem klasik, hem reform öğrencilerinin verilen bir fonksiyonun ikinci türevinde iç ve dış geçişlerde büyük zorluklar yaşadığını göstermektedir. Akademik başarıda olduğu gibi, görsel-uzamsal yeteneğin temsil dönüşüm becerisine etkileri üzerine çeşitli araştırmalar mevcuttur.

Fonksiyon konusunda öğrencilerin kullandıkları çoklu temsillere, başarı ve uzamsal yeteneklerin etkisini inceleyen Erbilgin ve Fernández (2004), 8. sınıf düzeyindeki öğrenciler üzerinde, görüşmeler yolu ile çalışmıştır. Farklı uzamsal yetenek ve başarı seviyesine sahip öğrenciler, dört gruba ayrılarak incelenmiştir. Çalışma bulguları, öğrencilerin başarı ve uzamsal yetenek farklılıklarının, kullandıkları temsillerde farklılaştırdığını göstermiştir. Yüksek uzamsal yeteneğe sahip öğrencilerin temsil geçişlerini, düşük yeteneklilere göre daha kolay sağladığını gösteren araştırma, benzer olarak yüksek başarıya sahip öğrencilerin bu geçişleri daha rahat yaptığı sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca, düşük uzamsal yetenek ve başarıya sahip öğrencilerde farklı temsil kullanımının diğerlerine oranla daha az olduğu ve bu farklılıkların matematiğe yönelik düşünme ve problem çözme sürecini etkilediği belirtilmektedir.

Görselleme ve çoklu temsil ilişkisi üzerine çalışan bir diğer araştırmacı Hacıömeroğlu'nun (2007) yaptığı çalışmada özel olarak türev konusunda grafik kullanımı üzerinde durulmuştur. Temsil kullanımıyla, analiz konularının bir nevi görselleşeceğini ve bunun da soyut kavramları somutlaştırarak kavramsal anlamayı geliştireceğini belirten araştırmacı, dış temsillerden cebir, grafik ve nümerik temsilleri ele almıştır. Bu bağlamda farklı uzamsal yeteneklere sahip öğrencilerin temsil kullanma becerilerinde de farklılıklar olduğu sonuçlarına ulaşılmıştır. Türevlenebilme ve

sonsuzluk gibi kavramların anlamlandırılmasının kolaylaştırılması sürecine, zihinsel imaj ve farklı temsil kullanma becerilerinin, olumlu katkılarının olduğu belirtilmiştir. Genel sonuçlarında, Analiz derslerinin analitik-görsel düşünme ve çoklu temsillerin ilişkilendirildiği süreçlerde daha başarılı ve derin anlamlandırılmanın sağlanabileceği şekilde işleneceğine dikkat çekmektedir. Son olarak, farklı temsil kullanımının tüm bu farklı gruplara yardım sağladığı görülmüştür. Görsel uzamsal yetenekler arasında yer alan uzamsal görselleme becerisi ile ilgili alan yazınına bir sonraki bölümde yer verilecektir.

2.2.4.4 İlgili Çalışma İçin Çoklu Temsil Yaklaşımı

Matematik öğretiminde farklı temsillerden yararlanılması birçok eğitimci ve Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi tarafından desteklenmektedir (NCTM, 2000). Ayrıca, yapılandırmacılık (constructivism), öğrencilerin bilgilerini etkin bir biçimde ve kendi çevreleri ile etkileşimde bulunarak, kendi yöntemleri ile kurmalarını önerir. Dolayısıyla, herkesin bir temsilden aynı kavramı anlamasını ya da bir temsilin herkese aynı oranda anlamlı gelmesini düşünmek hatalıdır (Özgün-Koca, 1998). Matematik eğitimi alanındaki yenilik çalışmalarında, öğrencilerin matematik yapmayı öğrenmeleri için, bilişsel olarak güçlendirilmesi gereği üzerinde durmaktadır (Thomas vd., 2002).

Son yıllarda mevcut teknolojilerin kullanımıyla matematik eğitiminde çoklu temsil yaklaşımı önemli avantajlar sunmaktadır. Bir matematik ilişkisinin, kavramın değişik biçimlerde ifade edilmesi olarak tanımlayabileceğimiz çoklu temsil yaklaşımı, günümüzde birçok eğitimci tarafından kullanılmakta ve kullanımı önerilmektedir. Çoklu temsil yaklaşımı matematik öğretimi ve öğrenimini etkileyen önemli bir faktördür (Kaput,1998; NCTM, 2000). Bu yaklaşım matematikteki ilişki, kavram veya kuralın sözle, grafikte, tablo ya da cebir sembolleri ile sunulması diye düşünülebilir (Goldin ve Kaput, 1996). Bu çalışmada kullanılan çoklu temsiller terimi; grafik, cebir ve nümerik “*dış çoklu temsil*” türlerinin belirli integral problemleri çözümünde kullanılması anlamı taşımaktadır. Bu temsil türleri ve belirli integral kavramı arasındaki ilişkiyle ilgili alan yazınına “*Belirli İntegral Kavramı ve Çoklu Temsiller*” başlığı altında yer verilmiştir.

2.3 GÖRSEL UZAMSAL YETENEKLER

Matematik öğretmeyle ilişkili en önemli problemlerden biri, öğrencideki somut yapılarla matematiğin soyut doğası arasındaki ilişkiyi kurarken yaşadıkları zorluklardan kaynaklanır. Matematiğe yönelik kavramlarda somut örnekler bulmak kolay değildir. Grafik, diyagram, resimler ve geometrik şekiller ya da modeller matematiğin soyut kavramlarının görselleştirme araçlarıdır. Bunlar yoluyla, insan fiziksel ya da dış dünyayla soyut kavramlar arasında bir bağ kurabilir (Konyalıoğlu, 2003). Görselleştirme yaklaşımı kullanılarak, birçok matematiksel kavram öğrencilerin anlaması için daha açık ve somut hale getirilebilir. Araştırmalar, görsel-uzamsal yeteneklerin matematikteki birçok konunun öğrenilmesini etkilediği ve bu becerilerin geliştirilmesi gerekliliği üzerinde durmaktadır (Arcavi, 2003; Olkun, 2003; Duval, 2002).

Matematiğin birçok dalının anlaşılmasına yardımcı olması ve sezgisel bir bakışa olanak sağlaması ile matematik eğitimindeki araştırmaların, özellikle, son otuz yıldır üzerinde durdukları “görselleme” kavramı, içerisinde birçok teorik yapıyı bulundurmaktadır. Zihnin çeşitli etkileşimleri sonucu oluşan ve bir süreç olan görselleme kavramının daha iyi tanımlanabilmesi için zihinsel imaj, uzamsal imaj, uzamsal yetenek, uzamsal görselleştirme gibi kavramların bilinmesi gerekmektedir. Araştırmacılar zihinsel/uzamsal imaj kavramlarından önce görsel imaj kavramı üzerinde durmuşlardır. Presmeg (1986) “görsel imaj”ı zihinsel şema olarak tanımlar; bu şema, görsel ve uzamsal bilgileri, bu nesnenin başka bir dış temsili olup olmamasına bağlı kalmaksızın resmeder. Presmeg (a.g.e.), görsel imaj çeşitlerini, somut resim imajları, kalıp imajlar, formül imajları, dinamik imajlar, kinestetik imajlar şeklinde sınıflamıştır. Bununla birlikte “*zihinsel imaj*”, fiziksel bir destek olmaksızın beyinde oluşturulan yarı resim biçimi olarak tanımlanırken (Denis, 1989); “*uzamsal imaj*”, çeşitli pratik ve kuramsal problemleri çözerken kullanılan uzamsal bilgileri oluşturmayı ve manipule etmeyi mümkün kılan bir çeşit zihinsel aktivite olarak tanımlanmaktadır (Yakimanskaya, 1991).

2.3.1. Görselleme ve Uzamsal Görselleme

Görselleme kavramına farklı şekilde yaklaşan araştırmacıların tanımlarında da farklılıklar bulunmaktadır. Matematik eğitimi dâhilinde, görselleme çalışmalarını ilgilendiren birçok teorik alt yapı bulunabilir. Bu çalışmaların ortak bileşenleri bulunsa da tek bir kuramsal çerçeve içerisine oturtulmamıştır.

Görselleme terimi matematik eğitimcileri arasında farklı anlamlarda kullanılmıştır. Bishop (1980), görsellemeyi, düşünsel imajların, uzamsal beceri ve sezilerin birbirini etkilemesiyle oluşan süreç olarak tanımlarken, Kruteskii (1976), görselleme terimini, soyut düşüncelerin somutlaştırılması ya da resimlenmesi olarak açıklamaktadır (akt. Gutierrez, 1996). Matematik eğitimi alan yazınında, görselleme kavramı, imge, uzamsal yetenek ve sezgisel düşünceler ile yoğrulan bir yapının göz önünde canlandırılması olarak tanımlanmaktadır (Bishop, 1980). Görselleme, görülmeyenin görülmesini sağlayan bir metot (Zimmermann ve Cunningham, 1991) olarak ifade edilebileceği gibi doğru sembolik temsiller ile yanlış sezgisel düşünceler arasındaki çatışmanın doğurduğu çözüm yolu olarak da düşünülebilir (Arcavi, 2003). Verilerin görsel öğeler (resim, grafik vb.) yardımıyla, görme duyusunun kolayca algılayabileceği şekilde somutlaştırılarak düzenlenmesi (Sevimli, Yıldız ve Delice, 2008) olarak da tanımlanan görselleme kavramı, içerisinde en çok zihinsel imaj, uzamsal imaj gibi alt kavramları içerir.

Görselleştirme, matematiğe yönelik düşünmede, dil düşüncesinden, geleneksel cebirden daha farklı bir yol kaynağı olduğundan, öğrencilerin matematik çözmelerine güçlü ve alternatif bir kaynak olabilir (Konyalıoğlu, 2003). Matematik derslerinde görselleştirme yaklaşımının kullanılması, öğrencilerin soyut kavram ve yapılara farklı bakış açılarıyla bakmasına olanak sağlar. Görsellemenin matematik ve geometri eğitimindeki yeri ve önemi ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde, görsellemenin cebir çözümlerinden çok geometrik süreçlerde kullanıldığı görülmektedir. Görselleme ve görsel mantığın problem çözme konularında çok önemli bir beceri olduğu belirtilirken (Zimmermann ve Cunningham, 1991), öğrenenler; görsel öğrenenler ve analitik öğrenen olarak sınıflandırılmış; bu ayrım bazen görsel imajları kullananlar ve kullanmayanlar; soyut, resim imajlılar, kinestetik ve dinamik imajlılar gibi öğrencilerin görsel stratejilerini

analiz edebilecekleri gruplamaların yapılmasına kadar ilerletilmiştir (Gutierrez, 1996). Bununla birlikte, görsellemenin kâğıt üzerinde, zihinde ve teknoloji yardımıyla bilgisayar cebirinde kullanılabildiği gibi sınıflamalara gidilmiştir. Kâğıt-kalem ve bilgisayar cebiri, dış bileşenler, zihinde yapılan çözüm süreci ise iç bileşenler olarak tanımlanmıştır (Goldin, 1998). Zazkis, Dubinsky ve Dautermann (1996) gibi araştırmacılar görsel temsillerin bu bileşenlerden biri içerisinde olması gerektiğini vurgulamışlardır (akt. Arcavi, 2003).

Görselleme becerisi üzerinden ele alınan bir diğer kavram uzamsal görselleme becerisidir. Bishop (1980) görsel-uzamsal yeteneğin iki alt boyutu olduğundan söz eder. Bunlar; zihinde döndürme ve uzamsal görselleme yetenekleridir. Zihinde döndürme yeteneği, şekilleri zihinde manipüle edebilme ve belirli bir nesneye veya olaya göre şeklin uzayda alabileceği durumu belirleme yeteneğidir. Uzamsal görselleme yeteneğini ise, bir nesnenin döndürülmesi veya hareket ettirilmesi ile elde edilen yapının nasıl değiştiğini belirleme yeteneği olarak tanımlamaktadır. Uzamsal görselleme yeteneği, nesnelerin uzamsal formlarının zihinde canlandırabilmesidir (Hacıömeroğlu, 2007). Uzamsal görsellemeyi, 2 ve 3 boyutlu uzayda nesnelerin hareketlerini zihinde canlandırabilme yeteneği olarak tanımlayan Clements ve Battista (1992), bu yeteneğin bilişsel bir süreç olduğunu ve zihinde döndürme yeteneğini kapsadığını belirtmişlerdir. Ferrini-Mundy (1987), bilişsel gelişim ve uzamsal görsellemenin matematik dersindeki başarı için önemli unsurlar olduğunu ve öğretim tekniklerinin uzamsal yetileri geliştirmeye yönelik olarak hazırlanması gerektiğini vurgulamışlardır. Ferrini-Mundy (1987), uzamsal görselleştirme yeteneğinin, matematik başarısı ve problem çözme sürecindeki görselleştirme kullanımı üzerine etkisini araştırdığı çalışmasında, anlamlı bir farka rastlamazken; Guay (1980), uzamsal görselleştirme yeteneği yüksek olan öğrencilerin problem çözümlerinde daha esnek düşünebildiği ve farklı soru türlerinde muhakeme becerisini etkin kullanabildiğine yönelik pozitif sonuçlara ulaşmıştır.

2.3.2 Görsel Uzamsal Yeteneklerin Analiz Derslerindeki Rolü

Son dönemde yapılan çalışmalar, geometri ve geometrik nesnelerin rolünün matematikteki görselleştirme için merkezi destek sağladığını göstermektedir. Genel

olarak uzamsal düşünmenin matematiksel düşünme ile güçlü ve olumlu ilişki içinde olduğu ve uzamsal yeteneğin geliştirilmesinin matematik öğrenimine katkı sağladığı düşünülmektedir (Hacıömeroğlu, 2007). Böylece, uzamsal düşünmedeki bir gelişmenin matematiksel düşünmenin gelişmesine uygun bir zemin oluşturacağı düşünülebilir (Olkun, 2003). Görselleme, analiz, cebir, istatistik gibi değişik matematik alanlarının da sıklıkla faydalandığı bileşenlerden biri olarak gösterilir (Berry ve Nyman, 2003; Lowrie ve Diezmann, 2007). Bu bağlamda, uzamsal görselleme becerisinin Analiz derslerindeki başarıyı etkilediği bazı çalışma sonuçlarından bilinmektedir (Ferini-Mundy, 1987; Porizo, 1994; Sevimli ve Delice, 2009). Uzamsal görselleme yeteneğinden, sonsuzluk ve limit kavramının somutlaştırılması, türev kavramında teğet-eğim ilişkisi, integral kavramında eğri altında kalan alan hesaplarının yapılması gibi konuların öğrenilmesi sürecinde sıklıkla yararlanılmaktadır (Hughes-Hallett, 1991; Hacıömeroğlu, 2007). Bu çalışmada da belirli integral konusunda kullanılan temsiller ile uzamsal görselleme yeteneği arasındaki ilişkiye bakılmıştır. Öğretmen adaylarının uzamsal görselleme becerilerini belirlemek için Purdue Uzamsal Görselleme Testi (PUGT) katılımcılara uygulanmıştır. Çalışmanın cevap aradığı problemlerden biri olan akademik başarı düzeylerinin belirlenmesi ile ilgili bölüm bir sonraki başlıkta sunulmuştur.

2.4 ANALİZ DERSLERİNDE AKADEMİK BAŞARI

Akademik başarı, bir zaman dilimi içinde, öğrencilerin işlenen konulara ilişkin edindikleri bilgi ve beceriler (Yaman, 2003) şeklinde tanımlanabileceği gibi, bir konuya yönelik kavramsal bilgi ve işlemsel becerinin ayrı ayrı ve birlikte kullanılabilmesi, bu bağlamlarda yeterliğe sahip olunabilmesi durumu olarak da ifade edilebilir (Porzio, 1994; Erbilgin ve Fernández, 2004). Öğrencilerin bir konu üzerindeki başarıları, problem çözme performansları olarak tanımlanabilecek yeterlilikler; bir araya gelerek bir konudaki akademik başarıları oluşturur. Öğrencilerin akademik başarı seviyeleri belirlenirken, onların bilgiyi aynen hatırlaması, okuduğunu anlama ve problem çözme gibi zihinsel etkinlikleri ölçülür. Öğrencinin akademik başarısını ölçmek için, öğrencilerin derste veya ders dışında öğrendiği bilgilerin ne kadarını ölçme esnasında yansıtabildiğine bakılır (Aktümen, 2007). Öğrencilerin sahip oldukları bilgi ve beceri seviyelerini belirleyebilmek için, yapılış amacına ve türüne göre farklı ölçme araçları

geliştirilebilmektedir. Yapılan çalışmada, belirli integral konusu üzerine odaklandığından, çalışmada geçen akademik başarı kelimesi ile öğretmen adaylarının belirli integral performansları ve belirli integral problemlerini çözme yeterlikleri kastedilmiştir. Adayların belirli integral konusundaki akademik başarılarını ortaya çıkarmak için en uygun yöntemlerin kullanılması gerektiğinden dolayı bu bağlamda en çok kullanılan çoktan seçmeli, boşluk doldurma, eşleştirme, doğru yanlış veya uzun yanıtli klasik sorulardan (Yaman, 2003) oluşan bir test geliştirilmiştir.

Bu çalışmada kullanılan Belirli İntegral Yeterlik Testindeki sorular, uzmanlarla birlikte hazırlanmış, geçerlik ve güvenirlik çalışması yapılmıştır. İlgili test ile ilgili ayrıntılı bilgi ve deneme çalışmalarına yönelik bulgulara, veri toplama araçları bölümünde yer verilmiştir. Öğretmen adaylarına uygulanan belirli integral yeterlik testi sonuçları, öğretmen adaylarının belirli integral konusundaki performansları olarak değerlendirilmiş, belirli integral kavramının, geometrik, nümerik veya cebir anlamını içeren ve ders kitaplarında en çok karşılaşılan örnek sorular, bu çalışmada belirli integral problemleri olarak değerlendirilmiştir. Bu problemler; belirli integral tanımları, Riemann anlamında integral, integralin cebir temelli hesabı, integralde alan hesabı, integralde hacim hesabı problem durumları ile sınırlıdır. Öğretmenlerin akademik başarıları, kavram bilgisi ve işlem becerisi olmak üzere iki bağlamda değerlendirilmiştir. “*Kavram tanım bilgisi*” ile belirli integral kavramının tanımlarını ve farklı anlamlarını bilme, “*işlem becerisi*” ile belirli integral problemlerini hesaplayabilme becerisi, çeşitli teknik integrasyon hesabı bilgileri ve bu bilgileri yorumlayabilme becerisi kastedilmektedir.

2.5 BELİRLİ İNTEGRAL

Bu bölümde belirli integral kavramının ortaöğretim ve yüksek öğretim müfredatındaki yeri ve öğretimi ile ilgili konular ele alınmış; belirli integral kavramı üzerine yapılan matematik eğitimi araştırmalarına ilgili başlıklar doğrultusunda yer verilmiştir.

2.5.1 İntegral Kavramı ve Öğretimi

Analiz bilimi, diferansiyel analiz ve integral analizi başlıkları altında incelenmektedir. İntegral analizi; “belirsiz ve belirli integral” alt başlıklarına ayrılırken, belirli integral; “Riemann toplamı, Analizin Temel Teoremi, alan hesapları, dönel yüzeylerin hacimlerinin hesabı (dilimleme yoluyla hacim hesabı, ara kesitler yoluyla hacim hesabı) ve katlı integraller” gibi konuları kapsamaktadır. Hesaplamanın sadece sayısal değeri ile ilgilenen integral, belirsiz; alan, hacim hesaplamaları gibi uygulamalı ve geometrik çözümleri içeren kısmı belirli integral olarak tanımlanmaktadır (Edwards ve Penney, 1994). Belirli integral genelde bir eğri ile x ekseninin sınırladığı alan olarak bilinir ve bu alanı bulmak için çeşitli nümerik ve geometrik yaklaşımlar mevcuttur. Nümerik yaklaşımlar olarak yamuklar kuralı, orta nokta kuralı, Simpson kuralı gibi yaklaşımlar ile alana en yakın değerler bulunmaya çalışılır. Türk Eğitim Sisteminde öğrenciler belirli integral kavramı ile ilk kez ortaöğretimin son sınıfında karşılaşılır. Ortaöğretim matematik programında yapılan değişiklik ile birlikte 4. Bölüm başlığı altında incelenen integral kavramı, iki alt öğrenme alanlarına sahiptir. Bu alt öğrenme alanları ve ilgi kazanımlara aşağıda yer verilmiştir.

Belirsiz integral kavramına ilişkin kazanımlar:

1. Bir fonksiyonun belirsiz integralini açıklar.
2. Temel integral alma kurallarını türev alma kuralları yardımıyla yazar.
3. Bir fonksiyonun bir sabitle çarpımının, iki fonksiyonun toplamının ve farkının integraline ait kuralları bulur ve uygulamalar yapar.
4. Değişken değiştirme yöntemi ile integral alma uygulamaları yapar.
5. Kısmi integral alma yöntemi ile integral alma uygulamaları yapar.
6. Basit kesirlere ayırma yöntemi ile integral alma uygulamaları yapar.
7. Trigonometrik özdeşlikler kullanarak integral alma uygulamaları yapar.

Belirli integral kavramına ilişkin kazanımlar:

1. Eğri altında kalan alan yardımıyla Riemann toplamını ve belirli integrali açıklar.
2. Belirli integralin özelliklerini ifade eder.
3. İntegral hesabının birinci ve ikinci temel teoremlerini ifade eder ve belirli integral ile ilgili uygulamalar yapar.

4. $[a,b]$ kapalı aralığında integrallenebilen bir f fonksiyonu için olduğunu örneklerle gösterir.

İntegral uygulamalarına ilişkin kazanımlar:

1. İntegral ile alan hesabı yapar.
2. İntegral ile hacim hesabı yapar.
3. İntegral yardımıyla doğrusal hareket problemlerini çözer.

(MEB, 2005)

Yukarıdaki kazanımlar incelendiğinde “belirsiz integral” kavramının, “belirli integral” kavramından önce verildiği görülmektedir. Ancak bazı Analiz dersi kitaplarının (Finney ve Thomas, 1994) daha farklı bir yaklaşım izlendiği bilinmektedir. Bu yaklaşımın en önemli farkı integral kavramına belirli integral kavramı ile başlanmasıdır. Bununla ilgili olarak, yüksek öğretim matematiğinde izlenen yaklaşım ortaöğretimdekine benzerdir. Belirsiz integral ile yapılan giriş, öğrencilerin kavram şemalarının cebir işlem becerisi bağlamında oluşmasına neden olmaktadır. İntegrali türevin tersi ya da hesaplanması gereken cebir temelli bir simge olarak algılayan öğrencilerin, kavrama yaklaşımı da işlemsel düzeyde kalmakta, kavramın anlaşılması yönüyle sıkıntılar yaşandığı çeşitli araştırma sonuçlarından bilinmektedir (Orton, 1983; Rasslan ve Tall, 2002; Akkoç ve Kurt, 2008). Bu bağlamda, öğretim programlarında, integralin işlemsel olarak anlaşılmasını etkileyen çeşitli kazanımlar ile konu işlenmektedir.

Üniversite ders kitaplarında belirli integral kavramının tanımı yapılırken, Riemann toplamlarından faydalanılmakta ve kavram tanımı aşağıdaki gibi verilmektedir.

f fonksiyonu $[a,b]$ kapalı aralığında sınırlı olsun (f 'in sürekli ve $f(x) \geq 0$ olması gerekmez). $[a,b]$ aralığının bir P parçalanışını düşünelim $x_i^* \in [x_i - x_{i-1}]$ olmak üzere $R(f,p) = \sum_{i=1}^n [f(x_i^*) \Delta x_i]$ toplamını oluşturalım.

$R(f,p)$ simgesi bu toplamın x_i^* noktalarının seçimine bağlı olduğu kadar P parçalanışına ve f fonksiyonuna da bağlı olduğunu ifade eder. $R(f,p) = \sum_{i=1}^n [f(x_i^*) \Delta x_i]$ toplamına Alman matematikçi G.F. Bernhard Riemann (1826–1866) anısına P parçalanışı için Riemann toplamı denmiştir. Her hangi bir P parçalanışı için $[x_i - x_{i-1}]$, Δx_i olarak ifade edilirse $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ sayılarının en büyüğüne P parçalanışının normu denir ve $\|P\|$ ile gösterilir.

Bu dikdörtgenler yoluyla yapılan hesaplamada yaşanan en büyük sıkıntı, P parçalanışının hangi noktası için fonksiyon değerinin dikkate alınmasıdır. Bu da farklı yaklaşımları beraberinde getirmiştir. Alt toplam ile $A(f,p)$ en küçük Riemann toplamları, üst toplam ile $U(f,p)$ en büyük Riemann toplamları ifade edilirse $A(f,p) \leq R(f,p) \leq U(f,p)$ bağıntısı vardır. P parçalanış sayısının sonsuza kadar arttırılması yada bir diğer ifadeyle Δx_i diye nitelendirilen $[x_i - x_{i-1}]$ aralığının sıfıra yakınsaması durumunda gerçekleşen toplam değişim miktarı net olarak söylenebilir. f $[a,b]$ kapalı aralığında sınırlı bir fonksiyon iken f 'in a 'dan b 'ye kadar belirli integrali; $\int_a^b f(x)dx$ ile gösterilir ve $\lim_{||n|| \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n [f(x_i^*) \Delta x_i]$ şeklinde tanımlanır (Finney vd., 1994). f 'in a dan b ye integrali mevcut ise f 'e $[a,b]$ kapalı aralıkta Riemann anlamında integrallenebilir denir ve integralin cebirsel anlamı ile nümerik anlamı $\int_a^b f(x)dx = \lim_{||n|| \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n [f(x_i^*) \Delta x_i]$ doğrultusunda ilişkilendirilmiş olur.

Bu çalışmada geometrik yaklaşımlar olarak da bilinen “Riemann toplamları, Analizin Temel Teoremi, alan hesapları, dönel yüzeylerin hacimlerinin hesabı (dilimleme yoluyla hacim hesabı, ara kesitler yoluyla hacim hesabı) ve katlı integraller” gibi konuları kapsayan belirli integral kavramının öğretiminde görselleme süreci ve bu süreçte tercih edilen temsillerin problem çözümüne etkisinin araştırılması amaçlanmıştır. Bu amaca yönelik alan yazındaki çalışmalara bir sonraki bölümde yer verilmiştir.

2.5.2 Belirli İntegral Kavramı ve Çoklu Temsiller

Belirli integral konusunun anlaşılmasındaki güçlük, evrensel olarak kabul edilmekte ve birçok araştırma, öğrencilerin analiz konularında problem yaşadıklarını belirtmektedir (Thompson, 1994; Rasslan ve Tall, 2002; Oberg, 2000, Thompson ve Silverman, 2007; Roubutti, 2003). Geometri, cebir ve temel matematik alanlarının kesişiminden oluşan, üst düzey matematik becerilerini içeren belirli integral kavramının öğretiminde, öğrencilerin sadece bir kısmının ders sonunda kavramsal anlama becerilerine sahip olabilmesi, araştırmacıları bu kavram üzerinde çalışmaya yöneltmiştir. Birçok

öğrencinin belirli integrali ölçmek ya da verilen fonksiyonun türevini hesaplamak gibi rutin işlemler yaptığı, hesaplamanın anlamlandırılması (*içselleştirilmesi*) yönüyle büyük eksikler yaşadığı ilgili araştırma sonuçlarından bilinmektedir. Bu yüzden, belirli integral kavramının öğretimi oldukça hassas ele alınmalıdır (Aktümen, 2007). Matematiksel kavramların öğrenciler tarafından kavramsal olarak anlaşılması için araştırmacıların önerdiği en etkili yöntemlerden biri belirli integral konusunda çoklu temsil kullanımı ile ilgilidir (Porzio, 1994; Bingölbalı, 2008). Özellikle çoklu temsil yaklaşımı belirli integral konusunun öğretiminde üzerinde durulan kavramlardan biri olarak öne çıkmaktadır.

Çoklu temsil kavramı, analiz reformu sonucu oluşan müfredattaki değişime paralel olarak, sınıf içi uygulamalarının da değişmesinde en çok vurgulanan öğelerden biri olmuştur. Özellikle belirli integral konusunun anlama düzeyine yönelik yapılan çalışmalarda, temsil kavramının farklı tipleri ve kavramsal anlama düzeyine etkisi, araştırmaların odağı olmuştur (Ghazali vd., 2005). Öğrencinin bir integral probleminde kullandığı temsiller ile integral kavramına yüklediği anlamlar arasında ilişki olduğunu söyleyen çalışmalar bulunmaktadır (Berry ve Nyman, 2003; Goerd, 2007). Belirli integralin nümerik olarak temsil edilmesi, belirli integralin birikimli toplamlar olarak yorumlanması (Riemann toplamı), grafik temsili, eğrilerin sınırladığı bölgenin alanı anlamına gelirken, cebir temsili ile Analizin Temel Teoremi ya da integral alma işlemi anlamları öne çıkmaktadır (Thompson, 1994; Thompson ve Silverman, 2007; Scaley, 2008). Araştırma sonuçları, farklı problem türlerinde farklı temsil kullanımını desteklerken, tek temsil türüne bağlı kalan ya da temsiller arası dönüşüm becerisine sahip olmayan öğrencilerde kavramsal anlama düzeyinin yeterli ölçüde gelişemeyeceğini göstermektedir (Hiebert ve Carpenter, 1992; Lesh ve Doerr, 2003). Farklı temsil kullanımını sağlayan ve temsil geçiş sürecini dinamik olarak gerçekleştiren bilgisayar cebir sistemleri matematik eğitiminde giderek artan bir şekilde kullanılmaktadır.

Nümerik, grafik ve cebir temsillerini kullanarak ve aralarında bağlantılar kurarak, güçlü bilişsel ilişkilerin sağlanması yoluyla öğrencilerin belirli integral kavramını anlamalarını sağlamak, Analiz dersinin temel amaçları arasındadır (Schneider, 1995;

Goerdt, 2007). Kavramsal çerçeve bu özellikler ile ilgilidir. Bu bölüm, cebir, nümerik ve grafik temsillerinin belirli integraldeki anlamını göstermek ve belirli integral kavramını temsiller ile bağlantı kurarak ilişkilendirmek üzere düzenlenmiş, belirli integral kavramı; nümerik, grafik ve cebir temsillerinin kullanımı yönüyle ele alınmış ve incelenmiştir.

2.5.2.1 Nümerik Temsili

Fonksiyonun tablo halindeki (nümerik) temsilinde; integral en kolay şekilde bir aralıkta gerçekleşen toplam değişimi miktarı ile ifade edilebilir. Değişim miktarı kalem-kâğıt ile yapılan çözümlerde şöyle bulunabilir. Tanım kümesinin iki yakın değeri farkının, fonksiyonun o aralıktaki değerlerinden biri ile çarpılmasıyla küçük bir parçalanış için gerçekleşen yaklaşık değişim miktarı bulunur, bu aralık genelleştirilerek sonsuz parçaya ayrılır ve sonsuz toplamların limiti yoluyla hesap yapılmasıyla gerçekleşen değişim miktarı net olarak bulunabilir (Thompson ve Silverman, 2007; Scaley, 2008). Yukarıda sözel olarak ifade edilen değer bulma yöntemi, temellerini Riemann toplamlarından almaktadır.

2.5.2.2 Grafik Temsili

Fonksiyonun grafik temsilinde, belirli integral, en kolay anlamıyla; eğri altında kalan alan olarak ifade edilebilir. Eğri altında kalan alan hesabı, belirli integralin en somut şekilde anlatılabilecek gösterimi olarak ifade edilmektedir (Camacho, Depool ve Santos-Trigo, 2004). Öğrencilerin çoğunun belirli integral ile ilgili kavram imajları eğri altında kalan alan hesabı üzerinde şekillenmektedir (Rasslan ve Tall, 2002). Bu bağlamda, grafik temsilleri yoluyla verilen ya da belirli bir bölgenin alanını bulma amacı taşıyan soruların, integralin geometrik anlamına yönelik olarak hazırlandığı kabul edilmektedir (Czarnocha, Loch, Prabhu ve Vidakovic; 2001). f fonksiyonu $[a,b]$ kapalı aralığında tanımlı ve sürekli olsun. Ayrıca $f(x) \geq 0$ olduğunu varsayalım. $x=a$, $x=b$ doğruları, x - eksenini ve $y=f(x)$ eğrisinin sınırladığı alan “a’dan b’ye kadar $f(x)$ eğrisi altındaki alan” şeklinde ifade edilir (Edwards ve Penney, 1994).

2.5.2.3 Cebir Temsili

Bir fonksiyonun cebir temsili ile integral, cebir temelli bir süreç olarak görülebilir. Bir belirli integral probleminde verilen fonksiyonun integrali alınırken, çeşitli integral hesap tekniklerinden yararlanılıyor ve süreç sadece ters türevlenmiş fonksiyonda sınır değerlerinin yerine konulması şeklinde bulunabiliyor ise integral değerinin cebir temsili ile hesabı yapılabilir (Ghazali vd., 2005). Bazı çalışmalar belirli integralin cebir anlamının “*sınırları belirli olan belirsiz integral*” gibi düşünüldüğünü ifade etmektedir. Yani $I \subseteq \mathbb{R}$ açık aralığında tanımlı $f(x)$ ve $F(x)$ fonksiyonları için $F(x)$ in I aralığında türevi mevcut ise her $x \in I$ için $F'(x) = f(x)$ sağlanıyor ise $F(x)$ fonksiyonu $f(x)$ 'in bu aralıktaki belirsiz integrali, $F(b) - F(a)$ değeri de belirli integralin $[a, b]$ aralığındaki değeridir (Finney vd., 1994). Cebir temsilerinden en sık yararlanıldığı durumlar integralini hesaplayınız şeklindeki soru kökleridir (Sevimli vd., 2009). Cebir temsili, Analizin Temel Teoremini kullanmayı içerir.

Bu üç temsil türü, yukarıdaki nedenlerden ötürü birbiri ve belirli integral konusu ile ilişkilidir. Nümerik temsil-toplam değişim miktarı, grafik temsili-alan ve cebir temsili-hesap değeri anlamları taşımaktadır (Parsons, 2001; Ghazali vd., 2005). Bu bölümde kullanılan nümerik, grafik, cebir temsil türleri, yöntem bölümündeki ‘*Temsil Tercih ve Dönüşüm Testi*’ başlığı altında ayrıntılı olarak tanımlanmıştır.

2.5.3 Belirli İntegral Kavramı ve Görselleme

Bir ya da birden çok parçadan oluşan 2 ve 3 boyutlu nesneler ve bunların parçalarına ait görüntülerin üç boyutlu uzayda hareket ettirilmesi sonucu oluşacak yeni durumların zihinde canlandırılabilmesi olarak tanımlanan görselleme (Olkun, 2003), bu çalışmada grafik, tablo ve şemalar yardımıyla verilen bilgiyi bir problemin çözümünde kullanabilme ve yorumlayabilme yeteneği olarak tanımlanmıştır. Çalışmaya, görsel bilgiyi yorumlama becerisinin, çoklu temsil kullanımını etkileyebileceği varsayımından hareketle başlanmıştır. Belirli integral konusunda yapılan çeşitli çalışmalar, görselleme becerisinin önemi üzerinde durmaktadır (Hughes-Hallett, 1991; Berry ve Nyman, 2003). Belirli integral kavram tanımının işlemsel düzeyde kalmaması için Riemann

toplamları ve alan hesabının önemli bir yeri vardır; bu tanımlarda görsel öğelerden yararlanmanın, sürecin somutlaştırılmasına yardımcı olacağı düşünülmektedir (Rasslan ve Tall, 2002; Scaley, 2008). Özellikle eğri altında kalan alan hesabı ve integral fonksiyonunun grafiğinin görselleştirilmesinde görsel uzamsal beceriler önemli bir yere sahiptir (Camacho vd., 2004; Sevimli vd., 2009). Belirli integral problemlerini çözme sürecinde uzamsal görselleme becerisinden yararlanmanın, çoklu temsil kullanımını da etkileyebileceği düşünülmüş ve bu konu ile ilgili boşluklar “*Çalışmanın Alan Yazınındaki Yeri*” bölümünde sunulmuştur.

2.5.4 Belirli İntegral Kavramı Üzerine Yapılan Matematik Eğitimi Çalışmaları

İntegral kavramı üzerine yapılan çalışmaların çoğunda kavrama yönelik yaşanan zorlukların altı çizilmiştir. Bu çalışmalardan bazıları, kavram tanım, kavram imajı çerçevesinde düzenlenirken (Rasslan ve Tall, 2002; Thompson ve Silverman, 2007; Rösken ve Rolka, 2007), bazıları, farklı temsillerden yararlanma becerileri (Ghazali vd, 2005; Czarnocha vd., 2001), ön bilgi gereksinimleri (Ferrini-Mundy ve Graham, 1994; Scaley, 2008), teknoloji kullanımı konularını ele almıştır (Carlson, Persson ve Smith, 2003; Robutti, 2003). Matematik eğitimi araştırmacıları belirli integral konusunun öğretimine yönelik farklı yaklaşımlarda bulunmuş, farklı sonuçlar elde etmiştir. Aşağıda belirli integral kavramına yönelik yapılan çalışmaların kısa özetlerine, tanım ve kavram yanlışları, ön bilgi eksiliği kaynaklı zorluklar ve çoklu temsil kullanımına yönelik zorluklar başlıkları dâhilinde yer verilmiştir.

2.5.4.1 Tanım ve Kavram Yanlışlarına Yönelik Araştırmalar

Tüm matematik kavramlarının formal-informal anlamda çeşitli tanımları mevcuttur. Bu tanımların birçoğu öğrencilere ortaöğretim veya üniversite eğitimi süresince verilmeye çalışılır. Ne var ki, öğrenciler gerek ilgili konularda karşılaştıkları problemlerin çözülmesi sırasında, gerekse çözüme karar verirken tanım kullanımının gerekli olmadığına inanırlar (Tall ve Vinner, 1981). Bu inancın temelinde, merkezi sınavlardaki ölçme algoritmalarının bilgi ve hız bağlamında oluşturulması ve sınavlara yönelik olarak alınan yardımcı derslerde, prosedürel bilginin, kavram tanım ve anlamının önüne

geçmesinin yattığı düşünülmektedir (Önder, 2008). Derslere yardımcı olarak alınan kurslar “pratik yollar” adı altında öğrencilerin düşüncelerini engelleyecek çeşitli kurallar ile belirli integrali bir hesaplama aracı olarak göstermektedir (Camacho vd., 2009). Bazı merkezi sınavlarda da (üniversiteye giriş sınavı, açık öğretim sınavı vb.) bu tür işlemsel bilgi soruları ağır basmaktadır. Son yapılan Öğrenci Seçme Sınavında (2009) belirli integral sorularının kavram tanımı ile ilişkili bir şekilde düzenlendiği de dikkat çekmektedir.

Ferrini- Mundy ve Graham (1994), ortaöğretim düzeyindeki öğrencileri ele alarak, öğrencilerin daha sonraki matematik eğitimleri için zararlı olabilecek kuralsal teknikleri öğrendiğini belirtmişler ve bu bilgilerin kavramsal anlamayı etkilediğini ifade etmişlerdir. Öğrencilerin güçlü kavram imajlarına sahip olabilmeleri için, belirsiz integral kavramı ve integral alma kurallarından önce, belirli integral kavramı ile konuya giriş yapılmasını öneren araştırmacılar, belirli integral ile ilgili yapılan hataların temelinde kavram tanımının bilinmemesi ya da yorumlanamamasının yattığını düşünmektedirler (Rösken ve Rolka, 2007).

Belirli integral kavramına yönelik, öğrencilerin zihninde beliren bilişsel şemanın keşfi için tanımlar önemlidir (Carlson, Persson ve Smith, 2003). Belirli integral kavramının tanımı ile eğri altında kalan alan kavramı ve bunlar arasındaki ilişkinin öğretim sürecine etkisi üzerine birçok araştırma yapılmıştır (Orton, 1983; Calvo, 1997; Rasslan ve Tall, 2002; Robutti, 2003; Camacho ve Depool, 2003). Matematik eğitimi alan yazınında belirli integral kavramına yönelik ilk çalışmalardan biri, Orton (1983) tarafından yapılmıştır. Analize giriş seviyesindeki öğrencilerin, belirli integral ile ilgili anlama düzeylerini belirlemeye yönelik yaptığı çalışmada, öğrencilerin işaret belirleme karmaşası üzerinde duran Orton (a.g.e), toplamaların limiti düşüncesinin cebirsel anlamda karmaşaya neden olduğunu ifade ederek, öğrencilerin sadece küçük bir yüzdesinin belirli integral için limit sürecine ihtiyaç duyduğunu belirtmiştir. Çalışmada, belirli integrali anlama düzeylerine yönelik farklı sonuçlara ulaşılmış; kavramın anlaşılmasından öte, işlemsel becerilerin geliştiği vurgulanmış ve en büyük zorluk olarak ‘*negatif alan*’ diye nitelendirilen kavram yanılgıları gösterilmiştir. Fonksiyon, belirli bir aralıkta pozitif ve negatif değerler aldığı anda, öğrencilerin, eğri altındaki alanı

hesaplarken, alanı iki bölgeye ayırdıkları, bunun yanında böyle bir metodu neden kullandığını açıklayamadıkları, bir kaçının bu yol ile hesaplamayı öğrendikleri ve sayısal sonucun belirli integral anlamına geldiği cevaplarına klinik mülakatlar yolu ile ulaşılmıştır.

Yapılan diğer çalışmalar, öğrencilerin belirli integral içeren soruları çözebilmelerine karşın, belirli integralin geometrik tanım ve yorumunu kapsayan sorularda zorluklar yaşadığını ortaya koymaktadır. Çalışma sonuçları incelendiğinde, öğrencilerin negatif değerlere sahip fonksiyon integrallerinin grafik ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanına eşit olduğu gibi yanlışları olduğu belirlenmiştir (Parsons, 2001). İntegralin sadece alan olarak görülmesinin öğrenim açısından risk taşıdığını söyleyen Calvo (1997), derin anlamlandırma ile kavramın farklı uygulamalarının dikkate alınması gerektiğini vurgulamaktadır. Bir fonksiyonun sahip olduğu negatif değerlerin x eksenini ile grafik arasında kalan alanı tanımlamadığını ve bununla ilgili çok kavramsal yanlışın olduğunu çalışmalarında belirtmiştir (akt. Camacho vd. 2004). Tall ve Vinner'ın (1981) kavram tanımı ve kavram imajları çalışmalarından hareketle, Rasslan ve Tall'de (2002) belirli integral kavramının tanım ve imajları arasındaki ilişkiye bakmışlardır. Belirli integral kavramının öğrenci zihninde çağrıştırdığı ilgili bilişsel şemaları keşfetmeye yönelik hazırladıkları ve uyguladıkları testlerdeki bulgular, okul müfredatının, rutin problemleri çözmeye yönelten bir yaklaşım içerisinde bulunduğu, belirli integral tanımını anlamayan öğrencilerin alan hesaplama problemlerini yorumlamada ve disiplinler arası ilişkilendirmelerde zorluk yaşadığına dikkat çekmektedir. Öğrenciler, her ne kadar, belirli integrali eğrinin altında kalan alan olarak bilseler de bunu belirli integralin tanımı ile açıklamakta zorlanmaktadırlar. Bununla birlikte Camacho vd.'nin (2004) yaptığı araştırma sonucunda belirli integral ile ilgili kavram imajının mühendislik öğrencilerinde türevin tersi ya da bir bölgenin alanı şeklinde olduğu ve imajı 'türevin tersi' olarak oluşturan kişilerin yanlış, bölgenin alanı diyenlerin ise eksik olarak ifade ettikleri belirtilmiştir. Araştırmalardaki örneklem seçimi, belirli integral kavram imajlarını etkilemiş, belirli integral ve alan kavramının ilişkilendirilememesine ön bilgi eksikliğinin neden olduğu düşünülmüştür.

İntegral kavramının öğrenilmesine ilişkin bir diğer sorun ise belirli integralde işaret belirleme süreci ile ilgilidir (Orton, 1983; Mundy, 1984). Mundy (1984), öğrencilerin pozitif değerli fonksiyonların integrallerini alan olarak düşündüklerini belirtirken, negatif olduğu durumlarda işareti dikkate almadıklarını belirlemiş ve temelde yaşanan problemin, grafiği anlama, grafiğe yönelik veriyi yorumlayamama ile ilgili olduğuna dikkat çekmiştir. Rasslan ve Tall (2002) tarafından yapılan çalışmalar, öğrencilerin belirli integral değerini pozitif ve negatif alanların toplamı yolu ile hesapladıkları yanlışısını ortaya çıkarmıştır (akt. Akkoç ve Kurt, 2008). Bu bağlamda Sevimli ve Delice (2009) tarafından yapılan çalışma, integral işareti belirleme sürecinde problem kökünü dikkate alan öğrencilerin kendilerine göre prosedürler geliştirdiğine dikkat çekmiştir. Cebir temelli integral hesabına yönelik sorulardan farklı olarak yöneltile soruların, alan hesabına yönelik olduğu durumlarda, katılımcıların negatif sonuç bulmalarına karşın çözümü pozitif sundukları belirlenmiş ve açıklamasını yapamamaları, sürecin anlamlandırılması yönüyle zorluklar yaşadıkları şeklinde yorumlanmıştır. Alan hesabı sorularında görsel öğelerden yararlanmayan adayların yaşadıkları sıkıntıların grafik bilgisi ve yorumlama becerisi eksikliğinden kaynaklanabileceği düşünülmektedir.

2.5.4.2 Ön Bilgi Eksiliği Kaynaklı Zorluklar

Belirli integral kavramının anlaşılmasını etkileyen bir diğer durum ise yaşanan bilişsel zorluklardır (Rasslan ve Tall, 2002; Robutti, 2003). Bu zorluklar, kavram tanımı kavram imajı merkezli olabileceği gibi, temsillerin ilişkilendirilememesi ya da ön bilgi eksikliğinden de kaynaklanabilir (Cornu, 1991). Üniversite 1.sınıf öğrencileri limit, türev ve integral hesaplamalarını bazen yapabiliyorken, analizin kavramsal temelini oluşturan ilişkiye yönelik anlayışı geliştirememeleri matematik eğitimcileri tarafından endişeyle ifade edilmiştir (Bezuidenhout, 2001). Belirli integral konusuna gelinceye kadar öğrenci, önceki konularda gerekli bilgi, beceri ve kazanımlar yönüyle donanımlı olmalıdır (Montiel, 2005). Scaley (2008), integral için gerekli olan diğer konuları, fonksiyon, limit, dizi-seriler ve türev olarak sıralayarak belirli integral kavramının bu konularla sağlanan bir alt yapının üzerine kurulması gerekliliğine çalışmasında yer vermiştir. Gerekli hazır bulunuşlukların oluşmaması durumunda integral kavramının

yeterli düzeyde anlamlandırılmayacağı, işlemsel düzeyde kalabileceğine dikkat çeken araştırmacıların çalışmalarında da benzer bulgulara rastlanılmıştır (Mundy, 1984; Carlson, Persson ve Smith, 2003).

Orton (1983) belirli integral öğretiminde, toplamların limiti kavramının ayrı bir önemi olduğunu ifade etmiş; Ferrini-Mundy ve Graham (1994) bu konulardan birinin eksik olmasının belirli integralin anlamlandırılmasını engelleyeceğini ve yapılan öğretimin işlemsel düzeyde kalabileceğini belirtmiştir. Camacho vd. (2009), integral kavramının anlaşılmasında türev bilgilerinin çok önemli bir rolü olduğunu belirtip, öğrencilerin belirli integral sorularını çözerken seçtiği grafik ya da nümerik çözüm yollarının tercihinde önceki türev uygulamalarının etkili olduğunu ifade etmişlerdir. İntegral kavramına yönelik yapılan çalışmaların bazılarında, kavramın, türevin tersiymiş gibi verilmesinin sakıncaları üzerinde durulurken, kavramsal öğrenmenin sırasıyla; fonksiyon, dizi ve seriler toplamı, bu toplamların limitinin hesabına bağlı olduğu belirtilmektedir (Gray, Pitta ve Tall, 1997; Scaley, 2008). Kısaca, integral konusunun kazanımlarının yeterli ölçüde sağlanabilmesi, önceki bilgilerin iyi kavranabilmesi ile orantılıdır (Orton, 1983; Camacho ve Depool, 2003; Thompson, 1994).

İntegral kavramının cebirsel notasyonunun anlaşılması ve integral alma işlemi sürecinde de çeşitli problemler yaşandığı, Rasslan ve Tall'un (2002) yaptıkları çalışmalardan bilinmektedir. Özellikle Leibniz notasyonu, c sabiti ve çok katlı integral gösterimi yönüyle yaşanan zorluklar kendini özel tanımlı fonksiyonların integralleri sürecinde de göstermektedir. Temel integral alma kurallarının uygulanmasında, öğrencilerin genelde başarılı olmasıyla birlikte, verilen fonksiyonun özel tanımlı olması durumunda zorluklar yaşandığına dikkat çekilmektedir (Mundy, 1984; Camacho ve Depool, 2003). Yaşanan bu sorunlara yönelik olarak öğrencilere mutlak değer fonksiyonu, trigonometrik fonksiyonlar ve sürekli olmayan fonksiyonların belirli integrali ile ilgili çeşitli sorular yöneltilmiştir. Sonuçlar, öğrencilerin fonksiyon özelliklerini dikkate almaksızın Analizin Temel Teoremi'ni kullanarak çözüme ulaşma çabaları gösterdikleri ve yanlış sonuçlara ulaştıkları yönündedir (Thompson, 1994; Sevimli ve Delice, 2009). Yaşanan zorluklar, öğrencilerin çoklu temsil bilgisi ve kullanma becerisi yönüyle eksiklerinin olduğuna işaret sayılabilir.

2.5.4.3 Çoklu Temsil Kullanımına Yönelik Zorluklar

Belirli integral konusuna ait derin anlamlandırmanın geliştirilmesinde Riemann toplamları ile sayısal toplamların limiti şemalarının ilişkilendirilmesinin ayrı bir önemi vardır (Czarnocha vd., 2001). Bu bağlamda temsiller arası ilişki kurulabilmesi ile belirli integral konusundaki yeterlikler arasında doğru bir ilişkinin varlığı düşünülmektedir. Birçok çalışma, temsiller arası dönüşüm, farklı temsil kullanma becerilerinin, matematiksel kavramların farklı tanımlarının geliştirilebilmesine olanak sağlayacağından dolayı kavramsal anlamayı geliştireceği üzerinde ortak sonuçlara sahiptir (Ostebee ve Zorn, 1997; Girard, 2002; Goerd, 2007). Araştırmacılar belirli integral konusundaki kavram tanımının ters türevlenebilen fonksiyon ya da alan ile sınırlı kalmasını nümerik yaklaşımların yetersiz kullanılmasına bağlamakta, integralin cebire yönelik yapısının nümerik toplamlar ile desteklenmesinin önemi üzerinde durmaktadırlar (Gray, Pitta ve Tall, 1997; Robutti, 2003; Thompson ve Silverman, 2007). Çalışmalar, gerek belirli integral öğretimi sürecinde, gerekse öğrencilerin problem çözme sürecinde farklı temsillerden yararlanamadıklarını, temsiller arası dönüşümler yönüyle zorluklar yaşadıklarını göstermiştir (Ghazali vd., 2005).

Rasslan ve Tall'un (2002) çalışmasında, öğrencilerin integral alma işlemlerinde cebir kurallarını ve algoritmalarını uygulayarak çözdükleri problemlerde, grafik ve nümerik temsillere göre daha başarılı oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Öğrenciler, belirli integralin nümerik olarak yorumlanmasında zorlanmaktadırlar (Scaley, 2008; Sevimli vd., 2009). Öğrencilerin belirli integral kavramı ile ilgili en çok bildikleri iki tanım, eğri altında kalan alan ile Riemann toplamlarını bile ilişkilendiremediklerine dikkat çeken araştırmacılar, yaşanan zorlukların, özellikle nümerik ve grafik temsiline kullanılmaması kaynaklı olduğunu düşünmektedirler (Camacho ve Depool, 2003). Orton (1983), öğrencilerin nümerik ve grafik temsillerini ilişkilendiremediklerini, bunun sonucu olarak da grafik üzerinde toplamaların limitini alma sürecinde zorlandıklarını ortaya koymuştur. Bu bulgulara paralel olarak Camacho ve Depool (2003) de öğrencilerin sonsuz toplamaların limitini, integral olarak anlamakta zorlandıkları sonucuna ulaşmışlardır. Ayrıca, sonsuz seri toplamalarının limiti ile eğri

altında kalan alanı ilişkilendirmekte zorlanan öğrencilerin, cebir temelli hesap sorularında çok daha fazla başarılı olduklarına dikkat çekmişlerdir.

Bazı araştırmacılar, öğretim ortamını bilgisayar cebir sistemleri desteği ile yeniden yapılandırarak kullanılan temsillerin farklılıklarını araştırmışlardır. Özellikle eğri altında kalan alanın hesaplanmasında, dikdörtgen alanları toplamının limiti sürecinin görselleştirilmesi ve integral kavramına sayısal yaklaşım getirmesi açısından Derive, Maple, Grafik Analiz gibi teknolojik araçlardan faydalanılabileceğini belirtmişlerdir (Tall, 1986; Gonza'lez-Martı'n ve Camacho, 2004; Akkoç ve Kurt, 2008). Bu amaçlar doğrultusunda Camacho vd. (2004), sınıf ortamını farklı temsillerin kullanılacağı şekilde değiştirerek iki öğrenci üzerinde durum çalışması yapmışlardır. Bu bağlamda öğrencilerin öncelikle cebir temsillerini kullanmalarına karşın, kavramın farklı tanımları yönüyle geliştirilen öğrencilerde temsil kullanma becerisinin de geliştiği bulgularına ulaşılmıştır. Çalışmada, kullanılan programın öğrencilerin integral problemlerini çözme sürecinde tercih ettikleri temsilleri etkilediği sonucuna ulaşılmıştır. Yine Girard (2002), analiz problemleri çözümünde öğrencilerin temsil yaklaşımı üzerinde çalışarak süreçte grafik hesabının önemini sınamıştır. Başarılı olarak değerlendirilen öğrencilerin bu temsillerden yalnız birini değil, bunların birleşimlerini kullandıkları belirlenmiş, limit kavramında, cebir ve nümerik temsilleri yönüyle, integral kavramında cebir ve grafik temsilleri yönüyle anlamlı sonuçlara rastlanılmıştır. Ayrıca, öğretim programında, belirli integral kavramına grafiksel ve sayısal yaklaşımların kullanımının öğrencilerde belirli integral kavramına yönelik gelişmeyi az da olsa desteklediği görülmüştür. Kompleks alanların yüzölçümlerinin belirlenmesi için Scaley (2008), Aktümen (2007) gibi araştırmacıların yaptığı çalışmalarla belirli integral kavramının öğretilmesine yönelik alternatif bir öğretme-öğrenme ortamı hazırlanmaya çalışılmış, öğrencilerin Riemann toplamı kavramını keşfetmeleri için etkinliklere yer verilmiştir. Sonuçta, belirli integralde bilgisayar cebir sistemlerinin kullanıldığı sınıf ortamlarında, problem çözme düzeyleri ortalamalarına yönelik anlamlı bir fark bulunmuştur. Çalışmalar materyal ile yüzleştirilen Analiz dersi öğrencilerinin materyalsiz sınıf ortamına göre daha yüksek seviyeden bilgi yapısı ve kazanımlara ulaştıklarını göstermektedir (Aktümen, 2007).

Camacho vd. (2009), Analiz dersi kapsamında uyguladıkları Derive yazılımı destekli öğretim ortamında, belirli integral konusundaki derin anlamlandırmanın, öğrencilerin temsil dönüşüm ve ilişkilendirme süreçlerinin farkında olmaları ile sağlanabileceği belirtilmişlerdir. Öğrencilerle yapılan görüşmeler sonrasında önemli bir başlık olarak, öğrencilerin kavramın farklı temsilleri arasında terim anlamı ve çözüm becerisi yönüyle geçişlere ihtiyacı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Örneğin, fonksiyonun grafik temsilleri ile grafiğin yönünü, cebir hesapları ile işaretini ve nümerik yaklaşımlarla alanının yaklaşık değerini açıklayabilmek, hesaplayabilmek önemli beceriler olarak gösterilmektedir (Thompson, 1994; Porzio, 1999; Kendal, 2002; Berry ve Nyman, 2003). Çalışmalarında öğretim programı ve tekniklerine de vurgu yapan araştırmacılar ders kitabı ve öğretim programlarının cebir temelli işlemler yönüyle başarılı öğrenci yetiştirme hedefli bir içeriğe sahip olduğunu belirtmişlerdir (Tucker ve Leitzel, 1994; Scaley, 2008).

Camacho vd. (2004), öğrencilerin temsil dönüşüm ve ilişkilendirme süreçlerine yönelik farkındalığı, belirli integral konusundaki derin anlamlandırmanın gelişmesine yönelik önemli bir adım olarak göstermişlerdir. Analiz dersi öğrencileri ile yapılan mülakatlar sonunda, kavramın farklı temsilleri arasında terim anlamı ve çözüm becerisi yönüyle geçişlere ihtiyacı olduğu sonucu göze çarpmaktadır. Yine benzer olarak Eisnberg ve Dreyfus (1991), öğrencilerin belirli integral ile ilgili problem çözme sürecinde işlemlerin genelde analitik olarak ele alınıp çözülmeye çalışıldığı, grafik yorumunun ihmal edildiği sonuçlarına ulaşmıştır. Çalışmada, dersi veren öğretim elemanlarının da grafik temsillerini kullanmada isteksiz oldukları ve bir integral problemi verildiğinde integral alma teknikleri ile çözüme ulaşmaya çalıştıkları belirtilmiştir. Geometrik yaklaşımları kullanmadaki isteksizliğin, belirli integraldeki problem çözme sürecinde, cebir temelli hesaplama yöntemlerini kullanma isteğini arttırdığı düşünülmektedir.

Programların farklı temsilleri kullanan öğrencilerin farklılıklarına uygun olarak düzenlenmesiyle, öğrenme ortamının zenginleştirilebileceği belirtilmiştir (Kendal, 2002; Ghazali vd., 2005). Görselleme becerisinin önemi üzerinde duran araştırmacılar, programların, nümerik yaklaşımları daha çok vurgulamaları gerektiğini, kavramsal

öğrenme için bunun vazgeçilmez olduğunu ifade etmişlerdir (Hughes-Hallett, 1991; Tall, 1991; Scaley, 2008).

2.6 ÇALIŞMANIN ALAN YAZININDAKİ YERİ

Analiz, yüksek öğretim düzeyindeki temel matematik derslerinden biridir. Bu dersin konuları arasında yer alan ve öğretilmesi/öğrenilmesinde güçlük çekildiği belirtilen belirli integral kavramı üzerine, çeşitli matematik eğitimi araştırmaları mevcuttur. Yüksek öğretim matematiğinde belirli integral kavramının genelde cebir temsilleri ile tanımlanması ve öğrencilerden bu yönde cevapların beklenmesi konunun kavramsal düzeyde anlaşılması için yeterli bir yaklaşım değildir (Carlson, Persson ve Smith, 2003). Matematiksel beceri bağlamında incelenen ve belirli integral konusunun öğretimi için gerekli etkenlerden biri olarak gösterilen çoklu temsil kullanımının, kavramın anlaşılma düzeyini etkilediği düşünülmektedir.

Çalışmalar öğretim teknolojileri veya materyaller ile desteklenen öğretim ortamlarında çoklu temsil yaklaşımının geliştirilebildiğini göstermektedir (Çıkla, 2004; Goerd, 2007). Ülkemizdeki yüksek öğretim kurumları düşünüldüğünde öğretim ortamlarının büyük çoğunluğunda bilgisayar cebir sistemlerinin veya materyallerin kullanılmadığı, tahta ve sunuş yoluyla geleneksel yaklaşıma göre eğitim-öğretimin verilmeye devam edildiği bilinmektedir (Delice, Sevimli ve Aydın, 2009). Herhangi bir yazılım kullanmaksızın var olan durumu analiz etmeye yönelik bir yaklaşımın, yaygın etki değerinin daha geniş ve sonuçların uygulanabilirlik açısından anlamlı olabileceği gerekçesiyle, çalışma, geleneksel sınıf ortamında yürütülmüştür. Buna yönelik olarak Analiz dersini almış öğrencilerin, görsel-uzamsal yetenekleri ve belirli integral konusunda kullanma eğilimi gösterdikleri temsiller belirlenmeye çalışılmıştır. Daha sonra, görsel-uzamsal becerilerin temsil kullanım farklılığı ve temsiller arası geçiş becerilerine etkisi incelenmiştir. Son olarak, öğrencilerin belirli integral konusundaki problem çözme performanslarının dikkate alınmasıyla belirlenen akademik başarıları, kullandıkları temsiller bağlamında değerlendirilmiş; öğrenci zorluklarına yönelik çözüm önerileri sunulmuştur. Araştırma Lesh vd.'nin (1987) çoklu temsil sistemlerine yaklaşımlarını “*Temsil Dönüşüm Modeli*” başlığıyla ele almıştır. Özel olarak Goldin ve

Kaput (1996) tarafından kabul edilen “*Formal Matematik Sistemleri*” yaklaşımı benimsenmiş ve bu sistemde yer alan temsiller ile “*Temel Görselleme Bileşenleri*” arasındaki ilişkiyi inceleyen Gutiérrez’in (1996) çalışması, referans alınmıştır.

Öğretmen adaylarının, Analiz dersi temel konuları arasında yer alan belirli integral kavramına yönelik çoklu temsil kullanma becerileri, akademik başarı ve uzamsal görselleme becerisi kapsamında ele alınmıştır. Çalışmada yer alan uzamsal görselleme becerisinin, Presmeg’in (1986) görsel bilgiyi yorumlama becerisini etkileyeceği düşüncesinden hareket edilmiş; uzamsal görselleme becerisinin problemlerin ifade edildiği temsilleri kullanabilme ve yorumlayabilme yetisini etkileyebileceği düşünülmüştür. Dolayısıyla öğretmen adaylarının uzamsal görselleme becerilerinin Formal Matematik Sistemlerini etkileyebileceği (Gutiérrez, 1996); akademik başarının da kullanılan temsillerden etkilenebileceğinden hareketle (Janvier, 1987) çalışmaya başlanmıştır.

III. YÖNTEM

Bilimsel araştırmalar; doğrulara ulaşmak ve gerçeği keşfetmek amacıyla yapılan sistematik sorgulama olarak tanımlanabilir (Burr, 1995). Bu sorgulama süreci belirli aşamaları takip eder. Bilimsel çalışmaların en önemli bölümlerinden biri olan yöntem ise, herhangi bir araştırmanın nasıl ilerleyeceği altında yatan kuram ve analizdir. Bu yüzden, araştırma sorularını en iyi şekilde cevaplayabilecek ve gerçeğe ulaşılmasında yardımcı olabilecek bir yöntem belirlenmelidir. Araştırma yöntem ve teknikleri belirlenmeden önce araştırmanın paradigması tartışılmıştır (Guba ve Lincoln, 1994). Paradigma araştırmacının bilimsel anlamda dünyaya bakışı, bilimsel toplulukça kabul edilmiş yöntem, problem alanı ve çözüm standartlarının kaynağıdır. Araştırma problemi, yöntemi ve elde edilecek verilerin sahip olduğu özellikler düşünöldüğünde pozitivist olmayan, yorumlayıcı paradigma araştırmanın paradigması olarak kararlaştırılmıştır. Bu bölümde araştırma modeli, katılımcılar, verilerin toplanması, geçerlilik-güvenirlik çalışmaları ve verilerin analizi hakkında bilgi verilecektir.

3.1 ARAşTIRMA MODELİ

3.1.1 Nitel Yaklaşımlar

Pozitivist bilimler doğruları tek değişkene göre ele alır inceler ve kesin yargılar ile ifade ederken pozitivist olmayan bilimlerde araştırma Fen ve Matematik disiplinlerinden daha farklı bir süreç izler. Sosyoloji, Antropoloji, Psikoloji, Felsefe, Dil bilim gibi nitel araştırmalara bakış açısı kazandıran disiplinlerdeki ortak amaç, insan davranışını içinde bulunduğu ortamda, çok yönlü olarak anlamaya çalışmaktır (Yıldırım ve şimşek, 2000). İnsan davranışı ancak esnek ve bütöncöl bir yaklaşımla araştırılabilir ve bu yaklaşımda araştırmaya dâhil edilen bireylerin göröş ve deneyimleri büyük önem taşır.

Nitel araştırmalar içerisinde birçok farklı kavram ve disiplini barındırdığı için yazarlar bir tanım yapmaktan özellikle kaçınmışlardır. Her ne kadar bu yöntem, süreç ve

özellikleri kapsayan bir tanım yapmak güç ise de "nitel araştırma" gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırma olarak tanımlanabilir. Denzin ve Lincoln'a (1998) göre nitel araştırma araştırmacıların araştırılacak konu ya da konuları doğal ortamda incelemeleri, araştırılan insanların getirmiş oldukları anlamlar açısındanolguyu anlamlaştırma ve yorumlama çabası içerisinde olmalarıdır (Cohen, Manion ve Morrison, 2000). Kuram oluşturmayı temel alan bir anlayışla sosyal olguları bağlı bulundukları çevre içerisinde araştırmayı ve anlamayı ön plana alan bir yaklaşımdır. Nitel araştırmaların çoğu, araştırdıkları sosyal çevrelerin ayrıntılı bir betimlemesini yapmayı amaçlar (Kuşçu, 2007). Bu araştırma belirli integral konusunda öğrencilerin kullandıkları temsil türleri ile uzamsal görselleme yeteneği ve akademik başarı arasındaki ilişkinin incelenmesi hedeflendiğinden, nitel bir araştırmadır.

3.1.2 Durum Çalışması

Bu çalışmada, belirli integral konusunu Analiz II dersi kapsamında alan öğrencilerin, bu konuda kullandıkları temsilleri belirlemek ve akademik başarıya etkisini incelemek üzere var olan durum kendi koşulları içerisinde betimlenmeye çalışıldığı için, araştırma, nitel araştırma desenlerinden biri olan *"keşfedici özel durum çalışması"* modeli üzerine kurulmuştur. Özel durum çalışması, felsefesi yorumlayıcı paradigmaya dayanan, araştırmacıya bir bağlam içerisinde bir grubu, olayları veya ilişkileri derinlemesine inceleme ve yorumlama olanağı sağlayan, elde edilen bulgularla benzer durumlar üzerinde gerçekçi tahminlerden ziyade analitik genellemeler yapma fırsatı veren nitel araştırma yöntemlerinden biridir. Yin'e (1994) göre durum çalışması, araştırılanolguyu kendi yaşam çerçevesi içinde inceleyen, olgu ve içinde bulunduğu ortam arasındaki sınırların kesin hatlarla belirgin olmadığı ve birden fazla kanıt veya veri kaynağının mevcut olduğu durumlarda kullanılan bir araştırma yöntemidir (akt. Cohen vd., 2000). Sosyolojik terimler sözlüğünde ise durum çalışması şöyle tanımlanmaktadır; *"Durum çalışması, nasıl ve niçin soruları ortaya çıktığında, araştırmacının olaylar üzerinde kontrolünün az olduğu durumlarda, odak; bazı gerçek hayat bağlamı dâhilinde çağdaş bir olgu üzerinde ise tercih edilen bir stratejidir"*.

Patton (1990) özel durum çalışmasını belirli bir bağlamın ve bu bağlam içerisindeki etkileşimin parçası olan durumları derinlemesine anlama çabası şeklinde tanımlamaktadır. Sturman'a (1999) göre bir bütün, parçalarının toplamından daha büyük olduğu gibi insanlık ilişkileri ve sosyal sistemler de bir bütünlük arz etmektedir. Dolayısı ile bir olguyu parçalarına odaklanmak yerine bütünüyle inceleme olanağı vermesi özel durum çalışmasının en ayırt edici özelliğidir. Her bir bağlam kendine has ve dinamik bir yapıda olduğundan, özel durum çalışması bir bağlam içerisindeki olayların, insan ilişkilerinin veya başka faktörlerin dinamik, karmaşık ve belirgin olmayan ilişkilerini ortaya çıkarmayı amaçlamaktadır (akt. Cohen, Manion ve Morrison, 2000). Yani özel durum çalışması olaylar ve olguları ve bunlar arasındaki ilişkileri bir bütün olarak incelemektedir. Dolayısı ile bu yöntemin önemli bir avantajı, araştırmacıya özel bir duruma yoğunlaşarak derinlemesine araştırma yapma, nicel ve nitel araştırma yöntem ve metotlarını birlikte kullanma fırsatını vermesidir.

Araştırma bir grup matematik öğretmen adayının belirli integral konusunda kullandıkları temsillerin ve temsiller arası geçiş becerilerinin problem çözme sürecine etkisini derinlemesine anlamaya çalıştığından *“bir grup veya olayı derinlemesine inceleme ve analiz etme”* olarak tanımlanan özel durum çalışması niteliği taşımaktadır. Çalışma var olan durum üzerinden ilişkiler kurarak araştırmanın başında oluşturulmuş olan alt problemlerin cevaplanması, düzenlenip, yorumlanabilmesi hedeflendiğinden araştırmanın modeli özel durum çalışması olarak düşünülmüştür.

3.2 KATILIMCILAR

Evren ve örneklem kavramları nicel araştırmalarda kullanılan kavramlardır. Nitel araştırmalarda bu kavramların yerini *“katılımcılar”* veya *“çalışma grubu”* almaktadır. Bu kısımda okuyucu açısından bir kavram kargaşası oluşturmaması açısından *“evren ve örneklem”* kavramları yerine nitel araştırmalarda ki *“katılımcılar”* kullanılmıştır. Araştırmada amaçlı örnekleme metoduyla katılımcılar belirlenmiştir. Zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak verdiği için amaca uygun bir örnekleme yoluna gidilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Örneklemenin

seçimi için önemli olduğu düşünülen ölçütler belirlenmiş ve bu ölçütlere göre katılımcılar seçilmiştir.

Araştırmanın katılımcılarını, 2008–2009 eğitim-öğretim yılı bahar yarıyılında Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Bölümü Matematik Öğretmenliği 2.sınıf programına kayıtlı 19-22 yaş aralığındaki, toplam 45 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Öğretmen adaylarının 23'ü kız, 22'si erkek olup tamamı sayısal alan çıkışlıdır. Ayrıca çalışma gurubundaki bütün öğretmen adayları Analiz I ve II dersini bir önceki yılda almıştır. Analiz I dersinde belirli integral konusunun altyapısını oluşturacak limit ve türev gibi kavramlar ele alındığından, Analiz II dersinde de belirli integral kavramı ve uygulamaları konusuna yer verildiğinden dolayı adayların bu dersi almış olmaları önemlidir. Ön bilgi eksikliğinin olmaması, hazır bulunuşluk seviyelerinin yeterli düzeyde olması çalışma sonuçlarını anlamlı ve etkili kılacağı düşünülmüştür. Analiz II dersi kapsamında öğretilen integral konusu, belirsiz integral, belirli integral ve integral uygulamaları başlıkları altında ele alınmıştır. Belirsiz integral, ilkel fonksiyonların bulunması, değişken değiştirme, kısmi integrasyon yöntemi, rasyonel-cebirsal-trigonometrik ifadelerin integralleri alt başlıkları altında ele alınmıştır. Belirli integral başlığı altında, tanımlar, integral hesabının ara değer teoremi, analizin temel teoremi, genelleştirilmiş integraller alt başlıklarına yer verilirken, belirli integral uygulamaları başlığı altında alan hesabı, hacim hesabı, eğri uzunluğu, dönel yüzeylerin alan hesabı konuları işlenmiştir.

Dersi veren öğretim üyesi ve ders alan öğretmen adaylarıyla yapılan görüşmeler sonucu belirli integral konusunun bu ders kapsamındaki diğer konular gibi öğretmen merkezli olarak sunuş yoluyla işlendiği ve süreçte herhangi bir öğretim materyali ya da yazılım kullanılmadığı belirlenmiştir. Dönem boyunca tek ders kitabından yararlanıldığı ve adayların da aynı kitabı temin ettikleri görülmüştür. Adaylar bu bölüme ÖSS'de aldıkları sayısal puan türüne göre girme hakkı kazanmakta ve giriş puanının yüksekliği bakımından sayısal puanda tercih edilebilecek bölümler arasında en üst sıralarda yer almaktadır. Öğretmen adayları 3.5 sene boyunca Fen-Edebiyat Matematik bölümünde matematik derslerini tamamladıktan sonra formasyon derslerini almaya başlayacaklardır.

Araştırmada uygulanan ölçme araçları ile elde edilen verileri yorumlayabilmek ve problem çözme sürecini derinden incelemek için yarı yapılandırılmış görüşmelere başvurulmuştur. Katılımcılar uzamsal görselleme becerileri ve akademik başarıları birbirinden farklı olduğundan bu beceriler ile temsil dönüşüm başarılarını ilişkilendirebilmek için amaçlı örnekleme yoluna gidilmiştir. Böylece akademik başarıları yüksek ve düşük, uzamsal görselleme becerisi yüksek ve düşük, temsil dönüşüm başarıları yüksek ve düşük olan toplam altı aday seçilmiş ve süreç analizi bu öğrenciler üzerinde odaklanmıştır. Nitel araştırmada çok sayıda bireyin araştırma kapsamına dâhil edilmesi, toplanan verilerin ayrıntılı ve derinlemesine değerlendirilmesini engelleyebileceğinden dolayı güçtür. Araştırmaya katılan kişilerin sayısı az olmakla birlikte sonuçta elde edilen verinin miktarı ve ayrıntısı oldukça fazladır ve bu nedenle veri analizi uzun zaman alabilmektedir. Sonuçta ortaya çıkan araştırma raporunun uzun olması da doğaldır. Çünkü elde edilen nitel verilerin sunulması ve yorumlanması bunu gerektirir.

3.3 VERİ TOPLAMA SÜRECİ

Araştırmacılar, uygulayacakları araştırma yöntemine karar verdikten sonra, seçilen araştırma yöntemi içerisinde kullanabilecekleri veri toplama araçlarını belirlemelidirler. Bu süreçte seçtikleri yöntemin içerisinde hangi veri toplama araçlarının daha kullanışlı, etkili, geçerli ve güvenilebilir olabileceğini tartışmaya başlarlar. Kullanılacak veri toplama aracının araştırma desenini sağlaması gerektiği gibi, araştırmacının bilimsel anlamda dünyaya bakışına da uygun olarak seçilmelidir. Nitel araştırmalar kuram oluşturmayı temel alan bir anlayışla sosyal olguları bağlı bulundukları çevre içerisinde, derinlemesine araştırmayı ön plana alan bir yaklaşım olduğundan veri toplanması sürecinde bireyi merkeze almaktadır. Öğrencinin bilgi-becerisi, tutum ve farkındalığıyla ilgili bilgilere ulaşmak, çeşitli matematiksel beceriler ile bireyin öğrenme düzeyi arasında ilişkiler kurmak için belki de en güvenilir kaynak yine kendilerinin sözlü ve yazılı açıklamalarıdır. Bu araştırma test, görüşme ve doküman analizi gibi nitel ağırlıklı veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği bir

araştırmadır. Bu bağlamda matematik öğretmen adaylarının belirli integral konusundaki temsil tercihlerine uzamsal yetenek ve akademik başarılarının etkisinin incelenmesi için çeşitli veri toplama araçları kullanılmıştır.

Çalışma 2008–2009 öğretim yılı bahar yarıyılında Analiz dersi kapsamında Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği 2. sınıf öğrencileriyle yapılmıştır. Öncelikle öğrencilerin görsel uzamsal becerilerinin belirlenmesi hedeflenmiştir. Bu amaca yönelik olarak geçerlik ve güvenirliği yapılmış Guay (1977) tarafından geliştirilerek araştırmacı tarafından Türkçe'ye çevrilen ve daha öncede birçok araştırmada kullanılan (Ferrini-Mundy, 1987; Kosslyn, 1995; Hacıömeroğlu, 2007; Güven ve Kosa, 2008) Purdue Uzamsal Görselleme Testi bahar döneminin 2. haftasında öğrencilere uygulanmıştır. Öğretmen adaylarının belirli integral konusunda kullanma eğilimi gösterdikleri temsilleri belirlemek ve temsiller arası dönüşüm başarılarını incelemek üzere öğrenim sürecinin dördüncü ve altıncı haftasında Temsil Tercih ve Dönüşüm Testi (TTDT) uygulanmıştır. Belirli integral konusundaki temsil dönüşüm başarıları ölçülen bu konuyu Analiz II dersi kapsamında alan katılımcıların kavram bilgisi ve işlem becerilerini ölçmeye yönelik hazırlanan Belirli İntegral Yeterlik Testi (BİYT) bahar döneminin sekizinci haftasında uygulanmıştır. Bu testin sonuçları ve öğretim elemanı görüşlerinin dikkate alınmasıyla yapılan doküman analizi akademik başarıyı belirlemeye yönelik olarak kullanılmıştır. Farklı beceriler arasındaki ikili ilişkilerin anlamlılık düzeyinin ayrıntılı olarak incelenmesi için görüşmeler yapılmıştır.

Araştırma betimsel istatistik ve SPSS gibi nicel verileri ölçmenin yanı sıra görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerini de içermektedir. Aşağıda sırasıyla çalışmada kullanılan veri toplama araçları, deneme çalışmaları, veri toplama araçlarının geçerlik ve güvenirlikleri ile veri toplama sürecinden bahsedilecektir.

3.3.1 Veri Toplama Araçları

Araştırma da üç farklı tür veriyi toplamak üzere dört farklı veri toplama aracı kullanılmıştır. Toplanılması düşünülen veriler ve veri toplama araçları Tablo–1 de gösterilmiştir.

Tablo 1

Araştırma hedefleri ve hedeflere yönelik veri toplama araçları

Araştırılan Durum	Veri Toplama Aracı
Görsel Uzamsal Yetenek	Purdue Uzamsal Görselleme Testi
Belirli İntegralde Temsil Tercih ve Dönüşüm Becerisi	Temsil Tercih ve Dönüşüm Testi Yarı-Yapılandırılmış Görüşmeler
Akademik Başarı	Belirli İntegral Yeterlik Testi Öğretim Elemanı Görüşleri

Çalışmada kullanılan veri toplama araçlarından Purdue Uzamsal Görselleme Testi katılımcıların uzamsal görselleme becerilerini belirlemek üzere Türkçeye adapte edilerek kullanılmıştır. Temsil Tercih ve Dönüşüm Testi araştırmacı tarafından hazırlanmış bir araç olup katılımcıların tercih ettikleri, kullandıkları temsilleri belirlemesinin yanı sıra temsil dönüşüm becerilerini değerlendirmek içinde uygulanmıştır. Araştırmada kullanılan bir diğer veri toplama aracı Belirli İntegral Yeterlik Testidir. Bu test öğrencilerin belirli integral konusundaki akademik başarılarını belirlemek üzere uygulanmış, öğretim elemanı görüşleri alınarak desteklenmiştir. Son olarak amaçlı örnekleme yoluyla seçilen altı katılımcının araçlara verdiği cevapları daha iyi analiz edebilmek ve yorumlayabilmek için yarı yapılandırılmış görüşmelerde bulunulmuştur. Her bir veri toplama aracının geliştirilmesi/adaptasyonu, deneme çalışmaları ve uygulama süreci ile ilgili bilgilere aşağıda yer verilmiştir.

3.3.1.1 Purdue Uzamsal Görselleme Testi

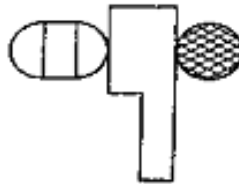
Araştırmada kullanılan Purdue Uzamsal Görselleme Testi bireyin görsel uzamsal yeteneklerini ölçmeye yönelik hazırlanan ve üç bölümden oluşan bir veri toplama aracı olarak Guay tarafından 1977 yılında geliştirilmiş olup araştırmacı tarafından Türkçeye uyarlanmıştır. Guay PUGT çalışmasının bireyin uzamsal yeteneğini ölçen diğer ölçme araçlarından daha geçerli ve güvenilir olduğunu ifade etmişlerdir. Testlerin birçok araştırmada kullanılmış olması (Ferrini-Mundy, 1987; Kosslyn, 1995; Hacıömeroğlu, 2007; Güven ve Kosa, 2008) ve güvenilirliklerinin yüksek olması bu ölçme araçlarının

araştırmada kullanılma nedenleridir. Testin içerdği üç bölüm sırasıyla oluşturma, döndürme ve görünüm olup aracın geliştirilmesi sırasında betimlenmiştir. PUGT'nin her bölümü 12 maddeden oluşmakta ve testte toplam 36 soru bulunmaktadır. PUGT analitik işleme ve işlem değişkenliğini belirlemekten öte bireyin uzamsal görselleştirme becerilerini belirlemek üzere tasarlanmıştır. Bertoline ve Miller (1990) PUGT'nin bireyin uzamsal görselleme becerisini ölçen bir ön-son test niteliğini taşıdığını belirtmiştir.

PUGT 24 dakikalık bir zaman diliminde uygulanması düşünülen kalem-kâğıtla çözülmesi hedeflenen bir hız testidir (Guay, 1980). İçerisinde 36 maddenin bulunduğu test 13 yaş ve üzeri düzeydeki bireylere yönelik olarak kolaydan zora doğru tasarlanmıştır. Her bölümün başında ilgili bölümde öğrenciden beklenen kazanımlar ve ikişer örneğin bulunduğu yönergeler kısmı yer almaktadır. İçerideki yönergeler bölümünde bulunan direktifler problem çözme sürecini açıklamakta ve öğrencinin süreci anlamlandırmasına hizmet etmektedir. Dairesel silindir, dikdörtgensel prizma, döndürülmüş altıgenler ve üçgensel prizmalardan oluşan nesneler bireyde uyarıcı etkisi göstermekte sorular bu geometrik cisimler üzerinden çevirme, katlama ve döndürme becerilerini ölçmeyi hedeflemektedir. PUGT'nin ilk bölümünde oluşturma başlığı altında yer alan 12 soru bulunmaktadır. Bu sorular öğrencilerin üç boyutlu nesneleri katlayarak ne şekilde görsel hale getirebileceklerini belirlemek üzere tasarlanmıştır. Bu bölümdeki sorular öğrencilerden verilen açılıma uygulanacak katlamalar ile elde edilebilecek üç boyutlu cismi şıklar arasında belirleyerek işaretlemelerini istemektedir.

Örnek:

2



Yukarıda beş tane üç boyutlu cisim ve bir tane açılım bulunmaktadır. Açılım üç boyutlu bir nesnenin iç yüzeyini göstermektedir. Açılımdaki taralı kısımlar cismin tabanını göstermektedir. Öğrenciden istenen;

1) Bu açılımın üç boyutlu nesne olarak katlandığında, nasıl gözüktüğünü zihinlerinde belirlemeleri ve yapılan katlamalar ile oluşan üç boyutlu şekli, şıklar arasından seçmeleridir.

PUGT'nin ikinci bölümünde "Döndürme" başlığı altında yer alan kısımda 12 soru bulunmaktadır. Bölümdeki sorular üç boyutlu nesnelerin döndürülebilmesi ve yeni şeklin görsel olarak düşünülebilmesi üzere tasarlanmıştır. Döndürme bölümdeki sorularda üç cisim yer almaktadır. Aynı satırda bulunan iki cisimden soldaki cisim çeşitli adımlar uygulanarak döndürülmüş ve bu hali satırın sağında verilmiştir. Öğrencilerden öncelikle bu cismin hangi adımlar uygulanarak döndürüldüğü ve aşağıda verilen cisme de bu döndürme direktifleri uygulandığında elde edilebilecek üç boyutlu cismi şıklar arasında belirlemeye çalışmaları istenmektedir. Döndürme bölümündeki sorular bireyin verilen şekilleri zihninde x, y, z eksenleri doğrultusunda 90 yada 180 derece döndürülmesini gerektirecek niteliktedir.

Örnek:

19



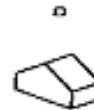
Şeklin döndürülmüş hali



dir.



Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?



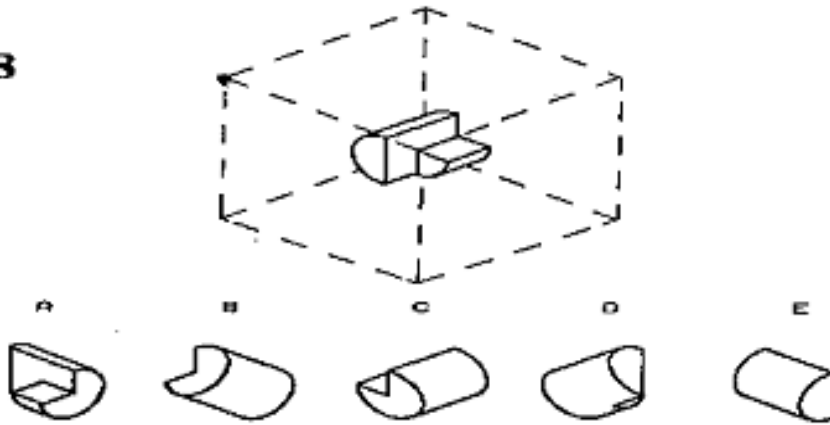
Yukarıdaki örnekte üç cisim (şıklar hariç) bulunmaktadır. Çözüm sürecinde öğrencilerden sorunun üst kısmında bulunan cisim döndürüldüğünde zihinsel olarak bu nesnenin nasıl görüldüğünü tasarlamaları, sorunun orta kısmında bulunan nesne aynı şekilde döndürüldüğü zaman nasıl görüldüğünü bulmaları ve doğru şıkkı işaretlemeleri

istenmektedir. Orta kısımda bulunan cisme gerekli adımlar uygulanarak döndürüldüğünde elde edilen görünümün D şıkkı olduğu görülmektedir.

PUGT'nin üçüncü bölümünde "Görünümler" başlığı altında yer alan kısımda 12 soru bulunmaktadır. Bölümdeki sorular öğrencilerin çeşitli bakış açıları doğrultusunda üç boyutlu nesneleri nasıl görsel olarak zihinde canlandırıldığını belirlemeye yönelik olarak tasarlanmıştır. Cisim saydam kutu şeklindeki bir küp'ün ortasına yerleştirilmiştir. Bu kutunun köşesinde bir nokta bulunmaktadır. Öğrenciden bu noktadan cisme baktığı konumdaki görüntüsünü zihninde hayal etmesi, bir diğer ifadeyle siyah nokta öğrenciyle cisim arasında kalıncaya kadar saydam kutuyu hareket ettirerek cismin o konumdaki görüntüsünü zihnin canlandırması beklenmektedir.

Örnek:

28



Yukarıdaki örnek saydam bir kutunun ortasına yerleştirilmiş bir nesneyi göstermektedir. Beş çizim aynı nesnenin değişik açılardan bakıldığındaki görüntüsünü ifade etmektedir. Saydam kutunun sağ üst köşedeki siyah nokta cismin istenen noktalara döndürülmesini göstermektedir.

Öğrenciden istenen;

1) Saydam kutunun köşesindeki siyah noktanın öğrenciyle cam kutu arasında oluncaya kadar hareket etmesi gerektiğini hayal etmeleri

- 2) Bu bakış açısı doğrultusunda saydam kutudaki nesnenin zihinde nasıl görüldüğünü bulmaları
- 3) Verilen A, B, C, D ve E şıkları arasında öğrencinin bakış açısıyla görünen nesnenin hangisi olduğunu belirleyip seçmeleridir. Tablo-2’de PUGT’nin özelliklerini özetlenmiştir.

Tablo 2

PUGT özellikleri

Araç	Soru sayısı	Uygulama düzeyi	Zaman	Gerekli materyal
PUGT	36	13 yaş ve üzeri	24 dakika	Kalem

PUGT bireyin uzamsal görselleştirme becerisini ölçebilmesi yönüyle geçerli ve güvenilir bir veri toplama aracıdır (Ferguson, 2008).

3.3.1.1.1 PUGT Adaptasyonu

Matematik eğitimi alan yazınında öğrencilerin görselleme yeteneklerini ve uzamsal becerilerini belirlemeye yönelik çeşitli ölçme araçları geliştirilmiş ve bazılarının yüksek güvenilirliğe sahip olması araştırmacıların tercihlerini etkilemiştir. Sunulan çalışma öğrencilerin belirli integral konusunda kullandıkları temsillere etki eden değişkenlerden biri olan görsel uzamsal becerileri araştırmayı hedeflemektedir. Bu nedenle katılımcıların görsel uzamsal becerilerini belirlemek üzere Guay (1977) tarafından geliştirilen Purdue Uzamsal Görselleme Testinin kullanılması kararlaştırılmıştır. Purdue Uzamsal Görselleme Testi daha çok yurtdışındaki çalışmalarda kullanılmış; Türkiye’de yapılan çalışmalarda testin adaptasyonu ile ilgili bilgiye yer verilmemiştir. Çalışma verilenin geçerlik ve güvenilirliği için, testin adapte edilmesi ihtiyacı hissedilmiştir. Testi oluşturan (Guay, 1977) ve kullanan (Hacıömeroğlu, 2007; Ferguson, 2008) araştırmacılarca yüksek geçerlik ve güvenilirliğe sahip olduğu ifade edilen çoktan seçmeli tek cevaplı PUGT’nin Türkçeye adaptasyonun sağlanması araştırmanın çıktıları arasındadır. Adaptasyon süreci aşağıdaki basamaklar yoluyla gerçekleştirilmiştir.

Testin Türkçeye Çevrilmesi: PUGT üç bölümden oluşmakta ve her bir bölümün başlangıcında yönergeler bulunmaktadır. Yönergeler her bir bölüm için farklı düzenlenmiş ve ikişer adet örnek ile açıklanmıştır. Her bölüm girişinde yer alan yönergeler kısmı dışında testte anlam hatasına yol açacak sözel ifade bulunmamaktadır. Sorular üç boyutlu cisimlerin açılması, oluşturulması ya da çevrilmesi üzerine odaklandığından anlam hatasına sebebiyet verebilecek tek bölüm yönergeler kısmıdır. Türkçeye çevrilen test uygulama grubunun bir alt sınıfına uygulanmış, sorularda belirlenen anlam hataları ve öğrencilerin anlamakta güçlük çektikleri kısımlar belirlenmiş, uzman görüşleri desteği alınarak uygulamaya hazır son haline karar verilmiştir. Bu bağlamda test araştırmacı ile birlikte 2 uzman tarafından Türkçeye çevrilmiştir. Türkçeye çevrilmiş olan test daha sonra bir dilbilimci tarafından tekrar İngilizceye çevrilerek yapılan çevirinin aslına uygunluğu kontrol edilmiştir.

3.3.1.1.2 Deneme Çalışması

Deneme çalışmaları Türkçeye çevrilen sorulardaki anlam hatalarını, cümle düşüklüklerini ve kelime hatalarını giderme amaçlarına hizmet etmiştir. Türkçeye çevrilmiş olan test birinci ve üçüncü sınıftaki matematik öğretmenliği ve matematik bölümüne kayıtlı 110 öğrenciye uygulanarak sorulardaki kelime, cümle ve anlam hataları belirlenerek, uzman görüşleri alınarak çeviri kaynaklı anlam hataları giderilmiştir. Türkçeye çevirme sürecinde bire bir tercüme manayı tam yansıtmadığından anlama göre çeviri yapılmıştır.

Testin Geçerliliği: PUGT bireyin uzamsal görselleştirme becerisini ölçebilmesi yönüyle geçerli bir veri toplama aracıdır (Guay, 1980; Ferguson, 2008). PUGT'nin geçerlik çalışması Guay (1977) tarafından yapılmış olup yapı geçerliliği Shepard Merler döndürme testi ile karşılaştırılarak 0,61'lik bir korelasyon katsayısı elde edilmiştir. Ek olarak Guay, PUGT'nin skorları arasında ve SRA mekanik kavram testi ile SRA sözel testinin skorları arasında $r=0,63$ lük bir pozitif yönde korelasyonel ilişki elde edilmiştir ($p < 0,001$). Araştırmacılar testin kapsam geçerliğine sahip olduğunu ve diğer uzamsal görselleştirme testleriyle paralel sonuçlar verdiğini belirtmektedirler (Guay, 1980; Sorby, 2001). Görünüş geçerliği ile ilgili olarak matematik eğitimi ve dil bilimi alanındaki beş uzman görüşüne başvurulmuş, çevirisi yapılan test açık ve akıcı bulunmuştur.

Testin Güvenirliği: PUGT bireyin uzamsal görselleştirme becerisini ölçebilmesi yönüyle güvenilir bir veri toplama aracıdır (Sorby, 2001; Ferguson, 2008). Guay (1977) PUGT için kullandığı Kuder-Richardson(KR-20) güvenirlilik testi sonuçlarıyla ilgili olarak 217 lise öğrencisi üzerinde deneme çalışmasını yapmış ve iç tutarlılığı 0,87 lik bir katsayıya sahip olduğunu, yeterli beceri düzeyleri sahip 51 meslek lisesi öğrencileri için 0,89; 101 üniversite öğrencisi için 0,92; öğretmen adayları için 0,80’lik bir iç tutarlılık bulmuştur. Araştırmacı tarafından 110 öğrenci üzerinde yapılan deneme çalışması sonucunda testin testi-yarılama (split-half) yöntemi ile ölçülen güvenirlilik katsayısı olan $\alpha=0,82$ ve formlar arasındaki korelasyon katsayısı $r=0,23$ olarak bulunmuş ve paralel-test yöntemi ile elde edilen güvenirlilik katsayısı ise $\alpha=0,88$ olarak bulunmuştur. Daha sonraki çalışmalarda da test’in uygulanabilirliğini göstermek üzere, test-tekrar-test yöntemi ile ilk deneme uygulamasından iki ay sonra aynı öğrenciler ikinci kez uygulanmış ve uygulama sonuçları arasındaki paralellığe bakılmıştır. Sonuçta oluşturma bölümü için $r=0,91$ döndürme bölümü için $r= 0,77$ görünümler bölümü için $r=0,85$ ve tüm testin genel sonuçları için $r= 0,84$ ile test verilerinin güvenilir olduğu bulgularına ulaşılmıştır. Sonuçlar testin orijinalindeki katsayılar ile paralellik göstermektedir. Deneme çalışmaları Türkçeye çevrilen sorulardaki anlam hatalarını, cümle düşüklüklerini ve kelime hatalarını giderme amaçlarına hizmet etmiştir. Bunun yanında elde edilen sonuçlar ışığında uzman görüşlerine başvurularak soruların anlamına uygun bir şekilde Türkçeye çevrilmesi sağlanmıştır. Toplam 36 maddeden oluşan PUGT sorularının Türkçeye çevrilmesi çalışmasında her bir sorudaki anlam hataları ve eksiklikleri deneme çalışmalarında belirlenen öğrencilerin sorulardan ne anladıklarına göre ve sonrasında uzman görüşleri alınarak uygulamaya hazır hale getirilmiştir.

3.3.1.2 Belirli İntegral Yeterlik Testi

Çalışma öğrencilerin belirli integral konusunda kullandıkları temsillere etki ettiği düşünülen değişkenlerden biri “*akademik başarı*” üzerine odaklandığından bu değişkenin belirlenmesine yönelik bir veri toplama aracı oluşturulması kararlaştırılmıştır. Bu amaca yönelik olarak Belirli İntegral Yeterlilik Testi (BİYT) araştırmacı tarafından alan yazınındaki ilgili problemler doğrultusunda Aktümen’in (2007) kavramsal

çerçevesine paralel olarak hazırlanmıştır. Sorular oluşturulurken, belirli integral kavramı üzerine yapılan çeşitli çalışmalardan yararlanılmış, bazı soru türleri doğrudan kullanılmıştır. Bununla birlikte BİYT maddeleri hazırlanırken ders kitapları, ders notları, sınav sorularından toplanan 102 sorudan seçimler yapılmıştır. Katılımcıların belirli integral konusundaki alt yapıları ve kavrama yükledikleri anlamlar testteki yönergeler doğrultusunda belirlenmeye çalışılmıştır. Belirli integral konusunun anlatıldığı Analiz II dersinde öğrencilerin bu konudaki performanslarını belirlemeye yönelik olarak hazırlanan BİYT bu ders kapsamında alınan bilgilerin değerlendirilmesini amaçlamaktadır. BİYT ile Analiz I-II dersini almış öğrencilerin belirli integral konusundaki akademik başarıları ölçülecek ve bundan sonraki kısımlarda BİYT'nin sonuçları akademik başarı olarak ifade edilecektir. Test belirli integral konusuna yönelik kavram tanım/anlam bilgisi ve işlem becerisini ölçmeye yönelik iki düzeydeki toplam 14 sorudan oluşmaktadır. BİYT'ndeki sorular klasik yazılı, çoktan seçmeli, boşluk doldurmalı ve eşleştirmeli sorular gibi farklı biçimlerde tasarlanmıştır. Belirli İntegral Yeterlilik Testi puanlandırılırken testin cevap anahtarı hazırlanmış ve teste ait 50 önemli nokta belirlenmiştir. Bu önemli noktaların her birine iki puan verilerek toplam yüz puan üzerinden değerlendirme yapılmıştır. Akademik başarı puanının 0–100 arasında değiştiği çalışmada toplam puan her bir önemli noktanın iki puanla çarpılmasıyla bulunmuştur. BİYT'ndeki tanım bilgisi ve işlem becerisi düzeyindeki soru türlerine ait sınıflama aşağıda gösterilmiştir. BİYT'nin iki alt düzeyinde eşit sayıda ve puanda soru bulunmaktadır.

Tablo 3

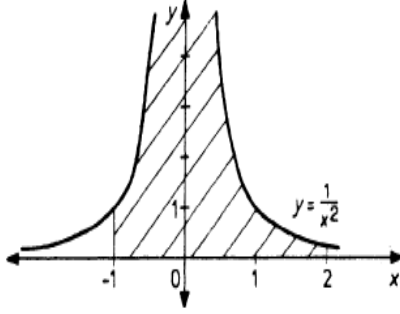
BİYT sorularının sınıflandırılması

	İşlem Becerisi/Birinci Düzey	Tanım Bilgisi/İkinci Düzey
Soru Numaraları	2, 3, 4, 5, 7, 8, 14	1, 6, 9, 10, 11, 12, 13

Bu amaçlardan biri öğrencilerin Analiz II dersinde aldıkları belirli integral kavramının tanımını bilme-yorumlayabilme iken bir diğeri kavramla ilgili soruları çözebilmeleridir. Testin ilk bölümündeki sorular belirli integral kavramıyla ilgili işlem becerisini ölçmeye yönelik olarak tasarlanmıştır. Sorular Orton (1983), Mundy (1984) ve Calvo'nun (1997) çalışmalarından uyarlanarak öğrencilerin olası kavram yanılgıları dikkate alacak

biçimde hazırlanmıştır. Testin iç geçerliliğini sağlamak üzere aynı kazanımlara yönelik sorular farklı biçimlerde sorulmuştur.

Aşağıda bu testin ilk bölümüne ait iki soru ve soruların ölçmeyi hedefledikleri kazanımlara yer verilmiştir.



Örnek soru–1: Yandaki grafikte gösterilen taralı bölgenin alanını bulunuz? Eğer bu mümkün değil ise nedenini açıklayıp yaklaşık değerini bulmaya çalışınız?

Yukarıdaki soruda öğrencilerden grafik olarak verilmiş bölgenin alanını bulmaları beklenmektedir. Bu grafik sınırlandırılmış olacağı gibi sonsuzda eksenler ile de kesişebilir. Bu problem durumu öğrencilerin belirli integral kavramını ihtiyaç hissetmeleri üzerine tasarlanmıştır. Bunun yanında nümerik toplamalar anlamına gelen sonsuz toplamaların limiti kavramının da öğrencide yer etmesini beklemek üzere hazırlanmıştır.

Örnek soru–2: Aşağıdaki belirli integralleri hesaplayınız?

- $\int_{-1}^1 (3x^3 + \sqrt[3]{x^2} + e^{2x}) dx = ?$
- $f(x) = \sin x$ fonksiyonu ile x-ekseni ve $[0, 2\pi]$ aralığının sınırladığı bölgenin alanını bulunuz?
- Verilen $f(x) = 1 - |x - 1|$ fonksiyonu için $\int_0^2 f(x) dx$ değerini hesaplayınız?
- $\int_{-1}^2 \frac{1}{x^2} dx = ?$

Yukarıdaki sorular öğrencilerin işlem becerisinin belirlenmesine yönelik olarak hazırlanmıştır. Özel fonksiyonların integrali bilgisinin gerekmesinin yanı sıra bazı sorularda integrali tanımsız yapan değerler bulunduğundan dolayı öğrencilerden grafik bilgilerini işe koşmaları beklenmektedir. Aynı kazanımlar doğrultusunda hazırlanan çeşitli sorular ile testin iç geçerliğinin ve verilen cevapların tutarlılığının sağlanması hedeflenmiştir. Örneğin $\int_{-1}^2 \frac{1}{x^2} dx$ integral hesabı sorusu, cebir işlem becerileri ile birleşen grafik işlem becerilerinin ilişkisi anlaşılmasına çalışmak üzere hazırlanmıştır.

Testin ikinci bölümündeki sorular belirli integral kavramının tanım ve anlam bilgisini ölçmeye yönelik olarak tasarlanmıştır. Bu bölümdeki altı soru çoktan seçmeli, boşluk doldurmalı, eşleştirmeli gibi farklı tipteki test biçimlerine uygun olarak hazırlanmıştır. Aynı soru farklı biçimlerde sorularak test maddelerinin kapsam geçerliliğine bakılmıştır. Öğrencilerin tanım bilgileri ve kavrama yükledikleri anlamları görmek üzere hazırlanan BİYT'nin ikinci bölümünün içerdiği soru tiplerine aşağıda bir örnek verilmiştir.

Örnek Soru-3:

$\int_a^b f(x) dx$ integralinin bir diğer gösterim biçimi aşağıdakilerden hangisidir.

Not: $\{x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n\}$, $[a, b]$ aralığının düzgün bir parçalanışı ve $F'(x) = f(x)$ 'dir

- a) $\sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x_i$
- b) $f(b) - f(a)$
- c) $\frac{d}{dx} [\int_a^b f(x) dx] = f(b) - f(a)$
- d) $\frac{d(F(x))}{dx}$
- e) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x_i)$

3.3.1.2.1 BİYT Deneme Çalışması

Üniversitelerde uygulanan programın beklediği kazanımlar ışığında, ilgili alan yazınındaki çalışmaların sentezi ve araştırmacının konu ile ilgili gözlemlediği eksikler doğrultusunda derlenen, 16 maddeden oluşan Belirli İntegral Yeterlilik Testi deneme

çalışması yapmak üzere 30 kişilik 3. sınıf Matematik Öğretmenliği öğrencilerine uygulanmıştır. Yapılan deneme çalışması;

- Testin ortalama uygulama süresinin belirlenmesi
- Karşılaşılan anlam ve mantık hatalarının giderilmesi
- Teste yer alan imla ve yazım hatalarının düzeltilmesi
- Benzer özellikler taşıyan grubun çözüm süreçleri ile gerçek uygulamalara yönelik fikir edinilmesi açısından önemlidir.

Deneme çalışmaları ve sonrasında alınan beş uzman görüşü ile birlikte testte bulunan 4. ve 15. soruların araştırmanın problemine doğrudan katkı sağlamadığı, teorik bilgileri temele aldığı gerekçesiyle çıkarılması kararlaştırılmıştır. Ayrıca 6.soruda pilot uygulama ve uzman görüşlerinin alınması neticesinde belirlenen cümle ve anlam hataları araştırmanın kazanımları ve sorunun anlamına uygun olarak aşağıda görüldüğü gibi düzeltilmiştir.

Düzeltilmeden önce;

f fonksiyonunun, $[a,b]$ aralığında integrallenebilir olması için aşağıdaki önermelerden hangileri doğru olmak zorundadır			
f, sürekli olmalıdır	Evet()	Hayır()	Bilmiyorum()
f, pozitif olmalıdır	Evet()	Hayır()	Bilmiyorum()
f, $[a,b]$ aralığında sınırlı olmalıdır.	Evet()	Hayır()	Bilmiyorum()
f, türevlenebilir olmalıdır.	Evet()	Hayır()	Bilmiyorum()
f, tanımlı olmalıdır.	Evet()	Hayır()	Bilmiyorum()

Şekil 1: BİYT düzeltilmeden önce 6. Soru

Düzeltilmeden sonra 6. soru

f fonksiyonunun, $[a,b]$ aralığında <u>Analizin Temel Teoremine</u> göre integrallenebilir olması için önermelerdeki boşlukları işaretleyerek doldurunuz. <i>Not: Analizin Temel Teoreminde $F'(x)=f(x)$ iken $\int_a^b f(x) = F(b) - F(a)$ ile integral hesabı yapılır.</i>		
f, tanımlı	☐ Olmalıdır()	☐ Olmayabilir() ☐ Bilmiyorum()
f,(a,b) aralığında sürekli....	☐ Olmalıdır()	☐ Olmayabilir() ☐ Bilmiyorum()
f, pozitif	☐ Olmalıdır()	☐ Olmayabilir() ☐ Bilmiyorum()
f, $[a,b]$ aralığında sınırlı	☐ Olmalıdır()	☐ Olmayabilir() ☐ Bilmiyorum()
f, türevlenebilir	☐ Olmalıdır()	☐ Olmayabilir() ☐ Bilmiyorum()

Şekil 2: BİYT düzeltilmeden sonra 6. Soru

Deneme çalışmalarında BİYT'nin 50 dakikada tamamlandığı görüldüğünden BİYT'nin orijinal uygulama süresi bu süre referans alınarak belirlenmiştir.

3.3.1.2.2 Testin Geçerliliği:

Görünüş Geçerliliği: Test geçerliliği olan çeşitli çalışma sorularından ve alan yazındaki ilgili kaynaklardan derlenmiştir. Konu uzmanı iki öğretim üyesi desteği ile birlikte hazırlanan testin görünüş geçerliliği araştırılmıştır. Bu bağlamda testin geçerliliğini sınamak üzere uzman görüşüne başvurulmuştur. Yapılan deneme çalışmalarından sonra imla ve anlam hatalarından arındırılan test matematik eğitimi alanında doktorasını tamamlamış beş uzman tarafından geçerli bulunmuştur.

Kapsam geçerliliği: BİYT'nde yer alan maddeler düzenlenirken, ders kitapları, sınav soruları, okul notları ve konu ile ilgili yapılmış çalışmalar dikkate alınarak 102 soru belirlenmiştir. Belirlenen sorular arasında hedeflenen kazanımlar doğrultusunda 14 soru seçilmiştir. Özellikle analize giriş kitaplarında belirli integral kavram tanım bilgisi, işlem becerisinin sağlandığı ve sıkça karşılaşılan soru türlerinden seçimler yapılmıştır. Seçilen sorulardan her biri testin kapsam geçerliliğini sağlayacak şekilde, öğretmen

adaylarının belirli integral konusundaki yeterliklerini belirlemek üzere seçilmiştir. Süreç öğrencilerin ne zaman ve nasıl integral almaları gerekliliğini, integral alma sürecini anlamlandırabilmelerini, kavrama yönelik tanım, imaj ve yanılgılarını görmek üzere düzenlenmiştir. Aşağıdaki tabloda belirli integral konusundaki alt başlıklar için teste yer alan soru sayısı dağılımı gösterilmiştir. Bu dağılım ile bütün konu başlıklarına en az birer örnek verilmeye çalışılmış ve alınan beş uzman görüşü desteği ile kapsam geçerliğine sahip olduğu tespit edilmiştir.

BİYT'nin konulara göre soru dağılımı incelendiğinde aşağıdaki gibi bir sınıflama yapmak mümkündür.

Tablo 4

BİYT'nde konulara göre soru dağılımı

Konular/ Kavram Tanım Bilgisi	Soru Sayısı	Konular/ İşlem Becerisi	Soru Sayısı
Belirli integrali, Riemann Toplamları Anlamında İfade Edebilme	2	Cebir Temsili Kullanımıyla Yapılan İntegral İşlemleri	3
Belirli İntegral İşaretini Belirleyebilme	2	Grafik Temsili Kullanımıyla Yapılan İntegral İşlemleri	3
İntegral Kavramının Matematiksel Tanımını Kavrama	2	Polinom, Üstel, Trigonometrik ve Özel Fonksiyonlarda İntegral İşlemi	2
Analizin Temel Teoreminin Kullanılabilme Şartlarını Bilme	2	Analizin Temel Teoremini Kullanabilme	3
İntegral Kavramına Nümerik Yaklaşımlar	3	İki Eğri Arasında Kalan Alan Hesabı	2
İntegral Kavramına Geometrik Yaklaşımlar	3	İki Eğri Arasında Kalan Alanların Döndürülmesiyle Oluşan Cisimlerde Hacim Hesabı	1

Testin Güvenirliği: BİYT'nin güvenilirliğini belirlemek için de inter-rater güvenirlik analizi kullanılmıştır. Bu sebeple BİYT'ni cevaplayan öğrencilerden rastgele 8 tanesinin cevap kâğıtları seçilmiş ve matematik eğitimi alanında doktorasını tamamlamış olan üç uzman tarafından bu kâğıtlar değerlendirilmiştir. Test sıralamalı ölçek özelliği taşıdığından değerlendiricilerin bu sınav kâğıtlarına verdikleri puanlar arasındaki

Spearman korelasyona bakılmış; Tablo 5’de yer alan değerlerde korelasyonun yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır ($r=0,863$, $r=0,900$, $r=0,844$).

Tablo 5

BİYT için değerlendirici puanları arasındaki korelasyonun incelenmesi

	1.Değerlendirici	2.Değerlendirici	3.Değerlendirici
1.Değerlendirici	1	,863**	,900**
2.Değerlendirici	,863**	1	,844**
3.Değerlendirici	,900**	,844**	1

** Korelasyon 0,01 düzeyinde anlamlıdır.

3.3.1.3 Temsil Tercih ve Dönüşüm Testi

TTDT öğrencilerin tercih ettikleri ve problem çözümünde kullandıkları temsilleri belirlemek üzere araştırmacı ve iki uzman tarafından araştırma problemleri doğrultusunda geliştirilmiştir. Test her birinin farklı kazanımlar doğrultusunda hazırlandığı dokuz maddeyi içermektedir. Her bir madde, içerisinde farklı karakteristikleri bulundurmaktadır. TTDT hazırlanırken Kendal ve Stacey’nin (2003) Türev Alma Yeterlik Testi çatısından yararlanılmıştır. Bu çalışmada çoklu temsiller yaklaşımı “*Bir matematiksel kavramın, ilişkinin değişik biçimlerde ifade edilmesine olanak sağlayan gösterim biçimleri*” şeklinde tanımlandığından ve araştırmada kullanılan çoklu temsiller terimi; grafik, cebir ve nümerik “*dış çoklu temsil*” türlerinin belirli integral problemleri çözümünde kullanılması anlamı taşıdığından, TTDT de bu üç temsil türünün kullanılabileceği şekilde geliştirilmiştir (Goldin ve Kaput, 1996). Belirli integral kavramının geometrik, nümerik veya cebir anlamını içeren ve ders kitaplarında en çok karşılaşılan örnek sorular bu çalışmada belirli integral problemleri olarak değerlendirilmiştir.

TTDT’nin en az dokuz integral sorusundan oluşması gerektiğine karar verilmiştir. Her bir madde bir dönüşüm sürecini ve her bir dönüşüm integral kavramının belli bir bileşenini göstermektedir. Bu çalışmada yer alan dokuz sorunun her biri iki temel karakteristik üzerine kurulmuştur. Bunlar girdi temsilleri ve çıktı temsilleridir. Girdi

temsilleri problem verilerinin ifade edildiği temsillerdir, çıktı temsilleri ise problem çözümünün amaçladığı temsillerdir.

İntegralin temsilleri iki farklı şekilde tanımlanmaktadır. İlki doğal dil betimlemesidir. Burada toplam değişim miktarı belirli integralin nümerik temsilini göstermektedir. Benzer şekilde “alan” kelimesi belirli integralin grafik temsilini ifade ederken; hesaplanması gereken belirli integral genellikle cebir temsillerini işaret etmektedir. Belirli integralin İkincil tanımındaki temsili integral alma işlemleri doğrultusunda ortaya konur. Örneğin, belirli bir aralıkta gerçekleşen toplam değişim miktarının hesaplanması yaklaşımıyla problemin çözülmesi, belirli integralde nümerik temsillerin kullanılması gerekliliğine işaret etmektedir. Benzer olarak eğri altında kalan alanı bulmak grafik temsili kullanımını gerektirirken, bir fonksiyona integral alma işlemlerinin uygulanmasıyla yapılan hesaplama cebir temsili kullanılmasını gerektirir. Özet olarak verilen ya da sonuçlanması beklenen belirli integral problemi ile doğal dil terminolojisi ya da integral alma işlemi süreçleri doğrudan ilişkilidir.

Girdiler büyük harfle ilk, çıktılar küçük harfle ikinci olarak gösterilmiş ve her bir sorunun girdi-çıkıtı sistemindeki yeri ile ilgili tabloya aşağıda yer verilmiştir. Nümerik temsili “ N veya n ”, grafik temsili “ G veya g ”, cebirsel temsili “ C veya c ” ile gösterilmiştir. Örneğin, N_c ile gösterilen TTDT’nin yedinci sorusu Nümerik olarak verilen bir belirli integral probleminin cebir temsili kullanımı ile çözümünü gerektirirken; G_g ile gösterilen sekizinci soru grafiksel olarak verilen bir belirli integral probleminde grafik temsili kullanımıyla çözüme ulaşılmasını ölçmek üzere hazırlanmıştır.

Tablo 6

TTDT’ndeki problemlerin karakteristiği

Soru No	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Sistem	Ng	Cc	Nn	Cn	Cg	Gc	Nc	Gg	Ng

Girdi Temsilleri:

İntegralin girdi temsilleri problemin ifade edildiği gösterime dayalıdır ve şu şekilde sınıflandırılmıştır:

Nümerik (N): Eğer veriler nümerik temsiller yardımıyla ifade edilmişse, değişim miktarlarının hesaplanmasında sonsuz toplamların limitinden yararlanılması (toplam değişim miktarı) veya değer tablolarının kullanılması beklenmektedir.

Grafik (G): Eğer veriler grafik temsilleri yardımıyla ifade edilmişse, problemin eğri altında kalan alan anlamı ile verildiğini ve geometrik anlamından faydalanılması gerekliliğini göstermektedir.

Cebir (C): Eğer veriler cebir temsilleri yardımıyla ifade edilmişse, problemde integral alma kurallarının veya denklemlerin kullanılması gerekliliğini belirtmektedir.

Çıktı Temsilleri:

İntegralin çıktı temsili, sorunun amacına ve nasıl sorulduğuna bağlı olarak değişmektedir.

Nümerik (n): Eğer problem gerçekleşen değişim miktarını bulmaya veya açıklamaya yönelik ise

Grafik (g): Eğer problem eğri altında kalan alanı bulmaya veya açıklamaya yönelik ise

Cebir (c): Eğer problem kural-formüller yardımıyla integralin hesaplanması veya açıklanmasına yönelik ise

Karakteristik 1 de büyük harfler, karakteristik 2 de küçük harfler kullanılmaktadır. Aşağıdaki TTDT problemlerine ilişkin bir örnek verilmiştir.

Örnek: $y=x-3$ ve $y^2=x-1$ eğrilerinin sınırladığı bölgenin alanını bulunuz?

Nümerik	Grafik	Cebirsel

Veriler denklemler yardımıyla ifade edildiğinden girdi temsili cebirdir. Soru ibaresi “alanını bulunuz” şeklinde olduğundan çıktı temsili grafik temsiline kullanılması gerekliliğine işaret etmektedir. Bu problem temsiller arası dönüşüm becerisi yoluyla çözümü gerektirmektedir (Cg).

Testte iki tür soru bulunmaktadır. Bunlar temsil içi geçiş gerektiren ve temsiller arası dönüşüm gerektiren belirli integral problemleridir. Temsil içi geçişler problemin verildiği ve çözümün beklendiği temsillerin aynı olması durumunu ifade ederken, temsiller arası dönüşüm problemin verildiği ve çözümün beklendiği temsillerin birbirinden farklı olması durumunu kapsamaktadır. Bu bağlamda teste temsil içi geçiş gerektiren üç (Nn, Gg, Cc); temsiller arası dönüşüm gerektiren altı (Ng, Nc, Gn, Gc, Cn, Cg) soru bulunmaktadır. Aşağıda temsil içi geçiş becerilerine yönelik bir soruya yer verilmiştir.

Örnek: Her on dakikada bir yapılan ölçümlere göre, bir çiftçinin ortalama hasat miktarının zamana göre değişim oranını (kg/dak) gösteren tablo aşağıda verilmiştir.

Zaman (dak)	0	10	20	30	40	50	60
Hasat Miktarı (kg/dak)	0	8	10	14	12	12	6

Buna göre; 60 dakikalık zaman sonunda gerçekleşen toplam hasat miktarını nasıl bulabileceğinizi ifade ediniz?

Nümerik	Grafik	Cebirsel

Veriler değer tablosu yardımıyla ifade edildiğinden girdi temsili nümeriktir. Soru ibaresi “gerçekleşen toplam hasat miktarını bulunuz” şeklinde olduğundan çıktı temsili değişim miktarını sorgulamakta ve nümerik temsil kullanılması gerekliliğine işaret etmektedir. Problem nümerik temsiller yardımıyla verildiği ve çözüm yine nümerik yaklaşımlar ile beklendiğinden problem temsil içi geçiş becerisi kullanılarak çözüme ulaşılması beklenen türdendir (Nn).

TTDT kapsamlı bir ölçme aracının gereklilikleri doğrultusunda geliştirilmiştir. Dokuz sorudan oluşan testte her sorunun gerektirdiği yeterlikler Tablo 7’de yer verilmiştir. Bu sorular ders kitaplarında en çok karşılaşılan 71 temsili soru arasından temsil geçişlerine olanak sağlayacak biçimde seçilmiştir. Bu sorulardan bazıları birden fazla yeterliği kapsadığından ya da aynı yeterliklere yönelik hazırlandığından testin oluşturulması

sürecinde hedefler doğrultusundaki maddelerin seçimine özen gösterilmiştir. Uzman görüşleri dikkate alınarak geliştirilen TTDT alışıldık performansların yanında, alışılmadık durumları da sınıdığından uzmanlar tarafından yeterli güvenilirliğe sahip olduğu belirtilmiştir.

Bu çerçeve Analiz dersi müfredatının temsiller yoluyla öğrenilmesini kolaylaştırmak üzere oluşturulmuştur. İntegral kavramında farklı temsiller arasında güçlü bilişsel bağlantıların kurulması ile iki temsilin birbirine dönüşümleri özdeşleştirmiştir. Ayrıca çerçeve öğretmenlerin kendi pratiklerini yansıtarak öğretim sürecinde kullandıkları ya da kullanmadıkları temsil türlerinin farkına varılmasını olanak sağlamıştır. Bu testte başarı, uygun kararlar alınarak uygun temsillerin seçimi yoluyla çözüme ulaşılması sürecinde gerçekleşmektedir.

Test salt matematiksel soruların yanı sıra günlük hayatı içeren sorularda bulunmaktadır. Geliştirilen ölçme aracı deneme çalışması yapılmak üzere katılımcıların bir üst grubuna uygulanmış böylelikle anlam hatalarından arındırılması ve uygulanabilirliğinin sağlanmasına çalışılmıştır. Deneme çalışmaları ve geçerlik-güvenirlik ile ilgili analizlere bir sonraki bölümde yer verilecektir.

Test temsil dönüşüm becerilerini farklı bağlamlarda ele almaktadır. Testin ölçmeye çalıştığı davranışlar;

- Öğretmen adaylarının, belirli integral problemleri çözümünde, tercih ettikleri temsiller
- Öğretmen adaylarının, belirli integral problemleri çözümünde, kullandıkları temsiller
- Öğretmen adaylarının, belirli integral problemleri çözümünde, tercih ettikleri ve kullandıkları temsiller arasındaki ilişki
- Öğretmen adaylarının, belirli integral problemleri çözümünde, zorluk yaşadığı temsil türleri
- Öğretmen adaylarının, belirli integral problemlerini çözme sürecindeki temsil dönüşüm başarılarının belirlenmesi

- Öğretmen adaylarının, belirli integral problemlerini çözme sürecinde, kullandıkları temsillerin problem çözme başarısına etkisinin belirlenmesi şeklindedir.

TTDT, belirli integral problemlerini çözme sürecinde, tercih edilen ve kullanılan temsilleri belirlemeye yönelik hazırlandığından aynı testin iki defa uygulanması uygun bulunmuştur. Öncelikle katılımcıların problem çözümünde tercih ettikleri temsiller belirlenmeye çalışılmıştır. Temsil tercihi ile, kullanıldığında problem çözümünü kolaylaştıracağına inanılan temsil ya da temsil türlerinin işaretlenmesi beklenmektedir. TTDT'nin her bir sorusunun alt kısmında bulunan kutucuklar içerisinde üç temsil türü yer almaktadır. Öğretmen adaylarından problem çözümünü kolaylaştıracaklarına inandıkları temsil ya da temsilleri işaretlemeleri istenmiştir. Bu süreçte herhangi bir çözüm yapmalarını izin verilmemiş ve uygulama süresi kısa tutulmuştur. Temsil tercihleri belirlenen öğretmen adaylarının problem çözümünde kullandıkları temsilleri belirlemek üzere aynı test iki haftalık aradan sonra ikinci kez uygulanmıştır. Toplanan veriler yukarıda ifade edilen kazanımlar doğrultusunda değerlendirilmiştir.

3.3.1.3.1 TTDT Deneme Çalışması

TTDT bu çalışmaya yönelik olarak araştırmacılar tarafından geliştirilmiş ve öğrencilerin temsil tercihlerini belirlemek üzere düzenlenmiştir. 9 sorudan oluşan testte öğrencilere öncelikle sorular verilmiş ve üç değişik temsil türünden bir veya birkaçını problemin çözümüne yardımcı olacak şekilde işaretlemeleri istenmiştir. Problem çözümlerinin istenmediği ilk uygulamayı süresi kısa tutulmuştur. Deneme çalışması katılımcıların bir üst grubu üzerindeki 52 öğrenci ile yapılmıştır. Yapılan deneme çalışması;

Testin ortalama uygulama süresinin belirlenmesi

Karşılaşılan anlam ve mantık hatalarının giderilmesi

Teste yer alan imla ve yazım hatalarının düzeltilmesi

Benzer özellikler taşıyan grubun çözüm süreçleri ile gerçek uygulamalara yönelik fikir edinilmesi açısından önemlidir.

Deneme çalışmalarında TTDT'nin dokuz dakikada tamamlandığı görüldüğünden TTDT'nin orijinal uygulama süresi bu süre referans alınarak belirlenmiştir. Her öğrencinin temsil tercihleri doğrultusunda nümerik, grafik ve cebir temsillerinden bir ya da bir kaçını seçmeleri gerekmektedir. Öğrencilerin temsil tercihleri uygun temsil tipinin maksimum görülme sıklığı dikkate alınarak sınıflandırılmıştır. Öğrencilerin üç temsil tipini aynı oranda kullandıkları durumlar belirgin bir temsil biçimi yok biçiminde ifade edilmiş ve gerçek uygulamada örneğine rastlanılmadığından sınıflamaya dâhil edilmemiştir. İki temsil türünü birlikte işaretledikleri durumlar karma temsiller diye kodlanmıştır. En çok tercih edilen temsil türünün cebir olduğu, bunu tablo tipindeki temsillerin takip ettiği görülmüştür. Bununla birlikte en az tercihlerin grafik ve karma temsillerden yana olduğu görülmüştür. Bu pilot çalışmanın ışığında teste bazı düzeltmeler yapılmıştır. Önce cevap tipleri değiştirilmiştir. Öğrencilerden ilk olarak tercih ettikleri temsilleri baskınlıklarına göre en çok baskın 1, en az baskın 3 olacak biçimde sıralamaları istenmiştir. Daha sonra elde edilecek bulguların analizinde problem yaşanabileceğinden hareketle öğrencilerin bir ya da birden fazla temsili puanlandırmaksızın işaretlemelerine karar verilmiştir. Bu şekilde yapılan uygulamanın analizine verilerin analizi kısmında değinilmiştir. Bir başka konu testin problem çözme girişimlerini gerektirmemesidir. Bu noktada TTDT'nin gerçek uygulamasında öğrenciler çözümde bulunmamak üzere uyarılmışlardır.

3.3.1.3.2 TTDT Geçerlik ve Güvenirlik

Testin geçerliliği kapsam geçerliği ve görünüş geçerliği bağlamında ele alınmış, güvenilirlik çalışmalarına da yer verilmiştir.

Kapsam Geçerliği: TTDT'nde yer alan maddeler düzenlenirken, ders kitapları, sınav soruları, okul notları ve konu ile ilgili yapılmış çalışmalar dikkate alınarak 71 soru belirlenmiştir. Belirlenen sorular arasında hedeflenen kazanımlar doğrultusunda 9 soru seçilmiştir. Özellikle analize giriş kitaplarında farklı temsil kullanımının sağlandığı ve sıkça karşılaşılan soru türlerinden seçimler yapılmıştır. Seçilen sorulardan her biri testin kapsam geçerliğini sağlayacak şekilde, öğretmen adaylarının belirli integral problemlerini çözme sürecinde, tercih ettikleri ve kullandıkları temsilleri belirlemek üzere seçilmiştir. Süreç öğrencilerin ne zaman ve nasıl integral almaları gerekliliğini,

integral alma sürecini anlamlandırabilmelerini, değişik temsiller arasında hareket edebilmeleri ve farklı yollar ile problem çözme becerilerini görmek üzere düzenlenmiştir.

Tablo 7

TTDT’ndeki sorular ve yer aldıkları alt gruplar

TTDT alt grubu	Soru numarası	Problemın verildiği temsil türü	Çözümün beklendiği temsil türü
Temsil İçi Geçiş	3	Nümerik	Nümerik
	8	Grafik	Grafik
	2	Cebir	Cebir
Temsiller Arası Dönüşüm	9	Nümerik	Grafik
	7	Nümerik	Cebir
	1	Grafik	Nümerik
	6	Grafik	Cebir
	5	Cebir	Grafik
	4	Cebir	Nümerik

TTDT’nin kapsam geçerliğini belirlemek üzere testte yer alan soruların yukarıdaki gibi bir sınıflaması yapılmış ve beş uzman görüşü desteğinde testin ölçmeyi hedeflediği temsil tercihleri ve dönüşümleri bağlamında yeterliğe ve kapsam geçerliğine sahip olduğu tespit edilmiştir.

Görünüş Geçerliği: Yapılan deneme çalışmasından sonra anlam hataları ve teste yer alan şekillerin görünümü ile ilgili çeşitli düzenlemelere gidilerek test uzman görüşüne sunulmuştur. Görünüş geçerliği Matematik eğitimi alanında doktorasını tamamlamış iki uzman kontrolleri doğrultusunda yapılmıştır. Uzmanlar testi tamlık (doğruluk) ve madde formatı bağlamında değerlendirmişlerdir. Sonuçlar verilen çözüm yollarının doğru olduğu ve madde yapılarının uygunluğu ve dolayısıyla testin görünüş geçerliğine sahip olduğu yönündedir. Alınan uzman görüşleri testin görünüş geçerliliği için yeterli kabul edilmiştir.

Güvenirlilik: TTDT’nin güvenilirliğini belirlemek için de inter-rater güvenirlik analizi kullanılmıştır. Bu sebeple TTDT’ni cevaplayan öğrencilerden rastgele 12 tanesinin cevap kâğıtları seçilmiş ve matematik eğitimi alanında doktorasını tamamlamış olan üç uzman tarafından bu kâğıtlar değerlendirilmiştir. Test sıralamalı ölçek özelliği

taşıdığından değerlendiricilerin bu sınav kâğıtlarına verdikleri puanlar arasındaki Spearman korelasyona bakılmış; Tablo 8’de yer alan değerlerde korelasyonun yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır ($r=0,952$, $r=0,884$, $r=0,857$).

Tablo 8

TTDT için değerlendirici puanları arasındaki korelasyonun incelenmesi

	1.Değerlendirici	2.Değerlendirici	3.Değerlendirici
1.Değerlendirici	1	,952**	,884**
2.Değerlendirici	,952**	1	,857**
3.Değerlendirici	,884**	,857**	1

** Korelasyon 0,001 düzeyinde anlamlıdır.

3.3.1.4 Yarı Yapılandırılmış Görüşmeler

Görüşme ve mülakat nitel araştırmada en sık kullanılan veri toplama aracı arasındadır. Patton (1990) ilk bakışta kolay bir veri toplama yöntemi gibi görünen görüşmeyi, aslında beceri, duyarlık, yoğunlaşma, bireyler arası anlayış, öngörü, zihinsel uyanıklık ve disiplin gibi pek çok boyutu kapsaması bakımından bir sanat ve bilim olarak ele almaktadır (Yıldırım ve Şimsek, 2006). Bu çalışmada görüşme türleri arasından yarı-yapılandırılmış görüşme türü kullanılmıştır.

Çalışma farklı uzamsal yetenek ve akademik başarıya sahip öğrencilerdeki temsil farklılıkları üzerinde odaklandığından amaçlı örnekleme yoluna gidilmiş; farklı uzamsal yetenek, akademik başarı ve temsil dönüşüm becerisine sahip altı öğrenci ile görüşmelerde bulunulmuştur. Bu amaca yönelik olarak görsel-uzamsal yeteneği yüksek-akademik başarıları yüksek, görsel-uzamsal yeteneği, akademik başarıları, temsil dönüşüm becerisi yüksek/ düşük altı öğrenci seçilmiştir.

Farklı uzamsal yetenek ve akademik başarıya sahip öğrencilerle yapılan görüşmelerle katılımcıların belirli integral konusunda hangi temsili neden seçtiği altında yatan

nedenleri ve temsillere arası dönüşüm becerisi yönüyle hangi tip temsillerde problem yaşadıklarının derinlemesine incelenmesi hedeflenmiştir

3.3.2 Uygulama Süreci

PUGT 2008–2009 bahar yarıyılında Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği 2. sınıf programına kayıtlı 45 öğrenciye uygulanmıştır. Testin tek seferde 24 dakikalık süre içerisinde tamamlanması beklenmiştir. Bu ölçütler çalışmanın orijinalindeki yönergelerde doğrultusunda oluşturulmuştur. Test bu çalışma bağlamında ilk uygulanan veri toplama aracıdır.

TTDT bir devlet üniversitesindeki Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği 2. sınıf programına kayıtlı 45 öğrenciye uygulanmıştır. TTDT temsil tercihleri ve kullanılan temsilleri ayrı ayrı ölçmeyi hedeflediğinden aynı test iki haftalık arayla iki kez uygulanmıştır. İlk uygulama temsil tercihlerini belirlemek üzere olduğundan öğrencilerden problemi çözmeleri beklenmemiş, çözüme yardımcı olacağına inandıkları temsil ya da temsilleri işaretlemeleri istenmiştir. Testin uygulama süresinin 9 dakika olmasına deneme çalışmasındaki süre referans alınarak karar verilmiştir. İkinci uygulama kullanılan temsilleri belirlemek üzere olduğundan verilerin daha geçerli olması, ilk uygulamanın etkisinde kalınmaması için iki uygulama arasında iki haftalık bir zaman geçmesi beklenmiştir. İkinci uygulamada adaylardan problemleri 45 dakika içerisinde çözmeleri beklenmiştir. Bu uygulamaların veri analizlerine bir sonraki bölümde yer verilmiştir. Test bu çalışma bağlamında ikinci olarak uygulanan veri toplama aracıdır. BİYT çalışmaya katılan 45 matematik öğretmen adayına uygulanmıştır. Testin tek seferde 50 dakikalık süre içerisinde tamamlanması beklenmiştir. Test bu çalışma bağlamında en son uygulanan veri toplama aracıdır.

3.4 VERİLERİN ÇÖZÜMLENMESİ VE YORUMLANMASI

PUGT çoktan seçmeli, tek doğru cevaplı bir testtir. Testteki katılımcı cevaplarının analizinde testi geliştiren ve kullanan adayların faydalandıkları analiz ölçütlerinden yararlanılmıştır. Bu bağlamda Guay (1977) testteki doğru cevap sayısının önemli

olduğunu ve gerekli değerlendirmelerin doğru cevaplar üzerinden yapılabileceğini belirtmiştir. Testin uygulanmasından sonra elde edilen veriler doğru, yanlış ve boş olarak sınıflandırılmış, her öğrencinin doğru cevap sayıları dikkate alınmıştır.

BİYT’ne adayların verdiği cevaplar öncelikle kavramsal bilgi ve işlemsel beceri alt boyutlarında yer alan sorular bağlamında değerlendirilmiş ve her bir öğrencinin her bir alt boyuttaki puanı hesaplanmıştır. Çözümler doğru, kısmi cevap, yanlış ve boş kategorilerine ayrılırken; doğru çözüm (2) puan, kısmi çözüm (1) puan yanlış ve boş çözüm (0) puan üzerinden değerlendirilmiştir. Böylelikle kavram bilgisi puanı 0–50, işlem becerisi puanı 0–50 ve Akademik Başarı Puanı (BİYT’nin toplam puanı) bu iki puan türünün toplamı ile 0–100 arasında değişmiştir. Aşağıda çözüm kategorileri ve her bir kategoride yer alan çözüm davranışları verilmiştir.

Tablo 9

BİYT verilerinin analizi

Kategori	Çözüm Davranışı	Çözüm puanı
Doğru	Doğru kavram, doğru süreç ve doğru cevap	2
Kısmi Cevap	Çözüme başlanmış ama sonuçlandırılmamış cevap	1
Yanlış	Yanlış kavram, yanlış süreç ve yanlış cevap durumlar	0
Boş	Hiçbir çözüm yok	0

Belirli integral problemleri çözümünde tercih edilen ve kullanılan temsilleri belirlemek üzere hazırlanan TTDT katılımcılara bir haftalık aralıkla iki defa uygulanmıştır. İlk uygulama tercih edilen temsilleri belirlemek üzere olduğundan öğretmen adaylarından problem çözümünde süreci kolaylaştıracaklarına inandıkları temsilleri belirleyip, herhangi bir çözüm yapmaksızın tercih ettikleri temsil ya da temsilleri cevap kâğıdına işaretlemeleri beklenmiştir. Verilen cevaplar her öğrenci ve soru için değerlendirilmiştir. Cevaplar nümerik, grafik, cebir ve karma şeklinde kodlanarak gruplandırılmıştır. Aynı soru için iki temsili işaretleyenler karma diye kodlanırken, aynı soru için her üç temsili de işaretleyenler belirgin bir temsil yok diye kodlanması düşünülmüş fakat her üç temsilin işaretlendiği duruma rastlanılmadığından belirgin

temsil yok koduna ihtiyaç duyulmamıştır. İstatistikî analizler bir istatistiksel paket programı kullanılarak yapılmıştır.

Temsil tercihlerini belirlemek üzere yapılan uygulamadan bir hafta sonra aynı test kullanılan temsiller ve temsil dönüşüm becerilerini belirlemek üzere tekrar uygulanmıştır. Öğrencilerin tercih ettiği temsillerde olduğu gibi kullandığı temsillerde dört grup altında incelenmiştir. Tablolardan yararlanılan ya da değişim miktarı mantığıyla yapılan çözümler nümerik, grafiklerden yararlanılan ya da alan yaklaşımıyla yapılan çözümler grafik, denklemlerden yararlanılan ya da integral hesabı yaklaşımıyla yapılan çözümler cebir temelli diye gruplandırılmıştır. Bu bağlamda her öğretmen adayının TTDT çözümünde kullandığı temsiller analiz edilmiştir. Ayrıca katılımcıların temsil dönüşüm başarılarını belirlemek için, çözümler sonuca ulaşma becerilerine göre doğru, kısmi cevap, yanlış ve boş olarak gruplandırılarak değerlendirilmiştir. Problem çözümünün doğru kavram, süreç ve cevap ile tamamlandığı durumlar “*doğru*” olarak kodlanmış ve testteki doğru cevaplara 2 puan verilmiştir. Problem çözümünün doğru kavram, yanlış süreç ve/veya yanlış cevap ile tamamlandığı durumlar “*kısmi cevap*” olarak kodlanmış ve testteki kısmi cevaplara 1 puan verilmiştir. Problem çözümünün yanlış kavram, süreç ve cevap ile tamamlandığı ya da tamamlanamadığı durumlar “*yanlış*” olarak kodlanmış ve testteki yanlış cevaplara 0 puan verilmiştir. Toplam puanın 0 ile 18 arasında değişebildiği TTDT’nde elde edilen puanlar her bir öğretmen adayının temsil dönüşüm başarı puanları olarak değerlendirilmiştir. Bu bağlamda öğretmen adaylarının temsil dönüşüm başarı puanlarının maksimum ve minimum değerleri dikkate alınarak, ortalamaya bir standart sapma puan eklenmesi ve çıkartılması yoluyla üç gruptan oluşan bir sınıflama yapılmıştır.

Temsil dönüşüm başarılarına göre “*yüksek, orta, düşük*” diye gruplandırılan öğretmen adayları temsil tercihleri, uzamsal görselleme yetenekleri ve belirli integral yeterlikleri doğrultusunda değerlendirilmiştir. Yapılan değerlendirmede parametrik olmayan değişkenler söz konusu olduğu için Spearmen korelasyonu yapılarak uzamsal görselleme ile temsil dönüşüm becerileri, temsil dönüşüm becerileri ile belirli integral yeterlikleri arasındaki ilişkiye bakılmıştır. Araştırma soruları bağlamında gerekli olan analiz yöntemleri uygulanmıştır.

3.5 ARAŞTIRMANIN GEÇERLİĞİ VE GÜVENİRLİĞİ

Geçerlik ve güvenirlik kavramları, nitel ve nicel araştırmalarda önemli yer tutmakla birlikte bu iki araştırma türünde farklı biçimde yorumlanmaktadır. Genel anlamda “geçerlik” araştırma sonuçlarının doğruluğunu konu edinirken “güvenirlik” araştırma sonuçlarının tekrar edilebilirliği ile ilgilidir (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Nitel araştırmanın doğası gereği geçerlik ve güvenirlik kavramları anlam ve alınacak önlemler bakımından nicel araştırmalardan farklılık arz etmektedir.

Nicel araştırmalarda geçerlilik, dikkatli örneklem, uygun araçlama ve uygun istatistiksel veri analizi olarak ifade edilebilirken; nitel araştırmalarda geçerlilik, elde edilen verinin derinliği, genişliği ve zenginliği; katılımcının dürüstlüğü; çeşitlemenin genişliği ve araştırmacının tarafsızlığı ile sağlanabilir. Toplanan verilerin ayrıntılı olarak rapor edilmesi ve araştırmacının sonuçlara nasıl ulaştığını ayrıntılı olarak açıklaması nitel araştırmada geçerlik ve güvenirliğin önemli bir ölçütü kabul edilmektedir (Cohen vd., 2000).

Guba ve Lincoln (1994) nitel araştırmanın niteliğini arttırabilecek bir takım stratejiler önermektedirler. Bu bağlamda nitel bir araştırmada iç geçerlik yerine “inandırıcılık”, dış geçerlik yerine “aktarılabirlik” kavramlarını, iç güvenirlik yerine “tutarlılık” ve dış güvenirlik (tekrar edilebilirlik) yerine ise “teyit edilebilirlik” kavramlarını kullanmayı tercih etmektedirler (akt. Yıldırım ve Şimşek, 2006). Bu araştırma nitel yorumlayıcı paradigmaya sahip bir çalışma özelliği taşıdığından geçerlilik çeşitlerinden “inandırıcılık” ve “aktarılabirlik” kavramlarını sağlaması beklenmektedir. Çalışmada inandırıcılığın sağlanabilmesi için araştırmacı veri toplama araçlarını bir dönem boyunca uygulamış “uzun süreli etkileşim”, yarı yapılandırılmış görüşmeler yapmış “derin odaklı veri toplama”, bağımsız değişkenlere göre gruplamış “çeşitleme”, katılımcı teyidi ve uzman görüşü almıştır. Araştırmacı veri kaynakları (katılımcılar, dokümanlar) ile uzun süreli etkileşim halinde olmuştur. Dokümanların hazırlanması süreci 3 ay kadar sürmüş ve bu süreçte uzman görüşlerine sıkça başvurulmuştur. Ayrıca araştırmanın odaklandığı beceriler dışında çalışmaya etki edebilecek diğer faktörlerin etkisinin ortadan kaldırılması amacıyla araştırmaya katılan öğrenciler aynı bölümden ve aynı sınıftan seçilmişler ve testler aynı zamanda araştırmacı tarafından öğrencilere

uygulanmıştır. Çalışmanın son aşamasında katılımcılarla yapılan görüşmeler katılımcı teyidi niteliği de taşımaktadır.

Nicel araştırmanın temel amaçlarından biri olan ve araştırmanın değerini yargılamada kullanılan genelleme kavramının nitel araştırmalardaki karşılığı olarak aktarılabilirlik kavramı ön plana çıkmaktadır (Guba ve Lincoln, 1994; akt. Yıldırım ve Şimşek, 2006). Belirli integral konusunda kullanılan temsilleri akademik başarı ve uzamsal yetenek bağlamında inceleyen bu çalışma nitel ağırlıklı olduğundan genelleme kaygısı taşımamaktadır. Bunun yerine ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme yöntemlerinden bahsedilmektedir. Öğrenciler akademik başarıları yüksek ve düşük, uzamsal yeteneği yüksek ve düşük olarak sınıflandırıldıktan sonra her gruptan amaçlı örnekleme doğrultusunda birer öğrenci alınıp temsil tercihleri belirlenmeye çalışılmıştır. Temsil tercihlerini etkileyen değişkenler ve aralarındaki ilişki ayrıntılı bir şekilde betimlenerek sunulmuştur. Çalışmada kullanılan yöntemler ve veri toplama araçları sınırlılıklarıyla birlikte açıklanmış, elde edilen bulguların nasıl elde edildiği ve yorumlandığı değerlendirme örnekleriyle gösterilmiştir.

Güvenirlik, bir ölçme aracının hatalardan arınık olarak ölçme yapabilme yeterliğidir. Yani bir ölçme aracının, ölçmek istediği şeyi tutarlı ve istikrarlı bir biçimde ölçmebilme derecesidir (Karasar, 2005). Ölçme aracının ne derece güvenilir olduğunu belirleyecek ölçütlerin sınıflandırılması ile ilgili olarak bilim adamları farklı görüşlere sahiptir. Nicel araştırmalarda bir araştırmanın güvenilir olabilmesi için, benzer bir grupta benzer bir içerikte tekrar yapıldığında yine benzer sonuçların alınacağını göstermesi gerekmektedir. Nitel araştırmalarda durum daha farklıdır. Nitel araştırmanın bazı temel özellikleri bu farklılığı yaratır. Örneğin, nitel araştırmada gerçeklerin bireylere ve içinde bulunulan ortama göre değişme içinde olması ve araştırmanın başka gruplarda uygulandığında aynı sonuçları veremeyebileceği hususunun baştan kabul edilmesi gerekmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Nitel araştırmalarda güvenilirlik “*tutarlılık*” ve “*teyit edilebilirlik*” kavramları ile açıklanabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Tutarlılık, tekrar edilebilirlik sorununa karşı konmuş bir güvenilirlik ölçütüdür. Burada olay ve olguların değişkenliği kabul edilir ve bu değişkenliği, araştırmaya tutarlı bir biçimde yansıtabilen bir yaklaşım olması arzu edilir. Bunun için “*tutarlılık incelemesi*”

yapılması önerilir (Erlandson vd., 1993; akt. Yıldırım ve Şimşek, 2006). Bu işlemde araştırmaya dışarıdan bakılır ve her aşamada, araştırmacının benzer süreçlerde benzer davranışlar ve tutumlar gösterip göstermediği incelenir. Bu bağlamda veri toplama araçlarının oluşturulması sırasında araştırmacı benzer yaklaşımlar kullanmış, verilerin toplanması sürecinde sınıf ortamındaki atmosferin birbirine benzer olmasına dikkat edilmiş, sınıf içi uygulamalar benzer sürelerde yapılmış ve görüşmelerde sorulan soruların aynı zamanda benzer bir üslupla sorulması sağlanmaya çalışılmıştır. Elde edilen verilerin analizi araştırma problemi ve yöntemde belirlenen kriterler esas alınarak yapılmıştır. Ayrıca öğretmen adaylarıyla yapılan görüşmeler neticesinde elde edilen bulgular tekrar yorumlanmış ve gözlemlenen tutarsızlıklardan da bahsedilmiştir. Sonuçlar bulgular ilişkilendirilmesi ve yorumlanması ile oluşturulmuştur.

Nitel araştırmalarda güvenirlikle ilgili bir diğer ölçüt de teyit edilebilirliktir. Nitel araştırmalarda, nicel araştırmalardaki gibi araştırmacının hiç etkisinin olmadığı bir araştırmadan söz edilemez. Bunun yerine araştırmacıdan ulaştığı sonuçları topladığı verilerle sürekli teyit etmesi ve bunlarla ilgili okuyucuya mantıklı bir açıklama yapabilmesi beklenir. Bu hususun ne ölçüde gerçekleştiğinin belirlenmesi için “teyit incelemesi” yapılır. Bu incelemede araştırmacının ham verileri ile sonuçları karşılaştırılır ve sonuçların verilerle teyit edilip edilmediği değerlendirilir (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Buna yönelik olarak sunulan çalışmada araştırmacı herhangi bir biçimde toplanan veriyi, varlığı ya da varsayımları etkilememek için bazı önlemler almıştır. Araştırmacı tüm ham verilerini, analiz aşamasında yaptığı kodlamaları, rapora temel oluşturan algıları, notları, yazıları ve çıkarımları uzman görüşüne sunarak gerektiğinde incelenmek üzere saklamıştır. Bunun yanında veri analizleri araştırmacı ile birlikte üç uzman tarafından yapılarak veri analizinin güvenirliği sağlanmıştır. Yine veri analizinden elde edilen yorumlar başka bir araştırmacıya sunularak yorumları alınarak tekrar düzenlenmiştir.

Ölçme araçları yoluyla elde edilen verilerin güvenirliğini arttırmanın süreci derinlemesine analiz edebilmenin bir diğer yolu da görüşmelerde bulunmaktır. Araştırma soruları bağlamında yapılan görüşmeler ile veri güvenirliği teyit edilmiştir.

IV. BULGULAR

Bu bölümde bulgular beş kısımda incelenmiştir.

- Birinci kısımda, öğretmen adaylarının görsel-uzamsal yeteneklerini belirlemeye yönelik uygulanan, Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi bulguları sunulmuştur.
- İkinci kısımda, öğretmen adaylarının belirli integral konusuna ait hazır bulunuşluklarını ve akademik başarılarını belirlemeye yönelik uygulanan, Belirli İntegral Yeterlilik Testi bulgularına yer verilmiştir.
- Üçüncü kısımda, Temsil Tercih ve Dönüşüm Testi bulgularına yer verilmiştir.
- Dördüncü kısımda, öğretmen adaylarının belirli integral konusundaki temsil dönüşüm başarıları; uzamsal görselleme yeteneği ve akademik başarıları bağlamında değerlendirilmiş, aradaki ilişkinin varlığı araştırılmış ve karşılaştırmalı olarak yorumlanmıştır.
- Beşinci ve son kısımda, öğretmen adaylarının belirli integral konusunda kullandıkları temsillere etki ettiği düşünülen faktörlerin ilişkilerini derinlemesine incelemek ve kullanılan temsillerin problem çözme başarısına etkilerini görmek üzere, altı aday ile yapılan yarı yapılandırılmış görüşme bulgularına yer verilmiştir.

4.1 UZAMSAL GÖRSELLEME BECERİLERİNİN BELİRLENMESİ

Öğretmen adaylarının mevcut görsel uzamsal yetenekleri, uzamsal görselleme becerisi adı altında incelenmiştir. Guay (1977) tarafından geliştirilen ve araştırmacı tarafından Türkçeye adaptasyonu sağlanan, Purdue Uzamsal Görselleme Testi, uzamsal görselleme becerisini ölçmeye yönelik olarak kullanılmıştır. Oluşturma, görünüm ve döndürme bölümlerinden oluşan testin her bir bölümünde 12 soru olmak üzere testte toplam 36 soru bulunmaktadır. Çoktan seçmeli sorulardan oluşan testte her sorunun yalnızca bir doğru cevabı vardır. Test, tek seferde yönergeler doğrultusunda uygulanmış ve her bölümün cevaplanması için 8 dakikalık süre tanınarak toplam 24 dakika içerisinde tamamlanmıştır. Test'e 23'ü kız, 22'si erkek olmak üzere toplam 45 öğretmen adayı

katılmıştır. Verilen cevaplar doğru yanlış ve boş olarak kodlanmıştır. Testin değerlendirilmesinde bu testi kullanan birçok araştırmacı tarafından önerilen değerlendirme ölçütleri kullanılmıştır. PUGT’ni kullanan çalışmalar, testteki doğru cevapları dikkate almış ve doğru cevap sayılarının ortalamasına standart sapmanın eklenmesi ve çıkartılmasıyla uzamsal görselleme beceri kriterlerini oluşturmuştur (Guay, 1980; Ferguson, 2008). PUGT için en yüksek doğru cevap sayısı 36, bu testin her bir alt bölümü için en yüksek doğru cevap sayısı ise 12’dir. PUGT’nin araştırma grubuna uygulanması sonucunda elde edilen doğru cevap sayıları ve özellikleri aşağıdaki tabloda sunulmuştur. Her bir alt boyutun ortalama doğru cevap sayısı ile standart sapmasının verildiği Tablo 10’da aynı zamanda tüm testteki ortalama doğru cevap sayısı ve standart sapmasına da yer verilmiştir. PUGT’nin alt bölümleri arasında doğru cevap sayıları yönüyle belirgin bir fark olmamakla birlikte en düşük doğru cevap ortalamasına sahip alt bölüm 5.91’lik cevap ortalaması ile “görünüm”lerdir. PUGT bulguları, öğretmen adaylarının, üç boyutlu bir cisme değişik noktalardan bakmayı gerektiren sorularda zorlandıklarını göstermektedir. Öğretmen adayları üç boyutlu bir cismin belli adımlara göre döndürülmesini içeren soru türlerinde daha başarılı olmuşlardır. En yüksek doğru cevap sayısının 32, en düşük doğru cevap sayısının 6 olduğu PUGT sonuçlarında, ortalama cevap sayısının 19 civarında olduğu görülmektedir.

Tablo 10

PUGT’ne verilen cevapların puan ortalamaları ve özellikleri

	Minimum	Maksimum	Ortalama	Standart Sapma
Oluşturma	2	11	6,51	2,72
Döndürme	2	12	6,75	2,93
Görünümler	1	10	5,91	2,31
Toplam	6	32	19,17	6,81

PUGT’ndeki maksimum ve minimum doğru cevap sayıları dikkate alınarak, ortalamaya bir standart sapma puan eklenmesi ve çıkartılması yoluyla üç gruptan oluşan bir sınıflama yapılmıştır. Ortalamaya eklenen bir standart puan ile (25,98); 26 ve üzeri doğru cevaba sahip öğretmen adayları “Uzamsal Görselleme Becerisi Yüksek (UGBY)”, ortalamadan bir standart puanın çıkarılması ile (12,36); 12 ve 12 altındaki

doğru cevaba sahip adaylar ise “Uzamsal Görselleme Becerisi Düşük (UGBD)” öğretmen adayları şeklinde kodlanmıştır. Cevaplanan PUGT sonucunda 13 ile 25 arasında doğru cevabı bulunan adaylar ise “Uzamsal Görselleme Becerisi Orta Düzeydeki (UGBO)” öğretmen adayları olarak sınıflandırılmış ve kodlanmıştır. Bu bağlamda üç gruba ayrılan öğretmen adaylarının oluşturma, döndürme, görünümler gibi PUGT’nin alt bölümlerine verdikleri doğru cevaplar, bu cevapların toplamı ile oluşan uzamsal görselleme becerilerine ilişkin yüzdelik dilimleri ve her gruptaki kişi sayısını betimleyen tablo (Tablo 11) aşağıda verilmiştir.

Tablo 11

PUGT sonuçlarına göre öğretmen adaylarının uzamsal görselleme becerileri

	UGBY		UGBO		UGBD	
	Kişi Sayısı	Yüzde	Kişi Sayısı	Yüzde	Kişi Sayısı	Yüzde
Oluşturma	9	(20)	30	(66,7)	6	(13,3)
Döndürme	11	(24,4)	26	(57,8)	8	(17,8)
Görünüm	7	(15,6)	31	(68,8)	7	(15,6)
Toplam	10	(22,2)	27	(60)	8	(17,8)

PUGT’nin alt bölümlerine verilen cevaplar doğrultusunda hazırlanan Tablo 11’deki sonuçlar incelendiğinde; UGBY olan öğretmen adaylarının en başarılı oldukları alt bölüm, “döndürme” bölümü (%24,4) olduğu gibi UGBD olan öğretmen adaylarının başarılarının en düşük olduğu alt bölüm de “döndürme” olmuştur. Döndürme alt bölümündeki uzamsal görselleme becerisi yüksek olan aday sayısının (11), “oluşturma ve görünüm” alt bölümlerinden daha fazla olduğu, “döndürme” bölümündeki sorular bağlamında uzamsal görselleme becerisi düşük olan aday sayısının (8) da diğer iki bölümdeki aday sayısından fazla olduğu görülmektedir. Ayrıca PUGT’ne verilen cevaplar doğrultusunda, adayların %22,2’sinin UGBY; %60’ının UGBO ve %17,8’inin UGBD olduğu bulgularına ulaşılmıştır.

Öğretmen adaylarının uzamsal görselleme becerilerinin belirlenmesi sürecinde doğru cevap ortalamalarına yer verilmiştir. Her bölüme verilen cevaplar kendi içerisinde analiz edilerek her bir bölüm içerisindeki öğretmen adaylarının performansları

belirlenmeye çalışılmıştır. Daha sonra tüm alt bölümler birleştirilerek adayların uzamsal görselleme becerileri belirlenmeye çalışılmıştır.

Tablo 12

PUGT bölümlerinin cevaplanma yüzdeleri

%	Doğru cevap	Yanlış cevap	Boş cevap
Oluşturma	54,3	15,2	30,5
Döndürme	56,2	14,5	29,3
Görünümler	49,3	6,7	44
Toplam	53,2	12,1	34,7

Öğretmen adaylarının, cevaplamakta en çok zorlandıkları bölümün görünümler bölümü olduğu, bu bölüme verilen cevapların %49,3 ünün doğru iken % 44'ünün boş olduğu Tablo 12 yardımıyla görülmektedir. Bölümler arasında belirgin bir fark olmamakla birlikte, adayların, verilen cisimleri belli yönergeler doğrultusunda döndürmelerine yönelik sorularda (%56,2), diğer bölümlere kıyasla daha başarılı oldukları görülmektedir. Çalışma bulguları, PUGT'ne verilen cevaplar doğrultusunda, en çok hata yapılan bölümün, “oluşturma” bölümü olduğunu göstermektedir. Bu testteki bir diğer önemli bulgu ise boş soru sayısının fazlalığıdır. Öğretmen adaylarının, testteki soruların yaklaşık üçte birini boş bıraktıkları görülmektedir. PUGT, belirli bir zaman içerisinde cevaplanması beklenen bir hız testi olduğundan boş soru sayılarındaki fazlalık zamanın verimli kullanılmadığının bir göstergesi olabilir. Teste verilen tüm yanıtlar dikkate alındığında, cevapların %53,2 ‘sinin doğru olduğu; yanlış cevap yüzdesinin (%12,1) düşük olduğu gözlemlenmektedir.

Bir diğer önemli bulgu ise uzamsal görselleme yeteneğine cinsiyet farklılıklarının etkisidir. Cinsiyet farklılıkları çalışmanın araştırma soruları arasında doğrudan ya da dolaylı olarak yer almasa da araştırma bulgularında karşılaşılan anlamlı sonuçların araştırmacılara fayda sağlayabileceği düşüncesiyle, bu bölümde değinilmesinin uygun olacağı düşünülmüştür. PUGT'ne verilen cevaplar analiz edildiğinde cinsiyet farkının, soruları doğru cevaplama yüzdelerini açıkça etkilediği görülmektedir. Çalışmaya katılan 23 kız, 22 erkek öğretmen adayının PUGT'ne verdikleri cevaplar incelendiğinde, erkek adaylar uzamsal görselleme yeteneği yönüyle daha başarılı olmuşlardır. Çalışmaya

katılan erkek adayların %27'sinin uzamsal görselleme başarısının yüksek olduğu, kızların başarılarının daha düşük olduğu (%17) bulgularına ulaşılan araştırmada, ayrıca UGBD olan öğretmen adaylarının %37'sinin erkek, %63'ünün kız olduğu görülmektedir.

Tablo 13

Cinsiyetin uzamsal görselleme becerisine etkisi

Uzamsal Görselleme Beceri Düzeyi	Erkek		Kız		Toplam	
	Kişi sayısı	(%)	Kişi sayısı	(%)	Kişi sayısı	(%)
UGBY	6	(13,3)	4	8,9	10	22,2
UGBO	13	(28,9)	14	31,1	27	60
UGBD	3	(6,7)	5	11,1	8	17,8
Toplam	22	(48,6)	23	51,4	45	100

Erkeklerin bu testteki doğru cevap sayısı ortalamaları 20,7 iken kızların aynı testteki doğru cevap sayısı ortalamalarının 17,7; erkeklerin yanlış cevap ortalamaları 3 kızların ise 7 olmuştur.

4.2 ÖĞRETMEN ADAYLARININ AKADEMİK BAŞARILARININ BELİRLENMESİ

BİYT, belirli integral konusunda öğretmen adayı yeterliklerini ölçmeye yönelik hazırlanan, klasik yazılı sınavı biçiminde düzenlenen bir testtir. BİYT, kavram bilgisi ve işlem becerisi gibi iki alt boyutu içermekte, her bir alt boyutta eşit sayıda ve puanda soru yer almaktadır. Öğretmen adaylarının, BİYT'nin alt boyutlarına göre aldıkları puanlar kullanılarak hesaplanan toplam puan, akademik başarı puanı olarak değerlendirilmiştir. Akademik başarı için en yüksek puanın 100, kavram bilgisi ve işlem becerisi için en yüksek puanın 50 olduğu BİYT'nin araştırma grubuna uygulanması sonucunda elde edilen puanların özellikleri Tablo 14'de sunulmuştur. Her bir alt boyutun ortalama puanı ile standart sapmasının verildiği Tablo-14'de aynı zamanda,

toplam puanın ortalama ve standart sapmasına da yer verilmiştir. BİYT sonuçları, katılımcıların işlem becerileri ortalamaları ile kavram bilgisi ortalamaları arasında 4,66 puanlık bir fark olduğunu göstermektedir. Katılımcıların becerisi puan ortalaması (32,01), kavram bilgisi puan ortalamasından (27,35) daha yüksektir. Her adayın Akademik başarı, puanı bu iki puan türünün toplanması ile elde edilmiş ve akademik başarı puanı ortalaması 59,36 olarak bulunmuştur.

Tablo 14

BİYT’ne verilen cevapların puan ortalamaları ve özellikleri

	Minimum	Maksimum	Ortalama	Standart Sapma
Kavram Bilgisi Puanı	16	46	27,35	7,27
İşlem Becerisi Puanı	18	44	32,01	7,14
Akademik Başarı Puanı	42	86	59,36	12,53

Akademik başarı puanı ortalamasının altında kalan aday sayısı çalışma gurubunun %58’ini oluşturmaktadır. Öğretmen adaylarının akademik başarı düzeyleri BİYT performansları doğrultusunda oluşturulmuştur.

Öğretmen adaylarının akademik başarılarını belirlemek üzere BİYT’ndeki maksimum ve minimum puanlar dikkate alınmış, ortalamaya bir standart sapma puanı eklenmesi ve çıkartılması yoluyla oluşturulan sınıflamada üç grup yer almıştır. Ortalamaya eklenen bir standart puan ile (71,89); 72 ve üzeri puan alan adaylar Yüksek Düzeyde Akademik Başarılı (YDAB), ortalamadan bir standart puanın çıkarılması ile (46,83); 46 ve 46 altındaki puana sahip öğretmen adayları Düşük Düzeyde Akademik Başarılı (DDAB) öğretmen adayları olarak kodlanmıştır. BİYT sonucunda 47 ile 71 puan aralığında kalan adaylar ise Orta Düzeyde Akademik Başarılı (ODAB) öğretmen adayları olarak sınıflandırılmış ve kodlanmıştır. Aynı işlemler BİYT’nin alt boyutları için de gerçekleştirilmiştir. Bu bağlamda üç gruba ayrılan öğretmen adayları, kavram bilgisi, işlem becerisi ve akademik başarı puanına göre yüzdelik dilimleri ve her gruptaki kişi sayısını betimleyen tablo (Tablo 15) aşağıda verilmiştir.

YDAB’da işlem becerisi puanı yüksek olan öğretmen adayları sayısının (11) kavram bilgisi puanı yüksek olan öğretmen adayları sayısından (10) fazla olduğu; DDAB ‘da da kavram bilgisi puanı düşük olan aday sayısını (12) işlem becerisi puanı düşük olan aday sayısı ından (9) daha fazla olduğu görülmektedir.

Tablo 15

BİYT sonuçlarına göre öğretmen adaylarının akademik başarı düzeyleri

	YDAB		ODAB		DDAB	
	Kişi Sayısı	Yüzde	Kişi Sayısı	Yüzde	Kişi Sayısı	Yüzde
Kavram Bilgisi Puanı	10	22,2	23	51,1	12	26,7
İşlem Bilgisi Puanı	11	24,4	25	55,6	9	20
Toplam Puan	10	22,2	27	60	8	17,8

Ayrıca, BİYT’ne verilen tüm cevaplar düşünüldüğünde, öğretmen adaylarının %22,2’sinin YDAB; %60’ının ODAB ve %17,8’inin DDAB olduğu görülmektedir.

4.3 MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ BELİRLİ İNTEGRAL PROBLEMLERİ ÇÖZÜM SÜRECİNDE KULLANDIKLARI TEMSİL TÜRLERİNİN İNCELENMESİ

Bu çalışmada sıkça adı geçen belirli integral problemlerinden kasıt; analiz kitaplarında ve sınıf içi uygulamalarda en çok karşılaşılan, belirli integralin temel tanım bilgileri- işlem becerilerini gerektiren ve farklı temsil kullanımına olanak sağlayan tek doğru cevaplı problem türleridir. Test, katılımcılara iki defa uygulanmıştır. İlk uygulama temsil tercihlerini belirlemeye yönelik iken, ikinci uygulama, kullanılan temsilleri belirleme ve dönüşüm becerilerini görmeyi amaçlamaktadır. İlk uygulamada, katılımcılardan problemleri çözmeleri beklenmemiş, dokuz dakikalık bir süre içerisinde problemleri okuyarak hangi temsilin çözüm sürecinde kendilerine daha faydalı bir araç gibi kullanılabileceğini, çözümü kolaylaştıracağını belirlemeleri ve işaretlemeleri istenmiştir. Bu bağlamda her sorunun altında yer alan kutucuk içerisine nümerik, grafik, cebir olmak üzere üç temsil türü yerleştirilmiştir. Öğretmen adaylarına, aynı test, ilk uygulamadan iki hafta sonra çözmeleri üzere ikinci kez uygulanmıştır. İlk uygulama

bulguları ile temsil tercihleri; ikinci uygulama bulguları ile kullanılan temsil, temsil dönüşümü becerileri ve kullanılan temsillerin performansa etkisi değerlendirilmiştir.

4.3.1 Matematik Öğretmen Adaylarının Belirli İntegral Problemlerini Çözme Sürecinde, Tercih Ettikleri Temsillerin Belirlenmesi

Öğretmen adaylarının belirli integral problemleri çözümünde kendilerine faydalı olacağına inandıkları ve tercih ettikleri temsillerin belirlenmesine yönelik yapılan uygulamanın bulgularına Tablo 16’da yer verilmiştir. Her soru için öğretmen adaylarının hangi temsili ne sıklıkla kullandıklarına ilişkin betimsel istatistik, Tablo 16’da yer almaktadır.

TTDT’nin tercih eğilimine yönelik yapılan ilk uygulamadaki bulguları, en yüksek oranın %91,1 ile Cc karakteristiğine sahip, problemde cebir temsili kullanarak çözüme ulaşma eğiliminde olan öğretmen adaylarının olduğunu göstermektedir. Bunu %62,2 ile Gg karakteristiğine uygun olarak hazırlanan bir problemde yine cebir temsili kullanarak çözüme ulaşma eğilimi gösteren TTDT’ndeki 8. soru takip etmektedir. Bu soruda, öğretmen adaylarından grafiksel çözüm beklenirken katılımcıların yarısından fazlasının cebir temsili tercih etmeleri dikkat çekmektedir. Gg ve Cc karakteristiğindeki problemlerde nümerik temsilin hiç tercih edilmediği görülmekle birlikte TTDT’ndeki tüm problemlerde cebir ve grafik temsilleri tercih edilmiştir.

Ayrıca TTDT’nde yer alan birinci problemde nümerik çözüm beklenirken, öğretmen adaylarının yalnızca %11,1 i bu temsilin problem çözümünde süreci kolaylaştıracağını ve kullanılabileceğini düşünmektedir. Nümerik temsillerin genelde daha az tercih edildiği veya tercih edilmediği görülmektedir. Belirli integralin nümerik anlamını uygulamaya yönelik sorularda, yine cebir ya da grafik temsili kullanma yönünde tercihlerin şekillendiği görülmektedir. Temsil tercihleri arasında, geçiş ve dönüşüm problemleri yönüyle farklı tercih yönelimlerinin olduğu görülmektedir.

Tablo 16

TTDT’ndeki problemlerde temsillerin tercih edilme sıklığı

Soru no	Sorunun Verildiği Temsil	Çözümün Beklendiği	Sorudan Beklenen Geçiş	Tercih Edilen Temsil Türü								Boş	
				Nümerik		Grafik		Cebir		Karma			
				f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
3	N	N	Temsil İçi Geçiş	21	46,7	7	15,6	8	17,8	7	15,6	2	4,4
8	G	G		-	-	10	22,2	28	62,2	5	11,1	2	4,4
2	C	C		-	-	2	4,4	41	91,1	-	-	2	4,4
9	N	G	Temsiller Arası Dönüşüm	6	13,3	25	55,6	7	15,6	4	8,9	3	6,7
7	N	C		15	33,3	9	20	10	22,2	7	15,6	4	8,9
1	G	N		5	11,1	13	28,9	8	17,8	12	26,7	7	15,6
6	G	C		-	-	10	22,2	25	55,6	7	15,6	3	6,7
4	C	N		8	17,8	10	22,2	18	40	7	15,6	2	4,4
5	C	G		-	-	20	44,4	8	17,8	14	31,1	3	6,7

Genel sonuçlar dikkate alındığında, temsil dönüşüm becerisinin iki alt boyutundan biri olan temsil içi geçişlerde, baskın olarak cebir temsili (%57) ’nin kullanılması gerekliliği üzerinde duran öğretmen adayları, temsiller arası dönüşüm gerektiren sorularda grafik temsili kullanılması (%32,2)’nin süreci daha fazla kolaylaştıracağına inanmaktadırlar. Öğretmen adayları temsil içi geçişlerde tek temsil türünün kullanılması gerekliliğini belirtirken, temsiller arası dönüşüm becerisi gerektiren sorularda, tercihlerini farklı temsillerin bir arada kullanılabileceği durumlara uygun olarak şekillendirmişlerdir. Tercih edilen temsiller bağlamında, TTDT’nin alt gruplarına verilen cevaplar incelendiğinde, en belirgin farkın, cebir temsiliindeki %29,5’lik düşüş olduğu, dikkat çeken yükselişin grafik temsilleri yönüyle gerçekleştiği görülmektedir. TTDT’ne verilen tüm cevaplar dikkate alındığında, cebir temsili kullanma yöneliminin %38 civarında olduğu bunu %26,2’lik oran ile grafik temsili kullanılması gerektiğini düşünenlerin takip ettiği görülmektedir. En az tercih edilen temsil türü olarak belirlenen nümerik temsilleri, iki farklı temsili birlikte kullanılması gerektiğini düşünen, yani, karma temsilleri tercih eden öğretmen adayları takip etmektedir.

Tablo 17

TTDT' nin alt boyutlarına göre adayların temsil tercihleri

%	Nümerik	Grafik	Cebir	Karma	Boş
Temsil İçi Geçiş	15,6	14,1	57	8,9	4,4
Temsiller Arası Dönüşüm	12,6	32,2	28,5	18,9	8,1
Toplam	13,8	26,2	37,8	15,6	6,9

4.3.2 Matematik Öğretmen Adaylarının Belirli İntegral Problemlerini Çözme Sürecinde, Kullandıkları Temsillerin Belirlenmesi

Öncelikle, adayların belirli integral problemlerinde tercih ettikleri temsilleri belirlemeye yönelik olarak uygulanan TTDT, iki hafta aradan sonra kullanılan temsilleri görmek ve temsiller arası dönüşüm becerilerini incelemek üzere tekrar uygulanmıştır. Klasik yazılı sınav biçiminde sunulan TTDT'ne, öğretmen adaylarının, 45 dakikalık süre içerisinde cevap vermeleri beklenmiştir. Testin çözümünde kullanılan temsillerin nasıl belirlendiği ve sınıflandırıldığı ile ilgili bilgiye verilerin analizi kısmında yer verilmiştir. Tablo 18'de öğretmen adaylarının TTD testi çözümünde kullandıkları temsiller ve bu temsillerin sorulara göre kullanılma yüzdesi ve frekansları sunulmuştur.

TTDT'nin çözümünde kullanılan temsilleri belirlemeye yönelik ikinci uygulamadaki bulgular, en yüksek orana %93,3 ile Cc karakteristiğine sahip bir problemde (TTDT'ndeki 2. problem), cebir temsili kullanarak çözüme ulaşmaya çalışan öğretmen adaylarının sahip olduğunu göstermiştir. Bunu %64,4 ile Cn karakteristiğine sahip bir problemde (TTDT'ndeki 4. problem), yine cebir temsili kullanarak çözüme ulaşmaya çalışan öğretmen adayları takip etmektedir. 4 numaralı problemde, öğretmen adaylarından nümerik temsil kullanarak çözüme ulaşması beklenirken, katılımcıların büyük bir bölümünün cebir temsili kullanarak problemi çözmeye çalışması dikkat çekmektedir. Çözümün beklendiği temsil ve kullanılan temsilin problem çözme başarısına etkisi ile ilgili analizlere daha sonra değinilecektir. Gg, Gc ve Cc karakteristiğindeki problemlerde, nümerik ve grafik temsili hiç kullanılmadığı görülmekle birlikte TTDT'ndeki tüm sorularda cebir temsili yüksek yüzdeler ile

kullanılması, öğretmen adaylarının problem çözümlerinde daha çok cebir temsillerinden yararlandığını göstermektedir. Ayrıca TTDT'nin beşinci probleminde grafik temsili kullanılması ile çözüm beklenirken öğretmen adaylarının yalnızca %15,6'sı bu temsili problem çözümünde kullanmıştır. Testte yer alan sekizinci problemde, iki temsili bir arada kullananların yüzdesi dikkat çekicidir (%51,1). Bir diğer önemli bulgu ise boş bırakılan problem türleri ile ilgilidir. En çok boş bırakılan problem Gc dönüşümü beklenen, testin altıncı maddesidir. Bunun yanında grafik yardımıyla ifade edilen belirli integral problemleri ile nümerik çözümlerin beklendiği problemlerin boş bırakılma yüzdelerinin diğer temsil türlerine göre daha yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 18

TTDT'ndeki problemlerde temsillerin kullanılma sıklığı

Soru no	Sorunun Verildiği Temsil	Çözümün Beklendiği	Sorudan Beklenen Geçiş	Kullanılan Temsil Türü								Boş	
				Nümerik		Grafik		Cebir		Karma			
				f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
3	N	N	Temsil İçi Geçiş	14	31,1	17	37,8	-	-	6	13,3	8	17,8
8	G	G		-	-	-	-	22	48,9	23	51,1		
2	C	C		-	-	-	-	42	93,3	3	6,7		
9	N	G	Arası	3	6,7	26	57,8	6	13,3	6	13,3	4	8,9
7	N	C		7	15,6	7	15,6	18	40	9	20	4	8,9
1	G	N		16	35,6	10	22,2	9	20	-	-	10	22,2
6	G	C	Temsiller Dönüşüm	-	-	-	-	28	62,2	6	13,3	11	24,4
4	C	N		8	17,8	2	4,4	29	64,4	1	2,2	5	6,7
5	C	G		-	-	7	15,6	17	37,8	19	42,2	2	4,4

TTDT'ne verilen tüm cevaplar dikkate alındığında, cebir temsili kullanılma oranının %46 civarında olduğu, bunu %17 ile grafik temsillerinin takip ettiği görülmektedir. En çok kullanılan iki temsil olan cebir ve grafik temsillerinin kullanım yüzdeleri arasındaki fark, öğretmen adaylarının tek temsil baskınlığı yaşadığını göstermektedir. En az tercih edilen temsil türü olarak belirlenen nümerik temsilleri, iki farklı temsili birlikte kullanılması gerektiğini düşünen, yani karma temsilleri tercih eden öğretmen adayları takip etmektedir. Aşağıda bu oranlar Tablo 19 yardımı ile sunulmuştur.

Tablo 19

TTD testinin alt boyutlarına göre kullanılan temsiller

%	Nümerik	Grafik	Cebir	Karma	Boş
Temsil İçi Geçiş	8,9	12,6	55,1	19,3	4,1
Temsiller Arası Dönüşüm	12,6	19,3	39,6	13,7	14,8
Toplam	10,6	17	46,2	15,6	10,6

4.3.3 Matematik Öğretmen Adaylarının Belirli İntegral Problemlerini Çözme Sürecinde, Tercih Ettikleri Temsiller İle Kullandıkları Temsiller Arasındaki İlişkinin Belirlenmesi

Öğretmen adaylarının, kullanılma gerekliliğine inandıkları ve kullandıkları temsiller arasında da farklılıklar bulunmaktadır. Belirli integral problemlerinin çözümünde tercih edilen temsillerin belirlenmesine yönelik olarak yapılan ilk uygulama ile kullanılan temsillerin belirlenmesine yönelik yapılan ikinci uygulama sonuçları karşılaştırılmış, aradaki benzerlikler/farklılıklar aşağıda sunulmuştur. Temsil içi geçişlerde karma temsillerin kullanılmasının, çözümü kolaylaştıracağını düşünenlerin oranı %8,9 iken, problem çözme sürecinde karma temsilleri kullananların oranı %10,4 artarak %19,3 olmuştur. Uygulamalar arasındaki farklılığın belirgin olarak görüldüğü kısımlardan biri de TTDT'nin alt boyutlarından biri olan temsiller arası dönüşüm becerisi gerektiren problemlerdir. Temsiller arası dönüşüm gerektiren problemlerde grafik temsillerini tercih edenlerin oranı %32,2 iken, çözüm sürecinde grafik temsillerini kullananların oranı %19,3'e gerilemiştir.

Tablo 20

TTDT'nin alt boyutlarına göre tercih edilen ve kullanılan temsillerin karşılaştırılması

%	Nümerik		Grafik		Cebir		Karma		Boş	
	T	K	T	K	T	K	T	K	T	K
Temsil İçi Geçiş	15,6	8,9	14,1	12,6	57	55,1	8,9	19,3	4,4	4,1
Temsiller Arası Dönüşüm	12,6	12,6	32,2	19,3	28,5	39,6	18,9	13,7	8,1	14,8
Toplam	13,8	10,6	26,2	17	37,8	46,2	15,6	15,6	6,9	10,6

(T: Tercih edilen temsilleri, K: Kullanılan temsilleri simgelemektedir.)

Yine temsiller arası dönüşüm gerektiren sorularda cebir temsillerini tercih edenlerin oranı %28,5 iken, çözüm sürecinde cebir temsillerini kullananların oranı %39,6'e yükselmiştir.

Uygulamalar arasındaki farklılığın görüldüğü bir diğer temsil türü olarak grafik temsilleri gösterilebilir. Çözüm öncesi grafik temsillerinden yararlanma gerekliliğine inananların oranı % 26,2 iken, çözüm sürecinde grafik temsilini kullananların oranı %17 ye gerilemiştir. İki uygulama sonrasındaki genel sonuçlar dikkate alındığında, nümerik temsillerin tercih edilme ve kullanılma yüzdelerinde belirgin bir değişimin olmadığı, karma temsillerin tercihlere paralel olarak kullanıldıkları görülmüştür. İlk uygulamada cebir temsili tercihleri %37,8 düzeyinde iken, ikinci uygulamada öğretmen adaylarının problem çözümünde %46,2 oranında cebir temsillerinden yaralandıkları görülmüştür. Her iki uygulama sonucunda da cebir temsillerinden yüksek oranlarda yararlanılması, araştırmanın dikkat çektiği bir diğer noktadır.

4.3.4 Matematik Öğretmen Adaylarının Belirli İntegral Problemlerini Çözme Sürecinde, Kullandıkları Temsiller İle Problem Çözme Başarısı Arasındaki İlişkinin İncelenmesi

Araştırmanın cevap aradığı bir başka soru ise, matematik öğretmen adaylarının belirli integral problemlerini çözme sürecinde, kullandıkları temsiller ile problem çözme başarısı arasında nasıl bir ilişki olduğu durumudur. Bu bağlamda, öğretmen adaylarına uygulanan TTDT ve bu testin bulguları, araştırmacıya temsil kullanma ve dönüşüm becerilerinde yaşanan zorlukları görme olanağı sağlamıştır. TTDT çözümleri, öncelikle, kullanılan temsil türlerine göre “*nümerik, grafik, cebir ve karma*” şeklinde sınıflandırılmış, daha sonra “*doğru, kısmen doğru, yanlış ve boş*” kategori sistemine göre değerlendirilmiştir. Adayların çözüm sürecinde gösterdikleri davranışlar ayrıntılı bir şekilde incelenerek süreç analizi yapılmış ve Tablo 21’de genel durum betimlenmiştir.

Problem çözme sürecinde, kullanıldığında, doğru cevaba ulaşma yüzdesi en yüksek olan temsil %18,7 ile cebir, en düşük olan temsil ise %2,8 ile nümerik temsildir. Kullanılan

temsillere göre kısmi cevap yüzdesi en yüksek olan temsil %10,7 ile cebir, en düşük olan temsil ise %5,7 ile grafik temsidir. TTDT'nin çözümünde kullanılan temsiller sorunun yanlış çözümüne de yol açabilmiştir. Kullanılan temsillere göre, yanlış cevap yüzdesi en yüksek olan temsil %13,1 ile cebir, en düşük olan temsil ise %1,6 ile iki temsilin birlikte kullanıldığı durumlardır. Cebir temsiline, çözümdeki her kategoride yüksek yüzdeye sahip olmasında, daha fazla kullanılmasının rolü olduğu düşünülmektedir. Kullanılan temsillerin, problem çözme başarısına etkisine yönelik dikkat çeken bulgulardan biri de karma temsillerin kullanımı ile gerçekleşen çözümlerde görülmektedir. Karma temsil kullanan adayların yanlış cevapları, tüm cevaplarının % 7'sini oluşturmaktadır. Bunun yanında cebir temsiline kullanan adayların yanlış cevapları, tüm cevaplarının %32'sini, grafik temsiline kullanan adayların yanlış cevapları, tüm cevaplarının %21,8'ini, son olarak nümerik temsil kullanan adayların yanlış cevapları tüm cevaplarının %13,3'ünü kapsamaktadır.

Ayrıca doğru cevaplanma oranı en düşük olan soru, %13,3 ile grafik olarak verilen bir belirli integral probleminde cebir temsillerinin kullanımıyla, hesabın yapılabileceği, 6 no'lu temsiller arası dönüşüm sorusu olmuştur. Bunu %15,5 ile TTDT'ndeki Nümerik olarak verilen bir problemde nümerik temsillerin kullanımıyla, çözümün sağlanabileceği, 3 no'lu temsil içi geçiş sorusu takip etmektedir. Doğru cevaplanma oranı en yüksek olan soru ise, %82,2 ile cebir olarak verilen bir problemde cebir temsillerinin kullanımıyla çözümün sağlanabileceği 2 no'lu temsil içi geçiş sorusu olmuştur. Bunun yanında, katılımcıların %22,2'inin nümerik olarak verilen bir belirli integral probleminde grafik temsillerinin kullanımıyla hesabın yapılabileceği 1 no'lu temsiller arası dönüşüm sorusunu boş bıraktıkları görülmüştür. TTDT'ndeki problem çözme sürecinde yaşanan zorlukların nedenlerinin belirlenmesine yönelik analizlere, bir sonraki kısımda yer verilecektir.

Tablo 21

TTDT’ndeki problemlerin cevaplanma yüzdeleri

Soru no	Sorunun Verildiği Temsil	Çözümün Beklendiği Temsil	Sorudan Beklenen Sorudan Beklenen Geçiş	Doğru	Kısmi Cevap	Yanlış	Boş
3	N	N	İç	15,5	46,7	20	17,8
8	G	G	Temsil	55,5	15,5	29	-
2	C	C	Temsil	82,2	13,3	4,4	-
9	N	G	Temsiller Arası	22,2	51,1	17,8	8,9
7	N	C	Temsiller Arası	35,5	24,4	31,1	8,9
1	G	N	Temsiller Arası	51,1	8,9	17,8	22,2
6	G	C	Temsiller Arası	13,3	11,1	51,1	24,4
4	C	N	Temsiller Arası	35,6	22,2	31,1	11,1
5	C	G	Temsiller Arası	26,6	20	48,8	4,4

4.3.5 Matematik Öğretmen Adaylarının Belirli İntegral Problemlerini Çözme Sürecinde, Temsil Dönüşümleri Yönüyle Yaşadıkları Zorlukların Belirlenmesi

Araştırmacı ile birlikte matematik eğitimi alanında doktorasını yapmış beş uzman tarafından, “belirli integral problemlerini çözme sürecinde, kullanılan temsilleri belirlemeye yönelik olarak hazırlanan TTDT, 45 matematik öğretmen adayına uygulanmıştır. Her bir problem için doğru cevabın 2, kısmi cevabın 1, yanlış ve boş cevabın 0 puan üzerinden değerlendirildiği testteki katılımcı cevaplarının ortalamasına Tablo 22’de yer verilmiştir.

Tablo 22

TTDT problemlerine verilen cevapların puan ortalaması

Soru Numarası	Ortalama	Standart Sapma
Problem 1	0,97	0,70
Problem 2	1,74	0,50
Problem 3	0,77	0,68
Problem 4	1,14	0,80
Problem 5	1,02	0,74
Problem 6	0,45	0,74
Problem 7	0,94	0,87
Problem 8	1,36	0,85
Problem 9	1,28	0,92
Genel Toplam	9,97	2,80

Tablo 22’de görüldüğü gibi 45 öğretmen adayının puan ortalaması 18 puan üzerinden 9,97 olarak bulunmuştur. En yüksek puanın 16 ve en düşük puanın 4 olduğu, testin cevaplanma oranı en düşük sorusunun 0,45 ortalamayla altıncı soru, cevaplanma oranı en yüksek olan sorunun ise, 1,74 puan ortalamasıyla birinci soru olduğu görülmüştür. Bu soruların hangi becerileri ölçmeye yönelik olduğu Tablo 5’e bakılarak incelenebilir. En düşük puan ortalamasına sahip TTDT’nin altıncı problemi, Gc karakteristiğine sahip, temsiller arası dönüşüm becerini ölçmeye yönelik olarak hazırlanan bir problemidir. En yüksek puana sahip TTDT’nin ikinci problemi, Cc karakteristiğine sahip, temsil içi geçiş becerilerini belirlemeye yönelik hazırlanan bir problemidir.

Öğretmen adaylarının temsil dönüşüm becerilerini belirlemeye yönelik hazırlanan TTDT’ne verilen cevaplar incelendiğinde, temsil içi geçiş ve temsiller arası dönüşüm alt boyutlarındaki problem çözme başarılarının farklı olduğu görülmüştür. Öğretmen adaylarının temsil içi geçişlerde, (%50,4) temsillere arası dönüşüm gerektiren sorulara göre (%33,7) daha çok doğru çözüme ulaştıkları, bununla birlikte, kısmi cevapların yaklaşık aynı olduğu bulguları, dikkat çekmektedir. Temsiller arası dönüşüm gerektiren sorularda adayların boş bıraktıkları soru yüzdesinde de artış oluğu gözlenmiştir. Temsiller arası dönüşüm gerektiren sorularda, öğretmen adaylarının daha fazla yanlışa sahip olduğu ve %13,3 ünün soruları boş bıraktıkları düşünülürse, problem çözme

başarılarının bu gruptaki sorular yönüyle düşük olduğu sonucuna ulaşılabilir. Öğretmen adaylarının temsil içi geçiş problemlerinde daha başarılı olmalarını sağlayan etkenlerden biri, cebir dönüşümü gerektiren soruda büyük başarı göstermeleridir. Öğretmen adaylarının TTDT'ne verdiği tüm cevaplar göz önüne alınırsa, soruların %39,3'ünü doğru yapan adayların % 23,2'sini yanlış yapmaları, %9,1'ini boş bırakmaları testteki tüm performanslarının düşük olduğunu göstermektedir. Ayrıca kısmi cevaplardaki oranın yüksekliği dikkat çekmektedir. TTDT'ne verilen cevaplar incelendiğinde, kısmi cevapların genelde uygun temsilin kullanılmadığı ve soruların yarım bırakıldığı durumlarda ortaya çıktığı belirlenmiştir.

Tablo 23

TTDT'ne verilen cevapların testin alt boyutları bağlamında incelenmesi

%	Doğru	Kısmi Cevap	Yanlış	Boş
Temsil İçi Geçiş	50,4	27,4	17	5,2
Temsiller Arası Dönüşüm	33,7	26,7	26,3	13,3
Toplam	39,3	26,9	23,2	10,6

4.3.5.1 Girdi Temsillerinin Problem Çözme Başarısına Etkisi

TTDT'nde problem verilerinin ifade edilmesinde kullanılan temsillerin (girdi temsil) de problem çözme başarısını etkilediği görülmektedir. Tablo 24'de yer alan “*başarılı*” sözcüğü ile problemin doğru çözümü, “*başarısız*” sözcüğü ile yanlış çözümü ifade edilmiştir. Öğretmen adaylarının, grafik temsilleri yoluyla, verilen bir belirli integral probleminde, diğer temsil türlerine göre daha çok zorlandıkları görülmektedir. Belirli integral probleminin, grafik temsilleri yoluyla verilmesi durumunda adaylardaki düşük doğru cevap yüzdesi (%20) dikkat çekicidir. Problemin değişim oranları toplama ya da değer tabloları yoluyla verildiği durumlarda, öğretmen adaylarının bu türdeki soruların %29'unu doğru çözdüğü bulgularına ulaşılmıştır. En yüksek başarı, problemlerin cebir temsilleri yoluyla verildiği durumlarda gerçekleşmiştir. Öğretmen adaylarının yarısı cebir temsilleri yoluyla verilen belirli integral problemlerini doğru çözmüşlerdir.

Problemin doğru çözüm yüzdelerindeki düşüklüğün nedenleri arasında, adayların temsil dönüşümlerinde yaşadıkları sıkıntılar gösterilebilir. Öğretmen adaylarının esnek olarak kullandıkları cebir temsillerinde bile, başarısızlığın %50'ye yakın olmasında tek temsil kullanma eğilimi ve bu kullanılan temsilin çözümlerde eksik kalması gösterilebilir. Temsiller arası dönüşüm gerektiren sorularda dahi, baskın olarak, cebir temsilini kullanan öğretmen adaylarının, çözümde başarısız oldukları bulguları dikkat çekicidir.

Tablo 24

Problemin ifade edildiği temsil türlerine göre aday başarısı

%	Nümerik (Nn, Ng, Nc)	Grafik (Gg, Gn, Gc)	Cebir (Cc, Cn, Cg)
Doğru Çözüm Yüzdesi	29	20	54

4.3.5.2 Çıktı Temsillerinin Problem Çözme Başarısına Etkisi

Bir diğer nokta, TTDT'nde verilen sorularda kullanılması beklenen çıktı temsilleridir. TTDT'ne verilen cevaplar, temsil içi geçiş veya temsiller arası dönüşümün beklendiği durumlarda, temsil türüne göre başarı yüzdelerinde farklılıklar bulunduğunu göstermektedir. TTDT'nde problem cümlesinin “*toplam değişim miktarını bulun, aralığındaki birikimli toplamaları bulun*” biçiminde olduğu durumlarda nümerik temsillerin kullanılması yoluyla çözüme ulaşılması hedeflenmektedir. Bu bağlamda teste verilen cevaplar temel alındığında nümerik temsillerin kullanılmasının beklendiği sorular, en düşük doğru cevap yüzdesine sahiptir. Bu bulgunun nedenleri arasında, adayların bu türdeki sorularla daha önce karşılaşmamış olması, öğretim sürecinde ve ders kitabında bu türdeki sorulara yer verilmemiş olması gösterilebilir. Problem kökünün “*integralini hesaplayınız*” biçiminde olduğu durumlarda, doğru cevaba ulaşan öğretmen adayı oranının %52 olduğu Tablo 25'den görülmektedir. Sorunun, cebir temsilleri ile verilmesindeki başarının cevaplarda cebir temsillerinin kullanılmasına kıyasla, daha yüksek olduğu görülmektedir. Problemden beklenen çözümler doğrultusunda, zorlukların yaşandığı temsil türlerinden biri de, çözümde grafik temsillerinin kullanılmasının beklendiği sorulardır. Öğretmen adaylarının, “*eğrisi altında kalan alanı bulunuz*” şeklindeki soru kökleriyle sıkça karşılaşmalarına rağmen,

çözümde grafik temsilleri yerine cebir temsili kullanmaları problemin yanlış çözülmesine neden olmuştur. Bu bağlamda integral hesabının bulunmasına yönelik sorulardaki başarı yüzdesinin 52, Eğri altında kalan alanı bulmaya yönelik sorulardaki başarı yüzdesinin 36 ve belli bir aralıktaki birikimli toplamı bulmaya yönelik sorulardaki başarı yüzdesinin 33 olduğu tablo sonuçlarından görülmektedir.

Tablo 25

Problem çözümünde beklenen temsilin kullanılma türüne göre başarı

%	Nümerik (Nn, Ng, Nc)	Grafik (Gg, Gn, Gc)	Cebir (Cc, Cn, Cg)
Doğru Çözüm Yüzdesi	33	36	52

4.3.5.3 Süreç Analizi

Performans değerlendirmesinin ötesinde, katılımcıların problem çözme sürecinde, gözlemlenen çözümü ifade etme tercihleri, temsil dönüşüm becerileri gibi süreci değerlendiren aşamaların incelenmesi, yapılan hataların kaynaklarını görmeye yardımcı olabilir. Katılımcıların belirli integral problemlerini çözme sürecinde, hangi temsilleri en çok kullandığı, hangilerinde başarılı-başarısız olduğu gibi sonuçlar yukarıda ifade edilmiştir. Burada TTDT'ne ilişkin öğretmen adaylarının çözüm süreçlerinde en çok hata yapıldığı belirlenen örneklerle yer verilmiş ve yarı yapılandırılmış görüşmeler ile çözüm süreçlerinin genel bir değerlendirmesi yapılmıştır.

4.3.5.3.1 TTDT'ndeki Üçüncü Probleme İlişkin Bulgular

Tablolar yardımıyla verilen ve öğretmen adaylarından nümerik temsilleri kullanarak çözüme ulaşmaları beklenen TTDT'nin üçüncü problemi, temsil içi geçiş becerisini ölçmeye yönelik olarak hazırlanmıştır. Katılımcılardan günlük hayat problemi bağlamında verilen problemi birikimli toplamı yaklaşımla ele almaları ve toplam değişim miktarını hesaplanmaları istenmiştir.

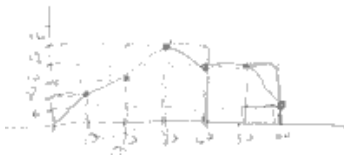
Bu problemdeki çözümler incelendiğinde, katılımcıların %15,5'inin problemi doğru çözebildikleri görülmüş, kısmi cevap oranındaki yükseklik (%46,7) dikkat çekmiştir. Bunun yanında, nümerik temsiller yoluyla verilen ve çözüm sürecinde nümerik yaklaşımı gerektiren problemdeki boş cevapların oranı da (%17,8) yüksektir. Doğru çözüme ulaşan öğrenci sayısındaki düşüklük, yanlış ve boş cevap oranının yüksekliği, bu problemin çözümünde zorluk yaşandığını göstermektedir. Problem çözümünde iki temsilin bir arada kullanıldığı durumlara rastlanılmaktadır. Tek temsilden yararlanma eğiliminde olan öğretmen adayları çözümü sonlandırmakta zorlanmışlardır. Aşağıda bir adayın eğri altında kalan alan ile toplam değişim miktarı yaklaşımlarını ilişkilendirmesiyle yaptığı çözüme yer verilmiştir.

- 3) Her on dakikada bir yapılan ölçümlere göre, bir çiftçinin ortalama hasat miktarının zamana göre değişim oranını (kg/dak) gösteren tablo aşağıda verilmiştir.

Zaman (dak)	0	10	20	30	40	50	60
Hasat Miktarı (kg/dak)	0	8	10	14	12	12	6

Buna göre;

- i) 60 dakikalık zaman sonunda gerçekleşen toplam hasat miktarını nasıl bulabileceğinizi ifade ediniz?



$$10 \cdot 8 + 10 \cdot 10 + 10 \cdot 14 + 10 \cdot 14 + 10 \cdot 12 + 10 \cdot 12$$

ifadeyle yaklaşık değerini hesaplarız.

Şekil 3: Üçüncü probleme yönelik aday çözüm örneği

Öğretmen adaylarının % 20'si tarafından yanlış çözülen problemde, yanlış çözümleri en çok, grafik temsilleri kullanarak hesaplama çabasına giren adaylar oluşturmuştur. Kısmi cevaplarda, grafik temsillerinden yararlanan birçok adayın, verileri grafiğe taşıdıkları ve çözümü yarım bıraktıkları belirlenmiştir. Nümerik temsillerin yanlış kullanımından kaynaklı yanlış çözümler de dikkat çekmektedir. Öğretmen adaylarının problemdeki verileri toplamaya çalışmaları, fonksiyonu doğrusalmış gibi kabul etmeleri, çözümde yanlışlığa neden olan süreçler arasında düşünülmektedir.

4.3.5.3.2 TTDT'ndeki Dördüncü Probleme İlişkin Bulgular

Denklem yardımıyla verilen ve öğretmen adaylarından nümerik temsilleri kullanarak çözüme ulaşmaları beklenen TTDT'nin dördüncü problemi, temsiller arası dönüşüm becerini ölçmeye yönelik olarak hazırlanmıştır. Katılımcılardan günlük hayat ile ilişkili olarak verilen problemi, birikimli toplamlar yaklaşımıyla ele alıp, toplam değişim miktarını bularak çözüme ulaşmaları beklenmektedir.

Bu problemin çözümünde karşılaşılan bulgular incelendiğinde, katılımcıların %35,6'sının problemi doğru çözebildikleri görülmüş, yanlış cevap sayısındaki yükseklik (%31,1) dikkat çekmiştir. Bunun yanında, cebir temsilleri yoluyla verilen ve çözüm sürecinde nümerik yaklaşımı gerektiren problemdeki boş cevapların oranı da %11 seviyelerindedir. Öğretmen adaylarının yarısına yakınının problemi boş bırakmaları ya da yanlış çözmeleri bu problem türünde zorluklar yaşadıkları şeklinde yorumlanabilir.

Bulgular, katılımcıların, problem çözme sürecinde en çok cebir temsillerinden (%64,4) yararlandığına dikkat çekmektedir. Problem denklem yolu ile verildiği için, adayların denklemler ile çözümü tercih ettikleri düşünülmektedir. Cebir temsilini kullanan öğretmen adaylarının %40'ının doğru cevaba ulaşabildiği, yanlış cevapların tamamının cebir temsillerinin yanlış kullanımından kaynaklandığı belirlenmiştir. Çözümde, grafik ve karma temsillerden yararlanılmamıştır. Cebir temsilleri yoluyla verilen bir belirli integral probleminde, nümerik yaklaşımlar yoluyla çözüm beklenirken, adayların dikkate değer bir bölümünün cebir temsili kullanması ve problemin integral kavramı ile ilişkilendirilememesi, katılımcılardaki integral imajının sınırlı kaldığının bir göstergesi sayılabilir. Aşağıda bu durumu örnekleyen bir çözüme yer verilmiştir.

- 4) Bir bitkinin boy olarak büyüme hızına ilişkin formül $H(t) = 3t^3 - 2t^2 + e^{2t}$ olarak verilmiştir. $H(t)$, bitkinin t yıl ki büyüme miktarını (cm/yıl), t geçen yılları temsil etmektedir. Buna göre 4 yıl sonunda, bitkinin boyunda meydana gelen toplam değişim miktarı kaç cm dir?

$$\begin{aligned} H(4) &= 3 \cdot 4^3 - 2 \cdot 4^2 + e^8 = 160 + e^8 \\ H(3) &= 3 \cdot 3^3 - 2 \cdot 3^2 + e^6 = 63 + e^6 \\ H(2) &= 3 \cdot 2^3 - 2 \cdot 2^2 + e^4 = 16 + e^4 \\ + H(1) &= 3 - 2 + e^2 = 1 + e^2 \\ \hline \text{Toplam değişim} &= 240 + e^8 + e^6 + e^4 + e^2 \end{aligned}$$

Şekil 4: Dördüncü probleme yönelik aday çözüm örneği

Şekil-4'te yer alan çözümde aday, toplam değişim miktarını her yıl gerçekleşen değişim miktarlarının toplamı şeklinde yorumlamak yerine, her yıl gerçekleşen toplam değişim miktarlarının toplamı şeklinde yorumladığı için yanlış çözüme ulaşmıştır. Cebir temsili kullanımında karşılaşılan ortak yanılgılar arasında, bitkideki toplam büyüme oranı ile t yıl ki büyüme oranının karıştırılması, toplam değişim miktarı ile belirli integral kavramının ilişkilendirilememesi ya da integral alma işleminin eksik gerçekleştirilmesi gibi durumlar yer almaktadır.

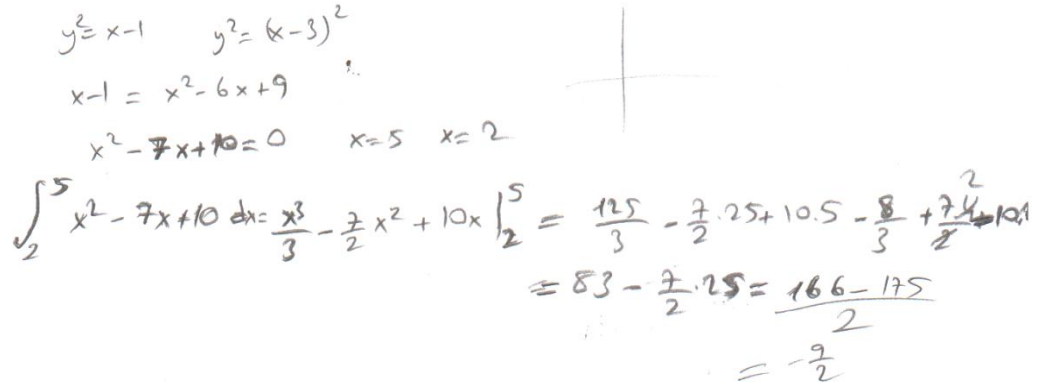
4.3.5.3 TTDT'ndeki Beşinci Probleme İlişkin Bulgular

Ortaöğretim müfredatında ve yüksek öğrenim düzeyinde alınan matematik dersinin konuları arasında yer alan belirli integral kavramının öğretimi sürecinde, en çok yararlanılan problem türlerinden biri de cebirsel olarak verilen ve grafiksel yorum gerektiren alan hesaplama problemleridir. Cg karakteristiğine sahip TTDT'nin beşinci problemi, temsiller arası dönüşüm becerisini ölçmeye yönelik olarak hazırlanmıştır. Katılımcılardan, salt matematiksel biçimde verilen probleme geometrik olarak yaklaşımları ve eğrilerin sınırladığı bölgenin alanını bulmaları beklenmiştir.

Problem çözüme başarısı yönüyle bulgular değerlendirildiğinde, katılımcıların düşük bir yüzdesinin (%26,6) problemi doğru çözebildikleri görülmüş, yanlış cevap sayısının, neredeyse toplam cevap sayısının yarısına eşit olduğuna dikkat çekilmiştir. Öğretmen adaylarının en çok zorlandıkları problemlerden biri olan TTDT'nin 5. problemine, hemen her belirli integral kaynağında rastlamak mümkünken, başarı yüzdeliğindeki

düşüklük dikkat çekicidir. Denklemler yardımı ile ifade edilen ve çözüm sürecinde grafik temsillerinin kullanımını gerektiren problemde, en çok kullanılan temsil türü olarak, cebir ve grafik temsillerinin bir arada kullanıldığı karma temsiller (%42,2) göze çarpmaktadır. Bunu %37,8 ile cebir temsili ve %15,6 ile grafik temsili takip etmektedir. Öğretmen adayları, iki eğri arasındaki alanı bulmak için, grafik çözümlerinden yararlanmadan eğrilerin kesişim noktalarını denklemlerin birbirine eşitlenmesi yolu ile belirlemeye çalışmışlardır. Aşağıda bu durumu örnekleyen yanlış çözümlerden birine yer verilmiştir.

5) $y = x - 3$ ve $y^2 = x - 1$ eğrilerinin sınırladığı bölgenin alanını bulunuz?

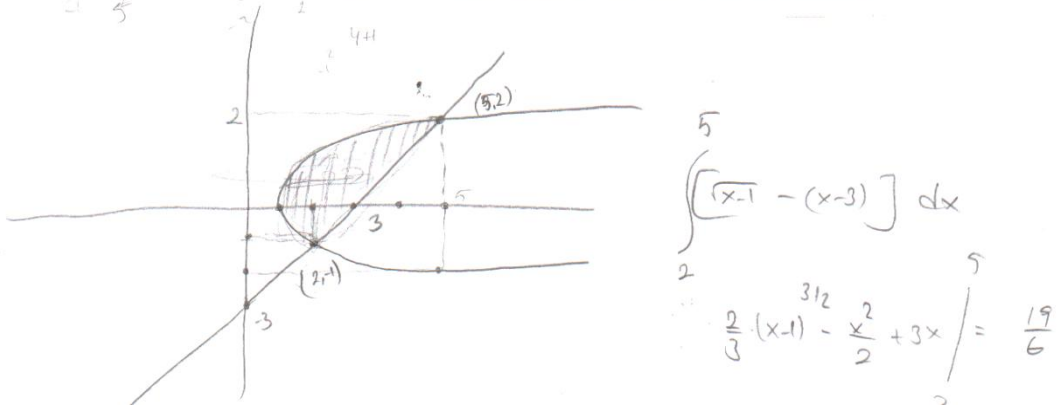


$$\begin{aligned}
 y^2 &= x-1 & y^2 &= (x-3)^2 \\
 x-1 &= x^2-6x+9 \\
 x^2-7x+10 &= 0 & x=5 & \quad x=2 \\
 \int_2^5 (x^2-7x+10) dx &= \left[\frac{x^3}{3} - \frac{7}{2}x^2 + 10x \right]_2^5 = \frac{125}{3} - \frac{7}{2} \cdot 25 + 10 \cdot 5 - \left(\frac{8}{3} - \frac{7}{2} \cdot 4 + 10 \cdot 2 \right) \\
 &= \frac{125}{3} - \frac{175}{2} + 50 - \left(\frac{8}{3} - 14 + 20 \right) \\
 &= \frac{125}{3} - \frac{175}{2} + 50 - \frac{8}{3} + 14 - 20 \\
 &= \frac{125}{3} - \frac{175}{2} + 46 - \frac{8}{3} \\
 &= \frac{125-8}{3} - \frac{175}{2} + 46 \\
 &= \frac{117}{3} - \frac{175}{2} + 46 \\
 &= 39 - \frac{175}{2} + 46 \\
 &= 85 - \frac{175}{2} \\
 &= \frac{170-175}{2} \\
 &= -\frac{5}{2}
 \end{aligned}$$

Şekil 5: Beşinci probleme yönelik birinci aday çözüm örneği

Cebir temsillerinin kullanılmasıyla ulaşılan çözümlerin büyük bir bölümünün yanlış olduğu bulgularına ulaşılmıştır. Problemi yanlış cevaplayan adaylar katılımcıların %42'sini oluşturmaktadır. Yanlış cevapların neredeyse tamamında, sadece, cebir temsillerinin kullanıldığı görülmektedir. Alışlagelmiş durumlardan hareketle, sınırları, kesişim noktaları olarak değerlendiren adayların çözümde eksik kaldıkları görülmektedir. Doğru çözüme ulaşan adaylar, genelde cebir ve grafik temsillerini bir arada kullanmış ve kesişim noktalarını grafik üzerinden gördükten sonra sınır noktalarını yeniden belirlemişlerdir. Bazı adaylar ise grafiği çizmelerine karşın yorumlayamamış, sınırları kesişim noktasına göre ifade etmişlerdir. Ayrıca, sınırları x-eksenine göre alan adayların grafiği parçalamadan hesaplamaya çalıştıkları gözlenmiş, bu durumu örnekleyen çözümlerden biri aşağıda sunulmuştur.

5) $y = x - 3$ ve $y^2 = x - 1$ eğrilerinin sınırladığı bölgenin alanını bulunuz?



Şekil 6: Beşinci probleme yönelik ikinci aday çözüm örneği

Şekil-6 da yer alan çözümlere sıkça rastlanılması, adayların grafik temsillerinden yararlanmasına karşın, grafik bilgisini yorumlama becerisi yönüyle zorluklarının olduğu şeklinde yorumlanmıştır.

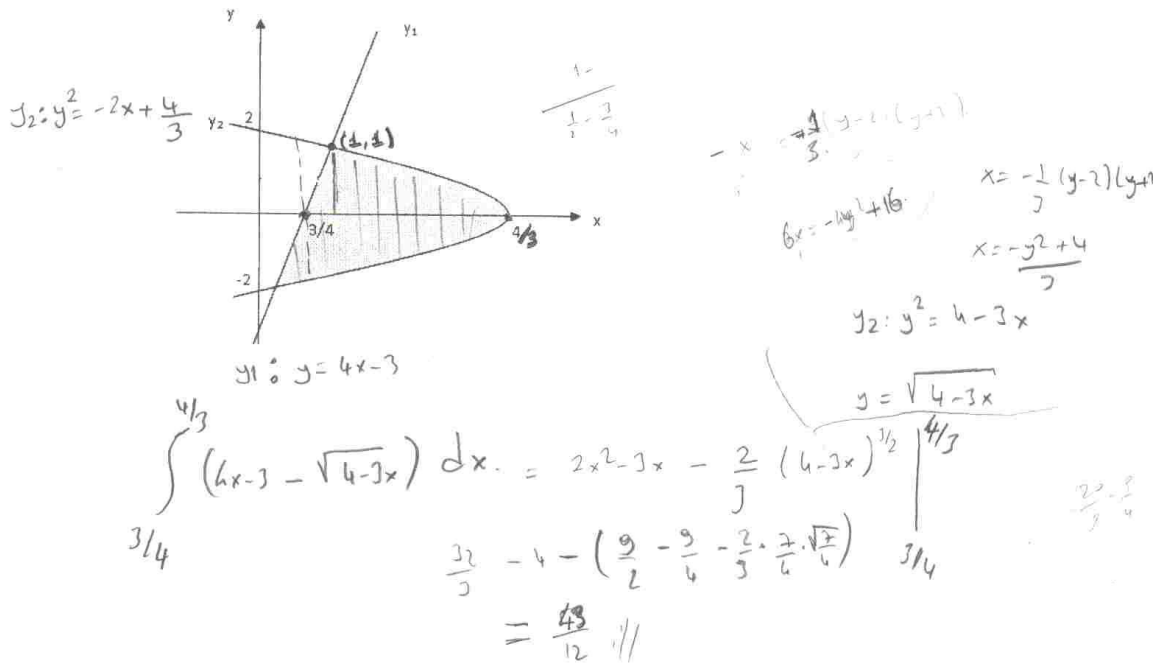
4.3.5.3.4 TTDT’ndeki Altıncı Probleme İlişkin Bulgular

En düşük cevaplanma ortalaması, grafikler yardımıyla verilen ve öğretmen adaylarından cebir temsillerini kullanarak çözüme ulaşmaları beklenen, temsiller arası dönüşüm becerisini ölçmeye yönelik olarak hazırlanan, Gc karakteristiğine sahip TTDT’nin altıncı problemindedir. Katılımcılardan, öncelikle, verilen parabol ve doğrunun denklemlerini ve kesişim noktalarını bulmaları istenmiş, daha sonra taralı bölgenin alanını ifade eden integral işlemini yaparak çözüme ulaşmaları beklenmiştir.

Altıncı probleme yönelik cevaplarda, öğretmen adaylarının büyük bir bölümünün (%62,2) baskın olarak kullandıkları temsil türünün cebir temsili olduğu görülmüştür. Katılımcıların, çözümde kullanılması beklenen cebir temsili problemde uygulamalarına karşın, doğru cevaba ulaşma başarısının düşük olması, üzerinde durulması gereken bir bulgudur. Yanlış cevapların büyük bir bölümünün cebir temsili kullanımından kaynaklandığı problemde, yanlışla götüren nedenler arasında katılımcıların grafiksel olarak ifade edilen parabolün denklemini bulamamaları, grafiksel veriyi yorumlayamamaları gösterilebilir. Cebir temsillerine göre düzenlenen problemlerde

grafığı çizebilen adayların bile, grafiksel olarak verilen problemlerin cebirsel ifadelerini bulamadıkları gözlenmiştir. Bir diğer zorluğun yaşandığı durum ise, sınır belirleme süreci ile ilgilidir. Denklemi bulabilen adaylar sınır belirlerken, grafığı dikkate almaksızın cebirel temsilleri ile çözüme ulaşmaya çalışmıştır. Bu bağlamda, katılımcıların denklemleri birbirine eşitleyerek elde ettikleri kesişim noktalarından, büyük olanı üst integral sınırı, küçük olanı alt integral sınırı olarak kabul ettikleri dikkat çekmiştir. Sıkça karşılaşılan bir yanlış çözüme aşağıda yer verilmiştir.

6) Aşağıdaki grafikte verilen taralı bölgenin alanını ifade eden denklemi bulunuz ve hesaplayınız?



Şekil 7: Altıncı probleme yönelik aday çözüm örneği

Katılımcıların büyük çoğunluğunun sınırları x-eksenine göre belirledikleri ve yine %42'sinin bu yüzden taralı bölgenin alanını yanlış hesapladıkları belirlenmiştir. Çözümde y-eksenini kullanan adayların daha başarılı olduğu bulgularına ulaşılmıştır.

4.3.6 Matematik Öğretmen Adaylarının Temsil Dönüşüm Başarı Düzeylerinin Belirlenmesi

Her bir problem türü için, problem çözme başarıları ele alınan öğretmen adaylarının temsil dönüşüm başarılarına göre sınıflandırılmasına ihtiyaç duyulmuştur. Bu bağlamda, doğru çözümler iki, kısmi çözümler bir, yanlış çözümler ise sıfır puan olarak değerlendirilmiştir. Uygulanan TTDT’nde alınabilecek en yüksek puan 18, en düşük puanın 0 olup öğretmen adaylarının problem çözme başarı puanlarının bu aralıkta değiştiği görülmüştür. TTDT’nde her bir öğretmen adayı için hesaplanan problem çözme başarı puanları öğretmen adaylarının temsil dönüşüm başarılarını belirlemeye yönelik kullanılmıştır. Bu bağlamda TTDT’ndeki maksimum ve minimum puanlar dikkate alınarak, ortalamaya bir standart sapma puan eklenmesi ve çıkartılması yoluyla üç gruptan oluşan bir sınıflama yapılmıştır. Ortalamaya eklenen bir standart puan ile (12,77); 13 ve üzeri puana sahip öğretmen adayları “Temsil Dönüşüm Becerisi Yüksek (TDBY, ortalamadan bir standart puanın çıkarılması ile (7,17); 7 ve 7’nin altındaki puana sahip adaylar ise “Temsil Dönüşüm Becerisi Düşük (TDBD)” öğretmen adayları olarak kodlanmıştır. Cevaplanan PUGT sonucunda 8 ile 12 arasında puanı bulunan adaylar ise “Temsil Dönüşüm Becerisi Orta Düzeydeki (TDBO) öğretmen adayları olarak adlandırılmış ve kodlanmıştır. TTDT’ne verdikleri cevaplar doğrultusunda öğretmen adaylarının %15,6’sının TDBY; %68,8’inin TDBO ve %15,6’sının TDBD olduğu bulgularına rastlanılmıştır. Öğretmen adaylarının başarı yüzdeleri ile ilgili istatistiği içeren Tablo 26’ya yer verilmiştir. Temsil dönüşüm becerisi, temsil içi ve temsiller arası dönüşüm gereken problemlere verilen cevaplar dikkate alınarak belirlenmiştir.

Tablo 26

Öğretmen adaylarının temsil dönüşüm başarılarına göre sınıflandırılması

TDBY		TDBO		TDBD	
Kişi Sayısı	Yüzde (%)	Kişi Sayısı	Yüzde (%)	Kişi Sayısı	Yüzde (%)
7	15,6	31	68,8	7	15,6

Bu bağlamda yüksek temsil dönüşüm becerisine sahip öğretmen adayları, tüm öğretmen adaylarının %15,6’sını oluşturduğu, bunun yanında düşük düzeyde temsil dönüşüm

becerisine sahip öğretmen adaylarının, yüksek olanlar ile aynı yüzdeye sahip olduğu sonuçlarına ulaşılmıştır. Ortalama puanın 9,97 olduğu düşünülürse, adayların büyük çoğunluğunun temsil dönüşüm becerisi gerektiren problemlerde zorlandıkları söylenebilir. Çalışma gurubundaki öğretmen adaylarının yarısından fazlası, problemlerin yarısından fazlasını yanlış ya da kısmi olarak cevaplamıştır.

Tablo 27

TTDT’ne verilen cevapların puan ortalamaları ve özellikleri

	Minimum	Maksimum	Ortalama	Standart Sapma
TTDT problem çözme başarısı	3	16	9,97	2,80

En düşük puan türünün üç en sık rastlanılan puan türünün dokuz olduğu TTDT’nin başarı puanları, öğretmen adaylarının temsil dönüşüm becerilerin düşük olduğu konusunda fikir verebilir.

4.4 MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ TEMSİL DÖNÜŞÜM BAŞARILARI İLE UZAMSAL GÖRSELLEME YETENEĞİ VE AKADEMİK BAŞARILARI ARASINDAKİ İLİŞKİNİN BELİRLENMESİ

Araştırmanın temelde cevap aradığı sorulardan biri olan matematik öğretmen adaylarının temsil dönüşüm başarıları ile uzamsal görselleme yeteneği ve akademik başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi problemi, parametrik olmayan durumlar üzerinde gerçekleştiğinden, Spearman korelasyon ile aradaki ilişkinin belirlenmesi gereği duyulmuştur. Bu bağlamda, temsil dönüşüm başarısına göre üç, uzamsal görselleme yeteneğine göre üç ve akademik başarılarına göre üç gruba ayrılan katılımcılar, yer aldıkları gruba göre birer rakamla kodlanmışlardır. Veriler bir istatistiksel paket programı yardımıyla çözümlenmiş ve Spearman korelasyonuna bakılarak aradaki ilişkinin düzeyi, anlamlılık derecesi ve yönü belirlenmeye çalışılmıştır. Verilerden Tablo 28’de yer alan sonuçlar elde edilmiştir. Tablo 28’de betimlenen bulgular, uzamsal görselleme becerisi ile temsil dönüşüm başarısı arasında pozitif yönde orta düzeyde anlamlı ilişkiler olduğunu göstermektedir ($r=0,58$).

Yine Tablo 28 yoluyla da görüleceği gibi çalışma verileri temsil dönüşüm başarıları ile akademik başarı arasında da pozitif yönde yüksek düzeyde anlamlı ilişkiler olduğunu ve bu ilişkinin uzamsal görselleme becerisinden daha yüksek olduğunu göstermektedir ($r=0,72$). Bu bağlamda, uzamsal görselleme becerisinin, temsil dönüşüm başarısını etkilediği, temsil dönüşüm başarısının da akademik başarıyı etkilediği sonucu çıkarılabilir. Bu ilişkiler ile ilgili ayrıntılı analizlere bir sonraki kısımda yer verilecektir.

Tablo 28

Temsil dönüşüm başarıları ile uzamsal görselleme yeteneği ve akademik başarı arasındaki korelasyonun incelenmesi

	Temsil Dönüşüm Başarısı	Uzamsal Görselleme Becerisi	Belirli İntegral Yeterlikleri
Temsil Dönüşüm Başarısı	1	0,583**	0,726**
Uzamsal Görselleme Becerisi	0,583**.	1	0,684**.
Belirli İntegral Yeterlikleri	0,726**	0,684**	1

Araştırma soruları arasında yer almasa da uzamsal görselleme becerisi ile akademik başarı arasında da güçlüye yakın orta düzeyde pozitif yönde anlamlı ilişkiler olduğu bulgularına veri toplama araçlarına verilen cevaplar doğrultusunda ulaşılmıştır.

4.4.1 Belirli İntegral Problemlerini Çözme Sürecinde, Kullanılan Temsillerin ve Temsil Dönüşüm Başarılarının, Uzamsal Görselleme Bağlamında Değerlendirilmesi

Öğretmen adaylarının belirli integral problemlerini çözme sürecinde, kullandıkları temsiller ile uzamsal görselleme yeteneği arasındaki ilişkinin incelenmesi, çalışmanın cevap aradığı sorulardan biridir. Bu bağlamda, PUGT’ne verilen cevaplar doğrultusunda yapılan sınıflama ile TTDT’nin bulguları kıyaslanmıştır. Bu kıyaslama iki düzeyde yapılmıştır. Öncelikle, uzamsal görselleme yeteneğinin belirli integral problemleri çözümünde kullanılan temsillere etkisi incelenmiş, ikinci olarak, uzamsal görselleme yeteneğinin, temsil dönüşüm başarısına etkisi her katılımcı için incelenmiştir. Uzamsal görselleme yeteneğinin belirli integral problemleri çözümünde kullanılan temsillere

etkisi incelenirken, her bir kişinin TTDT çözümünde kullandıkları temsiller belirlenmiş ve bulundukları uzamsal görselleme grubuna göre değerlendirilmiştir.

Uzamsal görselleme yeteneği bağlamında “*yüksek, orta, düşük*” uzamsal görselleme yeteneğine sahip öğretmen adayları diye üç gruba ayrılan adayların her birinin TTDT’ne verdikleri cevaplar analiz edildiğinde UGBY adayların %34’ünün cebir temsili kullandıkları görülmüştür. Bunu %27 ile iki temsili bir arada kullanan adaylar ve grafik temsili kullanan adaylar (%20) takip etmektedir. UGBY adaylarının en az yararlandığı temsil türünün nümerik temsil olması dikkat çekicidir. UGBO düzeydeki adayların, baskın olarak cebir temsillerini kullandıkları, bunu, sırasıyla grafik ve karma temsillerin takip ettiği görülmüştür. En az kullanılan temsil türünü yine nümerik temsil (%14) olmuştur. PUGT’ne verilen cevaplar doğrultusunda, uzamsal görselleme becerisinin düşük olduğu gruba dâhil olan adayların da baskın olarak cebir temsillerini kullandığı ve bunu, sırasıyla karma ve grafik temsillerinin takip ettiği bulgularına ulaşılmıştır. Tüm sonuçlar düşünüldüğünde uzamsal görselleme becerisi ile kullanılan temsil türü arasında cebir temsilleri yönüyle, anlamlı farklılıklar bulunmuştur. Uzamsal görselleme becerisi arttıkça cebir temsili kullanma yüzdesinin azaldığı bulgularına ulaşılan araştırmada, ayrıca karma temsillerin kullanılma sıklığıyla uzamsal görselleme becerisinin orantılı olduğu görülmektedir. Karma temsili en sık kullanan grubun UGBY öğretmen adayları olduğu en az kullananların ise UGBD grubunun olduğu görülmektedir.

Uzamsal görselleme becerisiyle, grafik temsili kullanımı arasında doğrudan bir ilişki görülüyor olmasına rağmen, karma temsil grubunda en çok grafik temsilleri ile diğer temsiller ilişkilendirildiğinden, uzamsal görselleme becerisinin yükselmesi grafik temsili kullanılma sıklığını arttırmıştır. Grafik temsillerinden en az yararlanan grubun UGBD olduğu belirlenmiştir. Nümerik temsilden en çok yararlanan grubun UGBD öğretmen adayları olması dikkat çekicidir. UGBD olan öğretmen adaylarının yarısından fazlası, belirli integral problemleri çözümünde cebir temsili kullanmayı tercih ederken, bu oran uzamsal görselleme becerisi yükseldikçe azalmaktadır. Grafik temsillerini en çok kullanan katılımcıların UGBO olan öğretmen adayları olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Tablo 29

Uzamsal görselleme becerisi ile kullanılan temsiller arasındaki ilişkinin incelenmesi

%	Nümerik	Grafik	Cebir	Karma
UGBY	11	20	34	27
UGBO	14	23	46	17
UGBD	16	16	53	15

İkinci sınıflama, uzamsal görselleme becerisinin temsil dönüşüm başarısına etkisiyle ilgilidir. Uzamsal görselleme becerisine göre üç gruba ayrılan katılımcılar, temsil dönüşüm başarıları bağlamında da üç grup altında toplanmıştır. UGBY, UGBO, UGBD gruplarında yer alan her bir öğretmen adayının belirli integral konusundaki temsil dönüşüm becerileri değerlendirilmiş ve betimsel olarak Tablo 29’da sunulmuştur. Yüksek uzamsal görselleme becerisine sahip adayların büyük bir bölümünün, temsil dönüşüm becerisi yönüyle kısmi başarılı olduğu, %40’ının yüksek temsil dönüşüm becerisine sahip olduğu tablo yardımıyla görülmektedir. UGBO olan öğretmen adaylarının TTDT’ne verdikleri cevaplar yönüyle, başarısız olduğu (%45); temsil dönüşüm başarısının (%22), UGBY olan adaylara göre daha düşük olduğu görülmektedir. En dikkat çeken sonuçlardan biri, UGBD olan öğretmen adaylarıyla ilgilidir. UGBD adaylarda, temsil dönüşüm becerisi yüksek adaya rastlanılmazken, temsil dönüşümünde başarısız olan aday yüzdesi (%62) dikkat çekmektedir. Uzamsal görselleme becerisiyle, temsil dönüşüm başarısı arasındaki ilişki incelendiğinde, uzamsal görselleme becerisi daha düşük olan gruplarda temsil dönüşüm başarılarının da azaldığı görülmektedir. PUGT’ne verilen doğru cevaplar ile TTDT’ndeki problem çözme başarısı arasında doğrusal bir ilişki olduğu görülmektedir. Düşük düzeyde temsil dönüşüm başarısına sahip olan katılımcılara, UGBD olan grupta daha fazla rastlanıldığı görülmektedir. Uzamsal görselleme becerisinin arttıkça, temsil dönüşümünde başarısız olan aday yüzdesinin azaldığı, çalışmadaki bir diğer sonuçtur. Genel sonuçlar, TTDT’nde öğretmen adaylarının büyük bir bölümünün kısmen başarılı ya da başarısız olduğunu göstermektedir. Yukarıdaki bulgular TTDT’ne verilen cevaplar ile uzamsal görselleme becerisi arasında anlamlı ilişkiler olduğu sonucunu doğrulamaktadır.

Tablo 30

Uzamsal görselleme becerisi ile temsil dönüşüm başarısı arasındaki ilişkinin incelenmesi

(%)	TDBY	TDBO	TDBD
UGBY	40	50	10
UGBO	22	33	45
UGBD	-	38	62

İkinci araştırma sorusuna yönelik tüm bulgular incelendiğinde, aşağıdaki sonuçlara ulaşılabilir. Uzamsal görselleme becerisi yönüyle adayların büyük bir kısmının UGBO olan grupta olduğu bilinmektedir. Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının %26,9'u hem orta düzeyde uzamsal görselleme becerisine sahiptir, hem de cebir temsili kullanmaktadır. Bu bağlamda en çok tercih edilen temsillerden biri olan cebir temsili, problem çözme başarısını beraberinde getirememiştir. TTDT çözümündeki temsil dönüşüm başarısızlığının büyük bir bölümü, adayların temsiller arası dönüşüm becerisi gerektiren sorularda, tek temsil kullanarak sonuca ulaşma isteği kaynaklıdır. UGBY olan grupta yer alan adayların, en çok cebir temsili kullanmakla birlikte, karma temsilleri de sıkça kullandıkları görülmektedir. İki temsili bir arada kullanabilen adayların, temsiller arası dönüşüm gerektiren sorularda başarılı oldukları görülmektedir. UGBO olan adayların temsil dönüşümde başarısız olmalarının bir diğer nedeni olarak, nümerik temsil gerektiren problemleri yorumlamada problem yaşamaları gösterilebilir. UGBD adayların en çok zorlandıkları problem türü cebirden grafiğe geçiş gerektiren sorular iken, en kolay çözdükleri problem türü, ise cebirden cebire geçiş gerektiren sorulardır. Uzamsal yeteneği düşük adaylar, nümerik yorum gerektiren problemlerde, UGBO olan adaylara göre daha başarılı olmuş, bu bağlamda en başarılı grup ise UGBY adaylar olmuştur. Grafikselsel yorum gerektiren problemlerde iki temsili bir arada kullanan Yüksek uzamsal görselleme becerisine sahip adayların, orta düzeydeki uzamsal görselleme becerisine sahip adaylara göre birkaç puan daha başarılı olduğu görülmektedir. Bunun yanında düşük uzamsal görselleme becerisine sahip adayların, grafikselsel yorum gerektiren sorularda dahi, cebir temsillerini kullanma eğilimleri problem çözümünde başarısızlığı beraberinde getirmiştir. Cebir temsili kullanımını gerektiren sorulardaki başarı yüzdesi yönüyle UGBO olan adaylar daha başarılıyken,

tablo yorumlama ve Riemann anlamında integralden yararlanma sorularında en başarılı olan grup UGBY öğretmen adaylarının oluşturduğu grup olmuştur. UGBY olan öğretmen adayları, grafik ya da nümerik temsil gerektiren sorularda, karma temsilleri kullanarak doğru çözümlere ulaşmışlardır.

4.4.2 Belirli İntegral Problemlerini Çözme Sürecinde, Kullanılan Temsillerin ve Temsil Dönüşüm Başarılarının Akademik Başarı Bağlamında Değerlendirilmesi

Akademik başarısı yüksek olan adayların daha çok cebir temsillerini kullandıkları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının belirli integral problemlerini çözme sürecinde, kullandıkları temsiller ile akademik başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi, çalışmanın cevap aradığı bir diğer sorudur. Bu bağlamda BİYT'ne verilen cevaplar doğrultusunda yapılan sınıflama ile TTDT'nin bulguları kıyaslanmıştır. Bu kıyaslama iki düzeyde yapılmıştır. Öncelikle, belirli integral kavramına yönelik akademik başarı ile problem çözümünde kullanılan temsiller arasındaki ilişkiler belirlenmeye çalışılmış, ikinci olarak, her katılımcı için temsil dönüşüm becerisinin akademik başarıya etkisi incelenmiştir. Belirli integral problemleri çözümünde kullanılan temsillerin akademik başarıya etkisi incelenirken, her bir kişinin TTDT çözümünde kullandıkları temsiller belirlenmiş ve bulundukları akademik başarı grubuna göre değerlendirilmiştir. Katılımcıların belirli integral konusundaki akademik başarıları, kavram bilgisi ve işlem becerisi alt boyutlarındaki başarıları üzerinden değerlendirildiğinden her bir alt boyut ile TTDT verileri analiz edilmiştir. Bu bağlamda kavram bilgisi, işlem becerisi ve genel başarı alt başlıkları altında incelenen akademik başarı kendi içerisinde de yüksek, orta, düşük düzeyde akademik başarılılar diye üç gruba ayrılmıştır. Bu grupta ve her bir gruptaki katılımcı yüzdelere ilişkin bilgilere BİYT analizi bölümünde yer verilmiştir.

Kavram bilgilerine göre, YDAB, ODAB, DDAB öğretmen adayları diye üç gruba ayrılan katılımcıların her birinin, TTDT'ne verdikleri cevaplar analiz edildiğinde YDAB öğretmen adaylarının %39'unun cebir temsilini kullandıkları, bunu, sırasıyla nümerik ve karma temsillerin takip ettiği Tablo 31 yardımıyla görülmektedir. Akademik başarı düzeyi azaldıkça, cebir temsili kullanımının arttığını ifade eden bulgular, orta ve düşük düzeyde akademik başarılı adayların nümerik temsillerden daha az yararlandığını

göstermektedir. Akademik başarı düşüğüyle, tek tip temsil kullanma eğiliminin yükseldiğı görölmektedir. Katılımcıların büyük bir bölümü ODAB olup, cebir temsilini kullanmaktadır.

Tablo 31

Adayların kavram bilgi düzeylerine göre kullandıkları temsillerin incelenmesi

Kavram Bilgisi (%)	Nümerik	Grafik	Cebir	Karma
YDAB	25,7	13,4	39	21,9
ODAB	11,9	22,6	46,6	18,8
DDAB	14,1	16,5	49,4	20

İşlem bilgilerine göre, YDAB, ODAB, DDAB öğretmen adayları diye üç gruba ayrılan katılımcıların her birinin, TTDT’ne verdikleri cevaplar analiz edildiğinde YDAB öğretmen adaylarının %49,2’sinin cebir temsilini kullandıkları, bunu sırasıyla, nümerik ve grafik temsillerinin takip ettiğı Tablo 32’den görölmektedir. İşlem bilgisine göre yapılan analizler, akademik başarı seviyesinin azaldıkça, cebir temsilinin kullanılma oranının da azaldığını göstermektedir. Akademik başarı ile karma temsil kullanımının da ters orantılı olduğı sonucuna varılmıştır. Katılımcıların büyük bir bölümü ODAB olup, cebir temsilini kullanmaktadırlar. Ayrıca akademik başarının azalmasıyla farklı temsillerden yararlanma sıklığının arttığı görölmektedir.

Tablo 32

Adayların işlem becerilerine göre kullandıkları temsillerin incelenmesi

İşlem Becerisi (%)	Nümerik	Grafik	Cebir	Karma
YDAB	22.4	14.9	49.2	13.4
ODAB	12.7	18.3	48.1	20.9
DDAB	13.1	24.6	41	21.3

BİYT’ne verilen tüm cevaplar analiz edildiğinde, katılımcılar YDAB, ODAB, DDAB öğretmen adayları diye üç gruba ayrılmışlardır. Her bir grupta yer alan öğretmen adaylarının, TTDT’ne verdikleri cevaplar ile kullandıkları temsiller analiz edildiğinde YDAB’lıların en çok, cebir temsillerinden yararlandığı, yalnız bu oranın orta ve düşük akademik başarılılara göre, daha düşük olduğı Tablo 33’den görölmektedir. YDAB öğretmen adaylarının %25,2 oranında karma temsillerden yararlandıklarını gösteren

bulgular, karma temsil kullanma oranının akademik başarıya göre azaldığı bulgularına dikkat çekmektedir. Akademik başarı ile grafik ve cebir temsilleri arasında ters bir ilişki, nümerik ve karma temsiller arasında doğrusal bir ilişki olduğu belirlenmiştir. DDAB adaylar en çok cebir temsillerinden yararlanırken, en az nümerik temsil kullandıkları görülmektedir.

Tablo 33

Adayların genel akademik başarılarına göre kullandıkları temsillerin incelenmesi

Genel Başarı (%) (Akademik Başarı)	Nümerik	Grafik	Cebir	Karma
YDAB	18,3	14,7	41,8	25,2
ODAB	13,7	19,4	49,7	17,1
DDAB	11,5	21,8	50,9	15,8

İkinci sınıflama, temsil dönüşüm becerisinin akademik başarıya etkisiyle ilgilidir. Bu bağlamda temsil dönüşüm becerisine göre üç gruba ayrılan katılımcılar, belirli integral konusundaki akademik başarılarına göre de üç grup altında toplanmışlardır. TTDT’ne verilen cevaplar doğrultusunda, TDBY, TDBO, TDBD gruplarında yer alan her bir öğretmen adayının, BİYT’ne verdikleri cevaplar doğrultusunda belirli integral konusundaki akademik başarıları değerlendirilmiş ve betimsel olarak Tablo 34’te de sunulmuştur. Sonuçlar, temsil dönüşüm becerisi yüksek olan öğretmen adaylarının akademik başarılarının da yüksek olduğunu, temsil dönüşümde başarısız öğretmen adaylarının düşük düzeyde akademik başarıya sahip olduklarını göstermektedir. Katılımcıların büyük bir bölümü temsil dönüşümünde kısmi başarılı ve orta düzeyde akademik başarılıdır. TDBY olan öğretmen adaylarının yarısından fazlasının YDAB lıdır (%57). Yüksek düzeyde akademik başarılı adaylar grubunda, temsil dönüşümü yönüyle başarısız adaya rastlanılmazken, düşük düzeyde akademik başarıya sahip adaylar grubunda, temsil dönüşümünde başarılı olan tek bir aday olması dikkat çekmektedir. Bulgular, genel olarak ifade edilecek olursa; öğretmen adaylarının temsil dönüşüm başarıları ile akademik başarıları arasında pozitif yönde bir ilişki vardır. Adayların belirli integral performanslarının/yeterliklerinin arttırılması sürecinde temsil kullanma becerileri önemli bir yere sahiptir. Temsil dönüşüm becerilerinin arttırılması ile akademik başarı artışı paralellik göstermektedir.

Tablo 34

Temsil dönüşüm başarıları ile akademik başarı arasındaki ilişkinin incelenmesi

%	YDAB	ODAB	DDAB
TDBY	57	29	14
TDBO	19	68	13
TDBD	-	57	43

Belirli integral konusundaki yeterliklerin alt boyutlarının da temsil dönüşüm başarıları ile ilişkisine bakılmıştır. Parametrik olmayan durumlar üzerinde çalışıldığından, aradaki ilişki düzeyinin belirlenmesi için Spearman korelasyonu yapmaya gerek duyulmuştur. Temsil dönüşüm başarıları ile belirli integral konusundaki kavramsal bilgi arasında yüksek düzeyde pozitif yönde anlamlı ilişkiler olduğu, temsil dönüşüm başarıları ile belirli integral konusundaki işlemsel beceri arasında orta düzeyde pozitif yönde anlamlı ilişkiler olduğu bulguları ile karşılaştırılmıştır. Sonuçlar, temsil dönüşüm başarıları yüksek olan adayların, kavramsal bilgilerinin de yüksek olduğunu gösterirken, temsil dönüşüm başarılarının yüksekliğinin işlemsel beceriyi de etkilediği, yalnız bunun kavramsal bilgiden daha düşük olduğunu göstermektedir.

Tablo 35

Temsil dönüşüm başarıları ile akademik başarı arasındaki korelasyonun incelenmesi

	Temsil Dönüşüm Başarısı	Kavramsal Bilgi	İşlemsel Beceri
Temsil Dönüşüm Başarısı	1	0,79**	0,63**
Kavramsal Bilgi	0,79**	1	0,72**
İşlemsel Beceri	0,63**	0,72**	1

(** 0,01 düzeyinde anlamlı ilişki, n=45)

Araştırma soruları arasında yer almasa da kavramsal bilgi ile işlemsel becerileri arasında da pozitif yönde anlamlı ilişkiler olduğu bulgularına ulaşılmıştır.

4.5 GÖRÜŞMELER

Amaçlı örneklem yöntemiyle belirlenen altı öğretmen adayı ile yapılan görüşmeler sonunda, katılımcıların belirli integral kavramına yönelik yaklaşımları değerlendirilmiştir. Görüşme yapmak üzere seçilen adayların, uzamsal görselleme yeteneği, akademik başarı ve temsil dönüşüm becerisi yönüyle farklı düzeylerde olunmasına özen gösterilmiştir. Bu amaca yönelik olarak kasıtlı örnekleme yoluna gidilmiştir. Adayların seçiminde, ölçüt olarak alınan beceriler ve her bir adayın seviyesi ile ilgili bilgileri içeren Tablo 36'ya aşağıda yer verilmiştir.

Altı farklı aday ile yapılan görüşmelerde üç farklı durum üzerinde yoğunlaşmıştır. Bunlardan; uzamsal görselleme becerisi, akademik başarısı, temsil dönüşüm becerisi düşük olan aday Ö1; yüksek olan aday Ö2 olarak kodlanmıştır. Ö3 adayının ise uzamsal görselleme becerisi yüksek, akademik başarısı orta, temsil dönüşüm becerisi ise orta düzeydedir. Ö3 adayı belirli integral konusuna yönelik tanım bilgisi yönüyle düşük düzeyde akademik başarılı iken, işlem becerisi yönüyle yüksek düzeyde akademik başarılıdır. Ö1 adayı tanım bilgisi ve işlem becerisi yönüyle düşük, Ö2 adayı yüksek düzeyde akademik başarılıdır.

Tablo 36

Görüşmeye seçilen adayların puanları

Aday	Uzamsal Görselleme Becerisi (PUGT Puanı)	Akademik Başarı (BİYT Puanı)	Temsil Dönüşüm Başarısı (TTDT Puanı)
Ö1	Ahmet	10	44
	Ebru	9	42
Ö2	Emrah	30	80
	Ayşe	28	82
Ö3	Mehmet	27	66
	Yıldız	24	57

Bu kodların her birinde, aynı becerilere sahip iki öğretmen adayı ile görüşmelerde bulunulmuşken, veri analizinde her ikisinin ortak cevapları dikkate alınmıştır. Ö1 adayı, cebir temsillerini baskın olarak kullanırken (%70), Ö2 adayı, tüm temsillerden belirli oranlarda yararlanmakla birlikte karma temsilleri daha çok kullanmaktadır. Ö3

adayı, cebir temsillerini daha çok kullanmakta, bunu, grafik temsilleri takip etmektedir. Ö3 adayı, karma temsilleri sadece grafik ve cebir temsilleri arasındaki dönüşüm sürecinde kullanmaktadır. Araştırmacı: A, Öğretmen adayı-1: Ö1, Öğretmen adayı-2: Ö2 ve Öğretmen adayı-3: Ö3 olarak kodlanmış ve görüşme sorularına Ek-4'te yer verilmiştir. Süreci derinlemesine analiz edebilmek için yapılan görüşmelerde ayrıca bazı problemler tekrar çözdürülerek, kâğıt üzerindeki çözüm sürecinde gözlemlenemeyen bazı becerilere, adayların, gerçekte sahip olup olmadıkları anlaşılmaya çalışılmıştır. Veri kaybını asgariye indirmek için, görüşmeler, video kamera ile kaydedilmiştir.

Öncelikle Analiz dersinin içeriği ve ders notları analizi ile ilgili görüşmeler yapılmıştır. Bu bağlamda dersi veren öğretim üyesinin bu ders kapsamında yapmış olduğu dönemlik plan incelenmiş, öğretim üyesi ve öğretmen adayları ile dersin hedef davranışları doğrultusunda görüşmelerde bulunulmuştur. Analiz II dersi kapsamında alınan belirli integral konusunun ders içerikleri ile ilgili ayrıntılı bilgiye “Katılımcılar” başlığı altında yer verilmiştir. Ayrıca görüşmeye katılan adayların defter içerikleri analiz edilmiştir. Defter tutmayan adayların oldukça fazla olduğu, adayların büyük bölümünün arkadaşlarının notlarından faydalandıkları belirlenmiştir. Ders notları analizinde, yapılan öğretimin cebirsel ağırlıklı olduğu, günlük hayat uygulamalarından yararlanılmadığı, konuların “*Tanım-Teorem-İspat-Uygulamalar ve Test*” şeklinde işlendiği bulgularına ulaşılmıştır.

Görüşmelerde en genel olarak aşağıdaki sorulara yer verilmiş, yalnız, yarı yapılandırılmış görüşmenin doğası gereği her bir görüşme süreci içerisinde farklı sorular ortaya çıkmıştır. Öğretmen adaylarının belirli integral kavramına yönelik kavram tanımları, kavram imajları, çoklu temsil bilgileri ve temsil kullanma becerileri değerlendirilmeye çalışılmıştır.

4.5.1 Kavram Tanımı-İmajı:

Öğretmen adaylarından belirli integralin matematiksel tanımını yapmaları istenmiştir. Adayların bu soruya verdikleri yanıtlar aşağıdaki gibidir.

A: Belirli integrali tanımlayabilir misiniz?

Ö1: Şimdi tanım olarak direkt ifade edemeyebilirim... Şey, belirli yani sınırlandırılmış alan demek.

Matematiksel tanımını ifade edebilir misiniz?

Ö1: Onu doğrudan hatırlayamayacağım... Yalnız bir teoreme göre açıklıyorduk galiba.

A: Belirli integrali tanımlayabilir misiniz?

Ö2: Belirsiz integralde sınırların yerine yazılmasıdır; Rieman toplamı yoluyla yapılan tanımları da mevcuttur. Ben, genelde, şeklindeki tanımını biliyorum,

A: Bu gösterimden ne anlıyorsun

Ö2: Buradan yola çıkarak birikimli toplamlara ulaşabiliyorum. Yani Δx_i derken aslında $(x_2 - x_1)$ şeklindeki parçalanışların bu parçaya ait yükseklik ile çarpılarak toplamlara ulaşmayı anlıyorum

A: Belirli integrali tanımlayabilir misiniz? (Matematiksel tanım)

Ö3: Sınırları belirli olan integral, ya da, alan hesaplamamıza yarayan integral.

A: Matematiksel tanımını ifade edebilir misin?

Ö3: Belki Riemann anlamında düşünebilirim.

A: Evet, nasıl tanımlayabilirsin?

Ö3: Öncelikle bir eğri çizerim.

Ö3 eksenler üzerinde bir eğri çizer ve bunu dikdörtgenlere ayırır.

Ö3: Daha sonra, bu eğri altında kalan alanı dikdörtgenler toplamı yoluyla ifade edebilirim. Bunların alt dikdörtgen ve üst dikdörtgen toplamı diye yaklaşımları mevcuttu. Sanırım bu tanımın delta, limitli bir gösterimi vardı ve sonsuz toplamaların limiti şeklinde yazılıyordu.

Araştırmacının da yardımıyla;

Ö3: $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n [f(x_i) \Delta x_i]$ şeklindedir.

Uzamsal yeteneği ve akademik başarısı düşük olan 1 numaralı öğretmen adayı, belirli integralin tanımını kavram imajları ile açıklamaya çalışırken, bu beceriler yönüyle başarılı olan 2 numaralı adayın kavram tanımını, Riemann toplamı yardımıyla açıkladığı görülmektedir. Buna karşın, 3 numaralı aday grafiklerden yararlanarak, araştırmacının verdiği ipuçları doğrultusunda kavram tanımına ulaşabilmiştir.

Kavram tanımından sonra, öğretmen adaylarının belirli integral'e yüklediği anlamları, kavram imajlarını belirlemek üzere, sırasıyla aşağıdaki sorular sorulmuş ve görüşme yanıtları örneklendirilmiştir.

A: Belirli integral sizin için ne anlama geliyor?

Ö1: Eğri altında kalan alandır bence,

Ö2: Benim için değişimler toplamı anlamının dışında, eğri altında kalan alan tanımı da mevcuttur. Zaten Riemann toplamı yoluyla da eğri altında kalan alana ulaşıyoruz, yani bunlar birbirini tamamlıyor.

Ö3: Eğri altında kalan alanı bulmamıza yarayan işlemsel bir yapı.

A:peki $\int_a^b f(x)dx$ gösteriminden ne anlıyorsunuz?

Ö1: Doğrudan matematiksel işlemlerini alabileceğim bir yapı geliyor aklıma, buna baktığımda ya da bir testin herhangi bir kısmında bu türden bir soru ile karşılaştığımda, $f(x)$ eğrisi altında kalan alan gelmiyor aklıma, bu gösterimin devamı, yani soru formatı önemli benim için. Direkt matematiksel bir ikon gibi yorumluyorum.

Ö2: a, b aralığında tanımlanan $f(x)$ fonksiyonunun bu aralıkta alacağı yaklaşık değer olabilir. Bunun dışında $x=a$ ve $x=b$ doğruları ile $y=f(x)$ doğrusunun sınırladığı bölge olarak da düşünülebilir.

Ö3: Bir $f(x)$ fonksiyonu ile $x=a$ ve $x=b$ doğruları arasında kalan alan demektir.

Kavram imajlarına yönelik cevaplar, uzamsal görselleme ve akademik başarı becerilerine göre farklılaşmamıştır. Ortak yargı, eğri altında kalan alan şeklindedir. Buna karşın, Ö2 nin grafik ve nümerik yaklaşımlar arasında ilişki kurduğu

görülmektedir. Bir başka soru, integralin cebir gösteriminden ne anladıkları ile ilgilidir. Uzamsal görselleme ve akademik başarısı yüksek olan aday, bu gösterimi nümerik olarak yorumlayabilirken; uzamsal görselleme becerisi yüksek, temsil dönüşüm başarısı orta düzeydeki aday, sınırlandırılmış bölgenin alanı şeklinde bir bakışa sahiptir. Ö1 adayının cevabı $\int_a^b f(x)dx$ gösterimini, bir hesaplama aracı olarak gördüğü yönündedir. Belirli integralin hesap yönü üzerinde odaklanan aday $\int_a^b f(x)dx$ işlemini matematiksel bir durum olarak yorumlamaktadır.

Adaylar “Bir integral alma işlemini kaç farklı biçimde ifade edebilirsiniz?” sorusuna;

Ö1: : Geometrik tanımı olduğunu biliyorum.....eğri altında kalan alan ifadesi, bir de Riemann tanımını duymuştum, ama şu anda ifade edecek kadar hatırlamıyorum. Zaten integrali anlamlandırabildiğim tek tanım da eğri altında kalan alan ile ilgili olanı.

Ö2: Eğri altında kalan alan ve birikimli toplamlar, dikdörtgenler toplamı vb. yamuklar kuralı ve Simpson kuralı ile integralin değerini bulma durumları da mevcuttu, alt toplam ve üst toplam yolunda unutmamak gerek.

Ö3: Birkaç tane var aslında duyduğum, bunlardan biri, az önce ifade ettiğim eğri altında kalan alan, bir diğeri Riemann toplamları tanımından gelen sonsuz toplamların limiti, bir de ters türevlenebilen fonksiyonlar denebilir. Benim için alan tanımı daha önce gelmektedir. Çünkü alan hesabıyla integral ilişkisinin süreci somutlaştırdığını düşünüyorum, şeklinde cevaplar vermişlerdir.

Riemann toplamları tanımını Ö1 adayı yapamazken, Ö2 ve Ö3 adayının yapabildiği görülmüştür. Bu soru ile ilgili olarak Ö2 nin cevabı;

Ö2: Riemann toplamları dendiğinde aklıma bir yaklaşım, yaklaşık değer bulma geliyor, dikdörtgenler toplamından faydalananarak belirlenen alana en yakın değeri bulmak gibi bir şey... Ayrıca Riemann toplamlarını, nümerik ve grafik temsillerinin birbiriyle ilişkilendirilmesi için çok iyi bir bağlantı aracı olarak görüyorum. Bunu yanında integralin en iyi somutlaştırılabileceği, anlamının

kavranabileceği durumlar olarak düşünüyorum. Bunu dışında matematiksel tanımı $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n [f(x_i)\Delta x_i]$ 'dir.

A: Dikdörtgenler toplamından faydalanır mısınız?

Ö2: Evet, hacim hesabında faydalandım, taban yarıçapını dx , yüksekliğini dy aldığım geometrik şekillerin hacim hesabında silindir yöntemi, kabuk yöntemi gibi durumlarda, dikdörtgenler toplamı devreye giriyor. Zaten hacim hesabı, alan hesabından farklı olarak dikdörtgenlerin, bir referans eğrisine göre dönme durumun oluşturuyor, şeklinde olmuştur.

Görüşmelerde dikkat çeken bir bulgu da, ters türevlenebilen fonksiyon şeklindeki tanımın işlemsel becerisi yüksek olan Ö3 adayı tarafından yapılmış olmasıdır. Adaylar, integrali anlamlandırabildikleri yaklaşım olarak, eğri altında kalan alan tanımını göstermişlerdir. Ters türevlenebilen fonksiyon imajlarına sahip adaylara Analizin Temel Teoremi 'nin kullanılabilme şartları sorulmuştur. Adaylar fonksiyonun türevlenebilir ve sürekli olması gerektiği düşüncesinde hem fikirken, Ö1, tanımlı veya sınırlı olmayabilir, Ö2, sınırlı olmayabilir, Ö3, kapalı veya sınırlı olmayabilir şeklinde cevaplar vermişlerdir. Bu sorunun uygulamasını sağlamak üzere adaylara ” $\int_{-1}^2 \frac{1}{x^4} dx$ integralini hesaplayınız?” sorusu yöneltilmiştir. Ö1 adayının cevabı incelendiğinde fonksiyonun sürekli olup olmadığına dikkat etmeksizin, verilen fonksiyonun ters türevini alarak, sınırların bulunan değerde yerine yazılmasıyla çözümü gerçekleştirdiği belirlenmiştir. Ö2 “0 noktasında ikiye ayırarak, yakınsaklığını ele alırsak, sonra yakınsaklığından yola çıkarak yaklaşık değer bulabiliriz. Yani $\int_{-1}^0 \frac{1}{x^4} dx + \int_0^2 \frac{1}{x^4} dx$ şeklinde hesaplayabiliriz. Bu fonksiyonun grafiğini çizdiğimizde de sıfır noktasında bu eğrinin kollarının sonsuza gittiğini görebiliriz” şeklinde yorumlamıştır. Ö3 adayının da, Ö1 adayıyla benzer hataya düştüğü, ama grafik çizimini yapması istendiğinde hatasının farkına vardığı görülmüştür.

4.5.2 Problem Çözme Sürecinde Farklı Temsillerden Yararlanma Bilgisi

Yarı yapılandırılmış görüşmelerin en temel amaçlarından biri, katılımcıların problem çözme sürecinde kullandıkları temsillere etki eden durumların derinlemesine analizini

sağlamaktır. Bu bağlamda katılımcıların uzamsal görselleme yeteneğinin farklı temsil kullanma becerilerini etkilediği, temsil dönüşüm başarılarının da belirli integral konusundaki yeterlik ve performansı etkilediği bulguları, görüşmeler ile desteklenmiştir. Uzamsal görselleme yeteneği yüksek adayların, grafik temsilden etkin olarak yararlandıkları, özellikle alan hesabı gerektiren sorularda, şekil çizme ihtiyacı hissettikleri sonuçlarına varılmıştır. Uzamsal görselleme becerisi düşük adaylarda ise, işlem becerisinin gelişmesine karşın, doğru cevaba ulaşma başarılarının düşük olduğu, bunu tek temsil kullanma eğilimlerinin etkilediği belirlenmiştir. Ayrıca, görüşmeler, düşük uzamsal görselleme becerisine sahip adayların farklı temsiller arası dönüşümlerde yükseklerle oranla daha az başarı gösterdikleri yönündedir. Bir diğer sonuç ise, işlem becerisi yüksek, kavram bilgisi düşük olan adayların, uzamsal görselleme becerisi yüksek olsa bile, cebir temsillerini ağırlıklı olarak kullandıklarıyla ilgilidir.

Belirli integral temsil bilgisi ile ilgili olarak, adayların aşağıdaki sorulara cevap vermişlerdir.

A: Belirli integralin nümerik anlamı ne demektir?

Ö1: Bilmiyorum, daha önce de duymadım,

Ö2: Integral hesabının belli adımlar boyunca yaklaşık değerini uygulamak demek.

Ö3: Yaklaşık değer ile hesaba ulaşmak demek galiba,

A: Peki nümerik temsillerden ne zaman yararlanma ihtiyacı hissedersiniz?

Ö1: İki katlı integral hesabında ders hocasının böyle bir şeyden bahsettiğini hatırlıyorum. Mesela, bir ekmeği dilimleyerek tüm ekmeğin yaklaşık miktarını bulmak gibi durumlarda.

Ö2: Bazı problemler mevcuttu. Dikdörtgenler sayısını arttırarak, ya da tablolar halindeki verilerin kullanılması ile eğri altında kalan alana ya da gerçekleşen değişim miktarına en yakın değer bulunmasında yardımcı olur. Yalnız, ben problem tablo halinde verilmişse bile, bunu cebirsel temsillere dönüştürme ihtiyacı hissediyorum, tablolar ile hesap yapmayı, tam değeri bulamayacağıma inandığım için sevmiyorum. Riemann toplamları ile eğri altında kalan alan

arasında bir bağlantı kurulması yönünde bir eğilimim var, ben nümerik temsilleri sadece dikdörtgen olarak yorumlayabiliyor, genellemelere ulaşmak için kullanıyorum.. Desr içeriğinde, tahtaya grafik çiziliyordu veya direkt grafik verilerek çözüme ulaşılmaya çalışılıyordu, ama yetersiz olduğunu düşünüyorum. Ö3: Yaklaşık değer hesabına yönelik sorular ile pek karşılaşmadım. Aslında Simpson kuralı ve Yamuklar kuralı tarzı teoremlerde, integralin en yakın değerinin bulunması amaçlanıyordu, ama orada çeşitli kural ve prosedürler eşliğinde bunu yapıyorduk, tablolardan yararlanma ya da birikimli toplamalar mantığını kullanmamıza gerek kalmıyordu,

Tüm adaylar belirli integralin nümerik tanımını net olarak ifade edemeseler de uzamsal görselleme ve akademik başarı yönüyle, başarılı adayların “birikimli toplamalar, ya da yaklaşık değer hesabı” gibi kısmi cevaplar verdiği gözlenmiştir. Bu bağlamda nümerik yaklaşım bilgisi en düşük olan adayların, kavram bilgisi yönüyle, akademik başarısı en düşük olan adaylar olduğu dikkat çekmiştir.

Belirli integralin geometrik yorumu ya da grafik temsili farkındalığına ilişkin bulgular, öğretmen adaylarının cevaplarına göre aşağıda verilmiştir.

A: Belirli integralin geometrik anlamı ne demektir,

Ö1: Alan hesabı demektir galiba

Ö2: Eğriler arasındaki alan

Ö3: Alan hesabı ve hacim hesabı demektir

A: Grafik temsillerinden ne zaman yararlanma ihtiyacı hissedersiniz?

Ö1: Aslında grafik temsili kullanılmasının çözümü kolaylaştıracağına inanıyorum, ama genelde çözüm için gerekli olduğunu düşünmüyorum ve herhangi bir grafik çizmeden cebirsel yollar ile sonuca ulaşıyorum. Bundan dolayı, özel olarak şu soru da grafik kullanırım diyemeyeceğim,

Ö2: Birçok soruda yararlanma ihtiyacı hissederim, özellikle eğri arasında kalan alan sorularında sınır belirlerken ve nerenin integralini alacağım, hangi denklemleri birbirinden çıkaracağım konusunda bana yol gösterir. Soru geometrik yorum ile ilgili ise mutlaka grafik çizerim

Ö3: Denklem çok karmaşık değilse, alanını hesaplayın diyorsa, grafiğini çizme ihtiyacı hissederim. Özellikle eğri altında kalan alanı bulunuz sorusu önemlidir, bu bağlamda denklemlerin grafiğini görmek, grafikler üzerinden sınırları ve taralı alanı bulmak isterim. Bence parabol bilgisi ya da grafik çizme bilgisi yeterli olan herkes grafik temsilleri ile çözüme ulaşmak ister,

Belirli integralin geometrik yorumunu, görüşmeye katılan tüm adaylar eğri altında kalan alan düşüncesi ile yorumlamıştır. Yalnız, grafik temsilini kullanma gerekliliği konusunda farklı yaklaşımlar mevcuttur. Düşük uzamsal görselleme becerisine sahip adayların grafik temsillerini kullanılması ile ilgili çeşitli yanılgılarının olduğu belirlenmiştir. Problem çözümünde grafik temsillerinden yararlanma ihtiyacı hissetmeyen UGBD adayların, “*grafiğin gerektirdiği şeylerin tamamının cebirsel işlemler ile sağlanabildiği, kendini geliştirmiş matematikçilerin grafiği sağlama maksatlı kullanabileceği*” şeklinde yanılgıları olduğu belirlenmiştir. Bunun yanında, özellikle uzamsal görselleme becerisi yüksek adaylar, alan problemlerini çözme sürecinde, cebir temsilleri ile birlikte grafik temsillerinin de mutlaka kullanılması gerektiğini ifade etmişlerdir. Adaylar, grafik temsillerini çizmek kadar yorumlamanın da önemli olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Adayların verdiği cevaplar, grafiklerin çizilebilir olması durumunda bu temsil türlerinden yararlanılabileceği yönündedir. Bu bağlamda, adayların grafik çizme bilgi ve becerileri de önem taşımaktadır. Özellikle TTDT çözümlerinde karşılaşılan durumlardan biri de denklemlerden grafiklere geçiş sürecinde çizim becerisi yönüyle yaşanan zorluklarla ilgilidir. Bu konuya ilişkin görüşmeye katılan adaylardan, aşağıdaki problemi çözmeleri beklenmiştir.

A: $y=x-3$ ve $y^2 = x - 1$ eğrilerinin sınırladığı bölgenin alanını bulunuz? Aday cevapları;

Ö1: Bu problemi iki farklı şekilde çözebilirim, ikinci denklemde y gördüğüm yere $x-3$ yazabilirim, ya da x gördüğüm yere $y+3$ yazabilirim daha sonra ortaya çıkan ikinci dereceden denklemin köklerini bulurum.

$y = x - 3$, $y^2 = x - 1$ ise
 0 halde y gördüğümüz yere $x - 3$ yazarsak;
 $(x - 3)^2 = x - 1$
 $x^2 - 6x + 9 = x - 1$
 $x^2 - 7x + 10 = 0$
 $-5 \quad -2$
 $(x - 5) \cdot (x - 2) = 0$

0 halde bu integralin üst
 sınırı 5 iken, alt sınırı 2'dir

$$\int_2^5 (x - 3 - \sqrt{x - 1}) dx$$

$$\left(\frac{x^2}{2} - 3x - \frac{2}{3} \sqrt{x - 1}^3 \right) \Big|_2^5$$

$$= \left(\frac{25}{2} - 15 - \frac{2}{3} \sqrt{5 - 1}^3 \right) - \left(2 - 6 - \frac{2}{3} \right)$$

$$= \left(\frac{25}{2} - \frac{14}{6} - \frac{14}{3} \right) = \frac{75 - 66}{6} = \frac{28}{6}$$

$$= -\frac{19}{6} \text{ Alan negatif olmaya -}$$

Sınırlı Bölgenin Alanı = $\frac{19}{6}$

Şekil-7: Ö1 Adayının Problem Çözümü

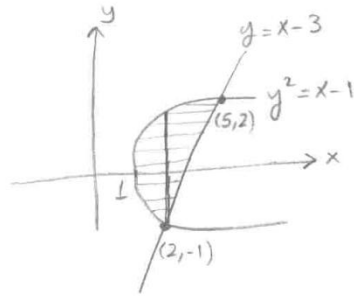
Bu bulduğum kökler benim sınırlarım olur. Yani söylenen eğriler altında kalan alanı $\int_2^5 (x - 3 - \sqrt{x - 1}) dx$ integral işleminin hesabı verir.

Ö1 adayının herhangi bir grafik temsilinden yararlanmaması, sınırları yanlış belirlemesine ve yanlış fonksiyonları birbirinden çıkarmasına neden olmuştur. Ayrıca, adayın negatif alan yorumunun işlemsel düzeyde olduğu, “ sadece bulunduğu alanı eksi ile çarpmasından” çıkarılabilir.

Ö2 öğretmen adayının grafik çizerek problemin doğru çözümüne ulaştığı görülmüştür. Cebir temsillerini sadece kesişim noktalarını bulmaya yarayan bir araç olarak kullanan aday, sınırları y-eksenine göre yazmanın çözümü kolaylaştıracağına farkındadır. Ayrıca, sınır seçme işlemini rastgele değil, bilgileri ölçüsünde gerçekleştirmektedir.

Ö2: Sınırlara x - eksenine göre baktığımda şurada bir problem yaşıyor, eğriden eğriye geldiğini görüyoruz. Bu şekilde bir integral hesabı için şekli iki parçada incelemek gerekir. Yada daha kısa bir çözüm için x - eksenine çektiğim paralellerin, her nokta için doğrudan eğriye kaldığı geçtiği görülüyor, yani sınırları y -eksenine göre belirlersen çözümüne daha kolay ulaşabilirim.

$$y = x - 3 \text{ ve } y^2 = x - 1$$



$$\begin{aligned} \int_{-1}^2 [(y+3) - (y^2+1)] dy &= \left(\frac{y^2}{2} + 3y - \frac{y^3}{3} - y \right) \Big|_{-1}^2 \\ &= \left(\frac{4}{2} + 6 - \frac{8}{3} - 2 \right) - \left(\frac{1}{2} - 3 + \frac{1}{3} + 1 \right) \\ &= \frac{3}{2} + 9 - 3 - 3 \\ &= \frac{9}{2} \end{aligned}$$

Şekil-8: Ö2 Adayının Problem Çözümü

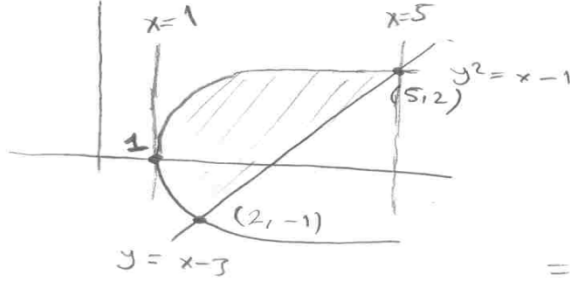
Grafiği çizerek belirli integral problemlerini çözdüğümüzde soru görselleştirildiğinden olacak ki, çözümü daha kolay oluyor, ayrıca canlandırma ve somutlaştırmayı sağlıyor.

Ö3 öğretmen adayının öncelikle verilen denklemleri birbirine eşitleyerek çözüme ulaşmaya çalıştığı, daha sonra eğrilerin grafiklerini çizdiği görülmüştür. İkinci denklemde, y yerine, $x-3$ yazarak denklemleri birbirine eşitleyen aday, eğrilerin kesiştiği noktaları bulmuştur. Grafiği problem çözümünde sağlama yapmak için kullanan aday, grafik çizme becerisine sahipken; grafik bilgisini yorumlama becerisi bağlamında aynı performansı gösterememiştir. “Belirli integral konusunda, sınır belirleme sürecinde yaşanan zorluklar, grafik bilgisini yorumlama becerisi eksikliğinin kaynaklanabilir” şeklinde yorumlanmış; yanlış çözümün nedenleri arasında, grafik temsilinin sadece cebir temsilini destek için kullanılmasının bulunabileceği düşünülmüştür. Öğretmen adayının çözümü ve yorumlarına aşağıda yer verilmiştir.

$y = x - 3$ ile $y^2 = x - 1$ eğrileri arasında kalan alan hesabında y , yerine ikinci denklemde $x - 3$ yazarsak

$$(x - 3)^2 = x - 1 \Rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x_1 = 2 \\ x_2 = 5$$



$$\int_1^5 (\sqrt{x-1} - (x-3)) dx$$

$$= \frac{2}{3} \sqrt{(x-1)^3} - \frac{x^2}{2} + 3x \Big|_1^5 \\ = \frac{16}{3} //$$

Şekil-9: Ö3 Adayının Problem Çözümü

Ö3: Yalnız bu soruda dikkat edilmesi gereken şeylerden biri de sınırlardır. Ben kesişim noktalarını integralin sınırları gibi aldım, ancak az kalsın parabolün tepe noktasını ihmal etmiş olacaktım.

Aday, farkına vardığını düşündüğü hataya başka bir yoldan düşmüştür. Kesişim noktalarının sınır olmadığını, sınırın parabolün tepe noktasından başladığını belirten öğretmen adayına çeşitli sorular yöneltilerek hatasının farkına varılması sağlanmıştır.

A: $\int_2^5 (\sqrt{x-1} - (x-3)) dx$ integrali hesabıyla aslında tam olarak taralı alanı bulmuyoruz; bu sonuç sanki bulmamamız gereken sonuçtan biraz daha küçük

Ö3: hımm....Anladım, alanı daha net görebilmek için kesişim noktalarına göre dikey çizgiler çekmem gerekiyor. Ama aslında sınırları y eksenine göre alsam bu problem ortadan kalkacak gibi.

Bu bağlamda temsil dönüşüm becerisi orta düzeyde olan aday, grafik temsilinden yararlanmasına rağmen, sınır belirleme sürecinde hata yapmıştır. Hiç grafik çizmeden denklemleri birbirine eşitleyerek çözüme kalkışan Ö1 adayı ise, bulduğu yanlış sonucun farkında değildir. Ö2 adayı, hem grafikleri çizmiş hem de y ekseninden yararlandığı için sınır belirlemede problem yaşamamıştır. Bu sonuç bir başka soruyu ortaya çıkarmıştır, “adayların belirli integral sınır belirleme sürecine yönelik görüşleri”. Sınır belirleme

sürecine etki eden durumların derinlemesine analiz edilebilmesi için, katılımcılara aşağıdaki sorular yöneltilmiştir.

A: Sınırları belirleme sürecinde nelere dikkat edersiniz (x , ya da y), y - eksenini kullandığınız olur mu?

Ö1: Çok nadir. x eksenini alışkanlık gibidir. Bugüne kadar çözdüğüm soruların birçoğunda çözüm x eksenini bağlamında yapılmıştı. Özel olarak dikkat etmemizi gerektiren bir durumla karşılaşmadım. Bu yüzden x eksenini tercihimdir, zaten hangisini seçtiğimin bir önemi yok, sonuç aynı olacaktır. Yalnız fonksiyon tipleri de önemli olabilir, hangisine göre daha kolay integral alabileceksem onu tercih ederim.

Ö2: Sınır belirleme sürecinin yaşanması için, bir kere belirli integralin geometrik yorumundan bahsetmek gerekir. Yani alan hesabı yapılacaksa sınır belirleme süreci diye bir durum yaşanır. Ve sınır belirlerken grafiksel temsillerden mutlaka yararlanırım. Alanı hesaplanacak bölgenin en uç noktalarını dikkate alırım. Bundan sonra çektiğim dikey çizgilerin fonksiyonu bir noktada kesmesine dikkat ederim, bu özellik var ise sınırları x -eksenine göre; eğer bu sağlanmıyorsa aynı süreci yatay çizgiler içinde gerçeklemeye çalışırım. Yatay çizgiler, ifade edilen eğrileri tek noktada kesiyorsa sınırlarımı y - eksenine göre belirlerim. Bu biraz da hissetmekle alakalı olabilir, ya da çok soru çözmek de diyebiliriz.

Grafik çizerek direkt gördüğüm şekilde hangisi kolayıma giderse ona göre sınırları belirlerim, öyle x -eksenine göre sınır seçme gibi bir alışkanlık duru filan yok.

Ö3: sınırlara iki adımda ulaşıyorum, öncelikle ifadenin grafiğini çizebiliyorsam çizerim, ardından denklemleri eşitleyip kesişim noktalarına ulaşıyorum ve grafik üzerinde kesişim noktalarının sınırlara eşit olup olmadığını belirlerim. Bunun dışında sınırları belirlerken, $x=3$ noktasını alıyorsam, bunu $x=3$ doğrusu olarak düşünür ve taralı alan diye nitelendirilen kısımda, bu doğrunun eğrilerin ikisini de kesip kesmediğine dikkat ederim.

Akademik başarı ve uzamsal görselleme yeteneği düşük Ö1 adayı, alışkanlıklar gereği x-eksenini kullandığı, integrali alınacak fonksiyonun zorluk derecesine göre y-eksenini de kullandığını ifade ederken, bu beceriler yönüyle yüksek olan Ö2 adayı ise tercihlerini, çizdiği dikdörtgenler ile şekillendirdiğini belirtmektedir. Ö2 adayı çizdiği dikey çizgiler ile oluşturduğu dikdörtgenlerin başlangıç ve bitiş noktalarının farklı eğrilerde olması gerektiğini vurgulamıştır. Ö3 adayı ise grafik temsillerini, sonucu teyit etmek üzere kullandığını belirtmiştir. Gerekli hesaplamaları ve sınır belirleme sürecini cebirsel olarak bulan aday, sınır belirleme sürecine çizdiği doğrular kadar, fonksiyonun türünün de etkilediğini belirtmiştir. Adaylara “denklemler yardımıyla verilen ve alan hesaplanması beklenen problem türlerinde grafik temsilini kullanmak gerekli mi?” sorusu yöneltilmiştir.

Ö1: gerekli değildir, hiç grafik kullanmadan çözüme ulaşılabilir zaten. Ayrıca grafik kullanmanın da zaman kaybı olduğunu düşünüyorum, verileri grafiğe dökmek süreci somutlaştırmak için gerekebilir, ama matematiksel hesaplarda buna çoğu zaman gerek kalmaz.

Ö2: Evet kesinlikle, grafik kullanmadan hesaba yönelik soruları çözemeyeceğime inanıyorum. Bazen hızlı düşünerek, kâğıda yansıtmam da zihnimde görselliyorum. Belki de grafik bilgim iyi olduğundan ve sadece denklemleri kullanarak problemi çözülebileceği yönünde bir bilgim olmadığından grafik temsillerini oldukça fazla kullanıyorum.

Ö3: Evet, denklemlerin mutlaka grafiğini çizmek ve kesişim noktalarını geometrik olarak görebilmek istiyorum. Bunu çoğu zaman cebirsel bulgularımı desteklemek için yaparım. Grafik çizme bilgimin yeterli olduğunu düşünüyorum. Bu yüzden olacak ki, verilenleri grafiğe dökmek bana zevk veriyor. Grafikte verilenler ve benden istenenleri daha rahat görebiliyorum. Bazen grafiğini çizemeyeceğim zorluktaki ifadelerle de karşılaşıyorum. Bu durumda da bildiğim integral kurallarını uygulamakla yetiniyorum. Aslında, cebir temsilleriyle de kesişim noktalarını bulabiliriz ama ben sağlamasını yapmak ve içimi rahat ettirmek için grafik temsillerinden yararlanıyorum. Mesela önceki soruda

kesişim noktaları integralin en büyük ve en küçük sınırları çıkmadı. Doğru çözümün sadece cebir temsili ile sağlandığı sorularda da ben mutlaka ifadenin grafiğini çiziyordum.

Adayların grafik kullanma düşüncülerinin uzamsal görselleme yeteneği ile paralellik gösterdiği belirlenmiştir. Yüksek uzamsal görselleme becerisine sahip adaylar, grafik temsilinin cebir temsili ile ilişkilendirildiği ölçüde çözümün daha kolay sağlanabileceği inancı taşımaktadırlar.

A: Belirli integralin cebirsel anlamı ne demektir,

Ö1: Integralini hesaplayınız türünden sorular demektir.

Ö2: İşlem becerisi gerektiren sorularda yararlanırım, aslında diğer tüm temsilleri kullanırken de cebir temsilleri ile desteklerim.

Ö3: Benim için cebir temsilinin çok bir anlamı yok, komut gibi bir şey, şunu hesaplayınız tarzı sorularda geçerli. Ama grafik temsilini kullansam da hesaplama sürecinin vazgeçilmez aracıdır bence cebir temsilleri.

A: Cebir temsillerinden ne zaman yararlanma ihtiyacı hissedersiniz?

Ö1: En çok yararlandığım belki de tek yararlandığım temsil türüdür. Bir ifadenin denklemi verilmişse onun grafiğini çizmeme gerek kalmıyor, direkt integral işlemlerini uygulayarak sonuca ulaşabiliyorum. Analiz derslerinde de bu temsilin baskın olarak kullanıldığını düşünürsek, bence işlem pratiği ve gerçek matematik için olmazsa olmaz bir temsil türü.

Ö2: En çok, grafik temsillerden, daha sonra cebir temsillerinden yararlanıyorum.

Ö3: Ben cebir ile grafiği ilişkilendirebiliyorum. Nümerik temsiller ile aralarında ilişki var mıdır bilmiyorum. Nümerik temsillerden yararlanma sürecini çok anlamlandırabilmiş değilim, Yani birikimli toplamlar dendiğinde, bana yine eğri altında kalan alan izlenimi uyandırıyor.

Adayların ortak olarak faydalanılması gerektiğine inandıkları ve bir hesap aracı olarak gördükleri temsil türü olan cebir temsillerinin kullanılma biçimlerinde farklılıklar

gözlenmiştir. Ö1 adayı, gerçek matematik için cebir temsillerinin kullanılması gerektiğine inanırken, gerçek matematikle neyi kastediyorsun sorusuna, “*hesap temelli, ileri düzeydeki matematik*” cevabını vermiştir. Ö2 adayı, grafik temsillerine yardımcı olarak işlem becerisi gerektiren sorularda kullanmasının önemi üzerinde dururken, Ö3 adayı bu temsil türünün pratik çözümler sağladığı ve grafik temsilleri ile bir arada kullanıldığında daha işlevsel olduğunu belirtmiştir. Yine tüm adaylar, Analiz derslerindeki başarı için, cebir temsillerinin esnek olarak kullanılması gerektiğine inanmakta ve derslerin bu temsil ağırlığıyla işlendiğine dikkat çekmektedirler.

Adaylardan en çok yararlandıkları temsil türünden en aza yararlandıkları temsil türüne göre bir sıralama istenmiştir. Ö1 ve Ö3 adaylarının sıralaması, cebir, grafik ve nümerik şeklinde olmasına karşın, Ö2 adayı, grafik, cebir ve nümerik temsiller sıralım ilişkisini kurmuştur. Bu noktada, grafik temsillerini en çok kullanan aday Ö3, nümerik temsilleri en çok kullanan aday, kavramsal bilgisi yüksek olan Ö2 no’lu aday iken ve cebir temsillerini en çok kullanan adayın Ö1 olduğu sonucuna, adayların TTDT’ne verdikleri cevaplar doğrultusunda ulaşılmıştır.

Adaylara “farklı temsillerden yararlanmanızın belirli integral problemleri çözümüne katkı sağlayacağını düşünüyor musunuz?” sorusu yöneltildiğinde

Ö1: Şeyy, yani.... vardır herhalde. Herhalde diyorum, çünkü ben pek yararlanmıyorum. Görerek, grafik çizerek çözmek belki daha iyi olacaktır ama hem zaman kaybetmemek, hem de daha rahat sonuca ulaşabilmek için, çözmek pahasına olsa dahi cebirsel temsilleri kullanmayı yeğlerim

Ö2: Yaa sonuçta daha hızlı, daha kolay çözümleri sağlar farklı temsil kullanımı, etkiler,

Ö3: Grafik ve cebiri kullanıyorum zaten, ama bu görüşme sonunda, sanki nümerik bilgimin de biraz geliştirilmesi gerektiğini düşünüyorum. Bu bağlamda farklı temsil kullanmanın integral problemleri çözümüne katkı sağlayacağını düşünüyorum.

Ayrıca, adaylara belirli integral konusu kapsamında alınan Analiz dersindeki eksikliklerin neler olduğunu ifade etmeleri istenmiştir. Adaylar görsel öğelerden

yararlanmadıklarını, şekiller ile uğraşmadıklarını, genelde kural ve yöntemleri öğrendiklerini, cebir temsili ve denklem kullanımı ile derslerin işlendiğini belirtmişlerdir. Ayrıca adaylar, belirli integral problemlerinde görselleme becerilerinin değil, grafik çizme ve okuma becerilerinin çözüm sürecine faydalı olabileceğini belirtmişlerdir.

Yarı yapılandırılmış görüşme sonuçları, adayların cebir temsillerinden yararlanma eğiliminde oldukları ve bunu Analizin Temel Teoremi ile sağlamaya çalıştıklarını göstermektedir. Kavram tanım bilgileri bağlamında, Analizin Temel Teoremi'ni bilme ve uygulayabilmeye yönelik sorulara verilen cevaplar süreçte görselleme becerisinden yararlanmayan adayların cebirsel ağırlıklı çalışma eğiliminde olduklarını göstermektedir. Bunun dışında, belirli integral problemlerini çözme sürecinde, adayları Analizin Temel Teoremi'ni teorik olarak kullanabilme bilgisine sahipken, çözüm sürecinde bunu dikkate almamışlardır.

Yarı yapılandırılmış görüşmelere yönelik tüm sonuçlar düşünüldüğünde temsil dönüşüm başarısı yüksek katılımcıların düşük katılımcılara kıyasla daha zengin tanım ve imajlara sahip oldukları belirlenmiştir. Kavram tanımı yönüyle başarılı adayların, farklı imajlara sahip olduğu, buna karşın, işlem becerisi yönüyle başarılı adayların tanım yapmakta zorlandıkları sonucuna ulaşılmıştır.

V TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

4.1 TARTIŞMA

Belirli integral konusunda kullanılan temsiller ile uzamsal yetenek ve akademik başarı arasındaki ilişkiyi inceleyen araştırmada, tartışma bölümü iki kısımda ele alınmıştır. Temsiller başlığında; adayların temsil tercihleri, problem çözme sürecinde kullandıkları temsiller ve temsil dönüşüm becerisi ile ilgili bulgular tartışılırken, ikinci kısımda uzamsal görselleme yeteneği ve akademik başarının temsiller ile ilişkisi değerlendirilmiştir.

4.1.1 Temsiller; Nümerik, Grafik ve Cebir

Temsil Tercih ve Dönüşüm Testine verilen cevaplar incelendiğinde, temsil tercihlerinin baskın olarak cebir temsillerinden yana olduğu görülmektedir (s., 100). Adayların, problem çözme sürecinde kullanıldığında kendilerine en çok yarar sağlayacağını düşündükleri temsillerin başında cebir temsilleri gelmektedir. Cebir temsillerinin bu kadar sık tercih edilmesine gerekçe olarak, tıpkı türev problemlerinde olduğu gibi öğretim süreci ve ders kitaplarındaki belirli integral problemlerinin de cebir temsilleri ağırlığıyla ele alınması gösterilebilir (Kendal ve Stacey, 2003). Diğer yandan, en az tercih edilen temsillerin nümerik temsiller olduğu dikkat çekmektedir (s., 100). Adaylar nümerik temsillerin problem çözme sürecinde çok gerekli olmadığını düşünmektedirler. Nümerik yaklaşımlar ile çözülmesi beklenen belirli integral problemleriyle, öğretim sürecinde pek karşılaşmadıklarını ifade eden öğretmen adaylarının, bu temsilleri tercih etmemeleri, kullanmamaları, kullanılması gereken problemlerde de başarılı olamamaları bulgusu, üzerinde tartışılması gereken bir durumdur. Nümerik temsillerin az kullanılmasının ya da problem çözümünde katılımcıların zorlanmasının, belirli integralin nümerik tanımının bilinmemesi kaynaklı olabileceği düşünülmektedir. Çünkü belirli integralin birikimli toplamlar ya da sonsuz toplamların limiti tanımını bilmeyen adayların, bu tür problemleri yorumlayamadıkları gözlenmiştir. BİYT çözümünde karşılaşılan cevaplar düşünüldüğünde, adayların büyük çoğunluğunun Riemann anlamında integralin tanımını yapamadıkları görülmüştür. Dikdörtgenler toplamı

yaklaşımının, belirli integralin tanımının ifade edildiği durumlarda gerekli olabileceğini belirten adaylarda, belirli integralin birikimli toplamlar ya da değişim miktarı imajlarının eksik olduğu belirlenmiş ve elde edilen bulgular, Orton'un (1983) çalışması ile paralellik göstermiştir. Denklemler yardımıyla verilen ve değişim miktarının hesaplanmasının beklenildiği bir problemde, öğretmen adaylarının belirli integralin bu anlamını dikkate almadan, cebir temelli hesap işlemlerini yaparak sonuca ulaşmaya çalışmaları, problem çözme sürecinde belirli integralin nümerik anlamından yararlanmadıkları ya da yaralanamadıklarının göstergesi sayılabilir.

Belirli integral problemleri çözümünde kullanılan temsiller incelenecek olursa, tercih edilenlere kıyasla, daha yüksek oranda ve yine, baskın olarak cebir temsillerinin kullanıldığı görülmektedir (s., 102). Yalnız, kullanılan cebir temsili yüzdesinin tercih edilen temsil yüzdesine göre daha yüksek olduğu görülmektedir. Bu sonucun temsil kavramına yönelik epistemolojik inançların farklılığından kaynaklandığı düşünülmektedir (Yılmaz, 2007). Adayların, farklı temsillerden yararlanma bilgileri yönüyle eksikleri ve farklılıkları bulunmaktadır. Temsil kullanma sürecinde, karma temsillerin oranında belirgin bir artış görülmektedir. Bu artışın, problem çözme sürecinde iki temsilin bir arada kullanılması gerekliliği düşüncesinden kaynaklandığı söylenebilir. Belirli integral problemlerinde cebir temsili baskın olarak kullanıldığı bulgusu, Camacho vd.'nin (2004) sonuçları ile benzerlik göstermektedir. Yine Kendal (2002), türev konusu ile ilgili yaptığı çalışmada en çok kullanılan temsil türünün cebir olduğu, en az kullanılanın ise grafik temsili olduğuna dikkat çekmektedir. Nümerik temsillerin az tercih edilmesi, az kullanılması bulgusunu desteklemiştir. Bu temsil türünün az tercih edilmesi ve kullanılmasının gerekçeleri arasında, bu yöndeki problemler ile katılımcıların pek karşılaşmamış olmaları gösterilebilir. Bunun yanında, belirli integrali Riemann anlamında tanımlayabilen adayların, nümerik temsil kullanma oranının daha yüksek olduğu birikimli toplamlar yaklaşımı ile yapılan hesaplamalarda başarı gösterdikleri kaydedilmiştir.

Temsil Tercih ve Dönüşüm Testi bulguları, cebir temsili her türlü problem çözümünde kullanıldığını göstermiştir; bu da katılımcıların cebir temsili, yardımcı bir araç gibi gördüklerinin göstergesi olarak kabul edilebilir. Cn, Cg, Gg karakteristiğine

sahip problemlerde, cebir temsili kullananların oranı dikkat çekmiştir (s., 101). Bu durum, öğretmen adaylarının, problemde beklenen kazanım farklı olsa bile, cebir temsili kullanma alışkanlık ve isteklerinin olduğunu göstermektedir. Problem çözümlerinde cebir temsili kullanma eğiliminin doğurduğu bir diğer sonuç ise belirli integrale yüklenen anlamın “hesaplanması gereken bir durum” şeklinde sınırlı kalması ile ilgilidir. Bu bağlamda yapılan kavram tanımı, kavram imajı çerçevesindeki çeşitli çalışmalar belirli integral’e eğri altında kalan alan ile türevin tersi anlamını yükleyenlerin baskın olduğunu göstermiştir (Orton, 1983; Raslan ve Tall, 1992). Bu çalışmadaki katılımcı profilinin, matematik öğretmen adayları şeklinde olması kavram imajlarının önceki çalışmalardan farklı olarak sadece eğri altında kalan alan biçiminde şekillenmesine yol açmış olabilir. Yalnız öğretmen adaylarındaki eğri altında kalan alan imajı, belirli integralin geometrik anlamını beraberinde getirememiştir. Belirli integral’e alan diyen adayların dahi cebir temelli hesap mantığıyla düşündüğü, süreci incelemeksizin verilen fonksiyonun integralini almaya çalıştıkları belirlenmiştir. Bu durum da, akla, “hesap mı?”, “alan mı?” sorusunu getirmektedir. Katılımcıların öğretim sürecinde sıkça karşılaştıkları, “*eğrisi altında kalan alanı bulunuz?*” ya da “*fonksiyonlarının sınırladığı bölgenin alanının hesaplayınız?*” şeklindeki sorular ile alan imajı yerleşen öğretmen adaylarının, çözüm sürecinde “*integralini hesaplayınız*” biçimindeki davranışlarının kavram imajı ve kullanılan temsiller arasındaki çelişkiyi oluşturduğu düşünülmektedir. Bu bağlamda üzerinde durulması gereken bir durum da, problem köküne göre hareket eden adayların davranışlarıyla ilgilidir. Analiz derslerinde “*integralini hesaplayınız*” soru kökü ile çalışan katılımcıların, farklı soru köklerinde de cebirsel mantıkla düşündükleri ve çözüme Analizin Temel Teoremi ile ulaşmaya çalıştıkları belirlenmiştir. Adaylar, karşılaştıkları problemlerin büyük çoğunluğunu Analizin Temel Teoremine göre çözmeye çalışmışlardır. Yalnız, bunu yaparken, çözülmesi beklenen problemin, Analizin Temel Teoreminin uygulanabilmesi şartlarına uygunluğunu kontrol etmemişlerdir. Bu çözüm süreci, adayların problemleri cebir temsili yaklaşımıyla ele aldığı bulgusunu desteklemektedir.

Katılımcıların belirli integral’e olan yaklaşımları işaret belirleme süreçlerini de etkilemiştir. Yapılan görüşmeler, öğretmen adaylarının problemin ifade ediliş biçimine göre davrandıklarını, integral işaretinin (+) ya da (-) kabul edilmesinde problem

kökünün önem taşıdığını göstermiştir. Eğri altında kalan alan hesabının istendiği bir problemde, öğretmen adaylarının integral sonucunun negatif çıkması durumuna gösterdikleri tepkilerin, katılımcıların farklı temsillerden yararlanma becerilerine göre değiştiği gözlenmiştir. Grafik temsillerinden yararlanan adayların negatif alan yanılgısına daha az düştükleri belirlenmiştir. Adaylara alan negatif olur mu sorusu yöneltilmiş, % 22'sinin *“bu fonksiyona bağlı bir durumdur, sınırlar yerine konulduğunda sonuç ne ise alan o olur”* şeklinde cevap verdikleri belirlenmiştir. Katılımcıların % 41'inin ise, *“alan negatif çıkarsa da eksi ile çarpalım”* ya da bir diğer ifadeyle *“mutlak değerini alarak pozitif yapalım”* biçiminde cevaplarına, görüşmeler sonunda ulaşılmıştır. Bu bilgilerini, derslere yardımcı kursların *“pratik kurallar”* diye ifade ettikleri bilgilere dayandıran öğretmen adaylarının, sürecin içselleştirilmesi ve kavramın farklı tanımları yönüyle eksikliklerinin bulunduğu sonucuna varılmıştır. Yapılan görüşmelerde adayların çoğu, ÖSS' ye hazırlanırken faydalandıkları yardımcı kurs ve kaynakların, belirli integrale olan bakışlarını şekillendirdiğini ifade etmişlerdir. Dershanelerde yapılan öğretimin, belirli integrali bir aritmetik hesap aracıymış gibi sınırlandıranı belirten adaylar, problem tipine göre geliştirilen çeşitli kurallar ve çözüm tekniklerinin sonuç odaklı olduğunu ve süreci anlamlandırma yönüyle eksik kaldığını belirtmişlerdir.

Analiz derslerinde yapılan öğretimin genelde cebir temsilleri ağırlığıyla işlendiği düşünülürse, adayların kavram tanımları bağlamındaki başarısızlıkları anlamlandırılabilir (Oberge, 2000). Farklı temsillerden yararlanılmaması, belirli integral kavramının farklı tanımlarının yeterli ölçüde bilinmemesi, negatif alan yanılgısının başlıca nedenleri arasında gösterilebilir (Rasslan ve Tall, 2002). Öğretmen adaylarının zor integral hesaplarını yapabilmelerine karşın, temel düzeydeki tanım bilgilerinde problem yaşaması, üzerinde durulması gereken bir eksikliktir. Yarı yapılandırılmış görüşmelerde, problemin soruluş tarzına göre alan değerini pozitif bulan adayların, çözümü, *“belirli integralde alan negatif olmaz, bu yüzden bulduğumuz sonucu eksi ile çarpmalıyız”* şeklinde yorumlamaları ve bunu eski bilgilerine dayandırmaları, sürecin içselleştirilmesi (Vygotsky, 1962) yönüyle büyük eksikliklerin yaşandığına bir işaret sayılabilir. Ders notlarına yönelik yapılan doküman analizi sonunda, cebir temsili ağırlığıyla verilen derslerin, adayların integral işlemlerini sebepler olmadan, hızlı bir

şekilde, kuralsal uygulamalar eşliğinde hesaplamalarına yardımcı olduğu görülmüştür. Yalnız, ilişkilendirme ve muhakeme becerilerinin geliştirilmediği kavramsal ve anlamsal dayanağı olmayan bu süreçler, adayların farklı problem türleriyle karşılaşması durumunda zorlanmasına neden olmuştur. Çalışmadaki bulgular işaret belirleme sürecine yönelik yapılan diğer çalışma sonuçları ile benzer olmakla birlikte (Camacho ve Depool, 2004; Oberg, 2000), özgün olarak negatif alan yanılgısı ile problem kökü ilişkisi üzerinde durulmuş, işaret belirleme sürecini farklı temsil kullanımının etkilediği belirlenmiştir.

Belirli integralin cebirsel yaklaşımlar ağırlığıyla düşünülmesi, işaret belirleme sürecinde olduğu kadar, farklı temsil türleri kullanılmasıyla çözümlerin gerçekleşebileceği problemlerde de zorlukların yaşanmasına neden olmaktadır. Ders kitaplarında ve sınav sorularında en çok karşılaşılan problem türlerinden biri olan, denklemler yardımıyla verilen ve alan hesaplanması yoluyla çözüme ulaşılması beklenen Cg karakteristiğindeki problemlerde de cebir temsillerinin yanlış kullanımından kaynaklı zorluklar yaşandığı belirlenmiştir. Eğri altında kalan alan veya sınırlı bir bölgenin alanı hesabı ile ilgili problem çözümlerinde, katılımcıların büyük bir bölümünün grafik çizimlerinden yararlanmadığı bulgusu dikkat çekmektedir (s., 149).

Bu bağlamda yapılan ve tekrarlanan en büyük hatalardan biri de, verilen denklemlerin birbirine eşitlenmesi yoluyla bulunan kesişim noktalarının integral sınırı olarak değerlendirilmesidir. Çözümde grafik temsili kullanan adayların bir bölümü, integral sınırlarını grafikler üzerindeki noktalar yardımıyla belirleyebilmiş, bir bölümü ise grafiği çizmesine rağmen, cebirsel yaklaşımla düşündüğünden ötürü yanlış sınırlar seçmiştir (s., 115). Bulgular grafiği çizmenin yeterli olmadığı, okuma becerisinin de gerekli olduğunu göstermektedir.

Çözüm sürecinde grafik temsillerinden yararlanmayan adayların yaşadıkları en büyük sıkıntılar, cebir temelli düşünme, grafik bilgilerini yanlış kullanma ve yorumlama kaynaklıdır. Cebirsel düşünen adaylar, eğriler arasında kalan alan problemlerinde herhangi bir çizime ihtiyaç duymaksızın iki denkleme eşitleme yoluyla buldukları kökleri integral sınırı olarak kabul etmişlerdir. Eğriler arasında kalan alanı herhangi bir

çizimden yararlanmaksızın bulmaya çalışan öğretmen adayları, hangi eğrinin altta hangisinin üstte olduğunu görsellemeden, denklemlerin farkını aldıkları gözlenmiştir. Sonucun negatif olması durumunda “Alan negatif olmaz” teziyle yola çıkan katılımcıların, negatif değeri eksi ile çarparak sonuca ulaştıkları belirlenmiştir.

Yine, çözümde, grafiksel bilgiyi yanlış yorumlamadan kaynaklanan durumlarda, *”sağdan soldakini çıkar, üstten alttakini çıkar”* şeklinde anlamsal dayanağı olmayan yollar geliştirdikleri ve çözümde bu yanlış süreçlerden yaralandıkları belirlenmiştir. Sınır belirleme sürecinde adayların büyük bir bölümü x- eksenini kullanırken, bu seçimin integral işleminin rahatlığına göre değiştiği ve x- eksenini yönüyle alışkanlıklarının olduğu ifade edilmiştir. Bazı adayların grafik temsilinden yararlanmasına rağmen, yanlış sınırlar seçmesi, grafiksel veriyi yanlış/eksik yorumlaması olarak değerlendirilmiş ve Berry ve Nyman (2003) ile Lowrie ve Dieazmann’ın (2007) çalışmaları sonuçlarına benzer özellikler taşıdığı belirlenmiştir. Bu karakteristikteki sorularda sadece denklemleri kullanmak yanlış, grafiksel yorum becerisine sahip olmamak eksik çözümlere yol açabilir.

Katılımcıların büyük çoğunluğu “belirli integral kavramı sizin için ne ifade eder” sorusuna, eğri altında kalan alan demiş olsalar bile çözümde integralin geometrik yorumundan faydalanmadıkları sonuçları, üzerinde düşünülmesi gereken bir durumdur. Adayların en çok karşılaştıkları problem türü olan sınırlı bölgenin alanını bulmaya yönelik sorularda, grafik temsilini kullanmadan cebir temsili ile çözüme ulaşma isteğinin altında; okul notları, öğretim müfredatının içeriği, ders kitabı ve sınav sorularının bu temsilin kullanımına ihtiyaç duyulacak şekilde düzenlenmiş olması, farklı temsil kullanımına ihtiyaç hissedilmemesinin yattığı düşünülebilir (Dubinsky ve Schwingendorf, 1991; Kendal, 2002; Hacıömeroğlu, 2007). Yaşanan zorluğun en büyük gerekçelerinden biri de, süregelen kuralsal öğrenme ve alışkanlıklardır. Müfredatta ve öğretim sürecinde sıkça vurgulanan ve örneklerine oldukça fazla rastlanan cebir temsilinden grafik temsiline geçişi sınayan bu soru türünde, başarının düşük düzeyde kalması, araştırmacının dikkat çektiği sorunlar arasındadır. Bu soruda, müfredattakilerden farklı olarak çözümde grafik temsilinin kullanılması zorunlu hale getirilmiştir. Yapılan hatalar, problemdeki denklemlerin birbirine eşitlenmesi yoluyla

elde edilen kesim noktalarının, integralde alt ve üst sınır olarak yorumlanması ve belirli integralin geometrik anlamının düşünülmeden, öğretilen ya da ezberlenen prosedürler eşliğinde çözümlerde bulunulması temellidir. Öğretmen adaylarının sınır olarak aldığı kesişim noktaları, her soruda bu işlevi görmeyebilir. Ama yoğun olarak karşılaştıkları durumları genelleyen öğretmen adaylarının, buldukları kökleri sınır olarak yorumladıkları ve bu tür sorularda grafik çiziminin çok da önemli olmadığı inançlarına sahip oldukları yapılan görüşmeler sonucunda ulaşılan bulgular arasındadır. Araştırma, cebir temsillerinin yanlış kullanılmasının sakıncaları üzerinde durmakla birlikte, Frid'in (1992) çalışmasıyla eşdeğer olarak, cebir temsillerinin, hesaplama sürecinin vazgeçilmez bir ögesi olduğunu vurgulamaktadır. Cebir temsili kullanımının işlemsel sorularda pratik çözüm sağladığı ve problem çözümlerinde, esnek bir araç olarak kullanılabilirdiği, birçok araştırmada olduğu gibi bu araştırmanın da dikkat çektiği noktalar arasındadır (Keller ve Hirsch, 1998; Özgün-Koca, 2004). Yalnız, her soru için cebir temsili kullanma düşüncesi yanlış çözümlere yol açabilir. Bunu önlemek için, öğretim ortamına farklı temsillerin kullanılabileceği durumlar getirilmeli, integralin farklı tanımlarının farkına varılması ve kullanılması sağlanmalıdır.

Öğretmen adaylarının temsil dönüşüm becerisi gereken problem türlerinde zorlandıkları görülmüştür. Özellikle, Gc, Cn karakteristiğine sahip problem türlerinde, katılımcıların küçük bir bölümünün çözümü doğru bir şekilde tamamlayabildikleri, temsiller arası dönüşüm gereken sorularda öğretmen adaylarının esnek hareket edemedikleri, bunun bir göstergesi olarak düşünülebilir. Bu bağlamda, Kendal ve Stacey'inin (2003) bulgularına paralel olarak, nümerik temsil kullanımı gereken problemlerde adayların daha çok zorlandıkları görülmüştür. Belirli integral problemlerinin tablolar yardımıyla verilmesine alışkın olmayan katılımcılar, problem çözme sürecinde, birikimli toplamlar yaklaşımını uygulamakta sorun yaşamışlardır. Kullanıldığında, problem çözme başarısı en yüksek olan temsil türünün, karma temsiller olduğu belirlenmiştir. Adaylar iki temsili ilişkilendirdiklerinde ya da temsiller arası dönüşümler yapabildiğinde çözüme daha kolay ulaşabilmişlerdir. Karma temsili daha çok kullanan adayların kavram bilgisi yönüyle de daha başarılı olmaları, farklı temsil kullanımının kavram bilgisi ve imajını zenginleştirdiği sonucunu vermiştir (Hart, 1992; NCTM, 2000; Duval, 2002; Häikiöniemi, 2004).

Adayların temsil tercihleri ve kullanma becerilerini, temsil bilgisi kadar, öğretmen sınıf içi pratiği ve tutumları da etkilemektedir (Kendal ve Stacey, 2003; Patterson ve Norwood, 2004). Çalışmaya katılan adaylar, belirli integral konusunu Analiz dersi kapsamında, geleneksel sınıf ortamında ve “Analiz Bilimine Epistemolojik Bir Bakış ve Analiz Reformu” bölümünde sunulan içerikler doğrultusunda almışlardır. Bu bağlamda öğretim elemanının çoklu temsillere yönelik tutum ve davranışlarının, adayların tercihlerini de etkilediği söylenebilir (Patterson ve Norwood, 2004).

4.1.2 Uzamsal Görselleme Yeteneği ve Akademik Başarının Temsiller İle İlişkisi

Uzamsal görselleme yeteneğinin, belirli integrale olan yaklaşımları ve kullanılan temsilleri etkilediği belirlenmiştir. Aralarında, pozitif yönde anlamlı ilişkiler bulunan uzamsal görselleme yeteneği ve belirli integral konusundaki farklı temsil kullanma becerisi ile ilgili başka çalışmaya rastlanılmamıştır. Uzamsal yeteneği yüksek olan öğretmen adaylarının temsil becerisi gerektiren sorularda, düşük uzamsal görselleme becerisine sahip adaylara göre daha başarılı oldukları belirlenmiştir. Ayrıca uzamsal görselleme becerisi yüksek adayların, cebir temsilleri ile birlikte grafik temsillerinin de yüksek yüzdelere ile kullanmaları ve bu iki temsili ilişkilendirmeleri, problem çözme başarısını da beraberinde getirmiştir. Özellikle, katılımcıların çoğunun zorluk yaşadıkları Cg ve Gc karakteristiği gösteren problemlerde, uzamsal görselleme becerisi yüksek olan öğretmen adaylarının, grafikleri yorumlayarak ve belirli integralin farklı tanımlarını işe koşarak çözüme ulaşmaya çalıştıkları gözlenmiştir. Matematik ve geometri öğretimine yönelik birçok konudaki başarı için, geliştirilmesinin önemi üzerinde durulan uzamsal görselleme becerisinin (Arcavi, 2003), belirli integral problemleri çözümünde de farklı temsillerden yararlanma sürecine yardımcı olduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte, grafik temsilleri ile diğer temsiller arasındaki ilişkiyi etkilediği belirlenen uzamsal görselleme yeteneğinin geliştirilmesinin, belirli integral problemleri çözümündeki performansı da artırabileceği düşünülmektedir. Fakat öğretmen adaylarına uygulanan Purdue Uzamsal Görselleme Testi’nin doğru cevap ortalamasının 36 soru üzerinden 19 civarında kaldığı görülmüştür. Katılımcıların büyük

bölümünün uzamsal görselleme becerisinin düşüklüğü, problem çözme başarısındaki düşüklüğün nedenleri arasında gösterilmektedir.

Uzamsal görselleme yeteneğinin karma temsil kullanımını etkilediği görülse de, nümerik temsillerin kullanılmasında, dikkate değer bir değişikliğe neden olmadığı belirlenmiştir. Belirli integralin, kavram bilgisi konusunda, yüksek düzeyde akademik başarılı öğretmen adaylarının, nümerik temsillerden dikkate değer bir oranla faydalandığı belirlenmiştir. Bu bulgunun, nümerik temsiller ile kavram tanım bilgisi arasındaki etkileşimi, açık bir şekilde ifade ettiği düşünülmüştür.

Ghazali vd. (2005) tarafından gerçekleştirilen bir araştırmada, Analiz dersi öğrencilerinin baskın temsillerini belirlemeye yönelik bir uygulama yapılmış, sonuçta öğrencilerin cebir temsili ağırlığıyla çalıştığı ve temsiller arası dönüşüm yönüyle problem yaşadıklarına yönelik sonuçlar çıkmıştır. Bu araştırmada ulaşılan cebir temsili baskınlığı ile çalışma eğilimi, Ghazali vd.'nin (a.e.g.) elde ettiği yukarıdaki sonuçlar ile örtüşmektedir.

Üzerine tartışılması gerektiği düşünülen son başlık ise, aralarında pozitif yönde anlamlı ilişkilerin bulunduğu belirtilen temsil kullanımı ile akademik başarı üzerinedir. Kullanılan temsillerin katılımcı performanslarını etkilediği belirlenmiştir. Belirli integral konusunda yeterli akademik başarıya sahip adayların, temsiller arasında esnek dönüşümler yapabilen ve belirli integralin farklı tanımlarının farkına varabilen öğretmen adayları olduğu bulgusu, Erbilgin ve Fernández (2004), çalışmasını destekler niteliktedir. Özellikle nümerik temsillerden faydalanabilen adayların, integralin Riemann anlamındaki tanımını daha kolay yapabildikleri ve belirli integrale daha zengin anlamlar yükledikleri sonuçlarına ulaşılmıştır (s., 133). Bu bağlamda, Riemann toplamlardan, sadece, konuya giriş sürecinde değil, problem çözme sürecinde de faydalanılmasının bu konudaki yeterlik ve performansı arttıracakı düşünülmektedir. Bunun yanında, Yamuklar kuralı, Simpson kuralı gibi nümerik yaklaşımların kurallar yığını olarak anlatılmasının sakıncalarını dile getiren araştırma, bu yaklaşımların kavramsal temellerinin verilmesi gerektiği üzerinde durmaktadır (Scaley, 2008).

Yukarıdaki sonuçlardan da görüleceği gibi, farklı temsillerden yararlanma becerisi, dolaylı olarak belirli integral yeterliklerini de beraberinde getirmiş, temsiller arası dönüşümlerden yararlanan öğretmen adaylarının, daha zengin kavram imajlarına sahip oldukları belirlenmiştir.

5. 2. SONUÇ

Çalışmada elde edilen veriler, “Bulgular ve Yorumlar” bölümünde ayrıntılı olarak ifade edilmiş ve değerlendirilmiştir. Bu bölümde, “Matematik Öğretmen Adaylarının Belirli İntegral Konusundaki Temsil Tercihlerinin Uzamsal Yetenek Ve Akademik Başarı Bağlamında İncelenmesi” adlı çalışmanın bulguları, araştırma soruları bağlamında özetlenmiştir. Çalışma verilerinin değerlendirildiği bölüm olan sonuç bölümü, iki alt başlık altında ele alınmıştır. Bunlar; temsil tercih ve dönüşüm testi ile ilgili sonuçlar, belirli integral konusunda kullanılan temsiller ile uzamsal yetenek ve akademik başarı arasındaki ilişkiyle ilgili sonuçlardır.

5.2.1 Temsil Tercih ve Dönüşüm Testi İle İlgili Sonuçlar

Öncelikle, öğretmen adaylarının belirli integral konusunda problem çözümüne yardımcı olacağını düşündükleri temsillerin tercihlerine yönelik verdikleri cevaplar incelendiğinde aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir. Öğretmen adayları, cebir temsili kullanımının problem çözümünde kişiye daha faydalı olacağını düşünmektedir. Yine, temsil içi geçişlerde, cebir temsili problem çözümünü kolaylaştıracağını düşünenlerin oranı, temsiller arası dönüşüm gerektiren sorularda cebir temsili tercih edenlerin iki katı kadardır. Bu bağlamda, öğretmen adaylarının özellikle temsil içi geçiş sorularında, cebir temsili tercih ettikleri söylenebilir. Öğretmen adayları, en düşük oranla nümerik temsillerin kendilerine faydalı olacağını ifade etmişlerdir. Adaylarının belirli integral problemleri çözümünde kullandıkları temsillerde ise sonuç değişmektedir. Problem çözme sürecinde, cebir temsili kullanımının, tercih edildiği durumlara göre arttığı ve neredeyse öğretmen adaylarının yarısının, bu temsil türü ile cevabı bulmaya çalıştığı sonucuna ulaşılmıştır. Sonuçlar, temsil içi geçiş sorularında tek

temsile (cebir) doğru bir yığılmanın olduğunu göstermektedir. Bunun yanında, tercih sürecinde grafik temsili ile çözümün kolaylaşacağını ifade eden öğretmen adaylarının, problem çözme sürecinde fikirlerini değiştirdikleri ve grafik temsiline kullanılma yüzdesinin düştüğü gözlenmiştir. İki temsilin bir arada kullanıldığı karma temsillerin kullanılma yüzdesinde, tercih edilme sıklığına oranla bir değişiklik yaşanmamıştır. Temsil tercihleri ile kullanılan temsiller arasındaki ilişki incelendiğinde, çok büyük bir fark görülmemekle birlikte, cebir ve grafik temsilleri yönüyle anlamlı değişikliklerin olduğu sonucuna varılmıştır.

TTDT çözümünde en çok kullanılan temsil türü olan cebir temsili, doğru cevaba en çok ulaştıran, aynı zamanda hata yüzdesi en yüksek olan temsil türüdür. Cebir temsiline, çözümdeki her kategoride yüksek yüzdeye sahip olmasında daha fazla kullanılmasının rolü vardır. TTDT, problem çözme başarısı yönüyle düşünüldüğünde, yanlış çözüm yüzdesi en düşük olan temsil türü, karma temsillerdir. Çalışma sonuçları karma temsil kullanımının hata oranını azalttığını gösterirken, temsillerin yanlış kullanımına dikkat çekmektedir. Doğru cevaba en çok ulaştıran temsil türü cebir temsili olmakla birlikte, yanlış yerlerde kullanımından dolayı, yanlış cevabın en çok görüldüğü temsil türünün de cebir temsili olduğu bulgularına dikkat çekilmiştir. Öğretmen adaylarının en çok zorlandığı problem, TTDT'nin 6. problemi iken, problem türü, girdi temsiline grafik ya da çıktı temsiline nümerik olarak verildiği problemlerdir. Öğretmen adaylarının çözümünde en başarılı oldukları problem, TTDT'nin 2. problemi iken, problem türü, girdi temsiline cebir ya da çıktı temsiline cebir olarak verildiği problemlerdir. Sonuçlar, öğretmen adaylarının, cebir temsili dışındaki temsil türleri ile ifade edilen problemleri çözmekte zorlandıklarını göstermektedir. Bir diğer sonuç ise, katılımcıların girdi ve çıktı karakteristiği aynı olan problem türlerinde (temsil içi geçiş) başarılı olduklarını gösterirken; girdi ve çıktı karakteristiğinin farklı olduğu problem türlerinde (temsiller arası dönüşüm) zorlandıklarını göstermektedir. Adayların eğri altında kalan alanı bulmaya yönelik problemlerde grafik temsillerinden yararlanmadıkları, çözümü sadece cebir olarak tamamlayabileceklerini düşündükleri belirlenmiştir. Ayrıca bu tür problemlerde grafik çizmek kadar, grafiği yorumlamanın da önemli olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

TTDT’nde sorular, temsiller arası dönüşüm ve farklı temsil kullanma becerilerinin ortaya çıkmasına yönelik olarak geliştirilmesine rağmen, cebir temsili kullanma oranındaki sıklık, öğretmen adaylarının işlem becerilerinin yüksek olmasına karşın, kavramsal anlama yönüyle güçlük çektiklerini göstermektedir. En çok yanlıştın yapıldığı temsil türünün cebir temsili olmasının nedeni, nümerik veya grafik dönüşüm becerisi gerektiren sorularda, adayların cebir temsili kullanma eğilimleri olarak açıklanmıştır. Ayrıca, adayların en çok nümerik temsiller ile verilen sorularda problem yaşamaları, tablo olarak verilen ifadeleri yorumlamakta zorlandıkları şeklinde yorumlanmıştır. Toplam değişim miktarının hesaplanmasına yönelik sorular, analiz ders kitaplarında geçiyor olmasına rağmen, sınıf içerisinde uygulama alanı bulamadığından integral ile ilişkilendirilememektedir. Belirli integral, cebirsel ağırlıklı bir kavram olarak görülmekte, günlük hayatta bir problemde kullanılabileceğine dair bilgi eksiklerinin olduğu görülmektedir. Kavram tanımı yönüyle bilgi eksikliği olan adayların çeşitli kuralsal öğrenmeler gerçekleştirdikleri, problem köküne göre hareket etmelerinden anlaşılmaktadır. “Alan” kelimesinin yer aldığı problemlerde, işaretin negatif olması durumunda sonucu eksi ile çarparak pozitif yapan adayların, süreç anlamlandırılması yönüyle eksiklerin oldukları belirlenmiştir.

Bu bölümle ilgili son olarak ifade edilmesi düşünülen durum, temsil dönüşüm başarısı ile ilgilidir. TTDT’ndeki problemlerde doğru cevap ortalamasının düşük olması, bu beceri yönüyle yaşanan zorluğun göstergesidir. Bu bağlamda bir diğer önemli sonuç, temsil dönüşüm başarısı yüksek olan katılımcı sayısının düşüklüğüdür. Temsil dönüşümünde yaşanan zorlukların gerekçeleri arasında; öğretmen adaylarının farklı temsil kullanımına gereksinim duyulan problem türleri ile daha önce karşılaşmamış olmaları, sınıf içi pratiğinin adayların problem çözme davranışlarına etkisi ve kuralsal öğrenmelerin derin anlamlandırmanın önüne geçmesi gibi başlıklar gösterilmektedir.

5.2.2 Belirli İntegral Konusunda Kullanılan Temsiller İle Uzamsal Yetenek ve Akademik Başarı Arasındaki İlişkiyle İlgili Sonuçlar

Çalışma, belirli integral konusunda kullanılan temsiller ile uzamsal görselleme yeteneği arasında ilişki olduğu sonucunu vermiştir. TTDT’nin çözümleri, PUGT’ne verilen cevaplar ve yarı-yapılandırılmış görüşme sonuçları analiz edildiğinde, uzamsal

görselleme becerisi yüksek olan adayların cebir temsili daha çok kullanmalarına rağmen, karma ve grafik temsillerinden de sıklıkla yararlandıklarını göstermektedir. Uzamsal görselleme becerisi yüksek olan öğretmen adayları, çalışmadaki genel sonuçlara paralel olarak en az, nümerik temsillerden yararlanmışlardır. Uzamsal görselleme becerisi düşük olan adaylar, baskın olarak cebir temsili kullanmış, diğer temsil türlerinden çok az yararlanmışlardır. Uzamsal görselleme becerisi grafik temsili kullanımı etkilemiştir. Özellikle, uzamsal görselleme becerisi yüksek olan öğretmen adaylarının karma temsil grubunda yer alan çözümlerinde, grafik temsilleri ile diğer temsilleri ilişkilendirerek birlikte kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Uzamsal görselleme becerisi düşük olan öğretmen adaylarının en az kullandığı temsil, grafik temsildir. Tüm sonuçlar düşünüldüğünde, uzamsal görselleme becerisi ile kullanılan temsil türü arasında, cebir temsilleri yönüyle anlamlı farklılıklar bulunmuştur. Uzamsal görselleme becerisi artıkça, cebir temsili kullanıma yüzdesinin azaldığı sonuçlarına ulaşılan araştırmada, ayrıca, karma temsillerin kullanıma sıklığıyla uzamsal görselleme becerisinin orantılı olduğu görülmektedir.

Temsil dönüşüm başarıları ile uzamsal görselleme yeteneği arasında da ilişkiye ulaşılmıştır. Sonuçlar, uzamsal görselleme becerisi ile temsil dönüşüm başarıları arasında pozitif yönde, orta düzeyde anlamlı ilişkiler olduğunu göstermektedir. Uzamsal görselleme becerisi yüksek olan öğretmen adaylarının, temsiller arası dönüşüm gerektiren sorularda daha başarılı oldukları, temsil dönüşüm esnekliğine sahip oldukları ve problem çözümüne uygun temsilleri kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bunun yanında, düşük uzamsal görselleme becerisine sahip adaylarda tek temsil kullanma eğilimi olduğu görülmektedir. Farklı temsil kullanımı gerektiren problemlerde dahi, cebir temsili tercih ettikleri ve çözümü eksik ya da yanlış tamamladıkları belirlenmiştir.

Matematik öğretmen adaylarının, belirli integral konusunda kullandıkları temsiller ile akademik başarıları arasında da ilişki bulunmuştur. TTDT'nin çözümleri, BİYT'ne verilen cevaplar ve yarı-yapılandırılmış görüşme sonuçları analiz edildiğinde, öğretmen adaylarının kullandıkları temsillerin belirli integral konusundaki yeterlikleri etkilediği belirlenmiştir. Bu bağlamda, akademik başarıları yüksek olan öğretmen adaylarının en

çok cebir temsillerinden yararlanmasına karşın, diğer temsilleri de belirli oranlarla kullanmışlardır. Bunun yanında, akademik başarı düzeyi azaldıkça, cebir temsili kullanımının arttığının belirtildiği sonuçlarda, orta ve düşük düzeyde akademik başarılı adayların nümerik temsillerden daha az yararlandığı belirtilmiştir. Akademik başarı düşüğüyle, tek tip temsil kullanma eğiliminin yükseldiğı görölmektedir. Katılımcıların büyük bir bölümü, orta düzeyde akademik başarılı olup, cebir temsili kullanmaktadır. Belirli integral konusunda işlem becerilerine göre, yüksek düzeyde akademik başarılı adayların çoğı problem çözümlerinde, cebir temsili tercih etmiş, başarısız adayların cebir temsili kullanma oranlarının daha düşük olduğı belirlenmiştir. Bu bulgudan hareketle, işlem becerisi gerektiren sorularda cebir temsili kullanmanın süreci kolaylaştırdığı, prosedürlerin hızlı uygulanmasına yardımcı olarak doğru cevaba ulaşmayı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Belirli integral konusundaki kavram bilgilerine göre yüksek düzeyde akademik başarılı katılımcılar, problem çözümlerinde daha çok karma temsili kullanırken; başarı oranının azalması, cebir temsili kullanma baskınlığını arttırmıştır. Kavram bilgisinin yüksek olduğı grupta diğer gruplara oranla, nümerik temsiller yüksek bir yüzde ile kullanılmıştır. Kavram tanım bilgisinin Riemann toplamalarını gerektirmesi ve bu toplamaların nümerik temsiller yoluyla ifade edilebiliyor olması; nümerik temsili kullanılmadığı diğer gruplarda kavram bilgisi puanının düşüklüğüne yol açmıştır. Belirli integral problemlerini çözme sürecinde, farklı temsillerden yararlanma becerisi, kavram bilgi yüksekliğini ve dolayısıyla belirli integral konusunda yeterliğe sahip olmayı gerçekleştirmiştir.

Bir diğer sonuç, katılımcıların temsil dönüşüm başarıları ile akademik başarıları arasındaki ilişkiyle ilgilidir. Sonuçlar, temsil dönüşüm başarıları ile akademik başarı arasında pozitif yönde, orta düzeyde anlamlı ilişkiler olduğunu göstermektedir. Yüksek düzeyde akademik başarılı olan öğretmen adaylarının, temsiller arası dönüşüm gerektiren sorularda daha başarılı oldukları, temsil dönüşüm esnekliğine sahip oldukları ve problem çözümüne uygun temsilleri kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Yukarıdaki sonuca paralel olarak temsil dönüşümünde başarılı olan öğretmen adaylarının da belirli integral problemlerini kavram tanımlarıyla ilişkilendirerek çözebildikleri, işlem becerisi yönüyle de pratik oldukları belirlenmiştir. Belirli integral problemlerinde, problem tipine uygun temsili seçebilen ve farklı temsiller arası dönüşüm esnekliğine sahip olan

katılımcıların akademik başarı yönüyle de yüksek başarıya sahip oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Bunun yanında, düşük düzeyde akademik başarılı öğretmen adaylarının tek temsil kullanma eğilimi olduğu görülmüştür.

Çalışmadaki tüm sonuçlar incelendiğinde, öğretmen adaylarının yeterli düzeyde temsil bilgisi, temsil dönüşüm becerisine sahip olmadıkları ve temsiller arası dönüşüm gereken sorularda başarılı olamadıkları belirlenmiştir. Bu başarısızlığın dolaylı olarak belirli integral konusundaki performansları da etkilediği belirlenmiştir. Kavram tanım bilgisine sahip adayların, farklı temsillerin farkında olduğu ve dönüşümlerde başarılı oldukları belirlenirken, işlemsel yönü kuvvetli olan ve tanım bilgisi yönüyle sıkıntı yaşayan katılımcıların, cebir temsillerinin baskın olarak kullandıkları ve süreci anlamlandırma ihtiyacı hissetmedikleri sonucuna, yapılan görüşmeler ve uygulanan testlere verilen cevaplar doğrultusunda ulaşılmıştır.

Bununla birlikte, temsil dönüşüm becerisini ve dolayısıyla da belirli integral yeterliklerini etkileyen bir değişken olarak, uzamsal görselleme becerisi üzerinde durulmuştur. Araştırma sonuçları, uzamsal görselleme becerisinde başarılı olan adayların, temsil dönüşümlerinde de başarılı olduklarını, farklı temsilleri kullandıklarını ve integralin farklı tanımlarının farkına daha kolay vardıklarını göstermektedir. Uzamsal görselleme becerisinin farklı temsilleri kullanabilme becerisi ile birleştiği durumlarda, öğretmen adaylarının, belirli integral konusundaki yeterliklerinin de arttığı belirlenmiştir. Özellikle iki temsilin bir arada kullanıldığı karma temsiller ile çözüm yapan katılımcıların, uzamsal görselleme becerilerinin de yüksek olduğu, belirli integral yönüyle yüksek akademik başarılı oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Kavramsal öğrenme için temsil farkındalığının geliştirilmesi gerektiğini ifade eden araştırma sonuçları Kendal'ın (2002) ve Girard'ın (2002) çalışmaları ile benzerlik göstermekte ve ilgili araştırmaları desteklemektedir. Ayrıca, temsil dönüşüm başarısı yüksek olan adayların akademik başarılarının da yüksek olduğu; bu bağlamda uzamsal görselleme becerisinin çoklu temsil yaklaşımını ve dolayısıyla da akademik başarıyı etkilediği sonucuna varılmıştır.

5.3 ÖNERİLER

Çalışma sonuçlarında karşılaşılan eksiklerin giderilmesine yönelik sunulan öneriler, öğretmen adayları ve öğretim içeriği yönüyle ele alınmıştır. Belirli integral konusunda öğretmen adaylarının temsil bilgileri ve farklı temsil kullanma becerileri yönüyle başarılı olmadıkları belirlenmiştir. Bununla birlikte, adayların uzamsal görselleme becerileri de düşük çıkmıştır. Uzamsal görselleme becerisinin farklı temsil kullanma becerilerini etkilediği düşünülürse, bu becerinin geliştirilmesinin, dolaylı olarak belirli integral konusundaki akademik başarıyı da etkileyeceği belirtilmiştir (Erbilgin ve Fernandez, 2004). Uzamsal görselleme becerisinin, özellikle, iki temsilin bir arada ilişkilendirilerek kullanıldığı “karma temsilleri” etkilediği düşünülürse, bu becerinin geliştirilmesinin, grafik ve nümerik temsillerinden daha fazla yararlanabilme olanağı sağlayacağı düşünülebilir.

Bir diğer önemli nokta öğretim içeriğinin değerlendirilmesi üzerinedir. Durum çalışması yolu ile ele alınan öğrenci bilgi ve becerileri üzerinden, öğretim içeriği de değerlendirilmiştir. Bu bağlamda öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun belirli integral tanım bilgisi ve temsiller arası geçiş becerisi yönüyle başarı gösteremedikleri belirlenmiştir. Bu başarısızlığa, mevcut sistemdeki, cebir temsili baskınlığıyla işlenen derslerin (Kendal ve Stacey, 2003), kavram tanımlarına gereken önemin verilmemesinin (Rasslan ve Tall, 2002), işlem ve prosedür bilgilerini ölçmeye dayalı değerlendirme yöntemlerinin neden olduğu söylenebilir (Aydın ve Delice, 2008).

Belirli integral kavram tanımının (Riemann toplamları gibi) nümerik bir yapıya sahip olduğu düşünülürse, adayların en çok nümerik temsillerde problem yaşamaları, kavram tanımı yönüyle başarısızlıklarını açıklayabilir. Ayrıca, temsil dönüşüm becerilerinde özellikle zorluk yaşanan temsil türü nümerik temsil olduğundan, integralin Riemann anlamındaki tanımı üzerinde daha çok durmanın ve farklı tanımlarına yer vermenin temsil dönüşüm becerisini geliştireceği ve akademik başarıyı değiştireceği düşünülmektedir. Derslerin farklı temsillerden yararlanılarak sunulması ve değerlendirme sürecinde temsil geçişlerini ölçen sorulara yer verilmesinin, bu beceriyi olumlu yönde etkileyeceği düşünülmektedir (Goerdt, 2007). Bununla birlikte, Analiz dersine yönelik yapılan ders notu analizi sonucunda, öğretim elemanının belirsiz

integral kavramını belirli integral kavramından önce sunduğu, öğretim sürecinin büyük çoğunluğunda cebir temsillerinden yararlandığı, belirli integralin Riemann anlamındaki tanımını formal olarak sunduğu belirlenmiştir. Ders içeriğinin farklı temsiller ile zenginleştirilmesinin, belirli integral kavramının belirsiz integralden önce verilmesinin, belirli integrale yönelik farklı tanımların sunulmasının, adayların kavram imajları yönüyle zenginleştirilmesinin bu dersin verimliliğini arttıracakı düşünülmektedir (Camacho vd., 2004). Bu çalışma, var olan durumu ortaya koymaya yönelik hazırlandığından dolayı, herhangi bir yazılım ya da öğretim materyalinin etkisine bakılmamıştır. Bu bağlamda, sınıf ortamının teknoloji yardımıyla yeniden düzenlenmesi ve zenginleştirilmesinin, kavram tanımı, kavram imajını da zenginleştireceği, böylelikle farklı temsillerin kullanılabileceği ortamlar oluşturabileceği ifade edilmiştir.

Çalışma var olan durum değerlendimesi üzerinden öğrenci bilgi ve becerilerini ele almış, herhangi bir yazılım ve materyalin etkisine bakılmamıştır. Bu yüzden bilgisayar cebir sistemlerinin belirli integral konusunda kullanılan çoklu temsil türlerine etkisine yönelik bir çalışmanın alan yazında bulunmadığı ve bu alanda yapılacak bir çalışmanın araştırmacılara faydalı olabileceği önerilmektedir.

Uzamsal görselleme yeteneğinin farklı temsil kullanma becerisini etkilediği, temsil dönüşüm becerisinin de akademik başarıyı etkilediği sonuçlarına paralel olarak belirli integral konusundaki başarı için adayların çoklu temsil bilgilerinin geliştirilmesi gerekmektedir. Ayrıca, temsiller arası dönüşüm gerektiren sorularda yaşanan zorlukların giderilmesi için de uzamsal-görselleme becerisinin geliştirilmesinin önemi üzerinde durulmaktadır.

KAYNAKLAR

- Adu-Gyamfi, K. (2000). *External Multiple Representations in Mathematics Teaching*. Unpublished EdD, Pittsburg: University of Pittsburg.
- Akkoç, H. ve Kurt, S. (2008). İntegral Kavramına İlişkin Öğrenme Zorlukları ve İntegral Öğretimi. M.F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Ed). *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri*. Ankara: PegemA.
- Aktümen, M. (2007). *Belirli İntegral Kavramının Öğretiminde Bilgisayar Cebiri Sistemlerinin Etkisi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Amoah, V. ve Laridon, P. (2004). Using multiple representations to assess students' understanding of the derivative concept. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 24(1), 1- 6.
- Arcavi, A. (2003). 'The role of visual representatios in the learning of mathematics', *Educational Studies in Mathematics* 52, 215–24.
- Aydın, E., Delice, A. (2008). Ölçme ve değerlendirmeye kavram yanılgıları erspektifinden bir bakış M.F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Ed). *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri*. Ankara: PegemA.
- Berry, J. ve Nyman, M. (2003). Promoting Students' Graphical Understanding of The Calculus. *Journal of Mathematical Behavior*, 22,481-497.
- Bertoline, G. R. ve Miller, D. C. (1990). A Visualization and Orthographic Drawing Test Using the Macintosh Computer. *Engineering Design Graphics Division Journal*, 54(1),1-7.

- Bezuidenhout, J. (2001). Limits and continuity: some conceptions of first-year students, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 32 (4), 487-500.
- Bingölbali, E. (2008). Kavramına İlişkin Öğrenme Zorlukları ve Kavramsal Anlama için Öneriler. M.F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Ed). *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri*. Ankara: PegemA.
- Bishop A. (1980). Spatial Abilities and Mathematics Education: A Review. *Educational Studies in Mathematics*, 11 (3), 257-269.
- Brown, R. (1996). Multiple representations, the TI-92 and the development of calculus. In B. Barzel (Ed.), Teaching mathematics with Derive and the TI-92. (*Proceedings of the 2nd International Derive and TI-92 Conference* (pp.105-115). Schlob Birlinghoven, Germany: Zentrale Koordinatio Lehrerausbildung 136.
- Bruner, J. S. (1966). *Toward a Theory of Instruction*. Cambridge: Belknap Press of Harvard University.
- Burr, V. (1995). *An introduction to social constructionism*, London: Routledge.
- Calvo, C. (1997). *Bases para una propuesta dida'ctica sobre integrales*, Tesis de Maestri'a, Universitat Auto'noma de Barcelona.
- Camacho, M., Depool, R. (2003). Using *Derive* To Understand The Concept Of Definite Integral *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 1-16.
- Camacho, M., Depool, R. ve Santos-Trigo, M. (2004). Promoting Students' Comprehension Of Definite Integral And Area Concepts Through The Use Of

- Derive Software Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME28), (2).
- Camacho, M., Depool, R. ve Santos-Trigo, M. (2009). Students' use of *Derive* software in comprehending and making sense of definite integral and area concepts. *CBMS Issues in Mathematics Education*, 16, 35-67.
- Carlson, M., Persson, J. ve Smith, N. (2003). Developing and connection calculus students' notions of rate of change and accumulation: The Fundamental Theorem of Calculus. *PME-27 Conference Proceedings*. Retrieved from <http://www.igpme.org/publications/procee.html>.
- Clements, D. H. ve Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. Grouws (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, (pp. 420-464). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Cohen, L., Manion, L. ve Morrison, K. (2000). *Research Methods in Education (5th ed.)*. London: Routledge
- Cornu, B. (1991). Limits. In D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*, (pp. 153-166). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.
- Czarnocha , B., Loch, S., Prabhu,V. ve Vidakovic, D. (2001). The Concept of Definite Integral: Coordination of Two Schemas , *Proceedings of the 25th PME*, 2, 297-304.
- Çelik, D. (2007). *Öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin analitik incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Çepni, S. (2005). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş*. (2. Baskı) Trabzon: Üçyol Yayınevi.

- Çıkla, O. A. (2004) *The effect of multiple representations-based instruction seventh grade students' algebra performance, attitude toward mathematics, and representation preference*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Delice, A., Sevimli, E. ve Aydın, E. (2009) Reflection in peer evaluation: Is the attended teacher training program the implemented training program. *Journal of Korea Society of Mathematical Education*, 13(2), 141-150.
- Dienes, Z. P. (1960). *Building up mathematics*. Great Britain: Anchor Press, Hutchinson Educational.
- Dubinsky, E. ve Schwingendorf, K. (1991). *Calculus, Concepts and Computers*, West: StPaul.
- Dufour-Janvier, B., Bednarz, N. ve Belanger, M. (1987). *Pedagogical considerations concerning the problem of representation*. In Claude Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*. Hillsdale, NJ: Erlbaum. 109-122.
- Duval, R. (2002). *Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning*. In: F. Hitt (Ed.) *Representations and Mathematics Visualization (Mexico: PMENA)*, pp. 311–336.
- Edwards, C. H. ve Penney, D. E. (1994). *Calculus with Analytical Geometry*, 4th Edition, Prentice Hall.
- Eisenberg, T. ve Dreyfus, T. (1991). On the reluctance to visualize in Mathematics. In Zimmermann, W.; Cunningham, S. (eds): *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*, 25-37. Washington: MAA.

- Erbilgin, E. ve Fernandez, M. L. (2004). Spatial ability, achievement, and use of multiple representations in mathematics. *Paper presented at the annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (28th PME)*
- Ferrini-Mundy, J. (1987). Spatial training for calculus students: sex differences in achievement and visualization ability. *Journal for Research in Mathematics Education*. 18(2), 126-140.
- Ferrini-Mundi, J. ve Graham, K. (1994) Research in calculus learning: understanding of limits, derivatives and integrals'. In J. J. Kaput ve E. Dubinsky (eds.), *Research Issues in Undergraduate Mathematics Learning*, MAA Notes 33, (pp.31-45). Washington DC: MAA.
- Finney, R., Thomas, G., Demana, F. ve Waits, B. (1994), *Calculus*, 2th Edition Addison-Wesley Publishing Company.
- Frid, S. (1992) *Calculus students use of symbols'*, *New Directions in Algebra Education*, Queensland University of Technology, Brisbane, 69-95.
- Ghazali, M., Abdullah, S.A.S, İsmail, Z. ve İdris, I. (2005). Dominant Representation In The Understanding Of Basic Integrals Among Post Secondary Students. *The Mathematics Education into the 21st Century Project Universiti Teknologi Malaysia Reform, Revolution and Paradigm Shifts in Mathematics Education Johor Bahru, Malaysia*.
- Girard, N. R. (2002). *Students' representational approaches to solving calculus problems: Examining the role of graphing calculators*. Unpublished EdD, Pittsburg: University of Pittsburg.
- Gray, E., Pitta, D. ve Tall, D. (1997). The Nature of the object as an integral component of numerical processes, *Proceedings of PME 21, Finland*.

- Goerd, L. S. (2007). *The Effect of Emphasizing Multiple Representations on Calculus Students' Understanding of the Derivative Concept. Unpublished.* EdD, The University of Minnesota.
- Goldin, G. A. ve Kaput, J. J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. In L. P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin ve B. Greer (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 397-430). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Goldin, G. A. (1998). Representations, learning, and problem solving in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 137-165.
- Goldin, G. A. (2004). Representations in school mathematics: a unifying research perspectives. In J. Kilpatrick, W. G. Martin ve D. Schifter (Eds.), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 275-285). Reston, VA: NCTM.
- Gonza' lez-Marti'n, A. S. ve Camacho, M. (2004). What is first-year Mathematics students' actual knowledge about improper integrals? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 35 (1), 73-89.
- Guay, R. B. (1977). Purdue Spatial Visualization Test-Visualization of Rotations. *W.Lafayette,IN: Purdue Research Foundation.*
- Guay, R. B. (1980). Spatial Ability Measurement: A Critique and an Alternative. *A paper Presented at the 1980 Annual Meeting of the American Education Research Association*, April, Boston.
- Guba, E. G. ve Lincoln, Y. S. (1994). Competing paradigms in qualitative research. In N. Denzin ve Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research*, Sage Publications.

- Gutiérrez, A. (1996). Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework. In L. Puig ve A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th PME International Conference, 1*, 3-19.
- Güven, B. ve Kosa, T. (2008). The effect of dynamic geometry software on student mathematics teachers' spatial visualization skills. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 7 (4).
- Hacıömeroglu, S. E. (2007). *Calculus students' undersatanding of derivative graphs: Problems of representations in calculus*. PhD., The Florida State University.
- Hähkiöniemi, M. (2004). Perceptual and symbolic representations as a starting point of the acquisition of the derivative. In M. Høines ve A. Fuglestad (Eds.) *Proceedings of the 28th conference of the international group for the psychology of mathematics education (PME)*, Bergen, Vol. 3, 73-80.
- Hart, D. K. (1992). *Building concept images: Supercalculators and students use of multiple representations in calculus (abstract)*. Unpublished Ph.D, (Oregon State University, 1992). Dissertation Abstracts International, 52: 4254A.
- Hiebert, J. ve Carpenter, T. (1992). *Learning and teaching with understanding*. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.65-100). Reston, VA.
- Hughes-Hallett, D. (1991). Visualization and Calculus Reform'. In W. Zimmermann ve S. Cunningham (eds.), *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*, MAA Notes No. 19, 121-126.
- Hughes-Hallett, D., Gleason, A., Flath, D. E., Lock, P. F., Gordon, S. P., Lomen, D. O. (1998). *Calculus: Single variable* (2nd ed.). New York: John Wiley ve Sons.
- Learning Problems in Mathematics, 21(3), 1-29.

- Hwang, W. Y., Chen, N. S., Dung, J. J. ve Yang, Y. L. (2007). Multiple Representation Skills and Creativity Effects on Mathematical Problem Solving using a Multimedia Whiteboard System. *Educational Technology ve Society*, 10 (2), 191-212.
- Janvier, C. (1987). *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kaput, J. J. (1987). *Representation systems and mathematics*. In C. Janvier (Ed.), Problems of representation in the teaching and learning of mathematics (pp. 19-26). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kaput, J. J. (1998). Representations, inscriptions, descriptions and learning: A kaleidoscope of windows. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 265-281.
- Karasar, N. (2005). *Bilimsel Araştırma Yöntemi*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Keller, B. A. ve Hirsch, C. R. (1998). Student preferences for representations of functions. *International Journal in Mathematics Education Science Technology*, 29(1), 1-17.
- Kendal, M. (2002). *Teaching and learning introductory differential calculus*. Unpublished doctoral dissertation, The University of Melbourne, Australia. Available: <http://thesis.lib.unimelb.edu.au/>.
- Kendal, M. ve Stacey, K. (2003). Tracing Learning of Three Representations with the Differentiation Competency Framework *Mathematics Education Research Journal*, 15(1), 22-41.

- Kilpatrick, J. (1992). *A history of research in mathematics education*. Handbook of research on mathematics teaching and learning. D. Grouws. New York, Macmillan: 3-38.
- Kosslyn, S.M. (1995). Mental imagery', in S.M. Kosslyn and D.N. Osherson (eds.), *An Invitation to Cognitive Science*, 2nd ed., Volume 2: Visual Cognition, MIT Press, Cambridge, MA, pp. 267–296.
- Konyalıoğlu, A. C. (2003). *Üniversite düzeyindeki vektör uzayları konusundaki kavramların anlaşılmasında görselleştirme yaklaşımının etkinliğinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Kuşçu, E. (2007). *Nitel-Nitel Araştırma Teknikleri*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Lesh, R., Post, T. ve Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In Claude Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics* pp. 33-40), Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Lesh, R. ve Doerr, H. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh ve H. Doerr (Eds.) (2003). *Beyond Constructivism*. (pp. 3-34). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Lowrie, M. ve Dieazmann, E. (2007) Middle School Students' Interpretation of Graphing Tasks: Difficulties within a Graphical Language; *EARCOME4, Universiti Sains Malaysia*.
- Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (MEB) (2005). *Ortaöğretim Matematik (9,10,11 ve 12) Sınıflar Dersi Öğretim Programı*, Ankara.
- Monaghan, J. D., Sun, S. ve Tall, D. O. (1994). Construction of the Limit Concept with a Computer Algebra System, *Proceedings of PME 18, Lisbon, Portugal, III*. 279–286.

- Montiel, M. (2005). *The Process of Integration and the Concept of Integral: How Does Success With Application and Comprehension of Underlying Notion Such as Accumulation Relate to Students' Mathematical Fluency*, Unpublished PhD The University of New Hampshire, Mexico.
- Mundy, J. (1984). Analysis of Errors of First Year Calculus Student's. In *Theory Research and Practice in Mathematics Education*. In Bell, A.; Low B. and Kilpatrick J., (eds.). *Proceedings, ICME 5. Adelaide, 1984. Working group reports and collected papers. Shell Center, Nottingham, UK*, 170-172.
- NCTM (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
- NCTM (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: NCTM Publications.
- Niss, M. (1999). Aspects of the nature and state of research in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics* 40, 1-24.
- Oberg, R. (2000). *An Investigation of Under Graduate Calculus Students Understanding of The Definite Integral*, Unpublished EdD., The University of Montana.
- Olkun, S. (2003). Making Connections: Improving Spatial Abilities with Engineering Drawing Activities. *International Journal of Mathematics Teaching and Learning* (April, 17). [Online]: <http://www.ex.ac.uk/cimt/ijmtl/ijabout.htm>.
- Orton, A. (1983). Student's understanding of Integration. *Educational Studies in Mathematics*, 14(1), 1-18.

- Ostebee, A. ve Zorn, P. (1997). *Calculus from graphical, numerical and symbolic points of view*. Fort Worth, TX: Saunder College Publishing.
- Önder, O. (2008). *Çoktan Seçmeli ve Klasik Tipteki Sorularla Yapılan Sınav Hazırlığının Matematik Başarı ve Sınav Kaygı Düzeylerine Etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Özgün-Koca, S. A. (1998). Students' use of representations in mathematics education. *North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, NC: Raleigh.
- Özgün-Koca, S. A. (2004). Bilgisayar Ortamındaki çoğu] Bağlantılı Gösterimlerin Öğrencilerin Dogrusal İlişkileri Öğrenmeleri Üzerindeki Etkileri, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, sayı 26.
- Parsons, L. R. (2001). *The Effects of Increased Attention to the Calculus Foundations When Teaching Definite Integrals*. Unpublished EdD, The Universty of California.
- Patterson, N. ve Norwood, K. (2004) A case study of teacher beliefs on students' belief about multiple representation. *International Journal of Science and Mathematics Education* 2, 5–23.
- Patton, M. Q. (1990). *How to Use Qualitative Methods in Evaluation*. London: Sagem Publications.
- Presmeg, Norma C. (1986). Visualisation in high school mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 6(3), 42-46.
- Porzio, D. T. (1994). *The Effects of Differing Technological Approaches to Calculus on Students' Use and Understanding of Multiple Representations when Solving Problems*. PhD., The Ohio State University.

- Porzio, D. (1999). Effects of differing emphases in the use of multiple representations and technology on students' understanding of calculus concepts. *Focus On Learning Problems in Mathematics*, 21(3), 1-29.
- Rasslan, S. ve Tall, D. (2002). Definitions and Images for the Definite Integral Concept. In Cockburn A.; Nardi, E. (eds.) *Proceedings of the 26th PME*, 4, 89-96.
- Robutti, O. (2003). Real and Virtual Calculator: From Measurements to Definite Integral *European Research In Mathematics Education III*.
- Rösken, B. ve Rolka, K. (2007). Integrating Intuition: The Role Of Concept Image And Concept Definition For Students' Learning Of Integral *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3, 181-204.
- Sevimli, E., Yıldız, Ç. ve Delice, A. (2008). Geometri sorularında Görselleme sürecine bir bakış: Nereden çizeyim? 8. *Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunulan bildiri*, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.
- Sevimli, E. ve Delice, A. (Baskıda). Öğrencilerin belirli integrale yüklediği anlamların problem türleri yönüyle incelenmesi. 18. *Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi*, Ege Üniversitesi. İzmir (2009).
- Sevimli, E., Delice, A. ve Yengin, N. E. (Baskıda). Analiz dersi öğrencilerinin belirli integral konusundaki çoklu temsil kullanma becerilerinin incelenmesi. 18. *Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi*, Ege Üniversitesi. İzmir (2009).
- Scaley L. V.(2008). *Calculus Students' Assimilation Of Riemann Integral Into A Previously Established Limit Structure*, Unpublished EdD, The Arizona State University
- Schneider, E. (1995). Testing the rule of three: A formative evaluation of the Harvard based Calculus Consortium curriculum. *Dissertation Abstracts International*, 56 (06), 2158A. (UMI No. 9534951).

- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding', *Mathematics Teaching* 77, 20–26.
- Sorby, S. (2001). Improving the spatial ability of engineering students: Impact on graphics performance and retention. *Engineering Design Graphics Journal*, 65(3), 31-36.
- Tall, D. O. ve Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition with particular reference to limits and continuity', *Educational Studies in Mathematics* 12, 151–169.
- Tall, D. O. (1985). Understanding the calculus', *Mathematics Teaching* 110, 49-53.
- Tall, D. O. (1986). A graphical approach to integration and the fundamental theorem. *Mathematics Teaching*, 113, 48-51.
- Tall, D. O. (1991). Intuition and rigour: the role of visualization in the calculus', *Visualization in Teaching and Learning Mathematics* (ed. S. Cunningham ve W. S. Zimmermann, MAA Notes No. 19, (pp.105-119). Washington DC: MAA.
- Tall, D.O. (1987). Whither Calculus. *Mathematics Teaching*, 11, 50-54.
- Thomas, N. D., Mulligan, J. T., ve Goldin, G. A. (2002). Children's representation and structural development of the counting.
- Thompson, P. (1994). Images of Rate and Operational Understanding of the Fundamental Theorem of Calculus. *Educational Studies in Mathematics*, 26 (2), 229-274.
- Thompson, P. W. ve Silverman, J. (2007). The Concept of accumulation in calculus. In M. Carlson ve C. Rasmussen (Eds.), *Making the connection: Research and teaching in undergraduate mathematics* (pp. 117-131).

- Tucker, A. C. ve Leitzel, J. R. C. (1994). *Assessing Calculus Reform Efforts*.
- Vygotsky, L. (1962). *Thought and language* (E. Hanfmann ve G. Vakar, Eds., Trans.). Cambridge, MA: MIT Press.
- Yakimanskaya, I .S. (1991). *The development of spatial thinking in schoolchildren*. NCTM: Reston, USA.
- Yaman, S. (2003). “Fen Bilgisi Eğitiminde Probleme Dayalı Öğrenmenin Öğrenme Ürünlerine Etkisi”,Yayımlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Yıldırım, A. ve Şimsek, H. (2006). *Sosyal Bilimlerde Nitel Arastırma Yöntemleri*, (6.Baskı). Seçkin Yayıncılık, Ankara.
- Yılmaz, K. (2007). *Öğrencilerin epistemolojik ve matematik problem çözümlerine yönelik inançlarının problem çözme sürecine etkisinin araştırılması’*. Yayımlanmamış Yüksek lisans Tezi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Marmara Üniversitesi.
- Yin, R. (1994). *Case study research: Design and methods*, 2nd ed. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Zimmerman, W. ve Cunningham, S. (1991). *Visualization in teaching and learning mathematics*. Washington,USA: Mathematical Ass.of America.

EKLER

009199-1



PURDUE UZAMSAL GÖRSELLEME TESTİ

Roland Guay , PhD

Lütfen size testi nasıl cevaplayacağınız anlatılana kadar kitapçığı açmayınız



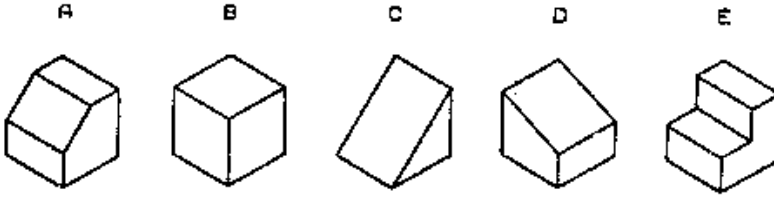
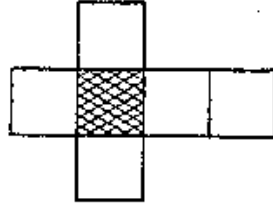
© Copyright, Purdue Research Foundation, 1976

Uyarı: Bu kitapçık üzerine herhangi bir işaretleme yapmayınız. Cevaplarınızı cevap kâğıdına işaretleyiniz.

BÖLÜM-1: OLUŞTURMA

YÖNERGE

Bu testin ilk bölüm 12 sorudan oluşmaktadır. Bu sorular sizin üç boyutlu nesneleri katlayarak ne şekilde görselleştireceğinizi belirlemek üzere tasarlanmıştır. Aşağıda bu testin ilk bölümünde yer alan soru tiplerine yönelik bir örnek verilmiştir.



Yukarıda beş tane üç boyutlu cisim ve bir tane açılım bulunmaktadır. Açılım üç boyutlu bir nesnenin iç yüzeyini göstermektedir. Açılımdaki taralı kısımlar cismin tabanını göstermektedir. Sizden istenen;

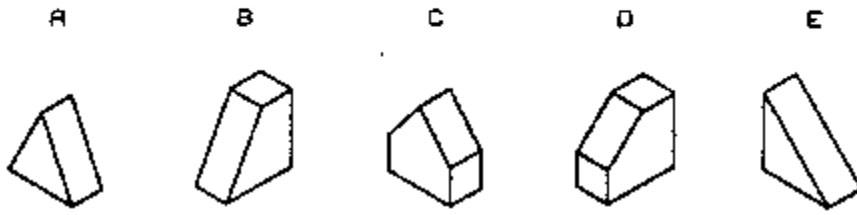
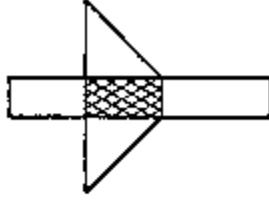
1) Bu açılımın üç boyutlu nesne olarak katlandığında, zihninizde nasıl gözüktüğünü belirlemeniz,

2) Yapılan katlamalar ile oluşan üç boyutlu şekli, A, B, C, D, E şıkları arasından seçmenizdir.

Yukarıda gösterilen örneğin doğru cevap hangisidir?

A, C, D, E şıkları yanlıştır. Verilen açılımın katlanmasıyla B şıkkındaki gibi bir nesne elde edilebilir. Bu testin üç bölümündeki her bir sorunun yalnızca bir doğru cevabı bulunmaktadır.

Şimdi aşağıdaki örneğe bakınız ve verilen açılım katlandığında elde edilebilecek üç boyutlu cismi şıklar arasından belirlemeye çalışınız? Verilen açılımın cismin içerisini ve taralı kısmın cismin alt yüzeyini gösterdiğini unutmayınız.

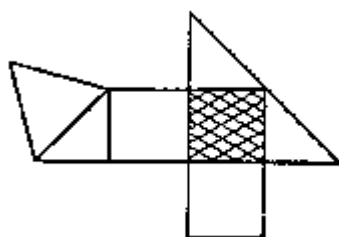


Örnekteki doğru cevap E şıkkıdır.

Test boyunca her bir soru için belirlediğiniz cevapları, cevap anahtarına koyu renkli kalemle işaretleyiniz.

Uyarı: Bu kitapçık üzerine herhangi bir işaretleme yapmayınız. Cevaplarınızı cevap kâğıdına işaretleyiniz. Başlarken gerekli açıklamalar yapılacaktır.

1



A



B



C



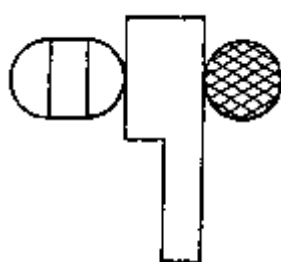
D



E



2



A



B



C



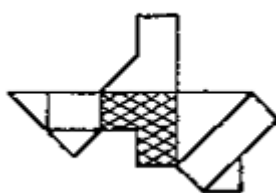
D



E



3



A



B



C



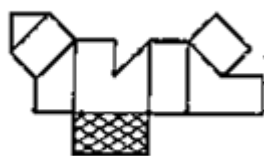
D



E



4



A



B



C



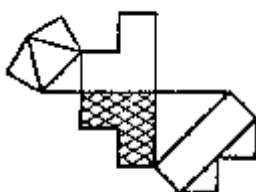
D



E



5



A



B



C



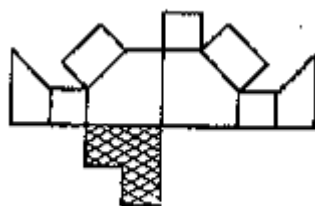
D



E



6



A



B



C



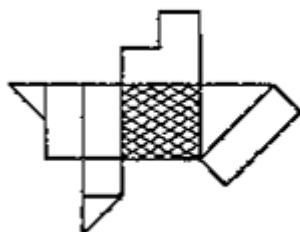
D



E



7



A



B



C



D



E



8



A



B



C



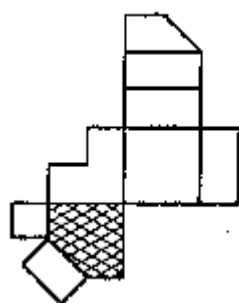
D



E



9



A



B



C



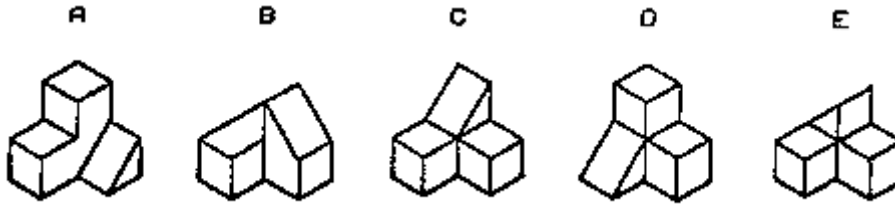
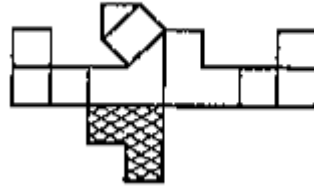
D



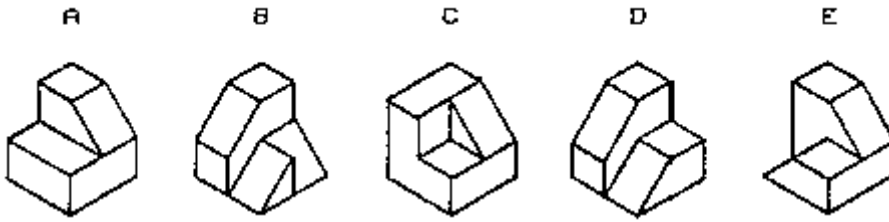
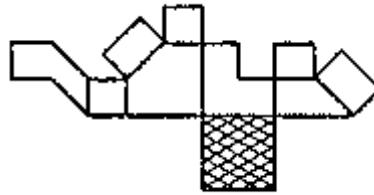
E



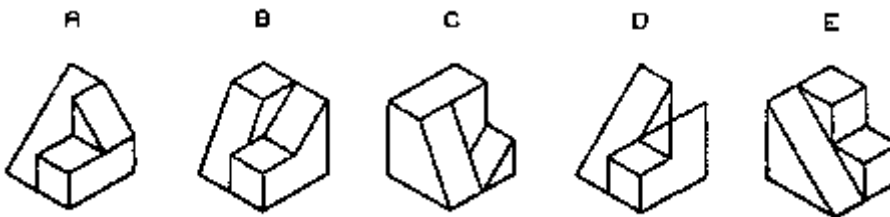
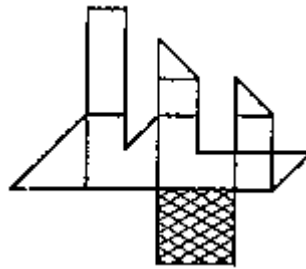
10



11



12

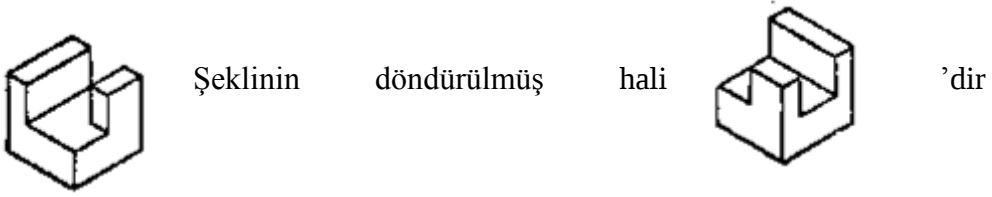


Uyarı: Bu kitapçık üzerine herhangi bir işaretleme yapmayınız. Cevaplarınızı cevap kâğıdına işaretleyiniz.

BÖLÜM-2: DÖNDÜRME

YÖNERGE

İkinci bölüm 12 sorudan oluşmaktadır. Bölümdeki sorular üç boyutlu nesnelerin döndürülmesini ne şekilde görselleştireceğinizi belirlemek üzere tasarlanmıştır. Aşağıda görülen soru tipi ikinci bölümde bulunan soru tipilerine bir örnektir.



Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

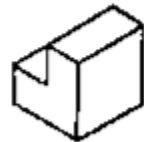
A

B

C

D

E



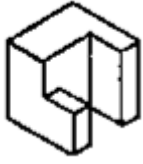
Sizden istenen,

- 1) Sol üst kısımda yer alan nesnenin, sağ üst kısımdaki nesneye dönüşmesi için gerekli adımları bulmanız,
- 2) Sorunun orta kısmında bulunan nesnenin tam olarak aynı adımlar ile döndürüldüğü zaman nasıl görüldüğünü bulmanız,
- 3) Orta kısımda bulunan cisim, gerekli adımlar uygulanarak döndürüldüğünde, elde edilen görünümün verilen şıklardan hangisinde (A, B, C, D veya E) doğru olarak gösterildiğini bulmanız, istenmektedir.

Yukarda gösterilen örnekte doğru cevap hangisidir?

A, B, C, E cevapları yanlıştır. Gerekli döndürme adımları uygulandığında D şikkının doğru olduğu görünmektedir. Her sorunun yalnızca bir doğru cevabı olduğunu hatırlayınız.

Şimdi bir diğör örneğe geçelim. Aşağıda verilen örnekte döndürölme işleml uygulandıktan sonra doğru pozisyonda bulunan şekli belirlemeye çalışınız.



Şeklinin döndürölmiş hali



'dir.



Şeklinin döndürölmiş hali aşağıdakilerden hangisidir?

A



B



C



D



E



Dikkat ederseniz, bu örnekte verilen döndürme yönergesi daha karmaşıktır. Bu örnek için doğru cevap B şikkıdır.

Uyarı: Bu kitapçık üzerine herhangi bir işaretleme yapmayınız. Cevaplarınızı cevap kâğıdına işaretleyiniz. Başlarken gerekli açıklamalar yapılacaktır.

13



Şeklinin döndürülmüş hali



'dir.



Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

A

B

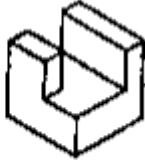
C

D

E



14



Şeklinin döndürülmüş hali



'dir.



Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

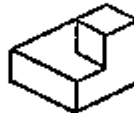
A

B

C

D

E



15



Şeklin döndürülmüş hali



'dir.



Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

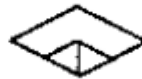
A

B

C

D

E



16



Şeklinin döndürülmüş hali



'dir?



Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

A



B



C



D



E



17



Şeklin döndürülmüş hali



'dir.



Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

A



B



C



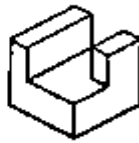
D



E



18



Şeklin döndürülmüş hali



'dir.



Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

A



B



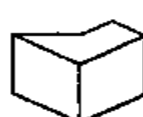
C



D



E



19



Şeklin döndürülmüş hali



'dir.



Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

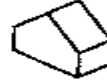
A

B

C

D

E



20



Şeklin döndürülmüş hali



'dir.



Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

A

B

C

D

E



21



Şeklin döndürülmüş hali



'dir.



Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

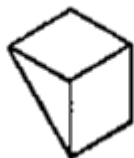
A

B

C

D

E



22



Şeklin döndürülmüş hali



'dir.



Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

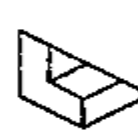
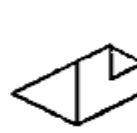
A

B

C

D

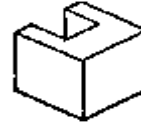
E



23



Şeklin döndürülmüş hali



'dir.



Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

A

B

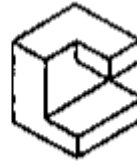
C

D

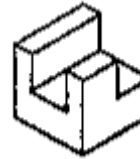
E



24



Şeklin döndürülmüş hali



'dir.



Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

A

B

C

D

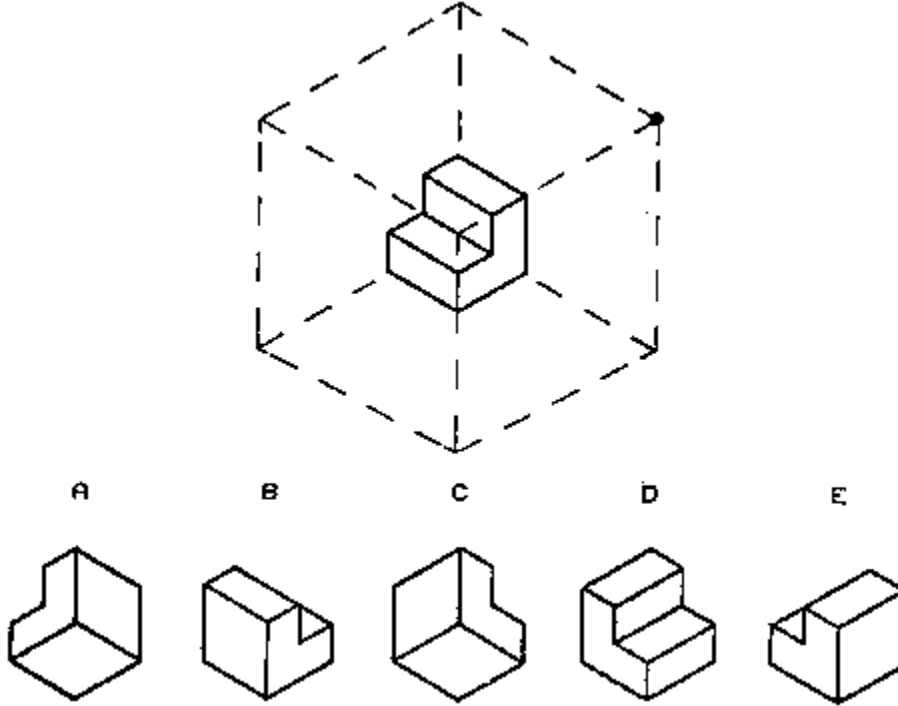
E



BÖLÜM-3: GÖRÜNÜMLER

YÖNERGE

Testin üçüncü bölümü 12 sorudan oluşmaktadır. Bu sorular, sizin çeşitli bakış açılarından, üç boyutlu cisimleri ne şekilde görselleyebileceğinizi belirlemeye yönelik olarak tasarlanmıştır. Aşağıda verilen soru, üçüncü bölümde yer alan soru tiplerine bir örnektir.



Yukarıdaki örnek saydam bir kutunun ortasına yerleştirilmiş bir cismi göstermektedir. Beş çizim aynı cismin farklı noktalardan bakıldığında oluşan görüntülerini temsil etmektedir. Saydam kutunun sağ üst köşesinde yer alan siyah nokta, cisme bakılması istenen durumu göstermektedir.

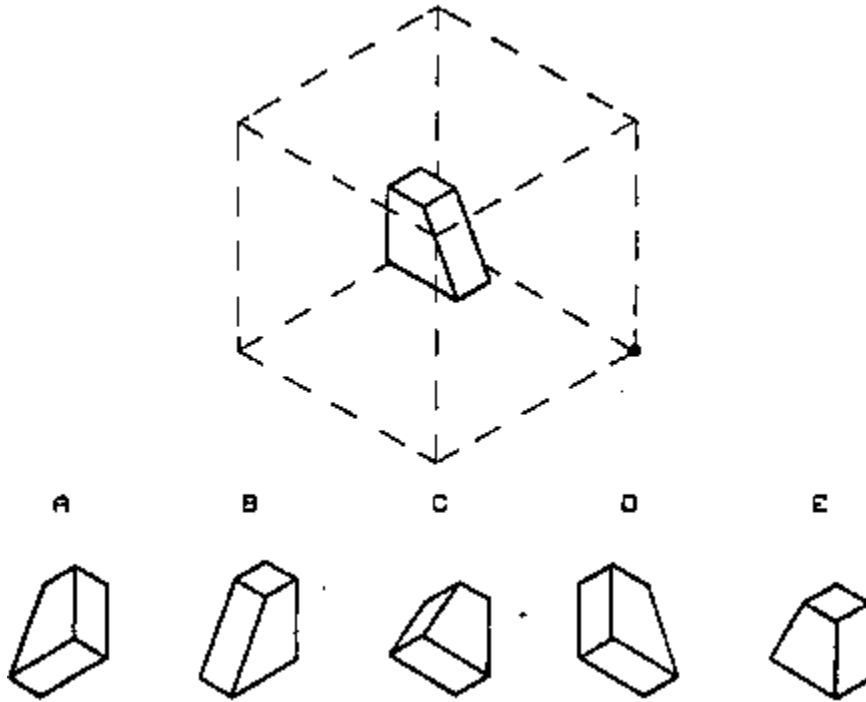
Sizden istenen;

- 1) Bu saydam kutunun köşesindeki siyah noktanın sizinle cam kutu arasında oluncaya kadar hareket etmesi gerektiğini hayal etmeniz,
- 2) Bu bakış açısı doğrultusunda saydam kutuda içerisindeki nesnenin zihninizde nasıl göründüğünü bulmanız,
- 3) Verilen A, B, C, D ve E şıkları arasında size göre doğru olan cevabı işaretlemenizdir.

Yukarıda verilen örnekte doğru cevap hangisidir.

A, B, C ve D şıkları yanlıştır; sadece E şıkkı verilen bakış açısı doğrultusunda cismin görünümünü temsil etmektedir. Önceki bölümlerde olduğu gibi her sorunun yalnızca bir doğru cevabı bulunmaktadır.

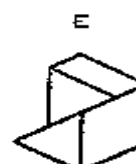
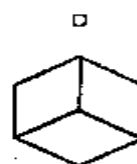
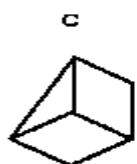
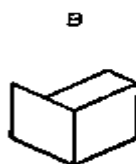
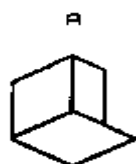
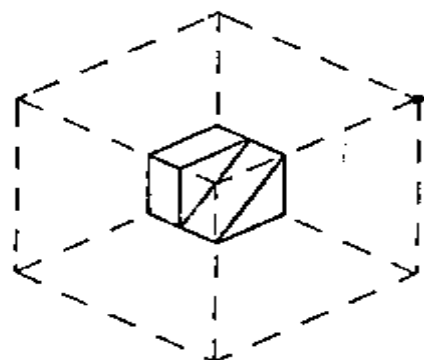
Şimdi aşağıda verilen bir sonraki örneğe bakarak, gösterilen noktadan cisme bakıldığında cismin nasıl görüldüğünü bulunuz. Nesne saydam kutunun ortasına konumlandırılmıştır. Siyah nokta, sizinle nesne arasında kalacak şekilde cismi hareket ettirerek zihninizde görselleyiniz.



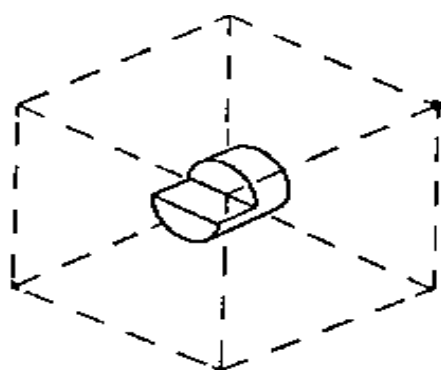
Bu örneğin doğru cevabı C şıkkıdır.

Ne zaman başlayacağınız size söylenecektir.

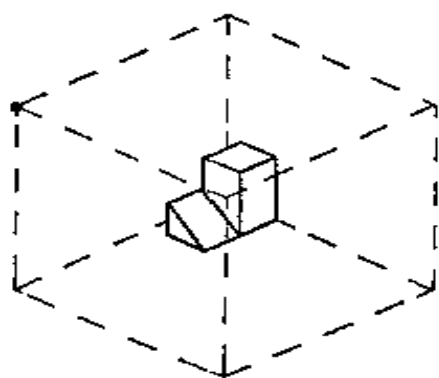
25



26



27



A



B



C



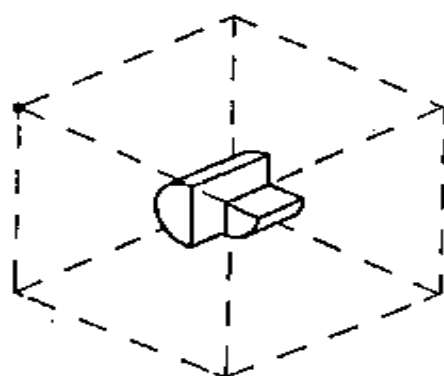
D



E



28



A



B



C



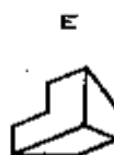
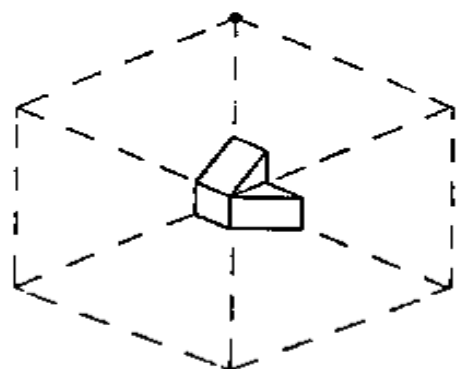
D



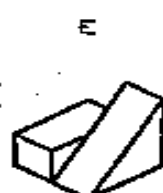
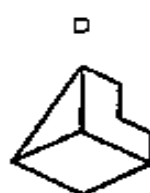
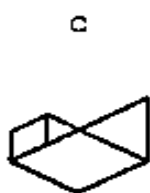
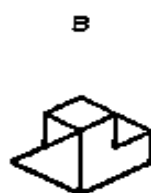
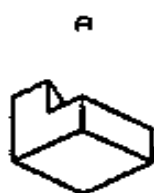
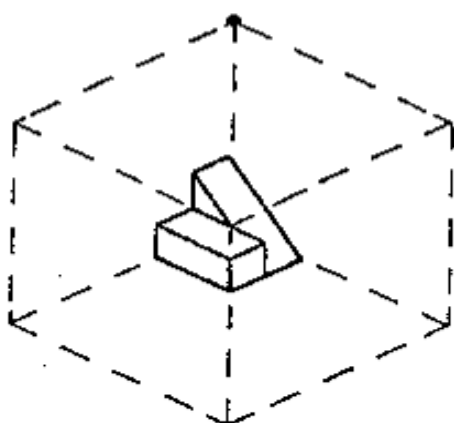
E



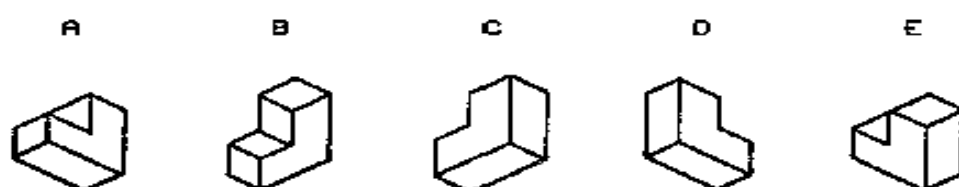
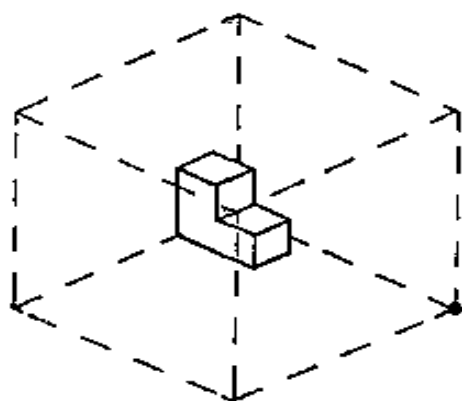
29



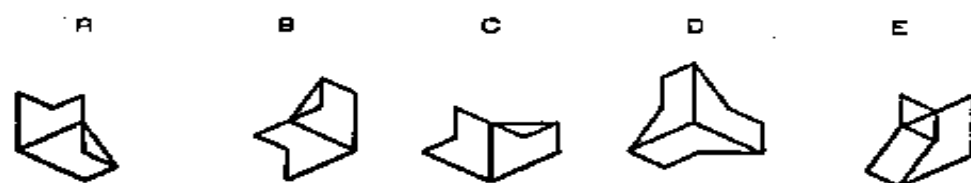
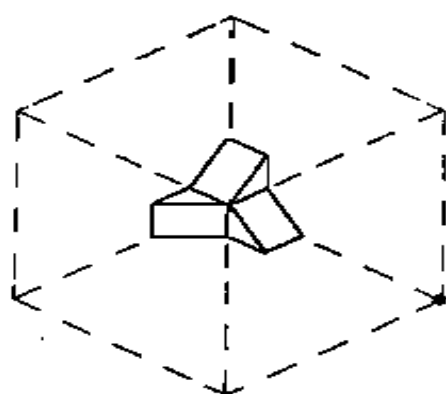
30



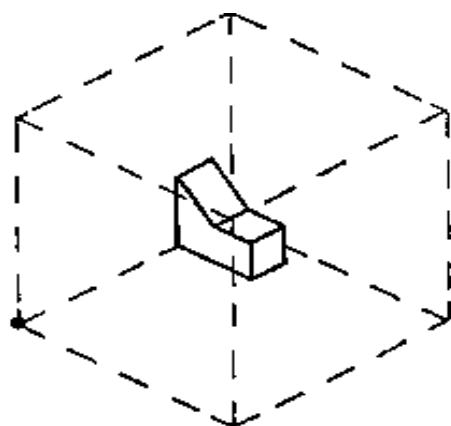
31



32



33



A



B



C



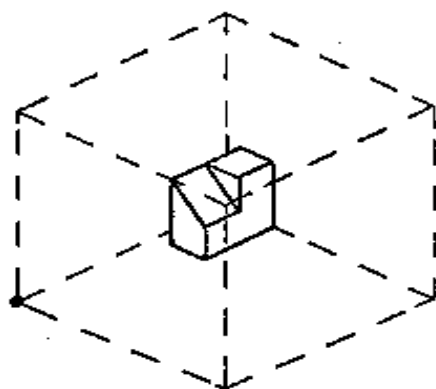
D



E



34



A



B



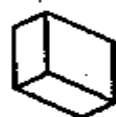
C



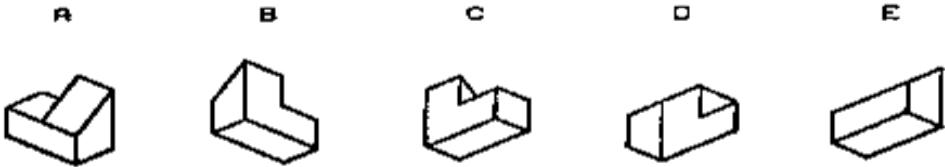
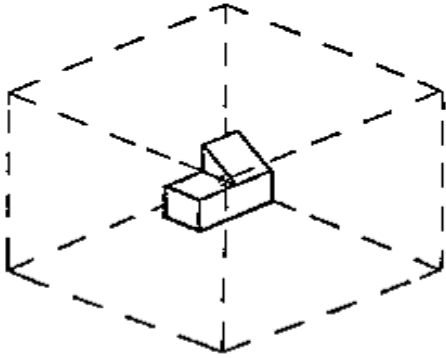
D



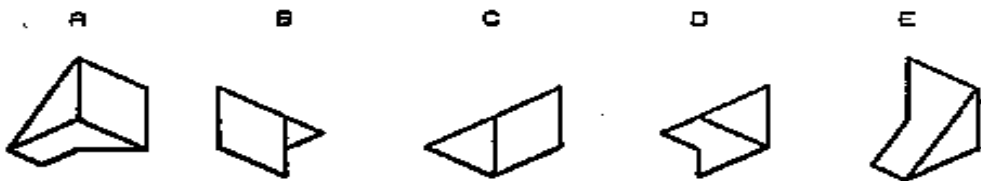
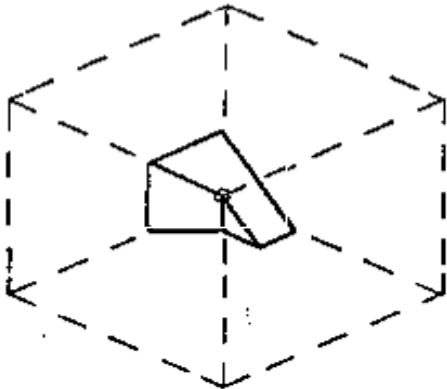
E



35



36



Adı:

Soyadı:

YÖNERGE

Aşağıda belirli integral konusuna ait dokuz soru bulunmaktadır. Sizden ilk olarak soruları çözmeniz beklenmemektedir. Sadece hangi temsilleri kullanarak soruları çözebileceğinizi belirlemeniz ve ilgili kutu ya da kutucukları doldurarak testi 6 dakika içerisinde tamamlamanız beklenmektedir.

Her bir sorunun altında yer alan kutucuklarda üç temsil çeşidi bulunmaktadır. Bunlar nümerik, grafik ve cebir temsilleridir. Bu testte kullanılan temsil kavramı, matematiksel bir ifadenin tablo, denklem veya grafik gibi farklı biçimlerde ifade edilmesi anlamını taşımaktadır. Nümerik temsil ile belirli integral konusundaki bir problemin birikimli toplamlar mantığı ile hesaplanması yoluna gidilmesi kısaca, verilerin tablo veya dikdörtgenler toplamı kullanılarak hesaplanması kastedilmektedir. Grafik temsilleri ile verilerin geometrik olarak çizilebilmesi ve eğri altında kalan alanın hesaplanabilmesi gerekliliği vurgulanırken, cebir temsilleri ile verilerin bilinen integrasyon işlemleri ve denklemler yardımı ile çözülebilmesi amaçlanmıştır.

Lütfen problemi çözerken kullanacağınız yada kullanılmasının çözümü kolaylaştıracağına inandığınız temsil yada temsilleri işaretleyiniz.

Örnek:

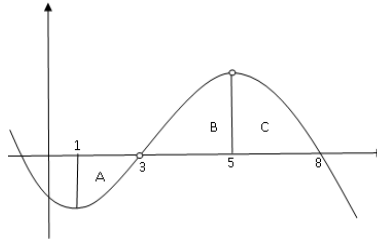
$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 9, & 1 < x < 3 \\ (x - 3)^2, & 3 \leq x < 5 \\ \frac{3}{4}(-x + 8)^2, & 5 \leq x < 8 \end{cases} \text{ fonksiyonu için } \int_1^5 f(x) dx \text{ integralini hesaplanması durumunda}$$

cebir temsiline kullanılması ile $\int_1^3 (x^2 - 9) dx + \int_3^5 ((x - 3)^2) dx$ integral hesabı,

grafik temsili

ile

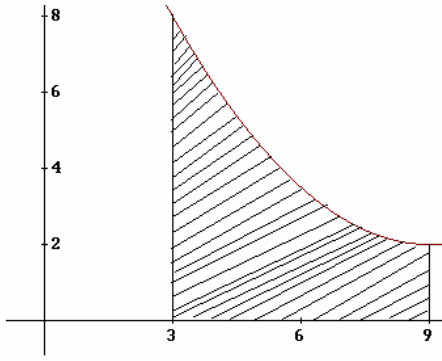
eğrisi altında kalan alan,



nümerik temsili ile fonksiyondaki değişim miktarlarının toplamı yolu ile integral hesabının yapılması kastedilmektedir.

x	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
f(x)	-8	-6.75	-5	-2.75	0	0.25	1	2.25	27/4

1)



Yanda verilen grafikteki taralı bölgenin alanı 12'den büyük 48 den küçüktür, neden? Daha kesin (yaklaşık) bir değer bulabilir misiniz?

Nümerik	Grafik	Cebirsel

2) $\int_0^{\pi} (e^{2x} + \sqrt{x} - \cos 3x) dx$ İntegralini hesaplayınız?

Nümerik	Grafik	Cebirsel

3) Her on dakikada bir yapılan ölçümlere göre, bir çiftçinin ortalama hasat miktarının zamana göre değişim oranını (kg/dak) gösteren tablo aşağıda verilmiştir.

Zaman (dak)	0	10	20	30	40	50	60
Hasat Miktarı (kg/dak)	0	8	10	14	12	12	6

Buna göre;

i) 60 dakikalık zaman sonunda gerçekleşen toplam hasat miktarını nasıl bulabileceğinizi ifade ediniz?

Nümerik	Grafik	Cebirsel

ii) Bulduğunuz toplam hasat miktarı çiftçinin bir saat sonunda elde ettiği ürün miktarını net olarak ifade eder mi? Bunu nasıl anlarsınız?

- 4) Bir bitkinin boy olarak **büyüme hızına** ilişkin formül $H(t) = 3t^3 - 2t^2 + e^{2t}$ olarak verilmiştir. $H(t)$, bitkinin o yıl ki büyüme miktarını (cm/yıl), t geçen yılları temsil etmektedir. Buna göre 4 yıl sonunda, bitkinin boyunda meydana gelen toplam değişim miktarı kaç cm dir?

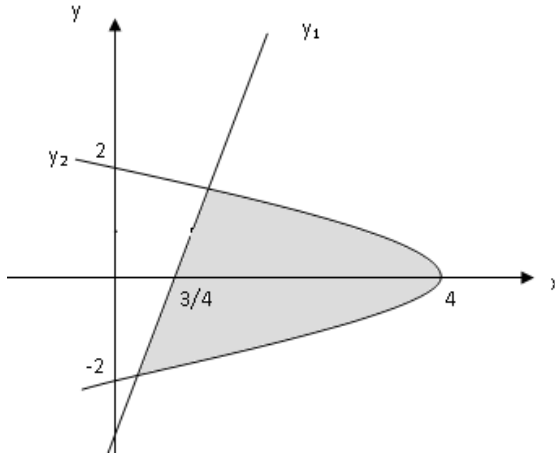
Nümerik	Grafik	Cebirsel

- 5) $y = x - 3$ ve $y^2 = x - 1$ eğrilerinin sınırladığı bölgenin alanını bulunuz?

Nümerik	Grafik	Cebirsel

- 6) Aşağıdaki grafikte verilen taralı bölgenin alanını ifade eden denklemi bulunuz ve hesaplayınız?

Nümerik	Grafik	Cebirsel



- 7) x 'in $(1,5)$ aralığında aldığı tamsayı değerleri için $f(x)$ fonksiyonunun değişimini gösteren tablo aşağıda verilmiştir?

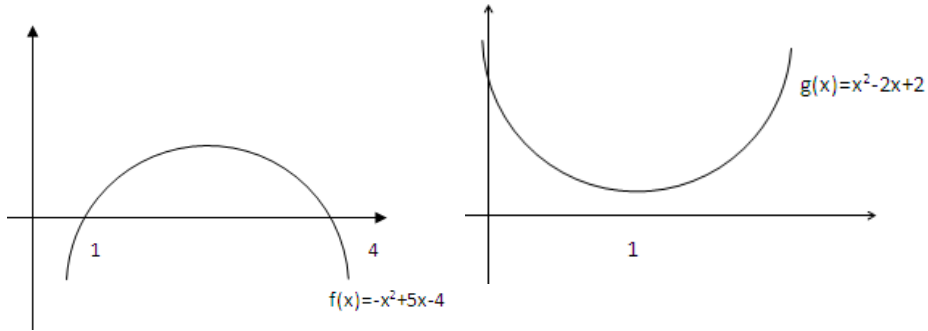
x	1	2	3	4	5
$f(x)$	0	3	8	15	24

Buna göre $\int_1^5 f(x) dx$ integralinin değerini hesaplayınız?

Nümerik	Grafik	Cebirsel

- 8) Yanda verilen $f(x)$ ve $g(x)$ parabolleri arasında kalan bölgenin alanını hesaplayınız?

Nümerik	Grafik	Cebirsel



- 9) Aşağıdaki tabloda x 'in belirtilen aralıklardaki görüntüsü verilmiştir. Buna göre f fonksiyonu ile x -ekseni arasında kalan bölgenin alanını bulunuz?

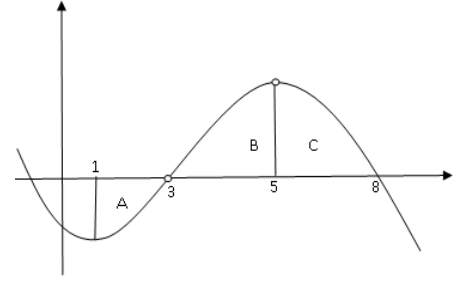
x	$f(x)$
$[-2,0)$	-1
$[0,2)$	0
$[2,4)$	1
$[4,6)$	2

Nümerik	Grafik	Cebirsel

1, 2, 3. Sorular aşağıdaki bilgilere göre yapılacaktır.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 9, & 1 < x < 3 \\ (x - 3)^2, & 3 \leq x < 5 \\ \frac{3}{4}(-x + 8)^2, & 5 \leq x < 8 \end{cases}$$

Fonksiyonuna ait grafik yanda verilmiştir.



A,B,C verilen sınırlardaki eğri ile x-ekseni arasında kalan alanı temsil etmektedir. Buna göre,

1)

i) $\int_1^3 f(x) dx$ integralini hesaplayınız?

ii) $\int_1^5 f(x) dx$ integralini hesaplayınız?

2)

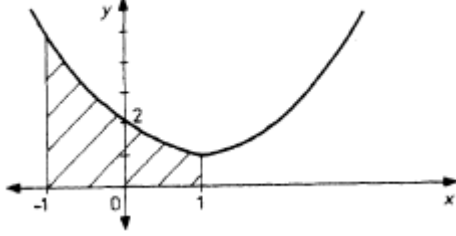
i) $\int_1^5 f(x) dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx$ eşitliği sağlanır mı gösteriniz?

ii) $\int_1^5 f(x) dx$ ve $\int_5^8 f(x) dx$ integrallerinin değerleri eşit midir, gösteriniz?

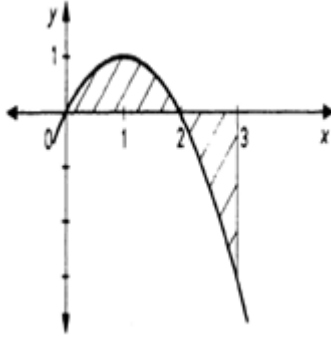
3) $\int_3^5 f(x) dx > \int_1^3 f(x) dx$ eşitsizliği sağlanır mı, gösteriniz?

- 4) Aşağıda bazı fonksiyonlara ait grafikler ve taralı bölgeler verilmiştir. Grafiklerde gösterilen taralı bölgelerin alanlarını bulunuz? Eğer bu mümkün değil ise nedenini açıklayıp yaklaşık değerini bulmaya çalışınız?

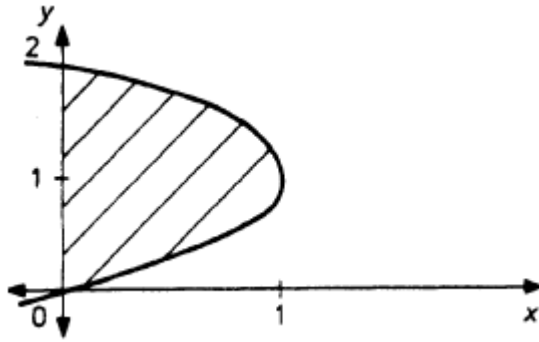
a)



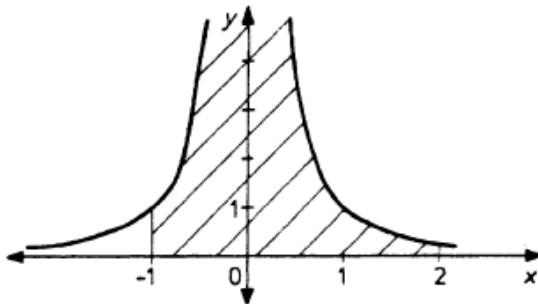
b)



c)



- 5) Aşağıdaki grafikte gösterilen taralı bölgelerin alanlarını bulunuz? Eğer bu mümkün değil ise nedenini açıklayıp yaklaşık değerini bulmaya çalışınız?



6) Aşağıdaki belirli integralleri hesaplayınız

a)

$$\int_{-1}^1 \left(3x^3 + \sqrt[3]{x^2} + e^{2x} \right) dx = ?$$

b)

$$\int_0^{\pi} (\cos^3 2x \sin 2x + x \sin x)$$

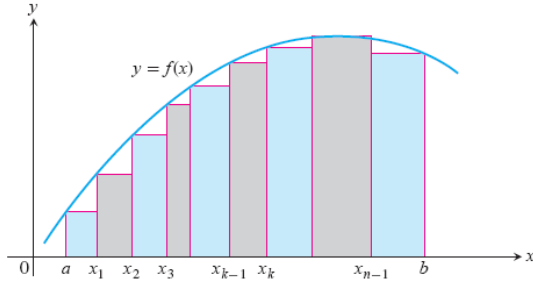
7) Aşağıdaki belirli integralleri hesaplayınız

a) $f(x) = \sin x$ fonksiyonu ile x-ekseni ve $[0, 2\pi]$ aralığının sınırladığı bölgenin alanını bulunuz?

b) Verilen $f(x) = 1 - |x - 1|$ fonksiyonu için $\int_0^2 f(x) dx$ integralini hesaplayınız?

8) $\int_{-1}^2 \frac{1}{x^2} dx$ integralini hesaplayınız?

9) Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre $\int_a^b f(x) dx$ integralini Riemann toplamı anlamında (dikdörtgenler toplamı yardımıyla) ifade ediniz?



10) $[a,b]$ aralığındaki f fonksiyonunun Analizin Temel Teoremine göre integrallenebilir olması için önermelerdeki boşlukları işaretleterek doldurunuz. *Not: Analizin Temel Teoreminde $F'(x)=f(x)$ iken $\int_a^b f(x) = F(b) - F(a)$ ile integral hesabı yapılır.*

- | | |
|--|--|
| i) f , tanımlı | Olmalıdır () Olmayabilir () Bilmiyorum () |
| ii) f , (a,b) aralığında sürekli.... | Olmalıdır () Olmayabilir () Bilmiyorum () |
| iii) f , pozitif | Olmalıdır () Olmayabilir () Bilmiyorum () |
| iv) f , $[a,b]$ aralığında sınırlı | Olmalıdır () Olmayabilir () Bilmiyorum () |
| v) f , türevlenebilir | Olmalıdır () Olmayabilir () Bilmiyorum () |

11) $\int_a^b f(x) dx$ integralinin bir diğer gösterim biçimi aşağıdakilerden hangisidir.

Not: $\{x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n\}$, $[a,b]$ aralığının düzgün bir parçalanışı ve $F'(x)=f(x)$ 'dir

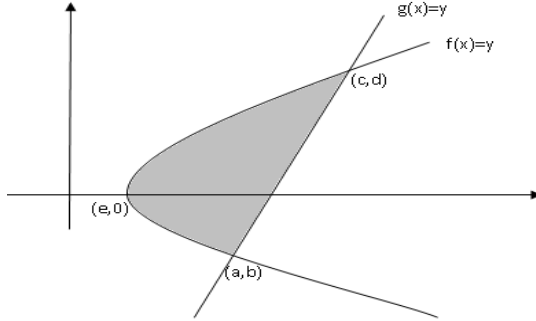
- $\sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x_i$
- $f(b) - f(a)$
- $\frac{d}{dx} [\int_a^b f(x) dx] = f(b) - f(a)$
- $\frac{d(F(x))}{dx}$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x_i)$

12) $\int_a^b f(x) dx$ belirli integralinin size en yakın gelen tanımı hangi şıkta verilmiştir.

Verilmemişse kendi tanımınızı yazınız.

- Eğri altında kalan alan
- Birikimli toplamlar
- $F'(x)=f(x)$ iken $\int_a^b f(x) = F(b) - F(a)$
- Türevin tersi
- Sonsuz toplamların limiti

13) $f(x)$ ve $g(x)$ eğrileri arasında kalan bölgenin alanı aşağıdaki şıklardan hangisi ya da hangilerinde doğru olarak ifade edilmiştir, işaretleyiniz?



i) $\int_a^c [f(x) - g(x)] dx$

ii) $\int_b^d [f^{-1}(y) - g^{-1}(y)] dy$

iii) $\int_a^c [g(x) - f(x)] dx$

iv) $\int_b^d [f(x) - g(x)] dx$

v) $\int_b^d [g^{-1}(y) - f^{-1}(y)] dy$

vi) $\int_e^a 2f(x) dx + \int_a^c [f(x) - g(x)] dx$

vii) $\int_e^a [f(x) - g(x)] dx + \int_a^c [f(x) - g(x)] dx$

14) $x=0$ ve $x=3$ doğrusu ile sınırlandırılmış $y = 3x^2 - x^3$ eğrisinin, y - eksenini etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmini hesaplayınız?

YARI-YAPILANDIRILMIŞ GÖRÜŞME SORULARI

- 1) Belirli integrali tanımlayabilir misiniz?(Matematiksel tanım)
- 2) Belirli integrali tanımlayabilir misiniz? (Bireysel tanım)
- 3) $\int_a^b f(x)dx$ gösteriminden ne anlıyorsunuz?
- 4) Bir integral alma işlemini kaç farklı biçimde ifade edebilirsiniz
 - i) Sizin için belirli integralin kaç farklı tanımı vardır?
 - ii) Bu tanımlardan hangisi sizin için daha anlamlıdır?
- 5) $y = x - 3$ ve $y^2 = x - 1$ eğrilerinin sınırladığı bölgenin alanını bulunuz?
 - Bu problemi çözebilmek için grafik çizmek gerekli midir?
- 6) Riemann toplamı ne demektir, tanımlayınız? Dikdörtgenler toplamından ne zaman faydalanırsınız?
 - i) Sınır belirleme sürecinde dikdörtgenlerden faydalıyor musunuz?
- 7)
 - i) Belirli integralin nümerik anlamı ne demektir, nümerik temsillerden ne zaman yararlanma ihtiyacı hissedersiniz?
 - ii) Belirli integralin geometrik anlamı ne demektir, grafiksel temsillerden ne zaman yararlanma ihtiyacı hissedersiniz?
 - iii) Belirli integralin cebirsel anlamı ne demektir, cebirsel temsillerden ne zaman yararlanma ihtiyacı hissedersiniz?
- 8) $\int_{-1}^2 \frac{1}{x^4} dx$ integralini hesaplayınız?
- 9) *Analizin Temel Teoremini tanımlayınız, bu teorem uygulanarak ne zaman integral hesabı yapılabilir?*
- 10)
 - i) $0 < x < 2$ için $f(x)=x^2$ eğrisi altında kalan alanı hesaplayınız
 - ii) $0 \leq x \leq 2$ için $f(x)=x^2$ eğrisi altında kalan alanı hesaplayınız
 - iii) Bu iki değer eşit midir?