



T.C.

TOKAT GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

**BİLSEM ÖĞRENCİLERİNİN ÖRÜNTÜLERDE TEMEL
KAVRAMLARA İLİŞKİN BAŞARI DÜZEYLERİNİN
İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Abdurrahman ACAR

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Adem EROĞLU

TOKAT- 2025

ETİK SÖZLEŞME

Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre, Dr. Öğr. Üyesi Adem EROĞLU danışmanlığında hazırlamış olduğum “Bilsem Öğrencilerinin Örgütlerde Temel Kavramlara İlişkin Başarı Düzeylerinin İncelenmesi” adlı Yüksek Lisans tezinin bilimsel etik değerlere ve kurallara uygun, özgün bir çalışma olduğunu, aksinin tespit edilmesi halinde her türlü yasal yaptırımını kabul edeceğimi beyan ederim.

.../.../...

İmza

Abdurrahman ACAR

JÜRİ KABUL VE ONAY



TEŞEKKÜR

Tez çalışmam ve ders dönemim boyunca bilgi birikimi, rehberliği ve anlayışıyla bana her zaman yol gösteren, yalnızca akademik değil, insani açıdan da bir örnek olan değerli danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi Adem EROĞLU'na en derin teşekkürlerimi sunarım. Onun desteği ve sabrı, bu çalışmanın şekillenmesinde büyük rol oynamıştır.

Tezimin her aşamasında ilerlememi inceleyerek kıymetli görüşleriyle çalışmamın gelişimine katkı sağlayan Doç. Dr. Nurullah YAZICI'ya şükranlarımı sunarım. Tez savunmamda jüri üyesi olarak yer alarak değerli katkılarıyla çalışmamı destekleyen Doç. Dr. Handan DEMİRCİOĞLU'na ve tez sürecinde akademik bilgi ve önerileriyle bana rehberlik eden Doç. Dr. Dekant KIRAN ile Doç. Dr. Zülfiye ZEYBEK ŞİMŞEK'e de içten teşekkürlerimi iletirim.

Bu çalışmanın temelini oluşturan verileri paylaşarak araştırmaya katkı sağlayan sevgili öğrencilerime ve onların desteğini esirgemeyen değerli ailelerine en içten teşekkürlerimi sunarım.

Bu sürecin zorluklarına karşı daima yanımda olan, sevgisi, sabrı ve anlayışıyla bana güç veren sevgili eşim İlke ACAR'a ve neşeleriyle hayatımı güzelleştiren kızlarım Eylül Zehra ve Zümra'ya sonsuz teşekkür ederim. Onların varlığı, bu süreçte benim en büyük motivasyon kaynağım olmuştur.

Ayrıca bu çalışmanın yalnızca akademik bir katkı değil, öğrencilerime ve eğitim topluluğuna da fayda sağlaması amacıyla hazırlandığını belirtmek isterim. Bu hedef doğrultusunda emeği geçen herkese tekrar teşekkür ederim.

Son olarak, tez sürecinde karşılaştığım tüm zorlukları aşmama yardımcı olan ve bana her daim destek olan aileme, dostlarıma ve meslektaşlarıma da minnettarım.

ÖZET

BİLSEM ÖĞRENCİLERİNİN ÖRÜNTÜLERDE TEMEL KAVRAMLARA İLİŞKİN BAŞARI DÜZEYLERİNİN İNCELENMESİ

Acar, Abdurrahman

Yüksek Lisans, Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Adem EROĞLU

Ocak 2025, xi + 100 sayfa

Bu araştırmanın amacı, Bilim ve Sanat Merkezlerinde (BİLSEM) genel zihinsel, müzik ve resim yetenek alanlarında özel yetenekli tanısı almış altıncı ve yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüler alt öğrenme alanında temel kavramlara ilişkin başarı düzeylerini incelemektir. Ayrıca bu öğrencilerin örüntüler konusundaki hata ve eksiklerini belirlemek de araştırmanın diğer bir amacıdır. Araştırma 2023-2024 eğitim-öğretim yılında Orta Karadeniz Bölgesi'nde Bilim ve Sanat Merkezlerinde öğrenim gören 94 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Veriler araştırmacı tarafından geliştirilen ve KR-20 güvenirlik katsayısı 0.73 olan Örüntü Testi ile toplanmış ardından yarı yapılandırılmış görüşmelerle desteklenmiştir. Nicel analizlerde, örüntü testi puanları, sunum biçimleri (sayı, şekil, sözel) ve örüntü yapıları dikkate alınarak değerlendirilerek ortalama ve standart sapma değerleri hesaplanmıştır. Sınıf düzeyleri arasındaki farklar Mann-Whitney U testi, yetenek alanları arasındaki farklılıklar ise Kruskal-Wallis testi ile analiz edilmiştir. Nitel veriler ise betimsel analizi yöntemiyle incelenmiştir. Araştırma sonuçlarına göre yedinci sınıf öğrencileri altıncı sınıf öğrencilerinden daha yüksek başarıya sahipken yetenek alanlarına göre genel başarı puanlarında istatistiksel anlamlı bir fark bulunmamıştır. Bununla birlikte yetenek alanları açısından başarı puanları incelendiğinde şekil sunum biçiminde anlamlı farklılıklar bulunmuştur. Nitel analizler, öğrencilerin genelleme yaparken görsel ve sayısal stratejileri bütünleştirme ve temsil biçimleri arasında geçiş yapma becerilerinde farklılıklar bulunduğunu ortaya koymuştur.

Anahtar Kelimeler: Örüntü, Örüntü Sunum Biçimleri, Örüntünün Yapısı, Genelleme, Özel Yetenekli Öğrenciler

ABSTRACT

INVESTIGATION OF BİLSEM STUDENTS' SUCCESS LEVELS REGARDING BASIC CONCEPTS IN PATTERNS

Acar, Abdurrahman

Master's Thesis, Division of Mathematics Education

Thesis Advisor: Assist. Prof. Dr. Adem EROĞLU

January 2025, xi + 100 pages

The aim of the research is to examine the success levels of sixth and seventh grade students diagnosed as gifted in the general mental, music and art talent fields at Science and Art Centers (BİLSEM) regarding basic concepts in the sub-learning area of patterns. In addition, another aim of the research is to determine the errors and deficiencies of these students regarding patterns. The research was conducted on 94 students studying at Science and Art Centers in the Central Black Sea Region in the 2023-2024 academic year. Data were collected with the Pattern Test developed by the researcher with a KR-20 reliability coefficient of 0.73, and then supported with semi-structured interviews. In quantitative analyses, pattern test scores were evaluated by considering presentation formats (number, shape, verbal) and pattern structures; mean and standard deviation values were calculated. Differences between grade levels were analyzed with the Mann-Whitney U test, and differences between talent areas were analyzed with the Kruskal-Wallis test. Qualitative data were interpreted using the descriptive analysis method. According to the research results, while seventh grade students had higher success than sixth grade students, no statistically significant difference was found in general success scores according to talent areas. However, when success scores were examined in terms of talent areas, significant differences were found in the form of figure presentation. Qualitative analyses revealed that there were differences in students' skills in integrating figural and numerical strategies and switching between representation formats while making generalizations.

Keywords: Pattern, Pattern Presentation Formats, Pattern Structure, Generalization, Gifted Students

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ETİK SÖZLEŞME.....	i
JÜRİ KABUL VE ONAY	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
İÇİNDEKİLER	vi
TABLO LİSTESİ.....	ix
ŞEKİL LİSTESİ.....	x
KISALTMALAR.....	xi
GİRİŞ	1
Problem	2
Problem Cümlesi	5
Alt Problemler	5
Amaç ve Önem.....	5
Sayıtlar	7
Sınırlılıklar	8
Tanımlar	8
KAVRAMSAL ÇERÇEVE.....	9
Özel Yeteneklilik ve Özel Yetenekli Bireylerin Tanılanma Süreci	9
BİLSEM’lerde Yürütülen Eğitim Programları.....	10
Örüntü	11
Örüntü Çeşitleri.....	12
Tekrarlayan Örüntüler	13
Değişen (Genişleyen) Örüntüler.....	14
Örüntü Sunum Biçimleri	16
Şekil Biçiminde Sunulan Örüntüler.....	16
Tablo Biçiminde Sunulan Örüntüler	17
Sayı Biçiminde Sunulan Örüntüler.....	17
Sözel Problem Durumu Biçiminde Sunulan Örüntüler	18
Matematik Öğretim Programlarında Örüntüler.....	18
Ortaokul Matematik Programında Örüntüler Konusu	18
Özel Yetenekli Öğrencilerin Matematik Programında Örüntüler	21
Örüntüler ile İlgili Yapılan Araştırmalar.....	23

Öğrencilerin Örüntü Genellemede Kullanılan Stratejiler ve Yaşadıkları Zorlukları Konu Eden Araştırmalar	23
Özel Yetenekli Öğrencilerin Örüntüleri Genellemesini Konu Eden Araştırmalar ..	29
YÖNTEM	33
Araştırmanın Modeli	33
Evren ve Örneklem	33
Veri Toplama Araçları	34
Örüntü Testinin Geliştirilmesi ve Pilot Uygulama	34
Örüntü Testinin Maddeleri ve Puanlanması	37
Örüntü Testi Görüşme Formu	42
Veri Toplama Süreci	43
Verilerin Analizi.....	44
Araştırmanın Değişkenleri.....	44
Nicel Verilerin Analizi	44
Nitel Verilerin Analizi	45
BULGULAR.....	48
Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	48
İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	49
Öğrencilerin Sınıf Düzeylerine Göre Örüntü Performanslarının Karşılaştırılması .	49
Öğrencilerin Yetenek Alanlarına Göre Örüntü Performanslarının Karşılaştırılması	50
Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular.....	52
Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular	53
Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	54
Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular	55
Yedinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	57
Öğrencilerin Örüntünün Genel Terimini Harfli Olarak İfade Edilmesi Hakkındaki Görüşlerinin İncelenmesine Yönelik Bulgular	57
Öğrencilerin Örüntünün Herhangi Bir Adımına Ulaşması Hakkındaki Görüşlerinin İncelenmesine Yönelik Bulgular	64
TARTIŞMA	70
SONUÇ VE ÖNERİLER.....	77
Sonuçlar.....	77
Öneriler	79
KAYNAKÇA.....	81
EKLER.....	89

Ek 1. Örüntü Testi	89
Ek 2. Örüntü Testi Görüşme Formu.....	92
Ek 3. Araştırma İzni	93
Ek 4. Örüntü Testine Öğrencilerin Verdikleri Cevaplar Doğrultusunda Oluşturulan Rubrik.....	94
Ek 5. Yazarın Özgeçmişi.....	100



TABLO LİSTESİ

Tablo 1. Öğrencilerin Yetenek Alanları ve Sınıf Seviyelerine Göre Dağılımı.....	34
Tablo 2. Madde Ayırtıcılık Gücü Puanları	35
Tablo 3. Örüntü Testinde Bulunan Soruların İncelenmesi	37
Tablo 4. Görüşme Yapılan Öğrencilerin Sınıf Düzeyleri ve Yetenek Alanları.....	43
Tablo 5. Örüntü Testinin Üçüncü Sorusuna Öğrencilerin Verdikleri Cevaplar Doğrultusunda Oluşturulan Rubrik.....	45
Tablo 6. Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Örüntü Performansları.....	48
Tablo 7. Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntü Performansları	49
Tablo 8. Altıncı ve Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntü Performansları	49
Tablo 9. Yetenek Alanlarına Göre Öğrencilerin Örüntü Performansları.....	50
Tablo 10. Üçüncü Alt Probleme Ait Normallik Testi Sonuçları	52
Tablo 11. Üçüncü Alt Probleme Ait Mann-Whitney U Testi Sonuçları	52
Tablo 12. Dördüncü Alt Probleme Ait Normallik Testi Sonuçları.....	53
Tablo 13. Dördüncü Alt Probleme Ait Kruskal-Wallis H Testi Sonuçları.....	53
Tablo 14. Beşinci Alt Probleme Ait Normallik Testi Sonuçları.....	54
Tablo 15. Beşinci Alt Probleme Ait Kruskal-Wallis H Testi Sonuçları.....	54
Tablo 16. Beşinci Alt Probleme Ait Çoklu Karşılaştırma Testlerinin Sonuçları.....	55
Tablo 17. Altıncı Alt Probleme Ait Normallik Testi Sonuçları.....	56
Tablo 18. Altıncı Alt Probleme Ait Kruskal-Wallis H Testi Sonuçları.....	56
Tablo 19. Altıncı Alt Probleme Ait Çoklu Karşılaştırma Testlerinin Sonuçları	57
Tablo 20. Örüntülerin Genel Terimlerinin Harfli Olarak İfade Edilmesine İlişkin Maddelere Verilen Yanıtların Gruplanmış Frekans Dağılımı	58
Tablo 21. Örüntülerin Herhangi Bir Adımına Ulaşılmasına İlişkin Maddelere Verilen Yanıtların Gruplanmış Frekans Dağılımı	64

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1. Aritmetik Değişen Örüntü Örnekleri	14
Şekil 2. Geometrik Değişen Örüntü Örneği.....	15
Şekil 3. Artarak Değişen Örüntü Örneği	15
Şekil 4. Balıksırtı ve Büyüyen Z Harfi İle Oluşturulan Şekil Örüntüsü Örnekleri.....	16
Şekil 5. Tablo Biçiminde Sunulan Örüntü Örneği.....	17
Şekil 6. Örüntü Testinin Birinci Sorusu.....	39
Şekil 7. Örüntü Testinin İkinci Sorusu	39
Şekil 8. Örüntü Testinin Üçüncü Sorusu	40
Şekil 9. Örüntü Testinin Dördüncü Sorusu.....	40
Şekil 10. Örüntü Testinin Beşinci Sorusu.....	41
Şekil 11. Örüntü Testinin Altıncı Sorusu.....	41
Şekil 12. Örüntü Testi Görüşme Formu (Ek.2)	42
Şekil 13. Ö18'in 1b Maddesi İçin Verdiği Cevap	58
Şekil 14. Ö35'in 3b Maddesi İçin Verdiği Cevap	60
Şekil 15. Ö54'ün 4. Madde İçin Verdiği Cevap	61
Şekil 16. Ö28'in 5b Maddesi İçin Verdiği Cevap	61
Şekil 17. Ö29'un 6b Maddesi İçin Verdiği Cevap.....	63
Şekil 18. Ö16'nın 1a Maddesi İçin Verdiği Cevap.....	65
Şekil 19. Ö84'ün 2. Madde İçin Verdiği Cevap	66
Şekil 20. Ö11'in 3a Maddesi İçin Verdiği Cevap.....	67
Şekil 21. Ö22'nin 5a Maddesi İçin Verdiği Cevap.....	67
Şekil 22. Ö5'in 6a Maddesi İçin Verdiği Cevap.....	68

KISALTMALAR

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: (National Council of Teachers of Mathematics): Ulusal Matematik Öğretmenleri
Konseyi

BİLSEM: Bilim ve Sanat Merkezleri

TYMM: Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli

RAM: Rehberlik Araştırma Merkezi



GİRİŞ

Matematik, teknolojinin, toplumun ve bireylerin gelişiminde merkezi bir rol oynayan en temel disiplinlerden biridir. Aynı zamanda bireylerin düşünme becerilerini geliştirmede etkili bir araç olarak öne çıkar. Bu sebeple matematik eğitimi, temel eğitimin vazgeçilmez unsurlarından biri olarak kabul edilmektedir. Matematik eğitimi, günlük yaşamda ihtiyaç duyulan matematiksel bilgi ve becerilerin yanı sıra, kişiye olaylar arasında bağlantı kurma, problem çözme, bilgiyi analiz etme ve sentezleme, tahminde bulunma ve akıl yürütme gibi çok sayıda düşünme becerisi kazandırır (Umay, 2003). Bir sorunu çözmek için genelleme, tahmin etme, hipotez geliştirme, hipotez doğrultusunda akıl yürütme gibi üst düzey düşünme becerilerine ihtiyaç duyulduğunda matematiksel düşünmenin gerçekleştiği kabul edilir. Bu durum matematiksel düşünmenin sayılar ve soyut matematiksel kavramlarla sınırlı kalmaktan ziyade gerçek dünya sorunlarının çözümü sürecinde kullanılabilecek bir düşünme biçimi olduğunu göstermektedir. Bu durum, matematiksel düşünmenin üst düzey bir bilişsel aktivite olduğunu göstermektedir (Güç, Aygün ve Orbay, 2021).

Millî Eğitim Bakanlığı [MEB] Ortaokul Matematik 2019 Programında, matematiksel düşünme becerisinin oluşturulması ve gerçek dünyadaki çeşitli konulara uygulama becerisi, matematiksel yeterlilik olarak tanımlanmıştır. Matematiksel yeterlilik, mantıksal ve uzamsal düşünme biçimlerini kullanma, bu düşünme biçimlerini formüller, modeller, yapılar, grafikler ve tablolar gibi farklı sunumlarla ifade etme yeteneği ve isteğini içermektedir (MEB, 2019). Matematik eğitiminde önemli bir yere sahip olan örüntüler, matematiksel keşfin, günlük yaşamı matematiksel olarak anlamlandırmanın, günlük rutinlerin matematiksel ifadeler ile açıklanması açısından önemli bir yere sahiptir. (Kocamaz, 2020).

Günlük yaşam durumlarında karşılaşılan temel matematik öğretiminde birinci sınıftan sekizinci sınıfa kadar kazanımları mevcut olan örüntüler alt öğrenme alanı, matematik öğretiminde önemli bir yer tutmaktadır (MEB, 2018). Tanışlı'ya (2008) göre, öğretim programında yedinci sınıftan önce öğrencilerden bir örüntünün özelliklerini açıklamaları ve bu örüntüyü yeni bir duruma genişletmeleri beklenirken, ilerleyen yıllarda bu örüntüleri semboller veya harflerle genellemeleri ve nihayetinde fonksiyonel ilişkileri fark etmeleri amaçlanmaktadır. Örüntülere karşılık gelen genel kurala ait genellemeleri tahmin etme ve yapılan tahminler için açıklama yapma gibi görevlerle

meşgul olmak, eleştirel düşünme ve iletişim becerilerinin de gelişimine katkı sağlamaktadır (MEB, 2009).

Örüntüler, matematiksel kavramların, düzenin ve mantığın anlaşılmasında temel bir rol oynar ve öğrencilerin problem çözme, değişken kavramını anlama ve fonksiyonel düşünme becerilerinin gelişimine katkıda bulunur (Tanışlı, 2008). Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics) [NCTM] (2000), matematik standartlarında cebirsel düşünmeyi, öğrencilerin örüntüleri analiz etme, örüntüyü kuralına göre devam ettirme, genelleme ve temsil etme becerileri olarak tanımlamaktadır. Ayrıca öğrencilerin örüntüleri belirleme, genelleme bağlantılarını gözlemleyerek örüntüleri sürdürme, örüntüleri genel terim ile ifade etme gibi becerilerle cebirsel düşünme süreçlerinin desteklendiği belirtilmektedir (İspir ve Palabıyık, 2011). Lannin (2005), örüntü etkinlikleri yoluyla genellenenin, değişken fikrinin dinamik bir temsili olarak işlev görebileceğini ve öğrencilerin sembolik temsili kavramaları ile aritmetik bilgileri arasında bir köprü oluşturabileceğini ifade etmektedir. Örüntülerde genellemelerin kullanılmasıyla birlikte öğrencilerin cebirsel düşünme yeteneklerinin gelişeceği ve problem çözme konusunda da pratik bir yaklaşım kazanacakları düşünülmektedir (Doğan Temur ve Turgut, 2020).

Matematik eğitiminde örüntülerle genelleme yapma becerisi cebir eğitimin temelini oluşturmaktadır. Öğrencilerin örüntü genelleme becerilerini geliştirmeleri, daha sonra cebir derslerinde soyut semboller, gösterimler ve kurallarla karşılaştıklarında çözümlemelerine yardımcı olacaktır. Bu durum, genel olarak matematik ve özel olarak cebir için çok önemli olan genelleme ve örüntü fikirlerini kavramayı önemli kılmaktadır (Yaman, 2010). Nitekim NCTM (2000), örüntülerin öğrencilerin cebirsel akıl yürütmelerini ve matematiksel anlamalarını geliştirmede önemli bir rol oynadığı için okul öncesi dönemden başlayarak tüm sınıf düzeylerinde ve öğretmen yetiştirme programlarında örüntü etkinliklerinin yer alması gerektiğini vurgulamaktadır.

Problem

Toplumdaki bireylerin ilgileri, kapasiteleri ve yetenekleri doğrultusunda eğitimden en iyi şekilde faydalanabilmeleri için özel düzenlemelerin yapılması gereklidir. Bu durum bireyin yüksek yararının ön planda tutulması, bireysel farklılıklara saygı, eğitimde adalet ve eşitlik anlayışını içeren eğitimin temel ilkelerinin yaşatılması amacıyla yapılmalıdır. Bu talep ışığında matematik eğitimi alanında özel yeteneklilere yönelik

araştırmaların yapılmasının ne kadar önemli olduğu aşıktır (Çakır, 2021). Matematik eğitiminde özel yetenekliliklere, öğrenme güçlüğu tanısı konulan öğrencilere göre daha az ilgi gösterildiğini göstermektedir. Buna rağmen son yıllarda matematik eğitimcilerinin, araştırmacıların ve eğitim politikalarını düzenleyenlerin matematiksel olarak özel yetenekli öğrencileri daha iyi anlamaya ve onların matematiksel yaratıcılıklarını teşvik etmeye yönelik gözle görülür değişimler yaptıkları görölmektedir (Singer, Sheffield ve Leikin, 2017).

Yetenek alanlarında akranlarına göre daha hızlı gelişim gösteren özel yeteneklilerin, eğitim sürecinden faydalanabilmeleri, örgün eğitim sisteminde kullanılacak eğitim programları ve yaşa dayalı sınıf düzeylerinin oluşturulmasına yönelik araştırmaların yapılmaması nedeniyle sınırlıdır (Özçelik 2017). Türkiye'de özel yeteneklilerin eğitimiyle ilgili sistematik denemeler 1990'lı yıllarda başlamıştır. 1993 itibarıyla kurulan Bilim ve Sanat Merkezleri (BİLSEM), örgün eğitime ek olarak özel yetenekli bireylere genel zihinsel yetenek, görsel sanatlar ve müzik alanlarında eğitim olanakları sunmaktadır (Çelik, 2022). BİLSEM'lerde kayıtlı öğrenciler için "uyum, destek eğitimleri, bireysel yetenek farkındalığı programı, özel yetenek geliştirme programı ve proje üretimi/yönetimi" gibi çeşitli programlar uygulanmaktadır. Eğitim sürecini başarıyla tamamlayan öğrencilere "Tamamlama Belgesi" verilmekte ve bu belge, öğrencilerin bir üst program düzeyine geçiş yapmasını sağlamaktadır (MEB, 2015). Özel yetenekli öğrenciler BİLSEM'de tanılı oldukları özel yetenek alanında diğer okullardaki özel yetenekli akranları ve alan öğretmenleri ile birlikte öğrenim görmektedir. Dolayısıyla BİLSEM'ler aracılığıyla bu çocuklar kendi özel becerilerini geliştirebilecek eğitimler alırken, bir yandan da bulundukları okullarda topluma entegrasyonları sağlanmaktadır (Satzmaz, 2016).

Özel yetenekli öğrenciler, matematiğin pratik ve estetik yararlarının farkında olup okulda sınırlı matematik uygulamalarının aksine daha zor uygulamalar da beklemektedirler. Matematiksel özel yetenekliliğin özellikleri belirli bir miktarda zihinsel esnekliğin yanı sıra uygulamayla giderek daha da uzmanlaşan matematiğe özgü yetenekleri içermektedir. Bu öğrenciler genelleme ve soyutlama içeren özelliklere sahip olduklarından tümevarımsal ve mantıksal akıl yürütme, motivasyon, matematiksel yapılar, korelasyonlar ve örüntü genellemelerinde oldukça yeteneklidirler (Assmus ve Fritzlar, 2022).

Özel yetenekli öğrencilerin, matematiksel bilgiyi genellikle temel kavramlar ve bu kavramlar arasındaki ilişkilerden oluşan bir bütünlük olarak algılamalarına karşın özel yetenekli tanısı olmayan öğrencilerin matematiği daha çok formüller ve işlemlerle sınırlı bir yapı olarak gördükleri ifade edilmiştir (Grouws, Howald ve Colangelo, 1996; akt. Dayan, 2017, s. 23). Özel yetenekli çocukları diğerlerinden ayıran önemli özellikler arasında soyutlama yeteneği bulunmaktadır. Bu yeteneğin içerisinde bütünsel akıl yürütme, şemalaştırma ve devam ettirme gibi genelleme kapasiteleri de yer almaktadır. Bu bağlamda, özel yetenekli öğrencilerin özelliklerinden biri matematiksel etkinliklerin özü ve matematiksel bilginin gelişiminin temeli olarak tanımlanan genelleme yapma yetenekleridir (Amit ve Neria, 2008).

Alanyazında örüntüler alt öğrenme alanında örüntüleri genellemede kullanılan yaklaşımlar, stratejiler ve örüntüler alanında öğrencilerin yaşadıkları zorluklar bakımından öğrenciler ile (Altay, Akyüz ve Erhan, 2014; Akkoç, Yeşildere İmre ve Baştürk-Şahin, 2017; Becker ve Rivera, 2005; Kocamaz, 2020; Kocamaz ve İkikardeş, 2021; Samson ve Schafer, 2007; Steele, 2007; Takır ve Özerem, 2020; Yaman, 2010; Yaman ve Umay, 2013) ve öğretmen veya öğretmen adayları ile (Sucuoğlu, 2015; Tanışlı ve Köse, 2011; Tat, 2020) araştırmalar yapılmıştır. Özel yetenekli öğrenciler ile matematik genelinde öğrencilerin problem çözmede kullandıkları üst bilişsel becerilerin belirlenmesi (Akturan, 2024; Özdemir, 2018; Öztürk, Akkan ve Kaplan, 2018; Matsko ve Thomas, 2014), özel yetenekli tanısı konulan öğrenciler ve özel yetenekli tanısı olmayan öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin karşılaştırılması (Bulut, Yıldız ve Baltacı, 2020; Goetz, Preckel, Pekrun ve Kleine, 2008; Güç, Aygün ve Orbay, 2021; Kettler, 2014; Leikin, 2011; Zedan ve Bitar, 2017) ve özel yeteneklilere uygulanan eğitim programlarının incelenmesi (Dimitriadis, 2016; Özçelik, 2017) üzerine araştırmalar yapılmıştır. Özel yetenekli öğrencileri diğer öğrencilerden ayıran en önemli özelliklerden birisi matematiksel öğrenme süreci içerisindeki genelleme becerisi olmasına rağmen özel yetenekli öğrenciler ile örüntüler ve matematiksel genelleme alanında yapılmış sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Özel yetenekli öğrenciler ile örüntü ve örüntü genellemesi gerektiren durumlarda başarılarının incelendiği (Amit ve Neria, 2008; Dayan, 2017; Erdoğan ve Gül, 2023; Girit Yıldız ve Durmaz, 2021; Gül, 2022; Sriraman, 2003) araştırmalar yapılmıştır. Bu araştırmaların birçoğu genel zihinsel alanda özel yetenekli tanımlı öğrenciler ile yapılmış olup diğer alanlarda özel yetenekli tanısı konulmuş öğrenciler ile yapılan çalışmalar bulunmamaktadır. Bu doğrultuda Bilim

ve Sanat Merkezlerinde (BİLSEM) eğitim gören genel zihinsel, müzik ve resim yetenekleri alanlarında özel yetenekli olarak tanı konulmuş öğrencilerin matematiksel örüntüleri fark etme, devam ettirme ve sözel ile cebirsel olarak ifade etme düzeylerinin incelenmesi gereken bir durum olduğu düşünülmektedir.

Problem Cümlesi

BİLSEM’de öğrenim gören genel zihinsel, müzik ve resim yetenek alanlarında özel yetenekli tanısı konulmuş öğrencilerin örüntüler alt öğrenme alanında temel kavramlara ilişkin başarıları ne düzeydedir? Bununla birlikte öğrencilerin örüntüler alt öğrenme alanındaki hata ve eksiklikleri nelerdir?

Alt Problemler

- 1) Altıncı sınıf seviyesinde BİLSEM öğrencilerin örüntüler alt öğrenme alanındaki başarıları ne düzeydedir?
- 2) Yedinci sınıf seviyesinde BİLSEM öğrencilerinin örüntüler alt öğrenme alanındaki başarıları ne düzeydedir?
- 3) Altıncı ve yedinci sınıf seviyesinde BİLSEM öğrencilerinin örüntüler alt öğrenme alanındaki başarı düzeyleri arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?
- 4) Özel yetenekli öğrencilerin BİLSEM ‘de öğrenim gördükleri yetenek alanları (genel zihinsel, müzik ve resim) açısından örüntü testi başarıları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?
- 5) Özel yetenekli öğrencilerin BİLSEM ‘de öğrenim gördükleri yetenek alanları (genel zihinsel, müzik ve resim) açısından örüntülerin sunum biçimlerine göre örüntü testi başarıları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?
- 6) Özel yetenekli öğrencilerin BİLSEM ‘de öğrenim gördükleri yetenek alanları (genel zihinsel, müzik ve resim) açısından örüntünün yapılarına göre örüntü testi başarıları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?
- 7) BİLSEM ‘de öğrenim gören özel yetenekli öğrencilerin örüntüler alt öğrenme alanında ortak olarak yaptıkları hatalar ve örüntüler alt öğrenme alanındaki eksiklikleri nelerdir?

Amaç ve Önem

Araştırmanın amacı genel zihinsel, müzik ve resim yetenek alanlarında özel yetenekli tanısı konulmuş öğrencilerin, örüntüler alt öğrenme alanında temel kavramlara

ilişkin başarı düzeylerini incelemektir. Bununla birlikte öğrencilerin örüntüler alt öğrenme alanına ait hata ve eksiklerini belirlemektir.

Matematik eğitiminde örüntüler, olaylar arası bağlantı kurma, analiz ve sentezleme gibi üst düzey bilişsel düşünme becerilerini barındırması (Umay, 2003), örüntülerin analiz edilmesi, genişletilmesi ve ifade edilmesi gibi uygulamaların cebirsel düşünme için önemli olması (NCTM, 2000), örüntülerin matematiksel düzenin anlaşılması ve fonksiyonel düşünmeye katkı sağlaması (Tanışlı, 2008) diğer taraftan akıl yürütme ve iletişim becerilerinin gelişimine olan katkısı (MEB, 2009) sebebiyle genel olarak matematik için özel olarak da cebir için önemlidir (Yaman,2010). Matematiksel düşünme, üst düzey bilişsel bir aktivite (Güç ve diğerleri, 2021) olup sayı ve ilişkileri keşfederek bir sorun karşısında kendi çözüm yolları ile yeni fikirler üretebilen (Dimitriadis, 2016) özel yetenekli bireyler, insanlığı da üst seviyede fayda sağlamışlardır (Çitil ve diğerleri, 2020). Bu bağlamda eğitimde bireylerin ilgi, kapasite ve yeteneklerinin dikkate alınarak bireysel farklılıklara saygı, eğitimde adalet ve eşitlik anlayışı içerisinde özel yeteneklilerin eğitimlerine yönelik araştırmaların yapılması (Çakır, 2021), özel yetenekli bireylerin daha iyi anlaşılması ve matematiksel yaratıcılıklarının teşvik edilmesi gerekmektedir (Singer ve diğerleri, 2017). Genelleme, mantıksal akıl yürütme ve matematiksel ilişkilerin farklı biçimlerde ifadesi gibi özelliklerde oldukça başarılı olan özel yetenekli öğrencilerin (Assmus ve Fritzlar, 2022) farklı eğitim ihtiyaçlarının tespit edilerek öğrencilere en uygun eğitim modelinin ve öğretim tekniklerinin kullanılması önemlidir (Özçelik, 2017). Bu durumda özel yetenekli bireyleri diğerlerinden ayıran önemli özelliklerinden birisi de soyutlama ve farklı biçimlerde genelleme yapma becerileri (Amit ve Neria, 2008) olup bu becerilerin matematik öğretiminde araştırılması önemlidir (Yaman, 2010).

Literatürde örüntüler alt öğrenme alanında özel yetenekliler ile yapılan çalışmalar sınırlıdır. Bu çalışmalarda, genel yetenek alanında özel yetenekli olarak tanı konulmuş öğrenciler ile özel yetenekli tanısı konulmamış öğrencilerin başarıları, örüntülerin farklı sunum biçimlerine göre örüntüleri fark etme, değiştirme, devam ettirme ve sözel ile cebirsel olarak genelleme yapabilme açısından incelenmiştir (Dayan, 2017; Sriraman, 2003). Diğer taraftan sadece genel yetenek alanında özel yetenekli olarak tanı konulmuş öğrenciler ile örüntü ve genelleme süreçlerinin incelendiği (Amit ve Neria, 2008), farklı sunum biçimleri ile verilen örüntülerinde özel yetenekli öğrencilerin başarılarının incelendiği (Erdoğan ve Gül, 2023; Gül, 2022) ve problem çözmede kullandıkları

genelleme stratejilerini incelendiği (Girit-Yıldız ve Durmaz, 2021; Matsko ve Thomas 2014) çalışmalar bulunmaktadır. Sonuç olarak yapılan araştırmaların birçoğunun genel yetenek alanında özel yetenekli olarak tanı konulmuş öğrenciler ile yürütüldüğü gözlenmiştir. Dolayısıyla genel zihinsel, müzik ve resim yetenek alanlarından özel yetenekli öğrenciler ile örüntüler alt öğrenme alanında yürütülen bu araştırmanın önemli olduğu düşünülmektedir.

Özel yetenekli öğrencilerin ihtiyaçlarını karşılamamanın öneminin bilinmesine rağmen özellikle farklı alanlarda, onların öğrenme süreçlerinin ve eğitim gereksinimlerinin anlaşılmasında boşluklar bulunabilir. Araştırmamız, özellikle örüntüler alt öğrenme alanına ve özel yetenekli öğrencilerin bununla nasıl etkileşim kurduğuna odaklanarak bu boşluğu doldurabilir. Genel zihinsel alanında özel yetenekli öğrencilerin yanı sıra müzik ve sanatsal yetenekler gibi alanlardaki başarı düzeylerini keşfederek yetenek geliştirme girişimlerine katkıda bulunabilir. Araştırmamızın bulguları, özel yetenekli bireylerin eğitim öğretim faaliyetlerinde pratik uygulamalara sahip olabilir. Özel yetenekli öğrencilerin başarı seviyelerini anlamak onların öğrenme deneyimlerini ve sonuçlarını optimize etmek için müfredat geliştirme, öğretim stratejileri ve bireyselleştirilmiş destek mekanizmalarına rehberlik edebilir. Bu çalışmada örüntülere ait temel kavramlara ait başarı düzeylerinin incelenmesi BİLSEM’lerde matematik biriminde ve matematik atölye çalışmalarında, eğitim öğretim faaliyetlerini yürüten öğretmenlere yardımcı olabilecektir. Bu doğrultuda elde edilen bulgular ve sonuçlar, program tasarımcıları ve uygulayıcıları için ders kitaplarının geliştirilmesi, yardımcı basılı ve görsel materyallerin hazırlanması, ders senaryolarının oluşturulması ve değerlendirme süreçlerinde yol gösterici nitelikte olabilecektir.

Sayıtlar

Bu araştırmanın temel sayıtlar şunlardır:

- Uygulanan "Örüntü Testi" 'nin kapsam geçerliliği için başvurulacak uzman kanısı yeterlidir.
- Veri toplama aracı olan "Örüntü Başarı Testi" araştırmanın amaçlarına hizmet etmektedir.

Sınırlılıklar

Bu araştırma;

- Ortaokul Matematik Öğretim Programı (2018 ve 2024 TYMM) ile Özel Yetenekli Öğrenciler için Matematik Öğretim Programındaki (2018) örüntüler alt öğrenme alanına ilişkin hedef ve kazanımlar,
- 2023-2024 eğitim öğretim yılında, Orta Karadeniz bölgesindeki bir ilin merkezi ve ilçelerinde bulunan Bilim ve Sanat Merkezlerinde öğrenim gören genel zihinsel, müzik ve resim yetenek alanlarındaki altıncı ve yedinci sınıf öğrencileri,
- Örüntülerde temel kavramlara ilişkin başarı düzeylerini değerlendirmek için kullanılan “Örüntü Testi” ile öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen verilerle sınırlandırılmıştır

Tanımlar

Cebirsel düşünme: Farklı durumları analiz etmek için matematiksel semboller ve araçlar kullanmaktır. Farklı durumlardan bilgi çıkarmak, bilgileri kelimelerde, diyagramlarda, tablolarda, grafiklerde ve denklemlerde matematiksel olarak temsil etmektir. Ayrıca cebirsel düşünme; bilinmeyenleri çözmek, iddiaları test etmek ve benzer durumlarda ve ilgili yeni durumlarda işlevsel ilişkileri belirlemek gibi matematiksel bulguları yorumlamak ve uygulanmasıdır (NCTM, 2000).

Matematiksel düşünme: Problemlere yapısal ve sistematik bir yaklaşım geliştirerek, bireyin mantıksal çıkarımlarda bulunmasını ve genellemeler yapmasını sağlayan bir zihinsel süreçtir. Bu düşünme süreci, soyutlama, analiz ve sentez yoluyla karmaşık problemlerin çözümüne yönelik bir anlayış geliştirmeye odaklanır (MEB, 2019).

Matematiksel Açıdan Özel Yetenekli Birey: Mevcut eğitim bilgisine dayalı olarak yeni matematiksel fikirler üretebilen ve akran grubundaki diğer bireylerden daha ileri düzey matematiksel düşünme becerileri sergileyen bireydir (Leikin, 2019).

KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde özel yeteneklilik, özel yetenekli bireylerin tanılanması, BİLSEM’lerde yürütülen eğitim programları, örüntü ve çeşitleri ile örüntü sunum biçimleri başlıkları altında araştırmanın kuramsal çerçevesi ele alınmış ve örüntüler ile ilgili araştırmalara yer verilmiştir.

Özel Yeteneklilik ve Özel Yetenekli Bireylerin Tanılanma Süreci

BİLSEM Yönergesinde, akranlarına kıyasla akademik başarı, zekâ, yaratıcılık, sanat ve liderlik gibi alanlarda üstün performans sergileyen bireyler “özel yetenekli öğrenciler” olarak tanımlanmaktadır (MEB, 2016). Özel yetenekli bireyler, sahip oldukları özellikler sayesinde yüksek başarı gösterme potansiyeline sahip olup bu nitelikleri profesyonel uzmanlar tarafından tespit edilen bireylerdir. Bu öğrenciler, hem kendilerine hem de topluma fayda sağlayabilecek şekilde gelişim gösterebilmeleri için standart okul programlarının ötesinde özel olarak tasarlanmış eğitim programlarına ve destek hizmetlerine ihtiyaç duymaktadır (United States Commissioner of Education, 1972; akt. Çelik, 2022, s. 7).

Özel yetenekli bireylerin, erken tanılama ve kendilerine özgü eğitim süreçlerine ihtiyaç duydukları bilinmektedir. Erken tanılama, bireylerin yeteneklerinin daha da geliştirilmesine olanak tanırken geleceğe yönelik planlama yapılmasına ve uzun vadede ülkeleri için değer yaratan bireyler haline gelmelerine zemin hazırlamaktadır (Gül, 2022). MEB tarafından belirlenen yaş ve sınıf düzeyleri doğrultusunda bireyler, BİLSEM’lere aday gösterilmektedir. Bu süreç, Rehberlik ve Araştırma Merkezleri (RAM) tarafından genel zihinsel, müzik ve görsel sanatlar yetenek alanlarına göre organize edilmektedir (MEB, 2016). Sınıf öğretmenleri tarafından belirlenen özel yetenekli öğrencilerin BİLSEM’e aday gösterilme süreci ise üç aşamadan oluşmaktadır (MEB, 2016):

1. Gözlem Formlarının Doldurulması: Öğrencinin özel yeteneğine göre sınıf öğretmeni tarafından e-okul sisteminde gözlem formu doldurularak sürecin ilk adımı atılmaktadır.
2. Grup Tarama Uygulaması: Genel Müdürlük tarafından belirlenen baraj puanını yetenek alanında aşan bireyler, bir sonraki aşama olan bireysel değerlendirmeye alınmaktadır.
3. Bireysel Değerlendirme Aşaması: Bu aşamada bireylerin genel zihinsel, müzik ve görsel sanatlar gibi yetenek alanlarında bireysel değerlendirmeleri

yapılmaktadır. Genel Müdürlük tarafından belirlenen başarı eşiğini geçen öğrenciler, BİLSEM'e yerleşme hakkı kazanmaktadır.

Özel yetenekli bireylerin, sahip oldukları potansiyeller doğrultusunda özel eğitim programlarına katılmaları gerekmektedir. Türkiye'de bu eğitimler, BİLSEM'ler aracılığıyla sunulmaktadır. Özel yetenekli olarak tanımlanan öğrenciler, okul saatleri dışında BİLSEM'de eğitim alarak yeteneklerini geliştirme imkânı bulmaktadır. Tanılama sürecinde, bu bireylerin sanat alanlarında veya genel akademik yeteneklerde üstünlük göstermesi beklenmekte, eğitim sürecinde ise bu alanlardan en az birini tercih etmeleri sağlanmaktadır (Güneş, 2018).

BİLSEM'lerde Yürütülen Eğitim Programları

BİLSEM, ilkokul, ortaokul ve ortaöğretim kurumlarında öğrenim gören özel yetenekli öğrencilerin bireysel yeteneklerini fark etmelerini sağlamak ve potansiyellerini en üst seviyede kullanmalarına imkân tanımak amacıyla 1994 yılında Ankara'da kurulmuş özel eğitim kurumlarıdır. MEB'in 2018 tarihli Özel Eğitim Hizmetleri Yönetmeliği'ne göre örgün eğitime devam eden öğrencilerden genel zihinsel, görsel sanatlar veya müzik alanlarında özel yetenekli olarak tanımlananlara, bu yeteneklerini geliştirebilmeleri ve kapasitelerini maksimum düzeyde kullanabilmeleri için destekleyici eğitim sağlamak üzere BİLSEM'ler açılmıştır.

Özel yetenekli bireyler için etkili bir eğitim sunulabilmesi, doğru tanılama süreçleriyle belirlenip aynı yetenek alanında olmalarına rağmen hızlandırılmış veya zenginleştirilmiş programlara ihtiyaç duyabilen öğrencilere uygun eğitim seçenekleri sağlanmasına bağlıdır (NCTM, 1995). BİLSEM'lerin temel misyonu, öğrencilerin yeteneklerini derinlemesine geliştirmek amacıyla zenginleştirilmiş bir eğitim sunmak olup bu kapsamda eğitimlerin büyük bir kısmı projeler temelinde yürütülen çalışmalardan oluşmaktadır (Sak, Ayas, Sezerel, Öpengin, Özdemir ve Gürbüz, 2015).

Özel Öğretim ve Rehberlik Araştırma Genel Müdürlüğü'nün yönergesine göre BİLSEM'lerde uygulanan eğitim ve programlar; öğrencilerin gelecekteki yaşamlarında ihtiyaç duyacakları üst düzey zihinsel, sosyal, kişisel ve akademik becerileri kazanmalarını destekleyecek biçimde ilgi alanları, yetenekleri ve potansiyelleri doğrultusunda eğitim olanakları sunmayı amaçlamaktadır. Bu doğrultuda eğitim aşamaları öğrencilerin deneyimleyerek öğrenmelerini, gerçek yaşam sorunlarına çözüm üretebilmelerini, yaratıcı düşüncelerini, çevreleriyle etkili iletişim kurabilmelerini ve

bilimsel araştırma ile yenilik geliştirme becerileri kazanmalarını sağlamak üzere yapılandırılmaktadır. Eğitim süreçleri tasarlanırken, üst düzey düşünme becerilerinin gelişimi ile proje üretme ve geliştirme odaklı etkinliklerin planlanması ve uygulanması üzerinde durulmaktadır (MEB, 2016).

MEB (2016), BİLSEM'lerde öğrencilere uyum programı sonrasında şu dört temel programı sunmaktadır: destek eğitim, bireysel yetenekleri fark ettirme, özel yetenekleri geliştirme ve proje üretimi ve yönetimi. Uyum programı, kurumun ve eğitim süreçlerinin tanıtılmasını, öğretmen ve öğrencilerle tanışmayı amaçlar. Destek eğitim programı, uyum sürecini tamamlayan öğrencilerin becerilerini farklı disiplinlerle ilişkilendirmelerini sağlar. Bireysel yetenekleri fark ettirme programında, destek eğitim sürecini tamamlayan öğrencilerin bireysel yeteneklerini keşfetmelerine yönelik etkinlikler ve projeler gerçekleştirilir. Özel yetenekleri geliştirme programı, özellikle görsel sanatlar ve müzik alanındaki yeteneklerin derinlemesine geliştirilmesine odaklanır. Son olarak, proje üretimi ve yönetimi programı, öğrencilerin ilgi, istek ve yeteneklerine göre bireysel veya grup projeleri üretmelerini hedefler. Bu süreç, uyum programından proje geliştirme aşamasına kadar iki yıl sürebilir (Şahin, 2020).

BİLSEM'ler, özel yetenekli öğrencilerin disiplinler arası düşünme, problem çözme ve ihtiyaçlara yönelik projeler tasarlama becerilerini geliştirmeyi amaçlarken, aynı zamanda bilim ve sanatın bütünleşmesini desteklemektedir (MEB, 2016; Abacı ve Tüzün, 2023).

Örüntü

Türk Dil Kurumu'na (TDK) göre örüntü, olay ya da nesnelerin belirli bir düzen içinde birbirini takip ederek gelişmesi anlamına gelmektedir.

Matematiksel bağlamda ise Olkun ve Tanışlı (2009) örüntüyü, düzenli bir dizilişe sahip tekrar eden nesneler ya da şekillerin oluşturduğu bir desen olarak tanımlamaktadır. Yaman'a (2010) göre ise örüntü, düzenli bir şekilde sıralanmış ve bir matematiksel fonksiyonla modellenebilen nesne, şekil ya da sayılar dizisidir.

Örüntü, doğada ve insan yaşamının birçok alanında sıklıkla karşılaşılan bir olgudur. Mimaride, sanatta, müzikte, teknolojiye ve hatta günlük rutinlerde dahi örüntülere rastlanmaktadır. Bu tür örüntüler, matematikte ise keşfedilip yorumlanarak başka yapılar oluşturmak için kullanılmaktadır (Tanışlı, 2013). Matematiği tüm örüntülerin sınıflandırılması olarak kabul eden bu yaklaşım, matematiğin özünün

örüntüler ve düzen üzerine kurulu olduğuna vurgu yapmaktadır. Karp, Bay-Williams ve Van de Walle (2010) da matematiği, mantıksal bir sıralama ve düzene dayalı bilim olarak, aynı zamanda düzen ve örüntü bilimi şeklinde tanımlamaktadır.

Örüntü kavramının matematikçilerin ve eğitimcilerin farklı tanımlarına konu olması da bu yaygınlık ve öneminin bir sonucudur. Souviney (1994; akt. Yıldız, 2022), geometrik şekiller, sesler, semboller ve eylemlerden oluşan sistematik bir yapı olarak örüntüyü betimlerken Mulligan (2010), örüntüyü mantıksal ve sayısal olarak ilişkili ve tahmin edilebilir bir düzenlilik olarak ifade etmektedir. Matematiksel bağlamda ise örüntü, şekiller ve sayılar gibi matematiksel nesnelerin yapılarındaki düzenli ilişkileri ifade etmektedir. Toluk ve Uçar (2007) ise örüntüyü, düzgün şekilde sıralanan şekil ve nesnelerden oluşan bir bütün olarak tanımlamaktadır. Tanımlarda öne çıkan en önemli unsur, örüntünün belirli bir düzenliliğe sahip olmasıdır. Öğelerin sistematik bir düzende sıralanması ve düzenlilik, örüntü kavramının "dizi" olarak tanımlanmasına yol açmaktadır. Ancak, örüntü ve dizi benzer görünse de matematiksel açıdan birbirlerinden farklıdırlar (Tanışlı, 2013).

Örüntü Çeşitleri

Örüntülerin hayatın her alanında bulunması, bireylerin doğal olarak genelleme yapma eğilimlerini desteklemektedir. DeLoache, Miller ve Pierroutsakos (1998) çocukların, sınırlı sosyal bilgi ve deneyimlerine rağmen, çevrelerinde gözlemledikleri örüntüleri kullanarak genellemeye çalıştıklarını belirtmektedir (Yaman, 2010). Bu durum, çocukların psikolojik ve gelişimsel sınırlamalarına rağmen, çevrelerini anlamak ve düzenli bir şekilde yorumlamak için örüntülerden faydalandığını göstermektedir.

Çocuklar erken yaşlarda iki temel örüntü yapısını keşfetmektedir: Tekrarlayan örüntü ve genişleyen (değişen) örüntü. Bu örüntüler, genelleme yapmada temel işlev görmektedir. Çocuklar genelleme yaparken "Bir sonraki aşama nedir?", "Hangi aşamada tekrar ediyor?", "Hangi bölüm eksik?" gibi sorular sorarak örüntüler arasındaki ilişkileri anlamaya çalışmaktadırlar. Bu tür düşünme süreçleri, fonksiyonel düşünme becerilerinin gelişmesine yardımcı olacak ve çocukların iki veri arasındaki ilişkiyi keşfetmelerini sağlayacaktır (Warren ve Cooper, 2006).

Bu bağlamda örüntüler yapılarına göre tekrarlayan ve değişen örüntüler olarak iki ana grupta sınıflandırılabilir (Mulligan ve Mitchelmore, 2009; Steele, 2008; Van de Walle, 2004; Warren ve Cooper, 2006). Değişen örüntüler ise kendi içinde sabit artan,

değişerek artan ve diğer çeşitli örüntü türleri olarak alt sınıflara ayrılabilir (Olkun ve Yeşildere, 2007).

Tekrarlayan Örüntüler

Terimlerin belirli bir ilişkiye dayanarak ardışık bir düzenle sıralanması ve bu düzenin belirli aralıklarla tekrarlanması sonucu oluşan yapılar, tekrarlayan örüntüler olarak adlandırılmaktadır. Bu tür örüntülerde, belirli bir düzen sabit bir biçimde ötelenir ve bu sayede örüntünün tekrarlayan yapısı ortaya çıkmaktadır (Olkun ve Yeşildere, 2007). Liljedahl (2004), tekrarlayan örüntülerin dairesel bir yapıda olduğunu ve örüntünün bir parçasının sürekli tekrarlanarak genelleştirilebileceğini belirtmektedir. Bu parçanın boyut, şekil, yön ve büyüklük gibi özelliklere bağlı olarak farklılık gösterebileceğini vurgulayan Liljedahl, bu parçayı "örüntü tekrar birimi," "eleman," "bölüm" ya da "parça" olarak adlandırmaktadır. Papic (2007), sürekli tekrarlanan bu grubu "tekrar birimi" olarak tanımlarken, Tanışlı ve Olkun (2009), tekrar birimini belirli bir dizi ögenin döngüsel olarak devam ettiği örüntüler şeklinde ifade etmektedir.

Örneğin;

SO'nun tekrar birimi olduğu SOSOSO... örüntüsü

▲▼►'nin tekrar eden birimi olduğu ▲▼►▲▼►▲▼►... örüntüsü vb.

Bu örüntüler farklı gösterimler biçiminde de gösterilebilmektedir. Örneğin "SO" tekrar birimi ile verilen örüntü, "sıçra, otur, sıçra, otur" şeklinde hareketler temsil edilebilmektedir.

Warren ve Cooper (2006), yapılarına göre örüntü çeşitlerinden tekrarlayan örüntülerin incelenmesinde izlenmesi gereken altı adımlı bir süreç önermektedir. Bu adımlar; örüntünün kopyalanması, devam ettirilmesi, tekrar eden birimin tespit edilmesi, örüntünün tamamlanması, yeni bir örüntü oluşturulması ve örüntünün farklı bir ortama aktarılmasıdır. Örüntünün tekrar biriminin açıkça tanımlanabilmesi için en az iki kez doğru biçimde tekrarlandığının doğrulanması gerekmektedir. Örüntünün yapısı, tekrar biriminin harf, sayı, sembol veya renk olup olmadığını belirlemektedir. Bir öğrencinin düşünme sisteminin gelişimi büyük ölçüde örüntünün yapısını ve tekrar birimini çözme kapasitesine bağlıdır. Bu yetenek, matematik öğretiminde önemli bir aşama olarak kabul edilir ve somuttan soyuta geçişin, parçadan bütüne ulaşmanın ve tümevarım becerilerinin geliştirilmesine yardımcı olmaktadır. Öğrencilere örüntüleri inşa etme ve sürdürme, verilen bir desenin tekrar eden birimini belirleme, istenen terimi elde etme ve dersler

sırasında örüntüyü sözel olarak ifade etme ve açıklama şansı veren alıştırmalar, bu alandaki becerilerinin en üst düzeye çıkarılmasını desteklemektedir (Papic, 2007).

Değişen (Genişleyen) Örüntüler

Değişen örüntüler, ardışık terimler arasındaki ilişkilerdeki değişkenlikleri ifade eden bir kavramdır (Warren, 2005). Bu örüntüler, terimler arasında sürekli olarak artan veya azalan ilişkilerle karakterize edilir ve sayısal olarak da artan veya azalan örüntüler olarak bilinmektedir (Olkun ve Yeşildere, 2007). Bu yapıdaki örüntülerde, ardışık terimler arasındaki bağlantı sürekli bir biçimde değişmektedir. Her adım, önceki adımla bağlantılıdır ve bu adımların genel bir kural ya da cebirsel bir ilişki ile sürdürülmesi gerekmektedir. Değişen örüntüler, matematiksel düşünce ve fonksiyon kavramının temellerini atmaktadır (Van De Walle, 2004; Kocamaz ve İkikardeş, 2021).

Sabit artışların bulunduğu aritmetik değişen örüntüler, her bir adımın bir öncekine sabit bir sayı veya şekil eklenmesi ya da çıkarılmasıyla oluşan örüntülerdir (Karaz, 2021). Bu tür örüntülerde kural veya ilişki, doğrusal bir denklemle ifade edilebileceğinden (Olkun ve Yeşildere, 2007) bu örüntülere doğrusal değişen örüntüler de denir (Yaman, 2010). Şekil 1’de aritmetik değişen sayı ve şekil örüntüsü örnekleri bulunmaktadır.

5, 9, 13, 17, 21, ... Terimler arası sabit farkı 4 olan sabit değişen sayı örüntüsü	 1. 2. 3. Terimler arası sabit farkı 2 olan sabit değişen şekil örüntüsü
---	---

Şekil 1. Aritmetik Değişen Örüntü Örnekleri

(Karaz, 2021: s. 8)

Şekil 1’de verilen örüntüler, aritmetik değişen sayı ve şekil örüntüsüne örnektirler. Sayı örüntüsünün terimleri incelendiğinde bir adımı elde etmek için önceki adıma dört eklenmesi gerektiği benzer şekilde diğer terimlere ulaşmak için de kendinden önceki terime dört eklenmesi gerektiği söylenebilir. Diğer taraftan örüntüdeki terimler, adım sayısının dört katının bir fazlasına eşit olup genel terimi $4n+1$ ’dir. Şekil örüntüsünde ise her bir terim kendinden önceki terime iki dikdörtgen eklenerek oluşturulmuştur. Bu örüntüde terimler, adım sayısının iki katının bir fazlasına eşit olup genel terimi $2n+1$ ’dir.

Geometrik değişen örüntüler, ardışık terimlerin belirli bir orana göre değiştiği örüntülerdir. Bu tür örüntüler, ikinci derece ya da üslü denklemlerle açıklanabilir (Olkun

ve Yeşildere, 2007). Geometrik örüntünün genel terimi üslü denklemlerle gösterilebilir. Örneğin; başlangıç terimi a_1 ve ardışık iki terimin bölümü r ve n . terimi a_n olmak üzere $a_n = a_1 r^{n-1}$ şeklinde ifade edilir. Şekil 2’de geometrik değişen örüntü örneği bulunmaktadır.

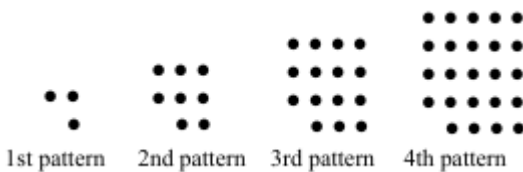
Adım Sayısı (Girdi)	Terim Sayısı (Çıktı)
1	$3 = 3.4^0$
2	$12 = 3.4^1$
3	$48 = 3.4^2$
4	$192 = 3.4^3$
...	...
n	3.4^{n-1}

Şekil 2. Geometrik Değişen Örüntü Örneği

(Sucuoğlu, 2015: s. 14)

Şekil 2’de verilen sayı örüntüsündeki terimlere, kendinden önceki terimin dört ile çarpılması sonucu ulaşılabilir. Burada ardışık terimlerin oranı dört, başlangıç terimi üç olduğundan n adım sayısı olmak üzere genel terim 3.4^{n-1} olarak ifade edilebilir.

Artarak değişen örüntüler, ardışık adımlar arasındaki farkların sürekli olarak arttığı veya azaldığı örüntüler olup adımlar arasında sabit bir fark bulunmaz; ancak farklar arasındaki fark incelendiğinde, genellikle ikinci veya üçüncü adımda sabit bir fark oluşmaktadır. Örneğin, a , b , c birer sabit olup, n örüntüdeki terim (adım) sayısını, a_n ise örüntünün n . sıradaki terimini göstermek üzere $a_n = an^2 + bn + c$ ikinci dereceden denklemler ile ifade edilebilmektedir. Ayrıca a , b , c , d birer sabit olup, n örüntünün terim sayısını, a_n ise örüntünün n . sıradaki terimini göstermek üzere $a_n = an^3 + bn^2 + cn + d$ biçiminde üçüncü dereceden denklemler ile gösterilebilmektedir (Tanışlı ve Olkun, 2009). Şekil 3’de artarak genişleyen örüntü örneği bulunmaktadır.



Şekil 3. Artarak Değişen Örüntü Örneği

(Lin ve Yang, 2004: s.4)

Şekil 3’de örüntü, üç nokta ile başlayarak her terim kendinden öncekine 5, 7, 9, .. ardışık sayıları eklenmiştir. Bu örüntü, 3, 8, 15, 24, ... sayı örüntüsü biçiminde ifade edildiğinde görüldüğü gibi adım sayıları ve nokta sayıları arasındaki ilişki, adım sayısının bir fazlasının karesinden bir eksik olacak şekil ifade edilebilir. Bu örüntüde n örüntünün terim sayısını a_n ise örüntünün n .sıradaki terimini göstermek üzere $a_n=(n+1)^2-1$ biçiminde gösterilebilir.

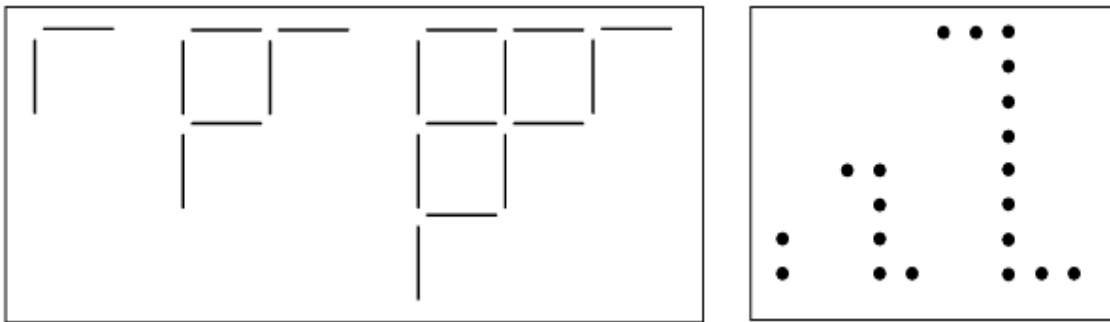
Aritmetik veya artarak değişen örüntüler dışında, düzenli bir değişim gösteren ancak belirgin bir artış veya sabitlik içermeyen örüntüler de vardır. Bu tür örüntülerde, bir terim kendinden önceki terimden yararlanılarak bulunur. Kendinden önceki iki terimin toplanması ile bulunan Fibonacci sayıları, bu örüntü türüne örnek olarak verilebilir (Tanışlı, 2008).

Örüntü Sunum Biçimleri

Örüntülerin sunumu için çeşitli biçimler kullanılabilir. Örneğin, şekil, tablo, sayı dizileri ile sözel problemler gibi farklı sunum yollarından yararlanılabilir (Yaman, 2010).

Şekil Biçiminde Sunulan Örüntüler

Örüntüler, matematiksel yapıların farklı biçimlerde sunulmasına olanak tanıyan öğelerdir. Bu örüntüler, adımları arasında sayısal ilişkiler bulunan, kibrit çöpü veya kürdanlar gibi basit malzemelerle, birim karelerden meydana getirilen şekillerle veya bloklar ve karolar ile oluşturulabilmektedir (Ley, 2005; akt. Dayan, 2017, s.20). Şekil 4’de aynı sayı örüntüsüne temsil eden iki farklı şekil örüntüsü verilmiştir.



Şekil 4. Balıksırtı ve Büyüyen Z Harfi İle Oluşturulan Şekil Örüntüsü Örnekleri

(Samson ve Schafer, 2007: s.12)

Şekil 4 incelendiğinde hem balıksırtı hem de büyüyen Z harfleri ile oluşturulmuş şekil örüntüleri 2, 6, 12, ... biçiminde ilerleyen sayı örüntüsü ile eş değerdir. Bu örüntünün kuralı bulunurken; balıksırtı desenindeki doğru parçaları sayıları ve büyüyen

Z harfi desenindeki nokta sayıları ile adımlarda bulunan terimler arasındaki ilişki fark edilmelidir. Adımlar arasındaki değişen sabit olmadığından bu örüntüler artarak genişleyen örüntü tipindendir. Bu örüntüde n örüntünün adım sayısını, a_n ise örüntünün n .sıradaki adımını göstermek üzere $a_n=n^2+n$ biçiminde gösterilebilir.

Şekil örüntüleri, öğrencilerin görsel düşünme becerilerini destekleyerek sayılara farklı bir bakış açısıyla yaklaşmalarını sağlamayı amaçlamaktadır. Ayrıca bu örüntüler, bir problemin çözüm yollarını çeşitlendirmeye katkıda bulunur. Şekil (görsel) biçimde sunulan sayı dizileri hem daha derin bir yorumlama derinliği hem de kapsamı sağlaması nedeniyle, örüntünün altında yatan yapının potansiyel olarak daha derin bir şekilde kavranmasını sağlamaktadır (Samson ve Schafer, 2007). Bunun yanı sıra, şekil örüntülerinin, öğrencilerin gerektiğinde değişiklik yapmalarına ve mevcut bir adımdan yeni adımlar türetmelerine yardımcı olabileceği belirtilmektedir (Yaman, 2010).

Tablo Biçiminde Sunulan Örüntüler

Tablo ile sunulan örüntülerde, genellikle ilk sütun (veya satır) girdileri, ikinci sütun (veya satır) ise bu girdilere karşılık gelen çıktıları içermektedir. Şekil 5'te ilk satırda girdi, ikinci satırda ise çıktı verileri bulunmaktadır.

Girdi	1	2	3	20	n
Çıktı	3	6	9		

Şekil 5. Tablo Biçiminde Sunulan Örüntü Örneği

(Tanışlı ve Olkun, 2009: s. 82)

Şekil 5'deki örüntüde girdi verisi 1 iken çıktı verisi 3, girdi verisi 2 iken çıktı verisi 6 olup örüntü bu biçimde devam etmektedir. Çıktı verilerin aralarındaki farklar incelendiğinde farkların sabit olduğu böylelikle de bu verilerin oluşturduğu örüntünün aritmetik değişen örüntü olduğu söylenebilir. Bu örüntüde n örüntünün adım sayısını, a_n ise örüntünün n .sıradaki adımını göstermek üzere $a_n=3n$ biçiminde gösterilebilir.

Sayı Biçiminde Sunulan Örüntüler

Örüntülerin bir diğer sunum biçimi, sayı dizileri olarak adlandırılmaktadır. Bu diziler, genellikle "atlayarak sayma" (skip counting) yöntemiyle ifade edilir. Matematik ders kitaplarında, örüntüler çoğunlukla bu formatta sunulmaktadır. Bu tür bir sunumda, öğrencilerden verilen terimler arasındaki ilişkileri tanımlamaları ve eksik sayıları yerlerine yazmaları beklenmektedir. Ayrıca belirledikleri ilişkilerden yola çıkarak örüntünün kuralını açıklamaları istenir (Ley, 2005; akt. Yaman, 2010, s16). Bu

örüntülerin terimleri, soldan sağa doğru virgüllerle ya da belirli aralıklarla boşluk bırakılarak düzenlenebilmektedir. Aşağıdaki örüntü bu biçimde sunulan bir örnektir.

4, 9, 14, 19, 24, ...

Örüntünün ilk beş terim verilmiştir. Örüntünün terimleri incelendiğinde terimler arasındaki artış miktarı eşit olduğundan bu sayı örüntüsün aritmetik değişen bir örüntü olduğu söylenebilir. Bu örüntüde n örüntünün terim sayısını, a_n ise örüntünün n .sıradaki terimini göstermek üzere $a_n=5n-1$ biçiminde gösterilebilir.

Sözel Problem Durumu Biçiminde Sunulan Örüntüler

Örüntüler, sözel problemler şeklinde sunulabilir. Sözel durumlu sunulan örüntüler, öğrencilerin kavramı daha iyi anlamalarına yardımcı olmaktadır (Yaman, 2010). Bu tür problemlerin en bilinen örneklerinden biri “el sıkışma” problemidir. El sıkışma probleminde farklı kişi sayılarındaki gruplarda, toplam el sıkışma sayıları istenirken; son olarak gruptaki kişi sayısı ile el sıkışma sayısı arasındaki ilişkinin tespit edilmesi istenmiştir (Burns 2000; akt. Yaman ve Umay, 2013, s.408).

Bu sözel problem örüntüsünde iki kişi iki tokalaşma, üç kişi üç tokalaşma, dört kişi altı tokalaşma olacak şekilde sunulmuş, artış miktarı sabit olmayan artarak genişleyen bir sayı örüntüsü olduğu söylenebilir. Bu örüntüde n gruptaki kişi sayısını, a_n ise örüntünün n kişi için toplam tokalaşma sayısını göstermek üzere $a_n=\frac{n(n-1)}{2}$ biçiminde gösterilebilir.

Matematik Öğretim Programlarında Örüntüler

Ortaokul matematik dersi için farklı dönemlerde oluşturulan öğretim programlarındaki örüntüler öğrenme alanına ait hedef ve kazanımlar ile öğrenme çıktılarının incelenmesi “Ortaokul Matematik Programında Örüntüler” başlığı altında; özel yetenekli öğrenci ait oluşturulan programlardaki örüntüler öğrenme alanına ait hedef ve kazanımlar ile öğrenme çıktılarının incelenmesi “Özel Yetenekli Öğrencilerin Matematik Programında Örüntüler” başlığı altında bulunmaktadır.

Ortaokul Matematik Programında Örüntüler Konusu

Matematik Dersi Öğretim Programında (2009) örüntüler, 5. sınıfta "Sayılar" öğrenme alanında yer alırken, 6., 7. ve 8. sınıflarda ise "Cebir" alanında ele alınmaktadır. Program, örüntülerdeki ilişkileri keşfetme ve genelleme becerisinin, öğrencilerin çevrelerini algılamalarını geliştireceğini, ayrıca cebirin temel kavramlarının oluşumuna

katkı sağlayacağını vurgulamaktadır. Bu doğrultuda öğrencilerin, örüntü kurallarını genelleyerek harflerle ifade etme becerisi kazanmalarını, ilerleyen yıllarda iki bilinmeyenli denklemler ve fonksiyon kavramının temelini oluşturmaları beklenmektedir (MEB, 2009). Altıncı ve yedinci sınıf öğrencileri aritmetik değişen sayı ve şekil örüntülerinde genelleme yaparken, sekizinci sınıf öğrencileri artarak değişen, aritmetik ya da geometrik olmayan ancak terimleri arasında ilişki bulunan örüntülerle tanışmaktadır. Bu seviyede karesel, üçgensel sayılar ve Fibonacci gibi özel örüntüler öğrencilerin incelemesi için uygun görülmektedir. Programda, örüntülerin farklı biçimlerde ifade edilmesi gerektiği belirtilmiş olup, ders kitaplarında sayı örüntülerini modellemeye yönelik etkinliklerin olduğu, ancak bu modellerin bazen sadece görselleştirme işlevi gördüğü ve genelleme sürecinde derin analiz yapılmadığı vurgulanmaktadır (Sucuoğlu, 2015).

2018 yılında güncellenen İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'na göre, örüntüler 1. sınıftan 5. sınıfa kadar "Sayılar" alanında, 1. sınıftan 3. sınıfa kadar "Geometri" ve 7. sınıfta "Cebir" alanında ele alınmaktadır. İlk sınıflarda tekrarlayan ve aritmetik değişen örüntülere odaklanılmıştır. Örneğin, 1. sınıfta öğrenciler, nesne veya geometrik şekillerle örüntü kuralları bulma ve eksik adımları tamamlama çalışmaları yaparken, 2. sınıfta ritmik sayma ve aritmetik değişen örüntülerin kurallarını belirleme çalışmaları yer almaktadır. Üçüncü sınıfta öğrencilerden aritmetik değişen örüntüleri devam ettirmeleri ve geometrik cisimlerle örüntü oluşturmaları beklenirken, 4. sınıfta artan ya da azalan örüntülerin kurallarını açıklamaları istenmektedir. 5. sınıfta sayı ve şekil örüntülerinde ilişki kurmaları, istenen adımı oluşturmaları beklenirken adımlar arasında farkın sabit olduğu aritmetik değişen örüntülerin kullanılması beklenmektedir. 7. sınıfta ise benzer biçimde aritmetik değişen sayı ve şekil örüntüleri kullanılarak bu örüntülerin kurallarının belirlenmesi, harflerle ifade edilmesi ve tabloyla istenilen terimi bulma çalışmaları yapılmaktadır (MEB, 2018). Örüntüler 1. sınıftan itibaren işlenmekte olsa da fonksiyonel düşünmeyi destekleyecek yeterli etkinliğin yer almadığı görülmektedir. Özellikle, cebirsel ve fonksiyonel düşünme gelişimine katkı sağlayan şekil örüntülerinin 5. sınıftan önce işlenmemesi, fonksiyonel düşünme kazanımı açısından bir eksiklik olarak değerlendirilmektedir (Karaz, 2021).

TYMM kapsamında hazırlanan Ortaokul Matematik Dersi öğretim programında örüntüler, “Sayılar ve Nicelikler” ile “İşlemlerle Cebirsel Düşünme ve Değişimler” temalarında bulunan öğrenme çıktıları ile yapılandırılmıştır. Doğal sayılardan gerçek

sayılara, işlem niteliklerinden cebirsel ifadeler ve örüntülerden fonksiyonlara kadar bu temalar ilkokulun dördüncü sınıfından başlayarak kapsamlı bir şekilde düzenlenmiştir. Öğrencilerin problem çözme, matematiksel gösterim ve akıl yürütme gibi matematiksel yetenekleri bu süreçte geliştirilmesi hedeflenmiştir. Ayrıca genelleme, analiz, yorumlama, çıkarım, yapılandırma ve tümevarımsal akıl yürütme gibi kavramsal yetenekler için de sağlam bir temel de oluşturulmuştur (MEB, 2024).

TYMM kapsamında oluşturulan öğretim programında beşinci sınıflarda örüntüler öğrenme alanı, “İşlemlerle Cebirsel Düşünme” teması içerisinde “Sayı ve şekil örüntülerinin kuralına ilişkin muhakeme yapabilme.” öğrenme çıktısı ile yer almaktadır (MEB, 2024; s. 32). Öğrencilerden şekil ve sayı örüntüleri oluşturmaları ve bu örüntülerin kurallarını belirlemeleri istenmektedir. Öğrenciler, artan ya da azalan örüntülerde sabit bir farkın olup olmadığını analiz ederek yakın ve uzak adımları bulmaya teşvik edilmesi istenmektedir. Örüntü kurallarına yönelik varsayımlar oluşturulup genelleme yapılması ve bu genellemelerin doğruluğunu test edilmesi beklenmektedir. Programda, öğrencilerin örüntülerin adım sayısı ile terimleri arasındaki ilişkiyi kavramaları ve başlangıç terimi ya da artış miktarı değiştiğinde bu ilişkinin nasıl etkilendiğini değerlendirmeleri hedeflenmektedir.

TYMM kapsamında oluşturulan öğretim programında altıncı sınıflarda örüntüler öğrenme alanı, “İşlemlerle Cebirsel Düşünme ve Değişimler” teması içerisinde “Sayı ve şekil örüntülerini yorumlayabilme.” öğrenme çıktısı ile yer almaktadır (MEB, 2024; s. 78). Öğrencilerden, örüntüleri cebirsel olarak temsil edebilmeleri ve değişkenlerin farklı değerlere sahip olabileceğini kavrayabilmeleri beklenmektedir. Cebirsel denklemler kullanarak belirli bir örüntü adımının terimini belirlenmesi istenmektedir. Öğrencilerin cebirsel ifadeler kullanarak doğal dil ve sözde kod kullanarak daha önce öğrenilmiş algoritmaları yorumlamaları ve algoritmaları tablolara veya cebirsel ifadelerle çevirebilmeleri hedeflenmektedir.

TYMM kapsamında oluşturulan öğretim programında yedinci sınıflarda örüntüler öğrenme alanı, “İşlemlerle Cebirsel Düşünme ve Değişimler” teması içerisinde “Sayılar ve özelliklerini içeren ispatlara ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme.” öğrenme çıktısı ile yer almaktadır (MEB, 2024; s. 125). Bu öğrenme çıktısında öğrencilerden, sayıların özellikleri ve ilişkilerine dayalı matematiksel düşünme becerilerini geliştirmesi beklenmektedir. Öğrencilerin, sayılar arasındaki örüntüleri inceleyerek varsayımlar geliştirmesi ve bu varsayımlarını test etmeleri istenmektedir. Elde ettikleri sonuçlara

dayanarak doğrulama yapmaları, bu doğrulamaları sözel veya cebirsel ifadelerle sunmaları ve önerilerinin matematiksel katkılarını gerekçelendirmeleri de istenmektedir.

TYMM kapsamında oluşturulan öğretim programında sekizinci sınıflarda örüntüler öğrenme alanı, “Cebirsel Düşünme ve Değişimler” teması içerisinde “Gerçek yaşam durumlarındaki doğrusal ilişkileri doğrusal fonksiyonlarla temsil edebilme.” öğrenme çıktısı ile yer almaktadır (MEB, 2024; s. 174). Bu öğrenme çıktılarında öğrencilerin, doğrusal fonksiyonları anlamaları için değişkenler arasındaki ilişkileri incelemelerini hedeflemektedir. Öğrenciler, bağımsız ve bağımlı değişkenleri tanımlayıp her girdinin yalnızca bir çıktı ile eşleştiğini fark etmesi istenmektedir. Fonksiyon tanımına girmeden, doğrusal fonksiyonların farklı temsilleri (sözel, tablo, sembolik, grafik) üzerinde çalışmalar yapılması belirtilmektedir. $f(x)=mx+n$, gibi fonksiyonlar ile gerçek yaşamdan alınan durumlardaki problem çözme becerilerinin geliştirilmesi hedeflenmektedir.

Özel Yetenekli Öğrencilerin Matematik Programında Örüntüler

Özel yetenekli öğrenciler için hazırlanan Matematik Dersi Öğretim Programında (2019), öğrencilerin doğal sayılardan başlayarak farklı sayı kümelerini ve bu kümelerde yapılabilecek işlemleri öğrenmeleri amaçlanmaktadır. İlkokulda öğrenilen işlemsel özelliklerin farklı sayı kümelerine aktarılması ve problem durumlarına göre uygun gösterimlerin seçilmesi hedeflenmiştir (MEB, 2019). Bu programda örüntülere ait kazanımlar “Sayılar - İşlemler” ve “Cebir” öğrenme alanları içerisinde bulunmaktadır.

Özel yetenekli öğrenciler için hazırlanan Matematik Dersi Öğretim Programında beşinci sınıflarda örüntülere kazanımlar, “Sayılar-İşlemler” öğrenme alanı içerisinde “Tek ve çift doğal sayıların işlem özellikleri ile ilgili genellemeler yapar.” şeklinde ile yer almaktadır (MEB, 2019; s. 29). Bu kazanımlar kapsamında, tek ve çift sayılarla gerçekleştirilen işlemlerin sonuçlarının cebirsel ifadelerle gösterilmesi amaçlanmaktadır.

Özel yetenekli öğrenciler için hazırlanan Matematik Dersi Öğretim Programında altıncı sınıflarda örüntüler, “Cebir” alanı içinde cebirsel ifadeler ve birinci dereceden denklemler ile yer almaktadır (MEB, 2019). Bu kazanımlar kapsamında, değişken kavramı, eşitliğin korunumu, günlük yaşam durumları ve farklı disiplinlerde birinci dereceden denklem örnekleri ele alınmaktadır.

Özel yetenekli öğrenciler için hazırlanan Matematik Dersi Öğretim Programında yedinci sınıflarda örüntüler, “Sayılar - İşlemler” öğrenme alanı “Özel Sayı Örüntüleri”

alt öğrenme alanı içerisinde ile yer almaktadır (MEB, 2019; s. 46). Bu program kapsamında öğrencilerden, Fibonacci, karesel, üçgensel ve Lucas sayıları gibi ilgi çekici özel sayı örüntülerini tanıtarak ve birbirinden ayırt etmesi beklenmektedir. Özel sayı örüntülerinin terimlerinin toplamını bulmak için kurallar geliştirilirken, aritmetik ve geometrik dizilerin toplamaları arasında ilişkiler kurmaya yönelik çalışmaların yapılması istenmektedir. Ayrıca öğrencilerin geometrik ve cebirsel yöntemlerle özgün örüntüler oluşturup doğrulamalarını sağlayacak modelleme çalışmaları da desteklenmektedir. MEB (2019), bu kazanımların öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geliştirerek fonksiyon kavramı ve analiz alanında güçlü bir temel oluşturmalarına katkı sağlamayı hedeflediğini belirtmektedir.

Özel yetenekli öğrenciler için hazırlanan Matematik Dersi Öğretim Programında sekizinci sınıflarda örüntülere kazanımlar, “Cebir” öğrenme alanında “Sayı örüntülerindeki ilişkiyi sembolik olarak ifade ederek bu ilişkiyi dik koordinat sisteminde ikililer şeklinde gösterir.” kazanımı da bulunmaktadır (MEB, 2019; s.48). Öğrencilerin sayı örüntülerindeki ilişkiyi cebirsel olarak ifade etmeleri ve bunu dik koordinat sisteminde ikili olarak göstermeleri hedeflenmektedir. Sabit fark içeren örüntülerle çalışmalar yapılırken; değişkenlerle ifade edilen örüntülerde istenen terim bulunması; günlük hayattan veya şekil örüntülerinden yola çıkarak sayı örüntüleri oluşturulması ve kurallar keşfedilmesi beklenmektedir.

Özel Yetenekliler için Matematik Dersi Öğretim Programında 8. sınıflarda örüntülere kazanımlar, “Cebir” öğrenme alanı “Cebirsel ifade ve özdeşlikler” ile “Doğrusal Fonksiyonlar alt öğrenme alanı içerisinde ile yer almaktadır (MEB, 2019; s. 54-55). Program, doğrusal fonksiyonun tanımlanmasını ve grafiksel analizini hedeflemektedir. Bu kapsamda, $y=mx+ny = mx + ny=mx+n$ formülü ile bağımlı ve bağımsız değişkenlerin ilişkisi açıklanırken, fonksiyon sembolü ve tanım-görüntü kümelerine değinilmemektedir. Birinci dereceden denklemler, doğru orantı ve doğrusal fonksiyon arasındaki benzerlikler ve farklılıklar analiz edilerek, tablolar, grafikler ve cebirsel gösterimler yardımıyla doğrusal fonksiyonun çeşitli temsilleri incelenmektedir. Ayrıca dinamik yazılımlar ve elektronik tablolar kullanılarak eksenleri kesme noktaları, eksenlere paralellik ve orijinden geçme gibi grafik özellikleri üzerinde durulmaktadır. Son olarak, gerçek yaşam durumlarından doğrusal ilişki içeren örnekler üzerinden denklem, tablo ve grafik oluşturma çalışmaları yapılması beklenmektedir (MEB, 2019).

Örüntüler ile İlgili Yapılan Araştırmalar

Bu bölümde, öğrencilerin örüntü genellemede kullanılan stratejiler ve yaşadıkları zorlukları konu eden araştırmalara, özel yetenekli öğrenciler ve normal gelişim gösteren öğrencilerin matematik düşünme becerilerinin karşılaştırıldığı araştırmalara ve özel yetenekli öğrencilerin örüntüleri genellemesini inceleyen araştırmalara yer verilmiştir.

Öğrencilerin Örüntü Genellemede Kullanılan Stratejiler ve Yaşadıkları Zorlukları Konu Eden Araştırmalar

Altay, Akyüz ve Erhan (2014) yaptıkları araştırmada, ortaokul öğrencilerinin matematiksel örüntü görevlerinde, sınıf düzeyleri ve örüntü sunum bağlamlarına göre performanslarını incelemiştir. Çalışmanın amacı, öğrencilerin matematiksel örüntülerle ilgili başarı düzeylerini tespit etmek ve örüntü sunum şeklinin performans üzerindeki etkilerini anlamaktır. Araştırma, toplamda 93 ortaokul öğrencisinden oluşan bir örneklem grubuyla gerçekleştirilmiştir. Bu öğrenciler, 45 altıncı sınıf, 31 yedinci sınıf ve 17 ortaokul son sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Örüntü Başarı Testi, tablo, şekil (görsel), sözel problem ve sayı dizileri gibi farklı sunum bağlamında toplam 12 sorudan oluşmaktadır. Veriler, SPSS ile analiz edilerek öğrenci performanslarının sınıf düzeylerine ve sunum bağlamlarına göre karşılaştırılması yapılmıştır. Pearson korelasyon katsayısı kullanılarak desen sunum bağlamları arasındaki ilişkiler de incelenmiştir. Araştırma bulguları, öğrencilerin en iyi performansı tablo sunum bağlamında sergilediğini, en düşük performansı ise sayı dizilerinde gösterdiklerini ortaya koymuştur. Ayrıca üst sınıf düzeyindeki öğrencilerin örüntü görevlerinde daha yüksek başarı gösterdiği saptanmıştır. Korelasyon analizinde ise sayı dizileri ile sözel problem formatları arasında güçlü bir ilişki bulunurken, tablo ve şekil formatları arasındaki ilişkinin zayıf olduğu görülmüştür. Çalışmada, öğrencilerin farklı desen sunum bağlamlarında pratik yapmalarını sağlayacak eğitim materyallerinin geliştirilmesi önerilmektedir. Bu tür materyallerin matematik derslerinde kullanılmasıyla öğrencilerin örüntü tanıma ve genelleme becerilerinin güçlendirilebileceği düşünülmektedir.

Becker ve Rivera (2006) yaptıkları araştırmada, başlangıç düzeyindeki lise cebir öğrencilerinin doğrusal desenlerde genelleme yapma becerilerini ve karşılaştıkları zorlukları incelemektedir. Öğrencilerin doğrusal desenleri genelleme kapasitesini engelleyen veya geliştiren unsurlar ve bu süreçte kullandıkları stratejiler araştırılmıştır. Çalışma, öğrencilerin görsel ve sayısal ipuçlarını nasıl kullandıklarını ve farklı temsilleri ilişkilendirme yeteneklerini anlamayı hedeflemektedir. Bu doğrultuda, öğrencilerin

genelleme yapma becerilerini ve çeşitli stratejilerini incelemek amaçlanmıştır. Bu araştırma, yerleşim yeri merkezindeki bir devlet okulundaki 9. sınıf düzeyindeki 22 öğrenci (11 erkek, 11 kız) ile gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler, bir örüntü problemini çözmeleri amacıyla bireysel görüşmeler sırasında gözlemlenmiş ve bu süreçte ses kayıtları alınarak yazılı metinlere dönüştürülmüştür. Transkriptler incelenerek öğrencilerin kullandıkları stratejiler kodlanmış ve sınıflandırılmıştır. Stratejiler, görsel ve sayısal odaklı olarak sınıflandırılmış ve üç ana kategoriye ayrılmıştır: sayısal, figüratif ve pragmatik stratejiler. Öğrenciler, problem çözme sürecinde toplam 23 farklı strateji kullanmıştır. Genellemeyi başaran öğrenciler çoğunlukla görsel ve sayısal ipuçlarını birleştirirken, genellemeyi başaramayanlar çoğunlukla sadece sayısal stratejiler kullanmıştır. Ayrıca değişkenleri anlamlandırmakta ve temsiller arasında geçiş yapmakta zorlandıkları gözlemlenmiştir. Öğrencilere değişkenleri ve işlevleri daha iyi kavrayabilmeleri için sayısal ve figüratif stratejilerin entegrasyonu desteklenmeli, öğretmenler öğrencilerin temsiller arasında bağlantı kurmalarını sağlayacak etkinlikler geliştirmesi gerekliliği istenmektedir.

Kocamaz (2020) yüksek lisans tezinde, ortaokul ikinci sınıf öğrencilerinin matematiksel "örüntüleri" incelerken karşılaştıkları öğrenme zorluklarını belirlemek ve bu zorluklar için çözümler sunmayı amaçlamıştır. Çalışmaya 50 yedinci sınıf öğrencisi katılmıştır. Problem durumuna göre öğrencilerin örüntüleri anlamakta zorlandıkları ve yüksek düzeyde düşünme becerilerini gerektiren örüntü yapılarında güçlük yaşadıkları gözlenmiştir. Veri toplamada araştırmacı tarafından geliştirilen test, öğrencilerin örüntü kurallarını belirleme, belirli bir terime ulaşma, örüntüyü modelleme ve örüntünün genel terimini bulma gibi becerilerini ölçen sorulardan oluşmuştur. Sorular, Milli Eğitim Bakanlığı'nın matematik programı hedeflerine uygun olarak hazırlanmış ve farklı zorluk seviyelerinde çeşitlendirilmiştir. Test uygulamasının ardından, öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiş ve yanıtların detaylandırılması sağlanmıştır. Verilerin analizi sürecinde betimsel istatistik ve içerik analizi yöntemlerinden yararlanılmıştır. Elde edilen bulgular, öğrencilerin örüntülerin belirli bir adımındaki elemanı bulmakta zorlandıklarını, ancak örüntü modelleme konusunda daha başarılı olduklarını ortaya koymaktadır. Ayrıca örüntülerin sunum biçiminin başarı üzerinde etkili olduğu; tablo ve problem şeklinde sunulan örüntülerde başarı oranının düşük, şekil ve sayı dizisi biçimindekilerde ise yüksek olduğu belirlenmiştir. Bu sonuçlar doğrultusunda,

örüntü konusuna geçmeden önce denklem kurma, problem çözme ve grafik okuma becerilerini geliştirmeye yönelik etkinliklerin yapılması önerilmektedir.

Samson ve Schafer (2007) yaptıkları araştırmada, öğrencilerin sayı örüntülerini genelleme görevlerinde kullandıkları stratejilerin soru tasarımından nasıl etkilendiği, öğrencilerin cebirsel düşünme gelişimleri açısından incelemiştir. Bu çalışma, yedinci sınıf öğrencilerinin sayısal ve görsel olarak sunulan doğrusal örüntü görevlerinde kullandıkları çözüm stratejilerinin, soru tasarımının etkisiyle nasıl değiştiğini incelemeyi amaçlamaktadır. Araştırma, Güney Afrika'da 9. sınıf öğrencilerinden 24 kişilik yüksek yetenekli bir sınıf ile yapılmıştır. Hem sayısal hem de iki boyutlu görsel bağlamda sunulan 22 adet kalem-kağıt alıştırması veriler toplanmıştır. Öğrencilerden, örüntülerin sonraki, 10. ve 50. terimlerini hesaplamaları ve her aşamada akıl yürütme süreçlerini ifade etmeleri istenmiştir. Bunun yanında, öğrencilerin n. terim için geliştirdikleri formülleri gerekçelendirmeleri beklenmiştir. Öğrenci yanıtları, çözüm yöntemleri ve gerekçelendirme süreçleri kullanılarak analiz edilmiştir. Yanıtlar yedi farklı strateji kategorisine ayrılmıştır. Ayrıca n. terim gerekçelendirmeleri, görsel bağlama olan bağlantıları açısından derecelendirilmiştir. Bulgular, soru tasarımının öğrencilerin örüntü genelleme görevlerinde kullandıkları stratejileri önemli ölçüde etkilediğini göstermektedir. Matematik eğitiminde, öğrencilerin genelleme ve kanıtlama becerilerini geliştirmek amacıyla, farklı görselleştirme ve örüntü sunum biçimlerini içeren görevlerin çeşitlendirilmesi tavsiye edilmektedir.

Steele (2007) yaptığı araştırmada, yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünce geliştirmelerinde soyut sembolik ifadeleri kavramalarının etkisini incelemiştir. Bu çalışma, öğrencilerin büyüme ve değişim içeren görsel örüntülerde kalıpları tanıma, genelleme ve genellemeleri sözel ve sembolik olarak ifade etme becerilerini geliştirmeyi amaçlamaktadır. Araştırma, Amerika Birleşik Devletleri'nde bir ortaokulda yedinci sınıfta bulunan, cebir öncesi ders alan sekiz öğrenci ile yürütülmüştür. Öğrenciler, matematik yetenekleri ortalamanın üzerinde olarak seçilmişlerdir. Öğrencilerden, büyüme ve değişim içeren görsel problemlere dair çözümlerini ve genellemelerini yazmaları istenmiştir. Ayrıca grup tartışmaları ve bireysel görüşmeler ile veri toplanarak analizinde içerik analizi tercih edilmiştir. Çözüm süreçlerinde kullanılan farklı gösterimlerin (çizim, tablo, sözel ifade, sembolik gösterim) esneklikle kullanılma becerisi ve bu gösterimler arasındaki ilişkileri kavrama durumu değerlendirilmiştir. Çalışma, öğrencilerin genellemeleri sözel ve cebirsel olarak ifade edebilmeleri için farklı gösterim

türlerini kullanmada esneklik gösterdiklerini ortaya koymuştur. Ancak, birçok öğrenci daha karmaşık problemleri çözmek için tekrarlı genellemelere başvurmuş, yalnızca birkaç öğrenci açık (explicit) genellemeler yapabirmiştir. Öğrencilere erken yaşlarda farklı gösterimleri kullanarak problem çözme fırsatları sunulması ve bu gösterimleri birbirine bağlayabilme becerilerinin geliştirilmesi, gelecekteki cebirsel düşüncelerini güçlendirebileceğini ifade etmiştir.

Sucuoğlu (2015) yüksek lisans tezinde, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının örüntülerin yapılarına göre değişen örüntülere yönelik genelleme stratejilerini inceleyerek adayların tercih ettikleri stratejilerin neler olduğunu belirlemeyi hedeflemektedir. Araştırma, 50 üniversite son sınıf öğrencisi ve 6 aday ile yapılan klinik görüşmelerden elde edilen verilerle gerçekleştirilmiştir. Veri toplama sürecinde, araştırmacı tarafından geliştirilen test ve görüşme tekniği kullanılmıştır. Bu araçlar sayesinde öğrencilerin örüntü oluşturma ve genelleme süreçlerine dair kapsamlı bilgi elde edilmiştir. Verilerin niteliksel analizi, adayların genelleme sürecindeki strateji tercihlerini ve bu tercihlerde etkili olan faktörleri belirlemiştir. Araştırma, katılımcıların şekil (görsel) örüntülerini genellerken sayısal ve şekil olmak üzere iki ana yaklaşımı benimsediklerini ortaya koymuştur. Görsel yaklaşımda, adayların şekle dayalı genellemeler yaptığı, değişkenler arasındaki ilişkileri irdeleyerek çeşitli stratejiler geliştirdikleri gözlenmiştir. Sayısal yaklaşımda, şekiller sayısal değerlere dönüştürülmüş ve ardışık terimler arasındaki farktan yararlanılarak genelleme yapılmıştır. Şeklin yapısal özelliklerinin strateji seçiminde belirleyici olduğu saptanmıştır. Bazı adayların sabit değişen sayı örüntülerine uygun model oluşturmada ve artan örüntüleri genellemede zorlandıkları görülmüştür. Bu sonuçlar ışığında, öğretmen adaylarının örüntü ve genelleme konularındaki bilgi ve becerilerini geliştirmek için görsel ve sayısal stratejilerle desteklenen uygulamalara daha fazla yer verilmesi önerilmiştir. Özellikle görsel stratejilerin geliştirilmesine yönelik etkinliklerin eğitim programlarına dahil edilmesi, adayların cebirsel düşünme becerilerini artırabileceği iddia edilmiştir.

Takır ve Özerem (2020) yaptıkları araştırmada, ortaokul öğrencilerinin örüntü problemlerini çözme başarılarının, sınıf düzeyi, cinsiyet ve matematik başarıları gibi çeşitli değişkenlerle ilişkisini incelemeyi amaçlamaktadır. Araştırmanın temel amacı, ortaokul öğrencilerinin örüntü problemlerini çözme başarılarını değerlendirmek ve bu başarıyı etkileyen faktörleri analiz etmektir. Öğrencilerin örüntü başarıları ile sınıf düzeyi, cinsiyet ve matematik başarıları arasındaki ilişki, Kuzey Kıbrıs Lefkoşa'da bir devlet

kolejinde eğitim gören 399 ortaokul öğrencisiyle incelenmiş; veriler, çoklu regresyon, varyans analizi ve t-testiyle değerlendirilmiş ve bu değişkenlerin örüntü başarısını anlamlı şekilde etkilediği bulunmuştur. Araştırmada, öğrencilerin genel olarak iyi bir örüntü başarısına sahip oldukları gözlenmiştir. 8. sınıf öğrencileri örüntü testinde en yüksek başarıyı gösterirken, 7. sınıf öğrencileri en düşük başarıya sahiptir. Cinsiyet açısından incelendiğinde, anlamlı bir fark tespit edilmemiştir. Matematik başarısının örüntü başarısını pozitif yönde etkilediği tespit edilmiştir.

Tanışlı ve Köse (2011) yaptıkları araştırmada, sınıf öğretmeni adaylarının doğrusal şekil örüntülerini genelleme biçimlerini belirlemek ve görsel ile sayısal ipuçlarının bu süreçteki etkilerini incelemişlerdir. Araştırma, 16 sınıf öğretmeni adayını içermektedir. Devlet üniversitesinin Eğitim Fakültesi'nde öğrenim gören 3. sınıf öğrencilerinden oluşan katılımcılarla klinik görüşme tekniği kullanılarak veriler toplanmış, adayların genelleme süreçleri gözlemlenmiş ve görsel ile sayısal stratejileri detaylandırılmıştır. Nitel analiz sonucunda, öğretmen adaylarının şekil örüntülerini genellerken sayısal ve görsel olmak üzere iki ana yaklaşım benimsedikleri; sayısal yaklaşımda ardışık terimler arasındaki farkı dikkate alarak yinelemeli, görsel yaklaşımda ise şeklin yapısal özelliklerine dayalı fonksiyonel stratejiler geliştirdikleri belirlenmiştir. Adaylar, bazı durumlarda yalnızca sayısal ipuçlarını kullanarak, bazı durumlarda ise hem sayısal hem de görsel ipuçlarını kullanarak genelleme yapmıştır. Öğretmen adaylarının genelleme stratejilerini geliştirmek için görsel ipuçlarına dayalı etkinliklerin programlara dahil edilmesi ve sınıf ortamında örüntüleri genelleme becerilerini güçlendirecek uygulamalara ağırlık verilmesi önerilmektedir.

Tat (2020) yaptığı araştırmada, ortaokul matematik öğretmenlerinin örüntü kavramına yönelik görüşlerini incelemektir. Araştırmaya, meslekte bir yıl deneyime sahip dört ortaokul matematik öğretmeni katılmıştır. Örüntü konusundaki görüşlerini belirlemek için yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerin verileri, içerik analizi yöntemiyle incelenmiş ve tematik olarak sınıflandırılmıştır. Analizler, öğretmenlerin örüntü konusuna yönelik bakış açılarını, öğretimde karşılaştıkları zorlukları ve bu zorlukları aşma yöntemlerini kapsamıştır. Öğretmenlerin çoğu örüntü konusunu günlük hayatta karşılaşılması ve diğer matematik konuları ile bağlantılı olması nedeniyle önemli bulmuştur. Ancak, bazı öğretmenler, örüntülerin öğrencilerin günlük yaşamlarında doğrudan yer almaması nedeniyle konuya sınırlı önem atfetmiştir. Öğretmenler, özellikle 5. sınıfta örüntü öğretimini kolay bulurken, 7. sınıfta öğrencilerin örüntünün kuralını

harfle ifade etmede ve uzak adımları tahmin etmede zorlandıklarını belirtmiştir. Öğrencilerin değişken sembolü “n”yi kavramakta zorlanmaları ve örüntünün genel terimini belirleyememeleri de belirtilen zorluklar arasındadır. Araştırma, öğretmenlerin örüntüleri günlük hayatla ilişkilendirerek daha somut hale getirmelerinin faydalı olacağını öne sürmektedir. Ayrıca öğretmen eğitiminde örüntü öğretiminde karşılaşılan zorlukların aşılması için öğretmen adaylarının alıştırma ve çoklu temsiller ile desteklenmesi önerilmektedir.

Yaman (2010) doktora tezinde, örüntülerin farklı sunum biçimlerinin öğrencilerin algılamaları üzerindeki etkisini araştırmıştır. Araştırmada, 3. ile 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel örüntüleri tablo, şekil, sayı dizisi ve sözel problem gibi farklı sunum biçimlerinde algılama performansları incelenmiştir. Orta sosyo-ekonomik düzeye sahip iki ilköğretim okulundan 317 öğrencinin katıldığı çalışmada, güvenirlik katsayısı 0,88 olan ve araştırmacı tarafından geliştirilen 'Matematiksel Örüntü Başarı Testi' kullanılmıştır. Veriler, öğrencilerin sınıf düzeyine göre sunum biçimlerine ilişkin başarı düzeylerini karşılaştırmak amacıyla varyans analizi yöntemi ile değerlendirilmiştir. Bulgular, öğrencilerin örüntüleri algılama performanslarının sunum biçimlerine göre farklılaştığını göstermektedir. Tablolar ile sunulan örüntülerde öğrencilerin en yüksek başarıyı gösterdikleri, sayı dizisi biçiminde sunulan örüntülerde ise en düşük başarıya sahip oldukları saptanmıştır. Matematik müfredatında erken sınıf seviyelerinde örüntü sunum biçimlerine dair çeşitli uygulamalara yer verilmesi, öğrencilerin genelleme becerilerini geliştirmelerine katkı sağlayabileceği iddia edilmektedir.

Yeşildere-İmre, Akkoç ve Baştürk (2017), araştırmalarında ortaokul öğrencilerinin farklı temsil biçimleriyle sunulan örüntüleri genelleme becerilerini ve bu süreçte karşılaştıkları zorlukları incelemiştir. Çalışmanın amacı, öğrencilerin bu örüntüler üzerinde genelleme yaparken kullandıkları düşünme yollarını ve genelleme türlerini belirlemektir. Öğrencilerin farklı temsiller kullanarak örüntüler üzerinde nasıl genelleme yaptıkları analiz edilmiştir. Araştırma, şehir merkezinde bulunan 10 farklı ortaokuldan toplam 92 öğrenciyle gerçekleştirilmiştir. Katılımcılar amaçlı örnekleme yöntemiyle belirlenmiştir. Çalışmada sayı, şekil ve tablo olarak sunulmuş örüntü sorularını içeren veri toplama aracı kullanılmıştır. Bu araç, öğrencilerin düşünme biçimlerini ve genelleme stratejilerini anlamaya yönelik olarak tasarlanmıştır. Araştırma bulgularına göre, öğrenciler genellikle aritmetik genellemeye yönelmiş, cebirsel genellemeye ise daha az yatkın olmuşlardır. Öğrenciler özellikle şekil örüntülerini sayı örüntüsüne çevirerek işlem

yapmayı tercih etmişlerdir. En fazla cebirsel genellemenin tablo temsili kullanıldığında gerçekleştiği gözlemlenmiştir. Cebirsel genellemeyi geliştirmek için öğrencilerin temsiller arası geçiş yapma becerileri desteklenmeli ve farklı temsil biçimlerinin etkili kullanımının sağlanmasının önerilmektedir. Ayrıca öğrencilerin örüntülerin cebirsel özelliklerini keşfetmelerine yardımcı olacak etkinliklerin artırılması önerilmiştir.

Özel Yetenekli Öğrencilerin Örüntüleri Genellemesini Konu Eden Araştırmalar

Amit ve Neria (2008) araştırmalarını, cebir öncesi yetenekli öğrencilerin matematiksel genelleme becerilerini araştırmak amacıyla yapmışlardır. Özellikle örüntü problemleri ile bu öğrencilerin cebirsel düşünme yeteneklerinin ortaya çıkarılması hedeflenmiştir. Çalışmanın amacı, öğrencilerin örüntü problemlerinde genelleme stratejilerini keşfetmek, kullandıkları temsiller ve akıl yürütme yollarını inceleyerek cebirsel düşünme yetilerini anlamaktır. Çalışma, 11-13 yaş aralığındaki öğrencilerden oluşan bir grupta gerçekleştirilmiştir. Bu öğrenciler, “Kidumatica” adlı bir matematik kulübüne katılmakta olup, bu kulüp seçkin matematiksel yeteneklere sahip öğrencileri bir araya getirmektedir. Öğrencilere üç farklı örüntü problemi sunulmuş ve her bir problem, öğrencilerin genelleme yeteneklerini değerlendirmek için farklı yapıda sorular içermiştir. Öğrencilerin çözüm süreci boyunca aldıkları notlar ve çözümler veri kaynağı olarak kullanılmıştır. Veriler nitel analiz yöntemiyle incelenmiş; öğrencilerin doğruluk, genelleme stratejileri, temsiller ve sembolik kullanım gibi alanlarda performansları değerlendirilmiştir. Ayrıca çözüm süreçlerinin esneklik ve yansıtıcı düşünce gibi boyutları analiz edilmiştir. Çalışma, öğrencilerin genelleme yaparken büyük bir zihinsel esneklik sergilediğini, temsiller arasında geçiş yapabildiklerini ve yerel-dizisel stratejilerden küresel-fonksiyonel stratejilere geçiş yapabildiklerini göstermiştir. Öğrenciler genelleme sürecinde matematiksel değişkenler ve sabitleri tanımlamış, bazen kendi geliştirdikleri sembollerle bu ilişkileri ifade etmiştir. Çalışma, cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesi için öğrencilerin problem çözme süreçlerinde genellemeye yönlendirilmesinin faydalı olacağına işaret etmektedir. Ayrıca matematik eğitimi içinde örüntü problemlerinin kullanımı önerilmiştir; bu yöntemle öğrencilerin cebirsel kavramlara geçiş yapmalarına katkıda bulunulabileceği iddia edilmiştir.

Dayan (2017) yüksek lisans tezinde, özel yetenekli ve normal öğrencilerin örüntü başarısını inceleyerek, bu iki grup arasındaki farklılıkları ortaya koymayı amaçlamaktadır. Karadeniz Bölgesi'nde bir il merkezinde okuldan 120 öğrenci ile aynı şehirdeki bir BİLSEM'de eğitim gören 120 özel yetenekli öğrenci araştırma kapsamına

alınmıştır. Veri toplama aracı, örüntü sunum şekilleri, soru tipi ve örüntü çeşidinden oluşmakta ve öğrencilerin farklı örüntü sorularındaki başarılarını ölçmeyi hedeflemektedir. Verilerin analizinde, genel başarı düzeylerinin yanı sıra örüntü sunum şekillerine, örüntü tiplerine ve soru çeşitlerine göre başarı düzeyleri karşılaştırmalı biçimde incelenmiştir. Bu süreçte, t-testleri ve ANOVA analizleri kullanılarak gruplar arasındaki farklar değerlendirilmiştir. Çalışma, özel yetenekli öğrencilerin örüntülerdeki genel başarılarının, normal öğrencilere göre anlamlı derecede farklılaştığı ve yüksek olduğunu ortaya koymuştur. Ayrıca örüntü sunum biçimlerine göre de anlamlı farklar görülmüştür; örneğin, sayı dizisi biçiminde verilen örüntülerde özel yetenekli öğrenciler en yüksek başarıyı göstermiştir. Örüntü tipine göre ise "Tekrarlayan" örüntülerde başarı en yüksek iken, "Karesel Genişleyen" örüntülerde başarı en düşük düzeydedir. Çalışma, özel yetenekli öğrencilerin matematiksel gelişimini desteklemek için farklılaştırılmış ve zenginleştirilmiş müfredat içeriklerinin önemini vurgulamaktadır. Ayrıca örüntüler ve genelleme çalışmaları ile cebirsel düşünme becerilerinin erken yaşlarda geliştirilmesi gerektiği önerilmektedir.

Erdoğan ve Gül (2023a), özel yetenekli öğrencilerin matematiksel örüntü becerileri ile bu süreçte sergiledikleri bilişsel istem düzeylerini incelemiştir. Araştırmanın amacı, ortaokula yeni başlayan özel yetenekli öğrencilerin tekrarlanan sayı örüntülerini çözme becerilerini ve bu süreçte kullandıkları bilişsel istem düzeylerini belirlemektir. Çalışmaya, Doğu Anadolu Bölgesi'nde bir devlet okulunda ve BİLSEM'de eğitim gören beş özel yetenekli beşinci sınıf öğrencisi katılmıştır. Öğrencilere, tekrarlanan sayı örüntüsü görev formu ve açık uçlu sorular yöneltilmiştir. Tümdengelimsel tematik analiz yöntemiyle veriler değerlendirilmiş; öğrencilerin örüntülerin baş, orta ve son terimlerine ulaşmak için kullandıkları yöntemler ile bilişsel istem seviyeleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin, tekrarlanan örüntü görevlerinde yinelemeli, üzerine sayma ve bölüm sonrası kalanı sayma gibi stratejiler kullandığı ve bu stratejilerle farklı bilişsel istem düzeyleri sergilediği tespit edilmiştir. Özellikle uzak terimler için bağlantılı işlemler düzeyinde daha karmaşık stratejilere yönedikleri görülmüştür. Matematik eğitimi içinde tekrarlanan örüntü görevlerinin daha fazla kullanılması ve özel yetenekli öğrencilerin bilişsel gelişimini destekleyici zenginleştirilmiş eğitim materyalleri sağlanması önerilmektedir.

Erdoğan ve Gül (2023b), özel yetenekli öğrencilerde uygulayacakları doğrusal denklemlere dayalı bir şifreleme algoritması tasarlamış ve bu görevin sınıf ortamında

uygulanabilirliğini değerlendirmeyi amaçlamıştır. Çalışma, ortaokulda eğitime devam eden özel yetenekli öğrencilerle yapılmak üzere tasarlanmıştır. Şifreleme görevini içeren etkinlik sayfaları, öğrencilere sunularak uygulanmıştır. Öğrencilerin görevi tamamlama süreçleri üzerinden, kalıplar ve işlevsel düşünme becerileri analiz edilmiştir. Şifreleme, iki asal sayıdan başlatılarak oluşturulan lineer kalıplar ve Caesar Şifreleme yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Şifreleme görevinde öğrenciler, iki asal sayı kullanarak bir örüntü oluşturmuş, alfabetik harfleri örüntü terimlerine atamış ve üç harf kaydırarak Caesar Şifreleme metodunu kullanmışlardır. Alıcının şifreyi çözmesi için örüntünün ilk üç terimi ile birlikte şifrelenmiş mesajı kullanması gerekmektedir. Çalışma, matematiksel olarak özel yetenekli öğrencilere yönelik farklı şifreleme algoritmaları geliştirme fırsatları sunulabileceğini ve bu tür görevlerin öğrencilerin işlevsel düşünme becerilerini artırmada faydalı olabileceğini önermektedir.

Girit Yıldız ve Durmaz (2021) yaptıkları araştırmada, özel yetenekli öğrencilerin cebirsel olarak örüntüleri genelleme yeteneklerini geliştirecek stratejiler incelenmiştir. Çalışma, özel yetenekli bir lise öğrencisinin doğrusal ve doğrusal olmayan örüntüleri Gauss yaklaşımı ile nasıl genellediğini ve bu süreçte kullandığı stratejileri analiz etmeyi amaçlamaktadır. Veri toplama sürecinde, öğrencinin çözdüğü problem odaklı görüşmeler ve yazılı dokümanlar kullanılmıştır. Öğrencinin problem çözme süreci detaylı olarak gözlemlenmiş ve görüşme ile desteklenmiştir. Öğrencinin doğrusal örüntüleri genelleme sürecinde figüratif (şekilsel) akıl yürütme, doğrusal olmayan örüntülerde ise sayısal akıl yürütme stratejileri kullandığı saptanmıştır. Öğrenci, doğrusal örüntülerin genellemesinde figüratif düşünce ile hareket etmiş ve şekillerdeki değişimi göz önünde bulundurmıştır. Doğrusal olmayan örüntülerde ise Gauss yaklaşımını kullanarak sayısal bir strateji geliştirmiştir. Bu yaklaşım, öğrenciye doğrusal olmayan örüntülerde genel kurallar oluşturma imkanı sağlamıştır. Çalışma, matematik öğretmenlerinin, özellikle özel yetenekli öğrenciler için Gauss yaklaşımını öğretim sürecine dahil etmesinin faydalı olabileceğini önermektedir.

Gül (2022) yüksek lisans tezinde, özel yetenekli öğrencilerin farklı temsil biçimlerinde sunulan örüntü görevlerini genelleme sürecinde kullandıkları stratejiler ve bilişsel istem seviyelerini incelemiştir. Araştırmaya, Anadolu Bölgesinde bulunan bir BİLSEM’de eğitim gören, özel yetenekli olarak tanımlanmış 9 ortaokul öğrencisi katılmıştır. Nitel araştırma kapsamında tümdengelimsel tematik analiz uygulanmıştır. Elde edilen veriler, öğrencilerin örüntüleri genelleme stratejileri ve bilişsel istem

seviyeleri bağlamında değerlendirilmiştir. Araştırmada, öğrencilerin örüntü genelleme sürecinde tekrarlı, aralık sayma, tahmin-kontrol, fonksiyonel stratejiler ve içeriksel stratejiler kullandıkları gözlenmiştir. Ayrıca sabit artan örüntülerde “bağlantılı işlemler,” değişken örüntülerde ise daha üst düzey bilişsel istem seviyeleri sergiledikleri tespit edilmiştir. Araştırma, özel yetenekli öğrencilere yönelik matematik eğitimi programlarının üst düzey düşünme becerilerini destekleyecek şekilde düzenlenmesini önermektedir.

Sriraman (2003) yaptığı araştırmada, özel yetenekli öğrencilerin matematikte problem çözme ve sembolik genelleme yapma yeteneklerini incelemektedir. Araştırma, matematiksel olarak özel yetenekli bireylerin problem çözme sürecinde genel çözüm yollarını keşfetme, soyutlama ve genelleme yeteneklerinde farklılık gösterip göstermediğini sorgulamaktadır. Çalışmanın amacı, dört özel yetenekli öğrencinin karmaşık matematiksel problem çözme süreçlerini analiz ederek genelleme yapabilme becerilerini ve bu becerinin problem çözme stratejileri üzerindeki etkisini ortaya koymaktır. Çalışmaya, dokuzuncu sınıfta hızlandırılmış cebir dersinde olan dört matematiksel olarak özel yetenekli öğrenci katılmıştır. Öğrencilerin matematiksel özel yetenekleri, IQ puanları ve öğretmenlerin önerileri gibi kriterlerle belirlenmiştir. Öğrencilere, üç ay boyunca farklı seviyelerde beş karmaşık kombinatorik problem verilmiş ve çözüm süreçleri kaydedilmiştir. Problem çözme süreçleri, Lester’in (1985) problem çözme modeline dayanarak kodlanmış ve öğrencilerin davranışları dört ana kategoriye ayrılmıştır: yönelim, organizasyon, uygulama ve doğrulama. Özel yetenekli öğrenciler, problemlerdeki ortak yapısal özellikleri keşfetme ve genellemeler yapma konusunda başarılı olmuşlardır. Bu öğrenciler, problem çözme sürecinde daha stratejik davranarak soyutlama yapma yeteneklerini sergilemişlerdir. Araştırma, özel yetenekli öğrencilerin genelleme yeteneklerini desteklemek amacıyla öğretmenlerin sınıf içinde daha zengin problem çözme görevleri sunmalarını önermektedir. Eğitimcilerin, bu öğrencilerin farklı öğrenme ihtiyaçlarını karşılamak için farklılaştırılmış bir müfredat sunması gerektiği vurgulanmaktadır.

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, evren ve örneklem, veri toplama araçları, veri toplama süreçleri ve verilerin analizinde kullanılan istatistiksel yöntem ve teknikler açıklanmıştır.

Araştırmanın Modeli

Özel yetenekli olarak tanımlanan BİLSEM öğrencilerinin sınıf seviyelerine göre örüntülere dair temel kavram bilgisi ve beceri düzeylerini incelemek için "Betimsel Araştırma" modeli kullanılmıştır. Öğrencilerin örüntü testinden, örüntü türü ve sunum biçimine göre aldıkları puanların tanı aldıkları yetenek alanlarına göre anlamlı bir farklılık gösterip göstermediğini analiz etmek amacıyla ise "Nedensel Karşılaştırma" modeli tercih edilmiştir.

Nicel verilerin desteklenmesi amacıyla yarı yapılandırılmış görüşmeler yoluyla nitel veriler de toplanmış, bu veriler içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. Son olarak, nicel ve nitel veri analizleri bir arada yorumlanmıştır.

Evren ve Örneklem

Araştırmanın evrenini, 2023-2024 eğitim-öğretim yılında Karadeniz Bölgesi'ndeki bir il merkezi ve bu merkeze bağlı ilçelerde yer alan toplam 6 Bilim ve Sanat Merkezi'nde (BİLSEM) öğrenim gören 6. ve 7. sınıf düzeyindeki 215 öğrenci oluşturmaktadır. Bu öğrencilerden 146'sı genel yetenek, 32'si müzik ve 37'si resim alanında eğitim almaktadır. Bu çalışmada örneklem, olasılık tabanlı yöntemlerden biri olan tabakalı örnekleme yöntemiyle oluşturulmuştur. Tabakalı örnekleme, öğrencilerin yetenek alanlarına (genel zihinsel, resim, müzik) göre ayrılmasını sağlayarak, popülasyondaki her grubun dengeli ve temsili bir biçimde örnekleme yansımaları mümkün kılar (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2008). Bu yöntem, heterojen grupların analiz edilmesinde güvenilirliği artırmakta ve farklı yetenek alanlarına sahip öğrencilerin başarı düzeylerinin doğru ve ayrıntılı bir şekilde karşılaştırılmasına olanak tanımaktadır (Creswell, 2014; Yıldırım ve Şimşek, 2008). Araştırma, genel zihinsel, resim ve müzik yeteneği alanlarında özel yetenekli tanısı konulmuş ve BİLSEM'lerde eğitim alan, 6. ve 7. sınıf seviyesindeki toplam 94 öğrenci ile yürütülmüştür. Bu öğrenciler, kayıtlı oldukları okullardan rastgele seçilmiştir. Araştırmanın yürütülebilmesi için MEB'den gerekli izinler alınmıştır (Bkz. Ek 3). Öğrencilerin yetenek alanları ve sınıf seviyelerine göre dağılımı Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1. Öğrencilerin Yetenek Alanları ve Sınıf Seviyelerine Göre Dağılımı

Sınıf Seviyeleri		Genel Zihinsel		Resim Alanı		Müzik Alanı		Toplam
6	Kız	17	%70.84	5	%20.83	2	%8.33	24
	Erkek	14	%66.67	4	%19.05	3	%14.28	21
	Toplam	31	%68.89	9	%20	5	%11.11	45
7	Kız	11	%57.90	4	%21.05	4	%21.05	19
	Erkek	21	%70.00	4	%13.33	5	%16.67	30
	Toplam	32	%65.31	8	%16.32	9	%18.37	49
	Toplam	63	%67.02	17	%18.09	14	%14.89	94

Tablo 1 incelendiğinde araştırmaya 63'si (%67.02) genel zihinsel yetenek alanından, 17'si resim yetenek alanından (%18.08) ve 14'ü de (%14.90) müzik yetenek alanından olmak üzere toplam 94 öğrencinin katıldığı görülmektedir. Öğrencilerden 45'i (%47.87) 6.sınıf düzeyinde ve 49'u 7.sınıf düzeyindedir. Ayrıca öğrencilerin 43'ü (%45.74) kız öğrenci iken 51'i (%54.26) erkek öğrencidir.

Veri Toplama Araçları

Bu bölümde, veri toplama aracı olarak kullanılan Örüntü Testi 'nin geliştirilme süreci, test maddelerinin hazırlanışı ile testin geçerlik ve güvenirlik çalışmalarına ilişkin bilgiler sunulmaktadır.

Örüntü Testinin Geliştirilmesi ve Pilot Uygulama

BİLSEM öğrencilerinin örüntülerle ilgili başarı düzeylerini değerlendirmek amacıyla, araştırmacı tarafından geliştirilen “Örüntü Testi” veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Testin geliştirilme sürecinde, Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programları, Özel Yetenekli Ortaokul Öğrencileri Matematik Dersi Öğretim Programı, ilgili ulusal ve uluslararası literatür ile Tanışlı ve Olkun'un (2009) yazdığı Basitten Karmaşığa Örüntüler kitabı incelenmiştir. İnceleme sonucunda, örüntüler yapılarına göre tekrarlayan ve genişleyen; sunum biçimlerine göre ise şekil, tablo veya grafik, sayı ve sözel örüntü problemleri olarak sınıflandırılarak test maddeleri oluşturulmuştur.

TYMM 5-8. sınıflar Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı'nın tema (öğrenme alanları) ve öğrenme çıktıları (kazanımları) dikkate alınarak araştırmacı

tarafından geliştirilmiştir. Testin hazırlanmasında, 2024 öncesi öğretim programında yer alan "Sayılar" ve "Cebir" öğrenme alanlarındaki örüntü kazanımları ile 2024 yılında güncellenen öğretim programındaki "Sayılar ve Nicelikler" ve "Cebirsel Düşünme ve Değişimler" temalarındaki örüntü öğrenme çıktıları göz önünde bulundurulmuştur.

Geliştirilen testin pilot uygulaması, 2023-2024 öğretim yılı bahar döneminde Karadeniz Bölgesi'nde bir ilin merkezinde, 6. ve 7. sınıf düzeyinde BİLSEM'lerde öğrenim gören 20 kişilik bir öğrenci grubuyla gerçekleştirilmiştir. Örüntü Testi, toplamda 14 açık uçlu soru içermekte olup, bazı sorular alt maddelere ayrıldığından toplamda 25 madde içermektedir. Testin yanıtlanma süresi 40 dakika olarak belirlenmiş; her bir soru 1 puan üzerinden değerlendirilerek, testten alınabilecek en yüksek puan 25 olarak hesaplanmıştır.

Testin güvenilirliğini değerlendirmek amacıyla pilot çalışmadan elde edilen veriler üzerinden madde-toplam puan korelasyonları analiz edilmiştir. Test maddeleri ile genel test puanı arasındaki ilişkiyi gösteren bu korelasyonun pozitif ve yüksek olması, testin iç tutarlılığının güçlü olduğunu ve maddelerin benzer özellikleri ölçtüğünü göstermektedir (Büyüköztürk, 2011). Ayrıca test maddelerinin güvenilirlik ve ayırt edicilik düzeyleri incelenmiş, madde analizi gerçekleştirilmiştir. Tablo 2'de örüntü testindeki soruların madde ayırtıcılık gücü puanları bulunmaktadır.

Tablo 2. Madde Ayırtıcılık Gücü Puanları

Testte Bulunan Sorular	Madde Ayırtıcılık Gücü	Açıklama
1A	.22	
1B	.30	
1C		Testten çıkarıldı
2A	.23	
2B		Testten çıkarıldı
2C		Testten çıkarıldı
3A	.46	
3B	.42	
3C	.08	Testten çıkarıldı
4A	.49	

4B	.02	Testten çıkarıldı
5A	.38	
5B	.59	
6A	.40	
6B	.39	
7	.12	Testten çıkarıldı
8A	.13	Testten çıkarıldı
8B	.08	Testten çıkarıldı
9	.03	Testten çıkarıldı
10A	.10	Testten çıkarıldı
11B	.16	Testten çıkarıldı
12	.01	Testten çıkarıldı
13A	.03	Testten çıkarıldı
13B	.04	Testten çıkarıldı
14	.01	Testten çıkarıldı

Tablo 2 incelendiğinde, 1A ve 2A maddelerinin, madde ayıricılık gücü puanlarının 0.20 ile 0.30 arasında olduğu görülmektedir. Baykul'a (2000) göre, madde ayırt edicilik puanı 0.30 ve üzeri olan maddeler kullanılabilir; 0.20-0.29 arası olanlar düzeltme koşuluyla değerlendirilebilirken, 0.19 ve altındaki maddeler testten çıkarılmalıdır. Bu doğrultuda, analiz sonuçlarına göre testin güvenilirliğini olumsuz etkileyen ya da ayırt edicilik gücü 0.30'un altında kalan bu maddelerin ifadesi değiştirilerek testin son hali oluşturulmuştur.

Testin geçerlik çalışmaları kapsamında kapsam geçerliliği analiz edilmiştir. Kapsam geçerliliği, testin maddelerinin amaçlanan davranışı yeterli düzeyde ölçüp ölçmediğini belirlemeye yönelik bir ölçüttür ve "Test maddeleri, hedeflenen davranışı ne kadar yansıtıyor?" sorusuna yanıt arar. Bu doğrultuda kapsam geçerliliğini sağlamak amacıyla uzman görüşlerine de başvurulması önerilmektedir (Büyüköztürk, 2011). Testin kapsam geçerliliğini değerlendirmek amacıyla uzman görüşlerine başvurulmuştur. Bu doğrultuda, üç matematik eğitimi öğretim üyesi ve yüksek lisans eğitimini tamamlamış

iki matematik öğretmeninden geri bildirim alınmıştır. Pilot uygulama sonrası oluşturulan testin son hali, uzman kanısına göre kapsam geçerliliğini sağladığını göstermektedir. Ayrıca testin Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı .728 olarak belirlenmiştir. Büyüköztürk'e (2011) göre, güvenirlik katsayısının .70 veya üzerinde olması, test puanlarının güvenirliği açısından genel olarak yeterli kabul edilmektedir.

Örüntü Testinin Maddeleri ve Puanlanması

Örüntü Testi, pilot uygulama sonrası yapılan düzeltmelerden sonra, toplamda 6 sorudan oluşmaktadır. Testin 1. ve 2. soruları, sayı dizisi şeklinde sunulan örüntülerdir. Sayı dizisi olarak sunulan 1. soru, aritmetik olarak değişen örüntü tipindeyken, 2. soru farklı bir değişen örüntü tipi olarak tasarlanmıştır. Testin 3., 4. ve 5. soruları ise şekil veya görsel örüntülerden oluşmaktadır. Bu sorulardan 3. ve 4. sorular aritmetik değişen örüntü tipindedir; 5. soru ise artarak değişen bir örüntüye sahiptir. Testin 6. sorusu ise sözel problem durumu şeklinde verilmiş olup, artarak değişen bir örüntü tipindedir. Örüntü Testi 'nin 1., 3., 5. ve 6. sorularında, her biri iki alt maddeden oluşmaktadır. Bu alt maddelerin ilkinde, öğrencilere verilen örüntünün devam ettirilmesi istenmektedir; yani örüntünün başlangıcı verilmiş ve devamının öğrenci tarafından bulunması amaçlanmıştır. İkinci alt maddede ise öğrencilerin, örüntünün kuralını bulup bunu sözel veya sembolik olarak ifade etmeleri beklenmektedir. Testin 2. ve 4. sorularında, yalnızca verilen örüntünün kuralının bulunması ve bu kuralın sözel ya da sembolik olarak yazılması istenmektedir. Örüntü Testindeki soruların sunum biçimi, çözümlerinde beklenen ifadeler ve örüntü tipleri Tablo 3'de sunulmuştur.

Tablo 3. Örüntü Testinde Bulunan Soruların İncelenmesi

Sorular	Sunum Biçimi	Beklenen İfade biçimi	Örüntü Tipi
1a	Sayı	Örüntünün devam ettirilmesi	Sabit Artış Gösteren Aritmetik Değişen
1b	Sayı	Örüntünün sözel veya sembolik olarak ifade edilmesi	Sabit Artış Gösteren Aritmetik Değişen
2	Sayı	Örüntünün devam ettirilmesi, sözel veya sembolik olarak ifade edilmesi	Diğer Değişen

3a	Şekil	Örüntünün devam ettirilmesi	Sabit Artış Gösteren Aritmetik Değişen
3b	Şekil	Örüntünün sözel veya sembolik olarak ifade edilmesi	Sabit Artış Gösteren Aritmetik Değişen
4	Şekil	Örüntünün devam ettirilmesi, sözel veya sembolik olarak ifade edilmesi	Sabit Artış Gösteren Aritmetik Değişen
5a	Şekil	Örüntünün devam ettirilmesi	Sabit Artış Göstermeyen Artarak değişen
5b	Şekil	Örüntünün sözel veya sembolik olarak ifade edilmesi	Sabit Artış Göstermeyen Artarak değişen
6a	Sözel	Örüntünün devam ettirilmesi	Sabit Artış Göstermeyen Artarak değişen
6b	Sözel	Örüntünün sözel veya sembolik olarak ifade edilmesi	Sabit Artış Göstermeyen Artarak değişen

Tablo 3 incelendiğinde, öğrencilerin örüntüleri anlama ve devam ettirme becerilerini değerlendirmek amacıyla farklı sunum biçimleri ve ifade biçimleri kullanılarak hazırlanmış soruları içermektedir. Sorular, örüntülerin türlerine göre "Aritmetik Değişen", "Diğer Değişen" ve "Artarak Değişen" olarak sınıflandırılmıştır. Sonuç olarak, Örüntü Testi, alt maddeler dâhil toplam 10 maddeden oluşmaktadır.

Pilot uygulama sonrasında testte yer alan maddeler ve açıklamaları aşağıda gösterilmiştir. Şekil 6'da yer alan sayı örüntüsünün ilk terimi 5 olup, her adımda 3 eklenerek devam ederek sabit artış gösteren bir aritmetik değişen sayı örüntüsüdür ve bu, testin 1. sorusunu oluşturmaktadır.

SORU-1

5, 8, 11, 14, ...

Yukarıdaki sayılar bir örüntü oluşturacak şekilde belli bir kurala göre dizilmiştir. Buna göre,

- a) Örüntüyü oluşturan 40. terimi bulunuz.
- b) Örüntünün kuralını yazılı olarak ifade ederek, örüntünün n . terimi için harfli bir ifade yazınız ve açıklayınız.

Şekil 6. Örüntü Testinin Birinci Sorusu

(Palabıyık, 2010: s. 81)

Şekil 6'daki soru, Palabıyık'ın (2010) yüksek lisans tezinden uyarlanmıştır. Sorunun ilk bölümünde öğrencilerden örüntünün kuralını bulmaları ve devam ettirmeleri beklenirken, ikinci bölümde kuralı sözel veya sembolik olarak ifade etmeleri istenmektedir. Öğrencilerden, örüntünün n . terimini sembolik olarak $3n+2$ veya $3(n-1)+5$ şeklinde ifade etmeleri beklenmektedir.

Şekil 7'de yer alan sayı örüntüsünün ilk terimi 0 olup, sabit artış göstermeyen değişen bir sayı örüntüsüdür ve bu, testin 2. sorusunu oluşturmaktadır.

SORU-2

Aşağıdaki örüntüde sayılar arasındaki ilişkileri belirterek, verilmeyeni bulunuz.

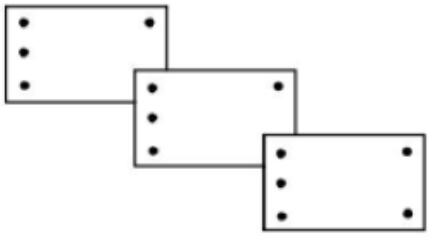
0, 1, 1, 3, 6, 9, 27, Δ , ...

Şekil 7. Örüntü Testinin İkinci Sorusu

(MEB Özel Eğitim ve Rehberlik Genel Müdürlüğü, 2017: s. 49)

Şekil 7'deki soru, Milli Eğitim Bakanlığı Özel Eğitim ve Rehberlik Genel Müdürlüğü Özel Yeteneklerin Geliştirilmesi Daire Başkanlığınca hazırlanan Matematik Dersi Özel Yetenekleri Geliştirme Programı Etkinlik kitabından (2017) alınmıştır. Bu soruda, öğrencilerin örüntünün kuralını belirleyip devam ettirmeleri beklenmektedir.

Şekil 8'de yer alan soru, sabit artış gösteren aritmetik değişen bir şekil örüntüsüdür ve bu, testin 3. sorusunu oluşturmaktadır.



3 metal levhanın duvara sabitlenmesi için, 13 tane çivi kullanılmıştır.

a) Aynı şekilde, 50 metal levhanın sabitlenmesi için kaç tane çivi kullanılır?

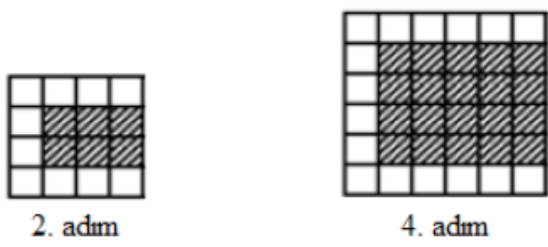
b) Metal levhaların duvara sabitlenmesinde kullanılan çivi sayılarına ait kuralı yazılı olarak ifade ederek, n. metal levha için kaç tane çivi kullanılacağını açıklayınız.

Şekil 8. Örüntü Testinin Üçüncü Sorusu

(Samson ve Schafer, 2007: s. 88)

Şekil 8'deki soru, Samson ve Schafer'in (2007) araştırmasında kullanılan sorudan uyarlanmıştır. Sorunun ilk bölümünde öğrencilerden örüntünün kuralını bulmaları ve devam ettirmeleri beklenirken, ikinci bölümde kuralı sözel veya sembolik olarak ifade etmeleri istenmektedir.

Şekil 9'da bulunan soru, sabit artış gösteren aritmetik değişen bir şekil örüntüsüdür ve bu, testin 4. sorusunu oluşturmaktadır.



Örüntünün ikinci adımında 10 beyaz renkli birim kare, dördüncü adımında 16 beyaz renkli birim kare bulunmaktadır.

Örüntünün kuralını yazılı olarak ifade ederek, örüntünün n. adımında bulunan beyaz renkli birim kare sayısı için harfli bir ifade yazınız ve açıklayınız.

Şekil 9. Örüntü Testinin Dördüncü Sorusu

(Samson ve Schafer, 2007: s. 89)

Şekil 9'daki soru, Samson ve Schafer'in (2007) araştırmasında kullanılan sorudan uyarlanmıştır. Bu soruda, öğrencilerden örüntünün kuralını bulmaları, devam ettirmeleri ve kuralı sözel veya sembolik olarak ifade etmeleri beklenmektedir. Öğrencilerden, n. adımda bulunan beyaz kare sayısını sembolik olarak $3n+4$ veya $3(n-1)+7$ şeklinde ifade etmeleri beklenmektedir.

Şekil 10'da bulunan soru, sabit artış göstermeyen artarak değişen bir şekil örüntüsüdür ve bu, testin 5. sorusunu oluşturmaktadır.

1. adım 2. adım 3. adım 4. adım

a) Örüntü aynı şekilde devam ettirildiğinde, 6. adım kaç noktadan oluşur?

b) Örüntünün kuralını yazılı olarak ifade ederek, örüntünün n. terimi için harfli bir ifade yazınız ve açıklayınız.

Şekil 10. Örüntü Testinin Beşinci Sorusu

(Lin ve Yang, 2004: s. 459)

Şekil 10'daki soru, Lin ve Yang'ın (2004) araştırmasında kullanılan sorudan uyarlanmıştır. Bu soruda, öğrencilerden örüntünün kuralını bulmaları, devam ettirmeleri ve kuralı sözel veya sembolik olarak ifade etmeleri beklenmektedir.

Şekil 11'deki soru, sabit artış göstermeyen, sabit artış göstermeyen artan bir örüntüyü sözel biçimde sunmaktadır ve testin 6. sorusunu oluşturmaktadır.

Ulaştırma Bakanlığı, ülkede bulunan şehirleri birbirine bağlayan, demir yolu hatlarının yapılması için çalışmalara başlamıştır. Planlama ve çalışmalar, herhangi bir şehirden diğerine doğrudan bir demiryolu hattı bulunacak biçimde yapılmıştır. İlk olarak beş şehri birbirine bağlayan 10 farklı demir yolu hattı yapılmıştır. Bu çalışmalara benzer biçimde devam edilirse,

a) 10 şehri birbirine bağlayan kaç farklı demir yolu hattı yapılmıştır?

b) Şehirleri birbirine bağlayan farklı demir yolu hattı sayılarına ait kuralı ifade ederek, n tane şehri birbirine bağlayan kaç farklı demiryolu hattı bulunacağını açıklayınız.

Şekil 11. Örüntü Testinin Altıncı Sorusu

(Steele, 2008: s. 105)

Şekil 11'deki soru, Steele'nin (2008) araştırmasında kullanılan sorulardan uyarlanmıştır. Bu soruda, öğrencilerden örüntünün kuralını bulmaları, devam ettirmeleri ve kuralı sözel veya sembolik olarak ifade etmeleri beklenmektedir.

Örüntü testindeki sorular, Tablo 3’de beklenen ifade biçimine göre puanlanmıştır. Örüntüyü devam ettirmesi gereken maddelerde doğru yanıt verenlere 1 puan, yanlış yanıt verenlere 0 puan verilmiştir. Örüntünün kuralını sözel veya sembolik olarak ifade etmesi beklenen maddelerde, kuralı doğru ifade edenlere 1 puan, bulamayanlara ise 0 puan verilmiştir. Böylece, öğrencilerin örüntü başarı testinden aldıkları toplam puanlar hesaplanmıştır. Bir öğrencinin testten alabileceği en düşük puan 0, en yüksek puan ise 10’dur.

Örüntü Testi Görüşme Formu

Öğrencilere Örüntü Testi uygulandıktan sonra, örüntü konusunda karşılaştıkları zorluklar hakkında daha ayrıntılı bilgi edinmek amacıyla yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu yöntem, araştırmacının tüm soruları önceden hazırlamasını ve her katılımcıya aynı soruları belirli bir düzen içinde sormasını içermektedir. Ancak tartışmanın seyrine bağlı olarak görüşme sırasında ek sorular da sorulabilmektedir. Bu özellik, yarı yapılandırılmış görüşmeleri yapılandırılmış görüşmelerden ayırmakta ve eğitim bilimleri araştırmalarında sıkça tercih edilmesini sağlamaktadır (Türnüklü, 2000). Şekil 12’de, Örüntü Testi sonrasında öğrencilerin örüntülerle ilgili karşılaştıkları zorluklara dair ayrıntılı bilgi elde etmek amacıyla kullanılan yarı yapılandırılmış görüşme formu sunulmaktadır.

Ek 2. Örüntü Testi Görüşme Formu
Öğrencinin Kodu:
Görüşme Soruları
1. Örüntünün genel teriminin harfli ifade edilmesinde yaşadığınız zorluklar nelerdir? Açıklayınız.
2. Örüntünün herhangi bir adımına ulaşırken yaşadığınız zorluklar nelerdir? Açıklayınız.
3. Yapısına göre verilmiş örüntülerin (aritmetik değişen ve artarak değişen örüntüler) çözümünde yaşadığınız zorluklar nelerdir? Açıklayınız.
4. Sunum biçimine göre verilmiş örüntülerin (sayı, şekil ve sözel problem biçiminde örüntüler) çözümünde yaşadığınız zorluklar nelerdir? Açıklayınız.

Şekil 12. Örüntü Testi Görüşme Formu (Ek.2)

Şekil 12’de verilen form, Örüntü Testinde tüm soruları doğru yanıtlayamayan 10 öğrenciyle gönüllülük esasına dayalı olarak yapılan görüşmelerde kullanılmıştır. Görüşme yapılan öğrencilerin sınıf düzeyleri ve yetenek alanları Tablo 4’de sunulmuştur.

Tablo 4. Görüşme Yapılan Öğrencilerin Sınıf Düzeyleri ve Yetenek Alanları

Sınıf Düzeyi	Genel Zihinsel Yetenek Alanından Katılan Öğrenci Sayısı ve cinsiyetleri	Resim Yetenek Alanından Katılan Öğrenci Sayısı ve cinsiyetleri	Müzik Yetenek Alanından Katılan Öğrenci Sayısı ve cinsiyetleri
6	3 (1 kız, 2 erkek)	0	0
7	5 (3 kız, 2 erkek)	2 (1 kız, 1 erkek)	0

Tablo 4 incelendiğinde, öğrencilerin çoğunluğunun (%80) genel zihinsel yetenek alanında yoğunlaştığı, 7. sınıf öğrencilerinin bir kısmının ise resim yeteneği gösterdiği, müzik yeteneği gösteren öğrenci bulunmadığı görülmektedir. Bu görüşmelerden önce öğrencilere, katılmak istemedikleri takdirde bu hakka sahip oldukları bildirilmiş ve her bir görüşme için kendilerinin onayı alınmıştır. Yaklaşık 20 dakika süren bu görüşmeler, görüşme formu kullanılarak gerçekleştirilmiş ve öğrencilerin yaptıkları hatalar ile bu hataların olası nedenleri incelenmiştir. Tüm görüşmeler, kısa notlar şeklinde form üzerine kaydedilmiştir.

Veri Toplama Süreci

Araştırmanın verileri, 2023-2024 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde, öğrencilerin eğitim gördükleri BİLSEM’lerde toplanmıştır. İkinci dönemin tercih edilme sebebi, araştırmanın amacı doğrultusunda belirlenen tüm kazanımların öğrenilmiş olmasını sağlamaktır. Araştırmanın yürütüleceği BİLSEM’lerde gerekli izinler alınmıştır (Ek 3). Uygulamadan önce öğrencilere araştırmanın amacı açıklanmış; soruları çözerken düşünce süreçlerini ve çözüm yöntemlerini ayrıntılı olarak belirtmelerinin beklendiği ifade edilmiştir. Araştırma sonuçlarının geçerliliğini artırmak amacıyla, öğrencilerden içten ve gönüllü bir katılım göstermeleri rica edilmiştir. Veri toplama sürecinde araştırmacı bizzat hazır bulunmuş; öğrencilerin, yaklaşık 40-45 dakika süren bu oturumda açık uçlu sorulardan oluşan veri toplama aracını yazılı olarak tamamlamaları sağlanmıştır. Veri toplama süreci, il merkezinde tek oturumda gerçekleştirilmiş olup, ilçelerdeki uygulamalar aynı hafta içinde 5 farklı ilçede, 3 farklı günde yapılmıştır. Bu süreç, her ilçede belirlenen sınıf ortamlarında, sınıfta bulunan öğrencilerle gerçekleştirilmiştir. Görüşmeler ve test cevapları, katılımcıların onayı alınarak kayıt

altına alınmıştır. Böylece verilerin doğruluğu ve güvenilirliği sağlanmıştır. Ayrıca her oturumda kullanılan materyaller ve uygulama süreci dikkatle planlanmış, öğrenci katılımı ve verilerin geçerliliği göz önünde bulundurulmuştur.

Verilerin Analizi

BİLSEM öğrencilerinin örüntü testindeki başarı düzeylerini ve alt öğrenme alanı olarak örüntülerde yaşadıkları zorlukları belirlemek amacıyla, araştırma sorularına dayalı olarak toplanan verilerin analizinde nicel ve nitel veri analizi yöntemleri bir arada kullanılmıştır.

Araştırmanın Değişkenleri

Araştırmanın bağımlı değişkenler: Öğrencilerin örüntü testinden aldıkları puanlar, sunum biçimine ve örüntü yapısına göre örüntü başarı testinden aldıkları puanlar.

Araştırmanın bağımsız değişkeni: Öğrencilerin yetenek alanları ve sınıf seviyeleri.

Nicel Verilerin Analizi

Araştırmanın verileri, kullanılan ölçme aracı aracılığıyla toplandıktan sonra doğruluk açısından kontrol edilmiş ve bu kontrolün ardından puanlama işlemi gerçekleştirilmiştir. Nicel verilerin analizi SPSS yazılımındaki yöntemler kullanılarak yapılmıştır.

İstatistiksel analizlerde, ilk olarak tüm katılımcıların örüntü testi puanları, sunum biçimlerine ve örüntü yapılarına göre ayrı ayrı belirlenmiş, ardından bu puanların ortalamaları ve standart sapmaları hesaplanmıştır. Daha sonra, öğrencilerin sınıf seviyeleri ve yetenek alanları bazında ortalama ve standart sapma değerleri ile betimsel analizler yapılmıştır.

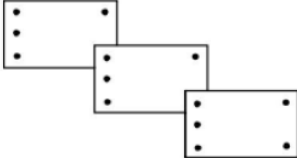
Araştırmada, verilerin normal dağılıma uymaması ve gruplar arasında eşit örneklem büyüklüğüne ulaşılamaması nedeniyle parametrik testlerin koşulları sağlanamamıştır. Bu durumlarda, parametrik testlere alternatif olarak kullanılan Mann-Whitney U ve Kruskal-Wallis testleri, grupların ortalamaları arasındaki farkı incelemek için kullanılabilmektedir (Can, 2019). Bu bağlamda, altıncı ve yedinci sınıf seviyesindeki öğrencilerin örüntüler alanındaki başarı düzeyleri arasındaki anlamlı farklılığı incelemek için Mann-Whitney U testi uygulanmıştır. Öğrencilerin yetenek alanlarına (genel

zihinsel, resim, müzik) göre örüntü testi başarıları, örüntü sunum biçimlerine göre başarıları ve örüntü yapısına göre başarıları arasındaki anlamlı farklılığı belirlemek için ise Kruskal-Wallis testi kullanılmıştır.

Nitel Verilerin Analizi

Nitel veriler, betimsel analizi yöntemiyle incelenmiştir. Öğrencilerin örüntü testindeki yanıtları, "Doğru Cevaplama" "Kısmi Cevaplama" ve "Yanlış Cevaplama" olmak üzere üç kategoride sınıflandırılmıştır. Doğru Cevaplama, yanıtın tamamen doğru olduğu durumları; kısmi cevaplama, doğru sırada çözülen ancak işlem hatası içeren yanıtları; yanlış cevaplama ise tamamen yanlış veya boş bırakılan yanıtları ifade etmektedir. Nitel verilerin analizi öncesinde, odak gruptaki öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmeler transkript edilmiştir. Öğrencilerin çözdükleri sorulara ilişkin görüşleri, yarı yapılandırılmış görüşme formu ve örüntü testini oluşturan sorular doğrultusunda incelenmiş ve şu şekilde kategorilere ayrılmıştır: (1) örüntünün genel teriminin ifade edilmesi, (2) örüntüde belirli bir adıma ulaşılması ve (3) örüntünün yapısı ile sunum biçimine göre değerlendirilmesi. Testin maddelerine öğrencilerin verdikleri cevaplar ile oluşturulan rubrik, ekler bölümünde (EK 4) verilmiştir. Tablo 5’de testin 3. sorusu yer almakta olup, bu soruya verilen yanıtlara ilişkin rubrik farklı örnekler ile sunulmuştur. (Kod 3.1.GY6. Doğru cevaplamalarda farklı çözümlerden birincisinin, 6.sınıf seviyesinde genel yetenek öğrencilerinden birisi tarafından verildiğini ifade etmektedir. Kod 2, kısmi cevaplamlar için; Kod 0 ise yanlış cevaplamlar için kullanılmıştır. Ayrıca “M” müzik yetenek alanından bir öğrenci, “R” resim yetenek alanından bir öğrenci anlamına gelecek biçimde kısaltılmıştır.)

Tablo 5. Örüntü Testinin Üçüncü Sorusuna Öğrencilerin Verdikleri Cevaplar Doğrultusunda Oluşturulan Rubrik

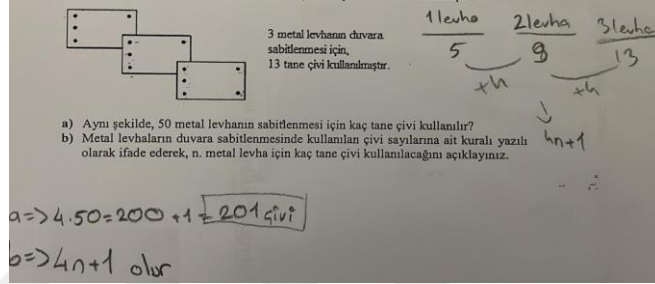
Testin 3B maddesi	SORU-3 Dikdörtgen biçiminde metal levhalar çiviler yardımıyla duvara sabitlenmiştir.  3 metal levhanın duvara sabitlenmesi için, 13 tane çivi kullanılmıştır. a) Aynı şekilde, 50 metal levhanın sabitlenmesi için kaç tane çivi kullanılır? b) Metal levhaların duvara sabitlenmesinde kullanılan çivi sayılarına ait kuralı yazılı olarak ifade ederek, n. metal levha için kaç tane çivi kullanılacağını açıklayınız.
-------------------	---

Doğru Cevaplama
(Kullanılacak çivi sayısına karşılık gelen kuralı doğru biçimde ifade edilerek n metal levha için $4n+1$ cevabını verenler)

Kod 3.1.GY6: (Örüntü kuralı sözel ve sembolik olarak ifade edilmiştir)

Örüntüde son adım haricinde her levhada 4 tane çivi olduğunu son levhada ise 5 tane çivi olduğunu ifade ederek; $(n-1)$.adımda toplam $(n-1).4$ çivi olduğunu son adımdaki levhada katıldığında $(n-1).4+5$ çivi bulunduğunu ifade etmiştir.

Kod 32 GY7: (Örüntü kuralı sözel ve sembolik olarak ifade edilmiştir)



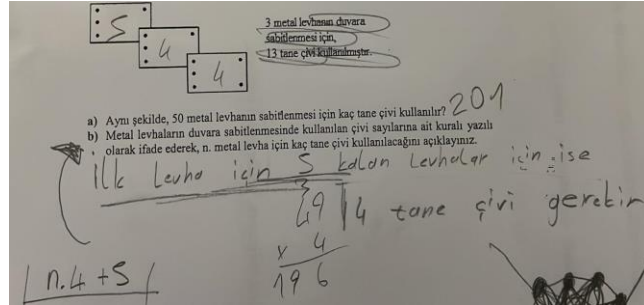
Kod 3.3 R7: (Örüntü kuralı sözel ve sembolik olarak ifade edilmiştir)

Örüntüde n metal levha için ilk olarak n.4 işlemini yapılacağını; örüntü şeklinde son levhada 5 çivi diğerlerinde ise 4 çivi olduğundan n.4 ifadesine 1 ekleyerek örüntünün genele terimini, $4n+1$ olarak ifade etmiştir.

Kısmi Puan:

(Kullanılacak çivi sayısına karşılık gelen kuralı doğru biçimde ifade eden ancak istenen çivi sayısının yanlış cevaplanması veya örüntünün kuralını ifade edemeyerek istenen çivi sayısının doğru cevaplanması veya farklı çözüm yolları kullanılarak doğru cevabın verilmesi)

Kod 1.1 GY6: (Örüntü kuralı sözel olarak doğru ve sembolik olarak yanlış ifade edilmiştir)



Kod 2.1 GY7: (Örüntü kuralı sözel olarak doğru ifade edilmiş fakat sembolik olarak ifade edilmemiştir)

Örüntüde levhaların tamamında 4 tane sonuncuda ise 1 fazla olup 5 tanedir.

Kod 2.2 M7: Örüntü 5’den başlayarak 4 artarak ilerlemiştir. Her adımda 4 artışından n. adımda 4.n tane çivi, 1.adımda eklersek $4n+5$ tane çivi bulunduğunu ifade etmiştir.

b) Metal levhaların duvara sabitlenmesinde kullanılan çivi sayılarına ait kuralı yazın olarak ifade ederek, n. metal levha için kaç tane çivi kullanılacağını açıklayınız.

50 metal için
 $4 \cdot 49 = 4$
 $\frac{196}{4}$
 $196 + 5 = 201$
 Dönder artmış
 $5 + (n \cdot 4)$

Sıfır Puan:

(Cevap tamamen yanlış veya soru cevaplanmamış)

Kod 0.1 GY6: (Örüntü kuralı hatalı ifade edilerek yanlış cevaplanmıştır)

4.n

Kod 0.2 M6 : (Örüntü kuralı sözel ve sembolik olarak yanlış ifade edilmiştir)

Örüntü sürekli 4 artarak devam ettiğinden, n. adımda $n+4$ tane çivi olduğunu ifade etmiştir.

Kod 0.3 GY6: Boş

Tablo 5’de verilen 3.sorunun b maddesine verilen yanıtlara ilişkin öğrenciler tarafından verilen farklı cevaplamalar bulunmaktadır. Görüşmelerden elde edilen veriler, iki araştırmacı tarafından bağımsız şekilde kodlanmış ve ardından görüş birliği ile ayrılıkları hesaplanmıştır. Miles ve Huberman’ın (1994) geliştirdiği güvenilirlik formülü [$\text{Güvenirlik} = \text{Görüş birliği} / (\text{Görüş birliği} + \text{Görüş ayrılığı})$] kullanılarak araştırmacının güvenilirlik değeri %88.33 bulunmuştur. Bu oran, önerilen minimum %80 değerinin üzerinde olduğu için güvenilir kabul edilmektedir (Miles ve Huberman, 1994).

BULGULAR

Bu bölümde, araştırma süresince elde edilen veriler düzenlenmiş, uygun istatistiksel yöntemler kullanılarak analiz edilmiştir. Elde edilen sonuçlar, tablo ve grafiklerle görselleştirilerek yorumlanmıştır. Her bir alt problem için ayrı ayrı analizler yapılmıştır.

Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın birinci alt problemi “Altıncı sınıf seviyesinde BİLSEM öğrencilerinin örüntüler alt öğrenme alanındaki başarıları ne düzeydedir?” şeklindedir. Altıncı sınıf öğrencilerinin toplam puanları, sunum biçimlerine (sayı, şekil ve sözel) ve örüntü yapısına (aritmetik değişen, sabit artış olamayan aratarak değişen ve diğer) göre başarı düzeyleri incelenmiştir. Elde edilen betimsel istatistikler Tablo 6’da gösterilmiştir.

Tablo 6. Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Örüntü Performansları

Değişken	N	Minimum	Maksimum	Ortalama (M)	Standart Sapma (SD)
Toplam Puan	45	1.00	10.00	5.47	2.38
Sayı Sunum Biçimi	45	0.00	3.00	1.80	0.84
Şekil Sunum Biçimi	45	1.00	5.00	2.84	1.64
Sözel Sunum Biçimi	45	0.00	2.00	0.82	0.94
Aritmetik Değişen Yapı	45	1.00	5.00	3.24	1.54
Artan Değişen ve Diğer Yapı	45	0.00	5.00	2.22	1.44

Tablo 6’nın sonuçlarına göre öğrencilerin toplam puan ortalamasının 5.47; standart sapmanın değeri 2.38 olduğunu görünmektedir. Sunum biçimlerine göre, şekil sunum biçiminde ortalama 2.84 ile en yüksek performans gözlenirken, sayı sunum biçimi 1.80 ve sözel sunum biçimi 0.82 ortalamalarıyla daha düşük düzeyde kalmıştır. Örüntü türleri açısından incelendiğinde, aritmetik değişen örüntülerde ortalama puan 3.24 (standart sapma: 1.54) ile daha yüksek bir başarı gözlenirken, artarak değişen örüntülerde bu ortalama 2.22 (standart sapma: 1.44) ile daha düşük bir düzeye başarı ortaya çıkmıştır.

İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın ikinci alt problemi “Yedinci sınıf seviyesinde BİLSEM öğrencilerinin örüntüler alt öğrenme alanındaki başarıları ne düzeydedir?” şeklindedir. Yedinci sınıf öğrencilerinin toplam puanları, sunum biçimlerine (sayı, şekil ve sözel) ve örüntü yapısına (aritmetik değişen, sabit artış olamayan aratarak değişen ve diğer) göre başarı düzeyleri incelenmiştir. Elde edilen betimsel istatistikler Tablo 7’de gösterilmiştir.

Tablo 7. Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntü Performansları

Değişken	N	Minimum	Maksimum	Ortalama (M)	Standart Sapma (SD)
Toplam Puan	49	2.00	10.00	6.96	2.27
Sayı Sunum Biçimi	49	1.00	3.00	2.33	0.77
Şekil Sunum Biçimi	49	1.00	5.00	3.94	1.41
Sözel Sunum Biçimi	49	0.00	2.00	0.69	0.92
Aritmetik Değişen Yapı	49	1.00	5.00	4.35	1.05
Artan Değişen ve Diğer Yapı	49	1.00	5.00	2.61	1.72

Tablo 7’nin sonuçlarına göre öğrencilerin toplam puan ortalaması 6.96; standart sapma değeri 2.27 olduğunu görünmektedir. Sunum biçimlerine göre, şekil sunum biçiminde ortalama 3.94 ile en yüksek performans gözlenirken, sayı sunum biçimi 2.33 ve sözel sunum biçimi 0.69 ortalamalarıyla daha düşük düzeyde kalmıştır. Örüntü türleri açısından incelendiğinde, aritmetik değişen örüntülerde ortalama puan 4.35 (standart sapma: 1.05) ile daha yüksek bir başarı gözlenirken, artarak değişen örüntülerde bu ortalama 2.61 (standart sapma: 1.72) ile daha düşük bir düzeye başarı ortaya çıkmıştır.

Öğrencilerin Sınıf Düzeylerine Göre Örüntü Performanslarının Karşılaştırılması

Altıncı ve yedinci sınıf seviyesindeki BİLSEM öğrencilerinin örüntüler alt öğrenme alanındaki başarıları birlikte değerlendirilmiştir. Elde edilen betimsel istatistikler Tablo 8’de sunulmuştur.

Tablo 8. Altıncı ve Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntü Performansları

Değişken	Sınıf	N	Minimum	Maksimum	Ortalama (M)	Standart Sapma (SD)
----------	-------	---	---------	----------	--------------	---------------------

Toplam Puan	6. Sınıf	45	1,00	10.00	5.47	2.38
	7. Sınıf	49	2.00	10.00	6.96	2.27
Sayı Sunum Biçimi	6. Sınıf	45	0.00	3.00	1.80	0.84
	7. Sınıf	49	1.00	3.00	2.33	0.77
Şekil Sunum Biçimi	6. Sınıf	45	1.00	5.00	2.84	1.64
	7. Sınıf	49	1.00	5.00	3.94	1.41
Sözel Sunum Biçimi	6. Sınıf	45	0.00	2.00	0.82	0.94
	7. Sınıf	49	0.00	2.00	0.69	0.92
Aritmetik Değişen Yapı	6. Sınıf	45	1.00	5.00	3.24	1.54
	7. Sınıf	49	1.00	5.00	4.35	1.05
Artan Değişen ve Diğer Yapı	6. Sınıf	45	0.00	5.00	2.22	1.44
	7. Sınıf	49	1.00	5.00	2.61	1.72

Tablo 8 incelendiğinde, altıncı sınıfların ortalama toplam puanı 5.47 iken, yedinci sınıfların ortalaması 6.96 olduğu görülmektedir. Sunum biçimlerine göre incelendiğinde, her iki sınıfta da şekil sunum biçimi en yüksek performans sergilenirken, sözel sunum biçiminde en düşük performans gözlenmiştir. Örüntü türlerinde ise aritmetik değişen örüntüler her iki sınıf için de en yüksek başarıyı gösterirken, artarak değişen örüntülerde daha düşük bir başarı sergilenmiştir.

Öğrencilerin Yetenek Alanlarına Göre Örüntü Performanslarının Karşılaştırılması

Öğrencilerin toplam puanları, sunum biçimlerine (sayı, şekil, sözel) ve örüntü türlerine (aritmetik değişen artan) göre yetenek alanlarına göre değerlendirilmiştir. Elde edilen betimsel istatistikler Tablo 9’da sunulmuştur.

Tablo 9. Yetenek Alanlarına Göre Öğrencilerin Örüntü Performansları

Değişken	Yetenek Alanı	N	Minimum	Maksimum	Ortalama (M)	Standart Sapma (SD)
Toplam Puan	Genel Zihinsel	63	2.00	10.00	6,57	2.35
	Resim	17	2.00	9.00	5.11	2.17

	Müzik	14	1.00	9.00	6.00	3.21
Sayı Sunum Biçimi	Genel Zihinsel	63	0.00	3.00	2.16	0.88
	Resim	17	0.00	3.00	1.78	0.73
	Müzik	14	1.00	3.00	2.00	0.58
Şekil Sunum Biçimi	Genel Zihinsel	63	0.00	5.00	3.65	1.40
	Resim	17	0.00	5.00	2.44	1.72
	Müzik	14	0.00	5.00	3.57	2.44
Sözel Sunum Biçimi	Genel Zihinsel	63	0.00	2.00	0.75	0.93
	Resim	17	0.00	2.00	0.89	0.96
	Müzik	14	0.00	2.00	0.43	0.79
Aritmetik Değişen Yapı	Genel Zihinsel	63	0.00	5.00	4.00	1.34
	Resim	17	1.00	5.00	3.06	1.39
	Müzik	14	1.00	5.00	4.00	1.73
Artan Değişen ve Diğer Yapı	Genel Zihinsel	63	0.00	5.00	2.57	1.64
	Resim	17	0.00	4.00	2.06	1.39
	Müzik	14	0.00	4.00	2.00	1.63

Tablo 9 incelendiğinde, genel zihinsel yetenek alanındaki öğrencilerin toplam puan ortalaması (6.57), diğer yetenek alanlarındaki öğrencilere göre daha yüksektir. Resim alanındaki öğrenciler toplam puanda en düşük ortalamayı (5.11) sergilerken, müzik alanındaki öğrenciler (6.00) bu iki alan arasında yer almıştır. Şekil sunum biçiminde genel zihinsel yetenek alanındaki öğrenciler en yüksek performansı (3.65) gösterirken, sayı sunum biçiminde ortalamalar birbirine yakın bulunmuştur. Sözel sunum biçiminde ise tüm alanlarda düşük ortalamalar bulunmaktadır. Genel zihinsel yetenek alanındaki öğrenciler, özellikle aritmetik ve artarak değişen örüntülerde yüksek puanlara sahip olup, diğer iki yetenek alanından daha yüksek ortalama puanlara ulaşmıştır.

Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın üçüncü alt problemi “Altıncı ve yedinci sınıf seviyesinde BİLSEM öğrencilerinin örüntüler alt öğrenme alanındaki başarıları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?” şeklindedir. Verilerin analizi öncesinde normallik varsayımı Kolmogorov-Smirnov ve Shapiro-Wilk testleriyle Tablo 10’da değerlendirilmiştir.

Tablo 10. Üçüncü Alt Probleme Ait Normallik Testi Sonuçları

Gruplar (Sınıf seviyeleri)	Kolmogorov-Smirnov (p)	Shapiro-Wilk (p)	Normallik Durumu
6. Sınıf	0.200	0.178	Normal Dağılım
7. Sınıf	0.002	0.005	Normal Dağılım Değil

Tablo 10’da görüldüğü üzere, altıncı sınıf öğrencilerinin "Toplam Puan" değişkeni için Kolmogorov-Smirnov $p=0.200$ ve Shapiro-Wilk $p=0.178$ değerleri anlamlı bulunmamıştır. Bu durum, altıncı sınıf puanlarının normal dağılım gösterdiğini ifade etmektedir. Ancak, yedinci sınıf öğrencilerinin "Toplam Puan" değişkeni için Kolmogorov-Smirnov $p=0.002$ ve Shapiro-Wilk $p=0.005$ değerleri anlamlı bulunmuştur. Bu sonuç, yedinci sınıf puanlarının normal dağılım göstermediğini ortaya koymaktadır.

Normallik varsayımının karşılanmaması nedeniyle, iki grup arasındaki farklılık parametrik olmayan Mann-Whitney U testi ile analiz edilmiştir. Analiz sonuçları Tablo 11’de bulunmaktadır.

Tablo 11. Üçüncü Alt Probleme Ait Mann-Whitney U Testi Sonuçları

Gruplar (Sınıf seviyeleri)	N	Medyan	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
6. Sınıf	45	5	38.87	1749.00		
7. Sınıf	49	7	55.43	2716.00	714	0.003

Tablo 11’de 45 altıncı sınıf ve 49 yedinci sınıf öğrencisinden oluşan 94 kişilik grupta, altıncı ve yedinci sınıf öğrencilerinin örüntülerde başarı düzeyleri arasında anlamlı bir fark olup olmadığını ortaya koymak için yapılan Mann-Whitney U testinin sonuçları bulunmaktadır. Sonuçlar, altıncı sınıflarının örüntülerdeki performansları (ortanca:5) ile yedinci sınıfların örüntülerdeki başarıları (ortalama:7) arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık olduğunu göstermektedir ($U=714$, $p<0.05$). Bu bulgular,

yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüler alt öğrenme alanında başarı düzeylerinin, altıncı sınıf öğrencilerine göre daha yüksek olduğunu göstermektedir.

Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın dördüncü alt problemi “Özel yetenekli öğrencilerin BİLSEM’de öğrenim gördükleri yetenek alanları (genel zihinsel, müzik ve resim) açısından örüntü testi başarıları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?” şeklindedir. Verilerin analizi öncesinde normallik varsayımı testleriyle Tablo 12’de değerlendirilmiştir.

Tablo 12. Dördüncü Alt Probleme Ait Normallik Testi Sonuçları

Gruplar (Yetenek Alanları)	Kolmogorov-Smirnov (p)	Shapiro-Wilk (p)	Normallik Durumu
Genel Zihinsel	0.003	0.004	Normal Dağılım Değil
Müzik	0.016	0.057	Normal Dağılım
Resim	0.066	0.128	Normal Dağılım Değil

Tablo 12’de incelendiğinde genel zihinsel ve müzik yetenek alanlarında veriler normal dağılım göstermemekte, ancak resim yetenek alanında veriler (Kolmogorov-Smirnov $p=0.066$ ve Shapiro-Wilk $p=0.128$) normal dağılıma daha yakın görünmektedir. Bu durum, veri setinin normal dağılıma uymadığını göstermektedir. Bu nedenle parametrik testler yerine gruplar arasında anlamlı bir fark olup olmadığını değerlendirmek için Kruskal-Wallis H testi uygulanmıştır. Bu testin sonuçları Tablo 13’de verilmiştir.

Tablo 13. Dördüncü Alt Probleme Ait Kruskal-Wallis H Testi Sonuçları

Gruplar (Yetenek Alanları)	N	Sıra Ortalaması	sd	χ^2	p
Genel Zihinsel	63	50.88	2	5.238	0.073
Resim	17	34.47			
Müzik	14	47.71			

Tablo 13’deki sonuçlara göre, genel zihinsel yetenek, müzik ve resim alanlarındaki öğrencilerin örüntü testi genel başarı puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmamaktadır ($\chi^2=5.238$, $p>0.05$).

Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın beşinci alt problemi “Özel yetenekli öğrencilerin BİLSEM’de öğrenim gördükleri yetenek alanları (genel zihinsel, müzik ve resim) açısından örüntülerin sunum biçimlerine göre örüntü testi başarıları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?” şeklindedir. Verilerin analizi öncesinde normallik varsayımı testleriyle Tablo 14 ’de değerlendirilmiştir.

Tablo 14. Beşinci Alt Probleme Ait Normallik Testi Sonuçları

Sunum Biçimi	Yetenek Alanı	Kolmogorov-Smirnov (p)	Shapiro-Wilk (p)
Sayı Sunum Biçimi	Genel Zihinsel	0.000	0.000
	Resim	0.000	0.003
	Müzik	0.007	0.024
Şekil Sunum Biçimi	Genel Zihinsel	0.000	0.000
	Resim	0.092	0.035
	Müzik	0.000	0.000
Sözel Sunum Biçimi	Genel Zihinsel	0.000	0.000
	Resim	0.000	0.000
	Müzik	0.000	0.001

Tablo 14’de her bir sunum biçimi için normallik dağılımı Kolmogorov-Smirnov ve Shapiro-Wilk testleriyle değerlendirilmiştir. Test sonuçları, üç yetenek alanında da verilerin normal dağılım göstermediğini ortaya koymuştur ($p < 0.05$). Normallik varsayımı sağlanmadığı için, yetenek alanlarına göre örüntü sunum biçimlerinde anlamlı farklılıkların olup olmadığını değerlendirmek amacıyla Kruskal-Wallis testi uygulanmıştır. Test sonuçlarına ilişkin bulgular aşağıdaki Tablo 15’de sunulmuştur.

Tablo 15. Beşinci Alt Probleme Ait Kruskal-Wallis H Testi Sonuçları

Sunum Biçimi	Yetenek Alanı	N	Sıralama Ortalaması	χ^2	df	p	Anlamlı Fark
Sayı Sunum Biçimi	Genel Zihinsel	63	50.81	4.731	2	0.094	
	Resim	17	36.81				

	Müzik	14	42.36				
Şekil Sunum Biçimi	Genel Zihinsel	63	50.57	7.323	2	0.026	Genel Z. - Resim
	Resim	17	32.64				
	Müzik	14	55.50				
Sözel Sunum Biçimi	Genel Zihinsel	63	47.41	1.196	2	0.550	
	Resim	17	51.03				
	Müzik	14	39.36				

Tablo 15 incelendiğinde şekil sunum biçiminde yetenek alanları arasında anlamlı bir fark bulunmaktadır ($p=0.026$, $p<0.05$). Bu, öğrencilerin şekil sunumunda gösterdikleri başarıların, yetenek alanlarına göre değişiklik gösterdiğini ifade etmektedir. Diğer sunum biçimleri olan sayı ve sözelde ise yetenek alanları arasında anlamlı bir farklılık tespit edilmemiştir.

Öğrencilerin şekil sunum biçimine göre gösterdikleri başarılarında anlamlı bir fark olduğu görüldüğünden, bu farkın hangi gruplar arasında olduğunu göstermek için tüm gruplarda olası ikililer ile Mann-Whitney U testleri yapılmıştır. Test sonuçlarına ilişkin bulgular aşağıdaki Tablo 16’da sunulmuştur.

Tablo 16. Beşinci Alt Probleme Ait Çoklu Karşılaştırma Testlerinin Sonuçları

Çoklu Karşılaştırma	p	Anlamlı Fark
Genel Zihinsel-Resim	0.007	Anlamlı fark vardır
Genel Zihinsel-Müzik	0.487	
Resim-Müzik	0.270	

Tablo 16 incelendiğinde, şekil sunumunda genel zihinsel yetenek alanındaki öğrencilerin, resim yetenek alanındaki öğrencilere göre anlamlı derecede daha yüksek başarı gösterdikleri ($p=0.007$, $p<0.05$) tespit edilmiştir.

Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın altıncı alt problemi “Özel yetenekli öğrencilerin BİLSEM’de öğrenim gördükleri yetenek alanları (genel zihinsel, müzik ve resim) açısından örüntünün yapılarına göre örüntü testi genel başarıları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?”

şeklindedir. Verilerin analizi öncesinde normallik varsayımı testleriyle Tablo 16’da değerlendirilmiştir.

Tablo 17. Altıncı Alt Probleme Ait Normallik Testi Sonuçları

Örüntünün Yapısı	Yetenek Alanı	Kolmogorov-Smirnov (p)	Shapiro-Wilk (p)
Aritmetik Artan	Genel Zihinsel	0.000	0.000
	Resim	0.001	0.002
	Müzik	0.000	0.001
Değişerek Artan	Genel Zihinsel	0.001	0.000
	Resim	0.116	0.054
	Müzik	0.200	0.144

Tablo 17’de her bir örüntünün yapısı için normallik dağılımı Kolmogorov-Smirnov ve Shapiro-Wilk testleriyle değerlendirilmiştir. Test sonuçları, müzik yetenek alanında, değişerek artan örüntü puanlarının normal dağılıma uyduğunu diğer verilerin ise normal dağılım göstermediğini ortaya koymuştur ($p < 0.05$). Genel olarak normallik varsayımı sağlanmadığı için, yetenek alanlarına göre örüntünün yapısının anlamlı farklılıkların olup olmadığını değerlendirmek amacıyla Kruskal-Wallis testi uygulanmıştır. Test sonuçlarına ilişkin bulgular aşağıdaki Tablo 17’de sunulmuştur

Tablo 18. Altıncı Alt Probleme Ait Kruskal-Wallis H Testi Sonuçları

Örüntünün Yapısı	Yetenek Alanı	N	Sıralama Ortalaması	χ^2	df	p	Anlamlı Fark
Aritmetik Artan	Genel Zihinsel	63	50.81	7.032	2	0.030	Genel Z. - Resim
	Resim	17	36.81				
	Müzik	14	42.36				
Değişerek Artan	Genel Zihinsel	63	50.57	1.802	2	0.405	
	Resim	17	32.64				
	Müzik	14	55.50				

Tablo 18 incelendiğinde örüntünün yapısına göre yetenek alanları arasında anlamlı bir fark bulunmaktadır ($p=0.030$, $p<0.05$). Bu, öğrencilerin aritmetik artan örüntü tiplerinde gösterdikleri başarıların, yetenek alanlarına göre değişiklik gösterdiğini ifade etmektedir. Diğer taraftan, artarak değişen örüntü tiplerinde ise yetenek alanları arasında anlamlı bir farklılık tespit edilmemiştir.

Öğrencilerin aritmetik artan örüntü yapısına göre gösterdikleri başarılarında anlamlı bir fark olduğu görüldüğünden, bu farkın hangi gruplar arasında olduğunu göstermek için tüm gruplarda olası ikililer ile Mann-Whitney U testleri yapılmıştır. Test sonuçlarına ilişkin bulgular aşağıdaki Tablo 19’da sunulmuştur

Tablo 19. Altıncı Alt Probleme Ait Çoklu Karşılaştırma Testlerinin Sonuçları

Çoklu Karşılaştırma	p	Anlamlı Fark
Genel Zihinsel-Resim	0.008	Anlamlı fark vardır
Genel Zihinsel-Müzik	0.748	
Resim-Müzik	0.244	

Tablo 19 incelendiğinde, aritmetik artan örüntü yapısında genel zihinsel yetenek alanındaki öğrencilerin, resim yetenek alanındaki öğrencilere göre anlamlı derecede daha yüksek başarı gösterdikleri ($p=0.008$, $p<0.05$) tespit edilmiştir.

Yedinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Bu bölümde, öğrencilerin örüntünün genel terimini bulma ve herhangi bir adımına ulaşma becerilerine ilişkin bulgulara yer verilmektedir. Ayrıca örüntünün yapısına ve sunum biçimlerine yönelik görüşler de bu bölümde ele alınmaktadır.

Öğrencilerin Örüntünün Genel Terimini Harfli Olarak İfade Edilmesi Hakkındaki Görüşlerinin İncelenmesine Yönelik Bulgular

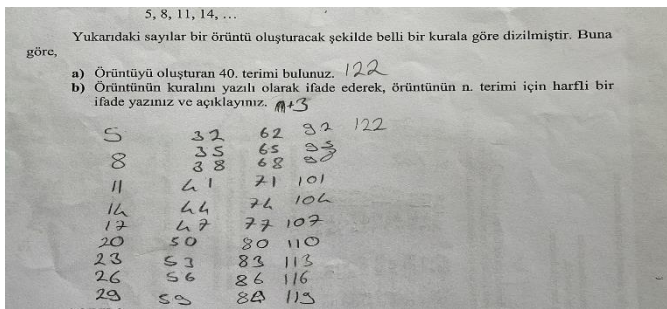
Öğrencilere, “Örüntünün genel teriminin harfli olarak ifade edilmesinde yaşanan zorluklar nelerdir?” sorusuna yanıt bulmak amacıyla, aritmetik olarak değişen örüntülerin sayı sunum biçimindeki (1b) ve şekil sunum biçimindeki (3b ve 4) maddeleri ile artarak değişen örüntülerin şekil sunum biçimindeki (5b) ve sözel problem sunum biçimindeki (6b) maddeleri yöneltilmiştir. Tablo 20’de ise öğrencilerin yanıtlarının gruplanmış frekans dağılımları verilmiştir.

Tablo 20. Örüntülerin Genel Terimlerinin Harfli Olarak İfade Edilmesine İlişkin Maddelere Verilen Yanıtların Gruplanmış Frekans Dağılımı

Testin Maddesi	1b	3b	4	5b	6b
Tam Cevap	72	63	67	48	35
Kısmi Cevap	12	15	13	22	25
Yanlış Cevap	10	16	14	24	34
Toplam	94	94	94	94	94

Tablo 20 incelendiğinde, öğrencilerin örüntünün genel terimini harfli olarak ifade etme becerilerinde maddelere göre farklılıklar gösterdiği görülmüştür. Aritmetik olarak değişen örüntülerin sayı sunum biçimindeki maddesi (1b) en yüksek tam puan oranına (72 kişi) sahipken, bunu şekil sunum biçimindeki maddeler (3b ve 4) takip etmiştir. Artarak değişen örüntülerin şekil sunum biçimindeki maddesi (5b) tam puan açısından orta düzeyde bir başarı sergilerken, sözel problem sunum biçimindeki madde (6b) en düşük tam puan oranına (35 kişi) sahiptir. Ayrıca 6b maddesinde sıfır puan alan öğrenci sayısının (34 kişi) diğer maddelere göre daha yüksek olduğu görülmektedir. Aşağıda öğrencilerin bu maddelere verdikleri yanıtlar ayrıntılı bir şekilde sunulmuştur.

Şekil 13’de testin 1b maddesine 6.sınıf seviyesinde genel zihinsel yetenek alanından Ö18’in verdiği cevap görülmektedir. Bu madde aritmetik artan bir sayı örüntüsü olup öğrencilerden, örüntünün adımları arasındaki ilişkiyi kavramaları ve bu ilişkiyi cebirsel bir ifadeye dönüştürmeleri beklenmiştir.



Şekil 13. Ö18’in 1b Maddesi İçin Verdiği Cevap

Şekil 13’de testin 1b maddesine verilen öğrenci cevabına göre Ö18’in, örüntünün kuralını sözel olarak ifade edebildiğini ama genel terimi harfli olarak ifade edemediği görülmektedir. Bunun sebebi olarak da öğrenci, bilmediği bir adıma kadar örüntünün kuralını devam ettiremeyeceğini öne sürmektedir. Öğrenci, cevabını oluştururken adımlar

arasındaki farkın sabit olduğunu fark ederek örüntünü kalan adımlarını benzer biçimde ilerletebileceğini kabul etmiştir. Öğrencinin cevabını açıklamasına yönelik yapılan bireysel görüşme kesiti ise aşağıda verilmiştir.

Ö18: Örüntüde adımların arasında fark sürekli 3 artarak devam ediyor. Örüntünün kuralını da benzer biçimde 5'ten başlayarak 3 ekleme yaparak buldum.

A: Örüntünün kuralını harfli olarak " $n+3$ " olarak ifade etmişsin. Buna nasıl bir açıklama yaparsın?

Ö18: Kuralını $n+3$ olarak ifade ettim ama bunun n . terim olmadığını biliyorum. Ben n . adıma kadar sayamadığım için n 'e kadar 3 eklememiz gerektiğini ifade etmeye çalıştım.

A: Peki anladım. Örüntüde 5'ten başlayarak adımlar arası fark sabit olduğu için sürekli 3 ekleyerek 40.adım için 122 cevabını doğru olarak bulmuşsun. Farklı bir yol ile bunu bulmaya çalışsan, nasıl bir yol izlerdin?

Ö18: Sürekli 3 eklediğim için 40.adımı bulurken 40 ile 3 çarpabilirdim. Ama 120 olur. Evet, 5'ten başladığı içinde onu da eklerim 125 olur.

A: O halde 122 cevabını değiştiriyor musun?

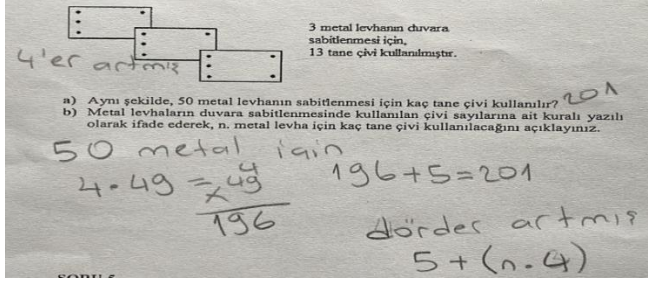
Ö18: Hayır. Onu tek tek ekledim ve doğru. Değiştirmiyorum. Ama bir hatamı fark ettim 40.adıma kadar 39 defa 3 eklenir. Yani 39 ile 3 çarparak 5 eklemeyelim.

A: Peki örüntünün n . terimini tekrar ifade etmek ister misin?

Ö18: Evet. Bir adımı bulmak için önceki adım sayısını 3 ile çarparak 5 eklemektir.

Yukarıdaki görüşme kesiti incelendiğinde, Ö18'in testte kullandığı stratejiye benzer bir yaklaşımla, araştırmacının yönelttiği ek sorular sonrasında genel terimi sözel olarak ifade ettiği görülmüştür.

Şekil 14'de testin 3b maddesine 7.sınıf seviyesinde resim yetenek alanından Ö35'in verdiği cevap görülmektedir. Bu madde aritmetik artan bir şekil örüntüsü olup öğrencilerden, örüntünün adımları arasındaki ilişkiyi kavramaları ve bu ilişkiyi cebirsel bir ifadeye dönüştürmeleri beklenmiştir.



Şekil 14. Ö35'in 3b Maddesi İçin Verdiği Cevap

Şekil 14'de testin 3b maddesine verilen öğrenci cevabına göre Ö35'in, örüntünün kuralını sözel olarak ifade edebildiğini ama genel terimi harfli olarak ifade ederken hata yaptığı görülmektedir. Öğrencinin cevabını açıklamasına yönelik yapılan bireysel görüşme kesiti ise aşağıda verilmiştir.

Ö35: Her bir levhada 5 tane çivi kullanılıyor. Bir tanesi ise levhaları birleştiriyor. Kullanılan çivi sayısı birinci levhadan sonra 4 artarak devam ediyor. 50. adımı sorduğu için bu işlemleri yaptım.

A: Genel teriminde bir hata olduğunu düşünüyor musun? Peki, "n" harfi neyi ifade ediyor?

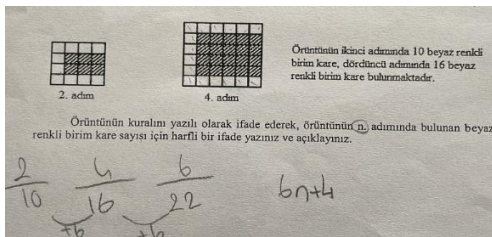
Ö35: Hayır. Genel terimde n harfi n. terimi ifade eder.

A: Anladım. 50 terim için cevabını, genel terim ile kontrol eder misin?

Ö35: Evet şimdi anladım. Genel terimi yanlış oluşturmuşum. 50. adımı bulurken yaptığım gibi (n-1) ile 4 çarptıktan sonra 5 eklemeliydim.

Yukarıdaki görüşme kesiti incelendiğinde, Ö35'in genel terimi yazarken hata yaptığı araştırmacının yönelttiği ek sorular sonrasında genel terimi sözel ve sembolik olarak ifade ettiği görülmüştür.

Şekil 15'de testin 4. Maddesine 7.sınıf seviyesinde genel zihinsel yetenek alanından Ö54'ün verdiği cevap görülmektedir. Bu madde aritmetik artan bir şekil örüntüsü olup öğrencilerden, örüntünün adımları arasındaki ilişkiyi kavramaları ve bu ilişkiyi cebirsel bir ifadeye dönüştürmeleri beklenmiştir.



Şekil 15. Ö54'ün 4. Madde İçin Verdiği Cevap

Şekil 15'de testin 4. maddesine verilen öğrenci cevabına göre Ö54'ün, örüntünün adımlarını tablo biçiminde ifade edebildiğini ama adım sayılarına dikkat etmeyerek örüntünün genel terimini hatalı olarak sembolik ifade ettiği görülmektedir. Öğrencinin cevabını açıklamasına yönelik yapılan bireysel görüşme kesiti ise aşağıda verilmiştir.

Ö54: Şekilde beyaz karelerin sayısını verilen şekillerde saydığımda ilkinde 10, ikincisinde ise 16 tane vardı. Sürekli altı artarak devam bir örüntü olduğunu düşünüyorum. Bu yüzden genel terimde $6n+4$

A: Peki, şekilde adım numaralarına dikkat etmemiş olabilir misin?

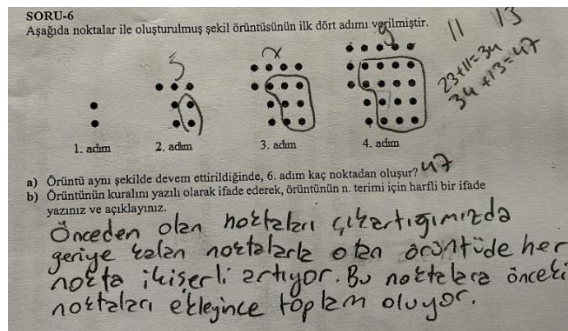
Ö54: Hayır, dikkat ettim. 2.ve 4.adımların şekli verilmiş. İsterseniz 1.ve 3.şekilleri de çizebilirim.

A: Şekilleri çizdin. Yeniden değerlendirme yaptığında cevabını değiştirmek ister misin?

Ö54: Bence genel terimde halen bir sorun yok.

Yukarıdaki görüşme kesiti incelendiğinde, Ö54'ün sorunun veriliş biçiminde oluşan örüntünün (10, 16, 22, ...) sembolik ifadesi ile sorunun verilmeyen adımlarını tamamlandığında oluşacak örüntünün (7, 10, 13, 16, ...) sembolik ifadelerinin aynı olduğunu düşünmektedir. Öğrenci sorunun veriliş biçimi ile oluşan örüntüye ait sembolik ifadeyi ($6n+4$) doğru ifade edebilirken sorunun doğru çözümü olan $3n+4$ ifadesini oluşturamamıştır.

Şekil 16'da testin 5b maddesine 7.sınıf seviyesinde genel zihinsel yetenek alanından Ö28'in verdiği cevap görülmektedir. Bu madde artarak değişen bir şekil örüntüsü olup öğrencilerden, örüntünün adımları arasındaki ilişkiyi kavramaları ve bu ilişkiyi cebirsel bir ifadeye dönüştürmeleri beklenmiştir.



Şekil 16. Ö28'in 5b Maddesi İçin Verdiği Cevap

Şekil 16'da testin 5b maddesine verilen öğrenci cevabına göre Ö28'in, örüntünün kuralını şekil üzerinden sözel olarak ifade edebilmekteyken genel terimini bulamadığı görülmektedir. Öğrencinin cevabını açıklamasına yönelik yapılan bireysel görüşme kesiti ise aşağıda verilmiştir.

Ö28: *Adımlar arasında artış miktarlarını bulmak için şekilde bir önceki adımları işaretledim. Bunu yapınca da adımların arasında ikişerli artarak devam eden bir örüntü olduğunu gördüm. Altıncı adımı bulmak zor değildi ama n.terimi bulmak için fikrim yok.*

A: *Peki bu soruyu 2, 7, 14, 23, ... biçiminde sorulsaydı düşüncende bir farklılık olur muydu?*

Ö28: *Aralarındaki farkı daha kolay bulurdum o zaman. Noktaları saymakta zorlandım.*

A: *Bu sorunun diğer sorulardan farkı nedir?*

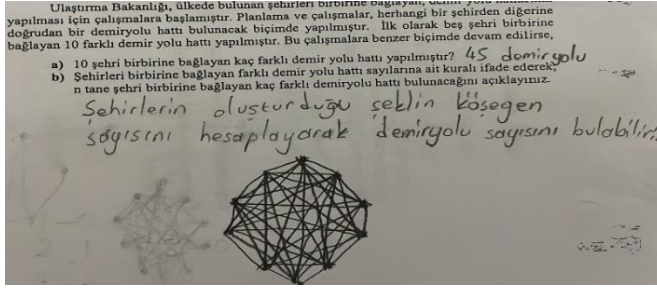
Ö28: *Bu soruda diğerlerinde olduğu gibi adımlar arasında farklar eşit değil. Bu bence örüntü olmayabilir.*

A: *Adımlar arasında belli bir düzene göre değişim olduğunu fark ettim demiştin?*

Ö28: *Evet, aslında var ama diğer örüntülerden farklı olduğu için genel terimi bulamadım.*

Yukarıdaki görüşme kesiti incelendiğinde, Ö28'in sayı ve şekil örüntüsü biçiminde verilen örüntülerde adımlar arasındaki ilişkiyi bularak genel terimi sembolik ifade edebileceğini ifade etmiştir. Verilen soruda ise aritmetik değişen olmadığı için genel terimin olmayacağını, bu şekilde oluşturulan sorularında örüntü sorusu olmayacağını düşünmektedir.

Şekil 17'de testin 6b maddesine 7.sınıf seviyesinde genel zihinsel yetenek alanından Ö29'un verdiği cevap görülmektedir. Bu madde artarak değişen sözel problem durumlu bir örüntü olup öğrencilerden, problem durumunda bulunan örüntünün adımları arasındaki ilişkiyi kavramaları ve bu ilişkiyi cebirsel bir ifadeye dönüştürmeleri beklenmiştir.



Şekil 17. Ö29'un 6b Maddesi İçin Verdiği Cevap

Şekil 17'de testin 6b maddesine verilen öğrenci cevabına göre Ö29'un, örüntünün kuralını bulmak için şehirleri bir çokgenin köşeleri olarak düşünerek bir genelleme yapmaya çalışmıştır. Çizdiği çokgenin farklı köşegenlerinin sayısı ile soruyu cevaplamıştır. Öğrencinin cevabını açıklamasına yönelik yapılan bireysel görüşme kesiti ise aşağıda verilmiştir.

Ö29: Soruda şehirlerin birbirine bağlayan farklı yolların sayısını istenmiş. Ben bunun için 10 farklı şehir için 10 köşeli bir çokgen çizdim. Köşegenleri saydığımda cevabı 45 buldum. Sonsuz sayıda şehir için bunu yapamayız.

A: Bu soruda sence bir orantı sorusu mu? Bazı arkadaşların bu şekilde yorumlar yaptı.

Ö29: Bence bir örüntü sorusu. Farklı şehir sayıları içinde benzer yola ile cevaplar bulunabilir. Ayrıca orantılı olsaydı çizimde 20 yol saymış olurdum. Ben 45 yol buldum.

A: O halde herhangi bir şehir sayısı için bir genellemeye ihtiyacımız olsa bunu nasıl yapmayı önerirsin?

Ö29: Evet iki şehirden başlayıp çizimler yaparak örüntünün adımlarını bulabilirim. Zaten yazıp silmiştım. İki şehir için 1 yol, üç şehir için 3 yol, dört şehir için 6 yol vardır. Beş şehir için zaten 10'du. Üçgensel sayılara benziyor bunlar.

A: Çok güzel bir bağlantı kurduğunu düşünüyorum. Bu şartlarda n şehir için kaçınıcı üçgensel sayıyı kullanmamız gerektiğini söyleyebilir misin?

Ö29: n. üçgensel sayı olabilir.

Yukarıdaki görüşme kesiti incelendiğinde, Ö29'un sözel problem durumunda verilen örüntünün adımlarını farklı çokgenlerin köşegen sayılarıyla ilişkilendirdiği

görülmüştür. Çizimleriyle örüntünün terimlerini oluşturarak farklı şehir sayıları için oluşacak yol sayılarını üçgensel sayılarla ilişkilendirmiş, ancak örüntünün genel terimini sembolik olarak ifade edememiştir.

Öğrencilerin Örüntünün Herhangi Bir Adımına Ulaşması Hakkındaki Görüşlerinin İncelenmesine Yönelik Bulgular

Öğrencilere, “Örüntünün herhangi bir adımına ulaşırken yaşadığınız zorluklar nelerdir?” sorusuna yanıt bulmak amacıyla, aritmetik olarak değişen örüntülerin sayı sunum biçimindeki (1a) ve şekil sunum biçimindeki (3a) maddeleri ile artarak değişen örüntülerin sayı sunum biçimindeki (2), şekil sunum biçimindeki (5a) ve sözel problem sunum biçimindeki (6a) maddeleri yöneltilmiştir. Tablo 21’de ise öğrencilerin yanıtlarının gruplanmış frekans dağılımları verilmiştir.

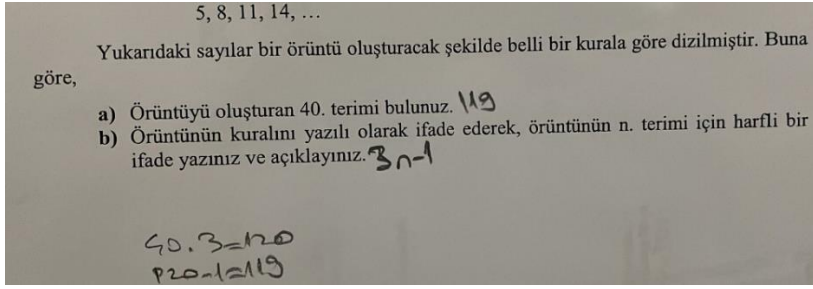
Tablo 21. Örüntülerin Herhangi Bir Adımına Ulaşılmasına İlişkin Maddelere Verilen Yanıtların Gruplanmış Frekans Dağılımı

Testin Maddesi	1a	2	3a	5a	6a
Tam Cevap	60	21	57	50	30
Kısmi Cevap	16	16	14	22	8
Yanlış Cevap	18	57	23	22	58
Toplam	94	94	94	94	94

Tablo 21 incelendiğinde, öğrencilerin örüntünün herhangi bir adımına ulaşma becerilerinin, sunum biçimlerine ve örüntü türüne bağlı olarak farklılık gösterdiği görülmüştür. Aritmetik olarak değişen örüntülerin sayı sunum biçimindeki maddesi (1a), en yüksek tam puan oranına sahip olup (60 kişi), bu tür örüntülerde öğrencilerin daha başarılı olduğunu göstermektedir. Şekil sunum biçimindeki aritmetik değişen örüntü maddesi (3a) de yüksek bir başarı oranı ile dikkat çekmektedir (57 kişi). Buna karşılık, artarak değişen örüntülerin şekil sunum biçimindeki maddesi (5a) ve özellikle sözel problem sunum biçimindeki maddesi (6a) daha düşük başarı oranlarına sahiptir. 6a maddesinde tam puan alan öğrenci sayısı (30 kişi) en düşük seviyede kalırken, sıfır puan alan öğrenci sayısı (58 kişi) en yüksek değere ulaşmıştır. Aşağıda öğrencilerin bu maddelere verdikleri yanıtlar ayrıntılı bir şekilde sunulmuştur.

Şekil 18’de testin 1a maddesine 6.sınıf seviyesinde genel zihinsel yetenek alanından Ö16’nın verdiği cevap görülmektedir. Bu madde aritmetik artan bir sayı

örüntüsü olup öğrencilerden, örüntünün adımları arasındaki ilişkiyi kavramaları ve istenen adıma ulaşılması beklenmiştir.



Şekil 18. Ö16'nın 1a Maddesi İçin Verdiği Cevap

Şekil 18'de yer alan testin 1a maddesine ilişkin öğrenci cevabına bakıldığında, Ö16'nın 40. terimi bulmak için öncelikle genel terimi $3n-1$ olarak belirlediği ve ardından 40. terimi hesaplamak üzere $n=40$ değerini kullandığı görülmektedir. Öğrencinin cevabını açıklamasına yönelik yapılan bireysel görüşme kesiti ise aşağıda verilmiştir.

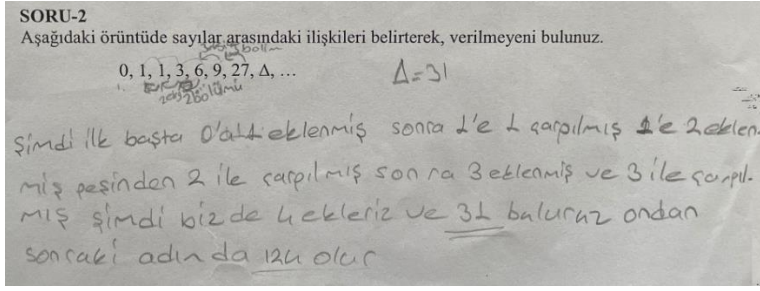
Ö16: Örüntünün kuralı 3 artarak devam ediyor. Başlangıç terimi de 2 oluyor. O yüzden genel terim $3n-1$ 'dir. 40. terimi bulmak içinde cebirsel ifadede n yerine 40 yazarak cevabı buldum.

A: Peki neden başlangıç terimi olacağını düşündün? Verilen örüntüde ilk terim 5 olarak verilmiş.

Ö16: Genelde örüntü sorularında başlangıç adımı oluyor. O yüzden var olarak düşündüm. Eğer yoksa genel terimi değiştirmem gerekir.

Yukarıdaki görüşme kesiti incelendiğinde, Ö16'nın ilgili soruya, önceki deneyimlerinden yola çıkarak bir başlangıç terimi belirlemesi gerektiğini düşündüğü ve örüntüyü ilk terimi 2 olan, 3'er artarak devam eden bir sayı dizisi olarak yorumladığı anlaşılmıştır. Bu yaklaşımı nedeniyle soruya hatalı bir cevap vermiştir.

Şekil 19'da testin 2. maddesine 7.sınıf seviyesinde genel zihinsel yetenek alanından Ö84'ün verdiği cevap görülmektedir. Bu madde değişerek artan bir sayı örüntüsü olup öğrencilerden, örüntünün adımları arasındaki ilişkiyi kavramaları ve istenen adıma ulaşılması beklenmiştir.



Şekil 19. Ö84'ün 2. Madde İçin Verdiği Cevap

Şekil 19'da yer alan testin 2. maddesine ilişkin öğrenci cevabına bakıldığında, Ö84'ün örüntünün adımları arasındaki ilişkiyi kavradığı ve istenen adıma doğru biçimde ulaştığı görülmektedir. Öğrencinin cevabını açıklamasına yönelik yapılan bireysel görüşme kesiti ise aşağıda verilmiştir.

Ö84: Örüntünün kuralında önce bir ekleniyor sonra 2 ile çarpılıyor. İki ekleniyor sonra iki ile çarpılıyor. Kural bu şekilde devam ediyor. Cevap 31

A: Cevabın doğru. Senden önce konuştuğum bazı öğrenciler bu sorunun testin diğer sorularından farklı olduğunu söylediler. Sen ne düşünüyorsun?

Ö84: Evet bu soru diğerlerinden farklı. Diğer sorularda aralarındaki farklar bazen sabit bazen de çift çift artarak devam ediyor. Bunda onlardan farklı bir artış var. Ama ben bu şekilde sorular önceden çözmüştüm. İlk gördüğümde bana da karmaşık gelmişti.

Yukarıdaki görüşme kesiti incelendiğinde, Ö84'ün ilgili sorunun örüntünün yapısına göre diğerlerinden farklı olduğunu ifade etmiştir. Öğrenci, daha önce bu soru yapısında başka sorularla karşılaştığını ve diğer örüntü sorularına göre bu soruları cevaplamamanın daha zor olduğunu düşünmektedir.

Şekil 20'de testin 3a maddesine 7.sınıf seviyesinde genel zihinsel yetenek alanından Ö11'in verdiği cevap görülmektedir. Bu madde aritmetik artan bir şekil örüntüsü olup öğrencilerden, örüntünün adımları arasındaki ilişkiyi kavramaları ve istenen adıma ulaşılması beklenmiştir.

hata yaptığı görülmektedir. Öğrencinin cevabını açıklamasına yönelik yapılan bireysel görüşme kesiti ise aşağıda verilmiştir.

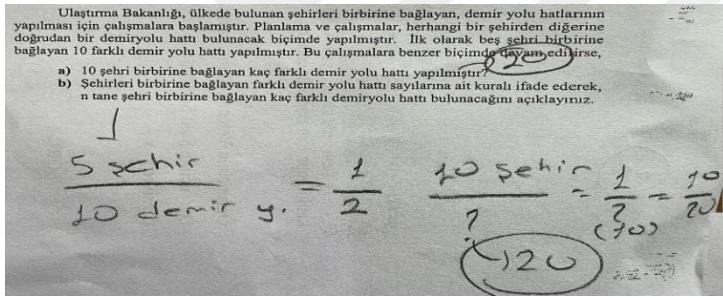
Ö22: Adımlar arasında fark 5, 7, 9, 11 şeklinde artarak devam ediyor. Birinci adıma ekleyerek gidince cevabı 58 buldum.

A: Peki işlemlerini tekrar gözden geçirmek ister misin?

Ö22: 23'e 11 eklediğimde yanlış yapmışım. 34 olacak. Cevapta 34'e 13 ekleyince 47 oluyor.

Yukarıdaki görüşme kesiti incelendiğinde, Ö22'nin sorunun çözümünde işlem hatası yaptığı ve tekrar kontrol ettiğinde ise işlem hatası düzelttiği görülmüştür.

Şekil 22'de testin 6a maddesine 6.sınıf seviyesinde resim yetenek alanından Ö5'in verdiği cevap görülmektedir. Bu madde artarak değişen sözel problem durumunda bir örüntü olup öğrencilerden, örüntünün adımları arasındaki ilişkiyi kavramaları ve istenen adıma ulaşılması beklenmiştir.



Şekil 22. Ö5'in 6a Maddesi İçin Verdiği Cevap

Şekil 22'de yer alan testin 6a maddesine ilişkin öğrenci cevabına bakıldığında, Ö5'in örüntünün adımları arasındaki ilişkiyi kavramadığı görülmektedir. Öğrencinin cevabını açıklamasına yönelik yapılan bireysel görüşme kesiti ise aşağıda verilmiştir.

Ö5: Beş şehri birbirine bağlayan on yol varsa on şehir için yirmi yol vardır. Yol sayısı ile şehir sayısı doğru orantılıdır.

A: Sorunun b maddesinde n tane şehir için bir genelleme yapmanız isteniyor. Bu madde içinde konuşmak ister misin?

Ö5: Evet orada iki katı olacak. 2n.

A: Testin genelinde örüntü soruları bulunmaktayken bu sorunun da bir örüntü problemi olma durumunu değerlendirir misin?

Ö5: *Bence örüntü problemi değil. Örüntü problemlerinde belli kuralla devam eden sayı ve şekiller oluyor. Bu soru onlardan farklı.*

Yukarıdaki görüşme kesiti incelendiğinde, Ö5, sorunun ilgili maddesinde şehir sayısı ve şehirleri birbirine bağlayan yol sayıları çoklukları arasında doğru orantılı bir ilişki olduğunu düşünmektedir. Öğrenci, doğru orantılı çokluklarda orantıda verilmeyeni bulmayana yönelik işlemleri hatasız yaparak 20 bulmasına rağmen sorunun doğru cevabına ulaşamamıştır. Öğrenci, ilgili maddenin sunum biçimi şekil veya sayı örüntüsü biçiminde olmadığı için sorunun örüntüler konusuna ait bir soru olmadığını düşünmektedir.

Görüşmelerden elde edilen verilere göre, öğrencilerin sınıf düzeyleri ve yetenek alanlarına göre başarılarında dikkat çekici bir etkileşim olduğu görülmektedir. 6. ve 7. sınıf öğrencileri karşılaştırıldığında, genel olarak 7. sınıf öğrencilerinin örüntülerin kuralını belirleme ve genelleme becerilerinde daha başarılı oldukları gözlenmiştir. Ancak, öğrencilerin yetenek alanları bu başarıyı önemli ölçüde etkilemiştir.

Genel zihinsel yetenek alanına sahip öğrenciler, hem 6. hem de 7. sınıf düzeyinde daha analitik ve sistematik yaklaşımlar sergilemişlerdir. Örneğin, 6. sınıf öğrencisi Ö18 (Şekil 13), örüntünün adımlarını doğru analiz etmiş ancak harfli ifade oluştururken zorlanmıştır. Benzer şekilde, 7. sınıf öğrencisi Ö54 (Şekil 15), sorunun verilen yapısına göre doğru bir çözüm önermiş, ancak eksik bilgileri tamamlayarak oluşturması gereken doğru genellemeyi yapamamıştır. Bu durum, genel zihinsel yetenek alanındaki öğrencilerin analiz ve problem çözme becerilerinin güçlü olduğunu, ancak detaylarda hata yapmaya açık olduklarını göstermektedir.

Diğer yandan, resim yetenek alanına sahip öğrenciler arasında dikkat çekici bir farklılık ortaya çıkmıştır. Örneğin, 7. sınıf öğrencisi Ö35 (Şekil 14), şekil sunum biçiminde sunulan örüntülerde ilişki kurmada başarılı olmuş ancak genelleme yaparken hata yapmıştır. 6. sınıf öğrencisi Ö5 (Şekil 22) ise, sözel sunum biçimindeki örüntü sorusunu, örüntü olmayan bir problem türü olarak yorumlamış ve sorunun temel yapısını anlamakta güçlük çekmiştir. Bu durum, resim yetenek alanına sahip öğrencilerin şekil sunum biçiminde adımlar arasındaki ilişkiyi keşfetme becerilerinin güçlü olduğunu, ancak genel terim için gerekli olan genellemelere geçişte desteğe ihtiyaç duyduklarını göstermektedir.

TARTIŞMA

Bu araştırma, BİLSEM altıncı ve yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüler alt öğrenme alanındaki başarı düzeyleri üzerine önemli çıkarımlar sağlamaktadır. Elde edilen bulgular, altıncı ve yedinci sınıf seviyesindeki BİLSEM öğrencilerinin örüntüler alt öğrenme alanındaki başarıları karşılaştırıldığında, yedinci sınıf öğrencilerinin genel olarak daha yüksek başarı sergiledikleri tespit edilmiştir. Yedinci sınıf öğrencilerinin özellikle kural oluşturma ve genelleme yapma gibi üst düzey bilişsel süreçlerde daha başarılı oldukları görülürken, altıncı sınıf öğrencilerinin temel düzey örüntü becerilerinde daha fazla yoğunlaştığı belirlenmiştir. Bu durum öğrencilerin bilişsel gelişim süreçleriyle ilişkilendirilebilir. Özellikle Yaman (2010), Takır ve Özerem (2020), Altay ve diğerlerinin (2014) çalışmalarında da sınıf düzeyi arttıkça örüntü başarısının yükseldiği belirtilmiştir. Bu bağlamda, öğrencilerin üst sınıf seviyelerinde kazanılan daha geniş deneyimlerin, örüntü becerilerine katkı sağladığı söylenebilir. Ayrıca bu bulgular, literatürde özellikle ortaokul düzeyindeki öğrencilerin soyutlama ve genelleme becerilerinin gelişim gösterdiğini belirten çalışmalarla örtüşmektedir. Tanışlı (2008) araştırmasında, yedinci sınıf öğrencilerinin daha önceki yıllara kıyasla fonksiyonel düşünme becerilerinde belirgin bir gelişme kaydettikleri ifade etmiştir. Bu durum, öğrencilerin bilişsel gelişim süreçleriyle paralel olarak daha karmaşık problem çözme becerileri sergileyebildiklerini göstermektedir. Bununla birlikte, Erdoğan ve Gül'ün (2023) çalışmasında, yaşça daha büyük özel yetenekli öğrencilerin örüntülerin genelleştirilmesinde daha yüksek düzeyde bilişsel istem sergiledikleri, ancak bazı karmaşık kural oluşturma görevlerinde hala zorlanabildikleri belirtilmiştir. Bu durum, matematiksel düşünme süreçlerinin yalnızca yaş faktörüne değil, aynı zamanda öğrencilerin örüntülerle çalışma deneyimlerine ve öğretim yöntemlerine bağlı olduğunu göstermektedir. Altıncı sınıf öğrencilerinin temel düzeyde başarılı, ancak üst düzey becerilerde sınırlı olması, daha önceki çalışmalarda belirtilen eğitim seviyesine bağlı gelişim eğilimleriyle de ilişkilendirilebilir. Öte yandan, yedinci sınıf öğrencilerinin daha karmaşık örüntülerle başa çıkabilme becerisi, onların daha önceki yıllarda bu alanda kazandıkları deneyimlerin bir yansıması olarak görülebilir.

Araştırmada kullanılan sunum biçimleri açısından, her iki sınıf seviyesinde de şekil tabanlı örüntülerin daha yüksek bir performansa olanak tanıdığı görülmüştür. Sözel tabanlı örüntülerde ise başarı oranları daha düşük bulunmuştur. Bu durum, Kocamaz (2020) çalışmasıyla uyumludur; söz konusu çalışmada da şekil ve sayı dizisi biçimindeki

örüntülerin daha etkili olduğu belirtilmiştir. Ancak Dayan (2017) çalışmasında sunum biçimleri içerisinde en yüksek performansın sayı sunum biçiminde; Altay ve diğerlerinin (2014) çalışmasında, tablo sunum biçiminde en yüksek performansın gözlemlendiğini vurgulanmaktadır. Bu farklılıklar, sunum biçimlerinin öğrencilerin bilişsel tercih ve stratejileri üzerindeki etkisinin araştırılması gerektiğini düşündürmektedir.

Örüntü türleri bağlamında, hem altıncı hem de yedinci sınıflarda aritmetik değişen örüntülerde daha yüksek bir başarı elde edilmiştir. Takır ve Özerem (2020) araştırmasında da öğrencilerin genel olarak iyi bir örüntü başarısına sahip olduklarını ve farklı sunum biçimlerinin bu başarıya etkisi olduğunu ifade etmiştir. Bu durum, öğrencilerin öğrenme süreçlerinde kullanılan yöntemlerin ve içerik sunumunun ne denli önemli olduğunu bir kez daha göstermektedir. Ayrıca elde edilen bulgular, Erdoğan ve Gül'ün (2023) çalışmasındaki özel yetenekli öğrencilerin genelleme becerilerinin üst düzey bilişsel istem gerektiren durumlarda daha başarılı olduğunu ifade eden bulgularla da uyumludur.

Altıncı sınıf öğrencilerinin, özellikle sayı ve şekil örüntülerinde temel düzeyde başarılı olduklarını, ancak sözel ifadelerdeki örüntüleri çözümlemede zorlandıklarını göstermektedir. Bunun nedeni, öğrencilerin dilsel ifadelerle çalışmaya yönelik becerilerinin, sayısal veya görsel ifade biçimlerine kıyasla daha az gelişmiş olması olabilir. Öğrencilerin sembolik ifadeler kullanarak kural oluşturma konusundaki zorlukları, alanyazında özellikle Türkiye bağlamında daha önceki araştırmalarla da ilişkilidir (Türkmen ve Tanışlı, 2019). Bu zorlukların, öğrencilerin soyut kavramlarla çalışma deneyimlerinin sınırlı olmasından veya problem çözme süreçlerinde kullanılan dil ve temsil biçimlerinin yetersizliğinden kaynaklanabileceği belirtilmiştir. Diğer taraftan yedinci sınıf öğrencilerinin hem toplam başarı hem de sunum biçimlerine göre daha yüksek ortalamalara sahip olması, öğrenme sürecindeki bilişsel gelişimin etkisini ortaya koymaktadır. Aritmetik değişen örüntülerdeki performans farkı, yedinci sınıf öğrencilerinin bu tür örüntüleri daha iyi kavradıklarını göstermektedir. Bu durum, Becker ve Rivera'nın (2006) öğrencilerin yaşlarına uygun öğretim materyalleriyle desteklendiğinde aritmetik değişen örüntülerde daha etkili genelleme yapabildiği bulgularını desteklemektedir.

Araştırmanın genel sonuçları, sınıf düzeyleri arasındaki farklılıkların anlamlı olduğunu ve öğrencilerin bilişsel gelişimleriyle birlikte örüntü becerilerinin de geliştiğini desteklemektedir. Literatürdeki benzer çalışmalar bu durumu doğrularken, özellikle Samson ve Schafer (2007) çalışması, farklı sunum biçimlerinin öğrencilerin strateji

seçimlerini etkilediğini ortaya koymaktadır. Sözel sunum biçiminde gözlemlenen düşük başarı oranları ise öğrencilerin bu tür örüntülerle karşılaştıklarında daha fazla desteğe ihtiyaç duyduğunu göstermektedir. Bu bağlamda, öğrencilerin başarılarını artırmak için sunum biçimlerinin çeşitlendirilmesi ve daha fazla rehberlik sağlanması önerilebilir.

Araştırma bulguları, üstün yetenekli öğrencilerin öğrenim gördükleri yetenek alanlarına göre (genel zihinsel, müzik ve resim) örüntü testi başarılarında bazı farklılıklar olduğunu ortaya koymuştur. Genel başarı düzeyinde anlamlı bir fark bulunmamasına rağmen, şekil sunum biçiminde genel zihinsel yetenek alanındaki öğrencilerin, resim yetenek alanındaki öğrencilere göre daha yüksek bir performans sergilediği belirlenmiştir. Bu sonuç, görsel temsillerin öğrencilerin dikkatini çekerek öğrenme süreçlerini kolaylaştırdığını ifade eden Kocamaz (2020) ve Steele (2007) gibi çalışmalarla uyumludur. Görsel yaklaşımlar, öğrencilerin değişkenler arası ilişki kurmasını ve genellemeler yapmasını teşvik ederek başarıyı artırmaktadır (Samson ve Schafer, 2007; Tanışlı ve Köse, 2011; Altay ve diğerleri).

Örüntülerin yapısına göre yapılan analizlerde ise aritmetik artan örüntülerde genel zihinsel yetenek alanındaki öğrencilerin resim yetenek alanındaki öğrencilere kıyasla daha yüksek başarı gösterdikleri tespit edilmiştir. Bu bulgu, öğrencilerin bilişsel yeteneklerinin belirli örüntü türlerindeki başarılarını etkileyebileceğine işaret etmektedir. Özellikle Sucuoğlu (2015), öğrencilerin artarak değişen örüntülerde genelleme yapmada daha fazla zorlandığını ve bunun matematiksel deneyimlerin yetersizliğiyle ilişkili olduğunu belirtmektedir. Dayan (2017) ise benzer şekilde, artarak genişleyen örüntülerin öğrenciler için en zorlu alanlardan biri olduğunu ifade etmektedir. Bunun yanında, genelleme becerilerinde esneklik kazanan öğrencilerin (Becker ve Rivera, 2005) görsel ve sayısal stratejileri birleştirecek daha etkili çözümler ürettikleri gözlemlenmiştir.

Sunum biçimlerine göre elde edilen bulgular, görsel temsillerin öğrencilerin genelleme yapma becerilerini geliştirmede etkili olduğunu bir kez daha ortaya koymaktadır. Ancak, sözel ifadelerle sunulan örüntülerde düşük başarı oranlarının dikkat çekici olduğu görölmektedir. Sözel bağlamın öğrenciler için daha soyut bir çözüm gerektirmesi ve işlem temelli düşüncelerin ön planda olması, bu düşük başarıyı açıklayabilir (Dayan, 2017; Özdemir ve diğerleri, 2015). Benzer şekilde, artarak değişen örüntülerin sabit bir fark içermemesi, öğrenciler için ek bir zorluk oluşturmakta ve başarı oranlarını düşürmektedir (Sucuoğlu, 2015).

Bu bulgular ışığında, yetenek alanlarına ve sunum biçimlerine göre farklılıkların, öğrencilerin bilişsel süreçlerini anlamada önemli bir ipucu sunduğu söylenebilir. Genel zihinsel yetenek alanındaki öğrencilerin hem görsel sunum biçiminde hem de aritmetik artan örüntülerde daha başarılı olmaları, bu öğrencilerin stratejik düşünme becerilerinin daha gelişmiş olduğuna işaret etmektedir. Görsel yaklaşımla başlayan öğrencilerin (Becker ve Rivera, 2005) sayısal stratejilere geçiş yaparak daha karmaşık genellemeler üretebildiği bulgusu, bu başarıyı desteklemektedir.

Ancak, literatürde bazı farklılıklar da dikkat çekmektedir. Örneğin, Özdemir ve diğerlerinin (2015) çalışmasında şekil örüntülerinin yapısal özelliklerine dayanarak genelleme yapma oranının düşük olduğu belirtilmiştir. Gül (2022) ise özel yetenekli öğrencilerin sayı dizisi biçimindeki örüntülerde daha başarılı olduğunu vurgulamaktadır. Dayan (2017) çalışmasında da benzer şekilde, sayı dizisi biçiminin şekil sunumuna kıyasla daha yüksek bir başarı sağladığı ifade edilmiştir. Bu farklılıklar, sunum biçimlerinin ve örüntü türlerinin öğrencilerin bireysel öğrenme stillerine ve strateji tercihlerine göre değişebileceğini düşündürmektedir.

Sonuç olarak, bu araştırma bulguları, öğrencilerin örüntü becerilerinin geliştirilmesinde sunum biçimlerinin ve örüntü türlerinin kritik bir rol oynadığını göstermektedir. Öğrencilerin görsel ve sözel temsillerle desteklenerek stratejik esneklik kazanmaları, başarılarını artırmada önemli bir adım olabilir. Bu bağlamda, gelecekte yapılacak araştırmaların farklı sunum biçimleri ve örüntü yapılarını daha derinlemesine inceleyerek, öğrenci başarısına olan etkilerini ortaya koyması önemlidir.

Bu araştırma, öğrencilerin örüntülerin genel terimini harfli olarak ifade etme ve herhangi bir adımına ulaşma süreçlerinde karşılaştıkları zorlukları inceleyerek, bu becerilerin sunum biçimleri ve örüntü türleri ile olan ilişkisini ortaya koymayı amaçlamıştır. Araştırma bulguları, öğrencilerin genelleme süreçlerinde çeşitli stratejiler geliştirdiklerini, ancak bu stratejilerde sunum biçimlerine ve örüntülerin yapısına bağlı olarak farklı başarı seviyelerine ulaştıklarını göstermektedir. Bulgular, öğrencilerin genelleme yaparken görsel ve sayısal stratejileri bütünleştirme, değişkenleri anlamlandırma ve temsil biçimleri arasında geçiş yapmada farklı başarı seviyelerine sahip olduklarını da göstermiştir. Becker ve Rivera (2006), öğrencilerin genelleme sürecinde görsel ve sayısal ipuçlarını birleştirme becerilerinin genelleme yapma başarısını artırdığını ifade etmektedir. Bu durum, öğrencilerin görsel temsillerle genellemeye ulaşmada daha başarılı olduklarını vurgulayan Steele (2007) ve Girit Yıldız ve Durmaz

(2020) çalışmalarını desteklemektedir. Bu bağlamda, öğrencilerin görsel temsilleri etkili bir şekilde kullanma becerilerinin örüntülerin genel terimini ifade etme sürecinde önemli bir rol oynadığı görülmüştür.

Erdoğan ve Gül (2023) çalışmasında ise öğrencilerin tekrar birimini doğru belirleme becerilerinin, örüntü problemlerindeki başarının anahtarı olduğu ifade edilmektedir. Araştırmamızda da tekrar biriminin doğru belirlenmesi ile öğrencilerin örüntülerin genel terimini ifade etme süreçleri arasında önemli bir ilişki gözlenmiştir. Bu durum, öğrencilerin tekrar birimini doğru şekilde analiz etmeleri için daha fazla rehberlik edilmesi gerektiğini göstermektedir. Yeşildere-İmre ve diğerleri (2017), öğrencilerin genelleme yaparken ardışık terimler arasındaki farkı genel terim olarak düşündüğünü ve bu yaklaşımın cebirsel genellemeye engel oluşturduğunu ortaya koymuştur. Bu bağlamda, araştırmamızda öğrencilerin benzer şekilde ardışık terimler arasındaki farkı referans alarak yaptıkları genellemelerde hata oranının yüksek olduğu görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin cebirsel ifadeleri kullanma ve değişken kavramını anlama süreçlerinin geliştirilmesine yönelik öğretim stratejilerinin önemini bir kez daha ortaya koymaktadır.

Araştırmada, aritmetik olarak değişen örüntülerde öğrencilerin sayı sunum biçiminde daha başarılı oldukları, artarak değişen örüntülerde ise sözel sunum biçiminde zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Aritmetik örüntülerin genelleme sürecinde, öğrencilerin ardışık terimler arasındaki sabit farkları kullanarak fonksiyonel genellemeler yapabildikleri gözlemlenmiştir. Bununla birlikte, artarak değişen örüntülerde sabit farkların bulunmaması, öğrencilerin bu tür örüntülerde zorlanmasına yol açmıştır. Sucuoğlu (2015) ve Tat (2020) da bu durumu doğrulamakta, özellikle doğrusal olmayan örüntülerde genelleme sürecinin öğrenciler için daha karmaşık olduğunu belirtmektedir. Öğrencilerin bu tür örüntülerde zorlanmasının, önceki matematiksel deneyimlerinin yetersizliğiyle ilişkilendirilebileceği öne sürülmektedir. Kocamaz (2020) çalışmasında öğrencilerin örüntülerin belirli bir elemanının kaçınıcı adımında olduğunu bulmada en çok zorlandıkları, ancak örüntü modelleme süreçlerinde daha başarılı oldukları ifade edilmiştir. Araştırmamızda da benzer şekilde öğrencilerin örüntülerin genel yapısını analiz edebildikleri, ancak belirli bir eleman veya adım hakkında daha kesin cevaplar üretebilmek için ek desteğe ihtiyaç duydukları gözlemlenmiştir. Bu durum, örüntü problemlerinde hem analiz hem de uygulama becerilerinin birlikte geliştirilmesi gerektiğine işaret etmektedir.

Bulgular, öğrencilerin örüntülerin genel terimini harfli olarak ifade ederken sıklıkla sembolik ifade hataları yaptıklarını göstermiştir. Bu durum, Özdemir ve diğerleri (2015) tarafından da vurgulanmış, öğrencilerin şekil örüntülerini sayısal ilişkilere dönüştürme sürecinde hata yapabildikleri ifade edilmiştir. Yaman (2010) ise öğrencilerin sembolik ifade sorularında diğer sunum biçimlerine kıyasla daha düşük başarı sergilediklerini belirtmektedir. Araştırmada, öğrencilerin örüntülerin kuralını şekil temsilleri üzerinden ifade edebildikleri, ancak genel terimi sembolik olarak ifade etmede zorluk yaşadıkları görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin görselleştirme becerilerinin genelleme sürecinde desteklenmesi gerektiğini ortaya koymaktadır. Ayrıca Kocamaz (2020)'de araştırmanın bulgularına benzer şekilde, öğrencilerin örüntülerin genel terimini bulmada başarılı olduklarını, ancak bu terimi cebirsel bir ifade olarak yazarken zorlandıkları belirtilmiştir. Amit ve Neria (2007), öğrencilerin genelleme sürecinde üç temel yansıtma biçiminin etkili olduğunu vurgulamaktadır: örüntünün yapısındaki ortaklıkların fark edilmesi, genelleme yöntemi üzerine düşünme ve geçici genellemelerin doğrulanması. Araştırmalarında üstün yetenekli öğrencilerin genelleme sürecinde fonksiyonel-genel yaklaşımı tercih ettikleri belirtilmiştir. Bu bağlamda, araştırmamızda öğrencilerin örüntülerin genel terimini ifade etme sürecinde fonksiyonel-genel yaklaşıma daha fazla yönlendirilmelerinin bu becerilerini geliştirmede etkili olabileceği düşünülmektedir.

Sözel sunum biçimindeki örüntü problemleri ise öğrenciler için ek bir zorluk teşkil etmektedir. Bulgular, öğrencilerin bu tür problemleri örüntü soruları olarak görmediklerini ve genelleme sürecinde yanlış yorumlamalar yaptıklarını göstermektedir. Dayan (2017) ve Gül (2022), sözel bağlamda sunulan örüntülerin öğrenciler için daha soyut olduğu ve bu nedenle daha düşük başarıyla sonuçlandığına dikkat çekmiştir. Öğrencilerin işlem temelli düşüncelere daha fazla odaklandığı, bu nedenle sözel problemleri çözmede ek bir destek gerektiği anlaşılmaktadır. Tanışlı ve Köse (2011) ise bu tür problemlerle başa çıkmak için öğrencilerin daha karmaşık stratejiler geliştirmesi gerektiğini vurgulamaktadır.

Araştırma bulgularının ışığında, öğrencilerin genelleme yapma süreçlerinde etkili stratejiler geliştirmeleri için görsel temsillerin öneminin altı çizilmelidir. Tanışlı ve Özdaş (2009), sabit ve artarak değişen şekil örüntülerinin genellenmesinde görselleştirme becerilerinin kritik bir rol oynadığını ifade etmektedir. Görsel temsillerle genelleme yapabilen öğrenciler, özellikle yakın adımlarda yinelemeli stratejiler, uzak adımlarda ise

fonksiyonel stratejiler kullanarak daha yüksek başarı elde etmektedir. Bu durum, öğrencilerin görselleştirme becerilerinin geliştirilmesinin, hem yakın hem de uzak genellemeler için etkili bir çözüm sunabileceğini göstermektedir.

Sonuç olarak, öğrencilerin örüntülerin genel terimini harfli olarak ifade etme ve herhangi bir adımına ulaşma becerilerinde zorluk yaşadıkları alanlar, matematik öğretiminde daha fazla dikkat gerektiren unsurlar olarak öne çıkmaktadır. Özellikle görsel ve sözel temsillerin öğrencilerin öğrenme süreçlerine nasıl dahil edileceği üzerine yapılan araştırmaların artırılması, genelleme becerilerinin geliştirilmesine katkı sağlayabilir. Öğrencilerin değişken sembolünü kavramalarını destekleyecek yöntemlerin geliştirilmesi ve örüntülerin genel terimini cebirsel olarak ifade etme süreçlerinin daha sistematik bir şekilde öğretilmesi önerilmektedir. Bu sayede, öğrencilerin hem matematiksel düşünme becerileri hem de problem çözme stratejileri daha ileri bir düzeye taşınabilir.

SONUÇ VE ÖNERİLER

Sonuçlar

Bu bölümde, araştırma bulgularına dayalı olarak elde edilen sonuçlar, alt problemlere göre sınıflandırılarak açıklanmıştır. İlk olarak, öğrencilerin başarıları düzeylerinin sınıf seviyelerine göre analizi gerçekleştirilmiş ve birinci, ikinci ve üçüncü alt problemlere ilişkin sonuçlar ortaya konulmuştur. Ardından, genel başarı düzeyleri, örüntülerin sunum biçimleri ve yapısal özellikleri dikkate alınarak yetenek alanlarına yönelik analizler yapılmış ve dördüncü, beşinci ve altıncı alt problemlere ilişkin sonuçlar sunulmuştur. Son olarak, öğrencilerin örüntü çözümleme sürecinde karşılaştıkları zorluklar ele alınmış ve yedinci alt probleme ilişkin sonuçlar detaylandırılmıştır.

Bu araştırmada, BİLSEM altıncı ve yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüler alt öğrenme alanındaki başarı düzeyleri, sınıf düzeyi, tanı konulan yetenek alanları ile örüntü yapısı ve sunum biçimlerinin etkileri bağlamında değerlendirilmiştir. Araştırma sonuçları, öğrencilerin sınıf düzeyi arttıkça örüntü başarısında anlamlı bir artış gösterdiğini ortaya koymuştur. Yedinci sınıf öğrencilerinin altıncı sınıf öğrencilerine göre daha yüksek başarı sergilediği belirlenmiştir. Bu durum, öğrencilerin bilişsel gelişim süreçlerinin ve üst sınıf düzeylerinde kazanılan deneyimlerin örüntü becerileri üzerindeki olumlu etkisini yansıtmaktadır.

Sunum biçimleri açısından, şekil sunum biçiminde sunulan örüntülerin her iki sınıf seviyesinde de en yüksek performansa olanak tanıdığı görülmüştür. Buna karşın, sözel sunum biçiminde öğrencilerin başarı düzeyleri daha düşük bulunmuştur. Bu sonuçlar, öğrencilerin soyut problem çözme süreçlerinde ek rehberliğe ihtiyaç duyduklarını göstermektedir. Örüntü türlerine göre yapılan incelemede, aritmetik değişen örüntülerde öğrencilerin daha başarılı olduğu, ancak artarak değişen örüntülerde bu başarı düzeyinin düştüğü belirlenmiştir.

Genel zihinsel yetenek alanındaki öğrenciler, diğer yetenek alanlarına kıyasla daha yüksek başarı sergilemiştir. Bu durum, özellikle aritmetik ve artarak değişen örüntülerde gözlemlenen yüksek başarı ile desteklenmektedir. Buna karşın, resim ve müzik yetenek alanındaki öğrencilerin başarılarının daha düşük olduğu belirlenmiştir.

Sonuç olarak, sınıf düzeyi, sunum biçimi ve örüntü türü gibi faktörlerin örüntü başarısı üzerinde etkili olduğu ve öğrencilerin bilişsel gelişim süreçleriyle birlikte örüntü becerilerinin de anlamlı bir şekilde geliştiği belirlenmiştir.

Bu araştırmada, üstün yetenekli öğrencilerin örüntü başarıları ve bu başarıların yetenek alanları (genel zihinsel, müzik, resim), sunum biçimleri (şekil, sayı, sözel) ve örüntü yapıları (aritmetik artan, artarak değişen) gibi değişkenlere göre nasıl farklılık gösterdiği incelenmiştir. Araştırma sonuçları, genel örüntü başarısı açısından yetenek alanları arasında anlamlı bir fark bulunmadığını göstermiştir.

Öğrencilerin örüntü sunum biçimlerine göre performansları, üstün yetenekli tanısı konulduğu yetenek alanlarına göre incelendiğinde; şekil sunum biçiminde yetenek alanları arasında anlamlı bir fark bulunmuştur. Şekil sunumunda genel zihinsel yetenek alanındaki öğrencilerin, resim yetenek alanındaki öğrencilere göre anlamlı derecede daha yüksek başarı gösterdikleri anlaşılmıştır. Diğer sunum biçimleri olan sayı ve sözelde ise yetenek alanları arasında anlamlı bir farklılık tespit edilmemiştir. Bununla birlikte, sözel sunumlarda düşük başarı oranları, öğrencilerin bu tür içeriklerde daha fazla desteğe ihtiyaç duyduğunu göstermektedir. Sunum biçimlerinin etkisi incelendiğinde, şekil sunum biçiminin öğrencilerin örüntü başarılarını artırdığı sonucuna ulaşılmıştır.

Öğrencilerin örüntü yapısına göre performansları, üstün yetenekli tanısı konulduğu yetenek alanlarına göre incelendiğinde; aritmetik artan örüntü yapısında yetenek alanları arasında anlamlı bir fark bulunmuştur. Aritmetik artan örüntü yapısında genel zihinsel yetenek alanındaki öğrencilerin, resim yetenek alanındaki öğrencilere göre anlamlı derecede daha yüksek başarı gösterdikleri tespit edilmiştir. Öte yandan, artarak değişen örüntü yapılarında yetenek alanları arasında anlamlı bir fark bulunmaması, bu tür örüntülerin genel olarak daha zorlayıcı olabileceğine işaret etmektedir.

Bu araştırmanın son bölümünde, öğrencilerin örüntülerin genel terimini harfli olarak ifade etme ve herhangi bir adımına ulaşma becerilerinde karşılaştıkları zorluklar incelenmiş; bu becerilerin sunum biçimleri ve örüntü türleri ile olan ilişkisi analiz edilmiştir. Araştırmanın sonuçları, öğrencilerin genelleme yapma becerilerinde sunum biçimlerinin belirgin bir etkisi olduğunu ortaya koymuştur. Özellikle, aritmetik olarak değişen örüntülerde öğrencilerin sayı sunum biçiminde daha başarılı oldukları, buna karşılık artarak değişen örüntülerin sözel sunum biçiminde düşük başarı oranları sergiledikleri tespit edilmiştir.

Sonuç olarak, sınıf düzeyi ve yetenek alanı birlikte değerlendirildiğinde, öğrencilerin başarılarının yalnızca yaş ve eğitim seviyesine değil, aynı zamanda bireysel yetenek profillerine de bağlı olduğu görülmektedir. Genel zihinsel yetenek alanına sahip

öğrenciler üst düzey analiz yapabilmekte, ancak dikkat eksikliklerinden dolayı hatalar yapabilmektedir. Resim yetenek alanına sahip öğrenciler ise şekil sunum biçimlerine daha duyarlı olmakta, ancak soyut matematiksel ifadelerde zorlanmaktadır.

Şekil temsilleri üzerinden örüntülerin kuralını ifade etme konusunda başarılı olan öğrencilerin, bu beceriyi harfli ya da cebirsel genellemeye dönüştürmede zorlandıkları gözlemlenmiştir. Öğrenciler sıklıkla sembolik ifade hataları yapmış ve şekil örüntülerini sayısal ilişkilere dönüştürme süreçlerinde çeşitli yanlışlar yapmışlardır. Ayrıca önceki matematiksel deneyimlerin yetersizliği, doğrusal olmayan örüntülerin genelleme süreçlerinde önemli bir engel oluşturmuştur. Sabit farkların bulunmadığı bu tür örüntülerde, öğrencilerin fonksiyonel stratejiler geliştirmekte zorlandıkları görülmüştür. Sonuç olarak, öğrencilerin görsel ve sayısal stratejileri bütünleştirme, değişken sembollerini anlamlandırma ve farklı temsil biçimleri arasında geçiş yapma süreçlerinde desteklenmeye ihtiyaç duydukları tespit edilmiştir.

Öneriler

Matematik eğitimi sürecinde, öğrencilerin farklı temsil biçimleriyle çalışmaları teşvik edilmelidir. Şekil, tablo, sözel ifade ve sayısal temsile dayalı çoklu görevlerin ders içeriklerine entegre edilmesi önerilmektedir. Şekil temsilleri üzerinden yapılan çalışmalar, öğrencilerin örüntülerin genel terimini ifade etme süreçlerini kolaylaştırabilir. Görsel temsillere dayalı problem çözme etkinlikleri, öğrencilerin yalnızca yakın adımları değil, uzak adımları da başarılı bir şekilde genelleyebilmelerine olanak tanıyabilir.

Sembolik ifade öğretimine daha fazla odaklanılmalı ve öğrencilerin değişken sembollerini kavramalarını sağlayacak yapılandırılmış etkinlikler sunulmalıdır. Özellikle genel terimin harfli ifadeye dönüştürülmesi süreçlerinde adım adım rehberlik içeren materyallerin kullanımı, öğrencilerin bu alandaki başarılarını artırabilir.

Günlük hayat bağlamında problem çözme etkinlikleri tasarlanmalı ve öğrencilerin yaratıcı problem kurma becerilerini destekleyen ders materyalleri geliştirilmelidir. Sözel sunumlarda düşük başarı gözlemlendiği için, öğretmenlerin bu tür materyalleri sunarken öğrencilere rehberlik sağlayıcı açıklamalar yapması ve öğrencilerin zorlandıkları noktaları anlamalarına yardımcı olması önerilmektedir. Bunun yanı sıra, farklı örüntü türlerine yönelik zenginleştirilmiş etkinlikler tasarlanarak, öğrencilerin çeşitli problem türleriyle başa çıkma becerileri geliştirilebilir.

Üstün yetenekli öğrencilerin farklı sınıf seviyelerindeki matematik performanslarının boylamsal olarak incelenmesi önerilmektedir. Öğrencilerin örüntü oluşturma ve genelleme süreçlerinin erken yaşlardan itibaren nasıl geliştiği araştırılmalı ve bu süreçler için uygun öğretim yöntemleri geliştirilmelidir.

Bu çalışmanın sınırlılıklarını aşmayı hedefleyen, daha geniş örneklem grupları ve farklı yöntemlerle gerçekleştirilecek çalışmalar da önerilmektedir.



KAYNAKÇA

- Abacı, H. ve Tüzün, Ü. (2023). Özel yetenekli öğrencilerin eğitiminde bilim ve sanat entegrasi. *Bilim Armonisi*, 5(2), 32-38.
- Akturan, E. (2024). *Üstün yetenekli 5. sınıf öğrencilerinin problem çözme ve problem kurma becerilerinin matematik okuryazarlığı bağlamında incelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi). İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, İstanbul.
- Altay, M. K., Akyüz, E. Ö. ve Erhan, G. K. (2014). A study of middle grade students' performances in mathematical pattern tasks according to their grade level and pattern presentation context. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 116, 4542-4546.
- Amit, M., ve Neria, D. (2008). Rising to the challenge: Using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented pre-algebra students. *ZDM*, 40(1), 111-129.
- Assmus, D. ve Fritzlar, T. (2022). Mathematical creativity and mathematical giftedness in primary school age- An interview study on creating figural patterns. *ZDM - Mathematics Education*, 54, 113–131. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01328-8>
- Aygün, Y., Orbay, K. ve Aydın Güç, F. (2021). Üstün yetenekli tanısı konulmuş ve konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinin karşılaştırılması. *Milli Eğitim Dergisi*, 50(229), 337-362.
- Becker, J. R. ve Rivera, F. (2005). Generalization strategies of beginning high school algebra students. *In Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 121-128, Melbourne: PME.
- Bulut, A. S., Yıldız, A. ve Baltacı, S. (2020). A comparison of mathematics learning approaches of gifted and non-gifted students. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 11(2), 461-491.
- Büyüköztürk, Ş. (2011). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı: İstatistik, araştırma deseni, SPSS uygulamaları ve yorum*. Ankara: Pegem A Yayıncılık.

- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E. ve Demirel, F. (2008). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (2. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Can, A. (2019). *SPSS ile bilimsel araştırma sürecinde nicel veri analizi* (7.baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Creswell, J. W. (2014). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4th ed.). SAGE Publications.
- Çakır, A. (2021). *Üstün yetenekli öğrencilerin matematik sınıf kültürlerinin sosyo-matematiksel normlar bağlamında incelenmesi* (Doktora Tezi). İstanbul: Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Çelik, M. (2022). *Bilim sanat merkezlerindeki matematik öğretmenlerinin üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel gelişimine dönük yaptıkları uygulamalara ilişkin deneyimleri* (Yüksek Lisans Tezi). Gaziantep Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.
- Çitil, M., Ersoy, S., Özdemir-Kılıç, M. ve Ağaya, A. (2020). Üstün yeteneklilerin eğitiminde ayrı okullar: amerika'daki üstün yetenekliler okullarının karşılaştırmalı olarak incelenmesi. *Çocuk ve Medeniyet*, 5(10), 257-280.
- Dayan, Ş. (2017). *Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin matematiksel örüntü başarılarının incelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.
- Dimitriadis, C. (2016). Gifted programs cannot be successful without gifted research and theory: evidence from practice with gifted students of mathematics. *Journal for the Education of the Gifted*, 39(3), 221-236.
<https://doi.org/10.1177/0162353216657185>
- Doğan Timur, Ö. ve Turgut, S. (2020). Sınıf öğretmenleri sayı ve şekil örüntülerini nasıl öğretiyorlar? İlkokul dördüncü sınıf örneği. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(1), 182-200.
<https://doi.org/10.17240/aibuefd.2020.20.52925-547220>
- Erdoğan, F. ve Gül, N. (2023). Özel yetenekli öğrencilerin tekrarlanan örüntü becerileri ve bilişsel istem düzeyleri. *Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 6(1), 70-95.
<https://doi.org/10.33400/kuje.1221801>

- Erdogan, F. ve Gul, N. (2023). A new encryption task for mathematically gifted students: Encryption arising from patterns. *Journal for the Education of Gifted Young Scientists*, 11(3), 293-300. DOI: <http://dx.doi.org/10.17478/jegys.1320464>
- Girit Yıldız, D. ve Durmaz, B. (2021). A gifted high school student's generalization strategies of linear and nonlinear patterns via Gauss's approach. *Journal for the Education of the Gifted*, 44(1), 56-80.
- Gül, N. (2022). *Özel yetenekli öğrencilerin örüntüleri genelleme süreçlerinden yansımalar Stratejiler ve bilişsel istem* (Yüksek Lisans Tezi). Fırat Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Elazığ.
- Güneş, A. (2018). Türkiye'de bilim ve sanat merkezleri. *Avrasya Sosyal ve Ekonomi Araştırma Dergisi*, 5(6), 185-193.
- İspir, O. A. ve Palabıyık, U. (2011). Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30), 111-123.
- Karaz, S. (2021). *Ortaokul öğrencilerinin bağımsız ve yarı bağımsız genelleme görevlerindeki örüntü oluşturma süreçleri* (Doktora Tezi). Eskişehir: Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Kettler, T. (2014). Critical thinking skills among elementary school students: Comparing identified gifted and general education student performance. *Gifted Child Quarterly*, 58(2), 127-136.
- Kılıç, Ç. (2017). Analyzing middle school students' figural pattern generating strategies considering a quadratic number pattern. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17 (1), 250-267.
- Kocamaz, B. (2020). *Yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüler konusunda yaşadıkları zorlukların araştırılması* (Yüksek Lisans Tezi). Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Kocamaz, B. ve Yıldız İkikardeş, N. (2021). Örüntüler konusunda 7.sınıf öğrencilerinin karşılaştıkları zorlukların incelenmesi. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 23(2), 831-849. <https://doi.org/10.25092/baunfbed.868802>
- Lannin, J. K. (2003). Developing algebraic reasoning through generalization. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 8(7). 342-348

- Leikin, R. (2011). The education of mathematically gifted students: Some complexities and questions. *The Mathematics Enthusiast*, 8(1), 167-188.
- Leikin, R. (2019). Developing mathematical talent in schoolchildren: Who, What, and How? In R. F. Subotnik, P. Olszewski-Kubilius, and F. C. Worrell (Eds.), *The psychology of high performance: Developing human potential into domain-specific talent* (pp. 173–192). American Psychological Association.
- Liljedahl, P. (2004). Repeating pattern or number pattern: The distinction is blurred. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 26(3), 24-42.
- Lin, F. L. ve Yang, K. L. (2004). *Differentiation Of Students' reasoning On Linear And Quadratic Geometric Number Patterns*. In Proceedings of the 28th Conference of the International' de sunuldu. Bergen, Norveç
- Matsko, V. ve Thomas, J. (2014). The problem is the solution: Creating original problems in gifted mathematics classes. *Journal for the Education of the Gifted*, 37(2), 153–170. <https://doi.org/10.1177/0162353214529043>
- Miles, M. B. Ve Huberman, A. M. (1994). *An Expanded Sourcebook Qualitative Data Analysis*. Second Edition. California: Sage Publications.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2009). *İlköğretim matematik dersi 1-5. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: MEB.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2015). *Bilim ve Sanat Merkezleri Yönergesi*, Ankara.
- MEB, (2016). *Bilim ve sanat merkezleri yönergesi*. MEB Özel Eğitim Hizmetleri Genel Müdürlüğü.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2017). *Matematik dersi Özel Yetenekleri Geliştirme Programı Etkinlik Kitabı*. Ankara: MEB Özel Eğitim ve Rehberlik Genel Müdürlüğü.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2018). *Özel eğitim hizmetleri yönetmeliği*. Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2018). *Matematik dersi 1-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: MEB.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2019). *Özel yetenekliler için matematik dersi öğretim programı*. Ankara: MEB.

- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2024). *Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Ortaokul Matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: MEB.
- Mulligan, J. ve Mitchelmore, M. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 33-49.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1995). *Report of the NCTM task force on the mathematically promising*. NCTM News Bulletin 32 (December): Special Insert, NCTM Inc., Reston, Virginia.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: The Council.
- Olkun, S. ve Toluk Uçar, Z. (2007). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*. Ankara: Maya Akademi.
- Olkun, S. ve Yeşildere, S. (2007). *“Sınıf öğretmeni adayları için” temel matematik 1*. Ankara: Maya Akademi.
- Özçelik, T. (2017). *Üstün yetenekli öğrencilere yönelik geliştirilen farklılaştırılmış matematik dersi öğretim programının etkililiği* (Doktora Tezi). Ankara: Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Özdemir, D. (2018). Matematikte üstün yetenekli ilköğretim öğrencilerinin okullarındaki matematik derslerine ilişkin algıları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 26(1), 153-160.
- Özdemir, E., Dikici, R. ve Kültür, M. (2015). Students’ pattern generalization process: the 7th grade sample. *Kastamonu Education Journal*, 23(2), 523-548.
- Öztürk, M., Akkan, Y. ve Kaplan, A. (2018). The metacognitive skills performed by 6th-8th grade gifted students during the problem solving process: *Gümüşhane sample*. *Ege Journal of Education*, 19(2), 446-469.
- Papic, M. (2007). Promoting repeating patterns with young children-more than just alternating colours! *Australian Primary Mathematics Classroom*, 12(3), 8-13.
- Sak, U., Ayas, M. B., Sezerel, B. B., Öpengin, E., Özdemir, N. N., ve Gürbüz, S. D. (2015). Gifted and talented education in turkey: critics and prospects/türkiye’de üstün yeteneklilerin eğitiminin elestirel bir değerlendirmesi. *Talent*, 5(2), 110.

- Samson, D. ve Schafer, M. (2007). An analysis of the influence of question design on learners' approaches to number pattern generalisation tasks. *Pythagoras*, 2007(66), 43-51.
- Satmaz, İ. (2016). *Üstün yetenekli öğrencilerin bilsem ve matematik kavramına ait metaforik algılarının incelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi). On Sekiz Mart Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Çanakkale.
- Singer, F. M., Sheffield, L. J. ve Leikin, R. (2017). Advancements in research on creativity and giftedness in mathematics education: introduction to the special issue. *ZDM Mathematics Education*, 49(1), 5-12.
- Sriraman, B. (2003). Mathematical giftedness, problem solving, and the ability to formulate generalizations: The problem-solving experiences of four gifted students. *Prufrock Journal*, 14(3), 151-165.
- Steele, D. (2007). *Seventh-grade students' representations for pictorial growth and change problems*. *ZDM*, 40(1), 97-110.
- Sucuoğlu, D. (2015). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının değişen örüntülere ilişkin genelleme stratejileri* (Yüksek Lisans Tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Şahin, F. (2020). Türkiye’de özel yeteneklilerin eğitimi: Politika belgeleri ve yasalar bağlamında bir tartışma. *Yeni Türkiye*, 115, 63-76.
- Takır, A. ve Özerem, A. (2020). Ortaokul öğrencilerinin örüntü problemlerini çözme başarılarının çeşitli değişkenler açısından incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 49, 582-599.
- Tanışlı, D. (2008). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntülere ilişkin anlama ve kavrama biçimlerinin belirlenmesi* (Doktora Tezi). Eskişehir: Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Tanışlı, D. (2013). Tanımları ve tarihsel gelişimiyle matematiksel kavramlar. Zembat Ö.İ. Özmantar M.F. Bingölbalı E. Şandır H. Delice A. (Editörler). *Matematikte örüntülerin keşfi* içinde (s. 659–678). Ankara: Pegem Akademi.
- Tanışlı, D. ve Köse, N. Y. (2011). Lineer şekil örüntülerine ilişkin genelleme stratejileri: Görsel ve sayısal ipuçlarının etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 36(160).

- Tanişlı, D. ve Olkun, S. (2009). *Basitten Karmaşığa Örüntüler*. Ankara: Maya Akademi.
- Tanişlı, D. ve Özdaş, A. (2009). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genellemede kullandıkları stratejiler. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 9(3), 1453-1497.
- Tat, E. T. (2020). Ortaokul matematik öğretmenlerinin örüntüler hakkındaki görüşleri. *Maarif Mektepleri Uluslararası Eğitim Bilimleri Dergisi*, 4(2), 19-31.
- Türk Dil Kurumu Sözlüğü, <http://www.tdk.gov.tr> adresinden 23.10.2024 tarihinde alınmıştır.
- Türkmen, H. ve Tanişlı, D. (2019). Cebir Öncesi: 3, 4 ve 5. Sınıf Öğrencilerinin Fonksiyonel İlişkileri Genelleme Düzeyleri. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 7(1), 344-372.
- Türnüklü, A. (2000). Eğitim araştırmalarında etkin olarak kullanılabilecek nitel bir araştırma tekniği: görüşme. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi*, 24, 543-559.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234- 243.
- Warren, E. (2005). Patterns supporting the development of early algebraic thinking. *Building connections: Research, theory and practice*, 2, 759-766.
- Warren, E., ve Cooper, T. (2006). Using Repeating Patterns to Explore Functional Thinking. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 11(1), 9-14.
- Van De Walle, J. A. (2004). *Elementary and middle school mathematics*. Boston: Allyn and Bacon.
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S., Bay-Williams, J. M. (2010). İlkokul ve Ortaokul Matematiği Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim (Çeviri Editörü: S. Durmuş) (7. Basımdan Çeviri). *Örüntüler ve fonksiyonlarda çalışmak içinde* (s. 267-280). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık
- Yaman, H. (2010). *İlköğretim öğrencilerinin matematiksel örüntülerdeki ilişkileri* (Doktora Tezi). Ankara: Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimleri Enstitüsü.
- Yaman, H. ve Umay, A. (2013). İlköğretim Öğrencilerinin Sunum Biçimlerine Göre Matematiksel Örüntüleri Algılayışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(28-1), 405-416.

- Yeşildere-İmre, S., Akkoç, H., ve Baştürk-Şahin, B. N. (2017). Ortaokul öğrencilerinin farklı temsil biçimlerini kullanarak matematiksel genelleme yapma becerileri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 8(1), 103-129.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldız, S. (2022). *Matematik öğretmenlerinin sayı örüntülerini genellemeye ilişkin farkındalıkları* (Yüksek Lisans Tezi). İstanbul Medeniyet Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, İstanbul.
- Zedan, R. ve Bitar, J. (2017). Mathematically gifted students: Their characteristics and unique needs. *European Journal of Education Studies*.



EKLER

Ek 1. Örüntü Testi

Sevgili öğrenciler,

Bu test, örüntüler konusunda başarı düzeyinizi belirlemek amacıyla 6 sorudan oluşmaktadır. Lütfen her soruyu dikkatle okuyup altlarındaki ya da yanlarındaki boşluklara cevaplayınız. Soruları cevaplarken yapacağınız açıklamalar araştırmanın temelini oluşturmaktadır. Bu nedenle soruların cevaplarını açıklamamız gerekmektedir.

Testi içtenlikle yanıtlamanız araştırmanın geçerliliğini arttıracaktır. Araştırmaya katıldığınız için teşekkür ederim.

Abdurrahman ACAR

Öğrencinin Yetenek Alanı:

Öğrencinin Sınıf Seviyesi:

Cinsiyet:

SORU-1

5, 8, 11, 14, ...

Yukarıdaki sayılar bir örüntü oluşturacak şekilde belli bir kurala göre dizilmiştir. Buna göre,

- a) Örüntüyü oluşturan 40. terimi bulunuz.
- b) Örüntünün kuralını yazılı olarak ifade ederek, örüntünün n. terimi için harfli bir ifade yazınız ve açıklayınız.

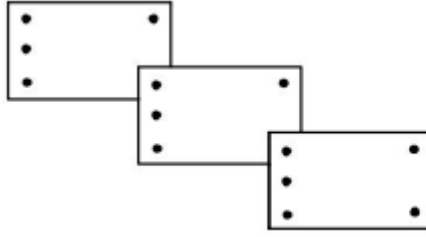
SORU-2

Aşağıdaki örüntüde sayılar arasındaki ilişkileri belirterek, verilmeyeni bulunuz.

0, 1, 1, 3, 6, 9, 27, Δ , ...

SORU-3

Dikdörtgen biçiminde metal levhalar çiviler yardımıyla duvara sabitlenmiştir.

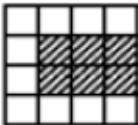


3 metal levhanın duvara
sabitlenmesi için,
13 tane çivi kullanılmıştır.

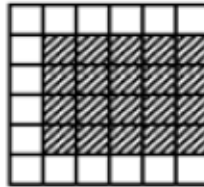
- a) Aynı şekilde, 50 metal levhanın sabitlenmesi için kaç tane çivi kullanılır?
- b) Metal levhaların duvara sabitlenmesinde kullanılan çivi sayılarına ait kuralı yazılı olarak ifade ederek, n . metal levha için kaç tane çivi kullanılacağını açıklayınız.

SORU-4

Aşağıda birim kareler ile oluşturulmuş bir şekil örüntüsünün 2. ve 4. adımı verilmiştir.



2. adım



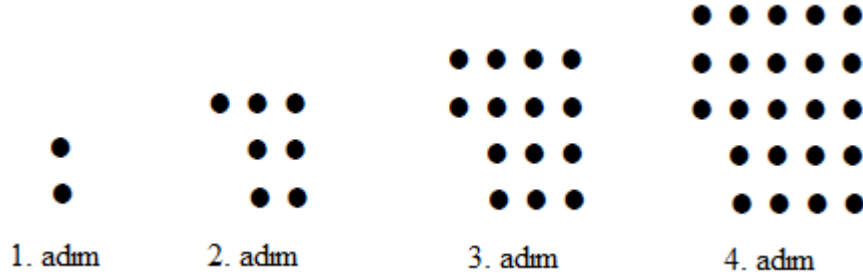
4. adım

Örüntünün ikinci adımında 10 beyaz renkli birim kare, dördüncü adımında 16 beyaz renkli birim kare bulunmaktadır.

Örüntünün kuralını yazılı olarak ifade ederek, örüntünün n . adımında bulunan beyaz renkli birim kare sayısı için harfli bir ifade yazınız ve açıklayınız.

SORU-5

Aşağıda noktalar ile oluşturulmuş şekil örüntüsünün ilk dört adımı verilmiştir.



- Örüntü aynı şekilde devam ettirildiğinde, 6. adım kaç noktadan oluşur?
- Örüntünün kuralını yazılı olarak ifade ederek, örüntünün n . terimi için harfli bir ifade yazınız ve açıklayınız.

SORU-6

Ulaştırma Bakanlığı, ülkede bulunan şehirleri birbirine bağlayan, demir yolu hatlarının yapılması için çalışmalara başlamıştır. Planlama ve çalışmalar, herhangi bir şehirden diğerine doğrudan bir demiryolu hattı bulunacak biçimde yapılmıştır. İlk olarak beş şehri birbirine bağlayan 10 farklı demir yolu hattı yapılmıştır. Bu çalışmalara benzer biçimde devam edilirse,

- 10 şehri birbirine bağlayan kaç farklı demir yolu hattı yapılmıştır?
- Şehirleri birbirine bağlayan farklı demir yolu hattı sayılarına ait kuralı ifade ederek, n tane şehri birbirine bağlayan kaç farklı demiryolu hattı bulunacağını açıklayınız.

Ek 2. Örüntü Testi Görüşme Formu

Öğrencinin Kodu:

Görüşme Soruları

1. Örüntünün genel teriminin harfli ifade edilmesinde yaşadığınız zorluklar nelerdir? Açıklayınız.
2. Örüntünün herhangi bir adımına ulaşırken yaşadığınız zorluklar nelerdir? Açıklayınız.
3. Yapısına göre verilmiş örüntülerin (aritmetik değişen ve artarak değişen örüntüler) çözümünde yaşadığınız zorluklar nelerdir? Açıklayınız.
4. Sunum biçimine göre verilmiş örüntülerin (sayı, şekil ve sözel problem biçiminde örüntüler) çözümünde yaşadığınız zorluklar nelerdir? Açıklayınız.

Ek 3. Araştırma İzni



T.C.
TOKAT VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü



Sayı : E-27001677-44-100113289
Konu : Abdurrahman ACAR'ın
Anket Çalışma İzni

04/04/2024

VALİLİK MAKAMINA

- İlgi : a) Millî Eğitim Bakanlığına Bağlı Okul ve Kurumlarda Yapılacak Araştırma ve Araştırma
Destegine Yönelik İzin ve Uygulama Yönergesi.
b) 01/09/2023 tarihli ve E-27001677-44-82643424 sayılı Valilik Makam Onayı.
c) Araştırma İzinleri İnceleme Komisyonunun 01.04.2024 tarihli tutanağı.
d) Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Rektörlüğü'nün 15.03.2024 tarihli ve E-56314351-044-
412372 sayılı yazısı.

Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri
Eğitimi Anabilim Dalı Yüksek Lisans Programı öğrencisi Abdurrahman ACAR'ın hazırlanmış olduğu
"Bilsem Öğrencilerinin Örüntülerde Temel Kavramlara İlişkin Bilgi ve Beceri Düzeylerinin İncelenmesi"
konulu çalışmalarına veri sağlamak amacıyla tez çalışması yapma izin talebine ilişkin ilgi (d) yazı ve
ekleri "Araştırma Uygulama ve Etik Kurul Komisyonu"na incelenmiştir.

Söz konusu anketin, İlgi (a) Genelge gereği, Tokat İl Millî Eğitim Müdürlüğüne bağlı resmi
Bilim Sanat Merkezi öğrencilerine uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamunuzca da uygun görüldüğü takdirde Ohurumuza arz ederim.

Hüseyin KIR
İl Millî Eğitim Müdürü

OLUR

Harun KAZEZ
Vali a.
Vali Yardımcısı

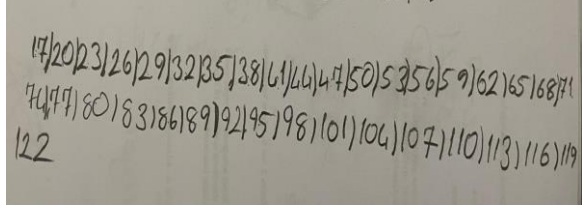
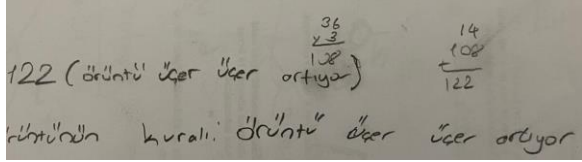
Ek:

1-Tutanak (1 Sayfa)

2-Tokat Gaziosmanpaşa Üniv. Rektörlüğü Yazısı ve Yazı Ekleri (47 Sayfa)

Ek 4. Örüntü Testine Öğrencilerin Verdikleri Cevaplar Doğrultusunda Oluşturulan Rubrik

(Kod 3.1.GY6. Doğru cevaplamalarda farklı çözümlerden birincisinin, 6.sınıf seviyesinde genel yetenek öğrencilerinden birisi tarafından verildiğini ifade etmektedir. Kod 2, kısmi cevaplamalar için; Kod 0 ise yanlış cevaplamalar için kullanılmıştır. Ayrıca “M” müzik yetenek alanından bir öğrenci, “R” resim yetenek alanından bir öğrenci anlamına gelecek biçimde kısaltılmıştır.)

Testin 1.sorusu	SORU-1 5, 8, 11, 14, ... Yukarıdaki sayılar bir örüntü oluşturacak şekilde belli bir kurala göre dizilmiştir. Buna göre, a) Örüntüyü oluşturan 40. terimi bulunuz. b) Örüntünün kuralını yazılı olarak ifade ederek, örüntünün n. terimi için harfli bir ifade yazınız ve açıklayınız.
Tam Cevap (Sayı örüntüsünün kuralı $3n+2$ ve 40. terim için 122 cevabını verenler)	Kod 3.1.GY7: Örüntü 3'er artarak büyür. Genel terimi $3n+2$ 'dir. 40 terim 122'dir. Kod 32: $3n+2$ kuralıdır. $n=40$ için cevap 122 olur
Kısmi Cevap: (Sayı örüntüsünün kuralını doğru biçimde ifade eden ancak istenen terimlerin bazılarının yanlış cevaplanması veya örüntünün kuralının ifade edemeyerek istenen terimlerin doğru cevaplanması veya farklı çözüm yolları kullanılarak doğru cevapların verilmesi)	Kod 1.1.GY6: Örüntü 3'er artmıştır. 40.adım 122'dir.  Kod 2.1.M7: Örüntünün kuralı 3'er artıyor. 40.adım 122'dir. 
Yanlış Cevap:	Kod 0.1.GY6: $n.3-1$ kuralı ile 120 bulunur.
(Cevap tamamen yanlış veya soru cevaplanmamış)	Kod 0.2.GY6: Sayılar üçer artarak gidiyor. Terimlerden n. ise $n+3$ 'dür. Kod 0.3.R6: Boş

Testin 2.sorusu

SORU-2

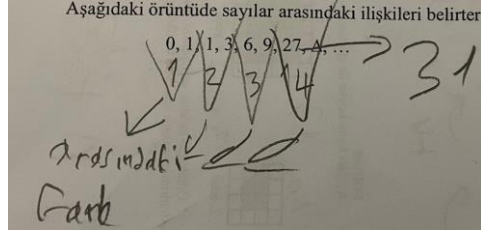
Aşağıdaki örüntüde sayılar arasındaki ilişkileri belirterek, verilmeyeni bulunuz.

0, 1, 1, 3, 6, 9, 27, Δ , ...

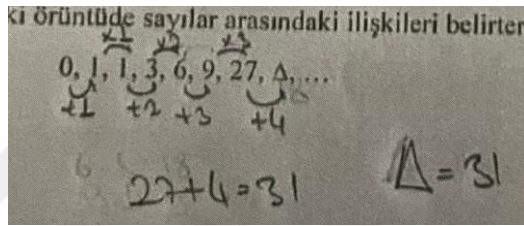
Tam Cevap

Kod 3.1.GY7: İkişerli gruplayınca farklar ardışık gidiyordu.

(Sayı örüntüsünün kuralı doğru biçimde ifade edilerek 31 cevabını verenler)



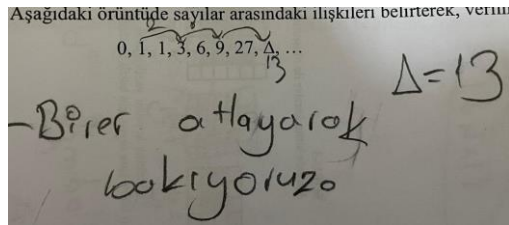
Kod 3.2.GY7: Ardışık sayılar ile önce topladı sonra çarptı.



Kısmi Cevap :

(Sayı örüntüsünün kuralını doğru biçimde ifade eden ancak istenen terimlerin bazılarının yanlış cevaplanması veya örüntünün kuralının ifade edemeyerek istenen terimlerin doğru cevaplanması veya farklı çözüm yolları kullanılarak doğru cevapların verilmesi)

Kod 2.1.R7: Birer atlayarak bakınca cevap 13 olur.



Yanlış Cevap:

(Cevap tamamen yanlış veya soru cevaplanmamış)

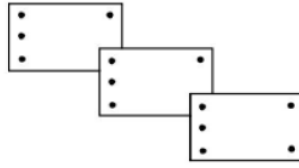
Kod 0.1.M7: 27

Kod 0.3.R7: Boş

Testin 3.sorusu

SORU-3

Dikdörtgen biçiminde metal levhalar çiviler yardımıyla duvara sabitlenmiştir.



3 metal levhanın duvara sabitlenmesi için, 13 tane çivi kullanılmıştır.

- a) Aynı şekilde, 50 metal levhanın sabitlenmesi için kaç tane çivi kullanılır?
b) Metal levhaların duvara sabitlenmesinde kullanılan çivi sayılarına ait kuralı yazılı olarak ifade ederek, n. metal levha için kaç tane çivi kullanılacağını açıklayınız.

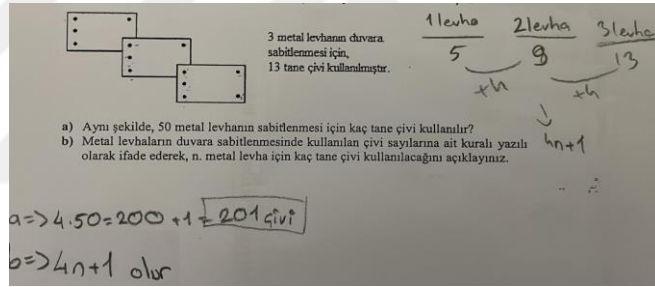
Tam Cevap

(Kullanılacak çivi sayısına karşılık gelen kuralı doğru biçimde ifade edilerek n metal levha için $4n+1$ cevabını verenler)

Kod 3.1.GY6: (Örüntü kuralı sözel ve sembolik olarak ifade edilmiştir)

Örüntüde son adım haricinde her levhada 4 tane çivi olduğunu son levhada ise 5 tane çivi olduğunu ifade ederek; $(n-1)$.adımda toplam $(n-1).4$ çivi olduğunu son adımdaki levhada katıldığında $(n-1).4+5$ çivi bulunduğunu ifade etmiştir.

Kod 32 GY7: (Örüntü kuralı sözel ve sembolik olarak ifade edilmiştir)



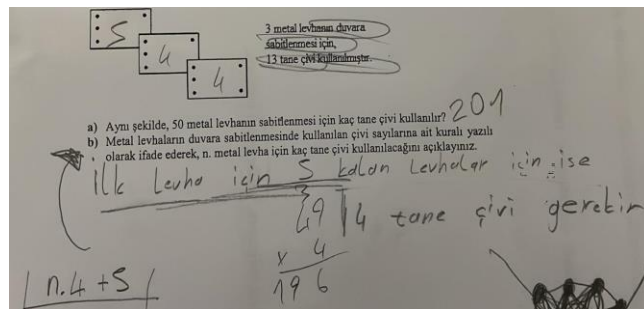
Kod 3.3 R7: (Örüntü kuralı sözel ve sembolik olarak ifade edilmiştir)

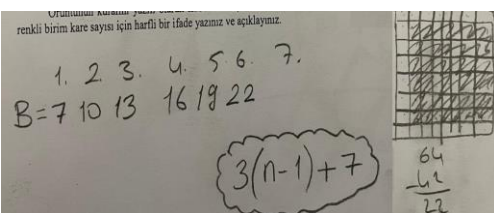
Örüntüde n metal levha için ilk olarak n.4 işlemini yapılacağını; örüntü şeklinde son levhada 5 çivi diğerlerinde ise 4 çivi olduğundan n.4 ifadesine 1 ekleyerek örüntünün genele terimini, $4n+1$ olarak ifade etmiştir.

Kısmi Cevap:

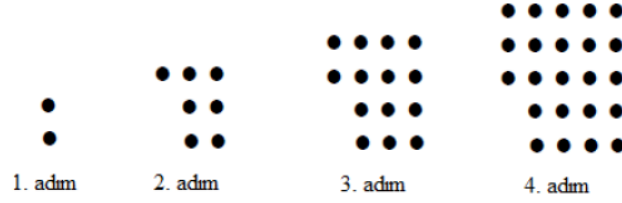
(Kullanılacak çivi sayısına karşılık gelen kuralı doğru biçimde ifade eden ancak istenen çivi sayısının yanlış cevaplanması veya örüntünün kuralını ifade edemeyerek istenen çivi sayısının doğru cevaplanması veya farklı çözüm

Kod 1.1 GY6: (Örüntü kuralı sözel olarak doğru ve sembolik olarak yanlış ifade edilmiştir)



yolları kullanarak doğru cevabın verilmesi)	Kod 2.1 GY7: (Örüntü kuralı sözel olarak doğru ifade edilmiş fakat sembolik olarak ifade edilmemiştir)
	Örüntüde levhaların tamamında 4 tane sonuncuda ise 1 fazla olup 5 tanedir.
Yanlış Cevap: (Cevap tamamen yanlış veya soru cevaplanmamış)	Kod 0.1 GY6: (Örüntü kuralı hatalı ifade edilerek yanlış cevaplanmıştır) 4.n Kod 0.2 M6 : (Örüntü kuralı sözel ve sembolik olarak yanlış ifade edilmiştir) Örüntü sürekli 4 artarak devam ettiğinden, n. adımda $n+4$ tane çivi olduğunu ifade etmiştir. Kod 0.3 GY6: Boş
Testin 4. sorusu	 Örüntünün ikinci adımında 10 beyaz renkli birim kare, dördüncü adımında 16 beyaz renkli birim kare bulunmaktadır. Örüntünün kuralını yazılı olarak ifade ederek, örüntünün n. adımında bulunan beyaz renkli birim kare sayısı için harfli bir ifade yazınız ve açıklayınız.
Tam Cevap (Kullanılacak beyaz kare sayısına karşılık gelen kuralın doğru biçimde ifade edilerek $3n+4$ cevabını verenler)	Kod 3.1.GY6: Beyaz renkli kareler 7,10,13,16,19,22 örüntüsü ile giderler. Örüntüde n. adımdaki beyaz kare sayısı $3(n-1)+7$  Kod 3.2.GY7: 7'den başlayarak üçer artarak gidiyor. $3n+4$ bulunur.
Kısmi Cevap:	(Kullanılacak beyaz kare sayısına karşılık gelen kuralı doğru biçimde ifade eden ancak istenen beyaz kare sayısının yanlış cevaplanması veya örüntünün kuralını ifade edemeyerek istenen beyaz kare sayısının doğru cevaplanması veya farklı çözüm yolları kullanılarak doğru cevabın verilmesi) Kod 2.1.GY6: Beyaz kareler 3'erli artıyor.
Yanlış Cevap: (Cevap tamamen yanlış veya soru cevaplanmamış)	Kod 0.1.M6: $6n+4$ veya $2n+2$ Kod 0.2.R7: $16-10=6$ ve $6/2=3$ olunca $n+3$ Kod 0.3.GY6: Boş

Testin 5.sorusu



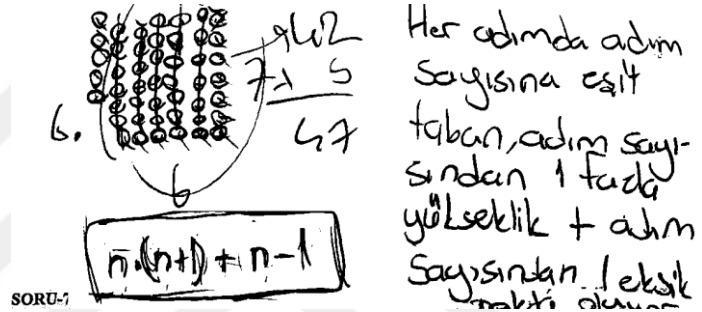
- a) Örüntü aynı şekilde devam ettirildiğinde, 6. adım kaç noktadan oluşur?
b) Örüntünün kuralını yazılı olarak ifade ederek, örüntünün n. terimi için harfli bir ifade yazınız ve açıklayınız.

Tam Cevap

(Şekil örüntüsü kuralını $(n+1)^2-2$ biçiminde ifade edilerek 6.adım için 47 cevabını verenler)

Kod 3.1.GY6: Her terimin 1 fazlasının karesini alarak 2 çıkartılır. Örüntü 2,7,14,23,34,47 olarak devam eder ve n.terim $(n+1)^2-2$ bulunur.

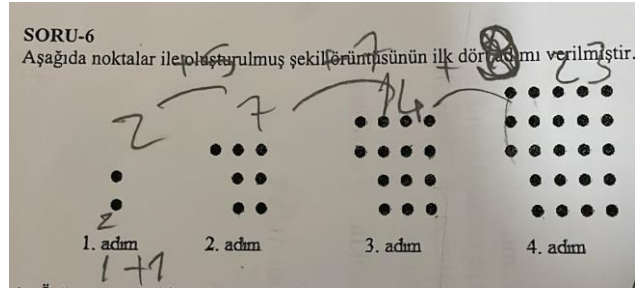
Kod 3.2.GY7: $n.(n+1) + (n-1)$



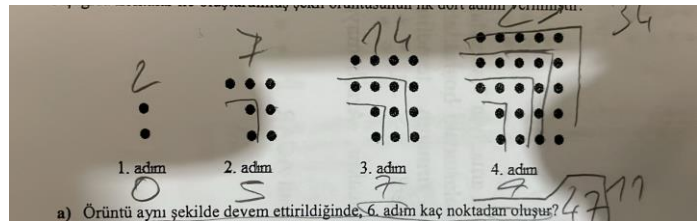
Kısmi Cevap:

(Kullanılacak nokta sayısına karşılık gelen kuralı doğru biçimde ifade eden ancak istenen nokta sayısının yanlış cevaplanması veya örüntünün kuralını ifade edemeyerek istenen nokta sayısının doğru cevaplanması veya farklı çözüm yolları kullanılarak doğru cevabın verilmesi)

Kod 2.1.M7: Adım sayısının karesine ikişer artan sayılar ekleyerek 47 bulunur. Örüntüde n. terim $4n$



Kod 1.1.R7: ikinci adımdan sonra 5,7,9,11,13 ekleyerek 47 bulunur.



Yanlış Cevap:

(Cevap tamamen yanlış veya soru cevaplanmamış)

Kod 0.1.GY7: 92

Kod 0.2.GY7: $2n+1$

Kod 0.3.GY6: Boş

Testin 6. sorusu

Ulaştırma Bakanlığı, ülkede bulunan şehirleri birbirine bağlayan, demir yolu hatlarının yapılması için çalışmalara başlamıştır. Planlama ve çalışmalar, herhangi bir şehirden diğerine doğrudan bir demiryolu hattı bulunacak biçimde yapılmıştır. İlk olarak beş şehri birbirine bağlayan 10 farklı demir yolu hattı yapılmıştır. Bu çalışmalara benzer biçimde devam edilirse,

- 10 şehri birbirine bağlayan kaç farklı demir yolu hattı yapılmıştır?
- Şehirleri birbirine bağlayan farklı demir yolu hattı sayılarına ait kuralı ifade ederek, n tane şehri birbirine bağlayan kaç farklı demiryolu hattı bulunacağını açıklayınız.

Tam Cevap

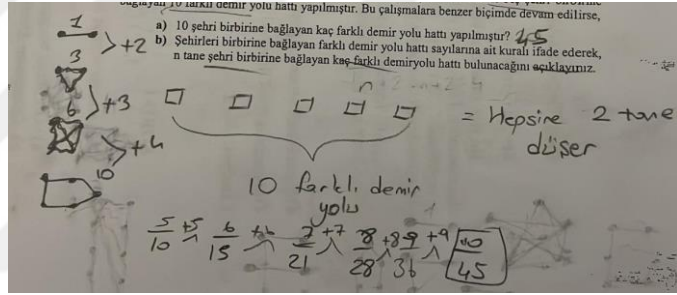
(Problemde demir yolu hattı sayısına ait kuralın doğru biçimde ifade edilerek 10 şehri birbirine bağlayan demiryolu hattı sayısı için 45 cevabını verenler)

Kod 3.1.GY7: Şehirler nokta olarak düşünülürse farklı köşegen sayısını sormaktadır. On şehir için 45 yol vardır. Eğer n şehir olsaydı yol sayısı $\frac{(n-3).n}{2} + 2$ olurdu.

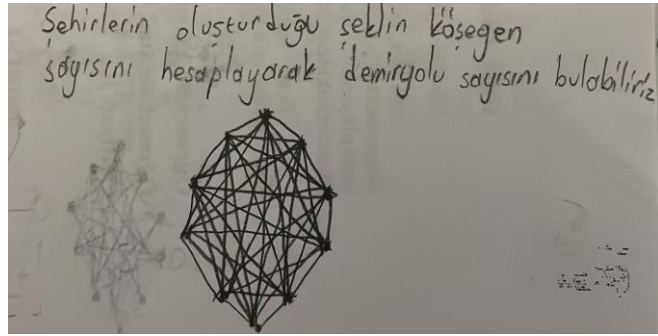
Kısmi Cevap:

(Demiryolu hattı sayısına karşılık gelen kuralı doğru biçimde ifade eden ancak istenen hat sayısının yanlış cevaplanması veya örüntünün kuralını ifade edemeyerek istenen hat sayısının doğru cevaplanması veya farklı çözüm yolları kullanılarak doğru cevabın verilmesi)

Kod 2.1.GY6: On şehir için 45 yol vardır.



Kod 2.2.R.7: Şehirlerin oluşturduğu şekilde köşegen sayılarını sayarak buluruz.



Yanlış Cevap:

(Cevap tamamen yanlış veya soru cevaplanmamış)

Kod 0.1.M6: On şehirde 20 yol vardır. Eğer n şehri olsaydı $2n$ yol olurdu.

Kod 0.3.M6: Boş

Ek 5. Yazarın ÖzgeçmiŖi**ÖZGEÇMİŖ**