

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**KREN KONSTRÜKSİYONUNDA KULLANILAN
DİKDÖRTGEN LEVHALARIN YAYILI YÜK ALTINDAKİ
DAVRANIŞININ İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Eren KAYAOĞLU**

Anabilim Dalı : Makina Mühendisliği

Programı : Konstrüksiyon

Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. İsmail GERDEMELİ

HAZİRAN 2009

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**KREN KONSTRÜKSİYONUNDA KULLANILAN
DİKDÖRTGEN LEVHALARIN YAYILI YÜK ALTINDAKİ
DAVRANIŞININ İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Eren KAYAOĞLU
(503061204)**

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 04 Mayıs 2009

Tezin Savunulduğu Tarih : 01 Haziran 2009

**Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. İsmail GERDEMELİ (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. C. Erdem İMRAK (İTÜ)
Yrd. Doç. Dr. Cüneyt FETVACI (İÜ)**

HAZİRAN 2009

Üstümde emeği olan herkese,

ÖNSÖZ

Bu tezin hazırlanmasındaki katkılarından dolayı tez danışmanım Y. Doç. Dr. İsmail GERDEMELİ'ye; değerli yardımları ve önemli tavsiyeleriyle bana yol gösteren Prof. Dr. Erdem İMRAK'a; deney numunelerinin hazırlanmasında ve deney düzeneğinin vücuda getirilmesinde yardımlarını esirgemeyen Öğr. Gör. Yusuf Ziya KOCABAL'a; elektrik-elektronikle ilgili konularda bilgisine başvurduğum, ihtiyaç duyduğum anlarda hiç tereddüt etmeden kendi işini bırakarak yardıma koşan, teşviğini esirgemeyen arkadaşım Salih GÜLŞEN'e; zorlu çalışma anlarında dostluğunun sıcaklığı ile yalnız olmadığımı hatırlatarak beni destekleyen arkadaşım İsmail GERZELİ'ye; hayata karşı taviz vermez duruşundan ve yerinde tespitlerinden feyzaldığım arkadaşım Emre KOYUNCU'ya, paha biçilemez manevi desteğiyle her zaman yanımda olan arkadaşım Ayberk AYAZ'a teşekkür ve minnetlerimi sunarım.

Mayıs 2009

Eren Kayaoğlu
(Makine Mühendisi)

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER	vii
KISALTMALAR	ix
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xi
ŞEKİL LİSTESİ.....	xiii
SEMBOL LİSTESİ.....	xv
ÖZET.....	xvii
SUMMARY	xix
1. GİRİŞ	1
1.1 Tezin Amacı	2
1.2 Krenler.....	2
1.3 Kren Konstrüksiyonu	7
1.4 Kutu Kirişler.....	9
1.5 Kren Kirişi İmalâtı	11
2. DİKDÖRTGEN PLAKLAR	15
2.1 Plak Teorisi	16
2.1.1 Şekil değiştirme – sehim ilişkisi	17
2.1.2 Gerilme – birim şekil değiştirme ilişkisi.....	21
2.1.3 Moment – gerilme ilişkisi	23
2.1.4 Plakların diferansiyel denklemi	24
2.1.5 Sınır koşulları.....	28
2.1.5.1 Ankastre mesnetli kenar için sınır koşulları.....	29
2.1.5.2 Basit mesnetli kenar için sınır koşulları.....	30
2.1.5.3 Serbest kenar için sınır koşulları	30
2.1.5.4 Kısmen mesnetlenmiş kenar için sınır koşulları	31
2.1.6 Fourier Serisi Açılımıyla Problemin Çözümü	31
2.1.6.1 Çift Fourier serisi açılımı ile çözüm.....	32
2.1.6.2 Tek Fourier serisi açılımı ile çözüm.....	35
2.2 Dikdörtgen Kesitli Dört Kenarından Ankastre Mesnetli İzotropik İnce Plakların Düzgün Yayılı Yük Etkisi Altında Sehimi	38
3. DENEY DÜZENEGİ	43
3.1 Deney Masası	43
3.2 Veri Toplama Sistemi.....	48
3.3 Gerinim Pulları (Strain Gage)	50
3.4 Diğer Elemanlar	53
4. YAPILAN ÇALIŞMALAR	55
4.1 Deneyin Uygulanışı.....	56
4.2 Elde Edilen Deney Sonuçları	57
4.3 Deneysel Verilerin Kullanılması.....	59
5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER	61

5.1 Tezin Yapılış Nedeni.....	61
5.2 Bulunan Sonuçlar	61
5.3 Karşılaştırma.....	63
5.4 Öneriler.....	65
KAYNAKLAR.....	67
EKLER.....	69

KISALTMALAR

DAC	: Digital to Analog Converter
ADC	: Analog to Digital Converter
SKK	: Standart Kutu Kiriş
DIN	: Deutsches Institut für Normung (Alman Standardı)

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 5.1 : Levha merkezindeki çökmelerin karşılaştırması.....	62
Çizelge 5.2 : Kenar oranı 1 olan plaklar için kalınlık sehim ilişkisi.....	63
Çizelge 5.3 : Kenar oranı 1,4 olan plaklar için kalınlık sehim ilişkisi.....	64
Çizelge 5.4 : Kenar oranı 2 olan plaklar için kalınlık sehim ilişkisi.....	64
Çizelge A.1 : Sehim hesabında faydalanılan nümerik faktörlerin karşılaştırılması. .	71
Çizelge A.2 : Nümerik faktörlerin karşılaştırılması.	71
Çizelge A.3 : Deneysel sonuçlar ile karşılaştırılan çözümlerde kullanılan tüm nümerik faktörler.	71
Çizelge A.4 : Dört kenarı ankastre mesnetli plaklar için çökmeler (Timoshenko 1959)	72
Çizelge A.5 : Plaklar için nümerik faktör eğrileri. (Wojtaszak 1936).....	72
Çizelge A.6 : Ek yayılı yük altında geometrik merkezdeki çökmeler.....	73

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1 : Krenlerin sınıflandırılması.	4
Şekil 1.2 : Portal kren.	5
Şekil 1.3 : Mobil teleskobik kren.	5
Şekil 1.4 : Limanlarda konteyner elleçlemede kullanılan kren (gantry crane).	6
Şekil 1.5 : Konteyner istiflemeye kullanılan kutu kirişli, lastik tekerlekli kren.	6
Şekil 1.6 : Gezer köprülü kren.	7
Şekil 1.7 : Kutu kirişli kren konstrüksiyonu örneği.	8
Şekil 1.8 : Dolu kesitli, kutu ve kafes kiriş örnekleri.	9
Şekil 1.9 : Kutu kirişte levhalar.	10
Şekil 1.10 : Standart kutu kiriş kesiti.	10
Şekil 1.11 : Kiriş üst levha birleştirme.	11
Şekil 1.12 : Üst levha ve perde birleşimi.	12
Şekil 1.13 : Yan levha, üst levha ve perde birleşimi.	12
Şekil 1.14 : Yan levhaların birleşimi.	13
Şekil 1.15 : Kren köprüsü.	13
Şekil 1.16 : Kiriş ve başlıklar.	14
Şekil 1.17 : Portal kren ana kirişi.	14
Şekil 2.1 : Dikdörtgen plak.	15
Şekil 2.2 : Pozitif doğrultudaki kesit tesirleri.	16
Şekil 2.3 : Sonsuz küçük plak elemanı.	17
Şekil 2.4 : Sonsuz küçük elemanın deformasyonu.	17
Şekil 2.5 : Sonsuz küçük elemanın açılma deformasyonu.	19
Şekil 2.6 : Sonsuz küçük elemanda kayma deformasyonu.	19
Şekil 2.7 : Sonsuz küçük eleman üstünde oluşan gerilmeler.	22
Şekil 2.8 : Tarafsız eksen etrafında oluşan momentler.	23
Şekil 2.9 : P yükü etkisi altında sonsuz küçük eleman.	25
Şekil 2.10 : Sonsuz küçük elemanda oluşan kuvvetler ve momentler.	26
Şekil 2.11 : Dikdörtgen plakların mesnetleme durumları ve gösterilişi.	29
Şekil 2.12 : İnce dikdörtgen plakta eksen takımı ve boyutlar.	29
Şekil 2.13 : Kiriş plak birleşimiyle oluşan kısmi mesnet durumu.	31
Şekil 2.14 : Basit mesnetli dikdörtgen plak.	37
Şekil 2.15 : Koordinat eksenlerinin yerleşimi.	40
Şekil 3.1 : Levhaya noktasal yük uygulamak için kullanılan düzenek.	44
Şekil 3.2 : Noktasal yükün levha üstünde oluşturulması.	44
Şekil 3.3 : Tasarlanan deney masası.	45
Şekil 3.4 : Tasarlanan deney masası.	46
Şekil 3.5 : El tipi işkence ile kenar sabitleme.	46
Şekil 3.6 : Levha mesnetleme durumu.	47
Şekil 3.7 : İmal edilen deney sehpa.	47
Şekil 3.8 : Deney masası ve üstünde çelik sac levha.	48
Şekil 3.9 : Prosig 16 kanallı veri toplama cihazı.	48
Şekil 3.10 : Veri toplama ve sinyal işleme sistemi.	49

Şekil 3.11 : Gerinim tanımı.....	50
Şekil 3.12 : Strain Gauge (Gerinim Pulu).....	50
Şekil 3.13 : Wheatstone köprüsü.	51
Şekil 3.14 : Tam köprü bağlantısı.	51
Şekil 3.15 : Yarım köprü bağlantısı.	52
Şekil 3.16 : Çeyrek köprü bağlantısı.....	52
Şekil 3.17 : Kullanılan strain gage.....	52
Şekil 4.1 : Levha üzerinde Strain Gage'lerin konumu.....	55
Şekil 4.2 : Sistemin şeması.	56
Şekil 4.3 : Dats yazılım arayüzü.	57
Şekil 4.4 : Dats arayüzünde kanalların listelenmesi.	58
Şekil 4.5 : Parabolik eğri parçası.	58

SEMBOL LİSTESİ

w	: sehim, çökme
w_{maks}	: en büyük çökme
ε	: aksenal birim şekil değiştirme
σ	: aksenal gerilme
E	: Elastisite modülü
G	: Malzemenin kayma modülü
l_x	: x ekseni doğrultusundaki uzunluk
l_y	: y ekseni doğrultusundaki uzunluk
μ	: Poisson oranı
D	: eğilme rijitliği
t	: plak kalınlığı
a	: levha kenar uzunluğu
b	: levha kenar uzunluğu
h	: levha kalınlığı
α	: en büyük sehim için nümerik katsayı (faktör)
q	: yayılı yük
p	: bası, düzgün yayılı yük
v	: Poisson oranı
L	: uzunluk
R	: elektriksel direnç
e	: çıkış gerilimi (voltaj)
K	: gerinim pulu katsayısı (gage factor)
s	: eğri uzunluğu

KREN KONSTRÜKSİYONUNDA KULLANILAN DİKDÖRTGEN LEVHALARIN YAYILI YÜK ALTINDAKİ DAVRANIŞININ İNCELENMESİ

ÖZET

Konstrüksiyonu ince levhalar ile teşkil edilmiş yapıların yeri ve kullanım alanı günümüzde gittikçe genişlemektedir. Levhalar ile oluşturulan konstrüksiyonlarda hafiflik ve güvenilirlik esastır. Tezin konusunu oluşturan dikdörtgen çelik sac levhalar, kutu kirişli kren (vinç) konstrüksiyonlarında kullanılmaktadır. Levhalar, ayrıca hava, uzay, deniz yapılarında, taşıtlarda, bina yapılarında, köprülerde ve daha pek çok alanda yapısal taşıyıcı ya da diğer amaçlarla kullanılmaktadır. Levhalarla ilgili literatürde pek çok sayısal çözüm mevcuttur. Ancak bu sayısal sonuçlarla karşılaştırılabilecek deneysel çalışmaların az olduğu görülmüştür. Bu tez çalışmasında İmrak ve Gerdemeli (2007); Timoshenko (1959); Wojtaszak ve Arbor (1936); çalışmalarına değinilmiş ve bu çalışmalardaki sonuçlar deney sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Bu tez ile söz konusu alandaki eksikliğin giderilmesine küçük de olsa bir katkıda bulunmaya çalışılmıştır.

Mekanik ve yapısal tasarımda levha paneller gerek gövde gerekse taşıyıcı eleman gibi çeşitli amaçlar doğrultusunda kullanılmaktadırlar. Bu yapılar çok çeşitli yüklere maruz kalmaktadır. Bu çalışmada plak (plaka) olarak tanımlanan konstrüksiyon elemanının özel bir hali olan dikdörtgen levhaların, düzgün yayılı yük altında davranışı incelenmiştir. Plak tanımı ve buradan hareketle genel plak teorisi tanıtılmıştır. Düzgün yayılı yük altında, dört tarafından ankastre mesnetli dikdörtgen plakların geometrik merkez noktalarındaki çökme miktarı (sehim) belli numuneler için deneysel olarak tespit edilmiştir. Çeşitli kenar oranlarına ve çeşitli kalınlıklara sahip numuneler, çeşitli yüklere tâbi tutularak; konuyla ilgili literatürde daha önceden yer almış sayısal çözümler ile elde edilen deneysel veriler karşılaştırılmıştır.

Deneysel çalışmalar için uygun bir deney düzeneğinin tasarımı, imâlâtı, kurulumu ve kullanımı da tez çalışmasının bir parçasıdır. Kurulan deney düzeneği ile sayısal çözümlerde belirtilen sınır koşulları oluşturulup, düzgün yayılı yük altında dikdörtgen plakların davranışı incelenmiştir. Böylece kutu kiriş konstrüksiyonlu krenlerin bünyesinde yer alan taşıyıcı sac levhaların nasıl deformasyona uğradığı irdelenmiştir. Bu deneysel çalışma ile gelecekte krenler, her çeşit kaldırma ve iletme makinesi (transport makineleri) ve diğer sabit veya hareketli yapılar üzerinden, sahada çalışma esnasında gerçek zamanlı veri elde etme yolunda bilgi ve tecrübe kazanılmıştır.

Çökme (sehim) değerleri, levhaların yüzeyine yapıştırılan gerinim pulları (strain gauge) aracılığıyla tespit edilmiştir. Strain gage'ler (gerinim pulu) analog-dijital dönüştürücü özellikli veri toplama sistemine bağlanarak, alınan sinyaller bilgisayar ortamında işlenmiştir. Toplanan tüm deneysel veriler, konuyla ilgili literatürde yer alan sayısal-analitik çözümler ile karşılaştırılmıştır. İleriye dönük öneriler sunulmuştur.

INVESTIGATION ON THE BEHAVIOUR OF UNIFORMLY DISTRIBUTED LOAD CARRYING RECTANGULAR PLATES WITHIN CRANE STRUCTURES

SUMMARY

Nowadays, forming, constructing and using structures with thin sheets (plate) is an expanding field. Reliability and lightness are essential in structures which are created by sheet shaped materials. Rectangular steel plates that forms the subject of the thesis are used in crane structures. Sheets are also take place in air, space, marine structures, motor vehicles, buildings, bridges and many other places for structural purposes or other scopes. In the literature many numerical and analitical solutions about plates are available. However, the experimental works that can be compared with these results are deemed to be less. In this thesis, the studies of Imrak and Gerdemeli (2007), Timoshenko (1959); Wojtaszak and Arbor (1936); are addressed and the results of these studies are compared with experimental results. With this thesis, a small contribution to the lack of this field was tried.

In mechanical and structural design, sheet panels are used for various purposes such as body and load bearing elements. These structures are subjected to various loads. In this study a special case in structural elements; the behaviour of rectangular plates under uniformly distributed loads was examined. Plate definition and general theory of plates was introduced. The deflection of geometric center point of rectangular plates with clamped edges have been identified experimentally, under uniformly distributed loads for certain samples. Samples with various edge proportions and various thickness was subjected to various loads. The obtained experimental data is compared with solutions which took place in the literature previously.

The design, manufacturing and installation of an experiment mechanism is also a part of this thesis study. With the installed mechanism, the boundary conditions that were denoted in numeric solutions can be established and behaviour of rectangular plates under uniformly distributed loads were investigated. Thus, the deformation of load carrying steel plates within the structure of cranes was scrutinized. By doing this experimental work, knowledge and experience has been gained to obtain real-time data from fixed or movable structures and all kinds of machines on the field, in the future.

Deflection values were determined through strain gauges which were bonded to the surface of the sample steel plates. Strain gauges were connected to an analog-digital converter enabled, data collection system. The received signals were processed in computer environment. All collected experimental data were compared with numerical-analytical solutions in the literature about the subject. Future recommendations are also presented.

1. GİRİŞ

İnsanlar ağır yükleri kaldırıp taşıyabilmek için çeşitli aygıtlar kullanmışlardır. Ağır endüstride bir yerden başka bir yere büyük yükler taşıma zorunluluğu her an mevcuttur. Çeşitli işlere uygun aygıtların, makine ve tesislerin kullanılması günümüzde gereklidir. Bu makine ve tesislerden beklenen amaç, sadece ağır yükleri kaldırmak, istenilen bir yere iletmek değil; aynı zaman çeşitli dallardaki üretimin daha rasyonel bir hale getirilmesini de sağlamaktır. Bu bakımdan kaldırma ve taşıma (iletme) makinelerinin yeri, günümüzde bütün alanlarda büyük ve vazgeçilmezdir.

Toplam maliyetin nispeten küçük olması taşıma işleminin uygunluğuna bağlıdır. Malzemenin ham olarak çıkarılmasından tam işlenmiş hale gelerek ilgililere teslimine kadar taşınması gerekmektedir. Bu yüzden transport masraflarının toplam maliyete olan etkisi yadsınmaz. İşte bundan dolayı transport masraflarının indirilmesi suretiyle maliyetlerin düşürülmesine gayret edilir. Bu amaçla transport işlemlerinin makineleşmesi için yapılan yatırımlar için uygun makine-tesis seçimi ve hafif-güvenilir konstrüksiyon ile kaldırma makinesinin yapılandırılması; işletme masraflarının düşürülmesi ve enerji tasarrufu açısından önemlidir.

Levhalar ile oluşturulan konstrüksiyonlarda hafiflik ve güvenilirlik esastır. Tezin konusunu oluşturan dikdörtgen çelik sac levhalar, kutu kirişli kren konstrüksiyonlarında kullanılmaktadır. Levhalar, ayrıca; uçak-uzay yapılarında, gemi inşasında, taşıtlarda, bina yapılarında, köprülerde ve daha pek çok alanda yapısal taşıyıcı ya da diğer amaçlarla kullanılmaktadır. Levhalarla ilgili literatürde pek çok sayısal çözüm mevcuttur. Ancak bu sayısal sonuçlarla karşılaştırılabilecek deneysel çalışmaların az olduğu görülmüştür. Bu tez ile söz konusu alandaki eksikliğin giderilmesine küçük de olsa bir katkıda bulunmaya çalışılmıştır.

1.1 Tezin Amacı

Mekanik ve yapısal tasarımda levha paneller gerek gövde gerekse taşıyıcı eleman gibi çeşitli amaçlar doğrultusunda kullanılmış ve kullanılmaya devam etmektedir. Bu çalışmada plak (plaka) olarak tanımlanan konstrüksiyon elemanının özel bir hali olan dikdörtgen levhaların, düzgün yayılı yük altında davranışı incelenecektir. Plak tanımı ve buradan hareketle genel plak teorisi tanıtılacaktır. Düzgün yayılı yük altında, dört tarafından ankastre mesnetli dikdörtgen plakların çökme miktarı (sehim) belli numuneler için deneysel olarak tespit edilecektir. Çeşitli kenar oranlarına sahip numuneler, çeşitli yüklere tâbi tutularak; konuyla ilgili literatürde daha önceden yer almış sayısal çözümler ile elde edilen deneysel veriler karşılaştırılacaktır.

Deneysel çalışmalar için uygun bir deney düzeneğinin tasarımı, imâlâtı, kurulumu ve kullanımını da tez çalışmasının bir parçasıdır. Kurulan deney düzeneği ile sayısal çözümlerde belirtilen sınır koşulları oluşturulup, düzgün yayılı yük altında dikdörtgen plakların davranışı incelenecektir.

1.2 Krenler

Endüstriyel faaliyetlerin tümünde ve günlük yaşantımızın önemli bir bölümünde gerek insanların, gerekse ham, yarı mamûl ve mamûl malların kaldırılması, bir yerden başka bir yere taşınması ve depolanması her an önümüze çıkan önemli bir problem teşkil eder. Malların yer değiştirmesi işletme içinde olabildiği gibi; işletmeler, şehirler hatta ülkeler arasında da olabilir. Bu nedenle kısaca transport işleri diye adlandırabileceğimiz bu faaliyetler Uzak mesafe transport işleri (Dış taşıma) ve Yakın mesafe transport işleri (İç taşıma) olarak iki gruba ayrılabilir. İnşaat şantiyeleri, makine sanayi, depolar, limanlar, tersaneler vb. yerlerde yapılan endüstriyel taşımada malların kaldırıldığı; bu nedenle yakın mesafe transport işlerinde kullanılan araç ve tesislere “Kaldırma ve taşıma makineleri” veya “Transport makineleri” demek doğru olur. Bu makinaların incelenmesi ile birlikte, malların depolama tekniklerinin, tesislerin kullanım ve işletim sistemlerinin de bir arada ele alınmasına “Transport tekniği” denir. Kaldırma ve taşıma makinelerini birbirinden ayıran en önemli özellik “Kesikli çalışma” veya “Sürekli çalışma” durumlarıdır. Kesikli çalışmada periyodik olarak yapılan hareketler söz konusudur. Makine malı istenilen yere götürmek için bir periyotta, “durma”, “hızlanma”,

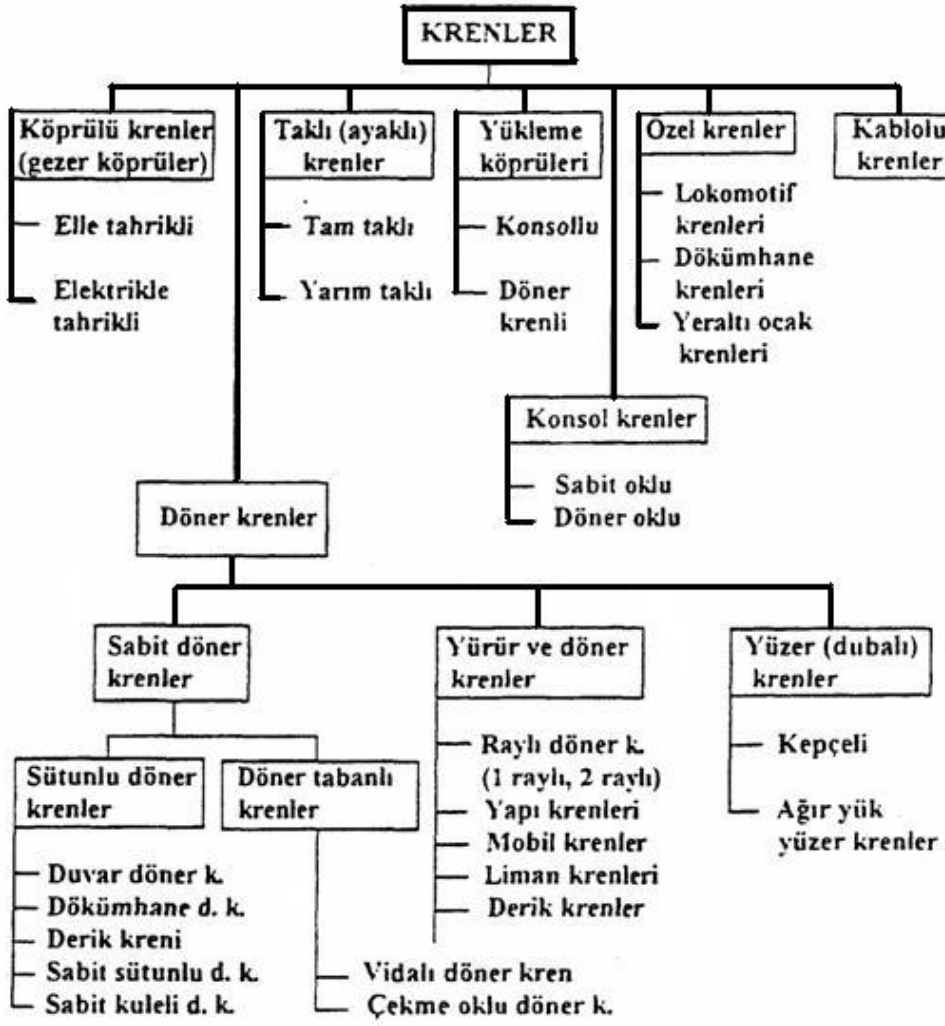
“düzgün hareket” ve “yavaşlama” evrelerini geçirir. Yeniden bir taşıma için tekrar geri döner ve her mal iletiminde bu hareketler tekrarlanır. Oysa sürekli (kesintisiz) çalışan transport makinalarında, çalışma ve mal iletimi hep aynı yönde olmaktadır. Kesikli çalışan transport makinalarına “Kaldırma makinaları”; sürekli çalışan transport makinalarına ise “Taşıma makinaları” denir. Kaldırma makinalarını meydana getiren tipler sınıflandırılmıştır. Basit kaldırma makinaları: Yükleri yalnız kaldıran “kriko”, “palanga” ve “vinç (çıkırık)” gibi konstrüksiyonu basit kaldırma makineleridir. Palangalar: Yüksek bir yere asılarak yerden kumanda ile yükleri yukarıya doğru kaldırır. Yani yüklerin hareketi düşey eksen boyunca gerçekleşmektedir. Vinçler: İngilizce “Winch” sözcüğünün karşılığı olarak dilimize geçmiştir. Bu kaldırma makinaları da, palangalarda olduğu gibi, yüklerin kaldırılmasında veya çekilmesinde kullanılırlar. Yüklerin hareketi tek eksen boyunca olmaktadır. Palangalara göre kaldırma kapasiteleri ve yükseklikleri daha fazladır. Vinç sözcüğü daha ziyade günlük konuşma dilinde “Kren” sözcüğü yerine kullanılmaktadır.

Krenler: Dilimize almanca “Kran”, İngilizce “Crane” sözcüklerinden geçmiştir. Bu tür kaldırma makinaları, yüklerin kaldırılması veya indirilmesinden başka bunların yatay hareketlerine de olanak sağlarlar. Yüklerin hareketi üç eksen doğrultusunda yani uzaysal olarak sağlanabilmektedir. Bu nedenle buldukları atölye, fabrika, şantiye, ambar vb. yerlerde çok faydalı ve etkili olan kaldırma makineleridir.

Krenler her türlü endüstri dalında ve ticari işletmelerde uygulandığından çeşitleri pek çoktur. Bu çeşitliliği doğuran faktörler:

- Taşınacak kütlelerin büyüklüğü,
- Taşıma mesafesinin büyüklüğü ,
- Taşınacak malların türü,
- Krenin kurulduğu veya inşa edildiği yerdir.

Bu yüzden kaldırma makinelerinin tam bir sınıflandırılmasını yapmak zordur (Şekil 1.1). Krenler, kesikli çalışan transport makineleri grubuna dahildir.



Şekil 1.1 : Krenlerin sınıflandırılması.

Konuyla ilgili krenler, taşıyıcı sistemleri kapalı kutu şekilli kirişlerden oluşan kaldırma makineleridir. Portal krenler (Şekil 1.2), kaldırma kolları (boom) dikdörtgen kesitli kutu şeklinde olan mobil teleskobik krenler (Şekil 1.3), raylar üzerinde hareket eden liman krenleri (Şekil 1.4), konteyner istifleme krenleri (Şekil 1.5), fabrika, atölye, hangar gibi kapalı mekanlarda kullanılan gezer köprü krenler (Şekil 1.6) bunların başlıca örnekleridir.

Günlük hayatta, kren çeşitleri, kullanım yerleri ve piyasada krenlere verilen isimler çeşitlilik ve değişiklik gösterse de kutu kirişli yapıların konstrüksiyon esasları aynıdır.



Şekil 1.2 : Portal kren.



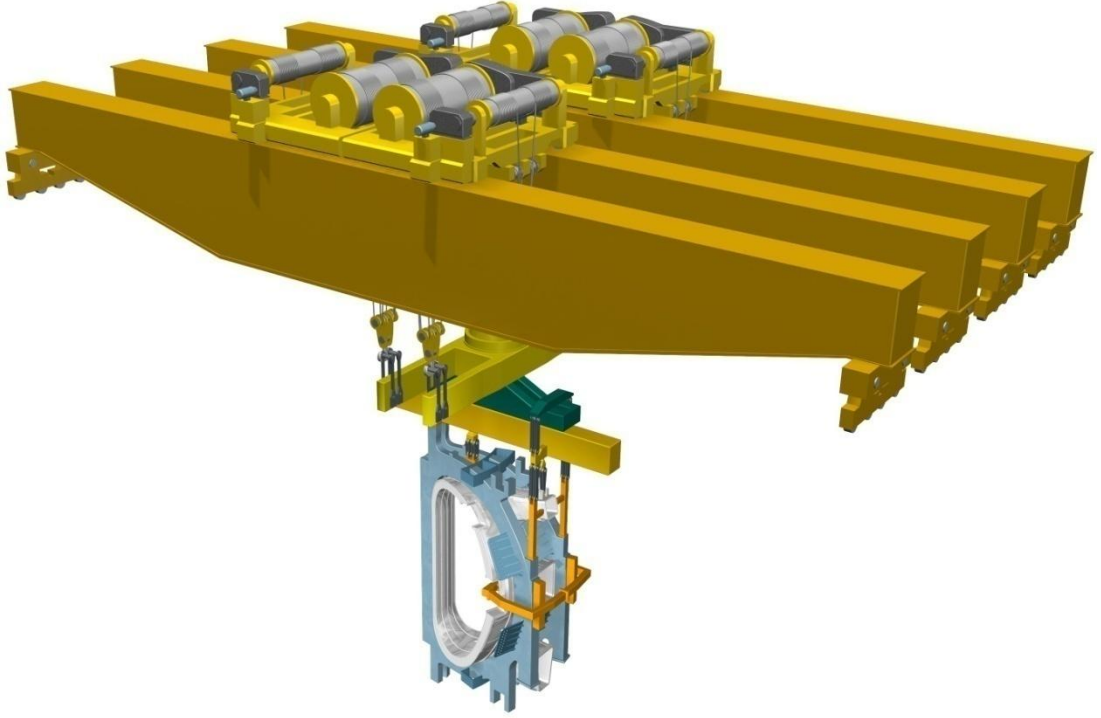
Şekil 1.3 : Mobil teleskobik kren.



Şekil 1.4 : Limanlarda konteyner elleçlemede kullanılan kren (gantry crane).



Şekil 1.5 : Konteyner istiflemeye kullanılan kutu kirişli, lastik tekerlekli kren.



Şekil 1.6 : Gezer köprülü kren.

1.3 Kren Konstrüksiyonu

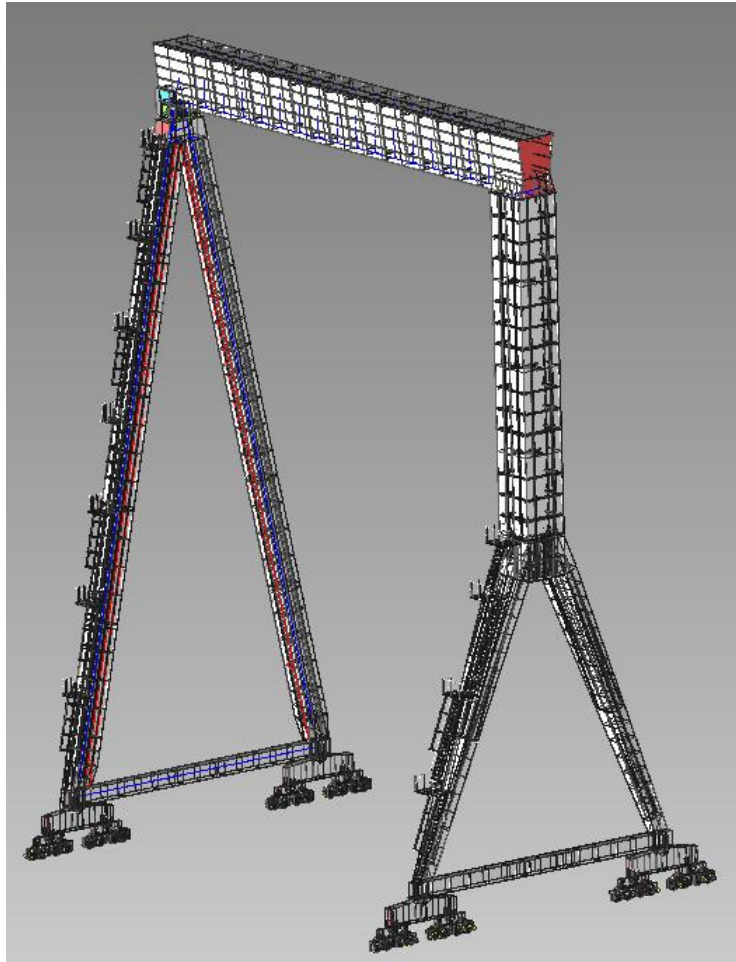
Kaldırma makinesi yapımı, konstrüksiyonla uğraşan mühendisler için çok yönlü ve ilginç bir çalışma alanıdır. Bu alanın önde gelen özelliği genel makine yapımı, çelik inşaat ve elektroteknik gibi farklı disiplinlerin bir arada uygulama yeri bulmaları ve ayrıca proje ve yapı şekillerinin çok çeşitli olmasıdır.

Kren konstrüktörü, belirli kurallara dayanmayıp projesini daima değişen lokal şartlara uydurmak ve ayrıca münferit bir halden hangi amaçlarla yararlanabileceğini tespit etmek zorunda kalabilir.

Küçük kaldırma makinaları ve az görülen birkaç normal konstrüksiyon bir tarafa bırakılırsa, kaldırma makinelerinin yapımında bugün münferit imalat hakimdir. Alışılmış olan yürür ve döner krenler bile, kaldırma yükü, açıklık, çalışma hızı, kaldırma yüksekliği ve işletme şekline (örneğin parça mal veya kepçeli işletme) göre çok değişik tiplerde karşımıza çıkabilir. Kren boşluğu sınırlı olan bir hol veya bir rıhtımdaki yer veya işletme durumları gibi lokal şartlar, çok defa normal yapı şekillerinden ayrılan özel konstrüksiyonları gerektirir. Buna ek olarak çok sayıdaki özel kren çeşitleri gelir: Daima tek ve her defasında maksada en iyi uyacak şekilde yapılan büyük tekisler olarak sayacağımız yükleme köprüleri, yüzer (dubalı) krenler

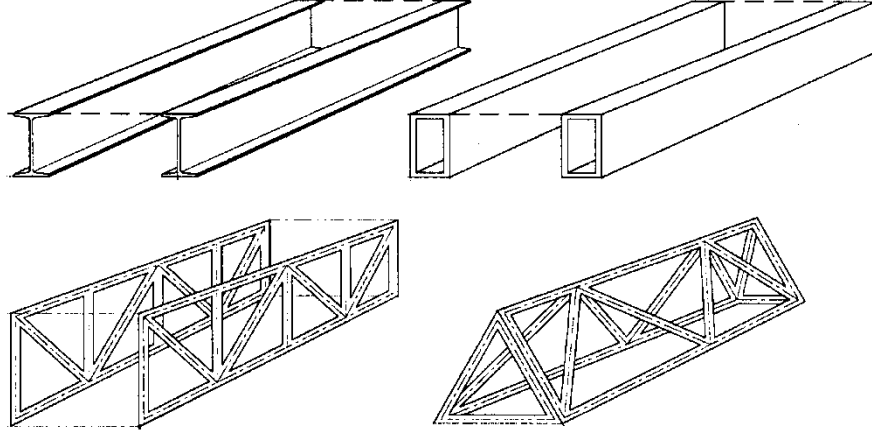
ve büyük krenler. Bunlardan başka tersane krenleri, dok krenleri, özel demiryolu krenleri, doldurma, kısaçlı, blok sıyırma ve dökümhane krenleri gibi istihsal krenlerinin pek çok çeşidi ve daha birçok çeşit mevcuttur. Bu sebepten dolayı krenler her defasında yeniden projelendirilir ve çizilir. Bir çok makine ürününde olduğu gibi kren yapımında da konstrüksiyon bürosu tarafından geliştirilen belirli tiplerin sipariş miktarına göre az veya çok sayıda seri imalat yapılacak şekilde konstrüksiyonla imalat sahalarını birbirinden ayırmak mümkün değildir. Gerçekten kren yapımında bir çok durum siparişe çok yakından ilgilidir ve bir dereceye kadar konstrüksiyon, imalatın bir parçasını teşkil eder, ayrıca teslim süreleri de sınırlı tutulmaktadır.

Bunun sonucu olarak projeler büyük ölçüde zorlaşmaktadır. Benzer örneklerden yararlanılmadığı ve yeni projelerin çözümünde yeni konstrüktif çabalara girme zorunluluğu hallerinde bu zorluk daha da artmaktadır. Böylece kren konstrüktörünün, çok defa ön denemeye tabi tutulmadan işletmeye alınan ve pratikte başarı ile çalışması beklenen yeni konstrüksiyonları kısa zamanda ortaya koyması gerekir.



Şekil 1.7 : Kutu kirişli kren konstrüksiyonu örneği.

Kutu kirişli konstrüksiyonlar, belirli boyutlarda çelik sac levhaların birbirine kaynak yöntemi ile birleştirilmesi ile oluşturulur (Şekil 1.7). Sac levhalar genellikle nakliyat için uygun olacak boyutlarda temin edilebilir. Tek bir krende, kullanıldıkları yere ve maruz kaldıkları yüklere bağlı olarak değişik kalınlıklarda sac levhalar kullanılabilir.



Şekil 1.8 : Dolu kesitli, kutu ve kafes kiriş örnekleri.

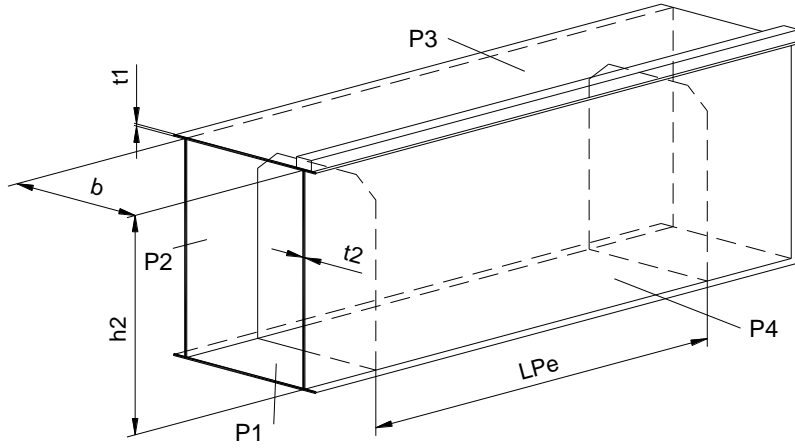
Konstrüksiyonlarda kutu kirişlerin yanı sıra dolu kesitli veya kafes yapılı kirişler de kullanılabilir (Şekil 1.8). Yapıda bu konstrüksiyon elemanlarının bir tek çeşidi kullanılabileceği gibi üçü veya ikisi de bir arada kullanılabilir.

1.4 Kutu Kirişler

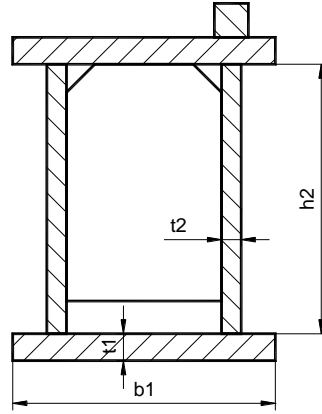
Standart kutu kirişler (SKK) bir teoriye dayanağı olmayan, imalatçının kendi çıkarı için gerekli istekleri düşünerek boyutlandırıldığı kirişlerdir. Burada fire vermeden kiriş imalâtı düşünülürse, şu şekilde hareket edilir.

Malzeme piyasada genellikle 1,5 m eninde 6 m boyunda levhalar halinde satılmaktadır. Bu levhalardan kesme payı da düşülünce standart kiriş için gerekli olan boyutlar ortaya çıkar. Eğer piyasada bulunan levhalar başka boyutlarda ise, fire vermeden elde edilen boyutlar aranmalıdır.

Kutu kirişler en genel haliyle; üst levha (Şekil 1.9, P3), yan levhalar (Şekil 1.9, P2 ve P4), alt levha (Şekil 1.9, P1), bunlara dik doğrultuda yerleştirilen perde levhalarından ve yardımcı eleman olarak köşebentlerden meydana gelir.



Şekil 1.9 : Kutu kirişte levhalar.

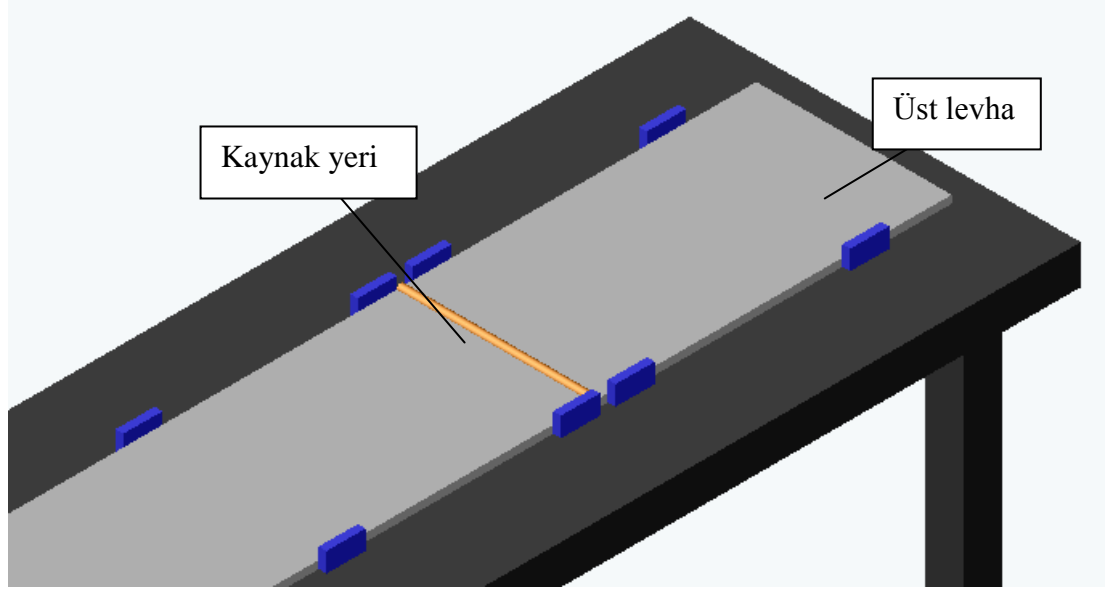


Şekil 1.10 : Standart kutu kiriş kesiti.

Kutu kiriş çeşitli parçalardan oluşan bir sistemdir. Önce sistemin (kirişin) kesit ağırlık merkezi, yani nötr eksenleri bulunur. Kesitin (Şekil 1.10) kesit atalet ve mukavemet momenti hesaplanır. Kirişin birim ağırlığı bulunur. Rüzgâr kuvveti, taşınan yüke ve kren bünyesine etkidiği göz önüne alınarak hesaplanır. Kirişteki kayma gerilmeleri, burulma ve kesme gerilmesinin toplamı olarak bulunur. Yan levhalar buruşmaya karşı kontrol edilir. Hesaplama sonuçları kullanılan malzemenin emniyetli mukavemet değerleri ile karşılaştırılır. Eğer sistem emniyetli değilse, kesit değiştirilerek hesaplar tekrarlanır. Sistemin gereğinden ağır ve hantal olması istenmez. Bunun için yapılan hesaplar sıralı çevrimler şeklinde tekrarlanır. Böylece en elverişli (optimum) kesit şekline ve boyutlarına ulaşılmaya çalışılır. Burada tasarım şekillendirilirken çelik levhaların davranışının bilinmesi önem taşımaktadır.

1.5 Kren Kirişi İmalâtı

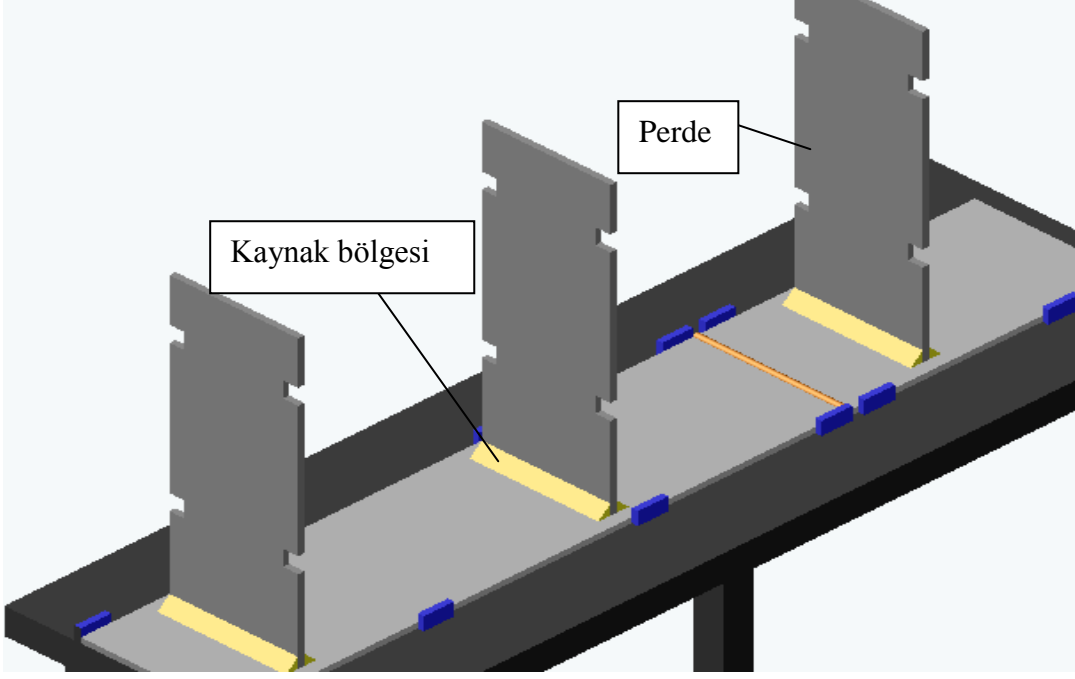
Kren kirişi (köprüsü) imalâtı kaynak tekniği ile birleştirme yöntemleri kullanılarak gerçekleştirilir. Tüm yapı elemanları düz çelik levhalardan oluşmaktadır.



Şekil 1.11 : Kiriş üst levha birleştirme.

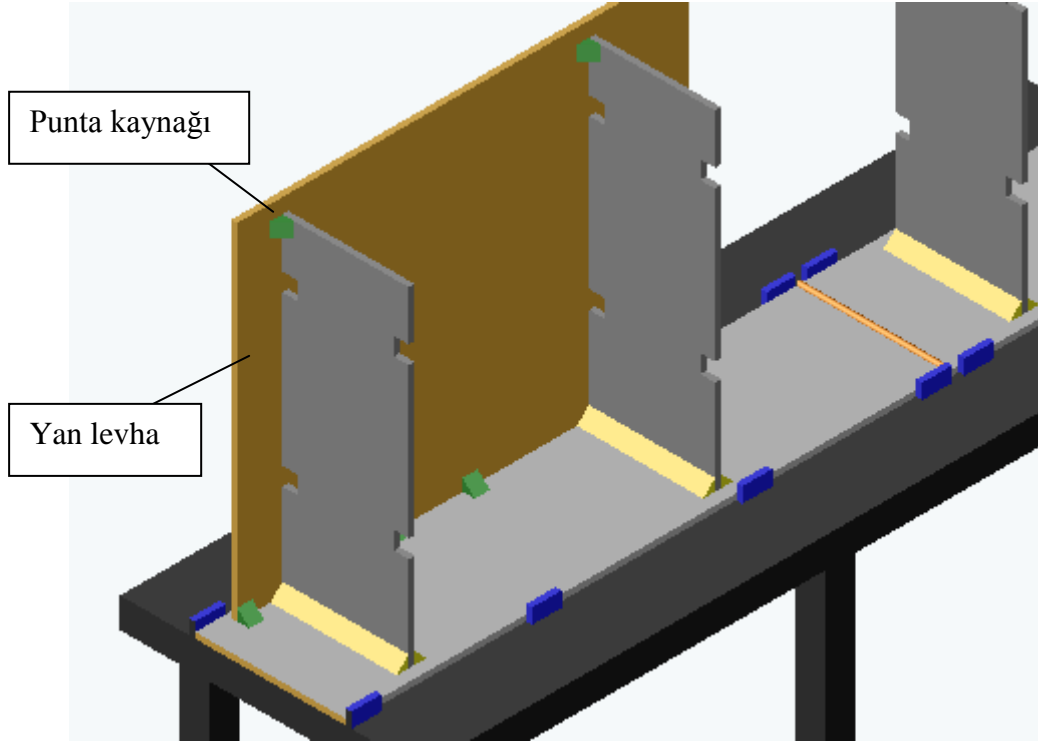
Üst plakalar daha önce üzeri su terazisi veya başka bir düzlem düzeltici vasıtasıyla doğrusallığı sağlanmış bir yüzey (plate) veya yapı üzerine konur ve sabitleme aparatları ile sabitlenir (Şekil 1.11). Sabitleme yapıldıktan sonra merkezleme işlemi yapılır. Merkezleme işlemi yapılırken levhanın yan yüzeylerinin, ön ve arka yüzeylerinin düzgün olması gerekmektedir. Ayrıca sabitleme aparatlarının da yüzeyi düzgün olmalıdır. Aksi halde tam bir merkezleme ve sabitleme işlemi gerçekleştirilmiş olmaz. Merkezleme işleminin amacı hem düzgün boyutlar elde etmek hem de kaçıklıktan meydana gelebilecek gerilmeleri ortadan kaldırmaktır. Üst levha merkezlendikten sonra diğer levha yine aynı işlem basamakları yapılarak merkezlenir ve daha önce sabitlenen üst levhaya kaynatılır.

Verilen imalât ölçülerine göre kesilen ve üzerine köşebent yuvaları açılan perdeler; üst levhaya iç kısımlarından (ön ve arka) ilk olarak punta kaynağı ile, daha sonra imalât ölçülerine uygun olarak sabitlenip sabitlenmediği kontrol edilip, uygun görüldükten sonra iç ve dış kısımlardan esas kaynakları yapılarak sabitlenir (Şekil 1.12).



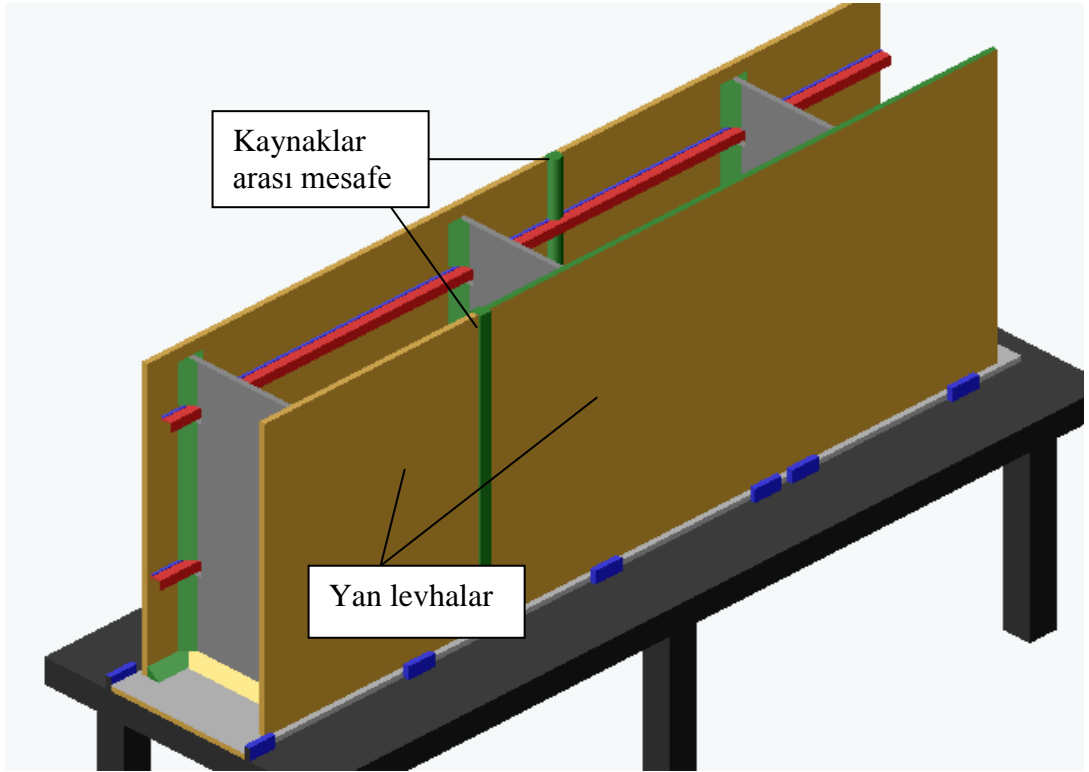
Şekil 1.12 : Üst levha ve perde birleşimi.

Üst plakaya belirlenen ölçü yerlerinden puntalanarak sabitlenen yan levha daha önceden sabitlenmiş diğer yan levhaya ve diğer köprü (kiriş) elemanlarına kaynakla sabitlenir (Şekil 1.13).



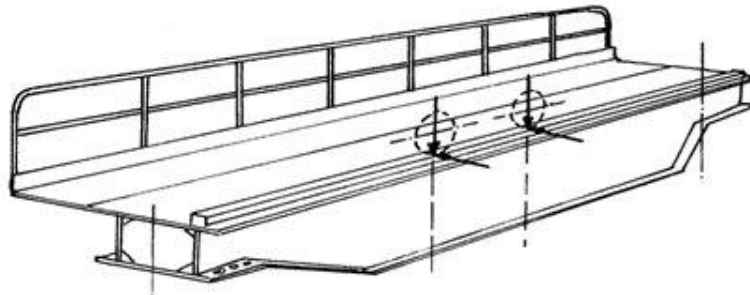
Şekil 1.13 : Yan levha, üst levha ve perde birleşimi.

Puntalanarak sabitlenen yan levhaların imalat ölçülerine uygun olup olmadığı kontrol edildikten sonra yan levhalar diğer köprü elemanlarına kaynaklanır. Daha sonra iki yan levha birbirine araya parça konarak kaynatılır. Yan levhaların kaynakla konstrüksiyonu gerçekleştikten sonra yan levhalarda oluşacak buruşma (flambaj) gerilmelerini engellemek için köşebent kaynatılır. İşlemler diğer tarafa da konulacak olan yan levhalar için tekrarlanır. Ancak diğer taraftaki levhaların birleşme noktalarıyla bu taraftaki yan levhalar arasındaki kaynak bağlantısı arasında levha boyunun yarısı kadar kaçıklık (mesafe) olmalıdır (Şekil 1.14).

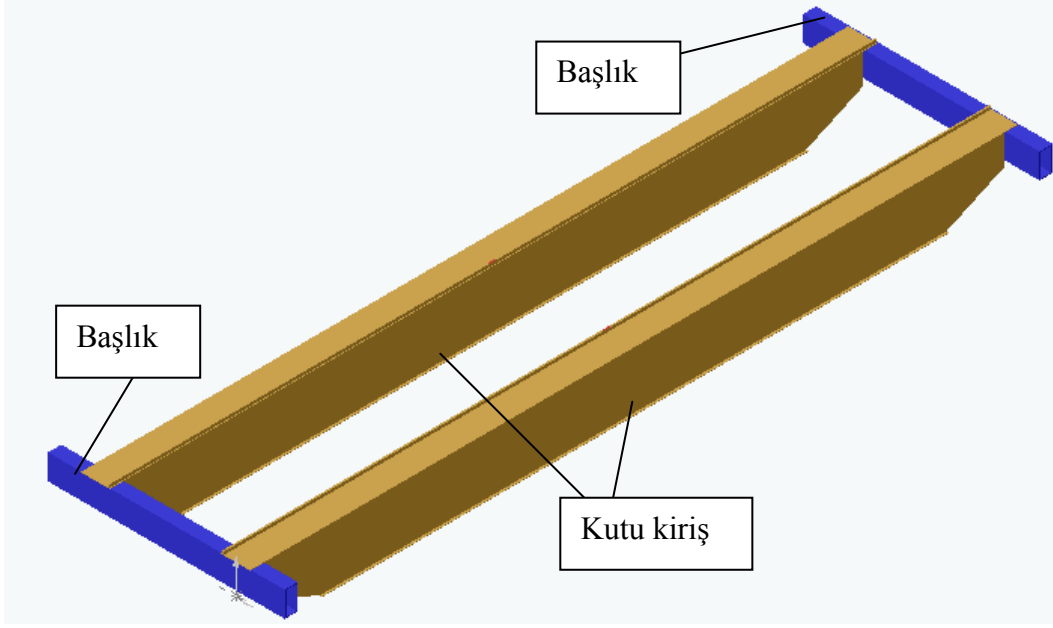


Şekil 1.14 : Yan levhaların birleşimi.

Alt levha punta kaynağı yapılarak üst kısma sabitlenir. İmalâtı bitirilmiş kren köprüsü örnek olarak şekildeki (Şekil 1.15) gibidir.



Şekil 1.15 : Kren köprüsü



Şekil 1.16 : Kiriş ve başlıklar.

Kiriş kurma işlemi (başlıklar üzerine oturtma) gerçekleştirilir (Şekil 1.16). Bir kren köprüsü ile ilgili imalât kısıtları; kaynak kalitesi, köprü (kiriş) kurulması, köprü (kiriş) çatımıdır. Portal krenlerde ana kiriş yerde destekler üzerinde inşa edilir (Şekil 1.17) ve daha sonra kaldırılarak bacaklar üzerine yerleştirilir.

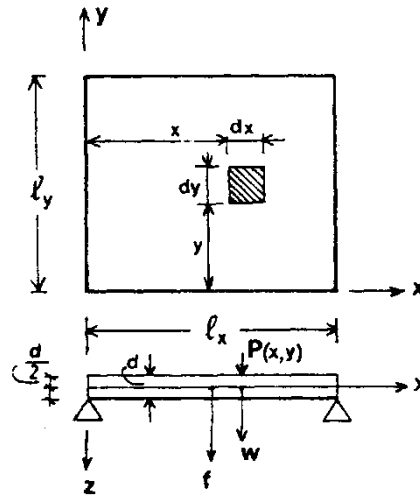


Şekil 1.17 : Portal kren ana kirişi.

2. DİKDÖRTGEN PLAKLAR

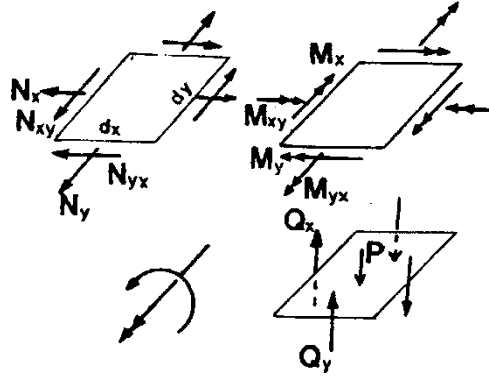
Plak (plaka) iki sınır yüzey eğrisi ve bunların arasındaki uzaklık ile ifade edilen bir konstrüksiyon elemanıdır. Bahsedilen uzaklık plakanın kalınlığını oluşturmaktadır. Bu kalınlık plakanın diğer geometrik ölçülerine nazaran oldukça küçük boyutta olmalıdır. İki sınır yüzey eğrisine eş uzaklıktaki yüzeye orta yüzey denilmektedir.

Birçok yapının tasarımında örneğin; basınçlı kaplar, uçaklar, gemi güverte ve bölmeleri, denizaltı gövde ve bölmeleri, çatılar, roketler ve köprü uygulamaları, kaldırma ve iletme makineleri gibi değişik alanlarda bahsi geçen plakalardan yararlanılmaktadır. Bu konstrüksiyon bileşeni kimi tasarımlarda sadece bir gövde elemanı kimi tasarımlarda ise taşıyıcı eleman olarak kullanılmaktadır. Havacılık sanayi gibi kritik uygulama alanlarında konstrüksiyonun parçalarından beklenen ağırlık dayanım oranının yüksekliği sebebiyle plaka ve kabuk elemanların önemi büyüktür. Özetle iç ve dış ortamı bir birinden ayıran plakaların oluşturduğu gövde tasarımları, basınç farkından doğan zorlama etkisi altında gerek havacılık, gerek denizcilik gerekse uzay endüstrisinde yayılı yük etkisi altında hayati görevleri yerine getirmektedirler. Bu sebeplerden dolayı plakalarla ilgili yapılmış çözümlerin, yeterli kesinlikte ve doğrulukta deneysel verilerle karşılaştırılması önem taşır.



Şekil 2.1 : Dikdörtgen plak.

x ve y doğrultularındaki l_x , l_y uzunluklarına göre d kalınlığı küçük olan taşıyıcı sistemlere plak denir. x,y doğrultuları arasındaki açı 90^0 ise bu plaklar “dikdörtgen plaklar” olarak adlandırılır (Şekil 2.1). d kalınlığının ortasından geçen düzlem plak orta düzlemidir ve dış yüklerin bu düzleme etkidiği kabul edilir. Dikdörtgen plakların, ankastre, boşa ya da mafsallı şekilde mesnetli olması sayısal çözümlerinde farklılık yaratır.



Şekil 2.2 : Pozitif doğrultudaki kesit tesirleri.

Şekil 2.2’de dikdörtgen plaklarda pozitif doğrultudaki kesit tesirleri ve şekil değiştirmeleri görülmektedir.

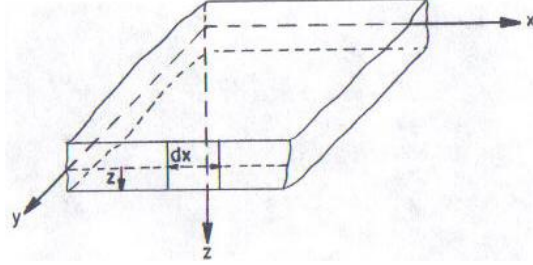
2.1 Plak Teorisi

Bir yapının plak (plate) yada kabuk (shell) olarak tanımlanması için aşağıdaki kabullere uyması gerekir.

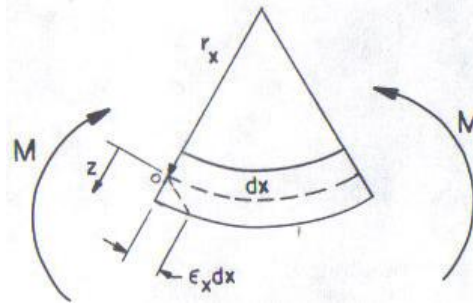
- Plakanın kalınlığı olan h değerinin en azından orta yüzeyin eğrilik yarıçapı olan R değerinden az olması gerekir. ($h/R \ll 1$)
- Sehim (çökme; deflection) değerinin, yapının diğer geometrik ölçülerinin yanında ihmal edilebilecek düzeyde küçük olması gerekir.
- Orta yüzeye dik etkiyen gerilme bileşeninin, diğer gerilme bileşenlerine nazaran küçük ve gerilme-genleşme ilişkisinde ihmal edilebilir düzeyde olması gerekir.
- Orta yüzeyin normali, plakanın deforme olmuş hali için bile yüzeye dik kalmalıdır. Bu enine oluşan kayma gerilmelerinin ihmal edildiğini göstermektedir.

2.1.1 Şekil değiştirme – sehim ilişkisi

Şekil değiştirme (deformation), çökme (deflection) ilişkisi geometrik yapıya bakarak kurulabilir. Aşağı doğru olan çökme hali pozitif kabul edilerek, şekil 2.3 ve şekil 2.4 bu ilişkiyi göstermektedir.



Şekil 2.3 : Sonsuz küçük plak elemanı.



Şekil 2.4 : Sonsuz küçük elemanın deformasyonu.

Orta yüzeyden z kadar uzaktaki bir noktanın yer değişimi aşağıdaki denklemlerle bulunur;

$$\frac{dx}{r_x} = \frac{dx + \epsilon_x}{r_x + z} \quad (2.1)$$

dx: X eksenindeki sonsuz küçük uzunluk

ϵ_x : X eksenindeki yer değişimi

r_x : Orta yüzeyin X eksenine göre eğrilik yarı çapı

z: Noktanın orta yüzeye olan uzaklığı

Denklem (2.1) sadeleştirildiğinde (2.2) eşitliği elde edilir.

$$\epsilon_x = \frac{z}{r_x} \quad (2.2)$$

X eksenindeki eğrilik yarı çapını $x_x = \frac{1}{r_x}$ şeklinde gösterirsek denklem (2.2)

aşağıdaki formda olur.

$$\varepsilon_x = x_x \cdot z \quad (2.3)$$

Benzer şekilde y eksenindeki yer değişimi;

$$\varepsilon_y = \frac{z}{r_y} \quad (2.4)$$

$$\varepsilon_y = x_y \cdot z \quad (2.5)$$

x_x eğrilik yarı çapı değeri sehim (w) ve eğim $\frac{dw}{dx}$ ile alakalıdır.

$$x_x = -\frac{d^2w}{dx^2} \cdot \left[1 + \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right]^{3/2} \quad (2.6)$$

Buradaki terimin başındaki negatiflik orijinden uzaklaştıkça eğimin azaldığını göstermektedir.

Küçük deplasmanlar için eğimin karesi ihmal edilebilir ve eşitlik aşağıdaki şeklini alır.

$$x_x = -\frac{d^2w}{dx^2} \quad (2.7)$$

$$x_y = -\frac{d^2w}{dy^2} \quad (2.8)$$

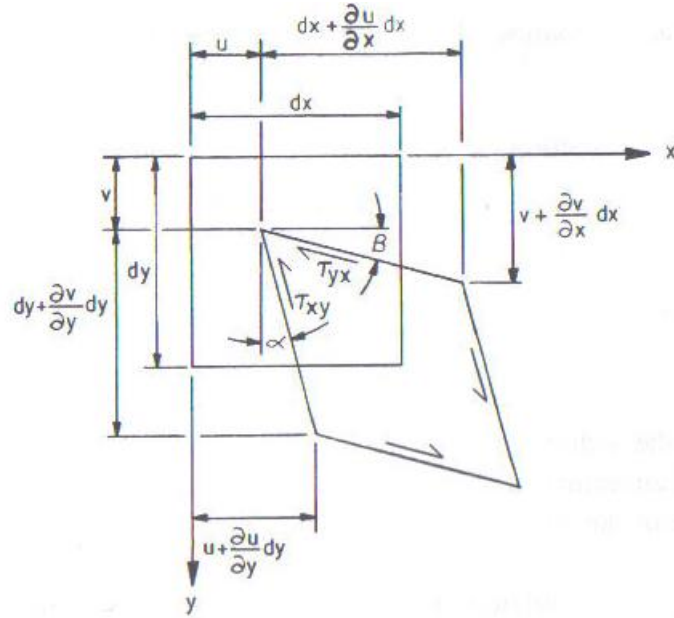
Denklem (2.7) ve (2.8) sırasıyla, denklem (2.3) ve (2.5)' te yerlerine koyulursa;

$$x_x = -z \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (2.9)$$

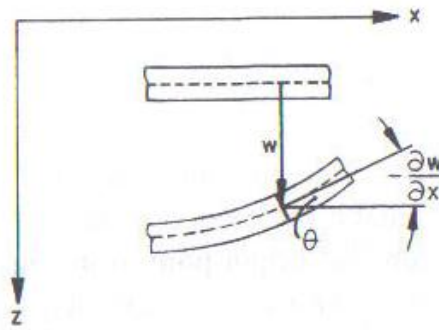
$$x_y = -z \cdot \frac{d^2 w}{dy^2} \quad (2.10)$$

(2.9) ve (2.10) denklemleri elde edilir.

Kayma şekil değiştirmesi ve deformasyon arasındaki ilişki şekil 2.5'teki gibi gösterilebilir.



Şekil 2.5 : Sonsuz küçük elemanın açısal deformasyonu.



Şekil 2.6 : Sonsuz küçük elemanda kayma deformasyonu.

Sonsuz küçük dx ve sonsuz küçük bir dy enine sahip elemanda kayma deformasyonu şekil 2.6'daki gibi gösterilebilir.

Çarpılma açıları olan α ve β (2.11) ve (2.12) eşitlikleri ile hesaplanabilir.

$$\sin \alpha \approx \alpha \approx \frac{\frac{\partial u}{\partial y} \cdot dy}{\left(1 + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \cdot dy} \quad (2.11)$$

çok küçük kayma açıları için $\alpha = \frac{\partial u}{\partial y}$, dir.

Benzer şekilde β açısı;

$$\sin \beta \approx \beta \approx \frac{\frac{\partial v}{\partial x} \cdot dx}{\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right) \cdot dx} \quad (2.12)$$

çok küçük kayma açıları için $\beta = \frac{\partial v}{\partial x}$, dir.

Böylece kayma şekil değiştirmesi;

$$\gamma_{xy} = \alpha + \beta = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.13)$$

ile ifade edilebilir.

u: x eksenindeki yer değişimi

v: y eksenindeki yer değişimi

γ_{xy} : kayma şekil değiştirmesi

$\frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}$: eğilmeden kaynaklanan kayma şekil değiştirmesi

$\frac{\partial w}{\partial x}$: orta yüzeyin dönme miktarı

Bu dönmeden dolayı herhangi bir noktanın orta yüzeye uzaklığı;

$$u = z \cdot \tan \theta \approx z \cdot \theta$$

$$u = -z \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.14)$$

$$v = -z \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.15)$$

Denklem (2.13) vasıtasıyla;

$$\gamma_{xy} = -2z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.16)$$

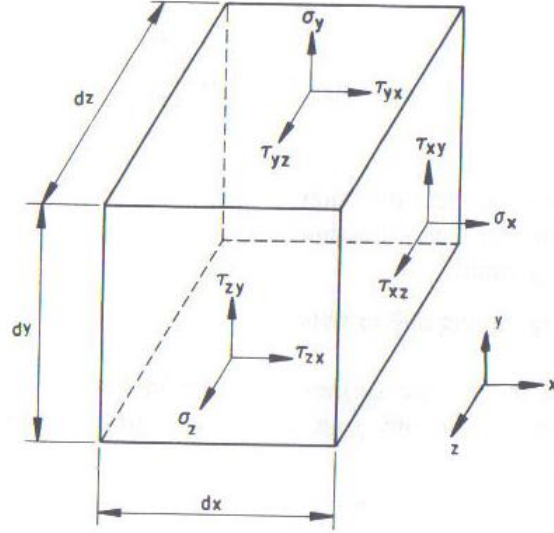
Eşitlik (2.9), (2.10) ve (2.16) matris şeklinde yazılırsa;

$$\begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = -z \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

elde edilir.

2.1.2 Gerilme – birim şekil değiştirme ilişkisi

Gerilme ile genleme arasındaki bağıntı termal yükleme olmaksızın 3 boyutlu homojen uzayda izotropik eleman için şekil 2.7 yardımıyla yazılabilir.



Şekil 2.7 : Sonsuz küçük eleman üstünde oluşan gerilmeler.

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{pmatrix} = \frac{1}{E} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\mu & -\mu & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & 1 & -\mu & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & -\mu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \cdot 1 + \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \cdot 1 + \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \cdot 1 + \mu \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

ε : aksenal birim şekil değiştirme

σ : aksenal gerilme

τ : kayma gerilmesi

E: elastisite modülü

μ : poisson oranı

$\frac{2 \cdot 1 + \mu}{E}$ kayma modülüdür ve G harfi ile gösterilir.

σ_z değeri diğer gerilme bileşenlerine nazaran oldukça küçük olduğu için ihmal edilir.

Bunun yanında τ_{yz} ve τ_{zx} gerilme bileşenlerine iki boyutlu plaka formülizasyonunda ihtiyaç yoktur. Bu durumda denklem aşağıdaki halini alır.

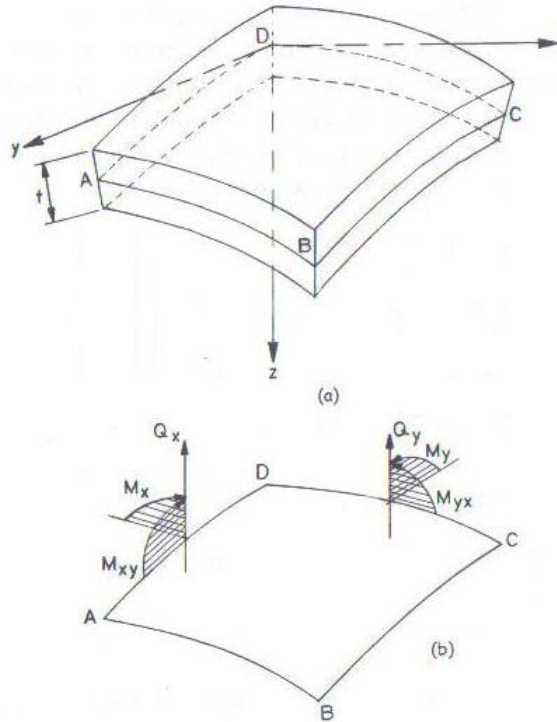
$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = -\frac{E}{1-\mu^2} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Denklem (2.17), (2.19)'da yerine yazılırsa;

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = -\frac{E.z}{1-\mu^2} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\mu \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

2.1.3 Moment – gerilme ilişkisi

Moment değerlerinin bulunması istenirse denklem (2.20)'den yararlanılabilir. Çünkü plakanın diferansiyel denkleminin çözümünde kenarlarda oluşan momentin sınır koşullarıyla belirtilmesi gerekir. Bahsi geçen ilişki şekil 2.8 yardımıyla kurulabilir.



Şekil 2.8 : Tarafsız eksen etrafında oluşan momentler.

Tarafsız eksen etrafında oluşan içsel kuvvetlerin toplamı, momentleri meydana getiren dış kuvvetlerin toplamına eşittir.

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ -M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \cdot z \cdot dz \quad (2.21)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = -D \cdot \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1-\mu \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$D = \frac{E t^3}{12 \cdot (1-\mu^2)} \quad \text{veya} \quad D = E \cdot I \quad (2.23)$$

2.1.4 Plakların diferansiyel denklemi

Elastik yüzeyin diferansiyel denklemini elde edebilmek için plak teorisi varsayımlarınının geçerliliği kabul edilir. Bu varsayımlar:

- Plak homojen ve izotropdur.
- Yükler yüzeyin normaline paraleldir.
- Plağın kalınlığı, plağın öteki boyutlarına göre çok küçüktür.
- Çökmeler plağın kalınlığına oranla küçüktür.

Bu varsayımlara göre, eğilme sırasında plak orta düzleminde herhangi bir şekil değiştirme olmadığı kabul edilmiş olur.

Plak diferansiyel denklemi çıkarılırken kiriş teorisinden faydalanılmaktadır.

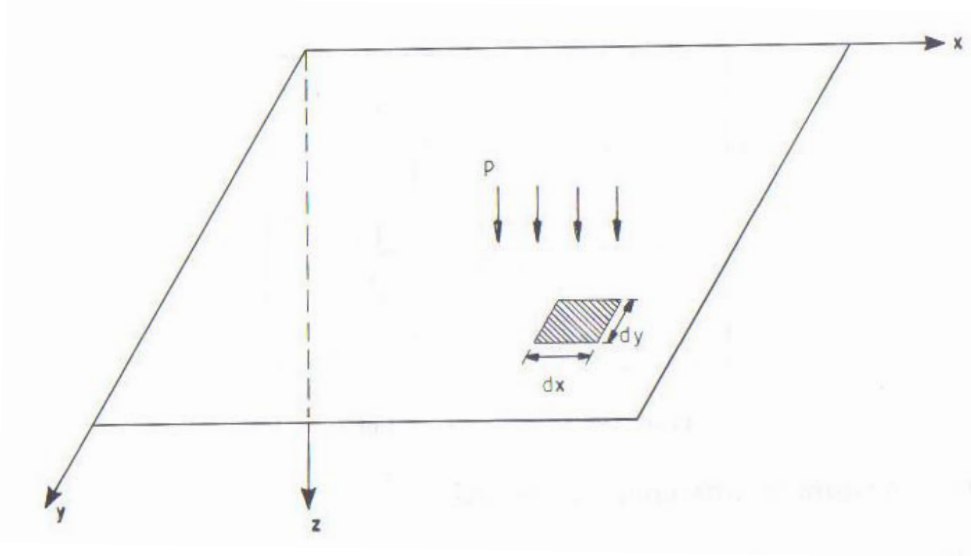
Bir kirişin eğilme fonksiyonu (2.24) eşitliğinde verilmiştir.

$$\frac{d^2 w}{d^2 x} = -\frac{M}{E.I} \quad (2.24)$$

Momente göre verilmiş bu denklemi türetirsek, yapılan yükleme cinsinden eğriliği elde edebiliriz.

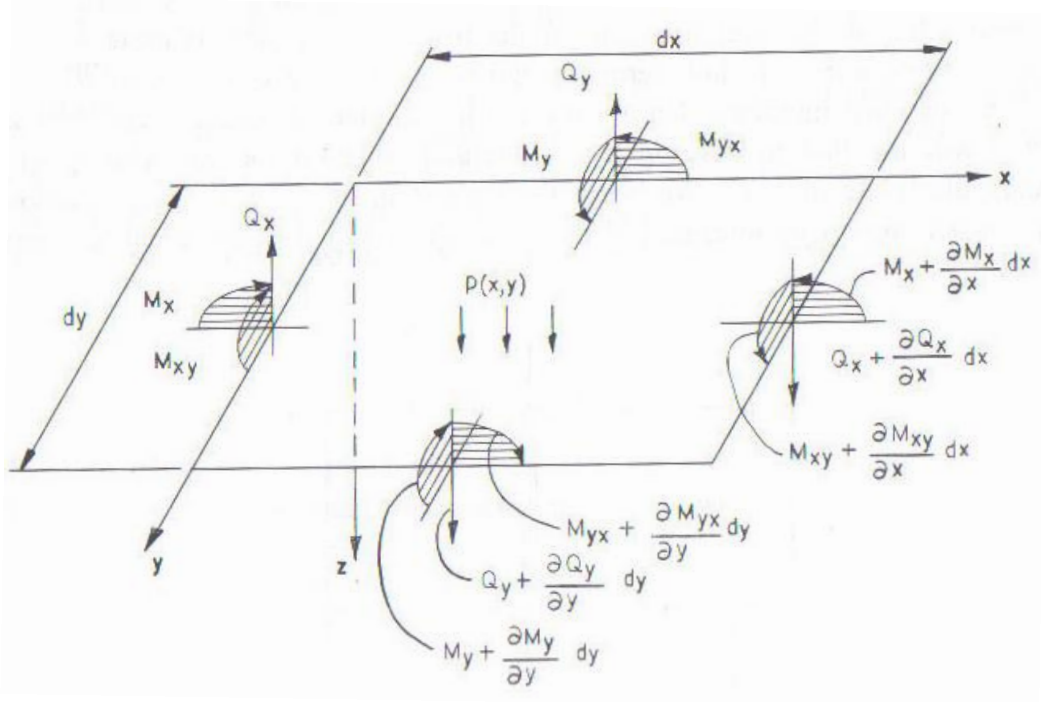
$$\frac{d^4 w}{d^4 x} = \frac{p}{E.I} \quad (2.25)$$

Plakanın eğilme denklemi de benzer şekilde yazılabilir. Fakat bu denklem kirşinkinden, hem x hem de y ekseninde eğilme bileşenleri içereceğinden daha karmaşıktır. Şekil 2.9'da, bir dx*dy sonsuz küçük elemanı için p yükü etkisi altında dikdörtgen bir plak görülmektedir.



Şekil 2.9 : P yükü etkisi altında sonsuz küçük eleman.

P yükü etkisi altında şekil 2.9'da verilmiş plakda oluşan kuvvetler şekil 2.10'da görülmektedir.



Şekil 2.10 : Sonsuz küçük elemanda oluşan kuvvetler ve momentler.

Bu şekilden hareketle;

1.) z yönündeki kuvvetlerin dengesi;

$$p \, x, y \, .dx.dy - Q_x \, .dy + \left(Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} \, .dx \right) \, .dy - Q_y \, .dx + \left(Q_y + \frac{\partial Q_y}{\partial y} \, .dy \right) \, .dx \quad (2.26)$$

şeklinde yazılabilir.

Gerekli sadeleştirmeler sonucu denklem;

$$p \, x, y + \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = 0 \quad (2.27)$$

2.) x eksenini etrafında oluşan momentlerin dengesi;

$$\begin{aligned}
& M_y \cdot dx - \left(M_y + \frac{\partial M_y}{\partial y} \cdot dy \right) \cdot dx - M_{xy} \cdot dy + \left(M_{xy} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \cdot dx \right) \cdot dy \\
& + \left(Q_y + \frac{\partial Q_y}{\partial y} \cdot dy \right) \cdot dx \cdot dy - Q_x \cdot dy \cdot \frac{dy}{2} \\
& + \left(Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} \cdot dx \right) \cdot dy \cdot \frac{dy}{2} + p \cdot dx \cdot dy \cdot \frac{dy}{2} = 0
\end{aligned} \tag{2.28}$$

Gerekli sadeleştirmeler sonucunda denklem;

$$Q_y + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial M_y}{\partial y} + \left(\frac{\partial Q_y}{\partial y} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{1}{2} \cdot p \right) \cdot dy = 0 \tag{2.29}$$

Burada (2.29) parantez içindeki terim sonsuz küçüklükteki bir dy terimi ile çarpıldığı için ihmal edilebilir ve denklemin her iki yanı dy ile bölünürse denklem (2.30) elde edilir.

$$\frac{\partial Q_y}{\partial y} = \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} \tag{2.30}$$

Benzer şekilde y eksenini etrafında oluşan moment dengesi aşağıdaki gibi bulunur.

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} = \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 M_{yx}}{\partial x \partial y} \tag{2.31}$$

Denklem (2.30) ve (2.31), denklem (2.27)'de yerine yazıldığında denklem (2.32) elde edilir.

$$p(x, y) + \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - 2 \cdot \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = 0 \tag{2.32}$$

Söz konusu plakta kayma gerilmeleri $\tau_{xy} = -\tau_{yx}$ eşit olduğundan, momentler $M_{xy} = M_{yx}$ eşit kabul edilmiştir.

Denklem (2.23), denklem (2.32)'de yerine koyulduğu zaman;

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p(x, y)}{D} \tag{2.33}$$

Diğer bir gösterimle;

$$\nabla^2 \nabla^2 w = \nabla^4 w = \frac{p(x, y)}{D} \quad (2.34)$$

D, plak eğilme rijitliğidir.

$$\nabla^2 w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (2.35)$$

w, sehim.

$$\nabla^4 w = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \quad (2.36)$$

Böylece plak diferansiyel denklemi elde edilir. Bu denklemin çözümü sehim (çökme) değerini verir.

Momentler, sehim denkleminin, denklem (2.23)'te yerine konulmasıyla bulunabilir.

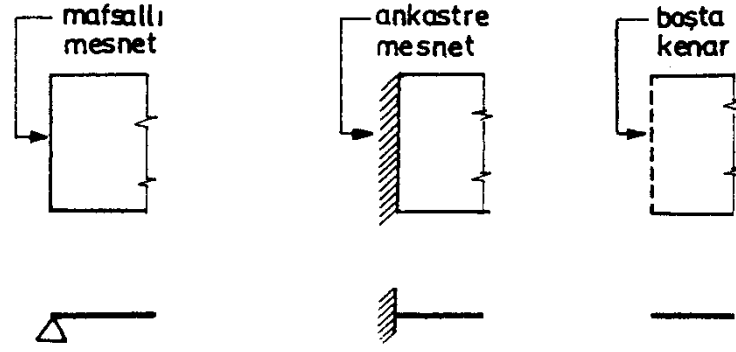
Kayma gerilmeleri ise denklem (2.30) ve (2.31)'in (2.23)'te yerine yazılmasıyla elde edilebilir.

$$Q_x = -D \cdot \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right) \quad (2.37)$$

$$Q_y = -D \cdot \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \right) \quad (2.38)$$

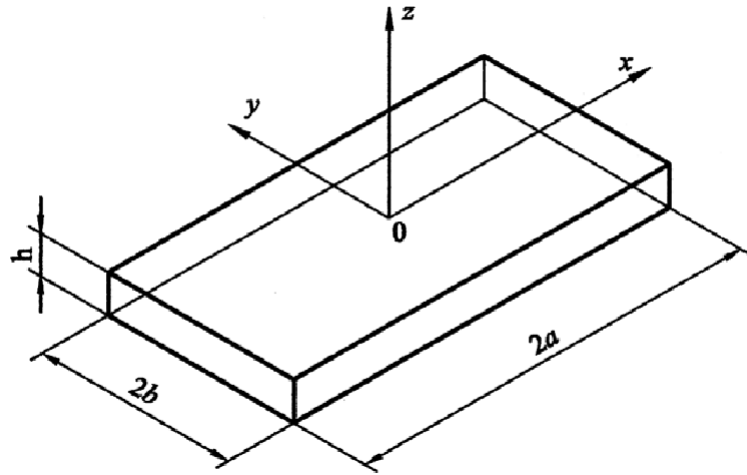
2.1.5 Sınır koşulları

Plakların kenarlarından mesnetlenme durumları sınır koşullarını oluşturur. Plakların sınır koşulları (mesnet şartları) sayısal çözümlerde farklılık yaratır. Deneysel çalışmalarda bu sınır şartlarının, deney düzeneğinde doğru olarak canlandırılması gerekir. Kurulan deney düzeneğindeki benzetimin, matematiksel olarak tayin edilen sınır şartları ile olabildiğince örtüşmesi büyük önem taşır.



Şekil 2.11 : Dikdörtgen plakların mesnetleme durumları ve gösterilişi.

Literatürde mesnetleme halleri çeşitli şekillerde ifade edilmiştir (Şekil 2.11). Karşılaşılan sınır koşulları, genellikle kirişlerde karşılaşılan sınır koşullarıyla aynıdır. Mafsallı mesnet (basit mesnet), ankastre (clamped) mesnet, serbest (boşta) kenar ve kısmen mesnetlenmiş kenar (Şekil 2.13); karşılaşılan başlıca sınır şartlarıdır.



Şekil 2.12 : İnce dikdörtgen plakta eksen takımı ve boyutlar.

Takip eden alt başlıklarda şekil 2.12'deki koordinat sistemine ve kenar boyutlarına göre sınır koşulları açıklanmıştır.

2.1.5.1 Ankastre mesnetli kenar için sınır koşulları

Burada sehim ve eğim değerleri sıfırdır.

$$w|_{y=b} = 0 \quad \text{ve} \quad \left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_{y=b} = 0 \quad (2.39)$$

2.1.5.2 Basit mesnetli kenar için sınır koşulları

Burada sehim ve moment değerleri sıfırdır.

$$w|_{y=0} = 0 \quad (2.40)$$

ve denklem (2.23)'ten moment değeri;

$$M_y|_{y=0} = -D \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{y=0} = 0 \quad (2.41)$$

$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ terimi eğimin basit mesnetlenmiş kenar üzerindeki değişim oranını göstermektedir ancak burada eğim sıfır olduğu için bu terim de sıfırdır. Denklem bu bilginin ışığında yeniden düzenlenirse;

$$M_y|_{y=0} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \Big|_{y=0} = 0 \quad (2.42)$$

2.1.5.3 Serbest kenar için sınır koşulları

Burada moment ve kayma gerilme değerleri sıfırdır.

$$M_x|_{x=a} = M_{xy}|_{x=a} = Q_x|_{x=a} = 0$$

İlk sınır koşulu ve eşitlik (2.23)'ten aşağıdaki denklem (2.43)'e ulaşılır.

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \Big|_{x=a} = 0 \quad (2.43)$$

Diğer iki sınır koşulu tek bir ifadede birleştirilirse;

$$Q' = - \left(\frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \right) \Big|_{x=a} \quad (2.44)$$

Kayma gerilmesi eşitliğinde Q' , Q_x 'e eklenmesi gerekir. Böylece serbest kenardaki kayma gerilmesi Q' ve eşitlik (2.37) yardımıyla aşağıdaki gibi bulunur.

$$V_x = \left(Q_x - \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \right) \Big|_{x=a} = 0 \quad (2.45)$$

Q_x ve M_{xy} değerleri denklem (2.37)'den bulunur ve denklem (2.23)'te yerine koyulursa;

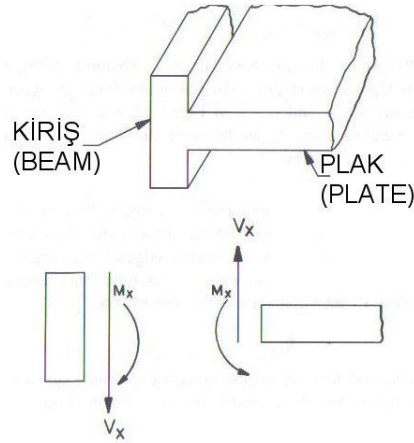
$$\left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + 2 - \mu \cdot \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) \Big|_{x=a} = 0 \quad (2.46)$$

2.1.5.4 Kısmen mesnetlenmiş kenar için sınır koşulları

Bu durum plak ya da plaa kiriş bağlantıları arasında oluşur. Bu bağlantı şekil 2.13'te gösterilmiştir.

$$V|_{Plaka} = V|_{Kiriş}$$

$$D \cdot \left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + 2 - \mu \cdot \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right] \Big|_{x=0} = E.I \left(\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) \Big|_{x=0} \quad (2.47)$$



Şekil 2.13 : Kiriş plak birleşimiyle oluşan kısmi mesnet durumu.

2.1.6 Fourier Serisi Açılımıyla Problemin Çözümü

Esas amaç olan ankastre mesnetli halin çözümü için basit mesnetli durumdaki çözüm yöntemleri burada açıklanacaktır. İki adet çözüm mevcuttur. Bunlar Çift Fourier Serisi açılımıyla ve Tek Fourier Serisi açılımıyla elde edilir.

2.1.6.1 Çift Fourier serisi açılımı ile çözüm

Düzgün yayılı yük etkisi altında dikdörtgen plakların sehimini ilk olarak Navier basit mesnetli hal için hesaplamıştır. Kullanılan hesap yöntemi denklem (2.36)'nın çift Fourier serisi açılımına dayanmaktadır.

Probleme ait diferansiyel denklem;

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p(x, y)}{D} \quad (2.48)$$

Sınır Koşulları;

$$w = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (x=0 \text{ ve } x=a \text{ için}) \quad w = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad (y=0 \text{ ve } y=b \text{ için})$$

$$p(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{mn} \cdot \sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b} \quad (2.49)$$

p_{mn} değeri denklem (2.50)'den bulunabilir.

$$p_{mn} = \frac{4}{a \cdot b} \int_0^a \int_0^b f(x, y) \cdot \sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b} dx dy \quad (2.50)$$

$f(x,y)$ fonksiyonu yüklemenin şeklini göstermektedir.

Benzer şekilde sehim denklemi (2.51)'deki gibi verilebilir.

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn} \cdot \sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b} \quad (2.51)$$

Basit mesnetli plak için sınır koşullarında denklem yazılarak buradan w_{mn} katsayısı gösterilebilir. Dikdörtgen plakanın çözümü denklem (2.49)'dan elde edilebilir. Bilinmeyen katsayı w_{mn} ise (2.49) ve (2.51)'in denklem (2.36)'da yerine yazılmasıyla elde edilebilir.

Maksimum eğilme momenti;

Daha önce belirtilen yükleme fonksiyonu olan $f(x,y)$, düzgün yayılı yük durumunda tüm plaka yüzeyine homojen olarak etki ettiği için bir p_0 sabiti olarak alınabilir.

$$p_{mn} = \frac{4.p_0}{a.b} \int_0^a \int_0^b \sin \frac{m.\pi.x}{a} . \sin \frac{n.\pi.y}{b} dx dy \quad (2.52)$$

(2.52) denkleminin integrali alınarak sabit bulunur.

$$p_{mn} = \frac{4.p_0}{\pi^2 . m.n} . \cos m.\pi - 1 . \cos n.\pi - 1 = \frac{16.p_0}{\pi^2 . m.n} \quad (2.53)$$

m ve n değerleri 1,3,5 gibi tek sayı değerlerini alırlar.

Denklem (2.49)'da p_{mn} değeri yerine yazılırsa;

$$p = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16.p_0}{\pi^2 . m.n} . \sin \frac{m.\pi.x}{a} . \sin \frac{n.\pi.y}{b} \quad (2.54)$$

denklemini elde edilir.

w_{mn} değerini bulmak için denklem (2.51)'i denklem (2.36)'da yerine yazarsak;

$$w_{mn} = \frac{16.p_0}{\pi^6 . m.n.d. \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right]^2} \quad (2.55)$$

m ve n değerleri 1,3,5 gibi tek sayı değerlerini alırlar.

Sonuç olarak sehim denklemi (2.56) elde edilir.

$$w = \frac{16.p_0}{\pi^2 . D} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{m.\pi.x}{a} . \sin \frac{n.\pi.y}{b}}{m.n. \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right]^2} \quad (2.56)$$

m ve n değerleri tek sayı değerlerini alırlar.

Denklem (2.23)'ten kenarlardaki eğilme momentleri bulunur (2.57)(2.58)(2.59).

(Yazılan tüm denklemler için m ve n değerleri pozitif tek sayı değerlerini alırlar.)

$$M_x = \frac{16.p_0}{\pi^4} . \left[\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} F_{mn} \sin \frac{m.\pi.x}{a} . \sin \frac{m.\pi.y}{b} \right] \quad (2.57)$$

$$M_y = \frac{16.p_0}{\pi^4} \cdot \left[\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} G_{mn} \sin \frac{m.\pi.x}{a} \cdot \sin \frac{m.\pi.y}{b} \right] \quad (2.58)$$

$$M_{xy} = \frac{16.p_0 \cdot 1 - \mu}{\pi^4} \cdot \left[\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} H_{mn} \cos \frac{m.\pi.x}{a} \cdot \cos \frac{m.\pi.y}{b} \right] \quad (2.59)$$

$$F_{mn} = \frac{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \mu \cdot \left(\frac{n}{b}\right)^2}{m.n. \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right]^2} \quad (2.60)$$

$$G_{mn} = \frac{\mu \cdot \left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}{m.n. \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right]^2} \quad (2.61)$$

$$H_{mn} = \frac{1}{a.b. \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right]^2} \quad (2.62)$$

Simetriden dolayı, “a x b” boyutlarındaki plakta maksimum sehim ve momentler

$x = \frac{a}{2}$ ve $y = \frac{b}{2}$ değerlerinde oluşacaktır.

2.1.6.2 Tek Fourier serisi açılımı ile çözüm

Levy çeşitli yük etkisi altında basit mesnetlenmiş plak problemi için Tek Fourier Serisini kullanarak sehimini hesaplamıştır. Bu method Navier'in çözümünden daha pratiktir. Çözüm iki elemandan oluşur, birisi homojen diğeri ise özel çözümdür.

$$w = w_h + w_p^* \quad (2.63)$$

$$w_h = \sum_{m=1}^{\infty} f_m y \cdot \sin \frac{m \cdot \pi \cdot y}{a} \quad (2.64)$$

Buradaki f_m sadece y 'nin bir fonksiyonudur.

$x=0$ ve $x=a$ daki sınır koşulları diferansiyel denklemde yerine konulduğu zaman;

$$\left[\left(\frac{m \cdot \pi}{a} \right)^4 \cdot f_m y - 2 \cdot \left(\frac{m \cdot \pi}{a} \right)^2 \cdot \frac{d^2 f_m y}{dy^2} + \frac{d^4 f_m y}{dy^4} \right] \cdot \sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} = 0 \quad (2.65)$$

Parantez içindeki terim sıfır iken çözüm (2.66)'daki gibidir;

$$\left(\frac{m \cdot \pi}{a} \right)^4 \cdot f_m y - 2 \cdot \left(\frac{m \cdot \pi}{a} \right)^2 \cdot \frac{d^2 f_m y}{dy^2} + \frac{d^4 f_m y}{dy^4} = 0 \quad (2.66)$$

Bu diferansiyel denklemin çözümü;

$$f_m y = f_m \cdot e^{R_m y} \quad (2.67)$$

Denklem (2.67), (2.66)'da yerine yazıldığında;

$$R_m^4 - 2 \left(\frac{m \cdot \pi}{a} \right)^2 \cdot R_m^2 + \left(\frac{m \cdot \pi}{a} \right)^4 = 0 \quad (2.68)$$

Denklemin kökleri;

$$R_m = \pm \frac{m \cdot \pi}{a}, \pm \frac{m \cdot \pi}{a} \text{ bulunur.}$$

Denklem (2.66)'nın çözümü;

$$f_m y = A_m \sinh \frac{m\pi y}{a} + B_m \cosh \frac{m\pi y}{a} + C_m y \sinh \frac{m\pi y}{a} + D_m y \cosh \frac{m\pi y}{a} \quad (2.69)$$

buradan homojen çözüm;

$$w_h = \sum_{m=1}^{\infty} (A_m \sinh \frac{m\pi y}{a} + B_m \cosh \frac{m\pi y}{a} + C_m y \sinh \frac{m\pi y}{a} + D_m y \cosh \frac{m\pi y}{a}) \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (2.70)$$

Burada büyük harf ve m indisleriyle belirtilen sabitler sınır koşullarında bulunabilir.

Denklem (2.51)'de yer alan özel çözüm;

$$w_p = \sum_{m=1}^{\infty} k_m y \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (2.71)$$

$$p(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} p_m y \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (2.72)$$

$$p_m y = \frac{2}{a} \int_0^a p(x, y) \sin \frac{m\pi x}{a} dx \quad (2.73)$$

Denklem (2.71) ve (2.72) plağın diferansiyel denkleminde yerine yazılırsa;

$$\frac{d^4 k_m}{dy^4} - 2 \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \frac{d^2 k_m}{dy^2} + \left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 k_m = \frac{p_m y}{D} \quad (2.74)$$

Denklem (2.73)'den

$$p_m(y) = \frac{2 \cdot p_0}{a} \int_0^a \sin \frac{m\pi x}{a} dx = \frac{2 \cdot p_0}{m\pi} \cosh m\pi - 1 = \frac{4 \cdot p_0}{m\pi} \quad (2.75)$$

m=1,3,5...

$$\frac{d^4 k_m}{dy^4} - 2 \cdot \left(\frac{m \cdot \pi}{a} \right)^2 \cdot \frac{d^2 k_m}{dy^2} + \left(\frac{m \cdot \pi}{a} \right)^4 \cdot k_m = \frac{4 \cdot p_0}{m \cdot \pi \cdot D} \quad (2.76)$$

Bu denklemin özel çözümündeki k_m ise;

$$k_m = \frac{4 \cdot a^4 \cdot p_0}{m^5 \cdot \pi^5 \cdot D} \quad (2.77)$$

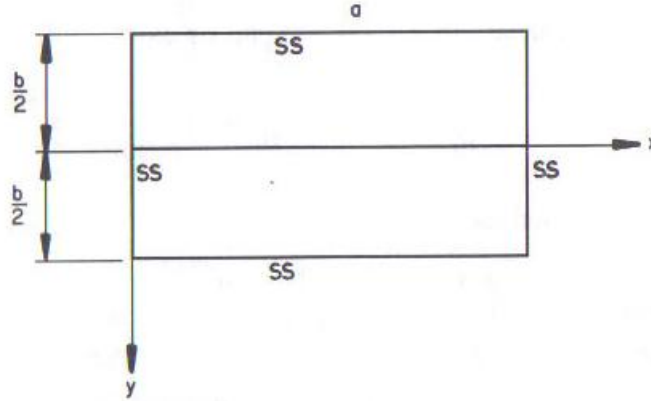
$m=1,3,5\dots$

Denklemin özel çözümü;

$$w_p = \frac{4 \cdot a^4 \cdot p_0}{\pi^5 \cdot D} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^5} \sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \quad (2.78)$$

$m=1,3,5\dots$

Şekil 2.14'ten faydalanarak; denklem (2.71)'deki A_m ve B_m terimleri y eksenindeki çökmenin x eksenine göre simetrik olmasından dolayı sıfırdır. Homojen çözümü bu bilgiler ışığında (2.79)'daki gibi yazılabilir.



Şekil 2.14 : Basit mesnetli dikdörtgen plak.

$$w_h = \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \left(B_m \cosh \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} + C_m \sinh \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b} \right) \cdot \sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \quad (2.79)$$

Özel ve homojen çözümler toplanarak çözüme ulaşılabilir.

$$w = \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \left(B_m \cosh \frac{m\pi x}{a} + C_m \sinh \frac{n\pi y}{b} + \frac{4a^4 \cdot p_0}{m^5 \pi^5 D} \right) \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (2.80)$$

Y ekseni boyunca sınır koşulları;

$$w = 0 \quad y = \pm \frac{b}{2} \quad \text{ve} \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad y = \pm \frac{b}{2}$$

İlk sınır koşulundan;

$$B_m \cosh \frac{m\pi b}{2a} + C_m \cdot \frac{b}{2} \sinh \frac{m\pi b}{2a} + \frac{4a^4 \cdot p_0}{m^5 \pi^5 D} = 0 \quad (2.81)$$

İkinci sınır koşulundan;

$$\left[B_m \cdot \left(\frac{m\pi}{a} \right) + b \cdot c_m \right] \cdot \cosh \frac{m\pi b}{2a} + C_m \cdot \frac{m\pi b}{2a} \sinh \frac{m\pi b}{2a} = 0 \quad (2.82)$$

Bu iki denklemin beraberce çözümünden sabitler;

$$C_m = \frac{2a^3 \cdot p_0}{m^4 \pi^4 \cdot D \cdot \cosh \frac{m\pi b}{2a}} \quad (2.83)$$

$$B_m = \frac{4 \cdot p_0 \cdot a^4 + m\pi \cdot a^3 \cdot b \cdot p_0 \cdot \tanh \frac{m\pi b}{2a}}{m^5 \pi^5 \cdot D \cdot \cosh \frac{m\pi b}{2a}} \quad (2.84)$$

2.2 Dikdörtgen Kesitli Dört Kenarından Ankastre Mesnetli İzotropik İnce Plakların Düzgün Yayılı Yük Etkisi Altında Şehimi

Dikdörtgen plakların ankastre mesnetli halde düzgün yayılı yük etkisi altında diferansiyel denkleminin kesin sonuçları incelenirken birden fazla nümerik çözüm yöntemine başvurulmuştur. Bu çözüm yöntemlerinden elde edilmiş sonuçlar ile deney düzeneği vasıtasıyla elde edilecek çökme değerleri karşılaştırılacaktır.

Sayısal yöntemlerinden birincisinde, plakanın diferansiyel denklemi bir sayısal metot ile trigonometrik ve hiperbolik fonksiyon şeklinde verilerek çözüm yapılır. Dört kenarından ankastre mesnetli durumdaki ince plakanın sehimi için kesin bir yöntem mümkün gözükmemektedir. Bu hal için yaklaşık çözümler önerilmektedir fakat bu yöntemlerde sonuçtan kayda değer sapmalar gözlenmektedir. Düzgün yayılı yük etkisi altında dört kenarından ankastre olarak mesnetlenmiş dikdörtgen plakanın sehimi için önerilen iki temel hesap yöntemi vardır. Bunlar çift kosinüs serisi açılımı ve Hencky'nin çözümünün süper pozisyon yöntemiyle genelleştirilmiş hali olan yöntemdir. İlk sayısal yöntemlerden sonra Hencky tarafından bu alanda ilerleme kaydedilmiştir. Hencky'nin geliştirdiği yöntem bilinen en kolay yakınsayan metottur ancak hiperbolik ve trigonometrik fonksiyonların değerlendirilmesinde yaşanan sorunlardan dolayı bazı sakıncaları vardır. Burada serinin açılımındaki ilk terim kare plak için tüm seriye hakimdir, ancak kenar oranı birden uzaklaştıkça seri bu özelliği yitirmeye başlar. Araştırmacılar son yaptıkları çalışmalar neticesinde tek kosinüs serisi açılımını önermektedirler. Dört kenarından ankastre mesnetli plakanın sehiminin çözüm fonksiyonu üç terime sahiptir. Bu terimlerden ilki şerit durumundaki deplasmanın fonksiyonunu, diğer iki terim ise kenar etkilerini göstermektedir. Bu terimlerdeki bilinmeyen katsayılar denklemlerin sınır koşulları için yazılmasıyla çeşitli kenar oranları için bulunabilir. Plaka merkezindeki deplasmanın fonksiyonunda ilk terim seriye egemen olduğu için seri kolayca yakınsayabilecektir.

Klasik eğilme teorisine göre, küçük sehimler plaka kalınlığına oranla küçük yer değiştirmeler olarak tanımlanmıştır. Genel olarak küçük sehim durumlarındaki, yükleme deplasman arasındaki ilişki aşağıdaki diferansiyel denklem ile ifade edilmiştir.

$$D\nabla^4 w = D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = q \quad (2.85)$$

W burada orta yüzeydeki küçük deplasmanı, D eğilme rijitliğini (flexural rigidity), q ise birim alana gelen plaka normaline doğrultusunda etkiyen yüklemeyi göstermektedir. $\nabla^2 \equiv \nabla^2 (\nabla)^2$ biharmonik operatörü ve ∇^2 ise Laplace operatörünü göstermektedir. Boyu a, genişliği b, elastisite modülü E ve Poisson oranı ν olan plaka için hesaplamalar yapılmıştır.

Dikdörtgen izotropik ankastre mesnetli plaka için sınır koşulları; şekil 2.12’de gösterilen eksen takımına göre:

$$a \geq b \text{ için } w = 0, x = \pm a \text{ ve } w = 0, y = \pm b \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \text{ } x = \pm a \text{ ve } \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \text{ } y = \pm b$$

En büyük çökmenin olacağı yer levhanın geometrik merkezi ya da başka bir tabirle levha sabit kalınlığa sahip olduğu için, cismin ağırlık merkezidir.

Bu çalışmada deneysel sonuçlar ile karşılaştırılmak üzere Wojtaszak, Timoshenko, İmrak’ın ve eFunda internet sitesindeki sehim çözümleri dikkate alınmıştır.

➤ Timoshenko ve İmrak’ın çözüm bağıntısı,

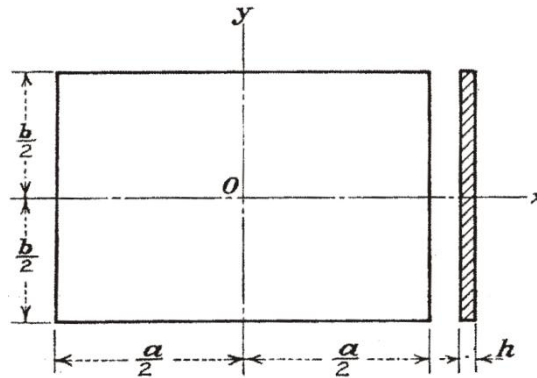
$$w_{maks} = \alpha \frac{pa^4}{D} \quad (2.86)$$

Burada “D” 2.23 bağıntısında ifade edilen eğilme rijitliğidir (flexural rigidity). Alfa olarak belirtilen nümerik faktörler levhaların kenar oranlarına bağlı olarak belirlenir. Bu katsayılar daha önce belirtilen denklem sistemlerinin seriye açılarak çözümü ile tespit edilir.

➤ eFunda.com (Engineering Fundamentals) internet kaynağındaki çözüm,

$$w_{max} = w(L_x / 2, L_y / 2) = c_1 \frac{p \text{Min}(L_x, L_y)^4}{Eh^3} \quad (2.87)$$

Burada c_1 ile ifade edilen katsayılar çizelge A.3’te gösterilmiştir.



Şekil 2.15 : Koordinat eksenlerinin yerleşimi.

➤ Wojtaszak ise katsayıları veren eğriyi oluşturmuştur (Çizelge A.5).

Çizelge A.5'te α_4 ile belirtilen eğri üzerindeki noktalar, dört kenarı ankastre mesnetli düzgün yayılı yük altındaki levhalar için en büyük çökme değerinin hesaplanmasını sağlayan katsayıları verir. Eksenler şekil 2.15'teki gibi kabul edilerek çözüm yapılır.

$$w_{maks} = \alpha_4 \frac{pa^4}{Eh^3} \quad (2.88)$$

3. DENEY DÜZENEĞİ

Deney düzeneği ile amaçlanan, dört kenarından ankastre mesnetlenmiş, üzerine düzgün yayılı yük etkileyen dikdörtgen bir plağın orta noktasında (geometrik merkez), meydana gelen çökme miktarının strain gage'ler (gerinim pulları) vasıtasıyla ölçülerek bulunmasıdır.

Plak üzerine yük uygulamak ve mesnetleme için, çelik konstrüksiyon, rijit bir deney masası tasarlanmıştır.

Deneyde kullanılan numuneler 1, 1,2, 1,5, 2, 2,5 ve 3 mm sabit kalınlıklı çelik saclardır. Bu numuneler bahsi geçen yayınlardaki kenar oranlarında (b/a) olacak şekilde kesilip yüklemeye tabi tutulmuştur. Ölçülen sehim değerleri, literatürdeki sayısal ve analitik çözüm sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

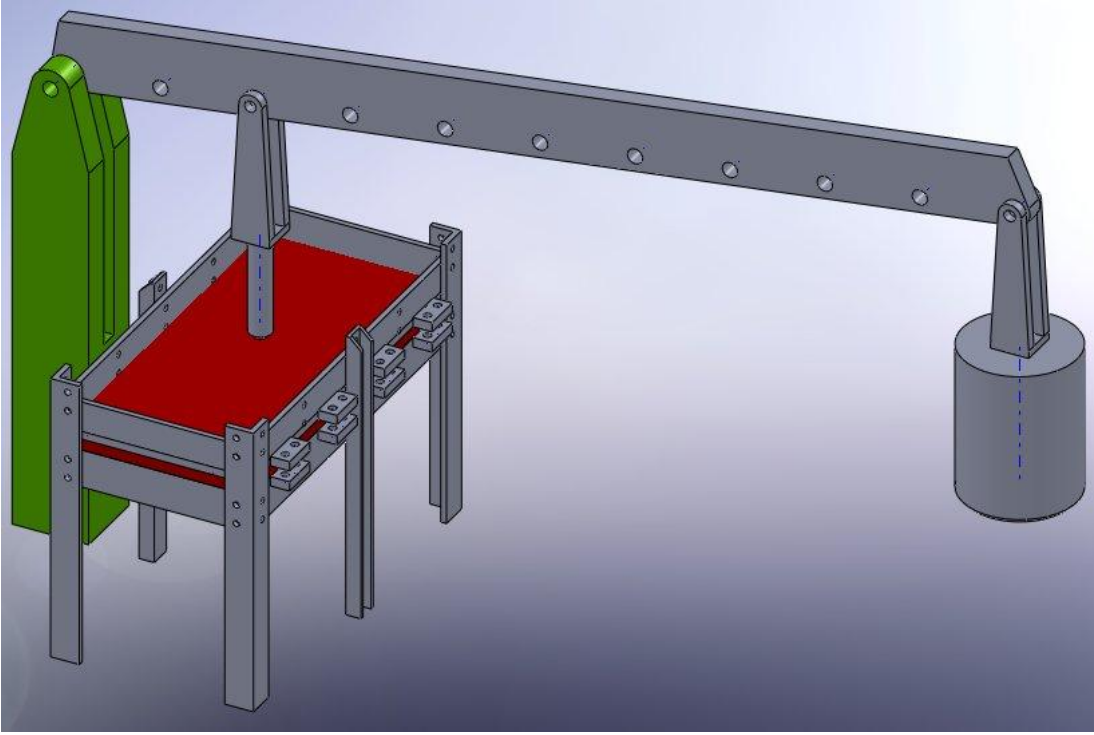
3.1 Deney Masası

Kenar oranları belirli aralıklarla değişen ($b/a = 1,0, 1,2, 1,4, 1,6, 1,8, 2,0$) sacları ankastre mesnetlemek için ortasındaki net boşluk 1000 x 500 mm olan, çerçeve şekilli, değişik boyutlarda sacların deneylerinin yapılabilmesi için ortasında kayar, hareketli bir kenara sahip bir düzenek tasarlanmıştır (Şekil 3.3).

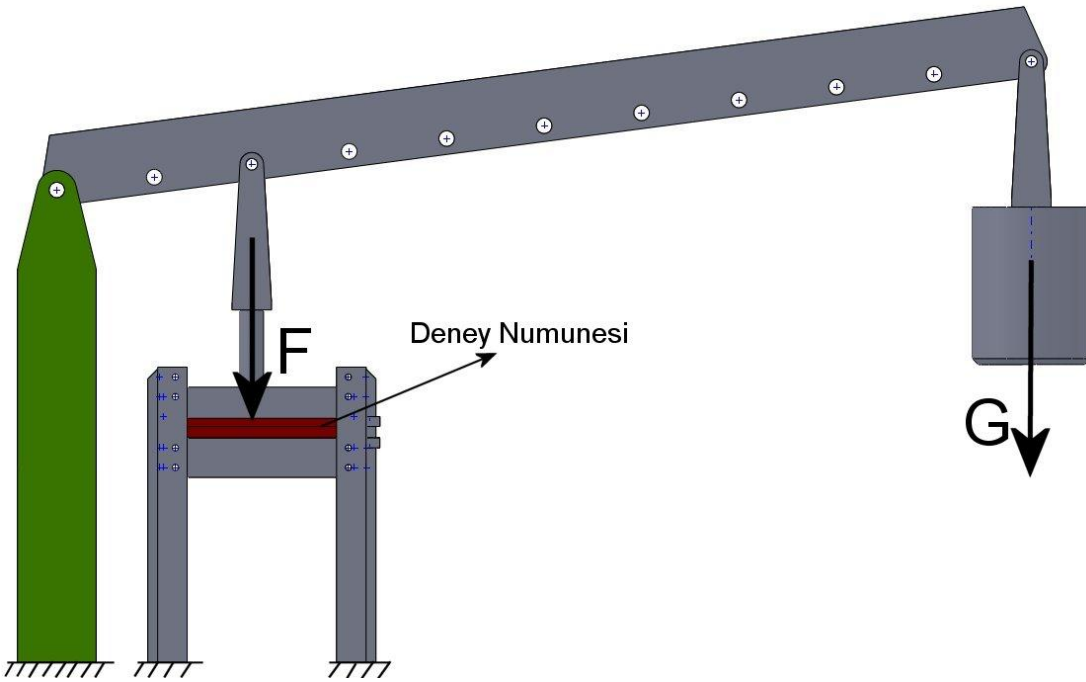
Şekil 3.1'deki düzenekte ağırlığın (G) moment kolu üstündeki yeri değiştirilerek levha (plak) üzerinde istenilen büyüklükte noktasal yükler (F) oluşturulabilir. Söz konusu düzenekte Sturm ve Moore'un (1937) makalesinde yer alan deney tertibatından esinlenilmiştir.

Şekil 3.2'de kırmızı renk ile gösterilen deney numunesinin (sac levha) istenilen noktasına istenilen büyüklükte noktasal kuvvetler etki ettirilebilir.

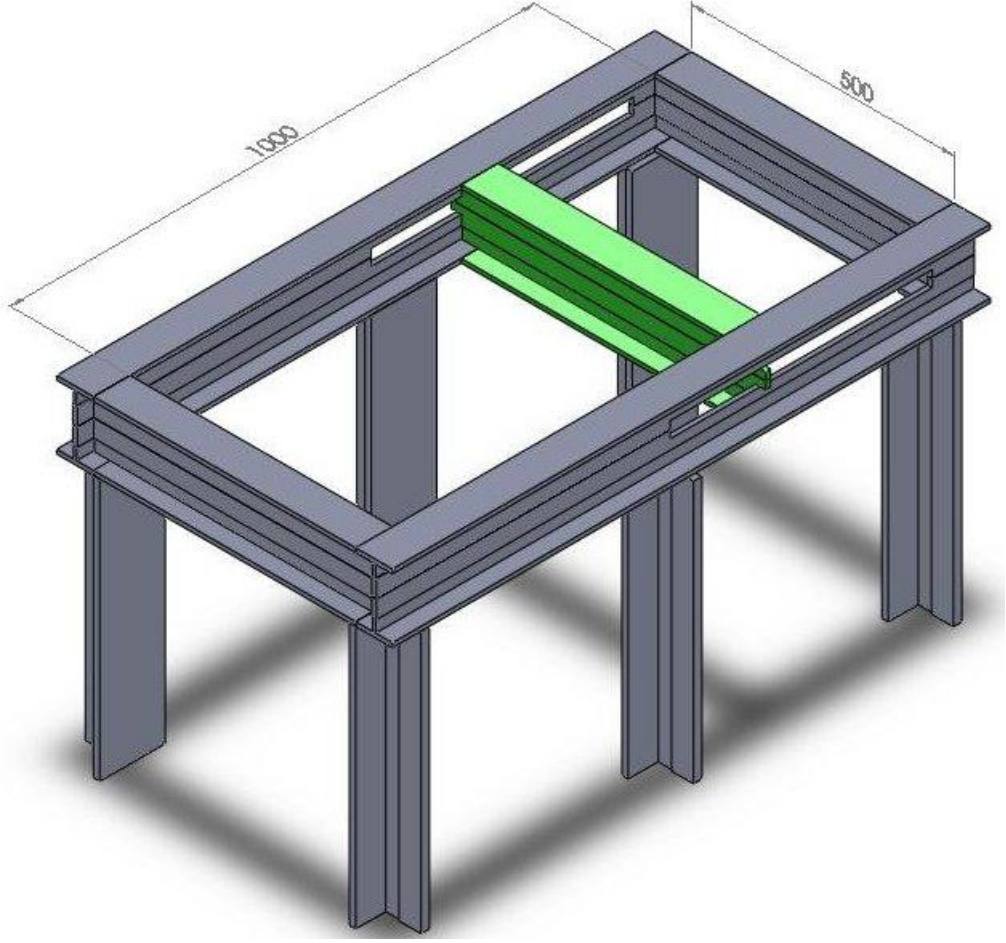
Bu düzenden yola çıkılarak yayılı yükler için de benzer bir sistem oluşturulmuştur.



Şekil 3.1 : Levhaya noktasal yük uygulamak için kullanılan düzenek.



Şekil 3.2 : Noktasal yükün levha üstünde oluşturulması.



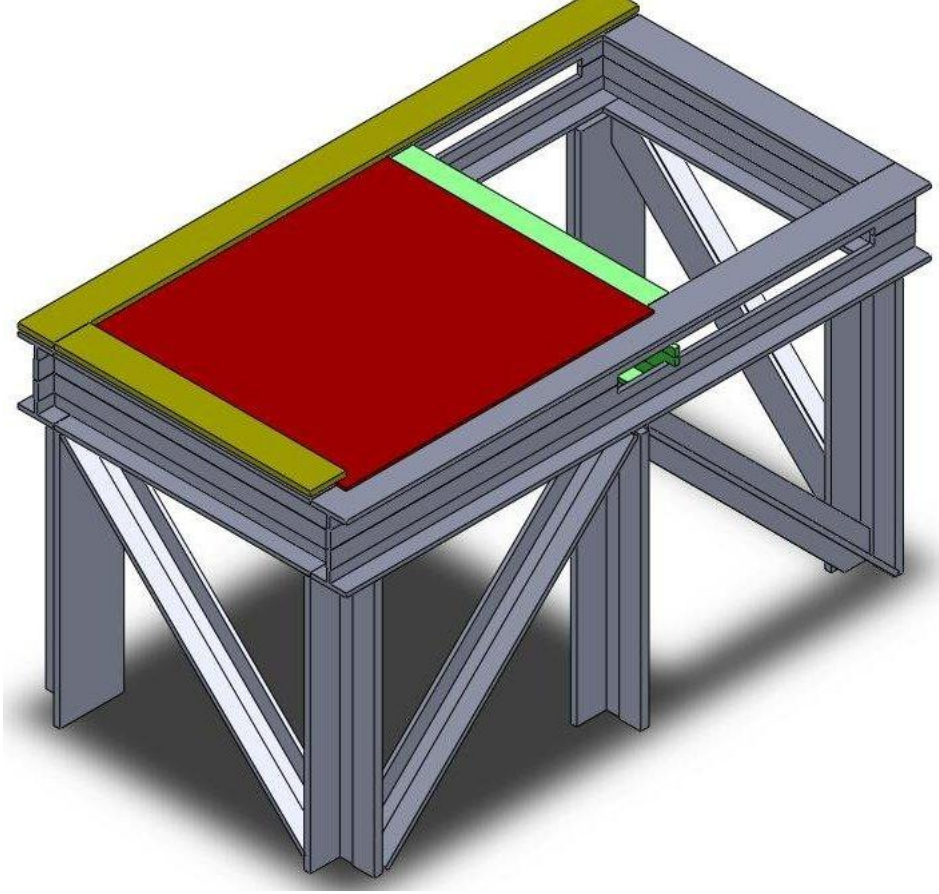
Şekil 3.3 : Tasarlanan deney masası.

Şekil 3.3'te hareketli kenar yeşil renkle gösterilmiştir. b/a oranı 2 den 1'e kadar değişen saclar masaya ankastre bağlanabilir.

b/a kenar oranları 1'den büyük, dikdörtgen saclar ve 1 olan kare saclar için hareketli kenar uygun pozisyona kaydırılıp, kitlenerek istenen kenar desteği sağlanır.

Masa üzerine konulan sacların üzerine, kenarlarına hizalanarak yerleştirilen lamalar, sacın kenarlarına üstten bastırmak için kullanılmaktadır. Alttan masa, üstten de lamalar destek vermektedir (Şekil 3.6). El tipi işkenceler, lama, sac ve masa kenarını kısıtıracak şekilde bağlanır ve sıkıştırılır (Şekil 3.5). Böylece ankastre mesnetleme şartlarına yaklaşılmış olur.

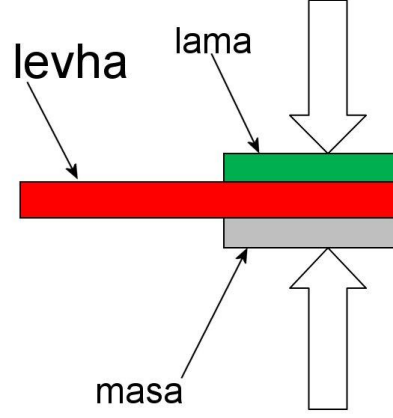
Şekil 3.4'te sistemin bir kısmı görülmektedir. Burada kırmızı renkli parça sac, sarı renkliler lama, yeşil renkli parça hareketli kenardır.



Şekil 3.4 : Tasarlanan deney masası.



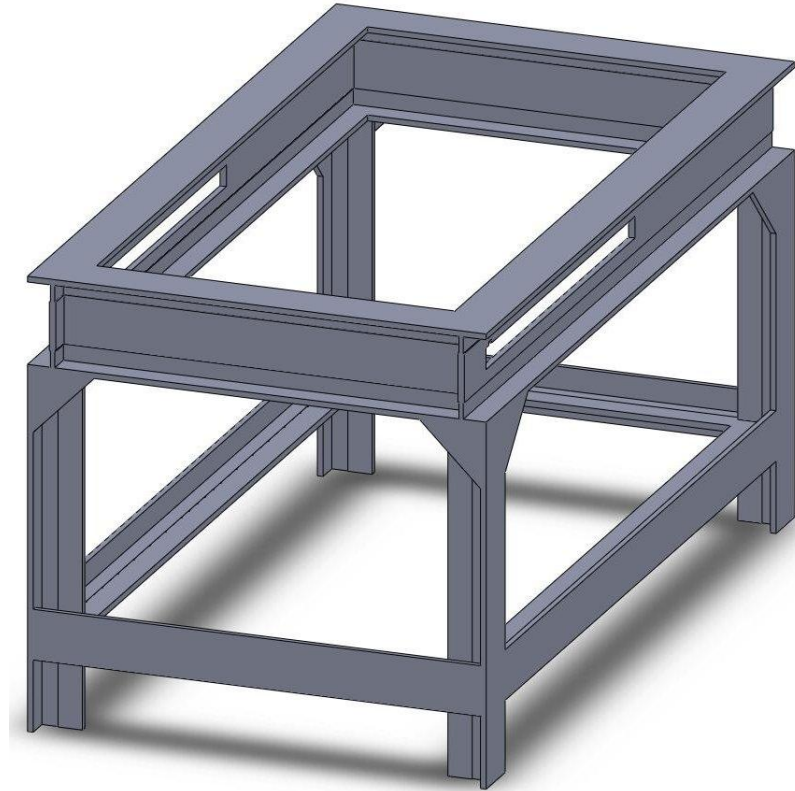
Şekil 3.5 : El tipi işkence ile kenar sabitleme.



Şekil 3.6 : Levha mesnetleme durumu.

Deney sehpaası (masası) nihai olarak Asray Firması tarafından, tamamen T70/A asansör kılavuz ray profilinden imal edilmiştir (Şekil 3.7). Orta kısımdaki net açıklık 1000x500 mm büyüklüğünde dikdörtgen şeklindedir. Masanın üst yüzeye bakan kenar çerçeve genişliği 70 mm'dir. Kullanılan lamaların kesiti 70x10 mm'dir.

Deney numunesi olarak kullanılacak sacların boyutları masanın kenarları da göz önünde bulundurularak 1140x640 mm olarak belirlenmiştir. Sac levhaların dört tarafında 70 mm ankastre mesnetleme payı bırakılmıştır.



Şekil 3.7 : İmal edilen deney sehpaası.



Şekil 3.8 : Deneş masası ve üstünde çelik sac levha.

Deneş masası (mesnetleme sehpaş) üzerinde, uzun kenar boyunca açılmış kanal içinde hareketli kenarın kayması öngürölmüştür (Şekil 3.8). Böylece değişik boyutta sacların mesnetlenebilmesi sağlanmıştır.

3.2 Veri Toplama Sistemi

Sac levhaların orta noktalarına yapıştırılan gerinim pulları (strain gage) Prosig firmasının üretimi olan P8048 serisi, 16 kanallı veri toplama cihazına bağlanacaktır (Şekil 3.9).



Şekil 3.9 : Prosig 16 kanallı veri toplama cihazı.

Cihaz kendi içerisinde, strain gage bağlamaya uygun olarak, şönt kalibrasyonu, sıfırlama devresi ve sensör tanımlama gibi özelliklere sahiptir.

Sac levha üstüne yapıştırılan strain gage için direnç, faktör katsayısı gibi özellikler cihazın yazılımına girilmelidir.

Sağlıklı ölçüm sonuçları alabilmek için sistemdeki ve çevredeki gürültü sinyali yaratacak her şey tespit edilmeli; ya gerekli önlemler alınmalı ya da gürültü kaynağı uzaklaştırılmalıdır.

Gürültünün en büyük nedenlerinden biri topraklama sorunlarıdır. Gerek cihaz, gerek sinyal kaynağı, gerekse de cihazın bağlandığı bilgisayar toprak hattına bağlanmalıdır.

Cihazın mevcut kapasitesi aynı anda 16 farklı kanaldan sinyal almasına müsaittir. Cihaza aynı anda 16 ayrı strain gage bağlanabilir. Mevcut deneyde bir sac levhaya aynı anda 4 strain gage bağlanması ve statik inceleme yapılması söz konusudur.



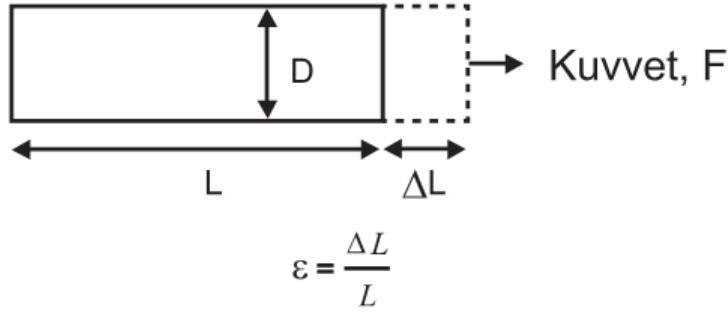
Şekil 3.10 : Veri toplama ve sinyal işleme sistemi.

Gerinim pulundan sinyal toplayıcıya kadar olan kablo bağlantısı tamamen analog sinyal taşımaktadır. Sinyal toplayıcı; sac levhada meydana gelen çok küçük mertebeli çökmeler sonucu strain gage'in uzaması ve direncinin değişmesi sonucu gerilimde (voltaj) oluşan çok küçük seviyelerde değişimi ölçmektedir. Cihaz bünyesindeki analog dijital dönüştürücü (ADC) aracılığıyla milivolt mertebesindeki analog sinyal dijital veriye dönüştürülerek bilgisayar ortamına aktarılmaktadır (Şekil 3.10).

3.3 Gerinim Pulları (Strain Gage)

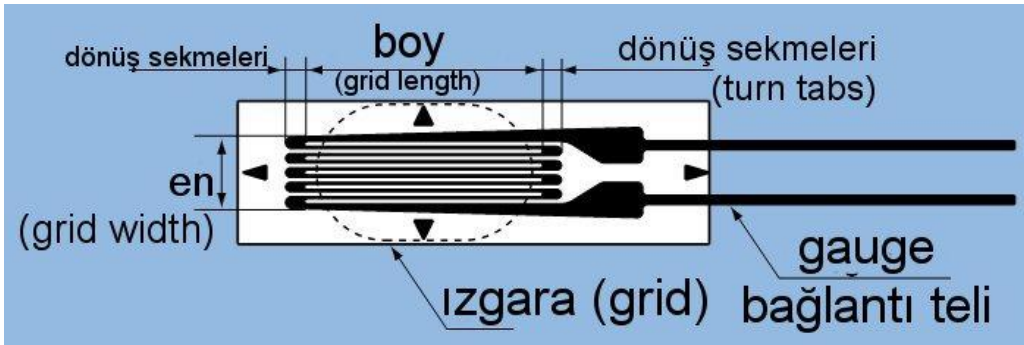
Gerinim pulları piyasada daha ziyade Strain Gage İngilizce adıyla bilinmektedir.

Gerinim, bir kütlenin, uygulanan yük yüzünden deforme olmasıdır. Gerinim (ϵ) D kalınlığında ve L uzunluğundaki bir kütlenin ΔL kadar uzamasının boyuna olan oranı olarak tanımlanır (Şekil 3.11).



Şekil 3.11 : Gerinim tanımı.

Pozitif gerinim çekme (tensile), negatif gerinim ise basma (compressive) olarak adlandırılır. Gerinim bir oran olmasından dolayı birimi yoktur. Ancak kimi uygulamalarda mm/mm cinsinden yazılır. Öte yandan, gerinim çok küçük olduğu için mikro gerinim ($\mu\epsilon$) olarak ifade edilir. Gerinim ölçmek için gerinim pulu sıkça kullanılır. Gerinim pulu, elastik bir taşıyıcı üzerinde bulunan birbirine paralel bağlantılı ince tellerden oluşmuştur (Şekil 3.12).



Şekil 3.12 : Strain Gauge (Gerinim Pulu).

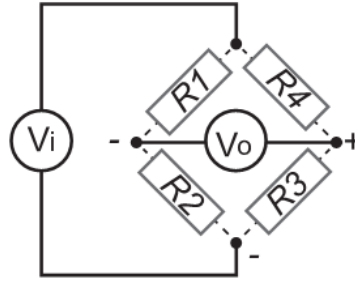
Gerinim pulu, gerinimi ölçülecek maddenin yüzeyine yapıştırılır. Maddeye uygulanan yük doğru orantılı olarak gerinim pulu uzayacak ya da kısılacaktır. Pul üzerindeki tellerin de aynı şekilde uzunluğu değişecek ve direnci orantılı olarak azalıp artacaktır. Gerinim Pullarının dirençleri, gerinimle doğrusal olarak değişir. Pullar, genellikle 120Ω ya da 350Ω gibi standart değerlerde üretilir.

Gerinim pulunun en önemli parametresi gerinim oranıdır. (GF, gage factor). Gerinim (strain) oranı, pulun birim gerinim (uzanım) karşısında gösterdiği direnç değişimidir.

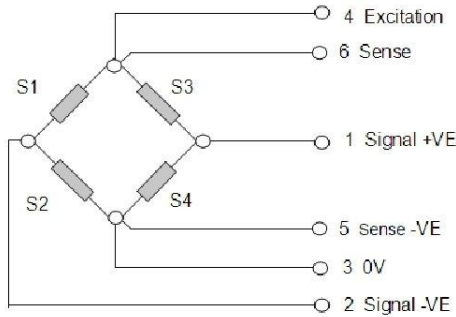
$$GF = \frac{\Delta R/R}{\Delta L/L} = \frac{\Delta R/R}{\epsilon} \quad (3.1)$$

350Ω 'lluk bir gerinim pulunun (GF=2) 1000 με'lik bir gerinim altında direnci;
 $2 \times 1000 \times 10^{-6} \times 350 = 0.7\Omega$ değişecektir.

Bu denli küçük bir direnç değişimini ölçebilmek için wheatstone köprüsünden yararlanır. (Şekil 3.13).



Şekil 3.13 : Wheatstone köprüsü.

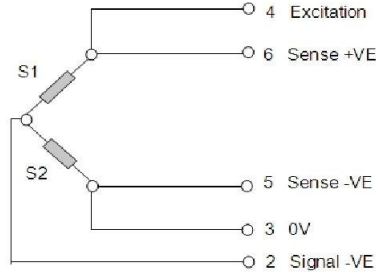


Şekil 3.14 : Tam köprü bağlantısı.

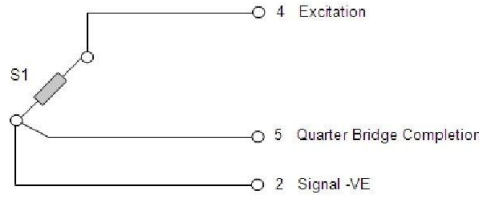
Gerinim pulları kullanılacakları yere ve duruma göre, tam köprü (Şekil 3.14), yarım köprü (Şekil 3.15) veya çeyrek köprü şeklinde bağlanabilir.

Deney için çeyrek köprü bağlantısı (Şekil 3.16) kullanılarak, tek bir strain gage, tek bir kanala bağlanmıştır.

Veri toplama ve işleme cihazı (Prosig) ADC ve DAC özelliklerinin yanı sıra çeyrek köprü bağlantısı yapıldığında, Wheatstone köprüsündeki diğer dirençleri kendisi tamamlamaktadır (Quarter bridge completion).



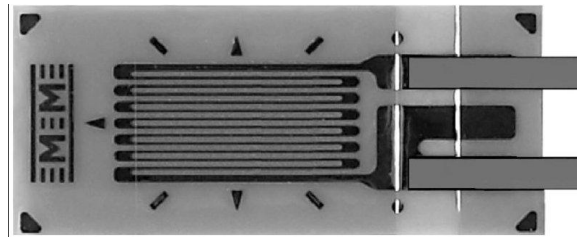
Şekil 3.15 : Yarım köprü bağlantısı.



Şekil 3.16 : Çeyrek köprü bağlantısı.

Deneylerde Vishay firmasının C2A-06-125LW-350 numaralı strain gage'leri kullanılmıştır (Şekil 3.17). Strain Gage'in özellikleri:

- Direnç (grid resistance): 350Ω
- Gerinim oranı katsayısı (gage factor): 2,095 (24°C sıcaklıkta)
- Boy (grid length): 3,18 mm
- En (grid width): 1,78 mm



Şekil 3.17 : Kullanılan strain gage.

Yer düzlemine dik doğrultuda ve aşağıya doğru yayılı yüke tâbi tutulan levhada eğilme ve buna bağlı olarak yere bakan tarafta uzama meydana gelmektedir. Buna bağlı olarak sac levhanın alt yüzeyine kısa ve uzun kenarlara paralel doğrultuda geometrik merkez hizasına yapıştırılan gerinim pullarında da uzanım meydana gelir. Strain gage üzerindeki ızgara şeklinde biçimlendirilmiş telde meydana gelen uzunluk değişimi oranı, telin elektriksel direncindeki değişim oranıyla doğru orantılıdır. Bu

iki büyüklük gerinim oranı katsayısına (gage factor) bağlı olarak 3.2'deki bağıntıyla birbirine orantılıdır.

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta R/R}{K} \quad (3.2)$$

Köprü devresindeki çıkış gerilimi 3.3'te verilmiştir. Burada "E" uyarma (tahrik) gerilimi (voltajı), "R₁" gauge direnci (gauge resistance), "R₂, R₃, R₄" sabit dirençli elemanlardır.

$$e = \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} E \quad (3.3)$$

Devredeki her dört direncin de birbirine eşit olduğu kabûlü yapılırsa R=R₁=R₂=R₃=R₄, dirençteki aktif değişimlerin doğrudan çıkış gerilimindeki değişimlere, oradan da uzanımına (strain) bağlı olduğu görülür (3.4).

$$\Delta e = \frac{\Delta R}{4R + 2\Delta R} E \quad (3.4)$$

$$\Delta R \ll R$$

Buradan "strain" doğrudan ölçülebilir ya da hesaplanabilir (3.5).

$$\Delta e = \frac{\Delta R}{4R} E = \frac{E}{4} K \varepsilon \quad (3.5)$$

3.4 Diğer Elemanlar

Mesnet sehpası (masa), deney numuneleri (sac levhalar), veri toplama ve sinyal işleme sistemi ve gerinim pullarına ek olarak: Yayılı yük oluşturmak için sıkıştırılmış kum kullanılmıştır. Ayrıca kumun istenen yüksekliğe kadar doldurulabilmesi şekil 3.5'te görülen, ahşap malzemedeki, masa üstüne yerleştirilerek, kılavuz çerçeve şeklinde kum havuzu işlevi gören bir eleman da kullanılmıştır.

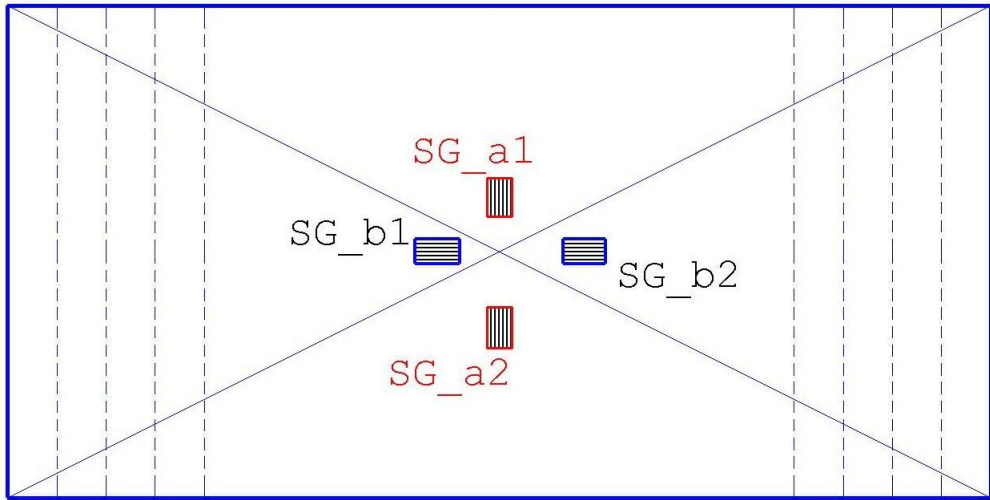
Ayrıca levha çevresinde ankastre mesnet oluşturabilmek için el tipi işkencelerden yararlanılmıştır (Şekil 3.5). 60x100 mm büyüklüğünde olan bu işkenceler 10 cm aralıklarla kenarlara yerleştirilmiş ve aynı anda toplam 26 adet kullanılmıştır.

4. YAPILAN ÇALIŞMALAR

Deney numuneleri masa kenarları tarafından desteklenecek boyutlarda (114x64 cm) temin edilmiştir.

Altı ($t=1;1,2;1,5;2;2,5;3$) değişik kalınlıktaki çelik sac levhalara 4'er adet "gage" yapıştırılmıştır. Gage'lerin konumu için şekil 2.15'teki eksen takımı referans alınmıştır. Tam olarak orijine yapıştırılacak gage'lerden hatalı olarak, olduğundan büyük "strain" değerleri alınacağı bilinmektedir. Bunun için orijin etrafına birden fazla gage uygulanarak birbirini doğrulayacak bir sistem elde edilmeye çalışılmıştır.

"a" kısa kenar, "b" uzun kenar kabûlüyle; bu kenarlar doğrultusunda x ve y eksenleri üzerinde, orijinden farklı uzaklıkta, birbirine dik iki doğrutuda 2'şer adet gage yapıştırılmıştır. Şekil 4.1'de görüldüğü gibi SG_a1 ve SG_b1 orijinden 15 mm; SG_a2 ve SG_b2 orijinden 30 mm öteye yapıştırılmıştır. Karşılıklı aynı doğrultudaki her iki gage ile birbirini doğrulama amaçlanmıştır.

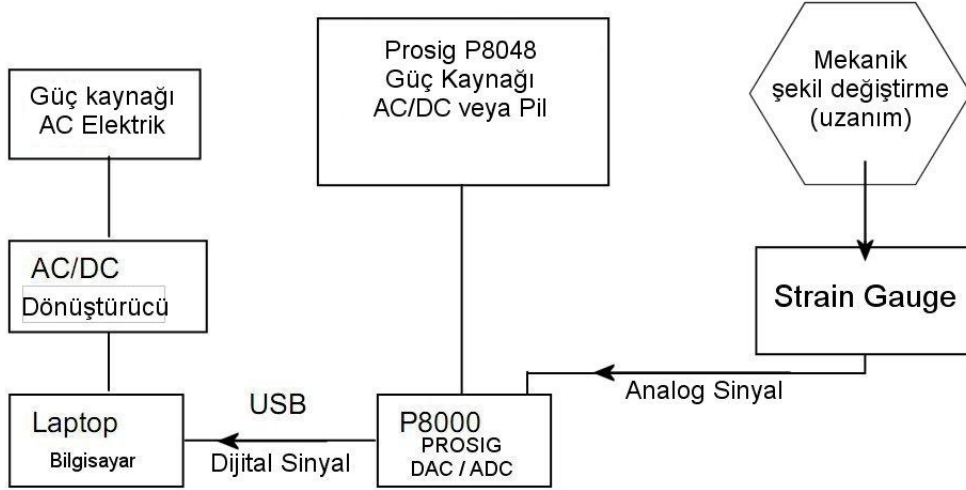


Şekil 4.1 : Levha üzerinde Strain Gage'lerin konumu.

Tam orta noktasına gage yapıştırılan levhalar, "b/a= 2; 1,8; 1,6; 1,4; 1,2; 1" kenar oranlarını sağlayacak şekilde iki taraftan eşit miktarda olmak üzere, şekil 4.1'deki kesikli çizgilerle temsil edilen yerlerden kesilerek küçültülmüştür.

4.1 Deneyin Uygulanışı

Her bir numune üzerine yayılı yük uygulanarak, levhanın altta kalan tarafına yapıştırılan gerinim pulu aracılığıyla gerinim (uzanım) değerleri tespit edilmiştir.



Şekil 4.2 : Sistemin şeması.

Gerinim değerlerinden, matematiksel yöntemler ile sehim değerlerine ulaşılmıştır. Deney esnasında sistemde oluşan gürültü sinyali büyük sorun yaratmaktadır. Gürültü kaynaklarından biri sisteme bağlı olan bilgisayarın kendisidir (Şekil 4.2). Bu bilgisayarın pil gücüyle çalıştırılması yerine toprak bağlantılı bir prizden şehir elektriği ile çalıştırılması halinde gürültüyü yaratan akım ve yükler Prosig ADC yerine toprak hattına akacaktır.

Strain gage'lerin her birini ADC'ye bağlayan kablolar, analog elektrik sinyali taşımaktadır. Kablo uzunluğu, kabloların birbirine dolaşması, düğüm ve halkalar yapması, birbirleriyle etkileşimi; deney çevresinde elektrik motoru, mıknatıs vs. gibi güçlü manyetik etkilerin bulunması sistemdeki sinyalde gürültü oluşmasına neden olmaktadır. Deney esnasında bu gibi etkenler sıfırlanmaya çalışılmıştır.

İlk olarak çelik levhalar üzerlerine herhangi bir dış yük etki ettirilmeden sadece kendi ağırlıkları ile sehim yapacak şekilde sehpaye bağlanmışlardır.

İkinci seferde her yüksüz denemeden sonra levhalar üstünde kum ile yayılı yük oluşturulmuştur. Kullanılan sıkıştırılmış kumun 1 litresinin ağırlığı 1421 gram olarak ölçülmüştür.

Kum havuzuna toplam 75 kg'lık kum ağırlık doldurulabilmektedir. Ancak bu değer mevcut sacların kendi kalınlıklarından daha büyük miktarda sehım yaparak 2. Bölümde daha önce bahsedilen plak teorisinin sınırları dışına çıkılmasına neden olmaktadır.

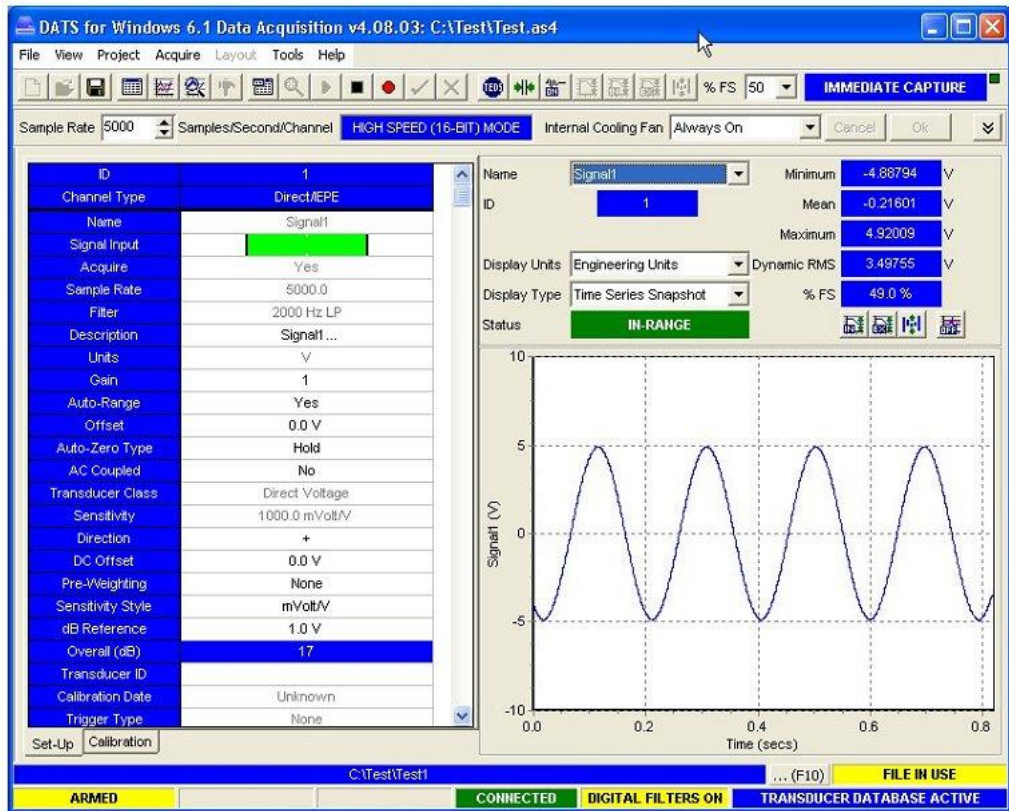
Her denemede yaklaşık olarak aynı değerde ek yayılı yük oluşturulmasına çalışılmıştır.

4.2 Elde Edilen Deney Sonuçları

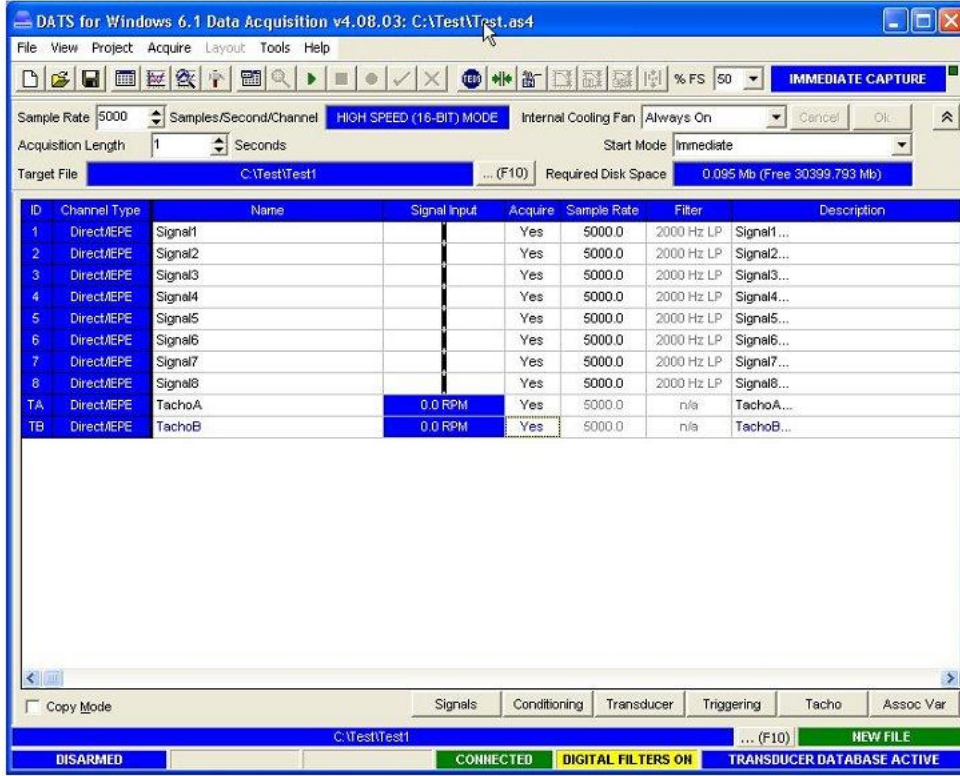
Deney sonuçlarının elde edilmesinde Prosig firmasının DATS yazılımından faydalanılmıştır. Şekil 4.3 ve 4.4'te Dats arayüzü görülmektedir.

Yazılımda doğrudan strain gage'den gelen gerilimdeki değişimler görülebilmektedir.

Deneyden elde edilen esas sonuç, elektriksel gerilimdeki değişimdir. Bu noktadan sonrası matematiksel olarak çökme değerine ulaşılmasıdır. Bu voltaj değişim değerleri denklem 3.4'e koyularak, denklem 3.2 veya 3.5 vasıtasıyla ϵ değerleri elde edilebilir.



Şekil 4.3 : Dats yazılım arayüzü.

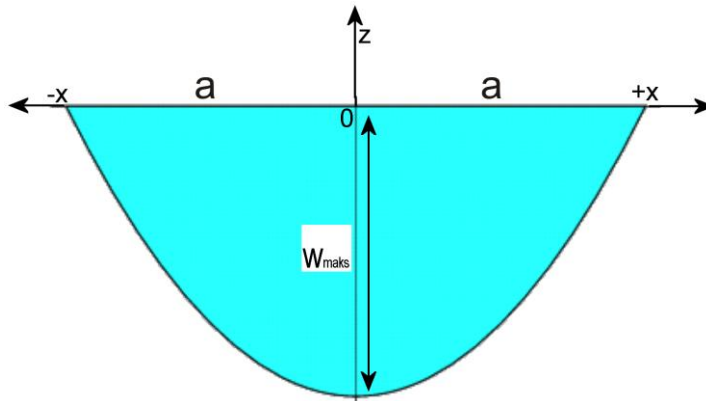


Şekil 4.4 : Dats arayüzünde kanalların listelenmesi.

Epsilon değerleri kullanılarak da; a ve b kenar uzunlukları yani L uzunlukları bilindiğinden; ΔL uzama değeri rahatlıkla bulunabilir.

$$s = L + \Delta L \quad (4.1)$$

Üzerine düzgün yayılı yük etkileyen cisimler parabol şeklinde sehim yapmaktadır. Levhanın x ve y eksenlerindeki kesit boyunca parabol şeklinde çöktüğü bilinmektedir. Şekil 4.5'te xz düzleminde alınan kesitteki parabolik izdüşüm abartılı olarak gösterilmiştir.



Şekil 4.5 : Parabolik eğri parçası.

Dikdörtgen levhanın ortasından geçen eksenler boyunca, sehim sonucu oluşan parabol eğrilerinin uzunluğu (s) bağıntısıyla (4.1) bulunabilmektedir. Deney sonucu elde edilen epsilon değerleri ile w_{maks} en büyük çökme (sehim) değerlerine ulaşılabilmektedir.

4.3 Deneysel Verilerin Kullanılması

Düşey çökme değerini bulmak için parabol denkleminde (4.2) ve eğri uzunluğunu veren denklemlerden (4.3) faydalanılmıştır.

$$z = w \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) \quad (4.2)$$

$$s = \int_{-a}^a \sqrt{1 + z'^2} dx \quad (4.3)$$

Denklem 4.3 düzenlenerek 4.4 ve sonuç olarak 4.5 elde edilir.

$$s = 2 \int_0^a \sqrt{1 + (z')^2} dx \quad (4.4)$$

$$s = \sqrt{a^2 + 4w^2} + \frac{a^2}{4w} \sinh^{-1} \left(\frac{2w}{a} \right) \quad (4.5)$$

Denklem 4.5'te bilinmeyen w değeridir. Sehim için gerekli çözümler Mathematica programı ile yapılmıştır. Bulunan deneysel sehim değerleri çizelge 5.1 ve çizelge A.6'da diğer veriler ile birlikte Excel programını yardımıyla düzenlenip, hesaplanarak tablolandırılmıştır.

Ayrıca w değerini çözmek için bir diğer yol olan denklem 4.6'da kullanılabilir. Bu bağıntı için de yukarıda anlatılan durumlar geçerlidir.

$$s = \sqrt{b^2 + 4w^2} + \frac{b^2}{2w} \log \left(\frac{2w + \sqrt{4w^2 + b^2}}{b} \right) \quad (4.6)$$

Denklem 4.2 ve 4.5'teki "a" değerleri yerine "b" yazılarak uzun kenar doğrultusu için de aynı çözümler yapılır. Her iki durum için; yani a ve b uzunlukları için yapılan çözümler sonucunda bulunacak w_{maks} değeri aynı olmalıdır. Böylece deneyin ve gage'lerin ölçüm sonuçlarının güvenilirliği de test edilmiş olur.

Bu yöntemle strain gage'de oluşan basit bir gerilim farkından yola çıkılarak; yani sadece elektriksel bir büyüklüğün ölçülmesi ile geometrik boyut, şekilsel bir büyüklük olan çökme miktarına erişilmiştir.

5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Deney sisteminde mesnetleme koşullarının tam mükemmel olamaması ve sinyal toplama sistemindeki gürültülerden dolayı beklenen sonuçlar ile arada farklar mevcuttur. Ankastrе mesnetleme için kullanılan el tipi işkenceler ile kesin bir sınır koşulu yaratabilmek güçtür. Ayrıca sehpa kenarı, lamalar ve çelik sac levha arasındaki tibolojik koşullar da mesnetlemeyi etkilemiştir. Ek olarak 2 mm ve üzerindeki kalınlıklara sahip sacların giyotin makas ile kesilerek küçültülmesi esnasında kenarları bir miktar kıvrılabilmektedir. Dolayısıyla kenarı kıvrımlı saclar sabitlendikleri zaman hafif bombe yaparak gerilebilmektedirler. Bundan ötürü de alınan sonuçlarda öngörülemeyen sapmalar meydana gelebilmektedir. Topraklamadaki yetersizliğin de alınan analog sinyali etkilediği düşünülmektedir. Deney düzeneğindeki bu gibi zafiyetler sebebiyle sonuçların birebir olarak sayısal ve analitik çözümler ile örtüşmesi beklenemez.

5.1 Tezin Yapılış Nedeni

Literatürde deneysel veri eksikliğine istinaden yapılmış bir çalışmadır. Özellikle kutu kirişli krenlerin bünyesinde yer alan levhaların nasıl deformasyona uğradığının anlaşılması açısından faydalı bir çalışma ortaya koymak hedeflenmiştir.

Gerinim pulları (strain gage) ile ilgili uygulama tecrübesi edinilmiş ve bu ölçüm sistemiyle ileriki zamanlarda sahada krenler üzerinde gerçek zamanlı olarak deformasyon davranışlarının incelenebilmesi için altyapı oluşturulmuştur.

5.2 Bulunan Sonuçlar

Deneysel sonuçlar ile diğer çözümlerin karşılaştırılması sonucunda ortada çok büyük farklar olmadığı görülmüştür (Çizelge 5.1). Alınan sonuçlar tatminkâr olup; bu çalışmanın sahada gerçek zamanlı ve dinamik olarak çalışan krenler üzerinde de uygulanması hedeflenmektedir.

Çizelge 5.1 : Levha merkezindeki çökmelerin karşılaştırması.

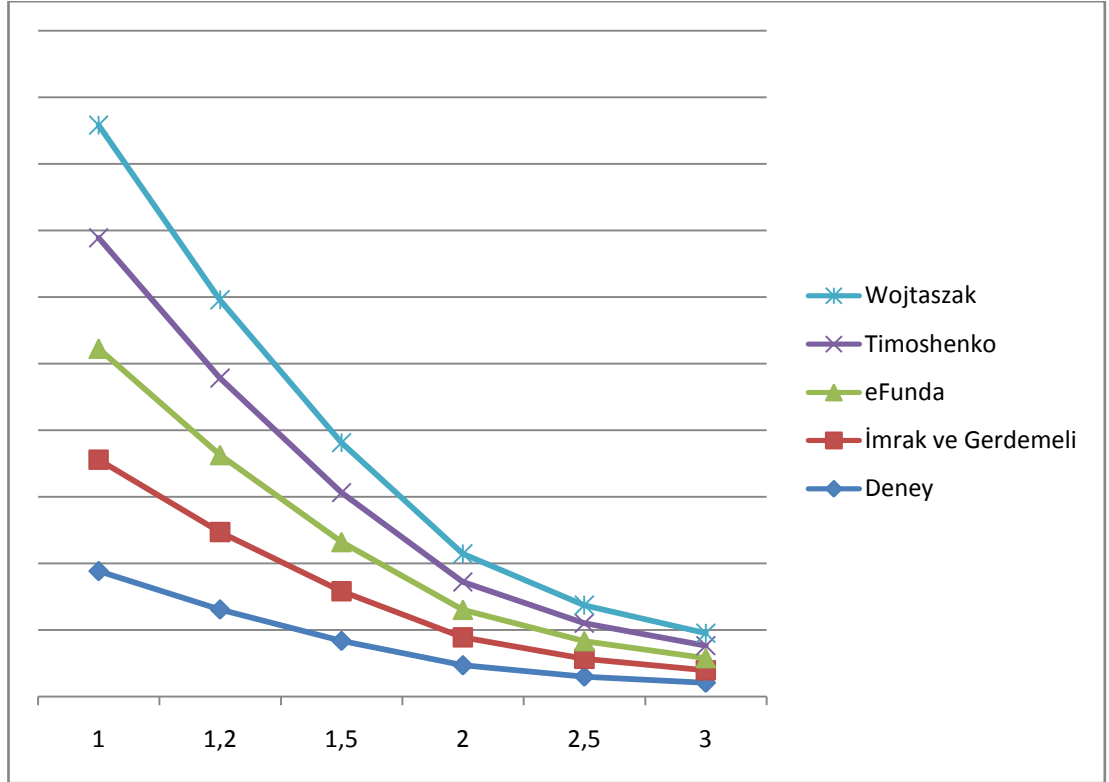
b/a	Levha kalınlığı t (mm)	<i>Geometrik merkezdeki çökmeler</i>				
		<i>Deney</i>	<i>İmrak ve Gerdemeli</i>	<i>eFunda</i>	<i>Timoshenko</i>	<i>Wojtaszak</i>
1	1	0,37681	0,33460516	0,333677395	0,33269087	0,3385133
	1,2	0,261674	0,2323647	0,231720413	0,23103533	0,23507868
	1,5	0,167471	0,14871341	0,148301065	0,14786261	0,15045036
	2	0,094203	0,08365129	0,083419349	0,08317272	0,08462832
	2,5	0,06029	0,05353683	0,053388383	0,05323054	0,05416213
	3	0,041868	0,03717835	0,037075266	0,03696565	0,03761259
1,2	1	0,513696	0,4563489	0,454575002	0,45414944	0,43523139
	1,2	0,356733	0,31690896	0,315677085	0,31538156	0,30224402
	1,5	0,228309	0,20282173	0,202033334	0,2018442	0,19343617
	2	0,128424	0,11408722	0,113643751	0,11353736	0,10880785
	2,5	0,082191	0,07301582	0,072732	0,07266391	0,06963702
	3	0,057077	0,05070543	0,050508334	0,05046105	0,04835904
1,4	1	0,631446	0,54713654	0,546457184	0,54656357	0,53194947
	1,2	0,438504	0,37995593	0,379484155	0,37955804	0,36940935
	1,5	0,280643	0,2431718	0,242869859	0,24291714	0,23642199
	2	0,157862	0,13678414	0,136614296	0,13664089	0,13298737
	2,5	0,101031	0,08754185	0,087433149	0,08745017	0,08511192
	3	0,070161	0,06079295	0,060717465	0,06072929	0,0591055
1,6	1	0,724755	0,60834638	0,606905987	0,60729286	0,60448804
	1,2	0,503302	0,42246276	0,421462491	0,42173115	0,41978336
	1,5	0,322113	0,27037617	0,269735994	0,26990794	0,26866135
	2	0,181189	0,1520866	0,151726497	0,15182321	0,15112201
	2,5	0,115961	0,09733542	0,097104958	0,09716686	0,09671809
	3	0,080528	0,06759404	0,067433999	0,06747698	0,06716534
1,8	1	0,794167	0,64686987	0,645593222	0,64689892	0,65284708
	1,2	0,551505	0,44921519	0,448328626	0,44923536	0,45336603
	1,5	0,352963	0,28749772	0,286930321	0,28751063	0,29015426
	2	0,198542	0,16171747	0,161398305	0,16172473	0,16321177
	2,5	0,127067	0,10349918	0,103294915	0,10350383	0,10445553
	3	0,088241	0,07187443	0,07173258	0,07187766	0,07253856
2	1	0,84306	0,6696724	0,669772743	0,67066255	0,6770266
	1,2	0,585458	0,46505028	0,46511996	0,46573788	0,47015736
	1,5	0,374693	0,29763218	0,297676775	0,29807224	0,30090071
	2	0,210765	0,1674181	0,167443186	0,16766564	0,16925665
	2,5	0,13489	0,10714758	0,107163639	0,10730601	0,10832426
	3	0,093673	0,07440804	0,074419194	0,07451806	0,07522518

5.3 Karşılaştırma

Çökme deneyi sonuçları ile sayısal çözüm sonuçları karşılaştırılmıştır. Deneyde kullanılan saclar iki tarafından eşit miktarda kısaltılarak kare şekline gelene kadar yüklemeye tabi tutulmuştur. Çizelge 5.1’de sadece kendi ağırlığının düzgün yayılı yükü altında sehim yapan dikdörtgen levhaların inceleme sonuçları verilmiştir. Çizelge A.6’da, levhalara kendi ağırlıklarına ek olarak eşit miktarda yayılı yük uygulandığında davranışlarının inceleme sonuçları verilmiştir.

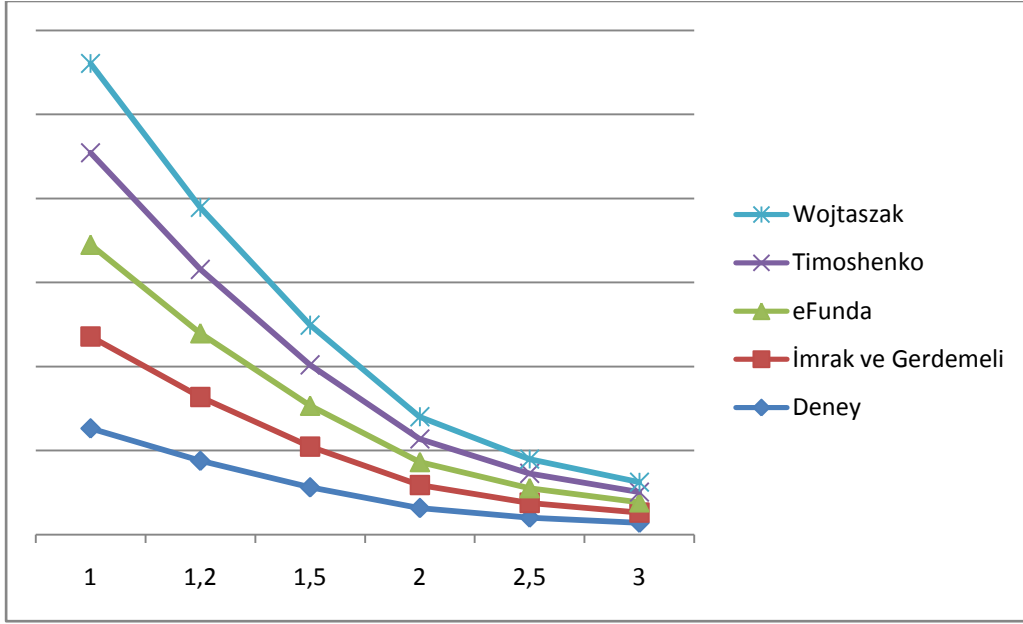
Çizelge 5.2’de, çizelge 5.1’in $b/a=1$ bölümü grafik olarak ifade edilmiştir. Burada dikey eksen (w) sehim değerlerini, yatay eksen levha kalınlığını (t) gösterir. Levha kalınlığı arttıkça çözüm yöntemleri ve deneysel sonuçların yakınsadığı görülebilir.

Çizelge 5.2 : Kenar oranı 1 olan plaklar için kalınlık sehim ilişkisi.

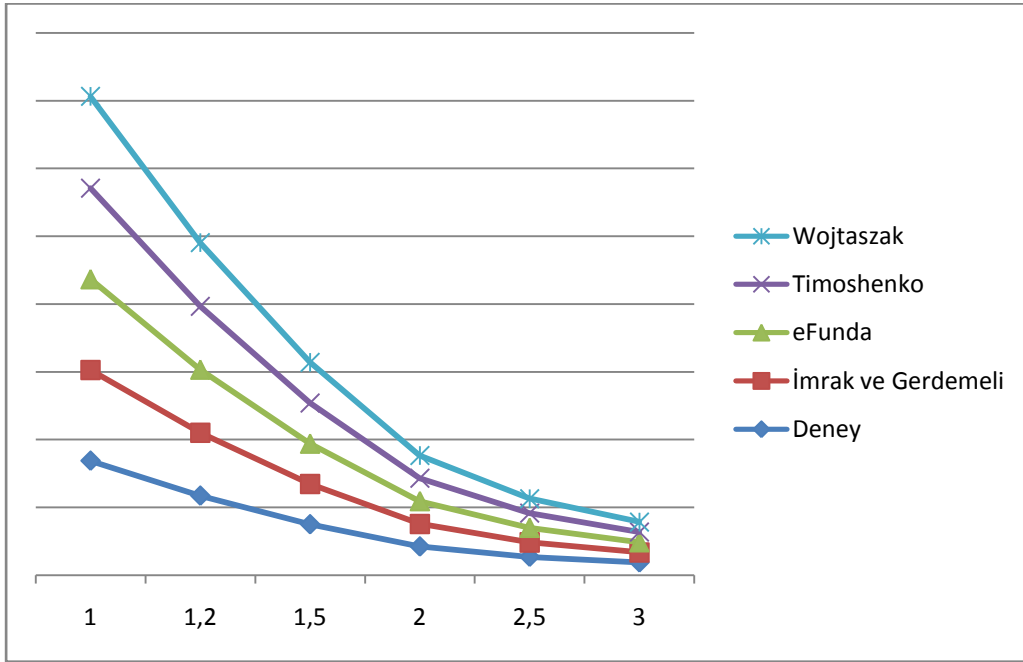


Çizelge 5.3 ve 5.4’te de kenar oranları 1.4 ve 2.0 olan levhalar için kalınlık sehim ilişkisi verilmiştir. İstenirse ara değerler çizelge 5.1’den alınabilir. Ayrıca ekler bölümündeki çizelge A.6 içindeki değerlerle de benzer grafikler çizilebilir. Ancak uygulanan ek yayılı yük sebebiyle daha ince olan levhalar kendi kalınlıklarından fazla miktarda çökmüştür. Plak teorisinin tanımı dışına çıkan bu durumlar geçerli veya geçersiz olabilir. Bu durumlar için daha uzun incelemeler gerekmektedir.

Çizelge 5.3 : Kenar oranı 1,4 olan plaklar için kalınlık sehim ilişkisi.



Çizelge 5.4 : Kenar oranı 2 olan plaklar için kalınlık sehim ilişkisi.



Çizelgelerde Wojtaszak'ın sonuçlarının en büyük değerleri verdiği görülmektedir. Bunun nedeni nümerik faktörlerin başka bir grafik üzerinden (çizelge A.5) interpolasyon ile elde edilmiş olmasıdır. Her üç karşılaştırmada da tutarlılık olduğu gözlenmiştir. Bundan dolayı ara değerlerin tek tek tablo ve grafik yoluyla gösterimi yoluna gidilmemiştir.

5.4 Öneriler

Deney düzeneğinde mesnet koşullarının sağlanabilmesi için daha uygun sıkıştırma düzenekleri tasarlanmalıdır.

Strain gage'ler ve sinyal (işaret) işleme sisteminin yardımıyla sahada krenler üzerinde gerçek zamanlı olarak incelemeler yapılabilir.

Kurulan ve imal ettirilen deney düzeneği elemanları ile ileriye dönük olarak daha başka malzemeler ve şekillerde deneyler yapılabilmesi için zemin hazırlanmıştır. Yayılı yüklerle aynı zamanda tekil yüklerin ve daha karmaşık bileşke yüklerin beraber uygulanabileceği deney sistemlerinin tasarımı da yapılarak gerçekçi sonuçlar elde edilmesi sağlanabilir.

Plak teorisinin dışında kalan büyük çökme (large deflection) durumları için de deney tasarımı ve incelemeler yapılmalıdır.

KAYNAKLAR

- Aslan, R., Kutay, M. G., Kurt, S.,** 2008. Krenlerde Çelik Konstrüksiyonlar 1.Cilt, MMO Yayın No 2008/483.
- Çetmeli, E.,** 1987: Plaklar. İ.T.Ü. Yayınları No:19, İstanbul.
- İmrak, C. E. and Gerdemeli, İ.,** 2007. A Numerical Method for Clamped Thin Rectangular Plates Carrying a Uniformly Distributed Load. *International Applied Mechanics*. Vol. **43**, no. 6, pp. 701-705.
- İmrak, C. E. and Gerdemeli, İ.,** 2007. The Problem of Isotropic Rectangular Plate with Four Clamped Edges. *Sadhana*. Vol. **32**, Part 3, June 2007, pp. 181-186
- İmrak, C. E. and Gerdemeli, İ.,** 2007. An Exact Solution for the Deflection of a Clamped Rectangular Plate under Uniform Load. *Applied Mathematical Sciences*. Vol. **1**, no. 43, pp. 2129-2137.
- İ.T.Ü. Makina Fakültesi Mukavemet Birimi.,** 1983. Dikdörtgen Plaklar, İstanbul.
- Prosig Ltd.,** 2008. DATS for Windows Acquisition (V4) User Guide, Document No: D1150 Issue 6, May 2008, Hampshire, England.
- Prosig Ltd.,** 2007. P8048 User Manual, Document No: D1151 Issue 6, June 2007, Fareham, England.
- Sturm, R. G. and Moore, R. L.,** 1937. The Behavior of Rectangular Plates Under Concentrated Load. *Journal of Applied Mechanics*. Vol. **4**, no. 2, June 1937, pp. A75-A85.
- Timoshenko, S.,** 1940: Theory of Plates and Shells. McGraw-Hill, New York.
- Timoshenko, S. and Krieger, S. W.,** 1959. Theory of Plates and Shells. McGraw-Hill, New York.
- Wojtaszak, I. A. and Arbor, A.,** 1936. Stress and Deflection of Rectangular Plates. *Journal of Applied Mechanics*. Vol. **3**, no. 2, June 1936, pp. A71-A73.
- Wojtaszak, I. A. and Arbor, A.,** 1937. The Calculation of Maximum Deflection, Moment, and Shear for Uniformly Loaded Rectangular Plate With Clamped Edges. *Journal of Applied Mechanics*. Vol. **4**, no. 4, December 1937, pp. A173-A176.
- Young, D.,** 1940. Analysis of Clamped Rectangular Plates. *Journal of Applied Mechanics*. Vol. **7**, no. 4, December 1940, pp. A139-A142.
- Url-1**<http://www.efunda.com/formulae/solid_mechanics/plates/theory.cfm>, alındığı tarih 26.04.2009.
- Url-2**<http://www.efunda.com/formulae/solid_mechanics/plates/calculators/CCCC_PUniform.cfm>, alındığı tarih 26.04.2009.

EKLER

EK A.1 : En büyük çökme değerleri için sayısal çizelgeler ve nümerik faktörler.

EK A.1

Çizelge A.1 : Sehim hesabında faydalanılan nümerik faktörlerin karşılaştırılması.

b/a	İmrak ve Gerdemeli α	Evans α	Taylor ve Govindjee α
1	0,00126725	0,00126	0,00216532
1,2	0,00172833	0,00172	0,00172487
1,4	0,00207217	0,00207	0,00206814
1,6	0,00230399	0,00230	0,00229997
1,8	0,00244989	0,00245	0,00244616
2	0,00253625	0,00254	0,00253297
∞	0,00260417	0,00260	0,002604170

Çizelge A.2 : Nümerik faktörlerin karşılaştırılması.

Araştırmacı	Tarih	$\alpha = \frac{w \cdot 0,0}{\left(\frac{p \cdot a^4}{D}\right)}$ Nümerik Faktör
İmrak ve Gerdemeli	2007	0,00126401
Timoshenko	1959	0,00126
Evans	1940	0,00126
Wojtaszak	1937	0,0012637

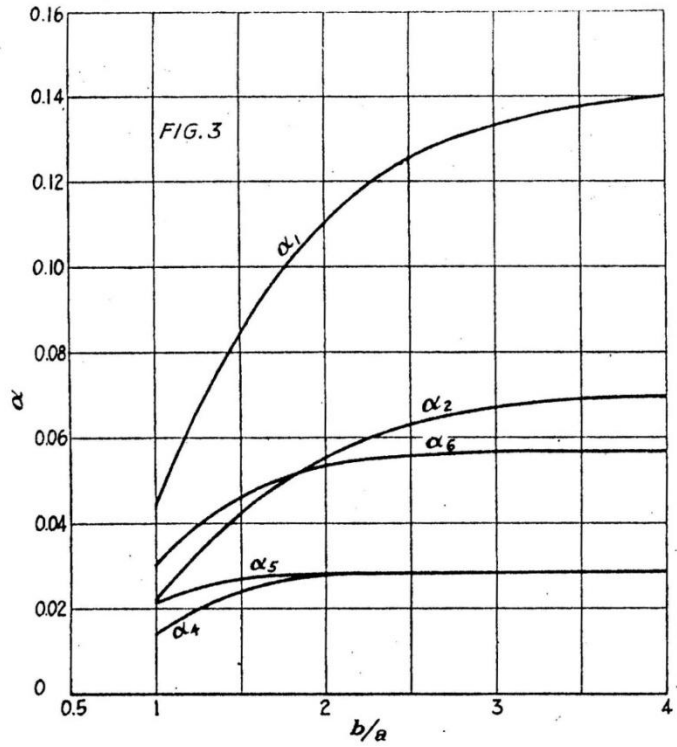
Çizelge A.3 : Deneysel sonuçlar ile karşılaştırılan çözümlerde kullanılan tüm nümerik faktörler.

b/a	eFunda	İmrak	Timoshenko	Wojtaszak
1	0,0138	0,00126725	0,00126	0,014
1,2	0,0188	0,00172833	0,00172	0,018
1,4	0,0226	0,00207217	0,00207	0,022
1,6	0,0251	0,00230399	0,00230	0,025
1,8	0,0267	0,00244989	0,00245	0,027
2	0,0277	0,00253625	0,00254	0,028

Çizelge A.4 : Dört kenarı ankastre mesnetli plaklar için çökmeler(Timoshenko 1959)

b/a	$(w)_{x=0, y=0}$
1,0	0,00126.p.a ⁴ /D
1,1	0,00150.p.a ⁴ /D
1,2	0,00172.p.a ⁴ /D
1,3	0,00191.p.a ⁴ /D
1,4	0,00207.p.a ⁴ /D
1,5	0,00220.p.a ⁴ /D
1,6	0,00230.p.a ⁴ /D
1,7	0,00238.p.a ⁴ /D
1,8	0,00245.p.a ⁴ /D
1,9	0,00249.p.a ⁴ /D
2,0	0,00254.p.a ⁴ /D
∞	0,00260.p.a ⁴ /D

Çizelge A.5 : Plaklar için nümerik faktör eğrileri. (Wojtaszak 1936)



Çizelge A.6 : Ek yayılı yük altında geometrik merkezdeki çökmeler

b/a	Levha kalınlığı t (mm)	Ek Yayılı Yük Altında Geometrik merkezdeki çökmeler				
		Deney	İmrak ve Gerdemeli	eFunda	Timoshenko	Wojtaszak
1	1	0,701548	0,93722293	0,93462427	0,93186103	0,94816955
	1,2	0,434977	0,58110183	0,579490596	0,57777732	0,58788901
	1,5	0,244972	0,32726682	0,326359398	0,32539451	0,33108924
	2	0,119002	0,15897851	0,158537708	0,15806899	0,16083536
	2,5	0,068944	0,09210436	0,091848983	0,09157743	0,09318013
	3	0,044536	0,05949753	0,059332558	0,05915714	0,06019245
1,2	1	0,942898	1,2782249	1,273256252	1,27206427	1,21907514
	1,2	0,584621	0,79253165	0,789450957	0,7887119	0,7558573
	1,5	0,329249	0,44634055	0,444605557	0,44418933	0,42568617
	2	0,159941	0,21682173	0,215978907	0,21577671	0,20678832
	2,5	0,092662	0,12561589	0,1251276	0,12501046	0,11980302
	3	0,059858	0,08114529	0,080829861	0,08075419	0,07739029
1,4	1	1,137627	1,53251943	1,530616559	1,53091455	1,48998072
	1,2	0,705358	0,95020066	0,949020831	0,9492056	0,92382559
	1,5	0,397246	0,5351371	0,534472637	0,53457669	0,5202831
	2	0,192973	0,259957	0,259634218	0,25968477	0,25274127
	2,5	0,111799	0,15060635	0,150419349	0,15044863	0,14642592
	3	0,07222	0,09728861	0,097167812	0,09718673	0,09458814
1,6	1	1,271144	1,70396707	1,69993255	1,70101617	1,69315991
	1,2	0,788141	1,05650251	1,054001011	1,05467288	1,0498018
	1,5	0,443868	0,59500452	0,593595717	0,5939741	0,59123079
	2	0,215621	0,28903918	0,288354817	0,28853863	0,28720599
	2,5	0,12492	0,16745514	0,167058658	0,16716515	0,16639309
	3	0,080696	0,10817259	0,107916464	0,10798526	0,10748652
1,8	1	1,357653	1,81187066	1,808294784	1,81195201	1,8286127
	1,2	0,841779	1,12340546	1,121188327	1,1234559	1,13378595
	1,5	0,474076	0,63268314	0,631434487	0,63271155	0,63852926
	2	0,230295	0,30734257	0,306736001	0,30735637	0,31018247
	2,5	0,133422	0,17805923	0,177707815	0,17806722	0,17970453
	3	0,086188	0,11502261	0,114795601	0,11502777	0,11608544
2	1	1,40737	1,87574012	1,87602118	1,87851351	1,8963391
	1,2	0,872605	1,16300613	1,163180399	1,16472571	1,17577802
	1,5	0,491436	0,65498557	0,655083719	0,65595401	0,66217849
	2	0,238728	0,31817656	0,31822424	0,31864701	0,32167071
	2,5	0,138307	0,18433592	0,184363539	0,18460847	0,18636026
	3	0,089344	0,11907722	0,119095062	0,11925328	0,1203849

ÖZGEÇMİŞ



Ad Soyad: Eren Kayaoğlu

Doğum Yeri ve Tarihi: İstanbul / 11.01.1981

Adres: Erenköy / İstanbul

Lisans Üniversitesi: Yıldız Teknik Üniversitesi

Yayın Listesi:

- Barlas, E., İmrak, C.E., **Kayaoğlu, E.**, 2008: Early Version of Elevator Installation in Istanbul: Hotel Pera Palace. *International Congress – Elevcon 2008*, June 22-24, 2008 Selanik, Greece.
- İmrak, C.E., Bedir, S., **Kayaoğlu, E.**, 2008: Finite Element Modeling and Stress Analysis on Guide Rails During Safety Gear Operation. *Symposium on Mechanics of Slender Structures – MoSS 2008*, July 23-25 2008, University of Maryland Baltimore County, U.S.A.
- İmrak, C.E., Erdönmez C., **Kayaoğlu, E.**, 2008: Finite Element Modelling and Static Stress Analysis of Axial Loaded Wire Ropes. *Symposium on Mechanics of Slender Structures – MoSS 2008*, July 23-25 2008, University of Maryland Baltimore County, U.S.A.