

**TÜRKİYE CUMHURİYETİ
ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANA BİLİM DALI**

**BULANIK DURUMLARIN MARKOV ANALİZİ VE EKONOMİK
UYGULAMALARI**

Berna UZUN

DOKTORA TEZİ

ADANA / 2020

**TÜRKİYE CUMHURİYETİ
ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANA BİLİM DALI**

**BULANIK DURUMLARIN MARKOV ANALİZİ VE EKONOMİK
UYGULAMALARI**

Berna UZUN

Danışman: Doç. Dr. Ersin KIRAL

Jüri Üyesi: Prof. Dr. Dilek ALTAŞ

Jüri Üyesi: Prof. Dr. Süleyman Bilgin KILIÇ

Jüri Üyesi: Doç. Dr. Mehmet Kenan TEZİOĞLU

Jüri Üyesi: Dr. Öğr. Üyesi Mustafa ILDIRAR

DOKTORA TEZİ

ADANA / 2020

Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürlüğüne;

Bu çalışma, jürimiz tarafından Ekonometri Ana Bilim Dalında DOKTORA olarak kabul edilmiştir.

Başkan:Doç. Dr. Ersin KIRAL
(Danışman)

Üye:Prof. Dr. Dilek ALTAŞ

Üye:Prof. Dr. Süleyman Bilgin KILIÇ

Üye:Doç. Dr. Mehmet Kenan TEZİOĞLU

Üye:Dr. Öğr. Üyesi Mustafa ILDIRAR

ONAY

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim elemanlarına ait olduklarını onaylarım.

.../.../2020

Prof. Dr. Serap ÇABUK
Enstitü Müdürü

NOT: Bu tezde kullanılan ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunu'ndaki hükümlere tabidir.

ETİK BEYANI

Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde ve ortaya çıkan sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim. 17/ 02 / 2020

17/ 02 / 2020

Berna UZUN

ÖZET

BULANIK DURUMLARIN MARKOV ANALİZİ VE EKONOMİK UYGULAMALARI

Berna UZUN

Doktora Tezi, Ekonometri Ana Bilim Dalı

Danışman: Ersin KIRAL

Şubat 2020, 95 sayfa

Belirsizliğin hakim olduğu ortamlarda dinamik bir sistemin matematiksel olarak modellenmesi, analiz edilerek gelecekte belirmesi muhtemel durumlarının öngörülmesi ve mevcut anda strateji belirleme kararının verilmesi oldukça zorlu ve riskli bir süreci kapsamaktadır. Markov analizi dinamik sistemlerin modellenmesinde yaygın olarak kullanılan çok önemli bir modeldir fakat belirli durumları kapsamaktadır. Zadeh' in 1965' te temellerini attığı, belirsizliğin matematiksel olarak ifade edilebilmesini sağlayan bulanık mantığa dayanan bulanık küme teorisi bu tür sistemlerin modellenmesinde son zamanlarda karar bilimine önemli derecede katkı sağlamıştır.

Finansal yatırım araçları belirsizliğin hakim olduğu dinamik bir sistem olan borsada işlem gören ve yüksek risk içeren araçlardır. Bu çalışmada, Amerikan Dolar Endeksi, Avro Endeksi, Japon Yeni/Dolar Paritesi ve altın gibi değerli emtia aracına ait gelecek tahmini aylık verilerden yararlanılarak bulanık durumların Markov zinciri analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. Bunun için yeterince uzun bir dönem belirlenerek önerilen yatırım araçlarına ait geçmiş verilerden yararlanılmıştır. Elde edilen verilerdeki aylık değişim oranları bulanık durumlara ayrılarak bulanık sınıflandırma yapılmıştır. Daha sonra durumların tanımlandığı bulanık kümelerden yararlanılarak bulanık durumların olasılık geçiş matrisleri oluşturulmuştur. Son olarak rassal olarak belirlenen verilerden ve klasik Markov sürecinde olduğu gibi olasılık geçiş matrisinden yararlanılarak sistemde bir sonraki adımda meydana gelebilecek durum tahmini yapılacak ve elde edilen sonuçlar gerçekte meydana gelen durum ile karşılaştırılarak oluşturulan modelin güvenilirliği test edilmiştir. Bununla birlikte tahmini yapılacak olan finansal araçların denge durumları da incelenmiştir. Bu yatırım araçlarının birbirleri ile ilişkili olup olmadıkları da ayrıca analiz edilmiştir.

Ele alacağımız örnekler, Markov zincirlerine ve Bulanık durumlu Markov zincirlerine göre değerlendirilmiş ve sonrasında bu iki sũrece dayanarak optimal politikalar belirlenerek bu iki modelin farklılıkları ve benzerlikleri tartışılmıştır.

Anahtar kelimeler: Bulanık mantık, Markov analizi, bulanık durumların Markov zincirleri, ekonomik endeks tahmini.



ABSTRACT**MARKOV ANALYSIS OF THE FUZZY STATES AND ITS ECONOMIC APPLICATIONS****Berna UZUN****Ph.D. Thesis, Department of Econometrics****Supervisor: Ersin Kiral****Şubat 2020, 95 pages**

Mathematical modeling of a dynamic system in environments characterized by uncertainty, analyzing the possible situations that could occur in the future, determining a strategy and making good decisions in a timely manner is a very challenging and risky process. Markov analysis is a very important model widely used in the modeling of dynamic systems, but is based on exact situations. Fuzzy set theory, which allows the mathematical expression of uncertainty based on fuzzy logic was originally defined by Zadeh in 1965 and has recently contributed significantly to the science of decision-making.

Financial investment instruments are instruments that carry high-risk when traded on the stock exchange, which is a dynamic system of uncertainty. In this study, the fuzzy states of the Markov chain analysis method has been applied for analyzing and estimating the future of valuable commodity instruments such as the American Dollar Index, Euro Index, Japanese Yen / Dollar Parity and gold price by using their monthly data. To achieve this, a sufficiently long period was determined and historical data of the proposed investment instruments were used. The monthly change rates in the data obtained were divided into fuzzy situations and fuzzy classification was made. Then, the probability transition matrices of fuzzy states was obtained. Finally, using the randomly determined data and probability transition matrix as in the classical Markov process, the situation that will occur in the next step has been estimated and the reliability of the model has been tested by comparing the results with the actual situation. Furthermore, the stable status of the probability transition matrix of the financial instruments has been obtained and examined. The relation of these investment instruments has also been analyzed. The results of the classical Markov chain and the fuzzy states of the Markov

chain have been obtained and evaluated in order to obtain the best strategy of the applications and the differences and similarities of these two models have been discussed.

Keywords: Fuzzy logic, Markov analysis, Markov chains of the fuzzy states, economic index estimation.



ÖN SÖZ

Öncelikle, yüksek lisans ve doktora çalışmalarım süresince bana destek olan, değerli birikimlerini bana aktaran, çalışmamı yönlendiren ve akademik katkılarının yanında, bana herşeyden önce iyi bir vizyon kazandıran, manevi olarak da desteğini hissettiğim danışman hocam Doç. Dr. Ersin KIRAL'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Bununla birlikte, eğitim hayatım boyunca bana destek olan ve katkıda bulunan tüm öğretmenlerime ve doktora süresince değerli bilgilerini önemli derecede benimle paylaşan değerli hocalarım Doç. Dr. Gülsen KIRAL'a ve Dr. Semin PAKSOY'a, Prof. Dr. Süleyman Bilgin KILIÇ'a, bölüm başkanımız Prof. Dr. Altan ÇABUK'a ilgilerinden dolayı şükranlarımı sunarım.

Tüm hayatım boyunca bana her zaman destek olan sevgili aileme, özellikle annem Müzehher UZUN ve babam Mehmet UZUN'a bu vesileyle sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

17 /02 / 2020

Berna UZUN

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT	vi
ÖN SÖZ	viii
KISALTMALAR	xii
TABLolar LİSTESİ	xiii
ŞEKİLLER LİSTESİ	xiv

BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Çalışmanın Konusu	1
1.2. Çalışmanın Konusu ile İlgili Literatürdeki Çalışmalar	2
1.3. Çalışmanın Amacı	5
1.4. Çalışmanın Planı	5

BÖLÜM II

BULANIK MANTIK VE BULANIK KÜME TEORİSİ

2.1. Bulanık mantık	6
2.1.1. Bulanık mantık uygulama alanları	8
2.1.1.1. Bulanık mantık uygulamalarının avantajları ve dezavantajları	8
2.2. Bulanık küme teorisi	9
2.2.1. Üyelik fonksiyonları	10
2.2.2. Bulanık Küme İşlemleri	14
2.2.3. Üyelik fonksiyonlarının temel elemanları	17
2.2.4. Bulanık kümelerde t-normları ve s-normları	19
2.3. Bulanıklaştırma İşlemleri	21

BÖLÜM III

MARKOV ANALİZİ

3.1. Markov Analizi	24
3.2. Markov Analizi süreci için gerekli temel kavramlar	24
3.3. Chapman- Colmogorov denklemleri	27
3.4. Markov zincirlerinde durumların sınıflandırılması.....	28
3.4.1. Denge (Kararlı) Durum Olasılıkları.....	29
3.4.1.1. Denge Durum Olasılıkları Teoremi.....	29
3.5. Ortalama İlk Geçiş Zamanı.....	30

BÖLÜM IV

BULANIK DURUMLARIN MARKOV ANALİZİ

4.1. Bulanık Markov Zincirleri Kavramı	33
4.1.1. Bulanık Durum Olasılığı.....	33
4.2. Bulanık Durumların Markov Zincirleri	34

BÖLÜM V

UYGULAMA

5.1. Bulanık Durumların Markov Zinciri Modeli ile Avro Endeksi Hareketlerinin Modellenmesi.....	40
5.2. Bulanık Durumların Markov Zinciri Modeli ile ABD Doları Endeksi Hareketlerinin Modellenmesi.....	43
5.3. Bulanık Durumların Markov Zinciri Modeli ile Altın Fiyat Hareketlerinin Modellenmesi.....	46
5.4. Bulanık Durumların Markov Zinciri Modeli ile Japon Yeni/ USD Paritesi Hareketlerinin Modellenmesi.....	48
5.5. EUR_I, USDX, Altın Fiyatları ve JPY/USD Paritesi Hareketlerin 3 bulanık durumlu Markov Zinciri Olarak Modellenmesi.....	50
5.6. EUR_I, USDX, Altın Fiyatları ve JPY/USD Paritesi Hareketlerin klasik Markov Zinciri Olarak Modellenmesi	51
5.7. Bulgular	54
5.7.1. BDMZ Modeli ile Elde Edilen Bulgular	54
5.7.2. Klasik Markov Zincirleri Modeli ile Elde Edilen Bulgular.....	73

BÖLÜM VI

SONUÇ VE ÖNERİLER

6.1. Sonuç ve Öneriler	87
KAYNAKÇA	89
ÖZGEÇMİŞ	95



KISALTMALAR

ABD	: Amerika Birleşik Devletleri
BDMZ	: Bulanık Durumların Markov Zinciri
BM	: Bulanık Mantık
EUR_I	:Avro Endeksi
GSYİH	:Gayri Safi Yurtiçi Hasıla
USD	:Amerikan Doları
USDX	:Amerikan Doları Endeksi
JPY/USD	:Japon Yeni/Amerikan Doları Paritesi



TABLOLAR LİSTESİ

	Sayfa
Tablo 1. Rt(EUR_I) Verilerinin Birkaç Ay için Bulanık Kümelere Dönüştürülmesi Örneği.....	43
Tablo 2. Rt(USDX) Verilerinin Birkaç Ay için Bulanık Kümelere Dönüştürülmesi Örneği.....	45
Tablo 3. Rt(Altın f.) Verilerinin Birkaç Ay için Bulanık Kümelere Dönüştürülmesi Örneği.....	48
Tablo 4. Rt(JPY/USD) Verilerinin Birkaç Ay için Bulanık Kümelere Dönüştürülmesi Örneği.....	49
Tablo 5. Belirtilen parametrelerin (EUR_I, USDX, altın fiyatı ve JPY/USD paritesi için tanımlanan Rt değerleri) klasik kümelerden yararlanılarak 21 durum sınıflandırması.....	52
Tablo 6. Rt(EUR_I)' nin Birkaç Ay Buldukları Durumun Klasik Kümelere Belirlenmesi Örneği.....	53
Tablo 7. Belirtilen parametrelerin (EUR_I, USDX, altın fiyatı ve JPY/USD paritesi için tanımlanan Rt değerleri) klasik kümelerden yararlanılarak 3 durum sınıflandırması.....	54
Tablo 8. Belirtilen parametrelerin Rt değerleri için belirtilen dönemde hesaplanan istatistiki değerleri.....	67
Tablo 9. Belirtilen parametrelerin Rt değerlerinin 21 durum için hesaplanan denge durum olasılıkları korelasyonu.....	68
Tablo 10. Belirtilen parametrelerin Rt değerlerinin birbirleriyle eşleşen zaman aralığındaki korelasyonu.....	68
Tablo 11. Belirtilen Dönemlerde Rt Verilerinin Tanımlanan Bulanık Kümelere Aitlik Durum Frekansları.....	69
Tablo 12. Belirtilen Dönemlerde Rt Verilerinin Tanımlanan Bulanık Kümelere Aitlik Durum Frekanslarının Yüzdelik Oranları.....	69
Tablo 13. JPY/USD paritesi Şubat 2015 Rt değerinin Markov Zinciri ile tahmini.....	86
Tablo 14. JPY/USD paritesi Şubat 2015 Rt değerinin BDMZ ile tahmini.....	86
Tablo 15. Belirtilen parametreler için seçişlen bazı aylar için yapılan tahminler.....	86

ŞEKİLLER LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 1. Üçgensel üyelik fonksiyonu	11
Şekil 2. Yamuksal üyelik fonksiyonu.....	11
Şekil 3. Gauss üyelik fonksiyonu	12
Şekil 4. Cauchy (Çan Şekilli) üyelik fonksiyonu	12
Şekil 5. S üyelik fonksiyonu.....	13
Şekil 6. Sigmoid üyelik fonksiyonu	13
Şekil 7 . π_1 üyelik fonksiyonu	14
Şekil 8 . π_2 üyelik fonksiyonu	14
Şekil 9. İki bulanık kümenin birleşimi	15
Şekil 10. İki bulanık kümenin kesişimi	15
Şekil 11. Bir bulanık kümenin tamlayanı	16
Şekil 12. Üyelik fonksiyonlarının özellikleri	18
Şekil 13. Bir Markov zinciri örneği.....	29
Şekil 14. $R_t(EUR_I)$ için çizgi grafiği.....	42
Şekil 15. R_t için tanımlanan bulanık kümeler.....	42
Şekil 16. $R_t(USD_X)$ için çizgi grafiği.....	45
Şekil 17. $R_t(Altın F.)$ için çizgi grafiği.....	47
Şekil 18. $R_t(JPY/USD)$ için çizgi grafiği.....	49
Şekil 19. R_t için tanımlanan 3 durumlu bulanık kümeler	50
Şekil 20 $\tilde{\pi}_{EUR_I}$ grafiği.....	64
Şekil 21. $\tilde{\pi}_{USD_X}$ grafiği	65
Şekil 22 $\tilde{\pi}_{Altın f.}$ grafiği.....	66
Şekil 23. $\tilde{\pi}_{JPY/USD}$ grafiği.....	67

BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Çalışmanın Konusu

Markov karar süreci; bir karar problemine, sonuçların kısmen rassal, kısmen karar vericiye bağlı olduğu matematiksel bir çerçeve oluşturur. Bununla birlikte, bu model kesin verilere ve sınırları keskin olarak ayrılan durumlara bağlıdır. Bu yönüyle bu yöntem, belirsizlik durumlarında karar problemlerine bir model oluşturmada ve çözüm üretmede kısıtlı kalmıştır. Gerçek dünya problemleri belirsizlik içeren ortamlarda karar vermeyi gerektiren sorunlar içerir. Günümüzde de karar verme problemlerinin çoğu belirsizlik içerir, birçok uygulamada elde edilen veriler, tahmin veya deneyim yoluyla elde edilen verilerdir ve dolayısıyla belirsizlik içermektedirler. Klasik mantığın genişletilmesi ile oluşturulan bulanık mantığa dayanan bulanık küme kavramı, ortamın hareketli olduğu dinamik koşullarda karar vericilere daha esnek çözümler sunmaktadır. Bulanık Durumlu Markov Zinciri (BDMZ) modelinde sistemin içinde bulunabileceği durumların kesin sınırlara sahip olmak yerine bulanık kümelerden yararlanılarak tanımlanması önerilmiştir. Klasik Markov zincirleri tekniğinde sistem gelecekte bulunacağı duruma olasılıksal olarak ulaşabilir fakat durumlar arası geçişler; geçiş olmamıştır (0) veya geçiş olmuştur (1) şeklinde kesin olarak hesaplanır. Bu durumda sistemin herhangi bir durumunun sınır (uç) bölgelerinde yer alması ve geçtiği durumun da sınır bölgelerinde bulunması ile durumların merkez noktalarındaki geçişlerle aynı biçimde hesaplanmaktadır. BDMZ modelinde ise sistemin bulunduğu durumda her bir noktanın duruma olan aitliği özel olarak belirlenmekte ve bu noktalar arası geçişler (0 ile 1 arasında) özel olarak hesaplanmaktadır. Bu ise durumlar arası geçişlerin daha hassas olarak hesaplanmasını ve ayrıca belirsizlik içeren durumların belirlenmesinde karar vericiye bir model oluşturma olanağı sağlamaktadır.

Finansal piyasalardaki hareketlerin sürekli olarak değişim halinde olduğu ve dolayısıyla bu piyasalarda belirsizliğin hakim olduğu düşünülürse finansal piyasalarda işlem gören araçların riskli yatırım araçları oldukları açıktır. Yatırımcıların getirilerini arttırmak adına finansal piyasa hareketlerini analiz etmeleri, gelecekte belirmesi muhtemel durumları en iyi olasılıkla tahmin etmeleri ve oluşan durumlara göre hangi stratejiyi belirleyeceklerine karar vermeleri önemli bir ekonomi problemidir. Bu şekildeki stokastik durumlarda, uzmanlar yatırımcılara yaptıkları çeşitli analiz

yöntemlerine dayanarak sisteme dair önemli parametrelerin tahminlerini yaparak destek olmaktadırlar.

Bu çalışmanın ana konusu: BDMZ modelinin birbirleriyle ilişkili olduğu düşünülen Amerikan Dolar Endeksi (USDX), Avro Endeksi (EUR_I), altın getiri oranı ve Japon Yeni/Dolar paritesi (JPY/USD) gibi farklı finansal araçlara uygulanması, elde edilecek bulguların analiz edilmesi ve gelecekteki olası durumlarının tahmini şeklindedir.

1.2. Çalışmanın Konusu ile İlgili Literatürdeki Çalışmalar

Markov zincirleri de rassal süreçlerin modellenmesinde yıllar boyu birçok alanda (biyoloji, fizik, kimya, tıp, işletme ve ekonomi, sosyal bilimler gibi) başarılı uygulamaları olan önemli bir tahmin yöntemidir ve karar analizinde yaygın bir biçimde uygulanmıştır. Bu model; hidrolojik parametrelerin tahmini (Chin, 1977), (Lazri, Ameer ve Haddad, 2007), eğitim (Kıral, Mavruk ve Kıral, 2018), bilişim sistemleri (Kıral, 2018), sosyal problemlerin analizi (Kıral ve Uzun, 2018), ekonomik parametrelerin tahmini (Kıral ve Mavruk, 2016) gibi birçok alanda uzun yıllar boyu değişkenlerin stokastik davranışlarının tahmini için başarılı bir biçimde uygulanmıştır.

Ryan (1973) Markov zinciri modeli ile borsa hareketleri analizi uygulaması çalışmasında gelecek durumlar hakkında önemli bilgiler elde edildiğini göstermiştir.

McQueen (1991) Markov zincirleri modeli ile 1947-1987 dönem aralığı yıllık borsa getirisi verileriyle elde edilen bulguların gelecek tahmini konusunda başarılı sonuçlar verdiğini göstermiştir.

Ergeç (1996) hisse senedi fiyat tahmininde Markov yöntemi ile başarılı sonuçlar elde etmiştir.

Vasanthi vd (2011) Markov modeli ile dünyada önem verilen bazı borsa endekslerindeki değişim hareketlerini modelleyerek yine gelecekteki muhtemel durumların tahminini başarılı bir biçimde elde etmişlerdir.

Kanas (2003), 1872-1999 aralığı Amerika borsa verilerinden yararlanarak, parametrik ve parametrik olmayan yöntemlerle yaptığı analizler sonucunda Markov zincirleri ve yapay sinir ağları modellerinin de diğer modeller kadar etkili yöntemler olduğunu gözlemlemiştir. Bununla birlikte, bu çalışmada, dört farklı kritere göre modeller test edildiğinde, Markov zincirleri modelinin diğerlerinden daha iyi sonuçlar verdiğini sonucuna varılmıştır.

Can ve Öz (2009) 1992-2007 aralığı verilerinden yararlanarak Markov zincirleri yöntemi ile USD döviz kuru hareketlerini analiz etmişlerdir ve bu çalışmalarında 2008 yılı döviz kuru hareketlerinin tahmininde önemli bulgular elde etmişlerdir.

Özdağoğlu A., Özdağoğlu G. ve Kurt (2012), 2005-2009 aralığı verilerinden yararlanarak Markov zinciri modeli ile günlük altın fiyat getiri durumları konusunda başarılı bulgulara ulaşmışlardır.

Kılıç (2013) ve Onalan (2014) TL/USD döviz kurunun Markov zincirleri modeli ile tahmin edilmesi konusunda önemli sonuçlar elde etmişlerdir

İlarslan (2014) Markov zincirleri modeli ile İMKB 10 endeksindeki on bankadan dokuzunun hisse senedi fiyatları tahmini konusunda önemli bilgiler sunmuşlardır.

Kılıç ve Çam (2016) döviz kuru, altın fiyatları ve borsa getirileri konularında yüksek dereceden Markov zinciri oluşturularak da tahmin konusunda başarılı sonuçlar elde edilebileceğini göstermişlerdir.

Terzioglu (2018) Markov geçiş hata düzeltme modeli ile ham petrol fiyatları ve döviz kuru tahminleri konusunda önemli bilgiler sunmuştur.

Dağlıoğlu, Kıral (2018) hisse senedi piyasa fiyatlarındaki değişim hareketleri konusunda saklı Markov modeli ile başarılı sonuçlar elde etmişlerdir.

Günümüzde Yapay Sinir Ağları Modelinden yararlanılarak (Mirmirani ve Li, 2004), (Achireko ve Ansong, 2000), (Parisi, Parisi ve Diaz, 2008), (Lineesh, Minu, John, 2010), (Paksoy ve Kılıç, 2015) çeşitli finansal araçların tahmini yapılmaktadır. Buna paralel olarak Çok Değişkenli Lineer Regresyon Modeli (Escribanbo ve Granger, 1998), (Ismail, Yahya ve Shabri, 2009) gibi farklı modeller de finansal araçların tahmininde yararlanılmaktadır. Ky ve Tuyen ise 2016' daki çalışmalarında Markov modeli ve bulanık zaman serilerinin kombinasyonu ile borsa verilerini modelleyerek analiz etmişlerdir.

Markov zincirleri yöntemi ile sistemin bulunabileceği sonlu durumlar arası olasılık geçiş matrisi oluşturulur ve gelecek tahmini sistemin yalnızca içinde bulunduğu durum ve olasılık geçiş matrisi yardımı ile hesaplanır. Bununla birlikte, klasik Markov zincirleri verilerin net değerlerden oluşmasını gerektirir. Bulanık durumlardan oluşan veya belirsizlik içeren sistemlerin analizi ve çözümü ise klasik Markov analizi tekniği ile elde edilemez. Bu gibi belirsizlik içeren problemlerin matematiksel olarak modellenenilmeleri için henüz çok yeni bir teknik olan BDMZ tekniği üzerinde çalışmalar yapılmaktadır.

Zadeh 1965' de belirsizlik durumlarını ve dilden kaynaklanan farklılıkları matematiksel olarak ifade etmek amacıyla bulanık kümeleri tanımlamıştır. Sanchez (1976) ise bulanık Markov zincirlerini bulanık ilişkilerin bir kombinasyonu olarak oluşturmuştur. Thomason (1977) bulanık matrisleri genel olarak tanımlamış, Kruse, Buck Emden ve Cordes 1987' deki çalışmalarında ise bulanık Markov zincirlerini, bulanık olasılıklara bağlı klasik Markov zincirleri olarak tanımlamıştır. Yoshida (1994) bulanık Markov modelinin olasılık geçiş matrisini oluşturmuştur. Slowinski (1998) ise belirsizlik durumlarında veya ihtiyaçların esnek olduğu durumların modellenmesinde bulanık kümelere yararlanılabileceğini göstermiştir. Avrachenkov and Sanchez (2002) bulanık Markov zincirlerini ve özelliklerini detaylı bir şekilde incelemiştir. Kurano, Yasuda, Nakagami ve Yoshida 2006' daki çalışmalarında bulanık durumların olasılık geçiş matrisini belirlemede bulanık durumlardan yararlanmışlardır. Pardo ve Fuente (2010) ise Bulanık Durumlu Markov Zinciri (BDMZ) karar süreci ile kuyruk sisteminde kamusal bir kararın alınması konusunu analiz etmişlerdir. Vajargah ve Gharehdaghi (2012) alanında uzman karar vericilerin belirsizliği öznel bir biçimde modellemek istediği durumlarda da bulanık Markov zincirlerinden yararlanılabileceğini göstermişlerdir. Zhou, Tang, Xie, Li ve Zhang 2013' teki çalışmalarında; Markov zincirlerine bağlı bulanık olasılıklardan yararlanarak uzun dönemde elektrik talebini tahmin etmişlerdir. Tanımlandığı ilk zamanlardan bu yana BDMZ modeli birçok araştırmacının üzerinde çalışmaya başladığı önemli bir model haline gelmiştir.

BDMZ tekniğinin ilk finansal uygulamasının bir özeti 2016' da "Bulanık Durumlu Markov Karar Yöntemi ile Borsa İstanbul 100 (BİST100) Tahmini" adlı çalışmamızda bildiri olarak sunulmuş ve 2017' de yayımlanmıştır. Kıral (2018) ise daha sonra Brent Petrol aylık fiyat hareketlerini BDMZ yöntemi ile analiz etmiştir. Altın fiyatı (Uzun ve Kıral, 2017) ve Amerikan Doları Endeksi (Uzun ve Kıral, 2018) aylık getiri durumlarındaki değişim hareketleri BDMZ ile çalışmamızın bir parçası olarak sunulmuş ve yayımlanmıştır. Ayrıca Gökcekus, Kıral E., Kıral G., Eini ve Uzun, 2020' de Kıbrıs' ın yıllık yağış endeksi hareketlerini bu yöntemle analiz etmişlerdir. Bu konudaki yeni çalışmalar günümüzde de sürmekte olup bulanık mantık ile oluşturulan hibrid modeller ve uygulamaları Ekonomi başta olmak üzere birçok alanda git gide artmaktadır.

1.3. Çalışmanın Amacı

Bu çalışmada, klasik Markov zincirlerinin genişletilmiş bir modeli olarak geliştirilen BDMZ tekniğinin detaylı bir biçimde incelenmesi ve yatırımcılara öneri olması açısından, BDMZ tekniği ile borsada işlem gören USDX, EUR_I, altın fiyatı ve JPY/USD paritesi getiri oranları hareketlerinin tahmin edilmesi, birbirleri ile ilişkileri ve denge durumlarının araştırılması hedeflenmiştir. Bu tür yatırım araçları sürekli değişim halinde olup belirsizlik içeren doğasının analiz edilmesi ve klasik Markov modelinden daha iyi sonuç vereceğinin öngörülmesi sebebiyle BDMZ tekniğinden yararlanılacaktır.

Bu çalışma ile, ekonomide en önemli problemlerden biri olan finansal piyasalardaki yönelimlerin modellenmesi ve gelecekte belirecek durumların klasik modele göre gerçek duruma daha yakın tahmin edilmesi hedeflenmektedir. Bu çalışmada, stokastik olarak hareket eden dinamik bir sistemin durumlarının bulanık kümeler olarak tanımlanabileceği, durumlar arası olasılık geçiş matrislerinin hesaplanmasının; koşullu olasılık geçiş matrislerinden yararlanılarak hesaplanabileceği ve sonuç olarak önemli parametrelerin tahmininde bu modelden yararlanılabileceği gösterilecektir. Bununla birlikte BDMZ modeli ile elde edilen olasılık geçiş matrislerinin denge durumu ve sistem hakkında vereceği bilgilerden yararlanılarak çeşitli finansal yatırım araçları arasında ilişkiler de analiz edilecek ve bu yatırım araçları birbirleri ile kıyası da yapılarak yatırımcılara bilgi verilmesi hedeflenmiştir.

1.4. Çalışmanın Planı

Bu çalışma giriş ve sonuç bölümleri ile birlikte toplam altı bölümden oluşmaktadır. Birinci bölüm giriş bölümü olup bu bölümde; çalışmanın konusu, amacı ve planı yer almaktadır. İkinci bölümde bulanık mantık ve bulanık küme teorisi detaylı olarak incelenmiştir. Üçüncü bölümde Markov zincirleri modeli açıklanmıştır. Dördüncü bölümde ise BDMZ modeli detaylı olarak sunulmuştur. Beşinci bölüm uygulama bölümü olup, bu bölümde çalışmanın konusunda bahsedilen USDX, EUR_I, altın fiyatı ve JPY/USD paritesi aylık getiri oranları BDMZ yöntemi ile modellenerek gelecek tahmini yapılmıştır ve uygulama sonucunda elde edilen bulgular sunularak altıncı bölüm olan sonuç bölümü ile çalışma tamamlanmıştır.

BÖLÜM II

BULANIK MANTIK VE BULANIK KÜME TEORİSİ

2.1.Bulanık mantık

Bulanık mantığın dayandığı temeller ve bulanık küme kavramı, Zadeh tarafından matematiksel modelleme yaklaşımı biçiminde geliştirilmiştir. Buna göre bulanık küme, klasik küme elemanlarının derecelendirilmesi ile elde edilen klasik küme kavramının genişletilmiş bir halidir. Bu sebeple bulanık kümelerde herhangi bir nesnenin, herhangi bir kümenin elemanı olup olmadığı dereceli olarak ifade edilir. Bu durum, bulanık kümelerden yararlanılarak klasik kümelere göre daha esnek ve etkin yargılara ulaşılmasını sağlamaktadır. Bununla birlikte, bulanık kümeler dilden kaynaklanan farklılıkların veya belirsizliklerin matematiksel olarak ifade edilmesini de sağlamaktadır. Bu sebeplerden dolayı, belirsiz ortamlarda karar vericilerin, olaylara bulanık mantık çerçevesinden bakmaları klasik mantığa göre daha sağlıklı kararlar vermelerini sağlayabilmektedir.

Bulanık mantığın ve bulanık kümelerin başlangıçta sadece bir fikir olarak ortaya atılması, matematiksel olarak dayandırıldığı temellerin henüz açıklanmamış olması, bulanıklığın olumsuz bir anlama sahip olması ve yüzyıllardır uygulanan klasik mantığın dışına çıkılmasının yadrganması sebepleriyle bulanık mantık, batıda bilim çevrelerince bir süre kabul görmemiştir. Bu sebeple bulanık mantık uygulamaları batıda oldukça yavaş geliştirilmiştir. Buna karşın, Zadeh ve araştırma grubu bulanık mantığı geliştirmeye devam etmişlerdir. Japonya’ da ise bulanık mantık tamamen kabul görmüş olup matematikçilerin kabul edip etmemelerinden bağımsız olarak ürünlere kolaylıkla uygulanmış ve bulanık mantıktan yararlanılarak oluşturulan ürünlerde önemli gelişmeler elde edildiği görülmüştür.

Bulanık kümeler matematiksel olarak ifade edilirse: $X \neq \{ \}$, evrensel bir küme ve $A: X \rightarrow [0,1]$ kapalı aralığında sonsuz sayıda değerler alabilen bir fonksiyona, X üzerinde bir bulanık küme denir.

Bulanık mantık (BM): belirsizlik içeren sistemlerin modellenmesinde, sözel yargıların matematiksel olarak ifade edilmesinde yararlanılan bir mantık kuramıdır. Eksik veya şüpheli verilerle bile modelleme yapılabilen bir mantık süreci olması ile birlikte uzman kişilerin bilgi ve deneyimlerinin oluşturulacak modele eklenmesine ve

oluşturulan modellerin kolayca güncellenebilmesine olanak sağlaması yönü ile çok önemli bir mantık kuramıdır.

Bulanık durumlar ise:

- Bir sistem ya da model hakkında yeterli bilgi olmaması durumunda,
- Bir sistemin durumları kesin olarak ölçülemediğinde,
- Sistemin durumlarının net olduğu fakat çok sayıda olması sebebiyle karar vericinin bu durumları kontrol edemediğinde

meydana gelen durumlardır (Pardo ve Fuente, 2010).

BM insan mantığına dayanan bir mantık sistemidir. BM yaklaşımı insan mantığındaki evet ve hayır arasındaki tüm ara değerleri içeren karar verme yöntemini taklit eden bir mantık sistemidir. BM, kesin olmayan bir veri grubu ile bile doğru sonuç elde etmeyi mümkün kılan matematiksel bir mantıktır. BM, mevcut sayısal ve sözel tüm bilgileri göz önünde bulundurarak mümkün olan en iyi kararı vererek problemleri çözmek için tasarlanmıştır. BM, çok değerli mantığın bir uzantısı olan mantıksal bir sistemdir. Bununla birlikte, daha geniş anlamıyla BM, nesnelere sınırları kesin olmayan kümeler üyeliği dereceleri ile sınıflandıran bulanık kümeler dayandırır. BM yaklaşımı ile yapılan bir karar sürecinde girdilerin olasılık derecelerinden yararlanılarak net bir çıkarım elde edilir.

Aristo'nun tanımladığı geleneksel mantık olan klasik mantık çerçevesinde bir ifade ya doğru ya da yanlış olarak tanımlanmış ve bu iki durum arasında başka bir durum mümkün değildir. Plato ise bu duruma karşı çıkarak şimdiki bulanık mantığın temellerini atmıştır. BM belirsiz veya kesin olmayan ifadelerle modellemenin yapılabilmesi amacıyla Zadeh tarafından 1965' te bulanık küme teorisine dayandırılarak ifade edilmiştir. Bulanık kümeler, bir evrenin elemanlarına $[0,1]$ aralığında üyeliği dereceleri atarlar. BM ile klasik mantığın aksine, herhangi bir ifadenin gerçekliği bir derece olarak ifade edilir. BM süreci, önermelere $[0,1]$ aralığında doğruluk dereceleri atayarak oluşturulur. Burada 0 tamamen yanlış; 1 tamamen doğruyu ifade ederken $[0,1]$ aralığında ise önermenin kısmi doğruluğundan söz edilir.

Bulanık çıkarım sistemleri, bilgisayara durumların doğruluk derecelerinin nasıl hesaplanacağını açıklamak için üyeliği fonksiyonlarından yararlanır. Bulanık sistemler herhangi bir giriş-çıkış verisinin eşleştirilebilmesi amacıyla oluşturulur. Uyarlamalı nöro-bulanık çıkarım sistemleri (ANFIS) ve bulanık kümeleme işlevleri gibi uyarlamalı

teknikler bu işlemlerin uygulamasını özellikle kolaylaştırmıştır. Bulanık çıkarım sistemleri olarak adlandırılan bulanık mantık modelleri, bir dizi koşullu "Eğer-ise" kurallarından oluşur. Sistemi anlayan tasarımcı için bu kuralların yazılması kolaydır ve sistemi gerektiği kadar tanımlamak için gerekli olan çok sayıda kural sağlanabilmekte ve genelde sadece orta derecede bir kural yeterli olmaktadır.

Kural tabanlı yaklaşım ve esnek üyelik fonksiyon şeması sadece bulanık sistemlerin yaratılmasını kolaylaştırmakla kalmaz, aynı zamanda sistemlerin tasarımını basitleştirir ve sistemin zaman içinde kolayca güncellenip sürdürülebilmesini sağlar. BM sistemlerinin esnekliğinden dolayı sadece kural eklenerek veya silinerek bir sistem istendiği gibi güncellenebilir veya değiştirebilir. BM sisteminde kullanılan matematiksel kavramlar çok karmaşık olmayıp BM Sistemleri kesin olmayan, bozuk, gürültülü bilgileri bile yorumlama ve işleme olanağı sağlamaktadır.

2.1.1. Bulanık mantık uygulama alanları

BM ile ilgili ilk endüstriyel uygulamalar 1970' lerde sunulmuştur. Klasik yöntemlerle kontrol edilemeyen buhar jeneratörünün kontrolü Mamdani ve Asillian tarafından 1975'te BM ile sağlanmıştır. 1980' de Smith tarafından Danimarka' da çimento fabrikası değirmeninin sıcaklık ve oksijen kontrolü, 1987' de Hithachi firmasının Japonya'nın Sendai kentinde bir metro hattına bulanık mantık tabanlı sistemin uygulanması ile trenin istenen noktada durmasının üç kat iyileştirilmesi ve bununla birlikte enerji kaybının %10 azaltılması bulanık mantığın ilk uygulamalarından sayılabilmektedir (Elmas, 2003, s.27).

Son yıllarda bulanık mantığın bir çok farklı alanlardaki uygulamaları önemli ölçüde artmıştır. BM konusu: kameralar, çamaşır makineleri ve mikrodalga fırınlar gibi tüketici ürünlerinden endüstriyel sistem kontrolüne, tıbbi cihazlara, karar-destek sistemlerine ve portföy seçimine kadar bir çok alanda uygulama alanı bulmuştur.

2.1.1.1. Bulanık mantık uygulamalarının avantajları ve dezavantajları

BM sistemlerinin oluşturulması ve anlaşılması kolay olup, insan akıl yürütme ve karar verme mekanizmasını andıran tıp dahil, hayatın her alanında karmaşık problemlere bir çözüm getirmiştir. Tüm bu avantajlara karşın, bulanık sistem tasarımına sistematik bir yaklaşım yoktur. Sadece basit olduğunda anlaşılabilir olup, yüksek doğruluk gerektirmeyen; çözümleri esnek olabilecek problemler için uygundur.

BM kavramsal olarak anlaşılması kolay olup bulanık mantığın arkasındaki matematiksel kavramlar çok basittir..

BM esnek olup herhangi bir sistemde, sıfırdan başlamaya gerek kalmadan daha fazla işlevsellik eklenmesi kolaydır.

BM kesin olmayan verilere toleranslıdır. Gerçek hayatta her şey kesin değildir, bununla birlikte dikkatli incelemelerde bile çoğu şey kesin değildir. BM, bu durumu yok saymaktan ziyade sürece dahil eder. BM, rasgele karmaşıklığın doğrusal olmayan fonksiyonlarını modelleyebilir.

Herhangi bir giriş-çıkış veri kümesi için bulanık bir sistem oluşturabilir. Bu süreç, Fuzzy Logic Toolbox yazılımında bulunan Adaptive Neuro-Fuzzy Inference Systems (ANFIS) gibi uyarlamalı teknikler ile özellikle kolaylaştırılmıştır.

Bulanık sistemler uzman deneyimlerinden yararlanılarak da oluşturulabilirler.

Bulanık mantık geleneksel kontrol teknikleriyle karıştırılabilir. Bulanık sistemler, geleneksel kontrol yöntemlerinin yerine geçmez. Birçok durumda bulanık sistemler bunları güçlendirir ve uygulamalarını kolaylaştırır.

Bulanık mantık doğal dile dayanır. Bulanık mantığın temeli, insan iletişiminin temelinden yararlanılarak oluşturulmuştur. Bu gözlem, bulanık mantıkla ilgili diğer ifadelerin çoğunu desteklemektedir. Bulanık mantık, günlük dilde kullanılan nitel tanımlama yapıları üzerine kurulduğundan, kullanımı kolaydır (Paksoy, Pehlivan Yapıcı ve Özceylan, 2013, s. 20).

2.2.Bulanık küme teorisi

Bulanık kümeler klasik kümelerin genişletilmiş bir hali olup klasik kümelerde bir elemanın bir kümeye olan aitliği (üyelik derecesi) 0 veya 1 olup bulanık kümelerde ise üyelik derecesi $[0,1]$ kapalı aralığında değer almaktadır. Bu kısımda, bulanık kümeler ile ilgili temel kavramlar sunulmuştur.

Tanım 1. IR de tanımlı bir bulanık küme olan \tilde{A} , küme elemanları ve üyelik dereceleri ile birlikte çiftler şeklinde gösterilerek aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in IR\} \quad (2.1)$$

Burada $\mu_{\tilde{A}} : IR \rightarrow [0,1]$ fonksiyonu, \tilde{A} kümesinin üyelik fonksiyonu olarak tanımlanır.

Bulanık kümeler kesikli ve sürekli olarak iki biçimde ifade edilirler:

- E evrensel kümesinde \tilde{A} bulanık bir küme olarak tanımlansın. Bu durumda; E kesikli ise;

$$\tilde{A} = \{\mu_{\tilde{A}}(x_1)/x_1 + \mu_{\tilde{A}}(x_2)/x_2 + \mu_{\tilde{A}}(x_3)/x_3 + \dots\} = \sum_{i=1}^n \mu_{\tilde{A}}(x_i)/x_i \quad (2.2)$$

- E sürekli ve sonsuz ise;

$$\tilde{A} = \int \mu_{\tilde{A}}(x)/x \quad (2.3)$$

şeklinde ifade edilir. Burada \sum , \int , $+$ ve $/$ sembolleri cebirsel ifadeler olmayıp sırasıyla kesikli ve sürekli evrende sıralı ikililerin bir araya getirilmesini ifade etmektedirler (Şen, 2001).

2.2.1. Üyelik fonksiyonları

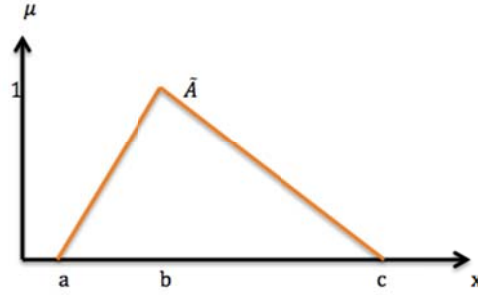
Zadeh bu konudaki ilk çalışma olan ‘‘Fuzzy sets’’ (bulanık kümeler) adlı çalışmasında üyelik fonksiyonlarını tanımlamıştır. Üyelik fonksiyonlarının en önemli özellikleri şöyledir: Bulanıklığı ayırt-etmeleri, gerçek hayattaki problemleri bilgiden ziyade oluşumlarına göre ayrıştırmaları ve karara bağlamaları şeklindedir. Üyelik fonksiyonları genellikle grafiksel olarak gösterilirler.

BM bulanıklığın rasyonel olarak tanımlanmasını sağlayan bir mantık sürecidir ve bulanıklık en iyi biçimde üyelik fonksiyonları ile karakterize edilebilir. İki parametrelili artan üyelik fonksiyonu, İki parametrelili azalan üyelik fonksiyonu, üç parametrelili artan üyelik fonksiyonu, üçgensel (triangular) üyelik fonksiyonu, yamuk (trapezoidal) üyelik fonksiyonu ve Gauss üyelik fonksiyonu şeklinde çok çeşitli üyelik fonksiyonları vardır (Göksu, 2008, s.11). Fakat yaygın olarak: üçgensel, yamuksal ve Gauss üyelik fonksiyonları kullanılmaktadır.

Tanım 2. $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ şeklinde üç belirleyici nokta ile tanımlı ve $a_1 \leq a_2 \leq a_3$ iken a_1 ile a_2 arasında artan bir fonksiyon, a_2 ve a_3 arasında azalan bir fonksiyon mevcut ise \tilde{A} kümesi üçgensel bulanık sayılardan oluşur ve $\mu_{\tilde{A}}(x)$ üyelik fonksiyonu:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x-a_1}{a_2-a_1}, & \text{if } a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{a_3-x}{a_3-a_2}, & \text{if } a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0, & \text{diğer yerlerde} \end{cases} \quad (2.4)$$

şeklinde tanımlanır. Bu durumda $\mu_{\tilde{A}}(x)$ fonksiyonunun grafiği üçgen biçiminde olup $\mu_{\tilde{A}}(x)$ fonksiyonuna üçgensel üyelik fonksiyonu denir.

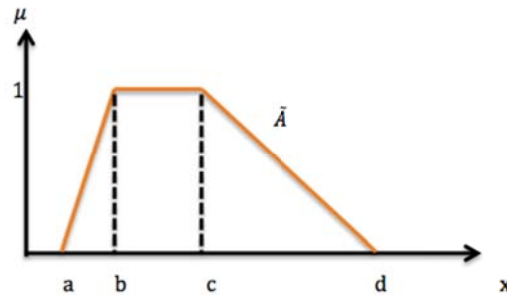


Şekil 1. Üçgensel üyelik fonksiyonu

Tanım 3. $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$, şeklinde dört belirleyici nokta ile tanımlı ve $(a_1 < a_2 < a_3 < a_4)$ iken a_1 ve a_2 arasında artan bir fonksiyon, a_2 ve a_3 arasında sabit bir fonksiyon ve a_3 ve a_4 arasında azalan bir fonksiyon mevcut ise \tilde{A} kümesi yamuksal bulanık sayılardan oluşur ve $\mu_{\tilde{A}}(x)$ üyelik fonksiyonu:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a_1 \\ \frac{x-a_1}{a_2-a_1}, & \text{if } a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{a_4-x}{a_4-a_3}, & \text{if } a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0, & a_4 \leq x \end{cases} \quad (2.5)$$

şeklinde tanımlanır. Bu durumda $\mu_{\tilde{A}}(x)$ fonksiyonunun grafiği yamuk biçiminde olup $\mu_{\tilde{A}}(x)$ fonksiyonuna yamuksal üyelik fonksiyonu denir ve Şekil 2' deki gibi gösterilir.

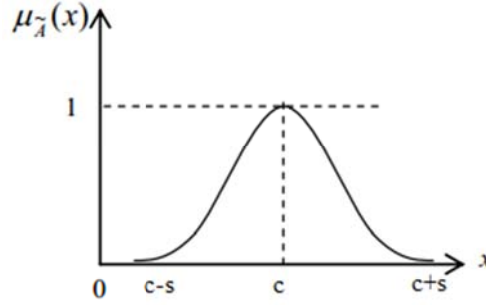


Şekil 2. Yamuksal üyelik fonksiyonu

Tanım 4. Gauss üyelik fonksiyonu: c (merkez noktası) ve s (merkezden sapma) şeklinde iki parametreye bağlı olarak,

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-c}{s}\right)^2\right] \quad (2.6)$$

şeklinde tanımlanan üyelik fonksiyonu olup Şekil 3' teki gibi gösterilir.

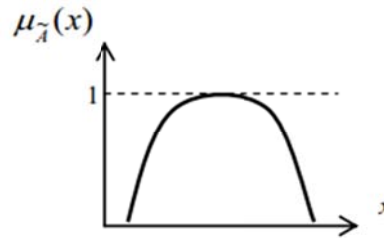


Şekil 3. Gauss üyelik fonksiyonu

Tanım 5. Cauchy (Çan Şekilli) üyelik fonksiyonu: a_1 (eğrinin taban genişliği), a_2 (tepe genişliği) ve a_3 (eğrinin merkezi) biçiminde 3 parametrelilik olarak,

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \left\{ \frac{1}{1 + \left| \frac{x-a_3}{a_1} \right|^{2a_2}} \right\} \quad (2.7)$$

şeklinde tanımlanan üyelik fonksiyonu olup Şekil 4' teki gibi gösterilir.

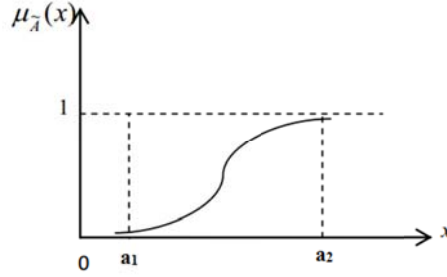


Şekil 4. Cauchy (Çan Şekilli) üyelik fonksiyonu

Tanım 6. S üyelik fonksiyonu a_1 ve a_2 gibi iki parametrelilik olarak:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a_1 \\ 2 \left(\frac{x-a_1}{a_2-a_1} \right)^2, & a_1 \leq x \leq \frac{a_1+a_2}{2} \\ 1 - 2 \left(\frac{x-a_2}{a_2-a_1} \right)^2, & \frac{a_1+a_2}{2} \leq x \leq a_2 \\ 1, & a_2 \leq x \end{cases} \quad (2.8)$$

şeklinde tanımlanan üyelik fonksiyonu olup Şekil 5' teki gibi gösterilir.

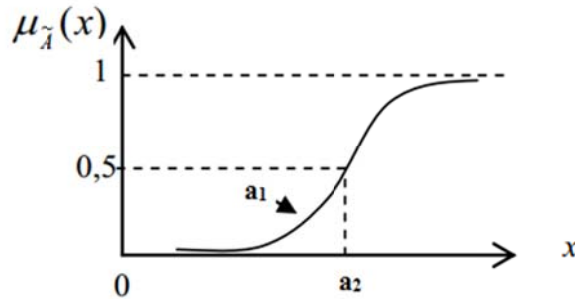


Şekil 5. S üyelik fonksiyonu

Tanım 7. Sigmoid üyelik fonksiyonu: a_1 (fonksiyonun a_2 noktasındaki eğimi) ve a_2 (bir elemanın bulanık kümeye aitlik derecesinin kırılma noktası) şeklinde 2 parametrelilik olarak:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \{1/e^{-a_1(x-a_2)}\} \quad (2.9)$$

fonksiyonu ile tanımlanır ve $\mu(a_2) = 0.5$ olup, sigmoid üyelik fonksiyonu grafiği ise Şekil 6' daki gibi gösterilir.

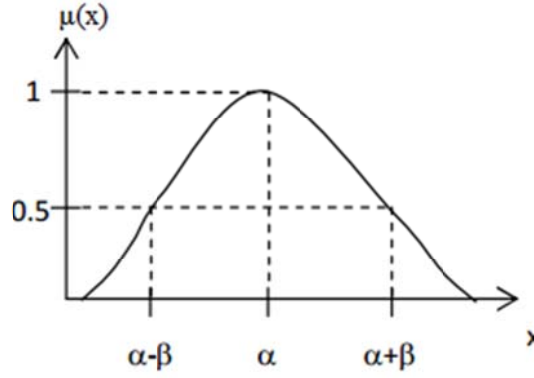


Şekil 6. Sigmoid üyelik fonksiyonu

Tanım 8. π Üyelik Fonksiyonu: π_1 ve π_2 şeklinde iki tip olarak tanımlanır: $\pi_1; \alpha$ ve β şeklinde iki parametrelilik olarak,

$$\pi_1 = \mu_{\tilde{A}}(x) = \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)^2} \right\} \quad (2.10)$$

şeklinde tanımlanır ve grafiği ise Şekil 7' deki gibi gösterilir.

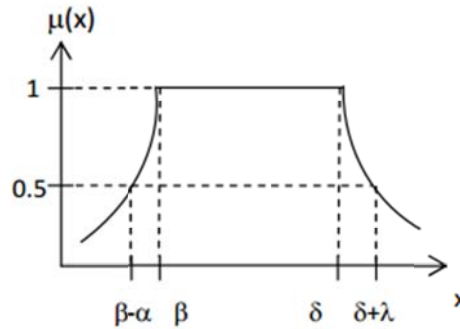


Şekil 7. π_1 üyelik fonksiyonu

π_2 ; α, β, δ ve λ şeklinde 4 parametrelilik olarak,

$$\pi_2 = \mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{(\beta + \alpha - x)}, & x \leq \beta \\ 1, & \beta \leq x \leq \delta \\ \frac{\lambda}{x - \delta + \lambda}, & x > \delta \end{cases} \quad (2.11)$$

şeklinde tanımlanır ve grafiği ise Şekil 8' deki gibi gösterilir.



Şekil 8. π_2 üyelik fonksiyonu

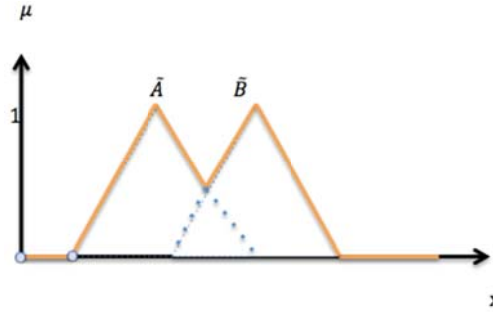
2.2.2. Bulanık Küme İşlemleri

\tilde{A} ve \tilde{B} , E ' de tanımlı iki bulanık küme olarak tanımlansın.

- İki bulanık kümenin birleşim kümesi:

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}} \vee \mu_{\tilde{B}}, \forall x \in U \quad (2.12)$$

şeklinde tanımlanır. Burada \vee , ‘maksimum’ işlemini ifade etmekte olup bu kümelerin birleşim kümesi örnek olarak Şekil 9’ da gösterilmiştir.

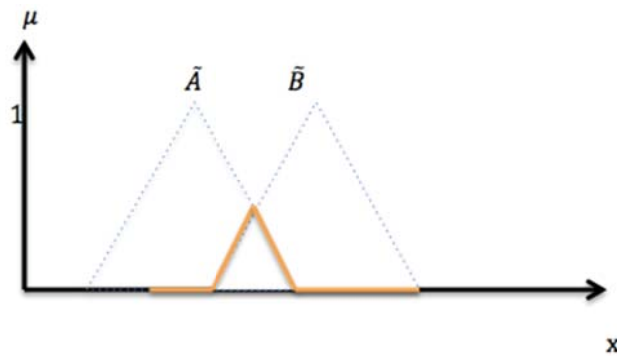


Şekil 9. İki bulanık kümenin birleşimi

- İki bulanık kümenin keşisim kümesi:

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}} \wedge \mu_{\tilde{B}}, \forall x \in U \quad (2.13)$$

şeklinde tanımlanır. Burada \wedge , ‘minimum’ işlemini ifade etmekte olup bu kümelerin keşisim kümesi örnek olarak Şekil 10’ da gösterilmiştir.

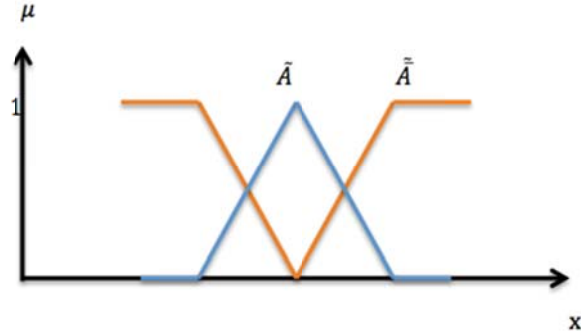


Şekil 10. İki bulanık kümenin keşisimi

- Bir bulanık kümenin tamlayanı:

$$\mu_{\tilde{A}^c}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x) \quad (2.14)$$

şeklinde tanımlanır ve bir bulanık kümenin tamlayanı örneği Şekil 11' de gösterilmiştir.



Şekil 11. Bir bulanık kümenin tamlayanı

Bulanık kümelerde bazı durumlarda,

$$\tilde{A} \cap \tilde{A}' \neq 0 \quad (2.15)$$

eşitsizliğinin varlığı söz konusudur.

Bulanık küme işlemlerinin temel özellikleri olan değişme, birleşme, dağılma ve geçişlilik özellikleri ile De Morgan kuralları aşağıda gösterilmiştir.

\tilde{A} , \tilde{B} ve \tilde{C} E ' de tanımlı üç bulanık kümeyi göstermekte olsun;

- Değişme özelliği:

$$\tilde{A} \cup \tilde{B} = \tilde{B} \cup \tilde{A} \quad (2.16)$$

$$\tilde{A} \cap \tilde{B} = \tilde{B} \cap \tilde{A} \quad (2.17)$$

koşulları sağlanmakta olup bulanık kümelerin değişme özelliği vardır.

- Birleşme özelliği:

$$\tilde{A} \cup (\tilde{B} \cap \tilde{C}) = (\tilde{A} \cup \tilde{B}) \cap \tilde{C} \quad (2.18)$$

$$\tilde{A} \cap (\tilde{B} \cup \tilde{C}) = (\tilde{A} \cap \tilde{B}) \cup \tilde{C} \quad (2.19)$$

koşulları sağlanmakta olup bulanık kümelerin birleşme özelliği vardır.

- Dağılma özelliği:

$$\tilde{A} \cup (\tilde{B} \cap \tilde{C}) = (\tilde{A} \cup \tilde{B}) \cap (\tilde{A} \cup \tilde{C}) \quad (2.20)$$

$$\tilde{A} \cap (\tilde{B} \cup \tilde{C}) = (\tilde{A} \cap \tilde{B}) \cup (\tilde{A} \cap \tilde{C}) \quad (2.21)$$

koşulları sağlanmakta olup bulanık kümelerin dağılma özelliği vardır.

- Geçişlilik özelliği:

$$\tilde{A} \subseteq \tilde{B} \text{ ve } \tilde{B} \subseteq \tilde{C} \text{ ise } \tilde{A} \subseteq \tilde{C} \quad (2.22)$$

olup bulanık kümeler de geçişlilik özelliklerini sağlamaktadırlar.

- De Morgan Kuralları:

$$\overline{\tilde{A} \cup \tilde{B}} = \tilde{A} \cap \tilde{B} \quad (2.23)$$

$$\overline{\tilde{A} \cap \tilde{B}} = \tilde{A} \cup \tilde{B} \quad (2.24)$$

şeklinde tanımlanan De Morgan kuralları bulanık kümelerde de sağlanmaktadır.

Bulanık küme işlemlerinde ayrıca aşağıdaki eşitlikler sağlanır.

$$\tilde{A} \cup \tilde{A} = \tilde{A} \quad (2.25)$$

$$\tilde{A} \cup \tilde{A} = E \quad (2.26)$$

$$\tilde{A} \cap \tilde{A} = \tilde{A} \quad (2.27)$$

$$\tilde{A} \cup \emptyset = \tilde{A} \quad (2.28)$$

$$\tilde{A} \cap \emptyset = \emptyset \quad (2.29)$$

$$\tilde{A} \cap E = \tilde{A} \quad (2.30)$$

$$\tilde{A} \cup E = E \quad (2.31)$$

$$\overline{\tilde{A}} = \tilde{A} \quad (2.32)$$

2.2.3. Üyelik fonksiyonlarının temel elemanları

E evrensel kümesinde \tilde{A} bulanık bir küme olarak tanımlansın:

- Çekirdek: \tilde{A} kümesinin çekirdeği, \tilde{A} kümesinde üyelik dereceleri 1 olan noktaların kümesi olup (2.33) eşitliği ile tanımlanır.

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = 1 \quad (2.33)$$

- Destek: \tilde{A} kümesinin destek kümesi, üyelik derecesi sıfırdan büyük olan noktaların kümesidir ve (2.34) eşitsizliği ile tanımlanır.

$$\mu_{\tilde{A}}(x) > 0 \quad (2.34)$$

- Geçiş Noktası: \tilde{A} kümesinde üyelik derecesi 0.5 olan elemanların kümesi geçiş noktasıdır (2.35) eşitliğini ile tanımlanır.

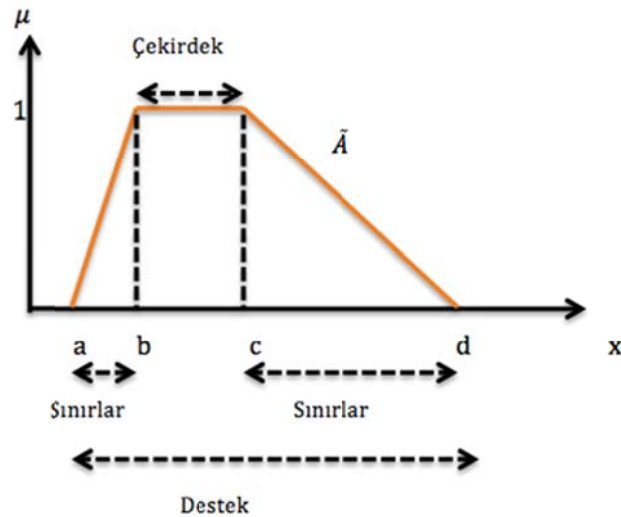
$$\mu_{\tilde{A}}(x) = 0.5 \quad (2.35)$$

- α - Kesimi: \tilde{A} kümesinin α - kesimi, üyelik derecesi α değerine eşit veya büyük olan elemanlarının oluşturduğu kümedir ve (2.36)'daki gibi gösterilir:

$$\tilde{A}_{\alpha} = \{x | \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\} \quad (2.36)$$

- Sınırlar: \tilde{A} kümesinin sınırları (2.37) eşitsizliğindeki koşulu karşılayan noktaların kümesidir.

$$1 > \mu_{\tilde{A}}(x) > 0 \quad (2.37)$$



Şekil 12. Üyelik fonksiyonlarının özellikleri

- Normallik: \tilde{A} kümesinin elemanlarından en az birinin üyelik derecesinin 1 olması durumu normallik olarak tanımlanır ve bu özellik (2.38) eşitliğinde gösterildiği koşul ile sağlanır.

$$\text{Max}(\mu_{\tilde{A}}(x)) = 1, \quad x \in X \quad (2.38)$$

Bu koşulun sağlanmadığı durumlardaki kümeler, normal-altı bulanık kümeler olarak tanımlanır. Fakat her elemanın üyelik derecesi maksimum üyelik derecesine bölünerek normal-altı küme normalleştirilebilir.

- Dışbükeylik: $x_1, x_2 \in X$ ve $\lambda \in [0,1]$ iken

$$\mu_{\tilde{A}}[\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2] \geq \min[\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)] \quad (2.39)$$

(2.39)' da belirtilen koşul sağlanıyor ise \tilde{A} kümesi dışbükeydir denir.

Tanım 9. Bulanık bir sayı, normallik ve dışbükeylik özelliklerini sağlıyor ise aynı zamanda reel sayı doğrusu üzerinde bulanık bir kümedir denir.

2.2.4. Bulanık kümelerde t-normları ve s-normları

Bulanık kümelerde t-normları kesişim operatörlerine karşılık gelmekte olup s-normları ise birleşim operatörlerine karşılık gelmektedir. Yaygın olarak kullanılan t ve s-normları aşağıda gösterilmektedir (Kecman, 2001):

t-normu (VE):

- Minimum:

$$\min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)) \quad (2.40)$$

- Cebirsel çarpım:

$$\tilde{A} \cdot \tilde{B} \Leftrightarrow \mu_{\tilde{A} \cdot \tilde{B}} = \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot \mu_{\tilde{B}}(x) \quad (2.41)$$

- Drastik Çarpım:

$$\begin{cases} \max(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)) = 1 \rightarrow \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)) \\ \max(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)) \neq 1 \rightarrow 0 \end{cases} \quad (2.42)$$

- Lucasiowicz ‘VE’ (Sınırlı Fark):

$$\max(0, \mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x) - 1) \quad (2.43)$$

- Einstein Çarpımı:

$$\frac{\mu_{\tilde{A}}(x)\mu_{\tilde{B}}(x)}{2 - (\mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x) - \mu_{\tilde{A}}(x)\mu_{\tilde{B}}(x))} \quad (2.44)$$

- Hamacher Çarpımı:

$$\frac{\mu_{\tilde{A}}(x)\mu_{\tilde{B}}(x)}{(\mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x) - \mu_{\tilde{A}}(x)\mu_{\tilde{B}}(x))} \quad (2.45)$$

- Yager Operatörü:

$$1 - \min\left(1, \left((1 - \mu_{\tilde{A}}(x))^b + (1 - \mu_{\tilde{B}}(x))^b\right)^{\frac{1}{b}}\right) \quad (2.46)$$

s-normu (VEYA):

- Maksimum:

$$\max(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)) \quad (2.47)$$

- Cebirsel Toplam:

$$\tilde{A} + \tilde{B} \Leftrightarrow \mu_{\tilde{A}+\tilde{B}} = \mu_{\tilde{A}} + \mu_{\tilde{B}} - \mu_{\tilde{A}} \cdot \mu_{\tilde{B}} \quad (2.48)$$

- Drastik Toplam:

Eğer $\min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)) = 0$ ise $\max(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x))$, değilse 1

- Lucasiowicz ‘VEYA’ (Sınırlı Toplam):

$$\max (1, \mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x)) \quad (2.49)$$

- Einstein Toplamı:

$$\frac{\mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x)}{1 + (\mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x))} \quad (2.50)$$

- Hamacher Toplamı:

$$\frac{\mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x) - 2\mu_{\tilde{A}}(x)\mu_{\tilde{B}}(x)}{(1 - \mu_{\tilde{A}}(x)\mu_{\tilde{B}}(x))} \quad (2.51)$$

- Yager Operatörü:

$$\min \left(1, (\mu_{\tilde{A}}(x)^b + \mu_{\tilde{B}}(x)^b)^{\frac{1}{b}} \right) \quad (2.52)$$

2.3. Bulanıklaştırma İşlemleri

Bu işlem bir klasik kümenin bulanık bir kümeye veya bir bulanık kümenin daha bulanık bir kümeye dönüştürülmesi işlemi olarak tanımlanabilir. Temel olarak, bu işlem net verilerin dilsel değişkenlere dönüştürülme işlemi de olabilir. En önemli iki bulanıklaştırma yöntemleri aşağıdaki biçimde tanımlanırlar (Karasal, 2012, s. 12).

- Destekli Bulanıklaştırma (s-fuzzification) Yöntemi:

Bu yöntemde bulanıklaştırılan küme işlemi, (2.53)' te gösterilen bağıntı ile tanımlanır.

$$\tilde{A} = \mu_1 Q(x_1) + \mu_2 Q(x_2) + \dots + \mu_n Q(x_n) \quad (2.53)$$

Burada bulanık küme $Q(x_i)$, bulanıklaştırmanın özünü oluşturur. μ_i sabit değer olup x_i bulanıklaştırılan net değerlerdir. x_i bulanıklaştırılarak $Q(x_i)$ 'ye dönüştürülür.

- Dereceli Bulanıklaştırma İşlemi (g-fuzzification):

Destekli bulanıklaştırma yöntemine oldukça benzer bir yöntem olup burada x_i sabit olup μ_i bulanık küme olarak ifade edilir.

2.4. Durulaştırma İşlemleri

Bulanık bir üyenin net veriye dönüştürülmesi işlemlerine durulaştırma işlemleri denir. Bir başka deyişle; bulanık kümenin net kümeye indirgenmesi olarak da tanımlanabilir. Sonuçların netleştirilmesi mühendislik uygulamalarında önemlidir. Durulaştırma terimi bazen "yuvarlama" olarak da adlandırılmaktadır. Bir sonucu durulaştırmak için aşağıdaki yöntemler kullanılabilir (Karasal, 2012, s. 15).

- Maksimum-Üyelik Yöntemi:

Bu yöntem, üyelik fonksiyonlarının tepe noktası ile kısıtlanmış bir yöntemdir. Yükseklik yöntemi olarak da adlandırılır. Matematiksel olarak (2.54)' de gösterildiği biçimde tanımlanır.

$$\mu_{\bar{A}}(x^*) > \mu_{\bar{A}}(x), \forall x \in X \quad (2.54)$$

burada x^* durulaştırma sonucu elde edilen çıktıdır.

- Ağırlık Merkezi Yöntemi:

Durulaştırma işleminde bu yöntem yaygın olarak kullanılmaktadır. Üyelik fonksiyonlarının birleşimi ile elde edilen alanın oluşturduğu şeklin ağırlık merkezinden yararlanılır. Burada ağırlık merkezi durulaştırma sonucu elde edilen net çıktıyı belirtmektedir. Net çıktı (x^*) (2.55)' teki eşitlik yardımıyla hesaplanır.

$$x^* = \frac{\int \mu_u(x).xdx}{\int \mu_u(x).dx} \quad (2.55)$$

- Ağırlıklı Ortalama Yöntemi:

Bu yöntemde her bir üyelik fonksiyonu maksimum üyelik derecesi ile ağırlıklandırılır ve net çıktı (x^*) (2.56)' daki eşitlik yardımıyla hesaplanır.

$$x^* = \frac{\sum \mu_u(x) \cdot (x)}{\sum \mu_u(x)} \quad (2.56)$$

- Ortalama-Maksimum Üyelik Yöntemi:

Bu yöntem aynı zamanda maksimumun ortalaması olarak da bilinir. Net çıktı (x^*) (2.57) eşitliği ile hesaplanır.

$$x^* = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i}{n} \quad (2.57)$$



BÖLÜM III

MARKOV ANALİZİ

3.1. Markov Analizi

Markov Analizi süreci, rassal sistemlerin modellenmesinde yararlanılan Markov özelliğine sahip stokastik bir karar sürecidir. Markov süreci; dinamik sistemlerin analiz edilmesi amacıyla birçok alanda başarıyla uygulanmıştır. Adını Rus Matematikçi Andrey Markov' dan alan Markov zincirleri, belirtildiği üzere, her bir olayın olma olasılığının sadece bir önceki olaya bağlı olduğu olası olaylar dizisini tanımlayan stokastik bir modeldir. Bu özelliğe ise Markov özelliği denir. Markov zincirleri modeli, olasılık kanunlarından yararlanılarak rassal olayların zaman içindeki davranışlarını gözlemleyerek gelecekte sistemin bulunacağı durumun açıklanmasında ve kestiriminde yararlanılan özel bir yöneylem araştırması tekniğidir. Bu model, sistemlerin durumlarını tanımlamak için klasik kümelerle ilgili kesin verilere ve kesin sınırlara dayanmaktadır. Markov zincirleri; imalat sistemleri (Buzacot ve Shanthikumar 1993), kuyruk sistemleri ((Ching, 2001 ve Sharma, 1995), kategorik veri dizileri (Macdonald ve Zucchini 1997), stok sistemleri (Nahmias 1997) ve zaman serilerinin modellenmesi (Ching, Ng ve Fung 2008) gibi bir çok sistemin modellenmesinde yararlanılabilen önemli bir modeldir.

3.2. Markov Analizi süreci için gerekli temel kavramlar

Markov analizi için gereken en temel kavramlardan biri örnek uzay olup, herhangi bir deney sonucu elde edilebilecek tüm sonuçların kümesi örnek uzay olarak tanımlanır. Örnek uzay kümesi Ω ile gösterilir ve bu kümenin elemanları ω ile gösterilir. Bir örnek uzay kümesi sonlu, sonsuz veya sayılabilir sonsuzluktaki elemanlardan oluşabilir. Sonsuz sayıda elemanlı küme sürekli olup sonlu ya da sayılabilir sonsuzluktaki elemanlara sahip küme ise kesikli olarak tanımlanır (Isaacson ve Madsen, 1976, s. 2). $\{X(t): t \in T\} = \{X_t: t \in T\}$ şeklinde gösterilen elemanları zamana bağlı (T), rassal olarak değişen küme stokastik bir süreci tanımlar. Bir stokastik süreç kesikli veya sürekli parametrelili olabilir (Narayan, 1975, s. 9). Daha açık bir ifadeyle bir stokastik süreç: kesikli zamanlı ve kesikli durumlu, sürekli zamanlı ve kesikli durumlu, kesikli zamanlı ve sürekli durumlu, sürekli zamanlı ve sürekli durumlu olarak dörde ayrılır. Bir deney veya olay sonucu bir sistemde rassal değişkenlerin alması muhtemel

tüm değerlerden oluşan küme ise durum uzayı olarak adlandırılır. Dinamik bir sistemde zamanla durumlar arasında oluşan hareketler geçiş olarak tanımlanır. Bir sistemin gelecekte bulunması muhtemel olan durumun sistemin yalnızca mevcut duruma bağlı olması Markov özelliği olarak tanımlanır. Bu durum sistemin geleceğini etkileyen tüm bilgiyi sistemin mevcut durumunun içermesi şeklinde açıklanmaktadır. Sistemin geçmişte bulunduğu durumlardan bağımsız olarak durumlar arasında geçişler meydana gelmektedir. Gelecek tahmini yapılması için sistemin mevcut durumu ve durumlar arası olasılık geçiş matrisinin bilinmesi yeterlidir. Bir sistemin bulunduğu i durumundan j durumuna geçişine ise yol denir. Markov özelliğine sahip bir sistemin mümkün olan durumları arasındaki her bir geçiş bir olasılık değeri ile ifade edilir ve Markov özelliğine sahip olan stokastik süreçler ise Markov Zinciri olarak tanımlanır (Or, 1986, s.23).

Markov özelliğine sahip bir sistem, başlangıçta x_0 durumunda olsun. Sistem n anında ise x_n durumunda ise n durumundan bir sonraki adım olan $n + 1$ anında x durumunda olması olasılığı ile n anında x_n durumunda iken $n + 1$ anında x durumunda olması olasılığı birbirine eşittir ve Matematiksel olarak aşağıdaki gibi gösterilir:

$$P(X(t_{n+1}) = x | X(t_n) = x_n, \dots, X(t_0) = x_0) = P(X(t_{n+1}) = x | X(t_n) = x_n) \quad (3.1)$$

Bir başka deyişle sistem geçmişteki durumlardan bağımsız olarak hafızasız bir biçimde hareket eder.

Durumlar arası geçiş olasılıklarını içeren bir Markov matrisi P olasılık geçiş matrisi olarak da tanımlanır. Stokastik matrisler olarak da adlandırılan Markov Matrislerinin; satır elemanları girdilerinin toplamı 1 olup, her girdi $[0,1]$ aralığında değerler alabilir. (Howard, 1971, s.5). Bu matrisler yardımıyla durumlar arası geçiş olasılıkları matrisinin modellenmesi sağlanır.

Bir sistemin n anından $n + 1$ anına geçişi tek adımlı geçiş olarak tanımlanır ve X_t sistemin t anındaki mevcut durumu olmak üzere, sonlu durumlu Markov zincirinin olasılık geçiş matrisi matematiksel olarak P matrisi ile aşağıdaki biçimde gösterilir:

P =

Durumlar	0	1	. . .	N
0	p_{00}	p_{01}	. . .	p_{0N}
1	p_{10}	p_{11}	. . .	p_{1N}
.
.
.
N	p_{N0}	p_{N1}	. . .	p_{NN}

(3.2)

Burada $\forall i, j \in \{0, 1, \dots, N\}$ için;

$$p_{ij} \geq 0 \text{ ve } \sum_{j=1}^N p_{ij} = 1 \quad (3.3)$$

dir.

Bir sistemin başlangıçta bulunduğu durum olasılıklarını gösteren başlangıç durum olasılık vektörü, $\forall 0 < i < N$ için;

$$\begin{cases} A^{(0)} = [a_1^{(0)}, a_2^{(0)}, \dots, a_N^{(0)}] \\ \forall 0 < i \leq N \text{ için } a_i^{(0)} \in [0, 1] \end{cases} \quad (3.4)$$

şeklinde gösterilmekte olup;

$$\sum_{i=1}^N a_i^{(0)} = 1 \quad (3.5)$$

dir (Can,2006, s. 39). Bir sistemin t_0 anında bulunduğu i durumundan, t_1 anında bulunduğu j durumuna geçişi tek adımlı geçiş olarak tanımlanır ve matematiksel olarak;

$$p_{ij} = (P(X(t_1) = j | X(t_0) = i)) \quad (3.6)$$

şeklinde gösterilir (Hoel, Port ve Stone, 1972, s. 1). Bir sistemin t anından $t + r$ anına geçişi ise r adımlı geçiş olarak tanımlanır. Bir sistemin i durumundan j durumuna r adımlı geçiş olasılığı ise p_{ij}^r ile belirlenir ve matematiksel olarak;

$$\begin{cases} p_{ij}^r = P\{X_{t+r} = j/X_t = i\} = P\{X_r = j/X_0 = i\} \\ p_{ij}^r \geq 0 \text{ ve } \forall i, j \in \{0, 1, \dots, N\} \end{cases} \quad (3.7)$$

şeklinde gösterilir (Rüzgar, 2003, s.165).

$$P^r = (P)^r \quad (3.8)$$

olur.

3.3. Chapman- Colmogorov denklemleri

Bir sistemin $A^{(0)} = \{a_j^{(0)}\}$ başlangıç durum olasılık vektörü ve P olasılık geçiş matrisi veriliyor olsun. Bu sistemin k durumundan j durumuna tek adımlı geçiş olasılığı:

$$a_j^{(1)} = a_1^{(0)} p_{1j} + a_2^{(0)} p_{2j} + a_3^{(0)} p_{3j} \dots = \sum_{i=1}^{\infty} a_i^{(0)} p_{ij} \quad (3.9)$$

olarak elde edilir. Bu sistemin k durumundan j durumuna iki adımlı geçiş olasılığı:

$$\begin{cases} a_j^{(2)} = a_1^{(1)} p_{1j} + a_2^{(1)} p_{2j} + a_3^{(1)} p_{3j} \dots = \sum_{i=1}^{\infty} a_i^{(1)} p_{ij} = \sum_{i=1}^{\infty} \left(\sum_{k=1}^{\infty} a_k^{(0)} p_{ki} \right) p_{ij} \\ = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\sum_{i=1}^{\infty} a_k^{(0)} p_{ki} \right) p_{ij} = \sum_{k=1}^{\infty} a_k^{(0)} \left(\sum_{i=1}^{\infty} p_{ki} p_{ij} \right) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k^{(0)} p_{kj}^{(2)} \end{cases} \quad (3.10)$$

olarak elde edilir ve k durumundan j durumuna üç adımlı geçiş olasılığı ise:

$$\begin{cases} a_j^{(3)} = a_1^{(2)} p_{1j} + a_2^{(2)} p_{2j} + a_3^{(2)} p_{3j} \dots = \sum_{i=1}^{\infty} a_i^{(2)} p_{ij} = \sum_{i=1}^{\infty} \left(\sum_{k=1}^{\infty} a_k^{(0)} p_{ki}^{(2)} \right) p_{ij} \\ = \sum_{k=1}^{\infty} a_k^{(0)} \left(\sum_{i=1}^{\infty} p_{ki}^{(2)} p_{ij} \right) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k^{(0)} p_{kj}^{(3)} \end{cases} \quad (3.11)$$

olarak belirlenir. Bir sistemin k durumundan j durumuna n adımlı geçiş olasılığı tümevarım ilkesine bağlı olarak;

$$a_j^{(n)} = \sum_{k=1}^{\infty} a_k^{(0)} \left(\sum_{i=1}^{\infty} p_{ki}^{(n-1)} p_{ij} \right) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k^{(0)} p_{kj}^{(n)} \quad (3.12)$$

şeklinde elde edilecektir.

Özetle; olasılık geçiş matrisinin P olduğu bilinen bir sistemin n adımlı olasılık

geçiş matrisi $P^{(n)}$ ile belirlenir. Başlangıç durum olasılık matrisi $a^{(0)}$ olduğu varsayılan bir sistemin n adım sonra bulunacağı durumun olasılık matrisi $a^{(n)}$; $a^{(0)}$ ile $P^{(n)}$ matrisinin çarpımı ile hesaplanır. Bununla birlikte $P^{(n)}$ matrisi (3.13) ve (3.14) eşitlikleri yardımı ile hesaplanır.

$$P^n = P^{n-1} \cdot P \quad (3.13)$$

$$P^{(n)} = P^{(n-m)} \cdot P^{(m)}, \quad (0 < m < n) \quad (3.14)$$

Ve bu denklemlere Chapman- Kolmogorov denklemleri denir (Taha, 1992, s. 704).

3.4. Markov zincirlerinde durumların sınıflandırılması

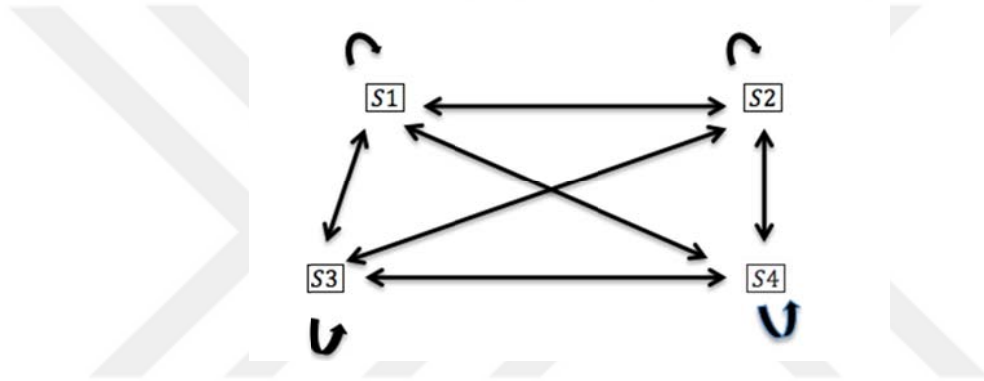
Markov zincirleri modelinde durumlar; her sistemin bulunabileceği durumlar ve bu durumlar arasındaki yolların varlığına göre aşağıdaki gibi sınıflandırılmaktadır. Bir Markov zincirinde;

- j durumuna i durumundan giden bir yol var ise j durumu, i durumundan erişilebilir bir durumdur denir.
- i durumundan j durumuna yapılan geçişten sonra sistemin ilerleyen zamanlarda tekrar i durumuna geçmesi mümkün değil ise i durumuna, geçici durum denir.
- Sistemde herhangi bir durum zamanla tekrar tekrar belirmekte ise sistem devirli durumludur denir.
- İki durum arasında birbirine geçiş yolu var ise, bu durumlara haberleşir durumlar denir.
- Sistemin durumlarını içeren küme S kümesi olarak verilsin. S kümesinde bulunan herhangi bir duruma yalnızca S ' de bulunan başka bir durumdan erişilebilmekte ise S kümesine kapalı kümedir denir.
- Herhangi bir durumun tekrar aynı duruma geçme olasılığı: $p_{ii} = 1$ ise bu duruma, emici (yutucu) durum denir. Bu duruma geçen bir sistem, hiçbir zaman bu durumdan başka bir duruma geçemez.
- $k > 1$ olmak üzere, sistem başlangıçta bulunduğu i durumuna; k veya k nın herhangi bir katı kadar adım sonra tekrar dönebiliyor ise i ; periyodik (k periyotlu) bir durumdur denir. Bir sistemin periyodik olması, sistemin başlangıç

durumuna herhangi bir zaman sonra mutlaka geri döneceğini gösterir. Bu durumun aksi olan durumlar ise aperiodyik durum olarak tanımlanır.

Tüm durumları devirli, haberleşir ve aperiodyik olan bir sistemin oluşturduğu Markov zincirine ergodiktir denir. Bir Markov zincirinde her bir durumdan diğerine bir ya da daha çok adımda ulaşılabilir ise buna indirgenemez Markov zinciri denir. Bir başka deyişle; sistem tek bir haberleşir sınıftan oluşmakta ise oluşturduğu Markov zinciri indirgenemezdir denir.

Haberleşir 4 durumdan oluşan bir Markov zinciri örneği Şekil 13' te gösterilmiştir.



Şekil 13. Bir Markov zinciri örneği

3.4.1. Denge (Kararlı) Durum Olasılıkları

Uzun dönemde, ergodik olan Markov zincirlerinde olasılık geçiş matrislerinin satırları birbirine eşit olur ve bu duruma sistemin denge noktası denir. Denge noktasına ulaşan bir sistemin, başlangıçta bulunduğu durumdan bağımsız olarak diğer durumlara geçişlerinin olasılığı sabit olacaktır.

3.4.1.1. Denge Durum Olasılıkları Teoremi

Ergodik bir Markov zincirinin olasılık geçiş matrisi; P olsun ve bu zincir s farklı durumdan oluşsun. Bu durumda;

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (P)^n = \begin{bmatrix} \pi_1 & \pi_2 & \dots & \pi_n \\ \pi_1 & \pi_2 & \dots & \pi_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \pi_1 & \pi_2 & \dots & \pi_n \end{bmatrix}$$

olur. Bu durum;

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{ij}(n) = \pi_j \quad (3.15)$$

şeklinde de ifade edilebilir. Bu koşulda P matrisi n adımda denge noktasına ulaşır denir. Denge noktasına ulaşan bir sistemin, bahsedildiği üzere, j durumuna geçiş olasılığı π_j ye eşit olup i. durumdan bağımsızdır. Denge durumuna ulaşan bir Markov zincirinde kararlı durum olasılık dağılımı π , vektörel olarak (3.16)'daki gibi gösterilebilir:

$$\pi = [\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_s] \quad (3.16)$$

ve

$$P_{ij}(n+1) \approx P_{ij}(n) \approx \pi_j \quad (3.17)$$

$$P_{ij}(n+1) = \sum_{k=1}^{k=s} P_{ik}(n)P_{kj} \quad (3.18)$$

olup,

$$\pi = \pi P \quad (3.19)$$

eşitliği de sağlanır. Ayrıca π bir olasılık dağılım vektörü olup

$$\pi_1 + \pi_2 + \dots + \pi_s = 1 \quad (3.20)$$

eşitliği de sağlanır. Bu eşitlikler yardımı ile ergodik bir Markov Zinciri'nin denge (kararlılık) durumu olasılık dağılımı hesaplanabilmektedir.

3.5. Ortalama İlk Geçiş Zamanı

Yalnızca ergodik ve indirgenemez Markov zincirleri için ortalama ilk geçiş süreleri hesaplanabilmektedir. Sistemin durumlarından herhangi bir i durumundan j durumuna ortalama ilk geçiş süreleri μ_{ij} olarak ifade edilir. Denge durum olasılıkları π_j olan bir Markov zincirinde başlangıçta i durumunda bulunan bir sistemin j durumuna geçiş matrisi p_{ij} sistemin 1 adımda j durumuna geçeceğini ifade etmektedir.

$j \neq k$ iken, p_{ik} : Başlangıçta i durumunda olan bir sistemin, 1 adım sonra k durumuna, $1 + \mu_{kj}$ adım sonra ise j durumuna geçeceğini göstermekte olsun.

Bu durumda

$$\mu_{ij} = p_{ij} + \sum_{k \neq j} p_{ik} (1 + \mu_{kj}) \quad (3.21)$$

denklemini elde edilir. Bununla birlikte;

$$p_{ij} + \sum_{k \neq j} p_{ik} = 1 \quad (3.22)$$

olup, bu eşitlik (3.21) de yerine konularak,

$$p_{ij} = 1 + \sum_{k \neq j} p_{ik} \mu_{kj} \quad (3.23)$$

ve

$$\mu_{ii} = \frac{1}{\pi_i} \quad (3.24)$$

eşitlikleri elde edilir (Winston, 2004, s.939). μ_{ij} nin hesaplanmasında (3.24)' teki eşitlikten yararlanılmaktadır.

BÖLÜM IV

BULANIK DURUMLARIN MARKOV ANALİZİ

Belirsizliğin hakim olduğu dinamik ortamlarda Zadeh' in bulanık kümeler (fuzzy sets) teorisine dayanan bulanık mantık çerçevesinde oluşturulan bulanık durumlu Markov modeli son yıllarda geliştirilen önemli bir modelleme, sınıflandırma ve karar verme yöntemlerindedir. Bu yöntem sonlu duruma sahip Markov karar sürecinin, bulanık mantık yaklaşımı ile oluşturulan özel bir süreci kapsar. Klasik Markov modelinde gelecek durumlara olasılıksal bir süreçle ulaşılır ve durumlar arasında keskin geçişler vardır, bu sebeple durumlar arasındaki mevcut sınır noktaları da aynı kategoriye alınır. Fakat bulanık durumların Markov modelinde üyelik derecelerinden yararlanılarak problem daha esnek bir şekilde ifade edilir ve böylece durumlar arasındaki sınır noktaları da daha özel bir şekilde modellenir. Bu durumda sistemin içinde bulunması muhtemel durumlarının bulanık durumlar olarak tanımlanması ile elde edilen bulanık durumlu Markov modeli ile klasik modele göre daha esnek ve anlamlı sonuçların elde edilmesi beklenir.

Gerçek hayatta, evren zamana bağlı olarak sürekli değişim halindedir. Bu bakımdan çoğu zaman çevremizde görülen olaylar hakkında kesin yargılarda bulunmak ve bazı durumlar arasında kesin ayrımlar yapmak her zaman mümkün değildir. Örneğin; hava sıcaklıkları düşünüldüğünde, sıcak hava ile soğuk hava arasında kesin ayrımı oluşturan herhangi bir sıcaklık değerinden bahsetmek mümkün değildir. Bu iki durum arasında dereceli olarak bir geçiş vardır, aynı şekilde doğada daha birçok olayda durumlar arasında böyle bir geçiş süreci yaşanır. Klasik küme mantığı ile durumlar veya nesnelere arasında böyle bir geçişi matematiksel olarak ifade etmek mümkün değildir. Bulanık mantığın temellerinin atılmasıyla birlikte bu eksiklik giderilmiştir.

Klasik Markov zincirlerinin bulanık olasılıklara dayanan bir algısı olarak belirlenen Bulanık Markov Zincirleri ilk kez Kruse, Buck-Emden ve Cordes'in 1987' de yayınladıkları makalede tanıtılmıştır. Bu çalışma paralelinde Yoshida 1994' te yayınladığı makalesinde genel sonlu durum uzayı ve geçiş olasılıkları değerleri ile birlikte bulanık Markov süreci oluşturmuştur. Zadeh ise 1998' de yayınladığı makalesinde bulanık Markov zincirlerinin bulanık Markov algoritmalarıyla uygulanabileceğini göstermiştir. Tüm bu çalışmalar, dinamik sistemlerde belirsizlik altında optimal kararın verilmesinde önemli gelişmelere ve uygulamalara ışık tutmuştur.

Bulanık mantıkta, nesnelerin sınır noktalarının belirsizlik durumlarında, bu nesnelerin bulanık kümelere olan kısmen veya tam üyelik durumları, üyelik fonksiyonu ile sınıflandırılabilir. Bu bölümde bulanık durumların olasılıkları ve bulanık durumların Markov zinciri süreci konularında detaylı incelemelere yer verilmiştir.

4.1. Bulanık Markov Zincirleri Kavramı

Belirsizlik durumlarında, geçiş matrisi girdilerinin bulanık sayılarla modellenmesi fikri, bulanık Markov kavramının ortaya çıkmasına yol açmıştır. Klasik Markov zincirlerine bazı bulanık mantıksal işlemler uygulanarak bulanık Markov zincirleri elde edilebilmektedir.

Klasik Markov zinciri modelinde, olasılık geçiş matrisinin tüm girdilerinin kesin olarak bilinmesi gereklidir. Bu girdiler genellikle uzmanlar tarafından tahmin edilir veya belirlenirler. Bazı belirsizlik durumlarında girdilerin bazıları belirsiz olabilmektedir. Bu durumda bu belirsizlikler bulanık sayılardan yararlanılarak modellenebilirler. Bir geçiş matrisinde belirsiz girdilerin olması durumunda, belirli olan girdilerin (0,1) açık aralığında olmaları halinde bu olasılıklar bulanık sayılar olarak kabul edilirler. Fakat girdilerin 0' a veya 1'e eşit oldukları durumlarda sistemde herhangi bir belirsizliğin olmadığı kabul edilir (Buckley, 2003).

4.1.1. Bulanık Durum Olasılığı

Tanım 8. (Ω, Λ, P) , standart olasılık uzayı olmak üzere, Ω örnek uzay, Λ ise Ω üzerinde σ - cebiri ve P ise olasılık değeri olsun. Ω üzerinde \tilde{A} bulanık kümesi, bulanık durum olarak tanımlanır. \tilde{A} bulanık durumunun üyelik fonksiyonu: $\mu_{\tilde{A}}(\omega)$, $\omega \in \Omega$, $\mu_{\tilde{A}}(\omega): \Omega \rightarrow [0,1]$ olsun. Bu durumda \tilde{A} bulanık durumunun olasılığı; Lebesgue- Stieltjes integrallerinden yararlanılarak Zadeh [1968] tarafından bulanık durumun üyelik fonksiyonunun beklenen değeri olarak P olasılık dağılımı ile (4.1) ve (4.2) eşitlikleri ile tanımlanmıştır:

Sonsuz kümeler için;

$$P(\tilde{A}) = \int_{\Omega} \mu_{\tilde{A}}(\omega) dP = E(\mu_{\tilde{A}}) \quad (4.1)$$

Sonlu kümeler için;

$$P(\tilde{A}) = \sum_{\Omega} \mu_{\tilde{A}}(\omega) p_{\omega} \quad (4.2)$$

\tilde{B} bulanık durumu verilmişken \tilde{A} bulanık durumunun koşullu olasılığı ise (4.3)' teki eşitlik ile tanımlanmıştır:

$$P(\tilde{A}/\tilde{B}) = \frac{P(\tilde{A},\tilde{B})}{P(\tilde{B})}, \quad P(\tilde{B}) > 0 \quad (4.3)$$

\tilde{A} ve \tilde{B} iki bulanık durumun çarpımı ise (4.4)' te gösterilmiştir:

$$\tilde{A} \cdot \tilde{B} \leftrightarrow \mu_{\tilde{A} \cdot \tilde{B}} = \mu_{\tilde{A}} \cdot \mu_{\tilde{B}}. \quad (4.4)$$

4.2. Bulanık Durumların Markov Zincirleri

Bulanık ilişkileri gösteren herhangi bir P matrisi, $S \times S$ Kartezyen çarpımı üzerinde bulanık bir küme olarak tanımlanır. Burada, $0 \leq p_{ij} \leq 1$ ve $P(i, j) = p_{ij}$ olup P matrisi; $\{p_{ij}\}_{i=1}^n$ şeklinde gösterilir (Avrachenkov ve Sanchez, 2002, s. 144).

Bulanık Markov zincirleri kavramı ise bulanık ilişkilere ve bu ilişkilerin bileşimine dayanır (Avrachenkov ve Sanchez, 2002, s. 145). Bulanık durumlar;

- Bir sistem ya da model hakkında yeterli bilgi olmaması durumunda,
- Bir sistemin durumları kesin olarak ölçülemediğinde,
- Sistemin durumlarının net olduğu fakat çok sayıda olması sebebiyle karar vericinin bu durumları kontrol edemediğinde

meydana gelir (Pardo ve Fuente, 2010).

Tanım 9. $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ kümesi verilsin. X ' in bulanık üyeliği:

$$\sum_{i=1}^N \mu_{\tilde{A}_i}(x_r) = 1, \quad \forall x_r \in X, r = \{1, \dots, n\} \quad (4.5)$$

koşulunu sağlayan $\mu_{\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_N}$ fonksiyonuna bağlı olarak $A = \{\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_N\}$, ($\forall i = \{1, 2, \dots, N\}$, $\tilde{A}_i \neq \emptyset, \tilde{A}_i \neq X$) ile tanımlanan X ' in bulanık altkümelerinin bir ailesidir (Puterman, 2005).

Markov karar sürecinde, bulanık durumların tanımlanması amacıyla üyelik derecelerinden yararlanılır. Herhangi bir sistemin bulanık durumlarının kümesi:

$$\{\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_N\} \quad (4.6)$$

olarak verilsin. Bu durumda her $\tilde{A}_i, i \in \{1, \dots, n\}$ bulanık alt kümesi bir bulanık durumu veya bir Markov zincirinin başlangıç bulanık durumlarını belirtebilir.

Tanım 10. Sistemin başlangıç bulanık durum olasılığı $P(\tilde{A}_i) = P(X_0 = \tilde{A}_i)$, (4.2)'deki bulanık durumların olasılığı ile hesaplanarak (4.7) eşitliğinde tanımlanmıştır:

$$P(\tilde{A}_i) = P\{\tilde{X}_0 = \tilde{A}_i\} = \sum_{s=0}^N P\{X_0 = s\} \mu_{\tilde{A}_i}(s) = \sum_{s=0}^N p_s \mu_{\tilde{A}_i}(s) \quad (4.7)$$

Teorem 11. $j \in \{1, \dots, n\}$ ve $m \in \{1, \dots, N\}$ olup m başlangıç durumu verilmiş olsun. Bu durumda, \tilde{A}_j bulanık durumunun koşullu olasılığı:

$$P(\tilde{A}_j/m) = P\{\tilde{X}_1 = \tilde{A}_j/X_0 = m\} = \sum_{s=0}^N p_{ms} \mu_{\tilde{A}_j}(s) \quad (4.8)$$

şeklinde hesaplanır. Bu hesaplama yöntemi ile aynı zamanda bulanık duruma tek adımlı geçiş olasılıkları elde edilir (Pardo ve Fuente, 2010).

İspat: (4.3)'deki eşitlikten yararlanılarak (4.9) eşitliğine ulaşılabilir:

$$P(\tilde{A}_j/m) = P\{\tilde{X}_1 = \tilde{A}_j/X_0 = m\} = \frac{P\{\tilde{X}_1 = \tilde{A}_j, X_0 = m\}}{P\{X_0 = m\}} \quad (4.9)$$

(4.2) eşitliği ile de (4.10) eşitliğine ulaşılabilir:

$$P\{\tilde{X}_1 = \tilde{A}_j, X_0 = m\} = \sum_{s=0}^N P\{X_1 = s, X_0 = m\} \mu_{\tilde{A}_j}(s) \quad (4.10)$$

Bu durumda

$$\begin{aligned} P\{\tilde{X}_1 = \tilde{A}_j, X_0 = m\} &= \sum_{s=0}^N P\{X_1 = s/X_0 = m\} P\{X_0 = m\} \mu_{\tilde{A}_j}(s) \\ &= P\{X_0 = m\} \sum_{s=0}^N P\{X_1 = s/X_0 = m\} \mu_{\tilde{A}_j}(s) \end{aligned} \quad (4.11)$$

olup;

$$\begin{aligned}
 P(\tilde{A}_j/m) &= P\{\tilde{X}_1 = \tilde{A}_j/X_0 = m\} \\
 &= \frac{P\{X_0 = m\} \sum_{s=0}^N P\{X_1 = s/X_0 = m\} \mu_{\tilde{A}_j}(s)}{P\{X_0 = m\}} \\
 &= \sum_{s=0}^N P\{X_1 = s/X_0 = m\} \mu_{\tilde{A}_j}(s) = \sum_{s=0}^N p_{ms} \mu_{\tilde{A}_j}(s).
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

elde edilir.

Tanım 11. Bulanık son durumun Markov zinciri matrisi:

$\bar{P} =$

Durumlar	\tilde{A}_1	\tilde{A}_2	. . .	\tilde{A}_N
0	$P(\tilde{A}_1/0)$	$P(\tilde{A}_2/0)$. . .	$P(\tilde{A}_N/0)$
1	$P(\tilde{A}_1/1)$	$P(\tilde{A}_2/1)$. . .	$P(\tilde{A}_N/1)$
.
.
.
N	$P(\tilde{A}_1/N)$	$P(\tilde{A}_2/N)$. . .	$P(\tilde{A}_N/N)$

şeklinde tanımlanır. Bu matris; sistemin m ($m \in \{0, \dots, N\}$) başlangıç durumundan, \tilde{A}_j ($j \in \{1, \dots, n\}$) bulanık son durumuna geçiş olasılıklarını göstermektedir.

Teorem 3.2 $i, j \in \{0, \dots, n\}$ olmak üzere, \tilde{A}_i bulanık durumu verilmişken; \tilde{A}_j bulanık durumunun koşullu olasılığı, $P(\tilde{A}_j/m)$ olasılıklarının lineer kombinasyonunun bir fonksiyonudur ve sistemin başlangıç bulanık durumundan son bulanık duruma tek adımlı geçiş olasılığı:

$$P(\tilde{A}_j/\tilde{A}_i) = P\{\tilde{X}_1 = \tilde{A}_j/\tilde{X}_0 = \tilde{A}_i\} = \sum_{m=0}^N P(\tilde{A}_j/m) \frac{p_m \mu_{\tilde{A}_i}(m)}{P(\tilde{A}_i)} \tag{4.13}$$

eşitliği ile belirlenir (Sustal, 2002, s.139).

İspat: (4.3) eşitliğinden yararlanılarak (4.14) eşitliği elde edilir:

$$P(\tilde{A}_j/\tilde{A}_i) = P\{\tilde{X}_1 = \tilde{A}_j/X_0 = \tilde{A}_i\} = \frac{P\{\tilde{X}_1 = \tilde{A}_j, X_0 = \tilde{A}_i\}}{P\{X_0 = \tilde{A}_i\}} \tag{4.14}$$

(4.2) eşitliğinden yararlanılarak (4.15) eşitliği elde edilir:

$$P\{\tilde{X}_1 = \tilde{A}_j, X_0 = \tilde{A}_i\} = \sum_{s=0}^N \sum_{m=0}^N P\{X_1 = s, X_0 = m\} \mu_{\tilde{A}_i \tilde{A}_j}(m, s) \quad (4.15)$$

ve (4.4) eşitliği ile (4.16) eşitliği elde edilir:

$$\begin{aligned} P\{\tilde{X}_1 = \tilde{A}_j, X_0 = \tilde{A}_i\} &= \sum_{s=0}^N \sum_{m=0}^N P\{\tilde{X}_1 = s/X_0 = m\} P\{X_0 = m\} \mu_{\tilde{A}_i}(m) \mu_{\tilde{A}_j}(s) \\ &= \sum_{m=0}^N P\{X_0 = m\} \mu_{\tilde{A}_i}(m) \sum_{s=0}^N P\{\tilde{X}_1 = s/X_0 = m\} \mu_{\tilde{A}_j}(s) \\ &= \sum_{m=0}^N P\{X_0 = m\} \mu_{\tilde{A}_i}(m) P(\tilde{A}_j/m) \end{aligned} \quad (4.16)$$

Bu durumda

$$\begin{aligned} P(\tilde{A}_j/\tilde{A}_i) &= P\{\tilde{X}_1 = \tilde{A}_j/\tilde{X}_0 = \tilde{A}_i\} \\ &= \frac{\sum_{m=0}^N P\{X_0=m\} \mu_{\tilde{A}_i}(m) P(\tilde{A}_j/m)}{P\{X_0=\tilde{A}_i\}} = \sum_{m=0}^N P(\tilde{A}_j/m) \frac{p_m \mu_{\tilde{A}_i}(m)}{P(\tilde{A}_i)} \end{aligned} \quad (4.17)$$

elde edilir. Burada Suştral tarafından tanımlanan koşullu olasılık: bulanık durumların Markov zinciri olasılıkları durumu için ispatlanmıştır. Bu durumda:

$$\bar{P} = \sum_{m=0}^N \frac{p_m \mu_{\tilde{A}_i}(m)}{P(\tilde{A}_i)} = \frac{1}{P(\tilde{A}_i)} \sum_{m=0}^N p_m \mu_{\tilde{A}_i}(m) = 1 \quad (4.18)$$

eşitliği sağlanır.

Tanım 12. Bulanık başlangıç durum ve bulanık son durumunun Markov zinciri matrisi:

$\tilde{P} =$

Durumlar	\tilde{A}_1	\tilde{A}_2	. . .	\tilde{A}_N
\tilde{A}_1	$P(\tilde{A}_1/\tilde{A}_1)$	$P(\tilde{A}_2/\tilde{A}_1)$. . .	$P(\tilde{A}_n/0\tilde{A}_1)$
\tilde{A}_2	$P(\tilde{A}_1/\tilde{A}_2)$	$P(\tilde{A}_2/\tilde{A}_2)$. . .	$P(\tilde{A}_n/\tilde{A}_2)$
.
.
.
\tilde{A}_n	$P(\tilde{A}_1/\tilde{A}_n)$	$P(\tilde{A}_2/\tilde{A}_n)$. . .	$P(\tilde{A}_n/\tilde{A}_n)$

şeklinde tanımlanır. Bu matris: $(i, j \in \{1, \dots, n\})$ iken sistemin \tilde{A}_i başlangıç bulanık durumundan \tilde{A}_j son bulanık duruma geçiş olasılıklarını göstermektedir.

\bar{P} ve \tilde{P} matrisleri stokastik olup her birinin satır elemanları toplamı 1 dir.

\bar{P} matrisinin m -inci satır terimleri: $P(\tilde{A}_1/m), P(\tilde{A}_2/m), \dots, P(\tilde{A}_n/m)$ olup;

$$\sum_{j=1}^n P(\tilde{A}_j/m) = \sum_{j=1}^n \sum_{s=0}^N p_{ms} \mu_{\tilde{A}_j}(s) = \sum_{s=0}^N p_{ms} \left(\sum_{j=1}^n \mu_{\tilde{A}_j}(s) \right) = 1.$$

\tilde{P} matrisinin i . satır terimleri: $P(\tilde{A}_1/\tilde{A}_i), P(\tilde{A}_2/\tilde{A}_i), \dots, P(\tilde{A}_n/\tilde{A}_i)$ olup:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n P(\tilde{A}_j/\tilde{A}_i) &= \sum_{j=1}^n \sum_{m=0}^N P(\tilde{A}_j/m) \frac{p_m \mu_{\tilde{A}_i}(m)}{P(\tilde{A}_i)} \\ &= \frac{1}{P(\tilde{A}_i)} \left(\sum_{m=0}^N p_m \mu_{\tilde{A}_i}(m) \left(\sum_{j=1}^n P(\tilde{A}_j/m) \right) \right) = \frac{\sum_{m=0}^N p_m \mu_{\tilde{A}_i}(m)}{P(\tilde{A}_i)} = 1 \end{aligned}$$

dir.

\bar{P} ve \tilde{P} matrislerinin; matris cebiri ile kolayca hesaplanabilmeleri için aşağıda tanımlanan Q ve S matrislerinden yararlanılacaktır:

$Q =$

$$\begin{vmatrix} \mu_{\tilde{A}_1}(0) & \mu_{\tilde{A}_2}(0) & \cdot & \cdot & \cdot & \mu_{\tilde{A}_n}(0) \\ \mu_{\tilde{A}_1}(1) & \mu_{\tilde{A}_2}(1) & \cdot & \cdot & \cdot & \mu_{\tilde{A}_n}(1) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \mu_{\tilde{A}_1}(N) & \mu_{\tilde{A}_2}(N) & \cdot & \cdot & \cdot & \mu_{\tilde{A}_n}(N) \end{vmatrix}$$

$S =$

$$\begin{vmatrix} \frac{p_0 \mu_{\tilde{A}_1}(0)}{P(\tilde{A}_1)} & \frac{p_1 \mu_{\tilde{A}_1}(1)}{P(\tilde{A}_1)} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{p_N \mu_{\tilde{A}_1}(N)}{P(\tilde{A}_1)} \\ \frac{p_0 \mu_{\tilde{A}_2}(0)}{P(\tilde{A}_2)} & \frac{p_1 \mu_{\tilde{A}_2}(1)}{P(\tilde{A}_2)} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{p_N \mu_{\tilde{A}_2}(N)}{P(\tilde{A}_2)} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{p_0 \mu_{\tilde{A}_n}(0)}{P(\tilde{A}_n)} & \frac{p_1 \mu_{\tilde{A}_n}(1)}{P(\tilde{A}_n)} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{p_N \mu_{\tilde{A}_n}(N)}{P(\tilde{A}_n)} \end{vmatrix}$$

Q matrisi, sistemin $\{\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_N\}$ bulanık üyelik durumlarını belirleyen üyelik fonksiyon değerlerini içermektedir. Q ve S matrisleri ile:

$$\bar{P} = PQ$$

$$\tilde{P} = S\bar{P} = SPQ$$

eşitlikleri elde edilir (Pardo ve Fuente, 2010).



BÖLÜM V

UYGULAMA

Borsada piyasanın hareketli olup belirsizliğin hakim olduğu düşünülürse; borsada işlem gören yatırım araçlarının oldukça riskli oldukları açıktır. Bu sebeple yatırımcıların piyasada oluşan hareketleri takip edebilmeleri ve borsada işlem yapmaya karar vermeleri veya borsada işlem yapan yatırımcıların hangi durumda hangi pozisyonu alacaklarına karar vermeleri oldukça zordur. Bu tür stokastik süreçlerde geçmiş verilerden yararlanılarak çeşitli tahmin yöntemleri geliştirilmiştir. Bu yöntemlerden uygulamasının kolay ve alınan sonuçların başarılı olması sebebiyle Markov zincirleri yaygın olarak kullanılan bir yöntemdir. Markov zincirleri yardımıyla sonlu durumlar arası geçişler hesaplanarak, mevcut durum ve olasılık geçiş matrisleri yardımıyla bir sistemin gelecekte bulunması beklenen durumlarının tahmini sistemlerin karmaşıklığını önemli ölçüde basite indirgemıştır.

Daha önce de belirtildiği üzere klasik Markov zinciri uygulamalarında sistemin bulunduğu durumların uç değerleri ve merkezi değerleri için olasılık geçişleri eşit olarak sayılmaktadır. Sistem bulanık durumlar olarak tanımlandığında ise sistemin her bir ay için, bulunduğu her bir noktanın tanımlanan bulanık kümeler/durumlara olan üyelik dereceleri, özel olarak hesaplanmaktadır. Böylelikle bulanık durumların koşullu geçiş olasılıklarından yararlanılması; bulanık durumların Markov zinciri modelinin, klasik Markov zinciri modelinden daha hassas hesaplama yapmasını sağlamaktadır.

Bu bölümde, daha önceki bilimsel çalışmalarda üzerinde çalışılmış olan, EUR_I, USDX, altın fiyatları ve JPY/USD paritesi aylık getiri durumlarındaki % değişim oranındaki hareketler, bulanık durumların Markov zinciri yöntemi modellenmiş ve elde edilen sonuçlar klasik Markov zincirleri modeli ile birlikte analiz edilmiştir. Önerilen bulanık durumlu Markov modeli ile yapılacak olan analizlerin uygulamalarında üçgensel üyelik fonksiyonundan yararlanılarak durumlar modellenecek ve analizler yapılacaktır.

5.1. Bulanık Durumların Markov Zinciri Modeli ile Avro Endeksi Hareketlerinin Modellenmesi

Avrupa Birliği para birimi, Avrupa Birliği' ne üye 28 ülkenin 19' unun resmi para birimi olup, Avro para birimi endeksi; Avro karşısındaki 4 büyük para biriminin

(ABD Doları, İngiliz Poundu, Japon Yeni ve İsviçre Frangı), Avro karşısındaki değerlerinin aritmetik bir oranıdır. Avrupa Birliği bölgesi; 2019 yılı itibariyle yaklaşık 343 milyon vatandaşı kapsamaktadır. Avro; ABD Doları'ndan sonra uluslararası döviz piyasalarında en çok işlem gören ikinci en büyük para birimidir. EUR_I bir bakıma Avrupa Birliği'nin ilerlemesine bağlı olarak Avro para biriminin gücü veya zayıflığı hakkında da bilgi vermektedir. Yükselen bir endeks Avro' nun, döviz sepetindeki para birimleri karşısında değer kazandığını bunun aksi durum olan bir düşüş endeksi ise bir devalüasyon olduğunu göstermektedir. Yükselen EUR_I emtia fiyatlarında düşüş eğilimi anlamına da gelebilmektedir. Bu durum özellikle tarımsal emtialar ve petrol fiyatları için geçerli olup altın ve gümüş gibi değerli metallerin fiyatları da EUR_I ile ilişkilidir.

Bu uygulamada amaç: Yatırımcılar ve Avro para birimi kullanan ülkelerin vatandaşları için oldukça önemli bir parametre olan EUR_I hareketlerini BDMZ yöntemi ile analiz etmek ve gelecekteki olası durumlarını tahmin etmektir.

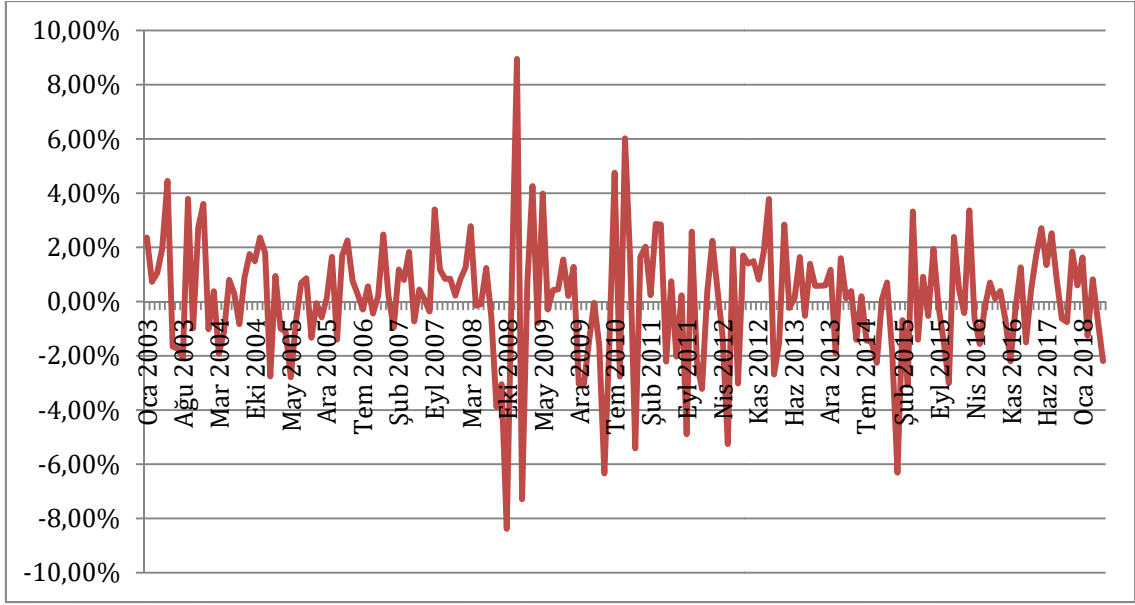
Bu analizde, Ocak-2003 ile Mayıs-2018 aralığında EUR_I aylık yüzde değişim oranını içeren verilerden yararlanılmıştır.

(<https://www.investing.com/indices/investing.com-eur-index>, 1/6/2018)

EUR_I getirisi (R_t): EUR_I aylık getirisinin yüzde değişim oranı olarak tanımlanmış ve (5.1) eşitliği ile hesaplanmıştır:

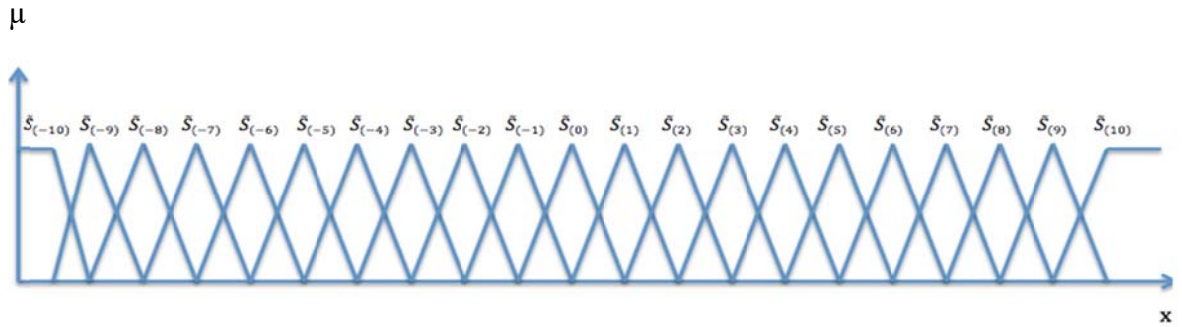
$$P_t; R_t(EUR_I) = (P_t - P_{t-1})/P_{t-1} \quad (5.1)$$

Burada $t = (2.3.....185)$ belirtilen zaman aralığındaki tüm ayları ifade etmekte olup, P_t ise t zamanında belirtilen parametrenin (EUR_I) değerini göstermektedir. Belirtilen aralıkta EUR_I getirindeki % değişim oranı olan $R_t(EUR_I)$ verilerinin ortalaması $\mu_{R_t(EUR_I)} = 0.10\%$ olup, standart sapmasının ise 0.02 olduğu hesaplanmıştır. EUR_I getirisi için belirlenen aralıkta standart sapmanın ortalamadan yaklaşık 21 kat daha yüksek olduğu gözlemlenmiştir. Bu durum Avro endeksinin riskli bir yatırım aracı olduğunu göstermektedir. Şekil 14' te $R_t(EUR_I)$ 'nin Ocak 2003-Ocak 2018 zaman aralığında çizgi grafiği gösterilmektedir.



Şekil 14. $R_t(EUR_I)$ için çizgi grafiği (Oc. 2003-Oc. 2018)

Öncelikle $R_t(EUR_I)$: yüksek kayıptan (\tilde{S}_{-10}), yüksek kazançca (\tilde{S}_{10}) kadar toplam 21 bulanık durum olarak sınıflandırılmıştır. Belirtilen dönemde tanımlanan $R_t(EUR_I)$ verilerinin mümkün olan tüm durumları, Şekil 15’ teki gibi üçgensel bulanık kümeler kullanılarak sınıflandırılmıştır.



Şekil 15. R_t için tanımlanan bulanık kümeler (Uzun ve Kural, 2017)

İkinci adımda ise belirlenen üçgensel bulanık kümelerden yararlanılarak $R_t(EUR_I)$ ’ nin bulanık durum bileşenleri \tilde{S}_i ve \tilde{S}_{i+1} (5.2)’ de belirtilen fonksiyon yardımıyla hesaplanmıştır:

$$\left\{ \begin{array}{l} -2.25\% < R_t < 2.25\% \text{ ve } i = \left\lfloor \frac{R_t}{0.225} \right\rfloor \rightarrow \begin{cases} \tilde{S}_i = \frac{(i+1)0.225 - R_t}{0.225} \\ \tilde{S}_{i+1} = 1 - \tilde{S}_i \end{cases} \\ R_t \leq -2.25\% \rightarrow \tilde{S}_{-10} = 1 \\ R_t \geq 2.25\% \rightarrow \tilde{S}_{10} = 1 \end{array} \right. \quad (5.2)$$

Daha sonra, seçilen dönemde hesaplanan $R_t(EUR_I)$ değerlerine bakılarak, bu değerlerin Şekil 14' te gösterilen bulanık kümelerle olan aylık dereceleri, her bir veri için (5.2)' de tanımlanan fonksiyon yardımıyla hesaplanmıştır. $R_t(EUR_I)$ değerlerinin bulanık küme bileşenlerine olan üyelik derecelerinin hesaplanan değerleri birkaç ay için Tablo 1 deki gibidir.

Tablo 1.

$R_t(EUR_I)$ Verilerinin Birkaç Ay için Bulanık Kümelere Dönüştürülmesi Örneği

Tarih	R_t	\tilde{S}_{-10}	\tilde{S}_{-9}	\tilde{S}_{-8}	\tilde{S}_{-7}	\tilde{S}_{-6}	\tilde{S}_{-5}	\tilde{S}_{-4}	\tilde{S}_{-3}	\tilde{S}_{-2}	\tilde{S}_{-1}	\tilde{S}_0	\tilde{S}_1	\tilde{S}_2	\tilde{S}_3	\tilde{S}_4	\tilde{S}_5	\tilde{S}_6	\tilde{S}_7	\tilde{S}_8	\tilde{S}_9	\tilde{S}_{10}
May. 2018	-2.19%	.73	.27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Nis. 2018	-0.71%	0	0	0	0	0	0	.16	.84	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mar. 2018	0.82%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.36	.64	0	0	0	0	0	0
Şub. 2018	-1.26%	0	0	0	0	.60	.40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Oc. 2018	1.63%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.76	.24	0	0

Daha sonra ise, bulanık durumların koşullu geçiş olasılıklarından yararlanılarak (bir sistemin \tilde{S}_i durumunda olduğu biliniyorken \tilde{S}_j durumuna geçme olasılığı) $R_t(EUR_I)$ değerleri için tanımlanan bulanık durumlar arası olasılık geçiş matrisi $\tilde{P}(EUR_I)$ hesaplanmıştır.

5.2. Bulanık Durumların Markov Zinciri Modeli ile ABD Doları Endeksi Hareketlerinin Modellenmesi

Amerikan doları (USD), uluslararası işlemlerde dünyada en çok kullanılan döviz olup dünyanın birinci rezerv para birimidir. ABD ile birlikte Britanya Virjin adaları, Turks ve Caicos Adaları gibi bazı bölgelerde de resmi para birimi olarak kullanılmaktadır. Amerikan doları endeksi (USDX), ABD' nin en önemli ticari

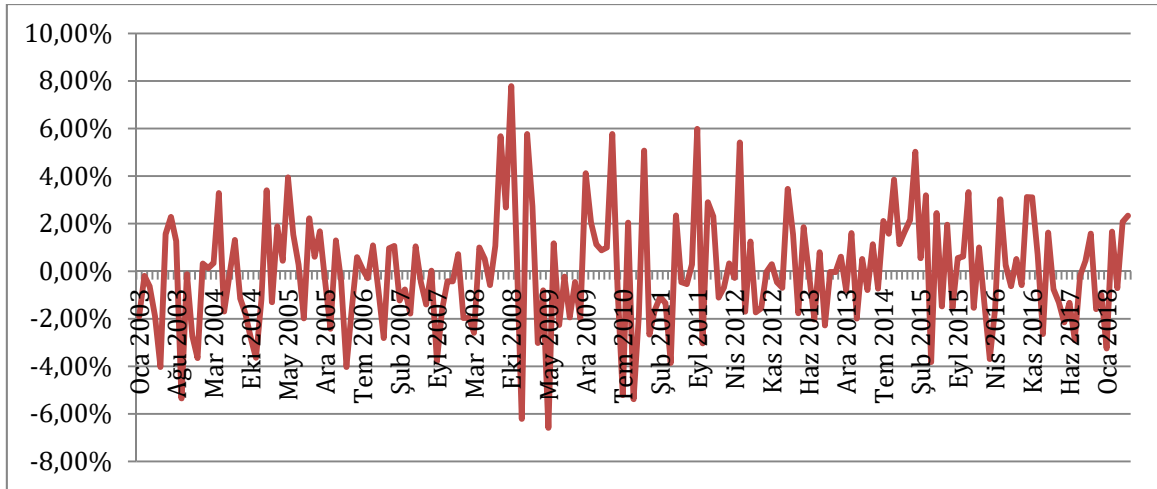
ortaklarının çoğunluğunun para birimlerinin sepetine göre; USD değerinin bir ölçüsüdür. USDX: Avro (%57.6), Japon Yeni (%13.6), Birleşik Krallık Poundu (%11.9), Kanada Doları (%9.1), İsveç Kronası (%4.2) ve İsviçre Frangı (%3.6) para birimlerinin, USD karşısındaki değerlerinin ağırlıklı geometrik ortalaması olarak hesaplanmaktadır. USDX' in yükselmesi USD' nin diğer para birimlerine karşı üstünlük sağladığını göstermekte olup düşmesi de tam tersi durumu ifade etmektedir. Bu nedenle USDX, yatırımcılara para birimleri arasındaki bölgesel değerden ziyade USD' nin değeri hakkında daha önemli bilgiler vermektedir. USD' nin yönü için önemli bir gösterge olarak sayılabileceğinden, Merkez Bankaları USDX' i de yakından takip etmektedirler. USDX hareketlerini ve USD' nin diğer finansal araçlarla olan ilişkilerini analiz etmek için birçok çalışma yapılmıştır. Landefeld, Moulton ve Vojtech 2003' teki çalışmalarında; ABD' nin gayri safi yurtiçi hasılası (GSYİH) ile USDX arasındaki korelasyonu analiz etmişlerdir. Manning ve Andrianacos 1993' teki çalışmalarında, dolar ve enflasyon hareketleri konularını birlikte analiz etmişlerdir. Cretien 2009' da USDX, Avro- ABD Doları paritesi, altın ve gümüş arasındaki ilişkileri değerlendirmiştir. Kim 1998' de ABD enflasyonunu ve dolar kurunu bir vektör hata düzeltme tekniği kullanarak analiz etmiştir. Bu kısımda, USDX aylık getiri oranı değişim hareketleri BDMZ modeli ile analiz edilecektir ve USDX için de tanımlanan bulanık durumlar arası geçiş olasılıklarından yararlanılarak gelecek tahmini aylık olarak yapılacaktır.

USDX' in önerilen yöntem ile analiz edilmesi için Ocak-2003 ile Mayıs-2018 aralığındaki USDX aylık yüzde değişim oranını içeren verilerden yararlanılmıştır (<https://www.investing.com/currencies/us-dollar-index>, 7/1/2018).

EURO_I tahmini için tanımlandığı gibi, burada da $R_t(USDX)$: USDX aylık yüzde değişim oranı olarak tanımlanmış ve (5.3)' teki fonksiyon ile hesaplanmıştır.

$$P_t; R_t(USDX) = (P_t - P_{t-1})/P_{t-1}. \quad (5.3)$$

Burada $t = (2.3.....185)$, belirtilen zaman aralığındaki tüm ayları ifade etmektedir. Belirtilen aralıkta, $R_t(USDX)$ verilerinin ortalaması $\mu_{R_t(USDX)} = -0.02\%$ olup, standart sapmasının ise 2.38% olduğu hesaplanmıştır. USDX getirisi için hesaplanan getiri ortalamasının negatif ve standart sapmanın ortalamadan yaklaşık 119 kat daha yüksek olduğu gözlemlenmiştir. Şekil 16' da, $R_t(USDX)$ ' in Ocak 2003-Ocak 2018 zaman aralığında çizgi grafiği gösterilmektedir.



Şekil 16. $R_t(USDx)$ için çizgi grafiği (Oc. 2003-Oc. 2018)

$R_t(USDx)$ verileri de yüksek kayıptan (\tilde{S}_{-10}), yüksek kazanca (\tilde{S}_{10}); 21 bulanık durumlu kümeler olarak Şekil 15’ te gösterildiği gibi sınıflandırılmıştır. Belirlenen durumlar yine üçgensel bulanık kümelerden yararlanılarak fonksiyon (5.2)’ deki eşitlikte gösterildiği gibi tanımlanmıştır.

Birkaç ay için hesaplanan $R_t(USDx)$ değerlerinin tanımlanan bulanık kümelere olan aitlik durumları Tablo 2’ de gösterilmektedir.

Tablo 2.

$R_t(USDx)$ Verilerinin Birkaç Ay için Bulanık Kümelere Dönüştürülmesi Örneği

Date	R_t	\tilde{S}_{-10}	\tilde{S}_{-9}	\tilde{S}_{-8}	\tilde{S}_{-7}	\tilde{S}_{-6}	\tilde{S}_{-5}	\tilde{S}_{-4}	\tilde{S}_{-3}	\tilde{S}_{-2}	\tilde{S}_{-1}	\tilde{S}_0	\tilde{S}_1	\tilde{S}_2	\tilde{S}_3	\tilde{S}_4	\tilde{S}_5	\tilde{S}_6	\tilde{S}_7	\tilde{S}_8	\tilde{S}_9	\tilde{S}_{10}	
May. 2018	2.33%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
Nis. 2018	2.08%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.76	.24
Mar. 2018	-0.71%	0	0	0	0	0	0	.16	.84	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Şub. 2018	1.66%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.62	.38	0	0	

(Uzun ve Kırıl, 2018)

Daha sonra, bulanık durumların koşullu geçiş olasılıklarından yararlanılarak $R_t(USDx)$ verileri için tanımlanan bulanık durumlar arası olasılık geçiş matrisi $\tilde{P}(USDx)$ hesaplanmıştır.

5.3. Bulanık Durumların Markov Zinciri Modeli ile Altın Fiyat Hareketlerinin Modellenmesi

Altın, çağlar boyu değer saklama aracı olarak kullanılan dünyanın en önemli finansal varlıklarındandır. Altın fiyatları sürekli olarak değişim halinde olup, altın fiyatının gelecekte bulunacağı durum tahmini bireysel ve kurumsal yatırımcılar ve aynı zamanda hükümetler için her zaman büyük önem taşımaktadır. Bu sebeple altın fiyat tahmini farklı yöntemlerle denenmiş ve bir çok çalışmaya konu olmuştur.

Son yıllarda Yapay Sinir Ağı modeli bir çok farklı grup tarafından altın fiyat tahmini üzerine çalışılmalar yapılmıştır. Escibano ve Granger 1998' deki çalışmalarında, altın ve gümüş fiyatları arasındaki ilişkileri analiz etmişlerdir. Altın ve gümüş getiri oranları arasında eş-anlı güçlü bir ilişki olmakla birlikte ikisi arasında bağımlılığın az olup bu iki yatırım aracının ayrı pazarlar olma yönünde eğilim gösterdiklerini gözlemlemişlerdir. Achireko ve Ansong 2000' deki çalışmalarında, maden fiyatı hareketlerinin stokastik özelliğinin dikkate alınmadan oluşturulan tahmin modellerinin yanıltıcı sonuçlara sebep olacağını belirterek çok değişkenli normal dağılımlı rasgele değişken üreticisi ile girdi verileri üreterek çok katmanlı ileri beslemeli yapay sinir ağları yöntemi ve çok değişkenli regresyon analizi ile üç aşamada yıllık ortalama altın fiyat hareketlerini tahmin etmişlerdir. Mirmirani ve Li 2004' te yaptıkları çalışmalarında doğada lineer ve lineer olmayan fonksiyonlar ile altın fiyat hareketlerinin modellenmesinde uygun modeller oluşturmanın rastlantısal olacağını belirterek dinamik genetik algoritma ile geri yayımlı yapay sinir ağı modeli oluşturarak günlük altın fiyat hareketlerini tahmin etmişlerdir. Ismail, Yahya ve Shabri 2009' da yaptıkları çalışmalarında enflasyon, döviz fiyat hareketleri ve USD/Avro kuru, New York Borsası gibi altın fiyatlarıyla ilişkili olduğu düşünülen diğer parametrelerden yararlanarak altın fiyat hareketleri aylık tahmini için çok değişkenli doğrusal programlama modelini sunmuşlardır. Paksoy ise 2017' deki çalışmasında günlük altın fiyat hareketlerini yapay sinir ağları ve Markov zincirleri kombinasyonundan yararlanarak tahmin yapmıştır.

Altın fiyat tahmini borsada işlem gören bazı yatırım araçları gibi saatlik, günlük, haftalık ve aylık olabileceği gibi yıllık ve daha uzun bir süreç için de yapılabilmektedir. Bu kısımda, altın fiyatlarının aylık değişim hareketleri BDMZ modeli ile analiz edilecek ve gelecekte mümkün durumları tahmin edilecektir.

Bu uygulamada, Ocak-2003 ve Ocak-2017 tarihleri arası aylık altın (TL) fiyatı verilerinden yararlanılmıştır (<https://www.investing.com/commodities/gold-historical-data>, 15/02/2015). Altın fiyatının aylık ağırlıklı ortalaması (\$ / ons) analizde

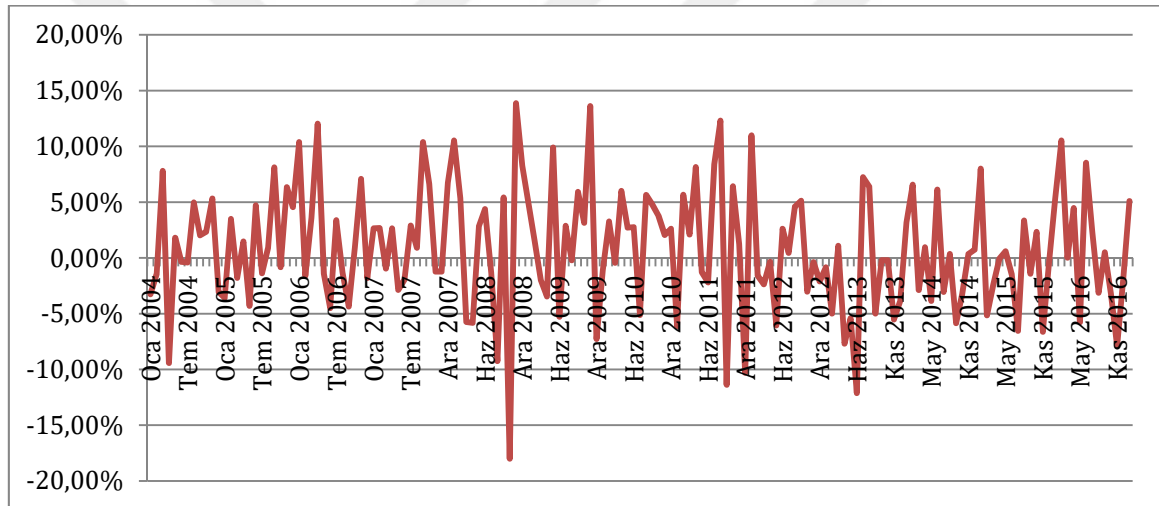
kullanılmıştır.

Aylık altın getiri % değişim oranı $R_t(Altın f.)$; altın fiyatının aylık ağırlıklı ortalamasına (P_t) bağlı olarak aşağıdaki fonksiyon ile hesaplanmıştır:

$$R_t(Altın f.) = (P_t - P_{t-1})/P_{t-1}. \quad (t = 2.3.....157). \quad (5.4)$$

Seçilen dönemde $R_t(Altın f.)$ verilerinin ortalaması $\mu_{R_t(Altın f.)} = -0.96$, standart sapmasının ise 4.5% olup, standart sapmanın ortalamadan 5 kat daha fazla olduğu hesaplanmıştır.

Şekil 17' de $R_t(Altın f.)$ verilerinin, Ocak-2004 Ocak-2017 zaman aralığında çizgi grafiği gösterilmektedir.



Şekil 17. $R_t(Altın F.)$ için çizgi grafiği (Oc. 2004-Oc. 2017)

Bu kısımda da $R_t(Altın f.)$, 21 üçgensel bulanık durum olarak Şekil 15' te gösterildiği biçimde sınıflandırılmıştır. Belirtilen dönemde her ay için $R_t(Altın f.)$ verilerinin ait oldukları bulanık kümeler olan üyelik dereceleri (5.2)' deki fonksiyondan yararlanılarak hesaplanmıştır.

Bazı aylar için $R_t(Altın f.)$ verilerinin tanımlanan bulanık kümeler olan üyelik dereceleri örnek olarak Tablo 3' te gösterilmektedir.

Tablo 3.

R_t (Altın f.) Verilerinin Birkaç Ay için Bulanık Kümelere Dönüştürülmesi Örneği
(Uzun ve Kırıl, 2017)

Date	R_t	\tilde{S}_{-10}	\tilde{S}_{-9}	\tilde{S}_{-8}	\tilde{S}_{-7}	\tilde{S}_{-6}	\tilde{S}_{-5}	\tilde{S}_{-4}	\tilde{S}_{-3}	\tilde{S}_{-2}	\tilde{S}_{-1}	\tilde{S}_0	\tilde{S}_1	\tilde{S}_2	\tilde{S}_3	\tilde{S}_4	\tilde{S}_5	\tilde{S}_6	\tilde{S}_7	\tilde{S}_8	\tilde{S}_9	\tilde{S}_{10}	
Oc. 2017	5.10%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Ar. 2016	-1.78%	0	0	.91	.09	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Kas. 2016	-7.92%	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ek. 2016	-3.18%	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Eyl. 2016	0.49%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.82	.18	0	0	0	0	0	0	0	0

(Uzun ve Kırıl, 2017)

Daha sonra, bulanık durumların koşullu geçiş olasılıklarından yararlanılarak R_t (Altın f.) değerleri için tanımlanan bulanık durumlar arası olasılık geçiş matrisi \tilde{P} (Altın f.) hesaplanmıştır.

5.4. Bulanık Durumların Markov Zinciri Modeli ile Japon Yeni/ USD Paritesi Hareketlerinin Modellenmesi

Japon Yeni; Japonya' nın resmi para birimi olup, USD ve Avro' dan sonra döviz piyasasında en çok işlem gören üçüncü para birimidir. Ayrıca USD, Avro ve İngiliz Poundu' ndan sonra rezerv para olarak da yaygın olarak kullanılmaktadır.

Bu çalışmada Mart-2013 ile Temmuz-2019 aralığı Japon Yeni/Amerikan Doları (JPY/USD) paritesi aylık yüzde değişim oranını içeren verilerden yararlanılmıştır (<https://www.investing.com/currencies/usd-jpy>, 20/07/2019).

R_t (JPY/USD): JPY' nin USD karşısındaki değerinin aylık yüzde değişim oranı olarak tanımlanarak (5.5) fonksiyonu aracılığı ile hesaplanmıştır.

$$P_t; R_t(\text{JPY/USD}) = (P_t - P_{t-1})/P_{t-1}. \quad (5.5)$$

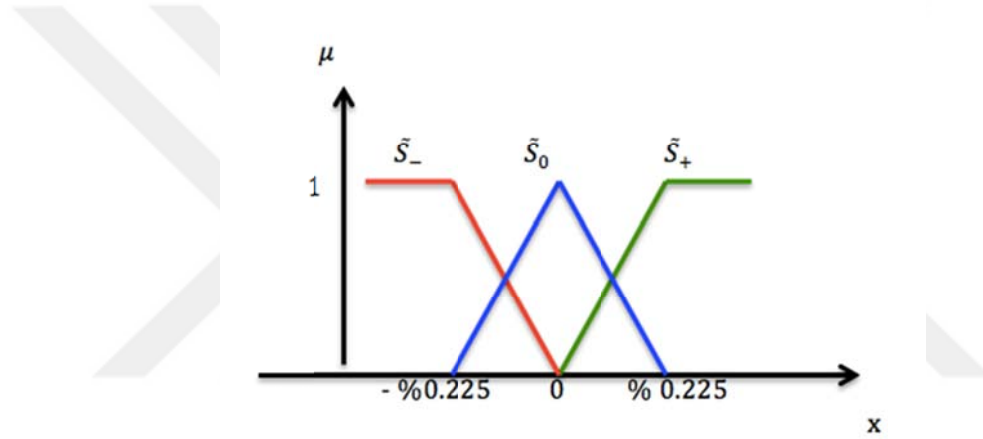
Burada $t = (2.3.....77)$, seçilen zaman aralığındaki tüm ayları ifade etmektedir. Belirtilen aralıkta R_t (JPY/USD)' paritesi verilerinin ortalaması $\mu_{R_t(\text{JPY/USD})} = -0.15\%$ olup, standart sapmanın ise 2.58% olduğu gözlemlenmiştir. Bu durumda R_t (JPY/USD) standart sapmasının ortalamadan yaklaşık 17 kat daha yüksek olduğu görülmektedir.

Şekil 18' de R_t (JPY/USD)' nin Mar. 2013-Tem. 2019 zaman aralığındaki çizgi grafiği gösterilmektedir.

Daha sonra ise analizi yapılacak olan diğer parametreler için olduğu gibi bulanık durumların koşullu geçiş olasılıklarından yararlanılarak $R_t(JPY/USD)$ değerleri için tanımlanan bulanık durumlar arası olasılık geçiş matrisi $\tilde{P}(JPY/USD)$ hesaplanmıştır.

5.5. EUR_I, USDX, Altın Fiyatları ve JPY/USD Paritesi Hareketlerin 3 bulanık durumlu Markov Zinciri Olarak Modellenmesi

Bu kısımda, EUR_I, USDX, altın fiyatları ve JPY/USD paritesi aylık getirilerinde yüzde değişim oranları negatif (\tilde{S}_-), sıfıra yakın (\tilde{S}_0), ve pozitif (\tilde{S}_+) bölgeler olarak Şekil 18’ de gösterildiği gibi üçgensel bulanık kümeler olarak tanımlanarak durumlar arası geçiş olasılıkları ve denge durum olasılıkları hesaplanacaktır.



Şekil 19. R_t için tanımlanan 3 durumlu bulanık kümeler

EUR_I, USDX, altın fiyatları ve JPY/USD paritesi aylık getirilerinde yüzde değişim oranları verilerinin negatif (\tilde{S}_-), sıfıra yakın (\tilde{S}_0), ve pozitif (\tilde{S}_+) şeklinde tanımlanan bulanık durumlara olan üyelik dereceleri Şekil 19’ dan yararlanılarak (5.6)’ da belirtilen fonksiyon yardımı ile hesaplanmıştır:

$$\tilde{S}_- = \begin{cases} 1, & R_t \leq -\%0.225 \\ (-R_t)/0.225\%, & -\%0.225 < R_t < \%0 \\ 0, & d.y \end{cases}$$

$$\tilde{S}_0 = \begin{cases} 1, & R_t = 0\% \\ (0.225\% - R_t)/0.225\%, & 0\% < R_t < 0.225\% \\ (R_t - (-0.225\%))/0.225\%, & -0.225\% < R_t < 0\% \\ 0, & d.y \end{cases}$$

$$\tilde{S}_+ = \begin{cases} 1, & R_t \geq \%0.225 \\ R_t/\%0.225, & 0\% < R_t < \%0.225 \\ 0, & d.y \end{cases} \quad (5.6)$$

Daha sonra ise seçilen dönemde tüm parametreler için hesaplanan R_t değerlerine bakılarak bu değerlerin (5.6) da belirtilen fonksiyonlar yardımı ile buldukları bulanık durumlara olan aitlik dereceleri her bir veri için hesaplanmıştır. Sonraki adımda ise yine analizi yapılacak olan tüm parametreler için bulanık durumların koşullu geçiş olasılıklarından yararlanılarak R_t değerleri için (5.6)' da tanımlanan bulanık durumlar arası olasılık geçiş matrisi \tilde{P} hesaplanmıştır ve sistemin denge durumu hesaplanmıştır.

5.6. EUR_I, USDX, Altın Fiyatları ve JPY/USD Paritesi Hareketlerin klasik Markov Zinciri Olarak Modellenmesi

Bu kısımda, belirtilen parametrelerin belirtilen zaman aralıklarında (5.1) fonksiyonu ile hesaplanan getiri oranlarının aylık yüzde değişim oranı olan (R_t) değerleri BDMZ modelinde tanımlanan bulanık kümeler yerine, klasik kümelerden yararlanılarak Tablo 5' te belirtilen 21 aralığa bağlı olarak tanımlanmış ve her bir parametre için ayrı ayrı klasik Markov zincirleri oluşturulmuştur.

Tablo 5.

Belirtilen parametrelerin (EUR_I, USDX, altın fiyatı ve JPY/USD paritesi için tanımlanan R_t değerleri) klasik kümelerden yararlanılarak 21 durum sınıflandırması

R_t için tanımlanan durumlar	Aralık
S_{-10}	$R_t \leq -2.28$
S_{-9}	$\% - 2.28 < R_t \leq -2.04$
S_{-8}	$\% - 2.04 < R_t \leq -1.80$
S_{-7}	$\% - 1.80 < R_t \leq -1.56$
S_{-6}	$\% - 1.56 < R_t \leq -1.32$
S_{-5}	$\% - 1.32 < R_t \leq -1.08$
S_{-4}	$\% - 1.08 < R_t \leq -0.84$
S_{-3}	$\% - 0.84 < R_t \leq -0.60$
S_{-2}	$\% - 0.60 < R_t \leq -0.36$
S_{-1}	$\% - 0.36 < R_t \leq -0.12$
S_0	$\% - 0.12 < R_t \leq 0.12$
S_1	$\% 0.12 < R_t \leq 0.36$
S_2	$\% 0.36 < R_t \leq 0.60$
S_3	$\% 0.60 < R_t \leq 0.84$
S_4	$\% 0.84 < R_t \leq 1.08$
S_5	$\% 1.08 < R_t \leq 1.32$
S_6	$\% 1.32 < R_t \leq 1.56$
S_7	$\% 1.56 < R_t \leq 1.80$
S_8	$\% 1.80 < R_t \leq 2.04$
S_9	$\% 2.04 < R_t \leq 2.28$
S_{10}	$R_t > 2.28$

Bazı aylar için $R_t(EUR_I)$ ' nin bulunduğu durumlar Tablo 5' te belirtilen aralıklara göre hesaplanmış ve Tablo 6' da birkaç ay için gözlenen durumlar örnek olarak gösterilmiştir.

Tablo 6.

$R_t(EUR_I)$ ' nin Birkaç Ay Buldukları Durumun Klasik Kümelerle Belirlenmesi
Örneği

Tarih	R_t	S_{-10}	S_{-9}	\tilde{S}_{-8}	S_{-7}	S_{-6}	S_{-5}	S_{-4}	\tilde{S}_{-3}	S_{-2}	S_{-1}	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}
May. 2018	-2.19%	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Nis. 2018	-0.71%	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mar. 2018	0.82%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Şub. 2018	-1.26%	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Oc. 2018	1.63%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0

Daha sonra ise, durumlar arası geçişlerin frekans matrislerinden (*Frek.*) yararlanılarak olasılık geçiş matrisleri (*P*) hesaplanmıştır.

Bununla birlikte, BDMZ yöntemi ile modellendiği gibi EUR_I, USDX, altın fiyatları ve JPY/USD paritesi aylık getirilerinde yüzde değişim oranlarındaki hareketler klasik Markov zinciri modeli ile 3 durumlu olarak sınıflandırılmış ve durumlar arası geçiş olasılıkları ve denge durum olasılıkları hesaplanmıştır. Bunun için EUR_I, USDX, altın fiyatları ve JPY/USD paritesi için belirtilen zaman aralıklarında hesaplanan R_t değerlerinde azalmayı gösteren negatif (S_-) durum, değişimin hemen hemen olmadığı yada değişimin yaklaşık olarak sifıra yakın olduğu (S_0) durumu ve değişimin artış yönünde olduğu pozitif (S_+) durum şeklinde tanımlanan klasik kümeler ile Tablo 7' de belirtilen aralıklara göre sınıflandırmalar yapılmıştır.

Tablo 7.

Belirtilen parametrelerin (EUR_I, USDX, altın fiyatı ve JPY/USD paritesi için tanımlanan R_t değerleri) klasik kümelerden yararlanılarak 3 durum sınıflandırması

R_t için tanımlanan durumlar	Aralık
S_-	$R_t \leq -0.12$
S_0	$-0.12 < R_t \leq 0.12$
S_+	$R_t > 0.12$

Daha sonra ise 21 durumlu Markov zincirleri modelinde olduğu gibi yine durumlar arası geçişlerin frekans matrislerinden yararlanılarak olasılık geçiş matrisleri (P) ve sistemin denge durumları hesaplanmıştır.

5.7. Bulgular

Bu kısımda, EUR_I, USDX, altın fiyatları ve JPY/USD paritesi aylık hareketlerinin klasik Markov zincirleri ve BDMZ modeli ile 21 durum ve üç durumlu analizinden elde edilen bulgular sunulmuştur.

5.7.1. BDMZ Modeli ile Elde Edilen Bulgular

Belirtilen parametrelerin durumlarının, 21 üçgensel bulanık küme olarak sınıflandırılmasından sonra, BDMZ modeli ile oluşturulan bulanık durumlar arası geçiş frekans matrisleri ($\widetilde{Frek.}$) aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$\widetilde{Frek.}(EUR_I) =$

	\tilde{S}_{-10}	\tilde{S}_{-9}	\tilde{S}_{-8}	\tilde{S}_{-7}	\tilde{S}_{-6}	\tilde{S}_{-5}	\tilde{S}_{-4}	\tilde{S}_{-3}	\tilde{S}_{-2}	\tilde{S}_{-1}	\tilde{S}_0	\tilde{S}_1	\tilde{S}_2	\tilde{S}_3	\tilde{S}_4	\tilde{S}_5	\tilde{S}_6	\tilde{S}_7	\tilde{S}_8	\tilde{S}_9	\tilde{S}_{10}
\tilde{S}_{-10}	3.82	0.00	0.00	1.64	1.36	0.00	0.40	1.60	0.00	0.76	0.62	0.73	0.69	2.06	1.59	0.18	0.00	1.11	1.36	0.53	4.20
\tilde{S}_{-9}	0.84	0.00	0.00	0.00	0.04	0.50	0.00	0.00	0.00	0.22	0.00	0.96	0.02	0.12	0.06	0.00	0.00	0.43	0.05	0.00	0.80
\tilde{S}_{-8}	0.59	0.59	0.28	0.10	0.03	0.44	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.45	0.06	0.00	0.00
\tilde{S}_{-7}	2.05	0.21	0.46	0.38	0.19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.95	0.56	0.25	0.64	0.00	0.21	0.01	0.00	1.00	1.20	0.00	1.11
\tilde{S}_{-6}	1.67	0.00	0.00	0.32	0.28	0.00	0.00	0.00	0.00	0.41	1.15	0.63	0.32	0.24	1.17	0.03	0.00	0.35	0.43	0.00	0.89
\tilde{S}_{-5}	1.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.39	0.01	0.00	0.00	0.02	0.07	0.17	0.37	0.56	0.78	0.20	0.07	0.00	0.00	0.00	0.36
\tilde{S}_{-4}	0.20	0.04	0.00	0.00	0.00	0.59	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.16	0.56	0.34	0.68	0.55	0.18	0.00	0.27	0.06	1.16
\tilde{S}_{-3}	2.78	0.42	0.00	0.58	0.04	0.00	0.27	0.53	0.00	0.00	0.22	0.39	0.72	0.64	0.34	0.00	0.26	0.06	0.68	0.34	0.49
\tilde{S}_{-2}	0.55	0.02	0.00	0.35	0.03	0.00	0.07	0.13	0.00	0.00	0.23	1.20	0.40	0.14	0.00	0.00	0.57	0.12	0.24	0.40	1.47
\tilde{S}_{-1}	0.00	0.00	0.02	0.71	0.38	0.00	0.00	0.15	0.11	0.30	0.83	0.66	0.98	1.14	1.00	0.61	0.81	0.00	0.00	0.00	0.53
\tilde{S}_0	0.00	0.00	0.09	0.82	0.14	0.01	0.02	0.42	0.70	0.41	0.19	0.26	0.72	0.64	0.09	0.30	0.34	0.58	0.26	0.00	0.07
\tilde{S}_1	0.98	0.17	0.15	0.41	0.84	0.30	1.21	0.46	0.51	0.72	0.03	0.29	0.88	0.66	0.72	0.29	0.64	0.81	0.39	0.01	2.16
\tilde{S}_2	0.02	0.37	0.32	0.20	1.18	0.18	0.20	0.74	1.46	0.29	0.62	0.34	1.01	0.28	0.00	0.27	0.18	1.48	0.70	0.03	0.72
\tilde{S}_3	0.01	1.24	0.30	0.00	0.16	0.02	0.06	0.62	0.55	0.02	0.46	1.47	0.44	0.55	1.05	1.13	0.32	0.51	0.89	0.15	1.51
\tilde{S}_4	0.01	0.40	0.04	0.00	0.75	0.40	0.59	1.36	0.74	0.00	0.07	1.50	0.24	0.01	0.15	0.43	0.41	0.21	1.80	0.48	0.49
\tilde{S}_5	0.31	0.39	0.41	0.27	0.13	0.07	0.11	0.28	0.26	0.00	0.00	0.00	0.00	0.54	0.97	0.00	0.00	0.00	0.18	0.44	0.40
\tilde{S}_6	0.71	0.10	0.10	0.40	0.20	0.00	0.00	0.27	0.24	0.00	0.01	0.10	0.35	0.80	0.54	0.00	0.29	0.48	0.00	0.01	1.98
\tilde{S}_7	0.98	0.00	0.00	0.15	0.97	0.30	0.00	0.22	0.49	0.00	0.47	1.30	0.08	0.35	0.37	0.00	0.51	0.38	0.01	0.65	1.42
\tilde{S}_8	1.47	0.00	0.00	0.07	0.41	0.10	0.21	0.74	0.20	0.34	0.09	0.08	0.28	0.55	0.00	0.00	0.73	0.61	0.01	0.33	2.27
\tilde{S}_9	0.53	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.10	0.00	0.55	0.07	0.92	0.16	0.12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.93
\tilde{S}_{10}	4.64	0.36	0.38	0.84	0.78	0.89	1.62	1.11	0.69	2.36	0.36	1.19	1.74	1.73	1.27	0.76	1.27	0.98	1.00	0.00	2.00

Durumlar arası geçiş frekansı matrisine bakılırsa EUR_I için tanımlanan R_t değerlerinde en çok geçişin \tilde{S}_{10} durumundan \tilde{S}_{-10} durumuna doğru olduğu gözlemlenmiştir.

Frek. (USDX) =

	\tilde{S}_{-10}	\tilde{S}_{-9}	\tilde{S}_{-8}	\tilde{S}_{-7}	\tilde{S}_{-6}	\tilde{S}_{-5}	\tilde{S}_{-4}	\tilde{S}_{-3}	\tilde{S}_{-2}	\tilde{S}_{-1}	\tilde{S}_0	\tilde{S}_1	\tilde{S}_2	\tilde{S}_3	\tilde{S}_4	\tilde{S}_5	\tilde{S}_6	\tilde{S}_7	\tilde{S}_8	\tilde{S}_9	\tilde{S}_{10}
\tilde{S}_{-10}	2.00	0.18	1.49	3.33	0.80	0.76	0.60	0.40	0.02	2.62	1.36	0.58	0.42	0.01	1.34	1.73	0.96	2.40	0.58	0.93	4.07
\tilde{S}_{-9}	1.11	0.54	0.22	0.00	0.40	0.04	0.00	0.03	0.59	0.40	0.05	0.00	0.62	0.70	0.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.11	1.72
\tilde{S}_{-8}	1.80	0.17	0.07	0.64	0.05	0.26	0.09	0.02	0.46	0.89	0.19	0.00	0.17	0.14	0.34	0.84	0.28	0.00	0.67	0.22	1.26
\tilde{S}_{-7}	0.36	0.00	0.00	0.29	0.02	0.98	0.66	0.00	0.81	0.57	1.13	0.02	0.84	0.94	0.54	0.61	0.23	0.00	0.30	0.41	0.89
\tilde{S}_{-6}	3.03	0.35	0.02	0.00	0.00	0.00	0.20	0.27	0.00	0.01	0.77	0.07	0.04	0.03	0.09	0.06	0.00	0.00	0.64	0.56	0.29
\tilde{S}_{-5}	0.70	0.10	0.89	0.09	0.76	0.04	0.29	1.18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.14	0.08	0.71
\tilde{S}_{-4}	1.53	0.00	0.38	0.04	0.48	0.09	0.00	0.06	0.00	0.00	0.00	0.04	0.03	0.00	0.00	0.50	0.01	0.53	0.07	0.27	0.24
\tilde{S}_{-3}	1.96	0.39	1.07	0.06	0.52	0.14	0.01	0.10	0.03	0.00	0.00	0.76	1.16	0.21	0.17	0.89	0.01	0.36	0.04	1.11	1.96
\tilde{S}_{-2}	1.89	0.87	0.22	0.21	0.74	0.00	0.10	1.19	0.57	0.00	0.00	0.40	0.35	0.82	0.32	0.53	0.00	0.00	0.00	0.00	0.67
\tilde{S}_{-1}	0.77	1.22	0.37	0.00	0.00	0.00	0.00	0.79	0.10	0.00	0.00	0.13	0.94	0.20	0.16	0.70	0.62	0.00	0.00	0.00	0.76
\tilde{S}_0	1.34	0.37	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.10	0.19	0.43	0.00	0.83	0.81	0.58	0.00	0.04	0.20	0.00	0.00	0.00	0.00
\tilde{S}_1	0.09	0.64	0.16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.74	1.06	0.69	0.24	0.62	0.30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04	0.00	0.00	1.20
\tilde{S}_2	0.00	0.16	0.04	0.00	0.00	0.00	0.55	1.47	1.03	0.35	0.40	0.40	0.14	0.42	0.00	0.00	0.00	1.10	0.14	0.02	0.60
\tilde{S}_3	1.38	0.64	0.21	0.00	0.00	0.00	0.56	0.72	0.23	0.00	0.37	0.25	0.11	0.34	0.05	0.04	0.00	0.41	0.30	0.00	1.20
\tilde{S}_4	1.00	0.12	0.04	0.16	0.57	0.15	0.08	0.14	0.36	0.00	0.00	0.00	0.44	0.16	0.76	0.89	0.00	0.00	0.00	0.00	0.89
\tilde{S}_5	1.87	0.00	0.34	0.26	0.63	0.55	0.54	1.26	0.83	0.04	0.00	0.00	0.29	0.19	0.97	0.19	0.00	0.58	0.35	0.00	1.11
\tilde{S}_6	0.76	0.00	0.45	0.17	0.02	0.80	0.01	0.02	0.64	0.10	0.00	0.12	0.03	0.00	0.02	0.00	0.00	0.04	0.03	0.00	0.02
\tilde{S}_7	0.00	0.75	0.97	1.03	0.00	0.00	0.40	1.02	0.55	0.03	0.00	0.68	0.17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.25	2.33
\tilde{S}_8	0.00	0.09	0.02	0.33	0.02	0.00	0.13	0.44	0.40	0.50	0.29	0.03	0.62	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.15	0.25
\tilde{S}_9	0.93	0.00	0.00	0.62	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.14	0.08	0.02	0.38	0.09	0.00	0.87	0.02	0.61	0.01	0.00	1.16
\tilde{S}_{10}	4.07	0.00	1.07	2.36	1.36	1.16	0.07	0.98	1.02	0.00	0.00	0.84	0.96	1.95	0.49	2.11	0.89	2.10	0.01	0.89	5.96

USDX için tanımlanan R_t değerlerinde en çok geçişin \tilde{S}_{10} durumundan \tilde{S}_{10} durumuna doğru olduğu gözlemlenmiştir.

$\widetilde{Frek. (Altın f.)} =$

	\tilde{S}_{-10}	\tilde{S}_{-9}	\tilde{S}_{-8}	\tilde{S}_{-7}	\tilde{S}_{-6}	\tilde{S}_{-5}	\tilde{S}_{-4}	\tilde{S}_{-3}	\tilde{S}_{-2}	\tilde{S}_{-1}	\tilde{S}_0	\tilde{S}_1	\tilde{S}_2	\tilde{S}_3	\tilde{S}_4	\tilde{S}_5	\tilde{S}_6	\tilde{S}_7	\tilde{S}_8	\tilde{S}_9	\tilde{S}_{10}	
\tilde{S}_{-10}	8.00	0.67	1.24	0.49	0.60	0.93	0.36	0.40	1.93	2.00	0.76	0.89	1.93	0.18	1.89	1.11	0.00	0.00	0.00	0.96	0.04	18.73
\tilde{S}_{-9}	0.93	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.48	0.14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.98
\tilde{S}_{-8}	0.22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.45	0.51	0.00	0.00	2.36
\tilde{S}_{-7}	1.87	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.13	0.01	0.02	0.02	0.00	0.00	0.00	1.64
\tilde{S}_{-6}	3.25	0.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.83	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.80
\tilde{S}_{-5}	0.46	0.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.69
\tilde{S}_{-4}	0.78	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.49
\tilde{S}_{-3}	0.22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.62
\tilde{S}_{-2}	0.82	0.43	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.49	0.11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2.51
\tilde{S}_{-1}	1.54	0.19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.33	0.07	0.00	0.00	0.10	0.17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.11
\tilde{S}_0	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.28	0.46	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.98
\tilde{S}_1	0.44	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.32	0.13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.13
\tilde{S}_2	1.38	0.00	0.00	0.25	0.13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.40	0.16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.96
\tilde{S}_3	0.18	0.00	0.00	0.41	0.21	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.71
\tilde{S}_4	0.98	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3.11
\tilde{S}_5	1.51	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.18
\tilde{S}_6	0.98	0.19	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
\tilde{S}_7	0.53	0.75	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
\tilde{S}_8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.57	0.38	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02
\tilde{S}_9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2.49
\tilde{S}_{10}	18.00	0.04	2.22	2.53	5.18	1.29	1.42	0.31	1.00	0.93	0.98	0.13	0.96	0.00	0.96	0.53	0.71	0.80	0.02	2.49	23.98	

Altın fiyatları için tanımlanan R_t değerlerinde en çok geçişin yine \tilde{S}_{10} durumundan \tilde{S}_{10} durumuna doğru olduğu gözlemlenmiştir.

$\widetilde{Frek. (JPY/USD)} =$

	\tilde{S}_{-10}	\tilde{S}_{-9}	\tilde{S}_{-8}	\tilde{S}_{-7}	\tilde{S}_{-6}	\tilde{S}_{-5}	\tilde{S}_{-4}	\tilde{S}_{-3}	\tilde{S}_{-2}	\tilde{S}_{-1}	\tilde{S}_0	\tilde{S}_1	\tilde{S}_2	\tilde{S}_3	\tilde{S}_4	\tilde{S}_5	\tilde{S}_6	\tilde{S}_7	\tilde{S}_8	\tilde{S}_9	\tilde{S}_{10}
\tilde{S}_{-10}	5.20	0.80	0.00	0.00	0.00	0.47	1.40	0.09	0.00	0.00	0.00	0.62	1.31	1.07	0.00	0.00	1.91	0.09	0.00	0.00	2.20
\tilde{S}_{-9}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.73
\tilde{S}_{-8}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.35	0.11	0.16	0.57	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.07
\tilde{S}_{-7}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.17	0.59	0.13	0.06	0.21	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04	0.01	0.00	0.00	0.15	0.21	0.00
\tilde{S}_{-6}	0.47	0.00	0.00	0.00	0.30	0.34	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.83	0.13	0.00	0.00	0.27	1.07	0.28
\tilde{S}_{-5}	0.53	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.54	0.53	0.17	0.00	0.00	0.00	0.19	0.83
\tilde{S}_{-4}	0.60	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.17	0.40	0.18	0.00	0.00	0.51	0.40	0.00
\tilde{S}_{-3}	0.40	0.75	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.05	0.04	0.80
\tilde{S}_{-2}	0.00	0.19	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.09	0.24	0.00	0.12	0.66	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.89
\tilde{S}_{-1}	0.53	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.32	0.61	0.00	0.00	0.51	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.93
\tilde{S}_0	0.47	0.00	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00	0.00	0.39	0.34	0.00	0.73	0.64	0.05	0.44	0.56	0.00	0.00	0.00	0.00	0.93
\tilde{S}_1	1.20	0.04	0.00	0.04	0.93	0.00	0.00	0.00	0.43	0.19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.44
\tilde{S}_2	0.91	0.00	0.43	0.83	0.62	0.00	0.00	0.00	0.28	0.12	0.00	0.00	0.87	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
\tilde{S}_3	1.82	0.00	0.04	0.38	0.60	0.00	0.00	0.09	0.89	0.00	0.00	0.00	0.08	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
\tilde{S}_4	1.02	0.00	0.00	0.04	0.07	0.00	0.00	0.00	0.40	0.24	0.00	0.79	0.08	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
\tilde{S}_5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.58	0.13	0.00	0.78	0.28	0.66	0.32	0.00	0.12	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
\tilde{S}_6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.39	0.90	0.00	0.02	0.25	0.81	0.23	0.00	0.00	0.00	0.24	0.67	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
\tilde{S}_7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
\tilde{S}_8	0.00	0.00	0.41	0.15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.38	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
\tilde{S}_9	0.84	0.00	0.33	0.12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.51	0.06	0.00	0.00	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
\tilde{S}_{10}	1.16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.71	0.29	0.00	2.58	1.78	0.64	0.27	0.73	1.65	0.31	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00

JPY/USD için tanımlanan R_t değerlerinde en çok geçişin ise; \tilde{S}_{-10} durumundan \tilde{S}_{-10} durumuna doğru olduğu gözlemlenmiştir.

Belirtilen parametrelerin, R_t değerlerindeki hareketlerin gözlenmesi için (4.3)'teki eşitlik kullanılarak, bulanık durumların BDMZ modeli ile oluşturulan tek adımlı olasılık geçiş matrisleri aşağıda gösterildiği gibi elde edilmiştir.

$\tilde{P}(EUR_I) =$

	\tilde{S}_{-10}	\tilde{S}_{-9}	\tilde{S}_{-8}	\tilde{S}_{-7}	\tilde{S}_{-6}	\tilde{S}_{-5}	\tilde{S}_{-4}	\tilde{S}_{-3}	\tilde{S}_{-2}	\tilde{S}_{-1}	\tilde{S}_0	\tilde{S}_1	\tilde{S}_2	\tilde{S}_3	\tilde{S}_4	\tilde{S}_5	\tilde{S}_6	\tilde{S}_7	\tilde{S}_8	\tilde{S}_9	\tilde{S}_{10}
\tilde{S}_{-10}	.17	0	0	.07	.06	0	.02	.07	0	.03	.03	.03	.03	.09	.07	.01	0	.05	.06	.02	.19
\tilde{S}_{-9}	.21	0	0	0	.01	.12	0	0	0	.05	0	.24	.01	.03	.01	0	0	.11	.01	0	.20
\tilde{S}_{-8}	.23	.23	.11	.04	.01	.17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.18	.02	0	0
\tilde{S}_{-7}	.28	.03	.06	.05	.03	0	0	0	0	.13	.08	.04	.09	0	.03	0	0	.01	.02	0	.15
\tilde{S}_{-6}	.21	0	0	.04	.04	0	0	0	0	.05	.15	.08	.04	.03	.15	0	0	.04	.05	0	.11
\tilde{S}_{-5}	.29	0	0	0	0	.09	0	0	0	.01	.02	.04	.09	.13	.19	.05	.02	0	0	0	.09
\tilde{S}_{-4}	.04	.01	0	0	0	.12	0	0	0	0	0	.03	.12	.07	.14	.12	.04	0	.06	.01	.24
\tilde{S}_{-3}	.32	.05	0	.07	0	0	.03	.06	0	0	.02	.04	.08	.07	.04	0	.03	.01	.08	.04	.06
\tilde{S}_{-2}	.09	0	0	.06	0	0	.01	.02	0	0	.04	.20	.07	.02	0	0	.10	.02	.04	.07	.25
\tilde{S}_{-1}	0	0	0	.10	.05	0	0	.02	.02	.04	.11	.09	.13	.16	.01	.08	.11	0	0	0	.07
\tilde{S}_0	0	0	.01	.14	.02	0	0	.07	.12	.07	.03	.04	.12	.11	.02	.05	.06	.10	.04	0	.01
\tilde{S}_1	.08	.01	.01	.03	.07	.02	.10	.04	.04	.06	0	.02	.07	.05	.06	.02	.05	.06	.03	0	.17
\tilde{S}_2	0	.03	.03	.02	.11	.02	.02	.07	.14	.03	.06	.03	.10	.03	0	.03	.02	.14	.07	0	.07
\tilde{S}_3	0	.11	.03	0	.01	0	0	.05	.05	0	.04	.13	.04	.05	.09	.10	.03	.04	.08	.01	.13
\tilde{S}_4	0	.04	0	0	.07	.04	.06	.14	.07	0	.01	.15	.02	0	.01	.04	.04	.02	.18	.05	.05
\tilde{S}_5	.07	.08	.09	.06	.03	.01	.02	.06	.05	0	0	0	0	.11	.20	0	0	0	.04	.09	.08
\tilde{S}_6	.11	.01	.02	.06	.03	0	0	.04	.04	0	0	.02	.05	.12	.08	0	.04	.07	0	0	.30
\tilde{S}_7	.11	0	0	.02	.11	.03	0	.03	.06	0	.05	.15	0	.04	.04	0	.06	.04	0	.08	.16
\tilde{S}_8	.17	0	0	.01	.05	.01	.03	.09	.02	.04	.01	.01	.01	.06	0	0	.09	.07	0	.04	.27
\tilde{S}_9	.16	0	0	0	0	0	.01	.03	0	.16	.02	.27	.03	.03	0	0	0	0	0	0	.27
\tilde{S}_{10}	.18	.01	.01	.03	.03	.03	.06	.04	.03	.09	.01	.05	0	.07	.05	.03	.05	.04	.04	0	.08

$\tilde{P}(EUR_I)$ matrisi, $R_t(EUR_I)$ için tanımlanan bulanık durumların tek adımlı olasılık geçiş matrisini göstermektedir. Örnek olarak $R_t(EUR_I): \tilde{S}_{-4}$ ($\% -1.125 < R_t(EUR_I) \leq \% -0.675$) durumunda iken bir sonraki ay \tilde{S}_{10} ($> \%2.025$) durumuna geçme olasılığı $\tilde{P}(\tilde{S}_{10}|\tilde{S}_{-4}) = \%24$ olarak hesaplanmıştır. Ayrıca getirinin yüksek kabul edildiği \tilde{S}_{10} durumundan \tilde{S}_{-10} ($< \% -2.025$) durumuna geçiş olasılığı $\%18$ olup diğer tüm durumlara geçiş olasılığından daha yüksektir. Bu da EUR_I aylık getirisinde riskin yüksek olduğunu göstermektedir.

$\tilde{P}(USD\mathcal{X}) =$

	\tilde{S}_{-10}	\tilde{S}_{-9}	\tilde{S}_{-8}	\tilde{S}_{-7}	\tilde{S}_{-6}	\tilde{S}_{-5}	\tilde{S}_{-4}	\tilde{S}_{-3}	\tilde{S}_{-2}	\tilde{S}_{-1}	\tilde{S}_0	\tilde{S}_1	\tilde{S}_2	\tilde{S}_3	\tilde{S}_4	\tilde{S}_5	\tilde{S}_6	\tilde{S}_7	\tilde{S}_8	\tilde{S}_9	\tilde{S}_{10}
\tilde{S}_{-10}	.08	.01	.06	.13	.03	.03	.02	.02	0	.10	.05	.02	.02	0	.05	.07	.04	.09	.02	.04	.15
\tilde{S}_{-9}	.16	.08	.03	0	.06	.01	0	0	.08	.06	.01	0	.09	.10	.07	0	0	0	0	.02	.24
\tilde{S}_{-8}	.21	.02	.01	.07	.01	.03	.01	0	.05	.10	.02	0	.02	.02	.04	.10	.03	0	.08	.03	.15
\tilde{S}_{-7}	.04	0	0	.03	0	.10	.07	0	.08	.06	.12	0	.09	.10	.06	.06	.02	0	.03	.04	.09
\tilde{S}_{-6}	.47	.05	0	0	0	0	.03	.04	0	0	.12	.01	.01	0	.01	.01	0	0	.10	.09	.04
\tilde{S}_{-5}	.14	.02	.18	.02	.15	.01	.06	.24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.03	.02	.14
\tilde{S}_{-4}	.36	0	.09	.01	.11	.02	0	.01	0	0	0	.01	.01	0	0	.12	0	.12	.02	.06	.06
\tilde{S}_{-3}	.18	.04	.10	.01	.05	.01	0	.01	0	0	0	.07	.11	.02	.02	.08	0	.03	0	.10	.18
\tilde{S}_{-2}	.21	.10	.03	.02	.08	0	.01	.13	.06	0	0	.05	.04	.09	.04	.06	0	0	0	0	.08
\tilde{S}_{-1}	.11	.18	.05	0	0	0	0	.12	.01	0	0	.02	.14	.03	.02	.10	.09	0	0	0	.11
\tilde{S}_0	.27	.08	0	0	0	0	0	.02	.04	.09	0	.17	.17	.12	0	.01	.04	0	0	0	0
\tilde{S}_1	.02	.11	.03	0	0	0	0	.13	.18	.12	.04	.11	.05	0	0	0	0	.01	0	0	.21
\tilde{S}_2	0	.02	0	0	0	0	.06	.17	.12	.04	.05	.04	.02	.05	0	0	0	.13	.02	0	.30
\tilde{S}_3	.20	.09	.03	0	0	0	.08	.11	.03	0	.05	.04	.02	.05	.01	.01	0	.06	.04	0	.18
\tilde{S}_4	.17	.02	.01	.03	.10	.03	.01	.02	.06	0	0	0	.08	.03	.13	.15	0	0	0	0	.15
\tilde{S}_5	.19	0	.03	.03	.06	.06	.05	.13	.08	0	0	0	.03	.02	.10	.02	0	.06	.04	0	.11
\tilde{S}_6	.23	0	.14	.05	.01	.25	0	.01	.20	.03	0	.04	.01	0	.01	0	0	.01	.01	0	.01
\tilde{S}_7	0	.09	.12	.13	0	0	.05	.13	.07	0	0	.08	.02	0	0	0	0	0	0	.03	.28
\tilde{S}_8	0	.03	.01	.10	.01	0	.04	.13	.12	.15	.09	.01	.19	0	0	0	0	0	0	.05	.08
\tilde{S}_9	.19	0	0	.13	.01	0	0	0	0	.03	.02	0	.08	.02	0	.17	0	.12	0	0	.23
\tilde{S}_{10}	.14	0	.04	.08	.05	.04	0	.03	.04	0	0	.03	.03	.07	.02	.07	.03	.07	0	.03	.21

(Uzun ve Kıral, 2018)

Burada da $\tilde{P}(USD\mathcal{X})$: $R_t(USD\mathcal{X})$ için tanımlanan bulanık durumların tek adımlı olasılık geçiş matrisidir. $R_t(USD\mathcal{X})$ ' in \tilde{S}_{-6} ($\% -1.575 < R_t(USD\mathcal{X}) < \% -1.125$) durumundan \tilde{S}_{-10} ($< \% -2.025$) durumuna geçme olasılığı $\% 47$ iken \tilde{S}_7 ($\%1.35 < R_t(USD\mathcal{X}) < \%1.80$) durumundan \tilde{S}_{10} ($> \%2.025$) durumuna geçme olasılığının ise $\%28$ olduğu görülmektedir.

$\tilde{P}(\text{Altın } f.) =$

	\tilde{S}_{-10}	\tilde{S}_{-9}	\tilde{S}_{-8}	\tilde{S}_{-7}	\tilde{S}_{-6}	\tilde{S}_{-5}	\tilde{S}_{-4}	\tilde{S}_{-3}	\tilde{S}_{-2}	\tilde{S}_{-1}	\tilde{S}_0	\tilde{S}_1	\tilde{S}_2	\tilde{S}_3	\tilde{S}_4	\tilde{S}_5	\tilde{S}_6	\tilde{S}_7	\tilde{S}_8	\tilde{S}_9	\tilde{S}_{10}
\tilde{S}_{-10}	.19	.02	.03	.01	.01	.02	.01	.01	.04	.05	.02	.02	.04	0	.04	.03	0	0	.02	0	.43
\tilde{S}_{-9}	.37	0	0	0	0	0	.19	.05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.39
\tilde{S}_{-8}	.06	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.13	.14	0	0	.67
\tilde{S}_{-7}	.51	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.03	0	.01	.01	0	0	.45
\tilde{S}_{-6}	.53	.03	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.14	.01	0	0	0	0	.29
\tilde{S}_{-5}	.21	.03	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.76
\tilde{S}_{-4}	.34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.66
\tilde{S}_{-3}	.26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.74
\tilde{S}_{-2}	.19	.10	0	0	0	0	0	0	.11	.02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.58
\tilde{S}_{-1}	.44	.06	0	0	0	0	0	0	.09	.02	0	0	.03	.05	0	0	0	0	0	0	.32
\tilde{S}_0	.01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.16	.26	0	0	0	0	0	0	.56
\tilde{S}_1	.43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.31	.13	0	0	0	0	0	.13
\tilde{S}_2	.42	0	0	.08	.04	0	0	0	0	0	0	0	0	.12	.05	0	0	0	0	0	.29
\tilde{S}_3	.12	0	0	.27	.14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.47
\tilde{S}_4	.24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.76
\tilde{S}_5	.89	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.11
\tilde{S}_6	.83	.16	.01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
\tilde{S}_7	.40	.56	.04	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
\tilde{S}_8	0	0	0	0	0	0	0	0	.59	.39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.02
\tilde{S}_9	0	0	0	0	0	0	0	0	.01	.01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.98
\tilde{S}_{10}	.28	0	.03	.04	.08	.02	.02	0	.02	.01	.02	0	.01	0	.01	.01	.01	.01	0	.04	.37

(Uzun ve Kiral, 2017)

$\tilde{P}(\text{Altın } f.)$: $R_t(\text{Altın } f.)$ verilerinin, \tilde{S}_9 durumunda olduğu bir aydan sonraki ay \tilde{S}_{10} durumuna geçme olasılığı % 98 dir. Ayrıca $R_t(\text{Altın } f.)$ ' nin $\tilde{S}_{10}(> \%2.025)$ durumunda olduğu bir aydan sonraki ay \tilde{S}_{10} durumuna geçme olasılığı %37 olup $\tilde{S}_{-10}(< -\%2.025)$ durumuna geçme olasılığı ise %28 dir. Bununla birlikte R_t nin \tilde{S}_{-10} durumunda olduğu bir aydan sonraki ay R_t nin \tilde{S}_{10} durumuna geçme olasılığı %43 ve \tilde{S}_{-10} durumuna geçme olasılığının ise %19 olduğu gözlemlenmiştir.

$\tilde{P}(JPY/USD)=$

	\tilde{S}_{-10}	\tilde{S}_{-9}	\tilde{S}_{-8}	\tilde{S}_{-7}	\tilde{S}_{-6}	\tilde{S}_{-5}	\tilde{S}_{-4}	\tilde{S}_{-3}	\tilde{S}_{-2}	\tilde{S}_{-1}	\tilde{S}_0	\tilde{S}_1	\tilde{S}_2	\tilde{S}_3	\tilde{S}_4	\tilde{S}_5	\tilde{S}_6	\tilde{S}_7	\tilde{S}_8	\tilde{S}_9	\tilde{S}_{10}	
\tilde{S}_{-10}	0.34	0.05	0	0	0	.03	.09	.01	0	0	0	.04	.09	.07	0	0	.13	.01	0	0	.15	
\tilde{S}_{-9}	0	0	0	0	0	.01	.01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.98
\tilde{S}_{-8}	0	0	0	0	0	.28	.09	.13	.45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.05
\tilde{S}_{-7}	0	0	0	0	.11	.38	.08	.04	.13	0	0	0	0	0	.02	0	0	0	.10	.13	0	0
\tilde{S}_{-6}	.13	0	0	0	.08	.09	0	0	0	0	0	0	0	0	.22	.03	0	0	.07	.29	.07	0
\tilde{S}_{-5}	.19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.19	.19	.06	0	0	0	0	.07	.30
\tilde{S}_{-4}	.26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.08	.18	.08	0	0	.22	.18	0	0
\tilde{S}_{-3}	.17	.32	.02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.01	.08	0	0	0	0	0	.02	.02	.35
\tilde{S}_{-2}	0	.06	0	0	0	0	0	0	0	.03	.08	0	.04	.21	0	0	0	0	0	0	0	.59
\tilde{S}_{-1}	.18	0	0	0	0	0	0	0	0	.11	.21	0	0	.17	.02	0	0	0	0	0	0	.31
\tilde{S}_0	.10	0	0	0	0	0	0	0	0	.09	.07	0	.16	.14	.01	.10	.12	0	0	0	0	.20
\tilde{S}_1	.37	.01	0	.01	.28	0	0	0	.13	.06	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.14
\tilde{S}_2	.22	0	.10	.20	.15	0	0	0	.07	.03	0	0	.21	.01	0	0	0	0	0	0	0	0
\tilde{S}_3	.47	0	.01	.10	.15	0	0	.02	.23	0	0	0	.02	0	0	0	0	0	0	0	0	0
\tilde{S}_4	.39	0	0	.01	.03	0	0	0	.15	.09	0	.30	.03	0	0	0	0	0	0	0	0	0
\tilde{S}_5	0	0	0	0	.20	.04	0	.27	.10	.23	.11	0	.04	0	0	0	0	0	0	0	0	0
\tilde{S}_6	0	0	0	0	.11	.26	0	.01	.07	.23	.07	0	0	0	0	.07	.19	0	0	0	0	0
\tilde{S}_7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.27	.73	0	0	0	0	0
\tilde{S}_8	0	0	.42	.15	0	0	0	0	0	0	0	.38	.05	0	0	0	0	0	0	0	0	0
\tilde{S}_9	.44	0	.17	.06	0	0	0	0	0	0	0	.27	.03	0	0	.02	0	0	0	0	0	0
\tilde{S}_{10}	.10	0	0	0	0	0	0	.06	.03	0	.23	.16	.06	.02	.07	.15	.03	0	0	0	0	.09

Burada ise $R_t(JPY/USD)$: \tilde{S}_{-9} ($\% -2.25 < R_t(JPY/USD) < \% -1.80$) durumunda iken bir sonraki ay için \tilde{S}_{10} ($> \%2.025$) durumuna geçme olasılığı $\tilde{P}(\tilde{S}_{10}|\tilde{S}_{-9}) = \%98$ olarak hesaplanmıştır. Bu durum $R_t(JPY/USD)$ ' nin \tilde{S}_{-9} durumunda olduğunda bir sonraki ay kazancın yüksek olacağını göstermektedir. Bunun

yanında getirinin \tilde{S}_3 ($\%0.45 < R_t(JPY/USD) < \%0.90$) durumundan \tilde{S}_{-10} ($< -\%2.025$) durumuna geçiş olasılığı $\%47$ olup $R_t(JPY/USD)$ ' nin \tilde{S}_3 durumunda olduğu bir aydan sonraki ay USD karşısında yatırımcıları zarara uğratmasının daha yüksek olasılık içerdiği gözlemlenmiştir.

Tanımlanan tüm durumlar arası geçiş olasılıkları tüm parametreler için elde edilen olasılık geçiş matrisleri yardımıyla ayrı ayrı incelenebilir.

Belirtilen parametreler için BDMZ yöntemi ile elde edilen bulanık durumlar arası olasılık geçiş matrisleri (21 durum için), denge durumlarına aşağıda belirtildiği süreç itibari ile erişmişlerdir.

$\tilde{P}(EUR_I)$ denge durumuna 4 adımda ulaşmakta olup denge durum matrisi $(\tilde{P}(EUR_I))^4$ aşağıda gösterildiği biçimde elde edilmiştir:

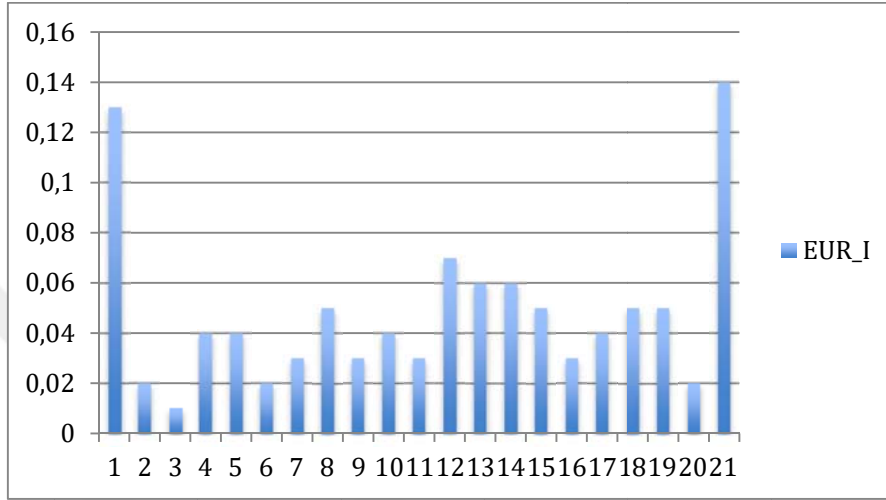
$$(\tilde{P}(EUR_I))^4 =$$

	\tilde{S}_{-10}	\tilde{S}_{-9}	\tilde{S}_{-8}	\tilde{S}_{-7}	\tilde{S}_{-6}	\tilde{S}_{-5}	\tilde{S}_{-4}	\tilde{S}_{-3}	\tilde{S}_{-2}	\tilde{S}_{-1}	\tilde{S}_0	\tilde{S}_1	\tilde{S}_2	\tilde{S}_3	\tilde{S}_4	\tilde{S}_5	\tilde{S}_6	\tilde{S}_7	\tilde{S}_8	\tilde{S}_9	\tilde{S}_{10}
\tilde{S}_{-10}	.13	.02	.01	.04	.04	.02	.03	.05	.03	.04	.03	.07	.06	.06	.05	.03	.04	.05	.05	.02	.14
\tilde{S}_{-9}	.13	.02	.01	.04	.04	.02	.03	.05	.03	.04	.03	.07	.06	.06	.05	.03	.04	.05	.05	.02	.14
\tilde{S}_{-8}	.13	.02	.01	.04	.04	.02	.03	.05	.03	.04	.03	.07	.06	.06	.05	.03	.04	.05	.05	.02	.14
\tilde{S}_{-7}	.13	.02	.01	.04	.04	.02	.03	.05	.03	.04	.03	.07	.06	.06	.05	.03	.04	.05	.05	.02	.14
\tilde{S}_{-6}	.13	.02	.01	.04	.04	.02	.03	.05	.03	.04	.03	.07	.06	.06	.05	.03	.04	.05	.05	.02	.14
\tilde{S}_{-5}	.13	.02	.01	.04	.04	.02	.03	.05	.03	.04	.03	.07	.06	.06	.05	.03	.04	.05	.05	.02	.14
\tilde{S}_{-4}	.13	.02	.01	.04	.04	.02	.03	.05	.03	.04	.03	.07	.06	.06	.05	.03	.04	.05	.05	.02	.14
\tilde{S}_{-3}	.13	.02	.01	.04	.04	.02	.03	.05	.03	.04	.03	.07	.06	.06	.05	.03	.04	.05	.05	.02	.14
\tilde{S}_{-2}	.13	.02	.01	.04	.04	.02	.03	.05	.03	.04	.03	.07	.06	.06	.05	.03	.04	.05	.05	.02	.14
\tilde{S}_{-1}	.13	.02	.01	.04	.04	.02	.03	.05	.03	.04	.03	.07	.06	.06	.05	.03	.04	.05	.05	.02	.14
\tilde{S}_0	.13	.02	.01	.04	.04	.02	.03	.05	.03	.04	.03	.07	.06	.06	.05	.03	.04	.05	.05	.02	.14
\tilde{S}_1	.13	.02	.01	.04	.04	.02	.03	.05	.03	.04	.03	.07	.06	.06	.05	.03	.04	.05	.05	.02	.14
\tilde{S}_2	.13	.02	.01	.04	.04	.02	.03	.05	.03	.04	.03	.07	.06	.06	.05	.03	.04	.05	.05	.02	.14
\tilde{S}_3	.13	.02	.01	.04	.04	.02	.03	.05	.03	.04	.03	.07	.06	.06	.05	.03	.04	.05	.05	.02	.14
\tilde{S}_4	.13	.02	.01	.04	.04	.02	.03	.05	.03	.04	.03	.07	.06	.06	.05	.03	.04	.05	.05	.02	.14
\tilde{S}_5	.13	.02	.01	.04	.04	.02	.03	.05	.03	.04	.03	.07	.06	.06	.05	.03	.04	.05	.05	.02	.14
\tilde{S}_6	.13	.02	.01	.04	.04	.02	.03	.05	.03	.04	.03	.07	.06	.06	.05	.03	.04	.05	.05	.02	.14
\tilde{S}_7	.13	.02	.01	.04	.04	.02	.03	.05	.03	.04	.03	.07	.06	.06	.05	.03	.04	.05	.05	.02	.14
\tilde{S}_8	.13	.02	.01	.04	.04	.02	.03	.05	.03	.04	.03	.07	.06	.06	.05	.03	.04	.05	.05	.02	.14
\tilde{S}_9	.13	.02	.01	.04	.04	.02	.03	.05	.03	.04	.03	.07	.06	.06	.05	.03	.04	.05	.05	.02	.14
\tilde{S}_{10}	.13	.02	.01	.04	.04	.02	.03	.05	.03	.04	.03	.07	.06	.06	.05	.03	.04	.05	.05	.02	.14

olup $\tilde{\pi}_{EUR_I}$; $\tilde{P}(EUR_I)$ denge durum olasılık vektörü olarak aşağıdaki gibi gösterilebilmektedir.

$$\tilde{\pi}_{EUR_I} =$$

$$\begin{array}{c} \tilde{S}_{-10} \quad \tilde{S}_{-9} \quad \tilde{S}_{-8} \quad \tilde{S}_{-7} \quad \tilde{S}_{-6} \quad \tilde{S}_{-5} \quad \tilde{S}_{-4} \quad \tilde{S}_{-3} \quad \tilde{S}_{-2} \quad \tilde{S}_{-1} \quad \tilde{S}_0 \quad \tilde{S}_1 \quad \tilde{S}_2 \quad \tilde{S}_3 \quad \tilde{S}_4 \quad \tilde{S}_5 \quad \tilde{S}_6 \quad \tilde{S}_7 \quad \tilde{S}_8 \quad \tilde{S}_9 \quad \tilde{S}_{10} \\ \tilde{S}_i \left| \begin{array}{cccccccccccccccccccc} .13 & .02 & .01 & .04 & .04 & .02 & .03 & .05 & .03 & .04 & .03 & .07 & .06 & .06 & .05 & .03 & .04 & .05 & .05 & .02 & .14 \end{array} \right| \end{array}$$



Şekil 20. $\tilde{\pi}_{EUR_I}$ grafiği

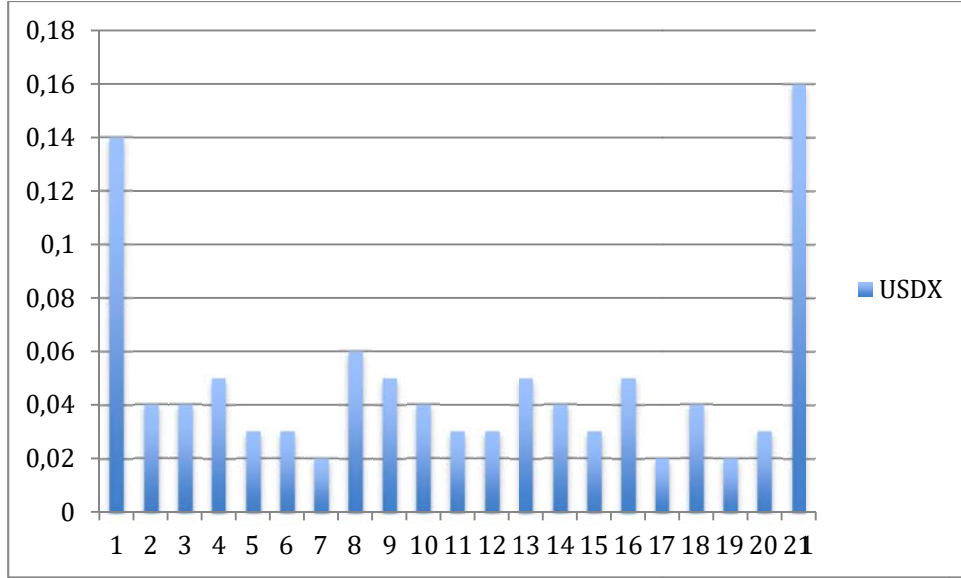
$R_t(EUR_I)$ denge durum olasılık dağılımı: \tilde{S}_{-10} ' dan \tilde{S}_{10} ' a kadar 21 durum için histogram olarak Şekil 20' de gösterilmiştir. π_{EUR_I} vektörü sistemin başlangıçtaki durumuna bakılmaksızın 4 ay içinde diğer durumlara geçiş olasılıklarını göstermektedir. Bu sonuçlar Avro endeksinde getirinin 4 aylık bir dönemde %42 düşeceğini %3 değişimin 0 a yakın bir değerde olacağını %55 ise artış durumunda olacağını göstermektedir.

$\tilde{P}(USD_X)$; denge durumuna 5 adımda ulaşmakta olup denge durum olasılık dağılım matrisi $\tilde{\pi}_{USD_X}$ ise aşağıda gösterildiği gibi hesaplanmıştır:

$$\tilde{\pi}_{USD_X} =$$

$$\begin{array}{c} \tilde{S}_{-10} \quad \tilde{S}_{-9} \quad \tilde{S}_{-8} \quad \tilde{S}_{-7} \quad \tilde{S}_{-6} \quad \tilde{S}_{-5} \quad \tilde{S}_{-4} \quad \tilde{S}_{-3} \quad \tilde{S}_{-2} \quad \tilde{S}_{-1} \quad \tilde{S}_0 \quad \tilde{S}_1 \quad \tilde{S}_2 \quad \tilde{S}_3 \quad \tilde{S}_4 \quad \tilde{S}_5 \quad \tilde{S}_6 \quad \tilde{S}_7 \quad \tilde{S}_8 \quad \tilde{S}_9 \quad \tilde{S}_{10} \\ \tilde{S}_i \left| \begin{array}{cccccccccccccccccccc} .14 & .04 & .04 & .05 & .03 & .03 & .02 & .06 & .05 & .04 & .03 & .03 & .05 & .04 & .03 & .05 & .02 & .04 & .02 & .03 & .16 \end{array} \right| \end{array}$$

(Uzun ve Kırıl, 2018)



Şekil 21. $\tilde{\pi}_{USD X}$ grafiği

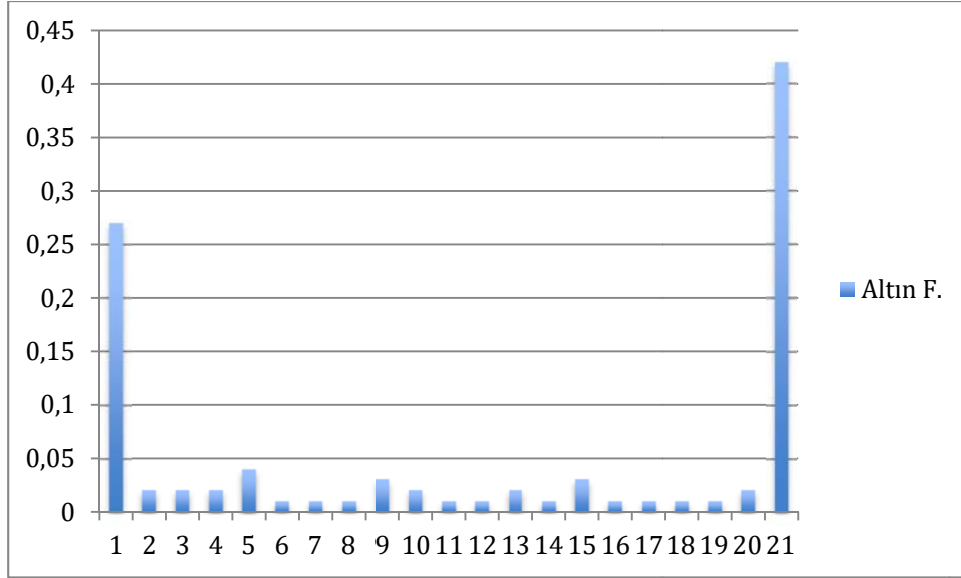
$R_t(USD X)$ denge durum olasılık dağılımı histogram olarak Şekil 21’ de gösterilmiştir. $\pi_{USD X}$; USD X hareketlerinin uzun dönemde olasılık dağılımını göstermektedir. Elde edilen sonuçlara göre 5 ay içinde USD X’ in yüksek artış olasılığının %16 olup yüksek düşüş olasılığının ise % 14 olduğu hesaplanmıştır. Fakat toplamda 5 ay içinde USD X’ in düşme olasılığı yükselme olasılığından %3 daha fazladır.

$\tilde{P}(\text{Altın f.})$ matrisi denge durumuna 5 adımda ulaşmakta olup $\tilde{P}(\text{Altın f.})$ denge durum olasılık dağılımı ($\tilde{\pi}_{\text{Altın f.}}$) aşağıdaki gibi hesaplanmıştır:

$$\tilde{\pi}_{\text{Altın f.}} =$$

$$\begin{array}{c} \tilde{S}_{-10} \quad \tilde{S}_{-9} \quad \tilde{S}_{-8} \quad \tilde{S}_{-7} \quad \tilde{S}_{-6} \quad \tilde{S}_{-5} \quad \tilde{S}_{-4} \quad \tilde{S}_{-3} \quad \tilde{S}_{-2} \quad \tilde{S}_{-1} \quad \tilde{S}_0 \quad \tilde{S}_1 \quad \tilde{S}_2 \quad \tilde{S}_3 \quad \tilde{S}_4 \quad \tilde{S}_5 \quad \tilde{S}_6 \quad \tilde{S}_7 \quad \tilde{S}_8 \quad \tilde{S}_9 \quad \tilde{S}_{10} \\ \tilde{S}_i \left| \begin{array}{cccccccccccccccccccc} .27 & .02 & .02 & .02 & .04 & .01 & .01 & .01 & .03 & .02 & .01 & .01 & .02 & .01 & .03 & .01 & .01 & .01 & .01 & .02 & .42 \end{array} \right| \end{array}$$

(Uzun ve Kıral, 2017)



Şekil 22. $\tilde{\pi}_{Altın f.}$ grafiği

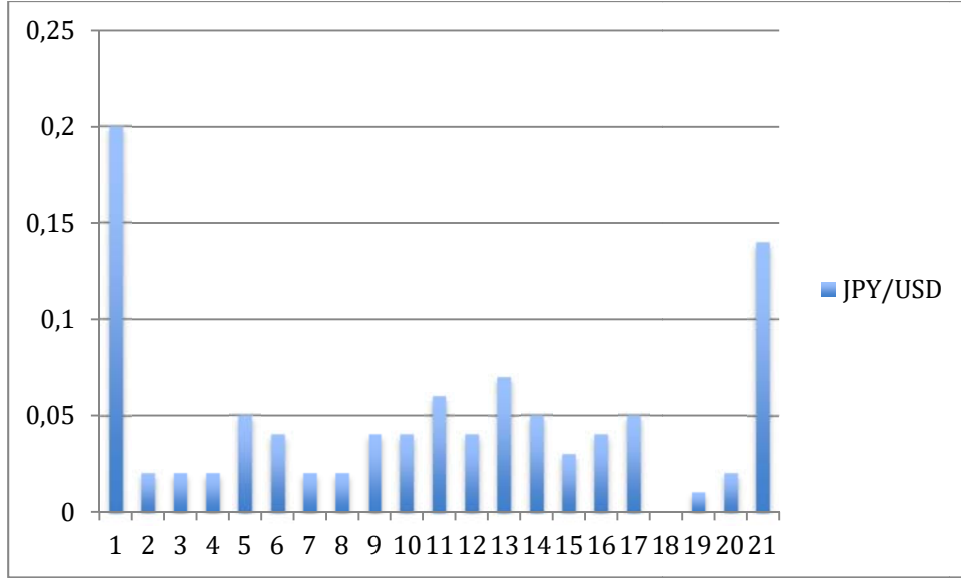
$R_t(Altın f.)$ denge durum olasılık dağılımı histogram olarak Şekil 22' de gösterilmiştir. Altın fiyatı denge durum olasılık dağılımı ile altın fiyatının başlangıçta bulunduğu durumdan bağımsız olarak; uzun vadede (5 aylık dönemde) getirisinin % 42 olasılıkla \tilde{S}_{10} durumunda olacağı hesaplanmıştır.

$\tilde{P}(JPY/USD)$ matrisi denge durumuna 8 adımda ulaşmakta olup $\tilde{\pi}_{JPY/USD}$ denge durum olasılık matrisi ise:

$$\tilde{\pi}_{JPY/USD} =$$

$$\begin{array}{c} \tilde{S}_{-10} \quad \tilde{S}_{-9} \quad \tilde{S}_{-8} \quad \tilde{S}_{-7} \quad \tilde{S}_{-6} \quad \tilde{S}_{-5} \quad \tilde{S}_{-4} \quad \tilde{S}_{-3} \quad \tilde{S}_{-2} \quad \tilde{S}_{-1} \quad \tilde{S}_0 \quad \tilde{S}_1 \quad \tilde{S}_2 \quad \tilde{S}_3 \quad \tilde{S}_4 \quad \tilde{S}_5 \quad \tilde{S}_6 \quad \tilde{S}_7 \quad \tilde{S}_8 \quad \tilde{S}_9 \quad \tilde{S}_{10} \\ \tilde{S}_i \left| \begin{array}{cccccccccccccccccccc} .20 & .02 & .02 & .02 & .05 & .04 & .02 & .02 & .04 & .04 & .06 & .04 & .07 & .05 & .03 & .04 & .05 & .00 & .01 & .02 & .14 \end{array} \right| \end{array}$$

olarak hesaplanmıştır.



Şekil 23. $\tilde{\pi}_{JPY/USD}$ grafiği

$R_t(JPY/USD)$ denge durum olasılık dağılımı histogram olarak Şekil 23' te gösterilmiştir. Burada da π vektörü JPY/USD paritesi aylık yüzde getiri oranının başlangıçta bulunduğu durumdan bağımsız olarak 8 ay içindeki diğer durumlara geçiş olasılıklarını göstermektedir. Bu sonuçlar JPY/USD paritesi aylık getirisinin uzun dönemde %48 düşeceğini, %6 değişimin ne artış ne de azalış şeklinde bir değerde olacağını, %46 ise artış yönünde hareket edeceğini göstermektedir. Bu durum uzun dönemde JPY ve USD para birimlerinin birbirlerine karşı önemli bir üstünlük sağlamadığını göstermektedir.

Belirtilen dönemlerde R_t değerleri için hesaplanan ortalama ve standart sapma değerleri Tablo 8' de gösterilmiştir. EUR_I ve altın fiyatı R_t değerlerinin ortalamalarının pozitif olduğu gözlemlenmiş ve altın f. ortalamasının ise en yüksek olduğu gözlemlenmiştir. Fakat yine standart sapması en yüksek olan parametrenin altın olduğu gözlemlenmiştir. Bu durum altının da riskli bir yatırım aracı olduğunu göstermektedir.

Tablo 8.

Belirtilen parametrelerin R_t değerleri için belirtilen dönemde hesaplanan istatistikideğerleri

	EUR_I	USDX	JPY/USD	Altın F.
Ortalama	0.10%	-0.02%	-0.15%	0.83%
Std. sapma	0.02266	0.02377	0.02576	0.05416

Tahmini yapılan finansal araçların 21 sınıf için hesaplanan Markov zinciri denge durum olasılık dağılımları arasında oluşan korelasyon değerleri Tablo 9’ da gösterilmiştir.

Tablo 9.

Belirtilen parametrelerin R_t değerlerinin 21 durum için hesaplanan denge durum olasılıkları korelasyonu

	EURO_I	USDX	JPY/USD	ALTIN F.
EURO_I	1.00	0.85	0.82	0.86
USDX		1.00	0.84	0.94
JPY/USD			1.00	0.83
ALTIN F.				1.00

biçiminde hesaplanmıştır. Buna göre tüm finansal araçların uzun dönemde oluşan Markov zinciri denge durum dağılımları arasında yüksek derecede pozitif yönde doğrusal bir ilişki vardır. Bununla birlikte denge durumu olasılık dağılımları arasında en yüksek doğrusal ilişkinin: 0.94 değeri ile USDX ile altın fiyatları arasında olduğu gözlemlenmiştir.

Tahmini yapılan finansal araçların belirtilen dönemlerde birbirleri ile eşleşen zaman aralıkları verileri için elde edilen R_t değerleri arasındaki korelasyon değerleri ise Tablo 10’ da gösterilmiştir.

Tablo 10.

Belirtilen parametrelerin R_t değerlerinin birbirleriyle eşleşen zaman aralığındaki korelasyonu

	EURO_I	USDX	JPY/USD	ALTIN F.
EURO_I	1.00	-0.91	0.17	0.30
USDX		1.00	-0.48	-0.45
JPY/USD			1.00	0.65
ALTIN F.				1.00

olarak hesaplanmıştır. Buna göre USDX ile EUR_I arasında negatif yönde çok yüksek (-0.91) bir ilişki vardır. JPY/USD ile altın fiyatları arasında yüksek derecede pozitif bir

ilişki vardır. EUR_I ile altın fiyatları arasında önemsiz bir ilişki olup USDX ile JPY/USD ve altın fiyatları arasında ise negatif yönde orta derecede bir ilişki olduğu gözlemlenmiştir.

Belirtilen dönemlerde analizi yapılan yatırım araçları için hesaplanan R_t verilerinin üçgensel bulanık kümeler olarak tanımlanan sınıflarda bulunmalarının sayısı (toplam aitlik dereceleri) Tablo11’ de, verilerin sınıflara olan aitlik dereceleri yüzdesel olarak ise Tablo 12’ de gösterilmiştir. Verilerin her bir yatırım aracı için çoğunlukla $\tilde{S}_{10}(> \%2.025)$ veya $\tilde{S}_{-10}(< \% - 2.025)$ durumlarında buldukları görülmektedir. Altın fiyatları için hesaplanan R_t ’ nin \tilde{S}_{10} durumunda bulunması oranının %42 ile analizi yapılan diğer yatırım araçlarından oldukça yüksek olduğu gözlemlenmiştir. Bununla birlikte, yine altın için hesaplanan R_t ’ nin \tilde{S}_{-10} durumunda bulunma olasılığı %27 olup bu değer, analizi yapılan diğer yatırım araçlarından daha yüksektir.

Tablo 11.

Belirtilen Dönemlerde R_t Verilerinin Tanımlanan Bulanık Kümelere Aitlik Durum Frekansları

R_t	\tilde{S}_{-10}	\tilde{S}_{-9}	\tilde{S}_{-8}	\tilde{S}_{-7}	\tilde{S}_{-6}	\tilde{S}_{-5}	\tilde{S}_{-4}	\tilde{S}_{-3}	\tilde{S}_{-2}	\tilde{S}_{-1}	\tilde{S}_0	\tilde{S}_1	\tilde{S}_2	\tilde{S}_3	\tilde{S}_4	\tilde{S}_5	\tilde{S}_6	\tilde{S}_7	\tilde{S}_8	\tilde{S}_9	\tilde{S}_{10}	
EUR_I	23.38	4.31	2.537.24	7.89	4.18	4.80	8.76	5.93	7.33	6.04	12.6210.5811.4710.094.76	6.58	8.67	8.47	3.42	25.96						
USDX	26.58	7.02	8.589.60	6.42	4.98	4.29	10.938.89	6.76	4.89	5.78	8.80	6.80	5.76	10.003.22	8.18	3.29	4.98	29.27				
Altın F.	43.11	2.53	3.533.69	6.11	2.22	2.27	0.84	4.36	3.51	1.73	1.02	3.27	1.51	4.09	1.69	1.18	1.33	0.98	2.53	65.49		
JPY/USD	30.16	2.71	1.802.58	5.11	4.27	2.89	2.93	5.98	4.58	4.73	5.24	5.87	6.09	5.40	3.51	4.07	1.42	2.64	1.96	37.07		

Tablo 12.

Belirtilen Dönemlerde R_t Verilerinin Tanımlanan Bulanık Kümelere Aitlik Durum Frekanslarının Yüzdeler Oranları

R_t	\tilde{S}_{-10}	\tilde{S}_{-9}	\tilde{S}_{-8}	\tilde{S}_{-7}	\tilde{S}_{-6}	\tilde{S}_{-5}	\tilde{S}_{-4}	\tilde{S}_{-3}	\tilde{S}_{-2}	\tilde{S}_{-1}	\tilde{S}_0	\tilde{S}_1	\tilde{S}_2	\tilde{S}_3	\tilde{S}_4	\tilde{S}_5	\tilde{S}_6	\tilde{S}_7	\tilde{S}_8	\tilde{S}_9	\tilde{S}_{10}
EUR_I	0.13	0.02	0.01	0.04	0.04	0.02	0.03	0.05	0.03	0.04	0.03	0.07	0.06	0.06	0.05	0.03	0.04	0.05	0.05	0.02	0.14
USDX	0.14	0.04	0.05	0.05	0.03	0.03	0.02	0.06	0.05	0.04	0.03	0.03	0.05	0.04	0.03	0.05	0.02	0.04	0.02	0.03	0.16
Altın F.	0.27	0.02	0.02	0.02	0.04	0.01	0.01	0.01	0.03	0.02	0.01	0.01	0.02	0.01	0.03	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.42
JPY/USD	0.21	0.02	0.01	0.02	0.04	0.03	0.02	0.02	0.04	0.03	0.03	0.04	0.04	0.04	0.04	0.02	0.03	0.01	0.02	0.01	0.26

Belirtilen parametrelerin durumlarında artışın veya azalışın olduğu veya değişimin olmadığı 3 durumlu olarak üçgensel bulanık kümeler ile tanımlanan BDMZ modeli ile oluşturulan bulanık durumlar arası geçiş frekans matrisleri ($\widetilde{Frek.}$) aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$\widetilde{Frek}_{\text{EURO}_I} =$$

	\tilde{S}_-	\tilde{S}_0	\tilde{S}_+
\tilde{S}_-	30.030	3.681	41.644
\tilde{S}_0	2.593	0.190	3.267
\tilde{S}_+	43.733	2.178	56.689

$$\widetilde{Frek}_{\text{USD}_X} =$$

	\tilde{S}_-	\tilde{S}_0	\tilde{S}_+
\tilde{S}_-	47.51	3.49	43.04
\tilde{S}_0	2.42	0	2.47
\tilde{S}_+	43.11	1.40	40.56

$$\widetilde{Frek}_{\text{Altın F.}} =$$

	\tilde{S}_-	\tilde{S}_0	\tilde{S}_+
\tilde{S}_-	29.222	0.756	42.200
\tilde{S}_0	0.022	0.000	1.711
\tilde{S}_+	41.933	0.978	39.178

$$\widetilde{Frek}_{\text{JPY/USD}} =$$

	\tilde{S}_-	\tilde{S}_0	\tilde{S}_+
\tilde{S}_-	14.942	0.858	21.200
\tilde{S}_0	0.880	0.342	3.356
\tilde{S}_+	20.178	3.378	10.867

Buna göre koşullu geçiş olasılık hesabı ile belirtilen parametreler (EUR_I, USD_X, altın fiyatı ve JPY/USD) için elde edilen bulanık küme olarak tanımlanan 3 durum arası olasılık geçiş matrisleri (\tilde{P}) aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$\tilde{P}_{\text{EURO}_I} =$$

	\tilde{S}_-	\tilde{S}_0	\tilde{S}_+
\tilde{S}_-	0.399	0.049	0.553
\tilde{S}_0	0.429	0.031	0.540
\tilde{S}_+	0.426	0.021	0.553

$\tilde{P}_{\text{EURO}_I}$ göstermektedir ki R_t (EURO_I)' nin azalışın olduğu (\tilde{S}_-), getirinin olmadığı (\tilde{S}_0) veya artışın olduğu (\tilde{S}_+) tüm durumlardan, artış yönünde

hareket etme olasılıkları sırasıyla %55.3, %54.0 ve %55.3 şeklinde olup, diğer durumlara geçiş olasılıklarına göre daha yüksektir. EUR_I getirisinin, tek adımlı (1 aylık) geçiş durumlarının daha çok artış yönüne doğru eğilimli olduğu gözlemlenmiştir.

$$\tilde{P}_{USD\text{X}} =$$

	\tilde{S}_-	\tilde{S}_0	\tilde{S}_+
\tilde{S}_-	0.505	0.037	0.458
\tilde{S}_0	0.495	0.000	0.505
\tilde{S}_+	0.507	0.016	0.477

olarak hesaplanmıştır. Bu durumda $\tilde{P}_{USD\text{X}}$ matrisine bakılırsa azalış durumundan azalış durumuna geçiş olasılığının diğer durumlardan daha yüksek, artış durumundan da azalış durumuna geçiş olasılığının daha yüksek olduğu gözlemlenmiştir. USDX in getirisinde bir değişimin olmadığı durumda ise artış ve azalış durumuna geçiş olasılıklarının neredeyse eşit olduğu gözlemlenmiştir.

$$\tilde{P}_{\text{Altın F.}} =$$

	\tilde{S}_-	\tilde{S}_0	\tilde{S}_+
\tilde{S}_-	0.405	0.010	0.585
\tilde{S}_0	0.013	0.000	0.987
\tilde{S}_+	0.511	0.012	0.477

olarak hesaplanmıştır. Altın fiyatlarında değişimin yaşanmadığı bir aydan sonraki ay altın fiyatlarında yükselmenin olma olasılığı %98.7 olarak hesaplanmıştır. Altın fiyatlarında azalışın yaşandığı bir aydan sonraki ay altın fiyatlarının % 58.5 olasılıkla arttığı ve bunun aksi olan artışın yaşandığı bir aydan sonraki ay ise altın fiyatlarının % 51.1 olasılıkla azaldığı gözlemlenmiştir.

$$\tilde{P}_{\text{JPY/USD}} =$$

	\tilde{S}_-	\tilde{S}_0	\tilde{S}_+
\tilde{S}_-	0.404	0.023	0.573
\tilde{S}_0	0.192	0.075	0.733
\tilde{S}_+	0.586	0.098	0.316

olup JPY/USD paritesinde bir değişimin olmadığı herhangi bir aydan sonraki ay JPY/USD getirisinin %73.3 olasılıkla artacağı, JPY/USD paritesinde artışın olduğu herhangi bir aydan bir sonraki ay ise %58.6 olasılıkla azalışın olduğu gözlemlenmiştir. Bununla birlikte JPY/USD paritesinde azalışın olduğu bir aydan bir sonraki ay ise artış olasılığının %57.3 olduğu gözlemlenmiştir.

Belirtilen parametreler için BDMZ yöntemi ile elde edilen bulanık durumlar arası olasılık geçiş matrisleri (3 durum için), denge durumları olasılık dağılımları aşağıda belirtildiği gibi hesaplanmıştır.

\tilde{P}_{EURO_I} denge durum olasılıkları vektörel olarak:

$$\tilde{\pi}_{EURO_I} = [0.415 \quad 0.033 \quad 0.552]$$

şeklinde olup uzun dönemde $deR_t(EURO_I)$ artış olasılığı azalış olasılığından %13.7 daha yüksektir.

\tilde{P}_{USDx} denge durum olasılıkları vektörel olarak:

$$\tilde{\pi}_{USDx} = [0.506 \quad 0.026 \quad 0.468]$$

şeklinde olup uzun dönemde $R_t(USDx)$ azalış olasılığı artış olasılığından %3.8 daha yüksektir.

$\tilde{P}_{ALTIN F.}$ denge durum olasılıkları vektörel olarak:

$$\tilde{\pi}_{ALTIN F.} = [0.457 \quad 0.011 \quad 0.532]$$

şeklinde olup uzun dönemde altın fiyatı artış olasılığının azalış olasılığından %7 daha yüksek olduğu gözlemlenmiştir.

$\tilde{P}_{JPY/USD}$ denge durum olasılıkları vektörel olarak:

$$\tilde{\pi}_{JPY/USD} = [0.475 \quad 0.061 \quad 0.463]$$

şeklinde hesaplanmış olup uzun bir dönemde JPY/USD paritesinde artış ve azalış olasılıklarının hemen hemen eşit oldukları gözlemlenmiştir.

Belirtilen parametreler için hesaplanan durumlar arası ilk ortalama geçiş süreleri aşağıda gösterilmektedir:

$$T(\tilde{S}_{EUR_I}) =$$

	\tilde{S}_-	\tilde{S}_0	\tilde{S}_+
\tilde{S}_-	2.41	30.04	1.81
\tilde{S}_0	2.34	30.30	1.83
\tilde{S}_+	2.35	31.06	1.81

$$T(\tilde{S}_{USD_X}) =$$

	\tilde{S}_-	\tilde{S}_0	\tilde{S}_+
\tilde{S}_-	1.98	36.77	2.18
\tilde{S}_0	2.00	38.46	2.08
\tilde{S}_+	1.97	37.56	2.14

$$T(\tilde{S}_{Altın F.}) =$$

	\tilde{S}_-	\tilde{S}_0	\tilde{S}_+
\tilde{S}_-	2.18	90.449	1.70
\tilde{S}_0	2.95	90.91	1.02
\tilde{S}_+	1.98	90.29	1.88

$$T(\tilde{S}_{JPY/USD}) =$$

	\tilde{S}_-	\tilde{S}_0	\tilde{S}_+
\tilde{S}_-	2.10	17.49	1.73
\tilde{S}_0	2.53	16.39	1.44
\tilde{S}_+	1.82	16.44	2.15

5.7.2. Klasik Markov Zincirleri Modeli ile Elde Edilen Bulgular

Belirtilen parametrelerin 21 durumlu klasik kümeler olarak Tablo 5' te belirtilen aralıklara göre sınıflandırılan klasik Markov Zinciri modeli ile oluşturulan durumlar arası geçiş frekans matrisleri (*Frek.*) aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

Frek. (EUR_I) =

	S_{-10}	S_{-9}	S_{-8}	S_{-7}	S_{-6}	S_{-5}	S_{-4}	S_{-3}	S_{-2}	S_{-1}	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}
\tilde{S}_{-10}	3	0	0	0	3	0	0	2	0	0	0	0	1	2	1	0	0	2	1	0	4
\tilde{S}_{-9}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
\tilde{S}_{-8}	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
\tilde{S}_{-7}	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
\tilde{S}_{-6}	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	2	1	1	0	1	0	0	1	0	0	2
\tilde{S}_{-5}	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0
\tilde{S}_{-4}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1
\tilde{S}_{-3}	1	2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1
\tilde{S}_{-2}	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	1	0	1	0	2
\tilde{S}_{-1}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	2	0	2	1	0	1	0	0	0	0	0
\tilde{S}_0	0	0	0	1	0	0	0	0	2	0	0	0	2	1	0	1	0	1	0	0	0
\tilde{S}_1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	2
\tilde{S}_2	0	0	1	0	1	1	0	1	2	0	1	0	2	0	0	1	1	2	0	1	0
\tilde{S}_3	0	0	2	0	0	0	0	2	0	0	1	3	0	0	2	1	0	0	2	0	2
\tilde{S}_4	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
\tilde{S}_5	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	1
\tilde{S}_6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	2
\tilde{S}_7	2	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	2	0	1	1	1
\tilde{S}_8	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	2
\tilde{S}_9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
\tilde{S}_{10}	3	2	0	1	1	0	2	1	1	3	0	1	1	2	0	1	1	2	0	0	2

Frek. (USDX) =

	S_{-10}	S_{-9}	S_{-8}	S_{-7}	S_{-6}	S_{-5}	S_{-4}	S_{-3}	S_{-2}	S_{-1}	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}
S_{-10}	2	0	1	4	0	1	0	1	0	2	1	1	0	0	2	2	0	3	1	0	4
S_{-9}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_{-8}	2	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	2
S_{-7}	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	2	0	1	1	0	0	1	0	1
S_{-6}	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
S_{-5}	0	1	0	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
S_{-4}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_{-3}	3	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	2	1
S_{-2}	2	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1
S_{-1}	1	0	2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
S_0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
S_1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2
S_2	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	2
S_3	2	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
S_4	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	2	0	0	0	0	0	2
S_5	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
S_6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_7	0	0	1	1	0	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	1
S_8	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
S_9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2	0	1	0	0	2
S_{10}	4	0	0	2	2	2	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	2	0	0	1	5

Frek. (Altın F.) =

	S_{-10}	S_{-9}	S_{-8}	S_{-7}	S_{-6}	S_{-5}	S_{-4}	S_{-3}	S_{-2}	S_{-1}	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}
S_{-10}	8	0	1	1	1	1	0	0	2	2	1	2	1	0	3	0	0	0	1	0	18
S_{-9}	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S_{-8}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
S_{-7}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2
S_{-6}	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	2
S_{-5}	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
S_{-4}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S_{-3}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S_{-2}	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3
S_{-1}	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S_0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
S_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
S_2	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S_3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S_4	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3
S_5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_6	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S_9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
S_{10}	18	0	1	3	4	3	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	2	23

Frek. (JPY/USD) =

	S_{-10}	S_{-9}	S_{-8}	S_{-7}	S_{-6}	S_{-5}	S_{-4}	S_{-3}	S_{-2}	S_{-1}	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}
S_{-10}	5	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	2
S_{-9}	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S_{-8}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S_{-7}	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_{-6}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
S_{-5}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
S_{-4}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0
S_{-3}	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S_{-2}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	2
S_{-1}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
S_0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1
S_1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_2	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
S_3	2	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
S_5	0	0	0	0	0	1	0	1	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
S_7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_8	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_9	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
S_{10}	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	3	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1

Frek. (Altın f.) ve **Frek. (JPY/USD)** matrislerine bakılacak olursa S_7 satırında bulunan tüm elemanların 0 olduğu görülmektedir. Bu durum altın fiyatları ve JPY/USD paritesi için hesaplanan R_t değerlerinin hiç bir zaman S_7 ($\%1.56 < R_t \leq \%1.80$) durumunda gözlemlenmemiş olmasından kaynaklanmıştır.

Belirtilen parametrelerin R_t değerlerindeki hareketlerin gözlemlenmesi için oluşturulan tek adımlı olasılık geçiş matrisleri (P) ise aşağıda gösterildiği gibi elde edilmiştir.

$P(EUR_I) =$

	S_{-10}	S_{-9}	S_{-8}	S_{-7}	S_{-6}	S_{-5}	S_{-4}	S_{-3}	S_{-2}	S_{-1}	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}
S_{-10}	.16	0	0	0	.16	0	0	.11	0	0	0	0	.05	.11	.05	0	0	.11	.05	0	.21
S_{-9}	.20	0	0	0	0	0	0	0	0	.20	.20	0	0	.20	0	0	0	0	0	0	.20
S_{-8}	.25	0	0	0	0	.25	0	0	0	0	0	.25	0	0	0	0	0	.25	0	0	0
S_{-7}	.25	.25	0	.25	0	0	0	0	0	.25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_{-6}	.09	.09	0	0	.09	0	0	0	0	0	.18	.09	.09	0	.09	0	0	.09	0	0	.18
S_{-5}	.50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.50	0	0	0	0	0	0	0
S_{-4}	0	0	0	0	0	.25	0	0	0	0	0	0	.25	0	0	.25	0	0	0	0	.25
S_{-3}	.11	.22	0	0	0	0	0	.11	0	0	0	0	.11	.11	.11	0	0	0	.11	0	.11
S_{-2}	.13	0	0	.13	0	0	0	0	0	0	0	.25	0	0	0	0	.13	0	.13	0	.25
S_{-1}	0	0	0	0	.14	0	0	0	0	0	.29	0	.29	.14	0	.14	0	0	0	0	0
S_0	0	0	0	.13	0	0	0	0	.25	0	0	0	.25	.13	0	.13	0	.13	0	0	0
S_1	.10	0	0	0	.10	0	.10	.10	0	.10	0	0	0	.10	0	.10	0	.10	0	0	.20
S_2	0	0	.07	0	.07	.07	0	.07	.14	0	.07	0	.14	0	0	.07	.07	.14	0	.07	0
S_3	0	0	.13	0	0	0	0	.13	0	0	.07	.20	0	0	.13	.07	0	0	.13	0	.13
S_4	0	0	0	0	.20	0	.20	0	.20	0	0	0	0	0	0	0	0	.20	.20	0	0
S_5	.14	0	.14	0	.14	0	0	0	.14	0	0	0	0	.29	0	0	0	0	0	0	.14
S_6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.17	.17	.17	0	0	.17	0	0	0	0	.33
S_7	.18	0	0	0	.09	.09	0	0	.09	0	.09	0	0	0	0	0	.18	0	.09	.09	.09
S_8	.14	0	0	0	0	0	0	.14	0	.14	0	.14	.14	0	0	0	0	0	0	0	.29
S_9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.50	.50	0	0	0	0	0	0	0
S_{10}	.13	.08	0	.04	.04	0	.08	.04	.04	.13	0	.04	.04	.08	0	.04	.04	.08	0	0	.08

$P(USD\mathcal{X}) =$

	S_{-10}	S_{-9}	S_{-8}	S_{-7}	S_{-6}	S_{-5}	S_{-4}	S_{-3}	S_{-2}	S_{-1}	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}
S_{-10}	.08	0	.04	.16	0	.04	0	.04	0	.08	.04	.04	0	0	.08	.08	0	.12	.04	0	.16
S_{-9}	0	0	0	0	.50	0	0	0	0	.50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_{-8}	.20	0	.10	0	0	0	0	0	.10	.10	0	0	.10	.10	0	0	0	0	0	.10	.20
S_{-7}	.08	0	0	.08	0	.08	.08	0	.08	.08	.08	0	.15	0	.08	.08	0	0	.08	0	.08
S_{-6}	.50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.17	0	0	0	.17	0	0	0	.17	0	0
S_{-5}	0	.14	0	.14	.14	0	0	.29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.14	0	.14
S_{-4}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_{-3}	.23	0	.08	.08	0	.08	0	0	0	0	0	.08	.08	0	0	.08	0	.08	0	.15	.08
S_{-2}	.20	0	.10	0	.10	0	0	.10	.10	0	0	.10	0	.10	.10	0	0	0	0	0	.10
S_{-1}	.13	0	.25	0	0	0	0	.13	0	0	0	0	.13	0	.13	.13	0	0	0	0	.13
S_0	.25	0	0	0	0	0	0	0	0	.25	0	.25	0	.25	0	0	0	0	0	0	0
S_1	0	0	.13	0	0	0	0	.13	.13	.13	0	.25	0	0	0	0	0	0	0	0	0.25
S_2	0	0	0	0	0	0	0	.13	.25	0	.13	0	0	.13	0	0	0	.13	0	0	.25
S_3	.33	0	.17	0	0	0	0	.17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.17	0	0	.17
S_4	.10	0	0	0	.10	.10	0	.10	.10	0	0	0	.10	0	.20	0	0	0	0	0	.20
S_5	.13	.13	0	0.13	0	.13	0	.13	.13	0	0	0	0	0	.13	0	0	.13	0	0	0
S_6	0	0	0	.50	0	0	0	0	0	0	.50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_7	0	0	.13	.13	0	0	0	.25	.13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.25	.13
S_8	.25	0	0	.25	0	0	0	0	0	.25	0	0	.25	0	0	0	0	0	0	0	0
S_9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.17	0	.33	0	.17	0	0	.33
S_{10}	.15	0	0	.08	.08	.08	0	.04	.04	0	0	.04	.04	.04	.04	.04	.08	0	0	.04	.20

$P(\text{Altın } f.) =$

	S_{-10}	S_{-9}	S_{-8}	S_{-7}	S_{-6}	S_{-5}	S_{-4}	S_{-3}	S_{-2}	S_{-1}	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}
S_{-10}	.19	0	.02	.02	.02	.02	0	0	.05	.05	.02	.05	.02	0	.07	0	0	0	.02	0	.43
S_{-9}	0	0	0	0	0	0	.50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.50
S_{-8}	.33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.67
S_{-7}	.25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.25	0	0	0	.50
S_{-6}	.50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.17	0	0	0	0	0	.33
S_{-5}	.25	.25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.50
S_{-4}	.50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.50
S_{-3}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S_{-2}	0	.20	0	0	0	0	0	0	.20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.60
S_{-1}	.67	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.33
S_0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.50	0	0	0	0	0	0	0	.50
S_1	.50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.50	0	0	0	0	0	0	0
S_2	.33	0	0	0	.33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.33
S_3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S_4	0.40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.60
S_5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_6	.50	0	.50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_8	0	0	0	0	0	0	0	0	.50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.50
S_9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S_{10}	.28	0	.02	.05	.06	.05	.02	.02	.02	.02	.02	0	.02	0	.02	.02	.02	0	.02	.03	.36

P(JPY/USD)

	S_{-10}	S_{-9}	S_{-8}	S_{-7}	S_{-6}	S_{-5}	S_{-4}	S_{-3}	S_{-2}	S_{-1}	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	
S_{-10}	.38	.08	0	0	0	0	.08	0	0	0	0	0	.08	.08	0	0	.15	0	0	0	.15	
S_{-9}	0	0	0	0	0	0	.33	0	0	0	0	.33	0	0	0	0	0	0	0	0	.33	
S_{-8}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
S_{-7}	0	0	0	0	0	0	.50	0	.50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_{-6}	0	0	0	0	0	.33	0	0	0	0	0	0	0	0	.33	0	0	0	.33	0	0	0
S_{-5}	.33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.67	0
S_{-4}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.33	.33	0	0	0	.33	0	0	0
S_{-3}	.33	0	.33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.33
S_{-2}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.33	0	0	0	0	0	0	0	.67
S_{-1}	.25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.25	0	0	.25	0	0	0	0	0	0	0	.25
S_0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.25	0	0	.25	0	0	.25	0	0	0	0	0	.25
S_1	0	.33	0	0	.33	0	0	0	.33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_2	.25	0	0	.25	.25	0	0	0	0	0	0	0	.25	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_3	.40	.20	0	0	.20	0	0	0	.20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_4	0	0	0	0	0	0	0	0	.50	0	0	.50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_5	0	0	0	0	0	.25	0	.25	0	.50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_6	0	0	0	0	0	.50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.50	0	0	0	0	0	0
S_7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_8	0	0	0	.50	0	0	0	0	0	0	.50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_9	.50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.50	0	0	0	0	0	0
S_{10}	.10	0	0	0	0	0	.10	0	0	.30	.10	.10	.10	0	.10	0	0	0	0	0	0	.10

$P(EUR_I)$ denge durum olasılıkları (π_{EUR_I}) vektörel olarak aşağıda gösterilmiştir;

$$\pi_{EUR_I} =$$

$$\begin{matrix} \tilde{S}_{-10} & \tilde{S}_{-9} & \tilde{S}_{-8} & \tilde{S}_{-7} & \tilde{S}_{-6} & \tilde{S}_{-5} & \tilde{S}_{-4} & \tilde{S}_{-3} & \tilde{S}_{-2} & \tilde{S}_{-1} & \tilde{S}_0 & \tilde{S}_1 & \tilde{S}_2 & \tilde{S}_3 & \tilde{S}_4 & \tilde{S}_5 & \tilde{S}_6 & \tilde{S}_7 & \tilde{S}_8 & \tilde{S}_9 & \tilde{S}_{10} \\ \tilde{S}_i & | & .10 & .03 & .02 & .02 & .06 & .02 & .02 & .05 & .04 & .04 & .04 & .05 & .08 & .08 & .03 & .04 & .03 & .06 & .04 & .01 & .13 & | \end{matrix}$$

$P(USD_X)$;denge durum olasılıkları (π_{USD_X}) vektörel olarak aşağıda gösterilmiştir;

$$\pi_{USD_X} =$$

$$\begin{matrix} S_{-10} & S_{-9} & S_{-8} & S_{-7} & S_{-6} & S_{-5} & S_{-4} & S_{-3} & S_{-2} & S_{-1} & S_0 & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 & S_6 & S_7 & S_8 & S_9 & S_{10} \\ S_i & | & .14 & .01 & .05 & .07 & .03 & .04 & .01 & .07 & .05 & .04 & .02 & .04 & .04 & .03 & .05 & .04 & .01 & .04 & .02 & .03 & .14 & | \end{matrix}$$

$P(\text{Altın } F.)$ denge durum olasılıkları ($\pi_{\text{Altın } F.}$) vektörel olarak aşağıda gösterilmiştir;

$$\pi_{\text{Altın } F.} =$$

$$S_i \begin{array}{c} S_{-10} \ S_{-9} \ S_{-8} \ S_{-7} \ S_{-6} \ S_{-5} \ S_{-4} \ S_{-3} \ S_{-2} \ S_{-1} \ S_0 \ S_1 \ S_2 \ S_3 \ S_4 \ S_5 \ S_6 \ S_7 \ S_8 \ S_9 \ S_{10} \\ \left| \begin{array}{cccccccccccccccccccc} .26 & .01 & .02 & .03 & .04 & .03 & .01 & .01 & .03 & .02 & .01 & .01 & .02 & .01 & .03 & .01 & .01 & .00 & .01 & .01 & .42 \end{array} \right|$$

$P(\text{JPY/USD})$ denge durum olasılıkları ($\pi_{\text{JPY/USD}}$) vektörel olarak aşağıda gösterilmiştir;

$$\pi_{\text{JPY/USD}} =$$

$$S_i \begin{array}{c} S_{-10} \ S_{-9} \ S_{-8} \ S_{-7} \ S_{-6} \ S_{-5} \ S_{-4} \ S_{-3} \ S_{-2} \ S_{-1} \ S_0 \ S_1 \ S_2 \ S_3 \ S_4 \ S_5 \ S_6 \ S_7 \ S_8 \ S_9 \ S_{10} \\ \left| \begin{array}{cccccccccccccccccccc} .17 & .04 & .01 & .03 & .04 & .04 & .04 & .02 & .04 & .05 & .05 & .04 & .07 & .07 & .03 & .05 & .03 & .00 & .03 & .03 & .12 \end{array} \right|$$

Belirtilen parametrelerin durumlarının Tablo 7' de belirlenen aralıklar yardımı ile artış, azalış ve değişimin olmadığı 3 durumlu klasik kümeler olarak klasik Markov Zinciri modeli ile oluşturulan durumlar arası geçiş frekans matrisleri (*Frek.*) aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$\text{Frek.}_{\text{EURO}_I} =$$

	S_-	S_0	S_+
S_-	29	5	41
S_0	3	0	5
S_+	44	3	54

$$\text{Frek.}_{\text{USD}_X} =$$

	S_-	S_0	S_+
S_-	49	3	43
S_0	2	0	2
S_+	43	1	41

$$\text{Frek.}_{\text{Altın } F.} =$$

	S_-	S_0	S_+
S_-	29	1	42
S_0	0	0	2
S_+	42	1	39

$Frek_{JPY/USD} =$

	S_-	S_0	S_+
S_-	15	1	22
S_0	1	0	3
S_+	21	3	10

Buna göre belirtilen parametreler için elde edilen 3 durumlu klasik Markov zinciri olasılık geçiş matrisleri (P) aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$P_{EURO_I} =$

	S_-	S_0	S_+
S_-	0.387	0.067	0.547
S_0	0.375	0.000	0.625
S_+	0.436	0.030	0.535

Buna göre $R_t(EURO_I)$ her durum için daha çok artış yönünde hareket etmektedir.

$P_{USDx} =$

	S_-	S_0	S_+
S_-	0.516	0.032	0.453
S_0	0.500	0.000	0.500
S_+	0.506	0.012	0.482

şeklinde olup $R_t(USDx)$ de sistemin negatif (S_-) veya pozitif (S_+) olduğu bir durumdan negatif duruma düşme olasılığı diğer durumlara geçme olasılıklarından daha yüksektir. Sistemde artış veya azalışın olmadığı sıfır durumundan (S_0), pozitif ve negatif durumlarına geçme olasılıklarının ise eşit oldukları gözlemlenmiştir.

$P_{Altın F.} =$

	S_-	S_0	S_+
S_-	0.403	0.014	0.583
S_0	0.000	0.000	1.000
S_+	0.512	0.012	0.476

olarak hesaplanmıştır. Altın fiyatlarında değişimin yaşanmadığı herhangi bir aydan sonraki ay, altın fiyatlarında yükselme olasılığı %100 olarak hesaplanmıştır. Altın

fiyatlarında azalışın yaşandığı bir aydan sonraki ay altın fiyatlarının % 58 arttığı ve bunun aksi olan artışın yaşandığı bir aydan sonraki ay ise altın fiyatlarının % 51 azaldığı gözlemlenmiştir.

$$P_{JPY/USD} =$$

	S_-	S_0	S_+
S_-	0.395	0.026	0.579
S_0	0.250	0.000	0.750
S_+	0.618	0.088	0.294

olup $R_t(JPY/USD)$ verilerinde herhangi bir değişimin olmadığı bir aydan sonraki ay JPY/USD getirisinin %75.0 olasılıkla artışın olduğu, artışın olduğu herhangi bir aydan, bir sonraki ay ise %61.8 olasılıkla azalışın olduğu gözlemlenmiştir. Bununla birlikte JPY/USD paritesinde azalışın olduğu herhangi bir aydan bir sonraki ay artış olasılığının ise %57.9 olduğu gözlemlenmiştir.

Belirtilen parametreler için 3 durumlu klasik Markov zinciri denge durumları olasılık dağılımları ise aşağıda belirtildiği gibi hesaplanmıştır.

P_{EURO_I} denge durum olasılıkları vektörel olarak:

$$\pi_{EURO_I} = [0.413 \quad 0.044 \quad 0.543]$$

şeklinde olup uzun dönemde $R_t(EURO_I)$ artış olasılığının daha yüksek olduğu gözlemlenmiştir.

P_{USDx} denge durum olasılıkları vektörel olarak:

$$\pi_{USDx} = [0.510 \quad 0.022 \quad 0.468]$$

şeklinde olup uzun dönemde USDx azalış olasılığının, artış olasılığından yaklaşık olarak % 4.2 daha yüksek olduğu gözlemlenmiştir.

$P_{ALTIN F.}$ denge durum olasılıkları vektörel olarak:

$$\pi_{ALTIN F.} = [0.456 \quad 0.013 \quad 0.531]$$

şeklinde olup uzun dönemde artış olasılığının ve azalış olasılığından yaklaşık olarak % 7.5 daha yüksek olduğu gözlemlenmiştir.

$P_{JPY/USD}$ denge durum olasılıkları vektörel olarak:

$$\pi_{JPY/USD} = [0.489 \quad 0.053 \quad 0.458]$$

şeklinde olup uzun bir dönemde JPY/USD paritesinde azalış olasılığının, artış olasılığından yaklaşık olarak %3.1 daha yüksek olduğu gözlemlenmiştir.

Belirtilen parametreler için hesaplanan durumlar arası ilk ortalama geçiş süreleri ise aşağıda gösterilmektedir:

$$T(S_{EUR_I}) =$$

	S_-	S_0	S_+
S_-	2.42	21.74	1.82
S_0	2.44	22.73	1.68
S_+	2.31	22.53	1.84

$$T(S_{USD_X}) =$$

	S_-	S_0	S_+
S_-	1.96	45.18	2.21
S_0	1.99	45.45	2.10
S_+	1.98	46.06	2.14

$$T(S_{Altın F.}) =$$

	S_-	S_0	S_+
S_-	2.19	77.24	1.70
S_0	2.98	76.92	1.00
S_+	1.98	77.38	1.88

$$T(S_{JPY/USD}) =$$

	S_-	S_0	S_+
S_-	2.04	18.54	1.71
S_0	2.28	18.87	1.43
S_+	1.70	17.65	2.18

Son olarak belirtilen parametreler için herhangi bir ayın getirisindeki yüzde değişim oranının (\hat{R}_t) bulunması muhtemel olan durumlarının olasılık dağılımı, mevcut ayın getirisindeki yüzde değişim oranının tanımlanan klasik ve bulanık durumlara olan üyeliğini belirten matris ile klasik ve bulanık durumlar için hesaplanan olasılık geçiş matrisleri ile çarpılarak hesaplandı. Daha sonra ise bir sonraki ay için beklenen \hat{R}_t

değeri (5.7)'deki fonksiyon yardımı ile hesaplanmıştır.

$$\hat{R}_t = \sum_i x_i \tilde{p}(x_i). \quad (5.7.)$$

Tablo 13' te ve Tablo 14' te sırasıyla klasik Markov zinciri ve BDMZ modeli ile Şubat 2015 JPY/USD paritesi tahmini durumları için hesaplanan olasılıkları ($p(x_i)$ ve $\tilde{p}(x_i)$) ve bu iki model için tanımlanan durumların merkez noktaları (x_i ve \tilde{x}_i) gösterilmiştir.

Tablo 13.

JPY/USD paritesi Şubat 2015 \hat{R}_t değerinin Markov Zinciri ile tahmini

	S_{-10}	S_{-9}	S_{-8}	S_{-7}	S_{-6}	S_{-5}	S_{-4}	S_{-3}	S_{-2}	S_{-1}	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}
$p(x_i)$	0	0	0	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_i	-2.40	-2.16	-1.92	-1.68	-1.44	-1.20	-0.96	-0.72	-0.48	-0.24	0.00	0.24	0.48	0.72	0.96	1.20	1.44	1.68	1.92	2.16	2.40

$\hat{R}_t = -0.72\%$

Tablo 14.

JPY/USD paritesi Şubat 2015 \hat{R}_t değerinin BDMZ ile tahmini

	\tilde{S}_{-10}	\tilde{S}_{-9}	\tilde{S}_{-8}	\tilde{S}_{-7}	\tilde{S}_{-6}	\tilde{S}_{-5}	\tilde{S}_{-4}	\tilde{S}_{-3}	\tilde{S}_{-2}	\tilde{S}_{-1}	\tilde{S}_0	\tilde{S}_1	\tilde{S}_2	\tilde{S}_3	\tilde{S}_4	\tilde{S}_5	\tilde{S}_6	\tilde{S}_7	\tilde{S}_8	\tilde{S}_9	\tilde{S}_{10}
$\tilde{p}(x_i)$	0.20	0.00	0.31	0.11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.33	0.04	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
\tilde{x}_i	-2.25	-2.03	-1.80	-1.58	-1.35	-1.13	-0.90	-0.68	-0.45	-0.23	0.00	0.23	0.45	0.68	0.90	1.13	1.35	1.58	1.80	2.03	2.25

$\hat{R}_t = -1.07\%$ ve Şubat 2015 JPY/USD paritesi gerçek $R_t = -1.74\%$ olarak gözlemlenmiştir.

Tablo15' te ise rassal olarak seçilen bazı aylar için yüzde getiri değişim oranı için analizi yapılan parametreler için tahmin edilen değerler gösterilmiştir.

Tablo 15.

Belirtilen parametreler için seçişlen bazı aylar için yapılan tahminler

Yatırım araçları	Seçilen Aylar ve Gözlenen (R_t)	(R_t)Tahmini yapılan aylar	Markov zinciri ile hes. \hat{R}_t	BDMZ ile hes. \hat{R}_t	Gözlenen (R_t)
JPY/USD	Oc. 2015 (1.90%)	Şub. 2015	-0.72%	-1.07%	-1.74%
JPY/USD	Haz.2019 (0%)	Tem. 2019	0.96%	0.66%	0.51%
Altın F.	Ara. 2012 (-2.11%)	Ocak 2013	0.72%	0.09%	-0.85%
USDX	Ağ. 2015 (-1.56%)	Ey. 2015	0.04%	0.17%	0.55%
EUR_I	Nis. 2017 (1.72%)	May. 2017	0.13%	0.34%	(2.71%)
EUR_I	Nis 2018 (-0.71%)	May.2018	-0.11%	-0.26%	-2.19%

BÖLÜM VI

SONUÇ VE ÖNERİLER

6.1. Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada klasik Markov zincirleri modelinin bulanık kümelere genişletilmesi olarak geliştirilen BDMZ modeli ele alınmıştır. Bulanık durumlu Markov zinciri modellemesi; stokastik süreçlerin modellenmesinde karar vericilere sistem hakkında yeterli verinin bulunmadığı, verilerin uzman deneyimine bağlı olduğu, net verilere gerek duyulan klasik yöntemlerin uygulanmadığı durumlarda veya karar vericinin durumları daha hassas kümelerle tanımlama gereği duyduğu hassas hesaplamaların gerektiği durumlarda yararlanılabilen bir model olması sebebiyle önemli bir tahmin modeli ve karar yöntemi haline gelmiştir. Klasik Markov zincirleri kesin verilere dayanır ve aynı zamanda sistemi belirleyen durumlar kesin sınırlara sahiptir. Bu durum her bölgenin sınır değerlerindeki geçişlerinde bilgi kaybına sebep olacaktır. Bu durumların bulanık kümelerden yararlanılarak tanımlanması ile bilgi kaybı aralıklara yayılacak ve böylelikle hata daha aza indirgenecektir.

Bununla birlikte günümüzde bir çok karar verme problemi belirsizlik altında uygulanmaktadır. Bir çok veri tahmini verilere veya deneyimlere dayanan belirsiz verilerdir. Bu sebeple stokastik süreçlerde belirsizlik altında BDMZ yöntemi, belirsizliğin giderilerek sistemin modellenmesinde ve çözümlenmesine önemli katkı sağlayacaktır.

BDMZ ile yapılan analizlerde sistemin bulunduğu durumların uc değerler arası geçişlerin olabileceği riskli durumlarda, karar vericiyi klasik modele göre daha etkili bir biçimde uyardığı gözlemlenmiştir. Bu model ile sistem daha hassas ölçümlerle modellenmektedir ve böylece gerçeğe daha yakın tahminlerin yapılacağı düşünülmektedir. Bu süreçte sistem öncelikle bulanıklaştırılır ve koşullu olasılık yardımı ile gelecek tahmini yapılır. Sistemin durumları; bulanık kümeler olarak tanımlanır ve bu kümeler karar verici tarafından belirli bir amaca yönelik belirlenir. Bu durum karar vericiye problem hakkında model kurma konusunda esneklik sağlamaktadır.

Markov zinciri yöntemi sistemin gözlemlendiği durumların uc değerleri ve orta değerleri için olasılık geçişlerini eşit olarak kabul etmektedir. Bulanık durumlarda ise sistemde bir gözlem değeri bir sınıfa dereceli olarak ait olmakta ve bu durum olasılık geçişi hesaplamalarını etkilemektedir.

Bu çalışmada, uygulama olarak Avro endeksi, Dolar endeksi, altın fiyatları, JPY/USD paritesi gibi önemli finansal parametrelerin aylık hareketleri klasik Markov zinciri ve BDMZ modeli ile değerlendirilmiştir. Elde edilen tek adımlı olasılık geçiş matrisleri ve denge durumu olasılık dağılım matrisleri, yatırımcılara sırasıyla uzun ve kısa dönem için alış veya satış stratejileri konusunda önemli bilgiler verecektir. Bulanık durumların Markov analizi tekniği ile, belirlenen finansal yatırım araçlarının özellikle sistemin sınıflarının uc değerlerde gözlemlendiği durumlar için klasik Markov analizine göre daha hassas tahminler yapılmıştır.

Sonuç olarak, Bulanık Durumların Markov Analizi ile klasik olasılık geçiş matrisi yerine bulanık durumların olasılık geçiş matrisinden yararlanılarak klasik modelden daha hassas uygulamalar yapılması beklenmektedir.

Bulanık Durumlu Markov Zinciri Modeli ile analizi yapılan finansal yatırım araçlarının, saatlik, günlük vb. gibi daha küçük zaman aralıkları için de hareketlerinin değerlendirilmesinin yapılması önerilmektedir.

BDMZ yöntemi ile finansal piyasalardaki hareketlerin modellenmesi, belirsizliğin olduğu durumlarda pazar payı tahmini ve gelecek planlaması, marka bağımlılığı, hidrolojik endekslerin tahmini, hayati öneme sahip doğa olaylarının tahmini ve daha birçok konuda modelleme yapılarak sistem analizi ve gelecek tahmini yapılması önerilmektedir.

KAYNAKÇA

- Achireko, P., & Ansong, G. (2000). Stochastic model of mineral prices incorporating neural network and regression analysis. *Mining Technology*, 109(1), 49-54. doi: 10.1179/mnt.2000.109.1.49
- Avrachenkov, K.E. & Sanchez, E. (2002). Fuzzy Markov Chains and Decision Making. *Fuzzy Optimization and Decision Making* 1, 143-159. <https://doi.org/10.1023/A:1015729400380>
- Buckley, J. J. (2003). Fuzzy Markov Chains. *Fuzzy Probabilities Studies in Fuzziness and Soft Computing*, 71–83. doi: 10.1007/978-3-642-86786-6_6
- Buzacott, J. & Shanthikumar, J. (1993). *Stochastic Models of Manufacturing Systems*. New Jersey: International ed. Prentice-Hall, (Chapter 7).
- Can, T., & Öz, E. (2009). Saklı Markov modelleri kullanılarak Türkiye’de dolar kurundaki değişimin tahmin edilmesi. *İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi*, 38(1), 1-23.
- Can, T. (2006). Sektörler arası ilişkilerin Markov zincirleri ile analizi ve tahmini: Türkiye örneği. İstanbul: Derin Yayınevi
- Chin, E.H. (1977). Modeling daily precipitation occurrence process with Markov chain. *Water Resour. Res.*, 13, 949–956.
- Ching, W. (2001). *Iterative Methods for Queuing and Manufacturing Systems*. London: Springer, (Chapter 2).
- Ching, W., Ng, M. & Fung, E. (2008). Higher-order multivariate Markov chains and their applications. *Linear Algebra and its Applications*, 428, 492–507.
- Cretien, P.D. (2009). Currencies, eurodollars, silver and gold: Not your average. *Futures Magazine* 9, 40-43.
- Dağlıoğlu C., Kiral G. (2018). Hisse Senedi Piyasa Fiyatlarının Saklı Markov Modeli ile Tahmin Edilmesi: Türkiye Örneği. *Uluslararası Ekonomi ve Yenilik Dergisi* , 4, 61-75.
- Elmas, Ç. (2003). Bulanık Mantık Denetleyiciler: Kuram, Uygulama, Sinirsel Bulanık Mantık. Seçkin Yayıncılık San. ve Tic. A.Ş.: Ankara.
- Ergeç, F. (1996). Markov Analizi ile Hisse Senedi Fiyatının Tahmin Edilmesi. *İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi*, 25 (2): 123-151.

- Escribano, A., & Granger, C. (1998). Investigating the relationship between gold and silver prices. *Journal Of Forecasting*, 17(2), 81-107. doi: 10.1002/(sici)1099-131x(199803)17:2<81::aid-for680>3.0.co;2-b
- Fathi Vajargah, B., & Gharehdaghi, M. (2012). Ergodicity Of Fuzzy Markov Chains Based On Simulation Using Halton Sequences. *Journal Of Mathematics And Computer Science*, 04(01), 380-385. doi: 10.22436/jmcs.04.01.14
- Gold Futures Historical Prices. (n.d.). Retrieved from <https://www.investing.com/commodities/gold-historical-data>. [Alıntılanma tarihi: 15/02/2015].
- Gökçekuş, H., Kırıl, E., Kırıl, G., Eini, N., & Uzun, B. (2020). Analysis and prediction of annual precipitation values in Cyprus. *Desalination and Water Treatment*. doi: 10.5004/dwt.2020.25088. (in press)
- Göksu, A. (2008). *Bulanık analitik hiyerarşik proses ve üniversite tercih sıralanmasında uygulanması*. Isparta: Süleyman Demirel Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İşletme Anabilim Dalı, Doktora Tezi.
- Howard, R. A. (1971). *Dynamic probabilistic system, Volume I: Markov models*. New York: John Wiley & Sons.
- Investing.com EUR Index. (n.d.). <https://www.investing.com/indices/investing.com-eur-index>. [Alıntılanma tarihi: 01/06/2018].
- Isaacson, D. L. & Madsen, R. W. (1976). *Markov chains theory and applications*. New York : John Wiley & Sons.
- İlarslan, K. (2014). Hisse Senedi Fiyat Hareketlerinin Tahmin Edilmesinde Markov Zincirlerinin Kullanılması: İMKB 10 Bankacılık Endeksi İşletmeleri Üzerine Ampirik Bir Çalışma. *Journal of Yasar University*, 35(9).
- Kanas, A. (2003). Non-linear forecasts of stock returns. *Journal of Forecasting*, 22(4), 299-315.
- Karasal, O. (2012). Bulanık PID Kontrolleri için Çevrim İçi Kural Ağırlıklandırma Yöntemi. *Doktora Tezi. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul Teknik Üniversitesi*.
- Kecman V. (2001). *Learning and Soft Computing*. MIT Press, Massachusetts, ABD.
- KILIÇ, S. B. (2013). Predicting the Direction of Gold Price Returns: Integrating Composite Artificial Neural Network Models by Markov Chain Process. *Çukurova Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 17(2).
- Kim, K.-H. (1998). US inflation and the dollar exchange rate: a vector error correction model. *Applied Economics*, 30(5), 613–619. doi: 10.1080/000368498325606

- Kiral, E. (2018). Markov Analizi ile Cep Telefonu Operatör Tercihlerinin Belirlenmesi: Adana İli Üzerine Bir Uygulama, *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 27, 35–47.
- Kiral, E., Mavruk, C., & Kiral, G. (2018). Ekonometri öğrencilerinin sayısal derslerdeki akademik performansı: Markov modeli ile bir hesaplama, *Uluslararası İktisadi ve İdari İncelemeler Dergisi, Özel Sayı*, 617–632.
- Kiral, E., & Mavruk, C. (2016). Prediction of Central Government Budget Tax Revenues Using Markov Model. *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 25, 41–56.
- Kiral, E. (2018). Modeling brent oil price with markov chain process of the fuzzy states. *Pressacademia*, 5(1), 79–83. doi: 10.17261/pressacademia.2018.785
- Kiral, E., & Uzun, B. (2017). Forecasting closing returns of Borsa Istanbul index with Markov chain process of the fuzzy states. *J. Econ. Finance Acc.*, 4, 15–24.
- Kruse, R., Buck-Emden, R., & Cordes, R. (1987). Processor power considerations — An application of fuzzy markov chains. *Fuzzy Sets And Systems*, 21(3), 289-299. doi: 10.1016/0165-0114(87)90130-8
- Kurano, M., Yasuda, M., Nakagami, J., & Yoshida, Y. (2006). A fuzzy approach to Markov decision processes with uncertain transition probabilities. *Fuzzy Sets And Systems*, 157(19), 2674-2682. doi: 10.1016/j.fss.2004.10.023
- Ky, D. X., & Tuyen, L.T. (2016). A Markov- fuzzy Combination Model for Stock Market Forecasting. *International Journal of Applied Mathematics and Statistics*, 55(3), 110-121.
- Landefeld, J.S., Moulton, B. R., & Vojtech, C.M. (2003). Chained-Dollar Indexes. *Journal of Survey of Current Business*, 11, 8-16.
- Lazri, M., Ameer, S., & Haddad, B. (2007). Analyse de Donnees de Precipitations par Approche Markovienne. *Larhyss J.*, 6, 7–20.
- Lineesh, M.C., Minu, K. K., & Jessy John, E. (2010). Analysis of Non-stationary Nonlinear Economic Time Series of Gold Price A Comparative Study. *International Mathematical Forum* 5, 1673-1683.
- Manning, L. M., & Andrianacos, D. (1993). Dollar movements and inflation: a cointegration analysis. *Applied Economics*, 25(12), 1483–1488. doi: 10.1080/00036849300000152
- McQueen, G., ve Thorley, S. (1991). Are stock returns predictable? A test using Markov chains. *The Journal of Finance*, 46(1), 239-263.

- Mirmirani, S., & Li, H. (2004). Gold Price, Neural Networks and Genetic Algorithm. *Computational Economics*, 23(2), 193-200. doi: 10.1023/b:csem.0000021677.46295.60
- Nahmias, S. (1997). *Production and Operation Analysis*. Chicago: McGraw Hill International.
- Narayan Bath, U. (1972). *Elements of applied stochastic processes: Second edition*. New York: John Wiley&Sons.
- Onalan, O. (2014). Currency exchange rate estimation using Grey Markov Prediction Model. *Journal of Economics Finance and Accounting*, 1(3), 205-217.
- Or, İ. (1986). Introduction to stochastic models in operations research. Boğaziçi University Publications, No. 399.
- Özdağoğlu, A., Özdağoğlu, G., & Kurt, G. (2012). Altın Fiyatlarındaki Dağılımların Markov Zinciri ile Analizi: Uzun Erimli Olasılıklar. *Erciyes Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 40, 119-142.
- Paksoy, S. (2017), Hibrit Markov Zinciri süreci ile altın getirisinin öngörülmesi. *AİBÜ Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 17(1), 29-49.
- Paksoy, S., ve Kilic, S. B. (2015). Forecasting the Direction of BIST 100 Returns with Artificial Neural Network Models. *International Journal of Latest Trends in Finance and Economic Sciences*, 4(3), 7.
- Paksoy, T., Pehlivan Yapıcı, N. & Özceylan, E. (2013). Bulanık Küme Teorisi. Nobel Yayınevi: İstanbul.
- Pardo, M., & de la Fuente, D. (2010). Fuzzy Markovian decision processes: Application to queueing systems. *Computers & Mathematics With Applications*, 60(9), 2526-2535. doi: 10.1016/j.camwa.2010.08.004
- Parisi, A., Parisi, F., & Díaz, D. (2008). Forecasting gold price changes: Rolling and recursive neural network models. *Journal Of Multinational Financial Management*, 18(5), 477-487. doi: 10.1016/j.mulfin.2007.12.002
- Puterman, M.L. (2005). *Markov Decision Processes: Discrete Stochastic Dynamic Programming*. Wiley, New York, 2005.
- Ryan, T. M. (1973). Security prices as Markov processes. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 8(01), 17-36.
- Rügar, N. S. (2003). Bir işletmenin ödemeler dengesinin Markov süreçleri yardımıyla analizi. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, Cilt 5, Sayı 1.

- Sanchez, E. (1976). Resolution of composite fuzzy relation equations. *Information And Control*, 30(1), 38-48. doi: 10.1016/s0019-9958(76)90446-0
- Sharma, O. (1995). *Markovian Queues*. New York: Ellis Horwood, (Chapter 4).
- Slowinski, R. (1998). *Fuzzy sets in decision analysis, operations research and statistics*. Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Sustal, J. (1988). On the Combination of Vague Evidence of the Probabilistic Origin. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems Combining Fuzzy Imprecision with Probabilistic Uncertainty in Decision Making*, 135–144. doi: 10.1007/978-3-642-46644-1_10
- Şen, Z. (2001). *Bulanık Mantık ve Modelleme İlkeleri*. Bilge Kültür Sanat Kitabevi: İstanbul.
- Taha, H. A. (1992). *Operations research*. Usa: Prentice Hall Internation.
- Terzioğlu, M.K. (2018). Ham Petrol Fiyatları ve Döviz Kuru: Markov-Geçiş Hata Düzeltme Modeli. *Finans Ekonomi ve Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 3(1), 339-347.
- Thomason, M. (1977). Convergence of powers of a fuzzy matrix. *Journal Of Mathematical Analysis And Applications*, 57(2), 476-480. doi: 10.1016/0022-247x(77)90274-8
- US Dollar Index. (n.d.). Retrieved from <https://www.investing.com/currencies/us-dollar-index>. [Alıntılanma tarihi: 07/01/2018].
- USD JPY: Dollar Yen. (n.d.). Retrieved from <https://www.investing.com/currencies/usd-jpy>. [Alıntılanma tarihi: 20/07/2019].
- Uzun, B., & Kırıl, E. (2017). Application of markov chains-fuzzy states to gold price. *Procedia Computer Science*, 120, 365–371. doi: 10.1016/j.procs.2017.11.251
- Uzun, B., & Kırıl, E. (2018). Evaluating US Dollar Index Movements Using Markov Chains-Fuzzy States Approach, *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 896, Springer, Cham, 209-215.
- Vasanthi, S., Subha, V., & Nambi, S. T. (2011). An Empirical Study On Stock Index Trend Prediction Using Markov Chain Analysis. *Journal on Banking Financial Services and Insurance Research*, 1(1): 72-91.
- Yoshida, Y. (1994). Markov chains with a transition possibility measure and fuzzy dynamic programming. *Fuzzy Sets And Systems*, 66(1), 39-57. doi: 10.1016/0165-0114(94)90300-x

- Zadeh, L. (1965). Fuzzy sets. *Information And Control*, 8(3), 338-353. doi: 10.1016/s0019-9958(65)90241-x
- Zhou, X., Tang, Y., Xie, Y., Li, Y., & Zhang, H. (2013). A Fuzzy Probability-based Markov Chain Model for Electric Power Demand Forecasting of Beijing, China. *Energy and Power Engineering*, 05(04), 488–492. doi: 10.4236/epe.2013.54b094
- Ismail, Z., Yahya, A., & Shabri, A. (2009). Forecasting Gold Prices Using Multiple Linear Regression Method. *American Journal of Applied Sciences*, 6(8), 1509–1514. doi: 10.3844/ajassp.2009.1509.1514
- Winston, W. L. (2004). *Operation Research: Application and Algorithms*. 4th Edition, Canada, Thomson Brooks/ Cole, Canada, Thomson, s.939.
- Zadeh, L. (1998). Maximizing sets and fuzzy Markoff algorithms. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, 28(1), 9–15. doi: 10.1109/5326.661086
- Zadeh, L. (1968). Probability measures of Fuzzy events. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 23(2), 421–427. doi: 10.1016/0022-247x(68)90078-4

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Berna UZUN
Doğum Yeri : Seyhan, Adana
Doğum Tarihi : 20.03.1987
Adres : Yakındoğu Üniversitesi, Yakındoğu Bulvarı, İnovasyon binası
1. Kat, No: H14, Lefkoşa, KKTC
E-mail : berna.09.eko@hotmail.com

EĞİTİM DURUMU

DOKTORA : 2015-2020, Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü,
Ekonometri Ana Bilim Dalı, Adana
YÜKSEK LİSANS : 2010-2015, Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü,
Ekonometri Ana Bilim Dalı, Adana
LİSANS : 2005-2009, Çukurova Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi,
Matematik Bölümü, Adana

MESLEKİ DENEYİM

2016- : Öğretim Görevlisi, Yakın Doğu Üniversitesi, Fen Edebiyat
Fakültesi, Matematik Bölümü, Lefkoşa, KKTC

YABANCI DİL

İngilizce : İyi düzeyde (Okuma, yazma ve konuşma)
Arapça : İyi düzeyde (Konuşma ve anlama)
İspanyolca : Başlangıç düzeyinde