

T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

(Yüksek Lisans Tezi)

8. VE 9. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL PROBLEM
ÇÖZME VE KURMA SÜRECİNDEKİ YARATICILIKLARININ
İNCELENMESİ

Havva ÖZ

İstanbul-2023

T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI
8. VE 9. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL PROBLEM
ÇÖZME VE KURMA SÜRECİNDEKİ YARATICILIKLARININ
İNCELENMESİ

INVESTIGATING ON 8th AND 9th GRADES STUDENTS'
CREATIVITY OF MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND
POSING PROCESS

(Yüksek Lisans Tezi)

Danışman
Dr. Öğr. Üyesi Ali Rıza KÜPCÜ

Havva ÖZ

İstanbul-2023



**Tüm kullanım hakları
M.Ü. Eğitim Bilimleri Enstitüsü'ne aittir.
© 2023**

ETİK BEYANI

Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü Lisansüstü Tez Yazım Kılavuzuna uygun olarak hazırladığım çalışmamda;

- Sunduğum bilgileri, dokümanları ve verileri akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Çalışmamda yararlandığım eserlerin tamamına atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Elde ettiğim verilerde ve sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı bildirir, aksi bir durumda aleyhimde doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim. .

Havva ÖZ

ÖZ GEÇMİŞ

İlk, orta ve lise öğretimini Diyarbakır'da tamamlayan Havva Öz, 2009 yılında Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümünden mezun olarak lisans derecesini almıştır. 2011 yılında Milli Eğitim Bakanlığına atanarak Matematik öğretmeni olarak göreve başlamıştır. 2019 yılında Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı Yüksek Lisans Programına başlamıştır.



ÖN SÖZ

Bilim ve teknolojiadaki yaşanan bütün değişimler yaratıcı düşünmenin bir sonucudur. Değişen ve gelişen dünyaya uyum sağlamaya çalışan bireylerin her geçen gün daha eğitilmiş olması gerektiği yadsınmaz bir gerçektir. Bireylerin hayatını etkileyen bu hızlı değişimlere ayak uydurması için yaratıcılığa ihtiyaç vardır. Yaratıcılığın ölçülmesi ve değerlendirilmesi bilim insanları için her zaman merak konusu olmuştur. Matematik öğretim programlarının odak noktası olan problem çözme sadece matematiksel muhakemeyi geliştirmekle kalmaz aynı zamanda yaratıcı düşünme becerilerini de geliştirir Matematiksel akıl yürütmenin önemli bileşenlerinden olan problem çözme ve problem kurma bu çalışma da yaratıcılığın incelenmesinde kullanılmıştır. Ayrıca Uluslararası sınavlarda da değerlendirilmeye başlanacak olması bu konunun öneminin giderek artacağını gösteriyor. Yaptığım bu araştırmayla yaratıcılık ile ilgili yapılan çalışmalara bir katkıda bulunmak istedim. Günümüzde özellikle ülkemizde bu tür çalışmalara daha çok ihtiyaç olduğunu düşünüyorum.

Araştırma sürecinde bana yol gösteren bilgi ve deneyimleriyle destek olan tez danışmanım Dr. Öğr Üyesi Ali Rıza Küpcü'ye teşekkürleri borç bilirim.

Lisan ve yüksek lisans sürecim de tecrübeleriyle bana kazandırdığı her şey için değerli hocam Prof. Dr. Ahmet Şükrü Özdemir'e teşekkür ederim.

Hayatımın her alanında bana destek olan canım amcam Şükrü ÖZ 'e, her zaman yanımda ve destekçim olan annem Hilal Öz'e babam Mehmet Emin Öz'e kardeşlerim Ecz. Hülya Öz'e ve Dr. Eda Öz'e sonsuz teşekkürler...

Sevgili kuzenlerim Berat ve Harun'a bana destek oldukları için çok teşekkür ederim...

Havva ÖZ
İstanbul, 2023

ÖZET

Problem kurma ve problem çözme matematiksel akıl yürütmenin çok önemli iki bileşenidir. Ayrıca matematiksel yaratıcılığın geliştirilmesinde ve değerlendirilmesinde çok önemli bir yere sahiptirler. Bu çalışmada akademik başarısı yüksek öğrencilerin problem kurma ve problem çözme sürecindeki yaratıcılıkları detaylı bir şekilde incelenmiştir. Nitel araştırma yönteminin kullanıldığı bu çalışmada çalışma grubunu akademik başarısı yüksek 6 tane öğrenci oluşturmuştur. Çalışma grubu amaçlı örneklem yöntemi olan benzeşik örnekleme esas alınarak belirlenmiştir. Problem çözme ve problem kurma etkinlikleri veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Araştırma sürecinde öğrencilerle 2 hafta boyunca 5 tane problem çözme oturumu, 5 tane problem kurma oturumu olmak üzere her öğrenci ile 10’ar defa bireysel klinik görüşme yapılmıştır. Görüşmeler video ile kayıt altına alınmıştır.

Matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesinde Torrance (1965)’ın çalışması esas alınarak yapılmıştır. Akıcılık ve esneklik kriterleri baz alınarak öğrencilerin problem çözme ve problem kurma sürecindeki matematiksel yaratıcılıkları incelenmiştir. Akıcılık bireyin bir problem durumuna ürettiği fikirlerin tamamıdır. Problem kurma etkinliklerinin analizi için Silver & Cai (1996) daki çalışmasındaki kriterler esas alınarak yapılmıştır. Bu kriterler; duruma uygunluk, dilsel açıdan analiz, çözülebilirliktir. Duruma uygun olarak değerlendirilen problem matematiksel yaratıcılık bakımından değerlendirilmiştir.

Çalışmanın sonuçlarına göre, öğrenciler problem çözme sürecinde akıcılık bakımından birbirlerine benzer ve başarılı olmalarına rağmen esneklik bakımından bireysel olarak birbirlerinden ayrılmıştır. Problem kurmada öğrenciler genel olarak başarılı olmasına rağmen kurulan problemler dil bilgisi ve anlam bütünlüğü bakımından eksikleri vardır. Kurulan problemler çözülebilirlik ve duruma uygunluk açısından oldukça başarılı bulunmuştur. Öğrencilerin kurduğu problem sayısı aşağı yukarı birbirine eşit olduğu için akıcılık bakımından birbirine benzer değerlendirilmiştir. Esneklik bakımından bakıldığında ise genel olarak kurdukları problemlerin birbirine benzediği, farklı kategoriler oluşmadığı görülmüştür. Öğrencilerin problem çözme ve problem kurma sürecindeki bireysel yaratıcılıklarının birbiriyle ilişkili olduğunu söyleyebiliriz. Akıcılık kriteri bakımından bakıldığında problem kurma da elde edilen problem sayısı, problem çözme sürecinde elde edilen çözüm

sayılarından oldukça azdır. Problem çözmede esneklik bakımından fazla kategori sayısına sahip öğrenciler problem kurma da aynı şekilde, birbirinden farklı kategorilerde problem kurdukları gözlenmiştir. Yani problem çözme sürecinde de yaratıcı olduğu düşünülen öğrenciler problem kurma sürecinde de yaratıcıdır. Bu durum aslında öğrencilerin sahip olduğu matematiksel bilgi ve becerilerin problem kurma becerilerini de etkilediğine bir delil niteliği taşır.

Anahtar kelimeler: problem çözme, problem kurma, matematiksel yaratıcılık, esneklik, akıcılık.



ABSTRACT

Problem posing and problem solving are two very important components of mathematical reasoning. They also have a very important value in the development and evaluation of mathematical creativity. In this study, the creativity of students with high academic achievement in problem posing and problem solving processes was investigated in detail. In this study, the qualitative research method was preferred and the study group consisted of 6 students with high academic success. The study group was determined on the basis of homogeneous sampling, which is the purposeful sampling method. Problem solving and problem posing activities were used as data collection tools. 10 individual clinical interviews were conducted with each student for 2 weeks during the research process, including 5 problem solving sessions and 5 problem posing sessions. The interviews were recorded with video.

The assessing of mathematical creativity was based on Torrance's (1965) work. Based on the fluency and flexibility criteria, students' mathematical creativity in problem solving and problem posing processes was investigated. Fluency is all of the ideas that an individual produces in a problem situation. The analysis of problem posing activities was based on the criteria in Silver & Cai (1996). These criteria are; situational relevance, linguistic analysis, and solvability. The problem, which was evaluated as appropriate for the situation, was evaluated in terms of mathematical creativity.

According to the results of the study, although the students were similar and successful in terms of fluency in the problem solving process, they were separated from each other individually in terms of flexibility. Although the students are generally successful in problem posing, the problems created have deficiencies in terms of grammar and semantic integrity. The problems established were found to be quite successful in terms of solvability and suitability for problem situation. Since the number of problems posed by the students was more or less equal to each other, they were evaluated similar to each other in terms of fluency. In terms of flexibility, it has been seen that the problems they pose are similar to each other, and there are no different categories. We can say that students' individual creativity in problem solving and problem posing processes are related to each other. In terms of the fluency criterion, the number of problems obtained in problem posing is considerably less than the number of solutions obtained in the problem solving process. It has been observed

that students who have a large number of categories in terms of flexibility in problem solving pose problems in different categories in the same way as in problem solving. In other words, students who are thought to be creative in the problem-solving process are also creative in the problem-posing process. This fact is an evidence that the mathematical knowledge and skills of the students also affect their problem posing skills.

Keywords: Mathematical problem solving, problem posing, mathematical creativity, flexibility, fluency.



İÇİNDEKİLER

ETİK BEYANI	iii
ÖZ GEÇMİŞ.....	iv
ÖN SÖZ.....	v
ÖZET	vi
ABSTRACT	viii
İÇİNDEKİLER.....	x
KISALTMALAR VE SEMBOLLER LİSTESİ	xiii
TABLolar LİSTESİ.....	xiv
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xv
BÖLÜM I: GİRİŞ.....	1
1.1 PROBLEM DURUMU	1
1.2 ARAŞTIRMANIN AMACI	3
1.3 ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ	4
1.4 ARAŞTIRMANIN SINIRLILIKLARI	4
1.5 ARAŞTIRMANIN VARSAYIMLARI.....	5
1.6 ARAŞTIRMA TANIMLARI VE KISALTMALAR.....	5
BÖLÜM II : ALAN YAZIN	7
2.1 PROBLEM ÇÖZME	7
2.1.1 Matematik Problemi.....	7
2.1.2 Problem Çözme ve Problem Çözme Süreci.....	8
2.1.3 Problem Çözme Stratejileri.....	10
2.2 PROBLEM KURMA	12
2.3 YARATICILIK	16
2.4 MATEMATİKSEL YARATICILIK.....	21
2.5 İLGİLİ ARAŞTIRMALAR	24
BÖLÜM III: YÖNTEM.....	29
3.1 ARAŞTIRMANIN MODELİ	29

3.2 ÇALIŞMA GRUBU.....	29
3.3 VERİ TOPLAMA ARAÇLARI.....	30
3.4 VERİLERİ TOPLANMA SÜRECİ.....	30
3.5 KLİNİK GÖRÜŞME	32
3.6 VERİLERİN ANALİZİ.....	33
3.7 GEÇERLİK VE GÜVENİRLİK	35
BÖLÜM IV: BULGULAR	36
4.1. ÖĞRENCİLERİN PROBLEM ÇÖZME SÜRECİNDEKİ MATEMATİKSEL YARATICILIKLARINA İLİŞKİN BULGULAR.....	36
<i>4.1.1 Birinci Problemin Çözüm Sürecinin Yaratıcılık Açısından Analizi</i>	<i>36</i>
4.1.1.1 Akıcılık.....	36
4.1.1.2 Esneklik.....	45
4.1.1.3 Sorunun Bir Koşulu Değişmesi Sonucu Çözümlerin Esnetilmesi	47
<i>4.1.2.Problemin Çözüm Sürecinin Yaratıcılık Açısından Analizi</i>	<i>56</i>
4.1.2.1 Akıcılık.....	56
4.1.2.2 Esneklik.....	58
4.1.2.3 Sorunun Bir Koşulu Değişmesi Sonucu Çözümlerin Esnetilmesi	60
<i>4.1.3.Problemin Çözüm Sürecinin Yaratıcılık Açısından Analizi</i>	<i>62</i>
4.1.3.1 Akıcılık.....	63
4.1.3.2 Esneklik.....	68
4.1.3.3 Sorunun Bir Koşulu Değişmesi Sonucu Çözümlerin Esnetilmesi	70
<i>4.1.4 Problemin Çözüm Sürecinin Yaratıcılık Açısından Analizi</i>	<i>73</i>
4.1.4.1 Akıcılık.....	73
4.1.4.2 Esneklik.....	74
4.1.4.3 Sorunun Bir Koşulu Değişmesi Sonucu Çözümlerin Esnetilmesi	74
<i>4.1.5 Problemin Çözüm Sürecinin Yaratıcılık Açısından Analizi</i>	<i>75</i>
4.1.5.1 Akıcılık.....	75
4.1.5.2 Esneklik.....	79
4.1.5.3 Sorunun Bir Koşulu Değişmesi Sonucu Çözümlerin Esnetilmesi	79
4.2 ÖĞRENCİLERİN PROBLEM KURMA SÜRECİNDEKİ MATEMATİKSEL YARATICILIKLARINA İLİŞKİN BULGULAR.....	81
<i>4.2.1 Birinci Problemin Matematiksel Yaratıcılık Açısından İncelenmesi</i>	<i>82</i>

4.2.2 İkinci Problemin Matematiksel Yaratıcılık Açısından İncelenmesi	89
4.2.3 Üçüncü Problemin Matematiksel Yaratıcılık Açısından İncelenmesi	95
4.2.4 Dördüncü Problemin Matematiksel Yaratıcılık Açısından İncelenmesi	102
4.2.5 Beşinci Problemin Matematiksel Yaratıcılık Açısından İncelenmesi.....	105
BÖLÜM V: SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER	111
5.1 SONUÇ VE TARTIŞMA	111
5.2 ÖNERİLER	114
KAYNAKÇA	116
EKLER.....	123



KISALTMALAR VE SEMBOLLER LİSTESİ

- MEB** : Milli Eğitim Bakanlığı
- NCTM** : The National Council of Teachers of Mathematics
- OECD** : Organisation for Economic Co-operation and Development
- PİSA** : Programme for International Student Assessment
- TİMSS** : Trends in International Mathematics and Science Study



TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 3.1. Öğrencilerin kodlanması.....	30
Tablo 3.2. Öğrencilerin oturumları tamamlama süreleri.....	31
Tablo 3.3. Matematiksel yaratıcılıklarının değerlendirme kriterleri	34
Tablo 4.1. Birinci Soruya Ait Akıcılık Tablosu	37
Tablo 4.2. Öğrencilerin Birinci Soruya Ait Çözümleri.....	39
Tablo 4.3. Birinci Soruya Ait Esneklik Tablosu	45
Tablo 4.4. İkinci Soruya Ait Akıcılık Tablosu.....	56
Tablo 4.5. Öğrencilere Ait Çözümler	57
Tablo 4.6. İkinci Soruya Ait Esneklik Tablosu.....	59
Tablo 4.7. 3. Soruya Ait Akıcılık Tablosu	63
Tablo 4.8. 3. Soruya Ait Esneklik Tablosu	69
Tablo 4.9. 4. Soruya Ait Akıcılık Tablosu	73
Tablo 4.10. 4. Soruya Ait Esneklik Tablosu	74
Tablo 4.11. 5. Soruya Ait Akıcılık Tablosu	75
Tablo 4.12. 5. Soruya Ait Esneklik Tablosu	79
Tablo 4.13. Uygulama Esnasında Öğrenciler Tarafından Kurulan Toplam Problem Sayısı ...	81
Tablo 4.14. Problemlerin İncelenmesi	82
Tablo 4.15. Birinci Oturumda Kurulan Problemlerin Kategorileri	83
Tablo 4.16. İkinci Oturumda Kurulan Problemlerin Kategorileri.....	90
Tablo 4.17. Üçüncü Oturumda Kurulan Problemlerin Kategorileri.....	95
Tablo 4.18. Dördüncü Oturumda Kurulan Problemlerin Kategorileri	103
Tablo 4.19. Beşinci Oturumda Kurulan Problemlerin Kategorileri	106

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 3.1. Araştırma Sürecindeki Oturumlar	32
Şekil 3.2. Kurulan Problemlerin Değerlendirme Kriterleri	34
Şekil 4.1. Ö ₁ 'in Birinci Soruya Ait Çözümü	40
Şekil 4.2. Ö ₁ 'in Birinci Soruya Ait Grafik Çözümü	40
Şekil 4.3. Ö ₁ 'in Birinci Soruya Ait 5. ve 6. Çözümü	41
Şekil 4.4. Ö ₁ 'in Birinci Soruya Ait 13. Çözümü	42
Şekil 4.5. Ö ₃ 'ün Birinci Soruya Ait 13. Çözümü	43
Şekil 4.6. Ö ₃ 'ün Birinci Soruya Ait 3. Fikir	44
Şekil 4.7. Ö ₃ 'ün Birinci Soruya Ait 1. Fikir	44
Şekil 4.8. Ö ₁ 'in 1. Soruya Ait 9. 10.11. Ve 12. Çözümlerini Kategorize Etmeleri.....	46
Şekil 4.9. 1. Sorunun Değişen Koşulu İçin Kullanılan Şekil	47
Şekil 4.10. Ö ₁ 'in Sorunun Değişen Koşulu İçin 8. Çözümü Uyarlaması.....	47
Şekil 4.11. Ö ₁ 'in Sorunun Değişen Koşulu İçin 5. 6. 9. 11. Çözümlerini Uyarlaması	48
Şekil 4.12. Ö ₃ 'ün Sorunun Değişen Koşulu İçin Fikir3 Çözümüne Uyarlaması	51
Şekil 4.13. Ö ₃ 'ün Sorunun Değişen Koşulu İçin Çözüm 14 Uyarlaması.....	52
Şekil 4.14. Ö ₃ 'ün Sorunun Değişen Koşulu İçin Çözümü	54
Şekil 4.15. Ö ₆ 'nın Sorunun Değişen Koşulu İçin Çözümü	55
Şekil 4.16. Ö ₃ 'ün İkinci Soruya Ait 6. Çözümü.....	59
Şekil 4.17. Ö ₁ 'in İkinci Soruya Ait 10. Çözümü.....	60
Şekil 4.18. Ö ₄ 'ün 2. Problemin Değişen Koşulu İçin Yaptığı Çözüm	61
Şekil 4.19. Ö ₁ 'in İkinci Sorunun Değişen koşulu için yaptığı Çözüm.....	62
Şekil 4.20. Ö ₁ 'in Sorunun Değişen Koşulu İçin Çözümü	71
Şekil 4.21. Ö ₄ 'ün Sorunun Değişen Koşulu İçin Çözümü	72
Şekil 4.22. Ö ₁ 'in Sorunun Değişen Koşulu İçin Çözümü	72
Şekil 4.23. Ö ₁ 'in Beşinci Sorunun Çözümü İçin Oluşturduğu Şekiller	77
Şekil 4.24. Ö ₃ 'ün Beşinci Sorunun Çözümü İçin Oluşturduğu Şekiller	77
Şekil 4.25. Ö ₆ 'nın Beşinci Sorunun Çözümü İçin Oluşturduğu Şekiller.....	78
Şekil 4.26. Ö ₃ 'ün Beşinci Sorunun Değişen Koşulu İçin Çözümü	80
Şekil 4.27. Ö ₁ 'in Beşinci Sorunun Değişen Koşulu İçin 2.Çözümü	80
Şekil 4.28. Ö ₃ 'ün oturum 1 de Kurduğu Problem	83
Şekil 4.29. Ö ₁ 'in oturum 1 de Kurduğu Problem	84

Şekil 4.30. $\ddot{O}_2$ 'nin Oturum 1 De Kurduğu Problem	84
Şekil 4.31. $\ddot{O}_4$ 'ün oturum 1 de Kurduğu Problemler	85
Şekil 4.32. $\ddot{O}_2$ 'nin Oturum 1 De Kurduğu Problem	86
Şekil 4.33. $\ddot{O}_2$ 'nin Oturum 1 de Kurduğu 2. Problem	87
Şekil 4.34. $\ddot{O}_5$ 'in Oturum 1 de Kurduğu Problem	87
Şekil 4.35. $\ddot{O}_1$ 'in Oturum 1 de Kurduğu 2. Problem	88
Şekil 4.36. $\ddot{O}_3$ 'ün Oturum 1 de Kurduğu 2.Problemin Çözümü	88
Şekil 4.37. $\ddot{O}_6$ 'nın Oturum 1 de Kurduğu Problem	89
Şekil 4.38. $\ddot{O}_1$ 'in Oturum 2 de Kurduğu Problem	90
Şekil 4.39. $\ddot{O}_4$ 'ün Oturum 2 de Kurduğu Problem	91
Şekil 4.40. $\ddot{O}_1$ 'in Oturum 2 De Kurduğu Engel İçeren Problem	92
Şekil 4.41. $\ddot{O}_3$ 'ün Oturum 2 De Kurduğu Engel İçeren Problem	93
Şekil 4.42. $\ddot{O}_1$ 'in Oturum 2 De Kurduğu 3.Problem	93
Şekil 4.43. $\ddot{O}_4$ 'ün Oturum 2 de Kurduğu 2. Problem	94
Şekil 4.44. $\ddot{O}_6$ 'nın Oturum 2 De Kurduğu Problem	94
Şekil 4.45. $\ddot{O}_4$ 'ün Oturum 3'de Kurduğu Durum uygun olmayan kategoride değerlendirilen problem	96
Şekil 4.46. $\ddot{O}_1$ 'in Oturum 3'de Kurduğu Problem	97
Şekil 4.47. $\ddot{O}_5$ 'in Oturum 3'de Kurduğu Problem	98
Şekil 4.48. $\ddot{O}_3$ 'ün Oturum 3'de Kurduğu Problem	99
Şekil 4.49. $\ddot{O}_3$ 'ün Oturum 3 De Kurduğu 2.Problem	100
Şekil 4.50. $\ddot{O}_5$ 'in Oturum 3'de Kurduğu 3.Problem	101
Şekil 4.51. $\ddot{O}_2$ 'nin Oturum 5 De Kurduğu Problem	106
Şekil 4.52. $\ddot{O}_1$ 'in Oturum 5 De Kurduğu Problem	107
Şekil 4.53. $\ddot{O}_2$ 'in Oturum 5 De Kurduğu Problem	108
Şekil 4.54. $\ddot{O}_2$ 'in Oturum 5 De Kurduğu Problem	108
Şekil 4.55. $\ddot{O}_2$ 'in Oturum 5'de Kurduğu 2. Problem	109
Şekil 4.56. $\ddot{O}_6$ 'nın Oturum 5'de Kurduğu Problem	109
Şekil 4.57. $\ddot{O}_5$ 'in Oturum 5'de Kurduğu Problem	110

BÖLÜM I: GİRİŞ

1.1 Problem Durumu

Bilgi çağının en önemli kavramlarından olan yaratıcılık yenilenen programların programlarda üzerinde durulması gereken bir beceri olarak önemi her geçen gün artan bir konudur (MEB 2018). Matematiğe olan büyük katkısına rağmen matematiksel yaratıcılık tanımlarının çoğunun anlaşılmasının zor ve belirsiz olması eleştirilmiştir (Mann, 2006; Sriraman, 2009). Sriraman (2009), yaratıcılığı muhakeme etme yeteneği, kabul edilebilir modeller ile kabul edilemez modeller arasındaki ayırt etme yeteneği olarak tanımlamıştır. Problem çözme ve problem kurma matematiksel akıl yürütmenin ayrılmaz bir parçası olduğu gibi yaratıcılığın değerlendirilmesinde de önemli bir bileşendir (Ayllón, Gómez, & Ballesta-Claver, 2016). Bilgileri mantıklı bir şekilde düzenleme esnek bir bakış açısı ile problemi farklı yollardan çözme, akıcı bir şekilde ifade etme ve özgün ürünler ortaya koymak yaratıcılığın özünde vardır (Esi, 2018). Silver E. A. (1997), problem kurma ve problem çözme aktivitelerinin kullanılması öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını geliştireceğini ifade etmiştir. Teknoloji ve bilimdeki ilerlemeler düşünüldüğünde insanlar birçok sorun ve problem ile karşılaşır karşılaştığı problemleri çözebilen bireyler yetişmesi için bilgiyi üretebilen yaşamında kullanabilen yaratıcı düşünebilen nesillerin yetişmesi öğretim programlarının önemli konularından olmuştur (MEB, 2019). Problem kurma ve yaratıcılık ile ilgili olan araştırmaların çoğunda oluşturulan problemlerin yaratıcılık bakımından incelenmiştir (Leung, 1997; Silver E. A., 1997). Matematiksel yaratıcılık ile ilgili yapılan araştırmalarda Torrance (1974) temel alınarak genellikle üç boyutta incelenmiştir. Bunlar akıcılık esneklik ve orijinallik (özgünlük) den oluşmaktadır (Leung, 1997; Silver E. A., 1994; Leikin, 2009; Silver & Cai, 1996). Problem çözme ve problem kurma etkinliklerinin beraber kullanılması öğrencilerin yaratıcılıklarını katkıda bulunur (Silver E. A., 1997). Matematiksel yaratıcılık problemin karmaşıklık düzeyine bakılmadan problemi alışılmışın dışında açık anlaşılır çözümler üretme süreci olarak tanımlanmıştır (Sriraman, 2004). Akıcılık ortaya çıkarılması hedeflenen durumların sayısı ile ilgili; esneklik ise ortaya çıkan durumların farklı kategoride sayısını ifade ederken orijinallik (özgünlük) de çok az insan tarafından ortaya konulabilen alışılmadık durumlardır (Harpen & Sriraman, 2013). Problem kurma süreci derinlemesine

düşünmeye gerektirir problemi kuran her kişi yaratıcı bir süreç izleyerek kendi bilgisini inşa eder (Ayllón, Gómez, & Ballesta-Claver, 2016)

Özellikle matematiksel yaratıcılık özelinde yapılmış çalışmalar oldukça azdır (Leikin & Lev, 2013; Yuan & Sriraman, 2011). Psikolojik bir kavram olması nedeniyle yaratıcılığın ne olduğu ve nasıl ölçülmesi gerektiği konusunda sorunlar yaşandığı belirtilmiştir (Dündar, 2015). Yaratıcılığı düşünme ve üretme olmak üzere iki süreçten oluştuğunu söyleyen Esi (2018) ürüne dönüşmeyen fikirlerin yaratıcılıktan söz edilmeyeceği belirtilmiştir. Bir eylemin yaratıcılık içermesi için aşağıdaki üç durumdan en az birini gerçekleştirmesi gerektiği belirtilmiştir. (Ervynck, 1991)

- ✓ Faydalı olan bir kavram ya da fikri ilerisi için daha elverişli bir hale dönüştürmek, yeni bir soluk kazandırmak
- ✓ İki veya daha fazla sorun arasında önceden fark edilmemiş bir ilişkiyi keşfetmek
- ✓ Matematiksel bir teoremin bir bölümünü mantık çerçevesinde daha açık ve anlaşılır bir şekilde faydalı bir sıralama oluşturarak yeniden organize etmek

Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma örgütü OECD'nin yürüttüğü Pisa sınavı eğitim konusunda uluslararası karşılaştırma ve değerlendirme yapan bir programdır. OECD(2003)'ün raporlarında son yıllarda sanayileşmiş ülkelerde endüstri ekonomisinden bilginin değerli olduğu bilgi ekonomisine dayalı bir ekonomiye doğru yönelim olduğu ifade edilmiştir. Yaratıcılık bilgi ekonomisinin de merkezinde yer alır. Dolayısıyla eğitimcilerin temel görevi değişen ekonomi düzenine ayak uydurabilen yaratıcı düşünebilen bireyler yetişmesine katkıda bulunmaktır. Bugünkü eğitim kurumlarının bu ihtiyacı karşılama konusunda eksik kaldığını belirten Vidal (2010), öğrencilere bilginin durağan değişmez olduğunu benimseterek onları sadece var olan bilgiyi kullanmaya iten öğretim tarzını eleştirmiştir. Torrance (1965), bireylerin yaratıcı olduğuna inanmış ve bu yeteneğin birçok yönden geliştirilebileceğine ya da tam tersi engellenebileceğini ifade etmiştir.

Uzun soluklu çalışmalar sonucunda gerçeğe dönüşen eylemler olan yaratıcılık zamanla geliştirilebilir bir yetenektir (Esi, 2018). Yaratıcılık İleri düzey matematiksel düşünmenin ayrılmaz bir parçasıdır. Matematiksel bir teoremin ortaya çıkmasının ilk aşamasından son aşamasına kadar önemli bir rol oynar (Ervynck, 1991). Ayrıca “Yaratıcılık tek başına bir süreç yalnız tamamlanabilecek bir etkinlik değildir” (Esi, 2018). Matematiksel yaratıcılık bir problemin zorluk düzeyine bakılmaksızın, probleme farklı bir bakış açısıyla olağan dışı çözümler içeren aynı zamanda uygun yeni veya özgün eserler üretme yeteneği olarak tanımlanmıştır (Sriraman, 2004). Matematiksel bir algoritma kullanılarak çözülebilecek bir

problem, standart olmayan farklı bir çözüm yolu ile çözüldüğünde matematiksel yaratıcılık ortaya çıkar (Shriki, 2013). Yaratıcılığa ait kavramların bazılarında bilgidaki eksiklikleri fark etme, hipotez oluşturma ve bunları test ederek değiştirme ve sonuçlarını değerlendirme ile ilgilidir. Bu açıdan bakıldığında yaratıcılık bir durumu çok farklı yerlerden değerlendirme ve sonuçtan tatmin olana kadar sorgulama yeteneğidir (Vidal, 2010). Matematiksel yaratıcılık yeni bir problem ortaya koymak ya da bir problemi yeni bir çözüm metodu ile çözmek şeklinde ifade edilebilir.

1.2 Araştırmanın Amacı

Matematiksel yaratıcılığının gelişimine katkıda bulunmak için matematik öğretmenleri öğrencilere “problem çözme ve problem kurma görevlerini içeren sorgulamaya yönelik matematik öğretimi” uygulamalıdır (Silver E. A., 1997).

Matematiksel yaratıcılığın nasıl değerlendirmesi konusunda fikir birliğine varılmamasına rağmen, matematiksel yaratıcılığın geliştirilmesi, eğitimde hem araç hem de amaç olarak görülmektedir. Yaratıcılığın değerlendirilmesinde yapılan araştırmalar genellikle, problem kurma ve problem çözme yoluyla yapılmıştır (Singer, Voica, & Pelczer, 2017).

Bu araştırmanın amacı, akademik başarısı yüksek 8. ve 9. sınıf öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının problem çözme ve problem kurma bağlamında incelemesidir. Araştırma amacına uygun olarak aşağıdaki alt problemlere cevap aranmıştır:

Araştırmanın Alt Problemleri:

1. 8. ve 9. sınıf öğrencilerin problem çözmedeki yaratıcılıkları akıcılık bakımından nasıldır?
2. 8. ve 9. sınıf öğrencilerin problem çözmedeki yaratıcılıkları esneklik bakımından nasıldır?
3. Öğrencilerin problemin bir koşulu değişmesi sonucunda yaratıcılıkları esneklik bakımından nasıldır?
4. 8. ve 9. sınıf öğrencilerin problem kurma görevlerindeki yaratıcılıkları akıcılık bakımından nasıldır?
5. 8. ve 9. sınıf öğrencilerin problem kurma görevlerindeki yaratıcılıkları esneklik bakımından nasıldır?

1.3 Araştırmanın Önemi

Yapılan araştırmalar incelendiğinde matematiksel yaratıcılık alanında çok az çalışmaya rastlanmıştır. Bu araştırmalar sadece problem çözme sürecindeki ya da sadece problem kurma yoluyla matematiksel yaratıcılıkları incelemiştir onlarda sınırlı sayıdadır. Problem çözme ve problem kurma matematiksel akıl yürütmenin ayrılmaz bir parçası olduğu gibi yaratıcılığın değerlendirilmesinde de önemli bir bileşendir (Gómez, Ballesta-Claver, & Ayllón, 2016). Öğrencilerin matematiksel yaratıcılığının gelişimini desteklemek için matematik öğretmenleri öğrencilere “problem çözme ve problem kurma görevlerini içeren sorgulamaya yönelik matematik öğretimi” uygulamalıdır (Silver E. A., 1997). Bu çalışma da öğrencilerin hem problem çözme sürecindeki yaratıcılıklarını hem de problem kurmadaki yaratıcılıklarını incelemeyi hedeflemiştir. Yaratıcı düşünmenin giderek önem kazandığı bu zaman da artık uluslararası sınavlarda da değerlendirmeye başlanacak olması bu konun giderek önem kazanacağını düşünülmektedir. PISA 2021 yaratıcı düşünceyi ölçmek için "çeşitli fikirler üretme", "yaratıcı fikirler üretme" ve "fikirlere değerlendirmek ve geliştirmek" aşamalarından oluşmak üzere üç boyuta ayırmıştır. Yaratıcı düşünme testi ile, öğrencilerden sırasıyla çeşitli veya yaratıcı fikirlerin üretilmesini ve fikir değerlendirme ve geliştirme aşamasında zihinsel süreçlere aktif bir şekilde katılmalarını isteyerek yaratıcı düşünmeyi ölçmeyi hedeflemiştir. Bu çalışmada da PISA sınavında olduğu gibi 15 yaş grubu öğrencilerle çalışılmıştır.

1.4 Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırma COVID-19 salgın dönemi sürecine denk gelmiştir. Çalışma sürecinde hastalık sebebiyle bazı öğrencilerle 1bir gün ara ile yapılması planlanan klinik görüşmeler farklı zamanda yapılmak zorunda kalmıştır.

- Çalışma grubu 15 yaşındaki 6 öğrenciyle sınırlı kalmıştır.
- Araştırma ulaşılabilen Türkçe ve İngilizce kaynaklar ile sınırlıdır.
- Araştırma, çalışmaya katılan öğrencilerin verdiği bilgiler ve performansları ile sınırlıdır.
- Araştırmanın uygulama süresi her öğrenci için on adet bireysel klinik görüşme ile gerçekleşmiştir.

1.5 Araştırmanın Varsayımları

- Öğrencilerin problemi çözme ve problem kurma görevlerinde samimi oldukları varsayılmıştır.
- Çalışma esnasında öğrencilerin performanslarını olabildiğince iyi derecede sergileyeceklerini ve dış etkenlerden etkilenmediği varsayılmıştır.
- Araştırmada sürecinde araştırmacı yansız davranmış, öğrencilerin düşüncelerini etkilemekten kaçınmış olduğu varsayılmaktadır.

1.6 Araştırma Tanımları ve Kısaltmalar

Problem çözme: Problem çözme dört aşamalı bir süreçten oluşmaktadır. Bu süreçler; problemi anlamak, bir plan oluşturmak, planı uygulamak, geriye dönüp bakmaktır (Polya, 1997).

Problem kurma: Silver (1994) problem oluşturmayı; verilen problemlerin düzenlenmesiyle elde edilen problemler ya da keşfetmeye yönelik yeni problemlerin oluşması şeklinde farklı şekillerde ifade etmek olarak tanımlamıştır. Leung (1997) da benzer şekilde, problem kurmayı verilen bir problemin tekrar düzenlenmesi olarak ifade etmiştir. Bu sebeple oluşan problemler, bir sorunun çözümünden önce, çözüm esnasında veya sonrasında ortaya çıkabilir. Problemin yeniden formülasyonu diye adlandırdığı, verilen problemin çözümünü kolaylaştırmak için yapılan düzenlemelerle probleme oluşturur ve bu süreç problem çözme süreci içinde gerçekleşir. Bu süreç Polya'nın planlama basamağı, daha büyük problemlerin çözümü için alt hedefleri temsil eden problemler oluşturma ile ilgilidir (Silver E. A., 1994). Bu araştırmada problem kurma, verilen bir problem durumundan yola çıkarak, duruma uygun, çözülebilir olacak şekilde yeni problemler oluşturma süreci şeklinde tanımlanabilir.

Yaratıcılık: “Sorunlara, eksikliklere, bilgi eksikliklerine, eksik öğelere, uyumsuzluklara karşı duyarlı hale gelme, güçlüklerin belirlenmesi; çözümler aramak, tahminlerde bulunmak veya eksiklikler hakkında hipotezler oluşturmak; bu hipotezleri test etmek ve yeniden test etmek ve muhtemelen onları değiştirmek ve yeniden test etmek ve son olarak sonuçları ortaya koyma” olarak tanımlamıştır (Torrance, 1965).

Akıcılık: Akıcılık, fikirlerin devamlılığı, birbirleriyle etkileşimini ve var olan temel bilginin kullanılmasını ifade eder. Fikirlerin sürekliliğini, bir düşüncenin bir başkasını anımsatarak temel ve evrensel bilginin kullanımını ifade eder (Torrance, 1974). Kabul edilebilir yanıtların toplam sayısıdır (Haylock, 1985).

Esneklik: Esneklik fikirleri değiştirmek, bir probleme farklı şekillerde yaklaşarak birbirinden farklı çözümler üretmekle alakalıdır (Torrance, 1974). Bir soruna farklı açılardan yaklaşarak çözüm stratejileri geliştirmek farklı tavsiyeler kullanabilme yeteneğidir (Leikin, 2009).



BÖLÜM II : ALAN YAZIN

2.1 Problem Çözme

2.1.1 Matematik Problemi

Bireyin yüzleştiği çözmesi gereken bir soruna henüz çözüm yolu bilinmeyen bir duruma problem denir (Posamentier & Krulik, 2020). Problem bireyin zihnini karıştıran, belirsizliğe neden olan durumdur. Bu durumun ortadan kalkması durumun analiz edilmesiyle ,gerekli bilgilerin toplanması ve bireyi çözüme götürecek bilgilerin düzenlenmesi ve kullanılması ile olur (Baykul, 2020). Schoenfeld’e göre problem; sıradışı, bireyde şaşkınlık hissi uyandıran, zor ve öğrenciyi yaratıcı düşünmeye sevk eden sorulardır (Schoenfeld, 2016). Karşılaşılan problem durumu herkes için problem olmayabilir, eğer birey daha önce bu durumla karşılaşmışsa bu onun için problem değildi (Baykul, 2020). Bloom ve Niss (1991), problemi açık uçlu soruları içeren, kişinin ilgisini çekerek merak uyandıran ve soruyu çözmek için gerekli algoritma ve yöntem bilgisinin bilinmediği durum olarak nitelendirmiştir (Akt: Altun, 2018).

Hershkovitz, Peled, & Littler (2009), yaratıcılığı destekleyecek ve geliştirecek problemlerin aşağıdaki özellikleri kapsayacak şekilde hazırlanması gerektiğini belirtmiştir.

- ✓ Birden fazla yolla çözülebilmeli
- ✓ Farklı çözüm yöntemlerinin kullanılmasına uygun olmalı
- ✓ Çözümler basit, orta düzey ve ortanın biraz üzerinde, değişen seviyede çözümlerden oluşmalı
- ✓ “Neden?”, “Ya şöyle olsaydı?” gibi sorularla genişletilebilir şekilde olmalı
- ✓ Genelleme ve soyutlama yapmaya uygun olmalı
- ✓ Farklı durumların araştırılması konusunda teşvik edici olmalı
- ✓ Öğrencilerin mevcut bilgilerini kullanmalarına ve onları genişletmelerine olanak sağlayan türden olmalı.

Problemleri rutin (sıradan) ve rutin olmayan(sıradışı) şeklinde sınıflandırabiliriz. Gündelik hayatta sık karşılaşılan kar-zarar, yol-zaman gibi dört işlem becerileri ile çözülebilen, bunları çözmek için gerekenlerin bilinmesi ve uygulanmasıyla sonuca ulaşan problemlere rutin (sıradan) problemler denir (Altun, 2018).

2.1.2 Problem Çözme ve Problem Çözme Süreci

Problem çözme sadece matematik alanında değil diğer alanlarda da öğrencinin kazanması gereken önemli bir beceridir. Çünkü problem çözme yeteneği gelişmiş bir birey yaşamı boyunca karşılaşacağı zorluklarla baş edebilir. Bu yüzden problem çözme matematik öğretim programlarının merkezinde bulunmaktadır (Schoenfeld, 2016; Polya, 1997; Altun, 2018; Silver E. A., 1997; Leikin, 2009; Sriraman, 2003; Posamentier & Krulik, 2020).

Matematik öğretiminin hedeflediği becerilere ulaşabilmek için “öğrencilerin problemleri çözmeyi öğrenmeleri yerine problem çözmeyi öğrenmeleri” gerekmektedir (Baykul, 2020). Problemlerin karmaşıklık düzeyi bireye göre değişebilir. Çünkü yaptığımız şeyler tecrübelerimize dayanıyor. Öğrencilerin okul yaşamlarında karşılaştıkları problemleri önceki deneyimlerine dayanarak çözme eğilimi gösterirler (Posamentier & Krulik, 2020).

Problem çözme yeteneği insanoğlunun yaşamını sürdürebilmesi için gerekli olan en önemli yetenektir (Leung, 1997). Bireyin yaşamı boyunca karşılaşacağı zorlukların üstesinden gelecek şekilde yetiştirmek çağdaş eğitim anlayışının hedefleri arasındadır. Sadece bilgiyi bilmek problem çözmek için yeterli değildir. Problem çözme yeteneği gelişen bireyler bilgiyi etkin bir şekilde kullanarak karşılaştığı zorluklarla baş edebilir. Aksi takdirde problem çözemeyen bireyler sadece bilginin hamallığını yapmış olur (Altun, 2018).

Matematik eğitiminin genel amaçlarından (MEB 2009,2005); karşılaştığı problemi anlayıp çözüm için plan yapma, kendi matematiksel düşünme ve akli yürütmelerini yönetebilme, eleştirel ve yaratıcı düşünebilen bireyler yetiştirmek ve bunun için problem çözme, Dünya çapında, tüm okul seviyelerinde matematik öğretiminin temel aktivitelerinden biridir (Silver E. A., 2016). Problem çözme sadece matematiksel muhakemeyi geliştirmekle kalmaz aynı zamanda yaratıcı düşünme becerilerini de geliştirir (Gómez, Ballesta-Claver, & Ayllón, 2016).

Problem çözme becerisi sadece matematik dersi programının becerilerinden değil, öğrencilerin kazanması gereken diğer derslerinde programlarında olan ortak bir beceridir (MEB 2009). Problem çözmeyi öğretmek hem matematiksel düşünmeye katkı sağlar hem de öğrencilere kendi doğal güçlerini kullanmaları konusunda olumlu etkisi olur (Mason, 2016).

Karşılaşılan problem durumlarında amaç sadece doğru sonucu bulmak olmamalı, farklı yöntem ve stratejileri kullanarak en uygun çözüm yolu bulmak olmalıdır. Zihinsel ve bilişsel

bir süreç olan problem çözme aşamalı bir süreçtir. Bu yüzden problem çözme süreci hemen sonuçlanacak türden olmamalı, aksi takdirde araştırma değil sadece alıştırma yapılmış olur (Küpcü, 2008).

Problem çözmeyi sadece dersten sonra konuyu pekiştirmek için kullanılan bir becerisi olarak düşünmemeliyiz. Bir konuyu problem çözerek öğrenmeye çalışmak etkili bir öğrenme yolu, aynı zamanda matematikteki kavram ve genellemeleri öğretmede temel bir yaklaşım olmalıdır (Pesen & Bindak, 2021; Altun, 2018). Bu nedenle problem çözme yeteneğinin gelişmesi bireye sadece karşılaştığı problemleri çözmede değil aynı zamanda öğretimde de etkili kullanılacak bir yöntem olur (Altun, 2018).

Bir problemi çözmek için tek bir yol yoktur (Posamentier & Krulik, 2020). “Çözümü bulmaya çalışırken, kendi bakış açımızı, problemi ele alış tarzımızı tekrar tekrar değiştirebiliriz” (Polya, 1997).

Problem çözme sürecini en iyi açıklayan Polya (1997)’nın dört aşamalı problem çözme süreci:

- 1) **Problemi Anlama:** Probleme ilişkin verilenleri, bilinmeyenleri ve istenilenleri doğru bir şekilde anlaşıldığı aşamadır. Öğrencinin şu soruları; verilenler nelerdir? Koşul nedir? Bilinmeyenler nelerdir? doğru yanıtlamasını bekleriz. Problem de bir şekil varsa ya da şekille alakalı bir soru ise önce şekil çizilmeli. Şekil üzerinde bilinmeyenler işaretlenmeli gerekiyorsa isimlendirme yapılmalıdır.
- 2) **Çözüm İçin Plan Yapma:** Verilenlerden yararlanılarak problemin çözümü için gerekli bağlantıların kurulduğu aşamadır. Problemi çözmek için ve çözüm için bir plan oluşturmak isteyen öğrenci şu sorulardan faydalanabilir.

Bu probleme benzer bununla ilişkili başka bir problem çözdün mü?

Aynı ya da benzer bir bilinmeyen içeren bir problem çözdün mü?

Bu probleme benzer ama daha basit bir problem çözebilir miyim?

Tasarladığım bu çözümde tüm verileri kullandım mı? koşuldan yararlandım mı?

Kısaca yukarıda bahsettiğimiz çözüm planı için gerekli sorular aslında strateji seçimi ile ilişkilidir.

3) Planı Uygulama: Belirlenen stratejinin kullanılarak problemin çözümü için yapılacakları kapsar. Bu aşamada diğer iki aşamada da yapılanlar kontrol edilir. Eğer problem çözülememişse seçilen strateji değiştirilerek devam edilir.

4) Kontrol (Çözümün değerlendirilmesi-Geriye bakış): Bu aşamada sadece problemin sonucunun doğru çıkıp çıkmadığının kontrol edildiği aşama değildir. Tamamlanan sonuca geri dönüp tekrar bakan öğrenciler; çözüm yolunu inceleyerek tekrar düşünerek bilgilerini pekiştirmiş olurlar. Ve bu durum öğrencilerin problem çözme yeteneklerini geliştirmelerine katkı sağlar. Bunun için aşağıdaki sorulara cevap vermek yardımcı olacaktır.

Sonucu ve yürüttüğün mantığı kontrol edebilir misin?

Bu problemi başka yolla da çözebilir misin?

Bu sonucu ya da yöntemi başka bir problemin çözümü için de kullanabilir misin?

MEB ortaokul dersi öğretim programında, problem çözme becerisi öğrencinin hayatı boyunca karşısına çıkacak problemleri çözmesi için gerekli becerileri kapsadığını belirtmiştir. Problem çözme sürecini Polya'nın dört aşamalı çözme modelini temel alarak “problemin anlaşılması, gerekirse alt basamakların ya da problemin köklerinin bulunması, problemi uygun şekilde çözmek için planlama yapma, işlemler sırasında çalışmaların gözlenmesi, gerektiğinde stratejilerin ve planların değiştirilmesi, yöntemlerin sınanması, çözüm aşamasında elde edilen veri ve bilgilerin değerlendirilmesi, çözüme ulaşıncaya çözümün anlamlılığının ve işe yararlılığının değerlendirilmesini ve yeni problemleri fark etmesini içerir” şeklinde belirtmiştir (MEB 2009).

2.1.3 Problem Çözme Stratejileri

Öğrencilerimize problem çözme stratejileri tanıştırmalı ve onları kullanmaya teşvik etmeliyiz. Problem çözme stratejilerini kullanarak yeterli pratik yapmaları öğrencileri ileri hedeflere ulaşması konusunda yardım eder. Yani öğrenciler problem çözme stratejilerini kullanarak yalnızca matematiksel problemleri çözmekle kalmaz aynı zamanda günleri gündelik yaşamlarında da karşılaştıkları problemleri çözmek için kullanırlar (Posamentier & Krulik, 2020).

Problem çözerken, bazen tek bir strateji kullanılabileceği gibi birkaç strateji bir arada da kullanılabilir. Öğrencilerin problem çözme becerilerini değerlendirirken farklı stratejilerin kullanılabileceği türden problemlere yer verilmelidir.

Öğrencilerin problem çözmeyi sadece matematik dersi sınırları içinde sonuca ulaşmak için değil, bir amaç olarak görmeleri öğrencilerin gelişimine katkı sağlayacaktır (Posamentier & Krulik, 2020). Öğretim esnasında öğrencilerin problem çözme basamakları takip ederek problem çözmeye çalışmaları, öğrencilerin kendini ifade etme, modelleme yapma, planlı hareket ederek problemi doğru çözmesine ve bu da öğrencinin kendine olan güvenini artmasına katkıda bulunur (Baki, 2020).

Problemin çözüm için en önemli aşamalardan biri problemin çözümü için en uygun strateji ya da stratejileri seçmektir. Literatür incelendiğinde çok farklı stratejiler (Altun, 2018; Posamentier & Krulik, 2020) karşımıza çıkmaktadır.

- ✓ Sistemantik liste yapma
- ✓ Tahmin ve kontrol stratejisi
- ✓ Diyagram çizme
- ✓ Bağlantı bulma (ilişki arama, örüntü arama)
- ✓ Değişken kullanma (denklem, eşitlik ve eşitsizlik yazma)
- ✓ Tahmin etme
- ✓ Benzer basit problemlerin çözümlerinden yararlanma
- ✓ Geriye doğru çalışma
- ✓ Eleme
- ✓ Tablo yapma
- ✓ Muhakeme etme
- ✓ Uç durumları düşünme
- ✓ Çizim yapma (görsel temsil)
- ✓ Verileri organize etme
- ✓ Deneme-yanılma
- ✓ Materyal (malzeme) kullanma
- ✓ Problemin bir bölümünü çözme

2.2 Problem Kurma

Problem çözmeyi farklı bir açıdan ele almak anlamına gelen problem kurma bu sebepten çok önemlidir. Çözülen bir problemdeki ilişkileri içeren bir problem kurmak, o problemin iyice anlaşıldığı anlamına gelir (Altun, 2018). Problem kurma sürecinin, problem çözme sürecinden daha karmaşık bir süreç içerdiğini belirten Gür ve Korkmaz (2003) Öğrencinin sorumluluk duygusunu da daha çok artırdığını söylemiştir. Bu nedenle problem çözmeyi, problem kurmanın bir ön koşulu gibi düşünerek problem çözme başarısı düşük olan öğrencilerin problem kurmada başarılı olmaları beklenmemelidir.

Problem kurma süreci derinlemesine düşünmeye gerektirir problemi kuran her kişi yaratıcı bir süreç izleyerek kendi bilgisini inşa eder. Derslerde problem kurma ödevlerinin kullanılması öğrencilerin matematik kavramları edinmesini ve yaratıcılığını geliştirir. Problem kurma sürecinde öğrenciler birkaç matematiksel kavram arasında ilişki kurarlar. Bunlar düzenleme seçme anlama gibi çeşitli bilişsel süreçleri içerir. Problem kurma bir değerlendirme aracıdır (Gómez, Ballesta-Claver, & Ayllón, 2016).

Problem kurma, problem çözmenin önemli bir yol arkadaşıdır ve ikisi de matematiğin merkezinde olan önemli becerilerdir (Kilpatrick, 1987). Problem kurmayı ayrıca çözülmesi zor, sayısal değerleri büyük karmaşık ilişkiler içeren problemlerde benzer basit problemlerden yararlanırken de kullanırız (Altun, 2018). Problem kurma süreci matematiksel çözümleme biçimlerindenidir. Derslerde amacına uygun kullanıldığı takdirde öğrencilerin sorgulama olan potansiyellerini artırır. Öğrencilerin kurdukları problemleri çözmeleri soruyu eleştirel bir şekilde analiz etme fırsatı vermiştir. Sorudaki ifadelerin yeterli olup olmadığını sayısal bilgilerin eksikliğini keşfetme açısından önemli sonuçlar doğurmuştur (Bonotto, 2013).

Problem kurma ve problem çözmeyi birbirinden ayrı farklı olmadığı düşünen araştırmacılar, iki becerinin de birbiriyle ilişkili ve birbirini destekler nitelikte olduğunu belirtmişlerdir (Altun, 2018; Kilpatrick, 1987; Lowrie, 2002; Stoyanova, 1997; Silver E. A., 1994; Silver E. A., 1997). Problem kurmayı hem problem çözmenin adımlarından biri hem de bağımsız olarak da kullanılabilir (MEB 2009).

Silver (1994) problem oluşturmayı; verilen problemlerin düzenlenmesiyle elde edilen problemler ya da keşfetmeye yönelik yeni problemlerin oluşması şeklinde farklı şekillerde ifade etmek olarak tanımlamıştır. Leung(1997) da benzer şekilde ,problem kurmayı; verilen bir

problemin tekrar düzenlenmesi olarak ifade etmiştir. Bu sebeple oluşan problemler; bir sorunun çözümünden önce, çözüm esnasında veya sonrasında ortaya çıkabilir. Problemin yeniden formülasyonu diye adlandırdığı, verilen problemin çözümünü kolaylaştırmak için yapılan düzenlemelerle probleme oluşturur ve bu süreç problem çözme süreci içinde gerçekleşir. Ve bu süreç Polya'nın planlama basamağı, daha büyük problemlerin çözümü için alt hedefleri temsil eden problemler oluşturma ile ilgilidir (Silver E. A., 1994).

Problem kurma; öğrencilerin yaratıcılıklarını, matematiksel muhakemelerini ve problem çözme becerilerine geliştirmede yardımcı olur ve böylece öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmiş olurlar (Silver E. A., 1994; English, 1998). Öğrencilerin matematiksel düşünmelerini ve bağlantılarını ortaya çıkarma potansiyeli açısından problem kurma etkinlikleri önemli bir araçtır (Xu, Cai, Liu, & Hwang, 2020).

Başarılı bir grup öğrenciden belirli bir problemin unsurlarını değiştirerek problem oluşturmaları istenmiştir. Çalışmada oluşan problemler arka plan temasındaki değişiklik, parametreler, sayısal verilerdeki değişiklikler, veriler üzerindeki kısıtlamalar baz alınarak değerlendirilmiştir. Böylece problem kurma durumlarında yaratıcı davranışların tanımlanması açısından imkân sunmuştur (Voica & Singer, 2013).

Stoyanova(1997) problem kurma durumlarını, yapısal özelliklerine göre serbest, yarı yapılandırılmış veya yapılandırılmış problem olarak sınıflandırmıştır. Öğrenciler kendi problemlerini oluştururken bir grup öge arasından seçim yapmalı, aralarındaki ilişkiyi fark etmeli ve bu bilgileri iyi yapılandırılmış bir şekilde sunmalıdır. Serbest problem kurma durumlarında öğrencilerden zevk aldıkları bir konu hakkında, ya da bir matematik yarışmasına soru yazmaları gibi herhangi bir sınırlamanın olmadığı bir problem oluşturmaları istenebilir. Yarı yapılandırılmış problem kurma durumlarında öğrencilere keşfetmeye uygun bir resim, tablo, hikâye, matematiksel kalıplar ve kavramlar gibi bir durum verilir ve buna uygun problem oluşturmaları istenir. Öğrenciler önceden sahip olduğu beceriler ve matematiksel deneyimlerinden yola çıkarak problem oluştururlar. Yapılandırılmış problem kurma durumlarında öğrencilere belli bir problem veya problemin çözümü verilerek duruma uygun problemler oluşturmaları istenir (Stoyanova, 1997).

Polya'nın dört basamaklı problem çözme basamaklarına beşinci adımı ekleyen Gonzales (1994), verilen problemdeki görevin açıklığa kavuşmasından sonra yani çözümden sonra

problem oluştuğunu ifade etmiştir. Derslerde problem kurma etkinliklerinin kullanılması kavramsal anlama ve kullanılan sembolik ifadelerle günlük yaşamla bağlantı kurulmasına da destek olunacağını belirtmiştir (Işık & Kar, 2012) . Problem kurma etkinlikleri öğrencilere, problem çözmenin birbirini takip eden bir süreç olduğunu ve bu süreç de problemi daha iyi anlama noktasında katkıda bulunduğunu ifade etmiştir (Akay, 2006).

Matematiksel problem oluşturma öğrencilerin zihinsel gelişimlerinin artmasını desteklediği gibi öğrencilere eğlenceli de gelebilir. Ve kurdukları problemleri kendi ürettikleri için derse yönelik motivasyonlarını da arttırmış olur (Yaman & Dede, 2005). Öğrenciler problem kurarken karmaşık bir durum veya olay ile yüzleştiklerinde bu olayların sorumluluğunu alarak süreçte aktif olurlar. Problem çözme konusunda başarısız olan öğrenciler problem kurmada da başarısız olurlar (Akay, 2006).

Yıldız & Özdemir (2015), problem kurma da değerlendirme kriterleri olarak; matematiksellik, veri niteliği, dil bilgisi ve ifade, düzeye uygunluk, kurulan problemdeki yönergeler ve veri miktarı, çözülebilirlik ve genel değerlendirme (kullanılabilirlik durumu) olmak üzere yedi kriter belirlemiş ve buna ait bir puanlama yönergesini oluşturmuştur. Matematiksellik kriteri; matematiksel ifade ve kavramların, sembol ve gösterimlerin oluşturulan problemlerde doğru kullanılıp kullanılmadığı; ayrıca görsellik içeren sorularda metin ve görsel arasındaki ifadelerin doğru olarak gerçekleştirilip gerçekleştirilmediğin göz önünde bulundurulmuştur. Geometri alanına ait problem kurarken matematiksellik kriterinin sağlanması durumunda öğrenciler daha çok zorluk yaşanması beklenen bir sonuç olduğunu ifade etmişlerdir. Veri niteliği kriterinde; problemde yer alan verilerin mantıksal ve matematiksel uygunluğu ile verilere ulaşılabilecek sonucun anlamlılığına bakılır. Dil bilgisi ve ifade kriterinde ; probleme ait metnin dil bilgisi kurallarına uygunluğuna, anlatım bozukluğuna ya da yazım hatası içerip içermediğine, noktalama işaretlerinin doğru ve yerinde kullanımına göre değerlendirilmiştir. Düzeye uygunluk kriterinde; öğretim programındaki ortaokul kazanımlarına uygun olarak hazırlanmış içerik ve zorlukta olmasına bakılır. Kurulan problemdeki yönergeler ve veri miktarı kriteri; problemde kullanılan yönergelerde belirtilen adımların ve şartların uygunluğu ile problemde yer alan verilerin miktarının yeterli olmasına bakılır. Çözülebilirlik kriterinde; problemin istenen doğru sonuca ulaşmasına bakılır.

Problem kurma sırasında etkileşime giren bilişsel süreçleri dörde ayıran Christou ve diğerleri (2005), yapılandırılmış ve yarı yapılandırılmış problem kurma etkinliklerini baz alarak tanımlamıştır. Bu süreçler; düzenleme, seçme, anlama, aktarma (düzenleme ve bir biçimden

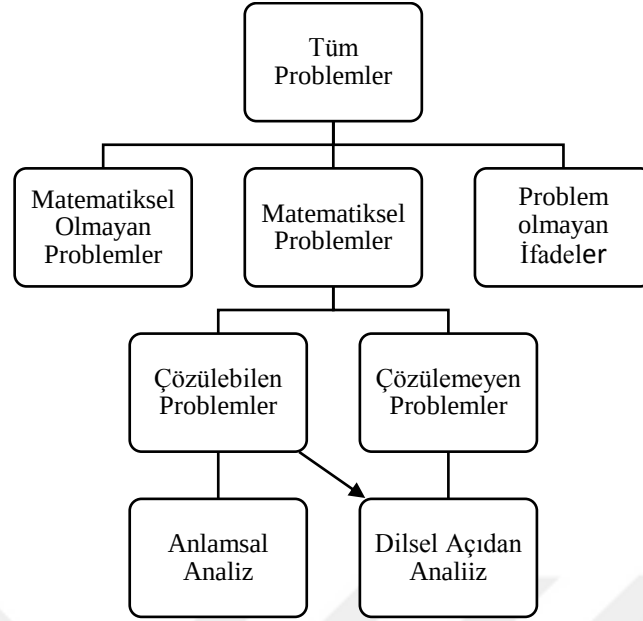
diğerine çevirme) şeklindedir. Yarı yapılandırılmış problem kurma etkinliklerini ilgilendiren aktarma ve düzenleme süreçleri, yapılandırılmış problem kurma etkinliğini ilgilendiren ise anlama ve seçme süreçleridir. Seçme basamağında öğrenci verilenler arasında bilgiyi seçer ve buna uygun problem oluşturur. Düzenleme basamağında, öğrenci verilen bir öykü ya da resme göre problem oluşturur. Aktarma basamağında verilen tablo, grafik, diyagram gibi durumlara göre uygun problem oluşturur. Cevabı verilen bir probleme, matematiksel hesaplama, denkleme uygun problem kurma da kavrama basamağı ile ilgilidir. Görüldüğü gibi problem oluşturma basamaklarının dördü de niceliksel bilgiyi kullanma ile alakalıdır (Christou, Mousoulides, Pittalis, Pitta-Pantazi, & Sriraman, 2005).

Problem kurmayı problem çözme sürecinin son basamağında bir ölçek yardımı ile değerlendiren Baki (2020) şu kriterleri baz almıştır.

- ✓ “Yeni bir problem yazmak için herhangi bir eylemde bulunulmaması
- ✓ Yazılan yeni problemin mantık hatası içermesi ve çözümünün olmaması
- ✓ Önceki problemin sadece sayısal değerleri değiştirerek yeni bir problemin yazılması
- ✓ Mantıklı ve çözülebilir yeni bir problem yazılması”

Öğrenciler tarafından oluşturulan problemleri analiz etmek için (Silver & Cai, 1996) aşağıdaki gibi kategorize ederek incelemiştir. Öncelikle oluşan ifadenin matematik içerip içermediği durumuna bakılmıştır. Daha sonra matematik problemi olabilecek ifadeleri , çözülebilir veya çözülemez şeklinde iki ayrı kategoriye ayırmıştır. Burada oluşturulan problemlerin yeterli ve birbiriyle uyumlu bilgi içermesine, problemde hata olup olmadığına bakılır. Kodlamanın son basamağında ise oluşturulan problemlerin karmaşıklığı Anlam bakımından ve dilsel açıdan incelenmiştir. Birçok araştırmacı tarafından genel kabul görmüş ve problem kurma ile ilgili araştırmalarında kullanılmıştır.

Problemlerin Analiz Şeması (Silver & Cai, 1996)



Şekil 2.1.

Problemlerin Analiz şeması (Silver & Cai, 1996)

NCTM' ye (2000) göre problem kurma verilen bir durumdan yola çıkarak deneyimler ile yeni bir problemler üretmektir.

“Temel işlemsel beceriler ile karmaşık problem çözme becerileri ve problem kurma becerileri arasında sıkı bir ilişki vardır. Temel işlemsel becerilerinde eksik olan öğrenciler, başarılı problem çözücü olamazlar, problem çözmeyi başaramayanlar da başarılı problem kuranlar olamazlar. Geleneksel matematik eğitimi anlayışında, matematiksel bilgiler küçük beceri parçacıklarına ayrılmış halde öğretmen tarafından öğrencilere sunulur. Öğrencilerin de bu bilgileri verilen alıştırmalarla tekrar etmeleri beklenir. Soruların önceden belirlenmiş belirli yanıtlama yöntemi veya yöntemleri ve tek bir cevabı vardır. Böyle bir anlayış ortamında, öğrenciler pasif alıcılar durumundadırlar” (Gür & Korkmaz, 2003).

2.3 Yaratıcılık

Yaratıcılık alanında önemli ve ilk çalışmaları yapanların başında gelen Torrance yaratıcılığı; “sorunlara, eksikliklere, bilgi eksikliklerine, eksik öğelere, uyumsuzluklara karşı duyarlı hale gelme, güçlüklerin belirlenmesi; çözümler aramak, tahminlerde bulunmak veya

eksiklikler hakkında hipotezler oluşturmak; bu hipotezleri test etmek ve yeniden test etmek ve muhtemelen onları değiştirmek ve yeniden test etmek; ve son olarak sonuçları ortaya koyma” olarak tanımlamıştır (Torrance, 1965).

“Yaratıcılık; yeni, özgün ve beceriye dayalı bir ürün olarak ortaya çıkmış veya henüz ürüne dönüşmemiş, kendine özgü bir problem çözme sürecini içeren, kişinin zekâ unsurlarını da özgün ve üretime dönük kullandığı bir bilişsel yetenektir” (Aslan, 2001). Yaratıcılık için deneyimlere açık olmak farklı yolları deneme cesareti göstererek yeniliği benimsemek oldukça önemlidir (Esi, 2018). Yaratıcılık, ileri matematiksel düşünmenin tamamlayıcısı ve de çok önemli bir yere sahiptir (Ervynck, 2002).

Yaratıcılık herkesin aynı şekilde görüp düşündüğü bir şeyi, farklı bir şekilde düşünüp var olan durumlardan yola çıkarak daha önce yapılmamış farklı bir şekilde ilişkilendirme becerisidir (Doğan, 2020). Yaratıcılığa ait kavramların bazılarında bilgidaki eksiklikleri fark etme, hipotez oluşturma ve bunları test ederek değiştirme ve sonuçlarını değerlendirme ile ilgilidir. Bu açıdan bakıldığında yaratıcılık bir durumu çok farklı yerlerden değerlendirme ve sonuçtan tatmin olana kadar sorgulama yeteneğidir (Vidal, 2010).

Yaratıcılık ve yaratıcı düşünme kavramları farklı anlamlara gelmelerine rağmen, birbirine karıştırılan ve birbiri yerine kullanılan kavramlardır. Yaratıcı düşünme sadece zihinsel etkinlikleri çağrıştırırken, yaratıcılık daha kapsayıcı olarak hem zihinsel etkinlikleri hem de performansa dayalı etkinlikleri çağrıştıran bir kavramdır. Dolayısıyla yaratıcılık tanımı içerisinde yaratıcı düşünmeye de değilmiş oluyoruz (Doğan, 2020).

Yaratıcılığa ait pek çok tanım olduğunu söyleyen Davaslıgil (1994), genel olarak yaratıcılığı bir sorunu ya da durumu algılama yeteneğindeki farklılık ve yenilik olarak tanımlar. Ayrıca az sayıda insanda rastlanabilen bir yetenek olarak değil bütün insanlar da var olan gelişip değişebilen bir bilişsel beceri olarak ifade etmiştir (Davaslıgil, 1994). Yaratıcılığı düşünme ve üretme olmak üzere iki süreçten oluştuğunu söyleyen Esi (2018) ürüne dönüşmeyen fikirlerin yaratıcılıktan söz edilmeyeceği belirtilmiştir. Ayrıca “Yaratıcılık tek başına bir süreç yalnız tamamlanabilecek bir etkinlik değildir” (Esi, 2018).

PISA 2021'de yaratıcı düşünme; ”özgün ve etkili çözümler, bilgide ilerlemeler ve etkili hayal gücü ifadeleriyle sonuçlanabilecek fikirlerin üretilmesi, değerlendirilmesi ve iyileştirilmesine üretken bir şekilde katılma yetkinliği” olarak tanımlanmıştır (2021).

Yaratıcılığın doğuştan gelen bir yetenek olduğu ile ilgili görüşler yerini yaratıcılığın yetenek, çevre, eğitim ile artabileceği yönünde değişmektedir. Özellikle çevrenin yaratıcılığın gelişmesine olan katkısı ile beraber verilecek eğitim durumları düzenlenerek yaratıcılığın gelişimine katkı sağlanabilir. Yaratıcılığı ulaşılacak son durak olarak değil özgün bir ürün ortaya koyma süreci olarak görmeliyiz (Doğan, 2020).

Yaratıcılık alanında önemli çalışmalar yapan Guilford (1967) ,düşünmeyi yakınsak düşünme ve ıraksak düşünme olarak ikiye ayırmıştır. Guilford da göre yakınsak düşünme bir soruna yönelik tek ve doğru bir çözüm bulmayı, bilginin öğrenilmesi hatırlanmasını dayanan bir düşünme biçimidir. ıraksak düşünme ise bir problemi birden fazla çözüm üretmeyi ,öğrenilen bilgilerin yerinden inşası gibi farklı düşünmeleri kapsayan düşünme türüdür.

ıraksak düşünme ile ilgili önemli çalışmalar yapan Guilford (1982), bu becerileri ölçmek amacıyla Alternatif Kullanım Testini geliştirmiştir. Guilford geliştirdiği bu testte ıraksak düşünmeyi akıcılık, esneklik, detaylandırma ve özgünlük olmak üzere yaratıcılığın en yaygın kullanılan dört boyutuna yer verdiği bu testler günümüzde de yaratıcılığın ölçülmesinde kullanılan birçok ölçme aracına kaynaklık etmiştir.

Cropley (2006), yaratıcı düşünmenin, ıraksak düşünme ve yakınsak düşünme bileşenlerinden oluştuğunu idaa etmiştir. ıraksak düşünme yoluyla hiçbir kısıtlama olmadan değişkenliğin üretilmesi gerçekliğe dayanmadığı sürece yarı yaratıcılık olarak kalır. Yakınsak düşünme bilgiye dayalı, fikirlerin çıkış noktası, otaya atılacak çözüm yolları için gerekli şeyleri önerir, yenilik kriterlerini sağlar. Ayrıca iki tür düşünmenin birlikte çalışmasının önemli olduğunu ancak yakınsak düşünmenin az kullanılması veya gereğinden çok kullanılmasının da yaratıcılığı zedeleyeceği belirtilmiştir (Cropley, 2006).

Torrance (1974), yaratıcılığı; akıcılık, esneklik, özgünlük ve detaylandırma şeklinde dört kategoriye ayırmıştır. Akıcılık, fikirlerin devamlılığı, birbirleriyle etkileşimini ve var olan temel bilginin kullanılmasını ifade eder. Esneklik ise fikirleri değiştirmek, bir probleme farklı

şekillerde yaklaşarak birbirinden farklı çözümler üretmekle alakalıdır. Özgünlük, daha önce düşünülmemiş bir düşünme biçimini ve benzersiz zihinsel faaliyetlerin sonucu olan ürünleri niteler. Detaylandırma ise fikirleri açıklayabilmeyi, oluşan fikirleri genelleştirebilme yeteneği olarak ifade edilir.

PISA 2021 yaratıcı düşünme testi için yetkinlik modelini ortaya atmıştır. Yetkinlik modeli, yaratıcı düşünceyi ölçmek istenen amaçlara göre üç boyuta ayırmaktadır: Bunlar : "çeşitli fikirler üretme", "yaratıcı fikirler üretme" ve "fikirleri değerlendirmek ve geliştirmek" aşamalarından oluşmaktadır. Yaratıcı düşünme testi ile, öğrencilerden sırasıyla çeşitli veya yaratıcı fikirlerin üretilmesini ve fikir değerlendirme ve geliştirme aşamasında zihinsel süreçlere aktif bir şekilde katılmalarını isteyerek yaratıcı düşünmeyi ölçer. Bu nedenle, bireyin sadece yaratıcı düşünmenin çeşitli veya yaratıcı fikirler üretme süreçlerini değerlendirmez; ayrıca öğrencilerden ayrıca diğer öğrencilerin fikirlerini değerlendirmelerini, onların kaldığı yerden devam edebilmeyi ve varsa bu fikirlere gerekli düzenlemeler getirmelerini ve öneride bulunmaları istenir. PISA yaratıcı düşünme değerlendirilmesindeki 'fikirler' farklı şekillerde olabilir: örneğin bir hikaye yazma, bir çizim, sosyal bir soruna çözüm üretme veya bilimsel bir fenomenle ilgili bir araştırma sorusuna çözüm üretme. Test bölümleri, öğrencilerin birden fazla fikir üretebileceği ve kalıpların dışına çıkabilecekleri düşünme kapasitelerini yeterince anlaşılır görevlerden oluşur.

Ayrıca bir matematik problemini yaratıcı bir biçimde çözmek için problem düzenleme farklı çözüm yollarını keşfetme gerekirse önceki çözüm yollarını değiştirerek orijinal bir çözüme ulaşmayı içermelidir (Esi, 2018) Yaratıcılık yeni ve farklı bir bakış açısı ile beraber orijinal fikirler veya var olan fikirler arasında yeni bir ilişki kurmaktadır (Vidal, 2010).

Öğretmenler matematiksel yaratıcılığın okulda verilen eğitimle geliştirilebileceği düşünseler de öğrencileri buna teşvik edecek pek bir şey yapmazlar (Sriraman, 2005).Yaratıcılığın geliştirilmesinde öğretmenlerden ve müfredatın beklentilerinden kaynaklanan nedenlerle yetersiz kalınmıştır. Bunlardan bazıları; ezbere dayalı bir öğretim, sadece algoritmik düşünmeyi ölçen standart testlerde istenen başarı düzeyini yakalama çabası, öğretmenlerden kaynaklanan klasik öğretim metotları, yaratıcılığı sadece üstün zekalıların eğitimi ve yetenekleri ile ilişkilendirmek, yaratıcılığın gelişimi ve değerlendirilmesinde yaşanan zorluklar gibi nedenlerden kaynaklandığını söyleyebiliriz (Shriki, 2013). Öğrencilere yaratıcılıklarını geliştirebileceği çok az imkân verilmektedir (Silver E. A., 1997).

Yaratıcılığı; önceden var olan bilgileri kullanarak sentezleyip farklı çözüm yolları keşfetme, karşılaşılan yeni sorunlara karşı kolayca uyum sağlama ve yeni çözüm yolları bulma, sadece sonuca odaklı orijinal bir ürün ortaya koymak değil, alışlagelmişin dışında farklı düşünmek olduğu söylenebilir (Karataş & Özcan, 2010).

Bir eyleminin yaratıcılık içermesi için bunlardan en az birinin gerçekleşmiş olması gerektirdiğini düşünüyoruz.

- i. Faydalı bir bilginin daha sonra uygun olduğu durumlarda kullanılacak , kullanışlı yeni bir anlayış geliştirmek
- ii. İki veya daha fazla düğüm arasında önceden fark edilmemiş bir ilişkiyi keşfetmek,
- iii. Faydalı bir sıralama oluşturarak: bir teorinin bir kısmını mantıklı olacak şekilde organize etmek, teorinin ispatını ve istenenleri tümdengelim yoluyla daha anlaşılır hale getirmek (Ervynck, 2002).

Bir düşünme çeşidi olan yaratıcılık zihinsel, duygusal gibi birçok çalışma alanının içinde vardır. Yaratıcılığın akıcı düşünme yeteneği olarak da değerlendirildiği zamanlar vardır. İnsan hayatının herhangi bir döneminde ortaya çıkabilen yaratıcılık, bütün bilimsel çalışmalara konu olan süreçleri kapsadığı gibi bir davranış biçimi olarak da düşünülebilir. Yaratıcılık ve üstün zekâ olma arasında güçlü bir ilişki olduğuna inanılır. Bu kanı kısmen doğru kısmen yanlış olarak değerlendirilebilir. Çünkü belirlenen IQ seviyesine (120) kadar zekâ seviyesi yüksek olanların daha yaratıcı ama belirlenen seviyenin üzerinde ise yaratıcılık ile zekâ arasındaki ilişki sifıra yakın olacak kadar az çıkmıştır. Yapılan sınavlarda ve eğitim programlarına öğrenci seçme bilgi düzeyine ve zekaya göre yapıldığından yaratıcılık hep göz ardı edilmiştir (Özden, 2021).

Yaratıcı düşünme süreci ile ilgili en iyi bilinen aşamaları Wallas (1926) ortaya koymuştur. Bu aşamalar hazırlık, kuluçka, aydınlanma ve doğrulama aşamalarından oluşmaktadır. Hazırlık aşamasında sorun, ihtiyaçlar ya da yapılması gereken şey belirlenir. Problem hakkında bilgi toplayarak incelenir. Kuluçka aşamasında ise problemden çıkılarak problem bir kenara bırakılır ve arka planda zihin problemi incelemeye devam eder. Bu aşama dakikalar içinde sunulacağı gibi günlerce hatta yıllarca devam edebilir. Aydınlanma aşamasında ise zihinde oluşan fikirler yaratıcılığa temel oluştururlar. Bu oluşan fikirler ürünün bir parçası ya da sonuç olabilir. Çözüm aniden zihinde belirir. Doğrulama aşamasında ise aydınlanma aşamasında oluşan sonucun ya da ürünün problemin çözümü için gerekli şeyleri sağlayıp

sağlamadığı doğrulanır. Eğer problemin çözümünde işe yaramadıysa bu süreç Tekrar baştan başlar ya da bazı değişikliklere uğramak şartıyla çözüme ulaşır (Çubukçu, 2014).

Yaratıcılığın alana özgü olduğu ile ilgili literatürü temele alarak PISA 2021 yaratıcı düşünmenin değerlendirmesi, iki alana ayırmıştır. Bunlar: "yaratıcı ifade" ve "bilgi oluşturma" ve "yaratıcı problem çözme"dir. Yaratıcı ifade, yaratıcı düşüncenin kişinin düşüncelerini başkalarına aktarmada kullandığı durumlardan oluşmaktadır. Bu alanı da kendi içinde 'yazılı anlatım' ve 'görsel anlatım' alanlarına ayırmıştır. Bu alanda yaratıcı düşünme göstergeleri özgünlük, estetik, hayal gücü ve niyetler, olaylara verdikleri tepkilerden oluşmaktadır. Bilgi oluşturma ve yaratıcı problem çözmede yaratıcı düşünme, açık uçlu sorulara ve problemlere tek bir çözüm ile değil birden farklı çözüm ve önerisi ile değerlendirilmeyi esas alır. Bu alanda kendi içinde ikiye ayrılmıştır. Bunlar: bilimsel problem çözme' ve 'sosyal problem çözme' alanlarıdır. Bu iki alanda da yaratıcı düşünme; özgün, yenilikçi, etkili ve verimli çözümler üretmekle değerlendirilir.

- i. Akıcılık: fikirlerin sürekliliğini, bir düşüncenin bir başkasını anımsatarak temel ve evrensel bilginin kullanımını ifade eder (Torrance, 1974). Kabul edilebilir yanıtların sayısı olarak tanımlamıştır (Haylock, 1985). Temel bilgilerin kullanımına dayalı olarak çözümlerin devamlılığını ifade eder (Leikin, 2009).
- ii. Esneklik: Ortaya atılan fikirlerin değişimi, bir soruna çeşitli şekillerde yaklaşarak farklı çözümler üretmekle ilişkilidir (Torrance, 1974). Esneklik bir soruna farklı açılardan yaklaşarak çözüm stratejileri geliştirmek farklı tavsiyeler kullanabilme yeteneğidir (Leikin, 2009).
- iii. Orijinallik: Düşünme olarak benzersizliği, nadirliği, zihinsel veya sanatsal bir etkinliğin benzersiz ürünleri ile ifade edilir (Torrance, 1974).

2.4 Matematiksel Yaratıcılık

Yaratıcılığın yapılan tüm tanımları yaratıcılığın özelliği gereği belirsiz ve yetersiz kalmıştır (Sriraman, 2005). Matematiksel yaratıcılığın tanımı ve değerlendirmesi konusunda bir görüş birliği olmamasına rağmen, matematiksel yaratıcılığın geliştirilmesi, eğitimde hem araç hem de amaç olarak görülmektedir. Yaratıcılığın değerlendirilmesinde eğitim araştırmaları

genellikle, problem kurma ve problem çözme yoluyla değerlendirmeye yönelik çalışmalar mevcuttur

(Singer, Voica, & Pelczer, 2017). Matematiksel yaratıcılık, disiplinin kendine özgü mantıksal tündengelim doğasını dikkate alarak üretilen kavramların ve yapıların, matematiğin özüne entegre olmaya uygunluğunu, problemleri çözme ve düşünmeyi geliştirme yeteneğidir (Ervynck, 1991). Matematiksel yaratıcılık yeni bir problem ortaya koymak ya da bir problemi yeni bir çözüm metodu ile çözmek şeklinde ifade edilebilir. Ayrıca bir matematik problemini yaratıcı bir biçimde çözmek için problem düzenleme farklı çözüm yollarını keşfetme gerekirse önceki çözüm yollarını değiştirerek orijinal bir çözüme ulaşmayı içermelidir (Esi, 2018)

Öğrencilerin matematiksel yaratıcılığının gelişimini desteklemek için matematik öğretmenleri öğrencilere “problem çözme ve problem kurma görevlerini içeren sorgulamaya yönelik matematik öğretimi” uygulamalıdır (Silver E. A., 1997). Problem çözme ve problem kurma matematiksel akıl yürütmenin ayrılmaz bir parçası olduğu gibi yaratıcılığın değerlendirilmesinde de önemli bir bileşendir (Gómez, Ballesta-Claver, & Ayllón, 2016).

Matematiksel yaratıcılık bir problemin zorluk düzeyine bakılmaksızın, probleme farklı bir bakış açısıyla olağan dışı çözümler içeren aynı zamanda uygun yeni veya özgün eserler üretme yeteneği olarak tanımlanmıştır (Sriraman, 2004). Matematiksel bir algoritma kullanılarak çözülebilecek bir problem, standart olmayan farklı bir çözüm yolu ile çözüldüğünde matematiksel yaratıcılık ortaya çıkar (Shriki, 2013).

Yaratıcılık yeni ve farklı bir bakış açısı ile beraber orijinal fikirler veya var olan fikirler arasında yeni bir ilişki kurmaktadır (Vidal, 2010).

Matematiksel yaratıcılığı problem kurma bağlamında inceleyen Singer, Voica, & Pelczer (2017), bilişsel esneklik kavramına çerçevesine dayanarak incelemiştir. Bilişsel esneklik şu terimlerle tanımlanan dayanır: bilişsel çeşitlilik, bilişsel yenilik ve bilişsel çerçevedeki değişiklik terimlerinden oluşmaktadır. Problem oluşturma sürecinde, öğrenci verilen bir problem durumu ya da ifadeden başlayarak farklı yeni problemler oluşturmaya bilişsel çeşitlilik göstergesi, başlangıçta verilen öğeden uzak yeni problemler oluşturmaya bilişsel yenilik olarak kabul edilir. İlaveten problem çözmede veya yenilerini tanımlayabilmede, keşfetmede zihinsel çerçevesini değiştirebilir yani bilişsel çerçevesinde değişiklik meydana gelir. Bunların hepsi Bilişsel esneklik göstergesi olarak kabul edilir. Bu sebeple, yaratıcılığı, bilişsel esneklik;

bilişsel çeşitlilik, bilişsel yenilik ve bilişsel çerçevedeki değişiklik boyutları arasında karmaşık, doğrusal olmayan bir etkileşimin sonucu olarak ortaya çıkar. Problem kurma görevlerinde yaratıcılığı bilişsel esneklik çerçevesinde, eylemde ve bağlamda yaratıcılık göz önüne alınarak yapılmıştır (Singer, Voica, & Pelczera, 2013).

Çok çözümlü problemlerin çözümü ile öğrencilerin yaratıcılığını inceleyen Leikin (2009) akıcılık, esneklik, orijinallik üçlüsünü incelemiştir. Bunlardan akıcılık ve esnekliğin geliştirilebilir bir dinamik yapısı olduğunu ancak orijinallığın bir yetenek olduğundan bahsetmiştir. Matematiksel yaratıcılık testlerinde bir yanıtın doğru kabul edilebilmesi için matematiksel olarak doğru ve uygun bir cevap verilmesi şarttır. Ancak böyle bir değerlendirme şartı öğrencinin orijinal ve zekice bir fikir üretmesinde engel olabilir. Doğru sonuca ulaşma ve yaratıcılık arasındaki çelişki olduğu anlaşıldı. Açıkçası bu çelişki sadece matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesindeki bir zorluk değil, aynı zamanda matematik öğretimini de ilgilendiren bir konudur. Matematikte doğru sonuca ulaşmak, tabi ki önemlidir, ama bunu aşırı önemsemek öğrencilerin risk almamasına sebep olacaktır. Bunun aksine öğrenilmiş rutinlerin uygulanmadığı, alışlagelmiş yollardan saparak, risk alarak yaratıcı düşünmenin doğru sonuca ulaşmadan daha önemli olduğu vurgulanabilir (Haylock, 1985). Bir problem çözme sürecinde zaten yaratıcı bir süreç ortaya çıkar (Gómez, Ballesta-Claver, & Ayllón, 2016)

Matematğin bir bütün olarak gelişmesini sağlayan matematiksel yaratıcılığın nasıl yaratıldığını anlamak için matematikçiler üzerinde araştırma yapılmıştır. Yapılan nitel çalışmalarda matematikçileri düşünce süreçleri sözlü bir şekilde toplanmıştır. Genel olarak elde edilen sonuçlar matematikçilerin yaratıcı süreçleri dört aşamalı; hazırlık-kuluçka-aydınlatma-doğrulama modelini takip edecek şekilde gözlenmiştir (Sriraman, 2004).

Haylook (1985), matematiksel yaratıcılığı iki temel düşünme altında ele almıştır. Bunlar: ıraksak düşünme ve matematikteki kalıp düşüncelerin üstesinden gelerek, alışlagelmişin dışında düşünme yeteneğidir. Hedeflenen bu özellikler öğrenciden beklenen; doğru sonuca ulaşma, öğrenme ve kurallara uyma, matematiksel öğrenmede sistematik olma ve genellemelerin oluşması gibi özelliklerle çatıştığı görülmektedir (Haylock, 1985).

Ervynck (1991) matematiksel yaratıcılığı üç aşama açısından ele almıştır.

1.Aşama: Hazırlayıcı Teknik Aşama: uygulayanın herhangi bir farkındalığa sahip olmadan, matematiksel kural ve formülleri uyguladığı ön teknik aşamadır.

2.Aşama: Algoritmik Aktivite Aşaması: Matematiksel tekniklerin uygulanmasını içerir. Bu aşamada uygulayıcı çözüme ulaşmak için gerekli matematiksel hesaplamalar ve işlemler yapar. Bir polinomu çarpanlara ayırmak, bir integrali hesaplamak, bilgisayar programları yardımıyla çözülebilen denklemler gibi matematiksel tekniklerin kullanılır. Tüm çözüm aşamaları açık ve detaylı olmalıdır.

3.Aşama Yaratıcı (kavramsal, yapıcı) Etkinlik : Algoritmik olmayan kararları içeren bu aşama bu gerçek yaratıcı matematiksel aktivitenin gerçekleştiği yerdir. Algoritmik olmayan bu kararlar çok boyutlu olmalı, ayrıca dallara ayrılan kavram yapısı ile de seçim yapmayı gerektirecek şekildedir (Ervynck, 1991).

Matematiksel yaratıcılığın, genel yaratıcılıktan ve farklı alanlara özel yaratıcılıklardan yapısal olarak farklılık göstermektedir. Bu konu ile ilgili yapılan araştırmalar matematiksel yaratıcılığın alana özgü olduğunu belirtmişlerdir (Leikin & Lev, 2013; Sriraman, 2005; Leikin, 2009).

2.5 İlgili Araştırmalar

Yaratıcılık bağlamında yapılan çalışmaların bazısında, yaratıcılık ve üstün yetenekli kavramları beraber incelenmiştir (Akar, 2017; Sriraman, 2003).

Yaratıcılık alanında yapılan çalışmaların bir kısmında yaratıcılık problem çözme süreci içerisinde incelenirken (Kavgacı, 2016; Kıymaz, 2009; Haylock, 1985; Hershkovitz, Peled, & Littler, 2009), diğer bir kısmı da yaratıcılığı problem kurma bağlamında incelemeyi (Yuan & Sriraman, 2011; Ayvaz, 2019; Kaya, 2020; Singer, Pelczer, & Voica, 2015; Singer, Voica, & Pelczer, 2017; Singer, Pelczer, & Voica, 2015) tercih etmiştir.

Matematiksel yaratıcılıklarının modelleme etkinlikleri yoluyla incelenmesi amaçlayan Akar (2017)'ın çalışma grubu BİLSEM de eğitim alan üstün yetenekli ortaokul öğrencilerinden oluşmuştur. Öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını bireysel ve grup olarak sergiledikleri davranışlara göre incelemiştir. Farklı modelleme etkinliklerinde ortaya çıkan matematiksel yaratıcılık da etkinliğe göre değişkenlik göstermiştir. Bazı modelleme etkinliklerinde öğrenciler daha fazla ve farklı çözüm ürettiği yani akıcı ve esnek düşünebildiğini

gözlemlemiştir. Ayrıca öğrencilerin grup içindeki matematiksel yaratıcılığı, bireysel yaratıcılığı ile benzer çıkmıştır.

Dokuzuncu sınıf öğrencilerine verilen, rutin ve rutin olmayan matematik problemi çözme öğretiminin öğrencilerin yaratıcılıklarına etkisi incelenmiştir. Ön test ve son test olarak uygulanan bu araştırma da rutin ve rutin olmayan problem testi, Torrance (1974) tarafından geliştirilen sözel ve şekilsel yaratıcılık testleri uygulanmıştır. Çalışmanın sonucunda verilen problem çözme öğretimi öğrencilerin yaratıcılığını olumlu yönde etkilediği sonucuna varılmıştır (Kavgacı, 2016).

11-12 yaşındaki öğrencilerle yaptığı problem çözme faaliyetleri ile desteklenen çalışmasında problem kurma etkinliklerinin yaratıcılıklara etkisi incelenmiştir. Gerçek yaşam durumları ile de ilişkilendirmeyi hedefleyen çalışmasında yarı yapılandırılmış problem kurma durumları kullanmıştır. Kurulan problemler akıcılık, esneklik, orijinallik bakımından incelenmiştir. (Bonotto & Santo, 2015)

Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel yaratıcılıkları problem çözme sürecinde incelenmiştir. Öğretmen adaylarının yaratıcılıkları akıcı, esnek ve orijinal düşünme becerileri açısından incelenmiştir. Detaylı bilgi toplamak amacı ile, ders içi gözlemler, öğretmen adaylarının günlükleri ve yarı yapılandırılmış görüşmeler olmak üzere üç farklı veri toplama metodu kullanılmıştır. Araştırma sonucunda, problem çözme sürecinde farklı problemlerde farklı problem çözme davranışları geliştirdikleri sonucuna varmıştır (Kıymaz, 2009).

7 sınıf öğrencilerinin geometride problem kurma süreçlerini ve yaratıcılıklarına olan etkisi incelenmiştir. Veri toplama aracı olarak problem kurma etkinlikleri, problem çözme soruları, problem çalışma kağıdı, yaratıcılığın değerlendirilmesinde ise Torrance (1974)'ın yaratıcı düşünme testi (TYDT) kullanılmıştır. Deneysel yöntemin kullanıldığı çalışmada problem kurma çalışmalarının kullanılması öğrencilerin yaratıcılıklarına olumlu yönde katkı sağlığı sonucuna ulaşılmıştır (Ergin, 2019).

Problem çözme gibi karmaşık matematiksel görevler öğrencilere daha üst düzey matematiksel beceriler geliştirmeleri için fırsatlar sağladığını söyleyen (Sriraman, 2003) dokuzuncu sınıf öğrencileri ile cebir dersinde matematiksel kavramları nasıl soyutladıkları ve genelleştirdiklerinin incelemiştir. Öğrencilerden dördü üstün yetenekli olmak üzere heterojen

bir sınıf ortamı oluşturmıştır. Bu çalışmada öğrencilere zorluk seviyesi giderek artan beş tane rutin olmayan problem sorulmuştur. Çalışma günlüğü tutan öğrencilerin problem çözme davranışları incelenmiş ve öğrencilerle mülakatlar yapılmıştır. Araştırmanın sonucunda, üstün yetenekli olan dört öğrencinin, verilen problemlerin çözümünü karakterize eden genelliği keşfetme ve ifade etmede başarılı olduğunu, diğer öğrencilerin ise genelliği keşfetmede başarılı olmadıklarını belirlemiştir.

Amerikalı ve Çinli öğrencilerin genel yaratıcılıkları ve matematiksel yaratıcılıkları arasındaki ilişkiyi inceledikleri araştırma da Çin’de 12. sınıf Amerika da 11. sınıf öğrencilerin katılımıyla gerçekleşmiştir. Çalışmada öğrencilerin matematiksel yaratıcılık düzeylerinin belirlenmesi amacıyla, Problem Kurma Testi ve Matematik Bilgi ve Torrance Yaratıcılık Testi (Torrance Tests of Creative Thinking /TTCT) uygulanmıştır. Çalışmanın sonucunda Çinli öğrencilerin daha fazla problem oluşturduklarını ve matematik bilgi testinden de daha yüksek puan aldıkları görülmüştür. Ancak öğrencilerin oluşturdukları problemler yaratıcılığın bileşenleri olan akıcılık ve esnekliğe göre incelendiğinde Çinli ve Amerikalı öğrencilerin benzer puanlara sahip oldukları görülmüştür. Ayrıca çalışmada incelenen genel yaratıcılık ve matematiksel yaratıcılık arasındaki ilişki Çinli öğrenciler açısından anlamlı bir sonuç çıkmıştır. Fakat Amerikalı öğrencilerin genel yaratıcılıkları daha yüksek çıkmış olmasına rağmen matematiksel yaratıcılıkları daha düşüktür dolayısıyla anlamlı bir ilişki bulunamamıştır. Buradan hareketle yaratıcılık alana özgüdür hangi alanda araştırma yapılacaksa o alanın özelliklerine göre incelenmelidir (Yuan & Sriraman, 2011).

Nitel araştırma yöntemlerinden olan eylem araştırmasının kullanıldığı çalışmada BİLSEM’e kayıtlı yedinci sınıf öğrencileri ile, problem kurma temelli etkinliklerle öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının geliştirilmesi amaçlanmıştır. Problem oluşturmayı yapılandırılmış, yarı-yapılandırılmış ve serbest olmak üzere üç kategori de ele almıştır. Verilerin analizini, uygulama öncesi, uygulama esnasında ve uygulama sonrası olmak üzere üç farklı aşamada incelemiştir.

Uygulama öncesinden öğrencileri tarafından oluşturulan problemler araştırmacı tarafından hazırlanan rubriğe göre değerlendirilmiştir. İkinci aşamada ise, oluşturulan problemler çoğul yaratıcılığın boyutları olan akıcılık ve esnekliğe göre değerlendirilmiştir. Son aşamada ise, uygulama öncesinde ve en sonda uygulanan yarı-yapılandırılmış görüşmeler analiz edilmiştir (Ayvaz, 2019).

Öğrencilerin problem kurma becerilerini ve matematiksel yaratıcılıklarını incelemeyi hedefleyen çalışmada yarı yapılandırılmış problemler kullanılmıştır. Hikâye oluşturma kartları ve hikâye küpleri kullanarak problemler oluşturulmuştur. İki farklı okulda öğrenim gören yedinci sınıf, düşük ve yüksek başarı düzeyinde 12 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın sonucuna göre öğrencilerin çoğunun problem kurma deneyimine sahip olmadığını, problem kurma etkinliklerinde kullanılan hikâye oluşturma kartları ve hikâye küpleriyle daha önce karşılaşmadıkları çıkarımında bulunmuştur. Öğrencilerin kurdukları problemlerin çoğunda soru ifadesi içermeyecek şekilde yazıldığını, ayrıca dil ve anlatım hatası yaptıkları da görülmüştür. Öğrencilerin oluşturdukları problemler baz alınarak incelenen yaratıcılıkları; akademik başarı düşük olan bazı öğrencilerin yaratıcılıkları yüksek düzeyde görülmüş, akademik başarısı yüksek olan bazı öğrencilerin yaratıcılığı düşük düzeyde görülmüştür (Kaya, 2020).

Öğrencilerin verilen bir problemin koşullarını değiştirerek, problemi yeniden formüle ederek oluşturdukları problemler bağlamında matematiksel yaratıcılıklarını incelemiştir. Araştırmanın katılımını, iki aşamada gerçekleşen Kanguru yarışmasının katılımcılarından 10 ve 16 yaşındaki yüksek başarı gösteren öğrenciler oluşturmuştur. Yapılandırılmış bir problem kurma durumu kullanılarak her öğrencinin üç tane problem kurması istenmiştir. Matematiksel yaratıcılıkları bilişsel esneklik çerçevesinde; bilişsel çeşitlilik, bilişsel yenilik ve bilişsel çerçevede değişiklik bileşenlerine göre incelenmiştir. Daha soyut düşünen 16 yaşındaki öğrenciler problemde değişiklik yaparken daha temkinli ve minimum düzeyde değişiklik yapmıştır. Aslında bu öğrenciler problem matematiksel olarak gelişmiş öğrencilerdir. Bu çalışma gösteriyor ki yaratıcılığın yenilikle değil, bilişsel çerçevelerdeki düzenli değişikliklerle tanımlanan bilişsel esneklikle değerlendirilmesi daha doğru sonuçlar verir (Singer, Pelczer, & Voica, 2015).

Web Destekli Matematik Öğretimi dersini alan ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf öğrencileriyle yapılan çalışmada, öğrencilerin öğrenme nesneleri tasarımının matematik öğretmen adaylarının eleştirel, yaratıcı düşünme ve bilimsel süreç becerilerine etkisi araştırılmıştır. Yarı deneysel yöntemin kullanıldığı çalışmada ön test - son test kontrol grubu oluşturulmuştur. Ön test ve son test kontrol grubunda, bağımlı değişkenler öğretmen adaylarının eleştirel düşünme, yaratıcı düşünme ve bilimsel süreç becerileridir. Bu bağımlı değişkenlerin üzerindeki etkisi incelenen bağımsız değişken ise öğrenme nesne tasarımı merkezli yaklaşımdır. Yaratıcı düşünme becerisi ölçeği kullanılmıştır (Yaprakdal, 2013).

Matematik eğitiminde yeni geliştirilen bir farklılaştırma yaklaşımın modelinin, üstün zekalı ve üstün zekalı olmayan öğrencilerin yaratıcı düşünme becerileri üzerindeki etkisi incelenmiştir. Deneysel yapılan çalışmada öntest-sontest kontrol grubu oluşturulmuştur. Araştırmada “Matematik Başarı Testi”, “Torrance yaratıcılık testi”, “Ne Kadar Yaratıcısınız? yaratıcılık ölçeği” ve “Çoklu Zeka Alanları Envanteri” kullanılmıştır. Sonuç olarak, geliştirilen farklılaştırma yaklaşım modeli öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini geliştirdiği sonucuna ulaşılmıştır (Altıntaş & Özdemir, 2015).



BÖLÜM III: YÖNTEM

3.1 Araştırmanın Modeli

Bu araştırmada, akademik başarısı yüksek öğrencilerin matematiksel problem çözme ve problem kurma süreci içerisinde sergilemiş oldukları matematiksel yaratıcılıklarının bireysel olarak incelenmesi amaçlanmaktadır. Nitel araştırma yaklaşımı; yapılandırılmış gözlem, yapılandırılmamış gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama tekniklerine dayanan durum ve olayların bütüncül bir bakış açısı ile kendi doğal ortamlarında izlendiği bir araştırma türüdür (Yıldırım & Şimşek, 2008). Araştırmacıya belli bir durumu veya birbiri ile ilişkili birkaç durumu zaman içerisinde gözlemler, görüşmeler, görsel-ışitseller, dokümanlar, raporlar gibi nitel veri toplama araçları ile derinlemesine inceleme imkânı sunduğu, durumların tanımlandığı nitel bir araştırma yaklaşımıdır (Creswell J. w., 2007). Bu araştırma da nitel araştırma desenlerinden olan durum çalışması kullanılacaktır. Bu çalışmada incelenen durum her bir öğrencinin birey olarak problem çözme ve problem kurma sürecindeki yaratıcılıklarının incelenmesi durumudur. Sonuç ve üründen ziyade sürecin önemli olduğu bu gibi durumlarda nitel araştırma yaklaşımı kullanır. Bu araştırmada ortaya çıkan ürünler kadar öğrencilerin süreç içerisindeki yaratıcılıklarının araştırılması hedeflenmiştir.

3.2 Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubu, amaçlı örneklem yöntemlerinden “benzeşik örnekleme” yöntemi ile belirlenmiştir. Araştırmanın amacına uygun bilgi açısından zengin durumların araştırmacı tarafından seçilerek derinlemesine çalışmaya imkân sağlayan bir örnekleme yaklaşımıdır (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz, & Demirel, 2019). Dolayısıyla bu araştırma için en uygun çalışma grubu akademik başarısı yüksek, matematiksel problem çözme ve problem kurma konusunda istekli, kendini ifade edebilen gönüllü öğrencilerden oluşmaktadır. Araştırmanın hedefi olan matematiksel yaratıcılık için zengin durumları sağlayacak 15 yaş grubu 8.ve 9. sınıf öğrencilerinden oluşmuştur.8.sınıftan dört tane 9. sınıftan iki tane öğrenci olmak üzere toplam 6 öğrenciden oluşmuştur. Araştırma sürecinde 2 hafta boyunca her öğrenci ile 10’ar defa bireysel klinik görüşme yapılmıştır. Araştırmanın katılımcıları ve kod isimleri, kaçınıcı sınıfa gittikleri ile ilgili bilgi aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Öğrencinin kodu	Sınıf Düzeyleri
Ö ₁	9.sınıf (Fen Lisesi)
Ö ₂	8.sınıf
Ö ₃	8.sınıf
Ö ₄	8.sınıf
Ö ₅	9.sınıf (Fen Lisesi)
Ö ₆	8.sınıf

Tablo 3.1. Öğrencilerin kodlanması

Bu araştırmada çalışma grubunu oluşturan öğrenciler çalışma etiği gereği isimler kullanılmamıştır. Öğrenciler Öğrenci 1, Öğrenci 2, Öğrenci 3, Öğrenci 4, Öğrenci 5, Öğrenci 6 şeklinde katılımcı koduyla ifade edilmiştir. Araştırmacı ise diyaloglarda “A” kod kısaltması kullanılmıştır.

3.3 Veri Toplama Araçları

Araştırmanın genel amacı olan matematiksel yaratıcılığı en iyi şekilde değerlendirilmesine olanak tanıyan problem çözme ve problem kurma etkinlikleri veri toplama araçları olarak kullanılmıştır. Veri toplama süreci video ile kayıt altına alındığından araştırmanın verilerini görüşmelerin video kayıtları oluşturmuştur.

Problem çözme ve problem kurma etkinlikleri ile nitel verilerin toplanması amacıyla görüşme tekniğinin bir çeşidi olan klinik görüşme kullanılmıştır. Problem çözme etkinliğinde birden fazla çözüm yolunun kullanılabileceği 5 tane problem kullanılmıştır. Öğrenciler her problem için en az 3 tane farklı problem oluşturmuşlardır. Problem kurma etkinliğinde toplamda 94 tane problem kurulmuştur.

Araştırmada kullanılan her biri ayrı oturumlarda bireysel olarak gerçekleştirilen 5 probleme ekler de yer verilmiştir. Bu problemler öğrencilerin farklı düşüncelerine olanak tanıyan türdendir. Problemlerden 2 tanesi PISA sınav sorusundan, 1 tanesi TIMSS sınavı sorusu, 1 tanesi (Silver E. A., 1997) ve BBM etkinliği olarak bilardo masası sorusundan oluşmaktadır.

3.4 Verileri Toplanma Süreci

Öğrencilerden oturumlar sırasında hem problem çözme hem de problem kurma etkinliğinde olabildiğince sesli olarak düşüncelerini, çözdükleri problemleri ve kurdukları problemleri

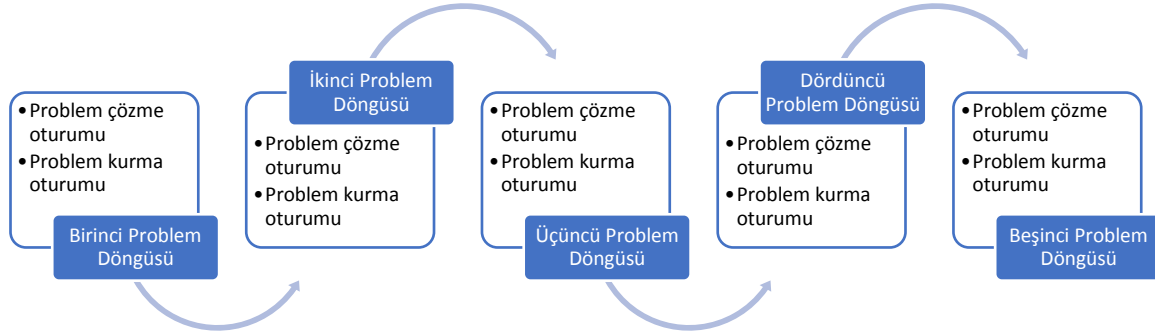
süreç içerisinde kendi cümleleriyle ifade etmeleri istenmiştir. Oturumlar veri kaybı olamaması adına video ile kayıt altına alınmıştır.

Her öğrenci ile klinik görüşmeler bireysel olarak yapılmıştır. Her öğrenci ile 1 soru için 2 oturum olmak üzere toplam 10 oturum yapılmıştır. İlk oturumda ağırlıklı olarak probleme farklı çözümler ortaya konmuştur. İlk oturumda öğrencinin problem için ürettiği çözümler bittikten sonra sorunun bir koşulu değiştirilerek öğrenciye tekrar sorulmuştur. Buradaki amaç öğrencinin ürettiği çözümlerini, değişen duruma göre esnetip esnetemediğini değerlendirmektir. Matematiksel yaratıcılığın önemli bir alt boyutu olan esneklik, üretilen bir fikrin değişen şartlara uyarlanıp farklı bağlamlar içinde düşünebilme becerisidir. İkinci oturumda ise öğrenciden orijinal probleme benzer birbirinden farklı en az 3 tane problem kurlmaları istenmiştir. Süreçte toplam 94 problem kurulmuştur.

Tablo 3.2. Öğrencilerin oturumları tamamlama süreleri

		Problem 1	Problem 2	Problem 3	Problem 4	Problem 5
Öğrenci1	1.oturum	62dk	67dk	47dk	43dk	55dk
	2.oturum	45 dk	60dk	50dk	46dk	58dk
Öğrenci2	1.oturum	56dk	64dk	45dk	48dk	47dk
	2.oturum	49dk	52dk	40dk	40dk	43dk
Öğrenci3	1.oturum	65dk	65dk	49dk	46dk	58dk
	2.oturum	42dk	63dk	45dk	45dk	50dk
Öğrenci4	1.oturum	57dk	57dk	43dk	43dk	47dk
	2.oturum	42dk	55dk	40dk	41dk	42dk
Öğrenci5	1.oturum	56dk	67dk	48dk	42dk	53dk
	2.oturum	45dk	63dk	43dk	40dk	49dk
Öğrenci6	1.oturum	57dk	60dk	43dk	43dk	55dk
	2.oturum	48dk	55dk	40dk	40dk	51dk

Her bir problem için aşağıdaki diyagramda belirtildiği gibi bir süreç gerçekleşmiştir. Tüm araştırma sürecinin gösterildiği şema ise aşağıda verilmiştir.



Şekil 3.1. Araştırma Sürecindeki Oturumlar

3.5 Klinik görüşme

Araştırmacı ile öğrencinin birebir etkileşime girdiği bir veya daha fazla görevleri (problemler veya etkinlikler gibi) kullanarak daha önceden planlanmış bir görüşme çeşididir (Goldin, 2000). Klinik mülakat ilk defa Piaget tarafından kendi çocukları üzerinde uygulayarak onların nasıl düşündüğünü, hatalarını ve düşünce yapılarını yani bilişsel becerilerini değerlendirmek için esnek soru sorma yoluyla geliştirdiği bir tekniktir. Matematik eğitiminde de son yıllarda öğrencilerin düşüncelerini araştırmada problem çözme süreçleri ile ilgili bilgi edinmek amaçlı kullanılmaktadır. Standart testler problem çözme becerilerini değerlendirmede bize yeterli bilgi vermez. Öğrencinin problemi çözerken nerede zorlandığını ya da yetersiz olduğunu anlamamıza imkan tanımaz. Matematik eğitimi açısından oldukça karmaşık bir süreç olan problem çözme süreçleri ve bu süreç içerisindeki öğrenci öğrenmelerini detaylı bir şekilde anlama ve araştırma imkanını klinik mülakat sunar. Ayrıca bu öğrencilerin problem çözme süreci içerisindeki hataları zorlandığı noktaları anlamamıza yardım eder. Nitel araştırmaların temel aldığı klinik mülakatlar özel durumları araştırdıkları için sonuçlarının genellenebilirlik iddiası yoktur. Bununla beraber sonuçların tekrarlanabilir olması özelliği de yoktur. Klinik mülakatlar öğrenmeyi anlamayı hedefe aldıkları için aynı yöntemle çalışan araştırmacılar bile aynı sonuçları bulamayabilirler (Karataş & Güven, 2003). Hunting(1997) klinik görüşmelerin başında öğrencilere bir cevabın doğru mu yanlış mı olduğu ile ilgilenmediklerini, çözümü

nasıl elde ettikleri ile ilgilendiklerinin açıklanmasını yapılmasını tavsiye etmiştir. Klinik mülakat esnasında sorulacak sorular düşünme sürecini anlamaya müsait tartışma ve diyaloga imkan tanınmalıdır.

Bu araştırmada, araştırmanın amacına uygun öğrencilerin birden fazla fikir ve çözüm üretebilecekleri, seviyelerine uygun görüşme soruları belirlenmiştir. Araştırmadan önce öğrencilere gerekli açıklamalar yapılmış kendilerini rahat hissedecekleri bir ortam oluşturulmuştur. Görüşme esnasında öğrencilerin düşünme süreçlerini anlayabilmek için tartışma ve diyaloga bolca yer verilmiştir. Öğrencilerin düşüncelerini özgürce ifade edecekleri yeterli süre verilmiştir.

3.6 Verilerin Analizi

Araştırmada elde verilerin analizi Miles ve Huberman (1994)' ın veri analizi sürecinde kullandığı aşamaları dikkate alınarak yapılmıştır. Bu aşamalar: Verilerin işlenmesi, verilerin görsel hale getirilmesi ve sonuç çıkarma ve teyit etmedir.

Verilerin işlenmesi: Verilerin seçilmesi, düzenlenmesi, basitleştirilerek sadeleştirilmesi, sürecini ifade eder. Bu aşamada veri toplama sürecindeki video ve ses kayıtları incelenecek raporlanır. Bu aşamada video kayıtlarından elde edilen veriler yazıya dökülerek veri seti oluşturulmuştur.

Verinin Görsel Hale Getirilmesi: Veri analizinin ikinci aşamasında elde edilen veriler, Çeşitli tablolar, grafikler ve şekiller yardımıyla görsel hale getirilir. Bu aşamada ortaya çıkan kavramların belirgin hale getirilmesi, aralarındaki ilişkilerin anlaşılır olması sonuç için çıkarımda bulunulması açısından önemlidir.

Sonuç Çıkarma ve Teyit Etme: Veri analizinin son aşamasında ortaya çıkan verilerin anlamlı hale gelmesi kavramların birbirleriyle olan ilişkilerinin yorumlanması ile sağlanmaktadır.

Araştırmada elde edilen verilerin analizindeki amaç, matematiksel problem çözme ve kurma sürecindeki matematiksel yaratıcılığı detaylı ve derinlemesine sunulmasıdır. Bu çalışmada betimsel analiz yöntemi tercih edilmiştir. Betimsel analiz, farklı veri toplama teknikleri ile elde edilen verilerin daha önceden belirlenmiş kodlara göre özetlenerek, yorumlanması ve okuyucuya doğrudan alıntılarla da gözlemiş olduğu verilerin sunulduğu analiz türüdür (Yıldırım & Şimşek, 2008).

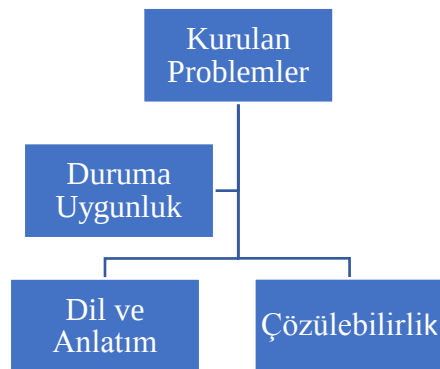
Bu araştırmada kodlama, daha önce alan yazından derlenen yaratıcılığın alt boyutları olan akıcılık, esneklik, baz alınarak yapılmıştır. Matematiksel yaratıcılığın boyutları klinik

görüşmelerle bireysel olarak elde edilen veriler problem çözme ve problem kurma süreçlerinde ayrı ayrı incelenmiştir. İlk olarak öğrencilerin problem çözme süreci içerisinde sergilediği düşünceleri, söylem ve eylemleri aracılığıyla matematiksel yaratıcılığın alt boyutlarından akıcılık, esneklik bakımından incelenmiştir. İkinci aşamada ise öğrencilerin problem kurma süreci içerisindeki matematiksel yaratıcılıkları, yaratıcılığın alt boyutlarına göre incelenmiştir.

Tablo 3.3. Matematiksel yaratıcılıklarının değerlendirme kriterleri

Problem Çözme		Problem Kurma
➤ Problemin farklı çözümlerinin sayısı ➤ Ortaya atılan çözümlerin sürekliliği	Akıcılık	➤ Kurulan yeni problemlerin sayısı
➤ Farklı çözümlerin kategorilerinin sayısı ➤ Ortaya atılan çözümlerin değişimi ➤ Sorunun bir koşulu değiştikten sonra çözümlerin esnetilmesi	Esneklik	➤ Kurulan problemlerin farklı kategorilerinin sayısı

Öğrenciler tarafından oluşturulan problemleri analiz etmek için (Silver & Cai, 1996) şekil 3.3 Tablosu temele alınarak aşağıdaki gibi kategorize ederek incelemiştir.



Şekil 3.2. Kurulan Problemlerin Değerlendirme Kriterleri

3.7 Geçerlik ve Güvenirlik

Veri toplama süreci araştırmacı tarafından kayıt altına alınması ve bu kayıtlar en ince ayrıntısına kadar yazıya dökülmesi güvenilirliği artırır (Creswell J. w., 2007). Nitel araştırmalarda toplanan verilerin doğru ve kapsamlı bir biçimde, öğrencilerden elde edildiği şekliyle alıntı yapılarak direk olarak kullanılması çalışmanın güvenilirliğini artıran öğelerdir (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz, & Demirel, 2019). Bu çalışmada verilerin toplanma süreci, geçtiği aşamalar, analiz sürecine ait tüm bilgiler detaylarıyla yazılmıştır. Öğrencilerin problemlere ait çözümleri, çizdikleri şekiller, kurdukları problemler, bireysel oturumlardan elde edilen veriler yorum yapılmadan, değişime uğramadan, doğrudan alıntılanarak, araştırmanın bulgular bölümüne konulmuştur.

Nitel araştırmalarda araştırma sonuçlarının doğruluğu geçerlik kavramı ile ilgilidir. Araştırmacı araştırdığı konuyu olabildiğince tarafsız bir şekilde gözlemlemelidir. Ayrıca ölçme aracının ölçmeyi hedeflediği davranışları doğru bir şekilde ölçmesi de geçerlik kavramı ile yakından ilişkilidir. Böylece çalışmada elde edilmiş olan veriler gerçeği yansıtabilir ve araştırma sonuçlarının geçerliğine katkıda bulunur (Yıldırım & Şimşek, 2008). Betimsel analizin kullanıldığı bu araştırmada, öncelikle alan yazın incelenmesi sonucunda çalışmanın teorik altyapısı belirlenmiştir. Amaca uygun hazırlanan veri toplama araçları ile çalışılmış ve katılımcılarla sürekli iletişim halinde olunmuştur. Ayrıca geçerliği sağlamak için çalışma grubu belirlenirken benzeşik örnekleme yöntemiyle çalışmanın amacına uygun, akademik başarısı yüksek, matematiksel problemleri anlama ve çözüme yeteneği yüksek öğrencilerle çalışılmıştır.

BÖLÜM IV: BULGULAR

Bu bölümde araştırma sonucunda elde edilen verilere ait bulgulara yer verilmiştir. Bulgular çalışmanın araştırma sorularını ayrı başlıklar altında ve her soru için matematiksel yaratıcılığın alt boyutları olan akıcılık, esneklik alt başlıkları şeklinde düzenlenmiştir. Öğrencilere ait çözümler, işlemler ve çizdikleri şekiller gibi yazıya döktüğü bölümlerden kesitlere yer verilmiştir.

4.1. Öğrencilerin Problem Çözme Sürecindeki Matematiksel Yaratıcılıklarına İlişkin Bulgular

Bu bölümde araştırmanın birinci sorusu olan “öğrencilerin problem çözme sürecindeki matematiksel yaratıcılıkları nasıldır?” sorusu oluşturmaktadır. Bu bölümde, öğrencilerle bireysel oturumlarla gerçekleştiren beş farklı problem çözme sürecinde sergilemiş oldukları matematiksel yaratıcılıkları sunulmuştur. Öğrencilerin problem çözme süresince ortaya koymuş oldukları matematiksel yaratıcılıkları her problem durumu için ayrı ayrı yaratıcılığın alt boyutları olan akıcılık, esneklik açısından incelenmiştir.

4.1.1 Birinci Problemin Çözüm Sürecinin Yaratıcılık Açısından Analizi

Kibrit çöpleri ile kare oluşturulan bu soru da öğrencilerden sadece soruya cevap vermeleri değil aynı zaman da kullanılan kibrit çöpü sayısını y oluşan kare sayısını x cinsinden yazmaları da istenmiştir. Öğrencilerin tamamı soruyu doğruyu bir şekilde çözebilmiş sonucu bulmuşlardır. Kibrit çöpü sorusunun çözüm süreci ve ürünleri yaratıcılık açısından kodlanarak; akıcılık, esneklik boyutları ortaya konulmuştur.

4.1.1.1 Akıcılık

Yaratıcılık, akıcılıkla doğrudan ilişkili bir kavramdır. Akıcılık bireyin bir problem durumuna ürettiği fikirlerin tamamıdır. Dolayısıyla öğrencilerin ne kadar çok fikir ürettikleri ile doğrudan ilişkilidir. Bu problemi çözerken öğrenciler oldukça akıcı düşünebilmişlerdir. Kibrit çöpü sorusu için ortalama 7 farklı fikir ve çözüm üretmişlerdir. Bu fikirlerden sonuca ulaşanlar çözüm olarak, fikir ve öneri olarak kalanlar ise fikir olarak kodlanarak aşağıdaki tabloda özetlenerek gösterilmiştir.

Tablo 4.1. Birinci Soruya Ait Akıcılık Tablosu

AKICILIK(Çözüm Uluşan Fikirler)	Çözüm1:klasik çözüm $1+3x$	Örüntüdeki sayıların 3'er 3'er artması nedeniyle $3x$ olarak ifade edildi.4 karede 13 tane kibrit çöpü kullanıldığı için denklemleri sağlaması açısından 1 eklenir.
	Çözüm2:klasik çözüm: $4+3.(x-1)$ İlk kare için 4 tane sonraki her kare $(x-1)$ için 3 tane kullanıldı.	İlk kare için 4 tane kullanıldığını, sonraki her kare için 3 tane kibrit çöpü kullanıldığı ifade edilmiştir
	Çözüm3: $3.(x-2)+7$ İlk 2 kare için 7 tane sonraki her kare $(x-2)$ için 3 tane kullanıldı.	İlk 2 kare için 7 tane kullanıldığını, sonraki her kare için 3 tane kibrit çöpü kullanıldığı ifade edilmiştir
	Çözüm4: Kare sayısı.4-(kare sayısı-1) $4x-(x-1)=y$	Her kare için 4 tane kibrit çöpü kullanılır. İlk kareden sonraki kareler ortak kenardan dolayı bir kenar eksik
	Çözüm5:yatay kibrit çöpleri sabit $2x+(x+1)$	Yatay kibrit çöpleri sabit kalınca her kare için 2 tane kullanılıyor o yüzden $2x$ tane .sonra dikey çubuklar yerleştirilir. Dikey çubuklarda kare sayısının bir fazlası kadar oluyor.
	Çözüm6:dikeyler sabit $(x+1)+ 2x$	Dikey kibrit çöpleri sabit kalınca kare sayısının bir fazlası kadar kibrit çöpü kullanılmış olur. Alt ve üst için her kareye 2 tane yatay kibrit çöpü yerleştirilir.
	Çözüm7:bağlantı noktaları kaldırılıyor. (Kare sayısı.2)= $x+1+2x$	Kibritlerin birbirlerine bakan siyah kısımları yani bağlantı noktalarını kaldırılıyor. Sabit kalan şekil her kare için bir kibrit çöpü ve en baştaki 1 tane dikey kibrit çöpü oluyor. Yani $X+1$ sabit. Sonra kaldırdığımız bağlantı noktalarını ekliyoruz yani $2x$.
	Çözüm8: Şeklin dış çerçevesi düşünülerek $2.(x+1)+x-1$	Çeklin çevresi köşegen boyunca iki eş parçaya ayrılıyor. Kare sayısının 1 fazlası kadar kibrit çöpü.2 katı alınıyor. Sonrada içine yerleştirilecek dikey kibrit çöpleri yani $x-1$ ekleniyor
	Çözüm9:Şekildeki bütün üst yatay kibrit çöpleri kaldırılırsa	Sabit kalanlar yani $2.(kare sayısı)+1$ sonra her kare için kaldırılan bir kibrit çöpü eklenecek. $2.x+1+x$

Çözüm10: Şekildeki bütün sağ kibrit çöpleri kaldırılırsa



Sabit kalanlar yani $2 \cdot (\text{kare sayısı}) + 1$ sonra her kare için kaldırılan bir kibrit çöpü eklenecek.
 $2 \cdot x + 1 + x$

Çözüm11: Şekildeki bütün sol kibrit çöpleri kaldırılırsa



Sabit kalanlar yani $2 \cdot (\text{kare sayısı}) + 1$ sonra her kare için kaldırılan bir kibrit çöpü eklenecek.
 $2 \cdot x + 1 + x$

Çözüm12: Şekildeki bütün alt yatay kibrit çöpleri kaldırılırsa



Sabit kalanlar yani $2 \cdot (\text{kare sayısı}) + 1$ sonra her kare için kaldırılan bir kibrit çöpü eklenecek.
 $2 \cdot x + 1 + x$

Çözüm13: Şekildeki T harfi sabit kaldığı varsayılırsa
 (T olmayan yatay sayısı) + (T olmayan dikey sayısı) + (T'yi oluşturan çubuklar)
 $T = \frac{x}{2}$ x=kare sayısı
 $(2 \cdot \frac{x}{2}) + (\frac{x}{2} + 1) + (3 \cdot \frac{x}{2})$



Soruda 4 kare üzerindeki büyük T harfinin sabit kaldığını varsayarak kalan kenarları x cinsinden yazarak ifade edildiği bir çözümdür. Başlangıçta T'nin 2 kareden oluştuğu söylenmiştir.

Çözüm14: L harfi baz alınarak
 $2x + x + 1$



Şekil önce L harflerini yanyana dizilerek oluşturulur. Daha sonra her kareyi tamamlamak için üst yatay kibrit çöpleri eklenir. En sondaki kare için bir tane daha dikey kibrit çöpü eklenir.

Çözüm15:
 $3x + 1$



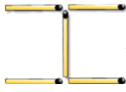
Yandaki şekil baz alınarak örüntü oluşturulur. Dolayısıyla her kare için 3 tane kibrit çöpü kullanılır. En sondaki kare için bir tane daha dikey kibrit çöpü eklenir.

Çözüm16: kibrit çöplerinin yerleri değiştirilerek oluşturulan harf benzetmeleri (V, T)
 $2x + x + 1$

Her karedeki kibrit çöplerinin yerlerini değiştirerek V, T harfi benzetmesiyle ve her karede artan bir kibrit çöpünün eklenmesiyle oluşur.

Çözüm17: kibrit çöplerinin yerleri değiştirilerek oluşturulan Z, H harfi ve üçgen benzetmeleri
 $3x + 1$

Her karedeki kibrit çöplerinin yerlerini değiştirerek Z, H harfi ve üçgen benzetmeleriyle ve her karede artan bir kibrit çöpünün eklenmesiyle oluşur.

Çözümeye ulaşmayan Fikirler	Fikir 1: 4 kibrit çöpü kullanılan tam kareler	Tam oluşan karelerin baz alınarak düşünüldüğü bir fikirdir. Kare sayısının tek yada çift sayıda olması ile değişen bu durum çözüme ulaşmamıştır. 3 karenin olduğu bir şekilde tam karelere x diyerek $4x+(x-1).2$ şeklinde bir denklem yazabilmiştir.
	Fikir2:  rakamına benzetme	Kibrit çöplerinin yerlerini değiştirmeye dayanan bu durumda her defasında bir sonraki kareden kibrit alınarak oluşturulmuştur.
	Fikir3: 	İki karenin ,bir tane yandaki 5 kibrit çöpünden oluşan şekli oluşturduğu ifade edilmiştir. 5x tane kibrit çöpü bu şekli oluşturmak için, kalan dikey kibrit çöpleri içinde $x+1$ tane ekleyerek toplam kibrit çöpü sayısını $6x+1$ olarak bulmuştur.
	Fikir4: üstüste iki sıra halinde kareleri dizmek	Orijinal şekilde 4 tane kare olduğu için öğrenci bunları iki sıra halinde eklemeyi düşündü. Tek ve çift sayıda olması ile değişen bir durumla karşılaşınca çözüme ulaşamadı. Ama bu onun bir problem kurmasını sağladı.

Tablodaxx öğrencilerin kibrit çöpü sorusu için ürettiği tüm fikirler bütüncül olarak mercek altına alınmış ve gösterilmiştir. Akıcı düşünme becerileri incelendiğinde her bir öğrencinin problemin çözümü için en az bir fikir ürettiği ve bu çözümlerden en az bir tanesi sonuca ulaşmıştır.

Tablo 4.2. Öğrencilerin Birinci Soruya Ait Çözümleri

Öğrenciler	Üretilen Çözüm Ve Fikirler
Ö ₁	Çözüm1, Çözüm4, Çözüm5, Çözüm6, Çözüm7, Çözüm9, Çözüm10, Çözüm11, Çözüm12, Çözüm13
Ö ₂	Çözüm1, Çözüm5, Çözüm6, Çözüm14,Fikir4
Ö ₃	Çözüm1, Çözüm5, Çözüm6, Çözüm13*, Çözüm14,Fikir1, Fikir3
Ö ₄	Çözüm1, Çözüm5, Çözüm6, Çözüm14, Çözüm15, Çözüm16,Fikir2
Ö ₅	Çözüm2, Çözüm3, Çözüm5, Çözüm6, Çözüm8, Çözüm14, Çözüm15
Ö ₆	Çözüm2, Çözüm5, Çözüm6, Çözüm14, Çözüm15

Tabloda öğrencilerin problemin çözümü için ürettiği çözümlerin kaç tane ve hangi çözümler ya da fikirler olduğu gösterilmiştir.

Öğrencilerin tamamı problemi doğru bir şekilde çözmüş sonucu bulmuş ve oluşan kare sayısını x ve kullanılan toplam kibrit sayısını y cinsinde ifade edebilmişlerdir. Problem daha önce çözmeye alışık olduğu türden örüntü sorusuydu. Ortalama 7 farklı çözüm önerisi oluşturan öğrencilerin hepsi problemi ilk çözüm yolları hemen hemen aynı ve çözüm 1 ve çözüm 2'den oluşmaktadır. Çözüm 1 de öğrenciler genel olarak kibrit çöpleri 3'er 3'er arttığı için doğrudan $3x$ yazmış daha sonra orijinal problemde verilen 4 kare oluşması için 13 kibrit çöpü kullanılması gerektiğinden denklemi sağlamak için 1 eklemişlerdir. Çözüm 2 için Ö₆'nın yaptığı çözüm şeklinde gösterilmiştir. Önce soruyu çözmeye odaklanan öğrenci daha sonra $3.(x-1)+4=y$ denklemini yazmıştır.

$$73 - 49 = 24$$

$$24 \div 3 = 8$$

23 tane kare = 24 tane kare çıkar.

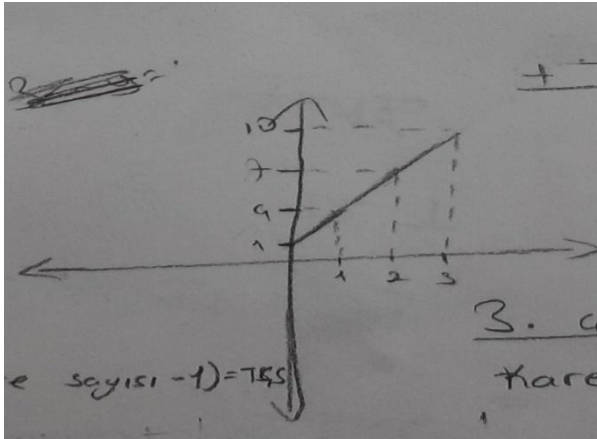
$$3(x-1) + 4 = 5$$

$$3(4-1) + 4 = 5$$

$$9 + 4 - 1 = 5$$

Şekil 4.1. Ö₁'in Birinci Soruya Ait Çözümü

Çözüm 1 ile soruyu çözen Ö₁ grafik çizen tek öğrenci olmuştur.



Şekil 4.2. Ö₁'in Birinci Soruya Ait Grafik Çözümü

İlk çözümü yaptıktan sonra öğrenciler farklı fikirler için şekle odaklanmış ve şekilde belli sadeleştirmeler yaparak, şekli oluşturmayı kafalarında tasarlamışlardır. Bunu genel olarak şunlar sabit kalırsa ,harfe benzetirsek, yer değiştirirsem şeklinde ifade etmişlerdir. Çözümleri ve denklemleri de bu şekilde düzenleyerek yazmışlardır.Çözüm5 ve çözüm 6 da şekli oluşturmayı; önce yatay ya da dikey kibrit çöplerini yerleştirerek şekli dizmeyi düşünmüşlerdir. Ö₁ in çözümü örnek olarak aşağıda gösterilmiştir.

5. çözüm : (Kare sayısı - 2) + (Kare sayısı + 1) = y
 $2x + x + 1 = y \Rightarrow 3x + 1 = y$
 yatay çubuklar sabit kalırsa

6. çözüm : (Kare sayısı + 1) + (Kare sayısı - 2) = y
 $x + 1 + 2x = y \Rightarrow 3x + 1 = y$
 Dikey çubuklar sabit kalırsa

Şekil 4.3. Ö₁ 'in Birinci Soruya Ait 5. ve 6. Çözümü

Şekildeki T harfini baz alarak oluşturulan Çözüm 13e Ö₁ ve Ö₃ öğrencilerinin farklı şekilde düşünmüşlerdir.Ö₁ ,başlangıçta T harfini sabit düşünüp şekli tamamlamak için yanına eklenen çubukları T olmayan yatay çubuklar ve T olmayan dikey çubukları olarak ayrı düşünmüştür.2 kare de bir tane T harfi bulunduğunu belirterek denklemini yazmaya başlamadan $T = \frac{x}{2}$ eşitliğini yazdı.Ö₁ 'in çözümü şekildeki gibidir.

9. çözüm. $\underbrace{(2 \cdot \frac{x}{2})}_{T \text{ olmayan yatay}} + \underbrace{(\frac{x}{2} + 1)}_{T \text{ olmayan dikey}} + \underbrace{(3 \cdot \frac{x}{2})}_{T \text{ deki çubuklar}}$

$x = \text{kare sayı}$

$T = \frac{x}{2}$

$$x + \frac{x}{2} + 1 + \frac{3x}{2} = \frac{6x}{2} + 1 = \underline{3x + 1 = y}$$

Şekil 4.4. Ö₁'in Birinci Soruya Ait 13. Çözümü

Ö₃ ise t sayısına x diyerek soruyu çözmüştür. Ö₃ ve araştırmacı arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

H: Mesela şöyle bir tane T çizerim. iki kare çizdim kağıda T sayısına x derim onun iki katı kadar şapka (var üstteki yatay çubukları gösteriyor) sonra birde alt tarafta olduğu için bir daha iki ile çarpalım O yüzden 4x olur T sayısı kadar da yataylar var yani 4 katı kadar sonra dikey bulmamız için de şey yapmamız lazım bir tane T'miz varsa o T'nin 2 katının 1 fazlası kadar mesela x+1 olur

A: x+1 i Biraz açıkla mısın

H: Mesela şöyle(2 tane daha kare çizdi 4 kare üzerinden gösteriyor) Mesela şurada yerine yazalım T sayısı 2 tane yerine yazalım .Hmm bir saniye $2x + 1$ olması lazım $(2 \cdot 2) + 1 = 5$ Dikey çubuk var Yani bunların toplamı kullanılan kibrit sayısı oluyor

A: yani denklemin son durumunda ne olacak

H: $4x + 2x + 1 = 6x + 1$ olacak .kullanılan toplam kibrit sayısı

A: Peki bu soruda deneyebilir misin 73 kibrit kullandığında kaç tane kare oluşuyor

H: deneyeyim hemen $6x + 1 = 73$ $x=12$ çıkar ama 24 olacaktı Hı ben T sayısına x demiştim 2 ile çarpmam lazım Çünkü iki katı kadar kare var

A:peki kare sayısına x dersek bu denklemi düzenleyebilir misin ?

H: Aslında söylesek yeter Bir T'nin iki tane şapkadan oluştuğunu O yüzden iki ile çarpmamız gerektiğini söyleyebiliriz .

A:Peki 3 tane içinde deneyebilir misin şekilde 3 kare oluşturmak için 10 kibrit çöpü kullanılmış

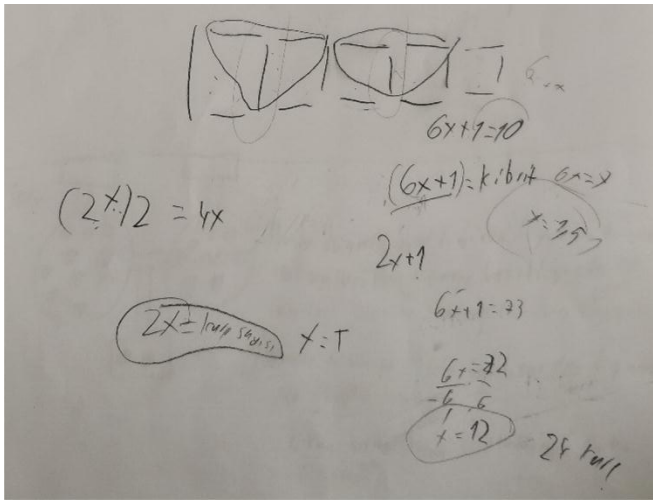
H: yapabiliriz üç tane kare de bir tane tek T oluşuyor yerine Yazıncıda $6x + 1 = 7$ olmadı
teklerde sağlamıyor galiba. Bir dakika deneyeyim $6x + 1 = 10$ olursa $x=1,5$ çıkar.

A: bulduğun bir buçuk neyi ifade ediyor?

H: A bir dakika 3 tane kareden düşünürsek (şekilde gösteriyor) Yarım da geliyor o zaman T
sayısı 1,5 olabilir kare sayısı 1,5.2 ile çarparsam olur

A:peki eklemek ya da düzeltmek istediğin bir şey var mı

H:yani açıklama olarak $6x+1$ denklem ama toplam kibrit sayısını veriyor x de T sayısı demek
en son 2 ile çarpması lazım.



Şekil 4.5. Ö₃ 'ün Birinci Soruya Ait 13. Çözümü

Ö₃'ün fikir3 de düşündüğü 5 kibrit çöpünden oluşan şekil, iki kareden oluştuğunu ifade etmiştir. 5x tane kibrit çöpü bu şekli oluşturmak için, kalan dikey kibrit çöpleri içinde $x+1$ tane ekleyerek toplam kibrit çöpü sayısını $6x+1$ olarak bulmuştur. Öğrenci oluşturduğu şekle x demiştir. Oluşan kare sayısı cinsinden ifade edemese de soruyu doğru çözmüştür. Ö₃ ve araştırmacı arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

H: Bir de şey bir tane Beşli iki tane kare şey yaptığı için kare sayısının bulmamız için bir daha 2 ile çarpmamız lazım Mesela soru da kibrit sayısı 73 deneyelim $6x + 1 = 73$ $x = 12$. Bir de iki katı kadar kare olması lazım çarpı 2,24 olur.

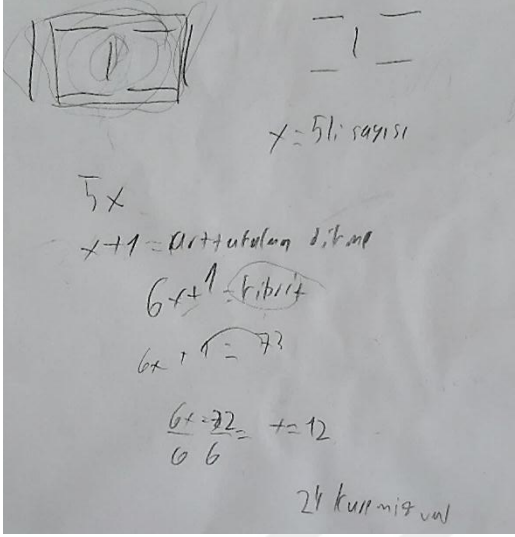
A: senin burada x dediğin şey neydi tam olarak?

H: x 5'li sayısı

A: Peki kullanılan kibrit çöpü sayısına y oluşan kare sayısına x dersek

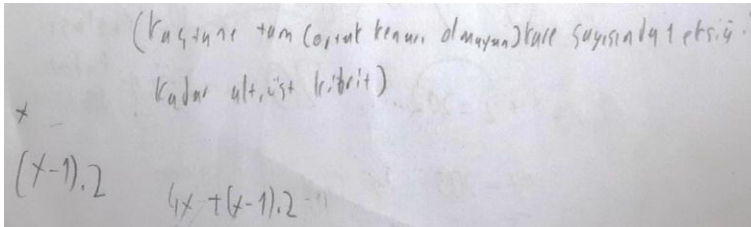
H: gerek yok zaten aynı şey ben x 'e 5li sayısı dedim zaten sadece 2 ile Çarpacağım.

Yukarıda diyaloglarda geçtiği gibi Ö₃, Fikir3 ve Çözüm13 için kullanılan kibrit çöpü sayısını kare cinsinden yazmamıştır. Her iki yöntemle de soruyu doğru çözen öğrenci, kare sayısına x demeye gerek olmadığını, zaten düşündüğü şekillerin 2 tane kareden oluştuğu için 2 ile çarpmanın yeterli olacağını her iki diyalogda da ifade etmiştir.



Şekil 4.6. Ö₃'ün Birinci Soruya Ait 3. Fikir

Fikir olarak kalan başka bir düşünce tam kareler olarak ifade edilen 4 kibrit çöpü ile oluşan şekillerle yapılmaya çalışılmıştır. Tam kareler ve onları bağlayan yatay kibrit çöpleri şeklinde ifade eden Ö₃ tam karelere x ,onun bir eksiği kadar da bağlayan kibrit çöpleri olduğu için $4x+(x-1).2$ olarak ifade etmiştir. Daha sonra 4 kare üzerinde de düşündüğü şeyi denedi ve tam kare olmayan kibrit çöplerinin bir eksiği kadar olmadığını fark etti. Üzerinde epeyce düşünen öğrenci bir sonuca ulaşamamıştır.



Şekil 4.7. Ö₃'ün Birinci Soruya Ait 1. Fikir

4.1.1.2 Esneklik

Esneklik, bireyin bir problem durumuna ürettiği fikirlerin ne kadar farklılaştığı ile ilgilidir. Farklı kavramlara odaklanarak yeni fikirler üretme, değişen durumlar arasında düşünceyi esnetebilme durumudur. Bu bilgiler doğrultusunda öğrencilerin ürettiği tüm fikirler bütünsel bir bakış açısıyla ele alınmıştır. Daha sonra fikirlerin altında yatan ana düşünce temele alınarak değerlendirilmiştir. Yukarıdaki akıcılık tablosunda ortaya çıkan tüm fikirler, benzerlik ve farklılıklara göre gruplandırılmıştır.

Öğrencilerin ortaya attığı fikirler esneklik bakımından incelendiğinde, beş farklı düşünce üzerinden çözümleri ürettikleri görülmektedir. Her öğrencinin soruyu okuyup anladıktan sonra çok kısa bir süre de artış miktarını düşünerek örüntünün kuralı olacak bir denklem bulmuştur. Çözüm2'nin devamı olan çözüm3 de aynı düşünce ile oluşturulduğu için aynı kategoride değerlendirilmiştir. Çözüm4 öğrencilerin ilk yaptığı çözümler arasında değildir fakat her kare kullanılan kibrit sayısı yani artış miktarı düşünülerek oluşturulduğu için aynı kategoriye alınmıştır.

Tablo 4.3. Birinci Soruya Ait Esneklik Tablosu

Çözüm1: klasik çözüm $1+3x$ Çözüm2: klasik çözüm: $4+3.(x-1)$ Çözüm3: $3.(x-2)+7$ Çözüm4: Kare sayısı. $4-(\text{kare sayısı}-1)$ $4x-(x-1)=y$	Temel düşünce: Örüntüdeki artış miktarını düşünülerek örüntünün kuralı bulunmaya çalışılmıştır.
Çözüm5: yatay kibrit çöpleri sabit $2x+(x+1)$ Çözüm6: dikeyler sabit $(x+1)+2x$ Çözüm7: bağlantı noktaları kaldırılıyor. $(\text{Kare sayısı}+1)+(\text{kare sayısı}.2)=x+1+2x$ Çözüm8: Şeklin dış çerçevesi düşünülerek $2.(x+1)+x-1$ Çözüm9: Şekildeki bütün üst yatay kibrit çöpleri kaldırılırsa Çözüm10: Şekildeki bütün sağ kibrit çöpleri kaldırılırsa Çözüm11: Şekildeki bütün sol kibrit çöpleri kaldırılırsa Çözüm12: Şekildeki bütün alt yatay kibrit çöpleri kaldırılırsa	Temel düşünce: Şekildeki bazı kibrit çöplerini sabit tutup, sabit tutulanları kare sayısı cinsinden yazılmasıdır. Şekli tamamlamak için eklenecek kibrit çöplerini yine kare sayısı cinsinden yazılması ve iki sonucun toplanmasıyla toplam kibrit çöpü sayısını yazılması oluşturur.

Çözüm13:Şekildeki T harfi sabit kaldığı varsayılırsa
(T olmayan yatay sayısı)+(T olmayan dikey
sayısı)+(T'yi oluşturan çubuklar)

$$T = \frac{x}{2} \quad x = \text{kare sayısı}$$

$$(2 \cdot \frac{x}{2}) + (\frac{x}{2} + 1) + (3 \cdot \frac{x}{2})$$

Fikir 1: 4 kibrit çöpü kullanılan tam kareler

Fikir3:



Temel düşünce: Şekilde görülen bir grup kibrit çöpünü bir baz alarak yapılan çözümlerdir. Baz alınan kibrit çöpleri T, tam kareler, 5 kibrit çöpü kullanılarak tasarlanan şekillerdir. Değişken değiştirmenin temel düşünce olduğu bu grupta öğrenciler verdikleri değişkeni en son x cinsinden yazmaya çalışmışlardır.

Çözüm16: kibrit çöplerinin yerleri değiştirilerek oluşturulan harf benzetmeleri(V,T)

$$2x+x+1$$

Çözüm17: kibrit çöplerinin yerleri değiştirilerek oluşturulan Z,H harfi ve üçgen benzetmeleri

$$3x+1$$

Fikir4: üstüste iki sıra halinde kareleri dizmek

Fikir2:  rakamına benzetme

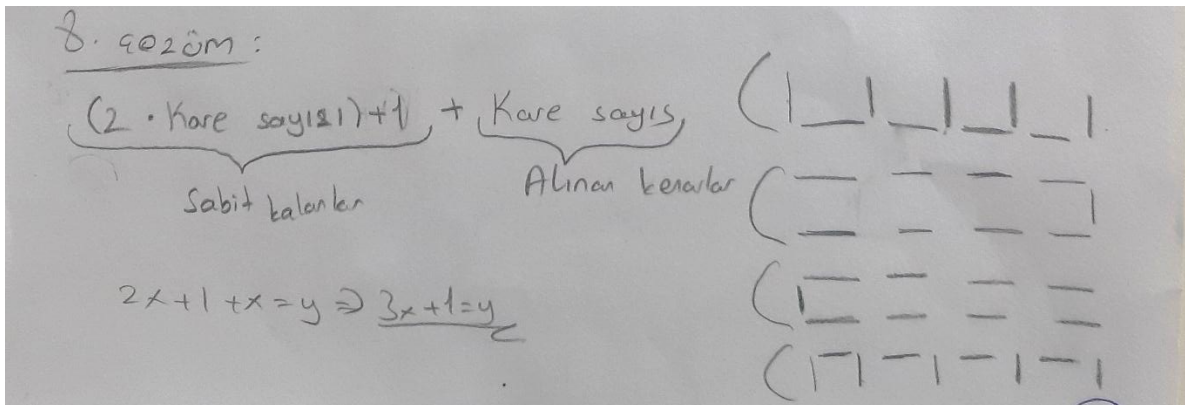
Temel düşünce: yatay yada dikey kibrit çöpleri aynı karede kalmak şartıyla yer değiştirilerek V,H,Z harfine yada üçgene benzetilerek yapılmıştır. Bu gruptaki fikirlerin temelinde yer değişikliği vardır. Ama yer değişikliği aynı karede olduğu için hep 3x temelinde gelişmiştir. Harfler yada şekiller farklı olsa da düşünce aynı kalmıştır.

Çözüm15: C harfi $3x+1$

Çözüm14:L harfi baz alınarak $2x+x+1$

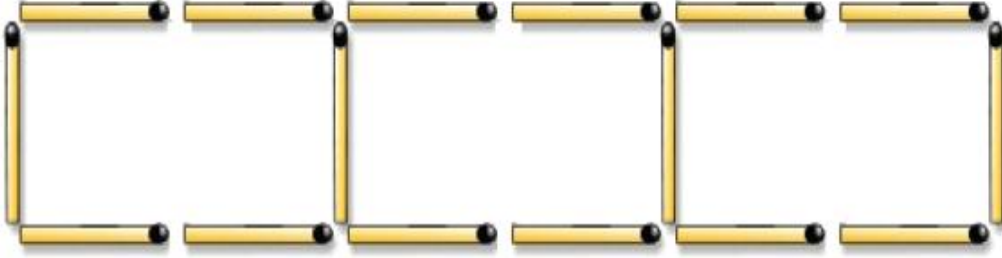
Temel düşünce: şekilde L ve U harfine benzetilen kısımların kare sayısı cinsinden yazılması ile oluşturulmuştur.

Çözüm9, çözüm10,çözüm11,çözüm12 bu fikirlerin altında yatan ana düşünce aynı olduğu için aynı kategoride değerlendirilmiştir. Çözümler de ki ana düşünce şeklin belli bir kenarının alınması sonucu kalan sabit kibrit çöpleriyle, alınan kenarların tekrar eklenmesi ile oluşturulmuştur. Bu çözümleri yapan Ö₁ kendisi bunları aynı çözüm olarak gruplamıştır. Öğrencinin yaptığı bu gruplama bir esneklik göstergesidir.



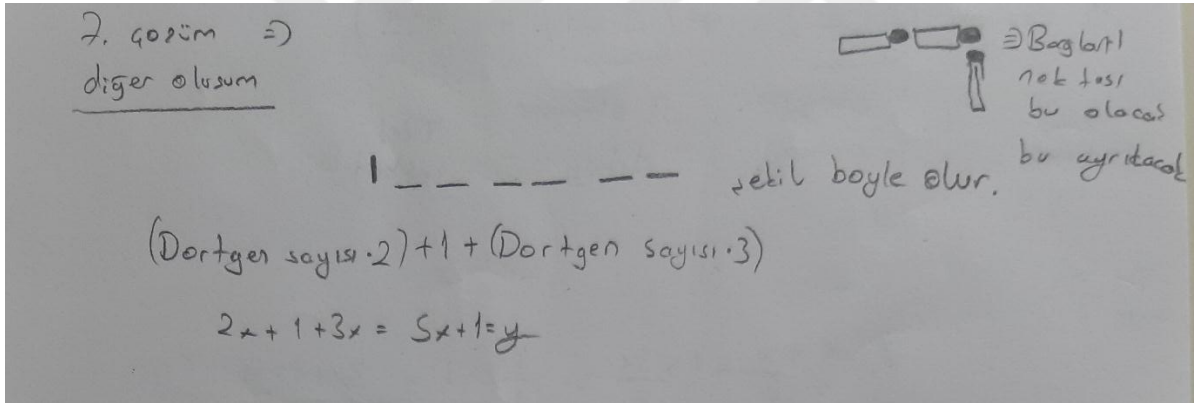
Şekil 4.8. Ö₁'in 1. Soruya Ait 9. 10.11. Ve 12. Çözümlerini Kategorize Etmeleri

4.1.1.3 Sorunun Bir Koşulu Değişmesi Sonucu Çözümlerin Esnetilmesi



Şekil 4.9. 1. Sorunun Değişen Koşulu İçin Kullanılan Şekil

Ö₁ orijinal probleme sunduğu tüm çözümleri 2.şekil için de uyarlayabildi ve 7.çözüme alternatif bir çözüm yolu daha geliştirdi



Şekil 4.10. Ö₁'in Sorunun Değişen Koşulu İçin 8. Çözümü Uyarlaması

Ö₁ ve araştırmacı arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

B: şimdi 7. çözüm biraz sıkıntı

A: Neden öyle düşündün?

B: Çünkü mesela bunda bir bir almıştık burada ikinciler var (üstteki yatay çubukları göstererek) şurada bağlantı noktasını alsam garip bir şekilde çıkar ama işime yarayabilir..

A: Peki deneyelim.

B: Bağlantı noktalarını kaldırırsam bana kalan şekil böyle bir şey oluyor (çizerek gösterdi)

A: nasıl bir bağlantı kuracaksın bu şekle göre?

B: zaten önceki yaptığımda $x + 1$ demiştim. Dörtgen sayısı da bağlantı noktasına eşitse ben 3 tane bağlantı noktası çıkarıyorum yani dörtgen sayısı çarpı 2 bu ayırdığım kısım. Kalan kısım ise üçer üçer gruplandırırsam dörtgen sayısı çarpı 3 + 1 olur.

A: bu 3'er gruplandırma nasıl oluyor?

B: şöyle (şekilde ilk 3 çubuğu göstererek) Şuradaki çubuklar gitti ya şurada bir tane çubuk kaldı (en baştaki dikey çubuğu göstererek)

A: Peki en sona gelecek çubuk?

B: O bağlantıya gitti ki. Diğeri de gitmişti. Sonra burayı düzenler toplarsan $5x + 1 = y$ olur

A: Güzel

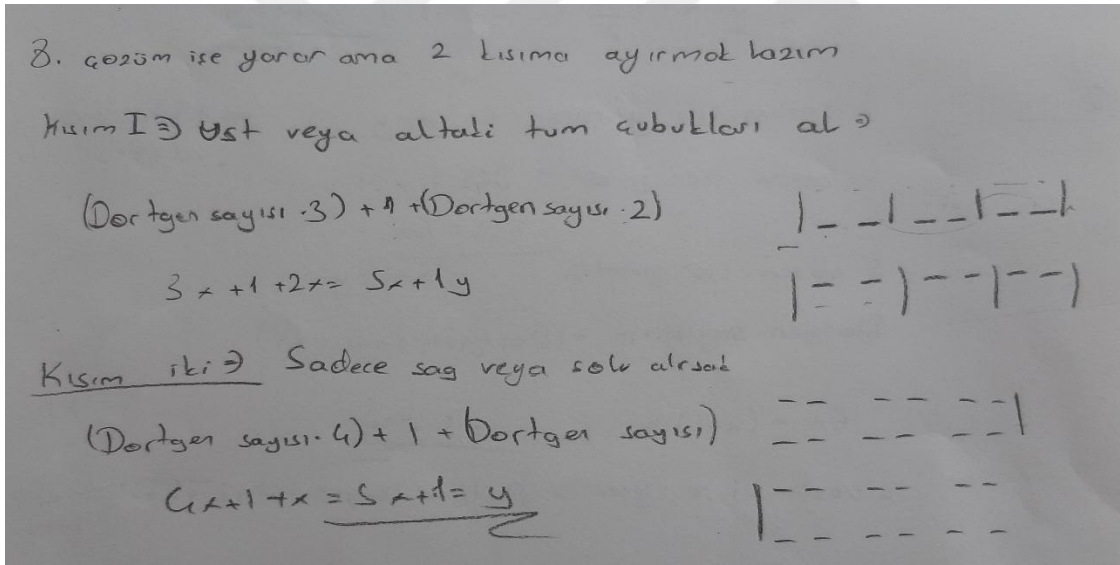
B: Bunu aynı şekilde 2'şer Çubuk alarak da yapabilirim

A: farklı bir çözüm mü olur?

B: evet mesela ben bunda şunun ki gibi (ilk çözümü göstererek) aldım bir dakika yazayım.

B: bağlantı noktasına söyle 2 tane alırsan dörtgen sayısı çarpı 2 + 1 eklediklerim de dörtgen sayısı çarpı 3 olur. Her dörtgende bir tane bundan olduğu için (kendi çizdiği bağlantı noktasını göstererek) yine $5x + 1 = y$ bulurum

Ayrıca ilk soruda grupladığı 8.çözümü burada kendi içinde 2 kısma ayırdı. Çözümleri benzer düşünme yöntemiyle yaptığını vurguladı. Bu da öğrencinin esnek düşündüğünün bir göstergesi olarak kabul edilebilir.



Şekil 4.11. Ö₁'in Sorunun Değişen Koşulu İçin 5. 6. 9. 11. Çözümlerini Uyarlaması

Ö₁ ve araştırmacı arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

B: 8 çözüm işe yarar ama iki Kısıma ayırmam lazım. Çünkü her yerde bir kare olduğu için hepsini aynı anda alabiliyorum ama bunda üstte altta iki çubuk yanlarda bir çubuk olduğu için ikisini ayrı ayrı yapmam lazım önce. Üstleri alsam ya da sadece alttaki çubukları alsam yine de 2 şekil çıkar bunlardan bir tanesini deneyeyim.

A: Bir tanesini deneyince diğeri de olacak mı?

B: İkisinin de yöntemi aynı Aslında deneyeceğim dediğim bunu da uygulayabilirim Onu da

A: Tamam peki.

B: mesela bunu uygulasam dörtgen sayısı çarpı 3 +1 ve artı dörtgen sayısı çarpı 2 (çizdiği şekil üzerinde göstererek 2 tane var) kısım 2'de ise ya sadece sağ ya da sadece solu alman lazım (şekli çizip üzerinde gösterdi) Burada ise dörtgen sayısının 4 ile çarparım dörtgen Başına 4 çubuk düşüyor Bir de artı bir Burada bir tane çubuk var.

Ö₂ ,çözüm1'i bu şekil içinde uyarlayabilmiş ve soruyu çözmüştür. Öğrenci, çözüm5 ve çözüm6 da düşündüğü yatay kibrit çöpleri ve dikey kibrit çöplerini ayrı ayrı alıp kare sayısı cinsinden ifade ettiği durumu 2. Şekil için tam olarak uyarlayamamıştır. Uyarlayamamasındaki genel sıkıntı yatay ve dikey kibrit çöpleri arasında bağlantı kurmaya odaklanmasıdır. Dikdörtgen sayısını düşünmeden hareket ettiği bu denemelerle ilgili bazı diyaloglar aşağıda verilmiştir. Ö₂ ve araştırmacı arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

E: burada dikeyler ve yatayları ayrı almıştım şimdi yataylar her bir yatayda 6 tane $6 \cdot 2 = 12$ artı 4 sağlıyor (zihinden hesaplamalar yaparak örüntü bulmaya çalışıyor) şimdi yataylara ne diyelim x = yatay y'de dikeyler olsun

A: dikdörtgen sayısına x kullanılan kibrit çöpü y diyecektik.

E: ben onu sonra değiştiririm fark etmiyor a'da kibrit çöpü sayısı olsun yataylar $2x$ artı. Mesela ben burada kaç tane kullandım 6 tane kullandım ama $x-2$ tane $3x-2$ oluyor galiba bir dakika deneyeyim.

A: $x-2$ dediğin hangi kibrit çöpleri?

E: bir dakika biraz değişik oldu yataylar alt ve üstte olduğu için $2x$ olur .Şurada iki tane varsa 2 çıkarırız(ilk dikdörtgen deki dikey kibrit çöplerini göstererek)

A: Neden 2'yi çıkardın?

E: yataydaki kibrit çöpü sayısı dikeydekenden 2 fazla iki Çıkarırım ama aslında iki eklemem lazım x yatay sayı dikeyden 2 fazla olacak neden öyle dedim Çünkü burada 4 tane yatay iki tane dikey var

Öğrenci ilk dikdörtgenlerdeki yatay ve dikey kibrit çöpleri ile birkaç deneme yapıyor. Sonrasında ilk dikdörtgen hariç sonrasında sadece alt yada sadece üstteki yatay kibrit çöplerinin alarak ikiye bölmeyi düşündü.

E: şimdi bir dakika x yatay sayısı diğerinden 2 fazla olacak (dikeyleri kastederek) Şimdi bir tane daha çizeyim 16 tane yatay, 5 tane dikey oldu Bunun denklemi x yatay sayısı Şimdi burada da y'yi (dikey kibrit çöplerinden bahsediyor) bulmam lazım ama x üzerinden sayı bulacağım o yüzden $x + x / 2 - 2$ neden eksi 2 üst taraftaki yatayları almasak o yüzden bölü iki dedim şuraya 6 yazarsam (denklemin doğruluğunu test ediyor) olmuyor yanlış bulmuşum

A: neden yanlış oldu sence?

E: 2 tane yok mu yatayda 8 tane için(4 dikdörtgen üzerinden yapıyor hesaplamaları) 5 tane var -3 mi acaba .Toplam 16 tane var Bu da y'nin x üzerinden değeri($x + x/2$ göstererek) yarısını bölme sebebim şu üst tarafı çıkarmam.

E: Şurayı 8 buldum 5 bulmam için de 3 çıkardım

A: x yerine 16 mı yazdın

E: Evet dört dikdörtgen için oluyor

A: Peki 3 dikdörtgen için Dener misin

E: Toplamda 4 dikey $12 + 12 / 2$ sonra - 3 15 tane olması lazım Hayır olmadı bir fazla çıktı bu olmuyor.

Son denemelerle örüntüyü bir denklemle ifade eden öğrenci, soruyu kendi kurduğu denklemine göre değil ilk çözümünde yaptığı klasik yöntemle 6 çıkarıp 5'e bölerek çözmeyi seçmiştir. Bu durumda öğrenci ilk soruda yaptığı çözüm⁵ ve çözüm⁶'yı bu soru için uyarlayamamıştır.

A: Peki sen x'e yatayların sayısı demiştin ya x'e dikdörtgen sayısı dersek nasıl olur?

E: aslında bu da aynı oluyor Ben bunun şey için buldum İlk dikdörtgen hariç Bir tane daha dikdörtgen çizebilmemiz için gereken kibrit çöpü sayısı (x ile bağlantı kurmadan cevap veriyor) devamında sonra gelen dikdörtgen sayısına a dersem $a.(x + x/2 + 5)$ böyle oluyor mesela 2 tane dikdörtgen kullanırsan 2 ile çarpmam gerekiyor Bu birinci için sonuç $(x + x/2 + 5)$ göstererek).2 için ne kadar yerine yazmam lazım ama bir de sonuna bir tane dikdörtgen getirmem lazım +1 oluyor ama (Dikdörtgen mi ya da Toplam Çubuk sayısı mı diye ifade edemiyor) 6 oluyor zaten . $a.(a + a/2 + 1) + 6$ oluyor

A: a dediğin burada dikdörtgen sayısı mı

E: ilk dikdörtgen hariç Ondan sonra devam eden şekiller ilk dikdörtgeni de burada ekledim zaten +6

A: Peki mesela 101 tane kibrit çöpü kullanılan şekilde kaç tane dikdörtgen vardır diye sorulursa senin yukarıda yaptığın denklemle bulabilir miyiz

E: 101 - 6 derim ilk dikdörtgen 95 bir dikdörtgen için 5 tane gerekiyor 95'i 5'e bölssem 19

A: Peki denklemden mi 5'e böldün(öğrenci denklemi düşünmeden kaçamak cevaplar veriyor)

E: ilk dikdörtgen hariç diğerlerini oluşturmak için 5 tane gerekiyor o yüzden 5'e böldüm.

Ö₃ ,çözüm¹'i bu şekil içinde uyarlayabilmiş ve soruyu çözmüştür. Ayrıca,çözüm⁵ ve çözüm⁶ da düşündüğü yatay kibrit çöpleri ve dikey kibrit çöplerini ayrı ayrı alıp kare sayısı cinsinden ifade ettiği durumu 2. Şekil için de uyarlayarak çözmüştür. Öğrencinin orijinal problemi çözerken zorlandığı,5'li diye ifade ettiği Fikir³'ü 2.şekil için daha kolay uyarlayabilmiştir.

H: iki tane 5'li artı 6 oluyor(şekilde beşli dediği iki yeri gösteriyor) şimdi 2 ile düşündüğümüz zaman bir 5 Bir de 6.hmm iki tane olunca da artı 6 bir tane olunca da artı 6 oldu(6 diye En sonda ve başta kalan C şeklindeki 3 kibrit çöpünden bahsediyor) şunda x desem $5x + 6$ oluyor 2 tane yazsam 16 oluyor bir yazsam 11 oluyor sağlıyor Şimdi bunu dikdörtgen sayısına uyarlamam lazım değil mi

A: Evet.dikdörtgen sayısına x kullanılan kibrit çöpü sayısına y dersek daha güzel olur

Şekil 4.13. Ö₃'ün Sorunun Değişen Koşulu İçin Çözüm 14 Uyarlaması

H: ikinci çözüm L ve kapak Bunun yerine üçlü üçlü düşünsem şöyle 3 lü (şekilde ilk 3 kibrit çöpünü gösteriyor)

A: olur düşünebilirsin.

H: bir taneyi oluşturmak için iki tane üçlü kullanıyorum mesela burada 6 tane var burada ise 11 oluyor 12 olmak yerine. (ikinci adıma gösteriyor) yani -1 oluyor Bir dakika şimdi burada 16 tane şeyimiz var 6 tane de 3'lümüz var. hmmm tamam buldum toplam kibrit sayısı 16 sonra şey yaparsak 6 tane 3'lümüz vardı $6 \times 3 = 18$ Tabii burada ortak olanlar da var ortak olanda iki tane var yani 16 oluyor yani x şu 3'lü sayısı. $3x$ - ortak kullanılan kenarlar

A: İlk sorudaki ikinci çözümünden mi Yola çıktın

H: Yani biraz var ama tam değil ama ondan yola çıktım. $3x$ den ortak kenarları çıkarmam lazım .Aaa bir dakika ben bir tane daha çizmek istiyorum Şuraya (bir dikdörtgen daha ilave etti) Böyle olunca 8 tane oldu 8 tane de 3 tane oldu altıda iki tane kullanmıştık dörtte bir tane kullanmıştık 4'ten başlıyor ve 2 şeyimizde bir tane eksiltiyoruz ortak kullanım alanı. 4'e bölssem 6 olmuyor. $3 \times$ olur toplam şey işte benim Ortak kullanılanları da bu denklemin içine katabilmem lazım.

A: Evet güzel nasıl ifade edebiliriz ortak kullanılanları

H: düşünce yani olmuyor şimdi 6 verdim 2 tane kullan kullanıyorsun ama 8 tane olunca 3 tane kullanıyorsun bu sefer mesela yarısının 1 eksiği desem de 8 de Uyar altıda A tamam o zaman yarısının 1 eksiği.

A: Hım sağladı O zaman .

H: evet oldu mesela 4 tane ise yarısı -1 bir tane oluyor o zaman $3x - (x/2 - 1)$ oluyor denklem bu mesela 6 yazayım $18 - 12 = 16$ oluyor

A: Peki x dediğin neydi Bir daha tekrar eder misin

H: ilk su üçlü sayısı ama bunun yarısı dikdörtgen sayısı oluyor zaten

A: öyle mi peki dikdörtgen sayısına x kullanılan kibrit çöpüne y dersek

H: bunun sayısının yarısı zaten dikdörtgen sayısı mesela 6 tane de (şekildeki üçlüleri gösteriyor) 3 tane dikdörtgen var yarıya bölüyoruz çıkıyor

A: Peki 101 tane kibrit kullandığımızda kaç tane dikdörtgen oluşuyor

H: o zaman denklemi eşitlerim $3x - (x/2 - 1) = 101$ $x = 40$ bulduk

A:40 dikdörtgen sayısı mı

H: dikdörtgen sayısı yarısı kadar yani 20 denklemimiz doğru.

Ö₄ ,2. Şekille ilgili çözümleri ilk soruda olduğu gibi kibrit çöplerinin yerlerini değişimine odaklanmıştır.çözüm15 için bu soruda dikey kibrit çöplerini birer kaydırmayı ilk durumdaki şekle getirmeyi düşünmüştür. Son adımlarda ekleyecek kibrit çöpü kalmayacağı için bu yöntemle çözülemeyeceğini ifade etmiştir.

M:Her çubuğu bu tarafa kaydırsam 3x olur. Yine x tane çubuğu kaydardım.

A:Kaydardım dediğin çubukları bir daha gösterebilir misin?

M: bunu buraya aldım(ilk dikdörtgenin dikey kenarını gösteriyor) diğeri için bunu aldım ama 1 dakika olmuyor o zaman sonrakiler olmaz.

A:hım peki

M:Aslında bu üçüncü adım bozuyor ondan sonrakilerde bozuyor nasıl düşüneceğimi bilemedim karede rahattı ama burada zor .

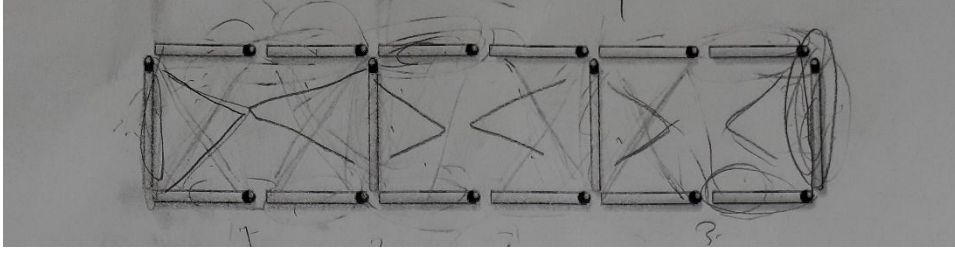
Çözüm1, Çözüm5,Çözüm6 bu şekli için esnetebilmiş ve sonuca ulaşmıştır. Bu çözümler dışında düşündükleri kibrit çöplerinin yerlerini değiştirme yapılabilecek çözümlerdir. Bunlardan Çözüm14 için iki kibrit çöpünün yerini değiştirmeyi ve dikeyde üç kibrit çöpü, yatayda iki kibrit çöpü bulunan uzun bir L harfi oluşturmuştur.

M:L kullanmıştım 6. çözüm de burada da şunları şuraya alsak (üstteki yatay kibrit çöplerini gösteriyor L yapmak için). Hım olmaz burada var zaten bir tane (üstten aldığı kibrit çöplerini dikey olarak yerleştirmeyi planlıyordu) Şu ikisini yukarı çıkarsam bir tane L olur değil mi? (üstteki gibi çöplerini gösteriyor)

A: deneyelim

M: şöyle biraz uzun olur o zaman 5 tane oldu.(L harfinin dikey uzunluğunun 3 kibrit çöpü oldu yat ayında ise 2 kibrit çöpü oldu) biraz uzun bir L oldu. O zaman 5x oluyor. Bir tane de artıyor buradaki arttı (en sondaki dikey kibrit çöpünü gösteriyor.)

Ayrıca ilk sorudaki çözümlerinden farklı olarak 2.şekilde kum saatine benzer bir şekil yapılabileceğini bunun için alt ve üstteki yatay kibrit çöplerini birbirine ters olacak şekilde yerleştirmeyi düşündü.



Şekil 4.14. Ö₃'ün Sorunun Değişen Koşulu İçin Çözümü

M: Kum saati gibi bir şey geldi bunu böyle alsam burada olmuyor ama hep bir sonrakinden aldım. O zaman en sonunda biter.

A: biraz daha düşün istersen

M: Aslında şu alttakileri şöyle birleştiresem oluyor yine kum saati (alt ve üstteki kibrit çöplerini birbirine Ters üçgen olacak şekilde yerleştirdi). hepsini de yapabilirim böyle olursa ilk şekilde 3 tane burada 3 tane, 6 tane kullandım. ikinci şekilde 5 tane olur 1 dakika yazayım bu tarafa bakan üçgende 3 tane size bakan üçgende iki tane kullanmış oldum yani 5 tane oluyor 3. dikdörtgende de yine aynı. Bir tane artmış x dikdörtgende düşünürsek $5x + 1$ olur

A: peki güzel eklemek istediğin bir şey var mı ya da düzeltmek istediğin

M: yok yerine yazdım denklemde sağlıyor.

Ö₅ orijinal probleme sunduğu yedi farklı çözümü 2.şekil içinde esnetebilmiş ve soruyu çözmüştür. Orijinal problemde L harfine benzeterek yaptığı çözümü burda iki şekilde yapılabileceğinin göstermiştir. L harfini ilk sorudaki gibi iki kibrit çöpü ile oluşturmuş $n.L+3n+1$ şeklinde yazmıştır. Düşüncesini esneterek L harfini 3 kibrit çöpü ile de oluşturulabileceğini o zaman da $n.L+2n+1$ kibrit çöpü kullanılacağını bulmuştur. Ayrıca orijinal soruda Ö₃ adlı öğrencinin ortaya attığı fikir3'ü Ö₅ orijinal soru için denememişken 2.şekil kullanmıştır. İfade ederken $(n-1) \cdot \text{[şekil]} + 6$ şeklinde temsil kullanmış ve o şeklin 1 fazlası kadar dikdörtgen oluştuğunu en başta ve en sonda şekli tamamlamak için 3'er tane kibrit çöpü 6 eklenmesi gerektiğini belirtmiştir. Bu çözümünü orijinal problem için de yapıp yapmayacağı sorulmuştur. Öğrenci n tek sayı ve çift sayı için farklı denklemler yazılması gerektiğini söylemiştir.

A: bu çözümü 1.Şekil içinde düşünebilir miyiz?

O: Bir bakayım bir tane daha çizeyim yani n çift sayı için farklı n tek sayı için farklı denklem yazarım. Aynı çıkmaz. Mesela 3 kare olduğunu farz etsek şöyle bir de şöyle çıktı ama 4 tane olunca iki tane çıkıyor. Aynı olmuyor. Biraz daha düşüneyim $\frac{n}{2}$ tane mi oluyor? 3 tane olsa 3 tane ekliyoruz ama 4 tane olsa daha çok .

A: Peki onu n sayısı cinsinden yazabilir misin?

O: iki tane olsa iki tane ekleriz 4 tane de 3 tane oldu bu çok karışık oldu. Olmaz.

A: Peki vermek demek istediğim bir şey ilk şekil ya da ikinci şekil için

O: Yok aklıma başka bir şey gelmedi

Ö₆ ,çözüm1'i bu şekil içinde uyarlayabilmiş ilk dikdörtgen hariç sonraki her dikdörtgen için 5'er tane kibrit çöpü kullanıldığını söylemiş ve $5.(x-1)+6$ denklemini yazarak soruyu çözmüştür. Ayrıca,çözüm5 ve çözüm6 da düşündüğü yatay kibrit çöpleri ve dikey kibrit çöplerini ayrı ayrı alıp kare sayısı cinsinden ifade ettiği durumu 2. Şekil için de uyarlayarak çözmüştür. Öğrencinin orijinal problemi çözerken yaptığı çözüm14'ü 2.şekile uyarlarken zorlanmıştı dikdörtgen sayısı cinsinden ifade edememiştir. Ö₆ daha çok 2.şekli araya kibrit çöpleri ekleyerek ilk şekle benzetmeye odaklanmıştı. Önce kare cinsinden bulup daha sonra dikdörtgen sayısı karenin yarısı kadar olması gerektiğini bu yüzden 2'ye bölmeyi düşünmüştür.

$$4 + 3(x-1) = \frac{x}{2}$$

$$4 + 15 = 3 = 96$$

$$x = 6 \text{ (kare sayısı)}$$

Şekil 4.15. Ö₆'nın Sorunun Değişen Koşulu İçin Çözümü

R:Şu ortalarda varmış gibi denklemini yazıp sonra 3 çıkaracağım buradan. Bir dikdörtgen ortadan ikiye böldüm için $x/2$ olur

A: peki yazabilirsin.

Bir önceki sorudaki gibi $4+3(x-1)$ olur yani kare sayısı. Ortadakileri de çıkaracağım. Mesela buraya 3 yazmam bir tane daha eklediğimde 4 çıkarmam gerekir. değişiyor. Burada da dikdörtgen sayısı kadar çıkarmam lazım bu sefer

A: $4+3(x-1)$ yazdığın bu denkleminde x neyi ifade ediyor?

R: x dediğim kare sayısı yani dikdörtgen sayısının 2 katı. Yani ona x dersem dikdörtgen sayısı $x/2$ olur. O zaman da $x/2$ 'yi çıkarmam lazım galiba. Bir deneyeyim Mesela bu kare sayısı olduğu için 6 yazmam lazım $4+3(x-1)-x/2=16$ oluyor doğru oldu. Ama ben burada direk kullanan kibrit sayısını buldum

A:Güzel biraz daha düşünebilirsin. Kullanılan kibrit çöpü sayısına y oluşan dikdörtgen sayısına x dersek nasıl yazabiliriz?

R: ama ben ilk önce kareye dönüştürüp ondan sonra dikdörtgen sayısını buluyorum o yüzden x yerine kare sayısı yazılır. Zaten doğru çıkıyor. Dikdörtgen sayısını sayar 2 ile çarparsak kare sayısını buluruz. Sonra bu denklem denklemin doğru olması lazım. Dikdörtgen kareye dönüştürdüm o yüzden önceki ile aynı denklem oldu $4+3(x-1)$ sonra da eklediklerimi çıkardım önce kareye dönüştürmesi lazım.

Diyalog da geçtiği gibi öğrenci dikdörtgenlerin ortasına kibrit çöpü ekleyerek kareye dönüştürme üzerine odaklanmıştır .Ayrıca öğrenci çözüm14,çözüm15'i 2.şekile uyarlayamadı. L harfine benzeterek çözdüğü orijinal problemi bu şekil de kareye tamamlamayı düşünmüştür. Aynı şekilde çözüm15'i de aralarına kibrit çöpü eklemeyen yani kare oluşturmadan çözülemeyeceğini ifade etti.

4.1.2.Problemin Çözüm Sürecinin Yaratıcılık Açısından Analizi

4.1.2.1 Akıcılık

BBM etkinliği olarak bilinen bilorda masası sorusunda öğrencilere ilk önce 6x4 lük bir masada topun hangi durumlarda hangi deliğe düşeceği sorulmuştur. Öğrencilerin oldukça fazla alternatif ürettiği bu soru da toplam 10 tane çözüm üretilmiştir. İlk denedikleri şekilde de çizilmiş olan 45° lik vuruşla topa vurulduğunda topun izlediği yol ve kalan 3 köşe için hangi deliğe düşecekleri bulunmuştur. Daha sonra öğrenciler farklı çözümler için düşünürken açı ile ifade etmekte zorlandıkları gözlenmiştir. Düşündükleri 60°,30° için kenar uzunlukları tam sayı çıkmadığı için devamını çizememişlerdir. Öğrencilerden bazıları çizdikleri yolları ifade etmede eğimi kullanarak , bazıları da dikey ve yataydaki birim uzunluğunu söyleyerek ifade etmeyi seçmişlerdir.

Tablo 4.4. İkinci Soruya Ait Akıcılık Tablosu

Çözüm 1: topa 45°'lik açı ile vurulunca	A'dan B'ye	B'den A'ya	C'den D'ye	D'den C'ye
Çözüm 2: Eğimi $\frac{1}{2}$ olacak şekilde topa vurulunca	A'dan D'ye	B'den C'ye	C'den B'ye	D'den A'ya
Çözüm 3: Eğimi $\frac{2}{3}$ olacak şekilde topa vurulunca	A'dan C'ye	B'den D'ye	C'den A'ya	D'den B'ye
Çözüm 4: Eğimi $\frac{4}{3}$ olacak şekilde topa vurulunca	A'dan B'ye	B'den A'ya	C'den D'ye	D'den C'ye
Çözüm 5: Eğimi $\frac{1}{3}$ olacak şekilde topa vurulunca	A'dan D'ye	B'den C'ye	C'den B'ye	D'den A'ya

Çözüm 6: Eğimi $\frac{1}{4}$ olacak şekilde topa vurulunca	A'dan D'ye	B'den C'ye	C'den B'ye	D'den A'ya
Çözüm 7: Eğimi $\frac{1}{6}$ olacak şekilde topa vurulunca	A'dan D'ye	B'den C'ye	C'den B'ye	D'den A'ya
Çözüm 8: Eğimi 2 olacak şekilde topa vurulunca	A'dan C'ye	B'den D'ye	C'den A'ya	D'den B'ye
Çözüm 9: Eğimi 4 olacak şekilde topa vurulunca	A'dan B'ye	B'den A'ya	C'den D'ye	D'den C'ye
Çözüm 10: Eğimi 3 olacak şekilde topa vurulunca	A'dan B'ye	B'den A'ya	C'den D'ye	D'den C'ye

Tabloda 4.4 de öğrencilerin bilardo masası sorusu için ürettiği tüm fikirler bir bütün halinde gösterilmiştir Akıcı düşünme becerileri incelendiğinde her bir öğrencinin problemin çözümü için en az bir fikir ürettiği ve bu çözümlerden en az bir tanesi sonuca ulaşmıştır.

Tablo 4.5. Öğrencilere Ait Çözümler

Öğrenciler	Üretilen Çözümler
Ö ₁	Çözüm1,Çözüm2,Çözüm3,Çözüm4,Çözüm5, Çözüm6 Çözüm7, Çözüm8, Çözüm9 Çözüm10
Ö ₂	Çözüm1, Çözüm4, Çözüm5, Çözüm7, Çözüm9
Ö ₃	Çözüm1, Çözüm2, Çözüm3 Çözüm4, Çözüm5, Çözüm6, Çözüm7, Çözüm8, Çözüm9
Ö ₄	Çözüm1, Çözüm2, Çözüm3 Çözüm4, Çözüm5, Çözüm7, Çözüm8
Ö ₅	Çözüm1, Çözüm8, Çözüm9
Ö ₆	Çözüm1, Çözüm3 Çözüm4, Çözüm5, Çözüm7, Çözüm8, Çözüm9

Bütün öğrencilerin soruda ilk denedikleri çözüm bir için öğrenciler “45 derecelik açı ile gitmiş” ya da “karenin köşelerinden geçerek gitmiş” şeklinde ifade etmişlerdir. Diğer çözümler de ise topun izlediği yolu eğim ile ya da yatay ve dikey uzunluğunun kaç br olduğunu söyleyerek ifade etmeyi seçmişlerdir.

Ö₅:Başka çözüm yani açı olarak mı?

A: Aklına gelen herhangi bir şey olabilir. Kaç derece düşündün?

Ö₅:30 derece diyelim ya da 60 derecelik dik üçgen olur ama kenarları bulamayız.

A:Hım

Ö₅:Ama şöyle olabilir.(çözüm 5'teki topun izlediği yolu göstererek).2 br dikey uzunluk 1 br yatay uzunluk şeklinde köşeden geçer.

8. ve 9. sınıf öğrencilerin özel üçgenlerin kenar özelliklerini bilmediğinden ötürü öğrenciler 45 derece dışında açı ile ilgili herhangi bir girişimde bulunamamışlardır.

Ö₃:Mesela burada şey diyebilir miyim eğim 4 olursa

A: Tabii diyebilirsin

Ö₃: O zaman 4 eğimle top üstteki deliğe düşer.

A: şu çizdiğini ifade edersek

Ö₃: Yani A'dan atarsan D'ye B'den atarsam C'ye gider.

4.1.2.2 Esneklik

Orijinal problemde masanın boyutları 6x4 üzerinde yapılan çözümler özelinde düşünüldüğünde Çözüm6 ve çözüm10 dışındaki diğer çözümlerde topun bilorda masasına değdiği tüm noktalar karenin bir köşesidir. Ama bu iki çözümde de öğrenciler karenin köşesine denk gelmese dahi topun geliş ve gidiş açısının eşit olması gerektiğini kullanarak çözüme ulaşmışlardır. Ayrıca öğrenciler A köşesinden topa vurdukları açı ile topun düştüğü son deliği bulduktan sonra diğer köşeler için çizmeden topun hangi deliğe düşeceğini söylemişlerdir. Karşı köşeye, çapraza ya da üst köşeye düşer şeklinde genelleme yaptıkları görülmüştür.

Bilardo masasının boyutlarının değiştirilmesi sonucu öğrencilerin yaptığı çıkarım ve genellemeleri de esneklik başlığı altında aşağıda detaylı bir şekilde verilmiştir.



Şekil 4.17. $\ddot{O}_1$ 'in İkinci Soruya Ait 10. Çözümü

4.1.2.3 Sorunun Bir Koşulu Değişmesi Sonucu Çözümlerin Esnetilmesi

Öncelikle öğrencilere orijinal problemdeki masa boyutunun değişmesi sonucunda 45 derecelik açı ile hareket eden topun hangi köşeye gideceği sorulmuştur. Masa boyutunun önce 4×7 olması durumunda A'dan atılan topun hangi deliğe düşeceği sorulmuştur. Sonra da masanın uzunluğu 1 birim daha artırılarak 4×8 olması ile masa boyutlarının tek ya da çift olması sonucu değiştirip değiştirmeyeceği, bilgiyi yeni duruma nasıl uyarlamaya çalıştıkları gözlenmek istenmiştir. Masanın boyutlarının $n \times 2n$ iken $n \times 3n$ en $n \times 4n$ gibi belli oranlarda değiştiğinde topun hangi deliğe düşeceği tahmin edilebileceği hedeflenmiştir. Ayrıca masanın boyutlarının tek sayıda yada çift sayıda birim kareden oluşması daha büyük masalar için topun düşeceği deliği, çizmeden bulunup bulunamayacağı hedeflenmiştir.

A:Şimdi yine 45 derecelik açı ile masanın boyutlarını 4×7 olacak şekilde tekrar çizelim. Bu kağıdı kullanabilirsin.

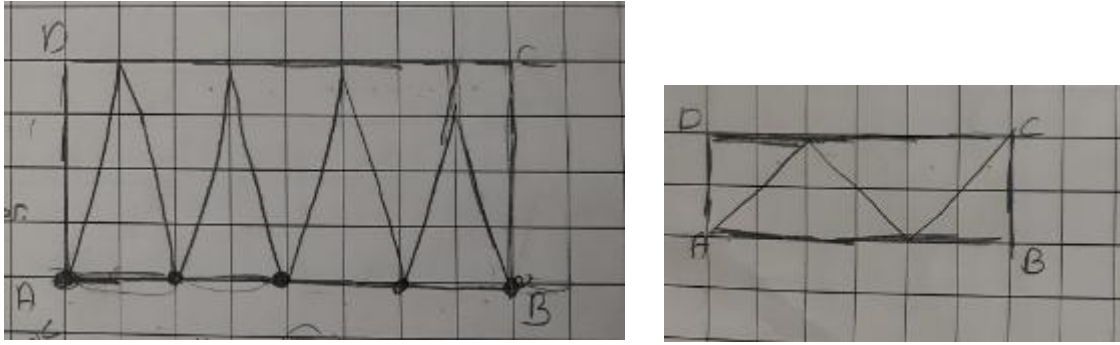
$\ddot{O}_2$:Yine A'daki top D deliğine düşer.

A:Peki şimdi hemen altında 4×8 birim çizelim mi .

$\ddot{O}_2$:Olmadı karşıdaki deliğe düşer ama burada bu bunun yarısı zaten hep böyle olur (CD kenarının orta noktasını göstererek). Yani hep buraya değer.

Masanın boyutlarının 4×8 olduğu durumdan sonra öğrencilerin hepsi masanın boyutlarının $n \times 2n$ olması durumunda topun hep yanındaki deliğe düşeceğini ifade etmişlerdir. Ayrıca

öğrenciler bu çözümden sonra $n \times 3n$ ve $n \times 4n$ durumlarında da aynı olacağını, tek sayı katlarında çapraz köşeye, çift sayı katlarında ise yandaki köşeye gideceğini ifade etmişlerdir.



Şekil 4.18. Ö₄'ün 2. Problemin Değişen Koşulu İçin Yaptığı Çözüm

Ö₃ değişen masa boyutları için farklı yaklaşımlar da bulunmuştur. Basanın boyutları tek sayıda birim karelerden oluşursa, ya da bir tanesi tek sayıda bir tanesi çift sayıda kareler olursa ne olur diye merak etmiştir. Aşağıdaki şekilde de görüldüğü gibi farklı boyutlarda deneme yapmıştır. Bunu yaparken masanın kenarlarına topun değme sayısını dikkate alarak bazı yerlerde çizimlerini kısaltarak sadece karşı köşeye değeceği noktayı göstererek devam etmiştir.

A :Bu çizdiğin ne anlama geliyor

Ö₁ :Şöyle yani devam etmedim. Etseydim diğerleri gibi ortasında eşkenar dörtgenler olurdu

A :Peki devam edebilirsin

Ö₁ :Zaten bu kenardaki yerlere böyle geliyor. (Kenarlarda topun değdiği yerleri göstererek). Başka bir tane daha çizeyim .ama bir dakika

A :Ne oldu

Ö₁ :Acaba şey olur mu dik kısmı ile yatay kısmı farklı olsa (dikdörtgenin kısa ve uzun kenarının yer değişmesinden bahsediyor).

Ö₁ :Şimdi şöyle buldum ama çiftlerde sağlamıyor gibi

Ne buldun?

Ö₁ :Şimdi dik çift, yatay kısım tek ise her türlü D (dikdörtgenin en ve uzunluğundan bahsediyor).

Yatay çift dik kısım tek ise her türlü B olur. (A köşesinden atılan topun en son gittiği köşeyi demek istiyor.

A :Hım güzel. Az önce çiftlerde olmuyor demiştin ona eklemek istediğin bir şey var mı?

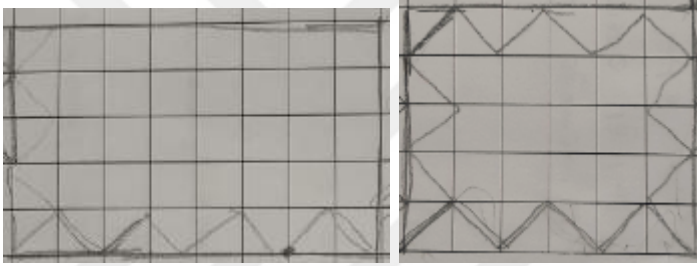
Ö₁ :Aslında şunu düşündüm. Şimdi masanın boyutunu genişletsem de bir şey değişmiyor.

A :Nasıl genişletmek bir örnek verir misin

Ö₁ :Mesela ilk şekil varya (orijinal problemdeki şekli göstererek). Onu küçültsem de yine D köşesine gider.

A :O zaman ne yaparız ikisi de çift olursa

Ö₁ :Sadeleştiririz .sonra çözeriz. Hem yukarıdakiler olacak



Şekil 4.19. Ö₁'in İkinci Sorunun Değişen koşulu için yaptığı Çözüm

4.1.3.Üçüncü Problemin Çözüm Sürecinin Yaratıcılık Açısından Analizi

Kitaplık ödünç verme sistemi için işleyiş şemasının oluşturması istenen bu soruda belli özel şartlar vardır. Üzerinde gecikmiş kitap ya da dergi kaydı bulunan kişilere hiçbir şekilde ödünç verilmeyecektir. Bir nevi ön şart olan gecikme cezası bulunması işleyiş şemasının önemli bir bileşenidir. Yine aynı şekilde ayrıltilmiş yayın olması durumunda kişiye göre değişmeyen bir ödünç verme süresi vardır. Öğrencilerden oluşturdukları şemaların hangisinin daha işlevsel olduğunu kendi çözümleri arasında yorum yapmaları istenmiştir. Öğrencilerin çoğu cezalı mı? sorusunun en başta sorulmasının işleyiş şemasını kısalttığını söylemiştir. Aynı şekilde ayrıltilmiş yayın olup olmadığının kişiye göre değişmediği için en başta sorulmasının da şemayı daha işlevsel hale getirdiğini ve az soru ile ödünç verme işleminin tamamlanabileceğini söylemişlerdir.

Kitaplık ödünç verme işleyiş şeması ile ilgili sorunun çözüm süreci ve ürünleri yaratıcılık açısından kodlanarak; akıcılık ve esneklik boyutları ortaya konulmuştur.

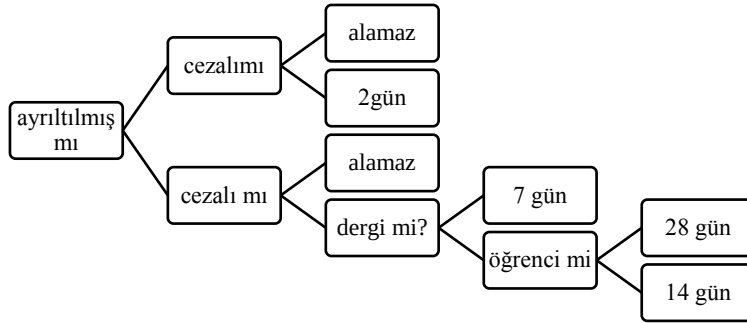
4.1.3.1 Akıcılık

Bireyin bir problem durumuna ürettiği fikirlerden oluşan akıcılık kavramı yaratıcılık ile doğrudan ilişkili bir kavramdır. Dolayısıyla öğrencilerin ne kadar çok fikir ürettikleri ile doğrudan ilişkilidir. Bu problemi çözerken öğrenciler ortalama 3 farklı fikir üretmişlerdir. Öğrencilerin tamamı kitaplık ödünç verme sistemi için işlevsel, her sorunun yalnızca iki çıktısı olan bir işleyiş şeması geliştirmişlerdir. Geliştirilen işleyiş şemalarından bazıları, daha pratik, daha az soru ile sonuca ulaşılabilirken, bazıları aynı soruları iki defa sorulması ile sonuca ulaşılabilmiştir. Aşağıda öğrenciler tarafından ortaya konan bütün fikirler akıcılık tablosunda gösterilmiştir.

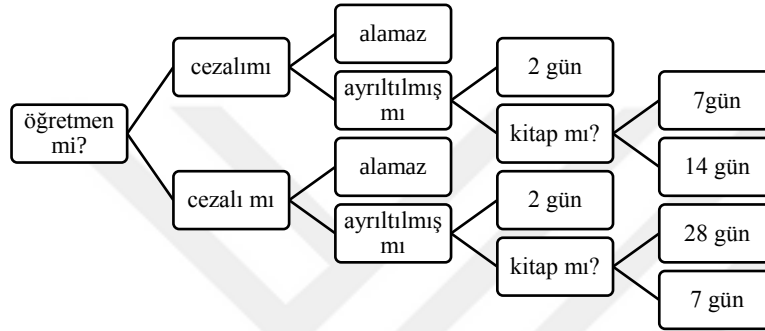
Tablo 4.7. 3. Soruya Ait Akıcılık Tablosu

Üretilen Fikirler	Öğrenciler
Çözüm 1 <pre> graph LR A[cezalı mı] --> B[alamaz] A --> C[ayrılmış mı] C --> D[2 gün] C --> E[dergi mi?] E --> F[7 gün] E --> G[öğretmen mi] G --> H[28 gün] G --> I[14 gün] </pre>	Ö₁, Ö₃, Ö₅, Ö₆
Çözüm 2 <pre> graph LR A[ayrılmış mı] --> B[cezalı mı?] A --> C[cezalı mı?] B --> D[alamaz] B --> E[2 gün] C --> F[alamaz] C --> G[öğretmen mi?] G --> H[dergi mi] G --> I[dergi mi] H --> J[7 gün] H --> K[14 gün] I --> L[28 gün] I --> M[7 gün] </pre>	Ö₁

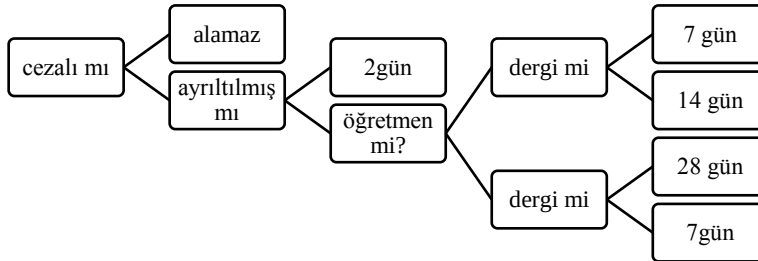
Çözüm 3

Ö₃

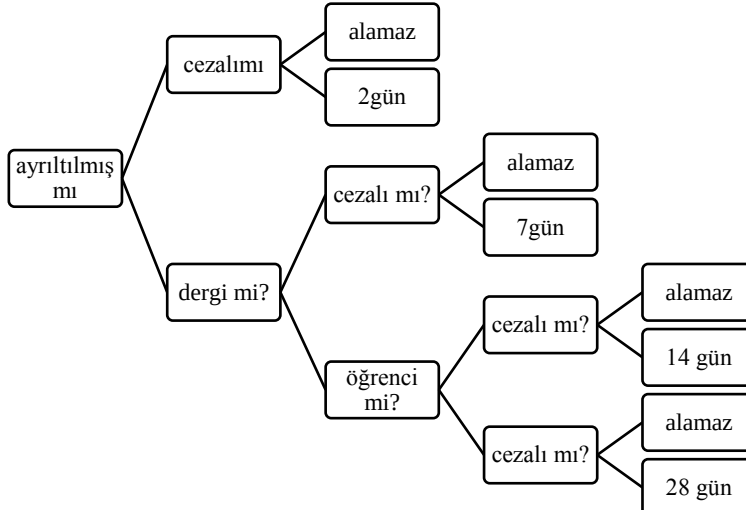
Çözüm 4

Ö₂, Ö₄

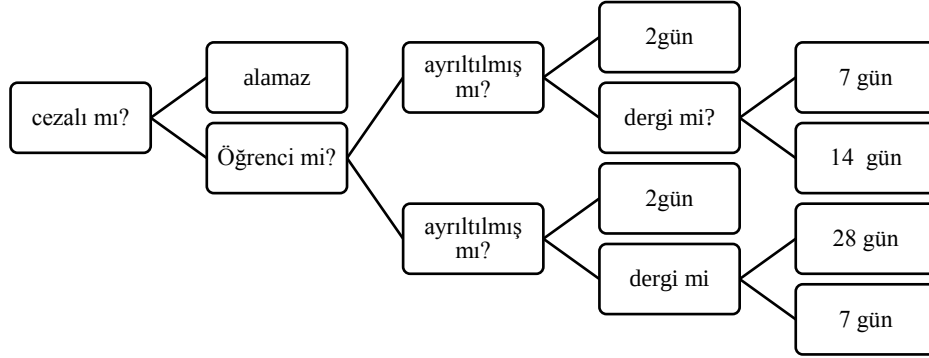
Çözüm 5

Ö₂

Çözüm 6

Ö₅, Ö₄

Çözüm 7

Ö₄

Çözüm 8

Ö₆

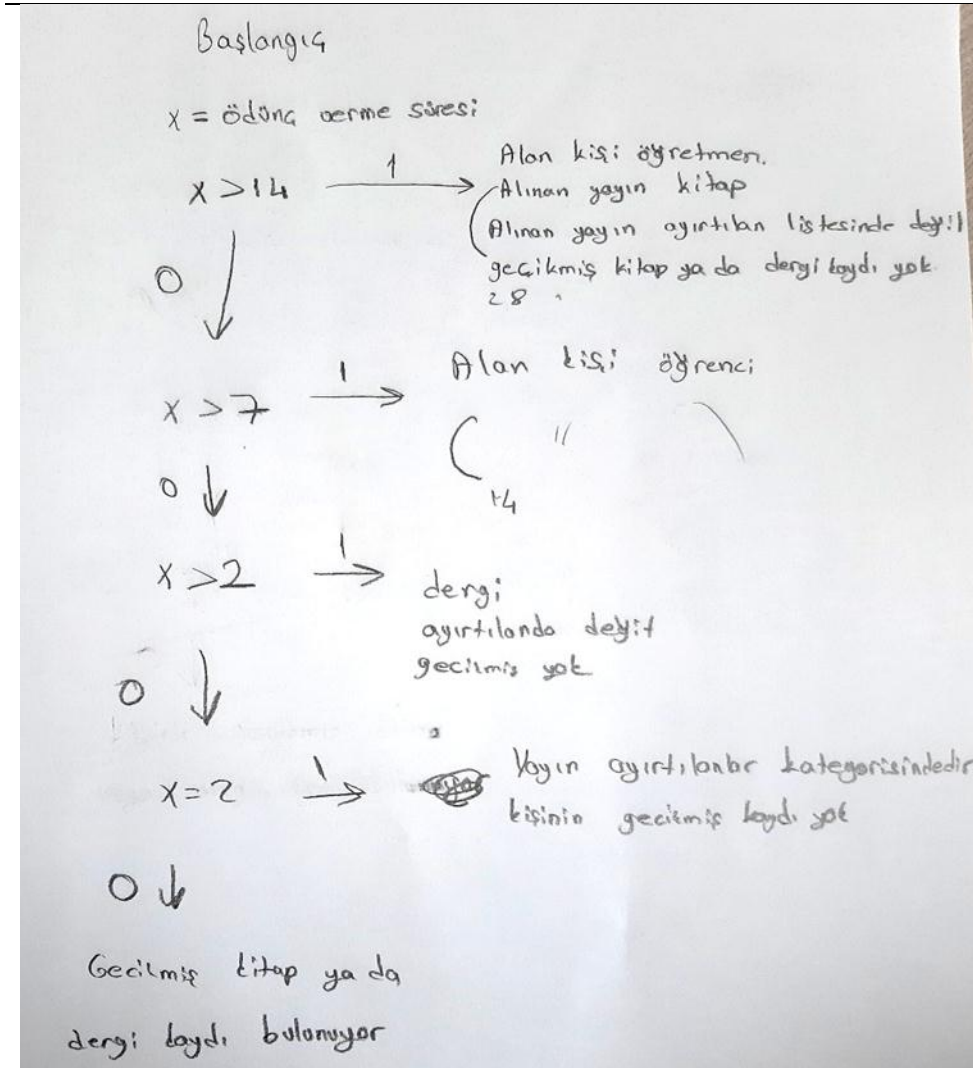
Çözüm 9

Ö₁, Ö₃

En uzun

Çözüm 10

Ö₆



Orjinal problemde sorulan sorular eşkenar dörtgen içinde cevaplar ise dikdörtgen içerisinde yazılmış olarak verilmiştir. İşleyiş şeması oluşturan öğrencilerden sadece Ö₁ bu duruma dikkat etmiş ve şu diyaloglar geçmiştir.

A: Peki şu çizdiğin şemada kare ve eşkenar dörtgen kullandın. Bir anlamı var mı ?

Ö₁: (1.kareyi işaret ederek) Benim anladığım kadarıyla bu sonuç. 1. Eşkenar dörtgende soru (Altındaki eşkenar dörtgeni işaret ederek) yani çıkış girişi var mı?

A: Farklı anlamlara mı geldiğini söylüyorsun?

Ö₁: Evet. (soruyu işaret ederek) böyle kullanmış.

Ö₄, ilk çözümüne öğretmen mi soru ile başlamıştır. Cezalı olma durumu ve ayrılmalı kitap olma durumunda soruyu iki defa sormanın işleyiş şemasını uzatacağını fark edememiştir.

Bundan dolayı en kısa şemayı yani çözüm 1'i yapamamıştır. Araştırmacı ile öğrenci arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

A: Peki daha az soru sorarak bir şema çizebilir miydik?

Ö₄: Nasıl yani ?

A: Mesela burada 6 tane soru sordun değil mi? daha az olabilir mi?

Ö₄: Yani cezalı mı diye sorabilirim.

A: Peki .kağıda yazar mısın ?

Ö₄: Sonra da öğretmen mi öğrenci olabilir. Fark etmez . Öğrenci olsa (çözüm 7'deki işleyiş şemasını çizdi.)

Farklı bir işleyiş şeması yapmaya çalışan Ö₅ algoritma oluşturmaya çalışmıştır. Kendi ifadesi ile tersten soru soru sorarak ödünç alınan gün sayısına göre kitap mı, dergi mi olduğuna hem de öğretmen ve öğrenci olduğu sonucuna varıyor. Öğrenci ile araştırmacı arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö₅: Tamam. Şimdi aşağı yukarı aynısı olacak ama mesela bunu tersten soru sorabiliriz

A: Ne mesela en sondaki soruyu mu?

Ö₅: Hayır yok mesela ıı ödünç verme süresi 28 gün ya şey işte her türlü bilgi çıkıyor

A: Nasıl her türlü bilgi çıkıyor?

Ö₅: hem öğretmen oluyor hem istediği şey kitap oluyor. Ayırılan kategorisinde olmuyor hem de daha önce aldığı bir kitap ve dergi

A: Tamam peki diğer şeyler için de söyleyebilir miyiz? Mesela ödünç verme süresi 14 gün ise ne olur?

Ö₅: 14 gün için bunda da aynısı olur ama bunda da şeyi bilemezsin öğretmen mi öğrenci mi olduğunu

A: Hım peki nasıl belirleyeceğiz?

Ö₅: Bir şey deneyim

A: tabi

Ö₅: bilgi girişini nasıl yapayım?

A: ne demek istedin bilgi girişi derken ilk soruyu mu?

Ö₅: Mesela şey diyeceğim ödünç verme süresine x diyeceğim.

A: Peki sonra?

Ö₅: sonra işte. Yani böyle bilgisayar sistemi gibi bir şey.

A: peki

Ö₅: Mesela x büyüktür 15 desem mesela. X büyüktür 15 ise hem öğretmen hem kitap hem de gecikmiş bir şeyin olmadığını gösterir.

A: tamam peki sonra .

Ö₅: Burada aslında şeyi buluyoruz mesela kişinin kaç gün şey olduğunu değil de kişi gününü bilecek Mesela Ödünç verme süresine göre o kişiyi bir kitap hakkındaki bilgileri şey yapan

Ö₅: Mesela $X > 14$ olursa Bunları yaparım

A: tamam

Ö₅: Yazayım mı ?

A: Yazabilirsin

Ö₅: Yazmaya başlar

A: Sıfır ve bir neyi temsil ediyor?

Ö₅: mantık olarak yaptım doğruysa 1 yanlışsa 0

4.1.3.2 Esneklik

Esneklik, bireyin bir problem durumuna ürettiği çözümlerin ve fikirlerin ne kadar farklılaştığı ile ilgilidir. Farklı kavramlara odaklanarak yeni çözümler üretme, değişen durumlar arasında düşünceyi esnetebilme durumudur. Bu bilgiler doğrultusunda öğrencilerin ürettiği tüm fikirler bütünsel bir bakış açısıyla ele alınmıştır. Daha sonra fikirlerin altında yatan ana düşünce temele alınarak değerlendirilmiştir. Aşağıdaki tabloda orta çıkan tüm fikirler benzerlik ve farklılıklara göre gruplandırılmıştır.

Öğrencilerin ürettiği fikirler esneklik bakımından incelendiğinde, üç farklı düşünce üzerine odaklanıldığı görülmektedir. Kütüphane ödünç verme sistemini denetleyecek işleyiş şeması, 4 soru üzerine inşaa edilmiş. Fikir1 en işlevsel olarak kodlanmıştır. Çözüme ilk bu şema ile başlayan öğrenciler (Ö₁, Ö₃, Ö₅, Ö₆) bu çözümün en kısa yol olduğunu ifade etmişlerdir. Üzerinde geri verilmesi gecikmiş kitap ya da dergi kaydı bulunan kişilere (öğrencilerin cezalı olarak nitelendirdiği kişiler) ödünç kitap verilmeyeceği için bu sorunun başta sorulması süreci kısaltacaktır. Fikir1 dışındaki çözümlerde “Ayrıtılan” kategorisinde bir kitap olup olmadığı sorulmuş bu soru ile başlayan şemalar en az 5 soru ile en fazla 7 soru ile oluşturulmuştur.

Ö₆'nın geliştirdiği algoritma ise farklı bir düşünce üzerine inşa edildiği için o da ayrı bir kategoride değerlendirilmiştir.

Tablo 4.8. 3. Soruya Ait Esneklik Tablosu

Temel Düşünce	Çözümler
En işlevsel	Çözüm1
4 taneden fazla soru kullanılan şemalar	Çözüm2, Çözüm3, Çözüm4, Çözüm5, Çözüm6, Çözüm7, Çözüm8
Algoritma	Çözüm10

Ö₁, Ö₃, Ö₅ oluşturdukları şemaları kendileri kategorize ederek en kısa ve işlevsel olanın cezalı mı? sorusu ile başlaması gerektiğini söylemişlerdir. Ayrıca Ö₁, en az soru ile oluşturulacak şemada dört soru sorulabileceğini ve şemanın en son cevapları yani çıktıları soru sayısından bir fazla yani beş tane olacağını belirtti. En karmaşık şema için önce öğretmen mi? sorusu ile başlayarak, devamında da en son cezalı mı? sorusunun sorulması gerektiğini ve bu şekilde toplam 16 tane cevap olacağını söylemiştir.

Ö₁: Şimdi bir şey var ve onu hayal etmem lazım bir de üstünde hepsine cezalı mı sormam lazım.

A: anlamadım neden soracaksın?

Ö₁: Cezalı en son soracağım daha fazla yer olsun diye en başta sorsam daha az olur.(Birinci çizimindeki 4. eşkenar dörtgeni işaret ederek) Aslında Bunun tersini yapıyorum. (İlk çözümünü göstererek).

A: Anladım en az soru sorduğun bu şimdi de en çok soru sorarak oluşturuyorsun.

Ö₁: evet. Zaten cezalı ortaya koymam mümkün değil.

A: Mümkün değil mi?

Ö₁: Çünkü hepsini sormam gerekir. Hani en uzununu yapacağım ya

A: hım peki

Ö₁: İlk sıradaki en son eşkenar dörtgeni işaret ederek hayır evet ben direk kaç gün kalacağını alacağım. Hayırsa kitap alamaz çarpı koydum.

A:Tamam.

Ö₁:Şimdi fark ettin mi bilmiyorum. (1. çizdiği kağıdı işaret ederek) Yeni kağıtta (1. eşkenar dörtgeni işaret) eder ve burada 1 tane öğretmen var 2 tane dergi mi sorusu 4 tane ayırılmış mı sorusu 8 tane cezalı mı sorusu var.

A: evet gördüm .neden öyle oldu sence

Ö₁:ikinin katları, kuvvetlerine göre oluyor.2'nin Kuvvetleri oldu çünkü İki seçenek var.

A:Öğretmen öğrencilerden dolayı mı iki yoksa ?

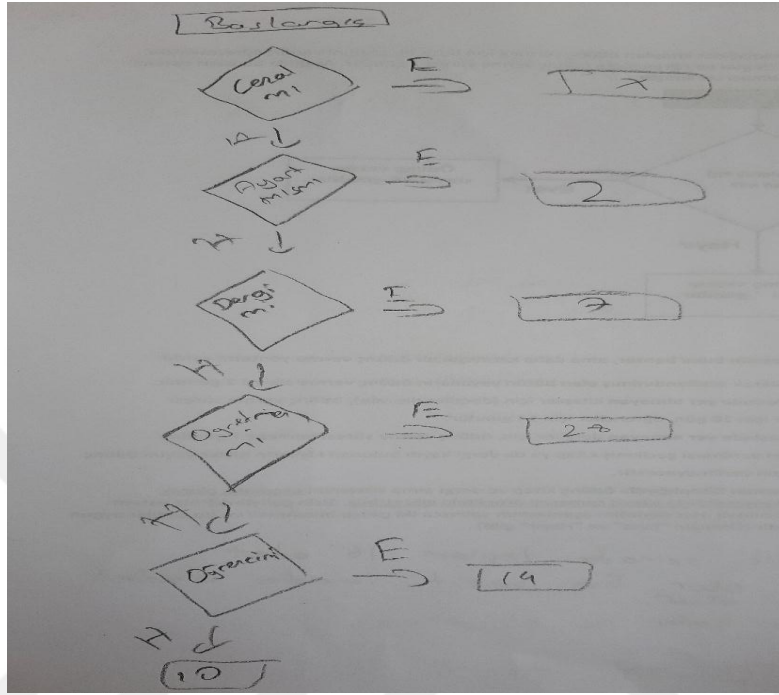
Ö₁: Yani bu öğretmen öğrencilerden dolayı mı? 2'nin Kuvvetlerin yoksa evet de hayırdan dolayı mı 2'nin kuvvetleri. .En alttan aldığım için en uzun yolu başvurduğum için çünkü hepsinde ikiye bölünmek zorunda kalıyor. Bir kağıdı işaret eder burada evet de 2 tane şeyin var 2. kağıdı işaret ederek evet de bir sürü seçenek hakkım oluyor. Aslında evet direk öğretmenden başladığım bu yöntem gittiğim diye (birinci kâğıdı işaret ederek) mesela alan öğretmen mi alacağı kitap ayırılmış mı diye gitmek daha kısa olur. Çünkü dergi hem ayırılmış kitabı ikiye ayırdı sonra birinci çizdiği işaret ederek bunda ikisini bir arada tutabilirim.

A:hım peki.

4.1.3.3 Sorunun Bir Koşulu Değişmesi Sonucu Çözümlerin Esnetilmesi

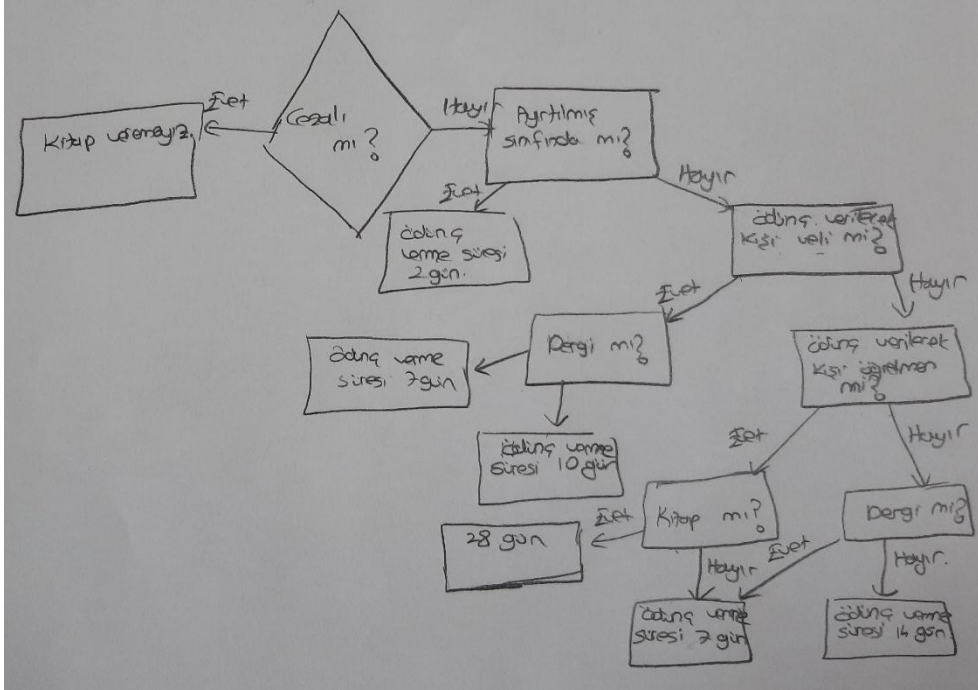
Orijinal probleme ait çözümler yapıldıktan sonra öğrencilere, okul kütüphanesinin ödünç verme sistemine öğrenci velilerini de eklemeleri istenmiş. Veliler içinde dergi ödünç alma süresi 7gün, üzerinde geri verilmesi gecikmiş kitap ya da dergi kaydı bulunanlara ödün kitap ya da dergi verilmeyeceği diğer koşulları öğretmen ve öğrenciler ile aynı, fakat ödünç kitap alma süresi 10 gün olacak şekilde orijinal probleme önerdikleri çözümleri bu soru içinde uygulamaları istenmiştir. Ayrıca varsa başka fikirler bunları da yazmaları istenmiştir. Öğrencilerin hepsi orijinal problem için geliştirdikleri işleyiş şemalarını velileri de sisteme ekleyerek esnetebildi. Ö₁, Ö₃, Ö₅, Ö₆ veliyi en işlevsel şemada sisteme eklemeyi tercih etmişlerdir. Ö₂, Ö₄ ilk durum için oluşturmadıkları çözüm1 deki şemayı veli durumu için uyarlamışlardır. Önce oluşturdukları şemalarda aynı soruları birden fazla sorduklarını fark ettiklerinden dolayı bu son çizimlerinde en kısa yolu ilk başta cezalı mı? sorusu ile başlamakla olmuştur. Buna örnek Ö₁ 'in çizdiği aşağıdaki şema gösterilmiştir. Birden fazla

çözüm üretmesi öğrencilerin yaratıcılıklarını geliştirdiğini söyleyebiliriz. Orijinal problemde fark edemediği bir durumu sorunun bir koşulu değiştiğinde fark etmeleri oldukça dikkat çekicidir.

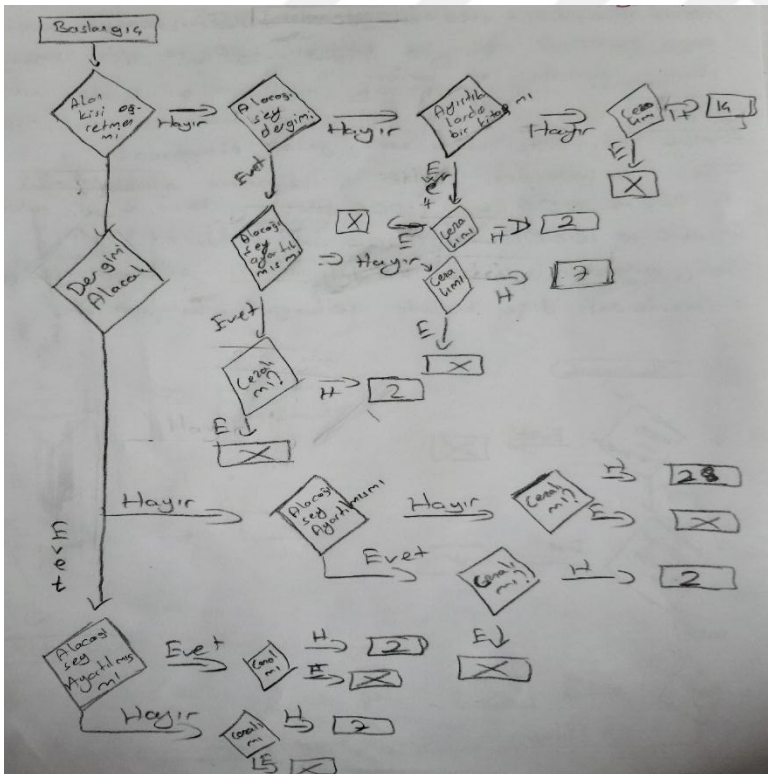


Şekil 4.20. Ö₁'in Sorunun Değişen Koşulu İçin Çözümü

Ö₄ ilk soruda oluşturduğu şemada ödünç alacak kişi öğretmen mi? sorusu ile başladı. İki defa cezalı mı? ayrıltilmiş yayın mı? diye sorduğu şemasının işlevsel olmadığını fark etti. Daha sonra yaptığı şemalarda da sadece cezalı mı? sorusuna odaklandı . Onu en başta sormanın daha mantıklı olacağını ifade etti fakat ilk problemde bu durumu düşünmedi. Aşağıda Ö₄ 'ün velinin de sisteme eklenmiş hali çizdiği şema gösterilmiştir.



Şekil 4.21. Ö4'ün Sorunun Değişen Koşulu İçin Çözümü



Şekil 4.22. Ö1'in Sorunun Değişen Koşulu İçin Çözümü

4.1.4 Dördüncü Problemin Çözüm Sürecinin Yaratıcılık Açısından Analizi

Ardışık dört tam sayının çarpımının 24'e tam bölünmesi iddiasını destekleyecek fikirlerin istendiği soruda bütün öğrenciler bu idaaı destekleyecek en az 1 fikir sunmuşlardır. Öğrenciler önce ardışık sayıların çarpımlarını deneyerek idaanın doğru olup olmadığını test etmek istemişlerdir. Bunu da ilk dört pozitif tamsayı ile yapmışlardır. Buradan sonra öğrencilerin bazıları sayıları farklı ardışık dört sayıyı denemeye devam etmiş bazıları da 24 'ün çarpanlarına odaklanmıştır. 24'ün çarpanlarına odaklanan öğrenciler ardışık sayıların çarpımını hesaplamaya ve sonra da 24'e bölmeye gerek duymamıştır. Daha sonra fikirlerini derinleştiren öğrenciler 0'ı da düşünerek yani 0,1,2,3 sayılarının çarpımının 24'e bölündüğünü söylemişlerdir. Öğrenciler negatif sayıları da kapsayacak şekilde farklı fikirler geliştirerek bu idaaı desteklemiştir.

Ardışık dört tam sayının çarpımının 24'e tam bölünmesi ile ilgili sorunun çözüm süreci ve ürünleri yaratıcılık açısından kodlanarak; akıcılık ve esneklik boyutları ortaya konulmuştur.

4.1.4.1 Akıcılık

Yaratıcılık ile doğrudan ilişkili olan akıcılık bireyin bir problem durumuna ürettiği fikirlerden oluşur. Dolayısıyla öğrencilerin ne kadar çok fikir ürettikleri ile doğrudan ilişkilidir. Öğrenciler bu probleme 4 farklı fikir üretmişlerdir. Öğrencilerin tamamı Ardışık dört tam sayının çarpımının 24'e tam bölünmesi iddiasını destekleyecek fikir sunmuşlardır. Aşağıda öğrenciler tarafından ortaya konan bütün fikirler akıcılık tablosunda gösterilmiştir.

Tablo 4.9. 4. Soruya Ait Akıcılık Tablosu

1.2.3.4 5.6.7.8 10.11.12.13 $n.(n+1).(n+2).(n+3)$	Çözüm1: Pozitif ardışık dört sayının çarpımının çarpılması sonucunun 24'ün katı olması
-1.-2.-3.-4	Çözüm2:Negatif ardışık dört sayının çarpımının çarpılması sonucunun 24'ün katı olması
0.1.2.3 -1.0.1.2 -2.-1.0.1	Çözüm 3: 0 'ın bulunduğu ardışık dört çarpanlar.
24'ün çarpanları	Çözüm4: Çarpanlarının bulunduğu sayıların çarpımına tam bölünür.

Çözüm 4 ile ilgili araştırmacı ve Ö₁ arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö₁: çarpanlarla alakalı büyük ihtimalle

A: Hımm peki

Ö₁: Bu şimdi bir tane dört sayımız olsa a b c d .ve b ikinin katıysa bu da ikinin katı olmak zorunda (d yi göstererek) ikisinden biri aynı zamanda 4 ün katı

A: Hımm ikisinden biri

Ö: Evet .Ya bu yani

Ö₁: Düzgün yazayım ya bu iki ya da İki üzeri iki (b yi göstererek) (d yi göstererek) 2 ise bu iki üzeri iki (c yi göstererek)

A: Tamam güzel

Ö₁: Kat olarak yaptım.

A:peki

Ö₁: Bunlar a ya da b de ikisinden biri kesin üç. Bu ikinin katı olsa bu dördün katı olur

A: O zaman b mi üçün katı olur.

Ö₁: d ya da b belli değil. Bilmiyoruz.

4.1.4.2 Esneklik

Bireylerin bir problem durumuna ürettiği fikirlerin birbirinden farklı olması esneklik ile ilgilidir. Farklı kavramlara odaklanarak yeni fikirler üretme ve değişen durumlara uyum sağlama durumudur. Bu bilgiler doğrultusunda öğrencilerin ürettiği tüm fikirler bütünsel bir bakış açısıyla ele alınmıştır. Fikirlerin altında yatan ana düşünce temele alınarak değerlendirilerek gruplanmıştır.

Tablo 4.10. 4. Soruya Ait Esneklik Tablosu

Odaklanılan Temel düşünce	Çözümler
Ardışık dört tamsayının çarpımı	Çözüm 1, Çözüm 2
0'ın içinde bulunduğu dört sayının çarpımı	Çözüm 3
24'ün çarpanları	Çözüm 4

4.1.4.3 Sorunun Bir Koşulu Değişmesi Sonucu Çözümlerin Esnetilmesi

Orijinal probleme ait çözümler ortaya atıldıktan sonra öğrencilerden herhangi ardışık 3 tam sayının çarpımının hangi tam sayılara tam bölünebileceği sorulmuştur. Orijinal problemde farklı denemeler yapan öğrencilerin hepsi bu durum için zorlanmadan cevap vermişlerdir. Sayıların çarpımını denemeden 1'e, 2'ye ,3'e tam olarak bölüneceğini dolayısıyla 6'ya da bölünür şeklinde ifade etmişlerdir.

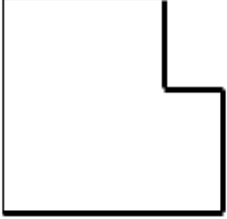
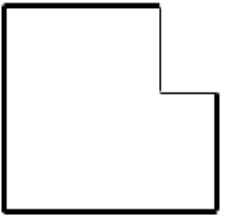
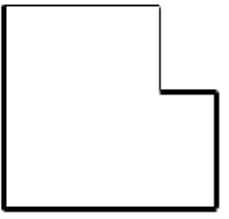
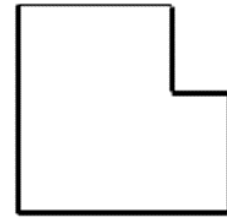
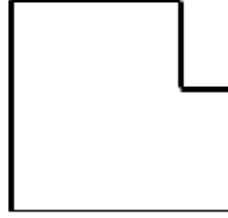
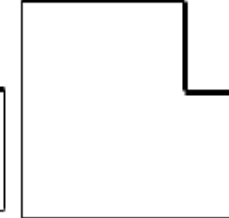
4.1.5 Beşinci Problemin Çözüm Sürecinin Yaratıcılık Açısından Analizi

Planı verilen bir apartman dairesinin toplam taban alanını hesaplamaya yarayan 4 uzunluğu şekil üzerinde göstermeleri ya da çizmeleri istenmiştir. Öğrencilerin tamamı alanı bulmaya yarayacak 4 uzunluğu çizebilmiştir. Kenar uzunluklarına tam sayı değeri vererek hesaplama yapan , hesaplama yapmadan zihinden bir dikdörtgenin alanı hesaplanabilir olduğunu söylemişlerdir. Öğrencilerin oldukça akıcı düşünebildikleri bir soru olmuştur. Ev planı sorusunun çözüm süreci ve ürünleri yaratıcılık açısından kodlanarak; akıcılık, esneklik ve orijinallik boyutları ortaya konulmuştur .

4.1.5.1 Akıcılık

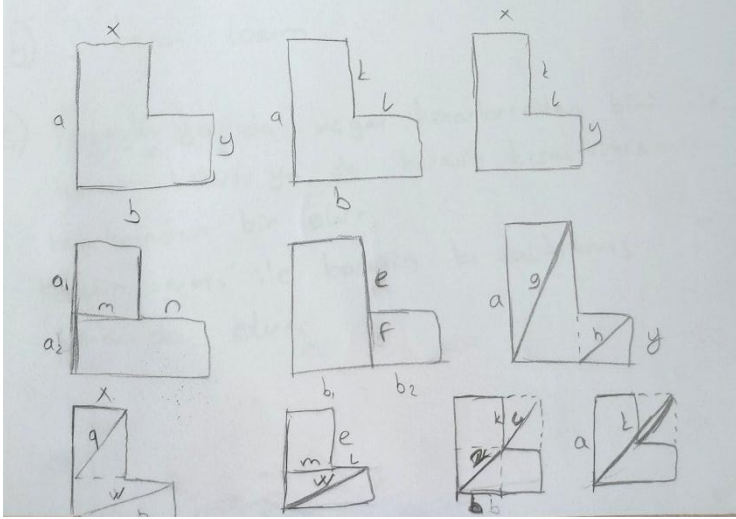
Yaratıcılık, akıcılıkla doğrudan ilişkili bir kavramdır. Akıcılık bireyin bir problem durumuna ürettiği fikirlerin toplamıdır. Dolayısıyla öğrencilerin ne kadar çok fikir ürettikleri ile doğrudan ilişkilidir. Bu problemi çözerken öğrenciler oldukça akıcı düşünebilmişlerdir. Ev planı sorusu için ortalama 5 farklı fikir ve çözüm üretmişlerdir. Bu fikirler aşağıdaki tabloda özetlenerek gösterilmiştir.

Tablo 4.11. 5. Soruya Ait Akıcılık Tablosu

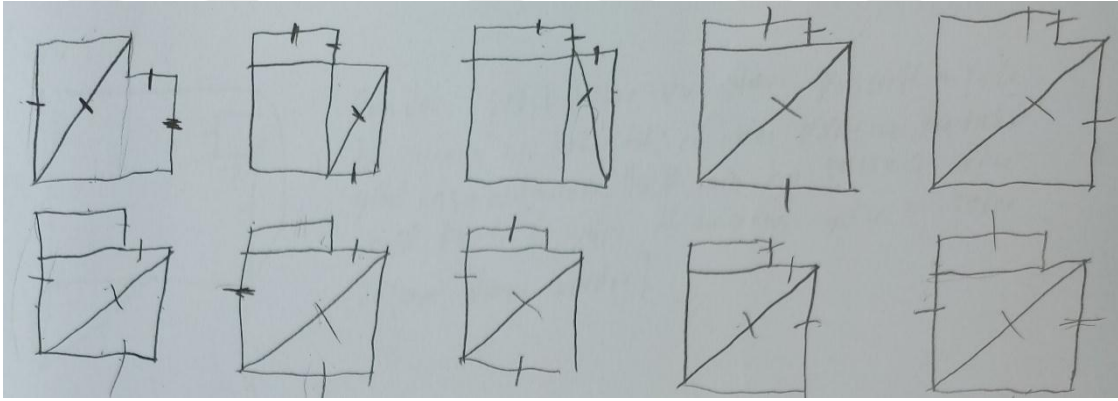
			Çözüm 1 Şekildeki Dört uzunluğun yardımı ile yapılan çözümler
			

	Çözüm2: 3 tane uzunluğun ve şekilde bir yerin çizilerek bir tane köşegen olabilecek uzunluk ve Pisagor teoremi ile hesaplanabilen Çözümler.
	Çözüm 3: şekilde iki köşe birleştirilerek ya da şekli iki dikdörtgene ayırarak oluşturulan çözümler. 2köşegen ve 2 kenar ve Pisagor yardımı ile
	Çözüm 4: Şekli büyük bir dikdörtgene tamamlayarak boşluk kısımdaki dikdörtgenin köşegeni ve 3 kenar uzunluğu yardımı ile yapılan çözümler
	Fikir1: Şekli bir doğru boyunca kesip iki yamuksal bölgeye ayırarak yapılması planlanmıştır. B parçasını saat yönünde 90° döndürdükten sonra simetriğini alarak A parçası ile birleştirerek bir dikdörtgen elde etmeye çalışmıştır.

Öğrencilerin tamamı problemi doğru bir şekilde anlamış ve evin taban alanını bulmaya yarayan 4 uzunluğu çizmişlerdir. Problem de kenar uzunluğu verilmediği için öğrencilerin çözmeye alışık olmadıkları türden sorusuydu. Toplam 13 farklı çözüm önerisi sunan öğrenciler, probleme ilk getirdikleri çözüm önerisi verilen şekil üzerindeki kenar uzunluklarını işaretlemek olmuştur. Daha sonra farklı çözüm yollarını düşünmeye başlayınca şekli iki farklı dikdörtgene ayırma, iki köşeyi birleştirip köşegen oluşturma, pisagoru kullanma, şekli bir yerden ikiye ayırıp bir parçayı taşıyarak diğerinin altına yerleştirip tek bir dikdörtgen elde etme gibi farklı çözüm yollarını düşünmüşleridir.

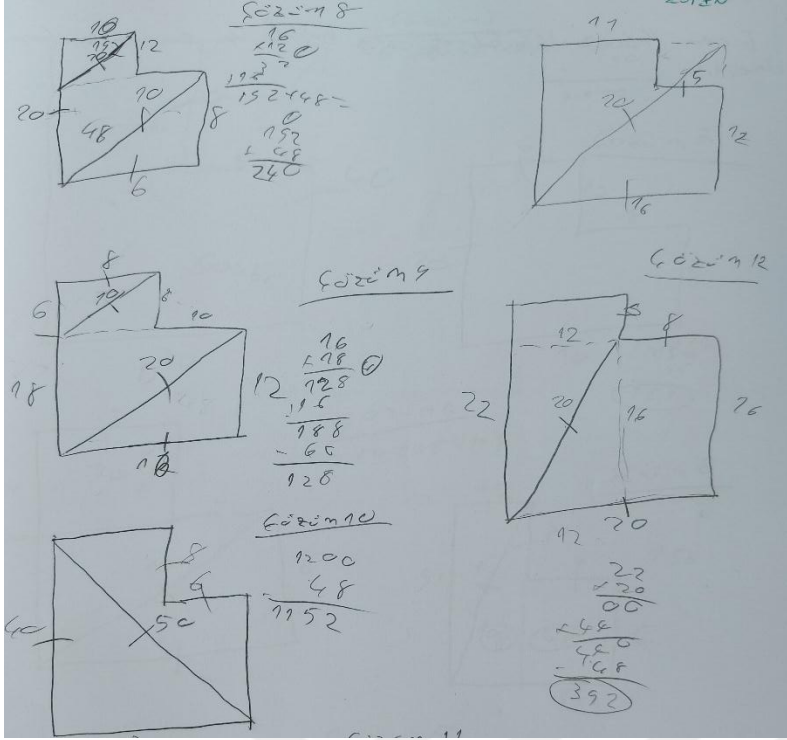


Şekil 4.23 Ö₁'in Beşinci Sorunun Çözümü İçin Oluşturduğu Şekiller



Şekil 4.24 Ö₃'ün Beşinci Sorunun Çözümü İçin Oluşturduğu Şekiller

Ö₆ yaptığı tüm çözümlerde kenar uzunluklarına sayı değeri vererek alanı hesaplamayı tercih etmiştir.



Şekil.4.25 Ö6'nın Beşinci Sorunun Çözümü İçin Oluşturduğu Şekiller

Ö₄ verilen Şekli bir doğru boyunca kesip iki yamuksal bölgeye ayırarak parçalardan birini ters çevirip diğerinin üzerine yerleştirerek bir dikdörtgen elde etmeye çalışmıştır. Öğrenci şeklin kesilen kısmındaki dikdörtgenin kenar uzunluklarının birbirine eşit olduğunu varsayarak yaptığı çözüm için araştırmacı ile öğrenci arasında geçen diyalog aşağıdaki gibidir.

Ö₄: bunu buradan kesersek iki tane şey oluşur. Hani iki kare farkındaki gibi. Sonra da buraya eklersem ters çevirerek bir dikdörtgen olur

A: dikdörtgen mi olacak çizersek?

Ö₄: evet böyle olur.

A: şu çizgileri neden çizdin? (Şeklin kesilen kısımlarına yazdığını işaret ederek)

Ö₄: bu buraya gelecek o yüzden çizdim karışmasın diye.

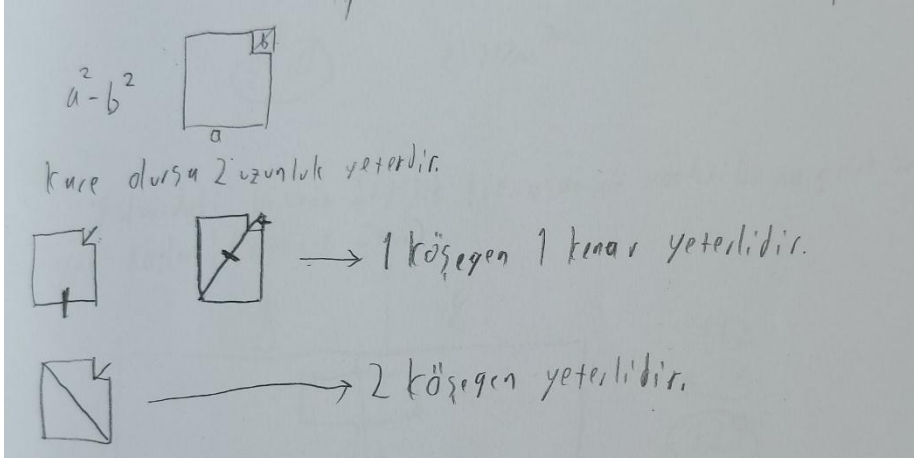
4.1.5.2 Esneklik

Tablo 4.12. 5. Soruya Ait Esneklik Tablosu

	Temel düşünce
Çözüm 1: Dört kenar uzunluğu yardımı ile yapılan çözümler	Şekle hiçbir ekleme yapmadan dört tane kenar uzunluğunun işaretlendiği çözümlerdir.
Çözüm2: Üç kenar uzunluğu, bir tane köşegen ve Pisagor yardımı ile yapılan çözümler Çözüm 3: İki köşegen ,2 kenar ve Pisagor yardımı ile yapılan çözümler Çözüm 4: Dikdörtgene tamamlayarak çizilen köşegen ve 3 kenar uzunluğu yardımı ile yapılan çözümler	Şekli iki dikdörtgene ayıracak şekilde bölünmesiyle ya da dikdörtgene tamamlanması ile, Pisagor teoremi kullanmaya odaklanmış çözümlerdir.
Fikir1: Şekli bir doğru boyunca kesip iki yamuğa ayırdıktan sonra birleştirerek bir dikdörtgen elde etme fikri	Şekli iki yamuğa ayırdıktan sonra döndürme ve simetri ile tekrar birleştirerek bir dikdörtgen elde etmeye odaklanmıştır.

4.1.5.3 Sorunun Bir Koşulu Değişmesi Sonucu Çözümlerin Esnetilmesi

Orijinal problemde 4 uzunluğun işaretlenmesi ya da çizilmesi ile evin taban alanı hesaplanabildiği durumlar üzerinde fikirler üretilmiştir. Daha sonra sadece 2 uzunluk ölçülerek evin taban alanının hesaplanabiliyor olması için evin planı ile ilgili bize nasıl bir bilgi verilmesi gerektiği sorulmuştur. Öğrencilerin tamamı bu duruma uygun cevaplar vermiştir. Genel olarak iki şeklide kare olursa birer kenarlarının verilmesini yeterli olduğunu ifade etmişlerdir. Öğrencilerden $\bar{O}_3$, $\bar{O}_4$, $\bar{O}_6$ özdeşliklerden yararlanarak iki kare farkında yapılan şekle benzediğini söylemişlerdir. $a^2 - b^2$ özdeşliğinde benzer bir şekil çizdiklerini ve bu şekli iki eş parçaya ayırarak birleştirdiklerinde dikdörtgen elde ettiklerini söylemişlerdir.



Şekil 4.26. Ö₃'ün Beşinci Sorunun Değişen Koşulu İçin Çözümü

Ö₁ değişen bu koşul için doğru cevap vererek şekilde kesilen kısmın ve büyük şeklin bir kare olması gerektiğini söylemiştir. Ayrıca buna ek olarak kesilen kısmın tüm şekille orantılı olduğu bir durumda sadece 3 uzunluk ölçülerek de alanın bulunabileceğini ifade etmiştir. Öğrencinin geliştirdiği tüm çözümlerden sonra böyle bir fikir ortaya atması bir esneklik göstergesidir. Ayrıca bu fikir öğrencinin kurduğu bir probleme temel oluşturmuştur. Araştırmanın 2. Sorusunda detaylı bir şekilde öğrencinin kurduğu problem gösterilmiştir.

Ö₁: İki uzunlukla da bulabilirim orantısını verirse eğer iki uzunlukla bulurum

A : nasıl ?

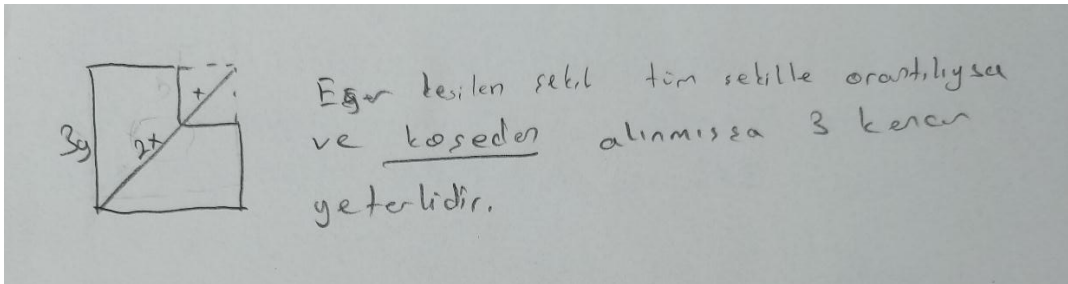
Ö₁: Bir tek çıkarma yaparım .Orantı vermezlerse Vereceği kenarlara bağlı

A: hım

Ö₁: Bir de mesela ikisini verdi o zaman. Ama bir de mesela olmayabilir ama belki üç yerine iki de orantılıdır

A: Tam oranı bulamam mı diyorsun

Ö₁: Evet



Şekil 4.27. Ö₁'in Beşinci Sorunun Değişen Koşulu İçin 2.Çözümü

4.2 Öğrencilerin Problem Kurma sürecindeki Matematiksel Yaratıcılıklarına İlişkin Bulgular

Araştırmanın ikinci bölümü olan öğrencilerin problem kurma sürecindeki yaratıcılıklarının incelenmesi bu bölümde ele alınacaktır. Her soru için gerçekleştirilen 2. Oturum da yapılandırılmış problem kurma etkinliği yapılarak öğrencilerden bir gün önce çözdüğü probleme benzer olabildiğince orijinal, farklı problemler kurmaları istenmiştir. Kurdukları problemlerin çözümlerini de yapmaları istenen öğrencilerden bir oturumda en az 3 problem kurmaları beklenmiştir. Öğrencilerin kurdukları toplam problem sayısı aşağıdaki tabloda gösterilmiştir. Tabloya göre en çok problem kuran öğrenci Ö₂ Ve toplam kurulan problem sayısı 107dir.

Tablo 4.13. Uygulama Esnasında Öğrenciler Tarafından Kurulan Toplam Problem Sayısı

Öğrenci	Kurulan Problem Sayısı
Ö ₁	19
Ö ₂	20
Ö ₃	17
Ö ₄	18
Ö ₅	17
Ö ₆	18
Toplam	107

Öğrenciler tarafından oluşturulan problemler matematiksel açıdan duruma uygunluğuna, dil ve anlatım açısından uygunluğuna ve problemlerin çözülebilirliği açısından analiz edilmiştir. Duruma uygunluk açısından değerlendirildiğinde problemin verilen duruma uygun olup olmadığına, orijinal problemdeki ana temaya uygun problemlerin kurulup kurulmadığına bakılarak değerlendirilir. Çözülebilirlik açıdan incelenen soruların herhangi bir çözümünün olup olmadığına öğrencinin kendi kurduğu soruyu doğru çözüp çözmediğine bakılır. Dilsel açıdan incelenen problemler dil ve anlatım hatası içerip içermediğine, anlaşılır olup olmadığına bakılır. Daha sonra ise değerlendirilen problemlerden duruma uygun olanlar matematiksel yaratıcılık açısından incelenerek değerlendirilmiştir. Duruma uygun olmayan problemler değerlendirme dışı bırakılmıştır.

Tablo 4.14. Problemlerin İncelenmesi

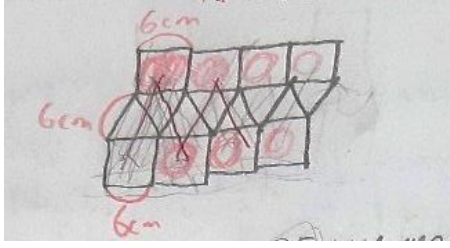
Öğrenciler	Dil ve Anlatım		Duruma Uygunluk		Çözülebilirlik	
	Uygun	Uygun Değil	Uygun	Uygun Değil	Çözülebilir	Çözülemez
Ö ₁	16	3	19	0	18	1
Ö ₂	15	5	17	3	17	0
Ö ₃	12	5	17	0	17	0
Ö ₄	15	3	14	4	16	2
Ö ₅	13	4	17	0	17	0
Ö ₆	12	5	17	1	16	1
Frekans						
Yüzde						

4.2.1 Birinci Problemin Matematiksel Yaratıcılık Açısından İncelenmesi

Kibrit çöpleri kullanılarak kare oluşturulan soruda örüntünün bir adımı sorulmuştur. Soruya birden fazla çözüm yolu öneren öğrenciler bir gün sonra yapılan oturumda problem kurma çalışması yapılmıştır. Öğrencilerin hepsi duruma uygun en az 3 problem oluşturabilmiştir. Oluşan problemler önce duruma uygunluğuna, dil ve anlatım açısından uygunluğuna ve çözülebilirlik açısından incelenmiştir. Öğrencilerden verilen problem duruma uygun problem oluşturmaları istenir. Bu problem için örüntü içeren, verilen ve istenenlerin düzgün ifade edildiği problemler kurulması beklenmiştir. Bu problem kategorisinde oluşturulan toplam 20 problemten sadece bir tanesi duruma uygun olmayan problem olarak değerlendirilmiştir. Ö₆ 'nın oluşturduğu aşağıdaki problem, duruma uygun olmayan problem kategorisinde değerlendirilmiştir.

Kasasında 500 tl olan bir iş adamı, o gün kaç kere para yatırıyor, onun 20 katı kadar borçlanır. Buna göre günde 4 kere para çeken bu iş adamı 20 gün sonra kaç TL'si kalır? (Her seferinde 1tl yatırıyor)

Dil ve anlatım açısından incelenen sorulardan 12 tanesi anlaşılır bir biçimde yazılmış ve dil anlatım hatası içermediği görülmüştür. Ö₃ tarafından kurulmuş aşağıdaki problem örüntünün nasıl başladığı ile ilgili net bilgiler içermediği için dil ve anlatım açısından uygun olmayan kategoride değerlendirilmiştir. Öğrencinin kurduğu problem ve araştırmacı arasında geçen diyalogda şöyledir.



25 tane geometrik şekil kullanılarak yapılan şeklin boyalı olan şekillerin alanlarının toplamının tüm şeklin çevresine oranı kaçtır?

Şekil 4.28. Ö₃'ün oturum 1 de Kurduğu Problem

H: Şimdi şöyle bir örüntü çizerim

A: Nasıl bir şekil bunlar kare mi?

H: Evet kare ve eşkenar üçgenden oluşuyor bir de şöyle her 4 tanesinden 4.sü boyalı oluyor mesela şöyle(aşağıdan yukarıya kareden başlayarak 2 eşkenar üçgeni de içine alarak üstteki kare 4. Oluyor)dördüncüsü boyalı oluyor öyle gidiyor.

A: 4 tane dediğin kısmı anlamadım. Dediğin dördlünde eşkenar üçgenleri 2 defa saydın gibi

H: eşkenar üçgen zaten iki defa kullanılıyor (şekil üzerinde zikzak şeklinde çizerek gösterdi)

A: o zaman tüm kareler boyanıyor mu?

H: ilki dışında

Öğrenciler tarafından kurulan problemler çözülebilirlik açısından incelenmesi sonucu tüm problemlerin çözülebilir kategorisinde olduğu görülmüştür. Bu oranın yüksek çıkması öğrencilerin kurdukları problemlerin çözümünü de yapmalarının bir sonucudur.

Öğrenciler tarafından oluşturulan problemlerin analiz edilmesi sonucunda, problemler benzerlik ve farklılıklarına göre; şekil örüntüsü, sayı örüntüsü, özel şekil örüntüsü, alan, çevre ,dönme ,açı gibi kategorilere ayrılmıştır. Aşağıdaki tabloda kurulan problemlerin hangi kategoride ve kim tarafından oluşturulduğu gösterilmiştir.

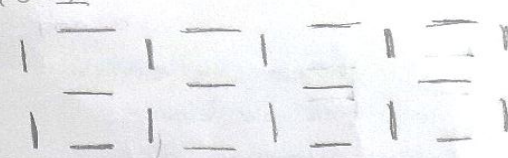
Tablo 4.15. Birinci Oturumda Kurulan Problemlerin Kategorileri

		1.problem	2.problem	3.problem	4.problem
Cebirsel(adım sayısını bulma)	Şekil Örüntüsü	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₅ , Ö ₆	Ö ₂ , Ö ₅		Ö ₂
	Sayı Örüntüsü		Ö ₆	Ö ₃	Ö ₃
	Özel Şekil Örüntüsü	Ö ₄	Ö ₁ , Ö ₄	Ö ₄	
Geometri	Alan		Ö ₃		
	Çevre	Ö ₃		Ö ₂ , Ö ₅	
	Dönme			Ö ₁	
	Açı			Ö ₁	

Genellikle öğrencilerin kurduğu ilk problem orijinal problemdeki gibi kibrit çöpleri ile yapılan bir şekil örüntüsünün belli bir adımındaki kibrit çöpü ya da çubuk sayısını sorma şeklindedir.

Ö₁ ve Ö₂ tarafından oluşturulan ilk problemler birbirine çok benzerdir. Ö₁ kibrit çöplerini 2 satır şeklinde dizerek her defasında şekle bir sütun daha ekleyerek oluştururken Ö₂ 2 sütun olarak her defasında kat eklemiştir. Her defasında 2 kare ekleyerek oluşturma şartını ekleyen Ö₁ sorunun çözümünde kullanılan çubuk sayısını y oluşan kare sayısını x cinsinden rahatça ifade edebilirken Ö₂ biraz zorlanmıştır.

Soru = 1



Her seferinde 2 kare ekleyerek şekilde çubuklarla örüntü kuruluyor.

12 kare için kaç çubuk gerekir.

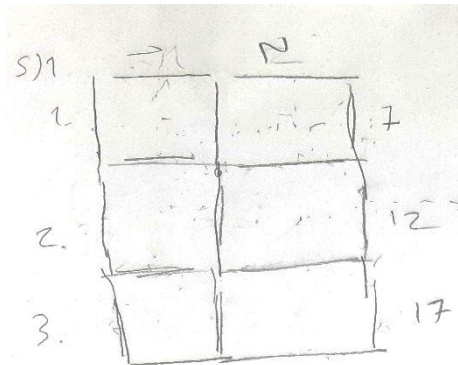
Kare sayısı = x

$$2 \left[\left(\frac{\text{kare sayısı}}{2} \right) \cdot 5 \right] + 2$$

$$\frac{x}{2} \cdot 5 \quad \frac{5x}{2} + 2 = y$$

$$\frac{6 \cdot 5}{2} + 2 = 30 + 2 = 32$$

Şekil 4.29. Ö₁'in oturum 1 de Kurduğu Problem



Şekil 4.30. Ö₂'nin Oturum 1 De Kurduğu Problem

Ö₂:bununki biraz zor düşünüyim 2 tane de 7 tane var 6 tane içinde 17 tane gerekiyor (örüntüye kural bulmak için düşünüyor. Şekil üzerinde 7 ,12 ,17 sayılarının yazdı)her kata mı kareye mi x desem

A:düşün istersen biraz daha

Ö₂:Tamam o zaman kata x diyeyim beşer beşer arttığı için $5x + 2$ diyebilirim sağlıyor.

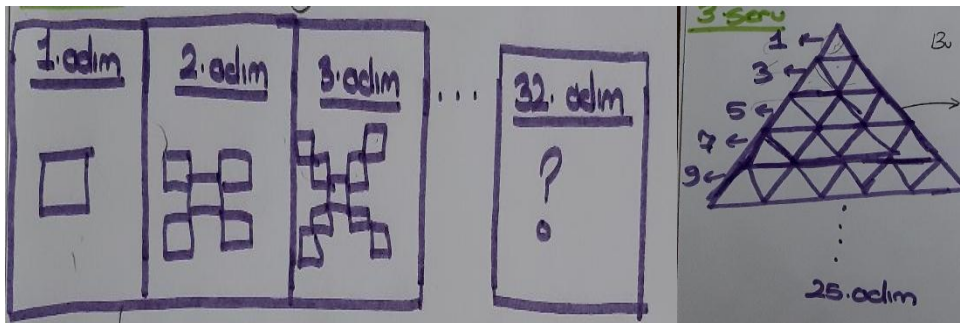
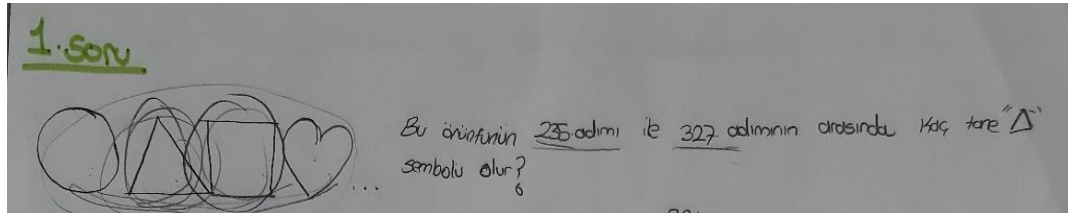
A:Peki x'e kat değil de kare sayısı desek nasıl olur.

Ö₂: düşünüyim yine beşerli artıyor. Olmuyor sanki (ilk sütunu göstererek)birinde + 3 diyoruz diğerinde + 2 .çift sayıdan ve tek sayıda değişiyor(denklemde 17 kullanarak çözdü buldu) bu bulduğumu 2 ile çarparsam kare sayısının da bulurum aslında

A: güzel peki denklemde bunu kullanabilir misin?

Ö₂:O zaman $x/2$ yazarım $y = 5x / 2 + 2$ olur. Denklemi deneyeyim. Oldu.

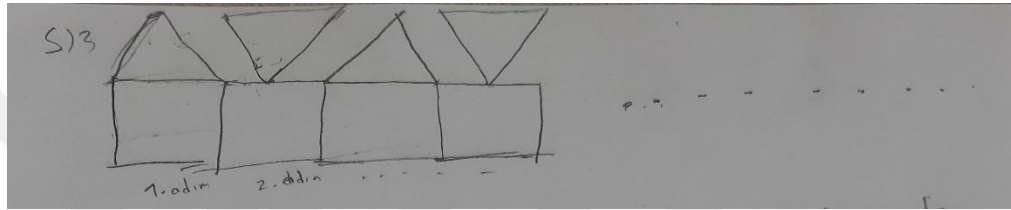
Matematiksel yaratıcılık bakımından incelendiğinde öğrencilerin kurdukları problemlerin farklı kategoride olmaları esneklikleri için bir göstergedir. Örneğin Ö₄ tarafından oluşturulmuş aşağıdaki 3 problemde aynı kategori de değerlendirilmiştir. Birbirine benzer problem kuran öğrenci çözümlerinde örüntünün adım sayılarını yazarak artış miktarına göre denklemi yazıp yine aynı stratejiyi kullanarak çözmüştür.



Şekil 4.31. Ö₄'ün oturum 1 de Kurduğu Problemler

Ö₄,3 problemde de örüntünün belli bir adımını istemiştir. Problemlerin birbirine benzemesi ve aynı kategoride değerlendirilmesinden dolayı öğrencinin esnek düşünmediğini söyleyebiliriz.

Ö₂ tarafından kurulan aşağıdaki problem çevre kategorisinde değerlendirilmiştir. Farklı kavramları düşünerek örüntünün içine yerleştiren öğrencinin esnek düşündüğünü söyleyebiliriz. Yine aynı şekilde öğrencinin kurduğu diğer problemde farklı kategorilerde değerlendirilmiştir.



Şekil 4.32. Ö₂'nin Oturum 1 De Kurduğu Problem

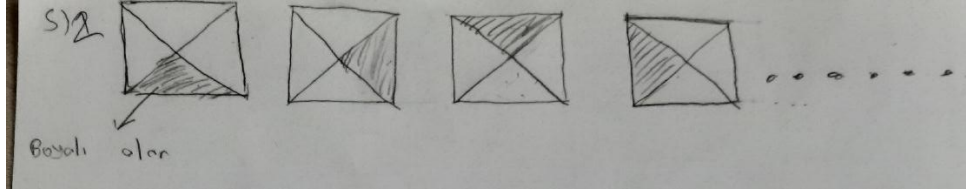
Yukarıdaki örnekte özdeş kare ve eşkenar üçgenden oluşmuş bir şekil verilmiştir. Karenin bir kenarı 5cm, üçgenin bir kenarı 5cm'dir. Buna göre 80. Adımına kadar oluşan şeklin çevresi kaç cm'dir?

Ö₂'nin kurduğu diğer bir problemde kürdanlarla oluşturulmuş kareler içindeki bölgelerin dönme sonucu oluşturduğu bir örüntüdür. Bir şekil için toplam 6 kürdan kullanıldığını belirten öğrenci soruda kürdanların boylarının eşit olup olmadığı ile ilgili bir vermemiştir.

E: Şu şekilde dönüyor Sonra işte bu karelerden her birinden kenarlarından 4 tane 2 tanede bölmek için (köşegenleri göstererek) toplam 6 tane kürdan kullandım.

A: Peki kullandığın bu kürdanların hepsi aynı mı?

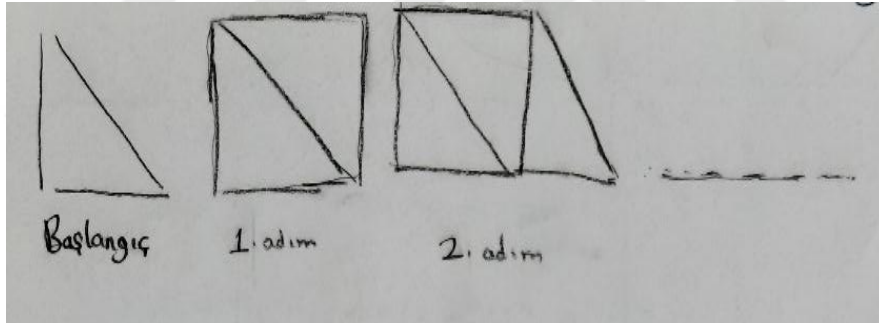
E:hım.Evet onu yazmamışım eşit değiller ama farklı boyutlarda kısa ve uzun kürdanlar var kısa olanlar şunlar (kenarları göstererek)yani toplam 2 uzun 4 kısa kullanıyorum.



Şekil 4.33. Ö₂'nin Oturum 1 de Kurduğu 2. Problem

Yukarıdaki şekil eş karelerden oluşmuş kareler vardır. Bu kareleri 4 eş parçaya bölünmüş ve 1 yüzü boyanmıştır. Boyalı alanlar bir örüntü şeklinde gitmektedir. Her bir karede 6 kürdan vardır. Buna göre 3.şekilden 7 tane kullanılana kadar en fazla kaç kürdan kullanılır?

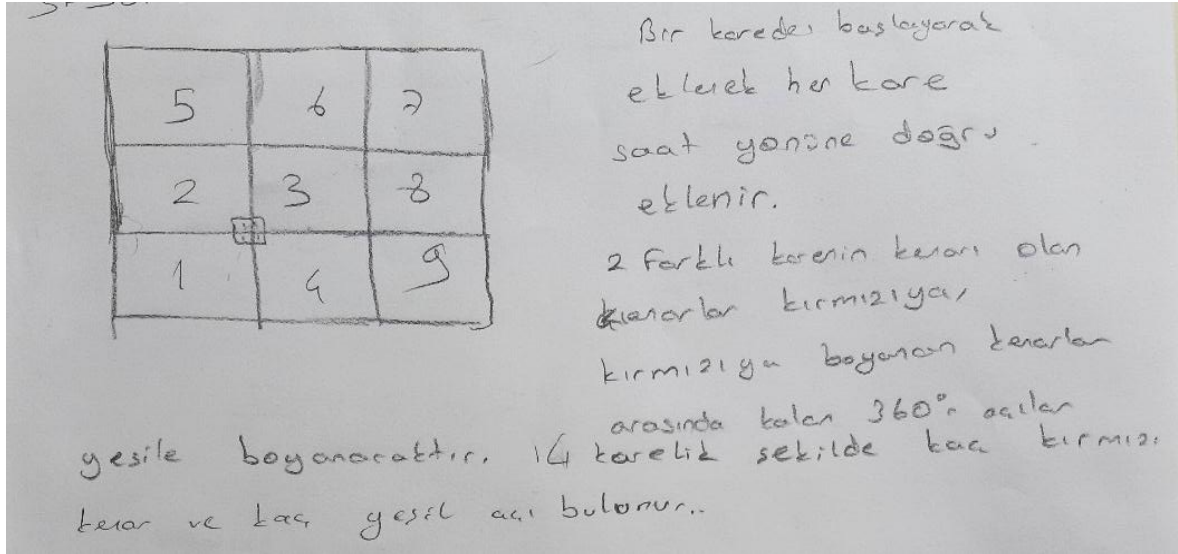
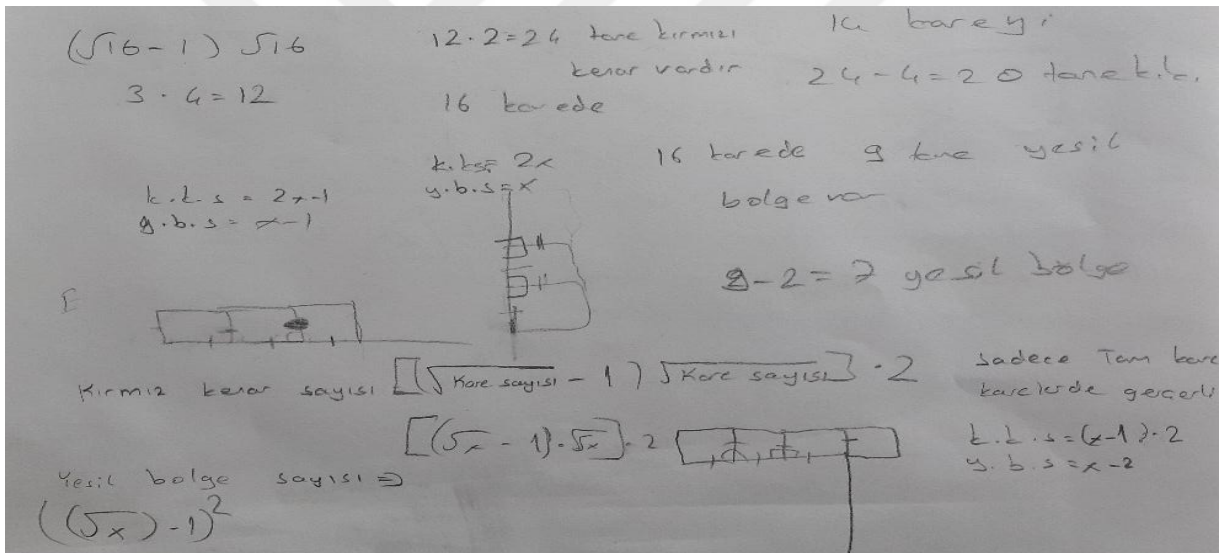
Çevre kategorisinde değerlendirilen aşağıdaki problem Ö₅ tarafından oluşturulmuştur. Kibrit çöplerinin birbirine eşit olmadığını soruyu yazarken ifade eden öğrenci başlangıç adımıyla bunu göstermeye çalışmıştır.



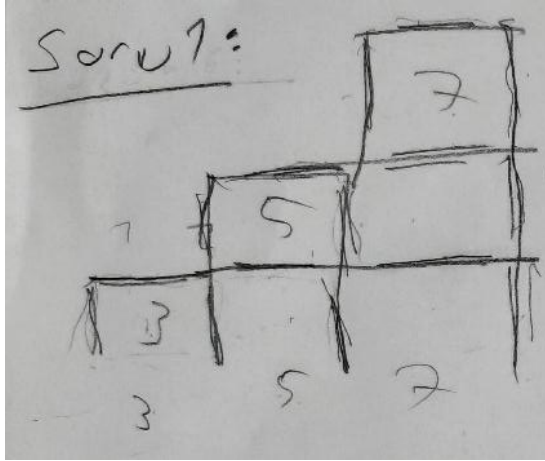
Yukarıdaki örüntüde bir kibrit çubuğunun uzunluğu 5cm ise çevresi 100cm olan şekil kaçınıcı adımdadır.

Şekil 4.34. Ö₅'in Oturum 1 de Kurduğu Problem

Oldukça esnek ve yaratıcı düşünen Ö₁'in oluşturduğu tüm problemler farklı kategorilerde değerlendirilmiştir. Dil ve anlatım yönünden hatası olsa da aşağıdaki problem hem dönme hem de açı kavramını içinde barındıran bir soru olmuştur. 14 karelik şekilde oluşan 360° 'lik açıları ve ortak kenarların sayısının sorulduğu soruda öğrenci çözümü de yapmış ve cebirsel olarak da ifade etmiştir. Aşağıda öğrencinin sorusu ve çözümü verilmiştir. Sadece saat yönünde dönme kısmında bir hata yapmış olsa da şekildeki numaralar ve yerleri değişeceğinden çözüm yine aynı olacaktır. O yüzden bu hata göz ardı edilmiştir.

Şekil 4.35. Ö₁'in Oturum 1 de Kurduğu 2. ProblemŞekil 4.36. Ö₃'ün Oturum 1 de Kurduğu 2.Problemin Çözümü

Şekil örüntüsü kategorisinde değerlendirilen bir diğer problem ise Ö₆ tarafından oluşturulan aşağıdaki problemdir.



Altıları boş bırakılacak şekilde her seferinde 2 artacak şekilde yapılmış bu şekilde 15. karede kaç tane çubuk kullanılır?

Şekil 4.37. Ö₆'nın Oturum 1 de Kurduğu Problem

Öğrenci sorunun çözümünde $3+2.(x-1)$ denklemini kullanarak x yerine 15 yazmıştır. Çözümünde hata yapsa da çözülebilir bir sorudur. Yazdığı cebirsel ifadeyi şekil üzerine yazdığı tek sayılardan yola çıkarak yazmıştır. Aslında yazdığı denklemle 15. Karenin hangi satıra geldiğini hesaplamış olacaktı.

4.2.2 İkinci Problemin Matematiksel Yaratıcılık Açısından İncelenmesi

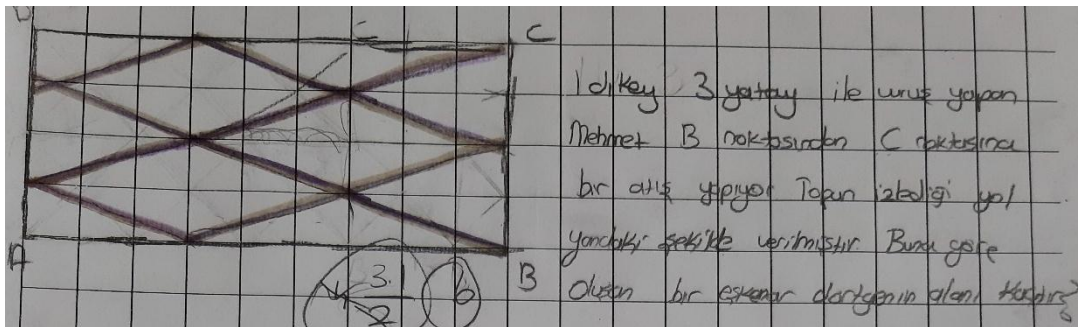
BBM etkinliği olarak da bilinen bılardo masası sorusu öğrencilerin oldukça ilgisini çeken, kareli kağıt üzerinde farklı denemeler yaptığı bir soru olmuştur. Öğrenciler tarafından toplam da 29 tane problem kurulmuştur. Bu problemlerden 1 tanesi duruma uygun olmayan problem kategorisinde değerlendirilmiş, 5 tanesi de dil ve anlatım yönünden hatalı bulunmuştur. Öğrenciler tarafından kurulan problemleri aşağıdaki tabloda birbirlerine benzerlik ve farklılıklarına göre gruplandırılarak verilmiştir. Kurulan problemler incelendiğinde öğrencilerin yoğun olarak masanın boyutlarını $nx2n$, $nx3n$, $nxkn$ gibi tam katı olacak şekilde problemler kurma eğilimi göstermiştir. Problem çözme oturumunda keşfettikleri k eğer çift sayı ise yanındaki köşeye tek sayı ise karşıdaki köşeye düşer fikrini kurdukları problemlere de yansıtılmışlardır. Aynı kategoride değerlendirilen AB kenarına topun değme sayısı da öğrencilerin ifade ettiği $n/1$ eğimle yapılan atışlarla gerçekleştirilmiştir. Bu durum öğrencilere masaların boyutlarını büyük sayılar vererek hesaplama yapmadan kolaylıkla bulmasını sağlamıştır. Öğrenciler tarafından oluşturulan problemlerin analiz edilmesi sonucunda, problemler; $n/1$ eğimle yapılan atışlar , Kenarlara değme sayısı, $nx2n$, $nx3n$, $nx4n...$ gibi 45°lik yapılan atışlar, Topun aldığı toplam yol, Oluşan şekillerin alanları toplamı, Engel

içeren problemler olmak üzere 6 kategoriye ayrılmıştır. Aşağıdaki tabloda her öğrencinin hangi alanda kaç problem oluşturduğu verilmiştir.

Tablo 4.16. İkinci Oturumda Kurulan Problemlerin Kategorileri

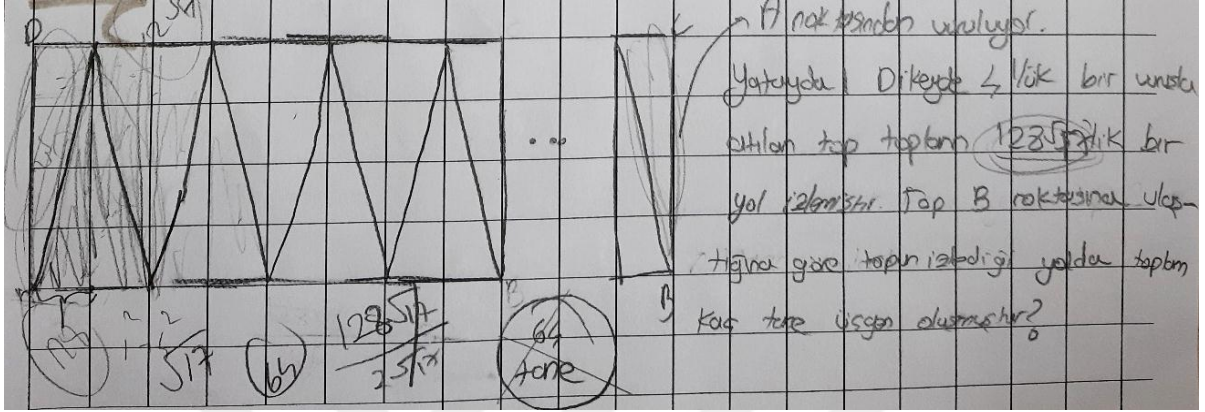
	1.Problem	2.Problem	3.Problem	4.Problem	5.Problem	6.Problem
n/1 eğitimle yapılan atışlar	Ö ₂ ,	Ö ₂ , Ö ₅	Ö ₂ , Ö ₅	Ö ₂ ,	Ö ₂ , Ö ₄ ,	Ö ₂ ,
Kenarlara değme sayısı	Ö ₆	Ö ₄ , Ö ₆	Ö ₆		Ö ₆	Ö ₅
nx2n, nx3n, nx4n... gibi 45°'lik yapılan atışlar	Ö ₃ , Ö ₅			Ö ₄ , Ö ₅ , Ö ₆	Ö ₅ ,	
Topun aldığı toplam yol		Ö ₁ ,	Ö ₄	Ö ₁ ,		
Oluşan şekillerin alanları toplamı	Ö ₆		Ö ₃			
Engel içeren problemler	Ö ₁ ,	Ö ₃	Ö ₁ ,			

Duruma uygun olmayan kategoride değerlendirilen problem aşağıda verilmiştir. Ö₄ 'ün oluşturduğu problem de B noktasından vurulan topun izlediği yol verilmiştir. Topun izlediği yol verildiği için soru sadece eşkenar dörtgenin alanının sorulduğu bir soruya dönüşmüştür. Bu yüzden duruma uygun olmayan problem kategorisinde değerlendirilmiştir.



Şekil 4.38. Ö₁'in Oturum 2 de Kurduğu Problem

Dil ve anlatım yönünden eksik bulunan, Ö₄ 'ün oluşturduğu aşağıdaki problem de toplam kaç tane üçgenin olduğu sorulmuştur. Öğrencinin düşündüğü tabanı $2br$, yüksekliği $4br$ olan ikizkenarlar üçgenlerdir. En başta ve en sonda oluşan dik üçgenler ve tabanı DC üzerinde olan ikizkenar üçgenler ihmal ederek çözmüştür.



Şekil 4.39. Ö₄'ün Oturum 2 de Kurduğu Problem

Matematiksel yaratıcılık bakımından incelendiğinde akıcılık için öğrencilerin kurduğu problem sayısı önemlidir ancak tek başına yeterli değildir. Öğrencinin kurduğu problemlerin farklı kategoride olmaları esneklikleri için bir göstergedir. Örneğin; Ö₂ 6 tane problem oluşturmuş ve bu problemlerin hepsi aynı kategoride değerlendirilmiştir. Diğer yandan Ö₃, 3 tane problem oluşturmuş ancak bu problemler farklı kategoride değerlendirildiği için daha esnek, daha yaratıcı düşündüğü söylenebilir.

Ö₂'nin oluşturduğu problemlerden 4 tanesi aşağıda verilmiştir. Görüldüğü gibi problemler birbirine benzemektedir.

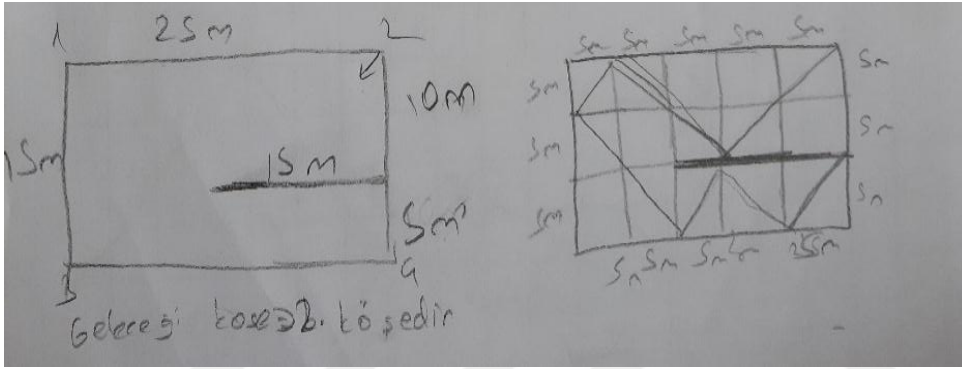
103x4 bir masa verilmiştir. Bilardo oynayan Ali A noktasından 4/1 eğimle topa vurursa hangi noktaya düşer?

100x4 uzunluğundaki bir masa olursa 4/1 eğimle topa vurursa hangi deliğe düşer?

Boyutu enin 2 katı olan bir masada A köşesinden 45°'lik açıyla vuran Ali topu hangi köşeye gönderir?

Boyu enin 3 katı olan bir masada A köşesinden 45° 'lik açıyla vuran Ali topu hangi köşeye gönderir?

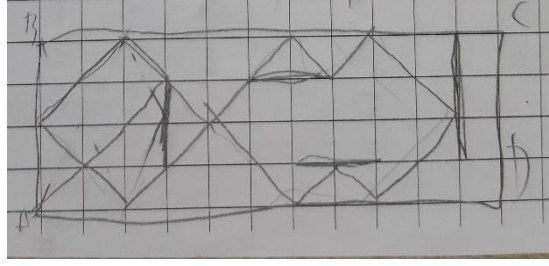
Engel kategorisinde değerlendirilen problemler $\ddot{O}_1$ ve $\ddot{O}_3$ tarafından oluşturulmuştur. Aşağıdaki engel içeren problemlerden ilki $\ddot{O}_1$ 'in problemidir. $25m \times 15m$ verilen masa boyutlarında, öğrenci kenarların ortak böleni olacak şekilde $5m$ şeklinde karelere ayırarak, ayırdığı karelerin köşelerinden geçecek şekilde 45° 'lik açıyla 2 numaralı köşeden vurmıştır. Engelin uzunluğunu ve yerini sorunun çözümünü yaparken karar verdiği görülmüştür.



Şekil 4.40. $\ddot{O}_1$ 'in Oturum 2 De Kurduğu Engel İçeren Problem

15 metreye 25 metre kareli bir örtünün üzerine kalınlığı önemsiz bir tahta bırakılıyor. Bu kareli örtünün etrafı da tahtalarla kapatılıyor. 2 numaralı köşeden atılan bir bilyenin gideceği son köşe?

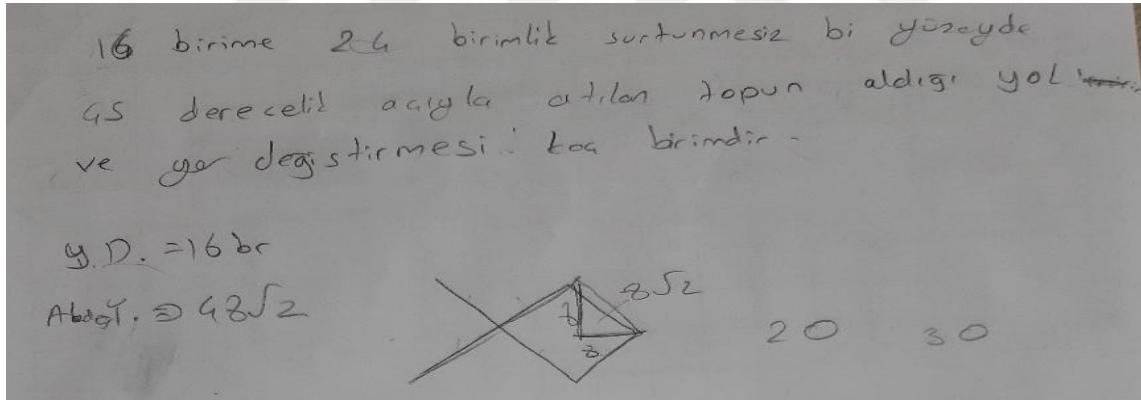
Engel içeren bir diğer problem $\ddot{O}_3$ tarafından oluşturulmuştur. Çözümünde top ilk engelin uç kısmına geldiğinde 45° 'lik açıyla yansırken 2. Ve 3. Defa engelin uç kısmına geldiğinde yansımamıştır. Çözümünü top hiçbir deliğe düşmez olarak yapsa da top yine A deliğine düşecektir. Çözümünde hata yapmış olsa da bu soru dil ve anlatım açısından ve duruma uygun bir soru olarak değerlendirilmiştir.



Bir bilardo masasında (4x11) bazı engeller vardır. 45° 'lik açıyla A köşesinden vuran bir oyuncu hangi deliğe topu düşürür?

Şekil 4.41. Ö₃'ün Oturum 2 De Kurduğu Engel İçeren Problem

Orijinal problemde verilen 6brx4br uzunluğundaki örnek masa üzerinde masanın boyutlarının değişmesi durumunda öğrenci farklı denemeler yapmıştır. Öğrenci soruda 3nx2n boyutlarındaki tüm masalarda 45° 'lik açıyla vuruş yapıldığında çizilen şeklin ilk şekle benzer olacağını keşfetmiştir. Kurduğu problemde bu durumu kullanmıştır.



Şekil 4.42. Ö₁'in Oturum 2 De Kurduğu 3.Problem

Alan kategorisinde değerlendirilen problemlerden biri aşağıda verilmiştir. Ö₃ tarafından kurulan bu problem dil ve anlatım yönünden hatalı/eksik bulunmuştur.

Bir bilardo masasında (6x10), 45° 'lik açıyla vuran birinin oluşturduğu karelerin alanları toplamı kaç br^2 'dir?

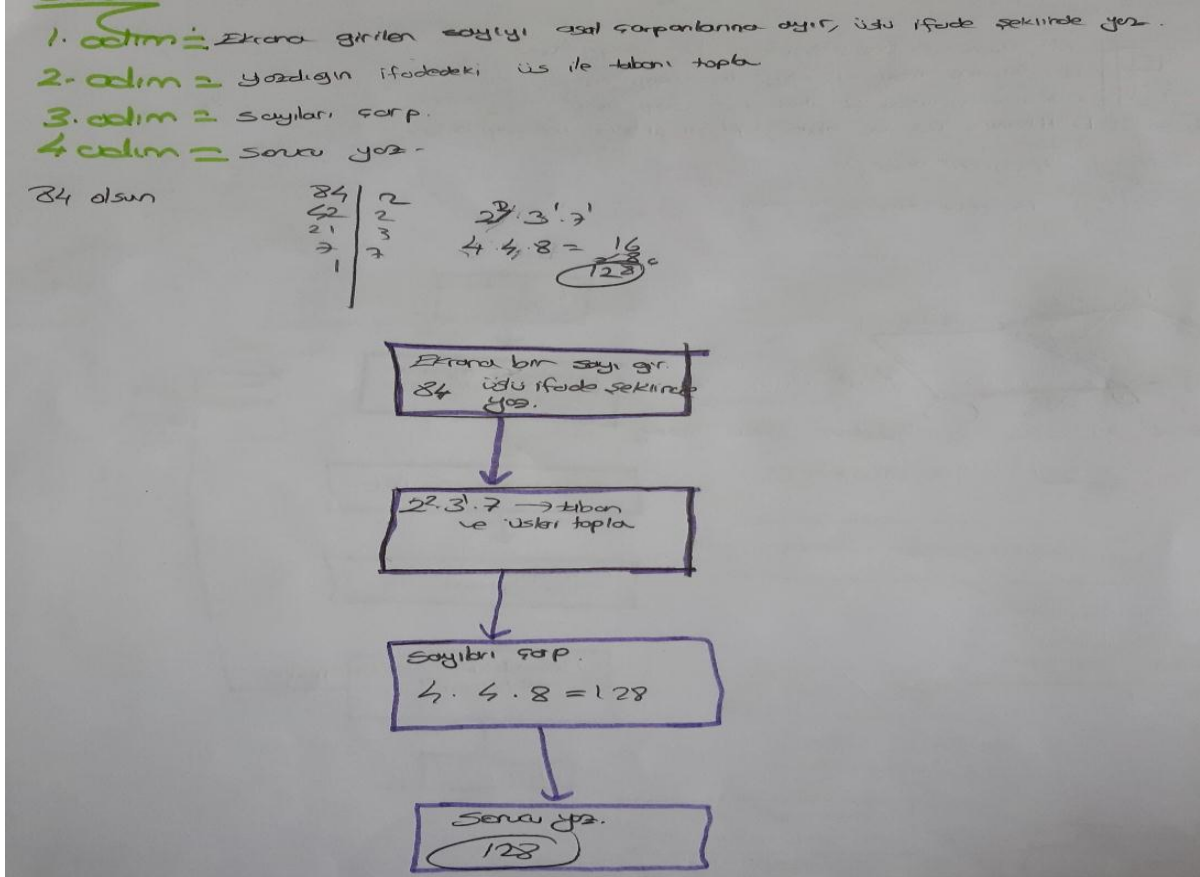
4.2.3 Üçüncü Problemin Matematiksel Yaratıcılık Açısından İncelenmesi

Bir okul kütüphanesinin işleyiş şemasının oluşturulduğu soru ile ilgili öğrenciler toplam 18 tane problem kurmuştur. İncelenen problemlerden 1 tanesi duruma uygun olmayan problem kategorisinde değerlendirilmiştir. Ayrıca bu problemlerden dil ve anlatım yönünden hatalı değerlendirilebilecek soru ile karşılaşılmamıştır. Oluşturulan problemlerdeki şemalara göre; bağımsız koşullardan oluşan şemalar, kapsayan koşul içeren şemalar ,aşamalılık içeren şemalar , belli sayıda soru sormak şartıyla ile sonuca ulaşması gerek şemalar, şemadan anlam çıkararak problemin çözümüne ulaşılan gibi 5 farklı kategori altında incelemiştir. Orijinal problemde de olan üzerinde geri verilmesi gecikmiş kitap ya da dergi kaydı bulunan kişilerin hiçbir yayını ödünç almalarına izin verilmeyecektir şartı hem öğrencileri hem de öğretmenleri ilgilendirdiği için kapsayan koşul olarak değerlendirilmiştir. Bu şarta benzer koşul içeren sorular kapsayan koşul içeren kategoride değerlendirilmiştir. Şemanın verildiği bununla ilgili soruların sorulduğu problemler şemadan anlam çıkarma kategorisinde değerlendirilmiştir . Şema da kullanılacak soru sayısı ile ilgili sınırlama olan problemleri belli sayıda soru sormak şartıyla oluşturulan şemalar kategorisinde değerlendirilmiştir. Sorulan sorulara göre aşama aşama ilerleyerek belli bir şekil ya da koordinat sistemi üzerinde de bir sonuca ulaşılan problemler aşamalılık içeren şemalar kategorisinde değerlendirilmiştir.

Tablo 4.17. Üçüncü Oturumda Kurulan Problemlerin Kategorileri

	1.problem	2.problem	3.problem
Bağımsız koşullardan oluşan şemalar	Ö ₂ ,	Ö ₁ , Ö ₂ ,	Ö ₂ , Ö ₆
Kapsayan Koşul İçeren Şemalar	Ö ₁ , Ö ₆	Ö ₅ , Ö ₆	Ö ₁ , Ö ₅
Aşamalılık İçeren Şemalar	Ö ₃ ,	Ö ₄	
Belli Sayıda Soru Sormak Şartıyla Oluşturulması Gereken Şemalar		Ö ₃ ,	
Şemadan Anlam Çıkararak Problemin Çözümünün Yapıldığı Türler	Ö ₄ , Ö ₅		Ö ₃ ,

Şemada kullanılan her sorunun iki tane çıktısının olması (Evet ,Hayır gibi), belli bir işleyişi takip eden, koşulların açık, anlaşılır net olduğu problemler, duruma uygun olan problemler olarak değerlendirilmiştir. Durum uygun olmayan kategoride değerlendirilen problemlerden bir tanesi aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.45. Ö₄'ün Oturum 3'de Kurduğu Durum uygun olmayan kategoride değerlendirilen problem

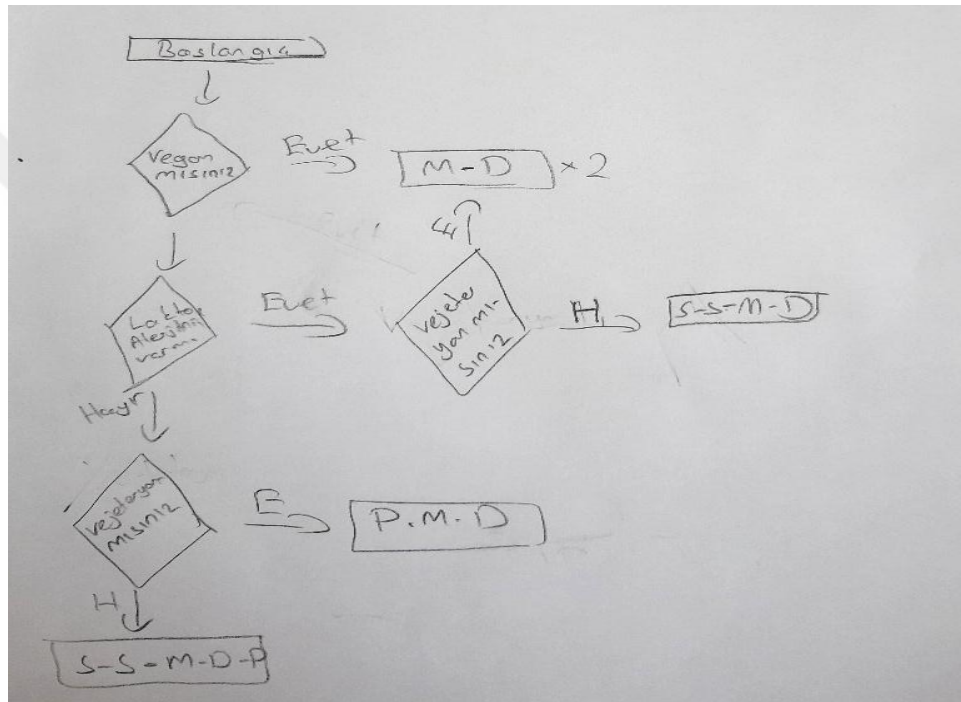
Ö₄ tarafından oluşturulan bu problemde her adımın iki çıktısı olmadığı gibi herhangi bir koşul içeren durum da yoktur. Dolayısıyla duruma uygun olmayan problem kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö₁ tarafından oluşturulan aşağıdaki problem kapsayan koşul içeren kategorisinde değerlendirilmiştir. Vegan olan bir insanın vejetaryen menüyü de istemeyeceği için vegan olma koşulu kapsayan bir koşul olarak değerlendirilmiştir. Ayrıca laktoz alerjisi olup vejetaryen olan birinin de vegan kategorisinde değerlendirildiği görülmüştür. Çok yönlü hazırlanan bu soru için koşullar gayet açık, anlaşılır ve net ifade edilmiştir.

Bir pizzacıda 5 temel malzeme vardır. Peynir ,sucuk ,sosıs ,mantar ,domates

- Veganlar hiçbir hayvan ürünü yemezler. (Vejetaryenin alt dalı)
- Vejetaryenler hiçbir et ürünü yemez.
- Laktoz alerjisi olanlar peynir yiyemez.
- Et ürünleri ve sebzeler birlikte kullanılmak zorundadır.
- Sebzeler etlerden ayrıda kullanılabilir.

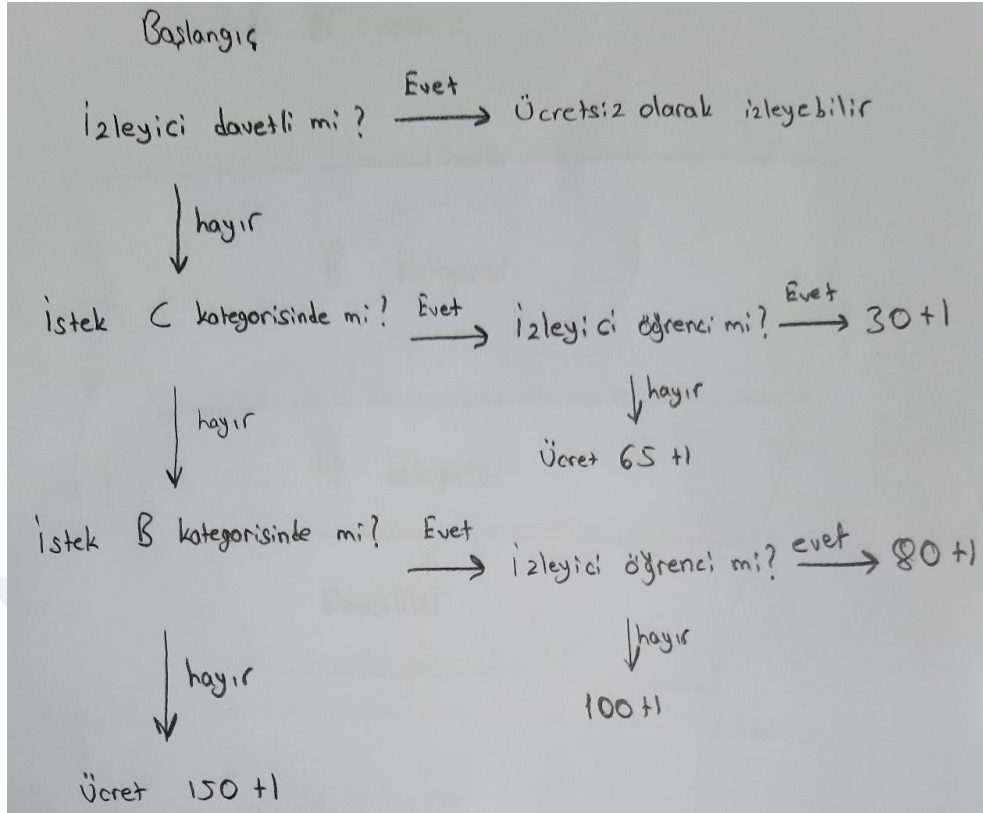
Alınan bir pizza siparişinin şemasını çizin.



Şekil 4.46. Ö₁'in Oturum 3'de Kurduğu Problem

Ö₅'in oluşturduğu aşağıdaki problemde kapsayan koşul kategorisinde değerlendirilmiştir. Çizdiği bir sahne resmi için önden arkaya doğru kategorilere ayırdığı bir oturma planı çizmiştir. Sorunun şartları şöyledir.

- Davetli olan kişiler ücretsiz
- A kategorisi için 150 TL
- B kategorisi için 100 TL ,öğrenciler için 80 TL
- C kategorisi için 65 TL ,öğrenciler için 30 TL



Şekil 4.47. Ö₅'in Oturum 3'de Kurduğu Problem

Kapsayan koşul kategorisinde değerlendirilen Ö₁'in diğer sorusu da güncel bir sorudur. Pandemi süreci ile ilgili oluşturduğu problem aşağıda verilmiştir.

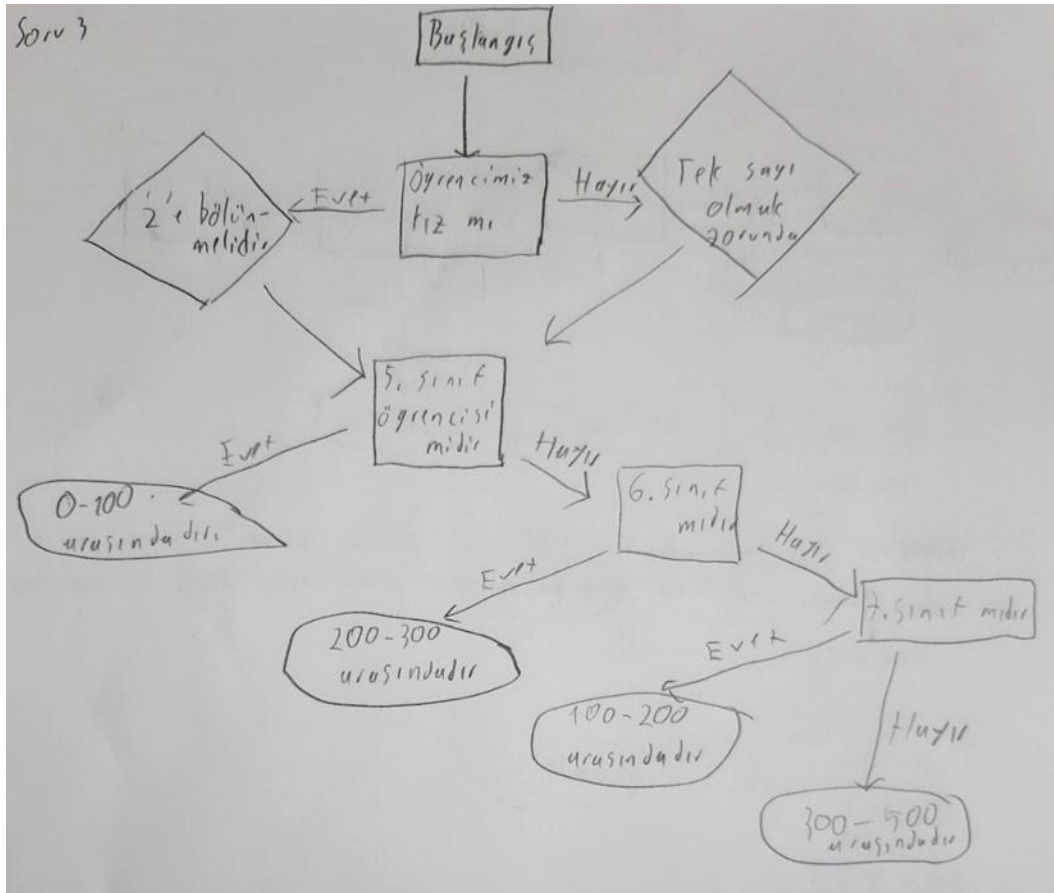
Covid-19 virüsünün etkin olduğu bir ülkede şehirlerdeki günlük vaka sayısı 2000 ve üzeri ise kırmızı, 200 ve altı ise mavi ikisinin arasında ise sarıdır.

- Kırmızı şehirlerde hafta sonu yasağı herkese uygulanacak
- Mavi şehirlerde hafta sonu yasağı olmayacak
- Sarı bölgelerdeki şehirler iki klasman ayrılacak;
 - 1-1000 ve 2000 arası (1000 dahil) turuncuya yakın
 - 2-200 ve 1000 arası (1000 dahil değil) açık sarı
- Sarı bölgedeki yaşlılar hafta sonları sokağa çıkamayacak
- 1. Klasmandaki diğer kişilerde sokağa çıkamayacak

Şemadan anlam çıkarma kategorisinde değerlendirilen aşağıdaki problem de verilen şemaya göre problemin çözümü yapılmıştır. Öğrencilere okul numarası verme ile ilgili oluşturulan

tabloda hem cinsiyet hem de kaçınıcı sınıfta okuduğı ile ilgili bilgiler yer almaktadır. Ö₃ tarafından oluşturulan problem ve şema aşağıda verilmiştir.

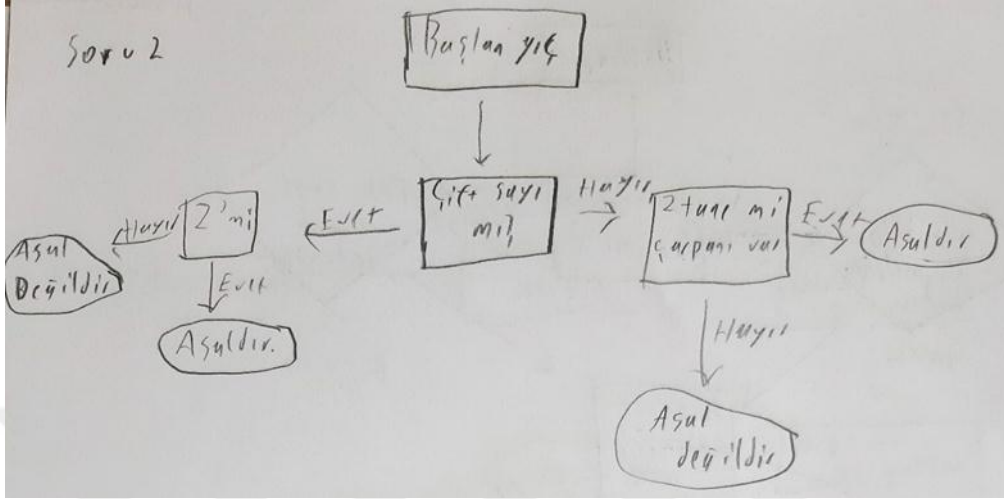
Bir müdür yeni kaydolan öğrencileri yukarıdaki şemaya göre okul numarası verecektir. Buna göre numarası 105 olan öğrencinin cinsiyetini ve kaçınıcı sınıfta olduğunu bulalım.



Şekil 4.48. Ö₃'ün Oturum 3'de Kurduğu Problem

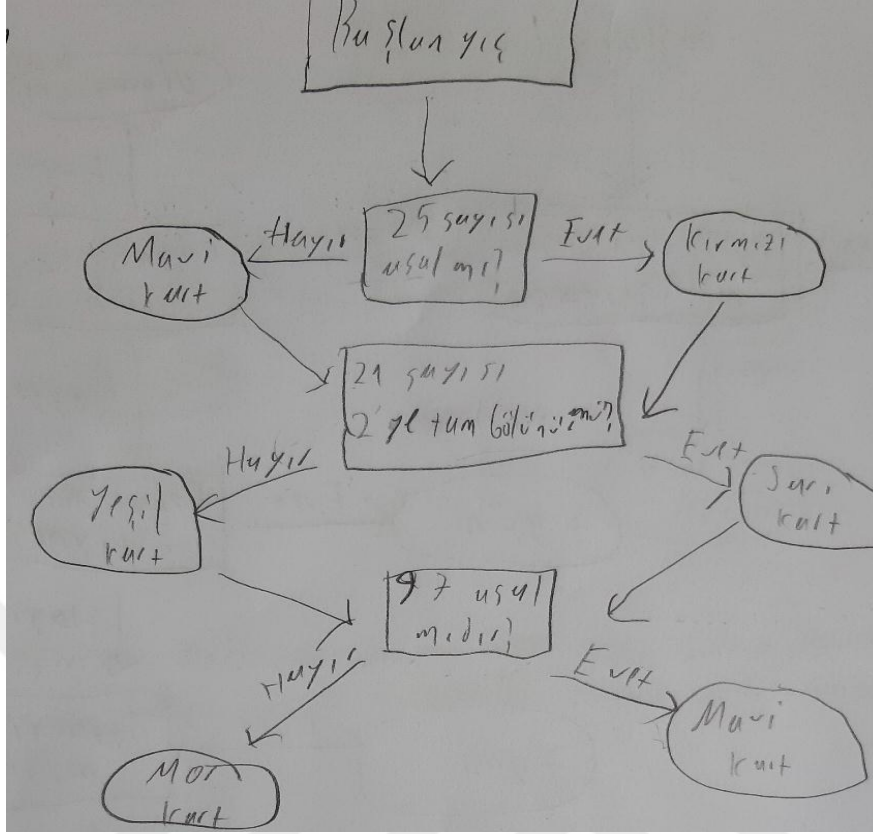
Belli bir sayıda soru sormak şartı ile bir durumun test edildiğı aşağıdaki soru da üç soru kullanılmıştır. Ö₃'nin oluşturduğu aşağıdaki problemde bir sayının asal sayı olup olmadığını sayı çift mi? iki mi? iki tane mi çarpanı var? soruları ile bir şemada göstermiştir. Bu problem belli sayıda soru sormak şartıyla ile sonuca ulaşması gereken şemalar kategorisinde değerlendirilmiştir.

Bir öğretmen öğrencilerinden bir asal sayı bulma oyunu istiyor. Sadece 3 soru sorma hakları vardır. Buna göre bu oyunun şeması nasıldır?(2 cevap olmalıdır)



Şekil 4.49. Ö₃'ün Oturum 3 De Kurduğu 2.Problem

Belli bir şekil ya da koordinat sistemi üzerinde, sorulan soruların cevaplarına göre aşama aşama ilerleyerek bir sonuca ulaşılan problemler aşamalılık içeren şemalar kategorisinde değerlendirilmiştir. Ö₃'nin oluşturduğu aşağıdaki problem koordinat sistemi üzerinde belli bir hedef noktaya ulaşan bir dizi işlemin takip edildiği bir soru olmuştur.



Şekil 4.50. Ö₅'in Oturum 3'de Kurduğu 3.Problem

Bir koordinat sisteminde (15,8) noktasında bir hedef vardır. Bu hedefe ödül ve cezalar olarak gidilmektedir. Her soruda 1 kart alıyorlar. Hedef noktasına varan kazanıyor.

- Kırmızı: 10br yukarı, 9br sol
- Mavi: 7br sağ, 3br yukarı
- Yeşil: 1br sağ, 2br yukarı
- Mor: 10br sağ, 7br aşağı
- Sarı: 3br sol, 5br yukarı

Ö₂ nin kurduğu aşağıdaki problem bağımsız koşul içeren şema kategorisinde değerlendirilmiştir. Sorunun çözümü için oluşturduğu şemada sorduğu sorular birbirini etkilemeyecek türdendi. Ayakkabıların garanti sürelerinin belirlendiği şemanın problemi aşağıdaki gibidir.

Bir spor mağazasında spor ayakkabı,terlik,basketbol ayakkabısı,halısa kramponu ve çim saha kramponu olmak üzere 5 çeşit model vardır. Bu modellerin garanti süresi aşağıda maddeler halinde verilmiştir.

- Spor ayakkabı: 6ay
- Terlik: 9 ay
- Basketbol ayakkabısı: 18 ay
- Halı saha ayakkabısı: 12 ay
- Çim saha ayakkabısı: 10ay

Ö₆ nın kurduğu aşağıdaki problem de bağımsız koşul içeren şema kategorisinde değerlendirilmiştir.

Oyun oynayan bir oyuncu depolama sistemi adı verilen bir sistemi daha komplike ve eleyici yapmak için geliştirir. Normal depolama sistemi sadece gelen eşyanı türüne bakarken, bu oyuncunun sistemi şöyledir.

- Gelen eşyalar alet ve yapım eşyası olarak ikiye ayrılır ve farklı depolara gönderilir.
- Aletler için eğer dayanıklılık süresi 1 saatten az ise çöpe gönderilir.
- Aletlerin demir ve tahta olmak üzere iki gruba ayrılır ve tahta alet gelirse çöpe gönderilir.
- Yapım eşyalarının depolama sayısı 64 iken 32'den az eşya gelirse çöpe gönderilir.
- Aletler kazma kürek diye olarak ikiye ayrılır.

4.2.4 Dördüncü Problemin Matematiksel Yaratıcılık Açısından İncelenmesi

Ardışık sayıların çarpımlarının hangi sayılara bölünebildiği ile ilgili soruda öğrenciler toplam 24 tane problem oluşturmuştur. Oluşan problemlerden 1 tanesi dil ve anlatım yönünden hatalı/eksik bulunmuş, 3 tanesi de duruma uygun olmayan problem olarak değerlendirilmiştir. Öğrencilerin ilk oluşturdukları problem genelde ardışık beş sayının çarpımı ile ilgili olmuştur. Bu durum öğrencilerin orijinal problemi destekleyecek idaalr yazdığı da sayının bir artması

durumunda da aynı şeyi denemek istemelerinin bir sonucu olmuştur. İncelenen problemler ardışık sayıların çarpımı, ardışık sayıların toplamı ,bölünebilme ,ardışık sayıların dizilimi olmak üzere 4 farklı kategoride değerlendirilmiştir.

Tablo 4.18. Dördüncü Oturumda Kurulan Problemlerin Kategorileri

	1.problem	2.problem	3.problem	4.problem	5.problem
Ardışık sayıların çarpımı	Ö ₁ ,Ö ₃ , Ö ₅ ,Ö ₆	Ö ₁ , Ö ₅ ,Ö ₆	Ö ₂ ,	Ö ₃ , Ö ₄ ,Ö ₆	Ö ₁ ,
Ardışık sayıların toplamı		Ö ₃ ,	Ö ₁ , Ö ₃ ,	Ö ₁ ,	
Ardışık sayıların dizilimi	Ö ₂ ,	Ö ₂ ,	Ö ₅ ,Ö ₆	Ö ₂ ,	

Ö₄'ün oluşturduğu aşağıdaki problem duruma uygun olmayan problem kategorisinde değerlendirilmiştir. Problemde ardışık sayıların kullanılabileceği herhangi bir ifade ve olay içermemektedir. Bir koşu parkurunda 2' nin tamsayı kuvvetlerine yerleştirilen engellerin başlangıçtaki noktaya olan uzaklıklarının sorulduğu bir soru olmuştur.

5 yarışmacı bir engelli parkurunda yarışıyor. 2 yarışmacı parkurun yarısına kadar gelip yarışı bırakıyor. Parkurun uzunluğu 520mdir .engeller arasındaki mesafe 2'nin doğal sayı kuvvetleri şeklinde yerleştiriliyor.

1.yarışmacı 3 tane engel aşıyor

2. yarışmacı 5 tane engel aşıyor

3. yarışmacı 7 tane engel aşıyor

4. yarışmacı 2 tane engel aşıyor

5.yarışmacı 1 tane engel aşıyor

Buna göre 5 yarışmacının alabileceği mesafeleri sırasıyla yazınız.

Ö₁ tarafından oluşturulan aşağıdaki problem, çözüm olarak ne kadar doğru olsa da dil ve anlatım yönünden hatalı/eksik değerlendirilmiştir. Problemde x ve y olarak kastettiği şeyin ne olduğunu ifade etmemiştir. Aslında çift sayıların en küçüğüne x, tek sayılarında en küçüğüne y diyerek soruyu çözmüştür.

Ardışık 4 çift sayı ile ardışık 6 tek sayının toplamı 68'tir. $xy=6$ olduğuna göre $4x^2+9y^2$ kaçtır?

Öğrencilerin problemi çözüm aşamasında düşündüğü ardışık 5 tamsayı için ne olur düşüncesi problem oluşturmalarına katkı sağlamıştır. Hemen hemen aynı ifadelere denk gelecek problemler kurulmuştur.

Ardışık 5 tamsayının çarpımı 120'ye bölünür mü?

Ardışık 5 tamsayının çarpımının hangi sayılara tam bölündüğünü belirtiniz.

Ardışık 5 tamsayının çarpımı her zaman 5'e tam bölünür mü?

Ardışık 5 tamsayının çarpımı en çok hangi sayıya bölünebilir?

Ardışık tamsayıların çarpımı kategorisinde değerlendirilen problemlerden bir diğeri Ö₁'in oluşturduğu aşağıdaki problemdir. Dil ve anlatım yönünden eksikleri olan bir soru olmasına rağmen öğrenci soruyu doğru çözmüş ve araştırmacı ile arasında aşağıdaki diyalog geçmiştir.

Ali'nin tasarladığı bilgisayar oyunu ardışık 5 tek tamsayının çarpımının tüm çarpanlarını yazıyor. Sonra her çarpanı farklı renge boyuyor. Farklı bir 5li sayıya aynısını uyguladığında aynı çarpan gelirse bir önceki çarpanla aynı boyuyor. Tüm 5li sayılarda kaç tane aynı renk vardır?

Ö₅ 'in oluşturduğu aşağıdaki problem de ardışık tamsayıların çarpımı kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ardışık x tane tamsayının çarpımı 5040'a tam bölündüğüne göre x en az kaçtır?

Ö₃'ün oluşturduğu aşağıdaki problemde ardışık sayıların çarpımı kategorisinde değerlendirilmiştir.

Toplamı 30 olan 3 ardışık tamsayının çarpımları kaç sayıya tam bölünür?

Ardışık sayıların toplamı kategorisinde değerlendirilen problemlerden biri $\ddot{O}_3$ tarafından oluşturulmuş aşağıdaki problemidir.

Ardışık 4 tam sayının toplamlarının karesi 484'tür. Buna göre bu sayılardan en küçüğü ile en büyüğünün kareleri farkı kaçtır?

$\ddot{O}_1$ 'in oluşturduğu aşağıdaki problemde ardışık sayıların toplamı kategorisinde değerlendirilen bir problem olmuştur.

Ardışık 4 çift sayı ile ardışık 4 sayının toplamı 34'tür. Çift sayıların 2.'si ile diğer 4'lü grubun 3. Sayısının toplamı nedir.

Ardışık sayı dizisinde belli bir terimin sorulduğu problemleri içeren, ardışık sayıların dizilimi kategorisindeki sorulardan $\ddot{O}_2$ 'nin oluşturduğu problemlerden biri aşağıda verilmiştir. Öğrencinin oluşturduğu diğer iki problemde bu problemde benzerdir.

Boom adlı oyunda 7 ve 7'nin katı olan sayılarda sayının ismini söylemeyiz onun yerine boom deriz. Eğer 7'nin katı değilse sayıyı söyleriz. Yanlış sayıyı söyleyen kimdir? (Oyunun devam eden bir kısmı verilmiştir.)

Ardışık sayıların dizilimi kategorisindeki bir diğer problemde $\ddot{O}_6$ 'nın oluşturduğu aşağıdaki problemidir.

Ardışık 30 tane tamsayının içinde kaçtane çift sayı vardır?

4.2.5 Beşinci Problemin Matematiksel Yaratıcılık Açısından İncelenmesi

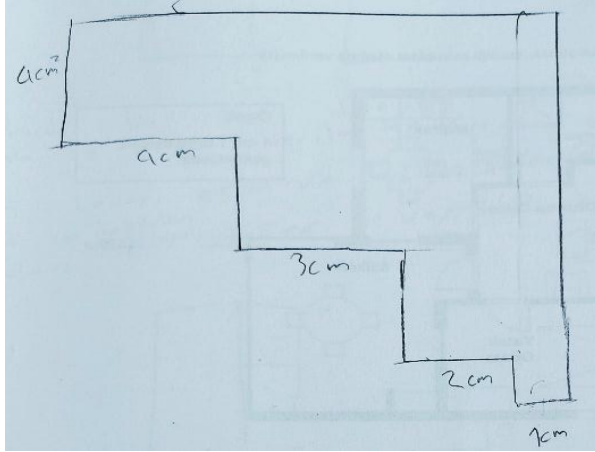
Bir evin taban alanı ile kenar uzunlukları arasındaki ilişkinin sorgulandığı soru ile ilgili öğrenciler toplam 19 tane problem oluşturmuşlardır. Öğrenciler tarafından oluşturulan problemlerin analiz edilmesi sonucunda problemler, kenar uzunluğunu bulma, şeklin çevresini ve alanını hesaplama, üç boyutlu cisimlerde yüzey alanı ve hacim hesaplama gibi kategorilere ayrılmıştır. Aşağıdaki tabloda her öğrencinin hangi kategoride kaç problem oluşturduğu verilmiştir. Oluşturulan problemlerden 2 tanesi dil ve anlatım yönünden hatalı

bulunmuştur. Tamamı duruma uygun olan problemlerin 1 tanesi çözülemeyen problem olarak değerlendirilmiştir.

Tablo 4.19. Beşinci Oturumda Kurulan Problemlerin Kategorileri

	1.problem	2.problem	3.problem	4.problem
Kenar uzunluğu bulma	Ö ₁ ,		Ö ₂ , Ö ₄ , Ö ₅	
Çevre uzunluğunu hesaplama	Ö ₄ , Ö ₆	Ö ₁ ,		
Alan	Ö ₂ , Ö ₃ , Ö ₅ ,	Ö ₂ , Ö ₃ , Ö ₄ ,	Ö ₁ , Ö ₃ , Ö ₆	
Açı ölçüsü hesaplama		Ö ₆ Ö ₅		
Hacim				Ö ₁ ,

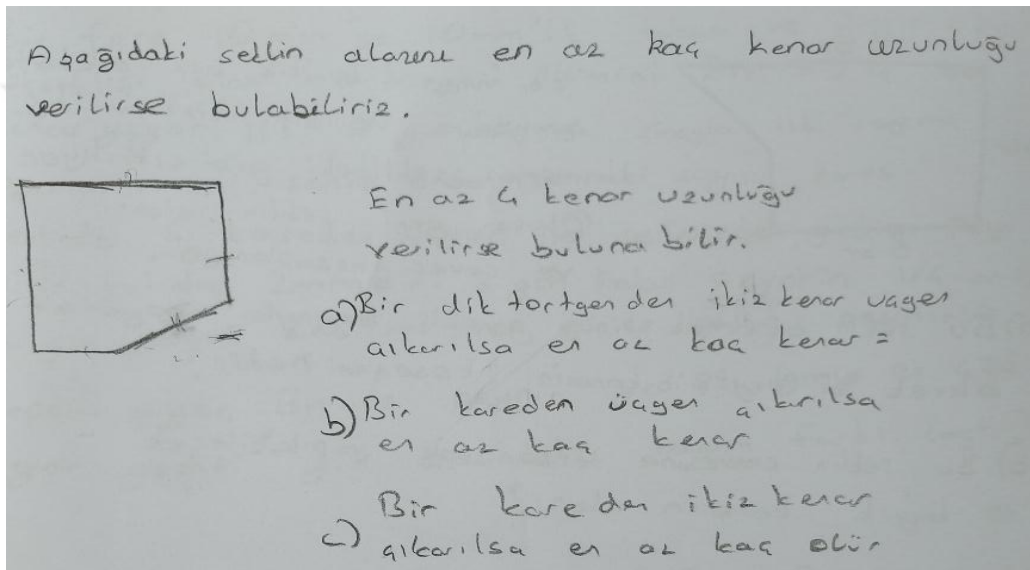
Dil ve anlatım yönünden hatalı/eksik bulunan sorulardan bir tanesi aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.51. Ö₂'nin Oturum 5 De Kurduğu Problem

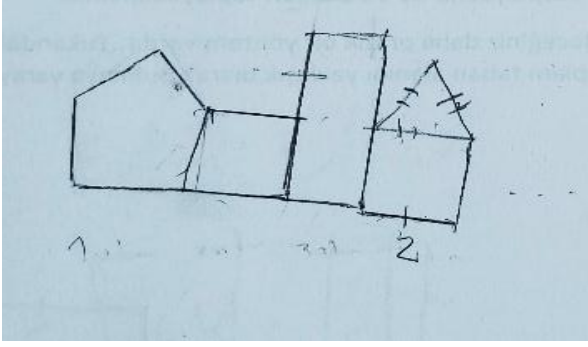
Ö₂'nin oluşturduğu yukarıdaki problem de kesilen kısımların kenar uzunluklarını bulabilecek herhangi bir bilgi verilmemiştir. Bu yüzden dil ve anlatım yönünden hatalı/eksik bulunmuştur.

Ö₁ tarafından kurulan aşağıdaki problem kenar uzunluğu kategorisinde değerlendirilmiştir. Şeklin kare ya da dikdörtgen olması durumunda ya da şekilden çıkarılan parçanın ikizkenar ve dik üçgen olmasına göre değişen cevapları olan bir sorudur. Dil ve anlatım açısından eksik/hatalı olmasına rağmen duruma uygun olarak değerlendirilmiştir. Çözümünü yaparken de farklı durumları göz önünde bulunduran öğrenci c şıkkı için köşegen uzunluğu ya da üçgenin kenarlarından biri ile karenin kenar uzunluğunun verilmesi gerektiğini söylemiştir. Ayrıca bir diğer çözümde karenin bir kenar uzunluğu ile kesilmiş kenarındaki kalan parçanın uzunluğu ile alanın bulunabileceğini söylemiştir.



Şekil 4.52. Ö₁'in Oturum 5 De Kurduğu Problem

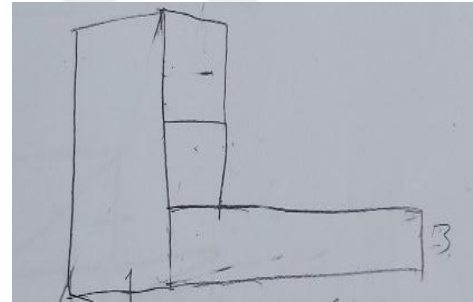
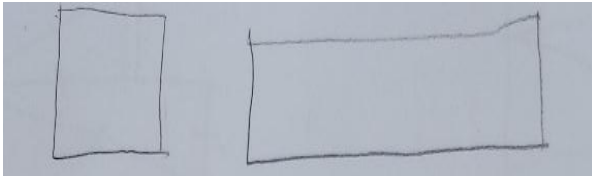
Kenar uzunluğu kategorisinde değerlendirilen bir diğer soru ise Ö₂ tarafından oluşturulan aşağıdaki problemdir. Taban uzunlukları eşit birbirinden farklı şekillerin yan yana dizildiği soruda çevreyi bulmak için kaç tane kenar uzunluğunu bilinmesi gerektiği sorulmuştur.



Yandaki şekilde bir düzgün beşgen, bir kare, bir dikdörtgen bir de kare üzerine eşkenar üçgen vardır. Tüm şekillerin tabanı eşittir. Buna göre en az kaç kenar uzunluğu verirse çevresini bulabiliriz.

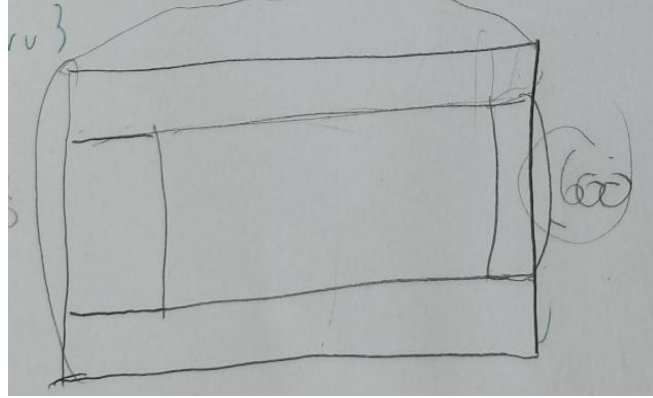
Şekil 4.53. Ö₂'in Oturum 5 De Kurduğu Problem

Ö₂'nin oluşturduğu bir diğer problem ise alan kategorisinde değerlendirilmiştir. İlk başta verdiği dikdörtgen ve kare ile oluşturulan ikinci şeklin alanını sorduğu soruda dikdörtgenin kenarlarını tamsayı olduğu varsayılarak köşegeni 5cm verilmiştir. Soruda bu koşulu ifade etmediği halde soru kökünde en az kaç cm^2 olacağını sormuş ve çözümünü de kenar uzunlukları tamsayı olacak şekilde yapmıştır. Dil ve anlatım yönünden eksik/hatalı olsa da duruma uygun, çözülebilir bir problem olarak değerlendirilmiştir.



Yukarıda bir kare diğeri de dikdörtgen olmak üzere 2 şekil verilmiştir. Karenin bir kenarıyla dikdörtgenin kısa kenarı eşittir ve dikdörtgenin köşegeni 5cm 'dir. En az kaç değeri verilip kaç cm^2 olacağını bulunuz.

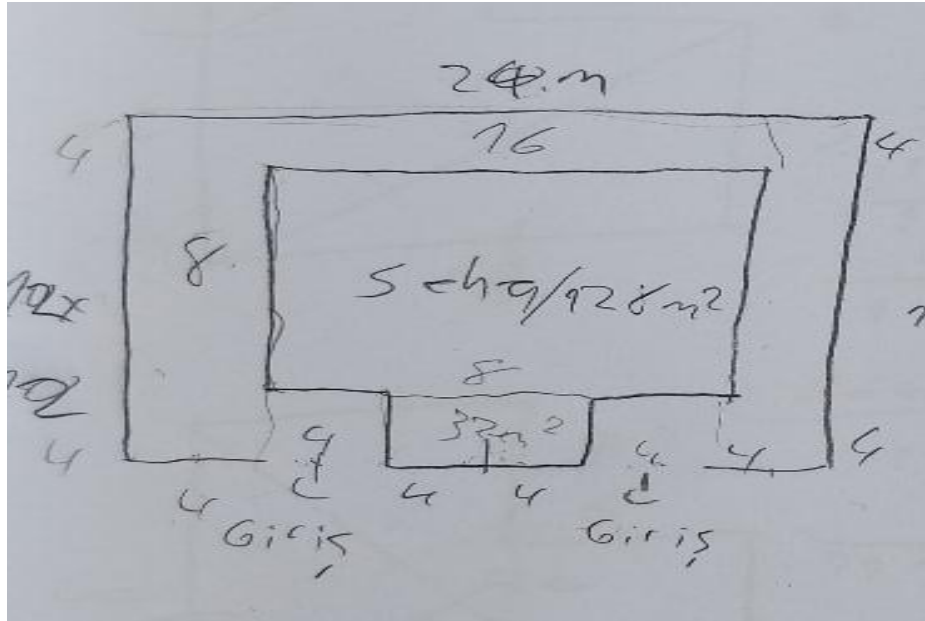
Şekil 4.54. Ö₂'in Oturum 5 De Kurduğu Problem



Yukarıda gösterilen bir bahçenin kenar taraflarına arabalar park edecektir. Uzun kenara en fazla 450 en az 300 araba park edebiliyor. Arabaların kapladığı alanın toplam bahçeye oranı $1/3$ olduğuna göre bahçenin kalan alanı kaç m^2 'dir. (Arabaların kapladığı alanı en fazla alınız.)

Şekil 4.55. Ö₂'in Oturum 5'de Kurduğu 2. Problem

Ö₆'nın oluşturduğu aşağıdaki problemde alan kategorisinde değerlendirilmiştir. Bir stadyumun içine çizilen sahanın kenarlara olan mesafesi ve giriş yerleri gösterilmiştir.



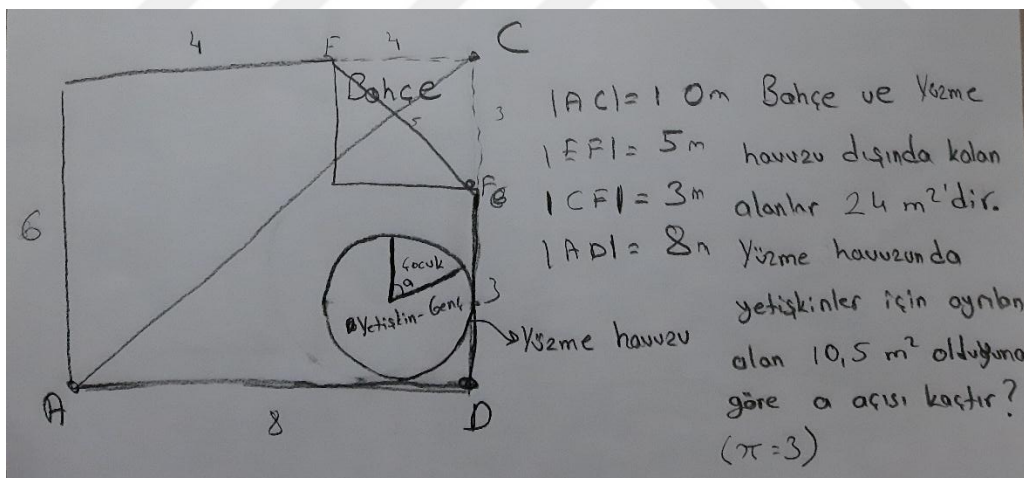
Yanda verilen stadyumun toplam alanından sahanın alanını çıkarırsak kaç buluruz?
Uzun kenar kısa kenardan 2 kat büyüktür 2 giriş $x=1$ ve kenarlardaki çıkıntılar eşittir.

Şekil 4.56. Ö₆'nın Oturum 5'de Kurduğu Problem

Aşağıda Ö₁ tarafından kurulan bir diğer problem de hacim kategorisinde değerlendirilmiştir. Dil ve anlatım yönünden eksikleri olsa da çözülebilir bir sorudur. Öğrenci soruyu çözerken ilk gün birinci köşeden tabanı 1mm² yüksekliği 2 mm² kare prizma şeklinde bir bölümünü, ikinci gün diğer köşeden tabanı 2mm² yüksekliği 2 mm² olacak şekilde dört köşe için dört gün boyunca devam edecek şekilde yapmıştır.

Bir fare 10mm'ye 10mm'lik tabanı ve 2mm'lik yüksekliği olan bir peynir dilimini bir hafta boyunca yiyor. İlk dört gün boyunca sırasıyla ilk sayma sayısının karesi sonra ondan sonraki sayının karesi şeklinde 4.köşeden yiyor. Her seferinde yediği peynirin kalınlığı 2mm'dir. 5.gün kalan peynirin hepsini yiyor. En az peynir yediği günle en çok peynir yediği gün arasındaki hacim farkı kaçtır?

Ö₅'in oluşturduğu aşağıdaki problem açığı kategorisinde değerlendirilmiştir. Daire şeklinde konumlandığı havuzun yetişkinler için olan kısmının alanını vererek çocuklara ayrılan bölümün merkez açısını sormuştur.



Şekil 4.57. Ö₅'in Oturum 5'de Kurduğu Problem

BÖLÜM V: SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

5.1 Sonuç ve Tartışma

Araştırmanın birinci problemi olan öğrencilerin problem çözme sürecindeki matematiksel yaratıcılıkları akıcılık ve esneklik kriterleri baz alınarak detaylı bir şekilde incelenmiş ve analiz edilmiştir. Matematiksel yaratıcılık bir problemin zorluk düzeyine bakılmaksızın, probleme farklı bir bakış açısıyla olağan dışı çözümler içeren aynı zamanda uygun yeni veya özgün eserler üretme yeteneğidir (Sriraman, 2004). Sonuca basit bir şekilde ulaşabilecek türden problemler seçilmesi akıcılık bakımına oldukça verimli sonuçlar elde edilmesine fırsat vermiştir. Birbirini çağrıştıran her seferinde farklı bir açıdan yaklaşarak zaten çözümü ve sonucu bildiği bir soruya birden fazla çözüm üretmeleri esneklik içinde önemli bir yol gösterici olmuştur. Problem çözmede sadece doğru sonuca en kısa yoldan ulaşmanın benimsetildiği sınav ve süre odaklı anlayış öğrencilerin yaşadığı yaratıcı düşüncelerin önündeki en büyük engellerden biridir. Sonuca ulaşmanın yeterli görülmemesi farklı çözüm metotları öğrencilerin cesaretlendirmelerini söyleyen Kıymaz (2009), aynı zamanda öğrencilerin kendi çözümü yöntemlerini de geliştirmelerine olanak verilmesi gerektiğini belirtilmiştir. Problem çözme sürecinde matematiksel yaratıcılıkları akıcılık bileşenine göre incelendiğinde öğrencilerin birbirini çağrıştıran, akıcı bir şekilde birden fazla çözüm üretmeleri akıcılık bakımından yeterli olduğu görülmüştür. Akıcılık esneklik için önemli bir bilgi kaynağı olmasına rağmen her zaman desteklediğini söyleyemeyiz. Buna benzer bir açıklama (Kıymaz, 2009) akıcı düşünmenin esnek ve orijinal düşünmeyi beslediğini ancak bunu daima garanti etmeyeceğini söylemiştir. Aynı çözüm sayısına sahip öğrencilerden bazılarının çözümlerin birbirinden farklılaşmadığını, çözümlerin hepsinin benzer bir düşünce etrafında toplandığı görülmüştür. Akıcılık bakımından birbirine benzer sonuçlar olmasına rağmen esneklik bakımından farklı olmaları matematiksel yaratıcılıklarının da farklı olduklarını gösterir. Bir sorunun çözümü için oldukça fazla çözüm üreten bir öğrencinin, çözümlerinin birbirine benzemesi ve farklılık göstermemesi sebebiyle aynı kategoride değerlendirildiği durumlarda olmuştur. Bu sebeple matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesi yaratıcılığın iki bileşenine bakarak karar vermek daha sağlıklı olacaktır.

Problem çözme ve problem kurma matematiksel akıl yürütmenin ayrılmaz bir parçası olduğu gibi yaratıcılığın değerlendirilmesinde de önemli bir bileşendir (Gómez, Ballesta-Claver, & Ayllón, 2016).

Problemin bir koşulunun değişmesi durumundaki öğrenci çözümleri esneklik kategorisinde değerlendirilmiştir. Farklı kavramlara odaklanarak yeni fikirler üretme, değişen durumlar arasında düşünceyi esnetebilme durumudur. Değişen duruma adapte olma da yaratıcılıkla yakından ilgilidir. Değişen duruma uyum sağlayan öğrenci standart kalıpların dışına çıkacak ve yaratıcı süreç başlayacaktır. Çalışma da öğrencilerin büyük bir kısmı değişen duruma adapte olmayı başararak farklı çözümler üretmişlerdir. Orijinal problemde kullanmadığı bir çözümü, sorunun bir koşulu değiştiği durumda kullanarak daha mantıklı bir çözüm olduğunu söyleyen öğrenciler olmuştur. Bu durumun aslında bize bir problemi birden fazla yolla çözenin öğrencilerin hem problem çözme becerisini hem de yaratıcı düşünme becerisini geliştirdiğini gösterdiği şeklinde yorumlanabilir.

Araştırmanın ikinci problemi olan öğrencilerin problem kurma sürecindeki matematiksel yaratıcılıkları incelenmiştir. Kurulan problemler analiz edilirken öğrencilerin hem problem kurma becerileri hem de matematiksel yaratıcılıkları değerlendirilmiştir. Öncelikle öğrencilerin kurduğu problemler duruma uygunluk kriteri açısından incelenmiştir. Bonotto & Santo (2015) de çalışmasında kurulan problemleri önce duruma uygun olarak değerlendirmiş ardından problemleri akıcılık, esneklik, orijinallik bakımından incelemiştir. Duruma uygun olarak değerlendirilen problemler akıcılık ve esneklik kriterleri baz alınarak detaylı bir şekilde incelenmiş ve analiz edilmiştir. Yaratıcılığın ortaya çıkması amacıyla öğrencilerden her seferinde birbirinden farklı problem kurmaları konusunda teşvik edilmiştir. Çalışmada kullanılan problemler öğrenciler tarafından bilinen rahatça çözülebilen ve ilgi çekici olması problem kurma sürecinde olumlu etkisinin olacağı düşünüldüğü için tercih edilmiştir. Öğrenciler problem kurma sürecinde akıcılık bakımından başarılı bulunmuştur. Çalışmada öğrencilerin kurdukları problem sayıları aşağı yukarı aynı olmasından dolayı akıcılık bakımından birbirine benzediğini söyleyebiliriz. Bu sonuç Ergin (2019)'ın yedinci sınıf düzeyindeki öğrencilerle yaptığı çalışma ile benzer çıkmıştır. Ancak esneklik kriteri bakımından oldukça farklı sonuçlar ortaya çıkmıştır. Bazı öğrencilerin kurduğu problemlerin hepsi aynı kategoride değerlendirirken bazılarının kurduğu bütün problemler farklı kategoride olduğu görülmüştür. Sınıf öğretmen adayları ile yapılan (Işık & Kar, 2012)'in çalışmasında da öğrencilerin birbirine benzer problemler kurduğunu problem kategorilerinin aynı olduğunu

ifade etmiştir. Harpen & Sriraman (2013) lise düzeyindeki öğrencilerin kurduğu problemleri en fazla iki kategoride değerlendirmiştir. Akıcılık bakımından birbirine benzer sonuçlar olmasına rağmen esneklik bakımından farklı olmaları matematiksel yaratıcılıklarının da farklı olduklarını gösterir Dolayısıyla bu çalışma da matematiksel yaratıcılık bakımından esneklik kriteri daha tatmin edici sonuçlar vermiştir.

Ayrıca kurulan problemler dil ve anlatım, çözülebilirlik açısından da incelenmiştir. Problemler genellikle noktalama işareti, anlam bütünlüğü ve ifade açısından zayıf ,dil ve anlatım açısından hatalı ve eksik olan değerlendirilmiştir. Benzer sonuçlara değinen Kaplan (2022) , öğrencilerin kurdukları problemleri dil ve anlatım yönünden yeterli seviyede olmadıklarını ifade etmiştir. (Ayvaz, 2019) da uygulama öncesi yaptığı değerlendirmede kurulan problemlerin dil ve anlatım açısından hatalı olması sebebiyle olduğu için bazı problemlerin anlaşılmadığını ve anlaşılmadığı için de çözülemediği ifade etmiştir. Akademik başarı düzeyi yüksek öğrencilerden oluşmasına rağmen bu eksiklik dikkat çeken ve önlem alınması gereken bir konudur. Yapılandırılmış problem kurma etkinliklerinin kullanılmasının önemli bir etkisi olarak kurulan problemler çözülebilirlik ve duruma uygunluk açısından oldukça başarılıdır. Bonotto & Santo (2015) da çalışmasında kurulan problemlerin neredeyse tamamı matematiksellik bakımından yeterli olarak değerlendirmiştir. Bu çalışmada da öğrenciler tarafından kullanılan problemlerin tamamı matematiksel problem olarak değerlendirilmiştir. Problem kurma etkinliklerinde öğrencilerin kurdukları problemleri çözdürmek öğrencilerin yaratıcılıklarının gelişmesine katkı sağlar (Silver E. A., 1997). Öğrencilerin kurdukları problemleri çözmeleri soruyu eleştirel bir şekilde analiz etme fırsatı vermiştir. Sorudaki ifadelerin yeterli olup olmadığını sayısal bilgilerin eksikliğini keşfetme açısından önemli sonuçlar doğurmuştur (Bonotto, Artifacts as sources for problem-posing activities, , 2013). Bu çalışmada da öğrencilerden kurdukları problemleri çözmeleri istenmiştir. Bu durum öğrencilerin soruyu yeniden gözden geçirmesine imkan sağladığı için sorudaki eksiklikleri görmelerini sağlamıştır. Öğrencilerden kurdukları problemleri çözmesi de çözülebilirlik açısından olumlu sonuçlar doğurmuştur.

Öğrencilerin problem çözme ve problem kurma sürecindeki bireysel yaratıcılıklarının birbiriyle ilişkili olduğunu söyleyebiliriz. Akıcılık kriteri bakımından bakıldığında problem kurma da elde edilen sayılar problem çözme sürecinde elde edilen çözüm sayılarından oldukça azdır. Bu durum öğrencilerin derslerde problem kurma ile ilgili fazla etkinlik yapmasından kaynaklandığını söyleyebiliriz. Problem çözmede esneklik bakımından fazla

kategori sayısına sahip öğrenciler problem kurma da aynı şekilde, birbirinden farklı kategorilerde problem kurdukları gözlenmiştir. Yani problem çözme sürecinde de yaratıcı olduğu düşünülen öğrenciler problem kurma da yaratıcıdır. Bu durum aslında öğrencilerin sahip olduğu matematiksel bilgi ve becerilerin problem kurma becerilerini de etkilediğini gösterir.

5.2 Öneriler

Derslerde hem problem kurma hem de problem çözme etkinliklerinin beraber kullanılması öğrencilerin yaratıcılıklarını geliştirir. Problem çözmede sonuca odaklı olmak yerine, soruyu birden fazla yolla çözenin mümkün olduğu etkinliklere yer verilebilir. Problemin sonucuna odaklanmayan öğrenci soruya farklı açılardan yaklaşacak ve esnek düşünebilecektir.

Öğrenciler farklı çözüm yolları konusunda cesaretlendirmeli ve derslerde desteklenmelidir. Sadece problemin çözümü ile yetinmeyip derslerde benzer problemlerin kurulması konusunda da alıştırmalar yapılabilir. Sadece yapılandırılmış problemler değil aynı zamanda yarı yapılandırılmış ve serbest problem kurma etkinlikleri de yapılabilir.

Daha geniş bir araştırma grubuyla çalışma yapılabilir. Böylece yaratıcılığın orijinallik kriteri ile ilgili de değerlendirme yapılabilir.

Sınıf ortamında yaratıcılığın değerlendirilmesi konusunda hangi etkinliklerin fayda sağlayacağı konusunda araştırma yapılabilir.

Derslerde öğrencileri alışılmışın dışında fikirler üretmeleri konusunda destekleyebiliriz.

Matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesi konusunda öğrenciler bilgilendirilebilir. Akıcı, esnek düşünme becerilerinin nasıl değerlendirileceğini bilen öğrenciler bu konuda daha çok çaba sarf edebilirler.

Akademik başarısı birbirinden farklı öğrencilerin yaratıcı düşünme becerileri arasındaki fark incelenerek buna neden olan sebepler araştırılabilir.

Problem kurma etkinlikleri sonrası kurulan problemler sınıfta öğrenciler ile paylaşılabilir. Birbirlerinin problemlerini değerlendirme fırsatı bulan öğrencilerin problem kurma becerilerine olumlu yönde katkı sağlayacaktır.

Yapılandırılmış ,Yarı yapılandırılmış ya da serbest problem kurma etkinlikleriyle matematiksel yaratıcılıkları problem türüne göre karşılaştırılabilir.



KAYNAKÇA

- [MEB], M. E. (2009). *İlköğretim Matematik dersi (5,6,7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı*. Ankara.
- [MEB], M. E. (2018). *İlkokul ve Ortaokul Matematik dersi (1,2,3,4,5,6,7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı*. Ankara: MEB Basımevi.
- Akar, Ş. Ş. (2017). *Üstün Yetenekli Öğrencilerin Matematiksel Yaratıcılıklarının Matematiksel Modelleme Etkinlikleri Sürecinde İncelenmesi*. Ankara: Hacettepe Üniversitesi İlköğretim Anabilim Dalı, İlköğretim Bilim Dalı.
- Akay, H. (2006). *Problem Kurma Yaklaşımı İle Yapılan Matematik Öğretiminin Öğrencilerin Akademik Başarısı, Problem Çözme Becerisi Ve Yaratıcılığı Üzerindeki Etkisinin İncelenmesi*. Ankara: Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen Ve Matematik Alanlar Eğitimi Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı.
- Altıntaş, E., & Özdemir, A. (2015). *Geliştirilen Farklılaştırma Yaklaşımının Öğrencilerin Yaratıcı Düşünme Becerileri Üzerindeki Etkisi*. 23(2). Kastamonu Eğitim Dergisi.
- Altun, M. (2018). *Matematik Öğretimi* (13. b.). Bursa: Aktüel.
- Aslan, E. (2001). Yıl : 2001, Sayı 14, Sayfa : 19-40. *M.Ü. Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*(14), 19-40.
- Ayvaz, Ü. (2019). *Problem Kurma Temelli Etkinliklerle Özel Yetenekli Öğrencilerin Matematiksel Yaratıcılıklarının Geliştirilmesi Üzerine Bir Eylem Araştırması*. Bolu: Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı.
- Baki, A. (2020). *Matematiği Öğretme Bilgisi* (3.baskı b.). Ankara: Pegem Akademi.
- Baykul, Y. (2020). *Ortaokulda Matematik Öğretimi* (4. b.). Ankara: Pegem Akademi.
- Bonotto, C. (2013). *Artifacts as sources for problem-posing activities*, . 83(1). Educational studies in Mathematics.
- Bonotto, C., & Santo, L. (2015). On the relationship between problem posing, problem solving, and creativity in the primary school. *In Mathematical problem posing* (s. 103-123). içinde New York: Springer.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2019). *Eğitimde Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. İstanbul: Pegem Akademi.
- Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D., & Sriraman, B. (2005). An empirical taxonomy of problem posing processes. *ZDM*, 3(37), 149-158.

- Creswell, J. (2013). *Nitel araştırma yöntemleri. Qualitative research methods* (3. b.). (D. M. Doç.Dr. Selçuk Beşir Demir, Dü.) ANKARA: Siyasal Kitabevi.
- Creswell, J. w. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches*. Lincoln: Sage Publications.
- Cropley, A. (2006). In praise of convergent thinking. *Creativity Research Journal*(18), 391-404.
- Çubukçu, Z. (2014). *Düşünme Becerileri*. (S. B. Filiz, Dü.) Ankara: Pegem Akademi.
- Davaslıgil, Ü. (1994). Yüksek gizil güce sahip lise öğrencilerinin yaratıcılıkları üzerine deneysel bir çalışma. *Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*(6), 53-68.
- Doğan, N. (2020). *Yaratıcı Düşünme .Eğitimde Yeni Yönelimler bölüm 10* (8. b.). (Ö. Demirel, Dü.) Ankara: Pegem Akademi.
- Dündar, S. (2015). *Matematiksel Yaratıcılığa Yönelik Matematik Öğretmen Adaylarının Görüşlerinin İncelenmesi*. 34(1). University Journal of Education Faculty.
- English, L. D. (1998). Children's problem posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in mathematics Education*, 1(29), 83-106.
- Ergin, A. S. (2019). *7.Sınıf Öğrencilerin Geometride Problem Kurma Süreçlerinin İncelenmesi Ve Yaratıcılıklarına Etkisinin Araştırılması. Yüksek Lisans Tezi*. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi.
- Ervynck, G. (1991). Mathematical creativity. D. T. (Ed.) içinde, *Advanced mathematical thinking*. Springer Science & Business Media.
- Ervynck, G. (2002). *Mathematical creativity. In Advanced mathematical thinking*. Dordrech: Springer.
- Esi, A. (2018). *Matematikte Yaratıcılık*. 3(Special). Journal of Awareness (JoA).
- Goldin, G. A. (2000). *A scientific perspective on structured, task-based interviews in mathematics education research. Handbook of research design in mathematics and science education*. Lawrence.
- Gómez, I., Ballesta-Claver, J., & Ayllón, M. (2016). *Mathematical Thinking and Creativity through Mathematical Problem Posing and Solving*. 4(1). Journal of Educational Psychology-Propósitos y Representaciones.
- Guilford, J. (1967). *The nature of human intelligence*. New York: McGraw-Hill.
- Guilford, J. (1982). Cognitive Psychology's Ambiguities, Some Suggested Remedies. *Psychological Review*(89), 48-59.

- Gür, H., & Korkmaz, E. (2003). *İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Problem Ortaya Atma Becerilerinin Belirlenmesi*. Matematikçiler Derneği Matematik Köşesi Makaleleri.
- Harpen, V., & Sriraman, B. (2013). *Creativity and mathematical problem posing: an analysis of high school students' mathematical problem posing in China and the USA*. 82. Educational Studies in Mathematics.
- Harpen, X. Y., & Sriraman, B. (2013). *Creativity and mathematical problem posing: an analysis of high school students' mathematical problem posing in China and the USA*. 82(2). Educational Studies in Mathematics.
- Haylock, D. W. (1985). Conflicts in the assessment and encouragement of mathematical creativity in schoolchildren. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 4(16), 547-553.
- Hershkovitz, S., Peled, I., & Littler, G. (2009). Mathematical creativity and giftedness in elementary school: Task and teacher promoting creativity for all. R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu içinde, *Creativity In Mathematics And The Education Of Gifted Students* (s. 255-270). Rotterdam: Sense Publishers.
- Işık, C., & Kar, T. (2012). Işık, C. ve Kar, T. (2012). Matematik dersinde problem kurmaya yönelik öğretmen görüşleri üzerine nitel bir çalışma. , 194., *Milli Eğitim Dergisi*(194), 199-215.
- Kaplan, S. (2022). *Lise öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecinin problem kurma bağlamında incelenmesi*. Marmara Üniversitesi.
- Karataş, İ., & Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: Klinik mülakatın potansiyeli. *Elementary Education Online*, 2(2).
- Karataş, S., & Özcan, S. (2010). Yaratıcı Düşünme Etkinliklerinin Öğrencilerin yaratıcı düşüncelerine ve projegeliştirmelerine katkısı. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11, 225-243.
- Kavgacı, Y. (2016). *Matematik Problemi Çözme Stratejileri Öğretiminin Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Yaratıcılık Düzeylerinin Gelişimine Etkisi*. Konya: Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen Ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı.
- Kaya, S. N. (2020). *7.Sınıf Öğrencilerinin Hikaye Kartı Ve Hikaye Küpü kullanarak Oluşturdukları Problemlerdeki Problem Kurma Becerilerinin Ve Yaratıcılıklarının İncelenmesi*. Eskişehir: Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Matematik Ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı.

- Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from. A. H. Schoenfeld içinde, *Cognitive science and mathematics education* (s. 123-147). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Kıymaz, Y. (2009). *Ortaöğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Problem Çözme Durumlarındaki Matematiksel Yaratıcılıkları Üzerine Nitel Bir Araştırma*. Ankara: Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen Ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı.
- Küpcü, A. R. (2008). *Etkinlik Temelli Öğretim Yaklaşımının Orantısal Akıl Yürütmeye Dayalı Problem Çözme Başarısına Etkisi*. İstanbul: Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Ana Bilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı.
- Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. A. B. R. Leikin içinde, *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (s. 129-145). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.
- Leikin, R., & Lev, M. (2013). Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: what makes the difference? *ZDM Mathematics Education* (2013)(45), 183–197.
- Leung, S.-K. S. (1997). *On the role of creativethinking in problem posing*. 3. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik.
- Lowrie, T. (2002). Designing a framework for problem posing: Young children generating open-ended tasks. *Contemporary Issues in Early Childhood*, 3(3), 354-364.
- Mann, E. L. (2006). Creativity: The essence of mathematics. , 30(2), 236-260. *Journal for the Education of the Gifted* (s. Vol. 30, 236–260). içinde Prufrock.
- Mason, J. (2016). Problem Posing and Solving Today. J. Kilpatrick, E. Pehkonen, P. Felmer, J. Cai, & J. Middleton (Dü) içinde, *Posing and Solving Mathematical Problems* (s. 109-112). Switzerland: Springer International Publishing. doi:10.1007/978-3-319-28023-3
- OECD. (2003). <https://www.oecd.org/education/school/programme-for-international-student-assessment-pisa/33690591.pdf>. <https://www.oecd.org>. adresinden alındı
- Özden, Y. (2021). *Öğrenme ve Öğretme* (14. baskı b.). Ankara: Pegem Akademi.
- Pesen, C., & Bindak, R. (2021). İlkokul Matematik Dersinde Problem Çözme Öğretim Uygulamaları. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 173-186.

- PISA 2022 Creative Thinking*. (2021). oecd.org: <https://www.oecd.org/pisa/innovation/creative-thinking/> adresinden alındı
- Polya, G. (1997). *Nasıl çözmeli? (F. Halatçı, Çev.) İstanbul: . (F. Halatçı, Çev.) İstanbul: Sistem Yayıncılık.*
- Posamentier, A. S., & Krulik, S. (2020). *Etkili Ve Yaratıcı Çözümler İçin Problem Çözme Stratejileri 6-12. Sınıflar: Matematik Öğretmeni İçin Bir Kaynak* (2.baskıdan Çeviri b.). (L. Akgün, Çev.) Ankara: Pegem Akademi.
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics (Reprint). *Journal of Education*, 2(196), 1-38.
- sefa. (tarih yok).
- Shriki, A. (2013). A Model for Assessing the Development of Students' Creativity in the Context of Problem Posing. *Creative Education*, 4(07),430.
- Silver, E. A. (1994). On Mathematical Problem Posing. *For the Learning of Mathematics*, 1(14), 19-28.
- Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*(29), 75-80.
- Silver, E. A. (2016). Mathematical Problem Solving and Teacher Professional Learning:The Case of a Modified PISA Mathematics Task. P. Felmer, E. Pehkonen, & J. Kilpatrick içinde, *Posing and Solving Mathematical Problems* (s. 345-360). Switzerland: Springer International Publishing .
- Silver, E., & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for research in mathematics education*, 5(27), 521-539.
- Singer, F. M., Voica, C., & Pelczer, I. (2017). Cognitive styles in posing geometry problems: implications for assessment of mathematical creativity. *ZDM Mathematics Education*(49(1)), 37-52.
- Singer, F. M., Voica, C., & Pelczera, I. (2013). Cognitive framing: A case in problem posing. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*(78), 195-199.
- Singer, F., Pelczer, I., & Voica, C. (2015). Problem posing: Students between driven creativity and mathematical failure. In *CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, (s. 1073-1079).

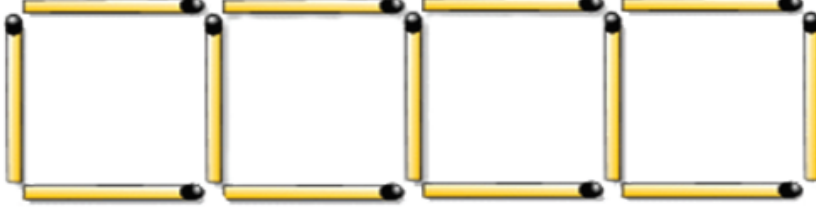
- Sriraman, B. (2003). Mathematical Giftedness, Problem Solving, and the Ability to Formulate Generalizations: The Problem-Solving Experiences of Four Gifted Students. *The Journal of Secondary Gifted Education*, 3, 151-165.
- Sriraman, B. (2004). The characteristics of mathematical creativity. *The mathematics educator*(14).
- Sriraman, B. (2005). Are giftedness and creativity synonyms in mathematics , 17, 20-36. *The Journal of Secondary Gifted Education*(17), 20-36.
- Sriraman, B. (2009, temmuz 29). The characteristics of mathematical creativity. *ZDM Mathematics Education* (2009) 41:13–27, s. 13-47.
- Stoyanova, E. N. (1997). *Extending and exploring students' problem solving via problem posing: A study of Years 8 and 9 students involved in Mathematics Challenge and Enrichment Stages of Euler Enrichment Program for Young Australians*. Edith Cowan University.
- Torrance, E. (1965). *Scientific views of creativity and factors affecting its growth*. Daedalus.
- Torrance, E. (1974). *Torrance tests of creative thinking* . Bensenville: Scholastic Testing Service.
- Vidal, R. V. (2010). *Creativity for problem solvers an applied university course*. Denmark.
- Voica, C., & Singer, F. (2013). Problem Modification as a Tool for Detecting Cognitive Flexibility in School Children. *Zentralblatt für didaktik der Mathematik*, 2(45), 267-279. doi:10.1007/s11858-013-0492-8
- Xu, B., Cai, J., Liu, Q., & Hwang, S. (2020). Teachers' predictions of students' mathematical thinking related to problem posing. *International Journal of Educational Research*(102).
- Yaman, S., & Dede, Y. (2005). Matematik ve fen eğitiminde problem kurma uygulamaları. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (20), 1-11.(20), 1-11.
- Yaprakdal, A. B. (2013). *Öğrenme nesneleri tasarımının öğretmen adaylarının eleştirel, yaratıcı düşünme ve bilimsel süreç becerilerine etkisi*. İstanbul: Marmara Üniversitesi.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: seçkin.
- Yıldız, Z., & Özdemir, A. (2015). *Analyzing of Problem Posing Abilities of Preservice Middle School Mathematics Teachers*. 7(2). International Online Journal of Educational Sciences.

Yuan, X., & Sriraman, B. (2011). An exploratory study of relationships between students' creativity and mathematical problem-posing abilities: Comparing Chinese and US students. *In The elements of creativity and giftedness in mathematics* (s. 5-28). içinde Brill sense.



EKLER

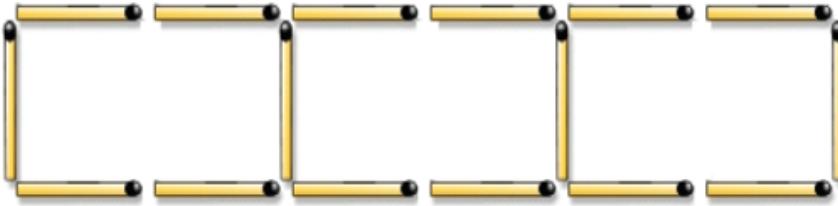
Problem 1



Şekilde 4 kareyi yapmak için 13 kibrit çöpü kullanılmıştır. Aynı yöntemle 73 kibrit kullanılarak kaç tane kare yapılabilir. Cevabı bulmanızı sağlayacak işlemlerinizi yazınız.

|

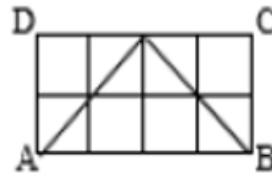
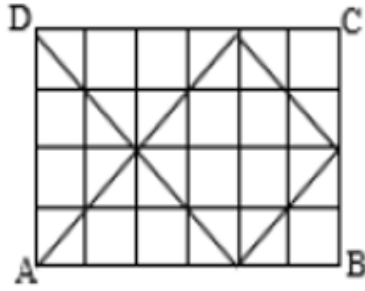
(Şekil-1 de verilen problemin bir koşulu değiştiğinde kullanılacak problemdir)



Problem 2

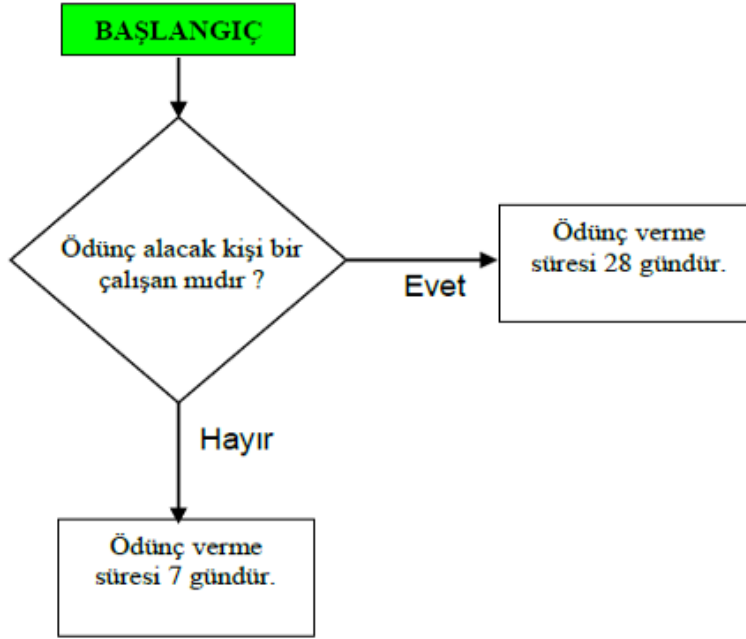
Aşağıda yer alan çizimlerdeki gibi bir bilyardo masası düşünün. Top, A noktasından 45° lik açı ile vurularak masanın bir kenarına çarptıktan sonra yine 45° lik açı ile hareket etmektedir.

Örneklerde, top birçok kez vurularak bilyardo masasının bir köşesinden deliğe düşmüştür. İlk örnekte top, 6x4 lük masada birkaç hareket sonrası D köşesinden deliğe düşmüştür. İkinci örnekte ise 4x2 lik masada topun hareketi görülmektedir.



Masanın boyutlarını da düşünerek, topun son ulaşacağı noktayı tahmin etmeye çalışın. Top hangi durumlarda A deliğine düşer? Hangi durumlarda B, C ve D deliklerine düşer?

Problem 3



Cumhuriyet Fen Lisesinin buna benzer, ama daha karmaşık bir ödünç verme yöntemi vardır:

- "Ayırtılan" olarak sınıflandırılmış olan bütün yayınların ödünç verme süresi 2 gündür.
- Ayırtılan listesinde **yer almayan** kitaplar için (dergiler dışında), ödünç verme süresi öğretmenler için 28 gün, öğrenciler için 14 gündür.
- Ayırtılan listesinde **yer almayan** dergiler için, ödünç verme süresi herkese 7 gündür.
- Üzerinde geri verilmesi gecikmiş kitap ya da dergi kaydı bulunan kişilerin hiçbir yayını ödünç almalarına izin verilmeyecektir.

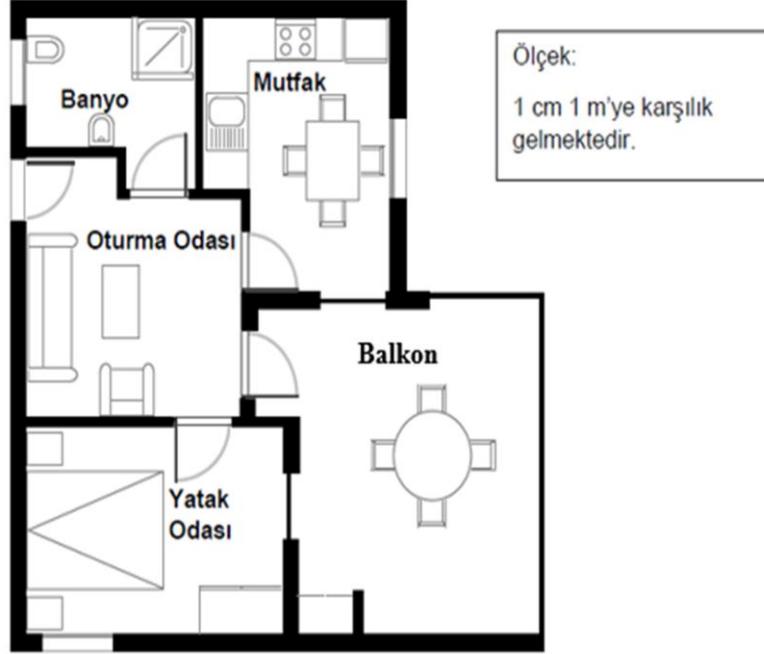
Cumhuriyet Fen Lisesinin Kitaplığında ödünç kitap ve dergi alma sistemini otomatik olarak denetleyecek bir sistem geliştirip işleviş şemasını örnekteki gibi çiziniz. Sizin geliştirdiğiniz sistem olabildiğince işlevsel olmalı .Her denetim aşamasının yalnızca **iki** çıktısı bulunmalı ve bu çıktılar uygun olarak etiketlenmelidir (Örneğin “Evet” ve “Hayır” gibi).

Problem 4

Elif ardışık 4 tam sayının çarpımı 24 e tam bölündüğünü idda ediyor. Elif in bu iddasını destekleyecek fikirler yazalım

Problem 5

Berat'ın bir emlakçıdan satın almak istediği evin planı aşağıda verilmiştir.



Apartman dairesinin toplam alanını(balkon ve duvarlar dahil) yaklaşık olarak hesaplamak için her odanın boyutlarını ölçerek alanını hesaplayabilir ve bu alanları toplayabilirsiniz.

4 uzunluğu ölçerek toplam alanı bulabileceğiniz daha pratik bir yöntem vardır. Yukarıdaki planın üzerinde apartman dairesinin toplam taban alanını yaklaşık olarak bulmaya yarayan bu dört uzunluğu işaretleyiniz.



T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİK KURULU KARARI

Sayı:

Tarih:

Çalışmanın Yürütücüsü: Havva ÖZ

Diğer Araştırmacılar: Dr. Öğr. Üyesi Ali Rıza KÜPÜCÜ

Onay Tarihi ve Onay Sayısı: 12.07.2021 /6-4

Sayın: Havva ÖZ

“Akademik Başarısı Yüksek Öğrencilerin Matematiksel Problem Çözme, Problem Kurma ve Yeniden Düzenleme Sürecinde Yaratıcılıklarının İncelenmesi” isimli çalışmanız Üniversitemiz Eğitim Bilimler Enstitüsü Araştırma ve Yayın Etik Kurulu tarafından incelenmiş ve etik yönden uygunluğuna karar verilmiştir.

Prof. Dr. Seyfi KENAN

Kurul Başkanı

Prof. Dr. Dilek ERBAŞ

Kurul Başkan Yardımcı

Prof. Dr. Mustafa USLU

Üye

Prof. Dr Musa YÜCE

Üye

Prof. Dr. Mustafa S. KAÇALIN

ÜYE

Prof. Dr. Feruzan GÜNDOĞAR

ÜYE

Prof. Dr Halil Ekşi

Üye

Prof. Dr Hülya KAYALI

Üye

EK-2 VELİ ONAY MEKTUBU

Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı yüksek lisans öğrencisiyim. Tez kapsamında "Akademik Başarısı Yüksek Öğrencilerin Matematiksel Problem Çözme, Problem Kurma ve Yeniden Düzenleme Sürecinde Yaratıcılıklarının İncelenmesi" adlı araştırmayı yürütmekteyim. Araştırmanın amacı akademik başarısı yüksek öğrencilerin problem çözme ve problem sürecinde sergiledikleri yaratıcılıklarının incelenmesidir. Bu amaçla çocuklarınızı araştırma kapsamında problem çözme ve problem kurma sürecinde bireysel olarak izleyeceğim. Çalışma haftada 2 defa bireysel olarak gerçekleştirilecektir. Toplam 5 hafta süreç bu çalışma da oturumlar video ile kayıt altına alınacaktır. Araştırma sürecinde elde edilen bilgiler kesinlikle gizli tutulacak ve sadece bu araştırma için kullanılacaktır bu form imzalandıktan sonra hem Siz hem de çocuğunuz istediğiniz zaman çalışmayı yarıda bırakma hakkına sahip olacaksınız araştırma sonuçlarının özeti çalışma bitiminde isterseniz sizinle paylaşılacaktır.

Araştırma ile ilgili sorularınızı e-posta adresi veya telefon numarası ile bana yöneltebilirsiniz
Saygılarımla Havva Öz

E-mail:

Lütfen bu araştırmaya çocuğunuzun katılması konusundaki tercihinizi aşağıdaki seçeneklerden size en uygun olanı işaretleyip altına imzanızı atarak belirtiniz.

Bu araştırmada katılımcı olmasına izin veriyorum. ☐

Bu araştırmada katılımcı olmasına izin vermiyorum ☐

Çalışmayı istediğin zaman yarıda kesebileceğimi biliyorum ve elde edilen bilgilerin bilimsel amaçlı kullanılmasını kabul ediyorum . ☐

Elde edilen bilgilerin bilimsel amaçlı kullanılmasını kabul etmiyorum. ☐