

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**BANKACILIKTA VERİ ZARFLAMA ANALİZİ İLE
DAĞITIM KANALI PLANLAMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Akın KUMRU**

Anabilim Dalı : Endüstri Mühendisliği

Programı : Endüstri Mühendisliği

OCAK 2009

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**BANKACILIKTA VERİ ZARFLAMA ANALİZİ İLE
DAĞITIM KANALI PLANLAMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Akın KUMRU
(507051103)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 23 Aralık 2008
Tezin Savunulduğu Tarih : 19 Ocak 2009**

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Cengiz KAHRAMAN (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Demet BAYRAKTAR (İTÜ)
Doç. Dr. Tufan Vehbi KOÇ (İTÜ)**

OCAK 2009

ÖNSÖZ

Parametrik olmayan etkinlik ölçme yöntemleri içinde en sık kullanılanı veri zarflama analizi yöntemidir. Bu yöntem, homojen oldukları varsayılan üretim birimlerini kendi aralarında kıyaslar. En iyi gözlemleri etkinlik sınırı olarak kabul ettikten sonra, diğer gözlemler bu sınıra göre değerlendirilir.

Bana bu çalışmayı yapma fırsatı veren ve yardımlarını esirgemeyen danışman hocam Sayın Prof. Dr. Cengiz Kahraman'a teşekkür ederim.

Aralık 2008, İstanbul

Akın Kumru

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ	ii
KISALTMALAR	v
ÇİZELGE LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
SEMBOL LİSTESİ	viii
ÖZET	ix
SUMMARY	xi
1. GİRİŞ	1
2. ETKİNLİK KAVRAMI VE ÖLÇÜM YÖNTEMLERİ	3
2.1 Üretim İmkan Kümeleri	3
2.2 Etkinlik Sınırı	7
2.3 Parametresiz Etkinlik Ölçütleri	10
2.3.1 Girdiye yönelik radyal etkinlik ölçütü	15
2.3.2 Çıktıya yönelik radyal etkinlik ölçütü	16
2.3.3 Hem girdi hem çıktıya yönelik radyal etkinlik ölçütü	16
2.3.4 Girdiye yönelik radyal olmayan etkinlik ölçütü	17
2.3.5 Çıktıya yönelik radyal olmayan etkinlik ölçütü	18
2.3.6 Hem girdi hem çıktıya yönelik radyal olmayan etkinlik ölçütü	18
3. VERİ ZARFLAMA ANALİZİ	20
3.1 Girdiye Yönelik Veri Zarflama Modelleri	20
3.1.1 Oransal veri zarflama modeli	20
3.1.2 Ağırlıklı veri zarflama modeli	24
3.1.3 Veri zarflama analizinin zarflama modeli	25
3.2 Çıktıya Yönelik Veri Zarflama Modelleri	32
3.2.1 Oransal veri zarflama modeli	32
3.2.2 Ağırlıklı veri zarflama modeli	34
3.2.3 Veri zarflama analizinin zarflama modeli	35
3.3 Ters Veri Zarflama Analizi	41
3.4 Etkin Karar Birimlerinin Duyarlılık Analizi	44
3.4.1 Girdi ve çıktı kararlılık bölgeleri	45
3.5 En Kötü Sınır Yaklaşımı ile Çalışan VZA Modeli	48
3.6 Veri Zarflama Analizi Tabanlı AHP Modeli	54
4. BANKACILIKTA ETKİNLİK ÖLÇME TEKNİKLERİ	63
4.1 Rasyo Analizi	64
4.2 Parametrik Yöntemler	64
4.2.1 Stokastik sınır yaklaşımı (SFA)	65
4.2.2 Serbest sınır yaklaşımı (DFA)	65
4.2.3 Kalın sınır yaklaşımı (TFA)	66
4.3 Parametrik Olmayan Yöntemler	67
4.4 Bankacılık Sektöründe Girdi ve Çıktının Hesaplanması	70
5. BANKACILIKTA VERİ ZARFLAMA ANALİZİ İLE DAĞITIM KANALI PLANLAMASI	72
5.1 Literatürdeki VZA ile Bankacılıkta Etkinlik Analizi Çalışmaları	73
5.2 Gözlem Kümesinin Seçilmesi	74
5.3 Girdi ve Çıktı Değişkenlerinin Seçilmesi	75
5.4 Modelin Sonuçları	77

5.4.1	Üretim etkinliği	78
5.4.2	İşlem etkinliği	83
5.4.3	Gelir etkinliği	85
5.4.4	Karşılaştırmalı değerlendirme	86
6.	SONUÇLAR VE TARTIŞMA	89
	KAYNAKLAR	91
	EKLER	97
	ÖZGEÇMİŞ	100

KISALTMALAR

ÜİK	: Üretim İmkan Kümesi
VZY	: Veri Zarflama Yöntemi
VZA	: Veri Zarflama Analizi
DEA	: Data Envelopment Analysis
DMU	: Decision Making Unit
MOLP	: Multi Objective Linear Programming
SFA	: Stochastic Frontier Approach
DFA	: Distribution Free Approach
TFA	: Thick Frontier Approach
GKB	: Girdi Kararlılık Bölgesi
ÇKB	: Çıktı Kararlılık Bölgesi
SAW	: Simple Additive Weighting
FMS	: Flexible Manufacturing Systems
AHP	: Analythic Hierarchy Process
DEAHP	: Data Envelopment Analythic Hierarchy Process
GMMP	: Genel Müdürlük Masraf Payı
MIS	: Management Information Systems
ABC	: Activity Based Costing
VRS	: Variable Returns to Scale
CRS	: Constant Returns to Scale
IRS	: Increasing Returns to Scale
DRS	: Decreasing Returns to Scale
CV	: Coefficient of Variation

ÇİZELGE LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 2.1	Ölçek Ekonomisi ile İlgili Bağlıntılar..... 10
Çizelge 3.1	Karar Birimlerinin Girdileri ve Çıktıları..... 28
Çizelge 3.2	Ağırlıklı Modelin Çözümü..... 31
Çizelge 3.3	Sayısal Örneğe Ait Girdi ve Çıktı Değerleri..... 38
Çizelge 3.4	Ağırlıklı Modelin Çözümünde Elde Edilen Sonuçlar..... 39
Çizelge 3.5	Çıktıya Yönelik Zarflama Modeli Çözüm Kümesi..... 40
Çizelge 3.6	Duyarlılık Analizi İçin Uygulama Veri Kümesi..... 46
Çizelge 3.7	Uygulama Verileri için Duyarlılık Analizi Sonuçları..... 47
Çizelge 3.8	Normalize Edilmiş Örnek Veri Kümesi..... 48
Çizelge 3.9	24 Banka İçin Bilanço Büyüklükleri..... 52
Çizelge 3.10	WPF-DEA Modeli Sonuçları..... 53
Çizelge 3.11	Dağılım Karar Matrisi ile Oluşturulan Değerleme Vektörleri..... 56
Çizelge 3.12	20 Adet Köprü için Değerleme Veri Kümesi..... 60
Çizelge 3.13	20 Adet Köprü için Ağırlıklandırılmış Risk Skorları..... 61
Çizelge 4.1	Bankacılıkta VZA ile Yapılan Etkinlik Çalışmaları..... 68
Çizelge 5.1	Girdi – Çıktı Kümesi..... 75
Çizelge 5.2	İstatistiksel Büyüklükler..... 77
Çizelge 5.3	Her Üç Açık için Tanımlayıcı Etkinlik Sonuçları..... 77
Çizelge 5.4	Üretim Etkinliği için Veri Kümesi..... 78
Çizelge 5.5	Üretim Etkinlik Değerleri ve Getiri Tipleri..... 79
Çizelge 5.6	Üretim Etkinliği için Etkin Karar Birimi Ağırlıklandırılmış Kombinasyon Matrisi..... 80
Çizelge 5.7	Üretim Etkinliği Sanal Girdi ve Çıktı Değerleri..... 80
Çizelge 5.8	Gevşek Değerler..... 81
Çizelge 5.9	İşlem Etkinliği Etkinlik Değerleri ve Getiri Tipleri..... 83
Çizelge 5.10	İşlem Etkinliği Sanal Girdi ve Çıktı Değerleri..... 84
Çizelge 5.11	Gelir Etkinliği Etkinlik Değerleri ve Getiri Yapıları..... 85
Çizelge 5.12	Gelir Etkinliği Sanal Girdi ve Çıktı Değerleri..... 86
Çizelge A.1	İşlem Etkinliği Veri Kümesi..... 97
Çizelge A.2	İşlem Etkinliği için Etkin Karar Birimi Ağırlıklandırılmış Kombinasyon Matrisi..... 97
Çizelge A.3	İşlem Etkinliği için Gevşek Değerler..... 98
Çizelge A.4	Gelir Etkinliği Veri Kümesi..... 98
Çizelge A.5	Gelir Etkinliği için Etkin Karar Birimi Ağırlıklandırılmış Kombinasyon Matrisi..... 98
Çizelge A.6	Gelir Etkinliği için Gevşek Değerler..... 99

ŞEKİL LİSTESİ

		<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1	Tek Girdi ve Tek Çıktılı Örnek Üretim Ortamı.....	6
Şekil 2.2	Ölçeğe Göre Getiri Kavramı Örneği.....	9
Şekil 2.3	Etkinlik Düzeyleri Ölçüm Şekilleri Örneği.....	11
Şekil 2.4	Radyal Etkinlik ve Eşürün Eğrisi.....	13
Şekil 3.1	Girdi ve Çıktı Değerleri için Eşürün Eğrisi.....	29
Şekil 3.2	Sayısal Örneğe Ait Çıktı Değerleri.....	39
Şekil 3.3	Uygulama Verilerine İlişkin Oluşan Etkinlik Sınırı.....	47
Şekil 3.4	En İyi ve En Kötü Etkinlik Sınırları.....	49
Şekil 3.5	Hiyerarşik Yapı.....	58
Şekil 5.1	Gelir-Üretim Etkinliği Serpilme Diyagramı.....	87
Şekil 5.2	Gelir-İşlem Etkinliği Serpilme Diyagramı.....	88

SEMBOL LİSTESİ

(x, y)	: Üretim İmkan Kümesine ait girdi çıktı vektörü
$E(T) \subset T$	: ÜİK'nin Etkinlik Sınırı
$E(x, y, X, Y)$	: Etkinlik Ölçütü
(μ, ν)	: Pozitif Normal Vektörler
W	: Ölçeğe göre getiri kavramı ile ilgili değişken
α	: Girdilere ait büzülme vektörü
β	: Çıktılara ait genişleme vektörü
λ	: Yoğunluk vektörü
X	: Gözlemlenmiş girdi matrisi
Y	: Gözlemlenmiş çıktı matrisi
x	: Göreli etkinliği ölçülen karar birimine ait girdi vektörü
y	: Göreli etkinliği ölçülen karar birimine ait çıktı vektörü
e	: Birim vektör
u^t	: Çıktıya ait ağırlık vektörünün transpozesi
v^t	: Girdiye ait ağırlık vektörünün transpozesi
ε	: Yeterince küçük pozitif bir sayı
s_i^-	: Karar biriminin i'inci girdisine ait atıl değer
s_r^+	: Karar biriminin r'inci çıktısına ait atıl değer
θ	: Karar birimlerine ait yoğunluk vektörü
σ^-	: Karar birimine ait atıl girdi vektörü
σ^+	: Karar birimine ait atıl çıktı vektörü
θ_i	: Karar birimi etkinlik göstergesi
t	: Skaler değişken

BANKACILIKTA VERİ ZARFLAMA ANALİZİ İLE DAĞITIM KANALI PLANLAMASI

ÖZET

Veri zarflama analizi, homojen yapıda oldukları varsayılan karar verme birimlerinin göreceli etkinliğini birçok girdi ve çıktı değişkenini gözönüne alarak değerlendiren parametresiz bir etkinlik ölçme yöntemidir. Analizde kullanılan girdiler karar birimleri tarafından kullanılan kaynakları, çıktılar ise üretilen ürün veya performans göstergelerini belirtmektedir. VZA, matematik programlama tekniği kullanarak aralarında parametrik bir ilişki kurulamayan değişkenleri gözönüne alarak bir çok karar birimi arasından en iyi alternatifi belirleyebilmektedir. Analiz her bir karar birimi için modeldeki ağırlıklı çıktılar ile ağırlıklı girdiler arasındaki oranı kullanılarak etkinlik sınırını belirler. VZA'nın belirlediği etkin karar birimleri etkinlik sınırını oluştururken bu sınır üzerinde yer almayan birimler ise etkin değildir.

Analize konu olacak karar birimlerinin aynı hedefe yönelik benzer işlevler görmesi, benzer pazar şartlarında çalışması ve gruptaki bütün birimlerin etkinliklerini nitelendiren etmenlerin, yoğunluk ve büyüklüklerindeki farklılıklar hariç aynı olması şartları aranır. Bu noktada analizin en iyi biçimde planlanması ve sonuçların analize dahil edilemeyen yönetim bilgileri ile birlikte kullanılması, VZA'dan doğru biçimde faydalanılması açısından önem taşımaktadır.

Veri zarflama analizi hastaneler, okullar, mağazalar, banka şubeleri gibi kar amacı olan ve olmayan, göreceli olarak homojen karar birimlerinin etkinliklerinin değerlendirilmesi konularında geniş bir kullanım alanı bulmuştur.

Çalışmanın giriş olarak adlandırılan ilk bölümünde tez hakkında bilgi verilmektedir.

İkinci bölümde etkinlik kavramı ve ölçüm yöntemleri anlatılmaktadır. Burada üretim imkan kümeleri tanımlanarak yapılan varsayımlar altında ölçeğe göre getiri kavramı ve çeşitleri tanımlanmaktadır. Girdi ve çıktıya yönelik radyal ve radyal olmayan etkinlik modelleri ayrı ayrı açıklanmaktadır.

Üçüncü bölüm veri zarflama analizinin temel matematiksel modellerini ayrıntılı biçimde sunduktan sonra bu modellere getirilen yeni yaklaşımları içermektedir. Burada, bir karar birimi için girdi veya çıktı değişkenlerinin miktarı değiştirildiğinde etkinlik sabit tutulmak isteniyorsa, çıktı veya girdi miktarında yapılması gereken değişimi belirlemek için kullanılan ters VZA modeline yer verilmektedir. Bu bölümde anlatılan duyarlılık analizi kapsamında girdi ve çıktı kararlılık bölgeleri belirlenmekte, girdi ve çıktı miktarlarındaki değişimlerin etkinlik düzeyleri üzerindeki etkileri incelenmektedir. Geleneksel VZA'nın aksine, en kötü girdi çıktı bileşimine sahip karar birimleriyle etkinlik sınırını oluşturan en kötü sınır yaklaşımlı VZA modeli de bu bölümde açıklanmaktadır. Ek olarak VZA tabanlı analitik hiyerarşi prosesi modeli anlatılmaktadır.

Dördüncü bölümde bankacılık sektöründe etkinlik araştırmalarında kullanılan rasyo analizi, parametrik teknikler ve parametrik olmayan teknikler anlatılarak, literatürde yer alan VZA ile bankacılık sektörü için yapılmış çalışmalara yer verilmiştir.

Çalışmanın beşinci bölümünde Türkiye’de faaliyet gösteren bir bankanın 12 tam hizmet şubesinin etkinlik ölçümü veri zarflama analizi ile yapılmıştır. Bu uygulama çalışmasının geçmişte Türk bankacılık sektöründe yapılan veri zarflama analizlerinden farkı, banka şubelerini üretim etkinliği, işlem etkinliği ve gelir etkinliği olmak üzere üç farklı açıdan değerlendiriyor olması ve ölçeğe göre getiri yapılarını gözönüne alarak karşılaştırmalı olarak incelemesidir.

Altıncı bölümde genel bir değerlendirmeye yer verilerek gelecek çalışmalara ilişkin önerilerde bulunulmuştur.

DISTRIBUTION CHANNEL PLANNING WITH DATA ENVELOPMENT ANALYSIS IN BANKING

SUMMARY

Data envelopment analysis provides a nonparametric methodology which evaluates the relative efficiency of homogeneous group of units by considering multiple inputs and outputs. Inputs can be resources used by a decision making unit and outputs can be products produced or performance measures of the decision making unit. DEA can select the most favourable alternatives from large sets when there is no parametric assumption among variables using mathematical programming technique. DEA model establishes an efficient frontier among the units based on a comparison process in which the ratio scales of the weighted sum of the outputs and that of the inputs are evaluated. The efficient decision making units obtained from DEA construct an efficient frontier and the ones not on this frontier are deemed inefficient.

Analysis requires that the decision units have to function for the same objective, have the similar market conditions and that all efficiency determining factors, except density and size, of the units have to be the same in the group. The value of DEA's contribution will depend on how well the analysis is planned and how well the results are integrated with other elements of management information.

DEA has been extensively used to compare the efficiencies of non-profit and profit organizations such as schools, hospitals, shops, bank branches and other environments in which there are relatively homogeneous decision making units.

First part of this study is named as introduction in which information about thesis is given.

Second part of the thesis focuses on the review of efficiency concept. Following the detailed analysis of production possibility sets and its assumptions, the returns to scale terms and types of decision making units are clarified. Afterwards input and output oriented radial and nonradial methodologies of efficiency evaluation models are provided in detail.

Third part of the thesis firstly presents basic mathematical models of data envelopment analysis entirely then includes new approaches derived from the main models. The inverse DEA model is described which aims to estimate input or output levels of a given decision making unit when some or all of its input or output levels are changed, under preserving the efficiency scores. In the scope of the sensitivity analysis input and output stability are determined; it is examined for maintaining the efficiency within the changes in input and output quantities. Contrary to traditional DEA, a model in which worst efficient decision making units construct the efficiency frontier called the worst practice DEA is provided. In addition an integrated model as DEA based analytic hierarchy process can be found in this section.

Fourth part of the thesis includes ratio analysis, parametric and non parametric techniques which are used for effectiveness evaluation in banking sector. Continuously, a review of previous studies on the efficiency of bank branches is presented.

Fifth part of the thesis presents the efficiency analysis of 12 full-service branches of a Turkish bank, using data envelopment analysis. The main contribution of this study, compared to previous works that have also used data from Turkish banks, is that it seeks to address the internal operations adopting three different economic behaviours: the production specific, the transaction specific and the income specific efficiency within their returns to scale results and the comparative assessments.

Sixth part of the thesis provides conclusion remarks and future directions.

1. GİRİŞ

Verimlilik; kısıtlı kaynakların akılcı, topluma ve insana yararlı, doğaya saygılı bir biçimde kullanılarak en etkili sonuçları alabilmek, yaşam kalitesinin yükseltilmesini sağlamak yönündeki çabaların bütünüdür. Verimlilik, basit olarak çıktının girdiye oranıdır. Etkinlik ise, kullanılan kaynaklarla elde edilen başarıyı, yani uygun kaynaklarla ulaşılan maksimum çıktı potansiyelini sağlayan en iyi kullanımı ifade etmektedir. Etkinlik, çıktılar sabit kalırken girdilerin minimize edilmesi veya çıktılar maksimize edilirken girdilerin sabit tutulması veya bunların kombinasyonu ile artırılabilir.

Konuya işletmeler düzeyinde bakıldığında ise hangi sektörde olursa olsun olaya etki eden etmenleri girdi bazında azaltma çıktı bazında ise artırma yolunun verimlilik analizinin temelini oluşturmaları, işletmelerin olmazsa olmaz bir kavramı durumuna gelmiştir. Nitekim sistemi oluşturan girdilerin ve çıktılarının sayıları, o sistem üzerinde yapılan analizin türünü de ayırtmaktadır.

Etkinlik analizi için kullanılan ölçüm sistemleri yapısal olarak oran analizleri, parametrelili ve parametresiz yöntemler olmak üzere üç temel gruba ayrılabilir. Oran analizleri kapsam ve amaç açısından tek boyutlu analizleri içerirler. Verimlilik ölçümünde hesaplanan değişik oranların ağırlıklandırılarak tek bir ölçüt elde edilmesi gereksinimi, yöntemin önemli bir eksikliği olarak belirlemektedir. Parametrelili yöntemler etkinlik ölçümü gerçekleştirilen işletmelere ilişkin üretim fonksiyonunun analitik bir yapıya sahip olduğunu varsayarlar. Parametresiz yöntemler ise üretim fonksiyonunun ardında herhangi bir analitik formun varlığını öngörmeyen esnek bir yapıya sahiptirler ve çözüm yöntemi olarak matematiksel programlamayı kullanmaktadırlar.

Veri Zarflama Analizi aynı girdileri kullanarak aynı çıktıları üreten homojen üreticilerin etkinliğini değerlendirmek üzere kullanılmaktadır. Tipik bir istatistiksel yöntem merkezi eğilim yaklaşımıyla üreticileri ortalama bir üreticiye göre değerlendirirken, VZA'nın yaptığı, her bir üreticiyi yalnızca “en iyi” üreticilerle karşılaştırmaktır.

VZA bugüne kadar, özellikle son 10 yılda ağırlıklı olmak üzere finans sektörü, sağlık hizmetleri, eğitim, imalat sektörü, benchmarking, yönetim performansının değerlendirilmesi gibi çok çeşitli alanlarda görece etkinlik ölçümü yapmak amacıyla kullanılmıştır.

Bu çalışmada parametresiz etkinlik ölçütleri, üretim imkan kümeleri ve etkinlik sınırı kavramları ile ilişkilendirilerek ayrıntılı biçimde anlatılacak ardından bankacılıkta etkinlik ölçümünde sıkça kullanılan veri zarflama analizi yöntemi ve yöntemle getirilen yeni yaklaşımlar incelenecektir.

Çalışmanın ikinci bölümünde üretim imkan kümeleri, etkinlik sınırı kavramı anlatılmış ve etkinlik ölçütlerinin matematiksel tanımı yapılmıştır. Üçüncü bölümde VZA'nın temel modellerine yer verilmiş, son yıllarda modele getirilen yeni yaklaşımlar ayrıntılı biçimde anlatılmıştır. Dördüncü bölüm bankacılıkta kullanılan parametrelili ve parametresiz etkinlik ölçüm yöntemlerini anlatmakta, ilgili sektörde VZA kullanılarak yapılan çalışmaları içermektedir. Çalışmanın beşinci bölümünde araştırmamızın bulguları ve analiz sonuçları ortaya konulmuştur. Sonuç bölümünde ise genel bir değerlendirme ile birlikte gelecek çalışmalar için önerilerde bulunulmuştur.

2. ETKİNLİK KAVRAMI VE ÖLÇÜM YÖNTEMLERİ

2.1 Üretim İmkan Kümeleri

Üretim süreci, bir üretim teknolojisinde girdilerin çıktılarına dönüştürülmesi olarak tanımlanabilir. Bu dönüşümün etkin bir şekilde gerçekleştirilebilmesi, belirli bir girdi bileşimini kullanarak en çok çıktıyı elde etmekle yada belirli bir çıktı bileşimini en az girdi kullanarak elde etmekle olasıdır. Üretim imkan kümeleri ise belirli bir üretim teknolojisi tarafından mümkün kılınan etkin yada etkin olmayan tüm girdi çıktı dönüşümlerini içerirler.

Herhangi bir endüstri dalında etkinlik ölçümü yapabilmek için öncelikle o endüstriyi oluşturan çeşitli ekonomik karar birimlerinin kullandıkları girdi ve çıktı miktarlarının ölçümüne gereksinim duyulur. Gözlemlenmiş girdi çıktı değerlerinden hareket edilerek söz konusu endüstri dalına ait üretim imkan kümeleri tanımlanacak olan bazı anlamlı varsayımların kabulüyle elde edilirler.

Üretim imkan kümeleri ve etkinlik ölçütlerinin anlaşılabilmesi için kullanılacak matematiksel yazılım şu şekildedir;

$G = \{1, 2, \dots, n\}$	:	Gözlem Kümesi
$X \in R_+^{m \times n}$	:	Gözlemlenmiş Girdi Matrisi
$Y \in R_+^{p \times n}$	:	Gözlemlenmiş Çıktı Matrisi
(x, y)	:	Üretim İmkan Kümesine ait herhangi bir üretim ya da girdi çıktı vektörü
$T \subset R_+^m \times R_+^p$	:	Üretim İmkan Kümesi (ÜİK)
$E(T) \subset T$	:	ÜİK'nin Etkinlik Sınırı
$E(x, y, X, Y)$	:	Etkinlik Ölçütü

Etkinlik açısından birbirleriyle karşılaştırmayı arzuladığımız ve aynı endüstri dalına ait olan n tane karar birimini gözönüne alalım. Herhangi bir karşılaştırma

yapabilmemiz için sözkonusu karar birimlerinin üretim teknolojisi açısından birbirlerine benzer olmaları gerekmektedir. Diğer bir deyişle aynı tür girdileri kullanarak aynı türde çıktıları üretmeleri ya da gözlem kümesinin (G) homojen bir yapıya sahip olması gerekmektedir. Ayrıca her bir karar biriminin m tane girdi kullanarak p tane çıktı ürettiğini varsayalım. $X \in R_+^{m \times n}$ girdi matrisinin her bir kolonu (X^j) $j=\{1,2,...,n\}$ karar birimine ait girdi kullanımını, her bir satırı (X_i) de $i=\{1,2,...,m\}$ girdi türü için gözlem kümesindeki karar birimlerinin sözkonusu girdiden ne kadar kullandıklarını belirtmektedir. X_{ij} ise j karar birimi tarafından kullanılan i'inci girdi miktarına karşılık gelmektedir. Benzer şekilde $Y \in R_+^{p \times n}$ çıktı matrisinin her bir kolonu (Y^j), her bir satırı da (Y_r) şeklinde ifade edilebilir. (Y_{rj}) ise j karar birimince üretilen r'inci çıktı düzeyine karşılık gelmektedir. Ayrıca, ÜİK'sine ait herhangi bir girdi (x) vektörünün i'nci bileşeni x^i , transpozesi de x^t şeklinde yazılacaktır. e^t ise (1,1,...,1) birim vektöre karşılık gelmektedir (Yolalan, 1993).

Etkinlik ölçümü yapan analist için sözkonusu endüstri dalına ait ÜİK'sini kesin olarak tanımlayabilmek oldukça güçtür. Bu nedenle etkinlik yazınında genellikle bir gözlem kümesine ait gözlenmiş girdi ve çıktı bileşimlerinden hareket edilerek ve gerçekçi varsayımların kabulü ile çeşitli üretim imkan kümeleri tanımlanmaktadır. Etkinlik ölçümü ile ilgili üretim teorisi ve ona bağlı etkinlik ölçütlerine aksiyomatik yapı kazandırma çalışmalarında başvurulan varsayımları şu şekilde belirtmek mümkündür:

Varsayım 1 : a) $(x, y) \in T, y \neq 0, x \neq 0$

b) $(x, y) \in T, x$ sınırlıdır, o halde y de sınırlıdır.

Yorum 1 : a) Pozitif çıktı vektörünü elde edebilmek için yine bir pozitif bir girdi vektörüne gereksinim vardır. b) Eğer girdi vektörü sonlu ise o girdi vektörü ile elde edilen çıktı vektörü de sonludur.

Varsayım 2: a) Eğer $(x, y) \in T$ ve $x' \geq x$ o halde $(x', y) \in T$

b) Eğer $(x, y) \in T$ ve $y' \leq y$ o halde $(x, y') \in T$

Yorum 2 : a) Eğer bir çıktı bileşimi herhangi bir girdi bileşimi ile elde edilebiliyorsa, aynı çıktı vektörü daha fazla girdi kullanılarak da elde edilebilir. b) Eğer belirli bir girdi bileşimi ile belirli bir çıktı vektörü üretilabiliyorsa, aynı girdi ile daha az çıktı da elde edilebilir.

Varsayım 3: Eğer $(x^k, y^k) \in T \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, q\} \quad e^t \lambda = 1, \lambda \geq 0$ o halde
 $(x = x^k \lambda, y = y^k \lambda) \in T$

Yorum 3: Üretim imkan kümesine ait girdi-çıkı vektörlerinin dışbükey bileşimi (konveks kombinasyonu) şeklinde elde edilen diğer vektörler de gerçekleşmesi olası girdi-çıkı vektörü gibi anlamlı bir üretim vektörü olarak kabul edilebilirler. ($\lambda \in R_+^n$: yoğunluk (intensity) vektörü olarak adlandırılır)

Varsayım 4: a) Eğer $(x, y) \in T$, o halde $(kx, ky) \in T, k \in (0, 1]$
b) Eğer $(x, y) \in T$, o halde $(kx, ky) \in T, k \in [1, \infty)$

Yorum 4 : Bu varsayım ölçek etkisini gözönüne alır. Herhangi bir ölçekte elde edilen girdi-çıkı vektörü daha küçük (a) ya da daha büyük (b) ölçeklerde elde edilebilir.

Varsayım 5: Bütün $(x^J, y^J) \in T, \forall J \in G$

Yorum 5 : Gözlem kümesini oluşturan girdi çıkı vektörlerinin hepsinin endüstri dalına ait üretim teknolojisini anlamlı bir şekilde temsil ettikleri ve ampirik ÜİKsini türetebilecek seviyede gerçekçi oldukları varsayılmaktadır.

Varsayım 6 : T yukarıdaki varsayımların bileşimini içeren en küçük ÜİKsidir.

Yorum 6 : Üretim teknolojisine ait herhangi bir önbilginin bulunmadığı durumlarda mevcut gözlemler arasında en az girdi ile en çok çıkıyı üretenlerden daha iyi yada daha etkin bir girdi-çıkı karmasının varlığı kabul edilemez.

Elde edilen ÜİKsinin anlamlı olabilmesi seçilen varsayımların incelenen endüstri dalına ait üretim teknolojisini ne derecede gerçekçi bir şekilde temsil ettiğine bağlıdır (Yolalan, 1993). Değişik varsayımların kabulü ile literatürde önerilen ÜİK'lerini aşağıdaki grafik yardımıyla incelemeye çalışalım.



İlk olarak, 1, 3, 5 ve 6 numaralı varsayımların kabulü ile A üretim alanı tanımlanır. Bu alana karşılık gelen ÜİK ise matematiksel olarak şu şekilde ifade edilebilir:

Varsayım 2.b.'nin kabulü ile ÜİK'si Şekil 2.1 deki A ve B alanlarının birleşimi şeklinde büyütülebilir:

Buna ek olarak varsayım 2.a.'nın kabulü ile de $A \cup B \cup C$ alanı ile belirlenen ÜİKsi üretilmesi olası girdi çıktı karmalarını içerir. Bu durumda, Ölçeğe Göre Değişen Getirili ÜİK'si elde edilmektedir:

6

Eğer sadece varsayım 4.a. kabul edilirse $A \cup B \cup C \cup D$ alanını kapsayan Ölçeğe Göre Azalan Getirili ÜİK'si belirlenir:

$$T_D = \{(x, y) : x \geq X\lambda, y \leq Y\lambda, e^t\lambda \leq 1, \lambda \geq 0\}$$

Eğer sadece varsayım 4.b. gözönüne alınırsa, bu kez $A \cup B \cup C \cup E$ alanını içeren Ölçeğe Göre Artan Getirili ÜİK'si tanımlanır:

$$T_E = \{(x, y) : x \geq X\lambda, y \leq Y\lambda, e^t\lambda \geq 1, \lambda \geq 0\}$$

4.a. ve 4.b. varsayımlarının her ikisinin de kabulü ile $A \cup B \cup C \cup D \cup E$ alanından oluşan Ölçeğe Göre Sabit Getirili ÜİK'si elde edilir:

$$T_F = \{(x, y) : x \geq X\lambda, y \leq Y\lambda, \lambda \geq 0\}$$

Bu ÜİK, daha önce belirtilen tüm ÜİK'leri içine alan ve belirli bir gözlem kümesinden hareket ederek yukarıda tanımlanan varsayımların kabulüyle elde edilen en büyük konveks kümedir (Yolalan, 1993).

2.2 Etkinlik Sınırı

Belirli bir gözlem kümesinden hareket edilerek gözönüne alınan varsayımların ışığı altında çeşitli konveks ÜİK'ler türetilbilmektedir. ÜİK bir kez tanımlanınca o kümenin etkinlik sınırı (efficiency frontier) da bir alt küme olarak belirlenebilir ($E(T) \subset T$). Matematiksel olarak ise bu alt küme şu şekilde yazılabilir:

$$E(T) = \{(x, y) : x' \leq x, y' \geq y, (x', y') \neq (x, y) \Rightarrow (x', y') \notin T\}$$

Bu ifade şu anlama gelmektedir; etkinlik sınırı $E(T)$ üzerinde yer alan bir (x, y) üretim vektöründen daha az girdi kullanarak daha fazla çıktı elde eden başka bir üretim vektörü (x', y') söz konusu ÜİK'si T 'ye ait olamaz.

Konveks bir ÜİK için herhangi bir $(x, y) \in T$ noktası etkinlik sınırına (zarfına) aittir ($(x, y) \in E(T)$); eğer bu nokta üzerinden geçen ve T 'ye ait olan bir yüzey varsa ;

$$\mu^t Y - v^t X - w e^t \leq 0 \quad (2.1)$$

$$\mu^t y - v^t x - w = 0 \quad (2.2)$$

$$\mu > 0$$

$$v > 0$$

w : seçilen ÜİK'e bağlı.

(μ, v) vektörleri etkinlik yüzeylerini (ÜİK'e teğet olan hiper düzlemleri) belirleyen pozitif normal vektörlerdir. Ayrıca, bu vektörler etkinlik sınırı üzerinde üretim faktörleri arasındaki marjinal ikame oranları ile üretim faktörlerinin marjinal üretkenlik değerlerini de belirlerler.

w değeri ise seçilen ÜİK'ne bağlı olarak etkinlik sınırı üzerinde ölçeğe göre getirinin (ölçek ekonomisinin) belirlenmesine yarar. Ölçeğe göre getiri kavramları şu şekilde tanımlanabilir:

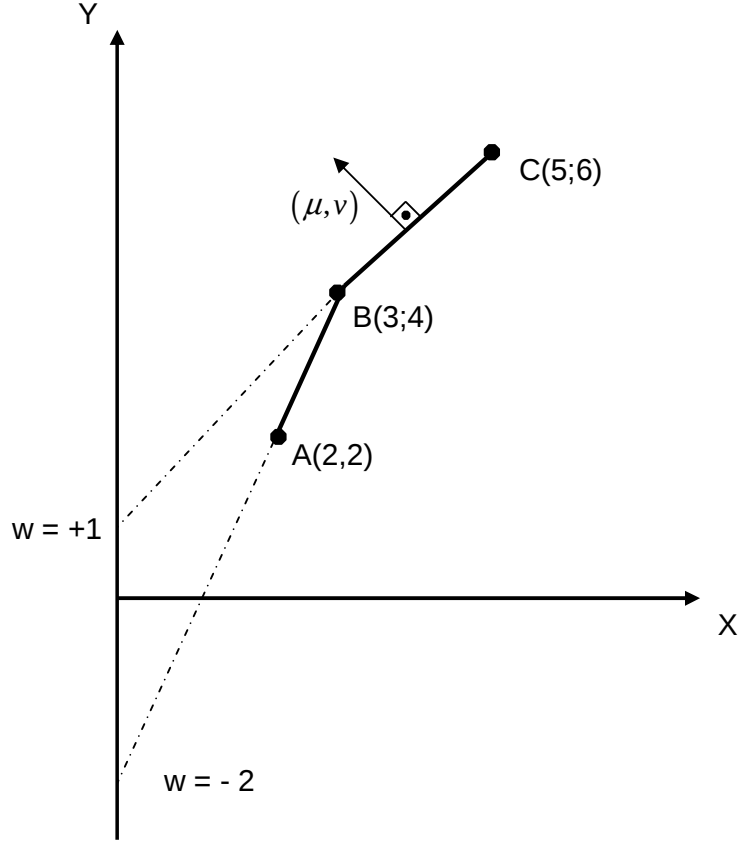
(i) Ölçeğe Göre Değişen Getiri Kavramı (w kısıtsız) : w değeri üzerinde herhangi bir kısıtlama bulunmaması, etkinlik sınırı üzerinde ölçeğe göre aynı zamanda hem azalan hem artan hem de sabit getiri kavramlarının varolabileceği anlamına gelir.

(ii) Ölçeğe Göre Azalan Getiri Kavramı ($w \geq 0$) : Girdi vektöründeki herhangi radyal bir artış (bütün girdi bileşenlerinin aynı oranda artışı) çıktı vektöründe daha küçük bir radyal artışa neden olmaktadır.

(iii) Ölçeğe Göre Artan Getiri Kavramları ($w \leq 0$) : Girdi vektöründeki herhangi radyal bir artış çıktı vektöründe daha büyük bir artışa neden olmaktadır.

(iv) Ölçeğe Göre Sabit Getiri Kavramları ($w = 0$) : Girdi vektöründeki herhangi radyal bir artış çıktı vektöründe aynı oranda bir artışa neden olmaktadır (Yolalan, 1993).

Ölçeğe göre getiri ve marjinal üretkenlik kavramlarını basite indirgeyerek aşağıdaki şekil üzerinde açıklayalım;



Şekil 2.2 : Ölçeğe Göre Getiri Kavramı Örneği

Şekil 2.2’den görüldüğü gibi AB aralığında ölçeğe göre artan getiri kavramı mevcuttur ve $w = -2$ değeri negatiftir. Marjinal üretkenlik ise $\frac{\nu}{\mu} = 2$ ’dir. Diğer bir değişle girdi vektöründeki 1 birimlik artış çıktı vektöründe 2 birimlik artışa yol açmaktadır. Bu aralıkta etkinlik sınırını oluşturan hiperdüzlem şu şekilde tanımlanabilir:

$$S_1[A, B] = \{\mu^t y - \nu^t x - w = 0 : \mu = 1; \nu = 2; w = -2\}$$

BC aralığında ise $w = +1$ değeri pozitifdir. Marjinal üretkenlik ise $\frac{\nu}{\mu} = 1$ değerine eşittir.

$$S_2[B, C] = \{\mu^t y - \nu^t x - w = 0 : \mu = 1; \nu = 1; w = +1\}$$

B karar birimi menteşe karar birimi olarak düşünülebilir çünkü etkinlik sınırını oluşturan her iki hiperdüzlemin kesişim noktasında yer almaktadır. Bu karar birimi, ölçeğe göre en etkin karar birimi olarak tanımlanmaktadır (Banker, 1984).

Aşağıdaki tabloda ölçek ekonomisi ile ilgili bazı bağıntılar verilmiştir.

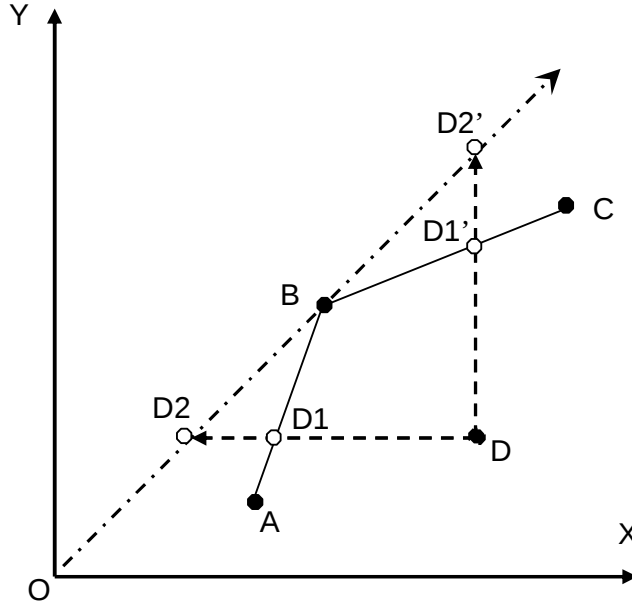
Çizelge 2.1 : Ölçek Ekonomisi ile İlgili Bağıntılar

T	W	$e^t \lambda$	Ölçek Ekonomisi	Varsayım
T_C	kısıtsız	$= 1$	Değişen Getirili	1,2,3,5,6
T_D	≥ 0	≤ 1	Azalan Getirili	1,2,3,4a,5,6
T_E	≤ 0	≥ 1	Artan Getirili	1,2,3,4b,5,6
T_F	$= 0$	kısıtsız	Sabit Getirili	1,2,3,4,5,6

2.3 Parametresiz Etkinlik Ölçütleri

Seçilen varsayımların ışığı altında belirli bir gözlem kümesini temel alarak ÜİK ve onun etkinlik sınırı belirlendikten sonra etkin olmayan girdi-çıkıtı dönüşümlerinin etkinlik düzeylerinin ölçülmesine sıra gelir. Parametrik olmayan etkinlik ölçütleri (i) – girdiye ve (ii) – çıktıya yönelik olmak üzere iki ana gruba ayrılabilirler. Girdiye yönelik olanlar herhangi bir çıktı düzeyi için etkin olmayan karar birimlerinin girdilerini ne derece azaltmaları gerektiğini araştırırlar. Benzer şekilde çıktıya yönelik etkinlik ölçütleri ise herhangi bir girdi bileşimi için etkin olmayan karar birimlerinin etkin duruma getirilebilmesi amacıyla çıktılarını ne kadar artırabilecekleri üzerinde dururlar.

Aşağıda yer alan Şekil 2.3 yardımıyla etkin olmayan üretim dönüşümlerinin etkinlik düzeylerinin nasıl ölçülebileceklerini açıklayabiliriz;



Şekil 2.3 : Etkinlik Düzeyleri Ölçüm Şekilleri Örneği

D noktasının etkinliği şu şekilde ayrıştırılabilir: (i) – teknik etkinlik, (ii) – ölçek etkinliği, (iii) – toplam etkinlik.

(i) Teknik Etkinlik : Ölçeğe göre değişen getiri varsayımını yapan T_C ÜİK'nin etkinlik sınırı AB ve BC doğru parçaları tarafından belirlenmektedir. D noktası için girdiye yönelik “teknik etkinlik” ölçütü (x^{D1}/x^D) oranıyla belirlenirken, çıktıya yönelik teknik etkinlik ölçütü ise (y^D/y^{D1}) oranıyla elde edilir. Şekil 2.3 den de görüldüğü gibi ilk durumda AB doğru parçası ikinci durumda ise BC doğru parçası etkinlik sınırını belirlemektedir. Doğal olarak her iki yaklaşımda elde edilen teknik etkinlik ölçütlerinin değerleri birbirlerinden farklılık göstermektedir. Burada D1 ve D1' noktaları gerçek bir gözlem olmamalarına karşın varsayım 3'ün bir gereği olarak D gözleminin görelî etkinliğini ölçebilmek amacıyla etkinlik sınırının üzerinde referans bir karar birimi olarak kabul edilmektedirler. D1 kuramsal referans birimi A ve B karar birimlerinin dışbükey bileşimi (konveks kombinasyonu) D1' ise B ve C karar birimlerinin dışbükey bileşimi şeklinde elde edilir.

(ii) Ölçek Etkinliği : Aynı gözlem kümesinden hareketle eğer ölçeğe göre sabit getiri varsayımı yapılırsa, bu kez O ve B noktalarından geçen kesikli doğru T_F ÜİK'nin sınırını belirler. Bu durumda girdiye yönelik “ölçek etkinliği” (x^{D2}/x^{D1}) , çıktıya yönelik ölçek etkinliği ise $(y^{D1}/y^{D2'})$ oranlarıyla hesaplanır. Ölçek etkinliği T_C ve T_F ÜİK'leri arasındaki etkinlik farkı olarak da değerlendirilebilir.

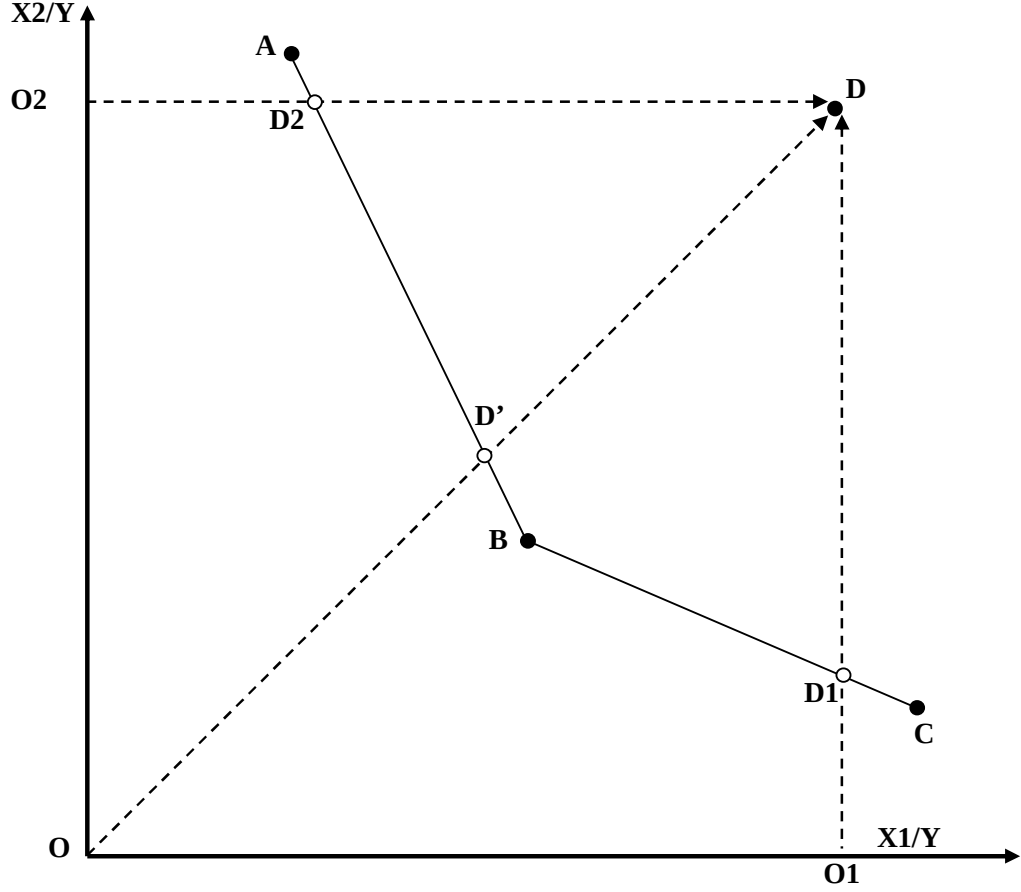
(iii) – Toplam Etkinlik : Girdiye yönelik toplam etkinlik hem teknik hem de ölçek etkinliklerinin bileşimi şeklinde, $(x^{D2} / x^D) = (x^{D2} / x^{D1}) \cdot (x^{D1} / x^D)$ oranıyla hesaplanır. Çıktıya yönelik durumdaysa toplam etkinlik $(y^D / y^{D2'}) = (y^D / y^{D1'}) \cdot (y^{D1'} / y^{D2'})$ oranıyla belirlenir.

Gözlem kümesi içerisinde sadece B noktası ölçek etkinliğine sahiptir. A ve C noktaları ise teknik olarak etkin fakat ölçek açısından etkin değildirler (Yolalan, 1993).

Diğer taraftan parametresiz etkinlik ölçütleri (i) – radyal ve (ii) – radyal olmayan olmak üzere iki ana gruba daha ayrılabilirler. Radyal olanlar, girdi vektörüne ait her bir bileşen için aynı oranda girdi büzülmesinin (kontraksiyonunun) ya da çıktı vektörüne ait her bir bileşen için aynı oranda çıktı genişlemesinin (ekspansiyonunun) varolduğu kabulünü yaparlar. Oysa radyal olmayan etkinlik ölçütünde her bir girdi bileşeni için büzülme faktörü ya da her bir çıktı bileşeni için genişleme faktörü belli oranlarda ağırlıklandırılarak hesaplanır.

Şekil 2.4'teki eşürün eğrisinde D noktasının girdiye yönelik teknik etkinliği radyal olarak (OD' / OD) oranıyla elde edilir. (Belirli bir üretim düzeyini gerçekleştirmek için kullanılan en etkin girdi bileşimlerinden geçen eğriye eşürün eğrisi denilmektedir.)

Bu durumda her iki girdi için de büzülme faktörü eşittir.



Şekil 2.4 : Radyal Etkinlik ve Eşürün Eğrisi

Yine şekil 2.4'ten görülebileceği gibi “radyal olmayan” etkinlik ölçütünde ,ise her bir girdi bileşimi için büzülme faktörü belirli oranlarda ağırlıklandırılarak hesaplanır. Örneğin D gözleminin etkinlik düzeyi $(O1D1 / O1D)$ ve $(O2D2 / O2D)$ oranlarının belirli oranlarda bileşimi şeklinde elde edilir.

Parametresiz etkinlik ölçütlerini şimdi de matematiksel olarak ifade etmeye çalışalım;

$E(x, y, X, Y) : (x, y) \in T$ noktasının etkinlik ölçütüdür; eğer $T, (X, Y)$ matrisi tarafından oluşturulmuşsa.

Genel olarak parametrik olmayan etkinlik ölçütlerinden şu özellikler beklenir:

- (i) Ölçütün herhangi bir aralıkta normalize edilmesi,

$$E(x, y, X, Y) \in [0, 1] \quad \forall (x, y) \in T,$$

- (ii) Etkin olmayan karar birimlerinin etkinlik sınırına olan uzaklıklarının ölçülebilmesi,

$$E(x, y, X, Y) = 1 \quad \forall (x, y) \in E(T)$$

$$E(x, y, X, Y) < 1 \quad \forall (x, y) \in T / E(T)$$

(iii) Ölçütün herhangi bir aralıkta sürekli artan olması

$$(x' \leq x, y' \geq y) \Rightarrow E(x', y', X, Y) \geq E(x, y, X, Y)$$

(iv) Ölçütün girdi ve çıktı ölçüt birimlerinden bağımsız olması

$$E(Bx, Ay, BX, AY) = E(x, y, X, Y) \quad (x, y) \in T$$

$\forall A$ ve B pozitif diyagonal matrislerdir.

Parametrik olmayan ve matematik programlama çözüm tekniğine dayanan etkinlik ölçütleri genel bir matematiksel ifadeyle şu şekilde tanımlanabilirler:

Amaç Fonsiyonu:

$$E(x, y, X, Y) = \text{Min } f(\alpha, \beta)$$

Şu kısıtlar altında;

$$X\lambda \leq \alpha x$$

$$Y\lambda \geq \beta^{-1}y$$

$$(X\lambda, Y\lambda) \in T = \{T_C, T_D, T_E, T_F\}$$

Burada:

f : Azalmayan bir fonksiyon olup $f(0,0)=0$ ve $f(e,e)=1$ 'dir

α : Girdilere ait büzülme vektörü

β : Çıktılara ait genişleme vektörü

λ : Yoğunluk vektörü

X : Gözlemlenmiş girdi matrisi

Y : Gözlemlenmiş çıktı matrisi

x : Göreli etkinliği ölçülen karar birimine ait girdi vektörü

y : Göreli etkinliği ölçülen karar birimine ait çıktı vektörü

e : Birim vektör

Bu genel formulasyondaki amaç fonksiyonu hem girdi büzülmesinin hem de çıktı geni leşmesinin bir fonksiyonu şeklinde ifade edilmiştir. α ve β vektörlerinin alabilecekleri değerlere bağlı olarak çeşitli özel haller elde edilebilir. Aşağıdaki paragraflarda matris yazılımı yerine toplamsal yazılımı kullanarak bu özel hallerdeki etkinlik ölçütlerini ifade edebiliriz (Yolalan, 1993).

2.3.1 Girdiye Yönelik Radyal Etkinlik  l  t 

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \dots \alpha_m \quad \beta_1 = \beta_2 = \dots \beta_p = 1$$

α vektörünün bütün bileşenlerinin aynı oranda azaltılabileceği varsayımı yapılırken β vektörünün bütün bileşenlerinin 1'e eşit olduğu varsayımı yapılmıştır. Bu tür etkinlik ölçütlerine örnek olarak Farrel (1957), Shephard (1970) ve Charnes ve di . (1978)' ın önerdiği etkinlik  l  tleri gösterilebilir:

$$E(X^B, Y^B, X, Y) = \text{Min} \alpha_i \quad (2.3)$$

 u kısıtlar altında:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j \leq \alpha_i X_{iB} \quad i=1, \dots, m \quad (2.4)$$

$$\sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j \geq Y_{rB} \quad r=1, \dots, p \quad (2.5)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j ; \text{ seçilen   K'ne bağlı}$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j=1, \dots, n \quad (2.6)$$

$$\alpha_i \in (0, 1] \quad i=1, \dots, m, \quad (2.7)$$

Bu modelde, etkinlik ölçümü yapılan ve gözlem kümesinin bir elemanı olan B karar birimi için girdi vektöründe X^B ne kadarlık bir azaltmanın mümkün olabileceği araştırılmaktadır. Bunu gerçekleştirirken Y^B  ıktı vektöründe herhangi bir radyal artış ara tırılmamı tır. Aşağıdaki modelde ise çıktıların ne kadar artırılabilce i araştırılmaktadır.

2.3.2 Çıktıya Yönelik Radyal Etkinlik Ölçütü

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \dots \alpha_m = 1 \quad \beta_1 = \beta_2 = \dots \beta_p$$

Bu tür etkinlik ölçütlerinde α büzülme vektörü birim vektöre eşit tutulurken çıktı genişlemesine ait β vektörünün bütün bileşenlerinin aynı oranda (radyal olarak) artırılabilceği varsayımı yapılmıştır. Bu tür etkinlik ölçütlerine de örnek olarak Farrel (1957), Shephard (1970) ve Charnes ve diğ. (1978)' ın önerdiği etkinlik ölçütleri gösterilebilir:

$$E(X^B, Y^B, X, Y) = \text{Max} \beta_r \quad (2.8)$$

Şu kısıtlar altında

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j \leq X_{iB} \quad i=1, \dots, m \quad (2.9)$$

$$\sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j \geq \beta_r Y_{rB} \quad r=1, \dots, p \quad (2.10)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j ; \text{ seçilen ÜİK'ne bağlı}$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j=1, \dots, n \quad (2.11)$$

$$\beta_r \in [1, \infty) \quad r=1, \dots, p \quad (2.12)$$

2.3.3 Hem Girdi Hem Çıktıya Yönelik Radyal Etkinlik Ölçütü

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m \quad \beta_r = 1/\alpha_i \quad \forall r$$

Fare ve Grosskopf (1985) önerdiği aynı oranda tüm girdilerin azaltılması ve yine tüm çıktılarının aynı oranda artırılması ile elde edilen ve 'Graf ölçütü' olarak da adlandırılan parametresiz etkinlik ölçütü bu gruba örnek olarak gösterilebilir:

$$E(X^B, Y^B, X, Y) = \text{Min} \alpha_i \quad (2.13)$$

Şu kısıtlar altında:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j \leq \alpha_i X_{iB} \quad i=1, \dots, m \quad (2.14)$$

$$\sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j \geq \beta_r Y_{rB} \quad r=1, \dots, p \quad (2.15)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j ; \text{ seçilen } \ddot{U}İK'ne \text{ bağılı}$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j=1, \dots, n \quad (2.16)$$

$$\alpha_i \in (0, 1] \quad i=1, \dots, m \quad (2.17)$$

$$\beta_r \in [1, \infty) \quad r=1, \dots, p \quad (2.18)$$

2.3.4 Girdiye Yönelik Radyal Olmayan Etkinlik Ölçütü

$$\alpha_i \neq \alpha_{i'} \quad \exists i \neq i' \quad \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 1$$

Girdilere ait büzülme vektörünün bazı bileşenlerinin sayısal olarak birbirinden farklı olabileceği varsayımı yapılırken bu bileşenlerin toplamlarının amaç fonksiyonunda enazlanmasına çalışılmaktadır. Fare ve diğ. (1983)'ın önerdiği ve Russell ölçütü olarak isimlendirilen aşağıdaki parametresiz etkinlik ölçütü bu gruba örnek olarak gösterilebilir:

$$E(X^B, Y^B, X, Y) = \text{Min} \sum_{i=1}^m \alpha_i / m \quad (2.19)$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j \leq \alpha_i X_{iB} \quad i=1, \dots, m \quad (2.20)$$

$$\sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j \geq Y_{rB} \quad r=1, \dots, p \quad (2.21)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j ; \text{ seçilen } \ddot{U}İK'ne \text{ bağılı}$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j=1, \dots, n \quad (2.22)$$

$$\alpha_i \in (0, 1] \quad i=1, \dots, m \quad (2.23)$$

2.3.5 Çıktıya Yönelik Radyal Olmayan Etkinlik Ölçütü

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m = 1 \quad \beta_r \neq \beta_{r'} \quad \exists r \neq r'$$

$$E(X^B, Y^B, X, Y) = \text{Max} \sum_{r=1}^p \beta_r / p \quad (2.24)$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j \leq X_{iB} \quad i=1, \dots, m \quad (2.25)$$

$$\sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j \geq \beta_r Y_{rB} \quad r=1, \dots, p \quad (2.26)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j ; \text{ seçilen ÜİK'ne bağlı}$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j=1, \dots, n \quad (2.27)$$

$$\beta_r \geq 0 \quad r=1, \dots, p \quad (2.28)$$

2.3.6 Hem Girdi Hem Çıktıya Yönelik Radyal Olmayan Etkinlik Ölçütü

$$\alpha_i \neq \alpha_{i'} \quad \exists i \neq i' \quad \beta_r \neq \beta_{r'} \quad \exists r \neq r'$$

Hem çıktı hem girdiye yönelik radial olmayan etkinlik ölçütlerine Fare ve Grosskopf (1985)' in önerdiği Russell etkinlik ölçütü örnek olarak verilebilir:

$$E(X^B, Y^B, X, Y) = \text{Min} \left(\sum_{i=1}^m \alpha_i + \sum_{r=1}^p \beta_r \right) / (m + p) \quad (2.29)$$

Şu kısıtlar altında:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j \leq \alpha_i X_{iB} \quad i=1, \dots, m \quad (2.30)$$

$$\sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j \geq \beta_r^{-1} Y_{rB} \quad r=1, \dots, p \quad (2.31)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j ; \text{ seçilen ÜİK'ne bağlı}$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j=1, \dots, n \quad (2.32)$$

$$\alpha_i \in (0,1] \quad i=1,\dots,m \quad (2.33)$$

$$\beta_r \in (0,1] \quad r=1,\dots,p \quad (2.34)$$

Russell ölçütüne benzer diğer bir ölçüt (ölçeğe göre değişen ÜİK'ne ait) şu şekilde önerilmiştir (Yolalan, 1993):

$$E(X^B, Y^B, X, Y) = \text{Min}(\sum_{i=1}^m \alpha_i / m - \sum_{r=1}^p \beta_r / p) \quad (2.35)$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j \leq \alpha_i X_{iB} \quad i=1,\dots,m \quad (2.36)$$

$$\sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j \geq \beta_r^{-1} Y_{rB} \quad r=1,\dots,p \quad (2.37)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad (2.38)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j=1,\dots,n \quad (2.39)$$

$$\alpha_i, \beta_r \quad \text{sınırsız.} \quad (2.40)$$

Şu ana kadar tanımlanan parametresiz etkinlik ölçütleri arasından endüstri dalının üretim yapısına en uygun olanı analist tarafından seçilir.

3. VERİ ZARFLAMA ANALİZİ

Parametresiz yöntemler bir çok girdi ve bir çok çıktılı üretim ortamları için uygun bir yapıya sahiptirler. Bunlardan özellikle VZA'nın sahip olduğu en önemli özellik her karar alma birimindeki etkinsizlik miktarını ve kaynaklarını tanımlayabilmesidir. Etkin olmayan birimleri referans kümesindeki birimler gibi etkin hale getirmek için gerekli kararların alınabilmesine olanak verir (Ülengin ve Besen, 1995)

VZY'nin görelî etkinliği ölçme şekli iki aşamalı olarak kısaca şu şekilde özetlenebilir: Herhangi bir gözlem kümesi içinde en az girdi bileşimini kullanarak en çok çıktı bileşimini üreten en iyi gözlemleri (ya da etkinlik sınırını oluşturan karar birimlerini) belirler ve sözkonusu sınırı referans olarak kabul edip etkin olmayan karar birimlerinin bu sınıra olan uzaklıklarını (ya da etkinlik düzeylerini) 'radyal' olarak ölçer.

VZY çözüm tekniği olarak matematik programlamayı kullanmaktadır. Parametresiz etkinlik ölçütlerinin genel sınıflandırılmasındaki gibi VZY yöntemi de 'girdi' ve 'çıkıtı' ya yönelik olmak üzere iki ana grupta toplanabilir.

3.1 Girdiye Yönelik Veri Zarflama Modelleri

Belirli bir çıkıtı bileşimini en etkin şekilde üretebilmek amacıyla kullanılacak en uygun girdi bileşiminin nasıl olması gerektiğini araştıran girdiye yönelik VZY modelleri şu şekilde sıralanabilir

3.1.1 Oransal Veri Zarflama Modeli

Oransal VZA, veri zarflama analizinin temelini oluşturan modeldir. Ağırlıklı ve Zarflama modelleri bu modelin eksik yönlerini gidermek için bu modeli esas alarak geliştirilmiş modellerdir. Bu modelin açıklanması diğer modellerin de açıklanmasını sağlayacaktır. Buna göre gözlem kümesindeki her bir karar alma birimi diğer gözlemlerle karşılaştırılır ve etkinlik düzeyi belirlenir. Görelî etkinlik ölçütü (E_B), B karar birimi için ağırlıklı girdilerin ağırlıklı çıktılarına oranı şeklinde tanımlanır.

Etkinliğin temel formülü olan çıktı / girdi formülünü çok girdili ve çok çıktılı duruma uyarlamaya çalışacak olursak; n adet karar biriminin (örneğin etkinlikleri bulunacak n tane banka) m tane girdiyi (örneğin toplam aktifler, adetsel büyüklükler) kullanarak p tane çıktı (toplam gelirler) elde ettiğini varsayalım ve etkinliğini ölçtüğümüz karar birimine B diyelim. Çok girdili ve çok çıktılı durumda etkinlik formülü şu şekilde ifade edilebilir:

$$\frac{\text{Çıktı}}{\text{Girdi}} = \frac{u_1 Y_{1B} + u_2 Y_{2B} + \dots + u_p Y_{pB}}{v_1 X_{1B} + v_2 X_{2B} + \dots + v_m X_{mB}} \quad (3.1)$$

Etkinlik değerinin VZA'nın koşulu olarak 0 ile 1 arasında olması gerektiğinden şu kısıtı koymamız gerekecektir:

$$\frac{u_1 Y_{1j} + u_2 Y_{2j} + \dots + u_p Y_{pj}}{v_1 X_{1j} + v_2 X_{2j} + \dots + v_m X_{mj}} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.2)$$

Ayrıca ağırlıkların pozitif olması gerektiğinden şu kısıtlar eklenmelidir.

$$v_i > 0 \quad i = 1, \dots, m$$

$$u_r > 0 \quad r = 1, \dots, p$$

Tüm amaç ve kısıt fonksiyonlarını birleştirdiğimizde ise ulaşacağımız model B karar birimi için şu şekildedir:

$$(E_B) = \text{Max} \left(\frac{u_1 Y_{1B} + u_2 Y_{2B} + \dots + u_p Y_{pB}}{v_1 X_{1B} + v_2 X_{2B} + \dots + v_m X_{mB}} \right) \quad (3.3)$$

Şu kısıtlar altında;

$$\frac{u_1 Y_{1j} + u_2 Y_{2j} + \dots + u_p Y_{pj}}{v_1 X_{1j} + v_2 X_{2j} + \dots + v_m X_{mj}} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.4)$$

$$v_1, v_2, \dots, v_m \geq 0$$

$$u_1, u_2, \dots, u_p \geq 0$$

Bunu daha genel şekilde yazarak aşağıdaki modeli elde edebiliriz;

$$E_B = \left(\sum_{r=1}^p u_r Y_{rB} - w \right) / \left(\sum_{i=1}^m v_i X_{iB} \right) \quad (3.5)$$

Şu kısıtlar altında

$$(\sum_{r=1}^p u_r Y_{rj} - w) / (\sum_{i=1}^m v_i X_{ij}) \leq 1, \quad j=1, \dots, n \quad (3.6)$$

$$u_r \geq \varepsilon, \quad r=1, \dots, p \quad (3.7)$$

$$v_i \geq \varepsilon, \quad i=1, \dots, m \quad (3.8)$$

$$w: \text{seçilen } \ddot{U}İK'ne \text{ bağlı} \quad (3.9)$$

Burada;

u_r : B karar birimi tarafından r'inci çıktıya verilen ağrılık

v_i : B karar birimi tarafından i'inci girdiye verilen ağrılık

Y_{rB} :B karar birimi tarafından üretilen r'inci ıktı

X_{iB} :B karar birimi tarafından kullanılan i'inci girdi

Y_{rj} :j'inci karar birimi tarafından üretilen r'inci ıktı

X_{ij} :j'inci karar birimi tarafından kullanılan i'inci girdi

ε : Yeterince küçük pozitif sayı

w: Ölçeğe göre getiri kavramı ile ilgili değiğken

Girdi ıktı değerlerini matrissel olarak ifade edecek olursak ise model şu şekilde olacaktır.

$$E_B = \text{Max}(u^t Y^B - w) / v^t X^B \quad (3.10)$$

şu kısıtlar altında

$$(u^t Y - w) / v^t X \leq 1 \quad (3.11)$$

$$\mu \geq \varepsilon e \quad v \geq \varepsilon e \quad (3.12)$$

$$w: \text{seçilen } \ddot{U}İK'ne \text{ bağlı} \quad (3.13)$$

Burada;

u^t : B karar birimi açısından çıktıya ait ağrılık vektörünün transpozesi

v^t : B karar birimi açısından girdiye ait ağrılık vektörünün transpozesi

Y^B : B karar birimine ait çıktı vektörü

X^B : B karar birimine ait girdi vektörü

Y: Ölçümü yapılan gözlem kümesine ait karar birimlerinin çıktılarını belirleyen matris

X: Ölçümü yapılan gözlem kümesine ait karar birimlerinin girdilerini belirleyen matris

e: Birim vektör

ε : Yeterince küçük pozitif bir sayı

w: Ölçeğe göre getiri kavramı ile ilgili değişken

Oransal programın amaç fonksiyonundan görüldüğü üzere gözlem kümesindeki ($j \in G$) her bir karar birimi gözönüne alınarak diğer gözlemlerle karşılaştırmalı etkinlik düzeyi ölçülmektedir. Görelî etkinlik ölçütü (E_B), B karar birimi için ağırlıklı çıktıların ağırlıklı girdilere oranı şeklinde tanımlanmaktadır. Bu karar birimi için etkinlik ölçütü ençoklanmaya çalışılırken (5) aynı ölçütün (oranın) diğer karar birimleri açısından da 1'den küçük ya da 1'e eşit olması koşulu (6) gözönünde bulundurulmaktadır. Amaç fonksiyonunda ençoklanması istenen oran aynı zamanda (2) numaralı koşullarda da mevcuttur. Bu koşul nedeiyle amaç fonksiyonunun alabileceği en yüksek değer 1'dir. Bu değer normalizasyon amacıyla bu şekilde seçilmiştir. Yukarıdaki program aracılığıyla görelî etkinliği ölçülen B karar birimi için girdi-çıkıtı vektörlerinin ağırlık değerleri (u, v) hesaplanır. Ayrıca bu değerlerin yeterince küçük pozitif bir sayı olan ε 'dan büyük ya da ε 'a eşit olması kısıtı vardır. Bu koşul aracılığıyla etkinlik ölçümünü gerçekleştiren analist tarafından gözönüne alınan herhangi bir girdi ya da çıktı bileşeninin ağırlıklarını belirleyen u_i ve v_i değerlerinin 0'a eşitlenmesi engellenmeye çalışılmaktadır. w ise ÜİK'ne bağlı olarak ölçek ekonomisi ile ilgili değerleri alır.

Her ne kadar bu programın amaç fonksiyonundaki oran ağırlıklandırılmış çıktının ağırlıklandırılmış girdiye oranını yansıtmaktaysa da bu programın doğrusal bir program olması nedeniyle çözüm tekniği açısından bazı sorunlar ortaya çıkmaktadır. Değişken dönüşümü yardımıyla yukarıdaki oransal programdan bir sonraki konuda ele alınacak olan Ağırlıklı VZA doğrusal program elde edilebilir. Değişken dönüşümü sonrasında (u, v, w) vektörü (μ, v, w) vektörü şeklinde ifade edilmektedir.

3.1.2 Ağırlıklı Veri Zarflama Modeli

Ağırlıklı VZA modeli oransal VZA modelinin doğrusal programa dönüştürülmüş şeklidir. Bu sayede hesaplamalarda kolaylık sağlanmış olur. Doğrusal model oluşturulabilmesi için amaç fonksiyonunun (1) paydası 1'e eşitlenir ve bu eşitlik kısıtlara yazılır. Doğrusal programın doğası gereği amaç fonksiyonunun paydalı olması mümkün değildir. U ve v ağırlık değişkenleri de μ ve v değerlerini alır ve ağırlıklandırılmış VZA modeli aşağıdaki şekilde oluşturulur.

$$(E_B)_{Max} = \mu_1 Y_{1B} + \mu_2 Y_{2B} + \dots + \mu_p Y_{pB} \quad (3.14)$$

Şu kısıtlar altında;

$$v_1 X_{1B} + v_2 X_{2B} + \dots + v_m X_{mB} = 1 \quad (3.15)$$

$$\mu_1 Y_{1j} + \mu_2 Y_{2j} + \dots + \mu_p Y_{pj} \leq v_1 X_{1j} + v_2 X_{2j} + \dots + v_m X_{mj} \quad (3.16)$$

$$j=1, \dots, n$$

$$v_i > 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.17)$$

$$\mu_r > 0 \quad r = 1, \dots, p \quad (3.18)$$

Bu modeli genelleştirerek şu şekilde yazabiliriz:

$$E_B = \text{Max} \left(\sum_{r=1}^p \mu_r Y_{rB} \right) \quad (3.19)$$

$$\sum_{i=1}^m v_i X_{iB} = 1 \quad (3.20)$$

$$\sum_{r=1}^p \mu_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} \leq 0 \quad j=1, \dots, n \quad (3.21)$$

$$\mu_r \geq \varepsilon \quad r=1, \dots, p \quad v_i \geq \varepsilon \quad i=1, \dots, m \quad (3.22)$$

VZA'nın ağırlıklı formülüne göre etkinlik ölçümünde kullanılacak genel form yukarıdaki gibi olmaktadır. Bu modeli matrisel olarak şu şekilde gösterebiliriz.

$$E_B = \text{Max} \mu^t Y^B \quad (3.23)$$

$$v^t X^B = 1 \quad (3.24)$$

$$\mu^t Y - v^t X \leq 0 \quad (3.25)$$

$$\mu \geq \varepsilon, \quad v \geq \varepsilon \quad (3.26)$$

Bu modele göre B karar birimi için ağırlıklandırılmış çıktı ençoklanmaya çalışılırken (19) ağırlıklandırılmış girdi (20) normalize edilmiştir. Eğer B karar birimi etkin ise amaç fonksiyonunun değeri 1'e eşit olur ve bu karar birimiyle ilgili kısıt 0' a eşitlenir. ($E_B = 1, \mu^t Y^B - v^t X^B = 0$) Diğer bir değişle B karar birimi etkinlik sınırının üzerinde bulunur. Eğer göreceli etkinliğini ölçtüğümüz B karar birimi etkin değilse bu durumda amaç fonksiyonunun değeri $E_B < 1$ olacaktır. Etkin olmayan karar birimlerinin etkin hale getirilebilmesi için hangi referans kümesinin kullanılacağı tespit edilir. Bunun için de etkin olmayan karar birimlerinin çözümünde ortaya çıkan çıktıya ve girdiye verilen ağırlık değerleri (u_r ve v_i) tüm kısıtlarda yerine konarak sıfıra eşitlenen kısıt karar birimi, kendi referans kümesine girer. Etkin olmayan karar birimi, kendi referans kümelerini oluşturan karar birimlerinin değerleriyle oluşturulan kuramsal birime benzetilmek suretiyle etken hale getirilir. Bu modelde referans kümelerini oluşturmak zaman almaktadır

3.1.3 Veri Zarflama Analizinin Zarflama Modeli

Ağırlıklı VZA'nın dual modeli oluşturularak Zarflama modeli elde edilir. Ağırlıklı modelde zaman alan referans kümelerini oluşturma işlemleri zarflama modeli ile daha kolay bir şekilde yapılabilir. Ağırlıklı model ile zarflama modeli sonucunda ilgili karar birimlerinin etkinliği açısından elde edilecek sonuçlar aynıdır. Ancak zarflama modelinde radyal olarak ölçülmeyen fakat azaltılması veya artırılması mümkün olan atıl girdi ve çıktı vektörünün (s^-, s^+) hesaplanması mümkündür. Böylece incelenen karar birimlerinin hangi girdi/çıktısının ne oranda kullanılmadığını yani atıl bırakıldığını görebiliriz.

Ağırlıklı doğrusal programlama modelinin duali alındığında zarflama modeli oluşur.

$$E_B = \text{Min} \alpha - \varepsilon \sum_{i=1}^m s_i^- - \varepsilon \sum_{r=1}^p s_r^+ \quad (3.27)$$

Şu kısıtlar altında;

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j + s_i^- - \alpha X_{iB} = 0 \quad i=1, \dots, m \quad (3.28)$$

$$\sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = Y_{rB} \quad r=1, \dots, p \quad (3.29)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j=1, \dots, n \quad (3.30)$$

$$s_i^- \geq 0 \quad i=1, \dots, m \quad (3.31)$$

$$s_r^+ \geq 0 \quad r=1, \dots, p \quad (3.32)$$

Y_{rB} : B karar birimi tarafından üretilen r'inci çıktı.

X_{iB} : B karar birimi tarafından üretilen i'inci girdi

Y_{rj} : j'inci karar birimi tarafından üretilen r'inci çıktı

X_{ij} : j'inci karar birimi tarafından üretilen i'inci girdi

α : Etkinliği ölçülen B karar birimin girdilerinin radyal olarak ne kadar azaltılabileceğini gösteren büzülme katsayısı

λ_j : j'inci karar biriminin aldığı yoğunluk değeri

s_i^- : B karar biriminin i'inci girdisine ait atıl değer

s_r^+ : B karar biriminin r'inci çıktısına ait atıl değer

ε : yeterince küçük pozitif bir sayı.

Bu programın amaç fonksiyonunda belirli bir çıktı düzeyi için etkinliği ölçülen B karar birimine ait girdilerin radyal olarak ne kadar azaltılabileceği araştırılmaktadır. Eğer sözkonusu karar birimi etkin ise girdi vektöründe herhangi bir azaltma yapılamaz. Bu durumda göreceli etkinlik ölçütü $E_B = 1$ 'e eşit olur ($\alpha = 1, s^- = 0, s^+ = 0$).

Ayrıca kendi referans kümesinde (RK) yine kendisi bulunur ve $\lambda_B = 1$ 'e eşit olur.

Zarflama modelinin matrisel gösterimi ise şu şekildedir;

$$E_B = \text{Min} \alpha - \varepsilon s^- - \varepsilon s^+ \quad (3.33)$$

Şu kısıtlara göre,

$$X \lambda + s^- - \alpha X^B = 0 \quad (3.34)$$

$$Y \lambda - s^+ = Y^B \quad (3.35)$$

$$\lambda, s^-, s^+ \geq 0 \quad (3.36)$$

α : Etkinliği ölçülen B karar birimin girdilerinin radyal olarak ne kadar azaltılabileceğini gösteren büzülme katsayısı

Y^B : B karar birimine ait çıktı vektörü

X^B : B karar birimine ait girdi vektörü

Y: Ölçümü yapılan gözlem kümesindeki karar birimlerine ait çıktı matrisi

X: Ölçümü yapılan gözlem kümesindeki karar birimlerine ait girdi matrisi

λ : Gözlem kümesindeki karar birimlerine ait yoğunluk vektörü

s^- : B karar birimine ait atıl girdi vektörü

s^+ : B karar birimine ait atıl çıktı vektörü

Eğer sözkonusu karar birimi etkin değilse etkinlik ölçütünü belirleyen α büzülme katsayısı 1'den küçük olur. Bu durum, girdi vektöründe radyal olarak bir azaltma yapılabileceğini gösterir. Diğer taraftan bu karar birimin göreceli etkinliğinin ölçülmesine yarayan ve etkinlik sınıfı üzerinde yer alan kuramsal karar birimini oluşturan referans birimlerin λ 'ları 0'dan büyük olur.

Söz konusu kuramsal birim, gözlem kümesi içinde ölçümü yapılan B karar biriminin teknolojik yapısına en çok benzeyen en iyi gözlemlerin doğrusal bileşimi şeklinde oluşturulur. Bu karar birimi gerçek bir gözlem olmamasına karşın VZY'nin bir varsayımı olarak etkinlik ölçümünü gerçekleştirebilmek amacıyla etkin bir gözlemmiş gibi kabul edilmektedir. Kuramsal birimin girdi ve çıktıları ise şu şekilde hesaplanır:

$$X^{KB} = X.\lambda \quad \forall j \in E(T) \quad (3.37)$$

$$Y^{KB} = Y.\lambda \quad \forall j \in E(T) \quad (3.38)$$

Zarflama modelinin diğer değişkenlerinin yardımı ile kuramsal birim şu şekilde de hesaplanabilmektedir.

$$X^{KB} = \alpha X^B - s^- \quad (3.39)$$

$$Y^{KB} = Y^B - s^+ \quad (3.40)$$

Etkin olmayan bir karar birimi, girdi vektörünü $([1-\alpha].X^B + s^-)$ kadar azaltmak ve çıktı vektörünü de s^+ kadar artırmak şartı ile etkin hale dönüştürülebilir.

Girdiye yönelik VZA modellerinin kullanımını aşağıdaki modelde inceleyelim.

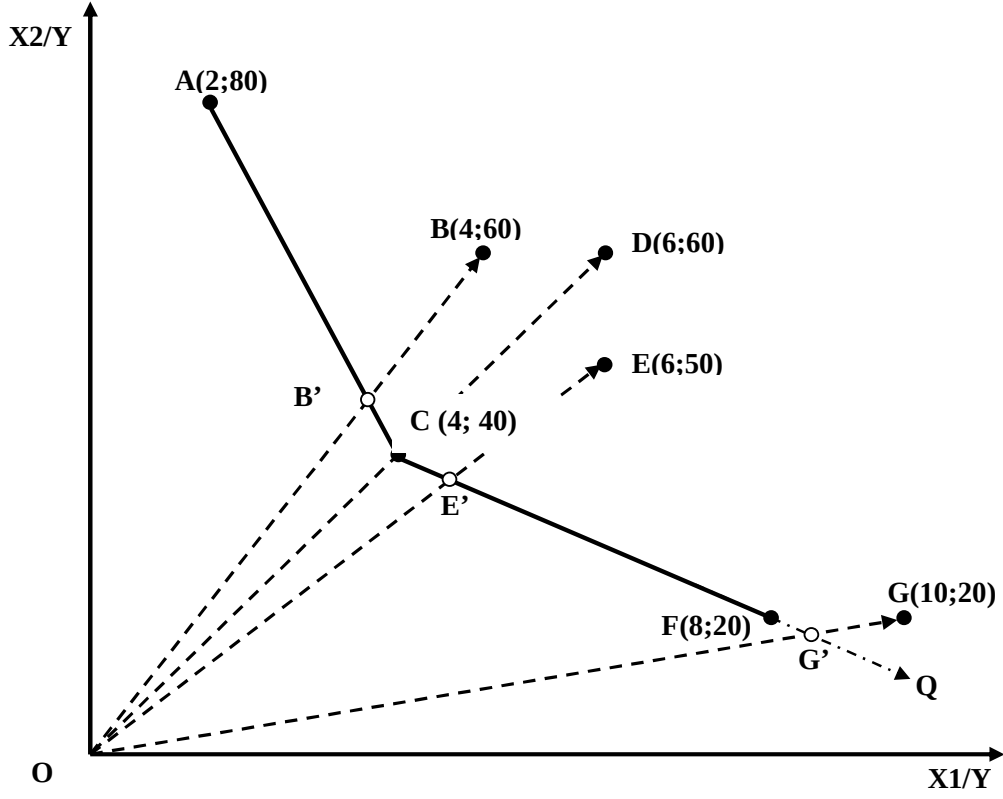
Girdiye Yönelik VZA modeli için örnek:

2 adet girdi kullanarak ($m=2$), 1 adet çıktı üreten ($p=1$), 7 karar birimini gözlem kümesi (G) olarak ele alalım. Yöntemi basit bir şekil üzerinde açıklayabilmek için ölçeğe göre sabit getiri varsayımını ($w=0$) kabul edelim (T_F ÜİK'ni kabul edelim). Ayrıca her bir karar biriminin aynı oranda çıktı ürettiğini varsayalım. Bu karar birimleri için kullanılan girdi miktarları Çizelge 3.1'de verilmiştir (Yolalan, 1993).

Çizelge 3.1: Karar Birimlerinin Girdileri ve Çıktıları

Karar Birimi	Girdi X_1	Girdi X_2	Çıktı Y_1
A	2	80	1
B	4	60	1
C	4	40	1
D	6	60	1
E	6	50	1
F	8	20	1
G	10	20	1

Çizelge 3.1'de verilen girdi ve çıktı değerlerinin ışığı altında, sayısal örneğin eşürün eğrisi iki boyutlu girdi uzayında Şekil 3.1'deki gibi çizilebilir.



Şekil 3.1 : Girdi ve Çıktı Değerleri için Eşürün Eğrisi

A karar birimi için VZY'nin Ağırlıklı modelini açık olarak yazalım:

$$E_A = \text{Max } 1.\mu_1$$

Şu kısıtlar altında;

$$2.v_1 + 80.v_2 = 1$$

$$1.\mu_1 - 2v_1 - 80.v_2 \leq 0$$

$$1.\mu_1 - 4v_1 - 60.v_2 \leq 0$$

$$1.\mu_1 - 4v_1 - 40.v_2 \leq 0$$

$$1.\mu_1 - 6v_1 - 60.v_2 \leq 0$$

$$1.\mu_1 - 6v_1 - 50.v_2 \leq 0$$

$$1.\mu_1 - 8v_1 - 20.v_2 \leq 0$$

$$1.\mu_1 - 10v_1 - 20.v_2 \leq 0$$

$$\mu_1 \geq \varepsilon \quad v_1 \geq \varepsilon \quad v_2 \geq \varepsilon$$

Bu doğrusal program elle yada herhangi bir doğrusal programlama paketi aracılığıyla çözüldüğünde elde edilecek çözüm kümesi şu şekilde yazılabilir:

$$\mu_1 = 1 \quad v_1 = 1/6 \quad v_2 = 1/120$$

B karar birimi için Ağırlıklı modeli yazarsak, amaç fonksiyonu ve normalizasyon kısıtındaki katsayıları aşağıdaki gibi değiştirmek gerekir:

$$E_B = \text{Max } 1.\mu_1$$

Şu kısıtlar altında,

$$4.v_1 + 60.v_2 = 1$$

$$1.\mu_1 - 2v_1 - 80.v_2 \leq 0$$

$$1.\mu_1 - 4v_1 - 60.v_2 \leq 0$$

$$1.\mu_1 - 4v_1 - 40.v_2 \leq 0$$

$$1.\mu_1 - 6v_1 - 60.v_2 \leq 0$$

$$1.\mu_1 - 6v_1 - 50.v_2 \leq 0$$

$$1.\mu_1 - 8v_1 - 20.v_2 \leq 0$$

$$1.\mu_1 - 10v_1 - 20.v_2 \leq 0$$

$$\mu_1 \geq \varepsilon \quad v_1 \geq \varepsilon \quad v_2 \geq \varepsilon$$

$$\mu_1 = 6/7 \quad v_1 = 1/7 \quad v_2 = 1/140$$

Sırasıyla amaç fonksiyonu ve normalizasyon kısıtındaki katsayılar değiştirilip VZA'nın ağırlıklı modeli gözlem kümesindeki tüm karar birimleri için çözülerek Çizelge 3.2'deki sayısal sonuçlar elde edilir (Yolalan, 1993).

Daha önceden de belirtildiği gibi Ağırlıklı VZA modelinin aracılığıyla etkinlik sınırını oluşturan yüzeyleringirdi ve çıktı ağırlıklarının sayısal değerleri saptanmaktadır. Aynı zamanda böylece etkinlik sınırını oluşturan doğru parçalarını ve denklemlerini de belirlemek mümkün olacaktır.

Çizelge 3.2: Ağırlıklı Modelin Çözümü

Karar Birimi	E_B	RK	μ_1	v_1	v_2
A	1	$\{A\}$	1	1/6	1/120
B	6/7	$\{A, C\}$	6/7	1/7	1/140
C	1	$\{C\}$	1	(1/6; 1/12)	(1/120; 1/60)
D	2/3	$\{C\}$	2/3	(1/9; 1/18)	(1/180; 1/90)
E	3/4	$\{C, F\}$	3/4	1/16	1/80
F	1	$\{F\}$	1	1/12	1/60
G	1-2 $\mathcal{E}$	$\{F\}$	1-2 $\mathcal{E}$	$\mathcal{E}$	(1-10 $\mathcal{E}$)/20

Bu örnekteki etkinlik sınırını oluşturan doğru parçalarının denklemleri ise şu şekilde tanımlanabilir.

$$S_1[A, C] = \{(X_1, X_2) : (1/6)X_1 + (1/120)X_2 = 1; 2 \leq X_1 \leq 4; 40 \leq X_2 \leq 80\}$$

$$S_2[C, F] = \{(X_1, X_2) : (1/12)X_1 + (1/60)X_2 = 1; 4 \leq X_1 \leq 8; 20 \leq X_2 \leq 40\}$$

$$S_3[F, Q] = (X_1, X_2) : \mathcal{E}X_1 + ((1-8\mathcal{E})/20).X_2 = 1; \quad 8 \leq X_1; \quad X_2 \leq 20$$

Bu üç doğru parçasının bileşimi etkinlik sınırını oluşturmaktadır. Ayrıca (μ, v) değerleri bu doğru parçalarının normal vektörlerini oluşturmaktadırlar. İkinci bölümde belirtildiği gibi bu değerler aynı zamanda marjinal ikame oranı ve marjinal üretkenliği de belirlemektedirler.

Bu sayısal değerlerin ne anlama geldiklerini daha açık bir şekilde açıklamaya çalışalım. Bunun için B karar birimini ele alalım. Bu birimin görelî etkinliği A ve C karar birimleri tarafından oluşturulan ve S_1 doğru parçasının üzerinde yer alan referans B' noktasına göre ölçülür. Eğer B karar birimi X_2 girdisi sabit kalmak koşulu ile X_1 girdisini 1 birim azaltırsa (4 yerine 3 birim kullanırsa) etkinlik ölçütü E_B ,

($v_1 = 1/7$) kadar artar. Bu durumda B karar birimi AC doğru parçası üzerinde yer alır ve göreceli olarak etkin hale dönüşür. Yine aynı karar birimi X_1 girdisi sabit kalmak koşulu ile eğer X_2 girdisini 20 birim kadar azaltabilirse ($20 \cdot v_2 = 1/7$) etkinlik ölçütü $1/7$ kadar artar ve C karar birimiyle aynı girdiyi kullanarak etkin hale dönüşür. S_1 etkinlik yüzeyi üzerindeki marjinal ikame ve marjinal üretkenlik oranları sayısal olarak şu değerlere sahiptirler:

$$X_1 \text{ ve } X_2 \text{ arasındaki marjinal ikame oranı : } (v_2 / v_1 = 1/20)$$

$$X_1 \text{ için marjinal üretkenlik } (v_1 / \mu_1 = (1/7)/(6/7) = 1/6)$$

$$X_2 \text{ için marjinal üretkenlik } (v_2 / \mu_2 = (1/140)/(6/7) = 1/120)$$

C karar birimi ise etkinlik sınırını oluşturan her iki karar biriminin kesişim noktasında yer almaktadır. Bu menteşe karar birimi için bir çok çözüm kümesi olasıdır. Diğer taraftan D karar birimi de sadece bu karar birimini referans olarak Kabul ettiği için onun da bir çok çözüm kümesi vardır.

Grafikten görüldüğü gibi G karar birimi de X_1 girdisini F karar birimine göre $s_1^- = 2$ birim fazla kullanmaktadır. Etkinlik sınırı ise ε değerine göre hesaplanmıştır.

3.2 Çıktıya Yönelik Veri Zarflama Modelleri

Çıktıya odaklı veri zarflama analizi matematiksel olarak ağırlıklandırılmış girdinin ağırlıklandırılmış çıktıya oranının enazlanması şeklinde özetlenebilir. Diğer bir deyişle, belirli bir girdi bileşimi ile en fazla ne kadarlık bir çıktı bileşimi elde edilebileceği araştırılmaktadır.

Çıktıya yönelik VZA modelleri de üç ana grupta toplanabilirler:

3.2.1 Oransal Veri Zarflama Modeli

Çıktıya yönelik modellerde girdi/çıktı oranının minimizasyonu ele alınmaktadır. Girdiye yönelik oransal modelin tersi düşünüldüğünde aşağıdaki amaç fonksiyonunu elde etmek mümkündür. Girdiye yönelik modelde kısıtlar için ise ağırlıklı çıktıların ağırlıklı girdilere oranının 1'den küçük yada 1'e eşit olma koşulu vardı, bu da etkin olmayan birimlerin etkinlik değerlerinin 1'den küçük olmasını sağlıyordu. Çıktıya yönelik modelde ise ağırlıklı girdilerin ağırlıklı çıktılara oranının enazlanması

sözkonusu olduğundan kısıt olarak bu oranın 1'den küçük ve 1'e eşit olması koşulu vardır. Böylece etkinliği ölçülen karar birimlerinden etkinliği maksimum olanlar 1'e eşit olacak etkinliği düşük olan birimlerin etkinlik değerleri de 1'den büyük olacaktır. Bu doğrultuda çıktıya yönelik oransal VZA modelini şu şekilde yazabiliriz.

$$F_B = \text{Min}(\sum_{i=1}^m v_i X_{iB} - v) / (\sum_{r=1}^p u_r Y_{rB}) \quad (3.41)$$

$$(\sum_{i=1}^m v_i X_{ij} - v) / (\sum_{r=1}^p u_r Y_{rj}) \geq 1 \quad j=1, \dots, n \quad (3.42)$$

$$u_r \geq \varepsilon \quad r=1, \dots, p \quad v_i \geq \varepsilon \quad i=1, \dots, m \quad (3.43)$$

v_i : B karar birimi tarafından i'inci girdiye verilen ağırlık

u_r : B karar birimi tarafından r'inci çıktıya verilen ağırlık

X_{iB} : Göreli etkinliği ölçülen B karar birimi tarafından kullanılan i'inci girdi

Y_{rB} : Göreli etkinliği ölçülen B karar birimi tarafından üretilen r'inci çıktı

X_{ij} : j'inci karar birimi tarafından kullanılan i'inci girdi

Y_{rj} : j'inci karar birimi tarafından üretilen r'inci çıktı

ε : Yeterince küçük pozitif sayı

v : Ölçeğe göre getiri kavramı ile ilgili değişken

Çıktıya yönelik oransal VZA modeli matrissel olarak aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

$$(v^t X - v) / u^t Y \geq 1 \quad (3.44)$$

$$u \geq \varepsilon e \quad (3.45)$$

$$v \geq \varepsilon e \quad (3.46)$$

v^t : B karar birimi açısından girdiye ait ağırlık vektörünün transpozesi

u^t : B karar birimi açısından çıktıya ait ağırlık vektörünün transpozesi

X^B : B karar birimine ait girdi vektörü

Y^B : B karar birimine ait çıktı vektörü

X : Ölçümü yapılan gözlem kümesine ait karar birimlerinin girdilerini belirleyen matris

Y : Ölçümü yapılan gözlem kümesine ait karar birimlerinin çıktılarını belirleyen matris

e : Birim vektör

ε : Yeterince küçük pozitif bir sayı

v : Ölçeğe göre getiri kavramı ile ilgili değişken

Bu modelde de girdiye yönelik oransal modelde olduğu gibi (v,u) ağırlık vektörlerinin değerleri araştırılmaktadır. Bu oransal programın doğrusal bir program haline dönüştürülmesi ile çıktıya yönelik ağırlıklı veri zarflama modeli oluşturulabilecektir.

3.2.2 Ağırlıklı Veri Zarflama Modeli

Çıktıya yönelik ağırlıklı VZA modeli, çıktıya yönelik oransal VZA modelinin doğrusal programlamaya dönüştürülmüş şeklidir. Amaç belli bir çıktıyı daha az girdi kullanarak elde etmek olduğundan bu modelde ağırlıklı çıktılar minimize edilmeye çalışılırken çıktılar ise normalizasyon kısıtı olarak yazılmaktadır.

$$F_B = \text{Min} \left(\sum_{i=1}^m v_i X_{iB} \right) \quad (3.47)$$

$$\sum_{r=1}^p \eta_r Y_{rB} = 1 \quad (3.48)$$

$$\sum_{r=1}^p \eta_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} \leq 0 \quad j=1, \dots, n \quad (3.49)$$

$$\eta_r \geq \varepsilon \quad r=1, \dots, p: \quad v_i \geq \varepsilon \quad i=1, \dots, m \quad (3.50)$$

Bu modelin matrissel gösterimi ise şu şekilde olacaktır:

$$F_B = \text{Min} \quad v^t X^B \quad (3.51)$$

$$\eta^t Y - v^t X \leq 0 \quad (3.52)$$

$$\eta \geq \varepsilon \quad v \geq \varepsilon \quad (3.53)$$

Ekinliği ölçülen B karar birimietkin ise amaç fonksiyonunun değeri $F_B=1$ olur ve bu karar birimiyle ilgili kısıt $\eta'Y - v'X = 0$ şekline dönüşür. Eğer görelî etkinliği ölçülen B karar birimi etkin değilse bu durumda amaç fonksiyonunun değeri 1'den büyük olacak ve bu birimin referans kümesini oluşturan karar birimleri için $\eta'Y - v'X = 0$ kısıtları eşitlik haline dönüşecektir.

Bu doğrusal programın duali olan çıktıya yönelik VZA'nın Zarflama modeli ise aşağıdaki şekilde yazılabilir.

3.2.3 Veri Zarflama Analizinin Zarflama Modeli

Bu modelde de etkin olan karar birimleri için etkinlik değeri 1'e eşit olacak, etkin olmayan birimlerin etkinlik değeri ise 1'den büyük olacaktır. Girdiye yönelik zarfalama modeli ile mantık olarak aynıdır ancak burada etkin olmayan karar birimlerini etkin hale getirmek için aynı girdi miktarları kullanılarak çıktı miktarlarının ne kadar artırılması gerektiği araştırılır. Çıktıya ait genişleme katsayısı (β) bize çıktı miktarlarının (girdiler sabit kalmak koşulu ile) ne kadar artırılabilceğini vermektedir.

Çıktıya yönelikağırlıklı doğrusal programlama modelinin duali alındığında çıktıya yönelik zarflama modeli oluşur.

$$F_B = \text{Max } \beta + \varepsilon \sum_{i=1}^m \sigma_i^- + \varepsilon \sum_{r=1}^p \sigma_r^+ \quad (3.54)$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \theta_j + \sigma_i^- - X_{iB} = 0 \quad i=1, \dots, m \quad (3.55)$$

$$\sum_{j=1}^n Y_{rj} \theta_j - \sigma_r^+ - \beta \cdot Y_{rB} = 0 \quad r=1, \dots, p \quad (3.56)$$

$$\theta_j \geq 0 \quad j=1, \dots, n \quad (3.57)$$

$$\sigma_i^- \geq 0 \quad i=1, \dots, m \quad (3.58)$$

$$\sigma_r^+ \geq 0 \quad r=1, \dots, p \quad (3.59)$$

Burada;

β : Çıktıya ait genişleme katsayısı

X_{iB} : B karar birimi tarafından kullanılan i'inci girdi

Y_{rB} : B karar birimi tarafından üretilen r'inci çıktı

X_{ij} : j'inci karar birimi tarafından kullanılan I'inci girdi

Y_{rj} : j'inci karar birimi tarafından üretilen r'inci çıktı

θ_j : j'inci karar biriminin aldığı yoğunluk değeri

σ_i^- : B karar biriminin I'inci girdisine ait atıl değer

σ_r^+ : B karar biriminin r'inci çıktısına ait atıl değer

ε : Yeterince küçük pozitif bir sayı

Bu modelin matrissel gösterimi ise şu şekildedir

$$F_B = \text{Max } \beta + \varepsilon \sigma^- + \varepsilon \sigma^+ \quad (3.60)$$

Şu kısıtlar altında

$$X\theta + \sigma^- - X^B = 0 \quad (3.61)$$

$$Y\theta - \sigma^+ - \beta Y^B = 0 \quad (3.62)$$

$$\theta, \sigma^-, \sigma^+ \geq 0 \quad (3.63)$$

β : Çıktıya ait genişleme katsayısı (B karar birimi çıktılarının radial olarak ne kadar artırılabilceğini gösteren genişleme katsayısı)

X^B : B karar birimine ait girdi vektörü

Y^B : B karar birimine ait çıktı vektörü

X : Ölçümü yapılan gözlem kümesindeki karar birimlerine ait girdi matrisi

Y : Ölçümü yapılan gözlem kümesindeki karar birimlerine ait çıktı matrisi

θ : Gözlem kümesindeki karar birimlerine ait yoğunluk vektörü

σ^- : B karar birimine ait atıl girdi vektörü

σ^+ : B karar birimine ait atıl çıktı vektörü

ε : Yeterince küçük pozitif bir sayı

θ , σ^- , σ^+ 'nın dual değişkenler olduğu açıktır. β ise radyal çıktı genişlemesini belirleyen katsayıdır. β 'nın alacağı sayısal değerler 1'e eşit ya da daha büyük olabilir.

Bu programın amaç fonksiyonunda, kullanılan belirli bir girdi kümesi için etkinliği ölçülen B karar birimine ait çıktıların “radyal” olarak ne kadar azaltılabileceği araştırılmaktadır. Eğer söz konusu karar birimi etkin ise çıktı vektöründe herhangi bir arttırma yapılamaz. Bu durumda görelilik etkinliği ölçütü $F_B = 1$ 'e eşit olur ($\alpha = 1$, $s^- = 0$, $s^+ = 0$). Eğer ölçülen karar birimi etkin değilse etkinlik ölçütünün belirleyen β genişleme katsayısı 1'den büyük olur. Bu durum, çıktı vektöründe radyal olarak arttırma yapılabileceği anlamına gelmektedir.

Diğer taraftan, bu karar biriminin görelilik etkinliğinin ölçülmesine yarayacak olan ve etkinlik sınırı (zarfı) üzerinde yer alan kuramsal karar birimini oluşturan referans birimlerin θ 'ları 0'dan büyük olur. Söz konusu kuramsal birim, gözlem kümesi içinde ölçümü yapılan k karar biriminin teknolojik yapısına en çok benzeyen en iyi gözlemlerin doğrusal bileşimi şeklinde oluşturulur.

Kuramsal birimin girdi ve çıktı vektörleri de girdiye yönelik VZA modeline benzer olarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$X^{KB} = X^B - \sigma^- \quad (3.64)$$

$$Y^{KB} = \beta Y^B - \sigma^+ \quad (3.65)$$

Etkin olmayan bir karar birimi, çıktı vektörünü ($[\beta-1].Y^k + s^+$) kadar arttırmak ve girdi vektörünü de s^- kadar azaltmak şartı ile etkin hale dönüşebilir. Etkin olmayan bir karar biriminin nasıl etkin duruma dönüşebileceğine değin bilgileri türeterek yöneticilere yol gösterme özelliği nedeniyle VZA yaklaşımı uygulamada oldukça geniş bir kullanım alanı bulmuştur.

VZA'da yaşanabilecek sıkıntılardan birisi, eğer modelde önemli bir değişken gözardı edilirse dışarıda bırakılan bu değişkeni etkin olarak kullanmakta olan karar birimlerinin etkinliği düşük çıkacaktır. Ancak çok fazla girdi ve çıktı eklenmesi çözüm değildir çünkü sayı arttıkça VZA'nın ayrışma yeteneği düşmektedir. Ayrıca girdi çıktı değişkenleri ile paralel olarak karar birimlerinin de artışı gereklidir. Sonuçta VZA'da seçilen değişkenler üretim fonksiyonunu doğrusal olarak yansıtabilmeli ve olabildiğince küçük sayıda olmalıdır.

Girdi ve çıktı seçiminde dikkat edilecek diğer bir nokta iki girdi ve iki çıktı arasındaki yüksek korelasyondur. Eğer iki girdi arasında mükemmel bir korelasyon varsa, içlerinden biri, etkinlik değişimine yol açmadan modelden çıkarılabilir. Çıktılar için de aynısı geçerli olacaktır (Eroğlu , 2007).

Bazı değişkenler ise belirli bir olayın varlığını veya yokluğunu yansıtabilirler (0-1 değişkenleri). İleri (1997) çalışmasında bu konuda literatürde yer alan modellere ve doğrusal programlama çözüm algoritmasına odaklanarak değinilen kategorik değişkenlere nasıl çözüm getirilebileceğine yer vermiştir.

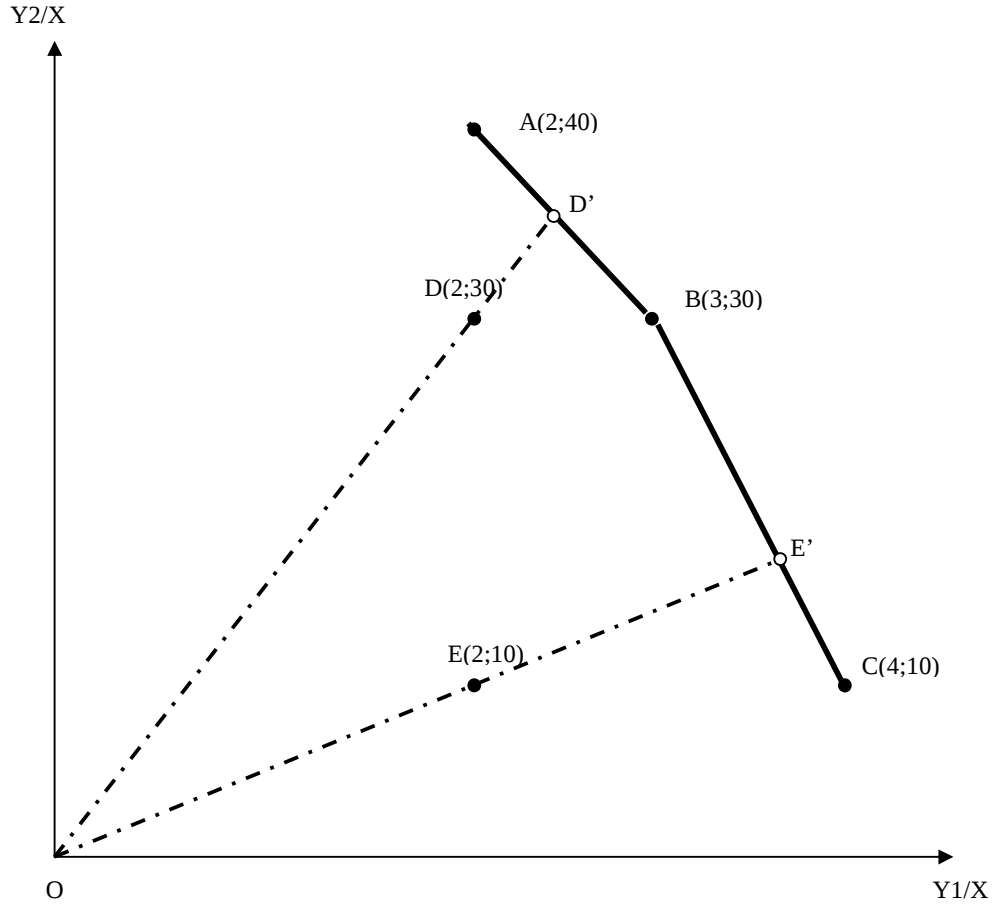
Çıktıya Yönelik VZA modeli için örnek:

(m=1) girdi kullanarak (p=2) çıktı üreten (n=5) karar birimini gözlem kümesi (G) olarak seçelim. Karar birimlerinin hepsi 1 birim girdi ile değişik çıktı karmaları üretmektedirler.

Çizelge 3.3 : Sayısal Örneğe Ait Girdi ve Çıktı Değerleri

Karar Birimi	Çıktı Y	Çıktı Y2	Girdi X1
A	2	40	1
B	3	30	1
C	4	10	1
D	2	30	1
E	2	10	1

Ölçeğe göre sabit getiri varsayımı altında daha önceki örneğe benzer şekilde iki boyutlu çıktı uzayında yukarıdaki değerleri basit bir şekil üzerinde gösterelim.



Şekil 3.2 : Sayısal Örneğe Ait Çıktı Değerleri

Çizelge 3.4 : Ağırlıklı Modelin Çözümünde Elde Edilen Sonuçlar

Karar Birimi	F_B	RK	η_1	η_2	v_1
A	1	$\{A\}$	1/6	1/60	1
B	1	$\{B\}$	(1/6;2/9)	(1/60;1/90)	1
C	1	$\{C\}$	2/9	1/90	1
D	6/5	$\{A,B\}$	1/5	1/50	6/5
E	9/5	$\{B,C\}$	2/5	1/50	9/5

Çıktıya yönelik ağırlıklı VZA modeli ile elde edilen sayısal sonuçlar yukarıdaki tabloda verilmiştir.

Görüldüğü üzere A, B ve C karar birimleri göreceli olarak etkin birimlerdir. Bu örnekteki etkinlik sınırını oluşturan doğru parçaları matematiksel olarak şu şekilde yazılabilir:

$$S_1[A, B] = ((Y_1, Y_2) : (1/6)Y_1 + (1/60)Y_2 = 1; 2 \leq Y_1 \leq 3; 30 \leq Y_2 \leq 40)$$

$$S_2[B, C] = ((Y_1, Y_2) : (2/9)Y_1 + (1/90)Y_2 = 1; 3 \leq Y_1 \leq 4; 10 \leq Y_2 \leq 30)$$

D karar birimi A ve B karar birimlerine göre etkin değildir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta etkinlik ölçütünün 1 değerine eşit olması durumunda söz konusu karar biriminin etkin olduğudur. 1'den büyük olduğunda ise etkin değildir. D karar birimi Y_1 çıktısını 1 birim daha artırarak etkinlik ölçütünü ($E_B = 6/5$) $1/5$ birim kadar azaltıp etkin hale dönüşebilir. Bu durumda D karar birimi B karar birimiyle aynı duruma dönüşür. Ya da Y_2 çıktısını 10 birim kadar artırarak A karar birimiyle aynı duruma gelir. Bu durumda da etkinlik ölçütü $1/5$ kadar azalır ve 1'e eşit olur.

Şimdi de çıktıya yönelik zarflama modeli açısından elde edilen çözüm kümelerini gözönüne alarak irdelemeye çalışalım.

Çizelge 3.5 : Çıktıya Yönelik Zarflama Modeli Çözüm Kümesi

Karar Birimi	F_B	RK	θ_j	Y^{KB}	σ_1^+	σ_2^+
A	1	$\{A\}$	1	(2:40)	0	0
B	1	$\{B\}$	1	(3:30)	0	0
C	1	$\{C\}$	1	(4:10)	0	0
D	6/5	$\{A, B\}$	(0.60;0.40)	(2.4:36)	0	0
E	9/5	$\{B, C\}$	(0.40;0.60)	(3.6:18)	0	0

E karar birimi için genişleme faktörü $\beta=9/5$ 'tır. Eğer bu karar birimi aynı girdiyi kullanarak her bir çıktısını 9/5 kat artırabilirse B ve C karar birimleri tarafından oluşturulan etkinlik sınırına erişebilir. Bu karar birimi için referans olan E karar birimi ise şu şekilde oluşturulur:

$$X^{KB} = X^E - \sigma^- = (1) - (0) = (1)$$

$$Y^{KB} = \beta Y^E + \sigma^+ = (9/5).(2;10) + (0;0) = (3.6;18)$$

Ya da,

$$X^{KB} = X^B \theta_B + X^C \theta_C \quad \{B, C\} \in E(T)$$

$$X^{KB} = (1).(0.4) + (1)(0.60) = (1)$$

$$Y^{KB} = Y^B \theta_B + Y^C \theta_C \quad \{B, C\} \in E(T)$$

$$Y^{KB} = (3;30).(0.4) + (4;10)(0.60) = (3.6;18)$$

Yukarıdaki sayısal örneklerde ölçeğe göre getirinin sabit olduğu varsayılmıştır. Diğer bir deyişle, TF üretim imkan kümesinin varlığı kabul edilmiş ve girdi ile çıktıya yönelik VZY modelleri bu varsayım altında incelenmiştir. Ölçeğe göre getirinin sabit olduğu durumlarda VZY'nin girdi ve çıktıya yönelik modelleri arasında şu şekilde bir bağlantı kurulabilir:

$$E_B = 1 / F_B \quad \mu = \eta / F_B \quad \nu = \nu / F_B \quad \lambda = \theta / F_B$$

3.3 Ters Veri Zarflama Analizi

Ters (geriye doğru) veri zarflama analizi ile;

- 1) Bir grup karar birimi (DMU) arasından seçilen bir karar biriminin girdi miktarı belirli bir miktar artırılırken, diğer karar verme birimlerine göre ilk olarak ölçtüğümüz etkinliğinin sabit tutulması isteniyorsa, bu karar biriminin ne kadar çıktı üretmesi gerekmektedir?
- 2) Yine bir grup karar birimi (DMU) arasından seçilen belirli bir karar biriminin çıktı miktarının belirli bir miktar artırılması gerekirken, diğer karar verme birimlerine göre ilk olarak ölçtüğümüz etkinliğinin sabit tutulması isteniyorsa, bu karar biriminin ne kadar girdi kullanması gerekmektedir?

Sorularına yanıt verilmeye çalışılmaktadır (Wei ve diğerleri, 2000).

Mevcut durumda veri zarflama analizi teknikleri göreceli teknik etkinliğin ölçülmesi ve analizinde kullanılırken ters veri zarflama yeni bir bakış açısı getirerek bu yöntemin üretim analizi ve üretim planlama tekniği olarak da kullanılmasını sağlamıştır. Ters VZA ile önceden ağırlık değerleri atanmamış, üretim fonksiyonunun gerçek formunun bilinemediği durumlarda girdi\çıkıtı değerlerinin belirlenmesi de mümkün olmaktadır (Yan ve diğerleri, 2002).

Wei ve diğ. (2000) girdi miktarının artırılıp etkinliğin sabit tutulmak istendiği durumda ne kadar çıktı miktarının elde edilmesi gerektiğini belirlerken, değerlendirilen karar birimi etkin olmadığına, çok ölçütlü bir lineer programlama modeli (MOLP) önermiştir. İlgili karar birimi etkin olduğunda ise lineer programlama modeli kullanılacaktır.

İlgili karar birimi için çıktı miktarının belirli bir artırılması gerekirken, girdi miktarının ne kadar artırılması gerektiğinin tespit edilmesi istendiği durumlarda ise Hadi-Vencheh ve diğ. (2008) tarafından geliştirilen modelin kullanılması daha doğru olacaktır.

n adet karar birimi için (DMU_j: $j: 1,2,...,n$) üretilen çıktılar $y_{rj} (r = 1, ..., s)$ ve kullanılan girdiler $x_{ij} (i = 1, ..., m)$ iken ilgili karar birimleri DMU_j için girdi ve çıktılar $X_j = (x_{1j}, x_{2j}, ..., x_{mj})^t$ ve $Y_j = (y_{1j}, y_{2j}, ..., y_{sj})^t$, $X_j \in \mathbb{R}^m$, $Y_j \in \mathbb{R}^s$, $X_j > 0$, $Y_j > 0$ şeklinde indislenebilirler. Bir karar birimi DMU₀ $\theta \in \{0,1,...,n\}$ için geliştirilen VZA modeli şu şekildedir;

$$(P_1) \min \theta \quad (3.66)$$

Şu kısıtlara göre;

$$\sum_{j=1}^n X_j \lambda_j \leq X_0 \theta \quad (3.67)$$

$$\sum_{j=1}^n Y_j \lambda_j > Y_0 \quad (3.68)$$

$$\lambda \in \Lambda \quad (3.69)$$

$$\Lambda = \left\{ \lambda \mid \lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n), \delta_1 \left(\sum_{j=1}^n \lambda_j + \delta_2 (-1)^{\delta_3} v \right) = \delta_1, v \geq 0, \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n \right\}$$

Burada $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ değerleri 0-1 olan parametre değerleridir ve bu parametre değerleri modelin yapısını şu şekilde etkilemektedir:

- (i) eğer $\delta_1 = 0$ ise (P_I) CCR modeli (Sabit getiri) (Charnes ve diğ., 1978)
- (ii) eğer $\delta_1 = 1$ ve $\delta_2 = 0$ ise (P_I) BCC modeli (Değişken getiri) (Banker ve diğ., 1984)
- (iii) eğer $\delta_1 = \delta_2 = 1$ ve $\delta_3 = 0$ ise (P_I) FG modeli (Artmayan getiri) (Fare ve Grosskopf, 1985)
- (iv) eğer $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 1$ ise (P_I) ST modeli (Azalmayan getiri) (Seiford ve Thrall, 1990)

θ_l değeri ilgili karar birimi DMU₀'nun etkinlik göstergesi olup $\theta_l = 1$ iken DMU₀ etkindir diyebiliriz.

Bu noktada “ θ_l değeri sabit tutularak çıktı miktarında bir artış yapılmak isteniyorsa ilgili karar birimi için girdi miktarında ne kadarlık bir artış yapılması gerekmektedir?” sorusunu sorabiliriz.

DMU₀ karar verme birimi için çıktı miktarının Y_0 'dan $\beta_0 = Y_0 + \Delta Y_0$ 'a artırıldığını düşünelim ($\Delta Y_0 \geq 0$). Burada belirlenmeye çalışılan ise DMU₀ için θ_l değerini sabit tutmak için kullanılması gereken α_0^* girdi vektörüdür.

$$\alpha_0^* = (\alpha_{10}^*, \alpha_{20}^*, \dots, \alpha_{m0}^*)^t = X_0 + \Delta X_0, \Delta X_0 \geq 0 \quad (3.70)$$

DMU₀'ın girdi ve çıktı miktarının artırılmış hali olan karar birimi DMU_{n+1} olduğunda etkinliği ölçmek için aşağıdaki model kullanılabilir.

$$(P_1^+) \min \theta \quad (3.71)$$

Şu kısıtlara göre;

$$\sum_{j=1}^n X_j \lambda_j^l + \alpha_0^* \lambda_{n+1}^l \leq \alpha_0^* \theta_l \quad (3.72)$$

$$\sum_{j=1}^n Y_j \lambda_j^I + \beta_0 \lambda_{n+1}^I \geq \beta_0 \quad (3.73)$$

$$\lambda^I \in \Lambda^+ \quad (3.74)$$

$$\Lambda^+ = \left\{ \lambda^I \mid \lambda^I = (\lambda_1^I, \dots, \lambda_{n+1}^I), \delta_1 \left(\sum_{j=1}^{n+1} \lambda_j^I + \delta_2 (-1)^{\delta_3} v \right) = \delta_1, v \geq 0, \lambda_j^I \geq 0, j = 1, \dots, n+1 \right\}$$

Tanım: Eğer (P_1^+) 'nin optimal değeri (P_1) 'in optimal değerine eşit ise etkinlik değerinin değişmediğini $eff(\alpha_0^*, \beta_0) = eff(X_0, Y_0)$ tanımıyla belirtebiliriz.

Aşağıda belirtilen çok ölçütlü lineer problem (MOLP) kullanılarak ilgili girdi miktarı belirlenebilecektir.

$$(V_I) \min(\alpha_{10}, \alpha_{20}, \dots, \alpha_{m0}) \quad (3.75)$$

Şu kısıtlara göre;

$$\sum_{j=1}^n X_j \lambda_j^V \leq \theta_I \alpha_0 \quad (3.76)$$

$$\sum_{j=1}^n Y_j \lambda_j^V \geq \beta_0 \quad (3.77)$$

$$\alpha_0 \geq X_0 \quad (3.78)$$

$$\lambda^V \in \Lambda \quad (3.79)$$

$$\beta_0 = Y_0 + \Delta Y_0 \text{ ve}$$

$$\Lambda = \left\{ \lambda \mid \lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n), \delta_1 \left(\sum_{j=1}^n \lambda_j + \delta_2 (-1)^{\delta_3} v \right) = \delta_1, v \geq 0, \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n \right\}$$

3.4 Etkin Karar Birimlerinin Duyarlılık Analizi

Benzer karar birimlerinin etkinliklerinin ölçümü için oluşturulan doğrusal programlama modelinin optimum çözümünü bulmak önemlidir. Modelin optimum çözümü bilgisi dışında model ile ilgili bir çok duyarlılık bilgisi bulunmaktadır. “Veriler, değiştiği anda optimal kararlar üzerinde ne gibi etkiler yaratacaktır?” sorusunun cevabı, duyarlılık analizleri yapılarak elde edilebilir. Örneğin, girdi veya

çıktı düzeylerinin değiştirilmesi ile belirli bir karar biriminin etkinliğinin ne şekilde değişim göstereceği yapılacak duyarlılık analizleri ile belirlenebilir.

VZA'nın amacı karar birimlerini etkin ve etkin olmayan olmak üzere iki gruba ayırmaktır. Ancak tanımlanmış etkin olan ve etkin olmayan karar birimleri için, veriler içerisinde mümkün değişimlerin olması halinde, elde edilen sonuçların ne kadar hassas olduğu sorusu gündeme gelebilmektedir.

Bu durumda, duyarlılık analizi VZA içerisinde etkinlik sınırının kararlılığının belirlenmesi konusunda, KB'lerine ait girdi ve çıktılarının bir kısmının veya tamamının değiştirilmesi ile karşılaştırılarak kullanılmaktadır. (Eroğlu ve Atasoy, 2007)

3.4.1 Girdi ve Çıktı Kararlılık Bölgeleri

Kararlılık bölgelerinin tespiti için yapılan duyarlılık analizinde, etkin karar birimleri için hesaplanan kararlılık bölgeleri ile etkin karar birimlerinin hangi sınırlar dahilinde yine etkin kalacağını belirlenmesi amaçlanmaktadır.

Tüm çıktılar ve diğer etkin karar birimlerinin girdileri sabit kalmak koşuluyla, seçilen etkin karar biriminin girdilerinde yapılan değişiklik sonucunda etkinliğin bozulmadığı girdi aralığı belirlenmektedir. Bu aralığa “Girdi Kararlılık Bölgesi - GKB”; benzer şekilde, tüm girdiler ve diğer etkin karar birimlerinin çıktıları sabit kalmak koşuluyla, seçilen etkin karar biriminin çıktılarında yapılan değişiklik sonucunda etkinliğin bozulmadığı çıktı aralığı belirlenmektedir. Bu aralığa da “Çıktı Kararlılık Bölgesi - ÇKB” adı verilir.

Girdilerdeki oransal bir artış ($\hat{x}_{i0} = \beta_i x_{i0}$, $\beta_i \geq 1$, $i=1, \dots, m$) veya çıktılardaki oransal bir azalış ($\hat{y}_{r0} = \alpha_r y_{r0}$, $0 < \alpha_r \leq 1$, $r=1, \dots, s$) varsayımı altında; girdi ve çıktı kararlılık bölgelerinin oluşturulmasında kullanılan matematiksel modeller aşağıdaki gibidir (Seiford and Zhu, 1998).

Girdi Kararlılık Bölgesi için;

$$\text{Min} \beta_k^0 \quad (3.80)$$

Şu kısıtlar altında;

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{kj} \leq \beta_k^0 x_{k0} \quad (3.81)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{i0} \quad i \neq k \quad (3.82)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \leq y_{r0} \quad r = 1, \dots, s \quad (3.83)$$

$$\lambda_j \beta_{k0} \geq 0 \quad (3.84)$$

Çıktı Kararlılık Bölgesi için;

$$Maks \alpha_k^0 \quad (3.85)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{kj} \leq \alpha_k^0 y_{r0} \quad (3.86)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{rj} \geq y_{r0}, \quad r \neq k \quad (3.87)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{i0}, \quad i = 1, \dots, m \quad (3.88)$$

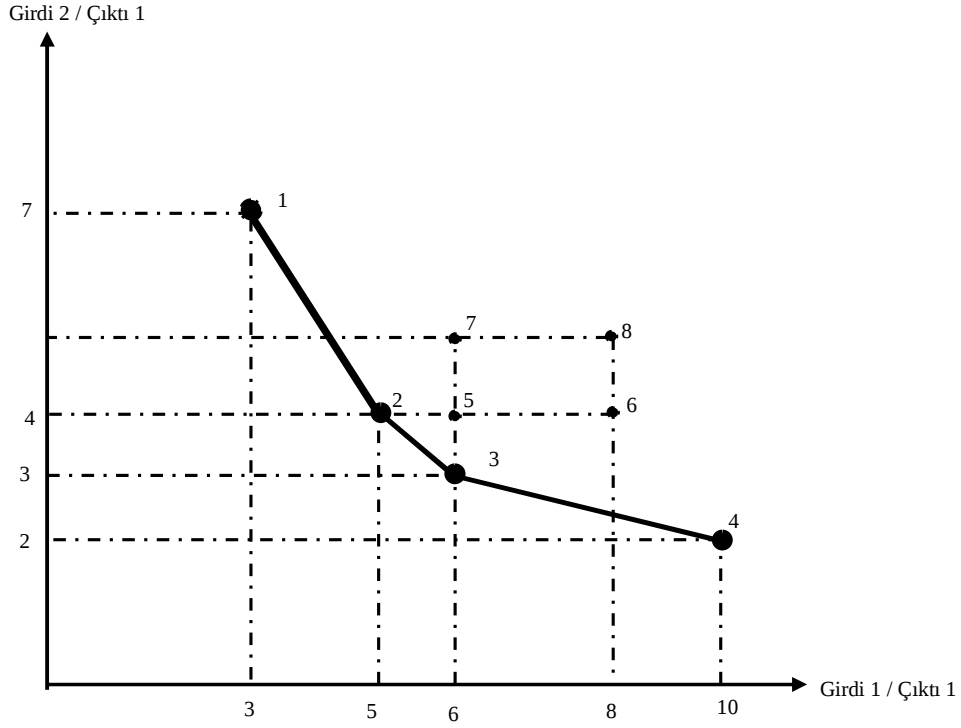
$$\lambda_j \alpha_{k0} \geq 0 \quad (3.89)$$

x_{i0} ($i=1, \dots, m$) ve y_{r0} ($r=1, \dots, s$) sırasıyla girdi ve çıktı değerlerini, x_{ij} ve y_{rj} değerleri ise j'inci karar biriminin ($j=1, \dots, n$) i. girdisini ve r. çıktısını belirtmektedir.

Yukarıda girdi ve çıktı kararlılık bölgelerinin belirlenmesi ile ilgili verilen modellere örnek olarak iki girdisi ve bir çıktısı olan sekiz karar biriminin Çizelge 3.6 'daki verileri ile bir örnek uygulama yapılmaktadır.

Çizelge 3.6 : Duyarlılık Analizi İçin Uygulama Veri Kümesi

KB	KB1	KB2	KB3	KB4	KB5	KB6	KB7	KB8
Girdi 1	3	5	6	10	6	8	6	8
Girdi 2	7	4	3	2	4	4	5	5
Çıktı	1	1	1	1	1	1	1	1
Etkinlik	1.00	1.00	1.00	1.00	0.90	0.75	0.82	0.79



Şekil 3.3 : Uygulama Verilerine İlişkin Oluşan Etkinlik Sınırı

Çizelge 3.7 : Uygulama Verileri için Duyarlılık Analizi Sonuçları

Karar Birimleri	GKB		ÇKB
	Girdi 1	Girdi 2	Çıktı
KB1	$1 < \beta_1 \leq 1.6667$	$1 < \beta_2 \leq \infty$	$0.6000 < \alpha_1 \leq 1$
KB2	$1 < \beta_1 \leq 1.0500$	$1 < \beta_1 \leq 1.0833$	$0.9697 < \alpha_1 \leq 1$
KB3	$1 < \beta_1 \leq 1.2500$	$1 < \beta_1 \leq 1.2000$	$0.9000 < \alpha_1 \leq 1$
KB4	$1 < \beta_1 \leq \infty$	$1 < \beta_1 \leq 1.5000$	$0.6667 < \alpha_1 \leq 1$

KB1 için yapılan analiz sonucu β_1 değeri, 1.6667 olarak elde edilmektedir. Elde edilen bu değer kullanılarak, KB1'in etkinliğinin değişmeyeceği girdi artış aralığı belirlenmektedir. Yani Girdi 1, $1.3 \leq x_{10} \leq 1.6667.3$ ($x'_{10} = \beta_1 x_{10}$) aralığında kaldığı sürece KB1'in etkinliği aynı kalmaktadır. Bir başka ifade ile, 3 birim olan Girdi 1'in, β_1 değeri (1.6667) ile çarpılması sonucunda KB2'nin Girdi 1 değerine (5 birim) kaydırılması anlamına gelmektedir. Bu durumda, etkin sınır kaymasına rağmen KB1'in etkinliği değişmemektedir. Bu durumun tersi de mümkündür. Yani, eğer Girdi 1'in değeri 3 birim değil de 5 birim olsaydı, bu 5 birim β_1 'e bölünerek 3 değeri bulunacak ve yine etkinlik değişmeyecekti. β_2 için ise farklı bir durum söz konusudur. Yapılan analiz sonucunda β_2 değerinin ∞ çıkması, KB1'in Girdi 2'nin artışına karşı duyarsız olduğu yorumunu doğrulacaktır. Diğer bir deyişle, Girdi 2'de meydana gelen

artışlar KB1'in etkinliğini değiştirmeyecektir. Girdi 2'nin azaltılması düşünülürse, Girdi 2'nin değeri, KB 2 ve KB 3'ün oluşturduğu doğrusal etkin sınırın eğimi değiştirilmeden, etkin sınırın uzantısına değene kadar azaltılabilmektedir. Bu durumda da KB1 yine etkin sınır üzerinde kalmakta ancak etkin olmayan karar birimlerin eş grupları değişmektedir.

KB1'e ait Çıktı 1 için, analiz sonucu elde edilen α_1 'in 0.6 bulunması, Çıktı 1'in α_1 ile çarpılması ile elde edilen değere kadar sınırın kaydırılmasına rağmen etkinliğin bozulmadığı yorumu yapılmaktadır (Eroğlu ve Atasoy, 2007).

3.5 En Kötü Sınır Yaklaşımı ile Çalışan VZA Modeli

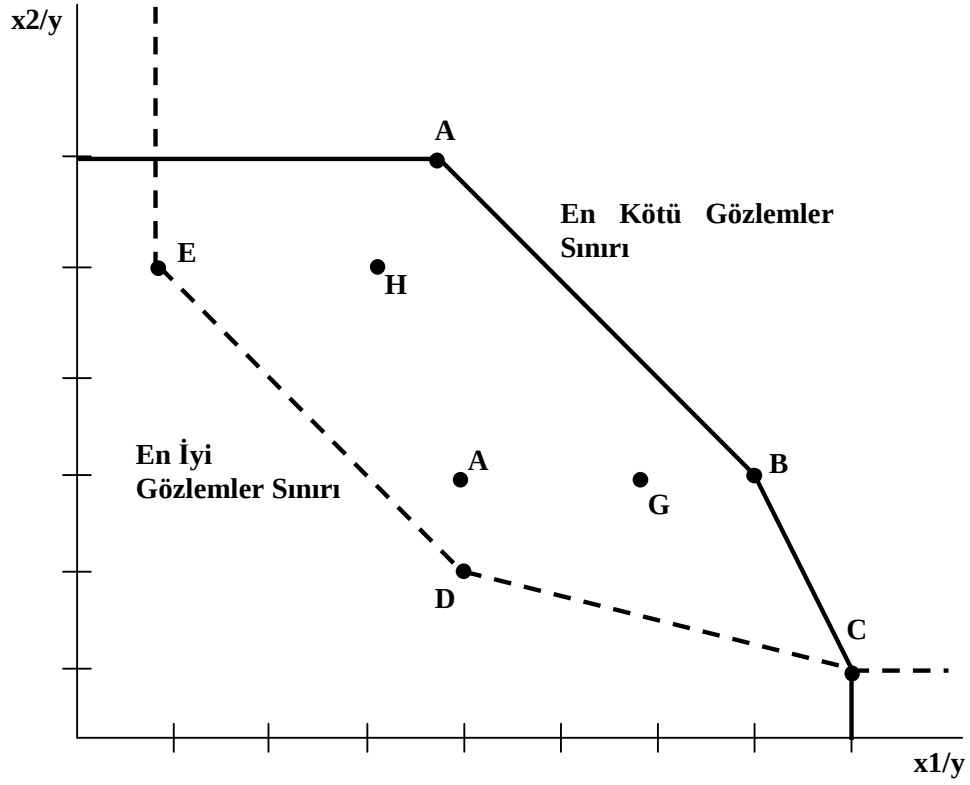
Veri zarflama analizi tüm karar birimlerinin etkinliğini en iyi girdi-çıktı kombinasyonlarına sahip karar verme birimleriyle oluşturulan etkinlik sınırına göre değerlendirir. Bu yaklaşım özellikle finans piyasaları gibi elde edilecek kar miktarının alınacak riskle doğru orantılı olduğu alanlarda istenen sonucu vermeyebilir. Yatırım riski değerlendirmesi ve iflas gibi konularda kötü senaryoya göre karar vermek bu açıdan daha anlamlı görünmektedir (Liu ve Chen, 2008).

WPF – DEA modeli en kötü girdi çıktı bileşimine sahip karar birimleriyle etkinlik sınırını belirler ve sözkonusu sınırı referans olarak kabul edip diğer karar birimlerinin bu sınıra olan uzaklıklarını (ya da etkinlik düzeylerini) 'radyal' olarak ölçer.

BPF-DEA ile WPF-DEA modelleri arasındaki farkı göstermek için tüm çıktı değerlerinin 1 olarak normalize edildiği aşağıdaki örnek kullanılabilir.

Çizelge 3.8 : Normalize Edilmiş Örnek Veri Kümesi

ndis	Notasyon	KARAR BİRİMLERİ							
		A	B	C	D	E	F	G	H
Girdi 1	x_1	4	7	8	4	1	4	6	3
Girdi 2	x_2	3	3	1	2	5	6	3	5
Çıktı	y	1	1	1	1	1	1	1	1



Şekil 3.4 : En İyi ve En Kötü Etkinlik Sınırları

En kötü senaryoya göre yapılan etkinlik ölçümü yöntemine ilk olarak Paradi ve diğ. (2004) çalışmalarında yer vermişlerdir. Ardından Liu ve Chen (2008) WPF-DEA modelini şu şekilde geliştirmişlerdir.

$$\min h_0 = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \quad (3.90)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \geq 1 \quad j=1, 2, \dots, n \quad (3.91)$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad r=1, 2, \dots, s \quad i=1, 2, \dots, m \quad (3.92)$$

Burada x_{ij} ve y_{rj} değerleri i. girdi ve r. çıktı değerlerini göstermektedir. Kısıtların tanımlı olduğu küme ise tüm karar birimleri için ağırlıklı çıktı toplamlarının girdi toplamlarına oranının 1'den fazla olduğunu göstermektedir.

Yukarıda verilen modelin lineer hali ise şu şekilde olacaktır:

$$\min h_0 = \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} \quad (3.93)$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1 \quad (3.94)$$

$$-\sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} \geq 0 \quad j=1,2,\dots,n \quad (3.95)$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad r=1, 2, \dots, s \quad i=1, 2, \dots, m$$

Bu modelin dual zarflama modeli ise aşağıdaki gibi olacaktır. Burada θ_0 gerçek değişken, $\lambda = (\lambda_j; j = 1, \dots, n)$ şeklinde tanımlanabilir.

$$\max \theta_0$$

$$x_{i0} \theta_0 - \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \leq 0 \quad i=1, 2, \dots, m \quad (3.96)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \leq y_{r0} \quad r=1, 2, \dots, s \quad (3.97)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad (3.98)$$

$$j=1,2,\dots,n \quad (3.99)$$

Etkinlik ölçütü değeri olan θ_0^* , 1'den küçük olamayacaktır. θ_0^* değerinin 1'e eşit ve sıfır-slack değişken bulunan karar birimleri en kötü etkinliğe sahip karar birimleri olarak tanımlanabilir.

Buraya kadar tanımladığımız WPF-DEA modelleri gevşek değişkenlerin direk olarak ölçülebilmesine olanak vermemektedirler. En kötü etkinliğin gevşek değişkenlerle birlikte ölçülebilmesi için Tone (2001) tarafından geliştirilen model dikkate alınabilir.

Bu model için üretim olasılık fonksiyonu şu şekilde olacaktır:

$$P = \left\{ (x, y) \mid x \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j X_j, y \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j, \lambda \geq 0 \right\} \quad (3.100)$$

(x_0, y_0) karar birimleri için dikkate alınacak tanımlamalar ise;

$$x_0 = \sum_{j=1}^n \lambda_j X_j - s^+ , \quad y_0 = \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j + s^- \quad (3.101)$$

$\lambda \geq 0$, $s^+ \geq 0$, $s^- \geq 0$ şeklinde olacaktır. Burada yer verilen s^+ ve s^- vektörleri ise girdi-çıkı gevşek değişkenleri olarak adlandırılmaktadır.

$y_j \geq 0$ ve $\lambda \geq 0$ olduğundan $y_0 \geq s^-$ denilebilir. s^+ ve s^- değişkenleri kullanılarak p indisi;

$$p = \frac{1 + 1/m \sum_{i=1}^m s_i^+ / x_{i0}}{1 - 1/s \sum_{r=1}^s s_r^- / y_{r0}} \quad (3.102)$$

Şeklinde gevşek değişkenler cinsinden yazılabilecektir. $y_0 \geq s^-$ olduğundan $p \geq 1$ değerini alacaktır.

Gevşek değişkenlerin de göz önüne alındığı kesirli WPF modeli şu şekilde tanımlanabilir:

$$\text{Max } p = \frac{1 + 1/m \sum_{i=1}^m s_i^+ / x_{i0}}{1 - 1/s \sum_{r=1}^s s_r^- / y_{r0}} \quad (3.103)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j - s_i^+ = x_{i0} \quad i=1, \dots, m \quad (3.104)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j + s_r^- = y_{r0} \quad r=1, \dots, s \quad (3.105)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad s_i^+ \geq 0 \quad s_r^- \geq 0 \quad \forall j, i, r \quad (3.106)$$

Bu kesirli model $t > 0$ skaler değişkeni kullanılarak lineer modele dönüştürülebilir. Bunun için hem pay hem payda t ile çarpılarak paydayı 1'e eşitleyen denklem kısıtlara yazılır;

$$\text{Max } \tau = t + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m t s_i^+ / x_{i0} \quad (3.107)$$

$$1 = t - \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s t s_r^- / y_{r0} \quad (3.108)$$

$$\sum_{j=1}^n t \lambda_j x_{ij} - t s_i^+ = t x_{i0} \quad i=1, \dots, m \quad (3.109)$$

$$\sum_{j=1}^n t\lambda_j y_{rj} + ts_r^- = ty_{r0} \quad r=1, \dots, s \quad (3.110)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad s_i^+ \geq 0 \quad s_r^- \geq 0 \quad \forall j, i, r \quad (3.111)$$

Yukarıdaki model hala lineer olmayan ifadeler içermektedir. Burada $S_i^+ = ts_i^+$, $S_r^- = ts_r^-$, $\Lambda_j = t\lambda_j$ dönüşümleri ile model lineer hale gelmiş olacaktır;

$$Max \tau = t + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_i^+ / x_{i0} \quad (3.112)$$

$$1 = t - \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s S_r^- / y_{r0} \quad (3.113)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - S_i^+ = tx_{i0} \quad i=1, \dots, m \quad (3.114)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} + S_r^- = ty_{r0} \quad r=1, \dots, s \quad (3.115)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad s_i^+ \geq 0 \quad s_r^- \geq 0 \quad \forall j, i, r \quad (3.116)$$

Bu modelin çözüm kümesi $(\tau^*, t^*, \Lambda^*, S^{+*}, S^{-*})$ şeklinde tanımlandığında ilgili değişkenler $p^* = \tau^*$, $\lambda^* = \Lambda^* / t^*$, $s^{+*} = S^{+*} / t^*$, $s^{-*} = S^{-*} / t^*$ ile bulunabilecektir. (x_0, y_0) karar birimi sade ve sadece $p^* = 1$ iken etkinlik sınırı üzerinde yer alır ve gevşek değişkenlerin değeri 0 olur.

Çizelge 3.9 : 24 Banka İçin Bilanço Büyüklükleri (Mio Taiwan Doları)

BANKA	TOPLAM MEVDUAT	FAİZ GİDERLERİ	FAİZ DIŞI GİDERLER	TOPLAM KREDİLER	FAİZ GELİRLERİ	FAİZ DIŞI GELİRLER
1	824,107	42,494	12,473	741,433	62,898	7240
2	980,038	46,845	16,936	806,429	68,820	13,292
3	938,205	42,377	13,645	823,782	61,386	12,505
4	480,609	31,277	6563	447,144	47,438	6057
5	246,441	8253	2953	181,108	12,222	1731
6	268,353	8900	1218	214,366	12,015	3044
7	113,919	5677	1472	85,624	8395	323
8	80,816	4200	2578	51,235	5321	267
9	401,634	28,829	5605	337,616	36,626	5647
10	531,555	23,779	3904	426,360	40,224	3454

Çizelge 3.9 : 24 Banka İçin Bilanço Büyüklükleri (Mio Taiwan Doları) (Devamı)

11	177,809	8828	3792	151,727	12,109	1788
12	191,038	8717	1628	163,439	12,397	760
13	452,867	21,992	2821	373,837	31,029	5133
14	751,438	33,965	5287	633,021	48,663	3228
15	106,054	5750	5160	82,183	7938	619
16	132,952	7354	3208	130,663	9783	1816
17	159,400	8307	6263	131,733	12,846	810
18	156,493	8483	2931	135,488	12,651	2531
19	199,135	9746	693	155,295	14,017	2168
20	227,120	9962	2001	159,535	13,266	5092
21	137,386	6803	4034	103,615	9220	1643
22	224,620	11,170	4871	185,694	20,969	3268
23	159,180	9479	14,765	100,249	11,699	1138
24	164,146	8185	1696	146,802	11,778	927

WPF-DEA modelini bir örnek üzerinde açıklamak için Kao ve Liu (2004) tarafından 2000 yılı finansal tablolarının gözönüne alınarak hazırlanan veriler kullanılacaktır

Toplam 24 ticari banka için kullanılan yukarıdaki veriler için WBF-DEA modeli sonucunda etkinlik değerleri ve sıralama aşağıdaki biçimde olmaktadır

Çizelge 3.10 : WPF-DEA Modeli Sonuçları

Banka	Sıralama	Etkinlik Skoru
1	1	3.344
2	4	2.988
3	5	2.893
4	10	4.378
5	20	1
6	21	1
7	22	1
8	23	1
9	18	4.108
10	9	4.938
11	11	2.254
12	16	2.258
13	2	5.917
14	13	2.689
15	19	1.278
16	6	2.738
17	15	1.368
18	3	3.392
19	8	10.395
20	17	2.927
21	14	1.818
22	7	3.173
23	24	1
24	12	3.279

Burada koyu renk ile işaretlenen 5 banka etkinlik sınırını oluşturmaktadır. Bu 24 banka içinden modelimizde de etkinliği 1 olarak bulunan 8. ve 23. bankalara iflas neticesinde hükümet tarafından el konulmuştur.

3.6 Veri Zarflama Analizi Tabanlı AHP Modeli

Geleneksel analitik hiyerarşi prosesi (AHP) metodu ile ancak 15'ten az karar alternatifi değerlendirilebilmektedir. Karşılaştırılacak karar alternatifi sayısının yüzlerce olduğu bir durum olduğunda tutarlı karşılaştırma matrisi oluşturmak zor olacaktır. Literatüre bakıldığında AHP ile veri zarflama analizinin birlikte kullanımının yeni olmadığı görülmektedir.

Shang ve Sueyoshi (1995) çalışmalarında bir üretim işletmesine en uygun esnek üretim sistemini belirlemek için bir model geliştirmişlerdir. Önerdikleri modelde firmanın faydalanacağı kalitatif ölçekleri belirleyerek AHP ile onları sayısallaştırmışlar, belirledikleri bu potansiyel gelir kalemlerini elde etmek için gerekli kaynakları ve girdileri simule ederek tanımlamışlar ve DEA ile en etkin esnek üretim sistemini (FMS) belirlemişlerdir.

Sinuany-Stern ve diğ. (2000) çalışmalarında organizasyonel birimleri değerlemek için entegre bir AHP/DEA modeli önermişlerdir. Modelin birinci aşamasında her bir birim çifti için veri zarflama kullanılmış böylece ikili karşılaştırma matrisleri oluşturulmuştur. İkinci aşamada ise bu karşılaştırma matrisi kullanılarak normal AHP prosedürü uygulanmıştır. Bu çalışmanın en iyi yönü karşılaştırma matrisleri oluşturulurken herhangi bir subjektif yargıya izin verilmiyor olması ve tutarsızlığın önüne geçiliyor olmasıdır.

Yang ve Kuo (2003) hiyerarşik DEA/AHP modelini bir tesis yerleşimi dizaynı probleminin çözümü için önermişlerdir. Modelde AHP ile kalitatif veriler incelenmiş ve veri zarflama analizi ile ise bu veriler ışığında tesis yerleşimi alternatiflerinin göreceli etkinlikleri belirlenmiştir.

Ramanathan (2006) çalışmasında DEAHP modeli önermiştir. Modelde veri zarflama analizi ile AHP'de oluşturulan karşılaştırma matrisinin girdilerini kullanarak karar alternatifleri için hiyerarşinin her bir aşamasındaki ağırlıkları belirlemişlerdir. Bu model ile veri zarflamanın tutarlı karşılaştırma matrislerine uygulandığında göreceli ağırlıkları doğru şekilde hesaplayabildiği gösterilmiştir.

Veri zarflama analizinin görelî etkinlik özelliği ile aşağıda anlatılacak olan entegere AHP-DEA metodolojisi oluşturulmuştur ve daha fazla sayıda alternatifin karşılaştırılması bu yöntemle mümkün olmaktadır.

m kriter n karar alternatifinden oluşan bir çok ölçütlü karar verme problemi olduğunu düşünelim. Karar elternatifleri için normalize edilmiş ağırlık vektörünün AHP için oluşturulan ikili karşılaştırma matrislerinden $W = (w_1, \dots, w_m)^T$ şeklinde elde edildiğini düşünelim. $n \geq 15$ olduğunda ikili karşılaştırma matrisinde tutarsızlık oluşacağından klasik AHP prosedürü uygulamak uygun olmayacaktır.

Her bir alternatifin ilgili kritere göre görelî önemini $G_J = \{H_{J1}, \dots, H_{JKJ}\} (J = 1, \dots, m)$ indisli kümesiyle tanımladığımızı düşünelim. Burada $H_{J1}, \dots, H_{JKJ}$ en çoktan en aza doğru önem sıralamasını vermekte ve K_J ise J kriteri için değerleme derecesinin sayısını göstermektedir. J kriterinin N_J adet uzman tarafından $(J = 1, \dots, m)$ değerlendiğini de düşünerek değerlendirme çalışmalarını aşağıdaki dağılım değerleme vektörü ile ifade edebiliriz.

$$R(C_J(A_i)) = \{(H_{J1}, NE_{iJ1}), \dots, (H_{JKJ}, NE_{iJKJ})\} i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$$

Burada $NE_{iJK} (k = 1, \dots, K_J)$ ifadesi J kriteri için A_i alternatifini değerlendiren uzmanların sayısını belirtmektedir, $i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$ için

$$\sum_{k=1}^{K_J} NE_{iJK} (k = 1, \dots, K_J) = N_J \text{ olacaktır.}$$

Yukarıda tanımladığımız dağılım vektörleri aşağıdaki şekilde yapılandırılabilir:

$$R(C_J(A_i)) = \{(H_{j1}, b_{iJ1}), \dots, (H_{jK_J}, b_{iJK_J})\} i = 1, \dots, n; J = 1, \dots, m$$

Bu ifadede yer alan $b_{iJK} = NE_{iJK} / N_J \quad 0 \leq b_{iJK} \leq 1 \quad i = 1, \dots, n; J = 1, \dots, m; k = 1, \dots, K_J$ olacaktır.

Dağılım karar matrisleriyle oluşturulan tüm değerleme vektörleri bir tablo halinde Çizelge 3.11’da görülebilir.

$$\text{Burada } \sum_{k=1}^{K_J} NE_{ijk} = N_J \quad i = 1, \dots, n; J = 1, \dots, m \text{ olacaktır.}$$

Çizelge 3.11 : Dağılım Karar Matrisi ile Oluşturulan Değerleme Vektörleri

Alternatif	C ₁			C _J			C _m		
	H ₁₁	...	H _{1K1}	H _{J1}	...	H _{JKJ}	H _{m1}	...	H _{mKm}
A ₁	NE ₁₁₁	...	NE _{11K1}	NE _{1J1}	...	NE _{1JKJ}	NE _{1m1}	...	NE _{1mKm}
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
A _i	NE _{i11}	...	NE _{i1K1}	NE _{iJ1}	...	NE _{iJKJ}	NE _{im1}	...	NE _{imKm}
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
A _n	NE _{n11}	...	NE _{n1K1}	NE _{nJ1}	...	NE _{nJKJ}	NE _{nm1}	...	NE _{nmKm}

Eğer $s(H_{jk})$ değerini $H_{jk}(k=1,...,K_J)$ 'nın derecesi olarak tanımlarsak her bir alternatife tüm kriterlere göre ağırlığı

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{K_J} s(H_{jk}) NE_{ijk} \quad i=1,...,n; J=1,...,m \text{ ifadesi ile bulunabilecektir.}$$

Bu noktada her bir karar alternatifinin ağırlığını bir karar birimi (DMU), $s(H_{jk})$ 'yı bir karar değişkeni ve NE_{ijk} çıktısının ağırlığı olarak dikkate aldığımızda aşağıdaki çıktıya yönelik DEA modeli oluşturulabilecektir.

Maximize α

$$\alpha \leq v_{ij} = \sum_{k=1}^{K_J} s(H_{jk}) NE_{ijk} \leq 1 \quad i=1,...,n \quad (3.117)$$

$$s(H_{j1}) \geq 2s(H_{j2}) \geq \geq K_J s(H_{jK_J}) \geq 0 \quad (3.118)$$

Buradaki $s(H_{j1}),...,s(H_{jK_J})$ değerleri karar değişkenlerini, $s(H_{j1}) \geq 2s(H_{j2}) \geq \geq K_J s(H_{jK_J}) \geq 0$ kısıtı ise Liu ve Hai (2005) tarafından tedarikçi seçimi problemi için kullandıkları, uzmanlar tarafından ilgili karar alternatifleri için verilen oyları gözetten AHP çalışmasında yer verilen güçlü bir kısıttır.

Yukarıdaki model şu şekilde de yazılabilir;

Maximize α

$$\alpha \leq Z_i = \sum_{j=1}^m v_{ij} w_j \leq 1 \quad i = 1, \dots, n \quad (3.119)$$

$$w_1 \geq 2w_2 \geq \dots \geq mw_m \geq 0 \quad (3.120)$$

Burada w_j , J'inci sıralamanın ($J = 1, \dots, m$) görelî ağırlığını, v_{ij} J'inci sıradaki i'inci alternatifin aldığı oy sayısını, Z_i her bir adayın toplam skorunu $i = 1, \dots, n$ ifade etmektedirler. Modelde yer alan $w_1 \geq 2w_2 \geq \dots \geq mw_m \geq 0$ ifadesi ise $w_1 \geq w_2 \geq \dots \geq w_m \geq 0$ ve $w_1 - w_2 \geq w_2 - w_3 \geq \dots \geq w_{m-1} - w_m \geq 0$ koşullarını da sağlayan güçlü bir kısıttır. Bu model ile tüm alternatiflerin ağırlıkları için genel bir ifade yazılabilmektedir.

Karar matrisi olarak oluşturulan tablo'da herhangi bir sıralama ifadesi yer almıyor olsa da, $s(H_{J_1}) \dots s(H_{J_{K_J}})$ değerlendirme grade'leri en azdan en çok önemliye doğru gittiği için aslında bir sıralama belirtilmektedir. Bu sebeple $s(H_{J_1}) \geq 2s(H_{J_2}) \geq \dots \geq K_J s(H_{J_{K_J}}) \geq 0$ kısıtının modelde yer alması $s(H_{J_1}) \geq s(H_{J_2}) \geq \dots \geq s(H_{J_{K_J}}) \geq 0$ ve $s(H_{J_1}) - s(H_{J_2}) \geq s(H_{J_2}) - s(H_{J_3}) \geq \dots \geq s(H_{J_{K_{J-1}}}) - s(H_{J_{K_J}}) \geq 0$ tanımlarının da yapılabilmesini sağlamaktadır.

Modelin çözülmesiyle birlikte m adet karar kriteri için her bir alternatifin ağırlıkları bulunabilir ve aşağıdaki SAW methodu ile ağırlıklar genelleştirilir.

$$V(A_i) = \sum_{j=1}^m w_j v_{ij}^* = \sum_{j=1}^m w_j \left(\sum_{k=1}^{K_J} s^*(H_{J_k}) NE_{ijk} \right) \quad (3.121)$$

Burada w_j ($J = 1, \dots, m$) AHP ile belirlenen kriter ağırlıklarını, $s^*(H_{J_k})$ ($J = 1, \dots, m; k = 1, \dots, K_J$) model tarafından belirlenen değerlendirme grade'lerinin optimum skorlarını ve $V(A_i)$ ($i = 1, \dots, n$) ise n alternative için toplam genel ağırlığı göstermektedir.

Son olarak her tüm kriterlere göre her bir karar alternatifinin ağırlığı aşağıdaki denklem ile de hesaplanabilir.

$$u_{ij} = \sum_{k=1}^{K_J} b_{ijk} s^*(H_{J_k}) \quad i = 1, \dots, n; J = 1, \dots, m \quad (3.122)$$

Burada yer alan $\bar{s}(H_{Jk}) (k=1,...,K_J)$ değerlerini bulmak için oluşturulacak veri zarflama modeli ise şu şekilde olmalıdır;

Maximize β

$$\beta \leq u_{ij} = \sum_{k=1}^{K_J} b_{iJk} \bar{s}(H_{Jk}) \leq 1 \quad i=1,...,n; J=1,...,m \quad (3.123)$$

$$\bar{s}(H_{J1}) \geq 2 \bar{s}(H_{J2}) \geq ... \geq K_J \bar{s}(H_{JK_J}) \geq 0 \quad (3.124)$$

Burada $\bar{s}(H_{J1}),..., \bar{s}(H_{Jk})$ karar değişkenlerini belirtmektedir. Burada $i=1,...,n; J=1,...,m$ için $v_{ij}^* = u_{ij}^*$ olacaktır.

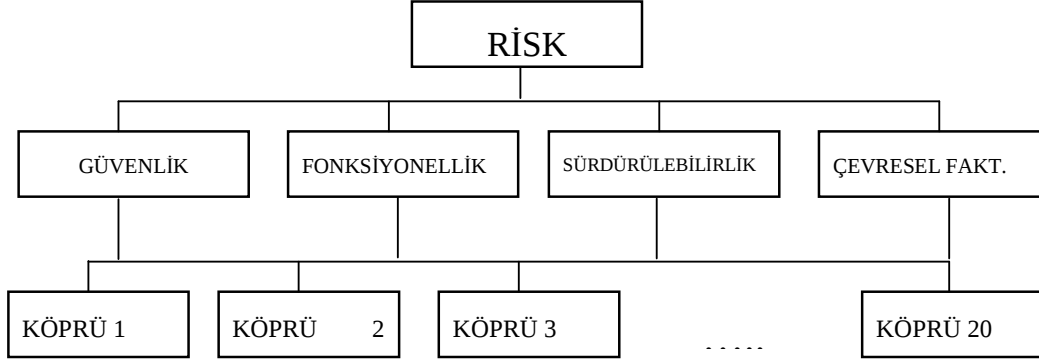
Burada anlatılan entegre AHP – DEA modelinin klasik AHP prosedüründen avantajlarını;

- Daha az ikili karşılaştırma matrisine ihtiyacımız olacaktır.
- Daha az hesaplama gerekecektir.
- Karşılaştırılacak alternatif sayısında herhangi bir üst limit olmayacaktır.

maddeleriyle açıklamak mümkündür.

Wang ve diğ. (2008) tarafından yayımlanan aşağıdaki örnekte 20 adet karayolu köprüsünün riskleri yukarıda anlatılan yöntemle değerlendirilecektir. Değerlendirme kriterleri ise güvenlik, fonksiyonellik, sürdürülebilirlik ve çevresel etmenler olacaktır. Böylece ilgili köprülere onarım için kamu kuruluşları tarafından kaynak atanmasında riskli görülen yapılara öncelik verilecektir.

Asağıdaki şekilde köprü risklerinin değerlendirilmesinde kullanılacak olan hiyerarşik yapı gösterilmektedir.



Şekil 3.5 : Hiyerarşik Yapı

Burada dört kriterin ağırlıkları klasik AHP prosedürü ile belirlenir. Kullanılacak olan karşılaştırma matrisinin girdileri değerlendirmeyi yapan karar vericiler tarafından şu şekilde belirlenmiştir;

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 1/2 & 1 & 2 & 3 \\ 1/3 & 1/2 & 1 & 2 \\ 1/5 & 1/3 & 1/2 & 1 \end{vmatrix}$$

Normalizasyon ile elde edilecek olan ağırlık vektörü ise;

$W = (0.4829, 0.2720, 0.1570, 0.0882)^T$ şeklinde tanımlanacaktır. Yukarıdaki matrisin tutarlılık indeksi şu şekilde hesaplanacaktır.

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} = 0.0048$$

Tutarlılık oranı ise;

$$CR = \frac{CI}{RI} = 0.0054 \text{ olacaktır. } CR < 0,1 \text{ olduğundan normalize edilmiş ağırlık vektörü}$$

kullanılabilecektir.

Köprülerin risk değerlemesini yapmak için kalitatif değerlendirme derecelerinin sayısallaştırılması gerekecektir. Riskler için aşağıdaki şekilde belirtilen dört risk derecesi kullanılacaktır.

$$G = \{Yuksek, Orta, Dusat, Yok\} = \{H, M, L, N\}$$

Burada ihtiyaca göre daha fazla derece de tanımlanabilir. Bu noktadan sonra yapılacak olan işlem her bir köprünün ilgili kriterlere ve değerlendirme derecesine göre

köprü eksperleri tarafından değerlendirilmesi olacaktır. Farklı her dört kriterin de alanlarında uzman farklı sayıda eksper olabilir.

Çizelge 3.12 : 20 Adet Köprü için Değerleme Veri Kümesi

KÖPRÜ	GÜVENLİK				FONKSİYONELLİK				SÜRDÜRÜLEBİLİRLİK				ÇEVRESEL ETMENLER			
	H	M	L	N	H	M	L	N	H	M	L	N	H	M	L	N
1	8	2			10	3	2		15	4	1			5	4	1
2	4	6			2	8	5		12	3	5			6	4	
3	3	4	3		3	7	4	1	5	7	8		1	3	4	2
4		4	6		5	5	5		6	8	5	1	2	3	5	
5		3	7		4	6	3	2	7	7	6		3	4	2	1
6	1	4	4	1	6	5	4		8	6	4	2		4	5	1
7	2	3	5		3	6	5	1	10	10			6	4		
8	3	5	2		2	11	2		9	9	2		7	3		
9	4	5		1	9	5	1		4	10	6		8	1	1	
10		9	1		8	7			5	10	4	1	5	4		1
11	7	3			9	2	2	2	7	8	5			7	2	1
12	5	4		1	7	4	4		4	9	3	4	3	1	6	
13	6	2	2		6	6	3		1	9	8	2	4	4		2
14	5		5		1	14			5	5	5	5	5	2	2	1
15		8	1	1	12		3		8	9		3	6		3	1
16	1	6	2	1		8	7		14		6		7			3
17	3	3	4			6	8	1	7	9		4	8	2		
18	2	4	4		3	7	5		9	9	2		1	7	2	
19	1	5	4		5	2	8		11	6	3		4		4	2
20	4	3	3		7	3	4	1	10	8	2			5		5

Yukarıdaki Çizelge 3.12’de 20 farklı köprü için değerlendirme verisi gösterilmektedir.

Bu Çizelge 20 köprü için 10 köprü güvenlik uzmanı, 15 fonksiyonellik uzmanı, 20 sürdürülebilirlik eksper ve 10 adet de çevre uzmanı tarafından oluşturulan dağılım karar matrisini göstermektedir. Tablonun daha iyi anlaşılması için örnek olarak 1. köprüyu alalım. 10 adet köprü güvenlik uzmanının 8 tanesi 1 numaralı köprünün güvenliği için yüksek riskli derken diğer iki tanesi orta riskli olarak belirtmişlerdir. Sürdürülebilirlik dikkate alındığında 15 eksper yüksek riskli, 4 tanesi orta 1 tanesi ise 1. köprüyu düşük riskli olarak tanımlamışlardır. Diğer tüm köprüler de aynı yöntemle değerlendirilecektir.

Her dört kriter için de yukarıda anlatılan model çözüldüğünde elde edilecek olan optimal sonuçlar ile kriterlerin yerel ağırlıkları belirlenecektir. Örnek olarak güvenlik kriteri için elde edilen optimal çözüm;

$$s^*(H) = 0.1111 \quad s^*(M) = 0.0556 \quad s^*(L) = 0.0373 \quad s^*(N) = 0.0278$$

$\alpha^* = 0.4259$ şeklinde olacaktır.

Fonksiyonellik, sürdürülebilirlik ve çevre kriterleri için de ilgili çözüm kümeleri aşağıda belirtildiği gibi bulunacaktır;

$$s^*(H) = 0.0769 \quad s^*(M) = 0.0385 \quad s^*(L) = 0.0256 \quad s^*(N) = 0.0192$$

$$\alpha^* = 0.4551$$

$$s^*(H) = 0.0577 \quad s^*(M) = 0.0288 \quad s^*(L) = 0.0192 \quad s^*(N) = 0.0144$$

$$\alpha^* = 0.5$$

$$s^*(H) = 0.1111 \quad s^*(M) = 0.0556 \quad s^*(L) = 0.0373 \quad s^*(N) = 0.0278$$

$$\alpha^* = 0.4167$$

Bulunan optimal çözümlerin yardımıyla 20 köprü için belirlenen yerel ve genel ağırlıklandırılmış risk skorları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Çizelge 3.13 : 20 Adet Köprü için Ağırlıklandırılmış Risk Skorları

KÖPRÜ	Yerel Risk Skorları				Genel Risk Skoru	Öncelik
	Güvenlik	Fonksiyonellik	Sürdürülebilirlik	Çevresel		
1	1	0.9359	1	0.4537	0.9344	1
2	0.7778	0.5897	0.875	0.4815	0.7158	7
3	0.6667	0.6218	0.6442	0.4815	0.6346	16
4	0.4444	0.7051	0.6875	0.5741	0.5649	19
5	0.4259	0.6538	0.7212	0.6574	0.5547	20
6	0.5093	0.7564	0.7404	0.7593	0.6348	15
7	0.5741	0.609	0.8654	0.8889	0.6570	12
8	0.6852	0.6282	0.8173	0.9444	0.7133	8
9	0.75	0.9103	0.6346	0.9815	0.7959	3
10	0.537	0.8846	0.6683	0.8056	0.6758	11
11	0.9444	0.859	0.7308	0.4907	0.8477	2
12	0.8056	0.7949	0.6058	0.6111	0.7541	5
13	0.8519	0.7692	0.5	0.7222	0.7627	4
14	0.7407	0.6154	0.601	0.7685	0.6872	10
15	0.5093	1	0.7644	0.8056	0.7089	9
16	0.5463	0.4872	0.9231	0.8611	0.6171	18
17	0.6481	0.4551	0.7212	1	0.6381	13
18	0.5926	0.6282	0.8173	0.5741	0.6359	14
19	0.537	0.6667	0.8654	0.6481	0.6336	17
20	0.7222	0.7756	0.8462	0.4167	0.7293	6

Bir köprü her anlamda insan kullanımına hizmet ettiği için genel risk skorunun küçük olması istenmektedir. Risk skoru ne kadar büyük olursa kaynak ataması için ilgili köprüye o ölçüde öncelik verilmesi istenecektir

4. BANKACILIKTA ETKİNLİK ÖLÇME TEKNİKLERİ

2000 yılı başından itibaren Türkiye’de bir dezenflasyon programı uygulamaya konulmuştur. Bu programın önemli bir ayağı da kamu borçlanma gereğini düşürmek, kamunun iç borç faiz yükünü azaltmak ve nihayet finansal piyasalarda kamunun yarattığı baskıyı hafifletmek olarak belirmektedir. Bu durum ve daha önce benzer programların uygulandığı ülkelerin finansal sistemlerinde görülen gelişmeler, bankacılık sisteminin karlılığının görülebilir bir gelecek içinde önemli oranda azalabileceğini düşündürmektedir. Karlılık azalabilecektir, çünkü düşük enflasyon ve sağlıklı bir kamu maliyesi ortamında toplam risk ve rekabet artarken; aracılık kar marjı ve düşük riskli plasman alanları daralacaktır.

Finansal sistemde verimliliğin sağlanması ve ölçülmesi konuları, Türkiye’de yeni yeni önem kazanmaya başlamıştır. Son yirmi yıla gelene kadar Türkiye’nin uygulamış olduğu finansal baskılama modeli, diğer bir deyişle yani tasarruflara negatif reel faiz oranlarının verilmesi yoluyla sanayi kesimine ucuz kaynak sağlanabileceği düşüncesi ve son on yılda yoğunlaşan kamu borçlanması finansal sistemin davranış kalıpları açısından aynı sonucu vermiş gözükmemektedir; verimlilik düşüncesi karlılığa göre ihmal edilmiş ve karlılık rekabetin itici unsuru olarak kabul edilmiştir. Anılan her iki dönem ve o dönemleri belirleyen koşullar, fiyat yapıcı piyasalar aracılığı ile işleyen ve oluşan fiyatların piyasaları temizlediği varsayılan bir tam rekabet ortamı için oldukça sıra dışıdır. Fakat söz konusu ‘sıra dışılıkların’ uzun yıllar boyunca devam etmiş olması, Türk bankacılık sisteminde verimlilik düşüncesinin ön plana çıkmasını engellemiş gözükmemektedir.

Dezenflasyon süreci başarılı bir şekilde aşıp, düşük enflasyon sürecine girilirse, yukarıda kısaca çerçevesi çizilen nedenler paralelinde risk yönetimi ve verimlilik kavramlarının bankacılık sistemi için çok önemli bir noktaya geleceği açıktır.

Etkinlik ölçme yöntemleri rasyo analizi, parametrik ve parametrik olmayan yöntemler olarak üç gruba ayrılabilir.

4.1 Rasyo Analizi

Parametrik yöntemler ve veri zarflama analizi gibi parametrik olmayan verimlilik analizi yöntemlerine oranla rasyo analizi en yoğun olarak kullanılan verimlilik ölçme yöntemidir. Bu yöntem bir tek girdi ile bir tek çıktının birbirleriyle oranlanması sonucu oluşan bir rasyonun zaman içinde izlenmesi şeklinde uygulanır.

Uygulanması ve yorumlanmasındaki kolaylığın etkisi ile yaygın bir şekilde kullanılmasına rağmen; bu yöntemin önemli bir sakıncası vardır. Özellikle bankacılık sistemi gibi çok sayıda girdi ve çıktı içeren karar birimlerinde bir tek rasyoya bakarak karar vermek ve bankanın veya şubenin verimliliğini anlamak mümkün değildir. Zaten bu sakıncanın giderilmesi için genellikle birden fazla sayıda rasyo aynı anda incelenmektedir. Fakat bu sefer de incelenen rasyoların anlamlı bir grup haline getirilememesi dolayısı ile birarada değerlendirilip yorumlanamaması gibi sorunlar ortaya çıkmaktadır.

Yukarıda da belirtildiği gibi bankacılık sisteminde çok sayıda girdi ve çok sayıda çıktı bulunmaktadır. Ancak bu girdi ve çıktıların ne olduğu konusunda da bir anlaşma yoktur. Bazı yaklaşımlara göre girdi olarak kabul edilen bir değişken, bir başka yaklaşımda çıktı olarak kabul edilebilmektedir. Ayrıca girdi ve çıktı olarak kabul edilen değişkenler birimleri itibarıyla da homojen değildir. Rasyo analizi yöntemiyle etkinlik analizi yapılan çalışmaların değerlendirilmesinde bu sakıncaların göz önünde bulundurulması gerekmektedir.

4.2 Parametrik Yöntemler

Parametrik yöntemlerde genel olarak bir gözlem kümesi vardır ve bu küme içinde en iyi performansın regresyon çizgisi (etkinlik sınırı, efficiency frontier) üzerinde olduğu varsayılarak, bu çizgiden sapma göstermeyen gözlemler etkin (efficient) ; bu gözleme göre başarısız olan diğer gözlemler de etkinsiz (inefficient) olarak tanımlanır. Açıktır ki, hiç bir gözlemin tam olarak uyuşmadığı bir etkinlik sınırı her zaman mümkündür. Başarısızlıktan kastın aynı çıktı düzeyinde yüksek maliyet veya aynı girdi düzeyinde düşük çıktı olduğu ve gözlemlenen üretim birimlerinin homojen olduklarının varsayıldığı unutulmamalıdır. Ayrıca yöntem her zaman bir rassal hatanın olacağını da varsaymaktadır. Tam etkin olan gözlemler zaten hatanın sıfır

olduğu gözlemlerdir. Dolayısıyla bir gözlemin etkinsiz olduğuna ancak ölçüm hatalarının giderilmesinden sonra karar verilebilir.

Böylece parametrik yöntemlerde etkinlik sınırından sapmaların etkinsiz gözlem (inefficiency) ve rassal hata (random error) gibi iki unsurdan oluştuğu, bu iki hata bileşeninin birbirinden ayırdelebilmemesinin de büyük önem taşıdığı ortaya çıkar. Zaten bu yöntemler birbirlerinden bu iki hata unsurunun nasıl dağıldığı ile ilgili varsayımlarla ayrılır. Bu yöntemlerin mantığı başlıklar halinde kısaca ele alınacaktır.

4.2.1 Stokastik Sınır Yaklaşımı (SFA)

Ekonometrik yaklaşım olarak da bilinen SFA, maliyet, kar ve üretim gibi açıklanan değişkenlerle; girdi, çıktı ve çevresel faktörler gibi açıklayıcı değişkenler arasında işlevsel bir ilişki kurar ve bir de hata payı için modelde yer ayırır. Bu teknikte, yukarıda sözü edilen rassal hata ve etkinsiz gözlemin birbirlerinden ayrılması gerekmektedir. Herhangi bir gözlemin en iyi durumdan sapmasının ne kadarının rassal hata, ne kadarının da etkinsiz gözlem olduğu anlaşılmadan modelin sonuçlarının güvenilir olmayacağı açıktır. Bu iki unsur, genellikle farklı dağılımlara sahip oldukları varsayılarak ayrılırlar. Rassal hatanın standart normal, etkinsiz gözlemlerin ise asimetric dağıldığı varsayılır. (Berger ve Humphrey, 1997)

Yönteme dönük belli başlı eleştiriler de dağılım varsayımları ile ilgilidir. Etkinsiz gözlemlerin normal dağılıma yakın bir dağılım gösterdikleri yada rassal hatanın normal dağılım göstermediğini bulgulayan araştırmalar literatürde yer almaktadır.

Japon bankacılık sektöründe kredi riski yönetim sisteminin verimliliğini ölçtükleri çalışmalarında Liu ve Tone (2008) üç aşamalı bir model önermişlerdir. Bu çalışmada SFA ile veri zarflama analizi birlikte kullanılarak farklı dönemlerdeki çevresel etmenler etkinlik analizine dahil edilmeye çalışılmıştır.

4.2.2 Serbest Sınır Yaklaşımı (DFA)

Stokastik yöneme getirilen bu eleştiriler; DFA yönteminin ön plana çıkmasına neden olmuştur. Bu yöntem, adından da anlaşılacağı gibi, belli bazı kısıtlar altında hata terimlerinin ve onların bileşenlerinin (etkinsiz gözlem ve rassal hata) herhangi bir dağılıma sahip olabileceğini varsayar. Ancak panel verinin varlığı altında kullanılabilen DFA yönteminde, her firmanın uzun vadede verimliliği sabittir (core efficiency), en azından istikrarlıdır ve ölçüm hataları da yine uzun vadede sıfıra

yakınsar. Bu varsayımlar etkinsiz gözlemlerin pozitif olmaları şartıyla geçerlidir. (Berger ve Humphrey, 1997)

Eğer zaman içinde bir firmanın (uzun vadede sabit olduğu varsayılan) verimliliği teknoloji, yasal düzenlemelerdeki değişiklikler, faiz oranlarındaki volatilité veya diğer benzeri etkenler yüzünden anlamlı oranda değişirse; o zaman verimliliği ölçülen her birimin en iyi gözlemden sapması dikkate alınır. Bu teknik, bankalara uygulanacağı zaman, çok düşük ve/veya çok yüksek hata terimine sahip gözlemler dışlanır. Bu işleme kısaltma (truncation) denir.

4.2.3 Kalın Sınır Yaklaşımı (TFA)

TFA yöntemi SFA ve DFA yöntemlerinden özellikle dağılım üzerine yaptığı varsayımlarla farklılaşır. SFA ve DFA yöntemlerinin gözlemlenen değerlerle varsayılan değerler arasındaki farkı oluşturan etkinsiz gözlem (inefficiency) ve rassal hata (random error) unsurlarının dağılımlarına ilişkin varsayımları iki yöntem arasındaki temel farkı oluşturur. Buna karşılık TFA yönteminde bu iki unsurun beklenen dağılımlarına ilişkin herhangi bir varsayım yoktur. Sadece gözlemlenen ve beklenen değerler arasındaki farkların en büyük ve küçük değerlerinin rassal hatayı, geri kalan değerlerin ise etkinsiz gözlemleri oluşturduğu varsayılır (Berger ve Humphrey, 1997). Böylece TFA yöntemi bir tek üretim biriminin etkinliğinin tahmini için uygun olmayan bir yöntem durumuna gelir. Buna karşın genel etkinlik düzeyinin hesaplanmasında kullanılır. TFA yönteminde en yüksek ve düşük değerlerin rassal hata sayılarak ayıklanması, aslında SFA ve DFA yöntemlerindeki kısaltma (truncation) işlemine benzetilebilmektedir.

Yukarıda sayılan üç yöntemden hangisinin diğerlerinden daha iyi, daha elverişli olduğuna dair verimlilik literatüründe bir anlaşma olmadığı görülmektedir. Aksine, bu üç yöntemin ortak noktalarına yöneltilen eleştiriler söz konusudur. Bu eleştirileri iki ana argüman etrafında toplamak mümkündür.

(i) Bu yöntemler, maliyet, kar ve üretim gibi açıklanan değişkenlerle; girdi, çıktı ve çevresel faktörler gibi açıklayıcı değişkenler arasında işlevsel bir ilişki kurduğu için, bu ilişkinin oluşmasını mümkün kılacak bazı davranışsal varsayımlarda bulunur. Eğer bu varsayımlar yanlışsa, açıktır ki modelin bulguları tartışmalı hale gelecektir.

(ii) SFA, DFA veya TFA’da birden fazla açıklayıcı değişken kullanılabilmekle beraber, ancak bir tane açıklanan değişken kullanmak mümkündür. Dolayısıyla

bankalar gibi, birden fazla çıktının olduğu, hatta çıktının ne olduğu konusunda bile uzlaşmanın olmadığı bir sektörde, bu yöntemler nispeten kullanışsız hale gelmektedir.

4.3 Parametrik Olmayan Yöntemler

Parametrik olmayan yöntemler doğrusal programlama kökenli teknikler (kısıt altında optimizasyon) kullanarak etkinlik sınırına olan uzaklığı ölçmeye çalışırlar. Bu yöntemler, parametrik yöntemlerde olduğu gibi üretim biriminin yapısı ile ilgili davranışsal varsayımlara girmek zorunda olmadıkları için, görece avantajlıdır. Ayrıca, söz konusu yöntemlerin birden fazla açıklayıcı ve açıklanan değişken kullanabilme gibi bir üstünlükleri daha vardır. Buna karşın bir rassal hata terimi içermedikleri için, veri ve ölçüm hataları, şans ya da diğer nedenlerle oluşan hataları modele aktarır ve etkinlik sınırını yanlış tespit edebilirler. (Berger ve Humphrey, 1997)

Bu yöntemlerden en yaygın olarak kullanılanı 1978 yılında Charnes, Cooper ve Rhodes tarafından geliştirilen DEA (Data Enveloping Analyses, Veri Zarflama Analizi) yöntemidir.

Parametrik olmayan yöntemler içinde en sık kullanılanı DEA yöntemidir. Bu yöntem, homojen oldukları varsayılan üretim birimlerini kendi aralarında kıyaslar. En iyi gözlemi etkinlik sınırı olarak kabul ettikten sonra, diğer gözlemler bu en etkin gözleme göre değerlendirilir. Dolayısıyla, DEA yönteminde etkinlik sınırı, varsayılan bir durum değil; gerçekleşen bir gözlemdir. Etkinlik sınırı bu şekilde tespit edildiği için de, bu yöntemde rassal hata kullanılmaz. Ancak, gözlemler arasında çok uç değerleri temsil ettiği düşünülen gözlemleri ayıklamak mümkündür.

DEA yöntemi ile bankacılık sektöründe yapılmış çok sayıda çalışma vardır. Bu çalışmaların özellikle son 20 yılda gözönüne aldığı girdi ve çıktı değişkenleri bir hayli değişim göstermiştir. Çizelge 4.1’de veri zarflama analizi ile bankacılıkta etkinlik ölçüm çalışmalarına yer verilmiştir. Bu tablo incelenirken sektörde belirlenen etkinlik göstergelerinin günümüze gelene kadar nasıl değiştiğine dikkat etmek faydalı olacaktır.

DEA yöntemi için bu genel bilgilere ilaveten biraz daha geniş bir parantez açmak gerekir.

Çizelge 4.1 : Bankacılıkta VZA ile Yapılan Etkinlik Çalışmaları

ÇALIŞMA	ÜLKE	KARAR BİRİMİ SAYISI	GİRDİLER	ÇIKTILAR
Sherman ve Gold (1985)	ABD	14	Çalışan Sayısı, Giderler, Şube Genişliği	İşlem Sayısı
Parkan (1987)	Kanada	35	Çalışan Sayısı, Giderler, Şube Genişliği, Kira, Gişe Sayısı	İşlem Sayısı, Müşteri Tepkileri, Hata Düzeltimleri
Oral ve Yolalan	Türkiye	20	Çalışan Sayısı, Gişe Sayısı, Hesap Sayısı, Kredi Başvuruları	İşlem Sayısı
Vassiloglou ve Giokas (1990)	Yunanistan	20	Çalışan Sayısı, Tedrikçiler, Şube Genişliği, Bilgisayarlı Gişeler	İşlem Sayısı
Giokas (1991)	Yunanistan	17	Çalışan Sayısı, Giderler, Kira	İşlem Sayısı
Al-Faraj ve diğ. (1993)	Suudi Arabistan	15	Çalışan Sayısı, Lokasyon, Giderler, Kullanılan Ekipman	Net Kar, Vadesiz Hesapların Ortalaması, Vadeli Hesaplar, Kredilerin Miktarı, Hesap Sayıları
Fukuyama (1993)	Japonya	143	Çalışan Sayısı, Sermaye, Müşterilerin Fonları	Kredi Geliri, Diğer Gelirler
Sherman ve Ladino (1995)	ABD	33	Çalışan Sayısı, Giderler, Kira	İşlem Sayısı
Favero and Papi (1995)	İtalya	174	Çalışan Sayısı, Sermaye, Kredilendirilebilir Fonlar, Mevduatlar	Krediler, Teminatlı Yatırımlar, Faiz Dışı Giderler
Athanassopoulos ve Curram (1996)	İngiltere	250	ATM'ler, Giderler, Gişe İşlemleri, Pazar Potansiyeli	Kullanılan Krediler, Pasifler, Yapılan Yatırım ve Sigorta Poliçeleri
Athanassopoulos (1997)	Yunanistan	68	Çalışan Sayısı, ATM'ler, Gişe Sayısı, Faiz Maliyetleri, Faiz Dışı Maliyetler, Lokasyon	Faiz Dışı Gelirler
Resti (1997)	İtalya	270	Çalışan Sayısı, Sermaye	Krediler, Mevduatlar, Faiz Dışı Giderler
Bhattacharya ve diğ. (1997)	Hindistan	74	Faiz Gideri, İşletme Gideri	Avanslar, Mevduatlar, Yatırımlar
Schaffnit ve diğ. (1997)	Kanada	291	Çalışan Sayısı	İşlemler, Sürdürülebilirlik
Ayadi ve diğ. (1998)	Nijerya	10	Mevduat Faizleri, Personel Harcamaları, Toplam Depositler	Toplam Krediler, Faiz Gelirleri, Faiz Dışı Gelirler
Chen ve Yeh (1998)	Tayvan	34	Çalışan Sayısı, Aktifler, Şube Sayısı, İşletme Giderleri, Faiz Giderleri	Krediler, Yatırımların Faiz Gelirleri, Faiz Dışı Gelirler
Seiford ve Zhu (1999)	ABD	55	Çalışan Sayısı, Aktifler, Sermaye	Gelir, Kar
Golany ve Storbeck (1999)	ABD	182	Çalışan Sayısı, Şube Genişliği, Pazarlama	Krediler, Mevduatlar, Müşteri Başına Hesap Sayısı, Müşteri Tatmini
Drake ve Howcroft (1999)	İngiltere	250	Kredi Hesapları Sayısı, İpotek Sayısı, Çek Hesapları Sayısı	Bireysel Krediler, Yeni Açılan Çek Hesapları, İpotekli Krediler, Sigorta Komisyonları,
Zenios ve diğ. (1999)	Kıbrıs	144	Çalışan Sayısı, Gişe Sayısı, Şube Genişliği, Vadesiz Hesaplar, Vadeli Hesaplar, Kredi Başvuruları	İşlem Sayısı
Mukherjee ve diğ. (2002)	Hindistan	68	Sermaye, Borçlar, İşletme Giderleri, Çalışan Sayısı, Şube Sayısı	Mevduatlar, Avanslar, Net Kar, Faiz Dışı Gelirler, Faiz Geliri
Ho ve Zhu (2004)	Tayvan	41	Sermaye, Aktifler, Şube Sayısı, Çalışan Sayısı	Satışlar, Mevduatlar
Şakar (2006)	Türkiye	11	Şube Sayısı, Şube Başına Personel Sayısı, Aktifler, Krediler, Mevduatlar	ROA, ROE, Faiz Geliri/Aktifler, Faiz Geliri/İşletme Gelirleri, Faiz Dışı Gelirler/Aktifler
Wu ve diğ. (2006)	Kanada	142	Çalışan Sayısı, Giderler	Mevduatlar, Gelirler, Krediler
Howland ve Rowse (2006)	Kanada	162	Satış Dışı FTE, Satış FTE, Genişlik, Şehir, İstihdam Oranı	Krediler, Mevduatlar, Müşteri Başına Ortalama Ürün Sayısı, Müşteri Bağlılığı

DEA özellikle bankacılık alanında yapılacak etkinlik ölçümlerinde parametrik yöntemlere kıyasla bazı avantajlara sahiptir. DEA yönteminin yukarıda anlatılan parametrik yöntemlere olan üstünlükleri ise kısaca şöyle sıralanabilir.

DEA modellerinde çok sayıda girdi ve çıktı kullanmak mümkündür. (Özellikle çok sayıda girdi ve çıktıya sahip olan bankacılık sektörü açısından bu özellik çok önemlidir.)

Parametrik yöntemlerde olduğu gibi, girdi ve çıktı arasında bir fonksiyonel ilişki kurgulamak zorunda değildir. (Gerçek hayatta, böyle bir ilişkiyi, üstelik tek çıktıya bağlı kalarak kurgulamak oldukça sorunlu gözükmetedir ve bu ilişki yanlış kurulursa bütün model bundan etkilenecektir).

Aynı nitelikte (homojen) olan birimleri kendi aralarında kıyaslar. Belki reel sektörde kıyaslanan üretim birimlerinin homojen olduğu varsayımı tartışmalı olabilir; ama bankacılık sektörü söz konusu olduğunda bu varsayım görece anlamlı hale gelir.

Girdi ve çıktılar çok farklı birim değerleri ile ifade edilebilirler. (Fiziksel üretim, parasal büyüklük, hatta rasyolar cinsinden)

Özellikle bankacılık sektörü için önemli olan bu avantajlarının yanında DEA yönteminin bazı sakıncaları da vardır. Bu sakıncalar da şöyle sıralanabilir.

DEA yönteminde rassal hataya yer olmadığı için, ölçme yöntemleri ve verilerdeki gürültü (noise) ayıklanamaz ve bu nedenle verilerle ilgili problemler sonuçlara önemli oranda yansır.

Örnek olarak ele alınan verilerden bir tanesinin – ölçme hatası, gürültü veya benzer herhangi bir neden sonucu diğer verilerden çok daha iyi bir performansı işaret ettiğini ve veri setinin ortalamasının oldukça üstünde olduğunu varsayalım. Eğer bu veri ayıklanmazsa, etkinlik sınırını belirleyecek ve geri kalan bütün veriler –belki ortalama verimlilikte gözükmesi gerekirken- oldukça verimsiz gözükcektir. Bu hatayı gidermenin kesin bir yolu yoktur. Bu nedenle araştırmayı yapan kişinin ele aldığı veri setini ve bu seti etkileyen nedenleri, alınan zaman aralığına özgü spesifik durumları çok iyi bilmesi ve eğer gerekiyorsa verilerini ‘ayıklaması’ gerekmektedir.

VZA’nın ilk olarak kamu işletmeleri yada kamu programlarında etkinlik ölçümü yapılmak üzere geliştirilmiş olması, bir karar destek yöntemi olarak kullanılmasını da getirmiştir. Yöntem bu konuda belirli avantajlar sağlamakla birlikte unutulmaması

gereken, veri hatalarına, yada ekstrem değerlere fazla olduğu ve performans ölçüm ve değerlendirmelerinin tümünde söz konusu olduğu üzere üretim sürecindeki girdi ve çıktıların doğru tanımlanmasının aynı derecede önemli olduğudur (Yavuz , 2001)

DEA yöntemiyle yapılan en sorunsuz çalışmada dahi bulunan verimlilik rakamları görelidir. Mutlak bir verimlilik ölçütü yoktur. Bu nedenle veri setinin kapsayıcılığı özel bir önem kazanmaktadır.

Örnek olarak kamu bankalarının etkinliğini irdeleyen bir çalışma yapıldığını ve kamu bankalarının özel veya yabancı bankalara oranla oldukça etkinsiz olduğunu varsayalım. Yapılan araştırma sonucu kamu bankalarından bir tanesi tam etkin ve büyük bir kısmı da ortalama etkinlikte çıkacaktır. Belki bu sorunu giderebilmek için etkin olduğu varsayılan bir birimin verisinin ‘gösterge’ olarak modele eklenmesi düşünülebilir, fakat bu göstergeyi seçmek de aynı oranda sorunlu bir iştir.

Çelik (2003) çalışmasında VZA’nın soyut değişkenlere (banka şubelerinin hizmet kalitesi gibi) karşı duyarlı olmamasının VZA’nın negatif bir özelliği olduğunu belirtmiştir. Bu tip kalitatif ölçütler ise ancak anketler ile kantitatif değişkenlere dönüştürülerek VZA modeline dahil edilebilecektir.

DEA parametrik olmayan bir teknik olduğu için istatistiki hipotez testleri için çok uygun değildir. Dolayısıyla modelin sonuçlarını test etmek parametrik yöntemlere göre daha sıkıntılıdır.

4.4 Bankacılık Sektöründe Girdi ve Çıktının Hesaplanması

Bankacılık sektöründe verimliliğin ölçülmesinde en çok sorun yaratan ve üzerinde anlaşmazlığa düşülen noktalardan biri, girdilerin ve çıktılarının ne olduğudur. Bu sorun etkinliği ölçmek için seçeceğimiz tekniği, girdi ve çıktı olarak kabul edeceğimiz değişkenleri ve nihayet elde ettiğimiz sonuçları etkiler.

Girdilerin ve çıktılarının belirsizliği sorunu, bankacılık faaliyetinin niteliği ile ilgili üç durumdan kaynaklanır.

- (i) Bankalar fiziki bir mal üretmez; ürettikleri esas olarak hizmettir ve bu hizmetin ölçülmesi ve hesaplanması oldukça sorunludur.
- (ii) Bankalar çok sayıda girdi ve çıktı kullanırlar.
- (iii) Bankaların temel fonksiyonunun tanımlanmasında güçlükler bulunmaktadır.

Bankacılık sisteminin bu nitelikleri banka girdi ve çıktılarının ölçülmesinde iki ayrı yaklaşımın gelişmesine olanak vermiştir. Bunlar üretim (production) ve aracılık (intermediation) yaklaşımları olarak adlandırılır (İnan, 2000).

5. BANKACILIKTA VERİ ZARFLAMA ANALİZİ İLE DAĞITIM KANALI PLANLAMASI

Bu çalışmada Türkiye’de bankacılık sektöründe faaliyet gösteren bir bankanın aynı tipte hizmet veren 12 şubesinin performansları üç farklı boyutta değerlendirilmesi anlatılacaktır. Uygulamada metodoloji olarak parametrik olmayan veri zarflama analizi yöntemi kullanılacak, her üç boyut için elde edilen bulguların birbirleriyle olan ilişkisi de incelenecektir.

Şubeler bankalarla müşterilerin fiziksel temasta bulundukları dağıtım kanallarının temelini oluşturmaktadır. Hizmet sektöründe dağıtımın ancak doğrudan dağıtım olabileceği sıkça dile getiriliyor olsa da, banka hizmetleri düşük temas düzeyli hizmetler olduklarından, dağıtım banka ile fiziksel bir temas olmadan da gerçekleşebilmektedir. Bunlar literatürde alternatif dağıtım kanalları olarak anılmaktadır. Elektronik bankacılıkla birlikte dağıtım kanalları da çeşitlenmiş ve teknoloji yoğun olmuştur.

Ticari bankalarda dağıtım, şubeler kanalıyla ve alternatif dağıtım kanallarıyla olmak üzere iki kanaldan gerçekleştirilmektedir. Alternatif dağıtım kanalları teknolojinin ilerlemesiyle birlikte çeşitliliği artmış olan kanallardır. Elektronik bankacılığın ortaya çıkışı ile birlikte bankacılık işlemlerini şubelere gitmeden yapmak mümkün hale gelmiştir. Bu değişimleri yakından takip etmek ise rekabetçi üstünlük sağlamada anahtar bir rol üstlenmektedir.

Sektörde yaşanan bu değişimler şubelerin önemini azaltmamış, şube bankacılığının yanında şube dışı kanalların önemi artmıştır. Hala çok sayıda banka fiziksel açıdan müşterisine yaklaşma gereksinimi duymaktadır. Bunun en büyük nedeni de müşteriyle temas konusunda şubelerin öneminin gittikçe artmasıdır çünkü, bankacılıkta önemli olan müşteriyle ilk temas, yani müşterinin bankaya kazandırılmasıdır. Bu da ancak şubeler sayesinde mümkün olmaktadır. Yeni müşteriler kazanmanın, kalıcı kılmanın ve daha iyi ilişkiler kurmanın en etkin yolu şube kanalıdır. Dünyadaki genel trendler şube dışı dağıtım kanallarının şubeyi ikame edici değil, tamamlayıcı unsurlar olduğunu göstermektedir. Alternatif dağıtım kanalları

nedeniyle şubelerin operasyonel yükünün büyük ölçüde hafiflemiş olması da bu çalışmalara destek vermektedir. Çünkü, şubeler artık daha fazla pazarlama odaklı çalışabilmekte, daha az personelle, müşteriye hızlı ve kaliteli hizmet verebilmektedirler.

Şubelerin sektör için bu kadar önemli bir konumda olması banka için yaratılan katma değer yanında bir şubenin oluşturduğu maliyetlerden de ileri gelmektedir. Hedef mikropazarda etkin biçimde hizmet verilmesi için o mikropazarda kaç adet şube ile bulunulması gerektiği, hangi mikropazarlarda yeni şubeler açılacağı ve mevcut şube ağı içinde hangi şubelerinin etkinliklerinin yetersiz olduklarının belirlenmesi, optimum personel sayıları ve şube yoğunlukları gibi olgular makro ekonomik durum ile birlikte değerlendirilmesi gereken noktalardır.

5.1 Literatürdeki VZA ile Bankacılıkta Etkinlik Analizi Çalışmaları

Banka şubeleri için yapılacak etkinlik incelemesi bir çok metodla gerçekleştirilmesi mümkün olan karmaşık bir süreçtir. Bu çalışmalarda karlılık, likidite, aktiflerin kalitesi gibi risk ve yönetim stratejilerine göre bir çok farklı ölçüt belirlenebilir. Önceki bölümde incelediğimiz bankacılıkta kullanılan etkinlik ölçümü yöntemlerinde de bahsedildiği gibi en çok kullanılan yöntemler oran analizleri, ekonomik regresyon analizi ve SFA (Stochastic Frontier Analysis) 'dır. Bu yöntemlerin ortak özelliği tüm karar birimleri arasındaki göreceli etkinliği değil en etkin karar birimine göre diğerlerinin etkinliğini bahsedildiği şekilde belirleyebiliyor olmalarıdır.

1978 yılında Charnes, Cooper ve Rhodes tarafından veri zarflama analizinin geliştirilmesiyle birlikte banka şubelerinin etkinliği de çoklu girdi çıktı kriterleri ile birlikte bir çok açıdan değerlendirilebilme imkanı bulmuştur. Veri zarflama analizi ilk geliştirildiği günlerde klasik muhasebe ölçüm yöntemlerinin cevap vermediği karlılık amacı gütmeyen kurumlar (sağlık, eğitim, gönüllü kuruluşlar) için kullanılmaya başlanmış olsa da kısa zamanda klasik işletmeler için de kullanılabilir olduğu anlaşılmıştır. VZA, bankacılıkta da hem şube hem de tüm banka düzeyinde kullanılan bir teknik olarak karşımıza çıkmaktadır.

Pasiouras (2007) yapmış olduğu çalışmasında 2000-2004 yılları arasındaki Yunanistan ticari bankacılık sektörünü VZA ile incelemiştir. Çalışmasının neticesinde üretim tabanlı (production) inceleme yaklaşımı ile aracılık hizmetlerinin

(intermediation) gözönüne alındığı modellerin paralel sonuçlar verdiği görülmektedir. Ayrıca uluslararası faaliyet gösteren bankaların daha etkin oldukları görülmüştür. Yüksek sermaye, aktif büyüklük ve pazar payı da etkinliği olumlu yönde etkilemektedir. Şube sayısının yüksek oluşu etkinliği olumlu şekilde etkilerken ATM sayısı için aynı çıkarımda bulunulamayacağı belirlenmiştir.

Bergendahl ve Lindblom (2006) yayımladıkları çalışmalarında İsveç'te faaliyet gösteren yatırım bankalarını incelemişlerdir. Yatırım bankalarının ticari bankalardan farklı olarak daha az kar odaklı olmaları gözönüne alınarak incelemeye konu olan bankaların etkinlikleri verdikleri hizmetin kalitesine göre değerlendirilmiştir.

Mostafa (2007) yapmış olduğu çalışmasında en büyük 85 Arap bankasını ele almıştır. Bu çalışmada öncelikle bankalar yapay sinir ağları tekniği kullanılarak sınıflandırılmış, daha sonra hizmet çeşidi açısından homojen sınıflar VZA ile değerlendirilmiş ve etkinlikleri yayımlanmıştır. Bu çalışma, ele alınan karar birimlerinin ölçek etkinliklerine ve ölçeğe göre sabit veya değişken getiriye sahip olmalarına da yer verilmiş olması açısından ilgi çekicidir.

Liu (2008) yayımladığı çalışmasında Taiwan'da faaliyet gösteren 24 ticari bankayı ele almıştır. Çalışmada incelenen bankalar için sadece gerçekleştirdikleri veriler üzerinden etkinlik ölçümü ile yetinilmemiş bu bankaların gelecek için hedefleri de gözönüne alınmıştır. Neticede geçmiş performanslara göre varılan yargılar ile gelecek tahmin verilerinin kullanıldığı modeller arasında gözeçarpan bir fark olmadığı gözlemlenmiştir. Ayrıca hedef değerlere göre yapılan inceleme neticesinde kötü performans gösterebilecek bankalar önceden belirlenebilecektir.

5.2 Gözlem Kümesinin Seçilmesi

Burada yapılacak çalışmada Türkiye'de faaliyet gösteren büyük bir bankanın 12 şubesi incelenecektir. İlgili banka Türkiye çapında yaklaşık 400 şube ile faaliyet gösteriyor olsa da bu 12 şubenin karar birimi olarak seçilmesinin sebebi, bu şubelerin bulundukları illerdeki tek şubeler oluşları ve tümünün tam hizmet şubesi olmasıdır. Burada ortaya konulacak metodoloji için incelenecek karar birimlerinin birbirleri arasında homojene yakın olması VZA'nın yapısı gereği önemlidir. Çalışma gerekli görülürse daha fazla sayıda şubenin incelenmesine de kaynak olabilir.

Türkiye çapında 400 şube ve yaklaşık 5 milyon müşteriye hizmet veren ilgili bankanın şube yapılanmasına bakıldığında ise tam hizmet şubeleri, kurumsal şubeler, ticari şubeler, bireysel şubeler, özel bankacılık şubeleri, yatırım bankacılığı şubeleri şeklinde bir ayırma gidildiği gözlemlenecektir.

Bizim incelememize kaynak oluşturacak tam hizmet şubeleri bankanın dağıtım kanalının temelini oluşturmakta ve en geniş ürün yelpazesiyse bankanın bireysel, KOBİ, Ticari işkollarında neredeyse tüm müşteri segmentlerine hizmet verebilmektedir. Burada anlatılacak olan metodoloji için seçilen 12 şube ise Türkiye’de bulundukları il merkezlerinde bankanın tek şubesi olan, benzer mikropazar büyüklüklerine hedef alan, yani benzer kaynaklarla benzer ürünler üreten şubeler olarak belirlenmişlerdir. Analizde kullanılan nokta bakiye ve kümülatif bilanço ve bilanço dışı büyüklükler ise 2007 finansal yılının verileridir.

5.3 Girdi ve Çıktı Değişkenlerinin Seçilmesi

VZA’da kullanılan girdi ve çıktılar çalışmadaki karar birimleri konusundaki karşılaştırmanın temelini oluşturdıklarından büyük bir dikkatle seçilmelidirler. Her ne kadar fonksiyonel bir varsayım bulunmasa da üretim prosesine nedensel olarak bağlı girdi ve çıktılarının belirlenmesi gerekir. Aynı karar birimleri için farklı girdi ve çıktı grupları farklı değerler alabilirler.

Şubelerin banka için amaçları belirlenmeli, bu amaçlara ulaşılması ve başarının ölçülmesi için performans ölçütleri seçilmelidir. Belirlediğimiz bu performans ölçütleri aynı zamanda ilgili karar birimleri (şubeler) için girdi ve çıktı değişkenlerini oluşturacaktır. Bu aşamada her bir kriter için ayrı ayrı olmak üzere seçilen girdi sayısı m , çıktı sayısı p ise en az $m + p + 1$ tane karar birimi araştırmanın güvenilirliği açısından gerekli bir kısıttır (Boussafianee ve diğerleri, 1991).

Çizelge 5.1 : Girdi – Çıktı Kümesi

	GİRDİLER	ÇIKTILAR
Üretim Etkinliği	Personel Giderleri Diğer Giderler	Kredi Riski Toplam Mevduatlar Faiz Dışı Giderler
İşlem Etkinliği	Personel Giderleri Diğer Giderler	Gişe İşlem Adedi Aktif Müşteri Adedi
Gelir Etkinliği	Faiz Gideri Faiz Dışı Gider	Faiz Geliri Faiz Dışı Gelir

Çizelge 5.1 uygulamada kullanacağımız girdi çıktı kümesini göstermektedir. Burada yer alan her üç kriteri ise şu şekilde açıklayabiliriz:

Üretim Etkinliği: Şubelerin personel ve diğer gider kaynakları gözönüne alındığında ekonomik açıdan yönetmesi gereken hacimdir.

İşlem Etkinliği: Müşterilerin işlemsel ve operasyonel taleplerini karşılayabilecek etkin işletme gideri seviyesidir.

Gelir Etkinliği: Gelir gözönüne alındığında en etkin genel gider seviyesidir.

Bir şubenin bulunduğu mikropazarda etkin şekilde hizmet verip vermediğinin anlaşılması için yukarıda belirtilen bu üç açı için ölçüm yapılması gerekir fakat bu üç kriter için ortak girdi çıktı değişkenleri belirlemek mümkün değildir. Bu sebeple her bir açı için Çizelge 5.1 de belirtilen farklı girdi çıktı değişkenleri kullanılacaktır.

Belirlenen girdi çıktılar için bazı açıklamalar yapmak faydalı olacaktır. Ek mesai saatleri için yapılan ödemeler personel giderleri içinde yer almaktadır. Şube kiralarının yanında enerji vb. her türlü değişken gider diğer giderlerin içinde bulunmaktadır. Bankanın bizzat kendi mülkü olduğu lokallerde hizmet veren şubeler için kira gideri, m^2 büyüklüğü ile doğru orantılı olarak tüm şube lokallerinin kira ortalamasına göre hesaplanarak belirlenmiştir. Bankanın genel müdürlük birimleri tarafından yaratılan ve tüm şube ve ilgili partilere maliyet olarak yansıtılan genel müdürlük masraf payı (GMMP) giderleri tüm işlemler ve birim / şubeler için faaliyet tabanlı maliyetleme sistemi ile hesaplanmış, bankanın MIS (bilgi işlem sistemi) 'nden alınmıştır.

Bu incelemede amacımız girdi minimizasyonu olduğundan her üç açı için performans ölçümü, banka şubelerindeki üretim sürecinin ölçeğe göre değişken (VRS) getirili olduğu düşünülerek girdi odaklı veri zarflama analizi ile yapılacaktır. Banker (1996) yayınladığı çalışmasında banka şubelerinin ölçeğe göre getiri yapısını incelemiş ve incelemesinde kullandığı üretim, işlem ve aracılık faaliyetleri açılarının her üçünü de Kolmogorov-Smirnov testi ile test etmiştir. Neticede ilk hipotez (H_0) olan ölçeğe göre sabit getiri kavramı % 5 lik önem aralığında her üç açı için de reddedilmiştir. Banka şubelerinin bu özelliği tahmin edilebilir olsa da bu çalışma da göstermiştir ki şubeler ölçeğe göre değişken getiri yapısına sahip sistemlerdir.

Çalışmanın daha açıklayıcı olması için Çizelge 5.2’de analizimizde kullanılan girdi ve çıktı değişkenleri için elimizdeki veri kümesinin temel istatistiksel büyüklükleri yer almaktadır.

Çizelge 5.2 : İstatistiksel Büyüklükler

Değişken	Ortalama	Median	Min. Değer	Max. Değer	St. Sapma	CV
Personel Maliyetleri	615.500,00	636.000,00	396.000,00	864.000,00	160.802,82	0,26
Diğer Giderler	156.975,00	150.000,00	108.000,00	240.000,00	36.797,34	0,23
Kredi	41.061.063,76	41.984.886,84	18.899.499,97	72.403.693,85	13.856.258,28	0,34
Mevduat	23.748.803,21	19.165.472,48	8.575.282,97	65.138.652,37	15.429.479,17	0,65
Toplam Fiş adedi	134.896,00	126.516,00	87.720,00	236.736,00	38.051,76	0,28
Aktif Müşteri Sayısı	16.872,00	17.504,00	9.805,00	23.634,00	4.694,10	0,28
Faiz Gideri	841.952,34	714.185,45	317.285,47	2.019.298,22	494.611,13	0,59
Faiz Dışı Gider	772.475,00	790.500,00	504.000,00	1.104.000,00	194.801,25	0,25
Faiz Geliri	3.710.380,91	3.655.293,30	1.642.046,22	6.262.657,74	1.259.034,04	0,34
Faiz Dışı Gelir	798.415,45	759.945,53	371.346,95	1.401.931,00	280.633,96	0,35

Çizelge 5.1’de daha önceden belirttiğimiz girdi ve çıktı değişkenleri arasında en büyük sapmanın ilgili şubelerin topladıkları mevduat hacminde ve şubelerin oluşturdukları faiz gideri kalemlerinde olduğu göze çarpmaktadır. Mevduat hacmi ile faiz gideri miktarı birbiriyle bağlantılı kalemlerdir, oluşan sapmanın sebebi ise şubelerin bulundukları mikropazarların özelliklerinden kaynaklanmaktadır.

5.4 Modelin Sonuçları

Her üç açı için girdi odaklı değişken getirili VZA modelinin tanımlayıcı ilk sonuçları Çizelge 5.3’deki gibidir.

Çizelge 5.3 : Her Üç Açı için Tanımlayıcı Etkinlik Sonuçları

	Üretim	İşlem	Gelir
Ortalama Etkinlik (%)	99,14	86,83	92,19
Etkin Şubeler Oranı (%)	75,00	25,00	33,33
% CRS	25,00	16,67	25,00
% IRS	75,00	50,00	75,00
% DRS	0,00	33,33	0,00

Çizelge 5.3'te verilen oransal büyüklükler her üç açı için yapacağımız ayrıntılı incelemede tekrar ele alınacaktır.

5.4.1 Üretim Etkinliği

Şubelerin üretim etkinlikleri değerlendirilirken ilgili şubelerin banka için maliyetlerine karşılık yaratılan hacim gözönüne alınmıştır. Burada asıl gözönüne alınan şubelerin kullandıkları kaynaklar ile (insan, techizat vs.) yönetmeleri istenen bilanço büyüklüğünün de değerlendirilmesidir. Girdi değişkenlerimiz olan personel maliyetleri ve diğer giderler, bir yıl için ilgili şube tarafından yaratılan maliyetleri belirtmektedir. Çıktı değişkenimiz olan kredi ve mevduat rakamları bir yıl için ortalama büyüklükleri, faiz dışı gelir ise ilgili finansal yılın kümülatif rakamıdır. Çizelge 5.4'te önceden belirlediğimiz değişkenler için tüm şubelerin rakamsal büyüklükleri görülmektedir.

Çizelge 5.4 : Üretim etkinliği için veri kümesi

Şube Adı	Girdiler		Çıktılar		
	Personel Maliyetleri	Diğer Giderler	Kredi	Mevduat	Faiz Dışı Gelir
ŞUBE1	684.000,00	156.000,00	47.414.696,91	18.079.069,39	1.008.188,48
ŞUBE2	768.000,00	192.000,00	51.043.359,00	26.157.425,19	1.107.741,62
ŞUBE3	672.000,00	159.000,00	41.960.240,76	32.577.905,05	792.743,69
ŞUBE4	612.000,00	141.000,00	42.009.532,91	20.251.875,57	715.059,83
ŞUBE5	864.000,00	240.000,00	72.403.693,85	32.563.404,73	1.401.931,00
ŞUBE6	660.000,00	168.000,00	47.027.055,54	28.715.100,24	905.910,73
ŞUBE7	840.000,00	192.000,00	47.401.385,00	65.138.652,37	836.415,38
ŞUBE8	540.000,00	130.200,00	34.984.504,00	13.566.438,90	727.147,37
ŞUBE9	408.000,00	132.000,00	31.604.508,10	8.575.282,97	589.244,69
ŞUBE10	486.000,00	121.500,00	30.271.811,48	12.212.75,96	563.336,59
ŞUBE11	456.000,00	144.000,00	27.712.477,61	12.834.986,55	561.919,10
ŞUBE12	396.000,00	108.000,00	18.899.499,97	14.312.741,57	371.346,95

Çizelge 5.4'te yer alan teknik etkinlik değerleri, bölüm 2.3'te ayrıntılı biçimde değinildiği üzere ölçeğe göre etkinlik değerinden arınmış değişken getiri kavramına uygun bir etkinlik tanımını verir ve analizin diğer adımlarında da bu değerler gözönüne alınacaktır. Yani ilgili karar biriminin etkinliğinin ölçülebilmesi amacıyla referans karar birimlerinin dışbükey bileşimleri (konveks kombinasyonları) kuramsal karar birimi olarak kabul edilerek hesaplama yapılmaktadır. Aynı veri kümesi sabit getiri varsayımı ile çözülmüş olsaydı elde edilecek ölçek etkinliği değerleri de tabloda yer almaktadır. Toplam etkinlik değeri ise teknik etkinlik ile ölçek etkinliği değerlerinin çarpımına eşit olacaktır. Buradan da kolaylıkla 'sabit getiri varsayımı

altında tam etkin bir karar birimi değişken getiri varsayımı altında da tam etkindir fakat aksi doğru değildir’ sonucuna ulaşılmaktadır.

Değişken getiri varsayımı ile girdi odaklı VZA çözüldüğünde şubeler için elde edilecek etkinlik değerleri ve her bir şube için ölçeğe göre getiri şekli Çizelge 5.5’te verilmektedir.

Çizelge 5.5: Üretim Etkinlik Değerleri ve Getiri Tipleri

Etkinlik Değerleri	Teknik Etkinlik	Ölçek Etkinliği	Getiri Tipi	Toplam Etkinlik
ŞUBE1	1,0000	1,0000	sabit	1,0000
ŞUBE2	0,9665	0,9940	artan	0,9607
ŞUBE3	0,9871	0,9563	artan	0,9440
ŞUBE4	1,0000	0,9953	artan	0,9953
ŞUBE5	1,0000	1,0000	sabit	1,0000
ŞUBE6	1,0000	0,9647	artan	0,9647
ŞUBE7	1,0000	1,0000	sabit	1,0000
ŞUBE8	1,0000	0,8900	artan	0,8900
ŞUBE9	1,0000	0,9244	artan	0,9244
ŞUBE10	1,0000	0,8227	artan	0,8227
ŞUBE11	0,9429	0,8054	artan	0,7594
ŞUBE12	1,0000	0,6799	artan	0,6799

Burada koyu renk ile gösterilen şubeler etkinlik sınırını oluşturmaktadır.

Çizelge 5.5’te yer alan getiri tipi kolonu bizi Çizelge 5.3’te özetlediğimiz sonuçlara ulaştırmaktadır. Üretim etkinliği açısından, incelen şubelerden artan getiri tipine sahip şubeler için mevcut durumda kullandıkları kaynaklarda (insan gücü de dahil) artırıma gidildiğinde, elde eilecek çıktılardaki artış daha büyük olacaktır. Bu açıdan şubelerin % 75’inin artan getiri yapısına sahip oldukları düşünülürse banka için yeni iş ve hacim elde etme fırsatlarının katlanılacak maliyetlere göre fazla olduğu görülmektedir.

Çizelge 5.5’te yer alan etkinlik sonuçları şubeler bazında şu şekilde de yorumlanmalıdır. Örnek olarak etkin olmayan ŞUBE11 şubesinin $1 - 0.9429 = 0.0571$ kadar girdi azalması ile radyal hareket sonucu etkinlik sınırına ulaşması mümkün olacaktır. Fakat bu girdi azalması için girdi değişkenlerinin hangi oranlarda azaltılacağı henüz gözönüne alınmamıştır.

Etkin olmayan bir karar biriminin (şubenin) etkinliğinin artırılmasından bahsederken o karar birimi için etkinlik sınırının hangi etkin karar birimleri tarafından

oluşturulacağı ve referans kümesini oluşturacak bu karar birimlerinin ne kadar ağırlıklarla kombine edileceği de bilinmelidir.

Çizelge 5.6 : Üretim Etkinliği için Etkin Karar Birimi Ağırlıklandırılmış Kombinasyon Matrisi

	ŞUBE1	ŞUBE4	Ş.URF A	ŞUBE 6	ŞUBE7	ŞUBE8	ŞUBE9	ŞUBE1 0	ŞUBE1 2
ŞUBE1	1,0000								
ŞUBE2	0,4858		0,3122	0,1634	0,0386				
ŞUBE3	0,0235	0,1514		0,1563	0,3010	0,3678			
ŞUBE4		1,0000							
ŞUBE5			1,0000						
ŞUBE6				1,0000					
ŞUBE7					1,0000				
ŞUBE8						1,0000			
ŞUBE9							1,0000		
ŞUBE10								1,0000	
ŞUBE11					0,0561		0,7548		0,1891
ŞUBE12									1,0000

Çizelge 5.6’da ŞUBE11’in referans kümesi ŞUBE7, ŞUBE9 ve ŞUBE12 şubeleridir ve etkinlik sınırına ulaşması için girdi değişkenlerinin büyüklüğünü ilgili ağırlıkları referans kümesinde yer alan şubelerin girdi miktarları ile çarparak oluşturmalıdır. Etkin olmayan bir karar biriminin bu katsayılarından referans kümesindeki etkin bir karar birimi için 1’e yakın bir değerdeseyse etkin olmayan şube etkin olan şubeye yönetsel açıdan benzetilmeye çalışılabilir, kaynak atanabilir, hedefler verilebilir.

Çizelge 5.7 : Üretim Etkinliği Sanal Girdi ve Çıktı Değerleri

	Personel Maliyetleri		Diğer Giderler		Kredi		Mevduat		Faiz Dışı Gelirler	
ŞUBE1	684.000	0,00%	156.000	0,00%	47.414.696	0,00%	18.079.070	0,00%	1.008.188	0,00%
ŞUBE2	742.294	3,35%	185.573	3,35%	55.151.215	8,05%	26.157.427	0,00%	1.107.742	0,00%
ŞUBE3	663.350	1,29%	156.953	1,29%	41.960.241	0,00%	32.577.905	0,00%	792.744	0,00%
ŞUBE4	612.000	0,00%	141.000	0,00%	42.009.532	0,00%	20.251.876	0,00%	715.060	0,00%
ŞUBE5	864.000	0,00%	240.000	0,00%	72.403.696	0,00%	32.563.404	0,00%	1.401.931	0,00%
ŞUBE6	660.000	0,00%	168.000	0,00%	47.027.056	0,00%	28.715.100	0,00%	905.911	0,00%
ŞUBE7	840.000	0,00%	192.000	0,00%	47.401.384	0,00%	65.138.652	0,00%	836.415	0,00%
ŞUBE8	540.000	0,00%	130.200	0,00%	34.984.504	0,00%	13.566.439	0,00%	727.147	0,00%
ŞUBE9	408.000	0,00%	132.000	0,00%	31.604.508	0,00%	8.575.283	0,00%	589.245	0,00%
ŞUBE10	486.000	0,00%	121.500	0,00%	30.271.812	0,00%	12.212.756	0,00%	563.337	0,00%
ŞUBE11	429.979	5,71%	130.830	9,15%	30.088.973	8,58%	12.834.987	0,00%	561.919	0,00%
ŞUBE12	396.000	0,00%	108.000	0,00%	18.899.500	0,00%	14.312.742	0,00%	371.347	0,00%

Çizelge 5.6'daki ağırlık değerleri kullanılarak bulunan her bir şube için potansiyel iyileştirmeler, girdi çıktı değerleri için hedef değerler ve mevcut büyüklüklere göre elde edilecek artış ve azalışları Çizelge 5.7'de görebiliriz.

Çizelge 5.7'de yer alan sanal girdi ve çıktı büyüklükleri Çizelge 5.6'da verilen referans kümesine ve ilgili ağırlıklara göre belirlenmiştir.

Örnek olarak ŞUBE11 için referans kümemiz {*Yalova, Kütahya, Düzce*} ve ağırlıklar ise {0.056129, 0.75479, 0.18908} olarak belirlenmişti. Sanal girdi değerlerini ise ;

Personel Maliyetleri:

$$(0,056129) \times (840.000) + (0,75479) \times (408.000) + (0,18908) \times (396.000) = 429.979,15$$

Diğer Giderler

$$(0,056129) \times (192.000) + (0,75479) \times (132.000) + (0,18908) \times (108.000) = 130.829,97$$

hesaplayarak Çizelge 5.7 oluşturulmuştur.

Bir karar birimin tam etkin olması etkinliğin skorunun 1'e eşit olmasının yanısıra gevşek değişkenlerinin de 0'a eşit olmasını gerektirir. Slack değişkenin 0 olmadığı etkinliğin 1'e eşit olduğu karar birimleri zayıf etkin olarak tanımlanmaktadır. Literatürde ise etkinlik skoru=1 durumuna Farrel etkinliği, gevşek değişkenlerin de 0'a eşit olmasını gerektiren koşullu tam etkinliğe ise Pareto – Koopmann etkinliği denir.

Çizelge 5.8 : Gevşek Değerler

	Personel Maliyetleri	Diğer Giderler	Kredi	Mevduat	Faiz Dışı Gelir
ŞUBE1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ŞUBE2	0,00	0,00	4.107.856,25	0,00	0,00
ŞUBE3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ŞUBE4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ŞUBE5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ŞUBE6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ŞUBE7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ŞUBE8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ŞUBE9	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ŞUBE10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ŞUBE11	0,00	4.952,94	2.376.494,75	0,00	0,00
ŞUBE12	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Bir karar biriminin potansiyel etkinlik artırımı hesabı yapılması, ağırlık matrisinin kullanımının yanısıra, etkinlik skoru ve gevşek değerlerin birlikte biliniyor olması ile de mümkündür.

VZA modelimiz girdi odaklı olduğu için şubeler için etkinlik skoru sanal girdilerin hesaplanmasında kullanılacak, çıktılar için ise sadece gevşek değerlerin biliniyor olması yeterli olacaktır.

ŞUBE11 şubesi için sanal girdi değerleri;

(etkinlik skoru) x (mevcut girdi) – gevşek değer

Pers. Mal.= (0,94293678) x (456.000) - 0 = 429.979,15

Diğer Giderler = (0,94293678) x (144.000) – 4.952,94 = 130.829,97

ŞUBE11 şubesi için sanal çıktı değerleri;

(mevcut çıktı) + gevşek değer

Kredi: 27.712.477,61 + 2.376.494,75 = 30.088.973,08

Mevduat: 12.834.986,55 + 0 = 12.834.986,55

Faiz Dışı Gelir: 561.919,10 + 0 = 561.919,10

Üretim etkinliği açısından incelediğimiz şubeler ortalama % 99 etkinliğe sahiptir ve bu da şubelerin yönettikleri bilanço büyüklükleri ile şubelere yapılan yatırımın son derece tutarlı olduğu yorumunu doğurur. Şubelerin faaliyet gösterdiği mikropazarda kaç personel ile hizmet vereceği, ne kadar büyük bir şube lokaline ihtiyacı olacağı, teknik cihaz ve donanımın standardizasyonu gibi sürekli ölçümleme ile birlikte uygulanan yöntemler ortalama etkinliği bu kadar yükselten unsurlar olmuştur.

Üretim etkinliği açısından dikkat çeken bir diğer nokta şubelerin %75'inin ölçeğe göre artan getiri özelliğine sahip olmasıdır. Bu noktada makroekonomik beklentiler gözönüne alınarak uygun piyasa şartlarında şubelerde kullanılan kaynakların belli miktar artırılması ve pazarlama faaliyetlerine yönelmesi ile bankaya fazlasıyla kredi ve mevduat hacmi kazandırılabilir, yapılacak aracılık faaliyetleri ve bilanço dışı ürün satışı ile faiz dışı gelir miktarı artırılabilir.

5.4.2 İşlem Etkinliği

Alternatif kanalları bankacılıkta şubelerin operasyonel yükünü hafifletip müşterilerin işlemlerini şube dışı kanallardan yapma imkanı sağlamış olsa da şubeler günümüzde bankacılık işlemlerinin büyük çoğunluğunun yapıldığı noktalar olarak karşımıza çıkmaktadır. İşlem etkinliği ile şubelere ayrılan kaynaklarla fiziken şube içinde hizmet verilen müşteri sayısı ve yaratılan gişe yoğunluğu ölçülmek istenmektedir. Bu da şubelerin operasyonel etkinliğini göstermektedir. Bu noktada dikkat edilmesi gereken, şubenin operasyonel yükünün karlılık ve hacim anlamında bankaya nasıl bir katma değerinin olduğunun belirlenmesi gerekliliğidir. Çünkü karlılık seviyesi veya katma değeri düşük işlemlerle yaratılan bir operasyonel etkinlik aslında şube için kötü bir gösterge olabilir, bu durumda şubenin müşterilerini özellikle kar yaratmayan işlemler için telefon bankacılığı, internet bankacılığı , Atm'ler gibi şube dışı kanallara yönlmesi ile yeni müşteri kazanımı ve finansal ürünlerin satış faaliyetlerine yönelmesi doğru olacaktır. Bir banka şubesi için istenen de katma değeri olmayan çoğu operasyonel faaliyetlerini alternatif kanallara yönlendirmesi ve ilişki bankacılığı ile satış ve pazarlama faaliyetlerine daha çok eğilmeleridir. Bu anlamda işlemsel etkinliğin sonuçlarının diğer iki açı ile birlikte değerlendirilmesi, üretim ve gelir açılarıyla birlikte yorumlanması önem kazanmaktadır.

İşlem etkinliği için belirlenen değişkenler için veri kümesi çalışmamızın ekler bölümünde yer almaktadır. Veri kümesinde yer alan toplam gişe işlem adedi ilgili finansal yılda yapılan işlem sayısını, toplam müşteri adedi ise yıl için ortalama rakamı belirtmektedir.

Çizelge 5.9 : İşlem Etkinliği Etkinlik Değerleri ve Getiri Tipleri

	Teknik Etkinlik	Ölçek Etkinliği	Getiri Tipi	Toplam Etkinlik
ŞUBE1	0,7831	0,9179	Artan	0,7188
ŞUBE2	0,7965	0,9489	Azalan	0,7558
ŞUBE3	0,8779	0,9492	Azalan	0,8333
ŞUBE4	0,8708	0,9410	Artan	0,8195
ŞUBE5	1,0000	0,8538	Azalan	0,8538
ŞUBE6	0,7232	0,8642	Artan	0,6250
ŞUBE7	0,6857	0,9736	Azalan	0,6677
ŞUBE8	0,8780	0,7941	Artan	0,6972
ŞUBE9	1,0000	1,0000	Sabit	1,0000
ŞUBE10	0,9354	0,9459	Artan	0,8848
ŞUBE11	0,8684	0,6653	Artan	0,5777
ŞUBE12	1,0000	1,0000	Sabit	1,0000

Çizelge 5.9’da şubelerin etkinlik düzeyleri ve getiri tipleri yer almaktadır.

Koyu renkle gösterilen 3 şube etkinlik sınırını oluşturmaktadır. İşlem etkinliği açısından şubelerin ortalama etkinliği % 86 seviyesindedir. Şubelerin % 17’si sabit getiri, % 50’si artan % 33’ü ise azalan getiri tipine sahiptir.

İşlem etkinliği ile üretim etkinliği sonuçları yorumlanırken şubelerin bulundukları mikropazarlarda hangi amaçla hizmet verdikleri konusu da önemlidir. Özellikle bireysel kitle müşterisinin yoğun şekilde bulunduğu yerlerde nüfus, sosyoekonomik yapı gibi özellikler bu anlamda ön plana çıkmaktadır. Örnek olarak ŞUBE7 ve ŞUBE5’in her ikisinin de üretim etkinlikleri 1’e eşittir ancak işlem etkinliği açısından ŞUBE5 yine 1 etkinliğine sahiptir, ŞUBE7’nin ise etkinlik skoru 0.68 seviyesindedir. Bu sonucu ŞUBE5’ in hizmet verdiği müşteri yapısının ŞUBE7 şubesinden farklı olduğu, ŞUBE7’de internet,telefon gibi iletişim araçları ve ATM’lerin daha sık kullanımı ile açıklamak mümkündür. Ayrıca iki il arasında kişi başına bankacılık sistemine kazandırılan mevduat ve kullanılan kredi miktarı arasındaki farklılık da gözönüne alınmalıdır.

Çizelge 5.10 : İşlem Etkinliği Sanal Girdi ve Çıktı Değerleri

	Personel Maliyetleri		Diğer Giderler		Toplam Fiş Adedi		Aktif Müşteri Adedi	
ŞUBE1	403.078,88	41,07%	122.157,77	21,69%	133.455,91	11,50%	18.035,00	0,00%
ŞUBE2	507.932,01	33,86%	152.928,85	20,35%	157.764,00	0,00%	21.835,00	0,00%
ŞUBE3	492.987,87	26,64%	139.578,52	12,21%	152.460,00	0,00%	15.507,00	0,00%
ŞUBE4	403.394,42	34,09%	122.788,84	12,92%	133.639,55	8,04%	18.394,00	0,00%
ŞUBE5	864.000,00	0,00%	240.000,00	0,00%	236.736,00	0,00%	23.493,00	0,00%
ŞUBE6	402.751,04	38,98%	121.502,09	27,68%	133.265,11	20,49%	17.662,00	0,00%
ŞUBE7	447.630,52	46,71%	131.663,37	31,43%	143.052,00	0,00%	17.346,00	0,00%
ŞUBE8	399.160,62	26,08%	114.321,25	12,20%	131.175,48	32,71%	13.577,00	0,00%
ŞUBE9	408.000,00	0,00%	132.000,00	0,00%	136.320,00	0,00%	23.634,00	0,00%
ŞUBE10	398.824,87	17,94%	113.649,75	6,46%	130.980,08	6,89%	13.195,00	0,00%
ŞUBE11	396.000,00	13,16%	108.000,00	25,00%	129.336,00	47,44%	9.981,00	1,80%
ŞUBE12	396.000,00	0,00%	108.000,00	0,00%	129.336,00	0,00%	9.981,00	0,00%

İşlem etkinliği açısından her bir etkin olmayan şube için refeans kümesi ve ağırlıklandırılmış kombinasyon matrisi tablosu ile gevşek değerler tablosu ekler bölümünde yer almaktadır. Bu değerlerin kullanımı ile oluşturulan gelişim ve hedef değerlerini veren sanal girdi çıktı değerleri ve oransal değişim değerleri ise Çizelge 5.10’da verilmiştir.

5.4.3 Gelir Etkinliği

Gelir etkinliği ile banka şubesinin finansal ürünlerden elde ettiği faiz geliri ile aracılık faaliyetlerinden elde ettiği komisyon gelirleri çıktı olarak gözönüne alınmakta, müşterilere ödenen faiz giderleri (mevduat ürünleri) ve faiz dışı giderler de girdi olarak kabul edilerek görelilikler ölçülmektedir. Ekler bölümünde görülebilecek veri kümesinde her bir şube için değişkenlerin değerleri ilgili finansal yıl sonunda gelir tablosunda oluşan kümüle rakamları göstermektedir.

Çizelge 5.3'te belirtildiği gibi şubelerin ortalama gelir etkinlikleri % 92 seviyesindedir ve şubelerin %75'i artan getiri yapısıyla % 25'i ise sabit getiri özelliği ile faaliyet göstermektedir.

Çizelge 5.11 : Gelir Etkinliği Etkinlik Değerleri ve Getiri Yapıları

	Teknik Etkinlik	Ölçek Etkinliği	Getiri Tipi	Toplam Etkinlik
ŞUBE1	1,0000	1,0000	Sabit	1,0000
ŞUBE2	0,9373	0,9865	Artan	0,9247
ŞUBE3	0,8456	0,9553	Artan	0,8078
ŞUBE4	0,8710	0,9455	Artan	0,8235
ŞUBE5	1,0000	1,0000	Sabit	1,0000
ŞUBE6	0,9895	0,9831	Artan	0,9727
ŞUBE7	0,6923	0,9528	Artan	0,6597
ŞUBE8	0,9485	0,9703	Artan	0,9203
ŞUBE9	1,0000	1,0000	Sabit	1,0000
ŞUBE10	0,8863	0,9370	Artan	0,8304
ŞUBE11	0,8925	0,9119	Artan	0,8138
ŞUBE12	1,0000	0,6017	Artan	0,6017

Şubelerin gelir açısından getiri yapıları incelendiğinde sabit getiri yapılarına ait şubelerin tamamının etkin şubeler oldukları görülmekte, artan getiri yapısına ait şubeler ise etkin olmayan şubeler oldukları görülmektedir (ŞUBE12 hariç). Şubelerin getiri yapıları her üç açı için karşılaştırılmalı olarak incelendiğinde tutarsızlık olarak görülecek özelliklerin şubelerin mikropazar özellikleriyle bağdaştırılması ile faydalı bilgiler elde edilebilecektir.

Örnek olarak ŞUBE7 üretim etkinliği ve gelir etkinliği açısından artan getiri yapısına sahiptir ve bu iki açıdan işlem ölçeğini artırması, çıktılarda daha fazla artış elde edebilmesi için önerilebilir. Fakat diğer taraftan işlem etkinliği açısından azalan getiri yapısına sahip olduğu için işlem ölçeğinin azaltılması önerilebilir ve bu bir tutarsızlık olarak görülebilir. Bunun sebebi ise önceden de belirtildiği gibi ŞUBE7'nin müşteri yapısından kaynaklanmakta, operasyonel anlamda müşteriler şubeye işlemsel bir yük

getirmeseler de hacim ve karlılık anlamında şubeye yapılan her yatırım gelir ve hacim anlamında geri alınmaktadır. Bu da hem yatırımların hem de aracılık ve satış faaliyetlerinin görece olarak artırılmasının bankaya katma değerinin, operasyonel yükten fazla olacağı anlamına gelmektedir.

Çizelge 5.12’de şubelerin gelir açısından her bir değişken için girdi – çıktı hedef değerleri yer almakta, bu değerlerin hesaplamasında kullanılan ağırlıklandırılmış kombinasyon matrisi ile gevşek değerler tablosu ise ekler bölümünde bulunmaktadır.

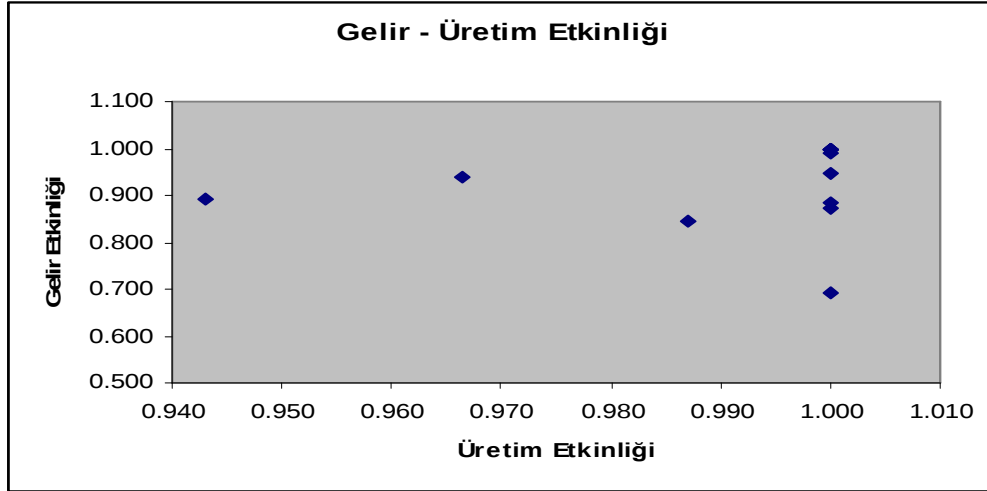
Çizelge 5.12 : Gelir Etkinliği Sanal Girdi ve Çıktı Değerleri

	Faiz Gideri		Faiz Dışı Giderler		Faiz Geliri		Faiz Dışı Gelir	
ŞUBE1	668.925,56	0,00%	840.000,00	0,00%	4.704.055,00	0,00%	1.008.188,50	0,00%
ŞUBE2	902.250,37	7,53%	899.834,10	6,27%	4.989.796,88	2,30%	1.107.741,58	0,00%
ŞUBE3	508.004,15	57,74%	702.710,70	15,44%	3.808.185,89	0,00%	816.466,82	2,99%
ŞUBE4	453.077,19	40,34%	655.850,04	12,90%	3.502.400,83	0,00%	751.026,87	5,03%
ŞUBE5	1.234.153,00	0,00%	1.104.000,00	0,00%	6.262.657,50	0,00%	1.401.931,00	0,00%
ŞUBE6	644.623,50	42,44%	819.266,81	1,05%	4.568.762,43	0,00%	979.235,03	8,09%
ŞUBE7	557.735,44	72,38%	714.472,57	30,77%	3.861.875,45	0,00%	836.415,33	0,00%
ŞUBE8	472.866,39	6,60%	635.703,73	5,15%	3.343.091,15	0,93%	727.147,36	0,00%
ŞUBE9	317.285,47	0,00%	540.000,00	0,00%	2.746.431,75	0,00%	589.244,69	0,00%
ŞUBE10	323.528,86	23,21%	538.402,80	11,37%	2.697.433,73	0,00%	579.577,27	2,88%
ŞUBE11	334.932,81	20,44%	535.485,40	10,75%	2.607.935,79	2,65%	561.919,12	0,00%
ŞUBE12	458.007,72	0,00%	504.000,00	0,00%	1.642.046,25	0,00%	371.346,94	0,00%

5.4.4 Karşılaştırmalı Değerlendirme

VZA ile her üç açı için bulunan etkinlik skorlarının gelir etkinliği ile karşılaştırmalı değerlendirmesi ilgili şubelerin kullandıkları kaynakların, elde edilen hacmin ve yaratılan operasyonel iş yükünün bankaya katma değerinin değerlendirilebilmesi açısından önemlidir.

Şekil 5.1’de gelir etkinliğine karşılık şubelerin üretim etkinlikleri dağılım diyagramı yer almaktadır.

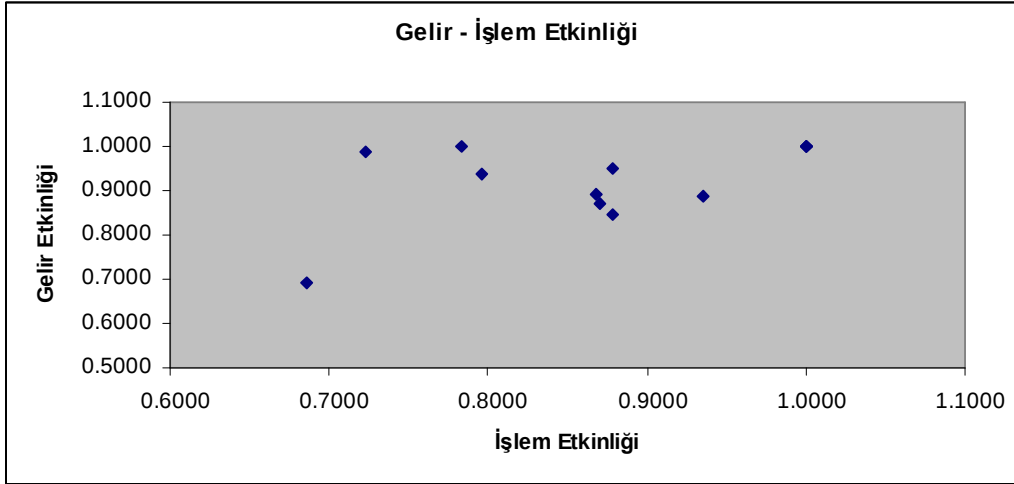


Şekil 5.1: Gelir-Üretim Etkinliği Serpilme Diyagramı

Burada hem gelir etkinliği hem de üretim etkinliği açısından iyi performans gösteren şubeler diğer şubelere de örnek olmalıdırlar. Bizim incelediğimiz şubeler için üretim etkinlikleri skorları tatmin edici seviyelerde bulunmuşlardı ancak hem gelir etkinliği hem de üretim etkinliği düşük olan bir şube olsaydı bu şubelere özel önem verilmeli problemlerinin sebepleri araştırılmalı diyecektik. Üretim etkinlikleri diğer şubelere göre düşük, gelir etkinlikleri yüksek şubeler ise yarattıkları düşük hacimlere rağmen karlılık seviyesi yüksek olan şubeler olarak tanımlanacak, bunun sebebinin iyi yönetim değil şubenin bulunduğu mikropazarın özellikleri olduğu belirtilebilecek ve bu şubelerden önümüzdeki dönemde daha iyi sonuçlar beklenebilecektir. Ayrıca etkinlik artırımı çalışmalarına-özellikle maliyet azaltılması yönünde- bu şubelerden başlamak bankaya daha hızlı kar olarak dönecektir.

Üretim etkinliği yüksek gelir etkinliği düşük şubeler de özel olarak ele alınmalıdır. Yüksek üretim etkinliği elde edilirken düşük gelir etkinliği elde ediliyor olmasının sebebi şubenin bulunduğu mikropazarın özelliği olabilir. Fon fazlası bulunan mikropazarlarda müşterilere ödenen mevduat faizleri fazla olacak, rekabetin yoğun olmasıyla birlikte düşük kar marjları elde edilebilecektir. Bu noktada şubelere finansal ürün karmalarının değiştirilmesi, pazarda ürün çeşitliliğiyle farklılaşmaları ve bilanço dışı adetsel ürün satışı yapılarak komisyon gelirlerini artırmaları önerilebilir.

Gelir etkinliği – İşlem etkinliği karşılaştırması ise Şekil 5.2’de yer almaktadır. Gelir ve işlem etkinliği ilişkisi gelir ve üretim etkinliği ilişkisine benzerdir.



Şekil 5.2 : Gelir-İşlem Etkinliği Serpilme Diyagramı

Gelir etkinliği seviyesi yüksek işlem etkinliği seviyesi düşük şubelerde (ŞUBE6 şubesi) personel dışı maliyetlerde azalmaya gidilerek işlem etkinliğinin artırılması düşünülebilir. İşlem etkinliği seviyesi yüksek gelir etkinliği seviyesi düşük şubelerde (ŞUBE10) ise müşteriler alternatif kanallara yönlendirilerek şubelerin operasyonel yükü hafifletilebilir, şube daha fazla satış-pazarlama faaliyetlerine yönlendirilebilir ve orta vadede gelir seviyelerinde artış beklenebilir.

Hem gelir hem işlem etkinlikleri düşük şubeler ise üretim etkinlikleri ile birlikte özel olarak ele alınmalı, bulundukları mikropazarın özellikleri, şube lokalinin yarattığı maliyetler, ürün çeşitliliği kalemleri ayrıntılı biçimde incelenmelidir.

6. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Dünyanın içinde bulunduğu ekonomik durum ve son yıllarda ülkemizde yaşanan yabancı banka alımları ile artan rekabet ve daralan kar marjları altında bankaların faaliyetlerinde kaynaklarını optimal kullanmaya verdikleri önemin artacağı, dolayısıyla etkin bir yapıda çalışmanın bankalar açısından kaçınılmaz olacağı düşünülmektedir. Bu bağlamda, hem banka bazında hem de sektör genelinde etkinliğin ölçülmesinin ve gelişiminin takibi tartışmasız öneme sahiptir.

Banka şubeleri, sektörün fiziksel dağıtım kanalının temelini oluşturmaktadır. Bu durum bankalar için her bir şube bazında kullanılan kaynaklar ve katlanılan maliyetlere karşın elde edilen çıktının doğru biçimde ölçümlenebilmesi açısından anahtar konumdadır. Bu şekilde dağıtım kanalının planlaması yapılabilecek, etkin olmayan şubeler için doğru çözüm yolları geliştirilebilecektir.

Kaynakların verimli kullanılması zorunluluğu mal ve hizmet üretiminde etkinlik ölçümünü gerekli kılmaktadır. Gerek hizmet gerekse imalat sektöründe bugüne dek alışlagelmiş klasik ölçüm sistemleri performansı dar boyutlarda ölçebilmektedir. Oran analizleri oldukça az bilgiye ihtiyaç duydukları için yaygın olmalarının yanında genellikle bir girdi ve bir çıktı ile sınırlandırılmış yapılarından ötürü dar kapsamlı oldukları söylenebilir. Regresyon analizleri ise oran analizlerinden daha geniş yapıya sahip olmalarına rağmen üretim fonksiyonunun analitik bir yapıda olduğu varsayımından ötürü kısmen kısıtlı kalmaktadır.

Bu çalışmada bir çok girdi ve çıktının sözkonusu olduğu üretim ortamında en iyi gözlemlere göre etkinlik ölçümü yapabilen, parametresiz bir yöntem olan veri zarflama analizi kullanılmıştır. Yöntemin getirdiği en büyük avantaj, girdi ve çıktı sayılarının ve miktarlarının göreceli etkinlik ölçümü için engel teşkil etmemesidir. Çalışmada etkinlik ölçüm yöntemleri, veri zarflama analizinin temel ve yeni modelleri incelenmiştir. Geçmişte yapılmış VZA ile bankacılıkta etkinlik ölçme çalışmaları incelenerek uygulama çalışmasına yer verilmiştir. Bu kapsamda Türkiye’de faaliyet gösteren bir bankanın aynı tipte hizmet veren 12 şubesinin etkinliğinin üç farklı

boyutta değerlendirilmesi yapılmıştır. Analizde kullanılan nokta bakiye ve kümülatif bilanço ve bilanço dışı değerler ise 2007 finansal yılının verilerinden elde edilmiştir.

Çalışmada değinilen üretim, işlem ve gelir etkinliği değerlerinin farklı girdi ve çıktı değişkenlerine sahip olmalarından ötürü her bir şubenin bu üç boyutta  l mlemesi yapılmıştır. VZA'nın doğası gereği, etkin olmayan şubelerin etkinlik sınırına ulaşmaları için iyileştirme değerlerine yer verilmiştir. Analize konu olan şubelerin ölçeğe göre getiri yapılarına da yer verilerek gelir etkinliği bazında karşılıklı inceleme ve analiz sonuçları paylaşılmıştır. Özellikle karşılıklı analiz sonucunda en iyi performansı gösteren şubeler tüm dağıtım ağı için örnek teşkil edebilirler.

Ülkemiz genelinde banka şubelerinin artan sayısı, artan müşteri, ürün ve işlem çeşitliliği ile özellikle teknik bilgi yetersizliğini telafi edebilecek kullanımı kolay paket programlar geliştirilmesinin, veri zarflama analizinin bankacılık sektöründe kullanımını daha da arttıracasına inanılmaktadır.

Bu alışma hem VZA'nın hem de bankacılık sektörünün problemlerinden birisi olan girdi ve çıktıların doğru tespit edilebilmesi sorununa farklı bir yaklaşım getirmektedir. Bu uygulama yöntemi (girdi ve çıktı değişkenleri amaca uygun biçimde değiştirilerek) sadece bir banka için değil sektörde faaliyet gösteren tüm bankaların şubeleri için kullanıldığında ülkemiz açısından faydalı sonuçlar elde edilebilecektir.

KAYNAKLAR

- Al-Faraj, T., Alidi, A. and Bu-Bshait, K.**, 1993, Evaluation of bank branches by means of data envelopment analysis, *International Journal of Operations and Production Management*, **13**, 45–52.
- Athanassopoulos, A.**, 1997, Service quality and operating efficiency synergies for management control in the provision of financial services: Evidence from Greek bank branches, *European Journal of Operational Research*, **98**, 300–312.
- Athanassopoulos, A. and Curram, S.**, 1996, A comparison of data envelopment analysis and artificial neural networks as tools for assessing the efficiency of decision-making units, *Journal of the Operational Research Society*, **47**, 1000–1016.
- Ayadi, F., Adebayo, A., and Omolehinwa, E.**, 1998, Bank performance measurement in a developing economy: An application of data envelopment analysis, *Managerial Finance*, **24**, 5–16.
- Banker, R.D., Charnes, A. and Cooper, W.W.**, 1984, Some models for estimating technical and scale efficiencies in data envelopment analysis, *Management Science*, **30**, 1078–1092.
- Banker, R. D.**, 1996 , Hypothesis Tests Using Data Envelopment Analysis, *The Journal of Productivity Analysis*, **7**, 139-159.
- Berger, A. and Humphrey, D.**, 1997, “Efficiency of Financial Institutions: International Survey and Directions for Future Research”, *European Journal of Operational Research*, **98**.
- Bergendahl, G. and Lindblom T.**, 2006, Evaluating the performance of Swedish savings banks according to service efficiency, *European Journal of Operational Research*, **185**, 1663-1673
- Bhattacharya, A., Lovell, C., and Sahay, P.**, 1997, The impact of liberalization on the productive efficiency of Indian commercial banks, *European Journal of Operational Research*, **98**, 332–345.

- Charnes, A., Cooper, W.W. and Rhodes, E.,** 1978, Measuring the efficiency of decision making units, *European Journal of Operational Research*, **2**, 429–444.
- Chen, T. and Yeh, T.,** 1998, A study of efficiency evaluation in Taiwan's banks, *International Journal of Service Industry Management*, **9**, 402–415.
- Çelik, S.,** 2003, Yem fabrikalarında veri zarflama analiz metodu ile etkinlik ölçümü, *Yüksek Lisans Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Drake, L., and Howcroft, B.,** 1999, Measuring the relative efficiency of the selling function: An application of data envelopment analysis to UK bank branches, *Journal of Financial Services Marketing*, **3**, 297–315.
- Eroğlu, E. ve Atasoy, C.,** 2007, Efficiency Measurement with Data Envelopment Analysis and Sensitivity Analysis of the Efficient Decision Making Units.
- Eroğlu H.,** 2007, Bankacılıkta veri zarflama analizi uygulaması, *Yüksek Lisans Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Favero, C. and Papi, L.,** 1995, Technical efficiency and scale efficiency in the Italian banking sector: A nonparametric approach. *Applied Economics*, **27**, 385–395.
- Färe, R. and Grosskopf, S.,** 1985, A nonparametric cost approach to scale efficiency, *Scandinavian Journal of Economics*, **87**, 594–604.
- Färe, R., Lovell C.A.K. and Zieschang K.,** 1983, Measuring the Technical Efficiency of Multiple Output Production Technologies, *Quantitative Studies on Production and Prices*, Vienna, **33**, 467- 503
- Farrel, M.J.,** 1957, The measurement of Productive Efficiency, *Journal of the Royal Statistical Society Series A*, **120**, 252-267
- Fukuyama, H.,** 1993, Technical efficiency and scale efficiency of Japanese commercial banks: A nonparametric approach, *Applied Economics*, **25**, 1101–1112.
- Giokas, D.,** 1991, Bank branches operating efficiency: A comparative application of DEA and loglinear model, *Omega*, **19**, 549–557.
- Golany, B. and Storbeck, J.,** 1999, A data envelopment analysis of the operational efficiency of bank branches, *Interfaces*, **29**, 14–26.
- Hadi-Vencheh, A., Foroughi A.A. and Soleimani M.,** 2008, A DEA model for resource allocation, *Economic Modelling*, **3**, 1-11

- Ho, C. and Zhu, D.**, 2004, Performance measurement of Taiwan's commercial banks, *International Journal of Productivity and Performance Management*, **53**, 425–434.
- Howland, M., and Rowse, J.**, 2006, Measuring bank branch efficiency using data envelopment analysis: Managerial and implementation issues, *Infor*, **44**, 49–63.
- İleri, İ.**, 1997, Veri zarflama analizi ve bankacılık sektöründe bir uygulama, *Yüksek Lisans Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- İnan, E. A.**, 2000, Banka Etkinliğinin Ölçülmesi ve Düşük Enflasyon Sürecinde Bankacılıkta Etkinlik, *Bankacılar Dergisi*, **34**, 45-72.
- Kao, C. and Liu, S.T.**, 2004, Predicting bank performance with financial forecasts: A case of Taiwan commercial banks, *Journal of Banking and Finance*, **28**, 2353–2368.
- Liu, J. and Tone, K.**, 2008, A multistage method to measure efficiency and its application to Japanese banking industry, *Socio-Economic Planning Sciences*, **42**, 75–91
- Liu, F.F. and Chen, C. L.**, 2008, The worst-practice DEA model with slack-based measurement, *Computers and Industrial Engineering*, **12**, 121-198
- Liu, F.H.F. and Hai, H. L.**, 2005, The voting analytic hierarchy process method for selecting supplier, *International Journal of Production Economics*, **97(3)**, 308–317.
- Liu, S.T.**, 2008, Slacks-based efficiency measures for predicting bank performance, *Expert Systems with Applications*, **32**, 1003-1077
- Mostafa M.**, 2007, Modeling the efficiency of top Arab banks: A DEA–neural network approach, *Expert Systems with Applications*, **34**, 43-77.
- Mukherjee, A., Nath, P. and Pal, M.**, 2002, Performance benchmarking and strategic homogeneity of Indian banks, *International Journal of Bank Marketing*, **20**, 122–139.
- Oral, M. and Yolalan, R.**, 1990, An empirical study on measuring operating efficiency and profitability of bank branches, *European Journal of Operational Research*, **46**, 282–294.
- Paradi, J. C., Asmild, M. and Simak, P. C.**, 2004, Using DEA and worst practice DEA in credit risk evaluation, *Journal of Productivity Analysis*, **21**, 153–165.

- Parkan, C.**, 1987, Measuring the efficiency of service operations: An application to bank branches, *Engineering Costs and Production Economics*, **12**, 237–242.
- Pasiouras, F.**, 2007, Estimating the technical and scale efficiency of Greek commercial banks: The impact of credit risk, off-balance sheet activities, and international operations, *Research in International Business and Finance*, **9**, 170-212.
- Ramanathan, R.**, 2006, Data envelopment analysis for weight derivation and aggregation in the analytic hierarchy process, *Computers and Operations Research*, **33(5)**, 1289–1307.
- Resti, A.**, 1997, Evaluating the cost efficiency of the Italian banking system: What can be learned from the joint application of parametric and nonparametric techniques, *Journal of Banking and Finance*, **21**, 221–250.
- Sakar, B.**, 2006, A study on efficiency and productivity of Turkish banks in Istanbul Stock Exchange using Malmquist DEA, *Journal of American Academy of Business*, **8**, 145–155.
- Seiford, L.M., and Thrall, R.M.**, 1990, Recent developments in DEA, the mathematical programming approach to frontier analysis, *Journal of Econometrics*, **46**, 7–38.
- Seiford, L.M. and J. Zhu.**, 1998, Stability Regions for Maintaining Efficiency in Data Envelopment Analysis, *European Journal of Operation Research*, **108**, 127-139.
- Seiford, L., and Zhu, J.**, 1999, Profitability and marketability of the top 55 US commercial banks, *Management Science*, **45**, 1270–1288.
- Schaffnit, C., Rosen, D. and Paradi, J.**, 1997, Best practice analysis of bank branches: An application of DEA in a large Canadian bank, *European Journal of Operational Research*, **98**, 269–289.
- Shang, J. and Sueyoshi, T.**, 1995, A unified framework for the selection of a Flexible Manufacturing System, *European Journal of Operational Research*, **85(2)**, 297–315.
- Shephard, R.W.**, 1970, Theory of Cost and Production Functions, *Princeton University Press*, Princeton

- Sherman, H. and Gold, F.**, 1985, Bank branch operating efficiency: Evaluation with data envelopment analysis, *Journal of Banking and Finance*, **9**, 297–315.
- Sherman, H. and Ladino, G.**, 1995, Managing bank productivity using data envelopment analysis (DEA), *Interfaces*, **9**, 297–315.
- Sinuany-Stern, Z., Mehrez, A. and Hadad, Y.**, 2000, An AHP/DEA methodology for ranking decision making units, *International Transactions in Operational Research*, **7(2)**, 109–124.
- Tone, K.**, 2001, A slack-based measure of efficiency in data envelopment analysis, *European Journal of Operational Research*, **130(3)**, 498–509.
- Ülengin, F. ve Besen, B.**, 1995, Türk sağlık kurumlarında veri zarflama analizi ile performans yönetimi, *Sosyal Bilimler Dergisi*, **2(1)**, 106 - 114
- Vassiloglou, M. and Giokas, D.**, 1990, A study of the relative efficiency of bank branches: An application of data envelopment analysis, *Journal of the Operational Research Society*, **41**, 591–599.
- Wang Y., Liu J. and Elhag T.**, 2008, An integrated AHP–DEA methodology for bridge risk assessment, *Computers and Industrial Engineering*, 513–525.
- Wei, Q.L., Zhang, J. and Zhang, X.**, 2000, An inverse DEA model for input/output estimate, *European Journal of Operational Research*, **121 (1)**, 151–163.
- Wu, D., Yang, Z. and Liang, L.**, 2006, Using DEA–neural network approach to evaluate branch efficiency of a large Canadian bank, *Expert Systems with Applications*, **31**, 108–115.
- Yan, H., Wei, Q. and Hao, G.**, 2002, DEA models for resource reallocation and production input/output estimation, *European Journal of Operational Research*, **136**, 19–31.
- Yang, T. and Kuo, C.**, 2003, A hierarchical AHP/DEA methodology for the facilities layout design problem, *European Journal of Operational Research*, **147(1)**, 128–136.
- Yavuz. İ.**, 2001, Sağlık sektöründe etkinlik ölçümü, *Milli Prodüktivite Merkezi Yayınları*, No: **654**, Ankara
- Yolalan, R.**, 1993, İşletmeler Arası Görel Etkinlik Ölçümü, *Milli Prodüktivite Merkezi Yayınları*, No: **483**, İstanbul

Zenios, C., Zenios, S., Agathocleous, K. and Soteriou, A., 1999, Benchmarks of the efficiency of bank branches. *Interfaces*, **2**, 37–51.

EKLER

EK-A UYGULAMA ÇİZELGELERİ

Çizelge A.1: İşlem Etkinliği Veri kümesi

	Girdiler		Çıktılar	
	Personel Maliyetleri	Diğer Giderler	Toplam Fiş adedi	Aktif Müşteri Sayısı
ŞUBE1	684,000.00	156,000.00	119,688.00	18,035.00
ŞUBE2	768,000.00	192,000.00	157,764.00	21,835.00
ŞUBE3	672,000.00	159,000.00	152,460.00	15,507.00
ŞUBE4	612,000.00	141,000.00	123,696.00	18,394.00
ŞUBE5	864,000.00	240,000.00	236,736.00	23,493.00
ŞUBE6	660,000.00	168,000.00	110,604.00	17,662.00
ŞUBE7	840,000.00	192,000.00	143,052.00	17,346.00
ŞUBE8	540,000.00	130,200.00	98,844.00	13,577.00
ŞUBE9	408,000.00	132,000.00	136,320.00	23,634.00
ŞUBE10	486,000.00	121,500.00	122,532.00	13,195.00
ŞUBE11	456,000.00	144,000.00	87,720.00	9,805.00
ŞUBE12	396,000.00	108,000.00	129,336.00	9,981.00

Çizelge A.2: İşlem Etkinliği için Etkin Karar Birimi Ağırlıklandırılmış Kombinasyon

Matrisi

	ŞUBE5	ŞUBE9	ŞUBE12
ŞUBE1		0.5899	0.4101
ŞUBE2	0.2226	0.6480	0.1295
ŞUBE3	0.2020	0.2048	0.5932
ŞUBE4		0.6162	0.3838
ŞUBE5	1.0000		
ŞUBE6		0.5626	0.4374
ŞUBE7	0.0990	0.4415	0.4595
ŞUBE8		0.2634	0.7366
ŞUBE9		1.0000	
ŞUBE10		0.2354	0.7646
ŞUBE11			1.0000
ŞUBE12			1.0000

Çizelge A.3: İşlem Etkinliği için Gevşek Değerler

	Personel Maliyetleri	Diğer Giderler	Toplam Fiş adedi	Aktif Müşteri Sayısı
ŞUBE1	132,535.94	0.00	13,767.91	0.00
ŞUBE2	103,783.41	0.00	0.00	0.00
ŞUBE3	96,928.88	0.00	0.00	0.00
ŞUBE4	129,561.38	0.00	9,943.55	0.00
ŞUBE5	0.00	0.00	0.00	0.00
ŞUBE6	74,578.59	0.00	22,661.10	0.00
ŞUBE7	128,396.72	0.00	0.00	0.00
ŞUBE8	74,982.78	0.00	32,331.48	0.00
ŞUBE9	0.00	0.00	0.00	0.00
ŞUBE10	55,774.10	0.00	8,448.08	0.00
ŞUBE11	0.00	17,052.64	41,616.00	176.00
ŞUBE12	0.00	0.00	0.00	0.00

Çizelge A.4: Gelir Etkinliği Veri Kümesi

	Faiz Gideri	Faiz Dışı Giderler	Faiz Geliri	Faiz Dışı Gelir
ŞUBE1	668925.57	840000	4704055	1008188.5
ŞUBE2	975671.96	960000	4877766.6	1107741.6
ŞUBE3	1202124.7	831000	3808185.7	792743.69
ŞUBE4	759445.33	753000	3502400.9	715059.83
ŞUBE5	1234153	1104000	6262657.7	1401931
ŞUBE6	1119888.9	828000	4568762.7	905910.73
ŞUBE7	2019298.2	1032000	3861875.6	836415.38
ŞUBE8	506299.5	670200	3312269	727147.37
ŞUBE9	317285.47	540000	2746431.8	589244.69
ŞUBE10	421340.08	607500	2697433.7	563336.59
ŞUBE11	420987.56	600000	2540686	561919.1
ŞUBE12	458007.73	504000	1642046.2	371346.95

Çizelge A.5: Gelir Etkinliği için Etkin Karar Birimi Ağırlıklandırılmış Kombinasyon Matrisi

	ŞUBE1	ŞUBE5	ŞUBE9	ŞUBE12
ŞUBE1	1.0000			
ŞUBE2		0.6380	0.3620	
ŞUBE3	0.5424		0.4576	
ŞUBE4	0.3862		0.6138	
ŞUBE5		1.0000		
ŞUBE6	0.9309		0.0691	
ŞUBE7	0.3174	0.1405	0.5421	
ŞUBE8		0.1697	0.8303	
ŞUBE9			1.0000	
ŞUBE10			0.9556	0.0444
ŞUBE11			0.8746	0.1254
ŞUBE12				1.0000

Çizelge A.6: Gelir Etkinliği için Gevşek Değerler

	Faiz Gideri	Faiz Dışı Giderler	Faiz Geliri	Faiz Dışı Gelir
ŞUBE1	0.00	0.00	0.00	0.00
ŞUBE2	12,273.43	0.00	112,030.41	0.00
ŞUBE3	508,537.28	0.00	0.00	23,723.14
ŞUBE4	208,386.59	0.00	0.00	35,967.07
ŞUBE5	0.00	0.00	0.00	0.00
ŞUBE6	463,453.50	0.00	0.00	73,324.30
ŞUBE7	840,261.75	0.00	0.00	0.00
ŞUBE8	7,373.04	0.00	30,822.31	0.00
ŞUBE9	0.00	0.00	0.00	0.00
ŞUBE10	49,887.88	0.00	0.00	16,240.72
ŞUBE11	40,788.34	0.00	67,249.78	0.00
ŞUBE12	0.00	0.00	0.00	0.00

ÖZGEÇMİŞ



Ad Soyad: Akın KUMRU

Doğum Yeri ve Tarihi: Balıkesir - 10 Mart 1983

Adres: Fulya Mah. Narçiçeği Sok. Ergin Apt. No: 10 Daire : 7 Şişli İstanbul

Lisans Üniversitesi: Yıldız Teknik Üniversitesi Endüstri Mühendisliği