

ZİNCİR EĞRİSİ VE İVMEÖLÇER KULLANARAK KAMERA KALİBRASYONU

CAMERA CALIBRATION USING CATENARY AND ACCELEROMETER

OKAY ARIK

DOÇ. DR. SENİHA ESEN YÜKSEL ERDEM

Tez Danışmanı

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı için öngördüğü

DOKTORA TEZİ olarak hazırlanmıştır.

2023

ÖZET

ZİNCİR EĞRİSİ VE İVMEÖLÇER KULLANARAK KAMERA KALİBRASYONU

Okay ARIK

Doktora, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
Tez Danışmanı: Doç. Dr. Seniha Esen YÜKSEL ERDEM
Ocak 2023, 162 sayfa

Kameralar gerçek uzayı görüntü düzlemine yansıtan algılayıcılardır. Bu yansıtımı belirleyen, kamerada içkin olan belirli parametrelerin kamera kalibrasyonu aracılığıyla saptanması, görüntüdeki noktaların açısal ilişkilerini hesaplamaya ve uzamsal ölçümler yapmaya olanak tanır. Bu amaç için fiziksel ölçüleri bilinen nesnelerden yararlanılır. Bu nesnelerin ulaşılabilir malzemelerle kolayca üretilebilir olması ve az yer kaplaması bir üstünlüktür. Bu doğrultuda malzeme olarak yalnızca bir zincirin kullanıldığı özgün bir kalibrasyon yöntemi tez içerisinde önerilmiştir. İki ucundan asılan bir zincir, yerçekimi altında zincir eğrisi adında düzlemsel bir bölge oluşturmaktadır. Daha geniş düzlemsel bölgeler oluşturmak için yalnızca zincirin uzunluğunu artırmak yeterli olduğundan yöntem kalibrasyonda odaksızlık sorununu da çözmektedir. Yapılan kalibrasyonlarda yaygın olarak kullanılan dama tahtası ile benzer keskinlikte sonuçlar elde edilmiştir. Diğer yandan mobil cihazlar gibi kamera donanımına sahip aygıtlar, yerçekimi doğrultusunu algılayan ivmeölçer de barındırırlar. Görüntüdeki dikey ya da yatay yapılarla ivmeölçerden edinilen yerçekimi yönü arasındaki ilişkiden yola çıkarak ikinci bir özgün kalibrasyon yöntemi tez içerisinde önerilmiştir. Dışsal bir nesneye

gereksinim duymaması önerilen yöntemin uygulanabilirliğini artırmıştır. Önerilen yöntemle elden edilen sonuçların keskinliğinin yaygın olarak kullanılan Zhang yöntemi yanı sıra son yıllarda Liu *ve diğ.*, Yang *ve diğ.* ile Wang ve Wan tarafından geliştirilen yöntemlerin üzerine çıktığı görülmüştür.

Anahtar sözcükler: kamera kalibrasyonu, fotogrametri, perspektif geometrisi, ivmeölçer, görsel ataletsel odometre



ABSTRACT

CAMERA CALIBRATION USING CATENARY AND ACCELEROMETER

Okay ARIK

**Doctor of Philosophy, Department of
Electrical and Electronics Engineering**

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Seniha Esen YÜKSEL ERDEM

January 2023, 162 pages

A camera is a sensor which projects the real world to the image plane. Estimation of the parameters embedded on the camera via camera calibration enables computation of the angular distance and spatial measurements between the points in the image. A particular object with known dimensions can be used for this purpose. Producing these objects practically with available materials is an advantage. From this point of view, we proposed a novel camera calibration method using only a hanging chain. Under gravity, a hanging chain fits a special curve called catenary and creates a planar area. By using a longer chain, this planar area can be enlarged. Thus the proposed method also solves out-of-focus problem in calibration. The proposed method is as accurate as the widely-used checkerboard in calibration. On the other hand, camera-integrated smart systems like mobile devices have an accelerometer. By using the connection between arbitrary vertical or horizontal structures in the image and the direction of gravity provided by the accelerometer, yet another novel camera calibration method is proposed in the dissertation. Being free from an external

calibration object makes the proposed method more practical. The accuracy of the proposed method is superior to the widely-used Zhang's method and also recent methods developed by Liu *et al.*, Yang *et al.*, and Wang and Wan.

Keywords: camera calibration, photogrammetry, perspective geometry, accelerometer, visual inertial odometry



TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasını noktalarken öncelikle çalışma konumu özgürce seçebilmemde desteğini esirgemeyen değerli tez danışmanım Doç. Dr. S. Esen YÜKSEL ERDEM Hocama teşekkürlerimi sunuyorum. Çalışmamın tıkanıdığı noktalarda yaptığı değerli katkı ve yönlendirmeleri bu çalışmanın ilerleyebilmesini sağladı.

Zorlu ve bir o kadar da öğretici olan komite toplantılarını da burada anmalıyım. Tez İzleme Komitesinin değerli üyeleri Prof. Dr. A. Aydın ALATAN ve Dr. Öğr. Üyesi Yakup ÖZKAZANÇ Hocalarıma teşekkürlerimi iletiyorum. Tezin şekillenmesinde ve belirli bir boyut ve derinliğe ulaşmasında yaptıkları eleştiri ve önerilerin büyük katkısı oldu.

Tüm bu uzun süreç boyunca sabırla hep yanımda olan sevgili aileme de teşekkürler ediyorum. Verdikleri manevi destek bana güç verdi.

Bir küçük teşekkürü de tek kişilik ufak ekmek tekнем ARTU Bilgi Teknolojileri'ne iletmem tuhaf karşılanmaz umarım. Firmadaki çalışmalar tez konusuna esin verdiği gibi teze ayırabildiğim zaman ve enerjiyi de yine bu sayede bulabildim.

Okay ARIK

Ocak 2023, Ankara

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	i
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR	v
İÇİNDEKİLER	vi
ÇİZELGELER	ix
ŞEKİLLER	x
SİMGELER VE KISALTMALAR	xii
1. GİRİŞ	1
1.1. Tezin Amacı	3
1.2. Tezin Akışı	4
1.3. Tezden Üretilmiş Yayınlar	4
2. KAMERA VE GÖRÜNTÜ	5
2.1. Görüntünün Oluşumu	5
2.1.1. Karanlık Oda ve Mercek	5
2.1.2. Odaklama, Alan Derinliği ve Odakötesi Uzaklık	9
2.1.3. Mercek Sistemleri	11
2.1.4. Görüntü Algılayıcı ve Sayısal Görüntü	12
2.2. Kamera Modeli	13
2.2.1. İğne Deliği Kamera Modeli	14
2.2.2. Genelleştirilmiş Perspektif Projeksiyonu	17
2.2.3. Yarıçapsal Bozulma	20
2.2.4. Epipolar Geometri	23
3. KAMERA KALİBRASYONU	29
3.1. Kalibrasyon Yöntemleri	29
3.2. 3B Kalibrasyon	32
3.2.1. Projeksiyon Matrisinin Kestirimi	32
3.2.2. Projeksiyon Matrisinden İç Parametrelerin Çıkarımı	34

3.2.3. 3B Kalibratör	35
3.3. Kaçış Noktası	37
3.3.1. Kaçış Noktaları ile 3B Kalibrasyon	39
3.3.2. Kaçış Noktaları ile Kamera Merkezinin Geometrik İlişkisi.....	41
3.3.3. 2B Açölçer ve Mutlak Konik Görüntüsü	42
3.3.4. Ufuk Çizgisi	44
3.4. 2B Kalibrasyon	46
3.4.1. Perspektif Dönüşümü	46
3.4.2. Zhang Kalibrasyon Yöntemi	48
3.4.3. Kaçış Noktaları ile 2B Kalibrasyon	53
3.4.4. Odaksızlık Sorunu ve 2B Kalibratörün Boyutları	57
3.5. Perspektif Temelli Diğer Kalibrasyon Yöntemleri	59
3.5.1. 1B Kalibrasyon.....	59
3.5.2. Kürelerle Kamera Kalibrasyonu.....	62
3.5.3. Derin Öğrenme ile Kamera Kalibrasyonu	64
3.6. Özkalibrasyon	64
3.6.1. Sonsuz Homografi	65
3.6.2. Temel Matrisin Kestirimi	68
3.6.3. Kruppa Denklemleri	70
4. ZİNCİR EĞRİSİ KULLANARAK KAMERA KALİBRASYONU	74
4.1. Eğik Top Atışları ile Kalibrasyon	74
4.1.1. Düzlemsel Bir Kalibratör Olarak Eğik Atış Hareketi	75
4.1.2. Kameralar Arası Sonsuz Homografi ile Kalibrasyon Aktarımı	77
4.1.3. Yerçekimi ile Kalibrasyon Yapan Diğer Yöntemler	79
4.2. Zincir Eğrisi.....	79
4.2.1. Zincirin Durağan Dengesi	80
4.2.2. Zincir Eğrisinin Parametrik Gösterimi ve Ölçeği.....	81
4.3. Zincir Eğrisi ile Kalibrasyon	83
4.3.1. Düzlemsel Kalibratör Olarak Zincir Eğrisi	83
4.3.2. Zincir Eğrisi ile Deneyler	84

4.3.3. Zincirin Uçları Arasında Yükseklik Farkı	88
4.3.4. Kalibrasyon Sonuçlarını Etkileyen Etmenler	90
4.3.5. Zincir Eğrisi ile Kalibrasyona İlişkin Sonuçlar	92
5. İVMEÖLÇER KULLANARAK KAMERA KALİBRASYONU	94
5.1. İvmeölçer	94
5.1.1. İvmeölçerin Yapısı	95
5.1.2. İvmeölçerin Hata Modeli	96
5.2. Kamera ve İvmeölçer Düzenneği	97
5.2.1. Manhattan Evreni ve Odometre	97
5.2.2. Kamera İvmeölçer Modeli	99
5.2.3. Kamera İvmeölçer Kalibrasyonu	101
5.3. İvmeölçerle Kamera Kalibrasyonu	105
5.3.1. 3B Kalibratör Olarak İvmeölçer	105
5.3.2. Yapı Görüntüleri ve İvmeölçer Kullanarak Kamera Kalibrasyonu	107
5.3.3. Düzlemsel Kalibratör ve İvmeölçer Kullanarak Kamera Kalibrasyonu	115
5.3.4. Ufuk Çizgisi ve İvmeölçer Kullanarak Kamera Kalibrasyonu	116
5.3.5. İvmeölçer Kullanarak Özkalibrasyon	118
5.3.6. İvmeölçerle Kalibrasyona İlişkin Sonuçlar	121
6. SONUÇLAR	123
KAYNAKLAR	127
EK 1: Camera Calibration Using Catenary	136
EK 2: Mobile Device Camera Calibration Using Building Images and Onboard Accelerometer	143

ÇİZELGELER

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 3.1 3B kalibratör kullanarak kamera kalibrasyonu	37
Çizelge 3.2 Zhang yöntemi ile kamera kalibrasyonu	52
Çizelge 3.3 Kaçış noktaları kullanan farklı yöntemlerle kamera kalibrasyonu	55
Çizelge 3.4 Farklı boyda kalibratörler kullanarak kamera kalibrasyonu	59
Çizelge 3.5 Kalibratör çubuk kullanarak kamera kalibrasyonu	61
Çizelge 3.6 Küreler kullanarak kamera kalibrasyonu	63
Çizelge 3.7 Sonsuz homografi ile özkalibrasyon	68
Çizelge 3.8 Kruppa denklemleri ile özkalibrasyon	73
Çizelge 4.1 Zincir eğrisi kullanarak kamera kalibrasyonu	86
Çizelge 4.2 Zincir eğrisi ile farklı boyutlarda dama tahtalarının karşılaştırılması	87
Çizelge 4.3 Uçları farkı yükseklikte olan zincir eğrisi ile kamera kalibrasyonu	90
Çizelge 5.1 Dama tahtası kullanarak kamera ivmeölçer kalibrasyonu	104
Çizelge 5.2 Zincir eğrisi kullanarak kamera ivmeölçer kalibrasyonu	105
Çizelge 5.3 Yapı görüntüleri ve ivmeölçer kullanarak kamera kalibrasyonu	111
Çizelge 5.4 2B kalibratör ve ivmeölçer kullanarak kamera kalibrasyonu	116
Çizelge 5.5 Ufuk çizgisi ve ivmeölçer kullanarak kamera kalibrasyonu	118
Çizelge 5.6 İvmeölçer kullanarak özkalibrasyon	120

ŞEKİLLER

	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1	İğne delikli karanlık odada görüntünün oluşumu 6
Şekil 2.2	İnce kenarlı merceğin ışığı toplaması 7
Şekil 2.3	Mercekli karanlık odada görüntünün oluşumu 8
Şekil 2.4	Kamerada odakötesi uzaklık 10
Şekil 2.5	Görüntü algılayıcı 13
Şekil 2.6	Dünya noktalarının görüntü düzlemine haritalanması 15
Şekil 2.7	Genelleştirilmiş perspektif projeksiyonu 17
Şekil 2.8	Yarıçapsal bozulma tipleri 21
Şekil 2.9	Ham görüntüde yarıçapsal bozulma 23
Şekil 2.10	Epipolar geometri 24
Şekil 3.1	Kalibrasyon yöntemlerinin sınıflandırılması 30
Şekil 3.2	Projeksiyon matrisinin kestirimi 33
Şekil 3.3	3B kalibratör örneği 36
Şekil 3.4	Perspektif altında kaçış noktası 38
Şekil 3.5	Kalibrasyonda kaçış noktalarının geometrik anlamı 41
Şekil 3.6	Ufuk Çizgisi 45
Şekil 3.7	Perspektif dönüşümü 47
Şekil 3.8	Dama desenli 2B kalibratör 52
Şekil 3.9	Liu ve diğ. tarafından önerilen düzlemsel çizge kalibratör 54
Şekil 3.10	Yang ve diğ. tarafından önerilen ikili çember kalibratör 56
Şekil 3.11	Farklı boyutlardaki kalibratör görüntüleri arasındaki netlik farkı 58
Şekil 3.12	1B kalibratör olarak ölçekli çubuk 60
Şekil 3.13	Perspektif projeksiyonu altında elipse dönüşen küreler 62
Şekil 3.14	Farklı açıda görüntülerden oluşturulan panorama 67
Şekil 3.15	İki görüntü arasındaki epipolar geometri 69
Şekil 3.16	Özkalibrasyon için 3B nesnenin farklı açılardaki görüntüleri 73

Şekil 4.1	Zincir baklasının serbest cisim diyagramı	80
Şekil 4.2	Farklı ölçeklerde zincir eğrileri	82
Şekil 4.3	Perspektif altında zincir eğrisi	84
Şekil 4.4	Deneyde kullanılan etiket zinciri	85
Şekil 4.5	Zincir eğrisiyle yapılan çekimler	85
Şekil 4.6	Zincir uçları arasındaki yükseklik farkı	88
Şekil 4.7	Görüntü noktaları üzerindeki gürültünün kalibrasyona etkisi.....	91
Şekil 4.8	Zincir eğrisi üzerindeki işaret sayısının kalibrasyona etkisi	91
Şekil 4.9	Zincirin ölçümündeki hataların kalibrasyona etkisi	92
Şekil 5.1	Kamera ve ivmeölçer arasındaki dönme dönüşümü	99
Şekil 5.2	Görüntü düzlemi ile ivme uzayı arasındaki perspektif projeksiyonu ...	100
Şekil 5.3	Yapı görüntülerinde dikey kaçış noktasının saptanması.....	108
Şekil 5.4	Dikey kaçış noktaları ve ivme vektörleri.....	109
Şekil 5.5	Farklı yapılardan alınan görüntülerle oluşturulan 16 veri kümesi	110
Şekil 5.6	Kamera ivmeölçer modellerinin başarımlarını karşılaştırması.....	112
Şekil 5.7	Farklı kalibrasyon yöntemlerinin görüntü sayısına göre başarımlarını	112
Şekil 5.8	Farklı maliyet fonksiyonlarının başarımlarını karşılaştırması	113
Şekil 5.9	Gürültülü girdilerin kalibrasyonda yol açtığı sapma	114
Şekil 5.10	Mobil cihazla kaydedilen ufuk çizgisi görüntüleri	117

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

$\sim$	: Homojen koordinatlarda denklik, benzer üçgen, rastgele değişken dağılımı
$\tilde{\cdot}$	: Vektörün homojen koordinatlara yansıtılması, rastgele değişken
$\hat{\cdot}$	: Kestirim, birim vektör
$[\cdot]_{\times}$	: Vektörel çarpıma eşdeğer matris
$ \cdot $	: Vektörün normu, matrisin determinanı
$\cdot^{\dagger}$	: Dikdörtgen matrisin yalancı tersi
$\angle$	: Açı
$\triangle$	: Üçgen
$\mathcal{N}$	: Normal dağılım
$\mathcal{U}$	: Düzgün dağılım

Kısaltmalar

$n\mathbf{B}$	: n Boyutlu
AF	: Autofocus (Otomatik Odaklama)
API	: Application Programming Interface (Uygulama Programlama Arayüzü)
DOF	: Degrees of Freedom (Serbestlik Derecesi)
EKK	: En Küçük Kareler (<i>LSE</i>)
FOV	: Field of View (Görüş Alanı)
fps	: frame per second (saniyede kare)
IMU	: Inertial Measurement Unit (Ataletsel Ölçüm Birimi)
MEMS	: Micro-electro-mechanical Systems (Mikro elektromekanik sistemler)
MKG	: Mutlak Konik Görüntüsü (<i>IAC</i>)
SVD	: Singular Value Decomposition (Tekil Değer Ayrıştırması)
VIO	: Visual-Inertial Odometry (Görsel Ataletsel Odometre)

1. GİRİŞ

İmge, bir nesnenin yüzey üzerindeki gösterimidir. Amaç gözde benzer bir algı oluşturarak orada gerçekte olmayan bu nesnenin anıştırılmasıdır. Yapay olarak üretilen bu imgeler, olanaklı bir yüzeye (mağara duvarı, tuval ya da monitör) fiziksel, kimyasal ya da elektronik yollarla çizilir. Başlangıçta çizimler ilgili nesneye ilişkin bütüncül bir bilgiyi yansıtmaya çalışılırken, Rönesansla beraber nesneler, onlara ilişkin önceden zihinde var olan bilgilerden ayrı olarak göründükleri gibi çizilmeye çalışılmıştır. Böylece imgeler, adına görüntü diyebileceğimiz gerçekçi gösterimlere dönüşmeye başlamıştır. Bu gerçekçiliğin yakalanabilmesi için gözün yapısı ve görme eyleminin anlaşılması gerekmiştir. 11. yüzyılda İbn-i Heysem görme eyleminin optik ilkelerini açıklar. Uzayda bir cismin farklı açı ve uzaklıklarda nasıl görüneceğine ilişkin geometrik kurallar 15. yüzyılda Filippo Brunelleschi'nin perspektif üzerine yaptığı çalışmalarla netleşir. Aynı yüzyılın ikinci yarısından itibaren bu ilkeler doğrultusunda çizim yapmaya olanak tanıyan düzeneklerin ve gözün çalışma ilkelerini taklit eden "camera obscura"nın ortaya çıktığını görmekteyiz. Karanlık oda anlamına gelen bu düzenekte yalnızca tek bir küçük delikten ışık almasına izin verilen karanlık bir ortam yaratılır. Bu deliğin önündeki nesnelerin görünümünün deliğin karşısına yerleştirilen bir perde üzerinde ters biçimde belirlediği gözlemlenir. Böylece perde üzerindeki bu görünümün ana hatlarının ressamca çizilmesi olanaklıdır. Düzenekte deliğin yerini insan gözünde de olduğu gibi merceğin almasıyla daha belirgin görüntüler elde edilir. Bu düzenekle oluşan görüntüyü kimyasal yollarla sabitlemeyi başaran Nicéphore Niépce 1825 yılında ilk fotoğraf makinesini icat eder. Televizyon yayıncılığı için katot ışınlı tüp kullanan kameralar henüz 20. yüzyılın başlarında ortaya çıksa da sayısal görüntülemeye olanak tanıyan yarıiletken temelli ilk sayısal görüntü algılayıcısı 1969 yılında Bell Laboratuvarlarında geliştirilmiştir.

Başlangıçta çizimleri gerçekçi kılmak amacıyla geliştirilen perspektif geometrisi gerçek dünyadaki nesneden yola çıkıyor ve nesnenin çizim yüzeyine nasıl yansıtılması gerektiğini inceliyordu. Görüntülerin kimyasal yolla kaydedilebilmesi, bir diğer değişle fotoğrafçılığın ortaya çıkışı görüntüden yola çıkarak gerçek uzaydaki nesnelerin biçim ve boyutlarını da

hesaplamaya olanak tanıdı. Hava fotoğrafçılığı haritacılıkta kullanım alanı bulurken mimari fotoğrafçılık ile yapıların plan ve rölöveleri çıkarılabilir oldu. [1]

Fotoğrafçılık öncesinde de optik olarak birbirini gören noktalar arasında keskin açı ölçümü yapan teodolit kullanılmaktaydı. Önce alet yardımıyla üç noktayı birleştiren üçgenin iç açıları ölçülüyor, sonra da üçgenin bilinen bir kenarının uzunluğu temel alınarak diğer kenarların uzunluğu hesaplanabiliyordu. Bu üçgenleme (*triangulation*) yöntemi ile gözlemlenen noktaların 3B haritası çıkarılabilmekteydi.

Aynı üçgenleme yönteminin fotoğraf üzerinde uygulanması bu denli kolay olmadı. Bu noktada hatalı biçimde Galileo Galilei'ye atfedilen ünlü özdeyiş anımsanabilir: “*Ölçülebilir olanı ölçün, ölçülebilir olmayanı ise ölçülebilir kılın.*”¹ Çünkü fotoğraflar ölçülebilir değildi. Fotoğrafçılıkta amaç, resmin yerini alacak biçimde belirli bir sahnenin gerçekçi biçimde bir kağıdın üzerine yansıtılmasıydı. Bu yansıtımın (*projection*) geometrik kuralları biliniyordu. Ancak fotoğraf üzerindeki noktaların ölçümsel amaçla kullanımı için fotoğrafın olduğu kamerada içkin olan belirli parametrelerin önceden bilinmesi gerekiyordu. Bu parametrelerin bilinen değişmez değerlerde olduğu fotogrametrik kameralar, ölçüm amacıyla özel olarak üretiliyordu. Sıradan bir kamerada ise çekilen görüntüleri ‘ölçülebilir kılmak’ ancak bu parametreleri saptayan belirli bir işlemle olanaklıydı. Bu işleme **kamera kalibrasyonu** adı verilmektedir.

Analog fotoğrafların fotogrametrik amaçlı kullanımı, cetvel ve pergel gibi araçlar yardımıyla kağıt üzerine basılı fotoğraftan alınan ölçümlerle gerçekleşiyordu. Ancak sayısal görüntü algılayıcılarının ortaya çıkması ve sayısal olarak işlenebilir görüntülerin elde edilmesiyle fotogrametrinin önünde yeni olanaklar belirdi. Sayısal işlemciler yardımıyla görüntüde belirli özellikler çıkarılabilir, bu yolla saptanan çok sayıda nokta üzerinden 3B tarama gibi yoğun işlem gerektiren hesaplamalar yapılabilir oldu.

¹ A. Kleinert, “Der messende Luchs: Zwei verbreitete Fehler in der Galilei-Literatur”, *NTM Zeitschrift für Geschichte der Wissenschaften, Technik und Medizin* May 2009, vol. 17(2), pp 199–206.

1.1. Tezin Amacı

2000’li yıllarda internet kameralarının, 2010’lu yıllarda ise mobil cihaz kameralarının yaygınlaşması kamera kalibrasyonu gereksinimi duyan uygulamaların laboratuvar ortamından dışarı çıkabilmesine olanak tanıdı. Böylece araştırmacılar, uzman olamayan kullanıcılara dönük, kolay uygulanabilirliği olan kamera kalibrasyonu yöntemleri geliştirmeye yöneldiler. Hedeflenen, özel üretim süreçleri gerektirmeyen nesneler yardımıyla kalibrasyonun gerçekleştirilmesiydi.

Tez çalışmamıza yukarıda özetlenen hedef doğrultusunda başlayarak kolayca sağlanabilecek malzemeler kullanarak kamera kalibrasyonu yapabilmeyi amaçladık. Bunun sonucunda 4. Bölümde anlatılacak özgün bir kalibrasyon yöntemi geliştirdik. Malzeme olarak yalnızca bir zincirin kullanıldığı bu yöntemle yaygın olarak kullanılan diğer yöntemlere yakın bir keskinlikle kalibrasyon yapılabilildiğini gösterdik.

Önerilen yöntemde kullanılan zincirin yerçekimi ile biçimleniyor oluşu araştırmalarımızı görüntüde yerçekimi doğrultusunu saptayan çalışmalara yöneltti. Özellikle mobil cihazlarda olduğu gibi kameraların akıllı sistemlere eklenmesi ve bu sistemlerin başka çevresel algılayıcılarla da donatılması, çalışmamızın bu doğrultuda ilerlemesine olanak tanıdı. Mobil cihazların temel donanımlarından olan ivmeölçerin de durağan durumda yerçekimi yönünü algılaması nedeniyle kamera ve ivmeölçer algılayıcılarının karşılıklı ilişkisi üzerine yoğunlaştık.

Bunun sonucunda 5. Bölümde anlatılacak ivmeölçer kullanan bir dizi kalibrasyon yöntemi geliştirmiş olduk. Burada, zincir kullanılan ilk yöntemin aksine herhangi bir dışsal nesne kullanmadan yalnızca çevresel görüntülerle kalibrasyon yapabilmenin olanaklarını aradık. Bu doğrultuda ilk olarak görüntüdeki dikey yapılarla ivmeölçer verisini ilişkilendiren bir kalibrasyon yöntemi önerdik. Ardından bu yöntemi dikey yapılar yerine ufuk çizgisini de kullanabilecek biçimde genişlettik. Son olarak da dikey ya da yatay özellikler taşımayan herhangi bir nesneden sağlanan görüntülerle ivmeölçer verilerini ilişkilendirerek yeni bir özkalibrasyon yöntemi geliştirdik.

1.2. Tezin Akışı

Tezin temel çalışma zemini kamera ve görüntü olduğu için görüntünün oluşumu ve kamera modeline ilişkin için gerekli bilgiler 2. Bölümde verilecektir. Kamera kalibrasyonunun ele alındığı 3. Bölümde literatürdeki temel yöntemler açıklanacak ve her birinden uygulamalı olarak örnekler paylaşılacaktır.

Tezin literatüre özgün katkılarından biri olan zincir eğrisi kullanarak kamera kalibrasyonunun anlatılacağı 4. Bölümde öncelikle bu yönteme kaynaklık eden literatürdeki belirli çalışmalar paylaşılacaktır. Ardından fiziksel olarak zincir eğrisi incelenecek, bu eğrinin kamera kalibrasyonunda nasıl kullanılacağı açıklanacak ve elde edilen deneysel sonuçlar sunulacaktır.

Tezin literatüre bir diğer özgün katkısı olan ivmeölçer kullanarak kamera kalibrasyonunun anlatılacağı 5. Bölümde öncelikle ivmeölçerin yapısı ve modeli incelenecektir. Devamında kamera ve ivmeölçer algılayıcılarından oluşan düzeneğin karşılıklı ilişkisi ele alınacak ve literatürde konuyu inceleyen çalışmalar paylaşılacaktır. Ardından ivmeölçer kullanan üç yeni kamera kalibrasyonu yöntemi önerilecek ve elde edilen deneysel sonuçlar sunulacaktır.

Son olarak 6. Bölümde tezden elde edilen kuramsal sonuçlar tartışılacaktır. Tezin literatüre özgün katkılarının çözdüğü sorunlar ve önerilen yöntemlerin olası kullanım alanları da ayrıca ele alınacaktır.

1.3. Tezden Üretilmiş Yayınlar

- O. Arık and S. E. Yuksel, "Camera Calibration Using Catenary", *IEEE Sensors Journal*, vol. 22, no. 6, pp. 5962-5968, **2022**
- O. Arık and S. E. Yuksel, "Mobile Device Camera Calibration Using Building Images and Onboard Accelerometer", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 71, pp. 1-8, **2022**

2. KAMERA VE GÖRÜNTÜ

Kamera içinde oluşan görüntünün optik ilkeleri Bölüm 2.1.'de açıklanacaktır. Tez içinde görüntü yalnızca biçim (*shape*) bağlamında ele alındığı için oluşan görüntüdeki renk, doku, parlaklık gibi özellikler konunun dışında tutulmuştur. Bu optik ilkelerden yola çıkarak gerçek uzaydaki noktaların görüntü düzlemine yansıtmı Bölüm 2.2.'de cebirsel bir modele oturtulacaktır.

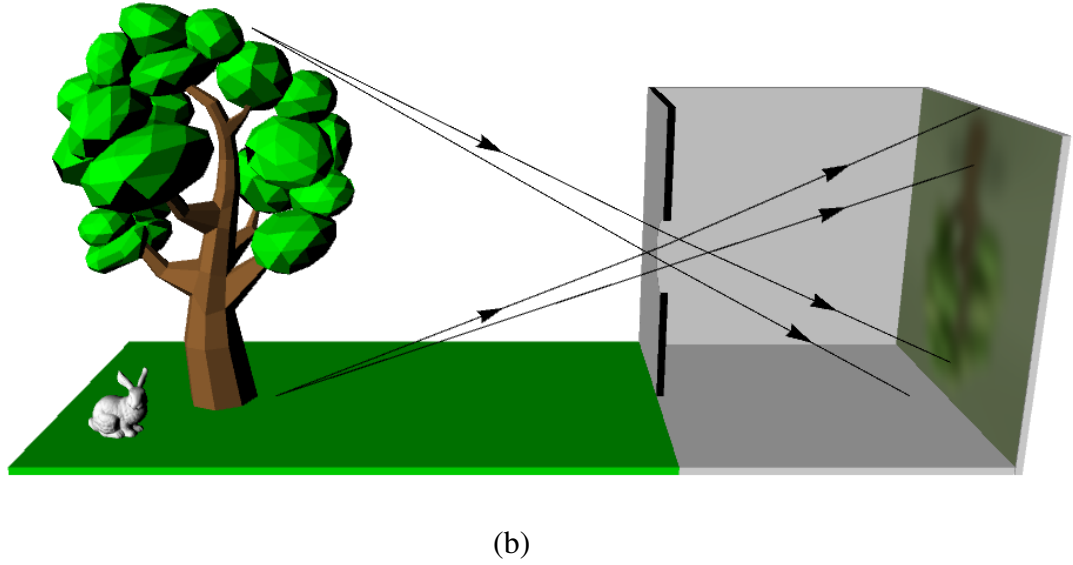
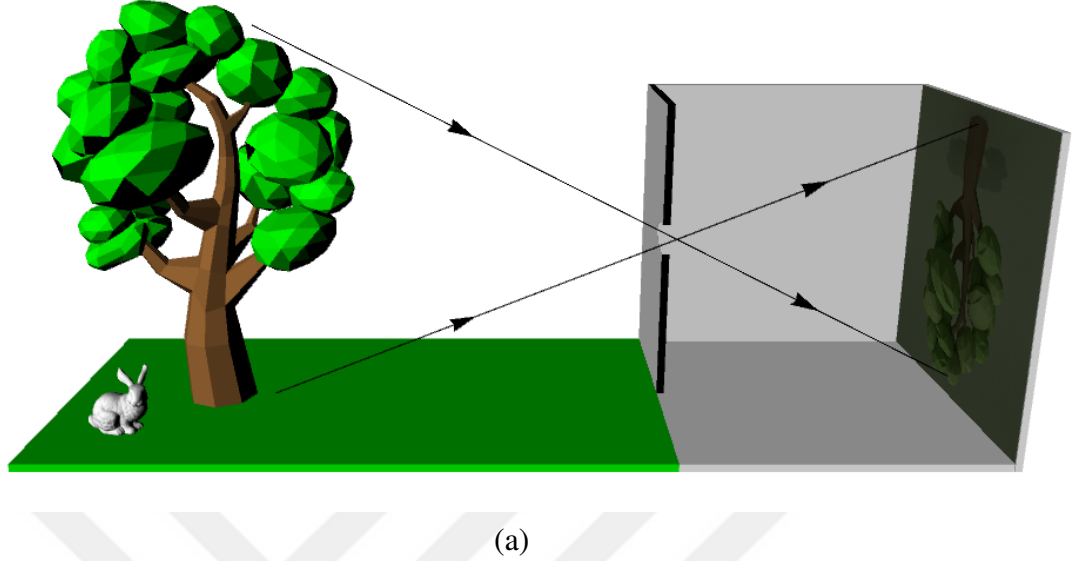
2.1. Görüntünün Oluşumu

1. Bölümde de değinildiği gibi kameranın öncüsü olan **karanlık oda** düzeneğinde küçük bir delikten sızan ışınlar perde üzerine düşerek görüntüyü oluştururlar. Daha sonra düzeneğe merceğin eklenmesi perdede oluşan görüntünün belirginleşmesine katkı sağlamıştır.

2.1.1. Karanlık Oda ve Mercek

Başlangıçta yalnızca **iğne deliği** adı verilen küçük bir boşluktan ışığın içeri girmesine izin veren tasarımda, deliğin çapı küçüldükçe oluşan görüntünün netleştiği ancak silikleştiği gözlenmiştir (Şekil 2.1a). Çünkü delik küçüldükçe perdenin belli bir noktasına düşen ışınlar dışarıdan daha dar bir açıyla gelmektedir. Bu nedenle perdedeki görüntüde renk ve parlaklık değişimleri daha keskin olmaktadır. Ancak daha az ışığın bu delikten geçebilmesi sebebiyle daha silik bir görüntü oluşmaktadır. Delik büyütüldüğünde ise gelen ışınlar geniş deliğin pek çok noktasından geçebildikleri için perdeye daha dağınık biçimde düşer ve görüntünün bulanıklaşmasına yok açar (Şekil 2.1b). Düzeneğin yeni tasarımında iğne deliğinin yerini alan mercek hem daha geniş bir açıklıktan daha çok ışığın geçmesine izin vererek görüntüyü belirginleştirmiş, hem de çeşitli yönlerden gelen ışığı kırarak tek bir noktada toplayabildiği için görüntünün netleşmesini sağlamıştır (Şekil 2.3a).

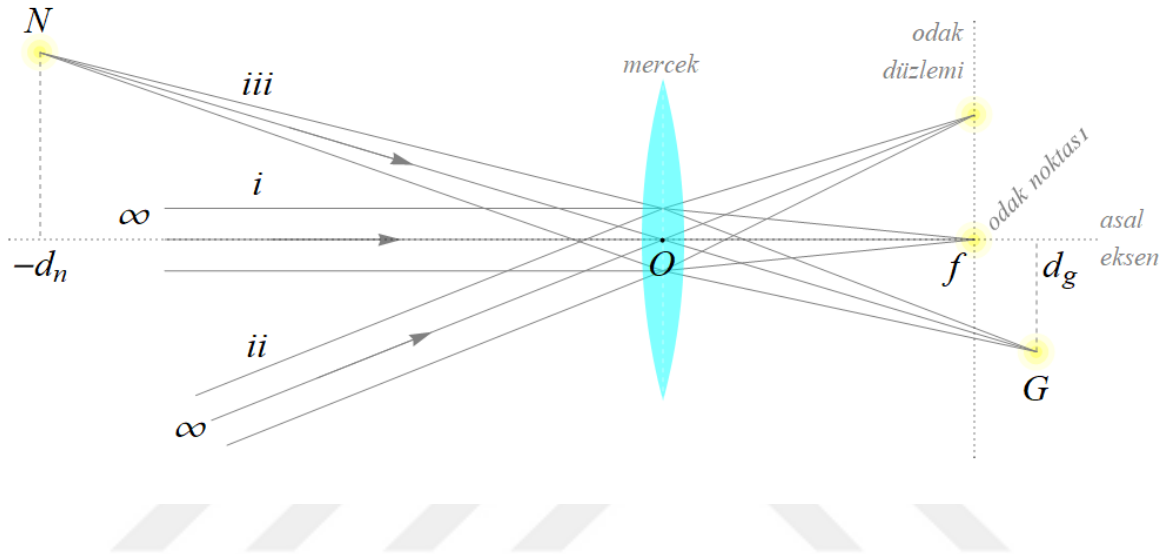
Bir ya da iki yönde dışbükey yüzeyleri olan ve havadan daha yüksek kırıcılık indisine sahip bir malzemeden imal edilen ince kenarlı (yakınsak) bir mercek asal eksenine paralel gelen



Şekil 2.1 Karanlık odada (a) iğne deliğinin çapı küçüldükçe perdeye düşen görüntü netlik kazanırken parlaklığını kaybeder. (b) Çap büyüdüğü içeriye daha fazla ışığın girmesiyle görüntüde parlaklık artarken netlik azalır.

bir ışın demetini kırarak **odak noktası**nda toplar (Şekil 2.2). Merceğin küresel yüzeylerinin geometrik merkezlerinden geçen doğru **asal eksen** olarak adlandırılır. Kalınlığı yoksayılan merceğin asal eksen üzerindeki orta noktası **optik merkez**dir. Bu noktadan geçen ışınların yön değiştirmeden yoluna devam ettiği kabul edilir. Optik merkezle odak noktası arası

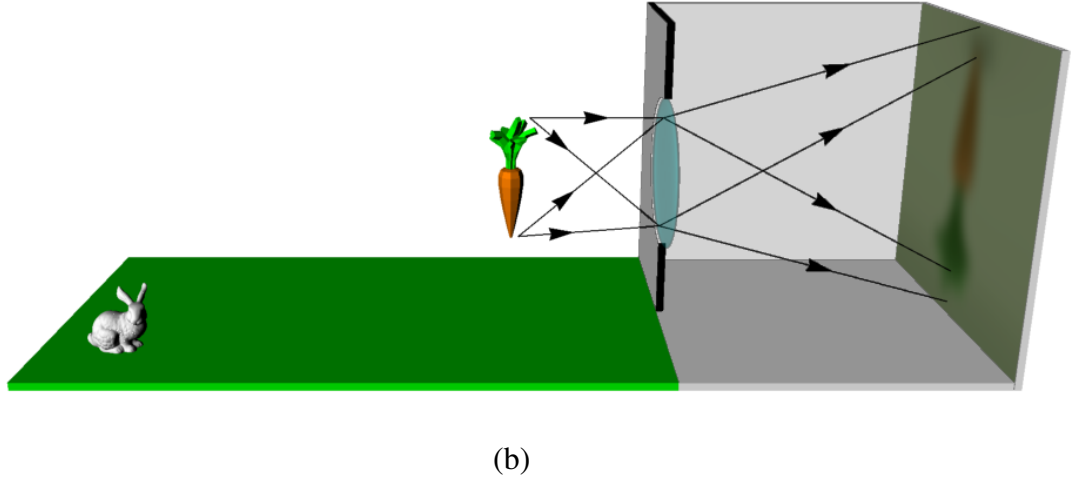
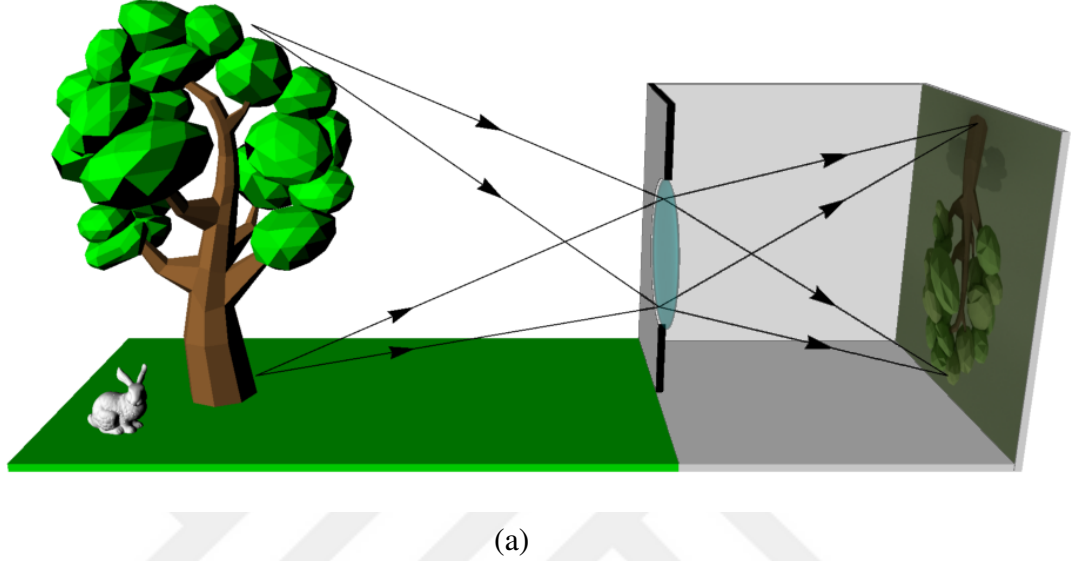
uzaklık merceğe özgün olup **odak uzaklığı** adını alır. Odak noktasından geçen asal eksene dik düzleme **odak düzlemi** adı verilir. Gelen ışık demeti asal eksenle paralel değil de belirli bir açı yapıyorsa kırılan ışınlar geliş doğrusuyla odak düzleminin kesişeceği noktada toplanır. Böylece yeterince uzak bir kaynaktan paralel olarak gelen ışık ışınları için merceğin, karanlık oda düzeneğindeki iğne deliği gibi davrandığı görülür.



Şekil 2.2 Dışbükey yüzeyle sahip ince kenarlı mercek yeterli uzaklıktan üzerine gelen ışığı belli bir noktada toplar. (i) Sonsuz uzaklıktan asal eksene paralel gelen ışın demeti mercede kırılarak odak noktasında toplanır. (ii) Sonsuz uzaklıktan asal eksene açılı gelen bir ışık demeti ise aynı doğrultuda odak düzlemi üzerinde bir noktada toplanır. (iii) Sonlu bir uzaklıktan gelen ışınlar ise odak düzleminin gerisinde toplanırlar.

İğne deliği modeli adı verilen bu çalışma ilkesinde mercek, gerçek bir iğne deliğinden farklı olarak daha geniş bir açıklıktan daha fazla ışık toplayabilir. Bununla beraber gelen ışınların paralel olması da gerekir. Tersi durumda kırılan ışınlar daha geride bir noktada toplanacaktır. Gelen ışınları paralel kabul etmek için bu ışınların kaynağı olan görüntülenen nesnenin kameraya yeterince uzakta olması gereklidir. Bu durumda ışınların merceğe sonsuzdan geldikleri varsayılabilir. Paralel kabul edilen ışınlar odak düzleminde toplanacak ve burada bir görüntü oluşturacaktır (Şekil 2.3a). Ancak oluşan görüntünün ikinci bir başka karanlık oda - mercek düzeneği olan insan gözü tarafından algılanabilmesi (retinaya düşürülebilmesi) için öncelikle bu görüntünün bir perde üzerine düşürülmesi gerekir. Fotoğraflama tekniğinin gelişimi ile bu perdenin yerini önce ışığa duyarlı fotoğraf

filmi, daha sonra da ızgara düzeninde pikseller dizisinden oluşan **sayısal görüntü algılayıcısı** almıştır.



Şekil 2.3 Mercek üzerine paralel olarak (sonsuzdan) gelen ışınlar kırılarak odak düzlemi üzerinde toplanırlar. (a) Yeterince uzaktaki bir nesneden gelen ışınlar da bu yolu takip edeceğinden görüntü odak düzleminde oluşur. (b) Daha yakına yerleştirilen bir nesneden çıkan ışınlar ise odak düzleminin gerisinde toplanırlar. Bu durum yeniden odaklama yapılmadığı sürece görüntünün bulanık çıkmasına yol açar.

Bölüm 2.1.4.'de anlatılacak görüntü algılayıcısının ortaya çıkmasıyla görüntünün sınırları da belirmiş olur. Odak uzaklığı ve algılayıcının boyutu doğrudan kameranın **görüş alanını** (*FOV*) belirler. Aynı algılayıcı için odak uzaklığı büyüdükçe görüş alanı daralır. Aynı odak uzaklığında algılayıcı boyutu büyüdükçe görüş alanı da genişler.

2.1.2. Odaklama, Alan Derinliği ve Odakötesi Uzaklık

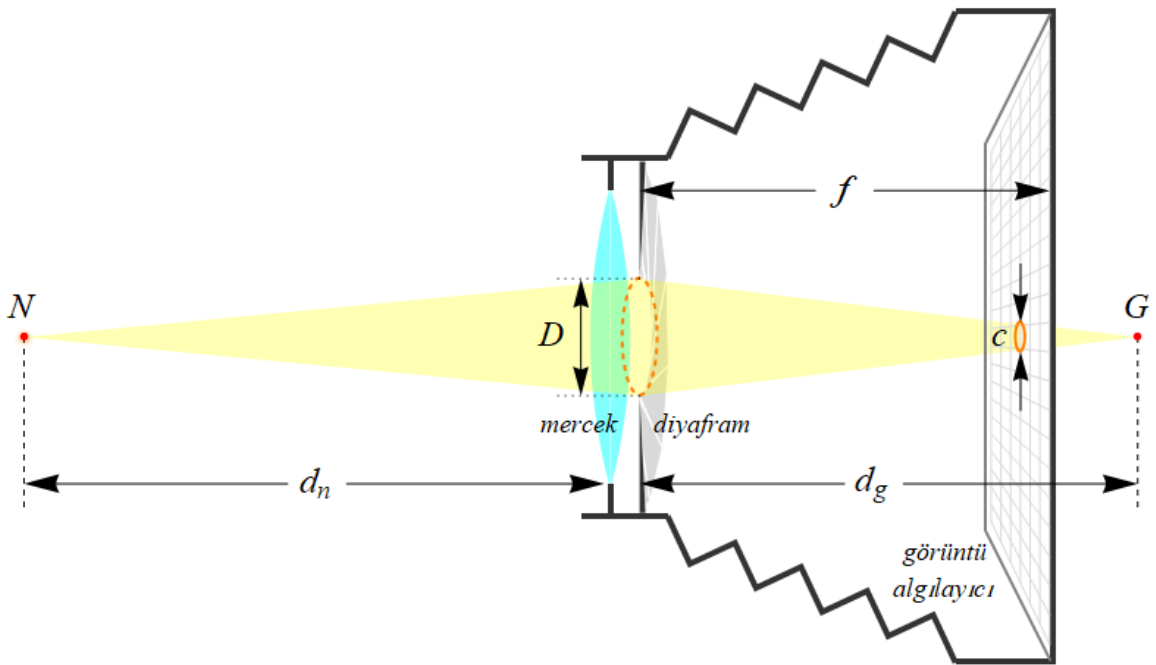
Gelen ışınların yeterince paralel olmadığı, nesnenin kameraya daha yakın yerleştirildiği bir durumda ise mercekte kırılan ışınlar odak düzleminin gerisinde bir noktada toplanır (Şekil 2.2). Görüntü algılayıcı odak düzleminde hizalanmışsa görüntü bulanık çıkacaktır (Şekil 2.3b). Nesnenin daha net bir görüntüsünü elde etmek için mercek ile algılayıcı arasındaki uzaklığın yeniden ayarlanması, yani odaklama yapılması gerekir. Ancak bu durumda da arka plandaki daha uzak nesnelerin görüntüsü netliğini kaybedecektir. **Alan derinliği** adı verilen bu olgu kimi durumlarda görüntüde istenen bir özellik olabilir. Görüntüyü netleştirmenin bir başka yolu ise merceğin hemen arkasına yerleştirilecek bir **diyafram** yardımıyla ışığın karanlık odaya girebildiği açıklığın daraltılmasıdır. Merceksiz karanlık odada olduğu gibi (Şekil 2.1) açıklığın daralması görüntüyü netleştirir ve alan derinliğinin etkisini azaltır.

Şekil 2.2'de gösterildiği gibi nesne (N) ile görüntünün (G) konumları arasındaki ilişki, f mercek odak uzaklığı, d_n ve d_g nesne ve oluşan görüntünün merceğe uzaklıkları olmak üzere Eş. 1'de verilmiştir. Net bir görüntü elde edebilmek için algılayıcı da mercekten d_g uzaklığında konumlandırılmalıdır. Böylece kamera d_n uzaklığına odaklanmış olur. Eşitlikten, nesnenin uzaklığı odak uzaklığından yeterince büyük olduğunda ($d_n \gg f$) görüntünün odak uzaklığında oluşacağı ($d_g \approx f$) görülmektedir.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_n} + \frac{1}{d_g} \quad (1)$$

Görüntü algılayıcısının odak düzlemine yerleştirilmesi, merceğin **sonsuz odaklandığı** anlamına gelmektedir. Şekil 2.4'te görüldüğü gibi mercekte kırılan ışınlar, D çaplı

dairesel diyafram açıklığı, tabanı olan d_g yüksekliğinde bir koni içinde yol olarak koninin tepe noktası G 'de birleşirler. Merceğin sonsuza odaklandığı durumda algılayıcı düzlemi bu koniyi f yüksekliğinde keser. Bu da mercekten çıkan ışınların söz konusu koninin tepe noktasında toplanamadan bu kesik konini tepe dairesi üzerine dağıldığı anlamına gelmektedir. **Bulanıklık dairesi** (*circle of confusion*) adı verilen c çaplı bu daire görüntüdeki bulanıklığın (defokus) miktarını belirler. Bu çap, görüntüde fark edilebilecek en küçük boyutun (1 piksel) altında ise sayısal görüntünün net olduğu söylenebilir.



Şekil 2.4 Sonsuza odaklanmış bir kamerada yeterince uzakta olmayan bir nesnenin görüntüsü bulanık çıkacaktır. Mercekte kırılan ışınlar D çaplı diyafram açıklığından geçip G noktasında toplanamadan algılayıcı düzleminde c çaplı bulanıklık dairesi içine dağılırlar. Bu dağılım görüntüde bulanıklığa yol açar.

Sonsuza odaklanmış bir kamera için net görüntüyü sağlayan en kısa nesne uzaklığına **odakötesi uzaklık** (*hyperfocal distance*) denir. Bu uzaklığı Şekil 2.4'te gösterilen kesik koninin taban ve tavan çaplarını yüksekliklere oranlayarak hesaplamak olanaklıdır. f odak uzaklığı, D diyafram çapı (açıklık), c piksel boyutu ve $N = f/D$ ise F-stop değeri olmak üzere odakötesi uzaklık $d_{HF} = d_n$ değeri Eş. 1'in de yardımı ile Eş. 2'te gösterildiği gibi

hesaplanabilir.

$$\frac{c}{D} = \frac{d_g - f}{d_g} = \frac{f}{d_n} \quad (2a)$$

$$d_{HF} = \frac{f^2}{N_C} \quad (2b)$$

Merceksiz karanlık odada olduğu gibi (Şekil 2.1) burada da diyafram büyüdükçe (F-stop değeri küçüldükçe) odakötesi uzaklığın azaldığı yani sonsuza odaklanmış kamerada görüntünün bulanıklaştığı görülmektedir. Günümüz mobil cihazlarında kullanılan kameralarda da hem diyafram açıklığı giderek büyümekte, hem de artan çözünürlüklerle görüntü üzerinde algılanabilecek en ufak boyuta karşılık gelen piksel boyutları küçülmektedir. Böylece odakötesi uzaklığın ilerleyen yıllar içinde daha da kısılacağı öngörülebilir. Bu durumun kamera kalibrasyonundaki önemine Bölüm 3.4.4.'te değinilecektir.

2.1.3. Mercek Sistemleri

Birden çok mercek kullanan **mercek sistemleri**, görüntü algılayıcısının ve karanlık odanın boyutlarını çok fazla değiştirmeden görüş açısını genişletmeye ya da daraltmaya olanak tanır. Çünkü farklı odak uzaklıklarına sahip iki mercek belli bir mesafe ile yerleştirildiğinde oluşan mercek sisteminin iki tarafında görüş açısı farklı olacaktır. Böylece aynı kameraya algılayıcının ya da karanlık odanın boyutlarını değiştirmeksizin görüş açısını dar bir bölgeye yoğunlaştırabilen **teleobjektif** ya da çok daha geniş bir görüş açısını görüntü algılayıcısına sığdıran **geniş açılı mercekler** takılabilir.

Ancak bu durumda da yukarıda özetlenen iğne deliği modeli geçerliliğini koruyacaktır. Yalnızca mercek sistemine ait eşdeğer odak uzaklığı fiziksel bir boyut olmaktan çıkıp kuramsal bir değere dönüşür. İki ince kenarlı mercekten oluşan bir mercek sisteminde f_1 ve f_2 merceklerin odak uzaklıkları, d iki mercek arası uzaklık olmak üzere mercek sisteminin

odak uzaklığı f_s Eş. 3'te gösterilmiştir.

$$f_s = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d} \quad (3)$$

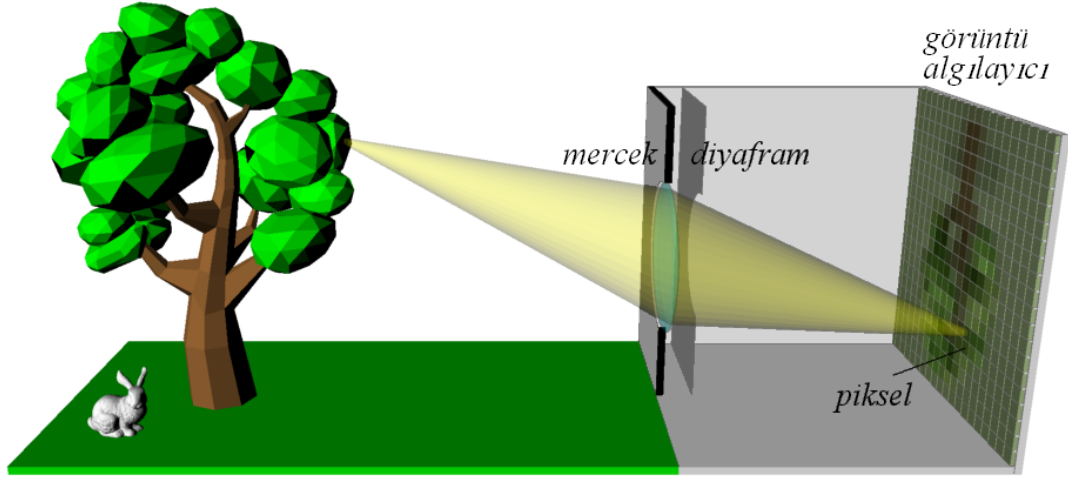
Mercek sistemlerinin bir başka yararı da tek bir mercekten kaynaklanan kimi optik bozulmaların bu yolla bir ölçüde düzeltilebilmesidir. Özellikle ışığın merceğe geliş açısı büyüdükçe kırılma açısında sapmalar gözlemlenir. İkinci bir mercek bu geniş açı daraltılarak görüntü algılayıcısına yansıtılır ve söz konusu bozulmalar bir ölçüde giderilir.

Yarıçapsal bozulma (*radial distortion*) adı verilen bu olgu kendini görüntüde merkezden uzaklaştıkça ortaya çıkan sünmeler ya da büzüşmelerle belli eder. İğne deliği modeli geçerliliğini kaybettiği için doğrusal nesneler görüntüye eğriler olarak yansır.

2.1.4. Görüntü Algılayıcı ve Sayısal Görüntü

Şekil 2.5'te gösterildiği gibi nesneden çıkan ışınlar mercekte kırılıp diyaframdan geçtikten sonra görüntünün olduğu algılayıcı üzerine düşerler. **Sayısal görüntü algılayıcısı** görüntünün belli bir sıklıkta örneklenebildiği **piksel** (*pixel: picture cell*) adı verilen görüntü hücrelerinden oluşur. Kare biçimli pikseller algılayıcı düzlemi üzerinde ızgara düzeninde dizilirler. Piksel üzerine düşen ışığın miktarıyla orantılı olarak üretilen elektrik sinyalleri ile algılayıcının bu noktasına gelen ışığın yoğunluğu (*irradiance*) ölçülmüş olur. Işık fotonlarının pikselin hangi noktasına geldiğinden bağımsız olarak ölçülen toplam değer görüntüde pikselin tamamı için ortalama bir parlaklık seviyesi (*brightness*) verir. Renkli görüntüler elde edilmek istendiğinde piksellerin üzeri yalnızca ışığın belli dalga boylarını geçiren filtrelerle kaplanır. Böylece pikseller belirli dalga boylarındaki (kırmızı, yeşil ve mavi) ışığın yoğunluğunu algılamak için özelleştirilirler.

Görüntü algılayıcısında toplanıp işlenen veriler sonucunda görüntü iki boyutlu kesikli (*discrete*) bir sinyal olarak kaydedilir. Renkli görüntüler için görüntü dizisinin boyutu üçe çıkar ($\text{en} \times \text{boy} \times \text{kanal}$) ve farklı ana renk bileşenlerini temsil eden son boyut üç kanaldan



Şekil 2.5 Nesneden çıkarak mercekte kırılan ışınlar diyaframdan geçerek görüntü algılayıcısı üzerindeki piksellerin üzerine düşerler. Piksellerce ölçülen ışık miktarıyla sayısal görüntü sinyali üretilir.

oluşur. Her kanalda parlaklık seviyesini sayısal olarak göstermek için gerçekleştirilen nicemleme (*quantization*) işleminde çoğunlukla 256 renk düzeyi (8 bit) tercih edilir. [2, 3]

2.2. Kamera Modeli

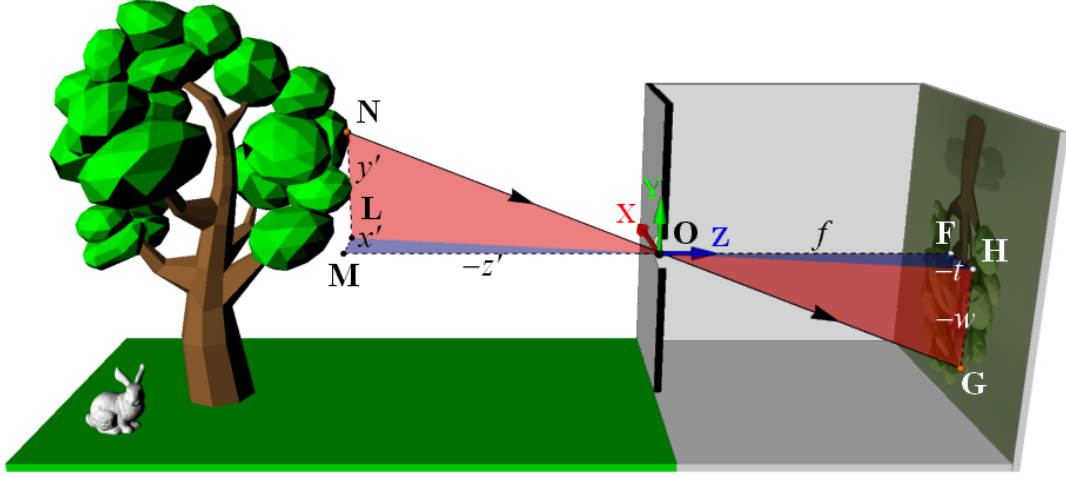
Kamera, ortamdaki nesnelerin uzamsal konumlarını açısal olarak kaydeden bir algılayıcı olarak ele alınabilir. Kameradan alınan bir görüntüde nesnelerin birbirine göre konumları, bir nesnenin sağında, solunda, üstünde ve altında görülen uzak ya da yakın başka nesnelerle ilişkilendirilebilir. Ancak bu bilgide nesnelerin gerçek konumlarına ilişkin eksik olan öğeler de bulunur. Görüntüdeki nesneler arası uzamsal ilişki büyük ölçüde kameranın konumlanışına bağlıdır. Kameranın görüş açısına göre nesneler birbiriyle ilişkilendirilir. Öte yandan nesnenin görüntüsünde bağlamdan bağımsız olarak boyutlarına ilişkin bir bilgi bulunmaz. Yeterince detaylı bir ölçekli modelden alınan görüntü ile gerçek nesneden alınan görüntü birbirinden ayırt edilemeyebilir.

Bu eksikliğin temel nedeni görüntüde gerçek dünyanın bir düzlem üzerinde betimleniyor oluşudur. Söz konusu betimleme, ya da matematiksel deyişle haritalama, üç boyutlu bir uzaydan iki boyutlu bir düzleme doğrudur. Böyle bir haritalama ($\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$) sürekli (*continuous mapping*) olduğu sürece birebir olamaz. Bu da gerçek dünyadaki sonsuz sayıda noktanın görüntüde tek bir noktaya haritalanacağı anlamına gelir.

2.2.1. İğne Deliği Kamera Modeli

Bu haritalamayı analitik açıdan incelemek için Bölüm 2.1.1.'de değinilen kameranın optik çalışma ilkelerine dönmek gerekecektir. Işık ışınları sabit kırılma indisli dış ortamda doğrusal bir yol boyunca ilerleyerek merceğe ulaşır. Merceğin merkezini hedefleyen ışının doğrultusunu değiştirmeden kameranın içinde (karanlık odada) yol aldığı kabul edilebilir. Merceğin diğer noktalarına isabet eden ışınlar ise kırılarak yönlerini değiştirir ve merkezden geçen ışınla beraber tek bir noktada toplanır. Işınların yeterince uzaktan (odakötesi uzaklığın ötesinden) geldikleri, böylece birbirlerine paralel oldukları varsayımı altında, toplandıkları bu nokta odak düzlemi üzerinde olacaktır. Sonsuza odaklanmış bir kamerada görüntü algılayıcısının bulunduğu düzlem de buradadır. Bölüm 2.1.3.'te değinildiği gibi birden çok mercek kullanan mercek sistemlerinde de ışınlar izledikleri yol boyunca birden fazla kırılmaya uğrasalar da benzer bir biçimde algılayıcı üzerine düşerler. Bu noktada yalnızca merceğin merkezinden geçen ışına dikkat kesilip, bu ışınla paralel olan ve mercekte kırılarak yolunu değiştiren çeperdeki ışınlar ihmal edilebilir. Çünkü çeperdeki ışınlar, yalnızca algılayıcı üzerine daha fazla ışının düşmesine ve daha belirgin bir görüntünün oluşmasına yarar. Yalnızca mercek merkezinden geçen ışın izlenecek olursa iğne delikli karanlık odada olana benzer biçimde yol aldığı görülecektir. Nesneden çıkan ışınların tek bir noktadan (kamera merkezi) geçerek bir düzlem üzerine düşmeleri çerçevesinde görüntünün oluşumunu açıklayan bu modele **iğne deliği kamera modeli** adı verilir.

Şekil 2.6'da gösterildiği gibi nesne üzerindeki N gerçek dünya noktasından çıkan ışınlar O noktasındaki kamera merkezinden geçip görüntü düzlemi üzerinde G noktasına düşerek görüntüyü oluşturur. Böylece kameranın N noktasından G noktasına bir haritalama



Şekil 2.6 İğne deliği kamera modeline göre gerçek dünya noktalarının görüntü düzlemine haritalanması. Kamera koordinat sistemi kullanıldığında bu haritalama diğer bileşenlerin asal eksen yönündeki bileşene bölünmesiyle sağlanır.

gerçekleştirdiği söylenebilir. Bu haritalamayı formüle etmenin en kolay yolu, kamera merkezi O noktasını (iğne deliğini) orijin kabul eden, z -ekseni kameranın içine doğru asal eksen üzerinde, diğer eksenlerinden en az biri sayısal görüntü algılayıcısının piksel dizilimiyle paralel olan bir koordinat sistemini (kamera koordinat sistemi) kullanmak olacaktır. Bu durumda $N = [x' \ y' \ z']^T$ noktasının koordinatları $x' = |LM|$, $y' = |NL|$ ve $z' = -|MO|$ olarak verilebilir.

Asal eksen üzerindeki F noktası kamera merkezinin görüntü düzlemi üzerindeki dik izdüşümü olduğu için görüntü merkezi ya da **asal nokta** olarak adlandırılır. Görüntü düzlemi odak düzlemi üzerinde olduğu için kameranın odak uzaklığı $f = |FO|$ olacaktır. Görüntü düzlemi için de F asal noktasını orijin kabul eden, kamera koordinat sistemi ile paralel eksenlere sahip düzlemde bir koordinat sistemi tanımlanabilir. Böylece gerçek uzaydaki $G = [t \ w \ f]^T$ noktası ile çakışık görüntü düzleminde bir $g = [t \ w]^T$ noktası tanımlanabilir. Şekil 2.6'de g görüntü noktasının koordinatları, x ve y eksenlerinin yönleri de dikkate alınarak $t = -|HF|$ ve $w = -|GH|$ olarak verilebilir.

$N = [x' \ y' \ z']^T$ gerçek dünya noktasından $g = [t \ w]^T$ görüntü noktasına

yapılacak haritalamayı ($\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{g}$) bu noktaların koordinatları türünden göstermek için $\triangle \mathbf{NLO} \sim \triangle \mathbf{GHO}$ ve $\triangle \mathbf{LMO} \sim \triangle \mathbf{HFO}$ üçgen benzerliklerinden yararlanılabilir. Böylece Eş. 4'de verilen orantılara ulaşılır.

$$\frac{t}{f} = \frac{x}{z} \quad (4a)$$

$$\frac{w}{f} = \frac{y}{z} \quad (4b)$$

$$[x' \ y' \ z']^T \rightarrow [t \ w]^T = \left[f \frac{x}{z} \ f \frac{y}{z} \right]^T \quad (5)$$

Son biçimiyle Eş. 5'te gösterilen bu dönüşüme **perspektif projeksiyonu** adı verilir. Doğrusal olmayan bu dönüşüm kimi doğrusal özellikleri de taşır. Örneğin bir doğru üzerinde yer alan noktalar yine bir doğru üzerinde olacak biçimde görüntüye yansıtılır.

Perspektif projeksiyonunu daha iyi belirtmenin bir yolu, bu noktaları **homojen koordinatlarda** göstermektir. Bu gösterimde bütün $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$ noktaları bulundukları uzayın bir üst boyutuna taşınır ve $\tilde{\mathbf{a}} = [\mathbf{a} \ 1]^T \in \mathbb{R}^{n+1}$ biçiminde var olan bileşenlerine 1 değerinde yeni bir bileşen eklenir. Homojen koordinat sisteminde vektörler arası ölçek ilişkisinin ($\mathbf{a} = s\mathbf{b}$) yerini denklik ($\mathbf{a} \sim \mathbf{b}$) alır. Aynı doğrultuda olan farklı ölçekte homojen koordinat noktaları birbirine denktir ve hepsi en sade biçimiyle son bileşen 1'e eşitlenerek gösterilebilir. Son bileşenin 0 olması durumunda ise o yöne doğru sonsuzdaki nokta belirtilmiş olur. Böylece homojen koordinatlar sonsuzdaki noktaları da kapsar ki bunun perspektif dönüşümdeki önemine ileride değinilecektir. Homojen koordinatlarda denklik doğrusal dönüşümler altında korunur. Örneğin birbirine denk $\mathbf{a} \sim \mathbf{b}$ homojen vektörleri aynı $\mathbf{M}$ doğrusal dönüşümü altında da $\mathbf{Ma} \sim \mathbf{Mb}$ biçiminde denkliklerini korurlar.

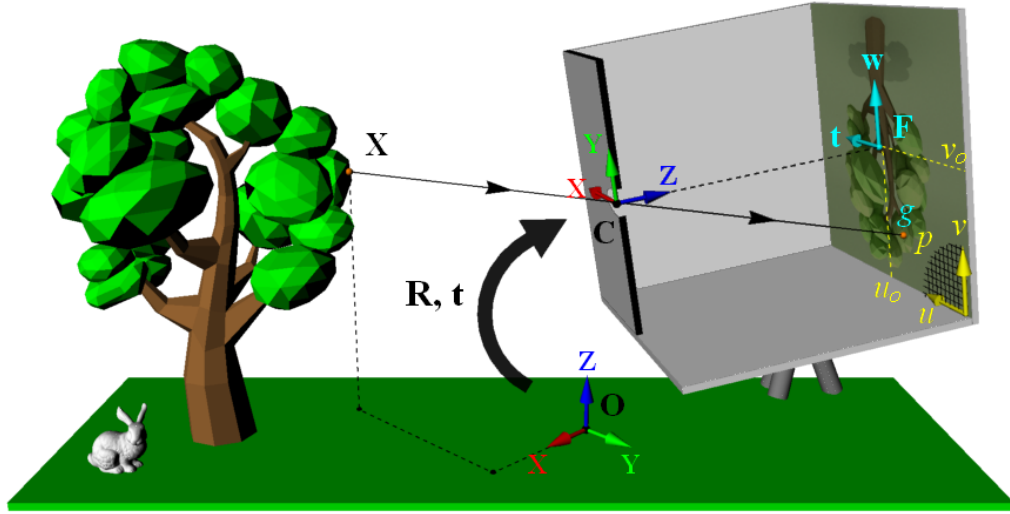
Böylece iki boyutlu $\mathbf{g} = [t \ w]^T$ görüntü noktaları üç boyutlu $\tilde{\mathbf{g}} = [t \ w \ 1]^T$ noktalarına, üç boyutlu $\mathbf{N} = [x' \ y' \ z']^T$ gerçek dünya noktaları ise dört boyutlu $\tilde{\mathbf{N}} = [x' \ y' \ z' \ 1]^T$ noktalarına yansıtılır. Şimdi Eş. 5'te gösterilen perspektif projeksiyonu homojen koordinatlar

türünden Eş. 6'da görüldüğü gibi tanımlanabilir.

$$\tilde{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} t \\ w \\ 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{N}} \quad (6)$$

2.2.2. Genelleştirilmiş Perspektif Projeksiyonu

Perspektif projeksiyonu için Eş. 5'te doğrudan, Eş. 6'da da homojen koordinatlarla gösterilen gerçek dünya (N) ve görüntü (g) noktalarının kamera koordinat sistemine göre verildiği unutulmamalıdır. Uygulamada ise Şekil 2.7'de görüldüğü gibi uzay noktaları çoğu zaman kameradan bağımsız olarak ortamdaki referans noktaları üzerinden tanımlanır. Bu nedenle yer koordinatlarına göre verilen gerçek dünya noktalarını kamera koordinat sistemine dönüştürmek gerekecektir. Her iki koordinat sistemi de Kartezyen olduğundan aralarında bir öteleme ve dönme dönüşümü tanımlamak yeterli olacaktır.



Şekil 2.7 Genelleştirilmiş bir perspektif projeksiyonu için kamera koordinat sistemi kullanmak yerine gerçek dünya noktalarını yer koordinatlarına göre, görüntü noktalarını da piksel indislerine göre belirtmek gerekir.

Kamera koordinat sistemine göre yer koordinatları $\mathbf{R}$ dönme matrisiyle döndürülmüştür ve yer koordinatlarının orijini de $\mathbf{t}$ vektörü kadar kamera merkezinin ötesindedir. Böylece yer koordinatlarına göre tanımlanan $\mathbf{X} = [x \ y \ z]^T$ gerçek dünya noktası, kamera koordinat sistemine göre tanımlanmış $\mathbf{N} = [x' \ y' \ z']^T$ vektörüne Eş. 7'de gösterildiği gibi dönüştürülür. Aynı dönüşümü $\tilde{\mathbf{X}}$ ve $\tilde{\mathbf{N}}$ homojen koordinatlarını kullanarak Eş. 8'de olduğu gibi tek bir matris çarpımıyla göstermek de olanaklıdır.

$$\mathbf{N} = \mathbf{R}\mathbf{X} + \mathbf{t} \quad (7)$$

$$\tilde{\mathbf{N}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{X}} \quad (8)$$

Kameranın konumu ile koordinatlar arası öteleme vektörü ve dönme matrisi arasındaki ilişki için şunlar söylenebilir. Kamera koordinat sistemine göre yer koordinatlarının orijini (CO vektörü) $\mathbf{t}$ öteleme vektörüne karşılık gelir. Yer koordinatlarına göre kamera merkezinin konumu ise (OC vektörü) $\mathbf{X}_c = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{t}$ olarak verilebilir.

Benzer biçimde görüntü noktaları (pikselleri) kamera koordinat sistemine göre değil, görüntü algılayıcısındaki piksel diziliminin indisleriyle gösterilir. Bu durumda $\mathbf{F}$ asal noktasını orijin kabul eden ve koordinatları bir uzunluk birimi cinsinden belirlenmiş olan $\mathbf{g} = [t \ w]^T$ görüntü noktasının algılayıcı matrisinde hangi $\mathbf{p} = [u \ v]^T$ pikseline karşılık geldiği bulunmalıdır. Bunun için hem $\mathbf{F}$ asal noktasının u_0 ve v_0 indislerine hem de kullanılan birim uzunluğun algılayıcının sütunları ve satırları boyunca kaç m_u ve m_v piksele karşılık geldiğinin bilgisine gerek duyulur. Bunun dışında algılayıcının piksel diziliminde olabilecek eğiklik de s olarak tanımlanmalıdır.² Böylece Eş. 9'da görülen $\mathbf{g} = [t \ w]^T$ görüntü noktasının $\mathbf{p} = [u \ v]^T$ algılayıcı indislerine ulaşılır. Bu denklemler Eş. 10'da olduğu gibi homojen koordinatlarla

²Anımsanacağı üzere kamera koordinat sisteminin z -ekseni asal eksenin üzerine otururken, y -ekseninin de algılayıcı üzerindeki piksellerin yatay dizilimine paralel olacağından söz edilmişti. Uygulamada ise algılayıcı üretimindeki yüksek keskinlik nedeniyle x -ekseninin de, piksellerin dikey dizilimiyle paralel olması ve böylece eğikliğin $s = 0$ olması beklenir. Ancak cebirsel açıdan böyle bir zorunluluk yoktur.

da gösterilebilir.

$$u = m_u t + s w + u_0 \quad (9a)$$

$$v = m_v w + v_0 \quad (9b)$$

$$\tilde{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} m_u & s & 0 \\ 0 & m_v & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{g}} \quad (10)$$

Daha önce belirtildiği gibi homojen koordinatlardaki denklik ilişkisi doğrusal dönüşümler altında korunmaktadır. Bu durumda yer koordinatlarına göre gerçek dünya noktalarını tanımlayan Eş. 8 ve piksel indislerine göre görüntü noktalarını tanımlayan Eş. 10 kullanılarak Eş. 6'da verilen perspektif projeksiyon denklemi Eş. 11'de yeniden oluşturulabilir. Böylece yer koordinatlarına göre $\mathbf{X}$ gerçek dünya noktalarını, piksel indislerine göre $\mathbf{p}$ görüntü noktalarına yansıtan perspektif projeksiyon denklemi Eş. 12'de elde edilir.

$$\tilde{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} m_u & s & 0 \\ 0 & m_v & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{X}} \quad (11)$$

$$\tilde{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \sim \underbrace{\begin{bmatrix} f_u & \gamma & u_0 \\ 0 & f_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}} [\mathbf{R} \quad \mathbf{t}] \tilde{\mathbf{X}} \quad (12)$$

Burada $f_u = m_u f$, $f_v = m_v f$ ve $\gamma = s f$ olarak tanımlanabilir. Böylece gerçek dünya ve görüntü noktaları arasında perspektif projeksiyonunu belirten denklem en genel biçimini alır. Dünya noktaları $[\mathbf{R} \quad \mathbf{t}]$ matrisi ile ötelenip döndürülürken, $\mathbf{K}$ matrisi ile görüntü içine yerleşecek biçimde kaydırılıp boyutlandırılır. Kameranın f_u yatay ve f_v dikey odak uzaklıklarını ve $[u_0 \ v_0]^T$ asal noktasının konumunu taşıyan bu $\mathbf{K}$ matrisi **kamera matrisi** olarak adlandırılır. Bu matrisin elemanları kamera nerede olursa ve nereye doğrultulursa

değişmez kaldığı için **kamera iç parametreleri** olarak adlandırılır. Öte yandan kameranın konumunu ve yönelimini belirten **t** öteleme vektörünün bileşenleri ve **R** dönme matrisinin elemanları kameranın **dış parametrelerini** oluşturur.

Dikkat edilecek olursa odak uzaklığı f uzunluk birimi cinsinden bir değerken dikey ve yatay odak uzaklıkları f_u ve f_v piksel sayısı olarak birimsiz bir değerdir. İki farklı odak uzaklığının tanımlanmış olması algılayıcı üzerindeki piksel satırları ile sütunlarının farklı sıklıkta olabilmesindendir. Ancak uygulamada dikey ve yatay odak uzaklıklarının yakın değerler alması beklenir. Benzer biçimde birimsiz olarak algılayıcı eğikliğini belirten γ parametresi de sıfıra çok yakın bir değere sahiptir. Ancak yukarıda açıklanan cebirsel nedenlerle kamera matrisi 5 serbestlik dereceli (DOF) bir üst-üçgensel matris olarak tanımlanmıştır.

Eş. 12’de gösterilen perspektif projeksiyonu denkleminde ayrı olarak görülen kamera iç ve dış parametreleri Eş. 13’te görüldüğü gibi tek bir $P_{3 \times 4} \sim K[R \ t]$ **projeksiyon matrisinin** altında da toplanabilir.

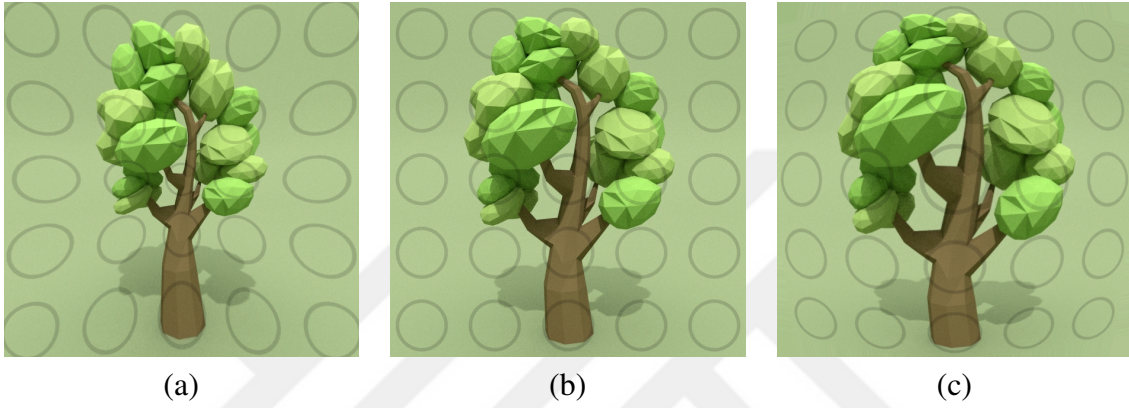
$$\tilde{p} \sim P\tilde{X} \quad (13)$$

2.2.3. Yarıçapsal Bozulma

Bölüm 2.1.3.’te de değinildiği gibi mercekten geçen ışınların davranışı asal eksenle yaptıkları açı büyüdükçe iğne deliği modelinden sapar. **Yarıçapsal bozulma** adı verilen bu olguda Şekil 2.6’da görülen ışının merceğe geliş açısı $\angle NOM$ ile kırılma açısı $\angle GOF$ arasındaki eşitlik bozulur, böylece **NOG** noktaları artık aynı doğru üzerinde bulunmazlar. Bununla beraber merckte kırılan **OG** ışını, gelen **NO** ışını ve asal eksenden geçen düzlem üzerinde (kırılma düzlemi) bulunmaya devam eder.³ Bozulmanın türüne göre kırılan ışın asal eksene daha yaklaşabilir ya da ondan uzaklaşabilir. Şekil 2.8’de farklı bozulma tipleri altında görüntüdeki değişimler gösterilmiştir. **Yastık tipi** bozulmada kırılma açısı geliş açısından daha hızlı artar, böylece görüntü merkezinden uzaklaştıkça nesnelerin dışarı doğru sündükleri gözlenir (Şekil 2.8a). **Fıçı tipi** bozulmada ise kırılma açısı geliş açısı kadar hızlı

³Kırılan ışının bu düzlemden sapması durumuna teğetsel bozulma adı verilir ki merceğin yüzey bozukluğundan kaynaklanan bu sapma çoğu kez yok sayılacak düzeydedir.

artış göstermez. Bu nedenle de dışa doğru uzaklaştıkça nesnelerin merkeze doğru yassılaştığı görülür (Şekil 2.8c). Bir diğer adı **bıyık tipi** olan karma tip bozulmada ise görüntünün orta bölümünde fıçı tipi, dış çeperinde yastık tipi bozulma görülür. Bu bozulmalar ek mercekler kullanılarak ya da sayısal olarak karşı tip bir bozulmayla dengelenmeye çalışılarak bir ölçüde düzeltiler. Ancak düzeltme sonrasında bir miktar bozulmanın kalmasıyla düşük seviyede karma tip bozulma gözlemlenebilir.



Şekil 2.8 Yarıçapsal bozulma görüntü merkezinden uzaklaştıkça merceğin iğne deliği modelinden uzaklaşması sonucunda oluşur. a) Yastık tipi bozulma b) İdeal görüntü c) Fıçı tipi bozulma

Küresel bir merceğin asal eksen boyunca her yöndeki kesitleri simetrik ve özdeş olduğu için geliş ve kırılma açıları arasında bir fonksiyon tanımlanabilir. Bu fonksiyon kestirilirse merceğe ışın hangi yönden gelirse gelsin asal eksenle yaptığı geliş açısı üzerinden kırılma açısı hesaplanabilir, kırılma düzlemi sabit olduğu için kırılma doğrultusu da bulunabilir. Ancak söz konusu ilişkiyi homojen koordinatların kullanıldığı Eş. 12'deki perspektif projeksiyonu denklemine yerleştirebilmek için doğrudan geliş ve kırılma açıları yerine bu açıların tanjantları arasında haritalama yapacak bir fonksiyon tanımlamak daha yerinde olacaktır.

Merceğin açısız olarak simetrik yapısından dolayı bu bir tek fonksiyon olmalıdır: $Q(-r) = -Q(r)$. Ayrıca görüntü merkezi etrafında bozulma olmadığı için $r = 0$ noktasında fonksiyonun eğimi $Q'(0) = 1$ olmalıdır. Bu durumda fonksiyon basitçe bir polinom olarak modellenir: $Q(r) = r + k_1 r^3 + k_2 r^5 + \dots$

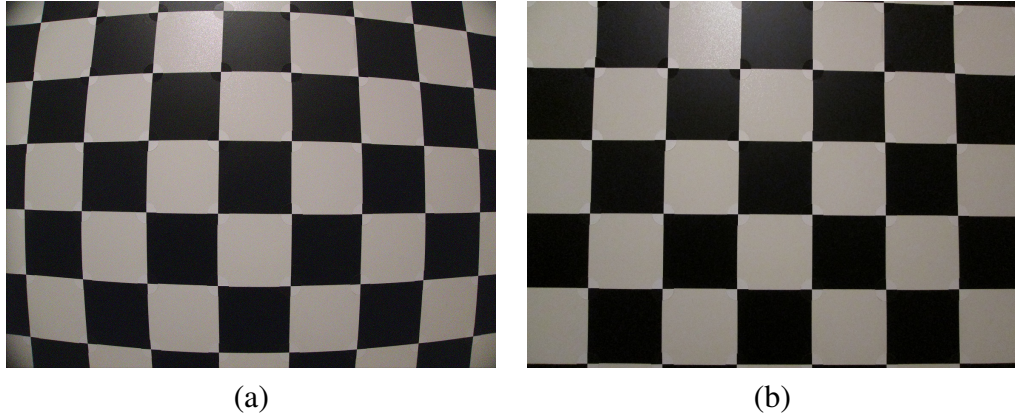
Şekil 2.6’da görüldüğü gibi merceğe gelen ışının geliş açısı $\angle \mathbf{NOM}$ kamera koordinat sisteminde $\mathbf{N} = [x' \ y' \ z']^T$ vektörü ile belirlenir. $\mathbf{N}$ vektörü Eş. 5’te olduğu gibi doğrudan homojen koordinatlara taşınarak odak uzaklığı bir birim olan ($f = 1$) ideal bir iğne deliği kameraya yansıtılır. Bu yolla $\tilde{\mathbf{g}} = [t \ w \ 1]^T \sim \mathbf{N}$ ideal görüntü noktasına ulaşılır. Burada $t = x'/z'$ ve $w = y'/z'$ olarak belirir. Böylece fonksiyonun girdisi olacak $\angle \mathbf{NOM}$ geliş açısının tanjantı $r = |\mathbf{g}| = \sqrt{t^2 + w^2}$ olarak ortaya çıkar.

Yapılmakta olan modelleme, iğne deliği kameradaki ideal görüntü ile mercekte kırılıp algılayıcıda oluşan gerçek görüntü arasında bir haritalama olarak da düşünülebilir. Kırılan ışın da yukarıda tanımlanan $\mathbf{g}$ vektörüyle aynı doğrultuda olacağından (bozulma yarıçap boyunca olduğundan) Eş. 14’de verilen yeni görüntü noktası $\mathbf{g}'$, ideal görüntü noktası $\mathbf{g}$ ile aynı doğrultuda ancak fonksiyon üzerinden hesaplanan yeni bir uzunluk değerinde olacaktır.

$$\mathbf{g}' = \begin{bmatrix} t' \\ w' \end{bmatrix} = Q(r) \frac{\mathbf{g}}{r} = (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + \dots) \begin{bmatrix} t \\ w \end{bmatrix} \quad (14)$$

Böylece Eş. 14’de görüldüğü gibi ideal olan ve yarıçapsal bozulmuş görüntü noktaları arasındaki ilişki r yarıçapı cinsinden bir çift polinomun $(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + \dots)$ çarpan etkisiyle gösterilebilir. Uygulamada polinomun ilk iki katsayısını kestirmek yeterlidir. Polinom merkezden görüntünün köşelerine kadar 1’den büyük değerler alıyorsa (örneğin $k_1 > 0$ ve $k_2 \approx 0$) görüntüde yastık tipi bozulmaya, 1’den küçük değerler alıyorsa (örneğin $k_1 < 0$ ve $k_2 \approx 0$) fiçi tipi bozulmaya karşılık gelecektir.

Özetle yarıçapsal bozulmayı hesaba katarak yapılacak bir perspektif projeksiyonunda öncelikle Eş. 7’de verildiği gibi yer koordinatlarından kamera koordinat sistemine geçmek gerekir ($\mathbf{X} \rightarrow \mathbf{N}$). Ardından elde edilen vektör Eş. 6 ile birim odak uzaklığında bir kameraya yansıtılarak ideal görüntü noktası hesaplanır ($f = 1$ için $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{g}$). Bu görüntü noktasından Eş. 14’ün yardımıyla yarıçapsal bozulmuş görüntü noktası elde edilir ($\mathbf{g} \rightarrow \mathbf{g}'$). Ardından elde edilen görüntü noktası homojen koordinatlara taşınarak Eş. 12’de gösterilen perspektif projeksiyonu denkleminde $[\mathbf{R} \ t] \tilde{\mathbf{X}}$ vektörü yerine konularak gerçek görüntüye yansıtılır ($\mathbf{g}' \rightarrow \mathbf{p}$). [4]



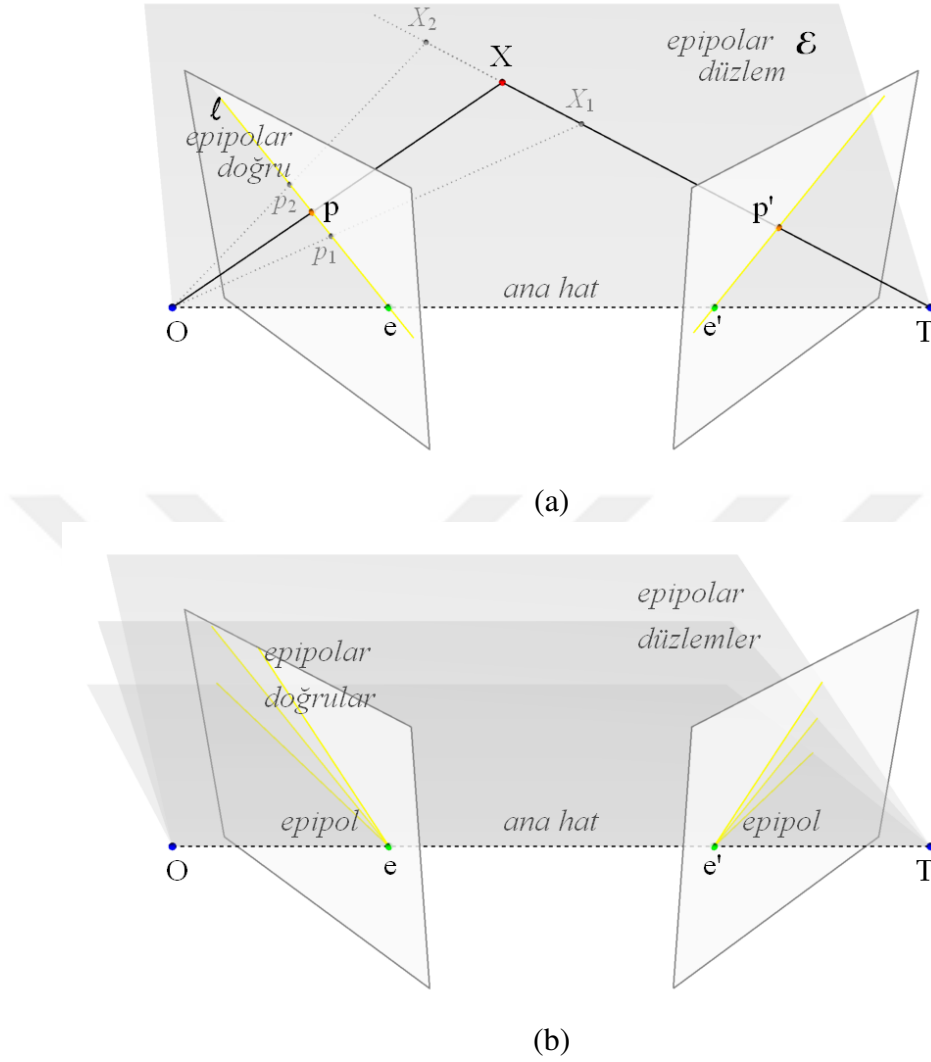
Şekil 2.9 Sayısal fotoğraf makinesiyle çekilmiş (a) ham (RAW) görüntü ile (b) aynı görüntünün cihazın işlemcisinde yarıçapsal bozulmadan arındırılarak kaydedilen biçimi

Günümüzde işlemcilerin gelişimiyle görüntü algılayıcısına düşen ham görüntüler henüz kayıt aşamasında sayısal olarak yarıçapsal bozulmadan arındırılma işleminden geçerler. Kamera üreticisinin ilgili kamera serisi için hesapladığı ortalama parametreler taşıyan bir filtre görüntü önışlemcisine gömülü durumdadır. Bu işlem kapatılarak kaydedilen ham (RAW) görüntü Şekil 2.9a’da gösterilmiştir.⁴ Aynı çekimin Şekil 2.9b’de gösterilen standart kaydında ise mercek kaynaklı fiçı tipi bozulma gözle fark edilemeyecek ölçüde giderilmiştir.

2.2.4. Epipolar Geometri

Yukarıda anlatılan kamera modeli gerçek dünya noktaları ile bu noktaların yansıdığı görüntü noktaları arasındaki ilişkiyi açıklamaktadır. Bununla birlikte birden çok kamera söz konusu olduğunda gerçek dünya noktalarının konumlarından bağımsız olarak görüntü noktaları arasında da bir ilişkiden söz edilebilir. Aynı gerçek dünya noktasının farklı kameralara yansıdığı görüntü noktalarına eşlenik noktalar (*corresponding points*) adı verilir. Uzay noktalarının iki farklı perspektif projeksiyonuna göre gerçekleşen yansımaları arasındaki ilişkiyi **epipolar geometri** açıklar. Böylece iki farklı kameradan elde edilmiş eşlenik noktalar bu model altında incelenebilir.

⁴Görüntüler Canon Poweshot A2500 model fotoğraf makinesiyle ve CHDK aygıt yazılım geliştirmesi yardımıyla elde edilmiştir.



Şekil 2.10 Epipolar geometri. a) İki farklı perspektif projeksiyonu arasında epipolar geometri oluşur. b) Epipolar doğrular ana hattın görüntü düzlemlerini kestiği epipol noktalarında kesişirler.

Şekil 2.10a'da böyle iki farklı kameradan görüntüsü alınan bir gerçek dünya noktası gösterilmiştir. X gerçek dünya noktasının O ve T merkezli kameralardaki görüntüsü p ve p' olarak belirmektedir. Eğer X noktası TX doğrusu boyunca hareket ederek X_1 ya da X_2 noktasına kaydırılırsa T merkezli kamerada görüntünün hala p' noktasında oluşacağı görülebilir. Ancak O merkezli kamerada görüntüler sırayla p_1 ve p_2 noktalarında oluşacaktır. Bu durumda görüldüğü gibi p ve p' görüntü noktaları arasında birebir bir ilişkiden söz edilemez.

Ancak yine de bu iki görüntü noktasının konumu birbirlerine göre tamamen bağımsız değildir. O merkezli kamerada oluşan görüntü OX doğrusunun görüntü düzlemiyle kesişimi sonucu belirlenir. X gerçek dünya noktası TX doğrusu boyunca hareket etse de OX doğrusu, O noktası ile TX doğrusundan geçen $\mathcal{E}$ düzlemi üzerinde kalacaktır. $\mathcal{E}$ düzlemi görüntü düzlemini ℓ doğrusu boyunca keser. Aynı $\mathcal{E}$ düzlemi üzerinde bulunan OX doğrusunun da görüntü düzlemini kestiği p noktası aynı ℓ doğrusu üzerinde olmak zorundadır. Benzer biçimde Şekil 2.10a'da görüldüğü gibi TX doğrusu üzerindeki X_1 ve X_2 noktalarının görüntüleri p_1 ve p_2 noktaları da aynı ℓ doğrusu üzerinde bulunmaktadır. Bu ℓ doğrusuna **epipolar doğru**, bu doğrunun üzerinden bulunduğu $\mathcal{E}$ düzlemine **epipolar düzlem** adı verilir. Böylece ilk görüntüdeki p' noktasının bilinmesi durumunda ikinci görüntüdeki p noktası ℓ epipolar doğrusu üzerinde olacak biçimde sınırlanır. Buradan p ve p' görüntü noktaları arasında örtük (*implicit*) bir ilişki olduğu anlaşılır.

Şekil 2.10b'de görüldüğü gibi epipolar düzlemler X gerçek dünya noktasının konumuna göre değişse de her zaman kamera merkezlerini birleştiren OT doğrusundan geçerler. Bu OT doğrusuna **ana hat** (*base line*) adı verilir. $\mathcal{E}$ epipolar düzlemlerin OT ana hattından geçmesi bu düzlemlerin görüntü düzlemlerini kestiği ℓ epipolar doğruların da ana hattın görüntü düzlemini kestiği e noktasında kesişecekleri anlamına gelir. Ana hattın görüntü düzlemlerini kestiği e ve e' noktalarına **epipol noktaları** adı verilir. Şekil 2.10b'de görüntüdeki farklı epipolar doğruların bu epipol noktalarında kesişimi gösterilmiştir. Epipol noktaları, kameraların karşılıklı olarak birbirlerinin merkezlerini gördükleri noktalar olarak da değerlendirilebilir.

Görüntü noktaları arasındaki cebirsel ilişkiyi çözmek için aynı yöne bakan ancak aralarında belirli bir uzaklık olan iki ideal (*canonical*) kamerayla başlanabilir. İdeal kameraların odak uzaklığı $f = 1$ olarak tanımlıdır. Böylece görüntü noktaları g ve g' Eş. 6 ile belirlenir. İlk kamera orijin kabul edilen O merkezliken ikinci kameranın merkezi T noktasındadır ve vektörel olarak $\overrightarrow{OT} = t$ öteleme vektörüyle gösterilir.

Şekil 2.10a'ya dönerek kamera merkezleri O , T ve gerçek uzay noktası X arasındaki

ilişkiyi yukarıda tanımlanan vektörler türünden belirtmek gerekir. Yukarıda tanımlandığı gibi $\vec{OT} = \mathbf{t}$ öteleme vektörüyle gösterilir. $\mathbf{g}$ görüntü noktası $\vec{OX}$ vektörünün ideal kameraya yansımadır ve Eş. 6 uyarınca aralarında homojen koordinatlarda bir denklik ilişkisi vardır: $\vec{OX} \sim \tilde{\mathbf{g}}$. Benzer biçimde diğer kamera için $\vec{TX} \sim \tilde{\mathbf{g}}'$ olarak belirir. $\triangle OTX$ üçgeni üzerindeki bu üç vektör, $\mathbf{t}$, $\tilde{\mathbf{g}}$ ve $\tilde{\mathbf{g}}'$ arasında basit bir doğrusal denklem kurulamaz çünkü homojen koordinatlarda gösterilen $\tilde{\mathbf{g}}$ ve $\tilde{\mathbf{g}}'$ görüntü vektörlerinin uzunluğu belirsizdir ve sadece bir yöne işaret ederler. Ancak bu üç vektör de aynı düzlem üzerinde, $\mathcal{E}$ epipolar düzlemi üzerinde bulunur. Bu düzlemsel üç vektör uzayı tarayamayacağından Eş. 15a'da gösterildiği gibi aralarındaki üçlü çarpım sıfıra eşit olacaktır. Skaler ve vektörel çarpımlarla gösterilen bu eşitlik $\mathbf{t}$ öteleme vektörünün bileşenleri cinsinden Eş. 15b'de tanımlanmış olan bir $[\mathbf{t}]_{\times}$ matrisi yardımıyla Eş. 15c'de verildiği gibi doğrusal bir biçimde gösterilebilir.

$$\tilde{\mathbf{g}} \cdot (\mathbf{t} \times \tilde{\mathbf{g}}') = 0 \quad (15a)$$

$$[\mathbf{t}]_{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -t_z & t_y \\ t_z & 0 & -t_x \\ -t_y & t_x & 0 \end{bmatrix} \quad (15b)$$

$$\tilde{\mathbf{g}}^T [\mathbf{t}]_{\times} \tilde{\mathbf{g}}' = 0 \quad (15c)$$

Yukarıda elde edilen Eş. 15c'deki gösterimi farklı yönlerde bakan iki ideal kameraya genellemek için $\mathbf{T}$ merkezli kamera kendi etrafında $\mathbf{R}$ dönme matrisi ile döndürülebilir. Böylece $\tilde{\mathbf{g}}'$ görüntü noktası $\mathbf{R}\tilde{\mathbf{g}}'$ noktasına taşınır. Eş. 15c'ye döndürülmüş yeni nokta konularak Eş. 16'daki gösterime ulaşılır. Burada $\mathbf{E} = [\mathbf{t}]_{\times} \mathbf{R}$ **ana matris** (*essential matrix*) olarak adlandırılır.

$$\tilde{\mathbf{g}}^T \underbrace{[\mathbf{t}]_{\times} \mathbf{R}}_{\mathbf{E}} \tilde{\mathbf{g}}' = 0 \quad (16)$$

Kameraları ideal kameralardan gerçek kameralara genellemek gerekirse $\mathbf{K}$ ve $\mathbf{K}'$ kamera matrislerini de denkleme dahil etmek gerekecektir. Böylece iki görüntüde eşlenik olan görüntü noktaları için Eş. 12 uyarınca $\mathbf{p} \sim \mathbf{K}\tilde{\mathbf{g}}$ ve $\mathbf{p}' \sim \mathbf{K}'\tilde{\mathbf{g}}'$ denklikleri yazılabilir. Bu değişkenler Eş. 16'da yerine konulduğunda Eş. 17'de gösterilen son denklige ulaşılır.

Burada $\mathbf{F} = \mathbf{K}^{-T} \mathbf{E} \mathbf{K}'^{-1}$ **temel matris** (*fundamental matrix*) olarak adlandırılır. Eş. 17'deki ilişki simetrik olduğu için kameraların sırası değiştirildiğinde yeni sistemin temel matrisi $\mathbf{F}^T$ olacaktır.

$$\tilde{\mathbf{p}}^T \underbrace{\mathbf{K}^{-T} \mathbf{E} \mathbf{K}'^{-1}}_{\mathbf{F}} \tilde{\mathbf{p}}' = 0 \quad (17)$$

Epipolar noktaların, kameraların karşılıklı olarak birbirinin merkezlerini gördükleri görüntü noktaları olduğu yukarıda belirtilmişti. $\mathbf{O}$ merkezli birinci kameranın koordinat sistemine göre ikinci kameranın merkezi olan $\mathbf{T}$ noktasının konumu $\mathbf{t}$ vektörüyle belirtilir. Eş. 12'ye göre $\mathbf{T}$ noktasının $\mathbf{K}$ kamera matrisli birinci kameradaki yansıması olan $\mathbf{e}$ epipolü Eş. 18a'da gösterildiği gibi bulunabilir. Daha önce $\mathbf{R}$ dönme matrisi ile döndürülmüş olan $\mathbf{T}$ merkezli ikinci kameranın koordinat sistemine göre ikinci kameranın merkezi olan $\mathbf{O}$ noktasının konumu ise $-\mathbf{R}^{-1}\mathbf{t}$ vektörüyle belirtilir. Yine Eş. 12 uyarınca $\mathbf{O}$ noktasının $\mathbf{K}'$ kamera matrisli ikinci kameradaki yansıması olan $\mathbf{e}'$ epipolü ise Eş. 18b'de gösterildiği gibi bulunur. Epipolar noktalar arası ilişki Eş. 18c'de gösterildiği gibi kurulabilir.

$$\tilde{\mathbf{e}} \sim \mathbf{K} \mathbf{t} \quad (18a)$$

$$\tilde{\mathbf{e}}' \sim \mathbf{K}' \mathbf{R}^{-1} \mathbf{t} \quad (18b)$$

$$\tilde{\mathbf{e}} \sim \mathbf{K} \mathbf{R} \mathbf{K}'^{-1} \tilde{\mathbf{e}}' \quad (18c)$$

Epipol noktaları temel matris üzerinden de hesaplanabilir. Aynı yöne bakan ideal kameralar için geçerli olan Eş. 15a'daki temel matrisin çıkarımına göz atılacak olursa denklemdeki skaler ve vektörel çarpımların sıfıra eşitlenmesi üç vektörün de $(\mathbf{t}, \tilde{\mathbf{g}}$ ve $\tilde{\mathbf{g}}')$ aynı düzlemde bulunmasından kaynaklanmaktadır. Ancak görüntü noktası $\tilde{\mathbf{g}} \sim \mathbf{t}$ ana hat vektörü ile aynı doğrultuda olursa $\tilde{\mathbf{g}} \cdot (\mathbf{t} \times \tilde{\mathbf{g}}')$ üçlü çarpımının sonucu diğer görüntüdeki $\mathbf{g}'$ eşlenik noktasından bağımsız olarak doğrudan sıfıra eşitlenir. Benzer biçimde aynı yöne bakmayan gerçek kameralar için Eş. 18a uyarınca $\mathbf{t}$ ana hat vektörüne işaret eden $\tilde{\mathbf{e}}$ epipol noktasının temel matrisle olan $\tilde{\mathbf{e}}^T \mathbf{F}$ çarpımı sıfır satır vektörünü verecektir. Eş. 19'da gösterildiği gibi buradan $\tilde{\mathbf{e}}$ epipol vektörünün $\mathbf{F}$ temel matrisinin sol boş vektörü (*null-vector*) olduğu görülür. Benzer biçimde diğer görüntünün $\tilde{\mathbf{e}}'$ epipol vektörü de temel matrisinin sağ boş vektörüdür.

Buradan da görüleceği üzere $\mathbf{F}$ temel matrisi tekil (*singular*) bir matristir. [5]

$$\tilde{\mathbf{e}}^T \mathbf{F} = \mathbf{0} \quad (19a)$$

$$\mathbf{F} \tilde{\mathbf{e}}' = \mathbf{0} \quad (19b)$$

Görüntülerde saptanan yeterli sayıda ve çeşitlilikteki $\mathbf{p}_n$ ve $\mathbf{p}'_n$ eşlenik noktaları üzerinden $\mathbf{F}$ temel matrisin kestirimi ile $\mathbf{e}$ ve $\mathbf{e}'$ epipol noktalarının hesaplanması Bölüm 3.6.2.'de verilecektir.



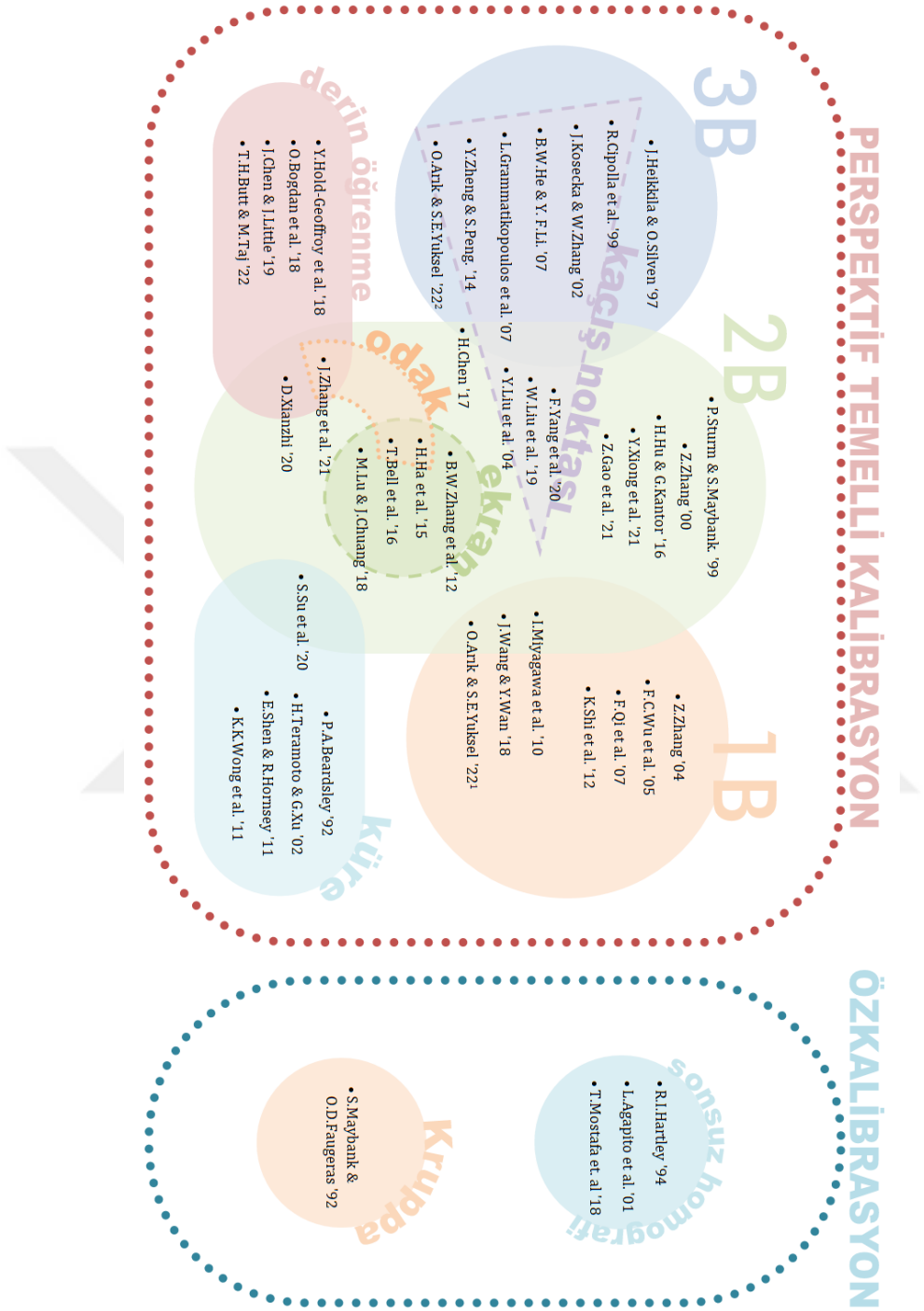
3. KAMERA KALİBRASYONU

Bölüm 2.2.'de anlatılan kamera modeli, üç boyutlu gerçek dünya noktalarının iki boyutlu görüntü düzleminde hangi noktaya haritalandığını gösterir. Benzer biçimde model, görüntü noktalarının gerçek dünyada nasıl bir alt-uzaya (ışın) karşılık geldiğini de tanımlar. Gerçek dünya ile görüntü düzlemi arasındaki bu haritalama, görüntü üzerinden gerçek dünyadaki nesnelerin biçimsel özelliklerini anlamaya olanak tanır. Görüntüdeki herhangi bir noktanın gerçek uzayda karşılığı olan ışın belirlenebilirse (Şekil 2.7'de p görüntü noktası için CX ışını) görüntüdeki farklı noktaların arasındaki açı da hesaplanabilir. Böylelikle kamera bir 2B açıölçere dönüşür [6]. Ancak bunlar kamera modelinin içinde var olan parametrelerin bilinmesiyle olanaklıdır. Kameraya özgü olan bu parametrelerin kestirilmesine **kamera kalibrasyonu** adı verilir.

Model içindeki parametrelerin bir bölümü, Bölüm 2.2.'de de değinildiği gibi kameranın içyapısıyla, kullanılan merceğin optik özellikleri ile algılayıcının merceğe göre konumlanmasıyla ilişkilidir. Bu parametrelere **kamera iç parametreleri** adı verilir. Bu parametreler kameranın konumlanması ve yönelişinden bağımsızdırlar ve değişmezler. Öte yandan **kamera dış parametreleri** olarak anılan diğer parametreler ise doğrudan kameranın fiziksel konumlanması ile ilişkilidir. Kalibrasyon uygulamaya göre kimi zaman dış parametrelerin kestirimini içerse de tez içerisinde kamera kalibrasyonu iç parametrelerin kestirimi ile sınırlı tutulacaktır.

3.1. Kalibrasyon Yöntemleri

Kamera kalibrasyonu işlemi özel olarak tasarlanmış nesnelerden ya da belli koşulları sağlayan çevresel yapılardan alınan görüntüler üzerinden ve kimi zaman da yardımcı algılayıcılardan alınan veriler eşliğinde gerçekleştirilir. Bu veriler belirli bir algoritma üzerinden işlenerek bilinmeyen kamera parametrelerine ulaşılır. Bu amaçla farklı kalibrasyon yöntemleri geliştirilmiştir. Bu yöntemlerin iki temel yaklaşımı izledikleri



Şekil 3.1 Kalibrasyon yöntemlerinin sınıflandırılması

görülür [7, 8]. Kamera kalibrasyon yöntemlerinin sınıflandırılması ana hatları ve örnekleri ile Şekil 3.1’de verilmiştir.

Birinci yaklaşım, gerçek dünya ile görüntü düzlemi arasındaki perspektif projeksiyonunu temel almaktadır. Gerçek dünyada geometrik özellikleri bilinen nesne ya da yapıların görüntüleri kullanılır. Görüntü üzerinde yakalanan köşe ve kenar özellikleri ile söz konusu nesneye ilişkin geometrik ön bilgiler harmanlanarak kameranın parametreleri kestirilmeye çalışılır. Bu amaçla geometrik özellikleri önceden belirlenmiş **kalibratör** adı verilen nesneler tasarlanmıştır. Kamera kalibrasyonu amacıyla özel olarak üretilen bu nesnelerin üzerlerinde görüntüde kolayca yakalanabilecek **işaretler** (*marker*) de bulunabilir. Örneğin üzerinde gerçek dünya konumları bilinen noktalar taşıyan bir kalibratör yardımıyla bu noktaları görüntüye yansıtan uygun parametreler kestirilebilir [9]. **Perspektif temelli** bu yaklaşımda özel olarak imal edilen kalibratörler dışında benzer işleve sahip çevredeki yapılar ya da doğal görüngüler de kullanılabilir. Kalibrasyonda kestirilecek bilinmeyen parametrelerin daha az sayıda oluşu, görüntülenen nesnenin özelleştirilebilmesi ve çoğu zaman çekimin kontrollü bir ortamda yapılabilmesi nedeniyle perspektif temelli yaklaşımda daha keskin sonuçlar üretilebilir. Aynı gerekçelerle daha az görüntüye gereksinim duyulur. Tezde perspektif temelli yaklaşımlar üzerine yoğunlaşmıştır. Görüntüdeki perspektif projeksiyonunu modellemek için gerçek dünyadan alınan nokta kümesinin uzay içinde dağılımı 3B kalibrasyon (Bölüm 3.2.), düzlem üzerinde dağılımı 2B kalibrasyon (Bölüm 3.4.) ya da doğru üzerinde dağılımı 1B kalibrasyon (Bölüm 3.5.1.) olarak sınıflandırılabilir. Nokta kümesi yerine küre gibi sürekli yüzeyler üzerinden de (Bölüm 3.5.2.) kalibrasyon gerçekleştirilebilir.

Kamera kalibrasyonunda ikinci yaklaşım ise Bölüm 2.2.4.’de özetlenen, iki ayrı görüntü arasında oluşan epipolar geometriyi temel alır ve aynı nesnenin farklı açılardan görüntüleri üzerinden nesnenin 3B geriçatımını (*reconstruction*) hedefler [10]. **Özkalibrasyon** (*self-calibration, auto-calibration*) olarak adlandırılan ve Bölüm 3.6.3.’te aktarılabacak olan bu yaklaşım özel olarak bir kalibratöre ihtiyaç duymaz. Bunun yerine ortamdaki nesneler üzerindeki rastgele dağılmış noktalardan yararlanılarak farklı görüntüler arasındaki epipolar geometri kurulmaya çalışılır. Özkalibrasyonda kestirilmeye çalışılan parametre

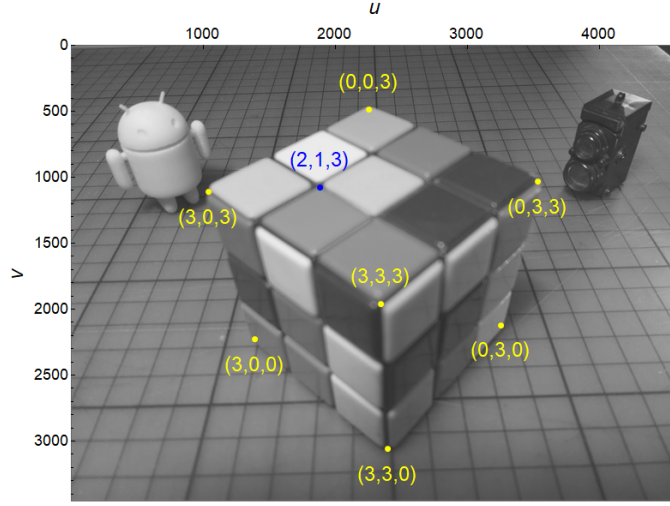
sayısı daha fazla olduğundan, çoğu zaman görüntülenen nesne ya da ortam kontrollü ve tasarlanmış olmadığından sonuçların keskinliği daha azdır. Ancak yaklaşımın özel bir kalibratöre ihtiyaç duymaması da bir üstünlüktür. Bununla birlikte keskinliği artırmak, görüntülerdeki karşılıklı eşlenik noktaları daha isabetli biçimde yakalamak için özel olarak üretilmiş 3B test nesnelerinin kullanıldığı da olur. Bu nesnelerin kalibratörden farkı ise üzerindeki işaretli noktaların rastsal konumlarda oluşu, uzaydaki konumlarının bilinmemesidir. Bölüm 3.6.1.'de özetlenen, özkalibrasyonun daha basit bir biçiminde ise sahnede sonsuz uzakta olduğu kabul edilen noktalar üzerinden görüntüler birleştirilerek bir panorama oluşturulur. Bu panoramayı olanaklı kılan değerler üzerinden kamera parametreleri kestirilir.

3.2. 3B Kalibrasyon

Belirtildiği gibi kamera modeli gerçek dünya noktaları ile görüntü noktaları arasındaki haritalamayı modellediği için bu iki uzaydan da yeterli sayıda ve çeşitlilikte toplanacak karşılıklı örnek noktalarıyla model içindeki parametreleri kestirmek olasıdır. Şekil 3.2'de görüldüğü gibi boyutları ve oranları bilinen bir uzay katısı (küp) yardımıyla görüntü üzerinde uzay konumları bilinen noktalar toplanabilir.

3.2.1. Projeksiyon Matrisinin Kestirimi

Toplanan noktaların uzay konumları $\mathbf{X}_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$ ve görüntü konumları $\mathbf{p}_i = [u_i \ v_i]^T$ olmak üzere aralarındaki ilişki Eş. 13'te daha önce gösterilmiştir. Bu ilişki projeksiyon matrisinin elemanları türünden Eş. 20'de gösterildiği gibi yeniden yazılabilir. Projeksiyon matrisini hesaplamak için kullanılacak noktalar düzlemsel ya da doğrusal olmamalı, üç boyutlu uzayı tarayacak (*span*) biçimde dağılmalıdır. $\mathbf{P}$ projeksiyon matrisinin bilinmeyen elemanları göz önüne alınırsa en az 11 denkleme ihtiyaç olduğu görülür. Eş. 20'den görüleceği üzere her noktadan ikişer denklem üretmek olanaklı olduğundan elemanları



Şekil 3.2 Gerçek dünyadan konumları bilinen (sarı) noktalar yardımıyla projeksiyon matrisi kestirilebilir. Kestirilen projeksiyon matrisi yardımıyla herhangi bir uzay noktasının (mavi) görüntüdeki konumu hesaplanabilir.

hesaplamak için en az 6 noktaya gerek duyulur.

$$x_i \mathbf{P}_{11} + y_i \mathbf{P}_{12} + z_i \mathbf{P}_{13} + \mathbf{P}_{14} = u_i x_i \mathbf{P}_{31} + u_i y_i \mathbf{P}_{32} + u_i z_i \mathbf{P}_{33} + u_i \quad (20a)$$

$$x_i \mathbf{P}_{21} + y_i \mathbf{P}_{22} + z_i \mathbf{P}_{23} + \mathbf{P}_{24} = v_i x_i \mathbf{P}_{31} + v_i y_i \mathbf{P}_{32} + v_i z_i \mathbf{P}_{33} + v_i \quad (20b)$$

Eş. 20'te tek bir nokta için gösterilen eşitlikler birden çok nokta için Eş. 21'de görüldüğü gibi doğrusal bir formda yazılabilir. Bu amaçla $\mathbf{P}$ projeksiyon matrisinin bilinmeyen elemanlarını (son eleman tanımı gereği $\mathbf{P}_{34} = 1$) taşıyan 11 bileşenli $\mathbf{p} = [\mathbf{P}_{11} \ \mathbf{P}_{12} \ \cdots \ \mathbf{P}_{33}]^T$ vektörü tanımlanmalıdır. Böylece bilinmeyen $\mathbf{p}$ vektörü, elemanları noktaların uzay ve görüntü konumları türünden bilinen $\mathbf{A}$ matrisi ve $\mathbf{b}$ vektörü ile belirlenebilir.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_1 x_1 & -u_1 y_1 & -u_1 z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & z_1 & 1 & -v_1 x_1 & -v_1 y_1 & -v_1 z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_2 x_2 & -u_2 y_2 & -u_2 z_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & z_2 & 1 & -v_2 x_2 & -v_2 y_2 & -v_2 z_2 \\ \vdots & & & & & & & & & & \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} \\ \mathbf{P}_{12} \\ \vdots \\ \mathbf{P}_{33} \end{bmatrix}}_{\mathbf{p}} = \underbrace{\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \vdots \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} \quad (21)$$

Düzlemsel olmayan $N \geq 6$ adet nokta için Eş. 21'deki 11 boyutlu $\mathbf{p}$ vektörü elemanları aşırı belirlenmiş (*overdetermined*) durumdadır. Uygulamada toplanan noktaların konumları ve modeldeki hatalar nedeniyle Eş. 21 mutlak olarak sağlanamayacaktır. Çözüm için hatayı en aza indirmek amacıyla EKK yöntemi (*LSE*) kullanılabilir. $\mathbf{A}_{2N \times 11}$ dikdörtgen matrisinin yalancı tersi $\mathbf{A}^\dagger = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T$ olmak üzere $\mathbf{P}$ projeksiyon matrisinin elemanlarını içeren $\mathbf{p}$ vektörü Eş. 22'de gösterildiği gibi kestirilebilir.

$$\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{A}^\dagger \mathbf{b} \quad (22)$$

Şekil 3.2'de görüldüğü gibi nesne üzerinden seçilen 7 adet sarı nokta üzerinden Eş. 22'nin yardımıyla projeksiyon matrisi kestirilmiştir. Yeni bir noktanın da görüntüdeki yansıması Eş. 13'ün yardımıyla hesaplanmıştır. Şekil 3.2'de mavi ile gösterilen bu yeni noktanın nesne üzerinde öngörülen konumda olduğu gözlenmiştir.

3.2.2. Projeksiyon Matrisinden İç Parametrelerin Çıkarımı

Eş. 12 ve Eş. 13'te görüleceği gibi kestirilen projeksiyon matrisi $\mathbf{P} \sim \mathbf{K}[\mathbf{R} \ \mathbf{t}]$ kameranın iç ve dış parametrelerini bir arada barındırır. Bu parametreleri ayırtırmak için $\mathbf{P}$ matrisinin ilk üç satırının üst-üçgensel $\mathbf{K}$ matrisi ve birimcil (*unitary*) $\mathbf{R}$ dönme matrisi ile olan ilişkisine göz atmak gerekir.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} & \mathbf{P}_{13} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} & \mathbf{P}_{23} \\ \mathbf{P}_{31} & \mathbf{P}_{32} & \mathbf{P}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1^T \\ \mathbf{P}_2^T \\ \mathbf{P}_3^T \end{bmatrix} = s \begin{bmatrix} f_u & \gamma & u_0 \\ 0 & f_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{R} \quad (23a)$$

$$\mathbf{P}_1^T = s[f_u \ \gamma \ u_0] \mathbf{R} \quad (23b)$$

$$\mathbf{P}_2^T = s[0 \ f_v \ v_0] \mathbf{R} \quad (23c)$$

$$\mathbf{P}_3^T = s[0 \ 0 \ 1] \mathbf{R} \quad (23d)$$

Eş. 23a’da görüldüğü gibi üst-üçgensel $\mathbf{K}$ matrisinin birimcil $\mathbf{R}$ dönme matrisiyle çarpımı $\mathbf{P}$ projeksiyon matrisinin satırlarının ilk üç bileşeninden oluşan $[\mathbf{P}_1^T \ \mathbf{P}_2^T \ \mathbf{P}_3^T]^T$ matrisine homojen koordinatlarda denktir. Bu denklik ilişkisi Eş. 23b-d’de görüleceği üzere $[\mathbf{P}_1^T \ \mathbf{P}_2^T \ \mathbf{P}_3^T]^T$ ve $\mathbf{K}$ matrisleri satırlarına ayrıştırıldığında da ölçek katsayısı aynı s sabiti olacak biçimde korunur. Birimcil matrisin $\mathbf{R}\mathbf{R}^T = \mathbf{I}$ özelliğini kullanarak s ölçek katsayısı $\mathbf{P}_3^T \mathbf{P}_3 = s^2 [0 \ 0 \ 1] \mathbf{R}\mathbf{R}^T [0 \ 0 \ 1]^T = s^2$ eşitliğinden bulunabilir. Aynı özellikten yararlanarak kamera iç parametreleri v_0, u_0, f_v, γ ve f_u ’nun sırayla hesaplanması Eş. 24’te gösterilmiştir.

$$\mathbf{P}_3^T \mathbf{P}_2 / \mathbf{P}_3^T \mathbf{P}_3 = [0 \ 0 \ 1] \mathbf{R}\mathbf{R}^T [0 \ f_v \ v_0]^T = v_0 \quad (24a)$$

$$\mathbf{P}_3^T \mathbf{P}_1 / \mathbf{P}_3^T \mathbf{P}_3 = [0 \ 0 \ 1] \mathbf{R}\mathbf{R}^T [f_u \ \gamma \ u_0]^T = u_0 \quad (24b)$$

$$\mathbf{P}_2^T \mathbf{P}_2 / \mathbf{P}_3^T \mathbf{P}_3 = [0 \ f_v \ v_0] \mathbf{R}\mathbf{R}^T [0 \ f_v \ v_0]^T = f_v^2 + v_0^2 \quad (24c)$$

$$\mathbf{P}_2^T \mathbf{P}_1 / \mathbf{P}_3^T \mathbf{P}_3 = [0 \ f_v \ v_0] \mathbf{R}\mathbf{R}^T [f_u \ \gamma \ u_0]^T = f_v \gamma + v_0 u_0 \quad (24d)$$

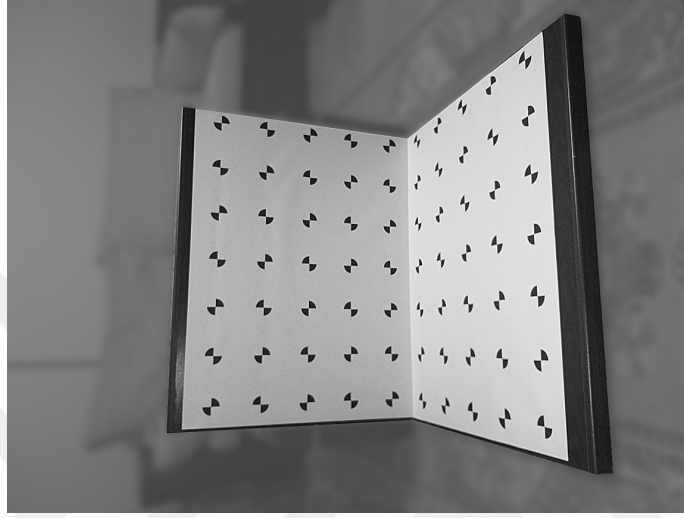
$$\mathbf{P}_1^T \mathbf{P}_1 / \mathbf{P}_3^T \mathbf{P}_3 = [f_u \ \gamma \ u_0] \mathbf{R}\mathbf{R}^T [f_u \ \gamma \ u_0]^T = f_u^2 + \gamma^2 + u_0^2 \quad (24e)$$

Cebirsel açıdan Eş. 24’te özetlenen bu işlem, bir $[\mathbf{P}_1^T \ \mathbf{P}_2^T \ \mathbf{P}_3^T]^T \sim \mathbf{K}\mathbf{R}$ kare matrisini bir üst-üçgensel $\mathbf{K}$ ve birimcil $\mathbf{R}$ matrisine ayrıştıran QR -ayrıştırma işlemine denk düşmektedir. Bölüm 2.2.2.’de de belirtildiği gibi $\mathbf{K}$ matrisi sıfırdan farklı bir γ parametresi eşliğinde bir üst-üçgensel olarak tanımlandığında özel bir kısıt olmaksızın kestirilen $\mathbf{P}$ projeksiyon matrisinden tek çözümlü olarak $\mathbf{K}$ matrisine ayrıştırılabilmektedir. Ancak uygulamada $\mathbf{K}$ matrisinin elemanlarından γ eğiklik parametresinin sıfıra çok yakın çıkması beklenir.

3.2.3. 3B Kalibratör

Daha keskin bir kalibrasyon yapabilmek amacıyla üretilmiş, Şekil 3.3’te gösterildiği gibi üzerinde işaretlenmiş, üç boyutlu uzayı tarayan noktalara sahip kalibratörlere **3B kalibratör** adı verilir. Kalibratörün fiziksel yapısı, üzerindeki belirli bir keskinlikle işaretlenmiş olan noktaları sabit tutacak biçimde olmalıdır. Ayrıca kalibratörün üzerindeki işaretler, görüntü üzerinde köşe saptama (*corner detection*) gibi temel bir özellik (*feature*) çıkarımıyla yakalanabilmelidir. Tek bir görüntü ile kalibrasyon yapmaya olanak tanıyan perspektif

temelli bu temel yaklaşımda kullanılan noktaların sayısına ve görüntü üzerindeki dağılımına bağlı olarak oldukça hassas sonuç alınabilmektedir. Ancak bu nesnelerin yüksek keskinlikle üretimi zor ve maliyetlidir. Ayrıca ileride değinilecek nedenlerden dolayı hassas bir kalibrasyon için kalibratörün büyüklüğü belirli boyutların üzerinde olmalıdır.



Şekil 3.3 3B kalibratör örneği

Şekil 3.3'te gösterilen 3B kalibratör birbirine dik iki düzlemden oluşmaktadır. Böylece düzlemlerin üzerindeki işaretlenmiş noktalar üç boyutlu uzayı tarayabilir. 80×60 cm boyutlarındaki her bir düzlem üzerinde 35 adet işaretli nokta bulunur ve konumları milimetre düzeyinde keskinlikte bilinmektedir. İşaretlerin konumuna göre düzlemlerin kesişme doğrusu aynı keskinlikte belirlenmiş ve düzlemler aralarında tam dik açı olacak biçimde özenle tutturulmuştur. Kalibrasyon için 6 nokta yeterli olsa da daha fazla noktanın kullanımı, görüntüde yakalanan noktaların konumları üzerindeki hatanın kalibrasyona etkisini azaltır. Ayrıca görüntü düzlemi üzerine belirli bir sıklıkta yayılmış bu noktalar yardımıyla Bölüm 2.2.3.'de değinilen yarıçapsal bozulma parametrelerini de kestirmek olanaklıdır.

Dikkat edilecek olursa Eş. 22'de gösterilen parametre kestiriminde en aza düşürülen hata Eş. 21'teki denklemin mutlak olarak sağlanamaması sonucu ortaya çıkan eşitsizlikteki farklılardır. Bu hatalar her nokta için **A** matrisinin her satırında farklı katsayılarla belirlendiği için noktaların kalibrasyon üzerindeki ağırlığını bozmakta, eşit olarak dağılmasını

engellemektedir. Bunun yerine kestirilen parametreler üzerinden Eş. 12 yardımıyla noktaların X_i gerçek dünya konumlarından görüntüye yansıtılan $\hat{p}_i$ konumlarıyla görüntüde yakalanan p_i gerçek konumları arasındaki ortalama uzaklığı tanımlayan **yansıtım hatası** (*projection error*) en aza indirilmelidir.

API yardımıyla sonsuza odaklanmış bir mobil cihaz kamerası⁵ kullanarak Şekil 3.3'te gösterilen çekim yapılmıştır. Ortalama yansıtım hatasını en aza indirecek parametreleri kestirmek için Mathematica ortamında *Levenberg-Marquardt* yöntemi kullanılmış, parametrelerin başlangıç değerleri için Eş. 22 ve Eş. 24 yardımıyla elde edilen sonuçlardan yararlanılmıştır. Gerçekleştirilen kalibrasyon sonucunda kestirilen kamera parametreleri Çizelge 3.1'de gösterilmiştir.

Çizelge 3.1 3B kalibratör yardımıyla kestirilen kamera parametreleri

Odak uzaklığı		Asal nokta		yansıtım
yatay	dikey	yatay	dikey	hatası
3631.51	3635.10	2299.18	1745.06	1.28

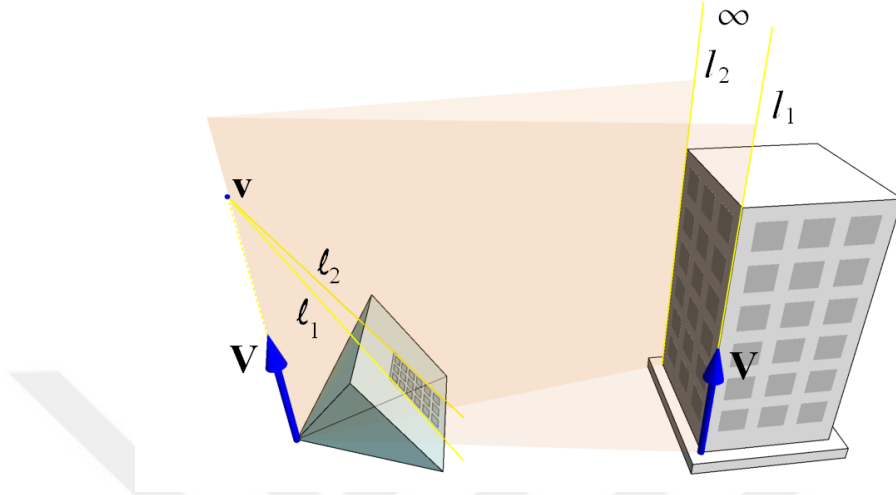
6. Bölümde nedenleri açıklanacağı üzere 3B kalibrasyon en keskin sonuçları vermektedir. Bu nedenle Çizelge 3.1'de verilen değerler diğer kalibrasyon yöntemlerin başarımını ölçmede gerçek değer (*ground truth*) olarak kullanılacaktır.

3.3. Kaçış Noktası

Bölüm 2.2.2.'de perspektif projeksiyonunun gerçek dünya noktalarını görüntü düzlemine nasıl haritaladığı açıklanmıştır. Uzak noktaları kameradan uzaklaştıkça görüntüde birbirlerine yaklaşmaktadır. Aralarındaki uzaklık görüntüde git gide belirsizleşir. Öyle ki

⁵Deneyde Samsung SM-605F model bir mobil cihaz kullanılmıştır. Cihazın 1/2.8 inçlik algılayıcısı 4608×3456 piksel çözünürlüğünde olup diyafram açıklığı $f/1.7$ değerindedir. Üreticinin belirttiği odak uzaklığı 26 mm olup yaklaşık 3423 piksele karşılık gelmektedir.

uzay noktaları belirli bir yönde sonsuz uzağa gittikçe görüntüdeki yansımaları da belirli bir noktaya doğru yakınsar. Bu noktalara **kaçış noktası** (*vanishing point*) adı verilir.



Şekil 3.4 Gerçek dünyada paralel olan doğruların görüntüdeki yansımaları kaçış noktasında kesişirler.

Şekil 3.4'te gösterildiği gibi kaçış noktası görüntü üzerinde dolaylı olarak da bulunabilir. Uzayda paralel doğruların aynı doğrultuda sonsuzdaki noktada kesiştikleri kabul edilebilir. Bu doğruların perspektif projeksiyonu altında paralellikleri bozulur ve artık görüntü düzleminde bir noktada kesişen doğrulara dönüşürler. Şekil 3.4'teki V vektörü yönündeki paralel l_1 ve l_2 doğrularının görüntüdeki yansıması olan ℓ_1 ve ℓ_2 doğruları paralel değildir ve v noktasında kesişmektedir. Görüntüdeki doğruların kesiştiği v noktası l_1 ve l_2 doğrularının kesiştiği sonsuzdaki noktanın görüntüye yansımasıdır ve V vektörü yönündeki bir kaçış noktasıdır. Böylece görüntü içinde uzayda paralel olduğu bilinen doğruların görüntüdeki yansıması olan doğrular kesiştirilerek kaçış noktası bulunabilir.

Anımsanacağı üzere Bölüm 2.2.2.'de perspektif projeksiyonunda kullanılan homojen koordinatların sonsuzdaki noktaları da temsil edebildiğinden söz edilmişti. Bunu göstermek için uzayda sonlu bir V vektörü yönünde sonsuz uzaklıkta bulunan $V_\infty = \lim_{d \rightarrow \infty} dV$ noktası tanımlanabilir. Bu noktanın görüntü düzlemindeki yansıması olan v kaçış noktası Eş. 13'teki perspektif projeksiyonu denklemi yardımıyla Eş. 25'te gösterildiği gibi

bulunabilir.

$$\tilde{\mathbf{v}} \sim \mathbf{P}\tilde{\mathbf{V}}_{\infty} \quad (25a)$$

$$\tilde{\mathbf{v}} \sim \lim_{d \rightarrow \infty} \mathbf{P} \begin{bmatrix} d\mathbf{V} & 1 \end{bmatrix}^T \quad (25b)$$

$$\tilde{\mathbf{v}} \sim \lim_{d \rightarrow \infty} \mathbf{P} \begin{bmatrix} \mathbf{V} & 1/d \end{bmatrix}^T \quad (25c)$$

$$\tilde{\mathbf{v}} \sim \mathbf{P} \begin{bmatrix} \mathbf{V} & 0 \end{bmatrix}^T \quad (25d)$$

Böylece perspektif projeksiyonu denklemi uyarınca sonsuzdaki noktanın görüntü üzerinde sonlu bir $\mathbf{v}$ noktasına yakınsadığı görülür. Ayrıca Eş. 25d’de gösterildiği gibi $\mathbf{V}$ vektörü yönünde sonsuzdaki $\mathbf{V}_{\infty}$ noktası homojen koordinatlarda $\mathbf{V}$ vektörüne 0 bileşeni eklenerek $\tilde{\mathbf{V}}_{\infty} \sim [\mathbf{V} \ 0]^T$ biçiminde gösterilebilir. Eş. 13’te gösterilen perspektif projeksiyonu, Eş. 12’de gösterildiği gibi kamera iç ve dış parametreleri ayrı olacak biçimde de gösterilebilir. Bunun için $\mathbf{P} \sim \mathbf{K}[\mathbf{R} \ \mathbf{t}]$ denkliği kullanılabilir ve Eş. 25d’deki $\mathbf{P}$ projeksiyon matrisinin yerine konularak Eş. 26 elde edilir. Dikkat edileceği üzere denklikte kamera dış parametrelerinden $\mathbf{t}$ vektörü artık yer almamaktadır. Görüntüye yansıtılan nokta sonsuza taşındığı için kameranın konumuna işaret eden $\mathbf{t}$ vektörü önemini kaybeder ancak kameranın yönelimini gösteren $\mathbf{R}$ dönme matrisi varlığını korur.

$$\tilde{\mathbf{v}} \sim \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V} & 0 \end{bmatrix}^T \sim \mathbf{KRV} \quad (26)$$

Eş. 13’te gösterilen uzayı düzleme haritalayan perspektif projeksiyonunun aksine Eş. 26’daki ilişki birebirdir. Böylece belirli bir doğrultudaki sonsuzdaki noktadan görüntüdeki kaçış noktasına yansıtım (*projection*) yapılabilirdiği gibi görüntüdeki kaçış noktasından gerçek dünyadaki doğrultu vektörüne de geri yansıtım (*back projection*) olanaklıdır.

3.3.1. Kaçış Noktaları ile 3B Kalibrasyon

Belirli koşullarla dik eksenlerdeki üç kaçış noktası kullanarak kamera kalibrasyonu yapmak olanaklıdır. Eş. 26’da sonsuzdaki noktanın yönüne işaret eden $\mathbf{V}$ vektörü için x , y ve

z eksenlerinde birim vektörler seçilebilir. Bu durumda Eş. 27’de gösterildiği gibi $\mathbf{R} = [\mathbf{r}_1 \ \mathbf{r}_2 \ \mathbf{r}_3]$ dönme matrisinin sütunları $\mathbf{K}$ kamera matrisi yardımıyla $\mathbf{v}_x$, $\mathbf{v}_y$ ve $\mathbf{v}_z$ kaçış noktalarına yansıtılır.

$$\tilde{\mathbf{v}}_x \sim \mathbf{K}\mathbf{r}_1 \quad (27a)$$

$$\tilde{\mathbf{v}}_y \sim \mathbf{K}\mathbf{r}_2 \quad (27b)$$

$$\tilde{\mathbf{v}}_z \sim \mathbf{K}\mathbf{r}_3 \quad (27c)$$

$\mathbf{R}$ dönme matrisinin birimcil olması ($\mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{I}$) nedeniyle sütun vektörleri $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$ ve $\mathbf{r}_3$ birbirlerine diktir. Böylece $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1}$ olmak üzere Eş. 28’de gösterilen denklemler yazılabilir.

$$\mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_2 \sim \tilde{\mathbf{v}}_x^T \boldsymbol{\omega} \tilde{\mathbf{v}}_y = 0 \quad (28a)$$

$$\mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_3 \sim \tilde{\mathbf{v}}_x^T \boldsymbol{\omega} \tilde{\mathbf{v}}_z = 0 \quad (28b)$$

$$\mathbf{r}_2^T \mathbf{r}_3 \sim \tilde{\mathbf{v}}_y^T \boldsymbol{\omega} \tilde{\mathbf{v}}_z = 0 \quad (28c)$$

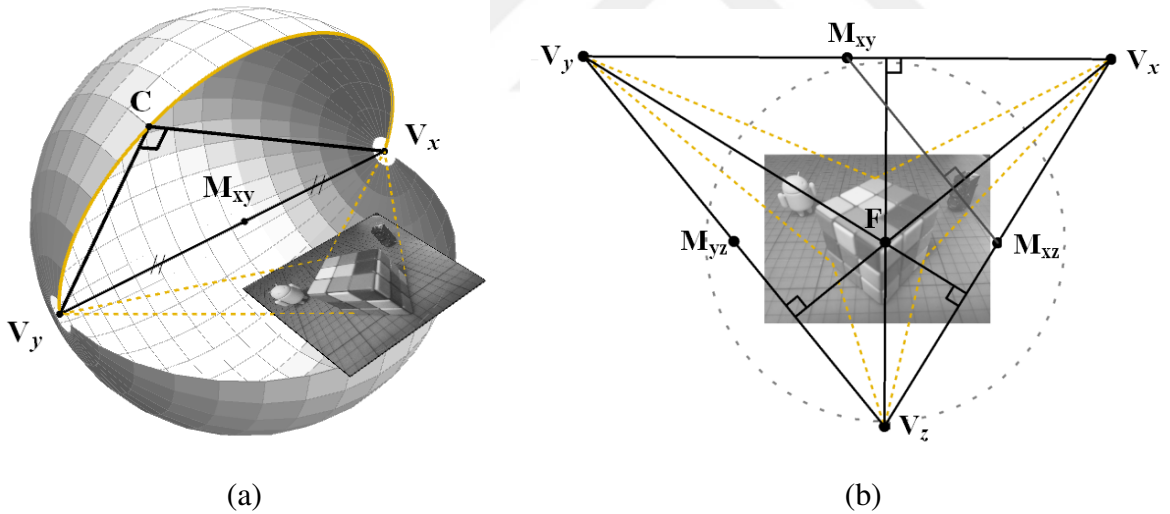
Eş. 28’de verilen 3 denklem 5 bilinmeyen elemanı olan simetrik $\boldsymbol{\omega}$ matrisini hesaplamaya yeterli değildir. Ancak sıradan bir kameraya ilişkin belirli varsayımlar altında bilinmeyen sayısı düşürülebilir. Algılayıcı üzerindeki piksellerin tam olarak kare oldukları kabul edilebilir. Bu durumda algılayıcının eğiklik parametresi $\gamma = 0$ olur. Ayrıca yatay ve dikey odak uzaklıkları eşit olacağından $f = f_u = f_v$ olarak belirir. Artık yalnızca 3 bilinmeyen parametreye sahip $\boldsymbol{\omega}$ matrisi için verilen Eş. 28’deki denklemler yardımıyla bilinmeyen u_0 , v_0 ve f parametreleri hesaplanabilir.

He ve Li [11] yukarıda özetlenen yolu izleyerek üç dik eksen yönündeki kaçış noktalarını kullanan bir kalibrasyon yöntemi önermişlerdir. Araştırmacılar kaçış noktalarını yakalamak için 3B kalibratör kullanmışlardır. Benzer bir yolu izleyen Kosecka ve Zhang [12] ile Cipolla ve diğ. [13] ise kaçış noktalarını görüntüde yakalamak için bina görüntülerini

kullanmışlardır. Zheng ve Peng [14] ise yol görüntülerinden yararlanarak aynı yolu takip etmiştir.

3.3.2. Kaçış Noktaları ile Kamera Merkezinin Geometrik İlişkisi

Yine bina görüntüleri kullanarak aynı yöntemi takip eden Grammatikopoulos *ve diğ.* [15] gerçekleştirdikleri çalışmada kaçış noktalarının geometrik anlamını da açıklamışlardır. Yukarıda olduğu gibi piksellerin tam kare oldukları varsayımı altında Şekil 2.7’den de hatırlanacağı üzere $[u_0 \ v_0]^T$ asal noktasından dik olarak f odak uzaklığı yüksekliğinde düzlemin dışına çıkılırsa kamera merkezine ulaşılır. Bu durumda kamera merkezi, iç parametreleri taşıyan $C = [u_0 \ v_0 \ f]^T$ noktasıyla gösterilebilir. Bu koordinat sisteminde görüntü düzlemi $z = 0$ düzlemi ile çakışmıştır ve C kamera merkezinin bu düzleme izdüşümü $F = [u_0 \ v_0 \ 0]^T$ asal noktası olacaktır.



Şekil 3.5 Kalibrasyonda kaçış noktalarının geometrik anlamı. a) Kamera merkezinin birbirine dik olan iki kaçış noktasını dik açıyla görmesi gerekir. Bu koşulu sağlayan noktalar bir küre üzerinde bulunurlar. b) Birbirine dik üç kaçış noktasının diklik merkezinde kamera merkezinin izdüşümü olan asal nokta bulunur.

Şekil 3.5a’da gösterildiği gibi C kamera merkezinden görüntü düzlemi üzerinde birbirine dik yönlerdeki $V_x = [v_x \ 0]^T$ ve $V_y = [v_y \ 0]^T$ kaçış noktalarına ışınlar çıkarılırsa, ışınlar arasındaki $\angle V_x C V_y$ açısı da dik olmalıdır. Böylece C kamera merkezinin uzaydaki

geometrik konumu V_x ve V_y kaçış noktalarını dik gören nokta olarak tanımlanabilir. Düzlem üzerinde bir doğru parçasını dik açıyla gören noktalar kümesi, bu doğru parçasının çap olduğu çemberdir. Uzayda ise bu küme bu çemberin çapı etrafında döndürülmesiyle oluşan küre olacaktır. Bu durumda aranan C kamera merkezinin konumu $V_x V_y$ doğru parçasının orta noktası $M_{xy} = (V_x + V_y)/2$ olmak üzere M_{xy} merkezli $r_{xy} = |V_x - V_y|/2$ yarıçaplı küredir.

Bu iki kaçış noktasına dik üçüncü bir $V_z = [v_z \ 0]^T$ kaçış noktası eklenebilir. Böylece ikinci bir kaçış nokta çifti kullanarak $M_{xz} = (V_x + V_z)/2$ merkezli yeni bir küre oluşturulabilir. Böylece aranan kamera merkezinin konumu bu iki kürenin kesişim çemberi üzerinde olacak biçimde sınırlanır. Söz konusu çemberin görüntü düzlemine izdüşümü Şekil 3.5b’de gösterildiği gibi $V_x F$ doğrusu üzerinde uzanan bir doğru parçası olacaktır. $V_x F$ doğrusu V_x kaçış noktasından başlayarak kürelerin merkezleri $M_{xy} M_{xz}$ doğrusuna dik biçimde uzanır. Çünkü iki kürenin kesişim çemberinin bulunduğu düzlem kürelerin merkezlerinden geçen doğruya diktir. $\triangle V_x M_{xy} M_{xz} \sim \triangle V_x V_y V_z$ üçgen benzerliği nedeniyle aynı $V_x F$ doğrusu $V_y V_z$ doğrusuna da dik olacaktır. Bu aşamada $M_{yz} = (V_y + V_z)/2$ merkezli üçüncü bir küre oluşturulabilir. Benzer nedenlerle $V_y F$ doğrusunun $V_x V_z$ doğrusuna ve $V_z F$ doğrusunun $V_x V_y$ doğrusuna dikliği gösterilebilir. Böylece aranan F asal noktasının $\triangle V_x V_y V_z$ üçgeninin diklik merkezinde yer aldığı anlaşılır. F asal noktası bulunduktan sonra C kamera merkezini ve dolayısıyla f odak uzaklığını bulmak için aynı M_{xy} merkezli küre üzerinde bulunan C ve V_x noktaları için yazılabilecek $|C - M_{xy}| = |V_x - M_{xy}|$ eşitliğinden yararlanılabilir. Böylece $f^2 = |V_x - M_{xy}|^2 - |F - M_{xy}|^2$ olur.

3.3.3. 2B Açölçer ve Mutlak Konik Görüntüsü

3. Bölümün başında kalibre edilmiş bir kameranın 2B açölçer olarak kullanılabileceği belirtilmişti. Bilinen kamera parametreleri yardımıyla görüntü noktaları gerçek dünyada birer doğrultu vektörüne yansıtılabilir. Bu yolla iki farklı nokta arasındaki açı bu noktalara karşılık gelen doğrultu vektörleri üzerinden ölçülebilir.

Görüntü noktalarını gerçek dünyaya bir doğrultu olarak geri yansıtmak için Eş. 26'da verilen görüntü noktaları ile sonsuzdaki nokta arasındaki ilişki kullanılabilir. Çünkü bir doğrultu vektörü gerçek dünyada o doğrultuda olan sonsuzdaki noktayla gösterilebilir. Böylece görüntü ile doğrultu arasında birebir bir ilişki kurmak olanaklıdır. $\mathbf{p}_1$ ve $\mathbf{p}_2$ iki görüntü noktası olmak üzere bu noktalara karşılık gelen $\mathbf{V}_1$ ve $\mathbf{V}_2$ doğrultu vektörleri Eş. 29'da gösterilmiştir.

$$\mathbf{V}_1 \sim \mathbf{R}^{-1}\mathbf{K}^{-1}\tilde{\mathbf{p}}_1 \quad (29a)$$

$$\mathbf{V}_2 \sim \mathbf{R}^{-1}\mathbf{K}^{-1}\tilde{\mathbf{p}}_2 \quad (29b)$$

Bu iki doğrultu vektörü arasındaki θ açısı kosinüs teoremi yardımıyla iki vektörü skaler çarparak $\mathbf{V}_1 \cdot \mathbf{V}_2 = |\mathbf{V}_1||\mathbf{V}_2|\cos\theta$ eşitliği üzerinden Eş. 30'da gösterildiği gibi hesaplanabilir.

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{V}_1^T \mathbf{V}_2}{\sqrt{\mathbf{V}_1^T \mathbf{V}_1} \sqrt{\mathbf{V}_2^T \mathbf{V}_2}} \quad (30a)$$

$$\cos\theta = \frac{\tilde{\mathbf{p}}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{R}^{-T} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{K}^{-1} \tilde{\mathbf{p}}_2}{\sqrt{\tilde{\mathbf{p}}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{R}^{-T} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{K}^{-1} \tilde{\mathbf{p}}_1} \sqrt{\tilde{\mathbf{p}}_2^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{R}^{-T} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{K}^{-1} \tilde{\mathbf{p}}_2}} \quad (30b)$$

$$\cos\theta = \frac{\tilde{\mathbf{p}}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \tilde{\mathbf{p}}_2}{\sqrt{\tilde{\mathbf{p}}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \tilde{\mathbf{p}}_1} \sqrt{\tilde{\mathbf{p}}_2^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \tilde{\mathbf{p}}_2}} \quad (30c)$$

$$\cos\theta = \frac{\tilde{\mathbf{p}}_1^T \boldsymbol{\omega} \tilde{\mathbf{p}}_2}{\sqrt{\tilde{\mathbf{p}}_1^T \boldsymbol{\omega} \tilde{\mathbf{p}}_1} \sqrt{\tilde{\mathbf{p}}_2^T \boldsymbol{\omega} \tilde{\mathbf{p}}_2}} \quad (30d)$$

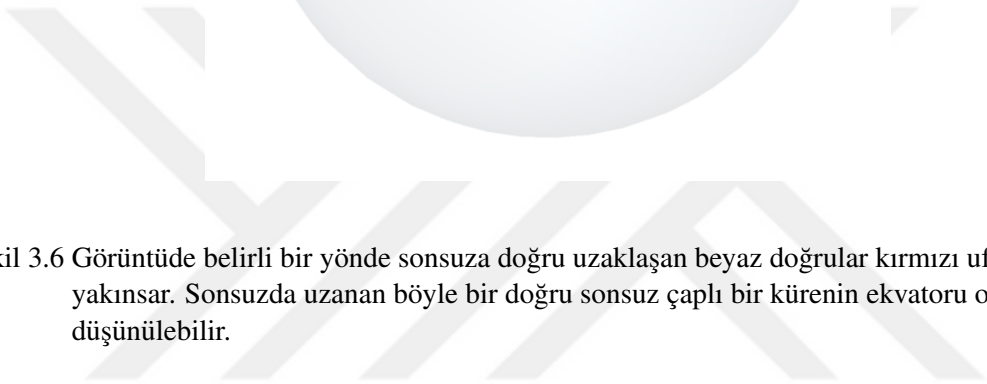
Bölüm 3.3.1.'de vektörler arası diklik ilişkisini gösteren ve Eş. 28'de de yer almış olan $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} = (\mathbf{K} \mathbf{K}^T)^{-1}$ simetrik matrisi kameranın **mutlak konik görüntüsü** ya da **MKG** (*image of the absolute conic, IAC*) matrisi olarak adlandırılır. Konik terimi, $\tilde{\mathbf{p}}^T \boldsymbol{\omega} \tilde{\mathbf{p}} = 0$ eşitliğiyle gösterilen konik kesite işaret etmektedir. Ancak $\mathbf{K}$ kamera matrisinin elemanlarının ($\gamma \approx 0$ hariç) artı işaretli oluşu ve sonucunda $\boldsymbol{\omega}$ matrisinin artı tanımlı olması bu konik kesiti sanal yapar ve görüntü düzleminde gerçel olarak gözlenemez. Simetrik konik matrisini eksi tanımlı yapmak için tanıma bir köşegen matris eklenebilir ve $\mathbf{C} = \mathbf{K}^{-T} \text{diag}(1, 1, -1) \mathbf{K}^{-1}$ matrisi elde edilir. **Kalibrasyon koniği** adı verilen $\tilde{\mathbf{p}}^T \mathbf{C} \tilde{\mathbf{p}} = 0$ koniği

görüntü üzerinde gerçel olarak görülebilir. Uygulamada eğiklik sıfır ($\gamma \approx 0$), yatay ve dikey odak uzaklıkları da birbirine yakın ($f_u \approx f_v$) olduğundan söz konusu konik, asal noktayı merkez alan ve yarıçapı odak uzaklığı olan bir çember olarak gözlemlenir. Şekil 3.5b’de de gösterilen bu çember kameranın asal eksenini etrafında 45 derecelik (çap boyunca 90°) bir görüş (FOV) konisine karşılık gelir.

3.3.4. Ufuk Çizgisi

Bölüm 3.3.’ün başında değinildiği gibi sonsuza giden bir noktanın görüntüye yansıtımı kaçış noktasına yakınsayacaktır. Benzer biçimde kameraya sonsuz uzaklıkta uzanan bir doğrunun görüntüye yansıtımı da **kaçış doğrusu** ya da **ufuk çizgisi** adı verilen bir doğruya yakınsar. Başlangıçta orijinden sonlu bir uzaklıkta bulunan ve belli bir doğrultu boyunca uzanan bir doğru farklı bir yönde orijinden uzaklaştırılırsa uzaklık sonsuza gittikçe bu doğrunun kendi doğrultusu ile uzaklaştığı yön vektörlerince taranan düzlem boyunca bütün ufku kapladığı gözlenir. Böylece ufuk çizgisinin orijinden geçen bir düzlem ile tanımlanabileceği görülür. Şekil 3.6’da sonsuza doğru uzaklaşan beyaz çizgilerin kırmızı ℓ doğrusuna yakınsadığı görülebilir. Bu doğru görüntü düzlemini kesen $\mathcal{V}$ düzlemi ile belirlenmiştir. Sonsuzdaki l doğrusu ise $\mathcal{V}$ düzleminin farklı yönlerindeki mor ile gösterilen sonsuzdaki Y noktalarına karşılık gelecektir.

Görüntü düzlemindeki ℓ doğrusu üzerindeki y noktaları ile sonsuzdaki Y noktaları arasındaki ilişki Eş. 26 yardımıyla Eş. 31a’da gösterilebilir. Sonsuzdaki Y noktalarını taşıyan $\mathcal{V}$ düzleminin normali V vektörü olarak verilmiştir. Böylece Y noktaları Eş. 31b’de gösterildiği gibi tanımlanabilir. Diğer yandan V normal vektörünün işaret ettiği başucu noktası (*zenith*) Eş. 31c’de verildiği üzere görüntüde v kaçış noktası olarak belirecektir. Eş. 31a, b ve c’den yola çıkılarak ℓ ufuk çizgisi üzerindeki y noktaları Eş. 31d’de olduğu gibi belirlenir. Buradan ℓ ufuk çizgisinin başucu noktası ile olan diklik ilişkisi üzerinden



Eş. 30'da gösterildiği gibi ω MKG matrisi yardımıyla tanımlanabildiği görülür.

$$\boldsymbol{\lambda} \sim \boldsymbol{\omega} \tilde{\mathbf{v}} \sim \mathbf{K}^{-T} \mathbf{R} \mathbf{V} \quad (31\text{e})$$

45

λ vektörü Eş. 31e’de görüldüğü gibi v başucu noktası üzerinden tanımlanabilir. Burada $\lambda \sim \omega \tilde{v}$ vektörü ile tanımlanan ℓ doğrusu ω koniğine göre v noktasının **kutupsalı** (*polar*) olarak adlandırılırken, v noktası da ℓ doğrusunun **kutubu** (*pole*) olarak anılır.

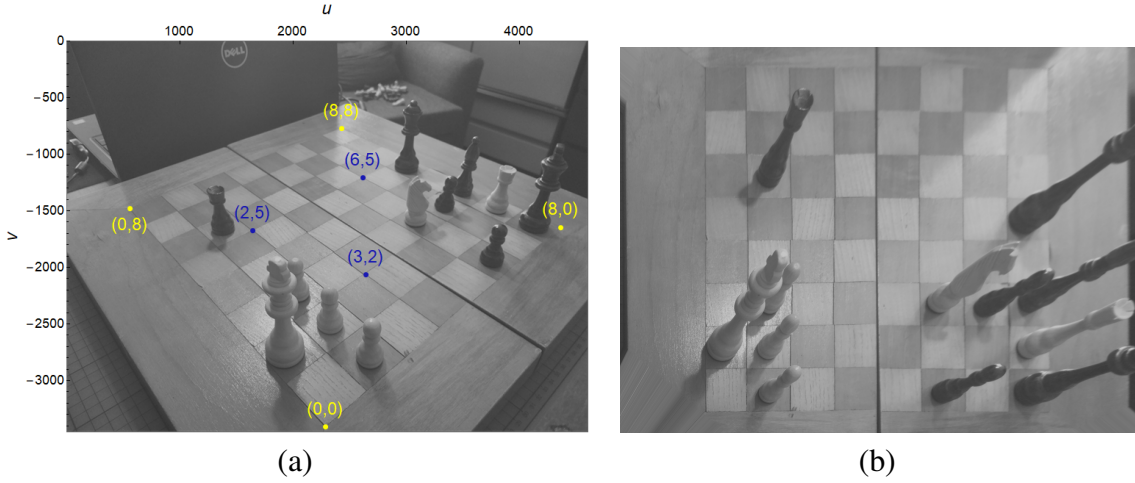
3.4. 2B Kalibrasyon

Bölüm 3.2.3. ve Bölüm 3.3.1.’de örnekleri verilmiş olan ve tek bir görüntü ile gerçekleştirilen kamera kalibrasyonunda gerçek uzayı temsil edecek hacimsel bir nesneye ya da yapıya gereksinim duyulur. Kalibratör kullanımında bu koşul 3B nesnenin üretim ve saklanması güçleştirmektedir. Çevresel 3B yapılar ise geometrik olarak istenilen keskinlikte olmayabilirler. Öte yandan Bölüm 3.2.1.’de değinildiği gibi 2B nesneler ise gerçek uzayı temsil edemedikleri için 3B kalibrasyon olanaklı değildir. Bu eksikliği kapatabilmek için kullanılan düzlemsel nesne kameraya göre farklı yönelimlerde konumlandırılarak birden çok görüntü yakalanabilir. Görüntüler birleştirilerek düzlemsel nesne üzerinden hacimsel bir yapı üretilmiş olur. İleride de örnekleri verileceği üzere bu noktadan yola çıkarak 2B kalibratör kullanan çeşitli kalibrasyon yöntemleri önerilmiştir.

3.4.1. Perspektif Dönüşümü

Düzlemsel bir nesne belirli bir açıyla kameraya yansıtıldığında Şekil 3.7’de görüldüğü gibi geometrik biçimi bozulacaktır. Gerçek uzayda var olan bir düzlemden görüntü düzlemine yapılan bu haritalamaya **perspektif dönüşümü** adı verilir. Dönüşüm iki düzlem arasında sürekli olduğu için birebirdir. Böylece gerçek düzlemden görüntü düzlemine yansıtımın yanı sıra görüntü düzleminden gerçek düzleme geri yansıtım da olanaklıdır.

Dönüşümü cebirsel olarak çözümlemek için Eş. 12’de verilen perspektif projeksiyonu denkleminde yola çıkılabilir. Dünya koordinatları, gerçek düzlem xy düzlemi ile çakışık olacak biçimde seçilebilir. Bu durumda gerçek düzlem üzerindeki $w = [x \ y]^T$ noktası gerçek uzayda $W = [x \ y \ 0]^T$ ile gösterilebilir. Gerçek uzay içindeki düzlemsel $W = [w \ 0]^T$ noktası Eş. 32’de gösterildiği gibi Eş. 12’deki yerine konularak görüntü düzleminde $p = [u \ v]^T$



Şekil 3.7 Gerçek düzlemle görüntü düzlemi arasındaki perspektif dönüşümü. a) Gerçek düzlemde konumları bilinen (sarı) noktalar yardımıyla çarpıtma matrisi kestirilebilir. Kestirilen çarpıtma matrisi yardımıyla gerçek düzlemde herhangi bir noktanın (mavi) görüntüdeki konumu hesaplanabilir. b) Çarpıtma matrisi yardımıyla görüntüdeki her piksel gerçek düzleme haritalanarak görüntü perspektiften arındırılabilir.

görüntü noktasına yansıtılır.

$$\tilde{\mathbf{p}} \sim \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{W}} \quad (32a)$$

$$\tilde{\mathbf{p}} \sim \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 & \mathbf{r}_3 & \mathbf{t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w} & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (32b)$$

$$\tilde{\mathbf{p}} \sim \mathbf{K} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 & \mathbf{t} \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}} \tilde{\mathbf{w}} \quad (32c)$$

Burada $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$ ve $\mathbf{r}_3$ vektörleri $\mathbf{R}$ dönme matrisinin sütunlarıdır. Eş. 32c'deki gerçek düzlem ile görüntü düzlemi arasındaki perspektif dönüşümünü gerçekleştiren 3×3 boyutlarındaki $\mathbf{H} \sim \mathbf{K}[\mathbf{r}_1 \ \mathbf{r}_2 \ \mathbf{t}]$ matrisi **çarpıtma matrisi** (*warp matrix*) olarak adlandırılır. Bölüm 3.2.1.'de gösterilen projeksiyon matrisinin kestiriminde olduğu gibi çarpıtma matrisi de düzlem üzerinde yeterli sayıda nokta kullanılarak kestirilebilir. Denklik homojen koordinatlarda gösterildiği için çarpıtma matrisinin 8 bilinmeyen elemanı vardır ve son eleman $\mathbf{H}_{33} = 1$ olarak tanımlanabilir. Matrisin bilinmeyen elemanları için gerçek düzlem ve görüntü düzleminde alınacak $\mathbf{w}_i = [x_i \ y_i]^T$ ve $\mathbf{p}_i = [u_i \ v_i]^T$ nokta çiftinden Eş. 33'te gösterildiği

gibi ikiyeşer denklem üretmek olanaklıdır.

$$x_i \mathbf{H}_{11} + y_i \mathbf{H}_{12} + \mathbf{H}_{13} = u_i x_i \mathbf{H}_{31} + u_i y_i \mathbf{H}_{32} + u_i \quad (33a)$$

$$x_i \mathbf{H}_{21} + y_i \mathbf{H}_{22} + \mathbf{H}_{23} = v_i x_i \mathbf{H}_{31} + v_i y_i \mathbf{H}_{32} + v_i \quad (33b)$$

Birden çok nokta çifti kullanılarak üretilcek Eş. 33'teki denklemler $\mathbf{H}$ çarpıtma matrisinin bilinmeyen elemanlarını taşıyan $\mathbf{h}$ vektörü üzerinden Eş. 34'te verildiği gibi tek bir doğrusal denklemle gösterilebilir. Bu durumda $\mathbf{H}$ çarpıtma matrisinin bilinmeyen 8 elemanının Şekil 3.7'de gösterildiği gibi doğrusal olmayan en az 4 nokta çifti ile hesaplanabildiği görülür. Dörtten çok nokta kullanılması durumunda aşırı belirlenmiş olan $\mathbf{h}$ vektörü EKK yöntemi ile Eş. 35'te gösterildiği gibi kestirilebilir.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -u_1 x_1 & -u_1 y_1 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 & -v_1 x_1 & -v_1 y_1 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -u_2 x_2 & -u_2 y_2 \\ 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & 1 & -v_2 x_2 & -v_2 y_2 \\ \vdots & & & & & & & \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} \\ \mathbf{H}_{12} \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{32} \end{bmatrix}}_{\mathbf{h}} = \underbrace{\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \vdots \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} \quad (34)$$

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{B}^\dagger \mathbf{b} \quad (35)$$

3.4.2. Zhang Kalibrasyon Yöntemi

Eş. 32c'de gösterilen çarpıtma matrisi $\mathbf{H} \sim \mathbf{K}[\mathbf{r}_1 \ \mathbf{r}_2 \ \mathbf{t}]$ kameranın hem iç hem de dış parametrelerini taşır. Cebirsel açıdan Eş. 23'te projeksiyon matrisi için yapıldığı gibi burada iç parametrelerin ayrıştırılması olanaklı değildir. Çünkü ilk durumda üst-üçgensel $\mathbf{K}$ matrisinin çarpıldığı $\mathbf{R}$ dönme matrisinin üç sütun vektörü de birim uzunlukta ve birbirine dikken (*orthonormal*) şimdi çarpılan $[\mathbf{r}_1 \ \mathbf{r}_2 \ \mathbf{t}]$ matrisinin sadece ilk iki sütunu $\mathbf{r}_1$ ve $\mathbf{r}_2$ birim uzunlukta ve birbirine diktir. Bununla birlikte bu sınırlı bilgiden $\mathbf{K}$ kamera matrisine ilişkin belirli kısıtlar (*constraint*) üretmek olanaklıdır.

Öncelikle söz konusu sütun vektörleri $\mathbf{r}_1$ ve $\mathbf{r}_2$ görüntü düzlemine yansıtılmalıdır. Bu amaçla kestirilen çarpıtma matrisi $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \ \mathbf{h}_2 \ \mathbf{h}_3]$ sütunlarına ayrılmalıdır. Böylece Eş. 32c'de gösterilen matris düzeyinde denklik ilgili matrislerin sütunları düzeyinde Eş. 36'da gösterildiği gibi yeniden yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 & \mathbf{h}_2 & \mathbf{h}_3 \end{bmatrix} = s \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 & \mathbf{t} \end{bmatrix} \quad (36a)$$

$$\mathbf{h}_1 = s \mathbf{K} \mathbf{r}_1 \quad (36b)$$

$$\mathbf{h}_2 = s \mathbf{K} \mathbf{r}_2 \quad (36c)$$

Denklik Eş. 36a'da matris düzeyinde olduğu için aradaki ölçek katsayısı s , matrislerin sütun vektörleri arasındaki Eş. 36b ve c'de oluşturulan eşitlikte de korunur. Ek olarak son iki eşitliğin Eş. 27 ile benzerliği görülebilir. Böylece çarpıtma matrisinin ilk iki sütun vektöründen perspektif dönüşümüne ait dik yönlerdeki kaçış noktalarının $\tilde{\mathbf{v}}_x \sim \mathbf{h}_1$ ve $\tilde{\mathbf{v}}_y \sim \mathbf{h}_2$ biçiminde çıkarılabildiği görülür.

Dik ve birim uzunluktaki sütun vektörleri $\mathbf{r}_1$ ve $\mathbf{r}_2$ için yazılmış olan Eş. 36b-c'deki denklemler, bu vektörler yalnız kalacak biçimde yeniden düzenlenebilir. Vektörlerin diklik ve birim vektör olma özellikleri Eş. 37b ve d'de gösterildiği gibi $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1}$ MKG matrisi için iki adet kısıt üretir.

$$\mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_2 = s^2 \mathbf{h}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 = 0 \quad (37a)$$

$$\mathbf{h}_1^T \boldsymbol{\omega} \mathbf{h}_2 = 0 \quad (37b)$$

$$\mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2^T \mathbf{r}_2 = s^2 \mathbf{h}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1 - s^2 \mathbf{h}_2^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 = 0 \quad (37c)$$

$$\mathbf{h}_1^T \boldsymbol{\omega} \mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_2^T \boldsymbol{\omega} \mathbf{h}_2 = 0 \quad (37d)$$

Bölüm 3.3.3.'te tanımlanan $\boldsymbol{\omega}$ MKG matrisi simetrik bir matristir ve 6 bilinmeyen elemana sahiptir. Eş. 37b ve d üzerinden bu matrise ilişkin iki kısıt üretildiği görülmektedir. Bu kısıtlar MKG matrisinin bilinmeyen elemanlarını taşıyan $\mathbf{w} = [\omega_{11} \ \omega_{12} \ \omega_{13} \ \omega_{22} \ \omega_{23} \ \omega_{33}]^T$

vektörü cinsinden doğrusal bir biçimde Eş. 38'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} & h_{11}h_{21}\omega_{11} + (h_{12}h_{21} + h_{11}h_{22})\omega_{12} + (h_{13}h_{21} + h_{11}h_{23})\omega_{13} \\ & + h_{12}h_{22}\omega_{22} + (h_{13}h_{22} + h_{12}h_{23})\omega_{23} + (h_{13}h_{23})\omega_{33} = \mathbf{h}^T \mathbf{w} = 0 \end{aligned} \quad (38a)$$

$$\begin{aligned} & (h_{11}^2 - h_{21}^2)\omega_{11} + (2h_{11}h_{12} - 2h_{21}h_{22})\omega_{12} + (2h_{11}h_{13} - 2h_{21}h_{23})\omega_{13} \\ & + (h_{12}^2 - h_{22}^2)\omega_{22} + (2h_{12}h_{13} - 2h_{22}h_{23})\omega_{23} + (h_{13}^2 - h_{23}^2)\omega_{33} = \mathbf{g}^T \mathbf{w} = 0 \end{aligned} \quad (38b)$$

Birden fazla perspektif dönüşümü altında elde edilen görüntülerle kestirilecek çarpıtma matrisleri yardımıyla $\mathbf{w}$ vektörü için yazılabilecek denklemlerin sayısı artırılabilir. Vektörün 6 boyutlu olması nedeniyle en az 3 farklı perspektif kullanarak $\mathbf{w}$ vektörü için Eş. 39'da gösterilen homojen denklem elde edilir.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 & \mathbf{g}_1 & \mathbf{h}_2 & \mathbf{g}_2 & \dots \end{bmatrix}^T \mathbf{w} = \mathbf{H}\mathbf{w} = \mathbf{0} \quad (39)$$

Sıfırdan farklı olan $\mathbf{w}$ vektörünün ideal olarak 3 farklı perspektiften üretilecek tekil $\mathbf{H}$ matrisinin sağ boş vektörü olduğu söylenebilir. Ancak uygulamada $\mathbf{H}$ matrisi tekil olmayacağından mutlak olarak bu koşul sağlanamaz. Bunun yerine $\mathbf{H}$ matrisinin en küçük özdeğerine karşılık gelen özvektör $\mathbf{w}$ vektörünü verecektir. Üçten fazla görüntü ile oluşacak $\mathbf{H}$ dikdörtgen matrisi sonucunda ise $\mathbf{w}$ vektörü aşırı belirlenmiş olacaktır. Ancak en az hatayı verecek biçimde $\mathbf{w}$ vektörünün kestirimi yapılabilir. Eş. 39'da $\mathbf{0}$ vektörü yerine görülecek hatanın büyüklüğü $E^2 = (\mathbf{H}\mathbf{w})^T \mathbf{H}\mathbf{w} = \mathbf{w}^T (\mathbf{H}^T \mathbf{H}) \mathbf{w}$ olarak ölçülebilir. EKK yöntemi uygulanırsa burada da en az hatayı verecek sıfırdan farklı $\mathbf{w}$ vektörünün, $|\mathbf{w}| = 1$ koşulu altında $\mathbf{H}^T \mathbf{H}$ matrisinin en küçük özdeğerine karşılık gelen özvektör olduğu görülür. Her iki durumda da yalnızca yön belirten özvektör belirli bir büyüklüğe (*magnitude*) sahip olmadığından $s\mathbf{w}$ vektörü üzerinden bulunan $s\omega$ MKG matrisinin s ölçeği belirsizdir. Ancak MKG matrisinin tersi $\omega^{-1} = \mathbf{K}\mathbf{K}^T$ olduğundan ve $\mathbf{K}$ kamera matrisinin son satırı da $[0 \ 0 \ 1]$ olduğundan $(\omega^{-1})_{33} = 1$ olması gerektiği anlaşılır. Buradan s ölçeği hesaplanabilir ve gerçek ω matrisine ulaşılır. Simetrik ω MKG matrisinden *Cholesky* ayrıştırma yöntemi ile üst-üçgensel $\mathbf{K}$ kamera matrisi elemanlarının sırayla hesaplanması Eş. 40'ta verilmiştir.

s ölçeği yukarıda aktarıldığı gibi bulunmuşsa Eş. 40c-f için $\lambda = 1$ alınabilir.

$$v_0 = (\omega_{12}\omega_{13} - \omega_{11}\omega_{23})/(\omega_{11}\omega_{22} - \omega_{12}^2) \quad (40a)$$

$$\lambda = \omega_{33} - (\omega_{13}^2 + v_0(\omega_{12}\omega_{13} - \omega_{11}\omega_{23}))/\omega_{11} \quad (40b)$$

$$f_u = \sqrt{\lambda/\omega_{11}} \quad (40c)$$

$$f_v = \sqrt{\lambda\omega_{11}/(\omega_{11}\omega_{22} - \omega_{12}^2)} \quad (40d)$$

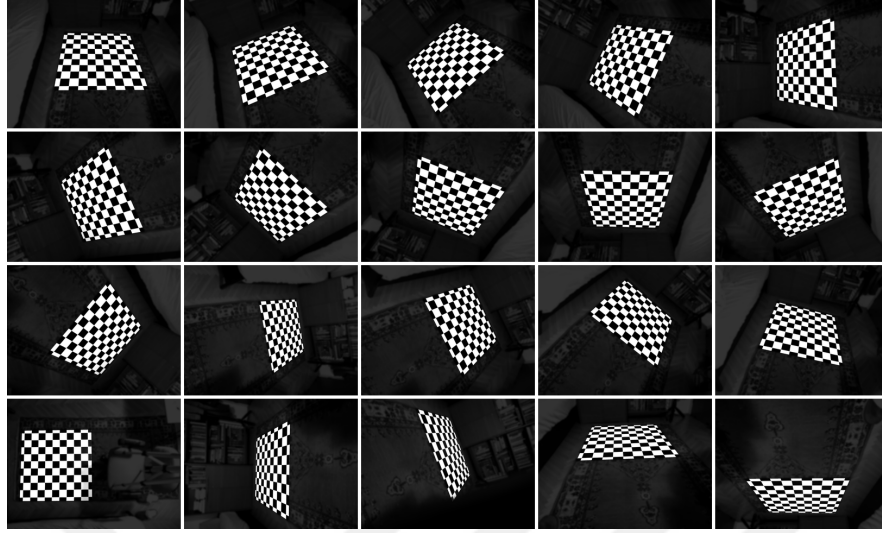
$$\gamma = -\omega_{12}f_u^2f_v/\lambda \quad (40e)$$

$$u_0 = \gamma v_0/f_v - \omega_{13}f_u^2/\lambda \quad (40f)$$

Yukarıda özetlenen bu kalibrasyon yöntemi düzlemsel bir kalibratörün farklı açılardan alınan en az 3 görüntüsüyle gerçekleştirilebilir. Sturm ve Maybank [16] ile Zhang [17] tarafından geliştirilen yöntem tez içerisinde kısaca **Zhang yöntemi** olarak anılacaktır. 2B kalibratör olarak Şekil 3.11b’de görüldüğü gibi yazıcıdan alınabilecek bir dama deseni çıktısı kullanılabildiği için yöntem hızla yaygınlık kazanmıştır. Bölüm 3.2.3.’te değinilen 3B kalibratöre oranla 2B kalibratörün üretimi çok daha kolaydır.

Hatırlanacağı üzere Bölüm 3.2.’de değinilen 3B kalibrasyonda Eş. 22’de EKK yöntemiyle gerçekleştirilen kestirimden sonra yansıtım hatasını en aza indirmek için doğrusal olmayan bir optimizasyon işlemi uygulanmıştır. Benzer biçimde Zhang yönteminde de Eş. 39 doğrultusunda gerçekleşen kestirimin ardından elde edilen parametreler başlangıç değeri olarak kullanılır ve görüntüler üzerindeki yansıtım hatasını en aza indirecek iç ve dış parametreler en çok benzerlik (*maximum likelihood*) yöntemi ile yeniden kestirilir.

Zhang yöntemi, Bölüm 3.2.3.’te değinilen aynı kamera kullanılarak uygulanmıştır. Bu amaçla 1 metrekare boyutunda 10×10 noktalı bir dama tahtası kullanılmış, görüntülerde titreme kaynaklı bulanıklığı en aza indirmek amacıyla uçayak üzerine yerleştirilen kamerayla uzaktan deklanşör kullanarak çekimler gerçekleştirilmiştir. Kameraya göre dama tahtasını olabildiğince farklı yönelimlerde konumlandırmak amacıyla dama tahtası yatay zeminde sabit tutulurken kamera kabaca asal eksenini etrafında çevrilerek Şekil 3.8’de gösterildiği gibi 20 adet çekim yapılmıştır. Görüntüler Zhang yöntemini MATLAB ortamında gerçekleştiren



Şekil 3.8 Zhang yöntemini uygulamak için 1 metre kare boyutundaki dama tahtasıyla farklı açılarda 20 görüntü kaydedilmiştir.

Bouguet'nin [18] geliştirdiği araç kutusuyla işlenmiştir. Bu yolla kestirilen kamera iç parametreleri ile bu değerlerin kestirim hata oranları Çizelge 3.2'de verilmiştir. Karşılaştırma için en doğru sonucu vermesi beklenen 3B kalibratörle elde edilen a^* sonucu gerçek değer kabul edilmiş, kestirilen $\hat{a}$ değeri ile aradaki oransal fark $\% |\hat{a} - a^*|/a^* \times 100$ biçiminde kestirim hata oranı olarak hesaplanmıştır.

Çizelge 3.2 Zhang yöntemi ile kestirilen kamera parametreleri ve kestirim hata oranları (%)

	Odak uzaklığı		Asal nokta		yansıtım
	yatay	dikey	yatay	dikey	hatası
Kestirim	3611.39	3611.25	2284.59	1725.97	2.02
Hata oranı (%)	0.55	0.66	0.63	1.09	

Benzer algoritmaları takip eden ancak dama deseni yerine farklı düzlemsel kalibratörler öneren çalışmalara da değinmek gerekir. Liu ve diğ. [19] dama tahtası yardımıyla, Yang ve diğ. [20] iki eş yarıçaplı dairesel nesne kullanarak, Liu ve diğ. [21] ise tasarladıkları düzlemsel bir çizge ile yakaladıkları kaçış noktaları üzerinden MKG matrisini kestirmişlerdir. Wang ve Wan [22] ise birbirine dik iki çubuktan oluşan daha basit bir

kalibratör kullanarak Eş.37b'deki diklik kısıtı ile kestirim yapmışlardır. Gao *ve diğ.* [23] ise aynı yöne bakan çoklu kamera sistemleri için işaretleri kimliklemek amacıyla dama desenini özelleştirmişlerdir. Xianzhi [24] ile Zhang *ve diğ.* [25] ise dama desenli kalibratör görüntülerini eğittikleri yapay sinir ağına yükleyerek kamera parametrelerini hesaplamışlardır.

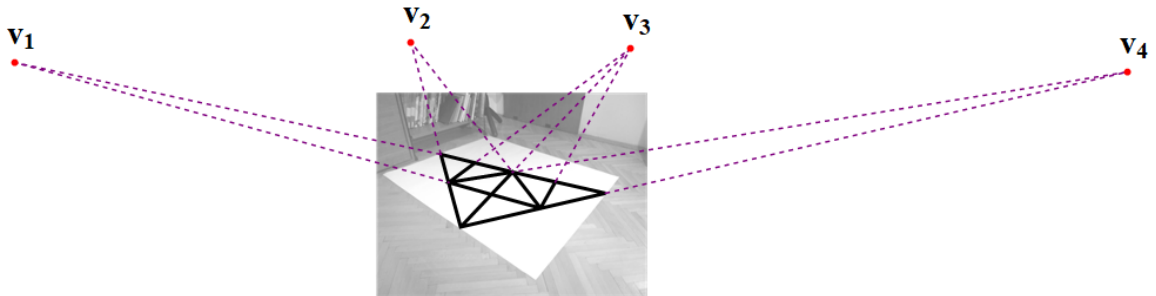
Yine 2B kalibratör ya da düzlemsel yapılar kullanan farklı yöntemlere de değinilebilir. Miyagava *ve diğ.* [26] üzerinde 5 nokta bulunan birbirine dik iki çubuk kalibratör kullanarak kamera parametrelerini kestirmektedir. Xiong *ve diğ.* [27] tek bir görüntü içinde yakaladıkları dikdörtgen nesneler üzerinden odak uzaklığını kestirmektedir. Chen [28] ise spor sahalarından alınmış görüntüler ile zemin düzleminden 4 nokta ve sahadaki kale, pota vb. dikey nesnelerden alınan düzlem dışı beşinci bir nokta ile önce kameranın dış parametrelerini, sonradan bu değerler üzerinden iç parametreleri kestirmektedir. Lu ve Chuang [29], Zhang *ve diğ.* [30], Ha *ve diğ.* [31] ile Bell *ve diğ.* [32] bilgisayar ekranına yansıttıkları çeşitli desen ve çizgiler aracılığıyla kamera kalibrasyonunu gerçekleştirmektedirler. Hu ve Cantor [33] ise dama desenli kalibratörün kameraya göre konum ve yönelimindeki çeşitliliğin kalibrasyona etkisini incelemektedir. Vilca *ve diğ.* [34] de projeksiyon dönüşümü altında değişmez kalan doğrusallık ve çifte oran gibi belirli özellikler yardımıyla Zhang yöntemini iyileştirmektedir.

3.4.3. Kaçış Noktaları ile 2B Kalibrasyon

Düzlemsel bir yapı ya da kalibratör üzerinden dik eksenlerde kaçış noktalarını yakalamak olanaklıdır. Bu amaç için dik eksenler doğrultusunda olan görüntü doğruları kesiştirilebilir ya da çarpıtma matrisi üzerinden de hesaplanabilir. Bu dik doğrultudaki kaçış noktalarının kamera merkezi ile olan geometrik ilişkisi Bölüm 3.3.2.'de aktarılmıştır. $\mathbf{v}_x$ ve $\mathbf{v}_y$ kaçış noktaları olmak üzere uzayda $\mathbf{V}_x = [\mathbf{v}_x \ 0]^T$ ve $\mathbf{V}_y = [\mathbf{v}_y \ 0]^T$ noktalarını dik açıyla gören $\mathbf{C} = [v_0 \ u_0 \ f]^T$ kamera merkezi $\mathbf{V}_x \mathbf{V}_y$ doğru parçasını çap kabul eden bir küre üzerinde olmalıdır. Bu geometrik yaklaşımda algılayıcı eğikliği $\gamma = 0$ yok sayılmakta ve yatay ve dikey odak uzaklıkları $f = f_u = f_v$ eşit varsayılmaktadır [35].

Böylece tek bir dik kaçış noktalar çiftinden kameranın iç parametrelerini taşıyan kamera merkezi için bir kısıt üretilmektedir. Kaçış noktalarının yakalandığı düzlemler çoğaltılarak Şekil 3.5'te gösterildiği gibi kamera merkezinin üzerinde olması gereken kürelerin de sayısı artırılabilir. Üç küre, merkezlerinden geçen görüntü düzlemine göre simetrik olan $\mathbf{C} = [v_0 \ u_0 \ f]^T$ ve $\mathbf{C}' = [v_0 \ u_0 \ -f]^T$ noktalarında kesişmektedir. Kürelerin sayısı üçten fazla olması durumunda aşırı belirlenmiş olan $\mathbf{C}$ noktası bu küre yüzeylerine toplamda en az uzaklıkta olacak noktada aranabilir. $\mathbf{M}_i = (\mathbf{V}_x^i + \mathbf{V}_y^i)/2$ kürelerin merkezleri, $r_i = |\mathbf{V}_x^i - \mathbf{V}_y^i|/2$ bu kürelerin yarıçapları olmak üzere aranan $\mathbf{C}$ noktası için en aza indirilmesi gereken hata fonksiyonu $\sum_i (|\mathbf{C} - \mathbf{M}_i| - r_i)^2$ biçiminde verilebilir.

Yatay ve dikey odak uzaklıklarını bağımsız olarak kestiren daha genel bir yöntem ise Liu ve diğ. [21] tarafından önerilmiştir. Bu yöntemde Şekil 3.9'da gösterildiği gibi yalnızca 9 çizgiden oluşan düzlemsel bir kalibratör kullanılmıştır. Kalibratör üzerindeki paralel çizgiler görüntüde kesiştirilerek yatay, dikey ve çapraz yönlerde 4 ayrı kaçış noktası hesaplanabilir. Zhang yönteminde de olduğu gibi birbirine dik yönlerde olan her kaçış noktası çifti için (Şekil 10'da $\mathbf{v}_1$ - $\mathbf{v}_3$ ve $\mathbf{v}_2$ - $\mathbf{v}_4$ çiftleri) MKG matrisini kısıtlayan Eş. 37b'deki denklem kurulabilir. Böylece her kalibratör görüntüsünden ikişer kısıt üretmek olanaklıdır.



Şekil 3.9 Liu ve diğ. tarafından önerilen düzlemsel çizge kalibratör ile yatay, dikey ve çapraz yönlerde 4 ayrı kaçış noktası hesaplanabilir.

Görüntü sayısı artırılarak MKG matrisi için daha fazla kısıt üretilir. Eş. 37b'de gösterilen bu kısıtlar Eş. 38a altında birleştirilebilir ve EKK yöntemi ile MKG matrisinin elemanları kestirilebilir. Bununla birlikte araştırmacıların da belirttikleri üzere kaçış noktaları homojen koordinatlara taşınırken birim vektör durumuna getirilmeleri yapılacak kestirimi daha isabetli kılacaktır. Çünkü doğruların kesiştirilmesi ile hesaplanan bu kaçış

noktaları görüntünün çok dışında olabilir. Daha büyük rakamsal değerlere sahip olacak bu değişkenler yapılacak kestirimde daha fazla ağırlık kazanarak hata oranını artırabilirler.

Önerilen yöntemi uygulamak için Şekil 3.9’da gösterilen kalibratör deseni A0 boyutlu bir kâğıda basılarak farklı açılardan görüntüler kaydedilmiştir. 24 görüntü kullanılarak elde edilen kalibrasyon değerleri Çizelge 3.3’te verilmiştir. Adil bir karşılaştırma için kalibratörün boyutları dama desenli kalibratöre (1 m^2) yakın tutulurken çekimler de benzer biçimde kontrollü bir ortamda gerçekleştirilmiştir.

Çizelge 3.3 Son yıllara ait kaçış noktaları kullanan yöntemlerin karşılaştırılması. Farklı yöntemlerle 24 görüntü üzerinden elde edilen kalibrasyonların hata oranları (%) gösterilmiştir.

Yöntem	Odak uzaklığı		Asal nokta	
	yatay	dikey	yatay	dikey
Liu ve diğ. (2019)	0.92	1.18	0.59	1.26
Wang ve Wan (2018)	2.63	2.27	0.52	0.45
Yang ve diğ. (2020)	2.41	4.38	0.07	0.25

Doğrudan kaçış noktalarına gönderme yapılmasa da cebirsel bir yaklaşımla dik yönlerde kaçış noktalarını hesaplayarak kalibrasyon gerçekleştiren Wang ve Wan’ın [28] çalışmasından da burada söz edilebilir. Araştırmacılar birbirine dik iki doğru parçasından oluşan **L** biçiminde bir düzlemsel kalibratör önermişlerdir. Kalibratörün her iki kolundan da ikisi uçlarından diğeri ise orta noktası olmak üzere üçer nokta yakalayabilmek olanaklıdır. Kalibratörün dik kolları üzerindeki eşit aralıklı ve doğrusal n_0 , n_1 ve n_2 görüntü noktaları üzerinden aynı doğrultu üzerindeki n_∞ kaçış noktası, perspektif altında çifte oranın (*cross-ratio*) değişmezlik özelliği kullanılarak $n_\infty = \frac{2n_0n_2 - n_0n_1 - n_1n_2}{n_0 - 2n_1 + n_2}$ olarak hesaplanabilir. İki kol üzerindeki dik kaçış noktaları hesaplandıktan sonra buradan MKG matrisi için Eş. 37b’de gösterilen bir kısıt elde edilebilir. Görüntü sayısını artırarak matris kestirmek ve kamera parametrelerine ulaşmak olanaklıdır.

dik yönlerdeki kaçış noktaları hesaplanabilir. Birden çok görüntüdeki bu kaçış noktalarını kullanarak yukarıda değinilen yolla kamera parametreleri kestirilebilir. Çizelge 3.3'te 24 görüntü ile bu yöntem kullanılarak gerçekleştirilen kalibrasyonun hata oranları görülebilir.

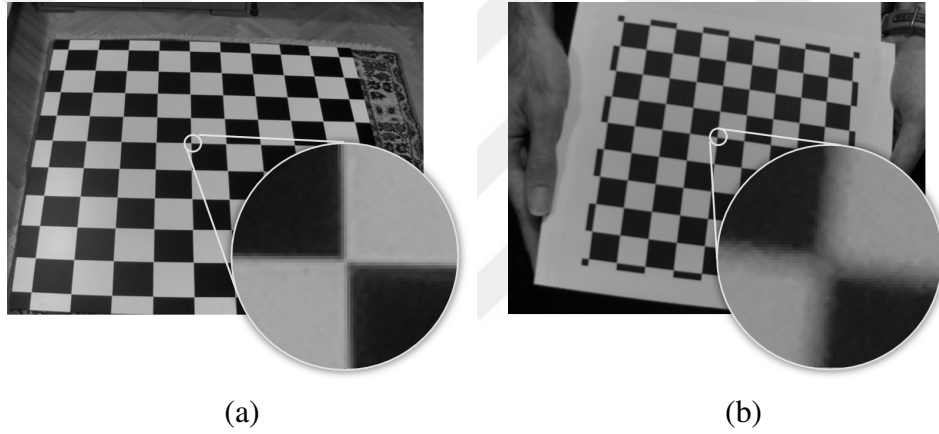
3.4.4. Odaksızlık Sorunu ve 2B Kalibratörün Boyutları

Bölüm 2.1.2'de değinildiği gibi sonsuza odaklanmış bir kamerada odakötesi uzaklığın berisinden çekilmiş görüntüler bulanık çıkacaktır. Kalibratörün bulanık görüntüsü, görüntüde yakalanan işaretlenmiş noktaların konumlarında hatalara yol açacak ve kalibrasyon sonuçlarını kötüleştirecektir. Bu nedenle kalibratör odakötesi uzaklığın ötesinde konumlandırılmalıdır. Uzağa konumlanan kalibratörün boyutları da aynı ölçüde büyütülmediği sürece görüntüde daha az bir yer kaplayacaktır. Perspektif projeksiyonunun doğası gereği görüntüde küçük bir bölgede zayıf bir perspektif olarak belirirken etkisini görüntünün geniş alanında gösterir. Görüntüde küçük bir alanı kaplayan bir kalibratörden toplanacak noktalar görüntüdeki perspektifi iyi biçimde temsil edemeyecektir. Bunun sonucu, 3B kalibratör için Eş. 21'in, 2B kalibratör için ise Eş. 39'un kötü koşullanmış (*ill-conditioned*) bir sorun üretmesidir. Bu nedenle işaretli noktaların konumlarındaki ufak hatalara karşı kalibrasyon sonucu fazla duyarlı olacaktır.

Yaklaşık 20 yıl önce geliştiren Zhang yöntemi o dönem yaygın kullanılan internet kameralarının (*webcam*) kalibrasyonu için uygun bir çözümdü. Düşük çözünürlük ve küçük diyafram açıklığına sahip bu kameraların odakötesi uzaklığı Eş. 2 uyarınca oldukça kısaydı. Böylece Şekil 3.11b'de gösterildiği gibi standart bir A4 kağıda alınan dama deseni çıktısıyla elde edilen 2B kalibratör kamera karşısında odakötesi uzaklığın ötesinde konumlandırıldığında da görüntünün büyük bölümünü kaplayabiliyordu. Günümüzde ise özellikle mobil cihazların yaygınlaşması ile kameraların hem çözünürlükleri artmış hem de diyafram açıklıkları büyümüştür [36, 37]. Bu nedenle kameraların odakötesi uzaklıkları artmıştır. Daha önceki internet kameralarında sabit odaklı mercek sistemleri kullanılırken yeni kameralarda baş gösteren odaksızlık (*defocus*) sorununu aşmak için üreticiler algılayıcıdan gelen geri beslemeyle kendiliğinden odaklama yapan (*autofocus, AF*)

mercekler geliştirmişlerdir. Kalibratörü net görüntülemek için odağın daha yakına kaydırılması ise kamera parametrelerini değıştirecektir [38]. Bu nedenle Bölüm 3.2.3.'te belirtildiğı gibi yapılan kalibrasyonun odakötesi uzaklığın ötesinde geçerli olması için AF özelliğı kapatılarak kamera manüel olarak sonsuza odaklanmalıdır.

Kalibrasyonda kullanılan dama tahtası görüntülerindeki odaksızlık sorunun çözmek amacıyla farklı çalışmalar yapılmıştır. Zhang *ve diğ.* [25] bulanık dama görüntüleri ile eğıtilmiş sinir ağını kullanan bir kalibrasyon yöntemi önermektedir. Ha *ve diğ.* [31] ile Bell *ve diğ.* [32] ise kamera önüne yerleştirilmiş bir ekrana yansıtılan deseni özelleştirerek odaksızlık sorununu aşmaktadırlar.



şekil 3.11 Farklı boyutlardaki kalibratör görüntüleri arasındaki netlik farkı. a) 1 metrekare
b) A4 kağıt

1 metrekare boyutlarındaki kalibratörle gerçekleştirilen kalibrasyon Bölüm 3.4.2.'de gösterilmiştir. Aynı kamera kullanılarak dama desenli kalibratörün yaygın olarak kullanılan biçimiyle, A4 kâğıda alınan bir dama deseni çıktısı yardımıyla Zhang yöntemi tekrarlanmıştır. Dama deseni üzerindeki işaretlerin bozulan netliğı şekil 3.11'de gösterilmiştir. Yine 20 görüntü üzerinden kamera karşısında yaklaşık benzer çeşitlilikte yönelimlerle konumlandırılan A4 boyutlu dama tahtası ile elde edilen sonuçlar 1 metrekarelik dama tahtası ile üretilen değerlerle Çizelge 3.4'te karşılaştırılmıştır. Görülebileceğı üzere şekil 3.11b'de olduğı gibi bulanık görüntülerde yakalanan noktaların konumlarındaki belirsizlik kalibrasyon sonucunu belirgin biçimde kötüleştirmiştir. Kestirilen

parametreler yardımıyla kalibratör üzerindeki noktaların görüntüye yansıtımı üzerinden hesaplanan nokta başına ortalama yansıtım hatası da aynı olguyu doğrulamaktadır.

Çizelge 3.4 Farklı boyutlardaki dama tahtaları kullanarak gerçekleştirilen kalibrasyonların hata oranları (%)

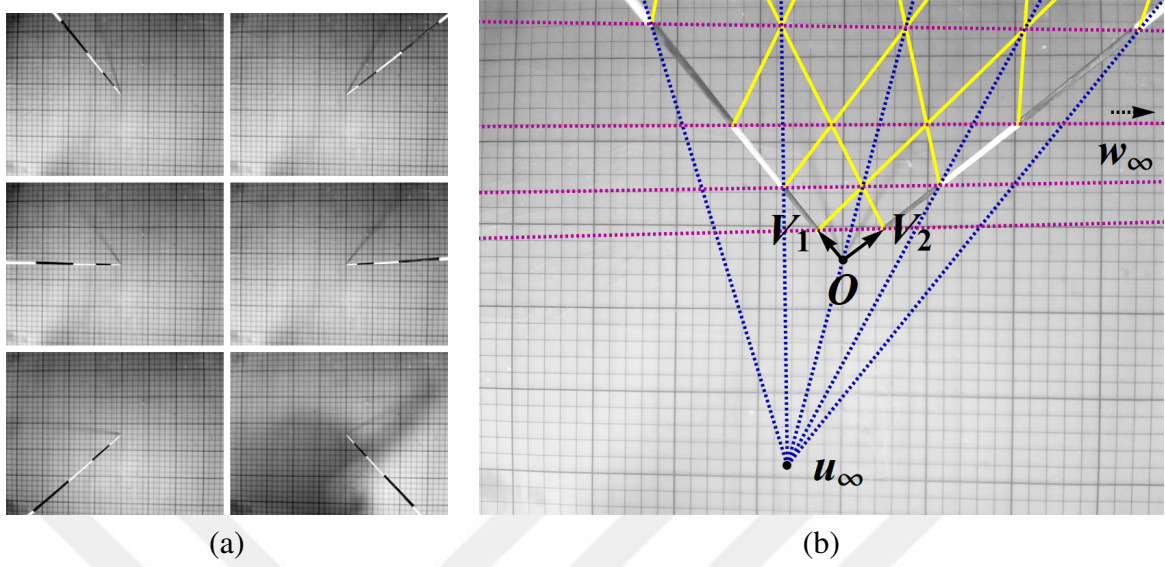
Kalibratör	Odak uzaklığı		Asal nokta		yansıtım hatası
	yatay	dikey	yatay	dikey	
1 metrekare	0.55	0.66	0.63	1.09	2.02
A4 kağıt	2.47	1.55	0.24	1.19	3.87

3.5. Perspektif Temelli Diğer Kalibrasyon Yöntemleri

3.5.1. 1B Kalibrasyon

Bölüm 3.2.’de tanıtılan 2B kalibrasyon, düzlemsel bir kalibratörün farklı yönelimlerde birden çok görüntüsünün alınması temeline dayanmakta idi. Böylelikle düzlemsel ancak hareketli bir yapı yardımıyla uzay taranabiliyor, gerçek uzayla görüntü düzlemi arasındaki perspektif projeksiyonu modellenenbiliyordu. Benzer biçimde 1B kalibrasyonda doğrusal bir yapı, sabit bir nokta etrafında döndürülerek bir düzlemi tarayabilir. İşaretili bir çubuğun çoklu görüntüleri dama tahtasıyla eşdeğer bir işlev görebilir. Çubuğun döndürüldüğü düzlemlerin de sayısı artırılarak kalibrasyona olanak tanıyan bir veri elde edilebilir. 2B kalibratör üzerindeki noktalara koordinat atamaya olanak veren dama deseni gibi 1B kalibratör üzerinde de Şekil 3.12’de görüldüğü gibi oranları bilinen ölçek çizgileri bulunmalıdır.

Böyle bir ölçekli kalibratör çubuğunun (*wand*) bir ucu sabit kalacak biçimde iki farklı açıda kaydedilen görüntüleri üst üste getirilmiş olarak Şekil 3.12b’de gösterilmiştir. Çubuğun sabit ucu orijin olarak kabul edilebilir. Çubuğun V_1 ve V_2 doğrultusundaki iki farklı konumu bir düzlem oluşturacaktır. Çubuğun üzerindeki ölçeklerin eşit ve birim uzunlukta olması koşuluyla çubuğun ilk konumunda $0, V_1, 2V_1, \dots$ noktaları, ikinci konumunda ise $0, V_2, 2V_2, \dots$ noktaları bulunur.



Şekil 3.12 1B kalibratör olarak ölçekli çubuk. a) Çubuğun bir ucu sabit kalacak biçimde çeşitli açılarda konumlandırılarak kaydedilen görüntüler kamera kalibrasyonu yapmaya olanak tanır. b) İki ayrı doğrultuda konumlandırılan kalibratör çubuk bir düzlem oluşturur. Bu düzlem 2B kalibratör gibi kullanılabilir ve kaçış noktaları hesaplanabilir.

Birim uzunluktaki $|V_1| = |V_2| = 1$ vektörlerinin yönleri rastgele olduğu için bilinmemektedir. Ancak aynı düzlem üzerindeki bu noktalara V_1 ve V_2 birim vektörleri üzerinden koordinat atanabilir. Böylece aynı noktalar $v_{n0} = [n \ 0]^T$ ve $v_{0m} = [0 \ m]^T$ biçiminde tanımlanabilir. Bu aşamada bu yeni koordinat sistemi ile tanımlanan düzlemsel noktalar ile görüntü arasında bir perspektif dönüşümü kurulabilir. Birinci ve ikinci çubuğa ait p_{n0} ve p_{0m} görüntü noktaları ile v_{n0} ve v_{0m} gerçek düzlem noktaları arasındaki perspektif ilişkisi $\tilde{p}_{nm} \sim H\tilde{v}_{nm}$ biçiminde gösterilebilir. Aradaki H çarpıklık matrisi Eş. 35'te olduğu gibi kestirilebilir.

V_1 ve V_2 vektörlerince taranan düzlemin yine aynı vektörlerin koordinat sistemiyle haritalanması Şekil 3.12b'de sarı çizgilerde gösterilmiştir. İki vektör arasında rastgele bir açı olduğu için gerçek düzlem karelere değil eşkenar dörtgen biçimli baklavalara bölünmüş durumdadır. Şekil 3.12b'de bu sınırları gösteren sarı çizgiler V_1 ve V_2 vektörleri doğrultusundaki kaçış noktalarında kesişirler. Ancak rastsal yönlerde olan bu kaçış noktaları kalibrasyon için kullanılabilecek açısal bir bilgi taşımaz. Buna karşın düzlem üzerindeki eşkenar dörtgenlerin köşegenleri her zaman birbirine diktir. Bu durumda bu köşegen

doğrultusundaki kaçış noktaları da dik doğrultulara işaret edecektir. Eş. 25'ten yola çıkarak $\mathbf{U} = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2$ ve $\mathbf{W} = \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2$ yönündeki kaçış noktaları $\tilde{\mathbf{u}}_\infty \sim \mathbf{H}[1 \ 1 \ 0]^T$ ve $\tilde{\mathbf{w}}_\infty \sim \mathbf{H}[1 \ -1 \ 0]^T$ olarak hesaplanabilir.⁶

Köşegen doğrultusundaki bu kaçış noktaları Şekil 3.12b'de mavi ve mor doğruların kesişimi olarak da gösterilmiştir. İki çubuk görüntüsü yardımıyla üretilen bu dik kaçış noktaları üzerinden Bölüm 3.4.3.'te gösterilen kalibrasyon yöntemi uygulanabilir. Bu yöntem en az 3 düzleme gerek duyduğu için kullanılan ikili çubuk görüntülerinin sayısı çubuğun doğrultusu aynı düzlemde kalmayacak biçimde artırılabilir. Şekil 3.12a'da gösterildiği gibi kalibrasyon çubuğunun 6 farklı doğrultusundan ikili kombinasyonlarla elde edilebilecek $C_2^6=15$ düzlem ile 15 çift kaçış noktası hesaplanmış, bu noktalar üzerinden kamera parametreleri kestirilmiştir. Kestirilen kalibrasyon değerleri ile hata oranları Çizelge 3.5'te verilmiştir.

Çizelge 3.5 Kalibratör çubuk kullanarak elde edilen kalibrasyon değerleri ve hata oranları (%)

	Odak uzaklığı		Asal nokta	
	yatay	dikey	yatay	dikey
Kestirim	3614.13	3614.13	2351.18	1753.58
Hata oranı (%)	0.04	0.25	1.97	1.10

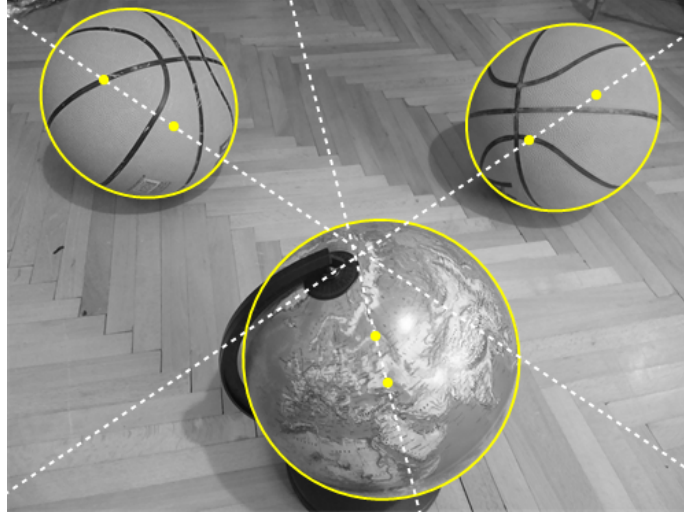
Daha önce 2B kalibrasyonu da geliştirmiş olan Zhang [17] tarafından önerilen 1B kalibrasyonda [39] araştırmacı yukarıda izlenen geometrik yaklaşım yerine cebirsel bir yol izlemiş, bu yolla MKG matrisine ilişkin kısıt denklemleri üretmiştir. Bu yolla 5 ayrı iç parametreyi de kestirmek olanaklıdır. Shi ve diğ. [40] çalışmalarında bu yöntemle kestirilen parametreleri iyileştirip yansıtım hatasını azaltmışlardır. Wu ve diğ. [41] ise yukarıda aktarılan geometrik yaklaşıma benzer bir kalibrasyon yöntemi önermiştir. 1B kalibratörün sabit bir nokta etrafında dönme koşulunu kaldırarak Qi ve diğ. [42] daha genel bir kalibrasyon yöntemi geliştirmiştir. Doğrusal kalibratörü balıkgözü kameralara da

⁶Hesaplanan dik kaçış noktaları üzerinden MKG matrisi için Zhang yönteminde verilen Eş. 37b'deki diklik kısıtı uygulanırsa Eş. 37d'deki birim vektör kısıtına ulaşılır.

uygulayan Fu ve diğ. [43] çoklu kamera düzeneklerinde kameraların iç ve dış parametrelerini kestirmekteler.

3.5.2. Kürelerle Kamera Kalibrasyonu

Bölüm 3.2.3., Bölüm 3.4.2. ve Bölüm 3.5.1.'de sırasıyla uzay, düzlem ya da doğru üzerinde bulunan noktalar üzerinden görüntüdeki perspektif projeksiyonunun parametreleri kestirilmiştir. Böyle nokta kümeleri kullanmak yerine sürekli bir yüzey olarak küreyi kullanan kalibrasyon yöntemlerine de değinmek gerekir. Küre yüzeyindeki bütün noktalarından küre dışındaki bir kamera merkezine ışınlar çekilecek olursa uzayda bir konik bölge taranmış olur. Bu konik bölge belli bir açıyla görüntü düzlemine kesildiğinde kürenin görüntüdeki yansıması olan bir konik kesit elde edilir. Uygulamada bu konik kesit bir elips olacaktır. Bunun tek istisnası kürenin merkezinin kameranın asal ekseninde olması durumudur ki bu durumda kesit bir çember biçimini alır.



Şekil 3.13 Perspektif projeksiyonu altında küreler elips olarak görüntü düzlemine yansır. Elipslerin asal eksenleri görüntünün asal noktasından geçer.

Küre görüntüleri kullanan ilk kamera kalibrasyon yöntemi Beardsley ve diğ. [44] tarafından önerilmiştir. Yöntem yukarıda değinilen elipslerin uzun eksenlerinin asal eksene doğru olması olgusuna dayanmaktadır. Küre merkezi asal eksen üzerindeyken bir çember olan

görüntü, bu merkez asal eksenenden uzaklaştıkça asal noktaya doğru sünerek eliptik bir biçim kazanır. Şekil 3.13'te görüldüğü gibi birden çok küre görüntüsü kullanarak bu elipslerin uzun eksenleri üzerindeki doğrular kesiştirilebilir ve asal nokta hesaplanabilir.

Kesiti görüntüdeki elipsi verebilecek uzaydaki olası tüm koni merkezleri elipse dik bir düzlemde var olan hiperbol üzerinde bulunmaktadır. Hiperbol görüntü düzlemini elipsin odaklarında kesmektedir. Elipsin uzun eksen üzerindeki tepe noktaları ise hiperbolün odaklarını verir. Hiperbolün teğetleri bu odakları gören açının açıortayı olduğu için⁷ koninin merkezi hiperbol üzerinde ilerledikçe elips bu merkezden hep bir çember olarak gözükcektir. Hiperbolün asimptot eğimini bulmak için koni merkezi sonsuza götürülür ve koni bir silindire dönüşür. Elipsin eksenleri arasındaki orandan silindirin ve dolayısıyla asimptotun eğimi bulunabilir. Böylece $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ elipsini bir çember olarak gören koni merkezleri $x^2/\varphi^2 - z^2/b^2 = 1$ hiperbolü olarak belirir. Burada $\varphi^2 = a^2 - b^2$ elipsin odak noktalarını belirtir. Bu hiperbolün görüntünün asal noktasında aldığı değer odak uzaklığını verecektir.

Yöntemi denemek için Şekil 3.13'te görüldüğü gibi küresel üç nesnenin görüntüsü kaydedilmiştir. Görüntüdeki kürelerin sınırları üzerine elipsler oturtulmuş ve yukarıda özetlenen işlem basamakları uygulanmıştır. Yöntem sonucunda hesaplanan kamera parametreleri ve hata oranları Çizelge 3.6'da verilmiştir.

Çizelge 3.6 Küreler kullanarak elde edilen kalibrasyon değerleri ve hata oranları (%)

	Odak uzaklığı		Asal nokta	
	yatay	dikey	yatay	dikey
Kestirim	3761.83	3761.83	2335.54	1733.99
Hata oranı (%)	3.59	3.49	1.58	0.63

Geometrik bir yol izleyen, bu nedenle yatay ve dikey odak uzaklıkları eşit varsayan ve algılayıcı eğikliğini yok sayan bu yönteme karşın Teramoto ve Xu [45] cebirsel bir yolla

⁷Hiperbolün yansıma kuralı

5 ayrı kamera iç parametresini kestirebilmişlerdir. Shen ve Hornsey [46] çoklu kamera düzenekleri için birden çok küreden oluşan bir kalibratör tasarlamışlardır. Su ve diğ. [47] düzlemsel bir yapı üzerine küreler yerleştirerek 2B kalibratör ve küreler kullanan yöntemleri kaynaştırmışlardır. Wong ve diğ. [48] ise küreler barındıran bir sahneyi iki farklı açıdan görüntüleyerek aradaki epipolar bağlantılardan yararlanarak bir kalibrasyon yöntemi önermişlerdir.

3.5.3. Derin Öğrenme ile Kamera Kalibrasyonu

Bölüm 3.4.2.'den anımsanacağı gibi Xianzhi [24] ile Zhang ve diğ. [25] dama tahtası görüntülerini derin öğrenmeyle işleyerek kamera parametrelerini kestiriyordu. Bunlar dışında derin öğrenme kullanan kimi kamera kalibrasyon yöntemlerine de değinmek gerekir. Hold-Geoffroy ve diğ. [49] tarafından yapılan çalışmada tek görüntü üzerinden görüş alanı, ufuk çizgisi gibi kamera parametrelerine bağlı özellikler kestirilmeye çalışılmıştır. Bogdan ve diğ. [50] ise 360 derecelik panoramik görüntülerden yararlanarak farklı kamera parametrelerine göre yapay olarak ürettikleri görüntülerle sinir ağını eğiterek ağa yüklenen görüntü üzerinden iç parametreleri kestirebilme yeteneği kazandırmıştır. Butt ve Taj [51] da yapay görüntülerle besledikleri ağı yansıtım hatası üzerinden eğitmişlerdir. Chen ve Little [52] ise eğittikleri sinir ağında spor görüntülerini spor sahasının sınır ve çizgi bilgileri ile harmanlayarak kameranın iç ve dış parametrelerini kestirmektedir.

3.6. Özkalibrasyon

Kamera kalibrasyonu yöntemlerinin sınıflandırıldığı Bölüm 3.1.'de yöntemlerin perspektif temelli kalibrasyon ve özkalibrasyon olarak iki temel sınıfa ayrıldığına değinilmişti. Yinelemek gerekirse kamera parametreleri kestirilirken perspektif temelli yöntemlerde gerçek uzay ile görüntü düzlemi arasındaki yansıtım ilişkisi kullanılırken özkalibrasyonda görüntüler arası eşlenik noktaların karşılıklı ilişkileri bir ipucu işlevi görmektedir. Özkalibrasyon yaklaşımı görüntüler arası ilişkiye odaklanması nedeniyle perspektif temelli yöntemlerin aksine görüntülenen nesneye ilişkin özel bir bilgiye gereksinim duymaz.

Bölüm 3.6.1.'de aktarılabacak özkalibrasyon yöntemi sonsuzdaki noktaları kullanmasıyla en basit yaklaşımı içermektedir. Yaklaşımın sonlu uzaklıkta noktalara genellenmesi ise Bölüm 3.6.3.'te anlatılacaktır.

3.6.1. Sonsuz Homografi

Anımsanacağı üzere Bölüm 2.2.4.'te iki kamera görüntüsü arasındaki ilişkiyi açıklayan epipolar geometri özetlenmişti. Eş. 17'deki örtük denklemde görüleceği gibi aynı gerçek dünya noktasına karşılık gelen görüntülerdeki eşlenik noktalar arasındaki ilişki birebir değildir. Bunun temel nedeni ise Eş. 13'te gösterilen gerçek dünyayı görüntü düzlemine haritalayan perspektif projeksiyonunun birebir olmayışıdır. Bununla birlikte gerçek dünya Bölüm 3.4.1.'de gösterilen biçimde bir düzlemle sınırlanırsa, gerçek düzlemi görüntü düzlemine taşıyan perspektif dönüşümü birebir olmaktadır. Aynı gerçek düzlemi gören iki kamera için Eş. 32c'den yola çıkarak Eş. 41a ve b'de gösterilen denklemler yazılabilir. Bu durumda $\mathbf{p}$ ve $\mathbf{p}'$ eşlenik noktaları aynı düzlem üzerinden ($\mathbf{w}$ noktası) alınmak koşuluyla Eş. 41c'de gösterilen eşlenik noktalar arası birebir ilişkiye ulaşılabilir. Aynı düzlemi gören iki kamera arasında kurulabilen bu ilişkiye **homografi** adı verilir.

$$\tilde{\mathbf{p}} \sim \mathbf{H}\tilde{\mathbf{w}} \quad (41a)$$

$$\tilde{\mathbf{p}}' \sim \mathbf{H}'\tilde{\mathbf{w}} \quad (41b)$$

$$\tilde{\mathbf{p}}' \sim \underbrace{\mathbf{H}'\mathbf{H}^{-1}}_{\mathbf{H}_D} \tilde{\mathbf{p}} \quad (41c)$$

İki kamera arasında Eş. 41c'de tanımlanan $\mathbf{H}_D \sim \mathbf{H}'\mathbf{H}^{-1}$ homografi matrisi homografinin kurulduğu gerçek dünyadaki $\mathcal{D}$ düzlemine bağlı olup iki kamera arasında genel bir özellik taşımaz. Ancak anımsanacağı üzere Eş. 26'da gösterildiği gibi sonsuzdaki noktalar ile görüntü noktaları arasında birebir bir ilişki tanımlanabilir. Bu ilişkinin temelde bir perspektif dönüşümü olduğu görülebilir. Bu durumda iki kamera arasında sonlu uzaklıkta bir düzlem üzerinden homografi kurulabildiği gibi sonsuzdaki noktalar yardımıyla da **sonsuz homografi** kurulabilir. Bunun için Eş. 41a ve b'de gösterilen perspektif dönüşümü yerine Eş. 42a ve b'de

gösterildiği gibi $\mathbf{V}$ vektörü yönündeki sonsuzdaki nokta, görüntülerde $\mathbf{p}$ ve $\mathbf{p}'$ noktalarına yansıtılır. Burada kolaylık olması için gerçek dünya koordinatları için ilk kameranın koordinatları tercih edilmiştir ($\mathbf{R}_1 = \mathbf{I}$, $\mathbf{R}_2 = \mathbf{R}$). Böylece Eş. 42c'de görülen sonsuz homografi denkleminde ulaşılır.

$$\tilde{\mathbf{p}} \sim \mathbf{K}\mathbf{I}\mathbf{V} \quad (42a)$$

$$\tilde{\mathbf{p}}' \sim \mathbf{K}'\mathbf{R}\mathbf{V} \quad (42b)$$

$$\tilde{\mathbf{p}}' \sim \underbrace{\mathbf{K}'\mathbf{R}\mathbf{K}^{-1}}_{\mathbf{H}_\infty} \tilde{\mathbf{p}} \quad (42c)$$

Burada iki kamera arasındaki sonsuz homografi matrisi $\mathbf{H}_\infty \sim \mathbf{K}'\mathbf{R}\mathbf{K}^{-1}$ olup görüldüğü gibi sadece iki kameranın iç parametrelerine ve iki kamera arasındaki $\mathbf{R}$ dönme matrisine bağlıdır. Eş. 43a'da gösterildiği gibi iki ayrı kamera yerine aynı kameradan ($\mathbf{K}' = \mathbf{K}$) farklı açılarda kaydedilmiş iki görüntü arasında da aynı ilişki kurulabilir. İşlem basamakları izlenerek birimcil $\mathbf{R}$ dönme matrisi denklemden çıkarılabilir. Böylece Eş. 43e'de gösterdiği gibi simetrik $\boldsymbol{\omega}^{-1} = \mathbf{K}\mathbf{K}^T$ ters MKG matrisi için geçerli olan **sonsuz homografi kısıtına** ulaşılır.

$$\mathbf{H}_\infty \sim \mathbf{K}\mathbf{R}\mathbf{K}^{-1} \quad (43a)$$

$$\mathbf{H}_\infty \mathbf{K} \sim \mathbf{K}\mathbf{R} \quad (43b)$$

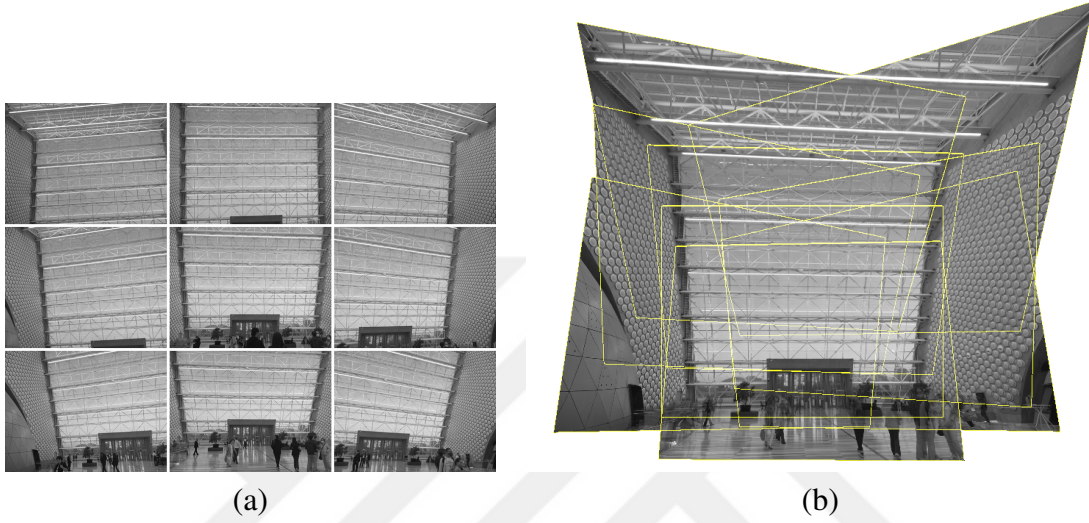
$$(\mathbf{H}_\infty \mathbf{K})(\mathbf{H}_\infty \mathbf{K})^T \sim (\mathbf{K}\mathbf{R})(\mathbf{K}\mathbf{R})^T \quad (43c)$$

$$\mathbf{H}_\infty \mathbf{K}\mathbf{K}^T \mathbf{H}_\infty^T \sim \mathbf{K}\mathbf{K}^T \quad (43d)$$

$$\mathbf{H}_\infty \boldsymbol{\omega}^{-1} \mathbf{H}_\infty^T \sim \boldsymbol{\omega}^{-1} \quad (43e)$$

Kameranın konumu oynatılmadan kabaca optik merkezi etrafında çevrilerek yeterince uzakta bulunan noktalar görüntülenirse görüntüler arasında sonsuz homografi kurulabilir. Bu durumda iki ayrı görüntüdeki sonsuz uzakta olduğu kabul edilen eşlenik noktalar üzerinden Eş. 34 ve Eş. 35'te gösterildiği gibi $\mathbf{H}_\infty$ sonsuz homografi matrisi kestirilebilir.

Eş. 43e’de verilen sonsuz homografi kısıtı 5 değişkeni olan simetrik MKG matrisinin tersine ilişkin 1 adet doğrusal denklem üretir. Bu durumda en az 5 görüntü çifti arasında kurulacak sonsuz homografi ile MKG matrisinin tersi hesaplanabilir. Buradan *Cholesky* ayrıştırma yöntemiyle kamera matrisine, bir başka deyişle kamera iç parametrelerine ulaşılır.



Şekil 3.14 Yeterince uzakta bir sahneden farklı açılarda alınan görüntüler (a) uygun perspektif dönüşümleri ile tek bir panorama (b) oluşturacak biçime birleştirilebilir. Bu işlem için hesaplanan olan çarpıtma matrisleri üzerinden özkalibrasyon yapmak olanaklıdır.

Sonsuz homografi kurulmasına olanak verecek ölçüde uzakta bir sahneden çekilmiş görüntüler Şekil 3.14a’da gösterilmiştir. Kamera el verdiğince ötelenmeden kendi merkezi etrafında döndürülerek aynı sahneden 9 görüntü kaydedilmiştir. Bu görüntüler arasında eşlenik noktalar yardımıyla homografi matrisleri hesaplanmıştır. Homografi matrisleri üzerinden görüntüleri ortak bir perspektif düzlemine yansıtarak Şekil 3.14b’de görüldüğü gibi tek bir panoramada birleştirmek olanaklıdır. Homografi matrisleri ile belirlenen Eş. 43e’deki sonsuz homografi kısıtları ile MKG matrisi kestirilmiştir. Buradan hesaplanan iç parametre değerleri ile gerçekleşen özkalibrasyonun hata oranları Çizelge 3.7’de görülebilir.

Hartley [53] tarafından tanıtılan bu özkalibrasyon yöntemi sonsuzda olduğu varsayılan noktaları kullanmasıyla daha basit bir yolu izlemektedir [54, 55]. Özkalibrasyon yaklaşımının sonlu uzaklıkta noktalar için genellenmesi Bölüm 3.6.3.’te aktarılacaktır.

Çizelge 3.7 Sonsuz homografi kısıtları üzerinden gerçekleştirilen özkalibrasyon değerleri ve 3B kalibrasyona göre hata oranları (%)

	Odak uzaklığı		Asal nokta	
	yatay	dikey	yatay	dikey
Kestirim	3624.41	3599.02	2314.28	1768.87
Hata oranı (%)	0.33	0.17	0.37	1.98

3.6.2. Temel Matrisin Kestirimi

Bölüm 2.2.4.'te özetlenen epipolar geometri aynı sahneyi farklı konum ve açılarda gören iki kamera görüntüsü arasındaki ilişkiyi modeller. Görüntülerdeki aynı gerçek dünya noktasına karşılık gelen görüntü noktaları (eşlenik noktalar) arasında birebir olmayan örtük bir ilişki söz konusudur. Eş. 17'de gösterilen $\mathbf{p}$ ve $\mathbf{p}'$ eşlenik noktaları arasındaki bu örtük ilişki $\mathbf{F}$ temel matrisi üzerinden sağlanır. Bu matrisi yeterli sayıda ve çeşitlilikte eşlenik nokta çifti ile kestirmek olanaklıdır. Eş. 17'den yola çıkarak tek bir eşlenik nokta çifti için Eş. 44'te gösterildiği gibi temel matrisin elemanları cinsinden doğrusal bir denklem üretilebilir.

$$p_1 p'_1 F_{11} + p_1 p'_2 F_{12} + p_1 F_{13} + p_2 p'_1 F_{21} + p_2 p'_2 F_{22} + p_2 F_{23} + p'_1 F_{31} + p'_2 F_{32} + F_{33} = \mathbf{c}^T \mathbf{f} = 0 \quad (44)$$

Burada $\mathbf{f} = [F_{11} \ F_{12} \ \dots \ F_{33}]^T$ temel matrisin elemanlarını taşıyan vektördür. Doğrusal ya da düzlemsel olmayan birden çok eşlenik nokta kullanarak Eş. 44'teki skaler çarpım yerine Eş. 45'de gösterilen matris çarpımı yazılabilir.

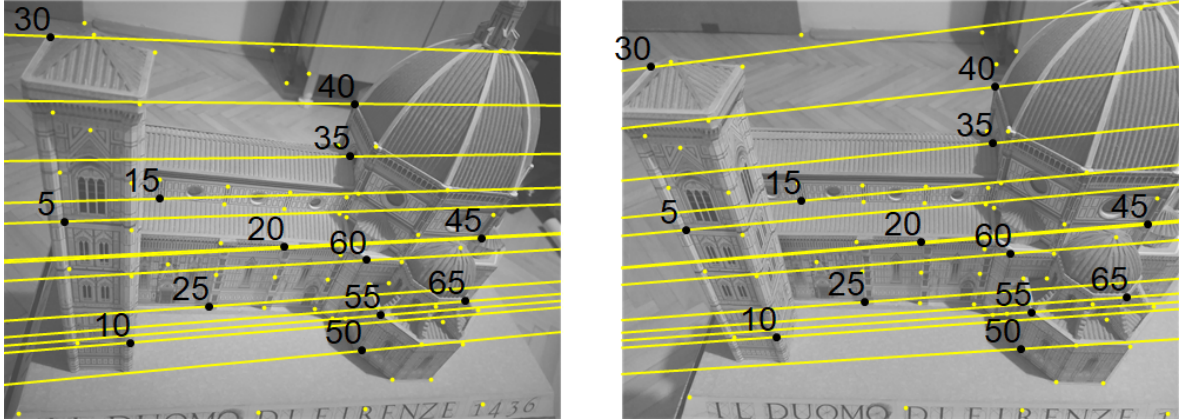
$$\begin{bmatrix} \mathbf{c}_1 & \mathbf{c}_2 & \dots \end{bmatrix}^T \mathbf{f} = \mathbf{C} \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (45)$$

Denklem homojen olduğu için aranan 9 boyutlu $\mathbf{f}$ vektörünün ölçeği bir önem taşımaz. Bu nedenle de geriye kalan 8 boyutu kestirmek için Eş. 44'te gösterilen en az 8 denkleme, bunun içinse en az 8 eşlenik noktaya gerek duyulur. Daha fazla nokta için aşırı belirlenmiş olan

sıfırdan farklı $\mathbf{f}$ vektörü Eş. 45 üzerinden tanımlanacak $E^2 = (\mathbf{C}\mathbf{f})^T(\mathbf{C}\mathbf{f}) = \mathbf{f}^T(\mathbf{C}^T\mathbf{C})\mathbf{f}$ hatasını en az yapacak biçimde kestirilebilir. $|\mathbf{f}| = 1$ koşulu altında EKK yöntemiyle $\mathbf{f}$ vektörünün kestirimi $\mathbf{C}^T\mathbf{C}$ matrisinin en küçük özdeğerine karşılık gelen özvektör olarak bulunur.

Temel matris Bölüm 2.2.4.'te belirtildiği gibi tekil bir matristir. Bu da kestirilen matris için ayrı bir kısıt anlamına gelmektedir. Temel matrisi tekil duruma getirmek içinse matrise $\mathbf{F} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T$ biçiminde tekil değer ayrıştırması uygulanır. Tekil değerleri taşıyan $\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ köşegen matrisinin sıfıra yakın çıkması beklenen en küçük $\sigma_3 \approx 0$ tekil değeri sıfırla değiştirilerek elde edilecek yeni $\mathbf{\Sigma}' = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, 0)$ matrisi ile tekil temel matris $\mathbf{F}' = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}'\mathbf{V}^T$ biçiminde yeniden hesaplanır.

Bu durumda epipol noktaları Eş. 19'dan yola çıkılarak hesaplanabilir. Yeni $\mathbf{F}'$ temel matrisinin $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1 \ \mathbf{u}_2 \ \mathbf{u}_3]$ sol tekil vektörleri içinde $\sigma'_3 = 0$ tekil değerine karşılık gelen $\mathbf{u}_3$ tekil vektörü ilk kameranın $\tilde{\mathbf{e}} \sim \mathbf{u}_3$ epipol noktasına karşılık gelir. Benzer biçimde $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2 \ \mathbf{v}_3]$ sol tekil vektörleri içinde yine $\sigma'_3 = 0$ tekil değerine karşılık gelen $\mathbf{v}_3$ tekil vektörü ikinci kameranın $\tilde{\mathbf{e}}' \sim \mathbf{v}_3$ epipol noktasına karşılık gelir.



Şekil 3.15 Aynı sahnenin iki farklı açıdan çekilmiş görüntüleri arasında bir epipolar geometri kurulabilir. Görüntülerde aynı noktaya işaret eden eşlenik noktalar üzerinden kameralar arasındaki temel matris kestirilebilir.

Şekil 3.15'te görüldüğü gibi aynı sahnenin iki farklı açıdan çekilmiş görüntülerinde sarı renkle işaretlenmiş $\mathbf{p}_n$ ve $\mathbf{p}'_n$ eşlenik noktalar üzerinden Eş. 45 yardımıyla $\mathbf{F}$ temel matrisi kestirilebilir. Arada kurulan epipolar geometri uyarınca ilk görüntüdeki her $\mathbf{p}_n$ noktası ikinci

görüntüde sarı renkle gösterilen ve y noktalarından oluşan bir $\tilde{\mathbf{p}}_n^T \mathbf{F} \tilde{\mathbf{y}} = 0$ epipolar doğrusunu belirler. Epipolar doğrular beklendiği üzere $\mathbf{p}'_n$ eşlenik noktaları üzerinden geçerler ve e' epipolünde kesişirler. Benzer biçimde ikinci görüntüdeki $\mathbf{p}'_n$ noktaları ile ilk görüntü üzerinde epipolar doğrular çizilebilir. Bu doğrular da e epipolünde kesişirler

3.6.3. Kruppa Denklemleri

Bölüm 3.6.1.'de aynı kamerayla kaydedilen görüntülerdeki sonsuzda uzanan eşlenik noktalar üzerinden görüntüler arasında sonsuz homografiler kuruluyor, buradan da kamera parametrelerine ilişkin kestirim yapmaya olanak veren belirli kısıtlar üretiliyordu. Benzer biçimde sonlu uzakta bulunan eşlenik noktalar da bu amaçla kullanılabilir.

Görüntülerdeki eşlenik noktalar üzerinden temel matrisler kestirilerek kameralar⁸ arasındaki epipolar geometri Eş. 46a'da gösterildiği gibi kurulmuş olur. Burada Bölüm 2.2.4.'ten anımsanacağı gibi $\mathbf{F} \sim \mathbf{K}^{-T}[\mathbf{t}]_{\times} \mathbf{R} \mathbf{K}^{-1}$ temel matrisinin açılımında $\mathbf{R}$ dönme matrisi farklı yönlere bakan kameralar arasındaki dönme dönüşümünü tanımlar. Kameraları aynı yöne doğrultmak için Bölüm 3.6.1.'de aktarılan $\mathbf{H}_{\infty} \sim \mathbf{K} \mathbf{R} \mathbf{K}^{-1}$ sonsuz homografi matrisinden yararlanılabilir. Böylece ilk kameradaki $\mathbf{p}'$ noktası $\mathbf{p}'' \sim \mathbf{H}_{\infty} \mathbf{p}'$ noktasına doğrultulur. Doğrultulmuş $\mathbf{p}''$ noktası ile birinci kameradaki $\mathbf{p}$ noktası arasındaki epipolar geometri Eş. 46b'de gösterildiği gibidir. Burada doğrultulmuş ikili kamera düzeneğinin yeni temel matrisi $\mathbf{F}' \sim \mathbf{F} \mathbf{H}_{\infty}^{-1}$ olarak belirir.

$$\tilde{\mathbf{p}}^T \underbrace{\mathbf{K}^{-T}[\mathbf{t}]_{\times} \mathbf{R} \mathbf{K}^{-1}}_{\mathbf{F}} \tilde{\mathbf{p}}' = 0 \quad (46a)$$

$$\tilde{\mathbf{p}}^T \underbrace{\mathbf{K}^{-T}[\mathbf{t}]_{\times} \mathbf{K}^{-1}}_{\mathbf{F}' \sim \mathbf{F} \mathbf{H}_{\infty}^{-1}} \tilde{\mathbf{p}}'' = 0 \quad (46b)$$

Eş. 46b'deki matris çarpımında yer alan $[\mathbf{t}]_{\times}$ matrisi Bölüm 2.2.4.'te tanımlandığı üzere $\mathbf{t}$ ana hat vektörü ile vektörel çarpıma eşdeğer bir matrise karşılık gelmektedir. Böylece

⁸Uygulamada aynı kamera kullanılsa da görüntüler farklı konum ve doğrultularda (dış parametrelerde) çekildiği için her projeksiyon ayrı bir kamera olarak adlandırılacaktır.

$\mathbf{t}$, $\mathbf{K}^{-1}\tilde{\mathbf{p}}$ ve $\mathbf{K}^{-1}\tilde{\mathbf{p}}''$ vektörleri Eş. 47a'da gösterildiği gibi üçlü çarpıma sokulmuş olur. Aynı çarpım değeri Eş. 47b'de gösterildiği gibi sütunları bu 3 vektörden oluşan bir matrisin determinanı biçiminde de tanımlanabilir.

$$\tilde{\mathbf{p}}^T \underbrace{\mathbf{K}^{-T}[\mathbf{t}]_{\times} \mathbf{K}^{-1}}_{\mathbf{F}'} \tilde{\mathbf{p}}'' = (\mathbf{K}^{-1}\tilde{\mathbf{p}}) \cdot (\mathbf{t} \times (\mathbf{K}^{-1}\tilde{\mathbf{p}}'')) = 0 \quad (47a)$$

$$\left| \begin{bmatrix} \mathbf{K}^{-1}\tilde{\mathbf{p}} & \mathbf{t} & \mathbf{K}^{-1}\tilde{\mathbf{p}}'' \end{bmatrix} \right| = \left| \mathbf{K}^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{p}} & \mathbf{K}\mathbf{t} & \tilde{\mathbf{p}}'' \end{bmatrix} \right| = 0 \quad (47b)$$

$$\left| \mathbf{K}^{-1} \right| \cdot \left| \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{p}} & \underbrace{\mathbf{K}\mathbf{t}}_{\tilde{\mathbf{e}}} & \tilde{\mathbf{p}}'' \end{bmatrix} \right| = 0 \quad (47c)$$

$$\left| \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{p}} & \tilde{\mathbf{e}} & \tilde{\mathbf{p}}'' \end{bmatrix} \right| = \tilde{\mathbf{p}} \cdot (\tilde{\mathbf{e}} \times \tilde{\mathbf{p}}'') = 0 \quad (47d)$$

$$\tilde{\mathbf{p}} \underbrace{[\tilde{\mathbf{e}}]_{\times}}_{\mathbf{F}'} \tilde{\mathbf{p}}'' = 0 \quad (47e)$$

Eş. 47b'de verilen determinantın ortak $|\mathbf{K}^{-1}| \neq 0$ çarpanı ile sadeleşmesi sonucunda Eş. 47c'de determinanı sıfıra eşitlenen matrisin sütunlarının $\tilde{\mathbf{p}}$ ve $\tilde{\mathbf{p}}''$ görüntü noktaları ile $\mathbf{K}\mathbf{t}$ vektörü olduğu görülür. Eş. 18a uyarınca $\tilde{\mathbf{e}} \sim \mathbf{K}\mathbf{t}$ vektörü $\mathbf{t}$ ana hat vektörünün yani diğer kamera merkezinin görüntüdeki yansıması olan $\mathbf{e}$ epipol noktasına karşılık gelir. Böylece Eş. 47d'de gösterildiği gibi determinant yeniden üçlü çarpıma, oradan da $\tilde{\mathbf{e}}$ vektörü ile vektörel çarpıma karşılık gelen $[\tilde{\mathbf{e}}]_{\times}$ matrisi ile gösterilen Eş. 47e'deki gösterime ulaşılır. Böylece doğrultulmuş ikili kamera düzeneği için Eş. 46b'de tanımlanan temel matrisin $\mathbf{F}' \sim [\tilde{\mathbf{e}}]_{\times}$ olduğu görülür.

Başlangıçtaki farklı yönlere bakan kamera düzeneğinin $\mathbf{F} \sim \mathbf{F}'\mathbf{H}_{\infty}$ temel matrisi, doğrultulmuş kamera düzeneğinin Eş. 47e'de ulaşılan $\mathbf{F}' \sim [\tilde{\mathbf{e}}]_{\times}$ temel matrisi ile doğrultma işlemini sağlayan $\mathbf{H}_{\infty}$ sonsuz homografi matrisi üzerinden Eş. 48a'da olduğu gibi gösterilebilir. Bölüm 3.6.1.'de aktarılan $\mathbf{H}_{\infty}\boldsymbol{\omega}^{-1}\mathbf{H}_{\infty}^T \sim \boldsymbol{\omega}^{-1}$ sonsuz homografi kısıtı buraya uygulanırsa bilinmeyen $\mathbf{H}_{\infty}$ sonsuz homografi matrisinden kurtularak $\boldsymbol{\omega}$ MKG matrisine

ilişkin Eş. 48c’de verilen *Kruppa* denkleminde ulaşılır.

$$\mathbf{F} \sim [\tilde{\mathbf{e}}]_{\times} \mathbf{H}_{\infty} \quad (48a)$$

$$\mathbf{F} \boldsymbol{\omega}^{-1} \mathbf{F}^T \sim [\tilde{\mathbf{e}}]_{\times} \mathbf{H}_{\infty} \boldsymbol{\omega}^{-1} \mathbf{H}_{\infty}^T [\tilde{\mathbf{e}}]_{\times}^T \quad (48b)$$

$$\mathbf{F} \boldsymbol{\omega}^{-1} \mathbf{F}^T \sim [\tilde{\mathbf{e}}]_{\times} \boldsymbol{\omega}^{-1} [\tilde{\mathbf{e}}]_{\times}^T \quad (48c)$$

Bölüm 3.6.2.’de aktarıldığı gibi $\mathbf{e}$ epipolü, tekil değer ayrıştırması uygulanan $\mathbf{F} = \mathbf{U} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{V}^T$ temel matrisinin sıfır olan $\sigma_3 = 0$ tekil değerine karşılık gelen $\mathbf{u}_3 \sim \tilde{\mathbf{e}}$ sol tekil vektörüne denktir. Ayrıştırma Eş. 48c’deki denkleğe uygulanabilir ve Eş. 49a’daki gösterime ulaşılır. Birimcil $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1 \ \mathbf{u}_2 \ \mathbf{u}_3]$ matrisinin birbirine dik sütun vektörleri Eş. 49b’de gösterildiği gibi denkleğin soluna atılırsa $[u_3]_{\times}^T \mathbf{U} = [\mathbf{u}_1 \times \mathbf{u}_3 \ \mathbf{u}_2 \times \mathbf{u}_3 \ \mathbf{u}_3 \times \mathbf{u}_3] = [-\mathbf{u}_2 \ \mathbf{u}_1 \ 0]$ olduğu için Eş. 49d’ye ulaşılır.

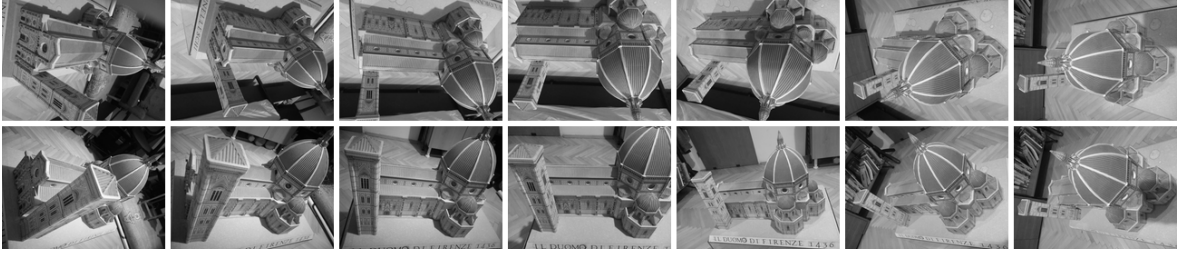
$$\mathbf{U} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{V}^T \boldsymbol{\omega}^{-1} \mathbf{V} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{U}^T \sim [u_3]_{\times} \boldsymbol{\omega}^{-1} [u_3]_{\times}^T \quad (49a)$$

$$\boldsymbol{\Sigma} \mathbf{V}^T \boldsymbol{\omega}^{-1} \mathbf{V} \boldsymbol{\Sigma} \sim \mathbf{U}^T [u_3]_{\times} \boldsymbol{\omega}^{-1} [u_3]_{\times}^T \mathbf{U} \quad (49b)$$

$$[\sigma_1 \mathbf{v}_1 \ \sigma_2 \mathbf{v}_2 \ 0]^T \boldsymbol{\omega}^{-1} [\sigma_1 \mathbf{v}_1 \ \sigma_2 \mathbf{v}_2 \ 0] \sim [-\mathbf{u}_2 \ \mathbf{u}_1 \ 0]^T \boldsymbol{\omega}^{-1} [-\mathbf{u}_2 \ \mathbf{u}_1 \ 0] \quad (49c)$$

$$\begin{vmatrix} \sigma_1^2 \mathbf{v}_1^T \boldsymbol{\omega}^{-1} \mathbf{v}_1 \\ \sigma_1 \sigma_2 \mathbf{v}_1^T \boldsymbol{\omega}^{-1} \mathbf{v}_2 \\ \sigma_2^2 \mathbf{v}_2^T \boldsymbol{\omega}^{-1} \mathbf{v}_2 \end{vmatrix} \sim \begin{vmatrix} \mathbf{u}_2^T \boldsymbol{\omega}^{-1} \mathbf{u}_2 \\ -\mathbf{u}_1^T \boldsymbol{\omega}^{-1} \mathbf{u}_2 \\ \mathbf{u}_1^T \boldsymbol{\omega}^{-1} \mathbf{u}_1 \end{vmatrix} \quad (49d)$$

Böylece aynı kamerayla çeşitli açılardan çekilmiş görüntüler arasındaki eşlenik noktalar üzerinden kestirilen yeterli sayıda $\mathbf{F}_n$ temel matrisleri aracılığıyla $\boldsymbol{\omega}$ MKG matrisine ilişkin birden çok kısıt üretilebilir. Eş. 49d’deki homojen denklekten görülebildiği gibi her temel matristen iki oransal eşitlik üretilebilir. Bu kısıtlar üzerinden yapılacak kestirimle önce $\boldsymbol{\omega}^{-1} \sim \mathbf{K} \mathbf{K}^T$ simetrik matrisine oradan da Cholesky ayrıştırması ile kamera iç parametrelerine ulaşılır. Yapılan bu kestirimi iyileştirmek için demet düzeltmesi (*bundle adjustment*) adlı doğrusal olmayan bir işlemle geriyanıtım hatası en aza indirilir [8, 10, 56].



Şekil 3.16 Özkaliibrasyon gerçekleştirmek için 3B nesnenin farklı açılarda kaydedilen görüntüleri

Yukarıda aktarılan yöntemi denemek için Şekil 3.16’da görüldüğü gibi aynı 3B nesnenin etrafında kamerayı döndürerek farklı açılarda 14 görüntüsü kaydedilmiştir. Ardışık görüntüler arasında epipolar geometriler kurabilmek için ortalama 50 eşlenik nokta seçilmiş ve Eş. 45 yardımıyla temel matrisler kestirilmiştir. Ardından Eş. 49d’deki Kruppa denklemleri yardımıyla kamera parametreleri kestirilmiştir. Çizelge 3.8’de gerçekleştirilen özkaliibrasyonun kestirim hata oranları verilmiştir.

Çizelge 3.8 Kruppa denklemleri ile gerçekleştirilen özkaliibrasyon değerleri ve hata oranları (%)

	Odak uzaklığı		Asal nokta	
	<i>yatay</i>	<i>dikey</i>	<i>yatay</i>	<i>dikey</i>
Kestirim	4020.47	4020.47	2184.64	1941.99
Hata oranı (%)	10.71	10.60	4.98	11.28

4. ZİNCİR EĞRİSİ KULLANARAK KAMERA KALİBRASYONU

Kamera kalibrasyonunun temel kavramları 3. Bölümde aktarılmış, farklı sınıflara ait çeşitli yöntemlerden örnekler verilmişti. Bu bölümde ise tezin literatüre özgün bir katkısı olarak sunduğumuz, zincir eğrisi kullanan yeni bir kamera kalibrasyonu yöntemi [57] anlatılacaktır.⁹ Önerilen yöntem Bölüm 3.4.’te aktarılan 2B kalibrasyon yaklaşımına ait olmakla beraber Şekil 3.1’de bir arada gösterildiği diğer yöntemler [22, 26] gibi 1B yapıda bir kalibratöre dayanmaktadır. Çalışmaya kaynaklık etmiş yöntemler Bölüm 4.1.’de paylaşılabacaktır. Özgün bir kalibratör olarak önerilen zincir eğrisinin geometrik biçimi ve cebirsel tanımı Bölüm 4.2.’de incelenecektir. Bölüm 4.3.’te ise bu yapının düzlemsel bir kalibratör olarak kullanımı ile yapılan deneyler aktarılacak ve elde edilen sonuçlar tartışılacaktır.

4.1. Eğik Top Atışları ile Kalibrasyon

Örnekleri 3. Bölümde verilmiş olan kalibrasyon yöntemlerinde gerçek uzay ile görüntü düzlemi arasındaki ilişki belirli geometrik özelliklere sahip olan nesneler yardımıyla çözümlenmekte idi. Bu nesneler kalibratör adı altında bu amaç için üretilmiş olabildiği gibi ölçüleri ya da oranları önceden bilinen çevresel yapılar ya da gündelik nesnelerden de olabilmektedir. Bunların dışında kimi fiziksel olgular da kalibrasyon yapmaya elverişli bilgiler sunabilmektedir. Noktasal bir kütlenin eğik atışı ile yerçekimi altında izlediği yörünge de böyle bir fiziksel olgudur.

Bilindiği gibi belirli bir açıyla başlangıç hızı verilen bir noktasal kütle parabolik bir yörünge izleyerek düşüş gerçekleştirecektir. Kütlenin izleyeceği yörünge, $g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$ yerçekimi ivmesi, $[x_0 \ y_0]^T$ ve $[v_x \ v_y]^T$ ise hareketin başlangıç konum ve hızı olmak üzere Eş. 50’de

⁹Bu çalışmamız, *IEEE Sensors Journal* dergisinin 15 Mart 2022 tarihli sayısında “**Camera Calibration Using Catenary**” başlıklı bir makale olarak yayınlanmış olup EK 1’de sunulmuştur.

verilen kinematik denklemler ile belirlenir.

$$x''(t) = 0 \quad y''(t) = -g \quad (50a)$$

$$x(0) = x_0 \quad x'(0) = v_x \quad y(0) = y_0 \quad y'(0) = v_y \quad (50b)$$

$$x(t) = v_x t + x_0 \quad y(t) = -gt^2/2 + v_y t + y_0 \quad (50c)$$

4.1.1. Düzlemsel Bir Kalibratör Olarak Eğik Atış Hareketi

Eş. 50c'deki denklemlerden de görülebileceği gibi hareket bir düzlem üzerinde gerçekleşmektedir. Bu hareket düzlemini, Bölüm 3.4.'te değinilen düzlemsel bir kalibratör gibi kullanma fikri ile Chen ve diğ. [58] yeni bir kalibrasyon yöntemi önermişlerdir. Çalışmada noktasal kütle olarak küçük toplar kullanılırken bu topların hareketleri video görüntüleri olarak belirli bir saniyede kare (*fps*) ile kaydedilmektedir.

Araştırmacılar Eş. 50c'de gösterilen hareketi daha sade biçimde tanımlamak için topun en yüksek noktada olduğu $t = t_i$ anındaki konumunu düzlemin orijini kabul ederken dikey yönün eksenini aşağıya çevirmişlerdir. Böylece aynı parabolik yörünge Eş. 51'de gösterilen biçimde tanımlanabilir.

$$x(t - t_i) = v_x t \quad y(t - t_i) = gt^2/2 \quad (51)$$

Bu düzlemsel hareketin görüntü düzlemine yansıtılması için Eş. 32c'deki perspektif dönüşümü denkleminde yararlanılabilir ve Eş. 52a'da olduğu gibi gösterilebilir. Burada hareketin yatay hızı olan v_x bilinmemektedir. Bu değişken, $\mathbf{H}$ çarpıtma matrisinin içine atılarak yeni bir $\mathbf{H}'$ çarpıtma matrisi tanımlanabilir. Böylece Eş. 52b'de gösterilen ölçeklendirilmiş perspektif denklemine ulaşılır.

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \sim \mathbf{H} \begin{bmatrix} x(t-t_i) \\ y(t-t_i) \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 & \mathbf{h}_2 & \mathbf{h}_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}} \begin{bmatrix} v_x(t-t_i) \\ g(t-t_i)^2/2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (52a)$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \sim \underbrace{\begin{bmatrix} v_x \mathbf{h}_1 & \mathbf{h}_2 & \mathbf{h}_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}'} \begin{bmatrix} (t-t_i) \\ g(t-t_i)^2/2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (52b)$$

Topun hareketi boyunca alınan yeterli sayıda video karesinin ait olduğu t anlarından ve ilgili karedeki topun $[u \ v]^T$ görüntü koordinatlarından yola çıkarak Eş. 52b'deki $\mathbf{H}' = [\mathbf{h}'_1 \ \mathbf{h}'_2 \ \mathbf{h}'_3]$ çarpıtma matrisi kestirilebilir.¹⁰ Bölüm 3.4.2.'de aktarılan Zhang yönteminde olduğu gibi $\mathbf{H} = [\mathbf{h}'_1/v_x \ \mathbf{h}'_2 \ \mathbf{h}'_3]$ çarpıtma matrisini kalibrasyon amacıyla kullanmak için Eş. 53a'da olduğu gibi kameranın iç ve dış parametreleri cinsinden yazmak gerekecektir. Anımsatmak gerekirse dış parametrelerden olan $\mathbf{r}_1$ ve $\mathbf{r}_2$ vektörleri kameranın yönelimini tanımlayan dönme matrisinin sütunları olup $\boldsymbol{\tau}$ öteleme vektörüdür. Dönme matrisinin birimcil olması nedeniyle $\mathbf{r}_1$ ve $\mathbf{r}_2$ vektörleri birbirine diktir ve her biri birim uzunluktadırlar. Bu özelliklerden Zhang yönteminde Eş. 37b ve d'de verilen diklik ve birim vektör kısıtları türetilmiştir. Ancak burada v_x hız parametresi bilinmediğinden Eş. 53b ve c'de gösterildiği gibi $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{K}^{-T}\mathbf{K}^{-1}$ MKG matrisi için yalnızca diklik kısıtı yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{h}'_1/v_x & \mathbf{h}'_2 & \mathbf{h}'_3 \end{bmatrix} = s \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 & \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix} \quad (53a)$$

$$\mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_2 = (s^{-2}/v_x) \mathbf{h}'_1^T \underbrace{\mathbf{K}^{-T}\mathbf{K}^{-1}}_{\boldsymbol{\omega}} \mathbf{h}'_2 = 0 \quad (53b)$$

$$\mathbf{h}'_1^T \boldsymbol{\omega} \mathbf{h}'_2 = 0 \quad (53c)$$

Birden çok düzlemde top atışları gerçekleştirerek bu kısıtların sayısı artırılabilir ve böylelikle $\boldsymbol{\omega}$ MKG matrisi kestirilebilir. Buradan Bölüm 3.4.2.'de de aktarıldığı gibi Cholesky ayrışması ile kamera iç parametrelerine ulaşılır.

¹⁰Kestirim için EKK yöntemi uygulanması durumunda Bölüm 3.4.1.'deki Eş. 34 ve Eş. 35 kullanılabilir.

4.1.2. Kameralar Arası Sonsuz Homografi ile Kalibrasyon Aktarımı

Yine top atışlarına dayalı bir kalibrasyon yöntemi daha erken tarihli bir çalışmada Sturm ve Quan [59] tarafından geliştirilmiştir. Bu çalışmada araştırmacılar parabolik yörünge, görüntüde gerçekleşen perspektif dönüşümü altında bir konik kesite dönüşmesi özelliğinden yararlanmışlardır. Parabolik yörünge, hareket düzlemine aşağıdan bakan bir kamerada bir elips yayı olarak yansırken yukarıdan bakan bir kamerada hiperbol yayı olarak gözükcektir.

Bir konik kesit türü olarak parabol elipsle hiperbolun arasındaki sınırdaki sınırdaki yer alır. Düzlemin sonlu bir bölgede bir koniyi kesmesiyle elde edilen elips, kesen düzlemin açısı koninin üreteç doğrusuna yaklaştıkça uzayacaktır. Düzlem üreteç doğruya paralel olduğunda artık kesit eğri kapanmaz ve bir parabol ortaya çıkar. Bu aşamada parabolün, diğer ucu sonsuzda yer alan bir elips olduğu düşünülebilir. Kesim açısı büyümeye devam ettikçe kesen düzlem koninin karşı kanadını da kesmeye başlar ve böylelikle iki parçalı hiperbol eğrisi oluşur. Konik kesitler yalnızca dairesel bir koninin düzlemle kesişmesiyle oluşmazlar; eliptik, parabolik ve hiperbolik konilerin kesitleri de birer konik kesit oluşturur. Konik kesitlerin perspektif altında yine bir konik kesite dönüşmesi de bu nedenledir.

Parabolik yörünge kameradaki görüntüsü, kamera merkezinden geçerek yörüngeyi tarayan üreteç doğrusunun oluşturduğu parabolik koninin görüntü düzleminde kesilmesi ile oluşur. Bu konik yüzey parabolik yörüngeyi düşey doğrultuda sonsuza giden uçlarına doğru kapanır. Bu sebeple görüntü düzleminde oluşan konik kesit üzerinde de bu düşey yönü işaret eden sonsuzdaki noktaya karşılık gelen bir kaçış noktası bulunur. Ancak bu noktayı sürekli bir eğri üzerinde saptamak olanaklı değildir. Ancak kamerayı hareket ettirmeksizin farklı açılarda birden çok top atışı gerçekleştirilirse kaydedilen yörüngelerin görüntüdeki konik kesit biçimli yansıtımları aynı kaçış noktasında kesişeceklerdir. Böylece görüntüde düşey yöndeki kaçış noktası yakalanabilir. Konik kesitin bu noktadaki teğeti ise dikey hareket düzleminin görüntüdeki ufuk çizgisini verecektir.

Aynı eğik atış hareketlerini kaydeden iki kamera ile görüntülerde eşlenik birer kaçış noktası v_1 ve v_2 ile bu noktadan geçen en az iki eşlenik ufuk çizgisi λ_{11} , λ_{12} ve λ_{21} , λ_{22}

yakalanabilir. Bu eşlenik kaçış noktaları ve ufuk çizgileri Bölüm 3.3.4.'de aktarıldığı gibi kamera parametreleri $\mathbf{K}_1$, $\mathbf{K}_2$, $\mathbf{R}_1$ ve $\mathbf{R}_2$ cinsinden gösterilebilir. Kaçış noktalarının işaret ettiği düşey yön $\mathbf{V}$, ufuk çizgilerinin belirlediği düzlemlerin yatay normal vektörleri $\mathbf{Y}_1$ ve $\mathbf{Y}_2$ olmak üzere kamera matrisleri arasındaki ilişki Eş. 54'te gösterildiği gibi kurulabilir.

$$\mathbf{V} \sim \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{K}_1^{-1} \tilde{\mathbf{v}}_1 \sim \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{K}_2^{-1} \tilde{\mathbf{v}}_2 \quad (54a)$$

$$\mathbf{Y}_1 \sim \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{K}_1^T \boldsymbol{\lambda}_{11} \sim \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{K}_2^T \boldsymbol{\lambda}_{21} \quad (54b)$$

$$\mathbf{Y}_2 \sim \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{K}_1^T \boldsymbol{\lambda}_{12} \sim \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{K}_2^T \boldsymbol{\lambda}_{22} \quad (54c)$$

Bölüm 3.6.1.'dan anımsanacağı üzere sonsuz homografi matrisi $\mathbf{H}_\infty \sim \mathbf{K}_2 \mathbf{R}_2 \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{K}_1^{-1}$ üzerinden iki kamera görüntüsü arasında sonsuzdaki noktaları birbirine haritalamak olanaklıdır. Bu matris Eş. 54'teki kaçış noktaları ve ufuk çizgileri arasındaki ilişkiye yerleştirilecek olursa Eş. 55'deki denklemler elde edilir.

$$\tilde{\mathbf{v}}_2 \sim \mathbf{H}_\infty \tilde{\mathbf{v}}_1 \quad (55a)$$

$$\boldsymbol{\lambda}_{11} \sim \mathbf{H}_\infty^T \boldsymbol{\lambda}_{21} \quad (55b)$$

$$\boldsymbol{\lambda}_{12} \sim \mathbf{H}_\infty^T \boldsymbol{\lambda}_{22} \quad (55c)$$

İki görüntüden eşlenik birer kaçış noktası ve en az iki ufuk çizgisi üzerinden üretilecek Eş. 55'deki üç kısıt ile sonsuz homografi matrisi $\mathbf{H}_\infty$ kestirilebilir. Eş. 43e'de aynı kamera için yazılan sonsuz homografi kısıtını iki farklı kamera için tekrar yazmak gerekirse Eş. 56'ya ulaşılır.

$$\boldsymbol{\omega}_2^{-1} \sim \mathbf{H}_\infty \boldsymbol{\omega}_1^{-1} \mathbf{H}_\infty^T \quad (56)$$

Buradan, birinci kameranın kalibre edilmiş olması yani $\boldsymbol{\omega}_1 = \mathbf{K}_1^{-T} \mathbf{K}_1^{-1}$ MKG matrisinin bilinmesi koşuluyla ikinci kameranın da Eş. 56 üzerinden kalibre edilebileceği sonucu çıkar. Bu işlem sonsuz homografi üzerinden **kalibrasyon aktarımı** olarak adlandırılır. Bu kavrama 5. Bölümde ayrıca değinilecektir.

4.1.3. Yerçekimi ile Kalibrasyon Yapan Diğer Yöntemler

Eğik atış hareketi ile çoklu kamera kalibrasyonu gerçekleştiren bir başka yöntem ise Aykın [60] tarafından önerilmiştir. Video karelerince belirlenen kesikli bir zaman ekseninde eğik atış hareketi, hareketin bir önceki durumu cinsinden doğrusal biçimde belirlenebilir. Hareketin gözlemlendiği görüntülerde ise hareketin görüntüye yansıtımı hareketin o anki durumu ve kameraların iç ve dış parametrelerince doğrusal olmayan bir biçimde belirlenir. Çalışmada bu yapı genişletilmiş Kalman filtresi modeline yerleştirilmiş hareketin görüntülerdeki yansıması olan gözlem vektörü üzerinden hareketin bileşenlerini ve kameraların parametrelerini içeren durum vektörü kestirilmeye çalışılmıştır.

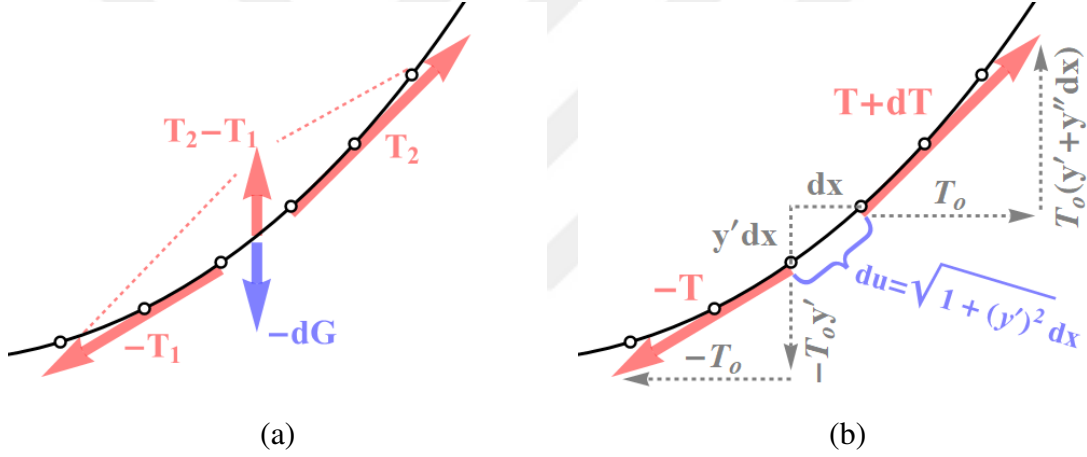
Eğik atış hareketi yerine doğrultusu yerçekimi ile belirlenen sabit bir çekül yardımıyla kalibrasyon yapmayı öneren Kong ve diğ. [61] burada anılabilir. Araştırmacılar düzlemsel konumları bilinen 5 noktadan çeküller sarkıtarak kamera görüntüsünde tek tek seçilebilir doğrular elde etmişlerdir. Görüntüdeki bu doğrular perspektif gereği dikey yöndeki kaçış noktasında kesişirler. Bu doğruları uygun bir çarpıtma matrisi aracılığı ile paralel yatay çizgilere dönüştürmek olanaklıdır. Bu durumda görüntüdeki yatay doğrular sadece tek bir dikey bileşenle tanımlanabilir. Böylece başlangıçta düzlem üzerinde 2B olan görüntü bir çizgi üzerindeki 1B görüntüye indirgenmiş olur. Burada çeküllerin doğruları düzlem üzerindeki noktalara dönüşür. 3B kalibrasyonda olduğu gibi konumları bilinen bu 5 nokta üzerinden 1B kameranın parametreleri kestirilebilir. Buradan geriye giderek başlangıçtaki 2B kameranın parametreleri bulunabilir. Görüntüdeki çeküller birbirini hiçbir zaman kapatmadığı için yöntem özellikle çoklu kamera düzenekleri için önerilmiştir.

4.2. Zincir Eğrisi

Sonsuz küçüklükte özdeş baklalardan oluşan iki ucu sabitlenmiş bir zincir sabit yerçekimi altında belirli bir geometrik eğrinin biçimini alacaktır. Bu eğriye **zincir eğrisi** (*catenary*) adı verilir [62]. Eğrinin cebirsel denklemi ilk kez, Jacob Bernolli'nin 1691'de ortaya attığı soruya Leibniz, Huygens ve Johann Bernolli'nin verdiği yanıtlarla ortaya konulmuştur [63].

4.2.1. Zincirin Durağan Dengesi

Zincir eğrisini cebirsel olarak tanımlayabilmek için sistemi çözümleyerek zincirin her bir baklasının nasıl durağan dengeye ulaştığını Şekil 4.1'de verilen serbest cisim diyagramı yardımıyla göstermek gerekecektir. Zincirin, sonsuz küçüklükte uç uca eklenmiş hareketli baklalardan oluştuğu düşünülebilir. Bu durumda zincirin her bir baklası üzerine, bağlı olduğu bir önceki ve bir sonraki baklalardan gelen gerilim kuvvetleri etkiyecektir. Bu kuvvetlerin bileşkesi dikey yönlü olup eğrinin artı işaretli eğriliğinden dolayı yukarı yönlüdür. Bu kuvveti aşağı yönlü dengeleyecek olansa baklanın ağırlığıdır. Bu kuvvetlerin birbirini sıfırlaması ile zincir dengeye varır ve zincir eğrisi biçimini alır.



Şekil 4.1 Bir zincirin sonsuz küçüklükte hareketli baklalardan oluştuğu kabul edilebilir. Zincir baklasının serbest cisim diyagramı çizildiğinde (a) her bir bakla üzerinde zincire teğet gerilim kuvvetleri arasındaki farkın (b) baklanın uzunluğu ile orantılı olan ağırlığını dengelediği görülür.

Zincirin baklaları üzerinde oluşan gerilim incelenirse gerilimin T_0 yatay bileşeninin zincir boyunca hep aynı kaldığı görülür. Zincire etkiyen başka bir yatay yönlü kuvvet olmadığı için bu yatay gerilim iki uçta baklaya zıt yönlerde etkiyerek sıfırlanır. Zincirin en alttaki $x = 0$ noktasında, eğrinin yatay eğimi nedeniyle gerilimin dikey bileşeni olmayacağından sadece $\mathbf{T}(0) = [T_0 \ 0]^T$ yatay gerilimi olarak gözlemlenir. Gerilimin dikey bileşeni ise baklaların ağırlığını taşıdığı için zincir boyunca değişim gösterir.

Gerilime ilişkin bir diğer gözlem ise Şekil 4.1a'da da görüldüğü gibi baklaya iki uca da etkiyen gerilim kuvvetlerinin zincir eğrisine teğet oluşudur. Zincirin $[x \ y]^T$ noktasındaki teğet eğimi y' olarak gösterilirse, yatay bileşeni T_0 olan teğetsel gerilim vektörünün $\mathbf{T}(x) = T_0[1 \ y']^T$ olması beklenir. Zincirin $(x, \ x + dx)$ aralığından alınan bir baklasına etkiyen zıt yönlü $-\mathbf{T}(x)$ ve $\mathbf{T}(x + dx)$ gerilim kuvvetlerinin net bileşkesi ise Şekil 4.1b'de gösterildiği gibi $d\mathbf{T}(x) = \mathbf{T}(x + dx) - \mathbf{T}(x) = T_0[0 \ y'']^T dx$ olarak belirir. Böylece gerilimin yukarı yönlü dikey bileşeni $dT_y = T_0 y'' dx$ olacaktır.

Zincirin özdeş baklalardan oluştuğu düşünülürse ağırlığının uzunlukla orantılı olması gerektiği görülür. Zincirin $(x, \ x + dx)$ aralığından alınan bir baklasının uzunluğu, Şekil 4.1b'de görüldüğü gibi $du = \sqrt{1 + (y')^2} dx$ olarak bulunur. Buradan da zincirin doğrusal özgül ağırlığı λ olmak üzere bakla ağırlığının $dG = \lambda \sqrt{1 + (y')^2} dx$ olduğu anlaşılır.

Sonsuz küçüklükteki zincir baklasının dG ağırlığı ile onu dengeleyen dT_y net dikey gerilim kuvveti bir denklemde eşitlenirse Eş. 57a'da verilen diferansiyel denkleme ulaşılır. Eş. 57b ve c'de gösterilen adımlar takip edildiğinde denklemin çözümünün Eş. 57d'de verilen hiperbolik kosinüs fonksiyonu olduğu görülür. Burada $a = T_0/\lambda$ sabiti eğrinin yayvanlığını belirlerken c_1 ve c_2 katsayıları sadece eğriyi yatay ve dikey olarak kaydıran önemsiz sabitlerdir ve $c_1 = c_2 = 0$ olarak alınabilir.

$$T_0 y'' = \lambda \sqrt{1 + (y')^2} \quad (57a)$$

$$\int \frac{y''}{\sqrt{1 + (y')^2}} dx = \int \underbrace{(\lambda/T_0)}_{1/a} dx \quad (57b)$$

$$\sinh^{-1} y' = x/a + c_1 \quad (57c)$$

$$y = a \cosh (x/a + c_1) + c_2 \quad (57d)$$

4.2.2. Zincir Eğrisinin Parametrik Gösterimi ve Ölçeği

Zincir eğrisini eğrinin uzunluğu cinsinden parametrik olarak göstermek de olanaklıdır. Bu amaçla $x_b = 0$ noktasından x_s 'ye kadar olan eğrinin u uzunluğu Eş. 58a'da verilen integralle

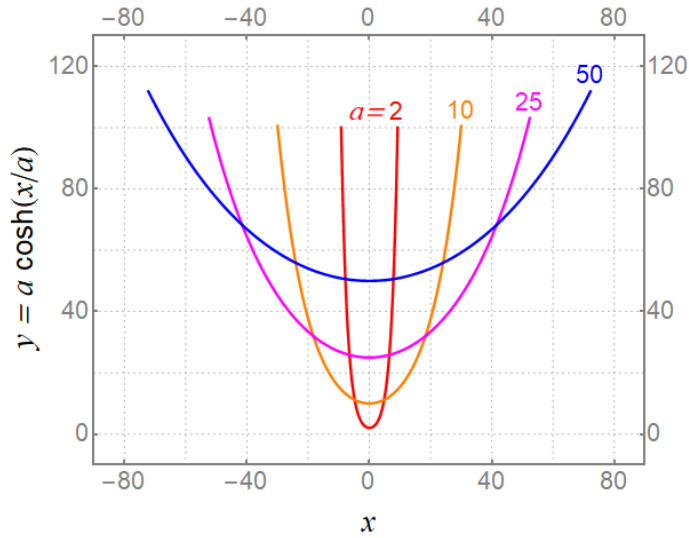
hesaplanabilir. Ardından eğrinin x ve y koordinatları Eş. 58b ve c'de verildiği gibi u uzunluğu cinsinden yazılabilir.

$$u = \int_{x_b=0}^{x_s} \sqrt{1 + (y')^2} dx = a \sinh(x_s/a) \quad (58a)$$

$$x(u) = a \sinh^{-1}(u/a) \quad (58b)$$

$$y(u) = a \sqrt{1 + (u/a)^2} \quad (58c)$$

Öteleme dışında eğrinin biçimini belirleyen tek değişken olan a parametresi, $y/a = \cosh(x/a)$ hiperbolik kosinüs eğrisinin ölçeği (*scale*) olarak düşünülebilir. a ölçek parametresi büyüdükçe eğri genişleyerek kısalır, küçüldükçe eğri daralarak uzar. Şekil 4.2'de farklı a parametreleri için zincir eğrileri gösterilmiştir. Çizdirilen aralıkta eğriler eşit uzunluktadır. Buradan da görüleceği üzere eğri uzunluğu sabit kalmak üzere uçları arasındaki açıklıkla a parametresi arasında birebir bir ilişki kurulabilir. Böylece zincirin uzunluğu ve uçları arasındaki açıklık gibi dışarıdan ölçülebilecek iki değer üzerinden eğriye ilişkin olan a parametresi hesaplanabilir.



Şekil 4.2 Farklı a ölçek parametreleri için zincir eğrileri

Uzunluğu 2ℓ olan $(-\ell \leq u \leq \ell)$ bir zincirin uçları aynı yatay hizada olmak koşuluyla $2w$ açıklığında $(-w \leq x \leq w)$ olsun. Eğrinin simetri eksenini $x = 0$ dikey doğrusu ile çakışık

olsun. Eş. 58b'deki parametrik ifadenin eğrinin ucundaki noktada da geçerli olması için a parametresi $u = \ell$ ve $x = w$ değerlerinde Eş. 59'da gösterilen koşulu sağlamalıdır. Bu koşulu sağlayan artı işaretli a değeri Newton yöntemi ile hesaplanabilir.

$$a \mid \sinh^{-1}(\ell/a) = w/a, \quad a > 0 \quad (59)$$

Görülebileceği gibi iki ucu sabitlenmiş bir zincirin yerçekimi altında aldığı biçimde, zincirin doğrusal özgül ağırlığı ve dolayısıyla yapıldığı malzemenin etkisi bulunmamaktadır. Ancak Eş. 57b'deki tanımdan hareketle $T_0 = a\lambda$ yatay geriliminin zincirin doğrusal özgül ağırlığı λ ile ölçek parametresi a tarafından belirlendiği görülür.

4.3. Zincir Eğrisi ile Kalibrasyon

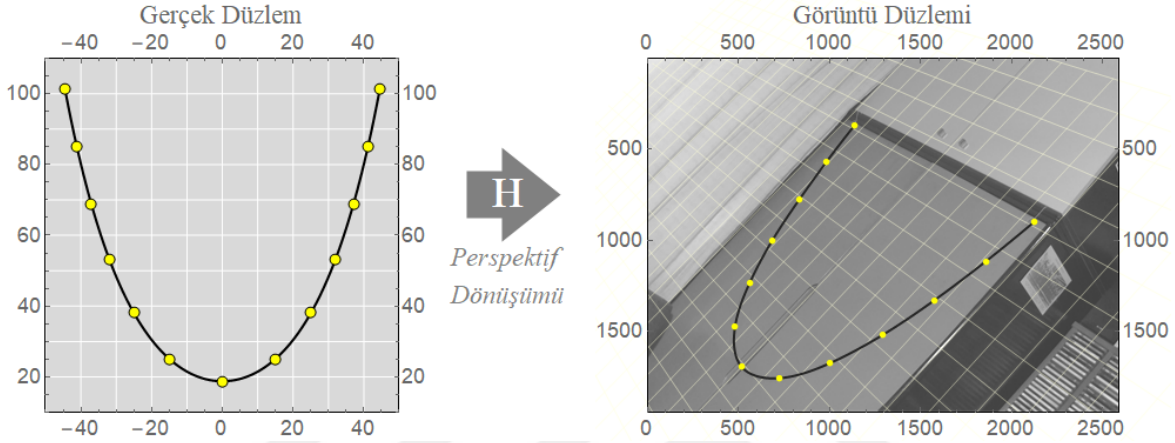
İki ucu sabitlenmiş bir zincir yerçekimi altında zincir eğrisi biçimini alır. Bu eğri Eş. 57d'de gösterildiği gibi düzlemsel bir eğridir. Bu olgu, Bölüm 4.1.'de aktarılan parabolik eğik atış hareketini kullanan yöntemlerde olduğu gibi zincir eğrisini kalibratör olarak kullanma olanağı vermektedir.

4.3.1. Düzlemsel Kalibratör Olarak Zincir Eğrisi

Öncelikle bu eğrinin takip ettiği yolu cebirsel olarak tanımlamak gerekecektir. Eğrinin düzlem üzerinde aldığı biçimi öteleme dışında belirleyen tek parametre a ölçek parametresidir. Bu parametreyi hesaplamak için Eş. 59'da gösterildiği gibi zincirin uzunluğu ve uçları arasındaki açıklığı ölçmek yeterlidir.

Eş. 58'de olduğu gibi eğrinin üzerindeki noktalar eğrinin uzunluğu cinsinden parametrik olarak gösterilebilir. Böylece zincirin bir ucundan öteki ucuna doğru ilerledikçe zincir üzerinde alınan yola göre düzlem üzerindeki konum hesaplanabilir. Zincir üzerindeki bu ilerleme tek boyutlu olsa da ilerlenen noktaların taradığı düzlem iki boyutludur. Tek bir uzunluk değişkeni üzerinden zincir üzerine belirli aralıklarla işaretler yerleştirmek

olanaklıdır. Zincir üzerine konulan eşit aralıklı işaretler, dama desenli kalibratörün üzerindeki işaretlere benzer bir işleve sahip olacaktır. Şekil 4.3'te gösterildiği gibi gerçek düzlemdeki konumları hesaplanmış olan bu işaretlerin görüntü düzlemindeki yansımaları saptanabilir. Buradan da Eş. 34 ve Eş. 35 yardımıyla gerçek düzlem ile görüntü düzlemi arasındaki H çarpıtma matrisi kestirilebilir.



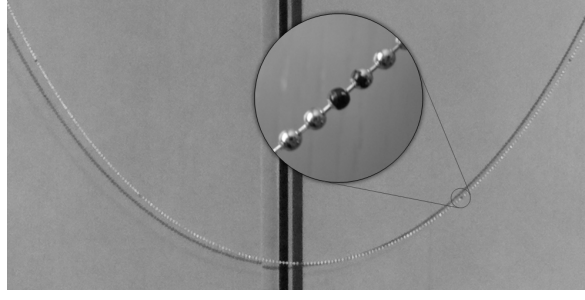
Şekil 4.3 Zincir eğrisinin belirli bir perspektif altında görüntü düzlemine yansımaları

Bölüm 3.4.2.'de aktarılan Zhang yönteminde olduğu gibi zincir düzlemi kameraya göre farklı doğrultularda konumlandırılabilir. Böylece birden çok görüntüde gerçek uzaydaki zincir düzlemi ile görüntü düzlemi arasındaki perspektifi belirleyen çarpıtma matrisleri kestirilebilir. Bu matrislerden MKG matrisine ilişkin Eş. 37b ve d'de verilen kısıtlar üretilir. Buradan da kamera iç parametrelerini kestirmek olanaklıdır.

4.3.2. Zincir Eğrisi ile Deneyler

Önerilen yöntemi denemek için sonsuz küçüklükte baklalardan oluşan ideal zincire oldukça yakın özellikte olan etiket zinciri kullanıldı. Şekil 4.4'te gösterildiği gibi zincir, birbirine oynak parçalarla bağlı 2.5 mm çapında küresel baklalardan oluşmaktadır. Zincir uçlarından serbestçe dönebilecek biçimde aynı yatay hizada sabitlenmiştir.

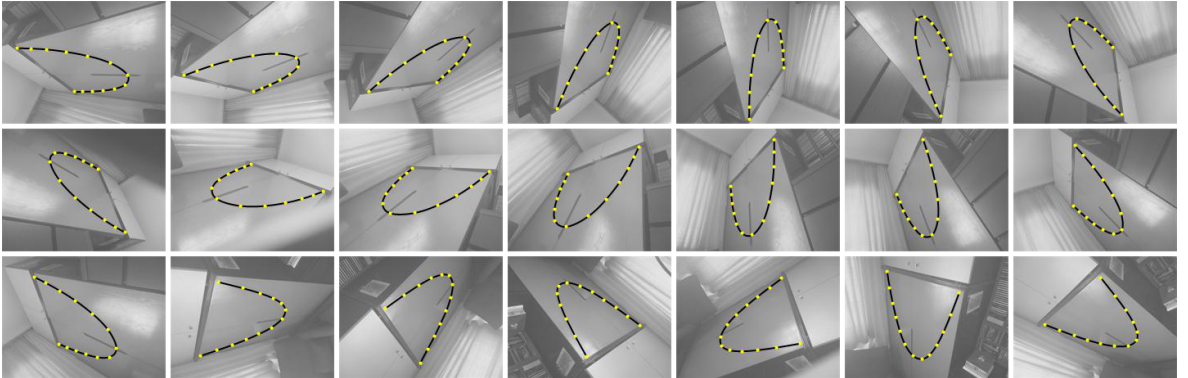
Şerit metre kullanarak iki uç arasındaki zincirin uzunluğu $2\ell = 199$ cm, açıklık ise $2w = 89$ cm olarak ölçülmüştür. Bu ölçümler ışığında Eş. 59'daki kısıtı sağlayan ölçek



Şekil 4.4 Deneyde kullanılan etiket zinciri ve baklalarının ayrıntılı görüntüsü

parametresi $a = 18.78$ cm olarak hesaplanmıştır. Bulunan ölçek parametresinin sağlamasını yapmak amacıyla zincir eğrisinin yüksekliği Eş. 58c uyarınca $y(\ell) - y(0) = 82.47$ cm olarak hesaplanırken şerit metre ile yapılan ölçüm de milimetre düzeyinde aynı sonucu doğrulamaktadır. Zincirin uzunluğu 12 eşit parçaya bölünmüş ve Şekil 4.4'te gösterildiği gibi eşit aralıklarla toplamda 13 bakla boyayla işaretlenmiştir: $u_n = (\frac{n-6}{6})\ell, n = 0, 1, \dots, 12$. Bu uzunluk değerleri ile Eş. 58b ve c'deki parametrik denklemler üzerinden işaretli noktaların gerçek düzlemdeki $w_n = [x(u_n) \ y(u_n)]^T$ konumları hesaplanmıştır.

Zincir eğrisi ile oluşturulmuş bu düzlemsel kalibratörün Şekil 4.5'te gösterildiği gibi farklı açılarla 21 adet görüntüsü kaydedilmiştir. Bölüm 3.4.2.'de aktarılan Zhang yönteminde de yapıldığı gibi çekimlerde titremeden kaynaklı bulanıklığı engellemek için üçayak ve uzaktan deklanşör kullanılmıştır. Zincir üzerindeki işaretlerin görüntü düzlemindeki p_{mn} piksel koordinatları her $m = 1, 2, \dots, 21$ görüntüsünden elle seçilmiştir.



Şekil 4.5 Önerilen yöntemi uygulamak için zincir eğrisiyle farklı açılarda 21 görüntü kaydedilmiştir.

Bölüm 4.3.1.'de özetlendiği gibi zincir üzerindeki işaretlerin $\mathbf{w}_n$ gerçek düzlem ve $\mathbf{p}_{mn}$ görüntü düzlemi konumları arasındaki $\tilde{\mathbf{p}}_{mn} \sim \mathbf{H}_m \tilde{\mathbf{w}}_n$ perspektif dönüşümünü sağlayan $\mathbf{H}_m$ çarpıtma matrisleri her görüntü için kestirilebilir ve buradan kamera parametrelerine ulaşılabilir. Bununla birlikte Bölüm 3.4.2.'de belirtildiği gibi yansıtım hatasını en aza indirmek için doğrusal olmayan bir optimizasyona da gerek duyulur. Bu amaç için Bouguet'nin Zhang yöntemini MATLAB ortamında gerçekleştiren araç kutusu kullanılmış [18], dama tahtası yerine zincir eğrisinin $\mathbf{w}_n$ ve $\mathbf{p}_{mn}$ koordinatları yazılıma yüklenmiştir. Elde edilen kalibrasyon değerleri Çizelge 4.1'de verilmiştir.

Çizelge 4.1 Zincir eğrisi ile elde edilen kalibrasyon değerleri ve 3B kalibrasyona göre hata oranları (%)

Kalibratör		Odak uzaklığı		Asal nokta	
		yatay	dikey	yatay	dikey
Zincir I	değer	3623.06	3614.35	2310.09	1721.81
	hata (%)	0.23	0.57	0.47	1.33
Zincir II	değer	3645.19	3644.88	2315.83	1762.09
	hata (%)	0.38	0.27	0.72	0.98

Aynı deney 3.5 mm kalınlığında ikinci bir etiket zinciri ile de tekrarlanmıştır. Üzerinde yine 13 işaret bulunan ikinci zincirin uzunluğu $2\ell = 163$ cm, uçları arasındaki açıklık ise $2w = 80$ cm olarak ölçülmüştür. Bu değerler üzerinden Eş. 59 yardımıyla ölçek parametresi $a = 18.10$ olarak hesaplanmıştır. Bu kalibratör düzeneğinden çekilen 20 görüntü ile gerçekleştirilen kalibrasyonun sonuçları Çizelge 4.1'de görülebilir.

Bu iki zincirin kalınlık ve boyutlarındaki farklılık yapılan kalibrasyonların keskinliğinde belirgin bir değişim yaratmamıştır. Ancak zincir eğrisinin en ve boyunun yaklaşık olarak eşit tutulması perspektif kestirimini daha başarılı kılacaktır. Bu nedenle zincirin uzunluğu ile açıklığı arasındaki oranın $\ell/w \approx 2.37$ değerine yakın tutulması gerekir.

Yöntem mobil cihaz kamerası dışında bir modül kamera¹¹ ile de denenmiştir. Bu amaç için ilk deneyde kullanılan birinci zincir ile yine üçayak ve uzaktan deklanşör kullanarak 20 farklı açıdan çekimler yapılmıştır. Karşılaştırma yapabilmek için 1 metrekare ve A4 kağıt boyutlarındaki dama tahtaları ile de aynı sayıda görüntü kaydedilmiştir. Zhang yöntemi kullanarak 1 metrekarelik dama tahtası ile elde edilen değerlerin gerçek değer olarak kabul edildiği bu karşılaştırmada önerilen yöntemin A4 kağıt boyutlu damalı kalibratöre üstünlüğü Çizelge 4.2’de görülebilir. Çizelgede kestirilen parametreler yardımıyla kalibratör düzleminden görüntü düzlemine yapılan yansıtımların ortalama hatası da piksel türünden verilmiştir.

Çizelge 4.2 Zincir eğrisi ve iki farklı boyutta dama tahtası ile elde edilmiş kalibrasyon değerlerinin karşılaştırılması

Kalibratör		Odak uzaklığı		Asal nokta		<i>yansıtım hatası</i>
		<i>yatay</i>	<i>dikey</i>	<i>yatay</i>	<i>dikey</i>	
Dama Tahtası 1m ²		4320.04	4323.28	1261.65	890.53	1.05
Dama Tahtası A4	<i>değer</i>	4364.14	4335.70	1225.30	909.59	3.54
	<i>fark (%)</i>	1.02	0.29	2.88	2.14	
Zincir Eğrisi	<i>değer</i>	4335.85	4333.68	1250.44	888.13	2.60
	<i>fark (%)</i>	0.37	0.24	0.89	0.27	

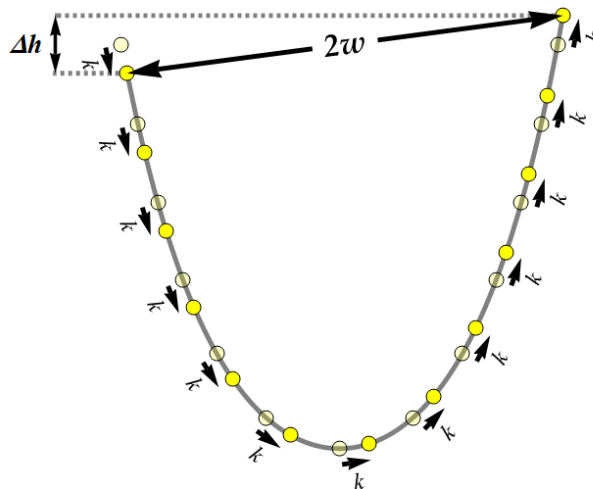
Bölüm 3.4.4.’ten anımsanacağı üzere kalibratör boyutu küçüldükçe daha yakından çekimler yapılmak zorunda kalındığı için görüntüler netliğini kaybetmektedir (Şekil 3.11). Bu nedenle de kalibrasyonun başarımı düşmektedir. Çizelge 4.2’de de bu olgu görülebilir. Yaklaşık 89 × 82 cm boyutlarında bir dikdörtgenin içini dolduran zincir eğrisi ile 1 metrekarelik dama tahtası birbiriyle daha tutarlı sonuçlar vermekteyken A4 kağıt boyutlu dama tahtasında hata oranı yükselmiştir. Ortalama yansıtım hatası da aynı olguyu doğrulamaktadır.

¹¹Raspberry Pi uyumlu Waveshare RPi (B) 2.0 modül kamera kullanılmıştır. Sabit mercekli kameranın 1/4 inçlik algılayıcısı 2592×1944 piksel çözünürlüğünde olup diyafram açıklığı f/2.0 değerindedir.

4.3.3. Zincirin Uçları Arasında Yükseklik Farkı

Önerilen yöntemle ilişkin Bölüm 4.3.1.'de çizilen kuramsal çerçeve zincirin iki ucunun da aynı yükseklikte olduğu varsayımına dayanmaktadır. Benzer biçimde Bölüm 4.3.2.'de verilen deneylerde de zincir asılırken iki ucun da aynı yükseklikte olmasına özen gösterilmiştir. Ancak yöntemin daha kolay uygulanabilir olması için bu koşulu kaldırmak da amaçlanmıştır.

Anımsanacağı gibi uçların aynı yükseklikte olduğu durumda eğrinin Eş. 58’de verilen parametrik gösterimindeki bağımsız u değişkeni simetrik biçimde $(-\ell, +\ell)$ aralığında yer almakta idi. Böylece zincirin uç noktalarında $y(+\ell) = y(-\ell)$ yükseklikleri eşitlenirken Eş. 59’da verilen $x(\ell) = w$ eşitliği yardımı ile eğrinin bilinmeyen a ölçek parametresi hesaplanabiliyordu. Eğri uçlarının aynı yükseklikte olmaması durumunda ise Şekil 4.6’da gösterildiği gibi 2ℓ uzunluğundaki aynı zincir için bağımsız değişken u ’nun $(-\ell, +\ell)$ aralığı yerine $(-\ell + k, +\ell + k)$ aralığına kaydığı görülür. Burada k kayma uzunluğu olup değeri bilinmemektedir. Zincir uçları arasındaki $2w$ açıklığı ise artık yatay bir aralık olmayıp iki uç arasındaki mutlak uzaklığı tanımlar.



Şekil 4.6 Zincir uçları arasındaki yükseklik farkı (Δh) işaretli noktaların kaymasına (k) yol açar.

Bilinmeyen gerçek k^* kayma uzunluğu görüntüdeki perspektif dönüşümü üzerinden bulunabilir. Belli bir düzeyde kaymanın olduğu zincir eğrisinde bütün işaretli noktalar eğri

boyunca ilerlemiş olur. Gerçek düzlemdeki $\mathbf{w}_n(k) = [x(u_n+k) \ y(u_n+k)]^T$ kaynak noktaları gerçek k^* kayma uzunluğu üzerinden hesaplanmazsa, görüntü düzlemindeki $\mathbf{p}_n$ görüntü noktalarına perspektif dönüşümüne göre tutarlı biçimde haritalanamaz. Böylece Eş. 60a'da gösterildiği gibi $\mathbf{p}_n$ görüntü noktaları ve $\mathbf{w}_n(k)$ zincir noktaları üzerinden kestirilen $\mathbf{H}$ çarpıtma matrisi daha yüksek $\mathbf{e}_n(k)$ bir yansıtım hatası verecektir. Bu durumda Eş. 60b'de olduğu gibi toplamda en az yansıtım hatasını veren $\hat{k}$ kayma uzunluğu kestirimiyle aranan gerçek k^* kayma uzunluğu bulunabilir.

$$\tilde{\mathbf{p}}_n \sim \mathbf{H}\tilde{\mathbf{w}}_n(k) + \mathbf{e}_n(k) \quad (60a)$$

$$\hat{k} = \underset{k}{\operatorname{argmin}} \sum_n |\tilde{\mathbf{p}}_n - \mathbf{H}\tilde{\mathbf{w}}_n(k)|^2 \quad (60b)$$

Belirli bir varsayımsal k kayma uzunluğu altında zincir eğrisinin a ölçek parametresi Eş. 59'da gösterildiği gibi hesaplanamaz. Çünkü verilen $2w$ açıklığı, eğrinin $(-\ell, +\ell)$ aralığındaki gerçek açıklığını değil $(-\ell + k, +\ell + k)$ aralığındaki çapraz uzaklığı ölçmektedir. Burada problemi kolaylaştırmak amacıyla $k \ll \ell$ varsayımında bulunulabilir. Çünkü zincir uçları göz hizasıyla yatay bir doğrultu üzerinde konumlandırıldıkları için eğim belli bir değerin üzerinde olamaz ve kayma uzunluğu zincir uzunluğuna göre çok daha küçük olmak zorundadır. Böylece Eş. 58 kullanılarak zincir uçlarının konumları hesaplanırken doğrusal kestirim yapılabilir. Buradan da Eş. 61'de verilen koşul elde edilir.

$$a \mid \sinh^{-1}(\ell/a) = \sqrt{w^2 - \frac{k^2}{1+(a/\ell)^2}} / a, \quad a > 0 \quad (61)$$

Kayma uzunluğunu bulmak için en aza düşürülecek Eş. 60b'deki maliyet fonksiyonu, içinde ölçek parametresini özyinelemeli olarak hesaplayan döngüler de barındırdığı için kolayca türevlenebilir değildir. Bu nedenle en aza indirme işlemi için türeve dayalı iniş yöntemleri yerine sadece fonksiyon değerlerine gerek duyan ardışık parabolik ara değerlendirme (*successive parabolic interpolation*) yöntemi kullanılabilir. Her görüntü için ayrı olarak hesaplanan bu değerlerin ortalaması alınarak aranan kayma uzunluğu bulunabilir.

Geliştirilen yöntemi denemek için $2\ell = 199$ cm uzunluğunda ve $2w = 89$ cm açıklığında olan zincir eğrisinin bir ucu $\Delta h^* = 2.5$ cm yukarı kaldırılmıştır. Bir önceki deneyde olduğu gibi modül kamera düzeneği ile 20 görüntü kaydedilmiştir. Ardından yukarıda özetlenen yöntem kullanılarak kayma uzunluğu hesaplanmıştır. Bulunan değer üzerinden uçlar arası yükseklik farkının $\Delta \hat{h} = 2.43$ cm olduğu görülmüştür. Bulunan kayma uzunluğu üzerinden yapılan kalibrasyonun sonuçları Çizelge 4.3'te verilmiştir.

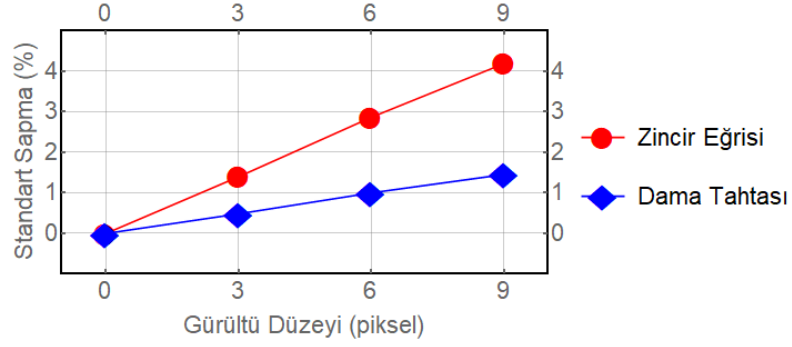
Çizelge 4.3 Uçları farkı yükseklikte olan zincir eğrisi ile elde edilen kalibrasyon değerleri ve dama tahtasına göre hata oranları (%)

	Odak uzaklığı		Asal nokta	
	yatay	dikey	yatay	dikey
Kestirim	4304.83	4316.21	1270.92	911.93
Hata oranı (%)	0.43	0.03	0.97	0.51

4.3.4. Kalibrasyon Sonuçlarını Etkileyen Etmenler

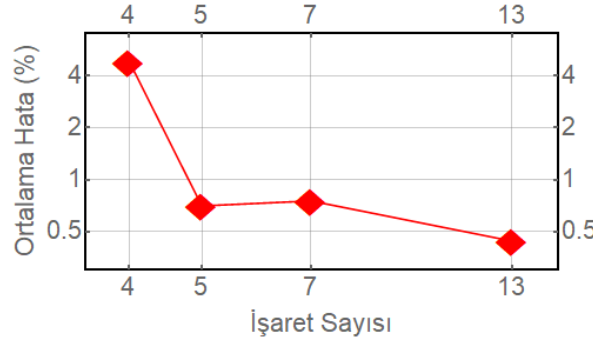
Zincir eğrisi ile kalibrasyonun başarımını etkileyen etmenlerden biri zincir üzerindeki işaretli noktaların görüntü üzerinde seçimidir. Hatalı seçilen noktalar kestirilen çarpıtma matrisleri üzerinde hata oluşmasına yol açar ve sonuçta hesaplanan kalibrasyon değerlerini de bozar. Bu hatanın benzetimini yapabilmek için $\mathbf{p}_n$ görüntü noktalarına sırayla $d = 3, 6$ ve 9 piksel düzeyinde düzgün dağılmış $\tilde{\mathbf{e}}_n \sim \mathcal{U}_2\{-d, d\}^2$ gürültüsü eklenmiş ve bu gürültülü $\mathbf{p}_n + \tilde{\mathbf{e}}_n$ verisinin kalibrasyon sonuçlarına etkisi incelenmiştir. Deneyin 100 kez tekrarlanması ile hesaplanan kamera parametrelerinde Şekil 4.7'de gösterilen standart sapmalar gözlenmiştir. Aynı deney dama tahtası için de tekrarlandığında kestirilen parametrelerin gürültüden yaklaşık 2:3 oranında daha az etkilendiği görülmüştür. Bu olgu dama tahtasının üzerinde 100 nokta bulunurken zincir eğrisinin üzerinde 13 nokta bulunmasıyla açıklanabilir.

Yukarıda da değinildiği gibi kalibrasyonun başarımını belirleyen bir başka etmen de zincir eğrisi üzerindeki işaretli noktaların sayısıdır. Kullanılan $\mathbf{p}_n$ görüntü noktalarının



Şekil 4.7 Görüntülerdeki kalibratör noktalarına eklenen gürültünün kestirilen kamera parametrelerinde yol açtığı ortalama sapma

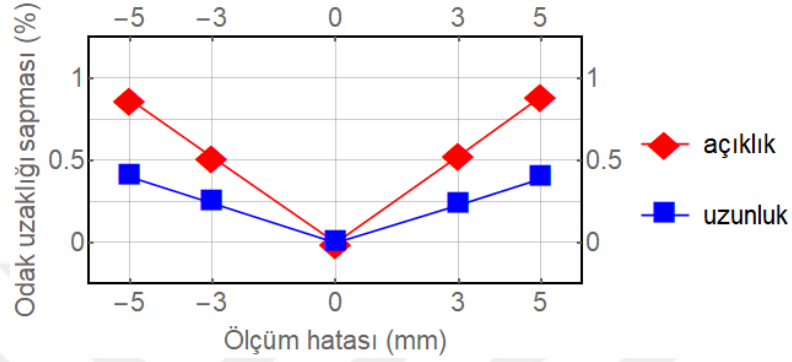
ve w_n gerçek düzlem noktalarının sayısı azaldıkça bu noktalar arasındaki perspektif dönüşümünü sağlayan H çarpıtma matrisinin kestirim hatası artacaktır. Bu da çarpıtma matrisleri üzerinden hesaplanan kamera parametrelerinde hataya yol açar. Bu olguyu gözlemleyebilmek için zincir üzerindeki 13 işaretin birer tanesi atlanıp yalnızca 7'si kullanılarak kalibrasyon işlemi gerçekleştirilmiştir. Ardından aynı işlem işaretler ikişer ve üçer atlanıp yalnızca 5 ve 4 işaret kullanarak tekrarlanmıştır. Şekil 4.8'de gösterildiği gibi işaret sayısı azaldıkça kestirilen parametrelerin ortalama hatası yükselmektedir.



Şekil 4.8 Zincir eğrisi üzerindeki işaret sayısı ile kamera parametrelerinin kestirim hatası

Son olarak zincirin a ölçek katsayısını hesaplamak için yapılan ölçümlerin kalibrasyona etkisi incelenmiştir. Zincir uzunluğu 2ℓ ile zincir açıklığı $2w$ şerit metre ile yapılan ölçümlerle belirlenir. Bu değerler üzerinden Eş. 59'da verilen denklemi sağlayan a ölçek parametresi hesaplanır. Eş. 58 yardımıyla w_n gerçek düzlem noktalarının hesaplanmasında kullanılan a ölçek parametresinin hatalı hesaplanması kalibrasyonun başarımını düşürecektir.

Bu etkiyi gözlemlemek için yapılan $2\ell = 199$ cm uzunluk ve $2w = 89$ cm açıklık ölçümlerine 3 ve 5 mm eklenip çıkarılmış, bu hatalı değerlerin kalibrasyona etkisi ölçülmüştür. Hesaplanan asal nokta gözlemlenebilir düzeyde etkilenmezken kestirilen odak uzaklığında oluşan sapma Şekil 4.9'da gösterilmiştir.



Şekil 4.9 Zincirin uzunluk ve açıklık ölçümlerindeki hatanın kestirilen odak uzaklığına etkisi

4.3.5. Zincir Eğrisi ile Kalibrasyona İlişkin Sonuçlar

Zincir eğrisi ile kalibrasyon 4. Bölümün başında da belirtildiği gibi özgün bir yöntem olarak önerilmiştir. Yöntemde kolayca toplanabilen, taşınabilen ve yer kaplamayan bir nesne olan etiket zinciri kalibratör olarak kullanılmıştır. Dairesel ya da küresel gündelik nesnelerin kullanıldığı yöntemlerde de özel olarak üretilen ve belirli bir alan ya da hacim kaplayan kalibratör nesnelerden kaçınma hedefi görülmektedir. Yine 3B kalibrasyon yerine geliştirilen 2B ve 1B kalibrasyon yöntemleri de kalibratör nesnenin boyutlarını küçültmeyi hedeflemektedir. Önerilen kalibratörün bu özellikleri sağladığı söylenebilir. Toplandığında çok az yer kaplayan etiket zinciri açılıp asıldığında tekrar aynı düzlemsel biçimini alacaktır.

Önerilen yöntemin başarımının yaygın olarak kullanılan Zhang yöntemi ile başa baş olduğu görülmüştür. Bu iki yöntem Çizelge 3.2 ve Çizelge 4.1'de verilen hata oranları üzerinden karşılaştırılırsa dört parametrenin üçünde önerilen yöntemin daha keskin sonuçlar verdiği görülür. Ancak Zhang yönteminde bu başarımı elde etmek için dama tahtasını 1 metrekaare büyüklüğüne getirmek gerekmiştir.

Önerilen yöntemin bir çözüm getirdiği en önemli sorun ise Bölüm 3.4.4.'de aktarılan odaklama sorunudur. Günümüzde kameraların diyafram genişliği ve çözünürlükleri artmakta ve sonuç olarak odakötesi uzaklıkları uzamaktadır. Kalibratör nesne ile bu uzaklığın berisinde yapılan çekimler keskin olmamakta ve kalibrasyonu olumsuz yönde etkilemektedir. Farklı boyutlarda dama tahtalarının karşılaştırıldığı Çizelge 3.4 ve Çizelge 4.2'de bu olguyu gözlemek olanaklıdır. Çözüm ise kalibratörü odakötesi uzaklığın ilerisine taşıırken boyutlarını da büyüttür. Daha büyük boyutlu bir kalibratör ise yukarıda değinilen daha az yer kaplayan ve kolay taşınabilen kalibratör beklentisine ters düşmektedir. Oysa zincir eğrisi toplandığında yer kaplamazken açılıp asıldığında istenilen kadar geniş bir düzlem oluşturabilir. Düzlemi daha genişletmek içinse sadece zincirin uzunluğunu artırmak yeterlidir.

Son olarak zincir eğrisinin yerçekimi ile ilişkisine değinmek gerekir. Zincir eğrisi yerçekiminin etkisi ile biçimlendiği için görüntüde her zaman düşey doğrultuyu gösterir. Günümüz mobil cihazlarında standart bir donanım olan ivmeölçer algılayıcısı da yerçekiminin yönünü algılamak için kullanılmaktadır. Zincir eğrisi bu özelliği ile Bölüm 5.2.3.'te ayrıntılı olarak incelenecek olan kamera ile ivmeölçer arasındaki ilişkinin modellenmesinde de kullanılacaktır.

5. İVMEÖLÇER KULLANARAK KAMERA KALİBRASYONU

İvmeölçer, kamera ile birlikte günümüz mobil cihazlarının standart donanımlarındandır. Cihazın anlık ivmesinin yön ve büyüklüğünü ölçmeye yarayan bu algılayıcı hareketsiz durumda iken yerçekiminin yönünü gösterir. 4. Bölümden anımsanacağı gibi kamera görüntülerinde yerçekimi yönüne işaret eden fiziksel olgular ya da yapılar da kalibrasyona olanak tanımaktadır. Kalibrasyon amacıyla yerçekimince belirlenen dikey kaçış noktası ya da yatay ufuk çizgisi gibi görsel bilgiler ivmeölçerden gelen ataletsel bilgilerle kaynaştırılabilir. Bu yolla gerçekleştirilen yeni bir kalibrasyon yöntemi [64] tezin literatüre özgün bir katkısı olarak bölüm içerisinde anlatılacaktır.¹² Bölüm 5.1.'de bir ataletsel algılayıcı olarak ivmeölçer tanıtılacak ve kalibrasyonu açıklanacaktır. Kamera ile ivmeölçeri ortak bir koordinat sistemine yerleştirmek amacıyla Bölüm 5.2.'de bu iki algılayıcı arasındaki kalibrasyonu gerçekleştiren yöntemler önerilecektir. Bölüm 5.3.'te ise bu modelden yola çıkılarak yeni bir kamera kalibrasyonu yöntemi önerilecektir.

5.1. İvmeölçer

İvme hızın zamana göre türevi olarak tanımlanır. **İvmeölçer** ise sabitlenmiş olduğu hareketli çerçevenin ivmesini ölçen bir algılayıcıdır. Genel göreceliğin eşdeğerlik ilkesi uyarınca kütleçekimi altındaki durağan bir referans çerçevesi kütleçekimsiz ortamda ivmelenen bir referans çerçevesiyle eşdeğerler bir ivme deneyimleri [65]. Bu nedenle yere göre durağan bir çerçeveye bağlı olan ivmeölçer, yerçekiminin¹³ aksi yönünde yukarı doğru sabit büyüklükte bir ivme değeri ölçecektir. Yerküre üzerindeki bu sabit **yerçekimi ivmesi** ölçülen yerin konumuna göre % 0.7 düzeyinde değişim göstermekle beraber yaklaşık $g \approx 9.81m/s^2$ olarak ölçülür.

¹²Bu çalışmamız *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* dergisinin 2022 tarihli 71. sayısında “**Mobile Device Camera Calibration Using Building Images and Onboard Accelerometer**” başlıklı bir makale olarak yayınlanmış olup EK 2’de sunulmuştur.

¹³Kütleçekimi (*gravitation*) evrensel bir olguyken yerçekimi (*gravity of Earth*) yeryüzü üzerindeki nesnelere kütleleriyle sabit bir oranda etkiyen yerel bir kuvvettir.

5.1.1. İvmeölçerin Yapısı

Bir ivmeölçer fiziksel olarak bir kütle-yay-sönümleyici düzeneği olarak modellenebilir. Test kütlelerine ivmenin aksi yönünde etkiyen tepki kuvveti, kütlelerin o yönde bir miktar hareket etmesi sonucunda bağlı olduğu yayda oluşan gerilim kuvveti ile dengelenir. Dengeye gelen kütlelerin hareket miktarından ivmenin yönü ve büyüklüğü hesaplanır. Bu dengenin durağan olabilmesi ve kütlelerin salınım yapmaması için sisteme bir sönümleyici de eklenmiştir. Ancak sönümleyicinin varlığı ivmenin anlık olarak değil belirli bir zaman aralığı içindeki ortalamasının ölçülmesi sonucunu doğurur. Bu nedenle bir ivmeölçer ancak belirli ivme aralıklarında ve belirli bir örnekleme sıklığında ölçüm yapabilir.

1960'lı yıllarda yarıiletken ve litografi teknolojilerinin gelişmesi ile birlikte içinde hareketli parçalar da barındıran mikron ($1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$) düzeyinde küçültülmüş algılayıcı devreler geliştirilmiştir. Daha sonra **MEMS** (mikro elektro-mekanik sistemler) adını alacak bu teknoloji ile seri olarak üretilen ilk ivmeölçer yongası 1993 yılında otomobil hava yastıklarında kullanılır. 2010'lu yıllardan başlayarak yaygınlaşan akıllı cihazlar, robot ve insansız hava araçları MEMS tabanlı ivmeölçerin en sık kullanıldığı yerler olmuştur. MEMS tabanlı bir ivmeölçerde hareketli test kütlelerine tutturulmuş birbirine paralel çok sayıda iletken yaprak bulunur. Bu hareketli yaprakların arasında ise dış çerçeveye tutturulmuş durağan yapraklar yer alır. İvme sonucunda hareket eden test kütlesi ile birlikte hareketli yapraklar durağan yapraklara yaklaşır ya da uzaklaşır. İletken yaprakların arasındaki açıklığın değişimi sonucunda aradaki sığa (*capacitance*) değişim gösterir. Bu değişimin elektronik olarak ölçülmesi yoluyla test kütlelerinin hareket miktarı algılanabilir ve buradan ivme hesaplanabilir. [66]

Yukarıda özetlenen ivmeölçer yapısı test kütlelerinin sadece tek bir eksenindeki hareketine duyarlı olduğu için ivmenin yalnızca bu eksenindeki bileşenini ölçecektir. 3B ivme vektörünü ölçebilmek için ise dik eksenlerde konumlandırılmış üç ayrı ivmeölçere gereksinim duyulur. Bu yapıya üç eksenle açısal hızı ölçen jiroskopların da eklenmesi ile oluşan algılayıcıya **IMU** (ataletsel ölçüm birimi) adı verilir.

5.1.2. İvmeölçerin Hata Modeli

İvmeölçerce ölçülen ivme ile gerçek ivme arasında bir miktar fark bulunur. Bu fark ivmeölçerin düzenli olarak ürettiği bir hatadır ve bir modele oturtulabilir. İvmeölçerin kalibre edilmesi ile bu modelin bilinmeyen parametreleri kestirilebilir. Böylece ölçüm değeri üzerinden gerçek ivme değerine ulaşmak olanaklıdır.

Algılayıcı içindeki ivme hesaplaması sığa ölçümü üzerinden yapıldığı için bu ölçümün üzerinde elektriksel bir gürültü bulunur. Gürültünün sıfır ortalamalı bir beyaz gürültü olduğu varsayılabilir. Gürültüyü bastırmak için bir alçak geçiren filtre kullanılabilir.

İvme yokken test kütesinin yaylı düzenek içinde bulunduğu denge noktası seri üretimden çıkan her ivmeölçerde farklı olabilir. Ortalama bir değerin denge noktası olarak atanması gerçek değeri farklı olan her ivmeölçerin ivme yokken de bir miktar ivme değeri göstermesine yol açar. Bu **sapma** (*bias*) ivmeölçerin her eksenini için biricik olup gerçek ivme değerinin üzerine eklenir. Böylece her α gerçek ivmesi ivmeölçerce $a = \alpha + b$ olarak ölçülür. Buradaki b sapma değerini saptamak için sabit olduğu bilinen yerçekimi ivmesi kullanılabilir. İvmeölçer, düşey doğrultu önce artı yönde sonra da eksi yönde olacak biçimde konumlandırılarak bu iki konumdan $a_1 = g + b$ ve $a_2 = -g + b$ biçiminde ölçümler alınabilir. Her iki ölçümde eşit büyüklükte ters işaretli değerler beklenirken üzerlerine eklenen sapma bu simetriyi bozar. Bu durumda bu iki değerin ortalaması alınarak $b = (a_1 + a_2)/2$ sapma değerine ulaşılabilir. Bu işlem ivmeölçerin her eksenini için ayrıca yapılmalıdır. [67, 68]

Bir diğer ölçüm hatası da ivmeölçerin üç ayrı ekseninden oluşmasından kaynaklanır. Öncelikle bu eksenler üzerindeki ivmeölçerler birbirleriyle tamamen özdeş değildir. Her eksenindeki düzeneğin yay sabiti eşit olmayabilir ve eşit ivmeler altında farklı uzamalar gösterebilir. Böylece eksenlerde ölçekleme hatası belirir. Diğer bir nokta ise ivmeölçerin eksenleri arasındaki açıların tam olarak dik olmamasıdır. Böylece ivmenin belli bir ekseninde ölçülen bileşeni diğer eksenlere de etki yaparak sonucu değiştirecektir. Eksenlerden kaynaklı bu iki hata doğrusal bir modelle gösterilebilir. Eksenlerin ölçekleme hatası 3×3 'lük matrisin köşegen elemanları ile düzeltilirken eksenleri dikleştirmek için köşegenin altında kalan

elemanlar kullanılabilir.¹⁴ Böylece $[\alpha_x \ \alpha_y \ \alpha_z]^T$ gerçek ivmesi ile $[a_x \ a_y \ a_z]^T$ ölçüm ivmesi arasındaki doğrusal ilişki alt-üçgensel **L** düzeltme matrisi yardımıyla Eş. 62’de olduğu gibi gösterilebilir. Burada b_x, b_y, b_z eksenlerdeki sapmaya karşılık gelirken $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z, \lambda_{xy}, \lambda_{xz}$ ve λ_{yz} düzeltme parametrelerinin 1’e göre oldukça küçük değerlerde olması beklenir.

$$\begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 + \lambda_x & 0 & 0 \\ \lambda_{xy} & 1 + \lambda_y & 0 \\ \lambda_{xz} & \lambda_{yz} & 1 + \lambda_z \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}} \cdot \left(\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} \right) \quad (62)$$

Modelin bilinmeyen parametrelerini kestirmek için yukarıda değinilen sapma değerinin hesaplanışında olduğu gibi yerçekiminden yararlanılabilir. Hassas açısal konumlandırma yapabilen bir düzenek yardımıyla ivmeölçer farklı açısal yönelimlere getirilerek ölçümler alınır. Bu veriler üzerinden sapma ve düzeltme parametreleri kestirilerek ivmeölçer kalibre edilebilir. [69]

5.2. Kamera ve İvmeölçer Düzeneği

Bölümün başında da değinildiği üzere kamera ve IMU algılayıcıları giderek daha sık biçimde ortak bir aygıtın içinde bir araya gelmektedir. Uzamsal konumlandırmanın yapılan ölçümü doğrudan belirlediği bu iki algılayıcı genellikle ortak bir çerçeve üzerine yerleştirilir [70]. Bu nedenle bu iki algılayıcının verilerini kaynaştıran çeşitli teknoloji ve uygulamalar geliştirilmektedir.

5.2.1. Manhattan Evreni ve Odometre

Robotik uygulamalar bağlamında **odometre**, yüzey üzerinde ilerlemeyi sağlayan mekanik bir düzeneğin konum ve doğrultusunun saptanmasını tanımlar. Bu işlem düzenek üzerindeki algılayıcılar yoluyla yapılabildiği gibi kameradan sağlanan görsel veriler ve IMU

¹⁴Bu işlem ivmeölçerin eksenlerine yönelik bir Gram-Schmidt dikleştirilmesi olarak düşünülebilir.

algılayıcıdan sağlanan ataletsel bilgiler üzerinden de gerçekleştirilebilir. **Görsel odometre** (VO) yalnız kamera görüntülerinden yararlanırken **görsel ataletsel odometre** (VIO) görüntüleri ataletsel verilerle harmanlar [71, 72].

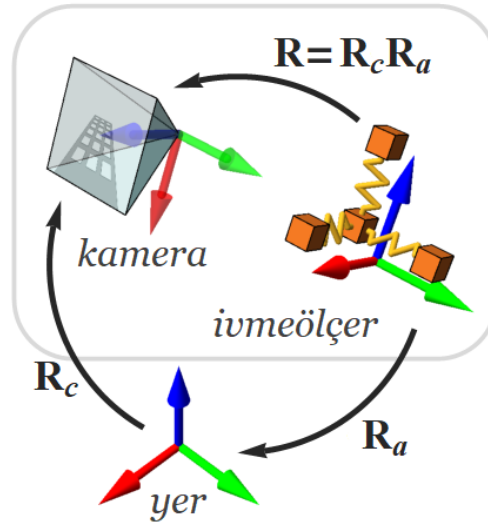
Görüntü içindeki insan yapımı nesnelere ilişkin belirli geometrik varsayımlar kamera doğrultusunu kestirmeyi olanaklı kılmaktadır. Coughlan ve Yuille'un [73] ızgara kent planı ve dikey mimarisine göndermeyle **Manhattan Evreni** olarak adlandırdığı modelde görüntü içinde saptanan tüm doğruların üç dik eksen boyunca uzandığı varsayılır. Aynı eksen üzerindeki doğruları kesiştirerek o doğrultudaki kaçış noktasını hesaplamak olanaklıdır. Bölüm 3.3.1.'den anımsanacağı üzere dik eksenlerdeki kaçış noktaları bir kalibratör aracılığı ile bulunabildiği gibi kimi çalışmalarda Manhattan Evreni çerçevesinde yapı ve sokak görüntüleri kullanılmaktadır [13, 74, 75]. Kosecka ve Zhang [12] yapı görüntülerinden hesapladıkları dikey kaçış noktaları ile hem kamera iç parametrelerini kestirmiş hem de her video karesinde kameranın doğrultusu da hesaplayarak kamerayı bir jiroskopa dönüştürmüşlerdir. Schindler ve Dellaert [76] ise **Atlanta Evreni** olarak adlandırdıkları, sahne içinde dikey eksenin yanında yatay düzlemde birbirine dik olmayan birden çok eksenin yer aldığı daha gevşek bir model üzerinden kalibrasyon ve doğrultu kestirimi gerçekleştirmişlerdir.

Manhattan Evreni modeli üzerinden bir VIO yöntemi geliştiren Wang *ve diğ.* [77] video görüntülerini IMU algılayıcıdan sağladıkları ataletsel verilerle destekleyerek kameranın ortam içersinde takip ettiği yörüngeyi kestirilmiştir. Zou *ve diğ.* [78] de benzer bir çalışmayı Atlanta Evreni modeli ile gerçekleştirmişlerdir. Panahandeh ve Jansson [79] ise ortak bir çerçeve üzerine yerleştirilmiş kamera ve IMU algılayıcı düzeneğini ayna karşısına yerleştirerek kameranın düzeneği aynada takip edebilmesini sağlamışlardır. Kameraya yansıyan aynadaki düzeneğin görelî hareketi ile IMU algılayıcıdan gelen verileri kaynaştırarak kamera iç parametrelerini kestirmişlerdir. Joshi *ve diğ.* [80] ise görüntüdeki titreme kaynaklı bulanıklığı gidermek için pozlama sırasındaki rastsal kamera hareketlerini IMU algılayıcı ile çözümlemişlerdir.

5.2.2. Kamera İvmeölçer Modeli

Bölüm 5.2.'de örnekleri verilen VIO çalışmalarında kamera ve ivmeölçer algılayıcılarının ortak bir koordinat sistemine yerleştirildikleri görülür. Anımsanacağı gibi görüntü düzlemi ile gerçek uzay arasındaki ilişki Eş. 12'de gösterilen kamera modeli ile açıklanırken ivmeölçerce ölçülen değerle gerçek ivme arasındaki hata modeli Eş. 62'de verilmiştir.

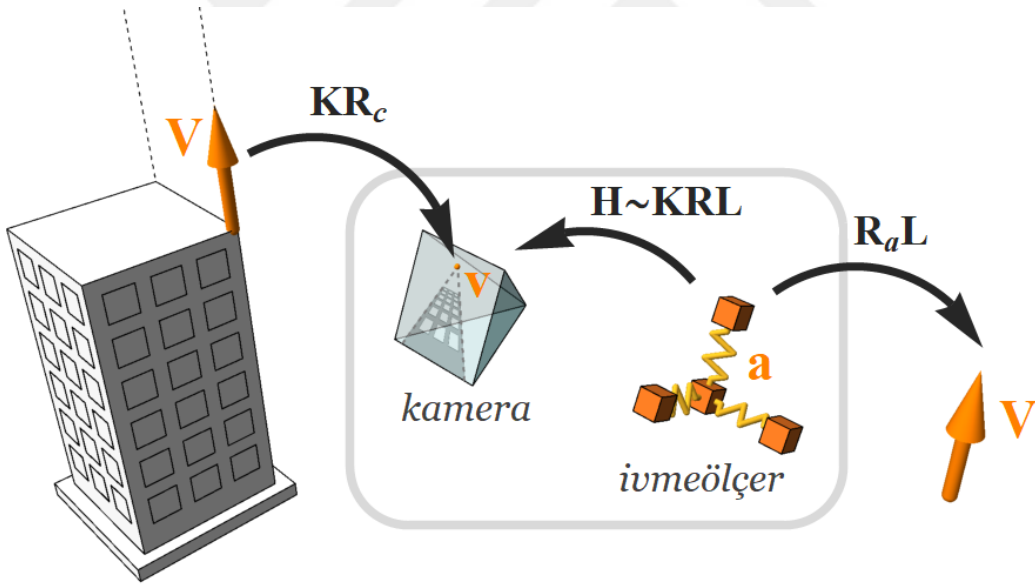
Ancak öncelikle kamera koordinat sistemi ile ivmeölçerin koordinat sistemi arasındaki bağlantıyı belirlemek gerekecektir. Her iki algılayıcının da esnemeyen ya da bükülmeyen katı bir çerçevenin üzerine tutturulduğu düşünülürse bu iki koordinat sistemi arasındaki bağlantı öteleme ve dönme dönüşümleri üzerinden kurulabilir. Bununla birlikte yalnızca yerçekiminin etkin olduğu durağan bir kamera ivmeölçer düzeneğinde algılayıcılar arasındaki ötelemeyi saptamak olanaksızdır. Çünkü düzeneğin belirli bir açısal hızı olmadığında ivmeölçerin yapacağı ölçüm konumundan bağımsız olarak hep aynı kalacaktır. Bu nedenle kamera ve ivmeölçer koordinat sistemleri arasında yalnızca dönme dönüşümü tanımlamak yeterlidir.



Şekil 5.1 Kamera, ivmeölçer ve yer koordinatları arasındaki dönme dönüşümleri

Şekil 5.1’de gösterildiği gibi kamera modeli için Eş. 12’de verilen $\tilde{\mathbf{p}} \sim \mathbf{K}[\mathbf{R}_c \ \mathbf{t}_c]\tilde{\mathbf{X}}$ denkliğinde yer koordinatlarını kamera koordinatlarına çeviren $\mathbf{R}_c$ dönme matrisidir. Anımsanacağı gibi Eş. 62’de verilen ivmeölçer hata modelinde $\alpha = \mathbf{L}\mathbf{a}$ gerçek ivmesi ivmeölçer koordinat sistemine göre tanımlanmaktadır. Yerçekimi ivmesinin yer koordinatlarına çevrilmesi amacıyla ivmeölçerin yere göre yönelimi üzerinden tanımlanacak bir $\mathbf{R}_a$ dönme matrisi $\mathbf{R}_a\mathbf{L}\mathbf{a} = g[0 \ 0 \ 1]^T$ koşulunu sağlamalıdır. Burada $\mathbf{a}$ sapmadan arındırılmış ölçülen ivmedir.

Böylece ivmeölçer koordinatlarını kamera koordinatlarına çeviren dönme dönüşümü $\mathbf{R} = \mathbf{R}_c\mathbf{R}_a$ matrisi ile gösterilebilir. Şekil 5.1’de özetlenen kamera, ivmeölçer ve yer koordinatları arasındaki dönüşümlerde yer koordinatları ve dolayısıyla $\mathbf{R}_c$ ve $\mathbf{R}_a$ dönme matrisleri değişse de ortak bir çerçeve üzerine tutturulmuş algılayıcılar arasında tanımlanan $\mathbf{R}$ matrisi değişmez kalacaktır.



Şekil 5.2 Görüntü düzlemi ile ivme uzayı arasındaki perspektif projeksiyonu

İvmeölçerle benzer biçimde kamerada da ötelemenin etkisini kaldırmak için Eş. 26’da gösterildiği gibi sonsuzdaki noktalara işaret eden kaçış noktalarına bakılabilir. Şekil 5.2’de gösterildiği gibi ivmeölçer yerçekimi etkisiyle dikey doğrultuyu gösterdiği için görüntüde de dikey kaçış noktası aranmalıdır. Böylece hem ivmeölçerin hem de kameranın yönünü

ölçtüğü dikey $\mathbf{V} = g[0 \ 0 \ 1]^T$ vektörü bu iki algılayıcıda Eş. 63a ve b’de gösterildiği gibi $\mathbf{v}$ kaçış noktası ve $\mathbf{a}$ ivmesi olarak gözlemlenir. Bu iki denklikten Eş. 63c’de gösterildiği gibi $\mathbf{v}$ kaçış noktası ile $\mathbf{a}$ ivmesi arasındaki perspektif projeksiyonuna varılır.

$$\tilde{\mathbf{v}} \sim \mathbf{K}\mathbf{R}_c\mathbf{V} \quad (63a)$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{R}_a\mathbf{L}\mathbf{a} \quad (63b)$$

$$\tilde{\mathbf{v}} \sim \underbrace{\mathbf{K}\mathbf{R}\mathbf{L}}_{\mathbf{H}}\mathbf{a} \quad (63c)$$

Burada durağan bir ivmeölçer yalnızca dikey doğrultuyu gözleyen bir kamera olarak düşünülebilir: $\mathbf{a} \sim \mathbf{L}^{-1}\mathbf{R}_a^{-1}\mathbf{V}$. Burada $\mathbf{L}^{-1}$ ivmeölçerin ‘kamera matrisi’ne karşılık gelmektedir.¹⁵ Böylece Eş. 63c’deki denklik, sonsuzdaki düzlemi gözleyen iki kamera arasında kurulan bir sonsuz homografi olarak belirir. Aradaki bağlantıyı sağlayan $\mathbf{H} \sim \mathbf{K}\mathbf{R}\mathbf{L}$ homografi matrisinin kestirilmesi durumunda Bölüm 4.1.2.’de değinilen kalibrasyon aktarımı işlemiyle kalibre edilmiş kamera üzerinden ivmeölçerin kalibrasyonu yapılabilir. Bu yöntem Bölüm 5.2.3.’ün devamında ayrıntılı olarak anlatılacaktır.

5.2.3. Kamera İvmeölçer Kalibrasyonu

Kamera ile IMU algılayıcılarını ortak bir koordinat sistemine yerleştirmeyi hedefleyen Lobo ve Dias [81] çalışmalarında kamera ve ivmeölçer koordinatları arasında bir dönme dönüşümünü tanımlamışlardır. Araştırmacılar önerdikleri yöntemde Bölüm 5.2.2.’de de izlenen yolla görüntülerdeki dikey kaçış noktasını kullanırlar. Kameranın ve ivmeölçerin önceden kalibre edildiği yani $\mathbf{K}$ ve $\mathbf{L}$ kamera ve düzeltme matrislerinin bilindiği varsayılır. Kamera ivmeölçer düzeneğiyle farklı açılarda kaydedilen görüntülerdeki $\mathbf{v}_n$ kaçış noktaları $\mathbf{v}_n \sim \mathbf{K}^{-1}\tilde{\mathbf{v}}_n$ biçiminde kamera koordinatlarına yansıtılırken eşzamanlı olarak ölçülen sapmadan arındırılmış $\mathbf{a}_n$ ivmeleri de ivmeölçer koordinatlarına göre $\boldsymbol{\alpha}_n = \mathbf{L}\mathbf{a}_n$ olarak düzeltilir. Ardından iki ayrı koordinat sistemine göre tanımlanmış olan $\mathbf{v}_n$ ve $\boldsymbol{\alpha}_n$ eşlenik

¹⁵İvmeölçerin ‘kamera matrisi’nin alt-üçgensel olma nedeni eksenlere yönelik Gram-Schmidt dikleştirme işleminin ilk ekseniden başlamasıdır. Kamerada ise aynı işlem son eksen olan asal ekseniden başladığı için kamera matrisi üst-üçgenseldir.

vektörleri arasındaki dönme matrisini kestirmek amacıyla Prokrustes yöntemi kullanılır. Bu doğrultuda $\Upsilon = [\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2 \ \dots]$ ve $\mathbf{A} = [\boldsymbol{\alpha}_1 \ \boldsymbol{\alpha}_2 \ \dots]$ matrisleri olmak üzere $\Upsilon \mathbf{A}^T = \mathbf{U} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{V}^T$ kare matrisine tekil değer ayrıştırması (SVD) uygulanarak $\mathbf{R} = \mathbf{U} \mathbf{V}^T$ dönme matrisine ulaşılır. Böylece $\boldsymbol{\alpha}_n$ ivme vektörleri $\mathbf{v}_n \approx \mathbf{R} \boldsymbol{\alpha}_n$ biçiminde en az hatayla kamera koordinatlarına döndürülür.

Sonsuzdaki düzlemde uzanan kaçış noktaları kullanmak yerine sonlu uzaklıkta düzlemsel noktalar kullanan Guan *ve diğ.* [82] ise birden çok görüntüde yakaladıkları eşlenik noktalar yardımıyla görüntüler arasında homografiler kurarak ivmeölçer ve kamera koordinatları arasındaki dönme matrisini kestirmektedir. Mirzaei ve Roumeliotis [83] ile Furgale *ve diğ.* [84] ise önceki çalışmalardan farklı olarak iki sensör arasındaki zamanlama farkını hesaba katan daha karmaşık modeller kullanmışlardır. Önceden kalibre edilmiş çoklu kamera düzeneği ile donatılmış bir çerçeve üzerine kamera ve ivmeölçer düzeneğini yerleştiren Fu *ve diğ.* [85] düzeneğin öteleme ve dönme hareketlerini kalibre edilmiş kameralar yardımıyla hesaplarken bu hareket üzerinden bu algılayıcıları kalibre etmektedirler.

Bölüm 5.2.2.'de aktarılan kamera ivmeölçer modelinde ölçülen ivme vektörleri ile dikey kaçış noktaları arasında Eş. 63c'de gösterilen ve Şekil 5.2'de özetlenen perspektif ilişkisi kurulmuştu. Bağlantıyı sağlayan $\mathbf{H}$ homografi matrisini kestirmek için yeterli sayı ve çeşitlilikte $\mathbf{v}_n$ kaçış noktaları ile $\mathbf{a}_n$ ivmelerine gereksinim duyulur. Bu amaçla ortak bir çerçeveye tutturulmuş kamera ivmeölçer düzeneği yere ve dolayısıyla yerçekimine göre farklı doğrultularda konumlandırılabilir. Toplanan eşlenik kaçış noktaları ve ivme vektörleri üzerinden Eş. 35'te gösterildiği gibi EKK yöntemi kullanılarak homografi matrisi kestirilebilir.

Ancak kestirim için kullanılan EKK yöntemi yansıtım hatasını en aza indiren yöntem değildir. Bölüm 3.2.3.'teki 3B kalibrasyondan anımsanacağı gibi yansıtım hatası görüntü düzlemi üzerinde tanımlanmıştı. Çünkü kalibratör üzerindeki işaretli noktalar görüntü üzerinde doğrudan saptanabiliyordu. Oysa kaçış noktaları doğrudan görüntü üzerinde yakalanmayıp dikey doğruların kesiştirilmesi yoluyla hesaplanan noktalardır. Buna karşılık

ölçülen ivme vektörleri daha dolaysız biçimde elde edilir. Bu nedenle yansıtım hatasını görüntü düzlemi yerine ivme uzayı üzerinde tanımlamak daha doğru olacaktır. Diğer taraftan ivme vektörü büyüklükten çok bir yönü tanımladığı için hatayı Öklid uzaklığı yerine açısal uzaklık üzerinden tanımlamak gerekir. Bu ise gerek ivme vektörlerini gerekse uzaya geri yansıtılan kaçış noktalarını birim uzunluğa getirip bir küre üzerine yansıtmakla eşdeğerdir. Bu durumda yansıtım hatası küre üzerine yansıtılmış noktaların Öklid uzaklığı ile tanımlanabilir.¹⁶ Böylece Eş. 64'te verilen maliyet fonksiyonuna ulaşılır. Diğer olası maliyet fonksiyonları Bölüm 5.3.2.'de ayrıca tartışılacaktır. Fonksiyonu en aza indirmek için aranan 3×3 'lük $\mathbf{H}$ homografi matrisinin elemanları Newton yöntemi ile hesaplanabilir.

$$\hat{\mathbf{H}} = \underset{\mathbf{H}_{3 \times 3}}{\operatorname{argmin}} \sum_n \left| \frac{\mathbf{H}^{-1} \tilde{\mathbf{v}}_n}{|\mathbf{H}^{-1} \tilde{\mathbf{v}}_n|} - \frac{\mathbf{a}_n}{|\mathbf{a}_n|} \right|^2 \quad (64)$$

Kamera ivmeölçer kalibrasyonu için önerdiğimiz yöntem, Bölüm 4.1.2.'de değinilen kalibrasyon aktarımına dayandığı için kameranın kalibre edildiği, yani $\mathbf{K}$ kamera matrisinin bilindiği varsayılmaktadır. Kestirilen $\mathbf{H}$ homografi matrisinin Eş. 63c'de verilen açılımından yararlanılarak ivmeölçerin $\mathbf{L}$ düzeltme matrisi ile $\mathbf{R}$ dönme matrisi Eş. 65'de olduğu gibi yalnız bırakılabilir.

$$s\mathbf{RL} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{H} \quad (65)$$

Burada Eş. 63c'deki denklik yerine bilinmeyen s ölçeği üzerinden bir eşitlik kurulmuştur. Denkliğin sağ tarafındaki bilinen $\mathbf{K}^{-1}\mathbf{H}$ matrisi QR -ayırıştırma yöntemi ile birimcil $\mathbf{R}$ dönme matrisi ile alt-üçgensel $s\mathbf{L}$ düzeltme matrisine ayrıştırılabilir. İvmeölçer bu çalışmada olduğu gibi yalnızca yerçekimi doğrultusunu saptamak için kullanılıyorsa düzeltme matrisini ölçekleyen s parametresi bir önem taşımaz. İvmeölçerin ilk eksenindeki ölçekleme birim ($\mathbf{L}_{11} = 1, \lambda_x = 0$) alınarak Eş. 62'deki diğer düzeltme parametrelerine de ulaşılabilir.

Önerilen yöntemi denemek için 1 metrekairelik dama tahtası dikey olarak konumlandırılmış, üzerindeki dikey çizgilerin yerçekimi doğrultusunda olması için üzerine bir çekül sarkıtılarak

¹⁶Aradaki açılar oldukça küçük olacağı için birim vektörler arası açısal uzaklık Öklid uzaklığı ile yaklaşık olarak eşittir.

ayarlar yapılmıştır. Üçayak üzerine yerleştirilen mobil cihaz kamerası asal eksenleri etrafında döndürülerek 19 görüntü kaydedilmiştir. Görüntülerde doğrudan dikey çizgileri kesiştirmek yerine önce Zhang yöntemi kullanılarak kamera kalibrasyonu yapılmış, yansıtım hatasını en aza indiren çarpıtma matrisleri aracılığı ile kaçış noktalarına ulaşılmıştır. Mobil cihazla yapılan çekimlerde bu amaç için geliştirdiğimiz ivmeölçer verilerini de kaydeden bir uygulamadan yararlanılmıştır. İvmeölçer verileri kaydedilmeden önce alçak geçiren bir filtreden geçirilerek gürültüden arındırılmıştır. Yine aynı uygulama yardımıyla Bölüm 5.1.2.'de aktarılan yöntem uygulanarak ivmeölçer sapması da hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar Çizelge 5.1'de gösterilmiştir.

Çizelge 5.1 Dama tahtası kullanarak gerçekleştirilen kamera ivmeölçer kalibrasyonu sonuçları

Sapma ($\times 10^{-3}g$)		Düzeltilme ($\times 10^{-3}$)		Dönme ($^{\circ}$)
$b_x =$	-17.79	$\lambda_x =$	0.00	$\phi_x =$ -0.10
$b_y =$	-7.29	$\lambda_y =$	-2.67	$\phi_y =$ -0.12
$b_z =$	8.46	$\lambda_z =$	7.01	$\phi_z =$ 0.24

Görülebileceği üzere ivmeölçerlerin düzeltme parametrelerinin mutlak büyüklüğü % 1'in altında kalmıştır. Dönme matrisinin etkisini gözlemlemek için sırayla z , y ve x eksenleri etrafındaki dönmeye karşılık gelen yalpa-batma-yatma (*roll-pitch-yaw*) açıları hesaplanmış, bu açıların da çeyrek dereceden küçük olduğu görülmüştür. Bu sonuçlardan R dönme matrisi ile L düzeltme matrisinin birim matrise yakın matrisler olduğu söylenebilir. Bu sonuçların önemi, ivmeölçer kullanan yeni bir kamera kalibrasyonu yönteminin önerildiği Bölüm 5.3.1.'de tartışılacaktır.

Zincir eğrisi dama tahtasının aksine doğal olarak yerçekimine göre dikey doğrultuda biçimlenen bir düzlem oluşturur. Bölüm 4.3.5.'te değinildiği gibi zincir eğrisinin bu özelliği kullanılarak kamera ivmeölçer kalibrasyonu yapmak olanaklıdır. Ancak zincir eğrisinde kaçış noktalarını doğrudan dikey çizgileri kesiştirerek bulmak olanaklı değildir. Bunun yerine eğrinin yer aldığı düzlemin görüntüdeki perspektifi üzerinden cebirsel yolla da kaçış

noktaları hesaplanabilir. Ardından hesaplanan kaçış noktaları ile kaydedilen ivme verileri kullanılarak yukarıda aktarılan yolla ivmeölçer düzeltme ve dönme matrislerine ulaşılır.

Çizelge 5.2 Zincir eğrisi kullanarak gerçekleştirilen kamera ivmeölçer kalibrasyonu sonuçları

Düzeltilme ($\times 10^{-3}$)		Dönme ($^{\circ}$)
$\lambda_x = 0.00$	$\lambda_{xy} = -3.66$	$\phi_x = -0.19$
$\lambda_y = -0.54$	$\lambda_{xz} = -8.67$	$\phi_y = -0.27$
$\lambda_z = -5.35$	$\lambda_{yz} = 0.22$	$\phi_z = 0.05$

Zincir eğrisi kullanarak kamera ivmeölçer kalibrasyonunu denemek için Bölüm 4.3.2.'de aktarılan aynı görüntü kümesi kullanılmıştır. Kaçış noktaları da bu işlem üzerinden hesaplanmıştır. Çekimler aynı uygulama ile gerçekleştirildiği için ivme verileri de kaydedilmiştir. Bu veri kümesi ile hesaplanan ivmeölçer parametreleri Çizelge 5.2'de verilmiştir.

5.3. İvmeölçerle Kamera Kalibrasyonu

Kamera ile ivmeölçer arasında kurulan sonsuz homografi Bölüm 5.2.3.'de görüldüğü gibi ivmeölçeri kalibre etmeye olanak vermişti. Kalibrasyon aktarımı olarak anılan bu işlemde kalibre edilmiş kameradan sağlanan bilgiler ile bilinmeyen ivmeölçer parametreleri hesaplanabiliyordu. Benzer biçimde ivmeölçere ilişkin belirli bilgi ve varsayımlarla kamera kalibrasyonu yapmak da olanaklıdır.

5.3.1. 3B Kalibratör Olarak İvmeölçer

3B kalibrasyonda Bölüm 3.2.3.'den anımsanacağı gibi uzay konumları bilinen noktaların görüntüdeki yansımalarına bakılarak kameranın iç parametreleri kestirilmektedir. Bu noktaları bir 3B kalibratör üzerindeki işaretlerden seçebilmek olanaklıdır. İvmeölçer de belirli varsayımlar altında benzer bir işlev görebilir. Durağan bir ivmeölçer dikey

doğrultuyu gösterirken aynı doğrultu görüntüde bir kaçış noktası ile tanımlanabilir. Ortak bir çerçeveye bağlı kamera ivmeölçer düzeneği farklı doğrultularda konumlandırılarak eşlenik ivme vektörleri ve dikey kaçış noktaları toplanabilir. İvme vektörlerini görüntüdeki kaçış noktalarına yansıtan kamera matrisi, toplanan eşlenik vektörler üzerinden kestirilebilir.

Ancak burada ivmeölçerin, ivme vektörlerini kamera koordinatlarına göre tam olarak ölçekbildiği varsayılmıştır. Bir başka deyişle Eş. 63c'de verilen kamera ivmeölçer modelindeki $\mathbf{b}$ ivmeölçer sapma vektörünün, $\mathbf{L}$ düzeltme ve $\mathbf{R}$ dönme matrislerinin bilindiği varsayılmıştır. Bu varsayım çerçevesinde bir kamera kalibrasyon yöntemi öneren Lobo ve Dias [86] yatay olarak konumlandıkları bir dama tahtasını dikey eksen etrafında çevirerek yatay ufuk çizgisinden çeşitli noktalar yakalamışlardır. Bu noktaların ivme vektörüyle olan diklik ilişkisi üzerinden kameranın odak uzaklığını hesaplamışlardır. Ancak araştırmacılar çalışmalarında asal noktanın orijinde olduğu, yatay ve dikey odak uzaklıkların eşit varsayıldığı basitleştirilmiş bir kamera modeli kullanmışlardır.

Yeniden Eş. 63c'de gösterilen ivme vektörleri ile kaçış noktaları arasındaki modele dönecek olursak arada kurulan sonsuz homografinin üç ayrı bileşenden oluştuğu söylenebilir. Bunlar kameranın iç parametreleri, kamera ile ivmeölçer arasındaki dönme dönüşümü ve ivmeölçerin düzeltme parametreleri idi. Bölüm 5.2.3.'de görüldüğü gibi kalibrasyon aktarımı ile kalibre edilmiş bir kamera aracılığıyla ivmeölçerin düzeltme parametrelerine ulaşılabilirdi. Benzer biçimde ivmeölçer tekil olarak kalibre edilebilirse buradan kamera parametrelerine ulaşmak da olanaklıdır.

Cebirsel açıdan Eş. 63c incelenecek olursa $\mathbf{H} \sim \mathbf{KRL}$ sonsuz homografi matrisinin, üst-üçgensel $\mathbf{K}$ kamera matrisi ile birimcil $\mathbf{R}$ dönme matrisinin ve alt-üçgensel $\mathbf{L}$ düzeltme matrisinin çarpımı olduğu görülür. Yukarıda özetlendiği üzere $\mathbf{K}$ kamera matrisinin bilinmesi durumunda $\mathbf{RL} \sim \mathbf{K}^{-1}\mathbf{H}$ matrisine uygulanacak QR -ayırıştırması yoluyla $\mathbf{L}$ düzeltme matrisine ulaşılabilir. Benzer biçimde $\mathbf{L}$ düzeltme matrisinin bilinmesi durumunda $\mathbf{KR} \sim \mathbf{HL}^{-1}$ matrisine uygulanacak QR -ayırıştırması yoluyla $\mathbf{K}$ kamera matrisine ulaşılabilir. Ya da $\mathbf{R}$ dönme matrisinin birim matris olduğu varsayımında $\mathbf{KL} \sim \mathbf{H}$ matrisine uygulanacak LU -ayırıştırması yoluyla $\mathbf{K}$ kamera matrisine ve $\mathbf{L}$ düzeltme matrisine

ulaşılabilir. Ancak $\mathbf{K}$, $\mathbf{R}$ ve $\mathbf{L}$ matrislerinin üçünün de bilinmemesi durumunda $\mathbf{H}$ matrisini cebirsel olarak ayrıştırılabilmesi olanaklı değildir.

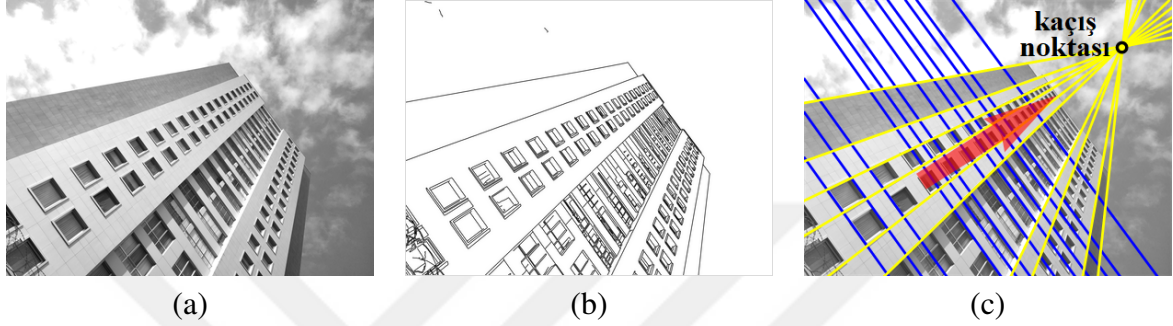
Bu noktada bölümün başında da değinildiği gibi ivmeölçere ilişkin belirli varsayımlarda bulunulabilir. Bu varsayımlar için Bölüm 5.2.3.'te aktarılan kamera ivmeölçer kalibrasyonunda gerçekleştirilen $\mathbf{L}$ düzeltme matrisi ve $\mathbf{R}$ dönme matrisi kestirimlerine göz atılabilir. Tablo 5.1'de verildiği gibi her iki matrisin de birim matrise oldukça yakın olduğu görülür. Bu noktada $\mathbf{H}$ homografi matrisinden $\mathbf{K}$ kamera matrisine ulaşmayı sağlayan 3 varsayım seçeneği karşımıza çıkar: *i)* Eksenleri özdeş ve dik olan ideal bir ivmeölçer için düzeltme matrisi $\mathbf{L} = \mathbf{I}$ olduğu varsayılabilir. *ii)* Kusursuzca hizalanmış kamera ve ivmeölçer için $\mathbf{R} = \mathbf{I}$ olduğu varsayılabilir. *iii)* Ya da bu iki varsayım birleştirilebilir ve $\mathbf{L} = \mathbf{R} = \mathbf{I}$ olabilir.

Yukarıdaki 3 varsayımdan 3 ayrı kamera ivmeölçer modeli elde edilir. İdeal ivmeölçer modelinde Eş. 63c'de verilen denklik $\mathbf{H} \sim \mathbf{KR}$ denkliğine dönüşür. Burada $\mathbf{H}$ matrisine uygulanacak QR -ayrıştırması yoluyla $\mathbf{K}$ kamera matrisine ulaşılabilir. Kusursuz hizalanma modelinde Eş. 63c'deki denklik $\mathbf{H} \sim \mathbf{KL}$ denkliğine dönüşür. Burada da $\mathbf{H}$ matrisine uygulanacak LU -ayrıştırması yoluyla $\mathbf{K}$ kamera matrisine ulaşılabilir. Kusursuz hizalanmış ideal ivmeölçer modelinde ise doğrudan $\mathbf{H} \sim \mathbf{K}$ denkliğine ulaşılır. Ancak bu son model Eş. 64'te kestirilen $\mathbf{H}$ homografi matrisinin tanımını da belirlediği için kestirim, matrisin üst-üçgensel olması kısıtı ($\mathbf{H}_{21} = \mathbf{H}_{31} = \mathbf{H}_{32} = 0$) altında gerçekleştirilmelidir.

5.3.2. Yapı Görüntüleri ve İvmeölçer Kullanarak Kamera Kalibrasyonu

Bölüm 5.2.1.'den anımsanacağı gibi insan yapımı nesnelere ilişkin belirli geometrik varsayımlar üzerinden kamera kalibrasyonu yapılabilirdi. Görüntüde yakalanan çizgiler Manhattan evreninde üç dik eksene de paralelken Atlanta evreninde dikey eksene ve yatay düzlemdeki birbirine dik olmayan iki eksene paraleldi. Daha gevşek bir model önererek insan yapımı nesnelerin bulunduğu bir görüntüde yalnızca dikey eksene paralel çizgilerin bulunabileceği öne sürülebilir. Bu koşulu yoldan çekilmiş herhangi bir yapı görüntüsü kolaylıkla sağlayabilir. Görüntüde yapının dış sınırları yanı sıra pencere, balkon

vb. ayrıntılarda da dikey çizgiler yakalanabilir. Bu doğruların kesiştirilmesi yoluyla Şekil 3.4'te gösterildiği gibi görüntüde dikey kaçış noktaları saptanabilir. Bir yada birden çok görüntüde saptanan tek yöndeki kaçış noktası kamera kalibrasyonu gerçekleştirmeye olanak vermezken bu veri yardımcı bir algılayıcıyla, ivmeölçerle desteklendiğinde Bölüm 5.3.1.'de önerilen kamera kalibrasyon yöntemini uygulamaya olanak tanır.



Şekil 5.3 Yapı görüntülerinde (a) dikey kaçış noktasını saptamak için görüntüler Canny kenar bulma algoritmasından geçirilir. Ardından kenar görüntüsü (b) Hough dönüşümüne tutularak bütün doğrular (c) saptanır. Doğruları dikey (sarı) ve yatay (mavi) olarak ayırmak için ivme vektöründen (kırmızı) yararlanır. Dikey doğrular kesiştirilerek kaçış noktası hesaplanır.

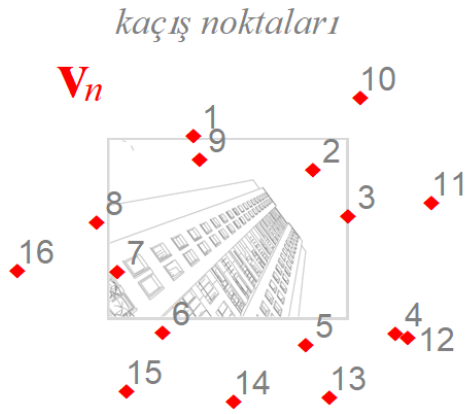
Yapı görüntüsünden dikey kaçış noktasını saptamak için öncelikle görüntü Şekil 5.3a ve b'de gösterildiği gibi *Canny* kenar bulma algoritmasından geçirilir. Kenar görüntüsü içindeki doğruları yakalamak içinse *Hough* dönüşümünden yararlanır ve Şekil 5.3c'de sarı ve mavi renklerle gösterilen doğrulara ulaşılır. Ancak bu doğruların sarıyla gösterilen bölümü dikey yönelimliken maviyle gösterilmiş olan diğer bölümü ise yatay ya da çapraz yönlerde olabilir. Dolayısıyla dikey çizgilerin kümelenmesi gereklidir. Bu işlem sadece görüntülerden yararlanarak Manhattan ya da Atlanta evreni modelleri kullanan yöntemlerde karmaşık algoritmalarla çözülmektedir [74–76]. Ancak burada kameranın yönelim bilgisini taşıyan ivmeölçer verisi kullanılabilir. Bölüm 5.1.2.'de aktarılan ivmeölçer sapma vektörünün hesaplanmasında mobil cihazın 3 ekseninde 6 ayrı yönelimde ivme değerleri kaydedilmiştir. Bu veriden cihazın ve dolayısıyla kameranın eksenleri ile ivmeölçerin eksenleri yaklaşık olarak eşleştirilebilir.¹⁷

¹⁷Tablo 5.1'de görüldüğü gibi ($\mathbf{R} \approx \mathbf{I}$) deneyde kullanılan cihazda bu eksenler birebir çakışsa da farklı cihazlarda eksenlerin sırası ve yönünü değiştirmek gerekebilir.

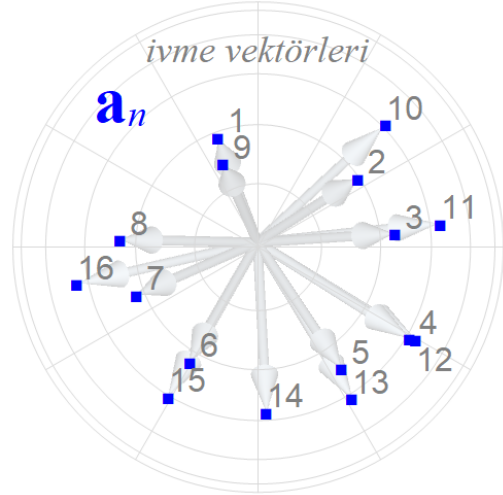
Geçici olarak kamerayla kusursuz hizalanmış ideal ivmeölçer varsayımıyla $\mathbf{a} = [a_x \ a_y \ a_z]^T$ ivme vektörü görüntüye Şekil 5.3c’de kırmızı okla gösterilen $\boldsymbol{\alpha} \sim [a_x/a_z \ a_y/a_z]^T$ doğrultu vektörü olarak düşürülür. Bu geçici varsayım yardımıyla asal noktadan geçip dikey kaçış noktasına ulaşan doğrunun $\boldsymbol{\alpha}$ doğrultusuna ulaşılır. Ancak görüntüdeki diğer dikey $\boldsymbol{\lambda}_i^T \tilde{\mathbf{v}} = 0$ doğruları da bu doğruya yakın doğrultularla kaçış noktasına ulaşırlar. Bu durumda belirli bir t eşiği için $|\boldsymbol{\lambda}_i^T [\boldsymbol{\alpha} \ 0]^T| \leq t$ koşulu üzerinden $\boldsymbol{\lambda}_i$ doğruları seçilebilir. Seçilen dikey doğrular çoğunlukla ikiden fazla olacağı için aranan $\mathbf{v}$ kesişim noktası aşırı belirlenmiştir ve bütün $\boldsymbol{\lambda}_i^T \tilde{\mathbf{v}} = 0$ koşullarını tam olarak sağlayamaz. Bunun yerine $\boldsymbol{\Lambda} = [\boldsymbol{\lambda}_1 \ \boldsymbol{\lambda}_2 \ \dots]^T$ olmak üzere doğrulara en kısa $|\boldsymbol{\Lambda} \tilde{\mathbf{v}}|$ toplam uzaklığında olan $\mathbf{v}$ noktası aranır. Böylece $\tilde{\mathbf{v}}$ kaçış noktası $\boldsymbol{\Lambda}^T \boldsymbol{\Lambda}$ matrisinin en küçük özdeğerine karşılık gelen özvektörü olarak bulunur.



(a)



(b)



(c)

Şekil 5.4 Mobil cihazı farklı doğrultularda tutarak kaydedilen yapı görüntüleri (a) üzerinden dikey kaçış noktaları (b) hesaplanır. Eşzamanlı olarak kaydedilen ivme vektörlerinin (c) de kaçış noktaları ile benzer bir dağılımda olduğu görülebilir.

İvme vektörleri ile kaçış noktaları arasındaki Eş. 63c’de gösterilen sonsuz homografiyi

kurabilmek ve aradaki bağlantıyı sağlayan homografi matrisini kestirebilmek için Şekil 5.4a'da görüldüğü gibi mobil cihazı farklı doğrultularda konumlandırılıp bir yapının görüntülerini ve eşzamanlı ivmeölçer verilerini kaydetmek gerekir. Ardından Bölüm 5.1.2.'de aktarılan yolla hesaplanmış olan sapma değerini bu ölçüm değerlerinden çıkararak sapmadan arındırılmış $\mathbf{a}_n$ ivme vektörlerine ulaşılmalıdır. Şekil 5.4b ve c'de bu çekimden elde edilen $\mathbf{v}_n$ kaçış noktaları ve $\mathbf{a}_n$ ivme vektörlerinin benzer dağılımı gösterilmiştir. Aradaki $\tilde{\mathbf{v}}_n \sim \mathbf{H}\mathbf{a}_n$ bağlantısını sağlayan $\mathbf{H}$ homografi matrisi Eş. 64'te verilen maliyet fonksiyonu en aza indirilerek kestirilebilir. Bölüm 5.3.1.'de değinilen 3 ayrı modele göre $\mathbf{H}$ matrisinden $\mathbf{K}$ kamera matrisi ayrıştırılabilir ve kamera iç parametrelerine ulaşılabilir.



Şekil 5.5 Önerilen yöntemi denemek için her biri farklı bir yapıdan alınan görüntülerle 16 veri kümesi oluşturulmuştur.

Yukarıda önerilen yöntemi denemek amacıyla 16 farklı veri kümesi¹⁸ oluşturulmuş, her veri kümesinde Şekil 5.5'te gösterilen farklı bir yapıdan görüntüler alınmıştır. Görüntü sayıları 15 ile 27 arasında değişmekte olup Şekil 5.3a'da olduğu gibi kamera asal eksen etrafında döndürülerek farklı açılarda görüntüler eşzamanlı ivme değerleriyle kaydedilmiştir. Çekimler kalibratör kullandığımız diğer yöntemlerin aksine uçayak üzerinde değil elde çekilmiştir. Bu amaç için geliştirdiğimiz uygulama, kamerayı sonsuzda odaklamakta, ivme verilerindeki gürültü düzeyini ekrana yansıtmaktadır. Elde tutulan cihazın titretilmesi nedeniyle çekimler yalnızca ivme gürültüsü yeterince düşük değerde ($|\tilde{\mathbf{n}}_a| \leq 0.01g$) olduğu zaman yapılmıştır. Böylece görüntüde titreme kaynaklı bulanıklığın ve görüntü ile ivmenin kayıt zamanları arasında olabilecek olası doğrultu değişimlerinin önüne geçilmiştir.

¹⁸Oluşturduğumuz veri kümesine, çekimlerde kullanılan uygulamanın kurulum dosyasına ve önerdiğimiz yöntemi gerçekleştiren Mathematica dosyasına <https://github.com/okayarik/Camera-Calibration-Using-Accelerometer> adresinden ulaşılabilir.

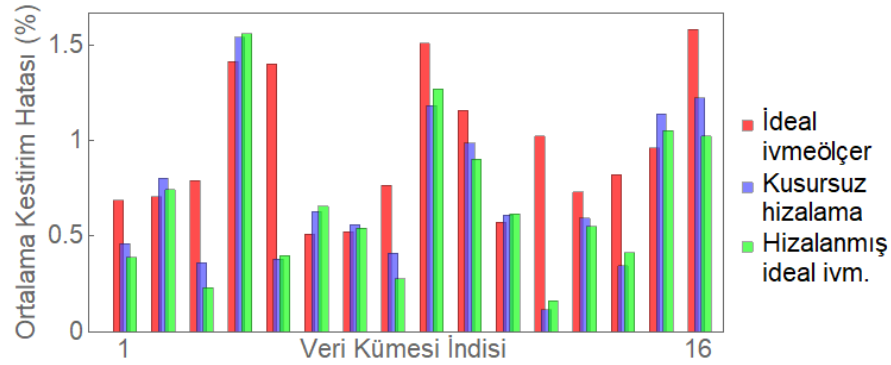
Veri kümelerindeki görüntülerde kaçış noktaları hesaplanmış, kaydedilen ivme değerlerinden sapmalar çıkarılarak sapmasız ivme vektörleri elde edilmiştir. Ardından her bir veri kümesi ile üç farklı model üzerinden kamera iç parametreleri kestirilmiştir. 3 ayrı model için 16 veri kümesiyle kullanarak kestirilen kalibrasyon değerlerinin ortalama hata oranları Çizelge 5.3'te gösterilmiştir. Bütün hesaplamalar Mathematica ortamında gerçekleştirilmiştir.

Çizelge 5.3 Farklı kamera ivmeölçer modellerine göre 16 farklı kalibrasyonun ortalama hata oranları (%)

Model	Odak uzaklığı		Asal nokta		ortalama
	yatay	dikey	yatay	dikey	
İdeal ivmeölçer	0.97	0.98	0.81	1.03	0.95
Kusursuz hizalama	0.94	0.84	0.32	0.74	0.71
Hizalanmış ideal ivm.	0.89	0.82	0.26	0.73	0.67

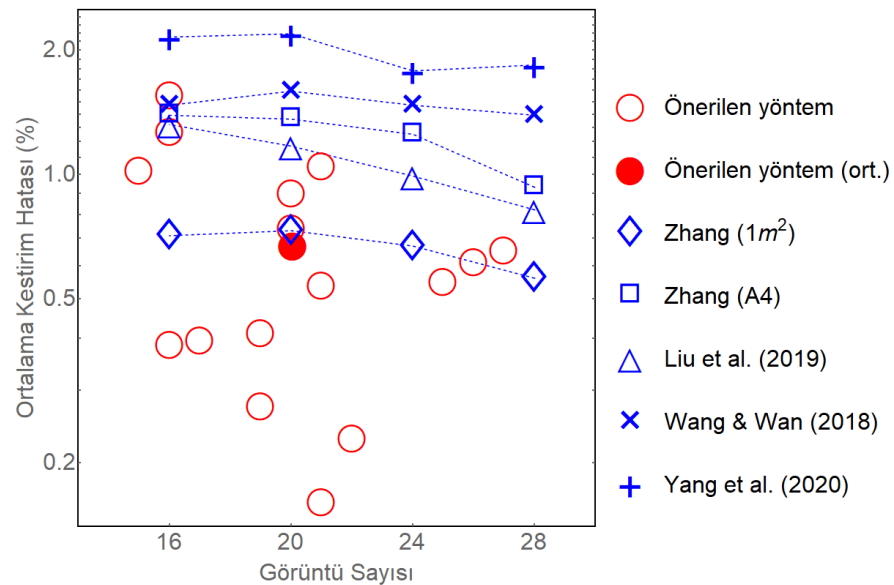
Kamera ivmeölçer modellerinin başarımı her veri kümesi için ayrı olarak Şekil 5.6'da verilmiştir. Kusursuz hizalama ve hizalanmış ideal ivmeölçer modelleri oldukça yakın kestirim hataları vermiştir. Ancak ideal ivmeölçer modeli diğer iki modelden genelde daha yüksek hatalar üreterek ayrılmıştır. Çizelge 5.3'te de görüldüğü üzere veri kümelerinin ortalamasında da en yüksek hatayı bu model vermiştir. Diğer iki model karşılaştırıldığında ise çok az bir farkla hizalanmış ideal ivmeölçer modelinin daha iyi sonuç verdiği görülmektedir.

Olası kamera ivmeölçer modelleri içinde en basit olan hizalanmış ideal ivmeölçer modeli ($H \sim K$) daha karmaşık olan diğer iki modelden ($H \sim KR$ ve $H \sim KL$) daha başarılı olmuştur. Çizelge 5.1'de görüldüğü gibi oldukça küçük olan ivmeölçerin düzeltme parametreleri ile kamera ile ivmeölçer arasındaki dönmeyi hesaplamaya çalışan diğer iki model gürültülü veriye aşırı uyum (*overfitting*) gösterirken bu parametreleri yok sayan son model kamera parametrelerini daha başarılı kestirmiştir.



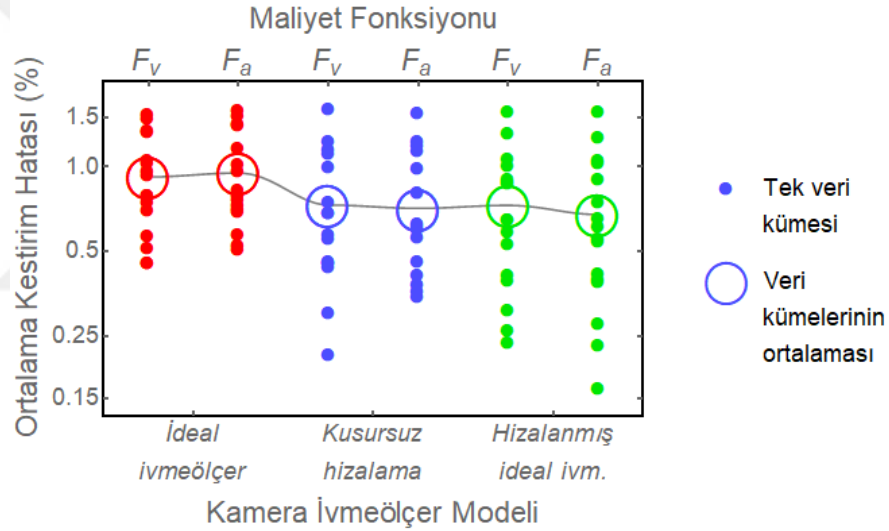
Şekil 5.6 Farklı veri kümeleri arasında kamera ivmeölçer modellerinin başarımlarını karşılaştırması

Veri kümelerinde kullanılan görüntü sayısı ile ortalama kestirim hatasının karşılıklı dağılımı Şekil 5.7’de verilmiştir. Dağılımdan görüntü sayısı ile kestirim hatası arasında eksi korelasyon ($\rho_{XY} = -0.34$) görülmektedir. Şekilde Bölüm 3.4.2.’de değinilen Zhang yönteminin [17] ve Bölüm 3.4.3.’te aktarılan son yıllarda geliştirilmiş yöntemlerin [20–22] de kalibrasyon sonuçları yer almaktadır. Farklı sayılarda görüntüler kullanılarak gerçekleştirilen bu yöntemlerde de görüntü sayısı arttıkça hatanın azaldığı görülmektedir. Önerilen yöntemin aksine bu yöntemlerin kontrollü ortamda çekilen görüntülerle uygulandığı belirtilmelidir.



Şekil 5.7 Farklı yöntemlerin kullanılan görüntü sayısına göre başarımlarını karşılaştırması

Önerilen yöntemin başarımı kullanılan kamera ivmeölçer modeli yanı sıra kestirimde kullanılan maliyet fonksiyonu üzerinden de incelenmiştir. Bölüm 5.2.2.'den anımsanacağı üzere Eş. 64'te verilen maliyet fonksiyonu $F_a(\mathbf{H}) = \sum_n |\widehat{\mathbf{H}^{-1}\tilde{\mathbf{v}}_n} - \hat{\mathbf{a}}_n|^2$ kaçış noktalarından ivme uzayına geri yansıtım hatası üzerinden hesaplanıyordu. Ancak bunun yanında maliyet fonksiyonu ivme vektörlerinin görüntü düzlemine yansıtım hatası üzerinden $F_v(\mathbf{H}) = \sum_n |\tilde{\mathbf{v}}_n - s\mathbf{H}\mathbf{a}_n|^2$ biçiminde de tanımlanabilir. Her iki maliyet fonksiyonu ve üç ayrı kamera ivmeölçer modeli için gerçekleştirilen kestirimlerin ortalama hata oranları Şekil 5.8'de gösterilmiştir. Gerek ortalama gerekse dağılım aralığında hizalanmış ideal ivmeölçer modeli ile birlikte kullanılan Eş.64'te verilmiş olan hata fonksiyonu en iyi başarımı göstermiştir.

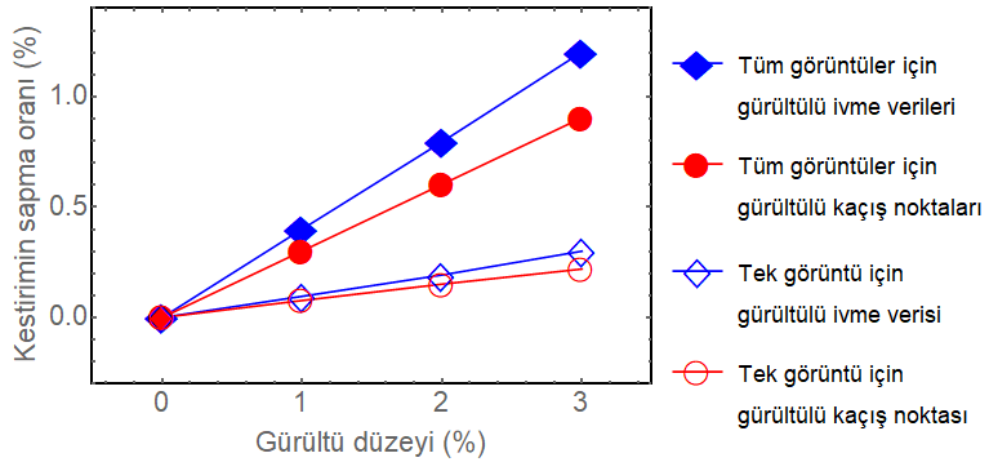


Şekil 5.8 Farklı maliyet fonksiyonlarının başarım karşılaştırması

Önerilen yöntemin başarımını etkileyen bir başka etmen de maliyet fonksiyonunun temel girdileri olan kaçış noktaları ile ivme verileri üzerindeki gürültüdür. Görüntü üzerinde kaçış noktaları dikey doğruları kesiştirerek hesaplanmaktadır. Bu doğruların arasındaki açılar daraldıkça kaçış noktasının hesaplanması kötü koşullanmış bir soruna dönüşür ve üzerindeki hatayı artırır. Görüntülerin elde çekilmesi de cihazın titretilmesinden kaynaklı olarak ivme verileri üzerine bir gürültü ekler. Yukarıda belirtildiği gibi çekimlerin gerçekleştirildiği uygulamada bu gürültünün % 1'i aşmaması sağlanmıştır. Kameranın titretilmesi ise bulanık görüntüde dikey doğruların yeterince keskin olarak yakalanamamasına yol açar.

Bu da hesaplanacak kaçış noktasının üzerine bir hata ekler. Yine bu titremeler, verilerin kaydedilmesi arasında geçen kısa zamanda cihazın hareket etmesine yol açar. Böylece kayıt anlarında kamera ve ivmeölçer farklı doğrultuları göstereceği için veriler artık modele uyum sağlamaz.

Bu gibi sorunların kestirilen kamera parametrelerine ne ölçüde etki ettiğın gözlemlemek için $\mathbf{v}_n$ kaçış noktalarına ve $\mathbf{a}_n$ ivme verilerine normal dağılımlı $\tilde{\mathbf{n}}_v \sim \mathcal{N}_2(0, \sigma_v \mathbf{I}_2 / \sqrt{2})$ ve $\tilde{\mathbf{n}}_a \sim \mathcal{N}_3(0, \sigma_a \mathbf{I}_3 / \sqrt{3})$ gürültüleri eklenmiş, bu gürültülü $\mathbf{v}_n + \tilde{\mathbf{n}}_v$ kaçış noktaları ile $\mathbf{a}_n + \tilde{\mathbf{n}}_a$ ivme verileri üzerinden önerilen yöntemle kalibrasyonlar gerçekleştirilmiştir. Eklenen gürültülerin düzeyi için verilerin ortalama büyüklüğü temel alınmış, kaçış noktalarının görüntü merkezinden ortalama uzaklığının sırayla % 1'i, 2'si ve 3'ü σ_v olarak belirlenmiş ve her bir değer için deney 1000 kez tekrarlanmıştır. Benzer biçimde ivme vektörleri için g yerçekimi ivmesi temel alınarak 0.01g, 0.02g ve 0.03g düzeyleri σ_a olarak belirlenmiş ve deney tekrarlanmıştır. Deneyler hem rastgele tek bir görüntüye hem de veri kümesindeki bütün görüntülere gürültüler eklenerek gerçekleştirilmiştir. Kalibrasyonların sonucunda kestirilen parametrelerin sapma oranları Şekil 5.9'da verilmiştir.



Şekil 5.9 Gürültülü girdilerin kalibrasyonda yol açtığı sapma

5.3.3. Düzlemsel Kalibratör ve İvmeölçer Kullanarak Kamera Kalibrasyonu

Kamera ivmeölçer kalibrasyonunun aktarıldığı Bölüm 5.2.3.'te zincir eğrisinin de bu amaçla kullanılabildiği gösterilmişti. Zincir eğrisinin bağlı olduğu düşey doğrultulu düzlemle görüntü arasındaki perspektifi sağlayan çarpıtma matrisi kestirilebildiği için dikey yöndeki kaçış noktasını cebirsel olarak hesaplamak olanaklıdır. Eşzamanlı olarak kaydedilen ivme vektörlerinin de varlığı durumunda yapı görüntüleri için önerilen kamera kalibrasyonu yöntemi zincir eğrisi ile de uygulanabilir.

Ancak yapı görüntüleri çekilirken kamera her zaman yukarıya doğrultulmaktadır. Oysa Şekil 4.5'te de görüleceği gibi zincir eğrisi görüntülerinin bir bölümünde kamera aşağıya doğrultulmuştur. Bu durumda dikey kaçış noktası yerine homojen koordinatlarda aynı yere karşılık gelen düşey yöndeki kaçış noktası bulunur. İvme vektörlerinin görüntüye yansıtıldığı bir maliyet fonksiyonunda bu değişiklik bir sorun yaratmaz. Ancak görüntü noktalarının ivme uzayına geri yansıtıldığı Eş. 64'te verilen maliyet fonksiyonunda uzaydaki vektörün işareti önem kazanır. Dikey yöndeki $\mathbf{v}$ kaçış noktası $\widehat{\mathbf{H}^{-1}\mathbf{v}} \rightarrow \hat{\mathbf{a}}$ biçiminde ivme uzayına geri yansıtılırken düşey yöndeki kaçış noktası $-\widehat{\mathbf{H}^{-1}\mathbf{v}} \rightarrow \hat{\mathbf{a}}$ biçiminde geri yansıtılmalıdır. Bu nedenle maliyet fonksiyonunu bir miktar değiştirmek gerekecektir. Geri yansıtımın işaretini saptamak için Şekil 5.3c'deki kaçış noktası ve görüntüye yansıtılmış ivme vektöründen yararlanılabilir. Şekilde dikey kaçış noktası ivme görüntüsü ile aynı doğrultudadır. Düşey kaçış noktasında ise bu durumun tersi olacaktır. Görüntü çerçevesinin geometrik merkezi $\mathbf{c}$ olmak üzere $\text{sgn}((\mathbf{v} - \mathbf{c})^T [a_x/a_z \ a_y/a_z]^T)$ çarpımı ile bu işaret saptanabilir.

Önerilen yöntemi denemek için yine Bölüm 4.3.2.'de aktarılan görüntü kümesi kullanılmıştır. Zincir eğrisi ve ivmeölçer kullanılarak elde edilen kalibrasyon sonuçlarının yalnızca zincir eğrisi kullanılarak gerçekleştirilen kalibrasyonla karşılaştırılması Çizelge 5.4'te verilmiştir.

Zincir eğrisi gibi dama desenli bir kalibratör de önerilen yöntemde kullanılabilir. Ancak zincir eğrisi doğal olarak yerçekimi doğrultusunda biçimlenirken dama desenli kalibratör üzerindeki dikey çizgiler düşey doğrultuda olacak biçimde özel olarak konumlandırılmalıdır.

Çizelge 5.4 Zincir eğrisi ve dama tahtası ile birlikte ivmeölçer kullanarak gerçekleştirilen kalibrasyonların hata oranları (%)

Yöntem	Odak uzaklığı		Asal nokta		ortalama
	yatay	dikey	yatay	dikey	
Yalnızca zincir eğrisi	0.23	0.57	0.47	1.33	0.65
Zincir eğrisi ve ivmeölçer	0.49	0.44	0.02	1.19	0.53
Yalnızca dama tahtası	1.39	1.19	0.35	0.24	0.79
Dama tahtası ve ivmeölçer	0.87	0.62	0.73	0.31	0.63

Anımsanacağı gibi Bölüm 5.2.3.'ten anımsanacağı gibi kamera ivmeölçer kalibrasyonu amacıyla bu koşuldaki dama tahtası ile 19 görüntü kaydedilmişti. Aynı görüntüler önerilen kamera kalibrasyonu için de kullanılmıştır. Çizelge 5.4'te bu kalibrasyonun kestirim hataları verilmiştir.

Aynı dama tahtası görüntüleri üzerinden Zhang yöntemi ile de kalibrasyon yapılmıştır. Aynı açı çeşitliliğine sahip [33] ortak bir görüntü kümesi ile iki ayrı yöntem Çizelge 5.4'te görüldüğü gibi karşılaştırılabilmiştir.

5.3.4. Ufuk Çizgisi ve İvmeölçer Kullanarak Kamera Kalibrasyonu

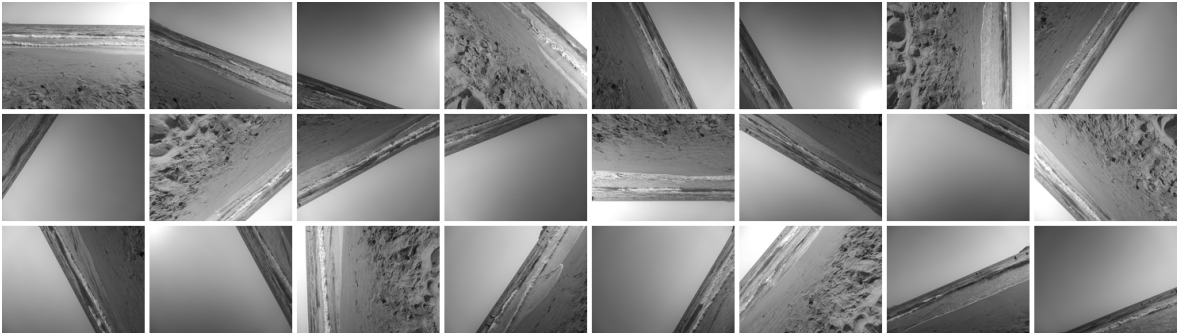
Bölüm 5.3.1.'den anımsanacağı üzere Lobo ve Dias, ivmeölçerden elde edilen dikey doğrultu ile dama tahtasından elde edilen yatay ufuk çizgisini kullanan bir kamera kalibrasyon yöntemi önermektedir [86]. Benzer biçimde önermiş olduğumuz yöntem de dikey ivme vektörü ile yatay ufuk çizgisi arasındaki diklik ilişkisine uyarlanabilir.

Dikey yönlü ivme vektörü ile kaçış noktası arasındaki projeksiyon ilişkisi Bölüm 5.2.2.'de modellenmiş, Eş. 63c'de tanımlanmıştı. Bölüm 3.3.4.'te incelenmiş olan ufuk çizgisi ise yatay yöndeki bütün doğrultularda uzanan kaçış noktalarının birleşiminden oluşan bir doğrudur. Görüntü üzerindeki ufuk çizgisi de dahil herhangi bir çizgi, üzerindeki bütün y noktalarınca sağlanan $\lambda^T \tilde{y} = 0$ eşitliği üzerinden λ vektörü ile tanımlanabilir. Yatay

ufuk çizgisi ile yer koordinatlarına göre $\mathbf{V}$ vektörü ile gösterilen dikey yön arasındaki ilişki Eş. 31e’de $\boldsymbol{\lambda} \sim \mathbf{K}^{-T} \mathbf{R}_c \mathbf{V}$ olarak verilmiştir. Yerçekimi etkisindeki ivmeölçerin ölçtüğü sapmadan arındırılmış $\mathbf{a}$ ivme vektörü ile yer koordinatlarına göre tanımlanmış dikey $\mathbf{V}$ vektörü arasındaki ilişki ise Eş. 62’den yararlanarak $\mathbf{V} = \mathbf{R}_a \mathbf{L} \mathbf{a}$ olarak verilir. Böylece $\boldsymbol{\lambda}$ vektörüyle tanımlanan ufuk çizgisi ile $\mathbf{a}$ ivme vektörü arasındaki ilişki, $\mathbf{R} = \mathbf{R}_c \mathbf{R}_a$ iki algılayıcının koordinatları arasındaki dönme matrisi olmak üzere Eş. 66’da gösterildiği biçimde belirir.

$$\boldsymbol{\lambda} \sim \mathbf{K}^{-T} \mathbf{R} \mathbf{L} \mathbf{a} \quad (66)$$

Burada ufuk çizgisi yerine dikey kaçış noktasının yer aldığı Eş. 63c’deki denklığe benzer bir projeksiyon ilişkisi ortaya çıkmaktadır. Bu ilişki, $\mathbf{R} = \mathbf{L} = \mathbf{I}$ varsayımlarına dayalı hizalanmış ideal ivmeölçer modeli çerçevesinde $\boldsymbol{\lambda} \sim \mathbf{K}^{-T} \mathbf{a}$ denklığıyle sadeleşir. Böylece Bölüm 5.3.2.’de aktarılan yapı görüntüleri ve ivmeölçer kullanan kalibrasyon yönteminde olduğu gibi birlikte kaydedilen ufuk çizgisi görüntüleri ve ivmeölçer verileri ile kamera kalibrasyonu yapılabilir. Görüntülerdeki ufuk çizgisinden hesaplanan $\boldsymbol{\lambda}_n$ vektörleri ile sapmasız $\mathbf{a}_n$ ivme vektörleri üzerinden Eş. 64’te verilen maliyet fonksiyonunu en aza indiren $\mathbf{H} \sim \mathbf{K}$ matrisi kestirilebilir.



Şekil 5.10 Mobil cihazı farklı doğrultularda tutarak kaydedilen ufuk çizgisi görüntüleri

Bu yöntemi denemek için Şekil 5.10’da gösterildiği gibi ufuk çizgisinin çeşitli açılarda 24 görüntüsü kaydedilmiştir. Görüntüler elde çekilirken yapı görüntülerinde olduğu gibi kamera asal eksenini etrafında döndürmüş, ivme uzayından olabildiğince çeşitlilikte dağılmış vektörler toplanmıştır. Görüntülerde ufuk çizgisini saptamak için *Hough* dönüşümü kullanılmış,

görüntüdeki hatalı çizgiler yine ivme doğrultusu yardımıyla ayıklanmıştır. Doğruların geçtiği iki nokta yardımıyla λ_n vektörleri hesaplanmış, sapmadan arındırılan a_n ivme vektörleri ile birlikte aradaki H homografi matrisini bu kez alt-üçgensel K^{-T} matrisi olarak kestiren algoritmaya sokulmuştur. Her 3 görüntüden 1'i atlanarak 16 görüntüyle de kalibrasyon tekrarlanmıştır. Hesaplanan kamera iç parametrelerinin hata oranları Çizelge 5.5'te verilmiştir.

Çizelge 5.5 Ufuk çizgisi ve ivmeölçer kullanarak gerçekleştirilen kalibrasyonların hata oranları (%)

Görüntü sayısı	Odak uzaklığı		Asal nokta		ortalama
	yatay	dikey	yatay	dikey	
24	0.63	0.17	0.56	0.08	0.36
16	0.19	0.74	0.55	0.58	0.52

Bölüm 5.3.2.'de aktarılan kalibrasyon yönteminde kameradan sağlanan veriler görüntüde yakalanan dikey doğruların kesişimi üzerinden hesaplanan kaçış noktalarından sağlanıyordu. Oysa ufuk çizgisi görüntüde doğrudan saptandığı için üzerinde kaçış noktasına oranla daha az belirsizlik barındırmaktadır. Çizelge 5.3 ile Çizelge 5.5'te verilen sonuçlar karşılaştırılırsa ivmeölçerin yanında ufuk çizgisi kullanan yöntemin daha başarılı olduğu görülür. Ancak ufuk çizgisine kıyı bölgeleri dışında ulaşmak olanaklı olmadığından dikey kaçış noktası kullanan yöntemin daha uygulanabilir olduğu söylenmelidir.

5.3.5. İvmeölçer Kullanarak Özkalibrasyon

Geliştirilen kamera kalibrasyonu yöntemlerinin, biri perspektif temelli kalibrasyon, diğeri ise özkalibrasyon olmak üzere iki temel yaklaşımdan birini izlediğine Bölüm 3.1.'de değinilmişti. Bu çerçevede Bölüm 5.3.2. ve Bölüm 5.3.4.'te önerilen yöntemler, kaçış noktası ve ufuk çizgisi gibi görüntüdeki perspektif projeksiyonuna ilişkin olgulardan yararlanması nedeniyle perspektif temelli yöntemlerden sayılmalıdır. Bu sınıftaki yöntemler geometrik özellikleri önceden bilinen bir kalibratör ya da insan yapımı nesnelere ilişkin

belirli (Manhattan Evreni, Atlanta Evreni) modellerden yararlanırken önerilen yöntem ivmeölçerden dikey doğrultu bilgisini edinerek görüntüye daha az bağlı bir yaklaşım izlemiştir. Böylece görüntüde yalnızca tek kaçış noktası ya da ufuk çizgisi kullanmak olanağına ulaşmıştır. Oysa yalnızca görüntülerden yararlanan bir yöntemde her görüntüde tek bir nokta ya da doğru kullanarak kalibrasyon yapabilmek olanaklı değildir.

Kullanılan görüntülerin kaçış noktası ya da ufuk çizgisi barındırması zorunluluğunu da ortadan kaldırarak yöntemi daha özgür kılabilmek ancak Bölüm 3.6.'da aktarılan özkalibrasyon yaklaşımlarına yönelmekle olanaklıdır. Özkalibrasyon yöntemleri farklı açılardan çekilmiş görüntülerdeki eşlenik noktalar üzerinden bu iki görüntüyü ortak bir modele oturturlar. Eşlenik noktalar sonsuzda varsayılacak ölçüde uzakta, kameranın açısal dönüşü kabaca kamera merkezi etrafında ise görüntüler arasında bir sonsuz homografi kurulabilir ve Bölüm 3.6.1.'de izlenen yolla özkalibrasyon yapılabilir. Sonlu uzaklıktaki eşlenik noktalarda ise görüntüler arasında bir epipolar geometri kurulabilir ve Bölüm 3.6.3.'te aktarılan Kruppa denklemlerinden yararlanılarak özkalibrasyon yapılabilir. Bölüm 3.1.'de de değinildiği gibi bu yöntemlerin uygulaması daha kolay ancak Çizelge 3.7 ve Çizelge 3.8'de görüldüğü gibi hata oranları yüksektir. Bu sorunlar kullanılan görüntü sayısı artırılarak bir ölçüde giderilebilir. Ancak bunun yerine yardımcı bir algılayıcı olarak ivmeölçerden yararlanılabilir ve özkalibrasyonun uygulama kolaylığını yitirmeden de aynı sayıda görüntüyle daha iyi sonuçlara ulaşılabilir.

Bölüm 5.2.2.'de aktarılan kamera ivmeölçer modelinde ivmeölçer yalnızca dikey doğrultuyu gösteren bir kamera olarak ele alınmıştı. Ölçülen ivme vektörünün kamera görüntüsündeki karşılığı olan dikey kaçış noktasına ulaşmak içinse Eş. 63c'den yararlanılabilir ve $\mathbf{a}$ ivme vektörü görüntü üzerine $\tilde{\mathbf{v}} \sim \mathbf{H}\mathbf{a}$ noktasına yansıtılabilir. Buradaki $\mathbf{H} \sim \mathbf{KRL}$ homografi matrisi kamera ve ivmeölçerin parametreleri üzerinden tanımlanmıştır.

Bölüm 3.6.2.'de aktarıldığı gibi farklı açılardan çekilmiş iki görüntüde $\mathbf{p}_i$ ve $\mathbf{p}'_i$ eşlenik noktaları üzerinden Eş. 45 yardımıyla $\mathbf{F}$ fundamental matrisi kestirilebilir. Bu iki görüntü arasında kurulan $\tilde{\mathbf{p}}^T \mathbf{F} \tilde{\mathbf{p}}' = 0$ epipolar geometri ilişkisi görüntülerdeki bütün noktalar için geçerli olması nedeniyle $\mathbf{p} = \mathbf{v}$ ve $\mathbf{p}' = \mathbf{v}'$ dikey kaçış noktaları için de geçerlidir. Yukarıda

değindiği gibi bu kaçış noktalarını kamera ile ivmeölçer arasındaki $\mathbf{H}$ homografi matrisi yardımıyla $\tilde{\mathbf{v}} \sim \mathbf{H}\mathbf{a}$ ve $\tilde{\mathbf{v}}' \sim \mathbf{H}\mathbf{a}'$ biçiminde göstermek olanaklıdır. Böylece Eş. 67'de gösterildiği gibi dikey kaçış noktaları arasında epipolar geometri ilişkisi kurulabilir.

$$\mathbf{a}^T \mathbf{H}^T \mathbf{F} \mathbf{H} \mathbf{a}' = 0 \quad (67)$$

Böylece epipolar geometri ilişkisi Eş. 67'de gösterildiği gibi ivme vektörlerine taşınmış olur. Burada eşlenik $\mathbf{a}$ ve $\mathbf{a}'$ ivme vektörleri ile $\mathbf{F}$ fundamental matrisi bilinmektedir. Bu tek denklemden bilinmeyen $\mathbf{H}$ homografi matrisine ulaşmak olanaklı değildir. Ancak aralarında epipolar geometri kurulacak görüntü çiftlerinin sayısı artırılabilir ve birden çok $\mathbf{a}_n$ ve $\mathbf{a}'_n$ eşlenik ivme vektörleri ile $\mathbf{F}_n$ fundamental matrisleri elde edilebilir. Böylece bütün görüntü çiftlerinde değişmez kalan $\mathbf{H}$ homografi matrisine ilişkin Eş. 67'de verilen birden çok kısıt elde edilir. Bununla birlikte eşitliğin simetrik yapısı nedeniyle $\mathbf{H}$ matrisinin üst köşegen ve alt köşegen elemanları birbiriyle ilişkilendirir ve sorun kötü koşullanmış olur. Bunu aşmak için Bölüm 5.3.2. ve Bölüm 5.3.4.'te önerilen yöntemlerde olduğu gibi hizalanmış ideal ivmeölçer modeli ($\mathbf{R} = \mathbf{L} = \mathbf{I}$) kullanılabilir ve bilinmeyen $\mathbf{H} \sim \mathbf{K}$ matrisi üst-üçgensel duruma gelir. Böylece yeterli sayıda görüntü çiftinden elde edilecek kısıtla kamera parametreleri kestirilebilir.

Çizelge 5.6 İvmeölçer ve Kruppa denklemleri kullanarak gerçekleştirilen özkalibrasyonların hata oranları (%)

	Odak uzaklığı		Asal nokta		
Yöntem	yatay	dikey	yatay	dikey	ortalama
İvmeölçer	0.50	0.81	3.51	0.81	1.40
Kruppa	10.71	10.60	4.98	11.28	9.39

Önerilen yöntemi denemek için Bölüm 3.6.3.'te Kruppa denklemleri ile özkalibrasyonun gerçekleştirildiği 14 görüntüden ve eşzamanlı ivme verilerinden oluşan veri kümesi

kullanılmıştır. Mathematica ortamında *Levenberg-Marquardt* yönteminin kullanıldığı kestirimin sonucunda ulaşılan parametrelerin hata oranları Çizelge 5.6’da görülebilir.

Sadece görüntülerin kullanıldığı Kruppa denklemleri ile özkalibrasyonun sonuçları da çizelgede karşılaştırma için verilmiştir. Görüldüğü gibi aynı görüntüler ve aynı eşlenik noktalar kullanılmasına karşın ivmeölçerden sağlanan yardımcı veriler kalibrasyon sonuçlarını belirgin biçimde iyileştirmiştir. Yeterli keskinlikte bir özkalibrasyon için çok daha fazla sayıda görüntüye gereksinim varken ivmeölçer yardımıyla bu zorunluluk aşılmıştır.

5.3.6. İvmeölçerle Kalibrasyona İlişkin Sonuçlar

Bölüm 5.3. içerisinde ivmeölçer kullanılan üç farklı kalibrasyon yöntemi önerilmiştir. Perspektif temelli ilk iki yöntemde görüntüdeki kaçış noktası ve ufuk çizgisinden yararlanılmış, son olarak bir özkalibrasyon yöntemi de önerilmiştir. Bu yöntemler arasında uygulanabilirlik yönünden en uygun olanında yapı görüntüleri kullanılmış, buradan hesaplanan dikey kaçış noktaları ivme vektörleri ile ilişkilendirilerek kamera parametreleri kestirilmiştir. Önerilen yöntem % 1’in altındaki kestirim hatasıyla gerek yaygın kullanılan Zhang yöntemine gerekse son yıllarda geliştirilen yöntemlere karşı rekabetçi sonuçlar elde etmiştir. Üstelik yöntem yalnızca yapı görüntülerinden yararlandığı için dışsal bir kalibratör nesneye gereksinimi yoktur.

Yöntemin başarımında etkili olan etmenlerden biri kestirimde kullanılan hizalanmış ideal ivmeölçer modelindeki varsayımların gerçeğe uygunluğudur. MEMS tabanlı algılayıcıların yıllar içinde artan keskinliği ideal ivmeölçer varsayımına olanak tanımaktadır. Mobil cihazlar içindeki kamera ve ivmeölçer algılayıcılarının ortak bir devre kartı üzerine insansız üretim hattında dizilmesi de algılayıcılar arasındaki hizalanma varsayımını gerçekçi kılmıştır.

Önerilen yöntem odakötesi uzaklığın çok daha gerisinde yer alan yapı görüntüleri kullanması nedeniyle kalibratör kullanan yöntemlerde karşılaşılan odaksızlık sorununu aşabilmiştir.

Sonsuza odaklanmış kamerada yeterli netlikte olan görüntülerde dikey doğrular keskinlikle yakalanabilmiş, kalibrasyon için görüntüden sağlanan verideki belirsizlik azaltılmıştır.

Kamera ivmeölçer modeli yardımıyla Bölüm 5.2.'de aktarıldığı gibi kamera ivmeölçer kalibrasyonu yapmak da olanaklıdır. Böylece çekilen görüntüler herhangi bir görsel ipucu kullanılmadan yalnız ivmeölçer verisi yardımıyla yatay ekseninde döndürülerek dikleştirilebilir. Yöntem, hedef nesnenin uzaklığı ya da kameranın yerden yüksekliği gibi ölçümleri kaynak olarak görüntü üzerinden ölçüm ve modelleme yapmaya da olanak vermektedir.

İvmeölçer verisi belirli bir kalibrasyon yöntemine ek bilgi sağlamak amacıyla da kullanılabilir. Bölüm 5.3.3.'te düzlemsel kalibratörler kullanan yöntemlere destekleyici olarak ivmeölçer kullanılmış ve kalibrasyonun keskinliğini bir ölçüde artırmıştır. Bölüm 5.3.5.'te ise özkalibrasyona eklenen ivmeölçer verisi sonuçları belirgin ölçüde iyileştirmiş, özkalibrasyon yönteminden az sayıda görüntüyle de uygun sonuçlar alınabilmesini sağlamıştır.

6. SONUÇLAR

2000’li yıllarda internet kameralarının, 2010’lu yıllarda ise mobil cihaz kameralarının yaygınlaşması sonucunda uzman olmayan kullanıcıların da yararlanabileceği ancak kamera kalibrasyonu gerektiren uygulamalar ortaya çıkmıştır. Bu nedenle de çeşitli örnekleri 3. Bölümde verilen uygulanabilirliği kolay kalibrasyon yöntemleri geliştirilmiştir. Bu yöntemlerde kalibratör olarak prizmatik, çembersel ya da küresel nesnelerden yararlanılmış, seçilen bu nesnelerde kolay ulaşılabilir malzeme, az yer kaplama ve taşınabilirlik gibi özellikler gözetilmiştir. Kimi örneklerde ise dışsal bir nesne yerine çevresel yapılar ya da doğal görüngüler kullanılmıştır.

Bu doğrultuda özgün bir yöntem olarak önerdiğimiz, 4. Bölümde aktarılan kamera kalibrasyon yönteminde iki ucundan asılı bir zincir kullanılmıştır. Önerilen zincir kalibratörü kullanarak yaygın olarak kullanılan dama desenli kalibratörle başa baş keskinlikte sonuçlar elde edilmiştir. Kalibratör nesnenin özel bir üretim işlemine gereksinim duymaması da bir üstünlüktür. Odak sorunu nedeniyle kalibratör büyüklüğünün sonuçların keskinliğine katkı sağladığı çalışmamızda gösterilmiştir. Bu çerçevede kullanılan zincirin yalnızca uzunluğu artırılarak daha geniş alanlı düzlemsel bir kalibratör oluşturulabilmekte, odak sorunu kolayca aşılabilmektedir. Zincir toplandığında yer kaplamazken asıldığında tekrar eski biçimini kazanmaktadır.

Mobil cihazların kameralarla birlikte ivmeölçer gibi çevresel algılayıcılarla da donatılması, kamera kalibrasyonunda yeni olanakların ortaya çıkmasını sağlamıştır. 5. Bölümde geliştirdiğimiz bir dizi özgün kamera kalibrasyonu yönteminde bu yardımcı algılayıcıyla desteklenen görüntülerle daha kolay ve keskin kalibrasyon yapılabildiğini göstermiş olduk. Bu amaçla öncelikle kamera ivmeölçer kalibrasyonunu inceleyerek kamera ve ivmeölçer algılayıcılarını ortak bir koordinat sistemine yerleştirdik. Ardından görüntülerde saptanan dikey kaçış noktası ya da yatay ufuk çizgisi ile ivmeölçerden sağlanan dikey doğrultu vektörlerini kaynaştırarak iki yeni kamera kalibrasyonu önerdik. Dışsal bir kalibratör nesne yerine çevresel yapıları kullanarak önerilen yöntemleri daha kolay uygulanabilir

kılmış olduk. Önerilen yöntemlerin son yıllarda geliştirilen ya da yaygın olarak kullanılan yöntemlerden daha keskin sonuçlar elde ettiğini gösterdik.

Kalibrasyonda kullanılan görüntülerin dikey ya da yatay yapılar barındırma zorunluluğunu aşabilmek için aynı yaklaşıma dayanan özgün bir özkalibrasyon yöntemi de önerdik. Yalnızca rastsal görüntülerden yararlanarak gerçekleştirilen özkalibrasyon yöntemlerinde belirli bir keskinliğe ulaşabilmek için görüntü sayısını artırmak gerekirken ivmeölçerden gelen yardımcı bilgilerle bu zorunluluğun aşılabildiğini göstermiş olduk.

Önerilen kalibrasyon yöntemleri aynı zamanda kamera ivmeölçer kalibrasyonunu da içermektedir. Bu yolla kamera ve ivmeölçer algılayıcıları ortak bir koordinat sistemine yerleştirilebilmektedir. Böylece çekilen görüntülerde dikleştirme yapılabilmekte, yapı cepheleri gibi dikey yüzeyler modellenebilmektedir.

Kamera, Bölüm 3.3.3.'te de değinildiği gibi bir 2B açölçer olarak yorumlanabilir. Uzaydaki iki nokta arasında kamera merkezinin gördüğü açığı hesaplamak için ise kamera iç parametrelerine gereksinim duyulur. Perspektif temelli kalibrasyon yöntemleri uzamsal açı bilgisi ile görüntü noktalarını ilişkilendirerek uygun parametreleri kestirmeye çalışırlar. 3B kalibrasyon olarak Bölüm 3.2.3.'de aktarılan en temel yaklaşımda, gerçek uzaydan konumları bilinen yeterli sayı ve çeşitlilikte nokta görüntüde yakalanır ve aradaki perspektif projeksiyonuna olanak veren en uygun parametreler kestirilir. Uzay noktaları sonlu uzaklıkta olabildiği gibi görüntüde kaçış noktalarına karşılık gelen belirli yön ve eksenlerdeki sonsuzdaki noktalar da olabilir. Bu yaklaşımda amaç uzay noktalarını görüntü düzlemine en iyi haritalayan kamera parametrelerini bulmaktır.

Uzayı tarayan hacimsel bir yapı yerine düzlemsel, çizgisel ya da küresel yapılar kullanan diğer perspektif temelli yaklaşımlar daha dolayımli bir yöntem izler. Burada uzaydaki noktalar doğrudan görüntüye haritalama yapmaya olanak verecek ölçüde çeşitli olmadığından görüntü içinde ilişkiler yakalanır. Bu çerçevede yaygın olarak görüntüde dik eksenlerdeki kaçış noktası çiftleri kullanılır. Böylece görüntü noktasını yine bir başka görüntü noktasına ilişkilendiren uygun parametreler aranır.

Bu iki yaklaşım cebirsel açıdan karşılaştırılırsa 3B kalibrasyonda kamera iç parametrelerini taşıyan kamera matrisinin doğrudan kestirildiği görülür. Çünkü uzay noktaları ve haritalandıkları görüntü noktaları bilinmektedir. Diğer perspektif temelli kalibrasyon yöntemlerinde ise görüntüdeki nokta çiftleri üzerinden kısıtlar üretilir. Böylece kestirilmeye çalışılan değişken doğrudan kamera matrisi değil iki görüntü noktası arasındaki açısal ilişkiyi belirleyen MKG matrisi olur. Bu simetrik matris tanımı gereği kamera matrisinin kendisi ve devriğinin çarpımı ile belirlenir. Bu nedenle de MKG matrisi üzerindeki belirsizlik kamera matrisine göre daha fazla olacaktır. Yarıçapsal bozulma ya da bulanıklık gibi optik olgular görüntünün oluşumunda iğne deliği modelinden bir ölçüde sapmaya yol açar. Bu sapmaların kamera matrisinde oluşturduğu belirsizlik kalibrasyon işleminde kestirim hatası olarak açığa çıkar. 3B kalibrasyon yaklaşımı tek yönlü olarak hata üretirken 2B kalibrasyon ve diğer yaklaşımlar iki yönlü biçimde katlanan bir hataya yol açar. Bu nedenle de 3B kalibrasyon daha keskin sonuçlar vermektedir.

Tez çalışmamız içinde gerek uygulamasını yaptığımız temel kalibrasyon yöntemleri arasında gerekse önerdiğimiz özgün yöntemlerde gözlediğimiz temel olgu, yukarıda çizilen kuramsal çerçeveye uyumlu biçimde 3B yöntemlerin daha keskin ve tutarlı sonuçlar verdiğidir. Bu doğrultuda 3B kalibrasyon sınıfında olup 5. Bölümde aktarılan ivmeölçerle kalibrasyon yöntemlerinin birden çok deneyde diğer yöntemler arasında en iyi sonuçları verdiği görülmüştür.

Tez çalışmamızı burada noktalarken üzerinde çalıştığımız araştırma konularının evrilmekte olduğu yöne de işaret etmek istiyoruz. Kamera kalibrasyonunda dışsal kalibratör nesne kullanımından ya da görüntülenen yapıların belirli geometrik özellikler taşıma zorunluluğundan kurtulma çabası araştırmacıları özkalibrasyon yaklaşımına yöneltmektedir. Bu noktada kameraların yanında yaygın olarak bulunan IMU algılayıcıları yardımcı bir görev üstlenmektedir. Bu çerçevede tez çalışmamızda yalnızca ivmeölçerden yararlandık. Geliştirdiğimiz modele IMU algılayıcıların bir diğer bileşeni olan jiroskopun eklenmesi ile bu yaklaşımın daha ileriye taşınabileceği düşüncesindeyiz. Yukarıda değinildiği gibi ivmeölçer ile sağlanan dikey yönlü açısal değişimler kamera kalibrasyonuna olanak tanımaktadır. Oysa jiroskop ile sadece dikey yönlü değil üç eksen de açısal değişimler

izlenebilir. Böylece dışsal kalibratör nesne ya da çevresel geometrik yapılar kullanmadan belirli bir sahneden daha az sayıda rastsal görüntü kullanarak daha keskin kamera kalibrasyonu yapılabilir.



KAYNAKLAR

- [1] F. Kızıllı. *Artistik Perspektif: Ölçü Noktası Yöntemiyle Artistik Perspektif ve Fotoğraftan Gerçek Boyut Elde Etme*. YEM Yayın, İstanbul, 1. baskı, **2021**.
- [2] L. Kılıç. *Fotoğraf ve Sayısal Görüntü Sözlüğü*. Türk Dil Kurumu, Ankara, 1. baskı, **2019**.
- [3] L. Kılıç. *Işıkla Resmetme Terimleri*. İnkılap Kitabevi, İstanbul, 1. baskı, **2021**.
- [4] R. Tsai. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3d machine vision metrology using off-the-shelf tv cameras and lenses. *IEEE Journal on Robotics and Automation*, 3(4):323–344, **1987**.
- [5] B. Cyganek and P. Siebert. *An Introduction to 3D Computer Vision Techniques and Algorithms*. J. Wiley Sons, Chichester, 1. baskı, **2009**.
- [6] R. Hartley and A. Zisserman. *Multiple View Geometry in Computer Vision*. Cambridge University Press, London, 2. baskı, **2004**.
- [7] F. Remondino and C. Fraser. Digital camera calibration methods: Considerations and comparisons. *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 36:266–272, **2006**.
- [8] L. Song, W. Wu, J. Guo, and X. Li. Survey on camera calibration technique. *IHMSC*, cilt 2, sf. 389–392. **2013**.
- [9] J. Heikkila and O. Silven. A four-step camera calibration procedure with implicit image correction. *IEEE CVPR*, sf. 1106–1112. **1997**.
- [10] S. J. Maybank and O. D. Faugeras. A theory of self-calibration of a moving camera. *International Journal of Computer Vision*, 8(2):123–151, **1992**.
- [11] B.W. He and Y.F. Li. A novel method for camera calibration using vanishing points. *14th International Conference on Mechatronics and Machine Vision in Practice*, sf. 44–47. **2007**.

- [12] J. Košecká and W. Zhang. Video compass. *ECCV*, sf. 476–491. **2002**.
- [13] R. Cipolla, T. Drummond, and D. Robertson. Camera calibration from vanishing points in image of architectural scenes. *Proceedings of British Machine Vision Conference*, cilt 2. **1999**.
- [14] Y. Zheng and S. Peng. A practical roadside camera calibration method based on least squares optimization. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 15(2):831–843, **2014**.
- [15] L. Grammatikopoulos, G.E. Karras, E. Petsa, and I. Kalisperakis. A unified approach for automatic camera calibration from vanishing points. *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing Spatial Information Sciences*, 36, **2005**.
- [16] P. Sturm and S. Maybank. On plane-based camera calibration: A general algorithm, singularities, applications. *IEEE CVPR*, cilt 1, sf. 432–437. **1999**.
- [17] Z. Zhang. A flexible new technique for camera calibration. *IEEE Transactions on PAMI*, 22(11):1330–1334, **2000**.
- [18] J.Y. Bouguet. Camera calibration toolbox for matlab. http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/index.html, **2004**.
Erişim tarihi: 01/09/2018.
- [19] Y. Liu, Y. Wu, M. Wu, and X. Hu. Planar vanishing points based camera calibration. *Third International Conference on Image and Graphics (ICIG'04)*, sf. 460–463. **2004**.
- [20] F. Yang, Y. Zhao, and X. Wang. Two separate circles with same-radius: Projective geometric properties and applicability in camera calibration. *IEEE Access*, 8:16795–16806, **2020**.
- [21] W. Liu, S. Wu, X. Wu, and H. Zhao. Calibration method based on the image of the absolute quadratic curve. *IEEE Access*, 7:29856–29868, **2019**.

- [22] J. Wang and Y. Wan. A new camera calibration method based on two vertical lines. *ICCCAS*, sf. 399–402. **2018**.
- [23] Z. Gao, M. Zhu, and J. Yu. A novel camera calibration pattern robust to incomplete pattern projection. *IEEE Sensors Journal*, 21(8):10051–10060, **2021**.
- [24] D. Xianzhi. Research on camera calibration technology based on deep neural network in mine environment. *International Conference on Computer Vision, Image and Deep Learning (CVIDL)*, sf. 375–379. **2020**.
- [25] J. Zhang, B. Luo, Q. Zhang, Y. Wang, X. Su, J. Liu, L. Li, W. Wang, and Z. Xiang. Deep-learning-based adaptive camera calibration for various defocusing degrees. *Optics Letters*, 46:5537–5540, **2021**.
- [26] I. Miyagawa, H. Arai, and H. Koike. Simple camera calibration from a single image using five points on two orthogonal 1-d objects. *IEEE Transactions on Image Processing*, 19(6):1528–1538, **2010**.
- [27] Y. Xiong, Z. Lin, G. Liand C. Xian, and C. Peng. Camera focal length from distances in a single image. *The Visual Computer*, 37(9):2869–2881, **2021**.
- [28] H. Chen. Geometry-based camera calibration using five-point correspondences from a single image. *IEEE Transactions on Circuits and Systems For Video Technology*, **2017**.
- [29] M. Lu and J. Chuang. Fully automatic camera calibration for principal point using flat monitors. *IEEE ICIP*, sf. 3154–3158. **2018**.
- [30] B.W. Zhang, Y. Li, and S.Y. Chen. Concentric-circle-based camera calibration. *Image Processing, IET*, 6:870–876, **2012**.
- [31] H. Ha, Y. Bok, K. Joo, J. Jung, and I.S. Kweon. Accurate camera calibration robust to defocus using a smartphone. *ICCV*. **2015**.
- [32] T. Bell, J. Xu, and S. Zhang. Method for out-of-focus camera calibration. *Applied Optics*, 55(9):2346–2352, **2016**.

- [33] H. Hu and G. Kantor. Instance selection for efficient and reliable camera calibration. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. **2016**.
- [34] V.J. Vilca, A.P. Quio, and F.M. Loaiza. Monocular camera calibration using projective invariants. *9th International Conference on Artificial Intelligence and Applications (AIAPP)*, sf. 253–272. **2022**.
- [35] L. Grammatikopoulos, G.E. Karras, and E. Petsa. Camera calibration combining images with two vanishing points. *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing Spatial Information Sciences*, 35, **2004**.
- [36] L. Rehm. Apple iphone 13 camera review. <https://www.dxomark.com/apple-iphone-13-camera-review-reliable-imaging-companion/>, **2021**. Erişim tarihi: 01/11/2021.
- [37] D. Cardinal. Apple iphone 7 versus the apple iphone 7 plus using our new test protocol. <https://www.dxomark.com/shoot-apple-iphone-7-versus-apple-iphone-7-plus-using-new-test-protocols/>, **2017**. Erişim tarihi: 01/11/2021.
- [38] R.G. Willson. *Modeling and Calibration of Automated Zoom Lenses*. Doktora Tezi, Carnegie Mellon University, **1994**.
- [39] Z. Zhang. Camera calibration with one-dimensional objects. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 26(7):892–899, **2004**.
- [40] K. Shi, Q. Dong, and F. Wu. Weighted similarity-invariant linear algorithm for camera calibration with rotating 1-d objects. *IEEE Transactions on Image Processing*, 21(8):3806–3812, **2012**.
- [41] F.C. Wu, Z.Y. Hu, and H.J. Zhu. Camera calibration with moving one-dimensional objects. *Pattern Recognition*, 38(5):755–765, **2005**.

- [42] F. Qi, Q. Li, Y. Luo, and H. Dongcheng. Constraints on general motions for camera calibration with one-dimensional objects. *Pattern Recognition*, 40:1785–1792, **2007**.
- [43] Q. Fu, Q. Quan, and K. Cai. Calibration of multiple fish-eye cameras using a wand. *IET Computer Vision*, **2014**.
- [44] P.A. Beardsley, D.W. Murray, and A. Zisserman. Camera calibration using multiple images. *ECCV*. **1992**.
- [45] H. Teramoto and G. Xu. Camera calibration by a single image of balls: From conics to the absolute conic. *Proceedings of the Asian Conference Computer Vision*. **2002**.
- [46] E. Shen and R. Hornsey. Multi-camera network calibration with a non-planar target. *IEEE Sensors Journal*, 11(10):2356–2364, **2011**.
- [47] S. Su, Y. Luo, K. Yang, Z. Gao, Y. Zhao, X. Zhao, and G. Song. A novel camera calibration method based on multilevel-edge-fitting ellipse-shaped analytical model. *IEEE Sensors Journal*, 20(11):5818–5826, **2020**.
- [48] K.K. Wong, G. Zhang, and Z. Chen. A stratified approach for camera calibration using spheres. *IEEE Transactions on Image Processing*, 20(2):305–316, **2011**.
- [49] Y. Hold-Geoffroy, K. Sunkavalli, J. Eisenmann, M. Fisher, E. Gambaretto, S. Hadap, and J.F. Lalonde. A perceptual measure for deep single image camera calibration. *CVPR*, sf. 2354–2363. **2018**.
- [50] O. Bogdan, V. Eckstein, F. Rameau, and J.C. Bazin. Deepcalib: a deep learning approach for automatic intrinsic calibration of wide field-of-view cameras. *ACM SIGGRAPH European Conference*. **2018**.
- [51] T.H. Butt and M. Taj. Camera calibration through camera projection loss. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, sf. 2649–2653. **2022**.

- [52] J. Chen and J. Little. Sports camera calibration via synthetic data. *IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (CVPRW)*, sf. 2497–2504, **2019**.
- [53] R.I. Hartley. Self-calibration from multiple views with a rotating camera. *Proceedings of the European Conference on Computer Vision*, sf. 471–478. **1994**.
- [54] L. Agapito, E. Hayman, and I. Reid. Self-calibration of rotating and zooming cameras. *International Journal of Computer Vision*, 45:107–127, **2001**.
- [55] T. Mostafa, A. Rabha, and T. Raja. Performance study of the genetic algorithm and the levenverg-marquardt optimization algorithm for the calibration of a rotating camera. *IEEE 5th International Congress on Information Science and Technology (CiSt)*, sf. 472–476. **2018**.
- [56] L. Prapitasari and R.R. Grigat. A study of kruppa’s equation for camera self-calibration. *Proceedings of the International Conference of Machine Vision and Machine Learning*, sf. 57: 1–8. **2014**.
- [57] O. Arık and S.E. Yuksel. Camera calibration using catenary. *IEEE Sensors Journal*, 22(6):5962–5968, **2022**.
- [58] K. Chen, Y. Hung, and Y. Chen. On calibrating a camera network using parabolic trajectories of a bouncing ball. *IEEE VS-PETS*. **2005**.
- [59] P. Sturm and L. Quan. Camera calibration and relative pose estimation from gravity. *International Conference on Pattern Recognition (ICPR)*. **2000**.
- [60] M.D. Aykın. *Efficient calibration of a multi-camera measurement system using a target with known dynamics*. Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, **2008**.
- [61] J. Kong, X. Ying, S. Pu, Y. Hou, S. Guan, G. Wang, and H. Zha. Camera calibration using vertical lines. *ICCV*, cilt 7728, sf. 218–229. **2012**.

- [62] E. Lockwood. *A Book of Curves*. Cambridge University Press, **1961**.
- [63] E.W. Weisstein. Catenary. <https://mathworld.wolfram.com/Catenary.html>, **2022**.
- [64] O. Arık and S.E. Yuksel. Mobile device camera calibration using building images and onboard accelerometer. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 71, **2022**.
- [65] J.T. Cushing. *Fizikte Felsefi Kavramlar, Cilt 2*. Sabancı Üniversitesi, İstanbul, 1. baskı, **2006**.
- [66] International technology roadmap for semiconductors. <https://www.semiconductors.org/wp-content/uploads/2018/08/2013MEMS.pdf>, **2013**. Erişim tarihi: 15/09/2022.
- [67] D. Tedaldi, A. Pretto, and E. Menegatti. A robust and easy to implement method for imu calibration without external equipments. *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, sf. 3042–3049, **2014**.
- [68] S. Saeedi and N. El-Sheimy. Activity recognition using fusion of low-cost sensors on a smartphone for mobile navigation application. *Micromachines*, 6:1100–1134, **2015**.
- [69] G. Aslan and A. Saranlı. Characterization and calibration of mems inertial measurement units. *16th European Signal Processing Conference*, sf. 1–5. **2008**.
- [70] J. Rehder and R. Siegwart. Camera/imu calibration revisited. *IEEE Sensors Journal*, 17(11):3257–3268, **2017**.
- [71] Y. Alkendi, L. Seneviratne, and Y. Zweiri. State of the art in vision-based localization techniques for autonomous navigation systems. *IEEE Access*, 9:76847–76874, **2021**.
- [72] F.M. Mirzaei. *Extrinsic and Intrinsic Sensor Calibration*. Doktora Tezi, University of Minnesota, **2013**.

- [73] J.M. Coughlan and A.L. Yuille. Manhattan world: compass direction from a single image by bayesian inference. *Proceedings of the 7th IEEE International Conference on Computer Vision*, cilt 2, sf. 941–947. **1999**.
- [74] J. Kosecka and W. Zhang. Efficient computation of vanishing points. *Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, cilt 1, sf. 223–228. **2002**.
- [75] F.M. Mirzaei and S.I. Roumeliotis. Optimal estimation of vanishing points in a manhattan world. *International Conference on Computer Vision*, sf. 2454–2461. **2011**.
- [76] G. Schindler and F. Dellaert. Atlanta world: an expectation maximization framework for simultaneous low-level edge grouping and camera calibration in complex man-made environments. *Proceedings of the 2004 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, cilt 1. **2004**.
- [77] Y. Wang, L. Chen, P. Wei, and X. Lu. Visual-inertial odometry of smartphone under manhattan world. *Remote Sensing*, 12(22):3818, **2020**.
- [78] D. Zou, Y. Wu, L. Pei, H. Ling, and W. Yu. Structvio: Visual-inertial odometry with structural regularity of man-made environments. *IEEE Transactions on Robotics*, 35(4):999–1013, **2019**.
- [79] G. Panahandeh and M. Jansson. Imu-camera self-calibration using planar mirror reflection. *International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation*, sf. 1–7. **2011**.
- [80] N. Joshi, S. B. Kang, C. L. Zitnick, and R. Szeliski. Image deblurring using inertial measurement sensors. *ACM SIGGRAPH*. **2010**.
- [81] J. Lobo and J. Dias. Relative pose calibration between visual and inertial sensors. *The International Journal of Robotics Research*, 26(6):561–575, **2005**.

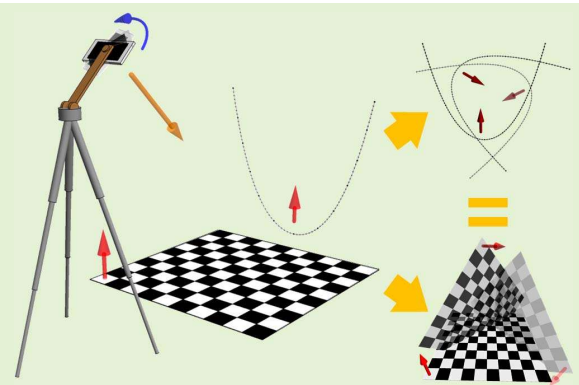
- [82] B. Guan, Q. Yu, and F. Fraundorfer. Minimal solutions for the rotational alignment of imu-camera systems using homography constraints. *Computer Vision and Image Understanding*, 170:79–91, **2018**.
- [83] F.M. Mirzaei and S.I. Roumeliotis. A kalman filter-based algorithm for imu-camera calibration: Observability analysis and performance evaluation. *IEEE Transactions on Robotics*, 24(5):1143–1156, **2008**.
- [84] P. Furgale, J. Rehder, and R. Siegwart. Unified temporal and spatial calibration for multi-sensor systems. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, sf. 1280–1286. **2013**.
- [85] B. Fu, F. Han, Y. Wang, Y. Jiao, X. Ding, Q. Tan, L. Chen, M. Wang, and R. Xiong. High-precision multicamera-assisted camera-imu calibration: Theory and method. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 70:1–17, **2021**.
- [86] J. Lobo and J. Dias. Fusing of image and inertial sensing for camera calibration. *International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems (MFI)*, sf. 103–108. **2001**.

Camera Calibration Using Catenary

Okay Arık^{ID} and Seniha Esen Yuksel^{ID}, *Member, IEEE*

Abstract—In this work, we introduce a novel calibration technique based on a hanging chain curve replacing the checkerboard-based methods. It is a known physical phenomenon that a hanging chain or a flexible rope under gravity can be modeled by a special curve called a catenary. Therefore, instead of the commonly-used planar calibrator, we propose using multiple shots of a catenary-shaped chain for calibration. This approach can solve the out-of-focus problem which is faced in checkerboard calibration methods when the size of the board is not large enough. Although enlarging a planar calibrator increases the manufacturing time and cost, a simple label chain can create large planar areas as precise as a rigid checkerboard, is easily foldable and transportable. We compare the results of our proposed approach against the widely used checkerboard-based calibration as well as the state-of-the-art calibration methods and show that catenary-based calibration is much more accurate than checkerboard-based calibration by a very large margin and is also very competitive among the other approaches.

Index Terms—Camera calibration, computational photography, photogrammetry.



I. INTRODUCTION

SIMPLY, a camera is a device which maps the 3D space of the real world onto the 2D plane of the image sensor. This mapping is mathematically explained via the camera model which contains hidden parameters such as focal length and principal point. Estimation of these hidden parameters is called camera calibration; and camera calibration is used in many applications of machine vision to detect and measure objects, for scene reconstruction and for sensor fusion [1].

Although modern digital cameras are assembled by robotic arms, and even if they are produced on the same fabrication line, each camera has a unique parameter set and should be calibrated separately. Despite the fact that several alternative methods exist, cameras are commonly calibrated by a method proposed by Sturm and Maybank [2] and popularized by Zhang [3] two decades ago. This method is based on capturing a checkerboard image multiple times in arbitrary orientations with respect to the camera. Although these arbitrary orientations are unknown, owing to the common camera parameters of all the shots, orientations can be estimated and internal camera parameters can be computed. Thanks

to its convenience, this pioneering method has become so popular that it dominated all of the applications containing photogrammetry unless extreme precision is needed. Nevertheless, in the last two decades, camera and sensor technology have developed and became more convenient. At the time of the article published by Zhang, cameras with analog output were popular; hence their resolution was around 0.3 MP. The article implied printing out a standard A4-sized paper for a planar calibrator. Standard inkjet printers had a resolution of 300 dpi which means around 8 million dots on paper. Therefore the reference object was precise enough to measure a low-resolution camera.

Moreover, for such a low resolution, blurring due to out-of-focus for an A4-sized calibrator was not a problem. Yet, imaging of the calibrator with modern cameras has a significant problem caused by depth of field. When the focus is set to infinity, the minimum distance to capture a sharp image is called hyperfocal distance which is proportional with the resolution and the aperture. Modern camera lenses can be auto-focused on any target. Nevertheless, this motion on the lens also shifts the focal length. If the calibration is needed for photogrammetric purposes far from the hyperfocal distance, calibration should also be performed when the focus is set to infinity. In this case, the calibrator should be also placed far from the hyperfocal distance. Otherwise, blur on the calibrator causes uncertainty on the location of the markers and consequently error on the calibration parameters.

Nevertheless, if the calibrator does not roughly occupy the whole field of view, calibration also fails because estimation of

Manuscript received December 25, 2021; revised February 5, 2022; accepted February 6, 2022. Date of publication February 9, 2022; date of current version March 14, 2022. The associate editor coordinating the review of this article and approving it for publication was Prof. Yu-Dong Zhang. (Corresponding author: Seniha Esen Yuksel.)

The authors are with the Department of Electrical and Electronics Engineering, Hacettepe University, 06800 Ankara, Turkey (e-mail: okayarik@hacettepe.edu.tr; eyuksel@ee.hacettepe.edu.tr).

Digital Object Identifier 10.1109/JSEN.2022.3150424

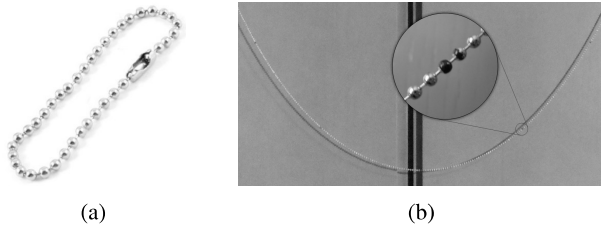


Fig. 1. Label chains. a) Label chains with tiny mobile links. b) Detail from a hanging chain as a planar calibrator.

perspective parameters would be ill-conditioned if the inputs are taken from a local window instead of the whole picture. Naturally, this problem could be overcome by enlarging the calibrator. Considering the resolution and the aperture of modern cameras, the calibrator should be placed one meter away and have roughly $1m^2$ area for a satisfactory calibration. Sticking an A4-sized printout on a rigid planar surface was not a hard goal, but in the case of a larger calibrator, the precision of planarity of the coated rigid surface is another problem as it is not easy to carry around a $1m^2$ rigid board. Inevitably, in order to solve the defocus problem, the calibrator should be enlarged; which means higher production time, cost, and also storage and mobility problems.

With the aim of overcoming the disadvantages of the larger calibrator, we propose to use a chain that would easily fit into one's pocket, but would also cover a large area when it is hanging. It is a physical phenomenon that a hanging chain or a flexible rope under gravity fits a special curve called catenary, and forms a planar curve whose parametric equation is known. From this point of view, we propose a novel calibration method with a hanging chain as shown in Fig. 1, which can be used to construct a large planar structure without the hassles listed above.

The contributions of this paper can be summarized as follows: (i) We propose a new calibrator that is shaped by a physical phenomenon, is naturally planar due to the laws of physics, and is easily foldable and transportable. (ii) Our proposed approach provides a solution to the out-of-focus problem, that is seen in lenses that are focused at a large distance and have a reduced depth of focus. As such, modern cameras in mobile devices have larger resolution and aperture which forces the calibrator to be manufactured in larger dimensions. The proposed calibrator is practical and can be bought off-the-shelf which reduces the manufacturing time and cost. (iii) We experiment with a camera having a fixed-focus lens; and compare the proposed calibrator with checkerboards of two distinct sizes: A4-sized and $1m^2$. By taking the larger checkerboard as ground truth we show that the proposed calibrator gives more accurate values than the smaller checkerboard. (iv) We also compare the catenary approach to several state-of-the-art models and show its competitiveness.

II. LITERATURE REVIEW

Camera calibration methods are separated into two archetypical approaches [4]: calibrator-based [5] and self-calibration [6]. The first approach is based on a simple principle: a model, whose parameters are hidden, maps the 3D points of the world into the 2D points of the image. If a

sufficient number of point pairs are collected, estimation of these hidden parameters is possible. For that purpose, a special tool called a calibrator, whose dimensions are well-known has to be manufactured. Via markers on the calibrator, selected points on the image can be detected. On the contrary, the self-calibration approach does not need a calibrator. In this approach, arbitrary shots are taken from a constant scene. Between shots, there exist random angles which cause warping because of perspective transformation. Although random rotation angles of the camera are unknown, estimation of hidden parameters is possible due to the fact that these parameters are common in all shots. The pros and cons of these approaches are palpable: while calibrator-based methods are accurate and scene independent, self-calibration is imprecise and highly scene dependent. On the other hand, while a calibrator-based method needs a specially manufactured calibrator, self-calibration needs nothing except for the captured scene. The recent approaches on deep learning such as [7] and [8] also fall into this category. In this work, we focus our attention only on the calibrator-based methods.

More than two decades ago, a renowned paper by Zhang [3] blended the two approaches by saving the advantages and discarding the disadvantages of these aforementioned methods. Manufacturing a 3D calibrator with high accuracy is fairly costly and time-consuming. Instead of a 3D object with markers on certain points, Zhang proposed using a 2D calibrator which can be easily produced by printing on paper, and estimated the parameters from the several shots taken with arbitrary directions with respect to the calibrator plane.

Nevertheless, with the development in camera technology, increments in resolutions, defocus aberration in capturing the calibrator has become a current issue. Within the span of the last five years among the two new-release iPhone models (7 vs. 13), hyperfocal distance has increased by twice roughly due to larger pixels on the sensor and larger aperture on the lens [9], [10]. Recent studies which follow the planar calibrator approach have challenged the focus problem. Ha *et al.* [11] and Bell *et al.* [12] proposed a method using a smartphone that displays special patterns to overcome defocus. Later, in an inspiring paper, Chen *et al.* [13] proposed a novel calibration method which utilizes Zhang's algorithm but gets rid of the printed planar calibrator. Instead of this, the parabolic trajectory of a bouncing ball is used. A bouncing ball follows a planar trajectory on space whose time function is well-known. Therefore, the markers on a planar calibrator as given in Zhang's method were replaced by the tracking of a bouncing ball on a video sequence. Sturm and Quan [14] also proposed a similar calibration method by following a geometric approach. In the last decade, novel camera calibration methods are also proposed. Wong *et al.* [15] used the fact that the projection of a sphere is an ellipse to calibrate camera with balls. Su *et al.* [16] used a special calibrator consisting of a grid of spheres and model the projection of each sphere as an ellipse. Chen [17] used 4 planar points and an additive non-planar point which are available in sports arenas. Shen and Hornsey [18] used a special calibrator having spheres with distinct colors to calibrate a multi-camera system. Liu *et al.* [19] used a minimal planar graph and followed a geometric approach to estimate

calibration parameters. Wang and Wan [20] used a simple planar graph consisting of only two vertical lines as a calibrator. Fu *et al.* [21] used a linear wand with three LEDs as a calibrator. Kong *et al.* [22] used vertical plumb lines to calibrate a multi-camera system. Lu and Chuang [23] used a flat monitor and plot lines on the monitor and estimated the projection between the image and monitor planes for multiple shots to calibrate the camera.

In this work, we propose a novel calibration method which is based on a physical phenomenon. It is known that a hanging chain or a flexible rope under gravity fits a special curve called catenary. Therefore, instead of a planar calibrator, multiple shots of the catenary-shaped chain can be used for calibration. This method can solve the “out-of-focus” problem which is faced with the checkerboard unless the size of the board is large enough. Hence, we propose an inexpensive and practical solution that enables precise calibration.

III. METHOD

In this section, we first describe the catenary curve model and how to estimate the camera parameters using the catenary as the calibrator. Then we discuss what would happen if the two ends of the calibrator were not aligned properly and offer a solution to handle it.

A. Catenary Curve

Under constant gravity, a chain having infinitesimally small links or an ideally flexible rope takes shape of a catenary curve. Algebraically the curve is formulated via the hyperbolic cosine function on the Cartesian plane. This function is a solution of the differential equation which is derived from the free body diagram of an infinitesimally small link of the chain [24], given as:

$$y(x) = a \cosh((x + c_1)/a) + c_2; \quad (1)$$

where x and y correspond to the horizontal and vertical components of the curve, c_1 and c_2 are constants which shift the solution horizontally and vertically so they can be equated to 0. The shape of the curve is only determined by a . A wider catenary curve has a larger a parameter, and vice versa. We note that the equation is independent of the mass of the link, therefore, the material of the chain.

Initially, the chain is marked with equal intervals in order to take the role of markers on the checkerboard. To formulate the locations of the markers, integration of differential lengths over the curve formulated in Eq. 1 is sufficient [24]. Therefore horizontal and vertical components x and y of the curve can be parameterized in terms of length u from the bottom point as in Eq. 2 and 3:

$$x(u) = a \sinh^{-1}(u/a) \quad (2)$$

$$y(u) = a\sqrt{1 + (u/a)^2} \quad (3)$$

Then, we need to compute the locations of the marked links using Eqs. 2 and 3. For that purpose, we compute the unknown parameter a in the formula using two constraints: length of the chain and aperture, i.e. distance between two ends of the

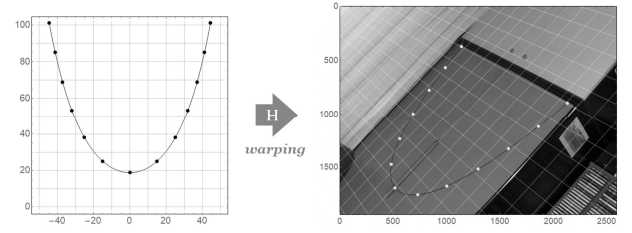


Fig. 2. Warping between the calibrator and the image plane.

chain, under the assumption that the two ends are on the same level horizontally. This assumption will be also discussed in Sec. III-C. These inputs can be measured with a tape line on the experiment setup. Let $2l$ and $2w$ be the total length of the chain and aperture respectively. We can substitute w for x and substitute l for u in Eq. 2, and finally obtain Eq. 4 which must be satisfied by the unknown parameter a :

$$a | a \sinh^{-1}(l/a) = w, \quad a \in \mathbb{R}^+ \quad (4)$$

The positive root of Eq. 4 can be computed using Newton's method. After obtaining parameter a , coordinates of marked links can be computed using Eqs. 2 and 3 by substituting evenly spaced numbers over the interval of $[-l, l]$ for u .

Pixel coordinates of projections of the same points on the image plane can also be selected manually. Therefore we obtain two sets of coordinates that belong to the real-world and image plane as seen in Fig. 2. We expect these markers to take the place of crosses on the checkerboard to follow Zhang's method algebraically. Just as these crosses help to estimate the warp matrix $\mathbf{H}$ between the checkerboard and the image planes, markers on the chain could have the same role. Warping transformation can be formulated as in Eq. 5:

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

where (u, v) pairs are pixel coordinates, (x, y) pairs are real-world coordinates. s represents the scale factor for projection. At least 4 points are enough to estimate warp matrix $\mathbf{H}$ using least squares estimation (LSE). The importance of the warp matrix for calibration will be explained in the next subsection.

B. Internal Parameter Estimation

After estimation of a series of warp matrices for each shot, we could perform internal parameter estimation as explained in [2] and [3]. To compute the internal camera parameters, the pin-hole camera model could be formulated as a projection transformation of the 3D real world into 2D image plane as:

$$s \tilde{\mathbf{m}} = \underbrace{\begin{bmatrix} f_u & \gamma & u_0 \\ 0 & f_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot [\mathbf{R} \ \mathbf{t}] \cdot \tilde{\mathbf{X}} \quad (6)$$

where $\tilde{\mathbf{m}} = [u \ v \ 1]^T$ and $\tilde{\mathbf{X}} = [x \ y \ z \ 1]^T$ are homogeneous coordinates that belong to the image plane and the real world, respectively. Internal parameters that are contained in

matrix $\mathbf{A}$, namely f_u , f_v , γ , and $[u_0 \ v_0]^T$ are the vertical and horizontal focal lengths, skewness, and the principal point respectively. External parameters are the rotation matrix $\mathbf{R}$ and the translation vector $\mathbf{t}$. Finally, s represents the scale factor for projection.

Warping between the calibrator plane and the image plane can also be formulated as in Eq. 7 by assuming the calibrator plane as the $z = 0$ plane.

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\mathbf{A} \cdot [\mathbf{r}_1 \ \mathbf{r}_2 \ \mathbf{t}]}_{\mathbf{H}} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

where $\mathbf{r}_1$ and $\mathbf{r}_2$ are the two columns of the rotation matrix $\mathbf{R}$. Hence, each estimated warp matrix $\mathbf{H}$ can be shown explicitly in terms of a common matrix $\mathbf{A}$ which carries the internal parameters and the distinct external parameters as in Eq. 7.

The two properties of the columns of the rotation matrix $\mathbf{r}_1$ and $\mathbf{r}_2$, perpendicularity and normality lead to two equations which constrain the columns of the warp matrix $\mathbf{H}$.

$$\mathbf{r}_1^T \cdot \mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_1^T \cdot \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2^T \cdot \mathbf{r}_2 = 0 \quad (8)$$

Hence, for each calibrator capture, two constraints are obtained. That means, at least three image captures are sufficient to calculate the internal parameters.

The brief information up to now on the algebraic derivation of internal parameter estimation is widely known as Zhang's method [3] although Sturm and Maybank presented a conference paper having the same approach before [2]. To obtain minimum projection error, nonlinear optimization is needed using maximum likelihood estimation which also enables estimation of the radial distortion parameters which belong to the nonlinear part of the camera model [3].

C. Leveling Problem

As mentioned in Sec. III-A, we assume that the two ends of the catenary-formed chain are on the same level horizontally. Nevertheless providing this condition can be impractical. Hence a new method that overcomes this condition should be sought. At this point, a perspective transformation between the image and the calibrator planes plays a key role. If a level difference exists, a shift in the locations of the markers occurs as seen in Fig. 3. By neglecting the level difference computed locations would be erroneous. Hence, perspective estimation between image coordinates of the markers and erroneous locations of the markers on the calibrator plane would also produce greater estimation error due to the fact that the mathematical model does not fit the physical setup. In order to overcome this problem, a hypothetical level difference can be assumed. If the hypothetical level difference is close to the true value, a smaller estimation error should be expected. Therefore, we should search for the hypothetical level difference that gives the smallest estimation error.

Marker locations $\mathbf{X}_i(p)$ can be expressed as a function of hypothetical shift p . Hence the projective transformation between image coordinates of the markers $\mathbf{x}_i$ and corresponding locations on the calibrator plane $\mathbf{X}_i$ can be expressed as:

$$s \tilde{\mathbf{x}}_i = \hat{\mathbf{H}}_{LSE} \cdot \tilde{\mathbf{X}}_i(p) + e_i(p) \quad (9)$$

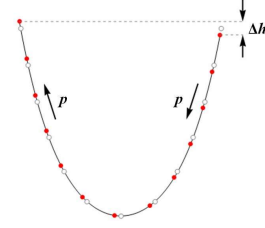


Fig. 3. Level difference between the ends (Δh) and the shift of the markers (p).

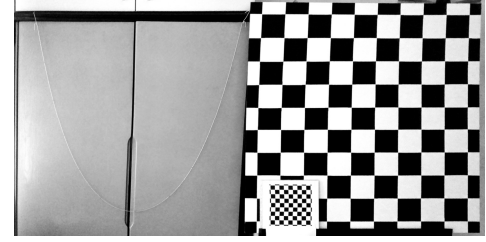


Fig. 4. Hanging chain in catenary shape, 1m² checkerboard, and A4-sized checkerboard on the same scale.

and the optimal hypothetical shift p^* can be computed as:

$$p^* = \underset{p}{\operatorname{argmin}} \sum_i |\hat{\mathbf{H}}_{LSE} \cdot \tilde{\mathbf{X}}_i(p) - s \tilde{\mathbf{x}}_i|^2 \quad (10)$$

Here $\tilde{\mathbf{x}}_i$ and $\tilde{\mathbf{X}}_i$ express homogeneous coordinates where i indicates the marker index. Estimated projection matrix $\hat{\mathbf{H}}_{LSE}$ produces estimation errors e_i . Our proposed method aims to minimize the total magnitude of errors by searching for the optimal hypothetical shift p as in Eq. 10. Then the optimal level difference is substituted from the optimal shift by computing the heights of the two ends of the curve with Eq. 3. To solve this cost function, we use successive parabolic interpolation. The experiments regarding the leveling problem will be discussed in Sec. IV-D.

IV. EXPERIMENTS

In this section, we describe the setup, perform our experiments on three calibrators and discuss the factors that affect the accuracy.

A. Experimental Setup

For the experiments, we used the Waveshare RPi (B) 2.0 module camera with 5 MP resolution, which is compatible with Raspberry Pi. It has a manually adjustable focus hence we ensured that the internal calibration parameters of the camera are fixed and estimated values can be compared safely using different calibration techniques. Using an autofocus camera and forcing it to focus at infinity by software is another option. But in that case lens configuration would not have been as fixed as the first scenario because at each shot lens could move a bit. For the chain, we preferred to use a two-meter-long label chain (Fig. 1a) as it has tiny links and free motion between the links. We painted 13 links on the chain black with equal intervals to detect marker points easily on the images (Fig. 1b). The aperture of the two ends of the chain is set as 90 centimeters hence roughly 1m² area is created as seen in Fig. 4.

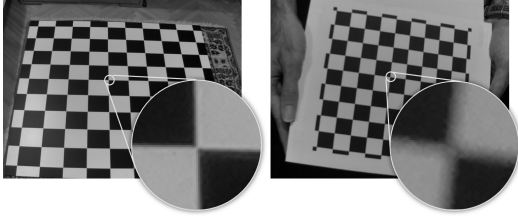


Fig. 5. Comparison of sharpness between the markers of the $1m^2$ checkerboard captured from a distance of 1.5 meters (left) and A4 sized checkerboard from 40 cm (right).

By the two sets of coordinates that belong to the chain plane and the image plane, a warp matrix can be estimated using LSE. Although a basic calibration by following Zhang's algebraic derivation as briefed above is possible, in order to realize more sophisticated calibration which consists of radial distortion also, we need a nonlinear optimization process that minimizes projection error. In other words, the parameter set is searched to minimize the error between detected image locations of the marked points and calculated locations of projections of the same points by using locations on the calibrator plane.

B. Comparison of Calibrators

As mentioned above, standard Zhang's method using A4-sized printout causes the out-of-focus problem in modern cameras with high resolution and wide aperture. A simple solution is enlarging the checkerboard and placing it further away from the camera. Nevertheless, end-users, who instantly need camera calibration, seldom attempt to construct such a large object. For that purpose, we propose a new calibrator that can take place of the larger checkerboard. Just a two-meter-long chain can roughly create a $1m^2$ surface. Hence, in our experiments, we examined three calibrators as shown in Fig. 4: A4-sized checkerboard, $1m^2$ checkerboard, and two-meter-long chain.

We surveyed the novel calibration methods in the literature of the last decade [15], [17]–[19], [21], [22]. In these studies, Zhang's method [3] and Bouguet's implementation [25] were taken as ground truth. Hence, we also took the same method [3] and implementation [25] as a ground truth but using a $1m^2$ checkerboard. Consequently, using this ground truth, we compared the widely used A4-sized calibrator and our chain calibrator. Comparative results are given in Sec. IV-C. We also observe the out-of-focus problem on the images of the A4-sized calibrator which is 30 or 40 centimeters far away from the camera. In Fig. 5 comparison of sharpness between the markers of these two checkerboards can be seen.

C. Calibration Results

We captured 20 shots for each of the three calibrators. We took special care to take captures of calibrators with distinct orientations with respect to camera coordinates as diverse as possible (Fig. 6) [26]. Because manipulating the orientations of the $1m^2$ checkerboard and the catenary with respect to the Earth are impractical, we just manipulate the orientations of the camera by rotating it around optical axis roughly. We also used a tripod and a remote shutter release



Fig. 6. Arbitrary shots for each of the three calibrators: $1m^2$ checkerboard (top), A4 sized checkerboard (center), and catenary (bottom).

TABLE I
ESTIMATED PARAMETERS AND ERROR RATES WHICH BELONGS TO DISTINCT METHODS

method		Focal length		Principal point	
		horizontal	vertical	horizontal	vertical
One-square-meter checkerboard	value (px)	4320.04	4323.28	1261.65	890.53
	error (%)				
A4-sized checkerboard	value (px)	4364.14	4335.70	1225.30	909.59
	error (%)	1.02	0.29	-2.88	2.14
Catenary	value (px)	4335.85	4333.68	1250.44	888.13
	error (%)	0.37	0.24	-0.89	-0.27

to avoid shaky images. Consequently, we obtained the results listed for each of the three calibrators in Table I.

As mentioned above in subsection IV-B, we took the results of the $1m^2$ checkerboard as ground truth. Then we measured the performances of the proposed method and A4-sized checkerboard by computing their relative errors with respect to ground truth results for each internal parameter: horizontal and vertical components of focal length and the principal point. Our proposed method surpasses the A4-sized checkerboard for estimation of each inner camera parameter. The reason for the failure of the checkerboard method is the out-of-focus problem. Especially larger error of A4-sized checkerboard on the principal point is caused by blur on the markers as seen in Fig. 5.

The results are also compared with other novel calibration methods of the last decade [15], [17]–[19] [21], [22], described briefly in Sec.II, in Table II. The performances of these methods are also measured with respect to Zhang's method. Nevertheless, in these works, dimensions of the checkerboard using for ground truth are not expressed. We observed that among the novel calibration methods given above, only the wand calibrator [21] is assured of precise calibration. The result of the catenary is as fine as the wand and sometimes even better.

In the methods named Spheres [15], Non-planar [18], Wand [21] and also our method Catenary, proposed calibrators have spherical shaped markers. Performance of the Wand and Catenary can be explained by the fact that smaller spherical markers produce smaller errors in the location of centers. The weakness of line-based methods, named Quadratic [19] and Plumb [22], is caused by the sparse distribution of the lines on the image while markers of previous methods cover the whole image. Lastly, the 5-Points [17] method uses arbitrary objects on the scene instead of a manufactured calibrator whose dimensions are known. Hence it shows the worst performance.

We also examined the estimation of radial distortion parameters. Radial distortion is modeled as a polynomial so it is

TABLE II

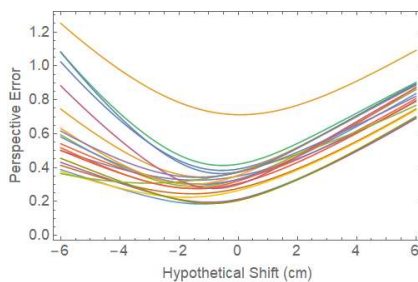
COMPARISON OF ESTIMATION ERROR RATES (%) OF OTHER METHODS IN THE LITERATURE OF THE LAST DECADE

method	Focal length		Principal point	
	horizontal	vertical	horizontal	vertical
Catenary	0.4	0.2	0.9	0.3
Spheres [15]	1.9	1.1	0.1	1.7
Wand [21]	0.5	0.5	0.5	0.4
Non-planar [18]	3.2	3.0	3.6	7.0
Quadratic [19]	1.4	3.1	8.7	3.0
Plumb [22]	2.9	2.9	-	-
5-Points [17]	5.6	5.6	-	-

TABLE III

PROJECTION ERROR CORRESPONDING TO THE ESTIMATED PARAMETERS OF DISTINCT CALIBRATION METHODS

Method	Mean Error (pixels)	Maximum Error (pixels)
Catenary	18.1	28.2
A4 sized checkerboard	38.2	41.0

Fig. 7. Mean perspective error functions with respect to hypothetical shift (p) for each 20 image.

parameterized by coefficients of a polynomial. Nevertheless, for a fair comparison, instead of the estimated coefficients, we focused on projection error of the camera models including radial distortion corresponding to the estimated parameters which belong to distinct calibration methods (Table III). Here, the mean projection error of the A4-sized checkerboard is two times larger than the Catenary.

D. Experiments on Leveling

In experiments, the same setup is used except for the fact that one end of the catenary is lifted to 2.5 centimeters. Other parameters remained the same. 20 images are captured from several camera angles by rotating the camera as mentioned above and also by positioning the tripod at the same locations as in the previous experiments. In order to observe the convexity of the optimization problem, the mean perspective error functions of each image are also plotted as shown in Fig. 7. As shown in the figure, although error functions vary around distinct intervals, each of them has a parabolic shape.

After the optimization process has been done, the computed optimum level difference between the ends as $\Delta h = -2.45$ which is so close to the true distance of 2.5 centimeters. Minus sign of the optimum shift is also coherent with the end of the catenary which is lifted up. Finally, the camera calibration algorithm is also operated after computing marker locations with respect to the optimum shift computed before. This process is the same as the previous calibration with the no shift assumption. Then new camera parameters are estimated

TABLE IV

RELATIVE ERRORS OF THE RESULTS FOR THE CATENARY WHOSE ENDS ARE NOT ON THE SAME LEVEL HORIZONTALLY WITH RESPECT TO RESULTS FOR THE CHECKERBOARD AS GROUND TRUTH

	Focal length		Principal point	
	horizontal	vertical	horizontal	vertical
error (%)	-0.43	-0.03	0.97	0.51

TABLE V

COMPARISON OF BIAS AND VARIANCE AT THE CALIBRATION RESULTS FOR NOISY POINTS OF THE CHECKERBOARD AND CATENARY

Method	Raw points bias	Noisy points	
		bias	variance
Catenary	22.12	26.42	43.41
A4 sized checkerboard	61.51	62.53	14.86

TABLE VI

EUCLIDEAN DISTANCES BETWEEN THE RESULTS FROM THE GROUND TRUTH FOR SEVERAL NUMBER OF MARKERS ON CATENARY

Number of markers	13	7	5	4
Error (pixels)	22.12	24.31	62.77	178.54

TABLE VII

VARIATION OF FOCAL LENGTHS FOR DIMENSION MEASUREMENTS OF THE CHAIN WITH AN ERROR OF 3 MM FOR 1990 MM LENGTH AND 890 MM APERTURE

Erroneous measurement (mm) length	aperture	Variation of focal length (%)
1990 $\pm$ 3	890	$\mp$ 0.23
1990	890 $\pm$ 3	$\pm$ 0.52

and compared with the results obtained with the checkerboard as seen in Table IV. In comparison with the results in Table I, a similar performance has been obtained.

E. Factors Affecting Calibration Results

Detecting the exact location of the markers can be a problem for precise camera calibration. Uniform noise $U(-3,3)$ is added to the marker locations for both of the two calibrators, and this experiment is repeated for 100 times. Then the amount of bias (mean error w.r.t. the ground truth results) and variance (spread through iterations) caused by noise are observed for the checkerboard and catenary (Table V). Although the catenary gives better results in average considering bias, this method is also more sensitive to noise considering the variance due to the smaller number of markers.

To investigate the effect of the number of markers used on the catenary, we reduced the number of markers by skipping 2, 3, and 4 at a time, and executed the same calibration procedure. Euclidean distances between the results from the ground truth are given in Table VI. The performance of the calibration seems saturated at around 13 markers.

As formulated in Eq. 4, computation of parameter a needs two measurements of the chain: length and aperture. These measurements can be performed using a tape line with a precision of millimeters. For a rough measurement, any dimension can be rounded to the nearest integer or half centimeters. Hence maximum measurement error can be 3 mm at most. Then we add (also subtract) an error of 3 mm to these

measurements and observe a linear variation in the calibration results. While the principal point remains almost the same, the focal lengths varies a half percent at most (Table VII).

V. CONCLUSION

In this work, we introduce a novel calibration technique based on a hanging chain curve, called a catenary, replacing the checkerboard-based methods. The catenary is an easily foldable and transportable object; it is easy to fabricate in large sizes, and is naturally planar. Calibrating lenses that are focused at a large distance and have a reduced depth of focus (such as a zoom lens) can be challenging using a checkerboard, and would require to build large calibrators which incur higher manufacturing time, cost, and storage problems. The catenary makes it a lot simpler, while providing accurate internal parameters with error rates less than 1%. Further, the catenary always points in the direction of gravity, so it enables camera-accelerometer calibration as well. We show that the proposed method brings a fresh solution to the out-of-focus problem and outperforms the state-of-the-art approaches of the last decade.

Since our calibrator is shaped by gravity, its another potential benefit is to enable camera-accelerometer. Nowadays, IMU (inertial measurement unit) sensors are frequently integrated into mobile devices. The acceleration vector also indicates the direction of the gravity when the sensor remains immobile. Any change in camera orientation will be reflected in the measured gravity vector by the accelerometer. This fact enables to estimate the parameters which relate IMU sensor coordinates to the camera coordinates. By utilizing both camera and IMU sensors, several applications that require a mutual coordinate system that combines photogrammetric and kinematic data, such as image rectification and deblurring of shaky images can be performed on mobile devices.

REFERENCES

- [1] L. Song, W. Wu, J. Guo, and X. Li, "Survey on camera calibration technique," in *Proc. 5th Int. Conf. Intell. Hum. Mach. Syst. Cybern.*, vol. 2, Aug. 2013, pp. 389–392.
- [2] P. F. Sturm and S. J. Maybank, "On plane-based camera calibration: A general algorithm, singularities, applications," in *Proc. IEEE Comput. Soc. Conf. Comput. Vis. Pattern Recognit.*, Jun. 1999, pp. 432–437.
- [3] Z. Zhang, "A flexible new technique for camera calibration," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 22, no. 11, pp. 1330–1334, Nov. 2000.
- [4] F. Remondino and C. Fraser, "Digital camera calibration methods: Considerations and comparisons," *Int. Arch. Photogramm., Remote Sens. Spatial Inf. Sci.*, vol. 36, no. 5, pp. 266–272, 2005.
- [5] J. Heikkilä and O. Silven, "A four-step camera calibration procedure with implicit image correction," in *Proc. IEEE Comput. Soc. Conf. Comput. Vis. Pattern Recognit.*, Jun. 1997, pp. 1106–1112.
- [6] S. J. Maybank and O. D. Faugeras, "A theory of self-calibration of a moving camera," *Int. J. Comput. Vis.*, vol. 8, no. 2, pp. 123–151, Aug. 1992.
- [7] Y. Hold-Geoffroy *et al.*, "A perceptual measure for deep single image camera calibration," in *Proc. IEEE/CVF Conf. Comput. Vis. Pattern Recognit.*, Jun. 2018, pp. 2354–2363.
- [8] O. Bogdan, V. Eckstein, F. Rameau, and J.-C. Bazin, "DeepCalib: A deep learning approach for automatic intrinsic calibration of wide field-of-view cameras," in *Proc. 15th ACM SIGGRAPH Eur. Conf. Vis. Media Prod. (CVMP)*, 2018, pp. 1–10.
- [9] L. Rehm. (2021). *Apple iPhone 13 Camera Review*. [Online]. Available: <https://www.dxomark.com/apple-iphone-13-camera-review-reliable-imaging-companion/>
- [10] D. Cardinal. (2017). *Apple iPhone 7 Versus the Apple iPhone 7 Plus Using Our New Test Protocol*. [Online]. Available: <https://www.dxomark.com/shoot-apple-iphone-7-versus-apple-iphone-7-plus-using-new-test-protocols/>
- [11] H. Ha, Y. Bok, K. Joo, J. Jung, and I. S. Kweon, "Accurate camera calibration robust to defocus using a smartphone," in *Proc. IEEE Int. Conf. Comput. Vis. (ICCV)*, Dec. 2015, pp. 828–836.
- [12] T. Bell, J. Xu, and S. Zhang, "Method for out-of-focus camera calibration," *Appl. Opt.*, vol. 55, no. 9, pp. 2346–2352, Mar. 2016.
- [13] K.-W. Chen, Y.-P. Hung, and Y.-S. Chen, "On calibrating a camera network using parabolic trajectories of a bouncing ball," in *Proc. IEEE Int. Workshop Vis. Surveill. Perform. Eval. Tracking Surveill.*, Oct. 2005, pp. 185–191.
- [14] P. F. Sturm and L. Quan, "Camera calibration and relative pose estimation from gravity," in *Proc. 15th Int. Conf. Pattern Recognit. (ICPR)*, Sep. 2000, pp. 72–75.
- [15] K.-Y.-K. Wong, G. Zhang, and Z. Chen, "A stratified approach for camera calibration using spheres," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 20, no. 2, pp. 305–316, Feb. 2011.
- [16] S. Su *et al.*, "A novel camera calibration method based on multilevel-edge-fitting ellipse-shaped analytical model," *IEEE Sensors J.*, vol. 20, no. 11, pp. 5818–5826, Jun. 2020.
- [17] H.-T. Chen, "Geometry-based camera calibration using five-point correspondences from a single image," *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.*, vol. 27, no. 12, pp. 2555–2566, Dec. 2017.
- [18] E. Shen and R. Hornsey, "Multi-camera network calibration with a non-planar target," *IEEE Sensors J.*, vol. 11, no. 10, pp. 2356–2364, Oct. 2011.
- [19] W. Liu, S. Wu, X. Wu, and H. Zhao, "Calibration method based on the image of the absolute quadratic curve," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 29856–29868, 2019.
- [20] J. Wang and Y. Wan, "A new camera calibration method based on two vertical lines," in *Proc. 10th Int. Conf. Commun., Circuits Syst. (ICCCAS)*, Dec. 2018, pp. 399–402.
- [21] Q. Fu, Q. Quan, and K. Cai, "Calibration of multiple fish-eye cameras using a wand," *IET Comput. Vis.*, vol. 9, no. 3, pp. 378–389, Jun. 2015.
- [22] J. Kong *et al.*, "Camera calibration using vertical lines," in *Proc. ICCV*, 2012, pp. 218–229.
- [23] M.-T. Lu and J.-H. Chuang, "Fully automatic camera calibration for principal point using flat monitors," in *Proc. 25th IEEE Int. Conf. Image Process. (ICIP)*, Oct. 2018, pp. 3154–3158.
- [24] E. Lockwood, *A Book Curves*. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 1961.
- [25] J. Y. Bouguet. (2004). *Camera Calibration Toolbox for MATLAB*. [Online]. Available: http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/index.html
- [26] H. Hu and G. Kantor, "Instance selection for efficient and reliable camera calibration," in *Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Automat. (ICRA)*, May 2016, pp. 4335–4340.



Okay Arık received the B.S. degree in electrical and electronics from Middle East Technical University, Ankara, Turkey, in 2009, and the M.S. degree in electrical and electronics engineering from Hacettepe University, Ankara, in 2014, where he is currently pursuing the Ph.D. degree with the Department of Electrical and Electronics Engineering. He is also the Founder of Artu Information Technologies.



Seniha Esen Yüksel (Member, IEEE) received the B.Sc. degree in electrical and electronics from Middle East Technical University, Ankara, Turkey, in 2003, the M.Sc. degree in electrical and computer engineering from the University of Louisville, USA, in 2005, and the Ph.D. degree in computer engineering from the University of Florida, USA, in 2011. She is an Associate Professor with Department of Electrical and Electronics Engineering, Hacettepe University, and she is the Director of the Pattern Recognition and Remote Sensing Laboratory.

Mobile Device Camera Calibration Using Building Images and Onboard Accelerometer

Okay Arık¹ and Seniha Esen Yuksel¹, *Senior Member, IEEE*

Abstract—Recent mobile devices are mostly integrated with cameras and accelerometer sensors. As long as the device is immobile, the accelerometer is affected just by gravity, hence the measured acceleration refers to gravity. On the other hand, synchronized captured images can also carry the direction of gravity information depending on the content of the scene. For instance, structures such as buildings, lighting poles, furniture, walls, and so on can show the direction of gravity in the images. These vertical structures in the image can be used to detect the vanishing point indicating the zenith. Hence, estimation of the camera internal parameters which map gravity vector into the vanishing point is possible. Based on this theory, in this work, we propose a novel camera calibration method that only requires taking photos of an arbitrary building and recording the synchronous acceleration vectors from an onboard accelerometer. Then, the vanishing points detected from the images and the acceleration vectors replace the 3-D calibrator. The resulting camera calibration method has competitive results compared to the popular calibrator-based methods despite it does not need any external calibrator object. The proposed camera calibration method both has the convenience of self-calibration approaches and gives highly competitive accuracy within calibrator-based approaches. The dataset and the code are available at <https://github.com/okayarik/Camera-Calibration-Using-Accelerometer>.

Index Terms—Accelerometer, camera calibration, computational photography, photogrammetry, vanishing point.

I. INTRODUCTION

CAMERA can be treated as a sensor that indicates the 2-D angular direction of objects. Determining the direction in which any world point lies can enable the estimation of its location or reconstruction of the surface on which the point is located. To determine the exact direction of any image point, particular camera parameters are needed. According to the pin-hole camera model, focal length can be taken as the most crucial parameter, which determines the angle of view directly. For instance, the angle between the two objects with respect to the camera is determined by the focal length. If the focal length is larger, the angle becomes narrower and vice versa. Briefly, the camera parameters connect the angular information in the real world to the image locations. Therefore, with the aid

of several real-world points and corresponding image points, these parameters can be estimated.

The two principal approaches that exist in camera calibration [1] are projection-based [2] and self-calibration [3] methods. In the first approach, which is also called calibrator-based, in particular, geometrical properties and dimensions of a particular object, called a calibrator, in the image are known completely or partially. Examples of the calibrator object are spheres [4], [5], wands [6], [7], planar objects [8], [9], [10], and solids [11]. First, specific points or contours belonging to the object are detected in the image. Then, the geometric information of the calibrator which represents the real world, and the detected points or contours in an image are combined; and camera parameters that determine the relationship between the real world and the image plane are estimated. On the other hand, the second approach called self-calibration just uses several images captured from a static scene with arbitrary camera angles. Several matching image points are detected in these images, and camera calibration is performed using these matching points. The main advantage of self-calibration approaches is freedom from a calibrator. Nevertheless, the precision of the calibrator-based approach surpasses, as a precisely manufactured calibrator represents the geometry of the real world better than the hypothetical triangulations of the matched points by self-calibration approaches. On the other hand, such methods using calibrators encounter an out-of-focus problem as the images of the calibrator captured nearby the hyperfocal distance can be blurry. This defect nullifies the physical precision of the calibrator.

A useful feature used in calibration is the vanishing points. In the image, vanishing points carry angular information belonging to the real world. A vanishing point can be modeled as the projection of a point at infinity in a specific direction. This direction can be determined with respect to the content of the scene. For example, lines passing through the edges in an image corresponding to vertical structures on the scene intersect at the vanishing point which indicates the orientation of gravity as seen in Fig. 1. The same orientation can also be detected by an accelerometer. Provided that it is fixed in place, the accelerometer measures a value that refers to gravity. Fortunately, modern mobile devices are integrated with two sensors, a camera and an accelerometer, which are fixed on a common frame.

In this study, we propose a novel method that makes use of both vanishing points and accelerometer data to calibrate the camera, with the precision of calibrator-based approaches

Manuscript received 2 April 2022; revised 1 August 2022; accepted 22 August 2022. Date of publication 26 September 2022; date of current version 4 October 2022. The Associate Editor coordinating the review process was Dr. Huan Liu. (Corresponding author: Okay Arık.)

The authors are with the Department of Electrical and Electronics Engineering, Hacettepe University, Beytepe, 06800 Ankara, Turkey (e-mail: okayarik@hacettepe.edu.tr; eyuksel@ee.hacettepe.edu.tr).

Digital Object Identifier 10.1109/TIM.2022.3204309

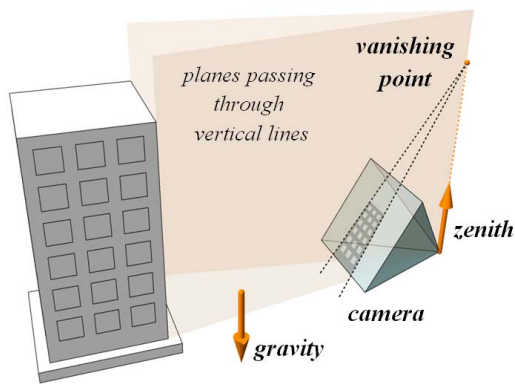


Fig. 1. Lines passing through vertical lines intersect at the vanishing point. The same point also lies in the planes passing through the vertical planes in the real world.

but without the trouble of carefully designed calibrators. By manipulating the orientation of the device, we collect several vanishing points indicating the direction of gravity and the corresponding accelerometer data synchronously. Then, by combining visual data from the vanishing points and the angular data from the acceleration vectors, we propose a method to calibrate the camera. The contributions of our proposed method can be summarized as the following: 1) our proposed method estimates the camera parameters within 1% error and possesses the accuracy of a calibrator-based approach by making use of an accelerometer that is already a standard component of a mobile device; 2) it does not need any external calibrators, which need to be fabricated in large sizes, are hard to carry around and impractical to work with out of the lab; 3) it overcomes the defocus problem as it uses images of buildings or structures that are far enough; and 4) with this freedom, it can be suitable for adaptive recalibration when faced with problems such as sensor drift.

II. RELATED WORK

Within the projection-based approaches, the use of vanishing points is a known solution for camera calibration. He and Li [12] propose a method to estimate the camera parameters via the use of vanishing points on the three orthogonal axes. These points are detected by using a 3-D calibrator consisting of two perpendicular checkerboards. These vanishing points can also be detected from proper man-made environments called “Manhattan World.” Therefore, a projection-based approach can be followed without a calibrator. Košecká and Zhang [13] and Zheng and Peng [14] also follow this approach and they use images from indoors, buildings, streets, and roads to detect vanishing points. Just as the fact that the method proposed by Sturm and Maybank [15] and Zhang [16] uses a 2-D calibrator with multiple images instead of a 3-D calibrator with a single image, camera calibration is also feasible by using vanishing points in two orthogonal axes with multiple images. Liu *et al.* [17] use a checkerboard to detect vanishing points in two orthogonal axes and obtained similar values with the parameters estimated by using Zhang’s method. As a physical phenomenon, gravity can also take a supportive role

to detect vanishing points. Kong *et al.* [18] use plumb lines to detect the vertical vanishing point for multicamera calibration. A common pitfall of vanishing point-based algorithms is the difficulty of finding both horizontal and vertical lines on the same structure. In any outdoor or indoor urban scene, artificial structures, like buildings, furniture, and so on, directed vertically can be found easily. Nonetheless, both precisely vertical and horizontal lines on the same structure are seldom available. Therefore, methods using vanishing points use either external calibrators to provide precision or urban scenes at the cost of larger errors in calibration results.

Gravity can also be helpful for camera calibration. Sturm and Quan [19] propose a method by tracking the parabolic trajectory of a bouncing ball under gravity to estimate the parameters of the camera. Later, Chen *et al.* [20] also use the same phenomenon. But they followed Zhang’s algebraic approach which is a well-known camera calibration method based on a planar calibrator on multiple images and they used a planar parabolic trajectory as a calibrator plane instead of a checkerboard. Sturm and Quan follow a geometric approach based on the fact that any projection of a parabola (or any conic section) is a conic section. They use some geometric properties to detect vanishing points oriented with gravity and estimate the infinite homography between the two cameras monitoring the same trajectories. Consequently, using the infinite homography between cameras and known parameters of a single camera, computing the parameters of the other camera is possible which is called “transferring calibration.”

Visual odometry can be briefed as an estimation of the position and orientation of the camera via the images. Particularly, visual-inertial odometry (VIO) blends visual clues on the video frames and data collected from inertial sensors [21]. The concept of “Manhattan World” plays a key role in visual odometry. While using an IMU sensor simultaneously with a calibrated camera enables VIO [22], the same setup also enables camera calibration [23]. As mentioned above, a vanishing point may indicate the direction of gravity. The same vector can also be measured by an accelerometer. A calibration method that integrates vanishing points and acceleration data is proposed by Lobo and Dias [24]. They use a checkerboard lying horizontally and detect vanishing points. Then, they estimate the focal length using the perpendicularity relation between the horizon line in the image and the gravity vector measured by the accelerometer. Nevertheless, their approach is based on a primitive camera model and they estimate only the focal length assuming the principal point is already known. Later, Lobo and Dias [25] define a linear model including rotation and translation between the camera and the IMU frames. For a calibrated camera and an IMU pair, they propose a calibration method to estimate the parameters of this model using a checkerboard again. While only rotation transform affects the relationship between frames of a camera and an accelerometer, they use Horn’s method to estimate optimum quaternion between gravity vectors collected from the accelerometer and vanishing points from a calibrated camera. For a precise calibration of a camera-IMU pair, Fu *et al.* [26] propose a setup consisting of several assisting cameras and

checkerboards to detect the position and orientation of the camera-IMU pair.

Motivated by the concept of “transferring calibration” [19], we propose that a similar transfer can be feasible between a camera and an accelerometer since an accelerometer can also be treated as a camera. Different from a camera, an accelerometer monitors just a single point, the center of the Earth, instead of the whole scene. Furthermore, the same points can also be detected in several images as vanishing points. Hence, calibration can be transferred from the accelerometer to the camera.

Apart from a camera, an accelerometer also needs calibration to correct errors due to the production line. Tedaldi *et al.* [27] and also Saeedi and El-Sheimy [28] define an error model and propose a calibration method to estimate unknown parameters. We also use their method particularly to detect bias on each axis of the accelerometer.

Unlike the previous methods that use multiple vanishing points corresponding to the orthogonal axes, we use just a single vertical vanishing point for each image and also use the acceleration data that indicates the direction of gravity. Estimation error of the vanishing points also causes errors in the calibration results. Therefore, using a single vanishing point is an advantage. For robotic applications, most methods focus on VIO using IMU and video frames captured by a moving camera. Instead of low-resolution video frames having motion blur and complicated odometry algorithms, we use just around 20 full-resolution sharp images to obtain a precise calibration. Moreover, we also examine the distinct models between camera and accelerometer frames and compare their performances for a mobile device integrated with these sensors assembled on the same circuit board.

III. METHOD

In this work, we propose a novel camera calibration method that uses only a single vertical vanishing point and acceleration data. The vertical vanishing point indicates the vertical direction (zenith or its opposite), and it can be conveniently obtained from images of buildings. The acceleration data is obtained from the camera-accelerometer pair through a simultaneous collection of multiple shots.

In order to accomplish this goal, we first establish a camera-accelerometer model to find the algebraic relationship between detected vanishing points and measured acceleration vectors. Then, we estimate the unknown parameters of this model using the simultaneously recorded images and acceleration vectors. Lastly, we compute the camera parameters from the estimated parameters. These steps are explained in detail in Sections III-A–III-C.

A. Camera–Accelerometer Model

According to the pin-hole model, the projection of the real-world point $\mathbf{x}$ onto the image plane is point $\mathbf{p}$ and can be expressed in homogeneous coordinates as in the following equation:

$$\tilde{\mathbf{p}} \sim \mathbf{K}(\mathbf{R}_c \mathbf{x} + \mathbf{t}_c) \quad (1)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} f_u & \gamma & u_0 \\ 0 & f_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

where $\tilde{\mathbf{p}} = [\mathbf{p} \ 1]^T$ is the homogeneous representation of $\mathbf{p}$, $\mathbf{R}_c$ is the rotation matrix, $\mathbf{t}_c$ is the translation vector, and the upper-triangular matrix $\mathbf{K}$ carries the internal parameters of the camera as shown in (2). In this model, the direction of gravity can be treated as the projection of a point at infinity on the line having the same direction. Let $\mathbf{g}$ denote the gravity vector and $\mathbf{g}_\infty = \lim_{r \rightarrow \infty} r \mathbf{g}$ be the point at infinity in the same direction. Image point $\mathbf{v}$ which is the projection of $\mathbf{g}_\infty$ onto the image can be expressed as in (3). The limit operation in homogeneous coordinates is solved by (4). At this point, translation vector $\mathbf{t}_c$ is omitted

$$\tilde{\mathbf{v}} \sim \lim_{r \rightarrow \infty} \mathbf{K}(\mathbf{R}_c r \mathbf{g} + \mathbf{t}_c) \quad (3)$$

$$\tilde{\mathbf{v}} \sim \mathbf{K} \mathbf{R}_c \mathbf{g}. \quad (4)$$

The model that connects point $\mathbf{v}$, the projection of the point at infinity, to gravity vector $\mathbf{g}$ becomes simplified by consisting of the camera matrix $\mathbf{K}$ and rotation matrix $\mathbf{R}_c$.

The concept of perspective can be useful in detecting the projection of the point at infinity in the image. Projections of the lines passing through the edges of the parallel structures in the orientation of gravity in the real world intersect at a single point called the vanishing point in the image. This vanishing point is the projection of the point at infinity in the image.

While vanishing point $\mathbf{v}$ is detected on the image, orientation vector $\mathbf{g}$ that refers to this point can be received from the accelerometer. The vector measured by the accelerometer is defined with respect to the coordinate system of the sensor instead of the Earth. Hence, a rotation transform should be defined between the coordinates of the sensor and the Earth. Moreover, some defects also exist in the values measured by the accelerometer as stated by Tedaldi *et al.* [27]. First, raw data have an electrical noise and low-pass filtering is needed for noise suppression. Second, although the accelerometer is not acted by any inertial or gravitational force, a significant bias value is measured instead of zero. That means that this bias is added to the real acceleration constantly. Finally, inside the accelerometer, each component that measures scalar acceleration on a definite axis is expected to be oriented orthogonally with respect to each other and scaled identically. Nevertheless, these conditions cannot be absolutely satisfied in a serial production line. According to the error model [27], [28] briefed above, the noise should be suppressed, the bias should be nullified and components of the accelerometer should be orthogonalized and rescaled linearly with a lower-triangular skewness matrix $\mathbf{L}$. Consequently, the relation between gravity vector $\mathbf{g}$ with respect to the Earth and acceleration vector $\mathbf{a}$ measured by the accelerometer is given in the following equation:

$$\mathbf{g} = \mathbf{R}_a \mathbf{L}(\mathbf{a} - \mathbf{b}) \quad (5)$$

where $\mathbf{R}_a$ is the rotation matrix that determines the rotation between the coordinate systems of the accelerometer and the Earth. Vector $\mathbf{b}$ is the bias of the accelerometer.

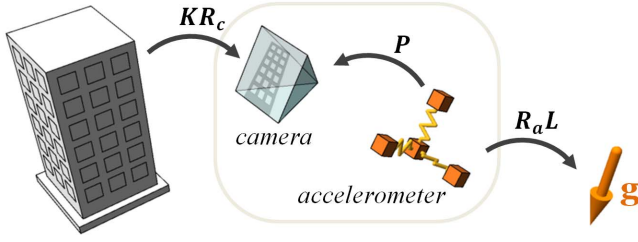


Fig. 2. Projection relation between the image plane and accelerometer space.

The relation between the acceleration vector $\mathbf{a}$ measured by the accelerometer and the vanishing point $\mathbf{v}$ detected in the image can be expressed by combining (4) and (5) as

$$\tilde{\mathbf{v}} \sim \underbrace{\mathbf{K}\mathbf{R}_c\mathbf{R}_a\mathbf{L}}_{\mathbf{P}} (\mathbf{a} - \mathbf{b}). \quad (6)$$

This projection relation briefed in Fig. 2 can be expressed with a 3×3 matrix $\mathbf{P} \sim \mathbf{KRL}$. By restating, $\mathbf{K}$ is the upper-triangular camera matrix, $\mathbf{R} = \mathbf{R}_c\mathbf{R}_a$ is the rotation matrix determining rotation between the camera and accelerometer coordinates, and $\mathbf{L}$ is the lower-triangular skewness matrix for the accelerometer. We should emphasize that $\mathbf{R}_a$ determines rotation from the accelerometer coordinates to the world coordinates (5) and $\mathbf{R}_c$ determines rotation from the world coordinates to the camera coordinates (1). Therefore, the multiplication of the matrices $\mathbf{R} = \mathbf{R}_c\mathbf{R}_a$ determines rotation from the accelerometer coordinates to the camera coordinates. Although for any orientation of the device with respect to the world coordinates these rotation matrices change, their multiplication remains constant because these sensors (accelerometer and camera) are assembled on a common frame. Hence, matrix $\mathbf{P}$ also remains constant for each capture.

B. Estimation of Projection Matrix

Matrix $\mathbf{P}$ covers the overall projection relation between acceleration vectors measured by the accelerometer and corresponding vanishing points detected in the images. Matrix $\mathbf{P}$ can be estimated to fit the model in (6) with the collected acceleration vectors $\mathbf{a}_i$ and corresponding vanishing points $\mathbf{v}_i$, where index i refers to a single capture in the dataset. The optimization process is dependent on the cost function. Traditionally real-world points are projected to the image plane and total projection error is minimized [16]. Nevertheless, in this case, image points $\mathbf{v}_i$ are imaginary points instead of detected corners of real markers in the image. With respect to the perspective, a vanishing point can be too far from the edges of the image frame. Therefore, taking care of projection error in the image makes the weight of further vanishing points much greater than the other vanishing points. To weigh all images equally, vanishing points in the image plane should be projected into acceleration space. Furthermore, unbiased acceleration vectors $\mathbf{a}_i - \mathbf{b}$ must be in the same amplitude, 1 g, but in distinct directions with respect to the orientation

of the camera. Hence, vanishing points $\mathbf{v}_i$ should be projected into the unit sphere where the acceleration vectors lie already on as seen in Fig. 3(b). The cost function can be defined as the sum of squared distances between normalized unbiased acceleration vectors $\mathbf{a}_i - \mathbf{b}$ and projected and normalized vanishing points $\mathbf{v}_i$ as in the following equation:

$$\mathbf{P}^* = \underset{\mathbf{P}_{3 \times 3}}{\operatorname{argmin}} \sum_i \left| \frac{\mathbf{P}^{-1} \mathbf{v}_i}{\|\mathbf{P}^{-1} \mathbf{v}_i\|} - \frac{\mathbf{a}_i - \mathbf{b}}{\|\mathbf{a}_i - \mathbf{b}\|} \right|^2. \quad (7)$$

After the elements of matrix $\mathbf{P}$ are estimated, it should be decomposed to achieve camera matrix $\mathbf{K}$ that carries the camera internal parameters.

C. Alternative Camera–Accelerometer Models

The decomposition of the estimated matrix $\mathbf{P}$ into $\mathbf{K}$, $\mathbf{R}$, and $\mathbf{L}$ has infinitely many solutions algebraically. Under specific assumptions, some alternative simplifications in our model can overcome this algebraic obstacle. Three alternatives to these simplifications are discussed below, and their performances are compared in the experiments.

The first choice is assuming the accelerometer as ideal. Under this assumption, the axes of the accelerometer become orthogonal and identical. Therefore, the skewness matrix $\mathbf{L} = \mathbf{I}$ for this ideal accelerometer becomes the identity matrix and (6) is simplified as the equation of $\mathbf{P} \sim \mathbf{KR}$. In this case, we can decompose matrix $\mathbf{P}$ into an upper-triangular matrix $\mathbf{K}$ and rotation matrix $\mathbf{R}$ using QR decomposition. Hence, the camera parameters that are elements of matrix $\mathbf{K}$ are obtained. Yet, the matrix $\mathbf{K}$ must be rescaled via the information of the last element $\mathbf{K}_{33} = 1$ as defined in (2).

The second alternative is neglecting the rotation between the frames of the camera and accelerometer based on the fact that these sensors are assembled on the same circuit board. Hence, the rotation matrix $\mathbf{R} = \mathbf{I}$ becomes the identity matrix and (6) is simplified as the equation of $\mathbf{P} \sim \mathbf{KL}$. In addition, the axes of the accelerometer must be on the same scale. Hence, diagonal elements of skewness matrix $\mathbf{L}$ become equal. In this case, matrix $\mathbf{P}$ can be decomposed into an upper-triangular matrix $\mathbf{K}$ and a lower-triangular matrix $\mathbf{L}$ using LU decomposition.

The third option is considering the two aforementioned assumptions together. Therefore, (6) becomes the equation of $\mathbf{P} \sim \mathbf{K}$ simply. Yet, matrix $\mathbf{P}$ must be predefined as an upper-triangular matrix for the optimization process briefed in Section III-B.

After matrix $\mathbf{P}$ is estimated, camera matrix $\mathbf{K}$ can be obtained according to the selected model. Performances of these three models, namely: 1) ideal accelerometer: $\mathbf{P} \sim \mathbf{KR}$; 2) perfectly aligned sensors: $\mathbf{P} \sim \mathbf{KL}$; and 3) or both: $\mathbf{P} \sim \mathbf{K}$, are compared in Section IV, and the underlying assumptions are discussed.

IV. EXPERIMENTS

For the experiments, we used a mobile device integrated with the camera and accelerometer sensors. With the goal of an application that records synchronized acceleration data while taking photos, we captured 16 sets of images. In each set,

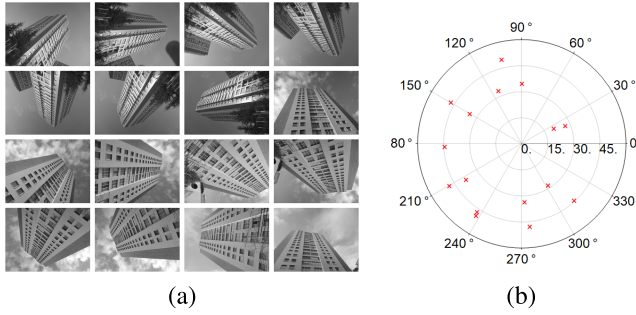


Fig. 3. (a) Captured images from two distinct ranges by rotating the camera around the principal axis roughly. (b) Synchronized acceleration data in spherical coordinates.

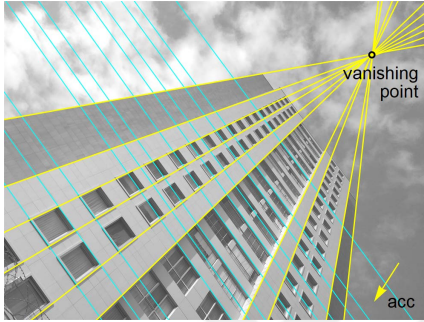


Fig. 4. Detected lines in the image and intersection of vertical lines at the vanishing point.

around 20 images of a distinct building are taken by roughly rotating the device around the principal axis of the camera [see Fig. 3(a)]. Hence, we obtained distinct acceleration vectors as diverse as possible to make the estimation of the projection matrix $\mathbf{P}$ in (7) more accurate [see Fig. 3(b)].

To locate the vanishing point, the first lines in the images are detected using Hough transform. Using the orientations of lines and the accelerometer data which imply the direction of gravity in the image roughly, only the lines belonging to vertical structures on the scene are picked. Then, the vanishing point having the shortest total distance to these lines is estimated (see Fig. 4).

To detect the bias of the accelerometer, the mobile device is positioned in six distinct orientations on a horizontal surface, such that it was lying on its top, bottom, right, left, up, and down sides, and the acceleration data are recorded each time [28]. Due to the additive effect of the bias value, absolute values of the acceleration belonging to opposite directions differ. The average of the values belonging to the opposite directions gives a bias value on the corresponding axis.

After the detected bias, $\mathbf{b}$ is subtracted from the recorded acceleration data, the projection matrix $\mathbf{P}$, which projects the unbiased acceleration vectors $\mathbf{a}_i - \mathbf{b}$ into the vanishing points $\mathbf{v}_i$ with (6), is estimated. For the optimization process, the cost function defined in (7) is minimized using Newton's method. Under the ideal accelerometer assumption ($\mathbf{P} \sim \mathbf{K}\mathbf{R}$), camera matrix $\mathbf{K}$ is obtained using QR decomposition. Under the assumption of perfectly aligned sensors ($\mathbf{P} \sim \mathbf{K}\mathbf{L}$),

TABLE I
AVERAGE ERROR RATES (%) OF ESTIMATED CAMERA INTERNAL PARAMETERS USING THREE DISTINCT MODELS OF THE PROPOSED METHOD

Model	Focal length		Principal point		mean
	horizontal	vertical	horizontal	vertical	
Ideal accel.	0.97	0.98	0.81	1.03	0.95
Perfect align.	0.94	0.84	0.32	0.74	0.71
Both	0.89	0.82	0.26	0.73	0.67

camera matrix $\mathbf{K}$ is obtained using LU decomposition. For the last model that is based on both of the two assumptions ($\mathbf{P} \sim \mathbf{K}$), the estimated projection matrix $\mathbf{P}$ is predefined as an upper-triangular matrix during the optimization process. So, camera matrix $\mathbf{K}$ is obtained as the estimated projection matrix $\mathbf{P}$ itself.

To measure the performance of the proposed method for distinct models, we construct an $80 \times 60 \times 60$ -cm-sized 3-D calibrator consisting of two perpendicular planes having 70 markers. Then, camera internal parameters including radial distortion are estimated using Levenberg–Marquardt optimization to minimize the projection error in the image. The estimated parameters are taken as ground-truth values. To measure the error rates of the methods, the absolute difference between the estimated and ground-truth values for each parameter is divided by its ground-truth value.

A comparison of the average internal parameter estimation error rates for 16 sets using three distinct models is shown in Table I. Among the proposed models, the simplest one which assumes the accelerometer as ideal and sensors as aligned perfectly ($\mathbf{P} \sim \mathbf{K}$) is superior to the other models. Better performance of the simplest model can be explained by the overfitting phenomenon. Observed data, vanishing points, and acceleration vectors are too noisy to estimate the very little rotation between sensors or skewness of the accelerometer axes. Although captured images by hand are not shaky, inevitable shake causes noise on the recorded acceleration vector. There also exists a small time gap between image capture and acceleration record instances. Hence, more complicated models with redundant parameters overfit. Furthermore, the regularity of recent MEMS-based accelerometers on mobile devices is acceptable to assume them as ideal. Also, the misalignment of the camera and accelerometer sensors is negligible due to being assembled on the same circuit board precisely.

For comparison with conventional Zhang's method [16], we construct two planar calibrators: one-square-meter and A4-sized checkerboards [16], [29]. We also implemented a recent calibration method suggested by Li *et al.* [9] and constructed a triangular-shaped calibrator. For each calibrator, we used 16, 20, 24, and 28 images and performed calibrations separately. The mean error rates corresponding to the four internal parameters belonging to 16 distinct calibrations with our method and the other two methods with three calibrators for various numbers of images are shown in Fig. 5. From the distribution of error rates for 16 calibrations with our method, a significant negative correlation is observed between the error

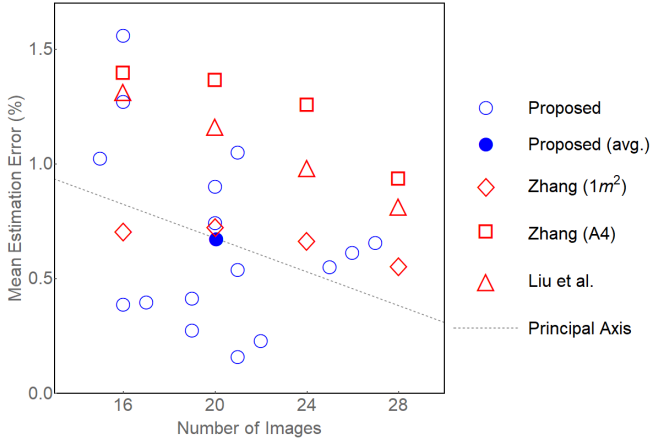


Fig. 5. Mean error rates (%) belonging to 16 distinct calibrations with our method and competitive methods using various numbers of images.

rate and the number of images used in calibration. The same correlation also occurs in other methods. A comparison of the average error rates belonging to our method with 16 sets and other methods with four distinct calibrations for each is also shown in Table II. While the image number of 16 sets varies between 15 and 27, calibrations for other methods are performed with 16, 20, 24, and 28 images. The suggested method achieved accuracy as high as the one-square-meter checkerboard. As seen in Fig. 5, error rates of 16 calibrations for the proposed method exceed 1% when the number of images is fewer than 17 approximately. Excluding these four sets, focal length estimation also catches up with the checkerboard. In fact, the medians of error rates of our method for each parameter within 16 calibrations are lower than the results for the one-square-meter checkerboard.

The difference in the performances of Zhang's method with two different-sized checkerboards can be explained by the defocusing problem. Nearer shots of the smaller checkerboard cause blur on the images. The aperture and resolution of the cameras in recent mobile devices get larger by the year. These parameters make the hyperfocal distance also larger, which determines the minimum distance from the scene to capture an unblurred image when the lens is focused at infinity. This defocusing problem is a serious obstacle for the methods using a calibrator because, during the calibration, the calibrator should be located further to obtain sharp images. Hence, this obligation forces to produce larger calibrators to occupy enough area in the image. The proposed method overcomes this problem by using outdoor structures being far enough. Therefore, sharp edges can be detected in the images of the camera focused at infinity. Hence, the vanishing points can be detected precisely. Nevertheless, for the same focus setting, images of the A4-sized checkerboard are blurry due to the defocusing problem. This blur causes random errors in the location of markers on the checkerboard and affects the calibration results.

Our proposed method has an advantage over the methods using multiple vanishing points like Li *et al.* [9] as seen in Table II. Without an assisting device (accelerometer, a second

TABLE II
AVERAGE ERROR RATES (%) OF ESTIMATED CAMERA INTERNAL PARAMETERS WITH DISTINCT METHODS

Method	Focal length		Principal point		mean
	horizontal	vertical	horizontal	vertical	
Proposed	0.89	0.82	0.26	0.73	0.67
Zhang (1m ²)	0.55	0.75	0.49	0.88	0.67
Zhang (A4)	2.03	1.10	0.31	1.50	1.23
Liu <i>et al.</i>	1.04	1.02	1.12	1.13	1.08

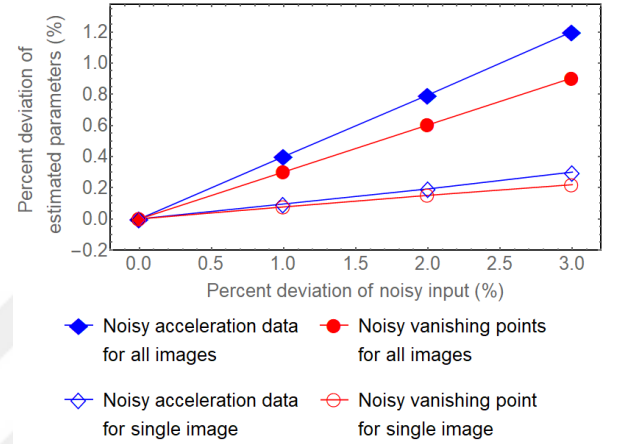


Fig. 6. Deviation of the estimated parameters for different noise levels on inputs.

calibrated camera, etc.) at least two vanishing points are needed for camera calibration. A vanishing point is not a real image point detected in the image by pixel-wise operations, but a detected location by intersecting the parallel lines found in the image. This operation can be ill-conditioned when the angle between the intersecting lines is too narrow as is horizontal lines in front angle shots. However, our proposed method uses a vertical vanishing point only. For buildings, vertical lines are more salient, especially on outer edges. Methods using multiple vanishing points obtain a single constraint for each image with two erroneous vanishing points. However, the suggested method obtains a constraint with a single erroneous vanishing point. Therefore, using a single vanishing point is an advantage.

We also examine the robustness of the proposed method. We add noise to the two types of inputs (acceleration data and vanishing points) for each image and also a random single image to observe the precision of the estimated parameters. The algorithm is executed 1000 times for a specific noise level. Gaussian noise $\tilde{n}_a = 0.01 g N_3(0, I_3)/\sqrt{3}$ is added to the acceleration vectors for 1% noise ratio while mean (rms) magnitude of the acceleration inputs is 1 g. Gradually, the noise ratio is increased to 2% and 3%, and the experiments are repeated. Similarly, Gaussian noise $\tilde{n}_v = 0.01 v_m N_2(0, I_2)/\sqrt{2}$ is added to the locations of the vanishing points for 1% noise ratio, where v_m is the mean (rms) distance from the image center to each vanishing point. The same procedure is repeated for 2% and 3% noise ratio also. The mean of the estimated parameters does not have any

significant bias. However, noisy inputs cause variance in estimated outputs. A linear relationship between the percent deviation of the estimated parameters and the noise amplitude is shown in Fig. 6. The low noise factor (approximately 1:3) expresses the robustness of the proposed algorithm. Moreover, the deviation of estimated parameters is much smaller if the noise occurs only on a single image as opposed to all the images in the dataset.

V. CONCLUSION

In this study, we proposed a camera calibration method that achieves to estimate of the camera parameters within 1% error. This is a very competitive result with current methods considering that the proposed method uses just ordinary vertical structures on the scene. The proposed method is as convenient as self-calibration methods since no calibrator but an accelerometer that is already a standard onboard component of a mobile device is needed. On the other hand, it is as accurate as calibrator-based approaches, without the need to construct or carry bulky calibrators.

The performance of the method is based on two facets as summarized below. First, the accelerometer is assumed as ideal and the misalignment of the sensors is neglected. The progress in the precision of recent MEMS-based accelerometers and robotic assembly lines for mobile devices make these assumptions acceptable. Second, by using sharp images taken far from the hyperfocal distance, the suggested method overcomes the defocusing problem.

Our proposed method also enables camera–accelerometer calibration by determining the transformation between the camera and accelerometer coordinates. Hence, an image point corresponding to the gravity vector can be computed using the calibration data. This information enables image rectification of any scene without any vertical lines or vanishing points. If these achieved calibration data are supported by any reference length, the height of the camera from the ground, for instance, distance measurement from the image can also be possible as an application.

A further advantage of our proposed method is recalibration during sensor drift. During the physical life of a mobile device, the internal parameters of the camera can shift unexpectedly due to temperature, humidity, or micromotions of the lens for focusing. The proposed method enables adaptive calibration that can be done iteratively for each image captured by the camera. Therefore, estimated parameters can be adapted using the vanishing point in the new image and the corresponding acceleration data.

In comparison with the most conventional method using an A4-sized checkerboard, the suggested method has higher accuracy. Increasing the size of the checkerboard to one square meter gives accuracies close to ours, despite incurring manufacturing efforts that deem it impractical. On the other hand, our method enables the potential of a calibrated camera on a mobile device for both professionals and nonprofessionals alike, for on-the-go applications. The suggested method can be embedded in any measurement or modeling application software requiring a calibrated camera. Hence, a user can calibrate the camera solely by taking some building photos.

The suggested method uses the only accelerometer as an assistive sensor. Although this sensor measures the altitude angle of the camera using gravity direction, azimuthal rotations of the camera cannot be perceived by this sensor. However, a gyro sensor can achieve this. In further studies, rotational information provided by the gyro sensor can be integrated into the model acceleration vector and vanishing point. In addition, the suggested method can be generalized to use a vanishing point in any direction. On the other hand, as we stated in the conclusion, a shortcoming of the proposed method is its inability to estimate radial distortion parameters. However, this parameter can be recovered by modeling the slight bends on the detected lines in the images. Yet, in the cameras of mobile devices, radial distortion is negligible since, at the preprocessing level, lens distortion correction of a raw image is already done tolerably.

REFERENCES

- [1] F. Remondino and C. Fraser, "Digital camera calibration methods: Considerations and comparisons," *Int. Arch. Photogramm., Remote Sens. Spatial Inf. Sci.*, vol. 36, no. 5, pp. 266–272, Sep. 2006.
- [2] J. Heikkilä and O. Silven, "A four-step camera calibration procedure with implicit image correction," in *Proc. IEEE Comput. Soc. Conf. Comput. Vis. Pattern Recognit.*, Jun. 1997, pp. 1106–1112.
- [3] S. J. Maybank and O. D. Faugeras, "A theory of self-calibration of a moving camera," *Int. J. Comput. Vis.*, vol. 8, no. 2, pp. 123–151, Aug. 1992.
- [4] K.-Y.-K. Wong, G. Zhang, and Z. Chen, "A stratified approach for camera calibration using spheres," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 20, no. 2, pp. 305–316, Feb. 2011.
- [5] E. Shen and R. Hornsey, "Multi-camera network calibration with a non-planar target," *IEEE Sensors J.*, vol. 11, no. 10, pp. 2356–2364, Oct. 2011.
- [6] Q. Fu, Q. Quan, and K. Cai, "Calibration of multiple fish-eye cameras using a wand," *IET Comput. Vis.*, vol. 9, no. 3, pp. 378–389, Jun. 2015.
- [7] J. Wang and Y. Wan, "A new camera calibration method based on two vertical lines," in *Proc. 10th Int. Conf. Commun., Circuits Syst. (ICCCAS)*, Dec. 2018, pp. 399–402.
- [8] S. Su *et al.*, "A novel camera calibration method based on multilevel-edge-fitting ellipse-shaped analytical model," *IEEE Sensors J.*, vol. 20, no. 11, pp. 5818–5826, Jun. 2020.
- [9] W. Liu, S. Wu, X. Wu, and H. Zhao, "Calibration method based on the image of the absolute quadratic curve," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 29856–29868, 2019.
- [10] O. Arik and S. E. Yuksel, "Camera calibration using catenary," *IEEE Sensors J.*, vol. 22, no. 6, pp. 5962–5968, Mar. 2022.
- [11] H.-T. Chen, "Geometry-based camera calibration using five-point correspondences from a single image," *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.*, vol. 27, no. 12, pp. 2555–2566, Dec. 2017.
- [12] B. W. He and Y. F. Li, "A novel method for camera calibration using vanishing points," in *Proc. 14th Int. Conf. Mechatronics Mach. Vis. Pract.*, Dec. 2007, pp. 44–47.
- [13] J. Kosecká and W. Zhang, "Video compass," in *Proc. ECCV*, 2002, pp. 476–491.
- [14] Y. Zheng and S. Peng, "A practical roadside camera calibration method based on least squares optimization," *IEEE Trans. Intell. Transp. Syst.*, vol. 15, no. 2, pp. 831–843, Apr. 2014.
- [15] P. F. Sturm and S. J. Maybank, "On plane-based camera calibration: A general algorithm, singularities, applications," in *Proc. IEEE Comput. Soc. Conf. Comput. Vis. Pattern Recognit.*, Jun. 1999, pp. 432–437.
- [16] Z. Zhang, "A flexible new technique for camera calibration," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 22, no. 11, pp. 1330–1334, Nov. 2000.
- [17] Y. Liu, Y. Wu, M. Wu, and X. Hu, "Planar vanishing points based camera calibration," in *Proc. 3rd Int. Conf. Image Graph.*, 2004, pp. 460–463.
- [18] J. Kong *et al.*, "Camera calibration using vertical lines," in *Proc. ICCV*, vol. 7728, Nov. 2012, pp. 218–229.
- [19] P. F. Sturm and L. Quan, "Camera calibration and relative pose estimation from gravity," in *Proc. 15th Int. Conf. Pattern Recognit. (ICPR)*, 2000, pp. 72–75.

- [20] K.-W. Chen, Y.-P. Hung, and Y.-S. Chen, "On calibrating a camera network using parabolic trajectories of a bouncing ball," in *Proc. IEEE Int. Workshop Vis. Surveill. Perform. Eval. Tracking Surveill.*, Oct. 2005, pp. 185–191.
- [21] Y. Alkendi, L. Seneviratne, and Y. Zweiri, "State of the art in vision-based localization techniques for autonomous navigation systems," *IEEE Access*, vol. 9, pp. 76847–76874, 2021.
- [22] Y. Wang, L. Chen, P. Wei, and X. Lu, "Visual-inertial odometry of smartphone under Manhattan world," *Remote Sens.*, vol. 12, no. 22, p. 3818, Nov. 2020.
- [23] L. Jin, H. Zhang, and C. Ye, "Camera intrinsic parameters estimation by visual-inertial odometry for a mobile phone with application to assisted navigation," *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 25, no. 4, pp. 1803–1811, Aug. 2020.
- [24] J. Lobo and J. Dias, "Fusing of image and inertial sensing for camera calibration," in *Proc. Conf. Document. Int. Conf. Multisensor Fusion Integr. Intell. Systems. (MFI)*, 2001, pp. 103–108.
- [25] J. Lobo and J. Dias, "Relative pose calibration between visual and inertial sensors," *Int. J. Robot. Res.*, vol. 26, no. 6, pp. 561–575, 2007.
- [26] B. Fu *et al.*, "High-precision multicamera-assisted camera-IMU calibration: Theory and method," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 70, pp. 1–17, 2021.
- [27] D. Tedaldi, A. Pretto, and E. Menegatti, "A robust and easy to implement method for IMU calibration without external equipments," in *Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Autom. (ICRA)*, May 2014, pp. 3042–3049.
- [28] S. Saeedi and N. El-Sheimy, "Activity recognition using fusion of low-cost sensors on a smartphone for mobile navigation application," *Micromachines*, vol. 6, no. 8, pp. 1100–1134, Aug. 2015.
- [29] J. Y. Bouguet. (2004). *Camera Calibration Toolbox for MATLAB*. [Online]. Available: http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/index.html



Okay Arık received the B.S. degree in electrical and electronics from Middle East Technical University, Ankara, Turkey, in 2009, and the M.S. degree in electrical and electronics engineering from Hacettepe University, Ankara, in 2014, where he is currently pursuing the Ph.D. degree with the Department of Electrical and Electronics Engineering.

He is the Founder of Artu Information Technologies, Ankara.



Seniha Esen Yuksel (Senior Member, IEEE) received the B.Sc. degree in electrical and electronics from Middle East Technical University, Ankara, Turkey, in 2003, the M.Sc. degree in electrical and computer engineering from the University of Louisville, Louisville, KY, USA, in 2005, and the Ph.D. degree in computer engineering from the University of Florida, Gainesville, FL, USA, in 2011.

She is currently an Associate Professor with the Department of Electrical and Electronics Engineering, Hacettepe University, Ankara, where she is also the Director of the Pattern Recognition and Remote Sensing Laboratory.