

14811

T. C.
Marmara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü

İŞİTİLEBİLİR, ULTRASONİK VE İNFRASONİK DALGALARIN ÜRETİMİ VE İÇ ENERJİSİ

T. C.
Yükseköğretim Kurulu
Dokümantasyon Merkezi

(Yüksek Lisans Tezi)

Bülent OKTAY AKKOYUNLU

Danışman

Prof. Dr. Edip BÜYÜKKOCA

İstanbul - 1990

TEŞEKKÜR

Bu lisans üstü tezimin konusunu ortaya koyan ve bu tezi hazırlama süresince her türlü yardımı esirgemeyerek büyük destek olan değerli hocam Prof. Dr. Edip BÜYÜKKOCA'ya teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Çalışmalarına gösterdikleri yakın ilgiden dolayı M.Ü.Fen Bilimleri Enstitüsü'ne, bana yardımcı olan diğer hocalarıma ve çalışma arkadaşlarıma teşekkür ederim.

ŞUBAT - 1990, İSTANBUL

Bülent Oktay AKKOYUNLU

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
GİRİŞ	1
BÖLÜM 1	
ULTRASONİK DALGALARIN ÜRETİLİŞİ	3
BÖLÜM 2	
YAY ÜZERİNDE BOYUNA DALGA HAREKETİ	6
BÖLÜM 3	
ENİNE SALINIMLAR	8
BÖLÜM 4	
ENERJİNİN DALGA TARAFINDAN TAŞINMASI	15
BÖLÜM 5	
ENİNE SALINIMLAR İÇİN DALGA DİRENCİ ve ENERJİNİN TAŞINMASI	18
BÖLÜM 6	
SES DALGALARININ TAŞIYICI ORTAMDA OLUŞTURDUKLARI İÇ ENERJİ	27
SONUÇ	35
KAYNAKLAR	36

Ö Z E T

Bu çalışma, gerek işitilebilir, gerekse ultrasonik ve infrasonik ses dalgalarına ait enerji ve basınç denklemlerinin çıkarılışını içermektedir. Genel dalga denklemi;

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$

ifadesi ve Diverjans teoremi yardımıyla ses dalgalarının kapalı bir yüzeye etkiyen toplam kuvvet ifadesini veren;

$$F = \iiint_V \left(- \frac{\partial p_0}{\partial v^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \right) dv$$

denklem ve taşıyıcı ortamda oluşturduğu iç enerjideki değişimi veren;

$$u = \frac{k^{1/\gamma} P_m^{-1/\gamma}}{-1} \left[\cos \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right) \pi + i \sin \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right) \pi \right]$$

denklem türetilmiştir.

GİRİŞ

Dalga tiplerini çok değişik isimler altında incelemek mümkündür. Ses dalgaları, su dalgaları, elektromagnetik dalgalar, deprem dalgaları dalga tiplerinden sadece birkaçıdır.

Gerçekte dalgaları mekanik dalgalar ve elektromagnetik dalgalar olmak üzere iki büyük katagoride incelemek mümkündür.

Ses dalgaları ile ilgili gerekli bağıntıların çıkarılması için yay üzerinde ilerliyen boyuna dalgaları model olarak kullanmıştır. Bunun gibi bir model fizikte daima klavuz rolü oynar. Böyle bir modele dayanılarak yapılan hesaplamalar deneyle uyuyorsa seçilen modelin başarılı ve iyi bir model olduğu söylenir. Yay modeli, ses dalgalarına ait gerek hız, gerekse enerji denklemlerinin çıkarılması için kullanılacak olan kapalı bir silindire sıkıştırılan hava yayı modeline geçişte basamak teşkil eder. İlk anda böyle bir modele dayanılarak yapılan hesaplamaların deneyle uyummadığı ortaya çıkmıştır. Modele dayanılarak yapılan hesaplamaların sonuçları deneyle uyumuyorsa modeli bütünüyle terkedip yerine yenisini koymadan önce modelin başarısızlığının sebepleri araştırılmalıdır. Gerçekte ses hızını veren denklemdeki hatanın seçilen modelden kaynaklanmadığı, sesin yayılması sırasında ortamda oluşturduğu termodinamik olayların yanlış anlaşılmasından kaynaklandığı ortaya çıkmıştır. Bu çalışmamız 6 Bölüm altında toplanmıştır.

1. Bölüm; ultrasonik ve şok dalgalarının bir ultrasonik jeneratör tarafından nasıl üretildiği ve bu tür dalgaların tıpta bulunduğu geniş uygulamalarla ilgilidir. Deneyel olarak elektrik enerjisini, su altında şok dalgalarına çeviren devre şeması ve basınç-zaman grafikleri gösterilmiştir.

2. Bölüm'de, Δx aralıkla yaylarla bağlı N kütleden oluşmuş bir sistemde oluşturulan boyuna dalgaların hız denklemleri çıkarılmıştır. Bir kütle üzerine etki eden kuvvetlerin analizi sonucu bu kütleye ait hareket denklemi elde edilmiş, daha sonra kütlelerin Δx aralıkla değil de bütün yay boyunca dağılmış olduğu, başka bir ifadeyle süreklilik gözönüne alınarak bütün yay boyunca ilerleyen boyuna dalga'nın hız denklemini veren ifade çıkarılmıştır.

3. Bölüm'de, 2. Bölüm'de elde edilen hız denklemlerine farklı bir yoldan ulaşılması ile ilgili çalışmalar sunulmaktadır. Bu bölümde yay üzerindeki boyuna salınımlar yerine enine salınımlar yapan kütleler düşünülerek dalga hızını veren denklemlerin çıkışı gösterilmiştir.

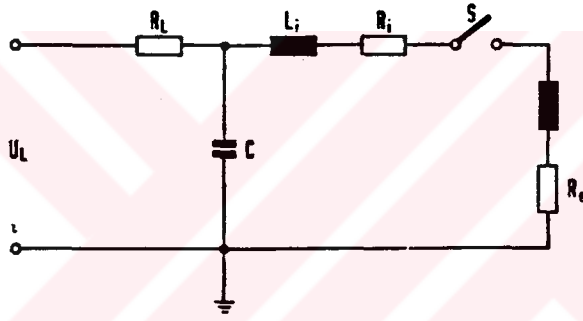
4.ve 5. Bölümler, enerji ile ilgilidir. Bu bölümlerde yayda ilerleyen boyuna dalga'nın sahip olduğu kinetik ve potansiyel enerjisini ifade eden denklemlerin çıkarılışı gösterilmiştir. Bu iki tür enerjinin toplanması bizi boyuna dalga'nın taşıdığı enerji ifadesine götürür. Bu bölümlerde, bir silindire sıkıştırılan hava yayı model olarak kullanılarak ses hızını veren ifade verilmiştir. Sesin sabit sıcaklıkta yayıldığı düşünülerek elde edilen ve deneyle uyuşmayan bu ifadedeki eksikliğin sebepleri üzerinde durulmuş ve ses dalgasının adyabatik olarak yayıldığı, yarılgının bu sebepten kaynaklandığı hakkında açıklama yapılmıştır.

Bölüm 6'da, ses dalgalarını ileten malzemeye ait parçacıkların hareketleri incelenerek ayrıntıya inilmiştir. Ayrıca ses dalgalarının yarım dalga boyu yada yarım periyotluk zaman içerisinde taşıyıcı ortamda oluşturacağı içenerjideki değişmeyi veren ifade termodinamiğin birinci kanununu yardımıyla bulunmuş, ortamın sıcaklığında yarım periyotluk zaman içerisinde yapacağı sıcaklık hesap edilmiştir. Dalga denkleminde sadece zaman değişken alınarak elde edilen içenerjideki değişmeyi veren ifade, sadece konum değişken olarak alınarak içenerjideki değişmeyi veren ifadeye eşit olduğu gösterilmiştir.

BÖLÜM 1

ULTRASONİK DALGALARIN ÜRETİLİŞİ

Ultrasonik dalgalar, bir ultrasonik jeneratör tarafından üretilir⁽¹⁾. Yüksek frekansa elektrik enerjisi ile bir ultrason çevirici tarafından mekanik enerjiye çevrilir. deneysel olarak şok dalgaları su altında yük boşalması yoluyla depo edilen elektrik enerjisinin çok kısa bir anda bırakılması ile gerçekleştirilir.



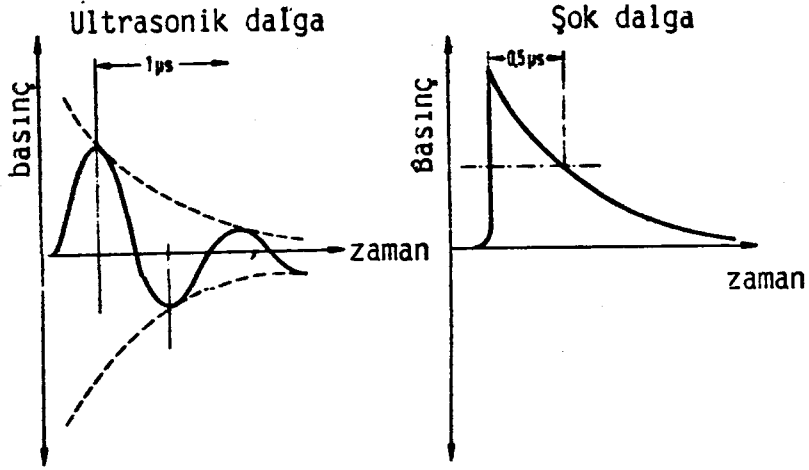
Şekil.1

İlk deneysel modelde 1.25 mikrofaraadlık kapasiteye sahip kondansatör ve 40 KV'luk voltaj kullanılmıştır. Böyle bir devre Şekil.1'de gösterilmiştir. Fiziksel bulgular, idrar taş rahatsızlıkları üzerine şok dalgalarının uygulanabileceğini göstermiştir. Ultrason dalgalarının tıp alanında etkilerini inceleyen pek çok çalışmalar yapılmaktadır.

İnsan vücuduna zararlı etki yapmayan, teşhise yönelik bütün ultrasonik cihazlar 1-20 MHz arasında frekans bölgesinde çalışır, ve tepe enerjisi olarak 5 w/cm^2 'den daha düşük bir seviyede enerjiye sahiptir ⁽²⁾.

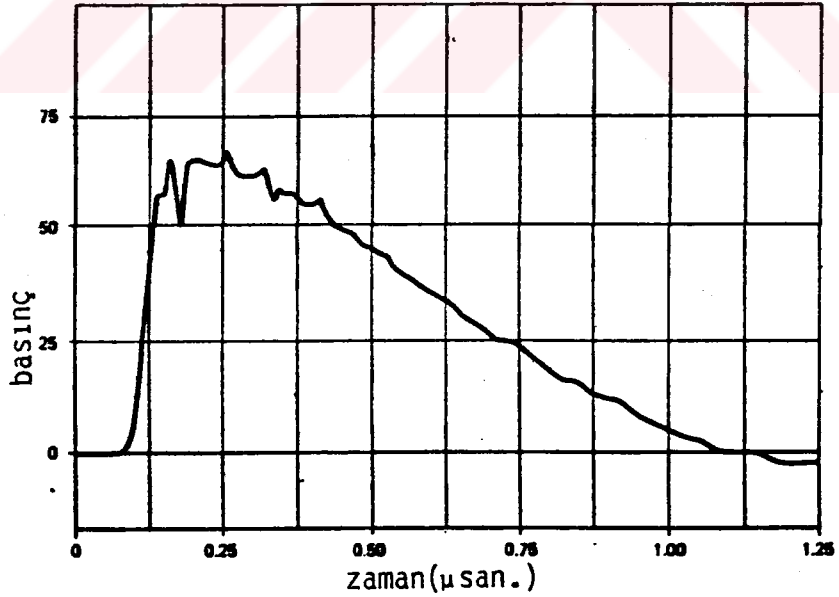
Ultrason ve şok dalgaları için basınçla zaman arasındaki grafik

Şekil.2'de gösterilmektedir ⁽¹⁾. Şok dalgaları çok kısa bir anda maksimum basınca ulaşır. Daha sonra zamanla azalır.



Şekil.2

Ultrason dalgada ise dalgalı gerilim ve sıkıştırma ile sinizoidal basınç değişimi söz konusudur.



Şekil.3

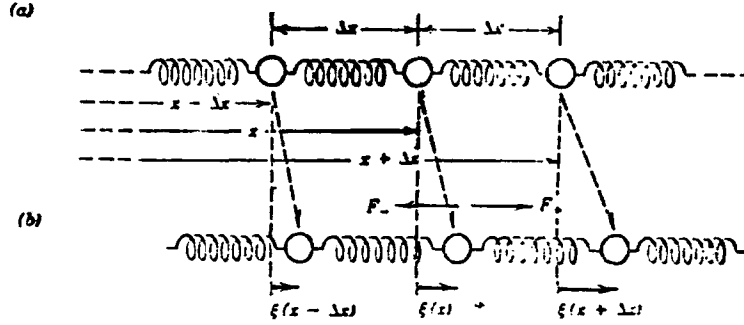
Basınç dağılımına ait, ses yansıtıcısının üzerinde farklı noktalarda, aynı anda ölçülerek elde edilen bilgiler, bilgisayara verilerek elde edilen diyagram Şekil.3'de gösterilmiştir (3).

Ses dalgaları tıp alanında bulduğu geniş uygulamaların yanı sıra, Ultrase hız ölçümlerinden yararlanılarak genel gaz sabiti bulunabilmektedir (4). Ayrıca kakaonun kurutulması için çok yüksek sıcaklık gerektirdiği halde, ultrason dalgalar yardımıyla kurutma işlemi çok daha az enerji kullanılarak yapılabilmektedir (5).



BÖLÜM 2

YAY ÜZERİNDE BOYUNA DALGA HAREKETİ



Şekil.4

Şekil 4'de görüldüğü gibi yay üzerinde sağa doğru boyuna bir atma oluşturalım.⁽⁴⁾ x konumunda kütleyle etkiyen sağa ve sola yönlü kuvvetler sırasıyla

$$F_- = k[\phi(x) - \phi(x - \Delta x)] \quad (1)$$

$$F_+ = k[\phi(x + \Delta x) - \phi(x)] \quad (2)$$

Bu kütleyle etkiyen net kuvvet

$$m \frac{\partial^2 \phi(x, t)}{\partial t^2} = k[\phi(x + \Delta x, t) + \phi(x - \Delta x, t) - 2\phi(x, t)] \quad (3)$$

olur.

Taylor açılım yardımıyla, $\phi(x + \Delta x, t)$ ve $\phi(x - \Delta x, t)$ fonksiyonları seriye açılırsa,

$$\phi(x+\Delta x, t) \approx \phi(x, t) + \frac{\partial \phi}{\partial x} \Delta x + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} (\Delta x)^2 \quad (4)$$

$$\phi(x-\Delta x, t) \approx \phi(x, t) - \frac{\partial \phi}{\partial x} \Delta x + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} (\Delta x)^2 \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \frac{k}{m} (\Delta x)^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \quad (6)$$

elde edilir.

Bu ifade bilinen dalga denklemin diferansiyel ifadesi olan

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = c_w^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \quad (7)$$

ifadesinin aynıdır. Dolayısıyla dalga hızı

$$c_w^2 = \frac{k}{m} (\Delta x)^2 \quad (8)$$

$K=k(\Delta x)$ yayın elastik modülüdür.

$$c_w = \sqrt{\frac{K}{m/\Delta x}} = \sqrt{\frac{k}{\rho}} \quad (9)$$

olur.

Burada ρ sistemin birim uzunluğu başına kütlesidir.

BÖLÜM 3

ENİNE SALINIMLAR

Enine salınım yapan bir ortam model olarak alınırsa (6)

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -\frac{\tau_0}{\rho_0} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \quad (10)$$

ifadesi elde edilir. Burada τ_0 enine salınım yapan bir ipin gerilim kuvveti ρ_0 boyca yoğunluğudur. (10) ifadesi ikinci basamaktan ünlü bir diferansiyel denklemdir.

Duran Dalga Denklemi

$$\psi(x,t) = A(x) \cdot \cos(\omega t + \phi) \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 [A(x) \cdot \cos(\omega t + \phi)]}{\partial x^2} \quad (12)$$

$$= \cos(\omega t + \phi) \cdot \frac{d^2 A(x)}{dx^2} \quad (13)$$

(10), (11), (13) eşitliklerinden

$$\frac{d^2 A}{dx^2} = -\omega^2 \frac{\rho_0}{\tau_0} A(x) \quad (14)$$

bulunur.

Bu denklemin çözümü

$$A(x) = A \sin kx + B \cos kx \quad (15)$$

Burada k uzaysal periyotluğu belirleyen bir sabittir.

$$A(x) = A \sin \left(2\pi \frac{x}{\lambda} \right) + B \cos \left(2\pi \frac{x}{\lambda} \right) \quad (16)$$

Denklem (16)'nın iki kez türevini alıp ve denklem (14)'e eşitlersek

$$k = \omega^2 \frac{\rho_0}{\tau_0} \text{ yada}$$
$$\omega = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho_0}} k \quad (17)$$

olması gerektiği sonucuna varırız.

Böylece ipin duran dalga $\phi(x,t)$ uzanımı için genel çözüm

$$\phi(x,t) = \cos(\omega t + \varphi) [A \sin 2\pi x / \lambda + B \cos(2\pi x / \lambda)] \quad (18)$$

bulunur. Dalga hızı

$$\lambda \cdot \gamma = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho_0}} \equiv v_0 \quad (19)$$

gibi bir bağıntı vermektedir.

Sınır Koşulları :

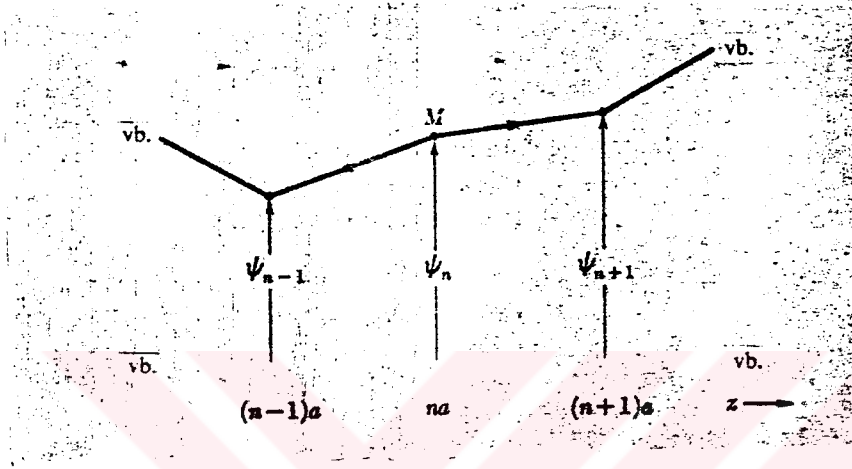
Denklem (16) biraz geneldir. Titreşen L uzunluğunda ipin iki ucu tutturulmuştur. (6) $x=0$ alırsak.

$$\phi(x,t) = B \cdot \cos(\omega t + \varphi) = 0 \quad (20)$$

bu koşu $B=0$ olmayı gerektirir. Böylece

$$\phi(x,t) = A \cos(\omega t + \phi) \cdot \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \quad (21)$$

bulunur. (21) eşitliği duran dalga denklemdir.



Şekil.5

Şekil 5'de görüldüğü gibi a uzunlukta aralıklarla kütleler taşıyan bir ipin enine salınımlarını göz önüne alalım. n kütleli hareket için

$$m \frac{d^2 \phi(t)}{dt^2} = \tau_0 \left\{ \left[\frac{\phi_{n+1}(t) - \phi(t)}{a} \right] - \left[\frac{\phi_n(t) - \phi_{n-1}(t)}{a} \right] \right\} \quad (22)$$

olduğu kolayca görülebilir. n .kütlenin titreşim genliği A_n olsun. Böylece

$$\phi_{n-1} = A_{n-1} \cos(\omega t + \phi)$$

$$\phi_n = A_n \cos(\omega t + \phi)$$

$$\phi_{n+1} = A_{n+1} \cos(\omega t + \phi) \quad (23)$$

olur.

$$\frac{d^2 \phi}{dt^2} = -\omega^2 \phi_n(t) - \omega^2 A_n \cos(\omega t + \phi) \quad (24)$$

yazabiliriz. (22), (23), (24) den

$$-m\omega^2 A_n = \frac{\tau_0}{a} (A_{n-1} - 2A_n + A_{n+1}) \quad (25)$$

olur. Buradan

$$A_{n+1} + A_{n-1} = A_n (2 - \frac{m \cdot a}{\tau_0} \omega^2) \quad (26)$$

bulunur. Daha önce çıkarılan

$$A(x) = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \text{ ifadesi yardımıyla} \\ A_n = A \cdot \sin \frac{2\pi n a}{\lambda} = A \cdot \sin k n a \quad (27)$$

bulunur. Benzer şekilde A_{n-1} tanımlanırsa

$$A_{n+1} + A_{n-1} = 2A \cdot \sin k n a \cdot \cos k a = 2A_n \cos k a \quad (28)$$

bu eşitlik (26)'de yerine konursa

$$2A_n \cos k a = A_n (2 - \frac{M a}{\tau_0} \omega^2) \quad (29)$$

elde edilir. Buradan

$$\omega^2 = \frac{2 \tau_0}{M \cdot a} (1 - \cos k a) = \frac{4 \tau_0}{M \cdot a} \sin^2 \frac{k a}{2} \quad (30)$$

ve

$$w = 2\sqrt{\frac{\tau_0}{M \cdot a}} \sin \frac{ka}{2} \quad (31)$$

bulunur.

Süreklilik sınırında $x=0$ ile $x=L$ arasında kütlelerin sayısı sonsuza giderken kütleler arası uzaklık sıfıra gider. Kütleler arası uzaklık a , dalgaboyu yanında çok küçükse bu iyi bir yaklaşıklık demektir. (31)'deki ifade seriye açılırsa

$$w(k) = 2\sqrt{\frac{\tau_0}{M \cdot a}} \left[\frac{1}{2} ka - \frac{1}{48} (ka)^3 + \dots \right] \quad (32)$$

üstü birden yukarı terimler ihmal edilebilir. Dolayısıyla

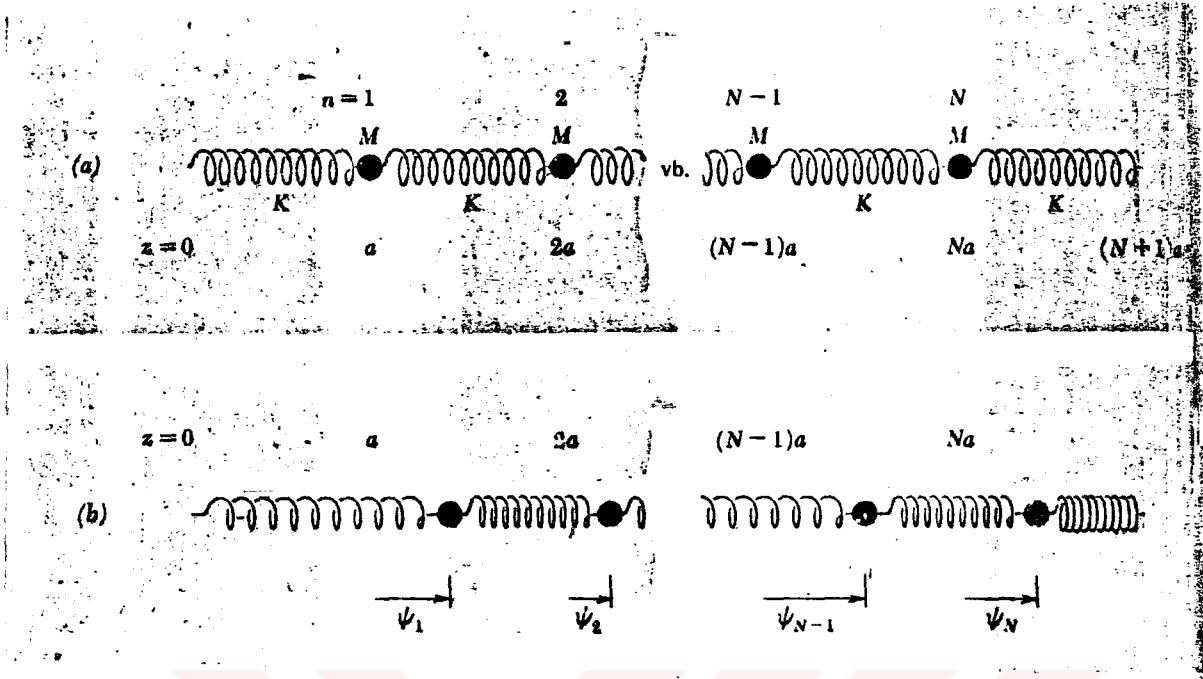
$$w(k) \approx \sqrt{\frac{\tau_0 a}{M}} k \quad (33)$$

bulunur.

$\frac{M_0}{a} = \rho_0$ sürekli ip için bulunan birim uzunluk başına kütledir.

Şimdi şekil 6'da görüldüğü yaylarla bağlı N tane kütle genel halini göz önüne alalım. n numaralı kütlenin hareket denklemi

$$M \frac{d^2 \phi}{dt^2} = k(\phi_{n-1} - \phi_n) - k(\phi_n - \phi_{n-1}) \quad (34)$$



Şekil.6

(34) ifadesinin matematiksel biçimi enine yerdeğiştirme için hareket denklemini veren (22) ifadesi ile aynıdır. Şu farkla; τ_0/a sabit yerine K gelmiştir. Dolayısıyla geçtiğimiz matematiksel yollar yinelenerek bir yaylı sistemdeki kütlenin boyuna salınımı için (31) ifadesine benzer şekilde

$$w(k) = 2 \sqrt{K/M} \sin \frac{ka}{2} = 2 \sqrt{K/M} \sin \frac{\pi a}{\lambda} \quad (35)$$

elde edilir. Yayın toplam $L=N.a$ uzunluğu için K_c yay sabiti

$$K_c = \frac{a}{L} K \quad (36)$$

Süreklilik sınırını göz önüne alalım. Bu durumda kütle a aralıklarla belli yerlerde toplanmış değil, bütün yay boyunca dağılmıştır. Denklem (35)'in sinislü terimi seriye açılırsa

$$w(k) = 2 \sqrt{K/M} \left[\frac{ka}{2} - \frac{1}{6} \left(\frac{ka}{2} \right)^3 + \dots \right]$$

üssü 1'den büyük terimler ihmal edilirse,süreklilik sınırında

$$w(k) \approx \sqrt{\frac{\tau_0}{M/a}} k = \sqrt{\frac{ka}{N/a}} k \quad (37)$$

elde edilir. Denklem (36) yardımıyla dalga hızı

$$c_w = \sqrt{\frac{ka}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{K_c L}{\rho_0}} \quad (38)$$

bulunur.

BÖLÜM 4

ENERJİNİN DALGA TARAFINDAN TAŞINMASI :

Sistemin taşıdığı enerji hesaplanırken önce iletilen kinetik enerji ve yayda sağa doğru depo edilen potansiyel enerji eşitliği bulunacaktır. Potansiyel ve kinetik enerjinin toplamı sistemin taşıdığı toplam enerjiyi verir.⁽⁷⁾

$$V(x,t) = \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (39)$$

Bu ifadeye hız dalgası denir. Dalga hızı (C_w) kavramından farklıdır. Kinetik enerji

$$K.E. = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 \quad (40)$$

yayda depo edilen potansiyel enerji

$$P.E. = \frac{1}{2} k [\phi(x+\Delta x) - \phi(x)]^2 \quad (41)$$

Taylor açılımı yardımıyla $\phi(x+\Delta x)$ fonksiyonunu seriye açarsak...

$$P.E. = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2 \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 \quad (42)$$

bulunur.

$\phi = A \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (x - C_w t) \right]$ dalga denkleminde

$$x = x - C_w t$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -C_w \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (43)$$

ifadesinde

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{d\phi}{dx} \text{ yazılabilir.}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -C_w \frac{dw}{d\phi} \quad (44)$$

(44) denkleminde

$$K.E. = \frac{1}{2} m C_w^2 \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 \quad (45)$$

$$P.E. = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2 \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 \quad (46)$$

bulur. Dalga hızı

$$C_w^2 = \frac{k(\Delta x)^2}{m} \quad (45), (46) \text{ ifadelerinde yerine konacak olursa}$$

$$P.E = K.E = \frac{1}{2} m C_w^2 \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 \quad (47)$$

Toplam enerji ise

$$\begin{aligned} \text{Dalga Enerjisi} &= 2x \frac{1}{2} m C_w^2 \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 \\ &= m C_w^2 \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 \end{aligned} \quad (48)$$

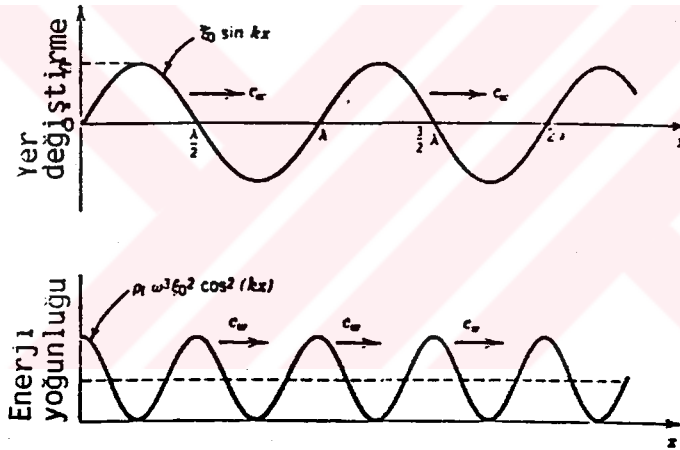
Sinüzoidal dalga ifadesi

$$\phi(x,t) = \phi_0 \sin(kx - \omega t) \text{ den}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\phi}{dx} &= \frac{d}{dx} \phi_0 \sin[k(x-c_w t)] = \phi_0 \frac{d}{dx} \sin kx \\ &= k \cdot \phi_0 \cos[k(x-c_w t)]\end{aligned}\quad (49)$$

$$\begin{aligned}\text{Dalga enerjisi yoğunluğu} &= \rho_0 c_w^2 \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 (\text{J/m}) \\ &= \rho c_w^2 \cdot k^2 \phi_0^2 \cos^2(kx - \omega t)\end{aligned}\quad (50)$$

$$= \rho \omega^2 \phi_0^2 \cos^2(kx - \omega t) \quad (51)$$



Şekil.7

Yerdeğiştirme ve enerji yoğunluğunun x'e göre değişimini veren grafik Şekil 7'de verilmiştir.

$$\text{Ortalama enerji yoğunluğu} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 \phi_0^2 \quad (52)$$

olur.

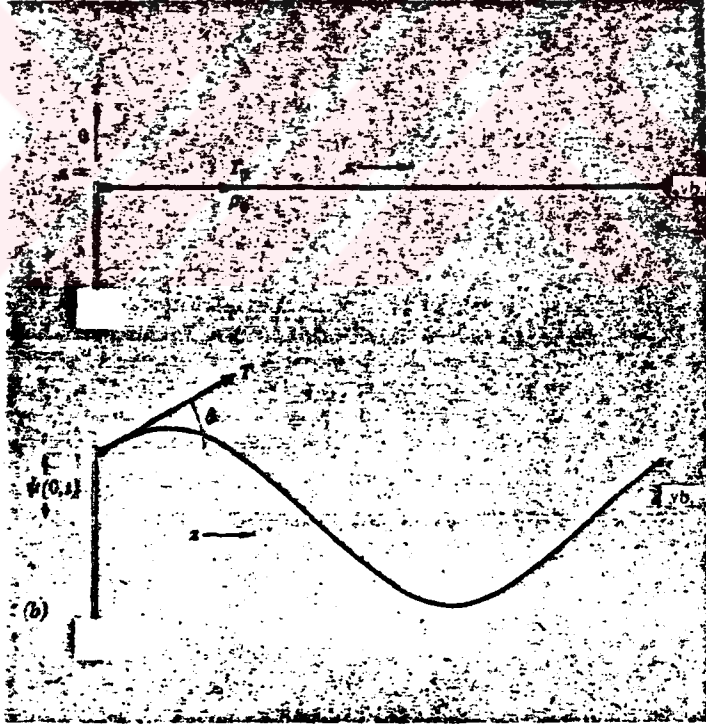
BÖLÜM 5

ENİNE SALINIMLAR İÇİN DALGA DİRENCİ ve ENERJİNİN TAŞINMASI

$x=0$ da bulunan bir sürücü kuvvetle enine salındırılan sürekli gergin bir ipimiz olsun (6). Dengede ipin sürücüye etkilediği kuvvetin enine bileşeni yoktur. z boyunca yönelmiş kuvvet τ_0 denge gerilimi F_x enine bileşen;

$$F_x = \tau_0 \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (53)$$

ile verilir.



Şekil.8

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = - \frac{1}{V} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (54)$$

$$F_x = - \frac{\tau_0}{V} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (55)$$

$\frac{\partial \phi}{\partial t}$ ipin sürücünün çıkış ucuna bağlantığı noktadaki enine hızdır.

$\frac{\tau_0}{V}$ niceliği sabittir. Böylece sürücü ilerleyen dalgalar yayınlarken ortamdan gelen bir tepki kuvveti ile karşılaşır. Yani ortam dalgalanmaya zorladığı hızı ile oranlı bir direnç kuvveti ile karşılaşır.

$$F_x = -z \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (56)$$

$$z = \frac{\tau_0}{V} \quad V = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho_0}} \quad t = \sqrt{\tau_0 \rho_0} \quad (57)$$

bir anda iletiler güç;

$$p(t) = F_x \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

$$p(t) = \left(z \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = z \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 \quad (58)$$

$$p(t) = \frac{1}{2} \left(-\tau_0 \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \quad (59)$$

Bir yay üzerinde boyuna dalgalar için dalga direnci.

$$v = \sqrt{\frac{ka}{\rho}} \quad z = \sqrt{ka\rho_0}$$

ve ilerleyen bir dalgada güç akışı;

$$p(z,t) = z \left[\frac{\partial \phi}{\partial z} \right]^2 = \frac{1}{2} \left[-ka \frac{\partial \phi}{\partial z} \right]^2 \quad (60)$$

ile elde edilir.

$\phi(z,t)$ niceliği yayın z olan parçasının denge konumundan uzaklığıdır. Yer değiştirme $+z$ doğrultusunda ise artı alınır. Bunun hızı

$\frac{\partial \phi}{\partial z}$ 'dir. Dengede yayın z halkasının hemen solunda bulunan parçası hemen

sağında bulunan parçasına belirli bir kuvvet etkiler. Bu kuvvet ile bunun F_0 denge değeri arasındaki farkın daha önce belirtilen,

$$-ka \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (61)$$

kuvvetini verdiği gösterilebilir.

Ses dalgalarının havadaki hızını kestirebilen ilk denklemi Newton çıkardı. Newton denkleminin türetilişi çok kolay, yalnız sonuç vermesinin sebebi ise çok ilginçtir.

Bir yere kapatılan hava çeperlere bir basınç uygular. Buna göre hava; genişleme eğilimi gösteren sıkışık bir yay gibidir. Yay benzerliğinden yararlanmak için bir yanı çeperle, öteki yanı ise kütleli hareketli bir piston ile yapalı L uzunluğunda bir silindir alalım. Kapalı hava pistonu dışa doğru F kuvveti ile iter.

Gevşek haldeki uzunluğu L , sıkışık iken L ve yay sabiti K_L olan bir yay için F kuvveti;

$$F = K(L-L_1) \text{ ile verilir.}$$

Yay sıkışarak L uzunluğu değişirse;

$$dF = -K_L \cdot dL \quad (62)$$

olur.

Benzerince silindiri dolduran hava yayı pistonu $F = P.A$ kuvveti etkiler. Piston denge durumundan dL kadar yer değiştirmiş ise silindirdeki yay hacmi;

$$dv = AdL \text{ olur.} \quad (63)$$

Buna göre pistonu etkileyen kuvvet;

$$dF = A dp = A \left(\frac{dp}{dv} \right)_0 AdL \quad (64)$$

kadar değişir. Denklem (64) 'e göre silindirde kapalı havanın eşdeğer yay sabiti;

$$K_L = A^2 \left(\frac{dp}{dv} \right)_0 \quad (65)$$

Yay üzerinde boyuna dalgaların hızını veren denklem (38)'i yani;

$$v = \sqrt{\frac{K_L L_0}{\rho_0}} \text{ eşitliğini hava "yay" 'ına uygulayabilmek silindirdeki}$$

yay hacminin;

$$V_0 = AL_0$$

tüm kütlesi ise;

ρ_0 (Çizgisel) = $A\rho_0$ (hacimsel) olur. Hava için denklem (65) deki K_L yay sabitini ve ρ_0 'ı denklem (38)'e taşıyarak havadaki boyuna dalganın hızını;

$$V^2 = - \frac{V_0 (dp/dv)}{\rho_0} \quad (66)$$

bulunur.

Ses hızını tam olarak bulmak için $\frac{dp}{dv}$ 'yi bulmak gerekir. Newton bunun için Boyle yasasını kullandı.

$$pV = p_0 V_0 \quad (67)$$

Burada p_0 denge basıncıdır.

$$\frac{dp}{dv} = \frac{p_0 V_0}{V^2} \quad (68)$$

olur. Denge yöresinde $V = V_0$ için ;

$$- p_0 = V_0 \left(\frac{dp}{dv} \right)_0 \quad (69)$$

Bu ifade denklem (66) 'ya taşınarak ses hızı;

$$v_{\text{Newton}} = \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_0}} \quad (70)$$

bulunur. Normal koşullarda hava için;

$$\rho_0 = 1 \text{ Atm} = 1,01 \times 10^6 \text{ din/cm}^2$$

$$\rho_0 = \frac{29 \text{ g/mol}}{22,4 \text{ lt/mol}} = 1,29 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$$

Böylece Newton ses hızı için;

$$v = 2.8 \times 10^4 \text{ cm/s} = 280 \text{ m/s} \text{ bulmuştur.}$$

Oysa gözlenebilen ses hızı 0°C de 1 atmosfer basınçta 332 m/s 'dir. Newton'un bulduğu ses hızı deneyle bulunan gerçek değerden %15 eksiktir. Bu hata modeli bütünüyle terketmemiz gerektirecek kadar büyük değildir. Ancak bu sonuç formülün çıkarılmasının yanlış bir yanı olduğunda gösteriyor. Burada hata yalnız basit sıcaklıkta geçerli olan Boyle yasasının kullanılmasından gelmiştir. Ses dalgalarını oluşturan sıkışma ve genleşmeler izotermal değil adyabatiktir.

Gazdaki sıkışma sıcaklığın artmasına ve azalmasına sebep olur (8). Ses dalgasının gaz içerisinde sebep olduğu sıkıştırılmış bölgelerdeki sıcaklık, gevşetilmiş bölgelerdeki sıcaklıktan daha yüksektir. Prensip olarak ısı sıkıştırılmış bölgelerden gevşetilmiş bölgeye iletilecektir. Her ünit bölge arasındaki sıcaklığın artması gazın termal iletkenliğine ve basıncı yüksek olan bölge ile düşük olan bölge arasındaki uzaklığa, yani yarım dalga boyuna bağlıdır. Oysa iletilebilen ses dalgalarının dalga boyu bu tür bir ısı akımının, en iletken gazlarda bile, olabilmesi için

fazla büyüktür. Bölgeler arasındaki ısı iletkenliğinin son derece az olması işlemin adyabatik olmasını sağlar.

Buna göre olay ısının bir bölgeden ötekine akmasını engelleyen engeller varmış gibi gelişir. Bu durumda basınç-hacim bağıntısı;

$$V^\gamma = \rho_0 V_0^\gamma \quad \text{ile verilir.}$$

$$\frac{dp}{dV} = -\gamma \rho_0 V_0^\gamma V^{\gamma-1} \quad (71)$$

Bu ifadeyi (66)'de yerine koy ve $V=V_0$ dersek, ses hızı için doğru sonucu elde ederiz (6).

$$V_{\text{ses}} = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}} = \sqrt{1,40} \cdot V_{\text{Newton}} = 332 \text{ m/s} \quad (72)$$

olurki bu değer deneyle uyuşmaktadır?

Artık yay benzerliğinden faydalanarak ve daha önce çıkarılmış olan;

$$V = \sqrt{\frac{ka}{\rho_0}} \quad \text{ve} \quad z = \sqrt{ka \rho_0} \quad (73)$$

ifadesi yardımıyla ses dalgalarının enereji akış denklemleri bulunabilir (6). (73) ifadesinde (k.a) , (72)'de (γp_0) 'a karşı gelmektedir. Buna göre,

$$z = \sqrt{\gamma P_0 \rho_0} \quad (74)$$

olur.

Daha önce yayda ilerleyen güç oluş ifadesini veren (60) eşitliğinden, ses dalgası için;

$$I(z,t) = z \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} \right]^2 = \frac{1}{z} \left[-\gamma p_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} \right]^2 \quad (75)$$

ifadesi bulunur. (z,t) niceliği bir yudum havanın z denge konumundan z boyunca yerdeğiştirmesi, $\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)$ niceliği bunun hızıdır. $-\gamma p_0 \left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)$ niceliği

soldaki hava diliminin sağındakinin birim yüzeyine tz doğrultusunda etki ettiği kuvvettir. Böylece etkiyen bileşke kuvvet z havanın anlık konumu değil, denge konumu olduğuna göre;

$$\frac{F_z}{A} = p_0 - \gamma p_0 \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (76)$$

elde edilir.

(76) denklemi üç boyut için;

$$\frac{F_{xyz}}{s} = p_0 - \gamma p_0 \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \quad (77)$$

$$\frac{F_{xyz}}{s} = p_0 - \gamma p_0 \nabla \phi \quad (78)$$

şeklinde genelleştirilebilir. Buradan ses basıncının ds yüzeyine etgidiği kuvvet ifadesi;

$$dF = (p_0 - \gamma p_0 \nabla \phi) ds \quad (79)$$

S kapalı yüzeyine etsiyen toplam kuvvet ifadesi diverjans teoremin-den faydalanılarak;

$$F = \iiint_V (P_0 - \gamma \rho_0 \nabla \phi) \, dx dy dz \quad (80)$$

yapılabilir.

Bilinen dalga denklemi olan;

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = V^2 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) \quad (81)$$

$= V^2 \nabla^2 \phi$ ifadesi (80)'de yerine konacak olursa;

$$F = \iiint_V (\nabla P_0 - \gamma \rho_0 \nabla^2 \phi) \, dV \quad (82)$$

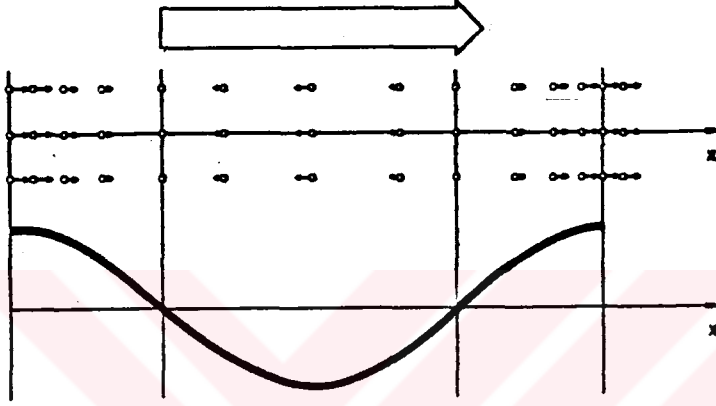
ve

$$F = \iiint_V \left(- \frac{\gamma \rho_0}{\partial V^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right) \, dV \quad (83)$$

elde edilir.

BÖLÜM 6

SES DALGALARININ TAŞIYICI ORTAMDA OLUŞTURDUĞU İÇ ENERJİ :



Şekil.9

Şekil.9'da sağa doğru ilerleyen bir dalga tanımlanmaktadır (9). Bu dalgayla birlikte hareket edilir ve bu şekilde taşıyıcı malzeme gözlenirse, bu malzemeye ait parçacıkların ileri ve geri hareket ettikleri, farklı hızlarda hareketleri yüzünden bazı noktalarda arttıkları diğer noktalarda azaldıkları görülebilir. Partiküllerin çok olduğu yerlerde basınç yüksek, az olduğu yerlerde ise basınç alçaktır. Bu yüksek basınç olduğu noktalarda partiküller en yüksek hıza sahiptir. Bu nedenle, burada basınç ve partikül hızı olarak iki dalga değişkeni ele alınmıştır. Bu tip boyuna dalga yayılımı;

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (84)$$

diferansiyel denklemi ile tanımlanır. Bu denklem daha önce tanımladığımız,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0$$

(84)'de parçacığın enine yada boyuna yer değişimini gösteren (ϕ) ifadesi yerine (p) basınç değişimi kullanılmıştır.(84) diferansiyel denkleminin çözümü;

$$P = P_m \cdot \cos(kx - \omega t) \quad (85)$$

şeklinde dir. Denklemin konuma bağlı kısmı;

$$P = P_m \cos kx \quad (86)$$

Ses dalgası adyabatik olarak yayıldığı için;

$$du = -dw = -p \cdot du \quad (87)$$

$$P \cdot V_1^\gamma = p_0 V_0^\gamma = k \quad (88)$$

$$V = K^{1/\gamma} p^{-1/\gamma} \quad (89)$$

olur. Gazın dv hacmi kadar sıkışma iç enerjisinde du gibi bir iç enerji değişimine sebep olur. İç enerjideki değişim;

$$du = -p dv \text{ 'den}$$

$$dv = K^{1/\gamma} \left(-\frac{1}{\gamma} \right) p^{-1/\gamma - 1} dp \quad (90)$$

olur.

$$du = -pK^{1/\gamma} \left(-\frac{1}{\gamma}\right) \cdot p^{-1/\gamma - 1} dp \quad (91)$$

$$du = k^{1/\gamma} \frac{1}{\gamma} p^{-1/\gamma} dp \quad (92)$$

(85) ifadesinden;

$$dp = -k P_m \cdot \sin kx \cdot dx \quad (93)$$

bulunur. (85) ve (93) ifadeleri (92)'de kullanılırsa,

$$du = -K^{1/\gamma} \frac{1}{\gamma} (P_m \cdot \cos kx)^{-1/\gamma} \cdot (-P_m \cdot k \cdot \sin kx) dx \quad (94)$$

$$du = -K^{1/\gamma} \frac{1}{\gamma} P_m^{-1/\gamma + 1} \cdot k (\cos kx) \cdot \sin kx \cdot dx \quad (95)$$

Bu ifadeden iç enerjideki değişme ;

$$u = -k^{1/\gamma} \frac{1}{\gamma} \cdot P_m^{-1/\gamma + 1} k \int_0^{\lambda/2} \cos^{-1/\gamma} kx \cdot \sin kx \cdot dx \quad (96)$$

olun: $t = \cos kx$ değişken dönüşümü yapılırsa;

$$u = k^{1/\gamma} \frac{1}{\gamma} k P_m^{-1/\gamma + 1} \int_a^b \frac{t^{-1/\gamma}}{k} dt \quad (97)$$

$$u = k^{1/\gamma} \frac{1}{\gamma} P_m^{(1 - \frac{1}{\gamma})} \frac{\cos^{1 - \frac{1}{\gamma}} kx}{1 - \frac{1}{\gamma}} \bigg|_0^{\lambda/2} \quad (98)$$

bulunur (85) ifadesinde sadece zamana bağılı kısım kullanılacak olursa;

$$P = P_m \cdot \cos wt \quad (99)$$

Böyle bir basınç dalgasının gaz içerisinde sebep olduğu iç enerjideki değişim yarım dalga boyu uzunluğunda yada yarım periyotda bir aynı değerleri alacak şekilde gerçekleşir. Her yarım periyotluk zaman diliminde iç enerjideki değişim miktarı her yarım dalgaboyu uzunluğunca iç enerjideki değişim miktarına eşit olmak zorundadır. Zira dalga yarım periyotluk zamanda yarım dalga boyu yol almıştır. Acaba daha önce (85) ifadesinden sadece konuma bağılı kısım kullanılarak elde edilen (98) ifadesi, sadece zamana bağılı kısım dallanalarak elde edilen iç enerji değişik ifadesine eşit olur mu? Düşüncemize göre eşit olmalıdır. Bunu anlamanın tek yolu basınç denkleminin konuma bağılı kısmı üzerinde izlediğimiz yolu bu sefer zamana bağılı kısım üzerinde adım adım tekrar ederek iç enerjideki değişimi veren ifadeye yükselmek olmalıdır. Eğer çıkan sonuç (107) ifadesine eşitse doğru yoldayız demektir.

Bu kez (85) ifadesinin zamana bağılı kısmı ele alınırsa;

$$P = P_m \cdot \cos wt \quad (100)$$

$$P \cdot V^\gamma = K$$

Ayrıca adyabatik olarak iç enerji ifadesi;

$$du = p \cdot dv \quad (101)$$

dir.

$$V = (K \cdot p^{-1})^{1/\gamma} \quad (102)$$

$$dv = - \frac{1}{\gamma} K^{1/\gamma} p^{-1/\gamma-1} dp \quad (103)$$

du = -p.dv den;

$$du = -p \left(-\frac{1}{\gamma} \right) A^{1/\gamma} p^{-1/\gamma - 1} dp \quad (104)$$

(100) ifadesinden;

$$dp = - P_m.w.\sin\omega t.dt \quad (105)$$

olur. Bu ifade (104)'de yerine konacak olursa;

$$du = -p \left(-\frac{1}{\gamma} \right) K^{1/\gamma} p^{-1/\gamma} p^{-1} (-P_m)w.\sin\omega t.dt \quad (106)$$

$$p^{-1/\gamma} - \frac{1}{\gamma} K^{1/\gamma} P_m w.\sin\omega t.dt \quad (107)$$

olur. Burada $P=P_m \cdot \cos\omega t$ olduğundan;

$$du = -\frac{1}{\gamma} \cdot K^{1/\gamma} (P_m \cos\omega t)^{-1/\gamma} P_m.w.\sin\omega t.dt \quad (108)$$

$$du = -\frac{1}{\gamma} K^{1/\gamma} P_m^{-1/\gamma} P_m.w.\cos^{-1/\gamma}\omega t.\sin\omega t.dt. \quad (109)$$

$$= \frac{1}{\gamma} K^{1/\gamma} P_m^{1-1/\gamma} w.\cos^{-1/\gamma}\omega t.\sin\omega t.dt \quad (110)$$

Böylece zamana bağlı olarak iç enerji ifadesi;

$$u = -\frac{1}{\gamma} \cdot K^{1/\gamma} P_m^{1-1/\gamma} w \int_0^{\tau/2} \cos^{-1/\gamma}\omega t.\sin\omega t.dt \quad (111)$$

olur.

$r = \cos wt$ değişken dönüşümü yapılırsa;

$$u = \frac{1}{\gamma} K^{1/\gamma} P_m^{1-1/\gamma} \int_a^b r^{-1/\gamma} dr \quad (112)$$

integralin sonucu;

$$u = \frac{1}{\gamma} K^{1/\gamma} P_m^{1-1/\gamma} \frac{r^{1-1/\gamma}}{1-\frac{1}{\gamma}} \bigg|_1^{\cos \frac{wt}{2}} \quad (113)$$

Buradan;

$$u = \frac{1}{\gamma} K^{1/\gamma} P_m^{1-1/\gamma} \frac{\cos^{1-1/\gamma} \frac{wt}{2}}{1 - \frac{1}{\gamma}} \bigg|_0^{\tau/2} \quad (114)$$

daha önce konuma bağlı olarak çıkarılan iç enerji denklemi;

$$u = \left(K^{1/\gamma} \frac{1}{\gamma} P_m^{1+1/\gamma} \frac{1}{1-\frac{1}{\gamma}} \right) \left(\cos \frac{2\pi}{\tau} x \right)^{1-1/\gamma} \bigg|_0^{\lambda/2} \quad \text{idi.}$$

sınırlar yerleştirilirse;

$$u = \frac{K^{1/\gamma} P_m^{1+1/\gamma}}{\gamma - 1} (\cos^{1-1/\gamma} \pi - \cos^{1-1/\gamma} 0) \quad (115)$$

sonucu bulunur.

(113) denklemi ile ifade edilen zamana bağlı iç enerji denklemide sınırların yerleştirilmesi ile;

$$u = \frac{K^{1/\gamma} P_m^{1-1/\gamma}}{\gamma - 1} (\cos^{1-1/\gamma} \pi - \cos^{1-1/\gamma} 0) \quad (116)$$

sonucu bulunur. (115) ve (116) ifadeleri eşittir. Her yarım periyot için oluşan iç enerji her yarım dalga için oluşan iç enerjiye eşit olmaktadır ki buda beklediğimiz bir sonuçtur.

(115) ifadesi,

$$u = \frac{K^{1/\gamma} P_m^{1-1/\gamma}}{\gamma - 1} [(-1)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1]$$

$$(-1)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = a \text{ dersek;}$$

$$\log a = \frac{\gamma-1}{\gamma} \log(-1)$$

$$\log(-1) = i\pi$$

$$\log a = \frac{\gamma-1}{\gamma} i\pi$$

$$a = e^{\frac{\gamma-1}{\gamma} i\pi} \text{ buradan;}$$

$$a = \cos\left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \pi\right) + i\pi \sin\left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \pi\right)$$

olmaktadır. (116)'dan iç enerji ifadesi;

$$u = \frac{K^{1/\gamma} P_m^{\gamma-1/\gamma}}{\gamma-1} \left[\cos\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)\pi + i \sin\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)\pi - 1 \right] \quad (117)$$

olur.

SONUÇ

Genel dalga denklemine, termodinamiğin 1. kanunu uygulanarak iç enerji denklemi, diverjans teoremi yardımıyla kuvvet denklemi çıkarılmıştır. Zamana bağlı dalga denkleminde elde edilen iç enerji, konuma bağlı olarak çıkarılan yarım dalgaboyu için iç enerji ifadesine eşit olması denklemin doğruluğu üzerindeki düşüncemizi kuvvetlendirmektedir. İç enerjideki değişimi ifade eden bu denklem kompleks olup, imajiner kısım iç enerjideki doğrudan ölçülemeyen değere karşılık gelmektedir. Ayrıca bu denklem dalganın taşıyıcı ortam üzerinde oluşturduğu sıcaklığı hesap etme imkânını vermektedir.

KAYNAKLAR

- (1) CHAUSSY, Christian., "Extracorpored shock Wave Lithotripsy", 1986, s: 4,5,10.
- (2) GÜLER, İnan., "Ultrasonik Doppler Teknikleri Kullanarak Kalp-Damar Sistemine Ait Nitel /ve Nicel Değerlendirmelerin Elde Edilmesi", 1. Ulusal Medikal Fizik Kongresi, İstanbul, 1987.
- (3) GRAVENSTEIN, Joochim., PETER, Klaus., "Extracorporeal shock Wave Lithotripsy for Renal Stone Disease", 1986, s:12.
- (4) YILDIZ, Teoman., KAZANCI, Nadide., "Ultrases Hız Ölçümlerinden Yararlanılarak Genel Gaz Sabitinin Bulunması".
- (5) BÜYÜKKOCA, Edip., "Ultrason Dalgalarla Çalışan Kakao Kurutucusu, Ülken Gıda Sanayii A.Ş. Özel Görüşme", İstanbul, 1987.
- (6) FRANK, Crawford "Titreşim ve Dalgalar", 1965, s: 28,29,30,40, 41,42, 89, 90, 102.
- (7) HIROSE, Akira., LONN GREN, Karl., "İntroduction to Wave phenomena", 1985, s: 60,61.
- (8) HOLIDAY David., RESNICK, Robert., "Physics", 1977, s: 511.
- (9) KÖSEOĞLU, Yakup., "İ.T.Ü. Elektronik Fak. Bitirme Ödevi", 1989.