



TC

ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS TEZİ



HOMOJEN METRİKLERDE
 $f(R, T)$ TEORİ MODELLERİ

Aysel KIZILCIK

Matematik Anabilim Dalı

ÇANAKKALE

TC
ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS TEZİ

HOMOJEN METRİKLERDE
 $f(R, T)$ TEORİ MODELLERİ

Aysel KIZILCIK

Matematik Anabilim Dalı

Tezin Sunulduğu Tarih: 17/01/2020

Tez Danışmanı:

Doç. Dr. Can AKTAŞ

ÇANAKKALE

Aysel KIZILCIK tarafından Doç. Dr. Can AKTAŞ yönetiminde hazırlanan ve 17/01/2020 tarihinde aşağıdaki jüri karşısında sunulan “**Homojen Metriklerde $f(R,T)$ Teori Modelleri**” başlıklı çalışma, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Matematik Anabilim Dalı**’nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak oy birliği ile kabul edilmiştir.

JÜRİ

Doç. Dr. Değer SOFUOĞLU

.....

Başkan

Doç. Dr. Can AKTAŞ

.....

Üye

Doç. Dr. Sezgin AYGÜN

.....

Üye

Prof. Dr. Levent GENÇ

Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

Sıra No:.....

Bu çalışma Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimince Desteklenmiştir. Proje Numarası:...

İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI



Bu tezde görsel, işitsel ve yazılı biçimde sunulan tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uyularak tarafımdan elde edildiğini, tez içinde yer alan ancak bu çalışmaya özgü olmayan tüm sonuç ve bilgileri tezde kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.

Aysel KIZILCIK

TEŐEKKÖR

Bu tezin gerçekleřtirilmesinde, çalıřmam boyunca benden bir an olsun yardımlarını esirgemeyen saygı deęer danıřman hocam Doç. Dr. Can AKTAŐ, alıřma sűresince tűm zorlukları benimle gűęűsleyen eřim Ahmet Selim KIZILCIK ve hayatımın her evresinde bana destek olan deęerli aileme sonsuz teőekkűrlerimi sunarım.

Aysel KIZILCIK
anakkale, Ocak 2020



SİMGELER VE KISALTMALAR

R_{ij}	Ricci tensörü
g_{ij}	Metrik tensör
T_{ij}	Enerji-momentum tensörü
R	Ricci skaler
Λ	Kozmolojik terim
p	Basınç
ρ	Toplam enerji yoğunluğu
u_i	4-lü hız vektörü
x_i	Sicim yönü
ρ_p	Parçacık yoğunluğu
H	Hubble parametresi
θ	Genişleme parametresi
σ^2	Shear skaleri
GRT	Genel Rölativite Teorisi
A, B	Metrik potansiyeli
BFP	Bouncing Frenleme Parametresi
SFP	Sabit Frenleme Parametresi
p_{BFP}	BFP için basınç
p_{SFP}	SFP için basınç
ρ_{BFP}^{BI}	BFP'nin Bianchi I evren modeli için enerji yoğunluğu
λ_{SFP}^{KS}	SFP'nin Kantowski-Sachs evren modeli için sicim gerilimi
$p_{BFP_{GRT}}^{BI}$	BFP'nin Bianchi I evren modeli için basıncın Genel Rölativite çözümü
$p_{SFP_{GRT}}^{BIII}$	SFP'nin Bianchi III evren modeli için basıncın Genel Rölativite çözümü

ÖZET

HOMOJEN METRİKLERDE $f(R, T)$ TEORİ MODELLERİ

Aysel KIZILCIK

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Matematik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Doç. Dr. Can AKTAŞ

17/01/2020, 45

Bu tez çalışmasında Genel Rölativite teorisinin (GRT) modifiye edilmiş şekli olan $f(R, T)$ teoride Bianchi I, III ve Kantowski-Sachs evren modelleri için sicim içeren ideal akışkanı inceledik. Bu amaçla $f(R, T)$ fonksiyonu için üç öneriden biri olan $f(R, T) = R + 2h(T)$ yi kullanarak evren modelleri için çözümleri elde ettik. Son olarak da $f(R, T)$ teorisinde elde edilen denklemlerin fiziksel sonuçlarını inceleyerek verdik. Ayrıca bulduğumuz çözümlerin Genel Rölativite sonuçlarını elde ettik ve yorumladık.

Anahtar sözcükler: $f(R, T)$ Teori, Genel Rölativite Teorisi, LRS Bianchi I Evren Modeli, Kantowski-Sachs Evren Modeli, Bianchi III Evren Modeli

ABSTRACT

$f(R, T)$ THEORY MODELS IN HOMOGEN METRICS

Aysel KIZILCIK

Çanakkale Onsekiz Mart University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Master of Science Thesis in Department of Mathematics

Advisor: Prof. Dr. Name SURNAME

01/17/2020, 45

In this paper, we have investigated the cloud of string with a perfect fluid (CSPF) matter distribution for the Bianchi I, III and Kantowski-Sachs space-time models in the $f(R, T)$ theory which explains the accelerated expansion of the universe. For this purpose, we have used the function $f(R, T) = R + 2h(T)$ which is one of the three propositions we have found for the function $f(R, T)$. Finally we gave the graphs by examining the physical results of the equations obtained in $f(R, T)$ theory. Also, we have obtained General Relativity theory (GRT) solutions.

Keywords: $f(R, T)$ Theory, General Relativity Theory, LRS Bianchi I Universe Model, Kantowski-Sachs Universe Model, Bianchi III Universe Model

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
TEZ SINAVI SONUÇ FORMU.....	ii
İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI.....	iii
TEŞEKKÜR.....	iv
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	v
ÖZET	vi
ABSTRACT.....	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	x
BÖLÜM 1	
GİRİŞ	1
BÖLÜM 2	
ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	4
BÖLÜM 3	
MATERYAL VE YÖNTEM	6
3.1. $f(R, T)$ Denklemleri.....	6
3.2. Kinematik Nicelikler	8
BÖLÜM 4	
ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA.....	11
4.1. Bouncing Frenleme Parametresi (BFP) İçin Çözümler.....	14
4.1.1. BFP için LRS Bianchi I Çözümleri	20
4.1.2. BFP için Kantowski-Sachs Çözümleri.....	21
4.1.3. BFP için Bianchi III Çözümleri	22
4.2. BFP için Genel Rölativite Çözümleri	24
4.2.1. BFP için LRS Bianchi I Metriğinin Genel Rölativite Çözümleri	25
4.2.2. BFP için Kantowski-Sachs Metriğinin Genel Rölativite Çözümleri	26
4.2.3. BFP için Bianchi III Metriğinin Genel Rölativite Çözümleri	27
4.3. Sabit Frenleme Parametresi (SFP) için Çözümler	28
4.3.1. SFP için LRS Bianchi I Çözümleri	32
4.3.2. SFP için Kantowski-Sachs Çözümleri	32
4.3.3. SFP için Bianchi III Çözümleri.....	34
4.4. SFP için Genel Rölativite Çözümleri	37
4.4.1. SFP için LRS Bianchi I Metriğinin Genel Rölativite Çözümleri.....	38
4.4.2. SFP için Kantowski-Sachs Metriğinin Genel Rölativite Çözümleri	39
4.4.3. SFP için Bianchi III Metriğinin Genel Rölativite Çözümleri.....	39

BÖLÜM 5

SONUÇ VE ÖNERİLER.....	41
KAYNAKLAR.....	43
ÖZGEÇMİŞ	I



ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa No
Şekil 1. BFP için frenleme parametresinin zamana göre değişimi	15
Şekil 2. BFP için ölçek çarpanının zamana göre değişimi.....	16
Şekil 3. BFP için Hubble parametresinin zamana göre değişimi.....	17
Şekil 4. BFP için A metrik potansiyelinin zamana göre değişimi	18
Şekil 5. BFS için B metrik potansiyelinin zamana göre değişimi	18
Şekil 6. BFP için basıncın zamana göre değişimi	23
Şekil 7. BFP için enerji yoğunluğunun zamana göre değişimi	23
Şekil 8. BFP için sicim geriliminin zamana göre değişimi	24
Şekil 9. BFP için kozmolojik terimin zamana göre değişimi	24
Şekil 10. SFP için Hubble parametresinin zamana göre değişimi	28
Şekil 11. SFP için ölçek çarpanının zamana göre değişimi	29
Şekil 12. SFP için A metrik potansiyelinin zamana göre değişimi	29
Şekil 13. SFP için B metrik potansiyelinin zamana göre değişimi	30
Şekil 14. SFP için basıncın zamana göre değişimi.....	35
Şekil 15. SFP için enerji yoğunluğunun zamana göre değişimi	36
Şekil 16. SFP için sicim geriliminin zamana göre değişimi	36
Şekil 17. SFP için kozmolojik terimin zamana göre değişimi	37

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Kozmoloji, evrenin oluşumunu, evrimini ve dinamiğini inceler. Evrenin nasıl oluştuğu, evrenin geçmişte nasıl bir halde olduğu, gelecekte nasıl olacağı; geometrisinin neye benzediği, nasıl bir şekilde genişlediği (ya da büzüştüğü), uzay ve zaman kavramı, kütle çekimi ve bunun gibi sayısız soruya cevap arayan bir bilim dalıdır.

Kozmolojik model matematiksel olarak, evrenin şuanki davranışını ve zaman içerisindeki değişimini açıklamaya çalışır. Bu matematiksel yapıda ele aldığımız evren modelleri homojenlik, izotropi, rotasyon ve bu gibi özelliklerin kullanılması ile çeşitlilik gösterir. Bu homojen modeller izotrop ve anizotrop modeller olmak üzere kendi içinde ikiye ayrılır (Silk, 1997).

Matematiksel açıdan gravitasyonu en iyi şekilde ifade eden ilk teori Newton'ın gravitasyon teorisidir (Özemre, 1982). Klasik kütle çekimi araştırarak olursak Newton'dan önce Kepler ve Galileo ya kadar gitmemiz gerekir (Serway (1995)). Ancak yeryüzündeki hareketlerin incelenmesinde, gezegenlerin ve diğer bütün gök cisimlerin yörüngelerini saptamada, Newton teorisi Kepler ve Galileo'ya göre çok başarılı olmuştur. Bu sebeptendir ki Newton matematiksel açıdan gravitasyonu en iyi şekilde açıklar. Fakat 19. yüzyıla doğru Newton'nun yerçekimi teorisi, ışığın gravitasyonel alanda sapması, Merkür'ün enberi noktasının ilerlemesi gibi birçok konuyu açıklamakta yeterli olamamıştır (Özemre (1982)). İşte bu gibi benzer konuları açıklamak için modern fizik ortaya çıkmıştır (Serway (1995)). Modern fizikte en önemli buluşlar rölativite teorisi ve kuantum mekaniği alanlarından olmuştur. Genel görelilik (rölativite) ise ilk defa Einstein tarafından ileri sürülmüştür (Serway (1995)).

20. yüzyılın en önemli bilim adamları arasında sayılan Einstein'ın bilim dünyasına kattığı Brownian hareketi, Foto Elektrik olayı, Özel Rölativite teorisi, GRT, Kütle-enerji bağıntısı olmak üzere beş önemli makalesi vardır (Einstein, 1915). Bu makalelerin en önemli olanı, evrenin yapısını ve bu yapıdaki büyük ölçekte gravitasyonel etkileşimleri tanımlamak ve açıklamak için , 1916 yılında yayınladığı GRT dir (Özemre (1982)). GRT ışığın gravitasyonel alanda sapması, gezegenlerin perihelinin ilerlemesi ve ışığın kırmızıya kayması gibi testleri en geçerli kılan teoridir (Özemre (1982)). GRT, evrende madde ile geometri arasındaki ilişkiyi açıklamaya çalışır. Yani, GRT göre evrendeki madde geometriyi, geometri de maddeyi etkiler (Einstein (1915), Einstein (1917)).

O yıllarda yaygın olan görüş evrenin durağan olduğudur. Bunu sağlamak için Einstein

denklemlerine kozmolojik terim eklemiştir (Einstein (1917)). Ancak, Einstein evren için bir model oluşturmaya başladığında, böyle bir kozmolojik terimin olmaması gerektiğini düşündü. Daha sonra da bu kozmolojik terimi denklemlerinden çıkartmıştır. Sonraları ise bu alanda yapılan çalışmalarda, evrenin madde içeriğinden dolayı, genişlemenin yavaşlayabileceği düşüncesiyle yavaşlama miktarını ölçebilmek için 'frenleme parametresi' adı verilen bir nicelik belirlemeye çalışmışlardır (Friedmann (1922), Sandage (1962)).

Ancak 1929 yılında Edwin Hubble galaksilerden gelen ışığı incelerken, galaksilerin dünyamıza olan uzaklıkları ile kırmızıya kaymaları arasında bir ilişki buldu (Hubble (1929)). Hubble yasası olarak bilinen bu teoriye göre, galaksiler bize göre bir görünür hıza sahiptirler. Buradan da "Galaksiler arasında bulunan uzaklık artmakta olduğuna göre, bunların hepsinin geçmiş zamanda bir arada olmaları gerektiği" çıkarımına ulaşılmıştır (Hubble (1929)). Bu ulaşılan bilgiler 20. yüzyılın ilk dönemlerinde savunulmaya başlanan büyük patlama teorisini desteklemektedir (Hubble (1929)).

1929 yılında Hubble'ın evrenin genişlediğini gözlemlerle kanıtlamasından sonra, GRT bir anlamda yanlışlığa düşmüştür. Einstein evren modeli denen ilk evren modelini; 1917 de Sitter'in kozmolojik terimli, 1922'de Friedmann'ın kozmolojik terimsiz, 1927'de Eddington ve Lemaitre'nin kozmolojik terimli evren modelleri izlemiştir (Silk (1997)). Bütün bu evren modelleri, evrenin izotrop ve homojenliğine dayandırılarak açıklanmıştır (Silk (1997)).

1998 ve 1999 yıllarında Riess ve Perlmutter'in ((Riess ve diğerleri (1998)), Perlmutter ve diğerleri (1999)) yaptıkları çalışmalar evrenin ivmelenerek genişlediğini göstermektedir. 1998-1999 daki bu çalışmaları yapan bilim insanları 2011 yılında Nobel Fizik ödülü almışlardır.

Yaşadığımız evrenin tamamını kaplayan, tespit edilemeyen ve dolaylı yollar ile bir şekilde varlığı anlaşılan, görünmeyen enerjiye karanlık enerji adı verilir. Evrenin genişlemesine ve ivmelenmesine evrenin %73 ünü oluşturan karanlık enerjinin ve %23 ünü oluşturan karanlık maddenin neden olabileceği görüşü kabul görmektedir.

Ancak GRT evrenle ilgili birçok olayı açıklarken karanlık madde ve karanlık enerjiyi açıklamakta yetersiz kalmaktadır (Weinberg (1972)). Bu nedenle birçok bilim insanı Einstein'nın öne sürdüğü GRT ye bazı eklemeler yaparak modifiye bazı yeni teoriler de ileri sürerek, evrenin ivmelenmesini ve genişlemesini açıklamaya çalışmışlardır. Bu modifiye teoriler Einstein'ın denklemlerine bazı vektörel, skaler, tensörel ilave terimler ekleyerek elde edilmiştir. Bu teoriler; Lyra teori, Creation Field, Self Creation, $f(R)$ teori, $f(R, T)$ teori vb dir. Bu teorilerden bazıları Einstein alan denklemlerinin madde kısmına ekleme yapan Creation Field (Hoyle ve Narlikar (1966)), Self Creation (Barber (1982)) vb iken bazıları ise geometri kısmına ekleme yapan Lyra teori, $f(R)$ (Buchdahl (1970)) vb dir.

Ancak 2011 yılında Harko ve Ark. (Harko, Lobo, Nojiri, ve Odintsov (2011)) tarafından önerilen $f(R, T)$ teori hem madde hem de geometri kısmına modifikasyon önermiştir. Bu nedenle $f(R, T)$ teori son yıllarda birçok bilim insanı tarafından ilgi görmüş ve çalışılmıştır.

Evrenin bu yapısı bütün çağlar boyunca merak konusu olmuş ve hala günümüzde de olmaya devam etmektedir. Evrenin başlangıcının nasıl olduğu, sonunun nasıl olacağı henüz bir netlik kazanmamış ve şuan hala bu konu üzerinde çalışılmaktadır.

Bizim de bu çalışmayı yapmaktaki amacımız, evrenin ivmelenerek genişlemesini açıklamaya çalışan $f(R, T)$ teoride, sicim içeren ideal akışkanın homojen anizotropik LRS Bianchi I, Kantowski-Sachs ve Bianchi III tipi metriklerdeki davranışını inceleyip bir evren modeli oluşturmaktır.

Bunun için, Harko ve ark. nın (Harko ve diğerleri, 2011) yayınladıkları makalede $f(R, T)$ fonksiyonu için üç öneriden biri olan $f(R, T) = R + 2h(T)$ fonksiyonunu ele alarak evren modellerini inceledik. Evren modellerini oluştururken elde ettiğimiz denklemlerimizi çözebilmek için ilave denklem olarak shear skaleri ile genişleme skaleri arasındaki bağıntıyı (durum denklemi) ve Bouncing frenleme parametresi (BFP) ile sabit frenleme parametresini (SFP) kullandık. Son olarak ise bulunan çözümlerin fiziksel yorumunu yapıp, $\mu = 0$ için Genel Rölativite sonuçlarını elde ettik.

Kısaca özetlersek, çalışmanın ikinci bölümünde bu alanda yapılan önceki çalışmalara yer verildi. Üçüncü bölümünde kullanılan materyel ve yöntemlerden bahsedip $f(R, T)$ denklemlerine yer vererek, kullandığımız kinematik niceliklerin en genel hallerinden bahsettik. Dördüncü bölümünde ise araştırma bulgularımıza yer verdik. Yani bulduğumuz alan denklemlerine, bu alan denklemlerini çözebilmek için gerekli olan ilave denklemlere yer verip, LRS Bianchi I, Kantowski-Sachs ve Bianchi III metriklerinde sicim içeren ideal akışkanı, $f(R, T)$ teori çerçevesinde BFP ve SFP yi kullanarak sonuçlarımızı elde ettik. Bu bölümde son olarakta bulunan sonuçlarımızın grafik çizimlerini yaptık. Beşinci bölümünde ise LRS Bianchi I, Kantowski-Sachs ve Bianchi III metrikleri için bulunan sonuçların yorumlamalarına değinerek, bulunan sonuçların $\mu = 0$ olarak GRT deki çözümlerine yer verdik.

BÖLÜM 2

ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

$f(R, T)$ teori, ilk olarak Harko ve ark. (Harko ve diğerleri (2011)) tarafından ortaya atılmış bir alternatif gravitasyon teorisidir. Harko ve arkadaşlarının çalışmasından sonra bu konu, değişik uzay zaman metrikleri için çalışılmıştır.

Sharif ve Zubair $f(R, T)$ gravitasyon teorisinde homojen ve anizotropik Bianchi tip I evren modelinde ideal akışkanın davranışını incelemişlerdir (Sharif ve Zubair (2012)). Farasat, Jhangeer ve Bhatti sabit frenleme parametresini kullanarak Bianchi I ve V evren modelleri için çözümlerini elde etmişlerdir (Farasat S., Jhangeer, ve Bhatti (2012)). Pradhan, Amirhaschi ve Zainuddin $f(R, T)$ teori ve kozmik genişleme ile ilgili 2011 yılında bir çalışma yapmışlardır (Pradhan, Amirhashchi, ve Zainuddin (2011)). Sharif ve Zubair $f(R, T)$ teoride homojen ve anizotropik Bianchi tip I evren modelini, ideal akışkan ve skaler alan içeren madde dağılımı incelemişlerdir (Sharif ve Zubair (2012)). Shamir ve Bhatti ise LRS Bianchi tip evren modeli için $f(R, T)$ teoriyi araştırmışlardır (Shamir ve Bhatti (2012)). Myrzakulov ise $f(R, T)$ teorisinin geometrisini inceleyerek, modelin geometrik açıdan çeşitli metrikler ve madde dağılımlarını araştırmıştır (Myrzakulov (2012)). Rao ve Neelima $f(R, T)$ teoriyi ideal akışkan çerçevesinde araştırmışlardır (Rao ve Neelima (2013)). Reddy, Anitha ve Umadevi, Kantowski-Sachs evren modelinde bulk viskoz akışkan içeren madde dağılımını $f(R, T)$ teori çerçevesinde incelemişlerdir (Reddy, Anitha, ve Umadevi (2014)). Santos ve Ferst, Gödel tipi evren modelini $f(R, T)$ teorisinin modifiye edilmiş varyasyonlarını kullanarak inceleyip araştırma yapmışlardır (Santos ve Ferst (2015)). Zubair ve Ali Hassan (2016), $f(R, T)$ teorisinin killing vektör alanına uyumunu araştırmıştır. Singh, Bishi ve Sahoo $f(R, T)$ gravitasyon teorisinde skaler alan ve kozmolojik sabitin davranışını $f(R, T) = R + 2f(T)$ koşulunda, homojen ve anizotropik Bianchi tip-I evren modelinde araştırmışlardır. (Singh, Bishi, ve Sahoo (2016)). Zubair ve çalışma arkadaşları çeşitli $f(R, T)$ teori modellerini alarak farklı çözümler bulmuşlardır (Zubair, Sardar, Rahaman, ve Abbas (2016)). Sofuoğlu $f(R, T)$ gravitasyon teorisinde Bianchi IX evren modelini ideal akışkan madde dağılımı için incelemiştir (Sofuoğlu (2016)). Aktaş ve Aygün FRW evreni için manyetize acayip kuark madde çözümlerini $f(R, T)$ teoride incelemişlerdir (Aktaş ve Aygün (2017)). Aygün ve ark. Marder metriğinde kozmolojik sabitli acayip kuark madde çözümlerini $f(R, T)$ çerçevesinde araştırmışlardır (Aygün, Aktas, ve Yılmaz (2016)). Solanke ve Karade $f(R, T)$ teoriyi $f(R, T) = R + \lambda f(T)$ genel durumuna göre incelemişlerdir. (Solanke ve Karade (2017)). Sahoo ve Reddy, Bianchi-I evreninde $f(R, T)$ teoriyi $f(R, T) = R + 2f(T)$ için bulk viscous çerçevesinde

araştırmışlardır (Sahoo ve Reddy (2018)). Yadav ve Ali $f(R, T)$ gravitasyon teorisinin $f(R, T) = R + 2f(T)$ koşulunda Bianchi I evren modeli için çözümlerini elde etmişlerdir. (Yadav ve Ali (2018)).



BÖLÜM 3

MATERYAL VE YÖNTEM

Einstein alan denklemleri, evrendeki madde dağılımıyla uzay-zaman geometrisi arasındaki ilişkiyi tanımlar. Einstein alan denklemlerinin sol tarafı uzay-zaman geometrisiyle, sağ tarafı ise madde dağılımıyla ilgilidir. Einstein, alan denklemlerini ifade ederken tensörleri kullanmıştır. Çünkü tensörler herhangi bir koordinat dönüşümü altında değişmeden kalan geometrik yapılardır.

Gravitasyonel etkileşmeri ve büyük ölçekte evrenin yapısını açıklayan Einstein alan denklemlerinin tensörel formdaki ifadesi (Harko ve diğerleri (2011));

$$R_{ij} - \frac{1}{2}Rg_{ij} + \Lambda g_{ij} = -\chi T_{ij}$$

şeklindedir. Bu denklemler 1916 yılında Albert Einstein tarafından yayınlanmıştır. Burada R_{ij} Ricci tensörü, g_{ij} metrik tensör, T_{ij} enerji-momentum tensörü, R Ricci skaleri, Λ kozmolojik terim olup $\chi = \frac{8\pi G}{c^4}$ dir. Burada c ışık hızı, G ise gravitasyon sabitidir.

3.1. $f(R, T)$ Denklemleri

$f(R, T)$ gravitasyon teorisindeki etki fonksiyonu

$$S = \frac{1}{16\pi} \int \left(\frac{f(R, T)}{G} + L_m \right) \sqrt{-g} d^4x \quad (3.1)$$

şeklindedir. Burada R Ricci skaleri, T enerji momentum tensörünün izi, g g_{ij} (metrik tensörün) nin determinantı olup $f(R, T)$ ise R ve T nin keyfi fonksiyonlarıdır. Ayrıca L_m maddenin Lagrangianı ve maddenin basınç-enerji tensörü şöyle tanımlanır(Harko ve diğerleri (2011));

$$T_{ij} = -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g}L_m)}{\delta g^{ij}}$$

Maddenin Lagrangianı L_m nin sadece metrik tensör bileşenlerine yani g_{ij} ye bağlı olup ve türevlerine bağlı olmadığını varsayarsak aşağıdaki şekilde elde edilir (Harko ve diğerleri (2011));

$$T_{ij} = g_{ij}L_m - \frac{2\delta L_m}{\delta g^{ij}}$$

(3.1) denkleminin varyasyonundan aşağıdaki denklemini elde ederiz;

$$f_R(R, T)R_{ij} - \frac{1}{2}f(R, T)g_{ij} + (g_{ij}\square - \nabla_i \nabla_j) f_R(R, T) = 8\pi T_{ij} - f_T(R, T)T_{ij} - f_T(R, T)\Xi_{ij} + \Lambda g_{ij} \quad (3.2)$$

Burada $f_R(R, T) = \frac{\partial f(R, T)}{\partial R}$ ve $f_T(R, T) = \frac{\partial f(R, T)}{\partial T}$ olup sırasıyla $f(R, T)$ fonksiyonunun R ve T ye göre türevlerini göstermektedir (Harko ve diğerleri, 2011). Ayrıca ∇_i kovaryant türev olup $\square = \nabla_i \nabla^i$ dir. Ξ_{ij} ise aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$\Xi_{ij} = -2T_{ij} + g_{ij}L_m - 2g^{\alpha\beta} \frac{\partial^2 L_m}{\partial g^{\alpha\beta} g_{ij}} \quad (3.3)$$

(3.3) denkleminin kontraksiyonu alınır

$$f_R(R, T)R + 3\square f_R(R, T) - 2f(R, T) = 8\pi T - f_T(R, T)T - f_T(R, T)\Xi + 4\Lambda \quad (3.4)$$

şeklini alır (Harko ve diğerleri (2011)). Burada $\Xi = g^{\alpha\beta} \Xi_{\alpha\beta}$ değerine sahiptir. (3.2) ve (3.4) denklemlerinden $f(R, T)$ teorideki alan denklemlerini aşağıdaki gibi elde ederiz (Harko ve diğerleri (2011)).

$$f_R(R, T)\left(R_{ij} - \frac{Rg_{ij}}{3}\right) + \frac{f(R, T)g_{ij}}{6} = 8\pi\left(T_{ij} - \frac{Tg_{ij}}{3}\right) - f_T(R, T)\left(T_{ij} - \frac{Tg_{ij}}{3}\right) - f_T(R, T)\left(\Xi_{ij} - \frac{\Xi g_{ij}}{3}\right) + \nabla_i \nabla_j f_R(R, T) + \Lambda g_{ij} \quad (3.5)$$

Denklem (3.3) den aşağıdaki denklem elde edilir

$$\Xi_{ij} = -2T_{ij} - pg_{ij} \quad (3.6)$$

Harko ve diğerleri (2011) yayınladıkları makalede $f(R, T)$ fonksiyonu için üç öneride bulunmuşlardır. Bunlar;

$$f(R, T) = \begin{cases} R + 2h(T) \\ f_1(R) + f_2(R) \\ f_1(R) + f_2(R)f_3(T) \end{cases}$$

şeklinde. Buradaki $f(R, T) = f_1(R) + f_2(R)f_3(T)$ şeklindeki seçim, $f(R, T)$ fonksiyonunun olası tüm durumlarına karşılık gelmektedir. Eğer $f(R, T) = R$ alınırsa, $f(R, T)$ teori GRT'ye dönüşür.

3.2. Kinematik Nicelikler

Genişleme skaleri olan θ

$$\theta = u^i_{;i} = g^{ij}u_{i;j} \quad (3.7)$$

şeklinde tanımlıdır (Misner, Thorne, ve Wheeler (2017)). Burada u^i komoving hızları, $u^i_{;i}$ ise kovaryant türevleri gösterir ve bunlar aşağıdaki şekilde tanımlanır;

$$u^i = \left(0, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{-g_{44}}}\right) = \frac{\delta^i_4}{\sqrt{-g_{44}}} \quad (3.8)$$

ve aralarında $u^i u_i = g^{ij}u_i u_j = g_{ij}u^i u^j = -1$ şeklinde bağıntı vardır (Misner ve diğerleri (2017)). Kovaryant ve kontravaryant 1. ranktan bir tensörün kovaryant türevi

$$u^i_{;k} = \frac{\partial u^i}{\partial x^k} + \Gamma^i_{kl}u^l, \quad u_{i;k} = \frac{\partial u_i}{\partial x^k} - \Gamma^l_{ik}u_l \quad (3.9)$$

şeklinde (Misner ve diğerleri (2017)). Shear skaleri olan σ^2 ise;

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \sigma^{ij} = \frac{1}{3} \left(\sum_i H_i^2 - \sum_{i \neq j} H_i H_j \right) \quad (3.10)$$

şeklinde tanımlıdır (Misner ve diğerleri (2017)). Burada σ_{ij} shear tensörünü gösterir ve bu aşağıdaki şekildedir;

$$\sigma_{ik} = \frac{1}{2} \mu_{ij} - \frac{1}{3} \theta h_{ij} \quad (3.11)$$

ve $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$, $\sigma^i_i = g^{ij}\sigma_{ij} = 0$ ve $\sigma^{ij} = g^{il}g^{jm}\sigma_{lm}$ eşitlikleri sağlanır (Misner ve diğerleri (2017)).

$\mu_{ij} = u_{i;j} + u_{j;i} + \dot{u}_i u_j + \dot{u}_j u_i$ ivmeyi ($\dot{u}_i = u_{i;j} u^j$) ve $h_{ij} = g_{ij} + u_i u_j$ izdüşüm tensörünü göstermektedir (Misner ve diğerleri (2017)).

Ayrıca ölçek çarpanı a^3 ise;

$$a^3 = \sqrt{\prod_{i=1}^3 (-g_{ii})} \quad (3.12)$$

şeklindedir. Hubble parametresi olan (H) ise;

$$H = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 H_i = \frac{\dot{a}}{a} \quad (3.13)$$

şeklinde olup burada $H_i = \frac{1}{\sqrt{g_{ii}}} \frac{\partial \sqrt{g_{ii}}}{\partial t}$ dir (Misner ve diğerleri (2017)).

Frenleme parametresi olan q ise;

$$q = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{H} \right) - 1 \quad (3.14)$$

şeklinde tanımlıdır (Misner ve diğerleri (2017)). Modelin enerji momentum tensörü ideal akışkana sahip sicim bulutu (cloud of string with a perfect fluid) (Amirhashchi, Zainuddin, Hassan, ve Kamari (2010));

$$T_{ij} = (\rho + p) u_i u_j - p g_{ij} - \lambda x_i x_j \quad (3.15)$$

şeklindedir. Burada p basınç, ρ toplam enerji yoğunluğu, λ sicim gerilimi, u_i 4-lü hız vektörü, x_i ise sicim yönünü gösterir. Ayrıca $x_i x^i = -u_i u^i = -1$ ve $x_i u^i = 0$ koşullarını sağlar (Pradhan ve diğerleri (2011)). Buradaki sicim yönü radyal yönde alınmıştır. Eğer parçacık yoğunluğu ρ_p ile gösterilirse (Raj, Umesh, ve Anirudh (2007))

$$\rho = \rho_p + \lambda$$

olur ve (Zubair ve diğerleri (2016))

$$p = w\rho \quad (3.16)$$

şeklinde bir bağıntı vardır. Bu bağıntıya durum denklemi adı verilir. Burada w sabit olup $0 \leq w \leq 1$ değer aralığındadır. Küresel koordinatlarda homojen ve anizotropik LRS Bianchi I, Kantowski-Sachs ve Bianchi III metriğinin genel formu (Zubair ve Ali Hassan (2016));

$$ds^2 = -A^2(t)dr^2 - B^2(t) (d\eta^2 + K(\eta)^2 d\phi^2) + d(t)^2 \quad (3.17)$$

şeklindedir. Burada A , B , C metrik potansiyelleri kozmik zaman t 'nin fonksiyonlarıdır. Eğer burada;

- $K(\eta) = \eta$ alırsak LRS Bianchi I
- $K(\eta) = \sin(\eta)$ alırsak Kantowski-Sachs
- $K(\eta) = \sinh(\eta)$ alırsak Bianchi III

metriklerini elde ederiz.

BÖLÜM 4

ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

Harko ve diğerleri (2011) yaptığı çalışmada üç farklı $f(R, T)$ fonksiyonu önermiştir. Biz de bu çalışmada $f(R, T) = R + 2h(T)$ fonksiyonunu alarak evren modellerini inceleyeceğiz. Buradaki $h(T)$ fonksiyonunu da $h(T) = \mu T$ olarak seçebiliriz. Burada μ bir sabittir. Eğer $\mu = 0$ alınırsa $f(R, T)$ teoriden GRT ye dönüşür. $f(R, T) = R + 2\mu T$ fonksiyonundaki ilk terim Genel Rölativitenin Einstein Hilbert etkisini ifade eder, ikinci terim ise madde dağılımı ve uzayın eğriliği arasındaki etkileşimi ifade eder (Harko ve diğerleri, 2011).

$f(R, T) = R + 2h(T)$ seçilmesiyle, $f(R, T)$ teoride kozmolojik terimli (Λ) alan denklemleri (Harko ve diğerleri (2011));

$$R_{ij} - \frac{1}{2}g_{ij}R = [8\pi + 2h'(T)]T_{ij} + [2ph'(T) + h(T) + \Lambda]g_{ij} \quad (4.1)$$

şeklindedir. Burada $h' = \frac{dh}{dT}$ olup $h(T) = \mu T$ olarak seçersek (μ sabit olmak üzere) (4.1) denklemini (Harko ve diğerleri, 2011)

$$R_{ij} - \frac{1}{2}g_{ij}R = 2[4\pi + \mu]T_{ij} + [2p\mu + \mu T + \Lambda]g_{ij} \quad (4.2)$$

şeklini alır. (3.5), (3.15) ve (3.17) denklemlerinden $f(R, T)$ teorideki alan denklemleri aşağıdaki gibidir;

$$\frac{2\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{B}}{B^2} - \frac{\delta}{B^2} = 8\lambda\pi - 8p\pi + 3\lambda\mu - 3p\mu + \rho\mu + \Lambda \quad (4.3)$$

$$\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} = -8p\pi + \lambda\mu - 3p\mu + \rho\mu + \Lambda \quad (4.4)$$

$$\frac{\dot{B}^2}{B^2} + \frac{2\dot{A}\dot{B}}{AB} - \frac{\delta}{B^2} = 8\rho\pi + 3\rho\mu - p\mu + \lambda\mu + \Lambda \quad (4.5)$$

Burada, nokta t' ye göre türevi, üssü işareti de η' ya göre türevi göstermektedir. Ayrıca $\delta = \frac{K''}{K}$ olup η nın aldığı değerlere göre δ

$$\delta = \frac{K''}{K} = \begin{cases} 0 & \text{LRS Bianchi I} \\ -1 & \text{Kantowski-Sachs} \\ 1 & \text{Bianchi III} \end{cases} \quad (4.6)$$

şeklinde olmaktadır. (4.1) metriği için kinematik nicelikler olan kovaryant shear tensörünün bileşenleri (3.11) denkleminde

$$\sigma_{xx} = -\frac{2A}{3} \left(\dot{A} - \frac{A\dot{B}}{B} \right) \quad (4.7)$$

$$\sigma_{yy} = -\frac{B}{3} \left(\dot{B} - \frac{B\dot{A}}{A} \right) \quad (4.8)$$

$$\sigma_{zz} = -\frac{BK^2}{3} \left(\dot{B} - \frac{B\dot{A}}{A} \right) \quad (4.9)$$

şeklinde. Aynı metrik için kontravaryant shear tensörünün bileşenleri ise

$$\sigma^{xx} = -\frac{2}{3A^2} \left(\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} \right) \quad (4.10)$$

$$\sigma^{yy} = \frac{1}{3B^2} \left(\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} \right) \quad (4.11)$$

$$\sigma^{zz} = \frac{1}{3B^2K^2} \left(\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} \right) \quad (4.12)$$

şeklinde olup, (3.7), (3.10), (3.12) ve (3.13) denklemlerinden genişleme skaleri (θ), shear skaleri (σ^2), ölçek çarpanı (a^3) ve Hubble parametresi (H) aşağıdaki şekildedir (Zubair ve Ali Hassan (2016)).

$$\sigma^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} \right)^2 \quad (4.13)$$

$$\theta = \frac{\dot{A}}{A} + \frac{2\dot{B}}{B} \quad (4.14)$$

$$a^3 = AB^2 \quad (4.15)$$

$$H = \frac{1}{3} \left(\frac{\dot{A}}{A} + \frac{2\dot{B}}{B} \right) \quad (4.16)$$

Ricci skaleri ve enerji momentum tensörünün izi ise

$$R = -2 \left(\frac{2\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\dot{B}^2}{B} + \frac{2\dot{A}\dot{B}}{AB} - \frac{\delta}{B^2} \right) \quad (4.17)$$

$$T = \rho - 3p + \lambda \quad (4.18)$$

şeklindedir.

(4.3)-(4.5) denklemlerinden görüleceği gibi denklem sistemi 6 bilinmeyenli ($A, B, \rho, p, \lambda, \Lambda$), 3 denklemden oluşur. Bu denklem sistemini çözebilmek için 3 ilave denkleme daha ihtiyaç vardır. İlave denklem olarak aşağıdaki denklemleri alabiliriz.

- İlave denklem olarak öncelikle, durum denklemini kullanabiliriz. Verilen maddenin basıncının enerji yoğunluğuna oranı durum denklemi ($p = w\rho$) olarak adlandırılır. (4.3)-(4.5) ve durum denklemini kullanarak enerji yoğunluğu,

$$\rho = \frac{1}{2B^2(4\pi+\mu)(w+1)} \left[\frac{-B^2\ddot{A} - AB\ddot{B} + A\dot{B}^2 + B\dot{A}\dot{B}}{A} - \delta \right] \quad (4.19)$$

sicim gerilimi ise şeklinde olup

$$\lambda = \frac{1}{2B^2(4\pi+\mu)} \left[\frac{-B^2\ddot{A} + AB\ddot{B} + A\dot{B}^2 - B\dot{A}\dot{B}}{A} - \delta \right] \quad (4.20)$$

ve kozmolojik terim de aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\Lambda = \frac{1}{(4\pi+\mu)(w+1)} \left[\frac{(-\mu w + 4\pi + \mu)\ddot{B}}{B} + \frac{(2\pi + \mu)2\ddot{A}}{A} + \frac{((w-1)\mu + 4\pi w)\dot{B}^2}{B^2} \right. \\ \left. + \frac{(8\pi w + 3\mu w + 4\pi + \mu)\dot{A}\dot{B}}{AB} - \frac{(4\pi w + \mu w - \mu)\delta}{B^2} \right] \quad (4.21)$$

- İkinci olarak ise shear skaleri ile genişleme skaleri arasındaki bağıntıyı kullanabiliriz. Shear skalerinin genişleme skaleri ile orantılı ($\sigma \propto \theta$) olduğunu kabul edersek, $\frac{\sigma}{\theta} = \xi$ yazabiliriz. Burada ξ bir sabittir. Eğer $\xi = 0$ ise evrenin izotrop olduğunu gösterir. Bu bağıntıyı kullanırsak,

$$\frac{\sigma}{\theta} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} \right)}{\frac{\dot{A}}{A} + \frac{2\dot{B}}{B}} = \xi \quad (4.22)$$

yazılabilir. Eğer denklem (4.22) çözülürse iki metrik potansiyeli arasında

$$A = c_1 B^n \quad (4.23)$$

şeklinde bir bağıntı elde edilir. Burada $n = \frac{\sqrt{3}-6\xi}{\sqrt{3}+3\xi}$ veya $n = \frac{\sqrt{3}+6\xi}{\sqrt{3}-3\xi}$ dir.

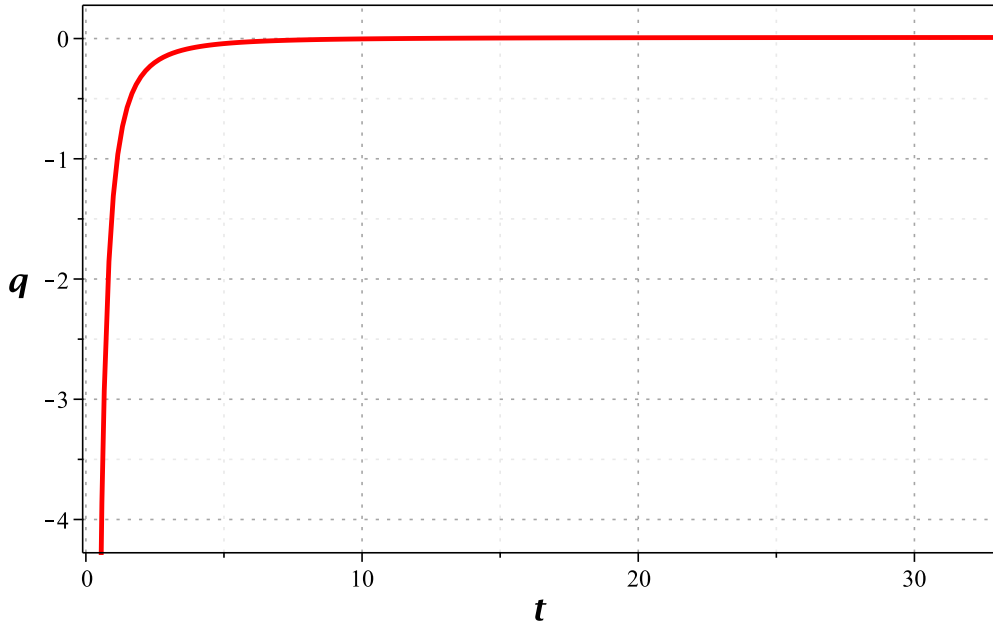
- Son olarakta, evrenin ivmelenip ivmelenmediğini gösteren önemli parametrelerden biri olan frenleme parametresini ilave denklem olarak alalım. Frenleme parametresi önceleri sabit formda alınırken son yıllarda yapılan çalışmada zamana bağlı olarak alınmaktadır. Bunun nedeni evrenin ivmelenmesinin zamana bağlı olarak değiştiğinin gözlemlenmesidir. Bu nedenle biz bu çalışmada frenleme parametresini hem zamana bağlı (BFP) hem de sabit formda (SFP) alarak iki farklı evren modeli elde ettik.

4.1. Bouncing Frenleme Parametresi (BFP) İçin Çözümler

Öncelikle zamanın karesi ile ters orantılı olarak değişen frenleme parametresini kullanarak çözümleri araştıralım. Abdussattar ve Prajapati (2011) tarafından önerilen zamanın karesi ile ters orantılı olarak değişen frenleme parametresi (BFP)

$$q = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{H} \right) - 1 = -\frac{\alpha}{t^2} + \beta - 1 \quad (4.24)$$

şeklinde dir. Burada α ve β sabitlerdir. Eğer $q > 0$ ise yavaşlayan genişleme, $q < 0$ ise ivmelenen genişleme vardır (Abdussattar ve Prajapati, 2011). $q = 0$ yapan değere t-transit değeri denir ve t_{tr} şeklinde gösterilir. Ele aldığımız frenleme parametresi için $t_{tr} = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta-1}}$ dir (Abdussattar ve Prajapati, 2011). Burada t_{tr} değeri pozitif olacağından, $\alpha > 0$ ve $\beta > 1$ olmalıdır. Yavaşlayan bir genişleme ($q > 0$) olması için $\alpha < t^2(\beta - 1)$ ve $\beta > 1$ olmalı, ivmelenen genişleme ($q < 0$) olması içinse $\alpha > t^2(\beta - 1)$ ve $\beta > 1$ olmalıdır (Abdussattar ve Prajapati, 2011).



Şekil 1. BFP için frenleme parametresinin zamana göre değişimi

Yukarıdaki şekilde frenleme parametresinin zamana göre değişiminin grafiği verilmiştir. Bu grafik ve bu bölümdeki diğer grafikler çizilirken $\alpha = 1.3$, $\beta = 1.01$, $c_1 = 1$, $c_3 = 3$, $w = \frac{2}{3}$, $n = 4$ ve $\mu = -6\pi$ nonktalardaki değerler kullanılmıştır.

(4.24) denkleminin çözümünden Hubble parametresi aşağıdaki gibi elde edilir (Abdussattar ve Prajapati, 2011);

$$H = \frac{t}{\beta t^2 + c_2 t + \alpha} \quad (4.25)$$

(3.13) ve (4.25) denklemlerinden ölçek çarpanı

$$\ln a = \int \frac{t}{\beta(t^2 + \frac{c_2 t}{\beta} + \frac{\alpha}{\beta})} dt \quad (4.26)$$

şeklinde elde edilir . Bu integralin çözebilmek için $c_2 = 2\sqrt{\alpha\beta}$, $c_2 \neq 2\sqrt{\alpha\beta}$, $c_2 = 0$ gibi üç farklı durumda incelemek mümkündür (Abdussattar ve Prajapati (2011)).

- Eğer $c_2 = 2\sqrt{\alpha\beta}$ ise bu durumda ölçek çarpanı

$$a = \left(t + \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}\right)^{\frac{1}{\beta}} e^{\left(\frac{\sqrt{\alpha}}{\beta(\sqrt{\beta}t + \sqrt{\alpha})}\right)} \quad (4.27)$$

- Eğer $c_2 \neq 2\sqrt{\alpha\beta}$ ise bu durumda ölçek çarpanı

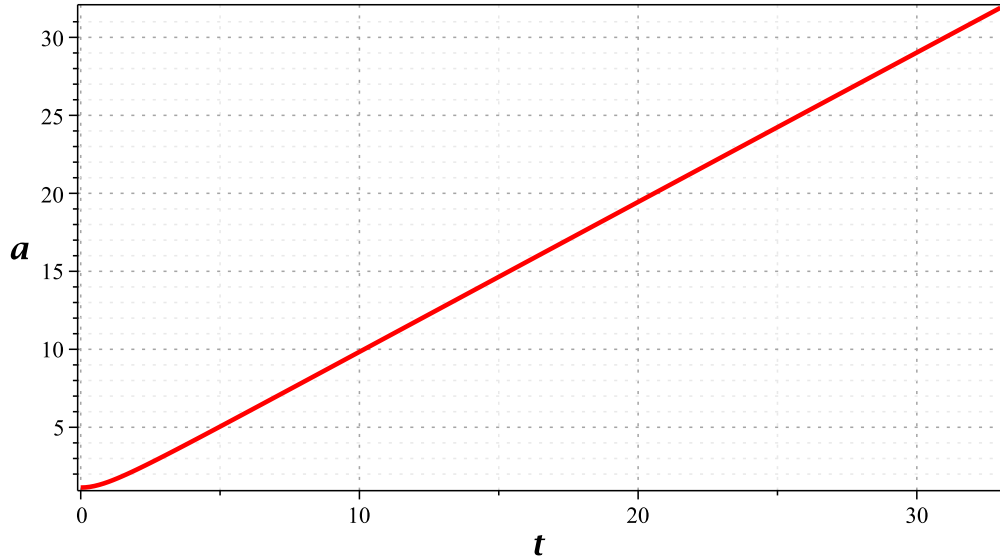
$$a = \left(t^2 + \frac{c_2}{\beta} + \frac{\alpha}{\beta} \right)^{\frac{1}{2\beta}} \left(\frac{2\beta t + c_2 + \sqrt{c_2^2 - 4\alpha\beta}}{2\beta t + c_2 - \sqrt{c_2^2 - 4\alpha\beta}} \right)^{\frac{c_2}{2\beta\sqrt{c_2^2 - 4\alpha\beta}}} \quad (4.28)$$

- Eğer $c_2 = 0$ ise bu durumda ölçek çarpanı

$$a = \left(t^2 + \frac{\alpha}{\beta} \right)^{\frac{1}{2\beta}} \quad (4.29)$$

şeklinde elde edilir (Abdussattar ve Prajapati (2011)).

(4.27)- (4.29) denklemlerinden görüleceği gibi $t = 0$ da $a = a_0 \neq 0$ dır. Fakat $t = 0$ da $\dot{a} = 0$ ve $\ddot{a} = \frac{a_0}{\alpha} = \text{sabit}$ dir (Abdussattar ve Prajapati (2011)). Bu durum, her üç durumda da modellerin başlangıç tekilliğine sahip olmadığını ve sonlu bir ivmeyle başladığını gösterir.

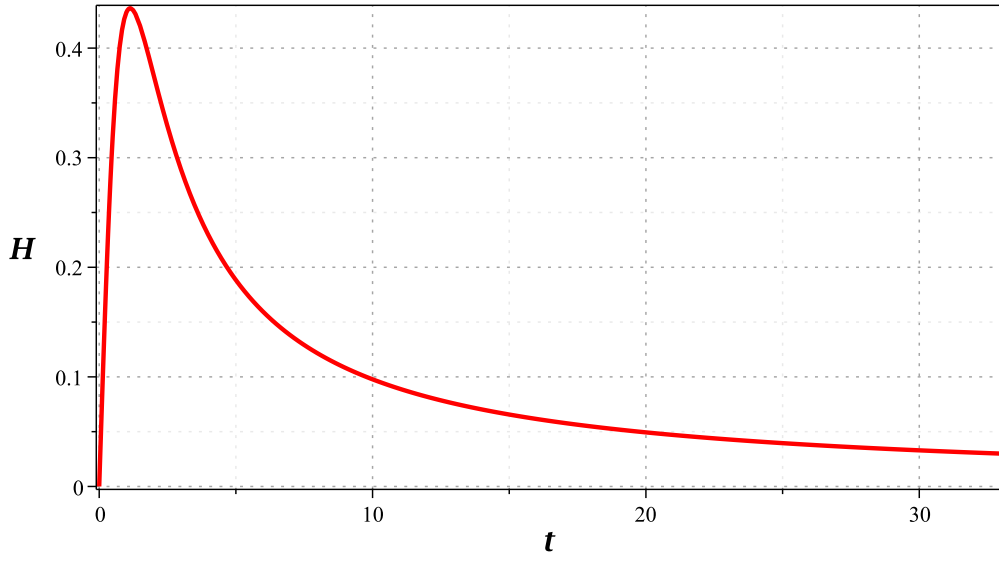


Şekil 2. BFP için ölçek çarpanının zamana göre değişimi

Biz bu çalışmada $c_2 = 0$ durumunu ele alalım. Bu durumda Hubble parametresi

$$H = \frac{t}{\beta t^2 + \alpha} \quad (4.30)$$

şeklini alır.



Şekil 3. BFP için Hubble parametresinin zamana göre değişimi

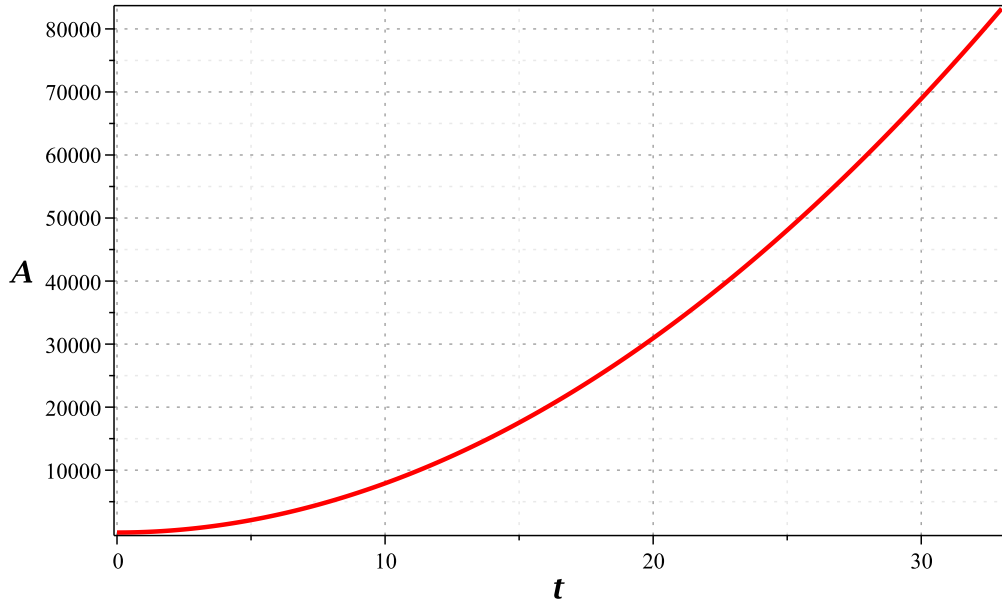
(4.23) denkleminde A metrik potansiyeli

$$A = c_1 c_3^n (\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3n}{2\beta(n+2)}} \quad (4.31)$$

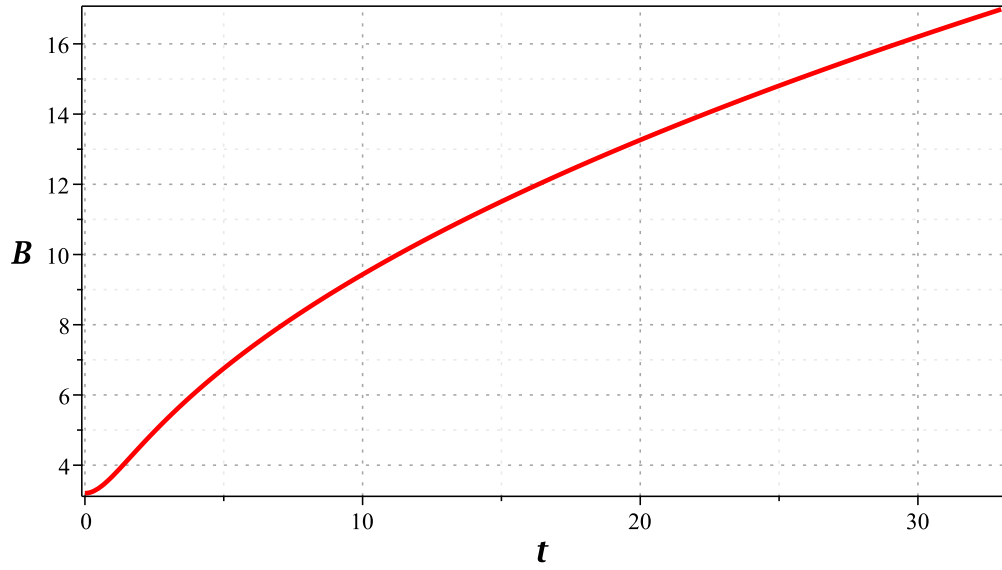
şeklindedir. (4.15), (4.23) ve (4.29) denklemlerinden metrik potansiyeli B aşağıdaki şekli alır.

$$B = c_3 (\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{2\beta(n+2)}} \quad (4.32)$$

Burada $c_3 = \frac{1}{\left(c_1 \beta^{\frac{1}{2\beta}}\right)^{\frac{3}{n+2}}}$ dir.



Şekil 4. BFP için A metrik potansiyelinin zamana göre değişimi



Şekil 5. BFS için B metrik potansiyelinin zamana göre değişimi

(4.31) ve (4.32) denklemleri (4.19)-(4.21) deklemlerinde yerine yazılırsa basınç, enerji yoğunluğu, sicim gerilimi ve parçacık yoğunluğu ise aşağıdaki şekilde elde edilir;

$$p_{BFP} = \frac{w}{2(4\pi+\mu)(w+1)} \left[\frac{3(\beta t^2 - \alpha)(n^2 + 3n + 2) - 9n(n-1)t^2}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} - \frac{\delta}{c_3^2(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \right] \quad (4.33)$$

$$\rho_{BFP} = \frac{1}{2(4\pi+\mu)(w+1)} \left[\frac{3(\beta t^2 - \alpha)(n^2 + 3n + 2) - 9n(n-1)t^2}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} - \frac{\delta}{c_3^2(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \right] \quad (4.34)$$

$$\lambda_{BFP} = \frac{1}{2(4\pi+\mu)} \left[\frac{3(n-1)(\beta-3)t^2 - (3n-2)\alpha}{(n+2)(\beta t^2 + \alpha)^2} - \frac{\delta}{c_3^2(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \right] \quad (4.35)$$

$$\rho_{P_{BFP}} = \frac{1}{2(4\pi+\mu)(w+1)} \left[\frac{9wn((\beta-1)n+\beta-1)+6\beta(n+2)-18(w+1)}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} + \frac{w\delta}{c_3^2(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \right] \quad (4.36)$$

Kozmolojik terim ise aşağıdaki şekildedir;

$$\Lambda_{BFP} = \Lambda_{BFP_1} + \Lambda_{BFP_2} + \Lambda_{BFP_3} \quad (4.37)$$

şeklinde olup, burada Λ_{BFP_1} , Λ_{BFP_2} ve Λ_{BFP_3} terimleri aşağıdaki şekildedir.

$$\Lambda_{BFP_1} = \frac{6(2\pi+\mu)(\alpha-(\beta-3)t^2)n^2}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2(w+1)(4\pi+\mu)} \quad (4.38)$$

$$\Lambda_{BFP_2} = \frac{3n[(((w-5)\beta+9w+3)\mu+12\pi(2w-\beta+1))t^2 - ((w-5)\mu-12\pi)\alpha]}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2(w+1)(4\pi+\mu)} \quad (4.39)$$

$$\Lambda_{BFP_3} = \frac{6[\mu(w-1)(\beta t^2 + \alpha) + 2\pi((3w-2\beta+1)t^2 - 4\alpha)]}{(\beta t^2 + \alpha)^2(w+1)(4\pi+\mu)} + \frac{(\mu-\mu w-4\pi w)\delta}{(w+1)c_3^2(4\pi+\mu)(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \quad (4.40)$$

(4.13), (4.15) ve (4.31) denklemlerinden shear skaleri ve genişleme skaleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\sigma^2 = \frac{3(n-1)^2 t^2}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} \quad (4.41)$$

$$\theta = \frac{3t}{\beta t^2 + \alpha} \quad (4.42)$$

(4.17) ve (4.18) denklemlerinden Ricci skaleri ve enerji momentum tensörünün izi ve $f(R, T)$ fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir.

$$R = \frac{(\beta n^2 - 3n^2 + 4\beta n - 6n + 4\beta - 9)6t^2 - (n^2 + 4n + 4)6\alpha}{(n+2)2(\beta t^2 + \alpha)^2} - \frac{2\delta}{c_3(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \quad (4.43)$$

$$T = \frac{1}{(w+1)(4\pi+\mu)} \left[\frac{((3w-3+w\beta+\beta)n^2 + (\beta-2\beta w-3w)2n+3w-4\beta+3)3t^2 + (w-1)n^2 3\alpha}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} + \frac{((4w-2)n+4w)3\alpha}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} + \frac{(w+1)\delta}{c_3(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \right] \quad (4.44)$$

$$\begin{aligned}
f(R, T) = & \frac{1}{(n+2^2)(\beta t^2 + \alpha)^2(w+1)(4\pi + \mu)} \left[(12(\beta - 3)(2\pi(w+1) + \mu)n^2 \right. \\
& + (8(2\beta - 3)(w+1)\pi - 6\mu(2w - \beta + 1))6n \\
& + 24(4\beta - 9)(w+1)\pi + 12\mu(3w - 2\beta + 3))t^2 \\
& \left. - 12(n+2)\alpha((2\pi(w+1) + \mu)n + (w+1)4\pi + \mu) \right] \\
& + \frac{4\delta(2\pi(w+1) + \mu w)}{(w+1)c_3^2(4\pi + \mu)(\beta^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}}
\end{aligned} \tag{4.45}$$

Şimdi zamanın karesi ile ters orantılı olarak değişen frenleme parametresini (BFP) kullanarak elde ettiğimiz genel sonuçların LRS Binachi I, Kantowski-Sachs , Bianchi III metriklerindeki sonuçlarını inceleyelim.

4.1.1. BFP için LRS Bianchi I Çözümleri

Eğer $K(\eta) = \eta$ alınırsa LRS Bianchi I metriği için $\delta = 0$ olur. Bu durumda

Maddenin basıncı (p);

$$p_{BFP}^{BI} = \frac{w}{2(4\pi + \mu)(w+1)} \left[\frac{3(\beta t^2 - \alpha)(n^2 + 3n + 2) - 9n(n-1)t^2}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} \right] \tag{4.46}$$

şeklindedir. Enerji yoğunluğu (ρ);

$$\rho_{BFP}^{BI} = \frac{1}{2(4\pi + \mu)(w+1)} \left[\frac{3(\beta t^2 - \alpha)(n^2 + 3n + 2) - 9n(n-1)t^2}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} \right] \tag{4.47}$$

şeklinde olup, sicim gerilimi (λ) ise;

$$\lambda_{BFP}^{BI} = \frac{1}{2(4\pi + \mu)} \left[\frac{3(n-1)(\beta - 3)t^2 - (3n-2)\alpha}{(n+2)(\beta t^2 + \alpha)^2} \right] \tag{4.48}$$

şeklinde olur. Parçacık yoğunluğu (ρ_p);

$$\rho_{p_{BFP}}^{BI} = \frac{1}{2(4\pi + \mu)(w+1)} \left[\frac{9wn((\beta - 1)n + \beta - 1) + 6\beta(n+2) - 18(w+1)}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} \right] \tag{4.49}$$

şeklindedir. Kozmolojik terim (Λ) ise;

$$\Lambda_{BFP}^{BI} = \Lambda_{BFP_1}^{BI} + \Lambda_{BFP_2}^{BI} + \Lambda_{BFP_3}^{BI} \tag{4.50}$$

$$\Lambda_{BFP_1}^{BI} = \frac{6n^2[(2\pi + \mu)(\alpha - (\beta - 3)t^2)]}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2(w+1)(4\pi + \mu)} \tag{4.51}$$

$$\Lambda_{BFP_2}^{BI} = \frac{3n[(((w-5)\beta+9w+3)\mu+12\pi(2w-\beta+1))t^2-((w-5)\mu-12\pi)\alpha]}{(n+2)^2(\beta t^2+\alpha)^2(w+1)(4\pi+\mu)} \quad (4.52)$$

$$\Lambda_{BFP_3}^{BI} = \frac{6[\mu(w-1)(\beta t^2+\alpha)+2\pi((3w-2\beta+1)t^2-4\alpha)]}{(\beta t^2+\alpha)^2(w+1)(4\pi+\mu)} \quad (4.53)$$

şeklinde elde edilir.

4.1.2. BFP için Kantowski-Sachs Çözümleri

Eğer $K(\eta) = \sin(\eta)$ alınırsa Kantowski-Sachs metriği için $\delta = -1$ olur. Bu durumda maddenin basıncı (p);

$$p_{BFP}^{KS} = \frac{w}{2(4\pi+\mu)(w+1)} \left[\frac{1}{c_3^2(\beta t^2+\alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} + \frac{3(\beta t^2-\alpha)(n^2+3n+2)-9n(n-1)t^2}{(n+2)^2(\beta t^2+\alpha)^2} \right] \quad (4.54)$$

şeklinde olur. Enerji yoğunluğu (ρ);

$$\rho_{BFP}^{KS} = \frac{1}{2(4\pi+\mu)(w+1)} \left[\frac{1}{c_3^2(\beta t^2+\alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} + \frac{3(\beta t^2-\alpha)(n^2+3n+2)-9n(n-1)t^2}{(n+2)^2(\beta t^2+\alpha)^2} \right] \quad (4.55)$$

şeklinde olur. Sicim gerilimi (λ);

$$\lambda_{BFP}^{KS} = \frac{1}{2(4\pi+\mu)} \left[\frac{1}{c_3^2(\beta t^2+\alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} + \frac{3(n-1)(\beta-3)t^2-(3n-2)\alpha}{(n+2)(\beta t^2+\alpha)^2} \right] \quad (4.56)$$

şeklinde olur. Parçacık yoğunluğu (ρ_p);

$$\rho_{p_{BFP}}^{KS} = \frac{1}{2(4\pi+\mu)(w+1)} \left[\frac{-w}{c_3^2(\beta t^2+\alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} + \frac{9wn((\beta-1)n+\beta-1)+6\beta(n+2)-18(w+1)}{(n+2)^2(\beta t^2+\alpha)^2} \right] \quad (4.57)$$

şeklinde olur. Kozmolojik terim ise;

$$\Lambda_{BFP}^{KS} = \Lambda_{BFP_1}^{KS} + \Lambda_{BFP_2}^{KS} + \Lambda_{BFP_3}^{KS} \quad (4.58)$$

$$\Lambda_{BFP_1}^{KS} = \frac{6(2\pi+\mu)(\alpha-(\beta-3)t^2)n^2}{(n+2)^2(\beta t^2+\alpha)^2(w+1)(4\pi+\mu)} \quad (4.59)$$

$$\Lambda_{BFP_2}^{KS} = \frac{3n[(((w-5)\beta+9w+3)\mu+12\pi(2w-\beta+1))t^2-((w-5)\mu-12\pi)\alpha]}{(n+2)^2(\beta t^2+\alpha)^2(w+1)(4\pi+\mu)} \quad (4.60)$$

$$\Lambda_{BFP_3}^{KS} = \frac{6[\mu(w-1)(\beta t^2+\alpha)+2\pi((3w-2\beta+1)t^2-4\alpha)]}{(\beta t^2+\alpha)^2(w+1)(4\pi+\mu)} + \frac{(\mu w+4\pi w-\mu)}{(w+1)c_3^2(4\pi+\mu)(\beta t^2+\alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \quad (4.61)$$

şeklinde elde edilir.

4.1.3. BFP için Bianchi III Çözümleri

Eğer $K(\eta) = \sinh(\eta)$ alınırsa Bianchi III metriği için $\delta = 1$ olur. Bu durumda maddenin basıncı (p);

$$p_{BFP}^{BIII} = \frac{w}{2(4\pi+\mu)(w+1)} \left[\frac{3(\beta t^2 - \alpha)(n^2 + 3n + 2) - 9n(n-1)t^2}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} - \frac{1}{c_3^2(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \right] \quad (4.62)$$

şeklinde olur. Enerji yoğunluğu (ρ);

$$\rho_{BFP}^{BIII} = \frac{1}{2(4\pi+\mu)(w+1)} \left[\frac{3(\beta t^2 - \alpha)(n^2 + 3n + 2) - 9n(n-1)t^2}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} - \frac{1}{c_3^2(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \right] \quad (4.63)$$

şeklinde olur. Sicim gerilimi (λ);

$$\lambda_{BFP}^{BIII} = \frac{1}{2(4\pi+\mu)} \left[\frac{3(n-1)(\beta-3)t^2 - (3n-2)\alpha}{(n+2)(\beta t^2 + \alpha)^2} - \frac{1}{c_3^2(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \right] \quad (4.64)$$

şeklinde olur. Parçaçık yoğunluğu (ρ_p);

$$\rho_p^{BIII} = \frac{1}{2(4\pi+\mu)(w+1)} \left[\frac{9wn((\beta-1)n+\beta-1)+6\beta(n+2)-18(w+1)}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} + \frac{w}{c_3^2(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \right] \quad (4.65)$$

şeklinde olur. Kozmolojik terim ise;

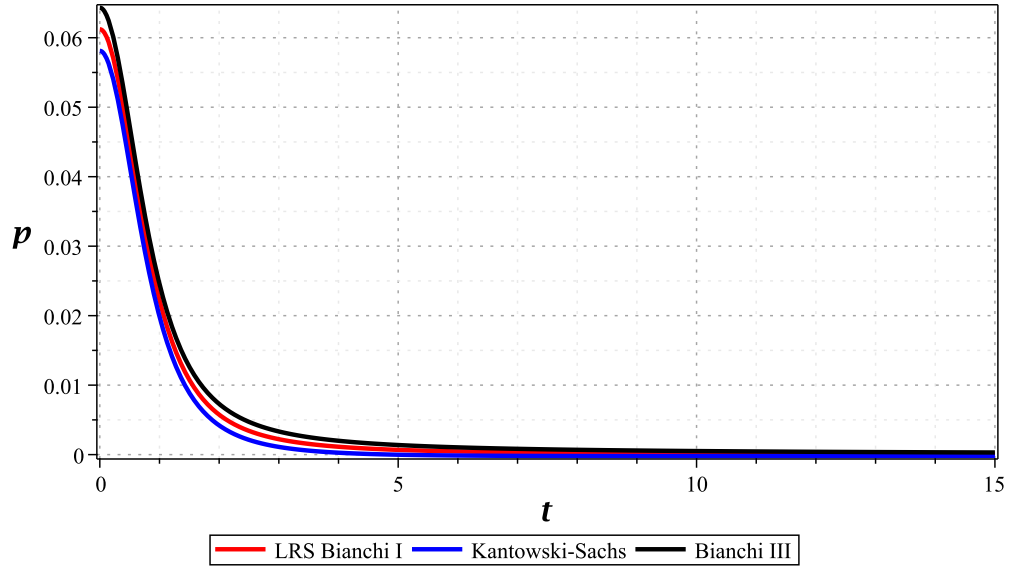
$$\Lambda_{BFP}^{BIII} = \Lambda_{BFP_1}^{BIII} + \Lambda_{BFP_2}^{BIII} + \Lambda_{BFP_3}^{BIII} \quad (4.66)$$

$$\Lambda_{BFP_1}^{BIII} = \frac{6(2\pi+\mu)(\alpha-(\beta-3)t^2)n^2}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2(w+1)(4\pi+\mu)} \quad (4.67)$$

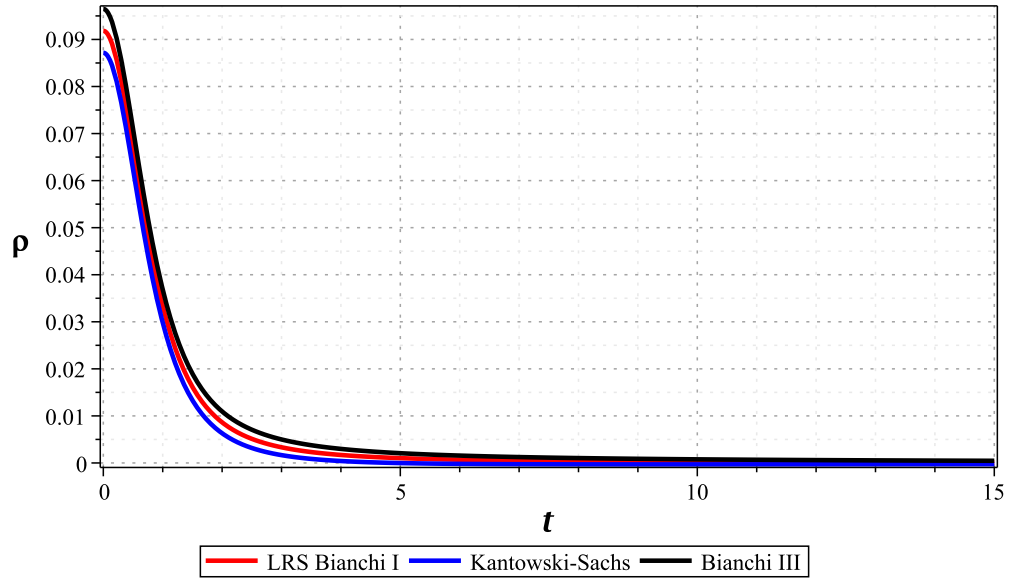
$$\Lambda_{BFP_2}^{BIII} = \frac{3n[(((w-5)\beta+9w+3)\mu+12\pi(2w-\beta+1))t^2 - ((w-5)\mu-12\pi)\alpha]}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2(w+1)(4\pi+\mu)} \quad (4.68)$$

$$\Lambda_{BFP_3}^{BIII} = \frac{6[\mu(w-1)(\beta t^2 + \alpha) + 2\pi((3w-2\beta+1)t^2 - 4\alpha)]}{(\beta t^2 + \alpha)^2(w+1)(4\pi+\mu)} + \frac{(\mu-\mu w-4\pi w)}{(w+1)c_3^2(4\pi+\mu)(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \quad (4.69)$$

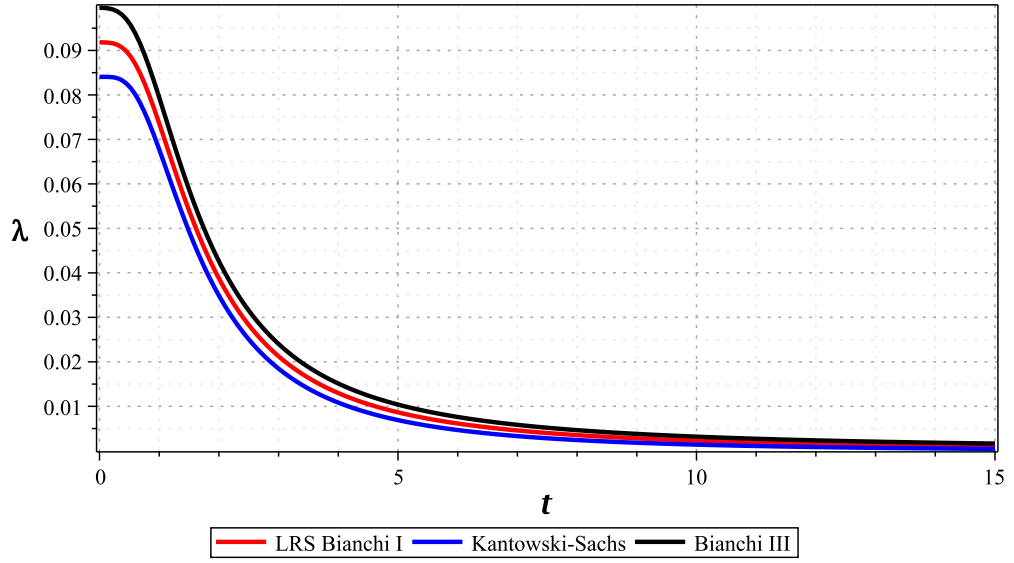
şeklinde elde edilir.



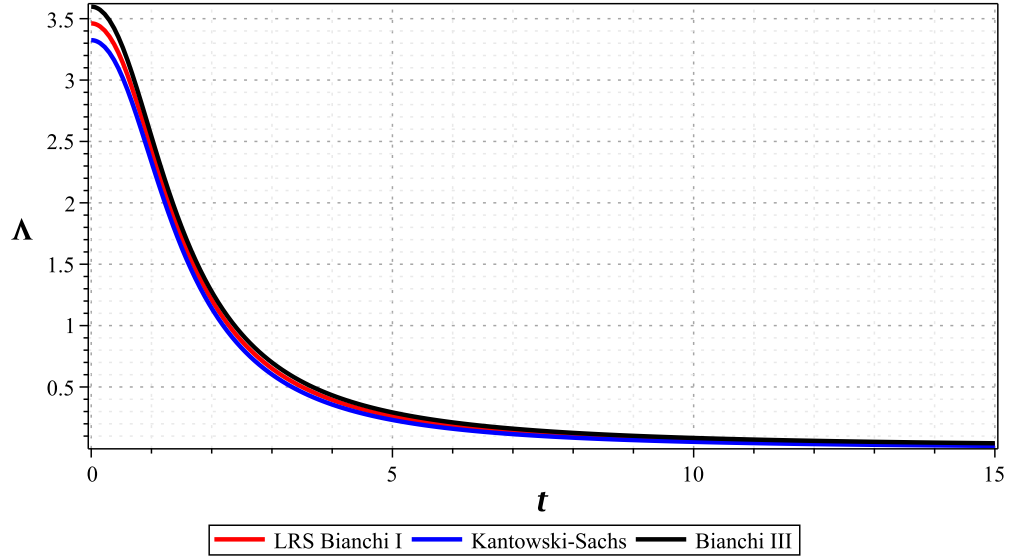
Şekil 6. BFP için basıncın zamana göre değişimi



Şekil 7. BFP için enerji yoğunluğunun zamana göre değişimi



Şekil 8. BFP için sicim geriliminin zamana göre değişimi



Şekil 9. BFP için kozmolojik terimin zamana göre değişimi

4.2. BFP için Genel Rölativite Çözümleri

BFP kullanarak elde ettiğimiz çözümlerimizde $\mu = 0$ alarak GRT deki sonuçları aşağıdaki şekilde elde ederiz;

Basınç, enerji yoğunluğu, sicim gerilimi ve parçacık yoğunluğu ise aşağıdaki şekilde elde edilir;

$$p_{BFP_{GRT}} = \frac{w}{8\pi(w+1)} \left[\frac{3(\beta t^2 - \alpha)(n^2 + 3n + 2) - 9n(n-1)t^2}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} - \frac{\delta}{c_3^2(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \right] \quad (4.70)$$

$$\rho_{BFP_{GRT}} = \frac{1}{8\pi(w+1)} \left[\frac{3(\beta t^2 - \alpha)(n^2 + 3n + 2) - 9n(n-1)t^2}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} - \frac{\delta}{c_3^2(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \right] \quad (4.71)$$

$$\lambda_{BFP_{GRT}} = \frac{1}{8\pi} \left[\frac{3(n-1)(\beta-3)t^2 - (3n-2)\alpha}{(n+2)(\beta t^2 + \alpha)^2} - \frac{\delta}{c_3^2(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \right] \quad (4.72)$$

$$\rho_{P_{BFP_{GRT}}} = \frac{1}{8\pi(w+1)} \left[\frac{9wn((\beta-1)n + \beta - 1) + 6\beta(n+2) - 18(w+1)}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} + \frac{w\delta}{c_3^2(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \right] \quad (4.73)$$

Kozmolojik terim ise aşağıdaki şekildedir;

$$\Lambda_{BFP_{GRT}} = \Lambda_{BFP_{GRT}1} + \Lambda_{BFP_{GRT}2} + \Lambda_{BFP_{GRT}3} + \Lambda_{BFP_{GRT}4} \quad (4.74)$$

$$\Lambda_{BFP_{GRT}1} = \frac{3n^2(\alpha - (\beta-3)t^2)}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2(w+1)} \quad (4.75)$$

$$\Lambda_{BFP_{GRT}2} = \frac{9n((2w-\beta+1)t^2 + \alpha)}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2(w+1)} \quad (4.76)$$

$$\Lambda_{BFP_{GRT}3} = \frac{3((3w-2\beta+1)t^2 - 4\alpha)}{(\beta t^2 + \alpha)^2(w+1)} \quad (4.77)$$

$$\Lambda_{BFP_{GRT}4} = \frac{-w\delta}{(w+1)c_3^2(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \quad (4.78)$$

4.2.1. BFP için LRS Binachi I Metriğinin Genel Rölativite Çözümleri

Basınç, enerji yoğunluğu, sicim gerilimi ve parçacık yoğunluğu;

$$P_{BFP_{GRT}}^{BI} = \frac{w}{8\pi(w+1)} \left[\frac{3(\beta t^2 - \alpha)(n^2 + 3n + 2) - 9n(n-1)t^2}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} \right] \quad (4.79)$$

$$\rho_{BFP_{GRT}}^{BI} = \frac{1}{8\pi(w+1)} \left[\frac{3(\beta t^2 - \alpha)(n^2 + 3n + 2) - 9n(n-1)t^2}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} \right] \quad (4.80)$$

$$\lambda_{BFP_{GRT}}^{BI} = \frac{1}{8\pi} \left[\frac{3(n-1)(\beta-3)t^2 - (3n-2)\alpha}{(n+2)(\beta t^2 + \alpha)^2} \right] \quad (4.81)$$

$$\rho_{P_{BFP_{GRT}}}^{BI} = \frac{1}{8\pi(w+1)} \left[\frac{9wn((\beta-1)n + \beta - 1) + 6\beta(n+2) - 18(w+1)}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} \right] \quad (4.82)$$

şeklinde olup kozmolojik terim ise;

$$\Lambda_{BFP_{GRT}}^{BI} = \Lambda_{BFP_{GRT\ 1}}^{BI} + \Lambda_{BFP_{GRT\ 2}}^{BI} + \Lambda_{BFP_{GRT\ 3}}^{BI} \quad (4.83)$$

$$\Lambda_{BFP_{GRT\ 1}}^{BI} = \frac{3n^2(\alpha - \beta t^2 + 3t^2)}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2(w+1)} \quad (4.84)$$

$$\Lambda_{BFP_{GRT\ 2}}^{BI} = \frac{9n(2wt^2 - \beta t^2 + t^2 + \alpha)}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2(w+1)} \quad (4.85)$$

$$\Lambda_{BFP_{GRT\ 3}}^{BI} = \frac{3(3wt^2 - 2\beta t^2 + t^2 - 4\alpha)}{(\beta t^2 + \alpha)^2(w+1)} \quad (4.86)$$

şeklinde elde edilir.

4.2.2. BFP için Kantowski-Sachs Metriğinin Genel Rölativite Çözümleri

Basınç, enerji yoğunluğu, sicim gerilimi ve parçacık yoğunluğu;

$$p_{BFP_{GRT}}^{KS} = \frac{w}{8\pi(w+1)} \left[\frac{1}{c_3^2(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} + \frac{3(\beta t^2 - \alpha)(n^2 + 3n + 2) - 9n(n-1)t^2}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} \right] \quad (4.87)$$

$$\rho_{BFP_{GRT}}^{KS} = \frac{1}{8\pi(w+1)} \left[\frac{1}{c_3^2(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} + \frac{3(\beta t^2 - \alpha)(n^2 + 3n + 2) - 9n(n-1)t^2}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} \right] \quad (4.88)$$

$$\lambda_{BFP_{GRT}}^{KS} = \frac{1}{8\pi} \left[\frac{1}{c_3^2(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} + \frac{3(n-1)(\beta - 3)t^2 - (3n-2)\alpha}{(n+2)(\beta t^2 + \alpha)^2} \right] \quad (4.89)$$

$$\rho_{p_{BFP_{GRT}}}^{KS} = \frac{1}{8\pi(w+1)} \left[\frac{-w}{c_3^2(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} + \frac{9wn((\beta - 1)n + \beta - 1) + 6\beta(n+2) - 18(w+1)}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} \right] \quad (4.90)$$

şeklinde olup kozmolojik terim ise;

$$\Lambda_{BFP_{GRT}}^{KS} = \Lambda_{BFP_{GRT\ 1}}^{KS} + \Lambda_{BFP_{GRT\ 2}}^{KS} + \Lambda_{BFP_{GRT\ 3}}^{KS} + \Lambda_{BFP_{GRT\ 4}}^{KS} \quad (4.91)$$

$$\Lambda_{BFP_{GRT\ 1}}^{KS} = \frac{3n^2(\alpha - \beta t^2 + 3t^2)}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2(w+1)} \quad (4.92)$$

$$\Lambda_{BFP_{GRT\ 2}}^{KS} = \frac{9n(2wt^2 - \beta t^2 + t^2 + \alpha)}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2(w+1)} \quad (4.93)$$

$$\Lambda_{BFP_{GRT\ 3}}^{KS} = \frac{3(3wt^2 - 2\beta t^2 + t^2 - 4\alpha)}{(\beta t^2 + \alpha)^2(w+1)} \quad (4.94)$$

$$\Lambda_{BFP_{GRT} 4}^{KS} = \frac{w}{(w+1)c_3^2(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \quad (4.95)$$

şeklinde elde edilir.

4.2.3. BFP için Bianchi III Metriğinin Genel Rölativite Çözümleri

Basınç, enerji yoğunluğu, sicim gerilimi ve parçacık yoğunluğu;

$$p_{BFP_{GRT}}^{BIII} = \frac{w}{8\pi(w+1)} \left[\frac{3(\beta t^2 - \alpha)(n^2 + 3n + 2) - 9n(n-1)t^2}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} - \frac{1}{c_3^2(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \right] \quad (4.96)$$

$$\rho_{BFP_{GRT}}^{BIII} = \frac{1}{8\pi(w+1)} \left[\frac{3(\beta t^2 - \alpha)(n^2 + 3n + 2) - 9n(n-1)t^2}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} - \frac{1}{c_3^2(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \right] \quad (4.97)$$

$$\lambda_{BFP_{GRT}}^{BIII} = \frac{1}{8\pi} \left[\frac{3(n-1)(\beta-3)t^2 - (3n-2)\alpha}{(n+2)(\beta t^2 + \alpha)^2} - \frac{1}{c_3^2(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \right] \quad (4.98)$$

$$\rho_{BFP_{GRT}}^{BIII} = \frac{1}{8\pi(w+1)} \left[\frac{9wn((\beta-1)n + \beta - 1) + 6\beta(n+2) - 18(w+1)}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2} + \frac{w}{c_3^2(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \right] \quad (4.99)$$

şeklinde olup kozmolojik terim ise;

$$\Lambda_{BFP_{GRT}}^{BIII} = \Lambda_{BFP_{GRT} 1}^{BIII} + \Lambda_{BFP_{GRT} 2}^{BIII} + \Lambda_{BFP_{GRT} 3}^{BIII} + \Lambda_{BFP_{GRT} 4}^{BIII} \quad (4.100)$$

$$\Lambda_{BFP_{GRT} 1}^{BIII} = \frac{3n^2(\alpha - \beta t^2 + 3t^2)}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2(w+1)} \quad (4.101)$$

$$\Lambda_{BFP_{GRT} 2}^{BIII} = \frac{9n(2wt^2 - \beta t^2 + t^2 + \alpha)}{(n+2)^2(\beta t^2 + \alpha)^2(w+1)} \quad (4.102)$$

$$\Lambda_{BFP_{GRT} 3}^{BIII} = \frac{3(3wt^2 - 2\beta t^2 + t^2 - 4\alpha)}{(\beta t^2 + \alpha)^2(w+1)} \quad (4.103)$$

$$\Lambda_{BFP_{GRT} 4}^{BIII} = \frac{-w}{(w+1)c_3^2(\beta t^2 + \alpha)^{\frac{3}{(n+2)\beta}}} \quad (4.104)$$

şeklinde elde edilir.

4.3. Sabit Frenleme Parametresi (SFP) için Çözümler

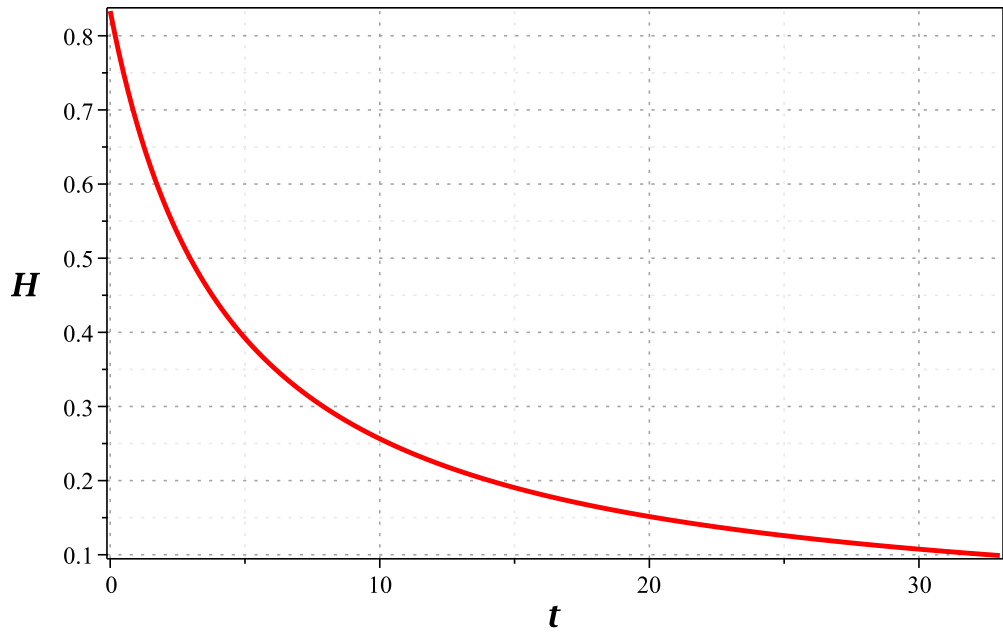
Sabit frenleme parametresini

$$q = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{H} \right) - 1 = m - 1 \quad (4.105)$$

olarak alalım (Berman (1983)). Burada m sabittir.

Eğer (4.105) denklemini çözersek Hubble parametresi aşağıdaki gibi elde edilir;

$$H = \frac{1}{mt + c_4} \quad (4.106)$$



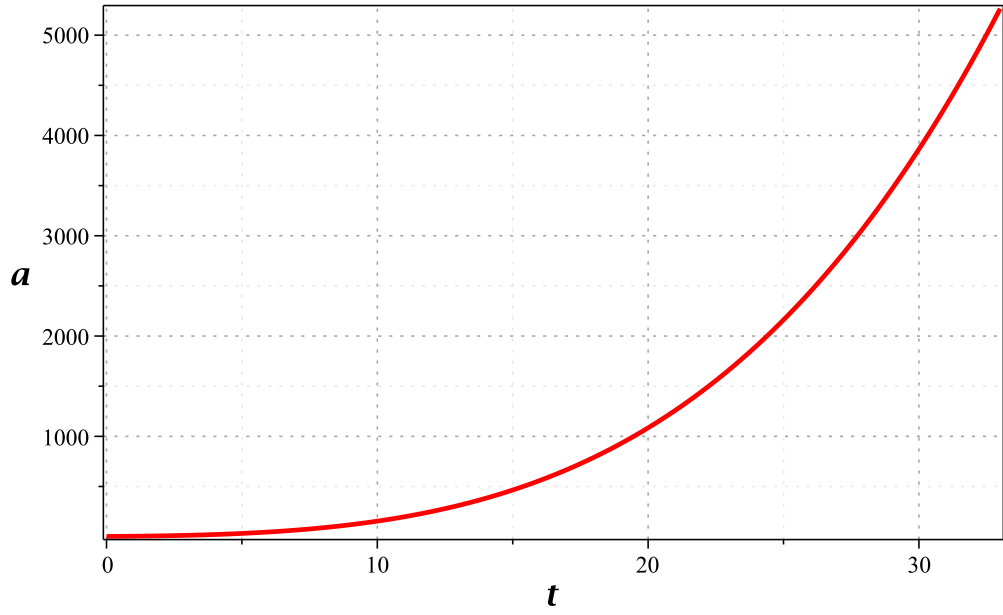
Şekil 10. SFP için Hubble parametresinin zamana göre değişimi

Yukarıdaki şekilde frenleme parametresinin zamana göre değişiminin grafiği verilmiştir. Bu grafik ve bu bölümdeki diğer grafikler çizilirken $\alpha = 1$, $c_4 = 1.2$, $c_5 = 1$, $w = \frac{2}{3}$, $n = 4$, $m = 0.27$ ve $\mu = -6\pi$ noktalarındaki değerler kullanıldı.

(3.13) ve (4.106) denklemlerinden ölçek çarpanı

$$a = c_1^{\frac{1}{3}} c_5^{\frac{n+2}{3}} (mt + c_4)^{\frac{1}{m}} \quad (4.107)$$

şeklinde bulunur.

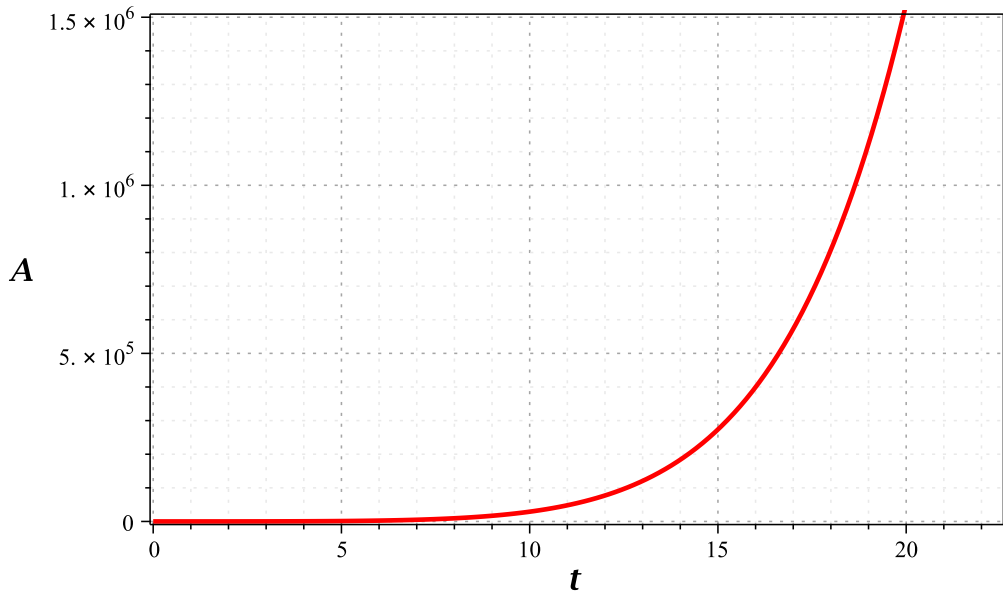


Şekil 11. SFP için ölçek çarpanının zamana göre değişimi

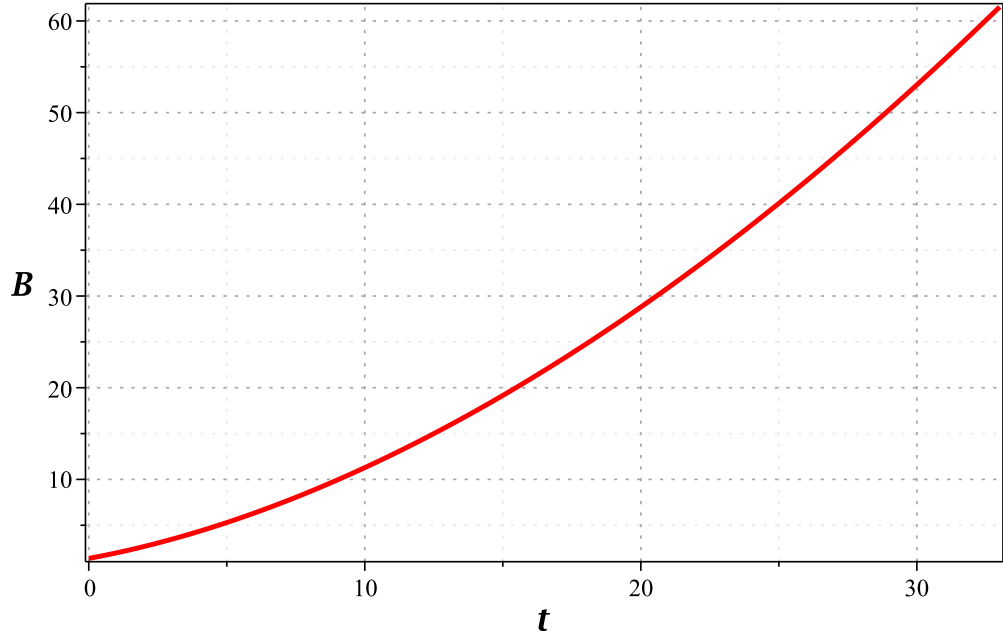
SFP için metrik potansiyelleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$A = c_1 c_5^n (mt + c_4)^{\frac{3n}{(n+2)m}} \quad (4.108)$$

$$B = c_5 (mt + c_4)^{\frac{3}{(n+2)m}} \quad (4.109)$$



Şekil 12. SFP için A metrik potansiyelinin zamana göre değişimi



Şekil 13. SFP için B metrik potansiyelinin zamana göre değişimi

Basınç, enerji yoğunluğu, sicim gerilimi ve parçacık yoğunluğu ise aşağıdaki şekilde elde edilir;

$$p_{SFP} = \frac{w}{2(w+1)(4\pi+\mu)} \left[\frac{3m(n+2)(n+1)-9n(n-1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} - \frac{\delta}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.110)$$

$$\rho_{SFP} = \frac{1}{2(w+1)(4\pi+\mu)} \left[\frac{3m(n+2)(n+1)-9n(n-1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} - \frac{\delta}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.111)$$

$$\lambda_{SFP} = \frac{1}{2(4\pi+\mu)} \left[\frac{3(m-3)(n-1)}{(n+2)(mt+c_4)^2} - \frac{\delta}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.112)$$

$$\rho_{p_{SFP}} = \frac{1}{2(w+1)(4\pi+\mu)} \left[\frac{3(n-1)((3-m)w(n+2)+6)+6m(n+1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} + \frac{w\delta}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.113)$$

Kozmolojik terim ise;

$$\Lambda_{SFP} = \Lambda_{SFP_1} + \Lambda_{SFP_2} + \Lambda_{SFP_3} + \Lambda_{SFP_4} \quad (4.114)$$

şeklinde olup, burada Λ_{SFP_1} , Λ_{SFP_2} , Λ_{SFP_3} ve Λ_{SFP_4} terimleri aşağıdaki şekildedir.

$$\Lambda_{SFP_1} = \frac{6n^2(3-m)(12\pi+\mu)}{(w+1)(4\pi+\mu)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.115)$$

$$\Lambda_{SFP_2} = \frac{36\pi n(2w-m+1)+3\mu n(wm-5m+9w+3)}{(w+1)(4\pi+\mu)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.116)$$

$$\Lambda_{SFP_3} = \frac{6(2\pi(-2m+3w+3)+m\mu(w-1))}{(w+1)(4\pi+\mu)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.117)$$

$$\Lambda_{SFP_4} = \frac{(\mu-w\mu-4\pi w)\delta}{c_5^2(w+1)(4\pi+\mu)(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)^m}}} \quad (4.118)$$

(4.13) ,(4.15) ve (4.108) denklemlerinden shear skaleri ve genişleme skaleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\sigma^2 = \frac{3(n-1)^2}{(n+2)(mt+c_4)^2} \quad (4.119)$$

$$\theta = \frac{3}{mt+c_4} \quad (4.120)$$

(4.17) ve (4.18) denklemlerinden Ricci skaleri ve enerji momentum tensörünün izi ve $f(R,T)$ fonksiyonu aşağıdaki şekilde bulunur.

$$R = \frac{(6m-18)n^2+(24m-36)n+24m-54}{(mt+c_4)^2(n+2)^2} + \frac{2\delta}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)^m}}} \quad (4.121)$$

$$T = \frac{1}{(w+1)(4\pi+\mu)} \left[\frac{(1-w)(m-3)3n^2+((-2m-3)w+m)6n+(3-4m)3w+9}{(mt+c_4)^2(n+2)^2} + \frac{(w-1)\delta}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)^m}}} \right] \quad (4.122)$$

$$f(R,T) = \frac{1}{(w+1)(4\pi+\mu)} \left[\frac{12(m-3)(2\pi(w+1)+\mu)n^2+(48(2m-3)(w+1\pi+36\mu(m-2w-1)))n}{(mt+c_4)^2(n+2)^2} + \frac{24(w+1)(4m-9)\pi+12(2m-3w-3)}{(mt+c_4)^2(n+2)^2} + \frac{3\delta(2\pi(w+1)+w\mu)}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)^m}}} \right] \quad (4.123)$$

SFP kullanarak elde edilen genel sonuçları LRS Binachi I, Kantowski-Sachs , Bianchi III evren modelleri durumunda inceleyelim.

4.3.1. SFP için LRS Binachi I Çözümleri

Eğer $K(\eta) = \eta$ alınırsa LRS Bianchi I metriği için $\delta = 0$ olur. Bu durumda maddenin basıncı (p);

$$p_{SFP}^{BI} = \frac{w}{2(w+1)(4\pi+\mu)} \left[\frac{3m(n+2)(n+1)-9n(n-1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} \right] \quad (4.124)$$

şeklinde olur. Enerji yoğunluğu (ρ);

$$\rho_{SFP}^{BI} = \frac{1}{2(w+1)(4\pi+\mu)} \left[\frac{3m(n+2)(n+1)-9n(n-1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} \right] \quad (4.125)$$

şeklinde olur. Sicim gerilimi (λ);

$$\lambda_{SFP}^{BI} = \frac{1}{2(4\pi+\mu)} \left[\frac{3(m-3)(n-1)}{(n+2)(mt+c_4)^2} \right] \quad (4.126)$$

şeklinde olur. Parçacık yoğunluğu (ρ_p);

$$\rho_p^{BI} = \frac{1}{2(w+1)(4\pi+\mu)} \left[\frac{3(n-1)((3-m)w(n+2)+6)+6m(n+1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} \right] \quad (4.127)$$

şeklinde olur. Kozmolojik terim (Λ) ise;

$$\Lambda_{SFP}^{BI} = \Lambda_{SFP_1}^{BI} + \Lambda_{SFP_2}^{BI} + \Lambda_{SFP_3}^{BI} \quad (4.128)$$

$$\Lambda_{SFP_1}^{BI} = \frac{6n^2(3-m)(12\pi+\mu)}{(w+1)(4\pi+\mu)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.129)$$

$$\Lambda_{SFP_2}^{BI} = \frac{36\pi n(2w-m+1)+3\mu n(wm-5m+9w+3)}{(w+1)(4\pi+\mu)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.130)$$

$$\Lambda_{SFP_3}^{BI} = \frac{6(2\pi(-2m+3w+3)+m\mu(w-1))}{(w+1)(4\pi+\mu)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.131)$$

şeklinde elde edilir.

4.3.2. SFP için Kantowski-Sachs Çözümleri

Eğer $K(\eta) = \sin(\eta)$ alınırsa Kantowski-Sachs metriği için $\delta = -1$ olur. Bu durumda

Maddenin basıncı (p);

$$p_{SFP}^{KS} = \frac{w}{2(w+1)(4\pi+\mu)} \left[\frac{3m(n+2)(n+1)-9n(n-1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} + \frac{1}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.132)$$

şeklinde olur.

Enerji yoğunluğu (ρ);

$$\rho_{SFP}^{KS} = \frac{1}{2(w+1)(4\pi+\mu)} \left[\frac{3m(n+2)(n+1)-9n(n-1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} + \frac{1}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.133)$$

şeklinde olur.

Sicim gerilimi (λ);

$$\lambda_{SFP}^{KS} = \frac{1}{2(4\pi+\mu)} \left[\frac{3(m-3)(n-1)}{(n+2)(mt+c_4)^2} + \frac{1}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.134)$$

şeklinde olur.

Parçacık yoğunluğu (ρ_p);

$$\rho_p^{KS} = \frac{1}{2(w+1)(4\pi+\mu)} \left[\frac{3(n-1)((3-m)w(n+2)+6)+6m(n+1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} - \frac{w}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.135)$$

şeklinde olur.

Kozmolojik terim ise;

$$\Lambda_{SFP}^{KS} = \Lambda_{SFP_1}^{KS} + \Lambda_{SFP_2}^{KS} + \Lambda_{SFP_3}^{KS} + \Lambda_{SFP_4}^{KS} \quad (4.136)$$

$$\Lambda_{SFP_1}^{KS} = \frac{6n^2(3-m)(12\pi+\mu)}{(w+1)(4\pi+\mu)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.137)$$

$$\Lambda_{SFP_2}^{KS} = \frac{36\pi n(2w-m+1)+3\mu n(wm-5m+9w+3)}{(w+1)(4\pi+\mu)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.138)$$

$$\Lambda_{SFP_3}^{KS} = \frac{6(2\pi(-2m+3w+3)+m\mu(w-1))}{(w+1)(4\pi+\mu)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.139)$$

$$\Lambda_{SFP_4}^{KS} = \frac{(\mu w+4\pi w-\mu)}{c_5^2(w+1)(4\pi+\mu)(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \quad (4.140)$$

şeklinde elde edilir.

4.3.3. SFP için Bianchi III Çözümleri

Eğer $K(\eta) = \sinh(\eta)$ alınırsa Bianchi III metriği için $\delta = 1$ olur. Bu durumda

Maddenin basıncı (p);

$$p_{SFP}^{BIII} = \frac{w}{2(w+1)(4\pi+\mu)} \left[\frac{3m(n+2)(n+1)-9n(n-1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} - \frac{1}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.141)$$

şeklinde olur.

Enerji yoğunluğu (ρ);

$$\rho_{SFP}^{BIII} = \frac{1}{2(w+1)(4\pi+\mu)} \left[\frac{3m(n+2)(n+1)-9n(n-1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} - \frac{1}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.142)$$

şeklinde olur.

Sicim gerilimi (λ);

$$\lambda_{SFP}^{BIII} = \frac{1}{2(4\pi+\mu)} \left[\frac{3(m-3)(n-1)}{(n+2)(mt+c_4)^2} - \frac{1}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.143)$$

şeklinde olur.

Parçaçık yoğunluğu (ρ_p);

$$\rho_{p_{SFP}}^{BIII} = \frac{1}{2(w+1)(4\pi+\mu)} \left[\frac{3(n-1)((3-m)w(n+2)+6)+6m(n+1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} + \frac{w}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.144)$$

şeklinde olur.

Kozmolojik terim ise;

$$\Lambda_2^{BIII} = \Lambda_{SFP_1}^{BIII} + \Lambda_{SFP_2}^{BIII} + \Lambda_{SFP_3}^{BIII} + \Lambda_{SFP_4}^{BIII} \quad (4.145)$$

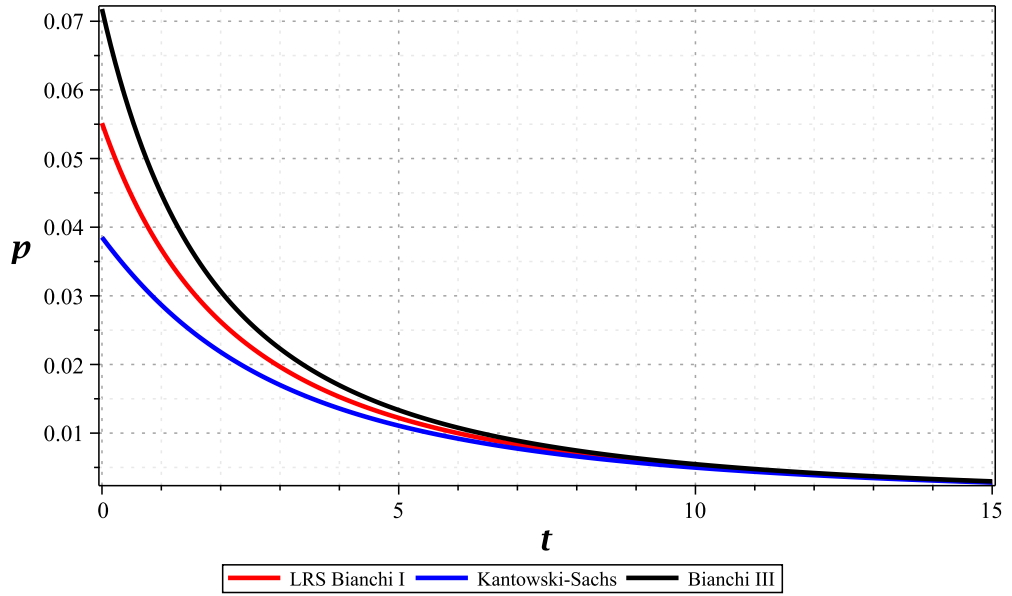
$$\Lambda_{SFP_1}^{BIII} = \frac{6n^2(3-m)(12\pi+\mu)}{(w+1)(4\pi+\mu)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.146)$$

$$\Lambda_{SFP_2}^{BIII} = \frac{36\pi n(2w-m+1)+3\mu n(wm-5m+9w+3)}{(w+1)(4\pi+\mu)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.147)$$

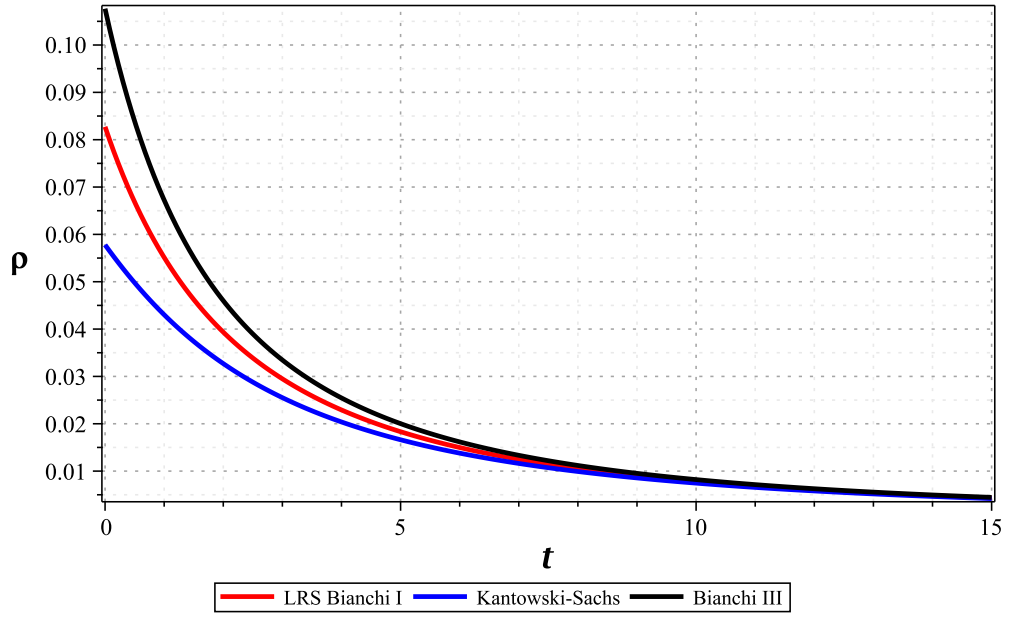
$$\Lambda_{SFP_3}^{BIII} = \frac{6(2\pi(-2m+3w+3)+m\mu(w-1))}{(w+1)(4\pi+\mu)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.148)$$

$$\Lambda_{SFP_4}^{BIII} = \frac{(\mu-w\mu-4\pi w)}{c_5^2(w+1)(4\pi+\mu)(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \quad (4.149)$$

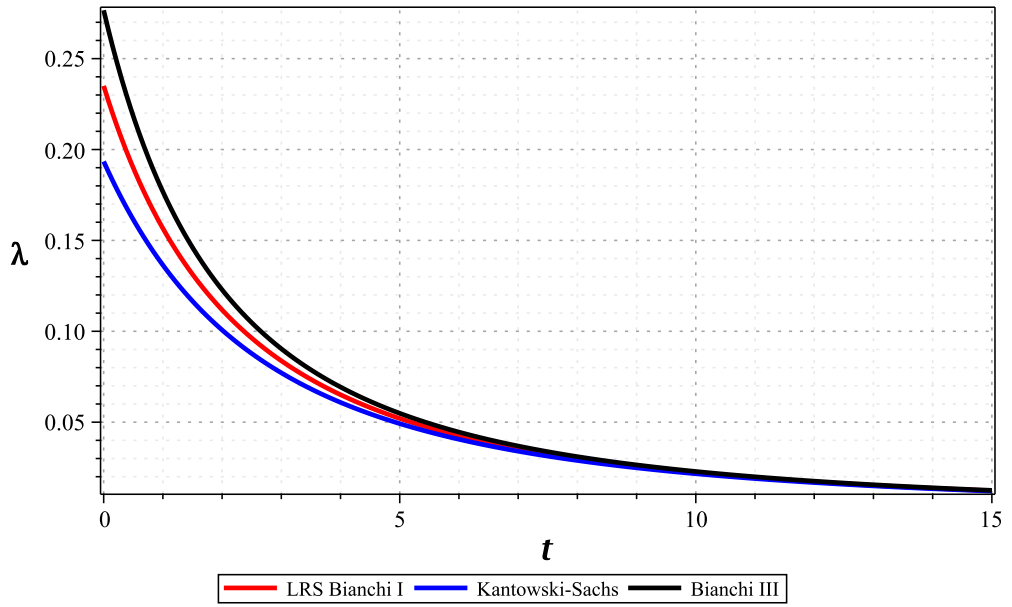
şeklinde elde edilir.



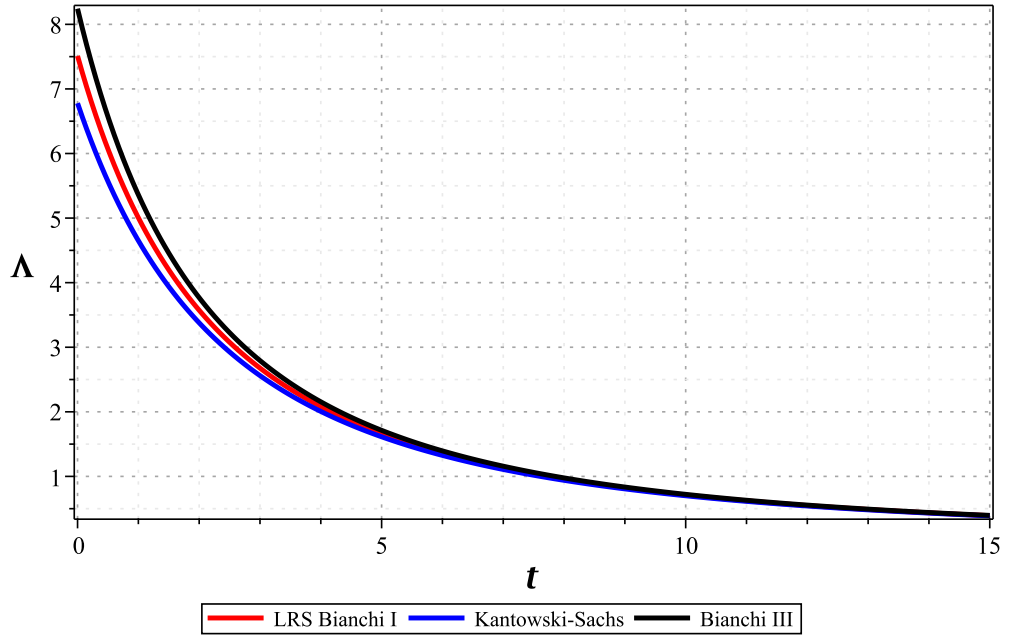
Şekil 14. SFP için basıncın zamana göre değişimi



Şekil 15. SFP için enerji yoğunluğunun zamana göre değişimi



Şekil 16. SFP için sicim geriliminin zamana göre değişimi



Şekil 17. SFP için kozmolojik terimin zamana göre değişimi

4.4. SFP için Genel Rölativite Çözümleri

SFP kullanarak elde ettiğimiz çözümlerimizde $\mu = 0$ alarak GRT deki sonuçları aşağıdaki şekilde elde ederiz;

Basınç, enerji yoğunluğu, sicim gerilimi ve parçacık yoğunluğu ise aşağıdaki şekilde elde edilir;

$$p_{SFP_{GRT}} = \frac{w}{8\pi(w+1)} \left[\frac{3m(n+2)(n+1)-9n(n-1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} - \frac{\delta}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.150)$$

$$\rho_{SFP_{GRT}} = \frac{1}{8\pi(w+1)} \left[\frac{3m(n+2)(n+1)-9n(n-1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} - \frac{\delta}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.151)$$

$$\lambda_{SFP_{GRT}} = \frac{1}{8\pi} \left[\frac{3(m-3)(n-1)}{(n+2)(mt+c_4)^2} - \frac{\delta}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.152)$$

$$\rho_{p_{SFP_{GRT}}} = \frac{1}{8\pi(w+1)} \left[\frac{3(n-1)((3-m)w(n+2)+6)+6m(n+1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} + \frac{w\delta}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.153)$$

Kozmolojik terim ise;

$$\Lambda_{SFP_{GRT}} = \Lambda_{SFP_{GRT}1} + \Lambda_{SFP_{GRT}2} + \Lambda_{SFP_{GRT}3} + \Lambda_{SFP_{GRT}4} \quad (4.154)$$

$$\Lambda_{SFP_{GRT} 1} = \frac{18n^2(3-m)}{(w+1)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.155)$$

$$\Lambda_{SFP_{GRT} 2} = \frac{9n(2w-m+1)}{(w+1)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.156)$$

$$\Lambda_{SFP_{GRT} 3} = \frac{3(-2m+3w+3)}{(w+1)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.157)$$

$$\Lambda_{SFP_{GRT} 4} = \frac{-w\delta}{c_5^2(w+1)(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)^m}}} \quad (4.158)$$

şeklinde elde edilir.

4.4.1. SFP için LRS Binachi I Metriğinin Genel Rölativite Çözümleri

Basınç, enerji yoğunluğu, sicim gerilimi ve parçacık yoğunluğu;

$$p_{SFP_{GRT}}^{BI} = \frac{w}{8\pi(w+1)} \left[\frac{3m(n+2)(n+1)-9n(n-1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} \right] \quad (4.159)$$

$$\rho_{SFP_{GRT}}^{BI} = \frac{1}{8\pi(w+1)} \left[\frac{3m(n+2)(n+1)-9n(n-1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} \right] \quad (4.160)$$

$$\lambda_{SFP_{GRT}}^{BI} = \frac{1}{8\pi} \left[\frac{3(m-3)(n-1)}{(n+2)(mt+c_4)^2} \right] \quad (4.161)$$

$$\rho_{p_{SFP_{GRT}}}^{BI} = \frac{1}{8\pi(w+1)} \left[\frac{3(n-1)(w(3-m)(n+2)+6)+6m(n+1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} \right] \quad (4.162)$$

şeklinde olup kozmolojik terim ise;

$$\Lambda_{SFP_{GRT}}^{BI} = \Lambda_{SFP_{GRT} 1}^{BI} + \Lambda_{SFP_{GRT} 2}^{BI} + \Lambda_{SFP_{GRT} 3}^{BI} \quad (4.163)$$

$$\Lambda_{SFP_{GRT} 1}^{BI} = \frac{18n^2(3-m)}{(w+1)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.164)$$

$$\Lambda_{SFP_{GRT} 2}^{BI} = \frac{9n(2w-m+1)}{(w+1)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.165)$$

$$\Lambda_{SFP_{GRT} 3}^{BI} = \frac{3(-2w+3w+3)}{(w+1)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.166)$$

şeklinde elde edilir.

4.4.2. SFP için Kantowski-Sachs Metriğinin Genel Rölativite Çözümleri

Basınç, enerji yoğunluğu, sicim gerilimi ve parçacık yoğunluğu;

$$p_{SFP_{GRT}}^{KS} = \frac{w}{8\pi(w+1)} \left[\frac{3m(n+2)(n+1)-9n(n-1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} + \frac{1}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.167)$$

$$\rho_{SFP_{GRT}}^{KS} = \frac{1}{8\pi(w+1)} \left[\frac{3m(n+2)(n+1)-9n(n-1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} + \frac{1}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.168)$$

$$\lambda_{SFP_{GRT}}^{KS} = \frac{1}{8\pi} \left[\frac{3(m-3)(n-1)}{(n+2)(mt+c_4)^2} + \frac{1}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.169)$$

$$\rho_{P_{SFP_{GRT}}}^{KS} = \frac{1}{8\pi(w+1)} \left[\frac{3(n-1)(w(3-m)(n+2)+6)+6m(n+1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} - \frac{w}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.170)$$

şeklinde olup kozmolojik terim ise;

$$\Lambda_{SFP_{GRT}}^{KS} = \Lambda_{SFP_{GRT}1}^{KS} + \Lambda_{SFP_{GRT}2}^{KS} + \Lambda_{SFP_{GRT}3}^{KS} + \Lambda_{SFP_{GRT}4}^{KS} \quad (4.171)$$

$$\Lambda_{SFP_{GRT}1}^{KS} = \frac{18n^2(3-m)}{(w+1)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.172)$$

$$\Lambda_{SFP_{GRT}2}^{KS} = \frac{9n(2w-m+1)}{(w+1)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.173)$$

$$\Lambda_{SFP_{GRT}3}^{KS} = \frac{3(-2m+3w+3)}{(w+1)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.174)$$

$$\Lambda_{SFP_{GRT}4}^{KS} = \frac{w}{c_5^2(w+1)(n+2)^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \quad (4.175)$$

şeklinde elde edilir.

4.4.3. SFP için Bianchi III Metriğinin Genel Rölativite Çözümleri

Basınç, enerji yoğunluğu, sicim gerilimi ve parçacık yoğunluğu;

$$p_{SFP_{GRT}}^{BIII} = \frac{w}{8\pi(w+1)} \left[\frac{3m(n+2)(n+1)-9n(n-1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} - \frac{1}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.176)$$

$$\rho_{SFP_{GRT}}^{BIII} = \frac{1}{8\pi(w+1)} \left[\frac{3m(n+2)(n+1)-9n(n-1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} - \frac{1}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.177)$$

$$\lambda_{SFP_{GRT}}^{BIII} = \frac{1}{8\pi} \left[\frac{3(m-3)(n-1)}{(n+2)(mt+c_4)^2} - \frac{1}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.178)$$

$$\rho_{P_{SFP_{GRT}}}^{BIII} = \frac{1}{8\pi(w+1)} \left[\frac{3(n-1)(w(3-m)(n+2)+6)+6m(n+1)}{(n+2)^2(mt+c_4)^2} + \frac{w}{c_5^2(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \right] \quad (4.179)$$

şeklinde olup kozmolojik terim ise;

$$\Lambda_{SFP_{GRT}}^{BIII} = \Lambda_{SFP_{GRT}1}^{BIII} + \Lambda_{SFP_{GRT}2}^{BIII} + \Lambda_{SFP_{GRT}3}^{BIII} + \Lambda_{SFP_{GRT}4}^{BIII} \quad (4.180)$$

$$\Lambda_{SFP_{GRT}1}^{BIII} = \frac{18n^2(3-m)}{(w+1)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.181)$$

$$\Lambda_{SFP_{GRT}2}^{BIII} = \frac{9n(2w-m+1)}{(w+1)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.182)$$

$$\Lambda_{SFP_{GRT}3}^{BIII} = \frac{3(-2m+3w+3)}{(w+1)(n+2)^2(mt+c_4)^2} \quad (4.183)$$

$$\Lambda_{SFP_{GRT}4}^{BIII} = \frac{-w}{c_5^2(w+1)(mt+c_4)^{\frac{6}{(n+2)m}}} \quad (4.184)$$

şeklinde elde edilir.

BÖLÜM 5

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada LRS Bianchi I, Kantowski-Sachs ve Bianchi III metriklerinde sicim bulutu içeren ideal akışkan, alternatif gravitasyon teorilerinden biri olan $f(R, T)$ teori çerçevesinde zamanla değişen ve sabit frenleme parametreleri kullanılarak evren modelleri oluşturulmuştur. (4.30), (4.41) ve (4.42) denklemlerinden;

$$\frac{\sigma}{\theta} = \frac{\sqrt{3}(n-1)}{3(n+2)} \quad (5.1)$$

$$\frac{\sigma}{H} = \frac{\sqrt{3}(n-1)}{n+2} \quad (5.2)$$

elde edilir. Burada $n = 4$ için, $\frac{\sigma}{\theta} = \frac{\sqrt{3}}{6} = 0.2887$ ve $\frac{\sigma}{H} = \frac{2\sqrt{3}}{3} = 0.866$ bulunur. σ ve θ nın günümüz değerleri $\frac{\sigma}{\theta} = 0.1$ ve $\frac{\sigma}{H} = 0.3$ dir. Bizim elde ettiğimiz değerler bu değerlerden oldukça büyüktür. Bu durum, modellerimizin evrenin ilk anlarına ait olduğunu gösterir.

Çözümlerimizde ξ anizotropi parametresini ifade etmektedir. Eğer $\xi = 0$ (veya $n = 1$) olursa modelimiz izotropik evren modeline dönüşür.

Bulduğumuz çözümlerimizde μ de önemli bir parametredir. Eğer çözümlerimizde, $\mu = 0$ alırsak ideal akışkana sahip sicim bulutunun LRS Bianchi I, Kantowski-Sachs ve Bianchi III evren modelleri için GRT deki çözümlerini elde ederiz.

$f(R, T)$ için Bouncing Frenleme Parametre Sonuçları

Modelimiz $t=0$ da büyük patlama (big-bang) ile başlar. Modeldeki genişleme zaman arttıkça artar. $t_{tr} = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta-1}}$ olarak elde edilmişti. Grafikleri çizerken kullandığımız α ve β değerleri yerine yazılırsa $t_{tr} = 11.4018$ olarak elde edilir.

Hubble parametresi $(0, 1.1345)$ zaman aralığında artarken $t = 1.1345$ ten sonra azalarak sıfıra yaklaşmaktadır.

Ölçek çarpanı $t=0$ da yaklaşık olarak 1.13 değerini alırken zaman arttıkça sonsuza yaklaşmaktadır.

Şekil 4 ve şekil 5 ten görüleceği üzere A ve B metrik potansiyelleri zamanla artarak sonsuza doğru gitmektedir. Ancak bu grafikler incelendiğinde metrik potansiyeli A nın metrik potansiyeli B den daha hızlı sonsuza yaklaştığı görülmektedir.

LRS Bianchi I, Kantowski-Sachs ve Bianchi III metriklerinin hepsinde $t \rightarrow 0$ için toplam enerji yoğunluğu, basınç, sicim gerilimi ve kozmolojik terim sabit değerleri almaktadır. Buna karşın $t \rightarrow \infty$ durumunda ise ρ, p, λ ve Λ azalarak sıfıra yaklaştığı şekil 6, 7, 8 ve 9 den görülmektedir. Bunların grafikleri incelendiğinde her üç evren modeli de

benzer davranışı gösterir.

Eğer denklem (4.48) incelenirse $n = 1$ için (yani $\xi = 0$) LRS Bianchi I evrem modelindeki sicim gerilimi sıfır olur.

Bilindiği gibi singüler noktalar gravitasyon teorilerinin geçerli olmadığı yerlerdir. BFP için Hubble parametresinin grafiği incelendiğinde $t = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$ değerinde singüleriteye sahip olduğu açıktır.

Ayrıca (4.33) - (4.37) denklemlerinden görüleceği gibi p, ρ, ρ_p ve Λ , $t = \sqrt{-\frac{\alpha}{\beta}}$, $w = -1$ ve $\mu = -4\pi$ değerlerinde singüleriteye sahip iken, λ ise $t = \sqrt{-\frac{\alpha}{\beta}}$ ve $\mu = -4\pi$ değerlerinde singüleriteye sahiptir. Çözümlerimizin geçerli olabilmesi için $t \neq \sqrt{-\frac{\alpha}{\beta}}$, $w \neq -1$ ve $\mu \neq -4\pi$ olmalıdır.

$f(R, T)$ için Sabit Frenleme Parametre Sonuçları

Hubble parametresi zamanla azalarak sıfıra doğru yaklaşmaktadır (bakınız şekil 10). Şekil 11' de ölçek çarpanı $t=0$ da yaklaşık olarak 1.96 değerini almaktadır ve zaman arttıkça sonsuza yaklaşmaktadır.

Şekil 12 ve şekil 13 den görüleceği üzere A ve B metrik potansiyelleri zamanla artarak sonsuza doğru gitmektedir. Ancak bu grafikler incelendiğinde metrik potansiyeli A'nın metrik potansiyeli B'den daha hızlı sonsuza yaklaştığı görülmektedir.

LRS Bianchi I, Kantowski-Sachs ve Bianchi III metriklerinin hepsinde $t \rightarrow 0$ için toplam enerji yoğunluğu, basınç, sicim gerilimi ve kozmolojik terim sabit değerleri almaktadır. Buna karşın $t \rightarrow \infty$ durumunda ise ρ, p, λ ve Λ azalarak sıfıra yaklaştığı şekil (4.110)-(4.114) den görülmektedir. Bunların grafikleri incelendiğinde her üç evren modeli de benzer davranışı gösterir.

Denklem (4.126) incelenirse $n = 1$ için (yani $\xi = 0$) LRS Bianchi I evrem modelindeki sicim gerilimi sıfır olur.

(4.106) denklemi incelendiğinde Hubble parametresinin $t = -\frac{c_4}{m}$ değerinde singüleritesi vardır. Ayrıca (4.110) - (4.114) denklemlerinden görüleceği gibi p, ρ, ρ_p ve Λ , $t = -\frac{c_4}{m}$, $w = -1$ ve $\mu = -4\pi$ değerlerinde singüleriteye sahip iken, λ ise $t = -\frac{c_4}{m}$ ve $\mu = -4\pi$ değerlerinde singüleriteye sahiptir. Çözümlerimizin geçerli olabilmesi için $t \neq -\frac{c_4}{m}$, $w \neq -1$ ve $\mu \neq -4\pi$ olmalıdır.

KAYNAKLAR

- Abdussattar, ve Prajapati, S. R. (2011, Feb). Role of deceleration parameter and interacting dark energy in singularity avoidance. *Astrophysics and Space Science*, 331(2), 657-663. doi: 10.1007/s10509-010-0461-4
- Aktaş, C., ve Aygün, S. (2017, Feb). Magnetized strange quark matter solutions in $f(R, T)$ gravity with cosmological constant. *Chinese Journal of Physics*, 55(1), 71-78. doi: 10.1016/j.cjph.2016.12.003
- Amirhashchi, H., Zainuddin, H., Hassan, J., ve Kamari, H. M. (2010, Jul). Bianchi Type III String Cosmological Models for Perfect Fluid Distribution in General Relativity. A. K. Yahya ve S. Alam (Ed.), *American institute of physics conference series* (Cilt. 1250, s. 273-276) içinde. doi: 10.1063/1.3469655
- Aygün, S., Aktas, C., ve Yılmaz, İ. (2016, Dec). Strange quark matter solutions for Marder's universe in $f(R,T)$ gravity with Λ . *Astrophysics and Space Science*, 361(12), 380. doi: 10.1007/s10509-016-2956-0
- Barber, G. A. (1982, Feb). On two "self-creation" cosmologies. *General Relativity and Gravitation*, 14(2), 117-136. doi: 10.1007/BF00756918
- Berman, M. S. (1983, Apr). A special law of variation for Hubble's parameter. *Nuovo Cimento B Serie*, 74, 182-186. doi: 10.1007/BF02721676
- Buchdahl, H. A. (1970, Jan). Non-linear Lagrangians and cosmological theory. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 150, 1. doi: 10.1093/mnras/150.1.1
- Einstein, A. (1915, Jan). Die Feldgleichungen der Gravitation. *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, 844-847.
- Einstein, A. (1917, Jan). Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie. *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, 142-152.
- Farasat S., M., Jhangeer, A., ve Bhatti, A. A. (2012, Jul). Exact Solutions of Bianchi Types I and V Models in $f(R, T)$ Gravity. *arXiv e-prints*, arXiv:1207.0708.
- Friedmann, A. (1922, Jan). Über die Krümmung des Raumes. *Zeitschrift für Physik*, 10, 377-386. doi: 10.1007/BF01332580
- Harko, T., Lobo, F. S. N., Nojiri, S., ve Odintsov, S. D. (2011, July). $f(R,T)$ gravity. *Physics Review D*, 84, 024020. doi: 10.1103/PhysRevD.84.024020
- Hoyle, F., ve Narlikar, J. V. (1966, Feb). A Radical Departure from the 'Steady-State' Concept in Cosmology. *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, 290(1421), 162-176. doi: 10.1098/rspa.1966.0043

- Hubble, E. (1929, Mar). A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae. *Proceedings of the National Academy of Science*, 15(3), 168-173. doi: 10.1073/pnas.15.3.168
- Misner, C. W., Thorne, K. S., ve Wheeler, J. A. (2017). *Gravitation*.
- Myrzakulov, R. (2012, Nov). FRW cosmology in $F(R, T)$ gravity. *European Physical Journal C*, 72, 2203. doi: 10.1140/epjc/s10052-012-2203-y
- Özemre, A. Y. (1982). *Teorik Fizik Dersleri*.
- Perlmutter, S., Aldering, G., Goldhaber, G., Knop, R. A., Nugent, P., Castro, P. G., ... Project, T. S. C. (1999, Jun). Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae. *The Astrophysical Journal*, 517(2), 565-586. doi: 10.1086/307221
- Pradhan, A., Amirhashchi, H., ve Zainuddin, H. (2011, Feb). Exact solution of perfect fluid massive string cosmology in Bianchi type III space-time with decaying vacuum energy density. *Astrophysics and Space Science*, 331(2), 679-687. doi: 10.1007/s10509-010-0469-9
- Raj, B., Umesh, P. K., ve Anirudh, P. (2007, Aug). Bianchi Type-I Massive String Magnetized Barotropic Perfect Fluid Cosmological Model in General Relativity. *Chinese Physics Letters*, 24(8), 2455-2458. doi: 10.1088/0256-307X/24/8/082
- Rao, V. U. M., ve Neelima, D. (2013, Mar). Perfect-fluid Einstein-Rosen universe in $f(R, T)$ gravity. *European Physical Journal Plus*, 128, 35. doi: 10.1140/epjp/i2013-13035-y
- Reddy, D. R. K., Anitha, S., ve Umadevi, S. (2014, May). Kantowski-Sachs bulk viscous string cosmological model in $f(R, T)$ gravity. *European Physical Journal Plus*, 129, 96. doi: 10.1140/epjp/i2014-14096-0
- Riess, A. G., Filippenko, A. V., Challis, P., Clocchiatti, A., Diercks, A., Garnavich, P. M., ... Tonry, J. (1998, Sep). Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant. *The Astronomical Journal*, 116(3), 1009-1038. doi: 10.1086/300499
- Sahoo, P., ve Reddy, R. (2018, Mar). LRS Bianchi Type-I Bulk Viscous Cosmological Models in $f(R, T)$ Gravity. *Astrophysics*, 61(1), 134-143. doi: 10.1007/s10511-018-9522-0
- Sandage, A. (1962, Sep). The Change of Redshift and Apparent Luminosity of Galaxies due to the Deceleration of Selected Expanding Universes. *Astrophysical Journal*, 136, 319. doi: 10.1086/147385
- Santos, A. F., ve Ferst, C. J. (2015, Nov). Gödel-type solution in $f(R, T)$ modified gravity. *Modern Physics Letters A*, 30(40), 1550214. doi: 10.1142/S0217732315502144
- Serway, R. (1995). *Fen ve Mühendislik İçin Fizik (Çev. Ed: Kemal Çolakoğlu)*. Palme

Yayıncılık, Ankara ISBN:975-7477-15-x.

- Shamir, M. F., ve Bhatti, A. A. (2012, Feb). Anisotropic dark energy Bianchi type III cosmological models in the Brans-Dicke theory of gravity. *Canadian Journal of Physics*, 90(2), 193-198. doi: 10.1139/p2012-007
- Sharif, M., ve Zubair, M. (2012, Nov). Anisotropic Universe Models with Perfect Fluid and Scalar Field in $f(R,T)$ Gravity. *Journal of the Physical Society of Japan*, 81(11), 114005-114005. doi: 10.1143/JPSJ.81.114005
- Silk, J. (1997). *Evrenin Kısa Tarihi* (Çev: Murat Alev). Tübitak Popüler Bilim Kitapları.
- Singh, G. P., Bishi, B. K., ve Sahoo, P. K. (2016, Apr). Scalar field and time varying cosmological constant in $f(R,T)$ gravity for Bianchi type-I universe. *Chinese Journal of Physics*, 54(2), 244-255. doi: 10.1016/j.cjph.2016.04.010
- Sofuoğlu, D. (2016, Jan). Rotating and expanding Bianchi type-IX model in $f(R,T)$ theory of gravity. *Astrophysics and Space Science*, 361, 12. doi: 10.1007/s10509-015-2593-z
- Solanke, D. T., ve Karade, T. M. (2017, Nov). Bianchi type I universe filled with scalar field coupled with electromagnetic fields in $f(R, T)$ theory of gravity. *Indian Journal of Physics*, 91(11), 1457-1466. doi: 10.1007/s12648-017-1029-8
- Weinberg, S. (1972). *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity*.
- Yadav, A. K., ve Ali, A. T. (2018, Jan). Invariant Bianchi type I models in $f(R,T)$ gravity. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 15(2), 1850026. doi: 10.1142/S0219887818500263
- Zubair, M., ve Ali Hassan, S. M. (2016, Apr). Dynamics of Bianchi type I, III and Kantowski-Sachs solutions in $f(R,T)$ gravity. *Astrophysics and Space Science*, 361(4), 149. doi: 10.1007/s10509-016-2737-9
- Zubair, M., Sardar, I. H., Rahaman, F., ve Abbas, G. (2016, Jul). Interior solutions of fluid sphere in $f(R,T)$ gravity admitting conformal killing vectors. *Astrophysics and Space Science*, 361(7), 238. doi: 10.1007/s10509-016-2828-7

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Aysel Kızılcık
Doğum Yeri : Çan
Doğum Tarihi : 10.10.1990

EĞİTİM DURUMU

Lisans Öğrenimi : Cumhuriyet Üniversitesi, Fen Fakültesi, Matematik Bölümü, 2013
Yüksek Lisans Öğrenimi : Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Anabilim Dalı, 2020
Bildiği Yabancı Diller : İngilizce

BİLİMSEL FAALİYETLERİ

a) Bildiriler

1) Uluslararası

a) Bianchi I, III and Kantowski-Sachs Models in $f(R, T)$ Theory, Turkish Physical Society 34th International Physics Congress, 5-9 September 2018, Bodrum Municipality Nurol Culture Center Bodrum, TURKEY.

b) String Fluid with Perfect Fluid Solution for Bianchi I Space-time in $f(R, T)$ Gravity, Turkish Physical Society 34th International Physics Congress, 5-9 September 2018, Bodrum Municipality Nurol Culture Center Bodrum, TURKEY.

İŞ DENEYİMİ

Çalıştığı Kurumlar ve Yıl : Çan Karşıyaka Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesi, 2016-2017
Çan Halk Eğitim Merkezi , 2017-2018
Özel Biga Bilimsel Çizgi Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesi, 2019-2020
Özel Biga Çizgi Koleji Anadolu Lisesi, 2019-2020

İLETİŞİM

E-posta Adresi : aysel.yavas00@gmail.com

