T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ ÜST BİLİŞSEL BECERİLERİNİN MATEMATİKSEL MODELLEME SÜRECİNDEKİ ROLÜ

Meryem TAYYAR

(Yüksek Lisans Tezi)

İstanbul, 2024

T.C.

MARMARA ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ ÜST BİLİŞSEL BECERİLERİNİN MATEMATİKSEL MODELLEME SÜRECİNDEKİ ROLÜ

THE ROLE OF PRE-SERVICE MATHEMATICS TEACHERS' METACOGNITIVE SKILLS IN THE MATHEMATICAL MODELING PROCESS

Meryem TAYYAR

(Yüksek Lisans Tezi)

DANIŞMAN

Prof. Dr. Hatice AKKOÇ

İstanbul, 2024

ÖZGEÇMİŞ

2015-2016	Kocaeli Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalında öğrenim görme
2016-2019	Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalında öğrenim görme ve mezun olma
2020	Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Öğretmenliği Tezli Yüksek Lisans Programına giriş

ETİK BEYANI

Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü Lisansüstü Tez Yazım Kılavuzuna uygun olarak hazırladığım çalışmamda;

- Sunduğum bilgileri, dokümanları ve verileri akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Çalışmamda yararlandığım eserlerin tamamına atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Elde ettiğim verilerde ve sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı bildirir, aksi bir durumda aleyhimde doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

27/05/2024

Meryem TAYYAR

ONAY

Meryem TAYYAR tarafından hazırlanan "Matematik Öğretmen Adaylarının Üst Bilişsel Becerilerinin Matematiksel Modelleme Sürecindeki Rolü" konulu bu çalışma, 02/04/2024 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda aşağıdaki jüri üyeleri tarafından başarılı bulunmuş ve Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

	Adı Soyadı	**İmza**
TEZ DANIŞMANI	Prof. Dr. Hatice AKKOÇ	
JURİ ÜYESİ	Doç. Dr. Mahmut KERTİL	
JURİ ÜYESİ	Dr. Öğr. Üyesi Vildan KATMER BAYRAKLI	

ONAY

Meryem TAYYAR tarafından hazırlanan “Matematik Öğretmen Adaylarının Üst Bilişsel Becerilerinin Matematiksel Modelleme Sürecindeki Rolü” konulu bu çalışma, 02/04/2024 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda; Marmara ve Maltepe üniversitelerinde görevli tez danışmanı ve öğretim üyelerinden oluşan jüri tarafından başarılı bulunmuş ve Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Marmara Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü

ÖNSÖZ

Matematik, hayatın içinde her yerde izlerine tanıklık edebileceğimiz, içinde hayatın farklı temsillerini barındıran devasa bir evrendir. Matematik, hayatın kendi ilişkisel dinamiklerini anlamlandırmaya ve günlük yaşantımızda karşılaşabileceğimiz problemlerimize çözümler sunan metaforik bir haritadır. Önemli olan bu haritayı doğru okuyabilmektir. Öğrencilerimin matematiğe karşı karanlık önyargılarını kırarak matematiğin hayat dolu yönüyle tanışmalarını hedeflediğim akademik yolumda matematiksel modelleme ile tanıştım. Matematiksel modellemenin kendi akışında zihinsel süreçlerin nasıl işlediğini anlamlandırmak üzere yaptığım bu araştırmada bana engin tecrübeleriyle destek veren, sağlam adımlarla ilerlemem konusunda hem motivasyon hem de akademik koçluk yapan çok kıymetli danışmanım Prof. Dr. Hatice AKKOÇ'a teşekkürlerimi bir borç bilirim.

Değerli görüş ve önerileriyle sunmuş olduğum tezimin son halini almasında önemli role sahip değerli hocalarım Doç. Dr. Mahmut KERTİL ve Dr. Öğr. Üyesi Vildan KATMER BAYRAKLI'ya teşekkürlerimi sunarım.

Varlıkları hayatımı anlamlı kılan, her anımda bana sabır ve sevgiyle eşlik eden ilk öğretmenlerim, anneciğim Mine TAYYAR ve babacığım Selçuk TAYYAR'a teşekkür ederim. Anne karnından beridir hayatımı güzelleştiren biricik ikizim, en büyük şansım, ilk arkadaşım Merve TAYYAR'a teşekkür ederim.

Akademik kaygılarımın eşiğinde benden desteğini esirgemeyen dünya nimeti arkadaşlarım Elif Nur GÜNAY, Esmanur GÜNEY, Gizem KÜÇÜK, Kübra AĞCA, Mevanur ALTAY, Serpil KARADAĞ ve Zeynep BAĞCE'ye teşekkür ederim. Yüksek lisans eğitimim boyunca her türlü akademik sancıyı birlikte paylaşarak üstesinden geldiğimiz sevgili dostum Sevda ASLAN'a teşekkür ederim.

Son olarak zorlu tez sürecimde dizileriyle sürecimi renklendirip neşelendiren sayın Gülse BİRSEL'e teşekkürlerimi sunarım.

Her daim beni duyan, beni koşulsuz seven ve hayırlı kapılar açan, tezimi en güzel şekilde bitirmemi nasip eden Allah'ıma sonsuz şükürler olsun.

Tezimi en değerlilerim olan anneme ve babama ithaf ediyorum.

Meryem TAYYAR

ÖZET

Öğretmenler kendi deneyim ve bakış açılarını öğrencilere yansıtmaktadır. Bu nedenle matematik derslerinde matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme ve üst bilişsel becerilerini geliştirmesi gerekmektedir. Bu çalışmanın amacı matematik öğretmen adaylarının üst bilişsel becerinin matematiksel modelleme sürecindeki rolünü açıklamaktır. Bu amaç doğrultusunda, modelleme sürecinde öne çıkan üst bilişsel becerileri (planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin) belirlemek ve bu becerilerin matematiksel modelleme döngüsünün her bir aşamasındaki rolünü açıklamak hedeflenmektedir. Belirtilen bu dört temel üst bilişsel becerinin modelleme sürecindeki rollerini detaylı bir şekilde açıklamak amacıyla bu araştırmanın yöntemi nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması olarak belirlenmiştir. Araştırmanın verileri üç adet matematik modelleme etkinlik kâğıtları, görev temelli mülakat formu, yarı yapılandırılmış görüşme formu ve araştırmacı gözlem formu yardımıyla toplanmıştır. Araştırmanın verileri 2022-2023 eğitim öğretim yılının bahar döneminde İstanbul'da bir devlet üniversitesinde matematik öğretmenliği bölümünde dördüncü sınıfta öğrenim gören üç öğretmen adayı ile birlikte toplam dokuz oturumda gerçekleştirilmiştir. Veriler içerik analizi ile analiz edilmiştir. Verileri analiz edildiğinde öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde üst bilişsel becerilerinin süreçteki rollerinin benzer olduğu; ancak basamaklara göre farklı sıklıklarda dağılım gösterdiği görülmüştür. Öğretmen adayları matematiksel modelleme problemlerine alışık olmadıklarını problem çözme süreçlerini tamamen kendilerinin organize etmeleri konusunda zorluk yaşadıklarını belirtmişlerdir. Sonuç olarak dört temel üst bilişsel becerinin matematiksel modellemenin her basamağında farklı rollere sahip olduğu, genel olarak kolaylaştırıcı, hız kazandırıcı, verim arttırıcı ve daha az hata payı ile gerçek sonuçlara yaklaşma anlamında olumlu bir etki yarattığı belirlenmiştir. Ek olarak üst bilişsel becerilerin farklı becerilerle ilişkili biçimde çalışarak matematiksel modellemenin basamakları arasında geçişlerde önemli role sahip olduğu ve modellemenin döngüsel yapısını koruduğu söylenebilir.

ABSTRACT

Teachers reflect their experiences and perspectives on their students. Therefore, mathematical strategies in mathematics lessons need to develop comprehensive and high-level techniques. The purpose of this study is to examine the roles of pre-service mathematics teachers' metacognitive skills in their mathematical modelling processes (understanding the task, simplifying/structuring, mathematization, working mathematically, interpreting, validating). For this purpose, it is aimed to determine the metacognitive strategies (planning, monitoring, evaluation and prediction) during the mathematical modeling process and the roles they play in each phase of this process. To explain the roles of the four basic metacognitive skills during the modeling process in detail, this research was conducted as a case study, one of the qualitative research methods. The data of the research was collected using three mathematical modeling tasks, a task-based interview protocol, a structured interview protocol and the researcher observation form. The data of the research was collected in a total of nine sessions in the spring semester of the 2022-2023 academic year with three pre-service teachers studying in the fourth grade in the mathematics teaching department at a state university in Istanbul. The data were analyzed with content analysis. Analysis of data showed that the roles of pre-service teachers' metacognitive skills in the mathematical modeling process were similar. However, it was observed that they were distributed at different frequencies according to the steps. Pre-service teachers stated that they were not accustomed to mathematical modeling problems and had difficulties in organizing their problem-solving processes entirely on their own. Another important issue that pre-service teachers had difficulty with is the verification step of the modeling cycle. It has been observed that the concept of verification is not sufficiently understood by them. As a result, it has been determined that the four basic metacognitive skills have different roles in each step of mathematical modeling and that they generally have a positive effect in terms of facilitating, accelerating, increasing efficiency and approaching real results with less margin of error. In addition, it can be said that metacognitive skills play an important role in the transitions between the stages of mathematical modeling by working in relation to different skills and preserve the cyclical structure of modeling.

İÇİNDEKİLER

TABLOLAR DİZİNİ

ŞEKİLLER DİZİNİ

BÖLÜM I: GİRİŞ

Bu bölümde çalışmanın alanyazından beslenerek geliştiği temel problem durumu, belirtilen problem durumuna çözümler getirebilmek için yapılan bu araştırmanın amacı, problem cümlesi ve alt problemler, araştırmanın gerekçesi ve önemi yer almaktadır. Beraberinde çalışmanın kapsamına dair varsayımlar, sınırlıklar, önemli tanım ve kısaltmaların açıklamaları mevcuttur.

1.1. Problem Durumu

Dünya değiştikçe dönemin ihtiyaçları da değişmektedir. Eğitimin amaçlarından biri değişen dünya düzeninde ihtiyaç duyulan niteliklere sahip bireyler yetiştirmektir. İhtiyaçlar, problemleriyle birlikte doğar ve hayatımıza dâhil olur. Günlük yaşantıda karşılaşılan problemleri çözebilmek için problem çözme becerisi gerekir. Matematiksel modelleme öğrencilerin günlük hayatta karşılaşılan problem durumları üzerinde çalışmalarına, kendi matematiksel bilgi ve birikimleriyle uygun çözümler üretmelerine ve ulaştıkları sonuçları gözden geçirip düzenlemelerine olanak sunan bir problem çözme sürecidir. (Lesh ve Doer,2003). Başka bir ifade ile gerçek yaşamda karşılaşılan bir durumun matematiksel modeller yardımıyla değişkenler arasındaki ilişkiler dikkate alınarak basitleştirilmesi yoluyla çözülmesidir (Voskoglou, 2007). Matematik eğitiminde her geçen gün matematiksel modelleme alanına olan ilgi artmaktadır. Matematiksel modelleme dünya genelinde pek çok ülkenin öğretim programında yer almaktadır. Benzer şekilde Türkiye'de de matematik eğitiminde matematiksel modellemeye önem verilmektedir. Ortaöğretim matematik dersi öğretim programının temel felsefesi ve genel amaçları arasında matematiksel modellemeye yer verilmiştir (MEB, 2018a). Öğretmen eğitiminde de öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerinin gelişimi dikkate alınmaktadır. İlköğretim Matematik Öğretmenliği lisans programı ile Matematik Öğretmenliği lisans programı derslerine "Matematiksel Modelleme" dersi eklenerek lisans öğretim programları güncellenmiştir (YÖK, 2018a; YÖK, 2018b).

Matematiksel modelleme etkinlikleri matematiğin yanı sıra farklı disiplinlere ait hayatın içinden her türlü problemi içerebilir. Öğrenciler matematiksel modelleme etkinlikleri sırasında mevcut problemi çözebilmek için belli adımları gerçekleştirerek pek çok aşamadan geçmektedir (Stillman ve Galbraith, 1998). Bu aşamalar, birbirini takip eden adımlar modelleme sürecinin döngüsel özelliğini yansıtmakta olup birbiriyle ilişkilidir (Doerr,1997).

Matematiksel modelleme aşamaları araştırmacılar tarafından farklı çerçevelerde sunulsa da hepsi birbirini içerir ve doğrular. Ancak matematiksel modelleme döngüsü bilişsel ve üst bilişsel beceri gerektiren uygulaması ve analizi zor ve karmaşık bir süreçtir (Galbraith ve Stillman, 2006; Maaß, 2006). Modelleme etkinliklerinde istenilen görevleri yerine getirebilmek için sahip olunması gereken bilişsel ve üst bilişsel yeterlikler vardır. Ortak olarak kabul gören temel bilişsel modelleme yeterlikleri "problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel yetenekleri kullanma, yorumlama ve doğrulama" şeklindedir (Borromeo-Ferri, 2006). Öğrencilerin modelleme yeterliklerinin incelendiği çalışmalarda öğrencilerin modelleme sürecinin çoğu aşamasında zorlandığı görülmektedir. Bu başarısızlığın temel nedenlerinden biri sahip olunması gereken bilişsel yeterliklere sahip olunmamasıdır (Blum ve Leiß, 2007a).

Üst biliş kavramı, biliş kavramından farklı olarak ölçülmesi daha zor bir kavramdır. Üst biliş bilişin farkındalığıdır ve bilişin uygun şekilde kullanılabilmesidir (Brown, 1980). Üst biliş, bireyin kendi düşünme süreçlerinin farkında olması ve bu süreçleri kontrol edebilmesidir (Brown, 1977; Flavell, 1979). Üst biliş kavramı soyut bir kavram olmakla birlikte belirsizliğini hala korumaya devam eden karmaşık bir kavramdır. Açıklayabilmek için daha çok araştırmaya ihtiyaç vardır (Panaoura, Gagatsis ve Demetriou, 2009). Öğrenme üzerine etkisi değerlendirildiğinde ise önemli ve çalışılmaya değer bir alandır. Bir problemi çözebilmek için öncelikle verilen problemi anlamak, gerekli ve gereksiz bilgileri ayrıştırmak, değişkenlerin ilişkilerinden yola çıkarak çözümü planlamak ve organize etmek, ardından planı uygulamak, en sonunda ulaşılan sonucu yorumlamak, doğruluğunu test etmek ve makul bir çözüm olup olmadığının değerlendirmek gibi eylemleri içeren aşamalardan geçmek gerekir (Polya, 1977). Problem çözücüler problemleri çözerken bilişsel eylemleri ağırlıklı kullanmanın yanı sıra üst bilişsel eylemleri de ağırlıkta kullanır (Yimer ve Ellerton,2010). Üst biliş problem çözücülerin hangi durumda hangi stratejiyi ve hangi bilgiyi kullanmasının daha etkili olabileceğinin farkında olmasını ifade ettiği için akademik başarı üzerinde de etkilidir (Deseote ve Royers, 2002). Araştırmalara göre üst biliş becerisi yüksek bireyler problem çözme süreçlerinde daha yüksek performans sergileyerek düşük üst biliş becerilerine sahip bireylere göre daha başarılı olurlar (Boekaerts, 1997; Swanson, 1990; Özsoy, 2008). Dolayısıyla üst biliş becerileri öğrencilerin matematik dersindeki başarısızlığı için de önemli bir değişken olabilir. Üst biliş ve öğrencilerin matematik başarısı ve performansı birbiriyle ilişkilidir (Slife, 1985). Üst biliş, öğrencilerin problem çözme performansı üzerinde önemli bir role sahiptir (Boekaerts, 1997; Swanson, 1990).

Milli Eğitim Bakanlığı ilköğretim ve ortaöğretim matematik dersi öğretim programlarında öğrencilerin sahip olması gereken temel matematiksel yetkinliklere "öğrenmeyi öğrenme" yetkinliğini eklemiş ve bu yetkinliği "bireyin var olan imkânları tanıyarak öğrenme ihtiyaç ve süreçlerinin farkında olmasını ve başarılı bir öğrenme eylemi için zorluklarla başa çıkma yeteneğini kapsamaktadır." şeklinde açıklamıştır (MEB, 2018a; MEB, 2018b). Ayrıca matematik dersi özel amaçlarında "öğrenci üst bilişsel bilgi ve becerilerini geliştirebilecek, kendi öğrenme süreçlerini bilinçli biçimde yönetebilecektir." ifadesine yer vererek matematik öğreniminde üst bilişsel becerilerin önemine dikkat çekmiştir (MEB, 2018a).

Üst biliş kavramının anlaşılmasını zorlaştıran ve belirsizliğini korumasına yol açan önemli etkenlerden biri araştırmacılar tarafından farklı kavramsallaştırılmasıdır (Vorhölter, Krüger ve Wendt, 2019). Üst biliş becerilerini alanyazına kazandıran ilk araştırmacı Flavell'dır (1976). Flavell (1979), üst biliş ve üst biliş kontrolünü bir bütün olarak ele almış ve üst bilişsel bilgi, üst bilişsel deneyim, üst bilişsel görevler ve üst bilişsel stratejiler olmak üzere dört bileşenden oluştuğunu ifade ederken Cornoldi (1998) üst bilişsel yansıma, üst bilişsel bilgi, üst bilişsel kavramsallaştırma, üst bilişsel tutum ve spesifik üst bilişsel bilgi olmak üzere beş bileşenden oluştuğunu ifade etmiştir (Cornoldi, 1998; aktaran Tarricone,2011). Alanyazındaki çalışmaların çoğu üst biliş kavramını üst bilişsel bilgi ve üst bilişsel kontrol/düzenleme olmak üzere iki bileşenden oluştuğunu ifade etmektedir (Özsoy,2008; Tarricone, 2011). Üst bilişsel bilgi, kişinin bilişsel yetenek ve stratejilerinin farkında olup ne zaman hangi durumda ne yapacağını bilmesi, başka bir ifadeyle ilgilenilen problem durumunun çözümü için birikmiş bilgi ve inançlarının sentezidir (Flavell, 1979; Özsoy, 2008). Flavell (1979) üst bilişsel bilgiyi yordam bilgisi ve bildirimsel bilgi olarak sınıflandırırken Brown (1987) ve modern çalışmalar Flavell'ın sınıflamasına duruma bağlı bilgi bileşenini de ekleyerek üç boyutta ele almaktadır. Ayrıca Flavell (1979) üst bilişsel bilgiyi etkileyen üç temel bileşenden söz etmiştir: birey değişkenleri, görev değişkeni ve strateji değişkeni. Üst bilişsel düzenleme becerileri ya da üst bilişsel kontrol becerileri ise amaca ulaşma yolunda başarının anahtarı olan stratejilerin belirlenmesini etkileyen becerilerdir (Gourgey, 1998). Aynı zamanda üst bilişsel stratejiler olarak da adlandırılan bu beceriler bilişsel eylemlerin zihinde düzenlenmesi ve kontrolünün sağlanmasını etkiler (Özsoy, 2008). Ayrıca zihnin bilişsel görevler esnasında karar alma ve uygun stratejiyi seçme etkinliklerini kapsamaktadır (Yetkin-Özdemir ve Sarı, 2016).

Üst bilişsel strateji bileşenleri de hala tartışılmaya devam eden kavramlardır. Brezin(1980), üst bilişsel becerileri yani stratejileri planlama, katılma, kodlama, gözden geçirme ve değerlendirme olmak üzere beş bileşenli olarak açıklamaktadır. Dirkes (1985) de benzer şekilde "bağlantı kurma, strateji seçme, planlama, gözden geçirme değerlendirme" olmak üzere farklı kavramları içeren beş bileşenli olarak tanımlamıştır. Schraw ve Sperling-Dennisson (1994) ise planlama, bilgiyi yönetme, izleme, hata ayıklama ve değerlendirme olmak üzere beş bileşenli ifade etmiştir. Üst biliş kavramının temelini atan önemli araştırmacılardan Brown (1980) ise bu becerileri tahmin, planlama, izleme ve değerlendirme olmak üzere dört bileşenle açıklamıştır. Pek çok araştırmacı bu şekilde sınıflamanın doğru olabileceğini savunmuştur (Deseote, Roeyers ve Buysee, 2001; Lucangeli ve Cornoldi,1997; Schraw ve Moshman, 1995). Alanyazında tahmin stratejisinin planlama stratejisinin alt strateji becerisi olarak kabul edilerek üç bileşenli ele alındığı çalışmalar da mevcuttur. Bilim dünyasındaki çalışmalar devam ettikçe üst biliş kavramları ve aralarındaki ilişkiler de açıklığa kavuşacaktır. Nitekim üst biliş kavramlarına ait bu belirsizliklerin ortadan kalkması için alanyazında daha fazla çalışmaya ihtiyaç vardır.

Öğrenciler problem çözmede zorlanmaktadır (Karataş, 2002). Bu durum matematiksel modelleme problemlerini çözme konusunda da geçerlidir (Kertil, 2008). Üst bilişsel becerilerin akademik başarı, matematiksel başarı ve performansı olumlu etkilerinin yanı sıra matematiksel modelleme sürecindeki zorlanılan noktalara karşı etkili olduğuna dair sonuçlar mevcuttur. Üst biliş ve matematiksel modelleme sürecinin birlikte çalışıldığı araştırmalar üst bilişin matematiksel modelleme aşamalarında öğrencilerin başarıya ulaşması üzerinde etkili olduğunu ve gerekli olduğunu göstermiştir (Blum, 2011; Stillman ve Galbraith, 1998). Öğrencilerin bilişsel görevleri yerine getirirken yansıttıkları üst bilişsel eylemler modelleme performansını yansıtır (Maaß, 2006). Modelleme döngüsünün her basamağı üst bilişsel strateji kullanımını gerektirmektedir (Stillman ve Galbraith, 2011; Vorhölter, 2021). Üst bilişin matematiksel modelleme başarısında etkili ve ilişkili olduğu çalışmalarda tespit edilmiş olmasına karşın modelleme görevleri üzerindeki rolünü açıklayabilecek düzeyde henüz yeterli sayıda araştırma yoktur ve üst biliş kavramının matematiksel modelleme yeterlikleri üzerindeki etkisini detaylı olarak açıklayacak çalışmalara ihtiyaç vardır (Deniz,2017). Matematiksel modelleme sürecinin karmaşık oluşu bu süreç basamaklarında açığa çıkan üst bilişsel becerilerin daha ayrıntılı açıklanmasını gerektirmektedir (Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel, 2016).

Derslerde öğrencilere üst biliş becerilerini kullanmalarını gerektiren sorulara maruz bırakmak öğrencilerin matematik başarı ve performansını geliştirmektedir (Mevarech ve Kramarski, 1997). Öğrencilerin üst bilişsel beceri ve eylemlerini ortaya çıkarmak ve analiz edebilmek için onlara eğitim verecek olan öğretmenlerin de üst biliş stratejileri hakkında bilinçli olmaları gerekmektedir. Bu nedenle öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecindeki üst bilişsel becerilerini incelemek gerekmektedir (Hidayat, Zamri, Zulnaidi, Abdullah ve Adnan, 2021). Ne yazık ki alanyazında matematiksel modelleme ve üst bilişin birlikte çalışıldığı araştırma sayısının azlığı kadar öğretmen adayları ile yapılan çalışmaların sayısı da oldukça azdır.

Ülkemizde matematiksel modelleme basamaklarında açığa çıkan üst bilişsel becerilerin nitel olarak çalışılıp yorumlandığı çalışma sayısı oldukça azdır. Ayrıca üst biliş kavramı ile ilişkili alt boyutlarının net ifade edilemeyiş oluşu nedeniyle üst biliş stratejileri farklı boyutlarda incelenmiştir. Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel (2016) öğretmen adaylarının sesli düşünmelerini dikkate alarak matematiksel modelleme süreçlerinde açığa çıkardıkları bilişsel ve üst bilişsel süreçlerini incelemiş ve alt stratejilerini açıklamıştır. Bu çalışmayı yaparken üst biliş strateji becerilerini tahmin, planlama, izleme ve değerlendirme olmak üzere dört bileşen üzerinden açıklamıştır. Çetinkaya (2020) ise yine bu dört beceriyi dikkate alarak lise öğrencileri düzeyinde üst biliş stratejilerinin matematiksel modelleme sürecinde başarıya ulaşma üzerindeki etkisini nitel olarak incelemiştir. Üç adet farklı yapılandırılma derecelerindeki modelleme problemi ile veri toplamıştır ve öğrencilerin sesli düşünmelerini kodlayarak çerçeve oluşturmuş ve bireysel, sosyal ve çevresel düzeylerde analiz etmiştir. Ancak matematiksel modelleme sürecinin her bir aşaması için hangi üst bilişsel becerilerin ön plana çıktığı ve bu becerilerin öğrencilerin modelleme başarısındaki yani zorlukları aşma konusundaki rolünün açıklandığı bir çalışma yapılmamıştır. Bu nedenle üst bilişin matematiksel modelleme sürecindeki rolünün nitel olarak detaylı incelendiği çalışmalara ihtiyaç vardır. Üst bilişin matematiksel modelleme basamaklarındaki rolleri çalışma grubuna göre farklılık göstermektedir. Öğretmen adayları ile yapılan çalışmaların azlığı dikkate alındığında bu farklılaşmanın temel nedenlerinin ve matematik öğretmen adaylarındaki durumunun açıklanması gerekmektedir. Bu yönüyle matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde üst bilişsel becerilerini kullanımlarının nasıl farklılaştığı ve hangi rolleri üstlendiğini açıklamaya dönük çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır.

1.2.Araştırmanın Amacı, Problem Cümlesi ve Alt Problemler

Bu çalışmanın amacı matematik öğretmen adaylarının üst bilişsel becerilerinin matematiksel modelleme sürecindeki rolünü incelemektir. Bu amaç doğrultusunda, modelleme sürecinde öne çıkan üst bilişsel becerileri (planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin) belirlemek ve bu becerilerin matematiksel modelleme döngüsünün her bir aşamasındaki rolünü açıklamak hedeflenmektedir. Bu yönüyle bu çalışmanın alanyazına önemli bir katkı sağlayacağı ön görülmektedir.

Amaç ve hedefler dikkate alındığında bu çalışmanın problem cümlesi aşağıdaki gibidir:

- "Matematik öğretmen adaylarının üst bilişsel becerilerinin matematiksel modelleme sürecindeki rolü nedir?"

Çalışmanın alt problemleri ise aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

- Matematik öğretmen adayları matematiksel modelleme döngüsünün (*problemi anlama, basitleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma, yorumlama, doğrulama*) aşamalarında hangi üst bilişsel becerileri (*planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin*) kullanmaktadır?
- Üst bilişsel becerilerin matematiksel modelleme döngüsünün her bir aşamasındaki rolü nedir?

1.3. Araştırmanın Önemi

Alanyazında, konu ile ilgili mevcut araştırmalar incelendiğinde matematiksel modellemenin hem bilişsel hem de üst bilişsel becerilerin iç içe olduğu çok aşamalı döngüsel ve karmaşık bir problem çözme süreci olduğu görülmektedir. Yapılan çalışmalarda bireylerin matematiksel modellemenin özellikle üst düzey beceri gerektiren aşamalarında zorlandıkları görülmektedir (Gourgey, 1998; Stillman ve Galbraith, 1998). Çalışma sonuçlarında bu ortak durumun katılımcıların matematik alan bilgisi eksikliğinden, problem çözme beceri düzeylerinden, okuduğunu anlama beceri düzeylerinden, matematiksel modelleme bilgilerinin veya matematiksel modelleme yeterlik düzeylerinden kaynaklanıyor olabileceğidir (Blum, 2011).

Üst biliş ve matematiksel modellemenin birlikte çalışıldığı araştırma sonuçlarında üst biliş ve matematiksel modelleme yeterlikleri arasında pozitif bir ilişki olduğu tespit edilmiştir (Maaβ, 2006; Hidayat, Zulnaidi ve Zamri, 2018). Üst bilişin başarıda önemli bir faktör olduğu, üst biliş becerileri yüksek öğrencilerin daha başarılı olduğu görülmüştür (Özsoy, 2008). Bu nedenle matematiksel modelleme görevlerini yerine getirmede yaşanan zorluklarda üst bilişsel becerilerin önemli bir rolü olabileceği çıkarımında bulunulabilir. Diğer taraftan üst biliş konusundaki farklı fikirler çalışmalarda uzlaşılmasını zorlaştırmaktadır. Üst biliş becerileri diğer bir deyişle stratejileri farklı boyutlarda ele alınmıştır. Brown (1980) planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin olmak üzere dört boyutu olduğunu açıklamıştır. Uluslararası Alanyazında bunu destekleyen çalışmalar mevcuttur (Deseote ve arkadaşları, 2001; Deseote ve Roeyers, 2002; Lucangeli ve Cornoldi,1997; Schraw ve Moshman, 1995).

Dünya çapında matematiksel modelleme çalışmalarında ilgi ve sayıca artış görülmektedir (Blum ve Borromeo-Ferri, 2009). Üst bilişsel becerilerin kullanımı ve modelleme sürecindeki etkileri, farklı öğrencilerin aynı süreçteki genel yargılarının nasıl farklılaştığının araştırılması önerilmektedir (Vorhölter, 2021). Türkiye'de matematiksel modelleme sürecinde açığa çıkan üst bilişsel yapıların ele alındığı çalışma sayısı azınlıkta olup bu dört boyutun birlikte incelendiği çalışmalar çok azdır (Hıdıroğlu 2015, Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel, 2016; Çetinkaya, 2020). Hidayat ve arkadaşları (2021) ilköğretim ve lise matematik öğretmen adaylarının üzerinde üst biliş ve matematiksel modellemenin ne ölçüde ilişkili olduğuna yönelik araştırmalar yapılmasını önermektedir. Bu çalışmalarda modelleme sürecinde en sık hangi boyutların öne çıktığına ve problem türlerine göre nasıl değiştiğine odaklanılmış olup üst bilişin modelleme döngüsünde her bir görev için hangi becerilerinin öne çıktığı ve bu stratejilerin görevleri başarmaları üzerinde belirleyici bir etkisinin olup olamadığı derinlemesine araştırılmamıştır. Bu çalışmada üst biliş becerilerinin dört boyutu dikkate alınarak kullanım sıklıklarının matematiksel modelleme sürecindeki rolünü açıklamak amaçlanmıştır. Matematiksel modelleme görevlerinde başarıya ulaşmada ya da zorluklar yaşanmasında üst biliş becerilerin rolünün detaylı bir şekilde araştırılmasının alanyazına önemli bir katkı sağlayacağı ön görülmektedir.

1.4. Varsayımlar

Bu tez çalışmasındaki varsayımlar aşağıda sırayla belirtilmiştir.

(i) Bu çalışmaya destek veren tüm katılımcı öğretmen adaylarının sürece içtenlikle katıldığı,

(ii) Katılımcıların araştırmanın amacına hizmet edecek şekilde düşüncelerini olduğu gibi açıkça ifade ettiği,

1.5. Sınırlıklar

Araştırmanın sınırlıkları aşağıda sıralanmıştır.

1. Araştırma nitel olarak tasarladığı için çalışma grubu Marmara Üniversitesi matematik öğretmenliği lisans programı 4.sınıf düzeyinde öğrenim gören üç öğretmen adayı ile sınırlıdır.
2. Tezde kullanılan matematiksel modelleme problemleri sayıca üç adet olmasıyla sınırlıdır.

1.6. Tanımlar

Model: Karmaşık yapıları zihinde anlamlandırabilmek için bireyin şemalarındaki kavramsal yapılar ile bu yapıların dış dünyadaki temsillerinin bütünüdür (Lesh ve Doer,2003).

Matematiksel modelleme: öğrencilerin günlük hayatta karşılaşılan bir problem durumunun üzerinde çalışırken, uygun çözüm için kendi matematiksel yapılarını oluşturmalarına ve ulaştıkları sonuçları tekrar gözden geçirip düzenlemelerine imkân sağlayan problem çözme etkinlikleridir (Lesh ve Doer, 2003).

Üst biliş: Bireyin kendi düşünme süreçlerinin farkında olması ve bu süreçleri kontrol edebilmesidir (Brown, 1977; Flavell, 1979).

Üst bilişsel bilgi: Kişinin bilişsel yetenek ve stratejilerinin farkında olup ne zaman hangi durumda ne yapacağını bilmesi, başka bir ifadeyle ilgilenilen problem durumunun çözümü için birikmiş bilgi ve inançlarının sentezidir (Flavell, 1979; Özsoy, 2008).

Üst bilişsel düzenleme/kontrol becerisi: Amaca ulaşma yolunda başarının anahtarı olan stratejilerin belirlenmesini etkileyen becerilerdir (Gourgey, 1998).

1.7. Kısaltmalar

MOE: Model Oluşturma Etkinlikleri

BÖLÜM II: ALANYAZIN VE KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde sırasıyla matematiksel modelleme kavramı ile üst biliş kavramları ele alınarak beraberinde matematiksel modelleme ve üst biliş içerikli ortak alanyazındaki mevcut çalışmalardan bahsedilecektir.

2.1. Matematiksel Modelleme

Matematiksel modelleme kavramını anlayabilmek için öncelikle matematiksel model kavramı ile farkına değinmek gerekir. Öncesinde model ve modelleme kavramlarının ilişkisi incelenmelidir. Lesh ve Doerr'e (2003) göre modelleme kavramı model oluşturma sürecini kapsayan genel bir süreci ifade ederken; model kavramı bir durumun anlaşılmasını ve açıklanmasını kolaylaştıran soyut ya da somut temsil biçimlerini ifade eder. Modelleme mevcut karmaşık bir problem durumunun çözüme kavuşturulmasına yönelik eylemlerin bütününü temsil ederken modeller bu amaç doğrultusunda elde edilen zihinde tanımlı dış temsil biçimleridir. Dolayısıyla modelin modelleme sürecinin önemli bir parçası ve ürünü olduğu söylenebilir (Erbaş, Kertil, Çetinkaya, Çakıroğlu, Alacacı ve Baş, 2014; Sriraman,2005; aktaran Bukova-Güzel, 2019).

Matematiksel modelleme kavramı öğrencilerin modelleme süresince deneyimlemiş oldukları zorluklara açıklık getirebilmek için kullanılan bir araçtır ve matematiksel modeller döngüsel bir modelleme sürecinin getirisidir (Kaiser, Blomhøj ve Sriraman, 2006). Matematiksel modelleme öğrencilerin günlük hayatta karşılaşılan bir problem durumunun üzerinde çalışırken, uygun çözüm için kendi matematiksel yapılarını oluşturmalarına imkân sağlayan problem çözme etkinlikleridir (Lesh ve Doer, 2003). Bir başka deyişle gerçek bir problem için model oluşturma sürecidir. Blum (2002) matematiksel modellemenin gerçek yaşamdan matematiksel yaşama geçişi sağlayan tüm süreci temsil ettiğini belirtmiştir. Bu matematiksel süreç, gözlem ve tahmin yoluyla ilişkileri anlamlandırarak yapılan analizlerin matematik dilinde ifade edilmesi, matematiksel sonuçlar elde edilmesi ve yorumlanması gibi bir dizi aşamayı kapsamaktadır (Gravemeijer ve Stephan, 2002; Lingefjärd, 2006).

Model kavramı kendi için üç başlıkta ele alınabilir: Fiziksel modeller, kavramsal modeller ve matematiksel modeller. Modeller bir durumu basite indirgeyerek açıklanmasına yardımcı olan fiziksel, sembol ya da şekiller olabilir (Lesh, Carmona ve Post, 2002).

Matematiksel modeller öğrencilerin öğrenmelerinin hem üst bilişsel hem de bilişsel bileşenlerini içeren problem çözme durumlarının yorumlarıdır (Lesh, Lester ve Hjalmarson,2003; aktaran Lesh ve Doerr, 2003). Matematiksel modeller, diğer model türlerinden farklı olarak daha soyut ve karmaşık olabilmektedir. Nitekim, matematiksel modelleme problemi çözmek üzere çözüm ve alternatif çözümlerle birlikte model geliştirme, test etme ve yorumlama gibi çok aşamalı bilişsel yeterlikler gerektirmektedir (Lesh ve Lehrer, 2003). Bu yeterlikler ve zaman içerisinde alanyazındaki gelişimi bir sonraki başlıkta açıklanacaktır.

Matematiksel modelleme çalışmaları incelendiğinde temel olarak altı modelleme yaklaşımı olduğu görülmektedir (Blomhøj, 2008; Kaiser ve Sriraman, 2006). Bu perspektifler aşağıdaki gibidir:

1. Gerçekçi/Uygulamalı Modelleme
2. Bağlamsal Modelleme
3. Eğitimsel Modelleme
4. Sosyo-Eleştirel Modelleme
5. Epistemolojik Modelleme
6. Bilişsel Modelleme

Yukarıda belirtilen temel matematiksel modelleme yaklaşımlarının açıklamaları aşağıda verilmiştir:

Bağlamsal modelleme perspektifi Lesh ve Doerr (2003) öncülüğünde geliştirilmiş; matematiksel kavramların günlük yaşam ile ilişkisinden yararlanılarak öğrencilerin daha etkili kavramsal öğrenmelerini amaçlayan bir yaklaşımdır. Etkinlik sürecinde öğrenciler kendi matematiksel yapılarını kullanarak farklı durumları keşfeder, anlamlandırır, model geliştirir ve iyileştirir.

Eğitimsel modelleme perspektifinde matematik eğitimin temel amaçları dikkate alınır. Eğitimsel modellemenin iki boyutu vardır: *Öğretimsel modelleme* ve *kavramsal modelleme*. Öğretimsel modelleme, öğrenme süreçlerini tasarlama ve geliştirmeyi; kavramsal modelleme, üst düzey gelişim yardımıyla matematiksel kavramların tanıtılması amaçlar.

Epistemolojik/teorik modelleme perspektifinde teori temelli hedefleri gerçekleştirme amaçlanır; matematiksel teorilerin ortaya çıkarılmasını (Newton'un elma problemi, Yerçekimi kanunu, Dünya'nın hareketleri vb.) hedefler. Benzer şekilde gerçek yaşamda var olan ancak sık karşılaşılmayan problemlerle de ilgilenir.

Sosyo-eleştirel modelleme perspektifi matematiğin sosyo-kültürel ve etno-matematik boyutuyla ilgilenir (Kaiser ve Sriraman, 2006). Matematiğin toplumdaki yeri ve matematiksel modellemenin toplum üzerindeki rolünü pedagojik hedeflerle değerlendirir. Yaşanılan dünyaya, topluma ve kültürel yapıya eleştirel bakabilme becerisi kazandırılmaya çalışılır.

Bilişsel matematiksel modelleme perspektifinin temel amacı matematiksel modelleme ile problem çözme sürecinde meydana gelen bilişsel süreçlerin detaylı analiz edilmesi, anlaşılması ve süreçte karşılaşılan zorluklar ile eksik yönleri ortaya çıkarmaktır. Bilişsel ve üst bilişsel düşünme süreçlerine odaklanan bir yaklaşımdır.

Bir sonraki başlıkta matematiksel modelleme sürecinin gelişimi ve gerektirdiği bilişsel yeterlikler hakkında alanyazından örnek çalışmalar sunulacaktır.

2.1.1. Matematiksel Modelleme Süreci ve Yeterlikleri

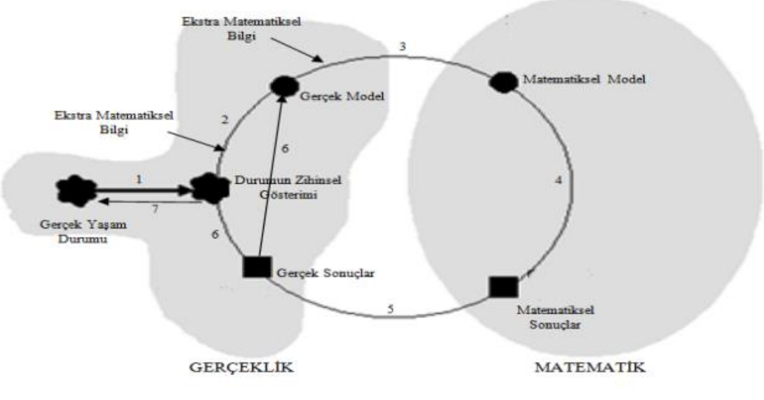
Pollak (1975) matematiksel modellemenin matematik ve matematik dışı dünya ile etkileşim halinde olduğunu ve modelleme sürecinin amacının bu ilişkiyi ortaya çıkarmak olduğunu belirtmiştir (aktaran Bukova-Güzel, 2019). Alanyazındaki ilk çalışmalardan olan Kapur(1982) matematiksel modelleme sürecini problem için uygun değişkenleri belirleme, değişkenlerin ilişkisini açıklama, değişkenler ve aralarındaki ilişkilere bağlı kalarak matematiksel modeli oluşturma ve modeli uygulayarak test etme olarak tanımlamıştır. Matematiksel modelleme çalışmaları matematiğin yanı sıra fizik, kimya, biyoloji ve mühendislik gibi disiplinlere ait modellemeleri de kapsamaktadır. Ayrıca bilişsel eylemleri ve bu bilişsel eylemler arasındaki geçişleri ortaya çıkarma amaçlanmıştır. Bu amaçla Müller ve Wittmann (1984) modellemenin üç temel basamaktan (model kurma, verileri işleme ve yorumlama) ve dört temel bileşenden (gerçek yaşam durumu, matematiksel model, matematiksel çözüm ve gerçek yaşam durumuna ilişkin çıkarımlar) oluştuğunu ifade ederek süreci temellendirmiştir.

Berry ve Houston (1995) sürecin gerçek dünya ve matematiksel dünya arasındaki etkileşime dayalı gerçekleştiğini ifade etmiş temel basamakları Tablo 2.1'deki gibi açıklamışlardır.

Tablo 2.1. Berry ve Houston'a (1995) Göre Matematiksel Modelleme Sürecindeki Temel Basamaklar

Temel Basamaklar	**Açıklamaları**
1) Problemi anlama	Gerçek yaşam problemi tanımlanır ve problem için gerekli veriler toplanarak analiz edilir.
2) Değişkenleri seçme	Modelde kullanılacak değişkenler tanımlanır.
3) Matematiksel modeli kurma	Varsayımlar doğrultusunda grafik, denklem, eşitsizlik gibi matematiksel yapılar kurularak gerçek yaşam durumunu temsil edecek veya tanımlayacak matematiksel model formüle edilir.
4) Matematiksel problemi çözme	Matematiksel modeller aracılığıyla matematiksel bilgiler kullanılarak problemin çözümü yapılır. Bu aşamada bilinen matematik bilgiler kullanılmalıdır.
5) Çözümü yorumlama	Matematiksel analizin sonuçları değerlendirilir. Çözüm kelimelerle ifade edilir. Modelin onaylanması için ihtiyaç duyulan verilere karar verilir.
6) Modeli doğrulama	Uygun veriler kullanılarak modelin idealliği test edilir. Model ve sonuçları sorgulanır.
7) Modeli başka problemler için geliştirme	Modelin yapısı varsayımların temeline dayanır, varsayımlarda meydana gelecek bir geliştirme modelin geliştirilmesi için yol gösterir. Varsayımlar geliştirilerek yeni modeller geliştirilir. Çözme, yorumlama ve onaylama süreçleri tekrar edilir.
8) Rapor	Problem ve onun çözümünü gösteren bir rapor hazırlanır, bu bir poster, yazılı bir rapor ya da sözlü bir sunu şeklinde olabilir.

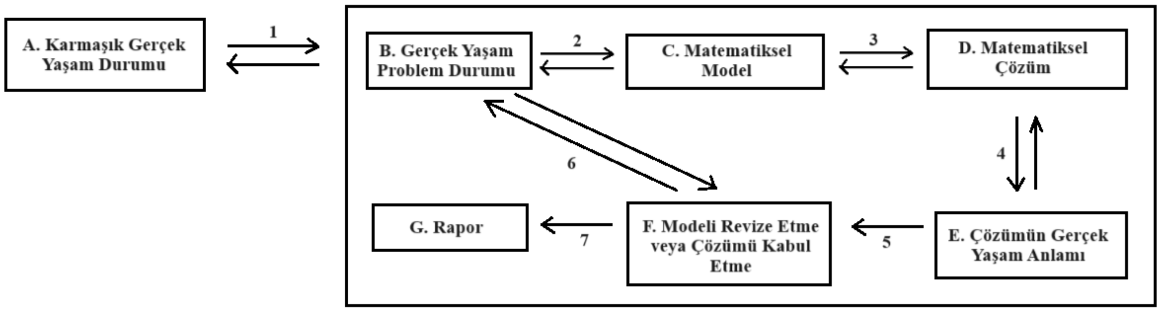
Borromeo-Ferri (2006) matematiksel modellemeyi gerçek dünya ile matematiksel dünyanın birbirine dönüştürüldüğü aktarımsal bir döngü ile açıklamıştır. Sunmuş olduğu bu döngüsel aşamalar bilişsel perspektif ve süreci açıklayan detaylı bilişsel modelleme yeterliklerini içermektedir.



1-Problemi Anlama
2-Problemi Basitleştirme ve Yapılandırma (Problem için gerekli ekstra matematiksel bilgileri kullanma)
3- Matematikselleştirme (Ekstra matematiksel bilgiye güçlü bir şekilde ihtiyaç duyulur.)
4-Matematiksel Çalışma, (Bireysel matematiksel becerileri kullanma)
5- Yorumlama
6- Doğrulama

Şekil 2.1. Modelleme Döngüsü ve Bilişsel Modelleme Yeterlikleri (Borromeo-Ferri, 2006)

2000'li yıllardan itibaren teknolojinin gelişmesi ve eğitime entegrasyonu gündeme alınmaya başlanması ile birlikte modelleme döngüsüne teknolojinin de dahil edilmesi gerektiği savunulmuştur (Ang, 2010; Galbraith ve Stillman, 2006; Hıdıroğlu 2012; 2015).



Şekil 2.2. Galbraith ve Stillman'nın (2006) Modelleme Döngüsü

Galbraith ve Stilman'a (2006) ait modelleme döngüsündeki temel basamaklar Şekil2.2'de verilmiştir. Bu basamaklar arası geçişlerde temel yeterlikler 7 bileşen olarak açıklanmıştır:

1. Anlama, yapılandırma, basitleştirme, içeriği yorumlama
2. Varsayımda bulunma, formüle etme, matematikselleştirme
3. Matematiksel çalışma yapma
4. Matematiksel çıktıları yorumlama
5. Birleştirme, eleştirme, doğrulama
6. İletişim, çözümü savunma
7. Modelleme sürecini (gerekliyse) tekrar etme

Bu çalışmada Borromeo-Ferri'nin (2006) bilişsel perspektif altında modelleme döngüsü ve yeterlikleri dikkate alınarak verilerin analizinin yapılması uygun görülerek belirlenmiştir.

2.2. Üst Biliş Kavramı

Bireyin öğrendiklerini kontrol edebilmesi ya da başka bir deyişle öğrenme sürecini takip edebilmesi ve sonuçlarını değerlendirebilmesi Alanyazında üst biliş kavramı ile açıklanmaktadır (Bonds ve Bonds, 1992). Üst biliş kavramını anlayabilmek için öncelikle biliş ve üst biliş kavramlarını birbirinden ayırt etmek gerekir.

Brown (1980) biliş ve üst biliş kavramlarının farkını, üst bilişte bilişin farkında olunması ve duruma uygun olarak bilişin kullanılabilmesi olarak açıklanmaktadır. Başka deyişle üst biliş, biliş farkındalığıdır. Loper'e (1982) göre bilişsel öğretim, durumlara özel stratejilerin kazandırılmasına ağırlık verirken; üst biliş öğretimi, bu süreci izleme ve kontrol edebilme becerilerinin öğretimi üzerine odaklanır. Bir görevin başarıyla sonuçlanabilmesi için bilişsel beceriler; başarıya nasıl ulaşılacağı hususunda gerekli düşünce ve eylemler için üst bilişsel beceriler işe koşulur (Rivers, 2001; Shraw, 1998; aktaran Shraw, 2001). Üst bilişsel bilgi bireyin zihninde mevcut bilgilerini ve görev içerisinde ihtiyacı olmasına karşın bilmediği bilgileri ayırt etme becerisidir (Costa,1984). Özetle üst biliş bireyin kendi düşünme süreçlerinin farkında olması ve bu süreçleri kontrol edebilmesidir (Brown, 1977; Flavell,1979).

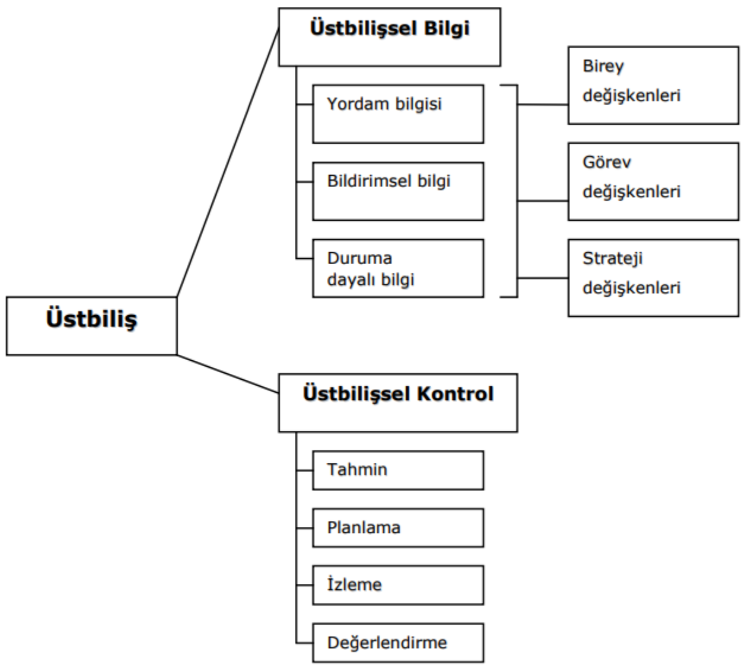
Üst biliş kavramı ilk kez Flavell (1976)'nın katkısyla Alanyazına kazandırılmıştır. 1970'lerin sonlarından günümüze dek alanyazında yoğunlaşılan bu kavram için pek çok farklı tanımlamalar ve sınıflamalar yapılmıştır. Biliş terimi alanyazında yansıma veya iç gözlem terimleriyle aynı anlamda kullanılabilmektedir (Tarricone, 2011). Yansıma iç gözlemin bir parçası olarak görülmekle birlikte yansıma odaklanılmış bir dikkatle düşünme süreçlerini ifade ederken; iç gözlem bireyin iç dünyasındaki koordineli duygu, düşünce ve davranışlarını analiz ederek kendini gözlemlemesidir (Lyons, 1986; Rosenthal, 2000). Yussen (1985) üst bilişi üç ayrı bileşende açıklamıştır: Üst belleği kolaylaştırmak için stratejiler, üst bilişi değerlendirme, üst dikkat veya gözlem. Cornoldi (1998) üst bilişe ait terimleri beş başlıkta kategorize etmiştir: Üst bilişsel bilgi, üst bilişsel yargı veya üst bilişsel kavramsallaştırma (aktaran Tarricone, 2011).

Tablo 2.2. Cornoldi'ye (1998) Göre Üst Bilişin Bileşenleri

Üst bilişsel yansımanın bileşenleri	
Üst bilişsel yansıma	İnsanların inançları ve bilişsel aktivitenin yorumlanması. İki yönden ayırt edilebilir: (a) üst bilişsel bilgi ve (b) bir görevin üst bilişsel kavramsallaştırması
Üst bilişsel bilgi	Gerçek bilişsel görevler yerine getirilmeden önce, bilişsel etkinliğin tüm olası yönleriyle ilgili (doğa, işlevsellik, kendini değerlendirme vb.) insanların inançları. Genel veya özel, az çok bilinçli, söze dökülebilir vb. olabilir.
Bir görevin üst bilişsel kavramsallaştırması	Bir göreve başlama anında ve yürütülmesi sırasında mevcut olan üst bilişsel yansıma
Üst bilişsel tutum	Bilişsel, duygusal-motivasyonel ve davranışsal çıkarımlarla birlikte genel üst bilişsel bilgi düzeyi
Spesifik üst bilişsel bilgi	Bilişsel işleyişin belirli yönlerine ilişkin bilgi

Flavell (1979) üst biliş ve biliş kontrolünü dörtlü bir sınıflama yaparak modellemiştir. Bunlar: Üst bilişsel bilgi, üst bilişsel deneyim, hedefler/görevler ve işlemler/stratejiler. Modern çalışmalarda Flavell'in (1979) sınıflaması temel alınarak düzenlemeler yapılmıştır. Cornoldi (1998) üst biliş kavramını üç ana başlık altında açıklamıştır: Üst bilişsel bilgi, üst bilişsel yargı ve üst bilişsel kavramsallaştırma. Üst bilişin farklı sınıflamalarının ortak bileşenleri iki ana başlıkta ele alınmıştır: Üst bilişsel bilgi ve üst bilişsel kontrol/düzenleme (Ertmer ve Newby, 1996).

Üst bilişsel bilgi bireyin kendi yetenek, bilişsel strateji ve hangi durumlarda ne yapacağını bilmesidir. Üst bilişsel bilgileri kullanabilme yeteneği ise, üst bilişsel kontrol olarak adlandırılır. Üst bilişsel stratejiler olarak da adlandırılan üst bilişsel kontrol üst bilişsel bilgiyi bilişsel amaçlara ulaştırabilmek için stratejik biçimde kullanabilme yeteneği olarak açıklanabilir (Özsoy, 2008). Bilişi düzenleme ve kontrol edebilme yeteneği, öğrencilerin bilgiyi esnek ve gerektiğinde durumlara uygun biçimde kullanabilmelerine olanak sağlar.



Şekil 2.3. Üst Biliş Temel Kavramları (aktaran Özsoy, 2008)

Üst bilişsel bilgiyi etkileyen birey, görev ve strateji olmak üzere üç değişken tanımlanmıştır. Bireyi bilişsel bir organizma olarak tanımlayan Flavell, bireyin kendi sahip olduğu becerileri, çevresindeki başka bireylerin sahip olduğu becerileri ve herkesin sahip olduğu genellenebilir becerileri zihninde işleyebileceğini savunmuştur.

Flavell, görev değişkenini bireyin görev hakkında yeterli bilgiye sahip olması, gerektirdiklerini ve zorluk yaşayacağı noktaları öngörebilmesi olarak tanımlamıştır; strateji değişkeni ise bireyin görev boyunca hangi stratejileri kullanmasının uygun olacağını analiz ederek doğru karar verebilmesi olarak tanımlamıştır.

Üst bilişsel kontrol becerileri birey tarafından bilginin etkili biçimde kullanılabilme yeteneğini ifade etmektedir. Bu beceriler öğrencinin görev boyunca kendi performansını eleştirel bakış açısıyla değerlendirebilmesini, mevcut şemalarındaki bilgi ve birikimlerini ilerleyen süreçte sonraki stratejik adımlarının nasıl olması gerektiğine karar vermesini sağlar (Gourgey, 1998; Yetkin-Özdemir ve Sarı, 2016).

Alanyazın, dört üst biliş becerisi üzerine yoğunlaşmaktadır (Deseote, Roeyers, Buysee, 2001; Deseote ve Roeyers, 2002; Lucangeli ve Cornoldi, 1997; Schraw ve Moshman, 1995). Bunlar:

- Planlama (Planning)
- Tahmin (Prediction)
- İzleme (Monitoring)
- Değerlendirme (Evaluation)

Wilburne (1997) bu dört temel beceriyi aşağıdaki gibi tanımlamaktadır.

Planlama, hedefe ulaşırken hangi eylemlerin ne zaman ve niçin gerçekleşmesi gerektiğini ve olası çözüm yollarının nasıl olacağını içerir.

Tahmin, Bir düşüncenin veya olayın mantıksal, sezgisel ve deneysel olarak kestirilmesi sürecini içerir.

İzleme, problemi çözmek için eylemlerde bulunurken ihtiyaç duyulan adamların veya stratejilerin işleyiş ve sonuçlarının kontrol edilmesini ve anlık irdeleme sürecini içerir.

Değerlendirme, herhangi bir eylem sonucunda yapılanların etkililiğinin düşünülmesi ve karara varılması sürecini içerir.

Bu çalışmada verilerin analizinde, üst bilişsel kontrol/düzenleme/strateji becerilerinden alanyazında gören dört temel üst bilişsel beceri (planlama, tahmin, izleme, değerlendirme) kullanılması uygun görülmüştür.

2.3. Matematiksel Modelleme ve Üst Biliş Çalışmaları

Alanyazında "matematiksel modelleme" ve "üst biliş" kavramlarının birlikte ele alındığı çalışma sayısı azınlıktadır. Bu durumun nedeninin üst biliş kavramının farklı boyutlarda kavramsallaştırılmasından ve ölçümünün zor olmasından ötürü belirsizliğini korumasıdır (Vorhölter ve ark, 2019). Bu yönüyle çalışmalar genellikle öğrencilerin modelleme süreci üzerindeki bilişsel ve üst bilişsel süreçlerini incelemek, engelleri belirlemek üzere şekillenmiştir.

Matematiksel modelleme ve üst bilişin ortak çalışmalarında üst bilişin matematiksel modelleme başarı ve performansı ile nasıl bir ilişkisi olduğu üzerine odaklanılmıştır. Bu çalışmaların temelini Gourgey'in (1998) çalışma sonuçları atmıştır. Gourgey (1998), öğrencilerin temel okuma ve matematiksel problem çözme becerilerindeki başarısını etkileyen öz düzenleme sürecini açıklamayı hedeflediği çalışmasında üst bilişin başarı, motivasyon ve öz yeterlikler üzerinde önemli bir rolü olduğunu vurgulamıştır. Ardından matematiksel modelleme sürecinin üst bilişsel boyutları merak konusu olmuştur.

Yapılan ilk çalışmalardan biri Stillman ve Galbraith'in (1998) lise düzeyinde öğrenim gören kız öğrenciler üzerinde modelleme sürecinde kullanılan bilişsel bilgi, strateji, inanç, karar verme süreç ve etkilerini nitel yöntemlerle incelediği çalışmadır. Bu çalışmanın sonucunda iki araştırmacı üst bilişi aşamalara bölerek üst bilişsel eylemlerin süreç başarısı üzerindeki etkisini vurgulamıştır. Çalışma bulgularında öğrencilerin üst bilişin her bir boyutu için harcanan zamanın farklı olması dikkat çekicidir. Örneğin öğrencilerin oryantasyon ve yürütme boyutları için çok zaman harcarken düzenleme ve doğrulama boyutlarına nispeten daha az zaman ayırdıklarını gözlemlemişlerdir. Ayrıca çalışmanın nihayetinde bilişsel ve üst bilişsel faktörler arasında simbiyotik bir ilişki olduğunu bulmuşlardır.

Matematiksel modelleme ve üst biliş çalışmalarının en kritik ve önemli sonucunu veren çalışmalarının başında Maaß (2006) gelmektedir. Ortaöğretim düzeyi öğrencilerinin modelleme sürecindeki hatalarına dayanarak matematiksel inanç ve modelleme yeterliklerini tespit ettiği çalışmasının sonuçları yeni araştırmalara dayanak oluşturmuştur. Maaß'ın (2006) ulaştığı en değerli sonuç üst bilişsel eylemlerin modelleme yeterlikleri için vazgeçilmez bir değişken olduğudur. Araştırmacı böylelikle öğrencilerin modelleme problemlerine yaklaşımlarını ve çözüm yaparken kullandıkları stratejileri anlamak için üst bilişin son derece gerekli olduğunun altını çizmiştir. Çalışmasının bir diğer önemli sonucu ise öğrencilerin üst biliş bilgileri ile matematiksel modelleme döngüsünde sergiledikleri performansın pozitif bir ilişkisi olduğu, yani üst biliş bilgisi yüksek öğrencilerin yüksek modelleme performansı sergilerken düşük üst biliş bilgisine sahip öğrencilerin daha düşük performans sergilediğidir. Ardından Blum (2011) üst bilişsel stratejilerin performans ile ilişkisini açıklamak için daha çok deneysel çalışmalara ihtiyaç olduğunu belirtmiş ve üst biliş stratejilerin modellemeyi nasıl etkilediğini araştırmıştır. Blum'un (2011) araştırma sonuçları Maaß'ın (2006) araştırma bulgularını destekler niteliktedir. Blum da üst bilişin matematiksel modelleme yeterlikleri ve başarısı için kesinlikle gerekli olduğunu göstermiştir. Araştırmacıya göre öğrencilerin modelleme hedeflerini gerçekleştirebilmeleri için derslerde mutlaka üst bilişsel düzeylerini kapsayan görevler ve bu görevler için çözüm planları kullanılmalıdır. Modelleme görevleri için çözüm planı aşamalarını ise görev alma, matematik (varsayım-ilişki) arama, matematik kullanma ve sonuç açıklama olarak ifade etmiştir.

Üst biliş ve matematiksel modelleme performansının ilişkisi üzerine çalışmalar yapan bir diğer araştırmacılar da Schukajlow ve Leiß (2011) ile Schukajlow ve Krug'dur (2013). Her iki çalışma da nicel olarak tasarlanmış olup üst bilişin bilhassa planlama ve izleme süreçleri araştırılmıştır. Schukajlow (2011) ayrıca bireysel üst biliş stratejilerine odaklanarak modelleme sürecindeki rolünü teorik olarak açıklamaya çalışmıştır.

Günümüze yaklaştıkça üst biliş kavramının hala belirsizliğini koruması ve matematiksel modelleme sürecinin karmaşık yapısının yeterli düzeyde açıklığa kavuşamaması bu alanda ilgiyi artırmış. Araştırmacılar artık üst bilişin matematiksel modelleme yeterlikleri üzerinde etkili olduğunu bilmektedir ancak nasıl bir etkiye sahip olduğu hala tartışılmaktadır. Stillman(2011) ortaöğretim öğrencilerinden oluşan çalışma grubunun modelleme süreci boyunca nitel olarak gözlemlemiş ve yaşayabilecekleri bilişsel engeller üzerinde üst bilişin engelleri azaltıcı bir rolü olduğunu belirtmiştir. Stillman, öğrencilerin modelleme sürecindeki engellerini açıklamanın karmaşık modelleme sürecini anlaşılır kılacağına inanarak benzer çalışmalar da yapmıştır. Örneğin Stillman ve Galbraith (2006) birlikte, 14-15 yaş grubu öğrencilerinin modelleme basamakları sırasında zorlanmalarına neden olan durumları çerçeve haline getirmiştir. Genellikle nitel yöntemlerle çalışan Stillman ve Galbraith çalışmalarının birikimlerinde beslenerek üst bilişsel stratejilerin matematiksel modellemenin tüm basamaklarında öne çıktığını göstermiştir (Stillman ve Galbraith, 2011).

Üst biliş becerilerinin matematiksel modelleme performansını etkileyen bir faktör olması öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerini çözme süreçleri ile ilişkisi konusunun araştırılmasına kapı açmıştır. Bu doğrultuda yapılan çalışmalardan biri olan Magiera ve Zawojewski'nin (2011) çalışmasıdır. Bu çalışmada matematiksel problem çözme sürecinde üst bilişsel eylemlerin kendiliğinden açığa çıktığı matematiksel problem durumlarını karakterize etmeyi amaçlanmıştır. Bu süreçte açığa çıkan üst bilişsel eylemleri bireysel ve sosyal bağlamda ele ele alarak düzenleme, değerlendirme ve farkındalık boyutlarında incelemiştir.

Çalışmalar incelendiğinde genellikle nitel çalışmalar olduğu görülmektedir. Ancak araştırma sonuçlarının doğruluğu ve genellenebilirliği açısından daha geniş katılımcı ile çalışılmaya ihtiyaç duyulmuştur. Üst bilişin ölçülmesi zor olmasına karşın Hidayat ve arkadaşları ile Vorhölter'in nicel çalışmaları sonuçları doğrulamıştır. Hidayat ve arkadaşları(2018) matematiksel modelleme yeterlikleri üzerinde üst biliş ve başarı hedeflerinin nasıl bir rol oynadığını nicel yöntem kullanarak araştırmış ve sonucunda aralarında pozitif bir ilişki olduğunu belirterek olumlu yönde etkilediğini ifade etmiştir. Benzer şekilde Hidayat ve arkadaşları (2021) yine nicel yöntem kullanarak istatistiklerle matematiksel modelleme başarısı ve üst bilişin ilişkini bulgularını açıklamışlardır. Öğrencilerin başarı düzeyleri ve üst biliş becerileri arasındaki ilişkinin anlamlı olup birbiriyle ilişkili olduğunu doğrulamıştır. Ayrıca bu durumun öğrencilerin sınıf seviyelerine göre değişti sonucuna ulaşmıştır. Vorhölter (2018) farklı olarak modelleme yeterlikleri için 9.sınıf öğrencilerinin üst bilişsel yapılarını bireysel ve grup düzeyinde incelemiştir. Böylelikle öğrencilerin modelleme görevlerini yerine getirebilmelerini sağlayan üst bilişsel stratejileri ve bileşenlerini analiz etmeyi amaçlamıştır. Araştırmasında 431 öğrencinin strateji kullanımını öğrenci raporlarını inceleyerek tamamlamıştır. Sonuçta bireysel ve grup düzeyinde üst bilişsel yapıların aynı yapıda olduğunu ve farklılaşmadığını belirtmiştir. Stillman ve Galbraith (1998) ve Stilman'dan (2011) farklı olarak üst biliş boyutlarını ilerleme, düzenleme ve değerlendirme olarak sınıflamıştır. Üst bilişi ölçmek için anket ve mülakat yapmayı tercih eden Vorhölter (2021) modelleme sürecinde bireysel ve grup düzeyindeki muhtemel üst biliş stratejilerini tekrar gündeme almıştır. Bu durumun Alanyazında belirsizliğini koruduğunu ifade etmiştir. Sonuçta bireysel ve grup stratejilerinin kendi içlerinde ilişkilerinin yüksek olduğunu ancak birbiriyle ilişkisinin düşük olduğuna dikkat çekmiştir.

Uluslararası Alanyazında matematiksel modelleme ve üst biliş stratejilerinin ilişkisinin incelendiğini çalışma sayısı sınırlı olmasının yanı sıra Türkiye'de çok az çalışılan bir çalışma konusudur. Türkiye'de bu iki kavramın süreçlerinin birlikte ele alındığı çalışmalar henüz başlangıç düzeyindedir.

Deniz (2017) lise düzeyindeki onuncu sınıf öğrencilerine matematiksel modelleme etkinlikleri uygulamış, uygulamanın başında ve sonunda öğrencilerin üst biliş stratejilerini kullanma ve üst biliş farkındalık düzeylerindeki değişikliğini nicel olarak araştırmıştır. Likert tipi Üst Biliş Farkındalık Envanteri yoluyla veri toplamıştır. Üst bilişsel bilgi düzeylerinde anlamlı bir farklılık olduğunu ancak üst bilişsel düzenleme düzeylerinde anlamlı bir farklılık olmadığını belirtmiştir. Bununla birlikte üst bilişsel düzenlemenin alt boyutlarında izleme boyutu hariç planlama, bilgiyi yönetme, hata ayıklama ve değerlendirme puanlarında farklılık olduğunu ifade etmiştir.

Hıdıroğlu (2012) alanyazındaki önemli bir boşluğu doldurarak teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde meydana gelen düşünme süreç ve yaklaşımlarına odaklanmıştır. Çalışmasını nitel olarak son sınıf matematik öğretmen adayları ile yürütmüştür. Model oluşturma etkinlikleri kullanılarak veri toplanmış ve öğrenci raporlarını incelemiştir. Araştırmanın bulguları modelleme sürecindeki temel bileşenleri ve basamakları hedef alarak yeni bir çerçeve oluşumuna olanak sağlamıştır. Hıdıroğlu sonraki çalışmalarında kendi çalışmalarından referansla birikimli olarak teknoloji bağlamında matematiksel modelleme alanına önemli katkılarda bulunmuştur. Örneğin, Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel (2015) teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde bilişsel ve üst bilişsel eylemlere odaklanmıştır. Model oluşturma etkinlikleri yardımıyla Hıdıroğlu (2012) bulgularını dikkate alarak üç 1.sınıf matematik öğretmen adayı ile durum çalışması yapmıştır. Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel (2016) önceki çalışmalarının üstüne koyarak yine teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde bilişsel ve üst bilişsel eylemler arasındaki geçişleri incelemiştir. Durum çalışması olarak planlanan çalışma dokuz 1.sınıf matematik öğretmen adayı ile gerçeklemiştir. Veri toplama aracı olarak kullanılan problemler simülasyon, deneysel ve teorik modelleme problemleri olması yönüyle farklı problem türlerindeki bilişsel ve üst bilişsel eylemler de incelenmiştir. Öğrencilerin sesli düşünmeleri analiz edilen üst bilişsel eylemler planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin boyutlarını içermektedir. Sonuçta üst bilişsel ve bilişsel eylemlerin alt boyutları açıklanmıştır. Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel'in (2015) çerçevesi Tablo 2.3'te verilmiştir.

Tablo 2.3. Matematiksel Modelleme Sürecindeki Üst Bilişsel Yapılar

Üst Bilişsel Beceri	Kategoriler	Yanıt Aranan Temel Özellikler
1.Planlama	1a- Amaç ve imkânların analizini yapma.	Problemde ne isteniyor? Probleme cevap verebilmek için nelere ihtiyaç var ve neler biliniyor?
	1b- Temel büyük düşünceyi tasarlama	Problem için gerekli çözüm stratejisi nasıl olmalıdır? Çözümde hangi temel kavramlar önemli? Bilinenler nasıl kullanabilir?, Varsayımlar neler ve hangi değişken, sabit ve parametreler çözümde kullanılır?
	1c- Çoklu düşünce yapılarını birleştirme / ayrıştırma	Çözüm için gerekli farklı düşünceler bir arada nasıl kullanabilir? Eski deneyimlere bağlı çoklu düşüncelerde problem için gerekli düşünceler hangileridir?
	1d- Matematiksel ve teknolojik düşünceleri uzlaştırma	Matematiksel düşünceler ve teknolojik düşünceler birbirlerini destekliyor mu? Matematiksel düşünceler eksikse çözümde ilerlemek için teknolojik düşünceler nasıl değiştirilir? Teknolojik düşünceler eksikse çözümde ilerlemek için matematiksel düşünceler nasıl değiştirilir?
	1e- Matematiksel ve gerçek yaşam düşüncelerini uzlaştırma.	Matematiksel düşünceler ve gerçek yaşama ilişkin düşünceler birbirlerini destekliyor mu? Matematiksel düşünceler eksikse çözümde ilerlemek için gerçek yaşam düşünceleri nasıl değiştirilir? Gerçek yaşama ilişkin düşünceler eksikse çözümde ilerlemek için matematiksel düşünceler nasıl değiştirilir?
2.İzleme	2a- Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme.	O anda ortaya çıkan soru ya da sorunlara yönelik anlık düşünceler nelerdir? Çözümde yapılanları eleştirecek anlık düşünceler nelerdir? Çözümün herhangi bir anındaki eylem ile ilgili düşüncelerde sorun var mıdır?
	2b- Planı takip etme	Düşünsel plana göre yapılanlar veya yapılmayanlar nelerdir? Çözümde plana göre neler yapılacaktır?, Çözüm planda belirlenen sıraya göre gerçekleşiyor mu?
	2c- Plan dışı durumları ortaya koyma	Plandaki sıraya uymayan düşünceler veya eylemler var mıdır? Plandaki düşüncelerle çelişen bir durum oluşuyor mu?
3.Değerlendirme	3a-Farklı düşünceleri değerlendirme.	Sergilenen farklı düşüncelerin çözüme etkisi nasıl? Hangi düşünce çözümde kullanılır? Farklı düşüncelerin çözüme etkisi nasıl olur?
	3b-Planı ve sonuçları sorgulama.	Uygulanan veya süreçte revize edilmiş planın etkileri nasıldır? Plan istenen sonuçlara ulaşmada yeterli midir? Ekstra hangi sonuçlara ulaşılabilir?
	3c-Düşüncelere ilişkin kişisel ya da grupsal tatmin sağlama.	Çözümde ortaya çıkan düşüncelerin, planın ve ulaşılan sonuçların doğruluğuna ve uygulanabilirliğine ilişkin kararlar nelerdir? Bunlar kendi aralarında tutarlı mıdır?
	3d- Farklı şekillerde ulaşılan sonuçları karşılaştırma.	Farklı şekillerde ulaşılan sonuçlar birbirleriyle uyuşuyor mu? Uyuşmama sebepleri nelerdir?
	3e- İşlem hatalarını tarama	Ulaşılan sonuçlarda herhangi bir işlem hatası var mı? Çözümün her basamağında yapılan işlemler kontrol ediliyor mu?

4.Tahmin	4a-Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminlerde bulunma.	Temel büyük düşüncenin uygulanmasında yaşanabilecek olay veya sorunlara ilişkin tahminler nelerdir? Stratejik etkenler plana bağlı kalınarak nasıl bulunur ve yaklaşık olarak ne bulmak beklenir?
	4b- Farklı sonuçları uzlaştırmak için tahmin yapma.	Teorik olarak elde edilen sonuçlar ve düşünceler tahminlerle uyuşuyor mu? Bu farklılık neyden ya da nereden kaynaklanıyor? Tahminler teorik sonuçları sorgulamada ne kadar etkilidir?
	4c- Kararların etkilerini önceden tahmin etme.	Süreçte alınan kararların olası etkilerine ilişkin ön tahminler nelerdir? Zamanı geldiğinde planı değiştirmek için tahminlere bağlı ek kararlar alınmalı mıdır?
	4d- Ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma	Planda önemli bir yeri olan etkenlere ilişkin yeterli bilgi mevcut mudur? Değil ise bu etkenler nasıl kullanılabilir? Çözüm sürecinde etkenlerin bazı değerlerini kullanmak için tahminlerden yararlanılır mı?
	4e- Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma	Plana bağlı olarak elde edilen sonuçlar farklı durumlarda değişiyor mu? Aynı duruma ilişkin farklı düşünceler sonuçları etkiler mi? Bu düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunarak bir karara varılabilir mi?

Yakın zamanda alanyazına değerli katkılarda bulunan diğer bir çalışma ise Çetinkaya’nın (2020) yüksek lisans tezidir. Çetinkaya (2020) lise öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecindeki üst bilişsel becerilerinin matematiksel modelleme başarısı ile ilişkini nitel olarak incelemiştir. Üç adet farklı yapılandırılma derecelerindeki modelleme problemi ile veri toplamıştır ve öğrencilerin sesli düşünmelerini kodlayarak çerçeve oluşturmuş ve analiz etmiştir. Sonuçta bireysel, sosyal ve çevresel düzeylerde modelleme sürecini üst biliş becerilerinin tahmin, planlama, izleme ve değerlendirme boyutları ile açıklamıştır.

Çalışmalar incelendiğinde ülkemizde matematiksel modelleme ve üst biliş becerilerini içeren çalışma sayısının azlığı dikkat çekmektedir. Çalışmaların katılımcı özellikleri incelendiğinde öğretmen adayları ile yapılan çalışmalara ihtiyaç olduğu görülmektedir. Üst biliş kavramının alt bileşenlerinin sınıflandırılması hala tartışılmaya devam edilmektedir. Bu nedenle alt stratejilerin neler olduğu konusunun netleşebilmesi için özellikle üst biliş stratejilerine odaklanılmasında fayda vardır. Özellikle matematiksel modellemenin karmaşık sürecinin basamaklarının gerektirdiği görevlerin ve yeterliklerin daha iyi anlaşılması için üst bilişsel stratejilerin bu basamaklardaki işlevinin açıklanması gerekmektedir.

Bu çalışmanın veri analizinde Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel'in (2015) alanyazına kazandırdığı bilişsel perspektif altında modelleme döngüsü ve yeterlikleri dikkate alınarak verilerin analizinin yapılması uygun görülerek belirlenmiştir.

BÖLÜM III. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın deseni, çalışma grubu, veri toplama araçları, araştırma süreci, araştırmacının rolü ve veri analizi yer almaktadır.

3.1. Araştırmanın Deseni

Yapılan bu çalışma kapsamında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerini çözdükleri esnada açığa çıkan üst bilişsel becerilerin modelleme sürecindeki rollerinin açıklanması hedeflenmektedir. Bu rollerin keşfedilmesi derinlemesine bir araştırma yapılmasını gerektirmektedir. Amaç ifadesinde vurgulandığı üzere araştırılmak istenen çalışmanın ana olgusu modelleme sürecinde açığa çıkan üst bilişsel becerilerdir. Alanyazın dört temel beceri (planlama, tahmin, izleme, değerlendirme) üzerine yoğunlaşmaktadır. Bu dört becerinin ayrı ayrı modelleme sürecine nasıl hizmet ettiğini açıklamak uzun soluklu dikkat gerektiren derinlemesine bir irdeleme ve inceleme süreci gerektirir. Öğretmen adayları ile birebir yüz yüze yapılan mülakatlarda katılımcıların çözüm sürecindeki bilinçli veya bilinçsiz her bir ifadesi bu olguların modelleme sürecindeki rolünü açıklama noktasında bir keşif sürecini oluşturmaktadır. Bu nedenle nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması tercih edilmiştir.

Nitel araştırmalar, bireylerin deneyimleri sonucu ilgili süreçte yaşadıkları olayların en temel özelliklerini kendi ifadelerinden beslenerek ve elbette alanyazından da destek alarak açıklamayı hedefleyen tümevarımsal bir keşif sürecidir. Diğer bir ifadeyle nitel çalışmalar hayatın içinde var olan olguların inceleme sürecidir (Maxwell, 1992). Bu durum en iyi araştırmacının çalışma grubundaki her bir bireyi doğal ortamlarında gözlemlemesi ve gözlemlerini bütüncül perspektifte yorumlamasıyla mümkündür (Merriam, 1998). Nitel araştırmalar nicel araştırmalardan farklı olarak neden sonuç ilişkilerine tutunarak bir ilişkiyi açıklamaz; doğası gereği temel olguyu anlamaya, açıklamaya ve keşfetmeye çalışır. Bu noktada ana olguya şekil veren pek çok dış faktörü de göz ardı etmemek gerekmektedir. Katılımcıların her bir yeni ifade, eylem, deneyim ve tepkileriyle zenginleşerek şekillenen nitel araştırma süreci araştırmacıya büyük bir özgürlük ve esneklik sağlar (Creswell, 2017).

Durum çalışmaları nicel veya nitel olarak iki türlü de karşımıza çıkabilmektedir. Ancak nitel durum çalışmaları farklı olarak temel bir veya birkaç durumu bütüncül şekilde ele alır (Creswell,2017).

Nitel durum çalışmalarında zengin veri çeşitliliğine ulaşmak amaçlanır. Elde edilen veriler, farklı durumlar söz konusu olduğu için genelleme yapmak veya ilişkilendirmekten ziyade benzer durumların anlaşılması için birer deneyim olarak nitelendirilir ve sınırlandırılmış tanımlı durumu yansıtır (Stake, 2005). Başka bir ifadeyle durum çalışmalarında olgu, örüntü ve ilişkilerle bütüncül bir yaklaşım ile ele alınır. Bu örüntülerin altında yatan durumları ve anlamını bulmak elzemdir (Berg ve Lune, 2019). Buradan hareketle, olguyu ve olguya ait olan parçaları birleştirebilmek amacıyla derinlemesine araştırma yapmak gerekir (Yıldırım ve Şimşek, 2013; Yin, 2003).

Amaç gözetildiğinde her durumun betimlenmesi kendine özgüdür ve bu durumlar içsel durum olarak da tanımlanabilir (Stake,1995). Bu araştırma çok vakalı durum çalışmasıdır. Araştırmada iki ya da daha fazla katılımcının yer aldığı, farklı ortam ya da durumların söz konusu olduğu çalışmalar çok vakalı çalışmalar olarak nitelendirilir (Aytaçlı, 2012). Bu tez çalışmasında matematik öğretmen adaylarının tüm veri toplama süreci boyunca modelleme etkinliklerinde açığa çıkardıkları üst bilişsel beceriler incelenmiştir. Her bir öğretmen adayı süreci bireysel deneyimlemiştir. Bu deneyim sürecinde öğretmen adaylarının üst bilişsel becerileri farklı düzeyde açığa çıkmıştır. Dolayısıyla her bir öğretmen adayının matematiksel modelleme deneyimi kendi içinde birer durum olarak ele alınarak etkinlikler genelinde bütüncül bir şekilde derinlemesine incelenmiştir. Her bir birey ayrı bir durum kabul edilerek bu durumlar içerisinde üst bilişsel becerilerin matematiksel modelleme sürecindeki rolleri açıklanmıştır.

3.2. Çalışma Grubu

Bu araştırma Marmara Üniversitesi matematik öğretmenliği lisans programı 4. sınıfta öğrenim gören üç öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Nitel çalışmalar özünde nicel çalışmalara göre daha karmaşık bir süreci kapsadığından katılımcı sayısının çokluğundan ziyade çalışmanın kalitesi önem kazanmaktadır (Denzin ve Lincoln, 2008; Merriam, 1998). Nitel araştırmalarda araştırmacıların en büyük yanılgısı çalışma grubunun sayıca fazla kişiden oluşmasının daha fazla detay sunacağıdır. Ancak odaklanılması gereken husus amaca hizmet eden zengin veri çeşitliliği sunabilecek yeterli sayıdaki kişilerden oluşan grubu seçmektir (Mertens,2014). Katılımcıların her bir ifadesi önem arz ettiğinden nitel araştırmalarda küçük çalışma grupları ile çalışılması önerilmektedir. Bu durum hem araştırma sürecinde kolaylık sağlamaktadır hem de planlanan zaman aralığında daha derinlikli inceleme yapabilme fırsatı sunmaktadır (Creswell, 2017, Patton, 2018).

Nitel araştırmalarda uygulama boyutu ve sonrasında analizin doğru yorumlanabilmesi için çalışma grubunun iyi tanımlanmış ve sınırlandırılmış olması gerekir. Çalışma grubunun sınırlarının doğru çizilmesi önem arz etmektedir. Aksi halde ana olguların yanlış yorumlanması söz konusudur ve veri toplanması güçleşmektedir (Strauss ve Corbin, 1990). Bu nedenle bu çalışmada katılımcı sayısı minimum tutularak nihayetinde üç olarak belirlenmiştir ve katılımcıların seçilmesinde amaçlı (olasılıksız) örnekleme yöntemlerinden uygun (kolay ulaşılabilir veya elverişli) örnekleme stratejisi tercih edilmiştir. Amaçlı örneklemeler nitel çalışmaların doğasına uygun ve araştırmacının araştırmasını amaçlı bir şekilde planlayıp yürütmesini ifade eden örnekleme yöntemidir (Cresswell, 2017). Uygun örnekleme ise kısıtlı zamanda mevcut imkânlar dahilinde daha hızlı ve uygun çalışma grubu ile veri elde etme süreci olarak tanımlanmaktadır. Kullanışlı olması yönüyle özellikle daha yeni araştırmacılar için yaygın kullanılan bir örneklem seçim yöntemidir. Araştırmacıya her açıdan tasarruf sağlayan bir yöntem olmasına karşın en son tercih edilmesi önerilmektedir (Baltacı, 2018). Bu çalışma lisans dönemi son sınıf öğretmen adayları ile yüz yüze ve bireysel şekilde planlanarak yürütülmüştür. Veri toplama aşaması on bir ilin etkilendiği deprem nedeniyle üniversitelerin uzaktan eğitim kararı aldığı dönemde gerçekleştirilmiştir. Derslerin uzaktan eğitim yoluyla gerçekleşmesi sebebiyle araştırmacı öğretmen adayları ile iletişim kurmakta sorun yaşamıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının hem okul deneyimi ve staj dersleri kapsamındaki yoğunluğu hem de KPSS'ye hazırlık süreçleri nedeniyle uygun örneklem bulmakta zorluk yaşanmıştır. Bu nedenle araştırmanın amacına uygun kriterlere sahip, uygulama yapılmasında sorun teşkil etmeyecek gönüllü üç öğrenci ile ekstra seçim olmadan direkt oturumlar gerçekleşmiştir. Bu yönüyle uygun (kolay ulaşılabilir ve elverişli) örnekleme stratejisi tercih edilmiştir.

Üst biliş kavramı alanyazında hala tartışılmakta ve ilgili terimlerin açıklığı net olmamak ile birlikte gelişim göstermekte olan ölçülmesi zor bir kavramdır. Ayrıca bireysel farklılıklar gözetildiğinde uygulama öncesinde çalışma grubunun modelleme sürecinde hangi üst bilişsel becerisinin ne düzeyde olacağını öngörmek mümkün değildir. Bu nedenle çalışma grubu belirlenirken araştırmanın amacına hizmet eden genel kriterler belirlenerek bu kriterlere uygun bireyler arasından gönüllülük esasına dayanarak çalışma grubu belirlenmiştir. Bu kriterler matematik öğretmenliği bölümünde öğrenim görmek, temel zorunlu alan bilgisi derslerini (Analiz I-II-III, Geometri, Analitik Geometri, İstatistik I-II, Lineer Cebir, Soyut Cebir, Sayılar Teorisi) ve seçmeli ders olarak Matematiksel Modelleme dersini almış olmak şeklindedir. Bu yönüyle amaçlı (olasılıksız) örnekleme tercih edilmiştir.

Çalışma grubundaki öğretmen adayları eğitim gördüğü kendi üniversitesinde lisans döneminde öğrenim görmekte olan öğrenciler arasından oluşturulmuştur. Çalışma grubu olarak öğretmen adaylarının tercih edilmesinin iki temel sebebi vardır. Birincisi araştırmacının kolay ulaşabilmesi; ikincisi ise alanyazında bir boşluk olmasıdır. Alanyazın üst bilişsel becerilerin öğrencilerin matematik başarı ve performansında olumlu etkisinin olduğunu desteklemektedir. Öğrencilerin üst bilişsel becerilerinin gelişmesinde öğretmenlerinin bu doğrultudaki etkinleri sınıf ortamına taşıması ve süreci doğru yönetmesi ile ilgilidir (Özcan ve Erktin, 2015). Öğretmenler kendi deneyim ve bakış açılarını öğrencilere yansıtır. Bu nedenle öğretmenlerin üst bilişsel becerileri üzerine çalışmaların artırılması gerekmektedir (Goodlad, 1984).

3.3. Veri Toplama Araçları

Durum çalışmalarında ele alınan durum detaylı irdelenerek araştırmacının da yorumu eşliğinde analiz edilmektedir. Bu tarz çalışmalarda hem detaylı zengin veri elde edebilmek hem de doğru analiz edilebilmek için, başka bir ifadeyle geçerlik ve güvenirliği artırmak için, veri toplama sürecinde tek bir veri toplama aracına bağlı kalmadan çeşitli araçlardan yararlanılması önerilmektedir. Bu faktörler dikkate alındığında nitel durum çalışmalarında gözlem ve mülakatlara; arşiv kayıtları, form, rapor ve günlükler gibi pek çok amaca hizmet eden dokümanlara; mümkün mertebe görsel ve işitsel somut materyallere gereksinim duyulmaktadır (Creswell, 2016; Yıldırım ve Şimşek, 2013; Yin, 2003). Durum çalışmasının bütüncül perspektif ile analiz ederek yorumlanması sürecinde özellikle gözlem ve görüşmelerin rolü önemlidir (Merriam, 1998).

Bu çalışmada çeşitli veri toplama araçları kullanımı önemsenmiştir. Gözlem ve görüşmeler sırasında çeşitli dokümanlar kullanılmıştır. Ayrıca mülakatlar sırasında katılımcıların rızası alınarak video ve ses kayıtları alınmıştır.

Araştırmanın veri toplama sürecinde yararlanılan veri toplama araçları aşağıdaki gibidir:

- Araştırmacı gözlem formu (Ek-4)
- Üç farklı matematiksel modelleme problemi içeren etkinlik kâğıtları (ilgili görsel ve animasyonları ile birlikte) (Ek-5-6-7)
- Görev temelli mülakat formu (Ek-8)
- Yarı yapılandırılmış görüşme formu (Ek-9)

Gözlem, araştırmanın amacı dahilinde sınırlı bir zaman diliminde çalışmanın gerçekleşeceği doğal ortamda katılımcıların süreçteki doğal performanslarının incelenmesine olanak sağlayan birincil bilgi kaynaklarıdır (Creswell, 2017). Gözlemler çalışmalara keşif odaklı tümevarımsal bir boyut kazandırmakla birlikte nitel araştırmalar için önem arz etmektedir. Bir gözlemin başarısı ve güvenirliği gözlemcinin araştırmaya ne kadar hakim olduğuna, gözlem öncesinde ne kadar hazırlık yaptığına, gereksiz soru sorup sormama durumuna, önemli-önemsiz detayları fark ederek bunun ayrımını yaparak notlar almasına ve gözlem sırasında ne kadar dikkatini verdiğine bağlıdır (Patton, 2018). Bu çalışmada gözlemin farklı bir boyutu olan iç gözlem de söz konusudur. Öğretmen adayları modelleme problemlerine maruz kalırken bilinçsizce iç gözlem yapmaktadır. İç gözlemin özellikle karmaşık problemleri çözme süreçlerine etkisi yadsınamaz ölçüde önemlidir. Bu gözlemler diğer bir deyişle içe bakış üst bilişsel süreçlerin temelini oluşturur ve problem durumu kapsamında etkilenerek gelişir (Tarricane, 2011).

Mülakatlar katılımcılara durumu daha iyi anlayabilmek adına planlı ya da plansız genel açık uçlu soruların yöneltildiği bir süreçtir. Bu çalışmada görüşmeler birebir ve yüz yüze olmak üzere gerçekleştirilmiştir. Birebir mülakatlar katılımcıların kaygı duymadan kendilerini rahatça ifade etmeleri noktasında avantaj sağlamaktadır (Creswell, 2017). Bu tezde çalışma grubu ile yapılan mülakatlar problem çözme oturumları sırasında ve sonrasında olmak üzere iki aşamalıdır. Bireysel olarak yapılan görüşmeler her iki aşamasında da öğretmen adayları bilimsel bir çalışmanın parçası olduklarını bilmektedirler.

Dokümanlar gözlem ve görüşmelerin aksine somut bir kanıt olma niteliği taşımaktadır. Verilerin kaydedilmesi ve değerlendirilmesinde önemli bir rol oynamaktadır. Çalışmanın uygulama boyutunda yararlanılan matematiksel modelleme etkinlikleri üst bilişsel becerilerin açığa çıkmasına öncülük eden araçlardır. Bu çalışmada gözlem ve mülakatlar sırasında dokümanlar yardımıyla veriler toplanmıştır.

Öğretmen adayları bireysel olarak birbirlerinden bağımsız bir biçimde oturum sırasında Görev Temelli Mülakat Formunda yer alan yönergeyi takip ederek her oturumda bir adet kendilerine sunulan matematiksel modelleme etkinliğinde yer alan görevleri yerine getirmişlerdir. Ardından her oturum sonunda formda yer alan oturum performanslarını değerlendirmeye yönelik soruları cevaplamışlardır. Ayrıca tüm oturumların sonunda Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formunda yer alan soruları bireysel olarak yanıtlamışlardır. Öğretmen adayları soruları yanıtlarken Araştırmacı Gözlem Formuna ilgili notlar almıştır.

Etkinlikler sırasında mülakatlar sohbet havasında kendiliğinden doğal bir şekilde gerçekleşmiştir. Araştırmacı, araştırmayı derinleştirebilmek için öğretmen adaylarına anlaşılmayan ifadelerini daha açık ve detaylı bir biçimde yanıtlayabilsinler diye doğaçlama olarak yoruma dayalı cevaplar alabileceği sorular yöneltmiştir. Öğretmen adayları bu süreçte modelleme döngüsüne uygun olarak hazırlanan yönergeyi takip ederek verilen problemler üzerine çalışmıştır. Sunulan yönerge genel mülakat kılavuzu olarak da değerlendirilebilir. Öğretmen adayları süreçte kendiyle tartışmış, kendince yorumlamış ve kendi deneyimleri doğrultusunda çözmeye çalışmıştır. Tüm bu aşamaları kendi kendine konuşarak, sesli düşünerek, gerçekleştirmiştir. Etkinlikler sonrası genel değerlendirme için öğretmen adaylarına Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu verilmiştir. Bu formda yer alan sorular öğretmen adaylarının uygulama deneyimini değerlendirmesini içeren standartlaştırılmış açık uçlu sorulardır. Katılımcıların hepsi aynı soruları özgürce bireysel olarak yanıtlamıştır.

Veri toplama araçlarının hazırlanması

Bu bölümde bu tezin uygulama aşamasında kullanılan veri toplama araçlarının sırasıyla Araştırmacı Gözlem Formu, matematiksel modelleme problemleri içeren etkinlik kâğıtları, Görev Temelli Mülakat Formu ve Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formunun hazırlanma sürecinde dokümanların nasıl oluşturulduğu, nasıl geliştirildiği ve hangi kaynaklardan yararlanıldığı açıklanacaktır.

Araştırmacı gözlem formu

Araştırmacı Gözlem Formu öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerini çözüm süreçlerinin tamamında araştırmacının gözlem notlarını kayıt altında tutması amacıyla hazırlanmıştır. Bu notlar öğretmen adaylarının modelleme becerileri ve üst bilişsel becerilerini nasıl ve hangi amaçlarda kullandıklarıyla ilgili gözlemlenen somut örnekleri içermektedir. Notlar uygulama sırasında alınmıştır ve kısa kodlar halinde olduğu gibi detaylı betimsel notlar halinde de düzenlenmiştir. Formda araştırmacının ve gözlemlenen öğretmen adayının ad-soyad bilgisi, gözlemlenen kişilerin sayısı, gözlem yeri, tarihi ve oturum süresi bilgileri yer almaktadır. Bu form Ek-4'te yer almaktadır.

Form hazırlanırken araştırmacı tarafından YÖKTEZ'de yer alan nitel araştırma olarak tasarlanıp araştırmacı gözlem formunun veri toplama araçları içinde olduğu tezler incelenmiştir. Örnek bir model alınarak form oluşturulmuştur ve danışman onayına sunulmuştur. Danışman uygun görmüştür ve uygulamada kullanılmıştır.

Matematiksel modelleme problemi içeren etkinlik kâğıtları

Tezin uygulama aşaması için üç farklı matematiksel modelleme etkinliği kullanılmıştır. Etkinlikler uygulanış sırasıyla Aspendos Antik Tiyatrosu, Yapışkan Toplar ve Çamlıca Kulesi Seyir Terası şeklindedir. Üç etkinlik de araştırmacı tarafından çeşitli basılı kitap ile internet makale ve tezlerinde yer alan matematiksel modelleme soruları taranarak içlerinden öğretmen adaylarının seviyesine uygun düzeyde farklı özelliklere sahip sorular arasından seçilmiştir ve olabildiğince yapılandırılmamış olarak düzenlenmiştir. Araştırmacı tarafından bu problemin tercih edilme nedeni yapılandırılmamış sorular üzerinde daha fazla üst bilişsel becerilerin açığa çıkmaktadır (Çetinkaya, 2020). Üst bilişsel becerilerin rolü araştırıldığı için farklı noktalarda çok fazla üst bilişsel becerinin açığa çıkması hedeflenmektedir. Ayrıca bu problem daha çok sezgisel, tahmine dayalı ve gerçek hayat deneyimlerine bağlı olarak çözülebilecek niteliktedir. İnternetten ya da herhangi bir teknolojik araçtan yardım alınmasına kademeli olarak ihtiyaç durumuna göre izin verilmiştir. Etkinliklere dair genel bilgiler Tablo 3.1'de verilmiştir. Etkinlik kâğıtlarının örnekleri Ek-5-6-7'de sunulmuştur.

Tablo 3.1. Matematiksel Modelleme Etkinliklerine İlişkin Bilgiler

Etkinlik Adı	**Özellikleri**
Aspendos Antik Tiyatrosu	Yapılandırılmamıştır. Problem bağlamında sayısal veriye yer verilmemiştir. Öğretmen adaylarının tamamen kendi deneyim ve matematiksel modelleme becerileriyle çözebileceği bir etkinliktir. Uygulamada hesap makinesi ve internet, matematik yazılımları, somut materyal kullanım desteği sunulmamıştır. Temel matematik bilgisi, deneyim ve tahmin becerisi ile çözüme elverişli. Uygulamada süre sınırı konmamıştır.
Yapışkan Toplar	Yapılandırılmamıştır. Problem bağlamında sayısal veriye yer verilmemiştir. Uygulamada problem bağlamında yer alan oyunun orijinal versiyonunu oynayarak deneyimleme imkânı sunulmuştur. Uygulama sırasında isteğe bağlı stratejiye karar verdikten sonra kısmen (matematiksel formül hatırlamak için) internet desteği sunulmuştur. Ağırlıklı olarak matematik alan bilgisi (analiz, sonsuzluk kavramı, limit, diziler-seriler, çember) ve ispat becerisi gerektirmektedir.
Çamlıca Kulesi Seyir Terası	Yapılandırılmamıştır. Ancak problem bağlamında tablo halinde sınırlı ölçüde sayısal veri seti sunulmuştur. Uygulamada isteğe bağlı stratejiye karar verdikten sonra kısmen internet ve hesap makinesi (trigonometrik hesaplama için) desteği sunulmuştur. Matematik alan bilgisinin (uzay ve düzlem geometri, küre, çember, analiz) yanı sıra tahmin becerisi, uzamsal beceri ve yorumlama becerisi gerektirmektedir.

Etkinliklerin hazırlanma biçimi Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği Chamberlin ve Moon (2005) Model Oluşturma Etkinlikleri (MOE) prensiplerine uygun olarak hazırlanmıştır. Bu prensiplere göre matematiksel modelleme etkinlikleri dört aşamadan oluşmaktadır: Tanıtıcı makale, hazır oluş soruları, problem durumu ve çözümlerin sunumu.

Üç etkinlikte de problemin bağlamının yanı sıra birer görsel ile birlikte sunulmuştur. Etkinliklerde ilgili görselin hemen ardından problem bağlamını açıklayan bir tanıtıcı makale ve sonrasında içerisinde problem durumuna yer verilen hazır oluş soruları yer almaktadır.

Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği etkinlikler arasında en yapılandırılmamış düzeyde olup öğretmen adaylarına teknolojik hiçbir imkân sunulmadan tamamen mevcut koşullarda kendi modelleme becerileri ile çözmeleri istendiği bir uygulama etkinliği olmuştur. Bu problem Bukova-Güzel'in (2019) Matematik Eğitiminde Matematiksel Modelleme kitabında yer alan bir sorudur ve tanıtıcı makalesi problem durumunu ifade eden ek bir soru araştırmacı tarafından hazırlanıp düzenlenerek son halini almıştır (bkz. Ek-5).

Yapışkan Toplar Etkinliği hiçbir sayısal bilginin verilmediği, görsel ve problem bağlamı dikkate alınarak çözülebilecek yapılandırılmamış bir problemdir. Bu etkinlikte diğer etkinliklerden farklı olarak problem bağlamında söz edilen mobil oyunun uygulama sırasında deneyimlenmesine imkân tanınmıştır. Bu problem Dost'un (2019) Matematik Eğitiminde Modelleme Etkinlikleri kitabında yer alan bir sorudur. Araştırmacı tarafında problem görseli değiştirilmiş, tanıtıcı makalesi düzenlenmiş ve ek bir soru eklenmiştir.

Son olarak Çamlıca Kulesi Seyir Terası etkinliği ise diğer etkinliklerden farklı olarak sayısal bilgilerin veri seti halinde sunulduğu yapılandırılmamış bir problemdir. Bu etkinlikte öğretmen adaylarının ihtiyaç duyulduğunda kısmen ihtiyaçlarına göre internet kaynaklarından yararlanmalarına izin verilmiştir. Bu problem Blum ve Borromeo-Ferri'nin(2009) "Mathematical modeling: Can it be taught and learnt?" makalesinde yer alan "Ligthouse (deniz feneri)" probleminin soru kökünden esinlenerek araştırmacı tarafından problem bağlamı tamamen değiştirilmiştir ve hazır oluş soruları baştan yazılmıştır.

Üç etkinlik araştırmacı tarafından hazırlandıktan sonra uzman değerlendirmesine sunulmuştur. Araştırmacı YÖKTEZ'de yer alan tezlerin eklerinde yer alan uzman görüş formlarını inceleyerek kendi problemlerine ilişkin ilgili yeterlik ölçütlerini belirten bir Uzman Görüş Formu hazırlamıştır (bkz. Ek-2). Ardından ilgili danışmanına uzman görüş formunu ve beraberinde veri analizinde kullanılacak yöntem ve çerçeveleri tanıtan bilgilendirme yazısıyla birlikte göndermiştir. Uzman, araştırmanın amacı, yöntemi, öğretmen adaylarının seviyesi ve matematiksel modelleme yeterliklerini dikkate alarak ölçütler doğrultusunda bağımsız ve bireysel olarak değerlendirerek gerekli dönütleri vermiştir. Bu dönütler hazır oluş sorularının yeniden düzenlenmesi, yazım hatalarının düzeltilmesi ve uygulamaya yönelik öneriler (örneğin Yapışkan Toplar Etkinliğinde mobil oyunun deneyimine fırsat sunulması) şeklindedir. Ardından araştırmacı tarafından etkinlikler yeniden düzenlenerek son halini almıştır.

Uygulama öncesinde öğretmen adaylarını çalışmanın amacından haberdar eden ve gönüllülük esaslarına dayanan Bilgilendirilmiş Onam Formu sunulmuştur (Ek-3). Uygulama sırasında ses ve video kayıtlarının alınması konusunda öğretmen adaylarında ilgili izinler alındıktan sonra uygulamaya başlanmıştır. Alınan ses ve video kayıtlarının transkriptlerinden elde edilen veriler ise veri analizi ve bulguları yorumlama kısmında kullanılmıştır. Uygulama sırasında ayrıca araştırmacı tarafından Araştırmacı Gözlem Formu doldurulmuştur (bkz. Ek-4).

Görev temelli mülakat formu

Uygun hale getirilen etkinlikler öğretmen adaylarına Görev Temelli Mülakat Formu ile birlikte sunulmuştur (bkz. Ek-8). Form tek sayfa şeklinde olup iki kısımdan oluşmaktadır: Uygulama sırasında öğretmen adaylarının görevlerini takip edebilmeleri için görevlerin açıklanarak sıralı şekilde sunulduğu yönerge ve ilgili oturum sonunda öğretmen adaylarının kendi uygulama performanslarını ve süreci değerlendirdiği açık uçlu sorular.

Yönergelerde modelleme döngüsünün her bir aşamasının gerektirdiği bilişsel görevler sıralı şekilde yazılıdır ve her bir görev sırasında her bir düşüncenin anlamlı-anlamsız olmaksızın sesli ifade edilmesi vurgulanmaktadır. Yönerge ve performans değerlendirme soruları araştırmacı tarafından Borromeo-Ferri'nin (2006) alanyazına kazandırdığı modelleme döngüsü yeterlikleri dikkate alınarak araştırmacı tarafından yazılmıştır. Yönerge maddeleri birbirini takip eden sıralı 10 adet görev içermektedir. Matematiksel modelleme sürecinin uygulama sırasında kontrollü bir düzen içerisinde devamlılığının sağlanması amacıyla oluşturulmuştur. Etkinlik kâğıtları ile birlikte yönerge sunulması fikri, veri toplama araçlarının uygunluğu için uzmana danışıldığı zaman uzman tarafından önerilmiştir. Yönerge maddeleri problemin anlaşılması, çözüm için ihtiyaç analizinin yapılması, varsayım oluşturma, strateji kurma ve açıklama, alternatif üretme, sonuç yorumlama ve doğrulama ile ilgilidir.

Performans değerlendirme soruları araştırmacı tarafından eklenmiştir ve üç adet sorudan oluşmaktadır. Bu soruların ekleniş amacı öğretmen adaylarının gelişimini gözlemlemek, üst bilişsel bilgi düzeylerini anlamak ve farkındalık kazanmalarını sağlamak, matematiksel modelleme problemleri hakkında görüşlerini almak, zorlandıkları ya da kolaylıkla gerçekleştirdikleri durumları tespit etmek ve bu durumlar üzerinde üst bilişsel becerilerin rollerini detaylı şekilde anlamlandırabilmek. Performans değerlendirme soruları oturum sonlarında yanıtlanmıştır.

Performans değerlendirme soruları arasında öğretmen adaylarının zorlandıkları durumlar ve bu durumların temel nedenlerinin neler olabileceğine yönelik bir soru yer almaktadır. Bu sorunun yazım amacı yaşanılan zorlukların üst bilişsel becerilerle ilişkilendirilebilirliğini incelemek ve öğretmen adaylarının ifadelerinin uygulama sırasında elde edilen bulguları desteklemek, eksik kalan anlaşılmayan durumları açıklığa kavuşturmaktır.

"Daha başarılı bir sonuç elde edebilmeniz için problem üzerinde veya uygulamada nelerin değişmesini isterdiniz? Neden?" sorusunun yazılma amacı problemden ya da uygulama şeklinden kaynaklanan problemleri tespit etmektir.

Yarı yapılandırılmış görüşme formu

Yarı yapılandırılmış görüşme formu tüm oturumların sonunda öğretmen adaylarının kazandıkları deneyimleri karşılaştırarak matematiksel modelleme problemlerinin hangi becerilere sahip olmayı gerektirdiğini, üst bilişsel becerilerin modelleme basamakları özelinde ve genelindeki rollerini, bu beceri ve rollerin sergilenen güçlü ya da zayıf performans üzerindeki rollerini anlamak ve açıklık getirebilmek üzere araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Form 10 adet sorudan oluşmaktadır. Araştırmacı soruları hazırlarken araştırma sorularını, araştırmanın genel hedeflerini göz önünde bulundurarak kendisi yazmıştır. Araştırmacının bu soruları yazma amacı uygulama sırasında kullanılan veri toplama araçlarından elde edilen verileri yorumlarken anlaşılır olmayan noktaları derinleştirmektir. Bu oturum öğretmen adayları ile bireysel olarak sohbet edilerek yanıtlanmıştır.

“Matematiksel modelleme sürecine dair deneyimize yönelik genel görüşleriniz nelerdir?” sorusu öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecine bakış açılarını anlayabilmek ve gelişimlerini bulgular kısmında kendi ifadeleriyle destekleyerek ifade edebilmek amacıyla yazılmıştır.

Sorular arasında öğretmen adaylarının üç matematiksel modelleme sorusu karşılaştırıldığında zorluk düzeyleri ve zorlandıkları zamanlarda yöneldikleri kaynaklar hakkındaki görüşleri alınmıştır. Benzer şekilde kolay olduğunu düşündükleri soruların nedenlerini belirtmeleri istenmiştir. Bu soruların yazım amacı araştırmada kullanılan soruların üst bilişsel düzeyde zorluklarını anlayabilmek, problemi zorlaştıran ya da kolaylaştıran unsurları belirleyebilmek ve bilişsel düzeyde tepkisel eylemleri tespit edebilmektir. Bu sorular problemlerin zorluk düzeylerini ve özelliklerini anlayarak genelleyebilmek amacıyla matematiksel modelleme döngüsünün genel özellikleri dikkate alınarak sorulmuştur. Bu soruların ardından her üç problem için matematiksel modellemenin her basamağı için aynı soru yöneltilmiştir. Bu soruların yazılma amacı farklı beceri gerektiren farklı zorluk düzeylerindeki matematiksel modelleme problemlerinde, modelleme görevleri için üst bilişsel becerilerin kullanımında farklılaşma olup olmadığını derinlemesine araştırmaktır ve üst bilişsel becerilerin matematiksel modelleme döngüsü basamaklarındaki genel rolleri açıklayabilmektir.

“Üç matematiksel modelleme etkinliğinde sergilediğiniz ortak ve farklılaşan güçlü/zayıf yönleriniz nelerdir?”, “Sizce üç etkinlikte yer alan problemler sırasıyla hangi matematiksel bilgi ve becerilere sahip olmayı gerektirmektedir?” soruları üç etkinlikte yer alan problemlerin gerektirdiği ortak ve farklılaşan becerileri tespit edebilmek, farklılaşma durumlarını analiz etmek ve bu durumlarda farklılaşan becerilerin rollerini açıklayabilmek amacıyla yazılmıştır.

Son olarak “Üst bilişsel becerilerin matematiksel modelleme sürecindeki rolü nedir?” sorusu araştırmanın çekirdeğinde kabul edilen dört temel üst bilişsel becerinin (planlama, tahmin, izleme ve değerlendirme) matematiksel modelleme sürecindeki işlevini ve rollerini öğretmen adaylarının deneyimleriyle destekleyerek açıklayabilmek ve rollerin bireysel farklılıklar göz önüne alındığında tutarlılığını inceleyebilmek amacıyla yazılmıştır.

3.4. Veri Toplama Süreci

Araştırmanın veri toplama aşaması 2023 yılının Mayıs-Haziran aylarında toplamda üç haftada tamamlanmıştır. Uygulamalar Marmara Üniversitesi matematik öğretmenliği lisans programı 4.sınıfta öğrenim gören üç gönüllü öğretmen adayı ile yüz yüze ve bireysel olarak gerçekleştirilmiştir. Çalışma grubu başlangıçta amaçlı rastgele örnekleme göre altı kişi olarak planlanmıştır. Ancak nitel araştırmalarda örneklem sayısının yeterli düzeyde az olması daha detaylı analiz imkânı sunacağından çalışmanın güvenirliğini artırmak adına üç olarak belirlenmiştir. Uygulama aşamasında öğretmen adaylarının KPSS sürecinde olmaları sebebiyle beklenen katılım talebi olmamıştır. Ayrıca on bir ilin etkilendiği deprem nedeniyle üniversiteler uzaktan eğitim kararı almıştır. Bu nedenle araştırmacı katılımcı bulmakta zorlanmıştır. Sonuç olarak katılımcılar amaçlı uygun örnekleme yöntemi ile üç kişi olarak belirlenmiştir. Araştırmanın ana olguları dört temel üst bilişsel beceri olup araştırmanın odak noktası bu becerilerin modelleme sürecindeki rolünü anlamaya çalışmak olduğundan katılımcıların bireysel farklılıkları minimize edilerek mümkün mertebe homojen seçilmiştir. Böylelikle yalnızca üst bilişsel becerilerin rollerine odaklanmak hedeflenmiştir.

Uygulama oturumları gerçekleşmeden önce uygulamadaki aksaklıkları ve problemlerde yer alan anlaşılır olmayan yönleri tespit edebilmek için uygulamaya hazırlık amacıyla pilot uygulama gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulamalar bireysel ve yüz yüze şekilde devlet kurumlarında üç yıldır hizmet sunan iki matematik öğretmeni tarafından sorular çözülmüş ve ardından değerlendirilmiştir. Araştırmanın amacı gözetilerek uygulamada öğretmenlerin verdiği dönütler dikkate alınmıştır.

Çalışma grubu ile yapılan ön görüşmelerde öğretmen adayları Bilgi Onam Formunu doldurarak gönüllü olduklarını belirtmişlerdir. Araştırmacı görüşmelerde katılımcı gözlemci rolündedir. Oturumlar gerçekleştirilmeden önce araştırmacı katılımcılara araştırmanın amacını açıklamış ve kendilerinden gerekli izinleri almıştır. Öğretmen adayları lisans döneminde matematik alan bilgisi derslerinin hepsini daha önce alıp başarı ile tamamlamışlardır. Ek olarak öğretmen adayları daha önce 3.sınıfta matematiksel modelleme dersini seçmeli olarak almıştır. Bu nedenle süreç hakkında bilgi sahibidirler. Ancak oturumlara başlamadan önce araştırmacı öğretmen adaylarına matematiksel modelleme süreci hakkında neler hatırladıklarını sorup hazırbulunuşluk düzeyleri hakkında bilgi sahibi olmuştur. Bunun yanı sıra sürece dair gerekli bilgileri hatırlattıktan sonra ilk oturum gerçekleştirilmiştir. Oturumlara ilişkin önemli bilgiler Tablo 3.2’de verilmiştir.

İlk etkinlikte katılımcıların teknolojik araçlardan yardım almasına izin verilmemiştir. Uygulama başlangıcında katılımcıların matematiksel modelleme yeterlikleri ve üst bilişsel becerilerini nasıl düzenledikleri bilinmemektedir. Yeterlik düzeyleri ve öz düzenleme becerileri hakkında bilgi sahibi olabilmek için süreci kendi imkân ve becerileri ile nasıl yönetebildiklerini gözlemleyebilmek amaçlanarak uygulama planının bu şekilde düzenlenmesi uygun görülmüştür.

Tablo 3.2. Veri Toplama Sürecine İlişkin Bilgiler

Oturum	İçerik	Uygulama Süreci
Uygulama Öncesi (Hazırlık ve Pilot Çalışma)	- Uzman görüşü alındı (bkz. **EK-1**). - Etik kurul izni alındı (bkz. **EK-2**). - Pilot uygulama	İki matematik öğretmeni ile üç matematiksel modelleme sorusu incelenmiştir. Öğretmenlere müdahale edilmeden problemlerin matematiksel modelleme çerçevesinde çözüm yapılması istenmiştir. Problemlerin eksik ve geliştirilebilir yönleri tespit edilerek uygulama anının provası yapılmıştır.
1.Oturum **(29 Mayıs - 4 Haziran)**	<u>Ön görüşme</u> - Tanışma - Bilgilendirilmiş Onam Formunun doldurulması (bkz. **EK-3**) - Çalışmanın amacı ve matematiksel modelleme süreci hakkında bilgilendirme	Öğretmen adaylarına Matematiksel modelleme kavramı hakkında ne bildikleri ve modelleme sürecine dair neler hatırladıkları sorulmuştur.
	<u>Matematiksel modelleme etkinlikleri</u> - Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği (bkz. **EK-5**) - Görev Temelli Mülakat Formu içerisinde	Etkinlik, standartlaştırılmış yönergesi (bkz. **Ek-8**) ve boş kâğıt ile birlikte verilmiştir. Katılımcılar yönergedeki her bir maddeyi ve problemlerin çözümüne dair tüm düşüncelerini sesli olarak ifade etmişlerdir. Çözümlerini verilen boş A4 kâğıtları üzerine aşama aşama rapor olarak yazmışlardır. **Not:** Çözüm sürecinde etkinlik kâğıdı dışında hiçbir materyal sunulmamıştır; internet vb. teknolojik imkân kullanımına izin verilmemiştir.
2.Oturum (5-11 Haziran)	<u>Matematiksel modelleme etkinlikleri</u> - Yapışkan Toplar Etkinliği (bkz. **EK-6**) - Görev Temelli Mülakat Formu	Etkinlik, standartlaştırılmış yönergesi ve boş kâğıt ile birlikte verilmiştir. Katılımcılar yönergedeki her bir maddeyi ve problemlerin çözümüne dair tüm düşüncelerini sesli olarak ifade etmişlerdir. Çözümlerini verilen boş A4 kâğıtları üzerine aşama aşama rapor olarak yazmışlardır. **Not:** Etkinlik bağlamında geçem Mobil uygulama üzerinde uygulama yapma şansı verilmiştir.
3.Oturum (12-18 Haziran)	<u>Matematiksel modelleme etkinlikleri</u> - Yapışkan Toplar Etkinliği (bkz. **EK-7**) - Görev Temelli Mülakat Formu	Etkinlik, standartlaştırılmış yönergesi ve boş kâğıt ile birlikte verilmiştir. Katılımcılar yönergedeki her bir maddeyi ve problemlerin çözümüne dair tüm düşüncelerini sesli olarak ifade etmişlerdir. Çözümlerini verilen boş A4 kâğıtları üzerine aşama aşama rapor olarak yazmışlardır. **Not:** İhtiyaç duyulması halinde internet için izin verilmiştir.
	<u>Genel süreç değerlendirme</u> - Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu (bkz. **EK-9**)	Formda 10 adet açık uçlu soru bulunmaktadır. Sorular üç etkinliğin ve matematiksel modelleme süreci deneyimlerinin genel değerlendirmesi kapsamındadır. Son soru üst bilişsel becerilerin modelleme sürecindeki rolü ile ilgilidir. Katılımcılar kendi deneyimlerine göre bu soruyu cevaplamıştır. Sorunun hemen öncesinde araştırmacı bu becerilerden kısaca detay vermeden bahsetmiştir.

Oturumlar ilk etapta grup çalışması şeklinde planlanmıştır. Grup çalışmaları her ne kadar sosyal kültür ve doğal tartışma ortamları oluşturarak üst biliş becerilerinin ortaya çıkışını kolaylaştırsa da analizini zorlaştırmaktadır. Ayrıca işbirlikli ortamlarda ortak bir çalışma ve ortak bir ürün ortaya koyma mantığı bulunduğu için katılımcıların bireysel takibini ve üst bilişsel becerilerin hangi durumda ne şekilde ne sıklıkla açığa çıkardığını takip etmek güçleşmektedir. Bu nedenle uygulama süreci katılımcıların bireysel çalışmaları şeklinde organize edilmiştir.

Oturumlar Marmara Üniversitesi Göztepe kampüsü ve ortak güzergâhtaki kafelerde gerçekleştirilmiştir. Mekânların seçimi konusunda sakin ve gürültüsüz olmasına dikkat edilmiştir. Öğretmen adayları kahve eşliğinde doğal bir şekilde, stres ve kaygı duymadan etkinliklere odaklanmıştır. Süre konusunda hiçbir kısıtlama yapılmamıştır; katılımcılara zaman baskısı yapılmasından kaçınılmıştır. Oturum sürelerine ilişkin detaylar Tablo 3.3'de verilmiştir. Oturumlarda başlangıcından bitişine kadar hem ses hem de video kaydı alınmıştır. Araştırmacı, mülakatlar sırasında öğretmen adayları matematiksel modelleme problemlerini çözerken onları, düşünce ve eylemlerine müdahale etmeden sessizce dinlemiş ve gözlemlemiş, anlaşılır olmayan yerleri açıklamış ya da sorular sorarak anlamaya çalışmış, ilgili hususlarda araştırmacı gözlem formuna (bkz. **EK-4**) betimsel gözlem notları almıştır.

Tablo 3.3. Oturum Süreleri

Öğretmen Adayı	1.Etkinlik	2.Etkinlik	3.Etkinlik	Değerlendirme
ÖA1	1 saat 12 dakika	1 saat 18 dakika	3 saat 10 dakika	1 saat 30 dakika
ÖA2	2 saat 10 dakika	2 saat 2 dakika	1 saat 57 dakika	1 saat
ÖA3	3 saat 31 dakika	1 saat 35 dakika	1 saat 41 dakika	1 saat

Her etkinlik sonunda yönergenin devamında bulunan üç adet etkinlik ve kendi performanslarıyla ilgi açık uçlu soru yöneltilmiştir. Ayrıca üçüncü oturumun yani son oturumun sonunda katılımcılarla genel değerlendirme yapılmıştır. Değerlendirme soruları yönergeden farklı olarak ayrı bir yarı yapılandırılmış görüşme soruları olarak verilmiştir. Bu değerlendirme soruları 10 açık uçlu sorudan oluşmaktadır. Soruların içeriği üç etkinliğin birlikte genel değerlendirmesini ve matematiksel modelleme sürecindeki deneyimlerini içermektedir. Son soruda ise üst bilişsel becerilerin modelleme sürecindeki rolü sorulmaktadır. Bu soruyu öğretmen adaylarının uygulama sürecindeki deneyimlerini göz önünde bulundurarak çözmeleri beklenmektedir. Bu sorunun hemen öncesinde araştırmacı tarafından dört temel beceriden detay verilmeden yüzeysel olarak bahsedilmiştir.

Araştırmacının rolü

Gözlem esnasında araştırmacının farklı rolleri olabilir; bu roller açık ya da gizli olabilir (Berg ve Lune, 2019; Spradley, 2016). Bu araştırmada araştırmacının rolü katılımcı gözlemcidir. Yüz yüze mülakatlara başlamadan önce katılımcılara kendini tanıtmış ve çalışmanın amacını belirtmiştir. Ancak uygulama sırasında öğretmen adaylarının problemi çözüm süreçlerine müdahale etmemiştir. Sohbet havasında soru-cevap şeklinde doğal ortamlarda doğal şekilde gelişen mülakatlar gerçekleştirerek görüşme süresince gözlem notlarını kayıt etmiştir.

Görev Temelli Mülakat Formunda yer alan performans değerlendirme sorularını ve Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formunda yer alan soruları öğretmen adayları bireysel olarak yanıtlamıştır. Öğretmen adayları anlaşılmayan hususları araştırmacıya sormuşlardır, araştırmacı yönlendirme yapmadan rehber olarak açıklamıştır. Araştırmacı nitel analiz sırasında doldurmadığı boşluklar, eksikler ve uygulama sırasında kaydettiği gözlem notlarındaki anlaşılmayan noktaları bu bireysel değerlendirmeler sırasında öğretmen adayları ile tartışarak uzlaşmış ve sonuçları öznellikten objektifliğe taşımıştır. Tartışılan hususlar araştırmanın sonuçlarını belirginleştirecek olguların uygulama sürecinde nasıl şekillendiği ve bu olgulara kaynaklık eden temel nedenlerdir. Nihayetinde muallak olan durumlar ya da araştırmacının şahsi fikirleri öğretmen adaylarının deneyimleri ve düşünceleri ile birlikte fikir birliğine varılmıştır.

Araştırmacı araştırma için önemli olan yanıt bulamadığı ya da anlaşılır olamayan durumları öğretmen adaylarına matematiksel modelleme deneyimlerindeki zihinsel aktivitelerini keşfettirici sorular sorarak netleştirmiştir. Sorular uygulama sonlarında performans değerlendirme soruları ve Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formunda yer alan sorular yanıtlanırken sorularak tartışılmıştır. Bu sorulara örnek olarak "Bahsettiğin bu durum sence neden kaynaklanıyor olabilir? Teknolojinin burada hangi becerinin yerine geçtiğini düşünüyorsun? Böyle düşünmende hangi üst bilişsel becerinin etkili olduğunu düşünüyorsun? Performans değerlendirmen sırasında doğrulama yapmakta zorlandığından bahsettin, zorlanmandaki temel faktör sence ne olabilir? İşlem hatalarını fark etmekte güçlük yaşamıştın, hangi durumlarda bunu sık yaşıyorsun ve bunu fark etmekte hangi unsurların etkili olduğunu düşünüyorsun? Düşünceni bu şekilde ifade etmiştin, peki sence bu durumdan dolayı olabilir mi?" verilebilir.

Araştırmacı uygulamaların ardından elde ettiği çıkarımları ve varsayımları alanyazında mevcut çalışmaları inceleyerek doğrulamış ve farklı sonuçlar üzerine düşünmüş, benzer sonuçların yer aldığı makale ve tezlerle eşleştirmiştir. Tüm bu adımlar araştırmanın veri analizi ve buğuların yorumlanarak sonuca bağlanmasında nesnelliği korumak ve objektifliği sağlamak adına yapılmıştır. Bu tez çalışmasında araştırmacı hem çalışmayı tasarlayan, hem uygulayan, hem analiz eden hem de verileri yorumlayarak sonuçlandıran kişi olarak araştırmanın bütününde aktif role sahiptir.

3.5. Veri Analizi

Nitel çalışmalar araştırma boyunca tümevarımsal bir yapıdadır. Dolayısıyla veri analizi tümevarımsal bir planlama gerektirir (Baltacı, 2017). Bu durum ancak farklı perspektiflerle sağlanabilir. Bu çalışmada gözlem, görüşme ve doküman analizi yapılmıştır. Veriler analiz edilirken içerik analizi tercih edilmiştir. İçerik analizinde veriler belirli kavram ya da temalar şeklinde ifade edilerek araştırmacı tarafından yorumlanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek,2013). Bu çalışmanın amacı matematik öğretmen adaylarının üst bilişsel becerilerinin matematiksel modelleme sürecindeki rolü araştırılmaktadır. Araştırma kapsamında modelleme basamaklarında hangi üst bilişsel becerilerin ön plana çıktığı ve bu becerilerin her bir modelleme basamağındaki rolüne ilişkin bulgularla ifade edilerek açıklanacaktır. Veri analizi görüşmelerde alınan ses ve video kayıtlarının ortak dökümü üzerinden ve öğretmen adaylarının çözüm raporları ile yapılandırılmış görüşme sorularına ilişkin formların eş zamanlı incelenmesiyle gerçekleştirilmiştir.

Bu çalışmanın ilk alt araştırma sorusu “Matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde (problemi anlama, basitleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma, yorumlama, doğrulama) hangi üst bilişsel becerileri (planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin) ön plana çıkmaktadır?” için görüşmelerden elde edilen ses ve video kayıtlarının dökümü iki boyutta kodlanmıştır: Matematiksel modelleme döngüsü ve üst bilişsel beceriler. Alanyazından referans alınan matematiksel modelleme döngüsü Borromeo-Ferri’nin (2006) Bilişsel Perspektif Altında Modelleme Döngüsüdür. Bu çerçeve altı aşamadan oluşmaktadır ve bu döngünün her bir basamağı ayrı bir bilişsel yeterlik gerektirmektedir ve buna göre kodlanmıştır. Bu nedenle bu çalışmada matematiksel modelleme döngüsüne ait altı temel kod kullanılmıştır ve bu kodlar için alt kod kullanılmamıştır. Tablo 3.4’te Borromeo Ferri’nin (2006) veri analizi için sunduğu çerçeve verilmiştir.

Tablo 3.4. Borromeo Ferri'nin (2006) Bilişsel Perspektif Altında Modelleme Yeterlikleri

Yeterlikler	**Açıklamaları**
1.Problemi anlama	Gerçek yaşamdaki problem durumu öğrenci tarafından anlamlandırılır ve durumun zihinsel gösterimi yapılır.
2.Problemi Sadeleştirme	Durumun zihinsel gösteriminden gerçek modele geçişte verilen durum sadeleştirilir, yapılandırılır ve belirgin hale getirilerek çözüm için gerekenler belirlenir.
3.Matematikselleştirme	Öğrencilerin sözlü ifadelerine dayalı olarak oluşturulan gerçek model, matematikselleştirme yoluyla matematiksel model haline getirilir.
4.Matematiksel olarak çalışma	Öğrenciler tarafından modelleme becerileri kullanılarak modellerin çözümü gerçekleştirilir ve matematiksel sonuçlar ortaya çıkar.
5.Yorumlama	Matematiksel sonuçlardan gerçek sonuçlara geçiş yorumlanır.
6.Doğrulama	Gerçek yaşam deneyimlerinden yararlanılarak gerçek sonuçlar ile zihinsel gösterimler arasındaki uyuşum kontrol edilir.

Alanyazın dört temel üst bilişsel beceri üzerinde durmaktadır: Planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin (Brown, 1987; Deseote ve Royers, 2002; Jacobs ve Paris, 1987; Shraw, 1994). Bu nedenle üst bilişsel beceriler için dört temel kodlama yapılmıştır. Bu temel kodlar ve alt kodları için Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel'in (2015) ortaya koyduğu çerçeve kullanılmıştır. Bu çerçeve teknoloji destekli ortamlarda matematiksel modelleme süreçlerinde açığa çıkan üst bilişsel yapıları tanımlamakla birlikte teknoloji olmayan ortamlarda açığa çıkan alt kodları da kapsayan geniş bir perspektif sunmaktadır ve alt kodlar alanyazındaki çalışmalarla (Çetinkaya, 2020; Magiera ve Zawojewski, 2011) benzerlik göstermektedir. Bu araştırmada bu çerçeveye ait tahmin için beş adet; planlama için beş adet; izleme için üç adet; değerlendirme için beş adet olmak üzere toplamda 18 adet alt kod kullanılmıştır. Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel'in (2015) çerçevesine tezin ikinci bölümünde matematiksel modelleme ve üst biliş çalışmalarının içerisinde Tablo 2.3'te yer verildiği için tekrar bu bölümde yer verilmemiştir.

Bu çalışmanın ikinci alt araştırma sorusu "üst bilişsel becerilerin matematiksel modelleme döngüsünün her bir aşamasındaki rolü nedir?" için öğretmen adaylarının yapılandırılmış görüşme formunda verdikleri açık uçlu yanıtlar ve etkinlikler çözüm raporları ile araştırmacının görüşmeler sırasında aldığı gözlem notları içerik analizi ile incelenmiştir. Sonuç olarak matematik öğretmen adaylarının üst bilişsel becerilerinin matematiksel modelleme sürecindeki rolü açıklanmıştır.

Örnek Veri Analizi

Veri analizinde kodlamalar iki türlü yapılmıştır: Öğretmen adayının matematiksel modelleme döngüsündeki aşaması ve açığa çıkan üst bilişsel beceri. Matematiksel modelleme döngüsü için "Problemi anlama, Planlama, Matematikselleştirme, Matematiksel çalışma, Yorumlama ve Doğrulama*"* olmak üzere altı kod kullanılmıştır; Üst biliş için "Tahmin, Planlama, İzleme ve Değerlendirme" olmak üzere dört temel kod kullanılmıştır. Ayrıca üst biliş için Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel'in (2015) alt kodları kullanılmıştır.

Araştırmacı ve uzman matematiksel modelleme döngüsüne ait kodlarda herhangi bir uyuşmazlık yaşamamıştır. Benzer şekilde üst bilişsel becerilere ait temel kodlar içerisinde "değerlendirme" ile ilgili herhangi bir uyuşmazlık yaşanmamıştır. "Planlama" kodu için yüksek oranda uyuşma vardır ancak "planlama" mı yoksa " izleme" mi ya da "izleme" mi yoksa "tahmin" mi ikilemlerinde kalındığı durumlar yaşanmıştır. Örneğin;

Araştırmacı: Verilen problemden neler anladın? Anlaşılmayan bir yer var mı?
ÖA1: Yok. Problemi anladım. Bir turist kafilesinin çektiği bir fotoğraf var. Bu fotoğrafta iki grup insanın olduğu yerler işaretlenmiş ve işaretlenen insanlar arasındaki gerçek mesafeyi soruyor bizlere.

Burada öğretmen adayı problem ile ilk kez karşılaşmıştır ve problem bağlamını henüz okumuştur. Bir kez okuduktan sonra hemen problemde verilenleri ve istenenleri açıklayabilmiştir. Bu örnek ifade için araştırmacı ve uzman hemfikirdir. Modelleme döngüsünde "problemi anlama" olarak; üst bilişsel beceri temel kodu "planlama" ve alt kodu "amaç ve imkân analizi" olarak kodlanmıştır.

Araştırmacı ve uzman üst bilişsel beceriler içerisinden "planlama" koduna dair hemfikir olmalarına rağmen alt kodlarında uyuşmazlık yaşadıkları durumlar olmuştur. Örneğin;

ÖA1: Yani ölçmek en kesin veriyi verecektir bize. **(1)**
Ya da merdiven sayısı çarpı merdivenin yüksekliğini bilmek. **(2)**
Ama yine de bir bilgiye ihtiyacımız var. **(3)**

Bu örnek modelleme basamağı olarak "matematikselleştirme" olarak, üst bilişsel beceri olarak ise "planlama" şeklinde kodlanmıştır. Bu hususta her iki kodlayıcı hemfikirdir. Ancak araştırmacı ve uzman başlangıçta hem alt kodlarda hem de kod sayısında uyuşmamıştır.

Her üç ifadeyi de planlama olarak kodlamıştır ancak (1) ve (2) için alt kodu "temel büyük düşünceyi tasarlama"; (3) için ise "amaç ve imkân analizi" kodunu kullanmıştır. Uzman ile birlikte incelendiğinde uzman üç kodun bir bütün olduğunu ve bütüncül bakılması gerektiğini ifade ederek üç ifadenin birleşerek tek kod şeklinde yazılmasını ve alt kod olarak "amaç ve imkân analizi" olmasının daha uygun olabileceğini savunmuştur. Nihayetinde uzlaşılmıştır ve üçü tek kod ve "amaç ve imkân analizi" olarak kodlanmıştır.

ÖA1:Yani bir dik üçgen oluşturmayı tercih ederim gibi.
(Değerlendirme-Farklı düşünceleri değerlendirme) (Planlama) **(1)**

ÖA1: Buradaki yüksekliği (kalemle merdivendeki kişi ile merdivenlerin zeminde bittiği noktanın arasını gösteriyor) ve şuradaki uzaklığı (kalemle merdivenin zeminde bittiği nokta ile zemindeki kişinin arasını gösteriyor) bize lazım gibi. Bulabilirsek. (Planlama-Temel büyük düşünceyi tasarlama) (Planlama) **(2)**

ÖA1: Şu an tamamen problemi çözmeye odaklandım galiba.
(Üst bilişsel bilgi-ayrı olarak kodlanmıyor)

Araştırmacı: O zaman strateji olarak dik üçgenden gitmeyi planlıyorsun.
ÖA1: Evet (Planlama-Temel büyük düşünceyi tasarlama) (Planlama) **(3)**

Araştırmacı: Peki dik üçgende hangi kenarı bulman gerekecek? Çizerek gösterebilirsin.

ÖA1: (Görsel üzerinde üçgen çiziyor) Şurası (merdivendeki adamın yerden yüksekliği). Merdiven olan kısmı ve buranın, merdivenin bu adama (zemindeki adam) olan uzaklığını bulmam gerekecek.
(İzleme-Planı takip etme) (Matematikselleştirme) **(4)**

Bu örnekte araştırmacı ve uzman (1), (2) ve (3) maddelerinin kodlamalarında hemfikirlerdir. Araştırmacı (4) maddesinin üst bilişsel kodu için başlangıçta "planlama-amaç ve imkân analizi" olarak kodlamıştır. Uzman ile birlikte incelediklerinde "izleme-planı takip etme" olarak karar alınmıştır. Öğretmen adayı öncesinde yapmış olduğu planın kontrolü yaptığı için izleme olması uygun görülmüştür.

ÖA1: Bir matematik problemi olarak ilk olarak aklıma gelen şey dik üçgen oluşturmak olabilir. (Planlama-Temel büyük düşünceyi tasarlama) (Planlama) **(1)**

ÖA1: Ama gerçek duruma yansıttığımızda gerçeği yansıtmayabilir. Mesela bu insanın gerçek uzaklığı (işaretli insanlar arasındaki en kısa mesafeyi gösteriyor-gökyüzünden)… Burada bir merdiven var. Merdivenden inip bu düz yola gitmesi lazım. Yani burada bir uzaklık oluşturmak aslında çok da gerçeği yansıtmayabilir. (Tahmin-Kararların etkilerini önceden tahmin etme) (Planlama) **(2)**

ÖA1: Gerçek sonuca yaklaşmadığını fark edebiliyorum. Ama yine de bir problem olarak ele alındığında direkt küçük dik bir üçgen oluşturarak hipotenüs uzunluğundan bulunabilirdi.
(Planlama- matematiksel ve gerçek yaşam düşüncelerini uzlaştırma) (Planlama) **(3)**

ÖA1: Ya da adımlayarak da olabilir.
(Planlama-Temel büyük düşünceyi tasarlama) (Planlama) **(4)**

Araştırmacı: Adımlayarak?
ÖA1: Adımlayarak (merdivendeki kişinin zemindeki kişiye doğru) buradaki kişiye gelip bunun olduğu yerden adımlayalım. Buraya kadar ne kadar oluyor?
(Planlama-Temel büyük düşünceyi tasarlama) (Planlama) **(5)**

Araştırmacı: Nasıl adımlayacağız?
ÖA1: Yani bir adımımızın ölçüsünü alırsak, bunun metre olarak karşılığının kaç adım olduğunu bulmamız gerekiyor.
(Planlama-Temel büyük düşünceyi tasarlama) (Planlama) **(6)**

ÖA1: Hangi yolu kullandığı da önemli burada (Fotoğrafa bakıyor). Merdivenlerden düz mü inecek? Hangi taraftan gelecek? (Kalemle merdivenler arasında yol çiziyor. Merdivenlerinde sağa sola yukarı aşağı gezinip de inebilir) (İzleme-Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme) (Planlama) **(7)**

ÖA1: Düşünmek gerekiyor. Ama biz düz geleceğini yani idealleştirmeyi esas alırsak buradan (bulunduğu konumdan) itibaren kaç adım olduğunu ölçüp yapabiliriz.
(Planlama-Temel büyük düşünceyi tasarlama) (Planlama) **(8)**

ÖA1: Ama en mantıklısı hipotenüs oluşturmak diyebilirim.
(Değerlendirme-Farklı düşünceleri değerlendirme) (Planlama) **(9)**

Yukarıdaki örnek ses-video kayıt dökümünde her iki kodlayıcı da (1), (4), (5), (6) ve (9) maddelerinde aynı kodlamaları yapmıştır. (2) maddesini araştırmacı başlangıçta üç parça halinde kodlamıştır ancak uzmanın bütüncül inceleme önerisi üzerine birleştirilerek tek kod halinde ele alınmıştır. Ayrıca araştırmacı “tahmin” olarak, uzman ise “izleme” olarak kodlamıştır. Birlikte beyin fırtınası yapılarak “bir şeyi düşünürken zihinsel işlemlerde önce tahmin yapıldığı ardından zihinde o tahminin izlemesi en sonunda da değerlendirme yapılması” hususunda ortak karar birliğine varılmıştır. (2) maddesinde öğretmen adayı matematiksel modelleme sürecinde planlama aşamasının başında olup fikrini ilk kez dile getirdiği için “tahmin” olarak uzlaşılmıştır. (3) maddesi için de benzer olarak uzman bütüncül bakılması gerektiğini ifade etmiştir. Araştırmacı başlangıçta (3) maddesinin *“Gerçek sonuca yaklaşmadığını fark edebiliyorum.”* kısmını “tahmin-kararların etkilerini önceden tahmin etme” olarak kodlamıştır; *“Ama yine de bir problem olarak ele alındığında direkt küçük dik bir üçgen oluşturarak hipotenüs uzunluğundan bulunabilirdi.”* kısmını ise “planlama-matematiksel ve gerçek yaşam düşüncelerini uzlaştırma” olarak kodlanmıştır. Ancak toplantıda uzman iki cümlenin peş peşe birbirinin devamı niteliğinde tek bir olgu olduğunu ve sürecin modelleme sürecinin planlama basamağının bir parçası olduğunu savunmuştur. Bütüncül bakış açısıyla incelemenin faydalı olacağını, olgular en küçük parçalarına bölündüğünde gerçek anlamından sapabileceğini bunun da araştırma sonuçlarının güvenirliğini olumsuz etkileyebileceğini eklemiştir. Nihayetinde (3) maddesi tek bir olgu olarak değerlendirilmiştir ve planlama olarak kodlanmıştır. Benzer şekilde (7) ve (8) maddeleri de başlangıçta ayrık kodlanmasına karşın görüşme sonunda tek kod olarak değerlendirilmiştir.

3.6. Geçerlik ve Güvenirlik

Bir araştırmanın en önemli kısmı yapılan araştırmanın ne ölçüde geçerli ve güvenilir olduğudur. Elde edilen sonuçların gerçeğe yakınlığı çalışmanın yöntemiyle ilgilidir. Ölçme araçlarının geçerli olabilmesi için güvenilir olması gerekir. Güvenirlik genel anlamda kullanılan ölçme araçlarından doğru sonuç elde etme durumuyla ilgili iken; geçerlik genel anlamda kullanılan ölçme aracının araştırmanın amacına ulaşmasında ne ölçüde etkili ve nitelikli olduğu ile ilgilidir (Güler, 2018). Ancak her iki kavram da nicel ve nitel araştırma durumuna göre farklılık göstermektedir. Çünkü geçerlik ve güvenirliği göstermek için somut kanıt sunmak gerekir.

Nicel araştırmalarda sayısal veriler kullanılarak kanıtlama yoluna gidilirken nitel araştırmalar bunun yerine inandırıcılık hususuna dikkat çekilir (Başkale,2016). İnandırıcılık ölçütleri iç geçerlik, dış geçerlik, güvenirlik ve nesnellik şeklinde sınıflanabilir (Guba ve Lincoln, 1982). Bu faktörlerin en temelinde ise araştırmacının çalışmayı amacı gözeterek planlı yürütmesidir. Bu çalışmanın amacı matematik öğretmen adaylarının üst bilişsel becerilerinin matematiksel modelleme sürecindeki rolünü incelemektir. Amaç doğrultusunda iki soruya cevap aranacaktır: matematik öğretmen adaylarının modelleme sürecinde hangi üst bilişsel becerileri ön plana çıkmaktadır ve üst bilişsel becerilerin matematiksel modelleme döngüsünün her bir aşamasındaki rolü nedir? Amaç ve çalışmanın alt soruları dikkate alınarak araştırma deseni, katılımcı seçimi, uygulamanın yapılacağı ortam ve uygulama şekli, uygun veri toplama araçları, verilerin nasıl analiz edileceği özenle planlanmıştır.

Nitel araştırmalarda çalışma grubunun özelliklerinin araştırmanın amacıyla örtüşmesi ve katılımcı sayısının ana olguları açıklamakta yeterli bulgular sunmaya elverişli oluşu araştırmanın geçerlik ve güvenirliğini etkilemektedir (Mertens, 2014). Temel amaç genellemeler ya da kurallaştırmalar yapmak yerine dört becerinin modelleme sürecinde ne gibi roller üstlendiği üzerine daha derin bir çalışma yapmak olduğundan katılımcı sayısı minimum tutulmuştur. Başlangıçta araştırmacı tarafından altı kişi olarak ikişerli grup çalışmaları şeklinde planlanmıştır. Ancak grup çalışmalarında bireysel çalışmalara kıyasla daha çok üst bilişsel beceri çıkmasına rağmen bu becerilerin değerlendirmesinin daha karmaşık oluşu çalışmanın geçerliğini etkileyeceğinden uygulamanın bireysel olmasına karar verilmiştir. Ayrıca son sınıf öğretmen adaylarının KPSS çalışıyor olmaları nedeniyle çalışmaya katılım sağlamak istememişlerdir. Bu nedenle gönüllü üç öğrenci seçilerek uygulama yapılmıştır. Araştırmacı tarafından amaca hizmet zengin bulgular elde edildiği takdir edilince yeni katılımcıya ihtiyaç duyulmamıştır. Nitel araştırmalar bireylerin fikirlerini paylaştığı ve bu fikirlere dayalı temel olgunun açıklandığı olgusal bir süreçtir. Bu süreç katılımcıların ifadelerine göre şekillenerek değişim gösteren bir araştırma deneyimidir (Creswell, 2017). Başka bir deyişle örnekleme seçim yöntemi ve homojenliği doğrudan çalışmanın geçerlik ve güvenirliğine yansımaktadır. Katılımcıların hepsi modelleme dersini 3.sınıfta seçmeli olarak almıştır ancak modelleme döngüsünü eksik hatırlamaktadır. Uygulamaya başlamadan önce araştırmacı tarafından matematiksel modelleme döngüsü genel hatlarıyla hatırlatılıp bilgilendirilmiştir.

Çalışmanın geçerliğini artırmak adına hazırlık evresinde veri toplama araçları belirli kraterlere göre seçilmiştir. Veri toplama aracı olarak kullanılan matematiksel modelleme soruları alanyazındaki mevcut makale ve matematiksel modelleme kitaplarından alınarak amaca uygun bir şekilde düzenlenmiştir. Üst bilişsel becerilerin modelleme sürecinde farklı rolleri olabilir, nitekim bu çalışmada bu roller araştırılmaktadır. Bu nedenle seçilen üç etkinlikteki problemlerin farklı özellikleri vardır. Hepsinin gerektirdiği matematiksel alan bilgisi düzeyi, yapılandırılmışlığı, sezgisel ve yoruma dayalı boyutları değişkenlik göstermektedir. Burada amaç üst bilişsel becerilerin rollerini daha iyi anlayabilmek ve açıklayabilmektedir. Üç problem de genel anlamda yapılandırılmamış niteliktedir. Benzer şekilde etkinliklerin sırası da katılımcıları hem sürece alıştırma-ısıtma yönüyle hem de basitten karmaşığa olacak şekilde bilinçli olarak sıralanmıştır. Araştırmacı planlama ve karar aşamasında uzman görüşü almıştır. Görüşü alınan uzman Marmara Üniversitesinde matematik eğitimi alanında profesör öğretim üyesi ve aynı zamanda bu tezin danışmanıdır. Kendisine uzman görüş formu değerlendirme kriterleri ile birlikte matematiksel modelleme problemlerinin özellikleri, veri analizinde kullanılan çerçeve ve ölçülmesi planlanan dört temel üst bilişsel beceri hakkında alanyazın kaynaklı bilgi kağıdı sunulmuştur. Uzman incelemiş ve nihai değerlendirmesini objektif bir şekilde yapmıştır. Araştırmacı dönütleri dikkate alarak gerekli imla hatalarını düzeltmiştir ve uzmanın önerisi üzerinde bir etkinlik yönergesi hazırlamıştır ayrıca yine uzmanın önerisi üzerine ikinci etkinlikte mobil oyun üzerinden katılımcılara uygulama yapma şansı verilmesine kararlaştırılmıştır. Ayrıca araştırmacı uygulama yapılmadan önce gönüllü iki matematik öğretmeni ile pilot uygulama yapmıştır. Öğretmenlerden biri KPSS sürecinden yeni geçerek henüz atanmış bir matematik öğretmenidir; diğeri ise üç yıllık devlet okulunda matematik öğretmeni olarak görev yapan daha tecrübeli bir öğretmendir. Pilot uygulamalar gerçek uygulamanın provası niteliğinde gerçekleştirilmiştir. Anlaşılır olmayan noktalar araştırmacı tarafından not edilerek düzenlenmiştir.

Görüşmeler sırasında araştırmacı ve katılımcıların aynı ortamda sohbet ederek mülakatlar yapması karşılıklı güven ortamı sağlar ve katılımcının kendini rahat çekinmeden olduğu gibi ifade etmesini, yöneltilen sorulara içtenlikle yanıt vermesini sağlar (Denzin,1978). Üst bilişsel becerilerin ölçülmesi katılımcıların sesli düşünmelerinin analizi karmaşık bir süreçtir. Bu nedenle katılımcıların kendilerini rahatça ifade edebilmesi önemlidir. Uygulama üniversite amfilerinde ve kampüsteki ya da ortak güzergâhtaki sakin kafelerde kahve eşliğinde gerçekleştirilmiştir. Katılımcıların doğal ortamda düşüncelerini baskı altında olmadan ifade olduğu gibi ifade etmeleri çalışmanın amacına uygun olup araştırmanın sonuçlarını olumlu yönde etkileyeceğinden çalışmanın güvenirliğini artırmaktadır.

Nitel araştırmaların nicel araştırmalardan analiz konusunda en büyük farklılığı araştırmacının yorumuna açık olmasıdır. Bu sebepten ötürü nitel araştırmalar zengin veriler sağlamasına karşın araştırmacının eldeki verileri yanlış yorumlama ya da yanlış anlamasından dolayı yanlış sonuçlara ulaşma ihtimali vardır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu noktada sonuçların güvenirliğini artırmak için araştırmacılar farklı yöntemlere başvurabilir. Bu çalışmada araştırmacı veri toplama aşamasında farklı araçlar kullanmıştır, görüşmeler sırasında ses ve video kaydı almıştır, etkinliklerin sonunda öğretmen adayları ile değerlendirme mülakatları yaparak katılımcı teyidi almıştır, veri analizinde alanyazında mevcut kavramsal çerçeve ve kodlama için çerçeve kullanmıştır ayrıca kodlamalar yapılırken uzman yardımı alınarak puanlayıcı güvenirliğine bakılmıştır ve uzman ile birlikte bulgular yorumlanmıştır. Gözlem, mülakat ve dokümanların yani araştırmada birçok veri toplama aracının kullanılması ve bütüncül bir bakış ile verilerin analiz edilmesi alanyazında üçgenleme kavramı ile ifade edilir ve bu şekilde sürdürülen nitel araştırmaların daha geçerliği yüksektir (Marshall ve Rossman, 2014). Yöntem üçgenleme ile yani doküman, mülakat ve gözlemin birlikte kullanılması verilerin tutarlılığının sağlanması için önemlidir. Veriler kayıt altında tutulmalıdır. Eş zamanlı farklı veriler kullanmak araştırmacıya analiz sırasında çapraz kontrol imkânı sunar (Denzin, 1989). Araştırmacı eş zamanlı doküman inceleme ile birlikte ses ve video kayıtlarının takibini yaparak çapraz kontrol yapmıştır. Böylelikle bulguların güvenirliği artırılarak çalışmanın inanılırlığı artırılmıştır.

Geçerlik ve güvenirlik için araştırmacının kimliğini gizli tutması ya da açıkça başında açıklaması konusunda tartışmalar vardır (Patton, 2018). Bu durum araştırmanın amacına ve gözlemcinin rolüne bağlı olarak değişebilmektedir. Ancak katılımcıların izni alınmadan gerçekleştirilen gözlemler etik açıdan doğru bulunmamaktadır (Shils, 1959). Araştırmacı mülakatlar öncesi kendini tanıtmış ve çalışmanın amacını açıklamıştır. Katılımcı ve araştırma arasındaki dürüstlük güven ortamı oluşturmaktadır.

Nitel veri analizinde güvenirliği artırma yöntemlerinden biri de puanlayıcı güvenirliğidir. Kodlamalar Alanyazında mevcut kavramların tanım ve teorik önermeleri takip edilerek kavramsal çerçeveye uygun bir biçimde yapılmıştır. Analiz çerçevesi olarak Borromeo-Ferri'nin (2006) bilişsel matematiksel modelleme çerçevesi kullanılmıştır.

Üst bilişsel beceriler için Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel'in (2015) alt kodları kullanılmıştır. Araştırmacı öncelikle bu kavramsal çerçeve ve alt kodları takip ederek ses ve video transkripti üzerinde kodlamalar yapmıştır. Ancak araştırmanın güvenirliği için verilerin ne kadar doğru analiz edildiğini kontrol etmek gerekir. Araştırmacı her ne kadar aşama aşama kontrol etse de tarafsız değerlendirilebilmesi için dışarıdan farklı kodlayıcılar tarafından kontrolünün sağlanması gerekir (Miles ve Huberman, 1994; Merriam, 1998). Güvenirliği artırmak için kodlama aşamasında araştırmacı ve uzman birlikte aynı ortamda yüz yüze bir toplantı gerçekleştirerek analiz üzerine konuşmuş ve kodlamaları değerlendirmiştir. Kodlayıcılar arasındaki benzerlik oranı veri analizinin güvenirliğini belirlemektedir. Nitel araştırmalarda puanlayıcı güvenirliği için Miles ve Huberman'ın(1994) geliştirdiği kodlayıcılar arası tutarlılık/görüş birliği dikkate alınmıştır. Miles ve Huberman sundukları modelde görüş birliğinin en az %80 olması gerektiğini savunmuştur. Benzerlik oranı aşağıdaki formülle hesaplanır:

$$\textbf{\textit{Benzerlik Oranı (Güvenirlik)}} = \frac{\textbf{\textit{Kodlayıcılar arası uyuşan kodlar}}}{\textbf{\textit{Birlikte incelenen tüm kodlar}}}\ \textbf{\textit{x 100}}$$

Toplantıda toplamda 47 kod birlikte incelenmiştir. Bu kodlar arasında 7 kod için uyuşulmamıştır. Buradan benzerlik oranı hesaplandığında güvenirlik %85,10 olarak bulunur. Miles ve Huberman modeline göre çalışmanın veri analizi güvenilirdir. Toplantı sonunda araştırmacı ve uzman kodların tamamında uzlaşarak ortak bir anlayış geliştirmişlerdir. Böylece güvenirlik %100'e ulaşmıştır.

BÖLÜM IV: BULGULAR

Bu bölümde üç matematik öğretmen adayının üst bilişsel becerilerinin matematiksel modelleme sürecindeki rolüne ilişkin bulgular yer almaktadır. Her bir öğretmen adayı için üç görevden oluşan “Aspendos Antik Tiyatrosu”, iki görevden oluşan “Yapışkan Toplar” ve üç görevden oluşan “Çamlıca Kulesi Seyir Terası” etkinliklerinde matematiksel modelleme süreci ve bu sürecin her bir basamağında (problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma, yorumlama, doğrulama) öğretmen adaylarının kullandıkları üst bilişsel beceriler (planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin) incelenecektir.

Öğretmen adayları ÖA1, ÖA2 ve ÖA3 olarak kodlanmıştır. Aşağıda her bir öğretmen adayının her üç etkinlik için matematiksel modelleme sürecindeki üst bilişsel becerilerine ilişkin bulguları her bir görevdeki modelleme sürecinde ortaya çıkan üst bilişsel becerilerini temsil eden frekans tabloları ve grafiklerle desteklenerek sunulmuştur. Beraberinde öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinin her bir basamağında açığa çıkan üst bilişsel beceriler öğretmen adayları ile yapılan görev temelli mülakat transkriptlerinden alıntılar ve modelleme görevlerinin çözümlerinden görsellerle ayrıntılı bir şekilde örneklendirilmiştir.

4.1. ÖA1’in Matematiksel Modelleme Süreci ve Üst Bilişsel Becerileri

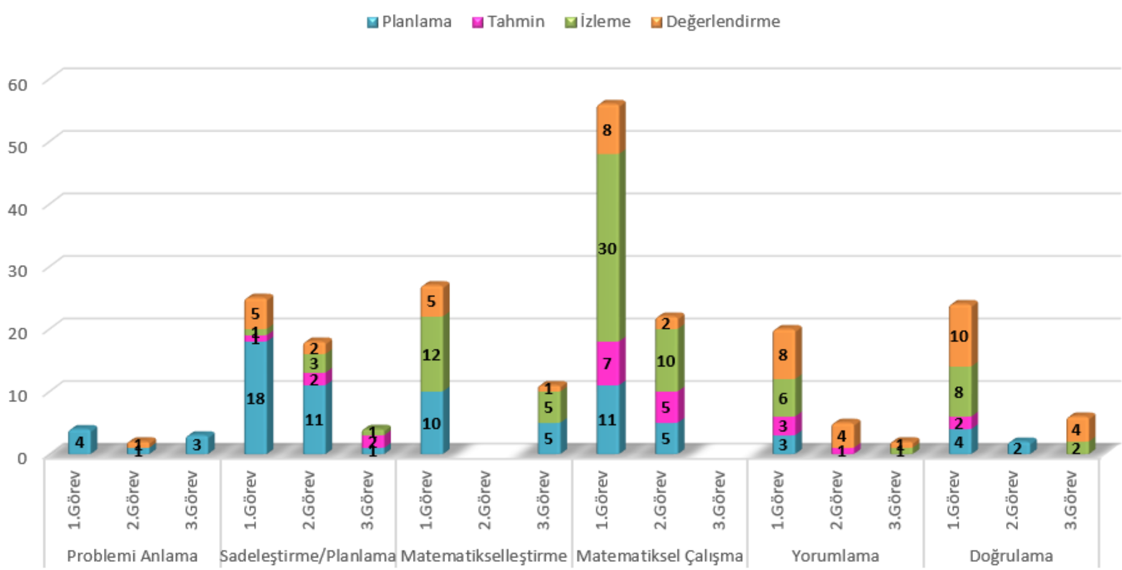
Bu bölümde ÖA1 için matematiksel modelleme süreci, üç etkinlik aracılığı ile modelleme döngüsünün her bir aşamasındaki üst bilişsel becerileri ile birlikte sunulacaktır.

4.1.1. “Aspendos Antik Tiyatrosu” Etkinliği modelleme sürecinde ÖA1’in üst bilişsel becerileri

“Aspendos Antik Tiyatrosu” Etkinliği (EK-5) üç görevden oluşmaktadır. Etkinliğin görevleri sırasıyla aşağıdaki gibidir:

- İşaretli insanlar arasındaki uzaklığı bulunuz.
- Antik Tiyatro’nun gerçek yüksekliğinin ne kadar olabileceğini bulunuz.
- Sahnedeki kişinin yeri sabit olmak üzere basamaklarda bulunan kişinin basamak değişimine göre bu iki kişi arasındaki uzaklığı ifade edebileceğiniz bir matematiksel model oluşturunuz.

ÖA1'in Ek-5'te sunulan Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliğinin tüm görevlerine ilişkin matematiksel modelleme basamaklarının (problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma, yorumlama, doğrulama) her birinde açığa çıkan üst bilişsel becerilerine (planlama, tahmin, izleme, değerlendirme) ait yapılan kodlamaların frekansları Şekil 4.1'de yığılmalı sütun grafiği aracığı ile sunulmuştur.



Şekil 4.1. ÖA1'in Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği Görevlerindeki Üst Bilişsel Becerilerinin Modelleme Sürecindeki Dağılımı

Şekil 4.1 incelendiğinde ÖA1'in Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliğinde dört temel üst bilişsel beceriyi farklı düzeylerde açığa çıkardığı görülmektedir. Bunun yanı sıra görevler ilerledikçe kodlanan üst bilişsel beceri sayısında büyük oranda düşüş görülmektedir. İlk görevde toplamda 156 adet kodlama, ikinci görevde 49 adet kodlama, üçüncü görevde ise 26 adet kodlama yapılmıştır. İkinci görevde "Matematikselleştirme" basamağında, üçüncü görevde ise "Matematiksel Çalışma" basamağında üst bilişsel becerilere dair kodlama yapılmamıştır. Etkinlik genelinde en az frekans ve üst bilişsel beceri türü matematiksel modellemenin "Problemi Anlama" basamağında, en fazla "Matematiksel Çalışma" basamağında kodlanmıştır. Toplamda en az kodlanan üst bilişsel beceri "tahmin", en fazla kodlanan üst bilişsel beceri ise "izleme"dir.

Matematiksel modelleme basamaklarında açığa çıkan üst bilişsel becerilerin alt kodlarına ilişkin frekanslar Tablo 4.1'de verilmiştir.

Tablo 4.1. ÖA1'in Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği Tüm Görevlerinde Açığa Çıkan Üst Bilişsel Becerileri ve Alt Kodlarına İlişkin Frekans Tablosu

Mat. Mod. Bas.	Temel Üst Bilişsel Beceri	Üst Bilişsel Becerinin Alt Kodu	1.Görev (f_1)	2.Görev (f_2)	3.Görev (f_3)	Toplam Frekans ($f_1+f_2+f_3$)
Problemi Anlama	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	4	1	3	**8**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme		1		**1**
Toplam			**4**	**2**	**3**	**9**
Sadeleştirme	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	4	5		**9**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	13	5		**18**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme/ ayrıştırma		1	1	**2**
		Matematiksel ve gerçek yaşam düşüncelerini uzlaştırma	1			**1**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma			2	**2**
		Kararların etkilerini önceden tahmin etme	1			**1**
		Ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma		1		**1**
		Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma		1		**1**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	1	2	2	**5**
		Planı takip etme		1	3	**4**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	5	2		**7**
Toplam			**25**	**18**	**8**	**51**
Matematikselleştirme	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	3			**3**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	7		5	**12**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	4		2	**6**
		Planı takip etme	5		3	**8**
		Plan dışı durumları ortaya koyma	3			**3**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	1			**1**
		Planı ve sonuçları değerlendirme			1	**1**
		Farklı şekillerde ulaşılan sonuçları karşılaştırma	4			**4**
Toplam			**27**	**0**	**11**	**38**
Matematiksel Çalışma	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	2	2		**4**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	6	3		**9**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme ayrıştırma	3			**3**
	Tahmin	Farklı sonuçları uzlaştırmak için tahmin yapma		1		**1**
		Ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma	7	4		**11**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	8	2		**10**
		Planı takip etme	16	6		**22**
		Plan dışı durumları ortaya koyma	6	2		**8**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	3			**3**
		Planı ve sonuçları değerlendirme	2	2		**4**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	3			**3**
Toplam			**56**	**22**	**0**	**78**

Yorumlama	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	1			**1**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	1			**1**
		Matematiksel ve gerçek yaşam düşüncelerini uzlaştırma	1			**1**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma		1		**1**
		Farklı sonuçları uzlaştırmak için tahmin yapma	1			**1**
		Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma	2			**2**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	3		1	**4**
		Planı takip etme	2			**2**
		Plan dışı durumları ortaya koyma	1			**1**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme		2		**2**
		Planı ve sonuçları değerlendirme	4			**4**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	3	1	1	**5**
		Farklı şekillerde ulaşılan sonuçları karşılaştırma	1			**1**
		İşlem hatalarını tarama		1		**1**
Toplam			**20**	**5**	**2**	**27**
Doğrulama	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma		1		**1**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	3	1		**4**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme ayrıştırma	1			**1**
	Tahmin	Kararların etkilerini önceden tahmin etme	1			**1**
		Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma	1			**1**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	4			**4**
		Planı takip etme	1		2	**3**
		Plan dışı durumları ortaya koyma	3			**3**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	2			**2**
		Planı ve sonuçları değerlendirme	1		1	**2**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	5		2	**7**
		Farklı şekillerde ulaşılan sonuçları karşılaştırma	1			**1**
		İşlem hatalarını tarama	1		1	**2**
Toplam			**24**	**2**	**6**	**32**

Aşağıda her bir üst bilişsel beceriye dair bulgular görev temelli mülakat transkriptlerinden alıntılar ve modelleme görevlerinin çözümlerinden görsellerle ayrıntılı şekilde sunulmuştur.

Planlama becerisi

Planlama becerisi birinci görevde toplam 50 defa, ikinci görevde 19 defa, üçüncü görevde ise 9 defa kodlanmıştır. Tablo 4.1 incelendiğinde planlama becerisinin her üç görevde de “Problemi Anlama” ve “Sadeleştirme” basamaklarında planlama becerisi görülmektedir. Etkinliğin genelinde planlama becerisine ait en sık kodlanan alt kod “temel büyük düşünceyi tasarlama”dır.

Şekil 4.1'de verilen grafik incelendiğinde birinci görevde (işaretli insanlar arasındaki uzaklığı bulma) planlama becerisinin modelleme basamaklarının hepsinde kullanıldığı görülmektedir. ÖA1'in Aspendos Antik Tiyatrosunun ilk görevinde "Problemi Anlama" aşamasının veri analizinde kodlanan kodların hepsi üst bilişsel beceri olarak "Planlama" ve alt kodu olarak "amaç ve imkânların analizini yapma" şeklindedir. Örnek bir alıntı aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: Verilen problemden neler anladın? Anlaşılmayan bir yer var mı?

ÖA1:Problemi anladım. Bir turist kafilesinin çektiği bir fotoğraf var. Bu fotoğrafta iki grup insanın olduğu yerler işaretlenmiş ve işaretlenen insanlar arasındaki gerçek mesafeyi soruyor bizlere. (Planlama-Amaç ve imkânların analizini yapma)

ÖA1'in Aspendos Antik Tiyatrosunun birinci ve ikinci (antik tiyatronun yüksekliğini bulma) görevlerinde matematiksel modellemenin "Sadeleştirme" basamağında planlama becerisi frekans olarak ön plana çıkmaktadır. Bu göreve ilişkin veriler incelendiğinde planlama becerisi ve alt kodlarının çözüm stratejisi üretme ve stratejilere ilişkin varsayımda bulunma aşamasında ön plana çıktığı görülmektedir. ÖA1'in sadeleştirme sırasında planlama yaparken görseli dikkatle incelediği ve detayları keşfetme çabası içerisinde olduğu fark edilmiştir. Araştırmacı tarafından birinci ve ikinci görevlerde planlama becerisi olarak kodlanan örnek ifadeler sırasıyla aşağıda verilmiştir.

ÖA1: (Pisagor yönteminin) Gerçek sonuca yaklaşmadığını fark edebiliyorum. Ama yine de bir problem olarak ele alındığında direkt küçük bir üçgen oluşturarak hipotenüs uzunluğundan bulunabilir.
(Planlama-Matematiksel ve gerçek yaşam düşüncelerini uzlaştırma)
ÖA1: Ya da adımlayarak da olabilir. Adımlayarak (merdivendeki kişiden zemindeki kişiye doğru) bunun olduğu yere kadar adımlayalım Bir adımımızın ölçüsünün metre olarak karşılığının kaç adım olduğunu bulmamız gerekiyor.
(Planlama-Temel büyük düşünceyi tasarlama)

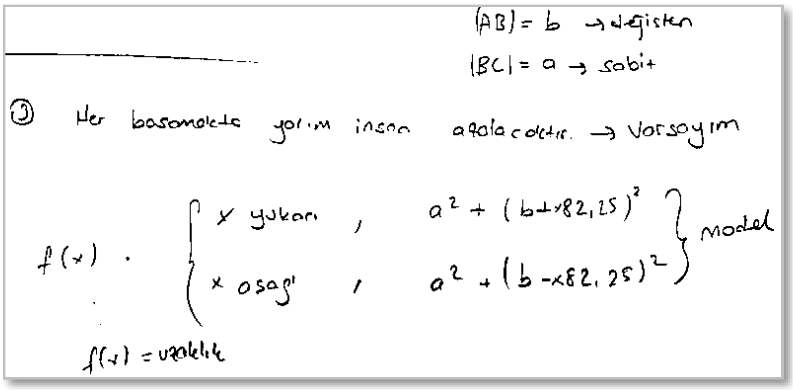
...

ÖA1: (Kalemle fotoğraf üzerinde geziniyor) Burası 14 basama ve üst amfi merdivenlerinin bir yüksekliği var. Aaa! Bir insan boyu var şurada. Burada kaç tane detay var. (Planlama-Amaç ve imkânların analizini yapma)

Araştırmacı: Nasıl bir detay mesela?

ÖA1: Mesela şu yüksekliklerde (amfiler arasındaki ara katı ve en üst kattaki yüksek kapıları gösteriyor) bir tane insan var. (İnsanın kafasının üstüne bir çizgi çiziyor). Şurayı 4 tane dersek 1-2-3-4 (kapının üzerine insan boyunu ekleyerek sayıyor, ekledikçe çizik atıyor, 3 çizik attı, 4 boşluk var). 4 insan boyu diyebiliriz. (Planlama-Temel büyük düşünceyi tasarlama)

Matematiksel modellemenin "Matematikselleştirme" basamağında planlama becerisine ait kodlamalar ÖA1'in modelini oluşturabilmek için ihtiyaç analizini sözlü olarak ifade ettiği diyaloglar sırasında yapmıştır. ÖA1 ikinci görevde (antik tiyatronun yüksekliğini bulma) modelini sözel olarak açıklamış ancak matematik dilinde ifade etmemiştir. ÖA1 üçüncü görevinde (basamak değişimine göre matematiksel model yazma) modelini yazarken basamaklardan aşağı ve yukarı değişimi dikkate almıştır, aynı hizada basamak değişimi ihtimali üzerine düşünmemiştir. Modelini birinci görevinde kullandığı Pisagor bağıntısını genelleştirerek oluşturmuştur. ÖA1'in üçüncü görevdeki modeli Şekil 4.2'de verilmiştir. Etkinlik genelinde "Matematiksel Çalışma" basamağında ise ÖA1 elinde herhangi bir hazır sayısal veri bulunmadığı için tahmine yönelmesi gerektiğini hissettiğini ve soyutsal düşünemediğini dile getirmiştir. "Yorumlama" basamağında ÖA1 görseldeki insanların çok küçük kaldığını fark ederek antik tiyatronun tahmin ettiğinden çok daha büyük hatta devasa olabileceğini düşünmüştür. Etkinlik genelinde doğrulama yapamamıştır.



Şekil 4.2. ÖA1'in Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği Üçüncü Görevindeki Modeli

ÖA1 tüm etkinlikleri deneyimledikten sonra yarı yapılandırılmış görüşme formunda Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliğinin etkinlikler arasında en kolayı olduğunu belirtmiştir. Sorunun net olması, deneyimlerle karşılaştırarak yorum yapabilme, işlemsel olarak milyon ya da sonsuz gibi değerlerle işlem yapmayı gerektirmeme kolaylaştırıcı faktörlerdir.

Etkinlik genelinde değerlendirdiğinde ÖA1 ilk kez bir matematiksel modelleme problemi ile karşılaştığı için zorlandığını, özellikle varsayım yaparken zorlandığını vurgulamıştır. İlgili ifadeleri aşağıda yer almaktadır:

ÖA1: Aspendos etkinliğinde zorlanmamıştım ama ilk defa bu tarz bir soru deneyimlediğim için garipsemiştim. Çünkü elinde hiçbir veri yok ve hiçbir bilgi olmadan nasıl çözeceğimi bilememiştim, hep bir materyale ihtiyaç duymuştum. Problemi anlamada sorun yaşamadım. Soru gayet açık ve netti. Nasıl yapacağımı bilemediğim için varsayımlarda yani sadeleştirmede zorlanmıştım. Varsayımları neyi referans alarak yapmam gerektiğini düşünmek zordu. Örneğin tuğla sayısından mı, insan boyundan mı yoksa adımdan mı gitmeliyim, neyi varsaymalıyım… Ama üçünü kıyasladığımda Aspendos problemi daha kolaydı. Onu kolaylaştıran da deneyimleme imkânı bulabileceğimiz unsurlar olmasıydı. Yorum yapması daha kolaydı.

Araştırmacı: Varsayımlar niçin önemliydi senin için? Varsayım yapamaman ya da yanlış varsayım yapman bu uygulama süreçlerinde senin için neyi aksattı?

ÖA1: Çözüme giden yolu aksattı. Ben daha pratik düşünmekten yanayım. Benim için amaç o problemi en kolay yoldan nasıl çözüme götürebilirimdir. Diyelim ki bir problemin üç farklı yoldan çözümü vardır ve ben hepsini biliyorumdur ama hangisinden çözeceğime karar vermek her zaman daha zor olmuştur. Sayısız tane seçenek var burada. Bu nedenle varsayım yapmakta zorlandım. Benzer şekilde modelime karar verme noktasında da geçerli bu durum.

Tahmin becerisi

Tahmin becerisine ilişkin kod sayısı gerek etkinlik genelinde değerlendirildiğinde gerek her bir matematiksel modelleme basamağı özelinde değerlendirildiğinde oran olarak oldukça azınlıktadır. Tahmin becerisi, birinci görevde toplam 13 defa, ikinci görevde 8 defa, üçüncü görevde ise 2 defa kodlanmıştır ve ÖA1'in Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği süreci boyunca en az kodlanan üst bilişsel becerisidir. Şekil 4.1 incelendiğinde tahmin becerisinin her üç görevde ortak olarak matematiksel modellemenin "Sadeleştirme" basamağında kullanıldığı görülmektedir. En sık tekrar eden alt kodu "ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma"dır.

Araştırmacı ÖA1'in birinci görevinde (işaretli insanlar arasındaki uzaklığı bulma) matematiksel modelleme döngüsünün "Sadeleştirme" basamağında iki farklı strateji önermiştir. Bunların biri Pisagor yöntemi ile en kısa mesafeyi hesaplamak, diğeri ise yerden adımlayarak yatayda alınan yolu hesaplamaktır. ÖA1'in Pisagor yöntemine ilişkin tahmin becerisi olarak kodlanan örnek bir ifadesi aşağıdaki gibidir:

ÖA1: Gerçek duruma yansıttığımızda gerçeği yansıtmayabilir. Mesela bu insanın gerçek uzaklığı (işaretli insanlar arasındaki en kısa mesafeyi gösteriyor) için merdivenden inip düz gitmesi lazım. Yani burada bir uzaklık oluşturmak çok da gerçeği yansıtmayabilir. (Tahmin-Kararların etkilerini önceden tahmin etme)

Tablo 4.1 incelendiğinde "ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma" alt kodu matematiksel modellemenin "Matematiksel Çalışma" basamağında öne çıkmaktadır. Bu kod varsayım yapma ve modelde ilgili uzunlukları bulmaya çalışma sırasında kodlanmıştır. ÖA1 ölçüm yapamadığı durumlarda tahmin odaklı varsayımlara yönelmiştir. Ayrıca tahmin yaparken soyut düşünemediğini bu nedenle tahminlerinde deneyimlerini referans aldığını belirtmiştir. Diğer bir yönden tahmin sürecinde işlem kolaylığını da göz önünde bulundurmuştur. Örneğin ikinci görevde (antik tiyatronun yüksekliğini bulma) ÖA1'in matematiksel modellemenin "Sadeleştirme" basamağında ilk görevde insan boyu cinsinden bulduğu değerler ile kıyaslayarak antik tiyatronun boyunu tahmin etmeye çalışmıştır. Diğer bir yöntem de görselin sağında yer alan tuğlaları sayarak yüksekliği hesaplamaktır. "Doğrulama" basamağında ise tahmin becerisi bir doğrulama stratejisi rolünde farklı değerler/durumlar için değişimin gözlenmesinde ya da işlem hatası kontrolü sırasında kodlanmıştır. Örnek durumlar aşağıda aktarılmıştır:

ÖA1: Bir karışımızın yaklaşık 10-15 santim olduğunu ya da adımımızın ne kadar olabileceğini söyleyebiliriz. Bir adımımızın uzunluğu 30 santim olabilir mesela. (Tahmin-Ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma)

...

ÖA1: Tuğla yüksekliğini bulmalıyız. (Planlama- Temel büyük düşünceyi tasarlama)

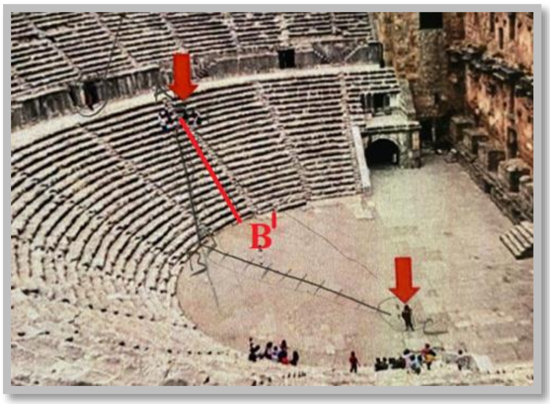
ÖA1: İnsanlar küçük duruyor. Bir insan boyundan belki de büyük olabilir. Orada canlı olarak bulunmadığım için yorum yapamıyorum. İnsan boyundan büyük olabilir. (Tahmin-Ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma)

İzleme becerisi

İzleme becerisi, birinci görevde 57 defa, ikinci görevde 13 defa, üçüncü görevde ise 9 defa kodlanarak ÖA1'in Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği süreci boyunca toplamda en fazla kodlanan üst bilişsel beceridir. Şekil 4.1 incelendiğinde izleme becerisinin her üç görevde ortak olarak matematiksel modellemenin "Sadeleştirme" basamağında kullanıldığı görülmektedir. Tablo 4.1. incelendiğinde ÖA1'in izleme becerisine dair en sık tekrar ve etkinlik genelinde en çok kodlanan alt kod "planı takip etme"dir.

ÖA1'in Aspendos Antik Tiyatrosu etkinliğinde izleme becerisine ait "anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme" alt kodu ÖA1'in görseli inceleyerek anlık irdelemeleri sonucunda açığa çıkmıştır. Örneğin matematiksel modellemenin "Sadeleştirme" basamağında merdivendeki kişinin aşağı inerken izleyebileceği farklı ihtimalleri düşünürken izlemeler yapmıştır. İzleme becerisine sık rastlanan matematiksel modelleme basamağı "Matematikselleştirme"dir. Bu basamakta ilgili kodlamalar dik üçgen modelinde dikliğin sorgulama üzerine yapılmıştır. ÖA1 sorgulama yaparken üçgenin dik açısını (B köşesini) taşıyarak farklı durumları ele almıştır. Örnek bir alıntı aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı: B açısının dik olduğunu iddia ediyorsun değil mi?
ÖA1: Yani. Çok dik gibi durmuyor ama dik olduğunu varsayıyoruz. Dik olduğunu söyleyebilirim. (İzleme-Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme)
Araştırmacı: Peki dikme kavramını nasıl tanımlarsın?
ÖA1: Dikmeyi nasıl tanımlarım? (Düşünüyor) Dik bir doğru sonuç olarak. Eğim… (Düşünüyor) Yani, zemine dik… Yani, sonuçta merdivenlerin açısı diktir.
(İzleme-Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme)
ÖA1: Ama değil de olabilir. Paralelkenar da olabilir şimdi.
(İzleme-Plan dışı durumları ortaya koyma)
ÖA1: Ama onu nereden kanıtlayabilirim ki? Varsayımsal olarak ilerliyoruz.
(İzleme-Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme)
Araştırmacı: Üçgenin tabanı BC, köşesi B, Yani, AB üçgenin yüksekliği mi?
ÖA1: Yükseklik… Şekli şöyle de çizebilirim (B' çiziyor).(İzleme-Planı takip etme)



Şekil 4.3. ÖA1'in Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği Pisagor Modeli ve Doğrulaması

İzleme becerisi ile ilgili kodlamalar "Matematikselleştirme" basamağında ÖA1 düşünce, işlem ve modelinin doğruluğunu kontrol ederken ve uzunluk değerlerine ilişkin tahminlerini sorgularken ön plana çıkmaktadır. "Matematiksel Çalışma" basamağında ise izleme becerisi büyük oranda kodlanan beceridir ve en sık kodlanan kodu "Planı takip etme"dir. Bu alt kod daha çok ÖA1'in işlem yaptığı sıradaki zihinsel süreçlerinde açığa çıkmıştır. ÖA1'in ondalıklı ve köklü sayılarla işlem yaparken zorlandığı, hesap makinesine ihtiyaç duyduğu, işlem hatası yaptığı ve hatalarını fark edemediği gözlenmiştir. Aşağıda araştırmacı tarafından ikinci görevde kodlanan bir bölümden alıntı sunulmuştur:

ÖA1: Tuğla çok büyük olursa taşıyamazlar, bunları bir insan yaptı sonuçta. Ama genelde eski yapılara saraylara baktığımızda büyük geniş taşlar kullanılmış. Buradaki taşlar bir tuğla mı yoksa taş mı yorumlayamam O dönemde tuğlayı nereden bulacaklar ki? Ama ne kadardır bilmiyorum, tuğla boyu nasıl yorumlanır? (İzleme-Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme)
ÖA1: İşaretli kişinin boyuna tuğlanın çok uzun olmadığını söyleyebilirim. Tuğla çok uzun olamaz. Büyük taş olduğunu varsayarsak yarım insan boyu diyebiliriz. (Tahmin-Ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma)
ÖA1: Çünkü göz kararı kabul ediyoruz. İnsan boyunu 1,65 kabul etmişsek yaklaşık 82 cm olacaktır. 82 mi? Evet 82. (İzleme-Planı takip etme)
Araştırmacı: Kaç tuğla var demiştin?
ÖA1: Saymadım, az önce sallamıştım (fotoğrafa dikkatle bakar). Ama aşağıda tuğlalar yok ki! Hepsi tuğla değilmiş. Ne yapacağız? Açıdan yanılttı. Sayısını net söyleyemem. Çizgileri belirgin değil. (İzleme-Plan dışı durumları ortaya koyma)

ÖA1 ifadelerinde daha önce Aspendos Antik Tiyatrosu'na gitmediğini ve bu deneyim eksikliğinden ötürü yorum yaparken varsayımlarını dikkate almıştır. Matematiksel modellemenin "Yorumlama" basamağında zorlandığı durumlardan bahsetmiştir; örneğin Pisagor modelinde yüksekliğinin konumunu sorgularken zorlandığını "burası çok sıkıntılı işte", "zorlayıcı" gibi ifadelerle dile getirmiştir. ÖA1 süreç boyunca varsayımlarının doğruluğunu test etme girişiminde bulunmamış; direkt kabul ederek tüm modelleme sürecini bu perspektifle sürdürmüştür. Görseli dikkatle inceleyerek elindeki imkânları dikkatle taramıştır. Bunun üzerine insanların fotoğrafta çok küçük kaldığını, bunu tamamen göz ardı ettiğini, gerçekten çok uzak bir sonuç bulduğunu söyleyerek sonucunun yanlışlığını doğrulamıştır. Bu durumu fark etme ve yeni bir yöntem keşfetme aşamasında daha çok izleme becerisi aktif kullanılmaktadır.

Değerlendirme becerisi

Değerlendirme becerisi, birinci görevde 36 defa, ikinci görevde 9 defa, üçüncü görevde ise 6 defa kodlanmıştır. Şekil 4.1 incelendiğinde izleme becerisinin her üç görevde ortak olarak matematiksel modellemenin "Yorumlama" basamağında kullanıldığı görülmektedir. Tablo 4.1. incelendiğinde ÖA1'in değerlendirme becerisine dair en sık tekrar eden alt kodu "farklı düşünceleri değerlendirme"dir.

ÖA1'in Aspendos Antik Tiyatrosu etkinliğinde "farklı düşünceleri değerlendirme" alt kodu araştırmacı tarafından matematiksel modelleme döngüsünün "Problemi Anlama" basamağında görevler arasındaki ilişki ve farkları açıklarken; "Sadeleştirme ve Matematikselleştirme" ÖA1'in stratejiye karar verirken ve modelinin doğruluğunu değerlendirirken; "Matematiksel Çalışma" aşamasında bilinmeyen uzunluk değerlerinin nasıl bulunacağına ilişkin düşüncelerini değerlendirirken; "Yorumlama" basamağında farklı stratejilerinin sonuçlarını mantıksal çerçevede açıklarken kodlanmıştır. ÖA1 düşünceleri karşılaştırırken gerçeğe yakın sonuca yaklaşma ve pratik çözüm yapma boyutlarında değerlendirmiştir; karar verirken elindeki imkânları düşünerek kolaylığı dikkate almıştır. ÖA1 gerçek sonuca ulaşmanın mümkün olmadığını söyleyerek matematiksel açıdan doğru bir sonuca ulaşmayı yeterli görmüştür.. "Sadeleştirme" basamağında kodlanan örnek bir alıntı aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı: İki strateji önerdin. Peki hangi stratejiden ilerleyeceksin?
ÖA1: Eğer adım ve merdiven yüksekliği verilseydi adımlamayı tercih edebilirdim. Ama olmadığı için bir dik üçgen oluşturmayı tercih ederim gibi. Tamamen problemi çözmeye odaklandım galiba. (Değerlendirme-Farklı düşünceleri değerlendirme)

ÖA1'in Aspendos Antik Tiyatrosu görevlerinde matematiksel modellemenin "Yorumlama" ve "Doğrulama" basamaklarında değerlendirme becerisi ön plana çıkmaktadır. ÖA1 elde ettiği sonuçların varsayımlarla ilerlediği için gerçeği yansıtmadığını, ancak cm gibi kabul görmüş bir birim kullandığında geçerli olduğunu söylemiştir. Ancak güvenirlik açısından insan boyunun değişkenlik gösterebileceği göz önünde bulundurulduğunda sonucunun kesinlik arz etmediğini fakat işlemsel ve yöntemsel olarak doğru olabileceğini eklemiştir. Bu nedenle doğrulama yapmamıştır ancak modelini Pisagor Teoremine bağlı olarak geliştirdiği için Pisagor teoreminin modelini doğrulayacağını eklemiştir. Yorumlarken önerdiği farklı stratejileri karşılaştırarak değerlendirmeler ve işlem kontrolü yapmıştır. ÖA1 stratejilerinin çözüm için yeterliliğini sınadığı durumlarda "planı ve sonuçları değerlendirme" alt kodu ise kodlanmıştır. Örnekler aşağıda verilmiştir:

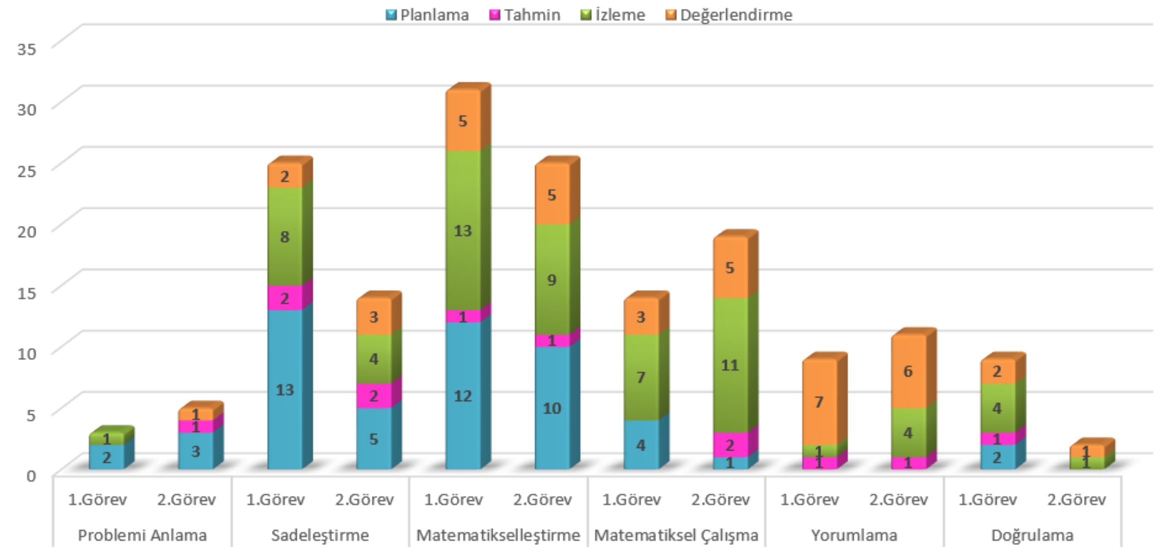
Araştırmacı: Sonuçta $6\sqrt{11}$ bulmuştun. Bu sonucu yorumlayabilir misin?
ÖA1: Belli bir oran olacaktır. Eğer karışını ölçersek kesin bir sonuç söylerim. Ben çok yaklaştığımı ve bulduğum sonuçla gerçeği arasında çok fark olmayacağını düşünüyorum. Yine de kesin kabul görmüş bir ölçü birimi kullanmadan gerçek değeri bulamayabiliriz. (Değerlendirme-Planı ve sonuçları değerlendirme)
…
ÖA1: Metre cinsi olduğu için karışa göre daha gerçekçi. Geçerliği var. (Değerlendirme-Farklı şekilde ulaşılan sonuçları karşılaştırma)
Araştırmacı: Güvenirliği için ne söyleyebilirsin?
ÖA1: Güvenirliği yok, uydurdum. İnsan boyu 1,65 de olabilir, başka bir şey de. Sonuç olarak ben burada insan boyunu kalemimin ucuyla belli aralıklar çizerek yaptım. Aşırı güvenilir mi dersek, değildir.
(Değerlendirme-Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama)

4.1.2. “Yapışkan Toplar” Etkinliği modelleme sürecinde ÖA1’in üst bilişsel becerileri

“Yapışkan Toplar” Etkinliği (EK-6) iki görevden oluşmaktadır. Etkinliğin görevleri sırasıyla aşağıdaki gibidir:

- Küçük topun büyüklüğü sabit tutularak, her atışta büyüme miktarı eşit olacak şekilde büyük top büyütülecektir. Oyunun sürekli devam edebilmesi için büyüme miktarının en az ne kadar olması gerektiğine dair matematiksel bir model kurunuz.
- Büyük topun büyüklüğü sabit olmak üzere, küçük top her atışta bir önceki çapının 1/10’u kadar küçülürse oyun kaçıncı adımda sona erer?

ÖA1’in Ek-6’da sunulan Yapışkan Toplar Etkinliğinin tüm görevlerine ilişkin matematiksel modelleme basamaklarının (problemi anlama, Sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma, yorumlama, doğrulama) her birinde açığa çıkan üst bilişsel becerilerine (planlama, tahmin, izleme, değerlendirme) ait yapılan kodlamaların frekansları Şekil 4.4’de yığılmalı sütun grafiği aracığı ile sunulmuştur.



Şekil 4.4. ÖA1’in Yapışkan Toplar Etkinliği Görevlerindeki Üst Bilişsel Becerilerinin Modelleme Sürecindeki Dağılımı

ÖA1’in Yapışkan Toplar Etkinliği ilk görevde toplamda 91 adet kodlama, ikinci görevde ise 76 adet kodlama yapılmıştır. Etkinlik genelinde en fazla kodlama yapılan matematiksel modelleme basamağı “Matematikselleştirme” olmuştur. Toplamda en az kodlanan üst bilişsel beceri “tahmin”; en fazla kodlanan üst bilişsel beceri ise “izleme”dir.

Matematiksel modelleme basamaklarında açığa çıkan üst bilişsel becerilerin alt kodlarına ilişkin frekanslar Tablo 4.2'de verilmiştir.

Tablo 4.2. ÖA1'in Yapışkan Toplar Etkinliği Tüm Görevlerinde Açığa Çıkan Üst Bilişsel Becerileri ve Alt Kodlarına İlişkin Frekans Tablosu

Mat. Mod. Bas.	**Temel Üst Bilişsel Beceri**	**Üst Bilişsel Becerinin Alt Kodu**	**1.Görev (f_1)**	**2.Görev (f_2)**	**Toplam Frekans (f_1+f_2)**
Problemi Anlama	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	1	2	**3**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama		1	**1**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme/ ayrıştırma	1		**1**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma		1	**1**
	İzleme	Planı takip etme	1		**1**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme		1	**1**
Toplam			**3**	**5**	**8**
Sadeleştirme	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	3	2	**5**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	9	2	**11**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme/ ayrıştırma	1	1	**2**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma	1	2	**3**
		Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma	1		**1**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	4	2	**6**
		Planı takip etme	4	1	**5**
		Plan dışı durumları ortaya koyma		1	**1**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	1	1	**2**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama		1	**1**
		İşlem hatalarını tarama	1		**1**
Toplam			**25**	**13**	**38**
Matematikselleştirme	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	1	4	**5**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	10	4	**14**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme ayrıştırma	1	2	**3**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma	1		**1**
		Kararların etkilerini önceden tahmin etme		1	**1**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	7	4	**11**
		Planı takip etme	6	4	**10**
		Plan dışı durumları ortaya koyma		1	**1**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	2	3	**5**
		Planı ve sonuçları değerlendirme		1	**1**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	2		**2**
		Farklı şekillerde ulaşılan sonuçları karşılaştırma		1	**1**
		İşlem hatalarını tarama	1		**1**
Toplam			**31**	**25**	**56**
Matematiksel Çalışma	Planlama	Temel büyük düşünceyi tasarlama	4	1	**5**
	Tahmin	Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma		2	**2**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme		1	**1**
		Planı takip etme	7	10	**17**
	Değerlendirme	Planı ve sonuçları değerlendirme	2	2	**4**
		İşlem hatalarını tarama	1	3	**4**

Toplam			**14**	**19**	**33**
Yorumlama	Tahmin	Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma	1	1	**2**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme		2	**2**
		Planı takip etme	1	1	**2**
		Plan dışı durumları ortaya koyma		1	**1**
	Değerlendirme	Planı ve sonuçları değerlendirme	4	2	**6**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	3	4	**7**
Toplam			**9**	**11**	**20**
Doğrulama	Planlama	Temel büyük düşünceyi tasarlama	2		**2**
	Tahmin	Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma	1		**1**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme		1	**1**
		Planı takip etme	4		**4**
	Değerlendirme	Planı ve sonuçları değerlendirme	1		**1**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	1	1	**2**
Toplam			**9**	**2**	**11**

Aşağıda her bir üst bilişsel beceriye dair bulgular görev temelli mülakat transkriptlerinden alıntılar ve modelleme görevlerinin çözümlerinden görsellerle ayrıntılı şekilde sunulmuştur.

Planlama becerisi

Planlama becerisi birinci görevde toplam 33 defa, ikinci görevde ise 19 defa kodlanmıştır. Tablo 4.2 incelendiğinde her iki görevde de matematiksel modelleme döngüsünün “Yorumlama” basamağında planlama becerisine dair kodlama yapılmadığı görülmektedir. Etkinliğin genelinde planlama becerisine ait en sık kodlanan alt kod “temel büyük düşünceyi tasarlama”dır.

ÖA1’in Yapışkan Toplar Etkinliği birinci görevinde (oyunun sürekli devam edebilmesi için gerekli min büyüme miktarını veren model oluşturma) planlama becerisinin en sık kodlandığı basamak matematiksel modellemenin “Sadeleştirme” basamağıdır. En sık kodlanan alt kodu “temel büyük düşünceyi tasarlama”dır. ÖA1 problemi yapılandırırken oyun tecrübesi olduğu için tekrar oynamamıştır. Bu nedenle “Problemi Anlama” basamağında oldukça düşük frekansta kodlama yapılmıştır. ÖA1’in problemi okuduktan sonra direkt olarak yapılandırmaya çalışmıştır. Problemi yapılandırırken topların yarıçapları arasında oransal bir ilişki kurmaya çalışmıştır; açı kavramının önemini tartışmıştır; büyük topun çevresinde meydana gelen değişimin küçük topların çembersel yörüngesinin çevresini etkileyeceğini düşünerek çevre hesaplamayı düşünmüştür; alternatif bir strateji ise üretememiştir. Anlatılan duruma ilişkin diyaloglar aşağıda aktarılmıştır:

Araştırmacı: Oyunun hiç bitmeden devam edebilmesi için ne yapılabilir?

ÖA1: Buradaki küçük topların yarıçapı ile orantılı büyütürsek sorun kapanır. (Planlama- Temel büyük düşünceyi tasarlama)

Araştırmacı: Nelere ihtiyacın olduğunu düşünüyorsun?

ÖA1: Kesinlikle yarıçaplar, büyük topun da küçük topun da yarıçapı. Büyük topun çevresine atış yapıyorum. Çevresini artırabilmek için topların başlangıç yarıçapını bilmeliyim. Çevreyi bulacağım. (Planlama- Temel büyük düşünceyi tasarlama)

ÖA1'in Yapışkan Toplar Etkinliğinde planlama becerisi matematiksel modellemenin "Matematikselleştirme" basamağında sıkça kodlanmıştır. ÖA1 birinci görevde (oyunun sürekli devam edebilmesi için gerekli min büyüme miktarını veren model oluşturma) model oluştururken ip uzunluğunu ve büyük topun yarıçapını küçük topun yarıçapı cinsinde ifade etmiştir, ardından çemberin çevresi formülünü kullanmıştır. ÖA1'in birinci görevde oluşturduğu modeli Şekil 4.5'te verilmiştir.

Şekil 4.5. ÖA1'in Yapışkan Toplar Etkinliği Birinci Görevindeki Modeli

ÖA1'in Yapışkan Toplar Etkinliği için planlama becerisi aynı zamanda ikinci görevde (küçük top küçüldüğünde oyunun kaçıncı adımda sona ereceğini bulma) en sık kodlanan üst bilişsel beceridir. ÖA1 çembersel hareketin çevresinin sabit olduğunu, yalnızca küçük topun yarıçapının her atıştan bir sonraki topun yarıçapının küçüleceğini söylemiştir. Ardından küçülen küçük topun çevrelerini toplam çevreden çıkararak sıfıra ulaşmayı hedeflemiştir. ÖA1'in ikinci görevinde "Matematikselleştirme" basamağındaki planlama sürecine ilişkin örnekleri aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: Peki küçük top ne kadar büyüyebilir sence?
ÖA1: Hesaplayalım. 25. topu attığımda artık büyük çembersel hareketin 2πr artması lazım. Artışı da şöyle yapalım: Başlangıçtaki sabit olan değerler nelerdi? r ve 2r sabit. Artı 16r. Artı x diyelim. 6r'yi büyüteceğim. 2π.(2r+16r+x) diyelim. (Planlama- Temel büyük düşünceyi tasarlama)
Araştırmacı: x nedir orada?
ÖA1: x, istenen büyüme miktarı.(Planlama- Temel büyük düşünceyi tasarlama)

ÖA1 birinci görevde (oyunun sürekli devam edebilmesi için gerekli min büyüme miktarını veren model oluşturma) matematiksel modellemenin "Doğrulama" basamağında farklı değerler için sağlayıp sağlamadığını kontrol etmiştir. ÖA1 ikinci görevde (küçük top küçüldüğünde oyunun kaçıncı adımda sona ereceğini bulma) model oluşturmuş ancak çözememiştir. Bu nedenle yorumlama ve doğrulama yapamamıştır.

Tahmin becerisi

ÖA1'in Yapışkan Toplar Etkinliğinde araştırmacı tarafından en az kodlanan üst bilişsel beceri tahmin becerisidir. Tahmin becerisi birinci görevde toplam 5 defa, ikinci görevde ise 7 defa kodlanmıştır. Tablo 4.2 incelendiğinde her iki görevde de matematiksel modelleme döngüsünün "Sadeleştirme", "Matematikselleştirme" ve "Yorumlama" basamaklarında tahmin becerisine dair kodlara rastlanmaktadır. Etkinliğin genelinde tahmin becerisine ait en sık kodlanan alt kod "farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminde bulunma"dır. Bu beceriye ilişkin kodların matematiksel modelleme basamaklarına frekansça dağılımı oldukça düşük düzeydedir.

ÖA1 matematiksel modellemenin "Sadeleştirme" basamağında stratejik olarak oyunun soru kökünde belirtilen koşulların sonucunda nasıl devam etmesi gerektiği ile ilgili tahminlerde bulunmuştur. Birinci görev (oyunun sürekli devam edebilmesi için gerekli min büyüme miktarını veren model oluşturma) ile ilgili durum aşağıda örneklendirilmiştir:

ÖA1: Her atış yaptığında bir küçük top çevresi kadar hatta yarım çevresi ya da çapı kadar büyümesi gerekiyor gibi düşünebiliriz. (Tahmin-Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminlerde bulunma)
Araştırmacı: Bir ara açıyı düşünmüştün, sonra açıdan vazgeçtin. Neden?

ÖA1: Çünkü açının ne kadar büyüyeceğini tahmin edemem. Tam açı, hiçbir zaman değişmeyecek, 360 dereceyi kaça böleceğim değişecek sadece. Bu çevreyle ilgili bir şey. Büyüme miktarı her seferinde r oranında genişleyecek. Sonrasında kaç top atacağımızı bulduk. Yarıçap açıyla doğru orantılı olacağı için farkın değişeceğini düşünmüyorum. (Tahmin-Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma)

ÖA1 Yapışkan Toplar Etkinliği birinci görevde (oyunun sürekli devam edebilmesi için gerekli min büyüme miktarını veren model oluşturma) "Doğrulama" basamağında farklı durumlar için sınırlı sayıda değerler vererek modelinin doğrulamasını yapmıştır. Bu değerleri tüm durumlar için sağlanacağı yönünde ileriye dönük tahminlerde bulunmuştur. ÖA1 ikinci görevde (küçük top küçüldüğünde oyunun kaçıncı adımda sona ereceğini bulma) matematiksel modellemenin "Doğrulama" basamağı dışındaki tüm basamaklarında oyunun nihayetinde bitip bitmeyeceğini ilk etapta tahmin ederek tartışmıştır; oyunun biteceğini düşünmüştür, ardından bitmeyeceğine karar vermiştir, sonra tekrar kararsız kalmıştır.

İzleme becerisi

ÖA1'in Yapışkan Toplar Etkinliği boyunca izleme becerisi, birinci görevde 34 ve ikinci görevde 29 defa olmak üzere toplamda en fazla kodlanan üst bilişsel beceridir. Şekil 4.4 incelendiğinde izleme becerisi ikinci görevde matematiksel modellemenin "Problemi Anlama" basamağı haricindeki etkinlik genelinde tüm basamaklarında kodlanmıştır. Tablo4.2. incelendiğinde ÖA1'in izleme becerisine dair en sık tekrar eden alt kod "planı takip etme"dir. Bu kod aynı zamanda etkinlik genelinde en çok kodlanan alt koddur.

ÖA1 için Yapışkan Toplar Etkinliği birinci görevinde (oyunun sürekli devam edebilmesi için gerekli min büyüme miktarını veren model oluşturma) izleme becerisine dair kodlama en fazla matematiksel modellemenin "Matematikselleştirme" basamağındadır. En sık tekrar eden alt kodu ise "anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme"dir.

ÖA1 oyunu bildiği için ilk görevde görmeye ihtiyaç duymamıştır. Ancak izleme yaparken görselleştirerek hayali top atışları yapmış ve durumu somutlaştırmıştır. Açıya ihtiyaç olup olmadığına anlık izlemeler ile karar vermeye çalışmıştır. Benzer şekilde düşüncelerini matematikselleştirmeden önce çembersel hareket çevresine başlangıçta kaç top sığabileceğini ve çevre genişledikçe durumun nasıl devam edeceğini sorgulamıştır.

Ayrıca varsayım yapma sürecinde de izlemeler yapmıştır. Etkinlik kâğıdı üzerinde görselde küçük topun yarıçapı cinsinden ip ve büyük topun yarıçapını bulma girişiminde bulunmuştur.

ÖA1 için Yapışkan Toplar Etkinliği ikinci görevinde (küçük top küçüldüğünde oyunun kaçıncı adımda sona ereceğini bulma) izleme becerisine dair kodlama en fazla matematiksel modellemenin "Matematiksel Çalışma" basamağındadır. En sık tekrar eden alt kodu ise "planı takip etme"dir. ÖA1 bu aşamada oyunu oynamaya ihtiyaç duymuştur ve oyunu deneyimlerken izlemeler yapmıştır, bir yandan da soruyu birkaç kez tekrar etmiştir. Çevre üzerinde mi yoksa alan üzerinde mi çalışmak gerektiğini sorgulamıştır. Küçük topun boyu belirli bir oranda küçülürken çembersel hareket çevresinin değişimi için örüntü yakalamaya çalışmıştır. ÖA1 önce aritmetik bir dizi ilişkisi olduğunu öne sürmüş ardından mevcut ilişkinin geometrik bir dizi olduğuna kanaat getirmiştir. Bu süreçte karar verirken tümevarımsal bir düşünme ile izlemeler yapmıştır. İlgili örnek diyaloglar aşağıda verilmiştir:

ÖA1: Atış yaptıkça küçük top küçülecek. Diğer topların kapladığı alan hiçbir zaman değişmeyecek, r olarak kalacak. Sonra diğerini attığımda r/10 olacak. Bir sonrakinde r/100 olacak. Diğeri de r/1000. (işleme devam eder) Kalan bunda ne kadar olacak... 45800 olacak… 20πr olacak. 3.top için kalan 45780πr olacak. (İzleme-Planı takip etme)

Araştırmacı: Sen şu an tümevarımla mı gidiyorsun

ÖA1: Evet. Kalan büyük alanla işlem yapmam gerekiyor. İlk adımda sonra 46.000 kaldı. Sonrasında 45800 kaldı. Sonrasında 45.780 ve 45.778 kaldı. En başta 2.000, sonra 200, sonra 20, sonra 2 azaldı. Sonrasında da 1/10 düştüğü için 1/5 azalacak. (İzleme-Planı takip etme)

ÖA1 için Yapışkan Toplar Etkinliği birinci görevinde (oyunun sürekli devam edebilmesi için gerekli min büyüme miktarını veren model oluşturma) matematiksel modellemenin "Matematiksel Çalışma" basamağında başlangıçta hiç büyüme olmadan çembersel hareketin çevresini hesaplamış ve büyüdükçe küçük top çevresi kadar yer açılması gerektiğini varsaymıştır. Büyümediğinde en fazla 24 top sığacağını ve sonra 25. top için büyüme miktarını hesaplamıştır. Büyüme miktarının en az r kadar (küçük topun yarıçapı) olması gerektiğini bulmuştur. Toplar birbirine değdiğinde oyun sona ermektedir. ÖA1 iki top arasındaki mesafenin ne kadar olabileceği konusunda yorum yapamamıştır.

Anlık irdelemeler yaparak mesafenin ihmal edilebilecek küçüklükte bir değerde olması gerektiğini söylemiştir.

Mülakat kayıtları izlendiğinde ÖA1'in işlemler yaparken izlemeler yaptığı ve bu sırada sıkça silgi kullandığı fark edilmiştir. ÖA1 işlem sırasında izleme yaparken bir yandan işlem hatalarının kontrolünü de yapmıştır. Ancak bu durum ÖA1 tarafından sözel olarak aktarılmadığından kodlamalara yansımamıştır. Buradan ÖA1'in izleme becerisini kullanırken bir yandan eş zamanlı olarak değerlendirmeler yapabildiği de saptanmıştır.

Değerlendirme Becerisi

ÖA1'in Yapışkan Toplar Etkinliğinde değerlendirme becerisi birinci görevde toplam 22 defa, ikinci görevde ise 21 defa kodlanmıştır. Tablo 4.2 incelendiğinde birinci görevde matematiksel modellenin "Problemi Anlama" basamağı haricinde etkinliğin tüm basamaklarında değerlendirme becerisine ait kodlara rastlanmaktadır. Etkinlik genelinde değerlendirme becerisine ait en sık kodlanan alt kodlar "planı ve sonuçları değerlendirme" ile "düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama"dır.

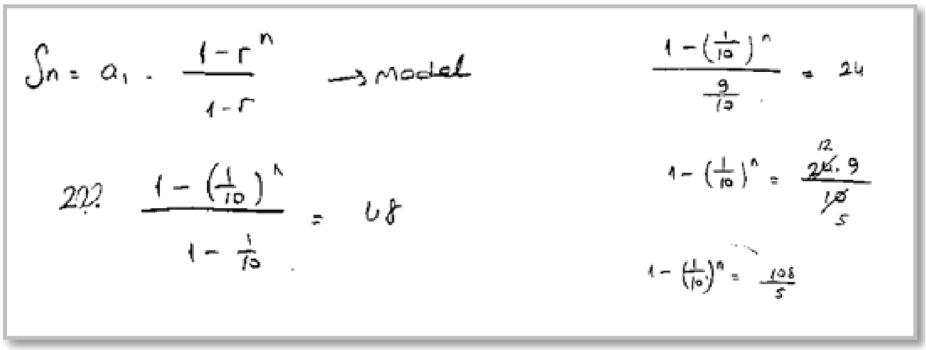
ÖA1'in Yapışkan Toplar Etkinliği görevlerinde değerlendirme becerisi ile ilgili kodlama frekansı en fazla matematiksel modellemenin "Yorumlama" basamağındadır. ÖA1 birinci görevde (oyunun sürekli devam edebilmesi için gerekli min büyüme miktarını veren model oluşturma) oluştuğu modelinin ve çözümünün doğru, güvenilir, geçerli ve mantıklı olduğunu iddia etmiştir. Birinci görevde değerlendirme becerisi altında yer alan diyaloglar aşağıda örneklendirilmiştir:

Araştırmacı: O zaman senin burada modelin nedir?
ÖA1: Amacım çevreyi kullanarak model oluşturmaktı. Aritmetik diziye benzettim. Çünkü ikişer ikişer artıyordu. Bu artışın ne ile sağlandığını bulmalıydım. Büyük topun büyümesi r ile orantılı ve top büyüdükçe yarıçapın da büyümesi gerekiyor. Ben de yarıçapı büyütüp büyüme oranına bakayım dedim.
(Değerlendirme-Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama)
Araştırmacı: Peki neden çevre?
ÖA1: Çünkü çevresine sürekli bir atış sağlanıyor. Alanıyla olsa içini doldurmam gerekirdi. Ama öyle bir şey yok. O yüzden çevre ile ilgili olduğunu düşünüyorum.
(Değerlendirme-Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama)

ÖA1 Yapışkan Toplar Etkinliği ikinci görevinde (küçük top küçüldüğünde oyunun kaçıncı adımda sona ereceğini bulma) kolay işlem yapabilmek için virgüllü sayıları genişleterek oran değişmeyecek şekilde tam sayılı hale getirmiştir. İzlemeleri sonucunda orantısal ilerleyen bir örüntü fark eden ÖA1, değerlendirmeleri sonucunda aritmetik diziden uzaklaşarak model olarak geometrik dizi formülünü kullanmaya karar vermiştir. Sonra bu çarpımsal ilişkiyi değerlendirerek yorumlamıştır. Ardından sözel ifadeleriyle mantıksal çerçevede doğrulamıştır. ÖA1'in problemin sonucuyle ilgili düşünceleri aşağıda verilmiştir:

ÖA1: Sıfıra hiçbir zaman ulaşmaz. Çünkü hiçbir şey sıfırın yarısı değildir. Daima yaklaşır. O zaman bu oyun bitmiyor. Bitmesi için artık değmesi gerekiyor, değmesi için de o çevrenin yani 48πr'nin tamamen dolması gerek. Ama sıfıra gittiği hiçbir zaman dolamaz. (Değerlendirme-Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama)
Araştırmacı: Daha öncekilerde hiç değmiyor mu o zaman
ÖA1:Hayır. Çünkü değemez. Daha onun altında oluşturabileceği bir çevre var. (Değerlendirme-Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama)
Araştırmacı: Sıfırın yarısı kadar olamaz dedin, neden?
ÖA1: 48πr'yi tamamen doldurması gerekiyor ki alan kalmasın. Azalış miktarı çok düşüyor. 2000'den 200'e, 200'den 20'ye doğru aşırı düşerek gidiyor. Hepsi 1/10 oranında düşüyor. En sonunda aradaki mesafe sıfıra düşmeli ki değsin. En son x gibi bir şey kaldı. Bunu neye bölmeliyim ki bana sıfırı versin? Nasıl versin? (Değerlendirme-Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama)

ÖA1'in geometrik diziyi kullandığı modeli Şekil 4.6'da verilmiştir. Ancak modelin üslü ve çözümünün köklü ifadeler gerektirmesi nedeniyle ÖA1 çözmekte ve yorumlamakta güçlük yaşamıştır. Matematiksel alan bilgisi eksikliği nedeniyle doğrulayamamış ve oyunun sürekli devamlılığı hususunda kafası karışmıştır.



Şekil 4.6. ÖA1'in Yapışkan Toplar Etkinliği İkinci Görevindeki Modeli ve Çözümü

ÖA1 yarı yapılandırılmış görüşme formunda etkinliği değerlendirirken üç etkinlik arasında en zorlandığı etkinliğin Yapışkan Toplar Etkinliği olduğunu söylemiştir. Nedenlerine ilişkin düşüncelerine kendi ifadeleri alıntılanarak aşağıda yer verilmiştir:

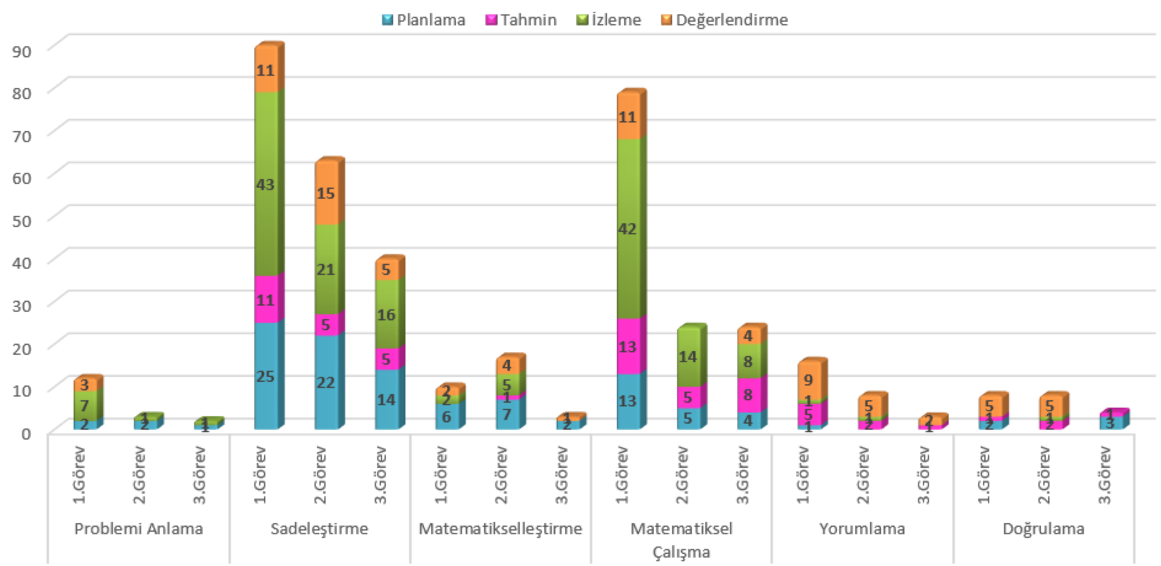
Araştırmacı: Yapışkan Toplar Etkinliğinde matematiksel modelleme döngüsündeki hangi aşamaları kolaylıkla yaptığını ya da zorlandığını düşünüyorsun?
ÖA1: Yapışkan Toplar Etkinliğinde değişkenleri daha kolay ve hızlı saplayabilmiştim. Problemi anlama ve sadeleştirmede zorluk yaşamamamın sebebi sorunun net olmasıydı ve deneyimimin olmasıydı. Deneyimim olduğu için gözümde canlandırmakta zorluk çekmedim. Değişkenler belliydi ve ne yapacağımı bildiğim için model oluşturmada da zorlanmadım. Varsayımlarda zorlanmıştım. Yine de üç etkinliği zorluk derecesinde kıyaslamam gerekirse en zoru Yapışkan Toplardı. Çünkü Matematiksel çalışmada çok zorlandım. Çok virgüllü sayı vardı ve yüksek dereceden üs almak gerekiyordu. Bunu hesaplayamazdım. Logaritmayı hesaplamak ve yorumlamak benim için zordu. Matematiksel alan bilgisinde de eksiğim olabilir. Sonucunu bulamadığım için daha çok gerilmiştim. Sonsuza giden bir sonuç olduğu için yorumlayamamıştım.

4.1.3. “Çamlıca Kulesi Seyir Terası” Etkinliği modelleme sürecinde ÖA1’in üst bilişsel becerileri

“Çamlıca Kulesi Seyir Terası” Etkinliği (EK-7) üç görevden oluşmaktadır. Etkinliğin görevleri sırasıyla aşağıdaki gibidir:

- Deniz seviyesinde bulunan birinin Çamlıca kulesini görebileceği max mesafe ne kadar olabilir? Bu mesafenin değerinin hesaplanabileceği matematiksel bir model kurunuz.
- Seyir Katı 2’den bakan biri yeryüzünde kaç km^2 lik bir alanı görebilir?
- Havanın açık ve bulutsuz olduğu bir günde Çamlıca Kulesinden Bursa yönüne bakan biri Uludağ’ı görebilir mi? Yanıtınızı açıklayınız.

ÖA1’in Ek-7’de sunulan Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliğinin tüm görevlerine ilişkin matematiksel modelleme basamaklarının (problemi anlama, Sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma, yorumlama, doğrulama) her birinde açığa çıkan üst bilişsel becerilerine (planlama, tahmin, izleme, değerlendirme) ait yapılan kodlamaların frekansları Şekil 4.7’de yığılmalı sütun grafiği aracığı ile sunulmuştur.



Şekil 4.7. ÖA1’in Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği Görevlerindeki Üst Bilişsel Becerilerinin Modelleme Sürecindeki Dağılımı

Şekil 4.7 incelendiğinde görev ilerledikçe araştırmacı tarafından kodlanan üst bilişsel beceri frekansında düşüş gözlenmektedir. ÖA1 görevlerinde model oluşturabilmiştir, modellerini çözerken internet kaynaklarında mevcut verilere ihtiyaç duymuştur.

İkinci görevde modelini matematiksel olarak çözemediği için matematiksel modellemenin “Doğrulama” basamağında kodlanma yapılmamıştır. Araştırmacı tarafından birinci görevde toplamda 215 adet kodlama, ikinci görevde 121 adet kodlama, üçüncü görevde ise 76 adet kodlama yapılmıştır. Her üç görevde de en fazla kodlama matematiksel modellemenin “Sadeleştirme” basamağında yapılmıştır. Toplamda en az kodlanan üst bilişsel beceri “tahmin” iken; en fazla kodlanan üst bilişsel beceri ise “izleme”dir.

Matematiksel modelleme basamaklarında açığa çıkan üst bilişsel becerilerin alt kodlarına ilişkin frekanslar Tablo 4.3’te verilmiştir.

Tablo 4.3. ÖA1'in Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği Tüm Görevlerinde Açığa Çıkan Üst Bilişsel Becerileri ve Alt Kodlarına İlişkin Frekans Tablosu

Mat. Mod. Bas.	**Temel Üst Bilişsel Beceri**	**Üst Bilişsel Becerinin Alt Kodu**	**1.Görev (f_1)**	**2.Görev (f_2)**	**3.Görev (f_3)**	**Toplam Frekans ($f_1+f_2+f_3$)**
Problemi Anlama	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	1	2	1	**4**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	1			**1**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	7	1		**8**
		Planı takip etme			1	**1**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	3			**3**
Toplam			**12**	**3**	**2**	**17**
Sadeleştirme	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	6	9	1	**16**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	16	12	13	**41**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme/ ayrıştırma		1		**1**
		Matematiksel ve gerçek yaşam düşüncelerini uzlaştırma	3			**3**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma	9	5	3	**17**
		Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma	2		2	**4**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	23	8	8	**39**
		Planı takip etme	17	11	7	**35**
		Plan dışı durumları ortaya koyma	3	2	1	**6**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	2	13	4	**19**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	8	2		**10**
		Farklı şekillerde ulaşılan sonuçları karşılaştırma			1	**1**
		İşlem hatalarını tarama	1			**1**
Toplam			**90**	**63**	**40**	**193**
Matematikselleştirme	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	2	3		**5**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	3	3	2	**8**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme ayrıştırma	1	1		**2**
	Tahmin	Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma		1		**1**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	1	2		**3**
		Planı takip etme	1	2		**3**
		Plan dışı durumları ortaya koyma		1		**1**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	1	2	1	**4**
		Planı ve sonuçları değerlendirme		2		**2**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	1			**1**
Toplam			**10**	**17**	**3**	**30**
	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	1	2		**3**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	10	3	2	**15**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme ayrıştırma	2		2	**4**

Matematiksel Çalışma	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma		3	1	**4**
		Farklı sonuçları uzlaştırmak için tahmin yapma	6	1	2	**9**
		Kararların etkilerini önceden tahmin etme	1	1	2	**4**
		Ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma	5		2	**7**
		Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma	1		1	**2**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	12	4	1	**17**
		Planı takip etme	28	9	6	**43**
		Plan dışı durumları ortaya koyma	2	1	1	**4**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	2	2	1	**5**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama		1	2	**3**
		İşlem hatalarını tarama	9	3	1	**13**
Toplam			**79**	**40**	**24**	**133**
Yorumlama	Planlama	Temel büyük düşünceyi tasarlama	1			**1**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma	1			**1**
		Farklı sonuçları uzlaştırmak için tahmin yapma		2		**2**
		Kararların etkilerini önceden tahmin etme	3			**3**
		Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma	1		1	**2**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	1	1		**2**
		Planı takip etme		2		**2**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	2			**2**
		Planı ve sonuçları değerlendirme	4	2	1	**7**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	3	2	1	**6**
		İşlem hatalarını tarama		1		**1**
Toplam			**16**	**10**	**3**	**29**
Doğrulama	Planlama	Temel büyük düşünceyi tasarlama	2		2	**4**
		Matematiksel ve gerçek yaşam düşüncelerini uzlaştırma			1	**1**
	Tahmin	Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma	1		1	**2**
	Değerlendirme	Planı ve sonuçları değerlendirme	1			**1**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	4			**4**
Toplam			**8**	**0**	**4**	**12**

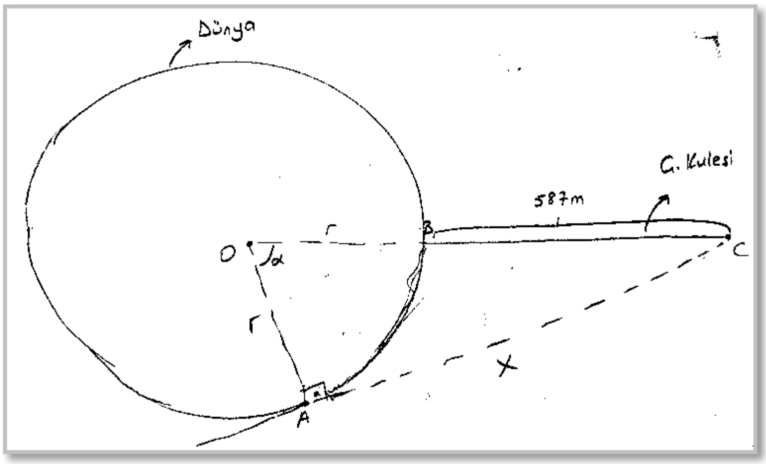
Aşağıda her bir üst bilişsel beceriye dair bulgular görev temelli mülakat transkriptlerinden alıntılar ve modelleme görevlerinin çözümlerinden görsellerle ayrıntılı şekilde sunulmuştur.

Planlama becerisi

Planlama becerisi birinci görevde toplam 49 defa, ikinci görevde 36, üçüncü görevde ise 24 defa kodlanmıştır. Tablo 4.3 incelendiğinde her üç görevde de ortak olarak matematiksel modelleme döngüsünün “Problemi Anlama”, “Sadeleştirme”, “Matematikselleştirme” ve “Matematiksel Çalışma” basamaklarında planlama becerisine dair kodlama yapılmıştır. Her üç görevde de planlama becerisine dair max frekansta kodlama "Sadeleştirme" basamağında yapılmıştır. Etkinliğin genelinde planlama becerisine ait en sık kodlanan alt kod "temel büyük düşünceyi tasarlama" olup etkinlik genelinde matematiksel modellemenin tüm basamaklarında kodlanmıştır.

ÖA1'in Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği birinci görevinde (deniz seviyesinde bulunan birinin kuleyi görebileceği max mesafeyi bulma) planlama becerisini gerekli değişkenleri saptama ve varsayım yapma eylemleri sırasında kullanmıştır. ÖA1 çok fazla değişken olduğunu, bu nedenle de düşünmekte ve karar vermekte güçlük yaşadığını ifade etmiştir. Problemle ilk karşılaştığında deniz seviyesinde bulunan kişi ile kule arasında bir engel olmadığı sürece kulenin yeryüzünden her zaman görülebileceğini düşünmüştür; ancak görülemediği durumları düşündüğünde yeryüzü şekilleri ve Dünya'nın yuvarlak yapısını dikkatini çekmiştir. Planlama yaparken tecrübelerini referans alarak düşünmüştür. Kulenin İstanbul'un hangi kıyılarından görünebildiğini ve hangi kıyılarından görünemediğini düşünmüştür. Bu doğrultuda varsayımlarını geliştirerek model oluşturmuştur. Dünya'nın geoit yapısı nedeniyle tam olarak doğru bir hesap yapmanın çok zor olduğunu ancak gerçeğe en yakın çözümün modelde Dünya'nın şeklinin küresel bir yapıda olduğunu kabul ederek hesaplanabileceğini savunmuştur. Stratejisine düşündüklerini kağıda aktardıktan sonra karar verebilmiştir. ÖA1 oturum sonu değerlendirmesinde üç boyutlu düşünmekte zorlandığını ve kendini iki boyutta ifade ederken daha konforlu hissettiğini söylemiştir. ÖA1'in birinci görevindeki kullandığı matematiksel modeli Şekil 4.8'de verilmiştir.

ÖA1: Bu Dünya, burası Çamlıca Kulesi, şu en son kuleyi görebilecek insan. Kule 587 metre. Bana sorulan yer şurayı merkez (Dünya'nın merkezini işaretliyor) kabul ettiğimizde, AB yayının uzunluğu. (Planlama-Amaç ve imkânların analizini yapma)
ÖA1: Dünya'nın yarıçapı ve kule ile A noktası birleştiğinde elde edilen doğru parçası birbirine dik. Çünkü teğet olması gerekiyor. Burası da r olmak zorunda (yarıçap her yerde aynı). Çünkü bir küre olarak kabul ettik. Şurası alfa. Bizim bilmemiz gerekenler r ve alfa. Bulabilirsek çözebiliriz. Modelim budur. Öncelikle Pisagor ile hipotenüsü (AC uzunluğu) hesaplayacağım.
(Planlama- Temel büyük düşünceyi tasarlama)



Şekil 4.8. ÖA1'in Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği Birinci Görevindeki Modeli

ÖA1, ikinci görevde (seyir katından bakan birinin yeryüzünde kaç km^2'lik bir alan görebileceğini bulma) Dünya bir küre olarak kabul edildiğinde ve yeryüzü şekilleri ile gözlemcinin göz kusurları ihmal edildiğinde kuleden bakan birinin küre kapağı şeklinde bir alan görebileceğini fark etmiştir. Küre formüllerini hatırlamadığını ancak küre kapağı açıldığında bir daire oluşacağından daire alanının matematiksel model olarak kabul edilebileceğini iddia etmiştir; fakat yarıçapı bulamadığı için problemi çözememiştir. "Matematiksel Çalışma" basamağında strateji üretirken ki (özel üçgen-açı-benzerlik bulma, deltoid ve çember özelliklerini) ifadeleri planlama becerisi olarak kodlanmıştır.

Üçüncü görevde (Çamlıca Kulesi'nden bakan birinin Uludağ'ı görüp göremeyeceğini tartışma) araştırmacının planlama becerisi olarak kodlama yaptığı ifadelerde ÖA1'in planlama yaparken ihtiyaç duyduğu kavramlar ve o bilinmeyen durumların nasıl bulunabileceğine dair stratejik düşünceler yer almaktadır. ÖA1 çözüm doğrultusunda amacı gözeterek Uludağ'ın yükseltisine ve Uludağ ile kule arasındaki mesafenin ne kadar olduğuna ihtiyaç duymuştur. Planlama yaparken bir yandan olası durumları çizerek gerekli değişkenleri belirlemeyi kolaylaştırmaya çalışmıştır. Matematiksel olarak çalışırken ise üçgende benzerlik ile yarıçapı bulmaya çalışmıştır. Örnek bir alıntı aşağıda verilmiştir:

ÖA1: Bu haliyle soruyu çözemem. (çiziyor) Bu Dünya'nın merkezi, Uludağ'ın yüksekliği h, Dünya'nın yarıçapı r olsun. Uzaklığı ve h'yi bulmalıyım. O zaman görüp göremeyeceğini yorumlarız. (Planlama- Temel büyük düşünceyi tasarlama)
Araştırmacı: O halde stratejin nedir?

ÖA1: Yine dik üçgen oluşturacağım. Yüksekliğini zaten 587'ydi, Pisagor uygularım. Aradaki mesafeyi sağlıyorsa görüyordur. h'yi bildikten sonra bulduğum uzunluk aradaki mesafeden azsa görebilir, uzaksa göremez. Ya da Pisagor değil de üçgen eşitsizliği mi yapsam? Çünkü buranın dik olduğunu bilmiyorum. Üçgen eşitsizliği gereği bu ikisinin farkından büyük, toplamından küçük olması gerekiyor. (Planlama- Temel büyük düşünceyi tasarlama)

ÖA1'e göre matematiksel modelleme döngüsü üç boyutlu ve iki boyutlu düşünmenin ilişkilendirilmesini gerektirmektedir. Matematiksel modellemenin "Sadeleştirme" basamağında boyutlar arası geçişte detaylı anlamlandırılmadığında ihmal edilen durumlar oluşabilmektedir. Bu nedenle ÖA1, üç boyutlu bir gerçek hayat probleminin yalnızca iki boyuta indirgenerek planlanması sonucunda strateji, model ve sonucun gerçekten uzak olacağını söylemiştir. İlgili ifadelerine aşağıda yer verilmiştir:

ÖA1: Zihnimde üç boyutlu düşünürken zorlandım ama daha sonra görselleştirince daha iyi anlayabildim. Görselleştirmek çözümü kolaylaştırıp detayları fark etmemi sağlıyor. Zihnimde düzenlemektense kâğıt üstüne somutlaştırmak daha etkili oluyor.
Araştırmacı: Problemi anlamakta zorlandın mı?
ÖA1: Zorlandım. Bu çok devasa bir büyüklük olduğu için canlandıramadım. Çünkü normalde o kişi sonsuza kadar görebilir. Sonsuzu gerçek dünyaya yansıtmak zordu. Ama Dünya düz değil bunu fark etmek gerekiyordu. Farklı durumlarla birlikte değerlendirildiğinde anlamlandırmak biraz daha kolaylaştı. Örneğin Eğer sonsuza kadar görebilseydi Kuleden bakıldığında Kastamonu'da görülebilmeliydi.
Araştırmacı: Gözünde canlandırmana engel olan unsur neydi?
ÖA1: Daha iki boyutlu düşünmemden kaynaklanıyor olabilir. Normal problemlerde iki boyut üzerinde çalıştığımız için istemsizce ilk etapta iki boyutlu düşünüyoruz. Çünkü iki boyuttayken geometri için düzlem geometrisi üzerinde çalışmış oluyoruz. Ancak burada küresel geometri söz konusu. Boyutlar arasında ilişkilendirme yapmak, iki boyutta düşündüğümü üç boyutta anlamlandırmaya çalışmak benim için çok zordu. Üç boyutlu olarak gözümde canlandıramadığım için daha iyi bildiğim bir sisteme aktarmaya çalıştım, yani üç boyutlu durumu iki boyutta değerlendirdim. Ancak bu kez bazı durumları ihmal etmiş oldum. Bundan kaynaklı bir çelişki meydana geldi. Bu çelişkinin kaynağını tespit etmekte güçlük yaşadım.

Tahmin becerisi

Tahmin becerisi birinci görevde toplam 30 defa, ikinci görevde 13 defa, üçüncü görevde ise 15 defa kodlanmıştır. Tablo 4.3 incelendiğinde tahmin becerisi matematiksel modellemenin "Sadeleştirme", "Matematiksel Çalışma" ve "Yorumlama" basamaklarında ortak olarak kodlanmıştır; Tahmin becerisi etkinlik genelinde en düşük frekansa sahip üst bilişsel beceridir ve sırasıyla en fazla "Matematiksel Çalışma" ve "Sadeleştirme" basamaklarında kodlanmıştır. Tahmin becerisine ait en sık tekrar eden alt kod "temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma"dır.

ÖA1, Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği görevlerinde matematiksel modellemenin "Sadeleştirme" basamağında öncelikle problemden anladıklarını zihninde canlandırdığı görüntüyü iki boyutlu resmederek başlamıştır. ÖA1, çizimi üzerinde deniz seviyesindeki kişinin hangi noktalarda kuleyi görüp/göremeyeceğini, görmesine engel ne gibi durumlar olabileceğini tahmin etmeye çalışmıştır. "Matematiksel Çalışma" basamağında Kastamonu'nun İstanbul'a uzaklığını referans alarak kulenin uzak mesafeden görünmediğini, nereye kadar görünebileceğini kıyaslayarak tahmin etmeye çalışmıştır, Dünya'nın şeklinden dolayı görünemediğini fark edince Dünya'nın yarıçapına ihtiyaç duymuştur. ÖA1 birinci görevde (deniz seviyesinde bulunan birinin kuleyi görebileceği max mesafeyi bulma) elindeki yeterli veri olmadığından tahmin etmiştir. Ancak tahmin becerisinde zayıf olduğunu vurgulayarak tahminlerine güvenmediğini dile getirmiştir ve internet kullanmak istemiştir. Araştırmacı tarafından ÖA1'in tahminlerini doğrulayabilmesi için internetten yardım almasına izin verilmiştir. Diğer görevlerde de tahmin becerisinin kodlandığı ifadeler benzerlik göstermektedir. ÖA1'in üçüncü görevdeki ifadelerinden tahmin becerisi olarak kodlanan örnek bir alıntı aşağıda yer almaktadır:

> *ÖA1: Otobüsle 5 saat sürüyor. Kastamonu 9 saat sürüyor ve 600 km. Kendi özel aracınla 6 saatte gidebiliyorsun. Saatte 100 km. 300-350 km'dir. Bursa'nın da yaklaşık 3-4 saat falan sürdüğünü arkadaşlarımdan biliyorum. 12.000 km'den kesin küçüktür. Yani Çamlıca'dan bakan biri kesinlikle Uludağ'ı görebilir.*
> *(Tahmin-Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma)*

Tahmin becerisi en fazla matematiksel modellemenin “Matematiksel Çalışma” basamağında kodlanmıştır. ÖA1 ondalıklı sayılarla çarpma işleminde zorlanmıştır. İşlem hatası yaptığını fark etmiştir ancak nerede hata yaptığını bulamamıştır. ÖA1 yarı yapılandırılmış görüşme formunda etkinlikleri değerlendirirken tahmin etmekte zorlanmasının, üç boyutlu canlandırmakta zorlanmasından kaynaklandığını, bunun nedeninin de katı cisimler konusunun genelde müfredat sonunda yer almasından dolayı işlenmemesi ve hep düzlem geometrisi üzerinde çalışılması olabileceğini iddia etmiştir.

Araştırmacı: Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliğinde seni zorlayan neydi?

ÖA1: Bilinmeyenleri bulmakta zorlandım. Tahmin etmek beni çok zorladı. Gerçekçi tahmin yapamıyorum. Tahminde zayıfım. Üç boyutlu düşünmemle de ilgili olabilir.
Araştırmacı: Üç boyutta düşünürken tahmin etmeni zorlaştıran sence ne olabilir?
ÖA1: Gözümle görmem gerekiyor bulmam gerekenleri. İki boyutta kendimi daha rahat hissediyorum. Hızlı düşünüp hızlı işlem yapabiliyorum. Çünkü iki boyuta alışkınım. Benim için üç boyut her zaman korkunçtur. Katı cisimler konusunu da hiç sevmem zaten. Mesela iki boyutlu şekiller üzerine bir şeyler çizebilmek ve bulabilmek daha çok hoşuma gidiyor. Düzlem geometrisi daha kolay.
Araştırmacı: Bunun neden kaynaklandığını düşünüyorsun?
ÖA1: Alan bilgisi eksikliğinden kaynaklı. Müfredatta katı cisimler genelde son konudur ve konular yetişmiyor. Normalde geometride iyiyimdir ama şu ana kadar katı cisimler konusunu hiç dinlemedim. Katı cisimlerin sona bırakılması akılda kalıcı olmuyor ve genelde işlenmiyor. Mesela dönemin ilk konuları da hiç unutulmaz. Çevremde de katı cisimlerle ilgili kiminle konuşsam ön yargısı olduğunu söylüyor. Katı cisimlerin müfredatının sonunda yer alması geometriden soğutan bir durum.

ÖA1 yarı yapılandırılmış görüşme formunda üst bilişsel becerilerin rollerine yönelik sorulan soruda tahmin becerisinin matematiksel modelleme basamakları içerisinde özellikle “Doğrulama” basamağı için kolaylaştırıcı role sahip önemli bir beceri olduğunu iddia etmiştir. Diğer modelleme basamaklarında tahmin becerisi hakkında yorumlar yapmıştır. İfadelerinden örnekler aşağıda sunulmuştur:

ÖA1: Aslında doğrulama tahmin için gerekli. Çünkü doğrularken gerçek hayat durumlarını göz önünde bulunduruyoruz. Bu da tahmin becerisini gerektiriyor. Tahmin becerisi doğrulama becerisini güçlendiriyor.
Araştırmacı: Doğrulamada tahmin becerisi mutlaka gerekli midir?
ÖA1: Mutlaka diyemem. Ama gerekir. Çünkü doğrulama basamağı farklı durumlara kıyaslamayı gerektiriyor. Kıyaslarken de tahmin yapıyoruz. Tahminin doğrulamada kolaylaştırıcı bir rolü olabilir.
Araştırmacı: Yorumlama basamağı için neler söyleyebilirsin?
ÖA1: Yorumlamaya geçmeden önce tahmin daha önemli. Yorumlamada tahminlerimizi değerlendiririz. Yorumlamada tahminlerimizi doğruluyoruz.
Araştırmacı: Matematikselleştirme ve matematiksel çalışma için rolü ne olabilir?
ÖA1: Deneme yanılma yaparken tahmin becerimizi kullanıyoruz. Bazen yazdığım modeli ya da işlemi anlamak için değerler verip tahmini durumları ele alırız. Tahmin biraz daha sezgisel. Mesela üçgene baktığımda 3-4-5 üçgeni olabilir sanki deyip denersin. Eğer öyleyse çözmene yararı olur. Sana hız kazandırır. Modelde bir strateji oluyor tahmin. Yani çok gerekli değil ama kolaylaştırıcı bir rolü var.

İzleme becerisi

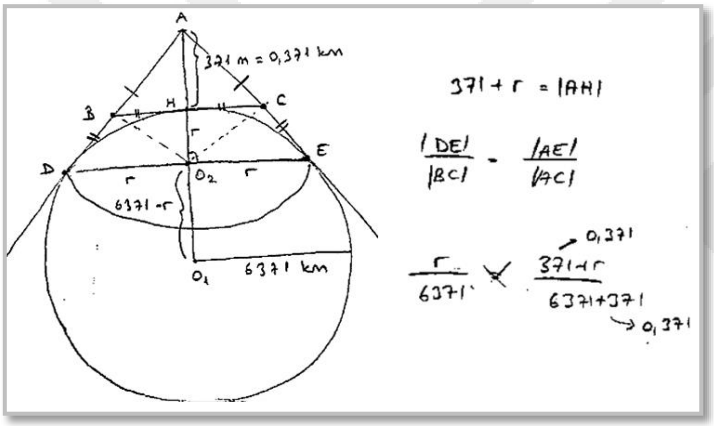
Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği boyunca izleme, birinci görevde 95 defa, ikinci görevde 42, üçüncü görevde ise 25 defa olarak en sık kodlanan beceridir. Matematiksel modellemenin "Doğrulama" basamağı dışındaki tüm basamaklarında izleme beceri kodlanmıştır. Tablo 4.6 incelendiğinde en sık tekrar eden alt kod "planı takip etme"dir.

ÖA1 Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği her üç görevinde de izleme becerisinin en fazla kodlandığı matematiksel modelleme basamakları sırasıyla "Sadeleştirme" ve "Matematiksel Çalışma"dır. İzleme becerisine dair kodlama ÖA1'in çizimleri üzerinde görüş mesafesinin ne kadar uzakta olabileceğini düşünürken, masa üzerinde bulunan nesne üzerinde gözlem yaparken, görüşe engel durumları düşünürken, modeli benzerlik ararken ve işlem yaparken yoğun izlemeler yapmıştır.

ÖA1: Karşıda her yer bina. Bina olmasa görülebilir miydi? Görüş açısını neye göre hesaplamak gerekiyor? Açıyı değiştirmiyoruz ama uzaklaştıkça nereye kadar görecek? Deniz seviyesi olduğu için bunun yüksekliğini sıfır kabul ediyoruz.

Ama ya girintili çıkıntılı bir yerde yokuştaysam? Denize sıfır olmuyor ya da denizin içine girdiğinde göremeyecek bu insan. Yüzmek için girdiğinde deniz seviyesinin altında oluyor. Gemide ne olacak? Mantıklı bir soru bu. Mesela ben kendi yurdumdan baktığımda görmüyorum. (İzleme- Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme)

ÖA1 ikinci görevdeki (seyir katından bakan birinin yeryüzünde kaç km^2'lik bir alan görebileceğini bulma) modeli dairenin alanı formülüdür. ÖA1 yarıçapı bulabilmek için üçgende benzerlik yapabileceği eşitlikler oluşturmaya çalışmıştır. Ancak ihmal durumlarını göz önünde bulundurduğunda elde ettiği sonucun mantıksız olduğu şeklinde yorumlama yapmıştır. ÖA1'in ikinci görevdeki model çözümü Şekil 4.9'da verilmiştir.



Şekil 4.9. ÖA1'in Çamlıca Kulesi Seyir Terası İkinci Görevindeki Modeli ve Çözümü

ÖA1 yarı yapılandırılmış görüşme formunda matematiksel modellemenin "Problemi Anlama" basamağında izleme becerisinin önemli olduğunu düşündüğünü söylemiştir. Örneğin, Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliğinde "Problemi Anlanma" basamağında zemin kotu kavramını ve görüş mesafesinin neresi olduğunu tartışmıştır. ÖA1 görüşme formunda izleme becerisine yönelik düşüncelerini aşağıdaki gibi dile getirmiştir.

Araştırmacı: İzleme becerisi için ne söyleyebiliriz?
ÖA1: Matematiksel çalışma aşamasında adımlarını kontrol ederken ve işlemi doğrularken gerekli. İşlem hatalarını kontrol ederken atladığım bir durum oldu mu bunun kontrolünü yaparken izleme kullanıyorum. Özellikle matematiksel çalışmada işlem yaparken etkili olduğunu düşünüyorum. Problemi anlama kısmında da soruyu okurken izleme yapmış oluyoruz. Anlamaya çalışırken izleme yapıyoruz. İşlem yaparken ne yaptım, bu sayı nereden gelmişti… Bu süreçler izleme gerektiriyor.

Araştırmacı: Peki izleme becerisinin az kullanılması durumunda ne olur sence?
ÖA1: Süreç uzar. Sık sık izleme yapmazsan çok hata yaparsın. İzleme becerisi şüpheci ve eleştirel bakış açısı ile ilişkili. Süreçte ne kadar izleme yapılırsa o kadar sağlıklı sonuçlar elde ediliyor. Dolayısıyla matematiksel modellemenin doğasında anlık irdelemeler önemli bir rolde. Bunu problem çözme süreçlerinin hepsine genelleyebiliriz. Yeterli düzeyde izleme yapmazsak gerçek dışı sonuçlar bulabiliriz.
Araştırmacı: Kritik bir role sahip midir?
ÖA1: Olmazsa olmaz mıdır? Başından itibaren bir şeyleri sorgulamak gerekiyor. Bunu yeterince yapmazsan başa dönmek zorunda kalıyorsun. Bence izlemenin de kritik bir rolü var. Olması gerekiyor."

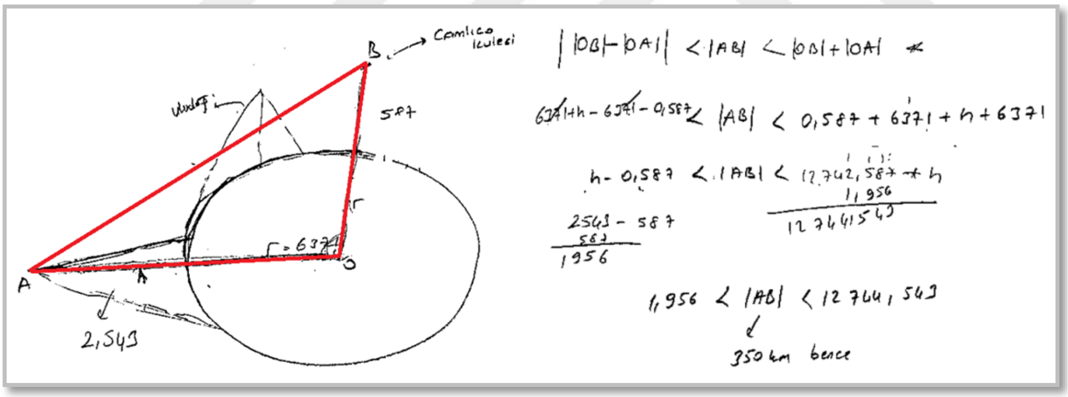
Değerlendirme becerisi

ÖA1'nin Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliğinde değerlendirme becerisi birinci görevde toplam 41 defa, ikinci görevde 24 defa, üçüncü görevde ise 12 defa kodlanmıştır. Etkinlik genelinde değerlendirme becerisine ait en sık kodlanan alt kod "farklı düşünceleri değerlendirme"dir. Her üç görevde de "Sadeleştirme", "Matematikselleştirme" ve "Yorumlama" basamaklarında ortak olarak değerlendirme becerisi kodlanmıştır.

Birinci görevde (deniz seviyesinde bulunan birinin kuleyi görebileceği max mesafeyi bulma) diğer görevlerden farklı olarak matematiksel modellemenin "Problemi Anlama" basamağında değerlendirme becerisi kodlanmıştır. ÖA1 problemi okuduktan sonra öncelikli olarak zemin kotu ifadesinin ne demek olduğunu sorgulamıştır; bu ifadenin anlamını ve soruda nasıl kullanılabileceğini değerlendirmiştir. ÖA1 problemi yapılandırırken uzaklığın ne kadar olabileceğine dair iddialarını destekleme amaçlı değerlendirmeler yapmıştır. Değerlendirme yaparken deneyimlerini dikkate almıştır. ÖA1 etkinlik kâğıdında yer alan görselin onu model olarak üçgene yönlendirdiğini söylemiştir. Ancak değerlendirmeleri sonucunda yeryüzü şekillerini ve Dünya'nın şeklini de hesaba katması gerektiğine karar vermiştir. Çizimde konum üzerinde düşünürken yerçekiminin de önemli olduğunu söylemiştir. Matematiksel çalışırken ise işlem hatalarını değerlendirmiştir. "Yorumlama" ve "Doğrulama" basamaklarında değerlendirme becerisi ön plandadır. ÖA1 yorumlama ve doğrulama yaparken planlamada göz ardı ettiği durumları, işlem hatalarını ve deneyimlerini göz önünde bulundurarak değerlendirmeler yapmıştır.

ÖA1 ikinci görevde (seyir katından bakan birinin yeryüzünde kaç km^2'lik bir alan görebileceğini bulma) masa üzerindeki nesneler üzerinde yaptığı izlemeleri değerlendirmiştir. Stratejiye karar verirken farklı düşüncelerini ve bildiği formülleri değerlendirmiştir. Üçüncü görevde (Çamlıca Kulesi'nden bakan birinin Uludağ'ı görüp göremeyeceğini tartışma) Farklı illerin rakım, uzaklık ve yol süresine göre değerlendirmeler yaparak Uludağ'ın görülüp görülemeyeceğine karar vermeye çalışmıştır. ÖA1'in üçüncü görevine ilişkin modeli ve çözümü Şekil 4.10'da verilmiştir. Uludağ'ın görülebilmesine yönelik ifadelerinden bir örnek aşağıda verilmiştir:

ÖA1: Benim AB dediğim uzunluk OB + OA'dan küçük, farkından büyük olmak zorunda. Eğer bu eşitsizliği sağlıyorsa görebilir diyebilirim.
(Değerlendirme-Farklı düşünceleri değerlendirme)
ÖA1: Şimdi bir üçgen eşitsizliği kurdum. Aradaki açıyı bilmiyorum Uludağ'ın yüksekliği eksi Çamlıca Kulesi'nin yüksekliği farkından bu ikisinin yüksekliği 1242,587 + Uludağ'ın yüksekliği arasındaysa bu mesafe o zaman görülebilir diyebilirim. *(Değerlendirme-Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama)*



Şekil 4.10. ÖA1'in Çamlıca Kulesi Seyir Terası Üçüncü Görevindeki Modeli ve Çözümü

ÖA1 oturum sonu değerlendirmesinde matematiksel modellemeye dair düşüncelerinin olumlu yönde değiştiğini ve modelleme becerisinin geliştiğini, daha derin düşünmeye başladığını ifade etmiştir. Uygulama ile ilgili düşüncelerini aşağıdaki gibi belirtmiştir.

ÖA1: Format bu şekilde olursa çok güzel. İlk etkinlikte bize hiçbir bilgi ve imkân verilmediği için çok şikâyetçiydim, neden hiçbir bilgi yok diye serzenişte bulunmuştum. Mantığını sonradan anladım. Mesela bu soruda eğer Dünya'nın yarıçapı soruda verilseydi herkes tekdüze bir şekilde çözerdi. Yönlendirme gibi olurdu öyle. Ben bir şey verilmesini istemiyorum artık. Böylesi daha keyifli.

Kendin keşfediyorsun. Son etkinlikte internet ya da telefondan yardım almamıza izin verilmesi de güzeldi. Sonuçta stratejin belli olduktan sonra bakıyorsun. Stratejiye karar verdikten sonra bu imkânların sunulması daha verimli oldu. Sadece gerekli bilgiler için kullanıyorsun. Bu yöntem güzelmiş. teknoloji gibi zengin kaynaklarla desteklenmesi önerebileceğim bir husus olabilir. Mesela GeoGebra olsaydı açı hesaplanabilirdi. Ama model oluşturulduktan sonra izin verilmeli. Tam model belirlenene kadar verilmemeli. Üç boyutlu bir şekli gözümde canlandırmak benim için gerçekten zor. Bu nedenle farklı kaynaklar sunarak desteklenebilir.

Yarı yapılandırılmış görüşme formunda üst bilişsel beceri olarak değerlendirme becerisinin matematiksel modelleme sürecinde çok önemli bir beceri olduğunu vurgulayan ÖA1, değerlendirme becerisinin rollerine ilişkin görüşleri aşağıda alıntılanmıştır:

ÖA1: Değerlendirme mutlaka olmalı. Değerlendirme becerisi öngörebilme becerisini de aslında biraz gerektiriyor. Bir sürü şey düşünüyorsun ama hangisi daha mantıklı, hangisi senin işine yarar… Bunların değerlendirilmesi gerekiyor. Değerlendirme becerisi olmadan bir noktaya varamazsın. Planlama yaparken bir karar vermen ve sonuçlarını değerlendirmen gerekiyor. Değerlendirme yapmadan planı uygulamaya geçemezsin. Hangi modeli seçeceğine de karar verirken Modelin gerçeğe uygun mu değerlendirmen gerekiyor.
Araştırmacı: O halde değerlendirme hangi basamaklar için kritiktir sence?
ÖA1: Doğrulama için kesinlikle gerekli. Yorumlamada da varmış gibi geliyor. Yorum yaparken değerlendiriyorsun çünkü. Yorumlamak, değerlendirme ile eşdeğermiş gibi geliyor bana. Problemi anlama basamağı hariç hepsinde gerekli.
Araştırmacı: Değerlendirme becerisi daha az kullanılırsa nasıl bir etkisi olabilir?
ÖA1: Kesinlikle süreci uzatır ve yorar. Planını değerlendirmeden uygulamaya geçersen yanlış sonuca ulaşırsın ve sonra bir daha başa dönmek zorunda kalırsın. Benzer şekilde bulduğun sonucun yanlışlığını değerlendirmezsen yanlış yaptığını bile fark etmezsin. Zaman kaybı olur. Anlamsızlaşır. Çünkü bir amaçla başlıyorsun, süreç bittiğinde amacına ulaşıp ulaşmadığını değerlendirmen gerekir.

ÖA1 üst bilişsel becerilerin genel olarak modelleme sürecindeki rolleri hakkındaki düşüncelerini deneyimlerinden faydalanarak aşağıdaki çıkarımda bulunmuştur:

Araştırmacı: Şimdi üst bilişsel becerileri genel olarak ele alarak cevap ver lütfen. Sence üst bilişsel beceriler matematiksel modelleme sürecinde neden gerekli?
ÖA1: Kesinlikle gerekli. Bu becerileri kullanmadan problemi çözemezsin. Problem çözme becerisi bu dört beceriyi de zaten gerektiriyor. Problemleri sadece matematiksel olarak düşünmeyelim. Biz günlük hayatta da farkında olmadan çokça kez problem çözüyoruz kendi yaşantımızda. Bu sırada beynimizde arka planda bu beceriler çalışıyor. Bu becerilerin süreci kolaylaştırıcı, pratikleştirici, hızlandırıcı bir etkisi var. Bu becerileri olmadan yanlış yaparız. Üst bilişsel beceriler olmadan problem çözülemez.

4.2. ÖA2'nin Matematiksel Modelleme Süreci ve Üst Bilişsel Becerileri

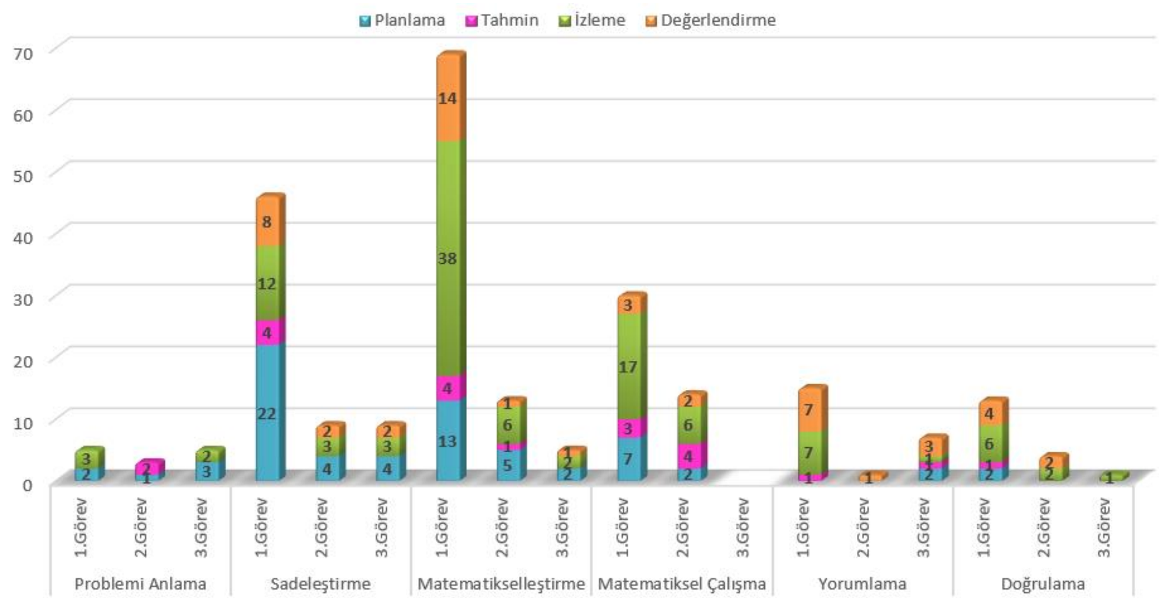
Bu bölümde ÖA2 için matematiksel modelleme süreci, üç etkinlik aracılığı ile modelleme döngüsünün her bir aşamasındaki üst bilişsel becerileri ile birlikte sunulacaktır.

4.2.1. "Aspendos Antik Tiyatrosu" Etkinliği modelleme sürecinde ÖA2'nin üst bilişsel becerileri

"Aspendos Antik Tiyatrosu" etkinliği (EK-5) üç görevden oluşmaktadır. Etkinliğin görevleri sırasıyla aşağıdaki gibidir:

- İşaretli insanlar arasındaki uzaklığı bulunuz.
- Antik Tiyatro'nun gerçek yüksekliğinin ne kadar olabileceğini bulunuz.
- Sahnedeki kişinin yeri sabit olmak üzere basamaklarda bulunan kişinin basamak değişimine göre bu iki kişi arasındaki uzaklığı ifade edebileceğiniz bir matematiksel model oluşturunuz.

ÖA2'nin Ek-5'te sunulan Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliğinin tüm görevlerine ilişkin matematiksel modelleme basamaklarının (problemi anlama, Sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma, yorumlama, doğrulama) her birinde açığa çıkan üst bilişsel becerilerine (planlama, tahmin, izleme, değerlendirme) ait yapılan kodlamaların frekansları Şekil 4.11'de yığılmalı sütun grafiği aracığı ile sunulmuştur.



Şekil 4.11. ÖA2'nin Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği Görevlerindeki Üst Bilişsel Becerilerinin Modelleme Sürecindeki Dağılımı

Şekil 4.11 incelendiğinde ÖA2’nin Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği genelinde matematiksel modellemenin “Problemi Anlama” basamağı dışında tüm basamaklarında dört temel üst bilişsel becerinin açığa çıktığı görülmektedir, ikinci görevde doğrulama girişiminde bulunmamıştır. Görevler ilerledikçe üst bilişsel beceri sayısında azalış görülmektedir. İlk görevde toplam 178 adet, ikinci görevde 43 adet, üçüncü görevde ise 27 adet kodlama yapılmıştır. Toplamda en az kodlanan üst bilişsel beceri “tahmin”, en fazla üst bilişsel beceri “izleme”dir. Etkinlik genelinde en fazla kodlama yapılan matematiksel modelleme basamağı “Matematikselleştirme”, en az kodlama “Problemi Anlama”dır.

Matematiksel modelleme basamaklarında açığa çıkan üst bilişsel becerilerin alt kodlarına ilişkin frekanslar Tablo 4.4’de verilmiştir.

Tablo 4.4. ÖA2’nin Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği Tüm Görevlerinde Açığa Çıkan Üst Bilişsel Becerileri ve Alt Kodlarına İlişkin Frekans Tablosu

Mat. Mod. Bas.	**Temel Üst Bilişsel Beceri**	**Üst Bilişsel Becerinin Alt Kodu**	**1.Görev (f_1)**	**2.Görev (f_2)**	**3.Görev (f_3)**	**Toplam Frekans ($f_1+f_2+f_3$)**
Problemi Anlama	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	2	1	2	**5**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama			1	**1**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminlerde bulunma		1		**1**
		Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma		1		**1**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	2		2	**4**
		Planı takip etme	1			**1**
Toplam			**5**	**3**	**5**	**13**
Sadeleştirme	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	8	3		**11**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	13	1	3	**17**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme/ ayrıştırma	1		1	**2**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma	3			**3**
		Kararların etkilerini önceden tahmin etme	1			**1**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	5	1	3	**9**
		Planı takip etme	6	2		**8**
		Plan dışı durumları ortaya koyma	1			**1**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	6	1	2	**9**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	1			**1**
		Farklı şekillerde ulaşılan sonuçları karşılaştırma	1	1		**2**

Toplam			**46**	**9**	**9**	**64**
Matematikselleştirme	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	2			**2**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	8	5	2	**15**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme/ ayrıştırma	2			**2**
		Matematiksel ve gerçek yaşam düşüncelerini uzlaştırma	1			**1**
	Tahmin	Ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma	1	1		**2**
		Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma	3			**3**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	20	2	1	**23**
		Planı takip etme	17	4	1	**22**
		Plan dışı durumları ortaya koyma	1			**1**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	19			**19**
		Planı ve sonuçları değerlendirme	1	1	1	**3**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	2			**2**
		Farklı şekillerde ulaşılan sonuçları karşılaştırma	1			**1**
		İşlem hatalarını tarama	1			**1**
Toplam			**79**	**13**	**5**	**97**
Matematiksel Çalışma	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma		1		**1**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	5	1		**6**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme ayrıştırma	1			**1**
		Matematiksel ve gerçek yaşam düşüncelerini uzlaştırma	1			**1**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma	5			**5**
		Ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma	1	4		**5**
		Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma	1			**1**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	6	3		**9**
		Planı takip etme	11	2		**13**
		Plan dışı durumları ortaya koyma		1		**1**
	Değerlendirme	Planı ve sonuçları değerlendirme		1		**1**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	1			**1**
		Farklı şekillerde ulaşılan sonuçları karşılaştırma	1			**1**
		İşlem hatalarını tarama	1	1		**2**
Toplam			**34**	**14**	**0**	**48**
Yorumlama	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma			1	**1**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama			1	**1**
	Tahmin	Farklı sonuçları uzlaştırmak için tahmin yapma	1			**1**
		Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma			1	**1**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	4		1	**5**
		Planı takip etme	2			**2**
		Plan dışı durumları ortaya koyma	1			**1**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme			1	**1**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	2		2	**4**
		Farklı şekillerde ulaşılan sonuçları karşılaştırma	5	1		**6**

Toplam			**15**	**1**	**7**	**23**
Doğrulama	Planlama	Temel büyük düşünceyi tasarlama	2			**2**
	Tahmin	Kararların etkilerini önceden tahmin etme	1			**1**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	2	2	1	**5**
		Planı takip etme			2	**2**
		Plan dışı durumları ortaya koyma	1			**1**
	Değerlendirme	Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	2			**2**
		Farklı şekillerde ulaşılan sonuçları karşılaştırma	2			**2**
Toplam			**13**	**0**	**1**	**14**

Aşağıda her bir üst bilişsel beceriye dair bulgular görev temelli mülakat transkriptlerinden alıntılar ve modelleme görevlerinin çözümlerinden görsellerle ayrıntılı şekilde sunulmuştur.

Planlama becerisi

Planlama becerisi birinci görevde toplam 46 defa, ikinci görevde 12 defa, üçüncü görevde ise 11 defa kodlanmıştır. Tablo 4.4 incelendiğinde planlama becerisinin Her üç görevde de “Problemi Anlama”, “Sadeleştirme” ve “Matematikselleştirme” basamaklarında planlama becerisi görülmektedir. Etkinliğin genelinde planlama becerisine ait en sık kodlanan alt kod “temel büyük düşünceyi tasarlama” olup etkinlik genelinde matematiksel modellemenin tüm basamaklarında kodlanmıştır.

ÖA2’nin Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği görevlerinde matematiksel modellemenin “Problemi Anlama” basamağında planlama becerisine ait “amaç ve imkânların analizini yapma” alt kodu sıkça kodlanmıştır. ÖA2, planlama yaparken verilenleri ve istenenleri özetlemiştir; yükseklik kavramının yapının neresini kapsadığını tartışmıştır; görevler arasındaki farkı açıklamıştır. ÖA2 probleme anlamaya yönelik planlama yaparken görsel üzerinde farklı noktalar alarak ne anladığını somutlaştıran eylemlerle teyit etme ihtiyacı duymuştur. Üçüncü göreve ait örnek bir alıntı aşağıda verilmiştir:

ÖA2: Sahnedeki kişi derken C noktasından mı bahsediyoruz? Sahne burası mı? Sahne burasıdır herhalde. (Planlama-Amaç ve imkânların analizini yapma)
ÖA2: Şimdi burada sabit bir nokta olsun ve seyirciler arasında değişken bir nokta olsun, üç nokta üç farklı kişiyi temsil etsin. Alfa-Beta-Teta diyeyim. Sabit C'nin alfaya uzaklığı C’nin betaya uzaklığı ve C’nin tetaya uzaklığını ifade eden bir matematiksel model yapmalıyım (Planlama-Temel büyük düşünceyi tasarlama)
Araştırmacı: Bu sorunun üstteki sorulardan farkı nedir?

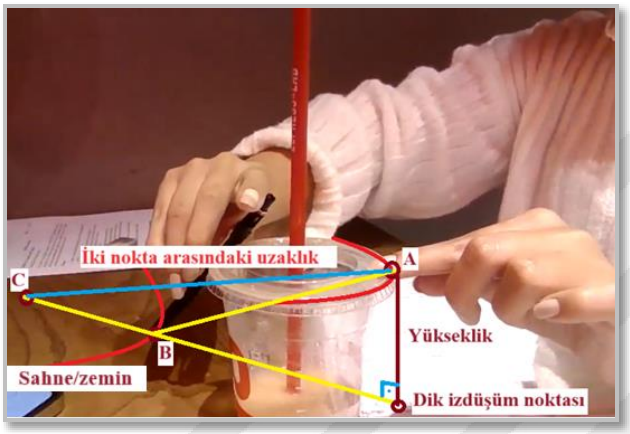
ÖA2: Sabit olmayan nokta var. Bu nokta için sonsuz noktada oluşturacağım modelin doğrulanması lazım. (Planlama-Amaç ve imkânların analizini yapma)

Şekil 4.4'te verilen grafiğe göre birinci (işaretli insanlar arasındaki uzaklığı bulma) ve üçüncü (basamak değişimine göre matematiksel model yazma) görevde planlama becerisinin en fazla "Sadeleştirme" basamağında kodlanmıştır. ÖA2 birinci görevde iki farklı yönde planlama yapmıştır: gerçek hayat koşullarında probleme pratik çözümler üretme, matematiksel hesaplamalara dayalı çözüm üretme. Son durumda uzlaştırarak matematiksel model yardımıyla temel stratejisini ve alternatif çözümlerini oluşturmuştur. Üçüncü görevde ise yeni görevin diğerlerinden daha zor olduğunu vurgulayarak çözebilmek adına basit düşünmüştür ve ilk görevde kullandığı modeli genelleştirerek planlama yapmıştır. Birinci göreve ait ilgili diyaloglar aşağıda örneklendirilmiştir:

ÖA2: Gerçek hayatta ellerine bir ip veririm ve o ipi ölçerek mesafeyi bulurum. Diğer bir yol ise kâğıt üstündeki çözüm. (Görsel üzerine çizim yapıyor). Bu üçgenimiz dik olsun. Merdivendeki kişinin yüksekliğini ve sahnedeki kişinin basamakların başlangıç noktasına uzaklığını bilirsem çözerim. Merdivende oturanlara A, sahnedekine C diyelim. B noktası A noktasının dik izdüşümü. Dik üçgen oldu ve bizden istenen (AC), hipotenüs oldu. Yüksekliği ve BC'yi bilirsem Pisagor teoreminden bulurum. (Planlama-Temel büyük düşünceyi tasarlama)
ÖA2: Dolayısıyla hatasız bir cetvel ve ipe ihtiyacım var. Şu an elimde yok. (Planlama-Amaç ve imkânların analizini yapma)
Araştırmacı: Peki cetveli bulmak için ne yaparsın?
ÖA2: Amacıma ulaşmak için kullandığım ipi saklarım, cetveli ilk bulduğum yerde ölçerim Eğer acilse belki karış hesabı ile bir karışın işte ortalama değeri şu kadar santimdir deyip ölçülebilir. (Planlama-Temel büyük düşünceyi tasarlama)
Araştırmacı: İpi bulamazsan ne yapacaksın?
ÖA2: O zaman internete Zenon'un projesinin ölçümleri gibi bir şey yazarım, basamak yüksekliği gibi bilgileri bulurum ya da bilgilendirme yazıları vardır ya belki oradan bulabilirim. (Planlama-Amaç ve imkânların analizini yapma)

ÖA2'nin Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği görevlerinde matematiksel modellemenin "Matematikselleştirme" basamağında planlama becerisi sık kodlanmıştır.

Birinci görevde (işaretli insanlar arasındaki uzaklığı bulma) planlama becerisi varsayım yapma, stratejinin detaylarını belirginleştirme ve çözüm senaryosunu netleştirme eylemlerini kapsamaktadır. ÖA2 merdivendeki kişinin izdüşüm noktasının yerini belirlemeyi planlarken zorlanmıştır. Üç boyutlu zemini iki boyutta ifade etmenin zor olduğunu belirtmiştir. İzdüşüm noktasının yerini belirleyebilmek adına masada bulunan nesneleri kullanarak tiyatronun basamak-zemin ilişkisini modelleme girişiminde bulunmuştur (bkz. Şekil 4.12). Etkinlik sonunda öneri olarak bu aşamada teknoloji desteğinin süreci kolaylaştırabileceğini eklemiştir.



Şekil 4.12. ÖA2’nin Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği Birinci Görevinde İki Boyutlu Modelini Üç Boyutlu Modelleme Çalışması

Şekil 4.12’deki modelin oluşumu sırasında ÖA2’nin açıklamaları şöyledir:

ÖA2: (masadaki kahve bardağını eline alıyor). Bir çember var ve şurada bir adam var. İçme kısmını yarım daire gibi düşünelim. Bir A noktası ve bir yarım daire olsun (merdivenlerin bitim noktalarının bir çember yayı oluşturduğunu düşünüyor). Bunlar eğimli bir yüksekte. Yarım daireler arasındaki farkı istiyorum. Dik izdüşümü merdivenlerin altına gelir.
(Planlama-Matematiksel ve gerçek yaşam düşüncelerini uzlaştırma)
ÖA2: Sonra C’den A’nın izdüşümüne olan dik uzaklığını hipotenüsten bulurum
(Planlama-Temel büyük düşünceyi tasarlama)
Araştırmacı: Peki bu durumda birinci sorudaki modeline eklemen ya da çıkarman gereken durumlar olur mu?
ÖA2: Dik izdüşümü verdiğini biliyorum ve C’deki insanın o dik izdüşüme uzaklığını da biliyorum. Henüz bilmiyorum da, orayı yaklaşık olarak bulurum.

Çünkü merdivenin altını ölçemem. Ekleyip çıkaracak bir şey yok. Verilmesi lazım. (Planlama-Amaç ve imkânların analizini yapma)

ÖA2'nin planlama becerisi matematiksel modellemenin "Matematikselleştirme" basamağında mevcut durumu matematik dünyasında ifade ederken gerekli değişkenleri belirlerken ve matematik dilinde ifade ederken ön plana çıkmaktadır. Çizimler yaparak düşüncelerini somutlaştırma aksiyonları ile matematikselleştirme kolaylaşmıştır. Matematiksel modellemenin "Matematiksel Çalışma" basamağında ÖA2'nin "nasıl ölçerim" sorusuna yanıt aradığı durumlar planlama becerisine örnektir. ÖA2 hesaplama yaparken varsayımlar yoluyla ilerlemiştir; varsayımlara deneyimler kaynaklık etmiştir. ÖA2 planlamalarında pragmatist bir yaklaşımla işlem kolaylığını gerçeğe yakınlığa göre öncelemiştir. Örneğin Pisagor modelinde dik üçgenin kenar uzunluklarını hesaplarken yalnızca bir kenarı hesaplamış, diğer kenar uzunluklarını özel üçgen oluşturacak şekilde varsaymıştır. Örnek duruma ait alıntı aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: Kaç ayakkabı tabanı olduğunu nasıl tahmin ediyorsun?
ÖA2: İşimi kolaylaştırmak istiyorum. Sonuçta bu bir varsayım. 3-4-5 üçgeninin 30 ile genişletilmiş hali olsun. Burası es kaza 900 çıktı. Varsayımlarına dayanarak burayı hesaplamak yerine 1200 çıksın diyorum. 900, 1200; 5'in 30 katından 1500 çıksın diyorum. (Planlama-Temel büyük düşünceyi tasarlama)

Matematiksel modellemenin "Yorumlama" basamağında planlama becerisi varsayımların nasıl daha gerçekçi yapılabileceğine dair yeni fikirlerin oluşturulmasında kodlanmıştır. Dolayısıyla planlama becerisinin "Yorumlama" basamağında yenilikçi bakış açısı üretme işlevi olduğu söylenebilir. "Doğrulama" basamağında ise model doğruluğunu test edilirken planlama becerisi karşımıza çıkmaktadır.

Tahmin becerisi

Tahmin becerisi, birinci görevde toplam 13 defa, ikinci görevde 7 defa, üçüncü görevde ise 1 defa kodlanmıştır ve ÖA2'nin Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği boyunca en az kodlanan becerisidir. Tablo 4.4 incelendiğinde bu beceriye ait en fazla kodlanan alt kod "temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma"dır.

Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği birinci (işaretli insanlar arasındaki uzaklığı bulma) ve ikinci (antik tiyatronun yüksekliğini bulma) görevde tahmin becerisine ait en fazla kodlama "Matematiksel Çalışma" basamağında yapılmıştır. "Ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerde yararlanma" kodu dikkate çekmektedir. ÖA2 sayısal değerleri hesaplayamadığında deneyimlerini dikkate alarak varsayım yapmayı tercih etmiştir. Ayrıca ÖA2 Aspendos Antik Tiyatrosu'na yakın zamanda gittiğini belirtmiştir. Transkriptlerde varsayım yapma bölümleri araştırmacı tarafından genellikle tahmin becerisi olarak kodlanmıştır. Birinci görevde yer alan ilgili örnek bir diyalog aşağıda verilmiştir:

ÖA2: Diyelim ki iki ayakkabı tabanı olsun (varsayım). (Tahmin-Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminlerde bulunma)
Araştırmacı: Bunu neye dayanarak iddia ediyorsun?
ÖA2: Antik tiyatrolarda basamaklar genelde yüksek oluyor. Yaslanma payı var ya da önceki insanlar çok büyükmüş. Deneyimlerimden faydalanıyorum. Ben yazın buraya gittim sanırım. Oraya benziyor ama antik kentlerin çoğu birbirine benziyor. (Planlama-Matematiksel ve gerçek yaşam düşüncelerini uzlaştırma)
ÖA2: Kocaman oluyor basamak arası. 25 cm azdır. (Tahmin-Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminde bulunma)

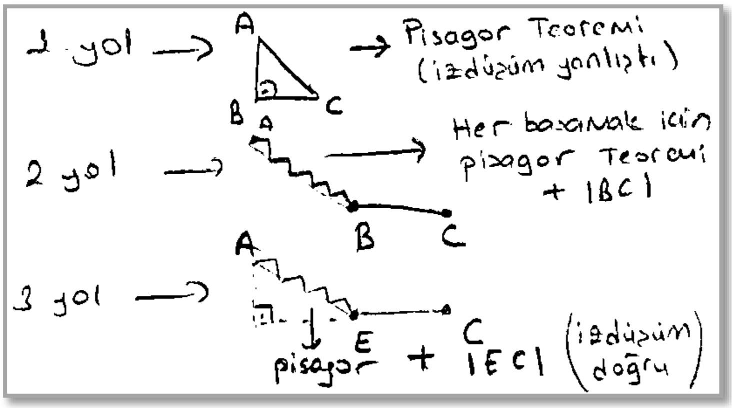
ÖA2'nin Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği üçüncü görevinde (basamak değişimine göre matematiksel model yazma) tahmin becerisine ilişkin yalnızca bir kodlama yapılmıştır ve "Yorumlama" basamağında yer almaktadır. ÖA2 modelinin güvenirlik ve geçerliği açısından nasıl geliştirilebileceğine dair zihninde fikir taraması yaparken farklı zaman ve imkânlarda nasıl çalışılırdı üzerine düşünmüştür. Bu sırada kayda geçen ifadeleri araştırmacı tarafından tahmin olarak kodlanmıştır. Belirtilen durum şu şekildedir:

Araştırmacı: Peki varsayımlarını daha doğru yapabilmek için ne gerekli sence?
ÖA2: Kesinlikle mezura gibi hatasız bir ölçüm aleti gerekli. Elimizde yoksa nasıl yapabiliriz? (düşünüyor) (Planlama-Amaç ve imkânların analizini yapma)
ÖA2: Taş devrinde ya da Sümerlerde karış ya da adımı birim olarak kullanıyor olabilirler. Birim değiştirmek mantıklı olabilir. (Tahmin-Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma)

İzleme becerisi

İzleme, birinci görevde 83 defa, ikinci görevde 15 defa, üçüncü görevde ise 9 defa kodlanarak etkinlik boyunca toplamda en fazla kodlanan üst bilişsel beceridir. Şekil 4.4 incelendiğinde izleme becerisinin birinci (işaretli insanlar arasındaki uzaklığı bulma) ve üçüncü görevde (basamak değişimine göre matematiksel model yazma) matematiksel modellemenin her basamağında kodlanmıştır. İkinci görevde (antik tiyatronun yüksekliğini bulma) ÖA2 izlemeler yardımıyla birinci görevdeki modelini yanlış inşa ettiğini fark etmiş ve düzeltmiştir. Bu sırada ikinci görevde modelini yorumlama ve doğrulama adımlarını atlamıştır. Tablo 4.4'e göre etkinlik genelinde izleme becerisi için en sık tekrar eden alt kod "anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme"dir.

ÖA2'nin birinci görevde (işaretli insanlar arasındaki uzaklığı bulma) izleme becerisine ilişkin en fazla kodlama yapılan matematiksel modelleme basamağı "Matematikselleştirme"dir. "Planı takip etme" kodu ÖA2, ürettiği düşünceleri eyleme döktüğü sırada eş zamanlı kontrol ve takibini yaparken ortaya çıkmıştır. "Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme" kodu ise ÖA2'nin modelinin doğruluğu üzerine tartıştığı diyaloglarda sıklık göstermektedir. ÖA2 birinci görevde toplamda üç farklı çözüm yapmıştır. ÖA2'nin birinci görevde modelini geliştirme süreci araştırmacı gözlem notlarında araştırmacı tarafından özetlenmiştir, Şekil 4.13'te sunulmuştur. ÖA2 izdüşüm noktasının yerini anlamaya çalışırken masadaki nesnelerle yükseklik ve izdüşüm kavramlarının farkları üzerine izlemeler yapmıştır; zeminde farklı noktalar alarak açıya göre denemeler yapmıştır. İzdüşüm için üç boyutlu düşüncelerini iki boyutta çizmekte ve anlatmakta zorlanmıştır. Nihayetinde birinci görevindeki modelini revize etmiştir.

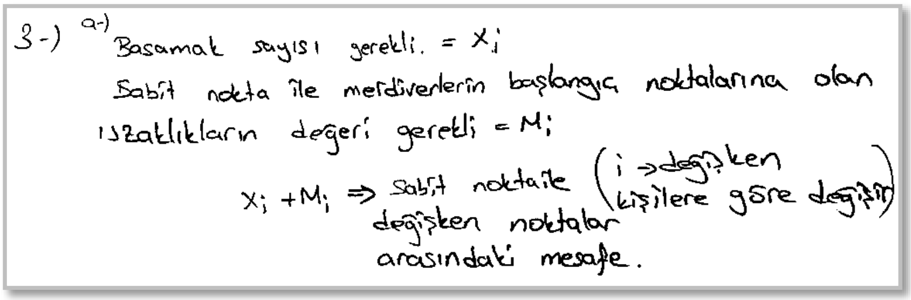


Şekil 4.13. ÖA2'nin Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği Birinci Görevi Model Gelişimi

ÖA2’nin birinci görevinden bazı örnek alıntılar aşağıdaki verilmiştir:

Araştırmacı: Pisagor teoremini seçme nedenin nedir?
ÖA2: Dikliği tamamen varsaydım. Bu merdiveni kaldırsak ve dik bir çubuk kullansak, çubuğun üstünde bir oturma yeri olsa, yine aynı yere denk gelir gibime geliyor. O da sadece hissiyat olarak yani. Sezgisel.
(İzleme-Anlık soru ve sorunlara yönelik düşünceler üretme)
ÖA2: Acaba yanlış mı yaptım? Çünkü A noktasından B'ye dik izdüşümü aldım ya, A noktasından D noktasına da dik izdüşüm alırsam nasıl olacak diye düşünüyorum. Yani dik izdüşüm aynı mı olur? Ya da bir noktanın bir yere dik İzdüşümü tek bir tane midir diye düşünüyorum. B'ye dik ise D'ye de dik olabilir mi ya da D’ye dik ise B’ye de dik olabilir mi? (İzleme-Anlık soru ve sorunlara yönelik düşünceler üretme)
ÖA2: Bence dik olmaz. Dik izdüşümden kaynaklanan bir fark oluşur. B noktası eğer dik izdüşüm noktası ise A’nın yere D noktasında dik izdüşümü olmaz. Dik izdüşüm olmadığı için uzunluk değişir. (İzleme-Plan dışı durumları ortaya koyma)
Araştırmacı: Neden olmaz?
ÖA2: Hayal ettim. A noktasından bir çubuk koydum yere. Bu dik oldu. Ama A noktasından yeri değiştirdim; burası D noktası oldu. Bu buraya dik değil Yani A'nın tek bir izdüşümü vardır. Gibi düşünüyorum. (İzleme-Planı takip etme)
…
Araştırmacı: Pisagor’u uygulayacağın yeni üçgeni çizebilir misin?
ÖA2: Tam olarak nasıl çizeceğimi bilmiyorum açıkçası. Merdivenlerin altını nasıl göstereceğim? Böyle de çizince üç boyutlu oluyor mu? Üç boyutlu zemini iki boyutlu zeminde ifade etmek çok zor. O yüzden şu an bunu ifade edemem.
(İzleme-Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme)

ÖA2 ikinci görevde matematiksel modellemenin “Yorumlama” ve “Doğrulama” basamaklarını atlamıştır. Üçüncü görevde oluşturduğu model hatalı/eksiktir. Birinci görevi için doğrulama yaparken karşıt tersini düşünerek basamakların zemine dik olmama ihtimaline yoğunlaşmıştır ve kalemiyle dar ve geniş açı ihtimalleri üzerine izlemeler yapmıştır. Modelini revize ettikçe bir önceki versiyonunun yanlışlığını doğrulamıştır.



Şekil 4.14. ÖA2'nin Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği Üçüncü Görevindeki Modeli

Değerlendirme becerisi

Değerlendirme becerisi, birinci görevde 36 defa, ikinci görevde 6 defa, üçüncü görevde ise 6 defa kodlanmıştır. İzleme becerisi ortak olarak matematiksel modellemenin "Sadeleştirme", "Matematikselleştirme" ve "Yorumlama" basamaklarında kodlanmıştır. "Problemi Anlama" basamağında değerlendirme becerisine ilişkin kodlama yapılmamıştır. Tablo 4.4. incelendiğinde etkinlik genelinde değerlendirme becerisine ilişkin en sık kodlanan alt kod "farklı düşünceleri değerlendirme"dir.

Birinci görevde (işaretli insanlar arasındaki uzaklığı bulma) değerlendirme becerisinin en sık kodlandığı matematiksel modelleme basamağı "Matematikselleştirme"dir. Değerlendirme becerisi farklı stratejilerden en uygun olanına karar verirken daha baskındır. ÖA2, seçimlerinde deneyimlerini aktarabildiği seçeneklere odaklanmıştır. ÖA2 bu etkinlikte özellikle izdüşümünün zeminde hangi noktaya geldiğini tespit etmekte zorlanmıştır, boyutlar arasında geçişleri zihninde canlandırmakta problem yaşamıştır. Ayrıca model doğrulama girişiminde bulunmuştur. Buradan modelleme basamakları arasında her zaman çok keskin geçişler olmadığı görülmektedir. ÖA2, "Doğrulama" basamağında modelinin doğruluğunu tartışırken farklı yöntemler kullanmıştır: Yer çekimi yasası ile açıklama, karşıt tersi ile ispat yapma (basamakların dikliği hususunda), farklı olasılıklardan mantıklı olanı belirleme. Ayrıca her yeni stratejinin uygulanması diğer yöntemler için birer doğrulama stratejisi olmaktadır. Model doğrulamaya ilişkin örnek alıntılar aşağıda sunulmuştur:

> *ÖA2: Basamakların bitim noktasına gelir mi bilmiyorum ama izdüşüm yere diktir. Yerde hangi noktaya gelir bilmiyorum. B noktasını öylesine işaretledim. Basamaklar olmasa ve A'dan bir çubuk uzatsam yere mutlaka dik düşer. Bu da Yerçekimi yasasıyla ilgili.* *(Değerlendirme-Planı ve sonuçları değerlendirme)*
>
> …

ÖA2: Deneyimlerimden kaynaklanan bir varsayım diyebiliriz. Gerçek hayatta gördüm sonuçta ben bunu. Dik olarak gördüğüm için buraya diktir diyorum. Geniş açılı oluşturulsa oluşturulabilir bu arada ama Zenon'un geniş açılı oluşturmadığını gördüm (Değerlendirme-Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama)

…

Araştırmacı: (Modeli revize ettikten sonra) Peki şu anki fikrine göre az önceki modelin, gerçeğe uygun mu? Ne düşünüyorsun bu konuda?

ÖA2: Hayır, gerçek hayata uygun olmamış. Ama B planım gerçek hayata uygun. (Değerlendirme-Farklı şekillerde ulaşılan sonuçları karşılaştırma)

ÖA2 matematiksel modellemenin "Yorumlama" basamağında elde edilen sonuçların mantıklı ve gerçeğe yakın olduğunu düşündüğünü, eğer yanlışlık varsa bunun varsayımların yanlışlığı ile ilgili olabileceğini ifade etmiştir. Varsayımların beraberinde hataları getirdiğini söylemiştir. İlgili alıntı aşağıda verilmiştir:

ÖA2: İlk yapışımda Pisagor'u farklı yerde yaptım yani. Bunun daha gerçeğe yakın olduğunu düşünüyorum. Çünkü merdivenin ne kadar altında bilmiyorum. A noktasının yere dik izdüşümündeki varsayımsal bir hata. 1200 cm olmayabilir. Varsayımlar hatayı getirir bence. Ama bunda daha az hata var gibi. Az öncekinden daha uygun. (Değerlendirme-Farklı şekillerde ulaşılan sonuçları karşılaştırma)

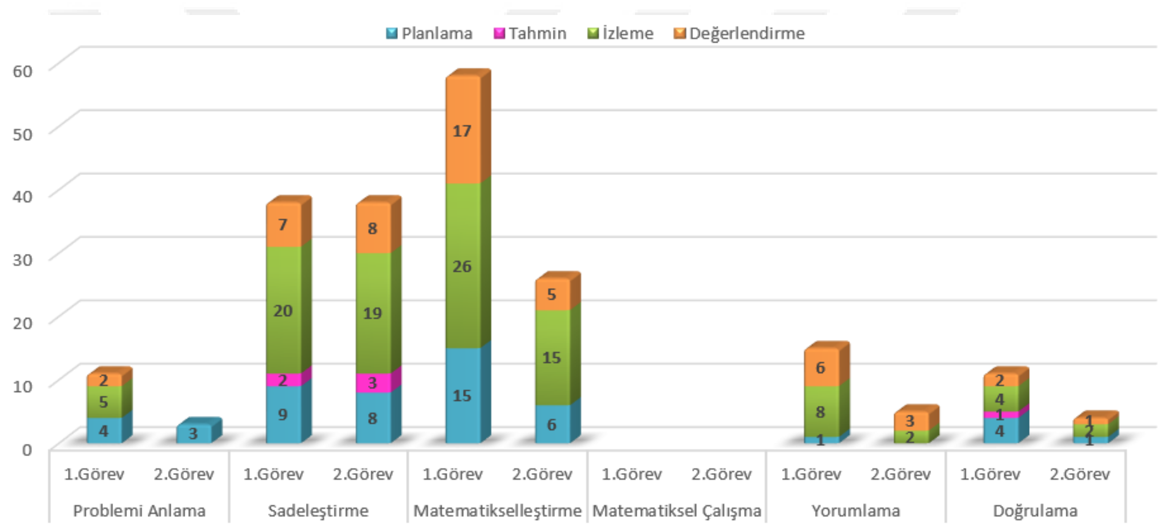
ÖA2 oturum sonunda performansını değerlendirirken en çok modelini revize etmekte, hatasını nasıl düzeltebileceğini düşünmekte zorlandığını söylemiştir; bu durumun da üç boyutu iki boyutta temsil etmekle ilgili olduğunu söyleyerek ifadelerini ilişkilendirmiştir. Bu süreci kolaylaştırabilmek adına GeoGebra gibi matematiksel teknolojik araçlar kullanımını önermiştir.

4.2.2. "Yapışkan Toplar" Etkinliği modelleme sürecinde ÖA2'nin üst bilişsel becerileri

"Yapışkan Toplar" Etkinliği (EK-6) iki görevden oluşmaktadır. Etkinliğin görevleri sırasıyla aşağıdaki gibidir:

- Küçük topun büyüklüğü sabit tutularak, her atışta büyüme miktarı eşit olacak şekilde büyük top büyütülecektir. Oyunun sürekli devam edebilmesi için büyüme miktarının en az ne kadar olması gerektiğine dair matematiksel bir model kurunuz.
- Büyük topun büyüklüğü sabit olmak üzere, küçük top her atışta bir önceki çapının 1/10'u kadar küçülürse oyun kaçıncı adımda sona erer?

ÖA2'nin Ek-6'da sunulan Yapışkan Toplar Etkinliğinin tüm görevlerine ilişkin matematiksel modelleme basamaklarının (problemi anlama, Sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma, yorumlama, doğrulama) her birinde açığa çıkan üst bilişsel becerilerine (planlama, tahmin, izleme, değerlendirme) ait yapılan kodlamaların frekansları Şekil 4.15'te yığılmalı sütun grafiği aracığı ile sunulmuştur.



Şekil 4.15. ÖA2'nin Yapışkan Toplar Etkinliği Görevlerindeki Üst Bilişsel Becerilerinin Modelleme Sürecindeki Dağılımı

Şekil 4.15 incelendiğinde ÖA2'nin Yapışkan Toplar Etkinliğinde matematiksel modellemenin "Matematiksel Çalışma" basamağında hiç kodlama yapılmadığı görülmektedir. ÖA2 her iki görevde de matematiksel bir model oluşturamamıştır. Bu nedenle matematiksel bir çözüm süreci yaşanmamıştır. Birinci görevde toplamda 133 adet kodlama, ikinci görevde ise 76 adet kodlama yapılmıştır.

Etkinlik genelinde en az frekans matematiksel modellemenin "Problemi Anlama" basamağında kodlanırken; en fazla kodlama matematiksel modellemenin "Matematikselleştirme" basamağında yapılmıştır. Toplamda en az kodlanan üst bilişsel beceri "tahmin" iken; en fazla kodlanan üst bilişsel beceri "izleme"dir.

Matematiksel modelleme basamaklarında açığa çıkan üst bilişsel becerilerin alt kodlarına ilişkin frekanslar Tablo 4.5'te verilmiştir.

Tablo 4.5. ÖA2'nin Yapışkan Toplar Etkinliği Tüm Görevlerinde Açığa Çıkan Üst Bilişsel Becerileri ve Alt Kodlarına İlişkin Frekans Tablosu

Mat. Mod. Bas.	**Temel Üst Bilişsel Beceri**	**Üst Bilişsel Becerinin Alt Kodu**	**1.Görev (f_1)**	**2.Görev (f_2)**	**Toplam Frekans (f_1+f_2)**
Problemi Anlama	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	3	3	**6**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	3		**3**
		Planı takip etme	2		**2**
	Değerlendirme	Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	2		**2**
Toplam			**10**	**3**	**13**
Sadeleştirme	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	3	2	**5**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	5	5	**10**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme/ayrıştırma		1	**1**
		Matematiksel ve gerçek yaşam düşüncelerini uzlaştırma	1		**1**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma	2		**2**
		Kararların etkilerini önceden tahmin etme		1	**1**
		Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma		2	**2**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	16	15	**31**
		Planı takip etme	3	4	**7**
		Plan dışı durumları ortaya koyma	1		**1**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	3	1	**4**
		Planı ve sonuçları değerlendirme		3	**3**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	3	3	**6**
		İşlem hatalarını tarama	1	1	**2**
Toplam			**38**	**38**	**76**
Matematikselleştirme	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	2	2	**4**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	12	4	**16**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme/ayrıştırma	1		**1**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	15	8	**23**
		Planı takip etme	9	4	**13**
		Plan dışı durumları ortaya koyma	2	3	**5**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	5	3	**8**
		Planı ve sonuçları değerlendirme	3	1	**4**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	6	1	**7**
		İşlem hatalarını tarama	3		**3**
Toplam			**58**	**26**	**84**
Yorumlama	Planlama	Matematiksel ve gerçek yaşam düşüncelerini uzlaştırma	1		**1**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	6		**6**
		Planı takip etme	2	2	**4**
	Değerlendirme	Planı ve sonuçları değerlendirme	1	2	**3**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	5		**5**
		Farklı şekillerde ulaşılan sonuçları karşılaştırma		1	**1**

Toplam			**15**	**5**	**20**
Doğrulama	Planlama	Temel büyük düşünceyi tasarlama	4		**4**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme/ayrıştırma		1	**1**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma	1		**1**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	2	1	**3**
		Planı takip etme	2	1	**3**
	Değerlendirme	Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	2	1	**3**
Toplam			**11**	**4**	**15**

Aşağıda her bir üst bilişsel beceriye dair bulgular görev temelli mülakat transkriptlerinden alıntılar ve modelleme görevlerinin çözümlerinden görsellerle ayrıntılı şekilde sunulmuştur.

Planlama becerisi

Planlama becerisi birinci görevde toplam 33 defa, ikinci görevde ise 18 defa kodlanmıştır. Tablo 4.5 incelendiğinde birinci görevde kodlama yapılan matematiksel modelleme basamaklarının hepsinde planlama becerisi kodlanmıştır. İkinci görevde ise matematiksel modellemenin "Yorumlama" basamağında planlama becerisine dair kodlama yapılmamıştır. Etkinliğin genelinde planlama becerisine ait en sık kodlanan alt kod "temel büyük düşünceyi tasarlama"dır.

ÖA2'nin Yapışkan Toplar Etkinliği birinci görevinde (oyunun sürekli devam edebilmesi için gerekli min büyüme miktarını veren model oluşturma) planlama becerisinin en sık kodlandığı basamak matematiksel modellemenin "Matematikselleştirme" basamağıdır. ÖA2 daha önce problem bağlamında ele alınan mobil oyunu oynamamıştır. Oyunu anlayabilmek için öncelikle mobil oyunu oynamıştır. ÖA2 problemi yapılandırırken hem matematiksel boyutta hem de gerçek hayatta uygulamaya dönük stratejiler sunmuştur; Telefon işlemci hızının önemli olduğuna ve oyunun sonsuza gitmesi isteniyorsa uygulama algoritmasında kodlama değişikliğine gidilerek yeni kuralların tanıtılması gerektiğine değinmiştir. Matematiksel model oluşturamayan ÖA2, strateji planlarken küçük toplar arasındaki en kısa mesafeyi ve yarıçaplarını hesaba katarak hareket yörüngesinin bir düzgün çokgen oluşturduğunu iddia etmiştir. ÖA2, ilişkili kavramları cebir dilinde tanımlamıştır.

ÖA2 sürekli büyüme durumunu limit konusu ile ilişkilendirmiştir, ancak matematik diline yansıtamamıştır. Sözel dili matematiksel dile aktarırken zorlandığı için planlama üzerine daha çok düşünmüştür. Bu durum "Matematikselleştirme" basamağında üst bilişsel düzeyde planlama becerisi frekansını artırmıştır. İlgili durum aşağıda örneklendirilmiştir:

ÖA2: Küçük topun kapladığı alan x, en kısa mesafe n olsun. Toplam x+2n kadar büyümeli. Çünkü bu topları bağladım ve bağlanacak alan kalmadı. Hiç büyüme olmadığında sabit bir topun alabileceği maksimum topa ulaştım. Yeni top eklenmesi için iki top arasındaki mesafenin top girebilecek kadar olması gerekiyor. Yani x+2n kadar bir mesafe daha açılmalı. Eğer bu düzgün çokgenin kenar sayısı sonsuza giderse limit kullanılmalı. (Planlama- Temel büyük düşünceyi tasarlama)

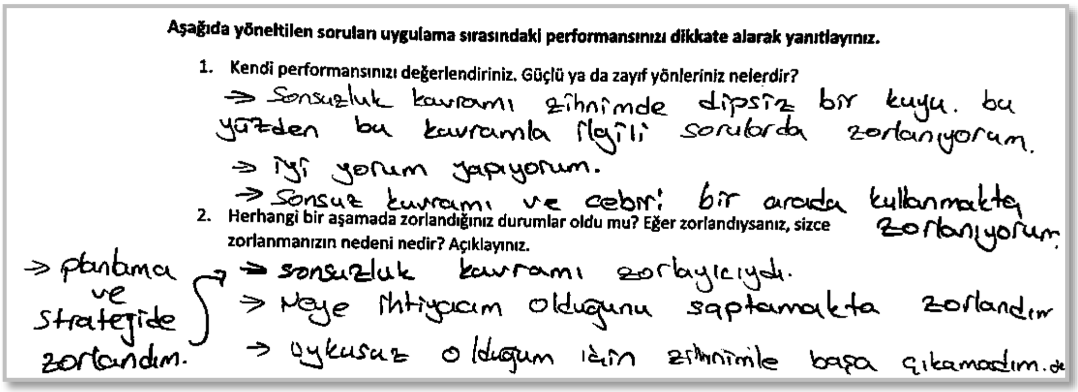
Araştırmacı: Limit ne zaman kullanılır, neden limit?

ÖA2: Sonsuza giden bir işlem varsa limit kullanarak onu daha belirgin hale getirebilirim. (Planlama-Çoklu düşünce yapılarını birleştirme/ayrıştırma)

ÖA2: Sonsuz sayıda top olsun. Benden istenen bu, limit top sayısı sonsuza giderken bir ifade bulacağım ve bu bana topun büyüme oranını verecek. Eşittir a olacak. Top sayısı sonsuza giderken öyle bir ifade bulmalıyım ki her bir toptan sonra öyle bir yer açılsın ki tekrar bir top gelsin. (Planlama- Temel büyük düşünceyi tasarlama)

ÖA2. Kenar sayısının sonsuz tane olabilmesi için bana ne lazım? İki top arasındaki mesafe ve topların çapı olabilir. (Planlama-Amaç ve imkânların analizini yapma)

ÖA2'nin Yapışkan Toplar Etkinliği ikinci görevinde (küçük top küçüldüğünde oyunun kaçıncı adımda sona ereceğini bulma) planlama becerisi en fazla matematiksel modellemenin "Sadeleştirme" basamağında kodlanmıştır. ÖA2 burada planlama becerisini üst bilişsel olarak hangi değişkenlerin çözüm için gerekli olduğunu ve nasıl kullanılabileceğini belirlerken, bu değişkenler arasında ilişki kurmaya çalışırken ve bir örüntünün var olup olmadığını anlamaya çalışırken kullanmıştır. Bu zihinsel süreçlerde planlama becerisi ile izleme becerisinin birlikte çalışarak ardışık bir üst bilişsel yapıda olduğu görülmektedir. ÖA2, ikinci görevde stratejiyi kuramamıştır ve matematiksel dilde herhangi bir ifade yazamamıştır. ÖA2 oturum sonu değerlendirmesinde planlama ve strateji kurmada zorlandığını bu durumun oyunun sonsuza gitmesi durumu ile ilgili olduğunu belirtmiştir. ÖA2 yaşadığı bu probleme yönelik açıklamaları Şekil 4.16'da verilmiştir.



Aşağıda yöneltilen soruları uygulama sırasındaki performansınızı dikkate alarak yanıtlayınız.

1. **Kendi performansınızı değerlendiriniz. Güçlü ya da zayıf yönleriniz nelerdir?**

→ Sonsuzluk kavramı zihnimde dipsiz bir kuyu. bu yüzden bu kavramla ilgili sorularda zorlanıyorum.

→ İyi yorum yapıyorum.

→ Sonsuz kavramı ve cebri bir arada kullanmakta zorlanıyorum.

2. **Herhangi bir aşamada zorlandığınız durumlar oldu mu? Eğer zorlandıysanız, sizce zorlanmanızın nedeni nedir? Açıklayınız.**

→ planlama ve stratejide zorlandım.

→ sonsuzluk kavramı zorlayıcıydı.

→ Neye ihtiyacım olduğunu saptamakta zorlandım

→ uykusuz olduğum için zihnimle başa çıkamadım.

Şekil 4.16. ÖA2'nin Sonsuz Kavramına Yönelik Açıklamaları

ÖA2 ikinci görevde (küçük top küçüldüğünde oyunun kaçıncı adımda sona ereceğini bulma) doğrulama yaparken problem bağlamını farklı bir problem durumu ile ilişkilendirerek örneklendirmiştir. İlgili örnek aşağıda sunulmuştur:

Araştırmacı: Sonsuza kadar küçülüyor diyorsun yani.
ÖA2: Evet, bu şey gibi değil mi? Diyelim ki ben şu noktaya ulaşmak istiyorum. Şuradaki bir karıncaya diyorum ki, ya da minik bir insan düşünelim fark etmez, attığın her adımın bir önceki adımının yarısı kadar olsun ve şuraya ulaş, ne kadar sürede ulaşır? Sonsuz sürede ulaşmaz mı? Zaten limitin tanımı da buradan gelmiyor muydu? (Planlama-Çoklu düşünce yapılarını birleştirme / ayrıştırma)

Tahmin becerisi

ÖA2'nin Yapışkan Toplar Etkinliği problem çözme sürecinde araştırmacı tarafından en az kodlanan üst bilişsel beceri tahmin becerisidir. Tahmin becerisi her iki görevde de 3'er defa kodlanmıştır. Tablo 4.5 incelendiğinde her iki görevde de matematiksel modelleme döngüsünün "Sadeleştirme" basamağında tahmin becerisine dair kodlara rastlanmaktadır.

ÖA2, Yapışkan Toplar Etkinliği birinci görevinde (oyunun sürekli devam edebilmesi için gerekli min büyüme miktarını veren model oluşturma) matematiksel modellemenin "Sadeleştirme" basamağında stratejik olarak oyunun soru kökünde belirtilen koşulların sonucunda nasıl devam etmesi gerektiği ile ilgili tahminlerde bulunmuştur. Birinci görev ile ilgili durum aşağıda örneklendirilmiştir:

Araştırmacı: Normalde sonsuza kadar gider mi bu oyun?

ÖA2: Bu top büyürken şu aralıklarda açılır mı acaba diye düşündüm. Topu balon gibi düşün, balonu şişiriyorum. O zaman şu y aralıkları açılır. 2y'nin arası, y+1 olsun atıyorum. Bu y+1'lik araya bir top daha gelir mi? Gelirse oyun sürer ama gelmezse sürmez diye düşünüyorum. Ama bir dakika, bunlar nokta değil, bu küçük topların kapladıkları bir alan var. Kapladıkları bir alan olduğu için sonsuz değil, sonludur. (Tahmin-Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminlerde bulunma)

ÖA2, Yapışkan Toplar Etkinliği ikinci görevinde (küçük top küçüldüğünde oyunun kaçıncı adımda sona ereceğini bulma) soru kökünde kaçıncı adımda sona ereceği sorulduğu için başlangıçta oyunun hep biteceğini düşünmüştür. Ancak çözüm için problemi yapılandırırken küçük toplar sürekli küçülürken onlara bağlı iplerin ve toplar arasındaki mesafenin konum dengesinin nasıl olacağına yönelik tahmin becerisini kullanmıştır ve oyunun sonsuza gidebileceğini tahmin etmiştir. Ardından düşüncesini destekleyecek izleme ve değerlendirmeler yapmıştır. Tahmin kullanımına örnekler durumlar aşağıda verilmiştir:

Önceki soruda düşündüğümüz mantık olabilir. İki küçük top arasındaki mesafe örneğin 5 derecelik bir yay olsun. Aradaki yay ölçüsü küçük topların yarıçapları değiştiği için değişebilir. Atıyorum ikisi aynı yarıçapta olsaydı aralarındaki mesafe daha büyük olurdu. Ama şimdi yarıçap küçüldü; yarıçap küçüldüğü için arasındaki mesafe azalabilir. (Tahmin-Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma)

Araştırmacı: Top kaçıncı basamağa kadar küçülebilir sence?

ÖA2: Sonsuza kadar küçülür mü? Bence 1/10'u kadar küçülürse sürekli küçülebilir. (Tahmin- Kararların etkilerini önceden tahmin etme)

ÖA2 matematiksel model çıkaramamasına karşın sıkça oyun sürekli devam ettiğinde oluşacak ihtimalleri ve görünümleri çizerek detaylar üzerinden strateji kurmaya çalışmıştır. ÖA2 oturum sonu değerlendirmesinde, çizimler yapmadan önce zihninde tahmin edip ardından tahminlerini somutlaştırmak amacıyla görselleştirme yoluna gittiğini belirtmiştir. Dolayısıyla tahmin becerisi frekans olarak her ne kadar en düşük üst bilişsel beceri olsa da ÖA2'nin bilişsel eylemlerinin arkasında üst bilişsel düzeyde tahmin becerisi yer almaktadır.

ÖA2 ifadelerine soyut kavramları tahmin etmekte zorlandığını bu durumun sonlu-sonsuz kavramlarını algılama durumuyla ilişkili olabileceğini eklemiştir. Oyunu oynayarak deneyimlemenin zihinde canlandırmayı kolaylaştırdığını ancak çözüm sürecinde etkili olmaktan ziyade düşünme ve yorumlama noktasında hız kazandırdığını söylemiştir.

İzleme becerisi

ÖA2'nin Yapışkan Toplar Etkinliği süreci boyunca izleme becerisi, birinci görevde 63 defa, ikinci görevde ise 38 defa olmak üzere toplamda en fazla kodlanan üst bilişsel beceridir. Şekil 4.15 incelendiğinde birinci görevde kodlama yapılan matematiksel modellemenin her basamağında ("Matematiksel Çalışma" basamağında kodlama yapılmamıştır) izleme becerisi kodlanmıştır. ÖA2'nin izleme becerisine dair en sık tekrar eden alt kod "anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme"dir.

ÖA2'nin Yapışkan Toplar Etkinliği birinci görevinde (oyunun sürekli devam edebilmesi için gerekli min büyüme miktarını veren model oluşturma) izleme becerisine dair kodlama en fazla matematiksel modellemenin "Matematikselleştirme" basamağındadır. Oyunu ilk kez oturum içerisinde deneyimleyen ÖA2, oyunun hangi koşullarda sona erdiğine ve sürekliliğin nasıl sağlanabileceğine yönelik izlemeler yapmıştır. Ardından görselleştirerek oyunun ilerleyen hamlelerinde büyük topun genişlemesinin nasıl bir etki yaratacağına dönük anlık izlemeler yapmıştır. Anlık sorguladığı sorunlara örnek olarak şu durumlar verilebilir: Her adımda iki ardışık küçük top arasındaki mesafenin bir miktar daha açılması gerebilir, bu aralık ne kadar açılmalıdır, kaçıncı adımdan sonra o aralığa yeni bir top sığabilir, süreklilik nasıl sağlanabilir, büyük top genişledikçe ipler kayacak mı yoksa ip topların merkezlerine bağlı mıdır ve top genişledikçe ipin görünen boyu kısalacak mı, top büyüdükçe ekrana nasıl sığacak… ÖA2'nin izlemeler sırasında çizdiği şekiller üzerindeki detayları inceleme, problemin tekrar okunması, yapılanların gözden geçirilmesi gibi eylemler de gözlemlenmiştir. İlgili örnek diyaloglar aşağıda verilmiştir:

ÖA2: (düşünüyor) Bu limit falan değil. Merkezdeki top büyüdükçe çıkan topların bağlanma şekli dairesel harekete benziyor hatta öyle. Dairenin çevresi neye bağlı? Küçük topumun çapına mı bağlı? İki top arasındaki yayı nasıl bulabilirim? Nasıl ifade edebilirim? (İzleme- Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme)

Araştırmacı: Onunla ilgili bildiğin bir formül var mı?

ÖA2: Merkezdeki açıyla ilgili olabilir. Mesela 1 dereceyken iki top değmeden yan yana gelebilir ama 0,5 iken iki top yan yana gelemez. Öyle söylesek. Yay uzunluğu merkez açıyla aynı zaten. Topun büyümesi açıyı değiştirir mi? Hepsi bir merkeze mi atış yapılıyor? Topun büyümesi, r'sinin büyümesi demek. Açıyı değiştirir mi, bence değiştirmez. r büyüdükçe topların mesafesi artacak ama merkez açıları değişmeyecek. (İzleme- Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme)

ÖA2'nin Yapışkan Toplar Etkinliği ikinci görevinde (küçük top küçüldüğünde oyunun kaçıncı adımda sona ereceğini bulma) izleme becerisi en fazla matematiksel modellemenin "Sadeleştirme" basamağında kodlanmıştır. ÖA2 toplar küçüldükçe hareket yörüngesi çembersel yapısını koruyacak mı ve ip uzunluğu nasıl korunacak gibi izlemeler yapmıştır. İzlemeler yaparken yeni çizimler yapmış ve zihninde oyunu canlandırmıştır. Yazdığı matematiksel ilişkileri anlamak için sayılar vererek anlamlandırmaya çalışmıştır, kolay işlem yapabilmek için ondalıklı sayıları genişleterek tamsayı haline getirmiştir.

Etkinlik genelinde izleme becerisi ile planlama becerisi genellikle ardışık olarak kodlanmıştır. Bu durum planlama ve izleme becerisinin eş zamanlı aktif kullanılabildiğini ve üst bilişsel becerilerin çalışma prensibinin karmaşık olduğunu göstermektedir.

Değerlendirme becerisi

ÖA2'nin Yapışkan Toplar Etkinliğinde değerlendirme becerisi birinci görevde toplam 32 defa, ikinci görevde ise 17 defa kodlanmıştır. Birinci görevde matematiksel modellemenin kodlama yapılan her basamağında ("Matematiksel Çalışma" basamağında kodlama yapılmamıştır) değerlendirme becerisi için kodlama yapılmıştır. Değerlendirme becerisine ait en sık kodlanan alt kod "düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama"dır.

ÖA2'nin Yapışkan Toplar Etkinliğinde birinci görevde (oyunun sürekli devam edebilmesi için gerekli min büyüme miktarını veren model oluşturma) değerlendirme becerisine ilişkin kodlamalar en fazla matematiksel modellemenin "Matematikselleştirme" basamağındadır. ÖA2 başlangıçta oyunun ilerleyişini stratejik olarak bir balonun şişmesine ve büyüme miktarının her yönde homojen bir dağılım göstermesi gerektiği durumuna benzeterek sonsuza kadar devam edebileceğini iddia etmiştir; ancak süreçte yaptığı değerlendirmeler sonucunda sonlu olduğuna karar vermiştir.

ÖA2'ye göre iplerin boyu sabittir ve büyük ve küçük topun merkezlerine bağlıdır. Bu nedenle büyük topun büyümesi küçük topların hareket yörüngesinde bir kaymaya neden olmayacaktır. Böylece oyun en fazla büyük top, küçük toplara temas edene kadar devam edebilecektir, yani sonludur. Ayrıca matematikselleştirirken başlangıçta küçük topların bulunduğu yörüngeyi düzgün çokgen olarak ele almasına rağmen küçük toplar arasındaki mesafenin minimum olması gerektiği için topların çapından küçük olması gerektiğine karara vererek bu stratejik hatasını düzeltmiştir. ÖA2'nin oyun sonucunun sonlu-sonsuzluk durumuna ilişkin matematiksel modellemenin "Doğrulama" basamağında yaptığı açıklamalar aşağıda verilmiştir:

ÖA2: Oyunda bir mantık hatası yok. Oyunun sonsuza kadar sürmesi mantıksız. Toplar boyutlu olduğu için 360 derecelik bir yay ölçüsüne sınırlı sayıda sığdırılabilir. Hepsi aralarında hiç mesafe olmadan birbirine teğet toplardan oluşsa bile sınırlı sayıda olur. Çünkü topların boyutunu dairesel yörüngede dereceye bağlı ifade edebilirim. Yani sonludur. Ama sonsuz olmasını istiyorsam top boyutsuz olmalı. Yani nokta olmalı. π sonsuz bir sayı olduğundan çember yayına sonsuz nokta sığabilir. Çember, noktanın hacmi ya da alanı olmadığı için sonsuz noktalar kümesidir aslında. Bu 360 derece demek aynı zamanda. (Değerlendirme-Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama)

ÖA2'nin Yapışkan Toplar Etkinliği ikinci görevinde (küçük top küçüldüğünde oyunun kaçıncı adımda sona ereceğini bulma) sonsuz kavramı ile ilişkili olduğundan strateji ve model kuramamıştır. Bu nedenle daha çok planlama ve izleme yapmıştır, değerlendirme becerisine ilişkin kod sayısında ise düşüş yaşanmıştır. ÖA2 değerlendirme yaparken görevlerin farklarını göz önünde bulundurarak kıyaslamıştır. ÖA2'nin matematiksel modellemenin "Yorumlama" basamağında yaptığı açıklamaları aşağıda örneklendirilmiştir:

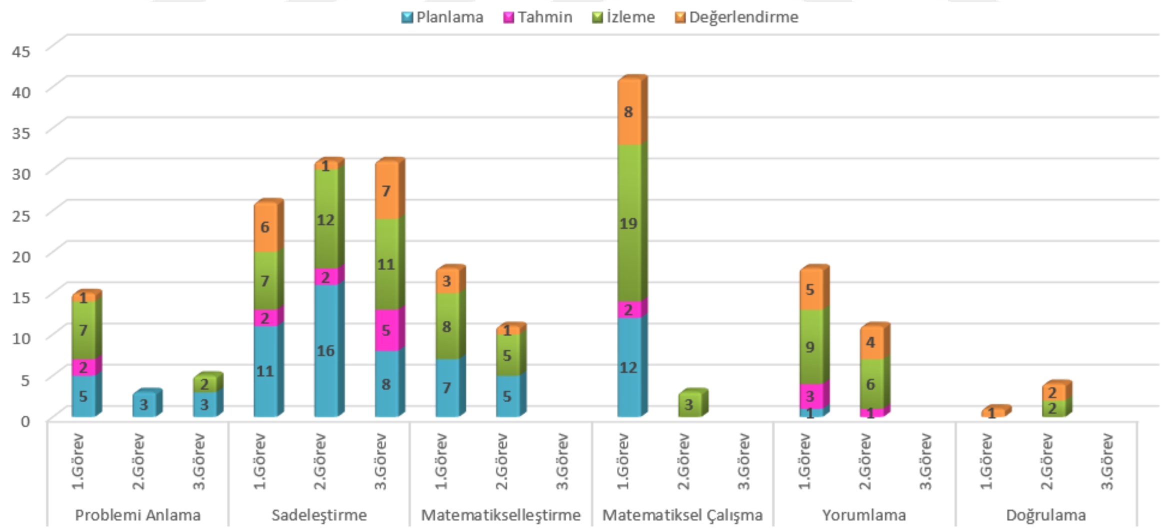
ÖA2: Sürekli 1/10 küçülüyor, sonsuza kadar küçülebilir. Net bir cevabı yok. Birazcık soyut kaldı ya da ben soyut algılamak istedim. (Değerlendirme-Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama)
ÖA2: Oyunun sürekli devam etmesi isteniyorsa topun yarıçapı sürekli küçülsün, büyümesi işe yaramıyor. Küçük topu sonsuza kadar küçültürse oyun hiç bitmez. (Değerlendirme-Farklı şekillerde ulaşılan sonuçları karşılaştırma)

4.2.3. “Çamlıca Kulesi Seyir Terası” Etkinliği modelleme sürecinde ÖA2’nin üst bilişsel becerileri

“Çamlıca Kulesi Seyir Terası” Etkinliği (EK-7) üç görevden oluşmaktadır. Etkinliğin görevleri sırasıyla aşağıdaki gibidir:

- Deniz seviyesinde bulunan birinin Çamlıca kulesini görebileceği max mesafe ne kadar olabilir? Bu mesafenin değerinin hesaplanabileceği matematiksel bir model kurunuz.
- Seyir Katı 2’den bakan biri yeryüzünde kaç km^2 lik bir alanı görebilir?
- Havanın açık ve bulutsuz olduğu bir günde Çamlıca Kulesinden Bursa yönüne bakan biri Uludağ’ı görebilir mi? Yanıtınızı açıklayınız.

ÖA2’nin Ek-7’de sunulan Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliğinin tüm görevlerine ilişkin matematiksel modelleme basamaklarının (problemi anlama, Sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma, yorumlama, doğrulama) her birinde açığa çıkan üst bilişsel becerilerine (planlama, tahmin, izleme, değerlendirme) ait yapılan kodlamaların frekansları Şekil 4.17’de yığılmalı sütun grafiği aracığı ile sunulmuştur.



Şekil 4.17. ÖA2’nin Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği Görevlerindeki Üst Bilişsel Becerilerinin Modelleme Sürecindeki Dağılımı

Şekil 4.17’ye göre birinci görevde toplamda 119 adet kodlama, ikinci görevde 63 adet kodlama, üçüncü görevde ise 36 adet kodlama yapılmıştır. Toplamda en az kodlanan üst bilişsel beceri “tahmin” iken; en fazla kodlanan üst bilişsel beceri “izleme”dir.

ÖA2'nin Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği üçüncü görevinde matematiksel modellemenin yalnızca "Problemi Anlama" ve "Sadeleştirme" basamaklarında kodlama yapıldığı görülmektedir. ÖA2 üçüncü görevde strateji kuramamıştır; bu nedenle matematiksel modelleme döngüsünün ilerleyen süreçlerine geçilememiştir. Birinci ve ikinci görevlerinde model oluşturabilmiş ancak modelini çözememiştir.

Matematiksel modelleme basamaklarında açığa çıkan üst bilişsel becerilerin alt kodlarına ilişkin frekanslar Tablo 4.6'da verilmiştir.

Tablo 4.6. ÖA2'nin Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği Tüm Görevlerinde Açığa Çıkan Üst Bilişsel Becerileri ve Alt Kodlarına İlişkin Frekans Tablosu

Mat. Mod. Bas.	**Temel Üst Bilişsel Beceri**	**Üst Bilişsel Becerinin Alt Kodu**	**1.Görev (f_1)**	**2.Görev (f_2)**	**3.Görev (f_3)**	**Toplam Frekans ($f_1+f_2+f_3$)**
Problemi Anlama	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	5	2	2	**9**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama		1	1	**2**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminlerde bulunma	2			**2**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	5		1	**6**
		Planı takip etme	2		1	**3**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	1			**1**
Toplam			**15**	**3**	**5**	**23**
Sadeleştirme	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	2	2	4	**8**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	9	11	4	**24**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme/ ayrıştırma		3		**3**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma	2	1	3	**6**
		Kararların etkilerini önceden tahmin etme	1			**1**
		Ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma		1		**1**
		Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma			2	**2**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	3	11	11	**25**
		Planı takip etme	3			**3**
		Plan dışı durumları ortaya koyma	1	1		**2**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	3		2	**5**
		Planı ve sonuçları değerlendirme	1			**1**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	2	1	5	**8**
Toplam			**27**	**31**	**31**	**89**
Matematikselleştirme	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma		2		**2**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	7	3		**10**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	1			**1**
		Planı takip etme	7	5		**12**
	Değerlendirme	Planı ve sonuçları değerlendirme	1			**1**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	2			**2**
		İşlem hatalarını tarama		1		**1**
Toplam			**18**	**11**	**0**	**29**

Matematiksel Çalışma	Planlama	Temel büyük düşünceyi tasarlama	10			**10**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme ayrıştırma	2			**2**
	Tahmin	Kararların etkilerini önceden tahmin etme	1			**1**
		Ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma	1			**1**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	9			**9**
		Planı takip etme	10	3		**13**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	1			**1**
		Planı ve sonuçları değerlendirme	2			**2**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	5			**5**
Toplam			**41**	**3**	**0**	**44**
Yorumlama	Planlama	Temel büyük düşünceyi tasarlama	1			**1**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma	2			**2**
		Kararların etkilerini önceden tahmin etme	1	1		**2**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	5	2		**7**
		Planı takip etme	1			**1**
		Plan dışı durumları ortaya koyma	3	4		**7**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	2			**2**
		Planı ve sonuçları değerlendirme	1	3		**4**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	2	1		**3**
Toplam			**18**	**11**	**0**	**29**
Doğrulama	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme		1		**1**
		Planı takip etme		1		**1**
	Değerlendirme	Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	1	2		**3**
Toplam			**1**	**4**	**0**	**5**

Aşağıda her bir üst bilişsel beceriye dair bulgular görev temelli mülakat transkriptlerinden alıntılar ve modelleme görevlerinin çözümlerinden görsellerle ayrıntılı şekilde sunulmuştur.

Planlama becerisi

Planlama becerisi birinci görevde toplam 36 defa, ikinci görevde 24 defa, üçüncü görevde ise 11 defa kodlanmıştır. Planlama becerisi matematiksel modellemenin "Problemi Anlama" ve "Sadeleştirme" basamaklarında ortak olarak kodlanmıştır. Planlama becerisine ait en sık kodlanan alt kod "temel büyük düşünceyi tasarlama"dır.

ÖA2'nin Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği birinci görevinde (deniz seviyesinde bulunan birinin kuleyi görebileceği max mesafeyi bulma) planlama becerisinin ön plana çıktığı matematiksel modelleme basamağı "Sadeleştirme" iken; en sık kodlandığı basamak matematiksel modellemenin "Matematiksel Çalışma" basamağıdır. ÖA2 daha önce Çamlıca Kulesi'ni yalnızca uzaktan görmüştür. Problem kökünde vurgulanan deniz seviyesinde bir gözlemci ve kulenin görülebilmesi ifadeleri ÖA2 için görüş açısı/mesafesi kavramlarını çağrıştırmıştır, okuduktan sonra kulenin tamamının görülmesi gerektiğini savunmuştur.

ÖA2 Soruyu görselleştirirken gözlemci ve kulenin tepe noktasını birleştirerek görüş mesafesini tanımlamıştır. Bu çizim ÖA2'nin zihninde hayali bir dik üçgen modelini canlandırmıştır ve Pisagor Teoremi'ne yönlendirmiştir. Dolayısıyla ÖA2 strateji kurmak ve modele dökmekte zorluk yaşamamıştır ancak çözüm yapamamıştır. Bu nedenle matematiksel olarak çalışırken planlama becerisi daha çok alternatif stratejiler üretirken ve varsayımlarını düzenlerken kodlanmıştır. Örnek ifadeler aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: Başka neye bağlı olabilir ya da alternatif bir yol geliştirebilir misin?
ÖA2: Gelişmiş bir lazer aleti düşünelim. Deniz seviyesinde hareket edebilen biri Çamlıca Kulesi'ne lazer ışını göndersin. Lazer izinin kuleye değdiği son noktada ışığın mesafesini ölçeriz. (Planlama- Temel büyük düşünceyi tasarlama)
Araştırmacı: Nasıl ölçebiliyorsun?
ÖA2: Alet onu ölçüyor. Ama o alet elimizde mevcut değil şu an.
(Planlama- Amaç ve imkânların analizini yapma)
Araştırmacı: Başka bir strateji önerin var mı?
ÖA2: Tam tersine gitsek… Hani biz deniz seviyesindeki adamdan Çamlıca Kulesi'ne bakıyoruz ya, Çamlıca Kulesi'ndeki birinin deniz seviyesini görebileceği maksimum yere baksak olur mu? (Planlama- Temel büyük düşünceyi tasarlama)

ÖA2'nin Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği ikinci görevinde (seyir katından bakan birinin yeryüzünde kaç km^2'lik bir alan görebileceğini bulma) planlama becerisi matematiksel modelleme "Sadeleştirme" basamağında sıklaşmaktadır. ÖA2 planlama yaparken problemde sunulan iki boyutlu görseli önce zihninde üç boyutlu canlandırdığını, ardından kâğıt üstünde görselleştirerek planlama yaptığını belirtmiştir. ÖA2 soruda verilen seyir katının 360^o seyir imkânı sunabilmesi detayından hareketle zihninde matematiksel olarak bir koni canlandığını söylemiştir. Koninin yeryüzündeki izdüşüm alanının bir daire olduğunu, bu nedenle modelinin πr^2 olması gerektiğini savunmuştur; üçgende kenar bağıntılarını kullanarak iki eşitsizlik yazmış ve ortak çözüm yapmıştır; ancak sağlıklı bir gözün ne kadar bir alan görebileceğini bilmediği ve farklı strateji geliştiremediğinden yarıçapı bulamamıştır. Yarıçapın kulenin yüksekliğine bağlı olup sağlıklı bir gözün sonlu bir noktaya kadar görebileceğini ancak sonsuza yaklaşan sayıları algılamakta güçlük çekmesi nedeniyle görüş sınırlarını tahmin edemediği için planlama yaparken tıkanmıştır.

ÖA2 üçüncü görevde (Çamlıca Kulesi'nden bakan birinin Uludağ'ı görüp göremeyeceğini tartışma) yalnızca yorum yaparak tartışmıştır; kuleye daha önce çıkmamasından kaynaklı deneyim eksikliği nedeniyle tahmin edemediği için planlama yapamadığını söylemiştir. Çözümde Uludağ'ın görüş mesafesi sınırları içerisinde olduğu sürece görülebileceğine yönelik bir yorum yapmıştır. Alternatif olarak tersten düşünerek kuleden de Uludağ'ın görüleceğini veya drone yardımı ile hesaplanabileceğini eklemiştir.

ÖA2 oturum sonu değerlendirmelerinde bir gerçek hayat probleminin çözümünün yalnızca cebirsel olarak matematikselleştirme yoluyla çözülmesinin zor olduğunu, mutlaka deneyime imkân sunulması ya da teknoloji ve materyal geliştirme yoluyla desteklenmesi gerektiğini ifade etmiştir. Deneyimlerin tahmin etmeyi, tahmin edebilmenin de planlamayı kolaylaştırdığını vurgulamıştır. ÖA2'nin açıklamalarından yola çıkarak deneyimler-tahmin becerisi-planlama becerisi arasında bir ilişki olduğunu söylemek mümkündür.

Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliğinde diğer etkinliklerden farklı olarak tablo halinde sayısal veriler sunulmuştur. ÖA2 sayısal bilgilerin sorunun planlamasını ya da çözümünü kolaylaştırmadığını, yalnızca modeldeki bilinmeyen sayısını azaltması yönüyle soruya netlik kazandırdığını ifade etmiştir.

Tahmin becerisi

Tahmin becerisi birinci görevde toplam 9 defa, ikinci görevde 3 defa, üçüncü görevde ise 5 defa kodlanmıştır. Matematiksel modellemenin "Sadeleştirme" basamağında ortak olarak kodlanmıştır. Genelinde en düşük frekansa sahip beceridir; en sık tekrar eden alt kodu "temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma"dır.

ÖA2, birinci görevinde (deniz seviyesinde bulunan birinin kuleyi görebileceği max mesafeyi bulma) çözümde elde ettiği eşitsizlikleri yorumlarken alabileceği sınır değerleri tahmin etmiştir; ikinci görevde (seyir katından bakan birinin yeryüzünde kaç km^2'lik bir alan görebileceğini bulma) eşitsizlerin ortak çözüm yapıldığında stratejik olarak nasıl bir sonuca ulaşabileceğini tahmin etmiştir. Sonuçların tahminlerinden farklı olduğunu söylemiştir. Üçüncü görevde (Çamlıca Kulesi'nden bakan birinin Uludağ'ı görüp göremeyeceğini tartışma) ise ÖA2'nin matematikselleştirme yapamamasından dolayı çözüm süreci yoruma dayalıdır. Bu nedenle tahmin becerisinde frekans olarak artış gözlenmektedir.

ÖA2 Çamlıca Kulesi Seyir Terası etkinliğinde genel olarak zorlanma nedeninin büyük sayıları tahmin edememesiyle ilişkilendirmiştir. Tahmin becerisini aktif kullanabilmenin çözüm sürecinin ilerleyişini etkilediğini belirtmiştir. İlgili ifadesi aşağıda verilmiştir:

> *"ÖA2: Matematiksel çalışırken değil de sonuç bulmakta sorun yaşadım. Mesafeyi ölçemedim. Devasa bir bakış söz konusu tahmin edemezdim. Aspendos sorusundaki bir basamağı tahmin etmek gibi bir durum söz konusu değil. Burada Çamlıca kulesine çıkıyoruz ve gözümüzün görebileceği en fazla mesafeyi tahmin etmeye çalışıyoruz. Çok büyük sayıları tahmin etmek zor."*

ÖA2'nin Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği sürecine dair ifadelerinden hareketle tahmin becerisinin frekans olarak en düşük kodlanan üst bilişsel beceri olmasına karşın arka planda yoğun biçimde çalıştığı anlaşılmaktadır; ayrıca diğer üst bilişsel becerilerinin tahmin becerisi ile ilişkili şekilde çalıştığı söylenebilir. ÖA2 tahmin edemediği için strateji ve model oluşturamadığını, dolayısıyla da yorumlayamadığını ifade etmiştir.

> *Araştırmacı: Düşünsel aktivitelerinin modelleme sürecine nasıl bir etkisi olabilir?*
> *ÖA2: Hayal gücüyle alakalı. Hayal gücü ne kadar genişse, bu sorulara o kadar iyi cevap verilir ya da iyi model oluşturulur. Bu da tahmin becerisiyle bağlantılı biraz. Tahmin edemediğim için matematiksel sonuca ulaşamıyorum. Bu tahmin gerçek hayata uygun mu değil mi yorumlamakta etkili. Sonuca ulaşamayınca bir sonraki aşamaya geçemiyorum. Zaten benim tahminlerim deneyimlerimden etkileniyor. Doğrulama yaparken de deneyimlerimizden yararlanıyoruz. Tahmin de doğrulama aşamasında kullandığım deneyimlerimden etkileniyor. Tahminlerimden dolayı doğrulama yapamıyorum. Deneyimler tahmini, tahmin de doğrulamayı etkiliyor.*

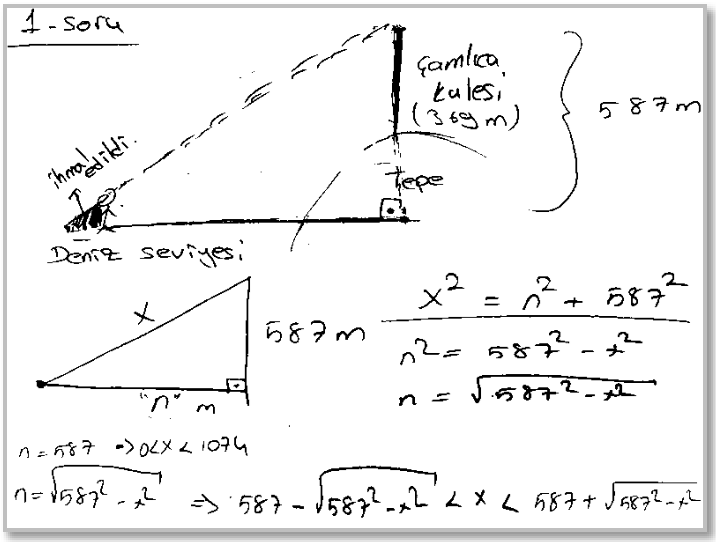
ÖA2 matematiksel modellemenin doğasında gerçek hayata uygun ve gerçek sonuçlara yakın değerler bulmanın hedeflendiğini gerekçe göstererek tahmini değerler ve varsayımlarla matematiksel çözüm yapmaktan kaçınmıştır. Bu tez uygulaması kapsamındaki ilk soru olan Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliğindeki çözümlerini inceleyen ÖA2 oturum bitiriminde genel değerlendirme yaparken elde ettiği sonucun geçerli ve güvenilir olmadığını, aynı problemi şimdi çözse tahmin yaparak sonuç bulmuş olmak için varsayımsal sonuçlar bulma girişiminden kaçınacağını söyleyerek performansını eleştirmiştir. Bu durum ÖA2'nin matematiksel modelleme deneyimi kazandıkça performanslarındaki stratejik tutumunun gelişim gösterdiği görülmüştür.

Araştırmacı: Genel olarak zorlandığım noktalarda nasıl düşündün?
ÖA2: Soyut düşünmede zorlandım. Zorlandığımda şekil çizdim. Bir sonraki adımı tahmin edip zihnimdeki yansımasını kağıda dökmeye çalıştım. Zihnimde bir resim oluşturup onu kağıda döktüm. Aspendos ve Çamlıca Kulesi sorularında bu yönde zorlanmadım. Zorlandığım nokta değişkenleri belirlemekti. Tahmin etmek beni zorladı. Aspendos sorusunda değişkenlere kendim sayısal değerler vermiştim. Ama şu anki aklım olsaydı bunu yapmazdım. Çünkü benim için sorunun sonucu değil, sorunun sonucunun güvenilirliği daha önemli. Herhangi bir aralıkta bırakıp o aralığın ölçüm aletleri ile ya da teknolojinin yardımıyla saptanması daha güvenilir. Yani sonuca ulaşmak mı, yoksa sonuç yolunda sırf sonuca ulaşmak için bazı değerler vermek mi daha önemli? Bence sonuca ulaşmak daha önemli değil.

İzleme becerisi

ÖA2'nin Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği süreci boyunca izleme becerisi, birinci görevde 50 defa, ikinci görevde 28, üçüncü görevde ise 13 defa olmak üzere toplamda en fazla kodlanan üst bilişsel beceridir. Şekil 4.8 incelendiğinde birinci görevde matematiksel modellemenin "Doğrulama" basamağı dışındaki tüm basamaklarında, ikinci görevde "Problemi Anlama" basamağı dışındaki tüm basamaklarında, üçüncü görevde ise kodlama yapılan tüm basamaklarında (yalnızca "Problemi Anlama" ve "Sadeleştirme" basamaklarında kodlama yapılmıştır) izleme becerisi kodlanmıştır. Tablo 4.6 incelendiğinde ÖA2'nin izleme becerisine dair en sık tekrar eden alt kod "anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme"dir.

ÖA2 için Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği birinci görevinde (deniz seviyesinde bulunan birinin kuleyi görebileceği max mesafeyi bulma) izleme becerisine dair kodlama en fazla matematiksel modellemenin "Matematiksel Çalışma" basamağındadır. ÖA2 modelinde elde ettiği denklem ve eşitsizlikleri nasıl düzenleyebileceği üzerine yoğun izlemeler yapmıştır. Bu eşitsizlerde eşit olma ve olmama durumları üzerine sorgulama yapmıştır ve düşüncesini doğrulama yoluna gitmiştir. İzleme becerisine daha çok işlem basamaklarında ve savunduğu düşüncelerini kanıtlama eylemleri sırasında rastlanmaktadır. ÖA2'nin birinci görevine ilişkin modeli Şekil 4.18'de verilmiştir. Beraberinde matematikselleştirme basamağında yapılan ilgili örnek diyalog aktarılmıştır.



Şekil 4.18. ÖA2'nin Çamlıca Kulesi Seyir Terası Birinci Görevdeki Modeli ve Çözümü

Araştırmacı: O zaman maksimum değeri senin modelin için ne olmalıdır?
ÖA2: (587+n)'den küçük bir sayı olmalı. (İzleme-Planı takip etme)
Araştırmacı: Eşit olabilir mi?
ÖA2: Olabilir. Üçü de birbirine eşit olabiliyor muydu? Hmm olabilir diye düşünüyorum. (İzleme- Plan dışı durumları ortaya koyma)
ÖA2: Bu açı kenar bağıntılarının eşitlik durumunu hatırlamaya çalışıyorum. Üçgendeki durumları kendi kafamda bakıyorum. Eşkenar bir üçgen düşünelim. Eşkenar üçgenin açı kenar bağıntıları için şu kenarın sıfırdan büyük ve 6'dan küçük olması gerekiyor. Eğer 6 olursa şayet 6, 3, 3… (İzleme-Planı takip etme)
ÖA2: Hayır 6'ya eşit olmaz, eşit değildir. Çünkü iki kenar mutlaka bir açı oluşturacak. Diyelim ki 3, 3 olsun. Açısı 180 derece olmadığı sürece şu uzunluk 6'ya eşit olamaz. O yüzden açı kenar bağıntılarına göre şurası eşitlik yoktur. (Değerlendirme-Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama)
Araştırmacı: Peki neden eşkenar üçgen tercih ettin çizerken?
ÖA2: Oradan daha kolay çıkarım yapabileceğimi hissettim, bilmiyorum. (İzleme- Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme)

ÖA2 problemi anlamaya çalışırken kulenin tamamını görmekle bir kısmını görme durumunun farkını sorgulamıştır. Kulenin bir kısmı görüldüğünde de gözlemci kuleyi görmüş olur mu sorusuna yanıt aramaya çalışmıştır. Örnek bir diyalog aşağıda verilmiştir:

ÖA2: Görüş mesafemde görmemi engelleyecek bir yapı varsa Çamlıca Kulesi'nin tamamını görmüş sayılmam. Ama bir kısmı yeterliyse benim için… Yeterli mi peki?
(İzleme- Plan dışı durumları ortaya koyma)
Araştırmacı: Çamlıca kulesini görebileceği maksimum mesafe diye soruyor.
ÖA2: Yani bir kısmını görmekle, Çamlıca kulesinin tamamını görmek eş değer mi? Eş değerse eğer o zaman ihmal edilebilir bu yeryüzü şekilleri. Ama eş değer değilse ihmal edilmemesi lazım. Bu da sonucu değiştirir.
(İzleme- Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme)
ÖA2: Tersten yani kuleden deniz seviyesindeki insana da bakabiliriz ama bir sıkıntı var: Deniz seviyesinde görüş mesafemin en sonundaki insanı çok yüksek yapıdaki bir göz göremez. Adam olarak değil de nokta olarak düşünürsek belki olabilir. Benim gözlerim bu kadar uzaktaki bir insanı göremez. Büyük birisi olmadığımız için insan yapısı olmaz o yüzden..
(İzleme- Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme)

İkinci (seyir katından bakan birinin yeryüzünde kaç km^2'lik bir alan görebileceğini bulma) ve üçüncü (Çamlıca Kulesi'nden bakan birinin Uludağ'ı görüp göremeyeceğini tartışma) görevde izleme becerisine dair en fazla kodlama matematiksel modellemenin "Sadeleştirme" basamağındadır. İkinci görevde izleme becerisi işlem takibi kontrolünde ve beklenmedik sonuçlarla karşılaşıldığında eleştirel biçimde yorumlanırken kodlanmıştır. Üçüncü görevde strateji kurulamadığından matematiksel model oluşmamıştır. ÖA2 yalnızca sözel izlemeler yapmıştır. İzlemeleri sırasında görselleştirerek zihninde üç boyutlu canlandırmıştır. Ancak devasa bir durumu zihninde canlandıramadığını söylemiştir. Zihninde canlandırırken zorlanmasını deneyimsiz oluşu ile ilişkilendirmiştir. ÖA2 oturum sonunda araştırmacıya bu tarz sorular için sanal müze gezileri gibi teknolojik argümanlarla desteklenebileceği yönünde bir öneri sunmuştur. Bunun üzerine tüm oturumların sonunda araştırmacı ve ÖA2 teknolojik argümanların matematiksel modelleme sürecinde üst bilişsel becerilerin hangi rolünü sahiplendiği üzerine müzakere yapılmıştır. İlgili diyaloglara aşağıda yer verilmiştir:

Araştırmacı: Teknoloji sende olmayan hangi becerinin yerine geçiyor?
ÖA2: Ölçme becerisi. Çünkü ölçebilmemi sağlıyor.
Araştırmacı: Teknolojik ekipmanların olması değerlendirme becerini etkiler mi?

ÖA2: Etkiler. Uludağ'ın görülmesi mesafeyi ölçersem netleşir. Aşamalara göre Matematiksel Çalışma ve Doğrulamada etkiler. Değerlendirmeye yardımcı olur.
Araştırmacı: Teknolojinin matematiksel modellemede ölçme becerisinin yerini alması sence hangi üst bilişsel becerilerin rolünde farklılık yaratabilir?
ÖA2: İzleme ve değerlendirme becerisine katkı sağlar diyebilirim. Ölçmeyi teknolojik araçlarla yapacağımız için gerçek sonuçlar bulmuş olacağız. Bu nedenle tahmin değişir. Elimizde hiçbir imkân olmadığı için tahmin ediyoruz ve net sonuç vermiyor. Ama elimizde GeoGebra üzerinde çalışsak tahmin etmeyecektik.
Araştırmacı: Teknolojik araçlar planlama ve strateji kurmada etkili olabilir mi?
ÖA2: Zannetmiyorum. Planlama ve strateji kurarken herhangi bir teknolojik materyal kullanmadan yapabildim. Çünkü strateji kurarken hayal ediyorsun. Ama online müze gezisi olsaydı kuleyi gerçek sayılabilecek bir simülasyon ile üç boyutlu gezme ve etrafını seyretme imkânı olabilirdi. Mesela ikinci soruda üç boyutlu koni hayal etmiştim, eğer deneyimleme şansım olsaydı "evet konidir ya da değildir, farklı şekiller de olabilir" diyebilirdim. O zaman işte belki strateji geliştirmede etkili olabilir. Yani online gezi olması hayal gücümü etkiler.

Değerlendirme becerisi

ÖA2'nin Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliğinde değerlendirme becerisi birinci görevde toplam 24 defa, ikinci görevde 8 defa, üçüncü görevde ise 7 defa kodlanmıştır. En sık kodlanan alt kodu "düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama"dır.

ÖA2'nin Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği birinci görevde (deniz seviyesinde bulunan birinin kuleyi görebileceği max mesafeyi bulma) değerlendirme becerisine ilişkin kodlamalar en fazla matematiksel modellemenin "Matematiksel Çalışma" basamağındadır. ÖA2 tabloda sayısal bilgiler içerisinde yüksekliğin gerekli olduğunu ancak sadece yüksekliğin bilinmesinin çözüm için yeterli olmadığını belirtmiştir, net bir matematiksel sonuca ulaşamadığı için de sonucu yorumlama ve doğrulama yapamamıştır.

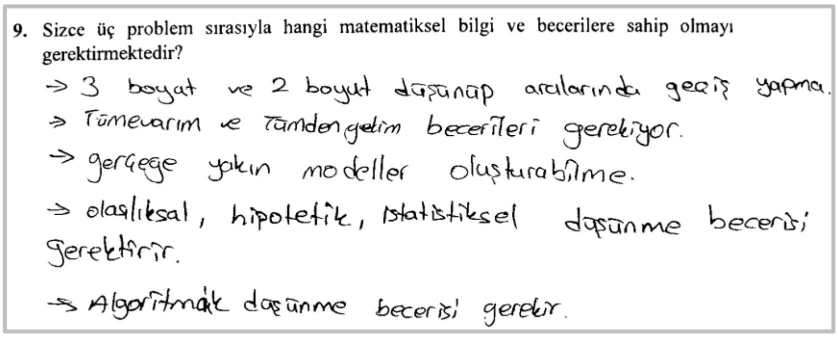
ÖA2 görev genelinde modelinin doğruluğu üzerine değerlendirmeler yapmıştır, varsayımlarının gerekliliklerini ve etkilerini tartışmıştır, karar verme sürecindeki düşüncelerini değerlendirmeler yardımıyla açıklamıştır. ÖA2'nin strateji belirleme sürecinde araştırmacı tarafından değerlendirme becerisi olarak kodlanan örnek bir madde aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: Soruda hangi mesafenin sorulduğuna neye göre karar verdin?
ÖA2: (soru kökünü okuyor ve gösteriyor) Deniz seviyesinde bulunan birisinin Çamlıca kulesini görebileceği mesafe… Bulunduğu yerden Çamlıca Kulesi'ne yürüyerek gidebileceği mesafeyi hesaplamaya çalıştım aslında. Ama yürüyerek giderse görebileceği mesafeyi almamış oluyorum. Orada bir dikkat dağınıklığı yaşadım. Soruyu tekrar okudum ve sonra dedim ki: Hayır, Çamlıca kulesini görmesi lazım. Eee, bu da görüş mesafesi ile ilgili! Kişinin kuleye olan uzaklığı nedir diye sorsaydı yerdeki mesafe olurdu diye düşündüm arka planda. Ama soruda onu istemediğini ispatladım kendimce. Uzaklığı sorsaydı direkt zemin kotunun olduğu yerle deniz seviyesindeki olan adamın arasındaki mesafeyi hesaplardım. (Değerlendirme-Farklı düşünceleri değerlendirme)

İkinci görevde (seyir katından bakan birinin yeryüzünde kaç km^2'lik bir alan görebileceğini bulma) değerlendirme becerisi frekans olarak en fazla matematiksel modellemenin "Yorumlama" basamağında kodlanmıştır. ÖA2 problem genelinde problemin çözümü için gerekli değişkenlere karar verirken, ihmal edilen değişkenlerin varlığının kontrolünü sağlarken, stratejik hatalarını düzeltirken değerlendirme becerisini kullanmıştır. Benzer durum üçüncü görev (Çamlıca Kulesi'nden bakan birinin Uludağ'ı görüp göremeyeceğini tartışma) için de geçerlidir. ÖA2'nin ikinci görevde matematiksel modellemenin "Yorumlama" basamağında ifade ettiği ve değerlendirme becerisi olarak kodlanan örnek maddeler aşağıda örneklendirilmiştir:

ÖA2: Yaşantılarımız günlük hayattaki çözümlerimize fayda ya da zarar sağlar. Mesela ben Çamlıca kulesine çıkmadığım için şu an farklı bir yol geliştiremiyorum. Deneyim olmadan hayal etmek çok zor. Tahmin edemiyorum bu yüzden ve farklı bir yol düşünemiyorum.
Araştırmacı: Yani deneyim planlama ve tahmin becerini mi etkiliyor?
ÖA2: Evet, etkiler kesinlikle. Bu çok güzel bir çıkarım bu arada. Günlük hayatta da çok gezip okudukça ya da deneyim kazandıkça başarılı olmak daha olası oluyor. (Değerlendirme-Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama)

ÖA2, oturumların bitiminde genel değerlendirme yaparken matematiksel modellemenin farklı becerilerin bir arada kullanımını ve çok boyutlu düşünebilmeyi gerektirdiğini savunmuştur. Matematiksel modelleme ile ilişkilendirdiği becerilerin yarı yapılandırılmış görüşme formundaki yazılı hali Şekil 4.19'da verilmiştir.


9. Sizce üç problem sırasıyla hangi matematiksel bilgi ve becerilere sahip olmayı gerektirmektedir?

-> 3 boyut ve 2 boyut düşünüp aralarında geçiş yapma.
-> Tümevarım ve Tümdengelim becerileri gerekiyor.
-> gerçeğe yakın modeller oluşturabilme.
-> olasılıksal, hipotetik, istatistiksel düşünme becerisi gerektirir.
-> Algoritmik düşünme becerisi gerekir.

Şekil 4.19. ÖA2'nin Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu Örnek Yanıtı

ÖA2 görüşme sonunda yer alan "üst bilişsel becerilerin matematiksel modelleme sürecindeki rolü nedir" sorusuna yanıt olarak dört üst bilişsel becerinin de modellemenin her basamağı için gerekli olduğunu ve arka planda çalıştığını düşündüğünü belirtmiştir. Bu düşüncesini biliş ve üst biliş kavramlarını ilişkilendirerek desteklemiştir.

ÖA2: Soruyu bilişsel olarak algılıyorum. Bilişsel olarak algılarken üst bilişim de çalışıyor. Hatta bazen üst bilişiniz siz problemle ilgilenmezken bile çalışmaya devam eder. Başka bir soruya geçtiğinizde soru bitmiş olmuyor; üzerine düşünmeye devam ediyorsunuz. Benim ikinci sorudayken bir anda tekrar ilkine dönüp ekleme yapmam gibi. Üst bilişsel beceriler eksik kalanları tamamlamak için çalışıyor. Yani üst bilişsel beceriler modellemenin her basamağında vardır ve çalışır.

ÖA2, bu becerilerden birinin yokluğunda sonuca ulaşmanın mümkün olmadığını, bu becerilerin koordineli biçimde çalıştığını ve matematiksel modelleme döngüsünün basamakları arası geçişi etkileyen kilit bir role sahip olduğunu iddia ederek görüşmeyi sonlandırmıştır.

4.3. ÖA3'ün Matematiksel Modelleme Süreci ve Üst Bilişsel Becerileri

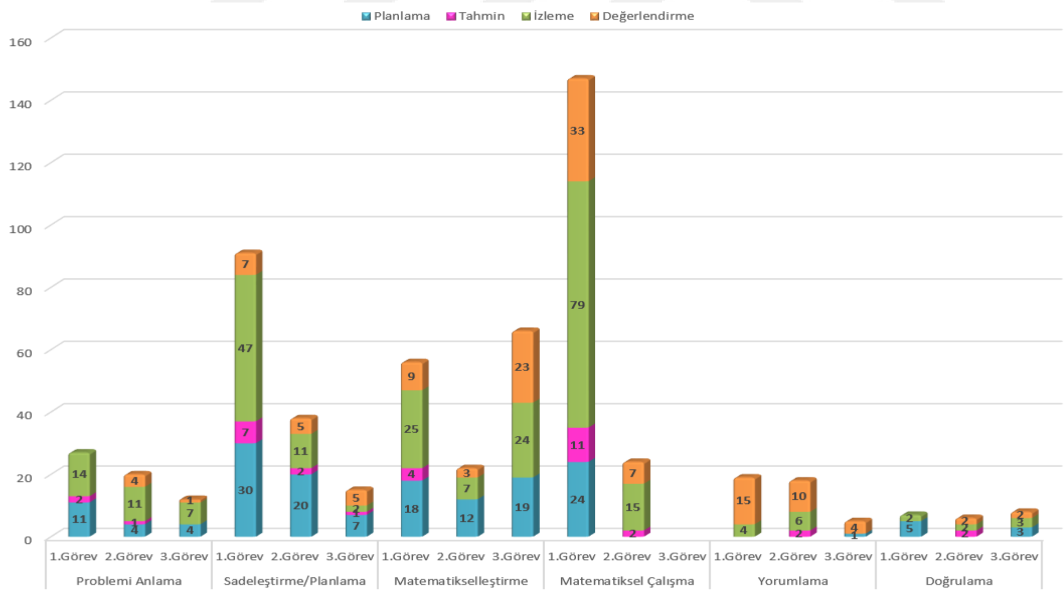
Bu bölümde ÖA3 için matematiksel modelleme süreci, üç etkinlik aracılığı ile modelleme döngüsünün her bir aşamasındaki üst bilişsel becerileri ile birlikte sunulacaktır.

4.3.1. "Aspendos Antik Tiyatrosu" Etkinliği modelleme sürecinde ÖA3'ün üst bilişsel becerileri

"Aspendos Antik Tiyatrosu" etkinliği (EK-5) üç görevden oluşmaktadır. Etkinliğin görevleri sırasıyla aşağıdaki gibidir:

- İşaretli insanlar arasındaki uzaklığı bulunuz.
- Antik Tiyatro'nun gerçek yüksekliğinin ne kadar olabileceğini bulunuz.
- Sahnedeki kişinin yeri sabit olmak üzere basamaklarda bulunan kişinin basamak değişimine göre bu iki kişi arasındaki uzaklığı ifade edebileceğiniz bir matematiksel model oluşturunuz.

ÖA3'ün Ek-5'te sunulan Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliğinin tüm görevlerine ilişkin matematiksel modelleme basamaklarının (problemi anlama, Sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma, yorumlama, doğrulama) her birinde açığa çıkan üst bilişsel becerilerine (planlama, tahmin, izleme, değerlendirme) ait yapılan kodlamaların frekansları Şekil 4.20'de yığılmalı sütun grafiği aracığı ile sunulmuştur.



Şekil 4.20. ÖA3'ün Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği Görevlerindeki Üst Bilişsel Becerilerinin Modelleme Sürecindeki Dağılımı

Şekil 4.20 incelendiğinde ÖA3'ün Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliğinde görevler ilerledikçe kodlanan üst bilişsel beceri sayısında düşüş görülmektedir. İlk görevde toplam 348 adet kodlama, ikinci görevde 128 adet kodlama, üçüncü görevde ise 106 adet kodlama yapılmıştır. En fazla frekans birinci görevde “Matematiksel Çalışma” basamağında, ikinci görevde “Sadeleştirme” basamağında, üçüncü görevde “Matematikselleştirme” basamağında kodlanmıştır. En az frekans birinci ve ikinci görevde “Doğrulama”, üçüncü görevde ise “Yorumlama” basamağında kodlanmıştır. Toplamda en az kodlanan üst bilişsel beceri “tahmin”, en fazla “izleme”dir. Etkinlik genelinde en fazla kodlama yapılan matematiksel modelleme basamağı “Matematiksel Çalışma”, en az kodlama “Doğrulama”dır.

Her üç görevde matematiksel modelleme basamaklarında açığa çıkan üst bilişsel becerilerin alt kodlarına ilişkin frekanslar Tablo 4.7’de verilmiştir.

Tablo 4.7. ÖA3'ün Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği Tüm Görevlerinde Açığa Çıkan Üst Bilişsel Becerileri ve Alt Kodlarına İlişkin Frekans Tablosu

Mat. Mod. Bas.	Temel Üst Bilişsel Beceri	Üst Bilişsel Becerinin Alt Kodu	1.Görev (f_1)	2.Görev (f_2)	3.Görev (f_3)	Toplam Frekans (f_1+f_2+f_3)
Problemi Anlama	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	10	3	1	**14**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	1		1	**2**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme/ ayrıştırma		1	2	**3**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminlerde bulunma	2			**2**
		Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma		1		**1**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	9	11	7	**27**
		Planı takip etme	5			**5**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme		4	1	**5**
Toplam			**27**	**20**	**12**	**59**
Sadeleştirme	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	6	8	3	**17**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	23	10	3	**36**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme/ ayrıştırma		2	1	**3**
		Matematiksel ve gerçek yaşam düşüncelerini uzlaştırma	1			**1**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma	4	2	1	**7**
		Kararların etkilerini önceden tahmin etme	1			**1**
		Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma	2			**2**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	31	5	1	**37**
		Planı takip etme	13	5	1	**19**
		Plan dışı durumları ortaya koyma	3	1		**4**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	6	2	5	**13**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	1	2		**3**
		İşlem hatalarını tarama		1		**1**
Toplam			**91**	**38**	**15**	**144**
Matematikselleştirme	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	3		2	**5**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	14	9	16	**39**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme/ ayrıştırma	1	3	1	**5**
		Matematiksel ve gerçek yaşam düşüncelerini uzlaştırma	1			**1**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma	1			**1**
		Kararların etkilerini önceden tahmin etme	1			**1**
		Ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma	2			**2**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	13	1	6	**20**
		Planı takip etme	8	5	18	**31**
		Plan dışı durumları ortaya koyma	4	1		**5**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	6	1	13	**20**
		Planı ve sonuçları değerlendirme			2	**2**

		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	2		3	**5**
		Farklı şekillerde ulaşılan sonuçları karşılaştırma		1		**1**
		İşlem hatalarını tarama	1	1	5	**7**
Toplam			**57**	**22**	**66**	**145**
Matematiksel Çalışma	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	3			**3**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	16			**16**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme ayrıştırma	3			**3**
		Matematiksel ve gerçek yaşam düşüncelerini uzlaştırma	2			**2**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma	2			**2**
		Farklı sonuçları uzlaştırmak için tahmin yapma	1			**1**
		Kararların etkilerini önceden tahmin etme	1	1		**2**
		Ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma	6	1		**7**
		Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma	1			**1**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	28	3		**31**
		Planı takip etme	40	11		**51**
		Plan dışı durumları ortaya koyma	11	1		**12**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	6	1		**7**
		Planı ve sonuçları değerlendirme	6			**6**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	9	2		**11**
		İşlem hatalarını tarama	12	4		**16**
Toplam			**147**	**24**	**0**	**171**
Yorumlama	Planlama	Temel büyük düşünceyi tasarlama			1	**1**
	Tahmin	Farklı sonuçları uzlaştırmak için tahmin yapma		1		**1**
		Kararların etkilerini önceden tahmin etme		1		**1**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	1	3		**4**
		Planı takip etme	1	2		**3**
		Plan dışı durumları ortaya koyma	2	1		**3**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	1	1		**2**
		Planı ve sonuçları değerlendirme	4	4		**8**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	6	2	4	**12**
		Farklı şekillerde ulaşılan sonuçları karşılaştırma	4	2		**6**
		İşlem hatalarını tarama		1		**1**
Toplam			**19**	**18**	**5**	**42**
Doğrulama	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	5			**5**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama			2	**2**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme ayrıştırma			1	**1**
	Tahmin	Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma		2		**2**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	2	2	1	**5**
		Planı takip etme			2	**2**
	Değerlendirme	Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama		2	1	**3**
		İşlem hatalarını tarama			1	**1**
Toplam			**7**	**6**	**8**	**21**

Aşağıda her bir üst bilişsel beceriye dair bulgular görev temelli mülakat transkriptlerinden alıntılar ve modelleme görevlerinin çözümlerinden görsellerle ayrıntılı şekilde sunulmuştur.

Planlama becerisi

Planlama becerisi birinci görevde toplam 88 defa, ikinci görevde 36 defa, üçüncü görevde ise 35 defa kodlanmıştır. Tablo 4.7 incelendiğinde matematiksel modellemenin "Problemi Anlama", "Sadeleştirme" ve "Matematikselleştirme" basamaklarında ortak olarak planlama becerisi görülmektedir. "Yorumlama" basamağında yalnızca birinci görevde planlama becerisine rastlanmaktadır. Etkinliğin genelinde planlama becerisine ait en sık kodlanan alt kod "temel büyük düşünceyi tasarlama"dır.

Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliğinde matematiksel modellemenin "Problemi Anlama" basamağında "amaç ve imkânların analizini yapma" alt kodu sıkça kodlanmıştır. ÖA3, problemi amaç ve imkânların analizini yaparken paragrafı defalarca kez okuyarak uzaklıkla ilgili bir bilgi aramıştır, eş zamanlı olarak görseldeki detayları keşfetme çabalamıştır. Örnek bir alıntı aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: Neler anladığını sesli olarak ifade edebilir misin?
ÖA3: Antik tiyatro tarihçesi hakkında bilgi verildi. Sonra soruya geçiriyor. Turist kafilesinden bahsedilmiş; Bir fotoğraf verilmiş. Burada gördüğümüz insanlar kafile muhtemelen. (Planlama- Amaç ve imkânların analizini yapma)
ÖA3: Şu grupla şu insanın mı arasındaki uzaklık, yoksa bir kişi mi? Anlayamadım. Bir kişi galiba (Planlama- Amaç ve imkânların analizini yapma)
ÖA3: Basamak sayısından belki harekete geçebilirim. Tamam problemi anladığımı düşünüyorum. Ama verilen metin ile ne kadar alakalı ondan emin değilim. Sadece bir düğün açısından büyüklüğünü belli ediyor sanırım. Çünkü başka bir şey göremedim. Benden kaynaklı da olabilir. Fotoğraf üstüne çizebilir miyim? (Planlama-Temel büyük düşünceyi tasarlama)

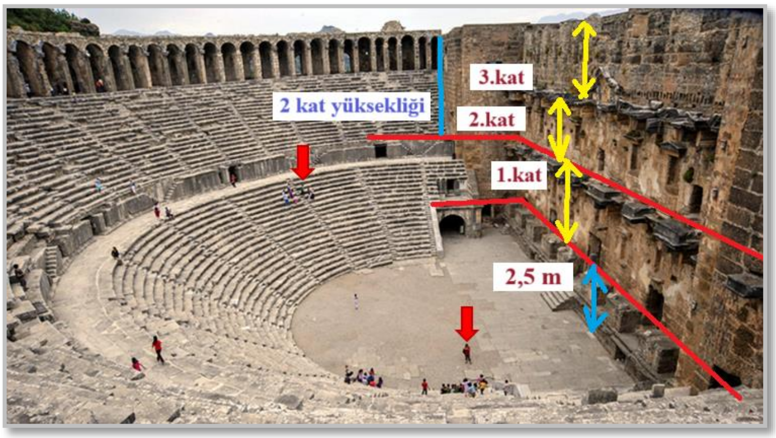
Birinci (işaretli insanlar arasındaki uzaklığı bulma) ve ikinci (antik tiyatronun yüksekliğini bulma) görevde planlama becerisinin en fazla "Sadeleştirme" aşamasında olmak kullanıldığı görülmektedir. ÖA3 planlama yaparken fotoğrafın açısına göre değişkenlik oluşturacağı modelin değişkenlik gösterebileceğini, dolayısıyla fotoğraf açısının yanılttığını öne sürmüştür. Bu nedenle fotoğrafa göre mi yoksa gerçek tiyatronun gerçek haline göre mi planlama yapması gerektiği üzerine tartışmıştır. Son durumda her iki durumu uzlaştırarak temel stratejisini oluşturmuştur. Stratejisini kurarken sahnenin bir çember mi yoksa elips mi olduğunu, sahnedeki işaretli kişinin çemberin merkezine ne kadar uzaklıkta olabileceğini düşünerek planlama yapmıştır. Örnek bir alıntı aşağıda sunulmuştur:

ÖA3: Ama eğer bu insan tam merkezdeyse ve perspektif açısından merkezde gibi gözükmüyorsa buradan sonrası aslında kolay. Şöyle düz bir çizgi (merdivendeki kişiden merdivenlerin bitim noktasına kadar olan uzaklık) ve sonrasında direkt merkeze olan uzaklık yani yarıçap.
(Planlama- Temel büyük düşünceyi tasarlama)
ÖA3: Uzaklık dediğine göre ben şöyle düşündüm en başta: attığı adımlardan falan ilerlemeyi düşündüm. Sonuçta şuradaki (merdivendeki) insan şuradaki (sahnedeki) insanın yanına giderken ne kadar yol alır demiyor ki. Böyle bir şey söylemiyor. Uzaklığı soruyor. Uzaklığı nasıl ölçeriz? Metreyle. Metremiz yok diyelim. Aldığı yol gibi mi düşüneceğiz?
(Planlama- Temel büyük düşünceyi tasarlama)

ÖA3 yarıçapı bulabilmek için “Matematiksel Çalışma” basamağında amfinin basamak genişliğinin sabit olduğunu varsayarak basamak genişliklerini hesaplama yoluna gitmiştir.

Şekil 4.21. ÖA3’ün Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği Birinci Görev Stratejik Planı

ÖA3’ün ikinci görevinde (antik tiyatronun yüksekliğini bulma) planlama becerisi en fazla “Sadeleştirme” basamağında kodlanmıştır. ÖA1 iki farklı strateji üretmiştir. Stratejik planı Şekil 4.22’de verilmiştir. Planlama sürecinden bir alıntı aşağıda verilmiştir:



Şekil 4.22. ÖA3'ün Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği İkinci Görev Stratejisi

ÖA3: Az önceki çözümle bağdaştırarak yapabilir miyim stratejiyi?
(Planlama-Çoklu düşünce yapılarını birleştirme/ayrıştırma)
Araştırmacı: Elbette. Düşünebilirsin.
ÖA3: Başka bir uzunluk var. Şuradaki kata denk geliyor. Oradan yine merdivenlerden bağdaştırarak bulurum. Aynı yükseklikte 2,5 metre varsayıyorum.
(Planlama- Temel büyük düşünceyi tasarlama)
ÖA3: (yazıyor) İkinci çözüm, varsayım 1. Tiyatrodaki tüm basamakların aynı yükseklikte olduğunu varsayıyorum. 2,5 metre geldi. Daha sonra 3 kat var. Varsayım 2. 3 kat görünüyor. Her bir katın eşit yükseklikte olduğunu varsayıyorum. Bir katı bulmam lazım. (Planlama- Temel büyük düşünceyi tasarlama)

ÖA3'ün üçüncü görevinde (basamak değişimine göre matematiksel model yazma) araştırmacı planlama becerisine dair kodlamaları en fazla "Matematikselleştirme" basamağında kodlamıştır. ÖA1 matematiksel modelini parçalı fonksiyon olarak yazmıştır. En sık kodlanan alt kod "temel büyük düşünceyi tasarlama" olmuştur.

Tahmin becerisi

Tahmin becerisine ilişkin kod sayısı oran olarak oldukça azınlıktadır. Tahmin becerisi, birinci görevde toplam 24 defa, ikinci görevde 9 defa, üçüncü görevde ise 1 defa kodlanmıştır ve etkinliği boyunca en az kodlanan üst bilişsel becerisidir. Şekil 4.20 incelendiğinde tahmin becerisinin ortak olarak matematiksel modellemenin "Sadeleştirme" basamağında kullanıldığı görülmektedir. En fazla kodlanan alt kod "temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma"dır.

Araştırmacı ÖA3 için diğer öğretmen adaylarının süreçlerinden farklı olarak “Problemi Anlama” basamağında da tahmin becerisine dair kodlamalar yapmıştır. ÖA3 problemi anlayabilmek için daha çok vakit harcamış olup bu süreçte bu süreçte paragraf ve fotoğraftaki tüm detaylarla ilgilenmeye çalışmıştır. “Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma” alt kodu ÖA3’ün fotoğraftaki detayları yorumlarken ve kendini o dönemin şartlarında orada hayal ettiği sırada kodlanmıştır. ÖA3 uzamsal açıdan farklı boyutlarda gezinerek görevlerle bir bağ kurma yoluna gitmiştir ve problemden isteneni bu şekilde anlamaya çalışmıştır. Aşağıda sırasıyla birinci ve ikinci görevlerden örnekler alıntılanmıştır:

ÖA3: Benden istenen şey uzaklık. O yüzden uzaklıkla alakalı kesin bir şey vardır. Bu kadar bilgi neden verilsin ki? Çok küçük bir yerde saklı muhtemelen. Çünkü genele bakınca bir şey gözükmüyor soruyla ilgili. (Tahmin-Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma)
ÖA3: Düğün yapılıyor. Kralın kızının düğünü olduğu için muhtemelen tüm şehrin katılabileceği büyüklükte. Henüz uzaklık hakkında bir bilgi yok (Tahmin-Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminlerde bulunma)
…
ÖA3: Tiyatro alanı, yani şurada bir oyun olsa… Gerçekten tiyatro yapılan bir yer diye düşünürsem, burada bir oyun olsa şurada izleyiciler, burası bir boşluk herhalde şuradan çıkışlar falan belki oluyordur. Günümüz tiyatro alanlarına biraz uyarlamaya çalışıyorum. Burada da izleyiciler ve sonra şurada da farklı çıkışlar vardır. (Tahmin-Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma)

Tablo 4.7 incelendiğinde ÖA3’ün birinci görevinde (işaretli insanlar arasındaki uzaklığı bulma) matematiksel modellemenin “Matematiksel Çalışma” basamağında öne çıkan alt kod “ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma”dır. Bu kod varsayım yaparken ve modelde ilgili uzunlukları bulmaya çalışırken açığa çıkmıştır. Benzer şekilde stratejiyi etkileyecek düşünceleri değerlendirirken de bu beceriye ilişkin kodlamalar yapılmıştır. ÖA3 ölçüm yapamadığı durumlarda tahmin yapamaya yönelmiştir. Birinci görevde yapılan kodlamalardan bir örnek aşağıda sunulmuştur:

Araştırmacı: r'yi nasıl bulacaksın?

ÖA3: r'ye ne dersek daha gerçekçi olur? 1 - 2 metre de demeyiz yani. Çünkü zaten 16 basamak var yukardan kuşbakışı baktığımızda bu basamaklar şey gözükecek. (Tahmin- Ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma)

İkinci görevde diğer görevlerden farklı olarak matematiksel modellemenin "Yorumlama" ve "Doğrulama" basamaklarında tahmin becerisine ilişkin kodlamalar yapılmıştır. Örnek bir alıntı aşağıda aktarılmıştır:

ÖA3: Duvar yüksekliği 4 metre olsa… (odadaki duvar yüksekliğini inceliyor ve duvara bakarak konuşuyor) Duvar basketbol potasından daha yüksek duruyor 4 metre olabilir. Çünkü bir basketbol potası 3 metre 5 santim olması gerekiyor. (Tahmin-Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma)

Üçüncü görevde (basamak değişimine göre matematiksel model yazma) tahmin becerisi yalnızca matematiksel modellemenin "Sadeleştirme" basamağında kodlanmıştır.

İzleme becerisi

İzleme becerisi, birinci görevde 171 defa, ikinci görevde 52 defa, üçüncü görevde ise 36 defa kodlanarak ÖA3'ün Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği boyunca toplamda en fazla kodlanan üst bilişsel beceridir. Tablo 4.7. incelendiğinde ÖA3'ün izleme becerisine dair en sık tekrar eden alt kod "anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme"dir. Bu kod aynı zamanda etkinlik genelinde en çok kodlanan alt koddur.

ÖA3 etkinlik boyunca anlık irdelemeler yapmıştır. Her düşünceyi değerlendirmiş, her varsayımını mantıksal gerçekçilik perspektifinden sınamış, adımlarının ve işlemlerinin kontrolünü düzenli olarak yapmıştır. ÖA3 izleme yaparken uzamsal olarak boyutlar arasında ilişki kurmaya çalışmıştır. Deneyimlerini gözden geçirerek çözümlerine aktarmıştır. Zorlandığı noktalarda problem metnini tekrar okumuş ve fotoğrafı incelemiştir.

ÖA3'ün birinci görevde (işaretli insanlar arasındaki uzaklığı bulma) izleme becerisine ilişkin en fazla kodlama yapılan matematiksel modelleme basamağı "Matematiksel Çalışma"dır. Bu basamakta izleme becerisine ait en yüksek frekanstaki alt kod "planı takip etme"dir. Bu kod ÖA3 işlem yaparken ve görseli incelerken açığa çıkmıştır.

ÖA3 basamak genişliği ve basamak yüksekliğini bulabilmek için görsel üzerinde oturan insanlar aramıştır, kendi boyunu, oturduğu sandalyeyi, dizine kadarki boyunu karışla ölçmüştür. Kodlanan örnek bir alıntı aşağıdaki gibidir:

ÖA3: 30'dan küçük olmaması gerektiğini düşünüyorum. Bir adım attığında ayağının yarısı boşta kalmamalı. Sonuçta basamaktan inip çıkılıyor. (İzleme-Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme)
Araştırmacı: Ayağı boşta kalmasın derken bir adım mesafesinden mi bahsediyorsun?
ÖA3: Ayak uzunluğu merdivenden büyük olursa merdiveni çıkmak zorlaşır. Ayağım tam eşit olsa çıkarım. Küçük olursa dengesizlik oluşabilir. Parmak ucu gibi oluyor. (İzleme-Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme)
ÖA3: 25'ten fazla oluyor. Ayak tabanı ve bir oturma yeri sığmalı. Oturma yerini 30 buldum, ayakkabının tabanı 25 falandır. Oturduğum tabure iki karış gibi herhalde. Görüntüye baktığımda, şurada bir oturan insan var. Gerçekten de bacağı dik olmuş gibi gözüküyor. 89 derecedir ya da 91 derecedir, (İzleme-Planı takip etme)

Üçüncü görevde (basamak değişimine göre matematiksel model yazma) izleme becerisinin en fazla frekansta kodlandığı matematiksel modelleme basamağı “Matematikselleştirme”dir. ÖA3 izleme yaparken önceki görevlerle farkını düşünmüştür, parçalı fonksiyon olarak nasıl yazabileceğini düşünmüştür, amfi tiyatronun ara katında atılan adımların modelde yer almasının doğruluğunu tartışmıştır. Örnek bir alıntı aşağıda verilmiştir:

ÖA3: Bunu nasıl yazabilirim? Basamakları iki kısım gibi düşünürsem böyle geliyor. Sonra bir boşluk var. Sonra tekrar böyle geliyor. Ama ortada bir yerde durursa nasıl bulacağım? Tamam, ortada durursa bulurum ama kenarda (ara katta merdiven dibinde) durursa nasıl bulacağım? Burada durduğunda yolun yüzde kaçında durduğunu bilmem gerekiyor. Ama basamak değişimine göre diyor. Bu ara yolun… O zaman ara yolda durma ihtimali yok mu demek istiyor? (İzleme- Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme)

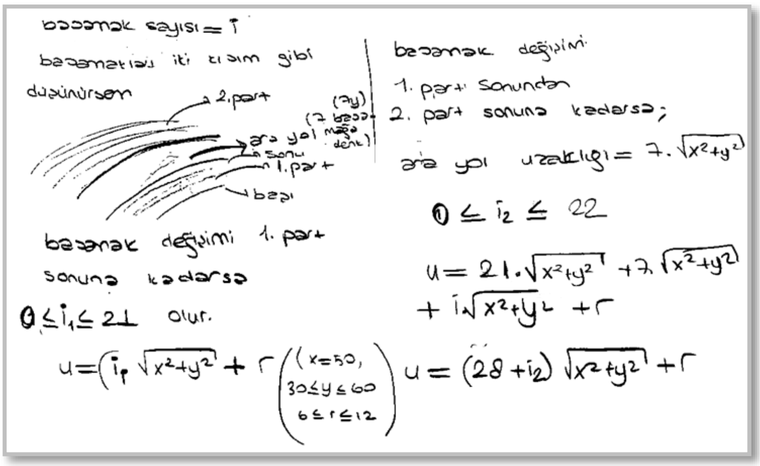
Değerlendirme becerisi

Değerlendirme becerisi, birinci görevde 64 defa, ikinci görevde 31 defa, üçüncü görevde ise 35 defa kodlanmıştır. Şekil 4.4 incelendiğinde izleme becerisinin ortak olarak matematiksel modellemenin “Matematikselleştirme” basamağında kodlanmıştır. Tablo 4.7. incelendiğinde etkinlik genelinde değerlendirme becerisine ilişkin en sık kodlanan alt kod “farklı düşünceleri değerlendirme”dir.

Birinci görevde (işaretli insanlar arasındaki uzaklığı bulma) değerlendirme becerisinin en sık kodlandığı matematiksel modelleme basamağı “Matematiksel Çalışma”dır. ÖA3 bu aşamada oldukça kontrollü ilerlemiş ve işlemlerinin doğruluğunu düzenli olarak kontrol etmiştir. İkinci görevde (antik tiyatronun yüksekliğini bulma) değerlendirme becerisinin en sık kodlandığı matematiksel modelleme basamağı “Yorumlama”dır. ÖA3 gerçekten çok uzak bir sonuç bulmadığını ifade etmiştir. Üçüncü görevinde (basamak değişimine göre matematiksel model yazma) oluşturduğu modelin geçerlik ve güvenirliği için ifade ettikleri ise aşağıda diyalog halinde sunulmuştur:

Araştırmacı: Geçerlik ve güvenirliği için ne söyleyebilirsin?
ÖA3: Geçerliği yok bence. Dikkatimden kaçan bir şey varsa hatalı olabilir. Geçerlik ve güvenilirliği de buna bağlı olarak azalıyor ya da artıyor. Benim için yazdıklarım tutarlı. Ama kime göre neye göre? Belki başka biri farklı bir şey yazar. (Değerlendirme-Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama)

Üçüncü görevde (basamak değişimine göre matematiksel model yazma) değerlendirme becerisinin en sık kodlandığı matematiksel modelleme basamağı “Matematikselleştirme”dir.



Şekil 4.23. ÖA3’ün Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği Üçüncü Görevindeki Modeli

ÖA3 doğrulama yapmakta zorlandığını ve bunun doğrulama kavramından ne anladığı ile ilgili olabileceğini söylemiştir.

Araştırmacı: Neden doğrulamada zorlandın sence?
ÖA3: Doğrulamayı tanımlayışım farklı olabilir. Mesela ben işlemleri doğruladım ama bu yeterli miydi bilmiyorum. Bana göre doğrulama bu bulduğum sonuçların gerçeğe yakınlığıyla ilgili. İnternetten bakıp gerçek basamak yüksekliğini öğrensem doğrulayabilirim gibi mesela ama sanki işlem doğrulamak dışında yapabileceğim bir şey yokmuş gibi hissettim.

ÖA3 oturum sonu değerlendirmesinde çok detaylı düşündüğünü, bunun problem çözümü için olumlu ancak zaman açısından olumsuz bir durum olduğunu belirtmiştir. Gereksiz pek çok şeyi de düşündüğünü ancak düşünmeden neyin gerekli neyin gereksiz olduğunu anlamanın mümkün olmayacağını ifade emiştir.

Araştırmacı: Detaylı düşünürken neler yapıyorsun? Düşünme sürecin nasıl?
ÖA3: Zihnimde birçok seçeneği değerlendiriyorum. Yani şu merdivenin şu uzunluğu etki eder mi şuradan şuraya etkiler mi? Aslında iyi bir şey. Bulunduğumuz ortamdaki şeylerle bağdaştırmaya çalıştım. Oradaymışım gibi karşılaştırmalar yapmaya çalıştım. Farklı boyutlar arasında git gel yaptım.

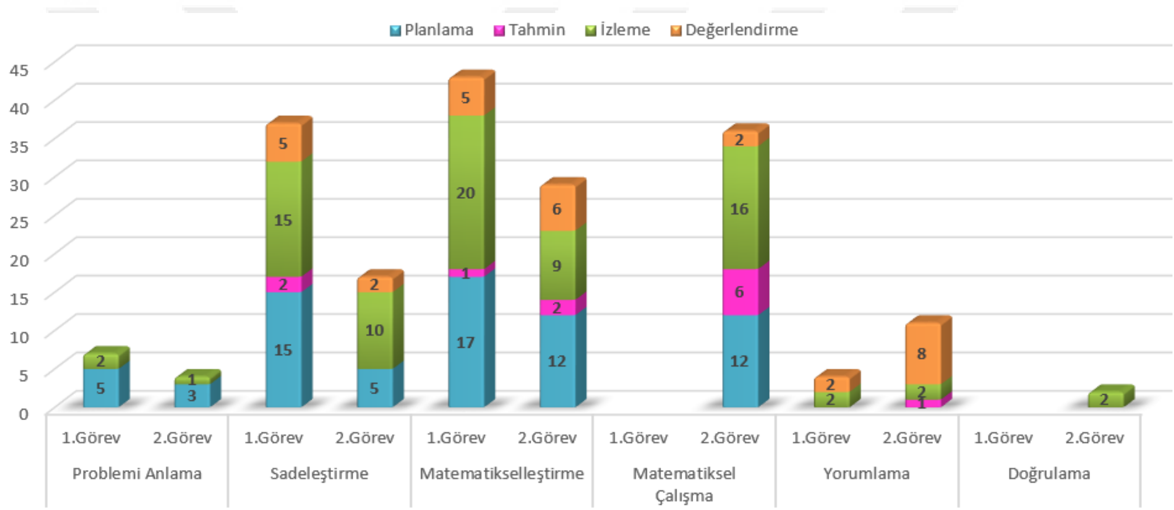
ÖA3 problemin genelinde zorlandığını ifade etmiştir. Yarı yapılandırılmış görüşme formunda Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliğini değerlendirirken ilk kez farklı tarzda bir matematik problemi ile karşılaşınca nasıl düşünmesi ve nasıl çözmesi gerektiğine dair deneyimsizliği olduğu için çok fazla detaylı düşündüğünü ve detaylara gömüldükçe kafasının karıştığını söylemiştir.

4.3.2. "Yapışkan Toplar" Etkinliği modelleme sürecinde ÖA3'ün üst bilişsel becerileri

"Yapışkan Toplar" Etkinliği (EK-6) iki görevden oluşmaktadır. Etkinliğin görevleri sırasıyla aşağıdaki gibidir:

- Küçük topun büyüklüğü sabit tutularak, her atışta büyüme miktarı eşit olacak şekilde büyük top büyütülecektir. Oyunun sürekli devam edebilmesi için büyüme miktarının en az ne kadar olması gerektiğine dair matematiksel bir model kurunuz.
- Büyük topun büyüklüğü sabit olmak üzere, küçük top her atışta bir önceki çapının 1/10'u kadar küçülürse oyun kaçıncı adımda sona erer?

ÖA3'ün Ek-6'da sunulan Yapışkan Toplar Etkinliğinin tüm görevlerine ilişkin matematiksel modelleme basamaklarının (problemi anlama, Sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma, yorumlama, doğrulama) her birinde açığa çıkan üst bilişsel becerilerine (planlama, tahmin, izleme, değerlendirme) ait yapılan kodlamaların frekansları Şekil 4.24'de yığılmalı sütun grafiği aracığı ile sunulmuştur.



Şekil 4.24. ÖA3'ün Yapışkan Toplar Etkinliği Görevlerindeki Üst Bilişsel Becerilerinin Modelleme Sürecindeki Dağılımı

ÖA3'ün Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliğinde yapılan kodlamalar dikkate alındığında ikinci görevde yapılan kodlama sayısının ve planlama becerisi dışındaki becerilerin (tahmin, izleme ve değerlendirme) frekans sayısında yükselişin dikkat çekici olduğu görülmektedir. İlk görevde toplamda 91 adet kodlama, ikinci görevde ise 99 adet kodlama yapılmıştır. ÖA3 birinci görevde matematiksel model oluşturamadığından birinci görevde "Matematiksel Çalışma" ve "Doğrulama" basamaklarında kodlama yapılmamıştır. Toplamda en az kodlanan üst bilişsel beceri "tahmin", en fazla "izleme"dir.

Matematiksel modelleme basamaklarında açığa çıkan üst bilişsel becerilerin alt kodlarına ilişkin frekanslar Tablo 4.8'de verilmiştir.

Tablo 4.8. ÖA3'ün Yapışkan Toplar Etkinliği Tüm Görevlerinde Açığa Çıkan Üst Bilişsel Becerileri ve Alt Kodlarına İlişkin Frekans Tablosu

Mat. Mod. Bas.	Temel Üst Bilişsel Beceri	Üst Bilişsel Becerinin Alt Kodu	1.Görev (f_1)	2.Görev (f_2)	Toplam Frekans (f_1+f_2)
Problemi Anlama	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	5	1	**6**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama		2	**2**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme		1	**1**
		Planı takip etme	2		**2**
Toplam			**7**	**4**	**11**
Sadeleştirme	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	3	1	**4**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	11	2	**13**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme/ ayrıştırma		2	**2**
		Matematiksel ve gerçek yaşam düşüncelerini uzlaştırma	1		**1**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma	2		**2**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	5	9	**14**
		Planı takip etme	7	1	**8**
		Plan dışı durumları ortaya koyma	3		**3**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	1	2	**3**
		Planı ve sonuçları değerlendirme	1		**1**
		İşlem hatalarını tarama	3		**3**
Toplam			**37**	**17**	**54**
Matematikselleştirme	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	1	1	**2**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	15	10	**25**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme/ ayrıştırma		1	**1**
		Matematiksel ve gerçek yaşam düşüncelerini uzlaştırma	1		**1**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma	1	1	**2**
		Kararların etkilerini önceden tahmin etme		1	**1**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	5	4	**9**
		Planı takip etme	15	5	**20**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	3	1	**4**
		Planı ve sonuçları değerlendirme	1	3	**4**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama		1	**1**
		İşlem hatalarını tarama	1	1	**2**
Toplam			**43**	**29**	**43**
Matematiksel Çalışma	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma		1	**1**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama		11	**11**
	Tahmin	Kararların etkilerini önceden tahmin etme		1	**1**
		Ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma		5	**5**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme		6	**6**
		Planı takip etme		9	**9**
		Plan dışı durumları ortaya koyma		1	**1**
	Değerlendirme	İşlem hatalarını tarama		2	**2**
Toplam			**0**	**36**	**36**
Yorumlama	Tahmin	Kararların etkilerini önceden tahmin etme		1	**1**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	2	2	**4**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme		2	**2**
		Planı ve sonuçları değerlendirme	1	3	**4**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	1	2	**3**
		İşlem hatalarını tarama		1	**1**

Toplam			**4**	**11**	**15**
Doğrulama	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme		1	**1**
		Planı takip etme		1	**1**
Toplam			**0**	**2**	**2**

Aşağıda her bir üst bilişsel beceriye dair bulgular görev temelli mülakat transkriptlerinden alıntılar ve modelleme görevlerinin çözümlerinden görsellerle ayrıntılı şekilde sunulmuştur.

Planlama becerisi

Planlama becerisi birinci görevde toplam 37 defa, ikinci görevde ise 32 defa kodlanmıştır. Tablo 4.8 incelendiğinde her iki görevde de matematiksel modelleme döngüsünün "Yorumlama" basamağında planlama becerisine dair kodlama yapılmadığı görülmektedir. Ayrıca ikinci görevde doğrulama basamağında da planlama becerisine ilişkin kodlama görülmemektedir. Etkinliğin genelinde planlama becerisine ait en sık kodlanan alt kod "temel büyük düşünceyi tasarlama"dır. Bu kod aynı zamanda etkinlik genelinde en çok kodlanan alt koddur.

ÖA3'ün Yapışkan Toplar Etkinliğinde problem bağlamındaki oyunu geçmişte yoğun bir şekilde oynadığı için problemi anlamakta bir sorun yaşamadan "Sadeleştirme" basamağına geçiş yapmıştır. ÖA3 birinci görevde stratejisini tam olarak kuramamıştır; bu durumun nedeninin sonsuzluk algısı ile ilgili olduğunu vurgulamıştır. Sonsuz kavramını anlamlandıramadığı için zihnindeki şemalarda sonsuzluğa ilişkin mevcut boşluklar stratejisini tamamlamasına ve modelini kurmasına ket vurmuştur.

ÖA3 problem çözümü için gerekli temel düşünceyi tasarlarken anlamak için kendini zorlamıştır. Bu süreçte strateji kurabilmek için daha çok detay arayışına girmiştir. Bunlara örnek olarak; istemsizce sürekli soru kökünü okuyarak sesli tekrar etmek, defalarca kez çizim yapmak, çizimleri karalandığında tekrar büyük çizmek, mobil oyunu telefonda oynayarak oyuna maruz kalmak ve deneyimini artırmak sıralanabilir. Böylelikle daha karmaşık ve soyut olarak gördüğü sonsuz kavramını somutlaştırmaya çalışmıştır.

ÖA3 birinci görevde matematiksel modellemenin "Sadeleştirme" basamağında büyük top sürekli genişlerken telefon ekranın taşma durumunda ne olacağını sorgulamıştır. Bu durumun planlama sürecini zorlaştırdığını belirtmiştir. Benzer şekilde ip uzunluğunun ve konumunun nasıl değişim göstereceğini de dikkate almıştır.

ÖA3 “Matematikselleştirme” yaparken ise küçük topların birbirine teğet olması durumunun oyunun devamlılığı hususunda bir problem oluşturup oluşturmadığı konusunda izlemeler yaparak kararlarını planlama sürecine taşımıştır. Açı kavramının çözüm için gerekli olup olmadığını düşünmüştür ve modelini yazarken yarıçapları harflerle ifade etmiştir. Etkinlik genelinde ÖA3 planlama ve izleme becerilerini birbiri ile ilişkili ve birbirini destekleyecek şekilde kullanmıştır. ÖA3’ün “Matematikselleştirme” basamağında planlama becerisi adı altında kodlanan kodlardan bir kesit aşağıda verilmiştir:

ÖA3: İlk topun belli bir dönme çevresi var, Top atıldıkça daha büyük bir dönme çevresi olacak ve bu sabit olarak genişlerken top büyüdükçe ipin yer değiştirmesi de büyüyecek. Top r_1'den r_2 olduğunda sonraki top geldiğinde ipin yer değiştirme miktarı da de r_2-r_1 kadar olacak. (Planlama- Temel büyük düşünceyi tasarlama)
ÖA3: O zaman ipin uzunluğu y olsun. En başta $r_1$di, r_1'den y kadar uzaklıktaydı. r_k küçük topun yarıçapı. 2r_k çap olarak oldu. İlk dönme yerinin yarıçapı (çembersel hareket yörüngesi küçük topların merkezinden geçiyor, r_1 büyük topun yarıçapı, y ip uzunluğu) r_1 + y + r_k olacak. (Planlama- Temel büyük düşünceyi tasarlama)

İkinci görevde (küçük top küçüldüğünde oyunun kaçıncı adımda sona ereceğini bulma) planlama becerisine en sık matematiksel modellemenin “Matematikselleştirme” ve “Matematiksel Çalışma” basamaklarında rastlanmaktadır. ÖA3 ikinci görevde matematiksel modelini yazabilmiş ancak matematiksel alan bilgisi nedeniyle matematiksel çözümünü yapamamıştır. ÖA3’ün oluşturduğu matematiksel modeli ve yorumu aşağıdaki gibidir:

$$\sum_{i=1}^{i=?} \text{i. Rk.} \left(\frac{9}{10}\right)^{i} \geq 2\pi(r_b + x)$$

i = oyunun bitebileceği max adım sayısı

r_b = büyük topun yarıçapı

r_k = küçük top yarıçapı

R_k = küçük topun çapı

x = ip uzunluğu

ÖA3: Küçük topların yarıçapları toplamı çembersel hareket yörüngesinin çevresine eşit ya da büyük olduğunda oyun biter. i'yi bulmaya çalışıyoruz.

ÖA3 yukarıda verilen modelindeki matematiksel eşitsizliği anlayabilmek için küçük değerler vererek sayısal değerleri hesaplamaya çalışmıştır. Planlarken etkinlik kâğıdındaki görsel üzerinde çap uzunlukları ile ortalama bir telefonun ölçülerini ilişkilendirmiştir.

ÖA3 yarı yapılandırılmış görüşme formunda Yapışkan Toplar Etkinliğinde en çok matematiksel modellemenin "Sadeleştirme" ve "Matematiksel Çalışma" basamaklarında zorlandığını belirtmiştir. "Sadeleştirme" basamağında zorlanma nedeninin nasıl planlayacağını bilemediğinden, planlamada zorlanma nedeninin ise sonsuzluk kavramını anlamlandırmakta güçlük yaşamasından kaynaklandığını söylemiştir. ÖA3 ikinci görevin birinci göreve nazaran daha kolay olduğunu düşünmesinin de yine sonsuzluk kavramı ile ilişkili olduğunu söylemiştir. Soru kökünde oyunun kaçıncı adımda bitirildiğinin sorulması oyunun sonlu olduğunu düşünmesini ve matematiksel olarak rahat çalışmasını sağlamıştır.

Tahmin becerisi

ÖA3'ün Yapışkan Toplar Etkinliği sürecinde araştırmacı tarafından en az kodlanan üst bilişsel beceri tahmin becerisidir. Tahmin becerisi birinci görevde toplam 3 defa, ikinci görevde ise 8 defa kodlanmıştır. Tablo 4.8 incelendiğinde ikinci görevde matematiksel modelleme döngüsünün "Matematiksel Çalışma" basamağında diğer basamaklara kıyasla tahmin becerisi frekansında artış görülmektedir. Etkinlik genelinde tahmin becerisine ait en sık kodlanan alt kod ise "ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma"dır.

ÖA3'ün Yapışkan Toplar Etkinliğinde tahmin becerisi en sık ikinci görevde (küçük top küçüldüğünde oyunun kaçıncı adımda sona ereceğini bulma) matematiksel modellemenin "Matematiksel Çalışma" basamağında kodlanmıştır. ÖA3 modelindeki bilinmeyenlerin sayısal değerlerini farklı nesnelerin uzunluklarını kıyaslayarak tahmin yoluyla bulmuştur. Örnek bir kodlama aşağıda yer almaktadır:

ÖA3: Bir telefonun genişliği… Ortalama 4 santim var mıdır? Ortalama 4 gibi. 1 santim buradan buraya olsa, ortalama 4 olsa… Bu topla eşit olduğunu düşündüğümde 4 top sığdırırım bence.
(Tahmin- Ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma)

ÖA3 için Yapışkan Toplar Etkinliğinde araştırmacı tarafından tahmin becerisi diğer üst bilişsel becerilere nispeten daha az sayıda kodlanmasına karşın çeşitli durumları ifade etmek için kullanılmıştır. Bu durumlar genel olarak kurgulanan stratejik planın devam sürecine ilişkin tahminler yapma, yapılacak/yapılmakta olan işlemin sonucuna ilişkin tahminler yapma, denklemde yer alan bilinmeyenlerin alabileceği veya alamayacağı sayısal değerlere ilişkin tahminler yapma şeklindedir.

ÖA3 yarı yapılandırılmış görüşme formunda Yapışkan Toplar Etkinliğinin diğer etkinliklere göre daha iki boyutlu, tahmine dayalı sezgisel bir etkinlik olduğunu yazmıştır. Kayıtlarda böyle düşünmesinde zihinsel düşünce boyutunda üç boyuttan iki boyuta geçişin olmamasının ve iki boyutta düşünmenin daha basit olduğunu düşünmesinin etkili olduğunu söylemiştir. Yapışkan Toplar Etkinliğini kendi içinde değerlendirdiğinde ise etkinlik genelinde "Matematiksel Çalışma" basamağında gerçekçi tahmin yapma konusunda zayıf olduğu için çok zorlandığını belirtmiştir. Ayrıca alan bilgisi eksikliğinden kaynaklık bir durum olabileceğini de eklemiştir. ÖA3 alan bilgisi eksikliğini alan bilgisi derslerini pandemi döneminde uzaktan eğitim ile almak zorunda kalmasından dolayı zayıf olmasına bağlamıştır ve uzaktan eğitimin etkilerini olumsuz yönde eleştirmiştir.

İzleme becerisi

İzleme becerisi, birinci görevde 39 defa, ikinci görevde ise 40 defa ÖA3'ün Yapışkan Toplar Etkinliği süreci boyunca toplamda en fazla kodlanan üst bilişsel beceridir. Tablo 4.8. incelendiğinde ÖA3'ün izleme becerisine dair en sık tekrar eden alt kod "planı takip etme"dir.

ÖA3 için Yapışkan Toplar Etkinliği birinci görevinde (oyunun sürekli devam edebilmesi için gerekli min büyüme miktarını veren model oluşturma) izleme becerisine dair kodlama en fazla matematiksel modellemenin "Matematikselleştirme" basamağındadır. ÖA3 oyunu daha önceden bilmesine ve çokça kez oynamış olmasına karşın model oluşturmaya çalışırken tekrar oynamaya ihtiyaç duyuştur. Oyun oynarken soruda verilen detayların dışında dikkate alması gereken durumlar olup olmadığı hususunda izlemeler yapmıştır. Bu durumlara örnek olarak; ipin büyük ve küçük top arasındaki konum ilişkisinin büyük top genişledikçe nasıl bir değişim yaşayacağı, küçük topların teğetlik durumu, küçük topun atılış hızı ve açısının önemli olup olmadığı ve çembersel hareket yörüngesinin çevresinde meydana gelecek değişim verilebilir.

Büyük top genişleyip sonsuza gittikçe telefon ekranındaki görüntüsünün nasıl değişeceği konusunda anlık ve uzun süreli irdelemeler yapmıştır. Sonsuz bir durumun sonlu bir evrende ele alınması durumunu zihninde anlamlandırmakta güçlük yaşamış olması strateji geliştirme ve modelini kurmasında engelleyici bir unsur olmuştur. Durumu somutlaştırmak için sürekli olarak çizimler yapmış, düşüncelerini tekrarlayıp sürekli başa dönmüştür. Çizimleri sırasında hayali top atışları yapmış ve durumu görselleştirmeyi amaçlamıştır. Büyüme miktarını bulabilmek için büyüme miktarının sabit oluşundan yola çıkarak ardışık adımlarda yarıçap değişimlerinin farklarını bulmaya çalışmıştır. ÖA3'ün mobil oyunu oynadığı sırada araştırmacı tarafından izleme olarak kodlanan bir örnek diyalog aşağıda verilmiştir:

ÖA3: Büyüme miktarı en az kaç olsun ki top atacak yer olsun? Bağdaştıramıyorum. (İzleme- Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme)
ÖA3: Toplar dönerken top atıldığında topun yörüngesi kayacağı için farklı olacak. Çember büyüse de aradaki yay uzunluğu sabit. Gelebilecek top sayısı artacak ve her türlü yer olacak. Ama işleme dökemedim. (İzleme-Planı takip etme)
Araştırmacı: Minimum ne kadar yer açılırsa kesinlikle yeni top eklenebilir sence?
ÖA3: Büyüme miktarını x dedik. (Oyunu oynuyor) Hızlı basarsam teğet olurlar. Mesela değdi hata yaptım, oyun bitti. Değmemesi için en fazla teğet olabilirler. (İzleme-Planı takip etme)

İkinci görevde (küçük top küçüldüğünde oyunun kaçıncı adımda sona ereceğini bulma) izleme becerisinin en fazla kodlandığı matematiksel modelleme basamağı "Matematiksel Çalışma"dır. ÖA3 bu basamakta modelinde toplam sembolü olduğu için zorlanmıştır ve kolaylaştırmak için elde ettiği sayısal sonuçlar arasında örüntü yakalamaya çalışmıştır. Ancak matematiksel alan bilgisi yetersizliğinden dolayı süreci tamamlayamamıştır.

Değerlendirme becerisi

ÖA3'ün Yapışkan Toplar Etkinliğinde değerlendirme becerisi birinci görevde toplam 12 defa, ikinci görevde ise 18 defa kodlanmıştır. Tablo 4.8 incelendiğinde matematiksel modellemenin "Sadeleştirme", "Matematikselleştirme" ve "Yorumlama" basamaklarında değerlendirme becerisi için kodlama yapılmıştır. Etkinlik genelinde değerlendirme becerisine ait en sık kodlanan alt kodlar "farklı düşünceleri değerlendirme" ile "planı ve sonuçları değerlendirme"dir.

ÖA3'ün Yapışkan Toplar Etkinliğinde birinci görevde (oyunun sürekli devam edebilmesi için gerekli min büyüme miktarını veren model oluşturma) değerlendirme becerisine ilişkin kodlamalar sorunun çözümü için gerekli olan ya da olmayan unsurların belirlenmesi (örneğin açı ve teğet kavramı) ve büyük top büyümeye devam ettikçe ipin durumunun nasıl olacağına karar verilmesi süreçlerinde yer almaktadır. ÖA3 birinci görevde matematiksel modelleme görevlerini tamamlayamadığı için yorumlama ve doğrulama yapamamıştır. Bu nedenle değerlendirme becerisinin frekans olarak değerinde düşüş yaşanmış olabilir. ÖA3'ün teğet durumuna ilişkin değerlendirmeleri neticesindeki son yorumu aşağıdaki gibidir:

ÖA3: Diğer küçük toplara temas ettiğinde oyun bitiyor. O zaman arada en küçük mesafe olacak kadar atılmalı. Mesafeyi yoksayabileceğimiz kadar küçük olabilir. (Değerlendirme-Farklı düşünceleri değerlendirme)

İkinci görevde (küçük top küçüldüğünde oyunun kaçıncı adımda sona ereceğini bulma) değerlendirme becerisi en fazla matematiksel modellemenin "Yorumlama" basamağında kodlanmıştır. ÖA3 ikinci görevde modelini oluşturmasına karşın matematiksel alan bilgisi yetersizliği nedeniyle çözüm yapamamıştır. Ancak modelinin doğru olduğunu ve doğru değerlerle işlem yapıldığında gerçek sonuca yakın değerler bulunabileceğini söylemiştir.

ÖA3 tahmin ve varsayım yoluyla eşitsizlik modelindeki bilinmeyeleri bulduğu için sonucunun geçerli ve güvenilir olmayacağını belirtmiştir. Ayrıca modelini oluştururken küçük topların küçülmesi sonucu iki farklı stratejiye dayalı model oluşturulabileceğini fark etmiştir. Bu stratejilerin farklarını analiz ederken küçük topların büyük topa en yakın noktalarının hareketinin çembersel bir yörüngesini izleyeceği, merkez noktalarının ise sarmal bir yörüngeyi takip edeceği şeklinde bir açıklama yapmıştır. Çembersel yörüngenin hesaplamasının daha kolay olduğunu düşündüğünü ve bu gerekçesinde karar vermesinde kolaylık faktörünün önemli bir payının olduğunu vurgulamıştır. Son olarak ikinci görevde oyunun mutlaka biteceğini ve sonlu bir problem bağlamının söz konusu olduğunu söylemiştir. ÖA3'ün ifadelerine aşağıda yer verilmiştir:

Araştırmacı: Strateji olarak başlangıçta merkezlerinin geçtiği yolu izlemeyi tercih etmiştin, şimdi bitim noktalarını tercih ettin. Hangisi senin için daha doğru?

ÖA3: Merkezlerini seçersem hesaplamam zorlaşacak, ip uzunluğu sabit olduğuna göre, sabit olanı seçmek daha mantıklı. Hesap kolaylaşır. Sonuçta bir değişiklik olmayacak. (Değerlendirme-Farklı düşünceleri değerlendirme)

...

ÖA3: Mesela yarıçapı buldum sonra telefon uzunluğuna 4 santimdir dedim, belki de telefon markası farklı daha geniş ekran olabilir telefonda. Ben şu an senin telefonundan bakarak düşündüm. Her telefon için geçerli değildir ama yaklaşık bir sonuç verir bence. (Değerlendirme-Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama)

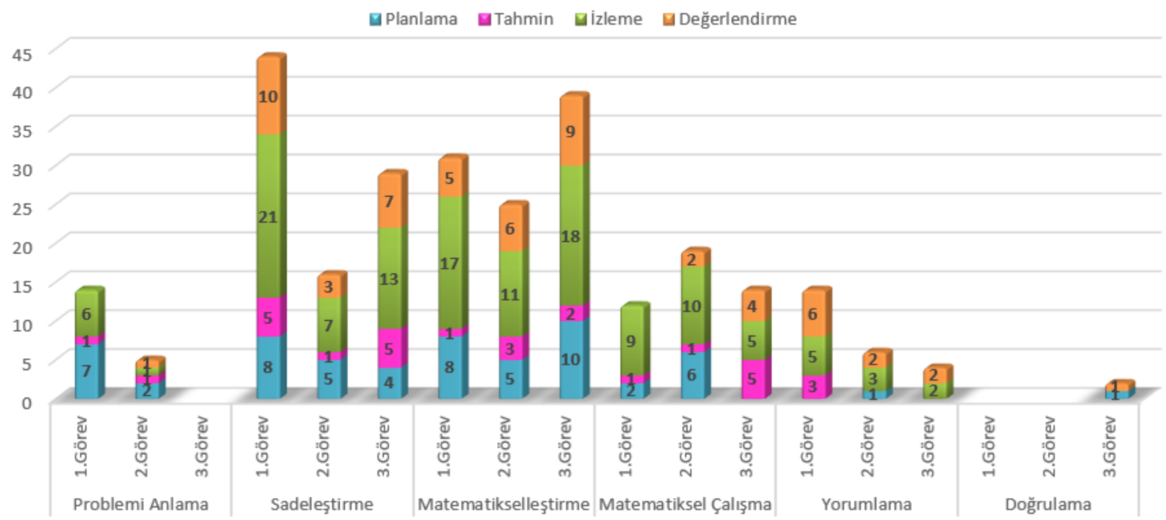
ÖA3 etkinlik sonunda performansını değerlendirirken birinci soruda başarısız olduğunu ve bu durumun sonsuz kavramını algılamakta zorlanmasıyla ilişkilendirmiştir; ikinci soruda modelini kurabilmesindeki başarısını bu kez istenen durumun sonlu bir durumda gerçekleşmesiyle, çözememesinde ise matematiksel alan bilgisinde yetersiz oluşuyla ilişkilendirmiştir. Ek olarak strateji geliştirme ve model oluşturma süreçlerinde sıkça adımlarının kontrolünü yaparak anlık düzeltmeler yapmıştır.

4.3.3. "Çamlıca Kulesi Seyir Terası" Etkinliği modelleme sürecinde ÖA3'ün üst bilişsel becerileri

"Çamlıca Kulesi Seyir Terası" Etkinliği (EK-7) üç görevden oluşmaktadır. Etkinliğin görevleri sırasıyla aşağıdaki gibidir:

- Deniz seviyesinde bulunan birinin Çamlıca kulesini görebileceği max mesafe ne kadar olabilir? Bu mesafenin değerinin hesaplanabileceği matematiksel bir model kurunuz.
- Seyir Katı 2'den bakan biri yeryüzünde kaç km^2 lik bir alanı görebilir?
- Havanın açık ve bulutsuz olduğu bir günde Çamlıca Kulesinden Bursa yönüne bakan biri Uludağ'ı görebilir mi? Yanıtınızı açıklayınız.

ÖA3'ün Ek-7'de sunulan Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliğinin tüm görevlerine ilişkin matematiksel modelleme basamaklarının (problemi anlama, Sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma, yorumlama, doğrulama) her birinde açığa çıkan üst bilişsel becerilerine (planlama, tahmin, izleme, değerlendirme) ait yapılan kodlamaların frekansları Şekil 4.25'de yığılmalı sütun grafiği aracığı ile sunulmuştur.



Şekil 4.25. ÖA3'ün Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği Görevlerindeki Üst Bilişsel Becerilerinin Modelleme Sürecindeki Dağılımı

Şekil 4.28 incelendiğinde ÖA3'ün Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği birinci ve üçüncü görevlerinde matematiksel modellemenin "Doğrulama" basamağında, ikinci görevinde ise "Problemi Anlama" basamağında kodlama yapılmadığı görülmektedir. ÖA3 her üç görevde de matematiksel model oluşturabilmiştir ancak çözümünü gerçekleştirememiştir. Araştırmacı tarafından birinci görevde toplamda 115 adet kodlama, ikinci görevde 71 adet kodlama, üçüncü görevde ise 88 adet kodlama yapılmıştır. Toplamda en az kodlanan üst bilişsel beceri "tahmin" iken; en fazla "izleme"dir.

Matematiksel modelleme basamaklarında açığa çıkan üst bilişsel becerilerin alt kodlarına ilişkin frekanslar Tablo 4.9'da verilmiştir.

Tablo 4.9. ÖA3'ün Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği Tüm Görevlerinde Açığa Çıkan Üst Bilişsel Becerileri ve Alt Kodlarına İlişkin Frekans Tablosu

Mat. Mod. Bas.	Temel Üst Bilişsel Beceri	Üst Bilişsel Becerinin Alt Kodu	1.Görev (f_1)	2.Görev (f_2)	3.Görev (f_3)	Toplam Frekans ($f_1+f_2+f_3$)
Problemi Anlama	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	5	1		**6**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	2	1		**3**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma	1	1		**2**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	5	1		**6**
		Planı takip etme	1			**1**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme		1		**1**
Toplam			**14**	**5**	**0**	**19**
Sadeleştirme	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	1	2	2	**5**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	7	3		**10**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme/ ayrıştırma			2	**2**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma	5	1	2	**8**
		Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma			3	**3**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	11	2	7	**20**
		Planı takip etme	8	5	3	**16**
		Plan dışı durumları ortaya koyma	2		3	**5**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	6	3	2	**11**
		Planı ve sonuçları değerlendirme	2		1	**3**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	2		3	**5**
		İşlem hatalarını tarama			1	**1**
Toplam			**44**	**16**	**29**	**89**
Matematikselleştirme	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma			2	**2**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama	4	4	5	**13**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme ayrıştırma	4	1	3	**8**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma			2	**2**
		Farklı sonuçları uzlaştırmak için tahmşn yapma		2		**2**
		Kararların etkilerini önceden tahmin etme		1		**1**
		Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma	1			**1**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	2	3	5	**10**
		Planı takip etme	13	8	13	**34**
		Plan dışı durumları ortaya koyma	2			**2**

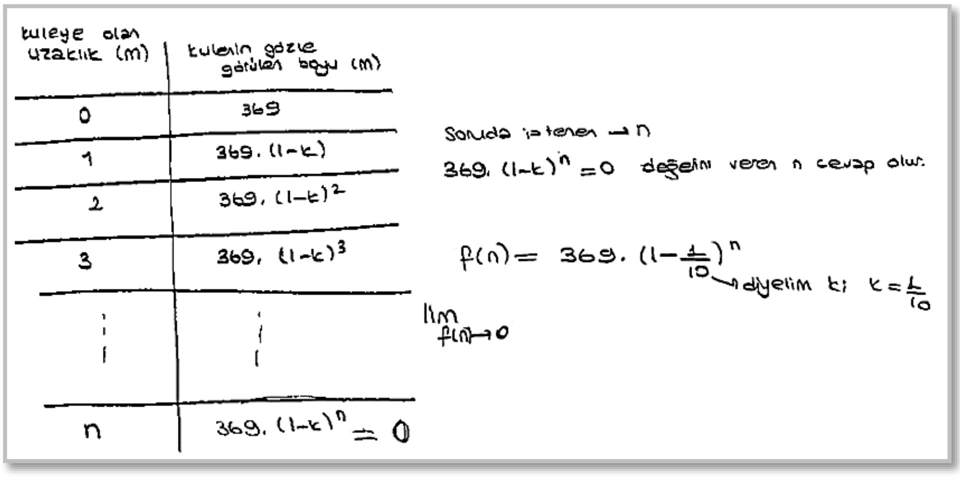
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme	1	2	8	**11**
		Planı ve sonuçları değerlendirme	2	2		**4**
		Farklı şekillerde ulaşılan sonuçları karşılaştırma		1		**1**
		İşlem hatalarını tarama	2	1	1	**4**
Toplam			**31**	**25**	**39**	**95**
Matematiksel Çalışma	Planlama	Amaç ve imkânların analizini yapma	1	4		**5**
		Temel büyük düşünceyi tasarlama		1		**1**
		Çoklu düşünce yapılarını birleştirme ayrıştırma	1	1		**2**
	Tahmin	Temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma		1	3	**4**
		Ulaşılamayan stratejik etkenler için tahminlerden yararlanma	1		2	**3**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	5	7	4	**16**
		Planı takip etme	3	2	1	**6**
		Plan dışı durumları ortaya koyma	1	1		**2**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme			1	**1**
		Planı ve sonuçları değerlendirme		1		**1**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama			3	**3**
		İşlem hatalarını tarama		1		**1**
Toplam			**12**	**19**	**14**	**45**
Yorumlama	Planlama	Temel büyük düşünceyi tasarlama		1		**1**
	Tahmin	Farklı durumlardaki sonuçlara veya aynı durumdaki farklı düşüncelere ilişkin tahminlerde bulunma	3			**3**
	İzleme	Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme	2	2	2	**6**
		Planı takip etme	1			**1**
		Plan dışı durumları ortaya koyma	2	1		**3**
	Değerlendirme	Planı ve sonuçları değerlendirme	3	1	2	**6**
		Düşüncelere ilişkin kişisel tatmin sağlama	2	1		**3**
		İşlem hatalarını tarama	1			**1**
Toplam			**14**	**6**	**4**	**24**
Doğrulama	Planlama	Temel büyük düşünceyi tasarlama			1	**1**
	Değerlendirme	Farklı düşünceleri değerlendirme			1	**1**
Toplam			**0**	**0**	**2**	**2**

Aşağıda her bir üst bilişsel beceriye dair bulgular görev temelli mülakat transkriptlerinden alıntılar ve modelleme görevlerinin çözümlerinden görsellerle ayrıntılı şekilde sunulmuştur.

Planlama becerisi

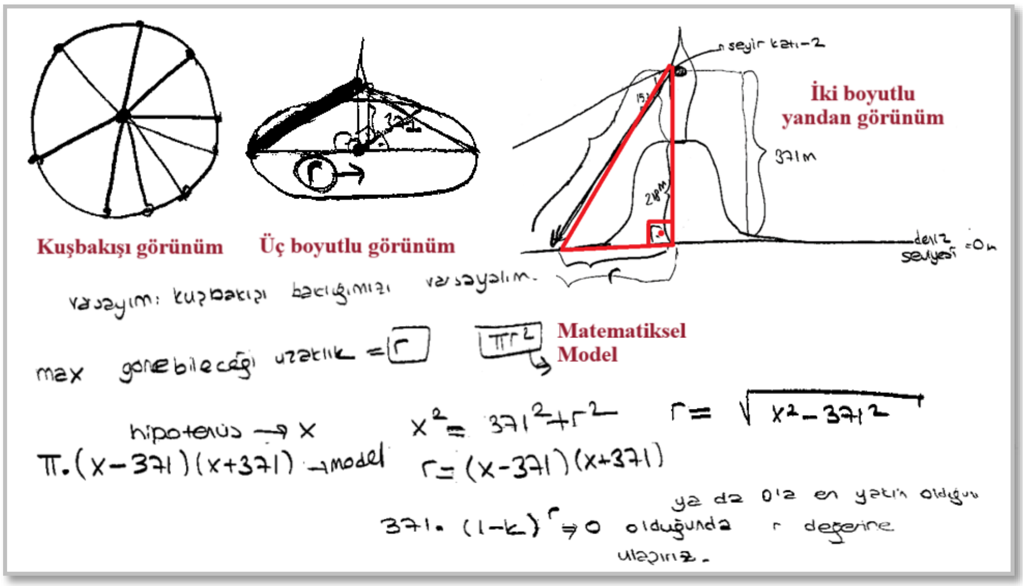
Planlama becerisi birinci görevde toplam 25 defa, ikinci görevde 19 defa, üçüncü görevde ise 15 defa kodlanmıştır. Tablo 4.9 incelendiğinde planlama becerisi matematiksel modellemenin "Sadeleştirme" ve "Matematikselleştirme" basamaklarında ortak olarak kodlanmıştır. Planlama için en sık kodlanan alt kod "temel büyük düşünceyi tasarlama"dır.

ÖA3 Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliğinde planlama yaparken Dünya'nın şeklini dikkate almıştır. Ancak üç boyutlu düşünmekte zorluk yaşadığını belirterek düşünmeyi kolaylaştırabilemek adına düşüncelerini görselleştirmiştir ve varsayımlarını Dünya'ya kuşbakışı bakarak bakarak oluşturmuştur. Üç boyutlu düşünürken harita bilgisini kullanmıştır ve İstanbul'un hangi noktalarından Çamlıca Kulesi'nin görünebildiğini düşünmüştür. Birinci görevde (deniz seviyesinde bulunan birinin kuleyi görebileceği max mesafeyi bulma) planlama becerisinin sık kodlandığı matematiksel modelleme basamakları "Sadeleştirme" ve "Matematikselleştirme"dir. ÖA3 oturum sonu değerlendirmelerinde sözel olarak ifade ettiği düşüncelerini cebirsel dile dökmekte zorlanmadığını ve bu yönünün güçlü özelliği olduğunu belirtmiştir. ÖA3 matematikselleştirmeden önce matematiksel modellemenin önceki basamağı olan sadeleştirmede problem ne kadar iyi yapılandırılmış ve güzel bir stratejiye dair planlama yapılmışsa model oluşturmanın o ölçüde kolaylaştığını söylemiştir. ÖA3'e göre model planlama sürecinin ürünüdür ve planlama matematikselleştirme için ön koşuldur. ÖA3 "Matematikselleştirme" basamağında tümevarım yöntemi ile model oluşturmaya çalışmıştır. Bu aşamada ilgili değişkenlerin ve birbirleriyle ilişkisini açıkladığı ifadeleri araştırmacı tarafından planlama becerisi olarak kodlanmıştır. Bu sırada basit sayılarla denemeler yaparak modelinin doğruluğunu kontrol etmiştir. ÖA3'ün birinci görevinde oluşturduğu model Şekil 4.26'da verilmiştir. ÖA3 modelini oluşturmuş ancak çözememiştir. Çözüm noktasındaki zorlanma gerekçesini matematiksel alan bilgisi eksikliğine dayandırmıştır.



Şekil 4.26. ÖA3'ün Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği Birinci Görevindeki Modeli

ÖA3 ikinci görevde birinci görevinde (seyir katından bakan birinin yeryüzünde kaç km^2'lik bir alan görebileceğini bulma) planlama becerisi en sık matematiksel modellemenin "Matematiksel Çalışma" basamağında kodlanmıştır. ÖA3 kuşbakışı gözlem yapıldığında kulenin yeri sabit olduğu için gördüğü alanın bir noktaya eşit uzaklıktaki noktalar kümesi olacağını dolayısıyla dairenin alan formülünün kullanılması gerektiğini savunmuştur. Çözüm için yarıçapa ihtiyaç duymuştur ve birinci görevde kullandığı model ile birleştirmeye çalışmıştır. Ancak iki ve üç boyut arasında geçişlerde kafasının karıştığını gözünde canlandırmakta güçlük yaşadığını, bu durumunda planlama yaparken tıkanmasına yol açtığını söylemiştir. ÖA3'ün matematiksel modeli Şekil 4.27'da verilmiştir.



Şekil 4.27. ÖA3'ün Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği İkinci Görevindeki Modeli

ÖA3 daha önce Çamlıca Kulesi'ne hiç çıkmamıştır. Deneyimin planlama için önem arz ettiğini söylemiştir. ÖA3 pandemi döneminde havanın temiz ve açık olması durumunda İstanbul'dan Uludağ'ın görülebildiğine dair bir haber okuduğunu söylemiştir. Bu sırada ÖA3 harita bilgisi ve mevcut gözlemlerinden yola çıkarak yorumlamalar yapmıştır. ÖA3'ün deneyim ve planlama ile ilgili ifadesine aşağıda yer verilmiştir:

Araştırmacı: Çamlıca Kulesi'ne çıkmış olsaydın problemi daha iyi anlar mıydın?
ÖA3: Problem belli. Deneyim anlama değil de çözümü etkileyebilirdi bence. Mesela Türkiye hakkında hiçbir bilgim olmasa ya da Çamlıca Kulesi'ni köprüden geçerken görmesem, 587 metreyi nasıl kafamda canlandırabilirim? Planlarken zorlanırdım. Deneyimin planlama için önemli olduğunu düşünüyorum.

ÖA3 tüm matematiksel modelleme etkinliklerinin genelinde planlama becerisini kullanırken bilişsel olarak benzerlik arama-örüntü yakalama-verilenler arasında ilişki kurma yoluna gitmiştir. ÖA3 üst bilişsel düzeyde planlama becerisini kullanırken orantısal akıl yürütme becerisini de eylemsel olarak eş zamanlı kullanmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşme formunda planlama becerisi için matematiksel modelleme sürecinde en büyük role sahip beceri olduğunu düşündüğünü söylemiştir. Üst bilişsel düzeyde planlama becerisinin kullanılabilmesinin problemin anlaşıldığının bir göstergesi olduğunu vurgulamıştır.

Araştırmacı: Sence planlama modelleme sürecinde nasıl bir role sahip?
ÖA3: En büyük rol bence planlamanın. Çünkü planlama ilk adım gibi ve soruyu anlayabildiğini de gösteriyor. Anlamadan planlayamazsın. Planlama modelleme basamakları içinde en çok sadeleştirme için önemli bence. Yani veri oluşturmada.

Tahmin becerisi

Tahmin becerisi birinci görevde toplam 11 defa, ikinci görevde 6 defa, üçüncü görevde ise 12 defa kodlanmıştır. Tablo 4.9 incelendiğinde tahmin becerisi matematiksel modellemenin "Sadeleştirme", "Matematikselleştirme" ve "Matematiksel Çalışma" basamaklarında ortak olarak kodlanmıştır. Tahmin becerisi etkinlik genelinde en düşük frekansa sahip üst bilişsel beceridir. Tahmin becerisine ait en sık tekrar eden alt kod "temel büyük düşüncenin ilerleyişine ve stratejik etkenlere yönelik tahminde bulunma"dır.

ÖA3, matematiksel modellemenin "Problemi Anlama" basamağında tabloda verilen kavramların farklarını açıklarken; "Sadeleştirme" basamağında zihninde üç boyutlu canlandırıp düşüncelerini iki boyuta aktarırken ve görüşe engel durumları tartışırken; "Matematikselleştirme" basamağında yazdığı modelin doğruluğunu kontrol ettiğinde farklı durumlardaki elde edilen sonuçları kıyaslarken; "Matematiksel Çalışma" basamağında farklı değerler verildiğinde sonucun nasıl farklılaştığını anlamaya çalışırken; "Yorumlama" basamağında farklı sonuçları uzlaştırırken ve farkın neden kaynaklandığını tespit etmeye çalışırken tahmin becerisini kullanmıştır; "Doğrulama" basamağında tahmin becerisi ile ilgili hiç kodlama yapılmamıştır. Çamlıca Kulesi'nden bakan birinin Uludağ'ı görüp göremeyeceğini tahmin ederken İstanbul'dan Marmara Bölgesi'ndeki farklı güzergâhların mesafelerini ve farklı ulaşım araçları ile yolculuk sürelerini göz önünde bulundurmuştur.

ÖA3, matematiksel modellemenin "Matematiksel Çalışma" aşamasında problemin çözümü için gerekli bilinmeyenleri bulmakta ve tahmin etmekte zorlanmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşme formundaki ifadelerinde özellikle devasa durumları tahmin etmenin zor olduğunu söylemiştir. ÖA3, tahmin becerisinde zayıf olmasının bugüne dek hep varsayılmış koşullarda hazır verilerle işlem yapmaya elverişli problemlere alışık olmasından ve tahmin becerisinin aktif kullanımını gerektiren matematiksel modelleme problemleriyle karşılaşmamış olmasından kaynaklandığını düşünmektedir.

ÖA3, yarı yapılandırılmış görüşmede iki boyutlu düşünmenin daha basit ve üç boyutlu düşünmenin daha karmaşık olduğunu, bu iki boyutu ilişkilendirirken zihninde canlandıramadığını söylemiştir. Sonuç olarak bu durum üst bilişsel düzeyde tahmin ve planlama becerilerinde bir engel teşkil etmiştir. Buna gerekçe olarak da yine bugüne dek karşılaştığı problemlerin hep iki boyutlu düşünmeyi gerektirdiğini bu nedenle iki boyutta çalışmaya alışık olmalarını göstermiştir. Görüşme sırasında bu konuyu tartışırken araştırmacı ve ÖA3, matematiksel modellemede döngüsünde "Sadeleştirme" basamağında yapılan varsayımların üç boyutlu dünya ile iki boyutlu dünya arasında geçişte karmaşıklıktan basite indirgeme noktasında kolaylaştırıcı bir rolü olduğu sonucuna varmıştır. Soru sadeleştirdikçe gerçek hayattan uzaklaşıldığı sonucuna ulaşılmıştır. Ek olarak ÖA3 tahmin becerisinin varsayımlar üzerinde etkili bir role sahip olduğunu ve tahmin becerisinin matematiksel modellemenin "Matematiksel Çalışma" basamağında bilinmeyenlerin ilişkisini anlama ve değerleri tahmin etme hususunda ön plana çıktığını belirtmiştir. İlgili diyaloglar aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: Tahmin becerisi matematiksel modellemede nasıl bir rol oynuyor sence? Şu basamakların hangisinde nasıl bir etkisi var ya da yok?
ÖA3: Tahmin bence daha çok matematiksel çalışmada ve varsayımlarda etkili. Varsayımları tahmini yapıyoruz.
Araştırmacı: İki boyutu düşünmenin daha kolay, üç boyutun ise daha zor olduğunu söyledin. Aslında üç boyutlu bir dünyada yaşıyoruz. Çevremizdeki her şey üç boyutlu, ama üç boyutu gözünde canlandırmakta zorlanıyorsun. Sence neden?
ÖA3: Buna alıştırıldığımız için bence. Lise müfredatı test kitaplarındaki sorular günlük hayat soruları değil. Çünkü sürtünme, hava-ortam koşulları, sıcaklık hepsi ihmal ediliyor. Araba hızı hep sabit, hiç trafik ışığına takılmıyor. Yani direkt varsayımlı olarak ihmal edilmiş şekilde önümüze geliyor.

Araştırmacı: Varsayımlarla soru iki boyuta mı indirgeniyor o zaman sana göre?
ÖA3: Örneğin yol sorularında A noktası ile B noktası hep düzdür, hipotenüs ile ulaşılır. Eğimli, sürtünmeli değil. Varsayımlar tam olarak iki boyuta indirmese de bayağı kolaylaştırıyor ama sadeleştikçe gerçekten uzaklaşıyor.

İzleme becerisi

ÖA3'ün Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği süreci boyunca izleme becerisi, birinci görevde 58 defa, ikinci görevde 32, üçüncü görevde ise 38 defa olmak üzere toplamda en fazla kodlanan üst bilişsel beceridir. Tablo 4.9 incelendiğinde En sık tekrar eden alt kodları "anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme" ve "planı takip etme"dir.

ÖA3 için Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği birinci görevinde (deniz seviyesinde bulunan birinin kuleyi görebileceği max mesafeyi bulma) izleme becerisine dair kodlama en fazla matematiksel modellemenin "Sadeleştirme" basamağında, ikinci (seyir katından bakan birinin yeryüzünde kaç km^2'lik bir alan görebileceğini bulma) ve üçüncü (Çamlıca Kulesi'nden bakan birinin Uludağ'ı görüp göremeyeceğini tartışma) görevlerinde ise "Matematikselleştirme" basamağındadır.

Etkinlik genelinde izleme becerisi farklı amaçlarda kullanılmıştır: "Problemi Anlama" basamağında soruda bulunması istenenin neresi olduğunu ve problemde verilen kavramların anlamları ile veriliş nedenini sorgularken; "Sadeleştirme" basamağında strateji kurarken planın nasıl ilerleyeceğini, engel durumları ve doğruluğunu düşünürken; "Matematikselleştirme" basamağında sözel ifadeleri cebirsel dilde düzenlerken ve adımların kontrolünü yaparken; "Matematiksel Çalışma" basamağında modelin çözülmesi için önemli durumları ve plan dışı durumları saptarken, işlem kontrolü yaparken ve beklenmedik sonuçların nedenini düşünürken; "Yorumlama" basamağında yorum yapmakta güçlük çekilen durumlarda ve bu duruma sebep olan ana nedenin ne olabileceğini açıklarken kodlanmıştır; "Doğrulama" basamağında izleme becerisi ile ilgili kodlama yapılmamıştır.

Modelleme döngüsü incelendiğinde izleme becerisinin plana göre yolunda gitmeyen durumlar söz konusu olduğunda ya da çözüm odaklı daha fazla ihtimal düşünülemediğinde frekans olarak artış gösterdiği tespit edilmiştir. Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği için üç boyutta düşünememe önemli bir sorun arz etmektedir ve planlama sürecini aksatmıştır. Bu durum izleme becerisinin kodlanma sayısında artışına neden olmuştur.

ÖA3: Deniz seviyesi yerin sıfır olarak algılandığı yer değil miydi? Denizin başlangıç yerinin sıfır noktası olarak algılanması gibi düşündüm. Oradan yüksekliği 587 vereceğim… Zemin kotu ne demek? (Problemi Anlama) (İzleme-Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme)

…

ÖA3: Bilemedim. Hep böyle eşit uzaklıklardan görünür o zaman. Yani o görünmediği nokta hep eşit uzaklıkta değil mi?

(İzleme- Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme) (Sadeleştirme)

Araştırmacı: Şuradan görünüp şuradan görünmeyebilir mi dedin az önce?

ÖA3: Mesela şuradan (çemberin içindeki bir noktadan) görünmeyip de şuradan (çemberin dışındaki bir noktadan) görünse garip olur gibi geldi. Yani maximum uzunluk hep eşit gibi. (İzleme-Planı takip etme) (Sadeleştirme)

…

Araştırmacı: Nasıl bağlayacağını anlamadım.

ÖA3: Ben de anlamadım. Acaba neyi buldum? Niye yazdım ben şimdi bunu? Çember denklemi falan mı yazacağım acaba? (Matematikselleştirme) (İzleme- Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme)

…

ÖA3: k dediğim gibi 1/10 olsa limit diyebiliriz bence. Ama limit f(n) sıfıra yaklaşırken mi demem lazım? Verilmeyenleri ben nasıl bulacağım. Üç boyutta çok kafam karıştırıyor. Mesela burada kuşbakışı bakıyorum, Dünya düz değil dedim ama dünya düzken kullandığım formülü buraya kullanmaya çalıştım. (Matematiksel çalışma) (İzleme-Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme)

…

Araştırmacı: Yani varsayımlarına uygun bir model olduğundan emin değilsin. Üç boyutlu düşünmekte mi zorluk yaşıyorsun?

ÖA3: Evet üç boyutlu düşünmek kafamı karıştırıyor biraz.

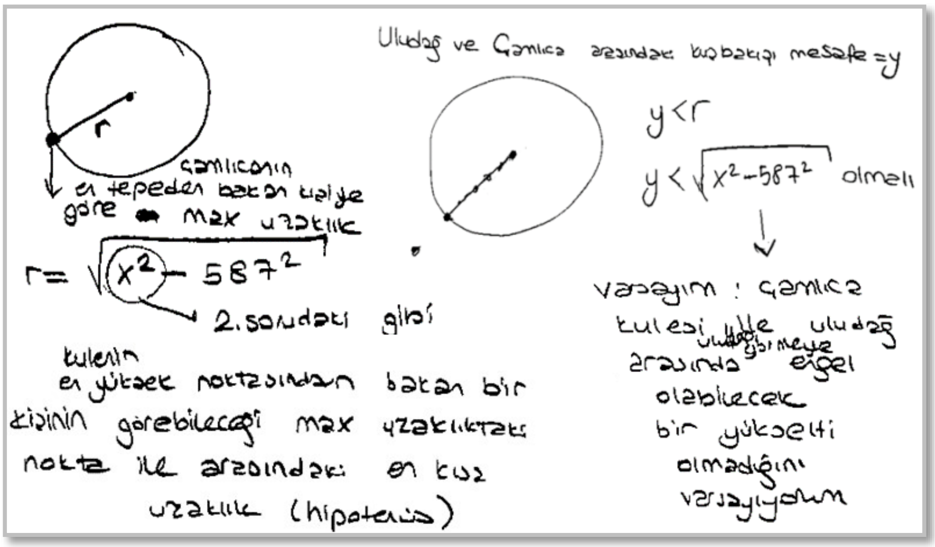
(İzleme-Anlık soru ve sorunlara yönelik anlık düşünceler üretme) (Yorumlama)

ÖA3, yarı yapılandırılmış görüşme sorularını yanıtlarken izleme becerisinin modelleme sürecindeki rolü için döngünün her aşamasında izleme yapıldığını ve izleme yapmanın sonucun gerçeğe yakın olmasını sağladığını söylemiştir. Bunun yanı sıra izleme becerisinin farklı stratejiler kurmakta etkili olduğunu eklemiştir.

Değerlendirme becerisi

ÖA3'ün Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliğinde değerlendirme becerisi birinci görevde toplam 21 defa, ikinci görevde 14 defa, üçüncü görevde ise 23 defa kodlanmıştır. Etkinlik genelinde değerlendirme becerisine ait en sık kodlanan alt kod "farklı düşünceleri değerlendirme"dir. Değerlendirme becerisi "Sadeleştirme", "Matematikselleştirme" ve "Yorumlama" basamaklarında ortak olarak kodlanmıştır.

ÖA3'ün Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği görevlerinde değerlendirme becerisinin matematiksel modelleme basamaklarındaki kodlamaları incelendiğinde benzer rollerin söz konusu olduğu gözlenmektedir. Değerlendirme becerisi ortak olarak karar verme eylemlerinde kodlanmıştır: Farklı ihtimallerden hangilerinin problemden istenen için uygun olduğuna karar verme ya da neden uygun olmadığını açıklama, elde edilen modellerin doğruluğunu ya da sonuçların ne anlam ifade ettiğini açıklama sırasında değerlendirme becerisi kodlanmıştır. Örneğin üçüncü görevde (Çamlıca Kulesi'nden bakan birinin Uludağ'ı görüp göremeyeceğini tartışma) ÖA3 önceki görevlerinden hareketle kuleye kuşbakışı bakıldığında görüş mesafesini dikkate alarak çembersel bir model planlamıştır. Burada değerlendirme yaparken Uludağ çemberin dışında ise görülemez şeklinde yorumlamıştır.



Şekil 4.28. ÖA3'ün Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği Üçüncü Görevindeki Modeli

ÖA3 yarı yapılandırılmış görüşme formunda değerlendirme becerisi için matematiksel modellemenin her basamağında gerekli olduğunu ifade etmiştir. Problemden neler anlaşıldığını, planı, modeli, sonucu değerlendirmenin gerçeğe yakın sonuçlar bulmayı sağladığını belirtmiştir. Dolayısıyla değerlendirme becerisinin modelleme döngüsünde matematik dünyasında elde edilen çıktılar ile gerçek dünya çıktılarının uyuşumunun kontrol edilmesi ve gerçeğe yakın değerler bulmayı sağlama noktasında bir rolü olduğunu belirtmiştir.

ÖA3 üç etkinliğin zorluk düzeylerini değerlendirdiğinde en çok Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliğinde zorlandığını söylemiştir. Büyük devasa bir alanda perspektif kavramının da planlama sürecine dahil edilerek düşünmenin zor olmasından kaynaklandığını söyleyerek desteklemiştir. Matematiksel modelleme problemlerini okulda matematik derslerinde gördüğü problemler ile kıyasladığında çok daha zor olduğunu vurgulayan ÖA3, derslerde çözdükleri problemlerin daha basit olduğunu ve gerçek hayat problemlerinden çok uzak olduğunu söylemiştir. En büyük farkın ise verilen ve istenilenlerin net bir şekilde problem çözücüye sunulması olduğunu belirtmiştir.

ÖA3, uygulama aşaması boyunca tüm deneyimlerini düşünerek üst bilişsel becerilerin matematiksel modelleme sürecinde gerekli olduğunu ve herhangi birinin eksikliğinde sürecin aksayacağını ya da gereçkten uzak yanlış durumlara ulaşılacağını savunmuştur. Dolayısıyla bu dört becerinin genel olarak gerçeğe yakın sonuçlar bulma noktasında rolü olduğunu iddia etmiştir.

BÖLÜM V: SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde elde edilen bulgulara ilişkin sonuçlar ve alanyazında ilgili sonuçlara dönük yapılmış olan çalışmalar ile birlikte tartışma bölümü yer almaktadır. Beraberinde sonuçlardan hareketle öneriler sunulmuştur.

5.1. Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada matematik öğretmen adaylarının üst bilişsel becerilerinin matematiksel modelleme sürecindeki rolü araştırılmaktadır. Bu amaç doğrultusunda, modelleme sürecinde öne çıkan üst bilişsel becerileri (planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin) belirlemek ve bu becerilerin matematiksel modelleme döngüsünün her bir aşamasındaki (problemi anlama, Sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma, yorumlama ve doğrulama) rolünü açıklamak hedeflenmektedir.

5.1.1. Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Basamaklarındaki Üst Bilişsel Becerileri

Öğretmen adayları ile yapılan görev temelli mülakat transkriptlerinden ve öğretmen adaylarının yarı yapılandırılmış görüşme formundaki sorulara verdikleri yanıtlardan elde edilen bulgular incelendiğinde dört temel üst bilişsel becerinin (planlama, tahmin, izleme, değerlendirme) matematiksel modellemenin basamaklarında farklı dağılım gösterdiği sonucuna varılmaktadır. Bu becerilerin dağılımlarını her bir matematiksel modelleme basamağı için ayrı olarak incelemek gerekmektedir. Aşağıda sırasıyla her bir basamak için sonuçları açıklanacak ve beraberinde alanyazındaki sonuçlar ile karşılaştırılacaktır.

Problemi anlama

Problemi Anlama basamağı matematiksel modelleme döngüsünün ilk basamağıdır. Öğretmen adayları problemi anlama basamağında eylemsel olarak problemi okuma, varsa görsel-tablo inceleme, soru kökünün altını çizme ara ara tekrar etme davranışlarını sergilemektedir. Azak (2015), ortaokul öğrencilerinin problem çözmeleri sırasında gösterdikleri üst bilişsel davranışları incelediği yüksek lisans tezinde öğrencilerin genelinde problemi anlamak için soruyu defalarca kez okuma, soruda verilenlerin altını çizme ve ne sorduğundan emin olmak için problemi kendi cümleleri ile okuyarak verilenleri ve isteneni belirleme girişiminde bulunduğunu belirlemiştir. Bu yönüyle bu çalışmada öğretmen adayları tarafından ortaya konan bilişsel eylemlerde uyuşma söz konusudur.

Bulgular dikkate alındığında öğretmen adayları Problemi Anlama basamağında somut biçimde bilişsel eylemler aracılığı ile soruda verilen ve istenenleri takip ederken izleme becerisini takip etmektedir. Öğretmen adayları ile yapılan mülakatlarda öğretmen adayları da kendi deneyimlerini göz önünde bulundurduklarında bu eylemlerin ortaya konma sürecinde izleme yaptıklarını belirtmişlerdir. Problem çözme sürecinde beklenen olası bilişsel ve üst bilişsel davranışları açıklayan Schoenfeld (1985), problemi sesli/sessiz biçimde okumayı bilişsel bir eylem olarak nitelendirmiştir; verilen ve istenenleri kendince tanımlama, görselleştirme, not etme, öncesinde bildiği benzer problemleri düşünme ve verilen bilgilerin önem durumunu tahlil etmeyi ise üst bilişsel eylem olarak değerlendirmiştir.

Öğretmen adaylarının bulgularında Problemi Anlama basamağında her etkinlikte ortak olarak Planlama becerisi ön plana çıkmaktadır. Öğretmen adayları genellikle problemi okuduktan sonra ivedilikle problemi çözme ve matematikselleştirme eğilimindedir. Burada sayısalcı olup ana dallarının matematik olması etkili olmaktadır. Aycan Kavlak (2019) ortaokul düzeyinde problem çözme ve kurma süreçlerinde üst bilişsel becerileri incelemiş ve problemi anlama basamağının en kolay görülen basamak olduğunu söylemiştir. Buradan hareketle problem metninin açık ve net olması durumunda Problemi Anlama basamağının genellikle kolay görüldüğü için bu basamak hızlı bir şekilde geçilmekte ve atlanmaktadır. Öğretmen adayları Problemi Anlama basamağından sonra Sadeleştirmeye geçebildikleri gibi direkt Matematikselleştirmeye atlama eğilimi de göstermektedir. Bu durum öğretmen adaylarının bugüne dek liseye, üniversiteye ve KPSS'ye hazırlık sürecinden geçmiş ve geçiyor olmalarından kaynaklı hızlı çözmeyi önemsemelerinden de kaynaklanmaktadır. Zamana karşı yarışma hal durumu öğretmen adaylarının direkt sonuca ulaşma istekliliğini açıklayan etmenlerdendir.

Sadeleştirme

Sadeleştirme basamağı problemin yapılandırıldığı, gerekli değişkenlerin belirlenerek temel varsayımların kurulduğu ve farklı stratejilerin değerlendirilerek uygun olanın seçildiği basamaktır. Lesh ve Doerr (2003) matematiksel modellemede başarılı bir sonuç elde edebilmenin için Problemi Anlama ve Sadeleştirme basamaklarındaki performansı bağlı olduğunu savunmuşlardır.

Bu basamak için bulgular incelendiğinde dört üst bilişsel becerinin ortak olarak aktif çalıştığı görülmektedir. Ancak bu beceriler arasından planlama ve izleme becerilerinin daha aktif çalıştığı söylenebilir. Bu sonuç varsayım kurma ve strateji belirleme görevlerinin ağırlıklı olarak plan yapmayı, planların amaca uygunluğunun zihinsel uyuşumunun kontrol edilmesini ve farklı ihtimallerin sorgulanmasını gerektirmesinden kaynaklanıyor olabilir. Özsoy ve Ataman (2009) farklı performanstaki öğrencilerini inceledikleri deneysel çalışmalarında düşük performanstaki öğrenciler için üst bilişsel becerilerin en fazla açığa çıktığı basamağın Sadeleştirme basamağı olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Trelinski (1983) kimya bölümünde öğrenim gören lisans düzeyi öğrencileri ile olan çalışmasında öğrencilerin Sadeleştirme basamağında farklı çözüm yolları arayışından kaçındıkları ve üzerine fazla düşünmedikleri için varsayımlarını süreç içerisinde eksik/hatalı yaptıklarını fark ederek güncellemek durumunda kaldıklarını ifade etmiştir.

Öğretmen adayları Sadeleştirme basamağında strateji seçiminde deneyimlerini göz önünde bulundurmuştur. Çözüme ulaştırma yolunda zihinlerinde mevcut şemalar içinde çözüme katkı sağlayacak durumları gözden geçirme ve daha önce çözdükleri problemleri hatırlamaya çalışmışlardır. Schraw'a (1998) göre bu düşünsel süreçler üst bilişsel eylemler olup deneyimlerden etkilenmekle birlikte karşılan benzer soruların strateji seçimi büyük oranda olumlu bir etkiye sahiptir. Schoenfeld (1985) çözüm için önem arz eden stratejilerin belirlenmesi ve planlama yapılması, gerekli bilgilerin mevcudiyetinin kontrolü ve elde edilmesi gibi davranışları keşfetme olarak değerlendirmiş ve üst bilişsel davranış olarak nitelendirmiştir.

Matematikselleştirme

Matematikselleştirme basamağı Sadeleştirme basamağında sözel olarak açıklanan stratejinin matematik dilinde ifade edilerek modelin inşa edildiği basamaktır. Matematik öğretmen adayları, problemi sadeleştirirken sözel olarak ifade etmeden direkt matematiksel planlama yapabilmektedir. Bu eğilim durumu matematik problemlerine maruz kalmalarının bir getirisi olup kendilerini matematiksel olarak daha iyi ifade ettiklerini düşünmelerinden dolayı olabilir. Matematik öğretmen adayları Sadeleştirme basamağında stratejilerine karar verebildikleri takdirde Matematikselleştirme basamağında bir zorluk yaşamamaktadırlar. Bu basamakta dört temel üst bilişsel beceri de açığa çıkmaktadır. Ancak planlama ve izleme becerileri ağırlıktadır.

Matematik öğretmen adayları matematikselleştirme yaparken direkt cebir temsilinde ifade edemediklerinde planlama yoluna gitmişlerdir. Planlama süreçlerinde sözel çıkarımlarını öncelikle görselleştirme yoluna gitmişlerdir. Bu aşamada bildikleri formülleri gözden geçirme ve uygulamadaki engelleri değerlendirmişlerdir. Yazdıkları denklemlerin doğruluğunu ve anlamlılığını test etmek amaçlı basit tam sayılar vererek gözlem yapmışlardır. Schoenfeld'e (1985) göre öğretmen adayları bu basamakta anladıklarını analiz ederek değişkenlerin ilişkisinden hareketle matematiksel olarak formüle etmekte, ardından model doğrulaması ve değerlendirmesi yaparak gerektiğinde tekrar düzenlemektedir. Bu davranışlar üst bilişsel davranış olup matematiksel modelleme döngüsünde Matematikselleştirme basamağı için gerekli üst bilişsel davranışlardır.

Galbraith ve Stillman (2006) modelleme basamaklarındaki geçişlerde karşılaşılabilecek zorlukları tanımlamak için oluşturdukları çerçevede problem durumunun matematiksel modele dönüştürülmesinde değişkenlerin belirlenerek ilişkilerinin formüle doğru biçimde yansıtılmasının, ortaya konan formülünde farklı durumlarda geçerliliğinin sağlanmasının ve nihayetinde bunun doğruluğunun test edilmesinin zorluk yaşanan önemli davranışlar olduğunu teyit etmektedir. Açıklanan bu davranışların zorluk olarak görünmesinde üst bilişsel becerilerin payının olduğu görülmektedir. Hıdıroğlu (2012) matematiksel modellemenin temel yapısını yedi basamakta gruplandırmıştır. Bu basamaklar arasında matematikselleştirme işlemini problem durumundan hareketle öncelikle yardımcı matematiksel modeller kurma için matematikselleştirme ve sonrasında yardımcı modeller sayesinde ana matematiksel modele ulaşmak için üst matematikselleştirme olarak iki basamağa ayrıştırmıştır. Olası modellerin oluşturulması, aralarından uygun olanın seçilmesi ve matematikselleştirerek analizinin yapılması yine üst bilişsel becerilerin aktif olarak kullanıldığı süreçler olarak belirlenmiştir.

Matematiksel çalışma

Matematiksel Çalışma basamağı oluşturulan modelin matematiksel çözümünün yapılarak sonuca ulaşıldığı basamaktır. Bu basamakta dört üst bilişsel beceri de farklı görevlerde aktiftir. En fazla açığa çıkan üst bilişsel beceri izleme becerisidir. Çetinkaya(2020) sonucu destekler nitelikte işlem yaparken izleme becerisinin artış gösterdiği sonucuna ulaşmıştır. Kim (2013) problem çözme üzerinde çalışıldığında üst bilişsel olarak izleme becerisinin değerlendirme becerisine kıyasla daha fazla olduğunu söylemiştir. Bu sonuçlar bu çalışmanın bulgularını desteklemektedir.

Matematiksel Çalışma basamağı öğretmen adaylarının en zorlandığı basamaklardan biridir. Matematiksel modelleme problemlerini diğer problemlerden ayıran özelliklerden biri bağlamını gerçek hayat durumlarından almasıdır. Bu tezde etkinlikler daha fazla üst bilişsel beceri açığa çıkması için mümkün mertebe yapılandırılmamış nitelikte hazırlanmıştır. Bu nedenle sorularda yöntemsel stratejik açıdan herhangi bir yönlendirme yapılmamıştır. Öğretmen adayları bu durumdan kaynaklı olarak işlemlerinde çok basamaklı sayılarla ve tam sayılardan farlı sayı kümeleri ile karşı karşıya kalmıştır. Dolayısıyla matematiksel alan bilgisindeki eksiklikler matematiksel çözüm yolunda engel oluşturmuştur. Aycan Kavlak(2019) benzer şekilde çözüme kadarki süreçlerde başarılı olunsa dahi alan bilgisi eksikliği, işlem hataları ya da stratejik etmenler nedeniyle matematiksel çalışmanın önüne ket vurmuştur. Bu benzer sonuç bu tezin bulgularını doğrulamaktadır.

Schoenfeld’e (1985) göre Matematiksel Çalışma basamağı planın uygulanması ve işlemde mevcut olası hataların kontrolünü yaparak sayısal bir sonuç bulmak hem uygulama, hem işlemi doğrulama hem de işlemi değerlendirme davranışlarını kapsamakta olup bu davranışlar öğrencinin kullanımına göre bazen bilişsel bazen de üst bilişsel düzeyde değerlendirilebilmektedir. Galbraith ve Stillman’ın (2006) çerçevesinde de bu basamaklar önemli görülen karşılaşılabilecek temel zorluklardır. Öğrenciler bu zorluklarla karşılaştıklarında çözebilmek, çözümü doğrulamak ve çözümün anlamlılığını görebilmek için teknolojik argümanlara ihtiyaç duymaktadır. Bu çalışmada da benzer şekilde matematik öğretmen adayları karmaşık işlem gerektiren denklemlerin çözümü için hesap makinesi, doğrulama ve anlamlılığı görebilmek için temel matematik yazılım programlarında çalışmaya ihtiyaç duymuştur. Ancak bu araçların kullanımına getirilen sınırlandırma nedeniyle öğretmen adayları çözümde zorlanmıştır ve çözememişlerdir. Buradan Matematiksel Çalışma basamağında teknolojinin önemli bir argüman olduğu ve zorlukları aşabilmek adına gerekli olduğu görülmektedir. Bu basamakta sağlanan teknolojik destek üst bilişsel düzeyde becerilerin yerini almaktadır.

Yorumlama

Yorumlama basamağı elde edilen matematiksel sonuçların gerçek hayat durumunda ne ifade ettiğinin, sonucun mantıksal perspektiften ele alındığı basamaktır. Bulgular incelendiğinde bu basamakta değerlendirme ve izleme becerilerini aktif olarak önem arz ettiği sonucuna varılmaktadır.

Matematiksel modellemenin diğer basamaklardan farklı olarak değerlendirme becerisinin ön planla olduğu basamaktır. Planlama becerisinin ise diğer basamakların aksine geri planda kaldığı görülmektedir. Yorumlama basamağında çözüm süreci artık sona erdiğinden planlama becerisi pasif kalıyor olabilir. Sonuçların gerçek dünyadaki uyuşumu kontrol edildiğinden planın ve sonuçların, tüm süreçte alınan kararların, yapılan işlemlerin kontrolünün sağlanması bu basamak için göze çarpan bilişsel eylemlerdir. Bu eylemler karşılaştırmayı ve bir nihai karara vermeyi gerektirdiğinden değerlendirme becerisini önemli ölçüde değerli kılıyor olabilir.

Uygulama süreci boyunca Yorumlama basamağında frekans olarak düşük sayıda kodlama yapılmıştır. Bu durum iki nedene bağlı olabilir: Öğretmen adayları problem çözme süreci boyunca fiziksel ve zihinsel açıdan yoruldukları için oturumu bitirme eğiliminde olabilirler ya da matematiksel sonuçların gerçek hayattaki karşılıklarını açıklamakta zorlanıyor olabilirler. İnan-Tutkun ve Didiş-Kabar (2018) 7. Sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterliklerini incelediği çalışmasında öğrencilerin ulaştıkları sonuçları gerçek yaşam bağlamında açıklayamadıklarını, açıklamaktan kaçındıklarını ve sonuçların geçerlik ve güvenirliğinin sorgulayıcı düzeyde kaldığını bularak bu çalışma bulgusunda Yorumlama basamağındaki düşük frekansın olası nedenini desteklemiştir.

Öğretmen adaylarının Yorumlama basamağında karşılaştığı temel zorluk matematiksel sonuçlar gerçek hayatta anlamlı bir sonuç olarak ne ölçüde değerlendirilebileceğidir. Gerçek hayatın sonsuz olasılık barındırması ihmal edilen durumların tespit edilmesini güçleştirmektedir. Ayrıca gerçek hayatta üç boyutta karşılaştığımız devasa büyüklüklerin sayısal değerlerinin tahmini ve bulunan matematiksel sonuç ile kıyaslanarak sonuçların birbirine yakınlığı ve tutarlılığının yorumlanması önemli bir zorluktur. Öğretmen adayları bu yönüyle yorumlama yapmakta zorlanmışlardır. Galbraith ve Stillman (2006) beklenmedik sonuçlar ile karşılaşılabileceğini ve bu sonuçları gerçek durum ile uzlaştırmayı temel zorluk olarak nitelendirmiştir. Schoenfeld'in (1985) bilişsel ve üst bilişsel davranışları sınıfladığı tabloya göre analiz, keşfetme, planlama, uygulama ve değerlendirme davranışlarının hepsini gerektirdiğinden gerçek dünyanın sınırlarının matematiksel temsillerle belirginleştirmek mutlaka üst bilişsel beceri gerektirmektedir.

Doğrulama

Doğrulama basamağı deneyim yoluyla gerçek sonucun uyuşumunun kontrolünün sağlandığı basamaktır. Öğretmen adayları ile yapılan uygulamalarda Doğrulama basamağı için yapılan kodlama sayılarının frekansı oldukça düşüktür. Blum ve Borromeo Ferri (2009) Doğrulama basamağına yönelik bu olumsuz tutumu modelleme sorularına alışkın olmama ile ilişkilendirmektedir. Duran Doruk ve Kaplan (2016) benzer olarak matematik öğretmen adaylarının doğrulama basamağında uygun bir doğrulama stratejisi bulamamalarından kaynaklı olarak doğrulama noktasında yetersiz kaldıklarını belirtmiştir. Bu tez çalışmasında doğrulama basamağındaki düşük frekansın farklı nedenleri vardır: Öğretmen adayları net bir sonuca ulaşamadıkları için doğrulama yapamamıştır; sonsuza giden ya da çok büyük değerde sonuçlar oldukları için doğrulama yapamamıştır; doğrulama kavramından farklı anlamlar anladıkları için doğrulama yapamamıştır.

Doğrulama kavramsal olarak yapılan işlemin sağlamasının yapılması olarak değerlendirilmektedir. Bunun için alternatif yollarla çözüme ulaşıp sonuçları değerlendirmek bir doğrulama stratejisi olarak görülürken deneyimlerle kıyaslanarak gerçekçi yanıt vermek ya da internet tabanlı farklı kaynaklar üzerinden araştırma yapmak da farklı doğrulama stratejileri olarak görülmektedir. Uygulama sürecinde kullanılan etkinliklerin ilkinde öğretmen adaylarına herhangi bir materyal sunulmadığı gibi internet imkânı da sunulmamıştır. Öğretmen adayları ürettikleri alternatif stratejilerin çözümlerinde ulaştıkları sonuçları kıyaslayarak doğrulama yapmışlardır. Diğer etkinliklerde model tamamen oluşturulup çözüm yapma evresinde tüm şartlar zorlandıktan sonra tıkandıkları noktada internetten yardım almalarına izin verilmiştir. Ancak öğretmen adayları internet desteğini Doğrulama basamağında kullanmayı tercih etmemişlerdir.

Matematiksel modelleme basamaklarında ön plana çıkan üst bilişsel beceriler incelendiğinde üç etkinlikte de her üç öğretmen adayı için de en sık kodlanan üst bilişsel beceri izleme, en az kodlanan üst bilişsel beceri ise tahmin olmuştur. Çetinkaya (2020) ve Magiera ve Zawojewski (2011) kendi çalışmasında problem çözme aşamasında değerlendirme becerisinin öne çıktığını belirtmiştir.

Tahmin becerisi, bulgularda en arka planda kalan beceridir. Öğretmen adayları modelleme süreci boyunca sıkça tahmin yaptıklarını dile getirmelerine rağmen bu durum bulgulara yansımamıştır. Benzer şekilde değerlendirme becerisi de frekans olarak planlama ve izleme becerisine nispeten geri planda kalmaktadır. Ancak öğretmen adayları değerlendirme becerisinin matematiksel modelleme problemleri için önemli bir beceri olduğunun altını çizmektedir. Her bir üst bilişsel becerisinin ayrı görevleri olsa da bazı durumlarda aslında eş zamanlı çalışmakta olup birbirlerini gölgeliyor olabilir. Nitekim veri analizi yapılırken öğretmen adaylarının eylemler sırasındaki ifadelerine uyuşan kodlar ile tüm oturum sonlarında deneyimlerine ilişkin yorumlarında farklılık görülebilmektedir. Bu nedenle dışarıya yansıyan bilişsel eylemlerinde bir beceri ön plana çıkmasına karşın arka planda birden çok üst bilişsel beceri koordineli olarak aktif çalışıyor olabilir. Çetinkaya(2020) yapılandırılmamış problemlerde daha fazla tahmin becerisinin açığa çıktığını, Deseote, Royers ve Buyse (2001) ise dört üst bilişsel becerine problem çözme sürecinin her aşamasında karşılaşıldığını, planlamanın daha çok eylem öncesi, izlemenin eylem sırası, değerlendirmenin eylem sonrası, tahminin ise sürecin her yerinde açığa çıktığını savunmuşlardır. Galbraith (2011) de bu sonucu onaylamıştır. Schoenfeld (2006) ise problem çözme sürecinin mutlak doğasının üst bilişsel becerileri gerekli kıldığını vurgulamıştır.

5.1.2. Üst Bilişsel Becerilerin Matematiksel Modelleme Sürecindeki Rolü

Dört temel üst bilişsel becerinin (planlama, tahmin, izleme, değerlendirme) matematiksel modelleme sürecindeki rolleri öncelikle döngünün her bir basamağı için okuyucular ile paylaşılacaktır, ardından bu becerilerin matematiksel modelleme sürecindeki genel rolleri açıklanacaktır. Her bir üst bilişsel becerinin matematiksel modelleme basamaklarındaki rolleri Ek-10’da verilmiştir.

Problemi anlama basamağı için üst bilişsel becerilerin rolleri

Problemi Anlama basamağında ön plana çıkan planlama becerisi problem bağlamında ya da ekte sunulan görsel-tablo üzerinde verilen detayların neden verildiği, sorunun çözümü için nerede ve nasıl kullanılabileceğini anlamak amacıyla aktif kullanılmaktadır. Bu basamakta önemli görülen bir diğer beceri olan izleme ise bilişsel eylemler sırasında anlık sorgulamalar yapmak ve verilenler ile istenenler arasında bağ kurmak için kullanılmaktadır. Çalışmasında benzer sonuçları ulaşan Azak (2015) strateji kurabilen öğrenciler için problemi anladığından emin olma davranışının strateji kuramayan öğrencilere göre belirleyici bir üst bilişsel davranış olduğunu tespit etmiştir.

Öğretmen adayları lisans dersleri kapsamında matematiksel modelleme dersleri almış olmalarına rağmen ilk kez matematiksel modelleme problemlerine maruz kaldıklarını ve bu problemlerin tüm öğrencilik hayatları boyunca karşılaştıkları problemlerden farklı bir deneyim yaşattığını söylemişlerdir. İlk kez farklı tarzda problemler ile karşılaştıkları için matematiksel modellemenin Sadeleştirme basamağında strateji kurma ve varsayım yapma görevlerinde zorlandıklarını belirtmişlerdir. Problemi Anlama basamağında izleme becerisinin frekans değerindeki artışı ile amaç ve mevcut imkânların ilişkilendirilmesi öğretmen adaylarının sürece alışmalarında ve daha çok detayı fark ederek daha iyi analiz edebilmelerinde etkili olabileceği gibi ilerleyen modelleme basamaklarındaki görevler için kolaylık sağlamaktadır. Nitekim Elia, Heuvel ve Kolovou (2009) problemi anlama basamağında gösterilen çabanın problemin çözümü için ileriki seviyelerde başarılı olmaya etkisi olduğunu göstermiştir.

Sadeleştirme basamağı için üst bilişsel becerilerin rolleri

Sadeleştirme basamağında öğretmen adayları zorlanmıştır. Kendileri zorlanmalarındaki temel etmenin modelleme problemlerine alışık olmamaları olduğunu söylemişlerdir. Öğrencilik hayatlarında karşılaştıkları soru tiplerini varsayımların hazır olarak önlerine sunulduğu, istenenlerin genellikle öğrenilen formüllerin uygulamasına yönelik olduğu, süreci kendilerinin organize etmediği idealleştirilmiş ve kalıplaşmış problemler olarak tanımlamışlardır. Bu durumda öğretmen adaylarını zorlayan en temel faktörün ilk kez bir problem çözme sürecini kendilerinin organize etmeleri olduğu söylenebilir. Özetle sadeleştirme basamağı öz düzenleme becerisini gerektirmektedir ve bu beceri deneyimlerle gelişmektedir. Deneyimler ise varsayım yapmayı kolaylaştırmaktadır. Deneyim kazanırken önceki deneyimlerle karşılaştırma ve farkları üzerinde düşünme gerçekleşmesi izleme becerisinin frekans olarak artışını doğrulamaktadır. Planlama ve izleme becerilerinin Sadeleştirme basamağında olmazsa olmaz beceriler olduğu söylenebilir. Öğretmen adayları planlama ve izleme becerilerini Sadeleştirme basamağında strateji planlaması, değişkenlerin belirlenmesi ve varsayımların etkilerinin tartışılmasında eş zamanlı veya ardışık olarak çalışmaktadır. Aycan Kavlak (2019) çalışmanın sonuçları doğrulayacak şekilde planlama becerisinin en sık problem çözümü için ilgili değişkenlerin belirlenmesi, bilinenlerin strateji kurabilmek için nasıl aktarılabileceği üzerine düşünme üzerine hız kazandırma rolünde olduğunu, izleme becerisinin ise en sık planlanan strateji beklenmedik olumsuz yönde sonuç verdiğinde başa dönülmesinde aktif olduğunu belirtmiştir.

Matematikselleştirme basamağı için üst bilişsel becerilerin rolleri

Matematikselleştirme basamağı matematik öğretmen adayları için strateji belirlendikten sonra zorluk teşkil etmemektedir. Uygun model seçiminde matematiksel alan bilgisine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu süreçte planlama becerisinin ihtiyaç analizine yönelik bilinen formüllerin zihindeki mevcut şemalardan geri çağrılmasında etkili rol oynadığı söylenebilir. Sözel ifadelerin matematik dilinde yazımına geçiş aşamasında planlama yapılırken benzerlik arama, bilinen formüllerin taranması, örüntü bulmaya çalışma tercih edilmektedir. Tahmin becerisi bu basamakta yazılan cebirsel modelin ne anlama geldiğini anlamak üzere küçük sayılarla deneme-yanılma yapılmasıyla karşımıza çıkmaktadır. Tahmin becerisinin burada bir nevi doğrulama stratejisi rolünde olduğu söylenebilir. Öğretmen adayları model oluşturma noktasında herhangi bir engel ile karşılaştıklarında (genellikle iki boyut ve üç boyut arasında geçişi anlamlandıramama problemi yaşamaktadırlar) izleme becerisini aktif kullanmaktadırlar. İzleme becerisi varsayımların kontrolü ve yeniden yapılandırılmasında ön plana çıkmaktadır. Lehrer ve Schauble (2003) gerçek hayat durumlarına ilişkin sözel ifadelerin matematik dilinde ifade edilmesinde uzamsal düşünme ile birlikte tahmin becerisinin gerekliliğini savunmuşlardır.

Matematiksel çalışma basamağı için üst bilişsel becerilerin rolleri

Matematiksel Çalışma basamağı öğretmen adayları tarafından zorlanılan bir basamaktır. Üst bilişsel beceriler bu basamakta farklı rollerde kendini göstermektedir. En sık gözlenen üst bilişsel beceri izleme becerisidir. İzleme becerisinin işlem sırasında ve sonrasında kontrol etme ve yanlışı fark ettirme, doğru sonuca ulaştırma hususunda önemli bir role sahip olabilir. Karaçam ve Gürsel (2020) izleme becerisinin frekans artışının hata kaynağını bulma üzerinde etkili olduğunu bulmuşlardır. Bu sonuç çalışma sonuçlarımızı doğrulamaktadır.

Planlama becerisi "nasıl hesaplarım", "hesaplamak için bana ne gerekli" sorularına yanıt arandığında aktif olarak çalışmaktadır. Planlama becerisinin bu basamakta alan bilgisinin çözüm için nasıl kullanılacağını organize etme rolüne sahip olduğu söylenebilir. Aycan Kavlak (2019) planlama becerisinin matematiksel çözümde öne çıkan bir beceri olduğunu ve zihinsel bilgileri yoklama ile elde mevcut bilgilerin nasıl kullanılarak çözüm için etkili olabileceğini bilme görevini üstlendiğini açıklamıştır. Demircioğlu (2008) matematik öğretmen adaylarının üst bilişsel davranışlarını incelediği doktora tezinde öğretmen adaylarının planlama ve değerlendirme becerilerine düşük eğilim gösterdiğini söylemiştir.

Bu durum bu çalışma için öğretmen adaylarının problemi çözmeye odaklandıkları için problemi anlama basamağını çoğunlukla es geçme ve sonuç elde etmeyi yeterli gördükleri için sonraki aşamaları atlama eğilimde olmaları yönüyle benzerlik göstermektedir.

Tahmin becerisinin farklı olarak olası sonuçları öngörme ve işlem öncesi öngörüler ile işlem sonrası uyuşmayan durumları uzlaştırma gibi rolleri üstlendiği görülmektedir. Değerlendirme becerisi ise elde edilen sonucun doğruluğunun ne ölçüde tatmin ettiğini tartışma rolünde kullanılmaktadır. Aycan Kavlak (2019) bu sonucu doğrular nitelikte değerlendirme becerisinin bu basamakta öngörme rolüne sahip olduğunu ve çözümün ne ölçüde işlem hatalarından arınık olup doğruluğunu yorumlama üzerinde aktif olduğunu savunmuştur.

Yorumlama basamağı için üst bilişsel becerilerin rolleri

Yorumlama basamağında özellikle değerlendirme becerisinin rollerine değinmek gerekir. Öğretmen adayları matematiksel sonuçların gerçek hayata uygunluğunu tartışırken varsayımlarını dikkate almaktadırlar. Varsayımlar geçerli olduğu takdirde sonuçların mantıklı olduğu kabul edilmektedir. Buradan varsayımların değerlendirme için birer ölçüt olduğu sonucuna ulaşılmaktadır. Değerlendirme becerisi Yorumlama basamağında tüm uygulama sürecinin doğruluğunun ve eksik yönlerinin açıklanmasında kritik bir roldedir. Yorumlama basamağı genelinde bu beceri aktif olarak çalışmaktadır. İzleme becerisinin yanlış ve eksikleri fark ettirerek yeni yöntemlere sevk etme ve keşfettirme rolünü üstlendiği söylenebilir. Planlama becerisi bu basamakta genel anlamda geri planda kalıyor olsa da "varsayımlar nasıl daha gerçekçi yapılabilir" sorusuna yanıt arandığında yeni fikirleri taramak amacıyla karşımıza çıkmaktadır. Buradan planlama becerisinin yorumlama basamağında yenilikçi bakış açısı kazandırma rolünde olabileceği çıkarımı yapılabilir. Tahmin becerisinin ise farklı stratejilerde ya da farklı durumlarda elde edilen sonuçların nasıl farklılaşacağı tartışılırken somut olarak ayırt edildiği gözlenmektedir.

Yorumlama basamağında deneyim eksikliğinden ötürü zihninde canlandırmak güçleştiği için yorum yapmak zorlaşmaktadır. Ayrıca yapılan yorumlar deneyimlerle ilişkilidir. Deneyimler tahmin becerisini doğrudan etkileyebilmektedir. Buradan yorum yapılabilmesi için ilgili olguların zihinde canlanması ve anlamlı olması gerektiği anlaşılmaktadır. Anlamlı olmayan olgular tahmin edilememektedir. Tahmin edilemeyen durumlarda yorum yapılamamaktadır.

Doğrulama basamağı için üst bilişsel becerilerin rolleri

Doğrulama basamağında planlama becerisi ön plana çıkmaktadır. Ancak öğretmen adayları modelleme etkinliklerinde genel olarak doğrulama yapamamıştır. Nitekim alternatif çözümler birer doğrulama olarak sayılabileceğinden Doğrulama basamağında üst bilişsel becerilerin matematiksel modelleme döngüsündeki tüm rolleri içerdiği söylenebilir. Çünkü alternatif çözüm yolu üretmek yeni bir planlama süreci gerektirdiği için bu basamakta döngünün üst bilişsel düzeyde tekrarlandığını söylemek mümkündür. Öğretmen adayları doğrulama strateji olarak alternatif bir çözüm üretmeyi ve farklı değerler için sonucu tahmin etmeyi ve değerlendirmeyi önermiştir. Blum ve Borromeo-Ferri (2009) alternatif çözüm üretmenin birer doğrulama stratejisi olduğunu ve alternatif üretmenin çoğu zaman zorlayıcı olduğundan dolayı doğrulama yapılmasının önüne geçtiğini doğrulamaktadır. Tahmin ve değerlendirme becerileri de doğrulama stratejileri için oldukça önem kazanmaktadır. Tahmin becerisi doğrulamayı güçlendirmektedir ve kolaylaştırıcı bir role sahiptir. Matematiksel modelleme süreçlerine ilişkin ilk çalışmalarda tahminin yorumlama ve doğrulamada etkili olduğunu söyleyerek yorumlama, tahmin etme ve doğrulamanın matematiksel modellemenin döngüsel akışını doğrusallıktan farklı kıldığını desteklemektedir (Mason, 1988; Müller ve Wittmann, 1984) . Ayrıca problemde verilen materyalleri dikkatlice incelemek ve planlama sürecinde "amaç ve imkânların analizini yapmak" da bir doğrulama stratejisidir olabildiği gibi izleme becerisinin alt kodu olarak tanımlanan "plan dışı durumları değerlendirme" de bir doğrulama stratejisidir. Dolayısıyla üst bilişsel becerilerin doğrulama stratejisi üretme ve bu süreci yönetme üzerine önemli bir rolü vardır.

Yukarıda matematiksel modellemenin her bir basamağı için üst bilişsel becerilerin rolleri açıklanmıştır. Buradan sonra üst bilişsel becerilerin matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecindeki farklı becerilerle birlikte genel rolleri açıklanacaktır.

Üst bilişsel becerilerin matematiksel modelleme sürecindeki genel rolleri

Dört üst bilişsel becerinin (planlama, tahmin, izleme, değerlendirme) kendine özgü rolleri mevcuttur. Bu roller modelleme döngüsünün genel akışını etkilemektedir. Örnek durumlara ait sonuçlara ve tartışmalarına bu bölümde yer verilmiştir.

Bodner ve Domin (2000) karşılaşılan sorunun çözen kişi için iki farklı anlam ifade ettiğini söylemektedir: O soru veya sorunun benzerlerine daha önce rastlamamışsa problem, karşılaşılmış ise alıştırmadır. Öğretmen adayları uygulamadan üç eğitim-öğretim dönemi öncesinde matematiksel modelleme dersini seçmeli olarak almışlardır. Ancak uygulamada karşılaştıkları problemlerin aldıkları derste inceledikleri problemlerden farklı olduğunu ifade etmişlerdir. Uygulama esnasında çözdükleri her problem onlar için yeni bir deneyimdir ve farklı bakış açıları kazandırmıştır.

Öğretmen adaylarının deneyimlerine ait bulgular matematiksel modelleme problemlerinin döngüsel yapısını ve basamaklar arasında geçişkenliğin her zaman mümkün olduğunu doğrulamaktadır. Ayrıca matematiksel modelleme problemlerini çözebilmek için dört temel üst bilişsel becerinin yanı sıra algoritmik düşünme, eleştirel düşünme, istatistiksel-olasılıksal akıl yürütme becerisi, orantısal akıl yürütme becerisi, ölçme becerisi ve uzamsal düşünme becerisini gerektirmektedir. Öğretmen adayları çözüm planlama ve çözüm yaparken tümevarım, tümdengelim, karşıt ters düşünerek ihtimalleri ve doğrulukları değerlendirmişlerdir. Ayrıca matematiksel modelleme problemleri deneyim ve matematiksel alan bilgisini de gerektirmektedir. Van De Walle, Karp ve Williams (2016) öğrencilerin kendi çözüm yollarındaki farklılaşmanın konudan bağımsız gerçekleştiğini belirtmektedir. Alpaslan (2023) ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme döngüsünde öne çıkan problem çöz stratejilerini, üst biliş ve matematik okuryazarlığını araştırdığı yüksek lisans tezinde bu çalışmanın sonucuna benzer olarak bağıntı bulma, eleştirel düşünme, tahmin etme, muhakeme etme ve uzamsal düşünme becerilerinin modelleme sürecinde aktif kullanıldığını tespit etmiştir. Bu yönüyle bu tezin sonuçlarını desteklemektedir.

Matematiksel modelleme problemleri özelliklerine göre üst bilişsel becerilerde farklılaşma görülebilmektedir. Bu tez çalışmasında uygulamada kullanılan problemler farklı özelliktedir. Aspendos Antik Tiyatrosu problemini öğretmen adayları daha gözde canlandırılması kolay sınırlı büyüklüklerde üç boyutlu düşünmeyi ve deneyimi gerektiren bir problem olarak algılanırken, Çamlıca Kulesi Seyir Terası problemi devasa büyüklüklerde üç boyutlu düşünmeyi deneyim ve teknoloji ile desteklenerek çözülmeyi ve alan bilgisi kullanımını gerektiren bir problem olarak algılanmıştır; Yapışkan Toplar problemi ise iki boyutlu düşünmeyi ve alan bilgisi kullanımını gerektiren sonsuzluk algısı ile ilgili bir problem olarak algılanmıştır. Aspendos Antik Tiyatrosu problemi diğer iki probleme göre kolay olarak değerlendirilmiştir.

Yapışkan Toplar ve Çamlıca Kulesi Seyir Terası probleminin zor olarak değerlendirmesinde ise öğretmen adaylarının sonsuz kavramını algılamakta zorluk yaşaması ve sonsuzluk içeren problemleri çözmek için yeterli alan bilgisine sahip olmamaları, hep küçük tamsayılar ile işlem yapmaya alışık oldukları için farklı sayı kümelerinde işlem yapmakta zorlanmaları, katı cisimler konusu hakkında önyargıya sahip olmaları etkilidir.

Öğretmen adayları soyut durumları anlamakta güçlük çektiklerinden yana yakınmışlardır. Sonsuz kavramını soyut bir kavram olarak nitelendirmişlerdir. Somut kavramları hayal etmenin kolay olup soyut kavramları hayal etmenin zor olduğuna ortak olarak değinmişlerdir. Baki (2008) matematiksel kavramın yalnızca tanım olarak bilinmesinin içselleştirilmediği ve farklı kavramlarla ilişkilerinin basitçe anlamlandırılmadığı zamanlarda yetersiz olduğu görüşündedir. Öğretmen adaylarının sonsuz kavramını açıklamak üzere geliştirilen formülleri hatırlayamamaları ve alan bilgisi eksikliği nedeniyle yorumlayamamaları önemli bir etmendir. Ancak burada öğretmen adaylarının sonucu sonsuza giden işlemleri ve formülleri anlama ve yorumlama üzerine de problem yaşıyor olma durumlarını göz ardı etmemek gerekir. Bu durumda söz konusu olabilecek nedenlerin kaynağını düşünmek gerekir. Önyargı, olumsuz deneyimlerin transferi, kaygı, ilgili dersleri almaları üzerinden geçen zaman, yeterince pekiştirilmemiş ya da içselleştirilmemiş olma, soruların zorluk düzeyi, matematiksel modelleme becerilerinin düzeyi veya matematiksel modelleme problemlerine alışkanlık durumu gibi pek çok önemli faktör sayılabilir. Çiltaş (2011) ilköğretim matematik öğretmen adayları ile diziler ve seriler konuları üzerinde matematiksel modelleme aracılığı ile çalışmıştır. Çalışma sonuçları diziler ve seriler konularının matematiksel modelleme yardımıyla anlatımının etkili olacağını göstermektedir.

Sonsuz kavramının algılanması tahmin becerisi ile ilişkili olabilir. Tahmin becerisi deneyimlerden etkilenmektedir. Tezin bulguları deneyim eksikliğinin tahmin önünde bir engel olduğunu göstermektedir. Öğretmen adayları sonlu bir dünyada sınırlı durumlar üzerine deneyimler kazanmaya alışık olduğu için sonsuz kavramını anlamakta güçlük yaşamıştır. Süreç boyunca önce okudukları bağlamı/ilgili durumları zihinlerinde üç boyutlu canlandırıp ardından düşüncelerini kâğıt üzerinde iki boyutlu görselleştirmişlerdir. Ardından iki boyut üzerinde daha çok benzerlik-örüntü yakalama üzerine çalışarak strateji geliştirmeye çalışmışlardır.

Öğretmen adaylarına üç boyutlu durumları iki boyuta yansıtma sürecinde neler yaptıkları sorulduğunda deneyimleriyle karşılaştırarak tahmin ettiklerini, gözlerinde canlandırmakta zorluk yaşadıklarında ise tahmin edemediklerini söylemişlerdir. Dolayısıyla tahminin problemi anlama ve iki boyut ile üç boyut arasında geçiş sağlanırken kritik ölçüde örtük bir rolü olduğu söylenebilir. Alcock ve Simpson (2004) matematiksel kavramların soyut algılanmasından dolayı anlaşılmasında zorluk yaşandığını ve soyut kavramların anlaşılmasında görselleştirmenin önemini vurgulamıştır. Çiltaş (2011) da soyut kavramların somut kavramlara göre anlaşılma düzeyinin düşük olduğu somutlaştırmanın ve özellikle kavramsal öğrenmenin üzerinde durulması gerektiğini belirtmiştir.

Öğretmen adayları tahmin edemediklerinde izlemeler yapmışlardır. Somut biçimde kodlamalarda izleme frekansında artış görülmüştür. Bu sırada farklı alternatifler düşünmeye ve değerlendirmeye çalışmışlardır. Ancak tahmin edilememe durumu izleme becerisini pasif kılarak çözme süreci durdurmuştur. Bu durum sonsuzluk kavramına ilişkin matematiksel alan bilgisini geliştirilerek iyileştirilebilir. Lesh ve Caylor (2007) de benzer şekilde deneyimlerle ilişkilendirilebilen matematiksel modelleme problemlerinde gerçek sonuçlara yakın sonuçlar elde etmekte yarar sağladığını savunmuştur. Deneyim kavramı ile akıl yürütme kavramını ilişkilendirerek deneyim sahip olunduğunda akıl yürütmenin daha kolay olduğu sonucunu paylaşmıştır.

Üç boyutu iki boyuta, iki boyutu üç boyuta çevirme ve dönüşümlü boyutsal düşünme aşaması karmaşık bir süreçtir ve öğretmen adayları ortak olarak bu konuda zorlanmıştır. Öğretmen adaylarına göre boyut artışı düşünmeyi zorlaştırarak detayları fark etmeyi ve sonucunda önemli durumların ihmal edilmesine neden olmaktadır. Boyutlar arası geçişi anlamlandırmada kopukluk yaşamak mevcut hataları fark edememe, fark edildiğinde modeli iyileştirme ve yeniden yapılandırmada zorluk yaşanmasına neden olmaktadır. Ne yazık ki planlama süreci sekteye uğramaktadır. Ancak izlemeler yaptıkça süreç kolaylaşabilmektedir.

Matematiksel modelleme problemleri katı cisimler konusu hakkında bilgi sahibi olmayı gerektirmektedir. Katı cisimler uzamsal düşünme becerisi ile ilişkili olmakla birlikte çözebilmek için alan bilgisi gerektirmektedir. Katı cisimler konusu genellikle müfredat sonunda yer almaktadır. Öğretmen adayları matematik müfredatının yoğunluğu nedeniyle katı cisimler konusunu öğrenemediklerini ve bu nedenle önyargıya sahip olduklarını, bu durumun da problem çözme isteklerini söndürdüğünü belirtmiştir. Üç boyutlu düşünmeyi geliştiren uzay geometrisinin yetişmemesinden ötürü öğrenciler çoğunlukla düzlem geometrisi üzerinde çalışmaya ve iki boyutlu matematiksel düşünmeye alışkanlık kazanmaktadır. Bu durum üç boyutu iki boyutta algılama ve ters şekilde iki boyutu üç boyutta algılama hususunda problem yaşamalarına neden olmaktadır. Sonucunda ise matematiksel modelleme sürecinde özellikle Sadeleştirme basamağında strateji kurma ve varsayım oluşturma, Matematikselleştirme basamağında matematiksel dile döküp modeli doğrulama, Matematiksel Çalışma basamağında gerçek değerleri tahmin etme ve Yorumlama basamağında gerçeğe yakınlığı değerlendirme görevleri gerçekleştirilememektedir. Alpaslan (2023) ortaokul düzeyindeki öğrencilerin de matematiksel modelleme problemlerini çözüm süreçlerinde üç boyutlu düşünmekte zorlandığını tespit etmiştir ve bu durumun katı cisimler konusu gibi geometri kazanımlarının genellikle müfredat sonunda yer almasından ötürü öğrencilerin önemli geometri konularına hâkim olmamalarından kaynaklandığını belirtmiştir.

Üst bilişsel becerilerin açığa çıkma durumu etkinlikler özelinde değerlendirildiğinde Aspendos Antik Tiyatrosu Etkinliği ile Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliğinde Yapışkan Toplar Etkinliğine göre daha fazla sıklıkta üst bilişsel beceri kodlanmıştır. Gerçek hayata yakın ve üç boyutlu düşünme gerektiren problemler daha fazla üst bilişsel becerinin kullanımına elverişli olabilir.

Yapılandırılmamış ve gerekli materyaller sunulmamış matematiksel modelleme problemlerinde katılımcılar hazır ya da kolay ulaşılabilir sayısal veriler olmadığında tahmin yaparak ilerlemeyi tercih etmektedir. Tahminlerini gerçeğe yakınlıktan ziyade kolay işlem yapmaya elverişli olacak şekilde stratejilerini organize etmektedirler. Sonucu gerçekten uzak sonuçlarla karşılaşmaya yol açabilmektedir. Bu durum da katılımcıların elde ettikleri sonuçlar ile aralarında geçerlik ve güvenirlik hususunda inanç problemi oluşturabilmektedir.

Öğretmen adaylarının etkinlikler süresince modelleme becerilerinde ve bakış açılarında gelişim gözlenmiştir. Başlangıçta önemli olan yanlış da olsa bir çözüm bulmak iken, süreç sonunda gerçek hayata uygun sonuçlar bulmayı öncelemişlerdir. Mantıksız bir sonuç bulmak yerine doğru adımlarla eksik bırakmayı ve yorumlayarak devam etmeyi tercih etmişlerdir. Van De Walle ve arkadaşlarına (2016) göre öğrenenler problem çözmeye alışırken ve becerilerini geliştirirken aynı zamanda problemi nasıl çözeceklerini planlama becerileri de gelişmektedir. Öğrenciler önerdikleri çözüme inandıkça başardıklarını düşünerek güdülenmekte, böylelikle matematiğe olan önyargıları yıkılarak kendilerine güvenleri artmaktadır.

Matematiksel modelleme problemlerinde üst bilişsel becerilerin rol oynadığı başka bir konu ise yapılan hataları fark etmedir. Farklı sayı kümeleri ile işlem yapıldığında sıkça işlem hatası yapılmaktadır. Bu durum sonuca hızlı ulaşabilmek adına problemde verilenleri yeterli ölçüde incelenmemiş olması ile de ilişkili olabilir. Benzer şekilde hesap makinesi kullanım sıklığı ve yaygınlığı ile de ilişkili olabilir. Alpaslan (2023) de bu sonucu destekler nitelikte öğrencilerin tam sayı olmayan sayı kümeleri ile çalıştıklarında başarı oranının düştüğünü gözlemlemiştir. Öğretmen adayları hesap makinesine ihtiyaç duyduklarını ve işlem yapmakta güçlük çektiklerini dile getirmiştir. Hesap makinesinin yaygın kullanımı matematiksel işlem becerini köreltiyor ve matematiksel olarak üst bilişsel düşünme süreçlerini pasif kılıyor olabilir. İşlem yapma süreçlerinde "izleme" becerisinin büyük oranda açığa çıktığı gözlenmiştir. Hesap makinesi ile çalışıldığında "izleme" becerisi pasif konumdadır. Çünkü sonucun direkt doğruluğu kabul edilerek üzerine düşünme, sonucun mantıklı ve tutarlı olduğunu sorgulama aşaması es geçilmektedir. Bu yönüyle "izleme" becerisi matematiksel muhakeme, gerçeğe yakın sonuca ulaşma ve işlem hatalarını aza indirgeme hususunda önemli bir role sahip olabilmektedir. Panaoura, Gagatsis ve Demetriou(2009) 5.sınıfta öğrenim gören öğrencilerle çalışmış ve izleme becerisinin matematik performansını artırdığını göstermiştir.

Olkun ve arkadaşları (2009) büyük basamaklı sayıların matematiksel modelleme problemleri için işlem hatası yapma ihtimalini artırdığını belirtmektedir. Bu nedenle çalışmalarında önce küçük sayılarla çözüm yapma, ardından tümevarım gibi büyük sayılara genellenerek çözülmesini önermektedirler. Verschaffel ve arkadaşları (1999) da ilköğretim seviyesinde öğrencilerle matematiksel modelleme problemleri üzerinde çalışmış büyük sayılarla işlem yapmayı gerektiren durumlarda başarı oranının düştüğünü tespit etmiştir. Aynı durum matematik branşına sahip olmasına rağmen matematik öğretmen adaylarında da gözlenmiştir. Bu çalışmanın sonuçları bu durumun büyük sayılarla işlem yapmaya alışkın olmama, önyargılı olma, büyük sayılarla karşılaşınca tedirgin hissetme, motivasyonsuzluk ya da zihin yorgunluğu gibi fiziksel durumlar ile ilişkili olabileceği yönündedir.

Zihindeki şemalarda anlamlı olmayan olgularla karşılaşılması durumunda tahmin edilememektedir. Tahmin edilemeyen durumlarda yorum yapılamamaktadır. Dolayısıyla tahmin becerisinin problem çözme sürecinin her aşamasında deneyimlerden etkilenen kritik bir role sahip olduğu çıkarımında bulunulabilir.

Beyin tahmin edebilmek için somut ve anlamlı bilgiye ihtiyaç duymaktadır. Bu nedenle çizim yapma stratejilere başvurmaya ihtiyaç duyuluyor olabilir. Buradan tahmin becerisinin diğer üç temel üst bilişsel beceri için de bir ön basamak olduğu yorumu yapılabilmektedir. Tahmin üst bilişsel süreçlerde bir ön koşuldur. Hıdıroğlu ve Özkan-Hıdıroğlu (2017) benzer şekilde ortaokul öğrencileriyle çalıştıkları araştırmalarında öğrencilerin gerçekçi tahmin yapamama durumlarında çözümlerinde gerçek sonuçlara yaklaşamadıklarını, sonuç olarak tahminin matematiksel modelleme sonuçları üzerinde doğruluğu belirleyici bir etkiye sahip olan önemli bir beceri olduğunu savunmuşlardır. İnan-Tutkun ve Didiş-Kabar (2018) ise deneyimlerin matematiksel modellemenin her basamağına aktarılabilen keşfetmeyi sağlayan önemli bir faktör olduğunu desteklemektedir.

Öğretmen adayları aynı problem çerçevesinde modelleme sürecine dair deneyim kazandıkça süreçte hız kazanmaktadırlar ve tahmin becerisi minimum düzeyde aktiftir. Öğretmen adayları problemi tanıdıkça daha az üst bilişsel beceri ve alt kodlarını açığa çıkarmıştır. Dolayısıyla aynı problem bağlamında farklı görevler verildiğinde ilerleyen görevlerde üst bilişsel becerilerin rolü azalmakta deneyim faktörünün rolü artmaktadır.

Öğretmen adayları planlama becerilerini kullanırken önceki strateji ve yöntemlerini ilişkilendirerek devam etmek eğilimindedir. Baran-Bulut ve Erkan (2020) da araştırması sonucunda bir model geliştirildikten sonra sonuçların doğruluğunu sorgulama ve geliştirmekten kaçınarak sonucu yeterli görme eğiliminin yaygın olduğunu söylemiştir. Planlama becerisi özellikle strateji ve varsayım kurma üzerinde ön plana çıkmaktadır. Elde olan bilgiler ile şemalarda kodlu bilgileri eşleyerek bir köprü görevi görmektedir. Böylelikle planlama becerisi zihinsel bir yol haritası oluşturmayı sağlamaktadır. Planlama, problem çözme sürecinin devamlılığı için en önemli role sahip beceridir.

Modelleme sürecinde şüpheci-eleştirel yaklaşmak gerçeğe yakın model geliştirme ve sonuçlar bulma noktasında etkili olabilir. Şüpheler beraberinde anlık irdelemeleri getirmektedir; anlık irdelemeler de izleme becerisini aktive etmektedir; dolayısıyla izleme becerisinin hataları fark etme, modeli geliştirme ve iyileştirme, gerçeğe yakın sonuçlara ulaşma konusunda önemli bir role sahip olabilir. İzleme becerisinin eksikliğinde sonucun gerçekten uzak gerçek dışı olması beklenebilir.

Değerlendirme becerisinin düşünsel süreçler içinde karar merkezi konumunda olduğu söylenebilir. Değerlendirme basamağı basamaklar arası geçişte önem kazanmaktadır. Değerlendirme yapılamadığı takdirde sonraki aşamalara geçmek zorlaşmaktadır. Değerlendirme becerisinin pasif kullanımı gerçekten uzak sonuçlara ulaşmaya yol açmaktadır. Dolayısıyla değerlendirme problemin amacına uygun sağlıklı bir şekilde ilerlemesi hususunda rol oynamaktadır.

Modelleme becerisi matematiksel modelleme problemlerine alıştıkça gelişmektedir. Matematiksel modelleme sürecinde dört temel üst bilişsel beceri de aktif olarak kullanılmaktadır. Modelleme süreci üst bilişsel becerileri geliştirirken üst bilişsel becerileri aktifleştikçe de modelleme becerileri gelişmektedir. Dolayısıyla modelleme becerileri ve üst bilişsel beceriler arasında karşılıklı doğrusal bir ilişki söz konusu olabilir. Garofalo ve Lester(1985) üst bilişsel becerilerin matematik performansı ile ilişkisini araştırdıkları çalışmalarında öğrencilerin ilk kez karşılaştıkları problem tiplerinde zorluk yaşadığı ancak alıştıkça farklı tip sorulardaki yeteneklerini geliştirdiklerini gözler önüne koymuşlardır.

Üst bilişsel beceriler iç içe karmaşık geçişlere sahiptir. Bir durum üzerinde çalışırken beyinde aynı anda farklı üst bilişsel beceriler aktif olabilmektedir (örneğin, planlama yaparken izleme de yapmak ya da izleme yaparken tahmin de yapmak gibi). Her bir üst bilişsel beceri temel fonksiyonel özelliklere sahip olsa da ardışık düşünsel süreçlerde bu beceriler kesişebilmektedir. Üst bilişsel süreçlerde üst bilişsel becerilerin yer değiştirme ya da başka bir deyişle geçiş aşamasında bıçak kesiği gibi keskin bir geçiş her zaman mümkün olmayabilir. Hıdıroğlu ve Güzel (2015) tahmin becerisinin planlama, izleme ve değerlendirme arasında denge sağlayıcı bir pozisyonda olduğunu vurgulamıştır.

Çetinkaya (2020) sayısal veriler içeren matematiksel modelleme problemlerinin hiçbir sayısal bilgi verilmeyen problemlere göre daha yapılandırılmamış olduğunu ve daha az üst bilişsel beceri çıkardığı sonucuna ulaşmıştır. Bu çalışmada Çamlıca Kulesi Seyir Terası Etkinliği tablo halinde sayısal bilgiler içermesine karşın veri analizinde kodlanan üst bilişsel beceri sayısı diğer etkinlik sonuçları ile benzerlik göstermektedir. Burada sayısal verilerin veriliş amacı ve problemin ne derecede yapılandırıldığı önem kazanmaktadır. Bu tez sonuçlarına göre sunulan sayısal veriler problemin anlaşılırlığını kolaylaştırarak netlik kazandırmıştır. Ayrıca öğretmen adayları sayısal bilgi verilmeyen problemlerde tahmin ederek planlamaya ve çözmeye eğilimlidir. Tezin bu çıktısı Çetinkaya (2020) ile örtüşmektedir.

Sonuç ve tartışmayı bitirirken matematiksel modelleme sürecinin teknolojik argümanlarla desteklenmesi durumunda üst bilişsel becerilerin rollerini ve benzeri çalışmaların öğretmen adayları yerine öğretmenlerle ya da öğrencilerle çalışılması durumunda nasıl farklılık göstereceği üzerine de düşünmek gerekebilir.

Bu çalışma matematik öğretmen adayları ile gerçekleştirilmiştir. Matematik öğretmen adayları ile öğrencilerin çözümlerinde kullandıkları stratejiler benzerlik göstermektedir (benzerlik-örüntü arama, deneme-yanılma ile tahmin yapma, önceki çözümlerle karşılaştırma, şekil çizme, işlem kontrolü yapma). Benzer şekilde üç boyutlu düşünme ve katı cisimler konusuna önyargılı olma durumu örtüşmektedir. Ancak matematik alan bilgisi kullanımı ve alan bilgisinin strateji geliştirme konusundaki pozitif ilişkisi dikkate alındığında matematik öğretmen adayları matematiksel modelleme problemlerinde strateji geliştirme noktasında avantajlı konumdadır. Matematiksel alan bilgisinin etkisi çalışma gruplarının performansında farklılık yaratmaktadır. Verschaffel ve arkadaşları (1999) yaş ve akademik kademe arttıkça matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde yapılan hataların fark edilebilirliğinin problem çözme deneyiminin ve matematiksel bilgi birikiminin artması ile daha çok mümkün olduğunu savunmuştur, çalışmasının bulguları bilgi eksikliği nedeniyle alt sınıflarda problemlere yüzeysel yaklaşma eğiliminin arttığını göstermiştir. Ayrıca alt sınıflarda bilişsel yetersizliklerle de karşılaşılmaktadır.

Bu çalışmanın en önemli ortak bulgusu etkinlik genelinde en fazla ön plana çıkan üst bilişsel beceri izleme becerisi iken en az tahmin becerisidir. Alanyazındaki benzer çalışmalar incelendiğinde çeşitli sonuçlarla karşılaşılmıştır. Bu sonuçlar araştırmaların üzerinde çalışıldığı çalışma gruplarının sınıf seviyesine göre farklılık gösterdiği gibi bireysel farklılıklar ve soruların zorluk düzeylerinden de kaynaklanıyor olması muhtemeldir. Uygulamada yer alan problemlerin gerektirdiği bilgi ve beceriler üst bilişsel becerilerin kullanımını ve frekansa yansıyan sayısal değerleri etkilemiş olabileceğine değinmek gerekir.

Hıdıroğlu ve Güzel'in (2015) lisans düzeyi birinci sınıfta öğrenim gören matematik öğretmen adayları ile çalışmışlardır. Çalışma sonuçlarında matematik öğretmen adaylarının modelleme süreçlerinde en sık izleme, en az tahmin becerisi açığa çıkmıştır. Çalışma sonuçları yapılan bu tezin bulguları örtüşmektedir. Bu sonuç hedef grubun matematiksel yeterlikleri, matematiksel problemlere karşı tutumu, çalışma grupları ile problemlerin doğasının benzerlik göstermesi gibi durumlarla ilişkilendirilebilir.

Farklı kademelerde yapılan araştırma örnekleri incelendiğinde sonuçlar farklılaşmaktadır. Örneğin, 9. Sınıf lise düzeyi öğrencileri ile çalışan Çetinkaya(2020) ve Magiera ve Zawojewski (2011) süreçte en fazla değerlendirmenin ön plana çıktığını sonra izleme becerisinin takip ettiğini bulmuşlardır. Bu durum üst bilişsel becerilerin farklı kademelerde farklı şekilde ön plana çıktığını göstermektedir. Ayverdi (2023) ise ortaokul 7.sınıf öğrencileri ile çalıştığı tezinde üst bilişsel becerilerin sıklık frekanslarının uygulamada kullandığı probleme göre farklılık gösterdiği görülmektedir. Problemlere göre sıralamada farklılık yaşansa da ortak bulgu en fazla planlama sonra izleme becerisinin kodlanmış olmasıdır. Değerlendirme ve tahmin becerilerinin frekansları soruya değişiklik göstermiştir. Rubson (2010) okul öncesi seviyesindeki öğrencilerin üst bilişsel becerilerini araştırdığı çalışmasında çocukların en sık sırasıyla planlama, izleme, tahmin ve değerlendirme becerilerini açığa çıkardığını gözlemlemiştir. Planlama ve izlemenin daha çok oyun oynama etkinliklerinde ön plana çıktığını gözlemlemiştir. Benzer şekilde farklı branşta hizmet veren öğretmenlerle yapılan çalışmalarda da aynı sonuç gözlenmiştir. Örneğin Temur, Özsoy ve Turgut (2019) okul öncesi öğretmenlerinin matematik etkinlikleri sırasında üst bilişsel becerilerini incelemiştir. Öğretmenler en fazla planlama en az değerlendirme becerisini dışarıya yansıtmıştır.

Farklı bilişsel düzeydeki çalışma gruplarında farklı sonuçlarla karşılaşılmasının farklı sebepleri olabilir. Bu tezin sonuçlarından farklı olarak planlama becerisinin izleme becerisinden fazla kodlanması bireylerin süreçte daha az adımlarını kontrol etmesi ve şüpheci yaklaşımı ve daha fazla varsayımları kabul ve üzerine derin düşünmeden planlama yapma ile ilgili olabilir. Değerlendirmenin tahminden daha az frekansta oluşu ise bireylerin fikirleri olmayan durumlarda tahmine yönelmesi ve yorum yapamamalarından dolayı değerlendirememeleri ile ilişkilendirilebilir. Başka bir bakış açısıyla ele almak gerekirse bireylerin herhangi bir sonuç bulmayı yeterli bulmalarından da kaynaklanıyor olabilir. Yukarıda alanyazından sunulan çalışma örneklerinde katılımcıların bir sonuca ulaştıktan sonra farklı durumlar için doğruluğunun test edilmediğinden ve sonuçlar üzerine çok düşünülmediğinden yakınılmaktadır. Benzer durum bu tez çalışmasında da söz konusudur. Öğretmen adayları bazen problemlerde doğrulama girişimlerinde bulunsalar da bazen zihinleri yorulduğu için doğrulama yapmaktan vazgeçmişlerdir. Bu değerlendirme becerisinin frekansını düşüren bir örnektir. Blum ve Leiß (2007b) 9.sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme problemlerinde sonuca ulaştıktan sonra doğruluğu üzerine tartışmaktan kaçındıklarını belirtmiştir.

Schoenfeld'in (1992) alanyazına kazandırdığı usta ve acemi problem çözücüler bağlamında değerlendirildiğinde kademe ilerledikçe daha fazla problem çözmeye alışma ve problem çözme becerisi kazanılmasıyla birlikte matematiksel alan bilgisindeki bilgi birikimi daha fazla düşünmeye, üretmeye ve sorgulamaya itiyor olması ile açıklanabilir. Acemi çözücüler problemlere daha yüzeysel yaklaşmaktadır ve doğrudan sonuca ulaşma eğilimindedir. Sorgulamalar ve şüpheci yaklaşım izleme frekansını arttırmaktadır. Alt kademelerde problemlerin çözümünde daha yüzeysel yaklaşıldığı görülmektedir.

Bu çalışma matematik öğretmen adayları ile gerçekleştirilmiştir ve öğretmen adayları branşları göz önünde bulundurulduğunda matematiksel beceriler noktasında avantajlı konumdadır. Özetle yüzeysel yaklaşma, alan bilgisi eksikliği, matematiksel muhakeme yetersizliği sorgulayarak izlemeler yapmanın ötesinde değerlendirme yapma sıklığını arttırdığı söylenebilir. Artzt ve Armour-Thomas (1992) öğrencilerin problem çözme sürecinde düşünce ve eylemlerini aktif ve düzenli biçimde izleme yapamadıklarını ve hatta bu durumun da zorluk yaşamalarında önemli bir neden olduğunu tespit etmiştir. Thomas(1997) ise bu çalışma bulgularını tasdik etmiştir (aktaran Kanadlı ve Sağlam, 2013).

Lester (1994) acemi ve usta problem çözücülerin temel farkları arasında usta problem çözücülerin bilgi düzeylerinin fazla olmasının yanı sıra bilgiler arasında bağlantı kurma kabiliyetine sahip olmaları, yüzeysel düşüncelerin ötesinde problemin doğasına odaklanabilmeleri, eksiklerinin farkında olup gerekli motivasyona sahip olmaları ve izleme ve düzenleme becerilerinde başarılı olmaları yer almaktadır. Bu çıkarım öğretmen adayları ve alan yazında öğrencilerle yapılan benzer çalışmaların sonuçlarında farklılık yaşanmasına açıklık getirmede önem arz etmektedir.

Matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin iki boyut ve üç boyut arasında geçişleri anlamlandırma kurma noktasında kolaylaştırıcı bir rolü olduğu söylenebilir. Somutluk kazandırdığı için üst bilişsel süreçlerdeki boşluğu doldurarak ilişkisel düzeyde engeli kaldırıyor ve üst bilişsel akışın aksamadan çalışmasına olanak sunuyor olabilir. Baki (2002) karmaşık yapıdaki modelleme süreçlerinin teknoloji ile ele alınmasının sürece yenilikçi bakış açısı kazandırma ve kolaylık sağladığını doğrulamaktadır. Teknolojik araçlar aynı zamanda hipotezleri test etme imkânı sağladığı için doğrulama için önem arz etmektedir. Ancak teknolojik imkânların matematiksel modelleme sürecinde ne zaman devreye gireceği değişkenlik gösterebilir.

Saka ve Çelik (2016) teknolojiye en az Problemi Anlama ve Yorumlama basamaklarında ihtiyaç duyulduğunu, daha çok hesaplama ve doğrulama görevlerinde tercih edildiğini, Problemi Anlama için bilgi sağlayıcı, Sadeleştirme için verileri düzenleyici, Matematikselleştirme için karmaşık verilerin analizinde kolaylık sağlayıcı, Matematiksel Çalışma basamağı için hızlandırıcı ve hatasız şekilde doğru sonuca ulaştırıcı, Yorumlama için sonucun gerçek yaşamdaki yansımasını gösterici, Doğrulama için ise modelin genellenmesini sağlayıcı bir rolde olduğunu ifade etmiştir. Ancak teknolojinin fazla güvenilir bulunmasından ötürü olumsuz bir özelliğinin olduğunu da eklemiştir.

Bu çalışmada son oturumda model oluşturulduktan sonra matematiksel çözüm sırasında öncesinde tüm şartlar zorlandıktan sonra araştırma amaçlı kullanımına izin verilmiştir. Bu uygulamadaki amaç öncesinde ve sonrasında üst bilişsel durumları derinlemesine analiz edebilmektir. Nitekim bu uygulama amaca hizmet etmiş ve üst bilişsel becerilerin daha yüksek miktarda açığa çıkmasına ve rollerinin tartışılmasına olanak sunmuştur. Teknoloji ölçme becerisinin yerini doldurabilmekle birlikte ölçme becerisi de dört üst bilişsel beceriyi gerektirmektedir. Dolayısıyla teknoloji destekli matematiksel modelleme süreçlerinde üst bilişsel beceriler farklı rollerde olabilir. Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel (2015) matematiksel modelleme döngüsünde üst bilişsel yapıları incelemişlerdir ve teknoloji destekli ortamlarda farklı bilişsel ve üst bilişsel eylemlerin açığa çıktığı sonucuna ulaşarak bu eylemleri alt başlıklar halinde açıklamışlardır.

Tartışma bölümü için incelenen akademik çalışmalar öğretmen adaylarının yanı sıra ortaokul ve lise düzeyindeki öğrenciler gibi farklı çalışma grupları ile de yapılmıştır. Üst bilişsel süreçlerin gerek genel problem çözme süreçlerinde gerek matematiksel modelleme süreçlerinde roller bağlamında benzerlik göstermektedir. Matematik öğretmen adayları ile çalışmak farklı olarak üst düzey matematiksel alan bilgisine sahip olması model geliştirme ve modeli çözme noktasında kolaylaştırıcı olmakla birlikte avantaj sağlamıştır. Lisans düzeyinin altında olan öğrenciler ise farklı olarak deneyim eksikleri nedeniyle ulaştıkları matematiksel sonuçların gerçek dünyada ne anlam ifade ettiğini ve ne ölçüde uyuştuğunu öngörememektedir ve eksik ya da hatalı adımlarını fark etmekte güçlük yaşamaktadır (Blum ve Borromeo-Ferri, 2009; Hıdıroğlu, Özaltun-Çelik, Kula-Ünver, Bukova-Güzel, 2018).

Özetle matematiksel üst bilişsel becerilerin matematiksel modellemenin her basamağında farklı amaçlarda gerekli olduğu ve çalıştığı sonucuna varılmaktadır. Bu becerilerin herhangi birinin eksikliğinde sonuca ulaşmak mümkün olmayacaktır.

Rol bağlamında değerlendirildiğinde bu beceriler matematiksel modelleme sürecine kolaylaştırıcı, hız kazandırıcı, verim arttırıcı ve daha az hata payı ile gerçek sonuçlara yaklaşma anlamında olumlu bir etki yaratmaktadır. Ek olarak üst bilişsel becerilerin farklı becerilerle ilişkili biçimde çalışarak matematiksel modellemenin basamakları arasında geçişlerde önemli role sahip olduğu ve modellemenin döngüsel yapısını koruduğu söylenebilir. Nitekim Maaβ (2006) da Üst bilişsel eylemlerin matematiksel modelleme basamakları arasında düzensiz geçişlere neden olması yönüyle döngüsel yapıda olduğunu ifade etmiştir.

Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel (2015) üst bilişsel becerilerin matematiksel modelleme basamaklarında düzenleyici bir etkisi olduğunu bulgusuna ulaşmıştır. Tahmin diğer üç beceri arasında dengeleyici roldedir. Genel olarak üst bilişsel becerilerin matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirici roldedir. Hidayat ve arkadaşları (2018) ile Stillman(2011) çalışmalarında üst bilişsel becerilerin matematiksel modelleme yeterliklerini olumlu yönde gelişmesine yardımcı olduğunu doğrulamışlardır.

5.2. Öneriler

Pratiğe Dayalı Çıkarımlar

Bu çalışma yapılandırılmamış matematiksel modelleme problemlerinin öz-düzenleme becerilerini önemli ölçüde geliştirdiğini göstermektedir. Öğrenenlerin matematik problemlerine yaklaşımlarında, kendi yöntem ve stratejilerini geliştirebilmelerinde, eksik ve geliştirebilir yönlerini keşfederek kendi öğrenme süreçlerini yönetebilmelerinde ezbere dayalı olmayan öz-denetime imkan veren soruların derslerde kullanılması önerilmektedir.

Alışılagelen sayı kümelerinin dışında işlem yapmanın gerektiği durumlarda zorluk yaşanmaktadır ve alternatif üretilemediği takdirde matematiksel çalışma süreci sonlanmaktadır. Bu durumlarda hesap makinesi kullanımına yönelim yaygın görülmektedir. Bu çalışma hesap makinesi kullanımının matematiksel işlem becerisini köreltmiği ve elde edilen matematiksel sonuçlar üzerinde düşünme sıklığını düşürdüğünü göstermektedir. Bu nedenle matematik derslerinde tam sayılarla işlem gerektiren problemler kadar farklı sayı kümeleri ile de işlem gerektiren problemlere de yer verme ve hesap makinesi ile hesap yapma oranını azaltma önerilmektedir.

Bu çalışmada yapılandırılmamış ve problem çözme sürecini öğrencilerin yönettiği etkinliklerde tahmin becerisinin aktif kullanıldığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin tahmin becerisi zayıftır ve matematiksel modelleme problemleri tahmin becerisini gerektirmektedir. Dolayısıyla derslerde gerçek hayata dayalı tahmin becerilerini geliştirmeye yönelik etkinliklere yer verilmesi önerilmektedir. Bu amaçla öğretmenlere matematiksel modelleme sorusu yazma ve sürecine dair eğitimler vererek öğretmenlerin bilinçlendirilmesi, atölyeler düzenleyerek süreci deneyimlemelerine fırsat verilmesi ve yaygınlaştırılması önerilmektedir.

Matematiksel modelleme problemleri gerçek hayat problemleridir ve üç boyutlu düşünmeyi ve iki boyutlu düşüncelerle ilişkilendirme becerisini gerektirmektedir. Müfredatta yer alan katı cisimler ve uzay geometrisi konularının bu beceri için önemli olduğu görülmüştür. Bu konuların müfredatta sona bırakılması bu becerilerin gelişimini engellemektedir. Bu nedenle müfredatta geometri konularının yerleri hususunda düzenleme yapılması ve bu becerilerin gelişmesi ve pekişmesi için matematik müfredatının geneline yayılması önerilmektedir.

Teorik Çıkarımlar

Alanyazında mevcut üst bilişsel matematiksel modelleme problemlerinin Türkçeye çevrilmesi veya yeniden yazılması yoluyla Matematik derslerinde kazanımlara ilişkin uyarlanarak/düzenlenerek öğretmenler için kaynak kitap hazırlanması önerilmektedir.

Üst bilişsel beceriler farklı çalışma gruplarında farklı frekanslarda ön plana çıkmaktadır. Farklılık üst bilişsel becerilerin rollerinde de değişiklik gösteriyor olabilir. Bu nedenle farklı çalışma gruplarının (farklı kademelerdeki öğrencilerin, farklı branş öğretmen adaylarının) eş zamanlı çalışılarak matematiksel modelleme sürecinde ön plana çıkan becerilerin ve rollerinin değişiminin açıklanması gerekmektedir. Bu çalışmanın nitel, nicel ya da karma desenle çalışılarak genelleştirilmesi önerilmektedir.

Problem çözme sürecinde teknolojinin rolü yadsınamaz. Teknolojik imkânlar sürece dâhil edildiğinde üst bilişsel becerilerin frekansında değişim söz konusudur. Üst bilişsel becerilerin teknolojik ortamda veya yapay zeka entegre edilmiş matematiksel modelleme sürecindeki rollerinin incelenerek genelleştirilmesi önerilmektedir.

Kaynakça

Alcock, L., ve Simpson, A. (2004). Convergence of sequences and series: Interactions between visual reasoning and the learner's beliefs about their own role. *Educational Studies in Mathematics*, *57,* 1-32.

Alpaslan, A. N. (2023). *Ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerinde kullandıkları problem çözme stratejileri, üst biliş ve matematik okuryazarlıklarının incelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri).

Ang, K. C. (2010). Teaching and learning mathematical modelling with technology.

Artz, A. F., ve Armour-Thomas, E. (1992). Development of a cognitive-metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem solving in small groups. *Cognition and Instruction*, *9*(2), 137-175.

Aycan Kavlak, K. (2019). *7. sınıf öğrencilerinin matematik problemi çözme ve kurma süreçlerindeki üstbilişsel becerilerinin incelenmesi ve karşılaştırılması* (Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul).

Aytaçlı, B. (2012). Durum çalışmasına ayrıntılı bir bakış. *Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, *3*(1), 1-9.

Ayverdi, Ş. (2023). *7. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecinde ortaya çıkan üst bilişsel yapılarının incelenmesi* (Yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul).

Azak, S. (2015). *Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin problem çözmede kullandıkları stratejilerin ve üstbilişsel davranışlarının belirlenmesi.* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon).

Baki, A. (2002). *Öğrenen ve öğretenler için bilgisayar destekli matematik*. Ceren Yayın Dağıtım.

Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (4. Baskı). Ankara: Harf Eğitim Yayıncılık.

Baltacı, A. (2017). Nitel veri analizinde Miles-Huberman modeli. *Ahi Evran Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *3*(1), 1-14.

Baltacı, A. (2018). Nitel araştırmalarda örnekleme yöntemleri ve örnek hacmi sorunsalı üzerine kavramsal bir inceleme. *Bitlis Eren Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *7*(1), 231-274.

Baran Bulut, D. ve Erkan, B. (2020). 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerinin incelenmesi: Geometrik şekillerde alan ölçme. *Turkish Studies-Educational Sciences*, *15*(6), 3971-3988.

Başkale, H. (2016). Nitel araştırmalarda geçerlik, güvenirlik ve örneklem büyüklüğünün belirlenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Hemşirelik Fakültesi Elektronik Dergisi*, *9*(1), 23-28.

Berg, B. L., ve Lune, H. (2019). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Eğitim Yayınevi.

Berry, J., ve Houston, K. (1995). *Mathematical modelling.*

Blomhøj, M. (2008). Modelización matemática - una teoría para la práctica. *Revista de Educación Matemática, 23*(2), 20-35.

Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education–Discussion document. *Educational studies in mathematics*, *51*(1-2), 149-171.

Blum, W., ve Leiß, D. (2007a). Deal with modelling problems. *Mathematical modelling: Education, engineering and economics-ICTMA*, *12*, 222.

Blum, W., ve Leiß, D. (2007b). How do students and teachers deal with modelling problems. *Mathematical modelling: Education, engineering and economics*, 222-231.

Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA14*, 15-30.

Blum, W., ve Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, *1*(1), 45-58.

Bodner, G. M., ve Domin, D. S. (2000). Mental models: The role of representations in problem solving in chemistry. *University Chemistry Education*, *4*(1).

Boekaerts, M. (1997). Özdüzenleyici öğrenme: Araştırmacılar, politika yapıcılar, eğitimciler, öğretmenler ve öğrenciler tarafından benimsenen yeni bir kavram. *Öğrenme ve Öğretme*, *7* (2), 161-186.

Bonds, C. W., Bonds, L. G., & Peach, W. (1992). Metacognition: Developing independence in learning. *The clearing house*, *66*(1), 56-59.

Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM*, *38*, 86-95.

Brezin, M. J. (1980). Cognitive monitoring: From learning theory to instructional applications. *ECTJ*, *28*(4), 227-242.

Brown, A. L. (1977). *Knowing when, where and how to remember: A problem of metacognition.* Technical Report. doi:47.ED146562

Brown, A. L. (1980). Theoretical issues in reading comprehension. *Metacognitive Development and Reading*.

Brown, A. L. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. *Metacognition, motivation, and understanding*, 65-116.

Bukova-Güzel E. (2019). *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme.* Pegem Akademi

Chamberlin, S.A., ve Moon, S. M. (2005). Model-elicing activities as a tool to develop and identity creatively gifted mathematicans. *Journal of Secondary Gifted Education*, 17(1), 37-47.

Creswell, J. W. (2016). Nitel araştırma yöntemleri beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni (M. Aydın, Trans.). *Beş nitel araştırma yaklaşımı*, 69-110.

Cresswell, J. W. (2017). *Eğitim araştırmaları: nicel ve nitel araştırmanın planlanması,yürütülmesi ve değerlendirilmesi.* Edam.

Costa, A. L. (1984). Mediating the metacognitive. *Educational leadership*, *42*(3), 57-62.

Çetinkaya, S. (2020). *Lise öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecinde üst bilişsel becerilerinin incelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara).

Çiltaş, A. (2011). *Dizi ve seriler konusunun matematiksel modelleme yoluyla öğretiminin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğrenme ve modelleme becerileri üzerine etkisi* (Doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum).

Demircioğlu, H. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının üstbilişsel davranışlarının gelişimine yönelik tasarlanan eğitim durumlarının etkililiği* (Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara).

Deniz, D. (2017). Öğretmen Adaylarının Uyguladıkları Model Oluşturma Etkinliklerinin Onuncu Sınıf Öğrencilerinin Üstbiliş Farkındalıklarına Etkisi. *Bartin University Journal of Faculty of Education*, *6*(2).

Denzin, N.K. (1978). *The research act.* 2.Baskı. New York.

Denzin, N. K. (1989). *Interpretive biography* (Vol. 17). Sage.

Denzin, N. K., ve Lincoln, Y. S. (2008). Introduction: The discipline and practice of qualitative research.

Deseote, A., Roeyers, H., ve Buysse, A. (2001). Metacognition and mathematical problem solving in grade 3. *Journal of Learning Disability, 5*(34), 435-449. doi:10.1177/002221940103400505

Desoete, A., ve Roeyers, H. (2002). Off-line metacognition – a domain-specific retardation in young children with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, (25), 123-139.

Dirkes, M. A. (1985). Metacognition: Students in charge of their thinking. *Roeper Review*, *8*(2), 96-100.

Doerr, H. M. (1997). Deney, simülasyon ve analiz: Kuvvet kavramına entegre bir öğretim yaklaşımı. *Uluslararası Fen Eğitimi Dergisi*, *19* (3), 265-282.

Dost, Ş. (2019). *Matematik Eğitiminde Modelleme Etkinlikleri.* Pegem Akademi.

Duran, M., Doruk, M. ve Kaplan, A. (2016). Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme süreçleri: Kaplumbağa paradoksu örneği. *Cumhuriyet International Journal of Education,* 5(4), 55-71.

Elia, I., van den Heuvel-Panhuizen, M., ve Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM*, *41*, 605-618.

Erbaş, A. K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacacı, C., ve Baş, S. (2014). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: Temel kavramlar ve farklı yaklaşımlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, *14*(4), 1-21.

Ertmer, P. A., ve Newby, T. J. (1996). The expert learner: Strategic, self-regulated, and reflective. *Instructional science*, *24*(1), 1-24.Ferri, R. B. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process . *ZDM*, *38*(2).

Flavell, J. H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. *The Nature of Intelligence*.

Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive–developmental inquiry. *American Psychologist, 34*(10), 906-911. doi:10.1037/0003-066X.34.10.906

Galbraith, J. R. (2011). *Designing the customer-centric organization: A guide to strategy, structure, and process*. John Wiley & Sons.

Galbraith, P., ve Stillman, G. (2006). A framework for ıdentifying student blockages during transitions in the modelling process. *ZDM, 38*(2), 143-162.

Garofalo, J., ve Lester Jr, F. K. (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. Journal for research in mathematics education, 163-176

Goodlad, J. I. (1984). *A place called school. Prospects for the future*. McGraw-Hill Book Company, 1221 Avenue of the Americas, New York, NY 10020.

Gourgey, A. F. (1998). Metacognition in basic skills instruction. *Instructional Science, 26*(1), 81-96.

Gravemeijer, K., ve Stephan, M. (2002). Emergent models as an instructional design heuristic. In *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 145-169). Dordrecht: Springer Netherlands.

Guba, E. G., ve Lincoln, Y. S. (1982). Epistemological and methodological bases of naturalistic inquiry. *Ectj*, *30*(4), 233-252.

Güler, N. (2018). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme.* Pegem Akademi.

Hıdıroğlu, Ç. N. (2012). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analiz edilmesi: Yaklaşım ve düşünme süreçleri üzerine bir açıklama* (Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir).

Hıdıroğlu, Ç. N. (2015). Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analizi: Bilişsel ve üstbilişsel yapılar üzerine bir açıklama.

Hıdıroğlu, Ç.N., ve Bukova-Güzel, E. (2015). Teknoloji destekli ortamda matematiksel modellemede ortaya çıkan üst bilişsel yapılar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, *6*(2), 179-208.

Hıdıroğlu, Ç. N., ve Bukova-Güzel, E. (2016). Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme sürecindeki bilişsel ve üst bilişsel eylemler arasındaki geçişler. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED), 10*(1), 313-350.

Hıdıroğlu, Ç. N., Özaltun Çelik, A., Kula Ünver, S., ve Bukova Güzel, E. (2018). Prospective mathematics teachers' actions in technology-aided mathematical modeling process: Distance problem. *Erzincan University Journal of Education Faculty*, *20*(3).

Hıdıroğlu, Ç. N., ve Hıdıroğlu, Y. Ö. (2020). Real World Problem situations models created by 6th grade students in mathematical modelling. *Elementary Education Online*, *16*(4), 1702-1702.

Hidayat, R., Zulnaidi, H., ve Zamri, S. N. (2018). Roles of metacognition and achievement goals in mathematical modeling competency: A structural equation modeling analysis. *Plos One, 13*(11). doi:10.1371/journal.pone.0206211

Hidayat, R., Zamri, S. N. A., Zulnaidi, H., Abdullah, M. F. N. L., & Adnan, M. (2021). The Interrelationships between Metacognition and Modeling Competency: The Moderating Role of The Academic Year. *European Journal of Educational Research*, *10*(4), 1853-1866.

İnan-Tutkun, M., ve Didiş-Kabar, M. G. (2018). Ortaokullarda matematiksel modelleme: 7. sınıf öğrencilerinin “hava durumu” modelleme problemi ile deneyimi. *Adıyaman University Journal of Educational Sciences*, *8*(2), 23-52.

Jacobs, J. E., ve Paris, S. G. (1987). Children's metacognition about reading: Issues in definition, measurement, and instruction. *Educational Psychologist*, *22*(3-4), 255-278.

Kaiser, G., Blomhøj, M. ve Sriraman, B. (2006). Matematiksel modelleme için didaktik bir teoriye doğru. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* , *38* (2), 82-85.

Kaiser, G., ve Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, *38*(3), 302-310.

Kanadlı, S., ve Sağlam, Y. (2013). Üstbilişsel davranışlar problem çözmede faydalı mıdır?. *İlköğretim Online*, 12(4), 1074-1085.

Kapur, J. N. (1982). The art of teaching the art of mathematical modelling. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *13*(2), 185-192.

Karaçam, S., ve Gürsel, Ü. (2020). Soru çözümünde kullanılan bilişsel ve üstbilişsel stratejilerin üstbilişsel farkındalık ve kavramsal anlama açısından incelenmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *20*(1), 415-438.

Karataş, İ. (2002). *8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde kullanılan bilgi türlerini kullanma düzeyleri* (Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon).

Kertil, M. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi* (Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul).

Kim, Y. R. (2013). Building a theoretical model of metacognitive processes in complex modeling activities: A window into the development of students' metacognitive abilities.

Lesh, R., Carmona, G., ve Post, T. (2002). *Models and modeling*.

Lesh, R. ve Caylor, B. (2007). Introduction to special issue: Modeling as application versus modeling as a way to create mathematics. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 12(3), 173-194.

Lesh, R., ve Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning and problem solving. R. Lesh, & H. M. Doerr içinde, *Beyond Constructivism Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching* (s. 3-34).

Lesh, R., ve Lehrer, R. (2003). Models and modeling perspectives on the development of students and teachers. R. Lesh içinde, *Mathematical Thinking and Learning* (s. 109-129). doi:10.1080/10986065.2003.9679996

Lehrer, R., ve Schauble, L. (2003). Origins and evolution of model-based reasoning in mathematics and science. In *Beyond Constructivism* (pp. 59-70). Routledge.

Lester, F. K. (1994). Musings about mathematical problem-solving research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, *25*(6), 660-675.

Lingefjärd, T. (2006). Faces of mathematical modeling. *ZDM*, *38*, 96-112.

Loper, A. B. (1982). Metacognitive training to sorrect academic deficiency. *Topics in Learning and Learning Disabilities*, *2*(1), 61-68.

Lucangeli, D., ve Cornoldi, C. (1997). Mathematics and metacognition: What is the nature of the relationship?. *Mathematical cognition*, *3*(2), 121-139.

Lyons, W. (1986). The disappearance of introspection.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM, 38*(2), 113-142.

Magiera, M. T., ve Zawojewski, J. S. (2011). Characterizations of social-based and self-based contexts associated with students' awareness, evaluation, and regulation of their thinking during small-group mathematical modeling. *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 42*(5), 486-520. doi:10.5951/jresematheduc.42.5.0486

Mason, J. (1988). Modelling: What do we really want pupils to learn. *Mathematics, teachers and children*, 201-215.

Maxwell, J. (1992). Understanding and validity in qualitative research. *Harvard educational review*, *62*(3), 279-301.

MEB, (2018a). Milli eğitim bakanlığı talim terbiye kurulu başkanlığı. *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı 9.,10.,11. ve 12.sınıflar için.* Ankara.

MEB, (2018b). Milli eğitim bakanlığı talim terbiye kurulu başkanlığı. *Matematik dersi öğretim programı ilkokul ve ortaokul 1.,2.,3.,4.,5.,6.,7. ve 8. sınıflar için.* Ankara.

Merriam, S. B. (1998). Qualitative research and case study applications in education. San Francisco: Jossey-Bass.

Mertens, D. M. (2014). Ethical use of qualitative data and findings. *The SAGE handbook of qualitative data analysis*, 510-523.

Mevarech, ZR ve Kramarski, B. (1997). GELİŞTİRME: Heterojen sınıflarda matematik öğretmek için çok boyutlu bir yöntem. *Amerikan Eğitim Araştırmaları Dergisi, 34* (2), 365-394.

Miles, M. B., ve Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. Sage.

Müller, G., ve Wittmann, E. (1984). Der mathematikunterricht in der primarstufe.

Olkun, S., Şahin, Ö., Akkurt, Z., Dikkartın, F. T., ve Gülbağcı, H. (2009). Problem solving and generalization through modeling: A study on elementary school students. *Egitim ve Bilim*, *34*(151), 65.

Özcan, Z. Ç., ve Erktin, E. (2015). Enhancing mathematics achievement of elementary school students through homework assignments enriched with metacognitive questions. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *11*(6), 1415-1427.

Özsoy, G. (2008). Üstbiliş. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, *6*(4), 713-740.

Özsoy, G. ve Ataman, A. (2009). The effect of metacognitive strategy training on mathematical problem solving achievement. *International Electronic Journal of Elementary Education*, *1*(2), 67-82.

Panaoura, A. Gagatsis, A. ve Demetriou, A. (2009). An intervention to the metacognitive performance: Self-regulation in mathematics and mathematical modeling. *Acta Didactica Universitatis Comenianae Mathematics*, *9*, 63-79.

Patton, M. Q. (2018). *Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri.* Pegem Akademi.

Polya, G. (1977). *Mathematical methods in science* (Vol. 26). Cambridge University Press.

Rivers, W. P. (2001). Autonomy at all costs: An ethnography of metacognitive self-assessment and self-management among experienced language learners. *The modern language journal*, *85*(2), 279-290.

Rosenthal, D. (2000). Consciousness and metacognition. In *Metarepresentation: Proceedings of the tenth Vancouver cognitive science conference* (pp. 265-295). New York: Oxford University Press.

Rubson, S., (2010). Self-regulation and metacognition in young children's self-initiated play and reflective dialogue. *International Journal of Early Years Education*, 18(3), 227- 241.

Saka E. ve Çelik, D. (2016). Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde teknolojinin rolü. *Adıyaman University Journal of Educational Sciences*, *8*(2), 116-149.

Shils, E. (1959). The culture of the Indian intellectual. *The Sewanee Review*, *67*(2), 239-261.

Schoenfeld, A.H. (1985). Mathematical problem solving. Lawrence Erlbaum Associates.

Schoenfeld, A. H. (2006). Problem solving from cradle to grave. In *Annales de didactique et de sciences cognitives* (Vol. 11, pp. 41-73).

Schoenfeld, A. H. (1992). On paradigms and methods: What do you do when the ones you know don't do what you want them to? Issues in the analysis of data in the form of videotapes. *The Journal of the Learning Sciences*, *2*(2), 179-214.

Schraw, G. (1994). The effect of metacognitive knowledge on local and global monitoring. *Contemporary educational psychology*, *19*(2), 143-154.

Schraw, G., ve Dennison, R. S. (1994). Assessing metacognitive awareness. *Contemporary educational psychology*, *19*(4), 460-475.

Schraw, G., ve Moshman, D. (1995). Metacognitive theories. *Educational Psychology Review,, 7*(4), 351-371.

Schraw, G. (1998). Promoting general metacognitive awareness. *Instructional science*, *26*(1), 113-125.

Schraw, G. (2001). Promoting general metacognitive awareness. In *Metacognition in learning and instruction: Theory, research and practice* (pp. 3-16). Dordrecht: Springer Netherlands.

Schukajlow, S. (2011). *Mathematisches modellieren* (Vol. 6). Waxmann Verlag.

Schukajlow, S., ve Krug, A. (2013). Planning, monitoring and multiple solutions while solving modelling problems. In *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 177-184). Kiel, Germany: PME.

Schukajlow, S., ve Leiß, D. (2011). Selbstberichtete Strategienutzung und mathematische Modellierungskompetenz. *Journal für Mathematikdidaktik*, *32*(1), 53-77.

Slife, B. D. (1985). Depression and Metacognitive Skill in Problem Solving.

Spradley, J. P. (2016). *Participant observation*. Waveland Press.

Stake, R. E. (1995). The art of case study research. Thousand Oaks, CA: Sage.

Stake, R. E. (2005). Qualitative case studies. In N. K. Denzin, & Y.S. Lincoln (Eds.), The Sage handbook of qualitative research (3rd ed., pp. 443-466). Thousand Oaks, CA: Sage.

Strauss, A., ve Corbin, J. (1990). *Basics of qualitative research*. Sage publications.

Stillman, G. (2011). Applying metacognitive knowledge and strategies in applications and modelling tasks at secondary school. *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA14*, 165-180.

Stillman, G. A., ve Galbraith, P. L. (1998). Applying mathematics with real world connections: Metacognitive characteristics of secondary students. *Educational studies in mathematics*, *36*, 157-194.

Stillman, G., ve Galbraith, P. (2011). Evolution of applications and modelling in a senior secondary curriculum. *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA14*, 689-699.

Swanson, H. L. (1990). Influence of metacognitive knowledge and aptitude on problem solving. *Journal of educational psychology*, *82*(2), 306.

Tarricone, P. (2011). *The taxonomy of metacognition*. Psychology Press.

Temur, Ö. D., Özsoy, G., ve Turgut, S. (2019). Metacognitive instructional behaviours of preschool teachers in mathematical activities. *ZDM*, *51*, 655-666.

Trelinski, G. (1983). Spontaneous mathematization of situations outside mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *14*(3), 275-284.

Wiburne, J. M. (1997). *The effect of teaching metacognition strategies to preservice elementary school teachers on their mathematical problem-solving achievement and attitude.*

Van de Walle J., Karp S., ve Bay-Williams J. M., (2016). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim*. Yayınevi: Nobel Akademik Yayıncılık.

Verschaffel, L., De Corte, E., ve Vierstraete, H. (1999). Upper elementary school pupils' difficulties in modeling and solving nonstandard additive word problems involving ordinal numbers. *Journal for research in mathematics education*, *30*(3), 265-285.

Voskoglou, M. (2007). A stochastic model for the modelling process. I. 12 içinde, *Mathematical Modelling* (s. 149-157). Woodhead Publishing.

Vorhölter, K. (2018). Conceptualization and measuring of metacognitive modelling competencies: Empirical verification of theoretical assumptions. *Zdm*, *50*(1), 343-354.

Vorhölter, K., Krüger, A., ve Wendt, L. (2019). Chapter 2: Metacognition in mathematical modeling–An overview. *Affect in mathematical modeling*, 29-51.

Vorhoelter, K. (2021). Metacognition in mathematical modeling: The connection between metacognitive individual strategies, metacognitive group strategies and modeling competencies. *Mathematical Thinking and Learning*, *25*(3), 317-334.

Yetkin-Özdemir, İ. E. ve Sarı, S. (2016). Matematik öğrenme ve problem çözmede üstbilişin rolü.

Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2013). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. Ankara, Türkiye: Seçkin Yayıncılık.

Yimer, A., ve Ellerton, N. F. (2010). A five-phase model for mathematical problem solving: Identifying synergies in pre-service-teachers' metacognitive and cognitive actions. *ZDM*, *42*, 245-261.

Yin, R. K. (2003). Case study research: Design and methods (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

YÖK, (2018a). Yüksek öğretim kurulu başkanlığı. *İlköğretim matematik öğretmenliği lisans programı.* Ankara.

YÖK, (2018b). Yüksek öğretim kurulu başkanlığı. *Matematik öğretmenliği lisans programı.* Ankara.

Yussen, S. R. (1985). The role of metacognition in contemporary theories of cognitive development. In *Contemporary Research in Cognition and Metacognition*. Academic Press.

EKLER

EK-1: ENSTİTÜ ETİK KURUL İZNİ

Marmara Üni Evrak Tarih ve Sayısı: 28.03.2023-511999

T.C.

MARMARA ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİK KURULU KARARI

Sayı: .... **Tarih:**
Çalışmanın Yürütücüsü: Prof. Dr. Hatice AKKOÇ
Diğer Araştırmacılar: Meryem TAYYAR
Onay Tarihi ve Onay Sayısı: 10.03.2023 /03-06

Sayın: Prof. Dr. Hatice AKKOÇ

"Matematik Öğretmen Adaylarının Üst Bilişsel Becerilerinin Matematiksel Modelleme Sürecindeki Rolü" isimli çalışmanız Üniversitemiz Eğitim Bilimler Enstitüsü Araştırma ve Yayın Etik Kurulu tarafından incelenmiş ve etik yönden uygunluğuna karar verilmiştir.

Prof. Dr. Mustafa USLU
Kurul Başkanı

Prof. Dr. Seyfi KENAN
Üye

Prof. Dr. Feruzan GÜNDOĞAR
Üye

Prof. Dr. Musa ÜCE
Üye

Prof. Dr. Halil EKŞİ
Üye

Prof. Dr. Ali KIZILET
Üye

Prof. Dr. Mustafa S. KAÇALİN
Üye

EK-2: **UZMAN GÖRÜŞ FORMU**

Değerli Hocam,

Marmara Üniversitesinde matematik eğitiminden tezli yüksek lisans yapmaktayım. Çalışmamda matematik öğretmen adaylarının üst bilişsel becerilerinin matematiksel modelleme sürecindeki rolünü incelemeyi amaçlamaktayım. Amaç doğrultusunda matematik öğretmenliği lisans programında öğrenim gören 4.sınıf düzeyinde 4 öğretmen adayı ile toplamda üç matematiksel modelleme etkinliği ve görüşme soruları içeren mülakatlar yapacağım. Araştırmada gereksinim duyulan veri toplama araçları uzman değerlendirmesi için sırasıyla ekte sunulmuştur. EK-1 ve EK-3 bireysel, EK-2 grup çalışması şeklinde uygulanacaktır. Yapılacak mülakat içerikleri sizin değerlendirmeniz neticesinde gerekli düzeltmeler yapılarak uygulamaya hazır hale getirilecektir.

Sizden, hazırlanan etkinlik ve soruların matematiksel modelleme ve üst biliş becerilerine uygunluk yönünden ve amaca uygun olup olmadıklarına ilişkin değerlendirme yapmanız beklenmektedir. İlgili kavram, ilke ve çerçeveler aşağıda veri toplama araçlarının özellikleri başlığı altında Alanyazından desteklenerek sunulmuştur. Beraberinde sunulan değerlendirme kriterleri tablosunu doldururken sunulan bilgileri dikkate alınız. Uzman görüşü için aşağıda belirtilen kriterler doğrultusunda değerli dönütleriniz, veri toplama araçlarını geliştirme noktasında önemli katkılar sunacaktır.

Değerlendirme sırasında açıklanmasını istediğiniz durumlar olursa …………………. adresinden iletişime geçebilirsiniz. Emeğiniz ve katkılarınız için şimdiden teşekkür eder, iyi çalışmalar dilerim.

Meryem TAYYAR

Matematik Öğretmeni

Yüksek Lisans Öğrencisi

Değerlendirme Kriterleri

Maddeler	Evet	Hayır	Öneri
1. Matematiksel modelleme etkinlikleri modelleme ilkelerine uygun mudur?			
2. Modelleme etkinliklerinin uygulama sırası uygun mudur?			
3. Sorularda herhangi bir bilimsel hata var mıdır?			
4. Sorular öğretmen adaylarının bilişsel düzeylerine uygun mudur?			
5. Soruların niteliği öğretmen adaylarının üst bilişsel becerilerini açığa çıkarmak için yeterli midir?			
6. Etkinlik ve soru sayısı yeterli midir?			
7. İçeriklere eklenmesi/çıkarılması gereken bölüm/ifadeler bulunmakta mıdır?			
DİĞER GÖRÜŞ VE ÖNERİLERİNİZ:			

Değerlendiren Uzmanın

Adı-Soyadı	İmza	Tarih
		…./…./2023

EK-3: BİLGİLENDİRİLMİŞ ONAM FORMU

Değerli Öğretmen Adayı Meslektaşım,

Bu çalışma Marmara Üniversitesi Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencilerinden Meryem TAYYAR tarafından Prof. Dr. Hatice AKKOÇ danışmanlığında yürütülmektedir. Çalışmanın amacı; matematik öğretmen adaylarının üst bilişsel becerilerinin matematiksel modelleme sürecindeki rolünü incelemektir. Bu amaç doğrultusunda, modelleme sürecinde öne çıkan üst bilişsel becerileri (planlama, izleme, değerlendirme ve tahmin) belirlemek ve bu becerilerin matematiksel modelleme döngüsünün her bir aşamasındaki dağılımını açıklamak hedeflenmektedir.

Bu nedenle sizden beklenen aşağıda belirtilen soruları dikkatle okuyup uygulama sırasındaki performansınızı göz önünde bulundurarak düşüncelerinizi en iyi şekilde açıkça ifade etmenizdir.

Görüşme soruları genel olarak kişisel rahatsızlık verecek herhangi bir ayrıntı içermemektedir. Özellikle belirtmek isteriz ki bu görüşme bu araştırma sürecinde yalnızca araştırmacılar tarafından incelenecektir. Bu çalışma sonucunda oluşturulacak dokümanlarda isminiz dolaylı ya da doğrudan hiçbir şekilde geçmeyecektir. Bu çalışmaya katıldığınız için şimdiden teşekkür ederiz.

Bu çalışmaya tamamen gönüllü olarak katılıyor ve verdiğiniz bilgilerin bilimsel amaçlı yayınlarda kullanılmasını kabul ediyorsanız, aşağıdaki kutucuğu işaretleyiniz:

Evet, bu çalışmaya tamamen gönüllü katılıyor ve bilgilerimin bilimsel amaçlı yayınlarda kullanılmasına izin veriyorum.	

Görüşme Tarihi: ……/……./2023

Adı - Soyadı:

İmza:

Kişisel Bilgi Formu

Öğrenim Gördüğünüz Üniversite:

Okuduğunuz Bölüm:

Sınıf Düzeyiniz:

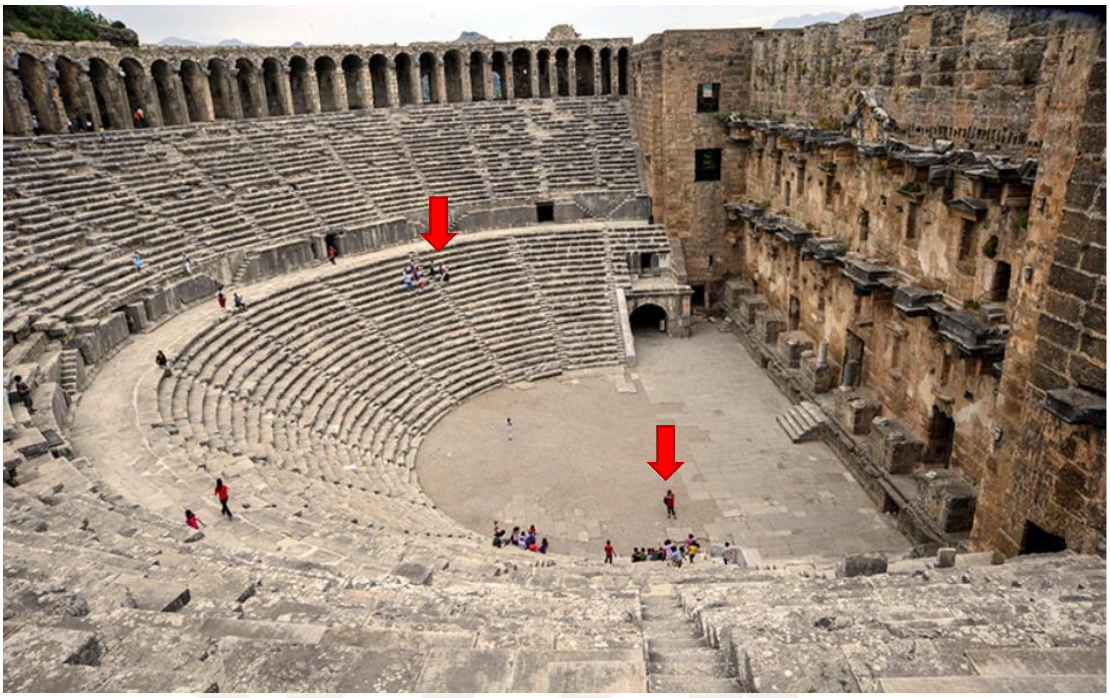
EK-4: ARAŞTIRMACI GÖZLEM FORMU

Araştırmacı/ Gözlemci Adı Soyadı imza	Gözlemlenen Öğretmen Adayının Adı-Soyadı	Gözlem Tarihi
Öğrenci sayısı	Gözlem Yeri	Süre (dakika)

Bu gözlem formu öğretmen adaylarının matematiksel modelleme etkinlikleri sırasında zorlandıkları noktaları ve kullandıkları üst bilişsel becerileri saptamak amacıyla kullanılacaktır. Aşağıda yer alan kodlar öğretmen adaylarını ifade etmektedir. Bu kodlar gözlem sırasında değiştirilebilir, ekleme ya da çıkarma yapılabilir.

EK-5: **ETKİNLİK 1**

ASPENDOS ANTİK TİYATROSU



Aspendos Antik Tiyatrosu ve su kemerleri, ülkemizin Antalya ilinde bulunan M.S. 2.yüzyılda inşa edilen önemli Roma dönemi tarihi eserlerindendir.

Rivayete göre, bu değerli eserler bir aşk hikayesinin sonucudur. Aspendos kralı, kızı Belkıs'ın evleneceği kişiye karar verebilmek için bir yarışma düzenler. Yarışmayı Aspendos'a en faydalı olacak eseri yapan kişi kazanacaktır. Sona iki proje kalır. Bu projelerin sahiplerinden biri şehre hayat veren su kemerleri ile Italicus; diğeri ise halkı eğlendirmek amaçlı yapılan antik tiyatro ile Zenon'dur. Kral, her ikisini de gezer ve karasız kalır. Kızını ikiye bölmeye karar verir. Zenon, bu durum kralın kızının ölümüne yol açacağından vazgeçer. Kral, Zenon'un kızını çok sevdiğini anlar ve kızını ona verir. Böylece antik tiyatronun ilk eğlencesi Zenon ve Belkıs'ın düğünü olur. Bu olayla birlikte "Aspendos Antik Tiyatrosu" diğer bir adı olan "Belkıs Tiyatrosu" olarak da anılır.

Aspendos Antik tiyatrosu 2015 yılında UNESCO Geçici Miras Listesi'nde yer almıştır. Bu yönüyle turistlerin ilgisini çekmektedir.

Bir turist kafilesi Antalya'da yaptıkları gezide Aspendos Antik Tiyatrosunu gezmeye gitmiştir. Bu gezi sırasında çekilen bir fotoğraf yukarıda verilmiştir. <u>Yalnızca yukarıdaki fotoğrafı dikkate alarak</u>;

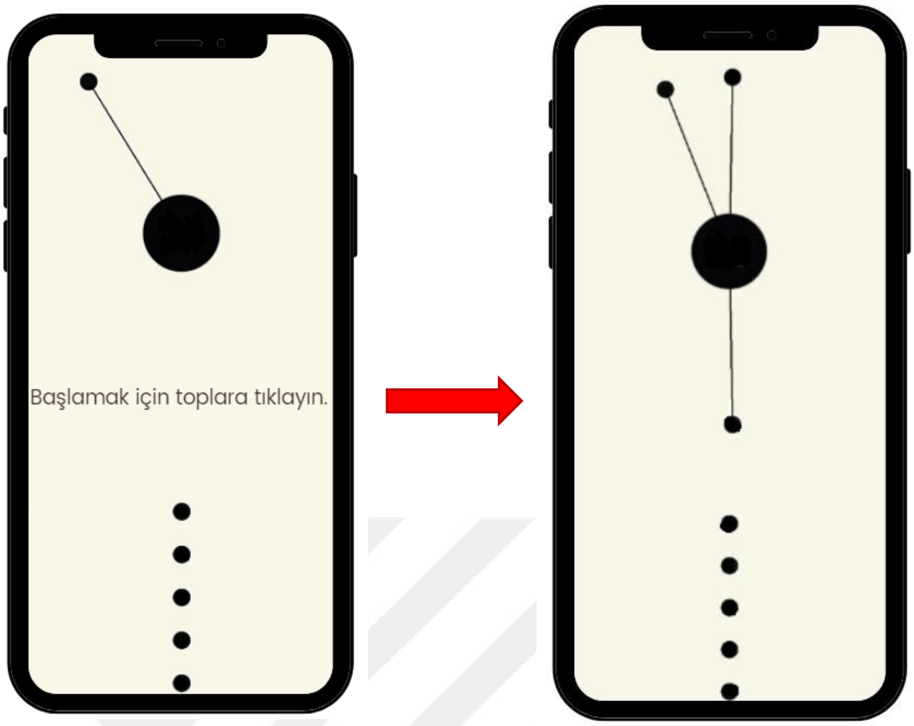
1. **İşaretli insanlar arasındaki uzaklığın ne kadar olabileceğini bulunuz.**
   a. Bulduğunuz sonucun gerçek yaşamla ilişkisini yorumlayınız.
   b. Sonucunuzu nasıl doğrularsınız?
2. **Antik tiyatronun gerçek yüksekliğinin ne kadar olabileceğini bulunuz.**
   a. Bulduğunuz sonucun gerçek yaşamla ilişkisini yorumlayınız.
   b. Sonucunuzu nasıl doğrularsınız?
3. **Sahnedeki kişinin yeri sabit olmak üzere basamaklarda bulunan kişinin basamak değişimine göre bu iki kişi arasındaki uzaklığı ifade edebileceğiniz bir matematiksel model oluşturunuz.**
   a. Modelinizi nasıl doğrularsınız? Modelinizin güvenirlik ve geçerliği için ne söyleyebilirsiniz?

b. Modelinizin eksik geliştirilebilir yönleri nelerdir?

*** Bukova-Güzel, E. (2019).** ***Matematik Eğitiminde Matematiksel Modelleme*** **(s.106).** 'den alınmıştır.

EK-6: **ETKİNLİK 2**

YAPIŞKAN TOPLAR OYUNU



Yapışkan toplar oyunu, mobil uygulama olarak tasarlanmış bir oyundur.

Oyun Kuralları

Oyun, merkezdeki büyük top sürekli dönerken ekranın alt bölümünde bulunan küçük toplara basarak atış yapma şeklinde ilerlemektedir.

Merkezdeki büyük top saat yönünde sürekli dönmektedir. Büyük top dönerken oyuncu küçük toplara basarak atış yapmalıdır. Atış yapılan top, büyük topa eşit uzunlukta iplerle ipler gergin olacak şekilde bağlanmaktadır. Önceden atılmış diğer küçük toplara temas ettiğinde ise oyun sona ermektedir.

Oyun Sınırlıkları

Nihayetinde küçük topları atacak yer kalmayacağından oyun sona erecektir.

<u>Oyun kuralları ve sınırlıkları dikkate alınarak;</u>

Uygulama sahibi sizden oyunun sürekli devam edebilmesi için yardım istemektedir. Oyunun sürekli devam edebilmesi için büyük topu bir miktar büyütmek gerekir.

- **Küçük topun büyüklüğü sabit tutularak, her atışta büyüme miktarı eşit olacak şekilde büyük top büyütülecektir. Oyunun sürekli devam edebilmesi için büyüme miktarının en az ne kadar olması gerektiğine dair matematiksel bir model kurunuz.**
  a. Bulduğunuz sonucu yorumlayınız
  b. Modelinizi nasıl doğrularsınız?
- **Büyük topun büyüklüğü sabit olmak üzere, küçük top her atışta bir önceki çapının 1/10'u kadar küçülürse oyun kaçıncı adımda sona erer?**

***Dost, Ş. (2019). Matematik Eğitiminde Modelleme Etkinlikleri (s. 126).**'nden alınarak düzenlenmiştir.

EK-7: **ETKİNLİK 3**

ÇAMLICA KULESİ SEYİR TERASI

Çamlıca kulesi, dünyada 100 radyo kanalının aynı anda frekansları birbirine karışmadan yayın yapabildiği ilk ve tek yer olma özelliği taşımaktadır. Verilerin tek merkezde toplanlaması gerek görüntü kirliliğinin önlenmesi gerek de enerjiden tasarruf edilmesi yönüyle önemlidir.

Kulenin mimari tasarımı Osmanlı döneminden beri Türkler için değerli bir simge olan "lale" çiçeğinden esinlenilerek yapılmıştır. Kulenin ayağı ve duruşu lalenin köklerini ve gövdesini; güneşe doğru yükseldikçe şekillenen yapısı ise henüz açmamış olan tomurcuğunu anımsatmaktadır.

Deniz seviyesinden 587 m yüksekliğe sahip olan kulenin içinde iki restoran ve iki seyir terası bulunmaktadır. Seyir terası, ziyarete gelen herkese İstanbul'u 360° seyretme imkânı sunmaktadır. Kule ile ilgili bazı teknik bilgiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 1. Teknik Bilgiler

Kulenin toplam yüksekliği	369 m
Zemin kotu	218 m
Kulenin deniz seviyesinden yüksekliği	587 m
Toplam kat sayısı	45 yer üstünde + 4 yer altında = 49
Seyir Katı 1	33.Kat – 148,5 m (deniz seviyesinden 366,5 m)
Seyir Katı 2	34.Kat – 153 m (deniz seviyesinden 371 m)
Restoran 1	39.Kat – 175,5 m (deniz seviyesinden 393,5 m)
Restoran 2	40.Kat – 180 m (deniz seviyesinden 398 m)

- **Deniz seviyesinde bulunan birinin Çamlıca kulesini görebileceği max mesafe ne kadar olabilir? Bu mesafenin değerinin hesaplanabileceği matematiksel bir model kurunuz.**
    a. Modelinizi nasıl doğrularsınız? Modelinizin güvenirlik ve geçerliği için ne söyleyebilirsiniz?
    b. Modelinizin eksik geliştirilebilir yönleri nelerdir?
- **Seyir Katı 2'den bakan biri yeryüzünde kaç km^2 lik bir alanı görebilir?**
    a. Bulduğunuz sonucun gerçek yaşamla ilişkisini yorumlayınız.
    b. Sonucunuzu nasıl doğrularsınız?
- **Havanın açık ve bulutsuz olduğu bir günde Çamlıca Kulesinden Bursa yönüne bakan biri Uludağ'ı görebilir mi? Yanıtınızı açıklayınız.**

Blum, W. ve Ferri, R. B. (2009). Mathemetical modelling: can it be taugtht and learnt?.** ***Journal of Mathematical Modelling and Application**, 1(1), 45-58.** Makalesindeki "Ligthouse" (deniz feneri) sorusu araştırmacı tarafından uyarlanarak yeniden hazırlanmıştır.

EK-8: **GÖREV TEMELLİ MÜLAKAT FORMU**

Tarih:…../……/2023

Etkinlik Adı:

Değerli Öğretmen Adayı Meslektaşım,

Bu çalışmanın amacı öğretmen adaylarının üst bilişsel becerilerinin matematiksel modelleme sürecindeki rolünü belirlemektir. Sizden beklenen süreç boyunca tüm düşüncelerinizi ayrıntılı bir şekilde **sesli olarak ifade etmeniz** ve aşağıda verilen yönergeleri takip ederek size yöneltilen matematiksel modelleme problemlerinin çözümünü yapmanızdır.

Yönergeler

1. Problemi sesli olarak okuyunuz. Anlamadığınız ya da problemin anlaşılır olmayan yönlerini sorunuz.
2. Problemde neler verildiğini ve sizden istenenin ne olduğunu açıklayınız.
3. Problemi çözmek için hangi verilere ihtiyacınız olduğunu düşünüyorsunuz? Problemde verilmeyen herhangi bir bilgiye ihtiyacınız olacak mı? Açıklayınız.
4. Çözüm için varsayım/lar oluşturunuz.
5. Çözüm için nasıl bir yol/çözüm stratejisi uygularsınız? Neden? Açıklayınız.
6. Sizce bu modeli farklı bir şekilde oluşturmak mümkün müdür? Açıklayınız.
7. Sizce bu modeli oluştururken farklı matematiksel bilgiler kullanılabilir mi? Açıklayınız.
8. Elde ettiğiniz sonucu yorumlayınız. Sonucunuzun gerçek yaşamda mantıklı olup olmadığını açıklayınız.
9. Çözümünüzü baştan sona gözden geçiriniz. Varsayımlarınızı, işlemlerinizi ve modelinizi kontrol ediniz.
10. Modelinizi doğrulayınız. Bu problemi başka türlü nasıl çözebilirdiniz? Açıklayınız.

Aşağıda yöneltilen soruları uygulama sırasındaki performansınızı dikkate alarak yanıtlayınız.

1. Kendi performansınızı değerlendiriniz. Güçlü ya da zayıf yönleriniz nelerdir?

2. Herhangi bir aşamada zorlandığınız durumlar oldu mu? Eğer zorlandıysanız, sizce zorlanmanızın nedeni nedir? Açıklayınız.

3. Daha başarılı bir sonuç elde edebilmeniz için problem üzerinde veya uygulamada nelerin değişmesini isterdiniz? Neden? Açıklayınız.

Ek-9: **YARI YAPILANDIRILMIŞ GÖRÜŞME FORMU**

Tarih:…../……/2023

Görüşme Soruları

1. Matematiksel modelleme sürecine dair deneyiminize yönelik genel görüşleriniz nelerdir?

2. Üç matematiksel modelleme sorusunu karşılaştırdığınızda zorluk düzeyleri hakkında ne düşünüyorsunuz? Zor olduğunu düşündüğünüz soruda niçin zorlandığınızı düşünüyorsunuz? Zorlandığınız noktalarda hangi tür kaynaklara başvurdunuz (öğretmen, arkadaş, materyal)?

3. Üç matematiksel modelleme sorusunu karşılaştırdığınızda kolay olduğunu düşündüğünüz sorunun niçin daha kolay olduğunu açıklayınız.

4. “Aspendos Tiyatrosu” probleminde matematiksel modelleme döngüsüne göre hangi aşamaları kolaylıkla yapıp hangilerinde zorlandığınızı düşünüyorsunuz? Nedenleriyle açıklar mısınız?

5. “Yapışan Toplar” probleminde matematiksel modelleme döngüsüne göre hangi aşamaları kolaylıkla yapıp hangilerinde zorlandığınızı düşünüyorsunuz? Nedenleriyle açıklar mısınız?

6. “Çamlıca Seyir Terası” probleminde matematiksel modelleme döngüsüne göre hangi aşamaları kolaylıkla yapıp hangilerinde zorlandığınızı düşünüyorsunuz? Nedenleriyle açıklar mısınız?

7. Üç matematiksel modelleme etkinliğinde sergilediğiniz performansı düşündüğünüzde ortak olan güçlü/zayıf yönleriniz nelerdir?

8. Üç matematiksel modelleme etkinliğinde sergilediğiniz performansı düşündüğünüzde farklılaşan güçlü/zayıf yönleriniz nelerdir?

9. Sizce üç etkinlikte yer alan problemler sırasıyla hangi matematiksel bilgi ve becerilere sahip olmayı gerektirmektedir?

10. Sizce üst bilişsel becerilerin matematiksel modelleme sürecindeki rolü nedir?

Ek-10

Matematik Öğretmen Adaylarının Üst Bilişsel Becerilerinin Matematiksel Modelleme Basamaklarında Öne Çıkan Rollerine İlişkin Sonuç Tablosu

Problemi Anlama			
Planlama	**Tahmin**	**İzleme**	**Değerlendirme**
-Verilen-istenen ilişkisini kurma, neden ve nerede kullanılacağını belirleme	-Okuyucudan istenebilecek olası durumları sıralama ve sorunun ne istediğini netleştirme	-Sergilenen bilişsel eylemleri yönetme ve detayları fark etme -Sonraki basamaklarda strateji kurarken kolaylık sağlama	-Problemde verilenlerin amacını anlama ve istenen durumdan emin olma
Sadeleştirme			
Planlama	**Tahmin**	**İzleme**	**Değerlendirme**
-Varsayımları ve stratejileri belirlerken sunulan bilgiler ile şemalarda kodlu bilgileri eşleştirme (eleştirel-olasılıksal akıl yürütme becerisi-deneyim etkili)	-Farklı ihtimalleri tarayarak zihinde ön izleme yapma	-Değişkenlerin birbiriyle ilişkisini, önemini ve nasıl kullanılacağını anlamaya çalışma -Planlanan stratejinin uygulamasında engel durumları belirleme	-Modelde gerekli değişkenleri belirleme -Strateji ve varsayımların doğru ve amaca uygunluğuna onay verme
Matematikselleştirme			
Planlama	**Tahmin**	**İzleme**	**Değerlendirme**
-Bilinen formülleri gözden geçirme ve uygun olanı belirleme	-Yazılan cebirsel ifadenin ne anlama geldiğini belirlemek için model doğrulama stratejisi -Çözüme geçebilmek için devamlılığı sağlama	-Boyutlar arası geçiş (2B-3B) incelemesi (uzamsal düşünme etkili) -Varsayım kontrolü yapma, ek varsayım yazma -Modelde hata kontrolü yapma	-İzleme yaparken arka planda stratejik adımlarda/işlemlerde hata olup olmadığına karar verme -Modelin gerçeğe uygunluğunu tartışma
Matematiksel Çalışma			
Planlama	**Tahmin**	**İzleme**	**Değerlendirme**
-Nasıl hesaplarım sorusuna yanıt aramak için ihtiyaç analizi yapma -Alan bilgisinin nasıl kullanılacağını organize etme	- Olası sonuçları öngörme -İşlem hatalarının kaynağını yorumlama -İşlem öncesi düşünceler ile sonrası sonuçları uzlaştırma -Hız kazandırma	-İşlem yaparken adımları takip etme -İşlem kontrolü yapma -Yanlışı fark ettirme doğru sonuca ulaştırma	-İşlem hatalarını değerlendirme -Bulunan sonucun yeterliğine karar verme -Sonucun ne ifade ettiğini açıklama
Yorumlama			
Planlama	**Tahmin**	**İzleme**	**Değerlendirme**
-Varsayımları yapılandırma ve yeni fikirler üretme (yenilikçi bakış açısı)	-Farklı olası sonuçları düşünerek sonucun gerçek hayata uygunluğunu yorumlama	-Problem çözme sürecini gözden geçirme -Eksikleri fark etme -Yeni yöntem keşfetme	-Planın sonuçları ile alternatif çözümleri geçerlik, güvenirlik-gerçeğe yakınlığını değerlendirme
Doğrulama			
Planlama	**Tahmin**	**İzleme**	**Değerlendirme**
-Doğrulama stratejisi seçme ve nasıl uygulanacağını organize etme (çok boyutlu düşünme)	-Deneyimlerle kıyaslayama (doğrulama stratejisi) -Doğrulamayı güçlendirme ve kolaylaştırma	-Doğrulama adımlarını takip etme -Plan dışı durumları ortaya koyma (doğrulama stratejisi)	-Gerçek yaşamla matematiksel sonuçların uyuşumunu kontrol etme -Problem çözme sürecini bitirme