

T.C.
BİTLİS EREN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

FİNANSAL VERİLERDE COPULA YAKLAŞIMLARI İLE
BAĞIMLILIK ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

NESRİN BERKER

DANIŞMAN
DOÇ. DR. AYŞE METİN KARATAŞ

OCAK 2024
BİTLİS

T.C.
BİTLİS EREN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

FİNANSAL VERİLERDE COPULA YAKLAŞIMLARI İLE
BAĞIMLILIK ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

NESRİN BERKER
ORCID:

DANIŞMAN
DOÇ. DR. AYŞE METİN KARAKAŞ

OCAK 2024
BİTLİS

T.C.
BİTLİS EREN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS TEZ ÇALIŞMASI
ETİK BEYANI

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı Yüksek Lisans öğrencisiyim. Hazırlamış olduğum “Finansal Verilerde Copula Yaklaşımları ile Bağımlılık Analizi” başlıklı tezde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi; tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu; tez çalışmasında yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi; kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı; bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim

15/01/2024

İmza

Nesrin BERKER

T.C.

BİTLİS EREN ÜNİVERSİTESİ

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

TEZ YAZIM KILAVUZU UYGUNLUK BEYANI

“Yapay Sinir Ağları Yardımıyla Tahmin” başlıklı yüksek lisans Bitlis Eren Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Tez Yazım Kılavuzuna uygun olarak hazırlanmıştır. / / 20.....

Tezi Hazırlayan

İmza

Nesrin BERKER

Danışman

İmza

Doç. Dr. Ayşe METİN KARAKAŞ

İstatistik Anabilim Dalı Başkanı

Doç. Dr. Hamit MİRTAGİOĞLU

T.C.
BİTLİS EREN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
TEZ ONAY SAYFASI

Bitlis Eren Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı öğrencisi Fahriye Betül Baysal. tarafından hazırlanan “Finansal Verilerde Copula Yaklaşımları ile Bağımlılık Analizi” adlı Yüksek Lisans ile ilgili tez savunma sınavı,/...../20.... tarihinde yapılmış ve tezin oy birliği/ oy çokluğu ile kabul/ red edilmesine karar verilmiştir.

JÜRİ:

İMZA

Danışman: Doç. Dr. Ayşe METİN KARAKAŞ
(Bitlis Eren Üniversitesi)

Üye: Prof. Dr. Sinan ÇALIK
(Fırat Üniversitesi)

Üye: Doç. Dr. Hamit MİRTAGİOĞLU
(Bitlis Eren Üniversitesi)

Bitlis Eren Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Yönetim Kurulunun tarih ve sayılı kararıyla jüri tarafından kabul edilmiş bu çalışmanın yüksek lisans / doktora tezi olarak kabulü onaylanmıştır.

...../...../2024

Doç. Dr. Mehmet Bakır ŞENGÜL

Enstitü Müdürü

T.C.

Bitlis Eren Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

İstatistik Anabilim Dalı

**FİNANSAL VERİLERDE COPULA YAKLAŞIMLARI İLE BAĞIMLILIK
ANALİZİ**

Yüksek Lisans Tezi

Nesrin BERKER

Danışman: Doç. Dr. Ayşe METİN KARAKAŞ

Ocak 2024

ÖZET

Bu çalışma giriş, materyal metod, veri kümesi, bulgular ve sonuç olmak üzere beş bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde copula fonksiyonunun önemi ve copula fonksiyonları ile ilgili yapılmış çalışmalar hakkında bilgi verilmiştir. İkinci bölümde copula fonksiyonları ve teorisi üzerinde durulmuştur. Üçüncü bölümde veri kümesi ve özellikleri tanıtılmıştır. Dördüncü bölümde finans üzerine uygulama yapılmıştır. Uygulamamızda Dolar, Altın, Euro, Türkiye CPI ve Türkiye Repo W1 verileri arasındaki bağımlılık yapısı Copula metodu kullanılarak modellenmiştir. Beşinci bölümde ise yaptığımız uygulamaların sonuçları hakkında bilgi verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Copula Fonksiyonu, Kendall Tau, Spearman Rho, Copula-Garch, Maksimum Olabilirlik Metodu

Republic of Türkiye

Bitlis Eren University Graduate School

Department of Statistic

**DEPENDENCY ANALYSIS WITH COPULA APPROACHES IN FINANCIAL
DATA**

Master's Thesis

Nesrin BERKER

Supervisor: Doç. Dr. Ayşe METİN KARAKAŞ

January 2024

ABSTRACT

This study consists of five parts: introduction, material method, data set, findings and conclusion. In the first chapter, information is given about the importance of the copula function and the studies on copula functions. In the second part, copula functions and theory are emphasized. In the third section, the data set and its features are introduced. In the fourth chapter, an application on finance was made. In our application, the dependency structure between Dollar, Gold, Euro, Turkey CPI and Turkey Repo W1 data is modeled using the Copula method. The fifth section provides information about the results of our applications.

Keywords: Copula Function, Kendall Tau, Spearman Rho, Copula-Garch, Maximum Likelihood Method

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışması sırasında, tez konusunun belirlenmesinden başlayarak son aşamaya kadar her konuda benden yardımlarını esirgemeyen danışman hocam Sayın Doç. Dr. Ayşe METİN KARAKAŞ 'a en içten saygı ve minnetlerimi sunarım.



İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	I
ABSTRACT	II
İÇİNDEKİLER	IV
ÇİZELGELER DİZİNİ	V
ŞEKİLLER DİZİNİ	VI
GİRİŞ	1
BİRİNCİ BÖLÜM.....	2
1. COPULA AİLELERİ İLE İLGİLİ TANIM VE TEOREMLER.....	2
İKİNCİ BÖLÜM	11
2. VERİ KÜMESİ	11
2.1. Dolar Nedir, Dolar Kuru Nasıl Belirlenir?	11
2.2. Faiz Oranı Dolar Kuruna Neden Etki Eder?	11
2.3. Doların Alış ve Satış Fiyatı Arasında Neden Fark Var?	11
2.4. Merkez Bankasının Dolar Kuru Üzerindeki Etkisi Nedir?.....	12
2.5. Uluslararası Piyasalar Neden Ağırlıkla Dolar Üzerinden Fiyatlanır?.....	12
2.6. Euro Hesabı Nedir	12
2.7. Altın Nedir?	12
2.8. Faiz Nedir?	14
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM	15
3. UYGULAMA.....	15
3.1. Bağımlılık Yapısı Özeti.....	17
3.2. D Vine Copula yaklaşımı.....	34
SONUÇ.....	70
KAYNAKLAR	38

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 1.1.	Arşimedyan copula aileleri	4
Çizelge 1.2.	Kuyruk bağımlılığı katsayıları	5
Çizelge 3.1.	Dolar (u), Altın (v) arasındaki bağımlılık yapısı tablosu	19
Çizelge 3.2.	Dolar (u), Euro (y) arasındaki bağımlılık yapısı tablosu.....	20
Çizelge 3.3.	Dolar (u), Türkiye CP (z) arasındaki bağımlılık yapısı tablosu	22
Çizelge 3.4.	Dolar (u), Türkiye Repo W1 (t) arasındaki bağımlılık yapısı tablosu.....	23
Çizelge 3.5.	Altın (v), Euro (y) arasındaki bağımlılık yapısı tablosu.....	25
Çizelge 3.6.	Altın (v), Türkiye CP (z) arasındaki bağımlılık yapısı tablosu	26
Çizelge 3.7.	Altın (v), Türkiye Repo W1 (t) arasındaki bağımlılık yapısı tablosu.....	28
Çizelge 3.7.	Euro (y), Türkiye Cp (z) arasındaki bağımlılık yapısı tablosu.....	29
Çizelge 3.8.	Euro (y), Türkiye RepoW1 (t) arasındaki bağımlılık yapısı tablosu.....	31
Çizelge 3.9.	Türkiye CP (z), Türkiye RepoW1 (t) arasındaki bağımlılık yapısı tablosu.....	32

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.1.	Doların yıllara göre değişim grafiği	15
Şekil 3.2.	Altının yıllara göre değişim grafiği	15
Şekil 3.3.	Euronun yıllara göre değişim grafiği	16
Şekil 3.4.	Türkiye CPI yıllara göre değişim grafiği	16
Şekil 3.5.	Türkiye REPO W1 yıllara göre değişim grafiği.....	17
Şekil 3.6.	Dolar (u), Altın (v), Euro (y), Türkiye CPI (z) ve Türkiye REPO W1 (t) Verileri arasındaki ilişki katsayısı (kendall tau).....	18
Şekil 3.7.	Dolar (u), Altın (v) arasındaki değişim grafiği	19
Şekil 3.8.	Dolar (u), Altın (v) arasındaki bağımlılık yapısına uygun copula grafiği....	20
Şekil 3.9.	Dolar (u), Euro (y) arasındaki değişim grafiği.....	21
Şekil 3.10.	Dolar (u), Euro (y) arasındaki bağımlılık yapısına uygun copula grafiği	21
Şekil 3.11.	Dolar (u), Türkiye CP (Z) arasındaki değişim grafiği.....	22
Şekil 3.12.	Dolar (u), Türkiye CP (z) arasındaki bağımlılık yapısına uygun copula grafiği	23
Şekil 3.13.	Dolar (u), Türkiye Repo W1 (t) arasındaki değişim grafiği.....	24
Şekil 3.14.	Dolar (u), Türkiye Repo W1 (t) arasındaki bağımlılık yapısına uygun copula grafiği	24
Şekil 3.15.	Altın (v), Euro (y) arasındaki değişim grafiği.....	25
Şekil 3.16.	Altın (v), Euro (y) arasındaki bağımlılık yapısına uygun copula grafiği	26
Şekil 3.17.	Altın (v), Türkiye CP (z) arasındaki değişim grafiği	27
Şekil 3.18.	Altın (v), Türkiye CP (z) arasındaki bağımlılık yapısına uygun copula grafiği.....	27
Şekil 3.19.	Altın (v), Türkiye Repo W1 (t) arasındaki değişim grafiği.....	28
Şekil 3.20.	Altın (v), Türkiye Repo W1 (t) arasındaki bağımlılık yapısına uygun copula grafiği.....	29
Şekil 3.21.	Euro (y), Türkiye Cp (z) arasındaki değişim grafiği.....	30
Şekil 3.22.	Euro (y), Türkiye Cp (z) arasındaki bağımlılık yapısına uygun copula grafiği.....	30
Şekil 3.23.	Euro (y), Türkiye Repo W1 (t) arasındaki değişim grafiği	31
Şekil 3.24.	Euro (y), Türkiye Repo W1 (t) arasındaki bağımlılık yapısına uygun copula grafiği.....	32
Şekil 3.25.	Türkiye CP (z), Türkiye RepoW1 (t)arasındaki değişim grafiği	33

Şekil 3.26 Türkiye CP (z), Türkiye RepoW1 (t)arasındaki arasındaki bağımlılık yapısına uygun copula grafiği.....	33
Şekil 3.27. Verilerin [0,1] aralığındaki saçılım grafiği	34
Şekil 3.28. Verilerin koşullu çoklu bağımlılığının özeti	35
Şekil 3.29. Verilerin koşullu çoklu bağımlılığının özeti	35
Şekil 3.30. Verilerin koşullu çoklu bağımlılığının özeti	36



GİRİŞ

Sklar (1959), ilk defa copulaların varlığını ortaya koymuştur [1]. Sklar teoremi, copulaların temel teoremidir. Sklar teoremi, copula fonksiyonun ne işe yaradığını gösteren en önemli teoremdir. Yani yüksek boyutlu dağılım fonksiyonları ve onların marjinalleri arasında köprü görevi yapar. [2] copulanın matematiksel özelliklerini ve birçok metoda göre üstünlüğüne değinmiştir. [3] copula fonksiyonlarının özelliklerini ve teorisi üzerine çalışmıştır. [4] ortak dağılımların marjinallerle arasındaki ilişkiyi ve Kendall Tau aralarındaki matematiksel ifadeleri gösterdi. [5] Arşimedyan copulanın önemi ve seçimde nasıl kullanılabileceği üzerine çalışmıştır. [6] copulayı finans alanında uygulamıştır. [7] Kendall dağılım fonksiyonunun matematiksel özellikleri üzerine çalışmıştır. [8] copula teorisi üzerine genel bir çalışma yapmıştır. [9] veri kümesi üzerinde yarı parametrik yöntemlerle copulayı kullanmıştır. [10] çıkarım yapmada copula metodu çalışmıştır ve [11] doğa olaylarını modellemek için copula kullanmıştır. [12] finansal veriler arasındaki bağımlılığı açıklamada copula kullanmıştır. [13] copulalar kullanılarak İMKB sektör endeks verileri kullanılarak arasındaki bağımlılık yapısı ortaya konulmuştur. [14] copula teorisi ve bununla ilgili iki uygulama çalışılmıştır. [15] copulaları sıra istatistiklerine uygulamıştır [16] bazı copula tahmin yöntemleri ve uyum iyiliği testi hakkında bilgi vermiş ve uygulamasında Arşimedyan copulaları kullanmıştır. [17] Arşimedyan copulaların temel özellikleri incelemiştir ve Kendall'ın Tau yardımıyla canlı veriler üzerinde çalışılmıştır. [18] finansal veriler arasındaki ilişki için copula fonksiyonları kullanmışlardır. [19] arşimedyan copulaların istatistikteki amaçları üzerine çalışmışlardır. [20] yeni bir Arşimedyan copula ailesi üzerine çalışmışlardır. [21] yine finansal verilerin bağımlılık yapısı için copula kullanmışlardır. [22] simülasyon çalışması yaparak, arşimedyan copulalar için Kendall Dağılım fonksiyonu elde etmişlerdir. [23] GARCH modellerini, istatistiksel özelliklerini ve enflasyon üzerindeki etkilerini tartışmışlardır. [24] Merkez Bankası gecelik faiz oranlarının volatilitelerini modellemişlerdir. [25] İMKB 100 endeksinin volatilitelerini değerlendirmek ve tahmin etmek için 11 değişik ARCH modeli kullanmıştır. [26] vadeli İşlem ve Opsiyon Borsasındam lineer regresyon ve ARMA-ARCH yöntemleri kullanmıştır. [27] koşullu değişen varyans modellerini çeşitli finansal verilere uygulayarak ulaşılan sonuçları sunmuştur. [28] copula-Garch kullanarak değişkenler arasındaki bağımlılık yapısını ve değişkenlerin marjinal modellenmesi üzerine çalışmıştır.

BİRİNCİ BÖLÜM

1. TEMEL TANIM VE TEOREMLER

Tanım 1.1.1.

Copula, rastgele değişkenler arasındaki bağımlılık yapısını modelleyen kullanışlı bir fonksiyondur. Yani, bir Copula, rastgele değişkenlerin ortak olasılık dağılımlarını, rastgele değişkenlerin marjinal dağılımlarını birleştirerek oluşturmaktadır [8].

Tanım 1.1.2.

C bir copula fonksiyonu ve $C: [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ olsun. Bu fonksiyon, aşağıdaki şartları sağlıyorsa bu fonksiyona copula denir.

1. Her $u \in [0,1]$ için $C(0, u) = C(u, 0) = 0$
 2. Her $u \in [0,1]$ için $C(u, 1) = u$ ve $C(1, u) = u$
 3. $u_1 \leq v_1$ ve $u_2 \leq v_2$ olan her $(u_1, u_2), (v_1, v_2) \in [0,1] \times [0,1]$ için $C(v_1, v_2) - C(v_1, u_2) - C(u_1, v_2) + C(u_1, u_2) \geq 0$
- [19-12, 10-9, 7-1].

Tanım 1.1.3.

C n - boyutlu bir copula, $C: [0,1]^n \rightarrow [0,1]$ olsun buna göre C fonksiyonu için aşağıdaki şartlar geçerlidir.

1. $\forall m \leq n$ $a_m \in [0,1]$ için $C(1, \dots, 1, a_m, 1, \dots, 1) = a_m$
2. Eğer herhangi bir $m \leq n$ için $a_m = 0$ ise $C(a_m, \dots, a_m, 1, \dots, 1) = 0$
3. C , n -artandır. [19-12, 9, 6].

Tanım 1.1.4. (Deneyisel Copula)

$\{(X_k, \dots, Y_k)\}$, $k = 1, 2, \dots, n$ n boyutlu örneklem olmak üzere, bu örneklme ait ranklarda $\{(R_i, S_i)\}$ olsun. Buna göre deneyisel copula C_n , ve $u, v \in I$ olmak üzere,

$$C_n(u, v) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n 1\left(\frac{R_k}{n+1} \leq u, \frac{S_k}{n+1} \leq v\right) \quad (1.1)$$

şeklinde tanımlanır. Burada I indikatör fonksiyonudur. [19-12, 9, 6].

Teorem 1.1.1. (Sklar Teoremi)

X ve Y ortak olasılık fonksiyonları $F(x,y)$ olan iki tesadüfi değişken olsun. Bunların marjinaleri sırasıyla, $F(x)$ ve $G(y)$ olmak üzere öyle bir C copula fonksiyonu vardır ki;

$$F(x,y) = C(F(x), G(y)) \quad (1.2)$$

şeklinde yazılabilir. Eğer , $F(x)$ ve $G(y)$ mutlak sürekli ise C copulası tektir. [28, 21-12, 9, 6].

Tanım 1.1.4. (Normal Copula)

Normal (Gaussian) copula aşağıdaki gibidir;

$$C(u,v) = \Phi_2(\Phi^{-1}(u), \Phi^{-1}(v), \rho), \quad -1 \leq \rho \leq 1 \quad (1.3)$$

Φ_2 burada korelasyon katsayısı ρ olan iki boyutlu normal dağılım fonksiyonudur ve Φ^{-1} ise tek değişkenli normal dağılım fonksiyonunun tersidir [19-12, 9].

Tanım 1.1.5. (Student's T-Copula)

Student t kapulası, iki bağımlılık parametresi (serbestlik derecesi v , $\vartheta > 0$ ve korelasyon parametresi ρ , $\rho \in [-1,1]$) olan kapula için örnektir. Student's t-copula dağılımının gösterimi;

$$C_{\text{Student's}}(u_1, u_2; \rho, v) = t_{\rho,v}(t_v^{-1}(u_1), (t_v^{-1}(u_2))) \quad (1.4)$$

şeklinde tanımlanır. [3, 14, 16, 19, 20, 22, 25, 27].

Tanım 1.1.6 Arşimedyen Copula

Arşimedyen copula kendi üreteç fonksiyonları ile elde edilir. φ bir üreteç fonksiyonu olsun. $\varphi: I \rightarrow [0, \infty]$ sürekli konveks ve kesin azalan bir fonksiyon ve $\varphi(1) = 0$ olursa, o zaman φ 'nin sözde tersi $\varphi^{[-1]}$;

$$\varphi^{[-1]} = \begin{cases} \varphi^{(-1)}(t), & 0 \leq t \leq \varphi(0) \\ 0, & \varphi(0) \leq t \leq \infty. \end{cases} \quad (1.5)$$

Her $u, v \in [0,1]$ için;

$$C_{\text{Arşimedyen}}(u,v) = \varphi^{-1}(\varphi(u) + \varphi(v)) \quad (1.6)$$

fonksiyonuna Arşimedyen copula denir. Burada, $\varphi(0) = \infty$ dur. O zaman $\varphi^{[-1]} = \varphi^{(-1)}$ olur [2, 4, 5, 8, 9, 10- 16, 18, 19, 21, 22- 24, 26-28].

Tanım 1.1.7. (Üreteç Fonksiyonu)

$\varphi: [0,1] \rightarrow [0, \infty)$ sürekli, kesin azalan, konveks ve $\varphi(1) = 0$ olacak şekilde bir fonksiyon olsun. Eğer üreteç fonksiyonu aşağıdaki koşulları sağlıyorsa φ' ye C copulasının üreticisi denir.

1. Her $t \in (0,1)$ için $\varphi'(t) < 0$ 'dır. Yani, φ azalan bir fonksiyondur.
2. Her $t \in (0,1)$ için $\varphi'(t) \geq 0$ 'dır. Yani, φ konveks bir fonksiyondur [28, 21-12, 6].

Çizelge 1.1. Arşimedyen copula aileleri

No.	Aile	Üreteçler	Parametre Aralığı	Kendall Tau	Kuyruk Bağımlılığı
3	Clayton	$\frac{1}{\theta}(t^{-\theta}-1)$	$\theta > 0$	$\frac{\theta}{\theta+2}$	$(2^{\frac{1}{\theta}}, 0)$
4	Gumbel	$(-\log t)^{\theta}$	$\theta \geq 1$	$1 - \frac{1}{\theta}$	$(0, 2-2^{\frac{1}{\theta}})$
5	Frank	$-\log[\frac{e^{-\theta t}-1}{e^{-\theta}-1}]$	$0 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	$1 + \frac{4}{\theta} + 4 \frac{D_1(\theta)}{\theta}$	$(0,0)$
6	Joe	$-\log[1-(1-t)^{\theta}]$	$\theta > 1$	$1 + \frac{4}{\theta^2} \int_0^1 t \log(t)(1-t)^{2(1-\theta)/\theta} dt$	$(0, 2-2^{\frac{1}{\theta}})$
7	BB1	$(t^{-\theta}-1)^{\delta}$	$\theta > 0,$ $\delta \geq 1$	$1 - \frac{2}{\delta(\theta+2)}$	$(2^{\frac{1}{\theta\delta}}, 2-2^{\frac{1}{\theta\delta}})$
8	BB6	$(-\log[1-(1-t)^{\theta}])^{\delta}$	$\theta \geq 0,$ $\delta \geq 1$	$1 + \frac{4}{\theta\delta} \int_0^1 (-\log(1-(1-t)^{\theta})) \times (1-t)(1-(1-t)^{-\theta}) dt$	$(0, 2-2^{\frac{1}{\theta\delta}})$
9	BB7	$(1-(1-t)^{\theta})^{\delta}-1$	$\theta \geq 0,$ $\delta > 1$	$1 + \frac{4}{\theta\delta} \int_0^1 (-\log(1-(1-t)^{\theta}))^{\delta+1} \times \frac{(1-(1-t)^{\theta})^{-\delta}}{(1-t)^{\theta-1}} dt$	$(2^{\frac{1}{\theta\delta}}, 2-2^{\frac{1}{\theta\delta}})$
10	BB8	$-\log[\frac{1-(1-\delta t)^{\theta}}{1-(1-\delta)^{\theta}}]$	$\theta \geq 0,$ $\delta \in (0,1]$	$1 + \frac{4}{\theta\delta} \int_0^1 \left(-\log\left(\frac{(1-t\delta)^{\theta}-1}{(1-\delta)^{\theta}-1}\right) \times (1-t\delta)(1-(1-t\delta)^{-\theta}) \right) dt$	$(0,0)$

$$D_1(\theta) = \int_0^{\theta} \frac{c/\theta}{\exp(x)-1} dx \text{ Deybe fonksiyonudur.}$$

Tanım 1.1.8 Kuyruk Bağımlılığı

Kuyruk bağımlılığı, ortak dağılımın kuyruğunda olan iki rastgele değişken arasındaki aşırı (extreme) birlikte hareketi tanımlar. Gauss, Frank gibi copulalar alt ve üst

kuyruk bağımlılık katsayıları sıfır olduğundan kuyruk bağımlılığına sahip değildirler ancak bu katsayılar eşit olduklarından simetrik copulalar olarak kabul edilirler. Clayton, Gumbel gibi copulalar alt veya üst kuyruk bağımlılığına sahiptirler ve asimetrik copulalar olarak adlandırılırlar. t-copula ve simetrik Joe-Clayton gibi copulalar aynı anda üst ve alt kuyruk bağımlılığına sahip olduğundan hem simetrik hemde asimetrik copulalar olarak bilinirler. $u_1 \sim F_1$ ve $u_2 \sim F_2$ olmak üzere;

$$\lambda_L \equiv \lim_{u \rightarrow 0^+} P[F_1(u_1) < u | F_2(u_2) < u] = \lim_{u \rightarrow 0^+} \frac{C(u,u)}{u} \quad (1.7)$$

λ_L ile gösterilen alt kuyruk bağımlılığı katsayısı F_1 değişkeni çok düşük değer aldığı anda, F_2 değişkeninin çok düşük değer aldığı koşullu bir olasılıktır.

$$\lambda_U \equiv \lim_{u \rightarrow 1^-} P[F_1(u_1) > u | F_2(u_2) > u] = \lim_{u \rightarrow 1^-} \frac{1-2u+C(u,u)}{1-u} \quad (1.8)$$

λ_U ile gösterilen üst kuyruk bağımlılığı katsayısı F_1 değişkeni çok büyük de2ğer aldığı anda, F_2 değişkeninin çok büyük de2ğer aldığı koşullu bir olasılıktır. λ_U ve $\lambda_L \in [0,1]$. Eğer λ_L veya λ_U pozitif ise F_2 ve F_1 de2ğişkenleri, sırasıyla alt veya üst kuyruk bağımlıdır

Çizelge 1.2. Kuyruk bağımlılığı katsayıları

Aile	Alt Kuyruk Bağımlılığı	Üst Kuyruk Bağımlılığı
Gaussian	*	*
Student's t	$2t_{v+1}(-\sqrt{v+1} \sqrt{\frac{1-\theta}{1+\theta}})$	$2t_{v+1}(-\sqrt{v+1} \sqrt{\frac{1-\theta}{1+\theta}})$
Clayton	$2^{\frac{1}{\theta}}$	*
Gumbel	*	$2-2^{\frac{1}{\theta}}$
Frank	*	*
Joe	*	$2-2^{\frac{1}{\theta}}$
BB1(Clayton-Gumbel)	$2^{\frac{1}{\delta\theta}}$	$2-2^{\frac{1}{\delta\theta}}$
BB6(Joe-Gumbel)	*	$2-2^{\frac{1}{\delta\theta}}$
BB7(Joe-Clayton)	$2^{\frac{1}{\delta}}$	$2-2^{\frac{1}{\delta}}$
BB8(Frank-Joe)	*	$2-2^{\frac{1}{\delta}}$ if δ = 1, otherwise 0

Tanım 1.1.9 Rotated Copula

Bu fonksiyonlar iki değişkenli copulaların döndürülmüş versiyonlarıdır. Yani $90^\circ, 180^\circ$ ve 270° ile hesaplanabilir. Rotated copula esnekliği sağlamaktadır. Bu copulalar sırasıyla;

$$\text{Rotated } 90 \text{ Derece : } C_{\text{Rotated } 90}(u_1, u_2) := u_2 - C(1-u_1, u_2)$$

$$C_{\text{Rotated } 90}(u_1, u_2) := c(1-u_1, u_2) \quad (1.9)$$

$$\text{Rotated } 180 \text{ Derece : } C_{\text{Rotated } 180}(u_1, u_2) := u_1 + u_2 - 1 + C(1-u_1, 1-u_2)$$

$$C_{\text{Rotated } 180}(u_1, u_2) := c(1-u_1, 1-u_2)$$

$$\text{Rotated } 270 \text{ Derece : } C_{\text{Rotated } 270}(u_1, u_2) := u_1 - C(u_1, 1-u_2)$$

$$C_{\text{Rotated } 270}(u_1, u_2) := c(u_1, 1-u_2)$$

Tanım 1.1.10 (Clayton Copula)

Clayton copula, $\theta \in (0, \infty)$ ve üretici $\varphi(t) = (t^\theta - 1)$ olmak üzere aşağıdaki gibi tanımlanır,

$$C_{\text{Clayton}}(u_1, u_2; \theta) = (u_1^{-\theta} + u_2^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}} \quad (1.10)$$

Clayton copula asimetriktir. Aynı şekilde artış ve azalış gösteren veri kümelerinin bağımlılık yapısını modellemede kullanılır [2, 4-6, 8, 9, 10-16, 21, 19, 21, 22-24, 26-28].

Tanım 1.1.11. (Gumbel Copula)

Gumbel copula, $\theta \in [1, \infty)$ parametrelili ve üretici $\varphi(t) = (-\ln t)^\theta, \theta \geq 1$ olmak üzere;

$$C_{\text{Gumbel}}(u_1, u_2; \theta) = \exp \left\{ -[(-\ln u_1)^\theta + (-\ln u_2)^\theta]^{\frac{1}{\theta}} \right\} \quad (1.11)$$

şeklinde tanımlanır. Gumbel copula asimetriktir. [2, 4-6, 8, 9, 10-16, 18, 19, 21, 22-24, 26-28].

Tanım 1.1.12. (Frank Copula)

Frank copula parametresi $\theta \in (-\infty, \infty)$ ve üretici $\varphi(t) = -\ln \frac{e^{-\theta t} - 1}{e^{-\theta} - 1}, \theta \in \mathbb{R}/\{0\}$ olmak üzere;

$$C_{\text{Frank}}(u_1, u_2; \theta) = -\frac{1}{\theta} \log \left(1 + \frac{(e^{-\theta u_1} - 1)(e^{-\theta u_2} - 1)}{(e^{-\theta} - 1)} \right) \quad (1.12)$$

şeklinde tanımlanır. Frank copula ailesi simetrik bir copula ailesidir. Frank copula negatif bağımlılık durumlarında kullanılabilen esnek yapıya sahip bir ailedir [2, 4-6, 8, 9, 10-16, 18, 19, 21, 22- 24, 26- 28].

Tanım 1.1.13. (Joe Copula)

Joe copula ailesinin parametresi $\theta \in [1, \infty]$ ve üretici $\varphi(t) = t^{-\theta} - 1$ olmak üzere;

$$C_{Joe}(u_1, u_2) = 1 - [(1-u_1)^\theta + (1-u_2)^\theta - ((1-u_1)^\theta(1-u_2)^\theta)]^{1/\theta} \quad (1.13)$$

şeklinde tanımlanır. [2, 4-6, 8, 9, 10- 16, 18, 19, 21, 22- 24, 26].

Tanım 1.1.14. (BB1 (Clayton-Gumbel) Copula)

BB1 (Clayton-Gumbel) arşimedyen copulasının parametreleri θ , δ ve $\theta \in (0, \infty) \cap \delta \in [1, \infty)$ olmak üzere;

$$C_{BB1}(u_1, u_2; \theta, \delta) = (1 + [(u_1^{-\theta} - 1)^\delta + (u_2^{-\theta} - 1)^\delta]^{1/\delta})^{1/\theta} \quad (1.14)$$

şeklinde tanımlanır [12-14, 16, 21, 22- 25].

Tanım 1.1.15. (BB6 (Joe-Gumbel) Copula)

BB6 (Joe-Gumbel) arşimedyen copulasının parametreleri θ ve δ , ve $\theta \in [1, \infty) \cap \delta \in [1, \infty)$ olmak üzere aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$C_{BB6}(u_1, u_2; \theta, \delta) = 1 - (1 - \exp \left\{ - \left[\frac{(-\log(1-u_1^{-\theta}))^\delta}{+(-\log(1-u_2^{-\theta}))^\delta} \right]^{1/\delta} \right\})^{1/\theta} \quad (1.15)$$

[12-14, 16, 21, 22, 24, 25].

Tanım 1.1.16. (BB7 (Joe-Clayton) Copula)

BB7 (Joe - Clayton) arşimedyen copulasının parametreleri θ ve δ ve $\theta \in [1, \infty) \cap \delta \in [0, \infty)$ olmak üzere aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$C_{BB7}(u_1, u_2; \theta, \delta) = 1 - (1 - [(1-u_1^{-\theta})^{-\delta} + (1-u_2^{-\theta})^{-\delta} - 1]^{1/\delta})^{1/\theta} \quad (1.16)$$

[12- 14, 16, 21, 22- 25].

Tanım 1.1.17. (BB8 (Frank-Joe) Copula)

BB8 (Frank - Joe) arşimedyen copulası parametreleri θ , δ ve $\theta \in [1, \infty) \cap \delta \in (0, 1]$ olmak üzere aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$C_{BB8}(u_1, u_2; \theta, \delta) = \frac{1}{\delta} \left(1 - \left[1 - \frac{1}{1-(1-\delta)^\theta} (1-(1-\delta u_1)^\theta) \right]^\frac{1}{\theta} \right) \quad (1.17)$$

[12-14, 16, 21, 22, 24, 25]

Tanım 1.1.18. Vine Copula

Asma kopulaları, daha önce tartışıldığı gibi, iki değişkenli veya çift kopula biçimindedir. Kanonik (kısaca C-sarma olarak gösterilir) ve çekilebilir (kısaca D-sarma olarak gösterilir) kopulalar tarafından iyi bir sırayla adlandırılan iki tür asma kopulası vardır. C-asma kopulasının yapısı, tüm ağaçlar ve düğümler yoluyla yıldız şekline sahiptir. Böylece değişkenlerin sırası her ağacın köklerine göre belirlenir. Aksine, D-asma kopulasının yapısı bir yol şeklindedir ve bu tipte ilk ağaç kök ağaçtır ve diğer tüm ağaçlar ilk ağaçtan oluşur. Her iki asma kopula türünde de kök sayısı $(d - 1)$ 'e eşittir. Asma kopulasının genel formuna normal asma denir

Copula (kısaca R-asma olarak adlandırılır), hem C hem de D-asma kopulalarının kombinasyonunu içeren düzensiz asmadır. Bu, bazı noktalarda bağlantının C-sarmaşığı gibi yıldız şeklinde, bazı noktalarda ise D-sarmaşık gibi bir yol şeklinde olduğu anlamına gelir.

Tanım 1.1.19. R Vine Copula Modeli

R-vine büyük bir esnekliğe sahip bir modeldir. R vine copula bize koşullu ve çoklu bağlantı modelini sunmaktadır. Bu model kendi alt modelleri C vine ve Dvine aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.[10, 12-17, 19, 20, 22-25].

Tanım 1.1.20. C-Vine Copula Modeli

Her ağacın, ağacın diğer tüm düğümlerine bağlanan benzersiz bir düğüme sahip olduğu bir tür düzenli asma dağılımıdır. Yalnızca yıldız benzeri ağaçlar kullanır ve önem sırasına göre sıralamada kullanışlıdır. Genel n -boyutlu C-Vine bağlarına ait yoğunluk formülü:

$$\prod_{k=1}^n f(x_k) \prod_{j=1}^{n-1} \prod_{i=1}^{n-j} c_{j,j+i|1,\dots,j-1} \{F(x_j|x_1, \dots, x_{j-1}), F(x_{j+i}|x_1, \dots, x_{j-1})\} \quad (1.18)$$

5 değişkenli C-Vine Copula aşağıdaki gibidir;

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot f_3(x_3) \cdot f_4(x_4) \cdot f_5(x_5) \\ \cdot c_{12} \{F_1(x_1), F_2(x_2)\} \cdot c_{13} \{F_1(x_1), F_3(x_3)\} \cdot c_{14} \{F_1(x_1), F_4(x_4)\}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot c_{15} \{F_1(x_1), F_5(x_5)\} \cdot c_{23|1} \{F(x_2|x_1), F(x_3|x_1)\} \\
& \cdot c_{24|1} \{F(x_2|x_1), F(x_4|x_1)\} \cdot c_{25|1} \{F(x_2|x_1), F(x_5|x_1)\} \\
& c_{43|12} \{F(x_4|x_1, x_2), F(x_3|x_1, x_2)\} \\
& \cdot c_{45|12} \{F(x_4|x_1, x_2), F(x_5|x_1, x_2)\} \cdot c_{35|124} \{F(x_3|x_1, x_2, x_4), F(x_5|x_1, x_2, x_4)\}
\end{aligned} \tag{1.19}$$

şeklinde tanımlanır. Burada $f_1(x_1)$, $f_2(x_2)$, $f_3(x_3)$, $f_4(x_4)$ ve $f_5(x_5)$ marjinallerini, $c_{12} \{F_1(x_1), F_2(x_2)\}$, $c_{13} \{F_1(x_1), F_3(x_3)\}$, $c_{14} \{F_1(x_1), F_4(x_4)\}$, $c_{15} \{F_1(x_1), F_5(x_5)\}$ koşulsuz çiftlerini ve

$$\begin{aligned}
& c_{23|1} \{F(x_2|x_1), F(x_3|x_1)\} c_{24|1} \{F(x_2|x_1), F(x_4|x_1)\} c_{25|1} \{F(x_2|x_1), F(x_5|x_1)\} \\
& c_{43|12} \{F(x_4|x_1, x_2), F(x_3|x_1, x_2)\} c_{45|12} \{F(x_4|x_1, x_2), F(x_5|x_1, x_2)\} \\
& c_{35|124} \{F(x_3|x_1, x_2, x_4), F(x_5|x_1, x_2, x_4)\} \text{ şartlı çiftlerini belirtmektedir.}
\end{aligned}$$

Tanım 1.1.21. D-Vine Copula Modeli

D-asma, düzenli asma ağacı yapısı için başka bir özel durumdur. Her hangi bir ağaçta düğüm bulunmayan ağaç ikiden fazla kenara bağlıdır. Yalnızca ağaçlar gibi yol kullanır ve değişkenlerin zamansal sıralaması için kullanılır. Örneğin 5 boyutlu çok değişkenli yoğunluk aşağıda verilmiştir. Genel n -boyutlu D-Vine bağlarına ait yoğunluk formülü:

$$\prod_{k=1}^n f(x_k) \prod_{j=1}^{n-1} \prod_{i=1}^{n-j} c_{i,i+j|i+1,\dots,i+j-1}^{C_{i,i+j|i+1,\dots,i+j-1}} \{F(x_i|x_{i+1}, \dots, x_{i+j-1}), F(x_{i+j}|x_{i+1}, \dots, x_{i+j-1})\} \tag{1.20}$$

5 değişkenli D-Vine Copula örneği aşağıdaki gibidir;

$$\begin{aligned}
f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) &= f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot f_3(x_3) \cdot f_4(x_4) \cdot f_5(x_5) \\
& \cdot c_{52} \{F_5(x_5), F_2(x_2)\} \cdot c_{23} \{F_2(x_2), F_3(x_3)\} \\
& \cdot c_{34} \{F_3(x_3), F_4(x_4)\} \cdot c_{41} \{F_4(x_4), F_1(x_1)\} \\
& \cdot c_{53|2} \{F(x_5|x_2), F(x_3|x_2)\} \cdot c_{24|3} \{F(x_2|x_3), F(x_4|x_3)\} \\
& \cdot c_{31|4} \{F(x_3|x_4), F(x_1|x_4)\} \cdot c_{54|23} \{F(x_5|x_2, x_3), F(x_4|x_2, x_3)\} \\
& \cdot c_{21|34} \{F(x_2|x_3, x_4), F(x_1|x_3, x_4)\} \\
& \cdot c_{51|234} \{F(x_5|x_2, x_3, x_4), F(x_1|x_2, x_3, x_4)\}
\end{aligned} \tag{1.21}$$

şeklinde tanımlanır. Burada $f_1(x_1)$, $f_2(x_2)$, $f_3(x_3)$, $f_4(x_4)$ ve $f_5(x_5)$ marjinallerini, $c_{52} \{F_5(x_5), F_2(x_2)\}$, $c_{23} \{F_2(x_2), F_3(x_3)\}$, $c_{34} \{F_3(x_3), F_4(x_4)\}$ ve $c_{41} \{F_4(x_4), F_1(x_1)\}$ koşulsuz çiftlerini ve $c_{53|2} \{F(x_5|x_2), F(x_3|x_2)\}$, $c_{24|3} \{F(x_2|x_3), F(x_4|x_3)\}$, $c_{31|4} \{F(x_3|x_4), F(x_1|x_4)\}$, $c_{54|23} \{F(x_5|x_2, x_3), F(x_4|x_2, x_3)\}$, $c_{21|34} \{F(x_2|x_3, x_4), F(x_1|x_3, x_4)\}$ ve $c_{51|234} \{F(x_5|x_2, x_3, x_4), F(x_1|x_2, x_3, x_4)\}$ şartlı çiftlerini belirtmektedir.

İKİNCİ BÖLÜM

2. VERİ KÜMESİ

2.1. Dolar Nedir, Dolar Kuru Nasıl Belirlenir?

2.1.1. Dolar Nedir?

Dolar, 20'den fazla ülkenin kullandığı uluslararası para birimidir. Para birimi simgesi yani sembolü ise “\$” harfinin ortasından dikey çizgi inmesi şekline benzerdir. Kur ekonomideki kelime anlamı olarak “yabancı paraların ulusal para cinsinden değeri” anlamına gelir. Dolar kuru ise bir ülkenin yerel para biriminin dolar karşındaki fiyatını, değerini ifade eder. Ayrıca dolar kuru olarak kastedilen genellikle yerel para birimin Amerikan doları (USD) karşındaki değeridir. Temel olarak serbest piyasalarda döviz kuru talebe göre oluşur. Yani ülkenin yerel para birimine olan talep, yerel veya global piyasalarda artarsa yerel para biriminin değeri diğer para birimlerine kıyasla yükselir. Ters bir durumunda ise düşer. Doların yerel para birimlerine karşı oluşan kuru veya global piyasadaki kurları da temelde talebe göre şekillenir.

2.1.2. Faiz Oranı Dolar Kuruna Neden Etki Eder?

Para birimlerinin kuru temel olarak talep doğrultusunda şekillenir. Yerel para birimi karşılığında verilen faiz, dolar kurunda kalmaktan daha fazla kazanç sağlarsa mevduatlar dolardan yerel para birimine geçebilir. Bu durumda yerel para birimine olan talep artacağından, dolar kuru karşındaki değerini de arttırabilir. Bu sebeple ülkelerin uyguladıkları faiz politikası kendi yerel para birimlerinin değeri üzerinde doğrudan etkilidir.

2.1.3. Doların Alış ve Satış Fiyatı Arasında Neden Fark Var?

Para biriminin ve genel olarak değerli varlıkların alış ve satış fiyatı arasındaki fark temel olarak alım ve satım işlemi yapan aracı kurumun kazancı olarak düşünülebilir. Özellikle kurun hareketli olduğu dönemlerde alış ve satış fiyatı arasındaki fark ağırlıkla risk kaynaklı olarak artabilir.

2.1.4. Merkez Bankasının Dolar Kuru Üzerindeki Etkisi Nedir?

Merkez bankaları genellikle ülkelerindeki para ve kur politikasından sorumlu kurumlardır. Temelde ise ülkenin ekonomik kalkınmasına yardımcı olmak amacı ile fiyat istikrarının sağlanmasını amaçlarlar. Uygulanan dalgalı kur seçiminin sağlıklı işlemesi ve fiyat istikrarını sağlamak amacıyla kura talep veya arz yönlü serbest piyasa koşullarında müdahale edebilirler. Uyguladıkları faiz politikalarıyla da kur ve piyasa üzerinde doğrudan etkili olabilirler.

2.1.5. Euro Hesabı Nedir

Avrupa Birliği'nin kurumları tarafından kullanılan ve Almanya, Avusturya, Belçika, Estonya, Finlandiya, Fransa, Hırvatistan, Hollanda, İrlanda, İspanya, İtalya, Kıbrıs, Letonya, Litvanya, Lüksemburg, Malta, Portekiz, Slovakya, Slovenya ile Yunanistan'ın oluşturduğu Euro bölgesinin resmi para birimi [3, 4].

Ayrıca dört Avrupa ülkesinde (Andorra, Monako, San Marino ve Vatikan) daha kullanımda olan euro, 2018 itibarıyla her gün yaklaşık 343 milyon Avrupalı tarafından kullanılmaktadır. Ek olarak 190 milyonu Afrika'da olmak üzere dünya genelinde 240 milyon insan, euroya sabitlenmiş para birimlerini kullanmaktadır.

Euro, Amerikan dolarının ardından dünyada en büyük ikinci rezerv para ve en çok kullanılan ikinci para birimi konumundadır.[6][7][8] Eylül 2018 itibarıyla dolaşımdaki yaklaşık 1,2 trilyon € değerindeki banknot ve madenî parayla birlikte euro, dünyadaki en büyük toplam değere sahip para birimidir.[not 15] Uluslararası Para Fonunun çeşitli para birimleri arasında yaptığı 2008 yılı GSYİH ve satın alma gücü paritesi tahminlerine göre euro bölgesi, dünyadaki ikinci büyük ekonomidir.[9]

Euro adı, 16 Aralık 1995'te resmen kabul edildi.[10] Euro, 1 Ocak 1999'da hesap birimi olarak dünya finans piyasalarına tanıtıldı ve 1:1 (ABD\$1,1743) oranı ile ECU'nun yerini aldı. Euronun madenî para ve banknotları 1 Ocak 2002'de dolaşıma girdi.[11]

2.1.6. Altın Nedir?

Altın, yoğun parlak yapısıyla dikkat çeken ağır bir metaldir. Oldukça yumuşak ve dayanıklıdır. Doğada saf bir biçimde bulunur. Altın, latince “aurum” kelimesinden gelmektedir. Sembölü “AU” olup en az reaktif kimyasal elementlerden biridir. Görselliğiyle gönülleri fetheden altının bu denli tercih edilmesinin bir diğer sebebi ise

kararmaması ve aşınmamasıdır. Eşsiz niteliklerinin yanı sıra ısı ve elektriği oldukça iyi iletmektedir. Elementlerin en yumuşak olanıdır. Tüm uluslar tarafından uluslararası bir ödeme aracı olarak kabul edilir. Genellikle bakır ve kurşun yataklarıyla birlikte oluşur.

Üretilen toplam altının %11'i sanayide kullanılmaktadır. Altın kullanım olanakları bakımından geniş bir alana yayılmaktadır. Sahip olduğu özellikler sebebiyle medikal, elektronik, otomotiv, savunma ve havacılık sanayilerinde kullanılmaktadır. Altın diğer maddelerle reaksiyona girmez, bu sebeple mükemmel bir biyolojik uyumluluğa sahiptir. Çürümüş dişleri altınla doldurma geçmişten günümüze devam eden bir uygulamadır. İşitme cihazları alerjik reaksiyonu önlemek için altınla kaplanır. Keza kalbe yerleştirilen stentlerde de bu uygulama geçerlidir. Günümüzde kanser ve HIV hastalıklarını tedavi etmek için klinik deneylerde de kullanılmaktadır.

Mücevherat sektörünün güzide üyesi altın ülkemizde en çok Uşak şehrinde çıkarılır. Dünya altın rezervinin %0,5'i Türkiye'de yer almaktadır. Türkiye'de altın yatakları bulunmasına karşılık çıkarılan altın üretime yetmemektedir. Bu sebeple de Türkiye altın ithalat etmektedir. Ülkemizde aktif olan altın ve işletilen altın yataklarının bulunduğu iller şunlardır:

- 1-Artvin
- 2- Balıkesir
- 3- Çanakkale
- 4- Erzincan
- 5- Eskişehir
- 6- Fatsa
- 7- Gümüşhane
- 8- İzmir
- 9- Kayseri
- 10- Konya
- 11- Manisa
- 12- Niğde
- 13- Sivas

2.1.7. Faiz Nedir?

Faiz, ekonomi ve finans sektörünün önemli kavramlarından bir tanesidir. Günlük hayatta da sıkça duyulan bu terim, en kısa tanımı ile banka ya da benzeri bir kurumdan alınan borç paranın kullanımına karşılık verilen ücrettir. Ücret oranları, çeşitli kriterlere göre değişiklik gösterir. Ülke ekonomisinin durumu, bu terimin oranlarını belirleyen faktörler arasında yer alır. Oranların belirlenmesinde ekonomi ile ilişkilendirilen olaylar da göz önünde bulundurulur. Merkez bankasının uyguladığı politikalar, buna örnek olarak verilebilir.

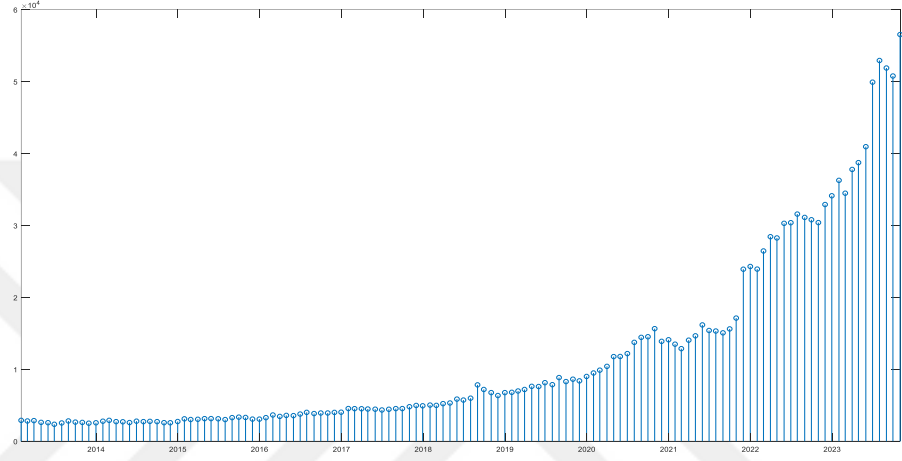
Faiz, başka bir tanımla banka ve benzeri yerlerin kişilere ödünç olarak sunduğu varlıklardan elde ettiği kazanç şeklinde özetlenebilir. Bu kazancın yüzdesine de faiz oranı adı verilir. Ev satın alma, şirket kurma ve eğitim kredisi gibi pek çok alanda bu terim ile karşılaşabilirsiniz. Geri ödenmesi gereken miktar, ödünç alınan miktardan daha fazla olur. Bu, kredinin kullanım süresi boyunca paranın değer kaybetmemesi için yapılır. Alınacak faiz, anapara tutarı üzerinden hesaplanarak belirlenir. “Faiz nedir?” sorusunun cevabı bu şekilde özetlenebilir.

Faiz oranları, her ülkenin merkez bankası tarafından belirlenir. Ele alınan ilk konu, ülkenin enflasyonudur. Enflasyon, mal ve hizmet fiyatlarının artması nedeniyle kişilerin satın alma gücündeki düşüşü ifade eder. Bu durum, halk dilinde “hayat pahalılığı” şeklinde özetlenir. Enflasyon, ekonomi ile ilişkili terimlerden bir tanesidir. Enflasyonun belirlenmesinde çeşitli kriterler göz önünde bulundurulur. İthalat/ihracat, döviz kuru, ekonomik veriler, istihdam ve kamu fiyatları bu aşamada büyük önem taşır. Bu kriterlerin takibi sonucunda ülkedeki enflasyon durumu ortaya çıkar. Merkez bankası, bu kriterleri göz önünde bulundurarak uygun oranları belirler

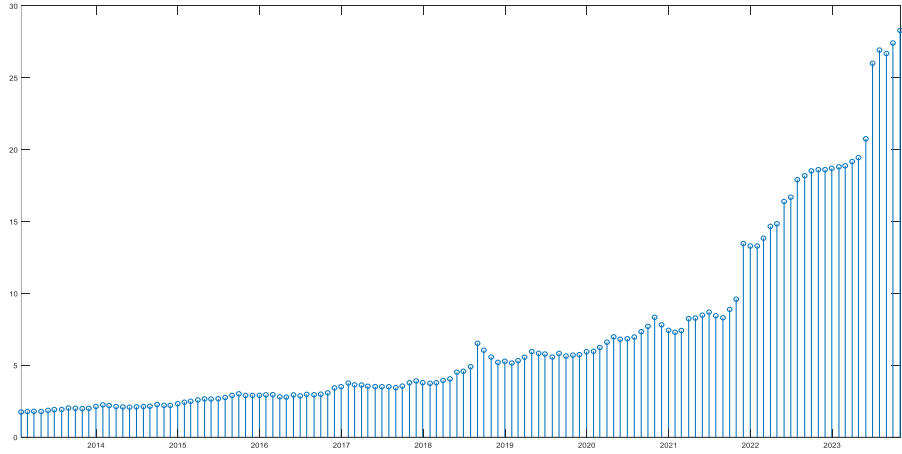
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. UYGULAMA

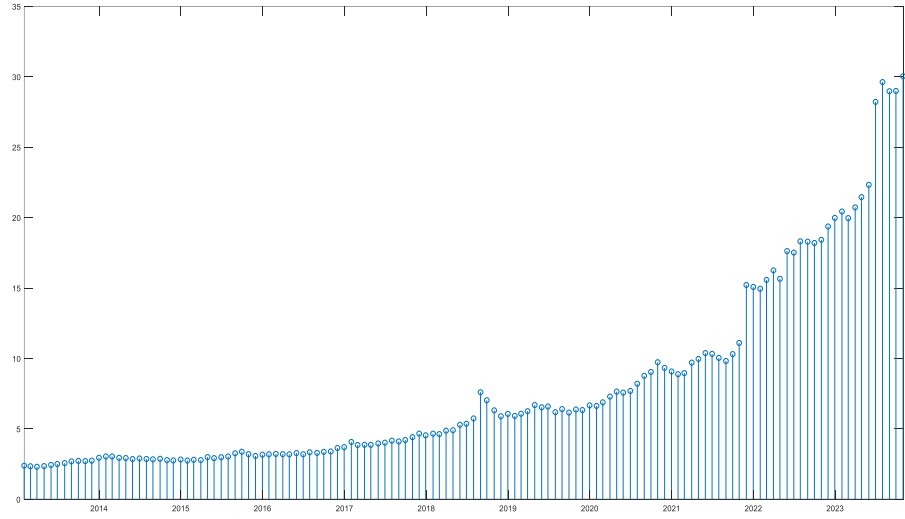
Uygulamamızda 2014-2023 yılları arasındaki Dolar, Euro, Altın, Türkiye CPI ve Türkiye REPO W1 verileri kullanılmıştır. Şekil 3.1, 3.2, 3.3, 3.4 ve 3.5 bize verilerin bu yıllar aralığındaki değişimlerini sunmaktadır.



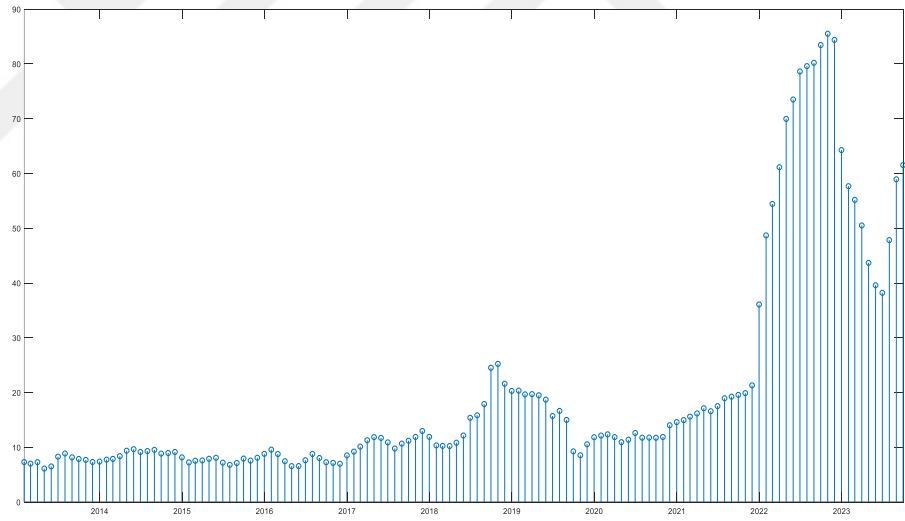
Şekil 3.1. Doların yıllara göre değişim grafiği



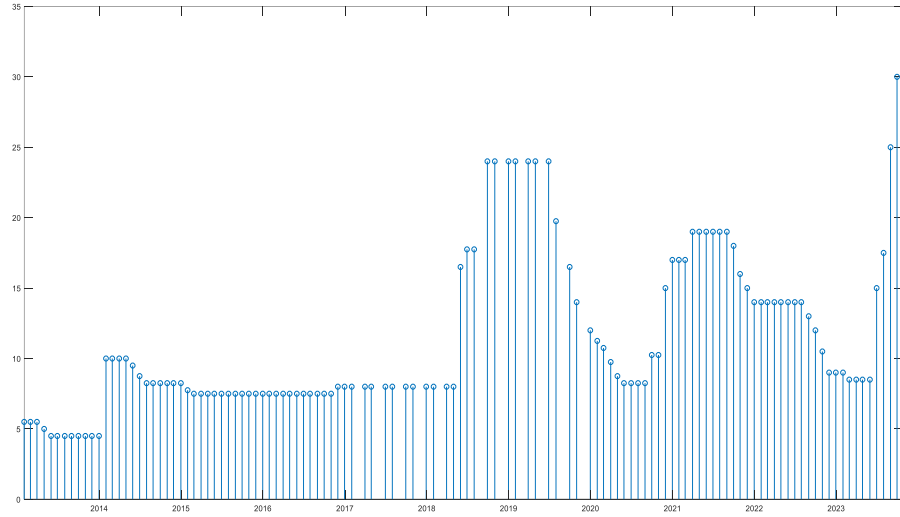
Şekil 3.2. Altının yıllara göre değişim grafiği



Şekil 3.3. Euronun yıllara göre değişim grafiği



Şekil 3.4. Türkiye CPI yıllara göre değişim grafiği



Şekil 3.5. Türkiye REPO W1 yıllara göre değişim grafiği

3.1. Bağımlılık Yapısı Özeti

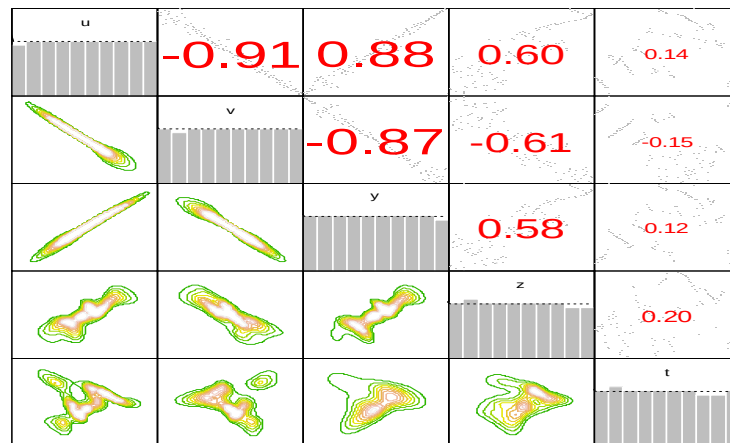
1. Copula Yaklaşımı

Çalışmamızın bu bölümünde, yukarıda tanıttığımız veri kümeleri arasındaki ikili ilişki yani bağımlılık yapısı copula metodu kullanılarak ortaya konulmuştur. Copula metodu hem matematiksel özellikleri hem de istatistiksel açıdan çok fazla ön şart aramadığından esneklik ve kolaylık sağlamaktadır. Aşağıda baktığımızda, Şekil 3.6 bu veriler arasındaki ilişki katsayısı grafiğini ortaya koymaktadır. Devamında Çizelge 3.1 bize dolar (u) ve altın (v) arasındaki ilişki tablosunu vermektedir. Bu tabloya bakıldığında bu ikisi arasındaki bağımlılık yapısına en uygun denklem Frank copula denklemi olduğu ortaya çıkmıştır. Daha sonra, bu iki değişkenin contour grafikleri Şekil 3.7'de verilmiş devamında bu ikili arasındaki ilişkiyi özetleyen frank copulanın deneysel grafiği Şekil 3.8 de sunulmuştur. Çalışmanın devamında, Çizelge 3.2 de dolar (u) ve Euro (y) değişkenleri arasındaki bağımlılık yapısı özetlenmiştir. Bu çizelgeye bakılırsa en uygun copula ailesi Tawn Type 2 copula olduğu belirlenmiştir. Daha sonra Şekil 3.9 ile bu iki değişkenin contour grafikleri ve Şekil 3.10 ile de Tawn type 2 yani uygun seçilen copulanın deneysel saçılım grafiği verilmiştir. Benzer şekilde devam edilirse, Çizelge 3.3 te dolar (u) ve Türkiye CPI (z) arasındaki ilişki tablosu sunulmuştur, tablo incelendiğinde yine uygun bağımlılık denklemi Frank copula olarak seçilmiştir. Daha sonra Şekil 3.11 ve Şekil 3.12 ile sırasıyla, bu iki değişkenin contour grafikleri ve uygun seçilen Frank copulanın deneysel saçılım grafiği verilmiştir. Devam edecek olursak, Çizelge 3.4 ile

Dolar (u) ve Türkiye REPO W1 (z) değişkenleri arasındaki bağımlılık yapısı için rotated tawn Taype 1 (180 derece) seçilip devamında Şekil 3.13 ve Şekil 3.14 contour grafiği ve uygun seçilen copulanın deneysel saçılım grafikleri verilmiştir.

Daha sonrasında da altın (v) ve Euro (y) değişkenleri arasındaki bağımlılık yapısı Çizelge 3.5 e bakılırsa rotated tawn type 2 copula (270 derece), seçilip devamında Şekil 3.15 ve Şekil 3.16 contour grafiği ve uygun seçilen copulanın deneysel saçılım grafikleri verilmiştir. Devamında, Çizelge 3.6 ve 4.7'ye bakılırsa altın (v) Türkiye CPI (z) ve Türkiye REPO W1 (t) arasında ki ilişki denklemleri sırasıyla, frank ve rotated tawn type 2 copula (270 derece) şeklinde olup, Şekil 3.17, Şekil 3.18 ve Şekil 3.19, Şekil 3.20 de bize sırasıyla contour grafiklerini ve Frank copula ve rotated tawn type 2 copula (270 derece)'nin deneysel saçılım grafiklerini göstermektedir.

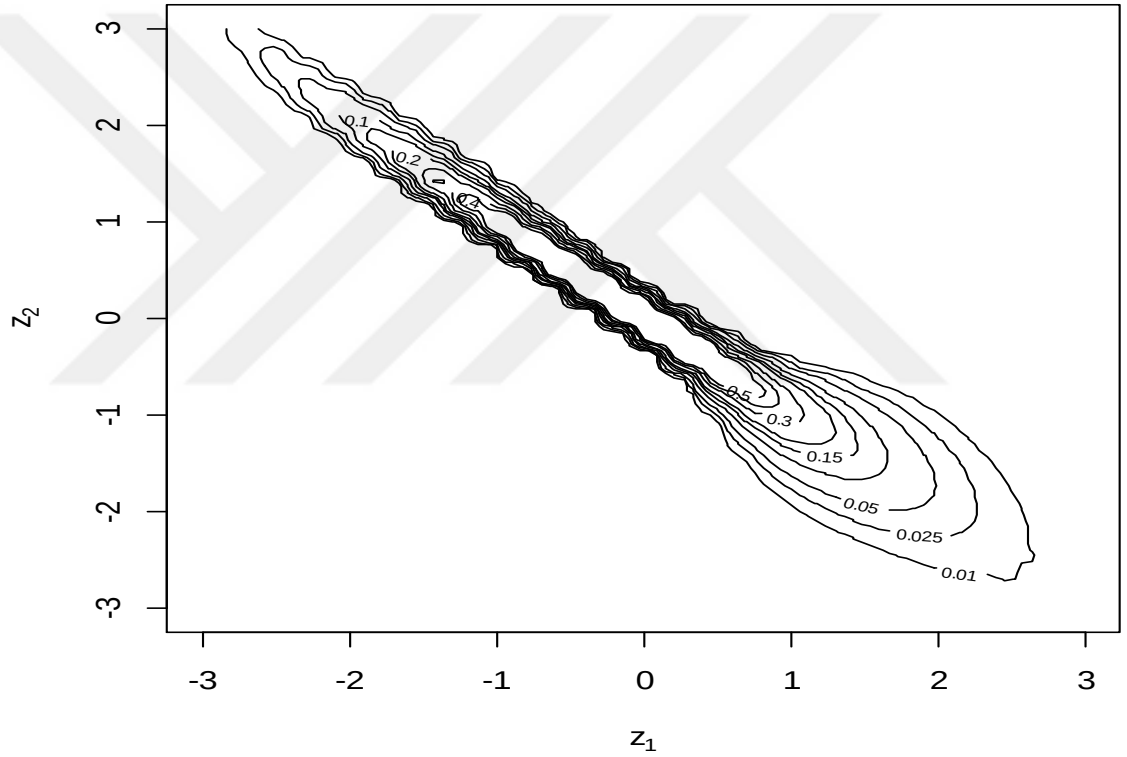
Benzer şekilde, Euro (y) , Türkiye CPI (z) ve Türkiye REPO w1 (t) değişkenleri arasındaki ilişki denklemleri özeti, Çizelge 3.8 ve 4.9 ile sunulmuştur. Bu çizelgelere bakılırsa sırasıyla Euro (y) , Türkiye CPI (z) ikilisi ve Euro (y) , Türkiye Repo W1 (t) için denklemler Frank copula ve Student t copula olarak belirlenmiştir. Sonrasında, Şekil 3.21, Şekil 3.22 ve Şekil 3.24, Şekil 3.24'de bize sırasıyla contour grafiklerini ve Frank copula ve student t copulanın deneysel saçılım grafiklerini göstermektedir. Son olarak, Türkiye CPI (z) ve Türkiye REPO w1 (t) değişkenleri arasındaki ilişki denklemleri özeti, Çizelge 3.10 ile sunulmuştur. Çizelge 3.10 da bağımlılık yapısını özetleyen denklem tawn type 2 olarak belirlenmiştir. Devamında Şekil 3.25 ve Şekil 3.26 ile sırasıyla contour grafiği ve tawn type 2'nin deneysel saçılım grafiği verilmiştir.



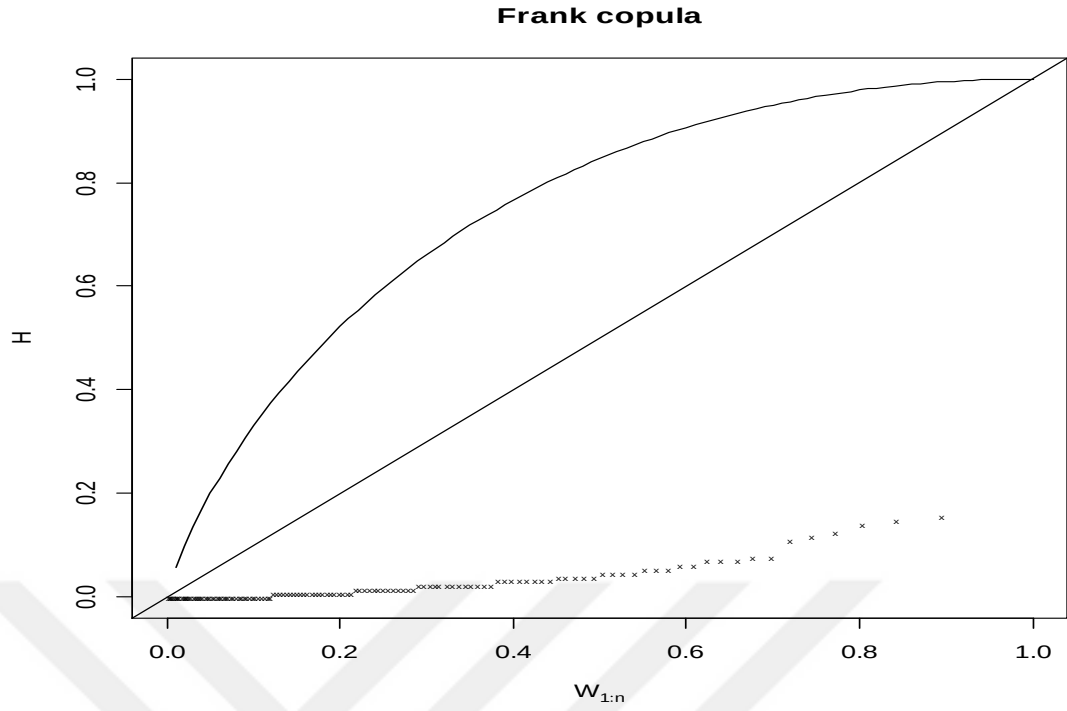
Şekil 3.6. Dolar (u), Altın (v), Euro (y), Türkiye CPI (z) ve Türkiye REPO W1 (t) Verileri arasındaki ilişki katsayısı (kendall tau)

Çizelge 3.1. Dolar (u), Altın (v) arasındaki bağımlılık yapısı tablosu

Copula Ailesi	Lok likelihood	Aic	Bic	Parametre 1	Parametre 2
Gaussian	169.65	-337.29	-334.44	-0,99	0 0
Student T	197.03	-390.06	-384.34	-0.99	2.39 0 0
Frank	226.37	-450.73	-447.87	-35	0 0
Rotated Gumbel 90	206.04	-410.09	-407.23	-11.66	0 0
Rotated Joe 90	203.51	-405.03	-402.17	-22.06	0 0
Rotated Clayton 270	202.83	-403.65	-400.79	-21.32	0 0



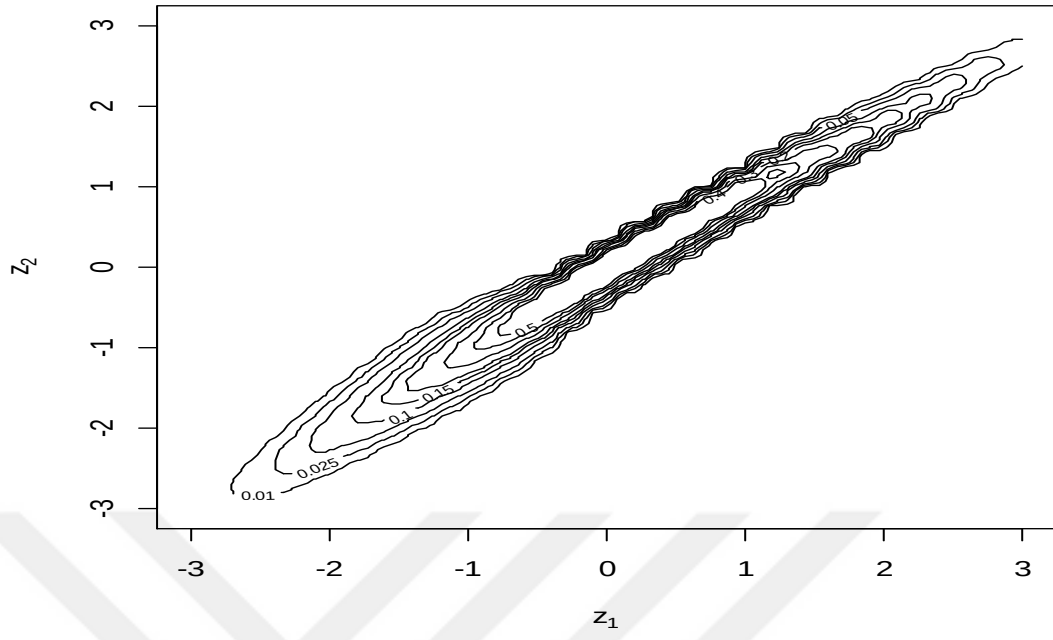
Şekil 3.7. Dolar (u), Altın (v) arasındaki değişim grafiği



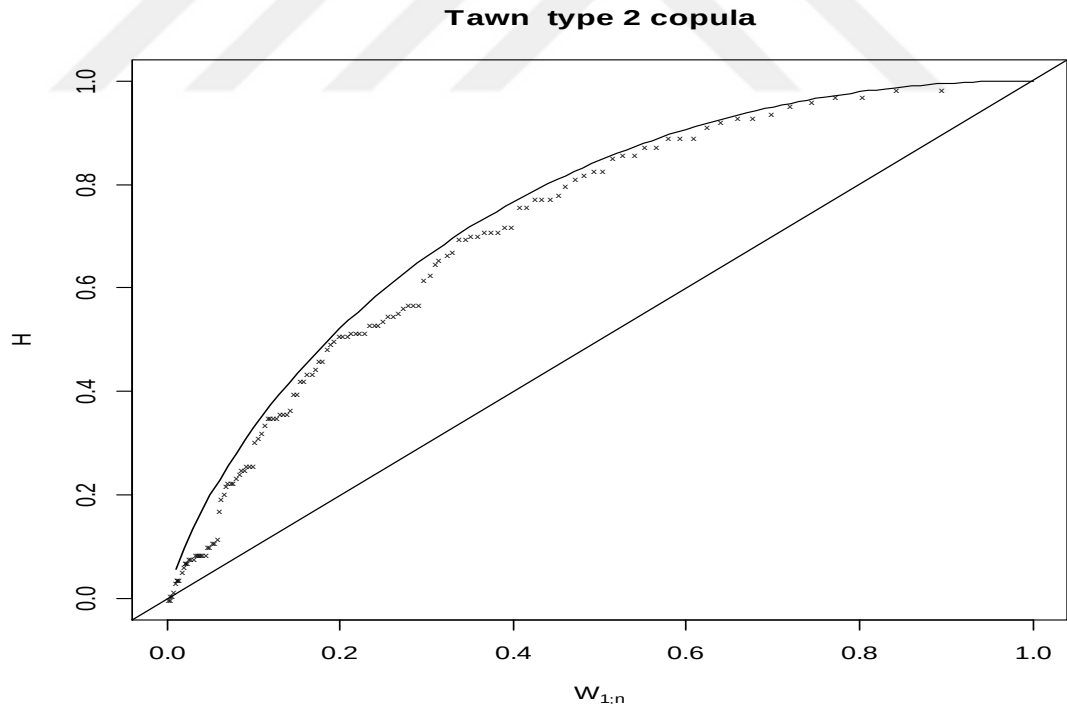
Şekil 3.8. Dolar (u), Altın (v) arasındaki bağımlılık yapısına uygun copula grafiği

Çizelge 3.2. Dolar (u), Euro (y) arasındaki bağımlılık yapısı tablosu

Copula	Lok	A1c	B1c	Parametre	Parametre	Upper	Lower
Ailes	likelihood			1	2	TD	TD
Gaussian	104.65	-207.31	-204.45	0.98		0	0
Student T	198.59	-393.18	-387.46	0.98	2.37	0.87	0.87
Clayton	120.34	-238.68	-235.82	14.28		0	0.95
Gumbel	171.24	-340.48	-337.62	8.14		0.91	0
Frank	184.17	-366.33	-363.47	30.83		0	0
Tawn type 2 copula	215.99	-427.98	-422.26	10.02	0.92	0.88	0



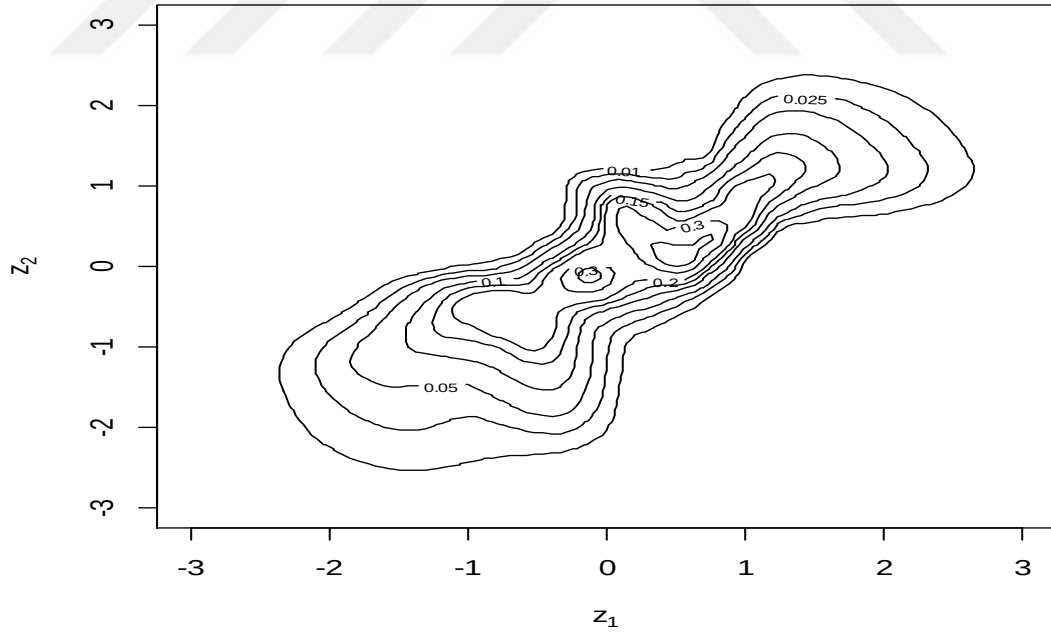
Şekil 3.9. Dolar (u), Euro (y) arasındaki değişim grafiği



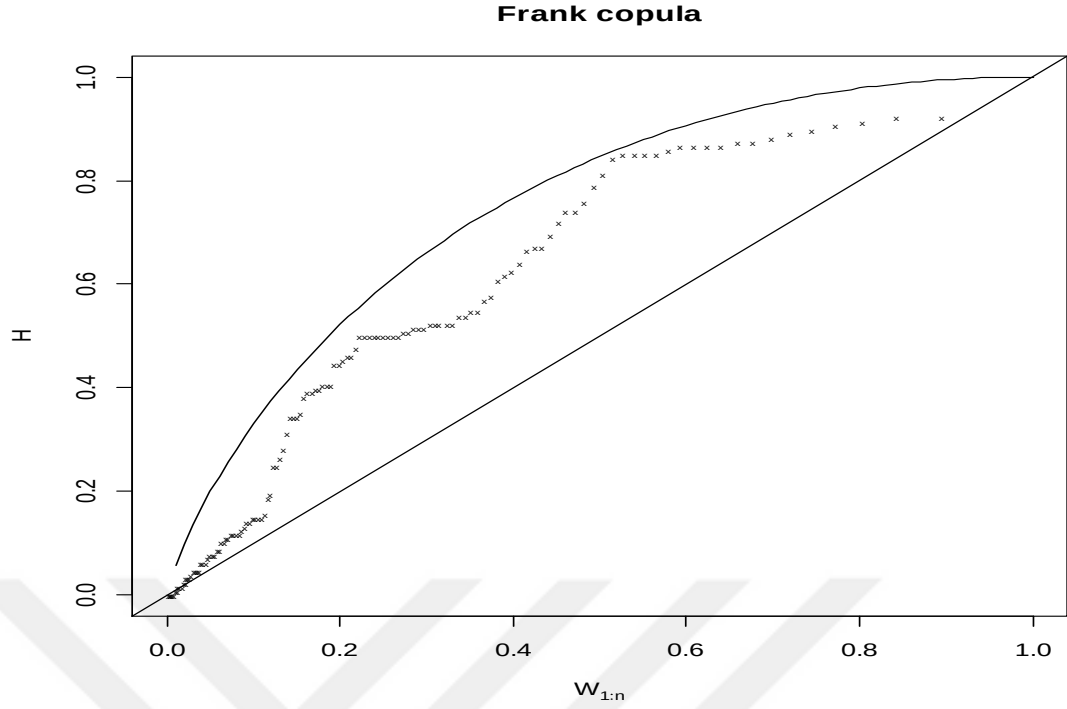
Şekil 3.10. Dolar (u), Euro (y) arasındaki bağımlılık yapısına uygun copula grafiği

Çizelge 3.3. Dolar (u), Türkiye CP (z) arasındaki bağımlılık yapısı tablosu

Copula Ailes	Lok likelihood	A _{1c}	B _{1c}	Parametre 1	Parametre 2	Upper TD	Lower TD
Gaussian	38.09	-74.17	-71.31	0.69		0	0
Student T	59.55	-115.10	-109.38	0.79	3.7	0.49	0.49
Clayton	32.98	-63.96	-61.10	1.44		0	0.62
Gumbel	50.95	-99.90	-97.04	2.2		0.63	0
Frank	62.30	-122.60	-119.74	8.26		0	0
Tawn type 2 copula	58.73	-113.47	-107.75	2.62	0.8	0.62	0



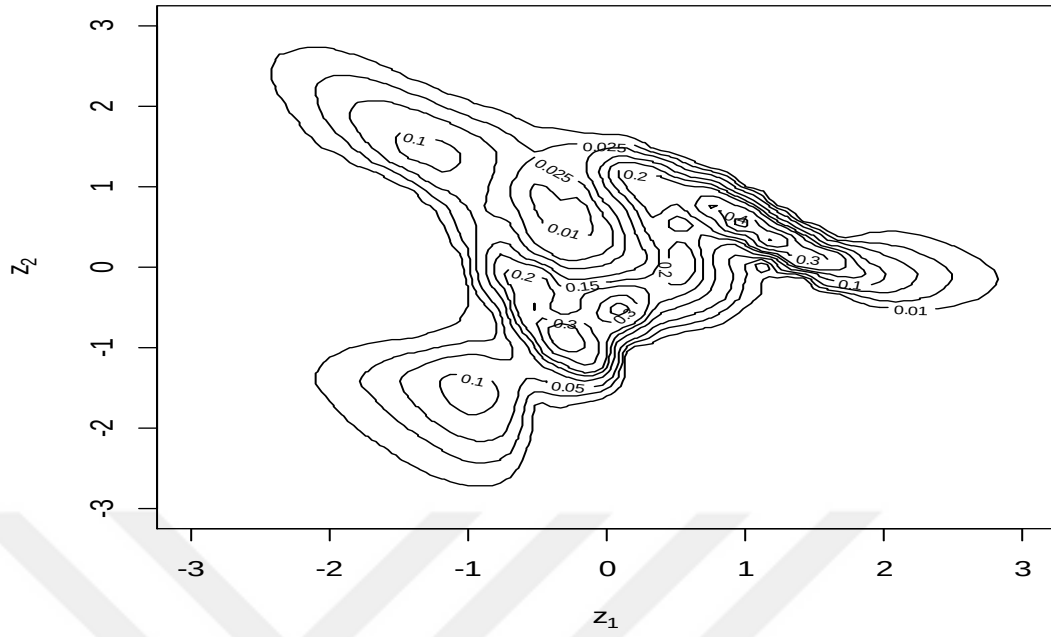
Şekil 3.11. Dolar (u), Türkiye CP (Z) arasındaki değişim grafiği



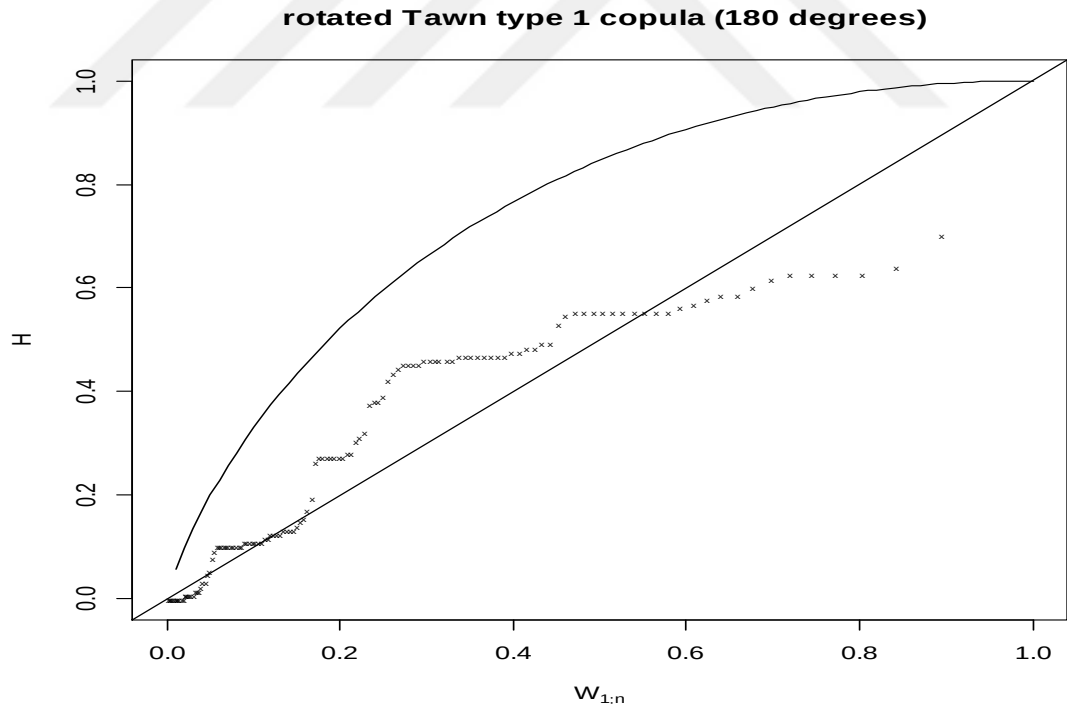
Şekil 3.12. Dolar (u), Türkiye CP (z) arasındaki bağımlılık yapısına uygun copula grafiği

Çizelge 3.4. Dolar (u), Türkiye Repo W1 (t) arasındaki bağımlılık yapısı tablosu

Copula Ailes	Lok likelihood	Aic	Bic	Parametre 1	Parametre 2	Upper TD	Lower TD
Gaussian	0.22	1.56	4.42	0.22		0	0
Student T	8.47	-12.94	-7.22	0.22	2.39	0.23	0.23
Clayton	3.43	-4.87	-2.01	0.32		0	0.12
Gumbel	-1.5	4.99	7.85	1.16		0.18	0
Frank	3.31	-4.62	-1.76	1.27		0	0
Rotated Tawn type 1 copula (180 degrees)	20.89	-37.77	-32.05	2.76	0.34	0	0.32



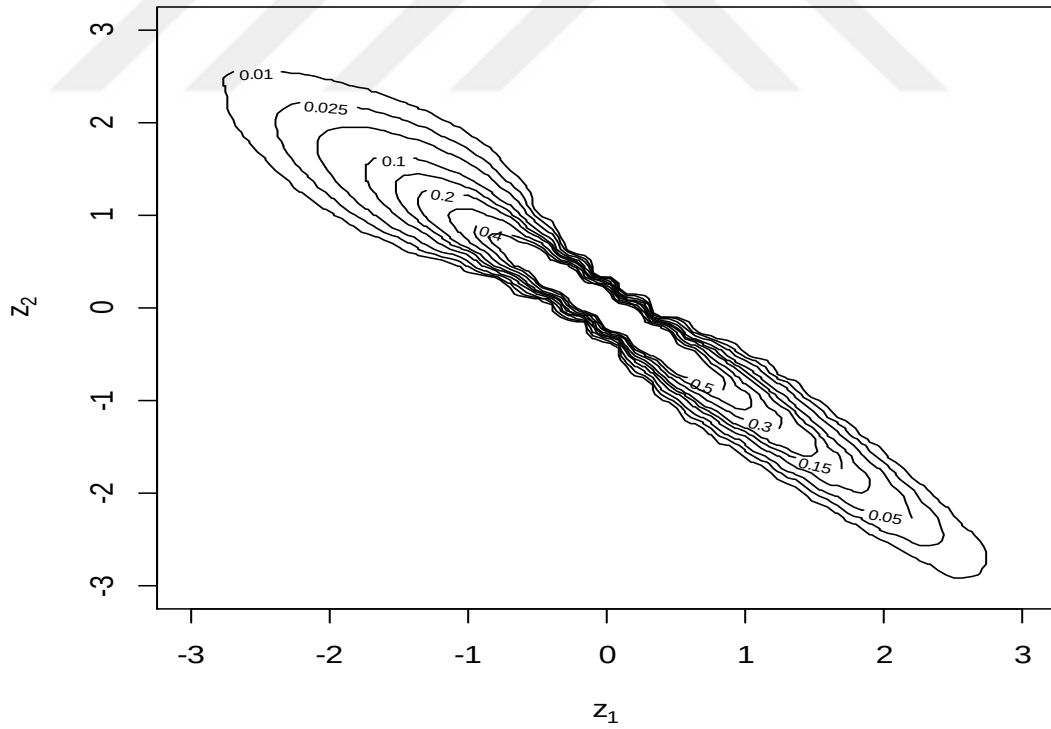
Şekil 3.13. Dolar (u), Türkiye Repo W1 (t) arasındaki değişim grafiği



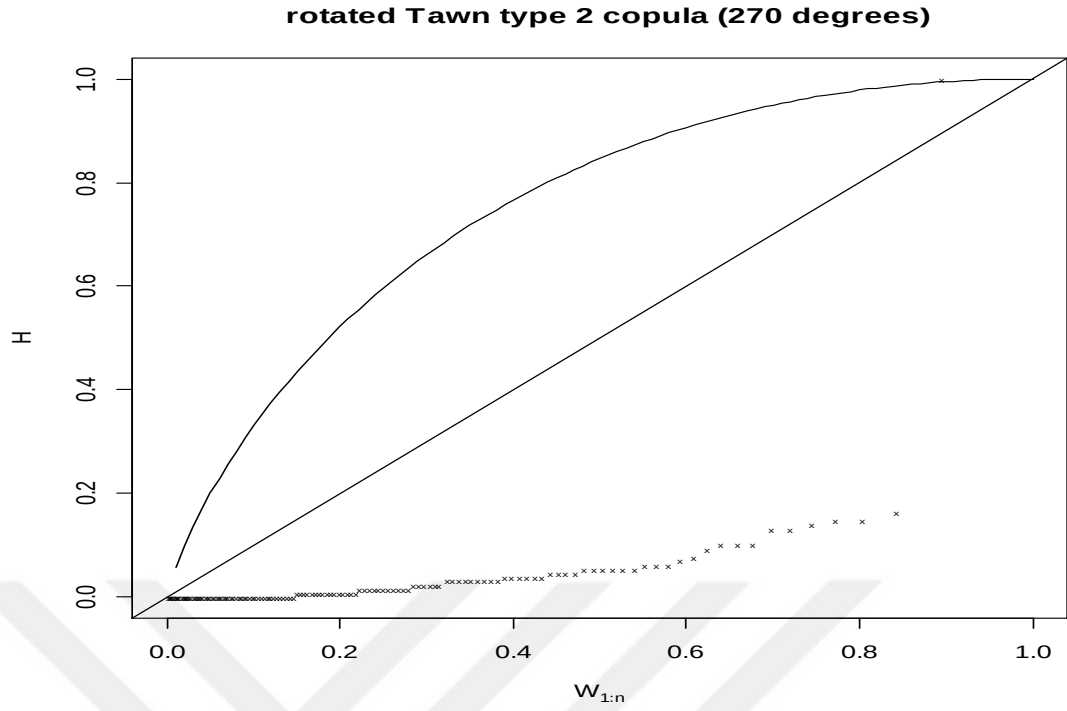
Şekil 3.14. Dolar (u), Türkiye Repo W1 (t) arasındaki bağımlılık yapısına uygun copula grafiği

Çizelge 3.5. Altın (v), Euro (y) arasındaki bağımlılık yapısı tablosu

Copula Ailes	Lok likelihood	A _{1c}	B _{1c}	Parametre 1	Parametre 2	Upper TD	Lower TD
Gaussian	88.92	-175.84	-172.98	-0.87		0	0
Student T	177.10	-350.20	-344.48	-0.98	2	0	0
Frank	181.64	-361.28	-358.42	-29.87		0	0
rotated Clayton copula (90 degrees)	133.54	-265.08	-262.22	-6.66		0	0
rotated Gumbel copula (90 degrees)	123.03	-244.06	-241.20	-4.58		0	0
rotated Tawn type 2 copula (270 degrees)	185.91	-362.1	-362.05	-8.32	0.94	0	0



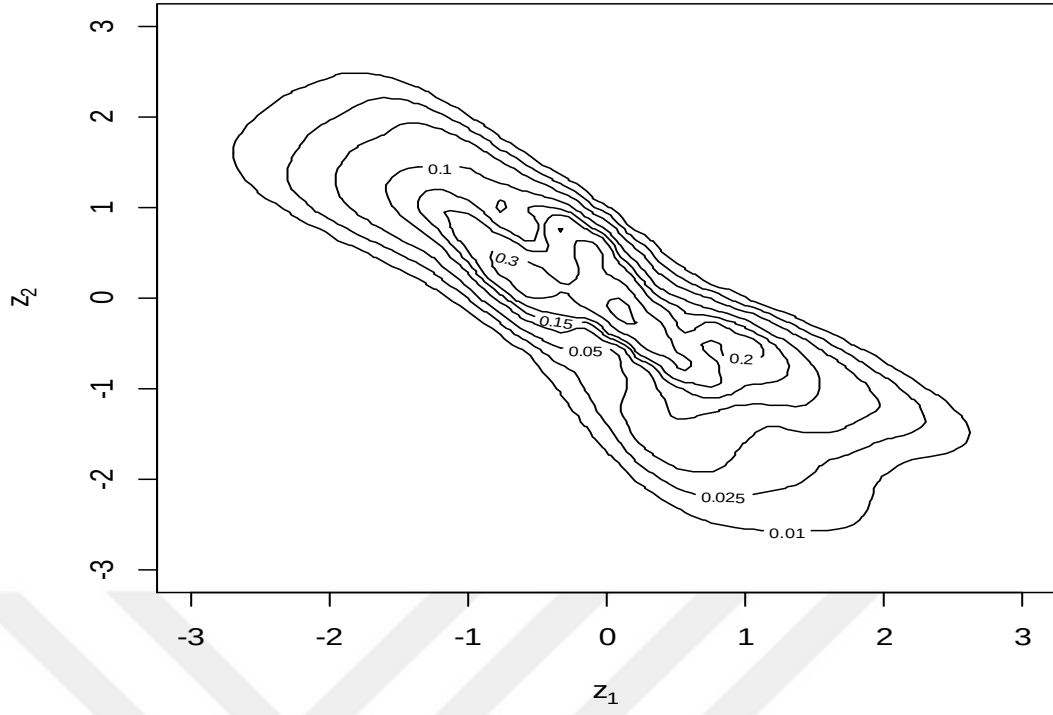
Şekil 3.15. Altın (v), Euro (y) arasındaki değişim grafiği



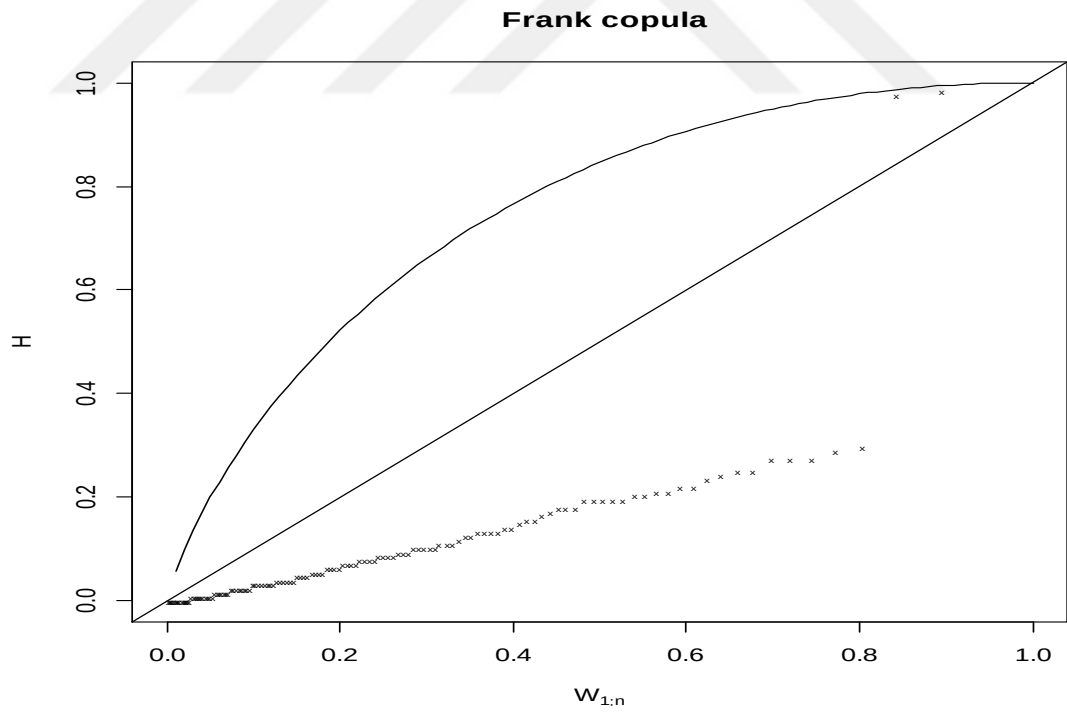
Şekil 3.16. Altın (v), Euro (y) arasındaki bağımlılık yapısına uygun copula grafiği

Çizelge 3.6. Altın (v), Türkiye CP (z) arasındaki bağımlılık yapısı tablosu

Copula Ailes	Lok likelihood	Aic	Bic	Parametre 1	Parametre 2	Upper TD	Lower TD
Gaussian	40.63	- 79.26	-76.40	-0.7		0	0
Student T	61.29	-118.58	-112.86	-0.76	3.85	0	0
Frank	65.13	-128.25	-125.39	-8.58		0	0
rotated Clayton copula (90 degrees)	33.89	-65.78	-62.93	-1.41		0	0
rotated Gumbel copula (90 degrees)	53.59	-105.18	-102.32	-2.24		0	0
rotated Tawn type 2 copula (270 degrees)	49.77	-95.54	-89.82	-2.43	0.81	0	0



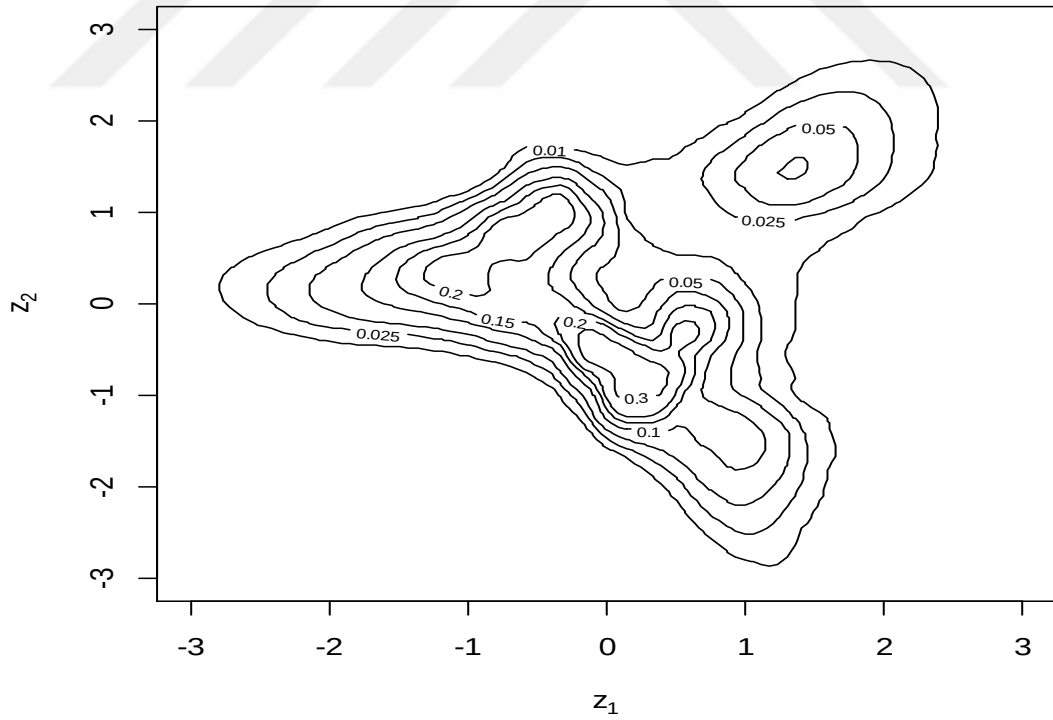
Şekil 3.17. Altın (v), Türkiye CP (z) arasındaki değişim grafiği



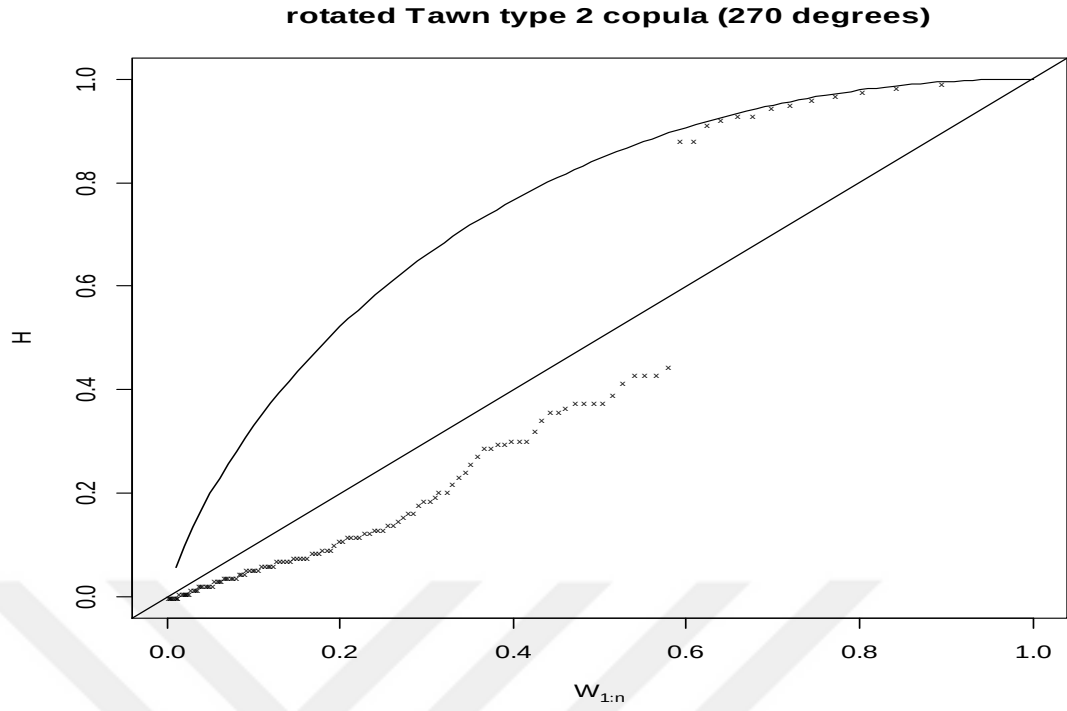
Şekil 3.18. Altın (v), Türkiye CP (z) arasındaki bağımlılık yapısına uygun copula grafiği

Çizelge 3.7. Altın (v), Türkiye Repo W1 (t) arasındaki bağımlılık yapısı tablosu

Copula Ailes	Lok likelihood	Aic	Bic	Parametre 1	Parametre 2	Upper TD	Lower TD
Gaussian	0.17	1.66	-76.40	-0.05		0	0
Student T	9.68	-15.36	-9.64	-0.27	2.33	0.09	0.09
Frank	3.44	-4.89	-2.03	-1.53		0	0
rotated Clayton copula (90 degrees)	2.62	-3.23	-0.37	-0.29		0	0
rotated Gumbel copula (90 degrees)	0.04	1.93	4.79	-1.02		0	0
rotated Tawn type 2 copula (270 degrees)	21.94	-39.88	-34.16	-2.86	0.35	0	0



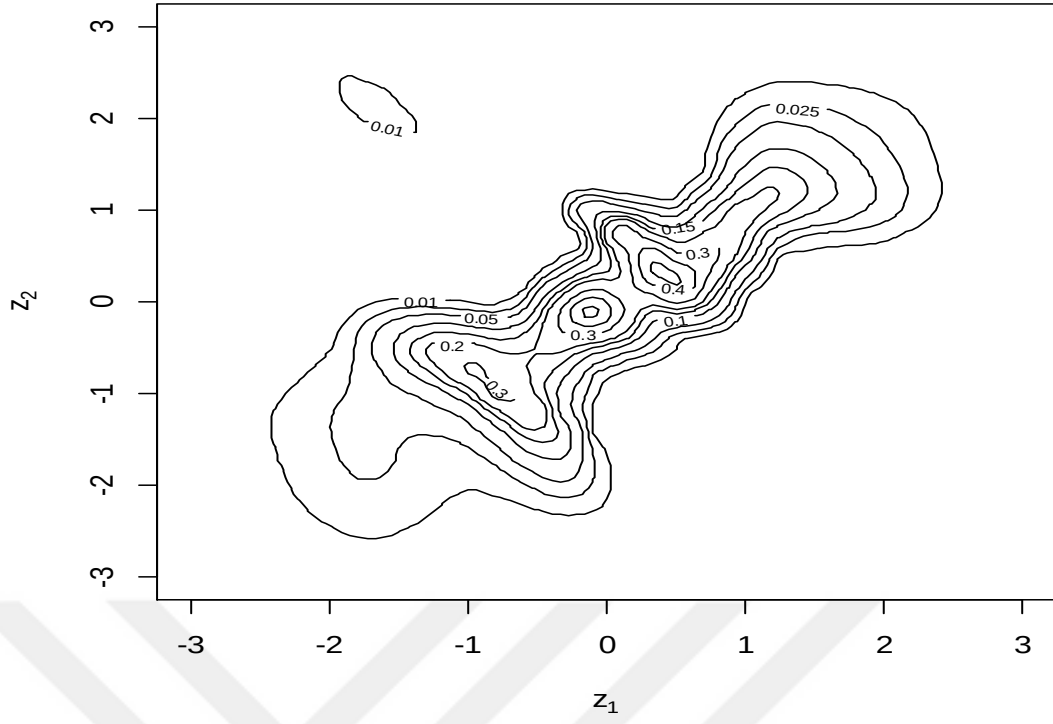
Şekil 3.19. Altın (v), Türkiye Repo W1 (t) arasındaki değişim grafiği



Şekil 3.20. Altın (v), Türkiye Repo W1 (t) arasındaki bağımlılık yapısına uygun copula grafiği

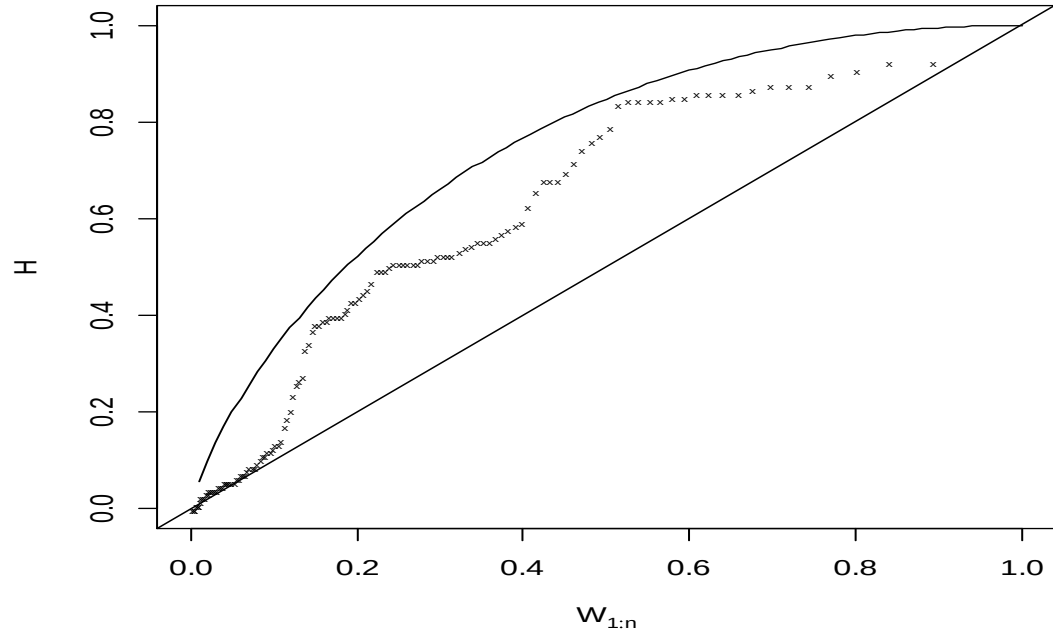
Çizelge 3.7. Euro (y), Türkiye Cp (z) arasındaki bağımlılık yapısı tablosu

Copula Ailes	Lok likelihood	Aic	Bic	Parametre 1	Parametre 2	Upper TD	Lower TD
Gaussian	31.71	-61.43	-58.57	0.64		0	0
Student T	57.28	-110.56	-104.84	0.78	3.14	0.51	0.51
Clayton	29.47	-56.94	-54.08	1.27		0	0.58
Gumbel	46.75	-91.51	-88.65	2.14		0.62	0
Frank	58.71	-115.41	-112.55	8.11		0	0
Tawn type 2 copula	51.62	-99.23	-93.51	2.51	0.78	0.6	0



Şekil 3.21. Euro (y), Türkiye Cp (z) arasındaki değişim grafiği

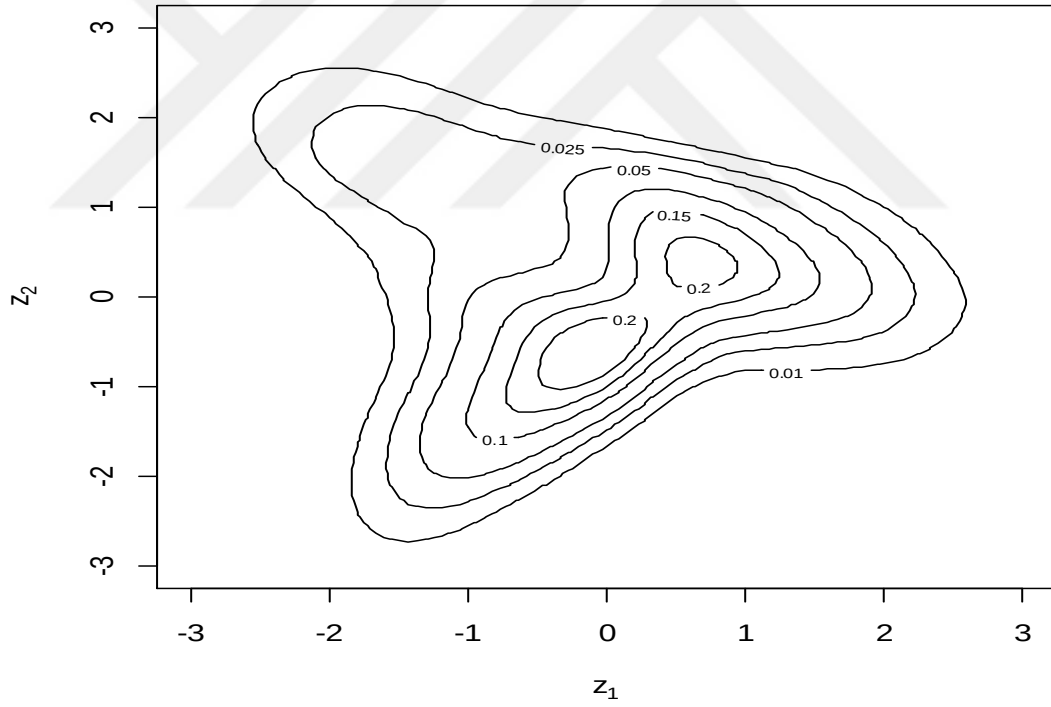
Frank copula



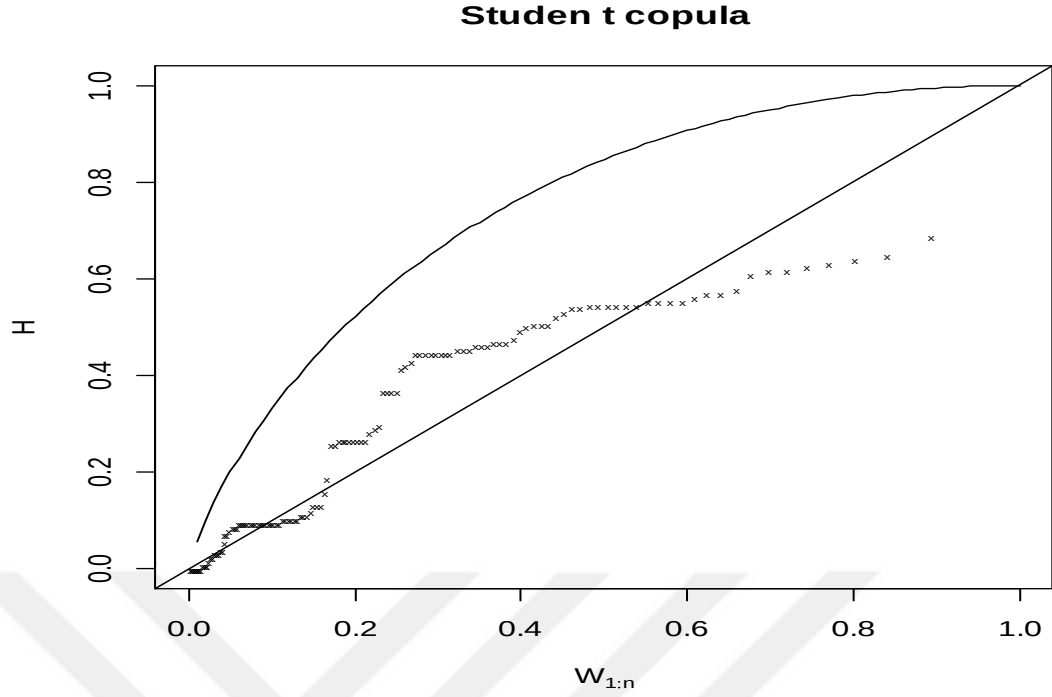
Şekil 3.22. Euro (y), Türkiye Cp (z) arasındaki bağımlılık yapısına uygun copula grafiği

Çizelge 3.8. Euro (y), Türkiye RepoW1 (t) arasındaki bağımlılık yapısı tablosu

Copula Ailes	Lok likelihood	A1c	B1c	Parametre 1	Parametre 2	Upper TD	Lower TD
Gaussian	0.01	1.98	4.84	-0.01		0	0
Student T	13.19	-22.38	-16.66	0.26	2	0.28	0.28
Clayton	1.85	-1.70	1.16	0.25		0	0.06
Frank	2.18	-2.37	0.49	1.22		0	0
BB1	1.83	0.34	6.06	0.25	1	0	0.06
rotated BB8 copula (180 degrees; "survival BB8")	3.75	-3.51	2.21	1.68	0.85	0	0



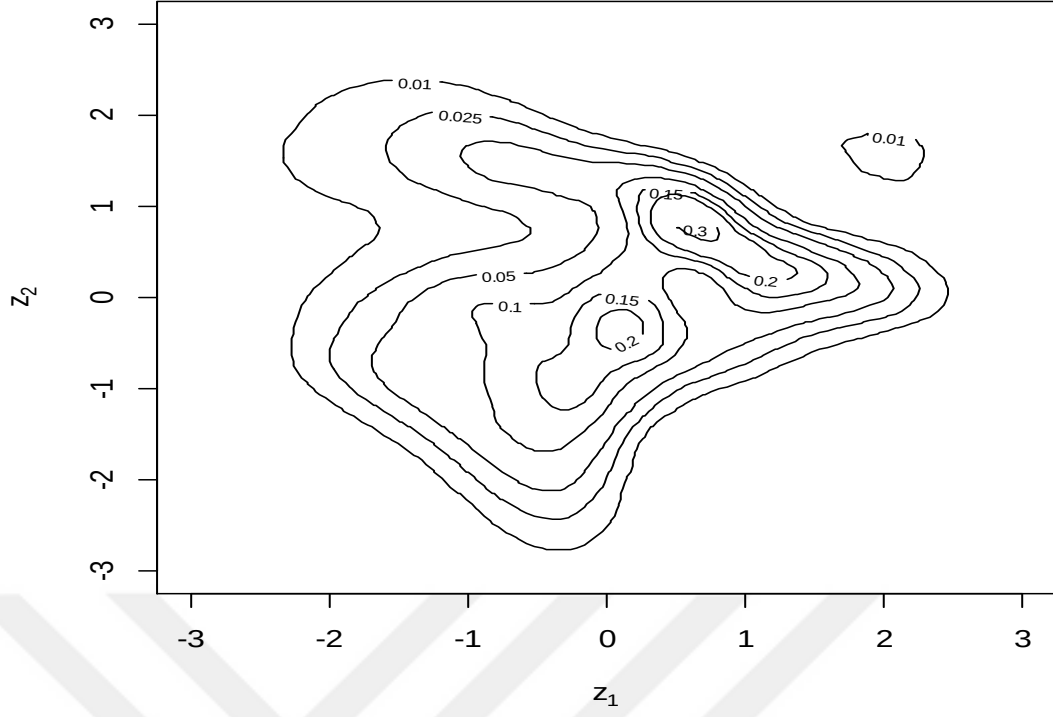
Şekil 3.23. Euro (y), Türkiye Repo W1 (t) arasındaki değişim grafiği



Şekil 3.24. Euro (y), Türkiye Repo W1 (t) arasındaki bağımlılık yapısına uygun copula grafiği

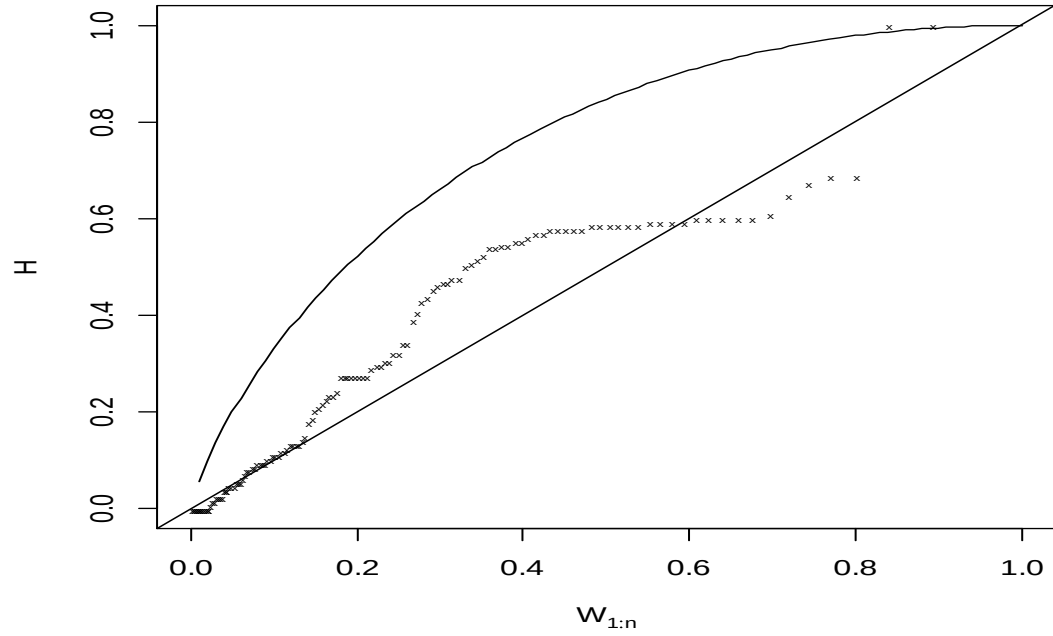
Çizelge 3.9. Türkiye CP (z), Türkiye RepoW1 (t) arasındaki bağımlılık yapısı tablosu

Copula Ailes	Lok likelihood	Aic	Bic	Parametre 1	Parametre 2	Upper TD	Lower TD
Gaussian	2.92	-3.83	-0.97	0.21		0	0
Student T	6.14	-8.29	-2.57	0.28	4.91	0.12	0.12
Clayton	2.19	-2.39	0.47	0.28		0	0.08
Gumbel	5.15	-8.30	-5.44	1.12		0.2	0
Frank	5.67	-9.33	-6.47	1.85		0	0
Tawn type 2 copula	9.86	-15.72	-10.00	1.71	0.36	0.26	0



Şekil 3.25. Türkiye CP (z), Türkiye RepoW1 (t)arasındaki değişim grafiği

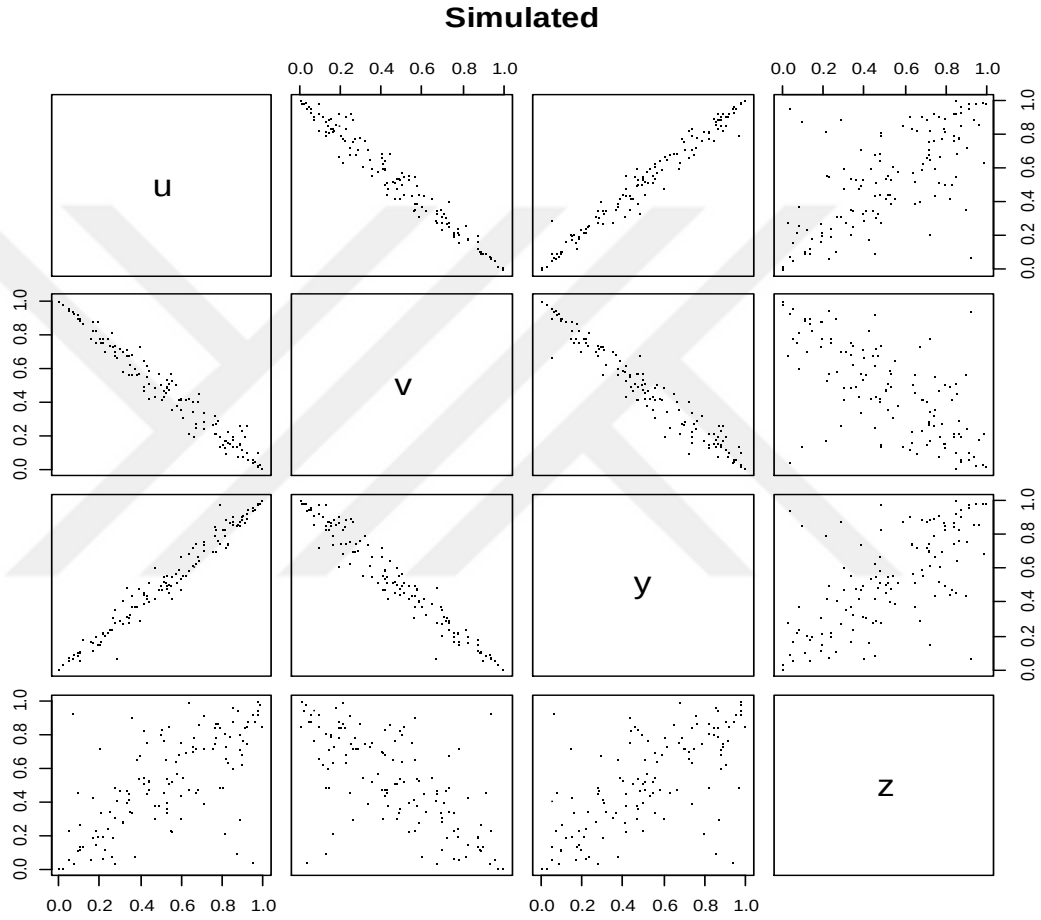
Tawn Type 2 copula



Şekil 3.26 Türkiye CP (z), Türkiye RepoW1 (t)arasındaki arasındaki bağımlılık yapısına uygun copula grafiği

4.2.1. D Vine Copula yaklaşımı

Çalışmamızın bu bölümünde değişkenlerimiz arasındaki çoklu bağımlılık yapısını ortaya koymak için d vine copula yaklaşımı kullanılmıştır. Figüre 4.2.1 de Verilerin $[0,1]$ aralığındaki saçılım grafiği, Figüre 4.2.2 de çoklu bağlantı yani koşullu bağlantının hangi copula aileleri tarafından oluşturulduğu ve Figüre 4.2.3 ve Figure 4.2.4 ilede bunların şekilleri verilmiştir.

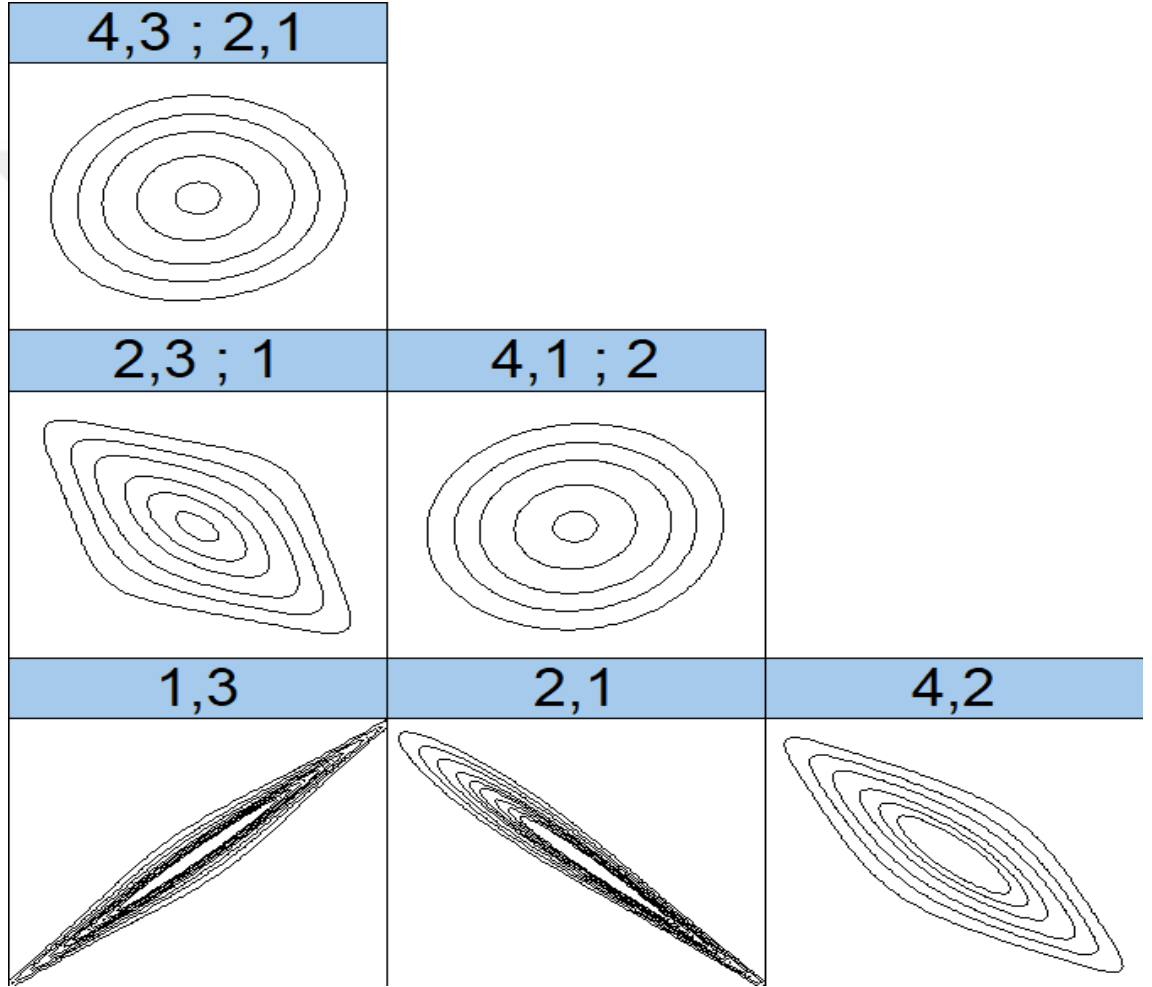


Şekil 3.27. Verilerin $[0,1]$ aralığındaki saçılım grafiği

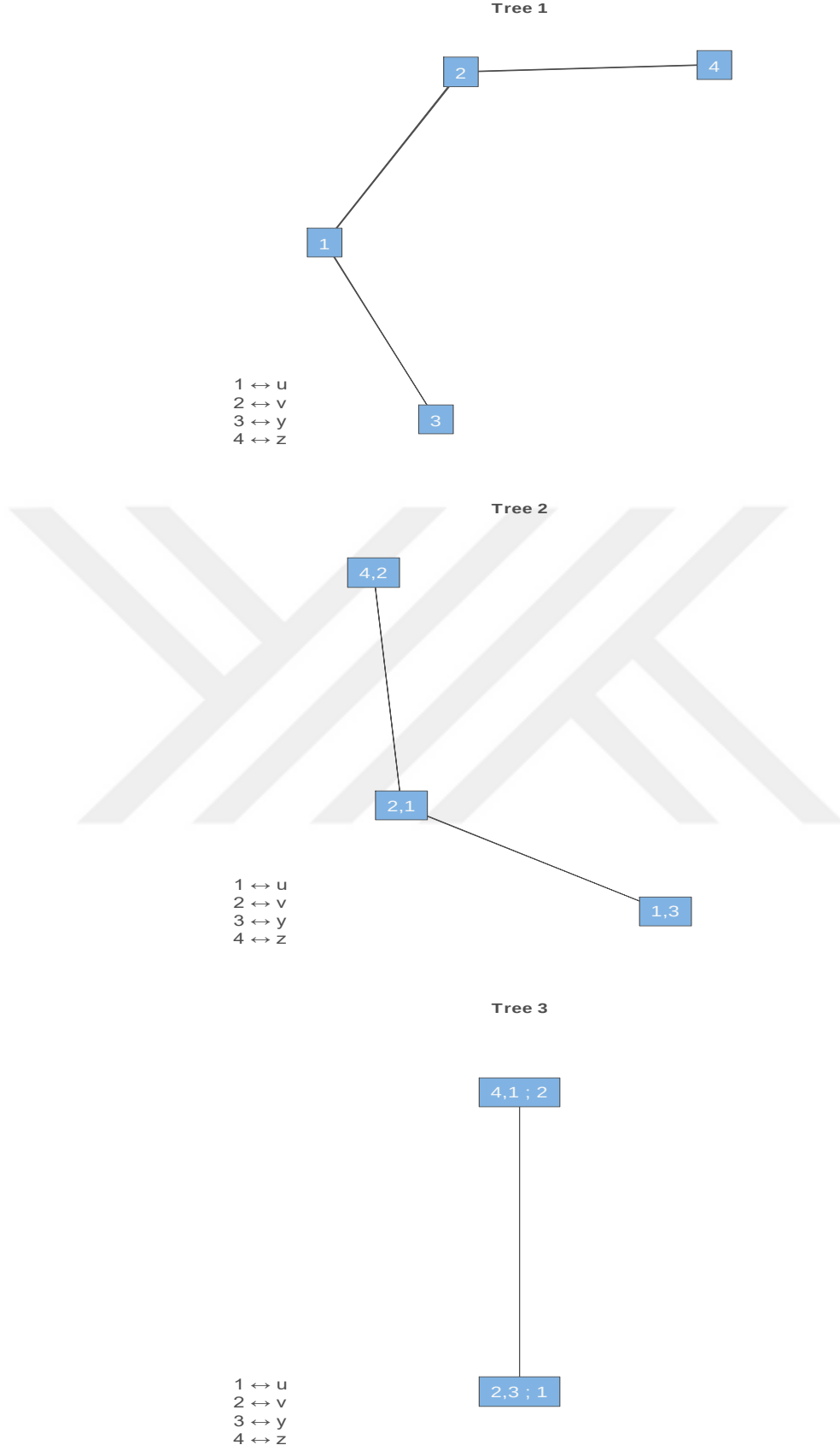
tree	edge	family	cop	par	par2	tau	utd	ltd
1	1,3	2	t	0.98	2.00	0.87	0.87	0.87
	2,1	34	G270	-8.35	0.00	-0.88	-	-
	4,2	2	t	-0.79	3.85	-0.58	0.00	0.00
2	2,3;1	2	t	-0.50	3.19	-0.33	0.02	0.02
	4,1;2	1	N	0.06	0.00	0.04	-	-
3	4,3;2,1	3	C	0.07	0.00	0.04	-	0.00

type: D-vine			logLik: 491.99	AIC: -965.99	BIC: -940.25			

Şekil 3.28. Verilerin koşullu çoklu bağımlılığının özeti



Şekil 3.29. Verilerin koşullu çoklu bağımlılığının özeti



Şekil 3.30. Verilerin koşullu çoklu bağımlılığının özeti

SONUÇ

Çalışmamızda sonuç olarak, 4. Bölümde çok detaylı bir şekilde sunulmuştur. Genel olarak Frank copula, Tawn Type Copula, Rotated Tawn Type copula denklemleri en uygun seçilmiştir. Bazı değişkenler arasında negatif ilişkilere rastlanmıştır. Yukarıdaki tablo ve grafikler incelendiğinde özellikle Frank copula negatif ve pozitif bağımlılık yapısını modellemede çok iyi rol oynamaktadır. Aynı zamanda bu copula ailesinin parametre aralığı oldukça geniştir. Bu özelliğide yine hem pozitif hemde negatif ilişkiye sahip değişkenleri modellemedeki önemini artırmaktadır. Benzer şekilde tawn type 2 copula da bu tarz ilişkileri modellemede önemli rol oynamaktadır. Çalışmanın devamında çoklu bağlantı yani koşullu bağlantının da ortaya konulduğu c vine modeli sonuçları verilmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] A. Sklar, "Fonctions de repartition a n dimensions et leurs marges". *Publications de l'Institut de Statistique de l'Universite de Paris*, vol. 8, pp. 229-231, 1959.
- [2] A. Sklar, "Random Variables joint distribution functions and copulas". *Kybernetika*, vol. 9(6), pp. 449-460, 1973.
- [3] R. Nelsen, *An Introduction to Copulas*. Springer-Verlag, New York, USA. p. 272.
- [4] C. Genest, J. MacKay, "The Joy of Copulas: Bivariate Distributions with Uniform Marginals". *The American Statistician*, vol. 40, pp. 280-283, 1986.
- [5] C. Genest, LLP. "Rivest, Statistical Inference Procedures for Bivariate Archimedean Copulas". *Journal of the American Statistical Association*, vol. 88, pp.1034-1043, 1993.
- [6] E. Bouye, "Copulas for Finance A Reading Guide and Some Applications Financial Econometrics", London.
- [7] RB Nelsen, JJO Molina JJO, JAR Lallena, Flores, "Kendall distribution functions". *Statistics & Probability Letters*, vol. 65, 263-268, 2003.
- [8] RB, Nelsen RB, *An Introduction to Copulas*. New York: Springer, 2006.
- [9] YG Özbakış YG, "Bazı kapula tahmin yöntemleri ve bir uygulama". Yüksek lisans tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Gazi Üniversitesi, Ankara, Türkiye, 2006.
- [10] C. Genest, AC Favre, "Everything you always wanted to know about copula modelling but were afraid to ask," *Journal of Hydrologic Engineering*, vol. 12, no: 4, pp. 347-368, 2007.
- [11] G. Salvadori, F. Durante, E. Perrone, "Semi-parametric approximation of kendall's distribution function and multivariate return periods," *Journal de la Societe Française de Statistique*, vol. 154, no. 1, pp. 1-11, 2013.
- [12] G. Yapakçı, "Kopulalar teorisinin finansta uygulamaları". Yüksek lisans tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ege Üniversitesi, İzmir, Türkiye, 2007.
- [13] A. Alhan, "Bağımsızlık kapulasını içeren kapula aileleri, kapula tahmin yöntemleri ve istanbul menkul kıymetler borsasında sektörler arası bağımlılık

- yapısı". Doktora Tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Gazi Üniversitesi, Ankara, Türkiye, 2008.
- [14] A. Metin, "Kopulalar ve bağımlılık yapıları," Yüksek lisans tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Fırat Üniversitesi, Elazığ, Türkiye, 2010.
- [15] O. Bozkurt, "Kapulalar ve rasgele değişkenler arasındaki bağımlılık yapıları," Doktora tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ege Üniversitesi İzmir, Türkiye, 2010.
- [16] A. Büyükyılmaz, "Bazı kapula tahmin yöntemleri ve üfe-tüfe arasındaki bağımlılık yapısı üzerine bir uygulama," Yüksek Lisans Tezi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Akdeniz Üniversitesi, Antalya, Türkiye, 2011.
- [17] S. Arslan, S. Çelebioğlu, F. Öztürk, "İki boyutlu arşimedyen kapulalarda istatistiksel sonuç çıkarımı ve bir uygulama," *Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, vol. 14, no. 2, pp. 1-18, 2012.
- [18] S. Arslan, "Arşimedyen kapulalar üzerine bir çalışma". Doktora tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara Üniversitesi, Ankara, Türkiye, 2013.
- [19] V. Najjari, "Yeni arşimedyen kapula aileleri ve finans alanında bir uygulama". Doktora tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Gazi Üniversitesi, Ankara, Türkiye, 2014.
- [20] A.M. Karakaş, M. Doğan, "With copula function analysis of structure dependence relation between exchange rate of dollars and deposit rate of turkey". *Natural Science and Discovery*, vol. 3, no. 1, pp. 1-12, 2016.
- [21] A.M. Karakaş, M. Karakaş, M. Doğan, "Archimedean copula estimation parameter with kendall distribution function," *Cumhuriyet Science Journal*, vol. 38, no. 3, pp. 581-587, 2017.
- [22] F. Özbey, "Çok değişkenli garch modelleri ve bir uygulama: türkiye’de belirsizliğin enflasyon ve çıktıdaki büyüme üzerine etkisi," Yüksek lisans tezi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Çukurova Üniversitesi, Adana, Türkiye, 2005.
- [23] T. Aksu, "Gecelik faiz oranlarının volatilitésinin modellenmesinde asimetrik garch modelleri," Yüksek lisans tezi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Marmara Üniversitesi, İstanbul, Türkiye, 2006.

- [24] İ. Kale, "Volatilite değ erleme ve tahmini için garch modellerinin kullanımı," Yüksek lisans tezi, Bankacılık ve Sigortacılık Enstitüsü, Marmara Üniversitesi, İstanbul, Türkiye, 2006.
- [25] Y.T. Gök, "Vadeli piyasalarda samuelson hipotezinin geçerliliğinin garch ve lineer regresyon modelleriyle test edilmesi: vadeli işlem ve opsiyon borsası'nda bir uygulama," Yüksek lisans tezi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Süleyman Demirel Üniversitesi, Isparta, Türkiye, 2009.
- [26] H. Songül, "Otoregresif koşullu değışen varyans modelleri: döviz kurları üzerine uygulama," Uzmanlık yeterlilik tezi, Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası Araştırma ve Para Politikası Genel Müdürlüğü, Ankara, Türkiye, 2010.
- [27] M.A. Karakas, "Dependence structure analysis with copula garch method and for data set suitable copula selection," *Natural Science and Discovery*, vol. 3, pp. 13-24, 2017.
- [29] G. Ali, "Egarch, GJRgarch, Tgarch, AVgarch, Ngarch, Igarch and AParch models for pathogens at marine recreational sites". *Journal of Statistical and Econometric Methods*, vol. 2, no. 3, pp. 57-73, 2013.
- [30] T.W. Anderson, D.A. Darling, "A test of goodness-of-fit," *Journal of the American Statistical Association*, vol. 49, no. 268, pp. 765-769, 1954.