

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

**DÖRT ROTORLU İNSANSIZ HAVA ARAÇLARI İÇİN VERİYE DAYALI
KONTROL SİSTEM TASARIMI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Atakan YILDIZ

Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı

Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Programı

HAZİRAN 2024

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

**DÖRT ROTORLU İNSANSIZ HAVA ARAÇLARI İÇİN VERİYE DAYALI
KONTROL SİSTEM TASARIMI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Atakan YILDIZ
(504211101)**

Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı

Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Leyla GÖREN SÜMER

HAZİRAN 2024

ISTANBUL TECHNICAL UNIVERSITY ★ GRADUATE SCHOOL

**DATA DRIVEN CONTROL SYSTEM DESIGN FOR QUADROTOR
UNMANNED AERIAL VEHICLES**



M.Sc. THESIS

**Atakan YILDIZ
(504211101)**

Control And Automation Engineering

Control And Automation Engineering Programme

Thesis Advisor: Prof. Dr. Leyla GÖREN SÜMER

JUNE 2024

İTÜ, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü'nün 504211101 numaralı Yüksek Lisans öğrencisi Atakan YILDIZ, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “DÖRT ROTORLU İNSANSIZ HAVA ARAÇLARI İÇİN VERİYE DAYALI KONTROL SİSTEM TASARIMI” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. Leyla GÖREN SÜMER**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof. Dr. Yaprak YALÇIN**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Dr. Öğr. Üyesi Onur AKBATI
Yıldız Teknik Üniversitesi

Teslim Tarihi : **20 Mayıs 2024**
Savunma Tarihi : **24 Haziran 2024**





Aileme,



ÖNSÖZ

Bu çalışmanın her aşamasında yardımlarını esirgemeyen değerli hocam Prof. Dr. Leyla GÖREN SÜMER'e, bu süreçte manevi olarak desteklerini esirgemeyen ve bana yardımcı olan arkadaşlarıma, beni ben yapan, bana her konuda destek olan ve beni yetiştiren aileme teşekkür ederim.

Mayıs 2024

Atakan YILDIZ
(Kontrol ve Otomasyon Mühendisi)



İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ	ix
İÇİNDEKİLER	xi
KISALTMALAR	xiii
SEMBOLLER	xv
ÇİZELGE LİSTESİ	xxi
ŞEKİL LİSTESİ	xxiii
ÖZET	xxvii
SUMMARY	xxxi
1. GİRİŞ	1
1.1 Motivasyon	1
1.2 Tezin Amacı	2
1.3 Literatür Özeti	2
1.4 Tezin Yapısı	6
2. DÖRT ROTORLU İNSANSIZ HAVA ARACI SİSTEMİ	7
2.1 Dört Rotorlu İnsansız Hava Aracı Konfigürasyonu ve Hareketleri	7
2.2 Eksen Takımları ve Dönüşüm Matrisleri	10
2.3 Dört Rotorlu İnsansız Hava Aracı Matematiksel Modeli	14
2.3.1 Kinematik model	14
2.3.2 Dinamik model	15
2.3.2.1 Öteleme dinamiği	16
2.3.2.2 Dönme dinamiği	17
2.3.3 Kuvvet ve momentler	18
2.3.4 Motor dinamiği ve parametreler	20
3. VERİYE DAYALI KONTROL	21
3.1 Dinamik Mod Ayırıştırması (DMD)	22
3.1.1 DMD metodu uygulama adımları	23
3.2 Dinamik Mod Ayırıştırması İle Kontrol (DMDc)	25
3.2.1 DMDc metodu uygulama adımları	26
4. DOĞRUSAL KARESEL REGÜLATOR (LQR)	29
4.1 Doğrusal Karesel Regülatör (LQR) Teknikleri İle Kontrolcü Tasarımı	29
4.2 İntegral Etkili Doğrusal Karesel Regülatör (LQR-I) Teknikleri İle Kontrolcü Tasarımı	31
5. DÖRT ROTORLU HAVA ARACI MODELLEMESİ VE KONTROLÜ	35
5.1 Dört Rotorlu İnsansız Hava Aracının Yükseklik ve Duruş Değişkenlerine Ait Model	35
5.1.1 Sistemi kararlı kılan kontrolcü	36
5.1.2 Modele ait sonuçları	40
5.2 DMDc Metoduyla Dört Rotorlu İnsansız Hava Aracı Sisteminin Durum-Uzay Modelinin Elde Edilmesi	42

5.2.1 Durum-uzay modeli 1 : dört rotorlu insansız hava aracı sistemi için durum uzay modeli	43
5.2.1.1 Model sonuçları	44
5.2.2 Durum-uzay modeli 2 : dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin yükseklik ve duruş değişkenlerine ait durum uzay modeli	52
5.2.2.1 Model sonuçları	53
5.3 Durum-Uzay Modeli Kullanılarak LQR Teknikleriyle Kontrolör Tasarımı	55
5.3.1 LQR ile kontrol edilmiş sisteme ilişkin sonuçlar	57
5.4 Durum-Uzay Modeli Kullanılarak LQR-I Teknikleriyle Kontrolör Tasarımı .	59
5.4.1 LQR-I ile kontrol edilmiş sisteme ilişkin sonuçlar	61
6. SONUÇ VE ÖNERİLER	65
6.1 Gelecek Çalışmalar	66
KAYNAKLAR	67
ÖZGEÇMİŞ	69



KISALTMALAR

İHA	: İnsansız Hava Aracı
DMDc	: Dinamik Mod Ayırıştırması ile Kontrol (Dynamic Mode Decomposition with Control)
DMD	: Dinamik Mod Ayırıştırması (Dynamic Mode Decomposition)
SVD	: Tekil Değer Ayırıştırması (Singular Value Decomposition)
LQR	: Doğrusal Karesel Regülatör (Linear Quadratic Regulator)
LQR-I	: İntegral Etkili Doğrusal Karesel Regülatör (Linear Quadratic Regulator with Integral)
UAV	: Unmanned Aerial Vehicle
PID	: Oransal İntegral Türevsel (Proportional Integral Derivative)
DOF	: Serbestlik Derecesi (Degrees of Freedom)
MPC	: Model Öngörülü Kontrol (Model Predictive Control)
LQG	: Doğrusal Karesel Gaussian (Linear Quadratic Gaussian)



SEMBOLLER

B	: Gövde eksen takımına ait eksen matrisi
x_b, y_b, z_b	: Gövde eksen takımına ait eksen bileşenleri
E	: Dünya eksen takımına ait eksen matrisi
x_e, y_e, z_e	: Dünya eksen takımına ait eksen bileşenleri
ϕ, θ, ψ	: Euler açıları (Sırasıyla yuvarlanma, yunuslama ve sapma)
R	: Rotasyon matrisi
T	: Transformasyon matrisi
R_b^e	: Gövde eksen takımından dünya eksen takımına geçiş için kullanılan rotasyon matrisi
$R_x(\phi)$	: x ekseninde yuvarlanma açısı kadar dönmeyi ifade eden temel dönüşüm matrisi
$R_y(\theta)$	: y ekseninde yunuslama açısı kadar dönmeyi ifade eden temel dönüşüm matrisi
$R_z(\psi)$	: z ekseninde sapma açısı kadar dönmeyi ifade eden temel dönüşüm matrisi
R_e^b	: Dünya eksen takımından gövde eksen takımına geçiş için kullanılan rotasyon matrisi
ω	: Gövde eksen takımındaki açısal hız matrisi
p, q, r	: Gövde eksen takımındaki açısal hız bileşenleri
$\dot{\eta}$	: Dünya eksen takımındaki açısal hız matrisi
$\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$	: Dünya eksen takımındaki açısal hız bileşenleri
J	: Atalet matrisi
I_x, I_y, I_z	: Atalet bileşenleri
V	: Gövde eksen takımındaki doğrusal hız matrisi
u, v, w	: Gövde eksen takımındaki doğrusal hız bileşenleri
ξ	: Dünya eksen takımındaki konum matrisi
x, y, z	: Dünya eksen takımındaki konum bileşenleri
$\dot{\xi}$	: Dünya eksen takımındaki doğrusal hız matrisi
$\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$	: Dünya eksen takımındaki doğrusal hız bileşenleri
$\ddot{\xi}$	: Dünya eksen takımındaki doğrusal ivme matrisi
$\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$	: Dünya eksen takımındaki doğrusal ivme bileşenleri

η	: Dünya eksen takımındaki açı matrisi
$\dot{\eta}$	: Dünya eksen takımındaki açısal hız matrisi
ϕ, θ, ψ	: Dünya eksen takımındaki açısal hız bileşenleri
$\ddot{\eta}$	: Dünya eksen takımındaki açısal ivme matrisi
$\ddot{\phi}, \ddot{\theta}, \ddot{\psi}$	: Dünya eksen takımındaki açısal ivme bileşenleri
$0_{3 \times 3}$	: 3x3 boyutlu sıfır matris
$I_{3 \times 3}$	: 3x3 boyutlu birim matris
m	: Kütle
$\dot{V}$	: Gövde eksen takımındaki doğrusal ivme matrisi
$\dot{\omega}$	: Gövde eksen takımındaki açısal ivme matrisi
τ	: Gövde eksen takımına etki eden moment matrisi
F	: Gövde eksen takımına etki eden kuvvet matrisi
$F_{x_b}, F_{y_b}, F_{z_b}$	: Gövde eksen takımına etki eden kuvvet bileşenleri
F_b	: Gövde eksen takımındaki itki matrisi
F_t	: Gövde eksen takımında z eksenindeki toplam kuvvet
G_e	: Dünya eksen takımındaki yer çekimi kuvveti
g	: Dünya eksen takımındaki yer çekimi ivmesi
F_e	: Dünya eksen takımındaki kuvvet matrisi
F_x, F_y, F_z	: Dünya eksen takımındaki kuvvet bileşenleri
L	: Gövde eksen takımındaki yuvarlanma momenti
M	: Gövde eksen takımındaki yunuslama momenti
N	: Gövde eksen takımındaki sapma momenti
ρ	: Hava yoğunluğu
A	: Pervane alanı
C_t	: Aerodinamik katsayı
r	: Pervane yarıçapı
Ω_i	: i numaralı pervanenin dönme hızını
F_i	: i numaralı pervanenin kaldırma kuvveti
k	: Pervane itki katsayısı
Q_i	: i numaralı pervanenin dönmesi ile oluşan süreklenme kuvveti
d	: Pervane süreklenme sabiti
l	: Dört rotorlu hava aracında motorların kütle merkezine uzaklığını
$M_{x_b}, M_{y_b}, M_{z_b}$	: Gövde eksen takımındaki moment bileşenleri
T_m	: Motor zaman sabiti

$f(.)$	: Doğrusal olmayan diferansiyel denklemlerin birleşiminden oluşmuş sistemin sürekli zamandaki fonksiyonu
$F(.)$	: Doğrusal olmayan diferansiyel denklemlerin birleşiminden oluşmuş sistemin ayrık zamandaki fonksiyonu
x_k	: k adımındaki durum değişkeni
t	: Zaman
$\mathcal{A}$	: Doğrusal sistemin sürekli zaman dinamiklerini temsil eden matris
A_d	: Doğrusal sistemin ayrık zaman dinamiklerini temsil eden matris
X	: Sistem dinamiklerine ait anlık veri matrisi
A	: DMD ile elde edilmiş sistem dinamiklerini içeren durum matrisi
U, V	: SVD çıkışına ait ortonormal sütunlu birimcil (unitary) matris
Σ	: SVD çıkışına ait köşegen matris
$\hat{U}, \hat{V}$	: Ekonomi SVD çıkışına ait ortonormal sütunlu birimcil (unitary) matrisler
$\hat{\Sigma}$	: Ekonomi SVD çıkışına ait köşegen matris
A_d	: Ayrık zamanlı doğrusal dinamik sistemin durum matrisi
B_d	: Ayrık zamanlı doğrusal dinamik sistemin giriş matrisi
Y	: Giriş sinyallerine ait anlık veri matrisi
B	: DMD ile elde edilmiş sistem dinamiklerini içeren giriş matrisi
Ω	: Arttırılmış veri matrisi
G	: Arttırılmış operatör matrisi
$\tilde{U}_1, \tilde{U}_2$	: Ekonomi SVD çıkışına ait ortonormal sütunlu birimcil (unitary) matris bileşenleri
K	: Kazanç matrisi
x_e	: Sistemin durum değişkenlerinin hatasını
x_{ref}	: Sistemin durum değişkenlerine ait referans sinyaller
J	: Maliyet fonksiyonu
Q	: Durum değişkenlerine ait ağırlık matrisi
R	: Kontrol girişlerine değişkenlerine ait ağırlık matrisi
P	: Riccati denkleminin çözümü olan pozitif tanımlı simetrik matris
K_x	: Durum değişkenlerine ait optimal kazançlar
K_{x_i}	: İntegral etkili durum değişkenlerine ait optimal kazançlar
x_i	: Sisteme ait integral etkili durum değişkenleri
C_d	: Ayrık zamanlı doğrusal dinamik sistemin çıkış matrisi
D_d	: Ayrık zamanlı doğrusal dinamik sistemin ileri besleme matrisi
$\hat{A}_d$	: Ayrık zamanlı doğrusal dinamik sistemin arttırılmış durum matrisi

$\widehat{B}_d$	: Ayrık zamanlı doğrusal dinamik sistemin arttırılmış giriş matrisi
F_{kmt}	: Kontrolcüden çıkan toplam itki kuvveti komutu
u_z	: Yükseklik kontrolünden gelen kontrol sinyali
K_{p_z}	: Kademeli yapıdaki yükseklik için oransal kazanç
$K_{p_{\dot{z}}}$	: Kademeli yapıdaki dikey hız için oransal kazanç
u_ϕ, u_θ, u_ψ	: Duruş kontrolünden gelen kontrol sinyali bileşenleri
$K_{p_\phi}, K_{p_\theta}, K_{p_\psi}$	: Duruş kontrolü için duruş açılarına ait oransal kazanç bileşenleri
$K_{d_\phi}, K_{d_\theta}, K_{d_\psi}$	: Duruş kontrolü için duruş açısal hızlarına ait türevsel kazanç bileşenleri
L_{kmt}	: Kontrolcüden çıkan yuvarlanma moment komutu
M_{kmt}	: Kontrolcüden çıkan yunuslama moment komutu
N_{kmt}	: Kontrolcüden çıkan sapma moment komutu
$X_{yükseklik}$	: Yükseklik modelinin dinamiklerine ait anlık veri matrisi
$Y_{yükseklik}$	: Yükseklik modelinin giriş sinyallerine ait anlık veri matrisi
$X_{duruş}$	: Duruş modelinin dinamiklerine ait anlık veri matrisi
$Y_{duruş}$	: Duruş modelinin giriş sinyallerine ait anlık veri matrisi
$A_{yükseklik}$	: DMD ile elde edilmiş yükseklik modelinin dinamiklerini içeren durum matrisi
$B_{yükseklik}$	: DMD ile elde edilmiş yükseklik modelinin dinamiklerini içeren giriş matrisi
$A_{duruş}$	: DMD ile elde edilmiş duruş modelinin dinamiklerini içeren durum matrisi
$B_{duruş}$	: DMD ile elde edilmiş duruş modelinin dinamiklerini içeren giriş matrisi
$Q_{yüksekli}$	: Yükseklik modelinin durum değişkenlerine ait ağırlık matrisi
$R_{yüksekli}$	: Yükseklik modelinin kontrol girişlerine değişkenlerine ait ağırlık matrisi
$K_{yüksekli}$	: Yükseklik modelinin kazanç matrisi
$Q_{duruş}$	: Duruş modelinin durum değişkenlerine ait ağırlık matrisi
$R_{duruş}$	: Duruş modelinin kontrol girişlerine değişkenlerine ait ağırlık matrisi
$K_{duruş}$	: Duruş modelinin kazanç matrisi
$\widehat{x}_{kyükseklik}$	: Yükseklik modeline ait arttırılmış durum değişkenleri matrisi
$\widehat{u}_{kyükseklik}$	: Yükseklik modeline ait arttırılmış giriş değişkenleri matrisi
$\widehat{x}_{kduruş}$	: Duruş modeline ait arttırılmış durum değişkenleri matrisi

$\hat{\mathbf{u}}_{k_{duruş}}$	: Duruş modeline ait arttırılmış giriş değişkenleri matrisi
$\mathbf{K}_{I_{yükseklı}}$	: Yükseklik modelinin integral etkili kazançları
$\mathbf{K}_{I_{duruş}}$	: Duruş modelinin integral etkili kazançları
$\mathbf{L}_{bozucu}$	: Yuvarlanma momentine ait bozucu etki
$\mathbf{M}_{bozucu}$	: Yunuslama momentine ait bozucu etki
$\mathbf{N}_{bozucu}$	: Sapma momentine ait bozucu etki





ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 2.1 : Dört rotorlu insansız hava aracı model parametreleri	20
Çizelge 5.1 : Sistemi kararlı kılan yükseklik ve duruş kontrolcülerine ait kontrol kazançları.	40
Çizelge 5.2 : Kararlı kılınmış dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin yükseklik ve duruş değişkenlerine ait oturma zamanı (T_s) ve üst aşım (%OS) değerleri	41
Çizelge 5.3 : Geleneksel LQR teknikleri ile tasarlanmış durum geri beslemeli kontrolcüye sahip doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin yükseklik ve duruş değişkenlerine ait oturma zamanı (T_s) ve üst aşım (%OS) değerleri.	59
Çizelge 5.4 : İntegral etkili LQR teknikleri ile tasarlanmış durum geri beslemeli kontrolcüye sahip doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin yükseklik ve duruş değişkenlerine ait oturma zamanı (T_s) ve üst aşım (%OS) değerleri.	64



ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : Dört rotorlu insansız hava aracı çapraz (x) konfigürasyonu.	8
Şekil 2.2 : Çapraz (x) konfigürasyonlu dört rotorlu insansız hava aracının yuvarlanma hareketi.....	9
Şekil 2.3 : Çapraz (x) konfigürasyonlu dört rotorlu insansız hava aracının yunuslama hareketi.....	9
Şekil 2.4 : Çapraz (x) konfigürasyonlu dört rotorlu insansız hava aracının sapma hareketi.....	10
Şekil 2.5 : Dört rotorlu insansız hava aracının referans eksen takımları.....	11
Şekil 3.1 : Tam SVD ve ekonomi SVD.	25
Şekil 3.2 : DMD ve DMDc metodu.....	26
Şekil 3.3 : DMDc algoritmasının uygulama adımları.....	28
Şekil 4.1 : LQR kontrolörlü doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemine ait blok diyagram.	30
Şekil 4.2 : Integral etkili LQR kontrolörlü doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemine ait blok diyagram.	32
Şekil 5.1 : Doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı modeline ait MATLAB blokları.	36
Şekil 5.2 : Doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemini kararlı kılan kontrolcüye ait MATLAB blokları.	37
Şekil 5.3 : Doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemini kararlı kılan yükseklik kontrolüne ait MATLAB bloğu.....	38
Şekil 5.4 : Doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemini kararlı kılan yuvarlanma kontrolüne ait MATLAB bloğu.	39
Şekil 5.5 : Doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemini kararlı kılan yunuslama kontrolüne ait MATLAB bloğu.....	39
Şekil 5.6 : Doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemini kararlı kılan sapma kontrolüne ait MATLAB bloğu.	39
Şekil 5.7 : Kararlı kılınmış doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin yükseklik grafiği.	40
Şekil 5.8 : Kararlı kılınmış doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin duruş grafiği.	41
Şekil 5.9 : Kararlı kılınmış doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemi.	43
Şekil 5.10 : Eş zamanlı uygulanan giriş sinyalleri.....	45
Şekil 5.11 : Eş zamanlı uygulanan giriş sinyalleri sonrası toplanan verilerle DMDc yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan model için yükseklik ve dikey hız grafikleri.....	45
Şekil 5.12 : Eş zamanlı uygulanan giriş sinyalleri sonrası toplanan verilerle DMDc yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve kararlı kılınmış doğrusal model ile	

kararlı kılınmış doğrusal olmayan model için duruş açılarına ait grafikler.	46
Şekil 5.13 : Sıralı uygulanan giriş sinyalleri.	47
Şekil 5.14 : Eş zamanlı uygulanan giriş sinyalleri sonrası toplanan verilerle DMDc yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele sıralı giriş sinyallerinin uygulanması sonrası yükseklik ve dikey hız grafikleri.	47
Şekil 5.15 : Eş zamanlı uygulanan giriş sinyalleri sonrası toplanan verilerle DMDc yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele sıralı giriş sinyallerinin uygulanması sonrası duruş açılarına ait grafikler.	48
Şekil 5.16 : Sıralı uygulanan giriş sinyalleri sonrası toplanan verilerle DMDc yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele eş zamanlı giriş sinyallerinin uygulanması sonrası yükseklik ve dikey hız grafikleri.	49
Şekil 5.17 : Sıralı uygulanan giriş sinyalleri sonrası toplanan verilerle DMDc yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele eş zamanlı giriş sinyallerinin uygulanması sonrası duruş açılarına ait grafikler.	50
Şekil 5.18 : Sıralı uygulanan giriş sinyalleri sonrası toplanan verilerle DMDc yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele eş zamanlı giriş sinyallerinin uygulanması sonrası duruş açısal hızlara ait grafikler.	50
Şekil 5.19 : Sıralı uygulanan giriş sinyalleri sonrası toplanan verilerle DMDc yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele sıralı giriş sinyallerinin uygulanması sonrası yükseklik ve dikey hız grafikleri.	51
Şekil 5.20 : Sıralı uygulanan giriş sinyalleri sonrası toplanan verilerle DMDc yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele sıralı giriş sinyallerinin uygulanması sonrası duruş açılarına ait grafikler.	51
Şekil 5.21 : Sıralı uygulanan giriş sinyalleri sonrası toplanan verilerle DMDc yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele eş zamanlı giriş sinyallerinin uygulanması sonrası duruş açısal hızlara ait grafikler.	52
Şekil 5.22 : Yükseklik ve duruş değişkenleri için ayrı ayrı bulunmuş kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele ait yükseklik ve dikey hız grafikleri.	54
Şekil 5.23 : Yükseklik ve duruş değişkenleri için ayrı ayrı bulunmuş kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan model için duruş açılarına ait grafikler.	54
Şekil 5.24 : Yükseklik ve duruş değişkenleri için ayrı ayrı bulunmuş kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan model için duruş açısal hızlarına ait grafikler.	55
Şekil 5.25 : Yükseklik ve duruş değişkenlerine ait her bir model için LQR teknikleriyle elde edilen optimal kazanç matrisleri.	56
Şekil 5.26 : Geleneksel LQR teknikleriyle tasarlanmış durum geri beslemeli kontrolcüye sahip doğrusal olmayan model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele ait yükseklik ve dikey hız grafikleri.	57

Şekil 5.27 :	Geleneksel LQR teknikleriyle tasarlanmış durum geri beslemeli kontrolcüye sahip doğrusal olmayan model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modelin duruş açılarına ait grafikler.	58
Şekil 5.28 :	Geleneksel LQR teknikleriyle tasarlanmış durum geri beslemeli kontrolcüye sahip doğrusal olmayan model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modelin açısal hızlarına ait grafikler.....	58
Şekil 5.29 :	Geleneksel LQR teknikleriyle tasarlanmış durum geri beslemeli kontrolcüye sahip doğrusal olmayan sistemin kontrol sinyallerinin grafiği.....	59
Şekil 5.30 :	İntegral etkili ve geleneksel LQR teknikleriyle tasarlanmış durum geri beslemeli kontrolcüye sahip doğrusal olmayan modellere ve kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele ait yükseklik ve dikey hız grafikleri.	62
Şekil 5.31 :	İntegral etkili ve geleneksel LQR teknikleriyle tasarlanmış durum geri beslemeli kontrolcüye sahip doğrusal olmayan modellere ve kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele ait duruş açılarının grafikleri.	62
Şekil 5.32 :	İntegral etkili ve geleneksel LQR teknikleriyle tasarlanmış durum geri beslemeli kontrolcüye sahip doğrusal olmayan modellere ve kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele ait açısal hızların grafikleri.....	63
Şekil 5.33 :	İntegral etkili LQR teknikleriyle tasarlanmış durum geri beslemeli kontrolcüye sahip doğrusal olmayan sistemin kontrol sinyallerinin grafiği.....	63
Şekil 5.34 :	Bozucu etki altında integral etkili ve geleneksel LQR teknikleriyle tasarlanmış durum geri beslemeli kontrolcüye sahip doğrusal olmayan modellere ait duruş açılarının grafikleri.....	64



DÖRT ROTORLU İNSANSIZ HAVA ARAÇLARI İÇİN VERİYE DAYALI KONTROL SİSTEM TASARIMI

ÖZET

İnsansız hava aracı (İHA), pilotu ve yolcusu olmayan, uzaktan veya otomatik olarak kontrol edilebilen, belli amaç veya görev için geliştirilmiş ve amaca uygun ekipman taşıyan bir sistemdir. İHA'lar son yıllarda hızla gelişen teknolojiyle birlikte birçok alanda kullanılmaya başlanmıştır. Bu araçlar, geniş kullanım alanına sahip olup askeri operasyonlardan tarım uygulamalarına kadar çeşitli alanlarda keşif, gözetleme, taşıma gibi birçok görev için kullanılmaktadır. İnsansız hava araçları kullanım alanlarına ve görevlerine göre farklı yapılarda özelleştirilmiştir.

Dört rotorlu insansız hava araçları, dikey kalkış ve iniş kabiliyetleri ile dar alanlarda manevra yapabilme yetenekleri sayesinde farklı ihtiyaçlara cevap verebilen ve esnek kullanım sağlayan insansız hava aracı türlerinden biridir. Bu sayede dört rotorlu insansız hava araçları, özellikle şehir içi operasyonlarda ve dar alanlarda etkin bir şekilde rol almaktadır. Dört rotorlu hava araçları birçok alanda kullanılması, kritik görevlere sahip olması ve gelişen teknolojiyle birlikte gözde sistemler haline gelmiştir. Bu hava araçlarının görevlerini yüksek doğruluk ve hassasiyette yerine getirebilmesinin önemli koşullarından biri başarılı bir kontrolcüye sahip olmalarıdır. Ancak dört rotorlu insansız hava aracı sistemi doğası gereği doğrusal değildir. Kararsız olmaları, doğrusal olmamaları ve karmaşık dinamik yapılara sahip olmaları bu sistemlerin kontrol edilmesini zorlaştırır. Ayrıca bu nedenlerden dolayı bu sistemlerin modellenmesi de zordur.

Karmaşık sistemlerin modellenmesi ve kontrolü için literatürde birçok yöntem vardır. Ancak son yıllarda gelişen, literatürde veriye dayalı kontrol (Data Driven Control) olarak geçen önemli bir yaklaşım mevuttur. Karmaşık sistemlerin modellenmesi ve kontrolünde veriye dayalı yöntemlerin kullanımı mühendislik, biyolojik ve fizik bilimlerini geliştirme konusunda önemli bir etkiye sahiptir. Ayrıca karmaşık dinamiklere sahip sistemlerin modellenmesinde veriye dayalı yöntemlerin kullanımı giderek artmaktadır. Karmaşık dinamiklere sahip sistemlere ait yüksek doğrulukta ve yüksek boyutlu verilerinden elde edilen modeller çoğu zaman anlaşılması zor modellerdir. Bu nedenle böylesine anlaşılması zor karmaşık dinamiklere sahip türbülanslı bir akışkan sistemini, bilişsel (cognitive) bir sistemi, bir robot sistemini, iklim ve finans gibi çok çeşitli karmaşık sistemleri modellemek için araştırmacılar veri odaklı yaklaşımlara giderek daha fazla ilgi duymaktadır. Doğrusal olmayan, karmaşık ve yüksek boyutlu bu sistemler, tahmini ve kontrol edilebilmesi hedefi için modellenmesi gereken baskın dinamiklere sahiptir. Sistemin karmaşıklık durumu ne olursa olsun günümüzde bu sistemlerin modellenmesi ve kontrolü veriye dayalı yöntemler kullanılarak gerçekleştirilebilmektedir. Ayrıca sensör teknolojisinin gelişimi, hesaplama gücündeki büyük artışlar, neredeyse sınırsız veri depolama ve aktarma yeteneklerinin mümkün olması nedeniyle çok büyük miktarlarda verinin

kullanılabilirliği veriye dayalı kontrol yöntemlerinin gelişimi için büyük bir katkı sağlamıştır.

Veriye dayalı kontrol yöntemi, sadece sistemden elde edilen veriler kullanılarak sistem dinamiklerinin modellenmesini sağlar böylece sistemin tanınmasına ve sistem dinamikleri hakkında bilgi sahibi olunmasına olanak tanır.

Bu tez kapsamında dört rotorlu insansız hava aracı sistemi üzerine çalışılmış ve veriye dayalı yeni bir yöntem olan dinamik mod ayrıştırması ile kontrol (Dynamic mode decomposition with control – DMDc) metodu kullanılarak doğrusal olmayan karmaşık dinamiklere sahip dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin doğrusal modeli elde edilmiştir.

Literatürde dinamik mod ayrıştırması ile kontrol (DMDc) olarak geçen bu yöntem, karmaşık ve yüksek boyutlu sistemlerin dinamiklerini yalnızca anlık ölçümler kullanarak yeniden oluşturan, veri odaklı dinamik mod ayrıştırma (Dynamic mode decomposition – DMD) algoritmasına dayanmaktadır.

Dinamik mod ayrıştırması (DMD), yüksek boyutlu verilerden dinamik sistemlerin modellenmesi için kullanılan güçlü ve yeni bir tekniktir. DMD yöntemi, karmaşık akışları basit bir temsile ayırtmaya yönelik bir yöntem olarak akışkanlar dinamiği topluluğunda ortaya çıkmıştır [16].

DMDc ise DMD'nin temel prensiplerini kullanarak sistemdeki dinamikleri analiz etmek için geliştirilmiş bir tekniktir. DMDc yöntemi DMD den farklı olarak sistemin anlık ölçüm verilerine ek harici giriş sinyallerini de kullanarak sistemin dinamiklerini ve kontrol edilebilirlik özelliklerini belirler. DMDc yöntemiyle sisteme ait durum uzay modeli bulunurken ilk olarak doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sisteminden toplanan sistem dinamikleri ve giriş sinyallerine ait veriler kullanılarak anlık veri matrisleri oluşturulmuştur. Oluşturulan anlık veri matrisleri kullanılarak tekil değer ayrıştırması (Singular value decomposition – SVD) yöntemiyle veri matrisinin sözde tersi elde edilir ve veri matrisinin sözde tersi kullanılarak sisteme ait durum uzay modelinin sistem matrisi ve giriş matrisi elde edilir. Böylece doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sisteminden elde edilen veriler kullanılarak DMDc yöntemiyle sistemin durum uzay modeli elde edilmiş olur.

Bu çalışmada ayrıca doğrusal olmayan sistemden toplanan veriler ile DMDc yöntemiyle elde edilen doğrusal model kullanılarak doğrusal olmayan sistem için doğrusal karesel regülatör (Linear Quadratic Regulator – LQR) teknikleriyle durum geri beslemeli bir kontrolcü tasarımı yapılmıştır.

Doğrusal karesel regülatör (LQR), doğrusal sistemlerin durum uzay modelini kullanarak performans kriterlerine göre sistem davranışını optimize eden bir optimal kontrol yöntemidir. LQR teknikleri, sistemin durumları ve kontrol sinyalleri arasındaki ilişkiye göre belirlenen maliyet fonksiyonunu en aza indirecek optimal kontrol kazançlarını bulmayı sağlar. Ayrıca belirlenen maliyet fonksiyonu performans kriterlerine göre belirlenen ağırlık matrislerindeki içermektedir. LQR, sistemin kararlılığını garanti eden ve optimal sonucu veren bir kontrol tekniğidir. Bu teknik genellikle mühendislik uygulamalarında, otomasyon, uçuş kontrolü, robotik ve endüstriyel sistemler gibi alanlarda yaygın olarak tercih edilir.

LQR tekniklerinin çeşitli varyantları bulunmaktadır bu çalışmada geleneksel LQR ve integral etkili LQR (LQR-I) teknikleri kullanılarak doğrusal olmayan sistem için durum geri beslemeli kontrolcü tasarımı yapılmıştır. İntegral etkili LQR, geleneksel LQR tekniklerine ek integral teriminin dahil edildiği bir LQR türüdür. Burada integral

terimini dahil etmedeki amaç sistemde yaşanabilecek sürekli hal hatalarının giderilmesini sağlamaktır. İntegral etkili LQR genellikle referans takibi yapan sistemlerde sürekli hal hatasının giderilmesi gerektiği durumlarda kullanılır.

Bu çalışma kapsamında öncelikle doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemine ait kinematik ve dinamik ilişkileri içeren matematiksel model MATLAB/Simulink ortamında oluşturulmuştur. Oluşturulan bu doğrusal olmayan model verilerin toplanması ve tasarlanan kontrolcülerin test edilmesi için gerçek sistem yerine kullanılmıştır. Doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı modelinden toplanan veriler kullanılarak DMDc yöntemiyle sistemin yükseklik ve duruş değişkenlerine ait durum uzay modelleri elde edilmiştir. Sonrasında DMDc yöntemiyle elde edilen yükseklik ve duruş değişkenlerine ait durum uzay modelleri kullanılarak her bir model için ayrı ayrı LQR teknikleriyle durum geri beslemeli kontrolcü tasarımı yapılmıştır. İlk olarak geleneksel LQR teknikleri kullanılarak doğrusal olmayan sistem için kontrolcü tasarımı yapılmış daha sonrasında ise integral etkili LQR teknikleri kullanılarak kontrolcü tasarımı yapılmış ve tasarlanan kontrolcüler doğrusal olmayan sisteme uygulanarak sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Doğrusal olmayan karmaşık dinamiklere sahip dört rotorlu insansız hava aracı sistemi için DMDc yöntemi ile elde edilen durum uzay modelinin doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemi ile benzer sonuçlar verdiği sayısal deneyler ile gösterilmiştir. DMDc ile elde edilen, sistemin yükseklik ve duruş değişkenlerine ait durum uzay modelleri kullanılarak geleneksel LQR teknikleriye tasarlanan durum geri beslemeli kontrolcünün uygulandığı doğrusal olmayan sistem için duruş açılarının aşım yapmadan referans sinyali takip ettiği ve açısal hızların daha az salınım yaptığı yapılan analizler sonucunda ortaya çıkmıştır. Yapılan karşılaştırmalar sonucunda, yükseklik ve duruş değişkenlerine ait durum uzay modeli kullanılarak integral etkili LQR teknikleriyle tasarlanan kontrolcünün uygulandığı doğrusal olmayan sisteme ait yükseklik değişkeninin referans sinyale daha hızlı ulaştığı ve oturma zamanının daha kısa olduğu sonucuna varılmıştır.

Sonuç olarak yapılan sayısal deneylerden, ön kontrolcü ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan model ve DMDc yöntemiyle elde edilmiş doğrusal model çıktılarının benzer sonuçlar verdiğini, DMDc yöntemiyle bulunmuş doğrusal model kullanılarak LQR teknikleriyle kontrol edilmiş doğrusal olmayan sistemin performansının başarılı olduğunu söyleyebiliriz.



DATA DRIVEN CONTROL SYSTEM DESIGN FOR QUADROTOR UNMANNED AERIAL VEHICLES

SUMMARY

An unmanned aerial vehicle (UAV) is a system that does not have a pilot or a passenger, can be controlled remotely or automatically, has been developed for a specific purpose or task and carries equipment suitable for the purpose. UAVs have begun to be used in many areas with the rapidly developing technology in recent years. These vehicles have a wide range of usage and are used for many tasks such as reconnaissance, surveillance and transportation in various fields, from military operations to agricultural applications. Unmanned aerial vehicles have been customized in different structures according to their areas of use and tasks.

Quadrotor unmanned aerial vehicles are one of the types of unmanned aerial vehicles that can meet different needs and provide flexible use, thanks to their vertical take off and landing capabilities and their ability to maneuver in narrow spaces. In this way, quadrotor unmanned aerial vehicles play an effective role, especially in urban operations and narrow spaces. Quadrotor unmanned aerial vehicles have become popular systems due to their widespread use in various fields, have critical missions and with advancing technology. One of the important conditions for these aircraft to perform their duties with high accuracy and precision is that they have a successful controller. However, the quadrotor unmanned aircraft system is inherently nonlinear. The fact that they are unstable, nonlinear and have complex dynamic structures makes these systems difficult to control. In addition, for these reasons, modeling of these systems is difficult.

There are many methods in the literature for modeling and control of complex systems. However, there is an important approach that has developed in recent years and is referred to in the literature as Data Driven Control. The use of data driven methods in modeling and control of complex systems has a significant impact on advancing engineering, biological and physical sciences. Furthermore, the use of data driven methods in modeling systems with complex dynamics is increasing. Models obtained from high accuracy and high dimensional data of systems with complex dynamics are often difficult to understand. For this reason, researchers are increasingly interested in data driven approaches to model a turbulent fluid system with such complex dynamics that are difficult to understand, a cognitive system, a robotic system, and a wide variety of complex systems such as climate and finance. These nonlinear, complex and high dimensional systems have dominant dynamics that need to be modeled for the purpose of predicting and controlling them. Regardless of the complexity of the system, modeling and control of these systems can be achieved using data driven methods nowadays. In addition, the development of sensor technology, significant increases in computing power, and the availability of very large amounts of data due to the possibility of almost unlimited data storage and transfer capabilities have made a great contribution to the development of data driven control methods.

The data driven control method enables modeling of system dynamics using only the data obtained from the system, thus allowing the system to be recognized and to have information about the system dynamics.

In this thesis was studied with a quadrotor unmanned aerial vehicle system and a linear model of a quadrotor unmanned aerial vehicle system with nonlinear complex dynamics was obtained by using the dynamic mode decomposition with control (DMDc) method, which is a new data driven method.

This method, referred to as dynamic mode decomposition with control (DMDc) in the literature, is based on the data driven dynamic mode decomposition (DMD) algorithm, which recreates the dynamics of complex and high dimensional systems using only instantaneous measurements.

Dynamic mode decomposition (DMD) is a powerful new technique used for modeling dynamic systems from high dimensional data. The DMD method originated in the fluid dynamics community as a method for decomposing complex flows into a simple representation [16].

DMDc is a technique developed to analyze the dynamics in the system using the basic principles of DMD. The DMDc method, in contrast to DMD, determines the dynamics and controllability features of the system by using external input signals in addition to the instantaneous measurement data of the system. While finding the state space model of the system using the DMDc method, instantaneous data matrices were first created using data on system dynamics and input signals collected from the nonlinear quadrotor unmanned aerial vehicle system. Using the created instantaneous data matrices, the pseudo inverse of the data matrix is obtained by the singular value decomposition (SVD) method, and the system matrix and input matrix of the state space model of the system are obtained by using the pseudo inverse of the data matrix. Thus, using the data obtained from the nonlinear quadrotor unmanned aerial vehicle system, the state space model of the system is obtained with the DMDc method.

For the nonlinear system in this work, a state feedback controller was designed using linear quadratic regulator (LQR) techniques, using the linear model obtained by the DMDc method with the collected data from the nonlinear system.

Linear quadratic regulator (LQR) is an optimal control method that optimizes system behavior according to performance criteria using the state space model of linear systems. LQR techniques enable finding the optimal control gains that will minimize the cost function determined according to the relationship between the system's states and control signals. In addition, the determined cost function also includes weight matrices determined according to performance criteria. LQR is a control technique that guarantees the stability of the system and provides the optimal result. This technique is generally preferred in engineering applications, in areas such as automation, flight control, robotics and industrial systems.

There are various variants of LQR techniques. In this work, a state feedback controller design for a nonlinear system was made using traditional LQR and LQR with integral action (LQR-I) techniques. LQR with integral action is a type of LQR in which an additional integral term is included in traditional LQR techniques. The purpose of including the integral term here is to eliminate steady state errors that may occur in the system. LQR with integral action is generally used in reference tracking systems where steady state error needs to be eliminated.

Within the scope of this thesis, firstly, the mathematical model containing the kinematic and dynamic relations of the nonlinear quadrotor unmanned aerial vehicle system was created in the MATLAB/Simulink environment. This nonlinear model was used instead of the real system to collect data and test the designed controllers. Using the data collected from the nonlinear quadrotor unmanned aerial vehicle model, state space models of the height and attitude variables of the system were obtained with the DMDC method. Afterwards, the state space models of the height and attitude variables obtained by the DMDC method were used to design a state feedback controller using LQR techniques for each model separately. First, a controller design was made for the nonlinear system using traditional LQR techniques, and then the controller design was made using LQR with integral action techniques, and the designed controllers were applied to the nonlinear system and the results were compared.

It has been shown through numerical experiments that the state space model obtained by the DMDC method for a quadrotor unmanned aerial vehicle system with nonlinear complex dynamics gives similar results to the nonlinear quadrotor unmanned aerial vehicle system. As a result of the analysis, it has been revealed that the attitude angles follow the reference signal without overshooting and the angular velocities oscillate less for the nonlinear system that have the state feedback controller designed with traditional LQR techniques using the state space models of the system's height and attitude variables obtained with DMDC. As a result of the comparisons, it was concluded that the height variable of the nonlinear system that have the controller designed using LQR with integral action techniques using the state space model of the height and attitude variables, reached the reference signal faster and the settling time was shorter.

As a result, from the numerical experiments, we can say that the nonlinear model stabilized with the pre controller and the linear model outputs obtained with the DMDC method give similar results. In addition, the performance of the nonlinear system controlled with LQR techniques using the linear model found with the DMDC method is successful.



1. GİRİŞ

Günümüzde insansız hava araçları, birçok alanda çeşitli görevleri yerine getirmek için geliştirilmiş ve teknolojinin önemli bir parçası haline gelmiştir. Bu kapsamda, insansız hava araçları özellikle keşif, gözetleme, askeri operasyonlar, tarım ve taşıma gibi çeşitli alanlarda kullanılmaktadır. İnsansız hava araçları işlevsellik ve kullanım alanlarına göre farklı yapılarda özelleştirilmiştir. Dört rotorlu insansız hava araçlarında farklı ihtiyaçlara cevap verebilen ve esnek kullanım sağlayan insansız hava aracı türlerinden biridir. Dört rotorlu insansız hava araçları, dikey kalkış ve iniş kabiliyetleri ile dar alanlarda manevra yapabilme yetenekleri sayesinde özellikle şehir içi operasyonlarda ve dar alanlarda etkin bir şekilde rol almaktadır. Bu araçların işlevlerini yüksek doğruluk ve hassasiyette yerine getirebilmesinin temel koşullarından biri başarılı bir kontrolcüye sahip olmalarıdır. Bu hava araçları doğrusal olmayan karmaşık dinamik yapılara sahiptir. Bu durum onların matematiksel olarak modellenmesini ve kontrol edilmesini zorlaştırır. Görece karmaşık sistemlerin modellenmesi ve kontrolü için son yıllarda geliştirilen literatürde veriye dayalı kontrol (Data Driven Control) olarak geçen önemli bir yaklaşım mevcuttur. Veriye dayalı kontrol sadece sistemden toplanan giriş ve çıkış verilerini kullanarak sistemin dinamiklerinin modellenmesine olanak tanır. Bu tez kapsamında bu yaklaşımın bir örneği olarak dört rotorlu insansız hava aracı sistemi üzerinde bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Bu bölümde motivasyon, tezin amacı literatür özeti ve tezi yapısı hakkında bilgi verilecektir.

1.1 Motivasyon

Dört rotorlu insansız hava araçları, son yıllarda hızla gelişen ve çeşitli uygulama alanlarında kullanılmak üzere hızla popülerlik kazanan bir teknolojidir. Bu sistemler, çeşitli alanlarda kullanılmak üzere tasarlanmış esnek ve etkili bir çözüm sunarlar. Ancak dört rotorlu insansız hava araçları doğası gereği doğrusal değildir, bu da onların modellenmesini ve kontrol edilmesini zorlaştırır. Sensör teknolojisinin gelişmesi, hesaplama yeteneklerindeki büyük artışlar, veri depolama ve aktarma alanındaki bu

gelişmeler, karmaşık sistemlerin doğru ve etkili bir şekilde modellenmesini mümkün kılarak veriye dayalı kontrol algoritmalarının tercih edilmesini desteklemektedir. Veriye dayalı kontrol karmaşık ve yüksek boyutlu sistemlerin dinamiklerini sistemden elde edilen ölçümler kullanarak yeniden oluşturan, veri odaklı DMD algoritmasına dayanmaktadır.

Bu çalışmadaki temel motivasyonlardan ilki, doğrusal olmayan ve karmaşık bir sisteme sahip dört rotorlu insansız hava araçları sistemi için modellenme problemi veriye dayalı kontrol yöntemlerinden biri olan dinamik mod ayrıştırması ile kontrol (DMDc) yöntemi kullanılarak çözmek ve veriye dayalı yöntemle elde edilmiş modelin doğrusal olmayan sistemle benzer sonuçlar verdiği göstermektir. Ayrıca veriye dayalı kontrol yöntemiyle elde edilen durum uzay modeli kullanılarak doğrusal olmayan sistem için LQR teknikleriyle durum geri beslemeli bir kontrolcü tasarlamak ve veriye dayalı kontrol yöntemiyle elde edilen model kullanılarak tasarlanan kontrolcüyle kontrol edilmiş doğrusal olmayan sistemin performansının başarılı olduğunu göstermek de bu çalışmanın önemli motivasyonlarından birisidir.

1.2 Tezin Amacı

Tezin amacı doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sisteminden elde edilen verilerle veriye dayalı bir yöntem olan dinamik mod ayrıştırmasıyla kontrol (DMDc) metodu kullanılarak dört rotorlu hava aracı sistemi için durum uzay modeli elde etmek ve bu durum uzay modeli kullanılarak dört rotorlu hava aracı için LQR teknikleriyle durum geri beslemeli bir kontrolcü tasarlamaktır. Ayrıca burada elde edilen sonuçlar karşılaştırılarak, sadece doğrusal olmayan sistemden toplanan veriler kullanılarak DMDc yöntemiyle elde edilmiş durum uzay modelinin doğrusal olmayan model ile benzer sonuçlar verdiğini ve DMDc yöntemiyle elde edilmiş durum uzay modeli kullanılarak LQR teknikleriyle tasarlanmış kontrolcülerin doğrusal olmayan model üzerindeki performansının başarılı sonuçlar sağladığını göstermek amaçlanmıştır.

1.3 Literatür Özeti

Günümüzde kullanımı gittikçe yaygınlaşan, otonom olarak uçabilen veya uzaktan kontrol edilebilen insansız hava araçları yetenekleri, kolay kullanımı sayesinde geniş kullanım alanına sahiptir. İnsansız hava araçları için farklı sınıflandırma yapıları

mevcuttur [1]. Bu tezde, döner kanatlı bir insansız hava aracı olan dört rotorlu insansız hava aracı sistemi üzerine çalışılmıştır. Dört rotorlu hava aracı sahip olduğu dört rotoru sayesinde dikey iniş kalkış yapabilir ve dar alanlarda etkili görevler üstlenebilir. Dört rotorlu hava araçları 2000’li yıllarda popüler olmaya başlamış olsada aslında tarihi daha eskiye dayanmaktadır [2]. Breguet-Richet Gyroplane No.1 bir döner kanatlı uçak yaratmaya yönelik ilk girişimlerden biridir [3]. Yükseklik 0.6 metre olmasına rağmen Gyroplane No.1’e ait ilk yükseliş 1907 yılında yapılmıştır [3]. Benzer bir çalışmada 1920’lerin başında ‘Uçan Ahtapot’ isminin verildiği George de Bothezat tarafından yapılan dört rotorlu helikopterdir [4]. Daha sonrasında ise bu gibi çalışmalar teknolojinin gelişmesiyle birlikte hız kazanmıştır. Dört rotorlu hava araçlarının, gelişimi teknolojik gelişmelerle birlikte hız kazanması, kullanım alanlarının çeşitliliği, yetenekleri sayesinde farklı ihtiyaçlara cevap verebilmesi, esnek kullanıma sahip olması ve özellikle hobi amaçlı kullanılması bu araçların son zamanlarda popüler olmasını sağlamıştır. Bu hava araçlarının giderek popüler olması, görevlerini yüksek doğruluk ve hassasiyette yerine getirme gerekliliğini önemli kılmıştır. Ayrıca bu hava aracı sistemlerinin kararsız olması, karmaşık dinamiklere sahip olması ve doğrusal olmaması bu hava araçları için yapılan modelleme ve kontrol çalışmalarının artmasını sağlamıştır.

Bu çalışmada dört rotorlu insansız hava aracı sistemi için veriye dayalı kontrol sistem tasarımı yapılmıştır. Bunun için verinin toplanacağı, testlerin yapılacağı ve gerçek sistem yerine kullanılacak doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemine ait yükseklik ve duruş değişkenleri için MATLAB/Simulink ortamında modelleme yapılmıştır. Bu model oluşturulurken literatürde yer alan çalışmalar [2], [5-14] örnek alınmıştır. Literatürde yer alan dört rotorlu hava aracı üzerine yapılan [2] çalışmada dört rotorlu insansız hava aracının modellenmesi ve kontrolü ele alınmıştır, burada oluşturulan model için doğrusal ve doğrusal olmayan kontrol yöntemleri ile kontrolcüler tasarlanmış, hava aracı için konum ve yönelim kontrolü gerçekleştirilmiştir. Ayrıca [2] çalışmada doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı kontrolü için doğrusal kontrol yöntemlerinden PID ve doğrusal karesel regülatör, doğrusal olmayan kontrol yöntemlerinden ise geri adımli ve kayan kipli kontrol yöntemleri kullanılarak kontrolcü tasarımları yapılmıştır. Diğer bir çalışmada [6], Newton-Euler denklemleri kullanılarak dört rotorlu hava aracı sistemi için 6-DOF matematiksel model oluşturulmuş, hava aracının yönelim ve irtifa

kontrolü için doğrusal model öngörülü bir kontrolör (MPC) tasarlanmıştır. Bu çalışmada [6], klasik kontrol tekniği PID, model öngörülü kontrol (MPC) tekniği ve doğrusal karesel gaussian (LQG) tekniği ile elde edilen kontrolcülerin performansları karşılaştırılmıştır. Bir başka çalışmada [9] ise dört rotorlu hava aracı için bulanık mantık ile kontrolör tasarımı yapılmıştır. Bu çalışmalar gibi literatürde dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin modellenmesi ve dört rotorlu insansız hava aracı için farklı kontrol yöntemleri kullanılarak kontrolcü tasarımlarının yapıldığı birçok çalışma bulunmaktadır.

Bu tez çalışmasında doğrusal olmayan karmaşık dinamiklere sahip dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin doğrusal durum uzay modeli veriye dayalı yöntem kullanılarak elde edilmiştir. Veriye dayalı yöntemlerin anlatıldığı kitapta [15] bahsedildiği gibi, veri odaklı keşif, şu anda karmaşık sistemleri modelleme, tahmin etme ve kontrol etme tekniklerini köklü bir şekilde değiştirmektedir. Modern çağın bilimsel ve mühendislik problemleri deneye dayalı modellere veya ilk prensiplere dayanan türetmelere uygun değildir. Araştırmacılar, türbülans, iklim, epidemiyoloji, finans, robot bilimi gibi çok çeşitli karmaşık sistemler için veriye dayalı yaklaşımları giderek daha fazla tercih etmektedir. Aslında bu veriye dayalı bilimsel keşif süreci yeni değildir ve bilimsel ilerlemenin önde gelen isimlerinin Johannes Kepler (1571-1630) ve Sir Isaac Newton (1642-1727) yaptıklarını taklit etmektir [15].

Karmaşık sistemlerin modellenmesi ve kontrolü için birçok veriye dayalı yöntem mevcuttur ancak bu tez kapsamında dinamik mod ayrıştırması (DMD) algoritmalarını kullanan dinamik mod ayrıştırmasıyla kontrol (DMDc) yöntemi kullanılmıştır. DMD yöntemi, karmaşık akışları durum uzay modeline dayalı basit bir temsile ayrıştırmaya yönelik bir yöntem olarak akışkanlar dinamiği topluluğunda ortaya çıkmıştır [16]. Schmid ve Sesterhenn ilk olarak DMD algoritmasını tanımlamış ve bu algoritmanın yüksek boyutlu akışkan verilerinden sistemin içyüzünü anlamlandırma yeteneğini göstermiştir [16]. DMD'nin artan başarısı, karmaşık bir sistemin kısa süreli gelecekteki durum tahmini ve kontrolü için kullanılabilecek durum uzay modelinin doğru bir şekilde ayrıştırılmasını sağlayabilen, veriye dayalı bir yöntem olmasından kaynaklanmaktadır. DMD doğrusal olmayan sistemden toplanan veriler ile oluşturulan anlık veri matrislerini kullanarak doğrusal olmayan sisteme ait durum uzay modeli elde eder. Doğrusal olmayan bir sistemin durum uzay modelini belirlemek için kullanılan DMDc yöntemi, DMD den farklı olarak sistemin anlık ölçüm verilerine ek

harici giriş sinyallerini de kullanır [16]. Literatürde DMDc yöntemini kullanılarak bir sistemin modellenmesi ve kontrolü üzerine yapılan çalışmalar mevcuttur. Bir savaş uçağının yanal ve yönlü hareketine ait dinamikleri veriye dayalı yöntem kullanarak modelleyen çalışmada [17], veriye dayalı yöntem olarak DMDc metodu kullanılmıştır. Bu çalışmada [17] DMDc yöntemiyle elde edilen model kullanılarak yanal ve yönlü hareketinin kontrolü için MPC ile kontrolcü tasarımı yapılmıştır. Ayrıca burada MPC ile klasik kontrolör için performans karşılaştırması yapılmıştır. Bu çalışmada [17] sonuç olarak DMDc yöntemiyle elde edilen modelin gürültüsüz durumlarda başarılı performans gösterdiği ve MPC ile birlikte değerlendirme kriterlerini karşıladığı ancak ölçüm gürültüsü varlığında performansda düşüş olduğu belirtilmiştir. Diğer bir çalışmada [18], MATLAB de yer alan dört rotorlu hava aracı modeli kullanılarak toplanan verilerden DMDc yöntemiyle, doğrusal olmayan sistemin durum uzay modeli elde edilmiştir. Bu çalışmada [18], ilk olarak dört rotorlu hava aracı modeli hakkında bilgi verilmiş sonrasında doğrusallaştırma teknikleri anlatılmıştır. Doğrusallaştırma teknikleri altında taylor seri açılımı, DMD ve DMDc yöntemlerinden bahsedilmiştir. Burada [18], doğrusal olmayan sistem için durum uzay modeli bulunurken DMDc yöntemi kullanılmış ve elde edilen durum uzay modeli kullanılarak sistem için doğrusal karesel regülatör (LQR) teknikleriyle kontrolcü tasarımı yapılmıştır. Çalışma [18] sonucu başarısız olmuş, doğrusal olmayan model, DMDc temelli LQR teknikleri ile tasarlanan kontrolcüyle kararsız hale gelmiştir.

Bu tez çalışması kapsamında doğrusal olmayan modele ait yükseklik ve duruş değişkenlerinin kontrol edilmesi problemi ele alınmış ve DMDc yöntemiyle elde edilen durum uzay modeli kullanılarak LQR teknikleri ile durum geri beslemeli kontrolcü tasarımı yapılmıştır. Literatürde LQR teknikleriyle yapılan kontrolcü tasarımları hakkında çok fazla bilgi yer almasının yanında dört rotorlu hava araçları için LQR teknikleriyle yapılan kontrol tasarımlarına ait birçok çalışmada mevcuttur. Bu çalışmalardan biri olan [10] makalede dört rotorlu hava aracı üzerine çalışılmış öncelikle dört rotorlu hava aracı modeli oluşturulmuş ardından optimal kontrol problemi ele alınarak LQR teknikleriyle durum geri beslemeli bir kontrolcü tasarımı yapılmıştır. Benzer şekilde daha önce bahsettiğimiz bazı çalışmalarda da [10],[18] LQR yöntemi anlatılmış ve LQR teknikleriyle kontrolcü tasarımı yapılmıştır. Altı rotorlu hava aracı (hexacopter) ile çalışılan [19] makalede hava aracın irtifa ve duruş takibi için integral etkili LQR tekniği kullanılarak kontrolcü tasarımı yapılmıştır. Bu

çalışmada [19] öncelikle altı rotorlu hava aracı dinamikleri verilmiş ardından şiddetli bozucu etkilerin etkisi altında yükseklik ve duruş komutlarının doğru şekilde takip edilebilmesi için integral etkili LQR teknikleriyle bir kontrolör tasarlanmıştır. Kuvvet ve momentlere eklenen bozucu etkiler ile integral etkili ve integral etkisiz kontrolcü performansı karşılaştırılmış ve integral etkili LQR teknikleri ile tasarlanan kontrolcünün bozucu etki altında başarılı sonuç verdiği sayısal deneylerle gösterilmiştir [19].

1.4 Tezin Yapısı

Tez, Giriş bölümü dahil altı bölümden oluşmaktadır. Dört rotorlu insansız hava aracı sistemi üzerine çalışılan bu tezde Giriş bölümünün ardından ikinci bölümde dört rotorlu insansız hava aracı sistemi hakkında bilgi verilmiştir. İkinci bölümde ilk olarak araç konfigürasyonu ve hareketleri hakkında bilgi verilmiş, eksen takımları ve dönüşüm matrisleri anlatıldıktan sonra dört rotorlu insansız hava aracı sistemine ait kinematik ve dinamik ilişkiler verilerek dört rotorlu insansız hava aracının matematiksel modelinden bahsedilmiştir. Son olarak dört rotorlu hava aracı sistemine ait motor dinamiği ve parametreler verilerek ikinci bölüm tamamlanmıştır. Üçüncü bölümde bu tez için önemli bir nokta olan veriye dayalı kontrol yöntemleri anlatılmıştır. Bu bölümde dinamik mod ayrıştırması (DMD) ve dinamik mod ayrıştırması ile kontrol (DMDc) yöntemlerine yer verilmiştir. Dördüncü bölümde doğrusal karesel regülatör (LQR) teknikleri hakkında bilgi verilmiş, geleneksel LQR teknikleri ve integral etkili LQR teknikleriyle durum geri beslemeli kontrolcü tasarımı anlatılmıştır. Bölüm beşte önceki bölümlerde anlatılanlar doğrultusunda dört rotorlu insansız hava aracı modellemesi ve kontrolü yapılmıştır. İlk olarak MATLAB/Simulink ortamında doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin modellemesinden bahsedilmiş ve sonrasında doğrusal olmayan sistemden toplanan verilerle DMDc yöntemi kullanılarak dört rotorlu insansız hava aracı için durum uzay modelinin elde edilmesi anlatılmıştır. Elde edilen durum uzay modeli kullanılarak LQR teknikleriyle kontrolcü tasarımları yapılmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Altıncı bölümde sonuçlar ve öneriler kısmına yer verilmiş, tezde yapılan çıkarımlar ve karşılaştırmalardan bahsedilmiş ve ileride yapılması planlananlar hakkında gelecek çalışmalar kısmında bilgi verilmiştir.

2. DÖRT ROTORLU İNSANSIZ HAVA ARACI SİSTEMİ

Dört rotorlu insansız hava araçları son yıllarda hızla gelişen teknolojiyle birlikte önemli bir ilerleme kaydetmiştir. Kompakt yapısı ve manevra kabiliyeti sayesinde birçok alanda kullanılan bu araçlar hayatımızın bir parçası haline gelmiştir. Endüstriyel kullanımlardan, tarım sektörüne, eğlence amaçlı kullanımlardan, güvenlik ve savunma alanına kadar geniş bir kullanım yelpazesine sahip olan bu araçlar, teknolojik gelişmelerle birlikte birçok alanda etkin bir rol oynamaktadır. Hem profesyonel kullanıcılara hem de bireysel kullanıcılara hitap eden bu araçlar, geleceğin teknolojik eğilimlerinden biri olarak kabul edilmekte ve sürekli olarak geliştirilmektedir. Ancak, bu hava araçlarının karmaşık dinamik yapılarına sahip olması ve doğası gereği doğrusal olmaması onların modellenmesini ve kontrolünü zorlaştırmaktadır.

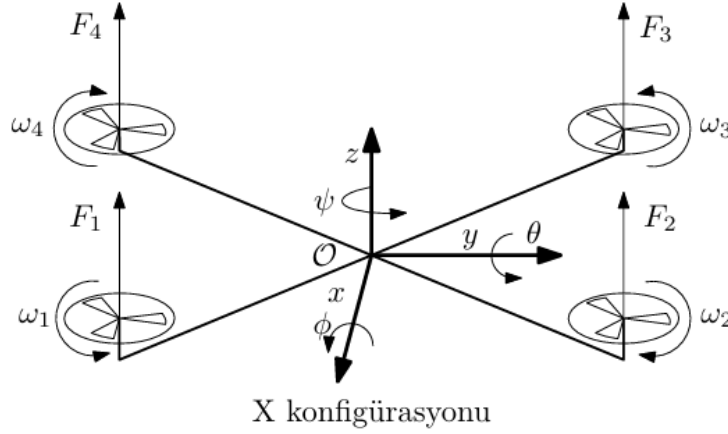
Bu tezde, dört rotorlu insansız hava aracı sistemi üzerine çalışılmıştır. Bu bölümde ilk olarak dört rotorlu insansız hava aracı konfigürasyonu ve hareketlerinden bahsedilmiştir. Daha sonrasında hava aracına ait eksen takımları ve dönüşüm matrisleri hakkında bilgi verilmiş ve son olarak dört rotorlu hava aracının matematiksel modeline yer verilmiştir.

2.1 Dört Rotorlu İnsansız Hava Aracı Konfigürasyonu ve Hareketleri

Dört rotorlu insansız hava aracının hareketini sağlamak için temelde dört adet elektrikli motor kullanılır ve hava aracı hareketlerini motorlara bağlı pervaneler yardımıyla gerçekleştirir. Motorların döndürülmesiyle birlikte pervaneler aşağı yönlü hava akımı yaratır ve bu durum kaldırma kuvveti oluşturur. Her bir motorun hızını kontrol ederek her bir motor için meydana getirilen itki kuvvetleri arasındaki farklar ile oluşan momentler yardımıyla, dört rotorlu insansız hava aracı öteleme ve dönme hareketleri gerçekleştirir. Motorların dönüş yönü sabittir ve uçuş sırasında değişiklik göstermez.

Dört rotorlu insansız hava araçları motor yerleşim ve dönüş yönlerine göre farklı konfigürasyonlara sahiptir. İki çeşit konfigürasyon bulunmaktadır, bunlar artı (+) ve çapraz (x) konfigürasyonlardır. Bu çalışmada dört rotorlu hava aracı konfigürasyonu için çapraz (x) konfigürasyon kullanılmıştır. Çapraz (x) konfigürasyona göre motor

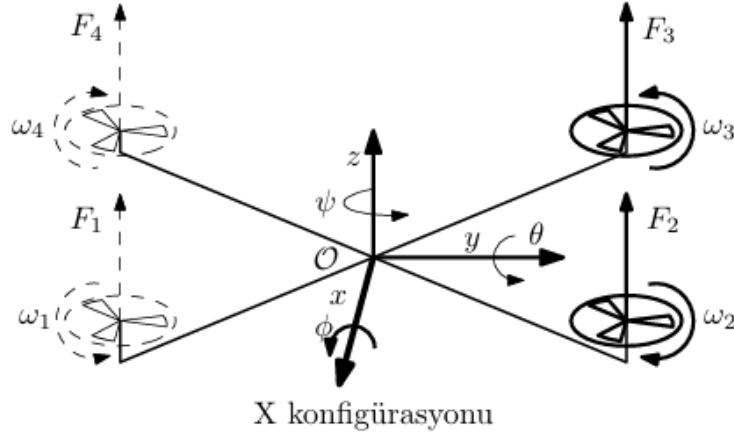
yerleşim ve dönüş yönleri Şekil 2.1'deki gösterilmektedir. Bu konfigürasyona göre 2 ve 4 numaralı motorlar saat yönünde dönerken 1 ve 3 numaralı motorlar saatin tersi yönünde dönmektedir. Ayrıca Şekil 2.1'de görüldüğü gibi çapraz (x) konfigürasyonda motor kolları gövde eksen takımı ile 45° açı yapacak şekilde yerleştirilmiştir.



Şekil 2.1 : Dört rotorlu insansız hava aracı çapraz (x) konfigürasyonu.

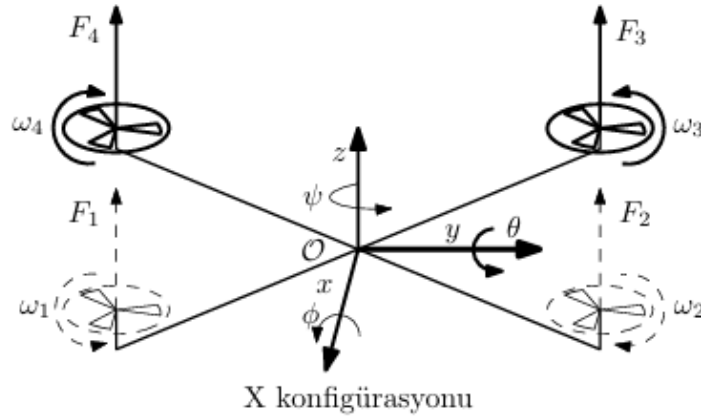
Dört rotorlu insansız hava aracına ait motorların hızları değiştirilerek her bir motorun ürettiği kuvvetler arasında farklar oluşturulur ve oluşan bu kuvvet farkları sayesinde moment oluşması sağlanır. Bu sayede hava aracı yuvarlanma (roll), yunuslama (pitch) ve sapma (yaw) hareketleri gerçekleştirir. Dört rotorlu insansız hava aracının x ekseninde yaptığı dönüş hareketine yuvarlanma hareketi, y ekseninde yaptığı dönüş hareketine yunuslama hareketi ve z ekseninde yaptığı dönüş hareketine sapma hareketi denir.

Çapraz (x) konfigürasyonunda hava aracının pozitif yuvarlanma hareketi yapabilmesi için 2 ve 3 numaralı motorların hızlarının 1 ve 4 numaralı motorların hızlarından daha fazla olması gereklidir. Bu durum Şekil 2.2'de gösterilmiştir. Böylece 2 ve 3 numaralı motorların olduğu taraftaki kuvvet 1 ve 4 numaralı motorların olduğu taraftaki kuvvete göre fazla olacak ve x eksen etrafında pozitif yönlü bir moment oluşturacaktır.



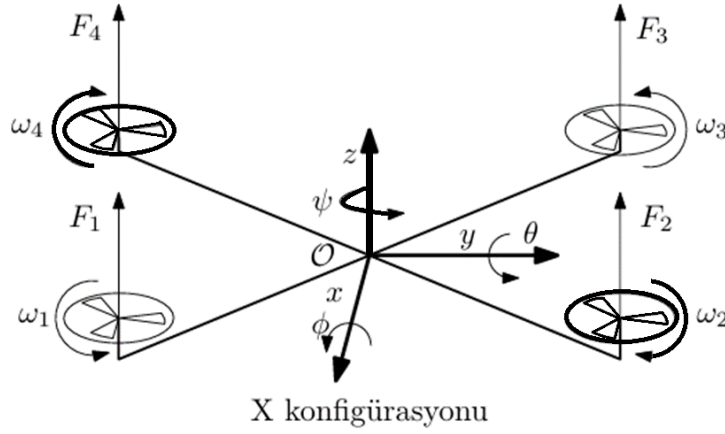
Şekil 2.2 : Çapraz (x) konfigürasyonlu dört rotorlu insanız hava aracının yuvarlanma hareketi.

Şekil 2.3'te görüldüğü gibi çapraz (x) konfigürasyonunda hava aracının pozitif yunuslama hareketi yapabilmesi için 4 ve 3 numaralı motorların hızlarının 1 ve 2 numaralı motorların hızlarından daha fazla olması gereklidir.



Şekil 2.3 : Çapraz (x) konfigürasyonlu dört rotorlu insanız hava aracının yunuslama hareketi.

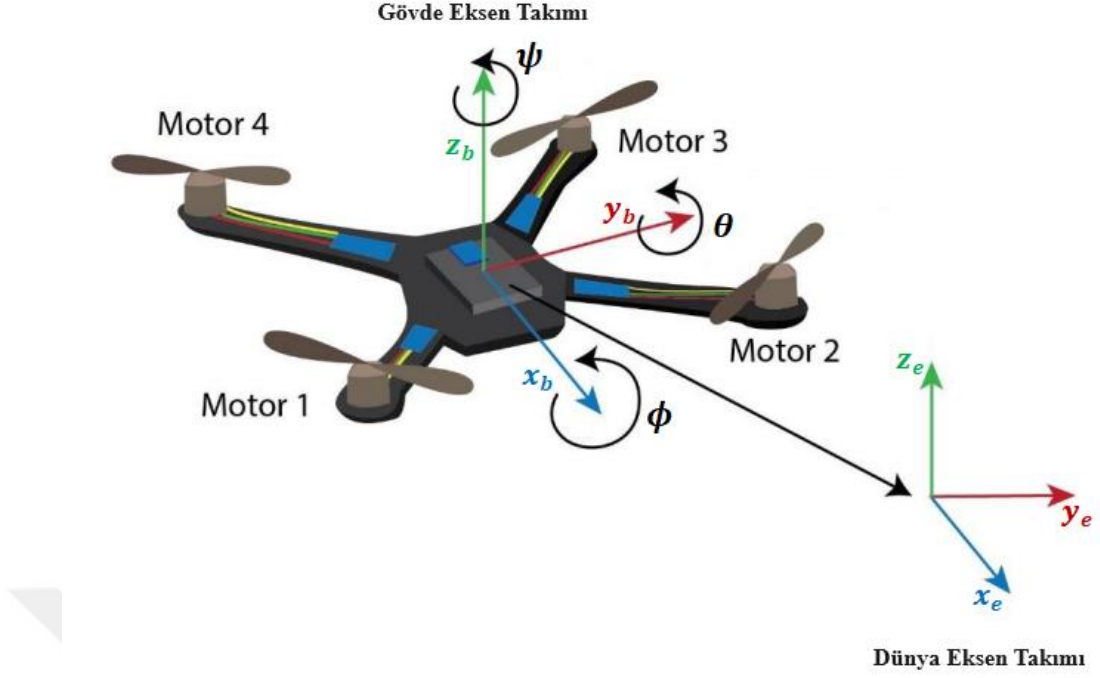
Son olarak çapraz (x) konfigürasyonunda hava aracının pozitif sapma hareketi yapabilmesi için 4 ve 2 numaralı motorların hızlarının 1 ve 3 numaralı motorların hızlarından daha fazla olması gereklidir. Bu durum Şekil 2.4'te görülmektedir.



Şekil 2.4 : Çapraz (x) konfigürasyonlu dört rotorlu insansız hava aracının sapma hareketi.

2.2 Eksen Takımları ve Dönüşüm Matrisleri

Dört rotorlu insansız hava aracının hareketini tanımlamak için tek bir eksen takımı yeterli değildir. Dört rotorlu hava aracı, birçok sensöre sahiptir ve her sensörün verisi farklı eksen takımlarında ifade edilmektedir. İvme ölçer ve jiroskop, gövde eksen takımıyla ilişkili ölçümler vermesine rağmen GPS dünya eksen takımıyla ilişkili ölçümler verir. Bu nedenle matematiksel model oluşturulurken matematiksel ifadeler aynı eksen takımında ifade edilmeli ve gerekli dönüşümler eksen takımları arasında yapılmalıdır. Dört rotorlu hava aracının matematiksel modelini açıklamadan önce, kullanılan referans eksen takımlarını tanıtmak önemlidir. Dört rotorlu hava aracı için dünya eksen takımı (earth frame) ve gövde eksen takımı (body frame) olmak üzere iki farklı referans eksen takımı kullanılır. Bu çalışmada dört rotorlu insansız hava aracı modellemesi için kullanılan referans eksen takımları Şekil 2.5'te görülmektedir.



Şekil 2.5 : Dört rotorlu insanız hava aracının referans eksen takımları.

- Gövde eksen takımına ait eksenlerin gösterimi: $B = [x_b, y_b, z_b]$,
- Dünya eksen takımına ait eksenlerin gösterimi: $E = [x_e, y_e, z_e]$.

Dünya eksen takımı, merkezi dünya üzerinde herhangi bir nokta olarak kabul edilen, dönmeyen ve dört rotorlu hava aracının hareket ettiği 3 boyutlu uzayda referans alınan sabit bir eksen takımı olarak tanımlanabilir. Bu eksen takımında Newton yasaları geçerli kabul edilir.

Dört rotorlu hava aracının kuvvet ve momentleri gövde eksen takımında ifade edilir bu nedenle hava aracının hareket denklemleri gövde eksen takımında elde edilmektedir. Gövde eksen takımı, dört rotorlu hava aracının ağırlık merkezine konumlandırılmıştır. Hava aracıyla birlikte hareket etmektedir ve dönme hareketi gerçekleştiren bir eksen takımıdır. Bu eksen takımında yapılan tanımlamaları dünya eksen takımına aktarmak için dönüşüm matrisi kullanılır.

Euler açıları, katı bir cismin sabit bir eksen takımına göre yönünü tanımlamak için kullanılan üç açıdır. Bu üç açı yuvarlanma (ϕ), yunuslama (θ) ve sapma (ψ) olarak adlandırılır. Euler açıları kullanılarak dönüşüm (rotasyon) matrisleri elde edilebilir. Dönüşüm matrisleri kullanılarak gövde eksen takımından dünya eksen takımına veya

dünya eksen takımından gövde eksen takımına dönüşümler yapılabilir. Bu çalışmada dönüşüm matrisleri olarak R ve T matrisleri kullanılır. Gövde eksen takımında tanımlanan doğrusal hızların dünya eksen takımında tanımlamak için R matrisi kullanılırken, gövde eksen takımında tanımlanan açısal hızların dünya eksen takımında tanımlamak için T matrisi kullanılır.

Gövde eksen takımından dünya eksen takımına geçiş için kullanılan dönüşüm matrisini (R_b^e) elde edebilmek için sırasıyla z , y ve x eksenlerinde ψ , θ ve ϕ kadar yapılan dönüşümler elde edilmelidir. Dönüşüm matrisi R_b^e 'yi bulmak için öncelikle $R_x(\phi)$, $R_y(\theta)$ ve $R_z(\psi)$ olarak adlandırılan temel dönüşüm matrisleri elde edilmiştir.

$$R_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$R_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Bu temel dönüşüm matrisleri sırasıyla çarpılarak gövde eksen takımından dünya eksen takımına geçiş için kullanılan dönüşüm matrisi (R_b^e) aşağıdaki gibi elde edilir. Burada $\cos(\alpha) = c(\alpha)$, $\sin(\alpha) = s(\alpha)$ olarak gösterilmiştir.

$$\begin{aligned} R_b^e &= R_z(\psi)R_y(\theta)R_x(\phi) \\ &= \begin{bmatrix} c(\theta)c(\psi) & s(\phi)s(\theta)c(\psi) - c(\phi)s(\psi) & c(\phi)s(\theta)c(\psi) + s(\phi)s(\psi) \\ c(\theta)s(\psi) & s(\phi)s(\theta)s(\psi) + c(\phi)c(\psi) & c(\phi)s(\theta)s(\psi) - s(\phi)c(\psi) \\ -s(\theta) & s(\phi)c(\theta) & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.4)$$

R_e^b : Dünya eksen takımından gövde eksen takımına geçiş için kullanılan dönüşüm matrisidir.

$$R_e^b(\psi, \theta, \phi) = [R_b^e(\psi, \theta, \phi)]^T \quad (2.5)$$

Gövde eksen takımında tanımlanan açısal hızların dünya eksen takımında tanımlamak için T matrisi kullanıldığından bahsetmiştik. Bu aşamada dünya eksen takımındaki açısal hızları gövde eksen takımında tanımlayabilmek için önceki adımlarda bahsedilen temel dönüşüm matrislerinin (2.1, 2.2 ve 2.3) devriği kullanılarak T matrisinin tersi elde edilecektir. Bu dönüşüm aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$\omega = [p \ q \ r]^T$: Gövde eksen takımındaki açısal hızlardır.

$\dot{\eta} = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$: Dünya eksen takımındaki açısal hızlardır.

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = T^{-1} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = I_{3 \times 3} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + R_x(\phi)^T \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + R_x(\phi)^T R_y(\theta)^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Açısal hız dönüşüm matrisinin tersi ($T^{-1}(\phi, \theta)$) aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \cos(\theta) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Gövde eksen takımındaki açısal hızları dünya eksen takımında tanımlayabilmek için eşitliğin her iki tarafını açısal hız dönüşüm matrisi ($T(\phi, \theta)$) ile çarpılır ve gövde eksen takımındaki açısal hızları dünya eksen takımında tanımlayan eşitlik aşağıdaki gibi elde edilmiş olur.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\phi) \tan(\theta) & \cos(\phi) \tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \frac{\sin(\phi)}{\cos(\theta)} & \frac{\cos(\phi)}{\cos(\theta)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Açısal hız dönüşüm matrisinin ($T(\phi, \theta)$) aşağıdaki gibi elde edilir.

$$T(\phi, \theta) = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\phi) \tan(\theta) & \cos(\phi) \tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \frac{\sin(\phi)}{\cos(\theta)} & \frac{\cos(\phi)}{\cos(\theta)} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

2.3 Dört Rotorlu İnsansız Hava Aracı Matematiksel Modeli

Bu çalışmada verinin toplanacağı doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu nedenle sistemi oluşturmak amacıyla sisteme ait kinematik ve dinamik ilişkiler kullanılarak öncelikle doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemi modellenmiştir. Bu nedenle ilk olarak bu bölümde dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin matematiksel modeli anlatılacak sonraki bölümlerde MATLAB\Simulink ortamında doğrusal olmayan bu sisteme ait modelin veriye dayalı teknikler kullanılarak nasıl oluşturulacağına yer verilecektir.

Dört rotorlu insansız hava aracı doğrusal olmayan bir sistemdir. Bu sistemin modellemesini gerçekleştirmek amacıyla bazı varsayımlar yapılmıştır. Newton Euler yöntemine göre kinematik ve dinamik modelin oluşturulabilmesi için bu varsayımlar aşağıdaki gibi sıralanabilir.

- Dört rotorlu hava aracı yapısı esnek olmayan katı bir yapıdadır.
- Dört rotorlu hava aracı simetrik bir yapıya sahiptir. Bu nedenle atalet matrisinin (J) x , y ve z eksenlerindeki temel atalet bileşenlerini içeren köşegen matris olduğu kabul edilmiştir.

$$J = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

- Hava basıncının etkisi önemsizlenmiştir.
- Dört rotorlu hava aracına ait gövde eksen takımının orijini ağırlık merkezindedir.
- Tüm motorlar aynıdır ve pervaneler esnek olmayan bir yapıya sahiptir.
- Motorların itki ve tork katsayısı sabit kabul edilmiştir.
- Pervanelerin itki ve sürüklenme kuvvetinin, pervanelerin dönme hızlarının karesiyle doğru orantılı olduğu kabul edilmiştir.

2.3.1 Kinematik model

Dört rotorlu insansız hava aracının, gövde eksen takımındaki doğrusal hızları $V = [u \ v \ w]^T$ ve gövde eksen takımındaki açısal hızları $\omega = [p \ q \ r]^T$ olarak tanımlanmıştır. Hava aracının dünya eksen takımındaki konumu, doğrusal hızı ve ivmesi ise sırasıyla; $\xi = [x \ y \ z]^T$, $\dot{\xi} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$, $\ddot{\xi} = [\ddot{x} \ \ddot{y} \ \ddot{z}]^T$ olarak ifade edilmiştir. Dört rotorlu insansız hava aracının dünya eksenindeki yönelimi ise Euler

açılarıyla $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ olarak ifade edilirken açısal hızları ve ivmeleri ise sırasıyla birinci ve ikinci dereceden türevleri ($\dot{\eta} = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$, $\ddot{\eta} = [\ddot{\phi} \ \ddot{\theta} \ \ddot{\psi}]^T$) ile tanımlanmıştır.

Dört rotorlu insansız hava aracına uygulanan kuvvet ve momentler gövde eksen takımında olduğundan dolayı hava aracının dünya eksen takımındaki hareketlerini gözlemleyebilmek için önceki bölümünde anlatılan dönüşüm matrisi (2.4) kullanılmalıdır. Dört rotorlu insansız hava aracının dünya eksen takımındaki doğrusal hızı aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = R_b^e(\psi, \theta, \phi) \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Benzer şekilde dört rotorlu insansız hava aracının dünya eksen takımındaki açısal hızları, gövde eksen takımındaki açısal hızları ve açısal hız dönüşüm matrisi $T(\phi, \theta)$ (2.11) kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$\dot{\eta} = T(\phi, \theta) \omega \quad (2.14)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\phi) \tan(\theta) & \cos(\phi) \tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \frac{\sin(\phi)}{\cos(\theta)} & \frac{\cos(\phi)}{\cos(\theta)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$\dot{\phi} = p + \sin(\phi) \tan(\theta) q + \cos(\phi) \tan(\theta) r \quad (2.16)$$

$$\dot{\theta} = \cos(\phi) q - \sin(\phi) r \quad (2.17)$$

$$\dot{\psi} = \frac{\sin(\phi)}{\cos(\theta)} q + \frac{\cos(\phi)}{\cos(\theta)} r \quad (2.18)$$

2.3.2 Dinamik model

Bu bölümde dört rotorlu insansız hava aracının dinamik modeli hakkında bilgi verilecektir. Dört rotorlu insansız hava aracına ait dinamik model, dönme dinamiği ve öteleme dinamiği olmak üzere iki alt başlıkta incelenir. Dinamik modele ait genel eşitlik aşağıda verilir.

$$\begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & J \\ mI_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega \times J \omega \\ \omega \times mV \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau \\ F \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

2.3.2.1 Öteleme dinamiği

Öteleme dinamiği dört rotorlu insansız hava aracının gövde eksen takımına etki eden kuvvetler nedeniyle hava aracının doğrusal konumu, doğrusal hızı ve ivmesiyle ilişkili denklemleri içermektedir. Öteleme dinamikleri ifade edilirken Newton'un ikinci yasası kullanılır. Dinamik modele ait genel eşitlikteki öteleme dinamiğine ait kısım aşağıdaki gibi yazılır.

$$F = m\dot{V} + \omega \times mV \quad (2.20)$$

Buradaki $F = [F_{x_b} \ F_{y_b} \ F_{z_b}]^T$ kuvveti; hava aracının gövde eksen takımına etki eden kuvvetleri, m hava aracının kütlesini, $I_{3 \times 3}$; 3x3 boyutlu birim matrisi, $(V, \dot{V}, \omega)$; sırasıyla gövde eksen takımındaki doğrusal hız, ivmeyi ve açısal hızı göstermektedir. Bu ifade açık bir şekilde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} F_{x_b} \\ F_{y_b} \\ F_{z_b} \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times m \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$\begin{bmatrix} F_{x_b} \\ F_{y_b} \\ F_{z_b} \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} + m \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Dört rotorlu hava aracının hareketi sırasında açısal hız değerlerinin çok küçük değerler olacağı düşünülürse, yukarıdaki denklemde (2.22) verilen açısal hızların doğrusal hız üzerinden uygulanan kuvvetlere etkisinin çok az olduğu söylenebilir. Bu nedenle bu çalışmada açısal hızların öteleme dinamiğine etkisi ihmal edilmiştir.

Gövde eksen takımında dört rotorlu hava aracına etki eden kuvvetler pervanelerden gelen itki kuvveti ve yer çekimi kuvvetidir. Gövde eksen takımındaki itki kuvveti $F_b = [0 \ 0 \ F_t]^T$ ve dünya eksen takımındaki yer çekimi kuvveti $G_e = [0 \ 0 \ mg]^T$ olarak ifade edilmiştir. Bu kuvvetler birbirlerine terstir bu nedenle gövde eksen takımında hava aracını etkileyen net kuvvet dönüşüm matrisleri kullanılarak aşağıdaki şekilde elde edilmiştir.

$$F = F_b - R_e^b G_e \quad (2.23)$$

$$\begin{bmatrix} F_{x_b} \\ F_{y_b} \\ F_{z_b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_t \end{bmatrix} - R_e^b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Dönüşüm matrisleri ve gövde eksen takımındaki kuvvetler kullanılarak dünya eksen takımındaki kuvvetler aşağıdaki gibi elde edilir. Burada dünya eksen takımındaki kuvvetler $F_e = [F_x \ F_y \ F_z]^T$ olarak ifade edilmiştir.

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m\ddot{x} \\ m\ddot{y} \\ m\ddot{z} \end{bmatrix} = R_b^e \begin{bmatrix} F_{x_b} \\ F_{y_b} \\ F_{z_b} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Yukarıda verilen (2.24) ve (2.25) numaralı iki eşitlik kullanılarak dört rotorlu insansız hava aracının itki ve yönelime bağlı dünya ekseninde ivme değerleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = R_b^e \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{F_t}{m} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{F_t}{m} (\cos(\phi)\sin(\theta)\cos(\psi) + \sin(\phi)\sin(\psi)) \\ \frac{F_t}{m} (\cos(\phi)\sin(\theta)\sin(\psi) - \sin(\phi)\cos(\psi)) \\ \frac{F_t}{m} (\cos(\phi)\cos(\theta)) - g \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

2.3.2.2 Dönme dinamiği

Dönme dinamiği, açısal hız, atalet matrisi ve motor-pervane sistemi tarafından uygulanan momentler hesaba katılarak dört rotorlu insansız hava aracının her üç ekseninde açısal hız oranlarındaki değişimi açıklar. Dinamik modele ait genel eşitlikteki dönme dinamiğine ait kısım aşağıdaki gibi yazılır.

$$\tau = J\dot{\omega} + \omega \times J\omega \quad (2.28)$$

Buradaki $\tau = [L \ M \ N]^T$; hava aracının gövde eksen takımına etki eden momentleri, J matrisi hava aracının gövde eksen takımındaki atalet bileşenlerini içeren atalet matrisini, $(\omega, \dot{\omega})$; sırasıyla gövde eksen takımındaki açısal hız ve açısal ivmeyi göstermektedir. Bu ifade açık bir şekilde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times J \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

$$\begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Dört rotorlu hava aracının dönme dinamiği açılal ivme ile ifade edilir bu nedenle yukarıdaki ifade (2.30) kullanılarak açılal ivmeler aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{I_x} L + \frac{I_y - I_z}{I_x} qr \\ \frac{1}{I_y} M - \frac{I_x - I_z}{I_y} pr \\ \frac{1}{I_z} N + \frac{I_x - I_y}{I_z} pq \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

2.3.3 Kuvvet ve momentler

Dört rotorlu insansız hava aracının dört motora sahip olduğunu ve her bir motor pervane sisteminin dönmesi ile bir kaldırma kuvvetinin oluşacağından önceki bölümlerde bahsetmiştik. Ayrıca motorların farklı hızlarda dönmesi ile oluşacak kuvvet farklarından dolayı ilgili eksenle moment oluşturacağını söylemiştik. Bu bölümde ise kuvvet ve momentlerden daha detaylı bahsedeceğiz.

Pervanelerin dönmesi ile meydana gelen aşağı yönlü hava akımından oluşan kaldırma kuvveti aşağıda verilen denklem ile hesaplanabilir.

$$F_i = \frac{1}{2} \rho A C_t (r \Omega_i)^2, \quad i = 1,2,3,4 \quad (2.32)$$

Burada, ρ , hava yoğunluğunu, A , pervane alanını, C_t , aerodinamik katsayısı, r , pervane yarıçapını, Ω_i ve F_i ise sırasıyla i numaralı pervanenin dönme hızını ve kaldırma kuvvetini ifade etmektedir. Dört rotorlu insansız hava aracı için önceki bölümde yapılan varsayımlar göz önünde bulundurulduğunda pervanenin kaldırma kuvveti hesabı için verilen (2.32) numaralı denklemde pervane için hesaplanan kaldırma kuvvetinin pervanenin dönme hızının karesinin belli bir oranı olduğu görülmektedir. Bu durumda (2.32) numaralı denklem aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$F_i = k \Omega_i^2, \quad i = 1,2,3,4 \quad (2.33)$$

Denklem (2.33)'te k pervaneye ait itki katsayısıdır.

Benzer durum dört rotorlu insansız hava aracının motor pervane sisteminin dönmesi ile oluşan sürekleme kuvveti içinde geçerlidir. Burada Q_i , pervanelerin dönmesi ile oluşan sürekleme kuvvetini, d , sürüklenme sabitini ifade etmektedir.

$$Q_i = d\Omega_i^2, \quad i = 1,2,3,4 \quad (2.34)$$

Dört rotorlu hava aracının tüm pervanelerin z_b ekseninde oluşturduğu toplam itki kuvveti aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$F_t = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = k(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \quad (2.35)$$

Pervanelerin farklı dönme hızlarına sahip olması kütle merkezinde moment oluşmasına neden olur. Çapraz (x) konfigürasyonlu dört rotorlu hava aracı için gövde eksen takımında oluşan momentler ise aşağıdaki gibi elde edilir. Burada l , dört rotorlu hava aracında motorların kütle merkezine olan uzaklığını ve hava aracına ait $M_{x_b}, M_{y_b}, M_{z_b}$, gövde eksen takımındaki momentleri ifade etmektedir.

$$M_{x_b} = \frac{l}{\sqrt{2}}(-F_1 + F_2 + F_3 - F_4) = \frac{kl}{\sqrt{2}}(-\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \quad (2.36)$$

$$M_{y_b} = \frac{l}{\sqrt{2}}(-F_1 - F_2 + F_3 + F_4) = \frac{kl}{\sqrt{2}}(-\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \quad (2.37)$$

$$M_{z_b} = (-Q_1 + Q_2 - Q_3 + Q_4) = d(-\Omega_1^2 + \Omega_2^2 - \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \quad (2.38)$$

Bu durumda (2.35), (2.36), (2.37) ve (2.38) numaralı denklemler kullanılarak dört rotorlu hava aracının motor hızlarından gövde eksen takımındaki kuvvet ve momentlere geçişi sağlayan matris aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} F_t \\ M_{x_b} \\ M_{y_b} \\ M_{z_b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & k & k & k \\ -\frac{kl}{\sqrt{2}} & \frac{kl}{\sqrt{2}} & \frac{kl}{\sqrt{2}} & -\frac{kl}{\sqrt{2}} \\ -\frac{kl}{\sqrt{2}} & -\frac{kl}{\sqrt{2}} & \frac{kl}{\sqrt{2}} & \frac{kl}{\sqrt{2}} \\ -d & d & -d & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

2.3.4 Motor dinamiği ve parametreler

Bu çalışmada dört rotorlu hava aracı sistemi modellenirken motor dinamiği için kalıcı hal hatsının olmadığı varsayımı yapılarak aşağıdaki verilen 1.dereceden DC motor modeli kullanılmıştır. Burada T_m , motor zaman sabiti olarak ifade edilmiştir.

$$\left(\frac{\Omega}{\Omega_d}\right)(s) = \frac{1}{T_ms + 1} \quad (2.40)$$

Dört rotorlu hava aracı sistemi modellenirken kullanılan parametreler Çizelge 2.1’de verilmiştir. Bu tezde dört rotorlu hava aracı sistemi modellenirken, çalışma [2]’de kullanılan parametreler örnek alınmıştır.

Çizelge 2.1 : Dört rotorlu insansız hava aracı model parametreleri

Sembol	Açıklama	Değer	Birim
m	Kütle	0.65	kg
g	Yerçekimi ivmesi	9.81	m/s ²
I_x	X eksenindeki atalet değeri	0.0075	kg.m ²
I_y	Y eksenindeki atalet değeri	0.0075	kg.m ²
I_z	Z eksenindeki atalet değeri	0.013	kg.m ²
l	Motorların kütle merkezine uzaklığı	0.23	m
k	İtke katsayısı	$0.313 \cdot 10^{-4}$	N.s ²
d	Sürüklenme katsayısı	$0.75 \cdot 10^{-6}$	N.m.s ²
T_m	Motor zaman sabiti	0.04	s
Ω_{maks}	Maksimum motor hızı	550	Rad/s

3. VERİYE DAYALI KONTROL

Veriye dayalı kontrol (Data Driven Control), son yıllarda karmaşık sistemleri modelleme ve kontrol etme alanında giderek yaygınlaşan görece yeni bir kontrol paradigmasıdır. Karmaşık sistemlerin modellenmesi ve kontrolünde veriye dayalı yöntemlerin kullanımı mühendislik, biyolojik ve fizik bilimlerini geliştirme konusunda büyük potansiyele sahip, hızla gelişen bir alandır. Tarihsel kayıtlar ve deneysel verilerden yüksek doğrulukta ölçümlerin elde edilmesi ve bu çok sayıda verilerden elde edilen modeller çoğu zaman anlaşılması zor modellerdir. Bu nedenle araştırmacılar türbülanslı bir akışkan sistemini, bilişsel (cognitive) bir sistemi, bir robot sistemini, iklim ve finans gibi çok çeşitli karmaşık sistemleri modellemek için veri odaklı yaklaşımlara giderek daha fazla ilgi duymaktadır. Bu sistemler doğası gereği doğrusal olmayan, yüksek boyutlu, tahmin ve kontrol hedefi için modellenmesi gereken baskın dinamiklere sahiptir. Sistem ne kadar karmaşık olursa olsun günümüzde bu sistemlerin modellenmesi ve kontrolü veriye dayalı yöntemler kullanılarak gerçekleştirilebilmektedir. Veriye dayalı yöntemlerin giderek popüler olmasının diğer bir nedeniyse düşük maliyetli sensörlerdeki dikkat çekici yeniliklerin, hesaplama gücündeki büyük artışların ve neredeyse sınırsız veri depolama ve aktarma yeteneklerinin mümkün olması nedeniyle çok büyük miktarlarda verinin kullanılabilirliğidir.

Veriye dayalı kontrol, sadece sistemin giriş ve çıkış verilerini kullanarak sisteme ait dinamikleri modellemeye olanak tanır. Bu yaklaşımın bir örneği olarak, bu tez çalışmasında dört rotorlu insansız hava araçları üzerine bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava araçlarının karmaşık yapıları sahip olması, onların modellenmesini ve kontrol edilmesini zorlaştırır.

Bu çalışmada, dört rotorlu hava aracının yükseklik ve duruş değişkenlerine ait matematiksel modeller herhangi bir doğrusallaştırma tekniği kullanılmadan sadece doğrusal olmayan sistemin zamana bağlı anlık ölçümleri ile veriye dayalı yeni bir yöntem olan dinamik mod ayrıştırması ile kontrol (DMDc) yöntemi kullanılarak sistemin durum uzay modeli elde edilmiştir. Dinamik mod ayrıştırması ile kontrol

(DMDc), karmaşık ve yüksek boyutlu sistemlerin dinamiklerini yalnızca anlık ölçümler kullanarak yeniden oluşturan, veri odaklı DMD algoritmasına dayanmaktadır. Bu bölümde ilk olarak dinamik mod ayrıştırmasından (DMD) ve uygulama adımlarından bahsedilecek daha sonrasında dinamik mod ayrıştırması ile kontrol anlatılacak son olarak DMDc metodunun uygulama adımları verilecektir.

3.1 Dinamik Mod Ayrıştırması (DMD)

Dinamik mod ayrıştırması (DMD), yüksek boyutlu verilerden dinamik sistemlerin modellenmesi için kullanılan güçlü ve yeni bir tekniktir. DMD yöntemi, karmaşık akışları basit bir temsile ayırtmaya yönelik bir yöntem olarak akışkanlar dinamiği topluluğunda ortaya çıkmıştır [16]. DMD'nin artan başarısı, karmaşık bir sistemin gelecekteki durum tahmini ve kontrolü için kullanılabilecek durum-uzay yapısına doğru bir şekilde ayrıştırılmasını sağlayabilen veriye dayalı bir yöntem olmasından kaynaklanmaktadır.

DMD algoritmasında genellikle dinamik bir sistemden toplanan veriler dikkate alınır. Bu sürekli zamandaki dinamik sistem aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t) \quad (3.1)$$

Burada $x(t) \in \mathbb{R}^n$, dinamik sistemin t zamandaki n ($n \gg 1$) adet durum değişkenini temsil eden vektördür, ayrıca $f(\cdot)$, fonksiyonu doğrusal olmayan diferansiyel denklemlerin birleşiminden oluşmuş sistemi temsil eder. Sürekli zamandaki dinamik sistemin (3.1) ayrık zamandaki temsili aşağıdaki gibidir.

$$x_{k+1} = F(x_k) \quad (3.2)$$

Doğrusal olmayan dinamik sistemin (3.1) modellenmesi ve gelecekteki durum değişkenlerinin tahmini kolay değildir. DMD algoritmasıyla sadece sistemden toplanan veriler kullanılarak gelecekteki durum değişkenlerinin tahmini ve sistemin modellenmesi yapılabilir. Böylece, sistem verileri tek başına dinamikleri ve gelecekteki durum değişkenlerini tahmin etmek için yeterlidir. DMD yöntemiyle doğrusal olmayan dinamik sisteme ait verilerden, aşağıdaki doğrusal dinamik sistem temsilini elde edebiliriz.

$$\frac{dx}{dt} = Ax \quad (3.3)$$

Burada $\mathcal{A}$ doğrusal sistemin sürekli zaman dinamiklerini temsil eder. Doğrusal dinamik sistemin (3.3) ayırık zamanlı gösterimi aşağıdaki gibidir.

$$x_{k+1} = A_d x_k \quad (3.4)$$

Burada A_d doğrusal sistemin ayırık zaman dinamiklerini temsil eder. DMD algortimasını uygulama adımları bir sonraki alt bölümde daha detaylı anlatılacaktır.

3.1.1 DMD metodu uygulama adımları

DMD algoritmasının uygulanması için öncelikle doğrusal olmayan sistem ait veriler toplanarak anlık veri matrisleri aşağıdaki gibi oluşturulmalıdır.

$$X = \begin{bmatrix} | & | & \dots & | \\ x_1 & x_2 & \dots & x_{m-1} \\ | & | & \dots & | \end{bmatrix}, \quad (3.5a)$$

$$X' = \begin{bmatrix} | & | & \dots & | \\ x_2 & x_3 & \dots & x_m \\ | & | & \dots & | \end{bmatrix}. \quad (3.5b)$$

Bu anlık veri matrislerinin doğrusal olmayan dinamik sistemden (3.2) elde edilir ve DMD yöntemiyle bu veri matrisleri kullanılarak doğrusal bir yaklaşım bulmamız gerekir. Doğrusal yaklaşım (3.4), bu veri matrisleri cinsinden şu şekilde yazılabilir.

$$X' \approx AX \quad (3.6)$$

Burada sistem dinamiğini içeren matrisi (A) elde edebilmek için eşitlik (3.6) aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$A = X'X^{-1} \quad (3.7)$$

Burada anlık veri matrisinin (X) tersi elde edilmesi gereklidir. Ancak anlık veri matrisi $X \in \mathbb{C}^{n \times m-1}$, $n \times m - 1$ boyutlu kare olmayan bir matristir. Bu nedenle kare olmayan bir matrisin sözde tersi (pseudo inverse) bulunurken tekil değer ayrıştırması (SVD) kullanılmıştır.

Tekil değer ayrıştırması (SVD), bir matrisin sayısal olarak kararlı bir şekilde ayrıştırılmasını sağlayan ve çeşitli amaçlar için kullanılabilen, varlığı garanti edilen bir matris ayrıştırması sağlar. SVD yönteminin yüksek boyutlu verilerin boyut indirgeme ötesinde birçok güçlü uygulaması bulunmaktadır. SVD, kare olmayan matrislerin sözde tersini hesaplamak için kullanılır [15].

Genel olarak, karmaşık değerli dikdörtgen matrislerin her biri için tekil değer ayrışımı mevcut olduğundan, anlık veri matrisinin (X) SVD uygulaması sonucu aşağıdaki gibidir.

$$X_{n \times m-1} = U_{n \times n} \Sigma_{n \times m-1} V_{m-1 \times m-1}^* \quad (3.8)$$

Burada $U \in \mathbb{C}^{n \times n}$ ve $V \in \mathbb{C}^{m-1 \times m-1}$ ortonormal sütunlu birimcil (unitary) matrislerdir ve $\Sigma \in \mathbb{R}^{n \times m-1}$ köşegen üzerinde gerçekte ve negatif olmayan girişlere sahip köşegen matrisdir. Ayrıca $*$, karmaşık eşlenik transpoz işlevini ifade etmektedir.

Burada $n \geq m - 1$ olduğu durumda Σ matrisinin köşegeninde sıfırdan farklı en fazla $m - 1$ eleman bulunur ve aşağıdaki gibi yazılır.

$$\Sigma_{n \times m-1} = \begin{bmatrix} \hat{\Sigma}_{m-1 \times m-1} \\ 0_{(n-m+1) \times m-1} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

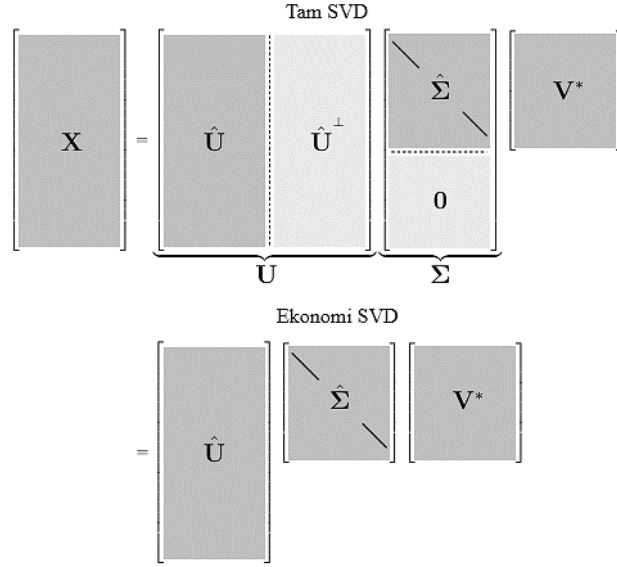
Bu durumda anlık veri matrisini (X) tam olarak elde edebilmek için ekonomi SVD kullanılır. Yukarıdaki ifade (3.9), (3.8)'deki ifade de yerine yazılırsa eşitlik aşağıdaki gibi olur.

$$X_{n \times m-1} = U_{n \times n} \Sigma_{n \times m-1} V_{m-1 \times m-1}^* \quad (3.10a)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_{n \times m-1} & \hat{U}_{(n \times n-m+1)}^\perp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Sigma}_{m-1 \times m-1} \\ 0_{(n-m+1) \times m-1} \end{bmatrix} V_{m-1 \times m-1}^* = \hat{U} \hat{\Sigma} V^* \quad (3.10b)$$

Tam SVD ve ekonomi SVD Şekil 3.1'de gösterilmektedir. Matris $\hat{U}^\perp$ 'nın sütunları, $\hat{U}$ matrisinin kapsadığı vektör uzayına tamamlayıcı ve onunla dik olan bir vektör uzayını kapsar. Matris U 'nın sütunlarına X 'in sol tekil vektörleri ve V 'nin sütunlarına sağ tekil vektörleri denir. Köşegen matrisinin $\hat{\Sigma} \in \mathbb{C}^{m \times m}$ köşegen elemanları tekil değerlerdir ve büyükten küçüğe doğru sıralanmıştır. Anlık veri matrisi X 'in rankı sıfır olmayan tekil değerlerin sayısına eşittir. Ayrıca $n \leq m - 1$ durumunda aynı yaklaşım kullanarak eşitlik aşağıdaki gibi yazılır.

$$X_{n \times m-1} = U \hat{\Sigma} \hat{V}^* \quad (3.11)$$



Şekil 3.1 : Tam SVD ve ekonomi SVD.

Bu durumda anlık veri matrisi X 'in ekonimi SVD ifadesi (3.10b) eşliğindeki gibi elde edilmiştir. Anlık veri matrisi X 'in ekonimi SVD ifadesi kullanılarak X 'in sözde tersi elde edilebilir ve (3.7)'deki ifadede yerine yazılırsa sistem dinamiğini içeren matris (A) aşağıdaki gibi bulur.

$$A = X' (U \hat{\Sigma} V^*)^{-1} \quad (3.12)$$

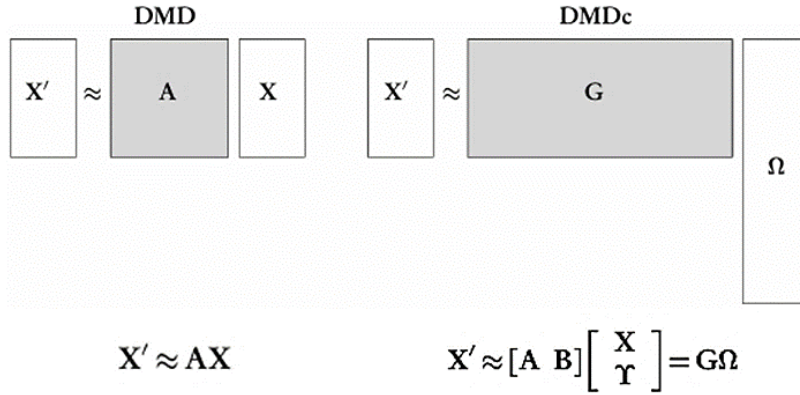
Bu eşitlik düzenlenirse sistem dinamiğini içeren matris (A) aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$A = X' \hat{V} \hat{\Sigma}^{-1} U^* \quad (3.13)$$

3.2 Dinamik Mod Ayırıştırması İle Kontrol (DMDc)

Bu çalışmada dört rotorlu insansız hava aracı sistemine ait yükseklik ve duruş değişkenlerinin kontrol edilmesi problemini çözmek için literatürde dinamik mod ayırıştırması ile kontrol (DMDc) olarak geçen veriye dayalı yeni bir yöntem kullanılmıştır. Dinamik mod ayırıştırması ile kontrol (DMDc), karmaşık ve yüksek boyutlu sistemlerin dinamiklerini yalnızca anlık ölçümler kullanarak yeniden oluşturan, veri odaklı DMD algoritmasına dayanmaktadır. DMDc ise DMD'nin temel prensiplerini kullanarak sistemdeki dinamikleri analiz etmek için geliştirilmiş bir tekniktir.

Şekil 3.2’de görüldüğü gibi, DMDc yöntemi DMD den farklı olarak sistemin anlık ölçüm verilerine ek harici giriş sinyallerini de kullanarak sistemin dinamiklerini ve kontrol edilebilirlik özelliklerini belirler.



Şekil 3.2 : DMD ve DMDc metodu.

Doğrusal olmayan sistem verilerinden doğrusal model elde edebilmek için DMDc yöntemi sistemin anlık ölçüm verilerine ek harici giriş sinyallerinide ihtiyaç duyulmaktadır. Bu nedenle DMDc yöntemiyle doğrusal olmayan dinamik sisteme ait verilerden, aşağıdaki ayrık zamanlı doğrusal dinamik sistem temsilini elde ederiz.

$$x_{k+1} \approx A_d x_k + B_d u_k \quad (3.14)$$

DMDc metodunun uygulama adımları bir sonraki alt bölümde anlatılmıştır.

3.2.1 DMDc metodu uygulama adımları

DMDc algoritması DMD den farklı olarak sistemin anlık ölçüm verilerine ek harici giriş sinyallerini de kullandığından dolayı algoritmasının uygulanması için öncelikle doğrusal olamayan sistem ait veriler toplanırken sistem dinamiklerine ek uygulanan giriş sinyalleride toplanarak anlık veri matrisleri aşağıdaki gibi oluşturulmalıdır.

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} | & | & \dots & | \\ x_1 & x_2 & & x_{m-1} \\ | & | & & | \end{bmatrix}, \quad (3.15a)$$

$$\mathbf{X}' = \begin{bmatrix} | & | & \dots & | \\ x_2 & x_3 & & x_m \\ | & | & & | \end{bmatrix}, \quad (3.15b)$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} | & | & \dots & | \\ u_1 & u_2 & & u_{m-1} \\ | & | & & | \end{bmatrix}. \quad (3.15c)$$

Bu anlık veri matrislerinin doğrusal olmayan dinamik sistemden (3.2) elde edilir ve DMDC yöntemiyle bu veri matrisleri kullanılarak doğrusal bir yaklaşım bulmamız gerekir. Doğrusal yaklaşım (3.14), bu veri matrisleri cinsinden şu şekilde yazılabilir.

$$X' \approx AX + BY \quad (3.16)$$

Burada hem sistem matrisi (A) ve hem de giriş matrisi (B) bilinmemektedir. Bu nedenle hem A hem de B matrisi aynı anda tanımlanması gerekir. Bu durumda hem A hem de B matrisi aynı anda elde edebilmek için eşitlik (3.16) aşağıdaki gibi düzenlenir.

$$X' = [A \ B] \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = G \Omega \quad (3.17)$$

Burada Ω arttırılmış veri matrisi, G arttırılmış operatör matrisi olarak ifade edilmiştir. Doğrusal olmayan sistemden toplanan veriler kullanılarak anlık ölçüm veri matrisleri X ve Y oluşturulur ve sonrasında arttırılmış veri matrisi (Ω) aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\Omega = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

DMDC yöntemiyle ile $G = [A \ B]$ arttırılmış operatör matrisini elde etmek için $\Omega = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$ arttırılmış veri matrisinin sözde tersini bulurken önceki bölümde anlatılan tekil değer ayrıştırması (SVD) uygulanır ve SVD yöntemiyle arttırılmış veri matrisi aşağıdaki gibi elde edilir.

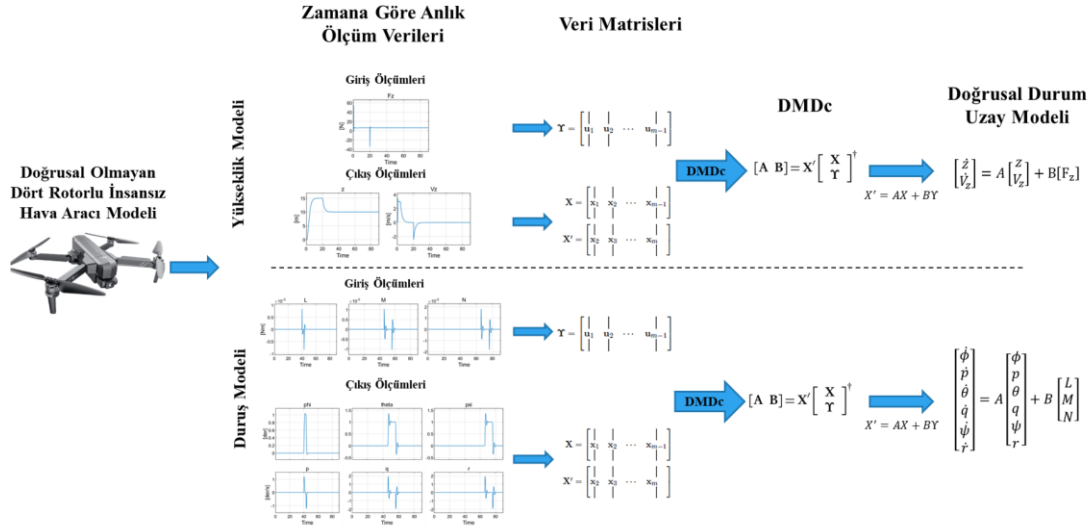
$$\Omega \approx \tilde{U} \tilde{\Sigma} \tilde{V}^* = \begin{bmatrix} \tilde{U}_1 \\ \tilde{U}_2 \end{bmatrix} \tilde{\Sigma} \tilde{V}^* \quad (3.19)$$

Son olarak A ve B matrislerini elde etmek için SVD yöntemiyle elde edilmiş arttırılmış veri matrisine ait ifade (3.19) kullanılarak arttırılmış veri matrisinin sözde tersi bulunur. Arttırılmış veri matrisinin sözde tersi ve (3.17)'deki ifade kullanılarak A ve B matrisleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$A = X' \tilde{V} \tilde{\Sigma}^{-1} \tilde{U}_1^* \quad (3.20)$$

$$B = X' \tilde{V} \tilde{\Sigma}^{-1} \tilde{U}_2^* \quad (3.21)$$

Elde edilen A ve B matrisleri (3.16)'daki ifadede yerine yazılarak sisteme ait doğrusal durum uzay modeli elde edilmiş olur. Bu bölümde anlatılan DMDC algoritmasının uygulama adımları Şekil 3.3'te doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı modeli için gösterilmiştir.



Şekil 3.3 : DMDc algoritmasının uygulama adımları.

4. DOĞRUSAL KARESEL REGÜLATOR (LQR)

Doğrusal olmayan, kararsız, dört rotorlu hava aracı sisteminin kararlılığını garanti eden ve optimal sonucu veren kontrolcü tasarlamak için DMDc metodu ile elde edilen doğrusal model kullanılarak doğrusal karesel regülatör (LQR) teknikleri ile durum geri beslemeli bir kontrolcü tasarımı yapılmıştır.

Doğrusal karesel regülatör (LQR), doğrusal sistemlerin durum uzay modelini kullanarak performans kriterlerine göre sistem davranışını optimize eden bir optimal kontrol yöntemidir. LQR algoritması, ağırlık matrisleri kullanılarak sistemin durumları ve kontrol sinyalleri arasındaki ilişkiye göre belirlenen maliyet fonksiyonunu en aza indirecek kontrol kazançlarını bularak durum geri beslemeli bir kontrolcü tasarlamamıza olanak tanır. Bu kontrol tekniği, sistem davranışını kararlı kılmak ve belirli performans ölçütlerini en iyi şekilde karşılamak için kullanılır. LQR, genellikle mühendislik uygulamalarında, otomasyon, uçuş kontrolü, robotik ve endüstriyel sistemler gibi alanlarda yaygın olarak tercih edilir. LQR tekniği, hesaplama kolaylığı, performans ölçütüne göre optimal sonuç vermesi ve geniş bir sistem sınıfına uygulanabilir olması gibi avantajlarının yanı sıra sistem durumları ve kontrol girişleri için belirlenmesi gereken ağırlık matrislerini belirlemenin kesin bir yöntemi bulunmamasıda bu tekniğin dezavantajlarından biridir.

LQR'nin çeşitli varyantları bulunmaktadır. Bu çalışmada ilk olarak geleneksel LQR teknikleri ile kontrol tasarımı yapılmış daha sonrasında sistemde yaşanabilecek sürekli hal hatalarını düzeltmeyi hedefleyen integral etkili LQR kontrolör tasarlanmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Bu nedenle bu bölümde ilk olarak LQR teknikleri ile kontrolcü tasarımı anlatılacak daha sonrasında ise integral etkili LQR teknikleri ile kontrolcü tasarımına yer verilecektir.

4.1 Doğrusal Karesel Regülatör (LQR) Teknikleri İle Kontrolcü Tasarımı

Bu bölümde geleneksel LQR teknikleri ile durum geri beslemeli kontrolcü tasarımı anlatılacaktır. LQR teknikleri ile durum geri beslemeli kontrolcü tasarımındaki temel amaç optimizasyon problemi çözerek kazanç matrisini (K) elde etmektir. Kazanç

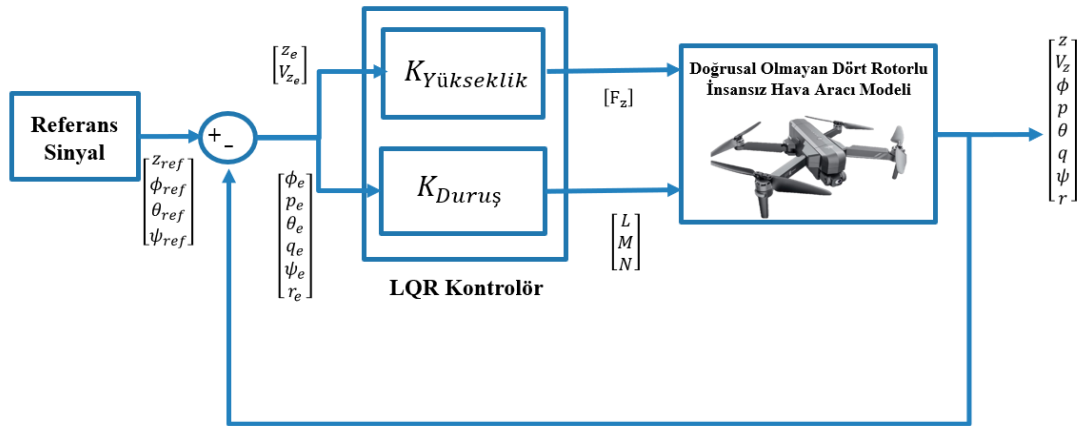
matrisini elde etmek için LQR teknikleri sisteme ait durum uzay modeline, maliyet fonksiyonuna ve tasarım kriterlerine uygun ağırlık matrislerine ihtiyaç duyar. Bu çalışmada doğrusal olmayan sistemden elde edilen veriler kullanılarak DMDc yöntemiyle sisteme ait ayrık zamanlı doğrusal model elde edilmiştir. Burada LQR teknikleri ile durum geri beslemeli kontrolcü tasarımı yaparken kullanılan sistemin ayrık zamanlı durum uzay modeline ait eşitlik (3.14)'te gösterilmiştir.

Dört rotorlu insansız hava aracı sistemi için LQR teknikleriyle durum geri beslemeli kontrolcü tasarımı yaparken kontrol kuralı aşağıdaki gibi belirlenir.

$$u(k) = -Kx_e(k) = -K(x(k) - x_{ref}(k)) \quad (4.1)$$

Burada u ; kontrol sinyalini, K ; kazanç matrisini, x ; sistemin durum değişkenlerini, x_e ; durum değişkenlerinin hatasını ve x_{ref} ; durum değişkenlerine ait referans sinyalleri ifade etmektedir.

LQR kontrolörlü doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemine ait blok diyagram Şekil 4.1'deki gibi oluşturulmuştur.



Şekil 4.1 : LQR kontrolörlü doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemine ait blok diyagram.

LQR yönteminde bir optimizasyon problemi çözülerek K kazanç matrisi elde edilir bu nedenle bir maliyet fonksiyonu belirlenmesi gerekir. Optimal geri besleme kazançları aşağıda verilen maliyet fonksiyonunun (J) minimize edilmesi ile bulunmaktadır.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (4.2)$$

Burada J ; maliyet fonksiyonunu, $(.)^T$; matrise ait transpoz operatörünü, $Q = Q^T \in \mathbb{R}^l$; durum değişkenlerine ait ağırlık matrisini, $R = R^T \in \mathbb{R}^r$; kontrol girişlerine ait

ağırlık matrisini temsil etmektedir. Ağırlık matrislerinin seçimi sistem davranışı için büyük bir öneme sahiptir. Ancak LQR tekniklerinde Q ve R ağırlık matrislerini belirlemenin kesin bir yöntemi yoktur bu nedenle geleneksel olarak deneme yanılma yöntemiyle performans kriterlerine uygun olarak seçilmiştir. R matrisindeki değerlerin büyük seçilmesi sistemi yavaşlatırken, daha küçük kontrol sinyali istemesi nedeniyle sistemin daha az enerji tüketmesini sağlar. Q matrisindeki değerlerin büyük seçilmesi sistemi hızlandırırken, sistemin daha büyük kontrol sinyali istemesine ve daha çok enerji tüketmesini neden olur. Ayrıca ağırlık matrisleri belirlenirken, durum değişkenlerine ait ağırlık matrisi Q ‘nun pozitif yarı tanımlı (positive semi-definite) köşegen (diagonal) matris ve kontrol girişlerine ait ağırlık matrisi R ’nin pozitif tanımlı (positive definite) köşegen matris olmasına dikkat edilmelidir.

Bu çalışmada LQR teknikleri ile durum geri beslemeli kontrol kazanç matrisini elde etmek için MATLAB’ın ‘dlqr’ komutu aşağıdaki gibi kullanılmıştır.

$$dlqr(A, B, Q, R)$$

Bu fonksiyon K kazanç matrisini elde edebilmek için optimizasyon problemini aşağıda verilen cebirsel Riccati denklemini kullanarak çözmektedir.

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (4.3)$$

Burada Riccati denkleminin çözümü olan P matrisi pozitif tanımlı simetrik matristir. Yukarıda verilen Riccati denkleminin (4.3) çözülmesiyle birlikte bulunan P matrisi kullanılarak kazanç matrisi K aşağıdaki şekilde elde edilir.

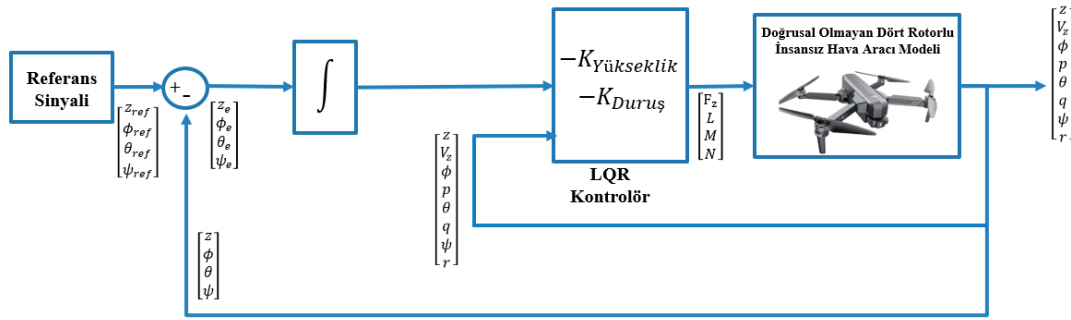
$$K = R^{-1} B^T P \quad (4.4)$$

4.2 İntegral Etkili Doğrusal Karesel Regülatör (LQR-I) Teknikleri İle Kontrolcü Tasarımı

Bu çalışmada, sistemde yaşanabilecek kalıcı hal hatalarını düzeltmek amacıyla dört rotorlu insansız hava aracı sistemi için integral etkili doğrusal karesel regülatör teknikleri (LQR-I) ile kontrolcü tasarımı yapılmıştır. Bu bölümde de integral etkili LQR teknikleri ile kontrolcü tasarımı hakkında bilgi verilecektir.

İntegral etkili doğrusal karesel regülatör (LQR-I), adından da anlaşılacağı gibi integral teriminin dahil edildiği bir LQR türüdür. Integral etkili LQR, mühendislik uygulamalarında hassas kontrol gerektiren sistemlerde veya referans takibi yapan

sistemlerde sürekli hal hatasının giderilmesi gerektiği durumlarda kullanılır. Geleneksel LQR yöntemi ile tasarlanmış kontrolcü, durum hatasını minimize etmek için tasarlanmış olsada bu kontrolcüye sahip sistemde küçükte olsa bir miktar sürekli hal hatası oluşabilir. Bu durumda sürekli hal hatası zamanla sistem performansını etkileyebilir. Integral etkili LQR, bu hatayı azaltmak için integral terimini kullanır. Integral etkili LQR, durum hatasının integralini alarak hatayı azaltmayı hedefler. Bu sistemdeki sürekli hal hatasını düzeltir ve daha hassas bir kontrol sağlar. Integral etkili LQR teknikleri ile tasarlanmış kontrolcülü doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemine ait blok diagram Şekil 4.2’de görülmektedir. Bu blok diagramda da görüldüğü gibi durum geri beslemeli kontrolcüye ek olarak durum hatalarının integralide eklenerek LQR teknikleri ile integral etkili durum geri beslemeleri kontrolcü tasarımı yapılmıştır.



Şekil 4.2 : Integral etkili LQR kontrolörlü doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemine ait blok diyagram.

Dört rotorlu insansız hava aracı sistemi için integral etkili LQR teknikleriyle kontrolcü tasarımı yapılırken kontrol sinyali aşağıdaki gibi belirlenmiştir.

$$u_{LQR-I}(k) = -[K_x \quad K_{x_i}] \begin{bmatrix} x(k) \\ x_i(k) \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Burada K_x ; durum değişkenlerinin optimal kazançlarını, K_{x_i} ; integral etkili durum değişkenlerinin optimal kazançlarını, x ; sisteme ait durum değişkenlerini ve x_i ; sisteme ait integral etkili durum değişkenlerini ifade etmektedir. Integral etkili LQR teknikleri ile kontrolcü tasarlanan sistemin eşitlik (3.14)’te gösterilmiş ayrık zamanlı durum uzay modelini aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$x_{k+1} = A_d x_k + B_d u_k \quad (4.6a)$$

$$y_k = C_d x_k + D_d u_k \quad (4.6a)$$

Eşitlik (4.6)'da ifade edilen sisteme ait ayrık zamanlı durum uzay modeli kullanılarak integral etkisi dahil edilmiş genişletilmiş durum uzay modeli aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\hat{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ x_{i_{k+1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_d & 0 \\ C_d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ x_{i_k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_d \\ 0 \end{bmatrix} [u_k] \quad (4.7a)$$

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{A}_d \hat{x}_k + \hat{B}_d \hat{u}_k \quad (4.7b)$$

Elde edilen integral etkisi dahil genişletilmiş durum uzay modeli (4.7) kullanılarak bir önceki bölümde anlatılan geleneksel LQR teknikleriyle optimal kazançlar bulunabilir. Bu çalışmada integral etkili LQR kazançları bulunurken MATLAB'de yer alan 'lqi()' fonksiyonu kullanılmıştır.

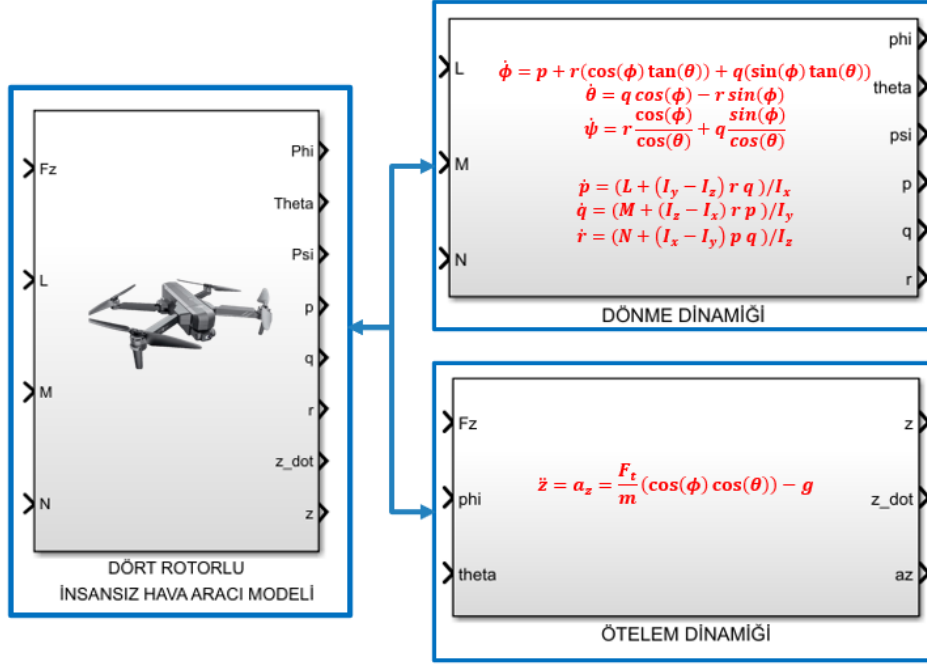


5. DÖRT ROTORLU HAVA ARACI MODELLEMESİ VE KONTROLÜ

Bu tez çalışmasında önce doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemine ait veriler kullanılarak DMDC yöntemiyle sistemin doğrusal bir modeli elde edilmiştir. Sonrasında DMDC yöntemiyle elde edilen dört rotorlu insansız hava aracına ait doğrusal model kullanılarak geleneksel LQR ve integral etkili LQR teknikleriyle durum geri beslemeli kontrolcü tasarımı yapılmıştır. Bu bölümdeyse dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin modellenmesi ve kontrolü için yapılan bu çalışmalar adım adım anlatılacaktır. İlk olarak bu çalışmada verilerin toplanması ve tasarlanan kontrolcülerin test edilmesi için gerçek sistem yerine kullanılan, MATLAB\Simulink kullanılarak modellenen, doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin modellenmesi anlatılacaktır ve model sonuçları verilecektir. Sonrasında doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı modelinden toplanan veriler ve DMDC yöntemi kullanılarak elde edilen doğrusal modelden bahsedilecek ve doğrusal model çıktılarıyla doğrusal olmayan model çıktılarının karşılaştırması yapılacaktır. Son olarak DMDC yöntemiyle elde edilen doğrusal model kullanılarak LQR ve integral etkili LQR teknikleriyle kontrolcü tasarımı anlatılacak ve tasarlanan kontrolcüler doğrusal olmayan sisteme uygulanarak sonuçlar karşılaştırılacaktır.

5.1 Dört Rotorlu İnsansız Hava Aracının Yükseklik ve Duruş Değişkenlerine Ait Model

Bu çalışmada dört rotorlu insansız hava aracı üzerine çalışılmıştır. Bu bölümde, Bölüm 2.3'te anlatılan dört rotorlu insansız hava aracının matematiksel modeline ait kinematik ve dinamik ilişkiler kullanılarak doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin MATLAB\Simulink ortamında modellenmesi anlatılmıştır. Doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı modelinin öteleme ve dönme dinamiğine ait MATLAB blokları Şekil 5.1'de verilmiştir.



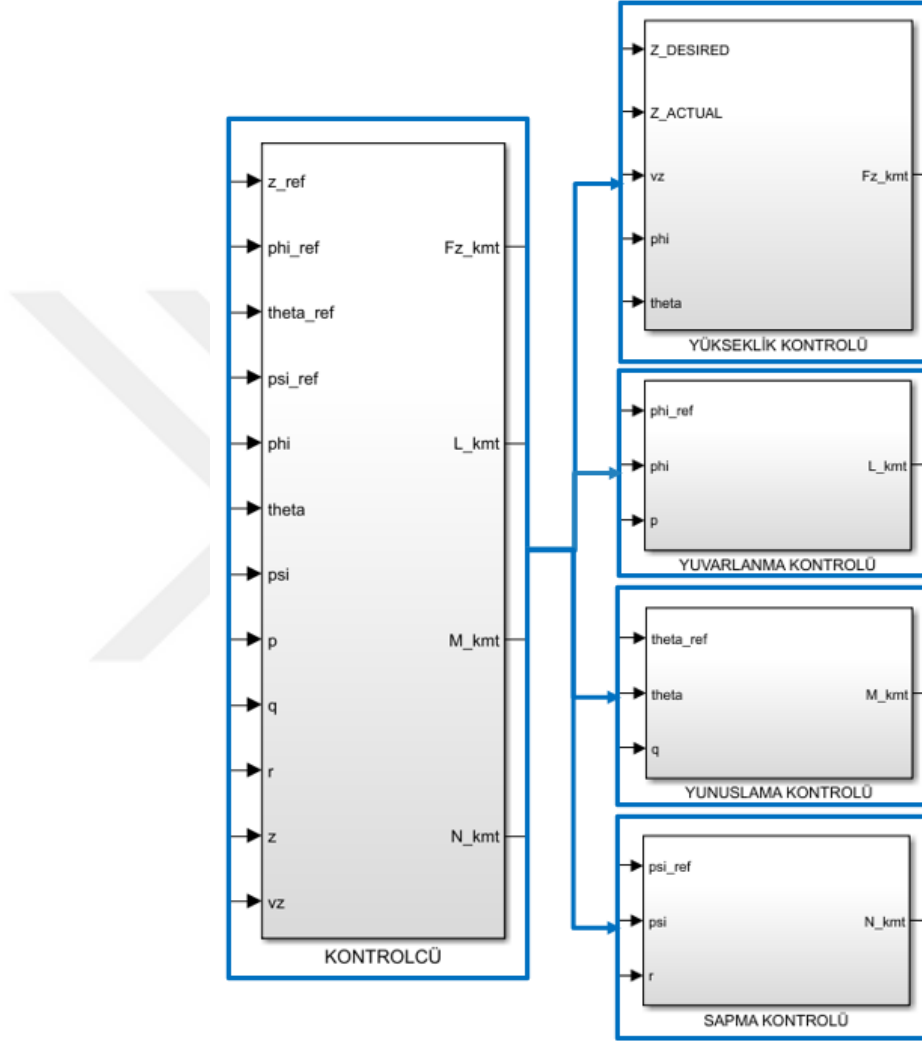
Şekil 5.1 : Doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı modeline ait MATLAB blokları.

Bu çalışmada dört rotorlu insansız hava aracı sistemine ait yükseklik ve duruş değişkenlerinin kontrol edilmesi problemi ele alınmıştır. Bu nedenle doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin sadece yükseklik ve duruş değişkenlerini içeren model elde edilmiştir. Doğrusal olmayan dört rotorlu hava aracı modeli oluşturulurken Bölüm 2.3.1’de yer alan kinematik ilişkilere ait (2.16), (2.17) ve (2.18)’deki eşitlikler, Bölüm 2.3.2’de yer alan dinamik ilişkilere ait (2.27) ve (2.31)’deki eşitlikler kullanılmıştır. Ayrıca doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemi için motor modeli oluşturulurken motor hızları ile kuvvet ve momentler arasındaki geçişi sağlayan (2.39)’daki eşitlikle motor dinamiğini ifade eden (2.40)’daki eşitlik kullanılmıştır. Son olarak Çizelge 2.1’de yer alan dört rotorlu insansız hava aracı sistemine ait parametreler kullanılmıştır.

5.1.1 Sistemi kararlı kılan kontrolcü

Doğrusal olmayan sistem çıktıları ve DMDC yöntemiyle elde edilmiş doğrusal model çıktıları sonraki bölümlerde karşılaştırılacaktır ancak açık çevrimli sistem hızlı bir şekilde kararsızlığa gittiği için karşılaştırma yapılmadan önce, verilerin toplandığı doğrusal olmayan sistem bir kontrolcü kullanılarak kararlı kılınmış ve DMDC yöntemiyle bu kararlı kılınmış sistem modelinden açık çevrimli sistemin durum uzay modeli elde edilmiştir. Bu bölümde sistemi kararlı kılan kontrolcü anlatılacaktır.

Bu çalışmada sistemi kararlı kılan kontrolcü tasarımı yapılırken [2],[5],[6] ve [18]'deki çalışmalar referans alınmıştır. Doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemini kararlı kılan yükseklik ve duruş kontrolcülerine ait bloklar Şekil 5.2'de görülmektedir. Bu şekilden de görüldüğü gibi kontrolcülerin girişleri durum değişkenleriyken çıkışları kuvvet ve momentler olarak belirlenmiştir.



Şekil 5.2 : Doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemini kararlı kılan kontrolcüye ait MATLAB blokları.

Burada yükseklik kontrolü için kademeli (cascade) P-P kontrolcü kullanılmıştır. Yükseklik kontrolüne ait eşitlik, Bölüm 2.3.2.1 de yer alan öteleme dinamiğindeki (2.27) ifadesi kullanılarak toplam itki kuvveti üzerinden yapılacak şekilde aşağıdaki gibi yazılır.

$$\ddot{z} = \frac{F_{kmt}}{m} (\cos(\phi)\cos(\theta)) - g \quad (5.1a)$$

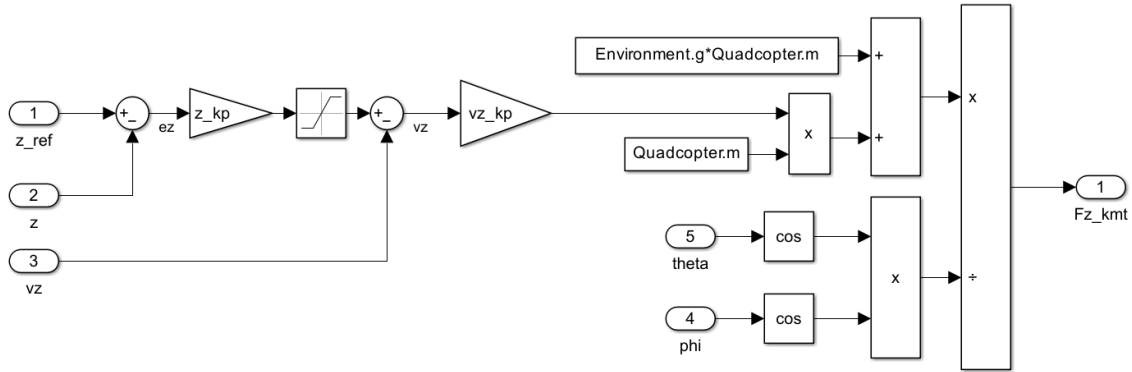
$$(m\ddot{z} + mg) \frac{1}{\cos(\phi)\cos(\theta)} = F_{kmt} \quad (5.1b)$$

Yükseklik kontrolünden gelen komut u_z olarak ifade edilirse ve yükseklik isterlerini yerine getirecek itki kuvveti olarak düşünülürse (5.1b)'deki eşitlik düzenlenerek aşağıdaki gibi elde edilir.

$$(u_z + mg) \frac{1}{\cos(\phi)\cos(\theta)} = F_{kmt} \quad (5.2)$$

$$u_z = \left(\left((z_{ref} - z)K_{p_z} - \dot{z} \right) K_{p_{\dot{z}}} \right) m \quad (5.3)$$

Yükseklik kontrolüne ait MATLAB bloğu Şekil 5.3'te gösterilmiştir.



Şekil 5.3 : Doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemini kararlı kılan yükseklik kontrolüne ait MATLAB bloğu.

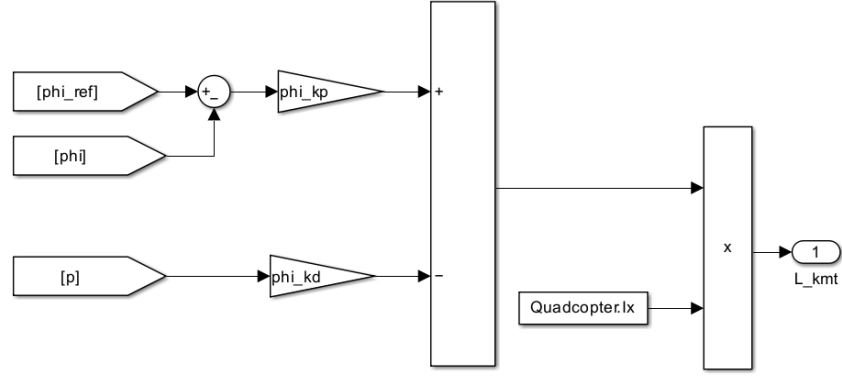
Doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin duruş kontrolü için PD kontrolcü kullanılmıştır. Duruş kontrolü için her bir duruş değişkenine ait (yuvarlanma, yunuslama ve sapma) kontrolcü yapısı ve moment çıkışlarıyla ilişkilerini veren eşitlikler aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$u_\phi = (\phi_{ref} - \phi)K_{p_\phi} - K_{d_\phi}\dot{\phi}, \quad L_{kmt} = u_\phi I_x \quad (5.4)$$

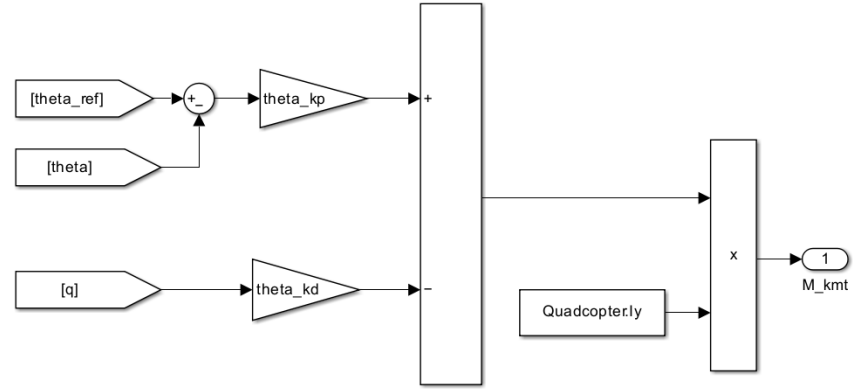
$$u_\theta = (\theta_{ref} - \theta)K_{p_\theta} - K_{d_\theta}\dot{\theta}, \quad M_{kmt} = u_\theta I_y \quad (5.5)$$

$$u_\psi = (\psi_{ref} - \psi)K_{p_\psi} - K_{d_\psi}\dot{\psi}, \quad N_{kmt} = u_\psi I_z \quad (5.6)$$

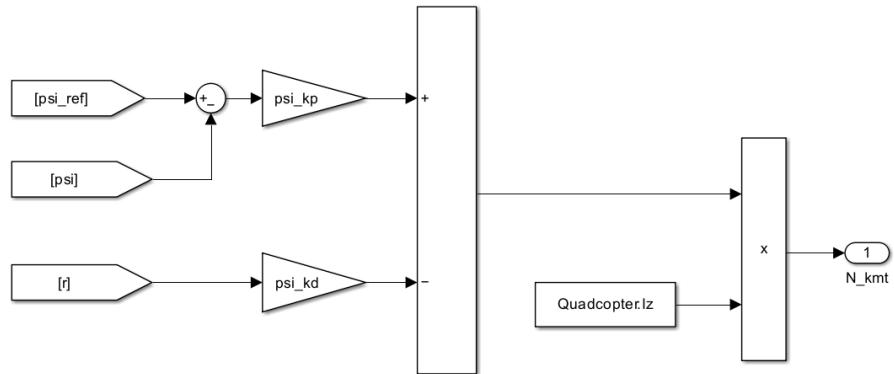
Burada u_ϕ, u_θ ve u_ψ sırasıyla yuvarlanma, yunuslama ve sapma kontrolcülerine ait çıkış sinyallerini ifade eder. Yuvarlanma, yunuslama ve sapma kontrolcülerine ait MATLAB blokları sırasıyla Şekil 5.4, Şekil 5.5 ve Şekil 5.6 gösterilmiştir.



Şekil 5.4 : Doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemini kararlı kılan yuvarlanma kontrolüne ait MATLAB bloğu.



Şekil 5.5 : Doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemini kararlı kılan yunuslama kontrolüne ait MATLAB bloğu.



Şekil 5.6 : Doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemini kararlı kılan sapma kontrolüne ait MATLAB bloğu.

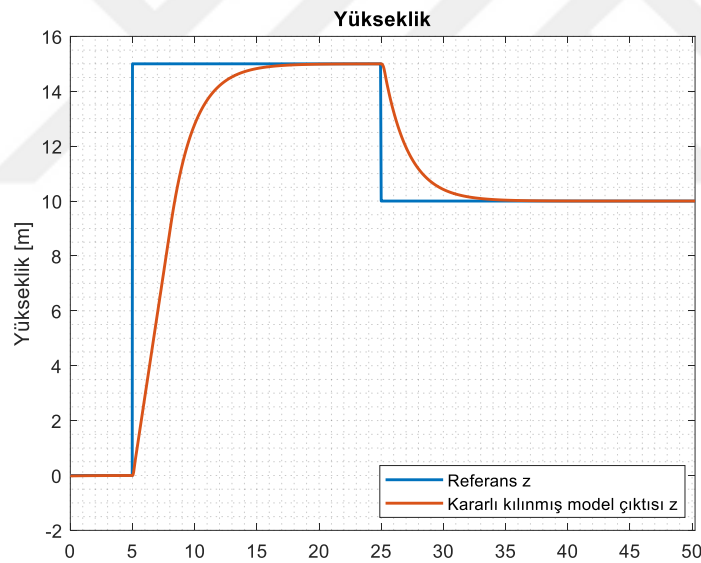
Son olarak yükseklik ve duruş kontrolcülerine ait kullanılan kontrol kazançları Çizelge 5.1’de verilmiştir.

Çizelge 5.1 : Sistemi kararlı kılan yükseklik ve duruş kontrolcülerine ait kontrol kazançları.

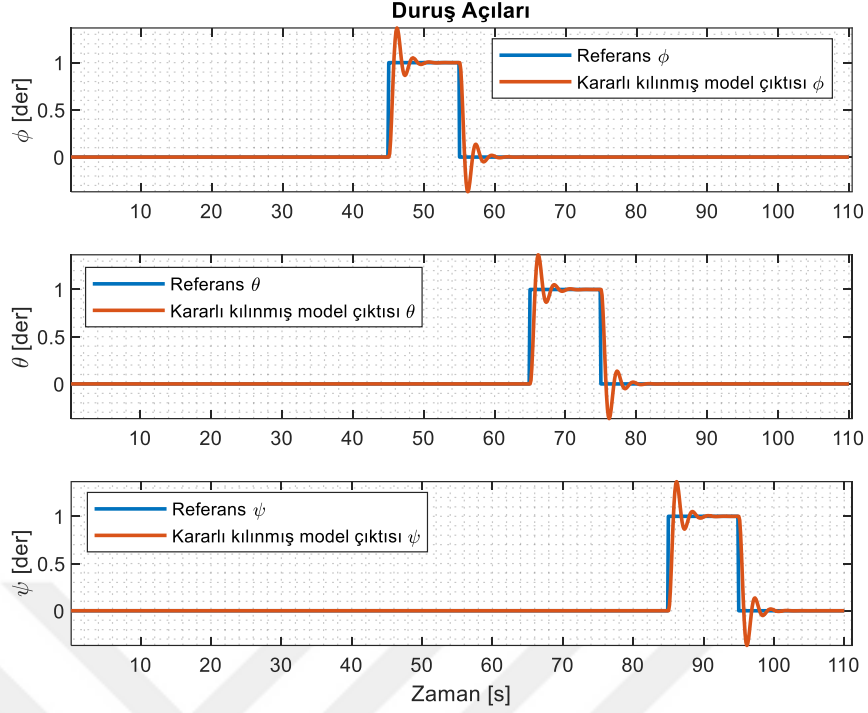
Kontrol Kazancı Değişkeni	K_p	K_d
z	0.5	-
$\dot{z}$	25	-
ϕ	8	1.988
θ	8	1.988
ψ	8	1.988

5.1.2 Modele ait sonuçları

Bu bölümde yükseklik ve duruş değişkenleri için kararlı kılınmış kontrolcüye sahip doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemine ait model sonuçları Şekil 5.7 ve Şekil 5.8’de gösterilmiştir.



Şekil 5.7 : Kararlı kılınmış doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin yükseklik grafiği.



Şekil 5.8 : Kararlı kılınmış doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin duruş grafiği.

Şekil 5.7 ve Şekil 5.8’de verilen grafiklerden elde edilen kararlı kılınmış doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin yükseklik ve duruş değişkenlerine ait oturma zamanları (T_s) ve üst aşım (%OS) değeri Çizelge 5.2’de verilmiştir.

Çizelge 5.2 : Kararlı kılınmış dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin yükseklik ve duruş değişkenlerine ait oturma zamanı (T_s) ve üst aşım (%OS) değerleri .

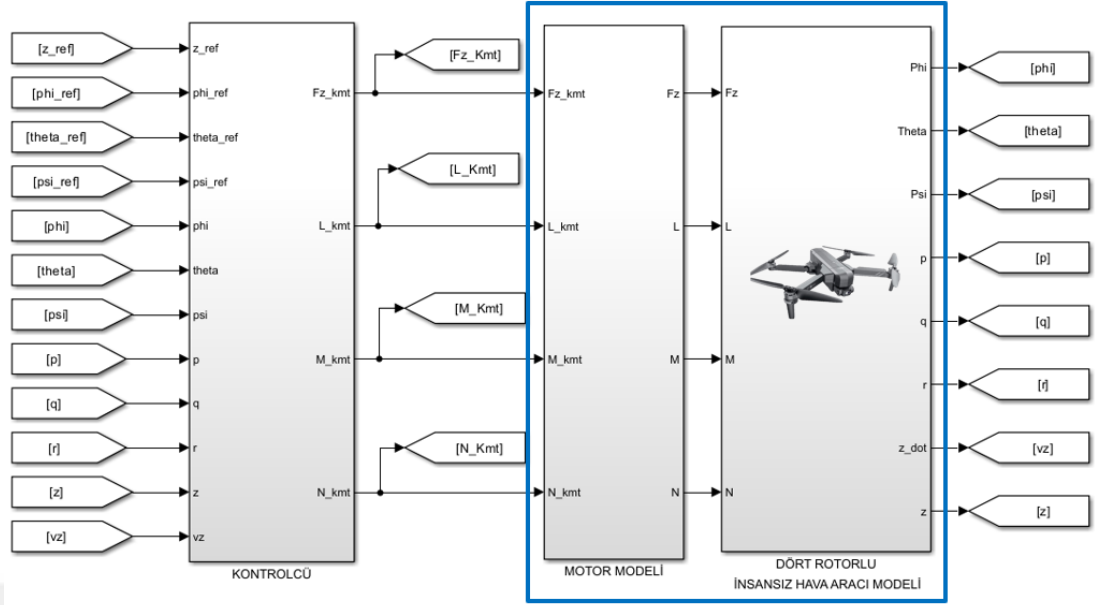
Durum Değişkeni	T_s (s)	%OS
z	8.95	0
ϕ	3.85	36.7
θ	3.85	36.7
ψ	3.85	36.7

Buradaki sonuçlardan görüldüğü gibi tasarlanan kontrolcü ile sistem kararlı kılınmıştır, model oluşturmak amacıyla veri toplama ve performans karşılaştırmaları için bundan böyle kararlı kılınmış bu sistem kullanılacaktır. Sonraki aşamalarda kararlı kılınmış bu sistemden toplanan verilerle DMDC yöntemi uygulanarak açık çevrim doğrusal model elde edilecek ve doğrusal olmayan sistem için DMDC yöntemiyle elde edilen doğrusal model kullanılarak LQR ve integral etkili LQR teknikleri ile isterlere uygun kontrolcü tasarımları yapılacaktır.

5.2 DMDc Metoduyla Dört Rotorlu İnsansız Hava Aracı Sisteminin Durum-Uzay Modelinin Elde Edilmesi

Bu çalışmanın temelinde sadece sistemden elde edilen veriler ile DMDc yöntemi kullanılarak sisteme ait durum uzay modeli elde edilmesi ve verilerden elde edilen durum uzayı modeli kullanılarak doğrusal olmayan sistem için kontrolcü tasarımı yapılması problemi ele alınmıştır. Bu bölümde doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sisteminden toplanan veriler ile DMDc yöntemi kullanılarak sistemin durum uzay modelinin elde edilmesinden bahsedilecek ve doğrusal olmayan model çıktıları ile DMDc yöntemiyle elde edilen durum uzay modeline ait çıktılar karşılaştırılacaktır.

DMDc metodunuyla doğrusal model elde edilirken Bölüm 3.2.1 de anlatılan DMDc metodu uygulama adımları kullanılmıştır. Bu adımlara göre ilk olarak açık çevrim sisteme ait giriş sinyalleri ve sistem dinamiklerine ait çıkış sinyalleri toplanarak anlık veri matrisleri elde edilmiştir. Burada DMDc yöntemi ile elde edilecek doğrusal model için veriler toplanırken Şekil 5.9’da görüldüğü gibi motor modeli ve dört rotorlu insansız hava aracı modeli tek bir sistem olarak düşünülmüştür. Açık çevrimli sistem hızlı bir şekilde kararsızlığa gittiği için verilerin toplandığı doğrusal olmayan sistem bir kontrolcü kullanarak karalı kılınmıştır. Bu durumda açık çevrim sistem modelini elde edebilmek için veriler toplanırken giriş sinyali olarak Şekil 5.9’da görüldüğü gibi kontrolcü çıkışına ait komut verileri toplanarak giriş sinyallerine ait anlık veri matrisi oluşturulmuştur. Veri matrisleri elde edildikten sonra eşitlik (3.18)’deki gibi arttırılmış veri matrisi (Ω) bulunmuştur. Arttırılmış veri matrisi (Ω) için tekil değer ayrıştırması yapılmış ardından (3.20) ve (3.21)’deki eşitliklere göre durum uzay modeline ait A ve B matrisleri elde edilmiştir.



Şekil 5.9 : Karalı kılınmış doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemi.

Dört rotorlu insansız hava aracı sistemi için ilk olarak tek bir durum uzay modeli elde edilmiş ve durum uzay modeli elde edilirken farklı giriş sinyalleri kullanılarak sonuçlar karşılaştırılmıştır. Sonrasında dört rotorlu insansız hava aracı sistemi için yükseklik ve duruş değişkenlerine ait iki farklı durum uzay modeli bulunmuştur. Bu durum uzay modellerinin farklı şekillerde elde edilmesi alt bölümlerde daha detaylı bir şekilde anlatılacaktır.

5.2.1 Durum-uzay modeli 1 : dört rotorlu insansız hava aracı sistemi için durum uzay modeli

Bu bölümde dört rotorlu insansız hava aracı sistemi için tek bir durum uzay modeli elde edilmiştir. Anlık veri matrisleri oluşturulurken giriş sinyali olarak itki ve moment komutlarına ait veriler ve sistem dinamiklerine ait veri matrisi oluşturulurken tüm sistem dinamiklerine ait veriler toplanmıştır. Bu durum uzay modeli için anlık veri matrisleri aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

$$X = \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \\ \phi \\ p \\ \theta \\ q \\ \psi \\ r \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} F_t \\ L \\ M \\ N \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

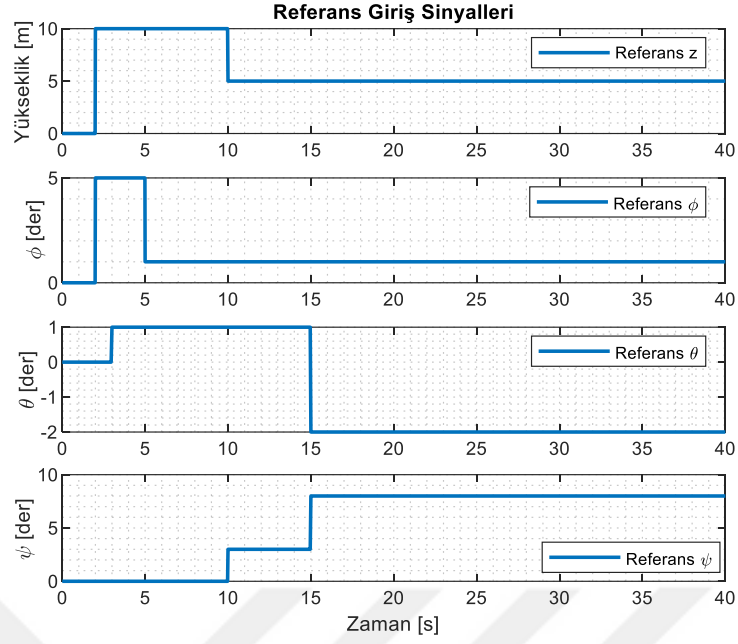
Veri matrisleri elde edildikten sonra önceki bölümlerde DMDc metodu için verilen adımlar uygulanarak durum uzay modeline ait A ve B matrisleri elde edilmiştir.

5.2.1.1 Model sonuçları

DMDc yöntemi için sistemden veri toplanırken sisteme uyguladığımız giriş sinyalleri, elde edilen modelin doğruluğu ve güvenilirliği açısından kritik bir öneme sahiptir. Doğru seçilmiş ve çeşitli giriş işaretleri kullanılarak elde edilen veriler, sistemin dinamik özelliklerini ve davranışlarını daha iyi belirlememize olanak tanır. Bu bölümde dört rotorlu hava aracının DMDc metoduyla durum uzay modelini elde ederken sisteme farklı giriş sinyalleri uygulayarak veriler toplanmış ve elde edilen model çıktıları karşılaştırılmıştır. İlk olarak durum değişkenleri için sisteme uyguladığımız giriş sinyalleri, her bir durum değişkeninin giriş sinyalini takip etmesi ve referans değere ulaşması beklenmeden eş zamanlı bir şekilde Şekil 5.10'daki gibi uygulanmıştır. Veri matrisleri oluşturulmuş ve DMDc yöntemi ile dört rotorlu insansız hava aracı sistemine ait durum uzay modeli için A ve B matrisleri aşağıdaki gibi bulunmuştur.

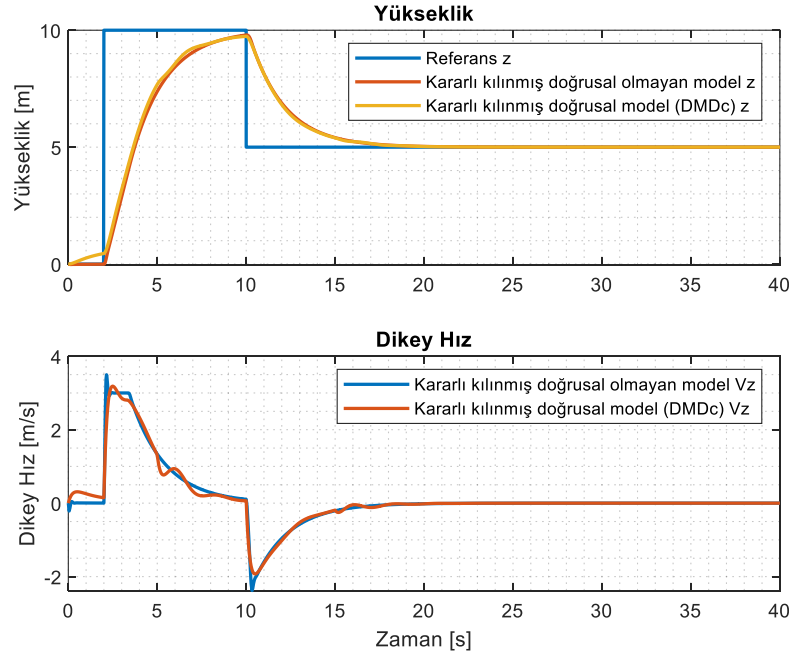
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0002 & 0.9996 & 0.0038 & 0.0024 & -0.0129 & 0.0013 & -0.01 & 0.001 \\ 0 & 0 & 1 & 0.001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0003 & 1 & 0.0002 & -0.0001 & 0.0001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0001 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.001 \\ 0 & 0 & -0.0005 & -0.0001 & -0.0001 & -0.0001 & -0.0001 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.8a)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0.0004 & 0.0001 & 0 \\ 0.0003 & 0.7853 & 0.1240 & -0.0624 \\ 0 & 0 & -0.0010 & 0 \\ 0 & 0.1143 & -0.0207 & -0.0059 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0006 & 0.1241 & -0.0001 \\ 0 & -0.0001 & 0.0003 & 0.0001 \\ 0 & -0.0138 & -0.0505 & 0.0538 \end{bmatrix} \quad (5.8b)$$

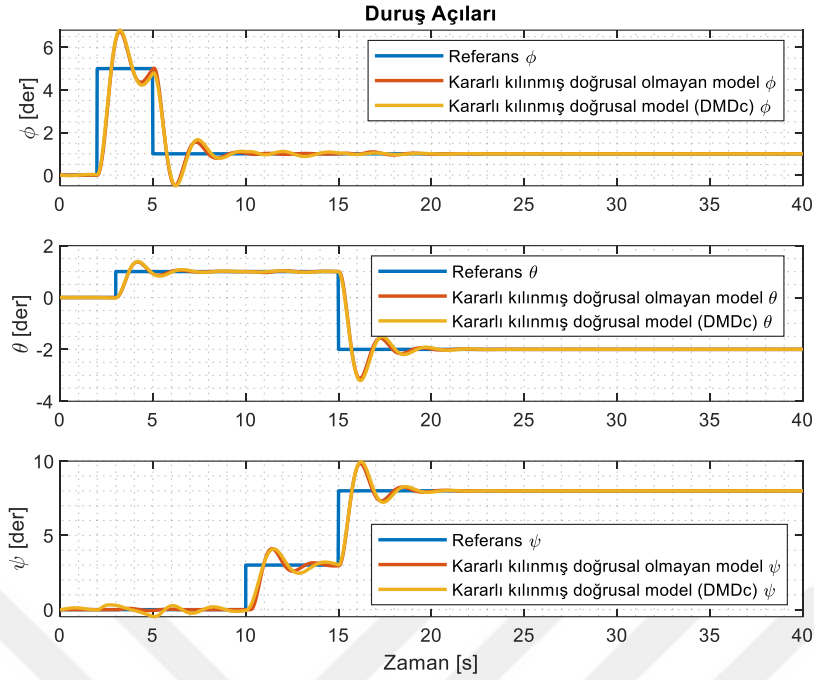


Şekil 5.10 : Eş zamanlı uygulanan giriş sinyalleri.

Veriler toplanırken sisteme uygulanan Şekil 5.10’da verilen aynı giriş sinyalleri sistemlere uygulanarak karşılaştırma yapılmıştır. DMDc yöntemiyle elde edilmiş ve kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan model çıktıları karşılaştırılmıştır.

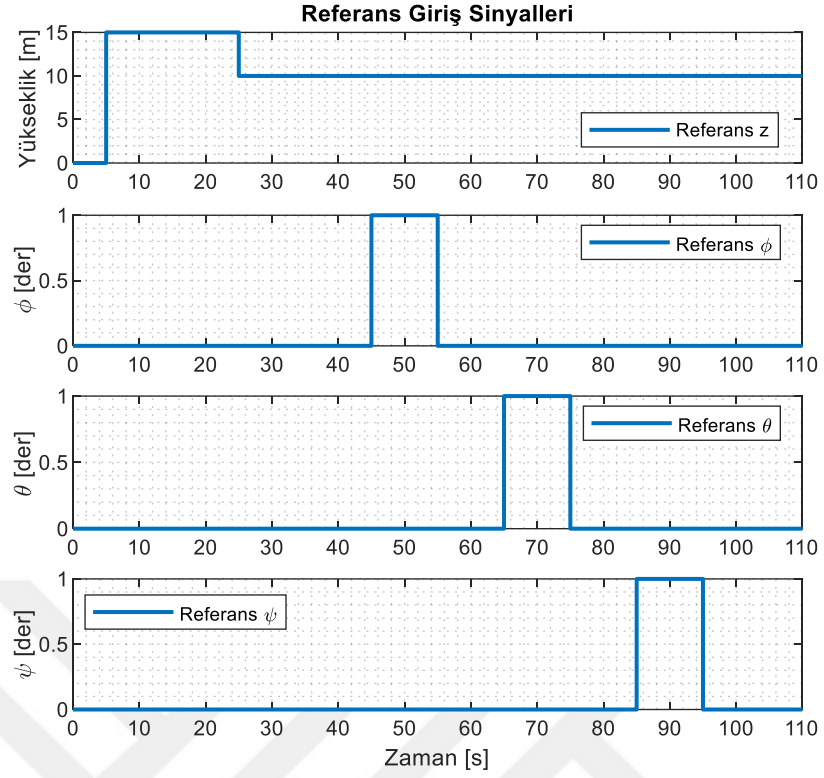


Şekil 5.11 : Eş zamanlı uygulanan giriş sinyalleri sonrası toplanan verilerle DMDc yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan model için yükseklik ve dikey hız grafikleri.

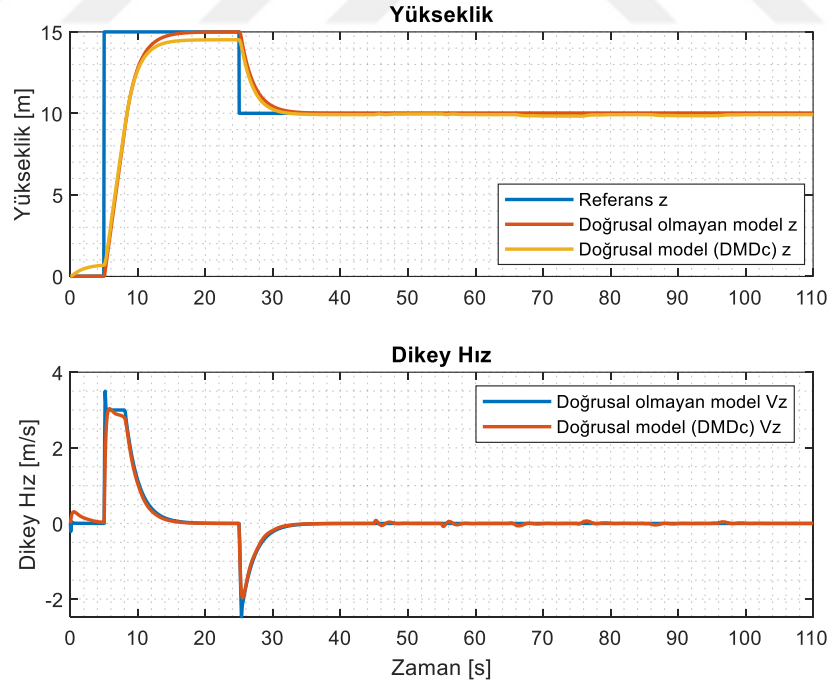


Şekil 5.12 : Eş zamanlı uygulanan giriş sinyalleri sonrası toplanan verilerle DMDc yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan model için duruş açılarına ait grafikler.

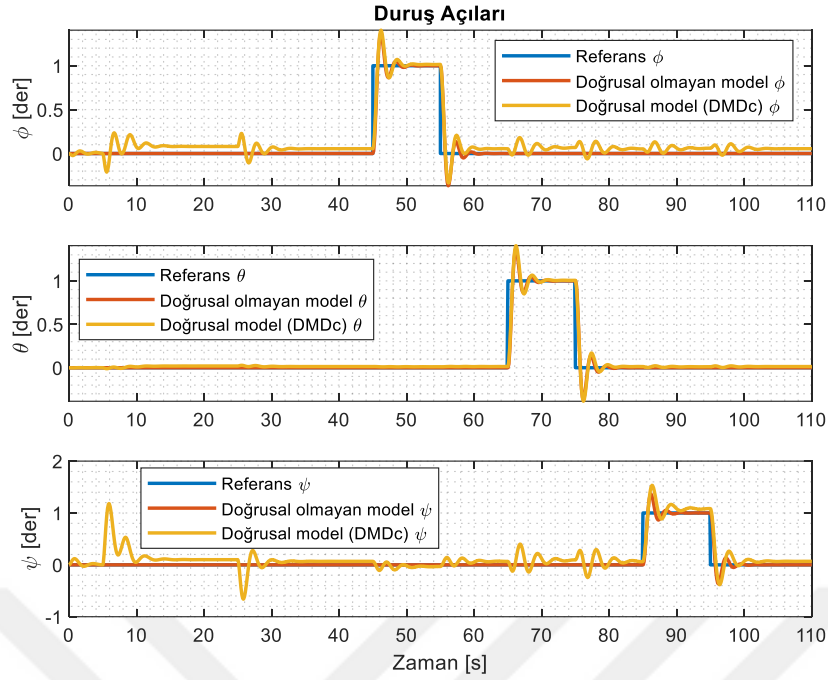
Şekil 5.11 ve Şekil 5.12’ye göre eş zamanlı uygulanan giriş sinyalleri sonrası toplanan verilerle DMDc yöntemi kullanılarak elde edilmiş doğrusal modele ait çıktıların doğrusal olmayan sistem ile benzer sonuçlar verdiği görülmüştür. Eş zamanlı uygulanan giriş sinyalleri ile toplanan verilerden elde edilen doğrusal modele Şekil 5.13’teki gibi farklı giriş sinyalleri uygulanarak doğrusal olmayan model çıktılarıyla karşılaştırılmıştır. Ancak elde edilen bu doğrusal modele Şekil 5.13’teki gibi farklı giriş sinyali uygulandığında, Şekil 5.11 ve Şekil 5.12’deki kadar iyi sonuçlar vermediği, doğrusal modele ait duruş açılarında bozulmalar yaşandığı Şekil 5.15’te görülmektedir.



Şekil 5.13 : Sıralı uygulanan giriş sinyalleri.



Şekil 5.14 : Eş zamanlı uygulanan giriş sinyalleri sonrası toplanan verilerle DMDc yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele sıralı giriş sinyallerinin uygulanması sonrası yükseklik ve dikey hız grafikleri.



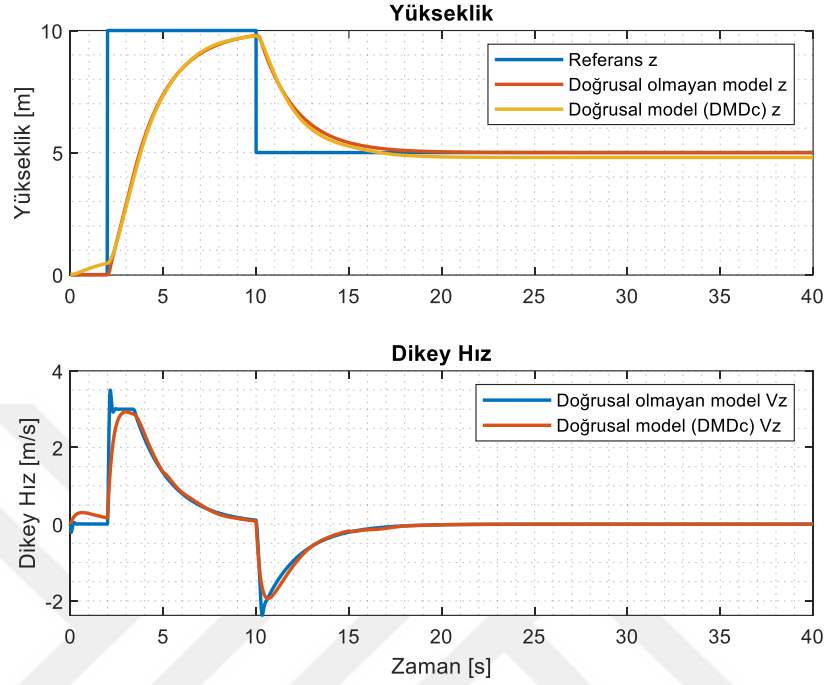
Şekil 5.15 : Eş zamanlı uygulanan giriş sinyalleri sonrası toplanan verilerle DMDc yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele sıralı giriş sinyallerinin uygulanması sonrası duruş açılarına ait grafikler.

Daha sonra durum değişkenleri için sisteme uyguladığımız giriş sinyalleri, her bir durum değişkeninin referans değere ulaşması beklenmiş ve sıralı olarak Şekil 5.13'teki gibi uygulanmıştır. Sıralı uygulanan giriş sinyalleri sonrasında sisteme ait veriler toplanmış ve DMDc yöntemiyle sistemine ait durum uzay modeli için A ve B matrisleri aşağıdaki gibi bulunmuştur.

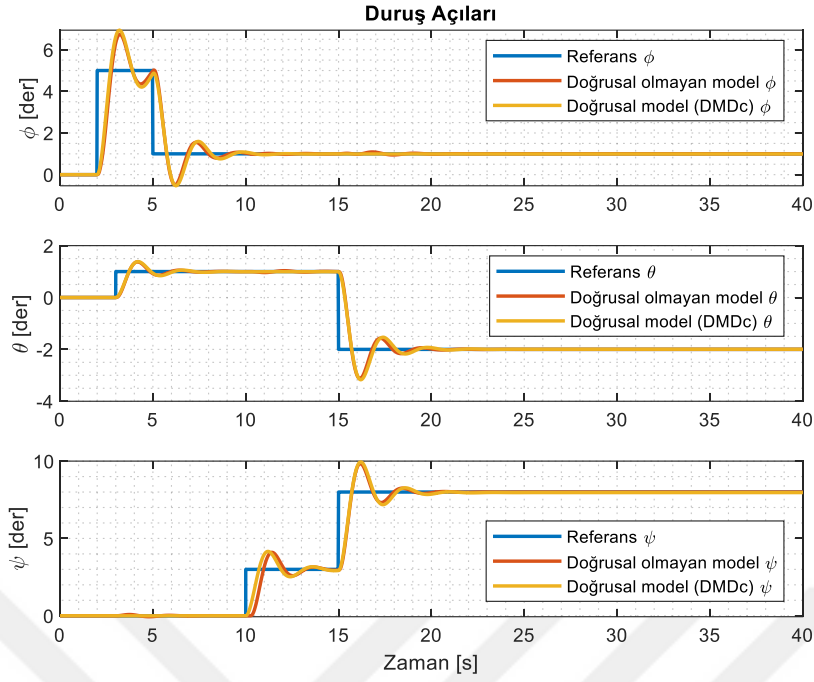
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0001 & 0.9998 & -0.0098 & -0.0004 & -0.0098 & -0.0004 & -0.0098 & -0.0004 \\ 0 & 0 & 1 & 0.001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.001 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.9a)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -0.0001 & -0.0001 & 0 \\ 0.0002 & -0.1535 & -0.1535 & -0.0885 \\ 0 & 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1244 & -0.0001 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0001 & 0 \\ 0 & -0.0001 & 0.1244 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0001 & -0.0001 & 0.0717 \end{bmatrix} \quad (5.9b)$$

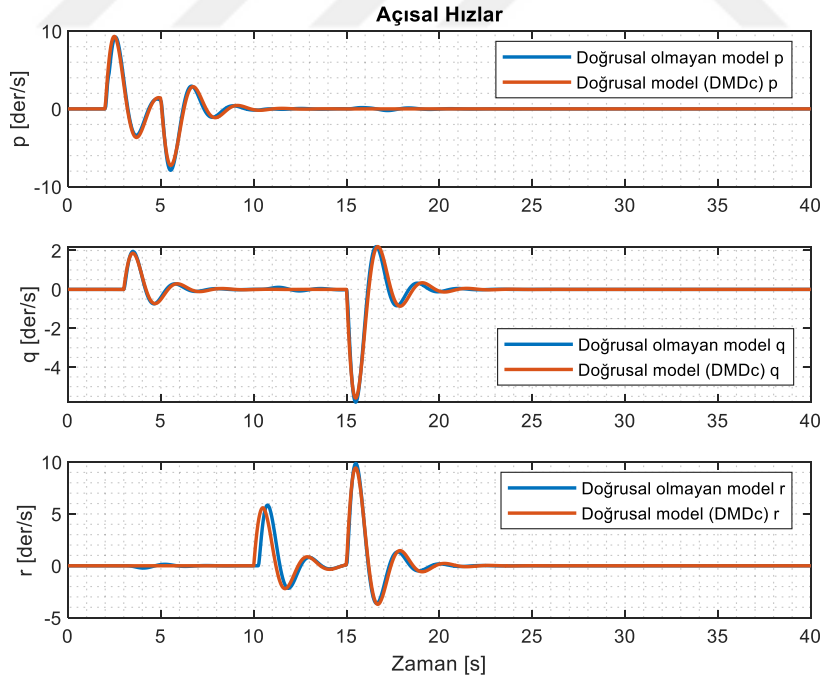
Son olarak hem Şekil 5.10’da verilen eş zamanlı giriş sinyalleri uygulanarak hem de Şekil 5.13’te verilen sıralı giriş sinyalleri uygulanarak kararlı kılınmış doğrusal model ve kararlı kılınmış doğrusal olmayan sistem çıktıları karşılaştırılmıştır.



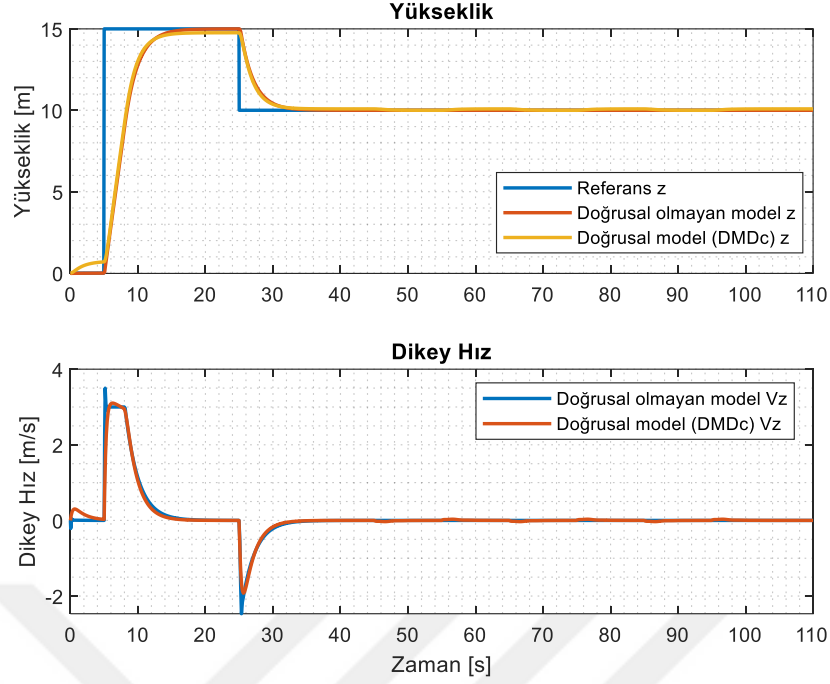
Şekil 5.16 : Sıralı uygulanan giriş sinyalleri sonrası toplanan verilerle DMDc yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele eş zamanlı giriş sinyallerinin uygulanması sonrası yükseklik ve dikey hız grafikleri.



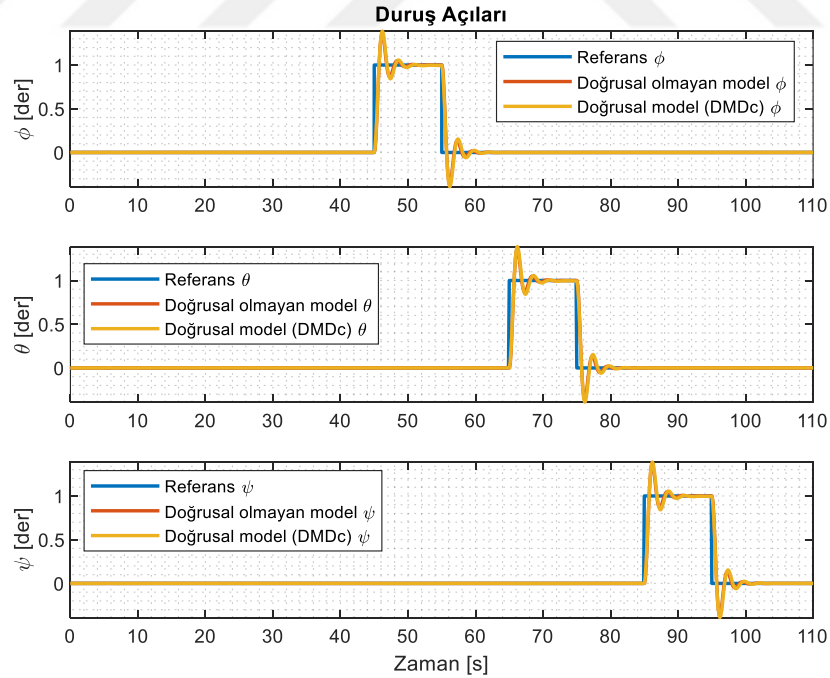
Şekil 5.17 : Sıralı uygulanan giriş sinyalleri sonrası toplanan verilerle DMDc yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele eş zamanlı giriş sinyallerinin uygulanması sonrası duruş açılarına ait grafikler.



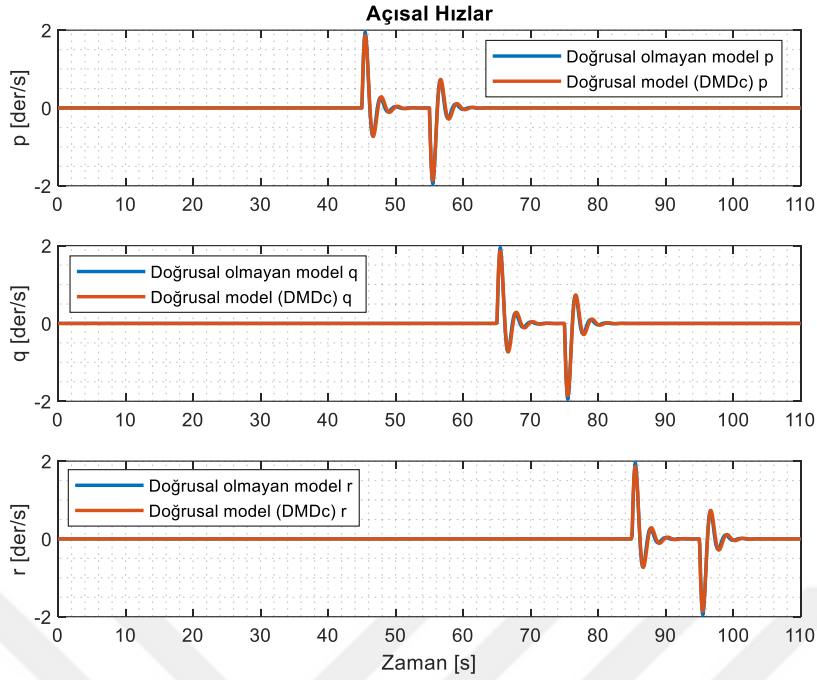
Şekil 5.18 : Sıralı uygulanan giriş sinyalleri sonrası toplanan verilerle DMDc yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele eş zamanlı giriş sinyallerinin uygulanması sonrası duruş açısal hızlara ait grafikler.



Şekil 5.19 : Sıralı uygulanan giriş sinyalleri sonrası toplanan verilerle DMDc yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele sıralı giriş sinyallerinin uygulanması sonrası yükseklik ve dikey hız grafikleri.



Şekil 5.20 : Sıralı uygulanan giriş sinyalleri sonrası toplanan verilerle DMDc yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele sıralı giriş sinyallerinin uygulanması sonrası duruş açılarına ait grafikler.



Şekil 5.21 : Sıralı uygulanan giriş sinyalleri sonrası toplanan verilerle DMDc yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele eş zamanlı giriş sinyallerinin uygulanması sonrası duruş açısız hızlara ait grafikler.

Bu grafiklerden elde edilen sonuçlara göre Şekil 5.13'teki gibi sıralı giriş sinyallerinin sisteme uygulanmasıyla toplanan veriler sonrasında DMDc ile elde edilen doğrusal model ile doğrusal olmayan sistemin benzer sonuçlar verdiğini ve sistem dinamiklerinin doğru bir şekilde belirlendiğini söyleyebiliriz.

5.2.2 Durum-uzay modeli 2 : dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin yükseklik ve duruş değişkenlerine ait durum uzay modeli

Yükseklik ve duruş değişkenleri için ayrı ayrı LQR kontrolörler tasarlamak amacıyla bu bölümde dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin yükseklik ve duruş değişkenlerine ait iki ayrı durum uzay modeli oluşturulmuştur. Anlık veri matrisleri oluşturulurken giriş sinyali (Y) olarak yükseklik değişkenine ait durum uzay modeli için itki (F_t) ve duruş değişkenine ait durum uzay modeli için moment komutlarına (L, M, N) ait veriler toplanmıştır. Sistem dinamiklerine ait veri matrisi (X) oluşturulurken yükseklik değişkenine ait durum uzay modeli için yükseklik (z) ve yükseklik değişimini ifade eden dikey hız ($\dot{z}$) verisi, duruş değişkenine ait durum uzay modeli için duruş açıları (ϕ, θ, ψ) ile açısız hızlara (p, q, r) ait veriler toplanmıştır. Bu durum uzay modelleri için anlık veri matrisleri aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

$$X_{yükseklik} = \begin{bmatrix} Z \\ \dot{Z} \end{bmatrix}, \quad Y_{yükseklik} = [F_t]; \quad X_{duruş} = \begin{bmatrix} \phi \\ p \\ \theta \\ q \\ \psi \\ r \end{bmatrix}, \quad Y_{duruş} = \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Veri matrisleri elde edildikten sonra önceki bölümlerde DMDc metodu için verilen adımlar Şekil 3.3'teki gibi her iki model içinde uygulanarak durum uzay modellerine ait A ve B matrisleri elde edilmiştir.

5.2.2.1 Model sonuçları

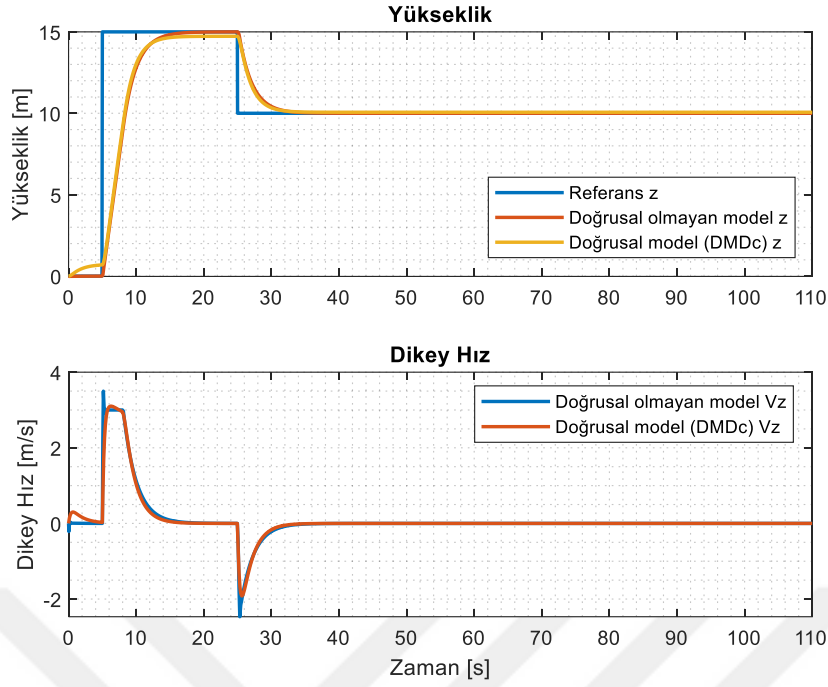
Bu bölümde Şekil 5.13'te verilen sıralı giriş sinyalleri sisteme uygulanarak veri matrisleri oluşturulmuş ve DMDc yöntemi ile dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin yükseklik ve duruş değişkenlerine ait durum uzay modelleri için A ve B matrisleri aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$A_{yükseklik} = \begin{bmatrix} 1 & 0.001 \\ -0.0001 & 0.9998 \end{bmatrix}, \quad B_{yükseklik} = \begin{bmatrix} 0.0001 \\ 0.2205 \end{bmatrix} 10^{-3} \quad (5.11)$$

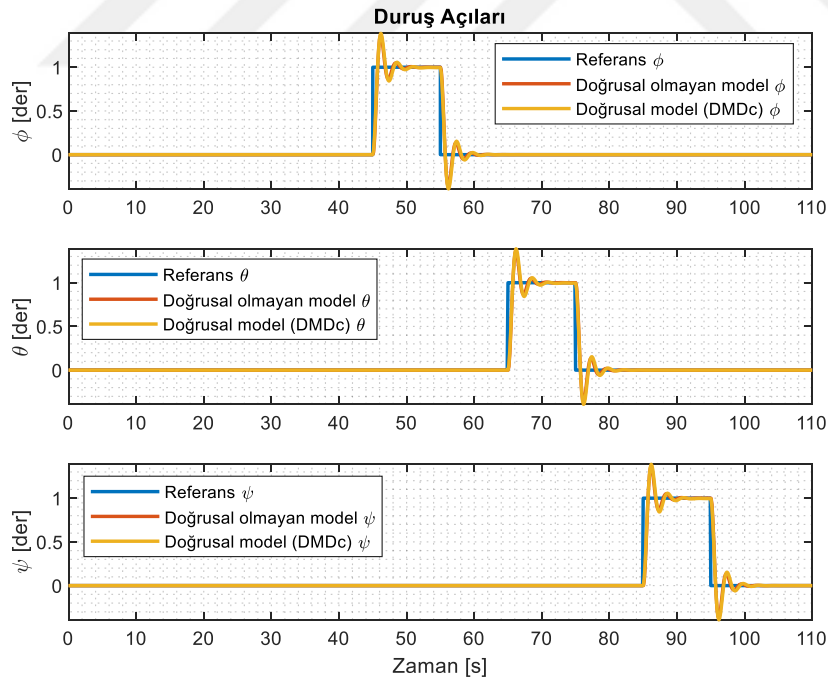
$$A_{duruş} = \begin{bmatrix} 1 & 0.001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0003 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.0010 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0003 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.0010 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0003 \end{bmatrix}, \quad (5.12a)$$

$$B_{duruş} = \begin{bmatrix} 0.0001 & 0 & 0 \\ 0.1244 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0001 & 0 \\ 0 & 0.1244 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0718 \end{bmatrix} \quad (5.12b)$$

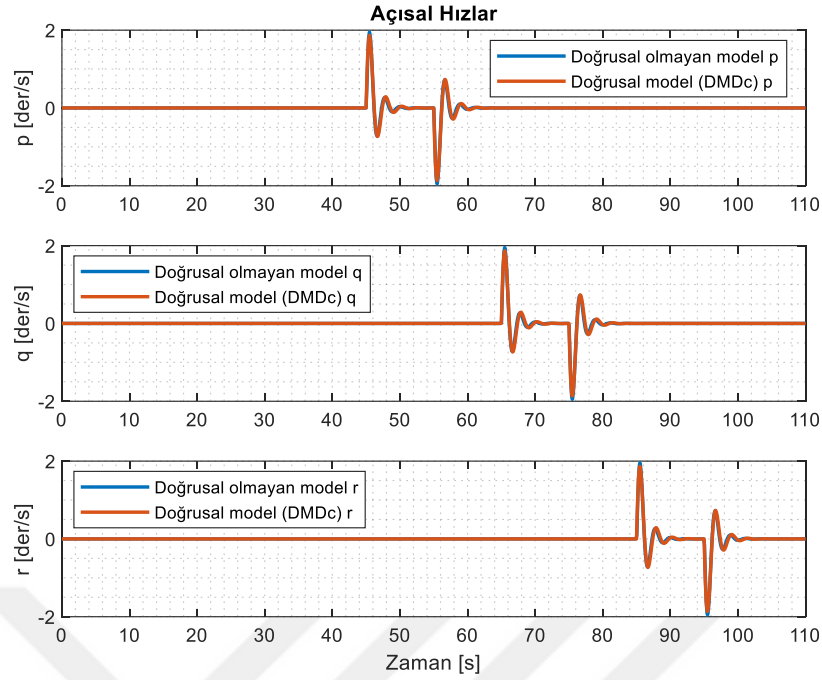
Doğrusal olmayan sistemden elde edilen veriler ile DMDc yöntemi kullanılarak dört rotorlu insansız hava aracı sistemine ait yükseklik ve duruş değişkenleri için bulunan kararlı kılınmış durum uzay modeli ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan sistem çıktıları karşılaştırılmıştır. Şekil 5.22, Şekil 5.23 ve Şekil 5.24'te görüldüğü gibi DMDc ile yükseklik ve duruş değişkenleri için ayrı ayrı elde edilmiş ve kararlı kılınmış doğrusal model çıktılarıyla doğrusal olmayan model çıktıları benzer sonuçlar vermektedir.



Şekil 5.22 : Yükseklik ve duruş değişkenleri için ayrı ayrı bulunmuş kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele ait yükseklik ve dikey hız grafikleri.



Şekil 5.23 : Yükseklik ve duruş değişkenleri için ayrı ayrı bulunmuş kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan model için duruş açılarına ait grafikler.



Şekil 5.24 : Yükseklik ve duruş değişkenleri için ayrı ayrı bulunmuş kararlı kılınmış doğrusal model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan model için duruş açısai hızlarına ait grafikler.

5.3 Durum-Uzay Modeli Kullanılarak LQR Teknikleriyle Kontrolör Tasarımı

Doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sisteminden toplanan verilerle DMDc yöntemi kullanılarak sisteme ait yükseklik ve duruş değişkenleri için doğrusal modeller önceki bölümde elde edilmiştir. Bu bölümde sisteme ait yükseklik ve duruş değişkenleri için DMDc yöntemiyle elde edilen doğrusal modeller kullanılarak doğrusal olmayan sistem için geleneksel LQR teknikleriyle yapılan durum geri beslemeli kontrolcü tasarımı anlatılacaktır.

Doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemi için yükseklik ve duruş değişkenlerine ait DMDc yöntemiyle elde edilen durum uzay modelleri kullanılarak geleneksel LQR teknikleriyle her bir model için optimal kazançlar Şekil 5.25'teki gibi elde edilmiştir. Doğrusal olmayan sistem için durum geri beslemeli kontrolcü tasarımı yapılırken kontrol kuralı eşitlik (4.1)'deki gibi belirlenmiş ve LQR kontrolörlü doğrusal olmayan sisteme ait blok diagram Şekil 4.1'deki gibi oluşturulmuştur. Doğrusal olmayan sistem ait optimal geri besleme kazançlarını bulmak için eşitlik (4.2)'deki maliyet fonksiyonu kullanılmıştır.

Doğrusal Durum Uzak Modeli **Optimal Kazanç Matrisi**

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{V}_z \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} z \\ V_z \end{bmatrix} + B[F_z] \xrightarrow{\text{LQR}} K_{Yükseklik}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{p} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \\ \dot{\psi} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \phi \\ p \\ \theta \\ q \\ \psi \\ r \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{LQR}} K_{Duruş}$$

Şekil 5.25 : Yükseklik ve duruş değişkenlerine ait her bir model için LQR teknikleriyle elde edilen optimal kazanç matrisleri.

LQR teknikleriyle durum geri beslemeli kontrolcü tasarımında önemli noktalardan biride performans kriterlerine uygun Q ve R ağırlık matrislerinin belirlenmesidir. Yükseklik ve duruş değişkenlerine ait LQR teknikleriyle durum geri beslemeli kontrolcü tasarımları için Q ve R ağırlık matrisleri aşağıdaki gibi belirlenmiştir.

$$Q_{yükseklik} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R_{yükseklik} = [4] \quad (5.13)$$

$$Q_{duruş} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}, \quad R_{duruş} = \begin{bmatrix} 2000 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 500 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

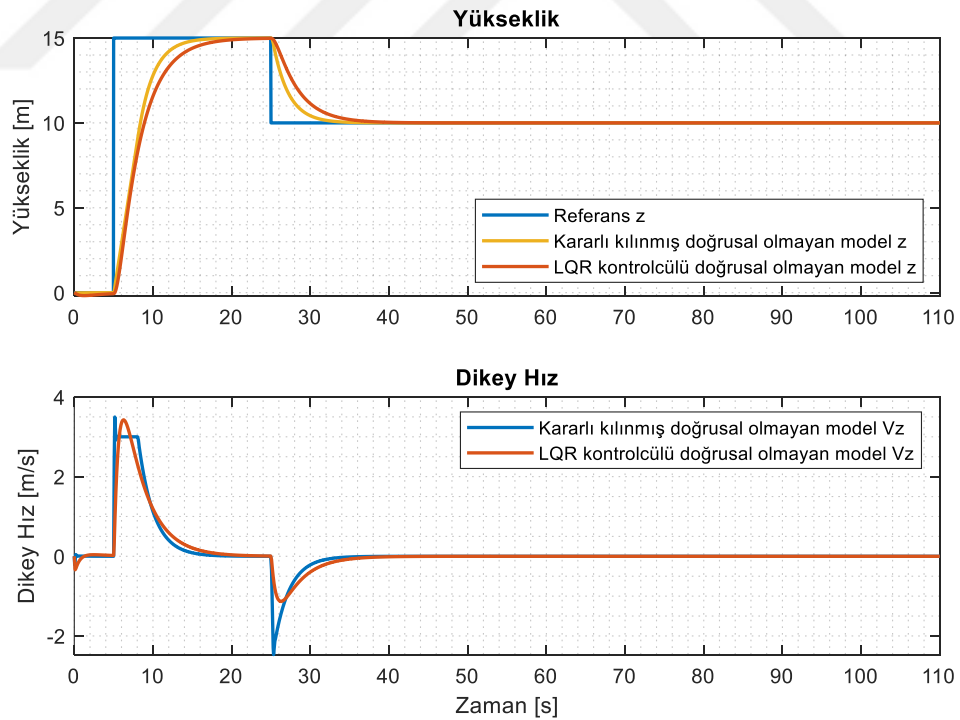
Eşitlik (5.13) ve (5.14)'teki gibi belirlenen ağırlık matrisleri ve DMDC yöntemiyle bulunmuş eşitlik (5.11), (5.12a) ve (5.12b)'deki gibi yükseklik ve duruş değişkenlerine ait durum uzay modelleri için A ve B matrisleri kullanılarak MATLAB'in 'dlqr()' fonksiyonuyla durum geri beslemeli optimal kontrolcü kazançları aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$K_{yükseklik} = [0.3336 \quad 1.1819] \quad (5.15)$$

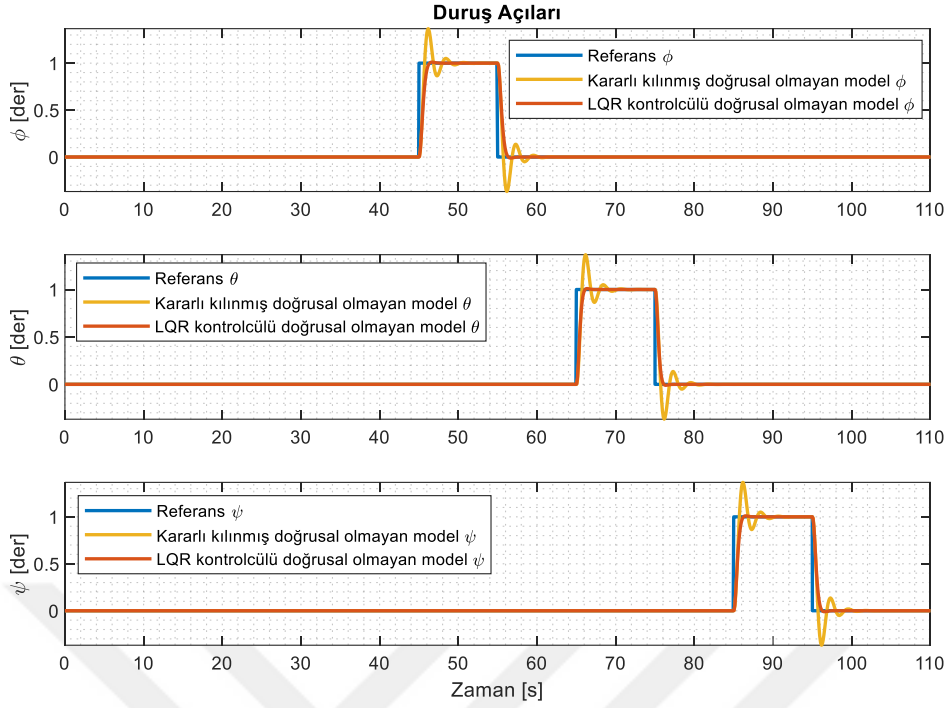
$$K_{duruş} = \begin{bmatrix} 0.0703 & 0.0368 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0995 & 0.0436 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1406 & 0.0684 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

5.3.1 LQR ile kontrol edilmiş sisteme ilişkin sonuçlar

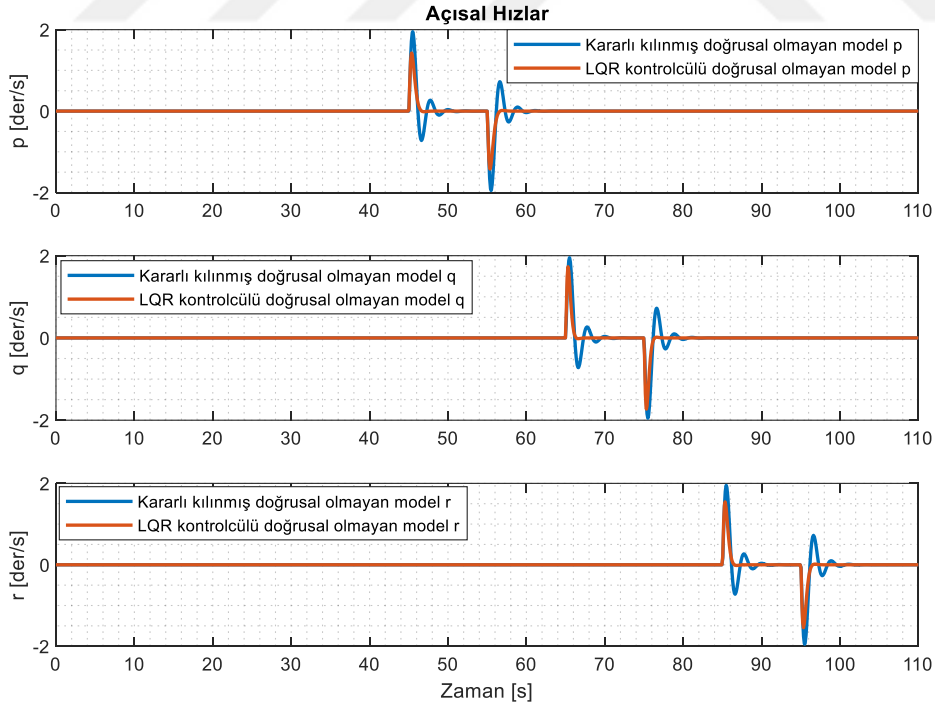
Bu bölümde, DMDc yöntemiyle elde edilmiş doğrusal model kullanılarak geleneksel LQR teknikleriyle tasarlanmış kontrolcüye sahip doğrusal olmayan model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan model çıktıları için karşılaştırma yapılmıştır. LQR kontrolcülü doğrusal olmayan model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modelin yükseklik, dikey hız, duruş açıları ve duruş açısız hızlarına ait grafikler Şekil 5.26, Şekil 5.27 ve Şekil 5.28’de verilmiştir. Bunlara ek olarak Şekil 5.29’da geleneksel LQR teknikleriyle tasarlanmış kontrolcüye sahip doğrusal olmayan sisteme ait kontrol sinyallerinin grafiği verilmiştir. Ayrıca verilen grafiklerden elde edilmiş LQR kontrolcülü doğrusal olmayan modele ait oturma zamanları (T_s) ve üst aşım (%OS) değeri Çizelge 5.3’te verilmiştir. Verilen grafikler ve Çizelge 5.2 ile Çizelge 5.3’te yer alan değerler karşılaştırılarak LQR teknikleriyle kontrol edilmiş doğrusal olmayan sisteme ait duruş açılarının aşım yapmadan referans sinyali takip ettiği ve açısız hızların daha az salınım yaptığı sonucuna varılmaktadır.



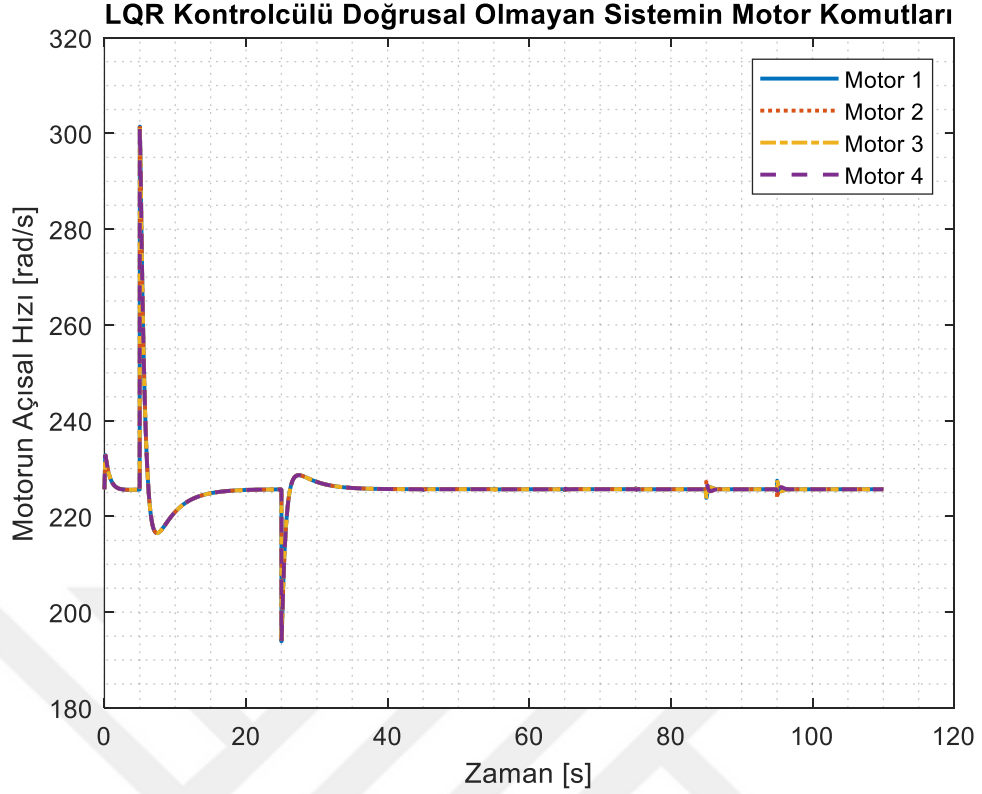
Şekil 5.26 : Geleneksel LQR teknikleriyle tasarlanmış durum geri beslemeli kontrolcüye sahip doğrusal olmayan model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele ait yükseklik ve dikey hız grafikleri.



Şekil 5.27 : Geleneksel LQR teknikleriyle tasarlanmış durum geri beslemeli kontrolcüye sahip doğrusal olmayan model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modelin duruş açılarına ait grafikler.



Şekil 5.28 : Geleneksel LQR teknikleriyle tasarlanmış durum geri beslemeli kontrolcüye sahip doğrusal olmayan model ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modelin açısal hızlarına ait grafikler.



Şekil 5.29 : Geleneksel LQR teknikleriyle tasarlanmış durum geri beslemeli kontrolcüye sahip doğrusal olmayan sistemin kontrol sinyallerinin grafiği.

Çizelge 5.3 : Geleneksel LQR teknikleri ile tasarlanmış durum geri beslemeli kontrolcüye sahip doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin yükseklik ve duruş değişkenlerine ait oturma zamanı (T_s) ve üst aşım (%OS) değerleri.

Durum Değişkeni	T_s (s)	%OS
z	12	0
ϕ	1.2	0
θ	0.98	0
ψ	1.1	0

5.4 Durum-Uzay Modeli Kullanılarak LQR-I Teknikleriyle Kontrolör Tasarımı

Bu bölümde doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemi için DMDC yöntemiyle elde edilmiş doğrusal model kullanılarak integral etkili LQR teknikleriyle tasarlanan durum geri beslemeli kontrolcü anlatılacaktır.

Doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemi için yükseklik ve duruş değişkenlerine ait DMDC yöntemiyle elde edilen durum uzay modelleri kullanılarak integral etkili LQR teknikleriyle her bir model için optimal kazançlar elde edilmiştir. Doğrusal olmayan sistem için integral etkili LQR teknikleriyle kontrolcü tasarımı yapılırken kontrol sinyali eşitlik (4.5)'teki gibi belirlenmiş ve integral etkili LQR

kontrolörlü doğrusal olmayan sisteme ait blok diagram Şekil 4.2'deki gibi oluşturulmuştur. İntegral etkili LQR tasarımında integral etkisi dahil edilmiş genişletilmiş durum uzay modeli eşitlik (4.7a) ve (4.7b)'deki gibi elde edilmiştir. Genişletilmiş durum uzay modellerine ait durum değişkenleri ve giriş sinyalleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\hat{x}_{k_{yükseklik}} = \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \\ \int z_e \end{bmatrix}, \hat{u}_{k_{yükseklik}} = [F_t] \quad (5.17)$$

$$\hat{x}_{k_{duruş}} = \begin{bmatrix} \phi \\ p \\ \theta \\ q \\ \psi \\ r \\ \int \phi_e \\ \int \theta_e \\ \int \psi_e \end{bmatrix}, \hat{u}_{k_{duruş}} = \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

İntegral etkili LQR teknikleriyle kontrolcü tasarımı yapılırken kullanılan Q ve R ağırlık matrisleri aşağıdaki gibi belirlenmiştir.

$$Q_{yükseklik} = \begin{bmatrix} 50 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{bmatrix}, \quad R_{yükseklik} = [5] \quad (5.19)$$

$$Q_{duruş} = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \quad (5.20a)$$

$$R_{duruş} = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \quad (5.20b)$$

Yükseklik ve duruş değişkenleri için DMDC yöntemiyle elde edilmiş doğrusal durum uzay modelleri ve eşitlik (5.19), (5.20a) ve (5.20b)'de verilmiş ağırlık matrisleri

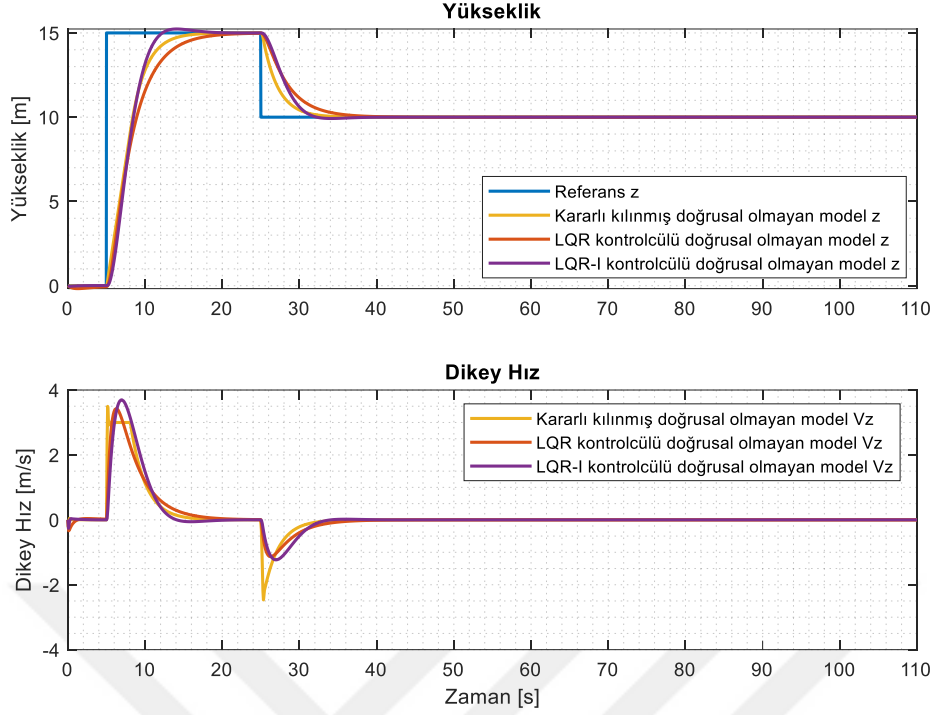
kullanılarak MATLAB’de yer alan ‘lqi()’ fonksiyonuyla integral etkili LQR kazançları aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$\begin{bmatrix} K_{yükseklik} & K_{Iyükseklik} \end{bmatrix} = [5.7057 \quad 6.5102 \quad -1.9986] \quad (5.21)$$

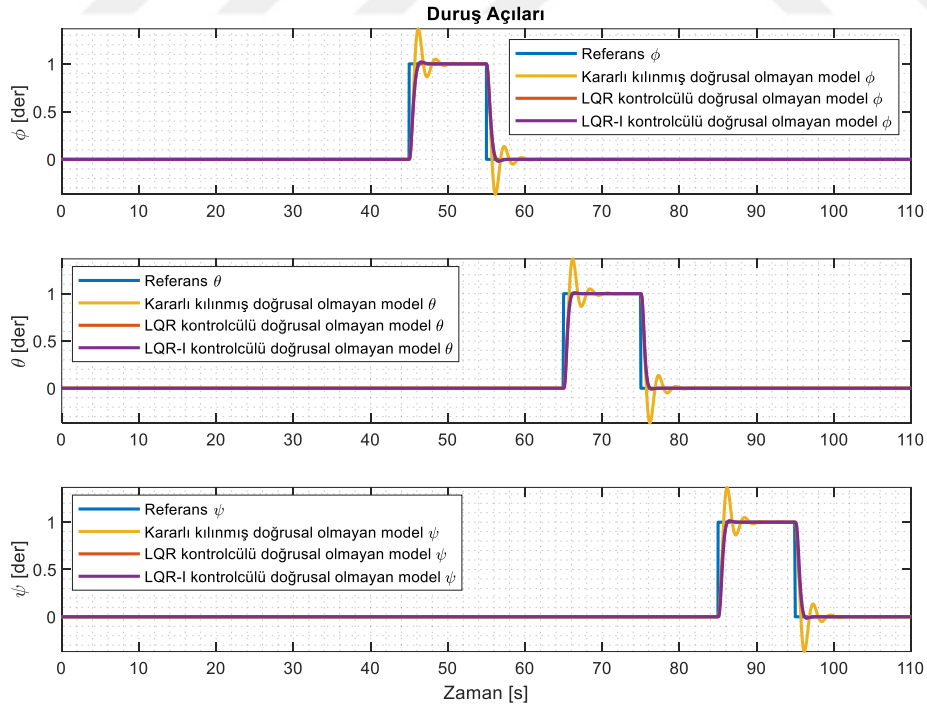
$$\begin{bmatrix} K_{duruş} & K_{Iduruş} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.116 & 0.241 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.202 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.486 & 0.096 & 0 & 0 & 0 & -0.994 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.551 & 0.132 & 0 & 0 & -0.995 \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

5.4.1 LQR-I ile kontrol edilmiş sisteme ilişkin sonuçlar

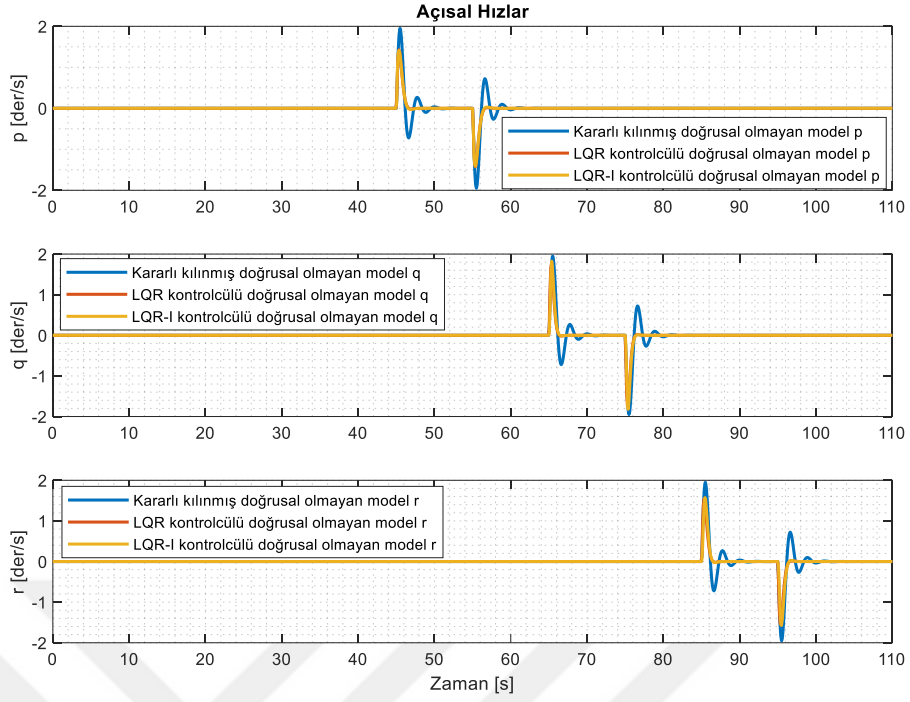
Bu bölümde, DMDc yöntemiyle elde edilmiş doğrusal model kullanılarak integral etkili LQR teknikleriyle ve geleneksel LQR teknikleriyle tasarlanmış kontrolcülere sahip doğrusal olmayan modeller ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan model çıktıları için karşılaştırma yapılmıştır. İntegral etkili LQR kontrolcülü ve geleneksel LQR kontrolcülü doğrusal olmayan modeller ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan modelin yükseklik, dikey hız, duruş açıları ve duruş açısal hızlarına ait grafikleri Şekil 5.30, Şekil 5.31 ve Şekil 5.32’de verilmiştir. Bunlara ek olarak Şekil 5.33’te integral etkili LQR teknikleriyle tasarlanmış kontrolcüye sahip doğrusal olmayan sistem ait kontrol sinyallerinin grafiği verilmiştir. Ayrıca verilen grafiklerden elde edilmiş integral etkili LQR kontrolcülü doğrusal olmayan modele ait oturma zamanları (T_s) ve üst aşım (%OS) değeri Çizelge 5.4’te verilmiştir. Verilen grafikler, Çizelge 5.2, Çizelge 5.3 ve Çizelge 5.4’te yer alan değerler karşılaştırılarak integral etkili LQR teknikleriyle kontrol edilmiş doğrusal olmayan sisteme ait yükseklik değişkeninin referans sinyale daha hızlı ulaştığı görülmektedir.



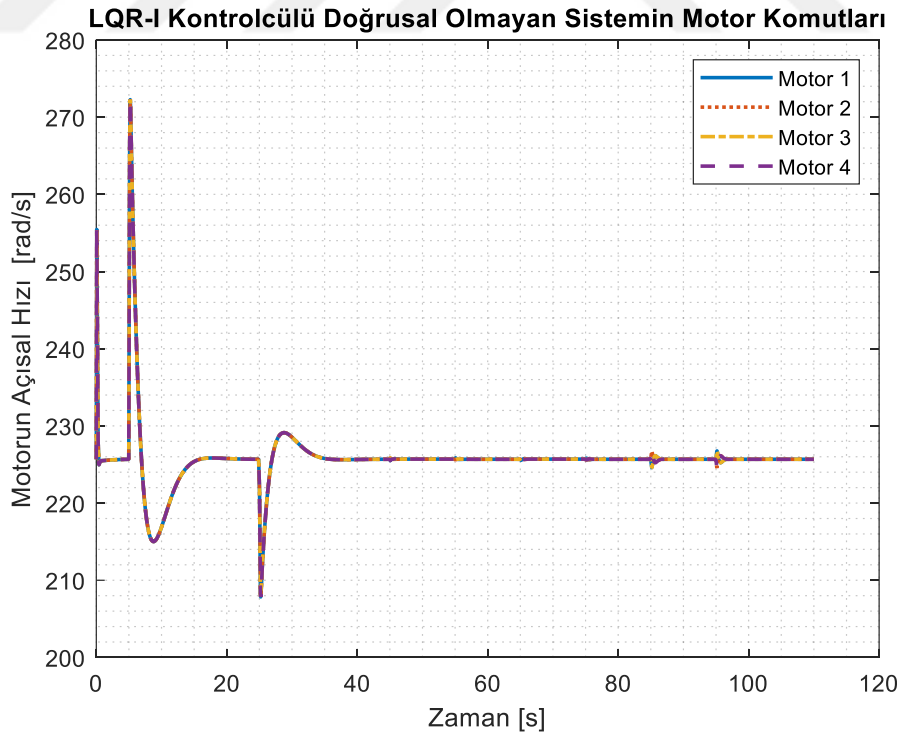
Şekil 5.30 : İntegral etkili ve geleneksel LQR teknikleriyle tasarlanmış durum geri beslemeli kontrolcüye sahip doğrusal olmayan modellere ve kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele ait yükseklik ve dikey hız grafikleri.



Şekil 5.31 : İntegral etkili ve geleneksel LQR teknikleriyle tasarlanmış durum geri beslemeli kontrolcüye sahip doğrusal olmayan modellere ve kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele ait duruş açılarının grafikleri.



Şekil 5.32 : İntegral etkili ve geleneksel LQR teknikleriyle tasarlanmış durum geri beslemeli kontrolcüye sahip doğrusal olmayan modellere ve kararlı kılınmış doğrusal olmayan modele ait açısal hızların grafikleri.

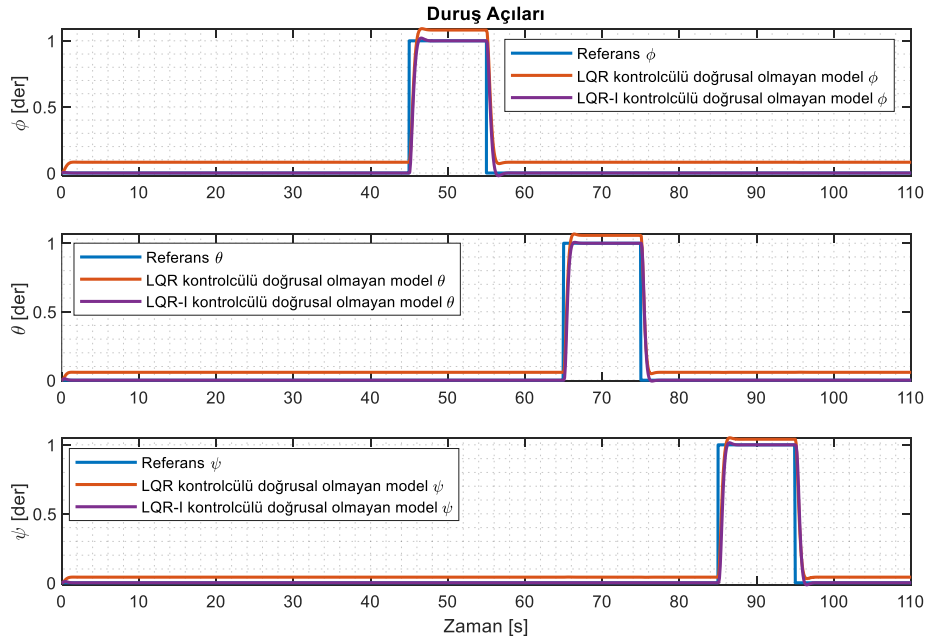


Şekil 5.33 : İntegral etkili LQR teknikleriyle tasarlanmış durum geri beslemeli kontrolcüye sahip doğrusal olmayan sistemin kontrol sinyallerinin grafiği.

Çizelge 5.4 : İntegral etkili LQR teknikleri ile tasarlanmış durum geri beslemeli kontrolcüye sahip doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin yükseklik ve duruş değişkenlerine ait oturma zamanı (T_s) ve üst aşım (%OS) değerleri.

Durum Değişkeni	T_s (s)	%OS
z	6.55	1.53
ϕ	1.125	0
θ	1	0
ψ	1.1	0

İntegral etkili ve geleneksel LQR teknikleriyle tasarlanmış durum geri beslemeli kontrolcülere sahip doğrusal olmayan sisteme bozucu etki uygulanmıştır. Bozucu etkiler ($L_{bozucu}, M_{bozucu}, N_{bozucu}$) sistem modelinin girişindeki momentlere (L, M, N) 0.0001 Nm genliğinde basamak (step) sinyali şeklinde simülasyonun başlangıcından itibaren eklenmiş ve sistemin duruş açılarına etkisini gözlemlemek için Şekil 5.34'teki duruş açılarına ait grafikler elde edilmiştir. Sistemlerin bozucu etki altındaki davranışları incelenerek integral etkili ve geleneksel LQR teknikleriyle tasarlanan kontrolcülerin performansları karşılaştırılmıştır. Şekil 5.34'e göre geleneksel LQR teknikleriyle tasarlanan kontrolcünün bozucu etki altında kalıcı hal hatası ile referans sinyali takip ettiği ve integral etkili LQR teknikleriyle tasarlanan kontrolcünün bozucu etki altında referans sinyali kalıcı hal hatası olmadan başarılı bir şekilde takip ettiği görülmektedir.



Şekil 5.34 : Bozucu etki altında integral etkili ve geleneksel LQR teknikleriyle tasarlanmış durum geri beslemeli kontrolcüye sahip doğrusal olmayan modellere ait duruş açılarının grafikleri.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışma kapsamında, dört rotorlu insansız hava araçları için veriye dayalı kontrol sistem tasarımı yöntemleri araştırılmış ve literatürde dinamik mod ayrıştırmasıyla kontrol (DMDc) olarak geçen, veri odaklı yeni bir yöntem üzerine çalışılmıştır. Literatürde dinamik mod ayrıştırması ile kontrol (DMDc) olarak geçen bu yöntem, karmaşık ve yüksek boyutlu sistemlerin dinamiklerini yalnızca anlık ölçümler kullanarak yeniden oluşturan, DMD algoritmasına dayanmaktadır. Burada doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin yükseklik ve duruş değişkenlerine ilişkin doğrusal modelinin dinamik mod ayrıştırması ile kontrol (DMDc) metodu kullanılarak elde edilmesi ve elde edilen bu doğrusal model kullanılarak sistemin doğrusal karesel regülatör (LQR) teknikleriyle kontrol edilmesi problemi ele alınmıştır. Bu çalışmayı gerçekleştirebilmek için verilerin toplanacağı ve tasarlanan kontrolcülerin uygulanacağı doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemine ihtiyaç vardır bu bağlamda doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemi MATLAB/Simulink ortamında modellenmiştir. Bu nedenle öncelikle dört rotorlu insansız hava aracı sistemi anlatılmış ve dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin matematiksel modeli verilmiştir. Daha sonrasında veriye dayalı kontrol metotları anlatılmış, DMD ve DMDc metotları hakkında bilgi verilmiş ve uygulama adımlarından bahsedilmiştir. Ayrıca bu çalışmada durum geri beslemeli kontrolcü tasarımı için kullanılan doğrusal karesel regülatör (LQR) tekniklerinden bahsedilmiştir. Geleneksel LQR ve integral etkili LQR teknikleri kullanılarak doğrusal olmayan sistem için iki farklı kontrolcü tasarımı anlatılmıştır. MATLAB/Simulink ortamında matematiksel denklemler kullanılarak modellenen doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sisteminden veriler toplanarak DMDc yöntemiyle sisteme ait durum uzay modeli bulunmuştur. Sisteme ait durum uzay modeli kullanılarak geleneksel LQR ve integral etkili LQR teknikleriyle doğrusal olmayan sistem için durum geri beslemeli kontrolcü tasarımları yapılmıştır. Tasarlanan kontrolcüler doğrusal olmayan sisteme uygulanmış ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemi için DMDc yöntemi ile elde edilen durum uzay modelinin doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sistemi

ile benzer sonuçlar verdiği sayısal deneyler ile gösterilmiştir. DMDc ile elde edilen, sistemin yükseklik ve duruş değişkenlerine ait durum uzay modelleri kullanılarak geleneksel LQR yöntemiyle tasarlanan durum geri beslemeli kontrolcüye sahip doğrusal olmayan sisteme için duruş açılarının aşım yapmadan referans sinyali takip ettiği ve açısız hızların daha az salınım yaptığı yapılan sayısal değerlendirmeler sonucunda ortaya çıkmıştır. Yapılan sayısal deneyler sonucunda, yine yükseklik ve duruş değişkenlerine ait durum uzay modeli kullanılarak integral etkili LQR teknikleriyle tasarlanan kontrolcüyle kontrol edilmiş doğrusal olmayan sisteme ait yükseklik değişkeninin referans sinyale daha hızlı ulaştığı ve oturma zamanının daha kısa olduğu görülmektedir.

Sonuç olarak yapılan sayısal deneylerden, ön kontrolcü ile kararlı kılınmış doğrusal olmayan model ve DMDc yöntemiyle elde edilmiş doğrusal model çıktılarının benzer sonuçlar verdiğini, DMDc yöntemiyle bulunmuş doğrusal model kullanılarak LQR teknikleriyle kontrol edilmiş doğrusal olmayan sistemin performansının başarılı olduğunu söyleyebiliriz. Ayrıca bozucu etki altında integral etkili LQR teknikleriyle tasarlanan kontrolcünün, geleneksel LQR teknikleriyle tasarlanan kontrolcüye göre daha başarılı sonuç verdiği sayısal deneylerle gösterilmiştir. Bu çalışmada sistemin kararlı olması, referans sinyali kalıcı hal hatası olmadan, kararlı kılınmış sisteme göre daha az aşım yaparak, hızlı takip etmesi istenmiştir. Ancak farklı isterler doğrultusunda Q ve R ağırlık matrisleri değiştirilerek isterlere uygun yeni kazançlar elde edilebilir.

6.1 Gelecek Çalışmalar

Tez kapsamında varsayımlar yapılarak doğrusal olmayan dört rotorlu insansız hava aracı sisteminin yükseklik ve duruş değişkenleri için MATLAB ortamında modelleme yapılmış ve DMDc yöntemini uygulamak için basitleştirilmiş doğrusal olmayan modelden veriler toplanmıştır. Bu doğrultuda DMDc yöntemini uygulamak için varsayımlar yapılmadan daha gerçekçi bir model oluşturularak bu gerçekçi sistemden veriler toplanabilir veya gerçek bir sistem kullanılarak gerçek sistemden veriler toplanabilir. Ayrıca DMDc yöntemiyle elde edilen durum uzay modeli kullanılarak doğrusal olmayan sistem için model öngörülü kontrol (Model Predictive Control - MPC) yöntemi uygulanabilir.

KAYNAKLAR

- [1] **Url-1** < https://tr.wikipedia.org/wiki/İnsansız_hava_aracı >, erişim tarihi 16.05.2024
- [2] **Demiryürek, A. (2018).** *Bir Dörtlü pervanelinin Modellenmesi ve Denetimi* (Yüksek Lisans Tezi). Hacettepe Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Ankara.
- [3] **Url-2** < https://en.wikipedia.org/wiki/Breguet-Richet_Gyroplane >, erişim tarihi 16.05.2024
- [4] **Url-3** < https://en.wikipedia.org/wiki/De_Bothezat_helicopter >, erişim tarihi 16.05.2024
- [5] **KURTULUS, K. (2023)** *Bir dört pervaneli İHA'nın yönelim kontrolü için doğrusal olmayan kontrolcü tabanlı kazanç planlama algoritmasının geliştirilmesi* (Yüksek Lisans Tezi). Yıldız Teknik Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, İstanbul.
- [6] **ESEMEN, C. (2019)** *Modeling and attitude control of a quadcopter using model predictive controller* (Yüksek Lisans Tezi). İstanbul Teknik Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, İstanbul.
- [7] **Sabatino, F. (2015).** *Quadrotor control: modeling, nonlinear control design, and simulation.*
- [8] **Usman, M. (2020).** *Quadcopter modelling and control with matlab/simulink implementation.*
- [9] **GÜL, G., & ARISOY, A. (2013).** DÖRT ROTORLU HAVA ARACI İÇİN GERÇEK ZAMANDA BULANIK MANTIKLA KONTROLÖR TASARIMI. *Journal of Aeronautics & Space Technologies/Havacılık ve Uzay Teknolojileri Dergisi*, 6(2).
- [10] **ÖZ, A., VAROL, Y. B., CANEVI, M., & SÖYLEMEZ, M. T.** Dört Rotorlu Hava Aracının Modellenmesi ve Kontrolü.
- [11] **Can, H. P. Ü. İ., Aydemir, H. M. Y., & TEMELTAŞ, H.** DİKEY İNİŞ-KALKIŞ YAPABİLEN DÖRT ROTORLU HAVA ARACININ (QUADROTOR) UÇUŞ KONTROLÜ.
- [12] **Astudillo, A., Muñoz, P., Álvarez, F., & Rosero, E. (2017, June).** Altitude and attitude cascade controller for a smartphone-based quadcopter. In *2017 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)* (pp. 1447-1454). IEEE.
- [13] **Wang, P., Man, Z., Cao, Z., Zheng, J., & Zhao, Y. (2016, November).** Dynamics modelling and linear control of quadcopter. In *2016 International Conference on Advanced Mechatronic Systems (ICAMEchS)* (pp. 498-503). IEEE.

- [14] **Tesch, D. A., Eckhard, D., & Guarienti, W. C. (2016).** Pitch and roll control of a quadcopter using cascade iterative feedback tuning. *IFAC-PapersOnLine*, 49(30), 30-35.
- [15] **Brunton, S. L., Kutz, J. N. (2022).** *Data-Driven Science and Engineering: Machine Learning, Dynamical Systems, and Control*. Hindistan: Cambridge University Press.
- [16] **Kutz, J. N., Brunton, S. L., Brunton, B. W., & Proctor, J. L. (2016).** *Dynamic mode decomposition: data-driven modeling of complex systems*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [17] **Öznurlu, C. (2022).** *Data-Driven Model Discovery and Control of Lateral-Directional Fighter Aircraft Dynamics* (Master's thesis, Middle East Technical University).
- [18] **Petukhova, E. (2022).** *Quadcopter control synthesis based on dynamic mode decomposition*. Master Thesis in Computer Science (Doctoral dissertation, University of Passau).
- [19] **Suicmez, E. C., & Kutay, A. T. (2017, June).** Attitude and altitude tracking of hexacopter via LQR with integral action. In *2017 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)* (pp. 150-159). IEEE.
- [20] **Ahmed, S. F., Kadir, K., & Joyo, M. K. (2017).** LQR based controller design for altitude and longitudinal movement of quad-rotor.
- [21] **Okyere, E., Bousbaine, A., Poyi, G. T., Joseph, A. K., & Andrade, J. M. (2019).** LQR controller design for quad-rotor helicopters. *The Journal of Engineering*, 2019(17), 4003-4007.
- [22] **Ahmad, F., Kumar, P., Bhandari, A., & Patil, P. P. (2020).** Simulation of the Quadcopter Dynamics with LQR based Control. *Materials Today: Proceedings*, 24, 326-332.

ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad : Atakan YILDIZ

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** : 2020, Yıldız Teknik Üniversitesi, Elektrik Elektronik Fakültesi, Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği
- **Yüksek Lisans** : 2024, İstanbul Teknik Üniversitesi, Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı, Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Program

YÜKSEK LİSANS TEZİNDEN TÜRETİLEN YAYINLAR:

- **Yıldız A., Sümer L. G.** 2024. Dört Rotorlu İnsansız Hava Araçları İçin Veriye Dayalı Kontrol. *5.Uluslararası Mühendislik Araştırmaları Sempozyumu*, Mart 7-9, 2024 Düzce, Türkiye.