

**ANKARA ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ
ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ PROGRAMI**

**ALTINCI SINIF ÖĞRENCİLERİNİN UZUNLUK, ÇEVRE,
ALAN VE HACİM KAVRAMLARINA İLİŞKİN
İLİŞKİLENDİRME BİÇİMLERİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

SADIYE ÇELİK

**ANKARA
MART, 2023**



**ANKARA ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ
ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ PROGRAMI**

**ALTINCI SINIF ÖĞRENCİLERİNİN UZUNLUK, ÇEVRE,
ALAN VE HACİM KAVRAMLARINA İLİŞKİN
İLİŞKİLENDİRME BİÇİMLERİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

SADIYE ÇELİK

DANIŞMAN: DR. ÖĞR. ÜYESİ ZEYNEP AKKURT DENİZLİ

**ANKARA
MART, 2023**

Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne,

Sadiye Çelik adlı öğrencinin hazırladığı “Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Uzunluk, Çevre, Alan ve Hacim Kavramlarına İlişkin İlişkilendirme Biçimleri” başlıklı bu çalışma Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı / Matematik Eğitimi Programı’nda jüri üyelerince oy birliği ile **Yüksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

	<u>Jüri Üyeleri</u>	<u>İmza</u>
Başkan	Prof. Dr. Seniye Renan SEZER	
Üye	Dr. Öğr. Üyesi Zeynep AKKURT DENİZLİ	
Üye	Dr. Öğr. Üyesi Çiğdem ALKAŞ ULUSOY	

ONAY

Bu tez Ankara Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Öğretim Yönetmeliği’nin ilgili maddeleri uyarınca, jüri üyeleri tarafından 31/03/2023 tarihinde, Enstitü Yönetim Kurulu tarafından ise .../.../20... tarihinde kabul edilmiştir.

.....
Prof. Dr. Mehmet İkbâl YETİŞİR
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ETİK İLKELERE UYGUNLUK BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgileri akademik yazım kurallarına uygun biçimde raporlaştırdığımı ve bunları etik ilkelere (atıfta bulunulan tüm yapıtlara kaynaklarda yer verilmesi, tezde kullanılan bilgi ve belgelere resmi yollarla ulaşılması ve bunların aslı bozulmadan kullanılması vb.) uygun olarak elde ettiğimi ve sunduğumu bildiririm.

Sadiye ÇELİK

ÖZET

ALTINCI SINIF ÖĞRENCİLERİNİN UZUNLUK, ÇEVRE, ALAN VE HACİM KAVRAMLARINA İLİŞKİN İLİŞKİLENDİRME BİÇİMLERİ

ÇELİK, Sadiye

Yüksek Lisans Tezi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Zeynep AKKURT DENİZLİ

Mart, 2023, xvi + 146 Sayfa

Araştırmada, 6. sınıf öğrencilerinin uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin ilişkilendirme biçimlerini incelemek amaçlanmıştır. Bu amaçla, öğrencilerin uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin hesaplamaları ve bu kavramların tanımlarını yaparken nasıl ilişkilendirmeler yaptıkları incelenmiştir. Bu nitel araştırma, Türkiye’deki bir büyükşehirde yer alan bir devlet ortaokulundaki dokuz 6. sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarıyla ilgili hazırlanan toplam 26 açık uçlu soru öğrencilere bire bir görüşmeler yolu ile sorulmuştur. Görüşmelerin her biri yaklaşık 40 dakika süren üç oturumda tamamlanmıştır. Görüşmeler, video kayıt cihazı ile kaydedilmiş, öğrenci cevap kağıtları görüşmeler sonrasında toplanmıştır. Elde edilen veriler nitel içerik analizi ile çözümlenmiştir.

Araştırma sonucunda, uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin öğrenci düşüncelerinin birbiri ile ilişkili olduğu ortaya konmuştur. Oluşan temalar da bu ilişkiyi barındırmaktadır. Bu ilişkilendirmelere bağlı olarak birim ile ölçme işlemini ilişkilendirme, formül ile kavramı ilişkilendirme, birimin niteliği ile ölçülecek niteliği ilişkilendirme, uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarını ilişkilendirme ve uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarının özellikleri ile tanımlarını ilişkilendirme temaları oluşmuştur. Bu temalardan birim ile ölçme işlemini ilişkilendirme temasının altında standart olmayan birim ile ölçme işlemini ilişkilendirme ve standart birim ile ölçme işlemini ilişkilendirme kategorileri oluşmuştur. Uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramları arasında kurulan ilişki temasının altında; uzunluk ve çevre ilişkisi kurma, çevre ve alan ilişkisi kurma, alan ve hacim ilişkisi kurma kategorileri oluşmuştur. Uzunluk, çevre, alan

ve hacim kavramlarının özellikleri ile tanımlarını ilişkilendirme temasına ait kategoriler ise özelliklerden bağımsız tanım yapma ve özelliklere bağlı tanım yapmadır.

Araştırmanın öğrencilerin; uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin nasıl ilişkilendirmeler yaptıkları hakkında bilgi sunduğu ve ilgili konuda öğretmenlere, program geliştirme uzmanlarına ve araştırmacılara ipuçları sunacağı düşünülmektedir.

Anahtar Sözcükler: Uzunluk, çevre, alan, hacim, ilişkilendirme, geometri, ölçme, 6. sınıf öğrencileri



ABSTRACT

CONNECTION FORMS OF SIXTH GRADE STUDENTS REGARDING THE CONCEPTIONS OF LENGTH, PERIMETER, AREA AND VOLUME

ÇELİK, Sadiye

Master Degree, Department of Mathematics and Science Education

Supervisor: Asst. Prof Zeynep AKKURT DENİZLİ

March, 2023, xvi + 146 Pages

The aim of this study was to examine the ways in which 6th-grade students establish connections between the concepts of length, perimeter, area, and volume. For this purpose, the calculations related to the concepts of length, perimeter, area, and volume made by the students, as well as how they established connections while defining these concepts, were examined. This qualitative research was conducted with a group of nine 6th grade students in a public middle school located in a major city in Turkey. A total of 26 open-ended questions related to length, perimeter, area, and volume were asked of the students through individual interviews. The interviews were completed in three sessions, each lasting approximately 40 minutes. The interviews were recorded using video recording devices, and student answer sheets were collected after the interviews. The obtained data were analyzed using qualitative content analysis.

Based on the findings of the study, the research revealed that students' thinking regarding length, perimeter, area, and volume concepts were interconnected. The emerged themes also encompassed these connections. Based on these connections, themes have emerged related to the linking of measurement with units, connecting the formula and concept, connecting the unit quality with the quality to be measured, connecting the concepts of length, perimeter, area, and volume, and connecting the definitions of the concepts of length, perimeter, area, and volume with the features of these concepts. Under the theme of connecting measurement with units, two categories were identified: connecting non-standard units with measurement and connecting standard units with measurement. Under the theme of the relationship established between the concepts of length, perimeter, area, and volume; the categories of

establishing a relationship between length and perimeter, establishing a relationship between perimeter and area, and establishing a relationship between area and volume were formed. The categories belonging to the theme of connecting the definitions with the properties of the concepts of length, perimeter, area, and volume are making definitions independent of properties and making definitions based on properties.

The research provides insights into how students establish connections between the concepts of length, perimeter, area, and volume, and it is expected to offer insights to teachers, curriculum developers, and researchers in the relevant field.

Keywords: Length, perimeter, area, volume, connection, geometry, measurement, 6th-grade students

ÖNSÖZ

Çocukların, çevrelerini incelemeye başladıklarında geometrik düşünme süreçlerinin de başladığı söylenebilir. Okuldaki öğretim süreci ile şekillenen bu düşünme sürecinin nasıl geliştiği, öğrencilerin geometri kavramlarına ilişkin nasıl düşündükleri matematik eğitimcileri için daima merak konusu olmuştur. Bu araştırmada, geometrik düşünme sürecinin bir parçası olan uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin ilişkilendirmelerin, 6. sınıf öğrencileri tarafından nasıl yapıldığı incelenmiştir. Araştırmanın, öğrencilerin uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin düşünme biçimlerine yönelik bilgi sunması ve ilgili konuda öğretmenlere ve araştırmacılara kaynak teşkil etmesi umulmaktadır.

Geometri konusunda çalışmam için beni en başından beri destekleyen, gece gündüz desteğini esirgemeyen, bilgi ve tecrübesiyle yolumu aydınlatan, ilk tez öğrencisi olma gururunu yaşattığı için sevgili danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Zeynep Akkurt Denizli'ye sonsuz teşekkür ederim. Yüksek lisans eğitimim boyunca derin bilgisiyle, kişiliğiyle hayran olduğum, öğrencisi olmaktan gurur duyduğum, jürimde yer alarak beni onurlandıran, fikirleriyle tezime katkıda bulunan sevgili hocam Prof. Dr. Seniye Renan Sezer'e sonsuz teşekkür ederim. Tez jürimde yer alarak beni destekleyen, fikirleriyle tezimi zenginleştiren sevgili Dr. Öğr. Üyesi Çiğdem Alkaş Ulusoy hocama çok teşekkür ederim. Yüksek lisans eğitimim süresince verdiği bilgiler ile öğretmenlik mesleğime kattıkları için hem de uzman görüşü ile tezime katkı sunduğu için sevgili hocam Dr. Öğr. Üyesi Ebru Aylar Çankaya'ya çok teşekkür ederim. Araştırma sorularıma uzman görüşü ile destek veren akademisyen ve öğretmen arkadaşlarıma katkılarından dolayı minnettarım.

Okuma, öğrenme isteğimi her zaman ateşleyen, ders çalışabilmem için evdeki sorumluluklarıma ortak olan, çocuklarıma gözü gibi bakan, her zaman eli üzerimde olan canım annem Hatice Yolcu ve canım babam Murat Yolcu'ya sonsuz teşekkür ederim. Desteklerini her zaman hissettiğim, kız kardeşlerim Sevgi Sakarya ve Selin Yolcu'ya bu süreçte destek oldukları için minnettarım. Canım eşim Can Çelik'e ve gurur duyduğum oğullarım Çınar ile Murat Yamaç'a hayatıma anlam kattıkları için çok teşekkür ederim.

Aileme...



İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ETİK İLKELERE UYGUNLUK BİLDİRİMİ.....	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT	vi
ÖNSÖZ.....	viii
İÇİNDEKİLER.....	x
TABLolar DİZİNİ.....	xii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xiii
GÖRSELLER DİZİNİ.....	xiv
KISALTMALAR/SİMGELER	xvi
BÖLÜM 1.....	1
GİRİŞ.....	1
Problem.....	1
Matematiksel İlişkilendirme.....	2
Geometri Öğretiminde Ölçme.....	5
Amaç.....	18
Önem.....	18
Sayıtlar.....	20
Sınırlılıklar.....	20
Tanımlar.....	20
BÖLÜM 2.....	21
YÖNTEM.....	21
Araştırmanın Modeli.....	21
Çalışma Grubu	21
Verilerin Toplanması	22
Görüşme Formu	23
İşlem.....	25
Verilerin Çözümlemesi	26
Geçerlik ve Güvenirlik.....	28
BÖLÜM 3.....	29
BULGULAR VE YORUMLAR	29
Birim ile Ölçme İşlemini İlişkilendirme	32
Standart Olmayan Birim ile Ölçme İşlemini İlişkilendirme	32
Birimleri Organize Ederek Sayma İşlemine Bağlı İlişkilendirme.....	36
Birimnin Büyüklüğüne Bağlı İlişkilendirme	39
Birimnin Büyüklüğü ile Ölçülecek Büyüklüğü İlişkilendirme.....	47
Standart Birim ile Ölçme İşlemini İlişkilendirme	53
Birimnin Büyüklüğü ile Ölçülecek Büyüklüğü İlişkilendirme.....	53
Birimleri Organize Ederek Ölçme İşlemine Bağlı İlişkilendirme	59
Formül ile Kavramı İlişkilendirme	61

Birimin Niteliği ile Ölçülecek Niteliği İlişkilendirme.....	68
Uzunluk, Çevre, Alan, Hacim Kavramlarını İlişkilendirme	72
Uzunluk – Çevre İlişkisi Kurma.....	72
Çevre – Alan İlişkisi Kurma.....	79
Alan – Hacim İlişkisi Kurma.....	88
Öğrencilerin Uzunluk, Çevre, Alan ve Hacim Kavramlarına İlişkin	97
Tanımlarındaki İlişkilendirme Biçimleri	97
Uzunluk, Çevre, Alan ve Hacim Kavramlarının Özellikleri ile Tanımlarını	
İlişkilendirme	97
Özelliklerden Bağımsız Tanım Yapma	97
Başka Bir Kavram Üzerinden Tanım Yapma	97
Formüle/ Hesaplamaya Bağlı Tanım Yapma	98
Kavramların Özelliklerine Bağlı Tanım Yapma	99
BÖLÜM 4.....	101
SONUÇLAR VE ÖNERİLER	101
Sonuçlar	101
Öğrencilerin Uzunluk, Çevre, Alan ve Hacim Kavramlarına İlişkin	
Hesaplamalardaki İlişkilendirme Biçimleri	101
Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Uzunluk, Çevre, Alan ve Hacim Kavramlarını	
Tanımlama Biçimleri	113
Öneriler	116
KAYNAKLAR.....	119
EKLER	131
EK 1. Görüşme Formu.....	132
EK 2. Etik Kurul Onayı	143
EK 3. Millî Eğitim Bakanlığı Araştırma İzni	144
BENZERLİK BİLDİRİMİ	145
ÖZGEÇMİŞ.....	146

TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo	Sayfa
Tablo 1. İlkokul ve Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programındaki Uzunluk, Çevre, Alan ve Hacim Ölçme ile İlgili Kazanımlar (MEB, 2018)	8
Tablo 2. Araştırmaya Katılan Öğrencilerin Cinsiyet Ve Başarı Düzeyleri İle Araştırmada Kullanılan Kod Adları	22
Tablo 3. Açık Uçlu Soru Formunda Yer Alan Görev Türleri Ve Soru Örnekleri	24



ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil	Sayfa
Şekil 1. Ölçme Öğretimi İçin Önerilen Aşamalar	6
Şekil 2. Araştırma Verilerinin Çözümleme Şeması.....	27
Şekil 3. Çalışmada Ulaşılan Tema, Kategori ve Alt Kategoriler.....	31



GÖRSELLER DİZİNİ

Görsel	Sayfa
Görsel 1. Serkan'ın Cevap Kâğıdı.....	33
Görsel 2. Eda'nın Cevap Kâğıdı.....	35
Görsel 3. Lale'nin Cevap Kâğıdı.....	35
Görsel 4. Alan Ölçme Sorusu.....	36
Görsel 5. Ayşe'nin Cevap Kâğıdı.....	37
Görsel 6. Hacim Ölçme Sorusu.....	37
Görsel 7. Necdet'in Cevap Kâğıdı.....	39
Görsel 8. Alan Ölçme Sorusu.....	40
Görsel 9. Alan Ölçme Sorusu.....	41
Görsel 10. Tarık'ın Cevap Kâğıdı.....	43
Görsel 11. Ayşe'nin Cevap Kâğıdı.....	45
Görsel 12. Namık'ın Cevap Kâğıdı.....	47
Görsel 13. Merve'nin Cevap Kâğıdı.....	48
Görsel 14. Ayşe'nin Cevap Kâğıdı.....	49
Görsel 15. Ayşe'nin Cevap Kâğıdı.....	50
Görsel 16. Necdet'in Cevap Kâğıdı.....	51
Görsel 17. Lale'nin Cevap Kâğıdı.....	51
Görsel 18. Necdet'in Cevap Kâğıdı.....	52
Görsel 19. Serkan'ın Cevap Kâğıdı.....	53
Görsel 20. Tarık'ın Cevap Kâğıdı.....	54
Görsel 21. Lale'nin Cevap Kâğıdı.....	55
Görsel 22. Serkan'ın Cevap Kâğıdı.....	55
Görsel 23. Eda'nın Cevap Kâğıdı.....	56
Görsel 24. Tarık'ın Cevap Kâğıdı.....	57
Görsel 25. Ayşe'nin Cevap Kâğıdı.....	58
Görsel 26. Namık'ın Cevap Kâğıdı.....	60
Görsel 27. Hacim Ölçme Sorusu.....	60
Görsel 28. Serkan'ın Cevap Kâğıdı.....	62
Görsel 29. Tarık'ın Cevap Kâğıdı.....	62
Görsel 30. Alan Ölçme Sorusu.....	63
Görsel 31. Ayşe'nin Cevap Kâğıdı.....	64
Görsel 32. Hacim Ölçme Sorusu.....	64
Görsel 33. Hacim Ölçme Sorusu.....	65
Görsel 34. Hacim Ölçme Sorusu.....	66

Görsel 35. Hacim Ölçme Sorusu	67
Görsel 36. Tarık'ın Cevap Kâğıdı	68
Görsel 37. Necdet'in Cevap Kâğıdı.....	69
Görsel 38. Lale'nin Cevap Kâğıdı.....	70
Görsel 39. Ayşe'nin Cevap Kâğıdı.....	70
Görsel 40. Serkan'ın Cevap Kâğıdı.....	71
Görsel 41. Ayşe'nin Cevap Kâğıdı.....	71
Görsel 42. Ayşe'nin Cevap Kâğıdı.....	72
Görsel 43. Namık'ın Cevap Kâğıdı	73
Görsel 44. Tarık'ın Cevap Kâğıdı	74
Görsel 45. Lale'nin Cevap Kâğıdı.....	75
Görsel 46. Kübra'nın Cevap Kâğıdı	76
Görsel 47. Eda'nın Cevap Kâğıdı.....	77
Görsel 48. Kübra'nın Cevap Kâğıdı	79
Görsel 49. Necdet'in Cevap Kâğıdı.....	80
Görsel 50. Serkan'ın Cevap Kâğıdı.....	80
Görsel 51. Tarık'ın Cevap Kâğıdı	81
Görsel 52. Merve'nin Cevap Kâğıdı	82
Görsel 53. Eda'nın Cevap Kâğıdı.....	83
Görsel 54. Namık'ın Cevap Kâğıdı	84
Görsel 55. Serkan'ın Cevap Kâğıdı.....	84
Görsel 56. Ayşe'nin Cevap Kâğıdı.....	86
Görsel 57. Eda'nın Cevap Kâğıdı.....	86
Görsel 58. Namık'ın Cevap Kâğıdı	87
Görsel 59. Alan- Hacim Ölçme Sorusu	88
Görsel 60. Necdet'in Cevap Kâğıdı.....	89
Görsel 61. Lale'nin Cevap Kâğıdı.....	90
Görsel 62. Kübra'nın Cevap Kâğıdı	91
Görsel 63. Namık'ın Cevap Kâğıdı	92
Görsel 64. Alan- Hacim Ölçme Sorusu	93
Görsel 65. Kübra'nın Cevap Kâğıdı	94
Görsel 66. Ayşe'nin Cevap Kâğıdı.....	94
Görsel 67. Necdet'in Cevap Kâğıdı.....	95
Görsel 68. Lale'nin Cevap Kâğıdı.....	96
Görsel 69. Merve'nin Cevap Kâğıdı	96
Görsel 70. Uzunluk Ölçme Sorusu	98

KISALTMALAR/SİMGELER

MEB	Millî Eğitim Bakanlığı
TIMMS	Trends in International Mathematics and Science Study (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması)
NCTM	The National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)
PISA	Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın yapılma gerekçesi olan problem, araştırmanın amacı ve önemi, araştırmada geçen bazı terimlerin tanımları verilmiş, araştırmanın varsayım ve sınırlılıkları belirtilmiştir.

Problem

Matematik, kendi içerisinde anlam bütünlüğüne sahip, ilişkiler ve örüntülerden oluşan, bilgi birikimi ile ilerleyen bir disiplindir. Anlamalı bir matematik öğretiminin, yeni bilginin eski bilgi ile ilişkilendirilmesi yani yeni bilginin var olan bilginin üzerine inşa edilmesi ile oluştuğu bilinmektedir. Bu sebeple öğrencilerin ön öğrenmelerinin yeni bilgileri destekleyeceği aşıkardır. Matematik Dersi Öğretim Programı'nda matematik eğitimi için: “Matematik eğitimi, kişilere çeşitli deneyimlerini analiz edip açıklayabilecekleri, tahminde bulunacakları, problem çözecekleri bir dil ve sistematik kazandırır. Yaratıcı düşünmeyi kolaylaştırır, estetik gelişimi sağlar. Çeşitli matematiksel durumların incelendiği ortamlar oluşturarak, bireylerin akıl yürütme becerilerinin gelişimini hızlandırır” (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2009, s.7) ifadesine yer verilmiştir. Bu noktada matematik eğitimi, bireylerin akıl yürütme ve muhakeme becerilerini geliştirebilmelerinde önemli bir rol üstlenmektedir.

Matematiğin öğretilmesi sürecinde çeşitli güçlükler yaşanmaktadır. Yaşanan bu güçlüklerin temelinde, öğrencilerin zihnindeki temsiller ile matematiğin soyut doğası arasında ilişki kuramamaları yer almaktadır. Matematiğin soyut kavramlarla ilgilenmesi, öğrencilerin onu anlamlandırmada güçlük yaşamalarına sebep olmaktadır. Diğer taraftan, matematik öğretiminde kavramların tamamını somutlaştırmak güçtür. Matematiksel fikirlerin ve ilişkilerin ifade edilmesi için kullanılan farklı görsel ve sembolik araçlar, geometrik temsiller olarak adlandırılır. Bu araçlar arasında çizimler, işaretler, sözcükler, grafikler, diyagramlar, manipülatif araçlar, tablolar ve semboller yer alır. Geometrik temsiller, matematiksel kavramları daha kolay anlaşılabilir hale getirir ve matematiksel düşüncenin geliştirilmesine yardımcı olur. (Van de Walle, Karp ve Bay- Williams, 2016).

Kullanılan bu temsiller sayesinde, matematiksel kavramlarla, onların somutlaştırılması yoluyla bağ kurulabilir (Konyalıoğlu, 2003). Geometri, kurulan bu bağı merkezine alan bir disiplindir (G. Karaaslan, K. G. Karaaslan ve Delice, 2012). Öğrenciler, geometri bilgileri sayesinde soyut kavramları görselleştirerek anlamlandırabilir (Nemirovsky ve Noble, 1997).

Geometri, ilkokulda iki ayrı öğrenme alanı olan geometri ve ölçme öğrenme alanları altında anlatılmaktadır. Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı'nda ise geometri ve ölçme, birlikte bir öğrenme alanı olarak yer almaktadır. Geometrinin temel konuları ile matematiğin sayılar, cebir, veri işleme gibi diğer öğrenme alanlarının kapsadığı konular, öğretimde birbiri ile ilişkili bir şekilde işlenmektedir. İlkokul ve ortaokul matematik programlarında bu bütüncül yaklaşımın benimsenmesinde, matematik öğretim programının bir sınıf düzeyinde ele aldığı konuların geometri konuları ile ilişkilendirilmesi etkili olmuştur. Ayrıca, ilköğretim düzeyinde yapılan geometri öğretimi ile kazandırılması hedeflenen becerilerin, problem çözme, akıl yürütme, ilişkilendirme gibi matematiksel becerilere katkıda bulunmasının amaçlanması da etkili olmuştur (Develi ve Orbay, 2003).

Matematiksel İlişkilendirme

Günlük hayatta kullanılan temel becerilerden birisi olan ilişkilendirme becerisi, bilgiler arasında bağlantılar kurmayı desteklemektedir (Baki, Birgin, Çathıoğlu ve Coştu, 2009). The National Council of Teachers of Mathematics'de (NCTM) belirlenen süreç standartları içerisinde yer alan ilişkilendirme standardında, matematik biliminin kendi içerisinde, matematiksel kavramlar arasında ve aynı zamanda matematik bilimi ile günlük hayat ve başka disiplinler arasında ilişkilerin kurulması gerektiği belirtilir (NCTM, 2000). Öğrencilerin geometri ile matematiğin diğer alanları arasındaki ilişkiyi küçük yaşlarda fark etmesi, öğretimin ilerleyen dönemlerinde geometrik kavramları anlamlandırabilmesini ve matematiksel becerileri etkili bir şekilde kullanabilmesini sağlayacaktır.

Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi'ne (NCTM) göre geometri öğretiminde, geometrik şekiller ve yapılarla birlikte bu yapıların özellikleri ve aralarındaki ilişkilere yer verilmesi gerektiği vurgulanmıştır (NTCM, 2000). İlişkilendirme becerisi, öğrencilerin anlamlı öğrenmesini destekleyen temel becerilerden biri olduğu için günümüz öğretim programlarında yer almaktadır (MEB, 2018). Marchis

(2008), çalışmasında, ilişkisel öğrenme sürecini ve beyindeki temsillerini araştırmıştır. Çalışmasında, ilişkisel öğrenmeyi destekleyecek şekilde tasarlanmış öğretim programının, kavramların özelliklerini ortaya çıkarmak için "basitten karmaşığa doğru yapılandığı" ifadesini kullanmaktadır. Bu ifade, öğrencilere önce basit kavramlar ve ilişkiler öğretilerek daha sonra bu kavramların birleştirilerek karmaşık ilişkilerin anlaşılmasının hedeflendiği bir öğretim stratejisini ifade etmektedir. Fujita (2007) yaptığı bir çalışmasının sonuçlarında, öğrencilerin kavramları tek tek öğrenirken, bu kavramlar arasındaki ilişkileri kurmakta güçlük çektiklerini ve bu nedenle bu ilişkisel anlamayı içeren hiyerarşik yapıyı göz ardı ettiklerini belirtmektedir. Öğrencilerin konular arasındaki ilişkisel anlamayı içeren bu hiyerarşik yapıyı göz ardı etmeleri, kavramlar arasında ilişki kuramamaları ilişkilendirme becerilerinin yeterince gelişmediğini göstermektedir.

Geometrik şekil ve yapılar arasındaki ilişkileri anlatmak ve bu ilişkilerin öğrenciler tarafından anlaşılması oldukça zordur (Moore, 2013). Kavramlar arası ve alt kavramlar arası ilişkilendirme, temel kavramlarının birbirleriyle nasıl ilişkili olduğunu ve daha küçük alt kavramların nasıl birbirleriyle ve daha büyük kavramlarla ilişkili olduğunu anlamayı içerir (Maeda, Yoon ve Lesh, 2008). Kavramlar arası ilişkilendirme, kullanılan temel kavramlar arasındaki ilişkileri ifade eder. Örneğin, uzunluk, alan ve hacim kavramları arasındaki ilişkiler, kavramlar arası ilişkilendirme ile anlaşılabilir (Maeda, Yoon ve Lesh, 2008). Alt kavramlar arası ilişkilendirme ise daha küçük ölçüm kavramlarının daha büyük kavramlarla nasıl ilişkili olduğunu ifade eder (Maeda, Yoon ve Lesh, 2008). Örneğin, bir prizmanın hacmi, prizmanın tabanının alanı ile yüksekliğinin çarpımı şeklinde hesaplanır. Dolayısıyla, prizmanın tabanının alanı ve yüksekliği gibi alt kavramlar, hacim ölçme kavramının bir parçasıdır.

Van de Walle, Karp ve Bay-Williams (2012) anlamayı, yeni bir fikrin, var olan fikirlerle olan bağlantılarının çokluğu ve bu bağlantıların kalitesi olarak tanımlamış ve anlamayı bir spektrum üzerinde göstermişlerdir. Skemp (1976) bu spektrumun bir ucunu ilişkisel anlama, diğer ucunu enstrümantal anlama olarak isimlendirmiştir. Skemp, matematikte ilişkisel anlamayı kavramlar arasında ilişki kurma, eski bilgi ile yeni bilgiyi bağdaştırma olarak tanımlarken enstrümantal anlamayı, belirli kurallara bağlı kalarak işlem yapma olarak tanımlamıştır. Başka bir ifadeyle, ilişkisel anlama neyi neden yaptığını bilmeyi içerirken enstrümantal anlama sebepsiz kurallara bağlıdır (Skemp, 1976). Örneğin; öğrenci bir prizmanın hacim hesabına ilişkin formülü ezberliyor ve bu durumda hacmi öğrendiğini düşünüyorsa onun hacim kavramını sebepsiz kurallar yolu

ile anlamaya çalıştığı söylenebilir. Hacim hesabının neden bu formülle hesaplandığını prizmanın hacmine ilişkin kavramsal bilgisi ile açıklayabiliyorsa ilişkisel anlamının varlığından bahsedilebilir. Öğrencilerin çoğunun enstrümantal anlamayı ilişkisel anlamaya göre daha fazla kullandığı söylenebilir. Diğer taraftan, ilişkisel ve enstrümantal anlama, birbirinden bağımsız düşünülme, iç içe yapılardır (Skemp, 1976). Bu noktada, Piaget'in (1950) tanımladığı, matematikteki işlemsel ve kavramsal bilginin ilişkisi ön plana çıkmaktadır. Kavramsal ve işlemsel bilgi ayrımı, Jean Piaget tarafından 1950'lerde yapılmıştır. Piaget, 1950 yılında yayımlanan "The Psychology of Intelligence" adlı kitapta bilişsel gelişim teorisini detaylandırmış ve çocukların zihinsel süreçlerini anlamak için kullandığı yöntemleri ve aşamaları açıklamıştır. Kitapta işlemsel ve kavramsal bilgi ayrımına da yer verilmiştir. Piaget'e göre kavramsal bilgi, bireylerin bir nesnenin özelliklerini anlamalarını, sınıflandırmalarını ve özellikle de genel kavramlarla ilişkilendirmelerini ifade ederken işlemsel bilgi, bireylerin nesnelerle ilgili işlemleri anlamalarını ve yapmalarını ifade eder (Gander ve Gardiner, 1990).

İşlemsel bilgi, soru çözümü için kural ve işlemlerin kullanıldığı, matematiksel bilginin temsili için sembollerin kullanıldığı ve semboller arasında mantıksal bağın olmasının zorunlu olmadığı bilgi çeşididir (Olkun ve Toluk, 2003). Bu bilgi, matematik sembollerini ve bu sembollerin nasıl gösterildiğini, kuralların ve formüllerin neler olduğunu, kullanılan algoritmaların işlem basamaklarına uygun bir şekilde yürütebilmesini içerir. Kural ve formüllerin uygulanması ve hesaplama işlemlerinin gerçekleştirilmesi anlamlarını içeren işlemsel bilgi, genelde bir problemi çözmek için gereken algoritma ya da kuralları uygulamak anlamına gelmektedir (Hiebert ve Carpenter, 1992). Kavramsal bilgi ise bireylerin kendi deneyimleri sonucunda kesin sonuçlar elde edebildiği ve bu davranışın benzer deneyimlerde de aynı sonuçları verdiğini anladığı durumda var olan bilgi türüdür (Taşpınar, 2014). Kavramsal bilginin tanımını "ne olduğunu ve neden olduğunu bilme" olarak ifade eden Hiebert ve Lefevre (1986)'ye göre kavramsal bilgide bilginin kaynağını ve nedenini sorgulama durumu vardır. Kavramsal bilgide "Nasıl?" sorusu ile kavramlar arası ilişkiler ortaya çıkarılmaya çalışılmakta, öğrencinin zihnindeki bilgileri ilişkilendirmesi beklenmektedir. Kavramsal bilgi, bilginin anlaşılmasını gerektirir ve edinim süreci uzundur. Kavramsal bilgi, işlemsel bilgiye göre daha karmaşık bir süreç içerir. Buna bağlı olarak kavramsal öğrenme ise kişinin bir konuyu, o konuyla ilgili diğer konularla ilişkilendirerek öğrenebildiği bir öğrenme şeklidir (Hogg ve Vaughan, 2014). Kavramsal anlama, kişinin akıl yürütme yeteneğini yansıtmaktadır. Bu nedenle, öğrenme sürecinde, kavrama ilişkin tanımlarının,

kavramların birbiri ile olan ilişkilerinin veya kavramların temsillerinin uygulanmasını içeren ortamların olması gerekmektedir (Thomas, Eid, Yousef ve Jaafar, 2019).

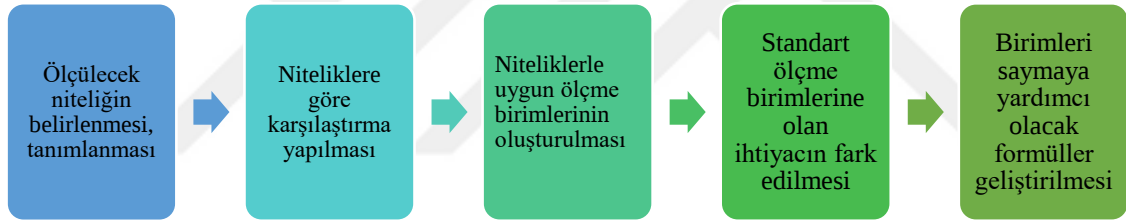
Ersoy (2002, s.19), kavramsal bilgi ve işlemsel bilgi arasındaki ilişkiyi şu şekilde açıklamıştır: “Matematik öğrenmede hem işlemsel hem de kavramsal bilgiye gereksinim vardır. Kavramsal bilgi, işlemsel bilgiye anlam kazandırarak ona destek olur. Kavramsal bilginin işlemsel bilgiden daha önemli olduğu ya da bunun tersi düşünülmemelidir. Algoritmalar ve bu süreçte izlenen adımlar, işlemsel bilgileri yansıtır. Kavramsal bilgiden yoksun işlemsel bilgiler matematik öğretiminin özüne terstir. İşlemsel bilgi ezberlenerek öğrenilebilirken, kavramsal bilgi anlamayı gerektirir. Bu nedenle kavramsal bilginin edinilmesi daha uzun süre alır ve daha karmaşık süreçler içerir.” İşlemsel ve kavramsal bilgiye dair çalışmalarda ortak nokta, bu iki bilgi türünün birbiriyle ilişkili ve birbirini tamamlayıcı özellikte olduğudur (Rittle-Johnson, Siegler ve Alibali, 2001). Matematikte kalıcı ve anlamlı bir öğrenmenin olması, işlemsel ve kavramsal bilginin dengeli bir şekilde oluşturulmasına bağlıdır (Baki 1998). Matematiksel bir bilgiyi anlama, işlemsel ve kavramsal bilgilerin birbirleri ile entegre olması demektir (Olkun ve Toluk, 2003). İşlem bilgisi kavram bilgisiyle ilişkilendirilmezse kuralların nedenleri anlaşılamaz ve ezbere dayalı öğrenme gerçekleşir (Hiebert ve LeFevre, 1986).

Geometri Öğretiminde Ölçme

Matematik öğretiminin amaçlarından birisi de kişiye günlük hayatta kullanabileceği bilgileri kazandırmak ve bu bilgileri kişinin gerektiği durumlarda kullanabilmesini sağlamaktır. İlköğretim matematik programının öğrenme alanlarından biri olan “ölçme”, öğrencilerin günlük hayatta sıklıkla karşılaştığı konulardan biridir. Ölçme, matematiksel ilişkiler arasında bir köprü görevi görmektedir (Clements ve Battista, 2001). Ölçme, matematiğin iki ana alanını, geometri ve sayıları birbirine bağlar: (Clements, 1999; Kilpatrick, 2001). Ölçmenin tarihinin eski dönemlere dayandığı bilinmektedir. Toplumların kendi standart ölçme birimlerini geliştirmesi, ilk matematiksel ihtiyaçlardan biri olarak ortaya çıkmıştır (Dinç Artut ve Tarım, 2006). Ölçme ve ölçü birimleri ile ilgili bilgilere dair ilk kayıtlar tarihin çok eskilerine dayanmaktadır. Örneğin, MÖ 3000’lerde Mısır’da uzunluk, ağırlık ve zaman birimleri kullanılmıştır. Ayrıca antik Yunan ve Roma uygarlıklarında da ölçme ve ölçü birimleri kullanılmıştır (Dönmez, 2002). Tarihte uygarlıklar ihtiyaçlarına göre kendi ölçme metotlarını bulmuşlar ve ölçme birimlerini kullanmışlardır. Kullanılan birimler arasında

taşlar, teller ve ayaklar da yer almaktadır (Baykul, 2005). Ölçme yaparken kullanılan birimler standart olan birimler ve standart olmayan birimler şeklinde ikiye ayrılır. Standart olan birimlere santimetre, metre, metrekare, milimetreküp, litre, gram, kilogram; standart olmayan birimlere ise kulaç, karış, ayak, adım, arşın, ser, kur, dönüm gibi örnekler verilebilir.

Bir çokluğu ölçme; “aynı türden geliştirilmiş standart birimin, bu çokluk içinde kaç tane olduğunu saymak” olarak açıklanmaktadır (Altun, 2014, s. 297). Ölçme için o halde önce ölçülecek niteliğe (uzunluk, alan, hacim vb.) ve bu niteliği ölçebilecek birime (m , m^2 , m^3 vb.) karar vermek, ardından nesnenin niteliği ile seçilen birimi karşılaştırmak gerekmektedir (Van de Walle, Karp ve Williams, 2010/2013). Belirlenen standart birimin nesnenin niteliğine uygun olması ve bu niteliğin nesnede kaç tane olduğunun sayılması, bir çokluğu ölçme olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu açıklamalar doğrultusunda ölçme öğretiminde takip edilmesi önerilen aşamalar Şekil 1’de gösterilmektedir:



Şekil 1. Ölçme Öğretimi İçin Önerilen Aşamalar (Strutchens, Martin ve Kenney, 2003)

Ölçme öğretiminde ilk aşama, ölçülecek niteliğin (uzunluk, alan, hacim vb.) belirlenmesidir. Bu aşamada öğrencilerin öncelikli olarak ölçmeye konu olan uzunluk, alan, hacim gibi kavramları öğrenmeleri gerekmektedir (Lubienski, 2003). Öğrencilerin nesnenin niteliğini belirleyebilmesi için bu niteliklere ilişkin derin bir anlama sahip olmaları gereklidir. Ölçme sadece hesaplama becerisi olarak görüldüğü zaman, ölçmenin ilgili olduğu kavramlar göz ardı edilebilmektedir. Dolayısıyla, öğrenciler bir nesnenin hangi niteliğinin ölçmeye konu olduğuna karar vermekte zorlanmaktadır (Grant ve Kline, 2003).

Ölçme konularının öğretimindeki önemli becerilerden biri tahmindir. Öğrenciler tahminde bulunarak ölçme sürecine dahil olurlar, ölçtükleri nesnenin niteliğine

odaklanabilirler ve öğrencilerin sürece dahil olması ölçme etkinliklerine olan motivasyonlarını arttırır. Bunların yanı sıra standart ya da standart olmayan birimler kullanılarak yapılan tahminler, öğrencilerde büyüklük kavramı, birim kavramı gibi kavramların gelişmesine de katkı sağlar. Örneğin; sınıf içerisinde öğrencilere kapının boyunun ya da tahtanın uzunluğunun kaç metre olabileceği sorulduğunda öğrenciler, ilk önce bir metrenin ne kadarlık bir uzunluğa denk geldiğini düşüneceklerdir. Bu durum, uzunluk kavramının standart ölçme birimine ilişkin düşünmenin gelişimine yardım ettiğini gösterir (Dinç Artut ve Tarım, 2006; Yanık, 2012).

Ölçmenin birçok çeşidi bulunmaktadır. Ölçü çeşitleri içerisinde en bilinenleri; sıcaklık, zaman, uzunluk, alan, hacim ve ağırlıktır (Altun, 2004). Ölçme öğretiminde en fazla üzerinde durulan konular; uzunluk, alan ve hacimdir. Ölçme ve geometri arasındaki ilişki göz önüne alındığında, Van de Walle (2012) ölçmenin çevre, alan ve hacim formüllerinin geliştirilmesi ve anlaşılması için önemli olduğunu iddia eder çünkü şekillerin ve ilişkilerin anlaşılmasını gerektirir.

Bilimde, birçok meslek dalının gelişmesinde, günlük yaşamdaki birçok eylemde ölçmeden faydalanılmaktadır. Boyumuzun uzunluğundan depremin şiddetine kadar hemen her şey ölçmenin konusu olabilmektedir. Bu nedenle, ilköğretim 1. sınıftan itibaren ölçü birimlerinin tanıtımına başlanmaktadır ve ölçme konusu matematik öğretim programlarında geniş bir yer tutmaktadır. Bu çalışmada, ölçmeyle ilgili uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramları ele alındığı için öğretim programındaki bu kavramlara ilişkin kazanımlar incelenmiş ve ilkokul ve ortaokul düzeyindeki ilgili kazanımlar Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1

İlkokul ve Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programındaki Uzunluk, Çevre, Alan ve Hacim Ölçme ile İlgili Kazanımlar (MEB, 2018)

Sınıf düzeyi	Kazanımlar
1	M.1.3.1.1. Nesneleri uzunlukları yönünden karşılaştırır ve sıralar. M.1.3.1.2. Bir uzunluğu ölçmek için standart olmayan uygun ölçme aracını seçer ve ölçme yapar.
2	M.2.3.1.1. Standart olmayan farklı uzunluk ölçme birimlerini birlikte kullanarak bir uzunluğu ölçer ve standart olmayan birimin iki ve dörde bölünmüş parçalarıyla tekrarlı ölçümler yapar. M.2.3.1.2. Standart uzunluk ölçme birimlerini tanıır ve kullanım yerlerini açıklar. M.2.3.1.3. Uzunlukları standart araçlar kullanarak metre veya santimetre cinsinden ölçer. M.2.3.1.4. Uzunlukları metre veya santimetre birimleri türünden tahmin eder ve tahminini ölçme sonucuyla karşılaştırarak kontrol eder. M.2.3.1.5. Standart olan veya olmayan uzunluk ölçme birimleriyle, uzunluk modelleri oluşturur. M.2.3.1.6. Uzunluk ölçme birimi kullanılan problemleri çözer.
3	M.3.3.1.1. Bir metre, yarım metre, 10 cm ve 5 cm için standart olmayan ölçme araçları tanımlar ve bunları kullanarak ölçme yapar. M.3.3.1.2. Metre ile santimetre arasındaki ilişkiyi açıklar ve birbiri cinsinden yazar. M.3.3.1.3. Cetvel kullanarak uzunluğu verilen bir doğru parçasını çizer. M.3.3.1.4. Kilometreyi tanıır, kullanım alanlarını belirtir ve kilometre ile metre arasındaki ilişkiyi fark eder. M.3.3.1.5. Metre ve santimetre birimlerinin kullanıldığı problemleri çözer. M.3.3.2.1. Nesnelerin çevrelerini belirler. M.3.3.2.2. Şekillerin çevre uzunluğunu standart olmayan ve standart birimler kullanarak ölçer. M.3.3.2.3. Şekillerin çevre uzunluğunu hesaplar. M.3.3.2.4. Şekillerin çevre uzunlukları ile ilgili problemleri çözer. M.3.3.3.1. Şekillerin alanını standart olmayan uygun malzeme ile kaplar ve ölçer. M.3.3.3.2. Bir alanı, standart olmayan alan ölçme birimleriyle tahmin eder ve birimleri sayarak tahminini kontrol eder.

(Devam Ediyor)

Tablo 1 (Devam)

4	M4.3.1.1. Standart uzunluk ölçme birimlerinden milimetrenin kullanım alanlarını belirtir.
	M4.3.1.2. Uzunluk ölçme birimleri arasındaki ilişkileri açıklar ve birbiri cinsinden yazar.
	M4.3.1.3. Doğrudan ölçebileceği bir uzunluğu en uygun uzunluk ölçme birimiyle tahmin eder ve tahminini ölçme yaparak kontrol eder.
	M4.3.1.4. Uzunluk ölçme birimlerinin kullanıldığı en çok üç işlem gerektiren problemleri çözer.
	M4.3.2.1. Kare ve dikdörtgenin çevre uzunlukları ile kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi açıklar
	M4.3.2.2. Aynı çevre uzunluğuna sahip farklı geometrik şekiller oluşturur.
	M4.3.2.3. Şekillerin çevre uzunluklarını hesaplamayla ilgili problemleri çözer.
5	M4.3.3.1. Şekillerin alanlarının, bu alanı kaplayan birim karelerin sayısı olduğunu belirler.
	M4.3.3.2. Kare ve dikdörtgenin alanını toplama ve çarpma işlemleri ile ilişkilendirir.
	M5.2.1.3. Bir doğru parçasına eşit uzunlukta doğru parçaları çizer.
	M5.2.1.6. Bir doğru parçasına paralel doğru parçaları inşa eder, çizilmiş doğru parçalarının paralel olup olmadığını yorumlar.
	M5.2.3.1. Uzunluk ölçme birimlerini tanır; metre-kilometre, metre-desimetre-santimetre-milimetre birimlerini birbirine dönüştürür ve ilgili problemleri çözer.
	M5.2.3.2. Üçgen ve dörtgenlerin çevre uzunluklarını hesaplar, verilen bir çevre uzunluğuna sahip farklı şekiller oluşturur.
	M5.2.3.3. Zaman ölçme birimlerini tanır, birbirine dönüştürür ve ilgili problemleri çözer.
5	M5.2.4.1. Dikdörtgenin alanını hesaplar, santimetre kare ve metre kareyi kullanır.
	M5.2.4.2. Belirlenen bir alanı santimetre kare ve metre kare birimleriyle tahmin eder
	M5.2.4.3. Verilen bir alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturur
	M5.2.4.4. Dikdörtgenin alanını hesaplamayı gerektiren problemleri çözer.
	M5.2.5.3. Dikdörtgenler prizmasının yüzey alanını hesaplamayı gerektiren problemleri çözer.

(Devam Ediyor)

Tablo 1 (Devam)

6	M.6.3.2.1. Üçgenin alan bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer.
	M.6.3.2.2. Paralelkenarın alan bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer.
	M.6.3.2.3. Alan ölçme birimlerini tanıır, m^2 - km^2 , m^2 - cm^2 - mm^2 birimlerini birbirine dönüştürür.
	M.6.3.2.4. Arazi ölçme birimlerini tanıır ve standart alan ölçme birimleriyle ilişkilendirir.
	M.6.3.2.5. Alan ile ilgili problemleri çözer.
	M.6.3.3.3. Çapı veya yarıçapı verilen bir çemberin uzunluğunu hesaplamayı gerektiren problemleri çözer.
	M.6.3.4.1. Dikdörtgenler prizmasının içine boşluk kalmayacak biçimde yerleştirilen birim küp sayısının o cismin hacmi olduğunu anlar, verilen cismin hacmini birim küpleri sayarak hesaplar.
	M.6.3.4.2. Verilen bir hacim ölçüsüne sahip farklı dikdörtgenler prizmalarını birim küplerle oluşturur, hacim taban alanı ile yüksekliğin çarpımı olduğunu gerekçesiyle açıklar.
	M.6.3.4.3. Standart hacim ölçme birimlerini tanıır ve cm^3 , dm^3 , m^3 birimleri arasında dönüşüm yapar.
	M.6.3.4.4. Dikdörtgenler prizmasının hacim bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer.
7	M.6.3.4.5. Dikdörtgenler prizmasının hacmini tahmin eder.
	M.7.3.2.4. Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur, ilgili problemleri çözer.
	M.7.3.2.5. Alan ile ilgili problemleri çözer.
	M.7.3.3.2. Çemberin ve çember parçasının uzunluğunu hesaplar.
8	M.7.3.3.3. Dairenin ve daire diliminin alanını hesaplar.
	M.8.3.4.3. Dik dairesel silindirin yüzey alanı bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer
	M.8.3.4.4. Dik dairesel silindirin hacim bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer.

(MEB, 2018 Matematik Dersi Öğretim Programı)

Matematik dersi 1.-8. sınıf öğretim programı incelendiğinde ölçme öğrenme alanına ait her sınıf seviyesinde farklı kazanımların bulunduğu görülmektedir. Öğretim programında uzunluk, çevre, alan ve hacim ölçmeye ilişkin öncelikle, nesnelerin uzunluklarını standart olmayan birimler ile tahmin ettirme ve farklı büyüklükte standart olmayan birimler kullanarak ölçümler yaptırma amaçlanmıştır. Sonrasında standart birim

ile ölçmeye yer verilmiştir. Öğrencilerin standart veya standart olmayan birimleri kullanırken ölçümlere yönelik tahminlerde bulunması beklenmiştir. Birimlerin birbiri ile ilişkisini ortaya çıkaran, nesnelerin uzunluklarını cetvel kullanarak ölçmeyi gerektiren kazanımlara da yer verilmiştir. Çevre ve alan kavramları ilk defa 3. sınıf düzeyinde bulunmaktadır. Programda, bu kavramlara ilişkin tahmin etme, standart ve standart olmayan birimleri kullanarak ölçüm yapmayı içeren kazanımlar yer almaktadır. Çevre uzunluğu ile kenar uzunluğu arasındaki ilişkiyi yorumlamayı gerektiren, aynı çevre uzunluğuna sahip farklı geometrik şekilleri düşünmeyi gerektiren kazanımlar ile kavramlar arasındaki ilişkiler kurulmaya çalışılmaktadır. Ayrıca, alan hesabını birim kare sayısı ile ilişkilendiren, alan formülünü yine toplama ve çarpma işlemleri ile ilişkilendiren kazanımlar 4. sınıf düzeyinde verilmektedir. Eş uzunlukta ve paralel doğru parçaları ile yüzey alanı kavramı 5. sınıf düzeyinde karşılaşılmaktadır. Ortaokul Matematik Öğretim Programı'nda geometri ile ölçme "Geometri ve Ölçme" başlıklı öğrenme alanı içerisinde birlikte yer almaktadır. Beşinci sınıf düzeyinde ağırlıklı olarak çevre ve alan hesaplamaya yönelik kazanımlar bulunmaktadır. Hacim kavramına ilk defa ile 6. sınıf düzeyinde dik prizmaların hacim hesabı ile yer verilmiştir. Hacim hesabı, öncelikle birim küpler yolu ile öğrenciye kazandırılmaya çalışılmış, sonrasında ise formülün öğretilmesi planlanmıştır. Hacim hesabı daha sonra 8. sınıf düzeyinde tekrar görülmektedir. Yedinci sınıf düzeyi için farklı geometrik şekillerin alan hesabına yönelik kazanımlar bulunmaktadır. Özetlenecek olursa matematik öğretim programındaki kazanımlar ile öğrencilerin nesnelerin uzunluk, çevre, alan ve hacimlerini hem standart hem de standart olmayan birim kullanarak tahmin etmeleri beklenmiş ve sonrasında bu kavramlara ilişkin hesaplamaların, ölçümlerin nasıl yapacağı üzerinde durulmuştur. Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı incelendiğinde, düzlemsel şekillerin çevre uzunluklarına ve alanlarına, geometrik cisimlerin yüzey alanlarına ve hacimlerine ilişkin temel kavramların, bu kavramların birbiri ile olan ilişkilerinin ve kavramlara ait formüllerin öğrenciler tarafından oluşturulması hedeflenmiştir. "Ölçme alanının içeriğine bakıldığında öğrenciden istenen davranışlar; standart ve standart olmayan ölçme birimlerini bilmesi, bu bilgi ve becerileri problem durumlarında kullanabilmesi, geometrik şekillerin çevre, alan ve hacimlerini tahmin edip hesaplayabilmesidir" (MEB, 2009, s.28).

Lehrer'e göre (2003) ölçme sürecini anlamak ve ölçme işini doğru yapabilmek için gerekli temeller şunlardır: birim ve ölçülecek nitelik arasındaki ilişki, öteleme, kaplama/yan yana koyma, eşit/özdeş birim kullanma, standartlaşma, orantılılık,

toplanırlık ve başlangıç noktası. Bunlara ek olarak, korunum, geçişlilik, karşılaştırma, ölçülecek niteliğe uygun araç seçme gibi beceri ve/ya kavramlarında kazanılmış olması gerekmektedir (Barrett, Davies ve Zhang, 2003; Grant ve Kline, 2003; Stephan ve Clements, 2003). Alanyazında ölçme konusuna ait genel temellere ek olarak uzunluk, alan ve hacim ölçmeye ait özel kavram ve beceriler de tanımlanmıştır.

Uzunluk ve çevre ölçme kavramının alt kavramlarından ilki “korunum” dur. Korunum, bir nesne hareket ettirildiğinde veya parçaları farklı bir şekil elde etmek için yeniden düzenlendiğinde, bir nesnenin uzunluğunun sabit kalması anlayışıdır (Kamii ve Clark, 1995; Piaget, 1930). Ayrıca, birim yinleme, geçişlilik yani doğrudan karşılaştırmanın imkânsız olduğu iki nesneyi karşılaştırmak için bir başka uzunluğun kullanılması, bir nesnenin uzunluğunu aynı büyüklükteki birimlere bölmenin zihinsel etkinliği olan bölümleme, mesafe birikimi, ölçüm yapmak için kullanılan birimler, ölçme işlemi için kullanılan araçlar, belirlenen başlangıç noktası gibi referans noktalar yer almaktadır (Kamii ve Clark, 1995; Carpenter, Franke ve Levi; 2003, Lester, 2010). Uzunluğu ölçmek sadece bir sayma meselesi değildir, tekrarlanan sayıyının sayılmasıyla elde edilen sayıdır ve sadece aynı uzunluğu temsil etmek için farklı büyüklükteki birimlerin kullanılabileceğini fark etmeyi değil, aynı zamanda ölçmek için sayılan nesnelerin farkındalığını da gerektirir (Kamii ve Clark, 1995).

Alan ölçme kavramının alt kavramları arasında; eşit bölüm/bölümlere ayırma, birim öteleme, korunum ve dizi yapısı (satır/sütun), iki boyutluluk gibi alt kavramlar yer almaktadır (Stephan ve Clements, 2003). Hacim ölçme kavramının alt kavramları arasında uzunluk, genişlik, yükseklik, taban alanı, yüzey alanı, uzamsal görselleştirme, korunum ve dizilerin anlamlı sıralanması, prizmalar, silindirler gibi kavramlar yer almaktadır. Bu şekilde, uzunluk, çevre, alan ve hacim ölçme kavramları ile ilgili alt kavramlar arasında sıkı bir ilişki vardır ve bu alt kavramların öğrenilmesi, ilgili ölçmenin daha iyi anlaşılmasına yardımcı olabilir (Ma, 2015). Kavramlar arası ve alt kavramlar arası ilişkilendirme, öğrencilere ölçme konusunda daha kapsamlı bir anlayış kazandırarak matematiksel düşünme becerilerini geliştirmeye yardımcı olabilir (Maeda, Yoon ve Lesh, 2008). Ortaokullarda, ölçme ilgili kavramlar ve kazanımlar, öğrencilerin günlük hayatta çoğunlukla karşılaşabilecekleri bilgi ve becerileri içerir (Tan Şişman ve Aksu, 2012). Cetvel kullanılarak yapılan bir ölçümden bir bahçenin çevre uzunluğuna, bir kâğıt parçasının kapladığı alandan bir kabın içindeki katı ya da sıvı miktarını belirlemeye kadar hemen her şey ölçmenin konusu olabilmektedir. Tan Şişman ve Aksu'ya (2009) göre

öğrenciler, ölçme araçlarının özelliklerinin yanı sıra bu araçlar ile günlük hayatta nasıl ölçüm yapabileceklerini de anlamalıdır.

Ölçme alanına ilişkin becerilerin gelişimi, hem ölçmenin günlük hayat ile ilişkilendirilmesini sağlayacak hem de ilişkili olduğu birçok matematiksel kavram ve konuya ilişkin becerilerin gelişimini destekleyecektir. Diğer taraftan, yapılan işlemlerin, kullanılan formüllerin kavramsal temellere dayandırılmaması, matematiksel kavramların anlamlarının göz ardı edilmesi, formüllerin ve kuralların öğrenciye ezberletilerek öğretilmesi ölçme konusunun öğretiminde problemlere yol açmaktadır (Aksu, 1997; Baki, 1998; Baykul, 1999; Hiebert, 1986; Thompson ve Chappell., 1994). Ölçme öğretiminde işlemsel becerilere ağırlık verilip kavramların anlamlandırılmaması birçok öğrencinin ölçmeye ilişkin güçlük yaşamasına neden olmaktadır (Stephan ve Clements, 2003). Dolayısıyla kavramsal-işlemsel bilginin öğrenciler tarafından nasıl ilişkilendirildiğinin, öğrencilerin ölçme konusundaki hatalarının, yaşadıkları güçlüklerin bilinmesi, öğretimin planlanmasında etkili olacaktır.

Ölçmenin temel kavramlarından uzunluk ve çevre, alan ve hacim kavramlarını besleyen temel kavramlardır. Bu kavramların bireyde hiyerarşik olarak geliştiği söylenebilir. Genellikle, uzunluk kavramını anlamlandıramayan öğrenci, çevre uzunluğunu hesaplayamamakta, çevre kavramını alan ile ilişkilendirememekte ve hacim kavramını anlamakta güçlük yaşamaktadır. Kavramların anlamlı şekilde öğrenilmesi, bu kavramların birbiri ile anlamlı ilişkisinin kurulmasına bağlıdır. Bu çalışmada, öğrencilerin uzunluk çevre, alan ve hacim kavramlarını kendi içinde (alt kavramları) ve birbirleriyle nasıl ilişkilendirdiğini, bu kavramları nasıl anlamlandırdığını, kavramlara ilişkin hesaplamalar yaparken ne düşündüklerinin incelenmesi amaçlanmıştır.

Bu amaç doğrultusunda, bu noktada, alandaki ilgili çalışmaların incelenmesi gerekli görülmüştür. Çalışmaların incelenmesi sonucunda, uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarının öğreniminde öğrencilerin farklı güçlükler yaşadıkları, çevre ile alan kavramını birbiri ile ilişkilendiremedikleri, bu kavramlar arasında geçiş yapamadıkları, çevre, alan ve hacim kavramları arasındaki ilişkiyi tanımlamakta ve anlamakta güçlük yaşadıkları, kavramları formülleri ile ilişkilendiremedikleri anlaşılmıştır.

Alanyazında en çok bahsedilen öğrenci güçlüklerinden biri terminolojide çevre ve alan kavramlarının karıştırılmasıdır (Cavanagh, 2008; Clement ve Stephan, 2004; D'Amore ve Fandino Pinilla, 2006; Danielson, 2005). Sekizinci sınıf öğrencileri ile yaptığı çalışmada Danielson (2005), alan ve çevrenin tanımlarının ve formüllerinin ne anlama geldikleri ve birbirleriyle nasıl ilişkili oldukları konusunda derin bir anlayışa

sahip olmadan öğretildiğini ifade etmiştir. Bu nedenle de öğrencilerin çevre ve alan hakkında kafalarının karıştığını savunmuştur.

Öğrencilerin güçlük yaşadıkları durumlardan biri, geometrik şekillerin alanlarını karşılaştırma sürecinde ortaya çıkmaktadır, (Cavanagh, 2008; Kordaki ve Potari, 1998). Yedinci sınıf öğrencilerinin alan anlayışlarını inceleyen Cavanagh (2008), öğrencilerin çoğunlukla ders kitaplarında kullanılan yaklaşımlara güvendiklerini ve alan ölçümü konusunda kavram yanlışlarına sahip olduklarını belirtmiştir. Örneğin; öğrenciler paralelkenar ve dikdörtgenin nasıl aynı alana sahip olabileceğini veya üçgenin paralelkenardan neden daha küçük alana sahip olabileceğini açıklayamamış; bir dikdörtgen ve bir üçgenin ortak bir kenara ve o kenara ait ortak bir dik yüksekliğe sahip olduğunda üçgenin alanının dikdörtgenin alanının yarısı olduğu çıkarımına ulaşamamıştır. Sonuç olarak çalışmada, geometrik şekiller arasındaki ilişkiye gereken önemin verilmesinin kritik olduğu savunulmuştur.

Ma and Kishor (1997) tarafından yürütülen bir çalışmada, hacim kavramının öğretiminde yaşanan güçlükler ve öğrencilerin bu kavramı anlama süreçleri araştırılmıştır. Çalışmanın bulgularına göre, öğrenciler hacim kavramını öğrenirken üç boyutlu nesnelerin boyutlarını anlamakta güçlük yaşamaktadırlar. Ayrıca, öğrenciler hacim hesaplamaları yaparken çoğunlukla doğru formülü kullanmalarına rağmen, formülü anlama ve uygulama süreçlerinde güçlük çektikleri görülmüştür.

Battista ve Clements (1998), 3- 4 ve 5. sınıf geometri programında bulunan ve üç boyutlu yapılarla ilgili öğrencilerin anlayışlarını araştıran nitel bir çalışma yürütmüşlerdir. Çalışmanın bulgularına göre, öğrencilerin üç boyutlu yapıları anlamada ve geometrik kavramların birbirleriyle ilişkili olduğunu anlamakta güçlük çektikleri görülmüştür. Araştırmanın bulgularında, öğrencilerin küpün hacmini belirlemek için farklı yöntemler kullandıkları ortaya çıkmıştır. Küpün hacmini bulmak için birim küpleri sayan öğrencilerden bazılarının çift sayma hatası yaptıkları ortaya çıkmıştır. Battista ve Clements bu çalışmada, hacim ölçümünün yanı sıra alan ölçümünün de hangi stratejiler kullanılarak gerçekleştirildiğini, alan ölçümünde de sayma hatalarının neler olduğunu incelemişlerdir. Öğrencilerden bazılarının, birim karelerden oluşan bir şeklin alanını hesaplarken birim kare sayısını tek tek sayarak bulduğu, satır- sütun ilişkisi kuramadığı ve formüle giden yolu oluşturamadığı görülmüştür.

Zacharos (2006), çeşitli üçgen, dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk gibi şekillerin alan karşılaştırmasını açıklamak için Öklid yönteminin kullanılmasını tavsiye etmiştir. Öklid yönteminde aynı alanı işgal eden iki figür seçilir ve

bunlardan biri parçalara ayrılabilir, daha sonra bu parçalar diğer figürü oluşturacak şekilde uygun şekilde yeniden oluşturulur. Çalışmanın bulgularında, öğrencilerin dikdörtgenlerin alanlarını karşılaştırırken çevrelerini hesaplayıp buna göre karşılaştırdıkları, formüllerin nasıl kullanılacağı konusunda güçlük yaşadıkları ifade edilmiştir.

D'Amore ve Fandino Pinilla (2006), alan ve çevre arasındaki ilişki hakkında lise öğrencilerinin (16-17 yaş arası 36 öğrenci) geometrik dönüşümler ve görselleştirme becerileri hakkındaki anlayışları incelenmiştir. Çalışma, katılımcıların ısrarla “korunum yasasını” uyguladıklarını ortaya çıkarmıştır; yani şekillerin alanı ile çevresi arasında bir ilişki varsa bunlardan biri değişse bile bu ilişkinin değişmeyeceği düşüncesi fark edilmiştir. Örneğin, öğrenciler, bir şeklin çevresinin büyümesi durumunda alanının da büyüdüğünü düşünmüşlerdir. Ayrıca öğrencilerde, bir dikdörtgenin çevresinin diğerinden büyük olması durumunda alanının da diğerinden büyük olduğunu düşünme gibi bir yanlışlığı gözlenmiştir.

Yapılan bazı çalışmalarda, öğrencilerin şekillerin alanlarını bulmak için genellikle yanlış stratejiler kullandıkları ve bu yüzden şekillerin alanlarını ölçmede problem yaşadıkları fark edilmiştir (Cavanagh, 2008; Danielson, 2005; Kordaki ve Potari, 1998; Zacharos, 2005; 2006). “Alan= yükseklik + taban” veya “alan =bir şeklin toplam kenar uzunlukları” gibi hatalar ortaya çıkmıştır (Zacharos, 2006). Cavanagh (2008) çalışmasının bulgularında, öğrencilerin çokgenlerin alanlarını hesaplamada yanlış sayıları çarpmaları veya yarım sayılar kullanmaları gibi hata türleri ortaya koymuştur. Ayrıca, öğrencilerin geometrik şekillerin içindeki boşlukları veya çıkarılacak alanları hesaba katmada zorlandıkları da belirtilmiştir. Danielson (2005) çalışmasının bulgularında öğrencilerin çokgenlerin alanlarını hesaplama sürecinde matematiksel formülleri doğru kullanamadıklarını ve yanlış sayıları çarptıklarını ifade etmiştir. Kordaki ve Potari (1998) ise çalışmasının bulgularında, öğrencilerin şeklin çevresini hesaplayarak alan bulmaya çalıştıklarını ve öğrencilerin formülleri yanlış uyguladıklarını ifade etmiştir.

Olkun (2003), 5, 6, 7, 8 ve 9. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme becerilerini ve bu becerilerin geliştirilmesinde geometri öğretiminde kullanılabilecek materyallerin etkisini inceleyen bir çalışma yapmıştır. Çalışmanın bulgularından biri, öğrencilerin büyük bir kısmının hatta özellikle 5. sınıf öğrencilerinin prizmadaki birim küp sayısını bulurken güçlük yaşamalarıdır. Öğrencilerin, özellikle geometrik kavramlara ait formülleri anımsayamadığını ya da formülleri birbiri ile karıştırdığını gözlenmiştir. Bu durumun nedeninin formüllerin ezberlenmesinin olabileceğini ifade etmiştir.

Tan Şişman (2010), 6. sınıf öğrencilerinin uzunluk, alan ve hacim konusundaki kavramsal ve işlemsel bilgileri ve sözel problemleri çözme becerilerini incelemek amacıyla 16 açık uçlu sorudan oluşan bir kavramsal bilgi testi, 20 açık uçlu sorudan oluşan bir işlemsel bilgi testi ve işlemsel bilgi testindeki soruların sözel problemler haline dönüştürülmesiyle hazırlanan 20 soruluk sözel problem testi uygulamıştır. Veri analizi, öğrencilerin testlerde oldukça düşük bir başarı gösterdiğini ortaya koymuştur. Tüm testlerde uzunluk ölçümleriyle ilgili sorulardan elde edilen puanların ortalaması, alan ve hacim ölçümleriyle ilgili olanlardan elde edilenlere göre daha yüksek bulunmuştur. Ayrıca, çalışmada kavramsal bilgi testinden alınan puanlar ile işlemsel bilgi testinden alınan puanlar arasında pozitif, güçlü bir ilişki olduğu bulunmuştur. Çalışmada çevre uzunluğu bilinmeden alan hesabının yapılamadığı, çevre hesaplarırken birim karelerin sayıldığı, hacim hesaplarırken birim karelerin sayıldığı veya sadece görünen yüzlerin sayıldığı, kavramlara ilişkin formüllerin yanlış uygulandığı, kavramlara ilişkin anlam ve becerilerden yoksun olduğu gibi bulgulara ulaşılmıştır. Çalışma sonunda daha detaylı bilgi toplayabilmek ve öğrenci hatalarını ortaya çıkarabilmek için nitel araştırmalara ihtiyaç duyulduğu belirtilmiştir.

Orhan (2013), ortaokul öğrencilerinin alan ve çevre konusunda tipik hatalarını ve geometriye yönelik öz-yeterlik inançları ile alan ve çevre konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgileri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Öğrencilere işlemsel ve kavramsal bilgi testleri uygulanmıştır. Çalışma sonuçlarına göre, öğrencilerin alanı verilen bir şeklin çevresini bulurken zorlandıkları, çevre değişkenliği ve alan korunumu sorularında güçlük yaşadıkları ve kavramlara ilişkin işlemsel bilgiye daha fazla sahip oldukları gibi bulgular ortaya çıkmıştır.

Sekizinci sınıf öğrencilerinin uzunluk, alan ve hacim ölçme kavramlarını anlamaya ilişkin yeterliliklerini inceleyen Karaca Aydın (2014), öğrencilere, 10 tanesi uzunluk ölçme, 11 tanesi alan ölçme ve 6 tanesi hacim ölçme soruları içeren toplam 27 açık uçlu sorudan oluşan bir test uygulamıştır. Sorulara verilen yanıtlar, doğru, yanlış, boş şeklinde sınıflandırılmıştır. Araştırmanın uzunluk ve çevre ölçümüne ilişkin bulgularında; bir cismin uzunluğunu tahmin ederken, iki cismin uzunluğunu karşılaştırırken, bir şeklin çevre uzunluğunu bulurken ve şekillerin çevre uzunluklarını karşılaştırırken öğrencilerin güçlük yaşadıkları belirtilmiştir. Alan ölçümünü içeren bulgulara; bir şeklin alanını tahmin ederken ve alanını bulurken öğrencilerin güçlük yaşadıkları, öğrencilerin alan korunumu ile ilgili kavram yanlışlarına sahip oldukları ifade edilmiştir. Ayrıca

öğrencilerin, birim küplerle oluşturulmuş yapıların hacimlerini belirlerken de güçlük yaşadıkları sonucuna ulaşmıştır.

Şekerci (2021) çalışmasında, kavram haritaları ile öğretimin 7. sınıf öğrencilerinin çokgenler konusundaki başarısına ve ilişkilendirme becerisine etkisini incelemiştir. Kavram haritası yöntemi ile öğretimde, öğrencilerin çokgenler ve özel dörtgenler arasındaki ilişkinin görülmesi ve hiyerarşik yapıların öğrencilerin kendileri tarafından oluşturulması hedeflenmiştir. Araştırma sonucunda, öğrencilerin ölçme konusundaki kavramsal anlayışlarını geliştirmek için öğretmenlerin kavram haritalarını kullanabilecekleri ve öğrencilerin ölçme birimlerini belirleme ve karşılaştırma konusunda daha fazla pratik yapmaları gerektiği, kavram haritalarının öğrencilerin başarısını arttırdığı ve kavramlar arasında hiyerarşik yapıyı daha rahat görebildikleri ve ilişkilendirme becerisini geliştirdiği ifade edilmiştir.

Gelici (2022), ortaokul öğrencilerinin çevre ve alan kavramlarına ilişkin kavram imajlarını ve şemalarını araştırmayı amaçlamıştır. Uygulama öncesinde katılımcıların çevre ve alan kavramları ile ilgili kavram imajlarının formal tanımlardan uzak ve sınırlı olduğu, katılımcıların dışsal ve deneysel kanıtlar kullandığı ortaya çıkmıştır. Bireysel öğretim seansları sonucunda ise katılımcıların çevre ve alan kavram imajlarının formal tanımlara uygun hale geldiği ve kanıt şemalarında dışsal kanıt şeması kullanımı azalırken deneysel ve analitik kanıt şeması kullanımının arttığı ortaya çıkmıştır. Ayrıca katılımcıların; çevre ve alan kavramlarını ayırt edemedikleri, alan korunumunu genelleyerek çevre için de uyguladıkları, kavramları açıklarken sayısal bir değer vererek işlem ya da formül üzerinden tanımlama yaptıkları, çevre veya alanı olmayan şekillerin çevre ve alanlarını hesaplamaya çalıştıkları görülmüştür.

Çalışmalar, öğrencilerin çoğunlukla belirli kurallara bağlı kalarak işlemleri yaptıklarını, yaptıkları işlemlerin sebeplerini açıklayamadıklarını göstermektedir. Çoğunlukla işlemsel bilgiyi kullanan öğrencilerin, bu kavramları zaman zaman karıştırdıkları ve bu kavramlar arasında ilişki kuramadıkları görülmektedir. Bu sonuçlar, öğrencilerin birbirini besleyen bu kavramlara ilişkin nasıl düşündüklerinin bu kavramların birlikte ele alınması yoluyla incelenmesinin gerekli olduğunu düşündürmektedir.

Alanyazın incelendiğinde, uzunluk, çevre, alan ve hacim hesaplamalarına yönelik çalışmaların farklı sınıf düzeylerinde yapıldığı görülmektedir. Altıncı sınıf düzeyi, hacim hesaplamalarının başladığı ve böylece uzunluk-çevre-alan-hacim arasındaki ilişkiyi düşünmeyi ortaya çıkarabilecek bir sınıf düzeyidir. Bu kritik sınıf düzeyinde, uzunluk,

evre, alan ve hacim konuları ile ilgili çoğunlukla deneysel çalışmalara rastlanmıştır. Bu kavramlara ilişkin öğrencilerin dūřunmelerin incelendiği nitel araştırmalar olsa da bu kavramların birlikte ele alındığı ve öğrencilerin uzunluk- evre- alan- hacim kavramlarına ilişkin nasıl ilişkilendirmeler yaptıklarını derinlemesine inceleyen bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu kavramların gerçekte nasıl anlaşıldığını belirlemek için bu kavramlara ilişkin öğrencilerin nasıl ilişkilendireler yaptıklarının da incelenmesi gerekli görülmektedir.

Amaç

Bu araştırmanın genel amacı, 6. sınıf ğrencilerinin uzunluk, evre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin ilişkilendirme biçimlerinin incelenmesidir. Bu amaca dayalı olarak araştırmada aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır:

- 1) Altıncı sınıf öğrencileri, uzunluk, evre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin hesaplamalarda nasıl ilişkilendirmeler yapıyorlar?
- 2) Altıncı sınıf öğrencileri uzunluk, evre, alan ve hacim kavramlarını tanımlarken nasıl ilişkilendirmeler yapıyorlar?

nem

Matematiksel kavramlar birbirleriyle ilişkilidir ve ancak ilişkilendirilerek öğrenilirse anlamlı öğrenme gerçekleşir. (Deroy, Crisinel ve Spence, 2013). Marchis (2008), ilişkisel öğrenmeyi destekleyecek şekilde tasarlanmış ğretim programının, kavramların özelliklerini ortaya çıkarmak için basitten karmaşığa doğru yapılandığını ifade etmiştir. Bu ifade, öğrencilere önce basit kavramlar ve ilişkiler öğretilerek daha sonra bu kavramların birleştirilerek karmaşık ilişkilerin anlaşılmasının hedeflendiği bir ğretim stratejisini ifade etmektedir. Bu noktada, ğretim programının ilişkisel öğrenmeyi destekleyecek şekilde tasarlanması, kavramların özelliklerini ortaya çıkarmak için basitten karmaşığa doğru yapılanması gerekmektedir (Marchiř, 2008). Öğrencilerin konular arasındaki ilişkisel anlamayı içeren bu hiyerarşik yapıyı göz ardı etmeleri, kavramlar arasında ve kavramların alt kavramları ile ilişki kuramamaları, ilişkilendirme becerilerinin yeterince gelişmediğini göstermektedir (Fujita, 2007). Bu durum, ilgili konuda hem ğrenci dūřunmelerinin hem de ğretim sürecinin yeniden gözden geçirilmesini gerekli kılmaktadır.

Öğrencilerin kavramlar arasındaki ilişki kurma yoluyla anlamlı öğrenebilecekleri matematiğin kritik öğrenme alanlardan ikisi geometri ve ölçmedir. Türkiye’de ortaokul matematik programında bu iki alan ilişkili bir şekilde “Geometri ve Ölçme” öğrenme alanı başlığı ile yer almaktadır. İlkokul düzeyinde, bu öğrenme alanlarına ilişkin, öğrenciler ilk defa 1. sınıf düzeyinde uzunluk ölçümüyle, 3. sınıf düzeyinde ise ilk defa çevre ve alan ölçümleriyle karşılaşmaktadır. Hacim ölçümü ise ilk defa ortaokul matematik öğretim programında 6. sınıf düzeyinde yer almaktadır. Altıncı sınıf sonunda öğrencilerin tüm bu kavramlara ilişkin hesaplamaları yapması, kavramları birbiri ile ilişkilendirmesi beklenmektedir. Öğrencilerin ilkokuldan itibaren erken yaşlarda bu kavramlarla karşılaştırılmalarına rağmen halen bu kavramlara ilişkin hesaplamaları yaparken güçlük yaşamaları bu çalışmanın çıkış noktası olmuştur. Stephan ve Clements, (2003), öğrencilerin yaşadıkları bu güçlüklerin sebebini öğretim sürecinde bu kavramların anlamları üzerinde yeterince durulmaması, öğretimde işlemsel becerilere ağırlık verilmesi, birçok öğrencinin ilişkisel öğrenme gerçekleştirememesi olarak açıklamaktadırlar. Öğrencilerin anlamlı öğrenmeler gerçekleştirebilmeleri içinse formül ve algoritmaları ezberlemek yerine kavramla ilişkilendirmeleri, dolayısıyla bunu sağlayacak etkili bir öğrenme ortamıyla karşılaştırılmaları gerekmektedir (Gurney, 2007).

Bu çalışmanın konusu olan uzunluk, çevre alan ve hacim kavramlarına ilişkin yapılan çalışmaların çoğunda, uzunluk, çevre, alan ya da hacim kavramlarının ya ayrı ayrı ele alındığı ya da sadece birkaçının birlikte incelendiği; birbirleriyle ilişkili olan bu kavramların tamamının birlikte ele alındığı bir çalışmanın bulunmadığı görülmektedir. Oysaki bu kavramların tümüyle tanışmış olan öğrencilerin birbirleriyle beslenen bu kavramlara ilişkin nasıl düşündüklerinin, bu kavramların birlikte ele alınması yoluyla incelenmesinin önemli olduğu düşünülmektedir. Ayrıca, yapılan çalışmalarda, öğrencilerin bu kavramlara ilişkin ölçme yaparken ezberledikleri formülleri kullanarak yanıtlar vermeleri, kavramları anlamlandırmada ya da tanımlamada güçlük yaşamaları ortak sorunlar olarak belirlenmiştir (Olkun, 2003; Danielson, 2005; Zacharos, 2006; Tan Şişman, 2010; Orhan, 2013; Karaca Aydın, 2014; Gelici, 2022), Dolayısıyla, bu çalışmalarda öğrencilerin nasıl düşünerek ve nasıl ilişkilendirmeler yaparak bu yanıtları verdiklerini incelemenin gerekli olduğu fark edilmiştir.

Bu araştırma, 6. sınıf öğrencilerinin uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin zihinlerinde ne tür ilişkilendirmelerin olduğunu, bu kavramlara ilişkin hesaplamaları yaparken nasıl düşündüklerini ve nasıl tanımlar oluşturduklarını incelemektedir. Bir kavrama ilişkin öğretimin, ancak öğrencilerin o kavrama ilişkin nasıl

düşündüklerinin incelenmesi yoluyla planlanabileceği dikkate alındığında, çalışmanın, doğaları gereği oldukça ilişkili olan uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarının öğrencilerin zihninde nasıl ilişkilerle var olduğunu incelemesi bakımından önemli olduğu düşünülmektedir.

Sayıtlar

1. Araştırmaya katılan öğrencilerin sorulara içtenlikle cevap verdikleri varsayılmıştır.
2. Öğrencilerin yapılan çalışmaya olan ilgilerinin eşit düzeyde olduğu varsayılmıştır.

Sınırlılıklar

1. Bu araştırma yapıldığı 2022-2023 eğitim-öğretim yılı ile sınırlıdır.
2. Araştırma, uygulamanın yapıldığı Ankara ilindeki orta-üst sosyoekonomik düzeydeki bir devlet okulunda okuyan, dokuz 6. sınıf öğrencisi ile sınırlıdır.

Tanımlar

PISA: “Açılımı "Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı" olan PISA, Ekonomik İş birliği ve Kalkınma Örgütü (OECD) tarafından üçer yıllık dönemler hâlinde, 15 yaş grubundaki öğrencilerin kazanmış oldukları bilgi ve becerileri değerlendiren bir araştırmadır.” (MEB, 2020)

TIMSS: “Öğrencilerin matematik ve fen alanlarında kazandıkları bilgi ve becerilerin değerlendirilmesine yönelik bir tarama araştırmasıdır. Uluslararası Eğitim Başarılarını Değerlendirme Kuruluşu (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) IEA’nın bir projesidir.” (MEB, 2019)

BÖLÜM 2

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeline, çalışma grubuna, verilerin toplanmasına, uygulama sürecine ve verilerin analizine yer verilmiştir.

Araştırmanın Modeli

Altıncı sınıf öğrencilerinin uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin ilişkilendirme biçimlerinin incelenmesini amaçlayan bu çalışma, nitel bir araştırmadır. Nitel araştırma, doğal ortamda gerçekleştirilen olayların veya algıların kapsamlı ve gerçekçi bir şekilde ele alındığı, görüşme, gözlem, belge analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı ve nitel bir sürecin izlendiği bir araştırma yaklaşımıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Nitel araştırma, dünyayı görünür hale getiren bir dizi yorumlamaya dayalı nesnelerin uygulamasından oluşur. Bu uygulamalar ise dünyayı dönüştürür. Uygulamalar dünyayı; alan notları, mülakatlar, konuşmalar, fotoğraflar, kayıtlar ve kendinize yazdığınız notları içeren bir temsiller serisine dönüştürür (Creswell ve Clarck, 2011). Nitel araştırmalarda amaç, okuyucuya ayrıntılı bilgi verecek bir resmin sunulmasıdır. Bu amaçla da detaylı veri toplanması gerekmektedir. Bunun yanı sıra araştırmada katılımcıların ifadelerinin değiştirilmeden olduğu gibi aktarılması gereklidir (Yıldırım ve Şimşek, 2006).

Bu araştırmada, öğrencilerin uzunluk, çevre, alan ve hacim konusundaki ilişkilendirme biçimlerini; öğrencilerin bu kavramlara ilişkin hesaplamaları ve tanımları yaparken nasıl düşündüklerinin ve nasıl ilişkilendirmeler yaptıklarının incelenmesi yoluyla ortaya koymak amaçlandığından nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır.

Çalışma Grubu

Çalışma, 2022-2023 eğitim öğretim yılı içerisinde yapılmıştır. Çalışmadaki katılımcılar, Türkiye'deki bir büyükşehirde yer alan bir devlet ortaokulunda 6. sınıfta öğrenim gören dokuz öğrenciden oluşmaktadır.

Çalışma grubu, amaçlı örnekleme yöntemi ile seçilmiştir. Amaçlı örnekleme yönteminde, örnekleme işleminin amacına uygun olarak belirli bir örneklem seçimi yapılır. Bu yöntemde, araştırmacı örnekleme işleminden önce belirli bir örnekleme planı hazırlar ve bu plana göre örnekleme işlemi gerçekleştirilir. (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu çalışmada, amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme ve kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemleri kullanılmıştır. Katılımcıların; 6. sınıf düzeyindeki öğrencilerin olması, matematikteki akademik başarılarına göre üçü düşük, üçü orta ve üçü yüksek düzeyde olacak şekilde belirlenmesi çalışma grubunun seçimindeki ölçütlerdir. Öğretim programına göre 6. sınıf düzeyinde uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin konuların işlenmiş olması, bu sınıf düzeyinin seçilme nedenidir. Orta-sosyoekonomik düzeydeki bir devlet ortaokulundan seçilen bu öğrencilerin matematik başarı düzeyleri, bir önceki sene karnelerindeki matematik not ortalamalarına ve sınıf matematik öğretmenin matematik başarıları hakkındaki görüşüne göre belirlenmiştir. Araştırmacının kendi çalıştığı okulunda araştırmayı gerçekleştirmesi ise kolay ulaşılabilir örneklem seçimi olduğunu göstermektedir.

Çalışmanın uygulaması, geometri ve ölçme konuları tamamlandıktan sonra yapılmıştır. Araştırmaya katılan öğrencilerin cinsiyetleri, başarı düzeyleri ve araştırmada kullanılan kod isimleri Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2

Araştırmaya Katılan Öğrencilerin Cinsiyet Ve Başarı Düzeyleri İle Araştırmada Kullanılan Kod Adları

Cinsiyet	Kız	Erkek
Matematik Başarısı		
Düşük	1 (Ayşe- A)	2 (Necdet-N, Tarık- T)
Orta	2 (Eda- E, Merve- M)	1 (Serkan- S)
Yüksek	2 (Kübra- K, Lale – L)	1 (Namık- N)
Toplam	5	4

Verilerin Toplanması

Araştırmanın verilerinin toplanmasında görüşme tekniği kullanılmıştır. Görüşmeler yapısına göre “yapılandırılmış”, “yarı yapılandırılmış”, “yapılandırılmamış” olarak üçe ayrılır (Karasar, 2009). Yarı yapılandırılmış görüşme tekniğinde, araştırmacı

sormayı planladığı soruları içeren görüşme dosyasını görüşme öncesinde hazırlar. Bununla birlikte, araştırmacı görüşmenin seyrine bağlı olarak alt sorularla görüşmenin akışını etkileyebilir ve bu sayede katılımcının yanıtlarını detaylandırmasını sağlayabilir (Türnüklü, 2000). Yarı yapılandırılmış görüşme tekniği, görüşmenin önceden hazırlanmış görüşme protokolüne bağlı olarak sürdürülmesi nedeniyle araştırmacıya sistematik ve karşılaştırılabilir bilgi sunmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2004). Öğrencilerin uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına yönelik nasıl ilişkilendirmeler yaptıklarının, nasıl düşündüklerinin, bu kavramlara ilişkin hesaplamaları nasıl yaptıklarının ve bu kavramları nasıl tanımladıklarının derinlemesine incelenmesi süreci; görüşme sırasında yeni alt soruları beraberinde getireceği gibi sistematik ve karşılaştırılabilir verilere ihtiyaç duymaktadır. Bu nedenle, bu araştırmada yarı yapılandırılmış görüşme kullanılmıştır.

Ritchie (2003) alanyazında üç tür görüşme çeşidinden bahsetmiştir. Bunlar bire bir görüşme, çoklu görüşme ve grup tartışmasıdır (odak grup). Bu çalışmada öğrencilerin ilgili konudaki düşünme biçimlerinin derinlemesine incelenmesinin ancak onlarla yapılacak bire bir görüşmeler yoluyla mümkün olacağı düşünüldüğünden bire bir görüşme tekniği kullanılmıştır.

Görüşme Formu

Araştırmanın verilerini toplamak için görüşmelerde kullanılmak üzere bir açık uçlu soru formu oluşturulmuştur. Bu formdaki sorular hazırlanırken ilgili alanyazından ve MEB ilköğretim ve ortaokul matematik dersi öğretim programından yararlanılmıştır. Sorular, uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin hesaplama becerileri ile bunlara ek olarak tanım yapma becerileri temel alınarak hazırlanmıştır.

Hesaplama becerisi, var olan bir çizim üzerinden doğrudan ölçme yapmayı içerdiği gibi çizimi verilen nesnelerin büyüklüklerini yorumlama/karşılaştırma veya verilen büyüklüğe uygun çizimi oluşturma süreçlerini de kapsamaktadır. Bu nedenle hazırlanan sorular, çizim temsili üzerinden; verilen nesnelerin uzunluk/çevre/alan/hacimlerini ölçme, verilen nesnelerin uzunluk/çevre/alan/ hacimlerini karşılaştırma, verilen uzunluk/çevre/alan/hacme sahip nesne çizimini yapma/tamamlama becerileri ile uzunluk/çevre/alan/hacim kavramlarını tanımlama görevlerini içermektedir.

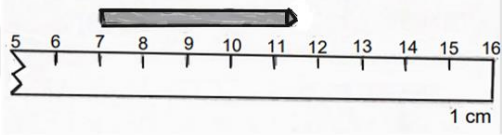
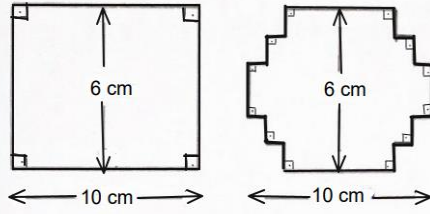
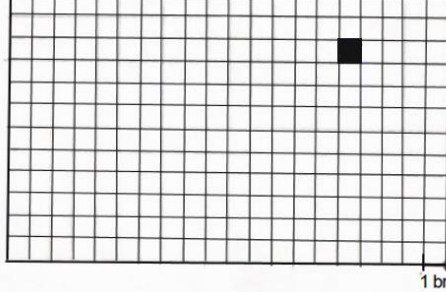
Bu görevlere bağlı olarak uzunluk ölçümü ile ilgili üç, çevre ölçümü ile ilgili yedi, alan ölçümü ile ilgili sekiz ve hacim ölçümü ile ilgili sekiz soru hazırlanmıştır. Kâğıt üzerinde hazırlanan bu 26 sorunun; dördü (8, 10, 15, 19. sorular) yapılan çalışmalardan

(Aydın Karaca, 2014(10. soru); Battista, 2002 (15. ve 19. sorular); Orhan, 2013(8. soru)), biri TIMSS (TIMSS 2011, 22. soru) sınavlarından alınmış, sekizi (2, 3, 6, 7, 14, 20, 21 ve 26. sorular) TIMSS sınavlarından (TIMSS 2011) ve yapılan çalışmalardan (Aydın Karaca, 2014; Battista, 2002; Tan Şişman, 2010) uyarlanmış, 13'ü (1,4, 5, 9, 11, 12, 13, 16, 17, 18, 23, 24 ve 25. sorular) araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Ayrıca, soru kağıdında her bir soru için öğrencilerin işlem ve çizim yapabilecekleri alanlara yer verilmiştir.

Çalışmada, belirlenen her bir görev türüne ilişkin birer soru örneği Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3

Açık Uçlu Soru Formunda Yer Alan Görev Türleri Ve Soru Örnekleri

Görev türü	Soru örneği
1. Nesnelerin uzunluk/çevre/alan/hacimlerini ölçme	 Cetvel üzerinde verilen kalemın uzunluğu hakkında ne söyleyebilirsin?
2. Verilen nesnelerin uzunluk/çevre/alan/hacimlerini karşılaştırma	 Çokgenlerin çevrelerini hesaplayıp karşılaştırabilir misin?
3. Verilen uzunluk/çevre/alan/hacme sahip nesne çizimini yapma/tamamlama	 Kareli zeminde verilen siyah boyalı karenin 10 tanesi ile tamamen kaplanabilecek bir dikdörtgen çizer misin?
4. Tanım yapma	Hacim nedir? Açıklar mısın?

Tablo 3'te belirtildiği üzere, Tan Şişman'ın (2010) çalışmasından uyarlanan birinci göreve ilişkin soruda, öğrenciden cetvelle birlikte verilen nesnenin uzunluğunu hakkında yorum yapması istenmiştir. Öğrencinin bir uzunluğu hesaplarken nasıl düşündüğünün, cetvelde başlangıç ve bitiş noktaları olarak neyi referans aldığının, hesap yaparken neleri dikkate aldığının incelenmesi amaçlanmıştır. Orhan'ın (2013) çalışmasından alıntı yapılan ikinci göreve ilişkin soruda, çokgenlerin çevre uzunluklarının karşılaştırılması istenmiştir. Öğrencilerin çevre uzunluklarını karşılaştırırken nasıl düşündüğünü, nasıl hesaplamalar yaptıklarını, paralel doğru parçaları arasındaki uzaklığın sabit olduğunun ya da iki şeklin çevrelerinin eşit olduğunun farkında olup olmadıklarını, yaptıkları hesaplamaların gerekçelerini nasıl açıkladıklarını incelemek amaçlanmıştır. Araştırmacı tarafından hazırlanan üçüncü göreve ilişkin soruda, öğrencilerden kareli zeminde örnek olarak verilen birim kareden 10 tanesi ile tamamen kaplanabilecek bir dikdörtgen oluşturmaları istenmiştir. Öğrencilerin bu çizimi oluştururken gerekli şartları tamamen sağlayıp sağlamadıklarını, çizim yaparken nelere dikkat ettiklerini, alan kavramına ilişkin nasıl ilişkilendirmeler yaptıklarını incelemek amaçlanmıştır. Dördüncü göreve ilişkin soruda ise öğrencilerden hacim kavramını tanımlamaları istenmiş ve onların bu kavramı nasıl açıkladıklarının, tanım yaparken kavrama ilişkin hangi özellikleri dikkate aldıklarının incelenmesi amaçlanmıştır. Her bir soru için duruma göre neden sorusu yöneltilmiş, öğrencilerden çizimlerinin, söylediklerinin nedenlerini açıklamaları beklenmiştir.

İşlem

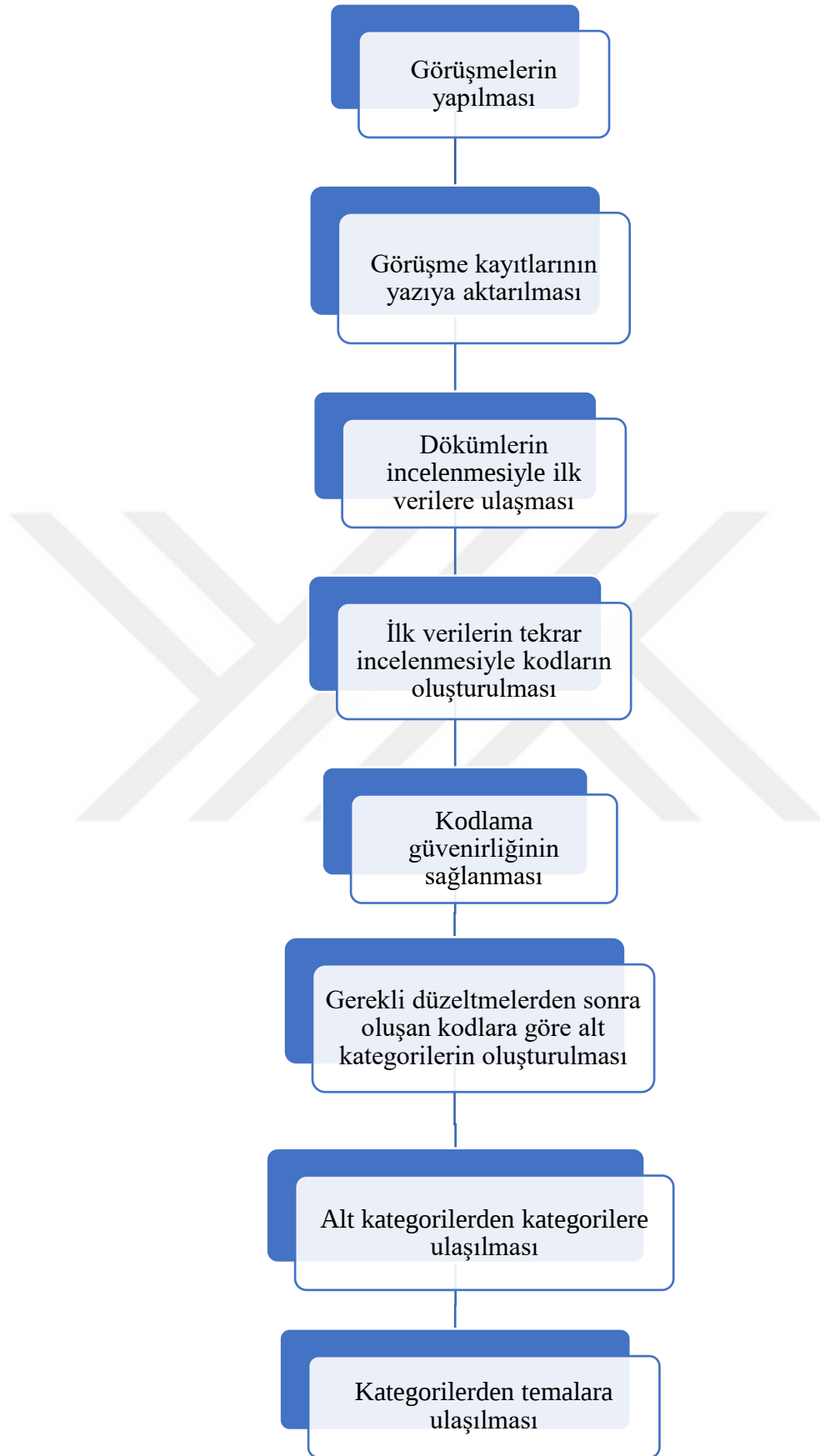
Araştırmada görüşmeler yapılmadan önce katılımcılardan, katılımcıların velilerinden ve MEB'den gerekli izinler alınmıştır. Görüşmeler, okulun akıl ve zekâ oyunları sınıfında, teknoloji tasarım atölyesinde okul yönetimi ile planlanan zamanlarda gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerin hemen öncesinde katılımcı öğrencilerden sözlü izin de alınmış ve onlara doğru ya da yanlış yanıttan ziyade yanıtı nasıl ulaştıklarının önemli olduğu, dolayısıyla ihtiyaç duydukları kadar düşünebilecekleri belirtilmiştir. Yarı yapılandırılmış görüşmelerde, öğrencilerin yanıtlarının nedenlerini açıklamaları beklenmiş ve verilen yanıtlara, yapılan açıklamalara göre görüşmeler şekillenmiştir. Öğrencinin düşüncesini derinlemesine incelemek için “Nasıl yaptın?”, “Neden?”, “Başka bir çözümü var mı?”, “Çözümünü açıklar mısın?”, “Düşündüğün şeyi çizer misin?”, “Neden olmayacağını düşünüyorsun?” gibi sorular yöneltilmiştir. Video kayıt cihazı ile

kaydedilen görüşmeler, her bir öğrenci için her biri yaklaşık 40 dakika süren üç oturumda tamamlanmıştır. Görüşmeler sonucunda öğrencilerin yanıtlarını yazdıkları soru kâğıtları araştırmacı tarafından toplanmıştır.

Verilerin Çözümlemesi

Araştırmada nitel içerik analizi kullanılmıştır. Bir içerik analizi çalışmasında, benzer veriler belirli kavramlar ve temalar altında birleştirilir ve okuyucunun anlayabileceği bir şekilde organize edilir ve yorumlanır. Bu veriler önce kavramsallaştırılır, daha sonra ortaya çıkan kavramlar doğrultusunda mantıklı bir şekilde düzenlenir ve veriyi açıklayan temalar tespit edilir. (Yıldırım ve Şimşek, 2004).

Verilerin analizi iki aşamada gerçekleşmiştir. Birinci aşamada, görüşmeler tamamlandıktan sonra görüşme kayıtları incelenmiş ve olduğu gibi yazıya aktarılmıştır. Bu dökümler soru soru incelenmiş ve öğrenci cevap kâğıtlarıyla birlikte değerlendirilerek ilk verilere ulaşılmıştır. Bu veriler tekrar okunarak kodlamalar yapılmıştır. Bu aşamadan sonra, kodlayıcı güvenilirliği için verilerin yaklaşık %33'ü matematik eğitimi alanında doktora yapan bir matematik öğretmeni tarafından kodlanmıştır. İkinci aşamada, ortaya çıkan kodların birbiri ile ilişkisi incelenmiş, benzerlik ve farklılıklar ortaya çıkarılmış ve buna bağlı olarak alt kategoriler oluşturulmuştur. Oluşan alt kategoriler incelenerek araştırmanın kategorileri belirlenmiştir. Son olarak araştırmanın kategorileri arasındaki ilişkiler incelenerek temalara ulaşılmıştır. Verilerin çözümlemesine ilişkin şema, Şekil 2'de verilmiştir.



Şekil 2. Araştırma Verilerinin Çözümleme Şeması

Geçerlik ve Güvenirlik

Bilimsel araştırmalarda, araştırma sonuçlarının ikna ediciliği açısından kullanılan en yaygın iki ölçüt geçerlik ve güvenilirliktir. Güvenirlik, araştırma sonucunda elde edilen bulgu ve sonuçların değişmezliği anlamına gelmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Güvenirlik hem yeniden kullanılabilir hem de tutarlı sonuçlar elde etmek amacıyla araştırma ortamındaki her verinin dikkatli bir şekilde kaydedilmesini içerir (Thanasegaran, 2009). Geçerlik ise ölçme aracının ölçülmek istenen özelliği diğer özelliklerle karıştırmadan ne ölçüde doğru ölçtüğüyle ilgilidir; yani amaçlanan ölçmenin gerçekleştirilebilme derecesidir (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2017).

Araştırmada güvenirliliği sağlamak için elde edilen verilerin yaklaşık %33'ü matematik eğitimi alanında doktora yapan bir matematik öğretmeni tarafından kodlanmıştır. Benzerlik oranı Miles ve Huberman (1994, s.64) formülü ile hesaplanmış ve güvenirlik %93 bulunmuştur. Böylece yapılan kodlamalar geçerli sayılmıştır.

Görüşmelerde kullanılan soruların geçerliliği için iki matematik öğretmeni ve üç akademisyenden uzman görüşü alınmıştır. Hazırlanan soruların; sınıf düzeyine, incelenmesi amaçlanan uzunluk, çevre, alan ve hacim ölçümü ve birbiri ile olan ilişkisini içeren becerilere, belirlenen görevlere uygunluğuna ve görsellerin uygunluğuna ilişkin uzmanlardan görüşler alınmıştır. Bu doğrultuda gerekli düzeltmeler yapılarak iki öğrenci ile pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışma sonrası elde edilen veriler incelenerek öğrenciler tarafında kolaylıkla çözülebilen bu yüzden de veri sağlamayan ya da çizimi anlaşılmayan soru ve ifadeler için gerekli düzeltmeler yapılmış ve uygulama aşamasına geçilmiştir. Ayrıca, araştırmada; katılımcılardan elde edilen veriler doğrudan alıntılarla, betimsel bir yaklaşımla sunulmuştur. Doğrudan alıntılar için katılımcılara kod adı verilmiştir. Doğrudan alıntılara yer vermek hem içerik hem de betimsel analizde dış geçerlik- genelleme – aktarılabilirlik açısından gereklidir (Creswell, J. W. ve Plano Clark, V. L., 2020). Araştırmanın raporunun farklı bir uzman tarafından okunması ve yorumlarda alanyazındaki araştırmalardan atıflara yer verilmesiyle dış geçerlik arttırılmıştır.

BÖLÜM 3

BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde, öğrencilerin uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin ilişkilendirme biçimleri; öğrencilerin bu kavramlarla ilgili hesaplamaları yaparken nasıl ilişkilendirmeler yaptıkları ve bu kavramlara ilişkin tanımları nasıl yaptıklarına ilişkin bulgularla sunulmuştur.

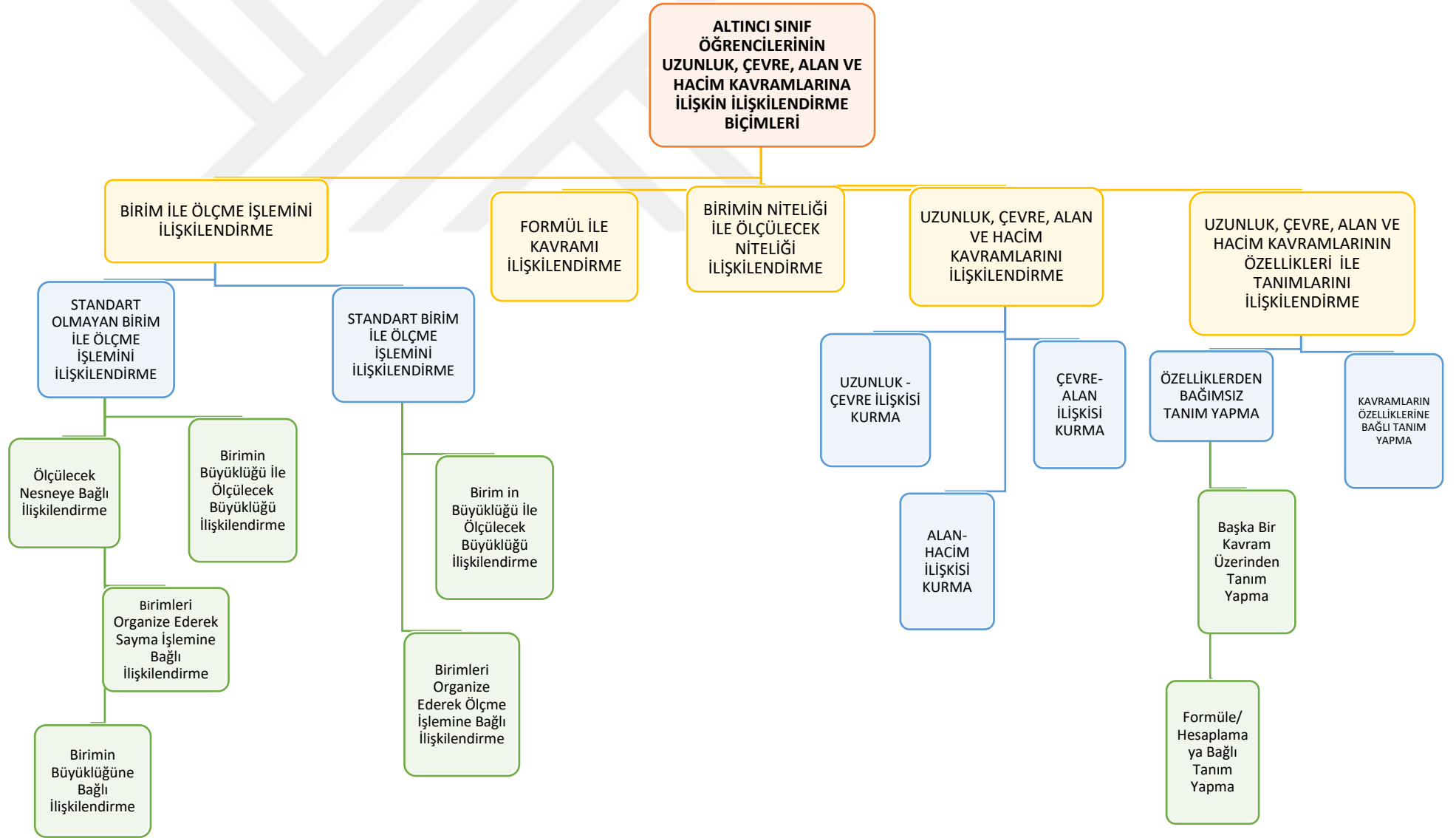
Yapılan analiz sonuçları, öğrencilerin uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin düşüncelerinin oldukça ilişkili olduğunu göstermiştir. Buna bağlı olarak tema, kategori ya da alt kategoriler, bu kavramların bir kaçına ya da tümüne ilişkin bazı ortak düşüncelerden elde edilmiştir. Bu nedenle, uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına yönelik bulgular, tema, kategori ve alt kategori başlıkları altında birlikte ilişkili bir şekilde ele alınmıştır. Ayrıca, araştırmada aynı sorulara verilen farklı yanıtlar, farklı kategorilere ulaşılmasını sağlamıştır. Dolayısıyla, kullanılan sorular genellikle birden fazla temaya hizmet ettiği için farklı başlıklar altında zaman zaman aynı sorulara, farklı analizlerle yer verilmiştir.

Öğrencilerin uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin hesaplamalarının ardındaki ilişkilendirmeleri incelendiğinde; birim ile ölçme işlemini ilişkilendirme, formül ile kavramı ilişkilendirme, birimin niteliği ile ölçülecek niteliği ilişkilendirme, uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarını ilişkilendirme temaları ortaya çıkmıştır.

Bu temalardan birim ile ölçme işlemini ilişkilendirme temasının altında standart olmayan birim ile ölçme işlemini ilişkilendirme ve standart birim ile ölçme işlemini ilişkilendirme kategorileri oluşmuştur. Bu kategorilerden standart olmayan birim ile ölçme işlemini ilişkilendirme kategorisinin altında; ölçülecek nesneye bağlı ilişkilendirme, birimleri organize ederek sayma işlemine bağlı ilişkilendirme, birimin büyüklüğüne bağlı ilişkilendirme ve birimin büyüklüğü ile ölçülecek büyüklüğü ilişkilendirme alt kategorileri oluşmuştur. Standart birim ile ölçme işlemini ilişkilendirme kategorisinin altında ise birimin büyüklüğü ile ölçülecek büyüklüğü ilişkilendirme ve birimleri organize ederek ölçme işlemine bağlı ilişkilendirme alt kategorileri oluşmuştur.

Uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarını ilişkilendirme temasının altında ise uzunluk ve çevre ilişkisi kurma, çevre ve alan ilişkisi kurma, alan ve hacim ilişkisi kurma kategorileri oluşmuştur.

Altıncı sınıf öğrencilerinin uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin tanımlarından, uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarının özellikleri ile tanımlarını ilişkilendirme temasına ulaşılmıştır. Bu temaya ait özelliklerden bağımsız tanım yapma ve kavramların özelliklerine bağlı tanım yapma kategorileri bulunmaktadır. Özelliklerden bağımsız tanım yapma kategorisinin altında; başka bir kavram üzerinden tanım yapma ve formüle/hesaplamaya bağlı tanım yapma alt kategorileri oluşmuştur. Elde edilen bulgularda öğrenci cevap kâğıtlarından alınan görsellere ve doğrudan alıntılara yer verilmiştir. Çalışmada ulaşılan tema, kategori ve alt kategorilere ilişkin şema Şekil 3.'te verilmiştir.



Şekil 3. Çalışmada Ulaşılan Tema, Kategori ve Alt Kategoriler

Öğrencilerin Uzunluk, Çevre, Alan ve Hacim Kavramlarına İlişkin Hesaplamalardaki İlişkilendirme Biçimleri

Bu başlık altında, araştırmanın birinci alt problemine yanıt olan; 6. sınıf öğrencilerinin uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin hesaplamalarındaki ilişkilendirme biçimlerine ilişkin bulgulara yer verilmiştir.

Birim ile Ölçme İşlemini İlişkilendirme

Altıncı sınıf öğrencilerinin uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin ilişkilendirme biçimlerini ortaya çıkarabilmek için öğrencilere, bu kavramlara ilişkin hesaplamalar gerektiren sorular yöneltilmiştir. Öğrencilerden, soruda çizimi verilen nesnelerin ya da verilen birimlere uygun olarak kendilerinin çizdikleri nesnelerin uzunluklarını, çevrelerini, alanlarını ve hacimlerini hesaplamaları, tahmin etmeleri ve karşılaştırmaları istenmiştir. Öğrencilerden yaptıkları işlemleri, gerçekleştirdikleri çizimleri ve kullandıkları formülleri gerekçelendirmeleri beklenmiş, bu işlemleri kavramsal olarak ilişkilendirip ilişkilendiremedikleri de incelenmeye çalışılmıştır. Öğrencilerin soruda verilen ölçme biriminin farkında olma, birime uygun sayma, çizim yapma, farklı çözüm yöntemlerini kullanma becerileri incelenmeye çalışılmıştır.

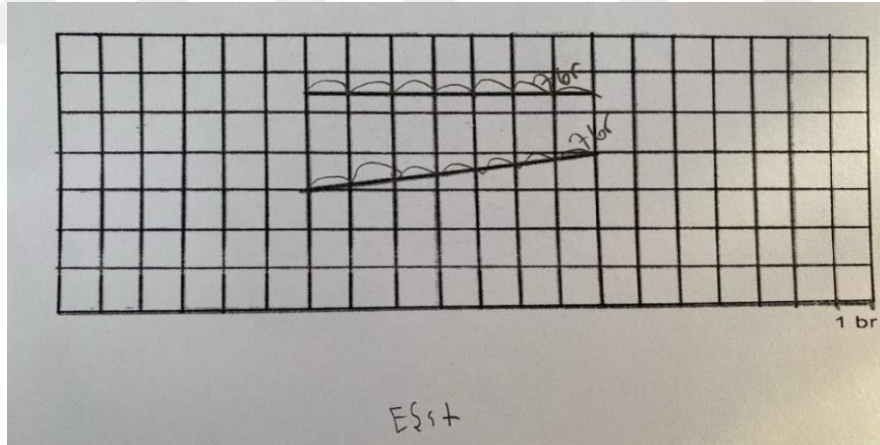
Yapılan analizler sonucunda standart olmayan birim ile ölçme işlemini ilişkilendirme ve standart birim ile ölçme işlemini ilişkilendirme kategorileri oluşmuştur. Bu kategorilere yönelik bulgular, öğrenci cevap kâğıdı görselleri ve öğrenci- araştırmacı diyaloglarından doğrudan alıntılarla sunulmuştur.

Standart Olmayan Birim ile Ölçme İşlemini İlişkilendirme. Araştırma kapsamında öğrencilere standart olmayan birim ile uzunluk, çevre, alan ve hacim ölçmeye yönelik sorular yöneltilmiştir. Standart olmayan birim ile ölçme işlemini ilişkilendirme kategorisine bağlı olarak ölçülecek nesneye bağlı ilişkilendirme, birimleri organize ederek sayma işlemine bağlı ilişkilendirme, birimin büyüklüğüne bağlı ilişkilendirme ve birimin büyüklüğü ile ölçülecek büyüklüğü ilişkilendirme alt kategorileri oluşmuştur.

Ölçülecek Nesneye Bağlı İlişkilendirme. Öğrencilerden standart olmayan bir birimi kullanarak bir nesnenin uzunluğunu ya da çevresini ölçmeleri istendiğinde, öğrencilerin verilen birimin ölçülecek çizimde halihazırda ölçme işlemini sağlayacak şekilde yer alması ve yer almaması durumlarına bağlı olarak çeşitli hesaplamalar yaptıkları görülmüştür.

Birimin, ölçülecek çizimde hali hazırda ölçme işlemini sağlayacak şekilde yer almaması durumu tahmin ve karşılaştırma yapmayı gerektirmektedir. Öğrencilerin çoğu, bu durumda verilen birim ile nesneyi ilişkilendirmeden hatalı ölçme yapmışlardır.

Uzunluk Ölçümü. Bu alt kategoride uzunluk ölçümüne ilişkin bir öğrencinin yanıtı, ilgili soru örneği ile Görsel 1’de sunulmuştur. Görsel 1’deki soruda öğrencilerden kareli zeminde verilen doğru parçalarının uzunluklarını karşılaştırmaları istenmiştir. Öğrencilerden Serkan’a doğru parçalarının uzunlukları hakkında ne düşündüğü sorulduğunda; “...her ikisi de 7 kare oluyor; çünkü ikisi de aynı karede başlıyor ve aynı karede bitiyor aynı şey, eşit” açıklamasını yapmıştır. Öğrencinin uzunluğu hesaplarken başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafe yerine, doğru parçalarının bulunduğu zeminde yer alan kare sayısını dikkate aldığı görülmektedir.



Görsel 1. Serkan'ın Cevap Kâğıdı

Görsel 1’deki soru için öğrencilerden Merve’ye ne düşündüğü sorulduğunda; “Bu daha kısa, çünkü dik olarak düz bir şekilde gelmiş (Zemine paralel olan doğru parçasını göstermiştir); ama bu eğimli olduğu için daha uzun olmuş (Eğik doğru parçasını göstermiştir). Dik olan yedi birim. Diğerini hesaplayamayız bence. Birim olarak yani hesaplanmaz. 7,5 gibi daha uzun bir mesafedir.” şeklinde ifade etmiştir. Öğrencinin

uzunluk hesaplarken doğru parçalarının başlangıç ve bitiş noktalarına, doğru parçalarının zemindeki konumuna dikkat ettiği ve buna göre yorum yaptığı görülmüştür.

Öğrencilerden Lale, Görsel 1’deki soru için standart olmayan bir ölçme aracı kullanarak doğru parçalarının uzunluğunu karşılaştırmıştır. Araştırmacı ve Lale arasındaki diyalog aşağıda verilmiştir.

Lale: Uzunlukları eşit.

Araştırmacı: Doğru parçalarının uzunluklarının eşit olduğuna nasıl karar verdin?

Lale: Kalemde genel olarak yararlanıyorum. Desenlerine bakarak cetvel gibi kullanıyorum. İlk şekilde bakın desen tam burada bitiyor. İkinciye bakınca desen farklı bir yerde bitti. Galiba eşit değil, farklı yerde bitti. Yanlış ölçmüşüm, farklı yerde bitiyor. Demek ikinci daha uzun.

Araştırmacı: Peki kalemi kullanmadan yorumlayabilir miydin?

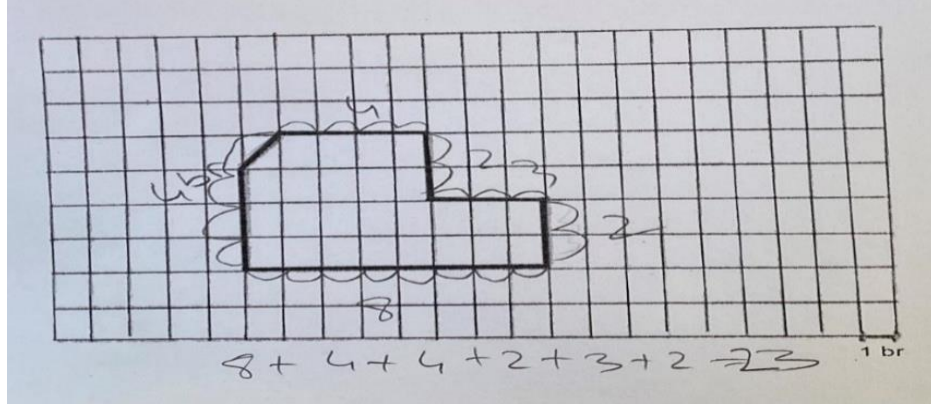
Lale: Defterime bazen karalamalar yapıyorum ve düz olarak çizdiğim şekiller çaprazlardan daha kısa oluyor.

Araştırmacı: Peki emin misin?

Lale: Yorumlayınca değil, ama kalemimi kullandığımda emin oluyorum.

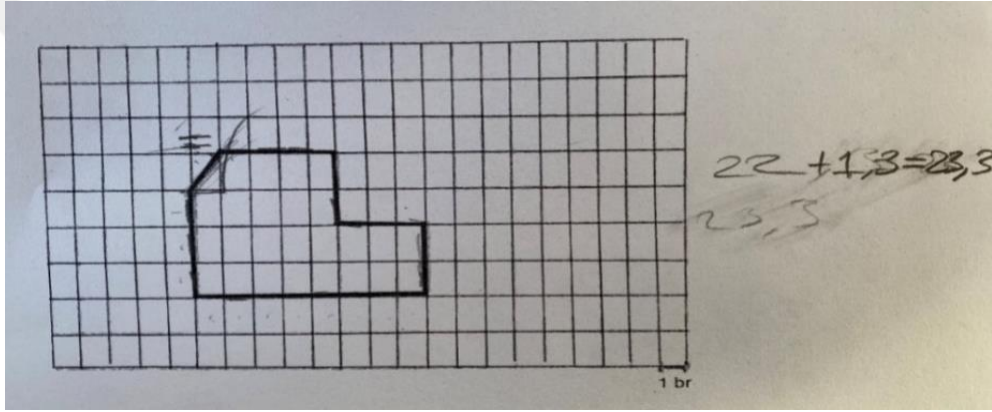
Bu soru için dokuz öğrenciden beşi verilen uzunluğun sınırlarını belirleyen zemindeki kareleri sayarak iki uzunluğun eşit olduğunu söylemiş, bir öğrenci ise zemine paralel olmayan doğru parçasının standart bir ölçme aracı olmadan hesaplanamayacağını söylemiştir. Bu soru için sadece üç öğrenci uzunlukların eşit olmadığı ve paralel doğru parçaları arasındaki en kısa mesafenin dik uzaklık olduğu yorumunu yapmıştır.

Çevre Ölçümü. Ölçülecek nesneye bağlı birim ile ölçme işlemini ilişkilendirme alt kategorisine ölçümüne ilişkin bir öğrenci yanıtı ve ilgili bir soru örneği Görsel 2’de verilmiştir. Görsel 2’de verilen soruda, öğrencilerden verilen şeklin çevre uzunluğu hakkında yorum yapmaları istenmiştir. Öğrencilerden Eda, bu soru için kenar uzunluklarını sayıp birim cinsinden yazmış, $\sqrt{2}$ br uzunluğundaki doğru parçasını ise 1 br olarak belirlemiştir. Eda’ya çevreyi nasıl hesaplayacağı sorulduğunda; “Hepsini de toplarsam 23 br olur.” yanıtını vermiştir. Eda’nın $\sqrt{2}$ br uzunluğundaki doğru parçasını 1 br olarak kabul ettiği görülmektedir.



Görsel 2. Eda'nın Cevap Kâğıdı

Görsel 3'te aynı soru için Lale'nin yanıtı verilmiştir.



Görsel 3. Lale'nin Cevap Kâğıdı

Bu yanıtla ilişkin araştırmacı- Lale arasındaki diyalog aşağıda verilmiştir.

Araştırmacı: Yine kareli zemin üzerinde bir şeklimiz var. Bu şeklin çevresini hesaplayabilir misin?

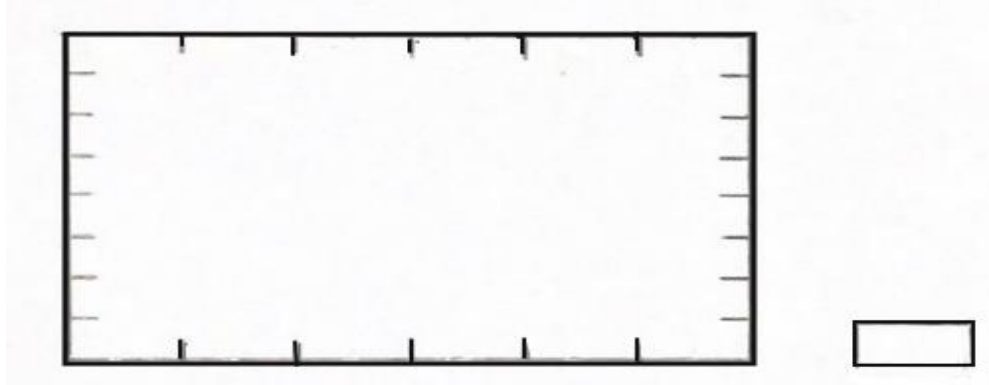
Lale: Ortadaki çizginin uzunluğunu tam olarak bilmediğim için hesaplayamam. Yaklaşık olarak bu eğik çizgi daha fazladır (Kareleri tek tek sayar ve 22 br bulur). Eğik çizgi, bu karenin köşegeni olduğu için daha uzundur ve önceki soruda da bu çıkmıştı (Görsel 1). Çevresi yaklaşık olarak 23, 2'dir.

Lale'nin verdiği yanıt, birimin, ölçülecek çizimde hali hazırda ölçme işlemini sağlayacak şekilde yer almaması durumunda da standart olmayan birim ile ölçülecek büyüklük arasında ilişki kurabildiğini, bu ilişkiyi çevre ölçümüne taşıyabildiğini göstermektedir. Bu soru için öğrencilerden bir kısmının şeklin kenar uzunluklarını eksik saydığı, bir kısmının 1 br 'den uzun olan ($\sqrt{2}$ br uzunluğundaki) doğru parçasını ya 1 br,

ya 0,5 br olarak hesapladığı ya da bu uzunluğu ihmal ederek hesaplama yaptığı görülmüştür. Bu soru için dokuz öğrenciden sadece ikisi $\sqrt{2}$ br uzunluğundaki doğru parçası için 1 br'den uzun olduğu yorumunu yapıp çevrenin 23 br'den büyük olacağını ifade etmiştir.

Birimleri Organize Ederek Sayma İşlemine Bağlı İlişkilendirme. Öğrencilerden bazılarının alan ve hacim hesaplamaları yaparken birim kareleri ya da küpleri düzenli bir şekilde sayamadıkları için veya birimi dikkate almadıkları için hatalı sayma işlemi yaptıkları, satır – sütun ilişkisi kurmada güçlük yaşadıkları, prizmaların sadece görünen yüzlerindeki birim küpleri saydıkları gözlemlenmiştir.

Alan Ölçümü. Birimleri organize ederek sayma alt kategorisindeki alan ölçümüne ilişkin bir soru Görsel 4'te sunulmuştur. Görsel 4'te verilen soru örneğinde öğrencilerden çizim yapmadan büyük dikdörtgeni küçük dikdörtgen ile tamamen kaplamak için kaç tane küçük dikdörtgene ihtiyaç olduğunu hesaplamaları istenmiştir. (Soruda verilen küçük dikdörtgenin hangi aralıklara denk geldiği söylenmiştir.)

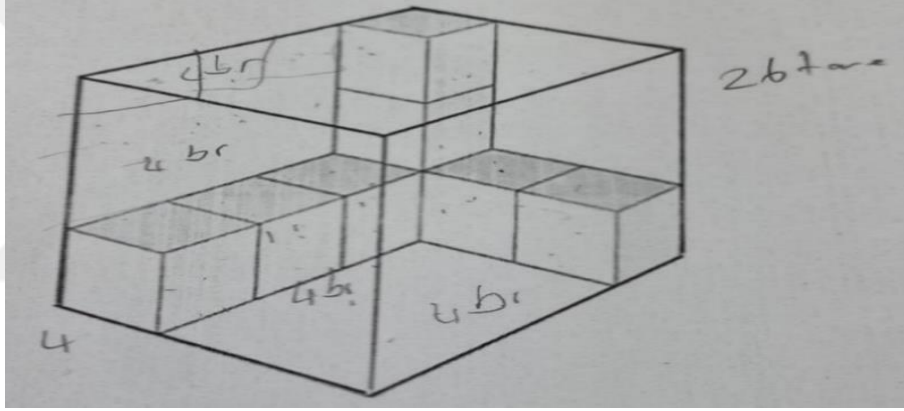


Görsel 4. Alan Ölçme Sorusu

Bu soru için öğrencilerden Ayşe; “İlk önce alta kaç tane kare sığar diye buldum, 6 tane çıktı. Buradaki (dikdörtgenin uzun kenarı) çizgileri de saydım, 7 çıktı. 6 ile 7’yi çarpınca da 42 tane sığacağını düşündüm.” açıklamasını yapmıştır. Ayşe’nin dikdörtgenin kısa kenarını hesaplarken aralıkları değil birimlere işaret eden çizgileri saydığı görülmüştür ve bundan dolayı eksik sayma yaptığı ortaya çıkmıştır. Görsel 4’te verilen soru için öğrencilerden Eda; “İlk sırayı hesapladım 6, 8 sıra olduğu için $6 \times 8 = 48$ ”

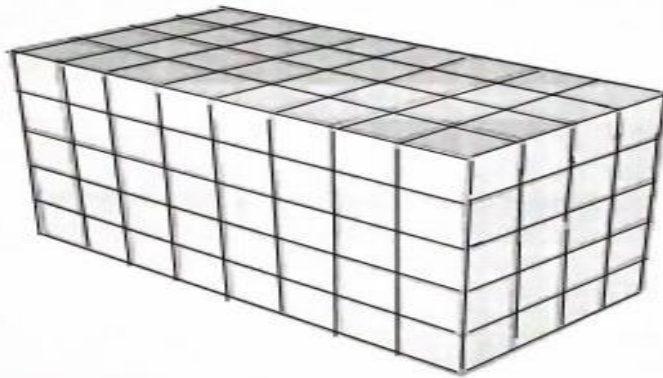
açıklamasını yapmıştır. Eda, büyük dikdörtgeni tamamen kaplamak için küçük dikdörtgenden kaç tane gerektiğini satır- sütun ilişkisi kurarak hesaplamıştır.

Hacim Ölçümü. Bu alt kategoride hacim ölçümüne ilişkin bir öğrenci yanıtı ve ilgili soru örneği Görsel 5’te verilmiştir. Görsel 5’te prizmanın verilen birim küplerle tamamen doldurulduğunda toplamda kaç birim küp alacağını hesaplanması istenmiştir. Görsel 5’te verilen soru için Ayşe, her satırda 4 tane olduğunu düşündüğünü söylemiş ve herhangi bir düzende devam etmeden karışık olarak saymıştır. Ayşe düşüncesini; “Çünkü burada hepsinde 4 tane var. 3-4. 4,4, 4... diye doldurdum ve topladım, 26 tane” şeklinde ifade etmiştir. Öğrencinin prizmanın en, boy ve yükseklik birimlerinin farkında olmadığı, bu birimlere uygun saymadığı görülmüştür.



Görsel 5. Ayşe’nin Cevap Kâğıdı

Görsel 6’daki soruda öğrencilere prizmanın birim küplerden oluştuğu söylenmiş ve öğrencilerden prizmayı oluşturan birim küp sayısını hesaplamaları istenmiştir.



Görsel 6. Hacim Ölçme Sorusu

Bu soru için öğrencilerden Necdet ile araştırmacı arasındaki diyalog aşağıda verilmiştir.

Necdet: (Ön yüzün ayrıtlarını sayar) Şuranın şeyi 8 tane var, şuradan da 5 tane var. 8 ile 5' i çarparız, 40 (ön yüzünün alanı), buranın şeyini buluruz. Şurada da 5'e 4, 20 buluruz (sağ yüzünün alanı). Yukarıyı da 8 çarpı 4'ten 32 olarak buluruz 8 üst yüzünün alanı). Böyle hepsini toplayarak bulabiliriz.

Araştırmacı: Birim küp sayısını mı?

Necdet: Evet. Hepsini toplayarak 92 buluruz.

Araştırmacı: Başka türlü bulabilir miydim prizmadaki birim küp sayısını?

Necdet: Başka türlü de bulabilirdik. Hepsinin kenarlarını birbirlerine... yok yine bu şekilde bulabilirdik.

Necdet'in prizmanın görünmeyen yüzlerini saymadığı, prizmayı oluşturan birim küpleri hesaplarken birimleri organize ederek) sayma yapmadığı, satır- sütun ilişkisi kuramadığı görülmektedir.

Görsel 6'da verilen soruya ilişkin öğrencilerden Kübra ile araştırmacı arasındaki diyalog aşağıda verilmiştir.

Kübra: 160 mı çıkıyor hocam?

Araştırmacı: Nasıl hesapladığınızı anlatır mısınız?

Kübra: Hocam yine burayı saydım, burayı saydım ve burayı saydım (en, boy ve yüksekliği gösterir).

Araştırmacı: Peki farklı şekilde sayabilir miydik? Bunların dışında var mıdır bir yöntem?

Kübra: Evet, yani uzun uzun sayardık.

Araştırmacı: Nasıl olduğunu anlatabilir misin?

Kübra: Yani hocam işte şunu 1, 2, 3 diye sayardık (küpleri tek tek saymayı gösterir) ya da hocam şunu şöyle parçaya ayırıp şöyle şurayı hesaplayıp direkt sayardık (dikey olarak katmanlara ayırır ve satırları saymaktan bahseder).

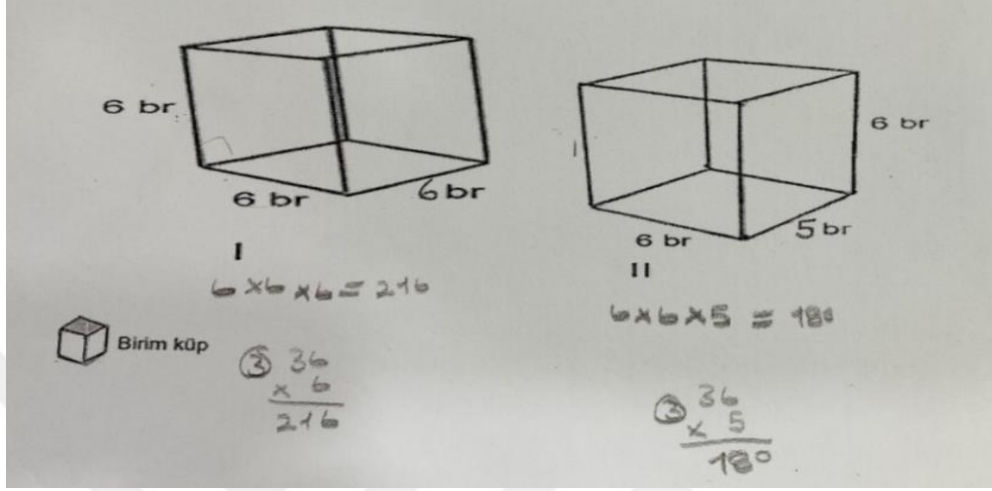
Araştırmacı: Gösterebilir misin bana?

Kübra: 20 hocam burada (sağ yüzü sayar ve 20 bulur), burada da 8 tane var (20'lik katmanın kaç kere tekrar ettiğini bulur). Bunu da çarpardık, 160 çıkıyor.

Kübra'nın prizmayı oluşturan birim küpleri sayarken farklı stratejiler kullanabildiği, birimleri organize ederek sayabildiği gözlemlenmiştir.

Görsel 7'de verilen soruda, öğrencilere prizmaların birim küplerle tamamen doldurulması için her bir prizmada kaç tane birim küp kullanılmasının gerektiği sorulmuş ve onlardan buldukları sayıları karşılaştırmaları beklenmiştir. Sonrasında, bu karşılaştırma için başka bir yolun olup olmadığı sorulmuştur. Öğrencilerden Necdet, her bir prizma için gereken birim küp sayısını formül ile hesaplamış, aradaki farkı çıkarma

işlemi ile bulmuştur. Bu farkın başka şekilde de hesaplanıp hesaplanamayacağı sorulduğunda ise; “Yok bulamazdık öğretmenim” şeklinde yanıtlamıştır. Öğrencilerden Tarık ise; “Bu işlemleri yapmadan önce öğretmenim zihnimize çarpardık.” diyerek farklı bir yöntem olarak aynı işlemi zihinden yapmayı anlatmıştır.



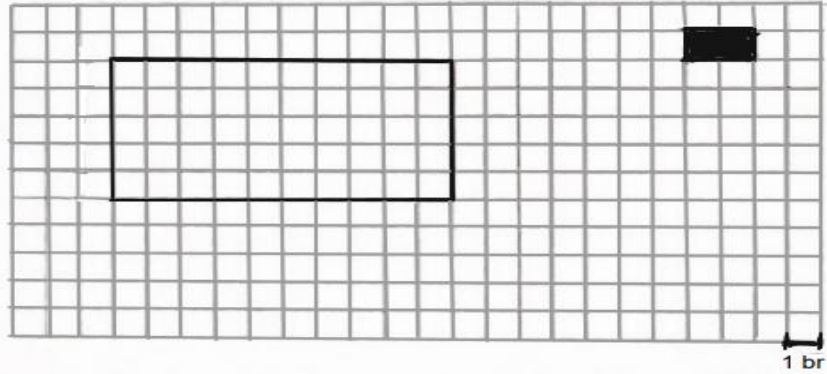
Görsel 7. Necdet'in Cevap Kâğıdı

Öğrencilerden Merve bu soru için; “Yüksekliği olabilir. Burada 6 ile çarpıyoruz bulduğumuz sonucu, ikincide 5 ile çarpıyoruz. Yüksekliği daha küçük” olarak ifade etmiştir. Öğrencilerden Lale ise; “6,6,6’lık prizmanın önüne bir sıra daha fazla eklediğimiz için bu durum, 36 br³’lük fark yaratır.” şeklinde ifade etmiştir. Lale ve Merve’nin birimleri organize ederek saydığı ve böylece sayılar arasında ilişki kurabildikleri, farklı yöntemler kullanabildikleri görülmektedir.

Birimin Büyüklüğüne Bağlı İlişkilendirme. Öğrencilerden, eş büyüklükteki nesne ya da cisimleri farklı büyüklükteki nesne ya da cisimlerle tamamen kaplamaları istendiğinde, öğrencilerin büyüklükteki değişime bağlı ölçme yaptıkları gözlenmiştir. Birimin büyüklüğündeki değişime bağlı ölçme işlemi ilişkilendirme alt kategorisi, alan ve hacim ölçümü ile ilgili soruların yanıtlarından ortaya çıkmıştır.

Alan Ölçümü. Birimin büyüklüğüne bağlı ilişkilendirme alt kategorisine yönelik alan ölçme ile ilgili bir öğrenci yanıtı ve ilgili soru örneği Görsel 8’de sunulmuştur. Görsel 8’de öğrencilere kareli zeminde eni 2 br ve boyu 1 br olan içi boyalı küçük bir dikdörtgen ile eni 10 br ve boyu 5 br olan büyük bir dikdörtgen verilmiştir. Öğrencilere küçük

dikdörtgenlerden kaç tanesi ile büyük dikdörtgenin tamamen kaplanacağı sorulmuş ve öğrencilerden çizim yapmadan hesaplamaları istenmiştir.



Görsel 8. Alan Ölçme Sorusu

Öğrencilerden Ayşe; “Şimdi bunları (küçük dikdörtgeni gösterir) gördüm, 2 br. Kafamda büyük dikdörtgende şu alanı kaplayacak kadar. Şu an düşünüyorum ne kadar, yani şunun çevrelerini buldum (küçük dikdörtgeni gösterir) ne kadar sığar diye düşünüyorum. Çizim yapmadan gözüm karıştı yani bir çizgiye bakarken bir çizgi daha ekledim.” diyerek çizim yapmadan hesaplayamayacağını ifade etmiştir. Ayşe, daha önceki sorularda birim karelerle alan hesaplarırken birimin büyüklüğünü hesaplamada sorun yaşamamışken birimin büyüklüğü değişince birimin büyüklüğüne bağlı alan ölçümünü ilişkilendiremediğini ifade etmiştir.

Öğrencilerden Tarık ile araştırmacı arasındaki diyalog aşağıda verilmiştir.

Tarık: Burada 1 br demiş 1 kareye. Bu ikisi de aynı olduğu için 1 br, bu da aynı olduğu için 1 br. Alanları öğretmenim 1 br ile çarpardım alan olduğu için.

Araştırmacı: Neden alan olduğunu düşündün?

Tarık: E, taban çarpı yüksekliği buldum. Tabanı 5 br çıkıyor öğretmenim, burası 2 br (Büyük dikdörtgenin uzun kenarlarına 5 br, kısa kenarlarına 2 br yazar) çıkardı, burası da 2 br (diğer kısa kenar) çıkardı öğretmenim eşit olduğu için (küçük dikdörtgenin kenar uzunluklarını 2 br olarak düşünür ve büyük dikdörtgenin uzun kenarlarına beşer tane, kısa kenarlara ikişer tane sığar der). Burası da 5 br, (Büyük dikdörtgenin uzun kenarlarına 5 br yazar).

Araştırmacı: Anladım.

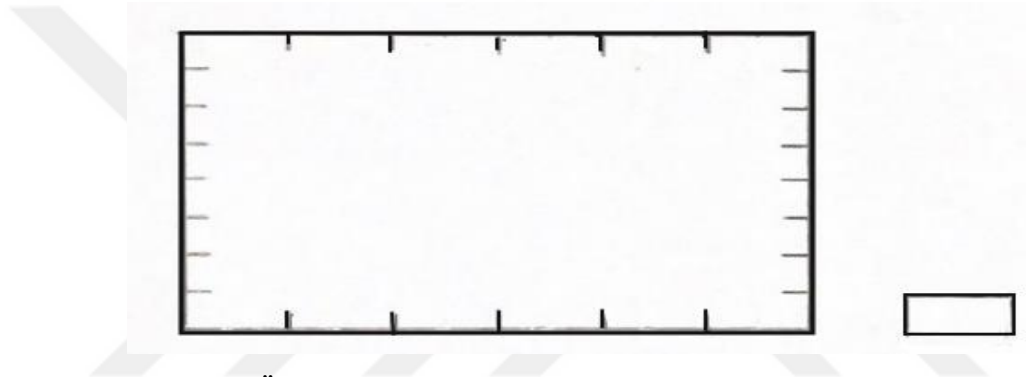
Tarık: Sonra bunları alan dediği için çarpardım. Eğer çevre demiş olsaydı öğretmenim toplayacaktım, alan dediği için çarpıyorum. E, 100 çıkıyor (5x5 ile 2x2’yi çarpar, yani karşılıklı kenar uzunluklarını çarpar ve bulduğu sayıları da birbiri ile çarpar).

Araştırmacı: Peki bir şey soracağım, neden alan hesabı olduğunu düşündün?

Tarık: Alan olduğunu, taban çarpı yüksekliğine baktım öğretmenim.

Görsel 8’de verilen soru için Tarık, hesaplama yaparken küçük dikdörtgeni bir kenar uzunluğu 2 br olan kare gibi düşünüp hesaplama yapmıştır. Birimin büyüklüğündeki değişimi ölçme ile ilişkilendirememiştir. Öğrencilerden Eda Görsel 8’deki soru için; “Küçükte 2 tane kare olduğu için ilk sırada 5 tane var. 5 tane de sıra olduğu için 5’le çarparsak 25 tane” açıklamasını yapmıştır. Eda’nın birimin büyüklüğündeki değişimin farkında olduğu ve ölçmeyi buna göre yaptığı görülmektedir.

Görsel 9’da verilen soruda öğrencilerden çizim yapmadan büyük dikdörtgeni küçük dikdörtgen ile tamamen kaplamak için kaç tane küçük dikdörtgene ihtiyaç olduğunu hesaplamaları istenmiştir. Bu soruda küçük dikdörtgenin verilen aralıklara tam olarak sığıdığı belirtilmiştir.



Görsel 9. Alan Ölçme Sorusu

Görsel 9’da verilen soru için öğrencilerden Namık, küçük dikdörtgeni yerleştirirken önce büyük dikdörtgeni 1 br’lik aralıklara bölmüş ve “Bunların arasına çizgi atınca 12 tane oluyor (uzun kenarın en son çizimiyle aralık sayısı), 12 tane boşluk var. Bu dikdörtgen (küçük dikdörtgen) kalın çizilmiş olan çizgiyle şu ince olan (aralıkları 1 br yapmak için çizdiği çizgi) yani yatay ve dikeyin arasına girebiliyor (küçük dikdörtgenin büyük üzerinde sağ alt köşede nereye denk geldiğini gösterir). Burada da 6 tane o şekilden olduğu için buraya 6 tane girebiliyor (uzun kenara kaç tane küçük dikdörtgenin sığıdığını gösterir). Burası, yarısı olduğu için burası (kısa kenar aralıkları), buranın şeyleri 8, 8 boşluk var. Onun yarısı olduğu için 4 giriyor. Buraya 6 tane giriyor dikey (uzun kenara kaç tane sığıdığını söyler), buraya da 4 tane giriyor. Sonra bu yüksekliği diye düşündüm (büyük dikdörtgenin kısa kenarını gösterir) sonra 6 tane girdiği için burada da 4 tane girdiği için 4 ile 6’yı çarptım 24 buldum.” açıklamasını yapmıştır.

Namık’ın küçük dikdörtgeni kenar uzunluğu 2 br olan kare olarak düşündüğü, büyük dikdörtgenin uzun kenarını hesaplarken ikiye böldüğü için kısa kenarda da aynı

işlemi yaptığı görülmektedir. Namık'ın birimin büyüklüğü değişince ölçme işlemini yaparken güçlük yaşadığı fark edilmiştir.

Aynı soru için öğrencilerden Eda; “İlk sırayı hesapladım 6, 8 sıra olduğu için $6 \times 8 = 48$ ” açıklamasını yapmış ve bu durum Eda'nın birim ile ölçme işlemini ilişkilendirdiğini göstermiştir. Bu soru için öğrencilerden Kübra ile araştırmacı arasındaki diyalog şu şekildedir:

Kübra: 48 tane dikdörtgen lazım.

Araştırmacı: Nasıl hesapladığını anlatır mısın bana?

Kübra: Hocam şimdi şöyle, hayali çizdim (dikdörtgenin üst satırına 6 tane yerleştirdiğini gösterir) burada 6 tane oluyor, şöyle. Sonra hocam şurayı saydım (dikdörtgenin sağ sütununa kaç tane yerleştirdiğini sayar) 8 oluyor. 48 buldum yani alanını.

Araştırmacı: 48'e nasıl ulaştın 6 ve 8'i bulduktan sonra?

Kübra: Çarptım.

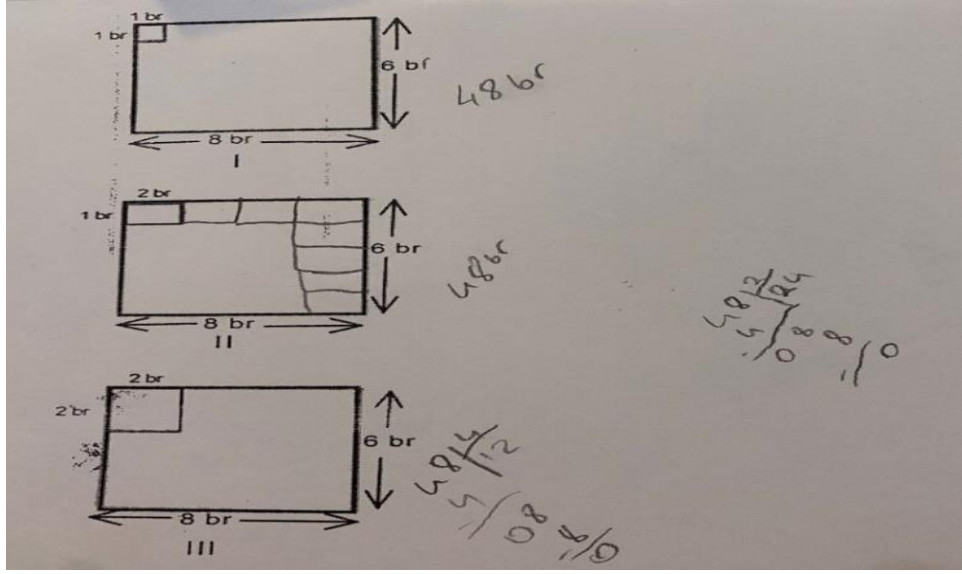
Araştırmacı: Neden çarpıyoruz sence?

Kübra: Hocam bunun yüzeyinde kaç tane dikdörtgen olduğunu bulmak için.

Kübra'nın birimin büyüklüğüne uygun olarak zihninde hesaplama yapabildiği, birimin büyüklüğü ile ölçme işlemini ilişkilendirdiği görülmektedir.

Görsel 10'da verilen soruda öğrencilere kenar uzunlukları verilen üç eş dikdörtgenin küçük dikdörtgenlerle tamamen kaplanmak istenildiği söylenmiştir. Birinci dikdörtgeni kenar uzunluğu 1 br olan karelerle tamamen kaplamak için kaç tane kareye ihtiyaç olduğunu, ikinci dikdörtgeni 2×1 br²'lik dikdörtgenlerle tamamen kaplamak için kaç dikdörtgene ihtiyaç olduğunu ve üçüncü dikdörtgeni kenar uzunluğu 2 br olan karelerle tamamen kaplamak için kaç kareye ihtiyaç olduğunu öğrencilerin hesaplaması istenmiştir. Her bir dikdörtgen için buldukları sayıları karşılaştırıp yorumlamaları beklenmiştir. Tarık, ilk dikdörtgenin 1'e 1'lik karelerle tamamen kaplanması için gereken kare sayısını 48 olarak hesaplamış, ikinci dikdörtgen için 24 tane ve üçüncü dikdörtgenin

2'ye 2'lik karelerle tamamen kaplanması için gereken kare sayısını 12 olarak hesaplamıştır.



Görsel 10. Tarık'ın Cevap Kâğıdı

Tarık ile araştırmacı arasındaki diyalog şu şekildedir:

Tarık: Birinci için 48 tane gerekli. Yani 48 br tane kare gerekli. 8 br ile 6 br'i çarpıyorum, 48 br buldum.

Araştırmacı: Anladım. İkinciye de bana hesaplar mısın?

Tarık: Yukarıda yaptığımız gibi soldan sağa 8 br, yukarıdan aşağıya 6 br Burası da 48 br çıkıyor eşit olduğu için. Burada 1 br ve 2 br demiş. E...

Araştırmacı: Neyi düşünüyorsun?

Tarık: Mesela şunu çözemedim 1 br ile 2 br.

Araştırmacı: Neden?

Tarık: Mesela buraya yüksekliğine 1 br demiş, tabanına 2 br demiş. Mesela öğretmenim 1 kere 2,2eder. 48'le de 2'yi bölssem... eğer şimdi çarpsam öğretmenim bu şekil (ikinci dikdörtgenin içindeki küçük dikdörtgeni gösterir) çok fazla oluyor.

Araştırmacı: İçerisindeki dikdörtgenlerle kaplayacağım her bir şekli. Küçük dikdörtgenden kaç taneye ihtiyacım var?

Tarık: Ben 6 br ile 8 br'i çarptım öğretmenim, 48 br buldum. 48 br'le de öğretmenim 1 kere 2' de 2 ettiğine göre 48'le de 2'yi böldüm öğretmenim 24 buldum. Yani bu şeklin içine 24 tane kare (dikdörtgeni kast ediyor) sığabilirmiş.

Araştırmacı: Peki 2'ye neden böldün? Onu söyleyebilir misin bana?

Tarık: 2 ve 1, bunları çarptım ben öğretmenim birimi olduğu için (küçük dikdörtgenin kenar uzunlukları).

Araştırmacı: Ne düşünüyorsun?

Tarık: 2 kere 1'i, çarptım öğretmenim, 2 kere 1'i. Sonra 2'ye böldüm yani 48'i 2'ye böldüm 24 br².

Araştırmacı: Nedenini biliyor musun?

Tarık: Öğretmenim orası çok gelmedi aklıma.

Araştırmacı: Tamam üçüncüye geçelim.

Tarık: Çevresi yani bu şeklin çevresi (çevre deyip alan buluyor). Burada bir kare vermiş, 2 br-2 br. 4 ettiğine göre bende 48'i 4' bölersem, bunu da 12 br buldum.

Araştırmacı: Anladım, peki niye böldüğün hakkında bir fikrin var mı? Yorum yapabilir misin?

Tarık: Öğretmenim karenin 4 kenarı olduğu için ben 48'i 4'e böldüm. Zaten 2 kere 2'de 4 ediyor öğretmenim. Karenin de 4 kenarı olduğu için öğretmenim 4'e böldüm ben. Ben öyle düşündüm.

Araştırmacı: Anladım. Peki bir şey daha soracağım. Birincide 48 tane dedin, ikincide 24 tane, sonuncu da 12 tane. Sayılar arasında bir ilişki var mı sence?

Tarık: Var, her üçü de farklı sayılar çıktı, yani farklı alanlara sahip.

Araştırmacı: Tamam. Sayılarla ilgili söyleyebileceğin başka bir şey var mı? Bu sayılar arasında bir ilişki var mı?

Tarık: Yok.

Bu işlemleri nasıl yaptığı ve bulduğu sayılar arasında bir ilişki olup olmadığı sorulduğunda ise öğrencinin bu sayıları nasıl bulduğuna ilişkin yorum yapamadığı fark edilmiştir. Öğrencilerden Necdet ise “Çünkü burada sayılar değişmediği için yani hep 8 ile 6 olduğu için hepsinden 48 tane” diyerek tüm dikdörtgenlerin aynı sayıda küçük dikdörtgenlerle kaplanabileceğini söylemiştir.

Görsel 10'daki soruda öğrencilere hesaplamalar sonucu bulduğu sayılar arasındaki ilişki olup olmadığı sorulduğunda, öğrencilerin çoğu sayılar birbirinin iki katıdır şeklinde yorum yapmıştır. Bu soru için bulduğu sayıları küçük dikdörtgenlerin alanları ile ilişkilendiren sadece bir öğrenci olduğu gözlemlenmiştir. Bu soru ile ilgili araştırmacı ve Lale arasındaki diyalog şu şekildedir:

Lale: Her birinin alanı 6×8 'den 48 br². Birincide $1 \times 1 = 1$ 'e bölersek 48 tane, ikincide $2 \times 1 = 2$ 48'i 2'ye bölersek 24 tane, üçüncüde $2 \times 2 = 4$ 48'i 4'e bölersek 12 tane.

Araştırmacı: Niye azaldı peki?

Lale: Çünkü küçük dikdörtgenlerin kenar uzunlukları gittikçe büyüyor.

Araştırmacı: Bunun anlamı ne?

Lale: Kenar uzunlukları büyüdükçe alanı büyür. Kapladığı yer arttıkça sayısı azalır. Diğerlerine yer azalır. Kısaca büyüğün alanını bulup küçüğün alanına bölerek küçükten kaç tane olacağını bulduk.

Araştırmacı: Sayılar arasında bir ilişki var mı?

Lale: İlişki var. Her seferinde yarisına iniyor. Kenar her seferinde bir artıyor ve sayı yarıya iniyor.

Araştırmacı: Bir artınca neden yarıya iner?

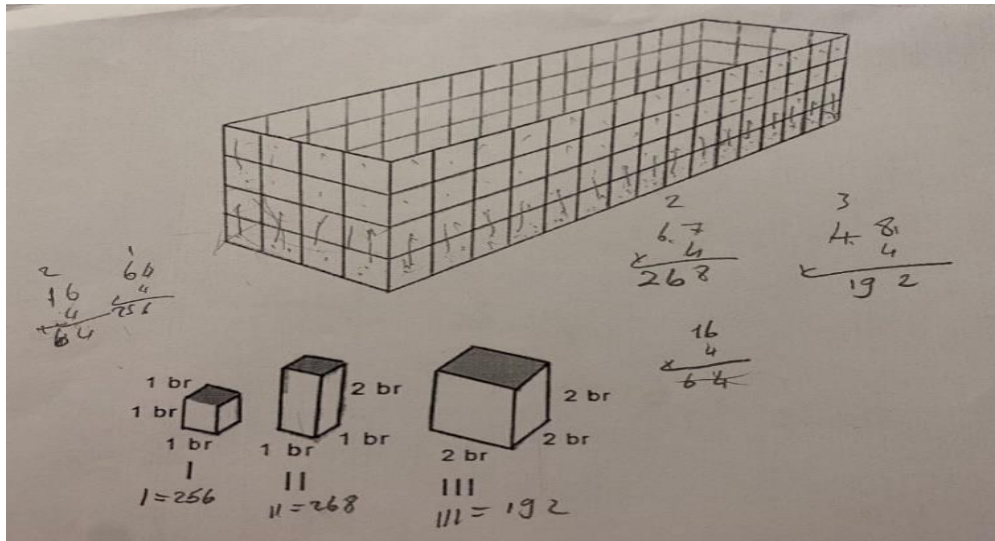
Lale: (Şekil üzerinde küçük dikdörtgenleri birim karelere ayırır) 2.'de 1.'den bir tane daha eklemiş olduk bu yüzden yarıya indi. 3.'de de alta iki tane daha eklediğimiz için sayı yarıya iner.

Araştırmacı: Peki farklı bir yöntem var mıdır?

Lale: Aslında satırı direk hesaplayıp çarpabilirdik. Satır sütun şeklinde. 3. 'de de her iki tarafı da bölerek bulabilirdik.

Lale'nin birimin büyüklüğündeki değişimi açıklayabildiği, bu değişimin işlemi nasıl etkilediğini yorumlayabildiği fark edilmiştir.

Hacim Ölçümü. Birimin büyüklüğündeki değişime bağlı ilişkilendirme alt kategorisine ilişkin başka bir öğrenci yanıtı ve ilgili soru örneği Görsel 11'de verilmiştir. Görsel 11'deki soru örneğinde öğrencilerden içi boş kutuyu birinci prizma ile tamamen doldurabilmek için kaç tane prizmaya ihtiyaç olduğunu, ikinci prizma ile tamamen doldurabilmek için kaç tane prizmaya ihtiyaç olduğunu ve üçüncü prizma ile tamamen doldurabilmek için kaç tane prizmaya ihtiyaç olduğunu hesaplamaları istenmiştir. Bu soruda Ayşe'nin, kutunun hacmini 256 br^3 ve birinci prizma ile tamamen doldurmak için gereken sayıyı ise 256 olarak hesapladığı görülmektedir. İkinci ve üçüncü prizmalar için hesaplama yaparken kutu üzerinden tabandaki prizma sayısını 67 olarak saydığı ve bulunduğu sayıyı da yüksekliği 4 br olarak düşünüp 4 ile çarptığı görülmüştür. Prizma Tabana sığacak üçüncü prizma sayısını ise 48 olarak hesapladığı ve yüksekliğini de 4 br olarak düşünüp 4 ile çarptığı görülmektedir. Ayrıca, bulunduğu sayılar arasındaki ilişkiyi “Çünkü daha fazla büyüdü kareler” şeklinde yorumlamıştır. Ayşe'nin, kutunun hacmini ve birinci prizmadan kaç tane kullanılması gerektiğini doğru hesaplamasına rağmen birimin büyüklüğü değiştiğinde hesaplamada güçlük yaşadığı görülmüştür.



Görsel 11. Ayşe'nin Cevap Kâğıdı

Görsel 11’de verilen soruda kutunun hacmini ve prizmaların hacimlerini bulup kutuyu tamamen doldurmak için her bir prizmadan kaç tane gerektiğini bulan; ancak sayılar arasında ilişki kuramayan öğrencilerden Eda; “sayılar, şekiller büyüdükçe hacmi azaldığı için azaldı. Önce 256 oldu sonra 128, sonra 32 oldu” açıklamasını yapmıştır. Eda, kutuyu doldurmak için gereken cisim sayılarını, her bir cisim için ayrı ayrı hesaplamıştır; ancak prizmaların hacimleri ile her birinden tamamen doldurmak için gereken sayılar arasında hacme bağlı bir ilişki kuramamış, birimin büyüklüğü ile ölçülecek büyüklüğü ilişkilendirememiştir.

Öğrencilerden Merve ise her bir prizma için gereken sayıyı şu şekilde yorumlamıştır:

Araştırmacı: Sayılar arasında bir ilişki var mı sence?

Merve: Hepsi yarısına bölünmüş yarısı olduğu için. 2. 'de yarısı, 3. 'de 4'e bölünmüş.

Araştırmacı: Bunun bir anlamı var mı?

Merve: Oran ilişkisi olabilir mi... yok.

Merve’nin bulduğu sayılar arasındaki ilişki için sadece yarısı olduğu yorumunu yaptığı, bu sayıların cisimlerin büyüklüklerine bağlı bir ilişki kurmadığı görülmüştür. Görsel 11’de verilen soruya ilişkin Namık ile araştırmacı arasındaki diyalog ise aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: Nasıl hesapladın bana anlatabilir misin?

Namık: Bunun (kutunun) hacmini buldum. Yüksekliği 4, kısa kenarı 4, uzun kenarı da 16’ydi. 16 ile 4’ü çarptım 64 çıktı. 64 ile de yüksekliğini çarptım yani 4’ü bu da 256 çıktı. Bu zaten 1 olduğu için hacmi (1 numaralı cismin) eşit sayıda, 256 tane ile doldurulabildiğini, bunun ise (2 numaralı cisim), bunun iki katı olduğu için (1 numaralı cismin), 2 katı büyüklükte olduğu için 128, bunun da (3 numaralı cisim) 32 tane ile doldurulabileceğini buldum.

Araştırmacı: 32’yi nasıl buldun?

Namık: 32, 256 bölü 8’den çıktı.

Araştırmacı: Peki işlem yapmadan yorum yapabilir miydik bu soruda?

Namık: Evet, sonuçta bundan daha az (üçüncü cisim), bu en fazla (birinci cisim), bu (ikinci cisim) bundan (birinciye gösterir) az yani en fazla bundan (birinci cisim)

Araştırmacı: Sayılar arasında bir ilişki var mı?

Namık: İlişki var. Bunun (1. prizma) şey bunun (2. Prizmanın) yarısı bu (çünkü 256’nın yarısı 128. Bu (3. prizma) onun (2. prizmanın) çeyreği.

Araştırmacı: Hangisi?

Namık: 32’de 128’in çeyreği. Yani bu 256, 128,32. Bu şey oluyor bu 1 tam (1. prizmanın altına yazar), bu 1/2 (2. prizmanın altına yazar), bu da 1/4 (3. prizmanın

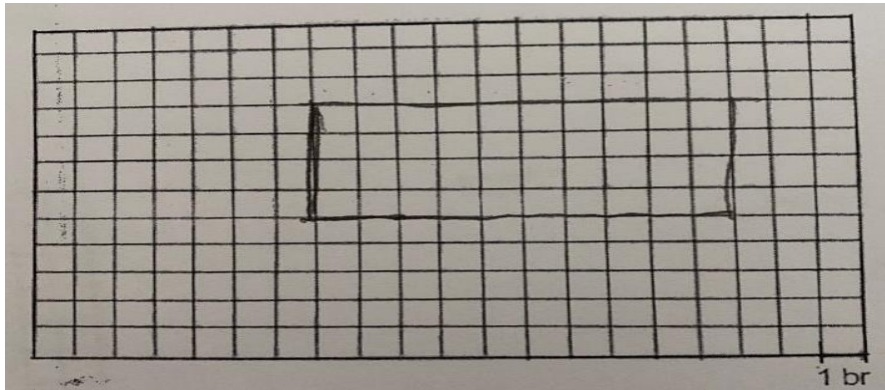
altına yazar) oluyor. 256'nın çeyreği bu (1. ve 3. prizmaları gösterir), bu 256'nın yarısı (1. ve 2. prizmaları gösterir) gibi bir şey.
Araştırmacı: Anladım.
Namık: 256'nın çeyreği mi pardon 1/8'i.

Namık'ın, cisimlerin hacimleri değiştikçe kapladıkları yerin nasıl değiştiği konusunda yorum yapabildiğini, cisimlerin hacimleri ile yaptığı ölçme arasında ilişki kurabildiği görülmektedir. Bu soru için sadece iki öğrenci prizmaların hacimlerini birimlere uygun hesaplayıp bulduğu sayılar ile prizmalar arasındaki ilişkiyi, prizmaların hacimlerinin birbirinin katı olması ve kapladıkları yerin buna göre değişmesi olarak yorumlamıştır.

Birimin Büyüklüğü ile Ölçülecek Büyüklüğü İlişkilendirme. Bu alt kategoride öğrencilerin ölçülecek büyüklük ile kullanılan standart olmayan birimin büyüklüğünü ilişkilendirme sürecindeki düşüncelerine, öğrencilerin ölçülecek niteliğe uygun birimle nasıl hesaplama ve çizim yaptıklarına ilişkin durumlara yer verilmiştir.

Görüşme sorularında öğrencilerden, verilen standart olmayan birime uygun çizim yapmaları beklenmiştir. Ayrıca birim belirleyip çizim yapmayı gerektiren soru örneklerine de yer verilmiştir. Çizim yaparken öğrencilerin birime uygun çizim yapmaları, istenen koşula uygun birden fazla şekil oluşturmaları beklenmiştir.

Çevre Ölçümü: Bu kategoride çevre ölçümüne ilişkin bir soruda, bir öğrencinin, birimin büyüklüğü ile çevre ölçümünün ilişkisinin nasıl kurulduğunu gösteren yanıtı Görsel 12'de verilmiştir. Görsel 12'de öğrencilerden, kareli zeminde çevresi 24 br olan bir dikdörtgen oluşturmaları istenmiştir. Her bir aralığın 1 br olduğu soruda belirtilmiştir.



Görsel 12. Namık'ın Cevap Kâğıdı

Öğrencilerden Namık ile araştırmacı arasındaki diyalog aşağıda verilmiştir:

Namık: (4'e 10 br'lik bir dikdörtgen çizer). Evet.

Araştırmacı: Nasıl çizdiğini anlatabilir misin?

Namık: Kısa kenarlara 4, uzun kenarlara 10 verdim.

Araştırmacı: Çevresinin peki 24 olduğunu nasıl biliyoruz?

Namık: Kısa kenar çarpı 2, uzun kenar çarpı 2. Yani toplamı ikisinin. Kısa kenarla kısa kenarı, uzun kenarla uzun kenarı topladım bir de ikisini toplayınca.

Araştırmacı: Tamam, peki başka bir dikdörtgen çizebilir miydin çevresi 24 olan?

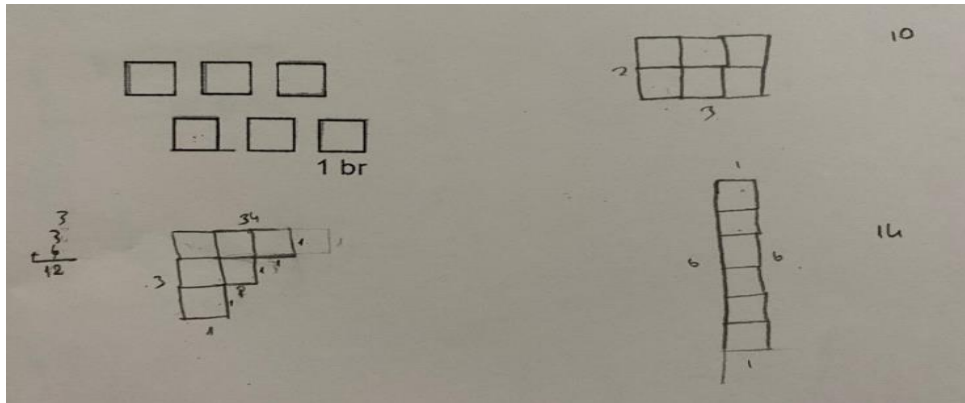
Namık: Evet çizilebilir.

Araştırmacı: Nasıl çizilebilirdi çizmeden yorum yapabilir misin?

Namık: 5 br, 5 br, 7 br, 7 br kenar uzunlukları olan bir dikdörtgen.

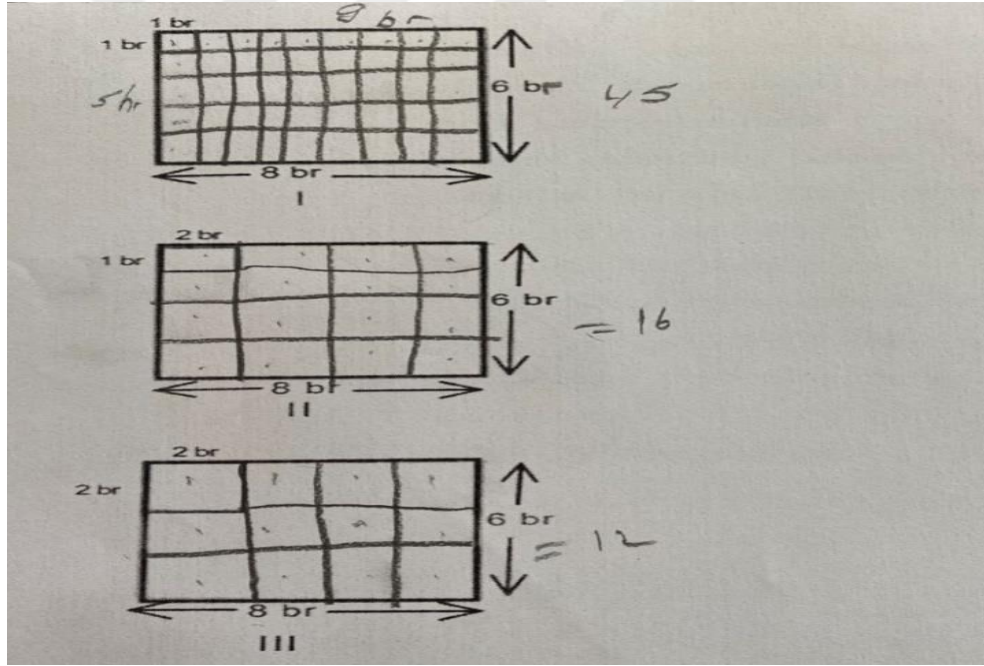
Namık, çevresi 24 br olan dikdörtgeni nasıl çizilebileceğini sözel olarak ifade edebilirken çizimde istenen birime uygun çizim yapamamıştır.

Görsel 13'te öğrencilerden soruda verilen altı eş karenin hepsini kullanarak en az bir kenarları ortak olmak koşulu ile bir şekil oluşturmaları ve oluşturdukları şeklin çevresini hesaplamaları istenmiştir. Sonrasında en az bir kenarları yine ortak olmak ve yine altı eş karenin tamamını kullanmak koşulu ile çevresi farklı dikdörtgenler oluşturmaları istenmiştir. Öğrencilerden Merve eş kareler ile kısa kenarı 2 br, uzun kenarı 3 br olan bir dikdörtgen oluşturmuş ve çevresini 10 br olarak hesaplamıştır. Yine altı eş karenin tamamını kullanılarak en az bir kenarları ortak olmak koşulu ile çevresi 10 br 'den farklı bir dikdörtgen çizmesi istendiğinde kısa kenarı 1 br, uzun kenarı 6 br olan bir dikdörtgen oluşturmuş ve çevresini 14 br olarak hesaplamıştır. Aynı koşulları sağlayan üçüncü bir şekil çizilebilir mi diye sorulduğunda ise altı eş kare ile çevresi 12 br olan bir şekil çizmiştir. Merve'nin verilen uzunluk ile çevre ilişkisini kurarak çizim ve ölçme yaptığı gözlemlenmiştir.



Görsel 13. Merve'nin Cevap Kâğıdı

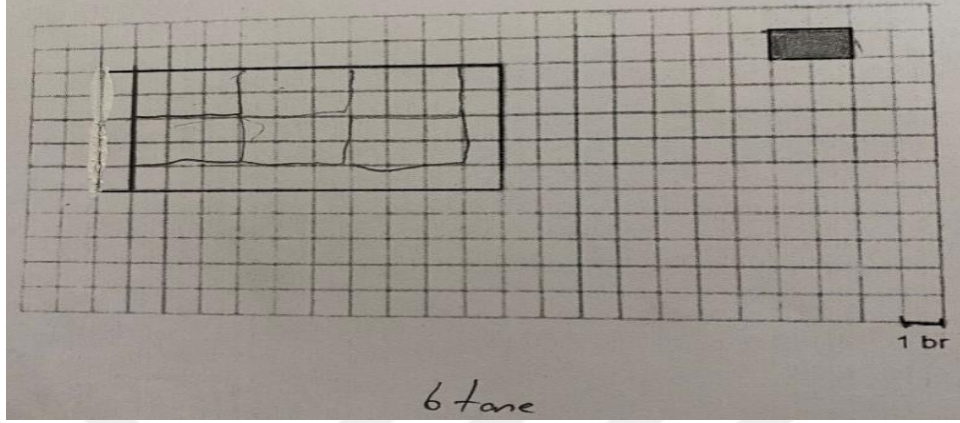
Alan Ölçümü. Görsel 14'te bu alt kategoriye yönelik bir öğrenci yanıtı, alan ölçümüne ilişkin bir soru örneği ile sunulmuştur. Görsel 14'te verilen soruda öğrencilere kenar uzunlukları verilen üç eş dikdörtgenin her birinin üzerinde gösterilen küçük dikdörtgenlerle tamamen kaplanmak istenildiği söylenmiştir. Öğrencilerden, birinci dikdörtgeni kenar uzunluğu 1 br olan karelerle tamamen kaplamak için kaç tane kareye ihtiyaç olduğunu, ikinci dikdörtgeni 2 br'e 1 br'lik dikdörtgenlerle tamamen kaplamak için kaç dikdörtgene ihtiyaç olduğunu ve üçüncü dikdörtgeni kenar uzunluğu 2 br olan karelerle tamamen kaplamak için kaç kareye ihtiyaç olduğunu hesaplamaları istenmiştir. Onlardan her bir dikdörtgen için bulduğu sayıları karşılaştırıp yorumlamaları beklenmiştir. Öğrencilerden Ayşe, soruda verilen birimlere uygun ölçme yapmamış, kendi belirlediği birimler ile istenen küçük dikdörtgen sayılarını hesaplamıştır. Ayrıca, birimleri belirlemek için çizimler yapmıştır. Ayşe'nin, son soru için doğru bir çizim yapmasına rağmen, verilen kenar uzunlukları ile birim ilişkisini kurmadan hesaplama yaptığı gözlenmiştir.



Görsel 14. Ayşe'nin Cevap Kâğıdı

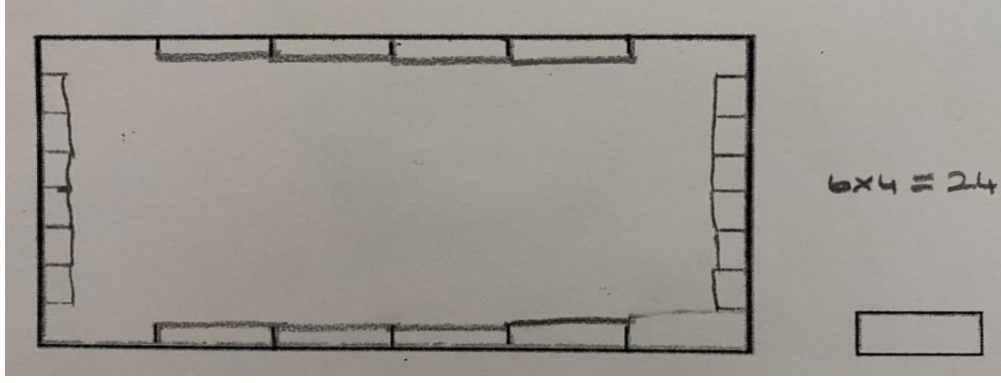
Görsel 15'te öğrencilerden, kareli zeminde içi boyanmış olarak verilen küçük dikdörtgenden kaç tanesi ile büyük dikdörtgenin tamamen kaplanacağını, önce çizim yapmadan sonrasında ise çizim yaparak hesaplamaları istenmiştir. Öğrencilerden Ayşe'ye Görsel 15'te verilen çizimi yaptıktan sonra nasıl düşündüğü sorulmuştur ve "İlk olarak bunun çevresini saydım (küçük dikdörtgeni gösterir) 6 br çıktı. 6 br taneden kaç

tane sığar diye çizerek hepsini dikdörtgenin içine sığdırdım, 6 tane buldum” açıklamasını yapmıştır. Ayşe’nin verilen birimin büyüklüğü ile alanın büyüklüğünü ilişkilendirmede güçlük yaşadığı ve uygun çizim yapamadığı görülmüştür.



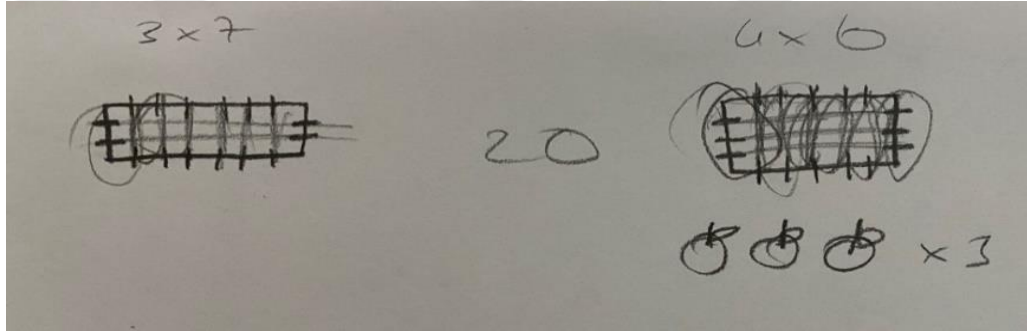
Görsel 15. Ayşe’nin Cevap Kâğıdı

Görsel 16’da öğrencilerden, verilen küçük dikdörtgenlerle büyük dikdörtgeni tamamen kaplamak için kaç tane küçük dikdörtgene ihtiyaç olduğunu önce çizim yapmadan hesaplamaları ve sonra çizim yaparak hesaplamaları ve buldukları sayıları karşılaştırmaları istenmiştir. Büyük dikdörtgenin kenar uzunlukları eş aralıkları gösterecek şekilde bölmelendirilmiştir. Küçük dikdörtgenin aralıklara tam sığıdığı belirtilmiştir. Bu soru için Necdet “Yine bir kenarı 6 cm, diğer tarafı 4 cm. çarparak bulabiliriz. Bir kenar ile diğer kenarı çarptım, 24 buldum” diyerek kenarlara yaptığı eksik çizimlerin birimi gösterdiğini düşündüğünü ifade etmiş ve buna göre hesaplama yapmıştır. Çizimi tamamlaması istendiğinde ise Necdet; “Tamamlanamaz. Yer sığmayabilir çünkü boyutları büyük” diyerek çizimi neden tamamlayamadığını ifade etmiştir. Necdet’in çizim yaparken küçük dikdörtgenin büyüklüğüne dikkat etmediği, çizimde büyüklüğüne uygun olmayan ve tamamen dolu olmak koşulunu sağlamayan bir çizim yaptığı görülmektedir.



Görsel 16. Necdet'in Cevap Kâğıdı

Görsel 17'de öğrencilerden Lale'nin, çevre uzunlukları eşit ve alanları birbirinden farklı iki dikdörtgenin çizimine ait yanıtı sunulmuştur.



Görsel 17. Lale'nin Cevap Kâğıdı

Bu soruya ilişkin Lale ile araştırmacı arasındaki diyalog aşağıda verilmiştir:

Lale: Çevrelerini 20 olacak şekilde düşündüm. 20'yi ikiye bölerek bir kısa bir de uzun kenarın toplamını 10 olarak buldum. 10 birçok sayının toplamı olabilir. Bu sayılardan çarpımları da farklı olacak şekilde birini 7'ye 3, diğerini de 6'ya 4 şeklinde çizdim.

Araştırmacı: Alanları farklı mı?

Lale: Çarpımları $7 \times 3 = 21$ ve $6 \times 4 = 24$ olduğu için farklıdır.

Araştırmacı: Peki çevresi yine 20 br ancak alanı bu iki dikdörtgenden farklı bir dikdörtgen var mıdır?

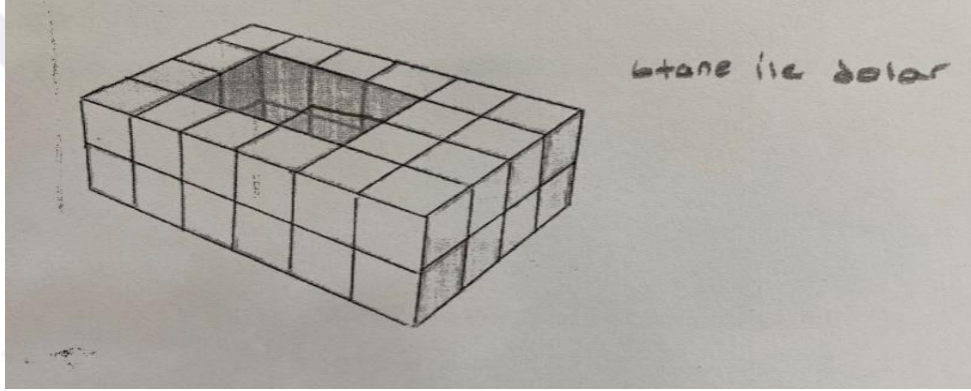
Lale: 8'e 2'lik ve 9'a 1'lik dikdörtgenlerin de çevreleri 20 br ancak alanları 16 ile 9'dur.

Araştırmacı: Peki çizimlerine bakarsak çevreler aynı iken alanlar neden değişti? Kenar uzunlukları aynı miktarda değişmişti.

Lale: Çarpımda değişim aynı olmaz ki. Çünkü 4 elmalı 6 sepet ile 3 elmalı 7 sepet aynı olmaz.

Lale'nin istenen koşula uygun çizim yapabildiği, birimin büyüklüğü ile alan ölçümünü ilişkilendirebildiği görülmektedir.

Hacim Ölçümü. Görsel 18'deki soru örneğinde öğrencilere prizmanın birim küplerden oluştuğu söylenmiş ve onlardan prizmadaki boşluğu tamamen doldurmak için gereken birim küp sayılarını hesaplamaları istenmiştir. Bu alt kategoride hacim ölçümüne ilişkin bir öğrenci yanıtı, ilgili soru örneği ile Görsel 18'de verilmiştir. Öğrencilerden Necdet, boşluğun sadece görünen katını birim küplerle doldurmuştur. Öğrencinin prizmadaki boşluğu oluşturan en, boy ve yüksekliğin birimle ilişkisini kurmada güçlük yaşadığı görülmüştür.

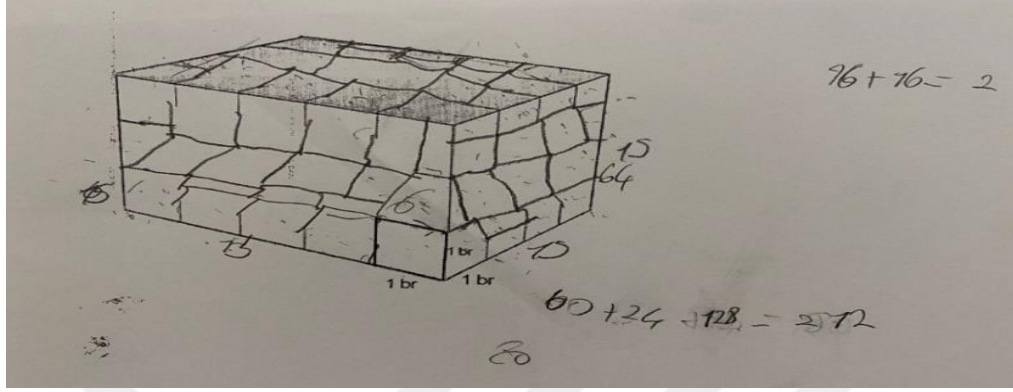


Görsel 18. Necdet'in Cevap Kâğıdı

Görsel 18'deki soru örneği için öğrencilerden Tarık, boşluğun hacmi yerine prizmayı tamamen dolu gibi düşünüp prizmanın hacmini hesaplamıştır. Öğrenci, boşluğun en, boy ve yükseklik uzunluklarının birimle ilişkisini kuramamıştır. Bu soru için öğrencilerden Merve; “12 tane. Bunun hacmini, boşluğun hacmini buldum. Görünen kenarları ile çarptım. Burada ilk olarak gözüken kenarları yazdım. 3 kere 2'den taban alanı 6 oldu. 6 ile 2yi çarpınca da 12. 2 de yüksekliği” açıklamasını yapmıştır. Merve'nin boşluğun hacmini hesaplarken görünen yüzün alanı ve boşluğun derinliği için birimin büyüklüğüne uygun olarak düşündüğü, birimin büyüklüğü ile ölçülecek büyüklüğü ilişkilendirdiği görülmüştür.

Görsel 19'da öğrencilere prizmanın ayrıtlarının eş aralıklara bölündüğü ve her bir aralığın 1 br olduğu belirtilmiştir. Öğrencilerden önce prizmayı oluşturan birim küp sayısını hesaplamaları, sonra çizim yaparak göstermeleri istenmiştir. Öğrencilerden Serkan, ayrıt uzunluklarını hesaplarken ve çizim yaparken her bir aralığı 3 br olarak

düşünmüş, prizmayı oluşturan birim küp sayısını buna göre hesaplamıştır. Serkan'ın birimin büyüklüğünün farkında olmadığı ve bu yüzden de prizmayı oluşturan birim küp sayısını hatalı hesapladığı görülmüştür.



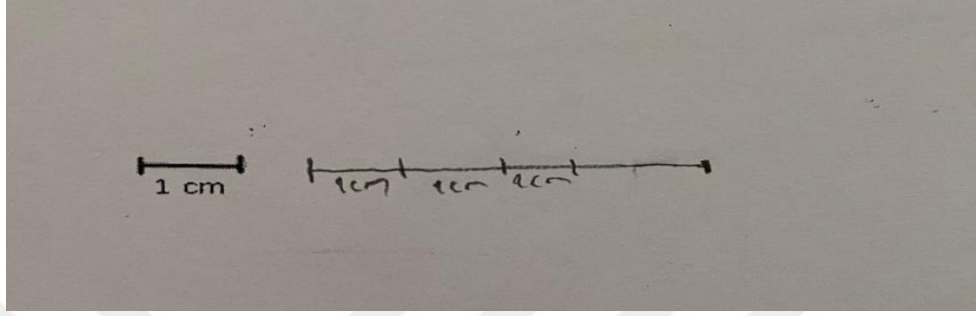
Görsel 19. Serkan'ın Cevap Kâğıdı

Standart Birim ile Ölçme İşlemini İlişkilendirme. Bu alt kategori öğrencilerin, standart birim kullanarak uzunluk, çevre, alan ve hacim ölçerken birim ile ölçme işlemini nasıl ilişkilendirdiklerini içermektedir. Standart birim ile ölçme işlemini ilişkilendirme kategorisine bağlı olarak birimin büyüklüğü ile ölçülecek büyüklüğü ilişkilendirme, birimleri organize ederek ölçme işlemine bağlı ilişkilendirme alt kategorileri oluşmuştur.

Birimin Büyüklüğü ile Ölçülecek Büyüklüğü İlişkilendirme. Öğrencilerin standart birim kullanarak uzunluk, çevre, alan ve hacim hesaplamalarını yaparken standart birim ile ölçülecek büyüklüğü ilişkilendirme durumlarına bu alt kategoride yer verilmiştir. Öğrencilerin, cetvel ile bir nesnenin uzunluğunu hesaplamasını gerektiren, en ve boy uzunlukları standart birim ile verilmiş çokgenlerin çevre ve alanlarını hesaplamasını gerektiren ve en, boy, yüksekliği birim cinsinden standart birim ile verilmiş prizmanın hacmini hesaplamasını gerektiren sorulara verdikleri bazı yanıtlar, bu kategoriyi oluşturmuştur.

Uzunluk Ölçümü. Görsel 20.'de bir öğrencinin istenilen bir uzunluğu belirlerken verilen birimi nasıl kullandığını gösteren cevap kâğıdına yer verilmiştir. Görsel 20'de öğrencilere soruda 1cm uzunluğun gösterildiği söylenmiş ve öğrencilerden bu 1 cm'yi örnek alarak 10 cm uzunluğunda bir doğru parçası çizmeleri istenmiştir. Öğrencilerin

Çizimlerinde 10 cm'ye yakın değerler bulmaları beklenmiştir. Öğrencilerden Tarık'ın çizimindeki uzunluğun gerçekten çok uzak, yaklaşık 5 cm olduğu fark edilmiştir. Çizim yaparken önce bir doğru parçası çizmiş ve doğru olup olmadığını sormuştur. Nasıl çizdiği, çizerken ne dūřundūęu sorulduğunda ise; *“şimdi burada 1 cm vermiş ğretmenim. Bende 1'leri toplaya toplaya 10 cm'yi buldum”* açıklamasını yapmıştır.



Görsel 20. Tarık'ın Cevap Kâğıdı

Öğrencilerden Tarık'ın çizimindeki uzunluğun gerçekten çok uzak, yaklaşık 4 cm olduğu fark edilmiştir. Çizim yaparken önce bir doğru parçası çizmiş ve doğru olup olmadığını sormuştur. Nasıl çizdiği, çizerken ne dūřundūęu sorulduğunda ise; *“şimdi burada 1 cm vermiş ğretmenim. Bende 1'leri toplaya toplaya 10 cm'yi buldum”* açıklamasını yapmıştır.

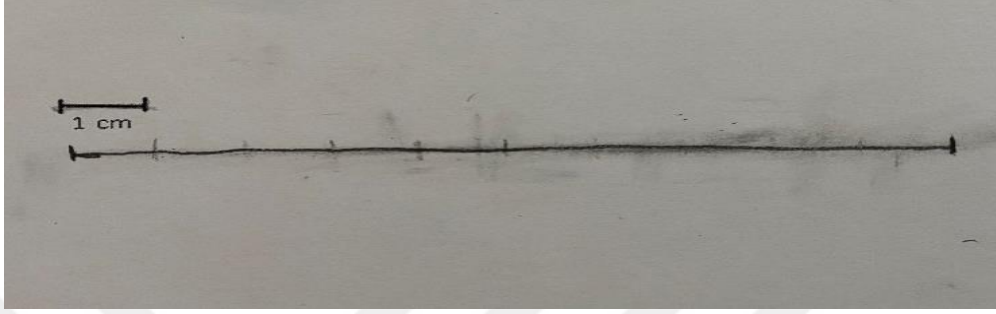
Tarık, ilk çiziminde 1cm'lik aralıkları belirtmediği için 1cm'lik aralıkları göstermesi istenmiştir. Bu duruma ilişkin ğrenci yanıtı aşağıda verilmiştir:

Tarık: Öğretmenim şurası 1 cm oluyor (doğru parçasında 1 cm'lik uzunluk çizer), şurası da 1cm oluyor (bir tane daha 1cm'lik uzunluk çizer) ğretmenim, böyle böyle gidiyor bu tarafa doğru (doğru parçasının diğer ucunu işaret eder). 1'ler topladığım ve 10cm oluyor topladığımda. Sonra da ğretmenim buraya mesela 1cm diyoruz (doğru parçasında bir tane daha 1cm'lik uzunluk gösterir) ya 3cm oluyor ğretmenim. Böyle böyle 10 cm.”

Tarık, 3cm'lik uzunluğu 1cm'ye uygun olarak oluşturmasına rağmen kalan uzunluğun 7cm'den ya da 7 aralıktan daha kısa olduğunu fark edememiştir. Tarık, verilen birimi, istenilen uzunlukla ilişkilendirmede güçlük yaşamıştır.

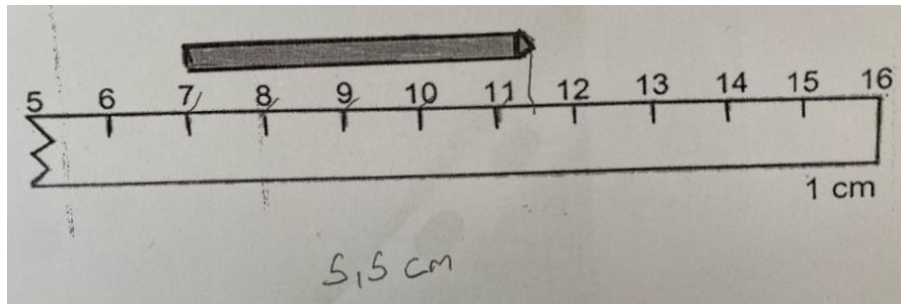
Görsel 21'de, öğrencilerden Lale'nin soruda verilen 1cm'lik uzunluğa göre çizdiği 10cm'lik doğru parçası görülmektedir. Lale izim yaparken standart olmayan lme aracı kullanmış ve kalemindeki desenlerden faydalanarak 1cm'lik aralığı belirleyip buna göre aynı aralığı 10 defa tekrar edip 10 cm'lik bir uzunluk çizmiştir. *“Kalemdeki*

belli desenleri kullanarak çizginin sınırlarını iki desen arası ayarladım. Bu şekilde çizimleri kontrol edeceğim. Göz kararı olarak hesapladım ama şimdi kalemimi kullanarak aralıkları eşitleyeceğim. Her desen arası bir cm'e karşılık gelir. Bu şekilde on kere sayacağım" şeklinde çizimini açıklamıştır. Çizdiği doğru parçasının uzunluğu 10,6 cm çıkmıştır.



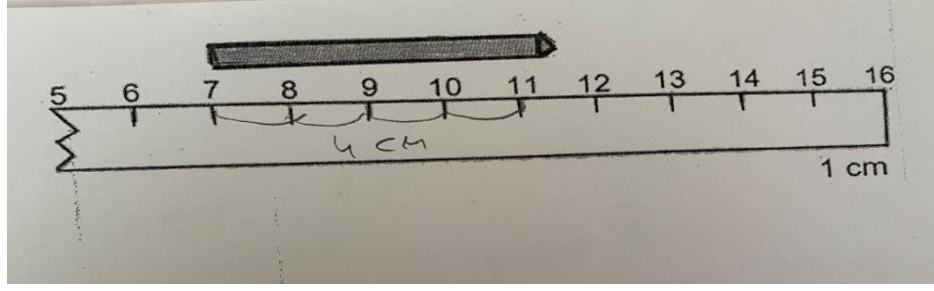
Görsel 21. Lale'nin Cevap Kâğıdı

Görsel 22'de verilen soruda öğrencilerden kalemin uzunluğu hakkında yorum yapmaları istenmiştir. Bu alt kategoriye yönelik uzunluk ölçme ile ilgili bir öğrenci yanıtı, Görsel 22'de sunulmuştur. Öğrencilerden Serkan'a nasıl hesapladığı sorulduğunda; "Saydım buraları 1,2,3,4,5 bir de burada yarım var. 5,5 (Çizgileri sayarak gösterir)" şeklinde açıklamıştır. Serkan, bu soruda kalemin uzunluğunu cetvel ile ölçerken aralıkları saymak yerine sayıların yerini gösteren çizgileri saymıştır.



Görsel 12. Serkan'ın Cevap Kâğıdı

Görsel 23'te Eda'nın soruda verilen kalemin uzunluğunu cetvel kullanarak hesaplarken sadece 1cm'lik aralıkları hesapladığı, 1cm'den kısa olan uzunluğu ihmal ettiği görülmektedir.



Görsel 13. Eda'nın Cevap Kâğıdı

Eda ile araştırmacı arasındaki diyalog aşağıda verilmiştir:

Eda: 7 cm ile 11 cm arasında duruyor. 5 cm olabilir.

Araştırmacı: Nasıl hesapladığını bana gösterir misin?

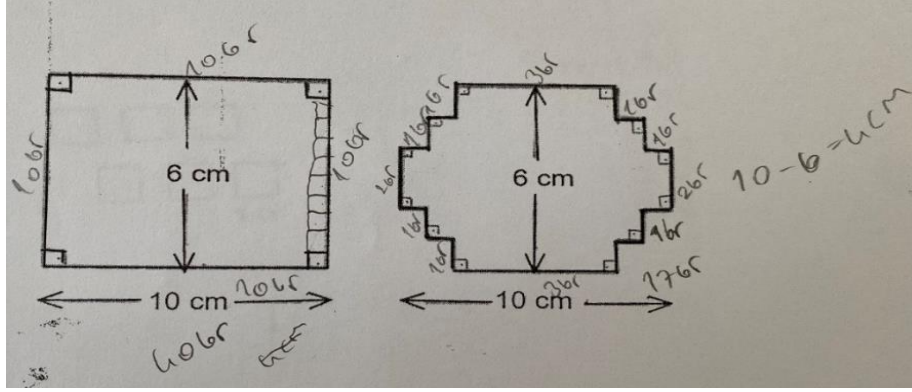
Eda: (Aralıkları sayar). Tam olarak 4 oldu.

Araştırmacı: Peki nasıl karar verdin? Bir daha anlatır mısın?

Eda: Kalemim tam olarak durduğu yer. Zaten yarısı olmadığı için 4 olduğunu düşünüyorum.

Görsel 23'teki soru için öğrencilerden Tarık, kalemin ucunun cetvelde denk geldiği sayının nesnenin uzunluğu olduğunu düşünmüş ve kalemin uzunluğunu 11,5 cm olarak ölçmüştür. Tarık'ın birimin büyüklüğüne uygun bir ölçme işlemi gerçekleştiremediği, birimin büyüklüğü ile ölçülecek büyüklüğü ilişkilendiremediği görülmektedir.

Çevre Ölçümü. Birimin büyüklüğü ile ölçülecek büyüklüğü ilişkilendirme alt kategorisine ilişkin başka bir öğrenci yanıtı Görsel 24'te sunulmuştur. Bu soruda, verilen çokgenlerin çevrelerinin hesaplanıp karşılaştırılması istenmiştir. Öğrencilerden Tarık, dikdörtgende kısa kenar uzunluğunun farkında olmadığı için hesaplama ihtiyacı hissetmiştir. Bunun içinde dikdörtgenin dik açısını, birim kare gibi değerlendirip kısa kenar boyunca birim kareler çizmiş ve çizdiği kare sayısına göre kısa kenar uzunluğunu standart olmayan birim ile hesaplamıştır. Çevresini hesaplarken 1 br'in 1cm'ye eşit olduğunu söyleyerek tüm kenar uzunluklarını toplamış ve 40 br bulmuştur. Düzgün olmayan çokgenin çevresini hesaplarken tüm doğru parçalarına tahmini değerler verip bunları toplamıştır.



Görsel 14. Tarık'ın Cevap Kâğıdı

Araştırmacı ve Tarık arasındaki diyalog aşağıda verilmiştir.

Tarık: Bunlar zaten 1 br (en kısa doğru parçaları). Öğretmenim bu şeklin etrafını bularak ondan sonra toplayarak bulabiliriz o şekilde yani.

Araştırmacı: Nasıl bulabiliriz peki etrafını?

Tarık: Öğretmenim burası 1 br olduğu için 1 br'leri topluyoruz.

Araştırmacı: Evet.

Tarık: Burası bence en fazla 2 br oluyor (merdiven basamaklarındaki uzun doğru parçası), burası da 2 br (karşısındaki uzunluk).

Araştırmacı: Anladım, karşılıklı eşit olduğunu düşünüyorsun.

Tarık: Evet. Burası da 3 br (yatay en uzun doğru parçası) oluyor. Diğerleri zaten 1 br oluyor öğretmenim. Bunları topluyoruz. Bu şeklin çevresini buluyoruz öğretmenim. 17 br

Düzgün olmayan çokgenin çevresini hesaplarken Tarık, doğru parçalarının her birinin uzunluğuna tahmini değerler vererek hesaplama ihtiyacı duymuştur. Tarık, çokgende dik uzaklıklar belli olmasına rağmen verilen birimleri çevre hesaplamasında kullanamamış, birimin büyüklüğü ile ölçülecek büyüklüğü ilişkilendirememiştir.

Görsel 24'teki soru için öğrencilerden Kübra'ya düzgün olmayan çokgenin çevresini nasıl hesapladığı sorulduğunda "Hayali olarak şu dikdörtgeni şu tarafa getirdim (doğru parçalarını şekli dikdörtgen yapacak şekilde taşıır), şu kenarını da şuraya getirdim. Bunu biraz kesmiş yani bunu dikdörtgene çevirebiliyoruz hocam taşıyarak bu kenarlarını. Çevresi yine 32 çıkar" şeklinde ifade etmiştir.

Öğrencilerden Lale ise düzgün olmayan çokgenin çevresi için; "İkinci şekilde doğru parçalarını dışarıya taşırsak uzun kenar yine aynı çıkar. Aynı şeyi kısa kenarda da yapabiliriz. O da 6cm olur. Bu yüzden iki şeklin çevreleri birbirine eşittir" açıklamasını yapmıştır.

Öğrencilerden Eda, Görsel 24'te verilen sorudaki iki şeklin de çevresinin, kenar uzunlukları verilmediği için hesaplanamayacağını söylemiştir. Araştırmacı ve Eda arasındaki diyalog aşağıda verilmiştir.

Araştırmacı: Kâğıtta verilen iki şeklin çevrelerini hesaplayıp karşılaştırabilir miyiz?

Eda: Ortayı vermiş ama kısa kenarı vermemiş.

Araştırmacı: Ne düşünüyorsun?

Eda: Bu iki yerin arasını 6 cm demiş, ama kısa kenarı vermemiş.

Araştırmacı: Çevresini hesaplayabilir miyiz peki?

Eda: Buranın kısa kenar olması lazım. Kısa kenar verilmemiş.

Araştırmacı: Ne düşünüyorsun?

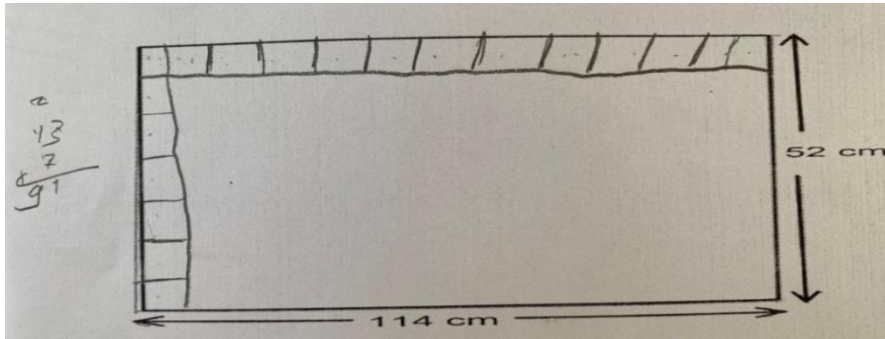
Eda: Hesaplamak için kısa kenara ihtiyacım var.

Araştırmacı: Peki, düzgün olmayan çokgenin çevresini hesaplayabilir misin?

Eda: Onu da hesaplayamayız. Çünkü birimlerin hiçbiri verilmemiş. Parçaların hepsini toplamamız gerekir, ama verilmemiş.

Öğrencilerden Eda'nın çokgenlerin paralel kenarları arasındaki dik uzaklıklar belli olmasına rağmen kenar uzunlukları doğrudan verilmeyince çevreyi hesaplayamadığı görülmektedir.

Alan Ölçümü. Birimin büyüklüğü ile ölçülecek büyüklüğü ilişkilendirme alt kategorisine ilişkin bir öğrenci yanıtı Görsel 25.'te sunulmuştur. Görsel 25'te öğrencilerden kenar uzunlukları standart birim ile verilmiş dikdörtgenin alanını hesaplamaları istenmiştir. Öğrencilerden Ayşe, soruda verilen birimleri kullanmamış, dikdörtgenin kısa ve uzun kenarını birim kareler çizerek standart olmayan birimle hesaplamış ve bu uzunluklara göre alan hesabı yapmıştır.



Görsel 15. Ayşe'nin Cevap Kâğıdı

Bu çözüme ilişkin araştırmacı- Ayşe arasındaki diyalog aşağıda verilmiştir.

Araştırmacı: Kenar uzunlukları 114 cm'ye 52 cm olan bir dikdörtgenimiz var.

Bana bu dikdörtgenin alanını hesaplayabilir misin?

Ayşe: Çarparsak çevresini bulacağız. O yüzden bölersek alanını mı buluruz?

Araştırmacı: Bana alanını bulabilir misin?

Ayşe: (114'ü 52'ye böler ve tam bölünmediği için işlemini siler). (Dikdörtgenin kısa kenarına 7, uzun kenarına 13 br kare çizerek kenar uzunluklarını hesaplar). Hocam 91 buldum.

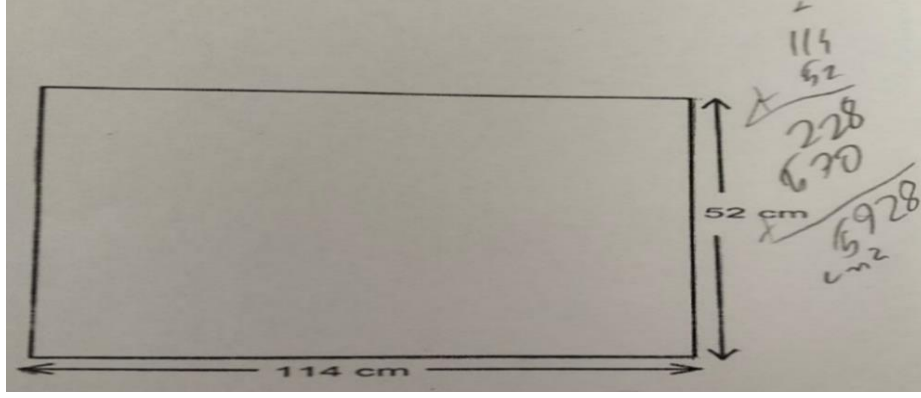
Araştırmacı: Nasıl bulduğunu anlatabilir misin?

Ayşe: Önce kenarlarına kareler çizimi yaptım. Sonra kısa kenarını çizdim, uzun kenarını çizdim. Sonra bunları çarptım. 91 buldum içini.

Ayşe'nin şekil üzerinde verilmiş standart birimi ölçme işlemi için kullanmadığı, bunun yerine birimleri kendisinin belirlediği, ancak bu birimlerin sorudakinden farklı olduğu görülmektedir. Bunun sonucunda hesaplamada hata yapan Ayşe'nin, birim ile ölçülecek büyüklüğü ilişkilendirilmede güçlük yaşadığı görülmektedir.

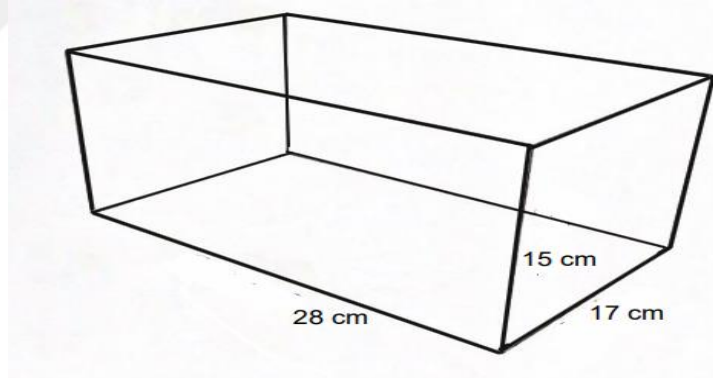
Birimleri Organize Ederek Ölçme İşlemine Bağlı İlişkilendirme. Öğrencilerin, standart birimle kenar uzunlukları verilmiş olan dikdörtgenin alanını hesaplarken veya ayırt uzunlukları verilen prizmanın hacmini hesaplarken satır-sütun veya taban alanı-yükseklik ilişkisini açıklama yoluyla ölçme yapmaya çalıştıkları görülmüştür.

Alan Ölçümü. Görsel 26'da bu alt kategoriye yönelik alan ölçümünü içeren bir öğrenci yanıtı, ilgili soru örneği ile sunulmuştur. Görsel 26'da öğrencilerden kenar uzunlukları standart birimle verilmiş dikdörtgenin alanını hesaplamaları ve ardından ilk kullandıkları yoldan farklı bir yolla alanı hesaplamaları beklenmiştir. Öğrencilerden Namık, dikdörtgenin alanını iki kenar uzunluğunu çarparak bulmuştur. Çarpma işleminin nedeni olarak; “Çünkü burada 52 bunun yüksekliği yani kaç tane bu sıradan olduğu, 114 ise buradaki kaç tane yani bir sırada kaç tane olduğu. Yükseklikle bir sırada kaç tane olduğunu bulmak için çarptım.” açıklamasını yapmıştır.



Görsel 26. Namık'ın Cevap Kâğıdı

Hacim Ölçümü. Görsel 27'de birimleri organize ederek ölçme işlemine bağlı ilişkilendirme alt kategorisine ilişkin soru örneği verilmiştir. Bu soruda, öğrencilerden standart birimle en, boy ve yükseklik uzunlukları verilmiş prizmanın hacmini hesaplamaları istenmiştir. Ayrıca hacmin, farklı bir yöntem ile de hesaplanıp hesaplanamayacağı sorulmuştur.



Görsel 27. Hacim Ölçme Sorusu

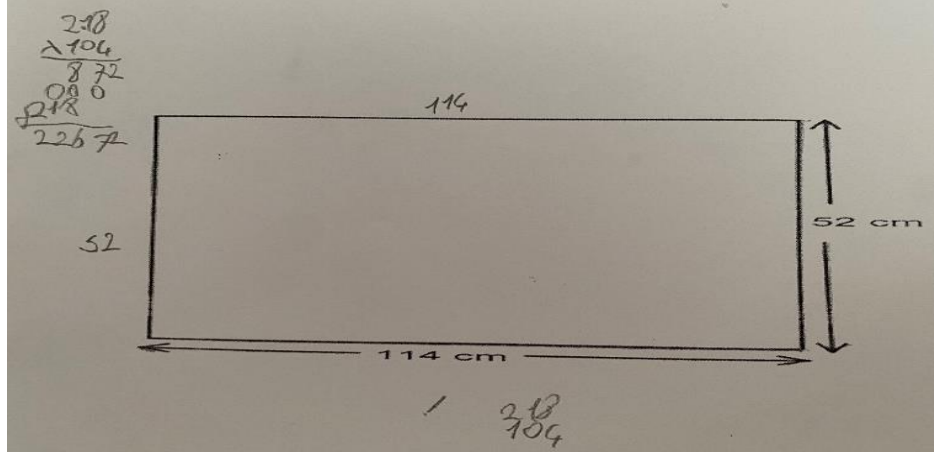
Öğrencilerden Namık, en, boy ve yükseklik değerlerini çarparak prizmanın hacmini 7140cm^3 olarak bulmuştur. Neden bu işlemi kullandığı sorulduğunda, taban alanını bulup bu tabandan kaç kat olduğunu hesaplamak için yükseklikle çarptığını ifade etmiştir.

Öğrencilerden Kübra, bu soru için prizmanın hacmini, hacim formülü ile hesaplamıştır. Farklı bir yöntem olup olmadığı sorulduğunda; “Hocam şimdi burada birim kare olarak ben yaptım hocam. Yine bunun taban alanını bulmak için burada mesela kaç tane birim küp olduğunu mesela burada böyle bir şey var (tabanını birim

karelere ayırmaktan bahseder) burada 28 tane var, burada 17 tane var. Tek tek saymak yerine alanını buluyorduk. Hocam bir de bunun üstü var, yani tamamını bulsaydık bu şeklin hacmi oluyor. O yüzden direk üstüyle çarpıyoruz. Üstü de 15 br uzunlukta olduğu için” açıklamasını yapmıştır. Bu soru için öğrencilerden beşi hacmin sadece formül ile hesaplanabileceğini ve hacmi hesaplamak için farklı bir yöntem olmadığını ifade etmiştir.

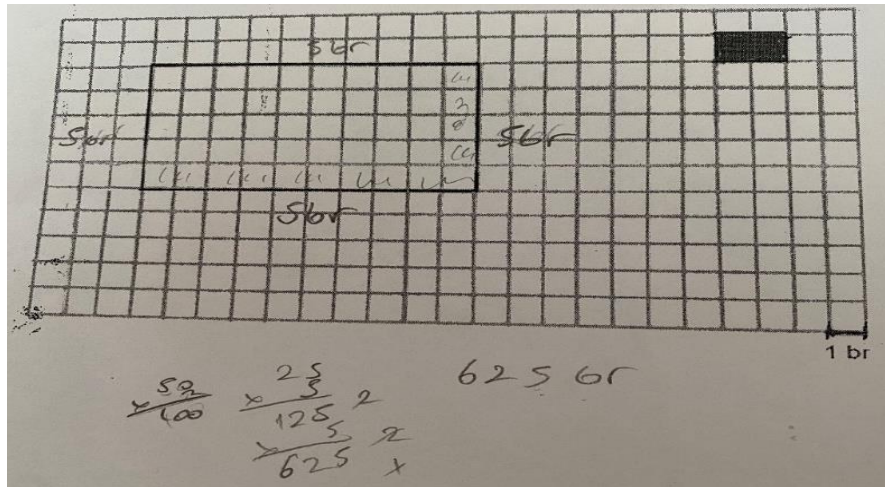
Formül ile Kavramı İlişkilendirme. Formül ile kavram ilişkisine ilişkin düşüncelere, alan ve hacim hesabı içeren soruların yanıtlarının analizlerinden ulaşılmıştır. Alan ve hacim hesaplamalarını içeren soruları yanıtlarken öğrencilerin bazıları formül ile kavram ilişkisi kurabilmiş, bazıları bu ilişkiyi kısmen kurabilmiş, bazıları bu ilişkiden uzak açıklamalar ve hesaplamalar yapmıştır.

Alan Ölçümü. Formül ile kavramı ilişkilendirme alt kategorisine ilişkin bir öğrenci yanıtı Görsel 28’de sunulmuştur. Bu soruda, öğrencilerden kenar uzunlukları standart birim ile verilen bir dikdörtgenin alanını hesaplamaları istenmiştir. Öğrencilerden Serkan, alanı hesaplarken iki kısa kenarı toplamış ve iki uzun kenarı toplamıştır. Bulduğu toplamaları birbiri ile çarparak alanı hesaplamıştır. Öğrenciye işleminin gerekçesi sorulduğunda; “Çünkü içini yani şeklin kapladığı alanı buluyoruz. İçini buluyoruz şeklin, kenarlarını bulduğumuz için çarpıyoruz” açıklamasını yapmıştır. Formülün anlamı sorulduğunda ise “Formülün anlamı yani toplam kapladığı yer, içinin kapladığı yer olabilir” yanıtını vermiştir. Formülü, satır ve sütun ilişkisi kurarak açıklayamamış, alan formülünü iki kısa kenarın toplamı ile iki uzun kenarın toplamını çarparak yanlış uygulamıştır, formülü alan kavramı ile ilişkilendirememiştir.



Görsel 28. Serkan'ın Cevap Kâğıdı

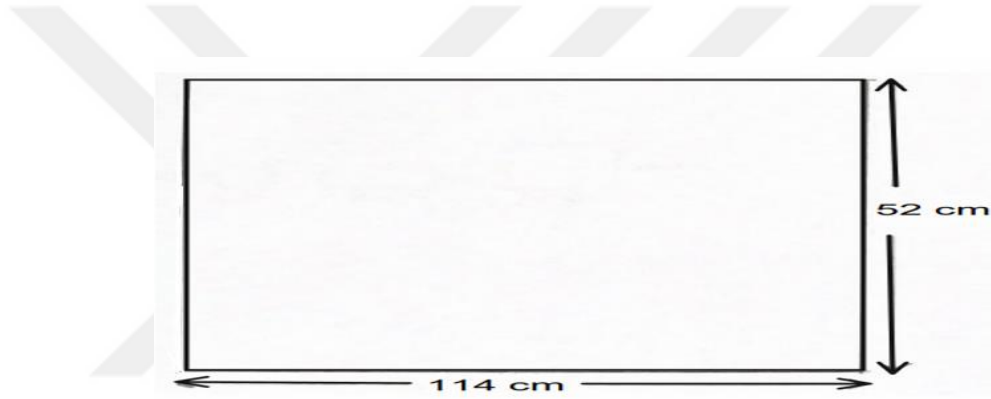
Görsel 29'da öğrencilerden siyah küçük dikdörtgenlerden kaç tanesi ile büyük dikdörtgenin tamamen kaplanabileceğini önce çizim yapmadan sonra çizim yaparak bulmaları istenmiştir. Öğrencilerden Tarık, hesap yaparken dikdörtgenin kısa kenarlarına 2 br, uzun kenarlarına da 5 br yazarak küçük dikdörtgenden kaç tane sığacağını hesaplamaya çalışmıştır. Tarık, “Tabanı 5 br çıkıyor öğretmenim, burası 2 br çıkardı, burası da 2 br çıkardı öğretmenim eşit olduğu için. Burası da 5 br. (Dikdörtgenin kısa kenarlarına 2 br, uzun kenarlarına 5 br yazar). Sonra bunları alan dediği için çarpardım. Eğer çevre demiş olsaydı öğretmenim toplayacaktım, alan dediği için çarpıyorum. 100 çıkıyor (25 ile 4’ü çarpar)” olarak hesabını açıklar. Hesaplarken tüm kenar uzunluklarını birbiri ile çarparak alan hesabı yapmıştır. Çizim yaparak hesaplaması istendiğinde ise her bir kenara beş tane küçük dikdörtgen sığacağını söyleyip yine alan hesabını, tüm kenar uzunluklarını birbiri ile çarparak yapmıştır.



Görsel 29. Tarık'ın Cevap Kâğıdı

Tarık çizimi için “Bir saniye buranın 5 br olması lazım öğretmenim 2 br değil 5 br olması lazım öğretmenim ben yanlış hesaplamışım. 5 tane var öğretmenim bunun içinde yani tabanında (uzun kenar). Yüksekliğinde de 5 br var (kısa kenar) öğretmenim. Sonra burası eşit olduğu için tabanı, burası da eşit oluyor (karşılıklı uzun kenarlar), yüksekliği de aynı olduğu için burada aynı oluyor öğretmenim (karşılıklı kısa kenarlar). Sonra alan dediği için hepsini çarptım, 625 br buldum. Eğer çevre demiş olsaydı öğretmenim bunların hepsini toplardık.” açıklamasını yapmıştır. Tarık’ın alan formülünü tüm kenar uzunluklarının çarpımı olarak uyguladığı, alan formülünü sadece çarpma işlemi ile ilişkilendirdiği ve kavramsal anlamla ilişkilendirmediği görülmektedir.

Görsel 30’daki soruda öğrencilerden standart birim ile kenar uzunlukları verilmiş dikdörtgenin alanını hesaplamaları ve formülün gerekçesini açıklamaları istenmiştir.

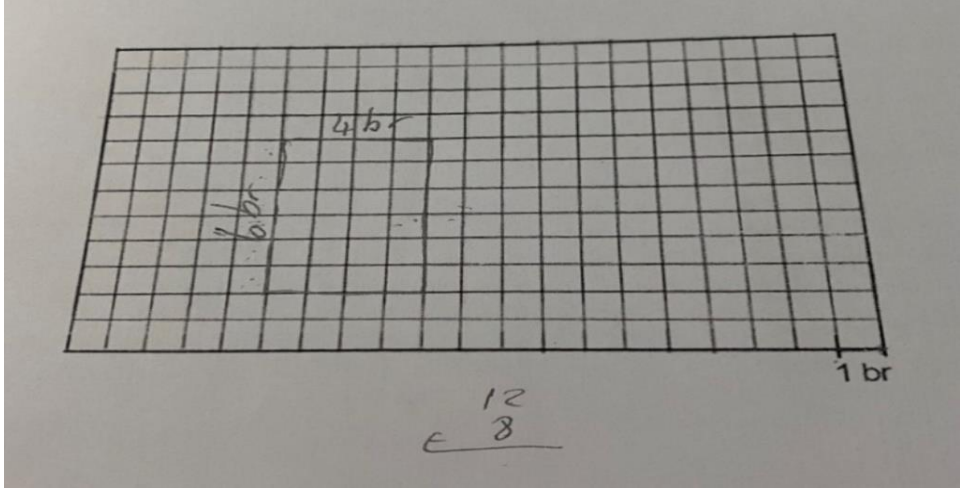


Görsel 30. Alan Ölçme Sorusu

Öğrencilerden Necdet, kısa kenarı ile uzun kenarını çarparak alanı hesaplamıştır. Necdet’e formülün gerekçesi sorulduğunda; “Uzun kenar çarpı kısa kenar. Dikdörtgen bir şekil olduğu için” açıklamasını yapmıştır. Öğrenci sadece ezberlediği dikdörtgen formülünü açıklamış, formülü alan kavramı ile ilişkilendirememiştir.

Bu soru için öğrencilerden Namık, uzun kenar ile kısa kenarı çarparak alanı hesaplamıştır. Neden çarptığı sorulduğunda ise “Çünkü burada 52 bunun yüksekliği yani kaç tane bu sıradan olduğu, 114 ise buradaki kaç tane yani bir sırada kaç tane olduğu gösterir. Yükseklikle bir sırada kaç tane olduğunu çarptım.” şeklinde satır- sütun ilişkisi kurarak formülü alan kavramı ile ilişkilendirmiştir.

Görsel 31’de öğrencilerden kareli zemine çevresi 24 br olan bir dikdörtgen çizmeleri istenmiştir. Öğrencilerden Ayşe, kısa kenarı 4 br ve uzun kenarı 6 br olan bir dikdörtgen çizmiştir.



Görsel 31. Ayşe'nin Cevap Kâğıdı

Bu soru için araştırmacı ile Ayşe arasındaki diyalog aşağıda verilmiştir.

Araştırmacı: Çevresini hesaplar mısın?

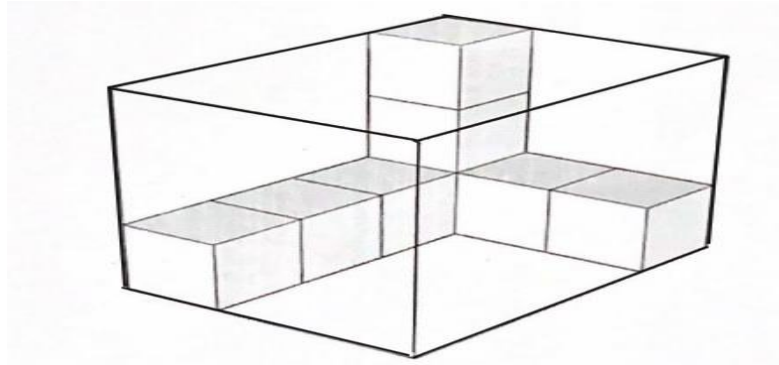
Ayşe: İki tane uzun kenar olduğu için 6, 6 daha 12. 4, 4 daha 8 ediyor; ama burada 20 çıktı; ama biz çarpabildik. Ben çarptığımda 24 çıkıyor.

Araştırmacı: Çevresini nasıl hesapladığını anlatır mısın?

Ayşe: Uzun kenarla kısa kenarı çarptım.

Öğrencilerden Ayşe'nin çevreye değil alana göre bir çizim yaptığı ve sonrasında çevreyi hesaplarken kararsız kaldığı, çevre hesabı ile alan hesabını karıştırdığı fark edilmiştir. Çevre kavramı ile çevre formülünü ilişkilendirmede güçlük yaşadığı görülmüştür.

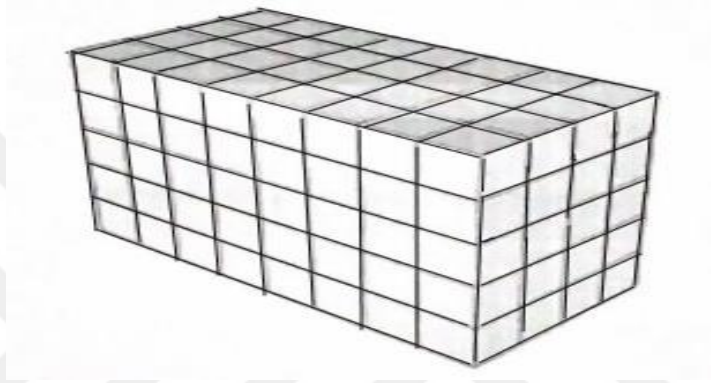
Hacim Ölçümü. Bu alt kategoriye ilişkin bir soru örneği Görsel 32.'de sunulmuştur. Bu soruda öğrencilerden, prizma birim küplerle tamamen dolu olduğunda, prizmanın toplamda kaç birim küp alabileceğini bulmaları istenmiştir.



Görsel 32. Hacim Ölçme Sorusu

Öğrencilerden Necdet, “Öğretmenim şu an aklıma nasıl yapabileceğim gelmiyor. Şey yapıyorduk ya çarpıp alanını, bir kenarıyla diğer kenarını. Şu an o aklıma gelmiyor. Bizim bir yöntemimiz vardı. Şeylerine göre işlem yapıyorduk. Onu şu an tam hatırlayamıyorum ama...” açıklamasını yapmış, formülü hatırlayamadığı için hesaplayamayacağını ifade etmiştir. Necdet’in formülü ezberlediği, kavramla ilişkilendirmediği ve formülü hatırlamayınca da hesaplama yapamadığı söylenebilir.

Görsel 33’teki soruda, öğrencilerden prizmayı oluşturan birim küp sayısını hesaplamaları istenmiştir.



Görsel 33. Hacim Ölçme Sorusu

Bu soru için öğrencilerden Eda ile araştırmacı arasındaki diyalog aşağıda verilmiştir.

Araştırmacı: Birim küplerle tamamen dolu prizmadaki birim küp sayısını bulabilir misin? Bu şekilde kaç tane birim küp vardır?

Eda: 160.

Araştırmacı: Nasıl hesapladın?

Eda: Eni, boyu ve yüksekliğine baktık. 8, 5 ve 4. Bunların hepsini çarptık. Aynı zaman da bu, bu cismin hacmi.

Araştırmacı: Peki bu üç sayıyı da çarpmadan bulabilir miydik?

Eda: Hepsini teker teker sayarak da bulabilirdik.

Araştırmacı: Sayabilir miyim birim küp sayısını?

Eda: Evet, ama çok zor.

Araştırmacı: Neden?

Eda: Çünkü çok fazla ve arkada görünmeyenler var.

Araştırmacı: Sayamaz mıyız?

Eda: Sayabiliriz. Burası 5 ve burası 8. Çarparsak 40 olur. Bu şekilde 4 tane var ve 4 ile çarparsak yine 160 olur. (Öncelikle 8 br’e 5 br lik ayrıtları göstererek onların oluşturduğu alanını hesaplamış, daha sonra 4 br’lik ayrıtı göstererek bu alanı 4 ile çarpmıştır.)

Araştırmacı: Peki başka türlü de sayabilir miyiz?

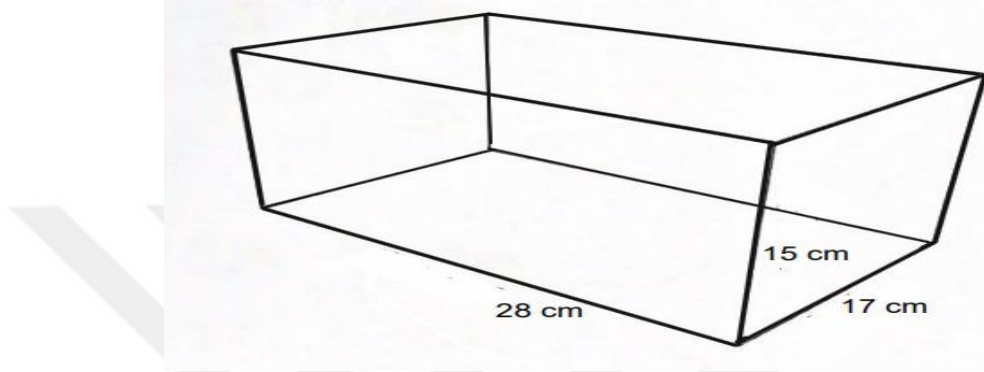
Eda: Teker teker.

Araştırmacı: Sayar mısın peki?

Eda: (8 br'e 5 br lik ayrıtları göstererek onların oluşturduğu alanı tek tek sayar ve 40 bulur) Bu şekilde 4 sıra daha var.

Eda'nın hesaplarken farklı yöntemler kullanabildiği, satır- sütun ilişkisi ile de açıklayabildiği ve formülü kavram ile ilişkilendirdiği görülmektedir.

Görsel 34'teki soruda, öğrencilerden standart birim ile ayrıt uzunlukları verilen prizmanın hacmini hesaplamaları, kullandıkları formülü gerekçelendirmeleri istenmiştir.

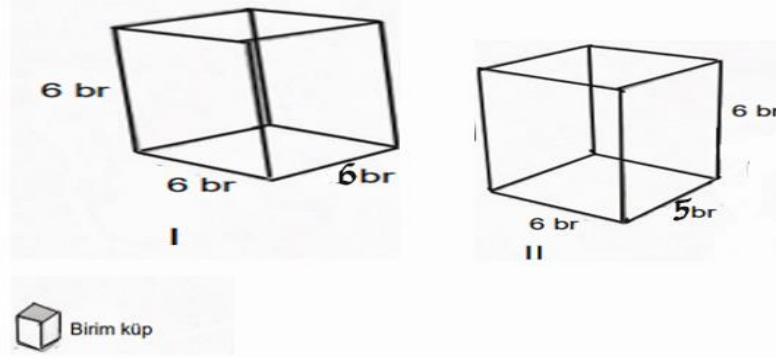


Görsel 34. Hacim Ölçme Sorusu

Öğrencilerden Tarık, verilen ayrıt uzunluklarını çarparak hacmi hesaplamıştır. Neden çarptığı sorulduğunda ise hacim dediği için çarptığını söylemiştir. Formülün neden bu şekilde çarpma işlemi içerdiği sorulduğunda ise; “Öğretmenim şimdi toptasak 7140 cm'den (prizmanın en, boy ve yükseklik uzunluklarını çarparak bulur) az bir sayı çıkacak. E dikdörtgene de yetmezdi öğretmenim, aynı diğer sorudaki gibi öğretmenim, mesela aralarda boşluk kalırdı. E tamamen doldurmak istiyorsak öğretmenim çarpıyoruz ve hacmini 7140 cm buluyoruz.” açıklamasını yapmıştır. Tarık'ın formülün gerekçesi olarak toplamaya göre sonucun daha büyük çıkması, şeklin tamamen dolmaması diye ifade ettiği ve formülü kavram ile ilişkilendirmede güçlük yaşadığı görülmüştür.

Bu soru için öğrencilerden Merve en, boy ve yükseklik değerlerini çarparak prizmanın hacmini hesaplamıştır. Hacim hesaplarken neden çarpma işlemi yaptığı, formülün gerekçesi sorulduğunda ise; “Formülü, alanın çarpımından geliyor bence. Sadece taban alanını dikdörtgen olarak buluyoruz, bunu üst üste koyunca da prizma elde ediyoruz” açıklamasını yapmıştır. Merve'nin hacim kavramını formülü ile ilişkilendirdiği görülmektedir.

Görsel 35'te ki soruda, öğrencilerden prizmaların her birinin birim küplerle tamamen doldurulması için gereken birim küp sayılarını bulmaları istenmiştir. Öğrencilere buldukları sayıları karşılaştırmaları söylenmiştir.



Görsel 16. Hacim Ölçme Sorusu

Öğrencilerden Eda, her iki prizmayı dolduran birim küp sayılarını hacim formülü ile bulmuştur. Karşılaştırması istendiğinde ise birinci cismin hacminden ikinciye çıkararak hesaplamıştır. Eda'ya farklı bir yöntem ile de hesaplanıp hesaplanamayacağı sorulduğunda ise sadece bu sayıları birbirinden çıkararak bulunabileceğini söylemiştir. Eda'nın cisimlerin hacimleri arasındaki farkın, prizmaların en, boy ve yükseklik uzunluklardan sadece birinin farklı olmasından kaynaklandığını göremediği, bu duruma uygun bir açıklama yapamadığı görülmüştür.

Bu soru için araştırmacı ve Lale arasındaki diyalog aşağıda verilmiştir.

Araştırmacı: İki tane prizmamız var. Bu prizmaları örnek olarak gösterilen birim küplerle doldurmak istiyoruz. Bunun için gereken birim küp sayısını hesaplar mısın?

Lale: $6 \times 6 = 36$. 36'yı 6 ile çarparsak 216. 36'yı 5 ile çarparsak 180.

Araştırmacı: Neden farklı sence?

Lale: 6,6,6'lık prizmanın önüne bir sıra daha fazla eklediğimiz için.

Araştırmacı: Bu eklenen ne kadarlık fark yaratır?

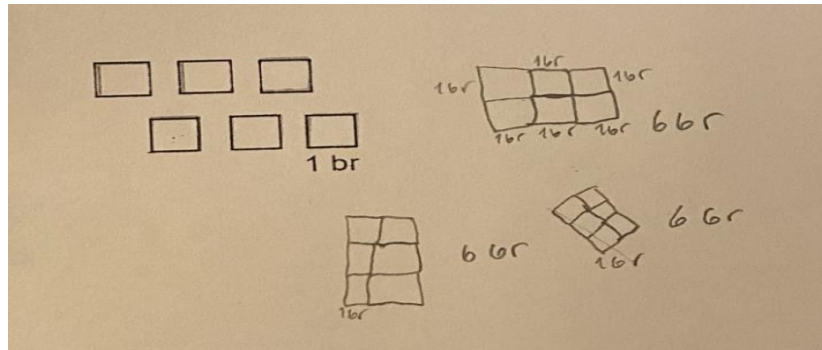
Lale: 36 br^3 lük fark yaratır.

Öğrencilerden Lale'nin prizmaları oluşturan birimlerin farkında olduğu, formülü kullanırken hacim kavramı ile ilişkilendirebildiği görülmüştür. Öğrencilerden Namık, formül ile prizmaları oluşturan birim küp sayılarını hesaplamış ve karşılaştırabilmek için sayıları birbirinden çıkarmıştır. Bu işlemlerin dışında farklı bir yöntemle de hesaplanıp hesaplanamayacağı sorulduğunda; "Aslında olabilir. 6 kere 6, 36 oluyor. 6 kere 5, 30

oluyor. Aradaki fark 6. Buradaki kenar 6 kere 6'dan 36 çıkıyor (küpteki yüksekliği gösterir). 180 ile 216 arasında da 36 fark var” şeklinde yükseklik farkından da açıkladığı görülmektedir. Namık’ın formülü kavram ile ilişkilendirdiği söylenebilir.

Birimin Niteliği ile Ölçülecek Niteliği İlişkilendirme. Öğrencilerin, çevre hesaplarken uzunluğu, alan hesaplarken birim kareyi ve hacim hesaplarken birim küpü kullanma süreçlerindeki birimin niteliği ile ölçülecek niteliği ilişkilendirme durumları, bu temanın içeriğini oluşturmaktadır. Öğrencilerin, çevre ve hacim kavramlarına ilişkin sorulara verdikleri yanıtlardan, niteliğine uygun birim kullanarak çizim yapmada veya verilen birimle bir nesneyi ölçerken birimin niteliği ile ölçülecek niteliği ilişkilendirerek ölçme yapmada farklı güçlükler yaşadıkları belirlenmiştir.

Çevre Ölçümü. Bu kategoriye ilişkin bir öğrenci yanıtı ve ile ilgili soru örneği Görsel 36.’da sunulmuştur. Bu soruda öğrencilerden verilen altı eş karenin tamamını kullanarak en az bir kenarları ortak olmak koşulu ile bir şekil oluşturmaları istenmiştir. Sonrasında oluşturdukları şeklin çevresini hesaplamaları ve aynı koşulları sağlayan, çevresi birinciden farklı ikinci bir şekil oluşturmaları istenmiştir. Daha sonra, aynı koşulları sağlayan, çevresi birinciden ve ikinciden farklı olan bir üçüncü şekil var ise bunu da çizimleri istenmiştir.

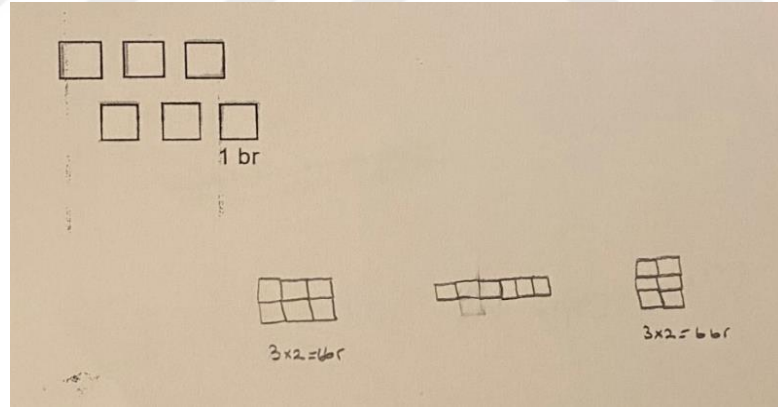


Görsel 36. Tarık’ın Cevap Kâğıdı

Öğrencilerden Tarık, 6 eş kare ile üç şekil oluşturmuştur. Tarık çevrelerini; “1 br demiş. Hepsi 1 br oluyor (uzunlukları yazar ama hepsini değil). Bu 1 br’leri topluyoruz öğretmenim, 6 br oluyor” açıklamasını yapmıştır. Çevrelerini hesaplarken uzunluklarını hesaplamak yerine kare sayılarına bakarak soruyu yanıtlamıştır. Çevresi 6 br’den farklı

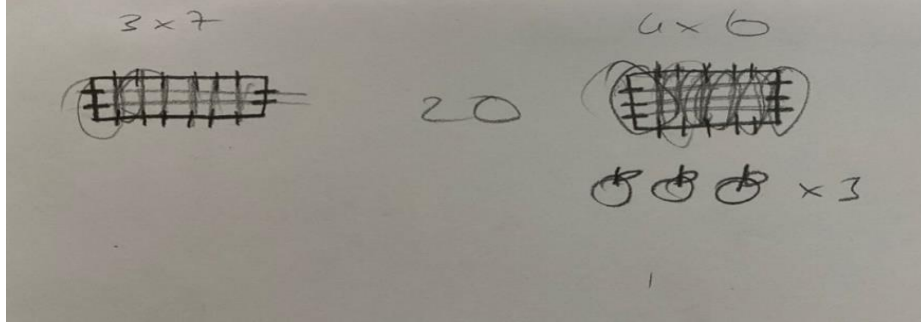
bir şeklin çizilip çizilemeyeceği sorulduğunda ise; “Çizilebilir öğretmenim. Burada 7 br kare olsaydı yani burada bir tane daha kare olsaydı 7 tane kare olmuş olurdu. O zaman bizde buraya 6 değil 7 tane kare çizmiş olacaktık. Bu da 7 br olacaktı öğretmenim, buraya 1 br dediği için 1 br’leri toplardık, 7 br olurdu.” açıklamasını yapmıştır. Tarık, çevre uzunluğunun değişiminin kare sayısına bağlı olabileceğini düşünmüştür.

Görsel 37’de aynı soru için öğrencilerden Necdet’in yanıtına yer verilmiştir. Necdet, ilk olarak 3’e 2 br’lik bir dikdörtgen oluşturmuştur. Bu şeklin çevre uzunluğu sorulduğunda “Bir tarafı 3, diğer tarafı 2. Çarparak 6 bulabiliriz.” açıklamasını yapmıştır. Aynı koşulları sağlayan, çevresi farklı ikinci bir şekil çizmesi istendiğinde 1’e 6 br’lik bir dikdörtgen çizmiştir. Çevresini hesaplaması istendiğinde ise; “Direk 6 br. Çünkü kenarları ... bir kare değil direk düz bir parça. Çevresi hesaplanamaz ki bunun. Çünkü düz bir parça. Kare veya başka bir şekil olması lazım hesaplanabilmesi için” yanıtını verilmiştir. Necdet çevre hesabı yaparken doğrudan kare sayısını kullanamayacağını fark etmiş, ancak nasıl hesaplama yapacağını bulamamış, bu haliyle bir çevre hesabının mümkün olmayacağını ifade etmiştir. Bu durum, onun birimin niteliği ile ölçülecek nitelik arasındaki ilişkiyi kurmada güçlük yaşadığına işaret etmektedir.



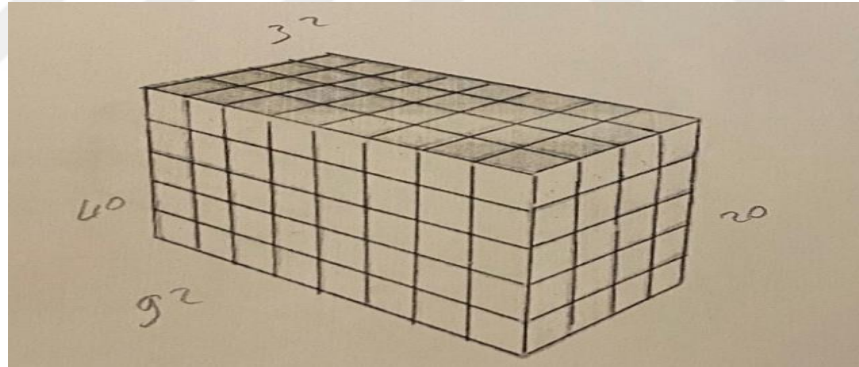
Görsel 37. Necdet’in Cevap Kâğıdı

Alan Ölçümü. Bu kategoriye bir öğrenci yanıtı, ilgili soru örneği ile Görsel 38’de sunulmuştur. Bu soruda, öğrencilerden çevre uzunlukları eşit ancak alanları birbirinden farklı iki dikdörtgen çizmeleri istenmiştir. Öğrencilerden Lale’nin çizimlerinde birim karelerin aynı özellikte olduğu ve birimin niteliğine uygun çizim yaptığı görülmektedir.



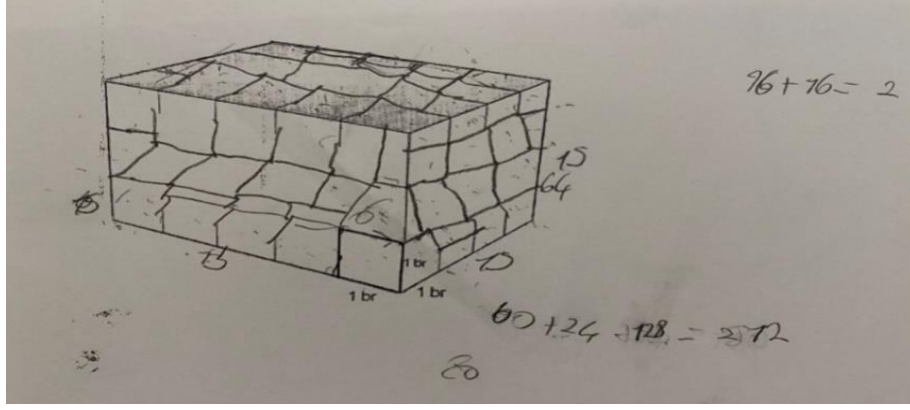
Görsel 38. Lale'nin Cevap Kâğıdı

Hacim Ölçümü. Bu kategoriye ilişkin bir öğrenci yanıtı ve ile ilgili soru örneği Görsel 39'da sunulmuştur. Bu soruda, öğrencilerden prizmayı oluşturan birim küp sayılarını hesaplamaları istenmiştir. Öğrencilerden Ayşe prizmadaki birim küp sayısını hesaplarken küpleri saymak yerine görünen yüzeylerdeki tüm kareleri saymıştır. Ayşe'nin ölçülecek nitelik olan hacmin, birim küplerle hesaplanabileceğinin farkında olmadığı, yani birimin niteliği ile ölçülecek niteliği ilişkilendirmede güçlük yaşadığı görülmüştür.



Görsel 39. Ayşe'nin Cevap Kâğıdı

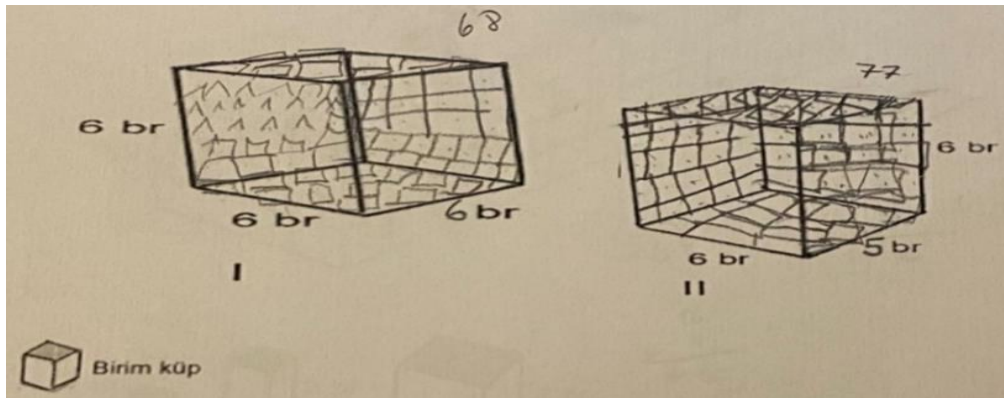
Görsel 40'ta öğrencilerden prizmayı oluşturan birim küp sayısını önce çizim yapmadan, sonrasında çizim yaparak bulmaları istenmiştir. Öğrencilerden Serkan, çizim yaptıktan sonra prizmayı oluşturan birim küp sayısını, çizdiği kareleri sayarak hesaplamıştır.



Görsel 40. Serkan'ın Cevap Kâğıdı

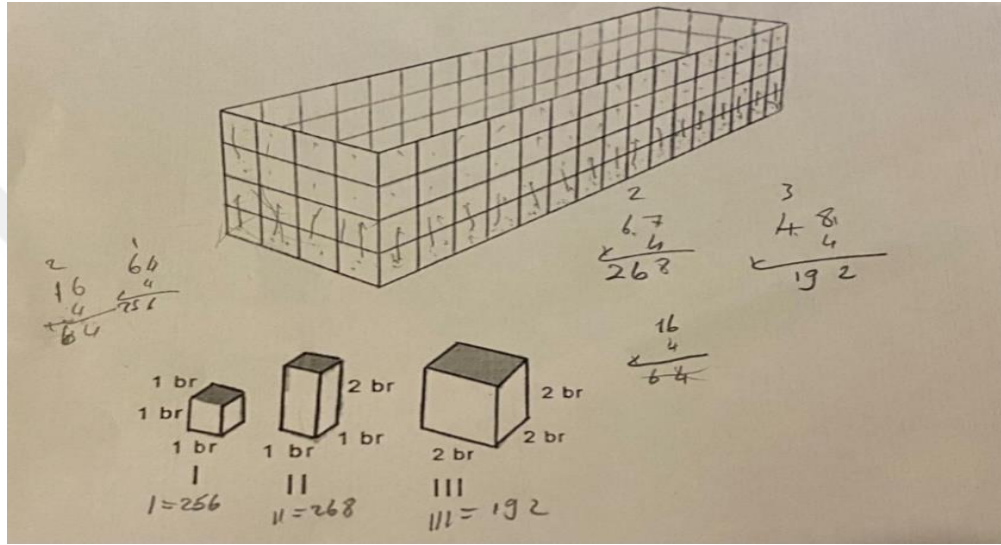
Bu soru için öğrencilerden Namık ise prizmayı oluşturan birim küp sayısı için “Buranın yüzeyi (üst yüz) 20 br^2 . 20’den 3 tane var. 20 ile 3 çarptım, 60 buldum (katman katman sayar)” açıklamasını yapmıştır. Namık’ın birimin niteliğine uygun ölçme işlemi yaptığı görülmektedir.

Görsel 41’deki soruda öğrencilerden, ayrıt uzunlukları verilen prizmaların birim küplerle tamamen doldurulabilmesi için kaç tane birim küpe ihtiyaç olduğunu hesaplamaları istenmiştir. Sonrasında birim küp sayılarını prizmalar için karşılaştırmaları istenmiştir. Öğrencilerden Ayşe’ye nasıl hesapladığı sorulduğunda; “Sayarak yaptım. Kareleri bu kenarlara göre teker teker ekleyerek saydım” açıklamasını yapmıştır. Ayşe, prizmaların kaç tane birim küple dolabileceğini hesaplamak için prizmaların içine kareler çizmiş ve bu kareleri sayarak prizmaları dolduran birim küp sayısını hesaplamıştır. Ayşe’nin birim küp sayısını hesaplamak için prizmaya kare çizmesi ve bu çizimlerini sayması, birimin niteliği ile ölçülecek niteliği ilişkilendiremediğini göstermektedir.



Görsel 41. Ayşe’nin Cevap Kâğıdı

Görsel 42’de öğrencilerden içi boş kutuyu birinci prizma ile tamamen doldurabilmek için kaç tane prizmaya ihtiyaç olduğu, ikinci prizma ile tamamen doldurabilmek için kaç tane prizmaya ihtiyaç olduğu ve üçüncü prizma ile tamamen doldurabilmek için kaç tane prizmaya ihtiyaç olduğunu hesaplamaları istenmiştir. Öğrencilerden Ayşe, kutunun hacmini hesaplarken ve cisimlerin her biri için kaç tane gerektiğini hesaplarken küp yerine kareleri saymıştır. Öğrencinin çizimi verilen nesne için birimin niteliği ile ölçülecek niteliği ilişkilendiremediği görülmüştür.



Görsel 42. Ayşe’nin Cevap Kâğıdı

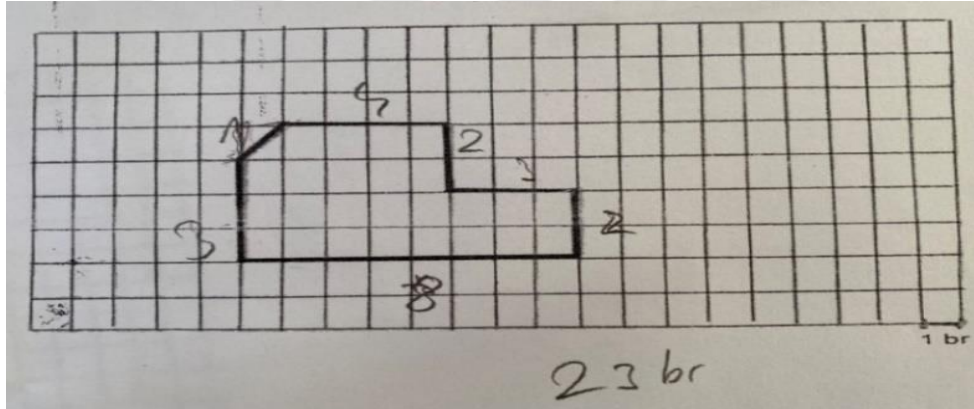
Uzunluk, Çevre, Alan, Hacim Kavramlarını İlişkilendirme

Öğrencilerin; uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin ilişkilendirme biçimlerini incelemek amacıyla sorulan sorulara verdikleri bazı yanıtlar, onların bu kavramları kendi aralarında nasıl ilişkilendirdiklerini de göstermiştir. Bu tema altında, uzunluk-çevre ilişkisi kurma, çevre-alan ilişkisi kurma ve alan-hacim ilişkisi kurma kategorileri yer almaktadır.

Uzunluk – Çevre İlişkisi Kurma. Öğrencilere; şekillerin çevre uzunluklarını karşılaştırmaları, kenarlarından biri $\sqrt{2}$ br uzunluğunda olan şeklin çevresini tahmin etmeleri, kenarlarından birinin uzunluğu sabit olacak şekilde çevreleri farklı dikdörtgenler oluşturmaları ve eş dikdörtgenlerin kenar uzunlukları değiştirildiğinde çevrelerinin nasıl değişeceğini yorumlamalarını gerektiren sorular sorulmuştur.

Öğrencilerin verdikleri yanıtlar ve açıklamalar, onların uzunluk- çevre ilişkisini nasıl kurduklarına ilişkin bilgi sağlamıştır. Bu açıklamalar doğrultusunda öğrenci yanıtları ve araştırmacı – öğrenci diyalogları doğrudan alıntılarla sunulmuştur.

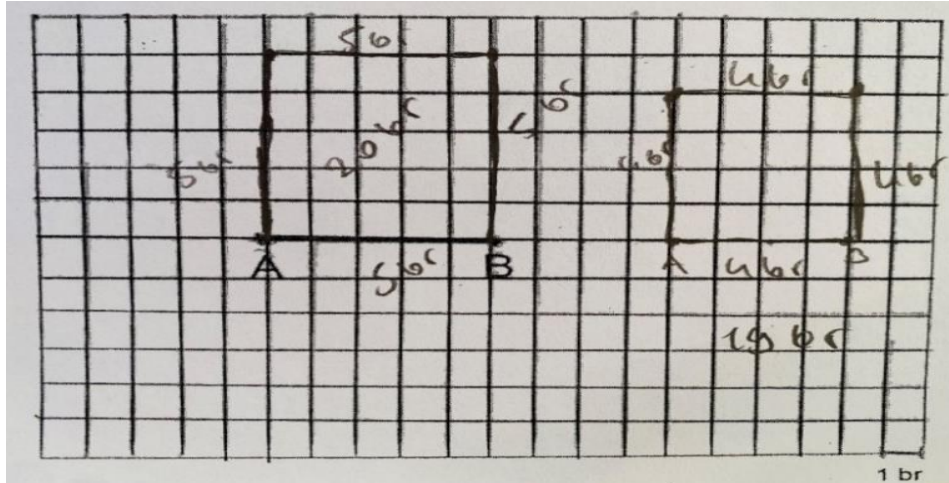
Görsel 43'teki soruda, öğrencilere verilen şeklin çevresi hakkında ne söyleyebilecekleri sorulmuştur. Öğrencilerden Namık, tüm kenar uzunluklarını 1 br olarak düşünüp çevreyi buna göre hesaplamış ve “Şunları tek tek saydım (kenarları gösterir). Sonra bu tek birim yapıyor çünkü şöyle olsaydı 2 br yapardı (bir karenin köşegeni uzunluğunda olan kenar için eğer dik üçgenin hipotenüsü dersek dik kenarların toplamı kadar olsaydı 2 yapacağından bahseder) ama böyle olduğu için 1 br bunu özel olarak söyleyeyim. Bu yüzden 23 br” açıklamasını yapmıştır. Namık, çevre hesabı yaparken tüm kenar uzunluklarının toplamının çevreyi verdiğini ifade etmiştir. Bunun yanı sıra Namık'ın $\sqrt{2}$ br uzunluğundaki doğru parçasının çizimde hali hazırda ölçme işlemini sağlayacak şekilde yer almaması, öğrencinin bu uzunluğu 1 br olarak yanlış tahmin etmesine neden olmuştur. Öğrenci, bu uzunluğu doğru tahmin edemediği için uzunluğa bağlı olarak çevreyi hatalı hesaplamıştır.



Görsel 43. Namık'ın Cevap Kâğıdı

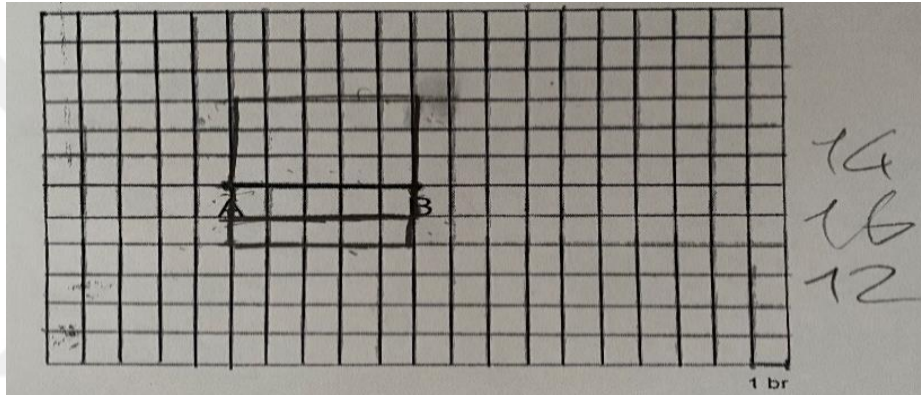
Görsel 44'te öğrencilerden kenar uzunluklarından biri soruda verilen AB doğru parçası olan bir dikdörtgen çizmeleri ve çizdikleri dikdörtgenin çevresini hesaplamaları istenmiştir. Öğrencilerden, çevresi çizdikleri dikdörtgenden farklı, ancak bir kenarı yine AB doğru parçası olan bir dikdörtgen daha oluşturmaları istenmiştir. Eğer öğrenci oluşturabilirse çevresi diğerlerinden farklı üçüncü bir dikdörtgenin olup olmadığı sorulmuş ve bu dikdörtgeni de çizmesi istenmiştir. Öğrenciden bu şekilde çevreleri farklı, ancak kenar uzunluklarından biri AB doğru parçası olan kaç tane dikdörtgen çizilebileceğini yorumlaması istenmiştir.

Bu soru için Tarık, kenarlarından biri AB doğru parçası olan bir kare çizmiş ve çevresini 20 br olarak hesaplamış; “Öğretmenim şimdi burada 5 br var hepsinde, dikdörtgenin çevresi için bu 5’leri topluyoruz, çevresi 20 br oluyor” açıklamasını yapmıştır. AB doğru parçası bir kenarı olacak şekilde çevresi çiziminden farklı bir dikdörtgen oluşturması istendiğinde ise verilen uzunluğu değiştirmeden çevresi farklı bir dikdörtgen çizemeyeceğini söylemiştir. AB doğru parçasından farklı uzunlukta bir doğru parçası çizmiş ve bu doğru parçasını AB olarak isimlendirmiştir. Bu doğru parçasını 4 br uzunluğunda çizmiş ve bir kenarı 4 br uzunluğunda olan bir kare oluşturmuş, “Burası A ve B noktası öğretmenim (uzunluğunu 4 br çizer) 4 br. Buralar da 4 br. Karşısı da 4 br. Çevresi olduğu için öğretmenim topluyoruz 4’leri, 19 br çıkıyor öğretmenim” açıklamasını yapmıştır. Çevreyi hesaplarken verilen doğru parçasını 1 br kısalttığı için çevresinin de 1 br azalacağını düşünmüş ve çevreyi 19 br olarak hesaplamıştır. İkinci çizdiği dikdörtgenin tüm kenar uzunluklarını 1 br azaltmasına rağmen çevresinin de 1 br azalacağını düşünmüştür. Aynı öğrenci, dikdörtgenin çevresinin daha büyük olması için AB doğru parçasının daha uzun olması gerektiğini söylemiş ve kenarı 1 br uzatırsa çevrenin de 1 br artacağını ve 21 br olacağını belirtmiştir. “Mesela bu çubuk (AB doğru parçası) şöyle uzatılsaydı 6 br olacaktı öğretmenim bu sefer 6 br’leri toplamak zorunda kalacaktık öğretmenim. O zaman da (çevresi) 21 br oluyordu” açıklamasını yapmıştır. Bu durum öğrencinin kenar uzunluğundaki değişimi çevre uzunluğu ile ilişkilendirmede, dolayısıyla uzunluk-çevre ilişkisini kurmada güçlük yaşadığını göstermektedir.



Görsel 44. Tarık’ın Cevap Kâğıdı

Görsel 45'te öğrencilerden Lale'nin aynı soruya verdiği yanıtı yer almaktadır. Lale, kenarlarından biri AB doğru parçası olan çevreleri birbirinden farklı üç dikdörtgeni; birincisi 2 br'e 5 br'lik bir dikdörtgen (AB'den aşağıya doğru), ikincisi 3 br'e 5 br'lik bir dikdörtgen (AB'den yukarıya doğru) ve üçüncüsü 1 br'e 5 br'lik bir dikdörtgen (AB'den aşağıya doğru) olacak şekilde çizmiştir. Çevrelerinin farklı olmasının nedeni sorulduğunda ise; *"birincisini (AB'den aşağıya doğru çizdiği dikdörtgen) 14 br buldum hocam. İkinci şeklin çevresi (AB'den yukarı doğru çizdiği dikdörtgen) daha büyük oldu. Çünkü kısa kenarları daha uzun oldu. Her iki kısa kenarı 1 er cm uzattığım için çevresi 16 br oldu. Daha küçük, içine çizersem bunun da çevresi 12 br olur."* açıklamasını yapmıştır.

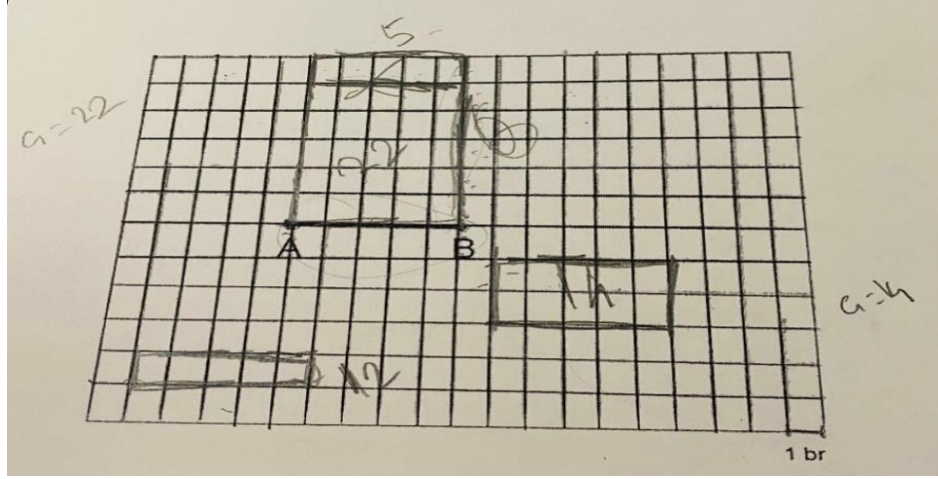


Görsel 45. Lale'nin Cevap Kâğıdı

Görsel 45'teki soru için öğrencilerden Serkan kısa kenarı 1 br, 2 br, 3 br ve 4 br olan dikdörtgenler çizilebileceğini ifade etmiştir. Bunun nedeni olarak *"AB uzun kenar. AB zaten 5. dikdörtgende de uzun kenar kısa kenardan sayı olarak az olamaz"* açıklaması ile bu koşulları sağlayan sınırlı sayıda dikdörtgen çizilebileceğini ifade etmiştir.

Öğrencilerden Merve; *"Sonsuz sayıda çizilebilir. Kenar uzunlukları sonsuza kadar gidebildiği için bir sınırı yok yani"* açıklamasını yapmış ve kenarlarından biri AB doğru parçası olan çevreleri farklı sonsuz sayıda dikdörtgen çizilebileceğini ifade etmiştir. Bu öğrencilerin, uzunluğa bağlı çevrenin nasıl değiştiğini yorumlayabildiği, uzunluk ile çevre ilişkisini kurabildiği söylenebilir.

Görsel 46'daki Kübra'nın yanıtı incelendiğinde, bir kenar uzunluğu AB doğru parçasına eşit olan ancak çevreleri birbirinden farklı dikdörtgenler çizdiği görülmektedir.



Görsel 46. Kübra'nın Cevap Kâğıdı

Kübra ile araştırmacı arasındaki diyalog aşağıda verilmiştir.

Araştırmacı: (Üstteki, birinci çizimi göstererek) Nasıl hesapladığınızı anlatır mısınız?

Kübra: Çevresi 22 oluyor. Kısa kenarı 5, uzun kenarı 6 oldu hocam.

Araştırmacı: Çevresi çiziminden farklı yine bir kenar uzunluğu AB doğru parçasına eşit olan bir dikdörtgen çizebilir misin?

Kübra: Tamam. (AB'yi taşır ve 5'e 2'lik bir dikdörtgen çizer)

Araştırmacı: Çevresinin farklı olacağını nasıl biliyorsun?

Kübra: Çünkü küçük çizdim hocam, boyunu biraz daha kısalttım.

Araştırmacı: Peki çevresi bunlardan farklı bir üçüncü dikdörtgen var mıdır? Yine bir kenar uzunluğu AB doğru parçasına eşit olan bir dikdörtgen olacak.

Kübra: Hocam, yine boyunu değiştirebilirim öncekiyle aynı olmamak koşuluyla, 4 yapabilirim, 3 yapabilirim. 1 bile yapabilirim (5'e 1'lik çizer). Hocam çok bile uzatabilirim istediğim kadar yani değişebilir bunun boyu.

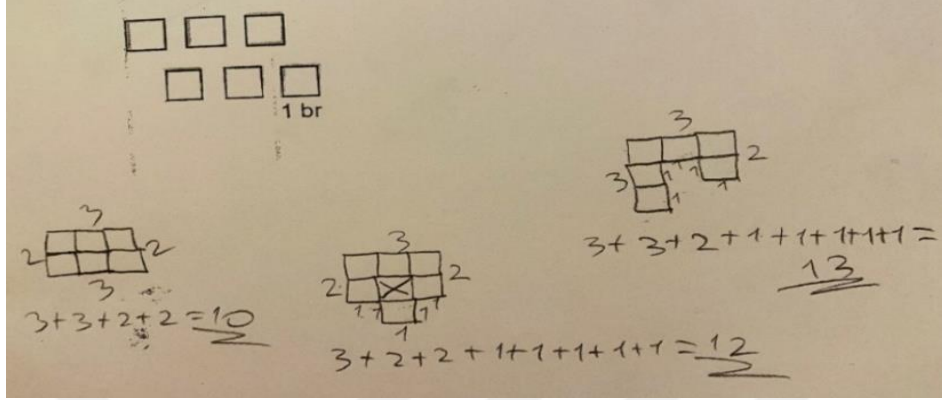
Araştırmacı: Çevresini hesaplar mısınız?

Kübra: Çevresi 12 çıkıyor. Bundan 1 br indirdiğim için 2 azaldı (önceki çizdiği 2'ye 5'lik dikdörtgeni gösterir). Çünkü iki kenardan da gitti.

Öğrencilerden Kübra'nın kenar uzunluğundaki değişime bağlı olarak çevre uzunluğunu hesaplarken bu iki uzunluk arasında ilişkilendirme yapabildiği anlaşılmaktadır.

Görsel 47'deki soru için Eda'dan verilen 6 eş kareyle en az bir kenarları ortak olmak koşulu ile bir şekil oluşturması ve çizdiği bu şeklin çevresini hesaplaması istenmiştir. Daha sonra yine 6 eş kare kullanarak ve yine en az bir kenarları ortak olmak koşulu ile çevresi çizdiği bu şekilden farklı bir şekil oluşturması ve çevresini hesaplaması istenmiştir. Aynı koşulları sağlayan üçüncü bir şekil olup olmadığı sorulmuş ve bu şekli de çizmesi istenmiş ve çevre değişiminin nedeni sorulmuştur. Eda, önce çevresini 12 br

olarak hesapladığı şekli oluşturmuştur. Sonrasında çevresini 13 br olarak hesapladığı şekli çizmiş ve çevresi farklı üçüncü bir şekil istendiğinde ise 3 'e 2 'lik dikdörtgeni çizmiştir.



Görsel 47. Eda'nın Cevap Kâğıdı

Araştırmacı ile Eda arasındaki diyalog şu şekildedir:

Eda: (6 kare ile ortası boş bir şekil oluşturur) Hepsini toplarsak çevresi 12 br olur.

Araştırmacı: Peki, yine bu kareleri kullanarak çevresi bu şekilden farklı bir şekil oluşturabilir miydik?

Eda: Evet, bu kareyi alırsam olur.

Araştırmacı: Çizer misin?

Eda: (Çizer). Böyle düşündüm.

Araştırmacı: Peki çevresinin farklı olup olmadığını bana gösterebilir misin?

Eda: (Tek tek sayar) 13 oldu.

Araştırmacı: Sence neden çevresi birinci çiziminden daha fazla oldu?

Eda: Çünkü şuradaki kareyi buraya aldım (alttaki karenin yerini değiştirdiğini ve bu karenin üstünde kalan karenin daha fazla kenarının çevreye dâhil olduğunu söyler). Bu 2 br iken 3 br'e çıktı.

Araştırmacı: Peki çevresi her ikisinden de farklı üçüncü bir şekil çizer misin?

Eda: Tamam. O zaman ortaya koyarım bu sefer (çizimlerin alt satırındaki kareyi ortaya koyarak bir dikdörtgen oluşturur).

Araştırmacı: Boşluk bırakmadan diyorsun.

Eda: Evet, çevresi 10 br.

Araştırmacı: Peki sence çevresi neden daha az çıktı?

Eda: Çünkü hepsini (yerini değiştirdiği karenin tüm kenar uzunluklarının şeklin içinde kaldığını yani çevreye dâhil olmadığını söyler) bir araya getirdiğim için.

Araştırmacı: Ne değişir bir araya gelince?

Eda: Mesela ikisi de farklı ama aralarına getirdik, 1 br'ler gitti. Böylece yok olmuş oldu (ortak kenarları gösterir). Bu yüzden azaldı.

Eda'nın çizimlerinde çevreyi değiştirmek için ortak kenar sayısını arttırıp azalttığı, bir şeklin kenar uzunluğu ile çevresi arasındaki ilişkiyi kurabildiği görülmektedir.

Öğrencilerden Namık'a bu soru için çevrenin azalmasının nedeni sorulduğunda *“Çünkü karenin yine kenarlarını biraz daha az kullanmaya çalıştım. Yani şunları, şu kenarları (şeklin içinde kalan kenarlar) iç içe kenarlar, şunları alacak şekilde kullandım”* diye ifade etmiştir.

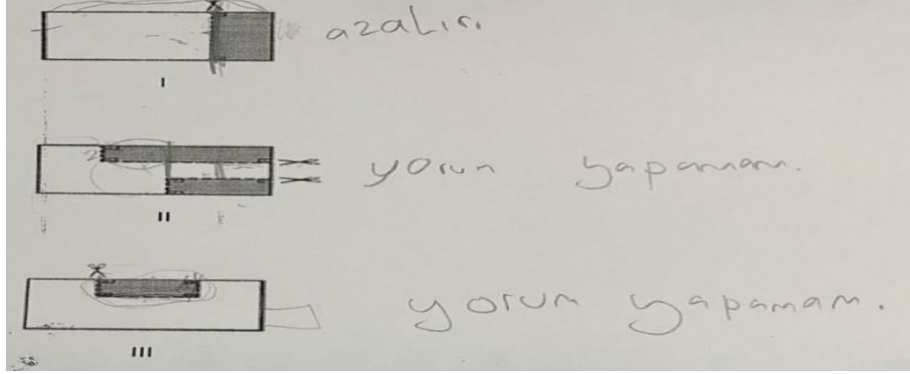
Öğrencilerden Kübra ise; *“Hocam yani çevre, bu şekillerin çevresi şey, bazı şekillerin diğer kenarları birbirleriyle çakıştığı için o da azalıyor hocam yani çevre belki diğer kenarlarıyla çakıştırırsak da değişebilir hocam”* şeklinde çevre değişimini yorumlamıştır.

Namık ve Kübra'nın verdiği yanıtlar, birim kareleri bir araya getirirken çevre değişiminin ortak kenar sayısına bağlı olarak değiştiğini yorumlayabildiklerini, uzunluk ile çevre ilişkisini kurabildiklerini göstermiştir.

Aynı soru için öğrencilerden Serkan ise çevre değişiminin nedeni sorulduğunda; *“Çünkü karelerin yerleri değişti”* açıklamasını yapmıştır. Serkan'ın çevre değişimini ortak kenar sayısı, yani şeklin kenar uzunlukları ile bağlantılı olarak açıklamadığı, çevre değişimini karelerin konumuna bağlı olarak düşündüğü görülmüştür. Serkan'ın uzunluk ile çevre ilişkisi kurmada güçlük yaşadığı düşünülebilir.

Görsel 48'deki soruda, öğrencilere birbirine eş üç dikdörtgenin gösterilen yerlerden kesildiği söylenmiş ve sonrasında her bir dikdörtgenin çevresinin nasıl değiştiğinin yorumlanması istenmiştir. Öğrencilerden Kübra, birinci şeklin çevresinin azaldığını söylemiş, *“Hocam yine bunun şuradaki şu kısmı azaldığı için çevresi (uzun kenarını gösterir), şu kısmı değişmiyor (kısa kenarı gösterir) bu kısımda bir şey olmuyor da bu kısmı azaldığı için hocam çevresi bence azalabilir bunun”* açıklamasını yapmıştır. Kübra, ikinci ve üçüncü dikdörtgen için yorum yapamamış ve bunu *“Yani hocam buradaki dikdörtgen (ikinci) öncekine göre bozuluyor. Öncekinde yine dikdörtgen gibi bir şekil çıkıyordu fakat burada değişik bir şekil çıkıyor. Kenarlarını bularak hesaplayabilirim hocam, kenarlarının boyutunu filan verse (tüm kenar uzunluklarını verilen sayılara göre bularak toplamaktan bahseder) saya saya bulabilirdik belki. Sayı olsaydı yani burada rakamlar filan koysaydı bulurdum ama şimdi çok emin olamıyorum”* şeklinde neden yorum yapamadığını açıklamıştır. Kübra, çevreyi yorumlamak için kenar uzunluklarının birim olarak verilmesi gerektiğini, sayısal bir veriye ihtiyacı olduğunu söylemiş ve bu sayede hesaplamalar ile yorum yapabileceğini ifade etmiştir. Zihninde bu

kenarları taşıyarak değişen kenar uzunluğuna bağlı çevre uzunluğunu yorumlayamamıştır.



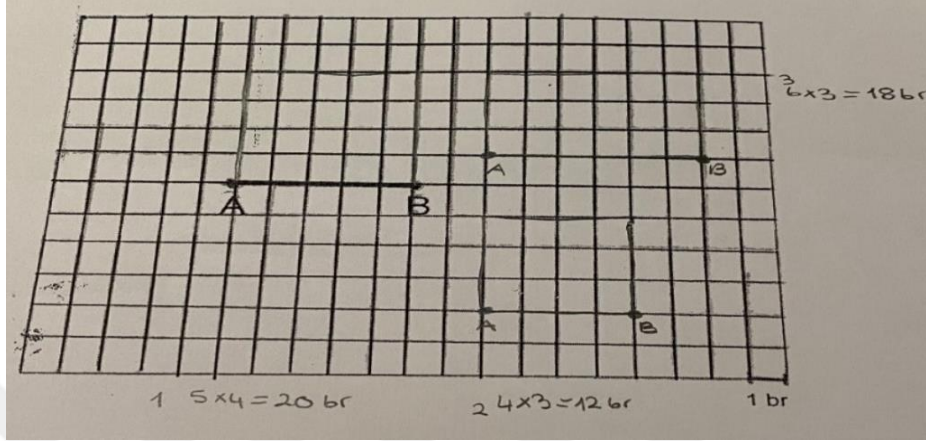
Görsel 48. Kübra'nın Cevap Kâğıdı

Öğrencilerden Lale görsel 48'deki soru için; “İkinci şekilden başlarsam şekilde çevre eşit kaldı. Kenarlarını bu şekilde taşısak çevresi yine aynı. Birinciye bakarsak kısa kenarları değişmiyor ama uzun kenarları azalıyor. Bu yüzden de çevresi azalır. Üçüncü şeklin çevresi ise artıyor. Çünkü taşıdığımızda bile kalan kenarlar var.” açıklamasını yapmıştır. Lale, şekillerin değişen kenar uzunluklarını zihninde taşıyarak çevre uzunluğunu buna göre yorumlamıştır. Bu durum, Lale'nin uzunluk ile çevre ilişkisini kurduğunu düşündürmektedir. Bu soru için sadece üç öğrenci yeni oluşan şekillerin çevresini, değişen kenarları zihninde taşıyarak yorumlayabilmiştir.

Çevre – Alan İlişkisi Kurma. Öğrencilerin bazı yanıtları ve açıklamaları onların çevre-alan ilişkisini nasıl kurduklarını göstermiştir. Öğrencilerin bazılarının çevre değişimi ile alan değişimi arasındaki ilişkiyi yorumlarken güçlük yaşadıkları belirlenmiştir. Bu kategoride, öğrencilerin, alanın sabit kaldığı ve değiştiği durumlarda çevre uzunluğundaki değişimi yorumlama süreçlerindeki düşünme biçimlerine yer verilmiştir. Bu açıklamalar doğrultusunda öğrenci yanıtları ve araştırmacı – öğrenci diyalogları doğrudan alıntılar ile sunulmuştur.

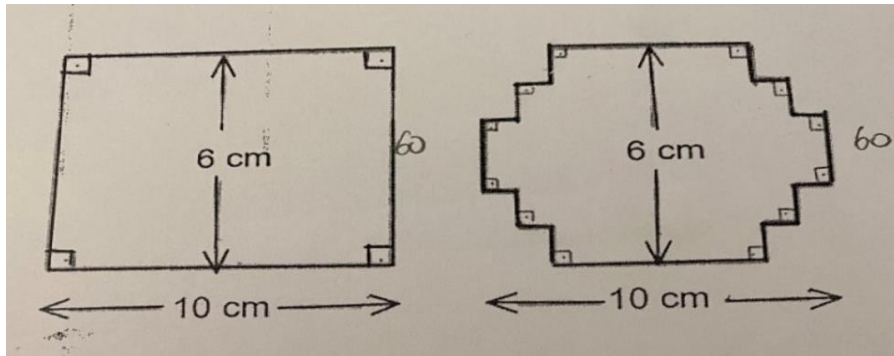
Görsel 49'daki soruda, öğrencilerden bir kenar uzunluğu AB doğru parçasına eşit olacak şekilde dikdörtgen çizmeleri ve çizdikleri dikdörtgenin çevresini hesaplamaları istenmiştir. Öğrencilerden Necdet, bir kenar uzunluğu AB doğru parçası olan dikdörtgen çizmiş ancak çevresini yine alan formülü ile hesaplamıştır. Öğrenciden bir kenar uzunluğu AB doğru parçasına eşit olacak şekilde çevresi çizdiği dikdörtgenden farklı bir

çevreye sahip ikinci ve üçüncü dikdörtgenleri çizmesi istenmiştir. İkinci ve üçüncü olarak çizdiği dikdörtgenlerde ise AB doğru parçasının uzunluğunu değiştirmiş ve yine çevresini alan formülü ile hesaplamıştır. Öğrencinin hem uzunluk ile çevre hem de çevre ile alan ilişkisi kurmakta güçlük yaşadığı görülmüştür.



Görsel 49. Necdet'in Cevap Kâğıdı

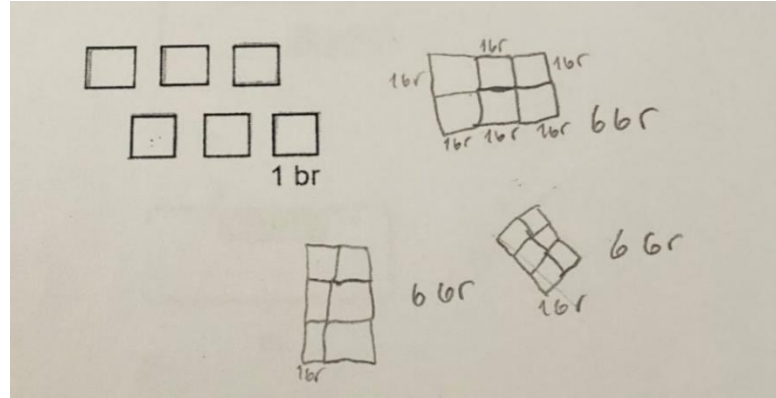
Görsel 50'deki soruda, öğrencilerden her iki şeklin çevrelerini hesaplayıp karşılaştırmaları istenmiştir. Öğrencilerden Serkan her iki şeklin çevresini, verilen birimleri çarparak hesaplamış ve birbirine eşit bulmuştur. Serkan; “Bize zaten yüksekliğin formülünü vermiş. Yükseklik x taban. İkisi de 60. Çünkü yükseklikle tabanları aynı” olarak çözümünü açıklamıştır. Serkan'ın çevre hesabını çevre formülü ile ilişkilendiremediği ve verilen iki uzunluğu çarpmak olarak yorumladığı görülmektedir.



Görsel 50. Serkan'ın Cevap Kâğıdı

Görsel 51'de öğrencilerden soruda verilen 6 eş birim karenin tamamı ile en az bir kenarları ortak olmak koşuluyla çevreleri birbirinden farklı şekiller oluşturmaları

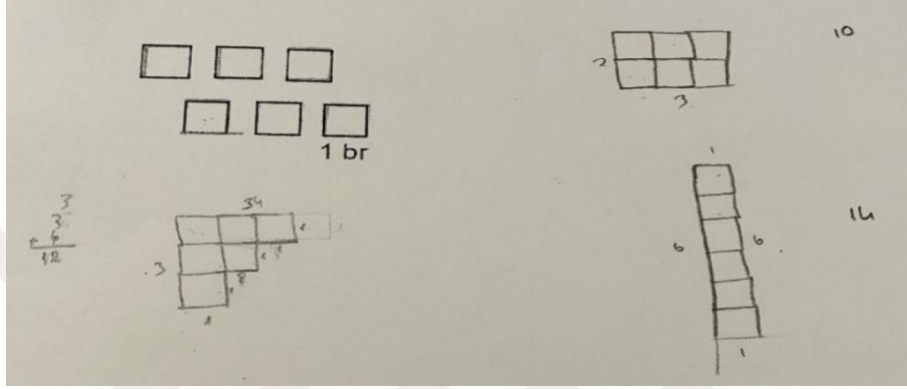
istenmiştir. Öğrencilerden Tarık, birinci şekli oluşturup çevresini hesapladıktan sonra ikinci ve üçüncü şeklin birbirinin aynısı olduğunu fark etmemiş ve çevrelerini hesaplayınca çevrelerinin aynı çıktığını ifade etmiştir. Çevrelerini nasıl hesapladığı sorulduğunda; “1 br demiş. Hepsi 1 br oluyor (uzunlukları yazar ama hepsini değil). Bu 1 br’leri topluyoruz öğretmenim, 6 br oluyor” şeklinde ifade etmiştir. İkinci ve üçüncü olarak çizdiği dikdörtgenlerin çevrelerini de aynı şekilde hesaplamıştır. Çevresi farklı dikdörtgenler çizilip çizilemeyeceği sorulduğunda ise; “Öğretmenim burada mesela 7 tane kare olsaydı 7 br olacaktı. Şöyle çizerdik (çiziminin üstüne bir tane daha kare çizmeyi kasteder). Ya da 8,9,10. Soruda kaç tane kare olduğuna göre, ona göre” açıklamasını yapmıştır. Çizimlerinin alanlarının karşılaştırılması istendiğinde ise; “Öğretmenim 1 br dediği için 1 br’leri yine e 1 saniye... öğretmenim alanı, burada 6 br bulmuşuz öğretmenim alanı 5 br olur çarptığımız için öğretmenim alanda. Çevre demiş olsaydı öğretmenim toplardık aynı burada 1 br’leri ama alan dediği için öğretmenim çarptım, 5 br buldum. 1 br’leri çarptım öğretmenim 5br. Hepsi için öğretmenim hepsi için geçerli. Burada da 5 br olur, burada da. Üç şekil içinde 5 br aynı” şeklinde hesaplayıp açıklamıştır. Tarık, çevre değişiminin birim kare sayısı ile ilgili olduğu yorumunu yapmış ve birim kare sayısı değişmedikçe çevrenin değişmeyeceğini ifade etmiştir. Öğrencinin çevresi farklı şekiller için her seferinde aynı şekli çizmesi, değişimin kare sayısı ile mümkün olacağını düşünmesi, çevre ile alan kavramlarını karıştırdığını, çevre ile alan ilişkisi kurmada güçlük yaşadığını göstermektedir.



Görsel 51. Tarık'ın Cevap Kâğıdı

Görsel 52’de, öğrencilerden Merve’nin 6 eş kare ile çevreleri birbirinden farklı şekiller oluşturabildiği görülmektedir. Çevrenin neden değiştiği sorulduğunda; “(Ortak olan kenarları göstererek) Bunlar içine geldiği için olabilir diye düşündüm; çünkü

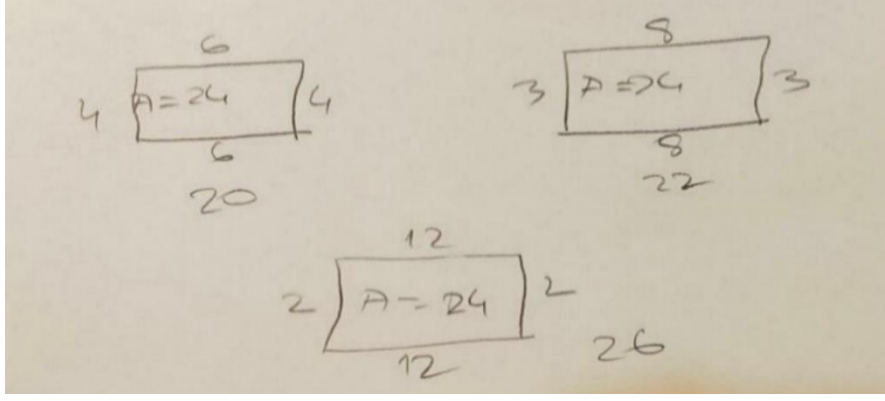
bunları saymadık. Sadece kenarlarını saydığımız için ve bunları saymadığımız için küçük çıktı” açıklamasını yapmıştır. Merve’nin ortak kenar sayısı ile ilişkili olarak şekillerin çevresini yorumladığı görülmektedir. Aynı soruda Merve’ye çizimini yaptığı üç dikdörtgenin alanlarını karşılaştırması söylendiğinde ise; “Alanları eşittir; çünkü kullandığımız kareyi azaltıp veya çoğaltmadığımız için alan aynı çıkıyor” yorumunu yapmıştır. Bu durum Merve’nin, çevre değişimine bağlı çevre ile alan ilişkisini kurabildiğini göstermektedir.



Görsel 52. Merve’nin Cevap Kâğıdı

Öğrencilerden Necdet Görsel 52’deki soruya ilişkin iki tane şekil çizebilmiş ve bu şekillerin çevresini alan formülü ile hesaplamıştır. Şekillerin alanlarının karşılaştırılması istendiğinde ise; “Yorum yapamam, formül bilmem gerekir” diyerek sayı verilmediği için formülü uygulayamadığını ifade etmiştir.

Görsel 53’teki soruda öğrencilerden alanları eşit ancak çevreleri farklı dikdörtgenler çizmeleri istenmiştir. Öğrencilerden Eda, bu koşulu sağlayan dikdörtgenleri çizmiştir. Alan aynı iken çevrenin neden değiştiği sorulduğunda ise; “Çarpımları 24 olan sayılar olduğu için” açıklamasını yapmıştır.

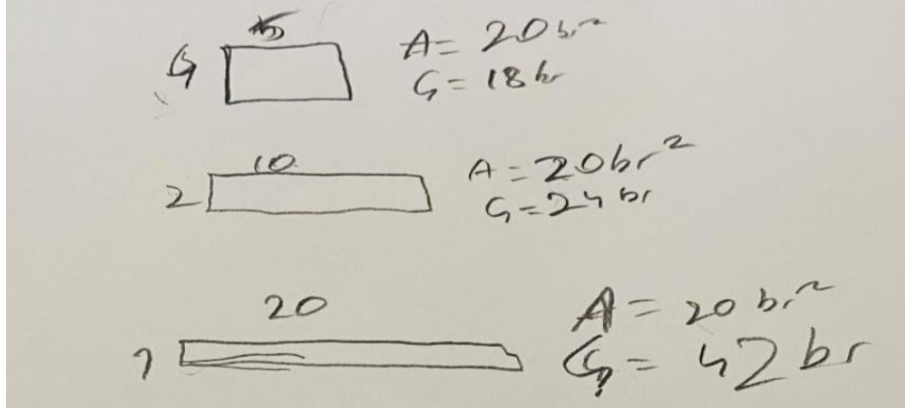


Görsel 53. Eda'nın Cevap Kâğıdı

Öğrencilerden Kübra'ya alanlar aynı iken çevreler neden farklı diye sorulduğunda; “Kısa kenarıyla uzun kenarının uzunlukları değiştiği için hocam çevresi farklı olabiliyor. Uzunluklarını değiştiriyoruz hocam. Alanları aynı, ama uzunlukları farklı olduğu için çevreleri değişiyor.” açıklamasını yapmıştır. Kübra'nın çevre değişimini kenar uzunluklarının değişimi ile açıkladığı görülmektedir.

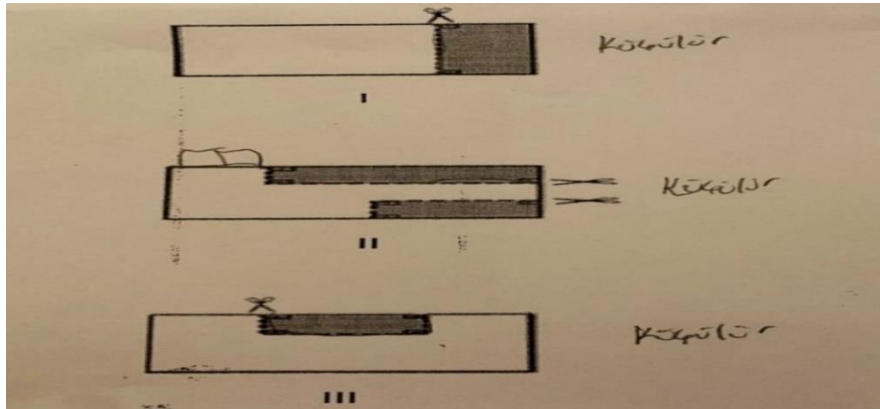
Öğrencilerden Serkan alanları eşit ve çevreleri farklı dikdörtgenleri çizmiş, çarpımları aynı sayıları verdiği için alanların eşit olduğu yorumunu yapmıştır. Çevre neden değişir diye sorulduğunda ise bilmediğini ifade etmiştir. Öğrencilerin çoğunun çarpımları aynı olan sayılar şeklinde alanların eşitliğini açıkladığı ve çevre değişimini ise uzunluk değişimi ile yorumladığı ortaya çıkmıştır. Bu öğrenciler, çevre değişirken alanın neden değişmediğini yorumlamada güçlük yaşamışlardır.

Görsel 54'te öğrencilerden Namık, alanları eşit ve çevreleri farklı dikdörtgenleri çizmiştir. Alanların eşit ve çevrelerin farklı olmasını; “Alanlar 20'nin bölenlerinin birleşimi yani 4 ile 5, 2 ile 10, 20'nin bölenleri yani. Çevreleri, sayılar farklı ve sayıların yani bu iki katı 5'in (dikdörtgendeki 10 br'lik uzunluğu gösterir), bu da 4'ten az yani 4'ün yarısı (2 br'lik uzunluğu gösterir). Bunun arasındaki fark daha büyük olduğu için (10 ile 5 br arasındaki fark daha büyük olduğu için). Burada 2 iken burada 5 (kenar uzunlukları arasındaki farklar. 4 br ile 2 br arasındaki farkın 10 br ile 5 br arasındaki farktan daha az olduğunu söylüyor). O yüzden yine çevreler farklı oluyor” açıklamasını yapmıştır. Namık, çarpımları aynı olan sayılar ile alanı sabit tutmuş ve çevre değişimini ise uzunlukları değiştirerek gerçekleştirmiştir. Alan sabit iken çevre değişiminin nedeni sayılar arasındaki fark ile açıklamıştır. Namık'ın işlemlerini gerekçelendirebilmesi ve uzunluk değişiminden çevre ve alanın nasıl etkilendiğini açıklayabilmesi, çevre değişirken çevre ile alan ilişkisini kurabildiğini göstermektedir.



Görsel 54. Namık'ın Cevap Kâğıdı

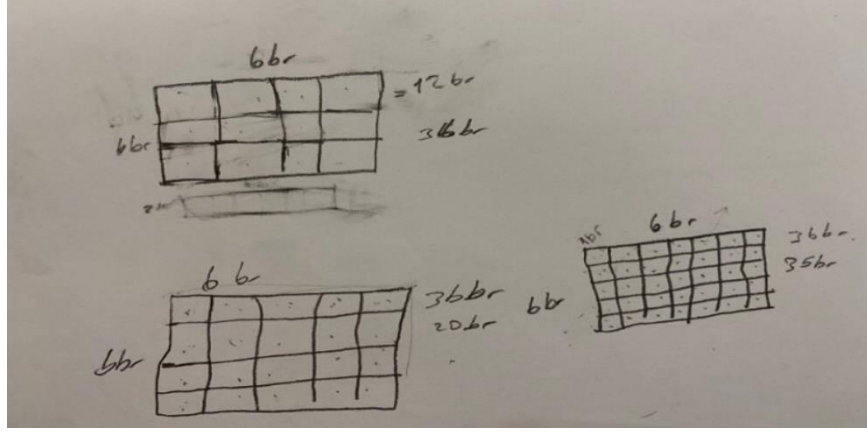
Görsel 55'deki soruda, öğrencilere birbirine eş üç dikdörtgen temsili verilmiştir. Her bir dikdörtgen makas ile gösterilen yerden kesildiğinde geriye kalan şekillerin çevrelerinin önceki duruma göre nasıl değiştiğinin yorumlanması istenmiştir. Serkan çevre değişimi için; “Şekli kestiği için şekil küçülüyor. Şekil küçüldüğü için çevre de küçülüyor. Burası normalde daha uzundu buradan kesince küçülüyor, çevresi azalıyor” açıklamasını yapmıştır. Alan değişimini yorumlaması istendiğinde ise; “Alanı da yine küçülür. Çünkü sayılar küçülür buradaki. Şeklin içinden çıkarıyoruz. Alan da zaten şeklin kapladığı yer. Şekli küçülttüğümüz için alan da küçülür” açıklamasını yapmıştır. Serkan'ın çevre ve alan değişimini aynı şekilde yorumladığı gözlemlenmiştir. Serkan'ın şeklin kapladığı yer azalınca çevrenin de azalacağını düşünmesi, çevre ile alan kavramlarını karıştırdığını ve alan değişimine bağlı çevre-alan ilişkisi kuramadığını göstermektedir.



Görsel 55. Serkan'ın Cevap Kâğıdı

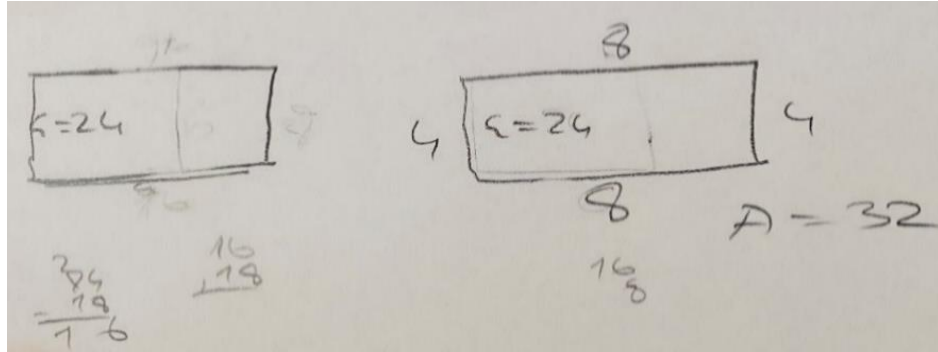
Öğrencilerden Merve Görsel 55'deki soru için *“Birinci şekil, uzunluk kaybettiği için daha da kısaldı çevresi. İkinci şekil, bence değişmiyor. Kesilen parçadaki uzunluklar aynı yerlerine geliyorlar. Buradaki uzunluk buraya, buradaki uzunluk da buraya (kenar uzunluklarını taşımadan bahseder). Üçüncü şeklin arttığını söylüyorum. Çünkü bu kısımları buraya geliyor (koyu renkle gösterilen dikdörtgendeki uzun kenarı göstererek) arttığını düşünüyorum. Bu kenar değiştirmiyor (kesilen dikdörtgenin uzun kenarı) ama bu kısımların (koyu renkli dikdörtgenin kısa kenarlarını göstererek) çoğalttığını düşünüyorum.”* Açıklamasını yapmıştır. Merve'nin kenar uzunluklarını taşıyarak yeni oluşan şeklin çevresini buna göre yorumladığı, değişen uzunluklar ile çevre uzunluğu arasında ilişki kurabildiği görülmektedir. Merve alan değişimlerini ise; *“Hepsi azalır. Çünkü buradaki alan çıkarıldığında dikdörtgenin alanı azalır”* açıklamasını yapmıştır. Merve'nin alan değişimine bağlı çevre ile alan ilişkisini kurduğu görülmektedir.

Görsel 56'daki soruda, öğrencilere boş bir kâğıt verilip çevreleri eşit alanları farklı dikdörtgenler çizmeleri istenmiştir. Öğrencilerden Ayşe, çevrelerinin aynı olması için dikdörtgenlere aynı birimleri vermiş ve alanlarının farklı olması için de dikdörtgenlere farklı sayıda birim kareler çizmiştir. Çevrelerin aynı olmasına; *“Çevreleri de iki kenarı aynı olduğu için eşit çıktı”* olarak yorumlarken alanların farklı olmasına ise; *“Çünkü burada kareleri daha küçülttüm (35 birim kare olarak çizdiği dikdörtgen). Burada daha büyüttüm (12 birim kare olarak çizdiği dikdörtgen), burada ise daha küçülttüm (20 birim kare olarak çizdiği dikdörtgen)”* açıklamasını yapmıştır. Ayşe'nin çevre uzunlukları aynı dikdörtgenleri kenar uzunluklarının toplamı yerine kenar uzunlukları aynı olan dikdörtgenler olarak yorumladığı görülmektedir. Alanları farklı dikdörtgenlerin ise farklı sayıda birim kareden oluşan dikdörtgenler olduğunu düşündüğü ancak dikdörtgenlerde aynı nitelikte farklı sayıda birim kare olması gerektiğinin ve bu yüzden de birim kare sayısının kenar uzunluğu ile ilişkili olması gerektiğinin farkında olmadığı gözlemlenmiştir. Ayşe'nin alan değişimine bağlı çevre ile alan ilişkisi kuramadığı, bu kavramları birbirinden bağımsız olarak düşündüğü görülmektedir.



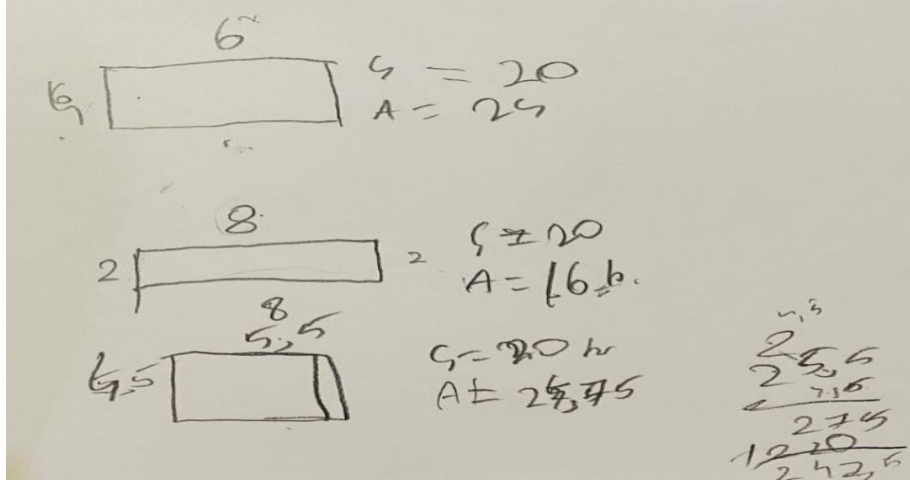
Görsel 56. Ayşe'nin Cevap Kâğıdı

Öğrencilerden Eda, çevreleri aynı, alanları farklı dikdörtgenler çizimi için önce çevrelerinin 24 olmasına karar vermiştir. Dikdörtgenlerden birine çevresi 24 br olacak şekilde sayı vermişken diğerine sayı bulamadığını söylemiş ve çizimi tamamlayamamıştır. Bu çözüme ilişkin Eda'nın cevap kâğıdı Görsel 57'de verilmiştir. Bunun yanı sıra Eda, alanları aynı çevreleri farklı dikdörtgenler çiziminde ise çarpımları aynı olan sayıları bulmuş ve toplamaları da farklı olduğu için çevrenin farklı olduğunu yorumlamıştır. Bu durum, Eda'nın alan sabit iken çevre değişimini yorumlayabildiğini ancak çevre sabit iken alan değişimini yorumlamada güçlük yaşadığını göstermektedir.



Görsel 57. Eda'nın Cevap Kâğıdı

Görsel 58, Namık'ın çevreleri aynı alanları farklı dikdörtgenlere ilişkin çizimini göstermektedir. Namık'ın toplamaları 20 olan sayıları düşündüğü ve buna uygun olarak çizdiği dikdörtgenlerden birinin kenar uzunluklarının ondalıklı sayı olduğu görülmektedir. Namık, bu koşulu sağlayan sonsuz sayıda dikdörtgen çizilebileceğini ifade etmiştir. Bu durum Namık'ın çevre uzunluğunu, kenar uzunluğu ile ilişkilendirebildiğini, alan değişimine bağlı çevreyi yorumlayabildiğini göstermektedir.



Görsel 58. Namık'ın Cevap Kâğıdı

Görsel 58'de verilen soruya ilişkin öğrencilerden Lale ile araştırmacı arasındaki diyalog aşağıda verilmiştir:

Lale: Çevrelerini 20 olacak şekilde düşündüm. 20'yi ikiye bölerek bir kısa bir de uzun kenarın toplamını 10 olarak buldum. 10 birçok sayının toplamı olabilir. Bu sayılardan çarpımları da farklı olacak şekilde birini 7'ye 3, diğerini de 6'ya 4 şeklinde çizdim.

Araştırmacı: Alanları farklı mı?

Lale: Çarpımları $7 \times 3 = 21$ ve $6 \times 4 = 24$ olduğu için farklıdır.

Araştırmacı: Peki çevresi yine 20 br ancak alanı bu iki dikdörtgenden farklı bir dikdörtgen var mıdır?

Lale: 8'e 2'lik ve 9'a 1'lik dikdörtgenlerin de çevreleri 20 br ancak alanları 16 ile 9'dur.

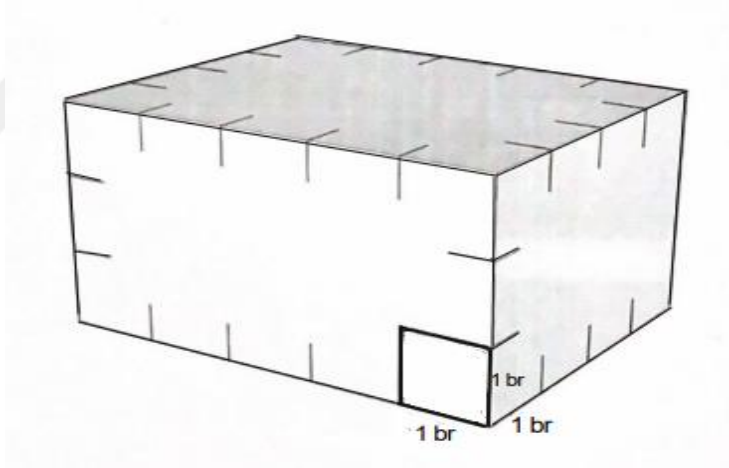
Araştırmacı: Peki çizimlerine bakarsak çevreler aynı iken alanlar neden değişti? Kenar uzunlukları aynı miktarda değişmişti.

Lale: Çarpmada değişim aynı olmaz ki. Çünkü 4 elmalı 6 sepet ile 3 elmalı 7 sepet aynı olmaz.

Lale, çevre uzunluğunun aynı kalması için toplamı aynı olan sayıları düşünmüş ve bu koşulu sağlayan birden fazla dikdörtgen olabileceğini söylemiştir. Bu durum çevre uzunluğunu, kenar uzunluğu ile ilişkilendirdiğini göstermektedir. Bunun yanı sıra kenar uzunlukları eşit miktarda değişirken alanların neden eşit oranda değişmediği sorulduğunda ise somut bir örnek vererek açıklamıştır ve dikdörtgenin alanının satır sayısı ile sütun sayısının değişiminden aynı oranda etkilenmediğini ifade etmiştir. Lale'nin uzunluk- çevre ve çevre- alan ilişkilerini kurabildiği gözlemlenmiştir.

Alan – Hacim İlişkisi Kurma. Öğrencilerden ayrıt uzunlukları standart olan ve olmayan birimler ile verilmiş, birim küplerden oluşan prizmaların hacmini hesaplamaları ve yaptıkları işlemin ya da kullandıkları formülün gerekçesini açıklamaları istenmiştir. Bu amaç doğrultusunda, sorularda: 1) birim küplerden oluşan prizma içerisindeki boşluğu doldurmak için gereken birim küp sayısını hesaplamaları, 2) örnek olarak verilen birim küp ile birbirinden farklı prizmaları doldurabilmek için gereken birim küp sayısını hesaplamaları ve 3) buldukları sayıları yorumlamaları, en az bir yüzlerinin alanları eşit ancak hacimleri farklı iki prizmanın nasıl çizilebileceğini açıklamaları istenmiştir. Ayrıca hacimleri birbirinin katı olan cisimlerin kapladıkları hacim değişimini yorumlamaları da gerekmektedir. Bu sorular için verilen yanıtlar ve yapılan açıklamalar, öğrencilerin alan ile hacim ilişkisi kurma süreçleri hakkında veri sağlamıştır. Bu kategoriye ilişkin öğrenci yanıtları ve araştırmacı – öğrenci diyalogları doğrudan alıntılar ile sunulmuştur.

Görsel 59'daki soruda, öğrencilerden çizim yapmadan prizmadaki birim küp sayısını örnek gösterilen birimleri kullanarak hesaplamaları istenmiştir.



Görsel 59. Alan- Hacim Ölçme Sorusu

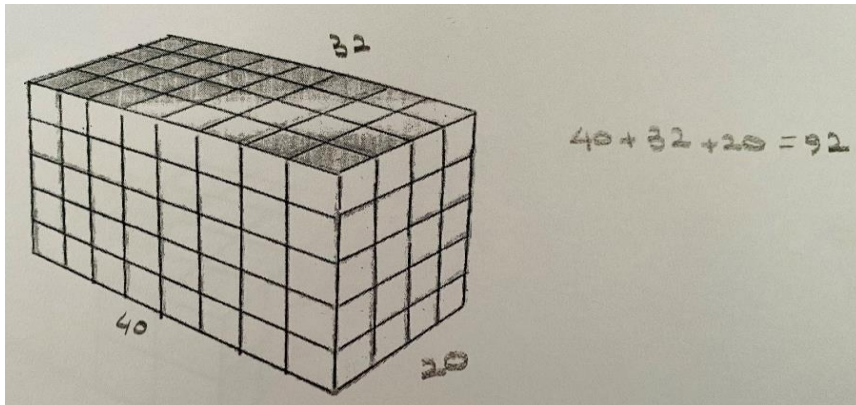
Bu soru için öğrencilerden Necdet çizimi tamamlamadan prizmayı oluşturan birim küp sayısını bulamayacağını söylemiştir. Çizimi tamamlayarak prizmayı oluşturan birim küp sayısını hesaplaması istendiğinde ise çizimi tamamlayamamış ve prizmayı oluşturan birim küp sayısını çizimlerini (prizmanın sadece ayrıtlarına çizdiği kareleri) sayarak 18 bulmuştur. Necdet'in verilen uzunluktan birim karelere, oradan da birim küplere yani alandan hacme geçiş yapamadığı görülmüştür. Necdet'in, uzunluk, alan ve hacim ilişkisi kurmada güçlük yaşadığı söylenebilir.

Bu soru için öğrencilerden Serkan, soruda birim küpün en, boy ve yükseklik değerlerini gösteren 1 br'lik uzunlukları toplayarak eş aralıklardan birinin 3 br'e denk geldiğini düşünmüş ve tüm hesaplamaları buna göre yapmıştır. Bu uzunlukların birim küp ile ve onun da prizmanın en, boy ve yükseklik uzunlukları ile ilişkisinin farkında değildir.

Öğrencilerden Tarık, aynı soruda prizmanın kaç tane birim küpten oluştuğunu hesaplarken; *“Hesaplarım öğretmenim (aralıkların her birine 1 br yazar). Burada 22 br sığdırabiliriz (ön yüzün alt ve üst ayrıtındaki her bir aralığa 1 br yazar, sağ yüzünde üst ve alt ayrıtındaki her bir aralığa 1 br yazar, yüksekliğin de her bir aralığına 1 br yazar. Sonra bunları toplayınca 22 br bulur.)”* açıklamasını yapmıştır. Tarık'ın hacim hesaplarken verilen birimlere uygun şekilde formülü kullanamadığı, alan ile hacim ilişkisi kuramadığı fark edilmiştir.

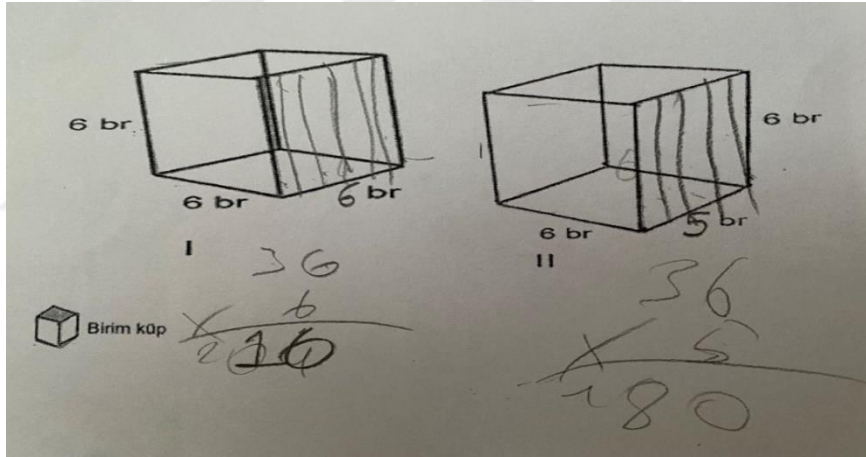
Bu soru için Merve; *“Çizim yapmadan buradaki sayıları (en, boy ve yükseklik) bulup taban alanı ile yüksekliğini buluruz. Burada zaten belirlemiş çizgileri o yüzden kolaylıkla bulunabilir. Bunların hepsini çarpınca hacmi çıkıyor. 60”* açıklamasını yapmıştır. Farklı bir yöntem olup olmadığı sorulduğunda ise *“12 buldum topladığım için (sağ yüzdeki birim küp sayısını hesaplar). Bunun yüksekliği de 5 tane var. 12'yi alt alta yine 5 tane toplayıp 60 bulabiliriz (sütun- sütun sayar)”* açıklamasını yapmıştır. Merve'nin birimlere uygun şekilde formülü uyguladığı, farklı yüzlerin alanlarından yola çıkarak da alan ile hacim ilişkisini kurabildiği görülmektedir.

Görsel 60'daki soruda, öğrencilerden prizmayı oluşturan birim küp sayısını hesaplamaları istenmiştir. Öğrencilerden Necdet prizmayı oluşturan birim küp sayısını hesaplarken sadece görünen yüzlerin alanlarını hesaplamış ve bulduğu sayıları toplamıştır. En, boy ve yükseklik birimlerine uygun olacak şekilde hacim formülünü uygulayamamış, hacim hesabı yerine alan hesabı yapmıştır.



Görsel 60. Necdet'in Cevap Kâğıdı

Görsel 61'deki soruda, öğrencilerden prizmaların örnek gösterilen birim küp ile tamamen doldurması için kaç tane birim küpe ihtiyaç olduğunu her bir prizma için hesaplamaları ve buldukları sayıları karşılaştırmaları istenmiştir. Bu soruda prizmaların en, boy ve yükseklik uzunluklarından sadece biri farklı olduğu için prizmaların ayrı ayrı hacimleri hesaplanmadan da aradaki farkın bulunup bulunamayacağını yorumlamaları beklenmiştir. Öğrencilerden Lale; “ $6 \times 6 = 36$. 36'yı da 6 ile çarparsak 216. 36'yı 5 ile çarparsak 180. 6,6,6'lık prizmanın önüne bir sıra daha fazla eklediğimiz için bu durum 36 br^3 lük fark yaratır” açıklamasını yapmıştır. Lale, prizmaların hacimleri arasındaki fark için alanları eşit olan yüzün (ön yüz) alanını hesaplayarak 36 br^2 bulmuştur. Sonrasında prizmalarda bu 36 br^2 'lik alanların sıra sayısının farklı olduğunu ifade etmiş (Görsel üzerinde çizim ile sıra sayısını göstermiştir) ve bu farkın hacimleri arasındaki fark olduğunu açıklamıştır. Bu durum Lale'nin, alan ile hacim ilişkisi kurabildiğini göstermektedir.

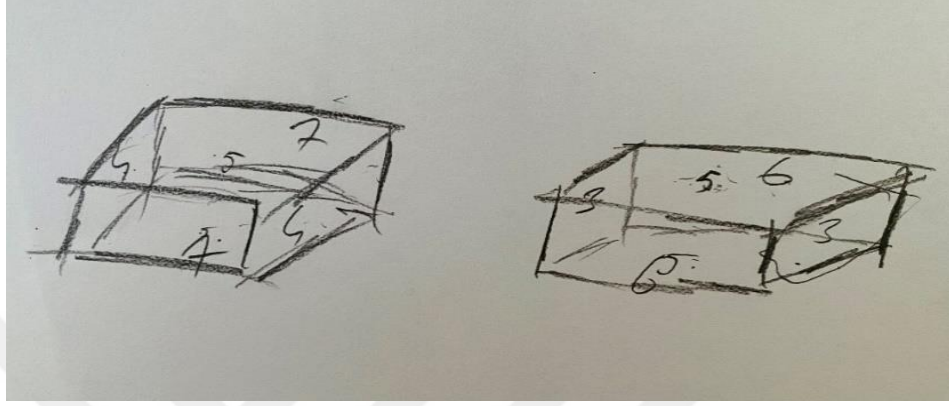


Görsel 61. Lale'nin Cevap Kâğıdı

Öğrencilerden Namık Görsel 61'deki soru için, önce her bir prizma için gereken birim küp sayısını en, boy ve yüksekliği çarparak hesaplamış, fark için bulduğu sayıları birbirinden çıkarmıştır. Farklı bir yöntem ile de hesaplanıp hesaplanamayacağı sorulduğunda; “6 kere 6, 36 oluyor. 6 kere 5, 30 oluyor. Aradaki fark 6 (prizmaların taban alanlarındaki farkı gösterir). Buradaki kenar 6 kere 6'dan 36 çıkıyor (küpteki yüksekliği gösterir). 180 ile 216 arasında da 36 fark var” açıklamasını yapmıştır. Namık önce prizmaların taban alanları arasındaki farkı bulmuş ve bu farktan her katmanda 6 birim küp olmak üzere toplam 6 katmanda (yükseklik olarak açıklamıştır) 36 br^3 'lük bir fark yarattığını ifade etmiştir. Namık, prizmaların taban alanları arasındaki farkın

yükseklikleri aynı iki prizmanın hacminde nasıl bir fark oluşturduğunu açıklamıştır ve bu durum alan ile hacim ilişkisi kurduğunu göstermektedir.

Görsel 62'deki soruda, öğrencilerden en az bir yüzlerinin alanları eşit hacimleri farklı iki dik prizma çizimleri istenmiştir. Öğrencilerden Kübra'nın en az bir yüzlerinin alanları eşit ancak hacimleri farklı iki dik prizmaya ilişkin çizimleri görülmektedir.



Görsel 62. Kübra'nın Cevap Kâğıdı

Araştırmacı ve Kübra arasındaki diyalog aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: Çizimini açıklar mısın?

Kübra: Hocam önce iki şekil çizdim, kafama göre hesap yaptım. Mesela buna 5 yaptım, buna da 5 yaptım.

Araştırmacı: 5 nesi oluyor bu prizmaların?

Kübra: Yüzlerinin alanları 5. Sonra karşılıklı dikdörtgenler prizması gibi bir şey yaptım. Şunun karşıtıyla şunun da karşıtı eşit oluyor (karşılıklı alanları eşit olan yüzlerden bahseder).

Araştırmacı: O yazdığın sayılar nesi oluyor prizmanın?

Kübra: Yani hocam bunların da yüzleri.

Araştırmacı: Yüzlerinin alanları mı?

Kübra: Evet. (Prizmalardan birinin yüzlerinin alanları 5, 6, 3. Diğer prizmanın yüzlerinin alanları 4, 7, 5) hocam şurası yüzü, şurası da 5. Şuraya 6, şuraya 3-3 verdim. Şuraya 4 verdim, buraya 7-7 verdim.

Araştırmacı: Bu yazdıkların yüzlerinin alanları, bu 5 br'leri eşit tuttum diyorsun değil mi?

Kübra: Evet.

Araştırmacı: Hacimleri peki neden farklı?

Kübra: Sayıları hocam, sayıları değiştirdim, arttırdım, küçülttüm bir şeyler yaptım.

Araştırmacı: Him.

Kübra: Hocam bunu bir arttırdım (3'ten 4'e) bunu bir küçülttüm (7'den 6'ya).

Araştırmacı: Alanını da mı bir arttırıp bir küçülttün?

Kübra: Evet.

Araştırmacı: Anladım, hacmi bu şekilde değiştirdin.

Kübra: Evet.

Araştırmacı: Yazdığın sayıların hepsi bulunduğu yüzlerinin alanları değil mi?

Kübra: Evet.

Araştırmacı: Bu şekilde peki bir üçüncü de çizilebilir mi sence? Çizmeden de anlatabilirsin.

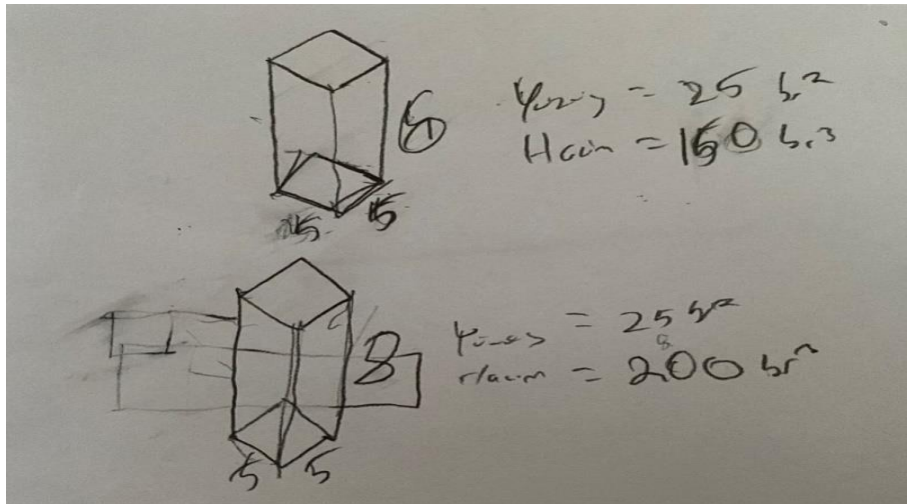
Kübra: Hocam bir sürü olabilir aslında. Yani mesela bunun gibi dikdörtgenler prizması çizsem yine. Bir yüzünün alanını 5 yapsam atıyorum bir tanesine 11 koyarım bir tanesine 2 koyarım hocam değiştiririm sayılarını.

Araştırmacı: Anladım yazdığın 5'i sabit tutarak değiştiriyorsun.

Kübra: Evet.

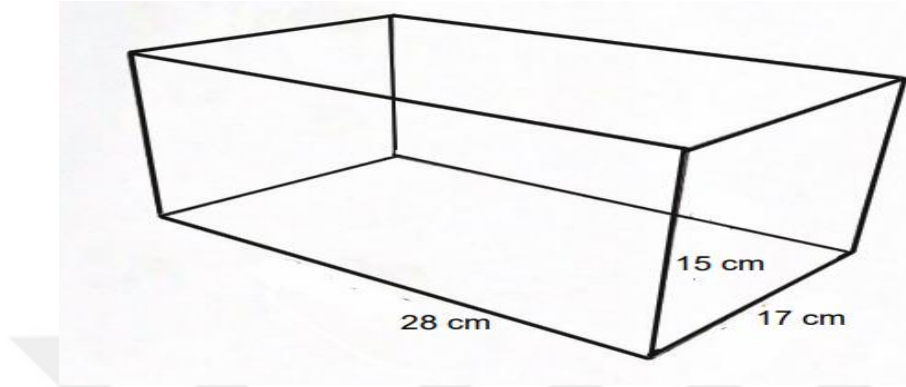
Kübra'nın, çizdiği prizmaların yüzlerinin alanını gösteren üç değer verdiği ve bunlardan eşit olan değer in iki prizmanın yüzlerinin alanı olduğunu açıkladığı görülmektedir. Bu durum, en az bir yüzünün alanları eşit ifadesine uygundur; ancak hacimleri neden farklı diye sorulduğunda yüzünün alanı olarak düşündüğü değerleri, ayrıt uzunlukları gibi, yani hacim formülündeki üç sayı olarak yorumladığı görülmüştür. Kübra'nın hacim formülündeki üç sayı olarak yorumladığı; en, boy ve yükseklik uzunluklarının prizmanın yüzlerinin alanı ile ilişkisini kurmakta güçlük yaşadığı ve bu açıdan alan ile hacim ilişkisini kuramadığı fark edilmiştir.

Görsel 63'te, öğrencilerden Namık'ın en az bir yüzlerinin alanları eşit ancak hacimleri birbirinden farklı iki dik prizmaya ilişkin çizimi görülmektedir. Namık, taban alanlarını eşit verip yüksekliklerini farklı uzunlukta verince koşullara uygun prizma çizimini gerçekleştirdiğini söylemiştir. Namık'ın alan ile hacim ilişkisi kurarak uygun çizimi gerçekleştirdiği görülmektedir.



Görsel 63. Namık'ın Cevap Kâğıdı

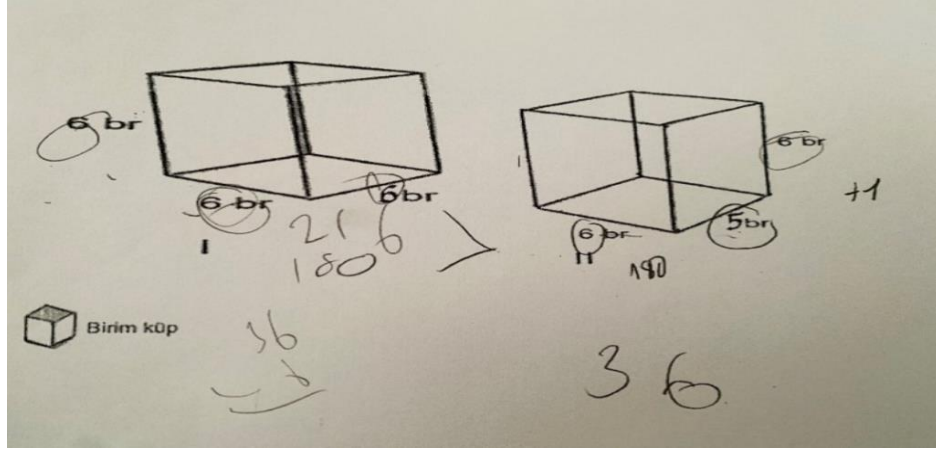
Görsel 64'teki soru için öğrencilerden Merve formül ile prizmanın hacmini hesaplamıştır. Formülün nedeni sorulduğunda ise; *“Formül, alanın çarpımından geliyor bence. Sadece taban alanını dikdörtgen olarak buluyoruz, bunu üst üste koyunca da prizma elde ediyoruz”* şeklinde açıklamıştır.



Görsel 64. Alan- Hacim Ölçme Sorusu

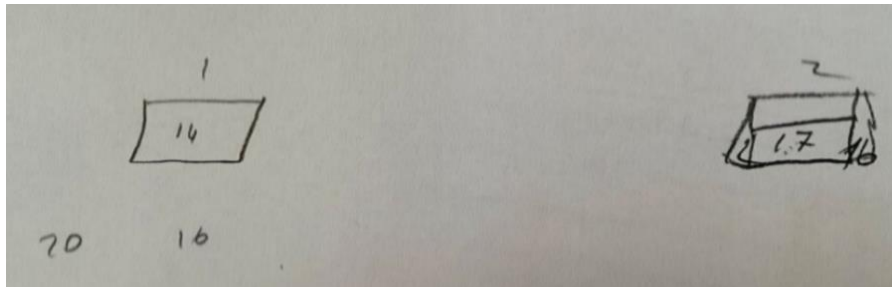
Öğrencilerden Namık işlemini; *“Prizmanın taban alanını 28×17 . Sonra bundan kaç tane olduğunu yani kaçlık sıra olduğunu bulmak için yani kaç tane sıra olduğunu bulmak için 15 ile çarptım. 15 sıra vardı. 15 sırayla da $28 \times 17 \times 15$ ”* açıklamasını yapmış, kullandığı formülü alan kavramı ile ilişkilendirmiştir.

Görsel 65’de aynı soru için öğrencilerden Kübra’nın cevap kâğıdı verilmiştir. Kübra, formül ile her bir prizma için gereken birim küp sayısını bulmuş ve aralarındaki farkı sayıları birbirinden çıkararak hesaplamıştır. Farklı bir yöntem olup olmadığı sorulduğunda ise *“Bilmiyorum ki hocam onu, bu işlemi yapmadan 36’yı bulamazdım herhalde. Bilmiyorum. Hacimleri hakkında büyük, küçük, eşit gibi diyebilirim”* açıklamasını yapmıştır. Kübra’nın prizmaların taban alanlarındaki farkın hacimleri arasındaki farkı oluşturduğunu fark etmediği, sadece formül ile hacimle arasındaki farkı bulabildiği ancak bunu gerekçelendiremediği görülmüştür. Bu durum, Kübra’nın alan ile hacim ilişkisi kurmada güçlük yaşadığını gösterebilir.



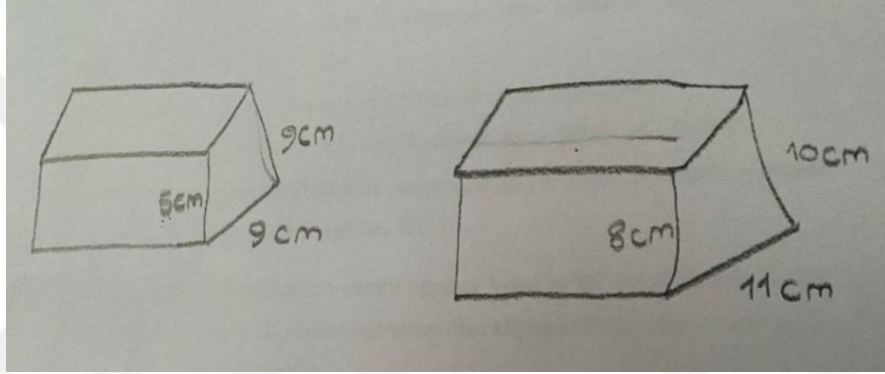
Görsel 65. Kübra'nın Cevap Kâğıdı

Görsel 66'daki soruda, öğrencilerden en az bir yüzlerinin alanları eşit hacimleri birbirinden farklı prizmalar çizmeleri istenmiştir. Öğrencilerden Ayşe prizma çizmede zorlandığını söylemiş ve dikdörtgen çizimi üzerinden anlatabileceğini ifade etmiştir. Çizimleri için; "Ben çok çizemem. (Prizma çizmeye çalışır, ön yüzüne 17 yazar). Bu yüzü 17 olsun, diğer şu ve bunu da (Sol ve sağ yüzlerini gösterir) 16 ile 12 olsun. Bu sayıları hangisi daha fazla şey olursa mesela nasıl bir tanesinin ağırlığı diğerinden daha fazla olursa ona göre verdim. Bu daha fazla şey olsun diye mesela ikisi de birbirine eşit olmasında bir tanesi daha yüksek olsun diye. (14, 16, 20 yazan) 1.'nin yüksekliği daha fazla. Zaten hacimleri eşit olmasın diye çalışıyoruz. O yüzden 1.'nin hacmi daha fazla olsun diye 2.'ye daha az ekledik" açıklamasını yapmıştır. Öğrenci, çizimindeki sayılardan birinin aynı olmasının prizmaların eşit yüzlerinin alanını gösterdiğini, sayıların birbirinden farklı olmasının ise hacimlerin farklı olmasını sağladığını ifade etmiştir. Öğrencinin, prizmanın farklı yüzlerinin alanları için yazdığı sayıları, prizmanın hacmi ile ilişkilendiremediği anlaşılmaktadır.



Görsel 66. Ayşe'nin Cevap Kâğıdı

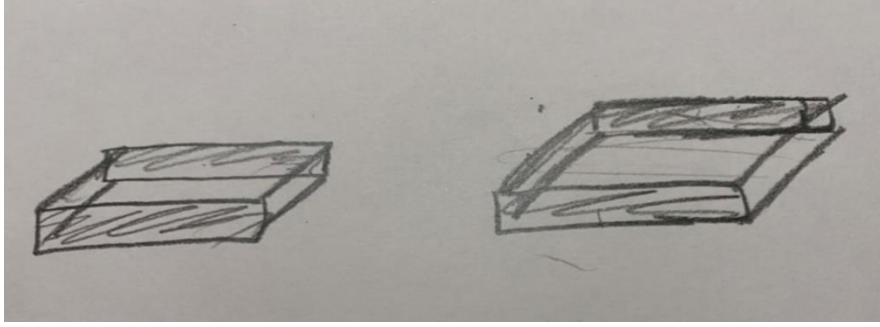
Öğrencilerden Necdet'in en az bir yüzlerinin alanları eşit hacimleri farklı iki dik prizma çizimi Görsel 67'de verilmiştir. Çizimleri için; "Birinciye 5cm, 9 cm ve 9 cm verdim. Bu sefer ikincide şurası 10 cm, şurası 8, şurası da 11 cm ((çiziminde 8 ve 10 cm 'yi birbirine paralel ayrıtlara yazmıştır). Sayıları hacimlerine göre yani boyutlarına göre verdim. İkinci daha uzun olduğu için daha büyük" açıklamasını yapmıştır. Alan ve hacimleri hakkında yorum yapması istendiğinde ise "Sadece böyle bir yorum yapabiliyorum. Dikdörtgenler prizmasını farklı bir büyüklükte çizdiğimiz için sayıları da farklı büyüklükte oldu. Sayıları yani birbirleriyle aynı boyutta olmasınlar diye farklı verdim" açıklamasını yapmıştır. Öğrencinin sadece formüldeki sayılara uygun çizim yaptığı, verdiği sayıları alan kavramı ile ilişkilendirmediği fark edilmiştir.



Görsel 67. Necdet'in Cevap Kâğıdı

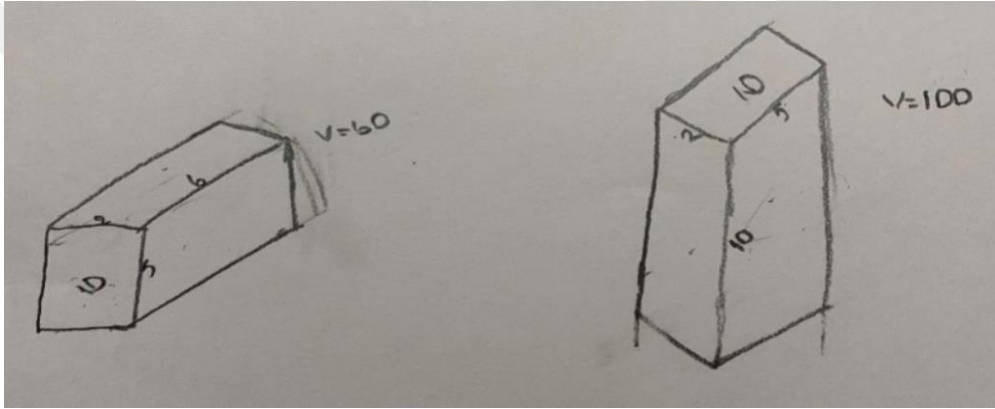
Aynı soru için öğrencilerden Eda; "Prizmanın hacmi değiştiği zaman alanını nasıl eşit tutabiliriz?" sorusunu sorarak çizimin yapılamayacağını söylemiştir.

Görsel 68'de verilen soruda Lale'nin en az bir yüzlerinin alanları eşit ancak hacimleri birbirinden farklı iki dik prizma çizimi yer almaktadır. Lale çizimleri için; "Çizdiğim iki prizmanın taban alanları eşit. Ama yükseklikleri farklı. Birinin üstünü (yüksekliğini) daha uzağa çizdiğim için daha fazla kat eklenmiş oluyor. Birinin katları daha çok, daha uzun olduğu için hacimleri farklı" açıklamasını yapmıştır. Lale'nin bu soru için alan ile hacim ilişkisini kurduğu görülmektedir.



Görsel 68. Lale'nin Cevap Kâğıdı

Görsel 69'da Merve'nin en az bir yüzlerinin alanları eşit, ancak hacimleri farklı iki dik prizma çizimi görülmektedir.



Görsel 69. Merve'nin Cevap Kâğıdı

Merve'nin çizimine ilişkin araştırmacı – öğrenci diyalogu şu şekildedir:

Merve: Bir yüzlerine aynı sayıları alan olarak verdim ve yükseklikleri farklı çıktı. Ayrıtları uzunlukları farklı oldu.

Araştırmacı: Hacimlerini de hesaplar mısın?

Merve: Biri 100, diğeri 60.

Araştırmacı: Neden farklı çıktı?

Merve: Kapladıkları yer daha farklı. Bunun daha küçük kapladığı alan (hacmi 60 br^3 olan), diğerinin kapladığı alan daha büyük (hacim yerine alan kelimesini kullanıyor).

Araştırmacı: Peki bu şekilde bir üçüncü dikdörtgenler prizması daha var mıdır en az bir yüzlerinin alanı bu prizmalara eşit ancak hacmi her ikisinden de farklı olan?

Merve: Vardır, sonsuz sayıda vardır.

Araştırmacı: Neden? Neye göre değişiyor?

Merve: Ayrıtları uzunluklarına göre değişiyor. Sayılarımızda sonsuza kadar gittiği için bir sınır yok.

Merve'nin taban alanını sabit tutarak hacmi istediği kadar değiştirebileceği şeklindeki yorumu, hacim kavramını alan ile ilişkilendirebildiğini, hacim formülünü anlamlı bir şekilde oluşturduğunu göstermektedir.

Öğrencilerin Uzunluk, Çevre, Alan ve Hacim Kavramlarına İlişkin Tanımlarındaki İlişkilendirme Biçimleri

Öğrencilere uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin hesaplama sorularının yanı sıra bu kavramları nasıl tanımladıklarını inceleyen sorular da yöneltilmiştir. Öğrencilerin bu kavramlara ilişkin yaptıkları tanımlar doğrultusunda, bu kavramları birbirleri ve alt kavramları ile nasıl ilişkilendirdikleri incelenmiştir.

Uzunluk, Çevre, Alan ve Hacim Kavramlarının Özellikleri ile Tanımlarını İlişkilendirme

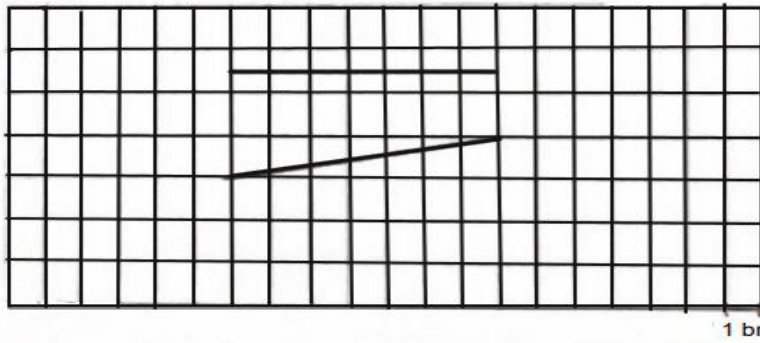
Öğrencilerin uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarını tanımlama biçimleri incelendiğinde; yaptıkları tanımların bazılarının kavramların özelliklerini içerdiği ve bazı tanımların ise kavramların özelliklerini içermediği görülmüştür. Öğrencilerin tanımlamaya yönelik sorulara verdikleri yanıtlar sonucunda, özelliklerden bağımsız tanım yapma ve kavramların özelliklerine bağlı tanım yapma kategorileri oluşmuştur. Özelliklerden bağımsız tanım yapma kategorisinin altında; başka bir kavram üzerinden tanım yapma, formüle/hesaplamaya bağlı tanım yapma alt kategorileri oluşmuştur.

Özelliklerden Bağımsız Tanım Yapma. Öğrencilerin bazılarının uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarını tanımlarken özellikleri içermeyen yani özelliklerden bağımsız tanım yaptıkları görülmüştür. İlgili kavramı başka bir kavram üzerinden tanımlama, kavramları hesaplama veya formül kullanarak tanımlama durumları belirlenmiştir.

Başka Bir Kavram Üzerinden Tanım Yapma. Öğrencilerden uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarını tanımlamaları istendiğinde, bazı öğrencilerin farklı bir kavramın özelliklerini içeren tanımlar yaptıkları fark edilmiştir. Öğrencilerden Ayşe, çevre kavramının tanımı için; “*Bir kenarla diğer kenarın çarpımı*” açıklamasını yapmıştır. Öğrencilerden Necdet’ de çevreyi; “*Uzun kenar çarpı kısa kenar*” olarak tanımlamıştır. Her iki öğrencinin de çevreyi, alan formülü üzerinden tanımladıkları fark edilmiştir.

Necdet hacim kavramının tanımı için; “*Cismin kütlesi*” açıklamasını yapmıştır. Bu öğrenciler, tanımı istenilen kavramı, niteliği farklı olan başka bir kavram üzerinden açıklamışlardır.

Formüle/ Hesaplamaya Bağlı Tanım Yapma. Öğrencilerin kavram tanımlamalarını yaparken çoğunlukla formülü kullandıkları ortaya çıkmıştır. Öğrencilerden Merve uzunluk kavramının tanımına: “*Uzunluğun anlamı bir karenin mesela bir kenarının uzunluğu. Yani ne kadar olduğunu hesaplamamız*” açıklamasını yapmıştır. Merve uzunluk kavramını, Görsel 70’de verilen uzunluk hesaplama sorusu üzerinden açıklamıştır. Öğrencilerden Eda da uzunluk kavramını; “*Önceki soruda olduğu gibi kareleri saymak. Kareler burada uzunluğu oluyor*” diyerek Görsel 70’de verilen soru üzerinden açıklamıştır. Bu öğrencilerin uzunluk kavramını tanımlarken kavramın özelliklerinden ziyade hesaplamaya dayalı açıkladıkları görülmektedir.



Görsel 70. Uzunluk Ölçme Sorusu

Öğrencilerden Serkan çevre kavramının tanımına: “*Tüm kenarların birbiri ile toplamı*” açıklamasını yapmıştır. Serkan’ın kavramı tanımlarken formülden faydalandığı görülmektedir.

Alan kavramının tanımı için öğrencilerden Tarık: “*Taban çarpı yükseklik*”, Necdet: “*Bir kenarıyla diğer kenarın çarpımı*”, Eda ise: “*Alan, uzun kenarla kısa kenarının çarpımı*” açıklamasını yapmıştır.

Öğrencilerden Tarık hacim kavramı için: “*Anlam olarak, yani çarpma işlemi yapılır anlam olarak. Öyle düşündüm.*” açıklamasını yapmıştır. Tarık’ın, hacim kavramını bir hesaplama işlemi gibi gördüğü söylenebilir. Tarık, kavrama ait özellikler olan en, boy, derinlik gibi özelliklerden bahsetmemiştir. Öğrencilerden Eda ise hacim

kavramına; “*En, boy ve yüksekliğin çarpımı*” açıklamasını yapmıştır. Eda’nın hacim kavramının tanımını formül ile ilişkilendirdiği söylenebilir.

Bu öğrenciler kavramları, bu kavramlara ilişkin hesaplamalarla veya formüllerle tanımlamışlardır.

Kavramların Özelliklerine Bağlı Tanım Yapma. Uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin öğrenci tanımları incelendiğinde, tanımlardan bir kısmının bu kavramlara ait bazı özellikleri, bir kısmının ise kavramların genel özelliklerini içerdiği görülmüştür.

Necdet uzunluğun tanımı için: “*Nesnenin büyüklüğü*” açıklamasını yapmıştır. Öğrenci uzunluk kavramını sadece büyüklük özelliği ile tanımlamıştır. Namık ise “*Bir bölgeyle diğer bölgenin arasında kalan mesafe*” tanımını yapmıştır.

Ayşe uzunluk kavramının tanımını: “*Bir noktadan bir noktaya büyüyen çizgi*” olarak ifade etmiştir. Ayşe uzunluk kavramını iki nokta arasındaki çizgi olarak açıklamış ve tanımı çizgi temsili üzerinden yapmıştır. Ayrıca Ayşe, alan kavramının tanımı için: “*Mesela bu şekil bir bahçe olsun. Bahçenin çevresi var, içindeki yere de alan denir. Mesela, açık alan derler. Yani içteki kısım gibi.*” açıklamasını yapmıştır. Ayşe alan kavramını mekân üzerinden açıklamıştır. Uzunluk ve alan kavramlarını tanımlarken bu öğrencilerinde bu kavramların özelliklerini kısmen kullanmışlar ve temsiller üzerinden açıklama yapmışlardır.

Öğrencilerin özellikle çevre kavramını tanımlarken güçlük yaşadıkları fark edilmiştir. Namık çevre kavramının tanımına: “*Çevre, bir cismin veya maddenin alanına bağlı olmayan değil de yok; yani bir cismin veya maddenin kapladığı alanın uzunluğu*” açıklamasını yapmıştır. Namık, çevre kavramını tanımlarken uzunluk kavramından bahsetmiş, alan ile ilişki kurmaya çalışmış, ancak çevre kavramının özelliklerini kullanarak tanım yapmakta güçlük yaşamıştır. Tarık çevre için: “*Çevrenin anlamı, bütün şeklin etrafı*” tanımını yapmıştır. Öğrencilerden Lale çevre tanımı için: “*Kapalı bir şeklin etrafının uzunluğu*” tanımını yapmıştır. Lale’nin çevrenin tanımını yaparken uzunluk ile ilişkilendirdiği ve kavramın özelliklerine değindiği anlaşılmaktadır.

Öğrencilerden alan kavramının tanımı istendiğinde, kavramın bazı özelliklerini dikkate alan öğrenciler, “*şeklin içi*”, “*şeklin kapladığı yer*” ifadelerini kullanmışlardır. Lale alan için: “*Alan kapladığı yerdir.*” açıklamasını yapmıştır. Serkan alan kavramı için: “*Kapladığı yer, şeklin içi.*” tanımını yapmıştır. Öğrencilerden Kübra alan için: “*Bir cismin*

yüzeyi” tanımını yapmıştır. Öğrenciler alan kavramını tanımlarken, iki boyutluluğa ilişkin herhangi bir yorum yapmamışlardır.

Öğrencilerin hacim kavramını tanımlarken kitaplarda sık karşılaşılan hacim tanımına atıf yaptıkları görülmektedir. Merve: “*Bir nesnenin kapladığı yer*”, Namık: “*Bir cismin evrende kapladığı boşluk alanı, boşluğun ölçüsü mü, e evrende kapladığı, yani bir cismin evrende kapladığı, boşlukta kapladığı alan, yani alanın ölçüsü*”, öğrencilerden Serkan ise: “*Hacim, bir cismin boşlukta kapladığı yer*” ifadeleri ile hacmi tanımlamışlardır. Öğrencilerin, hacim tanımlarında en, boy ve derinliğe; yani üç boyutluluğa yer vermedikleri, üç boyuta sahip olan hacim kavramını iki boyutu içeren alan ile tanımladıkları fark edilmiştir. Öğrencilerden Lale hacim kavramı için: “*Bir şeyin kapladığı alan, kapladığı alan derken alan yüzeysel bir şey, hacmin yüksekliği de var. Alanın yüksekliği yok. Hacimde üst üste katlar olarak alanları ekliyoruz*” tanımını yapmıştır. Tanımında, hacmin alan ile ilişkisine, alandan farklı olarak yüksekliğe, dolayısıyla farklı bir boyuta sahip olduğuna dikkat çekmiştir.

BÖLÜM 4

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu bölümde, 6. sınıf öğrencilerinin uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin ilişkilendirme biçimlerinin incelenmesini amaçlayan araştırmanın sonuçları, ilgili alanyazın ışığında tartışılarak sunulmuştur. Ayrıca, gelecekteki çalışmalar için önerilere yer verilmiştir.

Sonuçlar

Bu bölümde, araştırmanın bulgularına bağlı olarak ortaya çıkan sonuçlar, ilgili alanyazın ışığında tartışılarak sunulmuştur.

Araştırma kapsamında oluşan kategori ve temalar incelendiğinde, genellikle, öğrencilerin uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarından biriyle ilgili kurdukları ilişkileri, diğerleri için de kurdukları görülmektedir. Başka bir ifadeyle, öğrencilerin çoğu, uzunlukla ilgili hesaplamalarda kurduğu ilişkileri çevre hesaplamalarında, çevre hesaplamalarında kurduğu ilişkileri alan hesaplamalarında ve alan hesaplamalarında kurduğu ilişkileri de hacim hesaplamalarında kurmuştur. Bu sonuç, doğaları gereği birbirleriyle ilişkili olan bu kavramlara ilişkin öğrenci düşünmelerinin de oldukça ilişkili olduğunu göstermektedir.

Öğrencilerin Uzunluk, Çevre, Alan ve Hacim Kavramlarına İlişkin Hesaplamalardaki İlişkilendirme Biçimleri

Araştırmada öğrencilerin uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin hesaplamalar yapmaları gereken sorular hem standart birim hem de standart olmayan birimle ilgili hesaplamaları içermektedir. Öğrencilerin bu hesaplamaları yaparken bazı sorularda birime uygun çizim yapmaları ya da çizimi tamamlamaları, bazı sorularda tahmin becerisini kullanmaları ve bazı sorularda ise çevre, alan ya da hacim formüllerini kullanmaları gerekmiştir. Öğrencilerden yaptıkları hesaplamaları gerekçelendirmeleri de beklenmiştir. Araştırmadan elde edilen bulgular incelendiğinde, öğrencilerin standart

veya standart olmayan birimi kullanarak verilen bir uzunluğu tahmin etmelerini gerektiren sorularda çoğunlukla birim ile ölçme işlemini ilişkilendiremedikleri ortaya çıkmıştır. Örneğin, öğrencilerden cetvel ile bir nesnenin uzunluğunu hesaplamaları istenmiştir. Nesnenin boyu cetveldeki tam sayılara tam denk gelmediği, yani iki tam sayının arasında kaldığı için öğrencilerin çoğu, verilen uzunluğu yaklaşık olarak bulmakta zorlanmışlardır. Bu yüzden de genellikle 1cm'den kısa olan uzunluğu ihmal etmişler; yani ölçülecek nesne uzunluğu tam bir sayıya karşılık gelmediğinde, birim ile ölçme işlemini, ölçülecek nesnenin uzunluğuna kısmen bağlı kalarak ilişkilendirmişlerdir. Aynı şekilde, kareli zeminde çizilmiş birbirine paralel olmayan iki doğru parçasının uzunluğunu karşılaştırırken doğru parçalarından birinin çizimi, verilen standart olmayan birimi doğrudan barındırmadığı için öğrencilerin bir kısmı, verilen birimi nesnenin uzunluğunu tahmin etmek için kullanamamış, zemindeki kareleri sayarak verilen uzunlukları hesaplayıp karşılaştırmıştır. Bu soruda, standart olmayan birimle uzunluğu tahmin edemeyen öğrenciler, ancak cetvel kullanarak karşılaştırma yapabileceğini belirtmiştir. Bu durum, Aydın Karaca'nın (2014) çalışmasında ulaştığı, öğrencilerin cetvel üzerinde verilmiş kıvrımlı bir ipin uzunluğunu tahmin etmede ve cetvelde aynı aralıklar arasında bulunan eğimleri farklı iki doğrusal çizginin uzunluklarını karşılaştırmada güçlük yaşamaları sonucu ile benzerlik göstermektedir.

. Öğrencilerden bir kısmı, bir şeklin çevresini hesaplarken kenarlardan birinin uzunluğu 1 br ile 2br arasında ($\sqrt{2}$ birim) olunca bu uzunluğu tahmin etmede güçlük yaşamış ve çevreyi hatalı hesaplamışlardır. Bu öğrencilerin, uzunluk kavramına ilişkin hesaplama yaparken ölçülecek nesneye bağlı olan birim ile ölçme işlemini ilişkilendirme biçimleri, çevre kavramına ilişkin hesaplamalarında da gözlenmiştir. Diğer taraftan, öğrencilerden bazıları, 1 br ile 2 br arasındaki bir uzunluğu tahmin ederken birimi, nesnenin uzunluğunu dikkate alarak doğru bir şekilde kullanıp ölçme işlemi ile ilişkilendirirken kenarlarından biri 1 br ile 2 br arasında uzunluğa sahip bir şeklin çevresini hesaplarken aynı ilişkilendirmeyi yapmamışlardır. Bu öğrencilerin uzunluk kavramına ilişkin bir soruda uyguladıkları bilgiyi başka bir soruda uygulayamadıkları, bu bağlamda bir ilişkilendirme yapamadıkları söylenebilir.

Öğrencilere yöneltilen alan ve hacim hesaplamalarına ilişkin sorularda, öğrencilerden bir kısmının nesnelerin kenar ya da ayrıt uzunluklarını hesaplarken birimleri organize ederek ölçme işlemine bağlı ilişkilendirme yapamadıkları görülmüştür. Bunun nedenlerinden biri, öğrencilerin özellikle hacim sorularında, prizmayı oluşturan birim küpleri organize edemediği saymaları olarak gösterilebilir. Prizmaları oluşturan

birim küp sayısını hesaplarken satırlar ve sütunlar oluşturarak organize edemeden sayamayan öğrenciler, prizmayı oluşturan en, boy ve yükseklik uzunluklarını hesaplarken birimleri organize edememişlerdir. Yine satır- sütun ilişkisi kuramayan öğrenciler, alan ve hacim formüllerini kavram ile ilişkilendirememişler ve formülün gerekçesi sorulduğunda “Çünkü alan ya da hacim böyle hesaplanır.” gibi açıklamalarla yetinmişlerdir. Formülü anlamlandıramayan ve satır- sütun ilişkisi kurarak birimleri sayamayan bir öğrenci, cismin hacmini hesaplarken en, boy ve yükseklik uzunluklarını toplamış ve hacmin bu şekilde hesaplandığını söylemiştir. Bu ilişkiyi kuramayan öğrenciler ayrıca, prizmaların görünmeyen yüzlerini hesaplayamamışlar ve prizmayı oluşturan birim küp sayılarını görünen yüzleri sayarak belirlemişlerdir. Prizmanın görünmeyen yüzlerinin farkında olmayan öğrencilerden biri, eş küplerden oluşan bir cisimde belirtilen boşluğun hacminin hesaplanması istendiğinde, boşluğun hacmini hesaplamak yerine, boşluğu yok sayarak dikdörtgenler prizmasının hacim formülü ile hesaplama yapmıştır. Satır – sütun ilişkisi kuran öğrencilerin alan hesaplarken satırları ve sütunları dikkate alan sayma yaptığı ya da satır sütun ilişkileri kurarak formülü gerekçelendirebildiği gözlemlenmiştir. Ayrıca, bu öğrencilerin, prizmaların hacmini hesaplarken alan kavramından yola çıktıkları, satır- sütun ilişkisi kurarak satırları ya da sütunları sayma yoluna gittikleri ve bu sayede görünmeyen yüzlerin de farkında oldukları gözlemlenmiştir. Şekil ya da cisimlerin alanlarını ya da hacimlerini karşılaştırırken satır- sütun ilişkisi kurarak sayma yapan öğrencilerin, cisimlerin yüzlerinin alanları arasındaki farkı satır ve sütun sayıları ile ilişkilendirebildiği görülmüştür. Bu öğrenciler hem iki cismin hacimleri arasındaki farkı formül kullanarak hesaplamış hem de cisimlerin hacimlerini, eşit/farklı büyüklükteki yüzlerini ve farklı/eşit uzunluktaki yüksekliklerini dikkate alarak karşılaştırabilmişlerdir. Bu durum, satır- sütun ilişkisi kurabilen öğrencilerin işlemlerini farklı yöntemlerle de gerekçelendirebildiklerini, öğrencilerin işlemsel bilgilerini, kavramsal bilgiyle ilişkilendirdiklerine işaret etmektedir (Hiebert ve LeFevre, 1986; Gander ve Gardiner, 1990; Olkun ve Toluk, 2003; Piaget, 1950; Skemp, 1976). Batista ve Clements (1998) tarafından yapılan çalışmada, öğrencilerdeki hacim kavramının gelişim süreci izlenmiştir. O çalışmada da bu çalışmadakine benzer şekilde, öğrencilerden bazılarının aynı birim küpü iki kez saydığı, bazılarının görünmeyen yüzleri saymadığı ya da sayma yaparken organize edemeden dağınık sayarak ölçümde birim ile ölçme işlemini ilişkilendiremedikleri ortaya çıkmıştır.

Bunların yanında, öğrencilerden bazılarının soruda verilen şekil ya da cisimlerin kenar ya da ayrıt uzunluklarını dikkate almadan, kendi çizdikleri birim kareler ya da eş

aralıklar ile bu uzunlukları hesaplamaya çalıştıkları görülmüştür. Çizimlerdeki kenar ya da ayrıt uzunluklarının farkında olmayan öğrencilerin hesaplamalarda birim ile ölçme işlemini ilişkilendiremedikleri durumlar, alanyazındaki çalışmalar ile benzerlik göstermektedir (Olkun, 2003; Tan Şişman, 2010). Ayrıca, kenar ya da ayrıt uzunluklarının doğrudan verilmediği, sadece kenarları ya da ayrıtları eş aralıklarla bölmelendirilmiş şekil ya da cisimlerin çevre, alan ya da hacimlerini çizim yapmadan tahmin etmeleri istendiğinde öğrencilerin, bu uzunlukları bulmada güçlük yaşadıkları gözlemlenmiştir. Öğrencilerin, şekle ya da cisme ait uzunlukları (en, boy, yükseklik), verilen eş aralıkları sayma işlemi ile bulamadıkları gözlenmiştir. Uzunluğu hesaplarken eş aralıklara bakmak yerine birimlerin yerini gösteren çizgileri sayan öğrencilerin; çevre hesaplamada, bir şeklin alanın hesaplarken kenar uzunluklarını belirlemede ve bir cismin hacmini hesaplarken ayrıt uzunluklarını belirlemede, birimin büyüklüğü ile ölçülecek büyüklüğü ilişkilendiremedikleri gözlemlenmiştir. Bu ilişkilendirmeyi yapamayan öğrencilerin şekil ya da cisimlerin kenar ya da ayrıt uzunluklarını bulurken aralık yerine birimlerin yerini gösteren çizgileri saydıkları ve gerekli hesaplamaları da buna göre yaptıkları görülmüştür. Benzeri şekilde, öğrencilerin; çevre, alan ya da hacim hesaplamaları yapmak için gerekli şekil veya cisimleri çizmeleri gerektiğinde, çizimlerindeki birimleri belirlerken aralık yerine birimlerin yerini gösteren çizgileri sayıp uzunlukları belirledikleri ortaya çıkmıştır. Aydın Karaca (2014) çalışmalarında öğrencilerin, uzunluk ölçerken birimleri saymak yerine sayı doğrusu üzerindeki noktaları saymaları ve bu yüzden ölçümde hataya düşmeleri, bu çalışmanın bulgusu ile benzerlik göstermektedir. Ayrıca, bir nesnenin uzunluğunu hesaplarken aralıkları göz önünde bulunduran iki öğrenci, çevre uzunluğunu hesaplarken de aralıklara dikkat etmiş ve bir şeklin alanını ya da bir cismin hacmini hesaplarken de kenar ve ayrıt uzunluklarını aralık sayısına dikkat ederek hesaplamışlardır. Yine bu öğrencilerin çizim yaparken de ayrıt uzunluklarını eş aralık sayısına göre belirlediği fark edilmiştir. Bu sayede hesaplamaların tamamına yakınına doğru bir şekilde yapabilmişlerdir.

Öğrencilerin istenen koşula uygun çizim yaptığı veya verilen çizimi tamamladığı sorularda, bazı öğrencilerin verilen uzunluklara uygun çizim yapamadıkları ve bu yüzden de çizimi istenilen şekilde tamamlayamadıkları görülmüştür. Bazı öğrencilerin birimin farkında olmadığı için kenar ya da ayrıt uzunlukları eş aralıklarla verilen şeklin ya da cismin en, boy, yükseklik uzunluklarını hesaplayamadığı ve çizimi tamamlayamadığı, bazılarının ise çizimin nasıl yapılacağını doğru ifade etmesine rağmen birime dikkat etmeyip hatalı çizim yaptığı gözlenmiştir. Ayrıca, bazı öğrencilerin çizimi istenenden

farklı büyüklükte birim kullanarak tamamladıkları olmuştur. Tahmin becerisinin kullanılması gereken bir soruda, öğrencilerden verilen 1cm'lik uzunluğu göz önünde bulundurarak 10 cm'lik bir uzunluğu çizmeleri beklenmiştir. Bu soruda, öğrencilerden bazıları, istenen uzunluğun verilen 1cm'lik uzunluğun on katı olduğunu dikkate almamış, uzunluğu 10 cm'den oldukça kısa doğru parçaları çizmiştir. Çizimi tamamlarken ise öğrencilerin bazılarının, alanın tamamen doldurulması istenmesine rağmen boşluklar bıraktıkları görülmüştür.

Öğrencilerin, birim kareler ile şekilleri kaplarken daha az güçlük yaşadıkları, ancak birim kare yerine eş dikdörtgenlerle kaplamaları istendiğinde birimin büyüklüğüne bağlı olarak ölçme işlemini ilişkilendiremedikleri gözlemlenmiştir. Bazı öğrencilerinse verilen çizimi dikdörtgene tamamlamaları ya da dikdörtgen çizimleri gereken sorularda, şeklin kare olamayacağını ya da uzun kenarın şeklin eni olması gerektiğini düşündükleri ve bu yüzden sınırlı çizim yapabildikleri görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin birimin büyüklüğü değiştiği zaman birimi ölçülecek büyüklük ile ilişkilendirme güçlük yaşadıklarını göstermektedir. Battista ve Clements (1998) yaptıkları çalışmada, öğrencilerdeki hacim kavramının gelişim sürecini izlemiş ve öğrencilerin prizmayı oluşturan birim küpleri çizerken doğrusal bir çizgi çizmede güçlük yaşadıklarını, birime uygun çizim yapamadıklarını belirtmişlerdir. Bu bulgular, çalışmanın bulguları ile benzerlik göstermektedir.

Öğrencilerin, çevreleri eşit ve alanları farklı dikdörtgenler, alanları eşit ve çevreleri farklı dikdörtgenler, en az bir yüzlerinin alanları eşit ancak hacimleri farklı prizmalar çizerken, istenen koşullara uygun en, boy ve yükseklik uzunluklarını bulurken birimin büyüklüğüne bağlı ilişki kuramadıkları görülmüştür. Öğrencilerin, eş şekiller çizdiklerinin farkında olmadıkları ya da istenen koşulların hepsini sağlayan çizim yapamadıkları, yani alanları eşit ve çevreleri farklı dikdörtgenler çizmek yerine sadece alanları eşit ya da sadece çevreleri eşit dikdörtgenler çizbildikleri görülmüştür. Gelici (2022) çalışmada, ortaokul öğrencilerinin çevre ve alan kavram imajlarını ve kanıt şemalarını incelemiştir. Bu çalışmanın bulgularında, öğrencilerden belirli bir uzunluğa sahip tüm dikdörtgenleri çizmeleri istendiğinde öğrencilerin çevre yerine alanı hesapladıkları için istenilen hiçbir dikdörtgeni oluşturamadıkları ya da çizdikleri dikdörtgeni döndürerek farklı bir dikdörtgen olarak yorumladıkları ortaya çıkmıştır. Bu bulgular, çalışmanın bulguları ile benzerlik göstermektedir.

Öğrencilerin çoğunun şekil ya da cisim çiziminde koşullara uygun birim belirlerken birimin büyüklüğüne bağlı olarak birim ile ölçme işlemini

ilişkilendiremedikleri gözlemlenmiştir. Koşullara uygun çizim yapabilen öğrencilere bu şekilde kaç tane daha şekil ya da cisim çizebilecekleri sorulduğunda, satır-sütun ilişkisi kurabilen, yani birimleri farklı şekilde organize ederek sayabilen ve böylece formülü anlamlandırabilen öğrenciler, bu koşulları sağlayan sonsuz sayıda çizim yapılabileceğini ifade etmişlerdir. Örneğin, en az bir yüzlerinin alanları eşit ancak hacimleri farklı iki dik prizma çizebilen öğrenciler, *“Taban alanlarını eşit tutarak yüksekliği istediğimiz kadar değiştirip sonsuz sayıda çizim yapabiliriz.”* şeklinde çizimlerin sonsuz sayıda olabileceğini ifade etmişlerdir. Aynı şekilde, kenar uzunluklarından biri sabit olan dikdörtgenin, çevreleri birbirinden farklı olması koşulu ile kaç farklı şekilde çizilebileceği sorulduğunda yine *“Sonsuz sayıda çizilebilir. Kenar uzunlukları sonsuza kadar gidebildiği için bir sınırı yok.”* diyerek uzunluk kavramını çevre kavramı ile ilişkilendirmiş ve çizimi de buna uygun yapmışlardır. Bu öğrencilerin işlemsel bilgi-kavramsal bilgi ilişkisini kurabildikleri söylenebilir (Hiebert ve LeFevre, 1986; Gander ve Gardiner, 1990; Olkun ve Toluk, 2003; Piaget, 1950; Skemp, 1976).

Öğrencilere birimin, birim kare veya birim küp olduğu soruların yanı sıra birimin, dikdörtgen, kenar uzunluğu 2 br olan karelerin olduğu ya da kare prizma, farklı büyüklükteki küpler olduğu sorular da yöneltilmiştir. Öğrencilerin bir kısmı birim kare ile alan hesabı yaparken birimin büyüklüğü ile ölçme işlemini ilişkilendirmesine rağmen birim, dikdörtgen ya da bir kenarı 2 br olan kareler olarak belirlendiğinde, bu birimin büyüklüğüne göre hesaplama yaparken birimin büyüklüğünü ölçme işlemini ilişkilendirememişlerdir. Birimin büyüklüğü değişince buna uygun ölçme yapmada öğrencilerin güçlük yaşadıkları fark edilmiştir. Öğrencilerin birimin büyüklüğünün farkında olmadıkları ya da bu büyüklüğe göre hesaplamayı sadece çizimle yapabildikleri gözlenmiştir Kareli zeminde bir dikdörtgeni, yine aynı zeminde daha küçük bir dikdörtgen ile tamamen doldurabilmek için veya aynı soruyu kareli zemin yerine beyaz kâğıt üzerinde ayrıt uzunlukları eşit bölmelendirilmiş şekiller için düşünmeleri istendiğinde, öğrencilerden bazılarının birimin büyüklüğü ile ölçme işlemini ilişkilendirmede sorun yaşadıkları görülmüştür. Çizim yapmadan, küçük dikdörtgen sayısını bulurken bu dikdörtgenin büyüklüğünü hesaplayamadıklarını, çizim yapmaya ihtiyaçları olduğunu söyleyen öğrencilerin bir kısmı, aynı dikdörtgenleri birim kareler ile kaplarken daha az güçlük yaşamışlardır. Örneğin, öğrencilerden biri, *“Çünkü burada kafamızdan yapınca biraz zorlanabiliriz ama çizim yaparak daha basit yapabiliriz”* diyerek çizim yapmadan büyüklüğünü bilemeyeceğini ifade etmiştir. Ayrıca, öğrencilerden birimin büyüklüğündeki değişimi, hesaplamalar sonucu bulduğu sayılar ile

ilişkilendirmeleri de istenmiştir. Örneğin, öğrencilerin eş dikdörtgenleri farklı büyüklükteki küçük dikdörtgenlerle tamamen kaplamaları beklenmiştir. Birimler, birbirinin iki katı kadar yer kapladıkları için, bu birimlerin büyüklüğü iki kat artınca aynı alanı kaplamak için yarısı kadar sayıya ihtiyaç olacağını öğrencilerin fark edip etmeyecekleri incelenmiştir. Benzer şekilde öğrencilerden, dış yüzleri kareli olarak çizilmiş içi boş bir kutuyu, farklı büyüklükteki prizmalar ile ayrı ayrı doldurulmaları istenmiştir. Üçüncü prizmanın hacmi ikincinin dört katı ve ikinci prizmanın hacmi birincinin -iki katı büyüklüğündedir. Öğrencilerden her bir prizma için kullanılacak cisim sayısını, hacimlerin birbiri ile ilişkisini kurarak açıklamaları beklenmiştir. Öğrencilerin çoğu, çizimi tamamlamak ya da verilen cisim tamamen doldurmak için gereken şekil ya da cisim sayılarını yaptıkları hesaplamalar sonucu doğru bir şekilde bulmuşlardır; ancak öğrenciler bir birimin hacminin ya da alanın diğerinin iki katı olmasının, kapladığı yerin de diğerinkinin iki katı olduğunu gösterdiğini ve böylece hesaplanan birim sayısının yarıya düşeceği yorumunu yapamamışlar, buldukları sayılar arasında bu ilişkiyi kuramamışlardır. Öğrencilerin yaptıkları hesaplamalarda bu ilişkileri kuramamaları, işlemsel bilgi ile kavramsal bilgi arasında ilişki kuramadıklarının bir göstergesidir (Hiebert ve LeFevre, 1986; Gander ve Gardiner, 1990; Olkun ve Toluk, 2003; Piaget, 1950; Skemp, 1976). Birimin büyüklüğünün farkında olan öğrenciler, çizimle ve çizim yapmadan aynı sonuçlara ulaşabilmişler, birimdeki büyüklük değişiminin, ölçülecek nesnedeki birim sayısını nasıl değiştirdiğini ifade edebilmişlerdir.

Kenar ya da ayrıt uzunlukları standart ya da standart olmayan birimle verilmiş sorularda, öğrencilerden verilen şeklin ya da cismin çevresini, alanını ya da hacmini hesaplamaları istenmiştir. Bu sorularda öğrencilere kullandıkları çevre, alan ve hacim formüllerinin gerekçeleri sorulmuştur. Formülleri ezberleyen öğrencilerin koşula uygun çizim yapmada, ya da bir kısmı verilmiş çizimi tamamlamada, birim belirlemede zorlandıkları görülmüştür. Bu öğrenciler sadece formülün uygulamasını gerektiren sorulara doğru yanıtlar vermişlerdir. Bu durum, yüksek başarı düzeyinde olduğu düşünülen öğrencilerde de kimi zaman ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin ders esnasında farklı soru türleri ile karşılaşmamaları, prototip çizimler ile hesaplamalar yapmaları bu duruma neden olabilir. Olkun (2003), öğrencilerin matematik problemlerini kanıtlama süreçlerini incelediği çalışmasında, öğrencilerin geometrik kavramlara ait formülleri anımsayamadıklarını ya da formülleri birbiri ile karıştırdıklarını ve bu durumun sebebinin de formüllerin ezberlenmesi olduğunu belirtmiştir. Orhan (2013) çalışmasının bulgularında öğrencilerin kavramlara ilişkin bilgilerine oranla işlemsel bilgilerinin daha

fazla olduğunu söylemiştir. Orhan, gene bu çalışmasında öğrencilerin bu yüzden alanı verilen bir şeklin çevresini bulurken zorlandıklarını, çevre değişimi ve alan korunumu içeren sorularında güçlük yaşadıklarını ifade etmiştir. Tan Şişman (2010), öğrencilerin kavramlara ilişkin formülleri yanlış uyguladıklarını, kavramlara ilişkin anlam ve becerilerden yoksun olduklarını çalışmasının bulgularında açıklamıştır. Alanyazındaki bu araştırmaların, çalışmanın bulguları ile paralellik gösterdiği görülmektedir.

Formülü alan kavramı ile ilişkilendiremeyen öğrencilerden bazıları, dikdörtgenin alanını hesaplarken alan formülünü yanlış uygulamışlar ve iki kısa kenar toplamı ile iki uzun kenarın toplamını çarpmışlar ya da tüm kenar uzunluklarını birbiri ile çarparak bulmuşlardır. Bu öğrencilerin çevre ve alan kavramlarını kavramsal bilgi düzeyinde öğrenmedikleri ve formülleri ezberledikleri için karıştırdıkları, çevre kavramını çevre formülüyle, alan kavramını alan formülüyle ilişkilendirmede güçlük yaşadıkları söylenebilir. Bu bulgu, alan formülünü tüm kenar uzunluklarının toplamı ya da yükseklik ile tabanın toplamı şeklinde ifade eden öğrencilerin olduğunu belirten Zacharos'un (2006) çalışmasının bulguları ile benzerlik göstermektedir. Çevre ve alan hesabı yaparken bu kavramlara ilişkin formülleri yanlış uygulayan (alan hesabı için tüm kenar uzunluklarını çarpan, karşılıklı kenarları toplayıp çarpan ya da alan formülü ile çevre formülünü karıştıran) öğrencilerin bazı sorularda alan formülünü doğru uygularken bazı sorularda yanlış uyguladıkları görülmüştür. Bu durumun, öğrencilerin alan formülünü anlamlı bir şekilde öğrenmeden ezberlemelerinden ve bu yüzden de formülü karıştırdıklarından kaynaklandığı söylenebilir. Başka bir öğrenci ise hacim hesaplarken üç uzunluğa ihtiyaç olduğunu söylemiş, ancak bu uzunlukları toplamış ve hacmin bu şekilde hesaplandığını ifade etmiştir. Bu öğrencinin, formülü ezberlediği için unuttuğu ve karıştırdığı söylenebilir. Ayrıca öğrencilerin çoğunun hacim formülündeki en, boy ve yükseklik uzunluklarını gösteren sayıları sadece üç sayı olarak algıladıkları, anlam olarak ne ifade ettiğini bilmedikleri ortaya çıkmıştır. Öğrencilere, en ve yükseklik uzunlukları eşit, ancak boyları farklı iki cisim verilip hacimleri arasındaki farkın ne olduğu sorulduğunda, öğrencilerin çoğu cisimlerin hacimlerini hesaplamış ve karşılaştırmayı da hacimler arası farkı bularak yapmışlardır. Öğrencilere bu karşılaştırmayla ilgili farklı bir yöntem ile de yapıp yapılamayacağı sorulduğunda ise çok az sayıda öğrenci, hacimler arasındaki farkı, en, boy ve yükseklik uzunlukları arasındaki fark ile ilişkilendirebilmiştir. Formülü kavram ile ilişkilendiremeyen öğrencilerin şekillerin alanlarını ya da cisimlerin hacimlerini karşılaştırırken güçlük yaşadıkları, hesaplama işlemleri sonucunda buldukları sayıların cismin alan ya da hacmi ile ilişkisini kuramadıkları gözlemlenmiştir. Bu

sonuçlar, öğrencilerin bu formlerin anlamlarını bilmeden kullandıklarına, kavramsal bilgi-işlemsel bilgi ilişkilendirmesini yapamadıklarına işaret etmektedir (Hiebert ve LeFevre, 1986; Gander ve Gardiner, 1990; Olkun ve Toluk, 2003; Piaget, 1950; Skemp, 1976). Bu durum, Danielson'un (2005) alışmasında ulaştığı, alan ve çevrenin tanımlarının ve formüllerinin ne anlama geldiğini öğrencilerin bilmediği ve tanım ile formül arasında nasıl bir ilişkili olduğu konusunda öğrencilerin derin bir anlayışa sahip olmadıkları sonucu ile benzerlik göstermektedir. Benzer bir durum, Tan Şişman tarafından 2010'da yapılan çalışmanın bulgularında da ortaya çıkmıştır. Çalışmada ğrencilerin kavramlara ilişkin formülleri yanlış uyguladıkları, kavramlara ilişkin anlam ve becerilerden yoksun oldukları ortaya çıkmıştır. Bu durum, bu kavramların ğretimi sürecinde bu ilişkilendirmenin gerekliliğini ortaya koymaktadır.

Öğrencilerin görüşmeler sırasında çizimi verilen ya da kendilerinin çizimini oluşturduğu şekil ya da cisimlerle ilgili hesaplamalar yaparken birimin niteliğine uygun ölçme yapamadıkları görülmüştür. Örneğin, öğrencilerden, birbirinden ayrı olarak verilmiş altı eş kare kullanırken az bir kenarları ortak olacak biçimde şekiller oluşturmaları ve bu şekillerin çevrelerini hesaplamaları istenmiştir. Öğrencilerden evre uzunluğunu hesaplamaları istenmesine rağmen, bir kısmının zemindeki kareleri saydığı fark edilmiştir. Bu ğrencilerin evre uzunluğu için kare saymaları birimin niteliği ile ölçülecek niteliği ilişkilendiremediklerini göstermektedir. Öğrencilerin çoğu, bir prizmayı oluşturan birim küp sayılarını hesaplarken küp yerine küplerin yüzleri olan kareleri saymış, bazıları ise prizmayı birim küplerle kaplamaları gerekirken kareler çizip prizmanın karelerden oluştuğunu söylemiştir. Bu ğrencilerin, birimin niteliği ile ölçülecek niteliği ilişkilendiremedikleri, birimin niteliğine uygun çizim ya da hesaplama yapamadıkları fark edilmiştir. Birimin niteliğini ölçülecek nitelik ile ilişkilendirebilen öğrencilerin, hesaplamalarını ölçülecek niteliğe uygun birimler kullanarak yapabildikleri ve bu bağlamda tutarlı açıklamalar yapabildikleri sonucuna ulaşılmıştır. Tan Şişman'ın (2010), yaptığı çalışmada, öğrencilerin çevreyi hesaplarken zemindeki birim kareleri saymaları ve hacim hesaplarken birim küplerin yüzleri olan kareleri saymaları, bu çalışmanın bulguları ile benzerlik göstermektedir.

Öğrencilerin bazı sorulara verdikleri yanıtlar, onların, uzunluk, evre, alan ve hacim kavramları arasında kurdukları ilişkileri göstermektedir. Öğrencilerden bazılarının uzunluk değişimine bağlı, uzunluk ile evre ilişkisini kuramadıkları gözlemlenmiştir. Örneğin, üç eş dikdörtgenden birinin köşelerinden bir kısmının, birinin ortasından bir kısmının, birinin hem eni hem de boyu kılalacak şekilde bir kısmının kesilmiş olduğu bir

soruda, yeni oluşan şekillerin çevrelerinin ilk dikdörtgenin çevresiyle kıyaslanması istenmiştir. Öğrencilerden bazılarının hepsinde uzunluğun küçüldüğü için çevrenin de küçüleceğini düşündüğü ortaya çıkmıştır. Dikdörtgenin bir kısmı kesildiği zaman çevre uzunluğunun, daima küçüleceği yorumunu yapmışlardır. Öğrencilerden bazılarının, şeklin bir kısmı kesildiği zaman ortaya çıkan yeni kenarların farkına varamadıkları görülmüştür. Öğrencilerden, birim karelerden oluşan, en az bir kenarları ortak olan, çevreleri farklı şekiller çizmeleri istenmiştir. Öğrencilerin bir kısmı, şekilleri oluşturan kare sayısı değişmediği için çevrenin de değişmeyeceğini düşünmüştür. Ayrıca, kenar uzunluklarından biri aynı ve çevreleri birbirinden farklı dikdörtgenler çizilmesi istendiğinde öğrencilerden bazıları kenar uzunluğu değişmeden çevrenin değişmeyeceği yorumunu yapmışlardır. Bu sonuçlar, öğrencilerin uzunluk ve çevre ilişkisi kuramadıklarını ve çevre kavramını alan kavramı ile karıştırdıklarını göstermektedir. Bunun yanı sıra, farklı şekillerde kesilen eş dikdörtgenlerin alanları azaldığı için mutlaka çevrenin de azalacağını ifade eden öğrenci yanıtları da bulunmaktadır. Öğrencilerin uzunluk, çevre, alan ve hacim değişimini nelerin etkilediğine yönelik sorularla karşılaşmamalarının bu tür yanılgılara neden olabileceğini düşünülmektedir.

Matematik öğretim programı ve matematik ders kitapları incelendiğinde, öğrenciler çoğunlukla verilen şeklin çevresini hesaplamalarını gerektiren sorularla karşılaştırılmaları, birimleri kendilerinin belirlediği ve çizimini kendilerinin yaptığı, verilen uzunluğu değiştirmeden çevrenin nasıl değişeceğinin tartışıldığı durumlara yeterince yer verilmemesi, bu düşünceyi desteklemektedir. Danielson (2005) çalışmasında, alan ve çevrenin tanımlarının ve formüllerinin ne anlama geldikleri ve birbirleriyle nasıl ilişkili oldukları konusunda öğrencilerin derin bir anlayışa sahip olmadıklarını belirtmiştir. D'Amore ve Fandino Pinilla (2006), alan ve çevre arasındaki ilişki hakkında öğrenci ve öğretmen inançlarını analiz ettikleri çalışmanın bulgularında, öğrencilerin bir şeklin çevresi artınca alanının da arttığını ve bir dikdörtgenin çevresi diğerinden büyükse alanının da diğerinden büyük olduğunu düşündüklerini belirtmişlerdir. Gelici (2022), yaptığı çalışmanın bulgularında öğrencilerin alanları eş olan şekillerin çevrelerinin de her zaman eş olduğunu düşündüklerini ve alan korunumunu genelleyerek çevre için de uyguladıklarını ifade etmiştir. Alanyazındaki bu araştırmaların, çalışmanın bulguları ile benzerlik gösterdiği görülmektedir.

Öğrencilerden bazıları şekillerin çevrelerini hesaplariken alan formülünü kullanmış, alan hesaplama sorularına geçildiğinde ise yine alan formülünü kullanarak hesaplamalar yapmışlardır. Çevre hesabı için alan formülünü kullanan öğrencilerden

bazıları şekil üzerinden çevre hesaplama yaparken alan formülü kullanmış ancak şekli çizimle oluşturup çevre hesaplaması gerektiğinde çevreyi kenar uzunluklarının toplamı olarak bulmuştur.

Öğrencilerden çevreleri aynı, alanları farklı dikdörtgenler çizmeleri istendiğinde, öğrencilerden biri, çevrelerin aynı olması için dikdörtgenlere aynı en ve boy uzunluklarını vermiştir. Bu sayıların çarpımının aynı olmasının, çevre uzunluklarının aynı olmasını sağladığını ifade etmiştir. Alanların farklı olması içinse dikdörtgenler farklı sayı ve büyüklükte birim kareler çizmiş ve bu kare sayılarının dikdörtgenlerin alanlarını gösterdiğini ifade etmiştir. Öğrenci, iki dikdörtgenin çevre uzunluklarının aynı olması için tüm kenar uzunluklarının eşit olması gerektiğini söylemiş ve bu düşüncesini savunurken çevre hesabı için alan formülünü kullanmıştır. Öğrenci, çizdiği, gerçekte eş olan, bu iki dikdörtgenin alanlarını farklı büyüklükte karelerle kaplamış ve bu karelerin sayısının farklı olmasının, alanların büyüklüğünü de değiştirdiğini savunmuştur. Bu durum onun, çevre ve alan kavramlarına ilişkin ciddi yanılgılarının olduğunu, bu kavramları anlamlandıramadığını göstermektedir. Ayrıca, bazı öğrenciler alanları eşit, çevreleri farklı dikdörtgenler çizmeyi amaçlarken çizdikleri ilk dikdörtgeni döndürerek tekrar çizmişler ve bu dikdörtgenlerin çevrelerinin farklı olduğunu düşünmüşlerdir. Bu öğrenciler, çevre ve alan hesaplamalarını yaptıklarında şekillerin aynı olduğunu fark etmişlerdir. Bu sonuç, yine öğrencilerin formülü anlamlı bir şekilde oluşturamadığını, formüldeki işlemlerin ne anlama geldiğini bilmediklerini göstermektedir.

Öğrencilerin bir kısmı ise verilen koşullara uygun çizimler yapmalarına rağmen alan sabit iken çevrenin neden değiştiğine ilişkin yorum yapamamışlardır. Bu öğrencilerin sadece işlemsel düzeyde yorum yapabildikleri, kavramsal bilgiyi kullanarak açıklama yapamadıkları ortaya çıkmıştır. Yaptıkları işlemleri açıklayamayan öğrenciler, çevre, alan ve hacim hesaplama sorularında kullandıkları formüller için “*Çünkü bu şekilde hesaplanır.*” dan öte açıklama yapamamışlardır. Alan değişimine bağlı çevreyi yorumlarken öğrencilerden bazıları, “*Alan azalıyor ise mutlaka çevrenin de azalması gerekir*” şeklinde açıklama yaparken bazıları da şekilden parça kesilmesi durumunu “*Alan ortadan kesiliyor ise artar, köşeden kesiliyor ise değişmez*” gibi ifadeler kullanmışlardır. Bu yorumlar, yine çevre ile alan ilişkisinin kurulamadığını ve bu kavramların karıştırıldığını düşündürmektedir. Bu öğrencilerin çevre kavramını ve buna bağlı olarak alan kavramını öğrenmede güçlük yaşadıkları söylenebilir. Çevre formülünü hatırlamadığını söyleyip çevreleri aynı ve alanları farklı dikdörtgenler yerine sadece alanları farklı dikdörtgenler çizen öğrencilerin de yine bu bağlamda bu kavramları

ilişkilendiremedikleri söylenebilir. Bu öğrencilerin, çevre hesaplarken de alan formülü ile hesaplamalar yapmaları hataya yol açmış olabilir.

Alanları aynı çevreleri farklı ya da çevreleri aynı ancak alanları farklı dikdörtgenleri kavramsal olarak yorumlayabilen öğrenciler, çizimlerinde alanın sabit olması için çarpımları aynı olan sayılar gerektiğini ve çevrenin aynı olması için de toplamları aynı olan sayılar gerektiğini ifade etmişlerdir. Öğrencilerden biri; “3 elmalı 7 sepet ile 4 elmalı 6 sepet aynı şey değildir.” diyerek çevreler aynı iken alanların farklı olması durumunu açıklamıştır. Öğrencilere yöneltilen ölçmedeki birimin büyüklüğünün değiştiği (birim kare yerine dikdörtgen kullanmak gibi) sorularda birimin büyüklüğü değişince bu değişimi çevre ile ilişkilendiren, birimin büyüklüğünün farkında olan öğrenciler, birimi kullanarak alan hesabını doğru bir şekilde yapabilmişlerdir. Bu öğrencilerin, uzunluk kavramını çevreyle ilişkilendirdikleri ve sonrasında da çevre ile alan ilişkisini kurabildikleri söylenebilir.

Öğrencilerden bazılarının prizmaların hacmini hesaplarken en, boy ve yükseklik uzunluklarının farkında olmadıkları ve eş aralıkları sayarak bu uzunlukları hesaplayamadıkları görülmüştür. Bu öğrenciler, ayrıt uzunlukları doğrudan verildiğinde hacmi hesaplarken prizmanın en, boy ve yükseklik değerleri birim küpler ile oluşturulduğunda bu küpleri kullanarak ayrıt uzunluklarını ortaya çıkaramamışlardır. Ayrıca, prizmaların görünmeyen yüzlerindeki birim küpleri sayamayan ve prizmaların sadece yüzeylerindeki birim kareleri hesaplayan öğrencilerin prizmayı oluşturan birim küp sayısını yüzey alanı ile ilişkilendiremedikleri söylenebilir. Bunun yanı sıra en az bir yüzlerinin alanları eşit, hacimleri birbirinden farklı iki prizmayı oluştururken hacim farklıyken eşit alana sahip yüzlerinin olamayacağını düşünen ya da bu koşula uygun ayrıt uzunluklarını belirleyemeyen öğrencilerin hacim formülünü prizmanın alanı ile ilişkilendiremedikleri söylenebilir. Hacim kavramını, sadece hacim formülü ile ilişkilendirdikleri için bu öğrenciler çoğunlukla en, boy ve yükseklik uzunlukları verilmiş olan prizmaların hacimlerini hesaplayabilmiş ancak bu uzunluklardaki değişimi yorumlayamamışlardır. Bu yorumu yapamayan öğrenciler, eni ve yüksekliği aynı ancak boyu farklı iki prizma arasındaki hacim farkını sadece işlem ile açıklayabilmişlerdir. Bu durum, hacim formülünün, alan kavramı ile ilişkilendirilmediğini ve formülün sadece verilen üç sayıyı çarpmak olarak düşünüldüğünü ortaya çıkarmıştır. Formülü anlamlandıramayan ya da alan kavramı ile ilişkilendiremeyen öğrenciler, hacim hesaplarken farklı yöntemler bulamamış, genellikle birimleri satır-sütun ilişkisi kurarak sayamamışlardır. Formülü kavram ile ilişkilendiren, alan ile ilişkisini kurabilen

öğrencilerin en az bir yüzlerinin alanları eşit, hacimleri farklı prizma çizimlerinde koşulları sağlayan sonsuz sayıda çizim olabileceğini söyledikleri, değişimi en, boy ve yükseklik uzunluklarından birinin değişimi ile açıkladıkları, hacim hesabının üst üste alanlardan oluştuğunu ifade ettikleri görülmüştür. Örneğin, boş bir kutunun farklı büyüklükteki prizmalar ile doldurulması istendiğinde, birçok öğrenci formül ile her bir prizmadan kaç tane gerektiğini hesaplayabilmiş, ancak formül ile ilişkilendirebilen öğrenciler, her bir cismin hacminin birbiri ile olan ilişkisini, bulduğu sayılarla da ilişkilendirebilmiştir. Bu öğrencilerin farklı şekillerde de hacim hesabı yapabildikleri, satır- sütun ilişkisi ile prizmaları oluşturan birim küpleri sayabildikleri, alan değişiminin hacmi nasıl etkilediğini yorumlayabildikleri görülmüştür. Buldukları sayılarla, yaptıkları hesaplamalar veya kavramlar arasında ilişki kurabilen öğrencilerin soruları güçlük yaşamadan yanıtladıkları fark edilmiştir.

Bu sonuçlar, uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin düşünmelerin birbiri ile ilişkili olduğunu, birinde kurulan ilişkilerin diğerlerine (sırasıyla; uzunluk-çevre-alan-hacim) transfer edildiğini göstermektedir. İlgili hesaplamaları yaparken öğrenciler, uzunluk ölçmede bir güçlük yaşadıkları zaman çevre uzunluğunu hesaplarken de benzer bir güçlük yaşamışlardır. Öğrencilerin, çevre kavramını formülü ile ilişkilendiremedikleri zaman genellikle alan hesabı yaparken de formülü ile ilişki kuramadıkları ve hacim kavramını alan kavramı ile ilişkilendiremedikleri zaman bu kavramını sadece formülü ile açıkladıkları görülmüştür. Bu sonuçlar, işlemsel bilgileri kavramsal bilgilerine oranla baskın olduğu için öğrencilerin, ilgili hesaplamalarını genellikle işlemsel bilgilerini kullanarak gerekçelendirebildiklerini, bu yüzden de çoğunun farklı çözüm yöntemleri üretemediklerini ve kavramlar arasında yeterli düzeyde ilişkilendirmeler kuramadıklarını göstermektedir (Hiebert ve LeFevre, 1986; Gander ve Gardiner, 1990; Olkun ve Toluk, 2003; Piaget, 1950; Skemp, 1976).

Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Uzunluk, Çevre, Alan ve Hacim Kavramlarını Tanımlama Biçimleri

Uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin hesaplama sorularının yanında, öğrencilere bu kavramları nasıl tanımladıkları da sorulmuştur. Öğrencilerin; kavramları tanımlarken hesaplama sorularına göre daha çok zorlandıkları gözlenmiş, bazı öğrenciler tanım yaparken uygun kelimeleri bulamadıklarını ya da nasıl anlatacaklarını bilemediklerini ifade etmişlerdir.

Kavram tanımı Tall ve Vinner tarafından “ilgili kavramı açıklamak/belirlemek için kullanılan ve kelimelerden oluşan bir yapı” olarak açıklanmıştır (Tall ve Vinner, 1981, s. 52). Matematiksel bir kavramı açıklamak için kullanılan kavram tanımı, kelimelerden oluşabileceği gibi sembolleri de içerebilmektedir (Bingölbali ve Monaghan, 2008). Vinner (1991), kavramlara ait tanımların, bireyin kendi zihinsel süreçleri neticesinde oluşmayıp hazır olarak alınıp ezberlendiği durumlarda, uzun vadede unutulacağını ifade etmiştir. Bu araştırmadaki öğrencilerin kavram tanımları, Vinner’ın bu ifadesini destekler niteliktedir.

Öğrencilerin uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramları için yaptıkları tanımlar incelendiğinde; öğrencilerden bazılarının kavramların özelliklerini içeren tanımlar yaptığı, bazılarının ise kavramların özelliklerini içermeyen tanımlar yaptığı görülmüştür. Kavramların özelliklerini dikkate almayan öğrenciler kavramları, başka bir kavram üzerinden ve formül/hesaplama üzerinden tanımlamışlardır. Formüle ya da hesaplama ya bağlı tanım yapan öğrencilerden bazılarının temsilden faydalandıkları, görüşme sürecinde yanıtlamış olduğu bir sorudaki şekil üzerinden ya da günlük hayattaki nesneler üzerinden tanım yapmaya çalıştıkları görülmüştür. Örneğin; öğrencilerden Eda’nın, uzunluk kavramı için “*Önceki soruda olduğu gibi kareleri saymak. Kareler burada uzunluğu oluyor.*” açıklaması, onun yanıtlamış olduğu bir sorudaki şekil üzerinden tanım yaptığını göstermektedir. Şekerci (2021), çalışmasında öğrencilerden şekilleri tanımlamaları istendiğinde, çoğunun sadece şeklin çiziminden bahsettiklerini ifade etmiştir. Bu sonuç, çalışmanın bulguları ile benzerlik göstermektedir.

Çalışmada, çevre kavramını alan kavramı ile karıştıran ya da alan kavramı üzerinden tanımlamaya çalışan öğrenci yanıtları da bulunmaktadır. Bu öğrenciler, çevreyi kenar uzunluklarının çarpımı ya da şeklin kapladığı alanın uzunluğu şeklinde tanımlamışlardır. Gelici (2022), yaptığı çalışmanın bulgularında, katılımcıların alanı açıklamak için daha önce ezberledikleri algoritma ve formülleri kullandıklarını ve bu algoritmaların bir kısmının alan hesaplaması, bir kısmının ise çevre hesaplaması için uygun olduğunu ifade etmiştir.

Çalışmada ayrıca; çevreyi, alanı ve hacmi, bu kavramlara ilişkin hesaplamalarla tanımlamaya çalışan öğrenciler de bulunmaktadır. Bu öğrenciler, çevreyi kenar uzunluklarının toplamı, alanı kısa kenar ile uzun kenarın çarpımı ve hacmi de en, boy ve yükseklik uzunluklarının çarpımı olarak tanımlamışlardır. Öğrencilerin bu kavramları kavramsal bilgiyi kullanarak tanımlayamamaları, işlemsel bilgilerine anlam kazandıramadıklarını ve formülleri kavram ile ilişkilendiremediklerini göstermektedir.

Öğrencilerin bu kavramlara ilişkin tanımlar ile çok fazla karşılaşmamaları, daha çok hesaplamayı gerektiren sorular ile karşılaşmaları da bu yanıtları vermelerinin nedeni olabilir. Gelici (2022), çalışmasında öğrencilerin çevreyi açıklamak amacıyla kenar uzunluklarına rastgele sayısal değerler atayıp bu değerleri topladıklarını ifade etmiştir. Bu çalışmanın bulguları ile uyumlu olan bu sonuç, öğrencilerin uzunluk kavramının tanımını formüle bağlı yaptıklarını göstermektedir.

Öğrencilerin kavramların tanımını yapmada, bu kavramlara ilişkin hesaplama yapmaya göre daha çok güçlük yaşadıkları görülmüştür. Araştırmada öğrencilerden bazıları tanım yapmaları istendiğinde *“Daha önce düşünmemiştim.”* yanıtını vermiş ve bunun için süre istemişlerdir. Öğrencilerin derslerde çoğunlukla işlemlerle karşılaşmaları, tanım yapmalarını gerektiren durumların olmaması bu sonuca neden olabilir. Kavramları tanımlayamayan ya da kavramların tanımlarını başka kavram üzerinden veya temsil üzerinden yapan öğrencilerin bu kavramlara ilişkin hesaplamalarda da güçlük yaşadıkları, yaptıkları hesaplamalar arasında ilişki kuramadıkları anlaşılmıştır. Öğrencilerin kavramların anlamlarını bilmeden sadece kavramlara ilişkin işlemleri yapmaları, kavramlar arasında ilişki kuramamalarına ve kavramlarla ilgili prototiplere bağlı kalmalarına neden olmaktadır.

Kavramların özelliklerine bağlı tanım yapan öğrencilerin bir kısmının bu kavramlara ait bazı özelliklerini içeren tanımlar yaptıkları görülmüştür. Öğrenciler, uzunluğa genellikle, büyüyen çizgi, büyüklük, boy, mesafe gibi tanımlar yapmışlardır. Çevre kavramını tanımlarken öğrenciler genelde; *“şeklin etrafı”, “etrafının uzunluğu”* ifadelerini kullanmışlardır. Öğrencilerin çevrenin tanımını yaparken uzunluk ile ilişkilendirdikleri fark edilmiştir. Alan kavramının tanımı için ise şeklin için ya da kapladığı yer ifadelerini kullandıkları görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin kavramın özelliklerine değindiklerini göstermiştir ancak alan kavramının satır- sütun ilişkisi, iki boyutluluk gibi özelliklerine değinilmemiştir. Öğrencilerin diğer kavramlara göre hacim kavramının tanımını yaparken daha az güçlük yaşadıkları görülmüştür. Bu durumun sebebi, hacmin üç boyutlu olması ya da öğretimde, tanımıyla daha çok karşılaşmaları olabilir. Ders kitaplarında hacim kavramının tanımına yer verilirken diğerlerine yer verilmemiştir. Hacmi, cismin boşlukta kapladığı yer olarak tanımlayan öğrenci yanıtları çoğunluktadır. Bu durum kitaplarda tanımının *“Hacmin, herhangi bir cismin boşlukta kapladığı yer (MEB, 2013)”* olarak verilmesinden kaynaklanabilir. Tanımı, hacim kavramının üç boyutluluğu ile ilişkilendiren öğrenci yanıtı ise daha azdır. Sadece bir öğrenci hacim kavramını tanımlarken en, boy ve yükseklik özelliklerinden faydalanmış,

hacmi alan kavramı ile ilişkilendirmiştir. Yine çevreyi tanımlarken uzunluk kavramından, alan kavramını tanımlarken çevre uzunluğundan faydalanan ve hacim kavramını tanımlarken hacmin alanlardan oluştuğunu düşünen öğrencilerin kavramlar arasında ilişki kurabildiği, yaptıkları işlemleri kavramlarla ilişkilendirebildikleri ve kavramlara ilişkin hesaplamaları farklı yollar ile de yapabildikleri ortaya çıkmıştır.

Öneriler

Bu çalışmada, birbirleriyle ilişkili olan uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin öğrenci düşüncelerinin oldukça ilişkili bulunması, öğretim programında ilgili konunun öğretiminin bu ilişkilerin dikkate alınarak yapılmasının gerekli olduğunu göstermektedir.

Uzunluk ve çevre, alan ve hacim kavramlarını besleyen temel kavramlardır. Bu çalışmada, kavramsal öğrenme gerçekleştiği zaman, öğrencilerin bu kavramlar arasındaki ilişkiyi de fark edebildikleri görülmüştür. Dolayısıyla, kavramların anlamlı şekilde öğrenilmesi, bu kavramlar arasındaki ilişkilerin kurulmasını da sağlamaktadır. Bu nedenle, öğretimin, bu kavramların anlamlı öğrenilmesini sağlayacak şekilde zenginleştirilmesi gerekmektedir.

Bireydeki kavramsal bilgiye işaret eden şeylerden biri de onun bir kavrama ilişkin yaptığı tanımlardır. Bu çalışmada öğrencilerin, uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin daha çok işlemsel bilgi kullandıkları anlaşılmaktadır. Kavramsal bilgiyi geliştirmek için öğretim sürecinde, öğrencilerin kavramların tanımları üzerinde düşüncelerini sağlayacak etkinliklerin yapılması gerekli görülmektedir.

Öğrencilerin istenilen ölçüdeki bir nesneyi oluşturma sürecinde, verilen bir nesneyi ölçme sürecine göre çok daha fazla güçlük yaşadıkları belirlenmiştir. Bu sonuca bağlı olarak kavramların öğretim sürecinde, öğrencilerin; ölçme birimini ve kenar/ayrıt uzunluklarını belirlemelerini, verilen bir çizimi tamamlamalarını, istenilen koşullara uygun çizim yapmalarını gerektiren etkinliklerle karşılaştırılmaları gerekli görülmektedir.

Araştırma, 7. sınıf öğrencileriyle, eğitim öğretim döneminin ilk iki haftasında yapılmıştır. Böylece, öğrencilerin daha önceki sınıf düzeyinde öğrendikleri uzunluk, çevre ve alan kavramı ile 6. sınıfta öğrendikleri hacim kavramını nasıl anladıkları, bu kavramları nasıl ilişkilendirdikleri incelenmiştir. Bu kavramlara ilişkin düşünceleri inceleyen araştırmaların 5., 7. ve 8. sınıf düzeyinde de yapılması, ortaokuldaki farklı sınıf

düzeylerindeki farklı deneyimlere sahip öğrencilerde bu kavramlara ilişkin düşüncelerin nasıl değiştiğini incelemek için yararlı olacaktır. İlkokul düzeyinde de her bir kavrama ilişkin ayrıntılı sorularla görüşmeler yapılmasının küçük yaşlardaki öğrencilerin temel düzeydeki güçlüklerini belirlemek için etkili olacağı düşünülmektedir. Ayrıca, aynı öğrencilerle farklı sınıf düzeylerinde yapılacak bir boylamsal çalışma da bu kavramlara ilişkin düşüncelerin nasıl geliştiğini incelemek için yararlı olacaktır.

Uzunluk, çevre, alan ve hacim kavramlarına ilişkin öğrencilerin ilişkilendirme biçimlerini incelemek için çalışmada; dikdörtgen, kare, dikdörtgenler prizması, küp ve kare prizmadan faydalanılmıştır. Bu şekil ve cisimlere ek olarak, farklı şekil ve cisimlerin de kullanıldığı araştırmaların, ilgili kavramlara ilişkin öğrenci düşünme biçimlerini incelemek için yararlı olacağı ve alanyazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.



KAYNAKLAR

- Açıkgül, K. (2012). *Öğretmen Adaylarının Dinamik Geometri Yazılımı Kullanarak Geometrik Yer Problemlerini Çözüm Süreçlerinin ve Bu Süreçlere İlişkin Görüşlerinin İncelenmesi* (Yayımlanmış Yüksek Lisans Tezi). İnönü Üniversitesi, Malatya, Türkiye.
- Altun, M. (2004). *Matematik Öğretimi* (3. Baskı). Bursa: Alfa Yayınları.
- Altun, M. (2014). *Ortaokullarda (5,6,7,8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi* (10. Baskı). Bursa: Alfa Akademi.
- Artut Dinç, P. ve Tarım, K. (2006). *Ölçüler ve Öğretimi*. H. Gür (Ed.), *Matematik Öğretimi İçinde* (ss.312-346) (1.baskı). İstanbul: Arı Matbaacılık.
- Ataş, Y. (2019). *Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Geometri ve Ölçme Problemlerini Çözme Süreçlerindeki Cebirsel Düşünme Becerileri* (Yayımlanmış Yüksek Lisans Tezi). Anadolu Üniversitesi, Eskişehir, Türkiye.
- Arslan, Z. U. (2015). *Türkiye'nin TIMSS Geometri Öğrenme Alanındaki Başarısızlık Nedenlerinin Karşılaştırmalı Program Analizleri ve Uzman Görüşleri ile Belirlenmesi* (Yayımlanmış Yüksek Lisans Tezi). Ankara Üniversitesi, Ankara, Türkiye.
- Aslan, E. (2011). *İlköğretim Beşinci Sınıf Matematik Dersi Öğretim Programında Yer Alan Tahmin Becerisi ve Bu Becerin Kazandırılması Sırasında Karşılaşılan Durumların Öğretmen Görüşleri Doğrultusunda Değerlendirilmesi* (Yayımlanmış Yüksek Lisans Tezi). Çukurova Üniversitesi, Adana, Türkiye.
- Aydoğdu, M. Z. (2014). *9. Sınıf Üstün Zekalı Öğrencilerin Geometri Problem Çözme Stratejileri ve Van Hiele Geometri Düşünme Düzeyleri ile İlişkilendirilmesi* (Yayımlanmış Yüksek Lisans Tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir, Türkiye.
- Bakırcı, C. (2016). *Matematiksel Modelleme Etkinliklerinin Ortaokul Öğrencilerinin PISA Matematik Başarı Düzeylerine Etkisi* (Yayımlanmış Yüksek Lisans Tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara, Türkiye.
- Baki, A. (1998). *Matematik Öğretiminde İşlemsel ve Kavramsal Bilginin Dengelenmesi*. *Atatürk Üniversitesi*, 40, 20-22.
- Baki, A. (2001). *Bilişim Teknolojisi Işığı Altında Matematik Eğitiminin Değerlendirilmesi*. *Milli Eğitim Dergisi*, 149(7), Retrieved October 24, 2012, from <http://yayim.meb.gov.tr/dergiler/149/baki.htm>.
- Baki, A., Birgin, O., Çatlıoğlu, H., & Coştu, B. (2009). Development of a Three-Tier Test to Assess Misconceptions About Simple Electric Circuits. *Journal of Educational Research*, 102(3), 161-172.

- Bardakçioğlu, P. (2016). *PISA 2012 Matematik Sorularının Değerlendirilmesi* (Yayımlanmış Yüksek Lisans Tezi). Uşak Üniversitesi, Uşak, Türkiye.
- Battista, M., & Clements, D. (1996). Students' understanding of threedimensional rectangular arrays of cubes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(3), 258-292.
- Battista, M.T., Clements, D.H., Arnoff, J., Battista, K. & Borrow, C.V.A. (1998). Students' spatial structuring and enumeration of 2D arrays of squares. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 503-532.
- Battista, M. T. (2002). Applying cognition-based assessment to elementary school students' development of understanding of area and volume measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(3), 160-192.
- Battista, M.T. (2004). Applying cognition-based assessment to elementary school students' development of understanding of area and volume measurement, *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 185-204.
- Barrett, P. T., Davies, F. & Zhang, J. (2003). Big five traits as predictors of organizational citizenship behavior. *Personnel Psychology*, 56(1), 93-128.
- Baykul, Y. (2005). *İlköğretimde Matematik Öğretimi* (1-5 Sınıflar), (8. Baskı). Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde Matematik Öğretimi* (6-8. Sınıflar), (1.baskı). Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Bıldırcın, V. (2012). *Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME) Yaklaşımının İlköğretim Beşinci Sınıflarda Uzunluk, Alan ve Hacim Kavramlarının Öğretimine Etkisi* (Yayımlanmış Yüksek Lisans Tezi). Ahi Evran Üniversitesi, Kırşehir, Türkiye.
- Bingölbali, E. & Monaghan, J. (2008). Concept image revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 68, 19-35.
- Boyras, G. (2008). *The effects of computer based instruction on seventh grade students' spatial ability, attitudes toward geometry, mathematics and technology* (Unpublished master thesis). Middle East Technical University, Ankara, Turkey.
- Burak, S. B. (2010). *İlköğretim 6. Sınıf Matematik Dersi Geometri Öğrenme Alanında Kavram Haritası Kullanmanın Öğrencilerin Başarıları ve Bilgilerinin Kalıcılığı Üzerine Etkisi* (Yayımlanmış Yüksek Lisans Tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara, Türkiye.
- Buran, A. (2015). Nitel Araştırmada Veri Toplama. F.N. Seggie ve Y. Bayyurt (Editörler), *Nitel Araştırma Yöntem, Teknik, Analiz ve Yaklaşımları* (s.43-59). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö.E., Karadeniz. Ş. ve Demirel. F. (2017). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri* (17.Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

- Carpenter, T. P. (1986). Conceptual knowledge as a foundation for procedural knowledge: Implications from research on the initial learning of arithmetic. *J. Hiebert içinde, Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 113-132). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic & algebra in elementary school*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Carroll, J. B. (1993). *Human cognitive abilities: A survey of factor-analytic studies*. Cambridge University Press.
- Cavanagh, M. (2008). *Year 7 students' understanding of area measurement*. Retrieved September 20, 2010 from <http://www.crimse.mq.edu.au/downloads/crimse/cavanagh2007a.pdf>
- Clements, D.H. & Battista, M.T. (1992). Geometry and Spatial Reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 420–464). Don Mills, ON: Maxwell Macmillan.
- Clements, D. H. & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws, (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 420-464). Macmillan, New York.
- Clements, D. H. (1998). *Geometric and spatial thinking in young children*. Retrieved in January 3 from <http://eric.ed.gov/PDFS/ED436232.pdf>
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (2001). Length, perimeter, area, and volume. In L. S. Grinstein & S. I. Lipsey (Eds.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 406-410). New York: Routledge Falmer.
- Clements, D. H., & Stephan, M. (2004). Measurement in pre-K to grade 2 mathematics. In D. H. Clements & J. Sarama (Eds.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics* (pp. 299- 317). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Clements, D.H., Sarama, J., Van Dine, D.W., Barrett, J.E., Cullen, C.J., Hudyma, A., Dolgin, R., Cullen, A.L. and Eames, C.L. (2018). Evaluation of three interventions teaching area measurement as spatial structuring to young children, *Journal of Mathematical Behavior*, 50, 23–41.
- Creswell, J. W. ve Plano Clarck, V. L. (2011). *Designing and Conducting Mixed Methods Research*. Sage Publications.
- Creswell, J. W. (2013). *Nitel Araştırma Yöntemleri* (M. Bütün ve S. B. Demir, Çev. Ed.), (5. Baskı). (ss. 252-256). Ankara: Siyasal Kitabevi
- Creswell, J. W. & Plano Clarck, V. L. (2020). *Karma Yöntem Araştırmaları Tasarımı ve Yürütülmesi*. (Y. Dede ve S. B. Demir, Çev. Ed.), (4. Baskı). (ss. 99-104). Ankara: Anı Yayıncılık.

- Çepni, S. (2010). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş* (5. baskı). Trabzon: Celepler Matbaacılık.
- Ding, L., Jones, K., & Zhang, D. (2015). Teaching Geometrical Theorems In Grade 8 Using The “Shen Tou” Method: A Case Study In Shanghai. *In How Chinese Teach Mathematics: Perspectives From Insiders* (pp. 279-312).
- D’Amore B. & Fandino Pinilla, M.I. (2006). Relationship between perimeter and area: Beliefs of teachers and students. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 5(2), 1-29.
- Danielson, C., (2005). *Perimeter in the curriculum. Learning of Mathematics*, 25(1), 30-33.
- Delice, A. ve Sevimli, E. (2010). Geometri Problemlerinin Çözüm Süreçlerinde Görselleme Becerilerinin İncelenmesi: Ek Çizimler. *Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi Dergisi* (31), 83-102.
- Deroy, O., Crisinel, A.-S., & Spence, C. (2013). Crossmodal Correspondences Between Odors And Contingent Features: Odors, Musical Notes, And Geometrical Shapes., *Psychonomic Bulletin & Review*, 20, 878-896.
- Develi, M. H. ve Orbay, K. (2003). İlköğretimde Niçin ve Nasıl Bir Geometri Öğretimi. *Milli Eğitim Dergisi*. Erişim Adresi: 157.http://dhgm.meb.gov.tr/yayimlar/dergiler/Milli_Egitim_Dergisi/157/develi.htm
- Dönmez, A. 2002. *Matematiğin Öyküsü ve Serüveni* (1. Cilt), 1. Basım, İstanbul: Toplumsal Dönüşüm Yayınları.
- Duatepe, A., 2000. *An Investigation on the Relationship between Van Hiele Geometric Level of Thinking and Demographic Variables for Preservice Elementary School Teachers* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Bildiri Kitabı, Ankara, Türkiye.
- Duatepe, A., (2000). Van Hiele Geometrik Düşünme Seviyeleri Üzerine Niteliksel Bir Araştırma, *IV. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi Bildiriler* (ss. 562-568). Hacettepe Üniversitesi, Ankara, Türkiye.
- Ersoy, Y. (2002). Matematik okur yazarlığı-I: *Genel amaçlar ve yeterlikler*. Matematik Etkinlikleri Sempozyumu, Ankara.
- Ersoy, Y. (2003). *Matematik okur yazarlığı-II: Hedefler, geliştirilecek yetiler ve beceriler*. Matematikçiler Derneği, 17, 2009.
- Fidan, Y. ve Türnüklü, E. (2010). İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerinin Bazı Değişkenler Açısından İncelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 27, 185-197.
- Fujita, T., & Jones, K. (2006). Primary Trainee Teachers’ Understanding Of Basic Geometrical Figures in Scotland. *Psychology Of Mathematics Education*.

- Fujita, T., & Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: Towards A Theoretical Framing. *Research in Mathematics Education*, 9(1), 3-20.
- Gander, M. J., & Gardiner, H. W. (1990). *Eğitim Bilimine Giriş* (N. Fidan ve M. Erden Çev. Ed.), (ss. 162-164). Ankara: REPA Eğitim Yayınları.
- Gal, H., & Linchevski, L. (2010). To see or not to see: Analyzing difficulties in geometry from the perspective of visual perception. *Educational Studies In Mathematics*, 74(2), 163-183.
- Gelici, Ö. (2022). *Ortaokul Öğrencilerinin Çevre ve Alan ile İlgili Kavram İmajlarının ve Kanıt Şemalarının Araştırılması*. (Yayımlanmış Doktora Tezi). Anadolu Üniversitesi, Eskişehir, Türkiye.
- Grant, A. M. & Kline, T.J. (2003). Developing building blocks of measurement with young children. *Learning and teaching measurement*, 46-56.
- Grant, A. M. & Kline, T. J. (2003). The effects of organizational intervention on organizational citizenship behavior: A field study. *Journal of Applied Psychology*, 88(1), 170-178.
- Güçlü, N. (2003). Lise Müdürlerinin Problem Çözme Becerileri. *Milli Eğitim Dergisi*, 160, 272- 300.
- Gürbüz, S. ve Şahin, F. (2014). *Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Hacısalıhoğlu, H. ve Mirasyedioğlu, S. (2004). *İlköğretim 6-8 Matematik Öğretimi*. Ankara: Asil Yayın Dağıtım.
- Hiebert, J. (1986). *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*, 2, 1-27.
- Hogg, M. A. & Vaughan, G. M. (2014). *Sosyal Psikoloji* (2. baskı) (Çev.i. Yıldız ve A Gelmez). İstanbul: Ütopya Yayınevi.
- Hurma, A. R. (2011). *9. Sınıf Geometri Dersi Çokgenler Açılı Ünitelerinde Van Hiele Modeline Dayalı Öğretimin Öğrencinin Problem Çözme Başarısına ve Öğrenmenin Kalıcılığına Etkisi* (Yayımlanmış Yüksek Lisans Tezi). Atatürk Üniversitesi, Erzurum, Türkiye.
- Kamii, C., & Clark, F. B. (1995). Equivalent fractions: A measure of the children's capacity to use mathematical relationships. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(4), 301-315.

- Kamii, C. & Kysh, J. (2006). The difficulty of “length x width”: Is a square the unit of measurement? *Journal of Mathematical Behavior*, 25, 105-115.
- Karaaslan, G., Karaaslan K.G. ve Delice, A. (2012). *Öğrencilerin Uzamsal Yeteneklerine Göre Üç Boyutlu Geometri Problemlerinin Çözümlerinin İncelenmesi*. X. Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiri Özetleri Kitabı, 10, 470.
- Karaca, Aydın, Ö. (2014). *8. Sınıf Öğrencilerinin Uzunluk, Alan ve Hacim Ölçme Kavramlarını Anlamaya İlişkin Yeterliliklerinin İncelenmesi*. (Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon, Türkiye.
- Karasar, N. (2005). *Bilimsel Araştırma Yöntemi*. Ankara: Nobel Yayınları.
- Karasar, N. (2009). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Nobel Yayınları.
- Kayhan, E.B., (2005). *Investigation Of High School Students' Spatial Ability* (Published master's thesis). METU, Ankara, Turkey.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Research Council.
- Konyalıoğlu, A. C. (2003). *Üniversite Düzeyindeki Vektör Uzayları Konusundaki Kavramların Anlaşılmasında Görselleştirme Yaklaşımının Etkinliğinin İncelenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Atatürk Üniversitesi, Erzurum, Türkiye.
- Kordaki, M. & Potari, D. (1998). Children's approaches to area measurement through different contexts. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(3), 303– 316
- Lehrer, R. (2003). Developing understanding of measurement. In Kilpatrick, J., Martin, W.G. & Schifter, D.E. (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics*, 179-192. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lehrer, R. (2003). Should science be taught in early childhood? *Journal of Research in Science Teaching*, 40(4), 365-372.
- Lester, F. K. (2010). *Teaching and learning mathematics: Transforming research for school practitioners*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lubienski, S. (2003). Is our teaching measuring up? Race-, SES-, and gender-related gaps in measurement achievement. In Clements, D.H. and Bright, G. (Eds.), *Learning and teaching measurement: 2003 Yearbook* (pp. 282-292). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Ma, L. (2015). *The development of measurement concepts and practices in children's mathematical thinking*. In *The Development of Mathematics in China and Japan* (pp. 75-86). Springer, Cham.

- Ma, X., & Kishor, N. N. (1997). Assessing understanding of geometric transformations: The case of reflection. *Mathematics Education Research Journal*, 9(2), 183-201.
- Maeda, Y., Yoon, S. Y., & Lesh, R. (2008). Kavramlar Arası ve Alt Kavramlar Arası İlişkilerin Öğrenilmesinde Sembolik ve Dinamik Temsillerin Karşılaştırılması. *Matematiksel Düşünce ve Öğrenme Dergisi*, 10(1), 9-28.
- Maier, P. H. (1996). *Spatial geometry and spatial ability—How to make solid geometry solid. In Selected papers from the annual conference of didactics of mathematics* (pp. 63-75).
- Marchis, M. (2008). "Relational Learning: Toward a Science of Instructional Design". *Journal of Educational Psychology*. 100 (2): 327–348. DOI: 10.1037/0022-0663.100.2.327.
- Mayberry, J. (1983). The Van Hiele Levels of Geometric Thought in Undergraduate Pre-Service Teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14, 58-69.
- Miles M. and Huberman, M. (1994). *An expanded sourcebook qualitative data analysis*. California: Sage Publications.
- Millî Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (2009). *İlköğretim Matematik Dersi 1 – 5. Sınıflar Öğretim Programı*. Ankara, MEB.
- Millî Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (2009). *İlköğretim Matematik Dersi 6 – 8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu*. Ankara, MEB.
- Millî Eğitim Bakanlığı (2009). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı*. Ankara: MEB Yayınları.
- Millî Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (2013). *Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı*. Ankara, MEB.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). *İlkokul ve ortaokul matematik dersi 1-8.sınıflar öğretim programı*, Ankara.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). *Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik Dersi 5. Sınıf Ders Kitabı*. Ankara: Millî Eğitim Basımevi.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). *Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik Dersi 6. Sınıf Ders Kitabı*. Ankara: Millî Eğitim Basımevi.
- Moore, M. P. (2013). Teaching Geometry Using Transformations: Developing Geometric Thinking through Geometric Literacy. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 14(1), 1-26.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM

- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Nemirovsky, R. ve Noble, T. (1997). *On mathematical visualization and the place where we live*. *Educational Studies in Mathematics*, 33(2), 99–131.
- Olkun, S., ve Toluk, Z. (2003). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Olkun, S. ve Toluk, Z. (2003). *Matematik Öğretimi*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Olkun, S. (2003). Öğrencilere Hacim Formülü Ne Zaman Anlamlı Gelir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25, 160-165
- Orhan, N. (2013). *An investigation of private middle school students' common errors in the domain of area and perimeter and the relationship between their geometry self-efficacy beliefs and basic procedural and conceptual knowledge of area and perimeter* (Published master's thesis). METU, Ankara, Turkey.
- Outhred, L., & Mitchelmore, M. (2000). Young children's intuitive understanding of rectangular area measurement. *Journal for research in mathematics education*, 31(2), 144-167.
- Outhred, L., & Mitchelmore, M. C. (2004). Student's structuring of rectangular arrays. In *Proceedings of the 28th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Norway: Bergen, 465-47
- Özçakır, B. (2013). *The effects of mathematics instruction supported by dynamic geometry activities on seventh grade students achievement in area of quadrilaterals* (Published master's thesis). METU, Ankara, Turkey.
- Özdemir, M. İ. (2019). *Matematik Öğretiminin İşlemsel ve Kavramsal Bilgi Bağlamında Değerlendirilmesine İlişkin Bir Ölçek Geliştirme Çalışması*. (Yüksek Lisans Tezi). Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep, Türkiye.
- Özdoğan, S. (2010). *A comparative analysis of perimeter, area and volume topics in the selected sixth, seventh and eighth grades mathematics textbooks from Turkey, Singapore and The United States* (Unpublished master's thesis). METU, Ankara, Turkey.
- Özmen, G. (2019). *Somut Materyal ve Dinamik Geometri Yazılımı Kullanımının 5. Sınıf Öğrencilerinin Geometri Başarısı, Tutumu ve Uzamsal Yeteneklerine Etkisi*. (Yüksek Lisans Tezi). Uşak Üniversitesi, Uşak, Türkiye.
- Piaget, J. (1930). *The Child's Conception of Physical Causality*. Routledge.
- Peker, E. (2017). *Alan Bağımlı ve Alan Bağımsız Bilişsel Stillerdeki 7. Sınıf Öğrencilerinin Geometri Problemi Çözme ve Matematiksel Süreç Gelişimlerinin İncelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara, Türkiye.

- Ritchie, J. (2003). *The applications of qualitative methods to social research*. J. Ritchie ve J. Lewis (Ed.), *Qualitative research practise* (ss.24-46). Thousand Oaks: Sage.
- Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S., & Alibali, M. W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of educational psychology*, 93(2), 346.
- Sarama, J. & Clements, D.H. (2009). *Early childhood mathematics education research: learning trajectories for young children*, New York:Taylor & Francis.
- Skemp, R. R. (1971). *The Psychology of Learning Mathematics*. Penguin Boks. Middlesex. England.
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77(1), 20-26.
- Skemp, R. R. (2006). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 12(2), 88-95.
- Stephan, M., & Clements, D.H. (2003). Linear and area measurement in prFilizdergarten to grade 2. In Clements, D.H. and Bright, G. (Eds.), *Learning and teaching measurement, 2003 yearbook of the National Council of teachers of mathematics* (pp. 3–16). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Stephan, W. G., & Clements, M. A. (2003). Racial identity and racial adjustment of biracial students. *The Journal of Social Psychology*, 143(3), 343-357.
- Strutchens, M.E., Martin, W.G. & Kenney, P.A. (2003). What students know about measurement: Perspectives from the NAEP. *Learning and Teaching Measurement: NCTM*, 197-208.
- Şekerci, H. (2021). *Kavram Haritaları ile Öğretimin Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki Başarısına ve İlişkilendirme Becerisine Etkisi*. (Yayımlanmış Yüksek Lisans Tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara, Türkiye.
- Şişman, Tan, G. (2010). *Sixth grade students' conceptual and procedural knowledge and word problem solving skills in length, area, and volume measurement*. (Published doctoral dissertation). METU, Ankara, Turkey.
- Şişman, Tan, G. ve Aksu, M. (2009). Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Alan ve Çevre Konularındaki Başarıları. *İlköğretim Online*, 8(1), 243-253.
- Tartre, L.A. (1990). Spatial Orientation Skill and Mathematical Problem Solving. *Journal for Research in Matehmatics Education*, 21 (3), 216-229.
- Taşlıca, B., (2021). *Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kesirlerin Anlamına Yönelik Sahip Oldukları Enstrümantal ve İlişkisel Anlamalarının İncelenmesi* (Yayımlanmış Yüksek Lisans Tezi). Akdeniz Üniversitesi, Antalya, Türkiye.

- Taşova, H. İ., (2011). *Matematik Öğretmen Adaylarının Modelleme Etkinlikleri ve Performansı Sürecinde Düşünme ve Görselleme Becerilerinin İncelenmesi* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Marmara Üniversitesi, İstanbul, Türkiye.
- Taşpınar, M. (2014). *Eğitim Bilimine Giriş*. Ankara: Edge Akademi Yayıncılık.
- Thomas, R., Eid, A., Yousef, E., & Jaafar, M. (2019). Conceptual understanding, procedural knowledge and problem-solving skills in mathematics: High school graduates work analysis and standpoints. *International Journal of Education*, 7(3), 258-273.
- Thanasegaran, G. (2009). Reliability and validity issues in research. *Integration and Dissemination Research Bulletin*, 4, 5-40.
- Tillotson, M.L. (1985). *The Effect of Intruction in spatial visualization on spatial abilities and mathematical problem solving* (Unpublished doctoral dissertation). The University of Florida, Gainesville, ABD.
- Türnüklü, A. (2000). Eğitimbilim Araştırmalarında Etkin Olarak Kullanılabilecek Nitel Bir Araştırma Tekniği: Görüşme. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi Dergisi*. 24, 543-559.
- Türnüklü, E. (2014). Dörtgenlerde Aile İlişkilerinin Yapılandırılması: İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Ders Planlarının Analizi. *Eğitim ve Bilim*, 39(173), 197–208.
- Ubuz, B. & Üstün, I. (2004). Figural and conceptual aspects in defining and identifying polygons. *Eurasian Journal of Educational Research*, 16, 15-26.
- Umay, A. (2007). *Eski Arkadaşımız Okul Matematiğinin Yeni Yüzü*. Ankara: Aydan Web Tesisleri.
- Van de Walle, J. A. (1994). *Elementary school mathematics*. Virginia Commenralth University: Logman.
- Van de Walle, J. (2012). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (7th ed.). Boston, MA: Pearson.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2012). Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally. S. Durmuş (Çev.). *İlkokul ve Ortaokul Matematiği: Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim*. Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2010). Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally. S. Durmuş (2013) (Çev.), *İlkokul ve Ortaokul Matematiği*. Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

- Van de Walle, John A., Karen S. Karp & Jennifer M. Bay-Williams (2016). Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally S. Durmuş (Çev.) *İlkokul ve Ortaokul Matematiği Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Vinner, S. (1991). The Role of Definitions in The Teaching and Learning of Mathematics, *Advanced Mathematichal Thinking*, 11, 65-81.
- Yanık, B. (2012). Ölçme Kavramlarının Gelişimi. S. Durmuş (Ed.). *İlkokul ve Ortaokul Matematiği Gelişimsel Yaklaşımda Öğretim İçinde* (ss.369-398). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.
- Yavuzer, H. (1995). *Çocuk Psikolojisi* (12. Baskı). İstanbul: Remzi Kitabevi.
- Yıldırım, A. (1999). Nitel Araştırma Yöntemlerinin Temel Özellikleri ve Eğitim Araştırmalarındaki Yeri ve Önemi. *Eğitim ve Bilim*, 23(112).
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2006). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2011). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (8.Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldız, B. (2009). *Üç Boyutlu Sanal Ortam ve Somut Materyal Kullanımının Uzamsal Görselleştirme ve Zihinsel Döndürme Becerilerine Etkileri* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara, Türkiye.
- Zacharos, K. (2006). Prevailing educational practices for area measurement and failure in measuring areas. *Journal of Mathematical Behaviour*, 25, 224-239.
- Zembat, İ., Ö. (2007). Understanding the volume formula for rectangular right prisms: a different perspective. *Eurasian Journal of Educational Research*, 27, 205-217
- Zeybek, N. (2016) *Ortaokul Matematik Öğretmen Adaylarının Uzamsal Stratejilerinin İncelenmesi* (Yayımlanmış Yüksek Lisans Tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara, Türkiye.

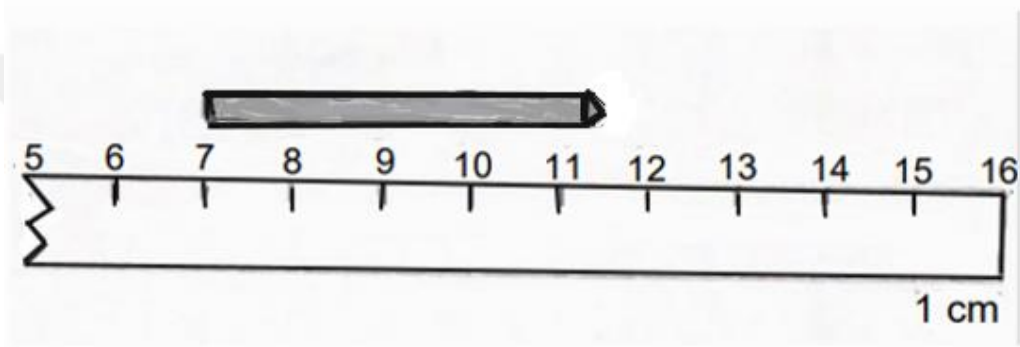


EK 1. Görüşme Formu

1. soru: Kâğıtta 1cm'lik bir uzunluğumuz var. Senden isteğim, 10 cm uzunluğunda bir doğru parçası çizer misin?

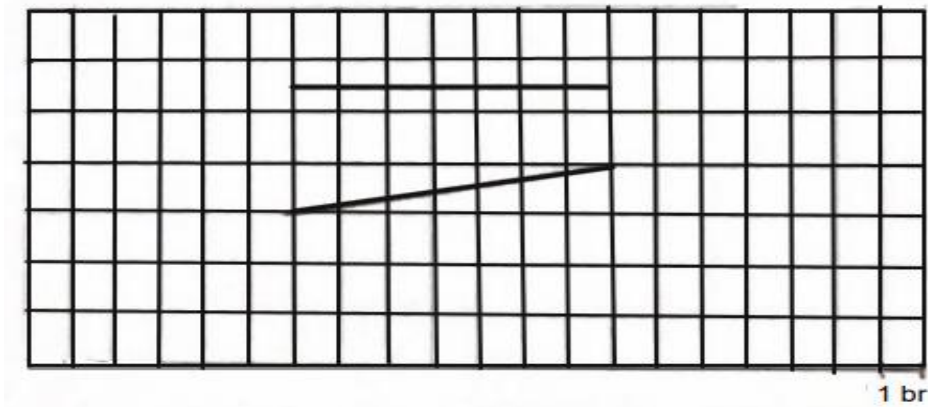


2. soru: Kalemin uzunluğu hakkında bir yorum yapabilir misin?



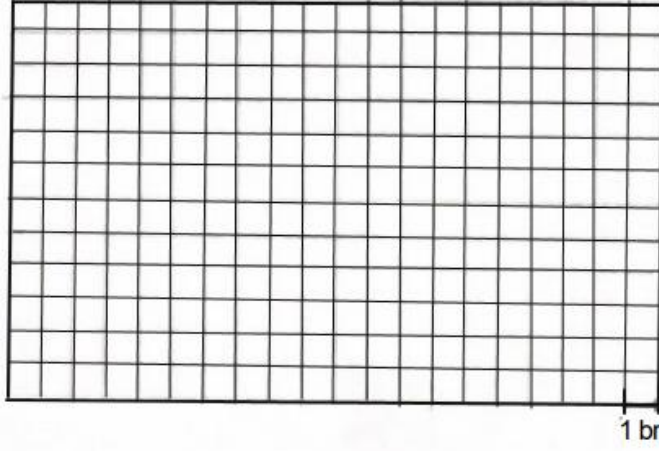
(Tan Şişman, 2010)

3. soru: Soruda verilen doğru parçalarının uzunluklarını karşılaştırabilir misin? Yorum yapabilir misin? (Sonrasında uzunluğu tanımlaması istenir.)

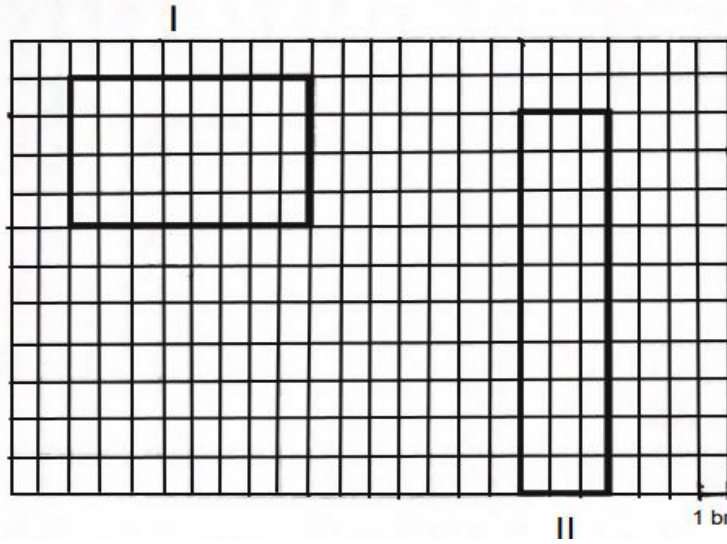


(Aydın Karaca, 2014)

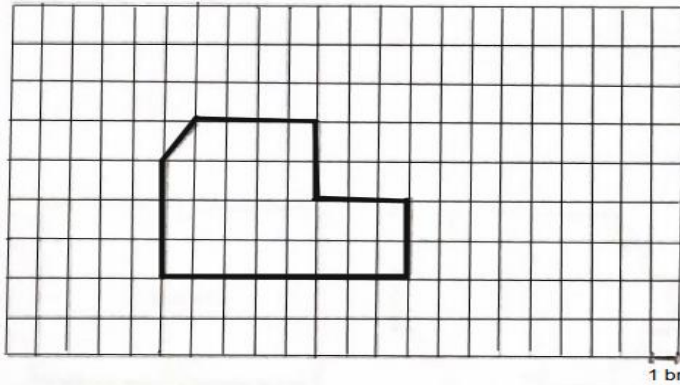
4. soru: Soruda bir kareli zeminimiz var. Senden isteğim buraya çevresi 24 brim olan bir dikdörtgen çizebilir misin?



5. soru: Soruda verilen dikdörtgenlerin çevrelerini karşılaştırabilir misin?

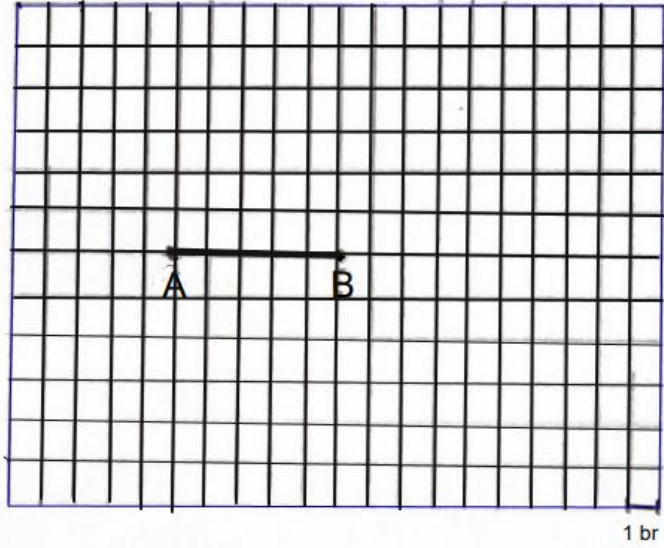


6. soru: Şeklin çevresini yorumlayabilir misin?



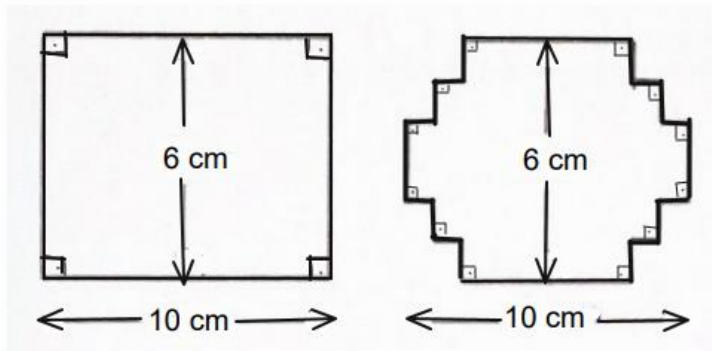
(TIMSS, 2011)

7. soru: Bu soruda senden isteğim bir dikdörtgen çizmen. Bu dikdörtgenin kenarlarından biri AB doğru parçası olacak. Çizebilir misin? Sonrasında çevresini hesaplar mısın? (Kenarlarından biri yine AB doğru parçası olan çevreleri farklı dikdörtgenler çizmesi istenir)



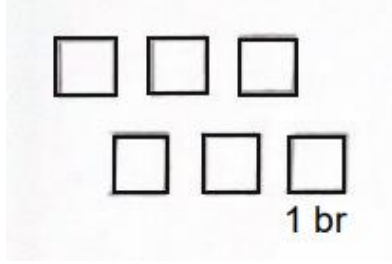
(TIMSS 2011)

8. soru: Soruda verilen çokgenlerin çevrelerini hesaplayıp karşılaştırabilir misin?

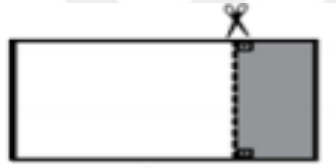


(Orhan, 2013, s. 131)

9. soru: Soruda kenar uzunluğu 1 br olan 6 tane birbirine eş kare çizimi var. Bu karelerden bir şekil oluşturacaksın ama en az bir kenarları ortak olacak. Çizebilir misin? Çizimin çevresini hesaplar mısın? (Çevresi farklı şekiller çizmesi de istenir.)



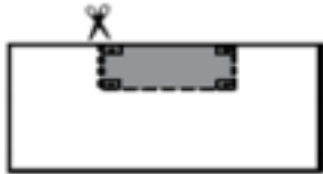
10. soru: Soruda üç tane birbirinin aynısı dikdörtgenimiz var. Dikdörtgenler soruda kesikli çizgiler ile gösterilen yerlerden kesiliyor. Senden isteğim her bir şekil için çevre nasıl değişir yorumlar mısın? Kesince çevre öncekine göre nasıl değişir? (Sonrasında çevreyi tanımlaması istenir)



I



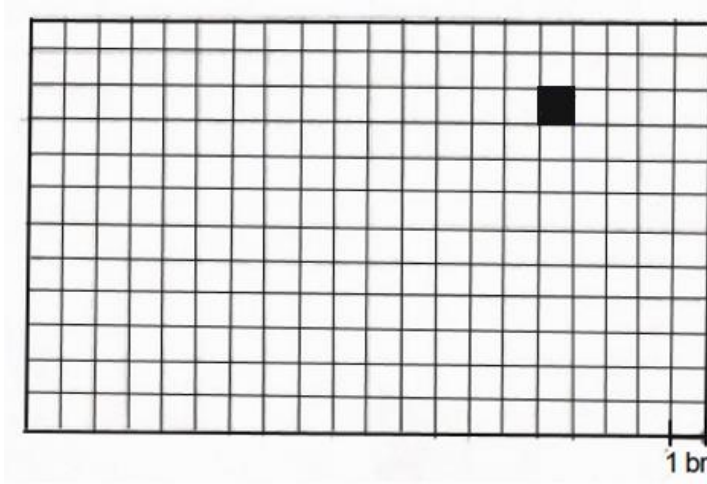
II



III

(Aydın Karaca, 2014, s. 114)

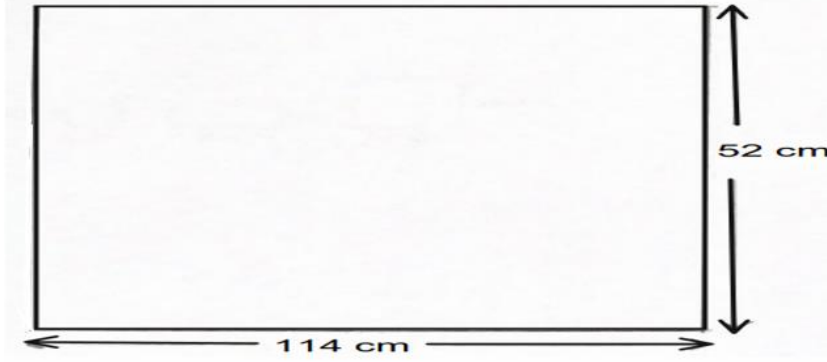
11. soru: Kareli zeminde örnek gösterilen bir karemiz var. Senden isteğim, bu 1br'lik karelerden 10 tanesi ile kaplanabilecek bir dikdörtgen çizebilir misin?



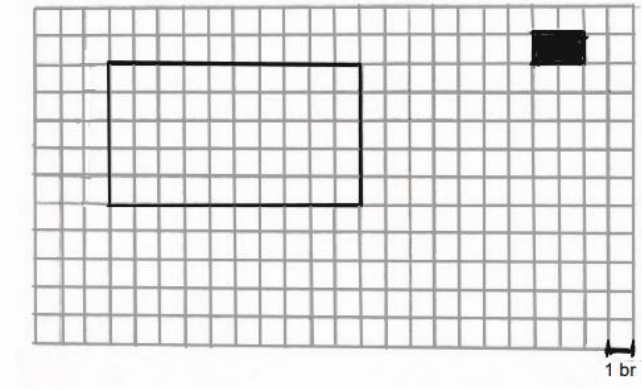
12. soru: Bu dikdörtgeni birim karelerle kaplamak istersem kaç birim kareye ihtiyacım olduğunu çizim yapmadan hesaplayabilir misin? (Hesapladıktan sonra çizim ile de sonuç bulup karşılaştırır mısın?)



13. soru: 114cm'ye 52cm uzunluğundaki dikdörtgenin alanını hesaplayabilir misin? (Hesapladıktan sonra alanı tanımlaması istenir)

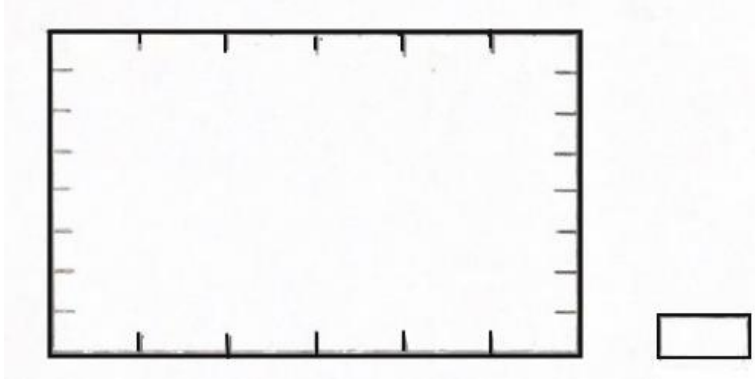


14. soru: Kareli zeminde verilen büyük dikdörtgeni örnek olarak gösterile küçük dikdörtgenlerle tamamen kaplamak istersem kaç taneye ihtiyacım olduğunu çizim yapmadan hesaplayabilir misin? (Sonrasında çizim yaparak da hesaplaması ve karşılaştırması istenir.)



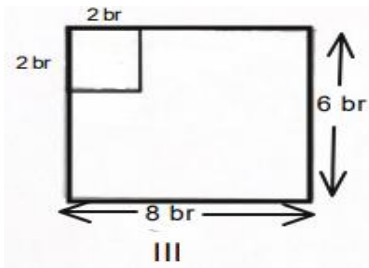
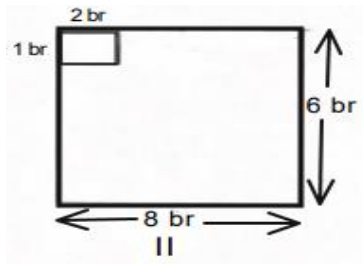
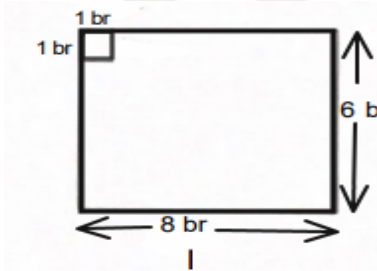
(Battista, 2002)

15. soru: Büyük dikdörtgeni küçük dikdörtgenlerle kaplamak istiyorum. Bunun için gereken küçük dikdörtgen sayısını çizim yapmadan hesaplayabilir misin? (Sonrasında çizim yaparak da hesaplaması ve karşılaştırması istenir.)



(Battista, 2002, s. 193)

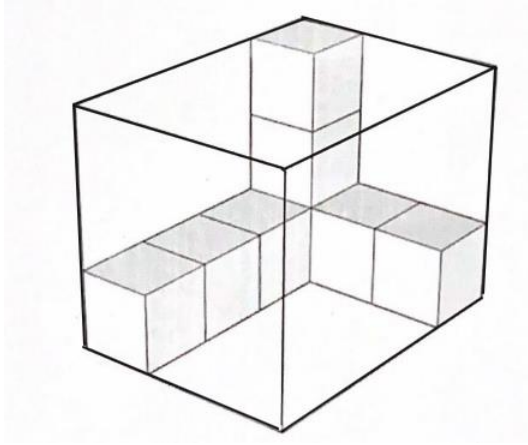
16. soru: Üç tane birbirinin aynısı dikdörtgenimiz var. Senden isteğim her birini içindeki küçük dikdörtgenle tamamen kaplamak. Her biri için kaç tane küçük dikdörtgene ihtiyaç olduğunu hesaplar mısın? (Bulduğu sayılar arasında ilişki olup olmadığı sorulur.)



17. soru: Sana boş bir kâğıt verdim. Senden çevreleri aynı ancak alanları birbirinden farklı iki tane dikdörtgen çizmeni istiyorum. Çizebilir misin?

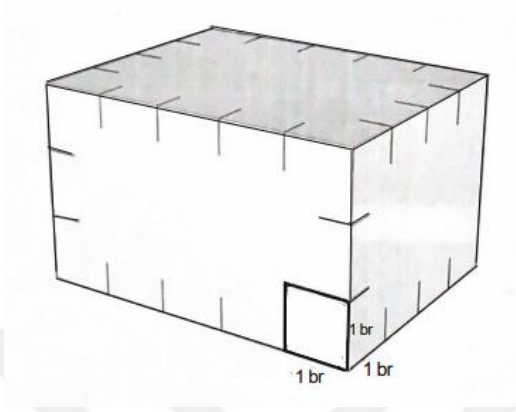
18. soru: Yine boş bir kâğıt verdim. Senden istediğim alanları aynı ancak çevreleri farklı olan iki tane dikdörtgen çizmen. Çizebilir misin?

19. soru: Şimdi bu prizmayı birim küplerle tamamen doldurmak istiyorum. Tamamen dolduğunda kaç tane birim küp olur bunu hesaplayabilir misin?



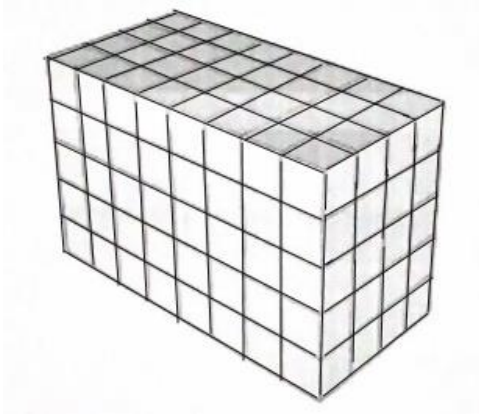
(Battista, 2002, s. 194)

20. soru: Prizma örnek olarak verilen birim küplerle tamamen dolu. Bu prizmadaki birim küp sayısını çizim yapmadan hesaplar mısın? Kalemle tabii noktalar koyabilirsin ama çizimi tamamlamadan hesaplamayı istiyorum. (Sonrasında çizim yaparak da hesaplaması ve karşılaştırması istenir.)



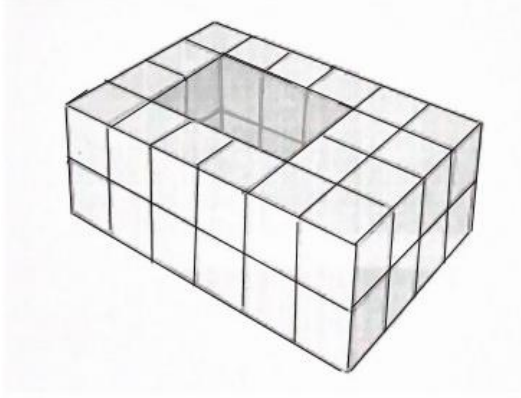
(Battista, 2002)

21. soru: Prizmadaki birim küp sayısını hesaplayabilir misin?



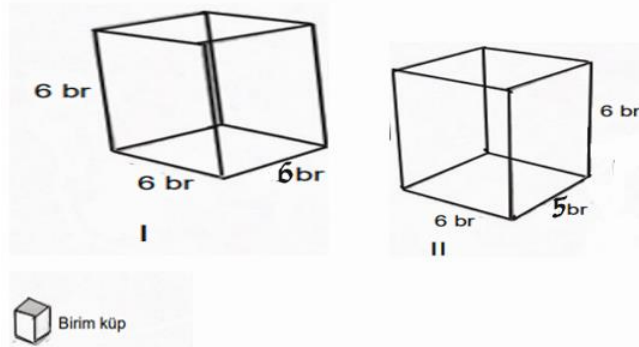
(Battista, 2002)

22. soru: Prizmadaki boşluğu doldurmak için şekilde gösterilen birim küplerden kaç taneye ihtiyaç var hesaplar mısın?

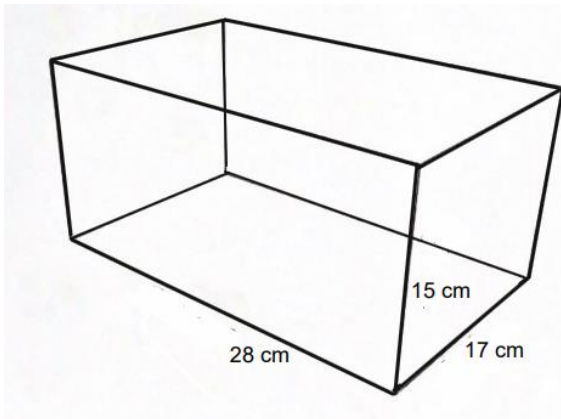


(TIMSS, 2011)

23. soru: Soruda iki tane prizma var. Bu prizmaları gösterilen birim küple tamamen doldurmak için kaç tane birim küpe ihtiyaç olduğunu hesaplayabilir misin? Bulduğun sayıları karşılaştırabilir misin? (Sayılar arasında ilişki olup olmadığı sorulur.)

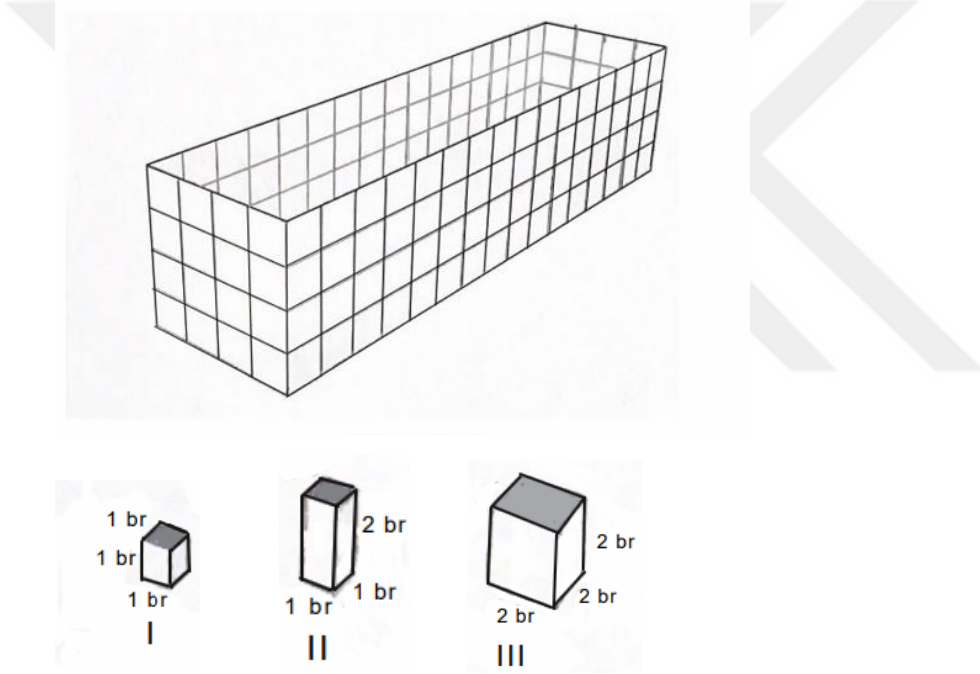


24. soru: Prizmanın hacmini bana hesaplayabilir misin? (Sonrasında hacmin tanımı sorulur.)



25. soru: Boş kâğıda senden iki tane dik prizma çizmeni istiyorum. Bu prizmaların en az bir yüzlerinin alanları eşit ancak hacimleri birbirinden farklı olacak. Buna uygun prizmaları çizebilir misin?

26. soru: Şekilde içi boş bir kutu var. Kutu gördüğün gibi kareli şekilde bölümlendirilmiş. Senden isteğim bu kutuyu 1 numaralı prizma ile doldurmak için kaç taneye ihtiyacım var, 2 numaralı prizma ile doldurmak istersem kaç taneye ihtiyacım var ve 3 numaralı prizma ile doldurmak istersem kaç taneye ihtiyacım olduğunu her biri için ayrı ayrı hesaplayabilir misin? (Sayılar arasında ilişki olup olmadığı sorulur.)



(Battista, 2002)

EK 2. Etik Kurul Onayı

ANKARA ÜNİVERSİTESİ SOSYAL BİLİMLER ALT ETİK KURULU KARAR ÖRNEĞİ

Karar Tarihi : 01/08/2022
Toplantı Sayısı : 15
Karar Sayısı : 208

208- Üniversitemiz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı yüksek lisans öğrencilerinden **Sadiye Çelik**'in "6. Sınıf Öğrencilerinin Çevre, Alan ve Hacim Kavramlarına İlişkin Düşünceleri" başlıklı tezi ile ilgili "İnsan Üzerinde Yapılan Klinik Dışı Araştırmalar Başvuru Formu" Etik Kurulumuzca incelendi.

Üniversitemiz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı yüksek lisans öğrencilerinden **Sadiye Çelik**'in "6. Sınıf Öğrencilerinin Çevre, Alan ve Hacim Kavramlarına İlişkin Düşünceleri" başlıklı tezinin araştırma protokolüne uyulması ve etik onay tarihinden itibaren geçerli olması koşuluyla uygulanmasının etik açıdan uygun olduğuna oy birliği ile karar verildi.

EK 3. Millî Eğitim Bakanlığı Araştırma İzni



T.C.
ANKARA VALİLİĞİ
Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-14588481-605.99-55244219
Konu : Araştırma İzni

15.08.2022

ANKARA ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE

İlgi: a) 05.08.2022 tarihli ve 611584 sayılı yazınız.
b) MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 2020/2 nolu Genelgesi.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Öğrencisi Sadiye ÇELİK'in "**Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Çevre, Alan ve Hacim Kavramlarına İlişkin Düşünme Durumu**" konulu tezi kapsamında ortaokullarda uygulanacak olan veri toplama araçları ilgi (b) Genelge çerçevesinde incelenmiştir.

Yapılan inceleme sonucunda, söz konusu araştırmanın Müdürlüğümüzde muhafaza edilen ölçme araçlarının; Türkiye Cumhuriyeti Anayasası, Millî Eğitim Temel Kanunu ile Türk Millî Eğitiminin genel amaçlarına uygun olarak, ilgili yasal düzenlemelerde belirtilen ilke, esas ve amaçlara aykırılık teşkil etmeyecek, eğitim-öğretim faaliyetlerini aksatmayacak şekilde okul ve kurum yöneticilerinin sorumluluğunda gönüllülük esasına göre uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmüştür.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Harun FATSA
Vali a.
Millî Eğitim Müdürü

Ek:
Uygulama araçları (2 sayfa)
Dağıtım:
Gereği:
Ankara Üniversitesi
Bilgi:
9 Merkez İlçe MEM

BENZERLİK BİLDİRİMİ

“Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Uzunluk, Çevre, Alan ve Hacim Kavramlarına İlişkin İlişkilendirme Biçimlerinin İncelenmesi” başlıklı tezimin ana bölümü (ön bölüm, kaynaklar ve ekler hariç) Turnitin İntihal Tespit Programı aracılığıyla incelenmiş ve ilgili rapor danışmanım tarafından da kontrol edilmiştir. Kontrol sırasında (1) “Yedi sözcükten daha az olan benzeşmeler” (2) “Kaynaklar” (3) “Doğrudan alıntılar” ve (4) “Lisansüstü tezim ile ilgili yapmış olduğum kendi yayınlarım ve yararlandığım mevzuat metinleri gibi kaynaklar” dışarıda tutulmuştur. Benzerlik kontrolüne ilişkin rapordan elde edilen sonuçlar aşağıda sunulmuştur.

Rapor Tarihi	: 23-May-2023
Gönderim Numarası	: 2100253401
Sayfa Sayısı	: 169
Sözcük Sayısı	: 33005
Karakter Sayısı	: 229079
Benzerlik Oranı	: % 8
Savunma Tarihi	: 31.03.2023

Yukarıda belirtilen sonuçları gösteren Turnitin İntihal Tespit Programı’na ilişkin orijinal raporu, sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmaksızın bu beyanım ekinde Enstitüye teslim ettiğimi, tezimin %10’dan fazla benzerlik oranı içerdiğinin, tek bir kaynakla eşleşme oranının ise %2’den fazla olduğunun belirlenmesi durumunda, bundan doğabilecek tüm yasal sorumluluğu kabul ettiğimi bildirir, saygılarımı sunarım.

Öğrencinin Adı Soyadı: Sadiye Çelik

Tarih: 23.05.2023

İmza:

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı ve Soyadı : Sadiye ÇELİK

E-Posta Adresi :

İş Deneyimi:

Unvan	Görev Yeri	Yıl
Öğretmen	Ulaş Ortaokulu/Cizre/Şırnak	2013- 2015
Öğretmen	İMKB Ortaokulu/Artuklu/Mardin	2015-2017
Öğretmen	Kavaklıdere Ortaokulu/Çankaya/Ankara	2017-2019
Öğretmen	Türkiye Noterler Birliği Ortaokulu/ Çankaya/ Ankara	2019- Halen

Akademik Bilgiler

Öğrenim Durumu:

Derece	Bölüm/ Program	Üniversite	Yıl
Lisans	İlköğretim Bölümü/İlköğretim Matematik Öğretmenliği	Gazi Üniversitesi	2013
Yüksek Lisans	Matematik ve Fen Bilimleri Bölümü/Matematik Eğitimi	Ankara Üniversitesi	2019-2023