

**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ANALİTİK KESİRLİ MERTEBE PID KONTROL TASARIMI: MANYETİK  
ASKI SİSTEMİNE UYGULANMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Sergen Berkay KÖSE**

**Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Yüksek Lisans Programı**

**Haziran, 2019**



**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ANALİTİK KESİRLİ MERTEBE PID KONTROL TASARIMI: MANYETİK  
ASKI SİSTEMİNE UYGULANMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Sergen Berkay KÖSE**

**504161128**

**Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Yüksek Lisans Programı**

**Tez Danışmanı: Prof. Dr. Müjde GÜZELKAYA**

**Haziran, 2019**



İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 504161128 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi Sergen Berkay Köse, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “ Analitik Kesirli Mertebe PID Kontrol Tasarımı : Manyetik Askı Sistemine Uygulanması” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

**Tez Danışmanı :**                    **Prof. Dr. Müjde GÜZELKAYA** .....  
İstanbul Teknik Üniversitesi

**Jüri Üyeleri :**                        **Prof. Dr. İbrahim EKSİN** .....  
İstanbul Teknik Üniversitesi

**Doç. Dr. Cenk ULU** .....  
Yıldız Teknik Üniversitesi

**Teslim Tarihi**                    : **03 Mayıs 2019**

**Savunma Tarihi**                 : **13 Haziran 2019**





*Aileme ve sevenlerime,*



## ÖNSÖZ

Bu tezi yazmamda ve öğrencilik hayatımda büyük yardımları olan Prof. Dr. Müjde GÜZELKAYA, Prof. Dr. İbrahim EKSİN ve Ar. Gör. Erhan YUMUK'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Beni bugünlere getiren aileme ve hem akademik hem sosyal hayatımda katkılarını esirgemeyen Müge ATEŞOVA ve Mustafa ARICI başta olmak üzere tüm arkadaşlarıma sevgilerimi iletirim.

Haziran 2019

Sergen Berkay KÖSE  
Kontrol ve Otomasyon Mühendisi



## İÇİNDEKİLER

### Sayfa

ÖNSÖZ.....	vii
İÇİNDEKİLER .....	ix
KISALTMALAR .....	xi
SEMBOLLER .....	xiii
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xv
ŞEKİL LİSTESİ.....	xvii
ÖZET .....	xix
SUMMARY .....	xxi
<b>1. GİRİŞ.....</b>	<b>1</b>
<b>2. KESİRLİ MERTEBE HESAPLAMA.....</b>	<b>5</b>
2.1. Matematiksel Tanımlar .....	5
2.2. Kesirli Operatörün Zaman Cevabı .....	6
2.3. Kesirli Operatörün Frekans Cevabı.....	6
2.4. Yaklaşımlar .....	7
<b>3. ANALİTİK KESİRLİ MERTEBE PID KONTROLÖR TASARIMI.....</b>	<b>11</b>
3.1. Referans Ağırlıklı PID Kontrolör.....	11
3.2. Filtreli Kesirli Mertebeden PI Kontrolör:.....	14
<b>4. MANYETİK ASKI DENEY SETİ.....</b>	<b>17</b>
4.1. Manyetik Askı Deney Setinin Tanıtılması .....	17
4.2. Manyetik Askı Deney Setinin Modellenmesi .....	18
4.2.1. Elektriksel sistemin modellenmesi.....	18
4.2.2. Mekanik sistemin modellenmesi.....	19
4.2.3. Doğrusallaştırılmış sistem modeli.....	20
4.2.4. Durum uzayı modeli .....	22
4.3. Durum Uzayında Kontrolör Tasarımı .....	23
4.3.1. Durum geri beslemesi kontrolörü .....	23
4.3.2. İç kontrol parametrelerinin hesaplanması .....	25
4.3.3. İleri besleme kazancının hesaplanması .....	26
<b>5. MANYETİK ASKI DENEY SETİ ÜZERİNDE UYGULAMALAR .....</b>	<b>29</b>
5.1. Manyetik Askı Deney Setinin Modellenmesi .....	29
5.1.1. Optimizasyon ile elde edilen 3 parametrelili kesirli mertebeli model.....	29
5.1.2. Analitik yol ile 2 parametrelili kesirli mertebeden sistem modeli elde edilmesi .....	30
5.1.3. Analitik yol ile elde edilen kesirli mertebeli sistem modelinden iyileştirilmiş bir kesirli mertebeli sistem modelinin elde edilmesi .....	30
5.1.4. Optimizasyon ile elde edilen birinci derece sistem modeli.....	30
5.1.5. Analitik yol ile ikinci dereceden sistem modelinin elde edilmesi .....	31
5.1.6. Sistem modellerinin karşılaştırılması.....	31
5.2. Referans Ağırlıklı Filtreli PID Kontrolör Uygulamaları.....	33
5.2.1. Kesirli mertebeden referans ağırlıklı filtreli PID kontrolör .....	33
5.2.2. Tam sayı mertebeden referans ağırlıklı filtreli PID kontrolör .....	38
5.3. Filtreli PI Kontrolör Uygulamaları.....	42

5.3.1.	Kesirli mertebeden filtreli PI kontrolör .....	42
5.3.2.	Tam sayı mertebeden filtreli PI kontrolör .....	47
5.4.	Kontrolörlerin Bozucu ve Gürültü Performanslarının İncelenmesi.....	51
5.4.1.	Kontrolörlerin bozucu performanslarının incelenmesi.....	51
5.4.2.	Kontrolörlerin gürültü performansı .....	53
<b>6.</b>	<b>ÖNERİLEN YÖNTEMİN FARKLI SİSTEMLERE UYGULAMALARI</b> .....	<b>55</b>
6.1.	Sistem Modelinin Mertebesinin Değişimine Göre Kontrolörlerin İncelenmesi .....	55
6.2.	Farklı Zaman Sabitine Sahip Sistem Modeli İçin Kesirli Mertebe Ve Tam Sayı Mertebe Kontrolörlerin Karşılaştırılması .....	59
<b>7.</b>	<b>SONUÇLAR VE YORUMLAR</b> .....	<b>63</b>
	<b>KAYNAKLAR</b> .....	<b>65</b>
	<b>ÖZGEÇMİŞ</b> .....	<b>69</b>



## KISALTMALAR

<b>PID</b>	: Proportional Integrator Derivative
<b>PI</b>	: Proportional Integrator
<b>RAFPID</b>	: Referans Ağırlıklı Filtreli Proportional Integrator Derivative
<b>KMRAFPID</b>	: Kesirli Mertebeden Referans Ağırlıklı Filtreli Proportional Integrator Derivative
<b>TMRAFPID</b>	: Tam Sayı Mertebeden Referans Ağırlıklı Filtreli Proportional Integrator Derivative
<b>FPI</b>	: Filtreli Proportional Integrator
<b>KMFPI</b>	: Kesirli Mertebe Filtreli Proportional Integrator
<b>TMFPI</b>	: Tam Sayı Mertebe Filtreli Proportional Integrator
<b>OKH</b>	: Ortalama Karesel Hata
<b>TKH</b>	: Toplam Karesel Hata
<b>TKKİ</b>	: Toplam Karesel Kontrol İşareti
<b>NHOK</b>	: Normalize Edilmiş Hatanın Ortalamasının Karekökü
<b>KMM</b>	: Kesirli Mertebeden Model
<b>TMM</b>	: Tam Sayı Mertebeden Model



## SEMBOLLER

$\theta$	: Filtre zaman sabiti
$T$	: Zaman sabiti
$\delta$	: Aşım
$a$	: Kesirli mertebe
$a$	: Referans ağırlığı
$k_p$	: Oransal kazanç
$T_i$	: İntegral katsayısı
$T_d$	: Türev katsayısı
$\lambda$	: İntegral mertebesi
$\mu$	: Türev mertebesi
$T_p$	: Tepe zamanı
$x_{b0}$	: Çalışma noktası
$M_b$	: Metal top ağırlığı
$K_m$	: Elektromanyetik kuvvet sabiti
$R_s$	: Akım algılama direnci
$R_c$	: Bobin direnci
$L_c$	: Bobin indüktörü
$i_{c0}$	: Nominal bobin akımı
$g$	: Yer çekimi sabiti
$i_c$	: Bobin akımı
$v_c$	: Gerilim
$K_{ff}$	: İleri yol kazancı

$\emptyset$  : Kökleri atanacak sistemin polinomu



## ÇİZELGE LİSTESİ

### Sayfa

Çizelge 4.1 : Manyetik askı deney seti parametre değerleri .....	19
Çizelge 5.1 : Sistem modellerinin başarımlarının kıyaslanması.....	32
Çizelge 5.2 : Optimal $P1, P2$ değerleri ile KMRAFPID kontrolörü hata hesaplamalar .....	37
Çizelge 5.3 : Optimal $P1, P2$ değerleri ile TMRAFPID kontrolörü hata hesaplamaları .....	42
Çizelge 5.4 : Optimal $P1, P2$ değerleri ile KMFPI kontrolörü hata hesaplamaları ...	46
Çizelge 5.5 : Optimal $P1, P2$ değerleri ile TMFPI kontrolörü hata hesaplamaları ...	51
Çizelge 5.6 : Aynı $P1, P2$ değerleri ile hesaplanan kontrolörlerin ortalama karesel hataları.....	52
Çizelge 5.7 : Aynı $P1, P2$ değerleri ile hesaplanan kontrolörlerin varyans değerleri	53
Çizelge 6.1 : RAFPID kontrolörlerinin sistem modeli mertebesine göre optimal başarımları.....	56
Çizelge 6.2: FPI kontrolörlerinin sistem modeli mertebesine göre optimal başarımları .....	58
Çizelge 6.3 : RAFPID yapılı kontrolörlerin yavaşlatılmış sistem üzerindeki performansları .....	59
Çizelge 6.4 : FPI yapılı kontrolörlerin yavaşlatılmış sistem üzerindeki performansları .....	60



## ŞEKİL LİSTESİ

### Sayfa

Şekil 2.1 : $s^{0.5}$ operatörünün Bode diyagramı .....	6
Şekil 2.2 : $s^{0.6}$ operatörünün Oustaloup yaklaşımına göre a) 3. mertebeden b) 11. mertebeden Bode diyagramları .....	8
Şekil 2.3 : $s^{1.33}$ operatörünün Oustaloup yaklaşımına göre a) 3. mertebeden b) 11. mertebeden Bode diyagramları .....	9
Şekil 3.1 : Referans ağırlıklı PID kontrolörlerin genel yapısı .....	11
Şekil 3.2 : Filtreli kesirli mertebeden referans ağırlıklı PID kontrolör yapısı .....	11
Şekil 3.3 : Şekil 3.1’de verilen ileri yol kazançlı referans ağırlıklı kontrol yapısına denk kontrol şeması .....	12
Şekil 4.1 : Manyetik askı deney seti .....	17
Şekil 4.2 : Manyetik askı deney seti dinamik modeli.....	18
Şekil 4.3 : Durum uzayı manyetik askı sistemi blok diyagramı .....	23
Şekil 4.4 : İntegral kontrollü durum uzayı manyetik askı sistemi blok diyagramı....	24
Şekil 4.5 : İleri yol kazançlı integral kontrollü durum uzayı manyetik askı sistemi blok diyagramı .....	27
Şekil 5.1 : Kararlı hale getirilen manyetik askı deney setinin basamak giriş cevabı.	29
Şekil 5.2 : Sistem modellerinin basamak cevabı .....	32
Şekil 5.3 : KMRAFPID kontrolörü uygulanan manyetik askı sisteminin $P_1$ değişimine göre a) simülasyon b) deney seti basamak cevapları .....	33
Şekil 5.4 : KMRAFPID kontrolör işaretinin $P_1$ değişimine göre a) simülasyon b) deney seti sonuçları.....	34
Şekil 5.5 : KMRAFPID kontrolörünün uygulandığı manyetik askı sisteminde $P_1$ değişimine göre iç çevrim kontrol işareti.....	34
Şekil 5.6 : KMRAFPID kontrolörü uygulanan manyetik askı sisteminin $P_2$ değişimine göre a) simülasyon b) deney seti basamak cevapları .....	35
Şekil 5.7 : KMRAFPID kontrolör işaretinin $P_2$ değişimine göre a) simülasyon b) deney seti sonuçları.....	35
Şekil 5.8 : KMRAFPID kontrolörünün uygulandığı manyetik askı sisteminde $P_2$ değişimine göre iç çevrim kontrol işareti.....	36
Şekil 5.9 : KMRAFPID kontrolörünün optimal $P_1, P_2$ değerleri için a) sistem çıkışının b) kontrol işaretinin çıkışları .....	37
Şekil 5.10 : TMRAFPID kontrolörü uygulanan manyetik askı sisteminin $P_1$ değişimine göre a) simülasyon b) deney seti basamak cevapları .....	38
Şekil 5.11 : TMRAFPID kontrolör işaretinin $P_1$ değişimine göre a) simülasyon b) deney seti sonuçları.....	39
Şekil 5.12 : TMRAFPID kontrolörünün uygulandığı manyetik askı sisteminde $P_1$ değişimine göre iç çevrim kontrol işareti.....	39
Şekil 5.13 : TMRAFPID kontrolörü uygulanan manyetik askı sisteminin $P_2$ değişimine göre a) simülasyon b) deney seti basamak cevapları .....	40
Şekil 5.14 : TMRAFPID kontrolör işaretinin $P_2$ değişimine göre a) simülasyon b) deney seti sonuçları.....	40

Şekil 5.15 : TMRAFPID kontrolörünün uygulandığı manyetik askı sisteminde $P_2$ değişimine göre iç çevrim kontrol işareti .....	41
Şekil 5.16 : KMRAFPID kontrolörünün optimal $P_1, P_2$ değerleri için a) sistemin b) kontrol işaretinin çıkışları.....	41
Şekil 5.17 : KMFPI kontrolörü uygulanan manyetik askı sisteminin $P_1$ değişimine göre a) simülasyon b) deney seti basamak cevapları .....	42
Şekil 5.18 : KMFPI kontrolör işaretinin $P_1$ değişimine göre a) simülasyon b) deney seti sonuçları.....	43
Şekil 5.19 : KMFPI kontrolörünün uygulandığı manyetik askı sisteminde $P_1$ değişimine göre iç çevrim kontrol işareti .....	43
Şekil 5.20 : KMFPI kontrolörü uygulanan manyetik askı sisteminin $P_2$ değişimine göre a) simülasyon b) deney seti basamak cevapları .....	44
Şekil 5.21 : KMFPI kontrolör işaretinin $P_2$ değişimine göre a) simülasyon b) deney seti sonuçları.....	44
Şekil 5.22 : KMFPI kontrolörünün uygulandığı manyetik askı sisteminde $P_2$ değişimine göre iç çevrim kontrol işareti .....	45
Şekil 5.23 : KMFPI kontrolörünün optimal $P_1, P_2$ değerleri için a) sistemin b) kontrol işaretinin çıkışları .....	46
Şekil 5.24 : TMFPI kontrolörü uygulanan manyetik askı sisteminin $P_1$ değişimine göre a) simülasyon b) deney seti sonuçları .....	47
Şekil 5.25 : TMFPI kontrolör işaretinin $P_1$ değişimine göre a) simülasyon b) deney seti sonuçları.....	48
Şekil 5.26 : TMFPI kontrolörünün uygulandığı manyetik askı sisteminde $P_1$ değişimine göre iç çevrim kontrol işareti .....	48
Şekil 5.27 : TMFPI kontrolörü uygulanan manyetik askı sisteminin $P_2$ değişimine göre a) simülasyon b) deney seti sonuçları .....	49
Şekil 5.28 : TMFPI kontrolör işaretinin $P_2$ değişimine göre a) simülasyon b) deney seti sonuçları.....	49
Şekil 5.29 : TMFPI kontrolörünün uygulandığı manyetik askı sisteminde $P_2$ değişimine göre iç çevrim kontrol işareti .....	50
Şekil 5.30 : TMFPI kontrolörünün optimal $P_1, P_2$ değerleri için a) sistem çıkışının b) kontrol işaretinin çıkışları.....	50
Şekil 5.31 : RAFPID Kontrolörlerin Bozucu Bastırma Performansı .....	51
Şekil 5.32 : FPI Kontrolörlerin Bozucu Bastırma Performansı .....	52
Şekil 6.1 : RAFPID yapıli kontrolörlerin sistem modeli mertebesinin değişimine göre a) sistem çıkışları b) kontrol işaretleri .....	57
Şekil 6.2 : FPI yapıli kontrolörlerin sistem modeli mertebesinin değişimine göre a) sistem çıkışları b) kontrol işaretleri .....	58
Şekil 6.3 : RAFPID kontrolörlerin a) sistem çıkışları b) kontrol işaretleri .....	60
Şekil 6.4 : FPI kontrolörlerin a) sistem çıkışları b) kontrol işaretleri .....	61

## ANALİTİK KESİRLİ MERTEBE PID KONTROL TASARIMI : MANYETİK ASKI SİSTEMİNE UYGULANMASI

### ÖZET

Kesirli hesaplama, türev ve integrallerin tamsayı mertebeden olmadığı durumları konu edinir. Kesirli mertebeye operatörünü tanımlamak için Grünwald-Letnikov, Caputo, Riemann-Liouville kullanılır. Grünwald-Letnikov tanımı, tam mertebeye türevinin genel formülünün belirli koşullar altında n katlı integral tanımına eşitlenmesiyle elde edilir. Riemann-Liouville tanımı, kesirli mertebeden n katlı integral operatörünün belirli koşullar altında n. mertebeden türev tanımına eşitlenmesiyle oluşturulmuştur. Caputo tanımı, Riemann-Liouville tanımını Laplace dönüşümündeki ilk koşullar için daha anlamlı kılar.

Kesirli mertebeye hesaplamaların kontrol alanındaki ilk uygulaması 1961 yılında Manabe tarafından yapılmıştır. Daha sonra, Podlubny tarafından beş parametreye sahip  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  genel PID kontrolör yapısı önerilmiştir. Podlubny tarafından önerilen yapıda klasik PID kontrolör parametrelerine ek olarak integral ve türevin mertebesi de parametre olarak eklenmiştir. Bu yeni parametreler sayesinde kesirli mertebeden PID kontrolörler klasik PID kontrolörlere göre daha iyi sonuçlar vermektedir. Ancak eklenen parametreler kontrolör tasarımını zorlaştırmaktadır. Kesirli mertebeden kontrolörlerin uygulamaları ve bu alanda çalışmalar günden güne artmaktadır.

Kesirli mertebeye kontrolörlerin uygulanabilmesi için çeşitli yaklaşımlar önerilmiştir. Ayırık ya da sürekli tam sayı mertebeye transfer fonksiyonları ile belirli bir aralıkta kesirli mertebeye operatörler gerçekleştirilebilmektedir. Bu yaklaşımlardan en çok kullanılan Oustaloup yaklaşımıdır. Bu yaklaşımda öncelikle bir frekans aralığı belirlenmektedir. Bu frekans aralığında kesirli mertebeye operatörler sürekli ve tam sayı mertebeden transfer fonksiyonları ile gerçekleştirilmektedir. Bu tamsayı mertebeden transfer fonksiyonlarında n adet sıfır ve n adet kutup yer almaktadır. Kullanılan sıfır ve kutup sayısı Oustaloup yaklaşımının mertebesini belirlemekte, bu sıfır ve kutupların sayısı arttıkça operatörün gerçekleştirilmesi o kadar iyi olmaktadır.

Bu tezin amacı, analitik kesirli mertebeye PID kontrolör tasarımını incelemek ve manyetik askı deney seti için benzetim ve gerçek zaman uygulamalarını gerçekleştirmektir. İki farklı analitik kesirli mertebeye PID kontrolör tasarımı ele alınacaktır. Bu tasarımlardan ilki “Referans Ağırlıklı Filtreli Kesirli Mertebeden Kontrolör” diğeri “Filtreli Kesirli Mertebeden PI Kontrolör” dür. Her iki kontrolör tasarımında da tasarımcı ilk olarak istenen kapalı çevrim transfer fonksiyonunu belirlemektedir. Daha sonra verilen ilişkiler yardımıyla, kontrolör parametreleri, istenen kapalı çevrim transfer fonksiyonuna sağlamak üzere hesaplanmaktadır. Söz konusu yöntemler ölü zamansız kararlı sistemlere uygulanmak için uygundur. Kontrol edilecek sistem modeli olarak tek kesirli kutuplu sistemler ele alındığında, önerilen kapalı çevrim transfer fonksiyonu ve kontrolörler kesirli mertebeden olmak zorundadır. Kontrol edilecek sistem ve istenen kapalı çevrimli transfer fonksiyonunda kesirli mertebeye 1 olarak alındığında sonuç kontrolör de tam sayı mertebeli çıkmaktadır. Referans

Ağırlıklı Filtreli PID kontrolör tasarımında 5 adet kontrolör parametresi bulunmaktadır. Filtreli PI kontrolör yapısında ise 3 adet kontrolör parametresi vardır. Referans Ağırlıklı PID kontrolör yapısı, bozucu bastırma konusunda Filtreli PI kontrolör yapısına göre daha başarılıdır. Filtreli PI kontrolör yapısı ise gürültü bastırma performansı açısından Referans Ağırlıklı PID kontrol yapısına göre daha iyidir.

Manyetik askı deney seti, bir RLC devresinin mıknatıs yardımıyla oluşturduğu elektromanyetik kuvvet ile metal bir topa etki eden yerçekimi kuvvetini dengeleyerek, sabit bir noktada tutulmasını amaçlamaktadır. Sistemin sabit bir noktada tutulması için üzerine etkiyen kuvvetler iki bölüme ayrılarak modellenenir. Bu sistemin kuvvet denklemlerini oluşturmak için RLC devresi elektriksel modelleme ile yerçekimi kuvveti ise mekanik modelleme bölümlerinde modellenmiştir. Elektromanyetik kuvvet bu sistemi doğrusal olmayan bir sistem haline getirmektedir. Söz konusu kontrolör tasarım yöntemlerini uygulayabilmek için sistemin transfer fonksiyonu belirlenmelidir. Doğrusal olmayan bir sistemin transfer fonksiyonu hesaplanamayacağı için sistem, belirli bir çalışma noktası belirlenerek, doğrusallaştırılmalıdır. Taylor serisi açılımı ve süperpozisyon ilkesi yardımıyla sistemin doğrusallaştırılmış modeli belirlenmiştir. Elde edilen modelden durum uzayı denklemleri hesaplanmıştır. Ardından durum uzayında bir kontrolör tasarlanarak, sistem belirli bir çalışma bölgesi için kararlı hale getirilmiştir.

Referans Ağırlıklı Filtreli PID ve Filtreli PI Kontrolörlerin, kararlı hale getirilmiş manyetik askı deney setine uygulanabilmesi için deney setinin kesirli merteye ve tam sayı merteye sistem modelleri ayrı ayrı elde edilmiştir. Modellerin belirlenmesinde, normalize edilmiş karesel hatanın karekökü kriteri kullanılmıştır. Kontrolörler, tasarımcı tarafından istenen kapalı çevrim transfer fonksiyonu parametreleri cinsinden elde edilmektedir. Kapalı çevrim parametrelerinin sistem yanıtı üzerindeki zaman tanım bölgesi kriterlerine etkisi hem benzetim ortamında hem de gerçek zamanda sistem üzerinde tartışılmıştır. Benzer şekilde kontrol işaretlerinin değişimleri de incelenmiştir. Ayrıca kontrolörlerin bozucu ve gürültü bastırma başarımları kıyaslanmıştır. Referans Ağırlıklı Filtreli PID kontrolör yapısının Filtreli PI kontrolör yapısına göre bozucu bastırmada daha başarılı olduğu, ancak gürültü bastırmada Filtreli PI yapısının daha üstün olduğu görülmüştür. Kesirli merteye kontrolörlerin tam sayı merteye kontrolörlere göre gürültü bastırmada daha başarılı olduğu saptanmıştır. Tam sayı merteye kontrolörlerin ise bozucu bastırmada kesirli merteye kontrolörlere üstünlük sağladığı görülmüştür. Ayrıca, istenen kapalı çevrim parametreleri toplam karesel hata ve toplam karesel kontrol işareti ile belirlenen kriteri için optimal olacak şekilde seçilmiş ve bu parametreler manyetik askı deney seti üzerinde uygulanarak sonuçlar tartışılmıştır.

## **ANALYTICAL FRACTIONAL ORDER PID CONTROLLER DESIGN: CASE STUDY ON MAGNETIC LEVIATON SYSTEM**

### **SUMMARY**

Fractional calculus covers the cases in which derivative and the integrals are not integer order. Grünwald-Letnikov, Caputo, Riemann-Liouville definitions are used to define fractional order operator. Order and fold of the non-integer could be rational, irrational or complex numbers. For the fractional order derivative operator, Grünwald-Letnikov definition was obtained by equaling integer  $n^{\text{th}}$  order derivative's general formula to the  $n$  fold integral definition under certain conditions. Definition of Riemann-Liouville was established by equaling general formula of the integer order  $n$  fold integral to the  $n^{\text{th}}$  order derivative definition under certain conditions for the fractional order integral operator. Caputo definition makes the Riemann-Liouville definition more meaningful for the initial conditions on the Laplace transformation. In literature, these definitions are used to indicate fractional order derivative and integral operators.

Fractional calculus applications are being used recently in engineering areas, however, fractional calculus is an ongoing subject for more than 300 years. First application of it was executed in 1823 in order to solve the integral equation for teutochrone problem. It is also proven that specific problems for electromagnetic theory could be solved by using fractional calculus.

There are various fractional calculus applications on modeling and control field. They could be exemplified as control or modeling of speed of servo system, underwater vehicle, liquid or thermal systems etc. Manabe is the pioneer on using fractional calculus on control engineering in 1961. After obtaining transient state and frequency responses of non-integer integral, he used them on control systems. Oustaloup utilized fractional control algorithm in order to control dynamic systems in automatic control and he has shown that CRONE (Commande Robuste d'Ordre Non Entier) method has a better performance than integer order PID controllers.

$PI^{\lambda}D^{\mu}$  is a generalized form of PID controller with 5 parameters and is suggested by Podlubny. Podlubny has also shown that fractional order controllers give better results than classical PID controllers. In the form suggested by Podlubny, orders of integral and derivative are added as parameters to the classic PID controllers. By means of these new parameters, fractional order PID controllers give better results than classic PID controllers. However, these added parameters complicate the design of the controller.

There are various approaches for the realization of fractional order controllers. Fractional order operators could be realized with discrete or continuous integer order transfer functions in certain intervals. The most popular approach is Oustaloup approach. In this approach, firstly, the lower and upper boundary frequency values are determined. Fractional order operators are realized with continuous integer order transfer functions within the boundary values using "n" number of poles and "n"

number of zeros. Number of zeros and poles determines the order of the Oustaloup approach. As  $n$  value increases, the realization of the operator gets better.

The aim of this thesis is to examine the analytical fractional order PID controller design and to implement simulation and real time applications for the magnetic levitation experiment set. Two different analytical fraction PID controller design will be analyzed. The first analytical design method is “Set-Weighted Fractional Order PID Controller Design Method” and the other is “Filtered Fractional Order PI Controller Design Method”. In these design methods, the desired closed-loop transfer function is determined by the designer. The controller parameters are obtained by the help of the given equations to obtain the desired closed loop transfer function. Both methods are suitable for application to stable systems without delay time. In the case of single-fractional pole system models, the proposed closed-loop transfer function must be in the fractional order form. When the fractional orders of the desired closed loop system and the system model to be controlled are taken as 1, the resultant controller is in integer order. Set-Weighted Filtered PID controller design has 5 controller parameters. In the Filtered PI controller, there are 3 controller parameters. When the disturbance rejection performances of these controllers are compared with each other, it is seen that the Set-Weighted Filtered PID controller structure is more successful than the Filtered PI controller structure. On the other hand, the Filtered PI controller structure has better noise reduction performance than the Set-Weighted Filtered PID control structure.

In this thesis, the above-mentioned control methods have been applied to the magnetic levitation experiment set. Purpose of the magnetic levitation experiment set is to hold a metal ball in a steady position by balancing the gravity force applied on the ball with an electromagnetic force generated by an RLC circuit with the help of a magnet. The forces acting on it can be divided into electrical and mechanical parts. The electromagnetic force which is the output of the electrical part causes the nonlinearity of the system. The transfer function of the system should be calculated in order to apply the mentioned controller design methods. Therefore, the system must be linearized around a specific operating point. The linearized model of the system is obtained using Taylor series expansion and superposition principle. Then, the state space equations of the linearized model are obtained. Since the linearized model of magnetic levitation system is unstable a control rule is applied to the linearized system for stabilization.

In order to apply Set-Weighted Filtered PID Controller and Filtered PI Controller to the stabilized system, fractional order and integer order transfer function models are needed. These transfer function models are found according to the normalized root mean square criteria. Then, the closed loop transfer function parameters are determined by the designer. The fractional order or integer order controllers are obtained in terms of the closed loop transfer function parameters. The effect of the closed loop system parameters on the time domain characteristics of the system response are discussed both by simulations and real time application. Moreover, the control signals are also examined. In addition, disturbance rejection and noise reduction performances of the controllers are compared with each other. It is seen that the Set-Weighted Filtered PID controller structure is more successful in disturbance rejection performance compared to the Filtered PI controller structure. On the other hand, it is observed that the Filtered PI structure is superior in noise reduction performance. Moreover, both controllers designed by fractional order transfer functions are more successful in noise reduction compared to their integer order

counterparts while the controllers designed by integer order transfer functions have superiority to the fractional order counterparts in disturbance rejection performance. In addition, the closed loop transfer function parameters of Set-weighted Fractional and Integer Order PID controllers and Filtered Fractional and Integer Order PI controllers are optimally selected so as to minimize the sum of the integral squared error and the integral square control signal values and the results are discussed.





## 1. GİRİŞ

Türevin ve integralin mertebesinin tam sayı olmadığı durumlar kesirli mertebe hesaplamasının konusunu oluşturur. Kesirli mertebeden hesaplama ilk kez 1823 yılında Abel tarafından yapılmıştır. 19. yüzyılın sonlarında elektromanyetik alandaki bazı sorunları gidermek için kesirli mertebeden hesaplamalar kullanılmıştır.

Kontrol alanında kesirli mertebeden hesaplamasının ilk uygulamaları 1961'de gerçekleşmiştir. Podlubny tarafından beş parametrelili  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  genel PID kontrolörü yapısı önerilmiştir [1,2].

Kesirli mertebeden sistem modelleri ve kontrolörleri, tamsayılı mertebe model ve kontrolörlerinin genelleştirilmiş halleridir. Kontrolör ve sistem tipleri açısından 4 farklı yapıda verilebilir: Tam sayı mertebeden sistemler için tam sayı mertebeden kontrolörler, tam sayı mertebeden sistemler için kesirli mertebeden kontrolörler [3-8], kesirli mertebeden sistemler için kesirli mertebeden kontrolörler [9-16], kesirli mertebeden sistemler için tam sayı mertebeden kontrolörler [17-20].

Manyetik askı üzerine kesirli mertebeden PID kontrolör uygulanmıştır ve tam sayı mertebeden PID kontrolör ile kıyaslanmıştır [21]. Hava basınç sisteminin kesirli mertebe modeline bulanık kesirli mertebeden PID kontrolör tasarımı incelenmiştir [22]. Kesirli mertebeden sistemler için bulanık kesirli mertebeden kontrolörler tasarlanmıştır [23]. Bulanık kesirli mertebeden kontrolörler aktif süspansiyon deney setinin kontrolünde kullanılmıştır [24].

Bu tezde, analitik kesirli mertebe PID kontrolör tasarımı incelenmiş ve manyetik askı deney seti için benzetim ve gerçek zaman uygulamalarını gerçekleştirilmiştir. İki farklı analitik kesirli mertebe PID kontrolör tasarımı ele alınmıştır. Bu tasarımlardan ilki "Referans Ağırlıklı Filtreli Kesirli Mertebeden Kontrolör" diğeri "Filtreli Kesirli Mertebeden PI Kontrolör" dür [25]. Her iki kontrolör tasarım yönteminde de istenen kapalı çevrim transfer fonksiyonunu tasarımcı tarafından belirlemektedir. Daha sonra kontrolör parametreleri, istenen kapalı çevrim transfer fonksiyonuna sağlamak üzere hesaplanmaktadır. Referans Ağırlıklı Filtreli PID kontrolör tasarımında 5 adet, Filtreli

PI kontrolör yapısında ise 3 adet kontrolör parametresi bulunmaktadır. Manyetik askı deney seti, bir RLC devresinin mıknatıs yardımıyla oluşturduğu elektromanyetik kuvvet ile metal bir topa etki eden yerçekimi kuvvetini dengeleyerek, sabit bir noktada tutulmasını amaçlamaktadır. Elektromanyetik kuvvet, bu sistemi doğrusal olmayan bir sistem haline getirmektedir. Taylor serisi açılımı ve süperpozisyon ilkesi yardımıyla sistemin doğrusallaştırılmış modeli belirlenmiştir. Elde edilen modelden durum uzayı denklemleri hesaplanmış ve bir kontrol kuralı sistem belirli bir çalışma bölgesi için kararlı hale getirilmiştir. Daha sonra kararlı hale getirilmiş sistemin kesirli merteye ve tam sayı merteye transfer fonksiyonları ayrı ayrı elde edilmiştir. Kontrolörler, tasarımcı tarafından istenen kapalı çevrim transfer fonksiyonu parametreleri cinsinden elde edilmektedir. Kapalı çevrim parametrelerinin sistem yanıtı üzerindeki zaman tanım bölgesi kriterlerine etkisi tartışılmış ve kontrolörlerin bozucu ve gürültü bastırma başarımları kıyaslanmıştır. Ayrıca, istenen kapalı çevrim parametreleri toplam karesel hata ve toplam karesel kontrol işareti ile belirlenen kriteri optimum yapacak şekilde seçilmiş ve bu parametreler manyetik askı deney seti üzerinde uygulanarak sonuçlar tartışılmıştır.

Bu tez içerisinde 2. Bölümde kesirli mertebeden hesaplamalar ele alınacaktır. Kesirli mertebenin ifade edilmesinde yardımcı olan tanımlar ve yaklaşımlar anlatılacaktır. Yaklaşımlardan sık kullanılan Oustaloup yaklaşımı detaylı incelenecektir. Analitik yol ile kesirli mertebeden PID kontrolör tasarımı 3. Bölümde ele alınacaktır. İlk olarak referans ağırlıklı PID kontrolör anlatılacaktır. Daha sonra bu kontrolörün tasarım parametrelerinin hesaplanma adımları verilecektir. İkinci olarak filtreli PI kontrolör anlatılacaktır. 4. Bölümde manyetik askı deney seti tanıtılacaktır. Daha sonra deney setinin elektriksel ve mekanik kısmının modellenmesi anlatılacaktır. Durum uzayı modeli elde edilecektir. Sistemi kararlı hale getirecek durum uzayı kontrolörün hesaplanması gösterilecektir. 5. Bölümde manyetik askı deney seti üzerinde yapılan çalışmalar anlatılacaktır. İlk olarak durum uzayı kontrolörü ile kararlı hale gelen deney setinin modellenmesi ele alınacaktır. 5 farklı yoldan sistem modelinin elde edilmesi ve bu modellerin kıyaslamaları verilecektir. Bu modellerden bazıları tam sayı mertebeden bazıları ise kesirli mertebeden modellerdir. Bir adet tam sayı merteye model ve bir adet kesirli merteye model Daha sonra 3. bölümde anlatılan kontrol yöntemlerinin manyetik askı deney seti üzerine uygulamaları gösterilecektir. Kontrolörlerin bozucu ve gürültü bastırmaları incelenecektir. Optimal kontrolör parametrelerinin

belirlenmesi anlatılacaktır. 6. bölümde ise farklı sistem modellerine optimal olarak kontrolör tasarımları ve bu kontrolörlerin başarımları kıyaslanmaktadır. 7. bölümde sonuçlar ve önerilerden bahsedilecektir.





## 2. KESİRLİ MERTEBE HESAPLAMA

### 2.1. Matematiksel Tanımlar

Türev ve integral  $d^n/dt^n$  ile gösterilebilmektedir. “n” değerinin tam sayı olmadığı durumlar olabilmektedir. Bu durumlar kesirli mertebe hesaplamasının konusudur. Genel gösterimi Denklem ( 2.1 )’deki gibidir.

$$D_t^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} & Re(\alpha) > 0 \\ 1 & Re(\alpha) = 0 \\ \int_\alpha^1 (d\tau)^\alpha & Re(\alpha) < 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Kesirli mertebe hesaplamada kullanılan tanımlardan biri Grünwald-Letnikov tanımıdır. Denklem ( 2.2 )’de bu tanım verilmektedir.

$$D_t^\alpha g(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{k=0}^{\frac{t-r}{h}} (-1)^k \frac{a(a-1)(a-2) \dots (a-j+1)}{j!} g(t-jh) \quad (2.2)$$

Sıklıkla kullanılan tanımlardan bir diğeri Riemann-Louville tanımıdır ve Denklem ( 2.3 )’teki gibidir.

$$D_t^\alpha g(t) = \frac{1}{\Gamma(n-a)} \frac{d^n}{dt^n} \int_r^t \frac{g(\tau)}{(t-\tau)^{a-n+1}} d\tau, \quad n-1 < a < n \quad (2.3)$$

Bir başka tanım ise Denklem 2.4’te verilen Caputo tanımıdır.

$$D_t^\alpha g(t) = \frac{1}{\Gamma(n-a)} \int_r^t \frac{d^n}{dt^n} \frac{g(\tau)}{(t-\tau)^{a-n+1}} d\tau, \quad n-1 < a < n \quad (2.4)$$

Yukarıda verilen 3 tanım uygulamalarda sıklıkla kullanılan tanımlardır.

## 2.2. Kesirli Operatörün Zaman Cevabı

Kesirli mertebeye integralin darbe ( $\delta(t)$ ) ve basamak ( $u(t)$ ) cevaplarının matematiksel ifadesi Denklem ( 2.5 )'te ve Denklem ( 2.6 )'da verilmiştir.

$$L^{-1} \left[ \frac{1}{s^a} L[\delta(t)] \right] = \frac{t^{a-1}}{\Gamma(a)} \quad (2.5)$$

$$L^{-1} \left[ \frac{1}{s^a} L[u(t)] \right] = \frac{t^a}{\Gamma(a+1)} \quad (2.6)$$

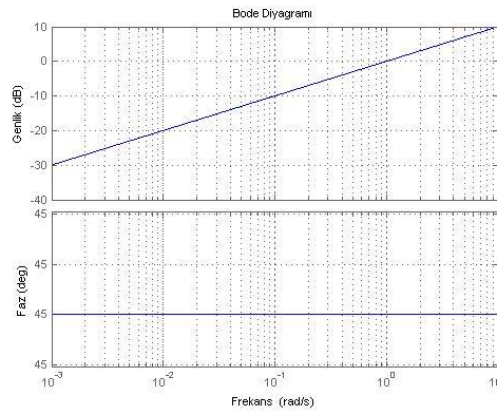
## 2.3. Kesirli Operatörün Frekans Cevabı

Kesirli mertebeden operatörün genlik ve fazının elde edilişi sırasıyla Denklem ( 2.7 )'de ve Denklem ( 2.8 )'da verilmektedir. Operatörün mertebesi  $a$  ile gösterilmektedir.

$$20 \log_{10} |G(j\omega)| = 20 \log_{10} |(j\omega)^a| = 20 \log_{10} (\omega)^a = 20a \log_{10} (\omega) \text{ dB} \quad (2.7)$$

$$\angle G(j\omega) = \angle (j\omega)^a = \angle j^a = a \frac{\pi}{2} \quad (2.8)$$

Örnek olarak  $s^{0.5}$  kesirli türev operatörünün Bode diyagramı Şekil 2.1'de gösterilmektedir. Operatörün mertebesi  $a = 0.5$ 'tir. Denklem 2.7'den sistemin genliği 10dB , fazı ise Denklem 2.8'den 45 derece olarak hesaplanmaktadır.



Şekil 2.1 :  $s^{0.5}$  operatörünün Bode diyagramı

## 2.4. Yaklaşımlar

Kesirli mertebeler bazı yaklaşımlar kullanılarak gerçekleştirilmektedir. Bu yaklaşımlar tam sayı mertebeden transfer fonksiyonu olabilmektedir. Ayrıca ayrık transfer fonksiyonları da kullanılabilir. Bu yaklaşımlardan en sık kullanılanı Oustaloup yaklaşımıdır.

Oustaloup yaklaşımı bir frekans aralığında gerçekleştirilmektedir. Alt sınır frekansı  $\omega_l$  ile gösterilmektedir. Üst sınır frekansı ise  $\omega_h$  ile gösterilmektedir. N sayısı Oustaloup yaklaşımının mertebesini göstermektedir. Yaklaşım mertebesi kadar kutup ve sıfır kullanılmaktadır. Genel denklemi Denklem 2.9'da gösterilmektedir.

$$s^a = G_f(s) = K' \prod_{k=1}^N \frac{s + \omega_z}{s + \omega_p} \quad (2.9)$$

$0 < a < 1$  olmak üzere yaklaşımdan gelecek olan Kazanç ( $K'$ ), kutuplar ( $\omega_p$ ) ve sıfırlar ( $\omega_z$ ) Denklem (2.10)'daki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned} K' &= \omega_h^a \\ \omega_p &= \omega_l \left( \frac{\omega_h}{\omega_l} \right)^{\frac{2k-1+a}{2N}} \\ \omega_z &= \omega_l \left( \frac{\omega_h}{\omega_l} \right)^{\frac{2k-1-a}{2N}} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Mertebe büyüdükçe yaklaşımın performansı da artmaktadır. Teoride N değeri sonsuz olduğunda tam anlamıyla kesirli mertebeden operatör dinamikleri yansıtılmaktadır.

Sıfırların her biri 90 derece faz azaltmaktadır. Kutupların her bir tanesi ise 90 derece faz artırmaktadır. Buna göre yaklaşım, fazı  $90a$  derece civarında salınım yapan bir eğri oluşturmaktadır. Ayrıca kutupların her biri 20 dB/dekat eğim ile genliği azaltmaktadır. Sıfırların her bir tanesi ise 20 dB/dekat eğim ile genliği artırmaktadır. Yaklaşım uygulandığında genlik eğrisinin  $20a$  dB/dekat eğime sahip bir eğri olması beklenmektedir. Mertebe büyüdükçe eğrilerdeki dalgalanmalar azalmaktadır.

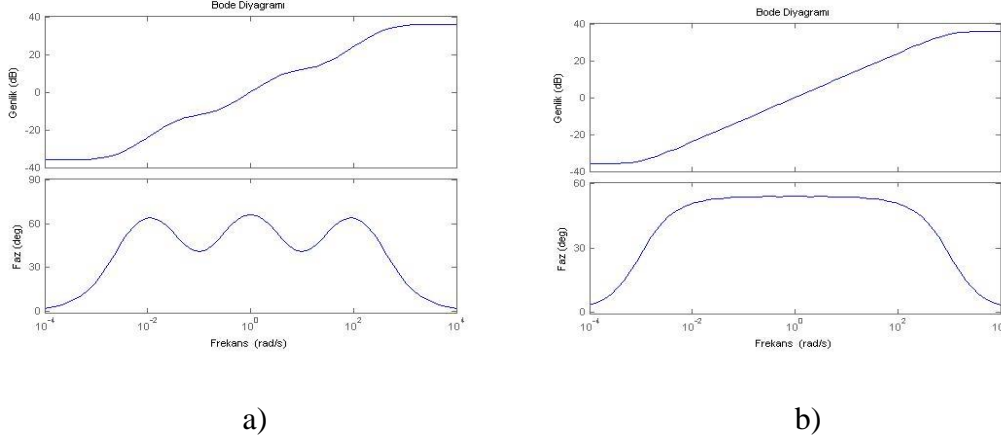
*Örnek 2.1* : 0.001 ile 1000 sınır frekans değerleri olmak üzere  $s^{0.6}$  kesirli operatörünün 3. mertebe Oustaloup yaklaşımı Denklem (2.11)'de verilmiştir.

$$s^{0.6} = \frac{63.096 (s + 0.0025)(s + 0.2512)(s + 25.12)}{(s + 0.0398)(s + 3.981)(s + 398.1)} \quad (2.11)$$

0.001 ile 1000 sınır frekans değerleri olmak üzere  $s^{0.6}$  kesirli operatörünün 11. mertebe Oustaloup yaklaşımı Denklem ( 2.12 )'te verilmiştir.

$$s^{0.6} = 63 \frac{(s + 366.1)(s + 104.3)(s + 29.7) \dots (s + 0.004)(s + 0.0012)}{(s + 777.9)(s + 221.5)(s + 63.1) \dots (s + 0.009)(s + 0.0027)} \quad (2.12)$$

$s^{0.6}$  türev operatörünün üçüncü ve on birinci mertebeden Oustaloup yaklaşımı sonuçlarının Bode diyagramları Şekil 2.2'te verilmiştir.



**Şekil 2.2 :**  $s^{0.6}$  operatörünün Oustaloup yaklaşımına göre a) 3. mertebeden b) 11. mertebeden Bode diyagramları

$a > 1$  için yaklaşımın gerçekleşmesi Örnek 2.2'de gösterildiği gibidir.

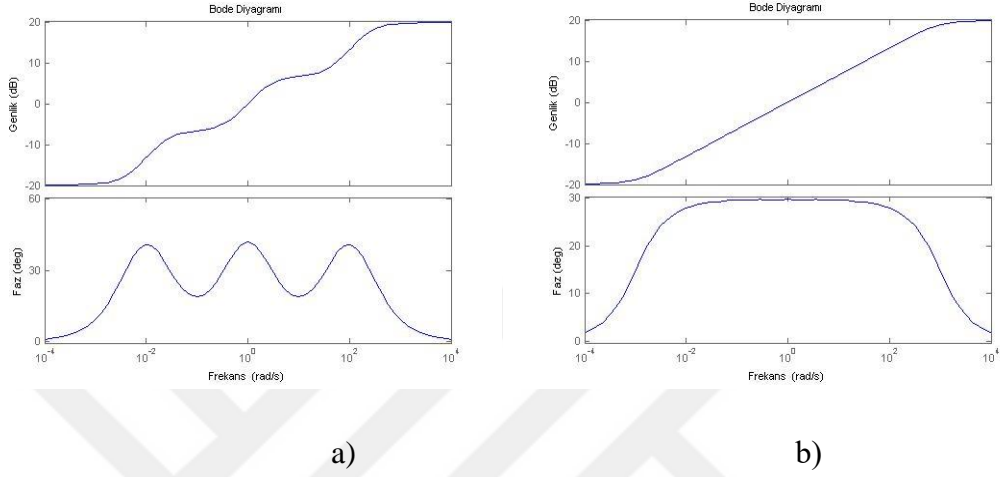
**Örnek 2.2 :** 0.001 ile 1000 sınır frekans değerleri olmak üzere  $s^{1.33}$  türev operatörünün 3. mertebe Oustaloup yaklaşımı Denklem ( 2.13 )'te verilmektedir.

$$s^{1.33} = s^1 s^{0.33} = 9.77 \frac{(s + 46.77)(s + 0.4677)(s + 0.004677)}{(s + 213.8)(s + 2.138)(s + 0.02138)} \quad (2.13)$$

$10^{-3}$  ile  $10^3$  sınır frekans değerleri olmak üzere  $s^{1.33}$  kesirli operatörünün 11. mertebe Oustaloup yaklaşımı Denklem ( 2.14 )'te verilmektedir.

$$s^{1.33} = s^1 s^{0.33} = 9.77 \frac{(s + 123.5)(s + 35.19) \dots (s + 0.005348)(s + 0.001523)}{(s + 656.6)(s + 187) \dots (s + 0.008094)(s + 0.002305)} \quad (2.14)$$

$s^{1.33}$  türev operatörünün üçüncü ve on birinci mertebeden Oustaloup yaklaşımı sonuçlarının Bode diyagramları Şekil 2.3’de verilmiştir.



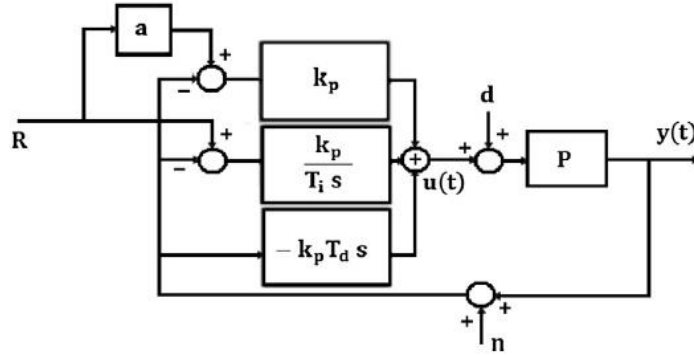
**Şekil 2.3** :  $s^{1.33}$  operatörünün Oustaloup yaklaşımına göre a) 3. mertebeden b) 11. mertebeden Bode diyagramları



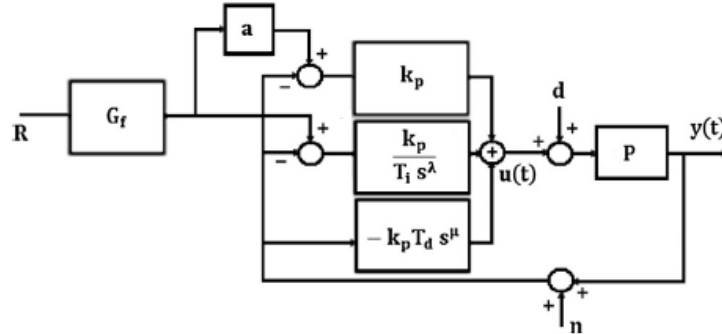
### 3. ANALİTİK KESİRLİ MERTEBE PID KONTROLÖR TASARIMI

#### 3.1. Referans Ağırlıklı PID Kontrolör

Referans ağırlıklı filtreli PID (RAFPID) kontrolörlerin genel şematik yapısı Şekil 3.1’de verilmiştir. Bu yapıda  $P(s)$  sistemin transfer fonksiyonudur. Sistem, 3 parametrelili model ile modellenmiştir. Şekil 3.2’de referans ağırlıklı kesirli mertebeden PID (KMRAFPID) kontrolörlerin genel şeması gösterilmektedir. İleri yol kazançlı referans ağırlıklı kontrolörlerin şematik yapısı Şekil 3.3’te gösterilmektedir. Bu yapıda, istenen kapalı çevrim transfer fonksiyonunu elde etmek için, PID kontrolör uygulanacaktır. İstenmeyen salınımları azaltmak için ise referans ağırlıklı filtre  $G_f(s)$  kullanılacaktır.

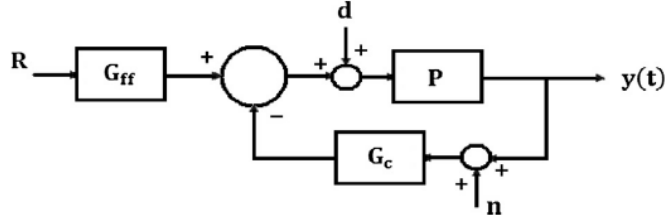


Şekil 3.1 : Referans ağırlıklı PID kontrolörlerin genel yapısı



Şekil 3.2 : Filtreli kesirli mertebeden referans ağırlıklı PID kontrolör yapısı

Şekil 3.3'te gösterilen kontrol şeması, Şekil 3.2'de gösterilen kesirli mertebeden ön filtreye sahip standart kontrol şemasına denktir.



**Şekil 3.3 :** Şekil 3.1'de verilen ileri yol kazançlı referans ağırlıklı kontrol yapısına denk kontrol şeması

$$G_c(s) = k_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s^\lambda} + T_d s^\mu \right) \quad (3.1)$$

$$G_{ff}(s) = G_f(s) \times k_p \left( a + \frac{1}{T_i s^\lambda} \right) \quad (3.2)$$

Şekil 3.3'te gösterilen kontrol yapısına göre, nominal kapalı çevrim transfer fonksiyonu Denklem 3.3'te verilmektedir:

$$H(s) = \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{G_{ff}(s)P(s)}{1 + G_c(s)P(s)} \quad (3.3)$$

3 parametrelili kesirli mertebeden sistem modeli Denklem 3.4'te verilmektedir:

$$P(s) = \frac{k}{T s^a + 1}, \quad 1 \leq a < 2, \quad T > 0 \quad (3.4)$$

Burada  $k$  kazanç,  $T$  zaman sabiti ve  $a$  kesirli mertebedir. Referans ağırlıklı filtrenin kesirli mertebesi, elde edilen sistem modelinin kesirli mertebesine denk seçilmektedir. Buna göre, referans ağırlıklı filtrenin transfer fonksiyonu Denklem 3.5'te verilmiştir:

$$G_f(s) = \frac{1}{\theta s^a + 1}, \quad \theta > 0 \quad (3.5)$$

Burada  $\theta$  sabit bir katsayıdır.

Türev ve integral mertebeleri elde edilen sistem modelinin mertebesine denk seçilen KMRAFPID kontrolörünün transfer fonksiyonu Denklem 3.6'da verilmiştir:

$$G_c(s) = k_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s^a} + T_d s^a \right) \quad (3.6)$$

Buna göre kontrol parametreleri vektörü  $\rho$  aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$$\rho = [a \quad k_p \quad T_i \quad T_d \quad \theta] \quad (3.7)$$

Basit bir kapalı çevrim transfer fonksiyonu elde etmek için,  $P(s)$ 'in kararlı kutbuyla  $G_{ff}(s)$ 'in kararlı sıfırının götürülmesi için  $a$ ,  $T_i$ ,  $T_d$  aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$a = \frac{T}{\theta + T} \quad (3.8)$$

$$T_i = \theta + T \quad (3.9)$$

$$T_d = \frac{\theta T}{\theta + T} \quad (3.10)$$

Yukarıdaki denklemlere göre nominal kapalı çevrim transfer fonksiyonu Denklem 3.11'de verilmiştir:

$$H(s) = \frac{1}{(\theta s^a + 1) \left( \frac{\theta + T}{k k_p} s^a + 1 \right)} \quad (3.11)$$

Görüldüğü gibi eşit oranlı mertebeden bir kapalı çevrim transfer fonksiyonu elde edilmiştir. İstenen kapalı çevrim transfer fonksiyonunun  $H_i(s)$  Denklem 3.12'de verildiği gibi varsayılmaktadır:

$$H_i(s) = \frac{1}{(P_1 s^a + 1)(P_2 s^a + 1)}, \quad 1 \leq a < 2, \quad P_2 > P_1 > 0 \quad (3.12)$$

$P_1, P_2$  parametreleri tasarımcı tarafından seçilmektedir. Bu parametreler, referans takibi, bozucu bastırma gibi kontrol kısıtlarına göre farklı olarak seçilebilmektedir. Elde edilen  $H(s)$  ve  $H_i(s)$  fonksiyonlarının birbirine eşitlenmesiyle KMRAFPID kontrolörünün oransal kazancı  $k_p$  ve filtrenin paydasının katsayısı  $\theta$  Denklem 3.13 ve Denklem 3.14'te verildiği gibi elde edilmektedir:

$$k_p = \frac{P_1 + T}{k(P_2 - P_1)} \quad (3.13)$$

$$\theta = P_1 \quad (3.14)$$

Bu denklemlerden, referans ağırlığı ve kesirli mertebeden filtrenin zaman sabiti elde edilmektedir. Mertebe 1 olarak seçildiğinde, tasarlanan kontrolör tam sayı mertebeden referans ağırlıklı PID (TMRAFPID) kontrolör olmaktadır.

### 3.2. Filtreli Kesirli Mertebeden PI Kontrolör:

Bu bölümde, filtreli PID (FPI) kontrolörünün analitik yol ile parametrelerinin hesaplanması anlatılacaktır. Önerilen yöntemin kapalı çevrim cevabı, yukarıda anlatılan RAFPID kontrolör uygulanan kapalı çevrim cevabına oldukça benzerdir.

Şekil 3.3'teki kontrol yapısından Denklem 3.12'deki  $H_i(s)$  fonksiyonuna ulaşılabacaktır. RAFPID kontrolör tasarım yöntemindekine benzer olarak filtre  $G_f(s)$  kesirli mertebeden transfer fonksiyonu olarak seçilmiştir.

Kapalı çevrim nominal transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilmektedir:

$$H_r(s) = \frac{y(s)}{r(s)} = G_f(s) \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} \quad (3.15)$$

Kesirli mertebeden PI kontrolörler, kesirli mertebeden PID kontrolörlerin özel bir hâlidir ve Denklem 3.16'daki gibi gösterilmektedir:

$$C(s) = k_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s^\lambda} \right) \quad (3.16)$$

Kontrolörün integralinin kesirli mertebesi, sistemin modelinin kesirli mertebesiyle aynı seçilmektedir. Buna göre kesirli mertebeden PI kontrolör aşağıdaki gibi yazılabilmektedir:

$$C(s) = k_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s^a} \right) \quad (3.17)$$

Tasarım prosedürüne göre kontrolörün integratör katsayısı Denklem 3.18'deki seçilmektedir:

$$T_i = T \quad (3.18)$$

Kapalı çevrim nominal transfer fonksiyonu Denklem 3.19'daki gibi olmaktadır. Böylelikle kapalı çevrim sistem, eşit oranlı mertebeden bir transfer fonksiyonu olmuştur.

$$H_r(s) = \frac{1}{(\theta s^a + 1)\left(\frac{T}{k k_p} s^a + 1\right)} \quad (3.19)$$

Denklem 3.19'daki  $H_r(s)$  ile Denklem 3.12'deki  $H_i(s)$  birbirlerine eşitlendiğinde, kontrolörün kazancı ( $k_p$ ) ve filtrenin paydasının katsayısı ( $\theta$ ) aşağıdaki gibi elde edilir:

$$k_p = \frac{T}{k P_2} \quad (3.20)$$

$$\theta = P_1 \quad (3.21)$$

veya

$$k_p = \frac{T}{k P_1} \quad (3.22)$$

$$\theta = P_2 \quad (3.23)$$

Bu tezde Denklem 3.20 ve Denklem 3.21'deki parametre formülleri kullanılacaktır. Mertebe 1 olarak alındığında tasarlanan kontrolör tam sayı mertebeden filtreli PI (TMFPI) kontrolör olmaktadır.



## 4. MANYETİK ASKI DENEY SETİ

### 4.1. Manyetik Askı Deney Setinin Tanıtılması

Manyetik askı sistemi tek serbestlik dereceli ve bir topun aşağı ve yukarı hareket etmesini sağlayan elektromanyetik bir sistemdir. Sistem manyetik alanın ferromagnetik bilye üzerinde yaratacağı manyetik alan kuvveti etkisiyle yerçekimi kuvvetini yenerek bilyeyi istenilen konumda havada asılı tutmak amacıyla oluşturulmuştur. Bu amaçla istenilen performans ölçütlerini sağlayan kontrolör tasarlanması gerekmektedir. Uygun kontrolörün tasarlanması için sistemin matematiksel modeli elde edilmelidir. Elektromanyetik kuvvet ve topun kütlesi arasındaki matematiksel bağıntı doğrusal değildir. Sistem doğrusal olmadığı için matematiksel modelin belirli çalışma aralığında doğrusallaştırılması gereklidir. Süperpozisyon ilkesi göz önünde bulundurularak sistem doğrusallaştırılmıştır. Lineer modelin istenilen performans ölçütlerini sağlayacak bir integral kontrollü durum geri besleme kontrolörünün tasarlanması gerekmektedir. Ayrıca sistemin başlangıç noktasından sistemin istenilen çalışma noktasına hızlı bir şekilde taşınması için gerekli olan ileri besleme kazancı hesaplanmalıdır. Şekil 4.1’de manyetik askı deney setinin görüntüsü verilmektedir.

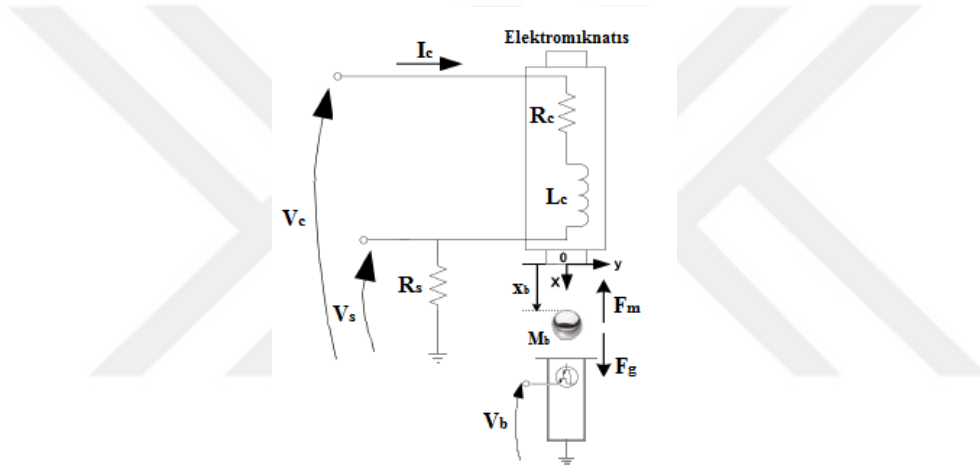


Şekil 4.1 : Manyetik askı deney seti

Pozisyon sensörü ile çelik bilyenin düşey ekseninde konumu algılanarak geri besleme işareti elde edilir. Konum geri beslemesi ile referans değer karşılaştırılarak bir hata elde edilir. Bu referans değer bilyenin durmasını istediğimiz düşey ekseninde ki konumu belirtir. Elde edilen hata işaretine göre kontrolör bobin üzerinden akan akımı ayarlayarak çelik bilye üzerinde ki magnetik kuvveti ayarlamış olur. Böylelikle çelik bilye istenilen konumda havada asılı durur.

## 4.2. Manyetik Askı Deney Setinin Modellenmesi

Şekil 4.1’de gösterilen sistemin dinamik model şeması Şekil 4.2’deki gibidir. Dinamik modelde görüldüğü gibi sistem modeline elektriksel sistem ve mekanik sistem olarak iki temel sistemin hesaplanması ile ulaşılabilir.



Şekil 4.2 : Manyetik askı deney seti dinamik modeli

Şekil 4.2’deki modelin içerdiği parametrelerin tanımları ve hesaplanmaları için gerekli olan parametrelerin sayısal değerleri Çizelge 4.1’de listelenmiştir.

### 4.2.1. Elektriksel sistemin modellenmesi

Şekil 4.2’de görüldüğü gibi manyetik askı bobini bir indüktör ( $L_c$ ) ve bir dirence ( $R_c$ ) sahiptir. Aynı zamanda gerçek sistemde bobine seri bağlı bir akım algılama direnci ( $R_s$ ) bulunmaktadır.  $V_s$  bobinin akımını ölçmek için kullanılmaktadır. Bobin akımı aşağıdaki ilişki kullanılarak hesaplanabilir:

$$V_s(t) = R_s i_s(t) \quad (4.1)$$

Kirchooff'un gerilim kanunu kullanılarak,  $R_c$  bobin direnci,  $R_s$  akım algılama direnci,  $L_c$  bobin indüktörü,  $I_c$  bobin akımı ve  $v_c$  uygulanan gerilim olmak üzere aşağıdaki birinci dereceden diferansiyel denkleme ulaşılır:

$$v_c(t) = (R_c + R_s)i_c(t) + L_c \frac{d i_c(t)}{dt} \quad (4.2)$$

$$\dot{i}_c = \frac{(R_c + R_s)}{L_c} i_c + \frac{v_c}{L_c} \quad (4.3)$$

**Çizelge 4.1** : Manyetik askı deney seti parametre değerleri

Parametre	Tanım	Değer
$x_{b0}$	Metal Top – Mıknatıs Mesafesi (Çalışma Noktası)	7 mm
$M_b$	Metal Top Ağırlığı	0.068 kg
$K_m$	Elektromanyetik Kuvvet Sabiti	6.53
$R_s$	Akım Algılama Direnci	1 $\Omega$
$R_c$	Bobin Direnci	10 $\Omega$
$L_c$	İndüktörü	412.5 mH
g	Yerçekimi Kuvveti Sabiti	9.81 m/s <sup>2</sup>

#### 4.2.2. Mekanik sistemin modellenmesi

Metal top ile manyetik yüz (mıknatıs) arasındaki uzaklık  $x_b > 0$  iken ve  $K_m$  elektromanyetik kuvvet sabiti iken metal topun üzerindeki elektromanyetik çekme kuvvetine ilişkin denklem aşağıdaki gibidir:

$$F_c = \frac{K_m i_c(t)^2}{2 x_b(t)^2} \quad (4.4)$$

Topa etki eden yerçekimi kuvveti Denklem 4.5'te verilmektedir:

$$F_g = M_b g \quad (4.5)$$

Toplam mekanik kuvvet aşağıdaki denklemde görülmektedir:

$$F_t = -F_c + F_g = -\frac{K_m i_c(t)^2}{2 x_b(t)^2} + M_b g \quad (4.6)$$

Denklem 4.6'ya Newton'un ikinci hareket yasası uygulandığında aşağıdaki doğrusal olmayan hareket denklemi ortaya çıkmaktadır ve Denklem 4.7'de verilmiştir.

$$\ddot{x}_b(t) = f(x_b, i_c) = -\frac{K_m i_c(t)^2}{2 M_b x_b(t)^2} + g \quad (4.7)$$

### 4.2.3. Doğrusallaştırılmış sistem modeli

Görüldüğü üzere mekanik sisteme ilişkin denklem doğrusal olmayan davranış göstermektedir. Sistemin doğrusal modelinin elde edilmesi amacıyla mekanik sisteme ilişkin denklem belirli bir çalışma noktası etrafında Taylor serisi açılımı kullanılarak lineerleştirilmiştir.

Mıknatıs top çiftinin statik dengesine tekabül eden nominal bobin akımı,  $i_{c_0}$ , belirlenebilir. Tanıma göre, nominal çalışma noktasındaki statik denge, sabit bir akım,  $i_{c_0}$ , ile oluşturulan elektromanyetik kuvvet ile, topun havada sabit bir pozisyonda,  $x_{b_0}$ , durmasıdır.

Sistemin dengede olması için  $\ddot{x}_b(t) = 0$  olmalıdır ve bu durumda denge konumu,  $x_{b_0}$ , için nominal bobin akımının,  $i_{c_0}$ , aşağıdaki denklemi sağlaması gerekir.

$$i_{c_0} = \sqrt{\frac{2M_b g}{K_m}} x_{b_0} \quad (4.8)$$

Çizelge 4.1'de listelenen sayısal değerler Denklem 4.8'de yerlerine konulduğunda  $i_{c_0}$  değerine ulaşılır:

$$i_{c_0} = 1.0005 \text{ A} \quad (4.9)$$

Denklem 4.8'e göre elektromanyetik kuvvet sabiti,  $K_m$ , denge konumu için aşağıdaki denklemi sağlamalıdır.

$$K_m = \frac{2M_b g x_{b_0}^2}{i_{c_0}^2} \quad (4.10)$$

Doğrusal bir pozisyon kontrolörü tasarlayabilmek için sistemin açık çevrim Laplace transfer fonksiyonu hesaplanmalıdır. Fakat, transfer fonksiyonu sadece doğrusal bir diferansiyel denklemden türetilmektedir. Bu yüzden, Denklem ( 4.7 )'te verilen doğrusal olmayan hareket denklemi bir çalışma noktası etrafında doğrusallaştırılmaktadır. Çalışma aralığı istenen çalışma aralığından,  $(x_{b_0}, i_{c_0})$ , küçük pozisyon sapmalarını,  $\delta x_{b_0}$ , ve küçük akım sapmalarını,  $\delta i_{c_0}$ , kapsayan alana denir.

$$x_b = x_{b_0} + \delta x_{b_0} \quad (4.11)$$

$$i_c = i_{c_0} + \delta i_{c_0} \quad (4.12)$$

### ***İki Değişkenli Fonksiyon İçin Taylor Serisi Açılımı***

İki değişkenli sistem  $f(z_1, z_2)$  olmak üzere,  $(z_1, z_2)$  değişkenleri için  $(a, b)$  değerleri etrafında doğrusallaştırılmak isteniyorsa, doğrusallaştırılmış  $f_z$  fonksiyonu aşağıdaki gibi olur.

$$f_z = f(z_{1_0}, z_{2_0}) + \frac{d f(z_1, z_2)}{d z_1} (z_1 - a) + \frac{d f(z_1, z_2)}{d z_2} (z_2 - a) \quad (4.13)$$

Yukarıda açıklanan Taylor serisi açılımını Denklem ( 4.7 )'de verilen doğrusal olmayan hareket denklemine,  $f(x_b, i_c)$  'e, uyguladığımızda aşağıdaki denkleme ulaşılır.

$$\delta \ddot{x}_b = f(x_{b_0}, i_{c_0}) + \frac{d f(x_b, i_c)}{d x_b} (x_b - x_{b_0}) + \frac{d f(x_b, i_c)}{d i_c} (i_c - i_{c_0}) \quad (4.14)$$

( 4.11 ) ve ( 4.12 ) denklemleri göz önünde bulundurulduğunda

$$\delta \ddot{x}_b = f(x_{b_0}, i_{c_0}) + \frac{d f(x_b, i_c)}{d x_b} (\delta x_b) + \frac{d f(x_b, i_c)}{d i_c} (\delta i_{c_0}) \quad (4.15)$$

$$\delta \ddot{x}_b = -\frac{K_m i_{c_0}^2}{2 M_b x_{b_0}^2} + g + \frac{K_m i_{c_0}^2}{M_b x_{b_0}^3} \delta x_b + \frac{K_m i_{c_0}^2}{M_b x_{b_0}^2} \delta i_c \quad (4.16)$$

Dengedeki sistem için  $f(x_{b_0}, i_{c_0}) = 0$  olmalıdır. Sonuç olarak sistemin doğrusallaştırılmış diferansiyel denklemleri aşağıdaki gibidir:

$$\delta \ddot{x}_b = \frac{K_m i_{c_0}^2}{M_b x_{b_0}^3} \delta x_b + \frac{K_m i_{c_0}^2}{M_b x_{b_0}^2} \delta i_c \quad (4.17)$$

$$\delta \dot{i}_c = \frac{(R_c + R_s)}{L_c} \delta i_c + \frac{v_c}{L_c} \quad (4.18)$$

Elektriksel ve mekanik sisteme ilişkin doğrusal denklemlerin elde edilmesinden sonra durum uzayı gösterimine geçilmiştir.

#### 4.2.4. Durum uzayı modeli

Durum uzayı modeli:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (Ax + Bu) \\ y &= (Cx + Du) \end{aligned} \quad (4.19)$$

denklemlerinden yola çıkılarak oluşturulmaktadır.

Bu sistemde durum uzayı modeli elde edilirken kullanılacak durum değişkenleri, bilyenin konumdaki sapma ( $\delta x_b$ ), bilyenin hızındaki sapma ( $\delta \dot{x}_b$ ) ve bobin akımındaki sapma ( $\delta i_c$ ) olarak seçilebilir. Buna göre,

$$\begin{aligned} x_1 &= \delta x_b \\ x_2 &= \delta \dot{x}_b \\ x_3 &= \delta i_c \end{aligned} \quad (4.20)$$

olmak üzere durum uzayı modeli çıkartılabilir.

Parametrik gösterimi ile doğrusallaştırılmış durum uzayı modelinin denklemleri aşağıdaki gibi hesaplanmıştır:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{K_m i_{c0}^2}{M_b x_{b0}^3} & 0 & \frac{K_m i_{c0}^2}{M_b x_{b0}^2} \\ 0 & 0 & \frac{(R_c + R_s)}{L_c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_c} \end{pmatrix} v_c \quad (4.21)$$

$$y = (1 \quad 0 \quad 0) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

Çizelge 4.1’de verilen sayısal değerler ve Denklem( 4.9 )’da hesaplanan akım değeri Denklem ( 4.21 ) ve Denklem ( 4.22 ) yerlerine yerleştirildiğinde durum uzayı modelini oluşturan  $A, B, C$  ve  $D$  matrislerinin sayısal değerlerine ulaşılmaktadır.

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2802.85714 & 0 & -19.6101 \\ 0 & 0 & -26.6667 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2.4242 \end{pmatrix} v_c \quad (4.23)$$

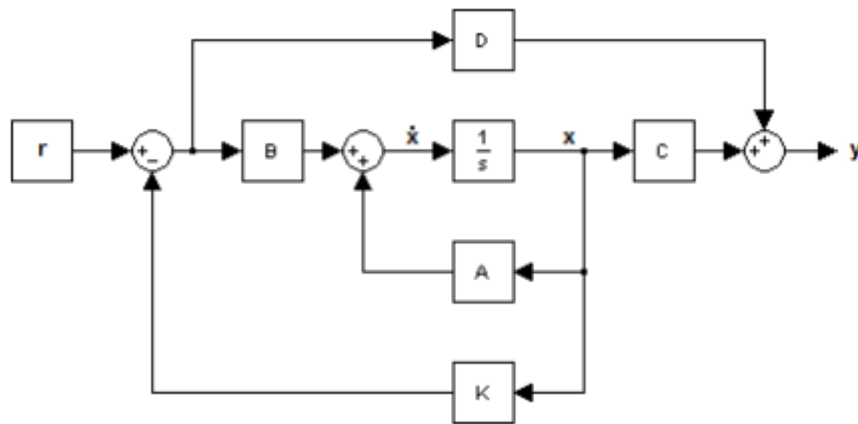
$$y = (1 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

### 4.3. Durum Uzayında Kontrolör Tasarımı

#### 4.3.1. Durum geri beslemesi kontrolörü

Bu bölümde, durum uzayı modeli bir önceki bölümde elde edilmiş olan sistemin belirtilen bir  $(x_{b_0})$  denge noktasında kararlı çalışabilmesi ve sistem bu denge noktasında çalışıyor iken sistemin  $\pm 2$  mm kare dalga pozisyon referansına cevabının istenilen performans ölçütlerini sağlayabilmesi amacıyla bir kontrolör tasarımı yapılacaktır.

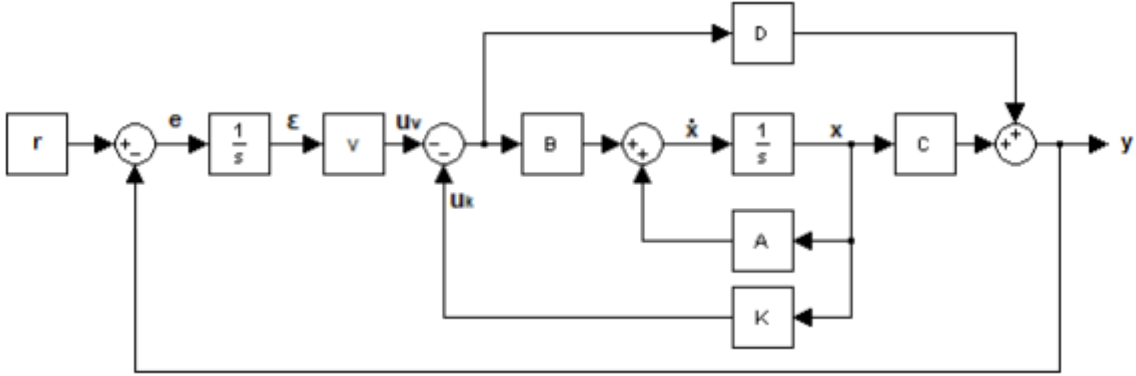
Kontrolör tasarımında integral kontrollü durum geri beslemesi yapısı kullanılmaktadır. Standart bir durum geri beslemesi kontrolöründe (Şekil 4.3) belirlenen performans kriterlerini sağlamak amacıyla sistemin tüm kutupları istenilen noktalara atılabilmekte (eğer durumların tümünden geri besleme alınabiliyor ise) ya da geri besleme alınamayan durumlar eğer gözlenebilir ise bir gözleyici tasarlanarak yine sistem kutuplarının istenilen noktalara atılması mümkün olmaktadır.



Şekil 4.3 : Durum uzayı manyetik askı sistemi blok diyagramı

Durum geri beslemesi yapısındaki problem, bu kontrolör kullanıldığında sistemin sürekli hal hatası yapabilmesidir. Bu durumun önlenmesi amacıyla bir ön kazanç

kullanılıp sistemin istenilen referansa oturması sağlanabilmektedir. Ancak açıktır ki bu yapı bozucu etkiler ve parametre değişimleri olması durumunda başarısız olmaktadır. Belirtilen olumsuzluğun giderilmesi amacıyla durum geri beslemesi yapısına bir integratör eklenebilir ve sistemin sürekli hal hatası yapması (bozucu etkiler altında dahi) engellenebilir. İntegratör eklenmesinin doğal bir sonucu olarak sistemdeki durumların sayısı 1 artmaktadır. Şekil 4.4 integral kontrollü durum geri beslemesi yapısını göstermektedir.



Şekil 4.4 : İntegral kontrollü durum uzayı manyetik askı sistemi blok diyagramı

Yapıya eklenen integratör ile birlikte sisteme yeni bir durum ( $\varepsilon$ ) daha eklenmiş olur. Haliyle sistem modelinin yeniden düzenlenmesi gerekir. İntegral kontrollü durum geri beslemesine ilişkin model aşağıdaki gibi elde edilir ( $D = 0$ ):

$$\dot{x} = (Ax + Bu) \quad (4.25)$$

$$\dot{\varepsilon} = \varepsilon = r - y = r - Cx$$

Bu ifadeler matris formunda,

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\varepsilon} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \varepsilon \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix} u + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} r \quad (4.26)$$

biçiminde yazılabilir. Kontrol işaretine ilişkin eşitlik

$$u = -(u_k + u_v) = -(Kx + \varepsilon v_c) \quad (4.27)$$

$$u = -(K \quad v_c) \begin{pmatrix} x \\ \varepsilon \end{pmatrix}$$

biçiminde ve çıkış ifadesine ilişkin eşitlik,

$$y = (C \ 0) \begin{pmatrix} x \\ \varepsilon \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

Bu aşamadan sonra sistemin baskın kutupları istenilen noktalara (istenilen performans ölçütlerini sağlayacak şekilde) atılabilir ve sistemin kontrolü yapılır. Bu aşamada çeşitli yöntemler kullanılabilir. Bu tezde durum geri besleme matrisi ( $K$ ) Ackermann formülü yardımıyla elde edilecektir.  $K$  matrisi Ackermann formülü yardımıyla

$$K = (0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1) (B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B)^{-1} \phi(A) \quad (4.29)$$

şeklinde hesaplanabilir.

#### 4.3.2. İç kontrol parametrelerinin hesaplanması

Bu bölümde, Bölüm 4.3.1'de anlatılmış olan kontrol yönteminin performans kriterlerine göre katsayıları hesaplanacaktır.

Öncelikle sistemin elde edilen durum uzayı modeline integralden kaynaklanan durum değişkeni ( $x_4 = \varepsilon$ ) eklenmelidir. Bu durumda yeni model,

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2802.8571 & 0 & -19.6101 & 0 \\ 0 & 0 & -26.6667 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2.4242 \\ 0 \end{pmatrix} v_c + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} r \quad (4.30)$$

$$y = (1 \ 0 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$$

halini almaktadır. Bu aşamadan sonra artık Ackermann formülü yardımıyla gerekli kazanç matrisi hesaplanabilmektedir. Bunun için öncelikle sistem kutuplarının s-düzlemindeki konumlarına karar verilmesi gerekir. Bu amaçla, sistem denge noktasında iken sistemin  $\pm 1$  mm kare dalga pozisyon referansına cevabının,

- Aşım  $< \%20$
- Yerleşme Zamanı  $< 2$  sn

performans kriterlerini sağlayan

$$s_{1,2} = -2.25 \mp 20i \quad (4.31)$$

$$s_{3,4} = -200$$

noktalarına atanması gerekmektedir. Dikkat edilmesi gereken nokta, baskın olmayan sistem kutuplarının, baskın sistem kutuplarından 20 – 30 kat uzakta bulunması gerektiğidir. Belirlenen kutup noktaları  $\emptyset$  denklemini hesaplamak için kullanılmaktadır. ( $\emptyset$ ) ifadesi, kökleri atanmak istenilen kutupların yerlerinden oluşan bir polinomdur.

$$\emptyset(s) = (s + 2.25 - 20i)(s + 2.25 + 20i)(s + 200)(s - 200) \quad (4.32)$$

Bu denklemde  $s$  ifadesi yeride  $A$  matrisi yerleştirilir ve  $K$  Matrisi hesaplanır. Denklem 4.29'da bulunan tüm değişkenler yerlerine yerleştirildiğinde  $K^*$  matrisine ulaşılır.

$$K^* = (-31043.1359 \quad -946.7442 \quad 155.8562 \quad 340820.5601) \quad (4.33)$$

### 4.3.3. İleri besleme kazancının hesaplanması

Daha önce de belirtildiği gibi manyetik askı sistemi doğrusal olmayan bir sistemdir. Bu sisteme doğrusal kontrol yöntemlerini uygulamak için sistemin belirli bir çalışma aralığında doğrusallaştırılması gerekmektedir. Bu nedenle tasarlanan kontrolörün de sistemin doğrusallaştırıldığı çalışma aralığında uygulanması zorunludur. Sistemin başlangıç noktası  $x_b = 0$  olduğu için, ilk önce hızlı bir şekilde bu çalışma aralığına taşınması gerekir. Bunu gerçekleştirebilmek için ileri yol beslemesi kullanılır.

Sisteme uygulanan referans işareti belli  $K_{ff}$  bir ileri besleme kazancı ile çarpılır ve elde edilen bu yeni işaret kontrol işaretine eklenir. Böylelikle sistem ilk çalışmaya başladığı anda hızlıca asıl çalışması gereken bölgeye getirilir. Bu kazanç ifadesi,

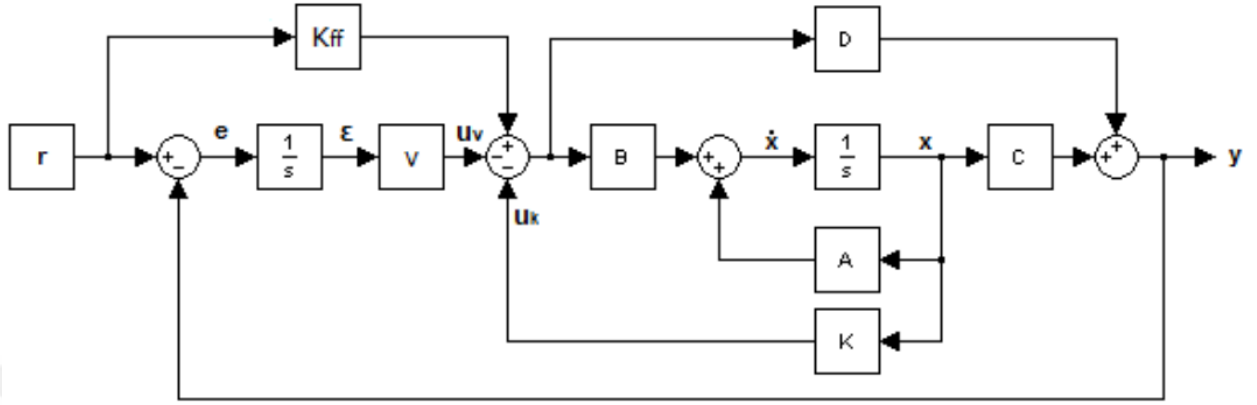
$$K_{ff} = \frac{I_{c0}}{x_{b0}} (R_c + R_s) \quad (4.34)$$

formülü yardımıyla hesaplanabilir. Çizelge 4.1'deki sayısal değerler yerlerine konulursa  $K_{ff}$  aşağıdaki değeri alır.

$$K_{ff} = 1572.2204 \quad (4.35)$$

Şekil 4.4'deki blok diyagrama ileri besleme yapısı da dahil edildiğinde, doğrusallaştırılmış sisteme ilişkin tüm blok diyagram Şekil 4.5'deki halini alır.

Özetle, ileri besleme kazancı ile birlikte sistem hızlı bir şekilde çalışma noktasına taşınmakta, integral kontrollü durum geri beslemesi ile de sistemin denge noktası civarından sapmaları kontrol altına alınmaktadır.



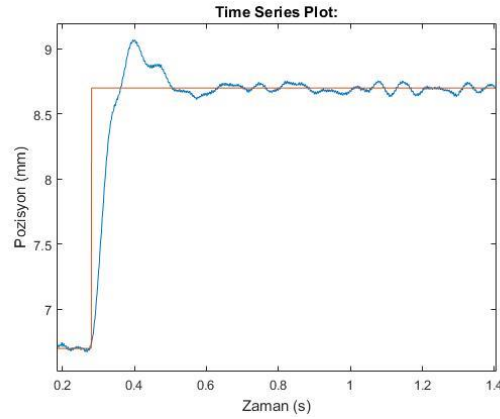
**Şekil 4.5** : İleri yol kazancı integral kontrollü durum uzayı manyetik askı sistemi blok diyagramı



## 5. MANYETİK ASKI DENEY SETİ ÜZERİNDE UYGULAMALAR

### 5.1. Manyetik Askı Denei Setinin Modellenmesi

Manyetik askı denei seti kararsız ve lineer olmayan bir sistemdir. 3. bölümde anlatılan kontrol yöntemlerinin sisteme uygulanabilmesi için ilk olarak sistemin kararlı ve lineer bir hale getirilmesi gerekmektedir. Ackermann kontrol yöntemiyle manyetik askı denei seti kararlı ve lineer bir hale getirilmiştir. Kararlı ve lineer hale getirilen manyetik askı denei setinden alınan veriler Şekil 5.1'deki gibidir.



Şekil 5.1 : Kararlı hale getirilen manyetik askı denei setinin basamak giriş cevabı

Elde edilen bu veriler ışığında sistem modeli çıkartılmaya çalışılmıştır. Sistem modeli elde etmek için 5 farklı yol denenmiştir ve bu modellerin başarımları karşılaştırılarak bir adet kesirli mertebeye bir adet de tam sayı mertebeye model seçilmiştir.

#### 5.1.1. Optimizasyon ile elde edilen 3 parametrelili kesirli mertebeye model

MATLAB içerisinde kesirli mertebeden işlemleri ve operasyonları uygulamayı kolaylaştıran FOMCON adında yama bulunmaktadır. FOMCON içerisinde, elde edilen verilerin kesirli mertebeden sistem modelinin elde edilmesine yardımcı olan bir sistem tanıma aracı bulunmaktadır. Denei setinden elde edilen verilerden bu araç yardımıyla bir kesirli mertebeden sistem modeli elde edilmiştir. Sistem tanıma aracı içerisinde çeşitli algoritmalar ve metotlar bulunmaktadır. Elde edilen sistem modeli, "Oustaloup" metodu ve "Trust Region Reflective" algoritması kullanılarak elde edilmiştir. Elde edilen sistem modeli Denklem 5.1'deki gibidir:

$$P(s) = \frac{1}{0.018071s^{1.4369} + 1.0286s^{0.015855}} \quad (5.1)$$

### 5.1.2. Analitik yol ile 2 parametrelili kesirli mertebeden sistem modeli elde edilmesi

Şekil 5.1'daki grafikten sistemin tepe zamanı  $T_p$  ve aşım hesaplanmıştır. Deney setinden elde edilen verilerin tepe noktasından ve aşım değerinden modelin kesirli mertebesi ve kesirli mertebesinin katsayısı elde edilmektedir [26]. Kesirli mertebenin  $a$  ve kesirli mertebenin katsayısının  $T$  elde edildiği formüller aşağıdaki gibidir.

$$\delta(a_{şım}) = 0.7804(a - 0.9898)(a - 0.7491) \quad (5.2)$$

$$T_p = \frac{\left(1.111(a - 0.2592)^2 T^{\frac{1}{a}}\right)}{a - 0.922} \quad (5.3)$$

Bu denklemlerden elde edilen  $a$  ve  $T$  değerleri sırasıyla 1.37009 ve 0.0159902 olarak elde edilmiştir. Oluşan sistem modeli aşağıdaki gibidir:

$$P(s) = \frac{1}{0.0159902s^{1.37009} + 1} \quad (5.4)$$

### 5.1.3. Analitik yol ile elde edilen kesirli mertebe sistem modelinden iyileştirilmiş bir kesirli mertebe sistem modelinin elde edilmesi

Bölüm 5.1.2'de elde edilen modelin zaman sabiti üzerinde iyileştirmeler yapılan tanımlanmak istenen sistemin daha iyi yansıtılması sağlanmıştır. Model üzerinde yapılan iyileştirmeler sonucu iyileştirilmiş kesirli mertebe sistem modeli aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$$P(s) = \frac{1}{0.012s^{1.37} + 1} \quad (5.5)$$

### 5.1.4. Optimizasyon ile elde edilen birinci derece sistem modeli

FOMCON yaması içerisinde bulunan sistem tanıma aracına modeli çıkartılacak veriler girildikten sonra sonucu birinci derece sistem modeli olarak çıkartılması istenmiştir. Elde edilen sistem modeli aşağıdaki gibidir:

$$P(s) = \frac{1}{0.058203s + 1} \quad (5.6)$$

### 5.1.5. Analitik yol ile ikinci dereceden sistem modelinin elde edilmesi

Şekil 5.1'deki grafikten sistemin tepe zamanı  $T_p$  ve aşım hesaplanmıştır.

$$T_p = 0.12 \quad (5.7)$$

$$Aşım = \%4.25 \quad (5.8)$$

Daha sonra tepe zamanı ve aşım formüllerinden sistemin doğal frekansı  $\omega_n$  ve sönümlenme oranı  $\xi$  aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$$Aşım = e^{-\left(\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)\pi} \quad (5.9)$$

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} \quad (5.10)$$

$$\xi = 0.475 ; \omega_n = 29.2 \quad (5.11)$$

Doğal frekans ve sönümlenme oranından ikinci dereceden sistem modeli aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$$P(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (5.12)$$

$$P(s) = \frac{852.64}{s^2 + 27.74s + 852.64} \quad (5.13)$$

### 5.1.6. Sistem modellerinin karşılaştırılması

Elde edilen sistem modellerinin deney setinden alınan verilere uygunluğu ve hata oranları kıyaslanmıştır. Sonuçlar Çizelge 5.1'de verilmektedir.

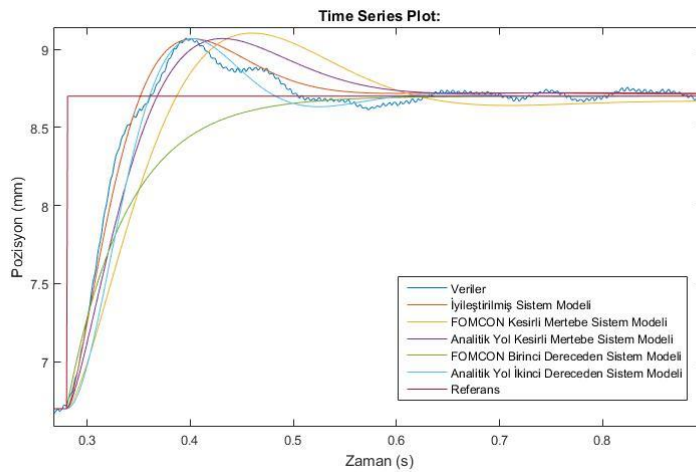
Çizelge 5.1'den de görüldüğü üzere analitik yol ile elde edilen kesirli mertebe sistem modelinden iyileştirilmiş (fine-tuning) sistem modeli en iyi sonucu vermektedir.

Elde edilen sistem modellerinin 6.7 mm referans değerinden 8.7 mm referans değerine 2 mm basamak giriş uygulanarak getirilmesinin simülasyon sonuçları Şekil 5.2'deki gibidir.

Analitik yoldan elde edilen kesirli mertebeden sistem modeli üzerinde yapılan iyileştirmeler sonucu elde edilen iyileştirilmiş kesirli mertebeden sistem modeli en iyi başarımları göstermiştir. Tez içerisinde kullanılacak kesirli mertebeden sistem modeli iyileştirilmiş kesirli mertebeden sistem modelidir. Tez içerisinde kullanılacak tam sayı mertebeden sistem modeli optimizasyon yolu ile elde edilen birinci dereceden sistem modelidir.

**Çizelge 5.1** : Sistem modellerinin başarımlarının kıyaslanması

Sistem Modeli	NOKHK (Normalize edilmiş ortalama karesel hatanın karekökü)	OKS (Ortalama Karesel Hata)
KMM (Optimizasyon)	0.7886	0.0088
KMM (Analitik)	0.8822	0.0027
KMM (İyileştirilmiş)	0.9177	0.0013
Birinci Dereceden TMM (Optimizasyon)	0.8117	0.0070
İkinci Dereceden TMM (Analitik)	0.8870	0.0025



**Şekil 5.2** : Sistem modellerinin basamak cevabı

## 5.2. Referans Ağırlıklı Filtreli PID Kontrolör Uygulamaları

### 5.2.1. Kesirli mertebeden referans ağırlıklı filtreli PID kontrolör

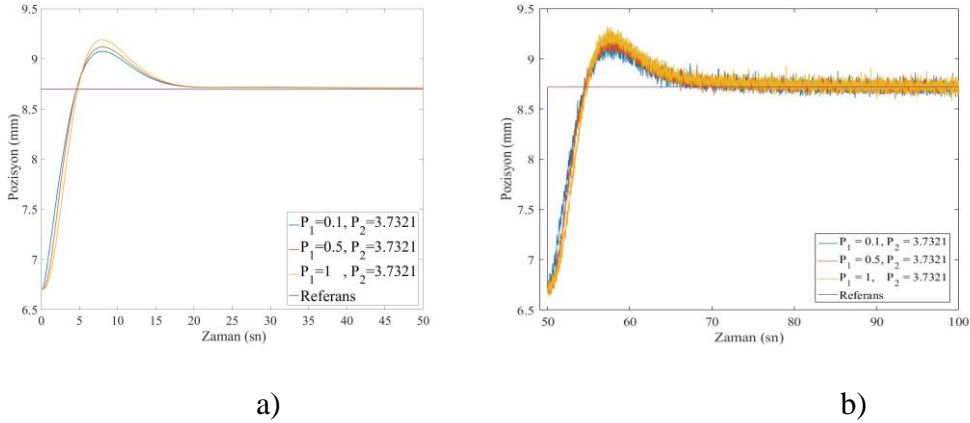
Kesirli mertebeden sistem modeli

$$P(s) = \frac{1}{0.012s^{1.37} + 1} \quad (5.14)$$

olarak belirlenmiştir. Buna göre;  $K = 1$  ;  $T = 0.012$  ;  $a = 1.37$  olmaktadır.  $P_1$  ve  $P_2$  tasarımcı tarafından  $P_2 > P_1 > 0$  olacak şekilde seçilmektedir. Bu parametreler yardımıyla Bölüm 3.1’de anlatılan yol ve denklemler kullanılarak ön filtre ve kontrolör değerleri kolaylıkla hesaplanmaktadır.

a. Kesirli mertebeden referans ağırlıklı filtreli PID kontrolör (KMRAFPID) için  $P_2$  sabit iken farklı  $P_1$  değerlerinin sisteme etkisinin incelenmesi

Bu çalışma içerisinde ilk olarak  $P_2$  sabit tutularak  $P_1$ ’in farklı değerlerine göre sistemin davranışları incelenmiştir. Şekil 5.3’de MATLAB-Simulink kullanılarak elde edilen simülasyon sonuçları ile Quanser manyetik askı deney setinden elde edilen sonuçlar verilmektedir.

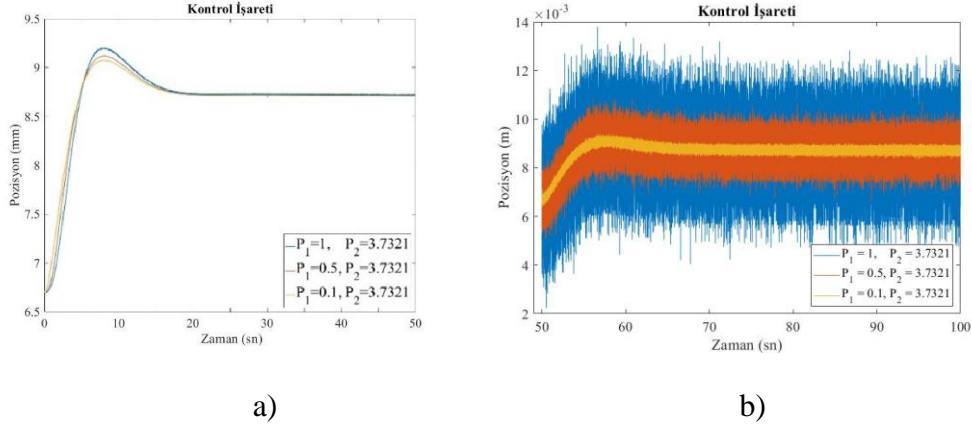


**Şekil 5.3 :** KMRAFPID kontrolörü uygulanan manyetik askı sisteminin  $P_1$  değişimine göre a) simülasyon b) deney seti basamak cevapları

$P_2 = 3.73$  olarak sabit tutulmuştur.  $P_1$  değerleri sırasıyla 0.1, 0.5 ve 1 olarak alınmıştır. Simülasyon sonuçları ile deney setinden elde edilen verilerden görülebildiği gibi  $P_1$  değeri arttıkça aşım artmaktadır. Sistem yavaşlamaktadır.

Aynı  $P_1, P_2$  değerleri için kontrol işaretleri de incelenmiştir. Sistemi kararlı hale getiren iç kontrolörün kontrol işareti ve dış çevrimdeki KMRAFPID kontrolörün

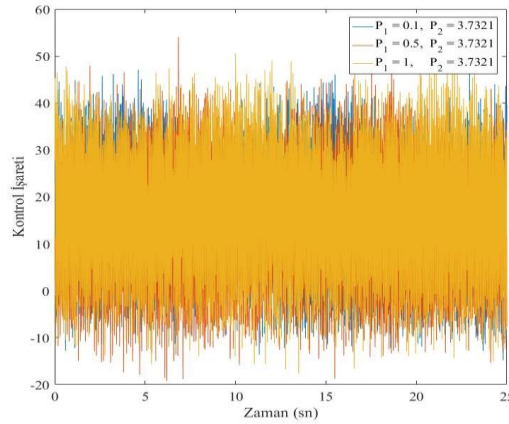
kontrol işaretleri ayrı ayrı incelenmiştir. KMRAFPID kontrolörünün kontrol işaretlerinin simülasyon ve deney seti cevapları Şekil 5.4’da verilmiştir.



**Şekil 5.4 :** KMRAFPID kontrolör işaretinin  $P_1$  değişimine göre a) simülasyon b) deney seti sonuçları

Deney seti verilerinden  $P_1$  değeri azaldıkça kontrol işareti salınımlarının azaldığı görülmektedir.  $P_1$  , ön filtrenin zaman sabitidir.

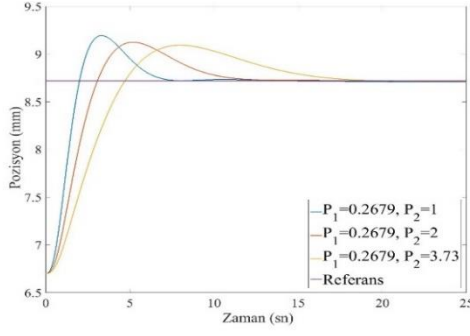
İç kontrolörün  $P_1$  değerine göre değişiminin incelendiği grafik aşağıda verilmektedir.



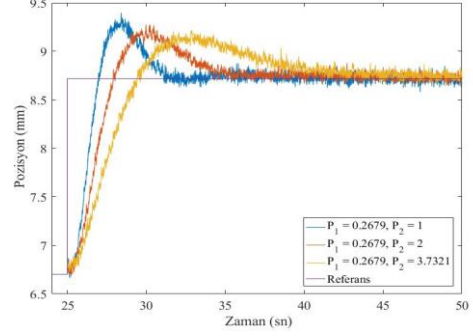
**Şekil 5.5 :** KMRAFPID kontrolörünün uygulandığı manyetik askı sisteminde  $P_1$  değişimine göre iç çevrim kontrol işareti

*b. Kesirli mertebeden referans ağırlıklı filtreli PID kontrolör ( KMRAFPID) için  $P_1$  sabit iken farklı  $P_2$  değerlerinin sisteme etkisinin incelenmesi*

$P_1$  değeri sabit tutularak  $P_2$  'in farklı değerlerine göre inceleme gerçekleştirilmiştir. Aşağıdaki grafiklerde MATLAB-Simulink kullanılarak elde edilen simülasyon sonuçları ile Quanser manyetik askı deney setinden elde edilen sonuçlar verilmektedir.



a)

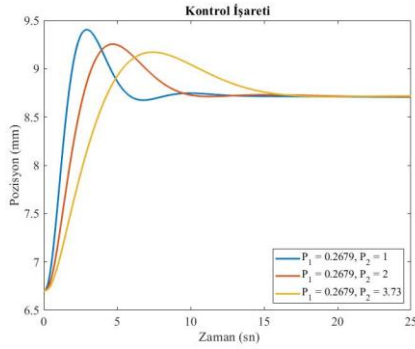


b)

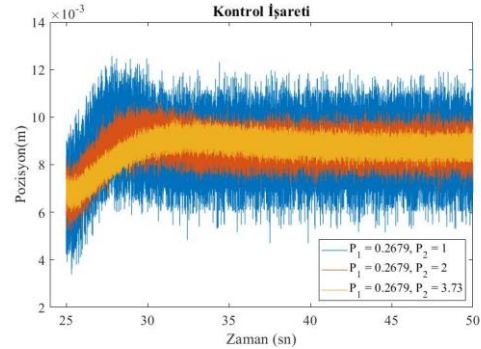
**Şekil 5.6 :** KMRAFPID kontrolörü uygulanan manyetik askı sisteminin  $P_2$  değişimine göre a) simülasyon b) deney seti basamak cevapları

$P_1 = 0.2679$  olarak sabit tutulmuştur.  $P_2$  değerleri sırasıyla 1, 2 ve 3.73 olarak alınmıştır.  $P_2$  değeri arttıkça sistemin yavaşladığı görülmektedir. Dolayısıyla aşım azalmakta ve yerleşme zamanı artmaktadır.

Aynı  $P_1, P_2$  değerleri için kontrol işaretleri de incelenmiştir. KMRAFPID kontrolörünün kontrol işaretinin  $P_2$  değerine göre değişiminin incelendiği grafik aşağıda verilmektedir.



a)

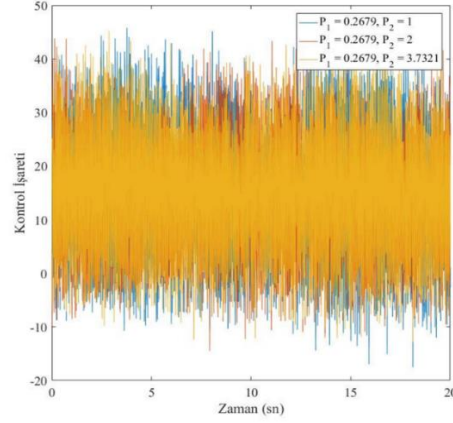


b)

**Şekil 5.7 :** KMRAFPID kontrolör işaretinin  $P_2$  değişimine göre a) simülasyon b) deney seti sonuçları

KMRAFPID kontrolör kontrol işaretleri ile sistem cevapları oldukça benzer olmaktadır.  $P_2$  değeri arttıkça kontrol işaretinin salınımı azalmaktadır.

İç kontrolörün kontrol işareti aşağıdaki grafikte verilmektedir.



**Şekil 5.8** : KMRAFPID kontrolörünün uygulandığı manyetik askı sisteminde  $P_2$  değerine göre iç çevrim kontrol işareti

Sistem,  $P_2$  değeri arttıkça yavaşlamaktadır. Dolayısıyla iç kontrolörün salınımı  $P_2$  değeri arttıkça azalmaktadır.

*c. Kesirli Mertebe Referans Ağırlıklı Filtreli PID Kontrolörlerde Optimal  $P_1, P_2$  Değerlerinin Bulunması*

KMRAFPID kontrolörlerde  $P_1, P_2$  değerlerinin değişimine göre sistemin etkilenmesi yukarıdaki bölümlerde incelenmiştir. Optimal  $P_1, P_2$  değerlerinin bulunması için sisteme bir optimizasyon kriteri getirilmelidir. Bu çalışmada optimizasyon kriterleri toplam karesel hatanın (TKH) ve toplam karesel kontrol işaretinin (TKKİ) minimum olmasıdır. Bunun için MATLAB içerisinde gerekli denklemler kurulduktan sonra yine MATLAB üzerinden ‘Cevap Optimizasyonu’ aracı kullanılmıştır. Normal çalışmada TKKİ değerinin büyüklüğü TKH değerine göre oldukça büyük olmaktadır. Bu iki değer kullanılarak optimum bir çözüm elde edilmek istendiğinden amaç fonksiyonunun ağırlıklandırılması gerekmektedir. Bu çalışmada amaç fonksiyonu

$$J = TKH + 0.002 TKKİ \quad (5.15)$$

minimum olacak şekilde seçilmiştir.

MATLAB aracılığıyla arama yapılmadan önce manyetik askı deney setinin hangi  $P_1, P_2$  değerleriyle çalışma aralığı belirlenmiştir. KMRAFPID yapısında  $P_1, P_2$  değeri ve  $P_2 - P_1$  değeri azaldıkça sistemin hızlandığı görülmüştür. Manyetik askı deney setinin KMRAFPID kontrolör uygulandığında  $P_2 = 0.2$  ve  $P_1 = 0.01$  değerinin

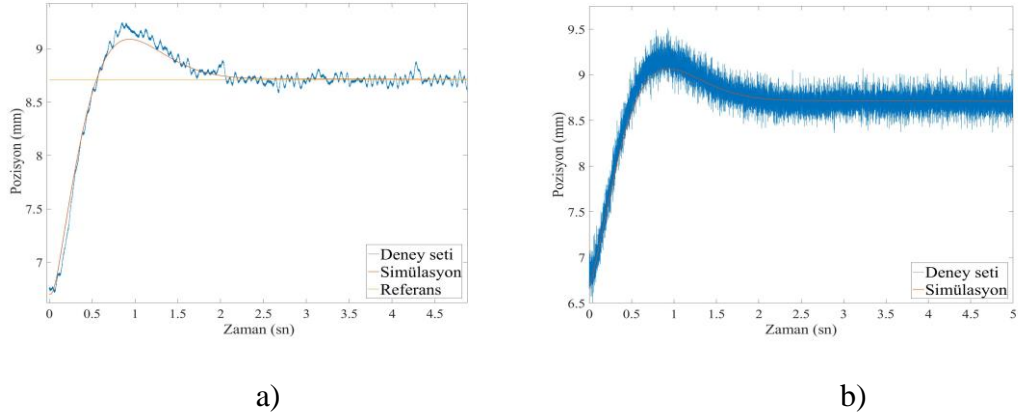
altında verimli çalışmadığı belirlenmiştir. Dolayısıyla optimal  $P_1, P_2$  değerleri aranırken alt sınırlar  $P_1 = 0.01$  ve  $P_2 = 0.2$  olarak belirlenmiştir.

Yukarıda anlatılan optimizasyon yöntemi ile belirlenen değerler aşağıda verilmektedir.

$$P_1 = 0.01078 \quad (5.16)$$

$$P_2 = 0.2044 \quad (5.17)$$

Görüldüğü gibi  $P_1, P_2$  değerleri belirlenen alt sınırlara yakınsamıştır. Belirlenen  $P_1, P_2$  değerleri ile KMRAFPID kontrolörü sisteme uygulandığında sistem çıkışının ve kontrol işaretlerinin simülasyon sonuçları ve deney seti verileri Şekil 5.9'da verilmektedir.



**Şekil 5.9** : KMRAFPID kontrolörünün optimal  $P_1, P_2$  değerleri için a) sistem çıkışının b) kontrol işaretinin çıktıları

Denklem 2.12'de gösterilen optimal  $P_1, P_2$  değerleri ile simülasyon ve deney seti sonuçlarının toplam karesel hata (TKH) ve toplam karesel kontrol işareti (TKKİ) değerleri aşağıdaki tabloda verilmektedir.

**Çizelge 5.2** : Optimal  $P_1, P_2$  değerleri ile KMRAFPID kontrolörü hata hesaplamaları

$P_1 = 0.01078$ $P_2 = 0.2044$	TKH	TKKİ	$TKH + 0.002 * TKKİ$
Simülasyon verileri	0.841	376.5	1.594
Deney seti verileri	1.0149	378	1.7709

## 5.2.2. Tam sayı mertebeden referans ağırlıklı filtreli PID kontrolör

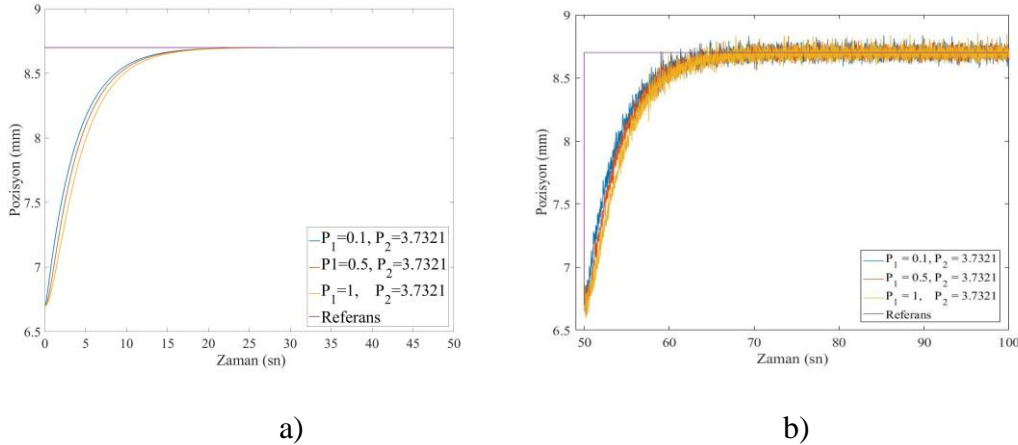
Tam sayı mertebeden sistem modeli

$$P(s) = \frac{1}{0.058s + 1} \quad (5.18)$$

olarak belirlenmiştir. Buna göre;  $K = 1$ ;  $T = 0.058$ ;  $a = 1$  olmaktadır.  $P_1$  ve  $P_2$  tasarımcı tarafından  $P_2 > P_1 > 0$  olacak şekilde seçilmektedir. Bu parametreler yardımıyla Bölüm 3.1’de anlatılan yol ve denklemler kullanılarak ön filtre ve kontrolör değerleri hesaplanmaktadır.

a. Tam sayı mertebeden referans ağırlıklı filtreli PID kontrolör (TMRAFPID) için  $P_2$  sabit iken farklı  $P_1$  değerlerinin sisteme etkisinin incelenmesi

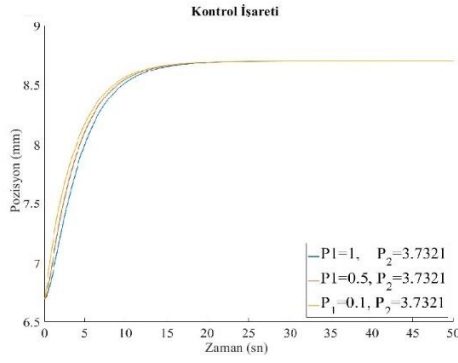
İlk olarak  $P_2 = 3.73$  değerinde sabit tutularak,  $P_1$  değerleri sırasıyla 0.1, 1 ve 1.5 olarak alınmıştır. Simülasyon ve deney setinden elde edilen sistem çıkışları aşağıdaki grafiklerde verilmektedir.



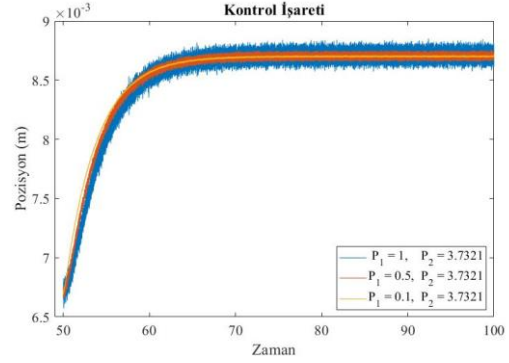
**Şekil 5.10** : TMRAFPID kontrolörü uygulanan manyetik askı sisteminin  $P_1$  değişimine göre a) simülasyon b) deney seti basamak cevapları

TMRAFPID kontrolör uygulandığında sistemin aşım yapmadığı gözlenmiştir.  $P_1$  değeri arttıkça sistemin az da olsa yavaşladığı görülmektedir.

Aynı  $P_1, P_2$  değerleri için dış çevrimdeki TMRAFPID kontrolörünün kontrol işaretleri de incelenmiştir. Kontrol işaretinin simülasyon sonuçları ve deney setinden elde edilen verileri aşağıda gösterilmektedir.



a)



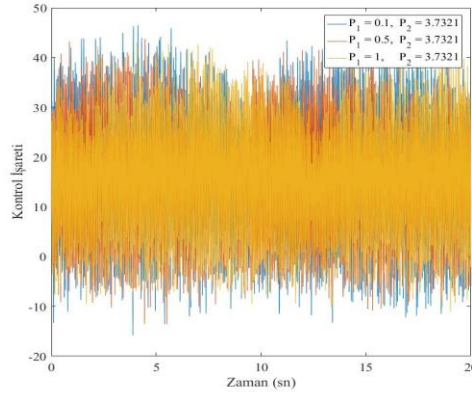
b)

**Şekil 5.11** : TMRAFPID kontrolör işaretinin  $P_1$  değişimine göre a) simülasyon b) deney seti sonuçları

KMRAFPID kontrolör yapısına benzer şekilde TMRAFPID kontrolör yapısında da  $P_1$  değerinin artmasıyla kontrol işaretinin salınımı artmaktadır.

İç çevrimdeki kontrolörün kontrol işaretinin  $P_1$  değerine göre değişimi Şekil 5.12’de verilmektedir.

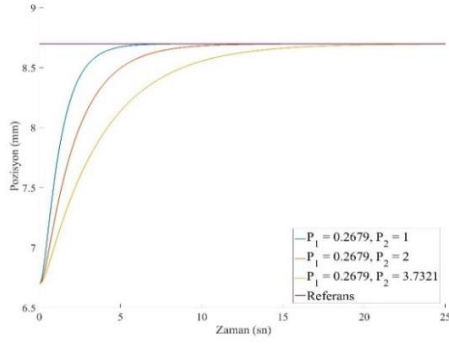
$P_1$  değeri arttıkça kontrol işaretinin salınım genliği azalmaktadır. Sistem hızlandıkça kontrol işaretinin genliği artmaktadır.



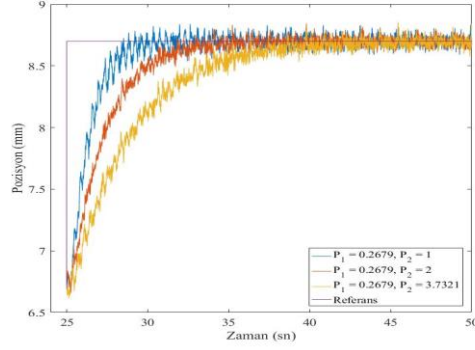
**Şekil 5.12** : TMRAFPID kontrolörünün uygulandığı manyetik askı sisteminde  $P_1$  değişimine göre iç çevrim kontrol işareti

b. Tam sayı merteye referans ağırlıklı filtreli PID kontrolör ( TMRAFPID) için  $P_1$  sabit iken farklı  $P_2$  değerlerinin sisteme etkisinin incelenmesi

$P_1$  değeri sabit tutularak  $P_2$ ’in farklı değerlerine göre inceleme gerçekleştirilmiştir.



a)

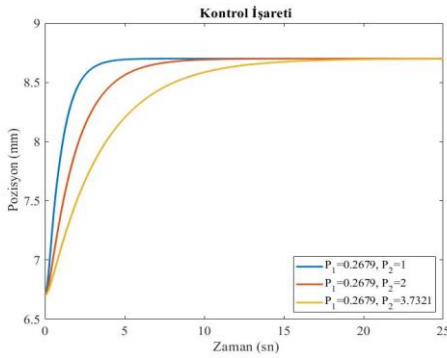


b)

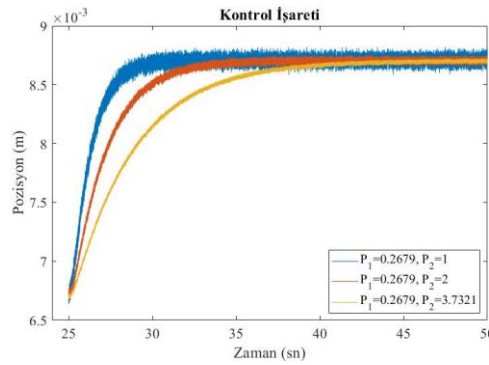
**Şekil 5.13 :** TMRAFPID kontrolörü uygulanan manyetik askı sisteminin  $P_2$  değişimine göre a) simülasyon b) deney seti basamak cevapları

$P_1 = 0.2679$  değerinde sabit tutulup  $P_2$  değeri sırasıyla 1,2 ve 3.73 olarak değiştirilmiştir. TMRAFPID kontrolörlerde aşım gözlenmemiştir.  $P_1$  değeri sabit tutulup  $P_2$  değeri arttırıldığında kontrolörün oransal kazancı  $k_p$  değeri formül gereği azalmaktadır. Dolayısıyla sistem yavaşlamaktadır. Yerleşme zamanı artmaktadır.

Aynı değerlerle TMRAFPID kontrolörünün kontrol işaretinin çıktıları aşağıdaki şekilde verilmektedir.



a)

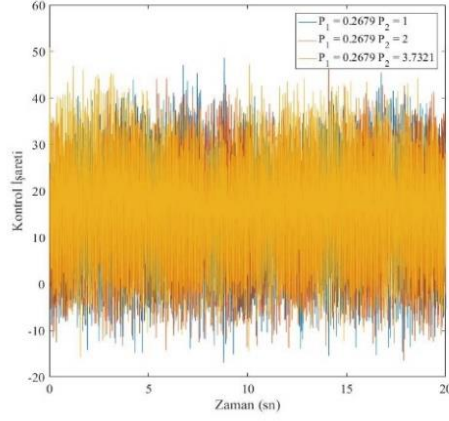


b)

**Şekil 5.14 :** TMRAFPID kontrolör işaretinin  $P_2$  değişimine göre a) simülasyon b) deney seti sonuçları

TMRAFPID kontrolörünün kontrol işareti, basamak cevaplar ile benzer olmaktadır.  $P_2$  değerinin artmasıyla kontrol işaretinin salınımlarının azaldığı görülmektedir.

İç çevrimdeki kontrolörün kontrol işareti değişimi aşağıdaki grafikte verilmektedir.



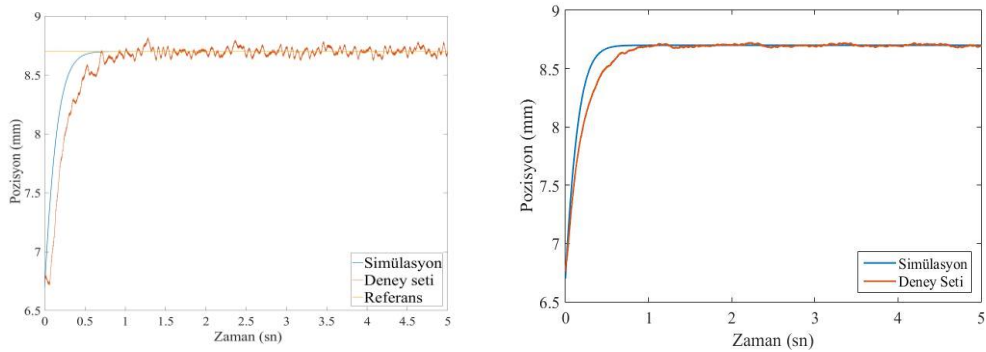
**Şekil 5.15** : TMRAFPID kontrolörünün uygulandığı manyetik askı sisteminde  $P_2$  değişimine göre iç çevrim kontrol işareti

$P_1$  sabit tutulup  $P_2$  arttıkça sistem yavaşlamakta olduğu için iç çevrim kontrol işaretinin de salınımı azalmaktadır.

c. *Tam sayı merteye referans ağırlıklı filtrelili PID kontrolör (TMRAFPID) için optimal değerlerin bulunması*

KMRAFPID kontrolöründe optimal değerler bulunurken kullanılan ve Denklem 2.18’de verilen amaç fonksiyonu TMRAFPID kontrolörü için de kullanılmıştır. Daha sonra yine benzer şekilde manyetik askı deney setinin çalıştığı sınır  $P_1, P_2$  değerleri belirlenmiştir.  $P_1, P_2$  değerleri için belirlenen alt sınırlar sırasıyla 0.01 ve 0.25 olarak belirlenmiştir.

Beklendiği üzere arama sonucu bulunan optimal değerler alt sınırlara yakınsamıştır. Optimizasyon sonucu elde edilen  $P_1, P_2$  değerleri sırasıyla 0.01209 ve 0.2671 olmuştur. Sistem çıkışı ve kontrol işareti Şekil 5.16’da verilmektedir.



**Şekil 5.16:** KMRAFPID kontrolörünün optimal  $P_1, P_2$  değerleri için a) sistemin b) kontrol işaretinin çıkışları

Denklem 2.12’de gösterilen optimal  $P_1, P_2$  değerleri ile simülasyon ve deney seti sonuçlarının toplam karesel hata (TKH) ve toplam karesel kontrol işareti (TKKİ) değerleri aşağıdaki tabloda verilmektedir.

**Çizelge 5.3** : Optimal  $P_1, P_2$  değerleri ile TMRAFPID kontrolörü hata hesaplamaları

$P_1 = 0.01209$ $P_2 = 0.2671$	TKH	TKKİ	$TKH + 0.002 * TKKİ$
Simülasyon verileri	0.5626	371.8	1.3062
Deney seti verileri	0.629	371.8	1.3726

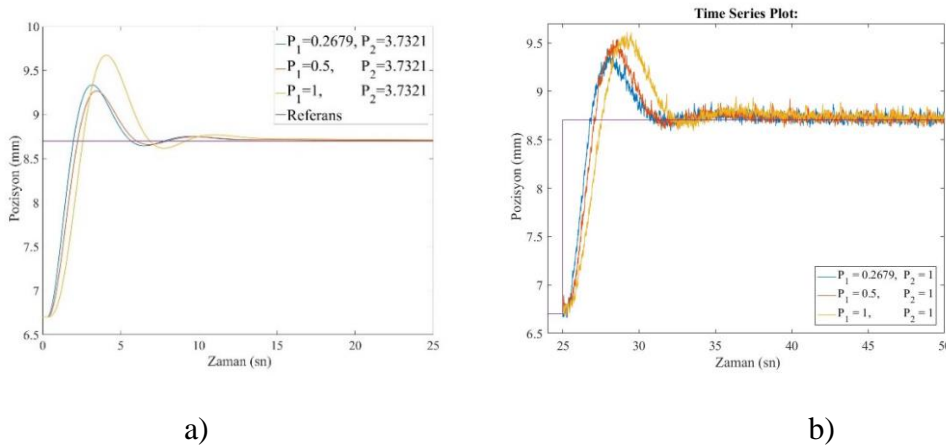
### 5.3. Filtreli PI Kontrolör Uygulamaları

#### 5.3.1. Kesirli mertebeden filtreli PI kontrolör

Kesirli mertebeden sistem modeli Denklem 5.14’da belirlenmişti. Sistem modelinden  $a, T, K$  değerleri elde edilmiştir. Denklem 3.18, Denklem 3.20 ve Denklem 3.21 kullanılarak  $k_p, T_i, \theta$  değerleri hesaplanmıştır.

a. Kesirli mertebeden filtreli PI kontrolörlerde  $P_2$  sabit iken farklı  $P_1$  değerlerinin sisteme etkisinin incelenmesi

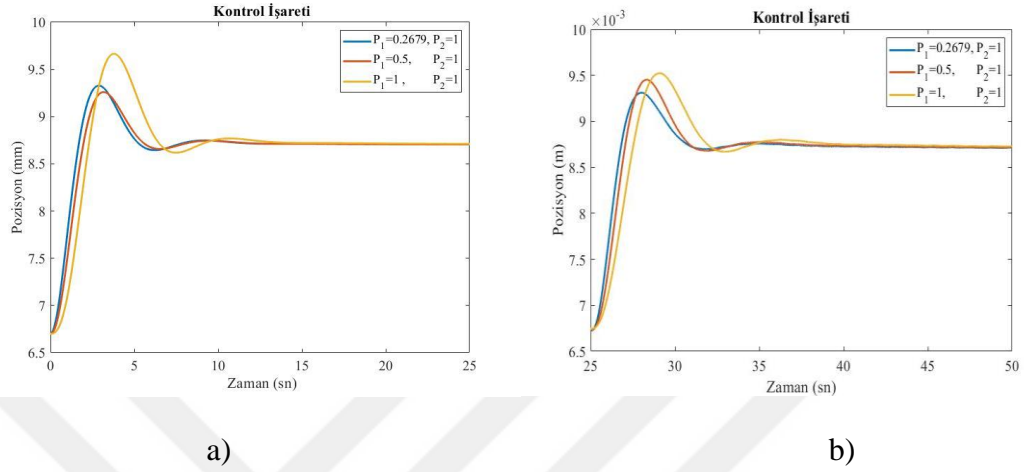
İlk olarak  $P_1$  değerinin değişiminin sisteme etkisi incelenmiştir. Bunun için  $P_2 = 1$  ‘de sabit tutularak  $P_1$  sırasıyla 0.2679, 0.5 ve 1 alınmıştır. Simülasyon sonuçları ve deney setinden elde edilen veriler Şekil 5.16’da verilmektedir.



**Şekil 5.17** : KMFPI kontrolörü uygulanan manyetik askı sisteminin  $P_1$  değişimine göre a) simülasyon b) deney seti basamak cevapları

$P_1$  değeri doğrudan ön filtrenin zaman sabitidir.  $P_1$  değeri arttıkça sistem az da olsa yavaşlamaktadır. Ayrıca aşımı artmaktadır.

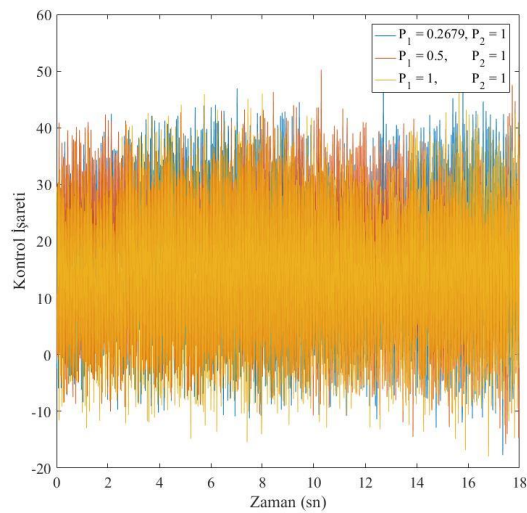
$P_1$  değişiminin KMFPI kontrolörünün kontrol işaretine etkisi incelenmiştir. Sonuçları Şekil 5.18’de verilmektedir.



**Şekil 5.18** : KMFPI kontrolör işaretinin  $P_1$  değişimine göre a) simülasyon b) deney seti sonuçları

Kontrol işaretlerinin değişimi sistem çıkışlarındaki ile benzerdir. RAFPID yapılı kontrolörlerde gözlenen kontrol işareti salınımları FPI yapılı kontrolörlerde gözlenmemiştir.

İç çevrim kontrolörünün kontrol işaretlerinin değişimi Şekil 5.19’te verilmiştir.

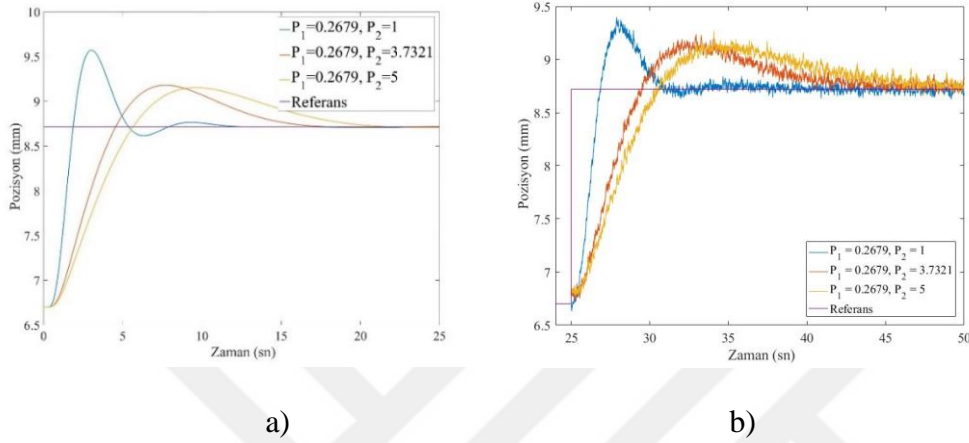


**Şekil 5.19** : KMFPI kontrolörünün uygulandığı manyetik askı sisteminde  $P_1$  değişimine göre iç çevrim kontrol işareti

Kontrol işaretinin salınım genliğinin  $P_1$  arttıkça azaldığı görülmektedir.

b. Kesirli mertebeli filtreli PI kontrolörlerde  $P_1$  sabit iken farklı  $P_2$  değerlerinin sisteme etkisinin incelenmesi

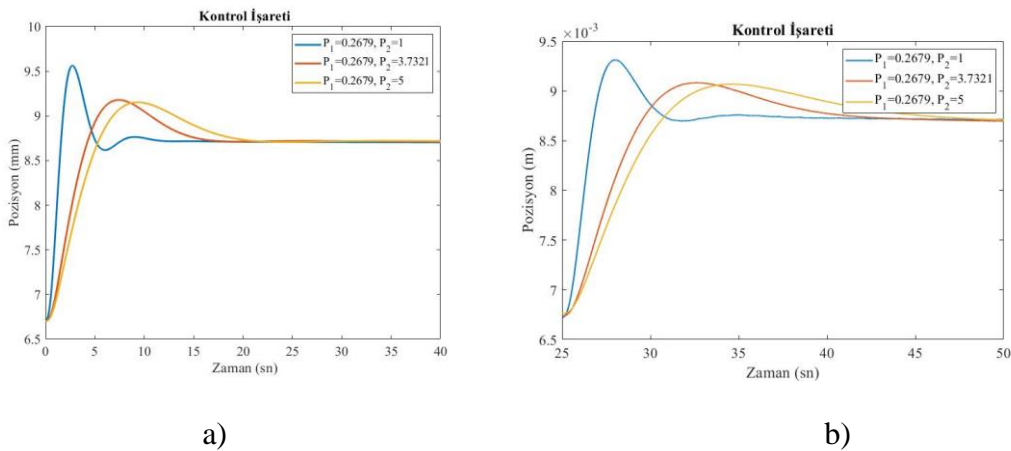
$P_1$  sabit tutulup  $P_2$  'ye farklı değerler atanarak sistem cevabının değişimleri incelenmiştir. Sonuçlar Şekil 5.20'de verilmiştir.



Şekil 5.20 : KMFPI kontrolörü uygulanan manyetik askı sisteminin  $P_2$  değişimine göre a) simülasyon b) deney seti basamak cevapları

$P_2$  değeri doğrudan KMFPI kontrolörünün kazancını belirlemektedir.  $P_2$  arttıkça KMFPI kontrolörünün kazancı azalmaktadır. Dolayısıyla sistem yavaşlamaktadır. Aşım azalmakta ve yerleşme zamanı artmaktadır.

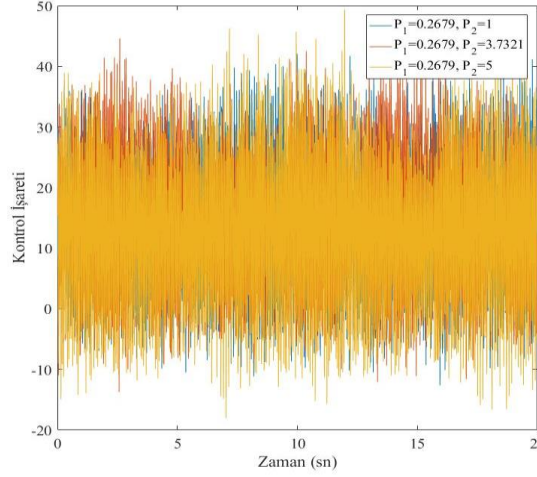
KMFPI kontrolörünün kontrol işaretinin  $P_2$  değerine göre değişimi Şekil 5.21'da verilmektedir.



Şekil 5.21 : KMFPI kontrolör işaretinin  $P_2$  değişimine göre a) simülasyon b) deney seti sonuçları

Kontrol işaretinin değişimi, sistem çıkışlarının değişimi ile benzer olmaktadır. Ayrıca  $P_2$  değerinin değişimine göre salınım gözlemlenmiştir.

İç çevrim kontrolörün kontrol işaretinin değişimlerinin incelendiği deney seti verileri Şekil 5.22’de verilmektedir.



**Şekil 5.22** : KMFPI kontrolörünün uygulandığı manyetik askı sisteminde  $P_2$  değerine göre iç çevrim kontrol işareti

c. Kesirli mertebeli filtreli PI kontrolörlerde optimal  $P_1, P_2$  değerlerinin bulunması

KMFPI kontrolörlerde  $P_1, P_2$  değerlerinin değişimine göre sistemin etkilenmesi yukarıdaki bölümlerde incelenmiştir. Optimal  $P_1, P_2$  değerlerinin bulunması için sisteme bir optimizasyon kriteri getirilmelidir. Bu çalışmada optimizasyon kriterleri toplam karesel hatanın (TKH) ve toplam karesel kontrol işaretinin (TKKİ) minimum olmasıdır. Bunun için MATLAB içerisinde gerekli denklemler kurulduktan sonra yine MATLAB üzerinden ‘Cevap Optimizasyonu’ aracı kullanılmıştır. Normal çalışmada TKKİ değerinin büyüklüğü TKH değerine göre oldukça büyük olmaktadır. Bu iki değer kullanılarak optimum bir çözüm elde edilmek istendiğinden amaç fonksiyonunun ağırlıklandırılması gerekmektedir. Bu çalışmada amaç fonksiyonu

$$J = TKH + 0.002 TKKİ \quad (5.19)$$

minimum olacak şekilde seçilmiştir.

MATLAB aracılığıyla arama yapılmadan önce manyetik askı deney setinin hangi  $P_1, P_2$  değerleriyle çalışma aralığı belirlenmiştir. Manyetik askı deney setinin KMFPI

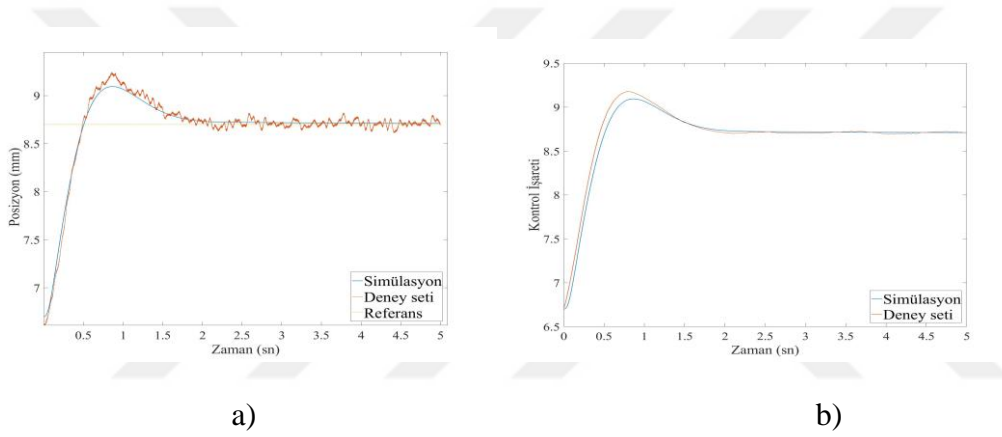
kontrolör uygulandığında  $P_2 = 0.2$  ve  $P_1 = 0.01$  değerinin altında verimli çalışmadığı belirlenmiştir. Dolayısıyla optimal  $P_1, P_2$  değerleri aranırken alt sınırlar  $P_1 = 0.01$  ve  $P_2 = 0.2$  olarak belirlenmiştir.

Yukarıda anlatılan optimizasyon yöntemi ile belirlenen değerler aşağıda verilmektedir.

$$P_1 = 0.01078 \quad (5.20)$$

$$P_2 = 0.2044 \quad (5.21)$$

Görüldüğü gibi  $P_1, P_2$  değerleri belirlenen alt sınırlara yakınsamıştır. Belirlenen  $P_1, P_2$  değerleri ile KMFPI kontrolörü sisteme uygulandığında sistem çıkışının ve kontrol işaretlerinin simülasyon sonuçları ve deney seti verileri Şekil 5.23’de verilmektedir.



**Şekil 5.23 :** KMFPI kontrolörünün optimal  $P_1, P_2$  değerleri için a) sistemin b) kontrol işaretinin çıkışları

( 5.20 )’de ve ( 5.21 )’de gösterilen optimal  $P_1, P_2$  değerleri ile simülasyon ve deney seti sonuçlarının toplam karesel hata (TKH) ve toplam karesel kontrol işareti (TKKİ) değerleri aşağıdaki tabloda verilmektedir.

**Çizelge 5.4 :** Optimal  $P_1, P_2$  değerleri ile KMFPI kontrolörü hata hesaplamaları

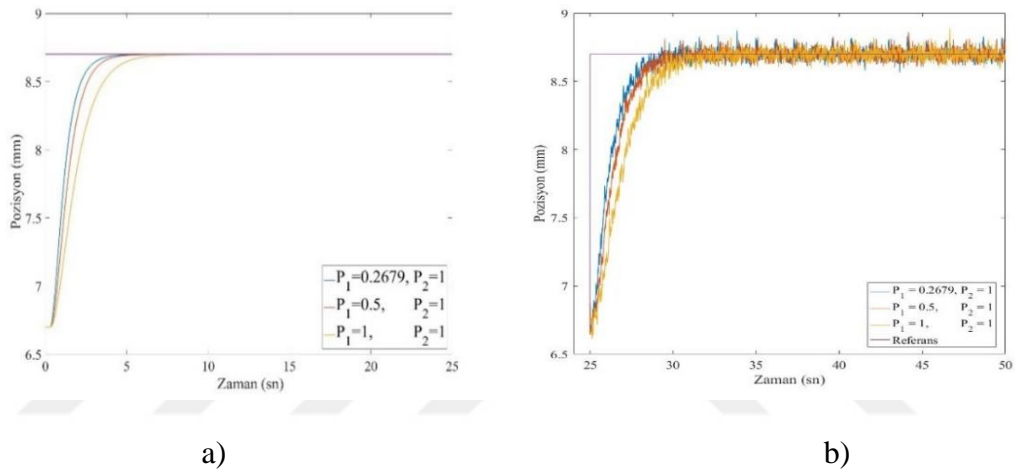
$P_1 = 0.01078$ $P_2 = 0.2044$	TKH	TKKİ	$TKH + 0.002$ $* TKKİ$
Simülasyon verileri	0.786	376.7	1.539
Deney seti verileri	0.945	378.6	1.7022

### 5.3.2. Tam sayı mertebeden filtreli PI kontrolör

Tam sayı mertebeden sistem modeli Denklem 5.18’da verilmiştir. Sistem modelinden  $a, T, K$  değerleri elde edilmiştir. Denklem 3.18, Denklem 3.20 ve Denklem 3.21 kullanılarak  $k_p, T_i, \theta$  değerleri hesaplanmıştır.

a. *Tam sayı mertebeden filtreli PI kontrolörlerde  $P_2$  sabit iken farklı  $P_1$  değerlerinin sisteme etkisinin incelenmesi*

İlk olarak  $P_2 = 1$  de sabit tutularak  $P_1$  sırasıyla 0.2679, 0.5 ve 1 alınmıştır.  $P_1$  değişiminin sistem çıkışına etkisi gözlenmiştir. Simülasyon sonuçları ve deney seti verileri Şekil 5.24’de verilmiştir



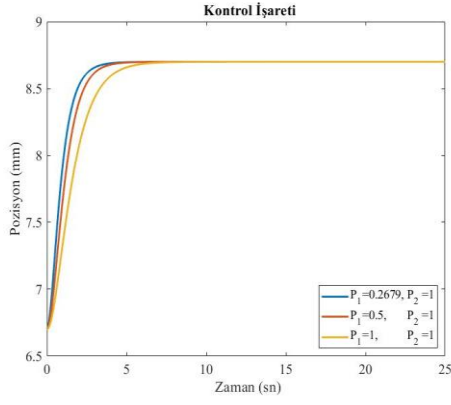
Şekil 5.24 : TMFPI kontrolörü uygulanan manyetik askı sisteminin  $P_1$  değişimine göre a) simülasyon b) deney seti sonuçları

KMFPI kontrolörde olduğu gibi, TMFPI kontrolörde de  $P_1$  değeri arttıkça sistem az da olsa yavaşlamaktadır. Yerleşme zamanı artmaktadır. TMFPI kontrolörlerde aşım gözlenmemiştir.

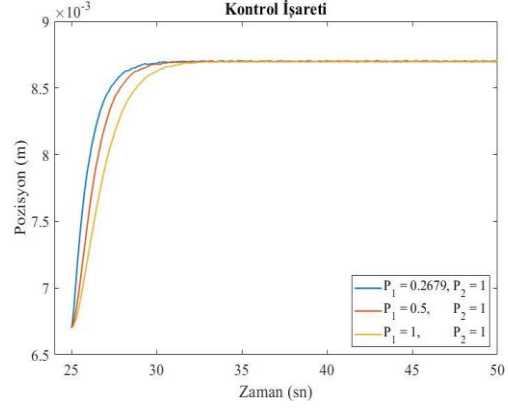
Aynı parametrelerle  $P_1$  değişiminin TMFPI kontrolörünün kontrol işaretine etkisi Şekil 5.25’de gösterilmektedir.

$P_1$  arttıkça TMFPI kontrolörünün agresifliği azalmaktadır.  $P_1$  değişiminin kontrol işareti üzerine etkisi sistem çıkışı üzerine etkisiyle oldukça benzerdir.

Dış çevriminde TMFPI kontrolör uygulanmış bir sistemin iç çevrimindeki kontrol işaretinin  $P_1$  değerine göre değişimi Şekil 5.26’te verilmektedir.

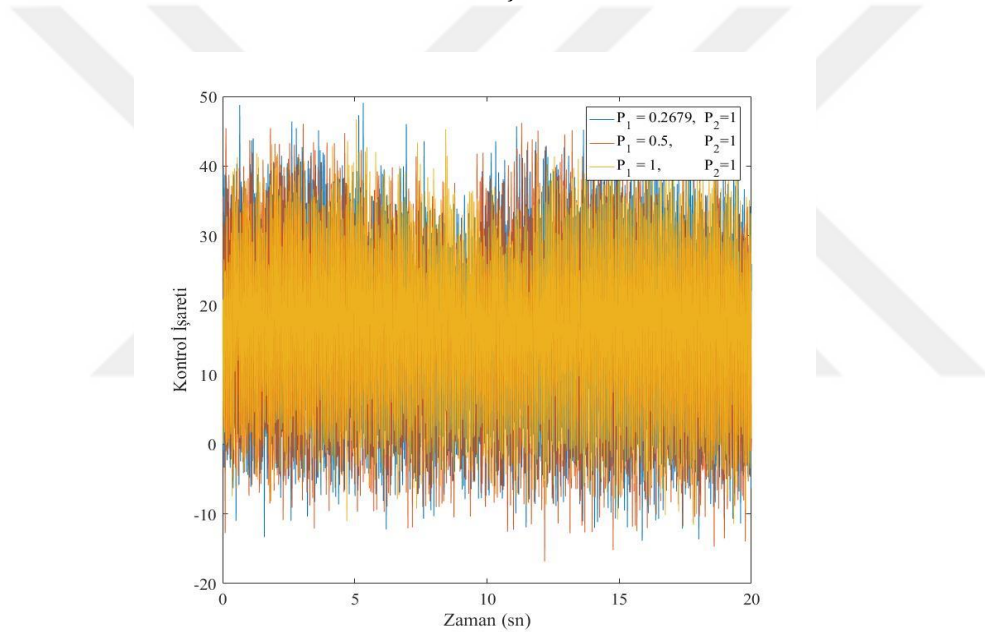


a)



b)

**Şekil 5.25** : TMFPI kontrolör işaretinin  $P_1$  değişimine göre a) simülasyon b) deney seti sonuçları

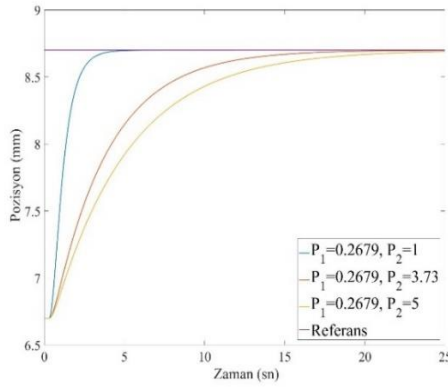


**Şekil 5.26** : TMFPI kontrolörünün uygulandığı manyetik askı sisteminde  $P_1$  değişimine göre iç çevrim kontrol işareti

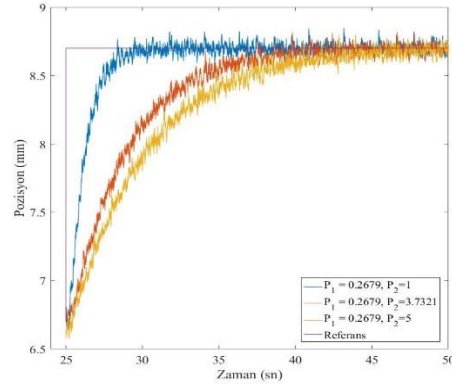
Kontrol işareti agresifleştikçe sistem çıkışı hızlanmaktadır.  $P_1$  değeri azaldıkça sistem hızlanmaktadır. İç çevrimdeki kontrolörün kontrol işaretinin genliği artmaktadır.

*b. Tam sayı mertebeden filtreli PI kontrolörlerde  $P_1$  sabit iken farklı  $P_2$  değerlerinin sisteme etkisinin incelenmesi*

$P_1 = 0.2679$  olarak sabit tutularak  $P_2$  sırasıyla 1, 3.37 ve 5 olarak değiştirilmiştir.  $P_2$  değişiminin sistem çıkışına etkisi Şekil 5.27’te verilmiştir.



a)

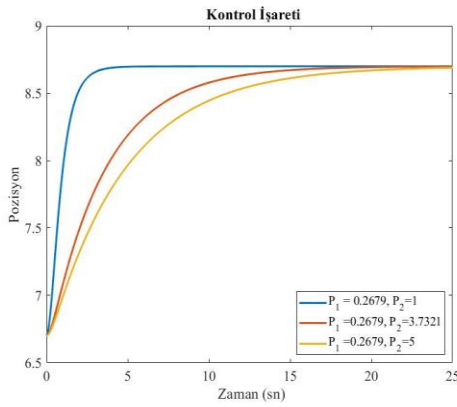


b)

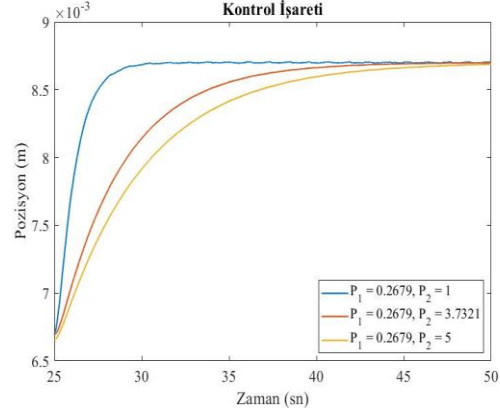
**Şekil 5.27** : TMFPI kontrolörü uygulanan manyetik askı sisteminin  $P_2$  değişimine göre a) simülasyon b) deney seti sonuçları

$P_2$  değeri arttıkça TMFPI kontrolörün oransal kazancı  $k_p$  azalmaktadır. Dolayısıyla yerleşme zamanı artmaktadır.

$P_2$  değişiminin TMFPI kontrolörünün kontrol işaretine etkisi Şekil 5.28'te verilmektedir.



a)

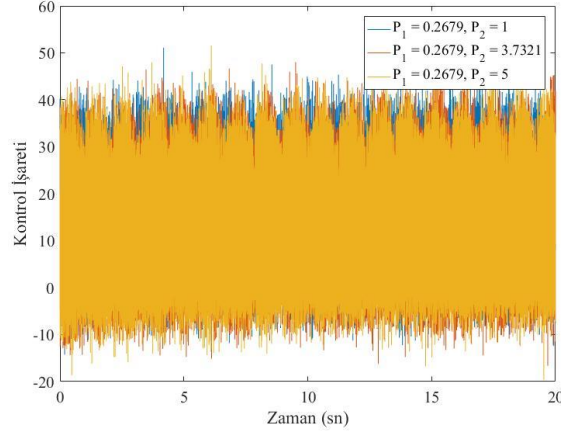


b)

**Şekil 5.28** : TMFPI kontrolör işaretinin  $P_2$  değişimine göre a) simülasyon b) deney seti sonuçları

$P_2$  azaldıkça kontrol işareti agresifleşmektedir.  $P_2$  değişiminin TMFPI kontrol işaretine etkisi sistem çıkışına benzerdir.

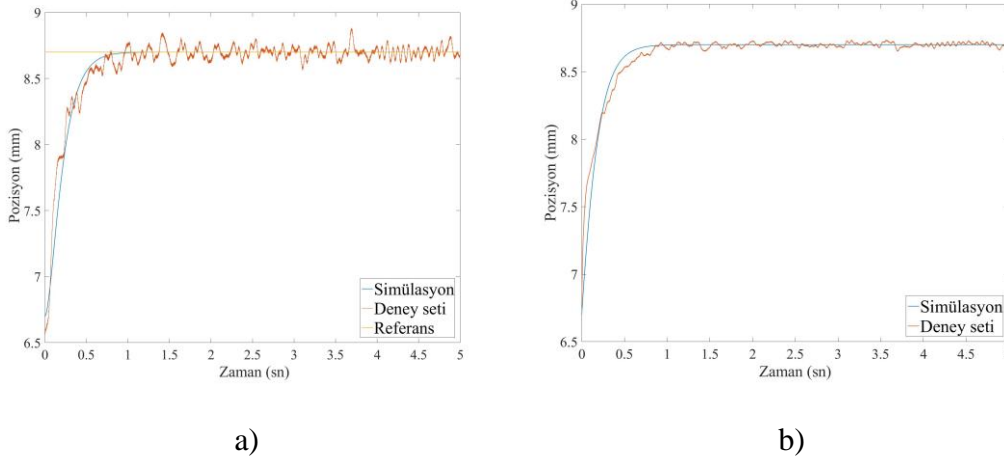
İç çevrimdeki kontrolörün kontrol işaretinin  $P_2$  'ye göre değişimi aşağıda verilmektedir.



**Şekil 5.29** : TMFPI kontrolörünün uygulandığı manyetik askı sisteminde  $P_2$  değişimine göre iç çevrim kontrol işareti

c. Tam sayı mertebeden filtrelili PI kontrolörlerde TMFPI için optimal  $P_1, P_2$  değerlerinin bulunması

Deney seti üzerinde minimum  $P_1, P_2$  değerleri sırasıyla 0.01 ve 0.15 olarak belirlemiştir. Yaptırılan arama sonucunda ulaşılan  $P_1, P_2$  değerleri sırasıyla 0.01 ve 0.18 olmuştur. Buna göre elde edilen kontrol işareti ve basamak cevapları Şekil 5.30'da verilmektedir.



**Şekil 5.30** : TMFPI kontrolörünün optimal  $P_1, P_2$  değerleri için a) sistem çıkışının b) kontrol işaretinin çıkışları

Bulunan optimal değerler için TKH, TKKİ ve amaç fonksiyonun aldığı değerler Çizelge 5.5'de verilmektedir.

**Çizelge 5.5 :** Optimal  $P_1, P_2$  değerleri ile TMFPID kontrolörü hata hesaplamaları

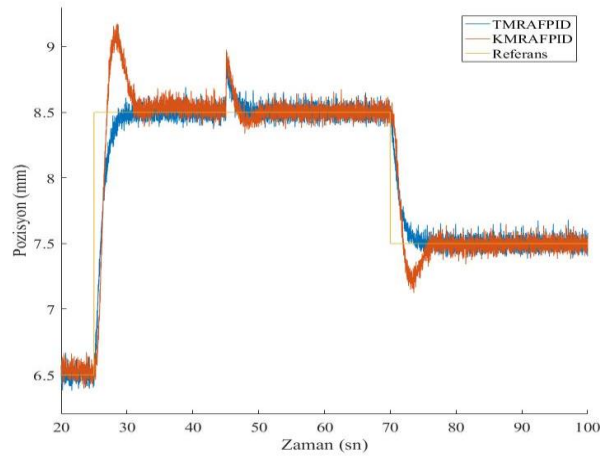
$P_1 = 0.01$ $P_2 = 0.18$	$TKH$	$TKKİ$	$TKH + 0.002$ * $TKKİ$
<i>Simülasyon verileri</i>	0.5073	372.8	1.253
<i>Deney seti verileri</i>	0.50794	372.7	1.2524

#### 5.4. Kontrolörlerin Bozucu ve Gürültü Performanslarının İncelenmesi

##### 5.4.1. Kontrolörlerin bozucu performanslarının incelenmesi

Kontrolörlerin bozucu ve gürültü performanslarının eşit şartlarda incelenebilmesi için sisteme sırasıyla 6.5 mm, 8.5 mm ve 7.5 mm referansları verilmiştir. Sisteme, 45. saniyede 0.5 mm genliğinde bir basamak bozucu uygulanmıştır. Bütün kontrolörlerde  $P_1 = 0.2679, P_2 = 1$  olarak seçilmiştir.

İlk olarak KMRAFPID kontrolör ve TMRAFPID kontrolörün performansları Şekil 5.31’da verilmiştir.

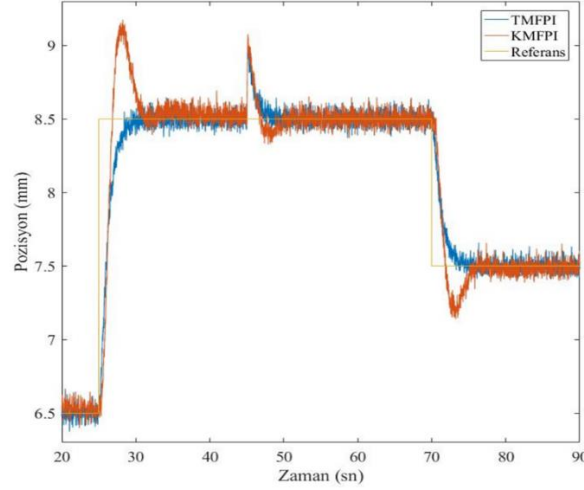


**Şekil 5.31 :** RAFPID Kontrolörlerin Bozucu Bastırma Performansı

Basamak bozucunun uygulandığı 45. saniye ile 70. saniye arasındaki değerler incelenmiştir. Bozucu bastırma performanslarının belirlenmesinde ortalama karesel

hata (OKS) hesaplaması kullanılmıştır. Ortalama karesel hata, sistem çıkışının referans değer ile farklarının karelerinin ortalaması alınarak hesaplanmaktadır.

KMFPI ve TMFPI kontrolörlerin performansları Şekil 5.32’de verilmektedir.



**Şekil 5.32** : FPI Kontrolörlerin Bozucu Bastırma Performansı

FPI ve RAFPID kontrolörler aynı  $P_1, P_2$  değerlerinde çok benzer performanslar göstermektedir. Kontrolörlerin 45. ve 70. saniyeler arasındaki ortalama karesel hata değeri aşağıdaki tabloda verilmektedir.

**Çizelge 5.6** : Aynı  $P_1, P_2$  değerleri ile hesaplanan kontrolörlerin ortalama karesel hataları

Kontrolör	Ortalama Karesel Hata (OKS)
KMRAFPID	0.0164
TMRAFPID	0.0101
KMFPI	0.0228
TMFPI	0.0155

RAFPID yapılı kontrolörlerin bozucu bastırma performansları FPI yapılı kontrolörlere göre daha iyidir. Ayrıca tam sayı mertebeli kontrolörler, kesirli mertebeli kontrolörlere göre daha hızlı bozucu bastırma performansı sergilemiştir.

#### 5.4.2. Kontrolörlerin gürültü performansı

Quanser MAGLEV deney seti gürültü içeren bir deney setidir. Kontrolörlerin gürültü bastırma performansları kararlı oldukları ve referansı takip ettikleri bir zaman aralığı üzerinden incelenmiştir. Şekil 5.31’de ve Şekil 5.32’de verilen grafiklerde sistemin kararlı olduğu ve 7.5 mm referansını takip ettiği 80. ile 90. saniyeler arasında performansı incelenmiştir. Gürültü bastırma performansı varyans hesabı kullanılarak kıyaslanmıştır. Kontrolörlerin 80. İle 90. Saniyeler arasındaki varyans değerleri aşağıdaki tabloda verilmektedir.

**Çizelge 5.7** : Aynı  $P_1, P_2$  değerleri ile hesaplanan kontrolörlerin varyans değerleri

Kontrolör	Varyans
KMRAFPID	0.0016
TMRAFPID	0.0018
KMFPI	0.0013
TMFPI	0.0014

Çizelge 5.7 incelendiğinde FPI yapıli kontrolörlerin gürültü performanslarının RAFPID yapıli kontrolörlere göre daha iyi olduğu görülmektedir. Ayrıca kesirli mertebeden kontrolörlerin performansı tam sayı mertebeden kontrolörlere göre daha iyi olduğu anlaşılmaktadır.



## 6. ÖNERİLEN YÖNTEMİN FARKLI SİSTEMLERE UYGULAMALARI

3. Bölümde anlatılan kontrolör yöntemleri farklı sistem modellerine uygulanmıştır. İlk olarak sistem modelinin mertebesinin değişimine göre önerilen kontrolörler optimal değerler ile tasarlanmıştır. Daha sonra, zaman sabiti yüksek bir sistem modelinde hem RAFPID hem de FPI yapısına sahip optimal kontrolörler hesaplanmıştır. Hesaplanan kontrolörler hem kesirli mertebeden hem de tam sayı mertebeden kontrolörlerdir. Tasarlanan kontrolörlerin TKH, TKKİ ve amaç fonksiyonundaki başarımları kıyaslanmıştır.

### 6.1. Sistem Modelinin Mertebesinin Değişimine Göre Kontrolörlerin İncelenmesi

RAFPID ve FPI kontrolörlerin önerilen yapısı gereği sistem modelinin mertebesi kontrolör içerisindeki türev ve integral operatörlerinin mertebesi olmaktadır. Ayrıca kontrolörlerin filtrelerinin mertebesi de sistem modelinin mertebesiyle aynı olarak seçilmektedir. Sistem modelinin mertebesine göre optimal kontrolörler tasarlanmıştır. Optimal kontrolörler tasarlanırken kullanılan amaç fonksiyonu Denklem 5.19'da verilen J fonksiyonu olmaktadır. J amaç fonksiyonu minimum olacak şekilde MATLAB içerisinde bulunan 'Cevap Optimizasyonu' aracı ile optimal kontrolör parametreleri elde edilmiştir.

RAFPID yapılı kontrolörler, sistem modeli mertebeleri 1.1, 1.2, 1.37 ve 1.5 alınarak, her bir sistem modeli mertebesi için ayrı ayrı amaç fonksiyonunu minimum yapacak şekilde optimal kontrolör olarak elde edilmiştir. Ayrıca sistem modeli mertebesi 1 tutularak, optimal TMRAFPID kontrolöre de ulaşılmıştır. Sistem modeli mertebesinin 0 ile 1 arasında bir değerde olduğunda incelenebilmesi için sistem modeli mertebesi 0.6 olan bir durum da incelenmiştir. Elde edilen RAFPID yapılı kontrolörlerin P1,P2 parametreleri, sistem modelinin mertebesi, TKH ve TKKİ değerleri ile J amaç fonksiyonunun değeri Çizelge 6.1'de verilmiştir. Bu kontrolörlerin, tasarlandıkları sistem modeline uygulandıklarında elde edilen sistem çıkışları ve kontrol işaretleri ise toplu olarak Şekil 6.1'de verilmiştir.

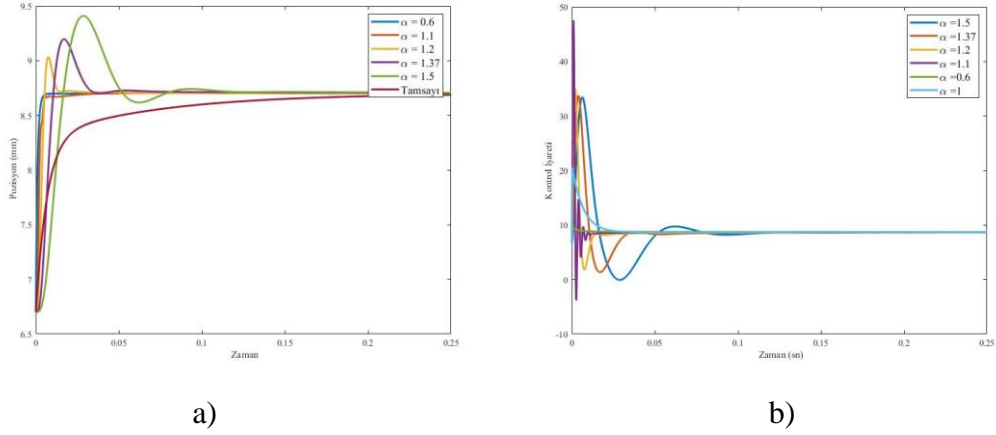
Çizelge 6.1 incelendiğinde, sistem modeli mertebesi kesirli olduğunda, mertebe yükseldikçe TKH, TKKİ ve J değerlerinin yükseldiği görülmektedir.

**Çizelge 6.1** : RAFFPID kontrolörlerinin sistem modeli mertebesine göre optimal başarımları

<i>Sistem Modeli Mertebesi</i>	Kontrolör Parametreleri	<i>TKH</i>	<i>TKKİ</i>	J
$\alpha = 0.6$	$P_1 = 0.000049,$ $P_2 = 0.000055$	0.00202	379.24	0.7606
$\alpha = 1$	$P_1 = 0.0066,$ $P_2 = 0.0133$	0.0294	381.8	0.7865
$\alpha = 1.1$	$P_1 = 0.0005,$ $P_2 = 0.0006$	0.006151	380.2	0.7666
$\alpha = 1.2$	$P_1 = 0.0001,$ $P_2 = 0.000453$	0.01103	380.6	0.7722
$\alpha = 1.37$	$P_1 = 0.0001,$ $P_2 = 0.00086$	0.0231	381.9	0.7870
$\alpha = 1.5$	$P_1 = 0.0001,$ $P_2 = 0.001$	0.04286	383.3	0.8095

Mertebe 1 olduğunda sistem modeli ve kontrolör tam sayı olmaktadır. Mertebe, 1'den büyük olduğunda aşım gözlenmektedir. Mertebe büyüdükçe de aşımın değeri büyümektedir. Kesirli mertebeden kontrolörlerin, tam sayı mertebeden kontrolöre göre, belirli bir kesirli mertebe değerine kadar daha başarılı olduğu görülmektedir. Mertebe 0.6, 1.1 ve 1.2 olarak seçildiğinde amaç fonksiyonu, tam sayı mertebeden kontrolöre göre oldukça düşük olmaktadır. Ancak mertebe büyüdükçe, bu başarının azaldığı görülmektedir. Sistem modeli mertebesi 1.37 olarak seçildiğinde, elde edilen amaç fonksiyonları tam sayı mertebeden elde edilen amaç fonksiyonuna oldukça yakın olmaktadır. Mertebe 1.5 olduğunda ise tam sayı mertebenin kesirli mertebe kontrolöre göre daha başarılı sonuç verdiği görülmektedir. Bunun sebebi mertebe büyüdükçe aşımın değerinin büyümesidir. Ayrıca mertebe büyüdükçe kontrol işaretinin de

agresifliği artmaktadır. RAFPID yapılı kontrolörlerin farklı sistem model mertebelerine göre başarımlarının incelendiği grafikler Şekil 6.1’de verilmektedir.



**Şekil 6.1 :** RAFPID yapılı kontrolörlerin sistem modeli mertebesinin değişimine göre a) sistem çıkışları b) kontrol işaretleri

Şekil 6.1’den de görüldüğü üzere kesirli mertebe büyüdükçe aşımaların değeri büyümektedir. Ayrıca yerleşme zamanları artmaktadır. Kontrol işaretleri incelendiğinde ise mertebenin büyümesiyle kontrol işaretlerinin agresifliğinin arttığı ve başlarda yüksek genlikli salınımlar gerçekleştirdiği görülmektedir.

Benzer şekilde FPI yapılı kontrolörlerin de sistem modeli mertebesinin değişimine göre optimal başarımları kıyaslanmıştır. Mertebeler RAFPID yapılı kontrolörlerdeki ile aynı seçilmiş olup sırasıyla 0.6, 1, 1.1, 1.2, 1.37 ve 1.5 olarak alınmıştır. Elde edilen FPI yapılı kontrolörlerin P1,P2 parametreleri, sistem modelinin mertebesi, TKH ve TKKİ değeri ile J amaç fonksiyonunun değeri Çizelge 6.2:’de verilmiştir.

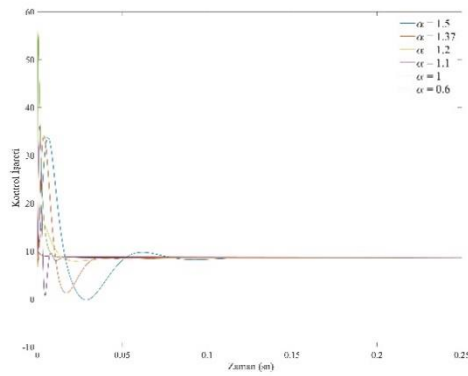
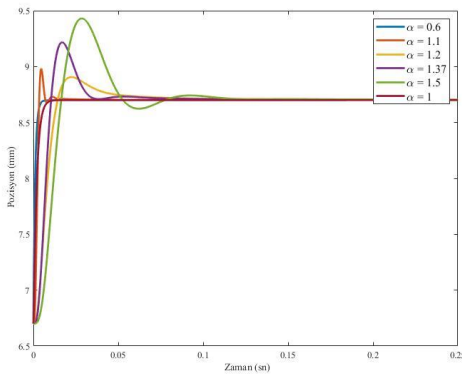
Çizelge 6.2’de görüldüğü üzere kesirli mertebe azaldıkça amaç fonksiyonu azalmaktadır. FPI yapılı kontrolörlerde, kesirli mertebe kontrolörlerin tam sayı mertebe kontrolöre göre başarımları mertebe yükseldikçe azalmaktadır. Mertebe 0.6 ve 1.1 alındığında KMFPI kontrolörler, TMFPI kontrolöre göre daha iyi sonuçlar vermektedir. Mertebe 1.2 alındığında elde edilen KMFPI kontrolörün başarımları, TMFPI kontrolöre oldukça benzerdir. FPI yapılı kontrolörlerin, sistem modeli mertebesine göre sistem cevaplarının değişimi ve kontrol işaretlerinin değişimi Şekil 6.2’de verilmektedir.

Şekil 6.2 incelendiğinde sistem modeli mertebesi 1’in üzerine çıktığında aşımalar gözlenmektedir. Kontrol işaretleri incelendiğinde ise mertebenin büyümesiyle kontrol

işaretlerinin agresifliğinin arttığı ve başlarda yüksek genlikli salınımlar gerçekleştiği görülmektedir.

**Çizelge 6.2:** FPI kontrolörlerinin sistem modeli mertebesine göre optimal başarımları

<i>Sistem Modeli Mertebesi</i>	Kontrolör Parametreleri	<i>TKH</i>	<i>TKKİ</i>	<i>J</i>
$\alpha = 0.6$	$P_1 = 0.00001,$ $P_2 = 0.0000528$	0.00203	379.3	0.7607
$\alpha = 1$	$P_1 = 0.0002,$ $P_2 = 0.0018$	0.0046	383.3	0.7714
$\alpha = 1.1$	$P_1 = 0.0001,$ $P_2 = 0.00042$	0.006932	379.2	0.7668
$\alpha = 1.2$	$P_1 = 0.0002,$ $P_2 = 0.0023$	0.022	378.9	0.7711
$\alpha = 1.37$	$P_1 = 0.0001,$ $P_2 = 0.00075$	0.02327	381.6	0.7866
$\alpha = 1.5$	$P_1 = 0.0001,$ $P_2 = 0.00088$	0.04228	383.4	0.8091



**Şekil 6.2 :** FPI yapıli kontrolörlerin sistem modeli mertebesinin değişimine göre a) sistem çıkışları b) kontrol işaretleri

## 6.2. Farklı Zaman Sabitine Sahip Sistem Modeli İçin Kesirli Mertebe Ve Tam Sayı Mertebe Kontrolörlerin Karşılaştırılması

Manyetik askı sistemi oldukça hızlı bir sistemdir. Manyetik askı sisteminin elde edilen tam sayı mertebe modelinde zaman sabiti 0.058, kesirli mertebe modelinde ise zaman sabiti 0.012 olarak elde edilmiştir. RAFPID ve FPI yapılı kontrolörlerin daha yavaş sistemlerde davranışları bu bölümde incelenecektir. İncelemede kullanılacak tam sayı mertebe sistem modeli Denklem 6.1’de verilmektedir. Kesirli mertebe sistem modeli ise Denklem 6.2’de verilmektedir.

$$P(s) = \frac{1}{0.5s + 1} \quad (6.1)$$

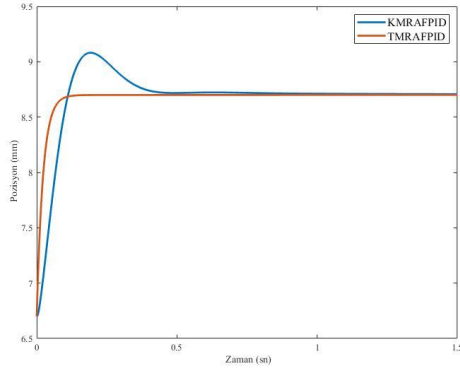
$$P(s) = \frac{1}{0.5s^{1.37} + 1} \quad (6.2)$$

Sistem modellerine uygun optimal kontrolörler MATLAB içerisinde bulunan ‘Cevap Optimizasyonu’ aracı ile elde edilmiştir. Elde edilen kontrolörlerin TKH, TKKİ ve J amaç fonksiyonu değerleri Çizelge 6.3’te verilmektedir.

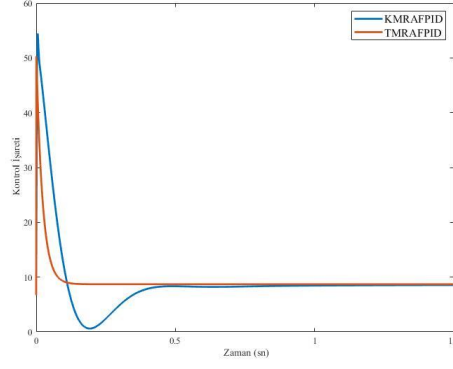
**Çizelge 6.3 :** RAFPID yapılı kontrolörlerin yavaşlatılmış sistem üzerindeki performansları

<i>Kontrolör Tipi</i>	Kontrolör Parametreleri	<i>TKH</i>	<i>TKKİ</i>	J
KMRAFPID	$P_1 = 0.0001,$ $P_2 = 0.0226$	0.1753	452.7	1.081
TMRAFPID	$P_1 = 0.0001,$ $P_2 = 0.0226$	0.04522	415.3	0.8759

Çizelge 6.3 incelendiğinde TMRAFPID kontrolörün KMRAFPID kontrolöre göre daha başarılı olduğu görülmektedir. Bunun sebebinin KMRAFPID kontrolörünün, mertebesi 1.37 olan bir sistem modelinden elde edilmesidir. TMRAFPID ve KMRAFPID kontrolörlerinin basamak cevapları ve kontrol işaretleri **Şekil 6.3**’te verilmektedir.



a)



b)

**Şekil 6.3** : RAFPID kontrolörlerin a) sistem çıkışları b) kontrol işaretleri

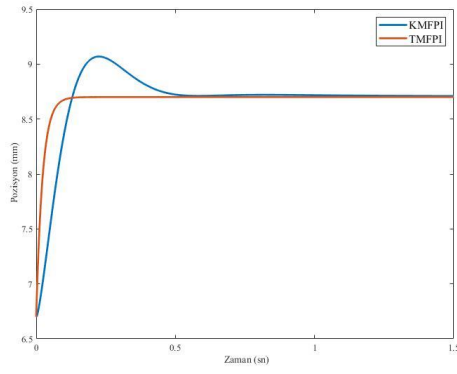
Şekil 6.3'te görüldüğü üzere KMRAFPID kontrolörü uygulanan sistem aşım yapmaktadır. KMRAFPID kontrol işaretinin salınımı TMRAFPID kontrolörün kontrol işaretinin salınımına göre oldukça fazladır.

TMFPI kontrolörü Denklem 6.1'de verilen sistem modelinden elde edilen optimal kontrolördür. KMFPI kontrolörü Denklem 6.2'de verilen sistem modelinden elde edilen optimal kontrolördür. FPI yapılı optimal kontrolörlerin TKH, TKKİ ve amaç fonksiyonu değerleri Çizelge 6.4'te verilmektedir. Şekil 6.4'te optimal KMFPI ve TMFPI kontrolörlerinin basamak cevapları ve kontrol işaretleri verilmektedir.

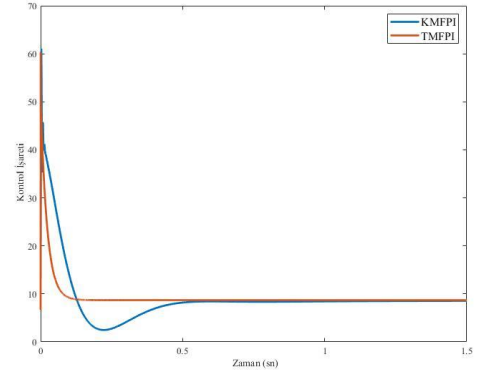
Verilen sistem modelleri için elde edilen optimal TMFPI kontrolör, optimal KMFPI kontrolörüne göre daha başarılı sonuçlar vermiştir.

**Çizelge 6.4** : FPI yapılı kontrolörlerin yavaşlatılmış sistem üzerindeki performansları

<i>Kontrolör Tipi</i>	Kontrolör Parametreleri	<i>TKH</i>	<i>TKKİ</i>	<i>J</i>
KMFPI	$P_1 = 0.0273,$ $P_2 = 0.000049$	0.1885	440.8	1.07
TMFPI	$P_1 = 0.0228,$ $P_2 = 0.000053$	0.04581	415	0.8759



a)



b)

**Şekil 6.4** : FPI kontrolörlerin a) sistem çıkışları b) kontrol işaretleri



## 7. SONUÇLAR VE YORUMLAR

Kararlı hale getirilen manyetik askı sistemi 5 farklı yolda modellenmiştir. Modellerin elde edilmesinde optimizasyon ve analitik yollar kullanılmıştır. 3 tane kesirli mertebeden model iki tane ise tam sayı mertebeden model elde edilmiştir. Analitik yol ile elde edilen 3 parametrelili kesirli mertebeli sistem modelinin zaman sabiti değeri üzerinde iyileştirmeler yapılarak elde edilen 3 parametrelili kesirli mertebeli sistem modeli en iyi başarıyı göstermiştir. Modelleme tarafında kesirli mertebeli sistemin başarıları tam sayı mertebeli sistemden daha yüksektir. Kesirli mertebeli sistemlerin uygulandığı sistemlerde aşım gözlenmiştir. Tam sayı mertebeli sistemlerin uygulandığında ise aşım gözlenmemiştir. RAFPID yapıları kontrolörlerin FPI yapıları kontrolörlere göre daha iyi bozucu bastırma performansı gerçekleştirdikleri görülmektedir. Ancak buna karşın FPI yapıları kontrolörlerin gürültü performansları RAFPID yapıları kontrolörlere göre daha başarılıdır. Ayrıca FPI yapıları kontrolörlerin kontrol işaretlerinin salınımı RAFPID yapıları kontrolörlerdekine göre daha az olmaktadır. KMRAFPID ve TMRAFPID kontrolörlerde  $P_2$  sabit tutulup  $P_1$  değeri arttıkça sistem yavaşlamaktadır. Ayrıca kontrol işaretindeki salınımlar da artmaktadır.  $P_1$  sabit tutulup  $P_2$  arttırıldığında sistem yavaşlamaktadır. Ancak kontrol işaretindeki salınımlar azalmaktadır. KMFPI ve TMFPI kontrolörlerde  $P_2$  arttırıldıkça sistem yavaşlamaktadır.  $P_2$  ile  $k_p$  arasında ters orantı olduğu için bu durum gerçekleşmektedir. Optimal olarak tasarlanan KMRAFPID kontrolörler TMRAFPID kontrolörlere göre manyetik askı sistemi üzerinde uygulamalarda daha yavaş kalmaktadır. Ancak gürültü bastırmada performansı daha yüksektir. Kontrolörlerin tasarlandığı sistem modellerinin değişimine göre başarıları incelenmiştir. Sistem modeli mertebesi ile kontrolör içerisindeki operatörlerin ve filtrenin mertebesi aynı olduğundan, sistem modelinin mertebesi doğrudan kontrolör başarımını etkilemektedir. KMRAFPID kontrolörlerde mertebeli azaldıkça, TKH ve TKKİ değerlerinin azaldığı görülmüştür. Belirli bir mertebeye kadar bu değerler kriter alındığında TMRAFPID kontrolörlere göre daha iyi sonuçlar vermektedir. Mertebeli yükseldikçe, TMRAFPID kontrolörler daha iyi sonuçlar vermektedir. Benzer durum, KMFPI ile TMFPI kontrolörler arasındaki kıyaslamalar için de görülmektedir.



## KAYNAKLAR

- [1] **Podlubny, I., & Ignor, P.** (1999). *Fractional Differential Equations*. Elsevier.
- [2] **I. Podlubny**, "Fractional-order systems and  $PI^\lambda D^\mu$  controllers," in *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 44, no. 1, pp. 208-214, Jan. 1999.
- [3] **Visioli A, Padula F.** Tuning rules for optimal PID and fractional order PID controllers. *J Process Control* 2011;21: 69–81.
- [4] **Valério D, da Costa JS.** Tuning of fractional PID controllers with Ziegler–Nichols–type rules. *Signal Process* 2006;86(10):2771–84.
- [5] **Monje CA, Vinagre BM, Feliu V, Chen YQ.** Tuning and auto-tuning of fractional order controllers for industry applications. *Control Eng Pract* 2008; 16:798– 812.
- [6] **Merrikh-Bayat F, Mirebrahimi N.** Introduction to the nonlinear  $PI^\lambda D^\mu$  control In: *Proceedings of 2011 IEEE international conference on control system. Computing and engineering, IEEE; 2011, p. 43–8.*
- [7] **M. C. Kurucu, E. Yumuk, M. Güzelkaya, and İ. Eksin,** “Online tuning of derivative order term in fractional controllers,” in *2018 6th International Conference on Control Engineering Information Technology (CEIT)*. IEEE, 2018, pp. 268–272.
- [8] **M. C. Kurucu, E. Yumuk, M. Güzelkaya, and İ. Eksin,** “Investigation of the effects of fractional and integer order fuzzy logic pid controllers on system performances,” in *2017 10th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO)*. IEEE, 2017, pp. 775–779.
- [9] **Malek H, Luo Y, Chen YQ.** Identification and tuning fractional order proportional integral controllers for time delayed system with a fractional pole. *Mechatronics* 2013;23: 746–54.
- [10] **Luo Y, Chen YQ, Wang CY, Pi YG.** Tuning fractional order proportional integral controllers for fractional order systems. *J Process Control* 2010; 20: 823–31.

- [11] **Bettayeb M, Mansouri R.** Fractional IMC-PID-filter controllers design for noninteger order systems. *J Process Control* 2014;24:261–71.
- [12] **Tepljakov A, Petlenkov E, Belikov J.** Gain and order scheduled fractional-order PID control of fluid level in a multi-tank system. In: *Proceedings of 2014 IEEE international conference on fractional differentiation and its applications*. IEEE; 2014, p. 1–6.
- [13] **Das S, Saha S, Das S, Gupta A.** On the selection of tuning methodology of FOPID controllers for the control of higher order processes. *ISA Trans* 2011;50(3):376–88.
- [14] **Das S, Pan I, Das S.** Performance comparison of optimal fractional order hybrid fuzzy PID controllers for handling oscillatory fractional order processes with dead time. *ISA Trans* 2013;52(4):550–6.
- [15] **Tavakoli-Kakhki M, Haeri M.** Fractional order model reduction approach based on retention of the dominant dynamics: Application in IMC based tuning of FOPI and FOPID controllers. *ISA Trans* 2011;50(3):432–42.
- [16] **E. Yumuk, M. Güzelkaya, and İ. Eksin,** “Analytical fractional PID controller design based on bodes ideal transfer function plus time delay,” *ISA transactions*, 2019.
- [17] **Yumuk, E.** (2015). *Tam Sayı Mertebe Sistem Modeli İçin Kesirli Mertebe Filtreye Sahip İç Model Kontrolör Tasarımı*, Yüksek Lisans Tezi, İTÜ, İstanbul.
- [18] **E. Yumuk, M. Güzelkaya, and İ. Eksin,** “Design of an integer order proportional–integral/proportional–integral–derivative controller based on model parameters of a certain class of fractional order systems,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, vol. 233, no. 3, pp. 320–334, 2019.
- [19] **E. Yumuk, M. Güzelkaya, and İ. Eksin,** “Reduced integer order inverse controller design for single fractional pole model,” in *2016 24th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*. IEEE, 2016, pp. 148–153.

- [20] **E. Yumuk, M. Güzelkaya, İ. Eksin, and C. Ulu**, “Design of an integer order PID controller for single fractional order pole model,” in 2015 IEEE Conference on Systems, Process and Control (ICSPC). IEEE, 2015, pp. 85–90.
- [21] **Zhang, Y., Zheng, Z., Zhang, J., & Wang, L.** (2016). Research on Fractional Order PID Controller in Magnetic Levitation Control System.
- [22] **M. Al-Dhaifallah, N. Kanagaraj, and K. S. Nisar**, “Fuzzy Fractional-Order PID Controller for Fractional Model of Pneumatic Pressure System,” *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2018, Article ID 5478781, 9 pages, 2018.
- [23] **P. Varshney and S. K. Gupta**, "Implementation of fractional Fuzzy PID controllers for control of fractional-order systems," *2014 International Conference on Advances in Computing, Communications and Informatics (ICACCI)*, New Delhi, 2014, pp. 1322-1328.
- [24] **Balochian, S.** (2017). Fractional Order Fuzzy PID control of an Active Suspension System for a High-Speed Pantograph. *Majlesi Journal of Mechatronic Systems*, 6(1).
- [25] **Azarmi, R., Tavakoli-Kakhki, M., Sedigh, A. K., & Fatehi, A.** (2015). Analytical design of fractional order PID controllers based on the fractional set-point weighted structure: Case study in twin rotor helicopter. *Mechatronics*, 31, 222-233.
- [26] **E. Yamuk, M. Güzelkaya, İ.Eksin**, Modified Posicast Control for a Class of Fractional Order Systems, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2019 (Under Review)



## ÖZGEÇMİŞ

**Ad Soyad** : Sergen Berkay KÖSE  
**Doğum yeri ve tarihi** : İstanbul 17.08.1993  
**E-posta adresi** : [koseser@itu.edu.tr](mailto:koseser@itu.edu.tr)

## ÖĞRENİM DURUMU:

**Lisans** : 2016, İstanbul Teknik Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Fakültesi,  
Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği  
**Yüksek Lisans** : 2019, İstanbul Teknik Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Fakültesi,  
Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı